

Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Estatística
Programa de Pós-Graduação

Controle On-Line de Atributos com Erros de Diagnóstico e
Classificações Repetidas

Mestrando: Neander Ferreira Almeida

Orientador: Prof. Roberto da Costa Quinino

Belo Horizonte, agosto de 2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Controle On-Line de Atributos com Erros de Diagnóstico e Classificações Repetidas

Neander Ferreira Almeida – Mestrando

Roberto da Costa Quinino – Orientador

Resumo

O procedimento de controle on-line de processos por atributos, denominado controle on-line de Taguchi, consiste em amostrar um item a cada m produzidos e decidir, a cada inspeção, se houve ou não a redução da fração de itens conformes produzidos. Caso o item inspecionado for não conforme, pára-se o processo para ajuste. Como o sistema de inspeção pode estar sujeito a erros de classificação, desenvolve-se um modelo probabilístico que classifica repetidamente o item amostrado até que se observe uma determinada quantidade de classificações conformes (a) ou não conformes (b). O primeiro evento a ocorrer (a conformes ou b não conformes) define a classificação final do item amostrado. Utilizando-se as propriedades de uma cadeia de Markov ergódica, obtém-se uma expressão do custo médio do sistema de controle, que pode ser minimizada por três parâmetros: o intervalo entre inspeções (m); o número de classificações conformes repetidas (a); e o número de classificações não conformes repetidas (b). O resultado ótimo é comparado com duas abordagens alternativas: a primeira consiste de uma simples política preventiva onde ajusta-se o sistema (sem a necessidade de inspeção) a cada n itens produzidos; a segunda diferencia-se em relação ao sistema aqui proposto apenas nas classificações repetidas do item amostrado uma vez que este é classificado um número fixo (r) de vezes. Como resultado observamos que a política aqui proposta é superior ao procedimento que fixa o número de classificações repetidas no item amostrado. Também concluímos que o ajuste preventivo deve ser sempre verificado, pois dependendo da magnitude dos erros de classificação e custos envolvidos, este pode ser uma opção mais econômica em média do que políticas que requerem inspeção. Um exemplo numérico ilustra todo o procedimento proposto.

Palavras-Chave: controle *on-line* de qualidade por atributos; erros de classificação; classificação repetida seqüencial, cadeias de Markov.

Sumário

1. Introdução	3
2. Modelo probabilístico	5
3. Modelo para Minimização dos custos.....	11
4. Modelo de Ajuste Preventivo.....	17
5. Exemplo numérico e discussões	19
6. Conclusão.....	26

1. Introdução

Taguchi et al.(1989) apresentaram um planejamento econômico para monitoramento on-line do controle de qualidade baseado em atributos onde o sistema de inspeção é automático e permite apenas a coleta de um item. O objetivo foi propor uma política de inspeção que minimizasse os custos decorrentes de uma mudança no processo de produção. Em um instante aleatório o processo migrava de um estado onde a quantidade de peças conformes era de 100% para um novo estado onde a quantidade de peças conformes era inferior a 100%. Em termos simbólicos a probabilidade de conformidade migrava de $p_1 = 1$ (Estado I) para p_2 (Estado II), com $0 \leq p_2 < p_1$. O controle constituía-se em inspecionar o m -ésimo item a cada m produzidos. Se o item inspecionado fosse julgado conforme a produção era continuada, caso contrário o processo era ajustado. Na solução apresentada, Taguchi et al. (1989) não assumiram explicitamente uma distribuição de probabilidade para a mudança de $p_1 = 1$ para p_2 e várias simplificações e aproximações foram empregadas na obtenção do custo médio esperado e do valor ótimo de m , que designaremos como m° .

Nayebpour & Woodall (1993) desenvolveram um procedimento alternativo, no qual assumiram uma distribuição geométrica para mudança do Estado I para II, e concluíram que esta abordagem era mais apropriada quando comparada àquela de Taguchi et al. (1989), principalmente no caso em que $p_2 > 0$. Segundo os autores, isto acontece porque Taguchi et al. (1989) assumiram implicitamente que a mudança do Estado I para o Estado II ocorreria com distribuição uniforme entre as inspeções. Este fato permite a obtenção da função custo de forma mais simplificada, mas muitas vezes não representa bem situações reais.

Borges et al. (2001) observaram que o procedimento de inspeção discutido em Taguchi et al.(1989) e Nayebpour & Woodall (1993) pode apresentar erros de classificação, comprometendo a determinação do valor ótimo m^* . Os autores desenvolveram uma abordagem para incorporação destes erros e demonstraram o impacto econômico decorrente da sua desconsideração. Entretanto, não consideraram a possibilidade da realização de classificações repetidas independentes no item inspecionado como possível critério de minimização do custo médio esperado. Greenberg & Stokes (1995) mostram que classificações repetidas podem gerar uma economia média no sistema de classificação quando existe a possibilidade de erros.

Trindade et. al. (2007a,b) assumiram a possibilidade de $p_1 \leq 1$ e consideraram a possibilidade de realização de r ($r \geq 1$ e inteiro) classificações repetidas no item inspecionado com julgamento final do item em conforme se a quantidade de itens conformes (entre as r classificações repetidas) fosse igual a pelo menos w ($0 \leq w \leq r$ e inteiro). A estratégia ótima consistiu na determinação do intervalo entre inspeções (m), do número de classificações repetidas do item inspecionado (r) e do número mínimo de classificações conformes (dentre as r) para julgar o item conforme (w) que minimizam o custo médio do sistema de controle. Entretanto a política adotada de classificações repetidas utilizada por Trindade et. al. (2007a,b) pode realizar classificações desnecessárias para julgamento final do item em conforme ou não conforme. Por exemplo, se $r = 5$ e $w = 1$ a observação da primeira classificação repetida conforme já seria suficiente para uma tomada de decisão e conseqüentemente teríamos uma economia decorrente da não necessidade de realização de todas as r classificações repetidas independentes.

Neste trabalho adotamos um procedimento discutido em Quinino & Ho (2004) que implicará na não realização de classificações repetidas desnecessárias. Consideraremos que um item será repetidamente e independentemente classificado até observarmos a (inteiro e $a \geq 1$) conformes ou

b (inteiro e $b \geq 1$) não conformes (admitindo a possibilidade de erros de classificação). O item será julgado conforme se primeiramente encontrarmos a conformes nas classificações repetidas ou será julgado não conforme se primeiramente encontrarmos b não conformes nas classificações repetidas. Neste sentido, o número máximo de classificações repetidas por item será $a + b - 1$. Assim, o objetivo primordial será encontrar os valores de a , b e m que minimizam o custo médio do sistema de controle. É nosso objetivo também compararmos os resultados com uma simples abordagem de manutenção preventiva (ajustes previamente determinados sem a necessidade de inspeções).

Na seção 2, o modelo probabilístico para o processo de classificações repetidas é descrito. Na seção 3 um modelo de custo é desenvolvido para determinar os valores ótimos. Na seção 4, avaliamos economicamente a possibilidade da realização de ajustes preventivos em comparação com a política de classificações repetidas. Um exemplo numérico para ilustrar o modelo proposto é apresentado na seção 5, e finalizando, as conclusões são apresentados na seção 6.

2. Modelo probabilístico

Considere um processo de produção onde os itens produzidos são conformes ou não conformes. O sistema de controle consiste em inspecionar apenas o m -ésimo item a cada m produzidos. Se o item inspecionado for julgado conforme a produção é continuada, caso contrário o processo é ajustado. Neste trabalho denominaremos este sistema de controle como processo de ajuste corretivo. Cada item inspecionado será classificado independentemente até observarmos a conformes ou b não conformes. O item inspecionado, classificado repetidamente e independentemente em conforme ou não conforme, será julgado conforme se encontrarmos primeiramente a conformes ou será julgado não conforme se encontrarmos primeiramente b não conformes. O número máximo de classificações repetidas para uma tomada de decisão será $a + b - 1$. As classificações podem apresentar dois tipos de erros: tipo I, α , no

qual classifica-se um produto como não conforme quando ele na realidade é conforme e o tipo II, β , no qual classifica-se um produto como conforme quando na realidade é não conforme. Neste trabalho consideramos α e β menores do que 0,5 o que é razoável em casos reais e pode ser constatada nos vários exemplos descritos em Johnson et al. (1991).

O processo produtivo pode mudar de uma probabilidade de conformidade p_1 (Estado I) para p_2 (Estado II), $p_2 < p_1$, de acordo com uma distribuição geométrica com parâmetro π , $0 < \pi < 1$. Assume-se que a probabilidade do processo de produção mudar do Estado II para o Estado I, sem que ocorra uma intervenção sobre o processo (um ajuste), é zero.

Com as considerações anteriores podemos modelar o processo de inspeção como uma Cadeia de Markov com espaço de estados discretos (s, k) , onde s e k assumem valores 1 ou 2. A variável s indica se o processo de produção no instante da inspeção está no Estado I ($s = 1$) ou no Estado II ($s = 2$) e a variável k indica se o item inspecionado foi julgado conforme ($k = 1$) ou não conforme ($k = 2$). Usaremos os símbolos s_1 , s_2 , k_1 e k_2 para indicar respectivamente as situações $s = 1$, $s = 2$, $k = 1$ e $k = 2$. A Figura 1 representa esquematicamente os possíveis estados e migrações no processo markoviano aqui utilizado.

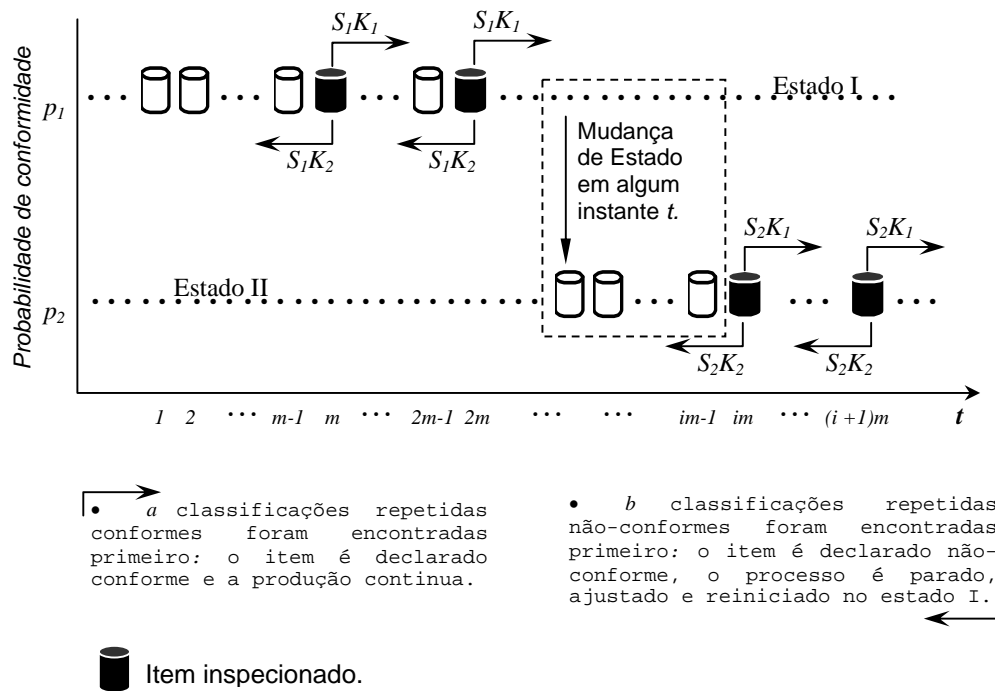


Figura 1 – Processo de controle proposto.

As probabilidades de transição de um estado $(s;k)_i$ no instante de inspeção i para o estado $(s;k)_{i+1}$ no instante de inspeção $i+1$ constituem os elementos da matriz de transição \mathbf{P} , como descrito na Figura 2.

$$\mathbf{P} = \begin{matrix} & \begin{matrix} s_1;k_1 & s_1;k_2 & s_2;k_2 & s_2;k_1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} s_1;k_1 \\ s_1;k_2 \\ s_2;k_2 \\ s_2;k_1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Figura 2 – Matriz de Transição do processo de inspeção.

Por exemplo, A_{11} indica a probabilidade de migrarmos para o estado $(s=1;k=1)_{i+1}$ dado que o estado anterior era $(s=1;k=1)_i$, ou esquematicamente $(s_1;k_1)_i \rightarrow (s_1;k_1)_{i+1}$. Considerando as possíveis transições a partir do estado $(s_1;k_1)$, tem-se:

$$A_{11} = (s_1;k_1)_i \rightarrow (s_1;k_1)_{i+1} = (1-\pi)^m \left[p_1 BN[a, (1-\alpha)] + (1-p_1) BN[a, \beta] \right] \quad (2.1)$$

$$A_{12} = (s_1;k_1)_i \rightarrow (s_1;k_2)_{i+1} = (1-\pi)^m \left[p_1 BN[b, \alpha] + (1-p_1) BN[b, (1-\beta)] \right] \quad (2.2)$$

$$A_{13} = (s_1;k_1)_i \rightarrow (s_2;k_2)_{i+1} = \left[1 - (1-\pi)^m \right] \left[p_2 BN[b, \alpha] + (1-p_2) BN[b, (1-\beta)] \right] \quad (2.3)$$

$$A_{14} = (s_1;k_1)_i \rightarrow (s_2;k_1)_{i+1} = \left[1 - (1-\pi)^m \right] \left[p_2 BN[a, (1-\alpha)] + (1-p_2) BN[a, \beta] \right] \quad (2.4)$$

A quantidade $(1-\pi)^m$ é a probabilidade de não haver mudança do estado I para o estado II entre duas inspeções sucessivas (com produção de m itens).

O termo $BN[a, q] = \sum_{x=a}^{a+b-1} \frac{(x-1)!}{(a-1)!(x-a)!} q^a (1-q)^{x-a}$ indica a probabilidade de classificarmos o

item inspecionado e submetido a classificações repetidas como conforme. Para entender a fórmula devemos relembrar inicialmente que o número de classificações repetidas máximo é $a+b-1$. Como desejamos calcular a probabilidade do item ser conforme então a última classificação repetida deverá ser necessariamente conforme. Evento que acontece com probabilidade q . Fixado a última prova em conforme resta-nos calcular a probabilidade de que nas $(x-1)$ classificações repetidas anteriores tenhamos $(a-1)$ classificações conformes. Tal acontecimento pode ser modelado como uma distribuição binomial com parâmetros $(x-1)$ e q . Assim, a probabilidade da peça ser considerada

conforme na x -ésima classificação repetida será $q \times \binom{x-1}{a-1} q^{a-1} (1-q)^{x-a}$. Além disso, temos que considerar que o número de classificações repetidas pode variar entre o mínimo $x = a$ e o máximo $x = a + b - 1$. Conseqüentemente, a probabilidade de julgar a peça conforme será

$$BN[a, q] = \sum_{x=a}^{a+b-1} \frac{(x-1)!}{(a-1)!(x-a)!} q^a (1-q)^{x-a}.$$

Similarmente, $BN[b, q] = \sum_{x=b}^{a+b-1} \frac{(x-1)!}{(b-1)!(x-b)!} q^b (1-q)^{x-b}$ indica a probabilidade de

classificarmos o item inspecionado e submetido a classificações repetidas como não conforme. Observe que o cálculo das probabilidades de transição dependem exclusivamente da probabilidade de mudança do Estado I para o Estado II e da probabilidade do item inspecionado ser julgado conforme ou não conforme. Os instantes de inspeção em que o item é julgado não conforme implicam em um ajuste do processo, levando-o necessariamente ao Estado I.

Por isso, tem-se:

$$A_{11} = A_{21} = A_{31}; A_{12} = A_{22} = A_{32}; A_{13} = A_{23} = A_{33}; A_{14} = A_{24} = A_{34} \quad (2.5)$$

Adota-se que o processo não muda do Estado II para o Estado I sem que ocorra um ajuste no processo.

Como o ajuste só ocorre quando o item é julgado não conforme ($k=2$), tem-se:

$$A_{41} = (s_2; k_1)_i \rightarrow (s_1; k_1)_{i+1} = 0 \quad (2.6)$$

$$A_{42} = (s_2; k_1)_i \rightarrow (s_1; k_2)_{i+1} = 0 \quad (2.7)$$

Por fim, as demais transições a partir do estado $(s_2; k_1)_i$ são dadas por:

$$A_{43} = (s_2; k_1)_i \rightarrow (s_2; k_2)_{i+1} = \left[p_2 BN[b, \alpha] + (1 - p_2) BN[b, (1 - \beta)] \right] \quad (2.8)$$

$$A_{44} = (s_2; k_1)_i \rightarrow (s_2; k_1)_{i+1} = \left[p_2 BN[a, (1 - \alpha)] + (1 - p_2) BN[a, \beta] \right] \quad (2.9)$$

A matriz de transição \mathbf{P} é ergódica recorrente e conseqüentemente $\mathbf{Q} = \lim_{u \rightarrow \infty} \mathbf{P}^u$ existe e é independente da probabilidade dos estados iniciais do processo, o que implica que todas as linhas de \mathbf{Q} são iguais. Denotaremos o vetor \mathbf{Y} igual a primeira linha da matriz \mathbf{Q} , sendo representado por $Y = [Y_1; Y_2; Y_3; Y_4]$ e podendo ser calculado através da equação (2.10) que é a solução do sistema de equação linear dado por $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}\mathbf{P}$ e $Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 = 1$.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (2.10)$$

onde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_1 - 1 & A_1 & A_1 & 0 \\ A_2 & A_2 - 1 & A_2 & 0 \\ A_3 & A_3 & A_3 - 1 & A_{15} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

As probabilidades Y_1, Y_2, Y_3 e Y_4 podem ser interpretadas como a proporção média do número de inspeções nos estados $(s_1; k_1)$, $(s_1; k_2)$, $(s_2; k_2)$ e $(s_2; k_1)$, respectivamente, para um número suficientemente grande de inspeções.

3. Modelo para Minimização dos custos

Para obtenção da função de custo, algumas suposições são necessárias. Caso um item examinado seja declarado defeituoso será decidido pela realização de um ajuste. A decisão de ajuste não é instantânea, o que implica que L unidades serão produzidas entre o início da inspeção e a decisão de ajuste. A unidade inspecionada assim como as L unidades produzidas durante a inspeção do processo são descartadas. Após o ajuste o processo passa a produzir unidades conformes com probabilidade p_1 . Considere os seguintes custos: c_0 - o custo de inspecionar uma vez um item produzido; c_1 - o custo de produzir e não eliminar um item defeituoso; c_2 - o custo de ajuste; c_3 - o custo de produzir e eliminar um item defeituoso; c_4 - o custo de produzir e eliminar um item perfeito. Observe que estamos considerando que a inspeção é destrutiva, mas pode ser realizada repetidas vezes.

Em cada ciclo de inspeção, $(m-1)$ itens são enviados para o mercado ou para os próximos estágios de produção. Para um número suficientemente grande de inspeções realizadas, \mathbf{Y} corresponde ao vetor de probabilidade de ocorrência de cada estado da cadeia \mathbf{P} . Sejam V e K as variáveis aleatórias que indica respectivamente o custo incorrido em cada ciclo de inspeção e o custo por item produzido no ciclo, então o custo médio por item produzido e não descartado (em cada ciclo de inspeção) é:

$$E(K) = \frac{E(V)}{m-1} \quad (3.1)$$

Os valores que a variável aleatória V assume são discretos e estão vinculados aos estados $(s;k)$. A Tabela 1 apresenta estes vínculos, bem como as respectivas probabilidades de permanência no estado.

Tabela 1 - Distribuição de probabilidades de V.

Estados	Valores de V	Probabilidades
$(s_1; k_1)$	V_1	Y_1
$(s_1; k_2)$	V_2	Y_2
$(s_2; k_2)$	V_3	Y_3
$(s_2; k_1)$	V_4	Y_4

Os cálculos dos valores possíveis de V dependem do custo das classificações repetidas, da ocorrência de ajuste, do atraso, do número de itens não conformes enviados para o mercado e do real estado do item inspecionado. É importante observar que a probabilidade do item inspecionado ser realmente conforme ou não é condicionada ao julgamento realizado.

Consideremos inicialmente o custo V_1 , ou seja, o custo do ciclo em que o estado de inspeção é $(s_1; k_1)$. Neste caso são feitas classificações repetidas do item inspecionado, todas os itens produzidos no ciclo estão no Estado I e o item inspecionado é julgado conforme, ou seja, não há custo decorrente de ajuste ou atraso. Como o item inspecionado é destruído, deve-se calcular a probabilidade de que ele seja conforme, dado que foi julgado conforme ($p_{1/1}^I$) e a probabilidade do item ser não conforme, dado que foi julgado conforme ($p_{2/1}^I$). Estas probabilidades são dadas por 3.2 e 3.3. Para facilitar a explicação defini-se uma nova variável aleatória T que assume o valor 1 se a peça inspecionada for realmente conforme e 2 caso contrário. Utilizando-se o teorema de Bayes e a propriedade de probabilidades complementares, temos:

$$p_{1/1}^I = P[T = 1 | (s_1; k_1)] = \frac{p_1 BN[a, (1 - \alpha)]}{p_1 BN[a, (1 - \alpha)] + (1 - p_1) BN[a, \beta]} \quad (3.2)$$

$$p_{2/1}^I = P[T = 2 | (s_1; k_1)] = 1 - p_{1/1}^I \quad (3.3)$$

Assim, o custo V_I é dado por:

$$V_I = c_0 \sum_{x=a}^{a+b-1} x \cdot z_1 + c_1(m-1)(1-p_1) + p_{2/1}'c_3 + p_{1/1}'c_4 \quad (3.4)$$

em que

$$z_1 = p_1 \frac{\binom{x-1}{a-1} (1-\alpha)^a \alpha^{x-a}}{BN[a, (1-\alpha)]} + (1-p_1) \frac{\binom{x-1}{a-1} \beta^a (1-\beta)^{x-a}}{BN[a, \beta]} \quad (3.5)$$

O termo $\sum_{x=a}^{a+b-1} x \cdot z_1$ indica o número esperado de classificações repetidas condicionado ao fato que o item inspecionado foi julgado conforme. O número de classificações repetidas necessárias para definição do item como conforme pode variar entre $x = a$ e $x = a + b - 1$ classificações. O termo z_1 é a probabilidade condicional do número de classificações repetidas ter sido x dado que o item foi julgado conforme. Para facilidade do cálculo do valor esperado utilizamos o teorema da probabilidade total condicionando a peça avaliada em conforme [probabilidade p] ou não-conforme [probabilidade $(1-p)$]. As probabilidades $\binom{x-1}{a-1} (1-\alpha)^a \alpha^{x-a}$ e $\binom{x-1}{a-1} \beta^a (1-\beta)^{x-a}$ precisam ser “normalizadas” respectivamente em relação a $BN[a, (1-\alpha)]$ e $BN[a, \beta]$ uma vez que essas são menores ou iguais a um.

O custo V_2 refere-se ao ciclo em que o estado de inspeção é $(s_1; k_2)$. Todos os itens são produzidos no Estado I, mas o item inspecionado foi julgado não conforme, sendo efetuado o ajuste e ocorrendo o respectivo atraso. As probabilidades para o estado real do item inspecionado condicionado ao julgamento são dadas por

$$p_{1/2}^I = P[T = 1 | (s_1; k_2)] = \frac{p_1 BN[b, \alpha]}{p_1 BN[b, \alpha] + (1 - p_1) BN[b, (1 - \beta)]} \quad (3.6)$$

$$p_{2/2}^I = P[T = 2 | (s_1; k_2)] = 1 - p_{1/2}^I \quad (3.7)$$

Conseqüentemente, o custo V_2 é

$$V_2 = c_0 \sum_{x=b}^{a+b-1} x \cdot z_2 + c_2 + c_1(m-1)(1-p_1) + p_{2/2}^I c_3 + p_{1/2}^I c_4 + L(1-p_1)c_3 + Lp_1 c_4 \quad (3.8)$$

em que

$$z_2 = p_1 \frac{\binom{x-1}{b-1} \alpha^b (1-\alpha)^{x-b}}{BN[b, \alpha]} + (1-p_1) \frac{\binom{x-1}{b-1} (1-\beta)^b \beta^{x-b}}{BN[b, (1-\beta)]} \quad (3.9)$$

O cálculo do custo V_3 , associado ao estado $(s_2; k_2)$, não é calculado diretamente. Entretanto, este pode ser facilitado considerando a possibilidade do sistema de produção no atual ciclo de inspeção ter produzido parte das peças no Estado I ou todas as peças no Estado II. Um ciclo que termina no Estado II pode ter iniciado no Estado II ou no Estado I. A probabilidade $[P_{I \rightarrow II}^{s_2 k_2}]$ de que na inspeção anterior o estado era $(s_2; k_2)$ ou $(s_1; k_2)$ ou $(s_1; k_1)$ dado que o estado atual seja $(s_2; k_2)$ e a probabilidade $[P_{II \rightarrow II}^{s_2 k_2}]$ de que na inspeção anterior o estado era $(s_2; k_1)$ dado que o estado atual seja $(s_2; k_2)$ são calculadas em função das probabilidades de migração da matriz \mathbf{P} e pelos valores estacionários de \mathbf{Y} . Estas probabilidades são calculadas através do teorema de Bayes e são dadas por:

$$P_{I \rightarrow II}^{s_2 k_2} = P[(s_1; k_1)_{i-1} \cup (s_1; k_2)_{i-1} \cup (s_2; k_2)_{i-1} | (s_2; k_2)_i] \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned}
P_{I \rightarrow II}^{s_2 k_2} &= \frac{P\{[(s_1; k_1)_{i-1} \cap (s_2; k_2)_i] \cup [(s_1; k_2)_{i-1} \cap (s_2; k_2)_i] \cup [(s_2; k_2)_{i-1} \cap (s_2; k_2)_i]\}}{P\{[(s_1; k_1)_{i-1} \cap (s_2; k_2)_i] \cup [(s_1; k_2)_{i-1} \cap (s_2; k_2)_i] \cup [(s_2; k_2)_{i-1} \cap (s_2; k_2)_i] \cup [(s_2; k_1)_{i-1} \cap (s_2; k_2)_i]\}} \\
P_{I \rightarrow II}^{s_2 k_2} &= \frac{A_{13}Y_1 + A_{23}Y_2 + A_{33}Y_3}{A_{13}Y_1 + A_{23}Y_2 + A_{33}Y_3 + A_{43}Y_4} = \frac{A_{13}(Y_1 + Y_2 + Y_3)}{A_{13}(Y_1 + Y_2 + Y_3) + A_{43}Y_4} \\
P_{II \rightarrow II}^{s_2 k_2} &= 1 - P[(s_1; k_1)_{i-1} \cup (s_1; k_2)_{i-1} \cup (s_2; k_2)_{i-1} \mid (s_2; k_2)_i] \tag{3.11} \\
P_{II \rightarrow II}^{s_2 k_2} &= \frac{A_{43}Y_4}{A_{13}(Y_1 + Y_2 + Y_3) + A_{43}Y_4}
\end{aligned}$$

No caso em que o estado da inspeção imediatamente anterior era $(s_2; k_2)$ ou $(s_1; k_2)$ ou $(s_1; k_1)$, deve-se determinar o ponto em que ocorre a mudança no ciclo associado ao atual estado de inspeção $(s_2; k_2)$ para que o número de itens defeituosos enviados para o mercado seja adequadamente calculado. A probabilidade de que a mudança ocorra no t -ésimo item produzido é dada por:

$$p_t = \frac{(1-\pi)^{t-1} \pi}{[1-(1-\pi)^m]}, \quad t = 1, \dots, m \tag{3.12}$$

Deve-se também calcular as probabilidades relativas ao estado real do item inspecionado, conhecendo-se o julgamento. De forma similar ao realizado na determinação dos custos de V_1 , e V_2 , tem-se:

$$p_{1/2}^H = P[T = 1 \mid (s = 2; k = 2)] = \frac{p_2 BN[b, \alpha]}{p_2 BN[b, \alpha] + (1 - p_2) BN[b, (1 - \beta)]} \tag{3.13}$$

$$p_{2/2}^H = P[T = 2 \mid (s = 2; k = 2)] = 1 - p_{1/2}^H \tag{3.14}$$

O custo V_3 é dado por

$$V_3 = c_0 \sum_{x=b}^{a+b-1} x \cdot z_3 + c_2 + p_{I \rightarrow II}^{s_2 k_2} \left[c_1 \sum_{t=1}^m p_t [(t-1)(1-p_1) + (m-t)(1-p_2)] \right] + p_{II \rightarrow II}^{s_2 k_2} [c_1(m-1)(1-p_2)] + p_{2/2}'' c_3 + p_{1/2}'' c_4 + L(1-p_2)c_3 + Lp_2 c_4 \quad (3.15)$$

em que

$$z_3 = p_2 \frac{\binom{x-1}{b-1} \alpha^b (1-\alpha)^{x-b}}{BN[b, \alpha]} + (1-p_2) \frac{\binom{x-1}{b-1} (1-\beta)^b \beta^{x-b}}{BN[b, (1-\beta)]} \quad (3.16)$$

De maneira similar, o custo V_4 é dado por:

$$V_4 = c_0 \sum_{x=a}^{a+b-1} x \cdot z_4 + c_2 + p_{I \rightarrow II}^{s_2 k_1} \left[c_1 \sum_{t=1}^m p_t [(t-1)(1-p_1) + (m-t)(1-p_2)] \right] + p_{II \rightarrow II}^{s_2 k_1} [c_1(m-1)(1-p_2)] + p_{2/1}'' c_3 + p_{1/1}'' c_4 \quad (3.17)$$

em que

$$p_{I \rightarrow II}^{s_2 k_1} = \frac{A_{14}Y_1 + A_{24}Y_2 + A_{34}Y_3}{A_{14}Y_1 + A_{24}Y_2 + A_{34}Y_3 + A_{44}Y_4} = \frac{A_{14}(Y_1 + Y_2 + Y_3)}{A_{14}(Y_1 + Y_2 + Y_3) + A_{44}Y_4} \quad (3.18)$$

$$p_{II \rightarrow II}^{s_2 k_1} = \frac{A_{44}Y_4}{A_{14}(Y_1 + Y_2 + Y_3) + A_{44}Y_4} \quad (3.19)$$

$$p_{1/1}'' = P[T = 1 | (s = 2; k = 1)] = \frac{p_2 BN[a, (1-\alpha)]}{p_2 BN[a, (1-\alpha)] + (1-p_2) BN[a, \beta]} \quad (3.20)$$

$$p_{2/1}'' = P[T = 2 | (s = 1; k = 1)] = 1 - p_{1/1}'' \quad (3.21)$$

$$z_4 = p_2 \frac{\binom{x-1}{a-1} (1-\alpha)^a \alpha^{x-a}}{BN[a, (1-\alpha)]} + (1-p_2) \frac{\binom{x-1}{a-1} \beta^a (1-\beta)^{x-a}}{BN[a, \beta]} \quad (3.22)$$

Assim, $E(V)$ pode ser calculado por

$$E(V) = \sum_{i=1}^4 V_i Y_i \quad (3.23)$$

O problema consiste em determinar os valores de

$$(m^\circ, a^\circ, b^\circ) = \arg \min_{m,a,b} [E(K)] \quad (3.24)$$

4. Modelo de Ajuste Preventivo

Uma política alternativa ao modelo desenvolvido no item 3 consiste em realizar ajustes preventivos sem a necessidade de inspeção a cada n itens produzidos. Com as considerações já apresentadas anteriormente podemos também modelar o processo de inspeção como uma Cadeia de Markov. Seja uma variável s indicando se o processo de produção no instante do ajuste está no Estado I ($s = 1$) ou no Estado II ($s = 2$). A figura 3 ilustra os possíveis estados e migrações no processo markoviano aqui utilizado.

$$\mathbf{W} = \begin{matrix} & \begin{matrix} s_1 & s_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Figura 3 – Matriz de Transição do processo de ajuste.

Em que w_{11} indica a probabilidade do processo permanecer no estado I durante a produção de n itens.

Pode ser expressa como:

$$w_{11} = (1 - \pi)^n \quad (4.1)$$

De maneira similar w_{12} é o complementar de w_{11} e indica a probabilidade do processo mudar do estado I para o estado II durante a produção de n itens, sendo expressa como:

$$w_{12} = 1 - (1 - \pi)^n \quad (4.2)$$

Uma vez que a cada n peças produzidas o processo é ajustado, voltando ao estado I, podemos concluir que $w_{11} = w_{21}$ e $w_{12} = w_{22}$. Assim, a matriz $\mathbf{H} = \lim_{u \rightarrow \infty} \mathbf{W}^u$ existe e é independente da probabilidade dos estados iniciais do processo o que implica que todas as linhas de \mathbf{H} são iguais. Denotaremos o vetor $\mathbf{M} = [M_1; M_2]$ igual a primeira linha da matriz estacionária \mathbf{H} . Particularmente a obtenção de \mathbf{M} para o caso aqui discutido é trivial uma vez que todas as linhas da matriz \mathbf{W} são iguais. Assim, $M_1 = w_{11}$ e $M_2 = w_{12}$. As probabilidades M_1 e M_2 podem ser interpretadas como a proporção média do número de ajustes realizados nos estados s_1 e s_2 respectivamente.

Para ação preventiva não incorremos na necessidade de inspeções, eliminação de itens inspecionados e atraso. Assim, entre os respectivos ajustes corretivos de tamanho n , os custos envolvidos são decorrentes exclusivamente do efetivo ajuste (c_2), que acontece a cada n itens produzidos e de produzir itens defeituosos e não eliminá-los. Neste sentido o custo médio associado aos estados s_1 e s_2 podem ser respectivamente expressos pelas expressões (4.3) e (4.4).

$$N_1 = c_2 + n(1 - p_1)c_1 \quad (4.3)$$

$$N_2 = c_2 + \sum_{t=1}^n q_t [(t-1)(1 - p_1) + (n-t+1)(1 - p_2)]c_1 \quad (4.4)$$

Em que q_t é a probabilidade de que a mudança de parâmetro do processo [do Estado I (p_1) para o

Estado II (p_2)] ocorra no t -ésimo item produzido e é expressa como $q_t = \frac{(1 - \pi)^{t-1} \pi}{[1 - (1 - \pi)^n]}$, $t = 1, \dots, n$.

Assim, o custo médio por unidade produzida entre ajustes preventivos (K_p) pode ser expresso como,

$$K_p = \frac{M_1 N_1 + M_2 N_2}{n} \quad (4.5)$$

O problema consiste em determinar o valor de

$$n^\circ = \arg \min_n [K_p] \quad (4.6)$$

De maneira geral o objetivo desta dissertação é comparar a política de ajustes corretivos com a política de ajuste preventivos e escolher aquela com o menor custo esperado. Isto será feito pela comparação direta das expressões (3.24) e (4.6).

5. Exemplo numérico e discussões

O exemplo descrito nesta seção é baseado em Trindade et. al. (2007a,b) e tem como objetivo avaliar o impacto dos erros de diagnósticos e dos testes repetitivos em um planejamento econômico baseado nas políticas corretiva e preventiva desenvolvidas neste trabalho. Consideramos o caso em que $c_0 = 0.25$; $c_1 = 20$; $c_2 = 100$; $c_3 = 2$; $c_4 = 2$; $p_1 = 0.99$, $p_2 = 0.8$, $\pi = 0.0001$, $\alpha = \beta = 0.01$ e $L = 10$. Para realização dos cálculos foi implementado um programa utilizando o software MatLab 6.5 (Anexo 1).

A Figura 4 mostra o custo médio do sistema de controle por item produzido em função do intervalo entre inspeções (m) e do número mínimo de classificações conformes (a) e não conformes (b) para julgar um item respectivamente em conforme ou não conforme. Ilustramos apenas as políticas que resultam nos seis menores custos médios locais. Os valores ótimos globais foram obtidos para $m^\circ = 46$, $a^\circ = 1$ e $b^\circ = 2$, o que resultou em um custo médio de $E(K) = \$0,3667$. Trindade et. al. (2007a,b) utilizando os mesmos dados e uma política de classificar cada item inspecionado r vezes e julgá-lo conforme somente se for observado pelo menos w classificações conformes, obteve um custo

médio ótimo de \$0,3762 ou seja, 2,6% maior do que o valor obtido neste trabalho. A política de classificar o item inspecionado apenas uma vez resulta em um custo ótimo de \$0,3853, ou seja, 5,1% maior do que a política ótima obtida neste trabalho. Caso desprezásemos os erros de classificação e utilizássemos a política corretiva desenvolvida neste trabalho obteríamos como política ótima $a^{\circ} = 1$ e $b^{\circ} = 1$ o que é equivalente a classificar o itens inspecionado apenas uma vez e conseqüentemente geraria um custo ótimo de \$0,3876 (5,7% maior do que a política ótima correta considerando os erros de classificação). Isto mostra o quanto é importante considerar os erros de classificação.

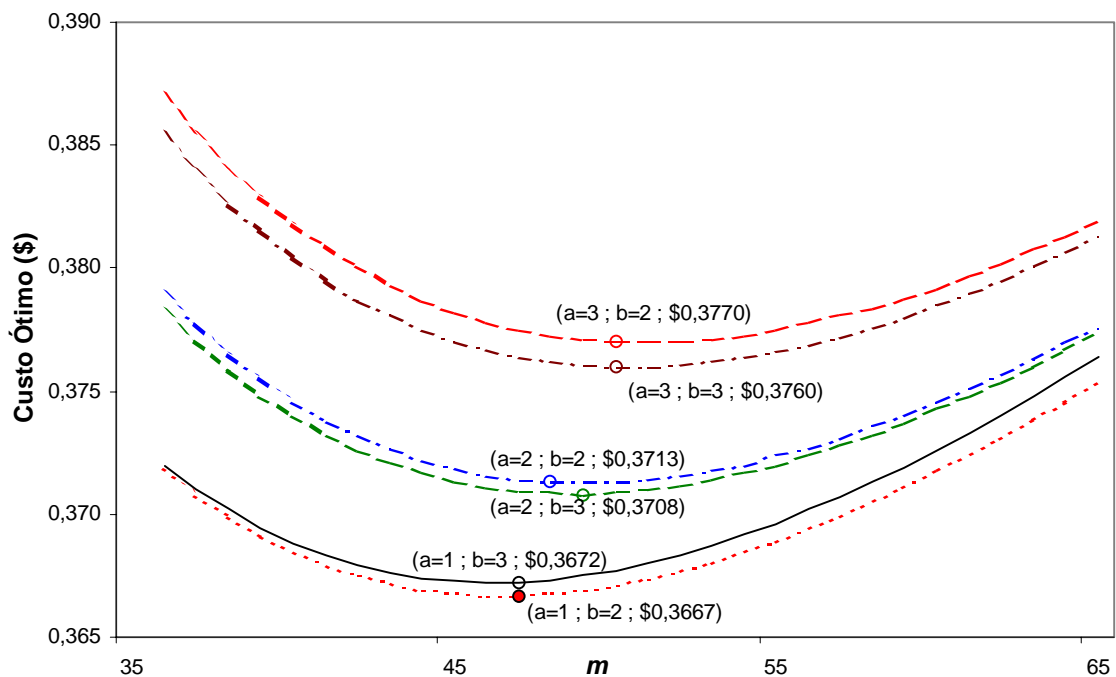


Figura 4 – Gráfico de Custo Médio em função de m, a, b .

As Figuras 5 a 14 mostram a comparação entre os custos médios obtidos pela política corretiva ($E(K)$) e pela política preventiva (K_p). Cada parâmetro é analisado dentro de uma faixa que apesar de arbitrária é ampla o suficiente para ser útil para o estudo de sensibilidade. Para cada caso supõe-se que os demais parâmetros são mantidos constantes nos valores utilizados no exemplo numérico do início da

seção. Comparando as duas políticas de manutenção, observamos que o aumento dos custos c_1 , c_3 e dos erros de classificação α e β não alteram a política de controle, permanecendo mais vantajoso a política corretiva. Para valores pequenos de π e dos custos c_0 e c_4 , a política de ajuste corretivo obtém custos ótimos menores, mas com aumento destes ocorre uma inversão e a política de ajustes preventivos passa a obter custos ótimos menores. Comportamento oposto é observado com o aumento de c_2 , para valores menores os ajustes preventivos geram menor custo, mas depois há uma inversão e os ajustes corretivos passam a gerar menor custo.

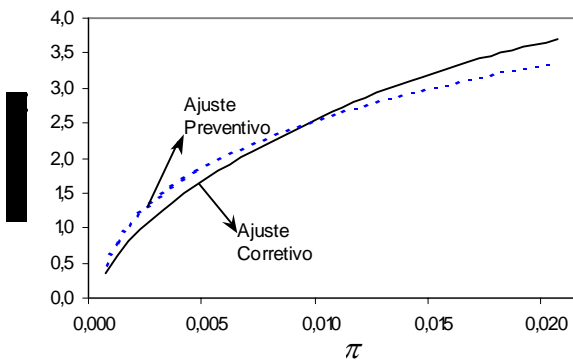


Figura 5 – Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de π .

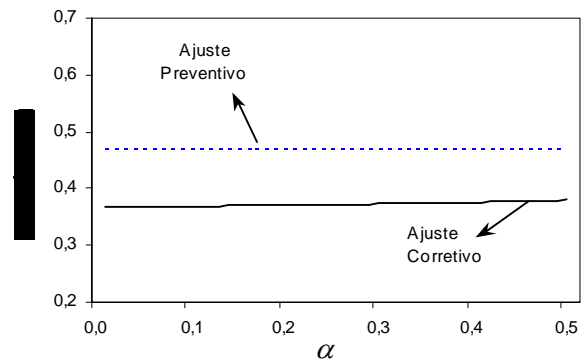


Figura 6 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de α .

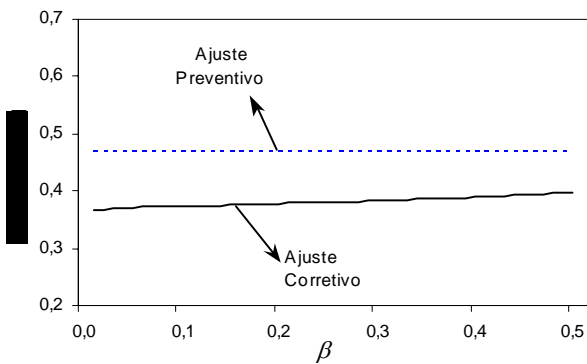


Figura 7 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de β .

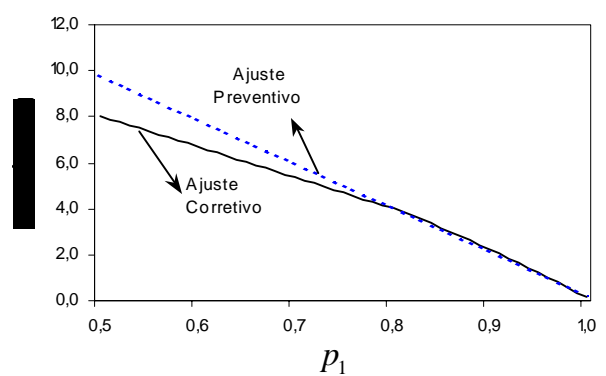


Figura 8 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de p_1 .

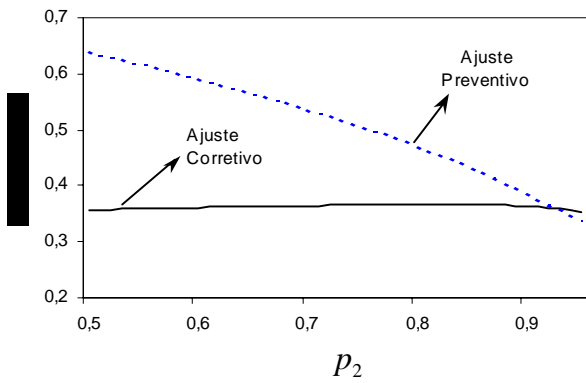


Figura 9 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de p_2 .

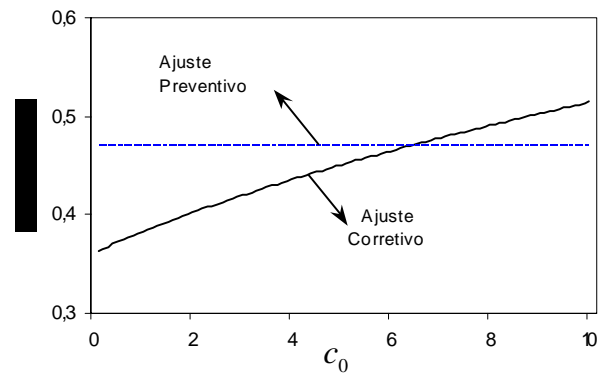


Figura 10 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de c_0 .

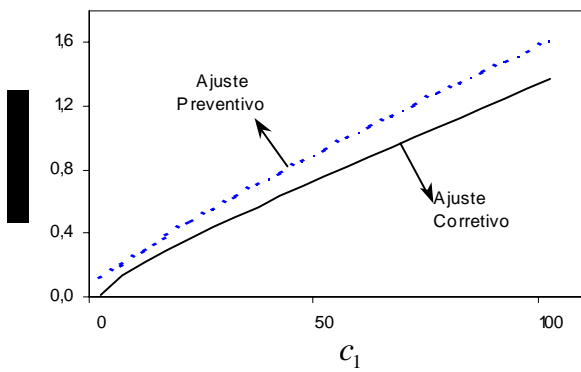


Figura 11 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de c_1 .

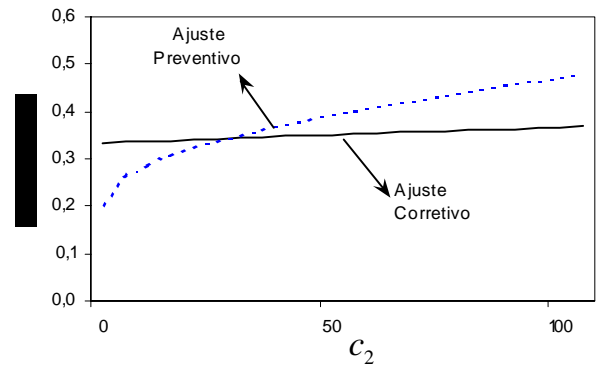


Figura 12 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de c_2 .

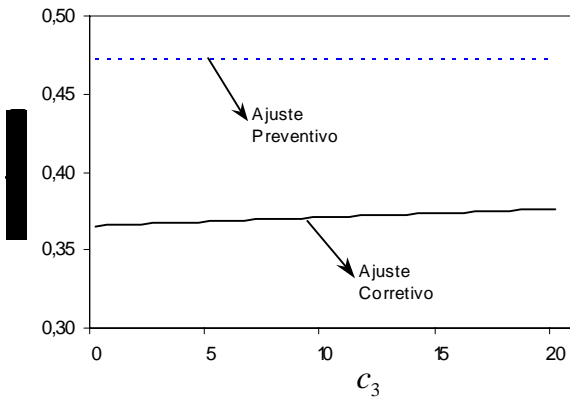


Figura 13 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de c_3 .

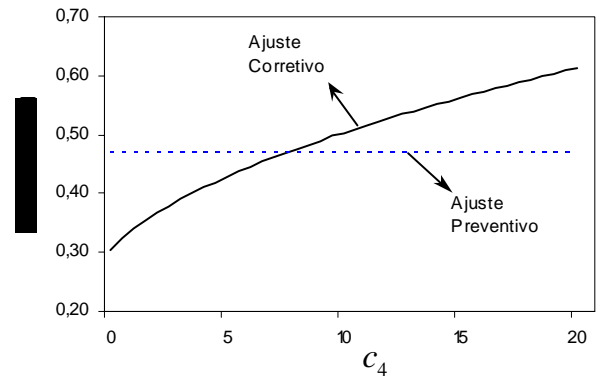


Figura 14 - Gráfico de $E(K)$ vs K_p em função de c_4 .

As figuras 15 a 24 mostram os valores ótimos para m , a e b , variando-se apenas um parâmetro por vez, com os demais valores mantido constantes conforme o exemplo numérico do início desta seção.

Os parâmetros a° e b° mostram-se insensíveis aos custos c_0 , c_1 , c_2 e c_3 nas faixas utilizadas, enquanto o aumento do custo de produzir e eliminar um item conforme (c_4) leva a um aumento do número de classificações necessárias para determinar o julgamento final do item inspecionado. Já o parâmetro m apresenta um comportamento distinto para cada um dos custos avaliados. Um aumento no custo de inspeção (c_0), no custo de ajuste (c_2) e no custo de produzir e eliminar um item conforme (c_4) leva ao aumento de m° , reduzindo a frequência das inspeções. Para a faixa pesquisada, o custo de produzir e eliminar um item não conforme (c_3) altera levemente o parâmetro m° em relação a estratégia ótima de inspeção. Um aumento no custo de envio de itens defeituosos para o mercado (c_1) leva à redução do intervalo entre inspeções, ou seja, aumento na frequência das inspeções, com o objetivo de detectar mais prontamente a ocorrência da mudança de estado do processo.

Uma redução na fração de itens conformes produzidos no estado I (p_1) leva a um aumento no intervalo entre inspeções e na diminuição do número de classificações não conformes necessárias para declarar um item não conforme. Isso ocorre porque, com mais itens não conformes sendo produzidos no estado I, aumenta a ocorrência de ajustes desnecessários, pois mais itens não conformes são amostrados.

Já para a fração de itens conformes produzidos no estado II (p_2), alterações em seu valor não mudam a política ótima de classificação dos itens, a° e b° , mas leva a um aumento do intervalo entre inspeções visto que a diferença na proporção de itens conforme produzidos no estado I e II diminui.

O aumento do parâmetro (π) leva inicialmente à redução no intervalo entre inspeções, pois em média a mudança de estado ($I \rightarrow II$) passa a ocorrer após um menor número de itens produzidos pelo processo, a° e b° são sofrem alteração. Entretanto, se π se tornar muito grande passa a ser melhor, em termos econômicos, que o intervalo entre inspeções cresça.

Um aumento de α eleva a probabilidade de declarar um item conforme como não conforme. A estratégia ótima contrapõe este aumento exigindo que um número maior de classificações repetidas por item inspecionado resulte em não-conformidade (b°) para julgar o item como não conforme.

Comportamento oposto é observado com o aumento de β , classificar um item defeituoso como conforme, exigindo que um número maior de classificações repetidas por item inspecionado resulte em conformidade (a°) para julgar o item como conforme.

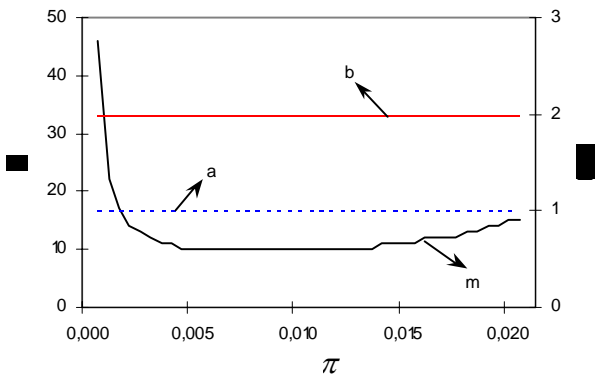


Figura 15 – Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de π .

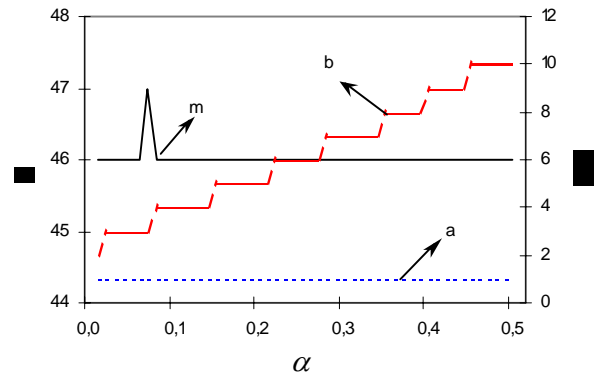


Figura 16 - Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de α .

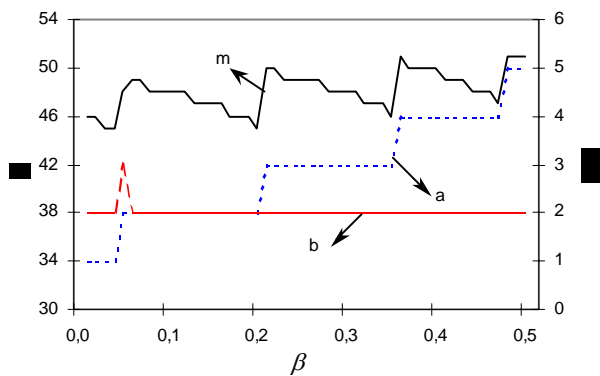


Figura 17 – Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de β .

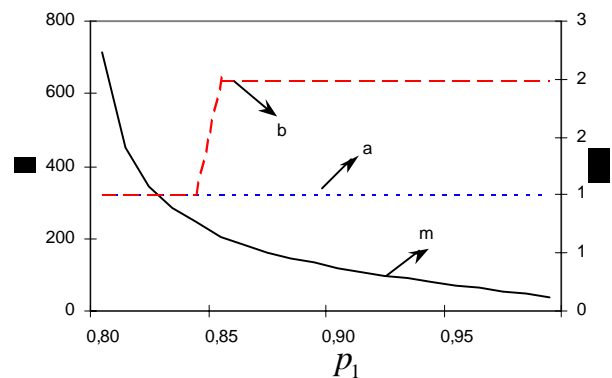


Figura 18 - Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de p_1 .

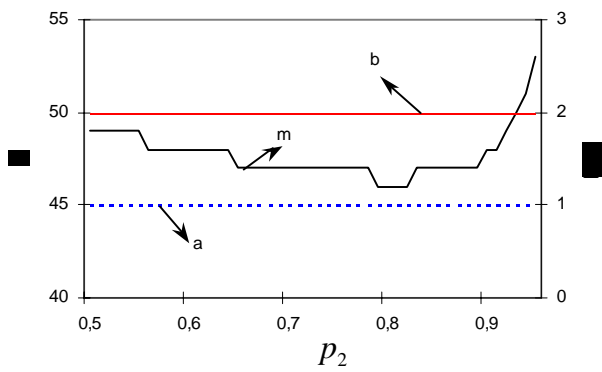


Figura 19 – Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de p_2 .

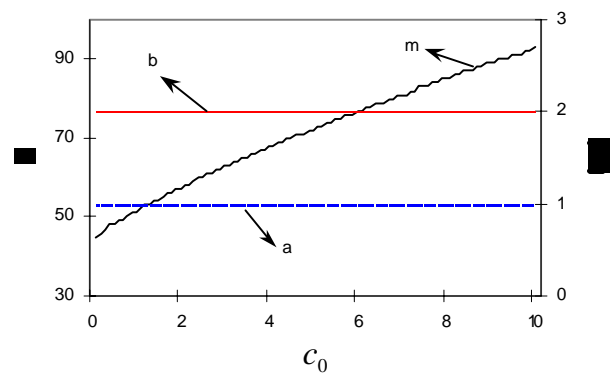


Figura 20 - Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de c_0 .

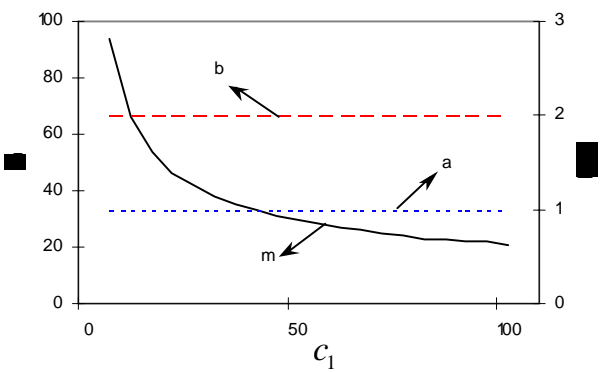


Figura 21 – Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de c_1 .

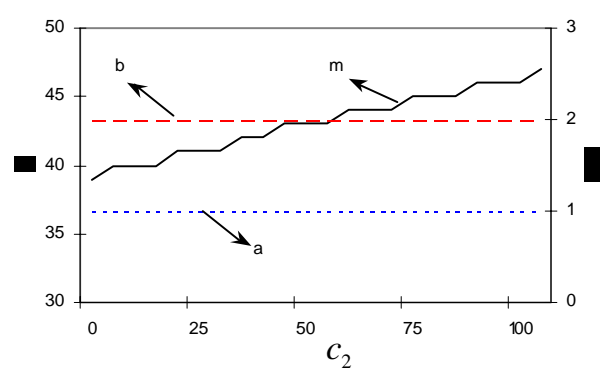


Figura 22 - Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de c_2 .

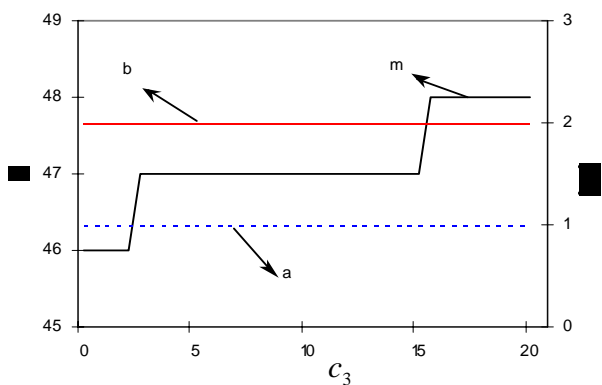


Figura 23 – Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de c_3 .

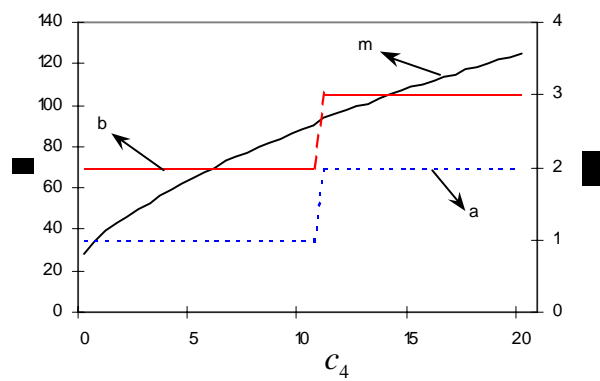


Figura 24 - Gráfico de valores ótimos para m , a e b em função de c_4 .

6. Conclusão

Nos casos em que existem erros de classificação no sistema de inspeção por atributos, o modelo probabilístico, desenvolvido nesta dissertação, que classifica repetidamente o item amostrado até que se observe uma determinada quantidade de classificações conformes (a) ou não conformes (b) apresentou uma política mais eficiente que o modelo de inspeção proposto por Trindade et. al. (2007) onde fixa-se o número de classificações repetidas a priori. O que determina o quão mais eficiente é a combinação específica dos fatores de custo, das probabilidades de produção nos estados I e II, da probabilidade de mudança de estado e dos erros de inspeção do sistema de controle em questão. Em relação ao ajuste Preventivo observamos que os custos de inspeção e a probabilidade de mudança do estado I para o estado II (π) mostraram-se fundamentais para uma escolha da política Preventiva em substituição a política Corretiva. Em linhas gerais, o número de parâmetros é muito grande e torna-se muito complicado a avaliação das interações no custo médio. Diante deste cenário recomendamos a avaliação das duas políticas (corretiva e preventiva) por meio de um estudo de sensibilidade focado no particular problema em análise. Para tanto disponibilizamos um programa em Matlab para facilitar a operacionalização dos modelos discutidos nesta dissertação.

Referências Bibliográficas

1. Borges, W; Ho, L.L. & Turnes, O. (2001). An analysis of Taguchi's on-line quality monitoring procedure for attributes with diagnosis errors. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, **17**, 261-276.
2. Greenberg, B.S. & Stokes, S.L. (1995). Repetitive testing in the presence of inspection errors. *Technometrics*, **37**, 102-111.
3. Johnson, N. L., Kotz, S., & Wu, X. (1991). *Inspection errors for attributes in quality control*. London: Chapman & Hall.
4. Nayebpour, M.R. & Woodall, W.H. (1993). An analysis of Taguchi's on-line quality monitoring procedure for attributes. *Technometrics*, **35**, 53-60.
5. Quinino, R. & Ho, L.L. (2004). Repetitive tests as an economic alternative procedure to control attributes with diagnosis errors. *European Journal of Operation Research*, **155**, 209-225.
6. Trindade, A.; Ho, L.L. & Quinino, R. (2007a). Controle *on-line* por atributos com erros de classificação: uma abordagem econômica com classificações repetidas. *Pesquisa Operacional*, **27**, 105-116.
7. Trindade, A.; Ho, L.L. & Quinino, R. (2007b). Monitoring process for attributes with quality deterioration and diagnosis errors. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*. (in press).
8. Ross, S.M. (2003). *Introduction to probability models*. 8th edn. Academic Press, San Diego.
9. Taguchi, G.; Elsayed, E.A. & Hsiang, T. (1989). *Quality Engineering in Production in Systems*. McGraw-Hill, New York.
10. Taguchi, G.; Chowdhury, S. & Wu, Y. (2004). *Taguchi's Quality Engineering – Handbook*. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.

Anexo I

```
clear all;
c0=0.25;
c1=20;
c2=100;
c3=2;
c4=2;
pi=0.0001;
p1=0.99;
p2=0.8;
alpha=0.01;
beta=0.01;
mmax=1000;
mmin=2;
L=10;
k1=1;
k=1;

for m=mmin:mmax

    vt=(1:1:m);
    pt=(1-pi).^(vt-1)*pi./(1-(1-pi)^m); %(3.12)

%=====
%Início da Manutenção Preventiva
%=====
    summation=sum(c1.*pt.*((vt-1).*(1-p1)+(m-vt+1).*(1-p2))); % summation (4.4)
    A1=(1-pi)^m; % (4.1)
    A2=1-(1-pi)^m; % (4.2)
    V1=c2+c1*m*(1-p1); % (4.3)
    V2=c2+summation; % (4.4)
    EK(k)=(A1*V1+A2*V2)/m; % (4.5)
    nn(k)=m;
    k=k+1;
%=====
%Fim da Manutenção Preventiva
%=====

%=====
%Início da Manutenção Corretiva
%=====
    summation=sum(c1.*pt.*((vt-1).*(1-p1)+(m-vt).*(1-p2))); % summation(3.15)e (3.17)
    esta=(1-pi)^m;
    estb=1-esta;
```

```

for a=1:3

for b=1:3

r=a+b-1;

P11=nbincdf(b-1,a,1-alpha); % (2.1) to (2.9)
P21=nbincdf(b-1,a,beta);
P12=nbincdf(a-1,b,alpha);
P22=nbincdf(a-1,b,1-beta);
A1=esta*(p1*(P11)+(1-p1)*(P21)); % (2.1)
A2=esta*(p1*(P12)+(1-p1)*(P22)); % (2.2)
A3=estb*(p2*(P12)+(1-p2)*(P22)); % (2.3)
A4=estb*(p2*(P11)+(1-p2)*(P21)); % (2.4)
A15=(p2*(P12)+(1-p2)*(P22)); % (2.8)
A16=(p2*(P11)+(1-p2)*(P21)); % (2.9)
A(1,1)=A1-1; A(1,2)=A1; A(1,3)=A1; A(1,4)=0;
A(2,1)=A2; A(2,2)=A2-1; A(2,3)=A2; A(2,4)=0;
A(3,1)=A3; A(3,2)=A3; A(3,3)=A3-1; A(3,4)=A15;
A(4,1)=1; A(4,2)=1; A(4,3)=1; A(4,4)=1;
B=[0;0;0;1];
Y=A\B; % (2.10)
Y=Y';
p11a = p1*P11/(p1*(P11)+(1-p1)*(P21)+eps); % (3.2)
p21a = 1-p11a; % (3.3)
p12a = p1*(P12)/(p1*(P12)+(1-p1)*(P22)+eps); % (3.6)
p22a = 1-p12a; % (3.7)
p11b = p2*P11/(p2*(P11)+(1-p2)*(P21)+eps); % (3.13)
p21b = 1-p11b; % (3.14)
p12b = p2*(P12)/(p2*(P12)+(1-p2)*(P22)+eps); % (3.20)
p22b = 1-p12b; % (3.21)
j=(a:r); i=(0:b-1); pa1=nbincdf(i,a,1-alpha)'; pa2=nbincdf(i,a,beta)';
res=j*(p1*(pa1/P11)+(1-p1)*(pa2/P21)); % (3.5)
V(1)=(res*c0+c1*(m-1)*(1-p1)+p21a*c3+p11a*c4); % (3.4)
k3=(b:r); i=(0:a-1); pb1=nbincdf(i,b,alpha)'; pb2=nbincdf(i,b,1-beta)';
res=k3*(p1*(pb1/P12)+(1-p1)*(pb2/P22)); % (3.9)
V(2)=(res*c0+c2+c1*(m-1)*(1-p1)+p22a*c3+p12a*c4+L*(1-p1)*c3+L*p1*c4); % (3.8)
ps2k2ItoII=A3*(Y(1)+Y(2)+Y(3))/(A3*(Y(1)+Y(2)+Y(3))+A15*Y(4)); % (3.10)
ps2k2IItoII=A15*Y(4)/(A3*(Y(1)+Y(2)+Y(3))+A15*Y(4)); % (3.11)
res=k3*(p2*(pb1/P12)+(1-p2)*(pb2/P22)); % (3.16)
V(3)=res*c0+c2+ps2k2ItoII*(summation)+p22b*c3+p12b*c4+
L*(1-p2)*c3+L*p2*c4+ps2k2IItoII*c1*(m-1)*(1-p2); % (3.15)
ps2k1ItoII=A4*(Y(1)+Y(2)+Y(3))/(A4*(Y(1)+Y(2)+Y(3))+A16*Y(4)); % (3.18)
ps2k1IItoII=A16*Y(4)/(A4*(Y(1)+Y(2)+Y(3))+A16*Y(4)); % (3.19)
res=j*(p2*(pa1/P11)+(1-p2)*(pa2/P21)); % (3.22)
V(4)=res*c0+p21b*c3+p11b*c4+ps2k1ItoII*(summation)+
ps2k1IItoII*(c1*(m-1)*(1-p2)); % (3.17)

```

```

VC=V(1)*Y(1)+V(2)*Y(2)+V(3)*Y(3)+V(4)*Y(4); % (3.23)
VT=m-1; % (3.3)

EKM(k1)=VC/VT; % (3.1)
aa(k1)=a;
bb(k1)=b;
mm(k1)=m;
k1=k1+1;
end
end
end
EKMmin,index]=min(EKM); % (3.24)
aoptimum=aa(index)
boptimum=bb(index)
moptimum=mm(index)
costCoptimum=EKM(index)
%=====
%Fim da Manutenção Corretiva
%=====

[EKmin,index]=min(EK); % (4.6)
noptimum=nn(index)
costPoptimum=EK(index)

SaidaGeral=[aa;bb;mm;EKM];
SaidaGeral=SaidaGeral';

SaidaGeral2=[nn;EK];
SaidaGeral2=SaidaGeral2';

'Fim'
save SaidaGeral.txt SaidaGeral -ASCII
save SaidaGeral2.txt SaidaGeral2 -ASCII

```


Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)