

Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Estatística

COMPARAÇÃO DA INTENSIDADE DE FALHAS DE EQUIPAMENTOS OBSERVADOS EM CENÁRIOS DISTINTOS

Fátima Gonçalves Pontel
Orientador: Enrico Antônio Colosimo

Dissertação apresentada ao Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais
em cumprimento às exigências para a obtenção do grau de Mestre em Estatística.

Maio de 2005

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

"Tudo tem seu tempo e até certas manifestações mais vigorosas e originais entram em voga ou saem de moda. Mas a sabedoria tem uma vantagem: é eterna."
Baltasar Gracián

AGRADECIMENTOS

Durante toda a minha vida, tive o privilégio de poder contar com o apoio da minha família para a concretização dos meus sonhos. A cada etapa vencida, um novo desafio é lançado e ali estão todos, participando ativamente dos bons e maus momentos que naturalmente fazem parte dessa longa caminhada pelo mundo. Agradeço aos meus irmãos, especialmente Jeanne, e de maneira muito carinhosa ao meu marido Clayton, pelo companheirismo, paciência e amizade. Agradeço especialmente aos meus pais, pelo exemplo de perseverança e força de vontade. Sinto que mesmo não estando mais entre nós, meu pai está me aplaudindo.

Ao longo destes dois anos convivi com várias pessoas que de maneira direta ou indireta me ajudaram a vencer mais essa etapa. Com certeza as contribuições de cada uma foram extremamente valiosas para a conclusão deste trabalho. Independente de serem ou não citadas aqui essas pessoas saberão se identificar. Agradeço especialmente:

- ❖ Ao meu orientador, Prof. Dr. Enrico Antônio Colosimo pela dedicação, apoio e incentivo não só para a concretização deste trabalho, mas durante toda a minha fase acadêmica. Certamente sua contribuição para o meu crescimento profissional foi enorme.
- ❖ Ao Fernando, da Holcim Brasil S.A. pela confiança e empenho no fornecimento de dados e informações que deram uma motivação especial ao cumprimento do objetivo estabelecido.
- ❖ Ao Jocely, Gerente Corporativo de Qualidade e Segurança da Belgo Mineira Siderúrgica, pelo apoio e total flexibilidade em relação ao meu horário de trabalho.
- ❖ A todos os professores do Departamento de Estatística da UFMG.

Como nada disso seria possível sem a ajuda daquele em que creio, Deus, agradeço-o por mais essa etapa cumprida.

SUMÁRIO

Resumo	4
Introdução	5
1. Manutenção Centrada em Confiabilidade	8
2. Análise das Falhas de Múltiplos Sistemas	12
Introdução	12
2.1. Processo de Poisson	14
2.2. Avaliação da Similaridade de sistemas	20
2.3. Avaliação da Tendência na Intensidade das Falhas	22
2.3.1. Técnicas gráficas	22
2.3.1.1. Gráfico da Função Média Acumulada (MCF - Mean Cumulative Function Plot).....	23
2.3.1.2. Gráfico do Tempo Total sob Teste (TTT Plot)	23
2.3.1.3. Gráficos Aumentados com Envelopes de Simulação	24
2.3.2. Testes de Hipóteses	25
2.3.2.1. Teste de Laplace	26
2.3.2.1.1. Teste Combinado de Laplace (Laplace's Pooled)	27
2.3.2.1.2. Teste de Laplace baseado no Tempo Total sob Teste (TTT)	28
2.3.2.2. Teste Militar	30
2.3.2.2.1. Teste Militar Combinado	30
2.3.2.2.2. Teste Militar baseado no Tempo Total sob Teste (TTT)	31
2.3.2.3. Testes de Escore, Wald e Razão de Máximas Verossimilhanças	31
2.3.2.3.1. Teste de Escore	33
2.3.2.3.2. Teste de Wald	36
2.3.2.3.3. Teste da Razão de Máximas Verossimilhanças	37
2.4. Comparação dos testes de hipóteses	39
2.4.1. Procedimento para Geração de PPNH's	39
2.4.2. Aplicação dos Testes para Avaliação da Tendência	40
3. Aplicação e Resultados Preliminares	45
3.1 Estrutura do Banco de Dados	45
3.2 Avaliação da Similaridade dos Sistemas nos Períodos 1 e 2	47
3.3 Análise da Tendência na Intensidade de Falhas de cada Sistema no Período 1	48
3.4 Análise Simultânea da Tendência na Intensidade de Falhas dos Sistemas no Período 1 (Excluindo os sistemas, 5, 33, 35 e 46)	51
3.5 Análise Simultânea da Tendência na Intensidade de Falhas dos Sistemas no Período 2	53
3.6 Comparação dos Períodos	56
3.7 Considerações Finais	58
Proposta de Trabalho Futuro	59
Referências Bibliográficas	60
Apêndice	61

RESUMO

Nos últimos anos, a busca incessante por qualidade, e ao mesmo tempo a preocupação com o custo, prazo e produtividade tem provocado alterações nas formas de pensar e agir das pessoas em todos os segmentos da indústria. Hoje em dia a competitividade requer investimentos em novas tecnologias, novas máquinas e automatizações mais eficazes. Pensando nisso, pode-se dizer que a confiabilidade é fator importante da competitividade. Uma alta confiabilidade está diretamente relacionada com as atividades de manutenção. Em face de todas essas mudanças a definição de uma estratégia de manutenção também pode ser vista como um fator da competitividade e sobrevivência de uma empresa. A definição de uma estratégia de manutenção requer informações confiáveis e envolvimento de pessoas chave dentro de uma organização.

A motivação do trabalho é a aplicação de técnicas de confiabilidade para avaliação de uma situação real vivida por uma empresa produtora de cimento. Essa empresa iniciou o processo de implementação da filosofia da Manutenção Centrada em Confiabilidade em Janeiro de 2002, e o desafio principal é a avaliação da eficácia desta metodologia.

Para atingir esse objetivo serão utilizadas técnicas estatísticas de confiabilidade para análise das falhas de sistemas reparáveis. Isso envolve um estudo da teoria de processos de contagem, particularmente dos Processos de Poisson, assim como o emprego das técnicas de testes de hipóteses para avaliação da tendência na intensidade das falhas de equipamentos.

Introdução

Com o aumento da automação ocorrido nos últimos anos uma grande discussão sobre o tema manutenção tem promovido o surgimento de novas metodologias para o aprimoramento da gestão da manutenção. Na área industrial a estratégia de manutenção é cada vez mais reconhecida como decisiva em termos da competitividade e sobrevivência das empresas. Uma estratégia de manutenção deve ser fundamentada em dados técnicos e econômicos.

De acordo com uma reportagem publicada na revista *Manutenção y Qualidade* a história da manutenção acompanha o desenvolvimento técnico-industrial da humanidade. No final do século XIX, com a mecanização das indústrias, surgiu a necessidade dos primeiros reparos. Com a implantação da produção em série, as fábricas passaram a instituir programas mínimos de produção e assim houve a necessidade de criar equipes responsáveis pelos reparos. Nessa época as atividades de manutenção eram essencialmente baseadas no tempo, ou seja, em períodos pré-definidos fazia-se uma parada para uma revisão geral e reparos de acordo com um conjunto de tarefas elaboradas a partir da experiência dos mantenedores e/ou recomendações dos fabricantes. Ao final do século passado, com as exigências de aumento da qualidade dos produtos e serviços pelos consumidores, a Manutenção passou a ser um elemento importante no desempenho dos equipamentos. Pensar na manutenção quando o equipamento já vem apresentando falhas, não é o caminho mais adequado uma vez que a intervenção deve ser planejada.

A implementação e a prática da engenharia de manutenção significam uma mudança cultural para a maioria das empresas. Cada vez mais as pessoas envolvidas com as atividades de manutenção estão tendo que adotar formas totalmente novas de pensar e agir. Uma crescente conscientização da relação entre manutenção, produção e qualidade do produto tem gerado uma maior preocupação em se atingir uma alta disponibilidade dos equipamentos e ao mesmo tempo conter os custos. De uma maneira geral, as alterações estão colocando à prova atitudes e habilidades das pessoas em todos os segmentos da indústria. Moubrey (2000) menciona que os principais dicionários definem manter como “fazer continuar”. Isso sugere que manutenção significa preservar algo.

A estratégia de manutenção, que é influenciada por fatores internos e externos, é concretizada pela definição das políticas de manutenção. Alguns fatores que podem influenciar a estratégia de manutenção em uma organização são: as necessidades de

produção, os recursos internos, as condições das instalações e o desenvolvimento de novos produtos. Particularmente, o atendimento às necessidades de produção reflete diretamente na disponibilidade dos equipamentos utilizados no processo produtivo, no regime de trabalho exigido e conseqüentemente na estratégia da manutenção.

Em face destas mudanças, algumas filosofias ou metodologias de manutenção têm sido amplamente exploradas nos últimos anos. Dentre elas, uma bastante conhecida é a chamada Manutenção Centrada em Confiabilidade, ou RCM (Reliability Centered Maintenance). Amplamente divulgada há mais de dez anos no setor industrial, esta metodologia agregou ganhos significativos em relação à redução da carga de trabalho da equipe de manutenção, aumento da disponibilidade e incremento da confiabilidade dos equipamentos. Reconhecida pelos profissionais de manutenção como o caminho de maior efetividade de custo para se desenvolver estratégias de manutenção, o RCM conduz a um rápido, sustentado e substancial conjunto de aperfeiçoamentos na disponibilidade e confiabilidade da planta, qualidade do produto, segurança e integridade ambiental. É uma metodologia estruturada que promove o aprimoramento da gestão da manutenção.

O presente trabalho é destinado a avaliar uma situação real vivida por uma empresa produtora de cimento que a partir de Janeiro de 2002 iniciou o processo de implementação dessa metodologia visando aumentar a confiabilidade dos seus equipamentos. O objetivo principal é uma avaliação da eficácia desta metodologia por meio da comparação da história de falhas dos equipamentos da unidade de britagem de calcário antes e após a sua implementação. De maneira bastante ampla, a unidade de britagem é uma instalação composta basicamente por uma tremonha, um transportador e um britador. A tremonha recebe o calcário dos caminhões, direciona-o ao transportador que por sua vez leva este material até o britador. A função do britador é reduzir o calcário, por meio de impactos, até a obtenção da granulometria desejada.

Vale comentar que o objetivo do trabalho não é uma análise separada da confiabilidade de cada equipamento da unidade de britagem e sim uma análise geral das paradas ocorridas no processo da unidade de britagem em função das falhas ocorridas nos equipamentos.

Para avaliação da confiabilidade dos equipamentos e conseqüentemente da eficácia na utilização do RCM algumas técnicas estatísticas relacionadas à manutenção de um conjunto de sistemas reparáveis serão utilizadas. O banco de dados disponível para realização do trabalho traz informações a respeito das manutenções preventivas e corretivas realizadas em dois períodos: 1) Julho de 1999 a Dezembro de 2001 (antes da implementação do RCM); 2) Janeiro de 2002 a Novembro de 2003 (após a implementação

do RCM). A estratégia para condução do trabalho consistirá em avaliar cada período e posteriormente fazer uma comparação entre eles.

No Capítulo 1 será apresentada uma visão geral sobre a estratégia RCM. O conceito, o histórico sobre o surgimento da metodologia bem como seus objetivos serão o foco deste capítulo.

No Capítulo 2, além da metodologia proposta para análise do banco de dados uma breve revisão da teoria de Processos de Poisson é apresentada.

A seguir, o capítulo 3 traz a aplicação das técnicas descritas anteriormente utilizando o banco de dados fornecido pela empresa produtora de cimento.

Capítulo 1

MANUTENÇÃO CENTRADA EM CONFIABILIDADE (RCM)

A confiabilidade de equipamentos é uma característica bastante importante em todas as áreas da produção de bens e serviços. Freitas e Colosimo (1997) afirmam que a confiabilidade é definida em função de uma medida: a probabilidade. Desta maneira, trabalham com a seguinte definição: *Confiabilidade é a probabilidade de um item desempenhar satisfatoriamente a função requerida sob condições de operação estabelecidas, por um período de tempo predeterminado.* Visto que a manutenção tem uma relação com a confiabilidade, Moubrey (2000) diz que *manutenção consiste em assegurar que os ativos físicos continuem a fazer o que seus usuários querem que ele faça.* Hoje em dia a competitividade e a sobrevivência de uma empresa passam por quatro fatores chave: qualidade, custos, prazos e produtividade. Pode-se dizer que o quinto fator é a confiabilidade, que pode ser aumentada por meio de uma eficiente estratégia de manutenção. Dessa forma ele apresenta a seguinte definição para a Manutenção Centrada em Confiabilidade: *“um processo usado para determinar o que deve ser feito para assegurar que aquele ativo físico continue a fazer o que os seus usuários querem que ele faça no seu contexto operacional presente.”* Segundo ele, desde os anos 30, a evolução da manutenção pode ser investigada através de três gerações conforme mostrado na Figura 1.1.

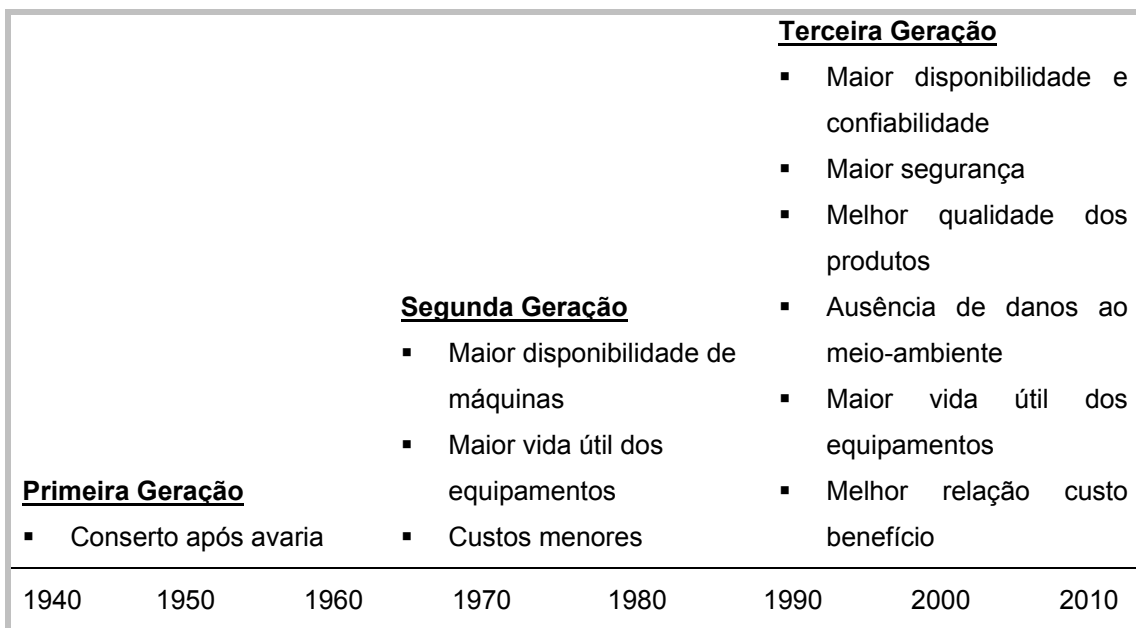


Figura 1.1: Expectativas crescentes da manutenção.

O RCM busca atender as expectativas da terceira geração.

A Manutenção Centrada em Confiabilidade (RCM) teve início na década de 1960. Segundo Moubray (2000) um dos principais marcos no desenvolvimento do RCM foi um relatório comissionado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos para a United Airlines e preparado por Stanley Nowlan e depois por Howard Heap em 1978. O relatório tinha o intuito de avaliar os métodos de manutenção utilizados na aviação civil e propor alternativas para o incremento da confiabilidade. Após sofrer algumas modificações, esse relatório foi publicado com o título Reliability Centred Maintenance. Na década de 1980 John Moubray começou a trabalhar com a aplicação do RCM nos setores de manufatura e mineração. Em 1999, um crescente reconhecimento mundial do papel chave realizado pelo RCM na formulação de estratégias de gerenciamento de ativos físicos, e a importância de aplicar o RCM corretamente, levou a Sociedade Americana dos Engenheiros Automotivos a publicar a Norma SAE JA1011: “Critérios de Avaliação de Processos de Manutenção Centrada em Confiabilidade”.

O RCM é visto hoje como uma metodologia utilizada para assegurar que qualquer item, sistema ou processo mantenha suas funções, controlando os riscos de segurança ambiental, a qualidade e a economia por meio das políticas de manutenção adotadas. Sua utilização promove o aprimoramento da gestão da manutenção, a otimização dos recursos disponíveis e o aumento na confiabilidade dos equipamentos.

Segundo Moubray (2000), o processo do RCM implica em sete perguntas básicas sobre cada um dos itens que estão sendo analisados.

- 1) Quais as funções e padrões de desempenho do item no seu contexto presente de operação?
- 2) De que forma ele falha em cumprir suas funções?
- 3) Qual é a causa de cada falha funcional?
- 4) O que acontece quando ocorre cada falha? Ou seja, qual é o efeito de cada falha?
- 5) Qual é a gravidade da ocorrência de cada falha?
- 6) O que pode ser feito para prever ou prevenir cada falha?
- 7) O que pode ser feito se não for encontrada uma tarefa proativa apropriada?

As respostas a estas perguntas serão obtidas por meio do estudo das necessidades individuais de cada item e das políticas de manutenção mais adequadas, tendo em vista um aumento da confiabilidade e uma melhoria da relação custo/benefício.

Se corretamente aplicado, o RCM conduz a notáveis melhorias na eficácia da manutenção. Alguns pontos importantes no processo de aplicação são:

- ❖ Planejamento:

O sucesso na aplicação do RCM depende de um meticuloso planejamento. Os elementos chave do processo de planejamento são: decidir quais ativos mais prováveis de se beneficiar com o processo RCM; estimar os recursos necessários para aplicação do processo; decidir quem irá realizar e auditar cada análise e fornecer o treinamento adequado.

- ❖ Definição de grupos de revisão

As sete questões básicas que o processo RCM incorpora não podem ser respondidas simplesmente pela equipe de manutenção. Muitas dessas respostas podem ser fornecidas apenas pela equipe de produção ou operação. Um grupo de revisão deve ser composto por um facilitador, um supervisor e um operador de manutenção, um especialista externo, caso haja necessidade, um operador e um supervisor de operações.

- ❖ Definição dos Facilitadores

Os facilitadores são especialistas altamente treinados que orientam o trabalho dos grupos de revisão.

- ❖ Avaliação dos Resultados

Se for aplicada da maneira correta o RCM resulta em: programas de manutenção para serem feitos pelo departamento de manutenção; procedimentos operacionais revisados para os operadores do ativo e uma listagem das áreas onde mudanças devem ser feitas no projeto do ativo.

- ❖ Realização de Auditoria

O principal executivo que assume toda a responsabilidade pelo item se alguma coisa der errado é quem deve fazer a auditoria.

Segundo Lucatelli e Garcia (2001) o passo a passo para aplicação do RCM proposto por Tesdhal (1997) pode ser visto na Figura 1.2. Segundo ele o RCM emprega diferentes conceitos, mas não novos, no ambiente da manutenção. Entretanto esta metodologia contradiz os preceitos tradicionais de que a confiabilidade do equipamento é inversamente proporcional à sua idade operacional. Através do enfoque na preservação das funções dos itens, ela proporciona a identificação da natureza das falhas, o que resulta na redução direta de suas conseqüências.

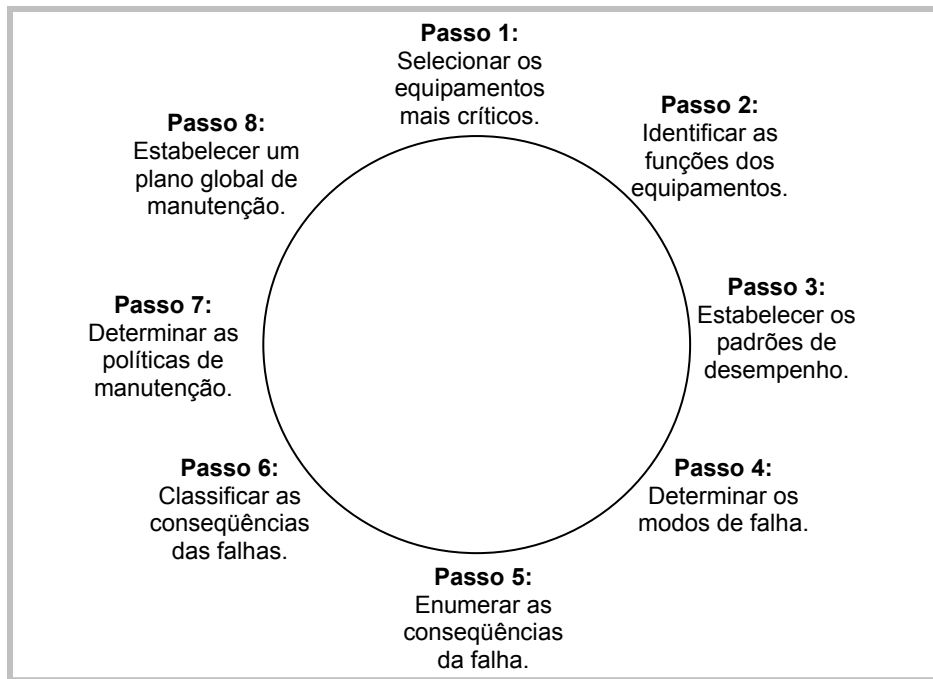


Figura 1.2: Passo a passo do processo de aplicação do RCM.

Um ponto importante anterior à execução das etapas apresentadas na Figura 1.2, é o treinamento das equipes de manutenção e operação. Uma ferramenta amplamente utilizada no processo do RCM é a Análise do Modo e Efeito de Falhas (FMEA – Failure Mode and Effect Analysis).

Alguns resultados apresentados em Moubray (2000) alcançados com a utilização do RCM são:

- ❖ Redução de 50% na carga de trabalho da manutenção de rotina de uma fábrica de doces.
- ❖ Redução de 50% nas exigências de manutenção de rotina de transformadores de 11KV num sistema de distribuição elétrico.
- ❖ Redução de 85% nas exigências de manutenção de rotina de um grande sistema hidráulico de uma plataforma de petróleo.
- ❖ Redução de 62% no número de tarefas de baixa frequência que necessitam ser feitas em uma linha de máquinas de uma indústria de motores de automóveis.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DE FALHAS EM MÚLTIPLOS SISTEMAS

INTRODUÇÃO

Um dos pontos importantes no estudo da manutenção de equipamentos é a análise do comportamento de falhas destes equipamentos. Quando se fala em analisar os tempos de falha de vários sistemas a primeira idéia é que vários equipamentos semelhantes estão sendo observados. Nesse caso cada equipamento é considerado um sistema. No entanto, há outra situação em que também se pode falar em vários sistemas, apesar de um único equipamento estar em observação. Esta situação está relacionada ao conceito de manutenção preventiva “perfeita”. Uma manutenção preventiva “perfeita” renova o equipamento, ou seja, faz com que ele volte à condição de “tão bom quanto novo”. Dessa maneira, apesar de existir somente um equipamento em observação, um novo sistema é gerado a cada manutenção preventiva. Cronologicamente é como se houvesse um retorno ao tempo inicial de observação e os tempos de falha de um novo equipamento passassem a ser registrados. É importante mencionar que nesse caso, as falhas ocorridas entre as manutenções preventivas do equipamento são removidas por meio de reparos mínimos (Barlow e Hunter, 1960). Esses reparos não alteram a probabilidade de falha do equipamento, ou seja, ele volta a funcionar, mas a probabilidade de ocorrência de uma falha é a mesma do instante imediatamente anterior ao reparo mínimo. Isto porque atua-se somente na parte defeituosa do equipamento. Nesse caso diz-se que ele permaneceu na condição de “tão ruim quanto velho”. O resultado é que ao final de um determinado período de observação, o número de sistemas a serem analisados será igual ao número de manutenções preventivas realizadas. E considerar essas manutenções preventivas como “perfeitas” é equivalente a dizer que os vários sistemas são independentes.

De uma maneira geral, as técnicas utilizadas para analisar os tempos de falha dos vários sistemas observados nas duas situações descritas acima são exatamente as mesmas. Já numa situação em que as manutenções preventivas não puderem ser consideradas como “perfeitas”, essas técnicas serão diferentes, uma vez que, no segundo caso, a estrutura de dependência entre os sistemas deverá ser estudada.

No desenvolvimento deste trabalho será considerado que as manutenções preventivas realizadas são perfeitas, ou seja, os sistemas são independentes. Assim, o primeiro passo

para análise é a detecção de mudanças na intensidade com que as falhas desses sistemas ocorrem ao longo do tempo. Isso é de fundamental importância para a tomada de decisões relacionadas à manutenção do(s) equipamento(s). Um comportamento sistemático dos tempos entre a ocorrência de falhas em um sistema caracteriza o que se chama de tendência na intensidade das falhas. Pode-se dizer que um sistema está “melhorando” se o tempo entre a ocorrência de falhas está aumentando. De maneira análoga, pode-se dizer que um sistema está “deteriorando” se o tempo entre a ocorrência de falhas está diminuindo. Numa situação onde nenhum comportamento sistemático é observado diz-se que as falhas ocorrem de maneira aleatória.

Podem ocorrer situações em que o tempo entre a ocorrência de falhas apresenta um comportamento caracterizado por uma combinação desses tipos de tendência. Uma configuração bastante específica, conhecida na literatura como “curva da banheira”, acontece quando em um determinado período de tempo, a taxa de falhas apresenta uma tendência decrescente no início do período, constante em um espaço de tempo e crescente ao final do período.

Ao analisar a intensidade das falhas de um sistema, uma nova política de manutenção pode ser definida dependendo do tipo de tendência identificada. A rigor, um sistema que está deteriorando requer algum tipo de atuação. Por outro lado, em um sistema onde a taxa de falhas é constante, as manutenções preventivas teoricamente teriam a função apenas de preservar a vida útil do sistema, sendo desnecessário, no entanto uma frequência alta de manutenções uma vez que o custo se tornaria demasiadamente alto.

Tendo em vista os vários padrões que podem ser observados em relação ao tempo entre a ocorrência de falhas em um sistema, a questão a ser respondida é: existe tendência na intensidade com que as falhas ocorrem? A resposta a essa pergunta pode ser obtida por meio da utilização de técnicas gráficas e testes de hipóteses (Rigdon e Basu, 2000). Em geral essas técnicas são baseadas na teoria de Processos de Contagem ou, particularmente, em Processos de Poisson.

Quando se têm observações dos tempos de falhas de vários sistemas, a avaliação da tendência na intensidade com que as falhas ocorrem pode ser conduzida de duas maneiras: 1) para todos os sistemas simultaneamente; ou 2) isoladamente para cada sistema. A opção por uma análise separada ou simultânea deverá ser baseada no conhecimento das condições de operação do(s) equipamento(s) analisado(s). Em uma análise simultânea as mudanças no comportamento das falhas, considerando o sistema como um todo, poderão ser detectadas com maior probabilidade do que em uma análise separada.

O objetivo deste capítulo é a apresentação e discussão de técnicas utilizadas para análise simultânea de vários sistemas. Para a discussão dessas técnicas uma revisão da teoria de Processos de Poisson se faz necessária. Essa revisão será apresentada na Seção 2.1, onde toda a notação a ser utilizada também será definida. Partindo do pressuposto que uma análise simultânea das falhas de vários sistemas tem sentido somente quando eles apresentam um comportamento similar, um teste de hipóteses para comparação do comportamento dos vários sistemas será apresentado na Seção 2.2. O resultado desse teste justificará ou não uma análise simultânea. Na Seção 2.3 serão discutidas técnicas para uma análise simultânea com o objetivo de verificar a existência de tendência nos tempos entre falhas dos sistemas observados. Nessa seção além das técnicas específicas para análise de tendência já conhecidas na literatura serão propostos três testes de hipóteses também conhecidos na literatura, porém não utilizados especificamente para essa situação. Por último, na Seção 2.4 serão apresentados os resultados de algumas simulações para comparação dos testes de hipóteses.

2.1) PROCESSO DE POISSON

O Processo de Poisson (PP) é um modelo probabilístico amplamente utilizado na análise de sistemas reparáveis. Ele é adequado a um grande número de fenômenos observáveis, e se destaca por sua adequação a várias situações práticas, principalmente por ser um dos mais utilizados na área da confiabilidade aplicada à manutenção de equipamentos (Kvaloy e Lindqvist, 1998). Quando se fala em analisar um ou vários sistemas, os eventos de interesse são as falhas ocorridas nestes sistemas. Desta forma a intenção é contar o número de falhas ocorridas em cada sistema, em um determinado período de observação. Com o objetivo de deixar clara a notação a ser utilizada, será considerado que $m \geq 1$ sistemas foram observados e que o i -ésimo sistema foi observado no intervalo $(a_i, b_i]$, com n_i falhas ocorridas nos tempos $T_{ij}, j = 1, 2, \dots, n_i, i = 1, \dots, m$. Na Figura 2.1 uma representação dos tempos de falha do i -ésimo sistema é apresentada.

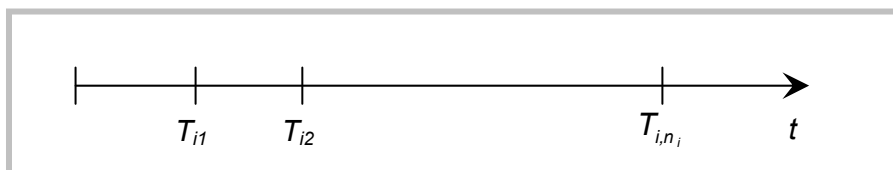


Figura 2.1: Representação dos tempos de falha do i -ésimo sistema.

Uma observação importante é que o ponto final do intervalo $(a_i, b_i]$ pode ter diferentes interpretações de acordo com o esquema de truncamento utilizado (Kvaloy e Lindqvist,

1998). Definindo-se $b_i = T_i$, se foi estabelecido inicialmente que os sistemas seriam observados até um tempo pré-definido, então o número de falhas é uma variável aleatória. Nessa situação o valor de b_i não é necessariamente o tempo de ocorrência de uma falha e sim o tempo em que o i -ésimo sistema deixou de ser observado ($b_i = T_i \geq T_{i,n_i}$). Este esquema de censura é chamado *truncamento por tempo* e está representado na Figura 2.2.

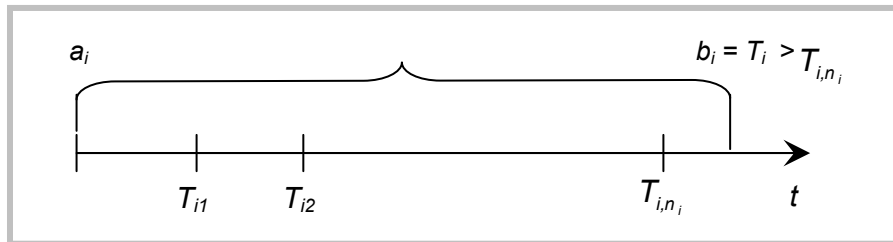


Figura 2.2: Esquema de censura truncamento por tempo.

Por outro lado se foi estabelecido que os sistemas seriam observados até que um determinado número de falhas ocorresse, o comprimento do intervalo de observação é aleatório. Nesse caso, o valor de b_i é o tempo em que a última falha ocorreu ($b_i = T_i = T_{i,n_i}$). Este esquema de censura é chamado *truncamento por falha* e está representado na Figura 2.3.

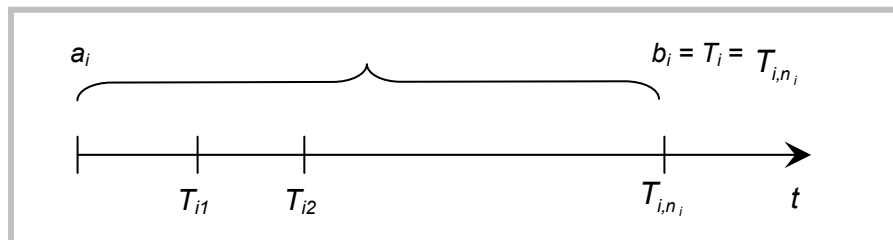


Figura 2.3: Esquema de censura truncamento por falha.

Sendo $N_i(t)$ o número de falhas ocorridas no i -ésimo sistema no intervalo de tempo $(0, t]$, $t \leq b_i$, diz-se que este processo de contagem é um Processo de Poisson se (Rigdon e Basu, 2000):

1. o número de falhas no tempo inicial de observação é zero, ou seja $N_i(0) = 0$;
2. para $a_i < \eta < \varphi \leq \nu < \rho < b_i$ as variáveis aleatórias $N_i(\eta, \varphi]$ e $N_i(\nu, \rho]$ são independentes (propriedade dos incrementos independentes).
3. a distribuição do número de falhas que ocorre em um dado intervalo depende somente do tamanho deste intervalo e não da sua posição, ou seja, $P[N(t, t+1)=k]$ não depende do tempo;

4. existe uma função $\lambda_i(t)$ tal que $\lambda_i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[N_i(t, t + \Delta t) = 1]}{\Delta t}$;

5. a probabilidade de falhas simultâneas é zero, ou seja $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[N(t, t + \Delta t) \geq 2]}{\Delta t} = 0$;

Da definição acima decorre que (Rigdon e Basu, 2000):

$$P[N_i(t) = \theta] = \frac{\left(\int_0^t \lambda_i(u) du \right)^\theta \exp\left(- \int_0^t \lambda_i(u) du \right)}{\theta!}, \quad \theta = 0, 1, 2, \dots$$

ou seja, a variável aleatória $N_i(t)$ tem distribuição de Poisson com média $\Lambda_i(t) = E[N_i(t)] = \int_0^t \lambda_i(u) du$. A função $\Lambda_i(t)$ é a função de intensidade acumulada até o tempo t .

Um Processo de Poisson é especificado pela função $\lambda_i(t)$, denominada função de intensidade de falhas. Duas formas paramétricas bastante utilizadas na literatura para modelar $\lambda_i(t)$ são (Rigdon e Basu, 2000):

- ❖ a Lei de Potência, cuja expressão pode ser escrita como $\lambda_i(t_{ij}) = \frac{\beta_i}{\alpha_i} \left(\frac{t_{ij}}{\alpha_i} \right)^{\beta_i - 1}$ $\alpha_i, \beta_i > 0, t_{ij} \geq 0$;
- ❖ a Log-linear, cuja expressão pode ser escrita como $\lambda_i(t_{ij}) = \exp(\alpha_i + \beta_i t_{ij})$ $-\infty < \alpha_i, \beta_i < \infty, t_{ij} \geq 0$.

Nas expressões acima α_i e β_i são chamados de parâmetros de escala e forma respectivamente.

Em sua expressão quando $\beta_i > 1$, a função de intensidade de falhas é crescente indicando que o i -ésimo sistema está se degradando. Quando $0 < \beta_i < 1$ tem-se uma função de intensidade de falhas decrescente, o que indica que o sistema está melhorando. Em ambos os casos o Processo de Poisson é chamado de Não Homogêneo (PPNH). Por outro lado se $\beta_i = 1$ observa-se que a intensidade das falhas não depende do tempo. Nesse caso o processo de Poisson é chamado de Homogêneo (PPH) (Rigdon e Basu, 2000).

Na expressão da Log-linear, quando $\beta_i = 0$ a intensidade de falhas é constante e dessa forma tem-se um PPH. Quando $\beta_i > 0$ a intensidade de falhas é crescente e se $\beta_i < 0$ ela é decrescente. Neste caso tem-se um PPNH.

Quando se tem um PPH com intensidade $\lambda_i(t) \equiv \lambda_i$, os tempos entre a ocorrência de falhas, denotados por X_{ij} , sendo $X_{ij} = T_{ij} - T_{ij-1}$, são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, de acordo com uma distribuição exponencial com média $1/\lambda_i$ (Rigdon e Basu, 2000).

Conduzir uma análise para vários sistemas independentes considerando que o mecanismo de falhas de cada um deles pode ser modelado por um Processo de Poisson, significa então, trabalhar com vários Processos de Poisson independentes.

Considerando os tempos de falha do i -ésimo sistema ($T_{ij}, j = 1, 2, \dots, n_i$), tem-se que a função conjunta das variáveis aleatórias $T_{ij}, j = 1, 2, \dots, n_i$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$f_{T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{in_i}}(t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{in_i}) = f_{T_{i1}}(t_{i1}) f_{T_{i2}}(t_{i2} | t_{i1}) f_{T_{i3}}(t_{i3} | t_{i1}, t_{i2}) \dots f_{T_{in_i}}(t_{in_i} | t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{in_i-1}), \\ 0 < t_{i1} < t_{i2} < \dots < t_{in_i}.$$

Para encontrar $f_{T_{i1}}(t_{i1})$ é necessário utilizar a função de confiabilidade da variável aleatória T_{i1} definida por (Rigdon e Basu, 2000) como $S_{T_{i1}}(t_{i1}) = P(T_{i1} > t_{i1}) = 1 - P(T_{i1} \leq t_{i1}) = 1 - F_{T_{i1}}(t_{i1})$.

Pensando que a probabilidade do tempo da primeira falha ser maior que t_{i1} implica que nenhuma falha terá ocorrido no intervalo $(0, t_{i1}]$ a função de confiabilidade $S_{T_{i1}}(t_{i1})$ pode ser escrita também da seguinte forma $S_{T_{i1}}(t_{i1}) = P(T_{i1} > t_{i1}) = P(N(0, t_{i1}] = 0)$. Supondo que o mecanismo de falhas do i -ésimo sistema pode ser modelado por um Processo de Poisson sabe-se que: $P(N(0, t_{i1}] = 0) = \exp\left(-\int_0^{t_{i1}} \lambda_i(u) du\right)$. Assim, $S_{T_{i1}}(t_{i1}) = \exp\left(-\int_0^{t_{i1}} \lambda_i(u) du\right)$.

Usando o fato de que $F_{T_{i1}}(t_{i1}) = 1 - S_{T_{i1}}(t_{i1})$ e a função densidade, $f_{T_{i1}}(t_{i1})$, é a derivada da função $F_{T_{i1}}(t_{i1})$, tem-se que: $f_{T_{i1}}(t_{i1}) = -\frac{\partial}{\partial t} S_{T_{i1}}(t_{i1})$.

$$\text{Conseqüentemente } f_{T_{i1}}(t_{i1}) = \exp\left(-\int_0^{t_{i1}} \lambda_i(u) du\right) \lambda_i(t_{i1}) = \exp[-\Lambda_i(t_{i1})] \lambda_i(t_{i1}), \quad t_{i1} > 0.$$

Para encontrar $f_{T_{i2}}(t_{i2} | t_{i1})$ utiliza-se a função de confiabilidade condicional de T_{i2} dado $T_{i1} = t_{i1}$, expressa como $S_{i2}(t_{i2} | t_{i1}) = P(T_{i2} > t_{i2} | t_{i1}) = P(N(t_{i1}, t_{i2}] = 0) = \exp\left(-\int_{t_{i1}}^{t_{i2}} \lambda_i(u) du\right)$.

Dessa forma,

$$\begin{aligned}
f_{T_{i_2}}(t_{i_2} | t_{i_1}) &= -\frac{\partial}{\partial t} S(t_{i_2} | t_{i_1}) \\
&= \exp\left(-\int_{t_{i_1}}^{t_{i_2}} \lambda_i(u) du\right) \lambda_i(t_{i_2}) \\
&= \exp[-\Lambda_i(t_{i_1}, t_{i_2})] \lambda_i(t_{i_2}), \quad t_{i_2} > t_{i_1} > 0.
\end{aligned}$$

Generalizando, tem-se que:

$$\begin{aligned}
f_{T_{i_{n_i}}}(t_{i_{n_i}} | t_{i_1}, t_{i_2}, \dots, t_{i_{n_i-1}}) &= \exp\left(-\int_{t_{i_{n_i-1}}}^{t_{i_{n_i}}} \lambda_i(u) du\right) \lambda_i(t_{i_{n_i}}) \\
&= \exp[-\Lambda_i(t_{i_{n_i-1}}, t_{i_{n_i}})] \lambda_i(t_{i_{n_i}}), \quad t_{i_{n_i}} > t_{i_{n_i-1}} > 0.
\end{aligned}$$

Finalmente, a função conjunta dos tempos de falha do i -ésimo sistema pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
f_{T_{i_1}, \dots, T_{i_{n_i}}}(t_{i_1}, t_{i_2}, \dots, t_{i_{n_i}}) &= \lambda_i(t_{i_1}) \exp\left(-\int_0^{t_{i_1}} \lambda_i(u) du\right) \times \dots \times \lambda_i(t_{i_{n_i}}) \exp\left(-\int_{t_{i_{n_i-1}}}^{t_{i_{n_i}}} \lambda_i(u) du\right) \\
&= \prod_{j=1}^{n_i} \lambda_i(t_{i_j}) \exp\left(-\int_{t_{i_{j-1}}}^{t_{i_j}} \lambda_i(u) du\right) \\
&= \prod_{j=1}^{n_i} \lambda_i(t_{i_j}) \exp[-\Lambda_i(t_{i_{j-1}}, t_{i_j})] \quad t_{i_{n_i}} > t_{i_{n_i-1}} > \dots > t_{i_1} > 0.
\end{aligned}$$

Pensando em m sistemas, a função de verossimilhança tanto para truncamento por tempo como para truncamento por falha pode ser expressa como:

$$\begin{aligned}
L(\alpha, \beta) &= \prod_{i=1}^m \left\{ \prod_{j=1}^{n_i} \lambda_i(t_{i_j}) \exp[-\Lambda_i(t_{i_{j-1}}, t_{i_j})] \right\} \\
&= \prod_{i=1}^m \left\{ \left[\prod_{j=1}^{n_i} \lambda_i(t_{i_j}) \right] \exp[-\Lambda_i(T_i)] \right\} \\
&= \prod_{i=1}^m \left\{ \left[\prod_{j=1}^{n_i} \lambda_i(t_{i_j}) \right] \exp\left[-\int_0^{T_i} \lambda_i(u) du\right] \right\} \quad t_{i_{n_i}} > t_{i_{n_i-1}} > \dots > t_{i_1} > 0.
\end{aligned}$$

Uma vez encontrada a função de verossimilhança, a análise das falhas dos sistemas pode ser conduzida considerando tanto a Lei de Potência quanto a Log-linear bastando simplesmente substituir as respectivas expressões em $L(\alpha, \beta)$.

Considerando uma modelagem via Lei de Potência e assumindo que os sistemas são idênticos, ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_m = \alpha$ e $\beta_1 = \beta_2 = \beta_m = \beta$), a substituição de sua expressão na função de verossimilhança resulta em:

$$L(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^m \left\{ \left[\prod_{j=1}^{n_i} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right) \left(\frac{t_{i_j}}{\alpha} \right)^{\beta-1} \right] \exp\left[-\int_0^{T_i} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right) \left(\frac{u}{\alpha} \right)^{\beta-1} du\right] \right\}.$$

Desenvolvendo esta expressão tem-se:

$$\begin{aligned}
L(\alpha, \beta) &= \prod_{i=1}^m \left\{ \frac{\beta^{n_i}}{\alpha^{n_i}} \frac{1}{\alpha^{n_i(\beta-1)}} \prod_{j=1}^{n_i} (t_{ij})^{\beta-1} \exp \left[-\frac{\beta}{\alpha} \int_0^{T_i} \left(\frac{u}{\alpha} \right)^{\beta-1} du \right] \right\} \\
&= \prod_{i=1}^m \left\{ \frac{\beta^{n_i}}{\alpha^{n_i}} \alpha^{-\beta n_i} \alpha^{n_i} \prod_{j=1}^{n_i} (t_{ij})^{\beta-1} \exp \left[-\frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{\alpha^{\beta-1}} \int_0^{T_i} u^{\beta-1} du \right] \right\} \\
&= \prod_{i=1}^m \left\{ \beta^{n_i} \alpha^{-\beta n_i} \prod_{j=1}^{n_i} (t_{ij})^{\beta-1} \exp \left[-\frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{\alpha^{\beta-1}} \left(\frac{u^\beta}{\beta} \right) \Big|_0^{T_i} \right] \right\} \\
&= \prod_{i=1}^m \left\{ \beta^{n_i} \alpha^{-\beta n_i} \prod_{j=1}^{n_i} (t_{ij})^{\beta-1} \exp \left[-\frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{\alpha^{\beta-1}} \frac{(T_i)^\beta}{\beta} \right] \right\} \\
&= \prod_{i=1}^m \left\{ \beta^{n_i} \alpha^{-\beta n_i} \prod_{j=1}^{n_i} (t_{ij})^{\beta-1} \exp \left[-\frac{(T_i)^\beta}{\alpha^\beta} \right] \right\} \\
&= \beta^{\sum_{i=1}^m n_i} \alpha^{-\beta \sum_{i=1}^m n_i} \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} (t_{ij})^{\beta-1} \exp \left[-\sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^\beta \right]
\end{aligned}$$

Tomando-se o logaritmo a expressão pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
\ell(\alpha, \beta) &= \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\beta) - \beta \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\alpha) + (\beta - 1) \ln \left(\prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} t_{ij} \right) - \sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^\beta \\
&= \sum_{i=1}^m n_i \ln(\beta) - \beta \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\alpha) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \exp \left[\beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha} \right) \right].
\end{aligned}$$

A partir do logaritmo da função de verossimilhança o cálculo das derivadas parciais em relação à α e β permite encontrar as expressões para cálculo dos estimadores de máxima verossimilhança para cada um desses parâmetros.

Estas derivadas são dadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} &= -\frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^m n_i - \sum_{i=1}^m \beta \left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^{\beta-1} \left(-\frac{T_i}{\alpha^2} \right) \\
&= -\frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^m n_i + \sum_{i=1}^m \beta \frac{T_i^\beta}{\alpha^{\beta+1}};
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ell(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\beta} - \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\alpha) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\hat{n}_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^\beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha} \right) \right].$$

Igualando-as a zero obtêm-se as expressões para cálculo dos estimadores de máxima verossimilhança:

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{\sum_{i=1}^m T_i^{\hat{\beta}}}{\sum_{i=1}^m n_i} \right]^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\hat{\alpha}^{-\hat{\beta}} \sum_{i=1}^m [T_i^{\hat{\beta}} \ln(T_i)] - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\hat{n}_i} \ln(t_{ij})}$$

Considerando ainda uma modelagem via Lei de Potência, mas assumindo que os sistemas possuem parâmetros de escala distintos $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, a função de verossimilhança apresenta a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} L(\alpha_i, \beta) &= \prod_{i=1}^m \left\{ \left[\prod_{j=1}^{n_i} \left(\frac{\beta}{\alpha_i} \right) \left(\frac{t_{ij}}{\alpha_i} \right)^{\beta-1} \right] \exp \left[- \int_0^{T_i} \left(\frac{\beta}{\alpha_i} \right) \left(\frac{u}{\alpha_i} \right)^{\beta-1} du \right] \right\} \\ &= \beta^{\sum_{i=1}^m n_i} \left(\prod_{i=1}^m \alpha_i^{-\beta n_i} \right) \left(\prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} (t_{ij})^{\beta-1} \right) \exp \left[- \sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right)^{\beta} \right]. \end{aligned}$$

Calculando o logaritmo ela pode ser escrita como:

$$\ell(\alpha_i, \beta) = \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\beta) - \beta \left(\sum_{i=1}^m n_i \ln(\alpha_i) \right) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right)^{\beta}$$

As derivadas em relação à α_i e β , são dadas pelas seguintes expressões:

$$\frac{\partial \ell(\alpha_i, \beta)}{\partial \alpha_i} = -\frac{\beta n_i}{\alpha_i} + \frac{\beta}{\alpha_i} \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right)^{\beta} \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

$$\frac{\partial \ell(\alpha_i, \beta)}{\partial \beta} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\beta} - \sum_{i=1}^m n_i \ln(\alpha_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right)^{\beta} \ln \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right) \right].$$

Igualando cada uma destas expressões a zero os estimadores de máxima verossimilhança para α_i e β podem ser encontrados. Eles podem ser escritos como:

$$\hat{\alpha}_i = \frac{T_i}{n_i^{\frac{1}{\hat{\beta}}}} \quad \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(T_i/t_{ij})}$$

2.2) AVALIAÇÃO DA SIMILARIDADE DE SISTEMAS

Independente da expressão utilizada para a função de intensidade de falhas de um sistema (Lei de Potência ou Log-linear), é fácil perceber que o valor assumido pelo parâmetro de forma (β) é que refletirá a sua melhoria, degradação ou estabilidade.

Diante disso a análise das falhas de vários sistemas pode ser feita considerando duas possibilidades: parâmetros de forma iguais ou diferentes. No primeiro caso os sistemas são considerados similares e uma análise simultânea pode ser conduzida. No segundo caso deve-se conduzir uma análise para cada sistema. Em uma situação onde além dos parâmetros de forma, os parâmetros de escala também são iguais os sistemas são considerados idênticos. Pode-se dizer então que a definição por uma análise simultânea ou separada depende da condição assumida pelos parâmetros de forma.

Diante do exposto no parágrafo anterior, a primeira etapa de análise consiste em verificar a similaridade dos sistemas. Assumido que o mecanismo de falha de cada um deles pode ser modelado por um PP com função de intensidade de falhas dada pela Lei de Potência, isso é equivalente a testar a igualdade dos parâmetros de forma. Para isto, (Rigdon e Basu, 2000) utilizam o teste da razão de máximas verossimilhanças com uma correção proposta por Bartlett (1937).

A informação sobre o esquema de truncamento utilizado será dada a partir da seguinte definição:

$$\hat{n}_i = \begin{cases} n_i & \text{se houve truncamento por tempo;} \\ n_i - 1 & \text{se houve truncamento por falha.} \end{cases}$$

As hipóteses testadas são:

- ❖ H_0 : os parâmetros de forma de todos os sistemas são iguais ($\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_m = \beta$);
- ❖ H_1 : pelo menos um deles é diferente dos demais ($\beta_i \neq \beta_j$ para pelo menos um $i \neq j$).

O teste é construído sob a suposição de que os sistemas são idênticos. A expressão da razão de verossimilhança é apresentada em (Rigdon e Basu, 2000) como:

$$RV = \left(\sum_{i=1}^m \hat{n}_i \right) \ln \beta^* - \sum_{i=1}^m \hat{n}_i \ln \tilde{\beta}_i$$

em que $\tilde{\beta}_i = \frac{\hat{n}_i}{\sum_{j=1}^{n_i} \ln \frac{T_i}{t_{ij}}}$ e $\beta^* = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{n}_i}{\sum_{i=1}^m \tilde{\beta}_i}$.

Utilizando a correção proposta por Bartlett (1937), a estatística de teste é calculada como:

$$B = -\frac{2RV}{a} \text{ em que } a = 1 + \frac{1}{6(m-1)} \left[\sum_{i=1}^m \frac{1}{\hat{n}_i} - \left(\sum_{i=1}^m \hat{n}_i \right)^{-1} \right].$$

Sob H_0 a estatística B tem distribuição assintótica χ^2 com $m - 1$ graus de liberdade, sendo m o número de sistemas avaliados. Como conclusão, H_0 será rejeitada ao nível de significância α se $B > \chi_{\alpha; (m-1)}^2$. Caso isso aconteça uma análise da tendência na intensidade de falhas deverá ser conduzida para cada sistema individualmente.

2.3) AVALIAÇÃO DA TENDÊNCIA NA INTENSIDADE DAS FALHAS

A avaliação da tendência na intensidade de falhas pode ser feita tanto por meio de técnicas gráficas quanto testes de hipóteses. É importante lembrar que uma análise simultânea da tendência na intensidade de falhas tem sentido somente quando os sistemas possuem parâmetros de forma iguais. Isso pode ser verificado por meio do teste de hipóteses apresentado na Seção 2.2. Caso a conclusão deste teste seja de que os sistemas possuem parâmetros de forma diferentes uma análise individual deve ser conduzida. As técnicas apresentadas nesta seção também podem ser utilizadas para análise de um único sistema.

2.3.1) TÉCNICAS GRÁFICAS

Com o intuito de verificar se o tempo entre a ocorrência de falhas nos sistemas observados apresenta algum tipo de tendência, os seguintes gráficos podem ser construídos:

- Gráfico da Função Média Acumulada (MCF – Mean Cumulative Function Plot);
- Gráfico do Tempo Total sob Teste (TTT Plot – Total Time on Test).

Esses gráficos são apresentadas nas Seções 2.3.1.1 e 2.3.1.2, respectivamente. Eles podem ser construídos tanto numa situação em que se tenha interesse em analisar cada sistema separadamente quanto em uma análise simultânea. No primeiro caso, um gráfico para cada sistema é construído e a comparação desses gráficos fornece indícios a respeito da similaridade dos sistemas. De acordo com o padrão observado nos gráficos será possível concluir se a intensidade de falhas dos sistemas pode ser modelada por um PPH ou PPNH. Na Seção 2.3.1.3, uma técnica conhecida na literatura como envelopes de simulação é apresentada como proposta para diminuir a subjetividade associada à interpretação dos gráficos construídos.

2.3.1.1) GRÁFICO DA FUNÇÃO MÉDIA ACUMULADA (MCF - MEAN CUMULATIVE FUNCTION PLOT)

Esse gráfico é baseado na estimativa não paramétrica da função de intensidade acumulada $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(u) du$. Esta estimativa é dada por $\hat{\Lambda}(t) = \sum_{T_{ij} \leq t} \frac{1}{Y(T_{ij})}$, em que $Y(T_{ij})$ é o número de sistemas que estavam em observação imediatamente antes do tempo de falha T_{ij} e $\hat{\Lambda}(t) = 0$ para $t < \min T_{ij}$. O gráfico da Função Média Acumulada consiste na representação de $\hat{\Lambda}(t)$ versus t . Sua forma é de uma função escada com degraus nos tempos de falha observados. Na interpretação do gráfico, um padrão semelhante a uma linha reta indica ausência de tendência, ou seja, os sistemas apresentam um comportamento estável onde as falhas são aleatórias. Porém se for observado um padrão semelhante a uma curva côncava ou convexa a indicação é de que existe uma tendência crescente ou decrescente na ocorrência de falhas, respectivamente. No primeiro caso os sistemas estão deteriorando e no segundo caso eles estão melhorando.

Quando a análise estiver sendo conduzida para cada sistema separadamente, este gráfico corresponderá à representação do número acumulado de falhas contra o tempo, ou seja, $N(t) \times t$ para cada sistema. Maiores detalhes podem ser obtidos em Meeker e Escobar (1998).

2.3.1.2) GRÁFICO DO TEMPO TOTAL SOB TESTE (TTT PLOT)

Lembrando que $m \geq 1$ sistemas independentes foram observados e que o i -ésimo sistema foi observado no intervalo de tempo $(a_i, b_i]$, com n_i falhas ocorridas nos tempos T_{ij} , $j = 1, 2, \dots, n_i$, $i = 1, \dots, m$, define-se o número total de falhas observadas como $N = \sum_{i=1}^m n_i$. Assumindo que os sistemas são idênticos, ou seja, podem ser modelados por um PP com funções de intensidade comuns $\lambda(t)$ e que os intervalos de observação $(a_i, b_i]$ estão contidos em um intervalo $(0, S]$, tem-se que N falhas ocorreram nesse intervalo. Ordenando estes tempos de falha e indexando-os como S_k , $k = 1, \dots, N$, tem-se que $0 < S_1 \leq S_2 \leq S_3 \leq \dots \leq S_N \leq S$ é um processo sobreposto. Dessa forma diz-se que S_k é o k -ésimo tempo de falha do processo sobreposto. Então, um processo sobreposto é um processo de contagem formado por vários Processos de Poisson independentes. Definindo-se $p(u)$ como o número de sistemas em observação no tempo u , o tempo total sob teste no intervalo $(0, t]$ é

definido como $\mathfrak{T}(t) = \int_0^t p(u)du$. O gráfico do Tempo Total sob Teste é uma

representação de $\frac{\mathfrak{T}(S_k)}{\mathfrak{T}(S)} = \frac{\int_0^{S_k} p(u)du}{\int_0^S p(u)du}$ versus $\frac{k}{N}$, $k = 1, \dots, N$.

A existência de tendência é caracterizada por uma configuração dos pontos semelhante a uma curva côncava ou convexa. Essas configurações indicarão que os sistemas estão melhorando ou deteriorando, respectivamente. Uma representação dessas configurações pode ser vista na Figura 2.4.

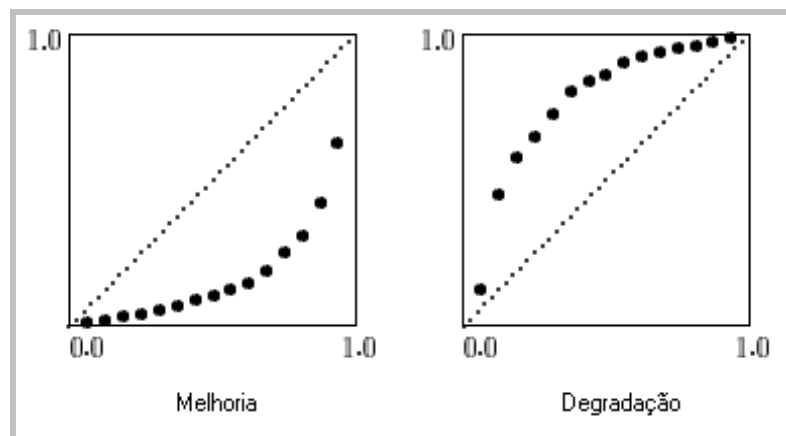


Figura 2.4: Padrões observados no Gráfico do Tempo Total sob Teste.

Uma configuração em que os pontos estejam alinhados próximos à diagonal do quadrado unitário indica ausência de tendência.

2.3.1.3) GRÁFICOS AUMENTADOS COM ENVELOPES DE SIMULAÇÃO

Com o objetivo de diminuir a subjetividade associada à análise dos gráficos Função Média Acumulada e Tempo Total sob Teste, a técnica de construção de envelopes de simulação apresentada por Demétrio e Hinde (1997) pode ser utilizada. Esta técnica consiste basicamente em acrescentar ao gráfico, envelopes de simulação obtidos por meio de amostras simuladas de acordo com um modelo assumido e com os valores dos parâmetros estimados com base nesse modelo. Caso a função calculada com os dados reais esteja dentro dos envelopes simulados conclui-se que o modelo assumido é adequado.

Como mencionada anteriormente a avaliação de tendência por meio de técnicas gráficas tem o objetivo de concluir se as falhas dos sistemas podem ser modeladas por um PPH ou PPNH. Assumindo a Lei de Potência isso equivale a responder se $\beta = 1$ ou $\beta \neq 1$. Pode-se

dizer que intuitivamente um teste de hipóteses está sendo realizado. Nesse caso o modelo assumido é um PPH e para criação dos envelopes devem ser simuladas amostras de PPH's considerando como parâmetros as estimativas de máxima verossimilhança obtidas para cada sistema sob a hipótese de um PPH. Demétrio e Hinde (1997) sugerem a simulação de 19 amostras para criação dos envelopes.

De uma maneira geral a análise da tendência na intensidade de falhas utilizando gráficos aumentados com envelopes de simulação apresenta as seguintes etapas:

1. obter as estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros de escala sob a hipótese de que $\beta = 1$;
2. simular 19 amostras dos tempos de falha de um PPH. O tamanho de cada amostra deverá ser igual ao número de falhas ocorridas em cada sistema. Assim o número total de falhas será mantido.
3. para cada tempo de falha calcular os valores mínimo e máximo das 19 amostras;
4. construir os gráficos da função média acumulada e TTT Plot acrescentando os valores mínimo e máximo calculados para cada tempo de falha das 19 amostras.

Para ambos os gráficos, se o PPH for adequado para modelar os tempos de falha dos sistemas a função média acumulada ou o TTT ficará dentro dos envelopes de simulação. Caso contrário, o modelo assumido não é adequado.

2.3.2) TESTES DE HIPÓTESES

A realização de testes de hipóteses para avaliação da tendência na intensidade de falhas de sistemas envolverá o vetor de parâmetros relacionado à função de intensidade de interesse. Na Seção 2.1 foram citadas a Lei de Potência e a Log-linear como as mais conhecidas na literatura. De acordo com a notação utilizada, o teste de hipóteses para avaliação da tendência assumindo tanto a Lei de Potência quanto a Log-linear estará relacionado com o vetor $\theta = (\alpha, \beta)$. Uma vez que uma análise simultânea tem sentido somente quando os sistemas possuem o mesmo parâmetro de forma (β) essa suposição torna-se a base para a construção dos testes de hipóteses. No entanto, a possibilidade de que os sistemas possuam parâmetros de escalas (α_i) diferentes pode ser contemplada. Como mencionado na Seção 2.2, sistemas com os mesmos parâmetros de forma e escala, são considerados idênticos. Sistemas com os mesmos parâmetros de forma, mas com parâmetros de escala distintos serão considerados similares. Neste trabalho serão apresentados testes construídos tanto para sistemas idênticos quanto para sistemas

similares. De uma maneira geral as hipóteses dos testes para avaliação da tendência são do tipo:

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad \text{vs} \quad H_1: \theta \in \Theta - \{\theta_0\}.$$

Segundo Demétrio (2002) existem situações específicas em que o interesse está em apenas um subconjunto do vetor θ . Esse é o caso dos testes aqui apresentados em que o interesse é apenas em relação ao parâmetro β , sendo α um parâmetro de perturbação.

Nas Seções 2.3.2.1 e 2.3.2.2, são apresentados os testes Laplace e Militar. Eles são amplamente conhecidos na literatura para avaliação da tendência na intensidade de falhas de um único sistema, e podem ser generalizados para o caso de vários sistemas. Essas generalizações podem ser encontradas em Kvaloy e Lindqvist (1998). São apresentadas duas versões para estes testes, uma para sistemas idênticos e outra para sistemas similares. De maneira geral eles são construídos para uma hipótese nula de um PPH contra uma hipótese alternativa de tendência crescente ou decrescente na intensidade de falhas, ou seja, PPNH. Sob a suposição de que o mecanismo de falhas pode ser modelado por um PP com função de intensidade dada pela Lei de Potência, avaliar a tendência na intensidade de falhas é equivalente a testar se $\beta = 1$ vs $\beta \neq 1$. De maneira análoga, considerando a Log-linear como função de intensidade a avaliação da tendência consiste em testar se $\beta = 0$ vs $\beta \neq 0$.

Na Seção 2.3.2.3, os testes baseados nas estatísticas de Escore, Wald e Razão de Máximas Verossimilhanças são apresentados. Estes testes são conhecidos na literatura, porém não se tem conhecimento de sua utilização especificamente para avaliação da tendência na intensidade de falhas de sistemas. Eles são desenvolvidos nesta seção como uma análise alternativa.

Todos os testes apresentados nesta seção foram construídos para avaliar a adequação da Lei de Potência.

2.3.2.1) TESTE DE LAPLACE

Nesta seção são apresentadas duas versões do teste de Laplace. Ambas consideram uma hipótese nula de que o mecanismo de falhas dos sistemas pode ser modelado por um PPH contra uma hipótese alternativa de que esse mecanismo pode ser modelado por um PPNH. A diferença básica está relacionada à possibilidade de se admitir ou não na hipótese nula, parâmetros de escala diferentes. A informação sobre o esquema de truncamento utilizado é dada pela definição de \hat{n}_i apresentada na Seção 2.2.

2.3.2.1.1) TESTE COMBINADO DE LAPLACE (LAPLACE'S POOLED)

Esse teste considera as seguintes hipóteses:

- ❖ H_0 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPH com parâmetros de escala possivelmente diferentes;
- ❖ H_1 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPNH;

Essas hipóteses podem também ser escritas como:

- ❖ H_0 : $(\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta = 1)$ ou $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta = 1)$;
- ❖ H_1 : $(\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta \neq 1)$ ou $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta \neq 1)$;

A idéia do teste é que sob a hipótese nula, $T_{j1}, \dots, T_{j\hat{n}_j}$, são as estatísticas de ordem de uma

distribuição Uniforme no intervalo $(a_i, b_i]$. Então $S_L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\hat{n}_i} T_{ij}$ tem $E(S_L) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \hat{n}_i (b_i + a_i)$

$$\text{e } \text{Var}(S_L) = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^m \hat{n}_i (b_i - a_i)^2 .$$

A estatística de teste é calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$L_C = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\hat{n}_i} T_{ij} - \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \hat{n}_i (b_i + a_i)}{\sqrt{\frac{1}{12} \sum_{i=1}^m \hat{n}_i (b_i - a_i)^2}} = \frac{S_L - E(S_L)}{\sqrt{\text{Var}(S_L)}}$$

Sob a hipótese nula essa estatística tem distribuição assintótica Normal (0,1). Assim, H_0 será rejeitada ao nível de significância α se $L_C < -z_{\alpha/2}$ ou $L_C > z_{\alpha/2}$.

Caso a hipótese nula seja rejeitada, indicando tendência na intensidade com que as falhas dos sistemas ocorrem, o valor da estatística L_C indicará a direção dessa tendência. Se $L_C < 0$, a intensidade com que as falhas dos sistemas ocorrem estará diminuindo, ou seja, os sistemas estarão “melhorando”. Por outro lado, se $L_C > 0$ essa intensidade estará aumentando, ou seja, os sistemas estarão em processo de “degradação”.

Segundo Kvaloy e Lindqvist (1998), o teste de Laplace é o mais poderoso para a hipótese nula de que a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPH com parâmetros de escala possivelmente diferentes, contra a hipótese alternativa de um PPNH com função de intensidade $\lambda_i(t) = \exp(\alpha_i + \beta t)$ onde o parâmetro β é comum para todos os sistemas e o parâmetro α_i é específico para cada um deles. Segundo Bolfarine e Sandoval (2001) o teste mais poderoso é aquele que tem o maior poder dentre todos com nível menor ou igual a α .

2.3.2.1.2) TESTE DE LAPLACE BASEADO NO TEMPO TOTAL SOB TESTE (TTT).

Este teste considera as seguintes hipóteses:

- ❖ H_0 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPH com parâmetros de escala iguais;
- ❖ H_1 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPNH ou por um PPH com parâmetros de escala diferentes.

Essas hipóteses podem também ser escritas como:

- ❖ H_0 : $(\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta = 1)$;
- ❖ H_1 : $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta = 1)$ ou $(\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta \neq 1)$ ou $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta \neq 1)$;

Este teste é baseado na teoria apresentada na seção 2.3.1.2 para construção do gráfico Total Time on Plot (TTT). Naquela seção considerou-se que m sistemas independentes modelados por um PP com funções de intensidade idênticas foram observados em intervalos de tempo $(a_i, b_i]$ contidos no intervalo $(0, S]$. Considerando o processo sobreposto, $0 < S_1 \leq S_2 \leq S_3 \leq \dots \leq S_N \leq S$ onde S_k é o k -ésimo tempo de falha de um dos sistemas avaliados tem-se que a função de intensidade deste processo sobreposto é dada por $\gamma(t) = \lambda(t)p(t)$. Sob a hipótese nula de que não existe tendência, ou seja, $\lambda(t) \equiv \lambda$, a função de intensidade acumulada do processo sobreposto é dada por $\Gamma(t) = \mathfrak{Z}(t) = \int_0^t p(u)du$. Um resultado apresentado por Kvaloy e Lindqvist (1996), estabelece que se T_1, T_2, \dots são os tempos de falha de um PP com função de intensidade de falhas acumulada $\Lambda(t)$, então $\Lambda(T_1), \Lambda(T_2), \dots$ é um PPH com intensidade 1. Utilizando este resultado, tem-se que $\Gamma(S_1), \dots, \Gamma(S_N)$ é um PPH com intensidade 1. Conseqüentemente $\mathfrak{Z}(S_1), \dots, \mathfrak{Z}(S_N)$ é um PPH com intensidade λ . Lembrando que N é o número total de falhas ocorridas para os m sistemas observados, se foi utilizado o esquema de censura truncamento por falha, as variáveis aleatórias $\mathfrak{Z}(S_1), \dots, \mathfrak{Z}(S_{N-1})$, terão a mesma distribuição das estatísticas de ordem de $N - 1$ variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de acordo com uma distribuição Uniforme no intervalo $(0, \mathfrak{Z}(S_N)]$. De maneira equivalente, se foi utilizado o esquema de censura truncamento por tempo, então, condicional ao número total de falhas $N = \sum_{i=1}^m n_i$, as variáveis aleatórias $\mathfrak{Z}(S_1), \dots, \mathfrak{Z}(S_N)$ terão a mesma distribuição das estatísticas de ordem de N variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de acordo com uma distribuição Uniforme no intervalo $(0, \mathfrak{Z}(S_N)]$.

Kvaloy e Lindqvist (1996) definem $\hat{N} = \begin{cases} N & \text{se houve truncamento por tempo} \\ N - 1 & \text{se houve truncamento por falha} \end{cases}$

Assim, condicional ao total de falhas N no caso de truncamento por tempo, a variável

$$\frac{\mathfrak{I}(S_k)}{\mathfrak{I}(S)} = \frac{\int_0^{S_k} p(u) du}{\int_0^S p(u) du}, \quad k = 1, \dots, \hat{N},$$

têm a mesma distribuição das estatísticas de ordem de

\hat{N} variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de acordo com uma distribuição Uniforme (0,1).

Kvaloy e Lindqvist (1996) mencionam ainda que $S_T = \sum_{k=1}^{\hat{N}} \frac{\mathfrak{I}(S_k)}{\mathfrak{I}(S)}$ tem $E(S_T) = \frac{1}{2} \hat{N}$ e

$$Var(S_T) = \sqrt{\frac{1}{12} \hat{N}}.$$

Sendo assim a estatística de teste pode ser obtida como:

$$L_T = \frac{\sum_{k=1}^{\hat{N}} \frac{\mathfrak{I}(S_k)}{\mathfrak{I}(S)} - \frac{1}{2} \hat{N}}{\sqrt{\frac{1}{12} \hat{N}}} = \frac{S_T - E(S_T)}{\sqrt{Var(S_T)}}$$

Sob a hipótese nula, essa estatística tem distribuição assintótica Normal (0,1) sendo H_0 rejeitada ao nível de significância α se $L_T < -z_{\alpha/2}$ ou $L_T > z_{\alpha/2}$. Assim como no Teste Combinado de Laplace, o valor assumido pela estatística L_T indicará, caso exista tendência, a direção em que ela ocorre, ou seja, melhoria ou degradação dos sistemas.

Vale comentar que a hipótese nula desse teste é mais restrita do que a hipótese nula do Teste Combinado de Laplace, que admite a possibilidade dos sistemas serem modelados por um PPH com parâmetros de escala diferentes. Isto significa que numa situação onde o Teste Combinado de Laplace conduz à rejeição da hipótese nula, a conclusão é de que existe tendência, ou seja, o mecanismo de falhas dos sistemas pode ser modelado por um PPNH. Por outro lado, numa situação onde o Teste de Laplace baseado no TTT esteja sendo utilizado e este conduza à rejeição da hipótese nula, uma conclusão exata não poderá ser estabelecida uma vez que poderá existir tendência (PPNH), ou simplesmente os sistemas poderão ser modelados por um PPH com parâmetros de escala diferentes. Diante disso, o teste de Laplace baseado no TTT deverá ser utilizado somente nas situações onde for razoável supor que o parâmetro de escala é igual para todos os sistemas.

2.3.2.2) TESTE MILITAR

Assim como o teste de Laplace, o teste Militar também possui duas versões que se diferenciam basicamente pelas considerações a respeito dos parâmetros de escala na hipótese nula. Novamente a informação sobre o esquema de truncamento utilizado é dada pela definição de \hat{n}_i apresentada na Seção 2.2.

2.3.2.2.1) TESTE MILITAR COMBINADO (COMBINED MILITARY HANDBOOK TEST)

Este teste considera as seguintes hipóteses:

- ❖ H_0 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPH com parâmetros de escala possivelmente diferentes;
- ❖ H_1 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPNH.

Essas hipóteses podem também ser escritas como:

- ❖ H_0 : $(\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta = 1)$ ou $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta = 1)$;
- ❖ H_1 : $(\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta \neq 1)$ ou $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta \neq 1)$;

Ele é baseado no fato de que se U é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo $(0,1]$, então $-2\ln(U)$ tem distribuição χ^2 com dois graus de liberdade.

A estatística do teste é calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$M_C = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\hat{n}_i} \ln \left(\frac{b_i - a_i}{T_{ij} - a_i} \right).$$

Sob a hipótese nula essa estatística tem distribuição exata χ^2 com $2q$ graus de liberdade

em que $q = \sum_{i=1}^m \hat{n}_i$. A região de rejeição do teste está associada a valores “pequenos” ou

“grandes” de M_C que indicarão respectivamente uma tendência crescente ou decrescente na intensidade de falhas dos sistemas.

Segundo Rigdon e Basu (2000), os autores Bain e Engelhardt (1991) mostraram que o teste Militar é o mais poderoso para a hipótese nula de um PPH com parâmetros de escala possivelmente diferentes, contra a hipótese alternativa de um PPNH com função de

intensidade $\lambda_i(t) = \frac{\beta}{\alpha_i} \left(\frac{t}{\alpha_i} \right)^{\beta-1}$ em que o parâmetro β é comum para todos os sistemas e o

parâmetro α_i é específico para cada um deles.

2.3.2.2.2) TESTE MILITAR BASEADO NO TEMPO TOTAL SOB TESTE (TTT).

Esse teste considera as seguintes hipóteses:

- ❖ H_0 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPH com parâmetros de escala iguais;
- ❖ H_1 : a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPNH ou por um PPH com parâmetros de escala diferentes.

Essas hipóteses podem também ser escritas como:

- ❖ $H_0: (\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta = 1)$;
- ❖ $H_1: (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta = 1)$ ou $(\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = \alpha; \beta \neq 1)$ ou $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; \beta \neq 1)$;

Ele também é baseado na teoria apresentada na Seção 2.3.2 para construção do gráfico Total Time on Plot (TTT). Sob a hipótese nula de que a intensidade de falhas de cada sistema pode ser modelada por um PPH com parâmetros de escala iguais, a estatística de teste calculada de acordo com a expressão:

$$M_T = 2 \sum_{k=1}^{\hat{N}} \ln \left(\frac{\mathfrak{I}(\mathbf{S})}{\mathfrak{I}(\mathbf{S}_k)} \right),$$

tem uma distribuição exata χ^2 com $2\hat{N}$ graus de liberdade. Assim como o Teste Militar Combinado, a região de rejeição desse teste está associada a valores “pequenos” ou “grandes” de M_T que indicarão respectivamente uma tendência crescente ou decrescente na intensidade de falhas dos sistemas.

O comentário feito no final da Seção 2.3.2.1.2 para a diferença da hipótese nula nas duas versões dos Testes de Laplace também é válido para as duas versões do teste Militar.

2.3.2.3) TESTES DE ESCORE, WALD E RAZÃO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Nesta seção, supondo que os tempos de falha dos diversos sistemas podem ser modelados pela Lei de Potência, três estatísticas já conhecidas na literatura são propostas como alternativas para testar hipóteses relativas aos parâmetros α e β . São elas:

- Escore;
- Wald e
- Razão de Máximas Verossimilhanças.

Segundo Demétrio (2002) essas estatísticas são assintoticamente equivalentes. A idéia básica dada por Dobson (1990) é que sendo $\hat{\theta}$ um estimador consistente para θ e \mathbf{V} a matriz de variâncias e covariâncias de $\hat{\theta}$, tem-se assintoticamente que

$\hat{\theta} - \theta)^T V^{-1} (\hat{\theta} - \theta) \sim \chi_p^2$, sendo V não singular. Se V é singular e tem posto q , a solução é obter a inversa generalizada V^- , tal que $VV^-V = V$. Assim, $(\hat{\theta} - \theta)^T V^- (\hat{\theta} - \theta) \sim \chi_q^2$.

Considerando θ um vetor de p parâmetros $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$, Dobson (1990) define a estatística Escore correspondente ao parâmetro θ_j , como $U_j = \partial \ell / \partial \theta_j$, $j = 1, \dots, p$, em que ℓ

é o logaritmo da função de verossimilhança. Assim, $\mathbf{U}(\theta) = \left(\frac{\partial \ell}{\partial \theta_1}, \frac{\partial \ell}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial \ell}{\partial \theta_p} \right)^T$. Assumindo

certas condições de regularidade Dobson (1990) mostra que $E[\mathbf{U}(\theta)] = \mathbf{0}$ e que a matriz de variâncias e covariâncias dos U_j 's é calculada como:

$$\mathfrak{I} = E[\mathbf{U}(\theta) \mathbf{U}(\theta)^T] = E \left[\frac{\partial \ell}{\partial \theta_i} \frac{\partial \ell}{\partial \theta_j} \right] = -E \left[\frac{\partial^2 \ell}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right].$$

Essa matriz é denominada Informação de Fisher. Pelo Teorema Central do Limite, $\mathbf{U}(\theta)$ tem distribuição assintótica $\mathbf{U}(\theta) \sim N_p(\mathbf{0}, \mathfrak{I})$. Então $\mathbf{U}(\theta)^T \mathfrak{I}^{-1} \mathbf{U}(\theta) \sim \chi_p^2$, desde que \mathfrak{I} seja não singular.

Segundo Dobson (1990), se o logaritmo da função de verossimilhança tem um único máximo em $\hat{\theta}$, que está próximo do verdadeiro valor de θ , a expansão em série de Taylor de $\mathbf{U}(\theta)$ em torno de $\hat{\theta}$ é dada por $\mathbf{U}(\theta) \approx \mathbf{U}(\hat{\theta}) - \mathfrak{I}(\theta - \hat{\theta})$.

Uma vez que $\hat{\theta}$ é ponto de máximo, $\mathbf{U}(\hat{\theta}) = \mathbf{0}$. Isso implica que $(\hat{\theta} - \theta) \approx \mathfrak{I}^{-1} \mathbf{U}(\theta)$, desde que \mathfrak{I} seja não singular. Calculando-se a esperança tem-se que $E(\hat{\theta} - \theta) \approx \mathfrak{I}^{-1} E[\mathbf{U}(\theta)]$. O fato de $E[\mathbf{U}(\theta)]$ ser igual a zero implica que $E(\hat{\theta} - \theta) \approx \mathbf{0}$ ou ainda $E(\hat{\theta}) = \theta$. Assim $\hat{\theta}$ é um estimador não viciado de θ .

A matriz de variâncias e covariâncias de $\hat{\theta}$ é calculada como:

$$E[(\hat{\theta} - \theta) (\hat{\theta} - \theta)^T] \approx \mathfrak{I}^{-1} E[\mathbf{U}(\theta) \mathbf{U}(\theta)^T] \mathfrak{I}^{-1} = \mathfrak{I}^{-1}$$

uma vez que $\mathfrak{I} = E[\mathbf{U}(\theta) \mathbf{U}(\theta)^T]$.

Então, assintoticamente $(\hat{\theta} - \theta)^T \mathfrak{I} (\hat{\theta} - \theta) \sim \chi_p^2$. De maneira equivalente $(\hat{\theta} - \theta) \sim N(\mathbf{0}, \mathfrak{I}^{-1})$, ou seja, $\hat{\theta} \sim N_p(\theta, \mathfrak{I}^{-1})$.

Algumas vezes a obtenção da matriz de Informação de Fisher pode ser complicada devido ao cálculo da esperança. Segundo Dobson (1990) a matriz composta apenas pelas derivadas, sem o cálculo da esperança, é assintoticamente equivalente à matriz \mathfrak{I} . Essa matriz é conhecida como Hessiana ou Informação de Fisher Observada e será denotada

por **H.** Geyer (2003) menciona que $\mathbf{H}(\hat{\theta})$ converge em probabilidade para \mathfrak{I} , ou seja $\mathbf{H}(\hat{\theta})$ é um estimador consistente para \mathfrak{I} .

Uma vez que o interesse é apenas em relação ao parâmetro β , uma partição do vetor θ e também da matriz de variâncias e covariâncias (\mathfrak{I}^{-1}) deverá ser feita. Os três testes serão construídos tanto para o caso de sistemas idênticos quanto para sistemas similares.

2.3.2.3.1) TESTE ESCORE

Segundo Garthwaite (1995), o teste é construído com base no vetor de Escores

$\mathbf{U}(\theta) = \left(\frac{\partial \ell}{\partial \theta_1}, \frac{\partial \ell}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial \ell}{\partial \theta_p} \right)^T$ e tem a vantagem em relação aos testes de Wald e Razão de

Verossimilhança de não exigir o cálculo do estimador de máxima verossimilhança de θ . De maneira geral a estatística do teste pode ser expressa como $S = \mathbf{U}(\theta_0)^T \mathfrak{I}_{\theta_0}^{-1} \mathbf{U}(\theta_0)$, em que $\mathfrak{I}_{\theta_0}^{-1}$ é a inversa da matriz de informação de Fisher calculada sob H_0 .

O fato de $\mathbf{U}(\theta) \sim N_p(\mathbf{0}, \mathfrak{I})$, implica que essa estatística tem, sob H_0 , distribuição assintótica χ_p^2 . Portanto, para grandes amostras, H_0 será rejeitada a um nível de $100\alpha\%$ de probabilidade se $S > \chi_{p,1-\alpha}^2$.

Para o caso de sistemas idênticos, o vetor $\mathbf{U}(\theta)$ composto pelas derivadas em relação a α e β pode ser escrito como:

$$\mathbf{U}(\theta) = \left(-\frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^m n_i + \sum_{i=1}^m \beta \frac{T_i^\beta}{\alpha^{\beta+1}}; \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\beta} - \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\alpha) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^\beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha} \right) \right] \right)^T$$

A matriz de Informação de Fisher exige o cálculo das derivadas parciais segundas em relação à α e β , além da derivada parcial segunda mista. Efetuando esses cálculos ela pode ser escrita como:

$$\mathfrak{I} = -E \begin{bmatrix} \frac{\beta}{\alpha^2} \sum_{i=1}^m n_i - \frac{\beta(\beta+1)}{\alpha^{(\beta+2)}} \sum_{i=1}^m (T_i)^\beta & -\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\alpha} + \sum_{i=1}^m \frac{(T_i)^\beta}{\alpha^{\beta+1}} \left[1 + \beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha} \right) \right] \\ -\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\alpha} + \sum_{i=1}^m \frac{(T_i)^\beta}{\alpha^{\beta+1}} \left[1 + \beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha} \right) \right] & -\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\beta^2} - \sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^\beta \left[\ln \left(\frac{T_i}{\alpha} \right) \right]^2 \end{bmatrix}$$

Como mencionado anteriormente, uma vez que o teste é relacionado somente ao parâmetro β , o vetor $\mathbf{U}(\theta)$ será composto apenas pela derivada parcial do logaritmo da função de verossimilhança em relação a esse parâmetro apresentando, portanto a seguinte expressão:

$$\mathbf{U}(\theta) = \left[\frac{\partial \ell}{\partial \beta} \right] = \left[\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\beta} - \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\alpha) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^\beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha} \right) \right] \right]$$

Já que a matriz \mathbf{H} , formada pelas derivadas parciais segundas em relação a cada um dos parâmetros é assintoticamente equivalente à matriz de Informação de Fisher, ela será utilizada para cálculo da estatística de teste. A partição de interesse será formada apenas pelo elemento referente à variância de β . A expressão para cálculo da estatística de teste pode então ser escrita como:

$$S = \mathbf{U}^2(\hat{\alpha}_0; \beta = 1) v_{jj} = \left[\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{1} - \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\hat{\alpha}_0) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}_0} \right)^\beta \ln \left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}_0} \right) \right] \right]^2 v_{jj}$$

em que $\hat{\alpha}_0$ é a estimativa de máxima verossimilhança de α calculada sob H_0 e v_{jj} é a variância de β dada pelo j -ésimo termo da diagonal da matriz $\mathbf{H}^{-1}|_{(\hat{\alpha}_0; \beta=1)}$. Levando em consideração que $\hat{\alpha}_0 = \frac{\sum_{i=1}^m T_i}{\sum_{i=1}^m n_i}$, a expressão pode ser reescrita como:

$$S = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{1} - \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^m T_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\sum_{i=1}^m T_i} \left[\sum_{i=1}^m T_i \ln(T_i) - \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^m T_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \right) \sum_{i=1}^m T_i \right] \right\}^2 v_{jj}.$$

Para grandes amostras, H_0 será rejeitada a um nível de $100\alpha\%$ de significância se $S > \chi_{1,1-\alpha}^2$.

Para o caso de sistemas similares, o vetor $\mathbf{U}(\theta)$ será composto pelas derivadas parciais em relação a α_i e β .

$$\mathbf{U}(\theta) = \left(\frac{\partial \ell}{\partial \alpha_1} \quad \frac{\partial \ell}{\partial \alpha_2} \quad \dots \quad \frac{\partial \ell}{\partial \alpha_m} \quad \frac{\partial \ell}{\partial \beta} \right)^T$$

A matriz de Informação de Fisher de dimensão $(m + 1)(m + 1)$ será composta pelas derivadas parciais segundas em relação aos α_i 's e β além das derivadas parciais segundas mistas, apresentando a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell}{\partial \alpha_1^2} & \dots & \frac{\partial \ell}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_m} & \frac{\partial \ell}{\partial \alpha_1 \partial \beta} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \ell}{\partial \alpha_m \partial \alpha_1} & & & \frac{\partial \ell}{\partial \alpha_m \partial \beta} \\ \frac{\partial \ell}{\partial \beta \partial \alpha_1} & \dots & \frac{\partial \ell}{\partial \beta \partial \alpha_m} & \frac{\partial^2 \ell}{\partial \beta^2} \end{bmatrix}$$

Como mostrado na Seção 2.1 $\frac{\partial \ell(\alpha_i, \beta)}{\partial \alpha_i} = -\frac{\beta n_i}{\alpha_i} + \frac{\beta}{\alpha_i} \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right)^\beta \quad i = 1, 2, \dots, m.$

Portanto, as derivadas parciais segundas mistas em relação à α_i e α_j , $i \neq j$, serão iguais a zero. Já as derivadas parciais segundas mistas em relação à α_i e β podem ser expressas como:

$$\frac{\partial \ell}{\partial \alpha_i \partial \beta} = -\frac{n_i}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_i} \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right)^\beta \left[\beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right) + 1 \right] \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Assim como no caso de sistemas idênticos, o teste é relacionado somente ao parâmetro β . Então, o vetor $\mathbf{U}(\theta)$ será composto apenas pela derivada parcial do logaritmo da função de verossimilhança em relação a β . Sua expressão pode ser escrita como:

$$\mathbf{U}(\theta) = \left[\frac{\partial \ell}{\partial \beta} \right] = \left[\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\beta} - \left(\sum_{i=1}^m n_i \ln(\alpha_i) \right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right)^\beta \ln \left(\frac{T_i}{\alpha_i} \right) \right] \right]$$

Neste caso também será utilizada a matriz Hessiana (\mathbf{H}) ao invés da matriz \mathfrak{J} . A partição de interesse será formada apenas pelo elemento referente à variância de β .

A estatística de teste será dada pela seguinte expressão:

$$S = U^2(\hat{\alpha}_{i0}; \beta = 1) \nu_{jj} = \left[\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{1} - \left(\sum_{i=1}^m n_i \ln(\hat{\alpha}_{i0}) \right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}_{i0}} \right)^1 \ln \left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}_{i0}} \right) \right] \right]^2 \nu_{jj}$$

em que $\hat{\alpha}_{i0}$ é a estimativa de máxima verossimilhança de α_i calculada sob H_0 e ν_{jj} é a variância de β dada pelo j -ésimo termo da diagonal da matriz $H^{-1} \Big|_{(\hat{\alpha}_{i0}; \beta=1)}$. Substituindo a expressão $\hat{\alpha}_{i0} = T_i/n_i$, tem-se:

$$S = \left[\sum_{i=1}^m n_i - \left(\sum_{i=1}^m n_i \ln \left(\frac{T_i}{n_i} \right) \right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m [(n_i) \ln(n_i)] \right]^2 \nu_{jj}.$$

Sob H_0 , S tem distribuição assintótica χ_1^2 e portanto H_0 será rejeitada a um nível de $100\alpha\%$ de significância se $S > \chi_{1,1-\alpha}^2$.

2.3.2.3.2) TESTE DE WALD

É baseado na distribuição assintótica de $\hat{\theta}$ ($\hat{\theta} \sim N_p(\theta, \mathfrak{I}^{-1})$). Segundo Demétrio (2002), se há interesse no teste de hipóteses do vetor θ como um todo, a estatística de teste é dada por $W = (\hat{\theta} - \theta_0) \mathfrak{J} \mathfrak{I}_{\hat{\theta}} (\hat{\theta} - \theta_0)$ em que $\hat{\theta}$ é o estimador de máxima verossimilhança de θ e $\mathfrak{I}_{\hat{\theta}}$ a matriz de informação de Fisher avaliada em $\hat{\theta}$. Essa estatística tem distribuição assintótica χ_p^2 . Para grandes amostras, H_0 será rejeitada a um nível de $100\alpha\%$ de significância se $W > \chi_{p,1-\alpha}^2$. Garthwaite (1995) menciona que uma forma assintoticamente equivalente da estatística de teste é dada por $W = (\hat{\theta} - \theta_0) \mathfrak{J} \mathfrak{I}_{\theta_0} (\hat{\theta} - \theta_0)$.

Caso o interesse seja apenas em um subconjunto do vetor θ denotado por θ_2 a estatística de teste é calculada como: $W = (\hat{\theta}_2 - \theta_{20}) \mathfrak{J} [\text{var}(\hat{\theta}_2)]^{-1} (\hat{\theta}_2 - \theta_{20})$.

Segundo Demétrio (2002) o teste de Wald é o mais utilizado no caso de hipóteses relativas a um único parâmetro θ_j . Nesse caso a estatística de teste é calculada como:

$W = (\hat{\theta}_j - \theta_{j0})^2 [\text{var}(\hat{\theta}_j)]^{-1}$. Em todas as situações a matriz de Informação de Fisher pode ser substituída pela matriz Hessiana (H).

Para o caso em que os sistemas são idênticos e o interesse é apenas em relação ao parâmetro β a estatística de teste é calculada como $W = (\hat{\beta} - \beta_0)^2 \nu_{jj}^{-1}$ em que $\hat{\beta}$ é o estimador de máxima verossimilhança de β apresentada na sessão 2.1, β_0 é o valor especificado para β em H_0 e ν_{jj} é o j -ésimo termo da diagonal da matriz H_{θ}^{-1} ou $H_{\theta_0}^{-1}$. Uma vez calculada a matriz $H_{\theta_0}^{-1}$ para o teste do Escore ela será utilizada aqui. Substituindo as expressões correspondentes tem-se:

$$W = \left(\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\hat{\alpha}^{-\beta} \sum_{i=1}^m [T_i^\beta \ln(T_i)] - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij})} - 1 \right)^2 \nu_{jj}^{-1}.$$

Essa estatística tem distribuição assintótica χ_1^2 e para grandes amostras, H_0 será rejeitada a um nível de $100\alpha\%$ de significância se $W > \chi_{1,1-\alpha}^2$.

Para sistemas similares (com parâmetros de escala distintos) a expressão da estatística de teste é análoga à anterior devendo ser considerado, no entanto o estimador de máxima verossimilhança de β apresentado na Seção 2.1 para este caso. Dessa forma, a estatística de teste é obtida a partir da expressão:

$$W = \left[\frac{\sum_{i=1}^m n_i}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(T_i / t_{ij})} - 1 \right]^2 \nu_{jj}^{-1}$$

em que o primeiro termo é o estimador de máxima verossimilhança de β , obtido na seção 2.1 para sistemas similares, 1 é o valor especificado para β em H_0 e ν_{jj} é o j -ésimo termo da diagonal da matriz $H_{\theta_0}^{-1}$.

2.3.2.3.3) TESTE DA RAZÃO DE MÁXIMAS VEROSSIMILHANÇAS

Segundo Demétrio (2002), o teste envolve a comparação dos valores do logaritmo da função de verossimilhança calculada sem restrição, $[\ell(\hat{\alpha}; \hat{\beta})]$ e sob H_0 $[\ell(\hat{\alpha}_0; \beta = 1)]$. Garthwaite (1995) apresenta a seguinte expressão para cálculo da estatística de teste:

$$\lambda = \frac{\max_{\theta \in \Theta_0} L(\hat{\alpha}_0; \beta = 1)}{\max_{\theta \in \Theta} L(\hat{\alpha}; \hat{\beta})}$$

Como $0 \leq \lambda \leq 1$ sabe-se que quanto menor o valor de λ , menor é a evidência de que H_0 seja verdadeira. Definindo a estatística de teste dessa maneira, Garthwaite (1995) menciona que a região crítica deve ser construída para $\lambda \leq A$, sendo A uma constante tal que $P[\lambda \leq A \mid H_0 \text{ verdadeira}] = \alpha$. Segundo Garthwaite (1995) a dificuldade na construção da região crítica é que nem sempre a distribuição de probabilidade de λ sob H_0 é conhecida. Neste caso, usa-se a seguinte aproximação: sob H_0 , a estatística $-2\ln(\lambda)$ tem distribuição assintótica χ_d^2 , sendo d a diferença entre o número de parâmetros estimados em Θ e o número de parâmetros estimados em Θ_0 . Com base nesta aproximação a expressão para o cálculo da estatística de teste para o caso de sistemas idênticos pode ser escrita como:

$$RV = -2\ln(\lambda) = -2 \left[\ln \left(\max_{\theta \in \Theta_0} L(\hat{\alpha}_0; \beta = 1) \right) - \ln \left(\max_{\theta \in \Theta} L(\hat{\alpha}; \hat{\beta}) \right) \right] = 2 \left[\ell(\hat{\alpha}; \hat{\beta}) - \ell(\hat{\alpha}_0; 1) \right]$$

Substituindo as expressões para o logaritmo da função de verossimilhança apresentadas na Seção 2.1, tem-se:

$$RV = 2 \left\{ \left[\left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\hat{\beta}) - \hat{\beta} \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\hat{\alpha}) + (\hat{\beta} - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}} \right)^{\hat{\beta}} \right] \right] - \left[- \left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\hat{\alpha}_0) - \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}_0} \right) \right] \right] \right\}$$

Esta estatística de teste tem distribuição assintótica χ_1^2 uma vez que sob H_0 o número de parâmetros estimados é igual a um e sob H_1 , estima-se dois parâmetros. Utilizando a aproximação proposta a região crítica do teste será definida como $-2\ln(\lambda) \geq B$ sendo B tal que $P[-2\ln(\lambda) \geq B] = \alpha$. Dessa forma H_0 será rejeitada se $RV > \chi_{1,1-\alpha}^2$.

Para o caso de sistemas similares a estatística de teste é obtida a partir da seguinte expressão:

$$RV = -2\ln(\lambda) = -2 \left[\ln \left(\max_{\theta \in \Theta_0} L(\hat{\alpha}_{i0}; \beta = 1) \right) - \ln \left(\max_{\theta \in \Theta} L(\hat{\alpha}_i; \hat{\beta}) \right) \right] = 2 \left[\ell(\hat{\alpha}_i; \hat{\beta}) - \ell(\hat{\alpha}_{i0}; 1) \right]$$

Considerando a expressão do logaritmo da verossimilhança apresentada na Seção 2.1 para o caso de sistemas similares, a estatística de teste pode ser escrita como:

$$RV = 2 \left\{ \left[\left(\sum_{i=1}^m n_i \right) \ln(\hat{\beta}) - \hat{\beta} \left(\sum_{i=1}^m n_i \ln(\hat{\alpha}_i) \right) + (\hat{\beta} - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}_i} \right)^{\hat{\beta}} \right] - \left[- \left(\sum_{i=1}^m n_i \ln(\hat{\alpha}_{i0}) \right) - \sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{\hat{\alpha}_{i0}} \right) \right] \right\}$$

Assim como no caso de sistemas idênticos essa estatística tem distribuição χ_1^2 e H_0 será rejeitada a um nível de $100\alpha\%$ de significância se $RV > \chi_{1,1-\alpha}^2$. É interessante comentar

que para a avaliação da tendência na intensidade de falhas, independente dos sistemas avaliados serem idênticos ou não a diferença entre o número de parâmetros estimados sob H_0 e sob H_1 será igual a um. Isso porque a quantidade de parâmetros de escala estimados é a mesma sob H_0 e sob H_1 . A única diferença está relacionada ao parâmetro β que já possui um valor especificado em H_0 , e, portanto deve ser estimado somente sob H_1 .

2.4) COMPARAÇÃO DOS TESTES DE HIPÓTESES

Com o objetivo de comparar os testes apresentados na seção anterior, alguns estudos de simulação foram conduzidos. O procedimento utilizado para gerar as amostras de PPNH's é apresentado na Seção 2.4.1. A seguir, na Seção 2.4.2, os resultados das simulações e comparação dos testes são apresentados.

2.4.1) PROCEDIMENTO PARA GERAÇÃO DE PPNH'S.

O procedimento descrito nesta seção para gerar amostras aleatórias de Processos de Poisson foi apresentado por Meeker e Escobar (1998). Esse procedimento baseia-se no fato de que usando as propriedades de um PPNH, pode ser mostrado que para uma função $\mu(t)$, monótona crescente, as variáveis aleatórias $\mu(T_{i-1}, T_i)$, $i = 1, \dots$, são independentes e identicamente distribuídas (*iid*) de acordo com uma distribuição exponencial ($\lambda=1$) (em que $T_0 = 0$).

Supondo que U_i , $i = 1, \dots, r$, é uma amostra pseudo-aleatória de uma distribuição Uniforme no intervalo $(0,1)$, a relação existente entre as distribuições Uniforme e Exponencial estabelece que:

$$\text{se } X \sim U(0,1) \quad \text{então} \quad -\lambda \ln X \sim \exp(\lambda)$$

Dessa forma $-\ln X \sim \exp(1)$.

Escrevendo $\mu(T_{i-1}, T_i) = \mu(T_i) - \mu(T_{i-1})$ tem-se que:

$$\begin{aligned} \mu(T_1) - \mu(T_0) &= -\ln(U_1) \\ \mu(T_2) - \mu(T_1) &= -\ln(U_2) \\ \mu(T_3) - \mu(T_2) &= -\ln(U_3) \\ &\vdots \\ \mu(T_r) - \mu(T_{r-1}) &= -\ln(U_r) \end{aligned}$$

As equações acima podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned}\mu(T_1) &= -\ln(U_1) \\ \mu(T_2) &= -\ln(U_2) - \ln(U_1) \\ \mu(T_3) &= -\ln(U_3) - \ln(U_2) - \ln(U_1) \\ &\vdots \\ \mu(T_r) &= -\ln(U_r) - \ln(U_{r-1}) - \dots - \ln(U_1)\end{aligned}$$

$$\text{Então } \mu(T_r) = -\sum_{i=1}^r \ln(U_i)$$

A solução geral pode ser expressa como $T_j = \mu^{-1}\left[-\sum_{i=1}^j \ln(U_i)\right]$, $j = 1, \dots$

Segundo Meeker e Escobar (1998) em alguns momentos é mais conveniente expressá-la como: $T_j = \mu^{-1}[\mu(T_{j-1}) - \ln(U_j)]$, em que $T_0 = 0$ e $j = 1, \dots$

Neste ponto a geração de amostras exige que a função de intensidade de falhas seja

definida. Optando-se pela Lei de Potência, expressa como $\lambda(t) = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}$, tem-se que a

função de intensidade acumulada até o ponto t pode ser expressa como

$$\Lambda_i(t) = E[N_i(t)] = \int_0^t \lambda_i(u) du = \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta. \text{ Considerando-se então } \mu(t) = \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta, \text{ tem-se que}$$

$$\mu^{-1}(s) = \alpha \times s^{(1/\beta)}.$$

Logo, $T_j = \mu^{-1}\left[-\sum_{i=1}^j \ln(U_i)\right] = \alpha \times \left[-\sum_{i=1}^j \ln(U_i)\right]^{(1/\beta)}$ ou de maneira equivalente,

$$T_j = \mu^{-1}[\mu(T_{j-1}) - \ln(U_j)] = \alpha \times \left[\left(\frac{T_{j-1}}{\alpha}\right)^\beta - \ln(U_j)\right]^{1/\beta} = [T_{j-1}^\beta - \alpha^\beta \ln(U_j)]^{1/\beta}$$

2.4.2) APLICAÇÃO DOS TESTES PARA AVALIAÇÃO DE TENDÊNCIA

Com base no procedimento descrito na seção anterior foram geradas observações de cinco PPNH's independentes com intensidade de falhas dada pela Lei de Potência. Isso foi feito para simular os tempos de falhas de cinco sistemas. O esquema de censura utilizado

foi truncamento por falha, simulado com base numa situação em que cada sistema foi observado até que a décima falha tivesse ocorrido. Assim, o número total de falhas foi igual a cinquenta. Primeiramente foram consideradas funções de intensidade de falhas idênticas, modeladas segundo a Lei de Potência. Foram utilizados os seguintes valores para o parâmetro de forma: $\beta=\{0,2; 0,4; \dots; 2,0\}$. Para o parâmetro de escala foi utilizado o valor $\alpha = 50$ para todos os sistemas. Com base nas amostras geradas foram realizados os testes de tendência. O procedimento foi repetido mil vezes para cada valor de β e as curvas de poder construídas são apresentadas na Figura 2.5.

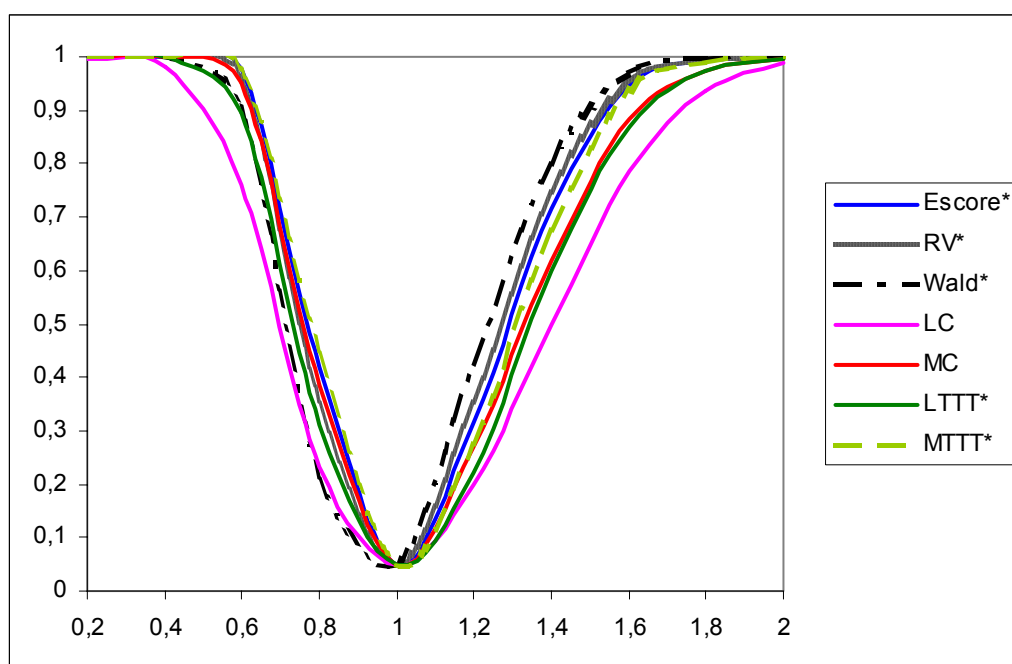


Figura 2.5: Resultados da simulação de PPNH's idênticos.

Tabela 2.1: Nível descritivo dos testes para PPNH's idênticos.

Teste	Nível descritivo
Escore*	0,036
Razão de Máxima Verossimilhança*	0,040
Wald*	0,050
Laplace Combinado**	0,042
Militar Combinado**	0,036
Laplace TTT*	0,043
Militar TTT*	0,034

*Testes construídos para sistemas idênticos.

**Testes construídos para sistemas similares.

Com base nesses resultados percebe-se que os testes propostos (Escore, Razão de Máximas Verossimilhanças e Wald) são os mais poderosos para o caso em que $\beta > 1$, ou seja, a função de intensidade de falhas é crescente. Para o caso em que $\beta < 1$ os testes, Militar TTT e Escore são os mais poderosos. Apesar do teste de Wald apresentar um bom desempenho para o caso $\beta > 1$ ele se mostra aquém dos outros testes quando $\beta < 1$. De uma maneira geral, o teste Combinado de Laplace não apresentou bom desempenho. É importante lembrar que os testes baseados no TTT são construídos para sistemas idênticos enquanto os combinados são construídos para sistemas similares. Além disso, os testes Escore, Wald e Razão de Máximas Verossimilhanças utilizados nesta etapa, foram àqueles construídos para sistemas idênticos. O nível descritivo dos testes é apresentado na Tabela 2.1. Comparando as probabilidades de rejeição de uma hipótese nula verdadeira, observa-se para todos os testes valores menores que a probabilidade estabelecida ($\alpha = 0,05$), com exceção do teste de Wald.

Em um segundo momento, novas simulações foram feitas considerando a mesma situação descrita anteriormente, porém foram considerados parâmetros de escala específicos para cada um dos cinco sistemas. Os valores utilizados foram obtidos gerando-se cinco números aleatórios entre 0 e 100. Dessa forma, $\alpha_1 = 23$, $\alpha_2 = 40$, $\alpha_3 = 65$, $\alpha_4 = 70$, e $\alpha_5 = 92$. Novamente o procedimento foi repetido mil vezes para cada valor de β e as curvas de poder construídas são apresentadas na Figura 2.6. O nível descritivo dos testes é apresentado na Tabela 2.2.

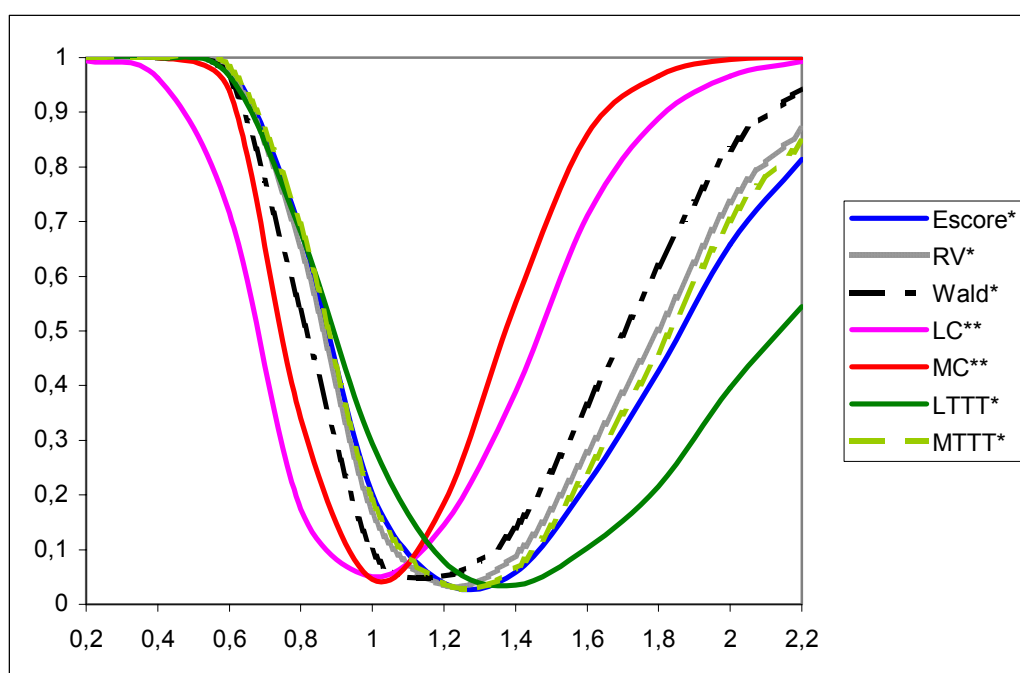


Figura 2.6: Resultados da simulação de PPNH's com parâmetros de escala distintos.

Tabela 2.2: Nível descritivo dos testes para PPNH's com parâmetros de escala distintos.

Teste	Nível descritivo
Escore*	0,203
Razão de Máxima Verossimilhança*	0,167
Wald*	0,097
Laplace Combinado**	0,050
Militar Combinado**	0,046
Laplace TTT*	0,294
Militar TTT*	0,191

**Testes construídos para sistemas idênticos.*

***Testes construídos para sistemas similares.*

Na Figura 2.6, o que mais chama a atenção é o comportamento dos testes construídos para o caso de sistemas idênticos. O nível nominal observado para estes testes foi de aproximadamente 20%. Na prática a rejeição da hipótese nula para estes testes implica em uma situação indeterminada onde não é possível concluir se os sistemas podem ser modelados por PPH's com parâmetros de escala distintos ou PPNH's.

Em relação ao teste Militar Combinado é importante lembrar o comentário feito na seção 2.3.2.2.1. Naquela seção foi mencionando que o ele é o mais poderoso para o caso de sistemas modelados segundo a Lei de Potência com parâmetros de escala distintos. Isso pode ser confirmado observando a Figura 2.6. De uma maneira geral nas situações em que há heterogeneidade em relação ao parâmetro de escala os testes construídos para sistemas idênticos apresentam altas probabilidades de rejeição de uma hipótese nula verdadeira. Nessas situações os testes construídos para sistemas similares são mais recomendados. Os resultados apresentados na Figura 2.6 foram obtidos para as versões dos testes de Escore, Razão de Máximas Verossimilhanças e Wald construídos para sistemas idênticos. A fim de verificar o comportamento destes testes construídos para sistemas similares, novas simulações foram feitas. Os valores dos parâmetros de escala considerados foram os mesmos. Os outros testes também foram utilizados. As curvas de poder são apresentados na Figura 2.7. O nível descritivo dos testes é apresentado na Tabela 2.3.

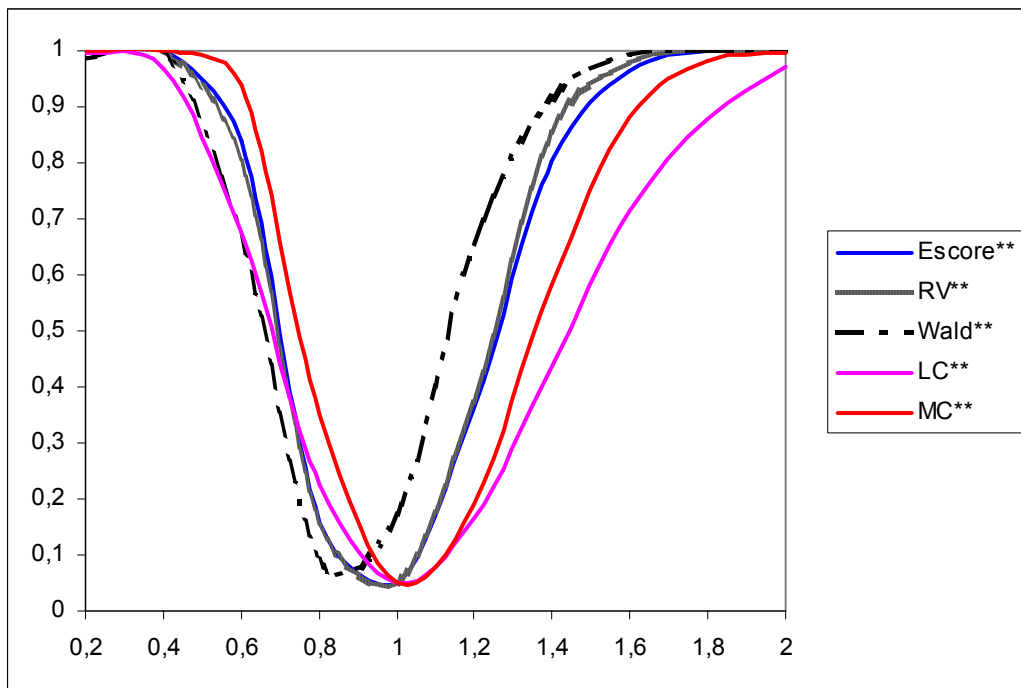


Figura 2.7: Resultados da simulação dos testes construídos para sistemas similares.

Tabela 2.3: Nível descritivo dos testes construídos para sistemas similares.

Teste	Nível descritivo
Escore*	0,075
Razão de Máxima Verossimilhança*	0,115
Wald*	0,173
Laplace Combinado**	0,044
Militar Combinado**	0,054

**Testes construídos para sistemas similares.

De acordo com a Figura 2.7, para $\beta > 1$ os testes da Razão de Máximas Verossimilhanças e Escore são mais poderosos. No entanto, observando o nível descritivo destes testes apresentados na Tabela 2.3 percebe-se que os valores estão acima do valor projetado que é igual a $\alpha = 0,05$. Para $0 < \beta < 1$ o teste mais poderoso é o Militar Combinado.

É importante chamar a atenção para a alta probabilidade de rejeição de uma hipótese nula verdadeira no teste de Wald.

Capítulo 3

APLICAÇÃO E RESULTADOS PRELIMINARES

3.1) ESTRUTURA DO BANCO DE DADOS

Como mencionado anteriormente o banco de dados fornecido para análise é dividido em dois períodos: 1) Julho de 1999 a Dezembro de 2001 (antes da implementação do RCM); 2) Janeiro de 2002 a Novembro de 2003 (após a implementação do RCM). Para cada período a data de realização das manutenções preventivas e corretivas nos equipamentos da unidade de britagem foi informada. Em relação às manutenções corretivas uma descrição da falha ocorrida também foi apresentada. Esta ação foi tratada com reparo mínimo. Dessa maneira, todas as paradas do processo de britagem do calcário foram registradas sendo informado o local de ocorrência da falha e o tipo de manutenção realizada. Com base nessas informações, e considerando as manutenções preventivas como perfeitas, foi montada uma estrutura para análise dos dados onde a cada manutenção preventiva um novo sistema ou uma nova unidade de britagem passava a ser observada. Vale mencionar que o tempo das manutenções corretivas e preventivas, ou seja, o tempo em que o sistema ficou parado foi descontado. Um extrato desse banco de dados é apresentado na Figura 3.1.

	A	B	C	D	J	K	L	M
1	Equipamento	Descrição	Início Avaria	Fim Avaria	Tempo entre falhas (horas)	Manutenção	Tempos das falhas (horas)	Sistema
2	1200-221-EM1	COLISÃO DO EMPILHADOR	1/7/99 13:30	1/7/99 14:30	0	corretiva		
3	1200-211-AL1	QUEBRA ELO DA CINTA DE LÂMINA	5/7/99 15:30	5/7/99 16:30	97,0	corretiva	97,0	1
4	1200-211-BT1	PARADA PARA MANUTENÇÃO	9/7/99 7:50	10/7/99 17:30	87,3	Programada	184,3	1
5	1200-211-BT1	REGULAGEM DE GRELHA	12/7/99 11:45	12/7/99 12:50	42,3	corretiva	42,3	2
6	1200-221-CT8	PARADA DESCONHECIDA	12/7/99 13:35	12/7/99 13:50	0,8	corretiva	43,0	2
7	1200-211-BT1	REGULAGEM DE GRELHA	12/7/99 16:30	12/7/99 18:50	2,7	corretiva	45,7	2
8	1200-211-BT1	VIRAR MARTELOS	13/7/99 11:30	13/7/99 17:40	16,7	Programada	62,3	2
9	1200-211-BT1	FALHA DE COMUNICAÇÃO PLC021	14/7/99 17:10	14/7/99 17:30	23,5	corretiva	23,5	3
10	1200-211-BT1	PARADA MANUTENÇÃO (REGULAR G	19/7/99 12:00	19/7/99 13:35	114,5	corretiva	138,0	3
11	1200-211-BT1	PARADA MANUTENÇÃO CONFORME	23/7/99 7:45	23/7/99 19:00	90,2	Programada	228,2	3
12	1200-211-2P1	DESARME PLC021	29/7/99 8:20	29/7/99 8:30	133,3	corretiva	133,3	4
13	1200-211-AL1	PARADA POR CORRENTE DANIFICAD	3/8/99 13:15	3/8/99 13:45	124,8	corretiva	258,1	4
14	1200-211-BT1	PARADA FALHA DE COMUNICAÇÃO F	10/8/99 9:25	10/8/99 9:40	163,7	corretiva	421,8	4
15	1200-211-2R1	PARADA MAL CONTATO ELÉTRICO	11/8/99 11:30	11/8/99 12:00	25,8	corretiva	447,6	4
16	1200-211-BT1	PARADA PINO DA BIGORNA DANIFICA	12/8/99 6:00	12/8/99 8:50	18,0	corretiva	465,6	4
17	1200-211-AL1	PARADA CORRENTE DANIFICADA	12/8/99 16:25	12/8/99 17:45	7,6	corretiva	473,2	4
18	1200-211-BT1	MANUT/PROG/	13/8/99 7:55	13/8/99 14:55	14,2	Programada	487,3	4
19	1200-211-BT1	PARADA FALHA COMUNICAÇÃO PLC0	13/8/99 15:55	13/8/99 16:05	1,0	corretiva	1,0	5
20	1200-211-BT1	FALHA DE COMUNICAÇÃO PLC021	27/8/99 7:45	27/8/99 7:55	327,7	corretiva	328,7	5
21	1200-211-BT1	MANUT/PROG/ (AJUSTE PARAF/ GRE	27/8/99 9:05	27/8/99 12:00	1,2	Programada	329,8	5

Figura 3.1: Extrato do banco de dados das falhas dos equipamentos da unidade de Britagem.

De acordo com as informações fornecidas o processo de britagem do calcário começou a ser observado no dia 01/07/99 após ter passado por uma manutenção corretiva. Considerando este como o tempo inicial de observação, percebe-se que a primeira falha ocorreu no dia 05/07/99 às 15:30 horas, após 97 horas de observação. Nesse mesmo dia uma manutenção corretiva colocou o processo novamente em operação e a próxima falha ocorreu no dia 09/07/99 às 7:50 horas, ou seja após 87 horas. Nessa data a unidade passou por uma manutenção preventiva. No dia 12/07/99 às 11:45 horas, ou seja, após 42,3 horas, uma nova falha ocorreu. O fato de se considerar as manutenções preventivas perfeitas implica em recomençar a contagem do tempo após uma manutenção desse tipo. Portanto para construção da coluna “Tempos das Falhas (horas)”, o tempo entre a ocorrência das falhas foi acumulado até que uma manutenção preventiva fosse dada. Por último foi criada uma coluna para identificação dos respectivos sistemas. Esse procedimento resultou em 48 sistemas observados no período 1 (antes do RCM) e 49 no período 2 (após o RCM). Principalmente no período 2, foram observadas situações onde não houve ocorrência de nenhuma falha entre duas manutenções preventivas. Isso originou alguns sistemas que não apresentaram falhas. De acordo com esta estrutura montada, o esquema de truncamento é por tempo uma vez que o último tempo de observação de cada sistema não é uma falha e sim o momento em que aquele sistema deixou de ser observado.

Toda análise foi feita utilizando o software Minitab e assumindo a função de intensidade Lei de Potência. A Figura 3.2 apresenta uma visualização das falhas ocorridas em todos os sistemas.

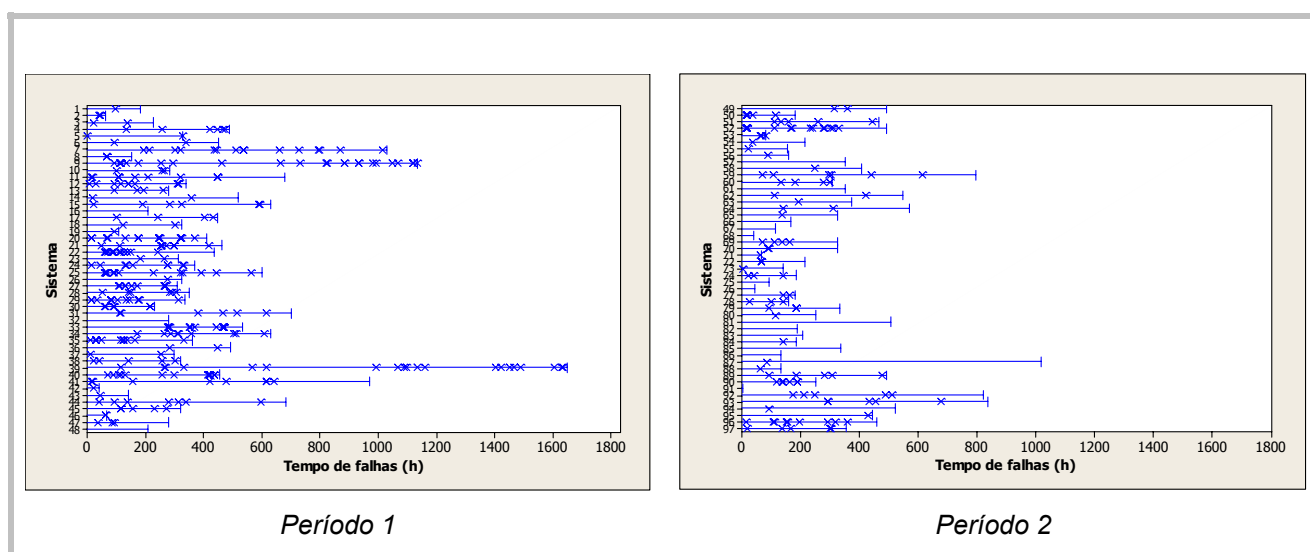


Figura 3.2: Visualização das falhas ocorridas em cada sistema.

O que pode ser observado é uma grande diferença no número de falhas dos sistemas. De maneira bastante preliminar, parece que no Período 2 em geral os sistemas apresentaram um número menor de falhas.

3.2) AVALIAÇÃO DA SIMILARIDADE DOS SISTEMAS NOS PERÍODOS 1 E 2

Inicialmente a avaliação da similaridade dos sistemas foi feita em cada período por meio do Teste da Razão de Verossimilhança com correção proposta por Bartlett (1937). Esse teste foi apresentado na Seção 2.2. Para realização do teste foi necessário retirar do banco de dados aqueles sistemas que não apresentaram falhas. Isso resultou em 45 sistemas no período 1 e 36 no período 2. As estimativas dos parâmetros e o resultado do teste para o Período 1 e 2 são apresentados nas Tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente.

Tabela 3.1: Avaliação da similaridade dos sistemas no Período 1.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
Forma	0,983123	0,048	[0,88; 1,08]
Escala	61,6871	7,411	[47,16; 76,21]
Teste da Razão de Verossimilhança para Igualdade dos Parâmetros de Forma			
Estatística do Teste		71,09	
p-valor		0,006	
Graus de Liberdade		44	

Tabela 3.2: Avaliação da similaridade dos sistemas no Período 2.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
Forma	0,844549	0,071	[0,70; 0,98]
Escala	92,6279	15,676	[61,90; 123,35]
Teste da Razão de Verossimilhança para Igualdade dos Parâmetros de Forma			
Estatística do Teste		38,32	
p-valor		0,321	
Graus de Liberdade		35	

Considerando um valor $\alpha = 0,05$, e observando o p-valor do teste da razão de verossimilhança chega-se à rejeição da hipótese nula de que os parâmetros de forma são iguais no período 1. Isso indica que uma análise da tendência na intensidade de falhas deverá ser conduzida separadamente para cada sistema. Já no período 2 o p-valor do teste é maior que 0,05, conduzindo portanto à não rejeição da hipótese nula. Nesse período uma análise simultânea da tendência na intensidade de falha dos sistemas pode ser feita.

3.3) ANÁLISE DA TENDÊNCIA NA INTENSIDADE DE FALHAS DE CADA SISTEMA NO PERÍODO 1

Para análise da tendência na intensidade de falhas de cada sistema do período 1 foram construídos primeiramente os gráficos do número acumulado de falhas contra o tempo ($N(t) \times t$). Estes gráficos são apresentados na Figura 3.3.

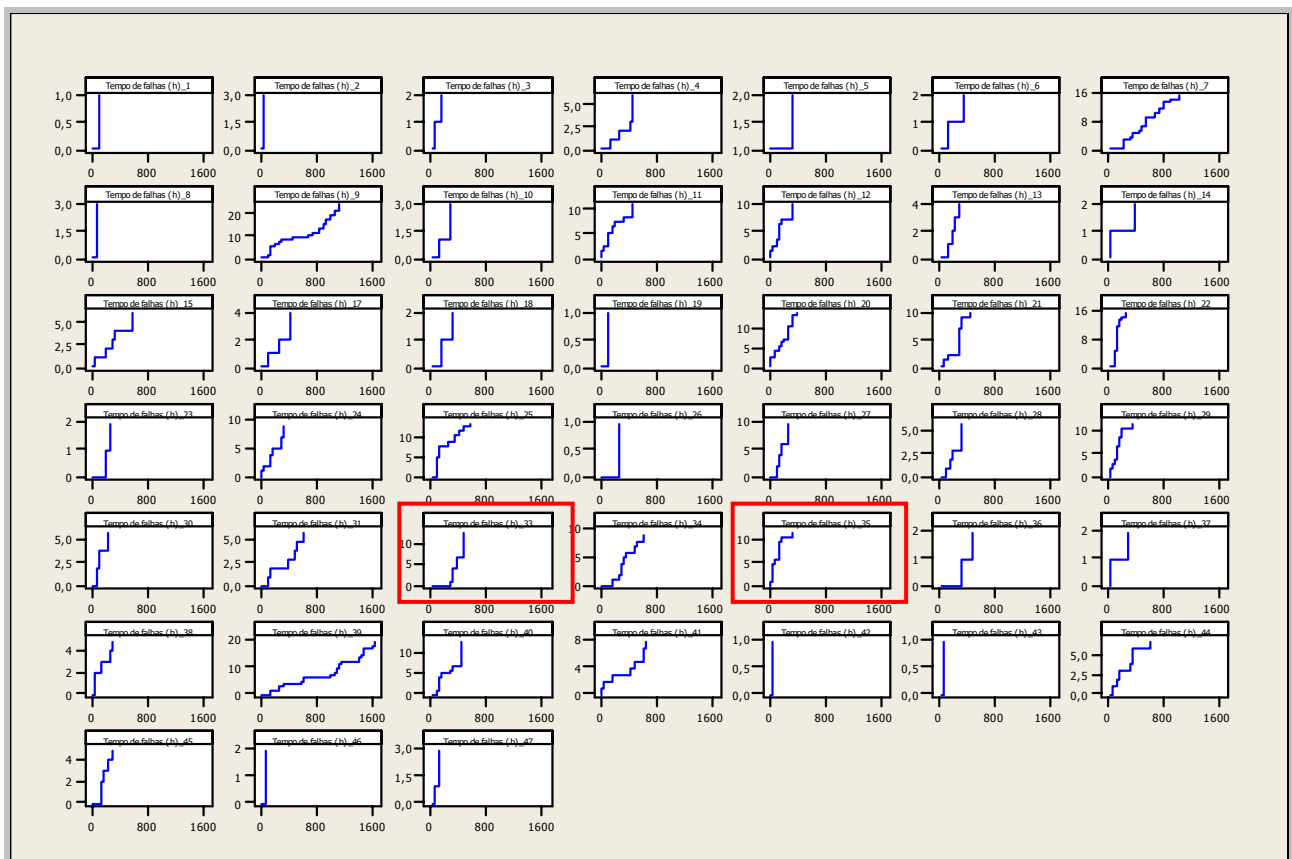


Figura 3.3: Gráfico $N(t) \times t$ para cada sistema no período 1.

Observa-se que no período 1 alguns sistemas apresentam um padrão de degradação enquanto outros de melhoria. É o caso, por exemplo, dos sistemas 33 e 35, sinalizados em

vermelho. O gráfico do sistema 33 apresenta um padrão semelhante a uma curva côncava enquanto o gráfico do sistema 35 apresenta um padrão semelhante a uma curva convexa. Respectivamente estes sistemas estão em processo de degradação e melhoria. As estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros de forma e escala da Lei de Potência para cada sistema no período 1 são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Estimativas de Máxima Verossimilhança dos Parâmetros de Forma e Escada da Lei de Potência para os Sistemas do Período 1.

Sistema	Número de Falhas	Parâmetro de Forma	IC 95% para o Parâmetro de Forma	Parâmetro de Escala	IC 95% para o Parâmetro de Escala
1	1	1.5580	[-1,49; 4,61]	184.300	[-47,55; 416,15]
2	3	2.8095	[-0,37; 5,98]	42.137	[16,92; 67,35]
3	2	0.7204	[-0,28; 1,72]	87.188	[-116,89; 291,27]
4	6	2.6833	[0,54; 4,83]	249.918	[97,00; 402,84]
5	2	0.3447	[-0,13; 0,82]	44.156	[-171,84; 260,16]
6	2	1.0729	[-0,41; 2,56]	236.581	[-135,26; 608,42]
7	15	1.3833	[0,68; 2,08]	145.557	[-8,16; 299,27]
8	3	1.1978	[-0,16; 2,55]	61.423	[-24,78; 147,63]
9	24	1.1951	[0,71; 1,67]	79.498	[-9,17; 168,16]
10	3	2.5286	[-0,33; 5,38]	182.624	[61,21; 304,04]
11	11	0.6361	[0,26; 1,01]	15.646	[-22,12; 53,41]
12	10	0.8564	[0,32; 1,39]	22.992	[-18,78; 64,77]
13	4	1.9909	[0,04; 3,94]	139.408	[22,11; 256,70]
14	2	0.5274	[-0,20; 1,26]	139.171	[-305,81; 584,15]
15	6	0.9848	[0,20; 1,77]	102.014	[-68,06; 272,08]
17	4	1.7953	[0,36; 3,55]	206.382	[13,82; 398,94]
18	2	1.9164	[-0,74; 4,57]	225.597	[27,09; 424,10]
19	1	7.7123	[-7,40; 22,82]	106.900	[79,73; 134,07]
20	14	0.9064	[0,43; 1,38]	22.259	[-14,04; 58,56]
21	10	1.3223	[0,50; 2,14]	81.018	[-14,31; 176,35]
22	15	0.6751	[0,33; 1,02]	7.922	[-9,22; 25,07]
23	2	2.8340	[-1,09; 6,76]	244.854	[99,16; 390,55]
24	9	0.9791	[0,34; 1,62]	39.373	[-24,05; 102,80]
25	14	0.7091	[0,34; 1,08]	14.584	[-15,82; 44,99]
26	1	6.3023	[-6,05; 18,65]	325.100	[224,00; 426,20]
27	10	1.7447	[0,66; 2,83]	82.887	[8,97; 156,80]
28	6	1.4112	[0,28; 2,54]	99.049	[-16,19; 214,29]
29	12	0.7032	[0,30; 1,10]	9.831	[-11,36; 31,02]
30	6	1.3059	[0,26; 2,35]	58.553	[-15,06; 132,17]
31	6	1.1659	[0,23; 2,10]	151.319	[-61,78; 364,41]
33	13	2.7977	[1,28; 4,32]	214.169	[99,61; 328,73]
34	9	1.6683	[0,58; 2,76]	168.765	[9,22; 328,31]
35	12	0.5872	[0,25; 0,92]	5.244	[-8,29; 18,78]
36	2	3.1145	[-1,20; 7,43]	394.792	[181,04; 608,54]
37	2	0.5984	[-0,23; 1,43]	93.740	[-170,40; 357,88]
38	5	0.8645	[0,11; 1,62]	49.935	[-46,00; 145,87]
39	20	1.5166	[0,85; 2,18]	229.081	[20,01; 438,15]
40	13	1.4575	[0,66; 2,25]	78.146	[-2,09; 158,38]
41	8	0.6264	[0,19; 1,06]	35.115	[-54,51; 124,74]
42	1	1.8584	[-1,78; 5,50]	39.650	[-2,17; 81,47]
43	1	0.8981	[-0,86; 2,66]	140.280	[-165,86; 446,42]
44	7	0.7832	[0,20; 1,36]	57.063	[-61,02; 175,15]
45	5	1.5524	[0,19; 2,91]	113.277	[-7,92; 234,47]
46	2	26.2355	[-10,12; 62,59]	64.844	[60,68; 69,01]
47	3	0.7051	[-0,09; 1,50]	59.062	[-81,75; 199,87]

Apesar de alguns sistemas apresentarem um comportamento diferente, como por exemplo, os sistemas 33 e 35 mencionados anteriormente, se forem observados os intervalos de confiança para o parâmetro de forma percebe-se que a grande maioria deles contém o

valor 1. Talvez isso possa ser explicado pelo fato de termos relativamente poucas falhas por sistema. Isso indica que o mecanismo de falhas de praticamente todos os sistemas no período 1 pode ser modelado por um PPH. Os testes Militar e Laplace realizados para cada sistema confirmam essa indicação. Nesses testes a hipótese nula de um PPH foi rejeitada somente para os sistemas 33, 35 e 46. Para o sistema 46 em particular, apesar da hipótese nula ter sido rejeitada, o intervalo de confiança para o parâmetro de forma continha o valor 1. Para os sistemas 4, 5, 11, 22, 25 e 39 os testes Militar e Laplace apresentaram conclusões contrárias. Porém, foi verificado que para todos eles com exceção do sistema 5, o intervalo de confiança para o parâmetro de forma também continha o valor 1. Nesta análise ficou claro que os sistemas 5, 33, 35 e 46 eram os que diferiam dos demais. Sendo assim esses sistemas foram descartados e um novo teste da razão de verossimilhança para avaliação da igualdade dos parâmetros de forma foi conduzido. Os resultados são apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Avaliação da similaridade dos sistemas no Período 1 (excluindo os sistemas 5, 33, 35 e 46).

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Intervalo de Confiança (95%)
Forma	0,994634	0,051	[0,89; 1,09]
Escala	65,2358	8,106	[49,35; 81,12]
Teste da Razão de Verossimilhança para Igualdade dos Parâmetros de Forma			
Estatística do Teste		45,53	
p-valor		0,253	
Graus de Liberdade		40	

De acordo com o p-valor, a hipótese nula de igualdade dos parâmetros de forma não foi rejeitada a 5% de significância, e uma análise simultânea da tendência na intensidade de falhas destes sistemas pôde ser então conduzida.

3.4) ANÁLISE SIMULTÂNEA DA TENDÊNCIA NA INTENSIDADE DE FALHAS DOS SISTEMAS NO PERÍODO 1 (EXCLUINDO OS SISTEMAS 5, 33, 35 E 46)

Essa análise se inicia com a observação do intervalo de confiança para o parâmetro de forma apresentado na Tabela 3.4. Percebe-se que este intervalo contém o valor 1, o que fornece evidências de que o mecanismo de falhas da maioria dos sistemas no período 1 pode ser modelado por um PPH. Os gráficos da Função Média Acumulada (MCF) e Tempo Total sob Teste apresentados nas Figuras 3.4 e 3.5, respectivamente também reforçam essa suspeita uma vez que o padrão exibido por eles é semelhante a uma reta. O Gráfico da Função Média Acumulada aumentado com envelopes de simulação é apresentado na Figura 3.6. Nesse gráfico os envelopes foram obtidos por meio de amostras simuladas de PPH's, levando em consideração o número de falhas e o parâmetro de escala de cada sistema. O procedimento para construção dos envelopes foi descrito na Seção 2.3.1.3. Como a função média acumulada calculada para os dados reais permaneceu dentro dos envelopes tem-se mais uma evidência de que as falhas neste período podem ser modeladas PPH's.

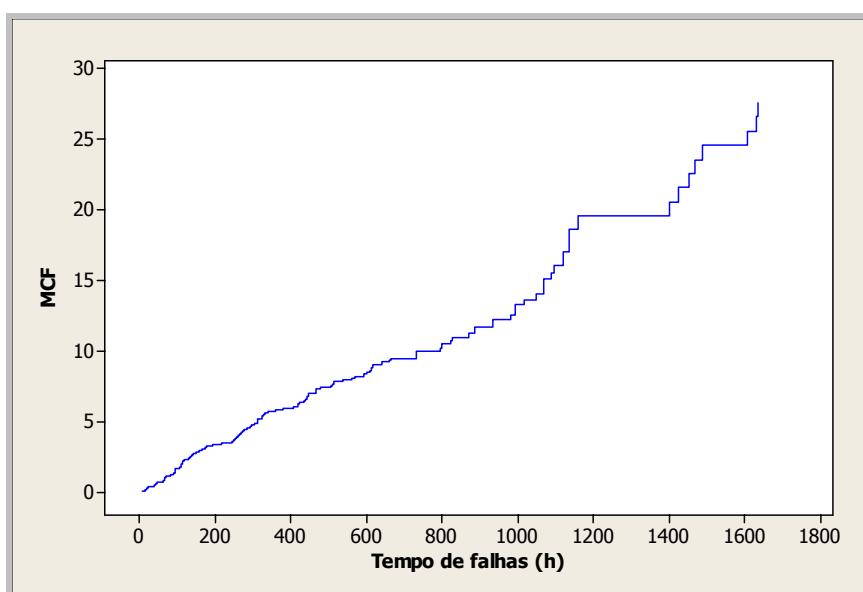


Figura 3.4: Gráfico da Função Média Acumulada para o Período 1.

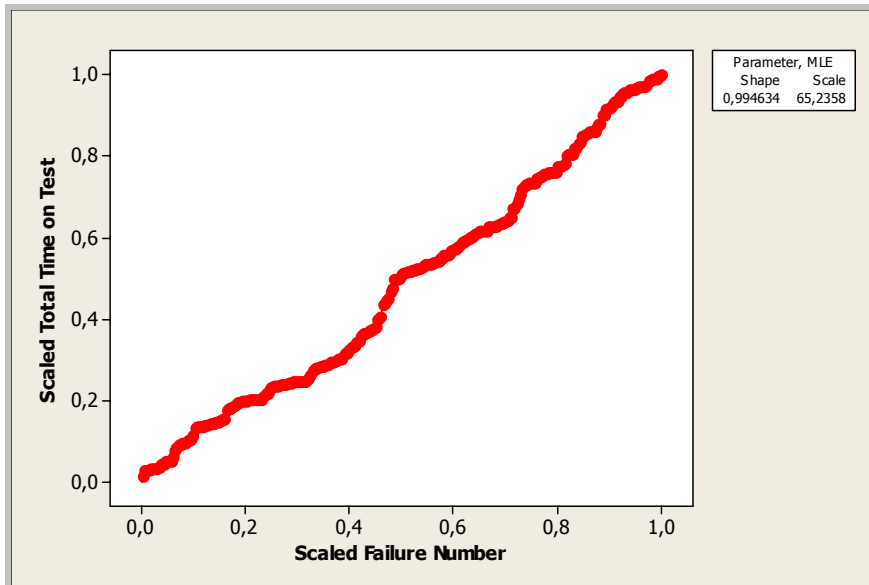


Figura 3.5: Gráfico do Tempo Total sob Teste para o Período 1.

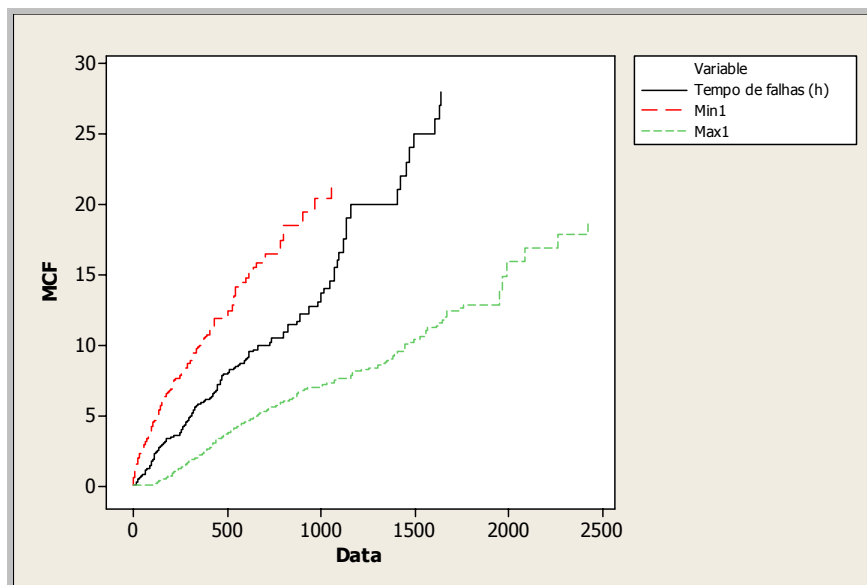


Figura 3.6: Gráfico da Função Média Acumulada aumentado com envelopes de simulação – Período 1.

Após a análise gráfica foram realizados os testes de hipóteses para avaliação simultânea da tendência. É importante comentar que a versão dos testes Escore, Razão de Máximas Verossimilhanças e Wald utilizados nesta seção corresponde àquela construída para o caso de sistemas similares. Os resultados dos testes são apresentados na Tabela 3.5.

Tabela 3.5: Avaliação da tendência para os sistemas do Período 1.

Teste	Estatística de Teste	p-valor	Graus de Liberdade
Escore**	0,649	0,420	1
Razão de Máximas Verossimilhanças**	0,676	0,413	1
Wald**	0,630	0,427	1
Militar TTT*	563,80	0,894	560
Militar Combinado**	534,79	0,456	560
Laplace TTT*	-1,02	0,310	-
Laplace Combinado**	1,17	0,243	-

*Testes construídos para sistemas idênticos.

**Testes construídos para sistemas similares.

Observando o p-valor de cada teste percebe-se que a um nível de 5% de significância a hipótese nula de um PPH não deve ser rejeitada. Dessa forma a conclusão é de que o mecanismo de falhas de cada sistema no período 1 pode ser modelado por um PPH segundo a Lei de Potência e com parâmetro de escala específico. Isso significa que o tempo médio entre falhas para cada sistema é α_i . De acordo com a definição de Processo de Poisson apresentada na Seção 2.1, quando se tem PPH's, os tempos entre falhas são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de acordo com uma exponencial com média $(1/\lambda_i)$. Então, substituindo $\beta = 1$ na expressão da Lei de Potência, tem-se $\lambda_i = 1/\alpha_i$, o que implica em $1/\lambda_i = \alpha_i$.

3.5) ANÁLISE SIMULTÂNEA DA TENDÊNCIA NA INTENSIDADE DE FALHAS DOS SISTEMAS NO PERÍODO 2

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 3.2 uma análise simultânea da tendência na intensidade de falhas dos sistemas no período 2 pode ser conduzida. Essa análise baseia-se na observação da estimativa pontual para o parâmetro de forma juntamente com seu intervalo de confiança. Além de a estimativa pontual ser menor que um (0,84), o limite superior do intervalo é igual a 0,98. Isso fornece indícios de que no período 2 os sistemas estão em processo de melhoria, ou seja, apresentam uma tendência de queda na intensidade das falhas. Os gráficos da Função Média Acumulada (MCF) e Tempo Total sob Teste (TTT) são apresentados nas Figuras 3.7 e 3.8, respectivamente.

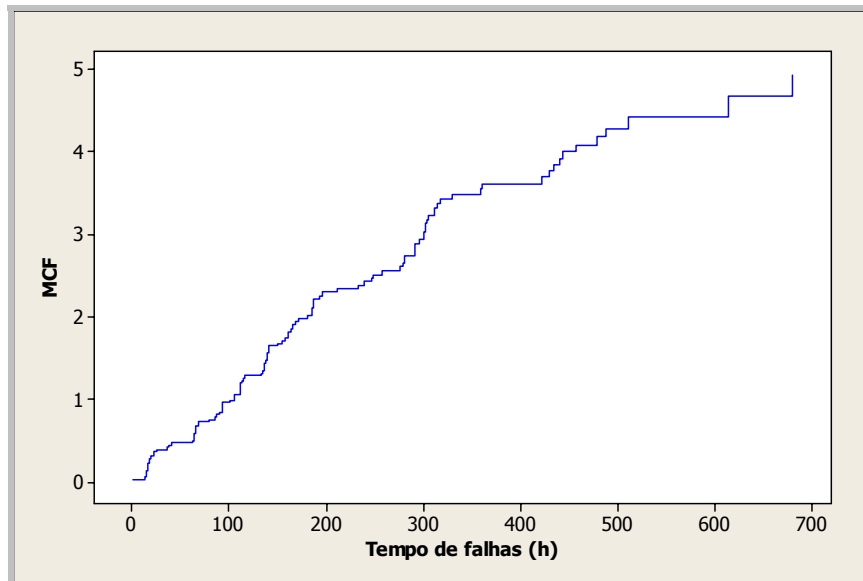


Figura 3.7: Gráfico da Função Média Acumulada para o Período 2.

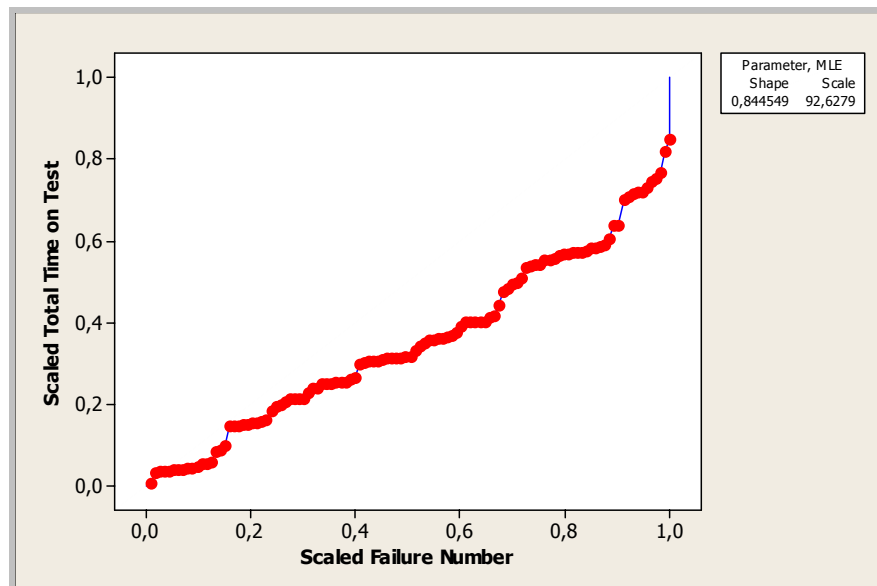


Figura 3.8: Gráfico do Tempo Total sob Teste para o Período 2.

O gráfico da Função Média Acumulada (MCF), apresenta uma configuração semelhante a uma curva convexa, fornecendo indícios de que a intensidade de falhas dos sistemas no período 2 é decrescente. Já o padrão exibido pelo gráfico do Tempo Total sob Teste (TTT), é bem mais discreto, deixando uma certa dúvida em relação à conclusão a ser estabelecida. A fim de diminuir essa subjetividade, o gráfico da função média acumulada aumentado com envelopes de simulação é mostrado na Figura 3.9.

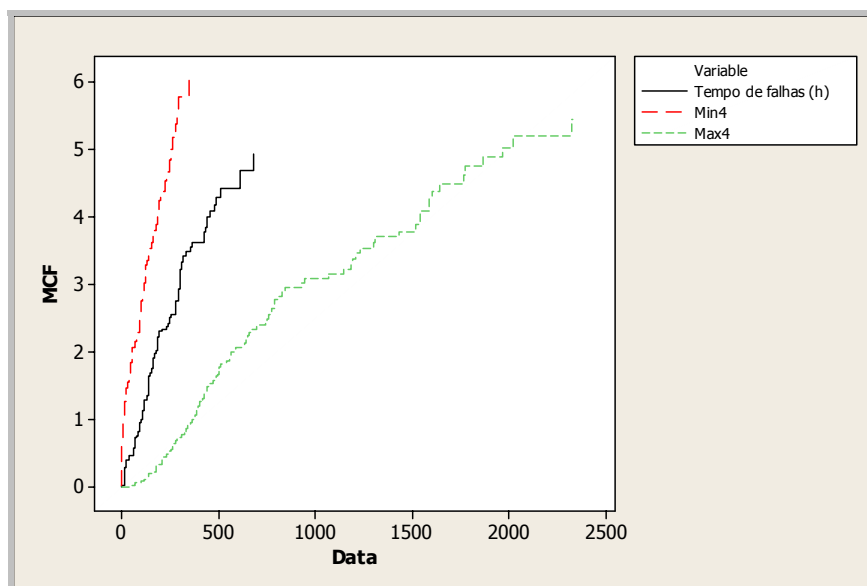


Figura 3.9: Gráfico da Função Média Acumulada aumentada com envelopes de simulação - Período 2.

A partir desse gráfico conclui-se que a modelagem via PPH é razoável já que a função média acumulada calculada para os dados reais manteve-se dentro dos envelopes simulados. Vale lembrar que os envelopes foram obtidos da mesma maneira como mencionado anteriormente para o Período 1.

Os resultados dos testes de tendência para análise simultânea dos sistemas são apresentados na Tabela 3.6.

Tabela 3.6: Avaliação da tendência para os sistemas do Período 2.

Teste	Estatística de Teste	p-valor	Graus de Liberdade
Escore**	0,20	0,652	1
Razão de Máximas Verossimilhanças**	0,22	0,639	1
Wald**	0,23	0,631	1
Militar TTT*	298,53	0,002	226
Militar Combinado**	236,11	0,617	226
Laplace TTT*	-5,28	0,000	-
Laplace Combinado**	-2,00	0,045	-

*Testes construídos para sistemas idênticos.

**Testes construídos para sistemas similares.

Observando a coluna p-valor conclui-se que todos os testes de tendência construídos para sistemas similares levam à não rejeição da hipótese nula, a um nível de 5% de

significância, com exceção do teste Laplace Combinado. Isso significa que as falhas dos sistemas no Período 2 podem ser modeladas por PPH's com função de intensidade igual à Lei de Potência e parâmetros escala específicos para cada sistema. As estimativas pontuais dos parâmetros de escala para cada sistema são apresentadas na Tabela 3.7. Elas representam o tempo médio entre falhas para cada sistema.

Tabela 3.7: Estimativas dos Parâmetros de Escala no Período 2.

Sistema	Número de Falhas	Parâmetro de Escala	IC 95% para o Parâmetro de Escala
49	2	378,31	[132,05; 624,57]
50	5	9,43	[-19,35; 38,21]
51	5	113,25	[-52,22; 278,73]
52	15	5,99	[-8,27; 20,27]
53	3	69,12	[53,80; 84,45]
54	1	213,88	[-501,15; 928,91]
55	1	156,50	[-419,65; 732,65]
56	1	157,75	[-22,71; 338,21]
58	1	405,8	[10,03; 801,57]
59	6	90,73	[-89,84; 271,30]
60	4	183,17	[68,25; 298,08]
62	2	289,35	[-160,45; 739,16]
63	1	375,87	[-115,25; 866,99]
64	2	285,04	[-195,42; 765,50]
65	1	324,45	[-226,13; 875,03]
69	4	76,73	[-57,62; 211,08]
70	2	136,08	[-152,70; 424,88]
71	1	66,30	[60,69; 71,91]
72	3	58,85	[-57,48; 175,18]
73	1	141,33	[-978,54; 1261,20]
74	3	45,99	[-51,59; 143,57]
77	2	160,45	[109,97; 210,93]
78	3	65,89	[-24,21; 155,98]
79	3	136,72	[-49,18; 322,63]
80	1	251,87	[-132,36; 636,10]
84	1	185,77	[85,29; 286,25]
87	1	1018,73	[-3916,98; 5954,44]
88	1	134,30	[-59,69; 328,29]
89	5	149,38	[-35,04; 333,81]
90	6	103,77	[19,94; 187,61]
92	5	158,60	[-110,77; 427,97]
93	5	263,89	[-50,88; 578,67]
94	1	521,75	[-1237,12; 2280,62]
95	1	445,77	[412,67; 478,87]
96	9	36,57	[-29,77; 102,91]
97	5	71,43	[-46,92; 189,78]

A conclusão final é de que em ambos os períodos o mecanismo de falhas dos sistemas pode ser modelado por um PPH's segundo a Lei de Potência e com parâmetros de escala específicos. Isso equivale a dizer que em ambos os períodos as falhas dos sistemas ocorrem de forma aleatória.

3.6) COMPARAÇÃO DOS PERÍODOS

Após analisar os sistemas simultaneamente dentro de cada período um teste baseado na teoria da Razão de Máximas Verossimilhanças foi utilizado para comparar os dois

períodos. A comparação foi feita com base nos parâmetros de forma cujas estimativas estão apresentadas nas Tabelas 3.2 e 3.4. Considerando uma hipótese nula de igualdade desses parâmetros foi encontrado um p-valor igual a 0,417. Portanto, a um nível de 5% de significância conclui-se que não há evidências para se rejeitar a hipótese nula.

Como foi mencionado na seção 3.4, quando se tem PPH's, os tempos entre falhas são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de acordo com uma exponencial com média α_i . Uma vez que em ambos os períodos as falhas dos sistemas podem ser modeladas por um PPH, uma estimativa do tempo médio entre falhas para o i -ésimo sistema pode ser calculada como $\hat{\alpha}_i = T_i/n_i$ de acordo com a expressão para cálculo dos estimadores de máxima verossimilhança apresentada na seção 2.1. O gráfico mostrado na Figura 3.10 foi construído com base nessas estimativas calculadas para ambos os períodos. De uma maneira geral observa-se que os tempos médios entre falhas são maiores no Período 2.

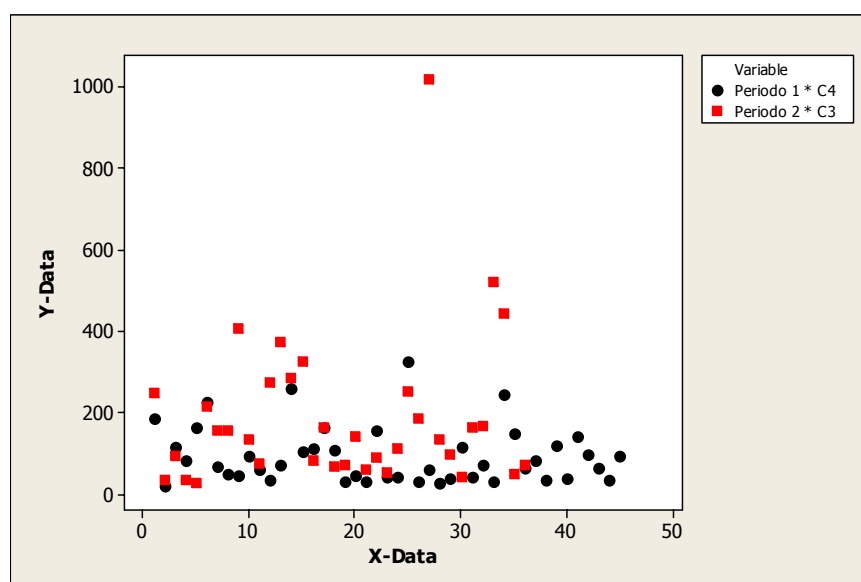


Figura 3.10. Comparação dos tempos médios entre falhas dos sistemas nos Períodos 1 e 2.

Com o objetivo de avaliar o comportamento de $\hat{\alpha}_i$ ao longo do tempo e também comparar os períodos foi utilizado o método de mínimos quadrados ponderados para ajustar o modelo $Y = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 I_{\text{período}} + \varepsilon$, em que:

$Y = \hat{\alpha}_i$ = estimativas dos parâmetros de escala calculados sob a hipótese de PPH;

$t = 1, 2, 3, \dots, n_1$ para o período 1 e $t = 1, 2, 3, \dots, n_2$ para o período 2;

$I_{\text{período}}$ é o indicador do período.

A ponderação foi feita utilizando-se a matriz diagonal formada pelas variâncias das estimativas $\hat{\alpha}_i$. A equação obtida foi

$$Y = -69 + 14,4 (\text{Tempo}) + 385 (\text{Período})$$

Os resultados dos testes para os coeficientes do modelo são apresentados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8: Resultados dos testes para os parâmetros do modelo.

Coefficiente	Estimativa	Erro Padrão	Estatística do teste	p-valor
β_0	-69,2	116,2	-0,60	0,55
β_1 (tempo)	14,439	3,566	4,05	0,00
β_2 (período)	385,31	97,78	3,94	0,00

A um nível de 5% de significância conclui-se que tanto o tempo quanto o período são significativos para o modelo. Uma vez que a estimativa do coeficiente β_1 é positiva pode-se dizer que $\hat{\alpha}_i$ aumenta com o tempo em ambos os períodos. O parâmetro β_2 representa a alteração sofrida pelo tempo médio entre falhas ao passar do período 1 para o período 2. Como a estimativa do coeficiente β_2 é positiva pode-se dizer que o tempo médio entre falhas ($\hat{\alpha}_i$) é maior no período 2, o que evidencia os benefícios trazidos pela implementação do RCM.

3.7) CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das análises desenvolvidas, pode ser observado que no período 1 (antes da implementação do RCM) as falhas que ocasionavam as paradas no processo de britagem do calcário ocorriam de forma aleatória, ou seja, não havia nenhuma indicação de tendência. A partir daí as melhorias nas atividades de manutenção teriam o objetivo de aumentar o tempo médio entre falhas. Com a implementação do RCM, isso pode ser observado por meio da comparação dos tempos médios entre falhas nos dois períodos, feita na Figura 3.10. Levando-se em consideração a estrutura criada para análise dos dados, pode-se dizer que a implementação do RCM trouxe benefícios.

PROPOSTA DE TRABALHO FUTURO

Buscando ampliar nosso conhecimento na utilização das técnicas para análise simultânea dos tempos de falha de vários sistemas e baseados na bibliografia que tomamos como suporte para este trabalho, propomos como trabalho futuro as seguintes atividades:

1. Realizar novas simulações com o objetivo de avaliar como o número de falhas de cada sistema e a quantidade de sistemas, afetam as conclusões dos testes;
2. Incorporar na análise as informações relativas aos sistemas que não apresentaram falhas;
3. Avaliar se a suposição de manutenções preventivas perfeitas é realmente válida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Freitas, M.A., Colosimo, E.A., *Confiabilidade: Análise de Tempo de Falha e Testes de Vida Acelerados*. Fundação Christiano Ottoni, 1997.
- [2] Barlow, R.E., Hunter, L., *Optimum Preventive Maintenance Policies*. Operations Research, 1960, 8, 90-100.
- [3] Cox, D. R., Lewis, P.A.W., *The Statistical Analysis of Series of Events*. Methuen, London, 1966.
- [4] Bain, L. J., Engelhardt, M. e Wright, F. T., *Tests for an Increasing Trend in the Intensity of a Poisson Process: A Power Study*. Journal of the American Statistical Association, 1985, 80, 419-422.
- [5] Bartlett, M. S., Properties of Sufficiency and Statistical Tests. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 160, 268-282, 1937.
- [6] Demétrio, C. G. B., *Modelos Lineares Generalizados em Experimentação Agrônômica*. ESALQ/USP, Piracicaba – SP, 2002.
- [7] Demétrio, C. G. B., Hinde, J., Half-Normal Plots And Overdispersion. GLIM NEWSLETTER, Oxford, v. 27, p. 19-26, 1997.
- [8] Dobson, A.J., *An Introduction to Generalized Linear Models*. Chapman and Hall, London, 1990.
- [9] Garthwaite, P.H., Jolliffe, I.T., Jones, B., *Statistical Inference*. Oxford University Press, 1995.
- [10] kvaloy, J.T., Lindqvist, B.H., *TTT-based tests for trend in repairable systems data*. Reliability Engineering and System Safety, 1998, 60, 13-28.
- [11] kvaloy, J.T., Lindqvist, B.H., *An Area Based Test for Trend in Repairable Systems Data*, 1996. <http://citeseer.ist.psu.edu/364962.html>.
- [12] kvaloy, J.T., *Test for Trend in more than one repairable systems*, 1998. <http://citeseer.ist.psu.edu/364962.html>.
- [13] Lucatelli, M.V., Garcia, R.O., *Proposta de Aplicação da Manutenção Centrada em Confiabilidade em Estabelecimentos Assistenciais de Saúde*. In: Congresso Latinoamericano de Ingeniería Biomédica, 2001, Havana.
- [14] Meeker, W.Q., Escobar, L.A. *Statistical Methods for Reliability Data*. John Wiley & Sons, 1998.
- [15] Moubray, J., *Reliability Centered Maintenance*. Industrial Press, 2000.
- [16] Rigdon, S.E., Basu, A.P. (2000). *Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems*, John Wiley & Sons, 2000.

APÊNDICE

Macros desenvolvidas no software Minitab para realização das simulações apresentadas.

Macro 1

Utilizada para gerar amostras de PP com parâmetros de escala iguais ou distintos. Calcula a verossimilhança e os estimadores de alfa e beta considerando truncamento por falha. Os testes de hipóteses Escore, Razão de Máximas Verossimilhanças, Wald, Laplace TTT e Militar TTT são construídos para sistemas idênticos. Os testes Laplace Combinado e Militar Combinado são para sistemas similares.

```

gmacro
teste
let k14=1
let k15=0
let k19=0
let k21=0
let k29=0
let k33=0
let k43=0
let k45=0
set c1
23 40 65 70 92          #parâmetros de escala distintos
end
#let k6=50              #parametro de escala igual para todos os sistemas
WHILE k14<=1000
  let k2=3
  let k3=1
  let k4=10             #numero de falhas de cada sistema
  let k5=5              #numero de sistemas
  let k16=0,9          #parametro de forma
  WHILE k3<=k5
    let k6=c1(k3)
    random k4 c2;
    uniform 0 1.
    let ck2(1)=[(-k6**k16)*loge(c2(1))]**(1/k16)
    let k17=2
    WHILE k17<=k4
      let ck2(k17)=[(ck2(k17-1)**k16)-(k6**k16)*log(c2(k17))]**(1/k16)
      let k17=k17+1
    ENDWHILE
    let k2=k2+1
    let k3=k3+1
  ENDWHILE
  let k7=k5*k4          #numero total de falhas
  let k2=k2-1
  copy c3-ck2 m1;      #copia as amostras geradas para a matriz m1
  Include;
  Rows k4.
  transpose m1 m1
  stack c3-ck2 ck2.
#
###cria as colunas com os tempos de falha e a coluna dos sistemas
name ck2 "Falhas"      #c7:Falhas
let k2=k2+1
name ck2 "Sistemas"    #c8:Sistemas
Set 'Sistemas'
1(1:k5/1)k4
end.
let k2=k2+1            #k2=9

```



```

#
###obtem o estimador de máxima verossimilhança do parâmetro de escala
copy m1 ck2
let k2=k2+1          #k2=10
name ck2 'Freq'      #c10:Freq
let k2=k2-1          #k2=9
Statistics ck2;
By ck2;
Expand;
GValues 'Freq'.
sort 'Freq' 'Freq'
let k2=k2+2          #k2=11
Statistics 'Falhas';
By 'Sistemas';
Expand;
Maximum ck2.
Name ck2 'Maximo'    #k2=11 c11: Maximo
let k2=k2+1          #k2=12
name ck2 'coluna1'
let k2=k2+1          #k2=13
name ck2 'coluna2'
let k2=k2-4          #k2=9
#
let k8=k6            #alfa
let k35=k16          #beta
let k36=1
WHILE ABSO(k36)>=0,00000001
let k37=(k7)*loge(k35)-k35*k7*loge(k8)+(k35-1)*(sum(log('Falhas')))-sum((ck2/k8)**k35)
let k8=(sum(ck2**k35)/(k7))**(1/k35)
let k35=(k7)/(k8**(-k35)*sum(ck2**k35*loge(ck2))-sum(log('Falhas')))
let k36=(k7)*loge(k35)-k35*k7*loge(k8)+(k35-1)*(sum(log('Falhas')))-sum((ck2/k8)**k35)-k37
ENDWHILE
print k37
let k40=50
let k41=1
WHILE ABSO(k41)>=0,00000001
let k39=-((k7)*loge(k40)-sum(ck2)/k40)
let k40=sum(ck2)/(k7)
let k41=-((k7)*loge(k40)-sum(ck2)/k40)-k39
ENDWHILE
###calcula a estatística do teste da Razão de Verossimilhança
let k42=2*(k37-k39)
###calcula a matriz de informação de Fisher observada e inverte
let 'coluna1'(1)=(k7/(k40**2))-((2/(k40**3))*sum(ck2))
let 'coluna1'(2)=-((k7/k40)+sum((ck2/(k40**2))*(1+loge(ck2/k40))))
let 'coluna2'(1)='coluna1'(2)
let 'coluna2'(2)=-k7-sum((ck2/k40)*((loge(ck2/k40))**2))
copy 'coluna1' 'coluna2' m2
multiply m2 -1 m2
invert m2 m2
copy m2 'coluna1' 'coluna2'
let k38='coluna2'(2)
###calcula a estatística do teste de Wald
let k44=((k35-1)**2)*(1/k38)
#
#calcula a estatística do teste de Score
let k9=(k7-(k7*loge(k40))+sum(log('Falhas')))-sum((ck2/k40)*loge(ck2/k40))**2

```

```

let k13=k9*k38
#
###calcula a estatística do teste Combinado de Laplace
let k18=((sum('Falhas')-sum(ck2))-sum(((k4-1)/2)*ck2))/sqrt(1/12*sum((k4-1)*(ck2**2)))
print 'LC' k18
#
###calcula a estatística do teste Militar Combinado
let k20=2*sum(log('Maximo'/'Falhas'))
print 'MC' k20
#
let k2=k2+5          #k2=14
Sort 'Falhas' ck2
name ck2 'Sobrepuesto'          #c14: processo sobrepuesto
let k2=k2+1          #k2=15
name ck2 'Sist.operação'      #c15: Sistemas em operação
let k2=k2+1          #k2=16
name ck2 'Altura'            #c16: Altura de cada retangulo da função degrau
let k2=k2+1          #k2=17
name ck2 'Largura'          #c17: largura de cada retangulo da função degrau
let k2=k2-8          #k2=9
sort ck2 ck2          #sorteia a coluna c9 que contem os tempos de retirada
let k24=1
let 'Altura'(k24)=k5
lag ck2 'Largura'
let 'Largura'=ck2-'Largura'
let 'Largura'(k24)=ck2(k24)
WHILE k24<=k5
  IF ck2(k24+1)=ck2(k24)
    let 'Altura'(k24+1)='Altura'(k24)
  ELSEIF ck2(k24+1)>ck2(k24)
    let 'Altura'(k24+1)=k5-k24
  ENDIF
let k24=k24+1
ENDWHILE
let k25=sum('Altura'*'Largura')          #área total
let k2=k2+9          #k2=18
name ck2 'Area proporcional'          #c18: Area proporcional de cada
retangulo da função degrau
let 'Area proporcional'=('Altura')*('Largura')/k25
let 'Area proporcional'=parsum('Area proporcional')
let k2=k2+1          #k2=19
name ck2 'Area'          #c19:Area
let k2=k2+1          #k2=20
name ck2 'TTT'          #c20:TTT
let k2=k2-10          #k2=10
let k11=1
let k12=1
#
#cria a coluna onde as falhas de cada sistema são representadas a partir do ponto zero
#cria a coluna do número de sistemas em operação ate um determinado tempo
WHILE k11<=k4*k5
  IF 'Sobrepuesto'(k11)<=ck2(k12)
    let 'Sobrepuesto'(k11)='Sobrepuesto'(k11)
    let 'Sist.operação'(k11)=k5
    let 'Area'(k11)=0
  ELSEIF 'Sobrepuesto'(k11)>ck2(k12) AND 'Sobrepuesto'(k11)<=ck2(k12+1)
    let 'Sobrepuesto'(k11)='Sobrepuesto'(k11)-ck2(k12)

```

```

let 'Sist.operação'(k11)=k5-k12
let 'Area'(k11)='Area proporcional'(k12)
ELSEIF 'Sobreposto'(k11)>ck2(k12+1)
let k12=k12+1
let 'Sobreposto'(k11)='Sobreposto'(k11)-ck2(k12)
let 'Sist.operação'(k11)=k5-k12
let 'Area'(k11)='Area proporcional'(k12)
ENDIF
let k11=k11+1
ENDWHILE
###calcula a coluna com o tempo total sob teste
let 'TTT'=('Sobreposto'*'Sist.operação')/k25+'Area'
###calcula a estatística do teste de Laplace baseado no TTT
let k22=((sum('TTT')-1)-((k4*k5-1)/2))/sqrt((k4*k5-1)/12)
print 'LTTT' k22
###calcula a estatística do teste Militar baseado no TTT
let k23=2*sum(log(1/'TTT'))
print 'MTTT' k23
#
let k2=k2+11
name ck2 'Score'
let k2=k2+1
name ck2 'MLR'
let k2=k2+1
name ck2 'Wald'
let k2=k2+1
name ck2 'LC'
let k2=k2+1
name ck2 'MC'
let k2=k2+1
name ck2 'LTTT'
let k2=k2+1
name ck2 'MTTT'
let 'Score'(k14)=k13
let 'MLR'(k14)=k42
let 'Wald'(k14)=k44
let 'LC'(k14)=k18
let 'MC'(k14)=k20
let 'LTTT'(k14)=k22
let 'MTTT'(k14)=k23
erase c2-'TTT'
erase m1 m2
###compara a estatística Score com o valor da qui-quadrado
IF k13<=3,84
let k15=k15
ELSEIF k13>3,84
let k15=k15+1
ENDIF
###compara a estatística da razão de verossimilhança com o valor da qui-quadrado
IF k42<=3,84
let k43=k43
ELSEIF k42>3,84
let k43=k43+1
ENDIF
###compara a estatística de Wald com o valor da qui-quadrado
IF k44<=3,84
let k45=k45

```

```

ELSEIF k44>3,84
  let k45=k45+1
ENDIF
###compara a estatística do teste Combinado de Laplace com o valor da dist. normal
IF k18>=-1,96 AND k18<=1,96
  let k19=k19
ELSEIF k18>1,96 OR k18<-1,96
  let k19=k19+1
ENDIF
###compara a estatística do teste Militar Combinado com o valor da qui-quadrado
let k26=2*(k5*(k4-1))
InvCDF 0.025 k27;
ChiSquare k26.
InvCDF 0.975 k28;
ChiSquare k26.
IF k20>=k27 AND k20<=k28
  let k21=k21
ELSEIF k20<k27 OR k20>k28
  let k21=k21+1
ENDIF
###compara a estatística do teste de Laplace baseado no TTT com o valor da dist. Normal
IF k22>=-1,96 AND k22<=1,96
  let k29=k29
ELSEIF k22>1,96 OR k22<-1,96
  let k29=k29+1
ENDIF
###compara a estatística do teste Militar baseado no TTT com o valor da qui-quadrado
let k30=2*(k7-1)
InvCDF 0.025 k31;
  ChiSquare k30.
InvCDF 0.975 k32;
  ChiSquare k30.
IF k23>=k31 AND k23<=k32
  let k33=k33
ELSEIF k23<k31 OR k23>k32
  let k33=k33+1
ENDIF
let k14=k14+1
print k14
ENDWHILE
print 'número de vezes que H0 foi rejeitada'
print 'Teste Score' k15
print 'Razão Verossimilhança' k43
print 'Teste Wald' k45
print 'Teste Laplace Combinado' k19
print 'Militar Combinado' k21
print 'Laplace TTT' k29
print 'Militar TTT' k33
endmacro

```

Macro 2

Utilizada para gerar amostras de PP com parâmetros de escala iguais ou distintos. Calcula a verossimilhança e os estimadores de alfa e beta considerando truncamento por falha. Os testes de hipóteses Laplace TTT e Militar TTT são construídos para sistemas idênticos. Os testes Escore, Razão de Máximas Verossimilhanças, Wald, Laplace Combinado e Militar Combinado são para sistemas similares.

```

gmacro
teste
let k14=1
let k15=0
let k19=0
let k21=0
let k29=0
let k33=0
let k43=0
let k45=0
#let k6=50                #parametro de escala
WHILE k14<=1000
set c1
23 40 65 70 92
end
let k2=3
let k3=1
let k4=10                #numero de falhas de cada sistema
let k5=5                 #numero de sistemas
let k16=0,2             #parametro de forma
WHILE k3<=k5
let k6=c1(k3)
random k4 c2;
uniform 0 1.
let ck2(1)=[(-k6**k16)*loge(c2(1))]**(1/k16)
let k17=2
  WHILE k17<=k4
    let ck2(k17)=[(ck2(k17-1)**k16)-(k6**k16)*log(c2(k17))]**(1/k16)
    let k17=k17+1
  ENDWHILE
let k2=k2+1
let k3=k3+1
ENDWHILE
let k7=k5*k4            #numero total de falhas
let k2=k2-1
copy c3-ck2 m1;        #copia as amostras geradas para a matriz m1
Include;
Rows k4.
transpose m1 m1
stack c3-ck2 ck2.
#
###cria as colunas com os tempos de falha e a coluna dos sistemas
name ck2 "Falhas"      #c7:Falhas
let k2=k2+1
name ck2 "Sistemas"   #c8:Sistemas
Set 'Sistemas'
1(1:k5/1)k4
end.
let k2=k2+1           #k2=9

```

```

#
###obtem o estimador de máxima verossimilhança do parâmetro de escala
copy m1 ck2
let k2=k2+1          #k2=10
name ck2 'Freq'      #c10:Freq
let k2=k2-1          #k2=9
Statistics ck2;
By ck2;
Expand;
GValues 'Freq'.
sort 'Freq' 'Freq'
let k2=k2+2          #k2=11
Statistics 'Falhas';
By 'Sistemas';
Expand;
Maximum ck2.
Name ck2 'Maximo'    #k2=11 c11: Maximo
let k2=k2+1          #k2=12
name ck2 'coluna1'
let k2=k2+1          #k2=13
name ck2 'coluna2'
let k2=k2+1          #k2=14
name ck2 'coluna3'
let k2=k2+1          #k2=15
name ck2 'coluna4'
let k2=k2+1          #k2=16
name ck2 'coluna5'
let k2=k2+1          #k2=17
name ck2 'coluna6'
let k2=k2-8          #k2=9
#
let k35=(k7)/(sum(log('Maximo'/'Falhas')))      #estimador MV de beta sob H1
let c1=ck2/(k4**(1/k35))                        #estimadores de alfa i sob H1
let k37=(k7)*log(k35)-k35*k4*sum(log(c1))+
(k35-1)*(sum(log('Falhas')))-sum((ck2/c1)**k35)
#log da verossimilhança sob H1
erase c2
set c2
23 40 65 70 92
end
let c2=ck2/k4          #estimador alfa i sob H0
let k39=(-(k4)*sum(log(c2))-sum(ck2/c2))        #log da verossimilhança sob H0
###calcula a estatística do teste da Razão de Verossimilhança
let k42=2*(k37-k39)
###calcula a matriz de informação de Fisher observada e inverte
set 'coluna1'
0 0 0 0 0
end
set 'coluna2'
0 0 0 0 0
end
set 'coluna3'
0 0 0 0 0
end
set 'coluna4'
0 0 0 0 0
end
set 'coluna5'

```

```

0 0 0 0 0 0
end
set 'coluna6'
0 0 0 0 0 0
end
let 'coluna1'(1)=-k4**3/(ck2(1)**2)
let 'coluna1'(6)=-((k4**2/ck2(1))+(k4**2/ck2(1))*(loge(k4)+1))
let 'coluna2'(2)=-k4**3/(ck2(2)**2)
let 'coluna2'(6)=-((k4**2/ck2(2))+(k4**2/ck2(2))*(loge(k4)+1))
let 'coluna3'(3)=-k4**3/(ck2(3)**2)
let 'coluna3'(6)=-((k4**2/ck2(3))+(k4**2/ck2(3))*(loge(k4)+1))
let 'coluna4'(4)=-k4**3/(ck2(4)**2)
let 'coluna4'(6)=-((k4**2/ck2(4))+(k4**2/ck2(4))*(loge(k4)+1))
let 'coluna5'(5)=-k4**3/(ck2(5)**2)
let 'coluna5'(6)=-((k4**2/ck2(5))+(k4**2/ck2(5))*(loge(k4)+1))
let 'coluna6'(1)='coluna1'(6)
let 'coluna6'(2)='coluna2'(6)
let 'coluna6'(3)='coluna3'(6)
let 'coluna6'(4)='coluna4'(6)
let 'coluna6'(5)='coluna5'(6)
let 'coluna6'(6)=-k7-sum((ck2/c2)*((loge(ck2/c2))**2))
copy 'coluna1'-'coluna6' m2
multiply m2 -1 m2
invert m2 m2
copy m2 'coluna1'-'coluna6'
let k38='coluna6'(6)
###calcula a estatística do teste de Wald
let k44=((k35-1)**2)*(1/k38)
#
#calcula a estatística do teste de Score
let k9=(k7-(k4*sum(logge(c2)))+(sum(logge('Falhas')))-sum((ck2/c2)*logge(ck2/c2)))**2
let k13=k9*k38
#
###calcula a estatística do teste Combinado de Laplace
let k18=((sum('Falhas')-sum(ck2))-sum(((k4-1)/2)*ck2))/sqrt(1/12*sum((k4-1)*(ck2**2)))
#
###calcula a estatística do teste Militar Combinado
let k20=2*sum(logge('Maximo')/'Falhas')
#
let k2=k2+9          #k2=18
Sort 'Falhas' ck2
name ck2 'Sobreposto'          #c14: processo sobreposto
let k2=k2+1          #k2=19
name ck2 'Sist.operação'      #c15: Sistemas em operação
let k2=k2+1          #k2=20
name ck2 'Altura'            #c16: Altura de cada retangulo da função degrau
let k2=k2+1          #k2=21
name ck2 'Largura'          #c17: largura de cada retangulo da função degrau
let k2=k2-12          #k2=9
sort ck2 ck2          #sorteia a coluna c9 que contem os tempos de retirada
let k24=1
let 'Altura'(k24)=k5
lag ck2 'Largura'
let 'Largura'=ck2-'Largura'
let 'Largura'(k24)=ck2(k24)
WHILE k24<=k5
  IF ck2(k24+1)=ck2(k24)

```

```

    let 'Altura'(k24+1)='Altura'(k24)
ELSEIF ck2(k24+1)>ck2(k24)
    let 'Altura'(k24+1)=k5-k24
ENDIF
let k24=k24+1
ENDWHILE
let k25=sum('Altura'*'Largura')           #área total
let k2=k2+13                               #k2=22
name ck2 'Area proporcional'               #c18: Area proporcional de cada
retangulo da função degrau
let 'Area proporcional'=('Altura')*(Largura))/k25
let 'Area proporcional'=parsum('Area proporcional')
let k2=k2+1                                #k2=23
name ck2 'Area'                            #c23:Area
let k2=k2+1                                #k2=24
name ck2 'TTT'                             #c24:TTT
let k2=k2-14                               #k2=10
let k11=1
let k12=1
#
#cria a coluna onde as falhas de cada sistema são representadas a partir do ponto zero
#cria a coluna do número de sistemas em operação ate um determinado tempo
WHILE k11<=k4*k5
    IF 'Sobreposto'(k11)<=ck2(k12)
        let 'Sobreposto'(k11)='Sobreposto'(k11)
        let 'Sist.operação'(k11)=k5
        let 'Area'(k11)=0
    ELSEIF 'Sobreposto'(k11)>ck2(k12) AND 'Sobreposto'(k11)<=ck2(k12+1)
        let 'Sobreposto'(k11)='Sobreposto'(k11)-ck2(k12)
        let 'Sist.operação'(k11)=k5-k12
        let 'Area'(k11)='Area proporcional'(k12)
    ELSEIF 'Sobreposto'(k11)>ck2(k12+1)
        let k12=k12+1
        let 'Sobreposto'(k11)='Sobreposto'(k11)-ck2(k12)
        let 'Sist.operação'(k11)=k5-k12
        let 'Area'(k11)='Area proporcional'(k12)
    ENDIF
    let k11=k11+1
ENDWHILE
#
###calcula a coluna com o tempo total sob teste
let 'TTT'=('Sobreposto'*'Sist.operação')/k25+'Area'
#
###calcula a estatística do teste de Laplace baseado no TTT
let k22=((sum('TTT')-1)-((k4*k5-1)/2))/sqrt((k4*k5-1)/12)
#
###calcula a estatística do teste Militar baseado no TTT
let k23=2*sum(log(1/'TTT'))
#
let k2=k2+15
name ck2 'Score'
let k2=k2+1
name ck2 'MLR'
let k2=k2+1
name ck2 'Wald'
let k2=k2+1
name ck2 'LC'

```



```

let k2=k2+1
name ck2 'MC'
let k2=k2+1
name ck2 'LTTT'
let k2=k2+1
name ck2 'MTTT'
let 'Score'(k14)=k13
let 'MLR'(k14)=k42
let 'Wald'(k14)=k44
let 'LC'(k14)=k18
let 'MC'(k14)=k20
let 'LTTT'(k14)=k22
let 'MTTT'(k14)=k23
erase c1-'TTT'
erase m1 m2
###compara a estatística Score com o valor da qui-quadrado
IF k13<=3,84
  let k15=k15
ELSEIF k13>3,84
  let k15=k15+1
ENDIF
#
###compara a estatística da razão de verossimilhança com o valor da qui-quadrado
IF k42<=3,84
  let k43=k43
ELSEIF k42>3,84
  let k43=k43+1
ENDIF
###compara a estatística de Wald com o valor da qui-quadrado
IF k44<=3,84
  let k45=k45
ELSEIF k44>3,84
  let k45=k45+1
ENDIF
###compara a estatística do teste Combinado de Laplace com o valor da dist. normal
IF k18>=-1,96 AND k18<=1,96
  let k19=k19
ELSEIF k18>1,96 OR k18<-1,96
  let k19=k19+1
ENDIF
###compara a estatística do teste Militar Combinado com o valor da qui-quadrado
let k26=2*(k5*(k4-1))
InvCDF 0.025 k27;
ChiSquare k26.
InvCDF 0.975 k28;
ChiSquare k26.
IF k20>=k27 AND k20<=k28
  let k21=k21
ELSEIF k20<k27 OR k20>k28
  let k21=k21+1
ENDIF
#
###compara a estatística do teste de Laplace baseado no TTT com o valor da dist. Normal
IF k22>=-1,96 AND k22<=1,96
  let k29=k29
ELSEIF k22>1,96 OR k22<-1,96
  let k29=k29+1

```

```
ENDIF
#
###compara a estatística do teste Militar baseado no TTT com o valor da qui-quadrado
let k30=2*(k7-1)
InvCDF 0.025 k31;
  ChiSquare k30.
InvCDF 0.975 k32;
  ChiSquare k30.
IF k23>=k31 AND k23<=k32
  let k33=k33
ELSEIF k23<k31 OR k23>k32
  let k33=k33+1
ENDIF
let k14=k14+1
print k14
ENDWHILE
print 'número de vezes que H0 foi rejeitada'
print 'parametro de forma' k16
print 'Teste Score' k15
print 'Razão Verossimilhança' k43
print 'Teste Wald' k45
print 'Teste Laplace Combinado' k19
print 'Militar Combinado' k21
print 'Laplace TTT' k29
print 'Militar TTT' k33
endmacro
```

Macro 3

Utilizada para gerar amostras de PP e construir envelopes de simulação.

```

gmacro
teste
let k6=1
WHILE k6<=19
let k1=1
let k2=1           # número de falhas de cada sistema
let k3=1           # parametro de escala de cada sistema
let k4=1           # parametro de forma para todos os sistemas
WHILE k1<=45
  let k2=c1(k1)
  let k3=c2(k1)
  random k2 c3;
  uniform 0 1.
  let c4(1)=[(-k3**k4)*loge(c3(1))]**(1/k4)
  let k1=k1+1
  let k5=2
  WHILE k5<=k2
    let c4(k5)=[(c4(k5-1)**k4)-(k3**k4)*loge(c3(k5))]**(1/k4)
    let k5=k5+1
  ENDWHILE
copy c4;
after.
erase c3 c4
ENDWHILE
Stack C5-C49 c3.
copy c3 mk6
erase c5-c49
let k6=k6+1
ENDWHILE
let k7=1
let k8=3
WHILE k7<=20
copy mk7 ck8
let k8=k8+1
let k7=k7+1
ENDWHILE
endmacro

```

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)