



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA - CT  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA - CCET  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DO  
PETRÓLEO - PPGCEP



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTIMAÇÃO E COMPENSAÇÃO DE NÃO LINEARIDADES  
INERENTES AOS ATUADORES DOS PROCESSOS INDUSTRIAIS**

AUCIOMAR CARLOS TEIXEIRA DE CERQUEIRA

Orientador:  
Prof. Dr. André Laurindo Maitelli

Natal, RN, dezembro de 2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**ESTIMAÇÃO E COMPENSAÇÃO DE NÃO LINEARIDADES  
INERENTES AOS ATUADORES DOS PROCESSOS INDUSTRIAIS**

AUCIOMAR CARLOS TEIXEIRA DE CERQUEIRA

Natal, RN, dezembro de 2009

**Auciomar Carlos Teixeira de Cerqueira**

**Estimação e Compensação de Não Linearidades  
Inerentes aos Atuadores dos Processos Industriais**

**Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia do Petróleo da UFRN (área de concentração: Automação na Indústria de Petróleo e Gás Natural) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Aprovada em 16 de dezembro de 2009 pela seguinte banca examinadora:

---

Prof. Dr. André Laurindo Maitelli (orientador) ..... DCA/UFRN

---

Prof. Dr. Fábio Meneghetti Ugolino de Araújo (membro interno) ..... DCA/UFRN

---

Prof. Dr. Oscar Gabriel Filho (membro externo) ..... UnP

*Aos meus pais, Auciomar e Nilda,  
e às minhas irmãs, Cândida e Cláudia,  
pelo apoio e incentivo dados em prol  
do meu sucesso.*

---

# Agradecimentos

---

A Deus, pela providência concedida a mim para ingresso e conclusão da minha pós-graduação.

Ao meu orientador, professor e contador de piadas André Laurindo Maitelli, sou bastante grato pela orientação e confiança despendida em mim.

Ao professor Fábio Meneghetti, pela ajuda durante todo o período de mestrado.

Aos companheiros do projeto REDICONT, Marcelo, Humberto, Kalinne, Daniel: sem vocês, tudo seria bem mais difícil.

Aos demais amigos, pela revisão do texto, pela companhia nos sábados e domingos no laboratório, e por qualquer outra forma de ajuda.

À minha família pelo apoio e incentivo em toda minha vida.

Ao PRH-14 da ANP, pelo apoio financeiro.

---

# Resumo

---

As oscilações presentes nas malhas de controle podem causar prejuízos à indústria petroquímica. Anular, ou até mesmo amenizar tais oscilações, acarretaria em uma grande economia. Estudos identificaram que um dos causadores destas oscilações são as não linearidades presentes nos atuadores dos processos industriais. O presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma metodologia para cancelamento dos efeitos nocivos destas não linearidades. Será proposto um método de estimação de parâmetros para o modelo de Hammerstein, cuja não linearidade é representada pela zona-morta ou pela folga. Os parâmetros estimados serão usados na construção de modelos inversos de compensação. Utilizou-se um sistema de nível simulado como plataforma de testes, o qual possui uma válvula de controle de fluxo da vazão de entrada com uma não linearidade associada. Resultados e a análise por função descritiva mostram a melhoria do comportamento da saída do processo.

**Palavras-chave:** Estimação de Parâmetros, Compensação Inversa, Não Linearidade, Zona-Morta, Folga, Modelo de Hammerstein, Função Descritiva.

---

# Abstract

---

The oscillations presents in control loops can cause damages in petrochemical industry. Canceling, or even preventing such oscillations, would save up to large amount of dollars. Studies have identified that one of the causes of these oscillations are the nonlinearities present on industrial process actuators. This study has the objective to develop a methodology for removal of the harmful effects of nonlinearities. Will be proposed an parameter estimation method to Hammerstein model, whose nonlinearity is represented by dead-zone or backlash. The estimated parameters will be used to construct inverse models of compensation. A simulated level system was used as a test platform. The valve that controls inflow has a nonlinearity. Results and describing function analysis show an improvement on system response.

**Keywords:** Parameters Estimation, Nonlinearity, Inverse Compensation, Dead-Zone, Backlash, Hammerstein Model, Describing Function.



---

# Sumário

---

<b>Sumário</b>	<b>i</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Símbolos e Abreviaturas</b>	<b>vi</b>
<b>1 Introdução Geral</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	3
1.2 Objetivo . . . . .	4
1.3 Identificação x Estimação . . . . .	4
1.4 Trabalhos relacionados . . . . .	5
1.5 Estrutura do trabalho . . . . .	7
<b>2 Modelos matemáticos</b>	<b>8</b>
2.1 Modelo de Hammerstein . . . . .	9
2.1.1 Modelo Erro na Saída . . . . .	10
2.1.2 Zona-morta . . . . .	11
2.1.3 Folga . . . . .	13
2.2 Modelos inversos para compensação . . . . .	16
2.2.1 Compensação da zona-morta . . . . .	17
2.2.2 Compensação da folga . . . . .	20
<b>3 Análise por função descritiva</b>	<b>24</b>
3.1 Funções descritivas . . . . .	27
3.1.1 Função descritiva da zona-morta . . . . .	29
3.1.2 Função descritiva da inversa da zona-morta . . . . .	30
3.1.3 Função descritiva da folga . . . . .	31
3.1.4 Função descritiva da inversa da folga . . . . .	32
3.2 Cruzamento e ciclos limites . . . . .	33

<b>4</b>	<b>Estimação de parâmetros</b>	<b>36</b>
4.1	Método recursivo das variáveis instrumentais . . . . .	38
4.2	Sinal de excitação . . . . .	40
4.3	Metodologia para estimação . . . . .	41
4.3.1	Princípio de separação do termo chave . . . . .	41
4.3.2	Estimação da zona-morta . . . . .	42
4.3.3	Estimação da folga . . . . .	44
<b>5</b>	<b>Simulação e resultados</b>	<b>46</b>
5.1	Processo de teste . . . . .	48
5.2	Estimação e compensação da zona-morta . . . . .	50
5.3	Estimação e compensação da folga . . . . .	52
5.4	Análise por função descritiva para zona-morta . . . . .	57
5.5	Análise por função descritiva para folga . . . . .	57
5.6	Comentários . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>63</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>66</b>

---

# Lista de Figuras

---

1.1	Modelo em níveis de um sistema de automação. . . . .	2
2.1	Modelo de Hammerstein . . . . .	9
2.2	Modelo Erro na Saída. . . . .	11
2.3	Gráfico da zona-morta. . . . .	12
2.4	Saída da zona-morta para uma entrada dente de serra. . . . .	13
2.5	Gráfico da folga. . . . .	13
2.6	Exemplo de folga na movimentação de dois objetos. . . . .	14
2.7	Saída da folga para uma entrada dente de serra. . . . .	16
2.8	Diagrama de blocos da compensação de não linearidades. . . . .	17
2.9	Gráfico da compensação inversa da zona-morta. . . . .	17
2.10	Saída da inversa da zona-morta para uma entrada dente de serra. . . . .	19
2.11	Gráfico da compensação inversa da folga. . . . .	20
2.12	Saída da inversa da folga para uma entrada dente de serra. . . . .	22
3.1	Sistema de controle não linear. . . . .	25
3.2	Análise da saída para a não linearidade tipo zona-morta. . . . .	29
3.3	Análise da saída para a não linearidade tipo inverso da zona-morta. . . . .	30
3.4	Análise da saída para a não linearidade tipo folga. . . . .	31
3.5	Análise da saída para a não linearidade tipo inversa da folga. . . . .	33
3.6	Possíveis casos na compensação da zona-morta. . . . .	34
3.7	Possíveis casos na compensação da folga. . . . .	35
5.1	Sistema de nível. . . . .	48
5.2	Diagrama de blocos da estimação do sistema de nível. . . . .	50
5.3	Diagrama de blocos do sistema de nível com compensação da não linearidade. . . . .	50
5.4	Estimação do sistema de nível com a presença da zona-morta. . . . .	51
5.5	Comportamento do sistema de nível no caso da zona-morta. . . . .	53
5.6	Estimação do sistema de nível com a presença da folga. . . . .	55
5.7	Comportamento do sistema de nível no caso da folga. . . . .	56

5.8	Detecção de ciclos limites para o caso da zona-morta. . . . .	58
5.9	Detecção de ciclos limites para o caso da folga. . . . .	59
5.10	Estimação do sistema de nível de 2 <sup>a</sup> ordem com folga. . . . .	61

---

# Lista de Tabelas

---

5.1	Parâmetros do sistema de nível com zona-morta. . . . .	52
5.2	Métricas de avaliação de desempenho do sistema de nível com zona-morta. . .	53
5.3	Parâmetros do sistema de nível com folga. . . . .	54
5.4	Métricas de avaliação de desempenho do sistema de nível com folga. . . . .	56
5.5	Frequência e amplitude dos ciclos limites para o sistema com zona-morta. . . .	57
5.6	Frequência e amplitude dos ciclos limites para o sistema com folga. . . . .	60
5.7	Parâmetros do sistema de nível de 2 <sup>a</sup> ordem com folga. . . . .	62

---

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

---

$A(q)$	polinômio da função de transferência do sistema linear discreto no tempo (numerador)
$B(q)$	polinômio da função de transferência do sistema linear discreto no tempo (denominador)
$K$	ganho do estimador
$K_p$	ganho da planta
$P$	matriz de covariância
$X_l(k)$	função auxiliar para a zona-morta e folga
$X_r(k)$	função auxiliar para a zona-morta e folga
$X_s(k)$	função auxiliar para folga
$\chi_l(k)$	função auxiliar para a inversa da zona-morta e folga
$\chi_r(k)$	função auxiliar para a inversa da zona-morta e folga
$\chi_s(k)$	função auxiliar para a inversa da folga
$\varepsilon_1$	métrica da variância do sinal de controle
$\varepsilon_2$	métrica da integral do erro absoluto (IAE)
$\hat{\theta}$	vetor de parâmetros estimados
$\lambda$	fator de esquecimento
$\phi$	vetor de regressores ou vetor de medidas
$b_r, b_l$	limites da zona-morta
$c_r, c_l$	cruzamentos da folga

$d$	atraso puro do sistema
$e(k)$	ruído do sistema no instante $k$
$m$	inclinação da folga
$m_r, m_l$	inclinações da zona-morta
$n_a$	ordem do polinômio $A(q)$
$n_b$	ordem do polinômio $B(q)$
$q^{-d}$	operador atraso
$u(k)$	entrada da não linearidade no instante $k$
$u_c(k)$	entrada da não linearidade inversa no instante $k$
$x(k)$	variável interna do modelo de Hammerstein no instante $k$
$y(k)$	saída do sistema no instante $k$
$z$	vetor das variáveis instrumentais ou vetor de instrumentos
ARMAX	modelo autore-gressivo, de média móvel com entradas exógenas
ARX	modelo auto-regressivo com entradas exógenas
L	linearidade
NL	não linearidade
NLI	não linearidade inversa
PRBS	sinal binário pseudo-aleatório
PRS	sinal pseudo-aleatório
RMQ	recursivo dos mínimos quadrados
RVI	recursivo das variáveis instrumentais

---

# Capítulo 1

## Introdução Geral

---



“Automação (do inglês *Automation*) é um sistema automático de controle pelo qual os mecanismos verificam seu próprio funcionamento, efetuando medições e introduzindo correções, sem a interferência do homem” (Ferreira, 1993). A automação foi sem dúvida uma das grandes revoluções tecnológicas do século XX, pois possibilitou otimizar processos antes realizados pela força humana e desempenhar tarefas antes impossíveis para o homem.

Um sistema de automação atual pode ser mais bem entendido se o dividirmos em níveis como ilustra a Figura 1.1 (Souza et al., 2005).

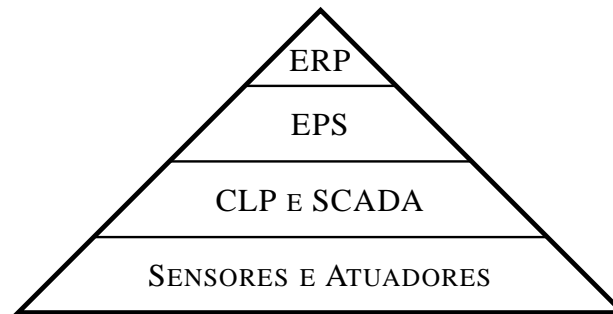


Figura 1.1: Modelo em níveis de um sistema de automação.

Na base da pirâmide encontramos o nível de sensores e atuadores. São eles os responsáveis pela interação direta com o processo, fazendo a leitura das variáveis relevantes através dos sensores e interferindo no processo por intermédio dos atuadores. No nível imediatamente acima encontramos os Controladores Lógicos Programáveis (CLP) e o sistema de Controle Supervisório e Aquisição de dados (SCADA, do inglês *Supervisory Control and Data Acquisition*) que realizam o controle regulatório e supervisão, respectivamente. O terceiro nível, Sistema de Produção Corporativo (EPS, do inglês *Enterprise Production Systems*), é o responsável pela gestão de informação. Nele são armazenados dados referentes aos processos para utilizá-los como informação útil. No topo da pirâmide estão os sistemas responsáveis pela transformação desses dados em informação de negócio, chamados de Sistema de Planejamento Corporativo (ERP, do inglês *Enterprise Resource Planning*).

Dentro das plantas dos processos industriais existem centenas de malhas de controle, as quais são compostas pelos equipamentos dos níveis um e dois da pirâmide da Figura 1.1. A eficácia do controle é, portanto, muito importante para assegurar um produto com qualidade e baixo custo de produção. Com o advento da automação, vantagens foram incorporadas aos processos industriais, tais como maior qualidade do produto final, maior produtividade e a execução de operações impossíveis de realizar por métodos convencionais. Todavia, ainda existem problemas, a exemplo das oscilações presentes nas saídas dos processos, os quais precisam ser solucionados. Encontrar e resolver os problemas das malhas de controle de uma planta implica em redução de refugo, em uma maior homogeneidade do produto, em diminuição nos custos

operacionais e aumento da taxa de produção. Ou seja, implica em aprimorar as vantagens da automação. Até mesmo uma melhora de 1% em eficácia de energia ou em eficiência de controladores representa uma grande economia em processos industriais, na ordem de milhões de dólares (Desborough & Miller, 2002).

## 1.1 Motivação

Grande parte de pesquisas relacionadas ao desempenho das malhas de controle indica que a maioria apresenta comportamento deficiente, ou seja, apresenta oscilações na saída do processo. Uma dessas pesquisas (Desborough & Miller, 2002) avaliou 26 mil malhas de controle, coletadas nos mais variados processos industriais durante dois anos, e as classificou da seguinte maneira:

- 16% como excelentes;
- 16% como aceitáveis;
- 22% como regulares;
- 10% como ruins;
- 36% restantes como malha aberta (operação manual).

Dentre os causadores deste desempenho deficiente estão inclusos a má sintonia dos controladores, o mau projeto do processo, a entrada de perturbações oscilatórias no sistema e as não linearidades dos atuadores.

A presença de oscilações em uma malha de controle aumenta a variabilidade das saídas do processo, causando uma qualidade inferior dos produtos, taxas de rejeição elevadas, aumento do consumo de energia, redução do desempenho médio e rentabilidade. Oscilações podem causar a substituição prematura de um atuador, antes do período que o mesmo foi projetado para trabalhar. Elas aumentam os custos operacionais proporcionalmente a sua amplitude. Detectar e diagnosticar as causas das oscilações em processos industriais é importante, pois uma planta operando perto do limite de qualidade é mais lucrativa do que uma planta que necessita voltar ao ponto de operação devido às variações do processo (Choudhury et al., 2005).

Uma auditoria elaborada por um grande fabricante de válvulas (FISCHER, 2005) mostrou que 30% das válvulas apresentavam uma banda-morta da ordem de 4% ou mais, e aproximadamente 65% das válvulas tinham uma banda-morta maior que 2%. A maioria das ações de controle regulatório consiste de pequenas variações, da ordem de 1% ou menos. Nestes casos, pode-se afirmar que a maioria das malhas de controle não teria uma ação efetiva no processo para responder a estas pequenas variações. Para um bom desempenho de uma malha de

controle, a recomendação de banda-morta de uma válvula de controle é da ordem de 1% ou menos. Este problema fica agravado quando a válvula for superdimensionada, pois o processo irá necessitar de pequenas variações de abertura que correspondem a variações significativas de vazão. Caso seja de menor dimensão, o controle iria necessitar de variações de abertura maiores para uma mesma variação de vazão, minimizando o problema da banda-morta (Campos & Teixeira, 2007).

Um ponto a destacar é que 20 a 30% das oscilações nas malhas de controle são ocasionadas pelas não linearidades das válvulas (Ulaganathan & Rengaswamy, 2008), dentre as quais se podem citar o atrito estático, a histerese, a folga e a zona-morta como as mais conhecidas. A compensação dos efeitos de tais não linearidades ajudaria na solução do problema de mau desempenho de aproximadamente 1/4 (um quarto) dos controladores presentes na indústria.

## 1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é, portanto, amenizar ou até cancelar as oscilações observadas nas saídas dos processos industriais e que são ocasionadas pelas não linearidades inerentes aos atuadores presentes nas malhas de controle destes processos. Entendam-se como não linearidades a zona-morta, a folga, a histerese, o atrito estático e outros fenômenos similares. Restringiu-se em se pesquisar e se aprofundar em duas destas citadas: a zona-morta e a folga.

Os processos industriais contendo tais fenômenos foram representados pelo modelo de Hammerstein. Serão construídos modelos inversos das não linearidades baseados na estimação dos parâmetros da zona-morta e folga. O intuito é que esses modelos inversos sejam capazes de compensar as não linearidades, amenizando as oscilações e diminuindo, desse modo, seus efeitos nocivos. Foi proposto, então, um método de estimação de parâmetros para um modelo de Hammerstein que contém como parte não linear a zona-morta ou a folga.

## 1.3 Identificação x Estimação

Existe uma diferença entre os conceitos de identificação e estimação. A identificação está relacionada a encontrar o melhor modelo matemático que represente um determinado sistema físico. É necessário escolher a estrutura do modelo, bem como definir os dados que serão coletados, além de outras etapas. Já a estimação pode ser grosseiramente definida como uma das etapas da identificação, e busca descobrir os parâmetros que configuram modelo matemático escolhido.

Abaixo se encontram os passos realizados no processo de identificação de sistemas (Aguirre,

2007).

1. **Coleta de Dados:** Armazenamento dos dados de entrada e saída do sistema a ser identificado. Às vezes, a coleta é feita durante um experimento desenvolvido especificamente para a identificação, no qual o usuário pode determinar o sinal de entrada, quais sinais medir e quando medi-los. Desta forma, os dados coletados são os mais informativos possíveis, sujeitos às restrições do sistema e às suas dinâmicas dentro de toda faixa de operação. Porém, na maioria das vezes, os únicos dados disponíveis são os dados de operação normal.
2. **Representação Matemática:** Escolha do modelo matemático que representará o sistema. Existem diversos tipos de modelos, entre lineares e não lineares. Dentre os lineares pode-se citar o modelo Erro na Saída, e dentre os não lineares o modelo de Hammerstein.
3. **Definição da Estrutura do Modelo:** Definições de quais parâmetros estarão presentes no modelo escolhido. No caso dos modelos Erro na Saída, a definição de sua estrutura se resume, basicamente, na escolha da ordem dos polinômios, bem como na determinação do atraso puro de tempo. Já no caso do modelo de Hammerstein, além desses parâmetros já citados, precisa-se definir também a ordem do polinômio da não linearidade estática presente no modelo, por exemplo.
4. **Estimação de Parâmetros:** Determinação do valor dos parâmetros definidos na fase anterior. Existem vários métodos e algoritmos utilizados na literatura, porém os mais conhecidos são a estimação por mínimos quadrados e suas variantes.
5. **Validação do Modelo:** Tendo obtido uma família de modelos, é necessário verificar se eles incorporam ou não as características de interesse do sistema original. Além disso, é interessante poder comparar os modelos entre si e decidir se há algum candidato significativamente melhor que os demais. Essa etapa é certamente muito subjetiva, sendo que o resultado da validação dependerá fortemente da aplicação pretendida para o modelo e da quantidade de informação disponível sobre o sistema original.

O presente trabalho pretende estimar os parâmetros do modelo, cuja estrutura já está definida como sendo o modelo de Hammerstein.

## 1.4 Trabalhos relacionados

Existem métodos para identificar as causas das oscilações nas saídas dos processos, como pode ser visto em Singhal & Salsbury (2005) e Srinivasan et al. (2005). Elas podem ser causadas tanto pela presença de atrito estático ou por oscilações externas (Ulaganathan & Rengaswamy,

2008). O mesmo autor discutiu alguns métodos para a detecção do atrito estático como causador das oscilações. Existem soluções baseadas na análise dos dados de entrada e saída, na análise da forma do gráfico destes mesmos dados, e existem propostas baseadas no modelo do processo linear.

Em relação à compensação das não linearidades, Senjyu et al. (1998) utilizaram uma compensação adaptativa da zona-morta para cancelar seus efeitos em motores ultra-sônicos. Os motores ultra sônicos (USM - *ultrasonic motors*) possuem a característica de operar em baixas rotações, de possuir alto torque, e por isso são viáveis como atuadores servos. O problema aqui apresentado é a variação dos parâmetros da zona-morta de acordo com a carga aplicada ao eixo do rotor. O controle utilizado foi o *slide mode control* (SMC) e o erro de regime causado pela zona-morta é tratado como um distúrbio do sistema. É proposta, então, uma rede neural para compensar o erro estacionário, adicionando a saída da rede ao sinal de controle para o USM.

Outra solução para o problema com os motores ultra sônicos foi proposta por Senjyu et al. (2001). Ao invés de utilizar o controle SMC com uma rede neural, foi utilizado um controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) com um observador para compensar os efeitos da zona-morta, e construir uma planta linear. Esta proposta é mais robusta em relação à variação dos parâmetros comparada ao método anterior que utilizou rede neural. Um trabalho semelhante utiliza a técnica Fuzzy para compensação, ao invés do observador (Senjyu et al., 2002).

Outro trabalho realizado com a técnica Fuzzy utiliza um controlador Fuzzy adaptativo seguidor de referência para controlar a posição de um USM (Lin, 1997). Neste controle, a trajetória desejada é definida pelo modelo de referência. O erro e a variação do erro entre a saída do modelo de referência e a posição do rotor são as entradas do controle.

Sun & Chan (1997) implementaram um controle adaptativo indireto para um sistema linear com uma zona-morta desconhecida. Os efeitos da não linearidade são tratados como um distúrbio pertencente à planta, a qual tem seus parâmetros estimados. Uma vez estimados, o controle por alocação utiliza esses parâmetros para combater ao distúrbio (zona-morta) com uma ação integrativa.

Tao & Kokotovic (1996) descrevem em sua pesquisa a construção de modelos inversos para a zona-morta, folga e histerese. Estes modelos são capazes de anular os efeitos nocivos de suas respectivas não linearidades. De acordo com os autores, os modelos inversos estão localizados, em um diagrama de blocos, imediatamente antes da folga, zona-morta e histerese.

O método proposto realizará a estimação das não linearidades, que são modeladas de maneira linear nos parâmetros, a fim de implementar os respectivos modelos inversos de compensação. Tal método pode ser considerado simples em relação aos anteriormente apresentados, pois utiliza apenas a estimação de um modelo linear nos parâmetros para a construção de outro modelo linear (modelo inverso). A técnica utilizada para estimação de parâmetros é uma técnica

conhecida (método recursivo das variáveis instrumentais com fator de esquecimento), que exige menos capacidade de processamento computacional comparada a outras técnicas para compensação das não linearidades, como as redes neurais por exemplo. Além disso, ela não altera a estrutura do controle usado, o que é considerado importante para uma aplicação real. Apenas é acrescentado na saída do controle um cálculo simples do modelo inverso que alterará seu sinal.

## 1.5 Estrutura do trabalho

O trabalho está dividido na seguinte maneira:

- O capítulo 2 apresenta os modelos matemáticos usados no trabalho. As equações da dinâmica linear de uma representação de Hammerstein, além dos modelos das não linearidades e seus inversos são mostrados.
- O capítulo 3 apresenta a teoria sobre análise de sistemas não lineares pelo método das funções descritivas. As equações das funções descritivas da zona-morta e folga e de seus inversos também são mostradas.
- A metodologia proposta para estimação e compensação da zona-morta e folga está descrita no capítulo 4. O princípio de separação do termo chave e as equações de estimação dos parâmetros são introduzidos.
- Os resultados estão presentes no capítulo 5. Como plataforma de experimentos foi utilizada uma simulação de um sistema de nível cuja válvula de controle da vazão de entrada contém uma não linearidade associada. Alguns gráficos comprovam a melhoria do comportamento da saída do processo quando se utiliza a compensação inversa em controladores PI, comparado ao mesmo controle sem a compensação. Uma análise de ciclos limites através do método das funções descritivas também compõe o capítulo.
- O último capítulo contém as considerações finais, apresentando as conclusões e as idéias futuras para trabalhos posteriores.

---

## **Capítulo 2**

# **Modelos matemáticos**

---

Representar por meios de modelos matemáticos sistemas e fenômenos observados sempre foi um desafio. Desde a Antigüidade, o homem tem procurado descrever matematicamente sistemas reais para ajudá-lo a entendê-los e, assim, resolver problemas relacionados a eles. Apesar do desenvolvimento de novas técnicas de modelagem, o antigo desafio de representar um sistema real usando-se um análogo matemático permanece.

Este capítulo procura descrever os modelos matemáticos usados na metodologia de estimação e compensação das não linearidades estudadas. De forma geral, a metodologia, a qual será descrita no capítulo 4, utiliza o modelo de Hammerstein para representar os sistemas industriais que contém não linearidades nos atuadores. A seção 2.1 trata de tal representação. Além de introduzir os conceitos e os modelos matemáticos da zona-morta e folga, consideradas como a parte não linear de um sistema de Hammerstein, será também descrito o modelo Erro na Saída utilizado para representar a dinâmica linear do mesmo sistema. A seção 2.2 introduz a idéia de compensação destas não linearidades. São também apresentados os conceitos e os modelos matemáticos usados para este fim.

Deve estar claro que os modelos não lineares aqui apresentados são apenas descrições simplificadas dos fenômenos físicos reais.

## 2.1 Modelo de Hammerstein

O modelo não linear de Hammerstein é composto por uma não linearidade estática precedendo uma dinâmica linear (Aguirre, 2007). Este modelo é chamado de modelo orientado a blocos ou modelo estruturado por blocos (Chen, 1995). Assim, tanto a não linearidade quanto a dinâmica serão representadas por blocos, conforme Figura 2.1. Nela o bloco NL representa a função estática não linear e o bloco L representa a dinâmica linear do processo modelado. Os sinais  $u(k)$ ,  $y(k)$  e  $e(k)$  são a entrada da não linearidade, a saída e o ruído do sistema, respectivamente. O sinal  $x(k)$  é chamado de variável interna do modelo de Hammerstein (saída da não linearidade e entrada da dinâmica linear) e, em geral, não pode ser medido, o que dificulta a estimação dos parâmetros nos mesmos modelos.

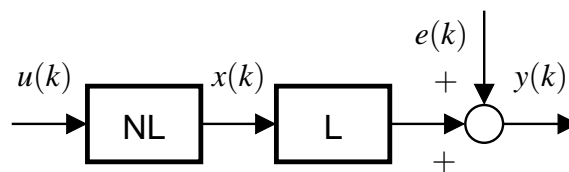


Figura 2.1: Modelo de Hammerstein

Embora muito simples, esta estrutura pode representar diversos processos físicos reais,



como por exemplo, processos industriais com ganhos variáveis e sistemas de controle com processos lineares e atuadores não lineares (este último caso se enquadra no assunto abordado neste trabalho). Por essa razão os modelos de Hammerstein são populares em engenharia de controle.

Nos atuadores de modo geral, as não linearidades aparecem associadas às suas dinâmicas. Existem casos em que os atuadores apresentam uma dinâmica muito rápida em relação ao sistema que se deseja controlar. Assim, no momento da modelagem do processo, pode-se desprezar a dinâmica do atuador.

A não linearidade estática é classicamente aproximada por um polinômio. Qualquer outro tipo de aproximação estática pode também ser utilizado, o que é de fato uma solução a fim de evitar os problemas de interpolação dos polinômios (Nelles, 2000). Para uma identificação eficiente, é recomendável que seja utilizado um modelo de não linearidade estática linear nos parâmetros.

Será usado um modelo discreto de Hammerstein: tanto a função estática não linear quanto a dinâmica linear serão representadas no tempo discreto. Os modelos matemáticos das não linearidades dos atuadores estudadas neste trabalho (zona-morta e folga) serão vistos mais adiante. O modelo matemático utilizado na parte linear do sistema de Hammerstein foi o modelo Erro na Saída, o qual será visto a seguir.

### 2.1.1 Modelo Erro na Saída

Existem algumas representações matemáticas que são especialmente adequadas à identificação de sistemas, usando-se algoritmos conhecidos para a estimação de seus parâmetros. Juntamente com os modelos ARX e ARMAX, o modelo Erro na Saída é uma das estruturas mais usadas. No presente trabalho, tal modelo representa a dinâmica linear do sistema de Hammerstein (bloco L da Figura 2.1) e está representado na Figura 2.2. No mesmo modelo, assumi-se que o ruído perturba a saída de maneira aditiva, conforme equações abaixo.

$$y(k) = q^{-d} \frac{B(q)}{A(q)} x(k) + e(k) \quad (2.1)$$

$$A(q)y(k) = q^{-d} B(q)x(k) + A(q)e(k) \quad (2.2)$$

$A(q)$  e  $B(q)$  são polinômios de ordem  $n_a$  e  $n_b$  respectivamente e estão definidos a seguir.  $d$

representa o atraso puro do sistema e  $q^{-d}$  é o operador atraso, de forma que  $x(k)q^{-d} = x(k-d)$ .

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n_a}$$

$$B(q) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-n_b}$$

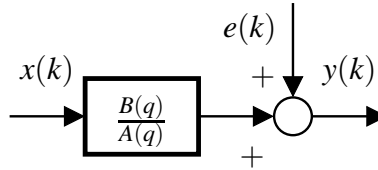


Figura 2.2: Modelo Erro na Saída.

Segundo Nelles (2000), o modelo Erro na Saída é um modelo bem mais realístico do que o ARX e o ARMAX, pois a modelagem do ruído não inclui a dinâmica do processo  $1/A(q)$ . Entretanto, a tarefa de estimação de parâmetros se torna mais difícil. Conforme mostra a Equação (2.2), o ruído não é branco e sim colorido devido a presença do polinômio  $A(q)$ . Por este motivo, o estimador dos mínimos quadrados não pode ser utilizado. Deve-se usar um algoritmo não polarizado a fim de que a estimação não seja tendenciosa.

Pode-se reescrever a equação (2.2) na forma de somatórios, e já introduzindo o atraso no sinal de entrada.

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n_b} b_i x(k-d-i) - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_a} a_j e(k-j) + e(k) \quad (2.3)$$

Os sinais  $y(k)$ ,  $x(k)$  e  $e(k)$  são os mesmos do modelo de Hammerstein (Figura 2.1), e já foram definidos anteriormente.

### 2.1.2 Zona-morta

A zona-morta é uma não linearidade estática sem memória que descreve a insensibilidade de componentes para pequenos sinais. Ela pode ser vista como uma relação estática entre os sinais de entrada e saída, na qual para uma faixa de valores de entrada não há resposta. Uma vez que a saída aparece, a relação entre a entrada e a saída é linear.

A Figura 2.3 mostra uma representação gráfica da zona-morta, onde  $u(k)$  é a entrada e  $x(k)$  é a saída. Os limites  $b_r$  e  $b_l$  representam a faixa onde o sinal de saída permanece inalterado, e  $m_r$  e  $m_l$  indicam as inclinações das retas. Por definição  $b_r > 0$ ,  $b_l < 0$ ,  $m_r > 0$  e  $m_l > 0$ , e de maneira geral, nem os limites nem as inclinações são iguais.

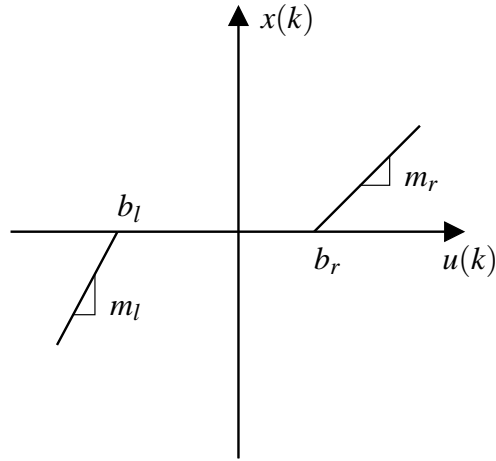


Figura 2.3: Gráfico da zona-morta.

De forma analítica, a zona-morta pode ser escrita da seguinte maneira:

$$x(k) = \begin{cases} m_r [u(k) - b_r], & \text{se } u(k) \geq b_r \\ 0, & \text{se } b_l < u(k) < b_r \\ m_l [u(k) - b_l], & \text{se } u(k) \leq b_l \end{cases} \quad (2.4)$$

Uma maneira de escrever o comportamento da zona-morta de forma que seja linear nos parâmetros é:

$$x(k) = X_r(k)m_r [u(k) - b_r] + X_l(k)m_l [u(k) - b_l] \quad (2.5)$$

onde  $X_r(k)$  e  $X_l(k)$  são funções auxiliares que assumem o valor 0 (zero) ou 1 (um) de acordo com as seguintes condições:

$$X_r(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u(k) \geq b_r \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$X_l(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u(k) \leq b_l \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.7)$$

Uma ilustração do sinal de saída da zona-morta para uma entrada dente de serra é mostrada na Figura 2.4. Neste exemplo foram utilizados os seguintes parâmetros:  $m_r = 1$ ,  $m_l = 1$ ,  $b_r = 1$  e  $b_l = -2$ . Observa-se que o sinal de saída não apresenta deslocamento de fase, fato que será observado mais adiante no sinal de saída da folga.

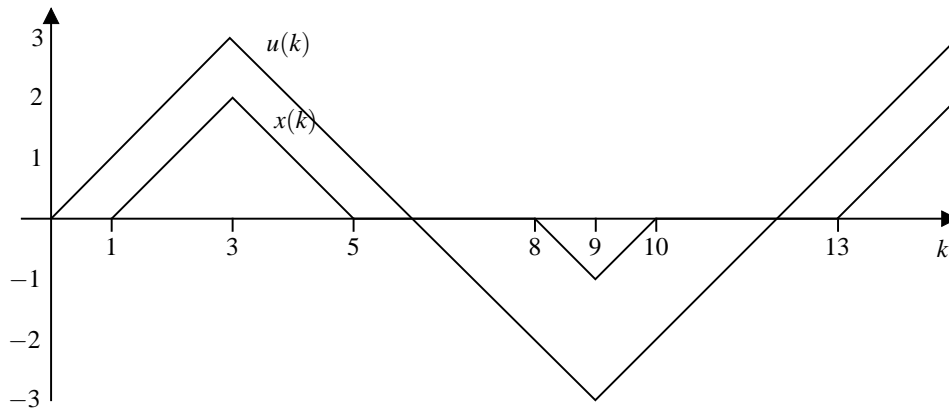


Figura 2.4: Saída da zona-morta para uma entrada dente de serra.

### 2.1.3 Folga

Folga é um fenômeno que está presente na vida dos engenheiros de controle há bastante tempo: desde os servomecanismos da década de 40 até os manipuladores robóticos de alta precisão. Geralmente o conceito de folga está associado a trens de engrenagens e a acoplamentos mecânicos similares. Em contraste com a zona-morta, ela possui um elemento de memória. Um comportamento bastante aceito da folga é mostrado na Figura 2.5, onde  $u(k)$  é a entrada,  $x(k)$  é a saída,  $c_r$  é o cruzamento à direita,  $c_l$  é o cruzamento à esquerda e  $m$  é a inclinação das retas. Por definição,  $m > 0$ ,  $c_r > 0$  e  $c_l < 0$ .

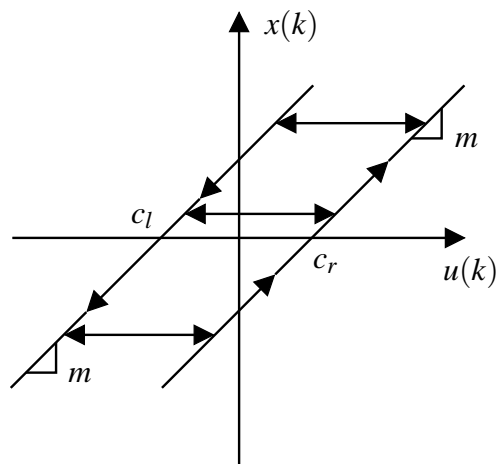


Figura 2.5: Gráfico da folga.

A explicação desta não linearidade será feita baseada na Figura 2.6, a qual ilustra o comportamento da folga entre dois objetos. O objeto U é responsável pela movimentação do objeto X, e o espaçamento entre os contatos direito e esquerdo é  $c_r - c_l$ . A entrada  $u(k)$  representa

a posição de U, e a saída  $x(k)$  a posição de X. Ambos os objetos não possuem inércia, e suas posições são os únicos interesses.

Considere inicialmente que  $u(k) = x(k) = 0$ , e suponha que  $u(k)$  comece a se movimentar para a direita. Quando  $u(k)$  alcança  $c_r$  o contato é estabelecido e  $x(k)$  começa a se movimentar com  $u(k)$ , descrevendo a inclinação com sentido para cima da Figura 2.5. Se em um determinado ponto  $u(k)$  parar e começar a se movimentar para a esquerda,  $x(k)$  permanecerá imóvel nessa posição. Observe que esse período é representado pela transição horizontal para a esquerda. É fácil perceber, de acordo com a Figura 2.6, que esse segmento horizontal possui o tamanho de  $c_r - c_l$ , com  $c_l < 0$ . No final desse segmento o contato será estabelecido com o lado esquerdo do objeto X. Assim,  $x(k)$  começará a se mover para esquerda, juntamente com  $u(k)$ , o que corresponde à inclinação com sentido para baixo da Figura 2.5. Se em algum momento  $u(k)$  parar novamente e começar a se locomover para a direita,  $x(k)$  deixará de se mover e permanecerá nessa posição até que  $u(k)$  atravesse todo o segmento  $c_r - c_l$ . Esse caso é análogo ao anterior, possuindo o sentido para a direita. Não é necessário que  $u(k)$  percorra todo o segmento para mudar de direção.

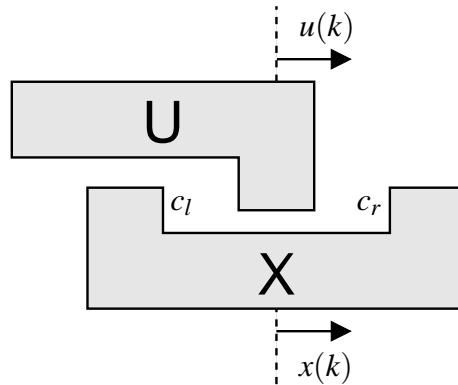


Figura 2.6: Exemplo de folga na movimentação de dois objetos.

Uma descrição analítica da folga no tempo contínuo é:

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} m\dot{u}(t), & \text{se } \dot{u}(t) > 0 \text{ e } x(t) = m[u(t) - c_r], \text{ ou} \\ & \text{se } \dot{u}(t) < 0 \text{ e } x(t) = m[u(t) - c_l] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.8)$$

Ao contrário do modelo contínuo no tempo, o modelo discreto da folga não utiliza a derivada

$\dot{x}(t)$ . O modelo discreto é visto a seguir.

$$x(k) = \begin{cases} m[u(k) - c_l], & \text{se } u(k) < u_l \\ x(k-1), & \text{se } u_l \leq u(k) \leq u_r \\ m[u(k) - c_r], & \text{se } u(k) > u_r \end{cases} \quad (2.9)$$

onde:

$$u_l = \frac{x(k-1)}{m} + c_l \quad u_r = \frac{x(k-1)}{m} + c_r$$

Os valores  $u_l$  e  $u_r$  são as projeções no eixo  $u(k)$  da interseção entre as duas linhas paralelas de inclinação  $m$  e o segmento horizontal interno que contém o valor de  $x(k-1)$ . Quando  $x(k-1) = 0$ ,  $u_l$  e  $u_r$  se tornam os próprios cruzamentos  $c_l$  e  $c_r$ . Eles são chamados de limites da folga e são utilizados para caracterizar a direção de  $u(k)$  (no modelo contínuo utiliza-se  $\dot{u}(t)$ ). Caso  $u(k) = u_r$ , a reta com sentido ascendente estará ativa e  $u(k)$  estará se deslocando à direita. Caso  $u(k) = u_l$ , a reta com sentido descendente estará ativa e  $u(k)$  estará se deslocando à esquerda (ver Figura 2.5).

A Equação (2.9) pode ser escrita de outra maneira, de forma que seja linear nos parâmetros.

$$x(k) = X_r(k)m[u(k) - c_r] + X_l(k)m[u(k) - c_l] + X_s(k)x(k-1) \quad (2.10)$$

onde  $X_r(k)$ ,  $X_l(k)$  e  $X_s(k)$  são também são funções auxiliares que assumem o valor 0 (zero) ou 1 (um) de acordo com as seguintes condições:

$$X_r(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u(k) > u_r \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.11)$$

$$X_l(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u(k) < u_l \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$X_s(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u_l \leq u(k) \leq u_r \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.13)$$

Outras observações no comportamento da folga são feitas baseadas na Figura 2.7. Para essa ilustração os parâmetros da folga são  $m = 1$ ,  $c_r = 1$  e  $c_l = -1$ . Estão presentes nela três condições iniciais para o sinal  $x(k)$ .

- Para o caso *a*,  $x(0) = 1$ , e a saída permanece constante para  $k \in [0, 2]$ .
- Para o caso *b*,  $x(0) = 0$ , e a saída permanece constante para  $k \in [0, 1]$ .
- Para o caso *c*,  $x(0) = -1$ , e a saída não se apresenta constante durante um período inicial.

O período em que a saída permanece constante é considerado como um período “transiente”

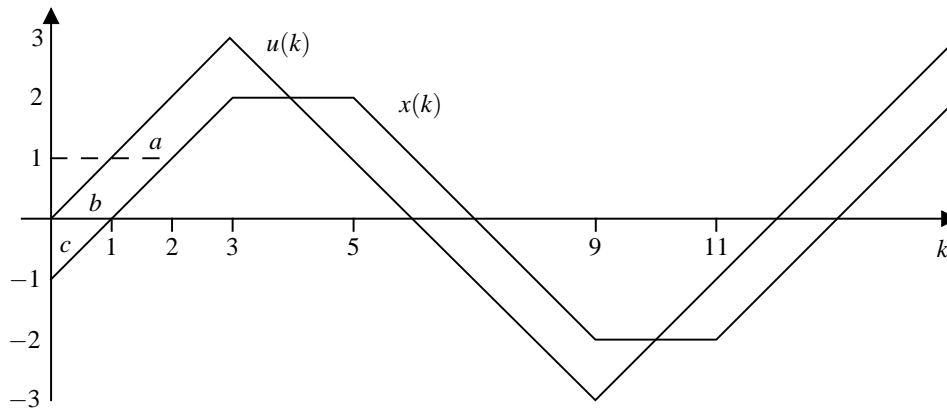


Figura 2.7: Saída da folga para uma entrada dente de serra.

e depende, como mostrado anteriormente, das condições iniciais do sinal de saída. No caso  $c$ , esse período de transição não existe, devido a condição inicial  $x(0) = -1$ . Já para  $a$  e  $b$ , ele existe e é de diferente duração para casos por causa das distintas condições iniciais. Após o período “transiente”,  $x(k)$  se comporta como em um regime permanente.

O comportamento permanente da saída  $x(k)$  revela duas características fundamentais da folga. Primeiro, ela introduz um atraso de fase na resposta do sistema, devido ao tempo necessário para percorrer seu segmento interno. Segundo, ela causa perda de informação por “cortar” os picos do sinal de entrada  $u(k)$ .

## 2.2 Modelos inversos para compensação

O grande crescimento do poder da computação em tempo real tem levado novas soluções para os problemas antigos da engenharia. Dentre estes, está a meta de atingir alta precisão e desempenho com componentes simples, porém robustos e baratos.

Com o intuito de alcançar esse objetivo, realizou-se um estudo sobre modelos inversos de compensação para sistemas com atuadores e sensores com banda-morta, visando cancelar as não linearidades desses equipamentos. Sabe-se que elas estão entre os fatores-chaves que limitam o desempenho estático e dinâmico de sistemas de controles realimentados, impossibilitando altas precisões ao se utilizar controladores lineares. Segundo Campos & Teixeira (2007), a maioria das ações de controle regulatório consiste de pequenas variações, da ordem de 1% ou menos. Caso a banda-morta presente no atuador seja maior que isso, o controle será prejudicado.

A fim de cancelar os efeitos nocivos gerados por essas não linearidades é proposta a implementação de seus modelos inversos, aqui referenciados como compensação inversa. Essa compensação pode ser feita de forma adaptativa, quando não se conhece ou quando os parâ-

metros da não linearidade a ser compensada variam com o tempo, ou de forma fixa, quando se conhece tais parâmetros.

A Figura 2.8 mostra a estrutura usada neste trabalho para o cancelamento das não linearidades. A não linearidade inversa (bloco NLI) foi alocada antes da não linearidade (bloco NL), de modo a cancelar seus efeitos. Portanto, se a zona-morta e a folga forem totalmente compensadas, o sinal de entrada da não linearidade inversa  $u_c(k)$  deve ser igual ao sinal  $x(k)$ .

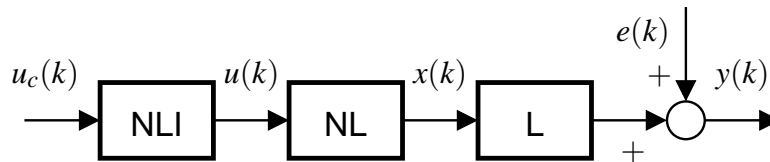


Figura 2.8: Diagrama de blocos da compensação de não linearidades.

As subseções seguintes relatam os modelos das compensações inversas da zona-morta e folga os quais representarão o bloco NLI, ambos baseados em Tao & Kokotovic (1996).

### 2.2.1 Compensação da zona-morta

Quando implementada com os parâmetros reais, esta compensação cancela os efeitos da zona-morta. A relação gráfica entre o sinal de entrada  $u_c(k)$  e o sinal de saída  $u(k)$  é mostrada na Figura 2.9.

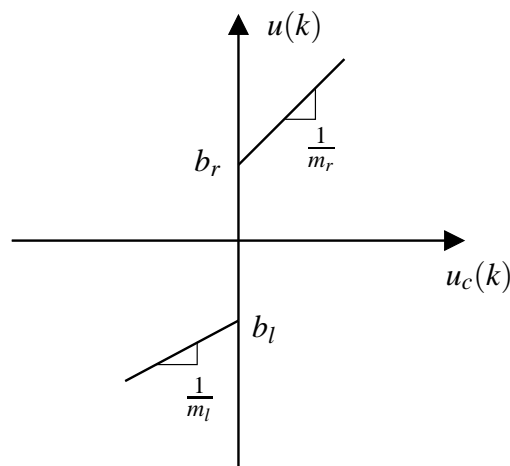


Figura 2.9: Gráfico da compensação inversa da zona-morta.

O modelo inverso da zona-morta é representado pela Equação (2.14). Os parâmetros  $b_r$ ,  $b_l$ ,  $m_r$  e  $m_l$  são os mesmos utilizados na modelagem da zona-morta. Esta expressão pode ser usada



tanto para o tempo contínuo como para o tempo discreto.

$$u(k) = \begin{cases} \frac{1}{m_r} [u_c(k) + m_r b_r], & \text{se } u_c(k) > 0 \\ 0, & \text{se } u_c(k) = 0 \\ \frac{1}{m_l} [u_c(k) + m_l b_l], & \text{se } u_c(k) < 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Para uma parametrização linear da compensação inversa, tem-se:

$$u(k) = \chi_r(k) \frac{1}{m_r} [u_c(k) + m_r b_r] + \chi_l(k) \frac{1}{m_l} [u_c(k) + m_l b_l] \quad (2.15)$$

onde  $\chi_r(k)$  e  $\chi_l(k)$  são funções auxiliares definidas como:

$$\chi_r(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u_c(k) > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\chi_l(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u_c(k) < 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.17)$$

A equação do modelo inverso é semelhante à do modelo da zona-morta. As variáveis  $m_r$ ,  $m_l$ ,  $b_r$  e  $b_l$  possuem o mesmo significado da Equação (2.5). A diferença está na definição das funções auxiliares  $\chi_r(k)$  e  $\chi_l(k)$ .

Uma ilustração do comportamento do sinal de saída da compensação da zona-morta  $u(k)$  é visto na Figura 2.10. Neste exemplo, os parâmetros usados para configuração do bloco inversor foram:  $m_r = 1$ ,  $m_l = 1$ ,  $b_r = 1$  e  $b_l = -2$ , os quais são os mesmos do exemplo da zona-morta apresentado anteriormente. O sinal de entrada  $u_c(k)$  é uma entrada dente de serra. Existe uma diferença entre  $u_c(k)$  e  $u(k)$  que, durante a parte positiva do sinal, tem valor igual a  $b_r$ . Durante a parte negativa do sinal a diferença é igual a  $b_l$ . No momento em que esse sinal passa de positivo para negativo, ou vice-versa, ocorre um salto do tamanho  $b_r - b_l$  na saída compensação.

Para verificar a veracidade do modelo inverso, ou seja, concluir que  $x(k) = u_c(k)$ , serão analisadas três situações:  $u_c(k) > 0$ ,  $u_c(k) < 0$  e  $u_c(k) = 0$ . Para esta prova, a função da inversa da zona-morta (2.14) será chamada de  $ZI(\cdot)$ .

**Lema 2.1.** (*Inversa da Zona-Morta*) Quando implementada com os parâmetros reais  $m_r$ ,  $m_l$ ,  $b_r$  e  $b_l$ , a inversa da zona-morta (2.14) cancela o efeito da zona-morta (2.4), isto é

$$u(k) = ZI(u_c(k)) \Rightarrow x(k) = u_c(k), \forall k \geq 0.$$

*Demonstração.* Suponha que  $u_c(k) > 0$ . Para  $u_c(k) > 0$ , a função auxiliar  $\chi_r(k)$  (2.16) será

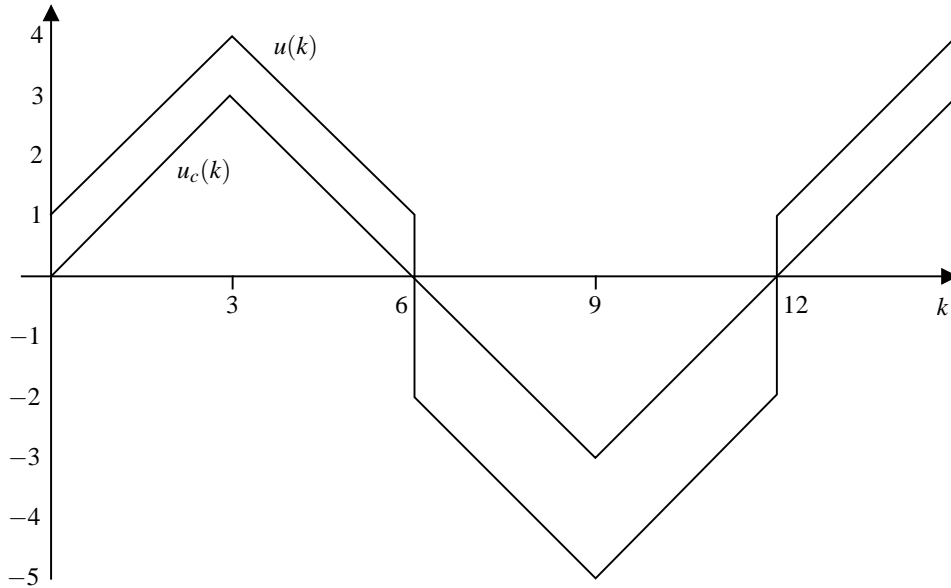


Figura 2.10: Saída da inversa da zona-morta para uma entrada dente de serra.

igual a 1 e  $\chi_l(k)$  (2.17) assumirá valor 0. Logo,  $u(k)$  (2.15) ficará:

$$u(k) = \frac{1}{m_r} [u_c(k) + m_r b_r] = \frac{u_c(k)}{m_r} + b_r \quad (2.18)$$

Como foi admitido que  $u_c(k) > 0$ , e por definição  $m_r > 0$ , a parcela  $\frac{u_c(k)}{m_r}$  será também positiva. Logo,  $u(k) > b_r$ . A função auxiliar  $X_r(k)$  (2.6) possuirá valor 1 enquanto que  $X_l(k)$  (2.7) será igual a 0. Substituindo (2.18) em (2.5) com os devidos valores das funções auxiliares tem-se:

$$x(k) = m_r \left( \frac{u_c(k)}{m_r} + b_r - b_r \right)$$

Fazendo as simplificações, conclui-se que  $x(k) = u_c(k)$ .

Suponha que  $u_c(k) < 0$ . Para  $u_c(k) < 0$ , a função auxiliar  $\chi_r(k)$  (2.16) será igual a 0 e  $\chi_l(k)$  (2.17) assumirá valor 1. Logo,  $u(k)$  (2.15) ficará:

$$u(k) = \frac{u_c(k) + m_l b_l}{m_l} = \frac{u_c(k)}{m_l} + b_l \quad (2.19)$$

Como foi admitido que  $u_c(k) < 0$ , e por definição  $m_l > 0$ , a parcela  $\frac{u_c(k)}{m_l}$  será negativa. Logo,  $u(k) < b_l$ . A função auxiliar  $X_r(k)$  (2.6) possuirá valor 0 enquanto que  $X_l(k)$  (2.7) será igual a

1. Substituindo (2.19) em (2.5) com os devidos valores das funções auxiliares tem-se:

$$x(k) = m_l \left( \frac{u_c(k)}{m_l} + b_l - b_l \right)$$

Fazendo as simplificações, conclui-se que  $x(k) = u_c(k)$ .

Suponha que  $u_c(k) = 0$ . Para  $u_c(k) = 0$ , as funções auxiliares  $\chi_r(k)$  (2.16) e  $\chi_l(k)$  (2.17) serão iguais a 0 e o sinal  $u(k)$  assumirá valor 0 também. Como, por definição,  $b_r > 0$  e  $b_l < 0$ , o sinal  $u(k)$  será  $b_l < u(k) < b_r$ , e de acordo com a Equação (2.4) o sinal  $x(k) = 0$ . Logo,  $x(k) = u_c(k)$ .  $\square$

## 2.2.2 Compensação da folga

Como dito anteriormente, a folga causa um atraso de fase na saída do sistema devido ao tempo necessário para se percorrer seu segmento interno. Além disso, ela também causa um “corte” nos picos do sinal de entrada acarretando perda de informação. A compensação inversa ideal da folga fará com que o segmento interno seja percorrido instantaneamente e que não haja perda de informação do sinal de entrada.

A relação gráfica entre o sinal de entrada e de saída da compensação da folga pode ser vista na Figura 2.11. Os parâmetros  $m$ ,  $c_r$  e  $c_l$  são os mesmos utilizados na modelagem da folga e possuem os mesmos significados.

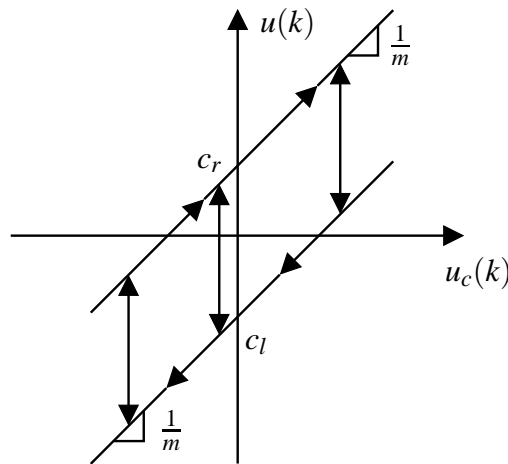


Figura 2.11: Gráfico da compensação inversa da folga.

A definição contínua da inversa da folga é:

$$\dot{u}(t) = \begin{cases} \frac{1}{m}\dot{u}_c(t), & \text{se } \dot{u}_c(t) > 0, u(t) = \frac{u_c(t)}{m} + c_r, \text{ ou} \\ & \text{se } \dot{u}_c(t) < 0, u(t) = \frac{u_c(t)}{m} + c_l \\ 0, & \text{se } \dot{u}_c(t) = 0 \\ g(t, t), & \text{se } \dot{u}_c(t) > 0, u(t) = \frac{u_c(t)}{m} + c_l \\ -g(t, t), & \text{se } \dot{u}_c(t) < 0, u(t) = \frac{u_c(t)}{m} + c_r \end{cases} \quad (2.20)$$

Nessa definição, o inverso do segmento horizontal interno da folga é um salto vertical definido como a integral da função impulso

$$g(\tau, t) = \delta(\tau - t)(c_r - c_l)$$

onde  $\delta(t)$  é a função delta de Dirac. Portanto, um pulo ascendente na inversa da folga será

$$u(t^+) = u(t^-) + \int_{t^-}^{t^+} g(\tau, t) d\tau = \frac{u_c(t^-)}{m} + c_r$$

O efeito deste pulo é a eliminação do atraso causado pelo segmento interno da folga. O uso da Equação (2.20) recupera a informação que teria sido perdida em (2.8). Isso será mostrado pela prova de que a inversa da folga definida em (2.20) é a inversa à direita da folga definida em (2.8). Para esta prova, a função contínua da folga (2.8) será chamada de  $F(\cdot)$  e função contínua da inversa da folga (2.20) será chamada de  $FI(\cdot)$ .

**Lema 2.2.** (*Inversa da Folga*) A função  $FI(\cdot)$  definida por (2.20) é a inversa à direita da função  $F(\cdot)$  definida por (2.8), no sentido de que

$$u_c(t_0) = F(FI(u_c(t_0))) \Rightarrow F(FI(u_c(t))) = u_c(t), \forall t \geq t_0.$$

*Demonstração.* Suponha que  $\dot{u}_c(t) > 0$  para  $t \in [t_0, t_1]$ . Primeiro, se  $u(t_0) = \frac{u_c(t_0)}{m} + c_r$ , e  $x(t_0) = m[u(t_0) - c_r]$ , então de acordo com (2.20) e (2.8),  $\dot{x}(t) = m\dot{u}(t) = m\frac{\dot{u}_c(t)}{m} = \dot{u}_c(t)$  para  $t \in [t_0, t_1]$  com  $x(t_0) = u_c(t_0)$ . Portanto  $F(FI(u_c(t))) = u_c(t), \forall t \in [t_0, t_1]$ . Segundo, se  $u(t_0) = \frac{u_c(t_0)}{m} + c_l$  e  $x(t_0) = m[u(t_0) - c_l]$ , então de acordo com (2.20),  $u(t)$  terá um salto em  $t = t_0$  de modo que  $u(t) = \frac{u_c(t)}{m} + c_r$  para  $t = t_0^+$ . O pulo em  $u(t)$  faz  $x(t)$  atravessar um segmento interno de modo que  $x(t_0^+) = m[u(t_0^+) - c_r]$ , o qual equivale ao primeiro caso acima. Quando  $\dot{u}_c(t) < 0$  para  $t \in [t_0, t_1]$ , uma análise similar mostra que  $B(BI(u_c(t))) = u_c(t), \forall t \in [t_0, t_1]$ . Se  $\dot{u}_c(t) = 0$  para  $t \in [t_0, t_1]$ , então  $B(BI(u_c(t))) = u_c(t), \forall t \in [t_0, t_1]$ .

Se  $\dot{u}_c(t)$  muda de sinal em  $t = t_1$ , então de acordo com (2.20),  $u(t)$  terá um salto no mesmo instante  $t = t_1$  de modo que  $u(t) = \frac{u_c(t)}{m} + c_r$  para  $\dot{u}_c(t_1^+) > 0$ , e  $u(t) = \frac{u_c(t)}{m} + c_l$  para

$\dot{u}_c(t_1^+) < 0$ . O salto em  $u(t)$  faz  $x(t)$  atravessar o segmento interno da folga de modo que  $x(t_1^+) = m [u(t_1^+) - c_r]$  para  $\dot{u}_c(t_1^+) > 0$ , e  $x(t_1^+) = m [u(t_1^+) - c_l]$  para  $\dot{u}_c(t_1^+) < 0$ . Então pode se repetir o procedimento acima para mostrar que  $B(BI(u_c(t))) = u_c(t), \forall t \geq t_1$ .  $\square$

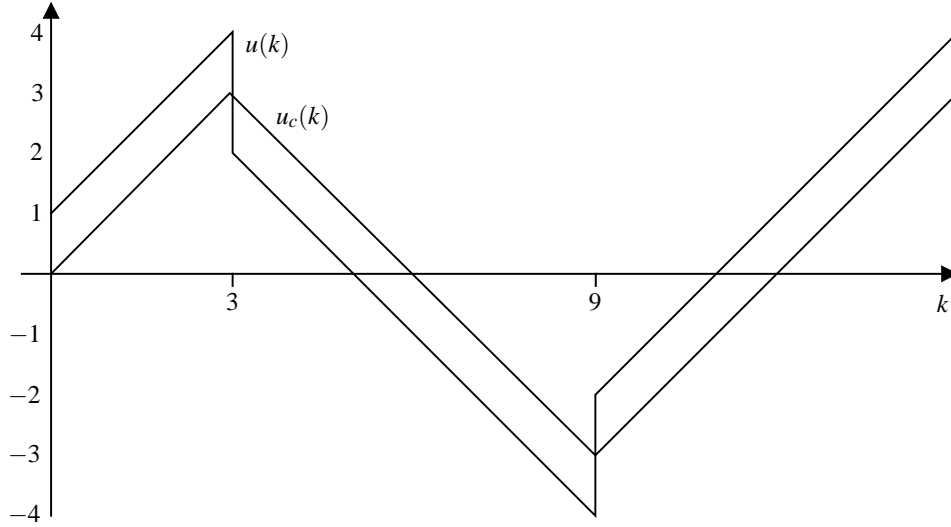


Figura 2.12: Saída da inversa da folga para uma entrada dente de serra.

Para uma parametrização linear da compensação inversa da folga, serão utilizadas as variáveis  $m$ ,  $c_r$  e  $c_l$ , que são as mesmas usadas para a construção da folga. O modelo discreto da inversa da folga é representado pela Equação (2.21). O sinal de entrada é o sinal  $u_c(k)$ , e a saída  $u(k)$  é a entrada da não linearidade (ver Figura 2.8).

$$u(k) = \chi_r(k) \frac{1}{m} [u_c(k) + mc_r] + \chi_l(k) \frac{1}{m} [u_c(k) + mc_l] + \chi_s(k) u(k-1) \quad (2.21)$$

As funções auxiliares da folga  $\chi_r(k)$ ,  $\chi_l(k)$  e  $\chi_s(k)$  são definidas como:

$$\chi_r(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u_c(k) > u_c(k-1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\chi_l(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u_c(k) < u_c(k-1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\chi_s(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u_c(k) = u_c(k-1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.24)$$

A saída da compensação da folga para uma entrada dente de serra é mostrada na Figura 2.12. Os parâmetros usados no bloco inversor foram os mesmo usados para configurar o exemplo da folga:  $m = 1$ ,  $c_r = 1$  e  $c_l = -1$ . Durante a fase ascendente do sinal, a diferença entre os sinais

de entrada  $u_c(k)$  e de saída  $u(k)$  é  $c_r$ . Durante a fase descendente, a diferença vale  $c_l$ . No momento em que o sinal de controle muda de sentido ocorre um salto do tamanho  $c_r - c_l$  na saída compensação da folga.

Neste capítulo, foram apresentados os modelos matemáticos que serão usados para representar um processo industrial. Tanto a parte linear de um sistema Hammerstein, representada por um modelo Erro na Saída, quanto a não linearidade estática, representada pela zona-morta e folga, e seus inversos estão aqui modelados. O próximo capítulo introduz as Funções Descritivas, as quais serão usadas para determinar a presença ou não de ciclos limites em um sistema não linear.

---

## **Capítulo 3**

# **Análise por função descritiva**

---

O método de resposta em frequência é uma ferramenta poderosa para análise e construção de sistemas de controle lineares. A potencialidade deste método se dá em razão da facilidade de análise através de gráficos e pelo fato das funções de resposta em frequência apresentarem significados físicos evidentes. Porém, uma versão estendida do método de resposta em frequência, chamado de *Método da Função Descritiva*, pode ser usada para analisar e prever aproximadamente o comportamento não linear. Mesmo que seja apenas um método aproximado, ele herda as vantagens dos métodos de resposta em frequência, e devido à escassez de ferramentas para análise de sistemas não lineares, o método da função descritiva se torna indispensável para os engenheiros de controle (Slotine & Li, 1991). Sua principal utilidade é de prever a existência de ciclos limites nos sistemas não lineares.

Os ciclos limites são oscilações mantidas na saída de um sistema e que não dependem das condições iniciais do mesmo. A predição destas oscilações é importante, pois elas podem ocorrer frequentemente em sistemas físicos reais, que são essencialmente não lineares. Em alguns casos, tais oscilações podem ser desejadas, como no caso de osciladores eletrônicos usados em laboratórios. Todavia, na maioria dos sistemas de controle os ciclos limites não são desejados, pois causam perda na precisão do controle, além de falhas mecânicas nos equipamentos do sistema (Slotine & Li, 1991).

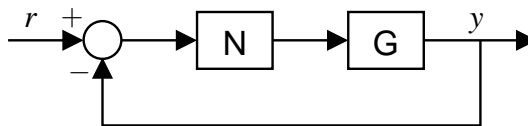


Figura 3.1: Sistema de controle não linear.

Qualquer sistema que possa ser transformado na configuração da Figura 3.1 pode ser analisado através das funções descritivas. O bloco N representa o elemento não linear do sistema e o bloco G a dinâmica linear do mesmo. Algumas não linearidades são inerentes aos atuadores, e são inevitáveis em sistemas de controle. Exemplos de tais não linearidades são:

1. saturação
2. zona-morta
3. histerese
4. folga
5. atrito estático, atrito de Coulomb e outros atritos não lineares
6. mola não linear
7. compressibilidade de fluido



Outras não linearidades são intencionais ou artificiais e são introduzidas no sistema para melhorar o desempenho ou simplificar a construção. Como exemplo, pode-se citar o relé.

Como já escrito anteriormente, a presença de não linearidades no sistema de controle afeta prejudicialmente o desempenho do sistema. Por exemplo, a folga pode causar instabilidade no sistema, e a zona-morta pode causar erro estacionário.

Não há um método de análise geral para lidar com todos os sistemas não lineares porque as equações diferenciais não lineares praticamente não permitem um método geral de estudo. Como não há um método geral, pode-se tomar cada equação não linear, ou grupo de equações similares, individualmente e tentar desenvolver um método de análise que se aplicará satisfatoriamente para aquele grupo particular (Ogata, 1982).

O método da função descritiva nos permite estudar a estabilidade de muitos sistemas de controle não lineares simples do ponto de vista do domínio da frequência. Ele fornece informação sobre a estabilidade para sistemas de qualquer ordem, mas não dá informações sobre as características de resposta temporal.

Existem outras formas de analisar sistemas não lineares. O método do plano de fase fornece informação tanto sobre estabilidade quanto sobre comportamento de resposta temporal, mas é limitado a sistemas de primeira e segunda ordem. O método de Liapunov pode ser aplicado na análise de estabilidade de qualquer sistema não linear, porém sua aplicação pode ser prejudicada devido à dificuldade de se achar funções de Liapunov para sistemas não lineares complicados (Ogata, 1982).

Para que as funções descritivas possam ser usadas na análise de sistemas, quatro suposições serão assumidas como verdadeiras (Slotine & Li, 1991):

### **1. Existência de apenas um componente não linear**

Em um sistema podem existir duas ou mais não linearidades. Quando apenas um elemento não linear se torna significativo, os efeitos dos outros elementos não lineares podem ser desprezados para a análise. É importante observar que a função descritiva de duas não linearidades em série é diferente do produto das respectivas funções descritivas individuais. Portanto, no caso em que mais de um elemento não linear seja relevante em um sistema físico e que os elementos não estejam separados por um filtro passa-baixas, eles podem ser combinados em um único bloco e a função descritiva equivalente deste bloco pode ser determinada.

### **2. Componente não linear é invariante no tempo**

O método da função descritiva é fortemente baseado no critério de estabilidade de Nyquist, o qual é aplicado apenas para sistemas invariantes no tempo.

### **3. A parte linear do sistema é um filtro passa-baixa**

Admite-se que o componente linear (bloco G da Figura 3.1) apresente características de um filtro passa-baixa. Desse modo, apenas a harmônica fundamental na saída da não linearidade será levada em consideração nos cálculos do método. Isso representa uma aproximação, pois a saída do elemento não linear correspondente a uma entrada senoidal possui outras harmônicas além da fundamental.

#### 4. A não linearidade é simétrica

Esta última suposição admite que o gráfico da não linearidade seja simétrico em relação a origem. Ela foi introduzida por simplicidade, pois com ela o termo estático da série de Fourier poder ser desprezado, facilitando a obtenção da fórmula da função descritiva.

Embora tenham sido feitas estas suposições, elas não são estritamente necessárias para a análise por função descritiva. Variações deste método, que levam em consideração elementos não lineares invariantes no tempo ou até mesmo a consideração de mais de uma harmônica, vem sendo estudadas na literatura (Slotine & Li, 1991).

O método da função descritiva pode resolver um grande número de problemas de controle envolvendo ciclos limites. Entretanto, devido à natureza de aproximação da técnica, não é surpreendente que alguns resultados se apresentem de forma não muito precisas. A amplitude e frequência dos ciclos limites sempre se apresentam um pouco diferentes do que realmente acontece na prática. A proximidade entre os valores previstos e os reais vai depender de quão bem o sistema não linear satisfaz as suposições do método de função descritiva.

Embora menos frequentes, pode haver casos em que o método afirme a presença de ciclos limites sendo que na realidade não há tal presença, ou o contrário: existem ciclos limites na prática, porém o método não acuse tal condição.

### 3.1 Funções descritivas

A função descritiva ou função descritiva senoidal de um elemento não linear é definida como a relação complexa entre a componente harmônica fundamental da saída e a amplitude de entrada. Isto é:

$$N = \frac{Y_1}{X} \angle \phi_1 = \frac{B_1 + jA_1}{X}$$

onde  $N$  é a função descritiva,  $X$  é a amplitude da senóide de entrada,  $Y_1$  e  $\phi_1$  são respectivamente a amplitude e a defasagem da harmônica fundamental da saída da não linearidade, e  $B_1$  e  $A_1$  são os coeficientes da série de Fourier da mesma harmônica fundamental.

Para se calcular a função descritiva de um elemento não linear se faz necessário encontrar a equação da harmônica fundamental de saída do mesmo. Para uma entrada senoidal  $x(t) =$

$X \text{ sen } \omega t$ , a saída  $y(t)$  do elemento não linear pode ser expressa como uma série de Fourier:

$$\begin{aligned} y(t) &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \text{ sen } n\omega t) \\ &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \text{ sen}(n\omega t + \phi_n) \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos n\omega t \, d(\omega t) \\ B_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \text{ sen } n\omega t \, d(\omega t) \\ Y_n &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \\ \phi_n &= \tan^{-1} \left( \frac{A_n}{B_n} \right) \end{aligned}$$

Admitindo a suposição 4 como verdadeira, a não linearidade é considerada simétrica. Desse modo, o termo  $A_0 = 0$ . A harmônica fundamental fica:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= A_1 \cos \omega t + B_1 \text{ sen } \omega t \\ &= Y_1 \text{ sen}(\omega t + \phi_1) \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos \omega t \, d(\omega t) \\ B_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \text{ sen } \omega t \, d(\omega t) \\ Y_1 &= \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \\ \phi_1 &= \tan^{-1} \left( \frac{A_1}{B_1} \right) \end{aligned}$$

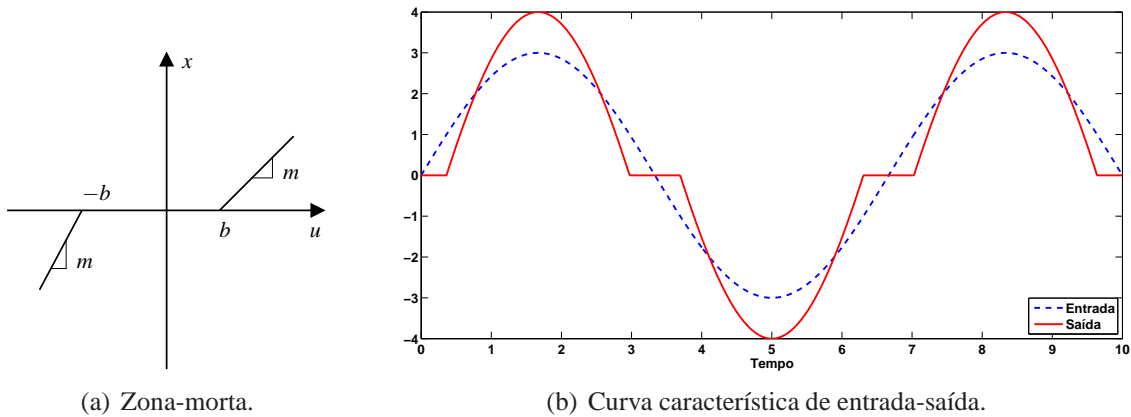
Vamos agora obter as funções descritivas das quatro não linearidades estudadas anteriormente no capítulo 2 deste trabalho: zona-morta, folga e suas inversas. Será considerado como entrada um sinal senoidal  $x(t) = X \text{ sen } \omega t$ , com amplitude igual a  $X$  e frequência igual a  $\omega t$ .

### 3.1.1 Função descritiva da zona-morta

Uma curva característica de entrada e saída pode ser vista na Figura 3.2. Analisando tal figura, conclui-se que a saída desta não linearidade é dada por:

$$y(t) = \begin{cases} 0, & \text{para } 0 < \omega t < \gamma \\ m(X \operatorname{sen} \omega t - b), & \text{para } \gamma < \omega t < \pi - \gamma \\ 0, & \text{para } \pi - \gamma < \omega t < \pi \end{cases}$$

onde  $\gamma = \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{b}{X} \right)$ .



(a) Zona-morta.

(b) Curva característica de entrada-saída.

Figura 3.2: Análise da saída para a não linearidade tipo zona-morta.

Para que a zona-morta seja simétrica será considerado que  $b_r = -b_l$  e  $m_r = m_l$ . Desse modo, os limites  $b_r$  e  $b_l$  serão referenciados agora como  $b$  e as inclinações  $m_r$  e  $m_l$  serão chamadas de  $m$ .

Tomemos a equação da harmônica fundamental da saída da não linearidade:

$$y_1 = A_1 \cos \omega t + B_1 \operatorname{sen} \omega t$$

De acordo com a Figura 3.2(a) a zona-morta é uma não linearidade simétrica e ímpar  $y(t) = -y(-t)$ . Portanto, o coeficiente  $A_1$  da série de Fourier será igual a zero. O coeficiente  $B_1$  será dado pela equação:

$$B_1 = \frac{4m}{\pi} \int_{\gamma}^{\pi/2} (X \operatorname{sen} \omega t - b) \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t$$

$$B_1 = \frac{2Xm}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{b}{X} \right) - \left( \frac{b}{X} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{b}{X} \right)^2} \right]$$

Logo, a função descritiva da zona-morta será:

$$N = \frac{B_1 + jA_1}{X} = \frac{2m}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \text{sen}^{-1} \left( \frac{b}{X} \right) - \left( \frac{b}{X} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{b}{X} \right)^2} \right]$$

### 3.1.2 Função descritiva da inversa da zona-morta

Uma curva característica de entrada e saída pode ser vista na Figura 3.3. Analisando tal figura, conclui-se que a saída desta não linearidade é dada por:

$$y(t) = \begin{cases} \frac{1}{m}X \text{sen } \omega t + b, & \text{para } 0 < \omega t < \pi \\ \frac{1}{m}X \text{sen } \omega t - b, & \text{para } \pi < \omega t < 2\pi \end{cases}$$

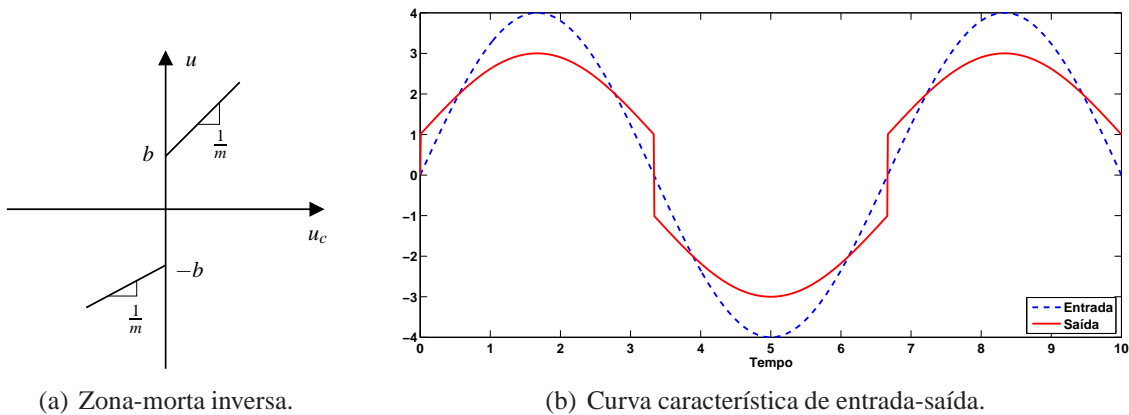


Figura 3.3: Análise da saída para a não linearidade tipo inverso da zona-morta.

Assim como no caso anterior, para que a inversa da zona-morta seja simétrica será considerado que  $b_r = -b_l$  e  $m_r = m_l$ . Desse modo, os limites  $b_r$  e  $b_l$  serão referenciados agora como  $b$  e as inclinações  $\frac{1}{m_r}$  e  $\frac{1}{m_l}$  serão chamadas de  $\frac{1}{m}$ .

Tomemos a equação da harmônica fundamental da saída da não linearidade:

$$y_1 = A_1 \cos \omega t + B_1 \text{sen } \omega t$$

Observando a Figura 3.3(a), percebe-se que a inversa da zona-morta também é uma não linearidade simétrica e ímpar  $y(t) = -y(-t)$ . Portanto, o coeficiente  $A_1$  da série de Fourier será

igual a zero. O coeficiente  $B_1$  será dado pela equação

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \left( b + \frac{1}{m} X \operatorname{sen} \omega t \right) \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t \\ &= \frac{4b}{\pi} + \frac{1}{m} X \end{aligned}$$

Assim, tem-se a seguinte função descritiva para a inversa da zona-morta:

$$N = \frac{B_1 + jA_1}{X} = \frac{4b}{\pi X} + \frac{1}{m}$$

### 3.1.3 Função descritiva da folga

A relação entre entrada e saída da folga pode ser vista na Figura 3.4. De acordo com a mesma, a saída  $y(t)$  desta não linearidade é expressa por

$$y(t) = \begin{cases} (X \operatorname{sen} \omega t - c) m, & \text{para } 0 < \omega t < \frac{\pi}{2} \\ (X - c) m, & \text{para } \frac{\pi}{2} < \omega t < \pi - \beta \\ (X \operatorname{sen} \omega t + c) m, & \text{para } \pi - \beta < \omega t < \frac{3\pi}{2} \\ (-X + c) m, & \text{para } \frac{3\pi}{2} < \omega t < 2\pi - \beta \\ (X \operatorname{sen} \omega t - c) m, & \text{para } 2\pi - \beta < \omega t < 2\pi \end{cases}$$

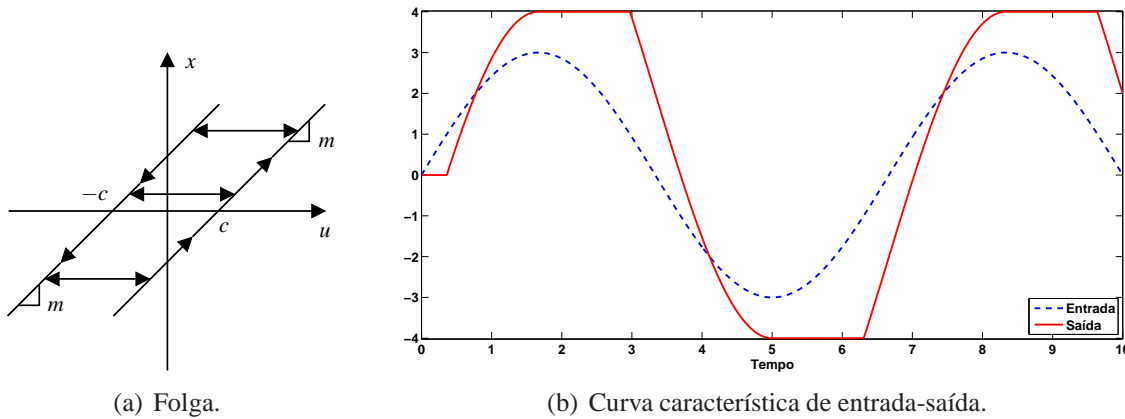


Figura 3.4: Análise da saída para a não linearidade tipo folga.

Esta função não se apresenta como uma não linearidade ímpar  $y(t) \neq -y(-t)$ . Porém, possui uma simetria ímpar de meia onda  $y(\omega t \pm \pi) = -y(\omega t)$  (Gopal, 2006). Para isso, será admitido que o parâmetro  $c_r$  seja igual ao parâmetro  $c_l$ , sendo os mesmo agora nomeados pela variável  $c$ . Devido a simetria da saída  $y(t)$ , apenas a parte positiva deste sinal precisa ser considerada.

Assim, os coeficientes da série de Fourier da harmônica fundamental são:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\pi/2} (X \operatorname{sen} \omega t - c) m \cos \omega t \, d\omega t + \int_{\pi/2}^{\pi-\beta} (X - c) m \cos \omega t \, d\omega t \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\pi-\beta}^{\pi} (X \operatorname{sen} \omega t + c) m \cos \omega t \, d\omega t \right] \\
 &= \frac{4mc}{\pi} \left( \frac{c}{X} - 1 \right) \\
 B_1 &= \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\pi/2} (X \operatorname{sen} \omega t - c) m \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t + \int_{\pi/2}^{\pi-\beta} (X - c) m \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\pi-\beta}^{\pi} (X \operatorname{sen} \omega t + c) m \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t \right] \\
 &= \frac{Xm}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{2c}{X} - 1 \right) - \left( \frac{2c}{X} - 1 \right) \sqrt{1 - \left( \frac{2c}{X} - 1 \right)^2} \right]
 \end{aligned}$$

onde

$$\beta = \operatorname{sen}^{-1} \left( 1 - \frac{2c}{X} \right)$$

É fácil de observar que a componente fundamental de  $y(t)$  terá um deslocamento de fase com respeito à entrada  $X \operatorname{sen} \omega t$ , fato que não aconteceu nos casos da zona-morta e sua inversa.

A função descritiva da folga fica, portanto:

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{B_1 + jA_1}{X} \\
 &= \frac{m}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{2c}{X} - 1 \right) - \left( \frac{2c}{X} - 1 \right) \sqrt{1 - \left( \frac{2c}{X} - 1 \right)^2} \right] + j \frac{4mc}{\pi X} \left( \frac{c}{X} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

### 3.1.4 Função descritiva da inversa da folga

A curva característica da relação entre entrada e saída da inversa da folga pode ser vista na Figura 3.5. Baseado nela, obteve-se a expressão de saída  $y(t)$  desta não linearidade:

$$y(t) = \begin{cases} \frac{1}{m} X \operatorname{sen} \omega t - c, & \text{para } \frac{\pi}{2} < \omega t < \frac{3\pi}{2} \\ \frac{1}{m} X \operatorname{sen} \omega t + c, & \text{para } \frac{3\pi}{2} < \omega t < \frac{5\pi}{2} \end{cases}$$

Do mesmo modo que no caso da folga, os parâmetros  $c_r$  e  $c_l$  da inversa da folga serão considerados iguais e referenciados por uma nova variável  $c$ . A simetria ímpar de meia onda

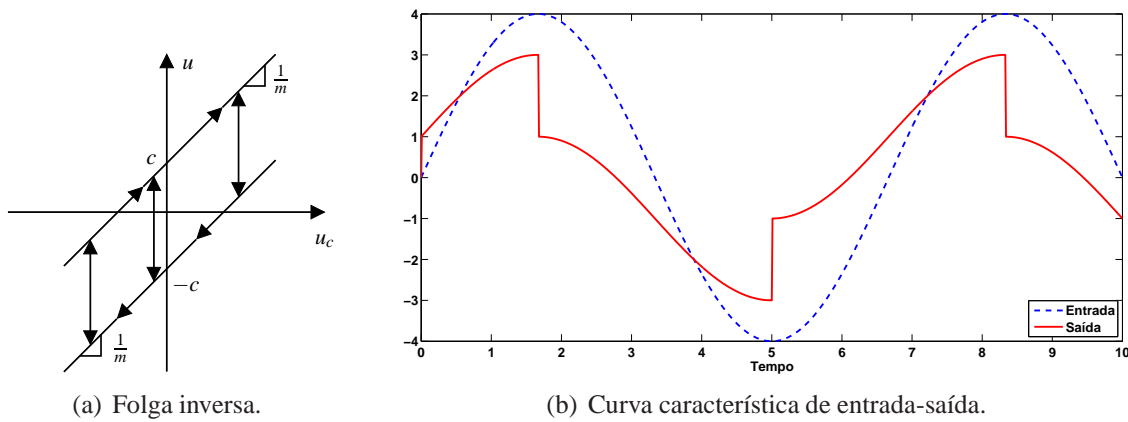


Figura 3.5: Análise da saída para a não linearidade tipo inversa da folga.

$y(\omega t \pm \pi) = -y(\omega t)$  continua a existir e, por isso, apenas a parte positiva deste sinal será considerada nas integrais dos coeficientes da série de Fourier. Portanto, estes coeficientes da harmônica fundamental são, portanto:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\pi/2} \left( \frac{X}{m} \operatorname{sen} \omega t + c \right) \cos \omega t \, d\omega t + \int_{\pi/2}^{\pi} \left( \frac{X}{m} \operatorname{sen} \omega t - c \right) \cos \omega t \, d\omega t \right] \\
 &= \frac{4c}{\pi} \\
 B_1 &= \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\pi/2} \left( \frac{X}{m} \operatorname{sen} \omega t + c \right) \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t + \int_{\pi/2}^{\pi} \left( \frac{X}{m} \operatorname{sen} \omega t - c \right) \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t \right] \\
 &= \frac{X}{m}
 \end{aligned}$$

Também neste caso de inversa da folga, a componente fundamental de  $y(t)$  terá um deslocamento de fase com respeito à entrada  $X \operatorname{sen} \omega t$ , o que também foi observado na análise da folga.

A função descritiva da inversa da folga fica:

$$N(X) = \frac{B_1 + jA_1}{X} = \frac{1}{m} + j\frac{4c}{\pi X}$$

## 3.2 Cruzamento e ciclos limites

Tomemos mais uma vez a Figura 3.1. Se as harmônicas de ordem superior forem suficientemente atenuadas pelo sistema linear  $G$ , a função descritiva do elemento não linear  $N$  pode ser tratada como um ganho de variável real ou complexa. Logo, a resposta em frequência em malha



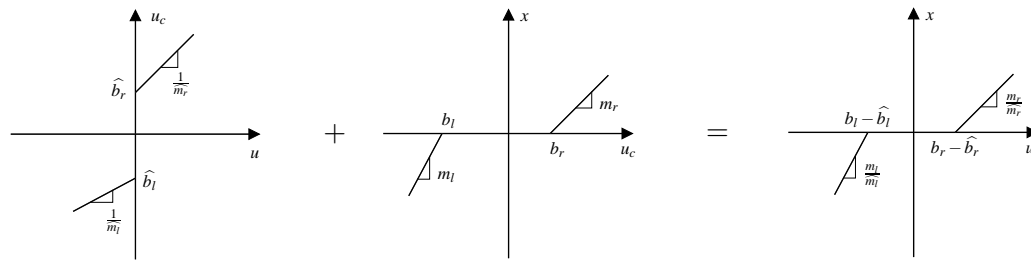
fechada torna-se

$$\frac{Y(j\omega)}{C(j\omega)} = \frac{NG(j\omega)}{1 + NG(j\omega)}$$

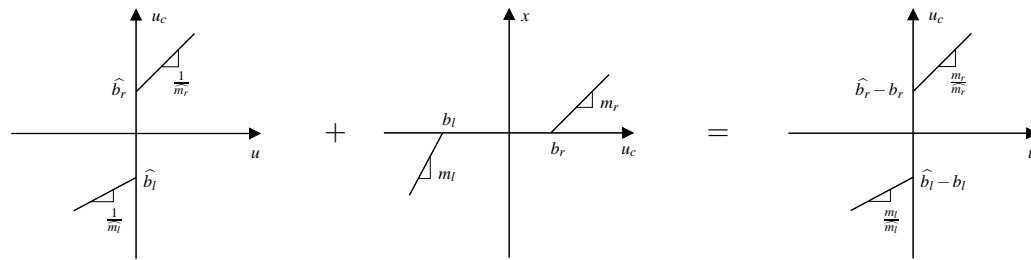
A equação característica é portanto

$$1 + NG(j\omega) = 0 \tag{3.1}$$

No caso desta última equação for satisfeita (ou seja, se  $G(j\omega) = -1/N$ ), então a saída do sistema apresentará oscilações mantidas na saída. Na análise por função descritiva, a análise convencional da resposta em frequência é modificada de tal forma que o todo lugar geométrico de  $-1/N$  se torna o lugar geométrico de pontos críticos. Portanto, a posição relativa dos lugares geométricos de  $-1/N$  e  $G(j\omega)$  proverá informações de estabilidade.



(a) Subcompensação da zona-morta.



(b) Supercompensação da zona-morta.

Figura 3.6: Possíveis casos na compensação da zona-morta.

O critério de estabilidade é este. Se o lugar geométrico de  $-1/N$  não é interceptado pelo lugar geométrico de  $G(j\omega)$ , então o sistema é estável ou não há ciclo limite em regime estacionário. Porém, se o lugar geométrico de  $-1/N$  é interceptado pelo lugar geométrico de  $G(j\omega)$ , então a saída do sistema pode apresentar um ciclo limite. Este ciclo limite, embora não seja uma senóide, pode ser aproximado por um sinal senoidal cuja amplitude é o valor de  $X$  no lugar geométrico de  $-1/N$  e a frequência é o valor de  $\omega$  na intersecção do lugar geométrico de  $G(j\omega)$ .

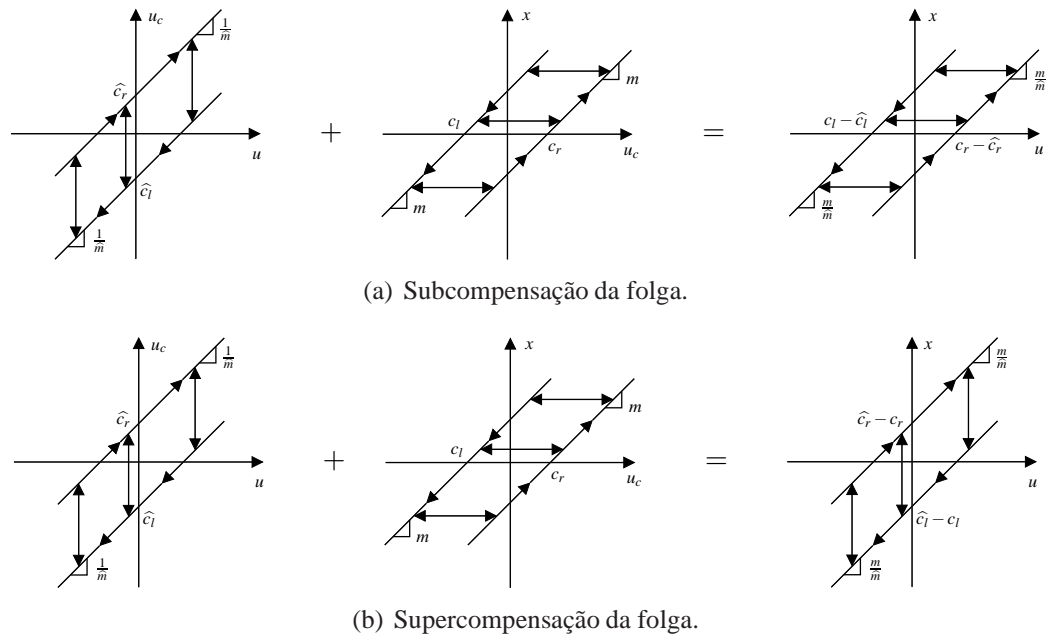


Figura 3.7: Possíveis casos na compensação da folga.

De acordo com a suposição 1, apenas uma não linearidade pode existir no sistema. Como tanto a zona-morta e a folga quanto suas respectivas inversas são relevantes para o sistema, elas serão, portanto, combinadas entre si de forma a construir um único componente não linear. Para a construção deste componente, foram levadas em consideração duas situações: os parâmetros da zona-morta e folga foram todos subestimados (valores menores dos que realmente são) ou foram todos superestimados (valores maiores dos que realmente são).

As Figuras 3.6 e 3.7 apresentam as duas situações para construção da não linearidade combinada no caso da zona-morta e da folga, respectivamente. Caso os parâmetros estimados da zona-morta ( $\hat{m}_r$ ,  $\hat{m}_l$ ,  $\hat{b}_r$  e  $\hat{b}_l$ ) e da folga ( $\hat{m}$ ,  $\hat{c}_r$  e  $\hat{c}_l$ ) se aproximem dos respectivos valores reais, o componente não linear combinado será equivalente a uma reta de inclinação  $45^\circ$ , passando pela origem.

O próximo capítulo tratará da metodologia utilizada para a estimação dos parâmetros da zona-morta e folga. Uma vez estimados, tais parâmetros serão usados na construção dos blocos inversores para compensação das respectivas não linearidades.

---

## **Capítulo 4**

# **Estimação de parâmetros**

---

Existe uma grande quantidade de trabalhos na literatura relacionada à identificação do modelo de Hammerstein. Muitos requerem que a não linearidade seja aproximada por uma função estática e contínua, geralmente um polinômio. A convergência é garantida. Porém, no caso do presente trabalho, as não linearidades são representadas por modelos descontínuos.

Bai (2002) estudou a identificação de sistemas lineares com entradas descontínuas e de estruturas conhecidas. Quando as não linearidades de entrada são parametrizadas por uma única variável, o problema de identificação se torna equivalente ao problema de minimização de uma dimensão e o algoritmo dos mínimos quadrados separável é utilizado para estimação dos parâmetros. Quando há vários parâmetros modelando uma não linearidade, o problema da estimação é resolvido através da análise de correlação entre o sinal de entrada e saída. Giri et al. (2008) apresentaram o problema de identificação dos sistemas de Hammerstein na presença de não linearidades com memória. Aqui os elementos lineares e não lineares são estimados separadamente. Um passo crucial no método desenvolvido é o modo como o sistema é parametrizado. Ele permite o conhecimento do valor da variável interna à medida que o sinal de entrada assume dois valores específicos ( $u(t) \in \{-h_m, +h_m\}$ ). A prova de consistência também é apresentada.

A metodologia aqui proposta se baseia em Vörös (1997, 2003). Vörös (1997) desenvolveu um método iterativo e Vörös (2003) desenvolveu um método recursivo para estimação de parâmetros do modelo de Hammerstein com não linearidades descontínuas. Ele relata o problema da identificação devido a impossibilidade de medição da variável interna do modelo de Hammerstein. Ao invés de medir tal variável, é utilizada sua estimativa baseada nos parâmetros estimados no passo anterior da recursão. Não existe prova de convergência para este método de identificação de Hammerstein com estimação da variável interna. Porém, ele é satisfatório para a maioria das aplicações práticas (Vörös, 2006).

Existem certas situações que o estimador dos mínimos quadrados é polarizado ou tendencioso. Uma dessas situações é quando o ruído ou erro na equação de regressão não for branco, que é o caso dos modelos Erro na Saída. Segundo Nelles (2000), caso o processo real não apresente a mesma forma como o ruído está presente no modelo (por exemplo, no modelo ARX o ruído é filtrado pelo polinômio  $1/A(q)$ ), os parâmetros são estimados sem consistência (polarizados). Para contornar o problema da polarização devem ser usados estimadores não polarizados como: estimador estendido de mínimos quadrados (EMQ), estimador generalizado de mínimos quadrados (GMQ), estimador das variáveis instrumentais (VI) (Aguirre, 2007). O método escolhido para o presente trabalho foi o estimador recursivo das variáveis instrumentais (RVI) com fator de esquecimento. Nenhum desses métodos não polarizados é mais indicado para a estimação do que os outros. Porém, em testes preliminares, o método escolhido apresentou melhores resultados.

Apesar do modelo de Hammerstein ser não linear, foi utilizado o método RVI que é linear.

Isso é devido a saída da planta pode ser escrita de forma linear nos parâmetros  $y(t) = \phi^T(t)\theta$ .

Na seção 4.1 será tratado o método recursivo de estimação por variáveis instrumentais com fator de esquecimento. Na seção 4.2 serão mostradas as características do sinal de excitação necessárias para uma boa estimação. Na seção 4.3 será tratada a metodologia para a estimativa dos parâmetros do modelo de Hammerstein com não linearidades do tipo zona-morta e folga.

## 4.1 Método recursivo das variáveis instrumentais

Existem diversos métodos de estimação de parâmetros entre lineares e não lineares: mínimos quadrados, filtros de Kalman, Levenberg-Marquardt, Gauss-Newton, entre outros. Devido ao ruído modelado não ser branco, conforme visto anteriormente, o método escolhido foi o método recursivo das variáveis instrumentais com a presença do fator de esquecimento.

O método RVI é um método simples se comparado a outros métodos de estimação e bem parecido com os mínimos quadrados recursivo. Além do mais, a estimação recursiva é importante não apenas porque pode ser computada em tempo real, mas também pelo fato de poder ser combinada com estratégias de controle *on-line* para produzir algoritmos de controle adaptativos (Coelho & dos Santos Coelho, 2004).

As equações que regem a estimação pelo método recursivo das variáveis instrumentais com fator de esquecimento estão logo abaixo (Ljung, 1987):

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k+1) [y(k+1) - \phi^T(k+1)\hat{\theta}(k)] \quad (4.1)$$

$$K(k+1) = \frac{P(k)z(k+1)}{\lambda + \phi^T(k+1)P(k)z(k+1)} \quad (4.2)$$

$$P(k+1) = \frac{1}{\lambda} \left[ P(k) - \frac{P(k)z(k+1)\phi^T(k+1)P(k)}{\lambda + \phi^T(k+1)P(k)z(k+1)} \right] \quad (4.3)$$

onde  $\hat{\theta}$  é vetor de parâmetros estimados,  $K$  é o ganho do estimador calculado a partir da matriz de covariância  $P$ ,  $\phi$  é o vetor de regressores ou vetor de medidas,  $z$  é o vetor das variáveis instrumentais ou instrumentos e  $\lambda$  é o fator de esquecimento.

Uma das dificuldades do método RVI é a escolha dos instrumentos, que devem estar correlacionados com as variáveis de regressão, porém descorrelacionados com o ruído (Ljung, 1987). Existem diversos meios de se escolher as variáveis instrumentais. Geralmente, os elementos de  $z$  são selecionados como valores atrasados ou filtrados dos sinais de entrada e saída. Dois dos meios mais usados são mostrados abaixo.

### 1. Variável instrumental via filtros adaptativos

Aqui é utilizado um filtro para estimar a saída do modelo. Geralmente se faz o filtro igual a  $B(q)/A(q)$ , sendo  $B(q)$  e  $A(q)$  os polinômios que modelam o sistema. Quando os valores paramétricos do sistema são desconhecidos, então se utilizam suas últimas estimativas no processo recursivo de estimação,

$$\begin{aligned}\hat{A}(q)\hat{y}(k) &= \hat{B}(q)u(k-d) \\ z(k) &= [\hat{y}(k-1) \cdots \hat{y}(k-n_a), u(k-d) \cdots u(k-d-n_b)]\end{aligned}\quad (4.4)$$

onde  $\hat{A}(q)$ ,  $\hat{B}(q)$  e  $\hat{y}(k)$  são estimativas dos polinômios  $A(q)$  e  $B(q)$  do sistema e da saída  $y(k)$  do modelo, respectivamente.  $u(k-d) \cdots u(k-d-n_b)$  representam os valores de entrada do sistema.

## 2. Variável instrumental via entradas atrasadas

Outro procedimento bastante utilizado é o de utilizar medidas passadas do sinal de entrada  $u(k)$ . Dessa forma o vetor de instrumentos fica:

$$z(k) = [u(k-d) \cdots u(k-d-n_a-n_b)] \quad (4.5)$$

No presente trabalho as variáveis instrumentais foram escolhidas via filtros adaptativos, utilizando as últimas estimativas dos coeficientes de  $A(q)$  e  $B(q)$  para a estimação do sinal de saída  $\hat{y}(k)$ .

O uso do método das VI dependente do modelo do sistema pode causar problemas na estabilidade, pois se baseiam na estimação do sinal de saída  $y(k)$ . Entretanto, a aplicação do método recursivo das variáveis instrumentais é bastante aplicável na prática (Nelles, 2000). Durante as primeiras iterações, as estimativas dos coeficientes de  $A(q)$  e  $B(q)$  não são confiáveis. Um procedimento para evitar problemas na inicialização do algoritmo é utilizar o método recursivo dos mínimos quadrados (RMQ) durante um período inicial, até que a estimação fique de certa forma estável.

Por causa da estimação da variável interna a cada instante de amostragem, o modelo aqui desenvolvido pode ser encarado como um modelo dinâmico variante no tempo (Guo, 2004). Para processos variantes no tempo, é necessário fornecer ao algoritmo de estimação uma capacidade de adaptação mínima, impedindo que o ganho do estimador tenda a zero. Para isso, e a fim de acelerar a convergência, o fator de esquecimento é utilizado.

## 4.2 Sinal de excitação

Uma das tarefas mais cruciais na identificação de sistemas é a seleção de sinais de excitação apropriados para a coleta de dados. Este passo é até mesmo mais crucial em identificação de sistemas não lineares do que em sistemas lineares.

Os sinais de entrada usados para identificação devem ser persistentemente excitantes, ricos em amplitude e frequência. Para sistemas lineares, o tão conhecido sinal binário pseudo-aleatório (PRBS, do inglês *Pseudo Random Binary Signal*) é frequentemente utilizado. Ele é um sinal que assume apenas dois valores possíveis  $\{-V; +V\}$  (daí a denominação “binário”) e, de certa forma, tal sinal apresenta um período de repetição (daí o termo pseudo-aleatório).

Embora um sinal PRBS seja bem adequado para identificação de sistemas lineares, ele é inapropriado para sistemas não lineares (Nelles, 2000). Não existe informação sobre o comportamento do sistema para valores diferentes de  $\{-V; +V\}$ . Do ponto de vista teórico, o PRBS não é adequado para identificar sistemas não lineares, pois pode causar perda na capacidade de identificação (Leontaritis & Billings, 1987).

De fato, para um sistema de Hammerstein, por exemplo, não se terá informação sobre o comportamento do sistema para amplitudes diferentes de  $-V$  e  $+V$ . Uma solução óbvia é acrescentar mais níveis de amplitude para o sinal de excitação, os quais podem ser escolhidos aleatoriamente ou serem pré-determinados. Quando se escolhe aleatoriamente o novo valor de excitação, o sinal é chamado de PRS (sinal pseudo-aleatório, do inglês *Pseudo Random Signal*). Quando se escolhe níveis pré-determinados, o sinal é chamado de *multi-valued Pseudo Random Binary Signal* (Nelles, 2000).

Além da amplitude mínima e máxima, outro fator adicional que também precisa ser escolhido é o tempo de duração em que o sinal de excitação permanece constante, o que influencia nas características de frequência do mesmo. Em sistemas lineares o tempo de duração mínimo de um sinal de excitação é geralmente escolhido igual ao tempo de amostragem. Para a identificação de sistemas não lineares, ele deve ser escolhido adequadamente. Se muito pequeno, o processo não terá tempo mínimo de acomodação e apenas uma faixa de operação será mapeada. Um modelo identificado com esses dados não será capaz de descrever todo sistema, apenas a faixa mapeada. Se muito grande, poucos pontos de operação serão cobertos. Para que sejam cobertos vários pontos de operação, a duração do sinal de excitação deve ser grande. Além disso, pode ocorrer uma ênfase nas características de baixa frequência do sistema. Segundo Nelles (2000), é razoável de escolher o tempo mínimo de duração de um valor do sinal PRS aproximadamente igual à constante de tempo do pólo dominante do processo.

É comum usar um gerador de números aleatórios para gerar sinais de entrada persistentemente excitantes. Para sistemas não lineares completamente desconhecidos, o sinal de excitação

deve obedecer a uma distribuição gaussiana para restrições de potência (restrições na variância do sinal de entrada) ou ser uniformemente distribuído para restrições de amplitude (Leontaritis & Billings, 1987). No presente trabalho será usado o sinal PRS que é um gerador de números aleatórios com distribuição uniforme, pois não será levada em consideração a restrição na variância do sinal de entrada e sim na amplitude do mesmo.

### 4.3 Metodologia para estimação

A metodologia aqui desenvolvida foi baseada em Vörös (1997, 2003). O autor propôs um método de identificação recursivo dos modelos de Hammerstein com não linearidades descontínuas.

O problema na identificação é a impossibilidade de medição da variável interna do modelo. Para solucioná-lo foi estudado o princípio de separação do termo chave proposto por Vörös (1995), que utiliza a decomposição de funções compostas para facilitar a identificação de sistemas.

Destaca-se que todos os parâmetros do sistema serão estimados, tanto da parte linear quanto da não linear. Porém, apenas os parâmetros que pertencem à zona-morta e à folga serão usados para a construção dos modelos inversos de compensação.

#### 4.3.1 Princípio de separação do termo chave

Sejam  $f$ ,  $g$  e  $h$  funções definidas nos conjuntos não vazios  $U$ ,  $X$  e  $Y$  como a seguir:

$$f : U \rightarrow X \quad (4.6)$$

$$g : X \rightarrow Y \quad (4.7)$$

$$h = g \circ f : U \rightarrow Y \quad (4.8)$$

Assume-se que a função composta  $h$  caracterize um sistema, no qual  $U$  é o conjunto de entradas,  $Y$  o conjunto de saídas e, para qualquer saída  $y(k) \in Y$  existe uma entrada  $u(k) \in U$  e uma variável interna  $x(k) \in X$  de modo que as equações

$$\begin{aligned} y(k) &= g[x(k)] \\ &= g[f[u(k)]] \\ &= h[u(k)] \end{aligned} \quad (4.9)$$

são válidas. A saída pode ser escrita como função da entrada (utilizando  $g \circ f$ ) ou como função



da variável interna (utilizando  $g$ ). A função  $h$ , devido a sua composição, é geralmente mais complexa do que as funções  $f$  e  $g$ . Isto dificulta a identificação de sistemas descritos pela função composta. Portanto, a decomposição de funções compostas pode ajudar na simplificação dessa tarefa.

A idéia básica da técnica é a substituição parcial da variável interna (termo separado). Seja  $g$  uma função não linear que pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\begin{aligned} y(k) &= g[x(k)] \\ &= x(k) + G[x(k)] \end{aligned} \quad (4.10)$$

que consiste da variável interna separada  $x(k)$  mais o resto da função original denominado de  $G(\cdot)$ . De acordo com (4.9), tem-se que

$$x(k) = f[u(k)] \quad (4.11)$$

Se todos os termos  $x(k)$  forem substituídos em (4.10) por (4.11), a forma original, sem simplificações, da função composta  $h$  será encontrada. Entretanto, se apenas o primeiro termo for substituído (substituição parcial), uma nova forma da função  $h$  é encontrada

$$y(k) = f[u(k)] + G[x(k)] \quad (4.12)$$

onde a saída depende tanto da entrada  $u(k)$  quanto da variável interna  $x(k)$ .

A decomposição de funções compostas descrita acima e a substituição parcial da variável interna concebem o princípio de separação do termo chave (Vörös, 1995).

### 4.3.2 Estimação da zona-morta

Seja a zona-morta considerada como a não linearidade do modelo de Hammerstein. A fim de facilitar o desenvolvimento das equações, serão escritas mais uma vez as equações do modelo discreto da zona-morta (2.5) e do modelo da dinâmica linear na forma de somatórios (2.3), respectivamente.

$$x(k) = X_r(k)m_r[u(k) - b_r] + X_l(k)m_l[u(k) - b_l] \quad (2.5)$$

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n_b} b_i x(k-d-i) - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_a} a_j e(k-j) + e(k) \quad (2.3)$$

Substituindo a Equação (2.5) na Equação (2.3) tem-se a Equação (4.13), a qual descreve o

comportamento total do sistema tanto com suas características lineares quanto as não lineares.

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n_b} b_i \left\{ X_r(k-d-i)m_r[u(k-d-i) - b_r] + X_l(k-d-i)m_l[u(k-d-i) - b_l] \right\} - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_a} a_j e(k-j) + e(k) \quad (4.13)$$

Observa-se que, se houver a multiplicação dos coeficientes  $b_i$  pelo termo entre chaves, se terá uma quantidade de parâmetros igual a  $n_a + 4(n_b + 1)$  para serem estimados, além de os mesmos estarem combinados entre si ( $b_i m_r$ ,  $b_i m_r b_r$  por exemplo). Para evitar esta grande quantidade de parâmetros, usou-se o princípio de separação do termo chave. Nesta nova formulação, a variável interna  $b_0 x(k-d)$  é o termo separado dos demais, o que gerou a seguinte equação, com número de parâmetros igual a  $n_a + n_b + 4$ :

$$y(k) = b_0 \left\{ X_r(k-d)m_r[u(k-d) - b_r] + X_l(k-d)m_l[u(k-d) - b_l] \right\} + \sum_{i=1}^{n_b} b_i x(k-d-i) - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_a} a_j e(k-j) + e(k) \quad (4.14)$$

Para a Equação (4.14), pode-se definir respectivamente o vetor de regressores e o vetor de parâmetros como:

$$\phi^T(k) = \left[ -y(k-1), \dots, -y(k-n_a), X_r(k-d)u(k-d), -X_r(k-d), X_l(k-d)u(k-d), -X_l(k-d), x(k-d-1), \dots, x(k-d-n_b) \right] \quad (4.15)$$

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_a}, b_0 m_r, b_0 m_r b_r, b_0 m_l, b_0 m_l b_l, b_1, \dots, b_{n_b}] \quad (4.16)$$

As variáveis internas  $x(k-d-1) \dots x(k-d-n_b)$  não podem ser medidas diretamente. Serão usadas, então, estimativas dos seus valores baseadas nos parâmetros do passo anterior da estimação recursiva. Em outras palavras, os valores estimados de  $m_r$ ,  $b_r$ ,  $m_l$  e  $b_l$  serão usados na Equação (2.5) para construção dos regressores  $x(k-d-1) \dots x(k-d-n_b)$ .

Apesar de existir uma multiplicação de  $b_0$  pelos parâmetros da zona-morta caracterizando assim uma não linearidade nos parâmetros, foi utilizado um método de estimação linear. Para isso, foi construído o modelo generalizado de Hammerstein através de uma re-parametrização (Nelles, 2000), de forma que se torne linear nos parâmetros. Assim,  $b_0 m_r$ ,  $b_0 m_r b_r$ ,  $b_0 m_l$  e  $b_0 m_l b_l$  serão chamados de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $\theta_4$  respectivamente. O novo vetor de parâmetros linear é, portanto:

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_a}, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, b_1, \dots, b_{n_b}] \quad (4.17)$$

Desse modo, os parâmetros da zona-morta serão estimados em conjunto com  $b_0$ . Para se obter seus valores separados, se faz necessário conhecer o parâmetro  $b_0$ . Para isso, foi admitido que o ganho da planta é conhecido. Segundo (Nelles, 2000):

$$\frac{\sum_{i=0}^{n_b} b_i}{1 + \sum_{j=1}^{n_a} a_j} = K_p \quad (4.18)$$

onde  $K_p$  é o ganho da planta. Logo, tem-se que  $b_0$  vale:

$$b_0 = - \sum_{i=1}^{n_b} b_i + K_p \left( 1 + \sum_{j=1}^{n_a} a_j \right) \quad (4.19)$$

Conclui-se que, para se descobrir o valor separado de cada parâmetro da zona-morta, basta realizar as seguintes divisões:

$$m_r = b_0 m_r / b_0$$

$$b_r = b_0 m_r b_r / b_0 m_r$$

$$m_l = b_0 m_l / b_0$$

$$b_l = b_0 m_l b_l / b_0 m_l$$

### 4.3.3 Estimação da folga

Seja a folga considerada como a não linearidade do modelo de Hammerstein. A fim de facilitar o desenvolvimento das equações, serão reescritas as equações do modelo discreto da folga (2.10) e do modelo da dinâmica linear na forma de somatórios (2.3), respectivamente.

$$x(k) = X_r(k)m[u(k) - c_r] + X_l(k)m[u(k) - c_l] + X_s(k)x(k-1) \quad (2.10)$$

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n_b} b_i x(k-d-i) - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_a} a_j e(k-j) + e(k) \quad (2.3)$$

Substituindo a Equação (2.10) na Equação (2.3) tem-se a Equação (4.20), a qual descreve o comportamento total do sistema tanto com suas características lineares quanto as não lineares.

$$\begin{aligned} y(k) = \sum_{i=0}^{n_b} b_i \left\{ X_r(k-d-i)m[u(k-d-i) - c_r] + X_l(k-d-i)m[u(k-d-i) - c_l] \right. \\ \left. + X_s(k)x(k-d-i-1) \right\} - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_a} a_j e(k-j) + e(k) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Da mesma forma que a zona-morta, aqui também se utilizou o princípio de separação do termo chave. Sem a separação a quantidade de parâmetros a ser estimada seria de  $n_a + 5(n_b + 1)$ . Com a nova formulação, a variável interna  $b_0x(k-d)$  é o termo separado dos demais, o que gerou a seguinte equação, com número de parâmetros igual a  $n_a + n_b + 5$ :

$$y(k) = b_0 \left\{ X_r(k-d)m[u(k-d) - c_r] + X_l(k-d)m[u(k-d) - c_l] + X_s(k)x(k-d-1) \right\} + \sum_{i=1}^{n_b} b_i x(k-d-i) - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{n_a} a_j e(k-j) + e(k) \quad (4.21)$$

Definindo respectivamente o vetor de regressores e o vetor de parâmetros para a Equação (4.21), tem-se:

$$\phi^T(k) = \left[ -y(k-1), \dots, -y(k-n_a), X_r(k-d)u(k-d), -X_r(k-d), X_l(k-d)u(k-d), -X_l(k-d), X_s(k-d)x(k-d-1), x(k-d-1), \dots, x(k-d-n_b) \right] \quad (4.22)$$

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_a}, b_0m, b_0mc_r, b_0m, b_0mc_l, b_0, b_1, \dots, b_{n_b}] \quad (4.23)$$

Semelhante ao caso da zona-morta, as variáveis  $x(k-d-1) \dots x(k-d-n_b)$  não podem ser medidas diretamente. Também serão usadas estimativas dos seus valores baseadas nos parâmetros do passo anterior da estimação recursiva. Em outras palavras, os valores estimados de  $m$ ,  $c_r$  e  $c_l$  serão usados na Equação (2.10) para construção dos regressores  $x(k-d-1) \dots x(k-d-n_b)$ . Houve aqui também uma reparametrização para que a equação que descreve o comportamento total do sistema com a presença da folga seja linear nos parâmetros. Assim,  $b_0m$ ,  $b_0mc_r$ ,  $b_0m$  e  $b_0mc_l$ , nesta ordem, serão chamados de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $\theta_4$ . O novo vetor de parâmetros linear é, portanto:

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_a}, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, b_0, b_1, \dots, b_{n_b}] \quad (4.24)$$

Os parâmetros da folga serão estimados em conjunto com  $b_0$ . Para obter o valor separado de cada parâmetro da folga basta realizar as seguintes divisões:

$$m = b_0m/b_0$$

$$c_r = b_0mc_r/b_0m$$

$$c_l = b_0mc_l/b_0m$$

São esses os parâmetros usados para construção do modelo inverso de compensação.

---

## **Capítulo 5**

# **Simulação e resultados**

---

Como plataforma para testar a metodologia de estimação e compensação foi desenvolvido um processo simulado no ambiente Matlab Simulink. O processo é um sistema de nível onde se deseja controlar a altura do tanque. Este capítulo trata da modelagem da planta de nível e também dos resultados obtidos com a estimação e compensação das não linearidades.

Durante o processo de estimação, para as primeiras 1000 amostras, foi utilizado o método RMQ para inicialização do método RVI. Como filtro para construção das variáveis instrumentais foram utilizados os parâmetros dos polinômios  $A(q)$  e  $B(q)$  do modelo do sistema estimados no passo anterior da recursão.

As referências geradas ao processo, bem como a mediação da altura do tanque são expressas em porcentagem. Como sinal de excitação utilizou-se o sinal PRS em malha aberta dentro de uma faixa de valores com média 50% e variando uniformemente entre 45 a 55%, sendo os valores escolhidos mantidos constantes em uma duração mínima de 10 períodos de amostragem. O fator de esquecimento foi mantido constante durante os 2000 primeiros períodos de amostragem com o valor 0,995, e após esse limiar mudou de forma exponencial para 1 conforme Equação (5.1), com  $\lambda_0 = 0,995$ .

$$\lambda(k) = \lambda_0 \lambda(k-1) + (1 - \lambda_0) \quad (5.1)$$

O ruído foi considerado como aditivo branco, de média zero e variância gaussiana. Para o caso da zona-morta, a variância foi de 0,03. No caso da folga, a variância foi de  $10^{-4}$ . O atraso de transporte considerado para ambos os casos foi de 4 períodos de amostragem ( $d = 4$ ). Os valores iniciais do vetor de parâmetros  $\theta$  foram de  $10^{-3}$  e a matriz de covariância P foi inicializada como uma matriz diagonal cujos elementos foram iguais a  $10^6$ .

A fim de quantificar a eficiência dos controles sem e com compensação, foram implementadas duas métricas de avaliação de desempenho (Goodhart et al., 1991). A primeira delas leva em consideração a variância do sinal de controle,

$$\varepsilon_1 = \frac{\sum \left( u(k) - \frac{\sum u(k)}{N} \right)^2}{N}$$

e a segunda métrica avalia o desvio da saída do processo em relação a referência de acordo com a integral do erro absoluto (IAE),

$$\varepsilon_2 = \frac{\sum |r(k) - y(k)|}{N}$$

sendo  $N$  o número de amostras.

As avaliações foram divididas em 3 trechos. No primeiro, a referência é mantida constante no valor 50% entre o intervalo de 1 a 60s. No instante 10s, ocorre uma perturbação de amplitude

-10 e que deixa de existir no instante 40s. No trecho 2, a referência é alterada para 49% aos 60s, e aos 80s, no último trecho, é alterada para 51%.

Primeiramente serão mostrados na seção 5.1 a modelagem da simulação do sistema de nível. Em seguida, na seção 5.2, serão apresentados os resultados da estimação e compensação da zona-morta como a não linearidade inerente à válvula de controle. Na seção 5.3 serão mostrados os resultados de estimação e compensação da não linearidade do tipo folga. A análise por função descritiva tanto para a zona-morta quanto para a folga está nas seções 5.4 e 5.5. Destaca-se que esta análise não leva em consideração o controlador PI, mas apenas o componente não linear em conjunto com a dinâmica linear do sistema. O capítulo termina com a seção 5.6 que apresenta observações sobre o processo de estimação e alguns comentários finais.

## 5.1 Processo de teste

O processo de teste é um sistema de nível para o qual se deseja controlar a altura do tanque e que pode ser visto na Figura 5.1. Ele é composto por um reservatório de fluido incompressível possuindo uma vazão de entrada  $q_{in}$  controlada por uma válvula pneumática, que possui uma não linearidade associada, e uma vazão de saída  $q_{out}$  dependente da altura.

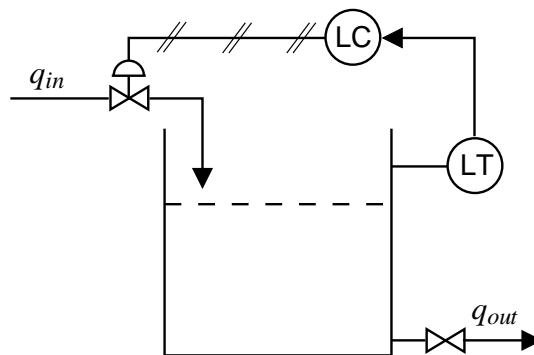


Figura 5.1: Sistema de nível.

A dinâmica da válvula foi modelada conforme Wigren (1993), o qual descreve uma válvula pneumática de controle de vazão de fluidos. A entrada do modelo é representada pelo sinal de controle aplicado ao atuador e a saída é a posição da haste do mesmo. As características estáticas de uma válvula para controle de fluxo variam com as condições de operação. Foi assumido que ela possui características de abertura linear e o modelo pode ser visto logo a seguir.

$$G_v(s) = \frac{25}{s^2 + 5s + 25} \quad (5.2)$$

O reservatório contém fluido incompressível e é classicamente encontrado na literatura. O modelo aqui utilizado é uma linearização do modelo encontrado em Ikonen & Najim (2002), e sua equação no tempo contínuo é:

$$G_t(s) = \frac{h}{q_{in}} = \frac{1}{As+k} = \frac{1/A}{s+k/A} \quad (5.3)$$

onde  $h$  é o nível do tanque,  $A$  é a área transversal e  $k$  é a resistência fluídica da restrição. Os valores usados foram:  $A = 0,5$  e  $k = 0,45$ . O modelo contínuo do tanque é, portanto:

$$G_t(s) = \frac{2}{s+0,9} \quad (5.4)$$

O modelo contínuo de todo o sistema, considerando o atraso de transporte, é:

$$G(s) = \frac{50e^{-0,3}}{s^3 + 5,9s^2 + 29,5s + 22,5} \quad (5.5)$$

Em Wigren (1993), o tempo de discretização usado para a válvula foi de 0,1s. Como a constante de tempo do tanque é aproximadamente 10 vezes maior que esse período de amostragem, decidiu-se por utilizar o mesmo tempo de discretização para o modelo do tanque. Logo, o modelo discreto do sistema de nível utilizando um segurador de ordem zero e um tempo de discretização igual a 0,1s é:

$$G(z) = z^{-3} \frac{0,007134z^2 + 0,02441z + 0,005308}{z^3 - 2,328z^2 + 1,899z - 0,5543} \quad (5.6)$$

O diagrama de blocos para o processo de estimação pode ser visto na Figura 5.2. O bloco E representa o gerador do sinal de excitação PRS, o bloco N representa uma das duas não linearidades a serem aplicadas neste trabalho, os blocos A e T são respectivamente as dinâmicas da válvula e do tanque e representam a parte linear do modelo de Hammerstein. O método de estimação RVI com a presença do fator de esquecimento é representado pelo bloco M.

O diagrama de blocos da compensação é mostrado na Figura 5.3. O bloco C representa um controlador PI, o qual foi sintonizado empiricamente afim de que, para o sistema de nível sem a presença das não linearidades, a resposta da planta se comportasse sem um grande sobre-sinal e sem erro de regime. Manipulações matemáticas foram feitas para que um sinal de controle igual a zero correspondesse a um nível igual a 50%. O bloco NI representa a não linearidade inversa e foi alocado antes de sua respectiva não linearidade. Os demais blocos apresentam os mesmos significados anteriormente descritos.



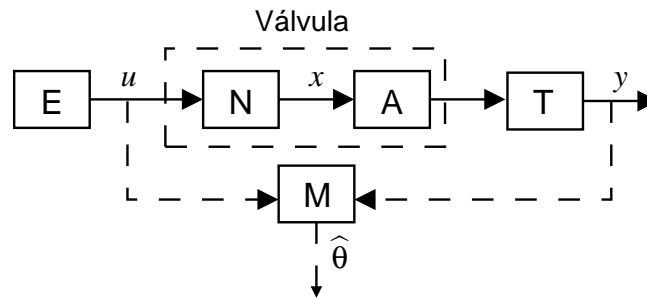


Figura 5.2: Diagrama de blocos da estimação do sistema de nível.

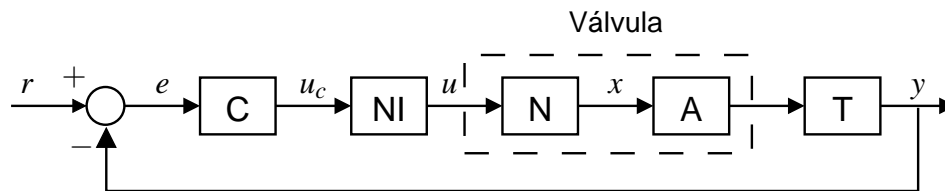


Figura 5.3: Diagrama de blocos do sistema de nível com compensação da não linearidade.

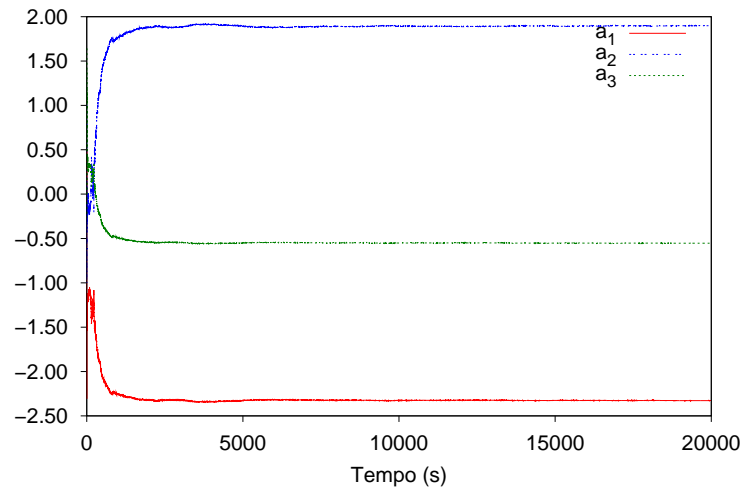
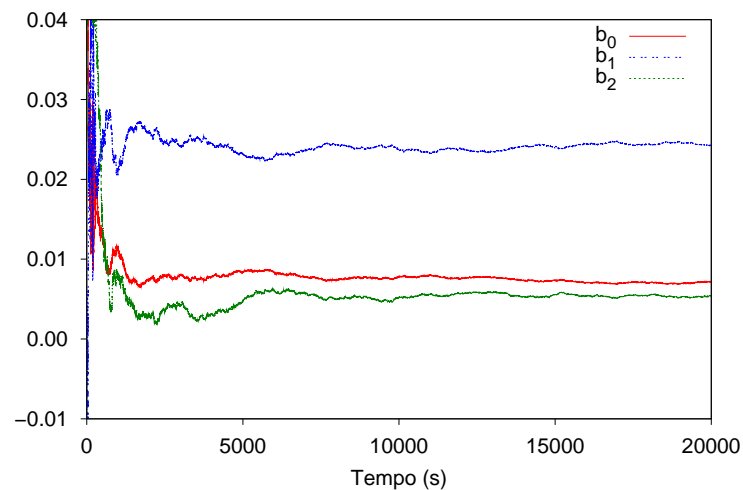
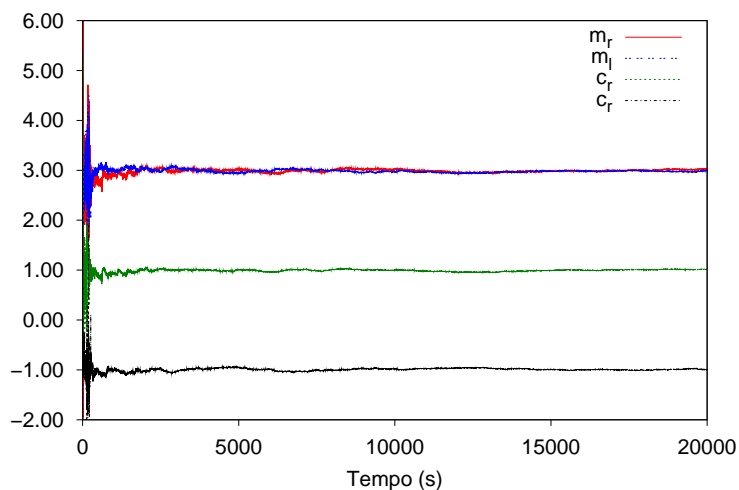
## 5.2 Estimação e compensação da zona-morta

A zona-morta presente no atuador do processo foi construída com os seguintes parâmetros:  $m_r = 3$ ,  $m_l = 3$ ,  $b_r = 1$  e  $b_l = -1$ . Os gráficos contendo os resultados de estimação tanto dos parâmetros da dinâmica linear quanto da zona-morta podem ser vistos na Figura 5.4. Os valores dos parâmetros obtidos ao fim do processo de estimação recursiva estão contidos na Tabela 5.1. Nela também estão os valores reais de cada um para efeito de comparação.

Analisando os gráficos da estimação, observa-se que todos os parâmetros convergiram em no máximo 7500s, sendo os últimos os coeficientes do polinômio  $B(q)$ . Os valores obtidos no processo de estimação estão na Tabela 5.1, e apresentam erros pequenos (os maiores erros estão na ordem de  $10^{-2}$ ) em relação aos valores reais. O algoritmo mostrou boa convergência para a presença de ruído.

O controlador foi empiricamente sintonizado com  $k_p = 0,5$  e  $k_i = 0,7$ . A Figura 5.5(a) contém os gráficos de saída da planta de nível para o caso linear, ou seja, sem a presença da zona-morta. As Figuras 5.5(b) e 5.5(c) representam respectivamente os casos da saída da planta com a presença da zona-morta sem e com o bloco compensador. Os sinais de controle para esses dois últimos casos estão na Figura 5.5(d).

Para o trecho 1, o controle sem compensação se mostrou bastante oscilatório durante a existência da perturbação (10 a 40s) com a altura do nível variando aproximadamente entre

(a) Polinômio  $A(q)$ .(b) Polinômio  $B(q)$ .

(c) Zona-morta.

Figura 5.4: Estimação do sistema de nível com a presença da zona-morta.

Tabela 5.1: Parâmetros do sistema de nível com zona-morta.

Parâmetros	Valor Estimado	Valor Real
$a_1$	-2,3271	-2,328
$a_2$	1,8968	1,899
$a_3$	-0,55309	-0,5543
$b_0$	0,0071816	0,007134
$b_1$	0,024242	0,02441
$b_2$	0,0054283	0,005308
$m_r$	3,0256	3
$m_l$	2,993	3
$b_r$	1,0214	1
$b_l$	-0,99561	-1

45 e 55%. Após a perturbação, o nível retornou à referência e se manteve sem oscilações. Isso ocorreu devido às manipulações matemáticas que mantêm o nível do reservatório em 50% para uma entrada um sinal de entrada de válvula igual a zero. Nos trechos 2 e 3 a referência é alterada respectivamente para 49 e 51%. Nesses dois trechos é observada a existência de oscilações mantidas na saída com amplitude em torno da referência de  $\pm 1\%$ . Já para o controle com compensação, o comportamento da saída da planta é bastante similar ao caso onde não há a presença da zona-morta. Desse modo, e de acordo com a Tabela 5.2, o controle com compensação apresentou melhores índices IAE ( $\epsilon_2$ ) para os 3 trechos em relação ao controle sem compensação.

A Tabela 5.2 também mostra o índice  $\epsilon_1$  de avaliação da variância do sinal de controle para os dois casos com a presença da zona-morta. Observe que, no caso com compensação, foi considerada como sinal de controle para a planta a saída do bloco NI inversor da não linearidade e não a saída do controlador PI. Baseado no gráfico da Figura 5.5(d), o sinal de controle com a inversa da não linearidade é mais agressivo em relação ao sinal do controle PI puro para a região da zona-morta. Isso é causado pela descontinuidade presente no gráfico da inversa da zona-morta (ver figura 2.9) em torno do ponto zero. Toda vez que a saída do PI inverte seu sinal (de positiva para negativa, ou vice-versa), ocorre um salto na saída da compensação. Mesmo com essa descontinuidade, o controle com compensação apresentou menor variância no seu sinal para os 3 trechos de avaliação.

### 5.3 Estimação e compensação da folga

Considere agora a folga presente no atuador do processo do sistema de nível, construída com os seguintes parâmetros:  $m = 3$ ,  $c_r = 1$  e  $c_l = -1$ .

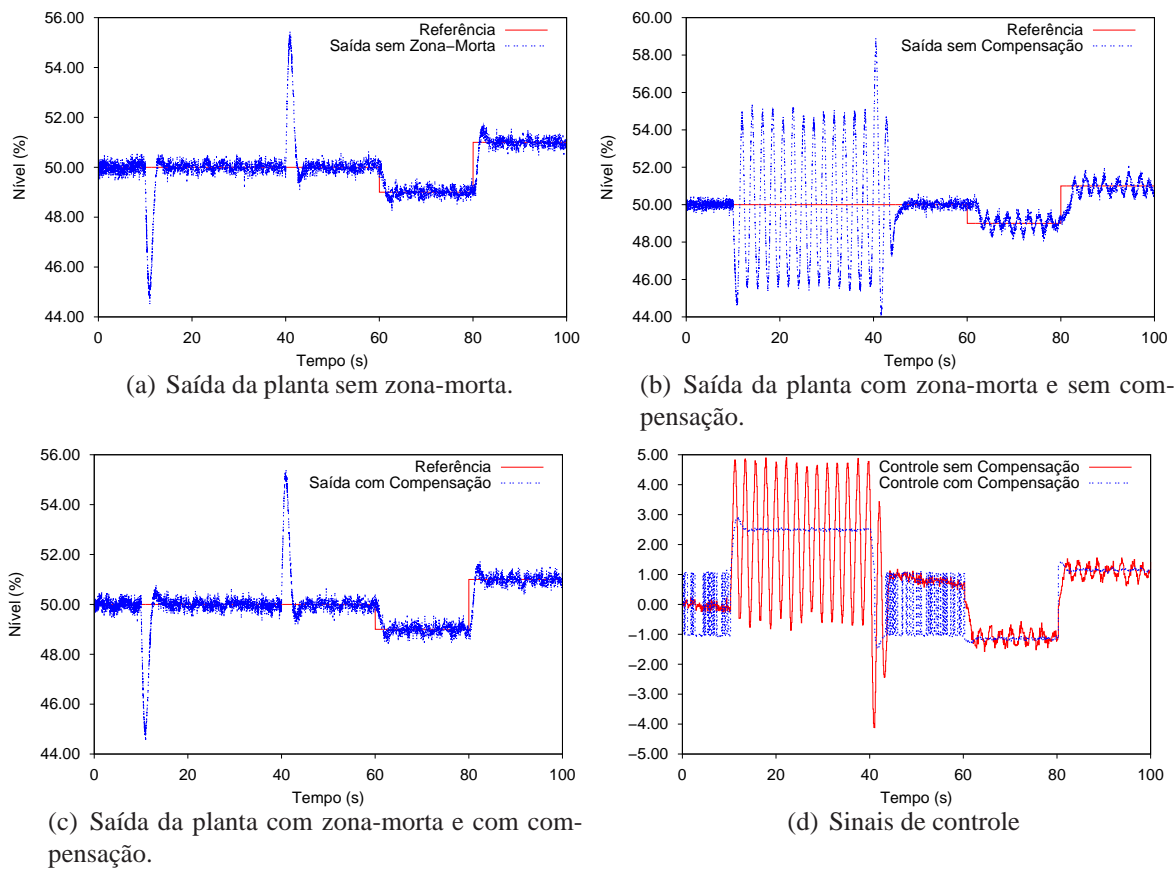


Figura 5.5: Comportamento do sistema de nível no caso da zona-morta.

Tabela 5.2: Métricas de avaliação de desempenho do sistema de nível com zona-morta.

Trechos	Sem Compensação		Com Compensação	
	Variância ( $\epsilon_1$ )	IAE ( $\epsilon_2$ )	Variância ( $\epsilon_1$ )	IAE ( $\epsilon_2$ )
1	3,0574	1,7683	2,4786	0,36962
2	0,12422	0,37225	0,049211	0,20288
3	0,12017	0,41881	0,054717	0,24397

Os gráficos contendo os resultados de estimação tanto dos parâmetros da dinâmica linear quanto da zona-morta podem ser vistos na Figura 5.6. Os valores dos parâmetros obtidos ao fim do processo de estimação recursiva estão contidos na Tabela 5.3. Nela também estão os valores reais de cada um para efeito de comparação.

Analisando os gráficos da estimação, observa-se que todos os parâmetros convergiram em no máximo 600s. Os valores obtidos no processo de estimação estão na Tabela 5.3, e apresentam erros bem pequenos, também na ordem de  $10^{-2}$ . O algoritmo mostrou boa convergência para a presença de ruído.

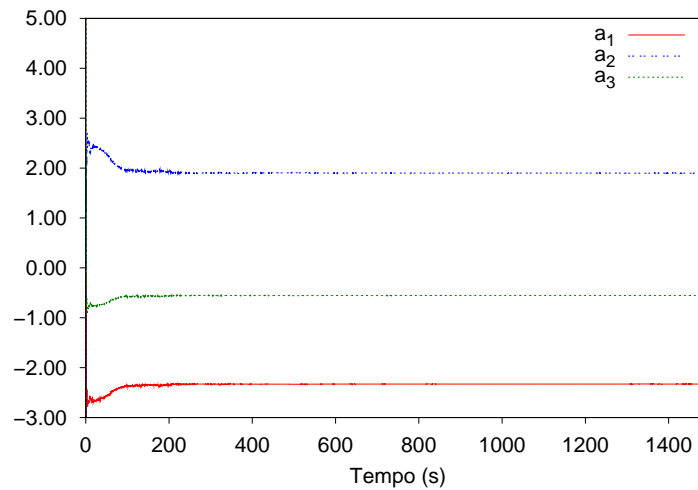
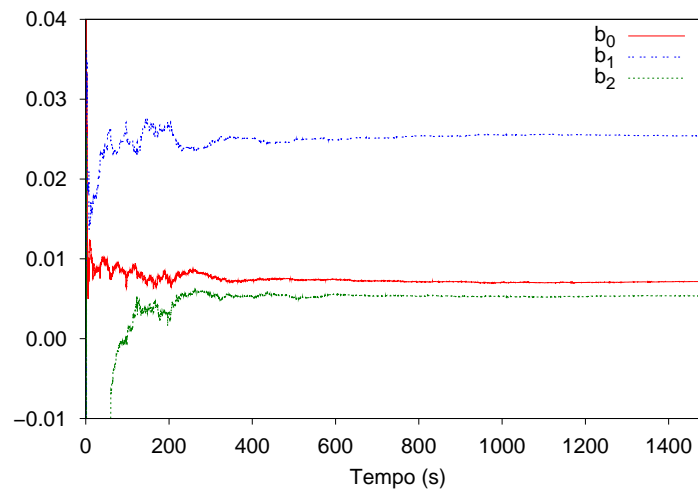
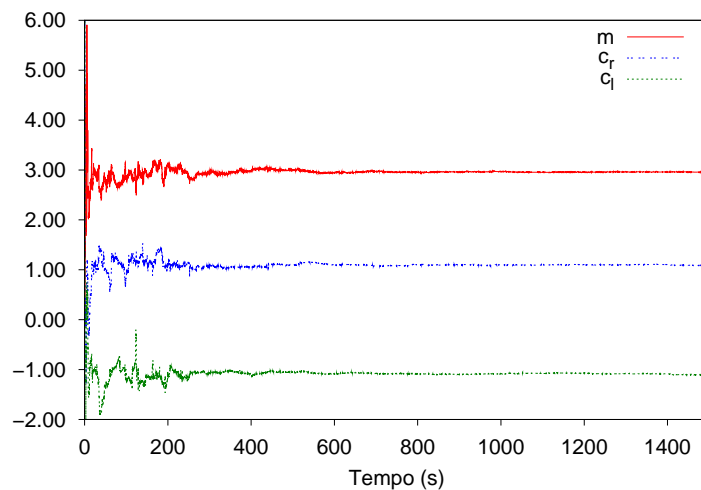
Tabela 5.3: Parâmetros do sistema de nível com folga.

Parâmetros	Valores Estimados	Valores Reais
$a_1$	-2,33	-2,328
$a_2$	1,9016	1,899
$a_3$	-0,55443	-0,5543
$b_0$	0,0070585	0,007134
$b_1$	0,025615	0,02441
$b_2$	0,0051127	0,005308
$m$	2,9595	3
$c_r$	1,0862	1
$c_l$	-1,0954	-1

O controlador foi empiricamente sintonizado com  $k_p = 0,3$  e  $k_i = 0,35$ . A Figura 5.7(a) contém os gráficos de saída da planta de nível para o caso linear, ou seja, sem a presença da folga. As Figuras 5.7(b) e 5.7(c) representam respectivamente os casos da saída da planta com a presença da folga sem e com o bloco compensador. Os sinais de controle para esses dois últimos casos estão na Figura 5.7(d).

Para o trecho 1, o controle sem compensação se mostrou bastante oscilatório a partir da entrada da perturbação (10s) com a altura do nível variando aproximadamente entre 45 e 55% e diminuindo ao longo do tempo. Nos trechos 2 e 3 a referência é alterada respectivamente para 49 e 51%. Nesses dois trechos, as oscilações continuam e são mantidas na saída do processo com amplitude em torno da referência de  $\pm 0,5\%$ . Já para o controle com compensação, houve a diminuição do efeito da não linearidade e comportamento da saída da planta foi similar ao caso onde não há a presença da folga, com pequenas oscilações comparadas àquelas do caso anterior. Desse modo, e de acordo com a Tabela 5.4, o controle com compensação apresentou melhores índices IAE ( $\epsilon_2$ ) para os 3 trechos em relação ao controle sem compensação.

A Tabela 5.4 também mostra o índice  $\epsilon_1$  de avaliação da variância do sinal de controle para os dois casos com a presença da folga. Aqui também foi considerado como sinal de controle para a planta a saída do bloco inversor da não linearidade, no caso com compensação, e não

(a) Polinômio  $A(q)$ .(b) Polinômio  $B(q)$ .

(c) Folga.

Figura 5.6: Estimação do sistema de nível com a presença da folga.

a saída do controlador PI. Conforme o gráfico Figura 5.7(d), o controle com compensação apresentou-se mais agressivo do que o sem compensação. A folga inversa também apresenta descontinuidades (ver Figura 2.11), e são elas que ocasionam o comportamento agressivo na saída da compensação. Para os 3 trechos, o controle sem compensação mostrou-se com menor variância em relação ao controle com compensação.

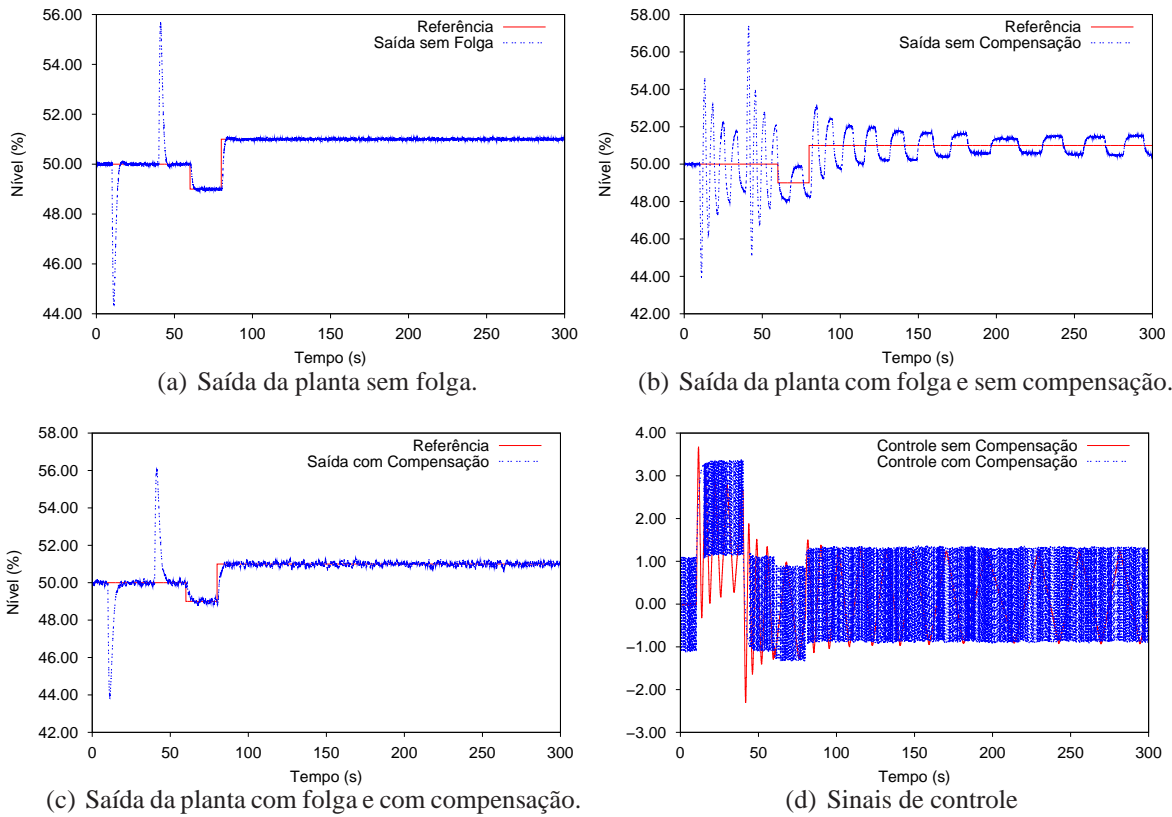


Figura 5.7: Comportamento do sistema de nível no caso da folga.

Tabela 5.4: Métricas de avaliação de desempenho do sistema de nível com folga.

Trechos	Sem Compensação		Com Compensação	
	Variância ( $\epsilon_1$ )	IAE ( $\epsilon_2$ )	Variância ( $\epsilon_1$ )	IAE ( $\epsilon_2$ )
1	1,3988	1,6003	2,5335	0,68409
2	0,65731	1,1705	1,1812	0,1561
3	0,4137	0,45645	1,1937	0,09394

## 5.4 Análise por função descritiva para zona-morta

Para análise do sistema não linear por função descritiva foi desconsiderada a presença do controlador PI, afim de que apenas o bloco compensador seja levado em consideração nos resultados de cancelamento ou diminição dos ciclos limites. Houve uma combinação entre o bloco do compensador inverso e o bloco da zona-morta, levando em consideração os casos de subestimação e de superestimação de parâmetros, como visto no capítulo 3. Na subestimação, os parâmetros usados para construção do bloco inversor foram:  $m_r = m_l = 2,993$  e  $b_r = -b_l = 0,9956$ . Já para o caso da superestimação, os valores usados foram:  $m_r = m_l = 3,0256$  e  $b_r = -b_l = 1,0214$ . Esse valores foram escolhidos baseado no processo de estimação. Os valores reais são aqueles definidos anteriormente:  $m_r = m_l = 3$  e  $b_r = -b_l = 1$ .

A Figura 5.8 apresenta as possibilidades de construção do diagrama de Nyquist para um sistema com zona-morta. Para o primeiro caso (Figura 5.8(a)), foi considerada a zona-morta sem compensação. Pode ser visto um cruzamento entre as curvas  $G(j\omega)$  e  $-1/N$  caracterizando a presença de ciclos limites. A Figura 5.8(b) representa o caso onde houve a subestimação dos parâmetros da zona-morta. Nela é mostrado que não há mais a presença de ciclos limites, pois não há cruzamento entre as curvas. O último caso é mostrado na Figura 5.8(c), onde ocorreu a superestimação. A curva  $-1/N$  não mais representa a função descritiva da zona-morta, e sim da sua inversa. Apesar de a figura indicar a presença de ciclos limites, a Tabela 5.5 mostra que a amplitude do mesmo é menor comparada ao primeiro caso.

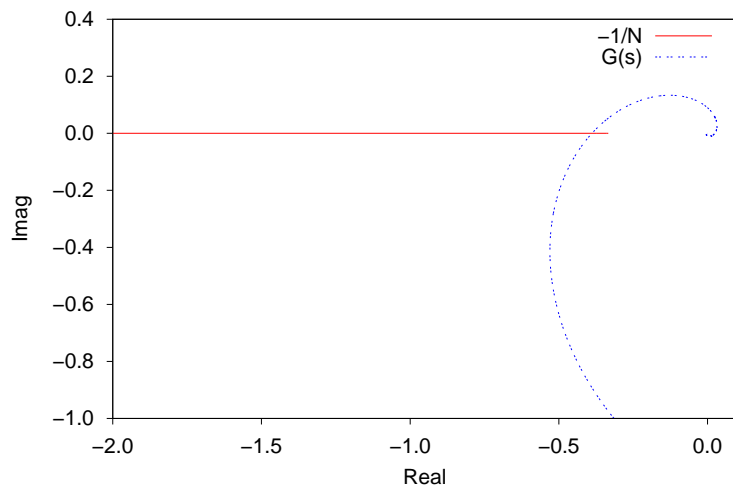
Tabela 5.5: Frequência e amplitude dos ciclos limites para o sistema com zona-morta.

Parâmetros	Zona-Morta	Subcompensação	Supercompensação
$\omega$	3,2784	0	3,2784
$X$	2,4299	0	0,05818

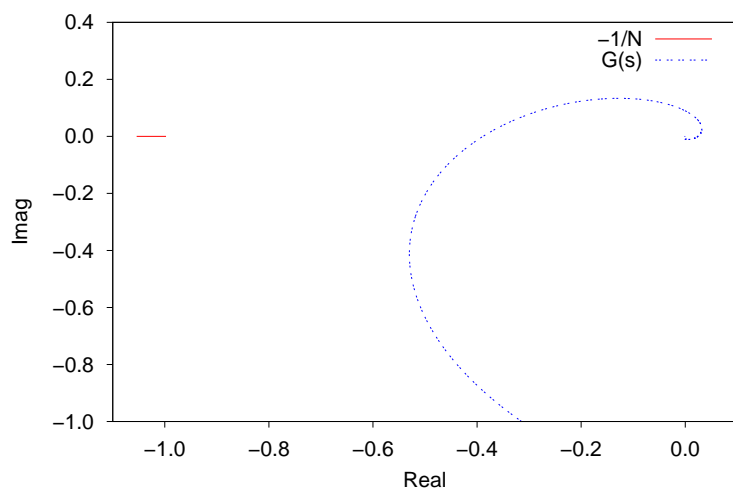
## 5.5 Análise por função descritiva para folga

Na análise por função descritiva para folga também foi desconsiderada a presença do controlador PI. Houve uma combinação entre o bloco do compensador inverso e o bloco da não linearidade, levando em consideração os casos de subestimação e de superestimação dos parâmetros. Na subestimação os parâmetros usados para construção do bloco inversor foram:  $m = 2,9595$  e  $c_r = -c_l = 0,9138$ . Já para o caso da superestimação, os valores usados foram:  $m = 3,0405$  e  $c_r = -c_l = 1,0862$ . Os valores reais são aqueles definidos anteriormente:  $m = 3$  e  $c_r = -c_l = 1$ .

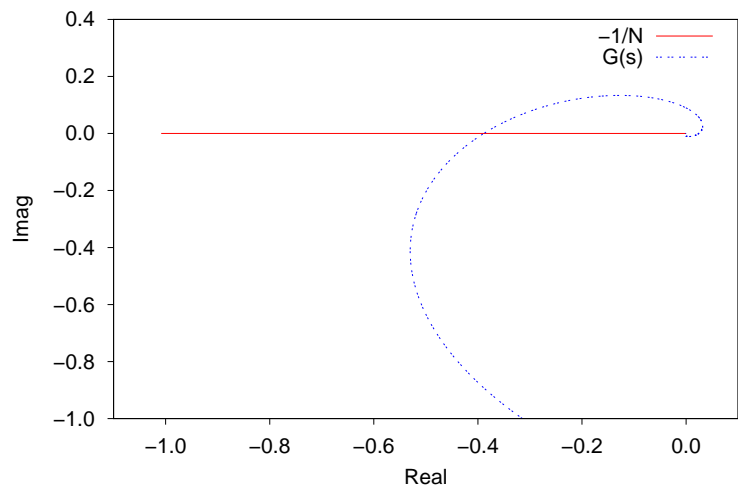




(a) Diagrama de Nyquist do sistema de nível com zona-morta.

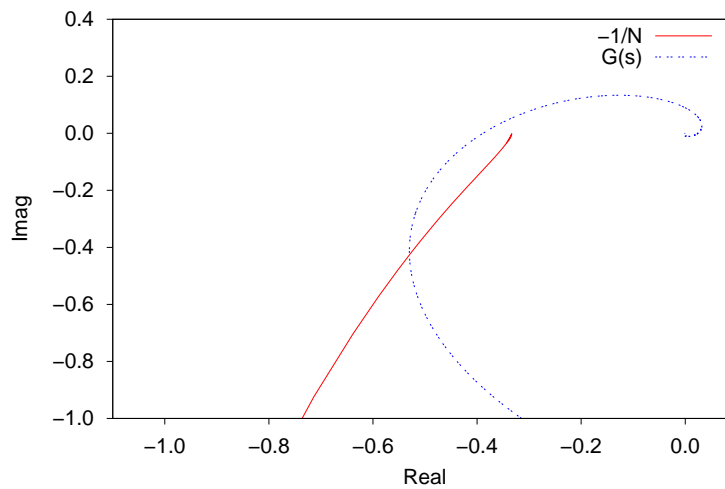


(b) Diagrama de Nyquist do sistema de nível com zona-morta sub-compensada.

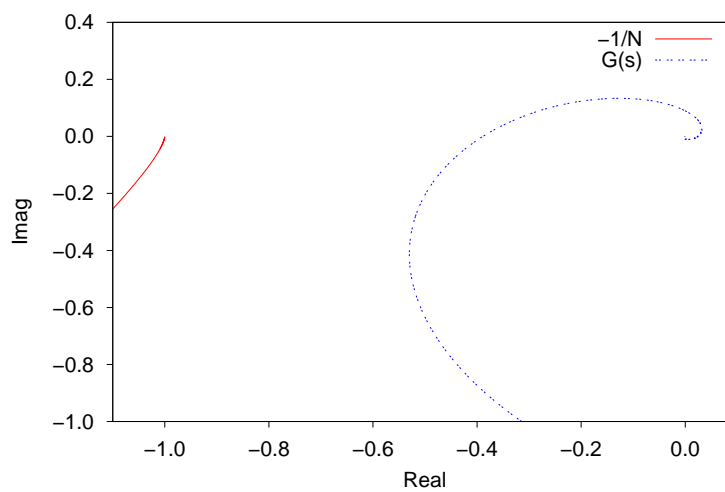


(c) Diagrama de Nyquist do sistema de nível com zona-morta supercompensada.

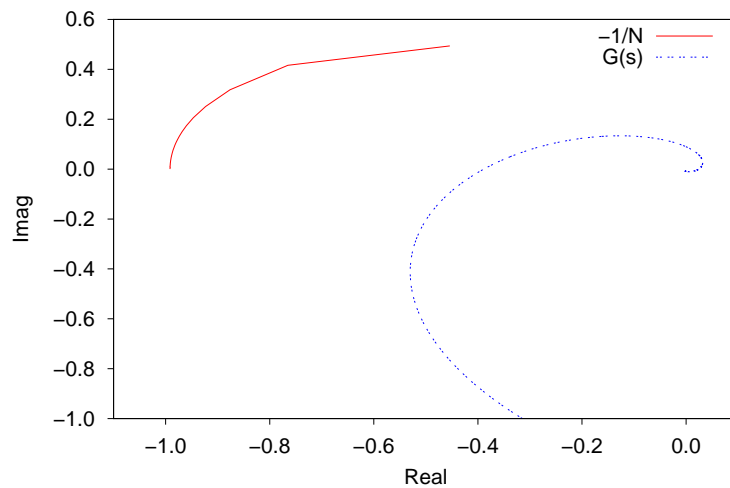
Figura 5.8: Detecção de ciclos limites para o caso da zona-morta.



(a) Diagrama de Nyquist do sistema de nível com folga.



(b) Diagrama de Nyquist do sistema de nível com folga subcompensada.



(c) Diagrama de Nyquist do sistema de nível com folga supercompensada.

Figura 5.9: Detecção de ciclos limites para o caso da folga.

As mesmas possibilidades de construção do diagrama de Nyquist para um sistema com zona-morta também existem para o caso da folga, as quais são mostradas na Figura 5.9. Para o primeiro caso (Figura 5.9(a)), foi considerada a folga sem compensação. Pode ser visto um cruzamento entre as curvas  $G(j\omega)$  e  $-1/N$  caracterizando a presença de ciclos limites. A Figura 5.9(b) representa o caso onde houve a subcompensação dos parâmetros da folga. Nela é mostrado que não há mais a presença de ciclos limites. O último caso é mostrado na Figura 5.9(c), onde ocorreu a supercompensação dos parâmetros. A curva  $-1/N$  não mais representa a função descritiva da folga, e sim da sua inversa. Como também não há interseção entre as curvas, não existe mais a presença de ciclos limites.

A Tabela 5.6 mostra a amplitude  $X$  e a frequência  $\omega$  para o caso de cruzamento entre as curvas.

Tabela 5.6: Frequência e amplitude dos ciclos limites para o sistema com folga.

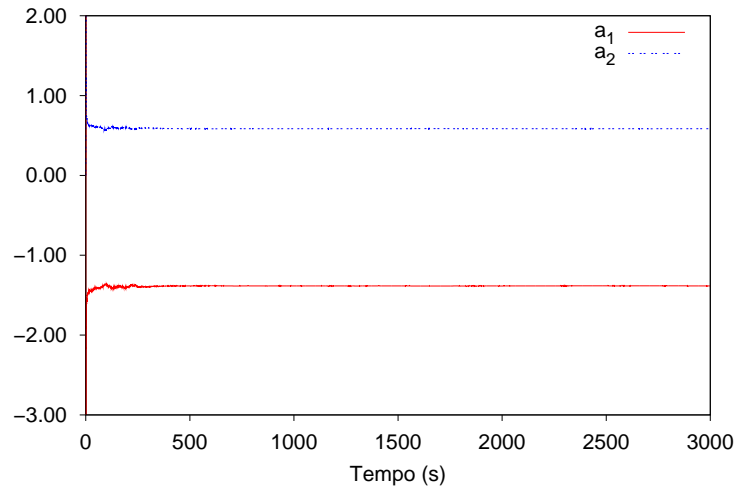
Parâmetros	Folga	Subcompensação	Supercompensação
$\omega$	2,1685	0	0
$X$	1,4157	0	0

## 5.6 Comentários

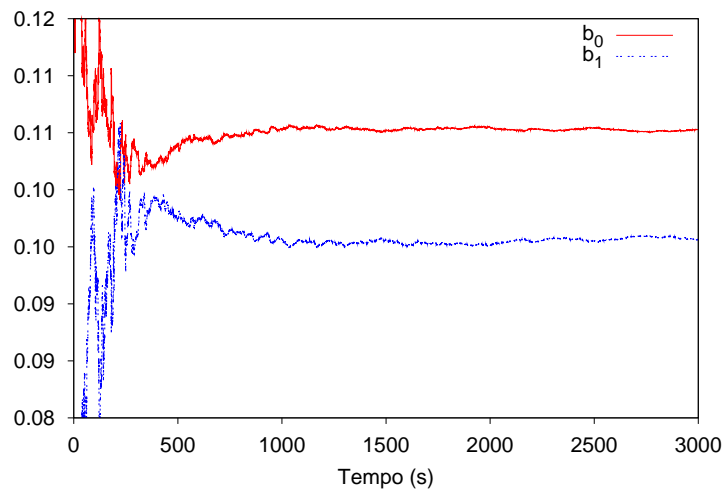
Um das dificuldades encontradas durante o processo de estimação foi a sensibilidade em relação ao ruído de medição, à medida que a ordem do sistema cresce. No caso da zona-morta, foi utilizada uma dinâmica linear de 3ª ordem e uma variância de ruído igual a 0,03. Para uma dinâmica de 4ª ordem, a estimação apresentou bons resultados com variância de ruído da faixa de 0,005. No caso da folga, por ser uma não linearidade com memória e, de certa forma, mais complexa que a zona-morta, conseguiu-se bons resultados com uma variância da ordem de  $10^{-4}$ . Para uma ordem do processo igual a 2, obteve-se bons resultados com variância de ruído igual a 0,03.

Os resultados da estimação do sistema de nível de 2ª ordem com a presença de folga e com variância do ruído igual a 0,03 podem ser vistos na Tabela 5.7 e na Figura 5.10. O atraso de  $d = 4$  foi mantido. A estimação apresentou bons resultados com os maiores erros na ordem de  $10^{-2}$ . Vale destacar que a maioria dos processos reais podem ser aproximados por um sistema de primeira ordem com atraso.

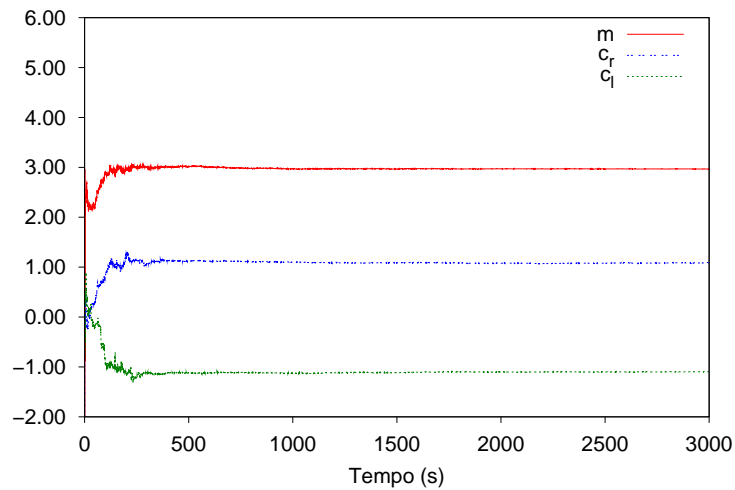
Não se pode relacionar as oscilações observadas na saída da planta de testes (seções 5.2 e 5.3) com os ciclos limites detectados na análise por função descritiva. Na análise, não foi considerada a presença do controlador PI, mas sim apenas a presença do componente não linear



(a) Polinômio  $A(q)$ .



(b) Polinômio  $B(q)$ .



(c) Folga.

Figura 5.10: Estimação do sistema de nível de 2ª ordem com folga.

Tabela 5.7: Parâmetros do sistema de nível de 2<sup>a</sup> ordem com folga.

<b>Parâmetros</b>	<b>Valores Estimados</b>	<b>Valores Reais</b>
$a_1$	-1,4296	-1,4138
$a_2$	0,62248	0,6065
$b_0$	0,10587	0,1044
$b_1$	0,087032	0,0883
$m$	2,9673	3
$c_r$	1,0848	1
$c_l$	-1,0954	-1

e a dinâmica da planta. O componente não linear pode ser tanto a zona-morta ou a folga, quanto a combinação do bloco inversor com sua respectiva não linearidade. Analisando por meio das funções descritivas, observa-se para o caso em que o componente não linear é a combinação das não linearidades e seus inversos, uma diminuição da amplitude ou até um cancelamento dos ciclos limites, comparando-se com o caso da presença da zona-morta ou folga apenas.

O próximo capítulo tratará das considerações finais e dos possíveis trabalhos futuros.

---

## **Capítulo 6**

## **Conclusão**

---

Neste trabalho, foi desenvolvido um método de estimação e compensação de não linearidades do tipo zona-morta e folga que estão presentes nos atuadores dos diversos processos industriais. Foi utilizada como processo de teste uma simulação de um tanque de nível, o qual possui uma válvula com uma não linearidade (zona-morta ou folga) para controle do fluxo de vazão de entrada.

Primeiro foi desenvolvido um método de estimação de parâmetros para um modelo de Hammerstein, cuja parte não linear é representada pela zona-morta ou folga. Como dinâmica linear foi utilizado o modelo Erro na Saída, que é um modelo mais complexo e a tarefa de estimação se torna mais árdua se comparada, por exemplo, à estimação de modelos ARX e ARMAX, pois o ruído é bem mais influente no processo. O método utilizou o princípio de separação do termo chave, diminuindo assim a quantidade de parâmetros a ser estimados.

A qualidade da estimativa depende fortemente do sinal de entrada. Para sinais de excitação, se faz necessário um conhecimento *a priori* do sistema a ser identificado. De fato, algumas propriedades básicas da planta a ser identificada são geralmente conhecidas, como a ordem de grandeza da região da zona-morta ou tamanho do seguimento interno da folga, bem como as maiores constantes de tempo do processo. Desse modo, sabendo aproximadamente o tamanho da região da não linearidade para qual o sinal de saída não se altera, a amplitude do sinal excitante é definida.

Na prática é o operador que define a duração e o tipo de medidas que poder ser coletadas do processo. De fato, grandes variações no sinal de excitação são bastante proveitosas para a identificação de sistemas, porém, muitas vezes não são permitidas pelos operadores dos processos. A identificação deve ser feita, então, através de dados de operação normal.

Depois de estimados, os parâmetros que configuram a zona-morta e a folga foram usados para a construção de modelos inversos de compensação das respectivas não linearidades. De um modo geral, os controladores com compensação se mostraram mais agressivos do que os controladores sem compensação durante a região da banda-morta. Entretanto, a saída da planta mostrou-se bem menos oscilante no caso compensado. Métricas de desempenho quantificam as ações de controle e o erro na saída da planta. Portanto, o objetivo de amenizar ou até de cancelar as oscilações observadas nas saídas dos processos industriais, e que são ocasionadas pelas não linearidades inerentes aos atuadores presentes nas malhas de controle dos mesmos processos, foi alcançado.

Uma análise por função descritiva feita para o sistema de nível com compensação mostrou a inexistência de ciclos limites ou a diminuição na amplitude destes comparando-se ao caso sem compensação. Uma contribuição importante foi o desenvolvimento da função descritiva da inversa da folga, não encontrada na literatura, a partir das integrais dos coeficientes da série de Fourier.

As técnicas de estimação e compensação aqui desenvolvidas podem ser aplicadas a qualquer planta industrial que possa ser representada de acordo com o modelo de Hammerstein e que tenha como não linearidade a zona-morta ou folga.

Pretende-se, como trabalho futuro, estimar e compensar não linearidades de atuadores baseados no modelo de Wiener e pesquisar as garantias de convergência para o método de estimação proposto. Além disso, pretende-se implementar a proposta em um Controlador Lógico Programável (CLP). Isso aproximará mais este trabalho de uma possível aplicação no mundo real.



---

# Referências Bibliográficas

---

- Aguirre, Luis Antonio (2007), *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*, 3ª edição, Editora UFMG.
- Bai, Er-Wei (2002), ‘Identification of linear systems with hard input nonlinearities of known structure’, *Automatica* **38**, 853–860.
- Campos, Mario Cesar M. Massa & Hebert C. G. Teixeira (2007), *Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais*, Editora Edgar Blücher.
- Chen, Hai-Wen (1995), ‘Modeling and identification of parallel nonlinear systems: structural classification and parameter estimation methods’, *Proceedings of the IEEE* **83**(1), 39–66.
- Choudhury, M. A. A. Shoukat, N. F. Thornhill & S. L. Shah (2005), ‘Modelling valve stiction’, *Control Engineering Practice* **13**, 641–658.
- Coelho, Antonio Augusto Rodrigues & Leandro dos Santos Coelho (2004), *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*, Editora da UFSC.
- Desborough, Lane & Randy Miller (2002), Increasing customer value of industrial control performance monitoring - honeywell’s experience, em ‘AIChE Symposium Series 2001’, número 326, Arizona, pp. 172–192.
- Ferreira, Aurélio Buarque Holanda (1993), *Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*, 3ª edição, Positivo.
- FISCHER (2005), *Control Valve Handbook*, Emerson Process Management, Iowa, USA.
- Giri, Fouad, Youssef Rochdi, Fatima-Zahra Chaoui & Adil Brouri (2008), ‘Identification of hammerstein systems in presence of hysteresis-backlash and hysteresis-relay nonlinearities’, *Automatica* **44**, 767–775.
- Goodhart, S. G., K. J. Burnham & D. J. G. James (1991), ‘A bilinear self-tuning controller for industrial heating plant’, *IEEE Conference Publication* **2**(332), 779–783.

- Gopal, Madan (2006), *Digital Control and State Variable Methods*, 2<sup>a</sup> edição, McGraw Hill Higher Education.
- Guo, Fen (2004), A new identification method for wiener and hammerstein systems, Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade de Karlsruhe, Karlsruhe.
- Ikonen, Enso & Kaddour Najim (2002), *Advanced Process Identification and Control*, Marcel Dekker, New York.
- Leontaritis, I. J. & S. A. Billings (1987), 'Experimental desing and identifiability for non-linear systems', *Int. J. Systems Sci.* **18**(1), 189–202.
- Lin, Faa-Jeng (1997), 'Fuzzy adaptive model-following position control for ultrasonic motor', *IEEE Transactions on Power Electronics* **12**(2), 261–268.
- Ljung, Lennart (1987), *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall.
- Nelles, Oliver (2000), *Nonlinear System Identification*, Springer, Berlin.
- Ogata, Katsuhiko (1982), *Engenharia de Controle Moderno*, Pearson Prentice Hall.
- Senjyu, Tomonobu, Satoru Yokoda, Yoshihiko Gushiken & Katsumi Uezato (1998), Position control of ultrasonic motors with adaptive dead-zone compensation, *em* 'Industry Applications Conference', Vol. 1, IEEE Thirty-Third IAS Annual Meeting, St. Loius, MO, pp. 506–512.
- Senjyu, Tomonobu, Tomohiro Kashiwagi & Katsumi Uezato (2001), 'Position control of ultrasonic motors using mrac with dead-zone compensation', *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **48**(6), 1278–1285.
- Senjyu, Tomonobu, Tomohiro Kashiwagi & Katsumi Uezato (2002), 'Position control of ultrasonic motors using mrac and dead-zone compensation with fuzzy inference', *IEEE Transactions on Power Electronics* **17**(2), 265–272.
- Singhal, Ashish & Timothy I. Salsbury (2005), 'A simple method for detecting valve stiction in oscillating control loops', *Journal of Process Control* **15**, 371–382.
- Slotine, Jean-Jacques E. & Weiping Li (1991), *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall.
- Souza, Alessandro J., Clauber Gomes Bezerra, Rafael H. Feijó, Wany Leydiane S. de Andrade, Gustavo Bezerra P. Leitão, Luiz Affonso Guedes, Adelardo Adelino D. Medeiros & André L. Maitelli (2005), Gerência de informação de processos industriais: Um estudo de

caso na produção de petróleo e gás, em 'VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI', Sociedade Brasileira de Automática, São Luis, MA.

Srinivasan, Ranganathan, Raghunathan Rengaswamy, Shankar Narasimhan & Randy Miller (2005), 'Control loop performance assessment. 2. hammerstein model approach for stiction diagnosis', *Industrial & Engineering Chemistry Research* **44**(17), 6719–6728.

Sun, X. M. & C. W. Chan (1997), Indirect adaptive control for systems with an unknown dead zone, em 'Conference on Control Applications', IEEE International, Hartford, CT, pp. 618–623.

Tao, Gang & Petar V. Kokotovic (1996), *Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Nonlinearities*, Wiley-Interscience.

Ulaganathan, N. & R. Rengaswamy (2008), Blind identification of stiction in nonlinear process control loops, em 'American Control Conference', pp. 3380–3384.

Vörös, Josef (1995), 'Identification of nonlinear dynamic systems using extended hammerstein and wiener models', *Control Theory and Advanced Technology* **10**(4), 1203–1212.

Vörös, Josef (1997), 'Parameter identification of discontinuous hammerstein systems', *Automatica* **33**(6), 1141–1146.

Vörös, Josef (2003), 'Recursive identification of hammerstein systems with discontinuous nonlinearities containing dead-zones', *IEEE Transactions on Automatic Control* **48**(12), 2203–2206.

Vörös, Josef (2006), 'Recursive identification of hammerstein systems with polynomial nonlinearities', *Journal of Electrical Engineering* **57**(1), 42–46.

Wigren, Torbjörn (1993), 'Recursive prediction error identification using the nonlinear wiener model', *Automatica* **29**(4), 1011–1025.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)