

CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADES COM FONTES  
DE CALOR ALETADAS

LUIZ CARLOS CORDEIRO JUNIOR

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



LUIZ CARLOS CORDEIRO JUNIOR

CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADES COM FONTES  
DE CALOR ALETADAS

Tese apresentada à Faculdade de  
Engenharia de Guaratinguetá da  
Universidade Estadual Paulista, para a  
obtenção do título de Doutor em  
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Maurício Araújo Zanardi

Guaratinguetá

2010

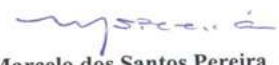
	Cordeiro Junior, Luiz Carlos
C794c	Convecção mista em cavidades com fontes de calor aletadas / Luiz Carlos Cordeiro Junior.- Guaratinguetá : [s.n.], 2010 119 f.: il. Bibliografia: f. 117-119  Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2010 Orientador: Prof. Dr. Mauricio Araújo Zanardi  1. Mecânica dos fluídos – Cavidade 2. Calor - Transmissão I. Título
	CDU 532

**LUIZ CARLOS CORDEIRO JUNIOR**

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
"DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA"

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA  
ÁREA: TRANSMISSÃO E CONVERSÃO DE ENERGIA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

  
Prof. Dr. Marcelo dos Santos Pereira  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

  
Prof. Dr. MAURICIO ARAUJO ZANARDI  
Orientador / UNESP-FEG

  
Prof. Dr. JOSÉ ANTONIO PERRELLA BALESTIERI  
UNESP-FEG

  
Prof. Dr. LUIZ ROBERTO CARROCCI  
UNESP-FEG

  
Prof. Dr. CARLOS ALBERTO CHAVES  
UNITAU

  
Prof. Dr. NEWTON GALVÃO DE CAMPOS LEITE  
UERJ

Março de 2010

## DADOS CURRICULARES

LUIZ CARLOS CORDEIRO JUNIOR

NASCIMENTO	03.10.1968 – CURITIBA/ PR
FILIAÇÃO	Luiz Carlos Cordeiro Clemozeide Terezinha Cordeiro
1993	Graduação em Engenharia Mecânica Universidade de Taubaté - SP
1997	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, no Instituto Tecnológico da Aeronáutica São José dos Campos – SP
2010	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Doutorado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

De modo especial aos meus pais, uma vitória de vocês.

Aos meus filhos um exemplo.

A minha esposa “obrigado” pela compreensão.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, pelo caminho que me iluminou.

ao meu orientador, Prof. Dr. Maurício Araújo Zanardi, que sempre me incentivou e apoiou em todos os desafios. Sem sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

aos meus pais Cordeiro e Clemozeide, que através de todas as dificuldades enfrentadas, incentivaram meus estudos.

a minha esposa Mirela e aos meus filhos João Pedro e Luiz Felipe com muito amor.

aos Professores da UNESP (Petrônio, Carrocci, Perrella, Daniel, Paulo, Inácio) que ao longo destes anos com simpatia e amizade, incentivaram em todos os instantes.

aos Professores da UERJ (Karina, Palmeira, Newton, Marinho, Hirata, Álvaro e Humberto) que me apoiaram em todos os momentos.

aos colegas de trabalho Mauro Simões, Ronaldo Baptistella, Guedes, César, Vitor, Priscila, Thiago, Graziela, Cristina, Livia, Fábio, Rodrigo, André, Jacles, Rocca, Lupércio, Robson, Mauro, Josué, Barreira, Lambert - souberam conciliar as atividades do trabalho me suportando nos momentos em que estava estudando em Guaratinguetá, em especial aos amigos Cid Manechini e ao Wilson Carlin.

ao Sr. Renato Mastrobuono, que acreditou, incentivou e me deu apoio desde o início neste desafio.

aos meus familiares Isa, Mari, Marcela, Luciléia, Carol e Sra Lucia (in memorian), souberam entender a minha ausência da família, dando atenção aos meus filhos em meus momentos de estudo.

“Não limite o poder de sua vida!

Não pense que conseguirá tudo que deseja, numa só existência.

Mas confie, porque a vida é eterna e infindável.

Não pense também que, depois desta, irá iniciar uma vida diferente: nada disso!

Esta mesma vida é que continuará sempre.

Portanto, procure aumentar seus conhecimentos e aperfeiçoar-se, verificando como é rápido o momento atual comparado com a eternidade!”

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	16
<b>2 DESCRIÇÃO DAS CONFIGURAÇÕES ESTUDADAS</b>	22
<b>3 MODELO MATEMÁTICO</b>	26
3.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	26
3.1.1 Região I	28
3.1.2 Região II, III, IV e V	28
3.1.3 Região VI e VII	29
3.1.4 Região VIII	29
3.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO E INTERFACE	31
3.2.1 Interface entre Região I e II (centro da cavidade e parede vertical direita)	32
3.2.2 Interface entre Região I e III	32
3.2.3 Interface entre Região I e IV	32
3.2.4 Interface entre Região I e V	32
3.2.5 Interface entre Região V e VI (aquecedor – parede)	33
3.2.6 Interface entre Região VI e VII (fonte – base das aletas)	33
3.2.7 Interface entre Região VII e I (base das aletas – fluido)	33
3.2.8 Interface na Região VIII (meio poroso – fluido)	33
3.2.9 Condições de contorno	34
<b>4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO</b>	38
4.1 CÁLCULO DOS COEFICIENTES DIFUSIVOS NAS INTERFACES	43
4.1.1 Configuração I	44
4.1.2 Configuração II	45
4.1.3 Configuração III	45
4.1.4 Configuração IV	46
4.2 PROCEDIMENTO BI-CGSTAB	48
4.3 VALIDAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL	54
<b>5 ANÁLISE DOS RESULTADOS E COMENTÁRIOS</b>	61
5.1 RESULTADOS PARA CONVECÇÃO NATURAL	61
5.2 RESULTADOS PARA CAVIDADE VERTICAL COM ABERTURA NA BASE E NA LATERAL SUPERIOR	71
5.3 RESULTADOS PARA CAVIDADE VERTICAL COM ABERTURA NA BASE E NO TOPO	82
5.4 RESULTADOS PARA CAVIDADE VERTICAL COM DUAS FONTES	93
5.5 CAVIDADE NA POSIÇÃO HORIZONTAL	96
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b>	115
<b>7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	117



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Esquema da configuração básica para a cavidade.....	22
FIGURA 2 - Esquema do dissipador de calor.....	23
FIGURA 3 - Cavidade com abertura inferior (entrada) e abertura lateral (saída).....	23
FIGURA 4 - Cavidade com abertura inferior (entrada) e abertura superior (saída).....	24
FIGURA 5 - Cavidade com 02 fontes de calor e abertura inferior (entrada) e abertura superior (saída).....	25
FIGURA 6 - Cavidade com fonte de calor na horizontal e com duas aberturas laterais..	25
FIGURA 7 - Esquema da configuração básica para a cavidade.....	27
FIGURA 8 - Regiões de estudo.....	27
FIGURA 9 - Representação geral dos volumes de controle.....	39
FIGURA 10 - Volume de controle típico.....	39
FIGURA 11 - Configuração I.....	44
FIGURA 12 - Configuração II.....	45
FIGURA 13 - Configuração III.....	46
FIGURA 14 - Configuração IV.....	47
FIGURA 15 - Algoritmo Bi-CG, proposto por Henk van der Vorst.....	49
FIGURA 16 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 82$ e $Nj = 52$ .....	54
FIGURA 17 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 82$ e $Nj = 102$ .....	55
FIGURA 18 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 82$ e $Nj = 152$ .....	55
FIGURA 19 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 172$ e $Nj = 52$ .....	56
FIGURA 20 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 172$ e $Nj = 102$ .....	56
FIGURA 21 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 172$ e $Nj = 152$ .....	57
FIGURA 22 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 252$ e $Nj = 52$ .....	57
FIGURA 23 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 252$ e $Nj = 102$ .....	58
FIGURA 24 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^3$ $Ni = 252$ e $Nj = 152$ .....	58
FIGURA 25 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^6$ $Ni = 252$ e $Nj = 52$ .....	59
FIGURA 26 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^6$ $Ni = 252$ e $Nj = 102$ .....	59
FIGURA 27 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para $Ra = 5 \times 10^6$ $Ni = 252$ e $Nj = 152$ .....	60
FIGURA 28 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para razão de aspecto igual a 0,5.....	64
FIGURA 29 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para razão de aspecto igual a 0,6.....	67
FIGURA 30 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para razão de aspecto igual a 1,0.....	69
FIGURA 31 - Variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh e da	

razão de aspecto .....	70
FIGURA 32 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.....	72
FIGURA 33 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.....	72
FIGURA 34 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 1,0.....	73
FIGURA 35 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	74
FIGURA 36 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	75
FIGURA 37 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	75
FIGURA 38 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	76
FIGURA 39 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	77
FIGURA 40 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	78
FIGURA 41 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	79
FIGURA 42 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	80
FIGURA 43 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	81
FIGURA 44 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.....	83
FIGURA 45 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.....	83
FIGURA 46 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 1,0.....	84
FIGURA 47 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	85
FIGURA 48 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	86
FIGURA 49 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	87
FIGURA 50 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	88
FIGURA 51 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	88
FIGURA 52 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	89
FIGURA 53 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	90
FIGURA 54 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	91
FIGURA 55 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	92
FIGURA 56 - Variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh e da razão de aspecto .....	93
FIGURA 57 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5 (fonte de calor inferior).....	94
FIGURA 58 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5 (fonte de calor superior).....	94
FIGURA 59 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6 (fonte	

de calor inferior).....	95
FIGURA 60 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6 (fonte de calor inferior).....	95
FIGURA 61 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Rayleigh em função do número de Reynolds constante ( $Re = 0$ ).....	98
FIGURA 62 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Rayleigh em função do número de Reynolds constante ( $Re = 0$ ).....	101
FIGURA 63 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Rayleigh em função do número de Reynolds constante ( $Re = 0$ ).....	103
FIGURA 64 - Variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh e da razão de aspecto.....	104
FIGURA 65 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.....	105
FIGURA 66 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.....	105
FIGURA 67 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 1,0.....	106
FIGURA 68 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	107
FIGURA 69 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	108
FIGURA 70 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	109
FIGURA 71 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	110
FIGURA 72 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	111
FIGURA 73 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	111
FIGURA 74 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^3$ .....	112
FIGURA 75 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^6$ .....	113
FIGURA 76 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh $1 \times 10^7$ .....	114

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Armazenamento das matrizes de forma vetorial	51
TABELA 2 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,5	71
TABELA 3 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,6	71
TABELA 4 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 1,0	71
TABELA 5 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,5	82
TABELA 6 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,6	82
TABELA 7 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 1,0	82
TABELA 8 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,5	94
TABELA 9 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,5	94
TABELA 10 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,6	95
TABELA 11 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,6	95
TABELA 12 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,5	104
TABELA 13 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 0,6	104
TABELA 14 - Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto para 1,0	104

## NOMENCLATURA

### LETRAS LATINAS

A	área
a	coeficiente, aleta
b	termo fonte na equação
C	coeficiente de Forchheimer
cp	calor específico a pressão constante
D	coeficiente difusivo
Da	número de Darcy
F	taxa de escoamento de massa através das faces do volume de controle
g	aceleração gravitacional
Gr	número de Grashof
HA	altura da cavidade
Hp	altura da aleta
Hcp	altura do componente
h	coeficiente de transferência de calor convectivo
Hp	altura da aleta
hpa	altura da aleta adimensional
Hb	altura da base da aleta
Hba	altura da base da aleta adimensional
HWA	espessura da parede da cavidade adimensional
L/H	razão de aspecto
J	fluxo total
k	coeficiente de condutividade térmica, permeabilidade
L	comprimento
LA	largura da cavidade
Nu	número de Nusselt normalizado
P	pressão
Pr	número de Prandtl
q	fluxo de calor dissipado
Q	taxa de calor
R	resistência equivalente
Ra	número de Rayleigh
Re	número de Reynolds
S	termo fonte, área
$\bar{S}$	termo fonte médio
$S_c$	coeficiente do termo fonte constante
$S_p$	coeficiente do termo fonte, largura da aleta
$S_{ps}$	espaçamento entre as aletas
T	temperatura
u	velocidade na direção horizontal
U	velocidade adimensional na direção x
U	Coefficiente Global de Transferência de calor
v	velocidade na direção vertical
V	velocidade adimensional na direção y

visc	viscosidade
x	coordenada horizontal
y	coordenada vertical

## LETRAS GREGAS

$\alpha$	difusividade térmica
$\beta$	coeficiente de expansão térmica volumétrica
$\theta$	temperatura adimensional
$\phi$	variável dependente
$\rho$	massa específica
$\Gamma$	coeficiente de difusão
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido
$\Delta$	variação
$\mu$	viscosidade dinâmica do fluido

## SUBSCRITOS

a,amb	ambiente, aquecedor
c	constante
e	entrada, equivalente
E	leste
EQ	equivalente
efet/ef	efetiva (o)
f	fluido
i	posição da direção x
j	posição na direção y
L,l	leste
m	material
máx	máximo (a)
N,n	norte
p	ponto da grade, porosidade
s	sólido, fonte
S	sul
W,w	oeste, parede

## SOBRESCRITOS

*	variável adimensional
-	valor médio

**CORDEIRO, LUIZ CARLOS JR. Convecção mista em cavidades com fontes de calor aletadas**, 2010. 100 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

## **RESUMO**

Neste trabalho estuda-se a convecção mista laminar em regime permanente em cavidades retangulares com fonte de calor para diferentes razões de aspecto. Para a determinação das distribuições de velocidades e temperaturas são utilizadas as equações da conservação da massa, quantidade de movimento e de energia com a aproximação de Boussinesq.

A solução das equações diferenciais é feita através do método de volumes finitos utilizando o esquema de discretização de “Power-Law”, proposto por Patankar e o procedimento SIMPLE foi empregado para obtenção do acoplamento pressão-velocidade.

O modelo foi inicialmente utilizado para a simulação de convecção natural, com objetivo de validação e comparação com resultados de problemas similares encontrados na literatura. Posteriormente foi estudada a convecção mista, para diferentes condições de contorno envolvendo temperaturas conhecidas e paredes adiabáticas, variando-se a potência dissipada, o fluxo de massa injetado e a razão de aspecto da cavidade.

Como resultados, são apresentados valores para o número de Nusselt baseado no coeficiente global de transferência de calor em função do número de Rayleigh, do número de Richardson e da razão de aspecto.

Os resultados confirmam que a convecção mista é mais efetiva para a transferência de calor do que a convecção natural, exceto para uma pequena faixa de número de Richardson e em cavidades de razão de aspecto elevada, quando a formação de recirculações junto à base da fonte geradora desvia o escoamento forçado piorando a transferência de calor.

**PALAVRAS CHAVES:** convecção mista, cavidades retangulares, volumes finitos

CORDEIRO, LUIZ CARLOS JR. **Laminar mixed convection in rectangular enclosures with pin-fin array heat sinks**, 2010. 100 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

### **ABSTRACT**

In this work, the steady state laminar mixed convection inside a rectangular enclosure with discrete heat source for different aspect ratios is studied. The velocity and temperature distributions were performed using the mass, momentum and energy conservation equations with the Boussinesq approximation.

The differential equations solutions were carried out by the finite volume method using the “power-law” discretization scheme, proposed by Patankar and the SIMPLE algorithm to obtain the pressure-velocity relationship.

The developed model was first used to simulate natural convection processes in order to validate it through comparison with results for similar problems found in the open literature. After that, the mixed convection, considering different boundary condition combinations, including prescribed temperatures and adiabatic walls, varying the dissipated heat, the injected flow rate and enclosure aspect ratio.

As results, the Nusselt number, based on the overall heat transfer coefficient, behavior is presented as functions of Rayleigh and Richardson numbers and enclosure aspect ratio.

The results confirm that the mixed convection is a more effective heat transfer mechanism than natural convection except for a narrow Richardson number range and high aspect ratios when the formation of recirculations near the heat source base deviates the forced flow away of the source.

**KEY WORDS: mixed convection, rectangular enclosures, finite volume**





## 1 INTRODUÇÃO

O estudo dos efeitos da convecção natural em cavidades, tem sido de grande interesse, devido à necessidade de controle térmico aliado à vantagem de um baixo custo na utilização. A micro-eletrônica em especial, na constante busca de projetos mais robustos, necessita conciliar as novas propostas tecnológicas à durabilidade e evitar a deterioração causada por um controle térmico ineficiente. O objetivo do presente trabalho está em analisar numericamente a convecção em cavidades 2-D sob condições de convecção natural e mista, investigando a influência das dimensões e das posições de ventilação da cavidade. A seguir é feita uma revisão bibliográfica comentando-se sobre alguns trabalhos relacionados ao tema em estudo.

Ganzarolli et al (1995) apresenta um estudo comparativo numérico e experimental em uma cavidade aquecida na base inferior e simetricamente resfriada pelos lados, considerando convecção natural no interior da cavidade. São mostradas diversas relações de razão de aspecto e apresentado o efeito destes sobre Nu e Ra. Também são avaliadas, comparativamente, as distribuições de malhas uniformes e não-uniformes sobre os resultados numéricos e dispersão dos mesmos, assim como o benefício da otimização do modelo em relação ao tempo de máquina.

Yu e Joshi (1997) analisaram a transferência de calor em uma cavidade com ventilação natural através de uma janela individual, simulando a colocação da janela em diversas posições na cavidade. Como resultado, são apresentadas diversas considerações quanto à variação da abertura na cavidade em relação às isotermas, campos de velocidades e taxa da transferência de calor para uma variação de Rayleigh entre  $10^4$  e  $10^6$ . Foi observado que a janela posicionada na posição superior e inferior afeta significativamente o campo de velocidade e de temperatura dentro da cavidade. São apresentadas as isotermas e linhas de corrente específicas para cada caso considerado. O maior número de Nusselt encontrado corresponde à condição de Rayleigh igual a  $10^6$  na condição de abertura lateral do modelo.

Madhavan e Sastri (2000) apresentam uma análise em uma cavidade resfriada por convecção natural na qual o calor é adicionado através de uma fonte de calor aletada e com potência controlada. Analisou-se a influência das propriedades do

número de Rayleigh, número de Prandtl e do número de Nusselt sobre o escoamento do fluido e as características de transferência de calor. Neste estudo foram analisados dois casos, sendo que no primeiro as paredes da cavidade foram mantidas isotérmicas, e no segundo caso, a parede superior da cavidade foi mantida em condição isotérmica, e as demais, mantidas adiabáticas. Como fluido de resfriamento, além do ar, foram também considerados os refrigerantes FC-75, FC-71 e Etilenoglicol com  $Pr$  0,71, 25, 1400 e 150, respectivamente. O trabalho é detalhado na análise das distribuições das isotermas e linhas de corrente e da distribuição de temperatura no interior da cavidade. Na conclusão deste trabalho é discutida a influência dos números de Prandtl e Rayleigh na temperatura máxima e no número de Nusselt para uma cavidade resfriada por convecção natural, com a fonte de calor alocada na parte central de uma das faces da cavidade. Em relação ao resfriamento, o refrigerante FC-75 foi o que levou ao melhor resultado pois devido principalmente à sua baixa viscosidade em relação aos outros líquidos testados, levou a uma melhor distribuição do escoamento, resultando em uma menor temperatura da fonte para a mesma taxa de transferência de calor.

Yu e Joshi (2002), através de uma análise numérica e experimental, estudaram uma cavidade 3-D com uma fonte interna com aletas do tipo pino, na posição vertical, dissipando calor para o meio. No modelo considerado, a região das aletas é tratada como um meio poroso. Na troca térmica foram considerados os efeitos da condução, convecção e radiação. A parede vertical oposta àquela da fonte de calor foi considerada isotérmica. Os resultados do modelo numérico foram validados com o experimento, no qual foi encontrado um desvio de 1~2 %. Como conclusão, é mostrado que o uso de um modelo de meio poroso para simular aletas se mostra adequado. Os resultados mostraram ainda que o aumento do número de aletas pode causar a diminuição da transferência de calor devido à dificuldade de circulação do fluido pela diminuição dos canais formados entre elas. A transferência de calor por radiação mostrou-se responsável por mais de 40 % da transferência de calor total, sendo mais significativa para níveis baixos de potência.

Qi-Hong Deng et al (2002) apresenta uma análise numérica de uma cavidade retangular, utilizando um modelo 2-D e convecção natural. Condições de duas fontes de calor ou de temperaturas constantes são combinadas de forma a permitir a

estratificação do perfil térmico desta cavidade. São analisadas influências da razão de aspecto, número de Rayleigh, número de Prandtl e das condições de contorno definidas para a cavidade. O modelo proposto teve os resultados validados em comparação a outros trabalhos e conclui-se que: (1) A consideração da fonte de calor ser representada por uma superfície isotérmica é geralmente muito mais severa do que aquela que considera na fonte de calor um fluxo uniforme. (2) A fonte de calor na parte inferior da cavidade aumenta a instabilidade térmica e conseqüentemente produz um efeito proporcional na convecção, enquanto a fonte de calor na lateral da parede aumenta a estabilidade e conseqüentemente produz um efeito de diminuição da troca convectiva. Portanto, a colocação da fonte de calor na parte inferior da cavidade pode ser mais efetiva, em termos de resfriamento, do que sua colocação na parede lateral. Sob a mesma ótica, Calcagni et al (2005) apresentou seus estudos, fortemente fundamentados em um modelo experimental associado a um modelo numérico mais simples, e concentrou sua análise no efeito do tamanho da fonte de calor na transferência de calor por convecção natural. O trabalho investiga o desenvolvimento do fenômeno da transferência de calor numa cavidade quadrada parcialmente aquecida pela parte de baixo. A fonte de calor é alocada na face inferior da cavidade e seu comprimento varia entre  $1/5$  e  $1/4$  do lado. As duas paredes laterais são consideradas isotérmicas, enquanto as outras são adiabáticas. O estudo concentra a atenção nos efeitos da dimensão da fonte de calor na troca de convecção e ambas as investigações, experimental e numérica, confirmam uma transferência de calor predominantemente condutiva para  $Ra \leq 10^4$ , enquanto o fenômeno convectivo desenvolve-se completamente para  $Ra \approx 10^5$ . Como esperado, um aumento no tamanho da fonte de calor produz um aumento na transferência de calor, particularmente para um alto valor de Rayleigh.

Bejan et al (2004) analisou a relação de distribuição do número de fontes em uma parede vertical, sujeita à convecção natural. O trabalho foi dividido em uma parte analítica e outra numérica. No modelo analítico, foi considerado que a distribuição das fontes não é uniforme e que a mesma deve ser função do número de Rayleigh. Desta forma o ponto teórico ótimo de distribuição das fontes de calor deve representar o máximo desempenho global de transferência de calor e, conseqüentemente, a mínima

resistência térmica entre a parede e o fluido. A análise numérica mostrou que o coeficiente global de transferência de calor é constante para números de Rayleigh inferiores a  $10^4$ , porém, quando o número de Rayleigh é maior que  $10^4$ , este coeficiente aumenta proporcionalmente a  $Ra^{0,18}$ .

Saeid et al (2005) analisa uma cavidade quadrada, em que ambas as paredes horizontais são mantidas adiabáticas, enquanto que uma parede vertical é mantida em temperatura constante e na outra parede vertical está localizada na base de uma fonte de calor com fluxo unidirecional. O modelo foi analisado considerando a fonte como um meio poroso. O efeito da localização da fonte de calor é investigado para valores de Rayleigh na faixa de  $10 \leq Ra \leq 10^3$  e comprimento da fonte de calor entre 0,1 e 0,5 da altura da cavidade. Foi determinado que o maior número de Nusselt ocorre quando a fonte é colocada próxima à base da parede vertical, para altos valores de Rayleigh e numa posição mais elevada quando o número de Rayleigh é relativamente baixo. A localização da fonte para o número de Nusselt máximo é aproximadamente a mesma para diferentes comprimentos da fonte. Para um dado valor de Rayleigh, o número de Nusselt aumenta com o aumento do comprimento da fonte, enquanto a temperatura da face da fonte é reduzida com o aumento do comprimento da fonte.

Ben Nasr et al (2005) analisa numericamente uma cavidade fechada, na qual estuda a transferência de calor em função das variações de Rayleigh. Neste trabalho, ao contrário dos demais, a fonte de calor foi fixada na base da parede vertical, enquanto que a superfície superior horizontal foi mantida em temperatura controlada. Os resultados foram apresentados para diferentes números de Rayleigh, posições e dimensões dos elementos aquecidos. Foi relatado que a transferência de calor, traduzida pelo número de Nusselt, é uma função crescente do número de Rayleigh e dependente da posição da fonte de calor.

Mahmud et al (2006) estudou numericamente a convecção mista em uma cavidade aberta preenchida com um fluido. O interior da cavidade foi considerado como meio poroso com uma parede vertical, enquanto as paredes superior e inferior foram consideradas isotérmicas. Condições de escoamento forçado foram impostas tanto para a entrada quanto para a saída das aberturas localizadas nas posições superior e inferior. Foram também feitas considerações para a razão de aspecto definido como a

largura da janela dividida pela altura da cavidade. As características da transferência de calor foram avaliadas, considerando a cavidade preenchida com micro cilindros e micro esferas. Entre as análises realizadas foram consideradas condições de fluxo de calor ocorrendo da superfície inferior para a superior e também para o caso inverso, quando a parede superior possui temperatura superior às outras. Os resultados obtidos mostraram que o parâmetro  $D/H$  afetou consideravelmente as características do escoamento e da transferência de calor na cavidade. Também a variação dos parâmetros  $Pe$ ,  $Ra$  e  $L/H$ , modificaram as características unicelulares do escoamento com o aparecimento de novas células de circulação, especialmente para pequenos valores de escoamento forçado. É mostrado que a transferência de calor na cavidade é sensível à mudança do parâmetro  $L/H$  para valores fixos dos parâmetros  $Ra/Pe$  e  $Pe$ , respectivamente.

Sathiyamoorthy et al (2007) analisaram o efeito do escoamento em convecção natural através da variação das condições de contorno sobre uma cavidade quadrada. No modelo proposto a cavidade foi analisada pela alternância dos lados de aquecimento e resfriamento combinados com a variação do número de Rayleigh e do número de Prandtl. Como resultado, são apresentadas diversas considerações quanto aos valores das funções correntes e das isothermas em resposta as variações do número de Rayleigh e do número de Prandtl, concluiu-se que a grande célula de recirculação que se formou na parte superior da cavidade e as recirculações secundárias induzidas por esta célula levavam a uma variação da transferência de calor principalmente para cavidades de grande razão de aspecto.

Com base no material na revisão bibliográfica observa-se que a transferência de calor com convecção mista, são bastante restritos. Assim, neste trabalho se propôs estudar o processo de resfriamento de componentes considerando este tipo de transferência de calor. Para isto escolheu-se como geometria, uma cavidade com fontes de calor aletadas, com aletas do tipo pino, para as quais são consideradas o elemento gerador de calor, o substrato e o conjunto de aletas. Esta configuração foi a escolhida por ser a mais comum em aplicações de resfriamento de sistemas eletrônicos. Para se ter o processo de convecção mista, são consideradas aberturas em determinadas posições da cavidade, através das quais se injeta, ou se retira, um fluxo

de massa. São analisadas as influências das velocidades de injeção, da posição das janelas e do calor gerado pelo componente. É ainda considerada a presença de uma segunda fonte de mesma intensidade dentro da cavidade e é estudada a interação entre as mesmas.

## 2 DESCRIÇÃO DAS CONFIGURAÇÕES ESTUDADAS

A configuração básica utilizada para o início do estudo é similar à apresentada por Yu e Joshi (2002). Um esquema que mostra as principais dimensões, é apresentado na Figura 1.

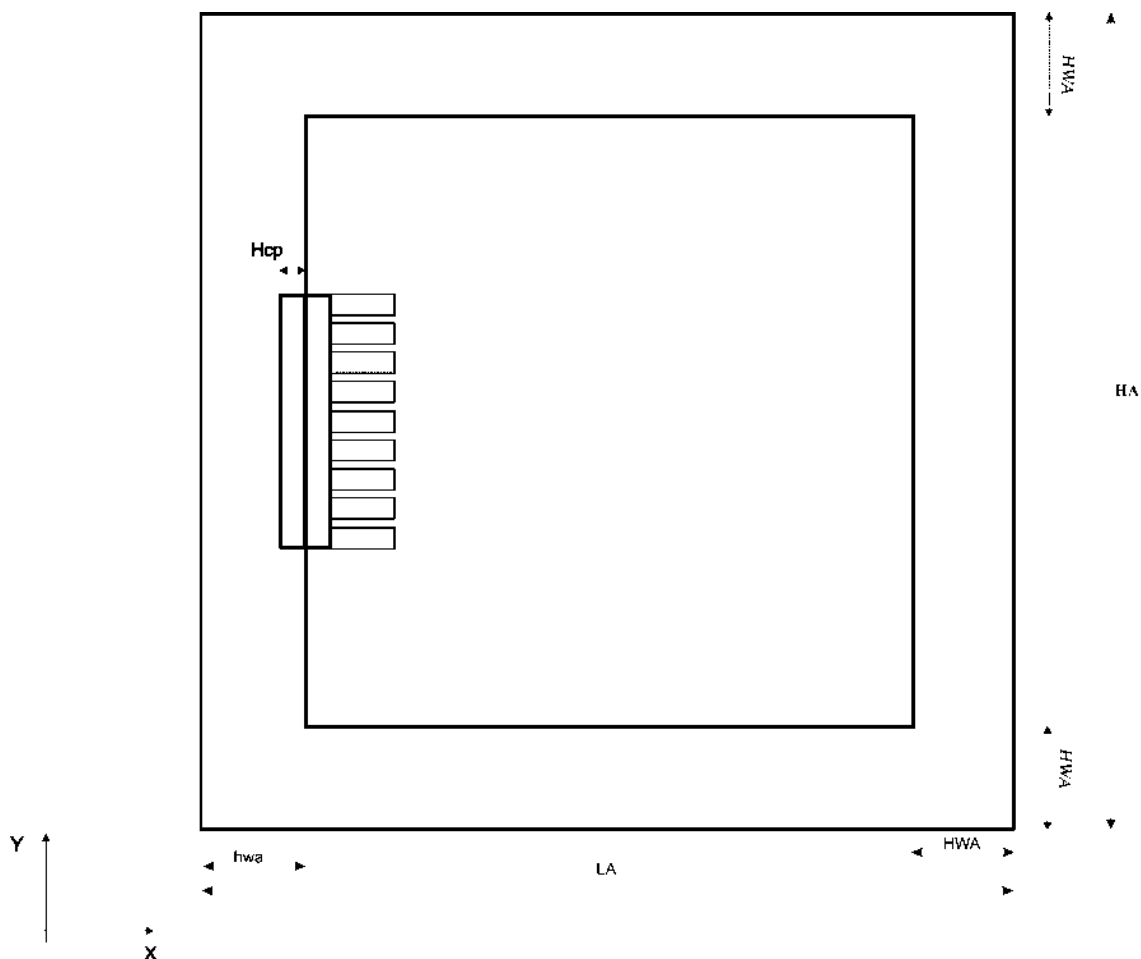


Figura 1 – Esquema da configuração básica para a cavidade.

A cavidade é formada por paredes de um material não condutor e o componente é fixado numa das paredes laterais. A parte do componente que está embutida na parede corresponde à região de geração de energia e ao substrato do componente. Dentro da cavidade se encontra a superfície aletada que é composta por uma base e por um conjunto de pinos retangulares alinhados, conforme mostrado na Figura 2.

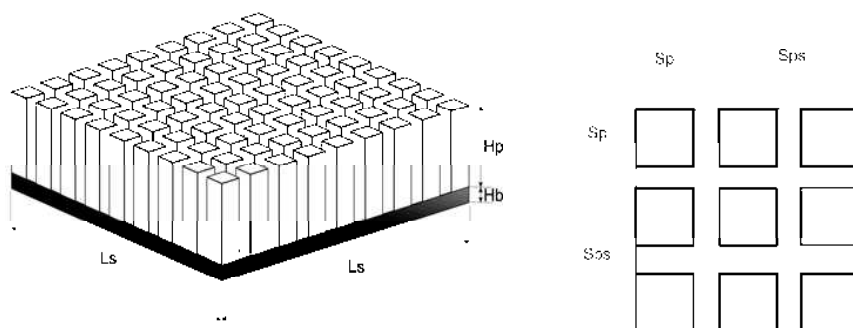


Figura 2 – Esquema do dissipador de calor.

Esta cavidade foi inicialmente simulada considerando somente convecção natural como uma maneira de se testar a consistência do modelo matemático. Uma vez obtidos resultados consistentes com os encontrados na literatura, foram introduzidas modificações na geometria com a finalidade de se estudar configurações considerando convecção mista, que é o objetivo principal deste trabalho.

A primeira configuração estudada foi a mostrada na Figura 3, na qual foram introduzidas duas janelas na cavidade. Um fluxo de massa de ar foi imposto na janela inferior da cavidade e o mesmo fluxo deve deixar a janela superior, garantindo assim a conservação da massa.

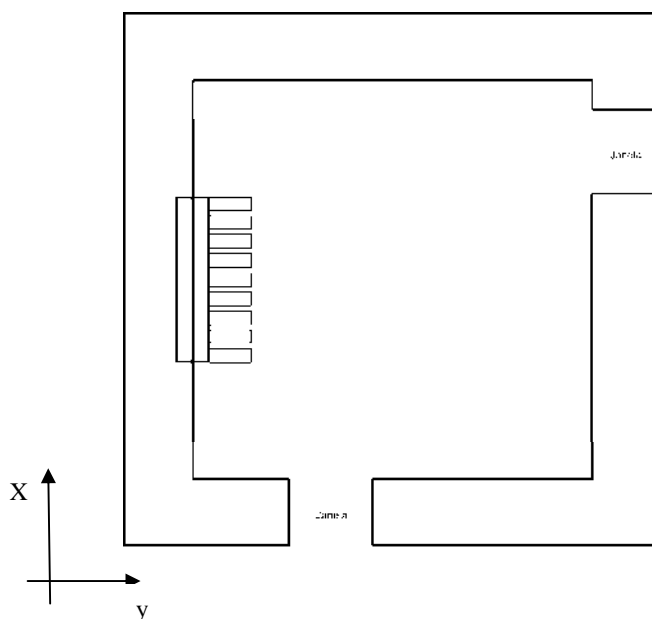


Figura 3 - Cavidade com abertura inferior (entrada) e abertura lateral (saída).



Após a simulação de funcionamento desta configuração, foi feita uma alteração na posição da janela de saída de forma a se ter uma melhor distribuição do escoamento dentro da cavidade e conseqüentemente uma melhora na transferência de calor. A nova configuração é apresentada na Figura 4 e mostra que a janela superior foi deslocada para o topo da cavidade.

Para completar o estudo nesta cavidade, foi então introduzida uma segunda fonte, idêntica à primeira, de forma a se manter uma simetria em relação à linha de centro horizontal da cavidade. Esta configuração é a mostrada na Figura 5. Neste caso, as janelas foram mantidas nas superfícies inferior e superior da cavidade, o que claramente proporciona um fluxo mais uniforme sobre as fontes.

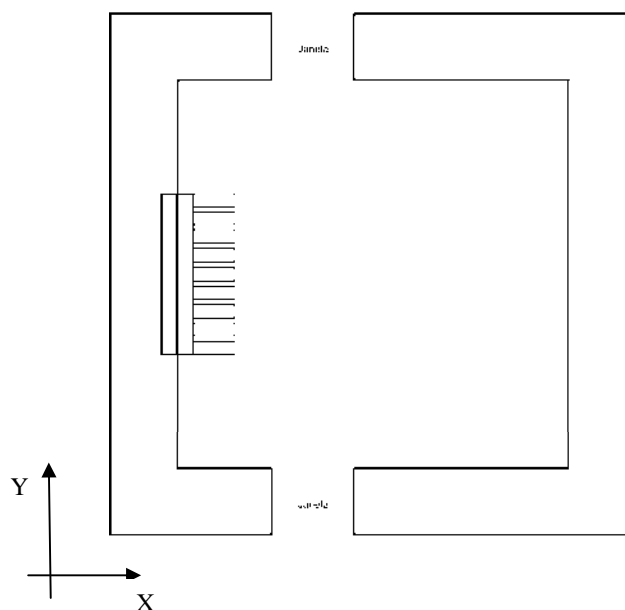


Figura 4 - Cavidade com abertura inferior (entrada) e abertura superior (saída).

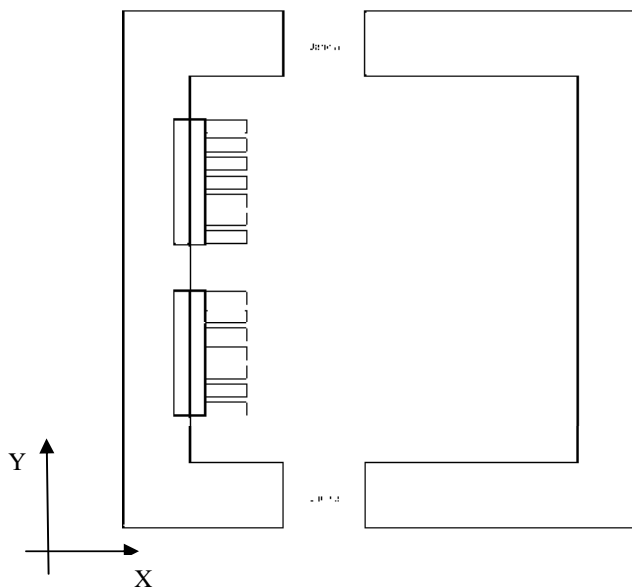


Figura 5 - Cavidade com 02 fontes de calor e abertura inferior (entrada) e abertura superior (saída).

Com a finalidade de se investigar a influência da posição da fonte, foi simulado também o comportamento da cavidade com a fonte na horizontal. A implementação numérica é bastante simples, tendo em vista o desenvolvimento do programa para a cavidade da Figura 4. Na Figura 6 está representada esta última configuração estudada.

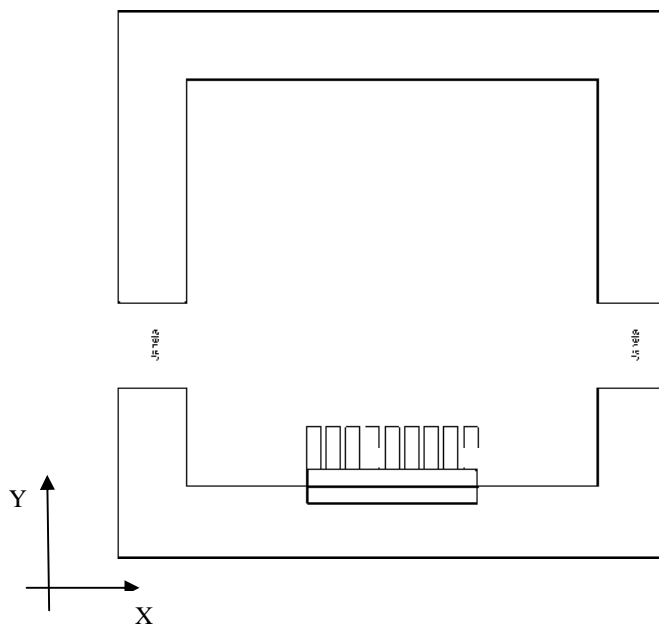


Figura 6 - Cavidade com fonte de calor na horizontal e com duas aberturas laterais.

### 3 MODELO MATEMÁTICO

A seguir é detalhada a construção do modelo matemático utilizado neste trabalho. As formulações para o escoamento e a transferência de calor são baseadas nas equações de conservação de massa, taxa de variação de quantidade de movimento linear e energia.

Para a simplificação das equações de conservação, são admitidas as seguintes hipóteses:

- o escoamento é bidimensional, incompressível e laminar;
- os gradientes de temperatura são moderados, de tal forma que a aproximação de Boussinesq possa ser considerada válida;
- a dissipação viscosa é desprezada;
- não são considerados efeitos de transferência de calor por radiação.

Além destas considerações, foram ainda utilizadas algumas outras, que serão citadas durante a apresentação da formulação matemática.

#### 3.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A formulação matemática foi realizada baseada na geometria mostrada na Figura 7 (idêntica à Figura 1 e repetida aqui para facilitar o acompanhamento do desenvolvimento).

Esta cavidade foi então subdividida em 8 regiões, que são mostradas na Figura 8, e as equações de conservação foram escritas para cada uma delas, conforme explicitado a seguir.

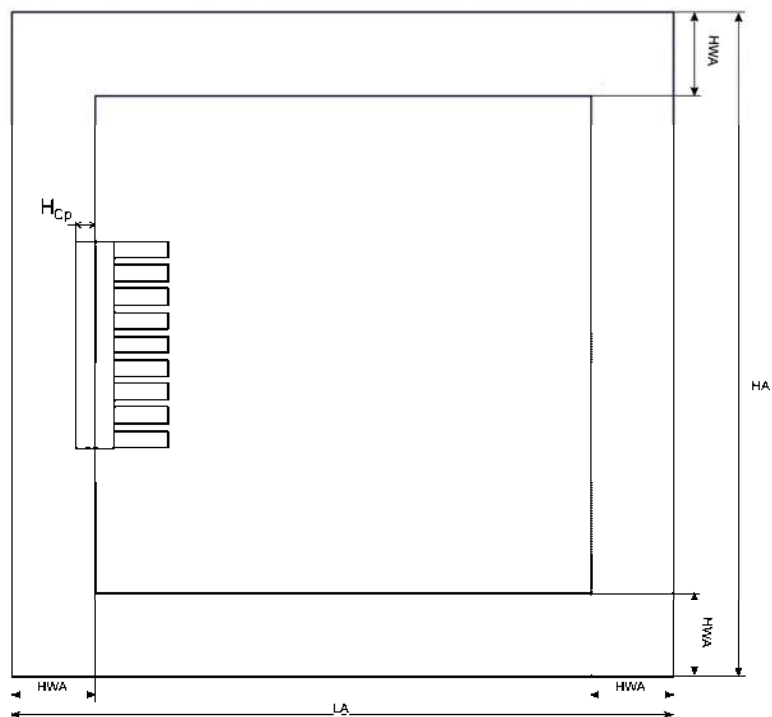


Figura 7 – Esquema da configuração básica para a cavidade.

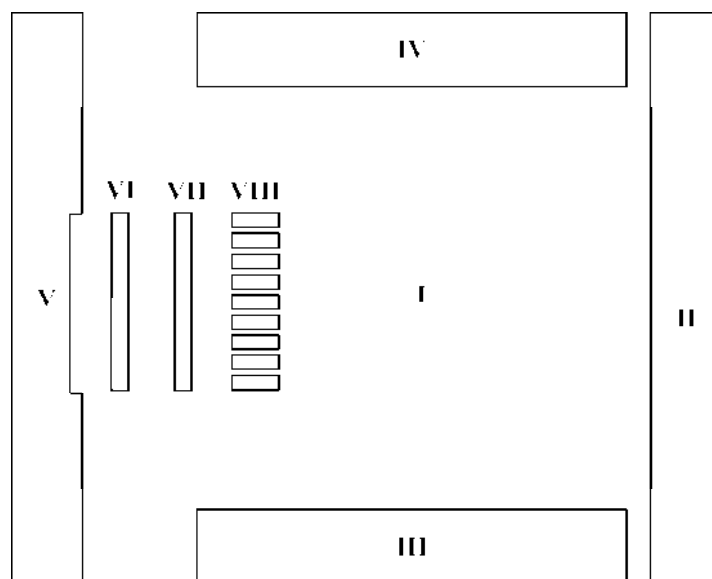


Figura 8 – Regiões de estudo.

### 3.1.1 Região I

A região I corresponde à região central da cavidade, que é preenchida com o fluido. Para esta região, os cálculos de campo de escoamento e de temperatura são realizados através das equações de conservação, escritas em suas formas bidimensionais.

Equação da conservação da massa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento na direção x

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_f u u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_f v u) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_f \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_f \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento na direção y

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_f u v) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_f v v) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_f \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_f \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \rho_f g \beta (T - T_c) \quad (3)$$

Equação da conservação da energia

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_f c_p u T) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_f c_p v T) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_f \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_f \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

### 3.1.2 Região II, III, IV e V

Estas regiões correspondem às paredes da cavidade, constituídas de material sólido. Desta forma, só é necessário resolver a equação da condução nestas regiões.

Equação da condução

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (5)$$

### 3.1.3 Regiões VI e VII

Estas regiões correspondem ao elemento gerador de energia e à base do conjunto de aletas, respectivamente. Assim, a equação a ser utilizada na região VII é a equação (5), considerando a condutividade do material que compõe a mesma. Para a região VI, deve-se incluir o termo de geração de energia interna na equação da condução, obtendo-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{q} = 0 \quad (6)$$

sendo  $\dot{q}$  a taxa de geração volumétrica de energia interna.

### 3.1.4 - Região VIII

Esta região corresponde ao conjunto de aletas, com fluido de trabalho preenchendo os espaços entre elas. Devido ao grande número de aletas existentes nos dissipadores normalmente utilizados, o tratamento individual de cada aleta dificultaria muito o desenvolvimento de rotinas computacionais. Heindel et al (1996) e Yu e Joshi (2002) sugerem que esta região pode ser tratada como um meio poroso. Como a porosidade do meio é elevada, Heindel et al (1996) mostrou que os efeitos de inércia são bastante significativos, sendo que o uso do modelo de Brinkman-Forchheimer se mostrou ser o mais adequado para o estudo.

Assim, o equacionamento para esta região pode ser escrito na forma:

Conservação da massa

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

Conservação da quantidade de movimento na direção x

$$\frac{1}{\delta^2} \left( \frac{\partial}{\partial x} (\rho_f u u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_f v u) \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_f}{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_f}{\delta} \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\mu_f}{K} u - \rho_f \frac{C}{\sqrt{K}} u |V| \quad (8)$$

Conservação da quantidade de movimento na direção y

$$\frac{1}{\delta^2} \left( \frac{\partial}{\partial x} (\rho_f u v) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_f v v) \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_f}{\delta} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_f}{\delta} \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\mu_f}{K} v - \rho_f \frac{C}{\sqrt{K}} v |V| + \rho_f g \beta (T - T_c) \quad (9)$$

Conservação da energia

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_f c_{pf} u T) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_f c_{pf} v T) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{efx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{efy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (10)$$

Nestas equações,  $\delta$  é a porosidade (ou fração de vazios),  $K$  é a permeabilidade e  $k_{ef}$  é a condutividade efetiva do meio poroso.

A permeabilidade do meio foi calculada baseada na expressão para o escoamento ao redor de um banco de cilindros, apresentada por Kaviani (1991) e que é também sugerida por Yu e Joshi (2002), sendo que o diâmetro dos cilindros foi substituído pelo diâmetro hidráulico de um dos pinos. Esta expressão é escrita como:

$$\frac{K}{d_h^2} = 0,0606 \frac{\pi}{4} \frac{\delta^{5,1}}{1-\delta} \quad \text{para } 0,4 \leq \delta \leq 0,8 \quad (11)$$

A condutividade térmica do meio poroso, devido à geometria do conjunto de aletas, deve ser diferente para as direções x e y. Estas condutividades foram consideradas uniformes para cada direção, e seus valores são calculados considerando sistemas de resistências térmicas em série e paralelo, através das expressões:

$$k_{\text{efx}} = \delta k_f + (1 - \delta) k_m \quad (12)$$

$$k_{\text{efy}} = \frac{[1 - \sqrt{1 - \delta} + (1 - \delta)] k_f k_m + [\sqrt{1 - \delta} + (1 + \delta)] k_f^2}{k_m + \sqrt{1 - \delta} (k_f - k_m)} \quad (13)$$

O coeficiente de Forchheimer, C, que aparece nas equações de conservação de quantidade de movimento, depende do formato do meio poroso. Neste trabalho se utilizou um valor constante  $C = 0,55$ , que é o valor obtido experimentalmente por Ward (1964).

### 3.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO E INTERFACE

A complementação do modelo matemático deve então ser feita com a incorporação das condições de contorno e de interface.

Faz-se distinção na nomenclatura para enfatizar que as condições de interface são condições internas ao domínio de cálculo e que existem devido às diferenças das propriedades entre os meios. São basicamente condições de continuidade de fluxo de calor e de fluxo de quantidade de movimento. No procedimento numérico estas condições foram garantidas pela escolha adequada de valores de propriedades nas interfaces.

As condições de contorno utilizadas são condições de não deslizamento do escoamento nas superfícies sólidas, condições de temperatura especificada e de isolamento.



Como uma forma de deixar claro que condições foram utilizadas, são definidas estas condições, mesmo tendo uma certa repetição das mesmas equações.

### 3.2.1 Interface entre região I e II

$$u = 0$$

$$v = 0$$

$$T_f = T_s$$

e

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial x} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \quad (14)$$

### 3.2.2 Interface entre a região I e III

$$u = 0$$

$$v = 0$$

$$T_f = T_s$$

e

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \quad (15)$$

### 3.2.3 Interface entre a região I e IV

$$u = 0$$

$$u = 0$$

$$T_f = T_s$$

e

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \quad (16)$$

### 3.2.4 Interface entre a região I e V

$$u = 0$$

$$v = 0$$

$$T_f = T_s$$

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial x} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \quad (17)$$

### 3.2.5 Interface entre a região V e VI (fonte - parede)

Interface vertical

$$T_s = T_a$$

$$k_a \frac{\partial T_a}{\partial x} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \quad (18)$$

Interfaces horizontais

$$T_s = T_a$$

$$k_a \frac{\partial T_a}{\partial y} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \quad (19)$$

### 3.2.6 Interface entre a região VI e VII (fonte - base das aletas)

$$T_m = T_a$$

$$k_a \frac{\partial T_a}{\partial x} = k_m \frac{\partial T_m}{\partial x} \quad (20)$$

### 3.2.7 Interface entre a região VII e I (base das aletas - fluido)

$$u = 0$$

$$v = 0$$

$$T_f = T_m$$

e

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} = k_m \frac{\partial T_m}{\partial y} \quad (21)$$

### 3.2.8 Interface na região VIII e I (meio poroso - fluido)

Nesta região, as condições a serem utilizadas são de continuidade tanto de fluxo de calor como, também, de quantidade de movimento. Assim, além da igualdade das

componentes  $u$  e  $v$ , da velocidade e da temperatura, deve-se ainda se ter para a superfície vertical:

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial x} = k_{efx} \frac{\partial T_p}{\partial x} \quad (22)$$

e

$$\mu_f \frac{\partial u_f}{\partial x} = \frac{\mu_f}{\delta} \frac{\partial u_p}{\partial x} \quad (23)$$

e para as superfícies horizontais:

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} = k_{efy} \frac{\partial T_p}{\partial y} \quad (24)$$

e

$$\mu_f \frac{\partial u_f}{\partial y} = \frac{\mu_f}{\delta} \frac{\partial u_p}{\partial y} \quad (25)$$

### 3.2.9 Condições de contorno externas.

#### Superfície V

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} = 0 \quad (26)$$

#### Superfícies II, III e IV

$$T_s = T_c \quad (27)$$

#### Janelas

$$\begin{aligned} u &= u_0 \\ v &= v_0 \end{aligned} \quad (28)$$

dependendo da posição relativa da mesma.

Com o objetivo de se generalizar o modelo desenvolvido, foi realizada a adimensionalização das equações anteriores. A parametrização das variáveis geométricas foi feita utilizando como dimensão característica o comprimento horizontal  $LA$  da cavidade. Para as outras variáveis, foram utilizados os parâmetros

característicos propostos por Yu e Joshi (2002). Definiram-se então as variáveis adimensionais:

$$\begin{aligned}
 x^* &= \frac{x}{L_c} & y^* &= \frac{y}{L_c} & ra &= \frac{L}{H} \\
 u^* &= \frac{u}{U_0} & v^* &= \frac{v}{U_0} & U_0 &= \left( \frac{g \beta \dot{q} L_c^2 H_c}{k_f} \right)^{1/2} \\
 p^* &= \frac{p}{\rho_f U_0^2} & \theta &= \frac{T - T_c}{T_r} & T_r &= \frac{\dot{q} L_c h_c}{k_f}
 \end{aligned} \tag{29}$$

sendo  $L_c$  e  $H_c$  a largura e a altura do aquecedor.

A substituição destas variáveis nas equações anteriores permite escrever as equações:

### **Conservação da massa: (fluido e região porosa)**

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{30}$$

### **Conservação da quantidade de movimento na direção x:**

Região de fluido

$$\frac{\partial (u^* u^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial (u^* v^*)}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) \right] \tag{31}$$

Região porosa

$$\frac{1}{\delta^2} \left( \frac{\partial(u^* u^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(u^* v^*)}{\partial y^*} \right) = \frac{-\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\delta} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) \right] + S_x \quad (32)$$

$$S_x = -\frac{1}{Da} \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} u^* - \frac{C}{\sqrt{Da}} |V^*| u^* \quad (33)$$

**Conservação da quantidade de movimento na direção y:**

Região de fluido

$$\frac{\partial(u^* v^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^* v^*)}{\partial y^*} = \frac{-\partial P^*}{\partial y^*} + \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) \right] \quad (34)$$

Região porosa

$$\frac{1}{\delta^2} \left( \frac{\partial(u^* v^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^* v^*)}{\partial y^*} \right) = \frac{-\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{1}{\delta} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) \right] + S_y \quad (35)$$

$$S_y = -\frac{1}{Da} \left( \frac{\text{Pr}}{Ra} \right)^{1/2} v^* - \frac{C}{\sqrt{Da}} |V^*| v^* + \theta \quad (36)$$

**Conservação da Energia: (para todas as regiões)**

$$\frac{\partial(u^* \theta)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^* \theta)}{\partial y^*} = \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \Gamma_j \frac{\partial \theta}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \Gamma_j \frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right) \right] + S_q \quad (37)$$

Para as regiões de fluido, meio poroso, base das aletas e paredes da cavidade:

$$S_q = 0 \quad (38)$$

Para a região do aquecedor

$$S_q = \frac{1}{h_c} \left( \frac{1}{\text{Pr Ra}} \right)^{1/2} \quad (39)$$

e

$$\Gamma_j = \frac{k_j}{k_f} \frac{1}{(\text{Ra Pr})^{1/2}} \quad (40)$$

com o índice j representando o material da região considerada.

Nestas equações, os números de Rayleigh, Prandtl e de Darcy, que são os parâmetros adimensionais importantes para o problema, são definidos como:

$$\text{Ra} = \frac{g \beta \dot{q} L_c^4 h_c}{k \alpha \nu} \quad (41)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (42)$$

$$\text{Da} = \frac{K}{L_c^2} \quad (43)$$

Analisando as variáveis adimensionais dadas pelas equações (29), pode-se ainda escrever:

$$U_0 = \left( \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \right)^{1/2} \frac{\nu}{L_c} \quad (44)$$

e, então, a adimensionalização da condição de contorno de injeção de massa pelas janelas resulta em:

$$u^* = \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \frac{L_c u_o}{\nu} = \left( \frac{\text{Re}^2 \text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \quad (45)$$

## 4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO

A solução das equações descritas no capítulo anterior não é possível de ser obtida analiticamente, devendo-se partir então para a obtenção de soluções numéricas através da construção de um modelo numérico.

A construção do modelo numérico para solução de equações diferenciais elípticas consiste em transformar as equações diferenciais em sistemas de equações algébricas em função dos valores da variável dependente em pontos específicos denominados de pontos nodais.

Desta forma, inicialmente se define uma grade de cálculo cujas intersecções são os pontos nodais. Ao redor de cada ponto nodal é então definido um volume de controle no qual as equações diferenciais são integradas. Após a integração, os valores dos fluxos nas interfaces são avaliados utilizando-se funções de interpolação em função dos valores das variáveis nos pontos nodais.

Conforme descrito por Patankar (1980), para se evitar campos de pressão e velocidades oscilantes, é adequada a utilização de grades deslocadas, em relação a grade de pressão, para as componentes de velocidade  $u$  e  $v$ .

A definição da grade de pressão e de temperatura foi feita de forma que não houvesse a ocorrência de volumes de controle incompletos e nem com propriedades diferentes dentro de um mesmo volume. Esta grade é então considerada a grade principal do modelo numérico.

A grade para a velocidade  $u$  é obtida deslocando-se a grade de  $P$  de  $\frac{1}{2}$  volume de controle na direção  $x$  e a grade de  $v$  pelo deslocamento de  $\frac{1}{2}$  volume de controle na direção de  $y$ . Esta técnica facilita a inclusão das condições de contorno conforme demonstrado em Patankar (1980). No problema em estudo, devido à presença de fronteiras internas, para as grades de  $u$  e  $v$  existirão volumes de controle com diferentes materiais num mesmo volume de controle. Estes volumes estão localizados junto às interfaces das diversas regiões e o tratamento dado a eles será detalhado na sequência. Na Figura 9 é dada uma visão parcial das três grades utilizadas.

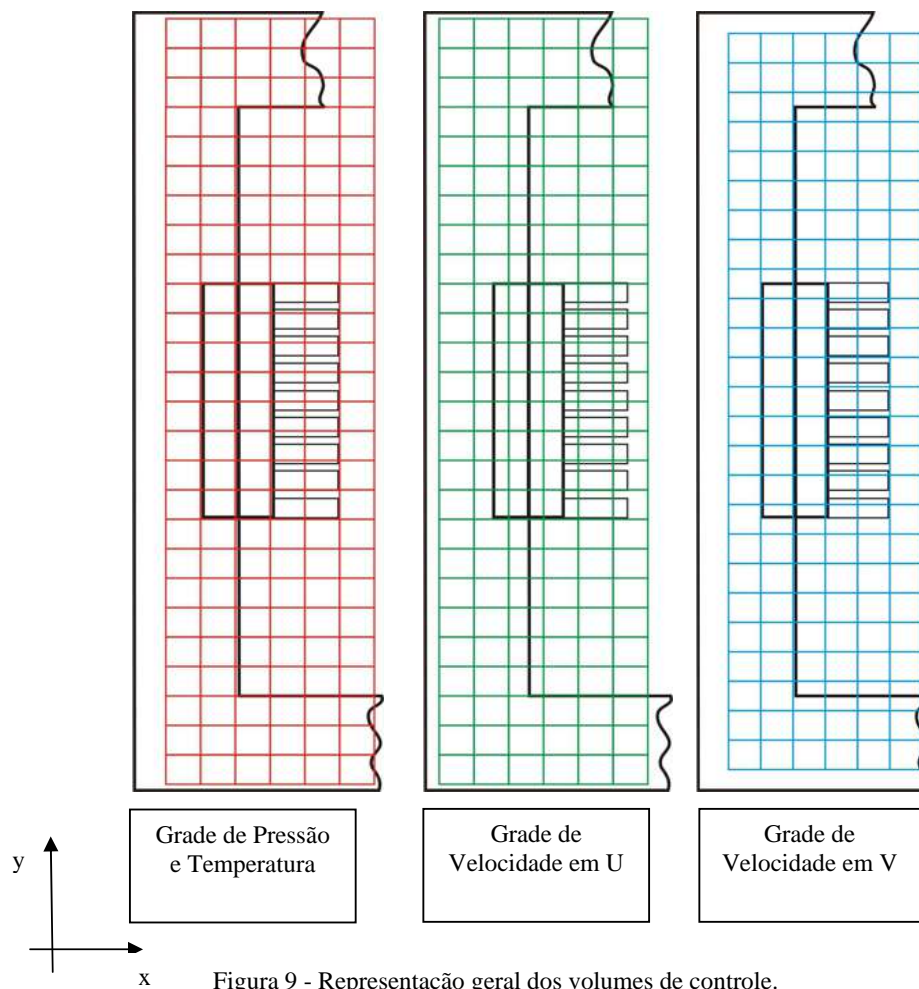


Figura 9 - Representação geral dos volumes de controle.

Tendo-se definido as grades e respectivos volumes de controle, pode-se então partir para a integração das equações para um volume típico, conforme mostrado na Figura 10.

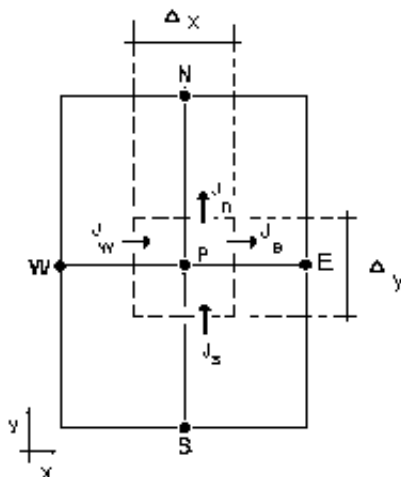


Figura 10 - Volume de controle típico.



Todas as equações de conservação descritas no capítulo anterior podem ser escritas na forma geral da equação de convecção-difusão, com a inclusão de duas constantes multiplicativas nos termos difusivos e convectivos para incluir a porosidade nas equações no meio poroso, podendo-se escrever:

$$a \left[ \frac{\partial (u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial (v \phi)}{\partial y} \right] = b \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] + S \quad (46)$$

Esta característica facilita bastante a construção do modelo numérico, pois todos os sistemas algébricos terão a mesma forma, podendo ser escritos em uma forma geral.

Pode-se então definir os fluxos através das fronteiras do volume de controle através de:

$$J_x = au\phi - b\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (47)$$

$$J_y = av\phi - b\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (48)$$

e a equação (46) se torna:

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \quad (49)$$

cujá integração resulta em:

$$J_e - J_w + J_n - J_s = \bar{S} \Delta x \Delta y \quad (50)$$

para a qual:

$$J_e = \int_s^n J_x dy \quad (51)$$

$$J_w = \int_s^n J_x dy \quad (52)$$

$$J_n = \int_w^e J_y dx \quad (53)$$

$$J_s = \int_w^e J_y dx \quad (54)$$

e o termo  $\bar{S}$  é o valor médio do termo fonte no volume de controle. Este termo deve ser linearizado, sendo então escrito como:

$$\bar{S} \Delta x \Delta y = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (55)$$

De maneira similar, integrando a equação da continuidade sobre o volume de controle, obtemos:

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (56)$$

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y \quad (57)$$

$$F_w = (\rho u)_w \Delta y \quad (58)$$

$$F_n = (\rho v)_n \Delta x \quad (59)$$

$$F_s = (\rho v)_s \Delta x \quad (60)$$

Multiplicando por  $\phi_p$  a equação integrada da continuidade (56) e subtraindo da equação dos fluxos (50), obtém-se a equação:

$$(J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p) + (J_n - F_n \phi_p) - (J_s - F_s \phi_p) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (61)$$

Cada um dos termos dentro dos parênteses é então escrito em função dos valores das variáveis nos pontos vizinhos da grade (W, E, N, S e P), utilizando a solução exata do problema unidimensional de condução-convecção. O detalhamento deste procedimento pode ser encontrado em Patankar (1980) ou em Maliska (2002). O resultado desta operação é a transformação da equação (61) em um sistema de equações algébricas com a forma geral dada por:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (62)$$

sendo

$$a_E = D_e^* A(|P_e|) + \max(-F_e^*, 0) \quad (63)$$

$$a_W = D_w^* A(|P_w|) + \max(F_w^*, 0) \quad (64)$$

$$a_N = D_n^* A(|P_n|) + \max(-F_n^*, 0) \quad (65)$$

$$a_S = D_s^* A(|P_s|) + \max(+F_s^*, 0) \quad (66)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y \quad (67)$$

$$D_e^* = \frac{b \Gamma_e \Delta y}{\Delta x_e} \quad e \quad F_e^* = a F_e \quad (68)$$

$$D_w^* = \frac{b \Gamma_w \Delta y}{\Delta x_w} \quad e \quad F_w^* = a F_w \quad (69)$$

$$D_n^* = \frac{b \Gamma_n \Delta x}{\Delta y_n} \quad e \quad F_n^* = a F_n \quad (70)$$

$$D_s^* = \frac{b \Gamma_s \Delta x}{\Delta y_s} \quad e \quad F_s^* = a F_s \quad (71)$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (72)$$

$$P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (73)$$

$$P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad (74)$$

$$P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (75)$$

A função  $A(|P|)$  depende do tipo de aproximação feita para a avaliação dos termos exponenciais da solução exata do problema unidimensional utilizado na

discretização. Neste trabalho optou-se pela utilização do esquema “Power-law”, cuja função é dada por:

$$A(|P|) = \max [0, (1 - 0,1|P|)^5] \quad (76)$$

Com o procedimento descrito, se construiu um sistema de equações algébricas para cada uma das componentes da velocidade e para a temperatura. Estas equações dependem da distribuição de pressões e então é necessário um procedimento para o cálculo das mesmas. Foi então escolhido o procedimento SIMPLE para fazer o acoplamento pressão-velocidade. Neste método, a equação da conservação da massa discretizada é utilizada para se obter uma equação de correção de pressão. Desta forma, se constrói mais um sistema de equações algébricas, cujas variáveis são as correções de pressão, e este sistema tem a forma:

$$[(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x = 0 \quad (77)$$

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (78)$$

Sendo:

$$a_E = \rho_e d_e \Delta y \quad (79)$$

$$a_W = \rho_w d_w \Delta y \quad (80)$$

$$a_N = \rho_n d_n \Delta x \quad (81)$$

$$a_S = \rho_s d_s \Delta x \quad (82)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (83)$$

$$b = [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] \Delta y + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n] \Delta x \quad (84)$$

#### 4.1 CÁLCULO DOS COEFICIENTES DIFUSIVOS NAS INTERFACES

É possível observar que a cavidade estudada contém diversas interfaces entre as regiões de diferentes materiais. Como se fez a opção de uso de grades deslocadas para as componentes da velocidade, não foi possível se evitar a presença de diferentes materiais dentro de um mesmo volume de controle. Assim, nestas interfaces se buscou

uma forma de definir um único coeficiente difusivo, evitando-se assim, descontinuidades nos fluxos difusivos de calor e de quantidade de movimento. Estas definições foram baseadas em analogias elétricas e no conceito de resistências equivalentes.

Para as grades utilizadas, as configurações encontradas são mostradas na seqüência, juntamente com os coeficientes equivalentes utilizados.

#### 4.1.1 Configuração I

Esta configuração ocorre em todas as interfaces para a equação da energia, cujos volumes de controle foram definidos de forma a não se ter materiais diferentes num mesmo volume de controle. Ocorre também nas interfaces norte e sul para a velocidade  $u$  e nas interfaces leste e oeste para a variável  $v$ .

A geometria correspondente a esta situação e o circuito elétrico correspondente estão mostrados na Figura 11.

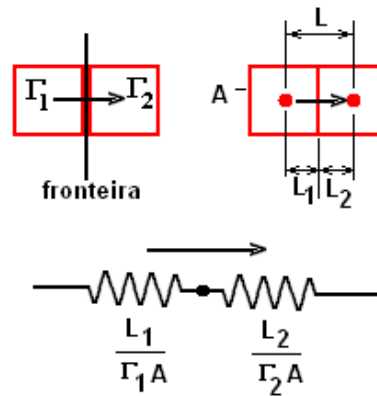


Figura 11 – Configuração I.

O coeficiente equivalente é definido de forma que a resistência

$$R_{eq} = \frac{L}{\Gamma_{eq} A} \quad (85)$$

substitua o sistema mostrado. Assim,

$$\Gamma_{eq} = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\frac{L_2}{L} \Gamma_1 + \frac{L_1}{L} \Gamma_2} \quad (86)$$

#### 4.1.2 Configuração II

Esta configuração e seu circuito equivalente estão mostrados na Figura 12. Ela ocorre nas faces leste e oeste dos volumes de controle de  $v$  e nas faces norte e sul para a velocidade  $u$ .

Neste caso, o coeficiente equivalente é calculado por:

$$\Gamma_{eq} = \frac{A_1}{A} \Gamma_1 + \frac{A_2}{A} \Gamma_2 \quad (87)$$

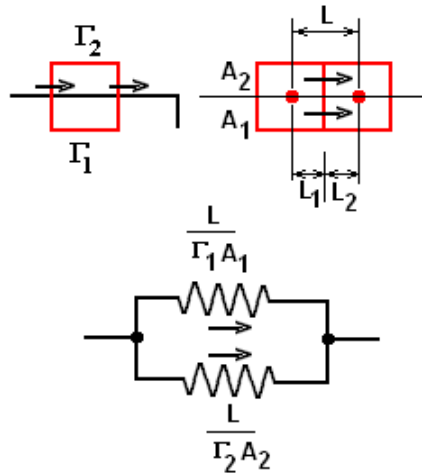


Figura 12 – Configuração II.

#### 4.1.3 Configuração III

A terceira configuração encontrada corresponde àquela mostrada na Figura 13 e ocorre junto aos cantos das interfaces entre dois meios, tanto para as faces leste e oeste, para a variável  $v$ , e norte e sul para a variável  $u$ .

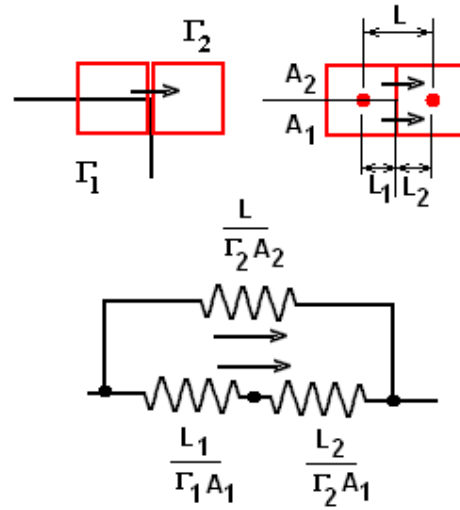


Figura 13 – Configuração III.

O coeficiente equivalente será então calculado por:

$$\Gamma_{eq} = \frac{\frac{A_1}{A} \Gamma_1 \Gamma_2 + \frac{A_2}{A} (\Gamma_2^2 \frac{L_1}{L} + \Gamma_1 \Gamma_2 \frac{L_2}{L})}{\Gamma_2 \frac{L_1}{L} + \Gamma_1 \frac{L_2}{L}} \quad (88)$$

#### 4.1.4 Configuração IV

Finalmente, uma quarta configuração pode ainda ser encontrada, sendo correspondente ao esquema da Figura 14, e que corresponde à interface entre 3 meios. Correspondem ao canto para as faces oeste e leste, para a velocidade  $v$ , e para as faces sul e norte na velocidade  $u$ .

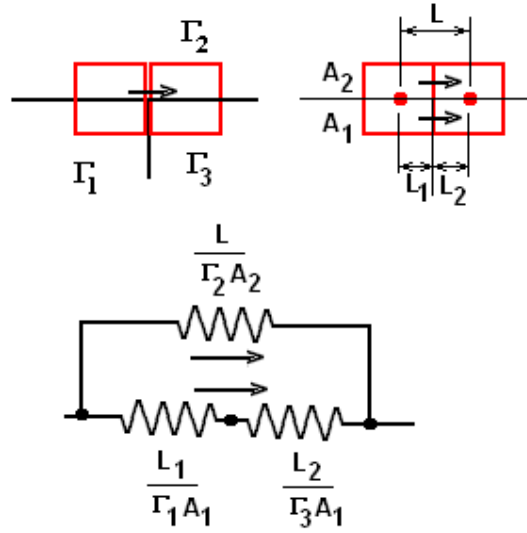


Figura 14 – Configuração IV.

O coeficiente equivalente para este caso será:

$$\Gamma_{eq} = \frac{\frac{A_1}{A} \Gamma_1 \Gamma_3 + \frac{A_2}{A} (\Gamma_2 \Gamma_3 \frac{L_1}{L} + \Gamma_1 \Gamma_2 \frac{L_2}{L})}{\Gamma_3 \frac{L_1}{L} + \Gamma_1 \frac{L_2}{L}} \quad (89)$$

O uso destes coeficientes, nas interfaces entre os meios, garantem as condições de interface descritas no modelo matemático e são, então, necessárias somente a inclusão das condições de contorno nos sistemas de equações encontrados.

A solução destes sistemas é realizada de forma segregada, utilizando um processo iterativo no qual cada sistema é resolvido independentemente, utilizando, para o cálculo de seus coeficientes, os valores das variáveis obtidas na iteração anterior.

A solução de cada sistema é feita utilizando o algoritmo BI-CGSTAB proposto por Van den Vorst (1992) e que é descrito de forma sucinta na sequência.

Como critério de convergência para o encerramento do procedimento iterativo, foi utilizada a norma média quadrática dos resíduos de cada sistema. Assim, para cada sistema de equações algébricas é calculado o resíduo médio quadrático de cada um deles através de:



$$R_i = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b - a_P \phi_P \quad (90)$$

$$\bar{R} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m R_i^2}}{m} \quad (91)$$

sendo  $m$  o número de equações do sistema.

O critério de parada estabelecido foi então:

$$\max(\bar{R}_j) \leq \epsilon \quad (92)$$

com  $R_j$  sendo os resíduos dos diversos sistemas de equações algébricas resolvidos no procedimento numérico. O parâmetro  $\epsilon$  depende do número de pontos da grade, variando entre  $10^{-5}$  e  $10^{-7}$ .

## 4.2 PROCEDIMENTO BI-CGSTAB

De acordo com Ferziger e Peric (1997), qualquer sistema de equações pode ser resolvido por eliminação de Gauss ou por decomposição do tipo LU. Um dos problemas do uso de decomposição LU em problemas de CFD é que, apesar da matriz dos coeficientes ser grandemente esparsa, as matrizes triangulares serão não esparsas o que torna o método computacionalmente caro. Desta forma, os métodos iterativos tornam-se mais atrativos pois, apesar da solução ser obtida partindo-se de uma solução assumida e a cada iteração se melhorar esta estimativa, o custo numérico de cada iteração é barato e normalmente, o custo total da solução é muito menor do que aquele para um método direto.

Existe um grande número de métodos iterativos, sendo os mais conhecidos os de Gauss-Jacobi e o de Gauss-Siedel. Tradicionalmente, devido à característica das matrizes formadas pelas técnicas de discretização usuais levarem a sistemas com 3, 5 ou 7 diagonais, respectivamente para problemas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais, o algoritmo de Thoma para matrizes tridiagonais associado com o

método de Gauss-Siedel se tornou bastante popular. Em problemas 2-D este algoritmo é chamado de linha-a-linha. O principal problema de seu uso é a convergência lenta. Como a decomposição LU é um método muito bom na maioria dos casos, se idealizou a construção de um método com uma fatorização LU aproximada da matriz dos coeficientes A do sistema

$$A \phi = B \quad (93)$$

criando-se uma matriz para iterações M de forma que:

$$M = LU = A + N \quad (94)$$

sendo L e U esparsas e N pequena.

Um dos métodos que se mostrou adequado a uma série de problemas de CFD foi proposto por Stone (1968) e é chamado de SIP (*strong implicit procedure*) e foi desenvolvido especialmente para sistemas provenientes de discretização de equações diferenciais em que a matriz dos coeficientes é não simétrica (que é o caso dos problemas de convecção-difusão). Neste método, as matrizes L e U só possuem elementos não nulos nas diagonais nas quais a matriz A também possui elementos diferentes de zero. Assim as matrizes L, U e M têm a estrutura:

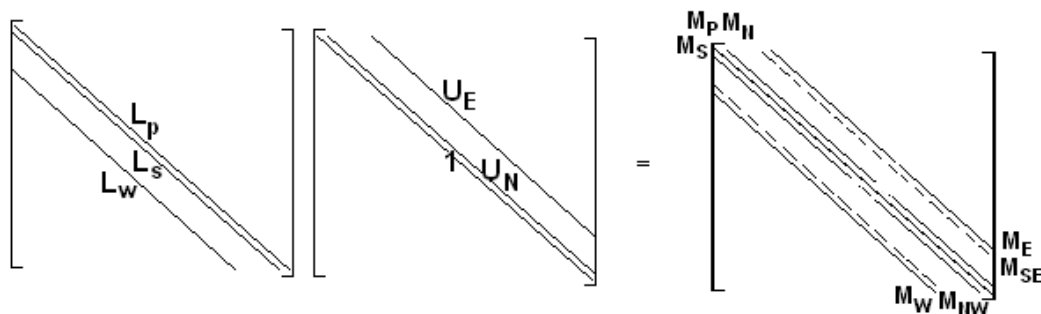


Figura 15 – Procedimento BI-CG, proposto por Henk van der Vorst.

Note que o produto LU tem 2 diagonais a mais, para um problema 2D, que a matriz original.

Como se deseja que M seja uma boa aproximação de A, a matriz N deve pelo menos conter as duas diagonais de M que correspondem às diagonais nulas de A. Este procedimento, entretanto, converge lentamente. Stone (1968) relata que a convergência pode ser melhorada se N tiver diagonais não nulas nas 7 diagonais não nulas de M. O procedimento é então desenvolvido de forma a se obter as matrizes L e U para que:

$$N \phi = 0 \quad (95)$$

Os valores de  $\phi$  em NW e SE normalmente são obtidos por combinações dos valores em P, N, E e W utilizando-se

$$\phi_{NW} \approx \alpha(\phi_w + \phi_N - \phi_P) \quad (96)$$

$$\phi_{SE} \approx \alpha(\phi_S + \phi_E - \phi_P) \quad (97)$$

Os coeficientes devem então ser calculados de forma sequencial através de:

$$L_W^l = A_W^l / (1 + \alpha U_N^{l-N_j}) \quad (98)$$

$$L_S^l = A_S^l / (1 + \alpha U_E^{l-1}) \quad (99)$$

$$L_P^l = A_P^l + \alpha(L_W^l U_N^{l-N_j} + L_S^l U_E^{l-1}) - L_W^l U_E^{l-N_j} - L_S^l U_N^{l-1} \quad (100)$$

$$U_N^l = (A_N^l - \alpha L_W^l U_N^{l-N_j}) / L_P^l \quad (101)$$

$$U_E^l = (A_E^l - \alpha L_S^l U_E^{l-1}) / L_P^l \quad (102)$$

sendo que os subscritos estão relacionados ao armazenamento das matrizes de forma vetorial através da tabela 1:

Localização na grade	Notação	Local de armazenamento
(i,j)	P	$l = (i-1)N_j + j$
(i-1,j)	W	$l - N_j$
(i,j-1)	S	$l - 1$
(i,j+1)	N	$l + 1$
(i+1,j)	E	$l + N_j$

Tabela 1 - Armazenamento das matrizes de forma vetorial.

A solução do sistema é feita sabendo-se que

$$A = M - N \quad (102)$$

e que se deseja um processo iterativo de forma que:

$$M\phi^{n+1} = N\phi^n + B \quad (103)$$

Subtraindo-se  $M\phi^n$  dos dois lados da equação (103) obtém-se:

$$M(\phi^{n+1} - \phi^n) = B - (M - N)\phi^n \quad (104)$$

O termo do lado direito da equação corresponde ao resíduo  $p$  da estimativa da iteração  $n$  e o termo entre parênteses do lado esquerdo corresponde à correção  $\delta$  entre duas iterações consecutivas. Assim,

$$M\delta^n = \rho^n \quad (105)$$

Como  $M$  foi decomposta em duas matrizes triangulares, a solução deste sistema é simples resolvendo-se por substituição “para frente” o sistema:

$$LX = \rho^n \quad (106)$$

seguida de substituição “para trás” do sistema:

$$U\delta^n = X \quad (107)$$

O método SIP converge em um número pequeno de iterações desde que seja encontrado um valor de  $\alpha$  adequado ao problema.

Outra classe de métodos são os métodos de gradientes conjugados. Estes métodos iniciam por converter o problema inicial em um problema de minimização de resíduos. A procura por mínimos é feita tomando a direção contrária ao gradiente da função que se quer minimizar. Se esta função tem um vale estreito em alguma região o método tende a oscilar e muitas iterações serão realizadas antes de se chegar à solução. O método do gradiente conjugado é baseado no fato de que é possível se minimizar uma função em relação a várias direções simultaneamente enquanto se caminha em uma direção por vez desde que a escolha das direções seja feita convenientemente (Ferziger e Peric, 1997).

Uma forma de se acelerar a convergência é se substituir o problema original por outro problema que possua a mesma solução, porém que possua um menor número de condição definido como a relação entre o maior e o menor autovalor da matriz dos coeficientes. Este problema é então chamado de pré-condicionado. Para não perder a simetria da matriz A a forma mais adequada é se resolver o sistema:

$$C^{-1}AC^{-1}C\phi = C^{-1}B \quad (108)$$

sendo que a matriz  $C^{-1}AC^{-1}$  substitui a matriz dos coeficientes.

O método clássico de gradientes conjugados foi desenvolvido originalmente para matrizes simétricas positivo-definidas. Como nos problemas de CFD as matrizes não são simétricas, algumas alterações tiveram que ser feitas para possibilitar sua aplicação. A principal delas é tornar a matriz simétrica, modificando-se o sistema para:

$$\begin{pmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \quad (109)$$

Quando se aplica o pré-condicionamento o método passa a se denominar método do gradiente biconjugado. Existem várias variantes do método do gradiente biconjugado que são robustos e estáveis, tais como o CGS (*conjugate gradient squared*), CGSTAB (CGS stabilized) e o GMRES.

Neste trabalho se optou pelo uso do método BI-CGSTAB proposto por Van der Vorst (1992). Este método utiliza como matriz de pré-condicionamento a matriz  $M = LU$ , sendo L e U as matrizes do método SIP.

A dedução formal do método é encontrada na referência original e seu algoritmo possui a seguinte sequência de cálculos:

Inicialize o contador de iterações  $k=0$  e assumo a solução inicial  $\phi^0 = \phi_{in}$

Calcule vetor dos resíduos  $\rho^0 = B - A\phi_{in}$  e inicialize os vetores  $u^0$  e  $p^0$

Faça  $k = k+1$  e calcule

$$\beta^k = \rho^0 \rho^{k-1}$$

$$w^k = \beta^k \gamma^{k-1} / \alpha^{k-1} \beta^{k-1}$$

$$p^k = \rho^{k-1} + \omega^k (p^{k-1} - \alpha^k u^{k-1})$$

Resolva o sistema:  $Mz = p^k$

Calcule :  $u^k = Az$

$$\gamma^k = \beta^k / u^k \rho^0$$

$$w = \rho^{k-1} - \gamma^k u^k$$

Resolva o sistema:  $My = w$

Calcule  $v = Ay$  e

$$\alpha^k = v^k \rho^k / (v.v)$$

$$\phi^k = \phi^{k-1} + \gamma^k z + \alpha^k y$$

$$\rho^k = w - \alpha^k v$$

Repita até convergência

### 4.3 TESTES DE INDEPENDÊNCIA DE GRADE

Para a determinação da grade mais adequada na solução do problema proposto, foram realizados alguns testes iniciais. Foi então escolhido resolver o problema de convecção natural para geometria em estudo, visto que o comportamento das soluções poderia ser melhor avaliado pela comparação com resultados encontradas na literatura.

Como se optou pelo uso de malhas uniformes tanto na direção  $x$  como na direção  $y$ , a distribuição de nós na direção  $x$  ficou condicionada à menor dimensão nesta direção que é a espessura da fonte térmica.

Escolheu-se então três distribuições na direção  $x$ , de forma que se tivesse de um a três volumes de controle dentro da fonte de calor. Assim considerou-se casos com 82, 172 e 252 pontos na direção  $x$  que correspondiam respectivamente a 1,2 e 3 volumes de controle dentro da fonte. Para a direção  $y$  os números de pontos testados foram 52, 102 e 152. Inicialmente resolveu-se o problema para  $Ra = 5 \cdot 10^4$  em uma cavidade com razão de aspecto de  $L/H = 0,5$ .

Nas figuras 16 a 24 são apresentados os resultados obtidos mostrando-se a evolução do resíduo ao longo das iterações, o valor de Nusselt e a distribuição das isothermas na cavidade na solução convergida.

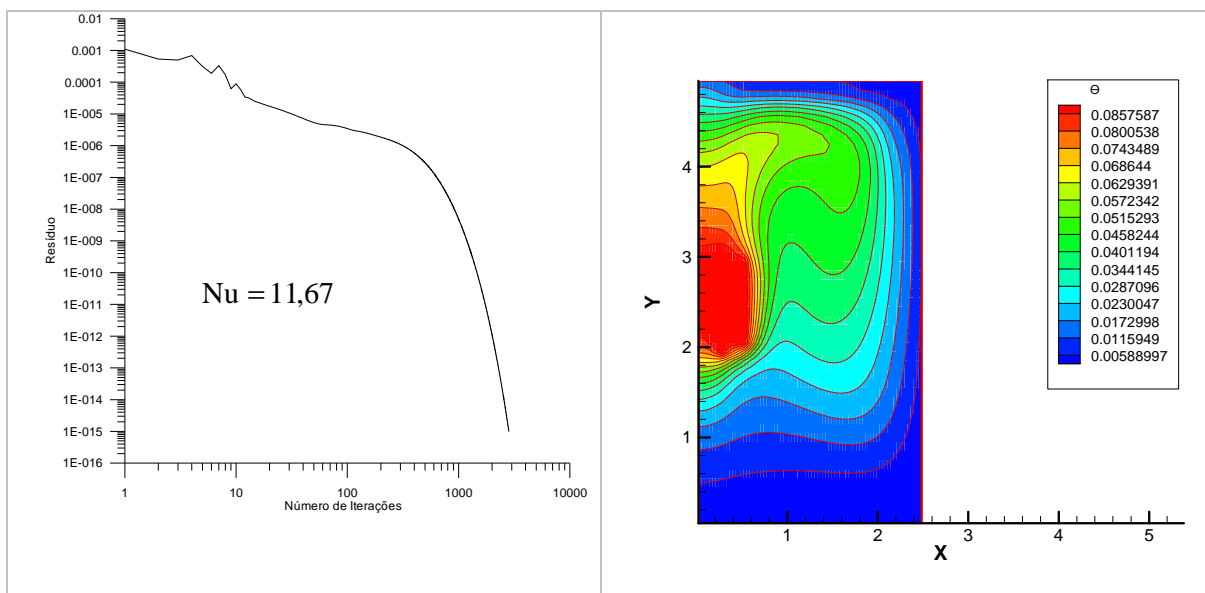


Figura 16 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 82$  e  $Nj = 52$

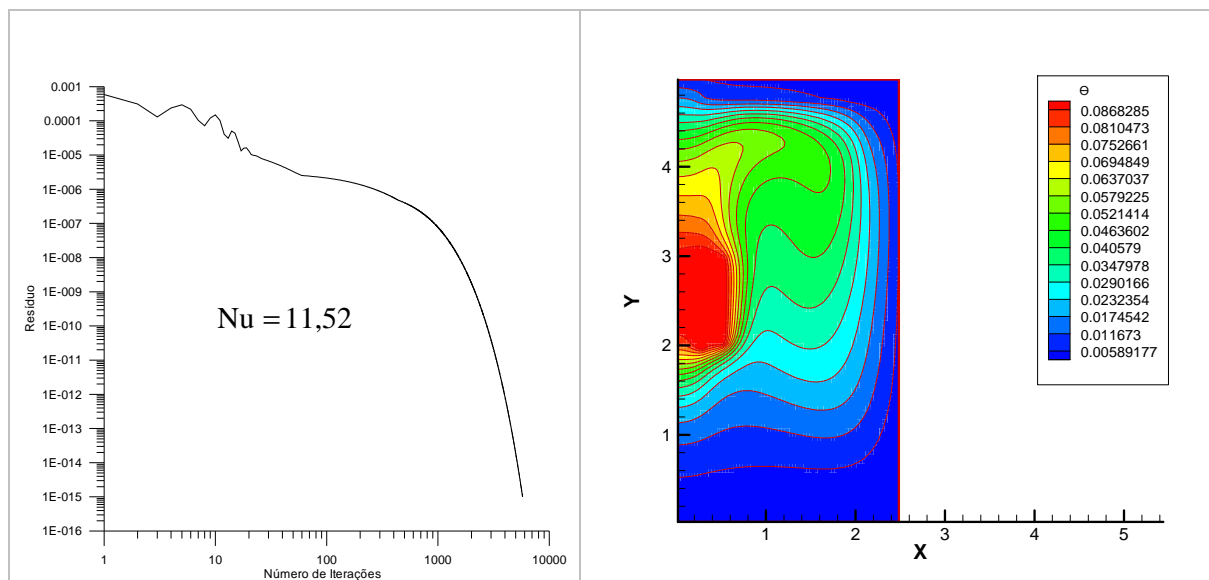


Figura 17 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 82$  e  $Nj = 102$

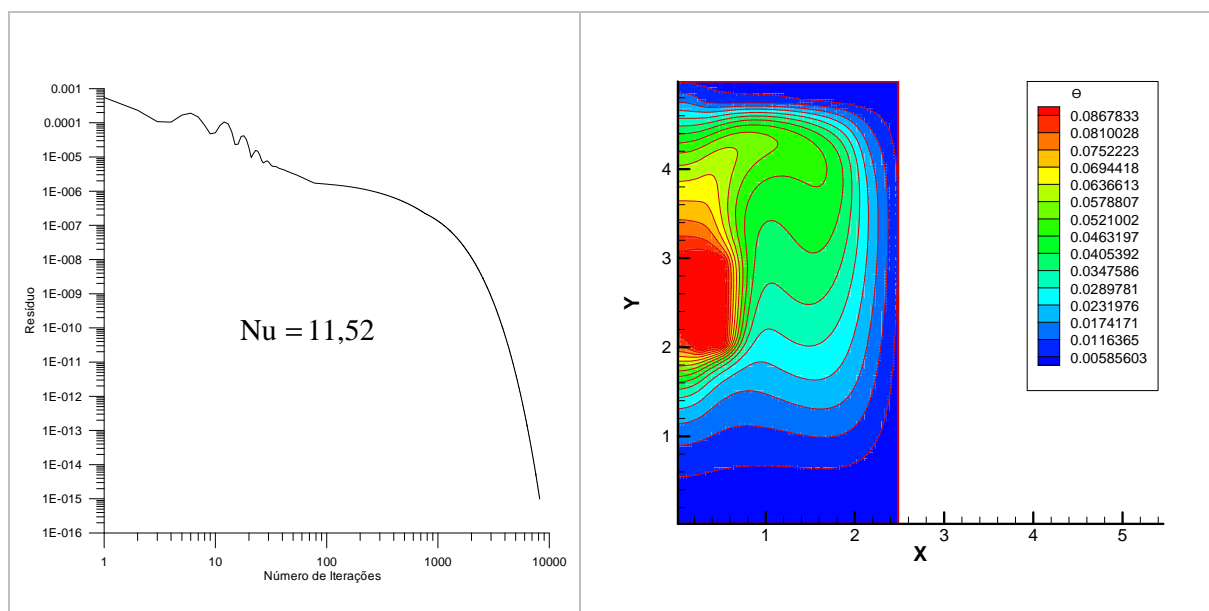


Figura 18 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 82$  e  $Nj = 152$



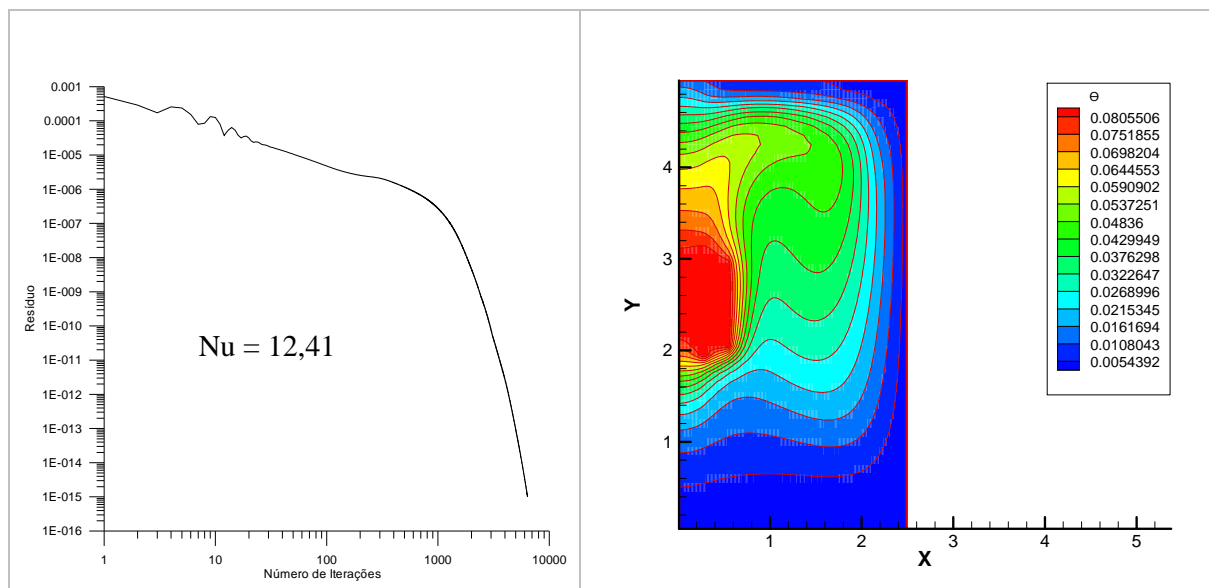


Figura 19 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 172$  e  $Nj = 52$

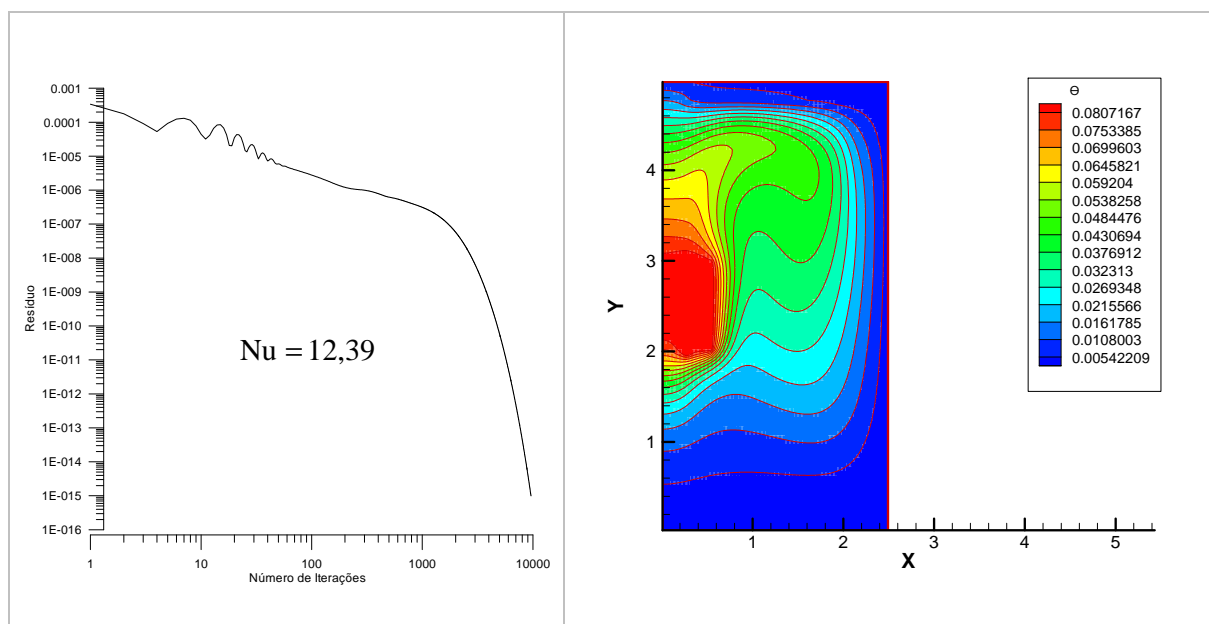


Figura 20 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 172$  e  $Nj = 102$

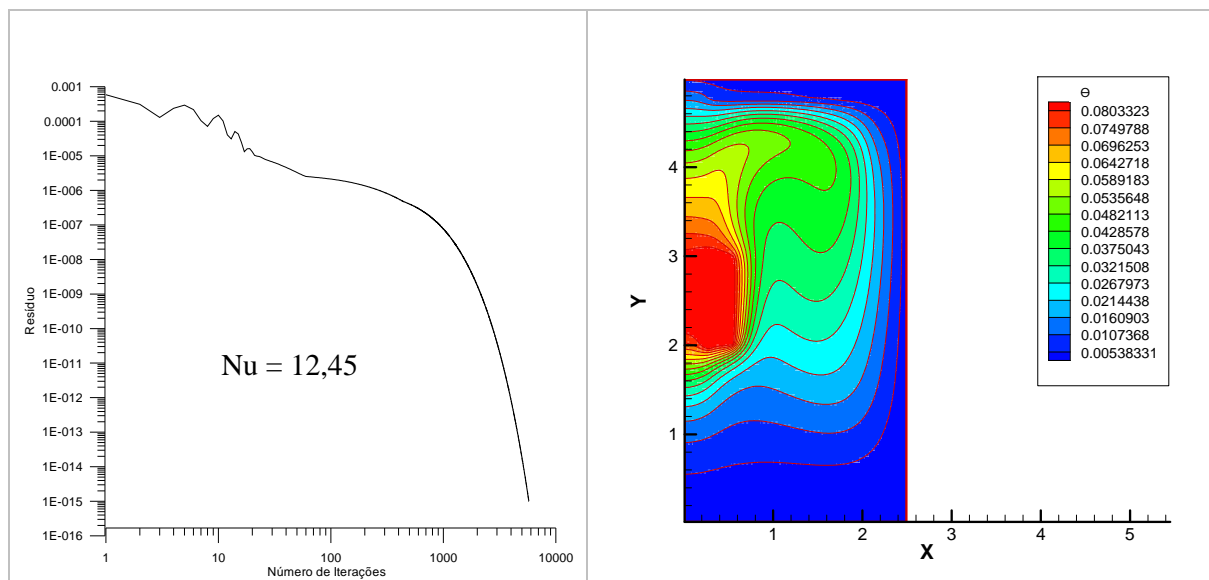


Figura 21 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 172$  e  $Nj = 152$

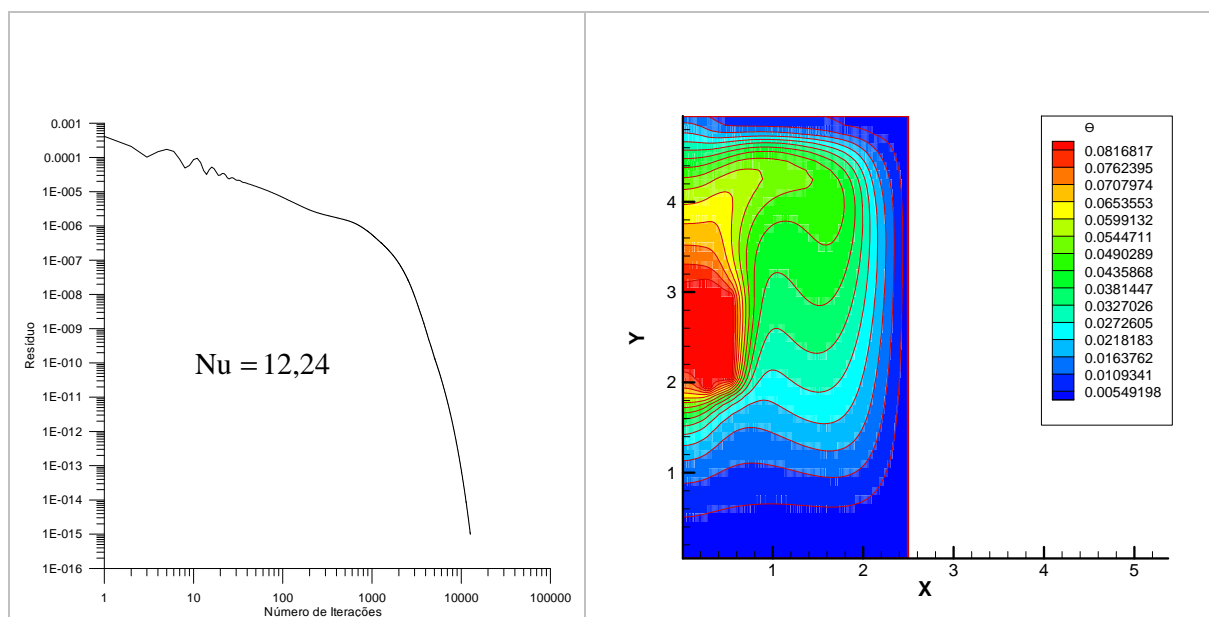


Figura 22 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 252$  e  $Nj = 52$

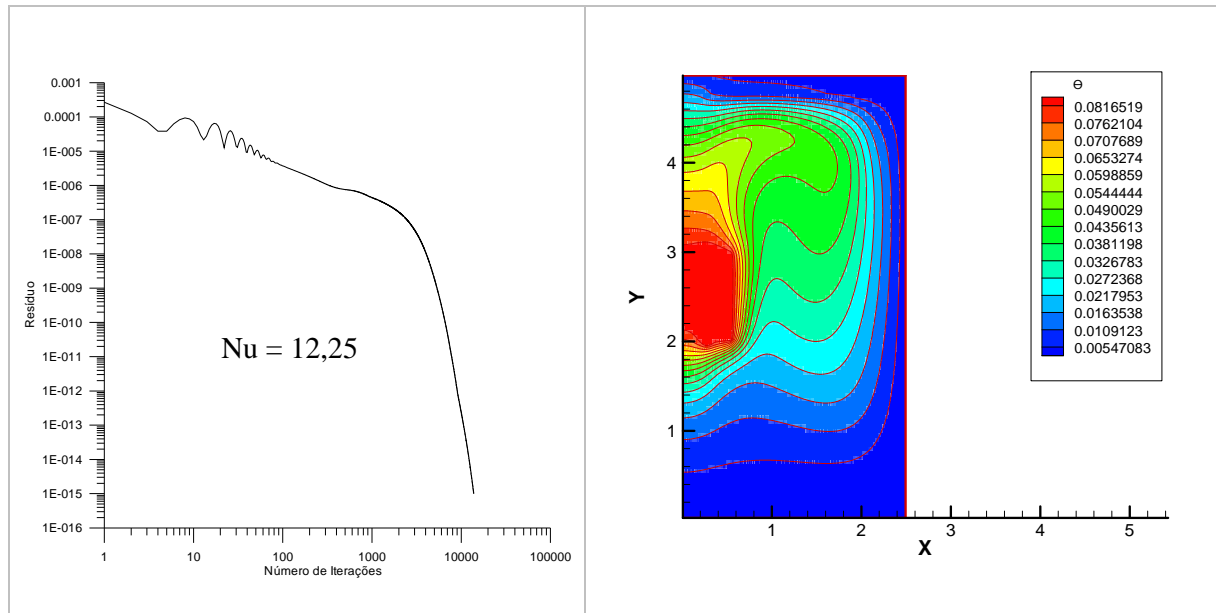


Figura 23 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 252$  e  $Nj = 102$ .

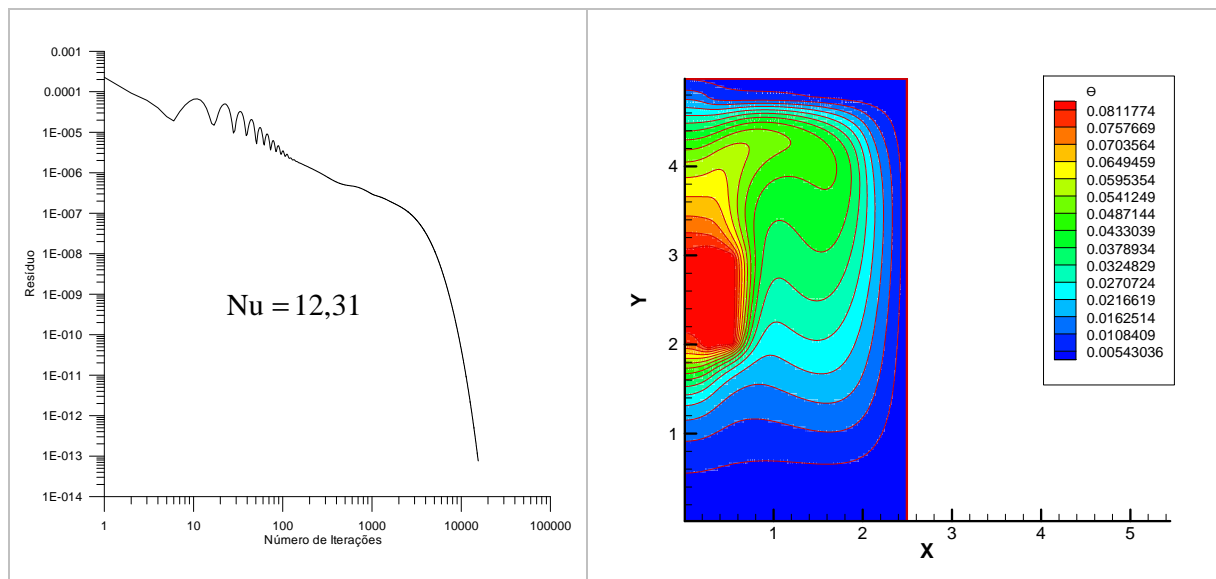


Figura 24 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^4$   $Ni = 252$  e  $Nj = 152$ .

Pelos resultados obtidos nota-se que a utilização de uma grade com  $Ni = 252$  é o suficiente para obter a solução com variações pequenas do número de Nusselt. Para Rayleigh baixo, a sensibilidade da grade em  $y$  é bastante pequena, o que sugere o uso de menos pontos nesta direção.

Como confirmação desta escolha, resolveu-se o mesmo problema para  $Ra = 5 \times 10^6$ , fixando-se a distribuição de pontos em  $x$  obtida anteriormente. Nota-se pela

análise das figuras 25 a 27 que para  $N_j = 52$  a solução tende a um resíduo baixo, porém a partir de determinada iteração, este se estabiliza em um valor não adequado. Optou-se então pela utilização da grade com  $N_i = 252$  e  $N_j = 102$ , que levariam para todos os casos testados a resultados adequados.

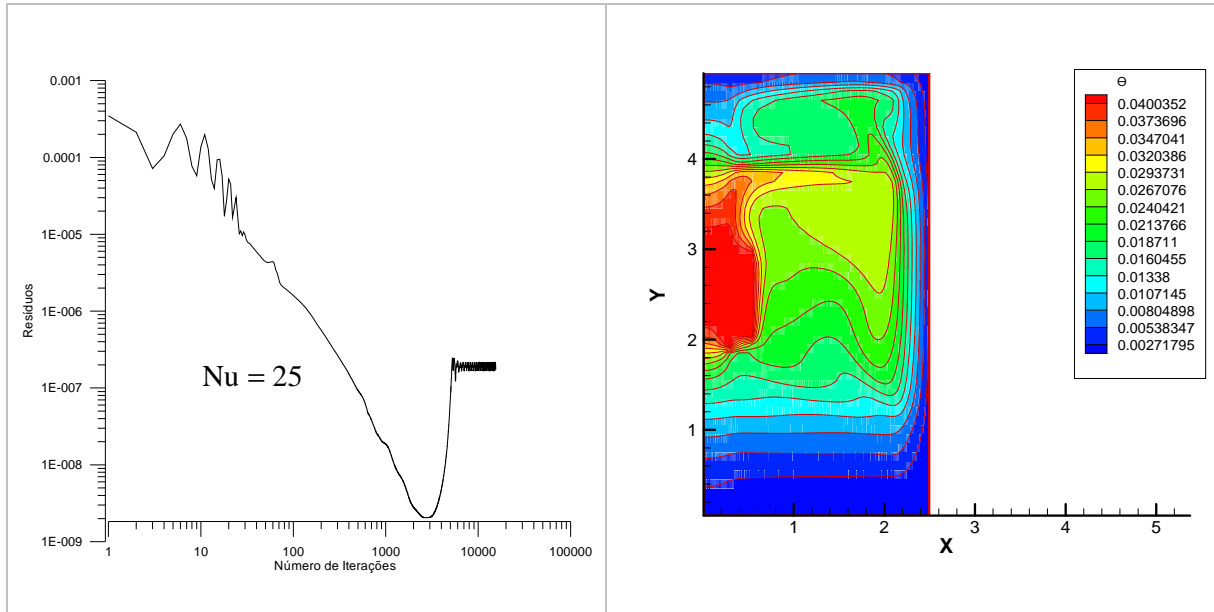


Figura 25 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^6$   $N_i = 252$  e  $N_j = 52$ .

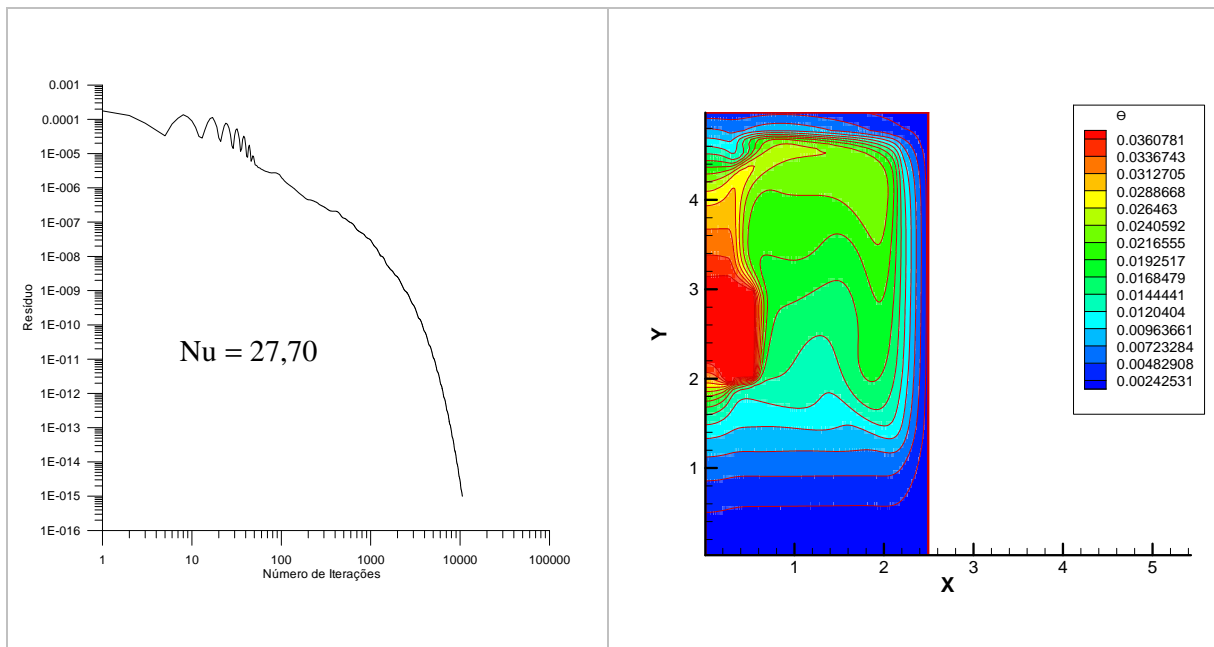


Figura 26 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^6$   $N_i = 252$  e  $N_j = 102$ .

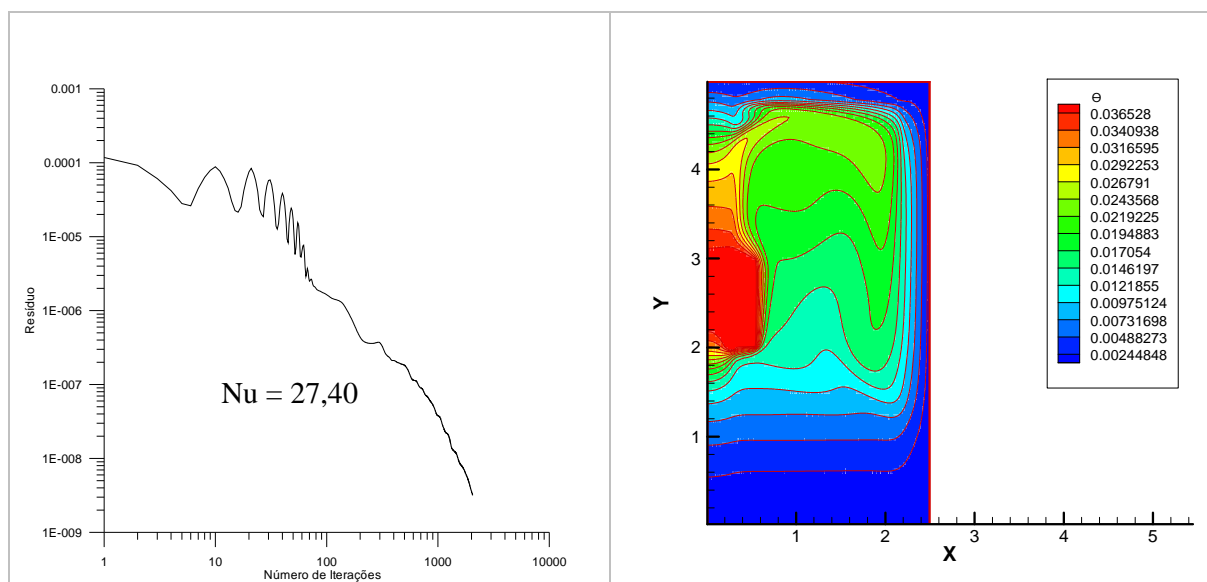


Figura 27 - Máximo resíduo médio versus número de iterações normal, para  $Ra = 5 \times 10^6$   $Ni = 252$  e  $Nj = 152$ .

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS E COMENTÁRIOS

A seguir são apresentados e comentados os resultados obtidos nas diversas simulações realizadas utilizando os modelos descritos nos capítulos anteriores. São analisadas variações de regime de transferência de calor, convecção natural e convecção mista, variações de parâmetros geométricos da cavidade, representados pela razão de aspecto e pela posição da mesma, e também são estudadas situações nas quais se altera o número de fontes dentro da cavidade.

São apresentados os campos de escoamento e temperatura para uma faixa do número de Rayleigh entre  $10^3$  até  $10^7$ , sendo que, para todos os resultados, o valor do número de Prandtl foi considerado constante e igual a 0,75.

Para os casos de convecção mista, os resultados foram obtidos para diferentes valores do parâmetro ( $Ra/Re^2$ ), que, formalmente, representa o produto do número de Prandtl pelo número de Richardson.

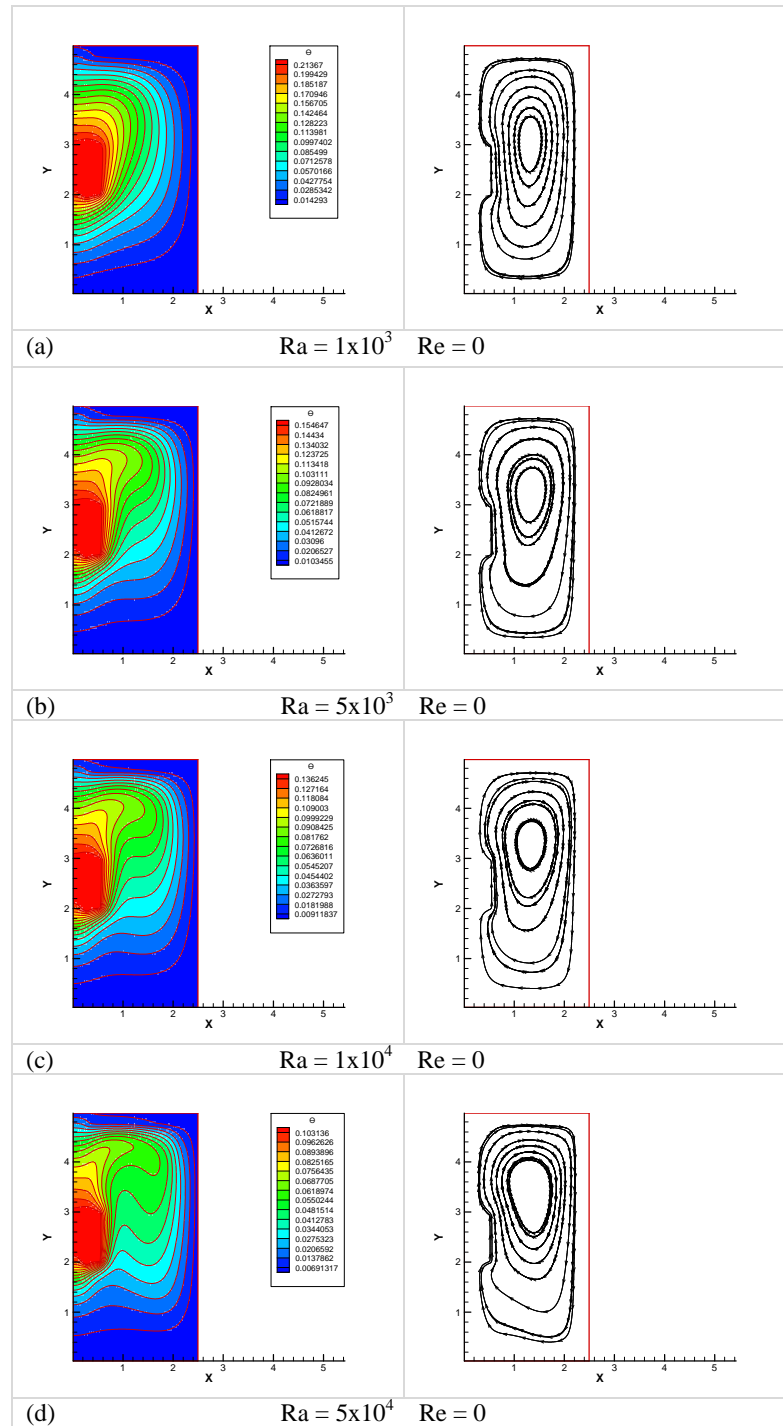
### 5.1 RESULTADOS PARA CONVECÇÃO NATURAL

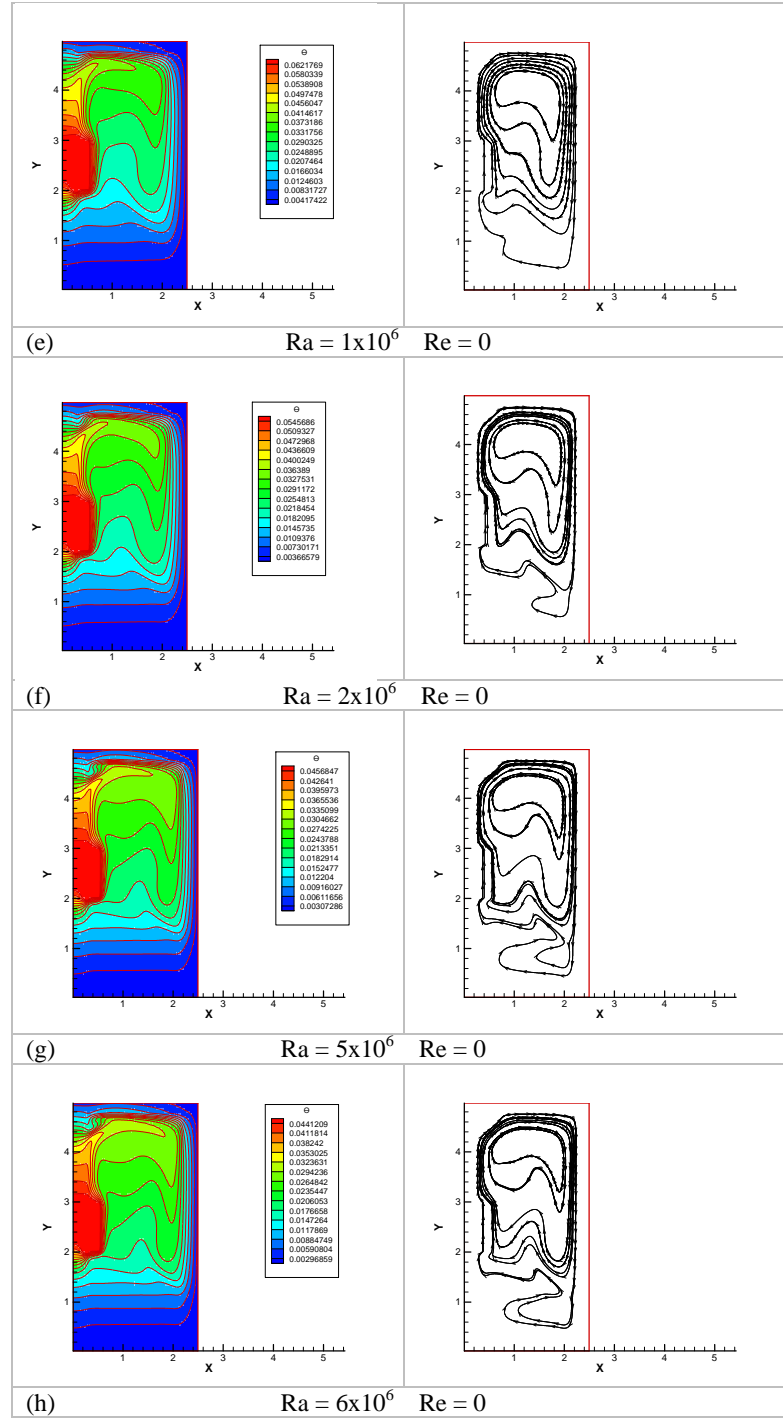
O modelo desenvolvido foi inicialmente utilizado para simular a convecção natural. Foi considerada a configuração da cavidade com a maior dimensão na vertical e com uma fonte centralizada numa das paredes verticais.

Na Figura 28, estão mostrados os resultados das simulações, considerando uma razão de aspecto igual a 0,5. Nota-se, claramente, através da análise das isothermas, a evolução de um processo no qual prevalece a condição de condução, para  $Ra=10^3$ , para processos onde prevalece a convecção natural, para valores altos do número de Rayleigh. Nos casos com número de Rayleigh baixo, as isothermas se aproximam de uma distribuição simétrica e o padrão de escoamento apresenta uma célula convectiva quase centrada no espaço livre da cavidade.

À medida que se aumenta o calor gerado na fonte, que é representado pelo aumento do número de Rayleigh, inicia-se o processo de estratificação térmica dentro

da cavidade, com o deslocamento da célula convectiva para a parte superior da cavidade.







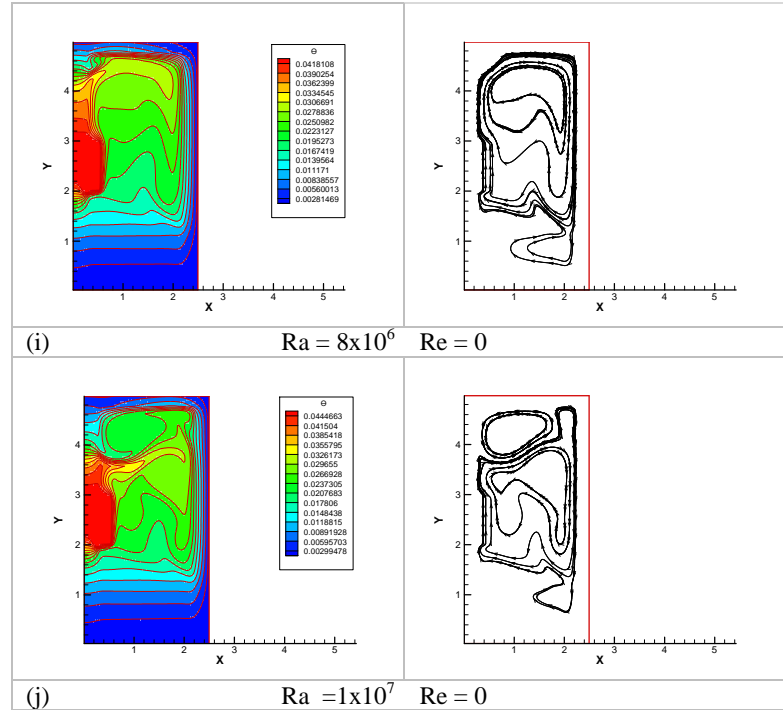
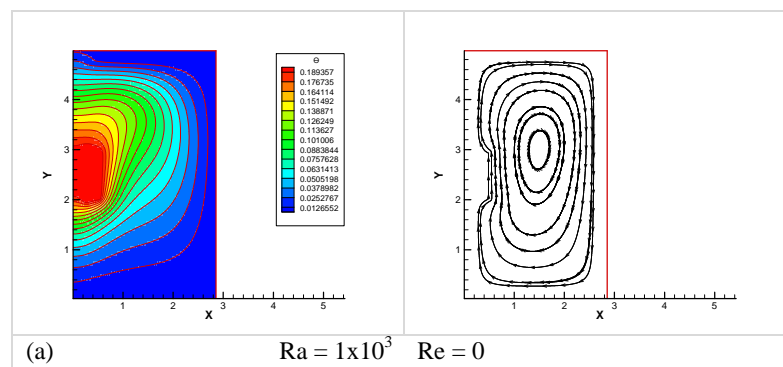
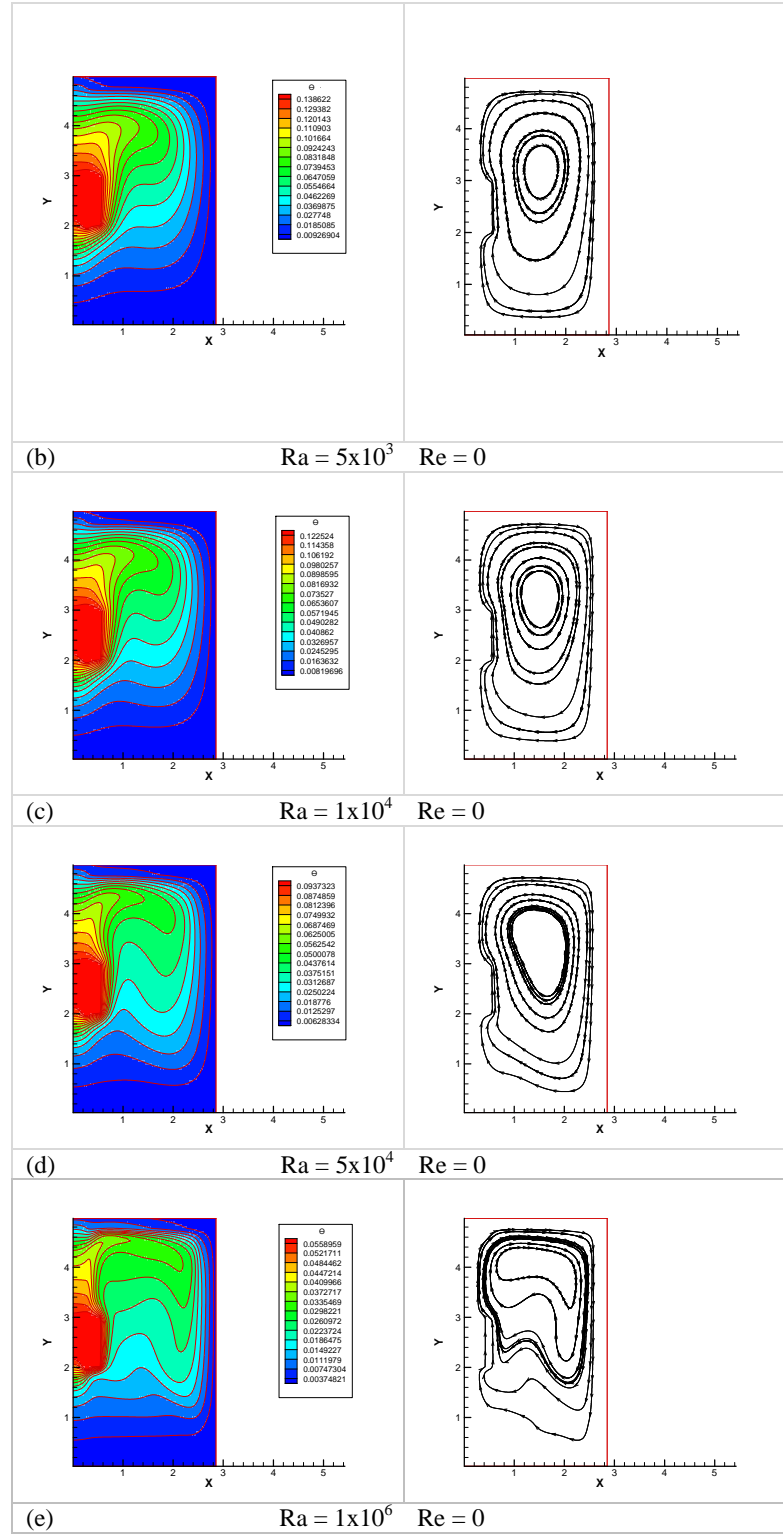


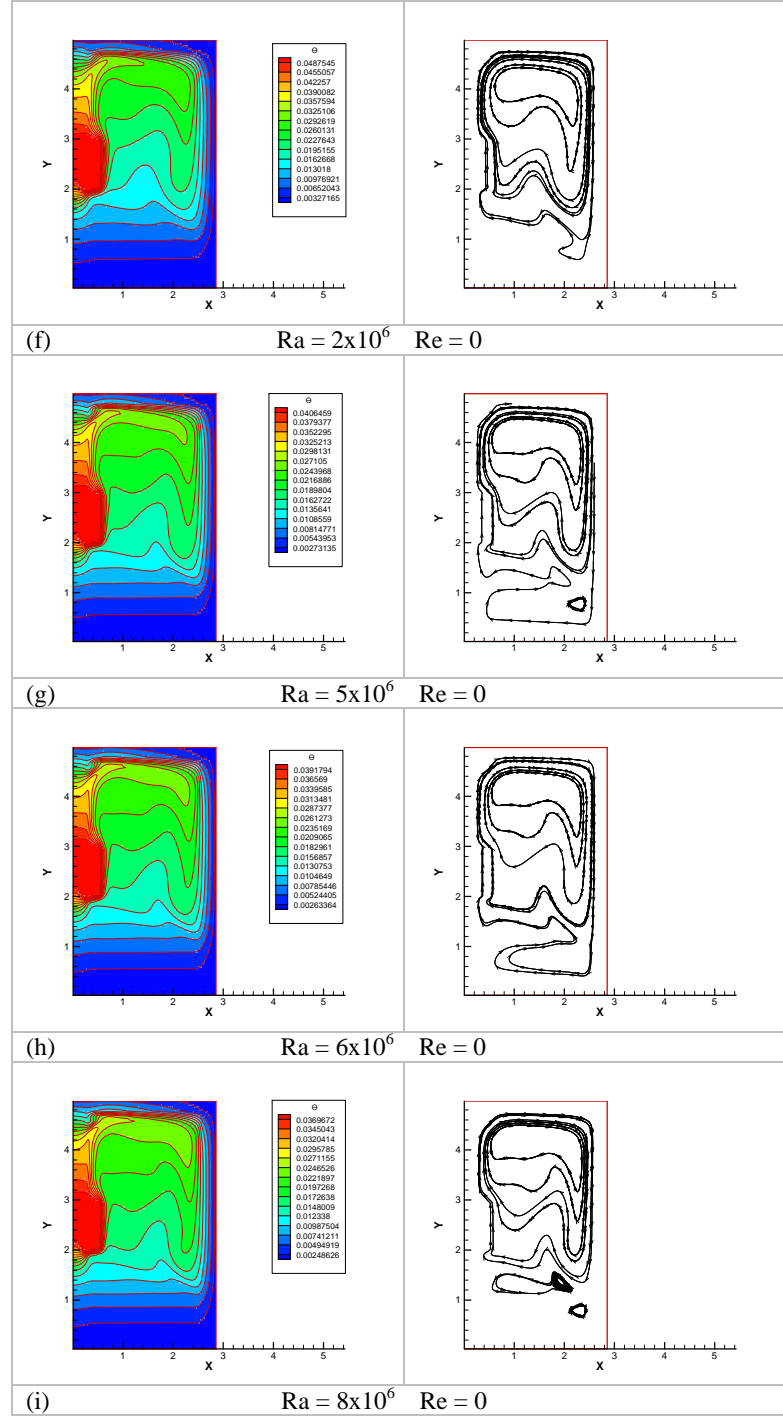
Figura 28 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para razão de aspecto igual a 0,5.

O resultado para  $Ra = 10^7$  apresenta um padrão diferente com o surgimento de uma recirculação na parte superior, porém, pelas distorções na distribuição das isotermas, verifica-se que este resultado está afetado por instabilidades numéricas, não sendo, portanto, totalmente confiável e sinalizando o limite de uso deste modelo numérico.

Simulações análogas foram realizadas para razões de aspecto iguais a 0,6 e 1,0, cujos resultados estão apresentados nas Figuras 29 e 30.







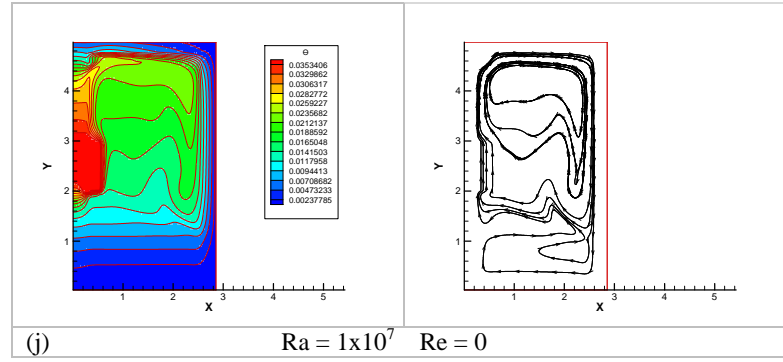
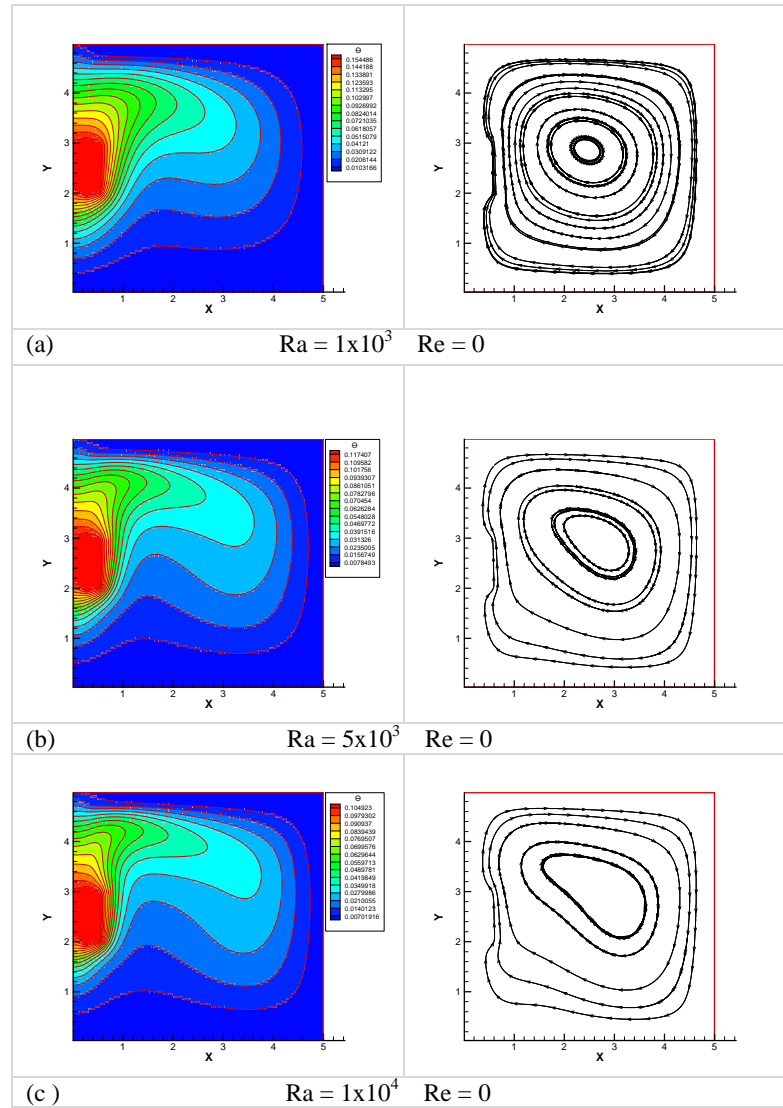
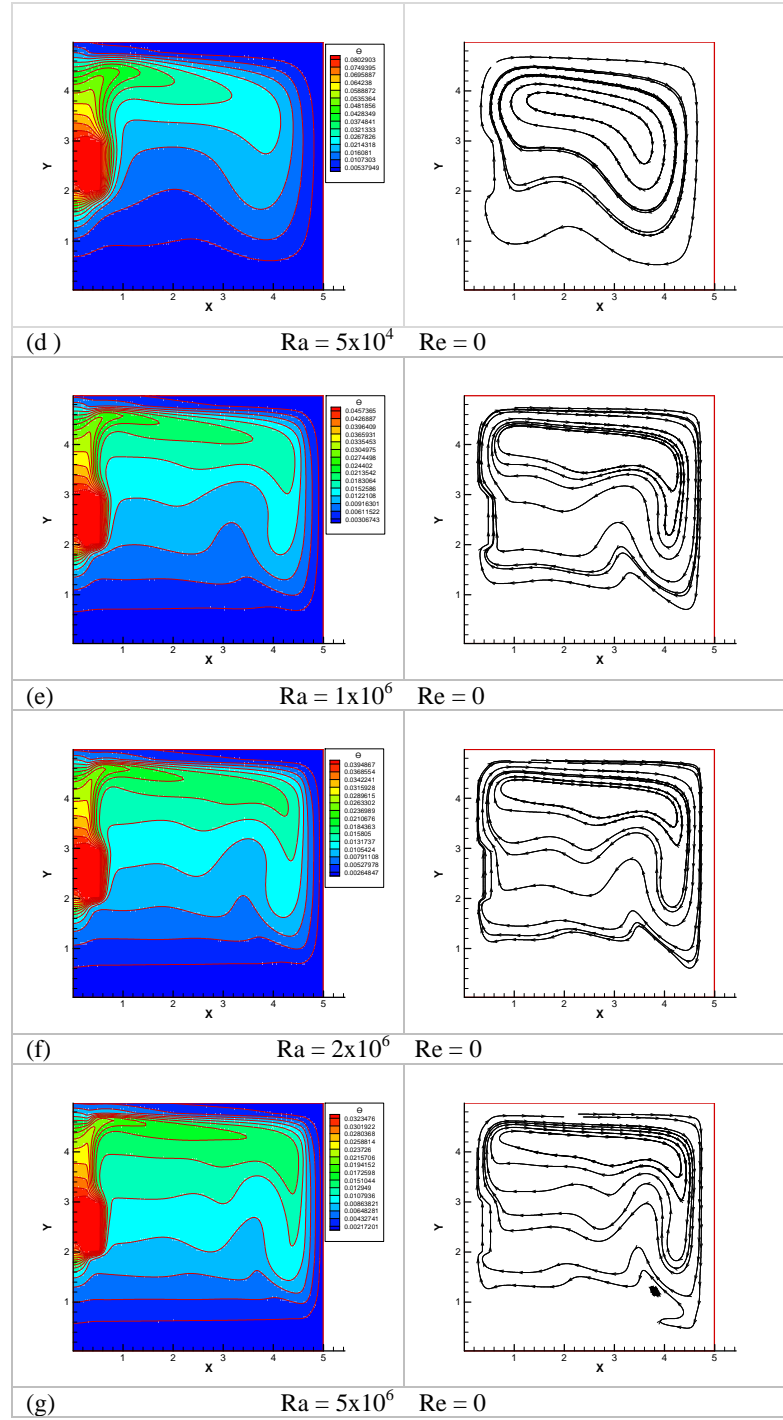


Figura 29 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para razão de aspecto igual a 0,6.





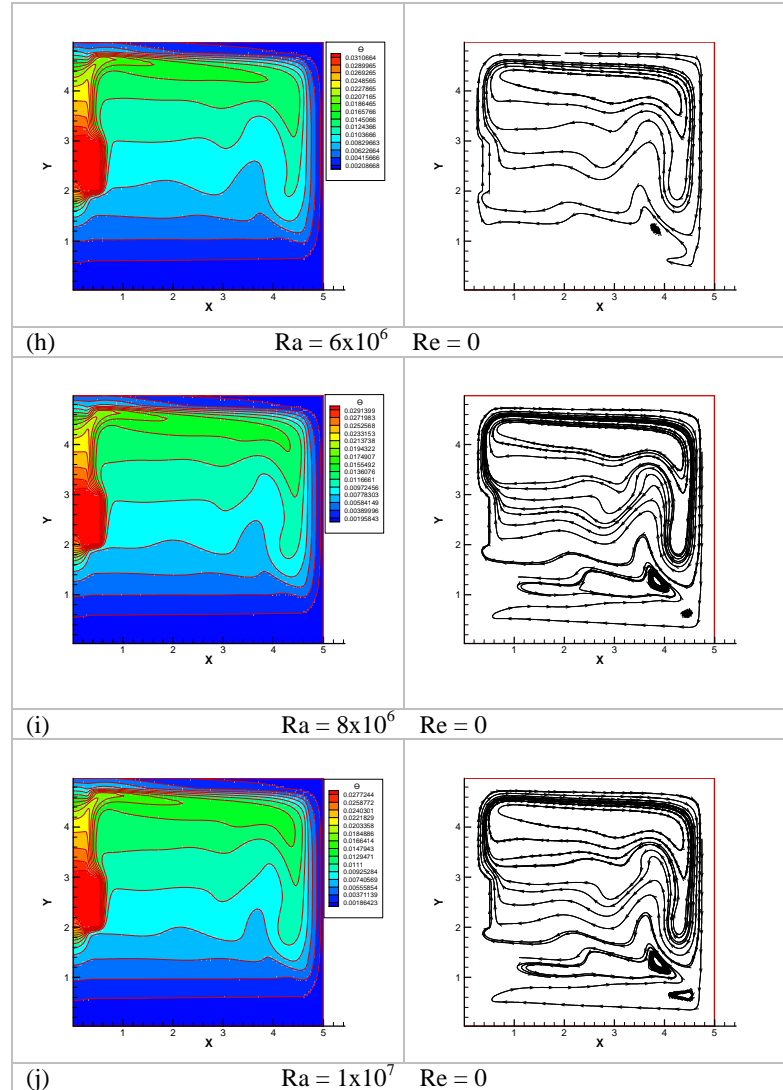


Figura 30 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para razão de aspecto igual a 1,0.

O comportamento é similar para estas duas outras razões de aspecto, porém, com o aumento da região livre para o escoamento, a estratificação ocorre antes e as instabilidades na parte superior da cavidade deixam de ocorrer.

Estes resultados são coerentes com o esperado para convecção natural em uma cavidade. Eles não foram diretamente comparados com valores de literatura, pois não se encontrou problemas similares publicados. O artigo de Yu e Joshi (2002), do qual se aproveitou a geometria, considera a transferência de calor por radiação, que afeta bastante as distribuições de temperatura na faixa do número de Rayleigh considerada. Como o objetivo deste trabalho é estudar a convecção mista, os termos de radiação não foram ainda implementados e a comparação direta se torna inviável.

Como uma forma de facilitar as comparações, definiu-se um parâmetro global para a cavidade, que leva em consideração todos os mecanismos considerados de transferência de calor a partir de:

$$q = U A (T_{\max} - T_c) \quad (94)$$

sendo  $U$  o coeficiente global de transferência de calor, que, após adimensionalização, se transforma em:

$$\frac{UL}{K_f} = \frac{1}{\theta_{\max}} = Nu \quad (95)$$

que é tratado como o número de Nusselt efetivo da cavidade.

Considerando os casos mostrados nas Figuras 28 a 30, a variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh e da razão de aspecto da cavidade é mostrada na Figura 31.

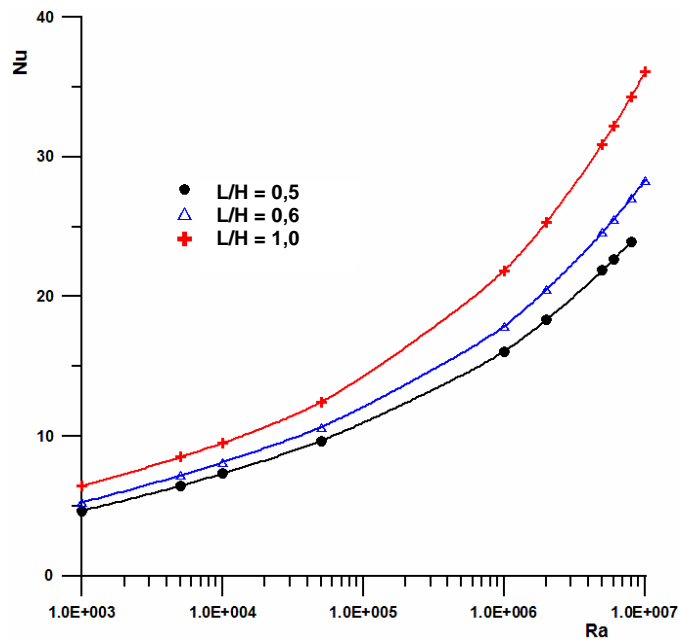


Figura 31 – Variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh e da razão de aspecto da cavidade.

## 5.2 RESULTADOS PARA CAVIDADE VERTICAL COM ABERTURA NA BASE E NA LATERAL SUPERIOR

Para o estudo da convecção mista na cavidade, foram consideradas duas aberturas, uma na base da cavidade e outra na parte superior da superfície lateral oposta àquela na qual a fonte está fixada. Pela abertura inferior é injetado um fluxo de massa que sai pela abertura superior. Considerou-se as mesmas razões de aspecto do item anterior e a mesma faixa do número de Rayleigh.

Nas Tabelas 2 a 4 se apresenta um resumo dos resultados obtidos para o número de Nusselt da cavidade em função dos números de Rayleigh e de Richardson. Estes mesmos valores são representados graficamente nas Figuras de 32 a 34.

Tabela 2 – Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,5.

PONTO										
$Ra/(Re)^2$	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	$L/H = 0.5$									
0,35	9,23139	11,95832	13,61585	19,38413	44,17332	55,37344	81,07275	83,67081	94,6898	104,02374
0,75	8,31525	10,82702	12,14848	16,66983	37,38975	44,55315	61,08474	65,07282	70,40667	79,2324
1,875	7,38662	9,9551	11,2284	14,92212	30,71791	37,90492	48,50366	50,7367	55,21994	59,42971
3,75	6,80656	9,43174	10,76607	14,5306	27,92508	34,04812	44,3766	46,47142	51,19174	53,59459
5,625	6,50411	9,15776	10,51576	14,35699	27,33966	33,20263	42,83995	45,64543	49,20219	52,62022
6,75	6,37536	9,04143	10,40661	14,27283	27,33802	32,50352	43,21241	44,82215	48,77121	52,21796
20	5,69804	8,3582	9,75648	13,6683	26,77175	32,12346	41,76167	44,13141	48,24509	51,78503

Tabela 3 – Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,6.

PONTO										
$Ra/(Re)^2$	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	$L/H = 0.6$									
0,35	9,52998	12,53279	14,28343	20,49021	45,88566	55,22818	81,58803	87,1946	105,16618	118,09638
0,75	8,61208	11,34855	12,79464	17,4816	34,58054	43,36325	55,95188	59,82471	72,47952	72,33168
1,875	7,71498	10,5085	11,89522	15,83007	31,27385	36,64359	45,86777	49,47556	54,29619	55,26969
3,75	7,16677	10,02166	11,47302	15,51569	29,22046	35,05586	44,32015	45,58488	49,22447	51,5783
5,625	6,88667	9,75848	11,23175	15,3615	29,07873	34,91218	44,17449	46,26481	49,33983	51,52435
6,75	6,76856	9,64367	11,12216	15,28033	28,52318	34,45816	43,68758	46,20474	49,51206	51,78986
20	6,15832	8,93967	10,41802	14,60748	28,32733	33,59549	43,6748	46,10207	50,14618	54,35137

Tabela 4 – Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 1,0.

PONTO										
$Ra/(Re)^2$	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	$L/H = 1.0$									
0,35	8,6198	9,46907	9,36838	12,45116	45,77267	56,27937	91,71956	102,12909	118,99931	120,15924
0,75	8,36155	10,32722	11,04177	11,23218	31,62455	42,88808	65,16059	70,33437	82,01023	91,36676
1,875	7,87253	10,49421	11,68671	14,72251	21,94287	28,46351	42,90317	36,99826	48,10421	60,3872
3,75	7,48722	10,33694	11,70952	15,347	24,12068	25,7968	34,81082	35,62776	38,81942	41,6651
5,625	7,27855	10,17358	11,61409	15,47439	26,00523	29,0344	32,73751	33,94929	34,49989	36,73189
6,75	7,19316	10,0855	11,55095	15,49302	26,4928	30,08351	34,32133	35,54165	36,83852	38,81551
20	6,81621	9,47185	10,96083	15,20799	27,97172	32,62174	40,49911	42,23026	44,99012	47,29228



MODELO CAV. 33 - L/H = 0.5 CAVIDADE VERTICAL -  
JANELA NA BASE INFERIOR E LATERAL DIREITA

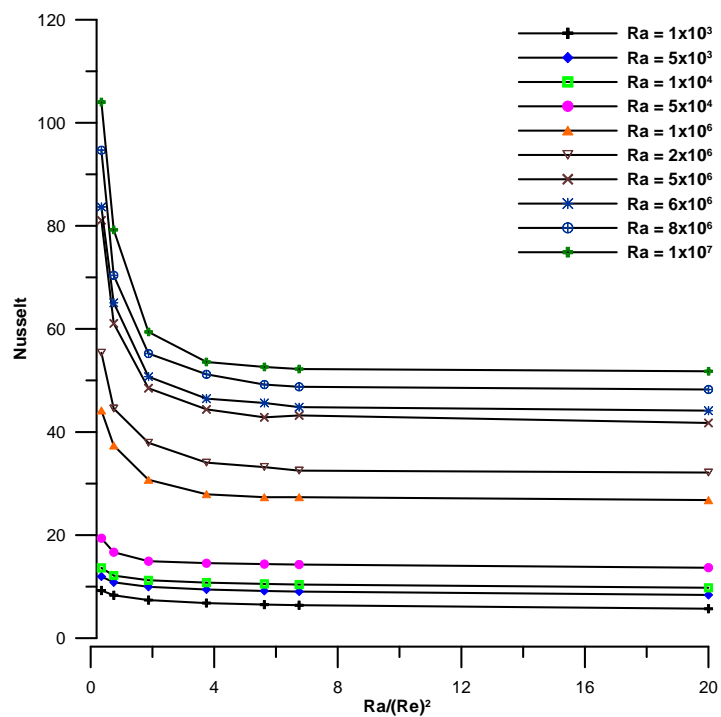


Figura 32 – Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.

MODELO CAV. 33 - L/H = 0.6  
CAVIDADE VERTICAL - ABERTURA SAIDA LATERAL

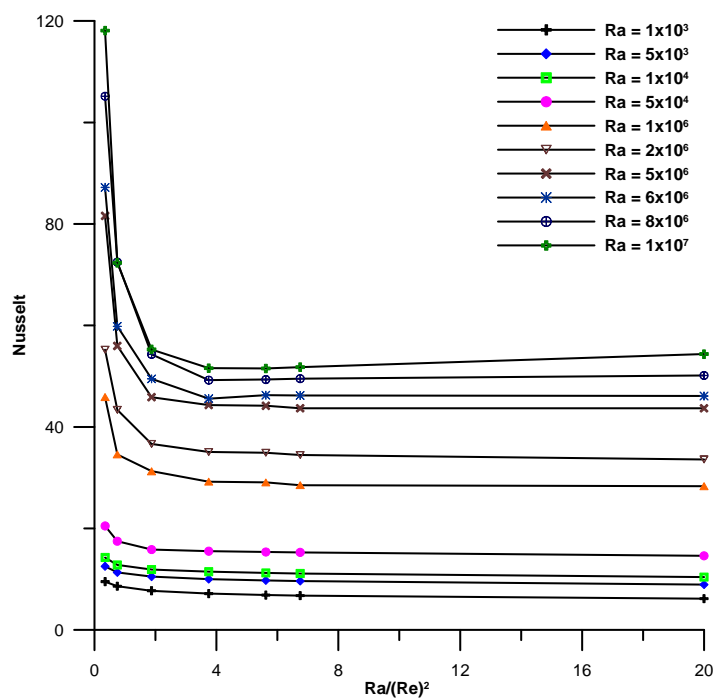


Figura 33 – Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.

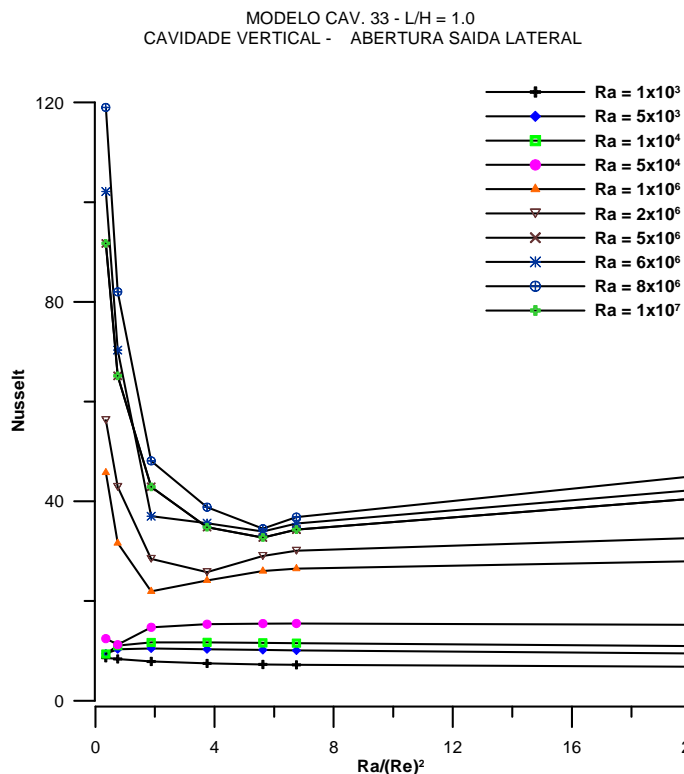


Figura 34 – Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 1,0.

Da análise destes resultados, nota-se que, as curvas, relacionando o número de Nusselt ao número de Richardson para as cavidades com razões de aspecto iguais a 0,5 e 0,6, apresentam o comportamento esperado, tendo valores mais elevados quando a convecção forçada prevalece. Para a cavidade com razão de aspecto igual a 1,0 o comportamento é ligeiramente diferente dos anteriores, apresentando uma inflexão da curva para valores intermediários do número de Richardson. As quedas são mais sensíveis para valores mais elevados do número de Rayleigh.

Visando justificar estes comportamentos, se fez uma análise mais detalhada dos campos de temperatura e de escoamento. Nas Figuras 35 a 37 estão representados os resultados para a cavidade com razão de aspecto 0,5, mantendo-se o número de Rayleigh constante e variando-se o número de Reynolds.

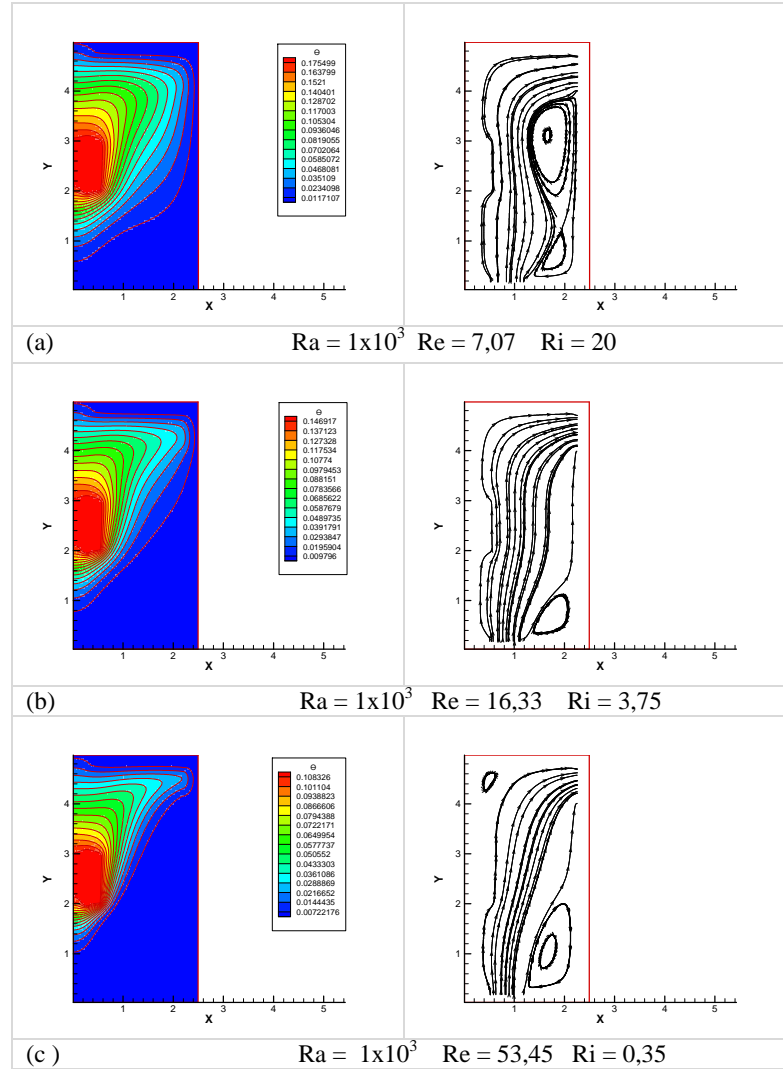
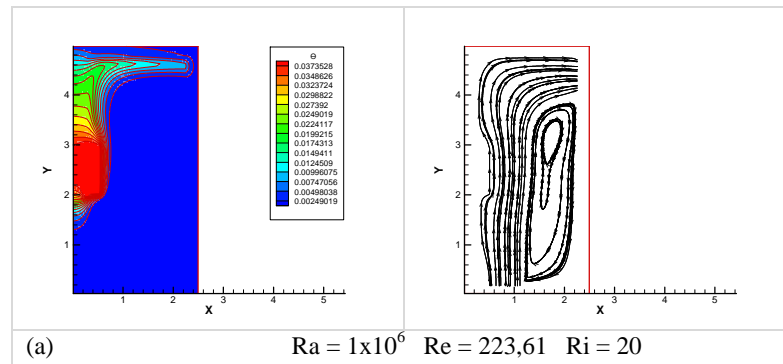


Figura 35 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .



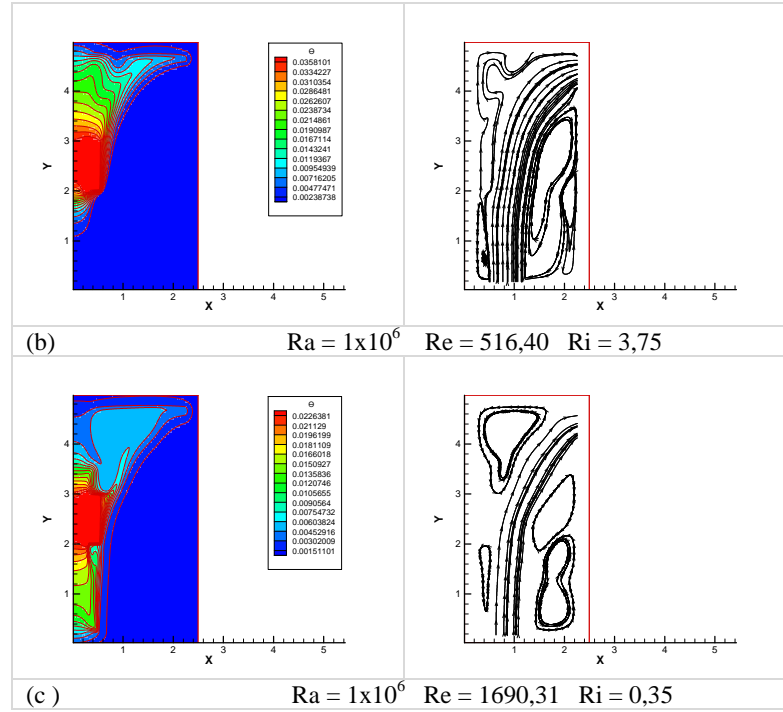


Figura 36 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .

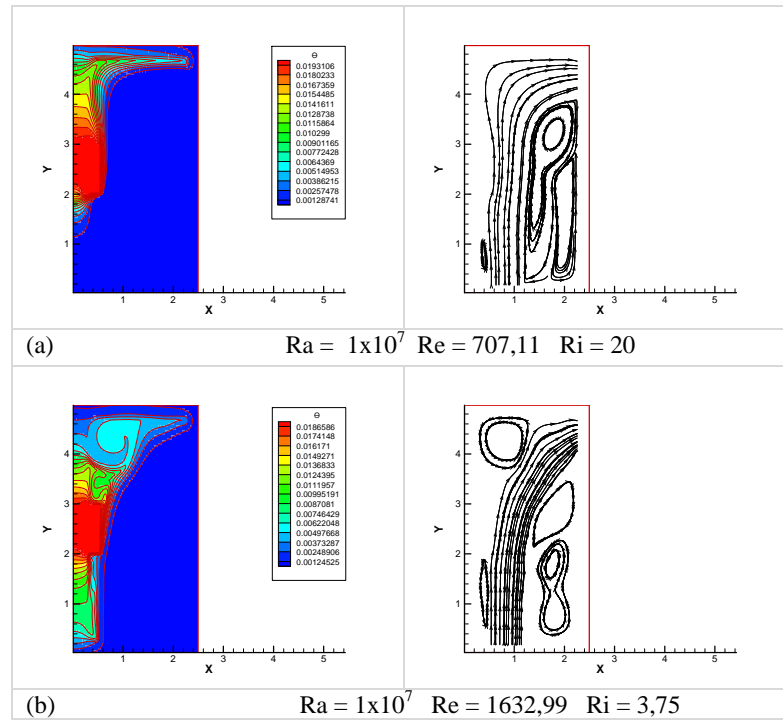


Figura 37 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

Na Figura 35 se considerou valores baixos para os números de Rayleigh e Reynolds. Nestes resultados nota-se que no caso (a) a convecção natural e a forçada competem sendo que a célula de recirculação ajuda a manter o escoamento mais junto à fonte. Quando o escoamento acelera se confina uma certa quantidade de fluido quente na parte superior da fonte e o escoamento forçado domina toda a transferência de calor. Este mesmo comportamento é verificado nas Figuras 36 e 37.

As Figuras 38 a 40 são similares às anteriores para a cavidade com razão de aspecto 0,6. O comportamento apresentado é basicamente o mesmo o que também é refletido nos resultados para o número de Nusselt.

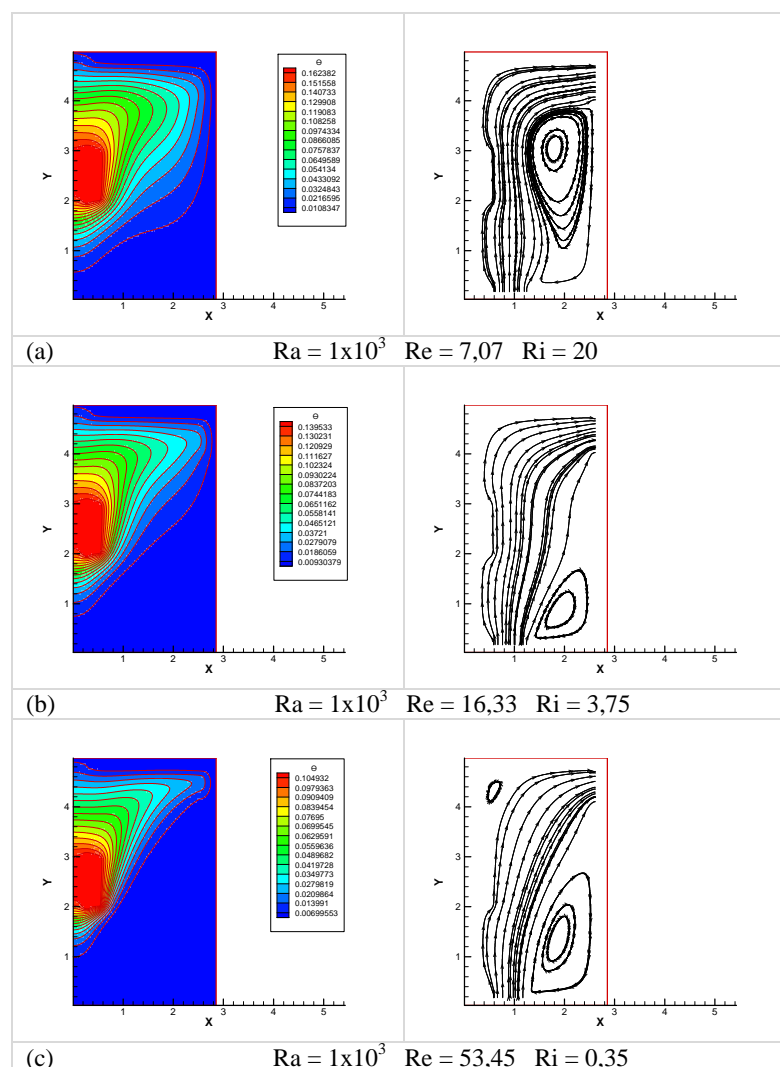


Figura 38 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .

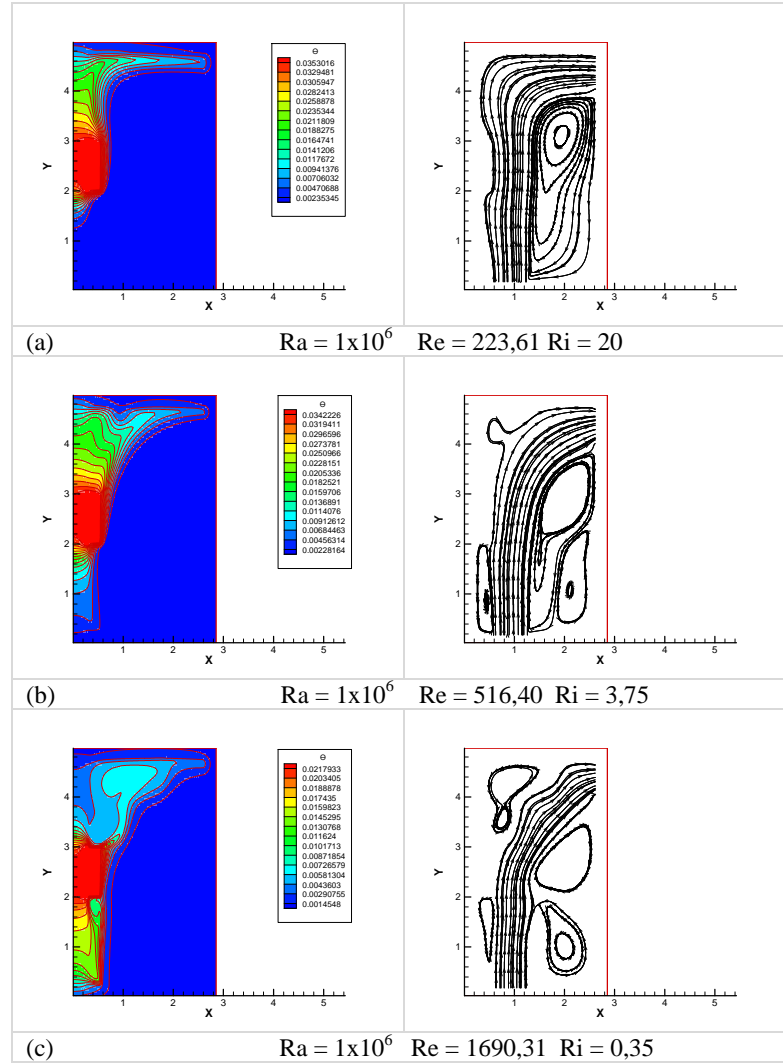
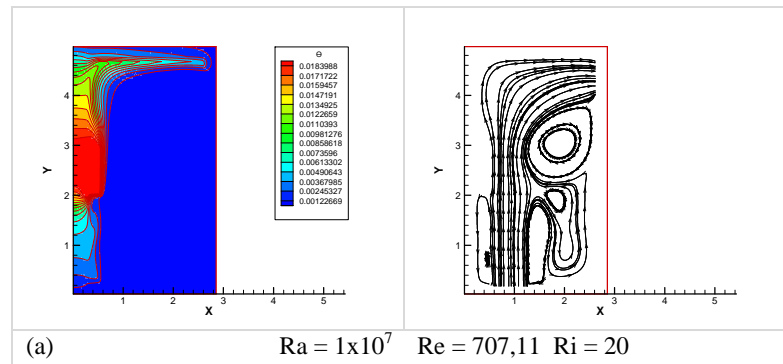


Figura 39 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .



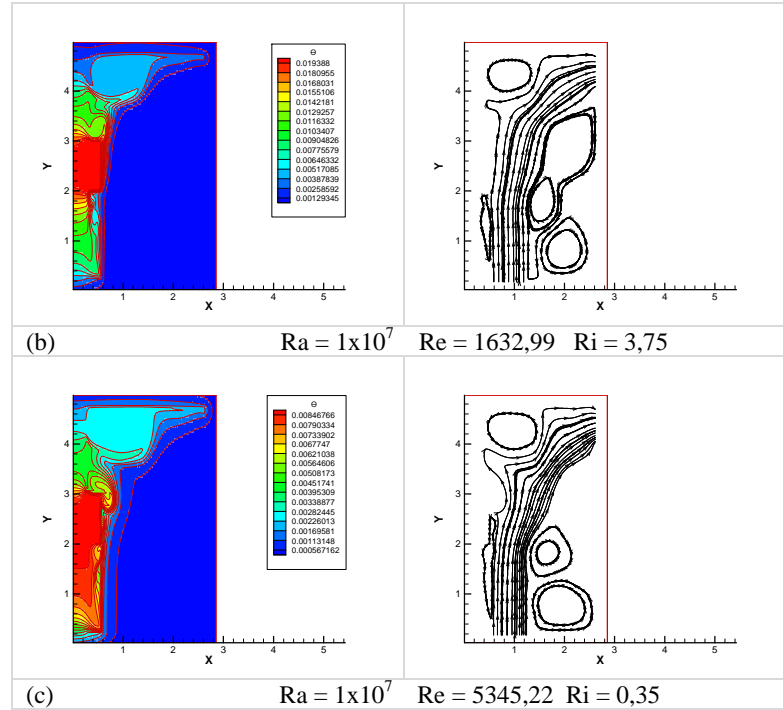
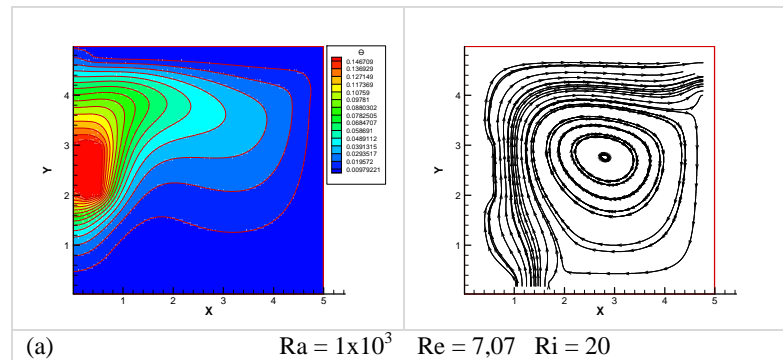


Figura 40 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

A análise da cavidade com razão de aspecto igual a 1,0 deve ser então realizada com mais cuidado. Inicialmente, para  $Ra=10^3$  a curva de variação do número de Nusselt é similar às anteriores. Na Figura 41 são mostradas as isotermas e linhas de corrente para três valores do número de Reynolds correspondendo a  $Ri=20$ ,  $Ri=3,75$  e  $Ri = 0,35$ .



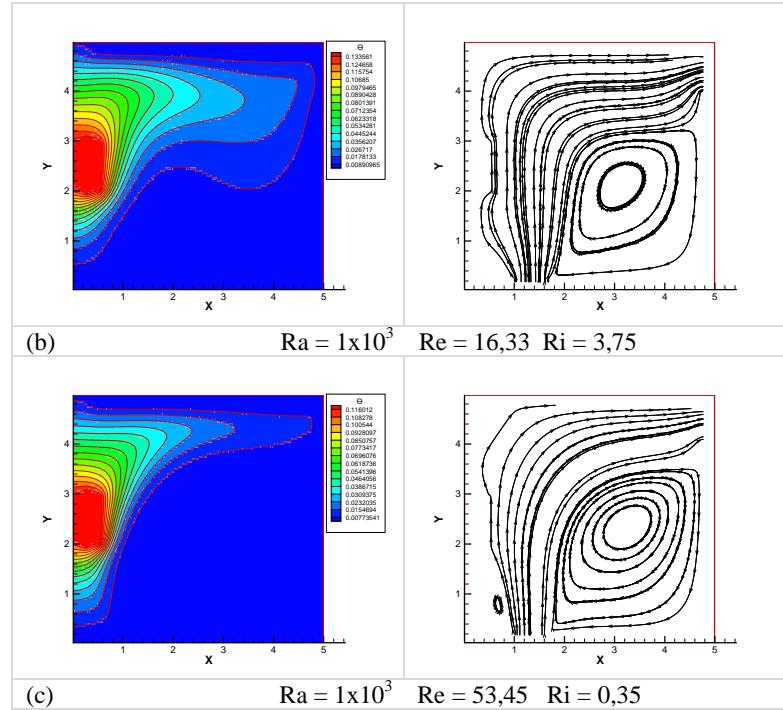


Figura 41 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .

Nota-se que o padrão do escoamento é similar ao que ocorre nos casos discutidos anteriormente, o que se reflete no comportamento da curva representativa do número de Nusselt.

As mesmas variáveis, considerando as mesmas condições de Richardson para um número de  $Ra = 10^6$ , estão apresentadas na Figura 42. Verifica-se que, para valores de  $Ri$  baixos, existe a formação de uma grande célula convectiva na parte superior da fonte, que fica aprisionada nesta região, dificultando a transferência de calor. Com a diminuição da massa injetada, esta célula vai se dissipando, voltando ao comportamento apresentado pelas cavidades com razões de aspecto menores. Este fenômeno é intensificado quando a dissipação da fonte aumenta, conforme Figura 43.



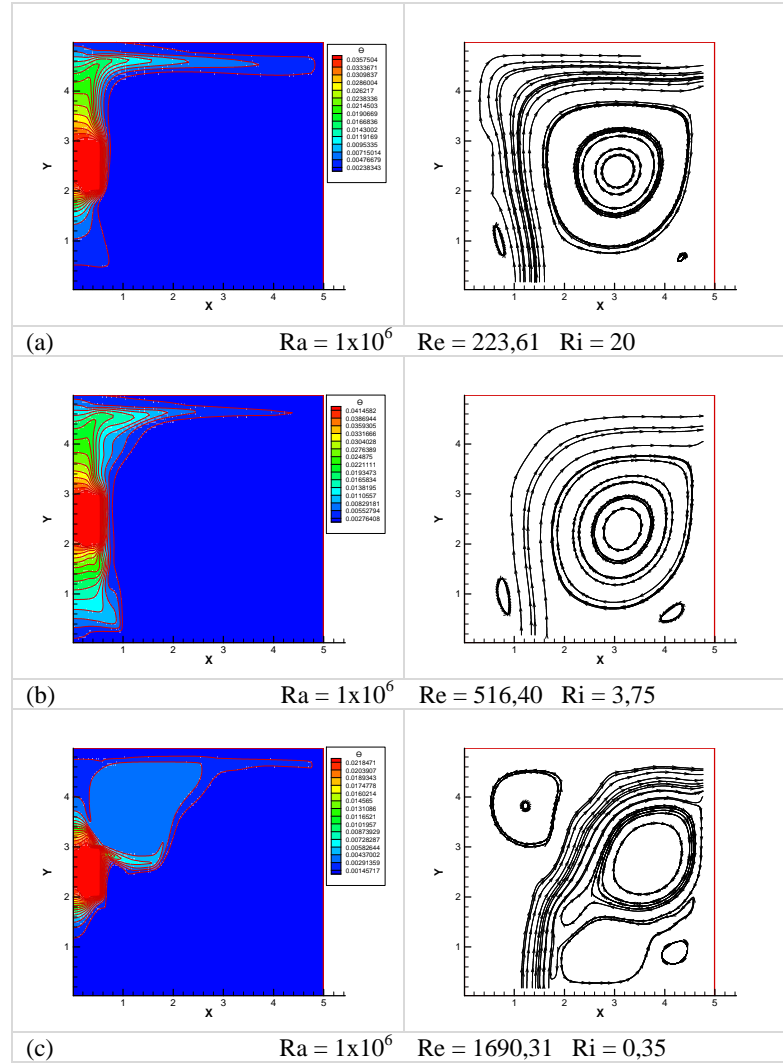
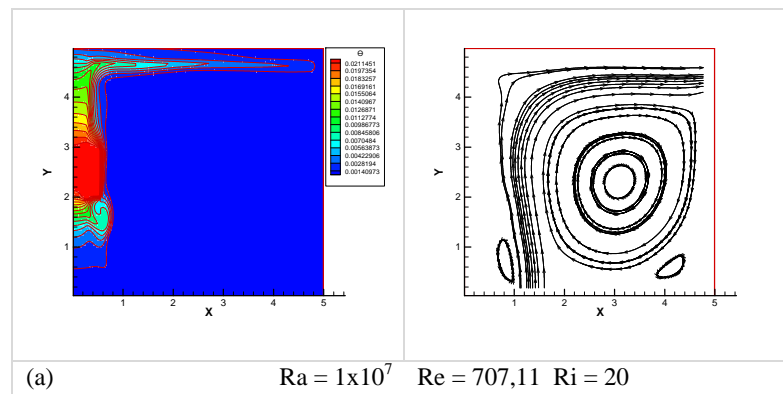


Figura 42 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .



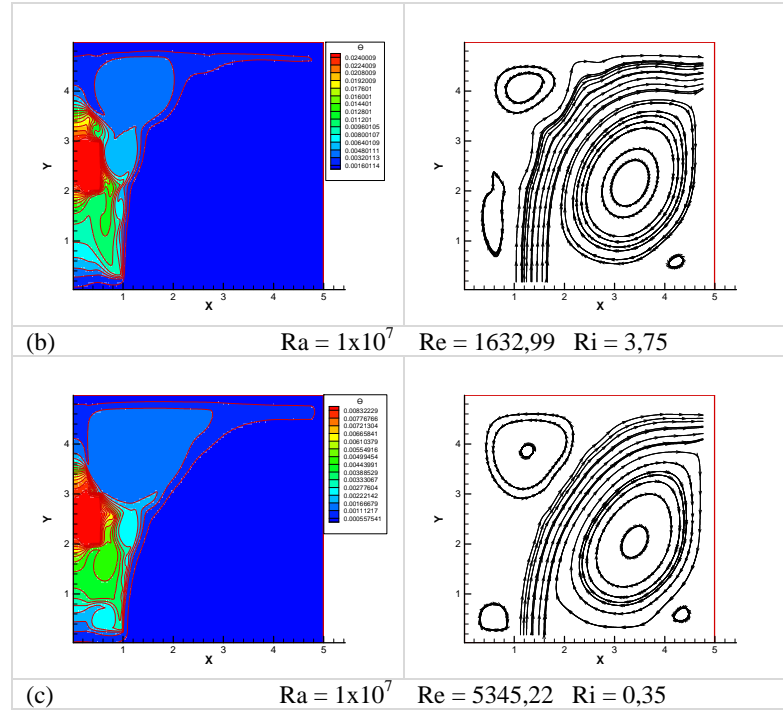


Figura 43 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

Nithyadevi et al (2007) e Sathiyamoorthy et al (2007) reportaram fenômenos similares quanto ao estudo de convecção natural em cavidades com variação do fluxo de calor ao longo da parede. Em seus estudos eles concluíram que a grande célula de recirculação que se formou na parte superior da cavidade e as recirculações secundárias induzidas por esta célula, levavam a uma variação da transferência de calor principalmente para cavidades de grande razão de aspecto.

### 5.3 RESULTADOS PARA CAVIDADE VERTICAL COM ABERTURA NA BASE E NO TOPO

A disposição das janelas, escolhida no caso anterior, favorece a formação de bolsões quentes na parte superior da cavidade, o que dificulta a transferência de calor. Assim, decidiu-se colocar a janela de saída no topo da cavidade, próxima à parede na qual está fixada a fonte de calor.

Os resultados para esta nova configuração estão resumidos nas Tabelas 5 a 7 e nas Figuras 44 a 46.

Tabela 5 – Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,5.

PONTO										
$Ra/(Re)^2$	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^6$
	$L/H = 0.5$									
0,35	10,23577	14,67537	17,43995	26,51001	65,10544	80,95593	109,4402	117,32449	130,67779	136,93959
0,75	8,88723	12,38794	14,52505	21,68144	53,28758	65,50419	87,48983	91,54324	100,76866	107,60927
1,875	7,69195	10,65677	12,30345	17,78828	41,86728	52,25124	69,91491	74,64748	79,92966	86,01707
3,75	7,02015	9,80623	11,28263	15,93029	35,1725	44,32919	60,36205	63,91859	69,70438	74,76636
5,625	6,68695	9,4272	10,84973	15,17914	32,52339	40,52422	55,62261	58,96713	65,44331	70,46422
6,75	6,54965	9,27893	10,68406	14,9036	31,55908	39,14201	53,56416	57,2741	63,41235	67,15511
20	5,86201	8,56634	9,93039	13,79067	27,75673	33,80046	45,03308	47,85467	52,80389	57,111854

Tabela 6 – Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,6.

PONTO										
$Ra/(Re)^2$	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^6$
	$L/H = 0.6$									
0,35	11,16463	16,40727	19,26927	28,90391	63,79748	79,65969	95,62606	100,30473	108,3406	115,20777
0,75	9,4937	13,74102	16,12799	23,52498	53,88018	63,83739	82,98342	84,92353	93,71017	97,22992
1,875	8,16047	11,56001	13,48336	19,35273	43,88833	53,38059	68,01518	70,87725	79,92838	81,20311
3,75	7,4791	10,5427	12,20912	17,3099	37,23161	46,33577	60,61304	64,00655	70,53081	75,24228
5,625	7,16184	10,12084	11,68866	16,44569	34,36261	42,60649	56,84305	60,10518	65,31551	70,813
6,75	7,03507	9,96165	11,49575	16,1217	33,34567	41,16141	55,25808	57,94716	63,14686	68,74222
20	6,41939	9,23225	10,6617	14,78992	29,43843	35,66804	47,21168	50,11476	55,24648	59,80897

Tabela 7 – Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 1,0.

PONTO										
$Ra/(Re)^2$	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^6$
	$L/H = 1.0$									
0,35	11,32663	15,70724	18,19277	24,65429	40,41645	67,65717	94,24182	107,98215	126,99413	130,09585
0,75	9,8784	13,53981	15,60245	21,778	34,11793	39,24262	62,11913	73,06096	82,54844	95,7121
1,875	8,63215	11,87255	13,54177	18,75497	34,6974	39,40747	44,51468	45,18589	53,22858	61,76614
3,75	8,03645	11,04963	12,61387	17,14804	32,38856	37,52909	45,7735	47,50842	49,94232	75,24228
5,625	7,78428	10,69203	12,21693	16,5791	31,32606	36,61729	44,75154	46,78056	49,98625	52,17437
6,75	7,68758	10,55539	12,06374	16,38012	31,03306	36,25316	44,75174	46,86299	49,4484	52,91705
20	7,23725	9,91503	11,35102	15,52756	29,12022	34,4849	44,1782	46,59637	49,92985	53,36606

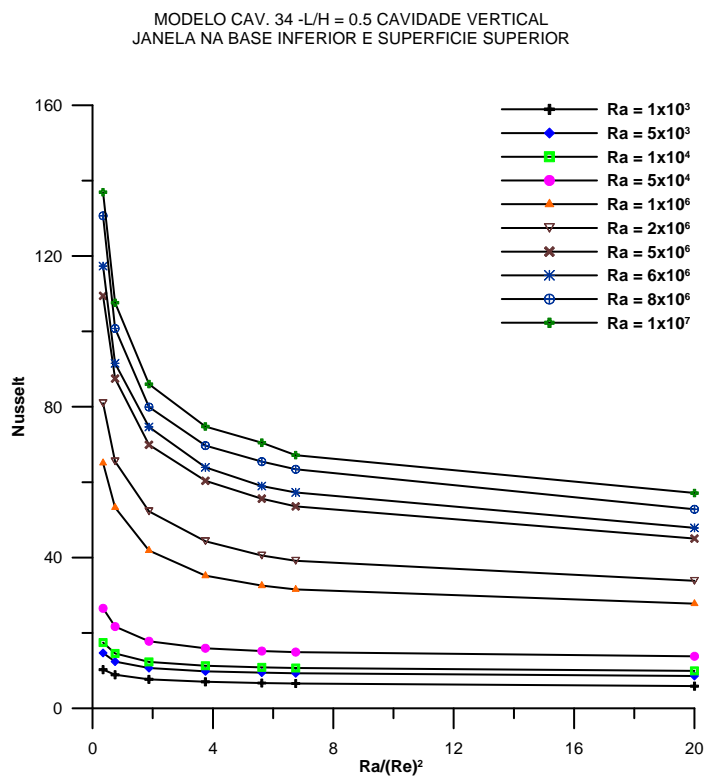


Figura 44 – Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.

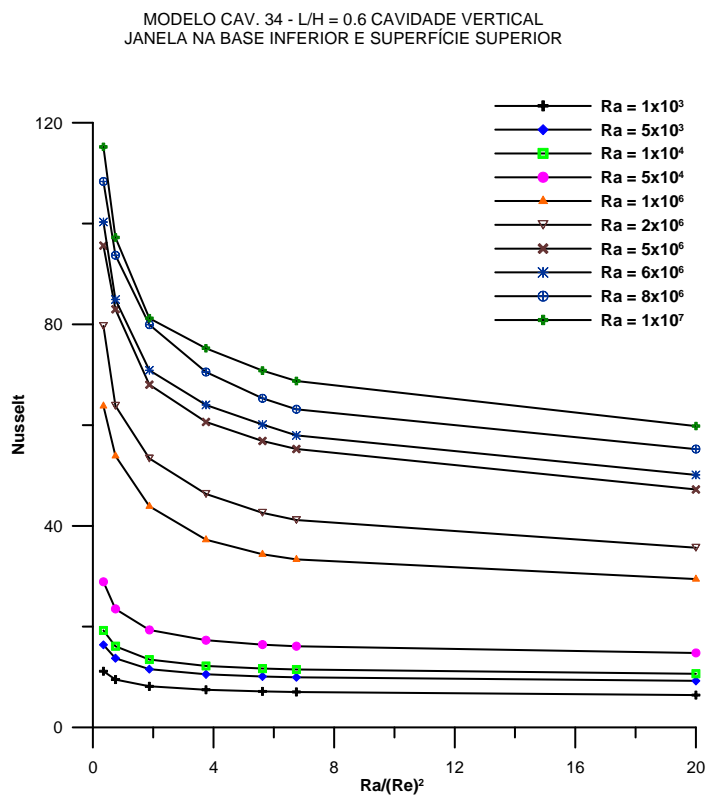


Figura 45 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.

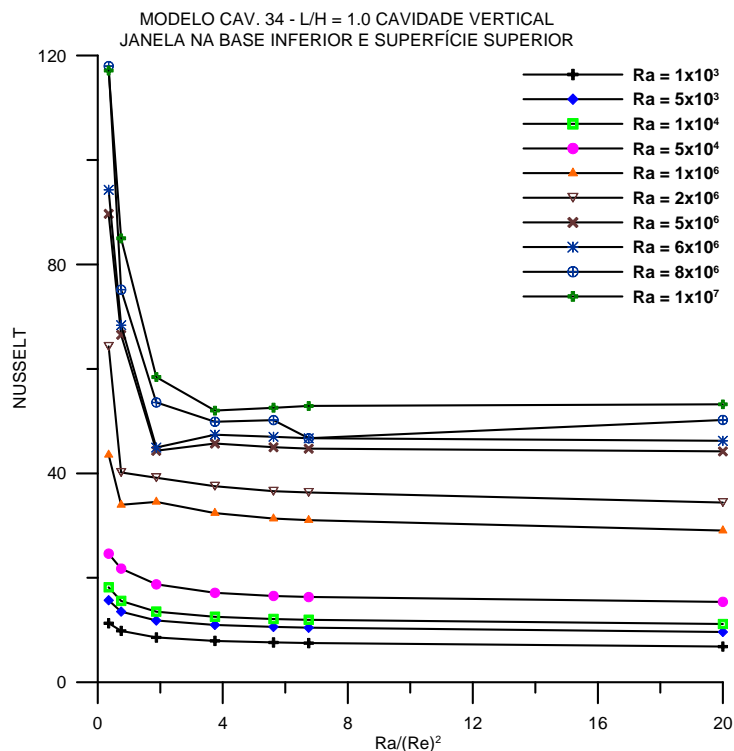


Figura 46 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 1,0.

Verifica-se nestes casos que a transferência de calor realmente melhorou, comparando-se os valores dos números de Nusselt com os obtidos no item 5.2. O comportamento para a cavidade de razão de aspecto maior também se aproximou mais daquele para as cavidades com razão de aspecto menor, embora ainda haja alguns pontos com oscilação no número de Nusselt.

Como forma de comparação, as mesmas situações analisadas no item anterior são repetidas aqui para a nova configuração. As Figuras 47 a 49 apresentam os resultados para a cavidade com razão de aspecto 0,5. Para valores do número de Rayleigh baixos o escoamento é muito bem estabelecido e as características são similares às já comentadas. Com o aumento da dissipação na fonte e aumento da massa injetada, para se manter a mesma relação, a transferência de calor ocorre principalmente numa faixa vertical próxima à parede da fonte, e se forma uma região com temperatura praticamente uniforme no resto da cavidade. As circulações que aparecem são de baixa velocidade, basicamente induzidas pelo movimento do fluido.

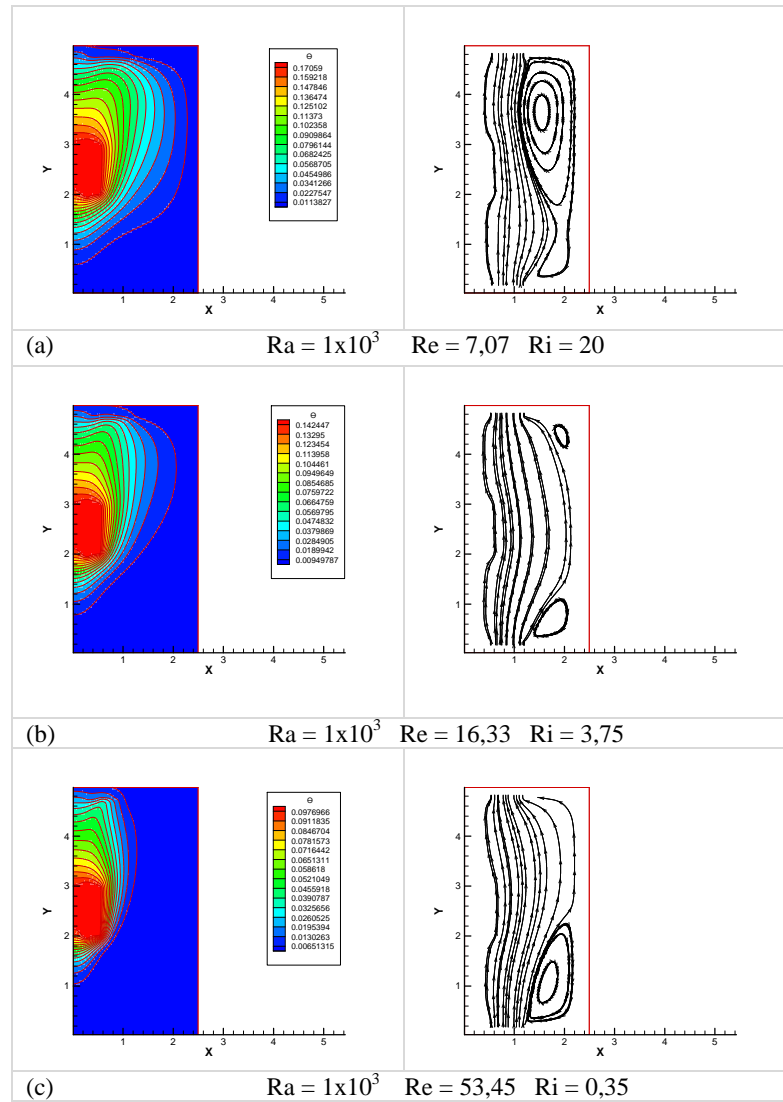
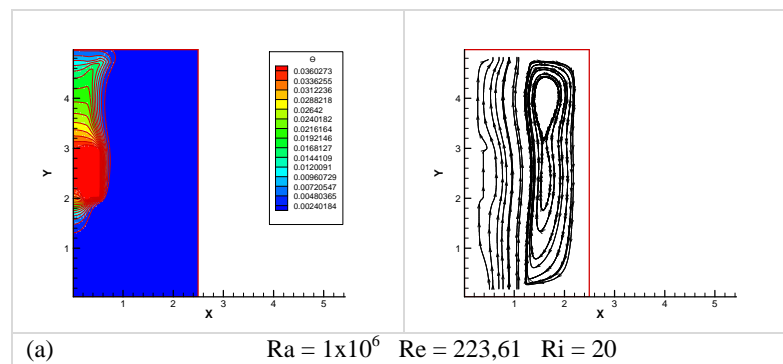


Figura 47 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .



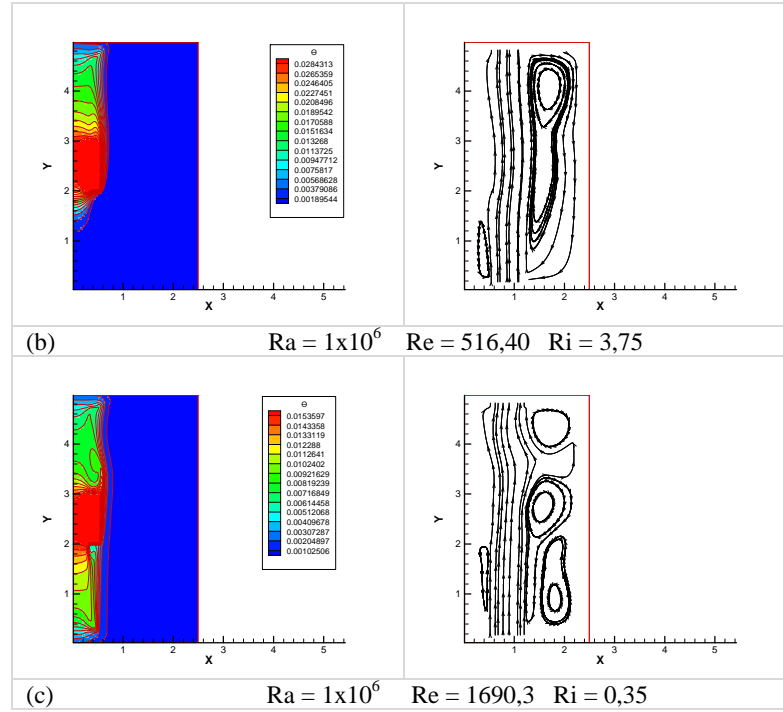
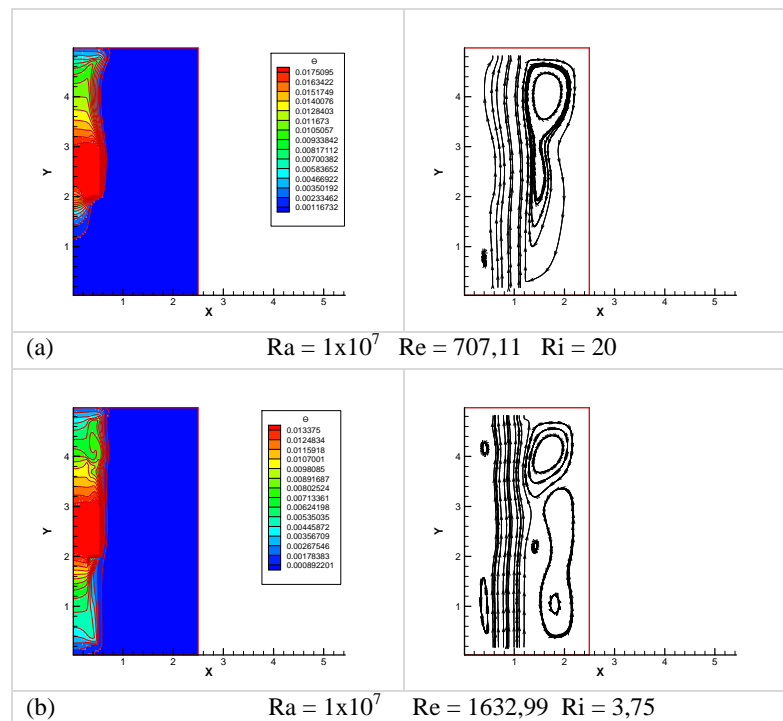


Figura 48 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .



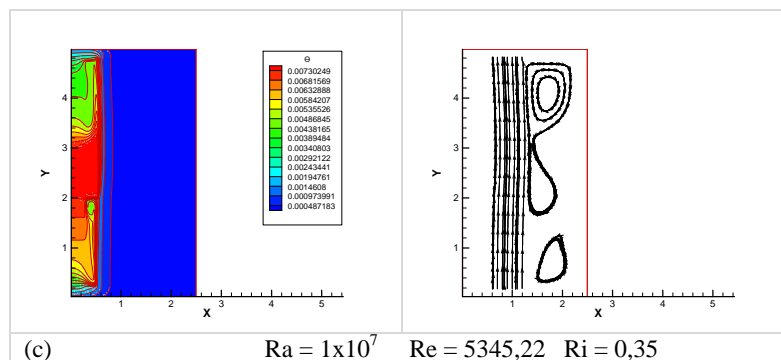
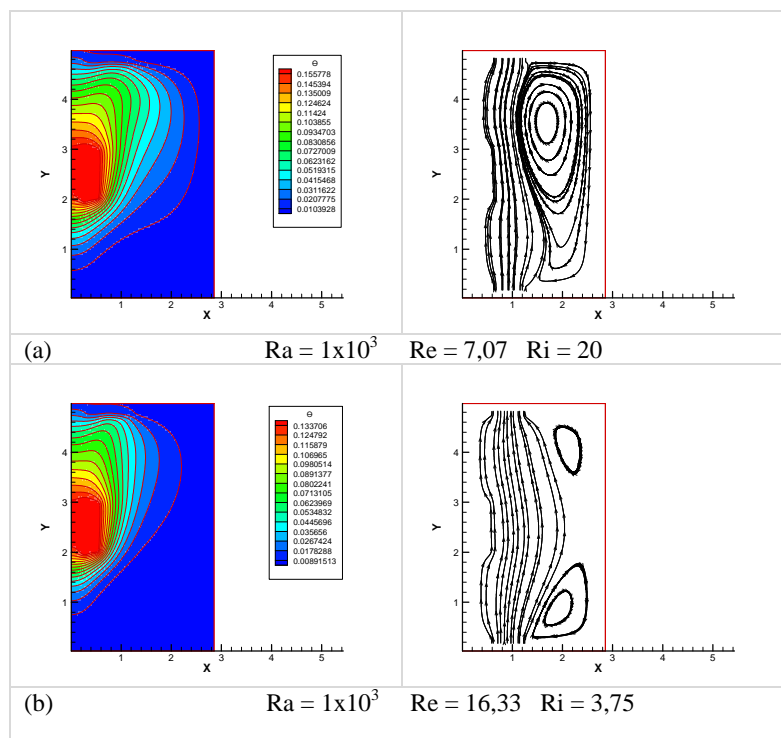


Figura 49 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

Quando se aumenta a razão de aspecto 0,6, Figuras 50 a 52, não se notam grandes variações de comportamento.





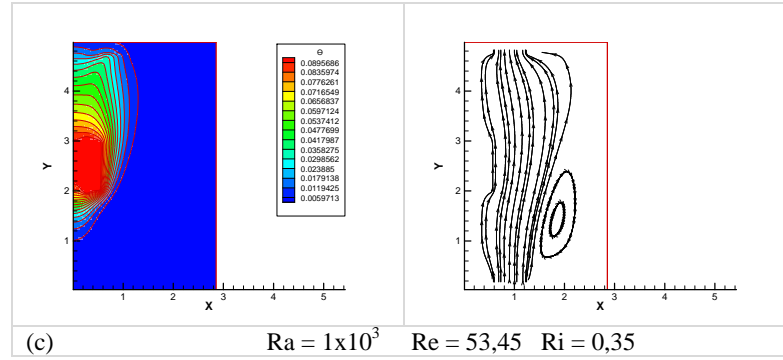


Figura 50 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .

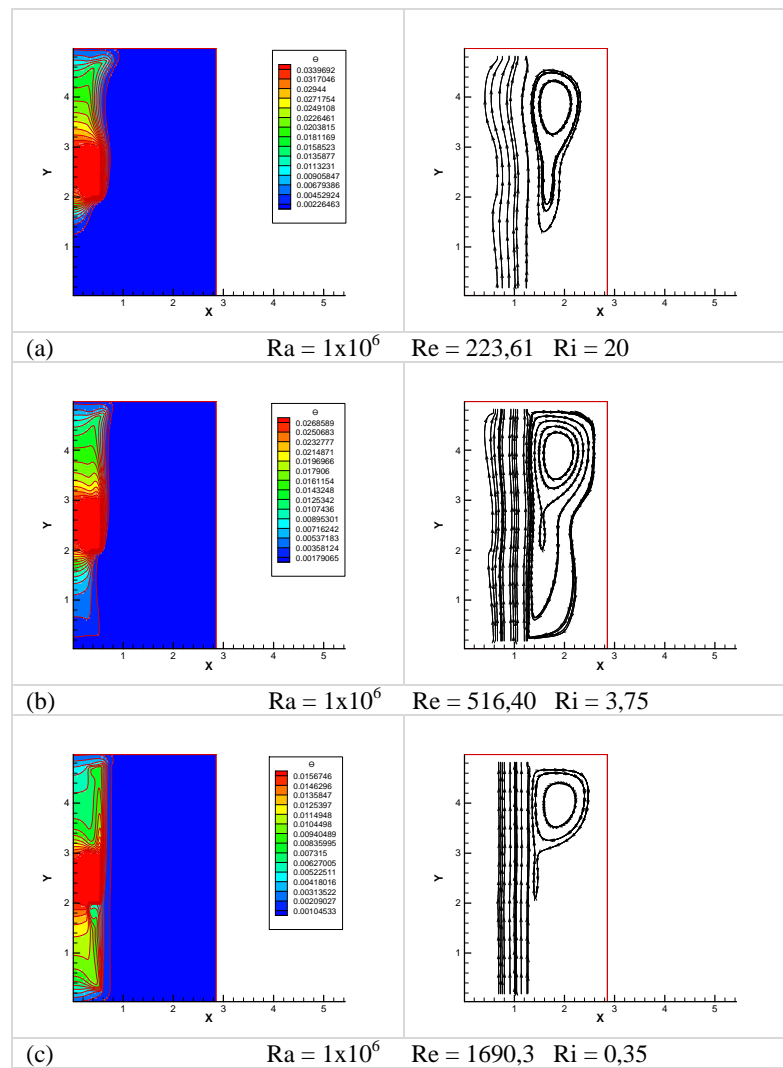


Figura 51 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .

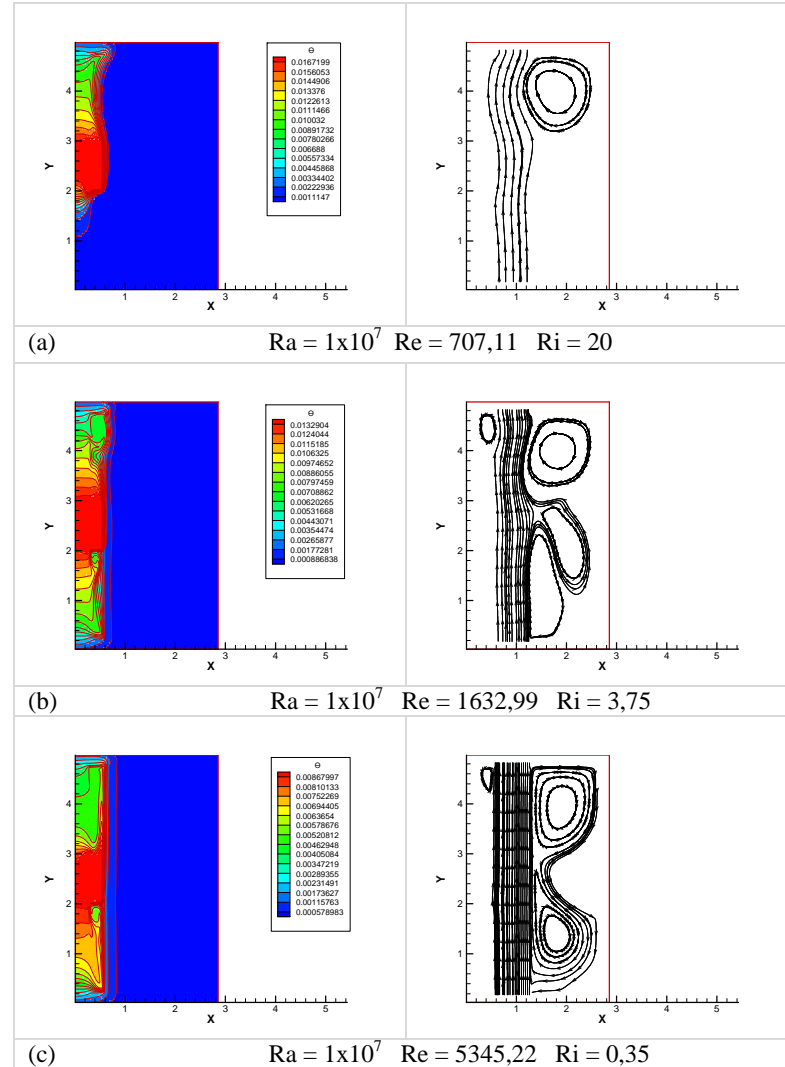


Figura 52 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

Para cavidade com razão de aspecto elevada, Figuras 53 a 55, as células convectivas para fluxo de calor baixo são maiores, e com o aumento do fluxo de calor e o aumento da injeção de massa, se começa a estabelecer uma célula convectiva junto à parte inferior à cavidade, que tende a desaparecer para valores do número de Reynolds elevados, explicando a inflexão da curva em função do número de Nusselt.

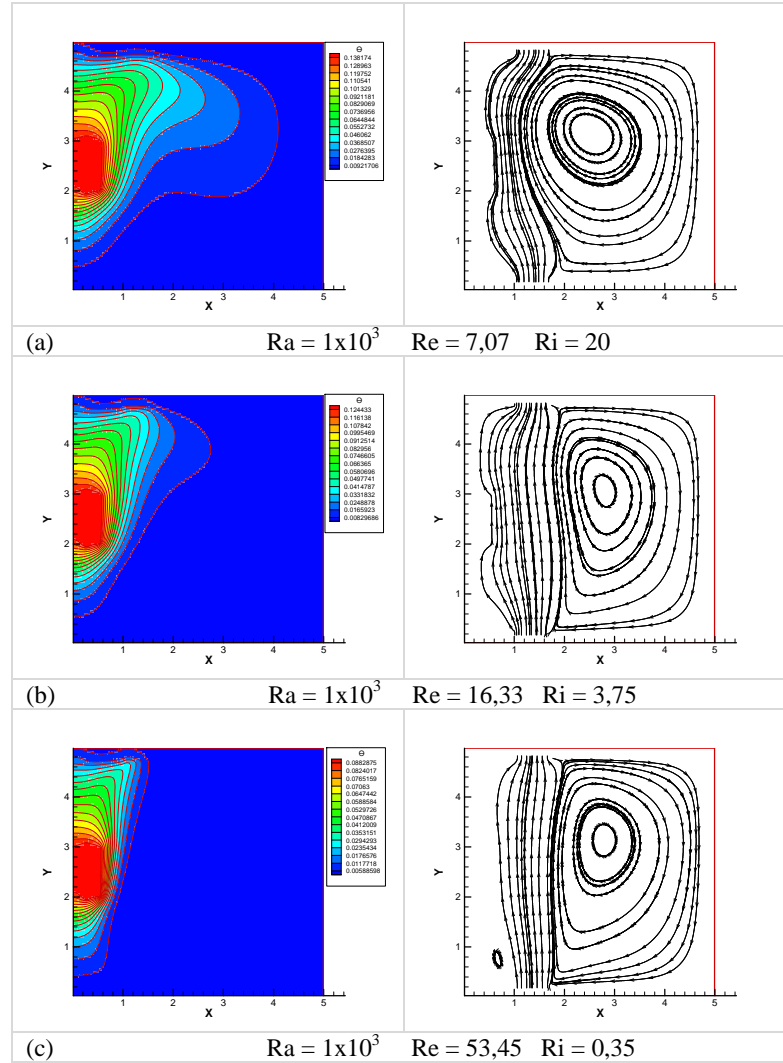
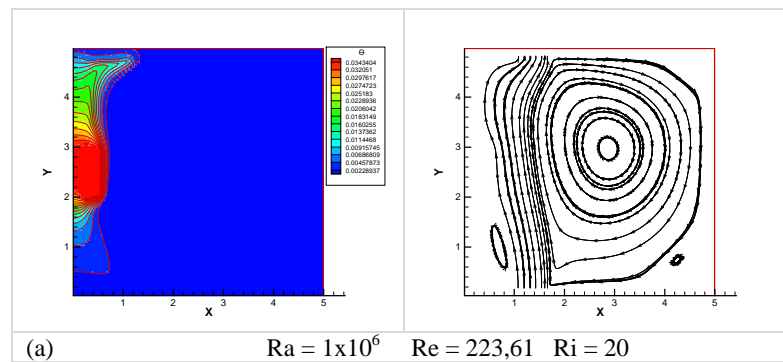


Figura 53 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .



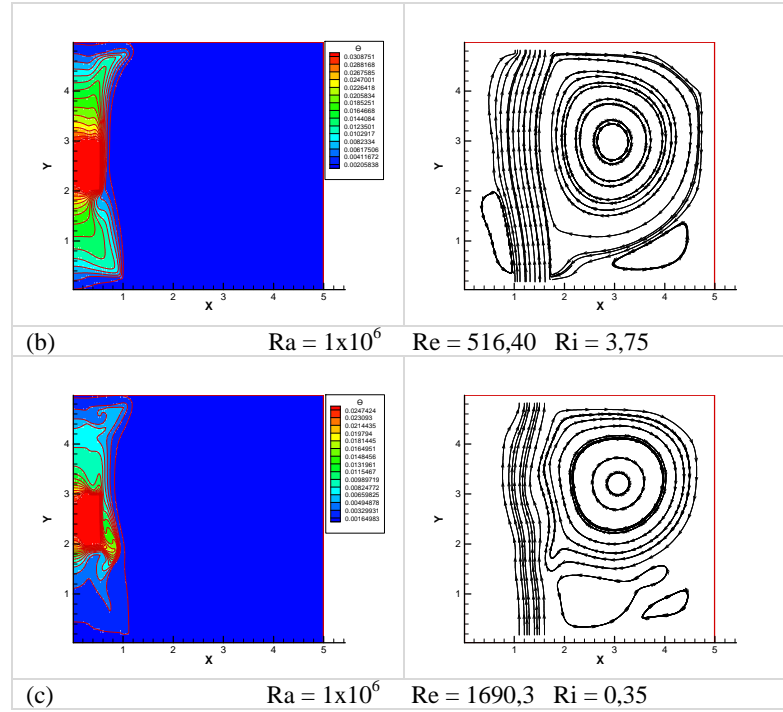
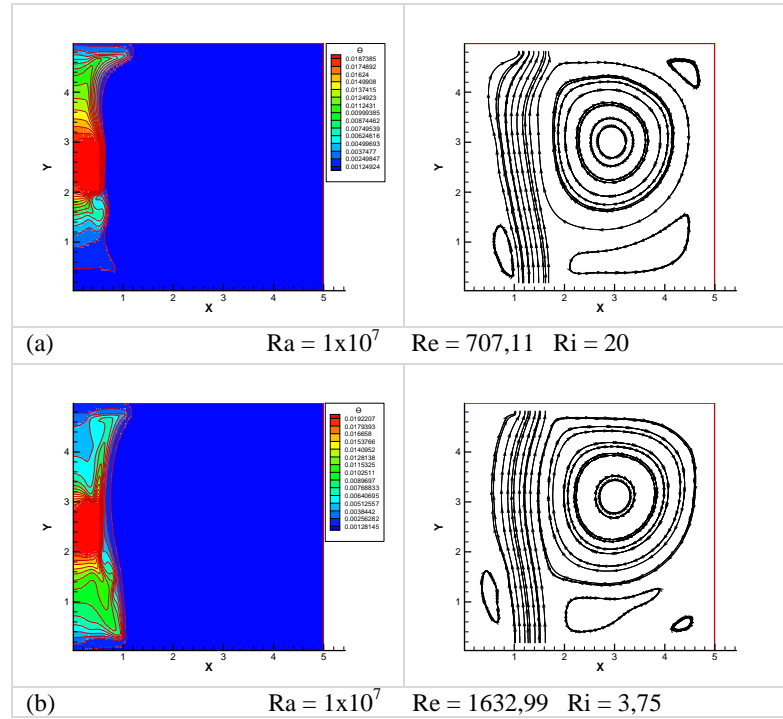


Figura 54 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .



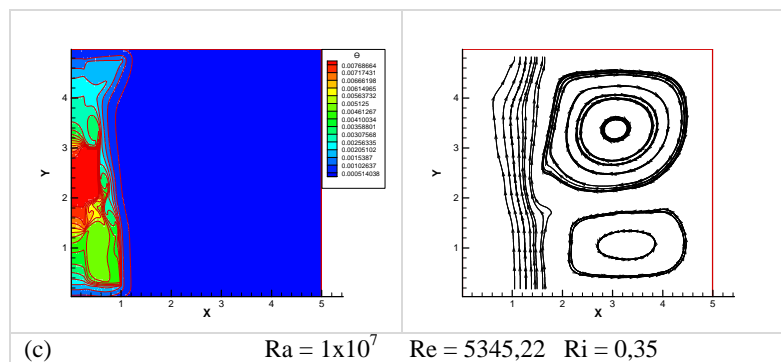


Figura 55 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

## 5.4 RESULTADOS PARA CAVIDADE VERTICAL COM DUAS FONTES

Para finalizar o estudo em cavidades verticais, apresenta-se, na seqüência, os resultados para uma cavidade com duas fontes iguais. Neste caso são mostradas as curvas de variação do número de Nusselt utilizando a temperatura máxima de cada uma das fontes, e os resultados são resumidos nas Tabelas 8 e 9 para razão de aspecto igual a 0,5 e 9 e 10 para razão de aspecto 0,6. Para facilitar a visualização, os resultados também são mostrados graficamente, sendo a Figura 56 a variação do número de Nusselt para convecção natural para ambas as razões de aspecto. E para a convecção mista, através das Figuras 57 e 58 para razão de aspecto 0,5 e Figuras 59 e 60 para razão de aspecto 0,6. Neste caso foram excluídos os gráficos que mostram os padrões de escoamento e distribuição de temperaturas, por apresentarem aspectos similares aos já comentados.

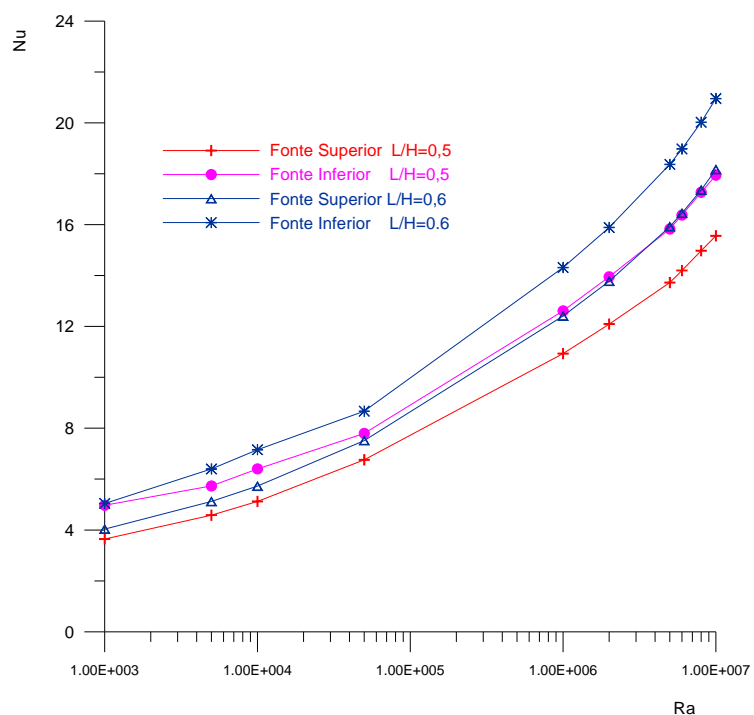


Figura 56 – Variação do número de Nusselt em função do Número de Rayleigh

Tabela 8 – Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,5.

fonte 1 - fonte superior

$Ra/(Re)^2$	PONTO									
	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^6$	6 $Ra = 2 \times 10^6$	7 $Ra = 5 \times 10^6$	8 $Ra = 6 \times 10^6$	9 $Ra = 8 \times 10^6$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	$L/H = 0.5$									
0,35	7,55995	10,85554	12,88012	19,15048	38,3942	44,88008	55,39829	58,35395	70,05009	66,30684
0,75	6,57302	9,23608	10,81329	15,90887	32,63239	38,39022	47,51	50,42864	56,87894	56,21072
1,875	5,67846	8,02085	9,29878	13,29817	27,60456	32,59304	41,10034	42,47746	45,91263	49,03956
3,75	5,16772	7,38602	8,58133	12,1094	24,65848	29,3861	36,78919	38,44586	41,57071	43,38169
5,625	4,91657	7,08647	8,25668	11,63502	23,38027	27,91768	35,1379	36,75322	39,44213	41,65833
6,75	4,81475	6,96495	8,12711	11,45895	22,90904	27,36757	34,51358	36,11295	38,77352	40,96363
20	4,33176	6,31166	7,43677	10,6662	21,06594	25,12525	32,05837	33,67661	36,36959	38,57459

Tabela 9 – Evolução do número de Nusselt em função da razão de aspecto de 0,5.

fonte 2 - fonte inferior

$Ra/(Re)^2$	PONTO									
	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^6$	6 $Ra = 2 \times 10^6$	7 $Ra = 5 \times 10^6$	8 $Ra = 6 \times 10^6$	9 $Ra = 8 \times 10^6$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	$L/H = 0.5$									
0,35	11,33989	16,28325	19,32016	28,72556	57,58975	74,79823	92,32673	97,25451	116,74496	110,50945
0,75	9,8595	13,8541	16,21989	23,86322	48,94811	57,58378	79,1797	84,04562	94,79482	93,6812
1,875	7,74329	10,93746	12,68007	18,13381	41,4065	48,889	61,64886	63,71415	76,51812	81,72806
3,75	7,04672	10,07181	11,70176	16,51277	33,62509	40,07181	55,18307	57,66846	62,35502	65,07028
5,625	6,70421	9,66333	11,25909	15,86591	31,88206	38,06942	52,70648	55,12922	59,1625	62,48672
6,75	6,56534	9,49758	11,08241	15,62581	31,23955	37,31914	51,77002	54,16883	58,15982	61,44507
20	5,90657	8,60667	10,14095	13,33273	26,33235	34,26171	43,71585	45,92254	49,59481	52,6014

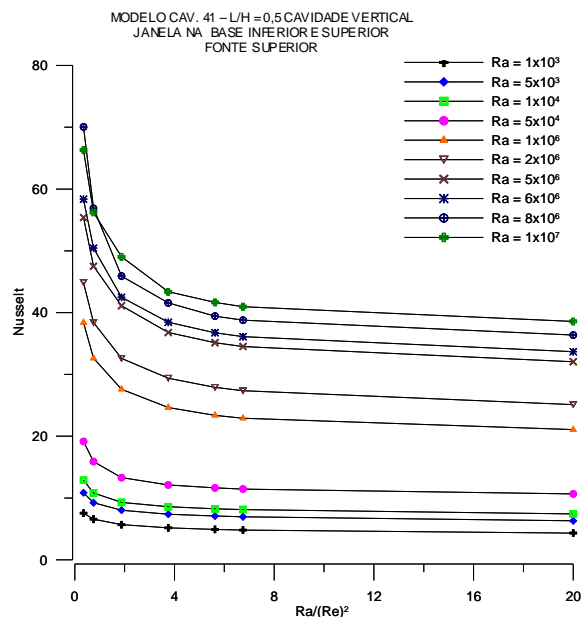
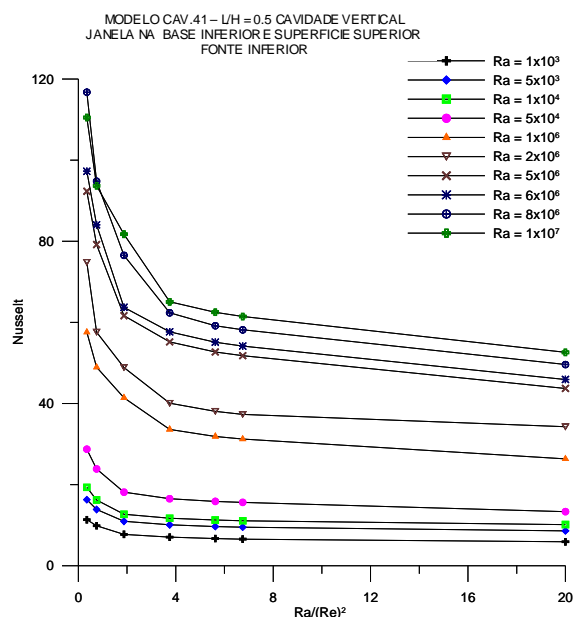
Figura 57– Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.  
(fonte de calor superior)Figura 58 – Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.  
(fonte de calor inferior)

Tabela 10 - Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,6.

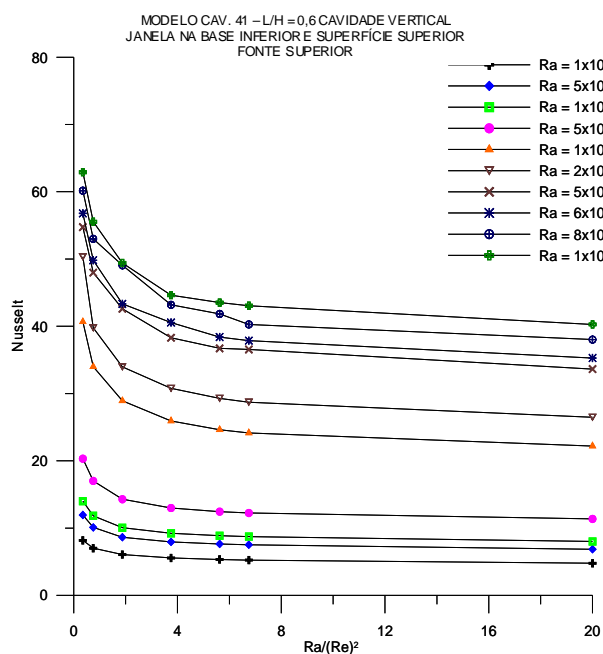
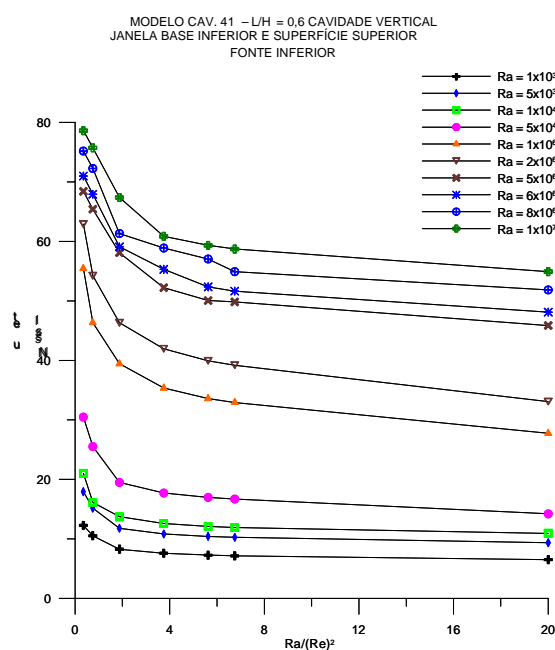
fonte 1 - fonte superior

$Ra/(Re)^2$	PONTO									
	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^6$	6 $Ra = 2 \times 10^6$	7 $Ra = 5 \times 10^6$	8 $Ra = 6 \times 10^6$	9 $Ra = 8 \times 10^6$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	$L/H = 0.6$									
0,35	8,17160	11,94249	13,99762	20,3148	40,66479	50,32941	54,73514	56,78463	60,15436	62,9002
0,75	7,01066	10,10064	11,82178	17,00753	33,98702	39,76396	47,97498	49,81543	52,99586	55,54044
1,875	6,06211	8,64252	10,0584	14,28814	28,92322	33,97155	42,60323	43,33112	49,06194	49,4181
3,75	5,5643	7,94445	9,22348	12,98051	25,92991	30,77444	38,2995	40,55841	43,18722	44,62712
5,625	5,32873	7,6365	8,86847	12,44097	24,62551	29,28249	36,71342	38,4001	41,83365	43,51913
6,75	5,23363	7,51433	8,73065	12,24031	24,14205	28,7263	36,55024	37,86746	40,2737	43,05779
20	4,76908	6,85612	8,00929	11,36175	22,19845	26,46784	33,63787	35,27909	38,02108	40,27954

Tabela 11 - Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,6.

fonte 2 - fonte inferior

$Ra/(Re)^2$	PONTO									
	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^6$	6 $Ra = 2 \times 10^6$	7 $Ra = 5 \times 10^6$	8 $Ra = 6 \times 10^6$	9 $Ra = 8 \times 10^6$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	$L/H = 0.6$									
0,35	12,25738	17,9137	20,99641	30,4721	55,45082	62,9101	68,41817	70,98038	75,19249	78,62501
0,75	10,51593	15,15094	16,12058	25,51125	46,34565	54,22229	65,41977	67,92971	72,26687	75,73635
1,875	8,26644	11,78525	13,71597	19,4838	39,44073	46,32461	58,09461	59,08734	61,32599	67,38681
3,75	7,58754	10,83333	12,57743	17,70065	35,3588	41,96497	52,22614	55,30606	58,89039	60,85353
5,625	7,26628	10,41334	12,09332	16,96491	33,58015	39,93052	50,06358	52,36342	57,04539	59,34295
6,75	7,13659	10,24674	11,90539	16,69129	32,92084	39,17221	49,84076	51,63716	54,9182	58,71439
20	6,50301	9,34911	10,92161	14,20214	27,74803	33,08476	45,86988	48,10768	51,84678	54,92665

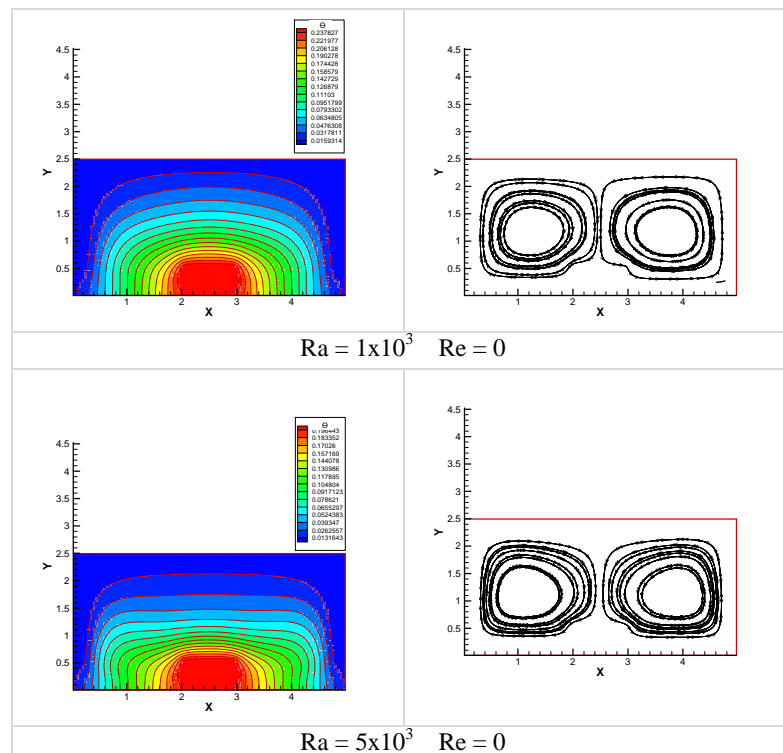
Figura 59 – Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.  
(fonte de calor superior)Figura 60 – Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.  
(fonte de calor inferior)

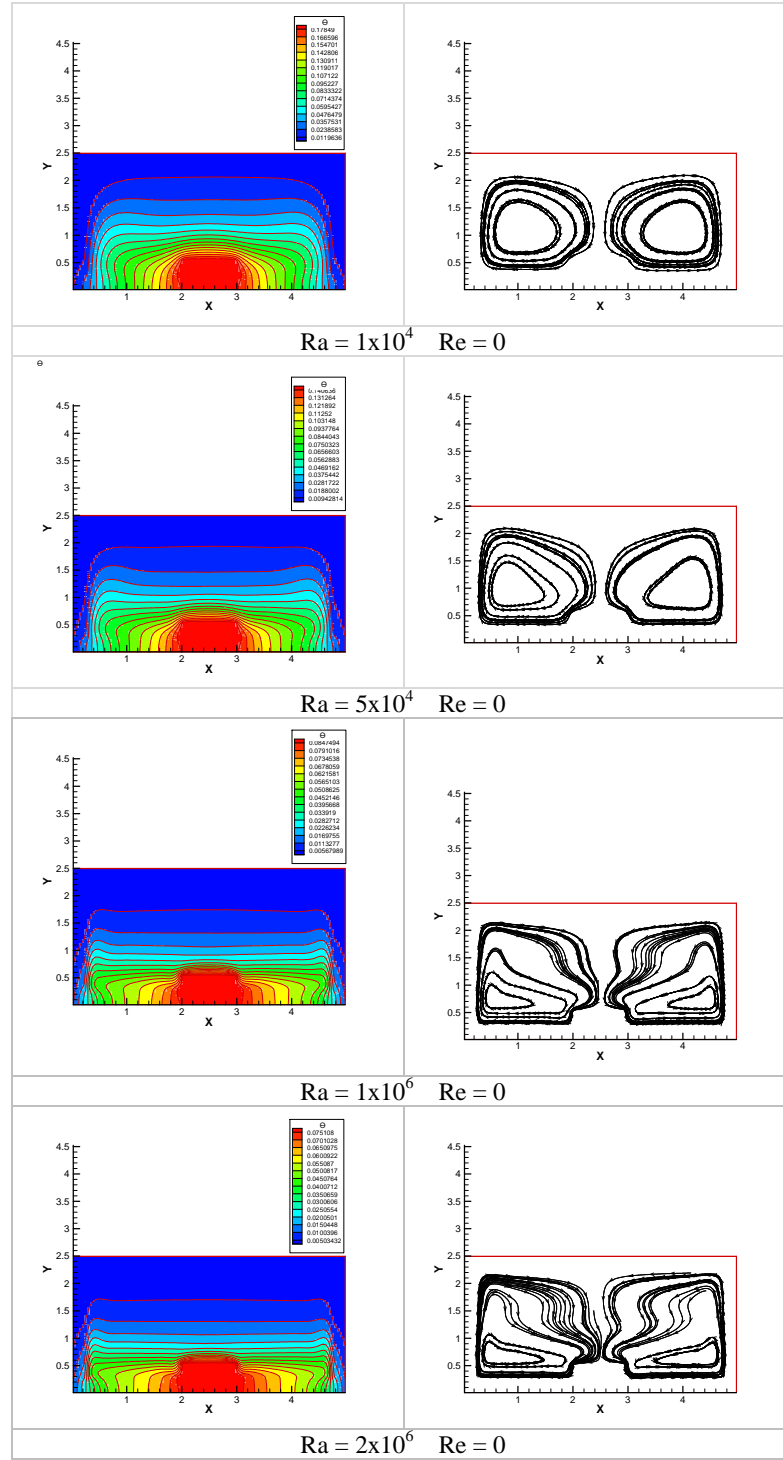


## 5.5 CAVIDADE NA POSIÇÃO HORIZONTAL

A simulação de uma cavidade na horizontal foi feita por não exigir alterações significativas no programa computacional desenvolvido. A posição é importante por causa da convecção natural. Para simular esta posição, basta mudar o eixo no qual o vetor aceleração gravitacional está orientado.

Seguindo o mesmo caminho trilhado no início deste estudo, simulou-se, primeiramente, situações de convecção natural. Nas Figuras 61 a 63 são mostradas algumas distribuições de temperatura e linhas de corrente para diferentes cavidades. Como característica principal, têm-se distribuições simétricas tanto de linhas de corrente como de isothermas, o que era realmente esperado.





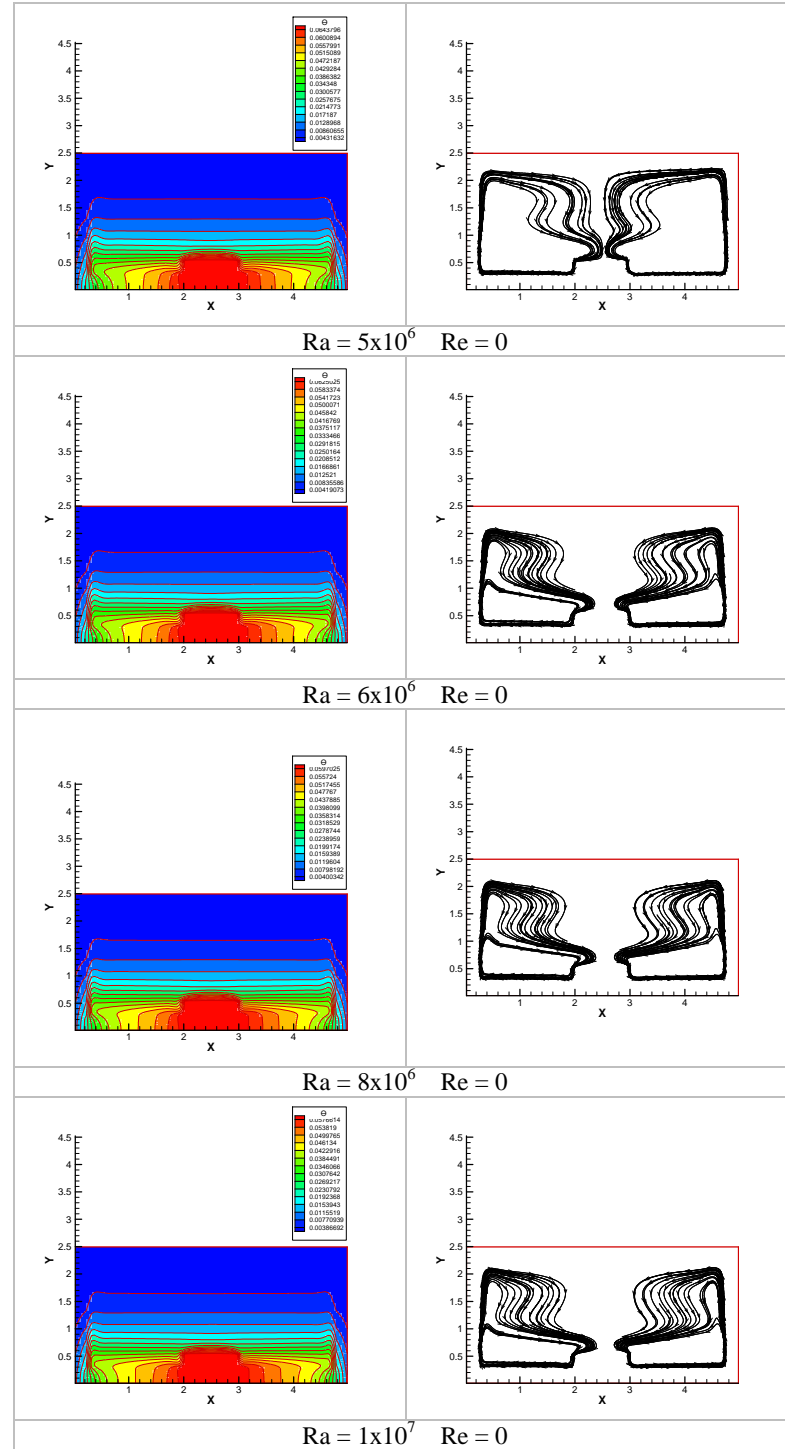
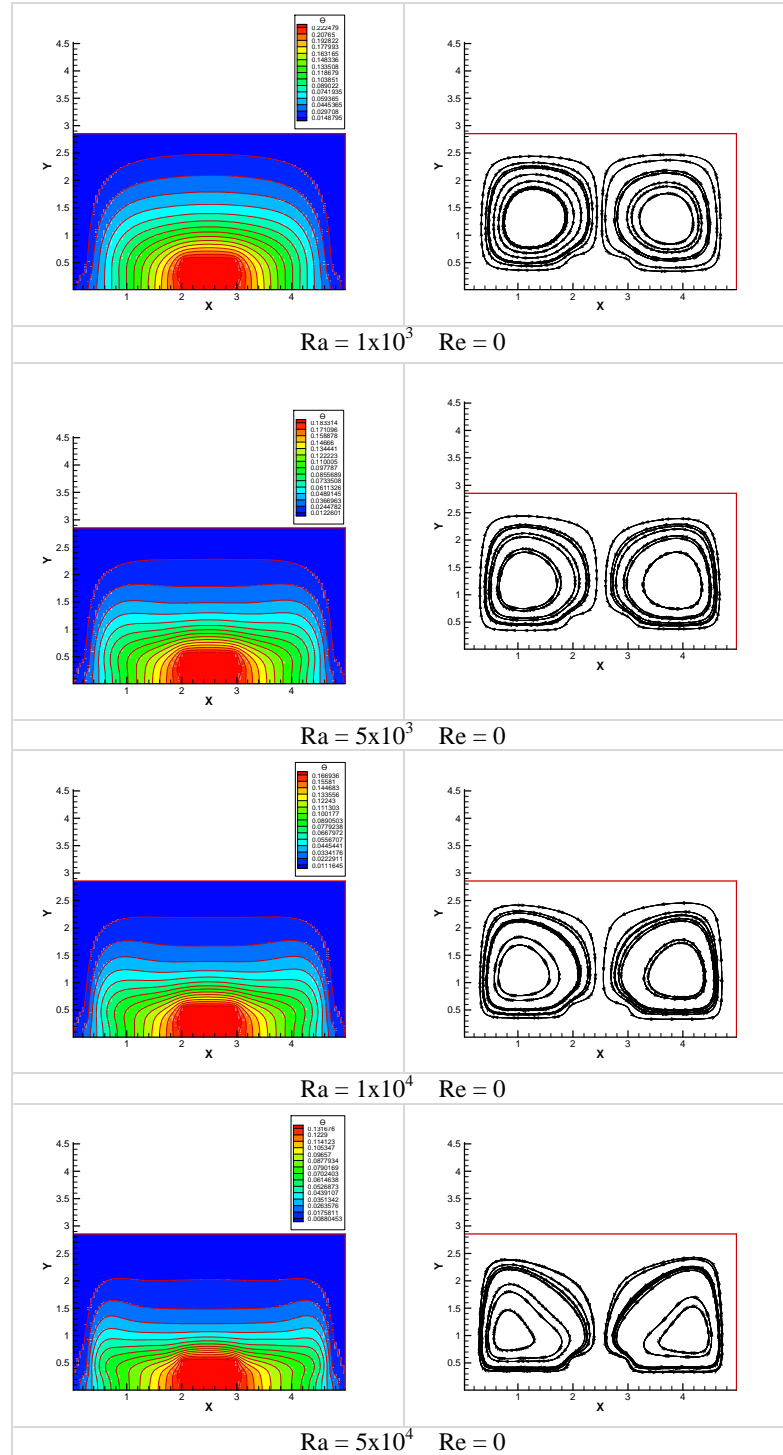
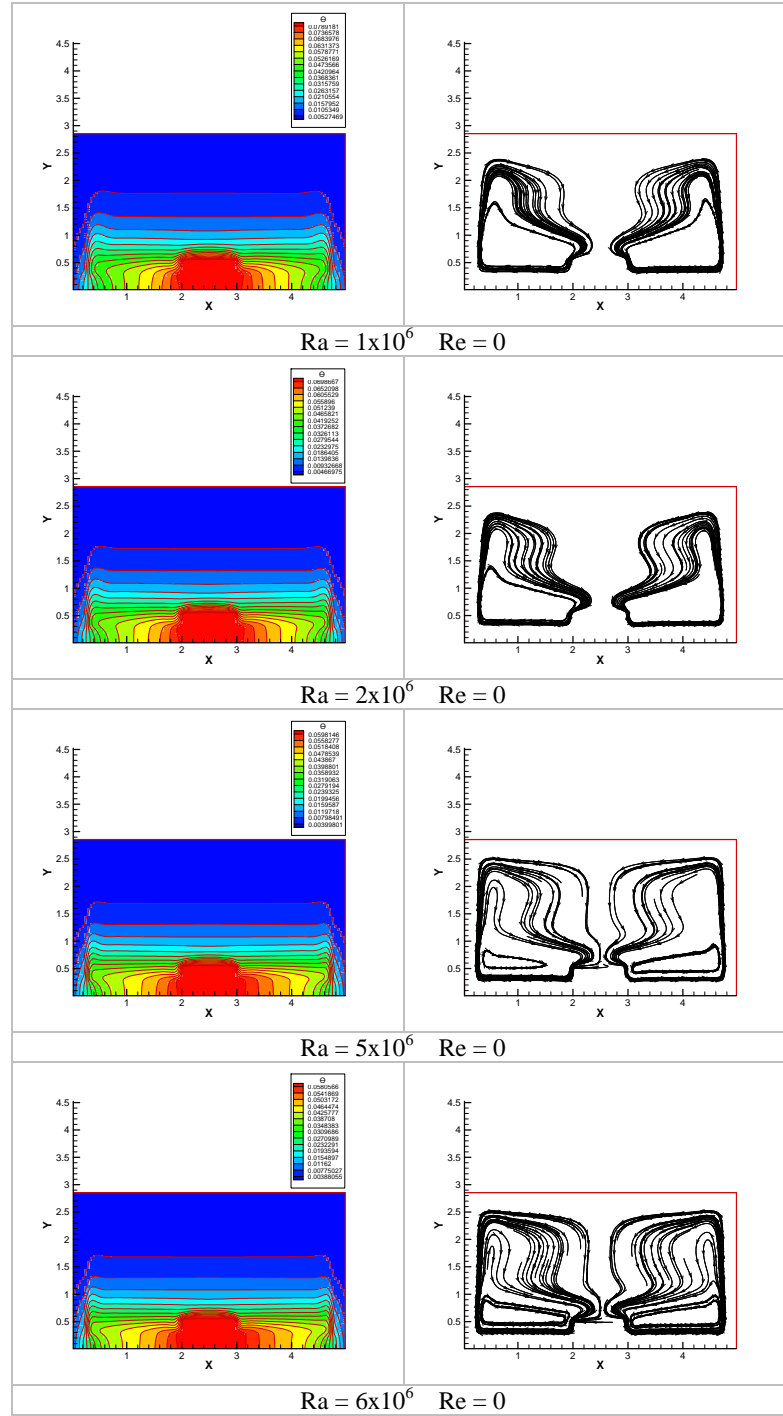


Figura 61 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Rayleigh em função do número de Reynolds constante ( $Re = 0$ ).





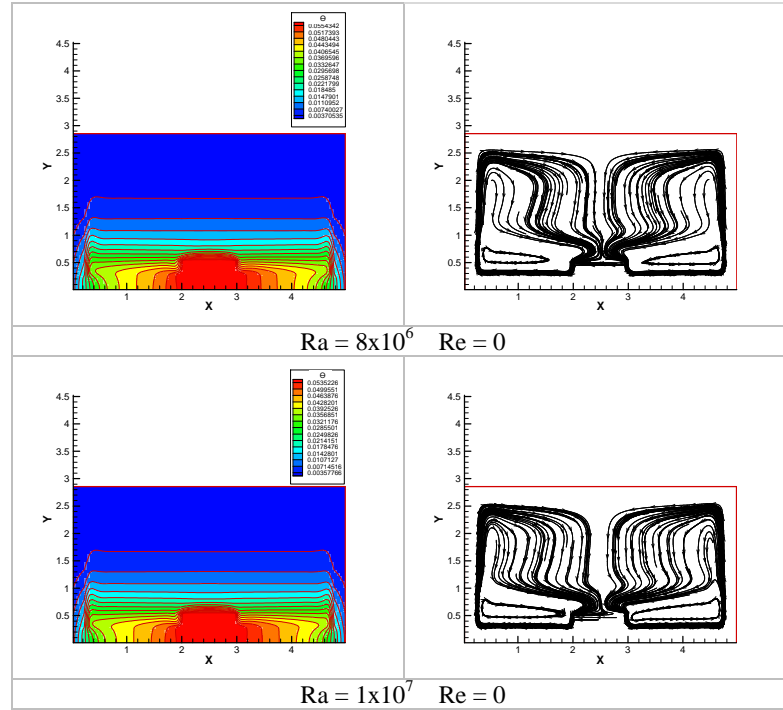
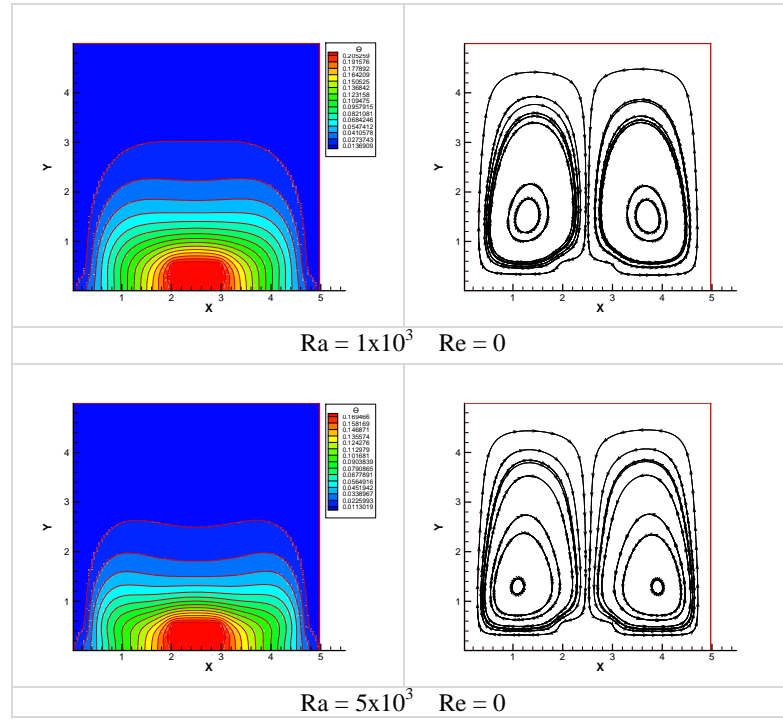
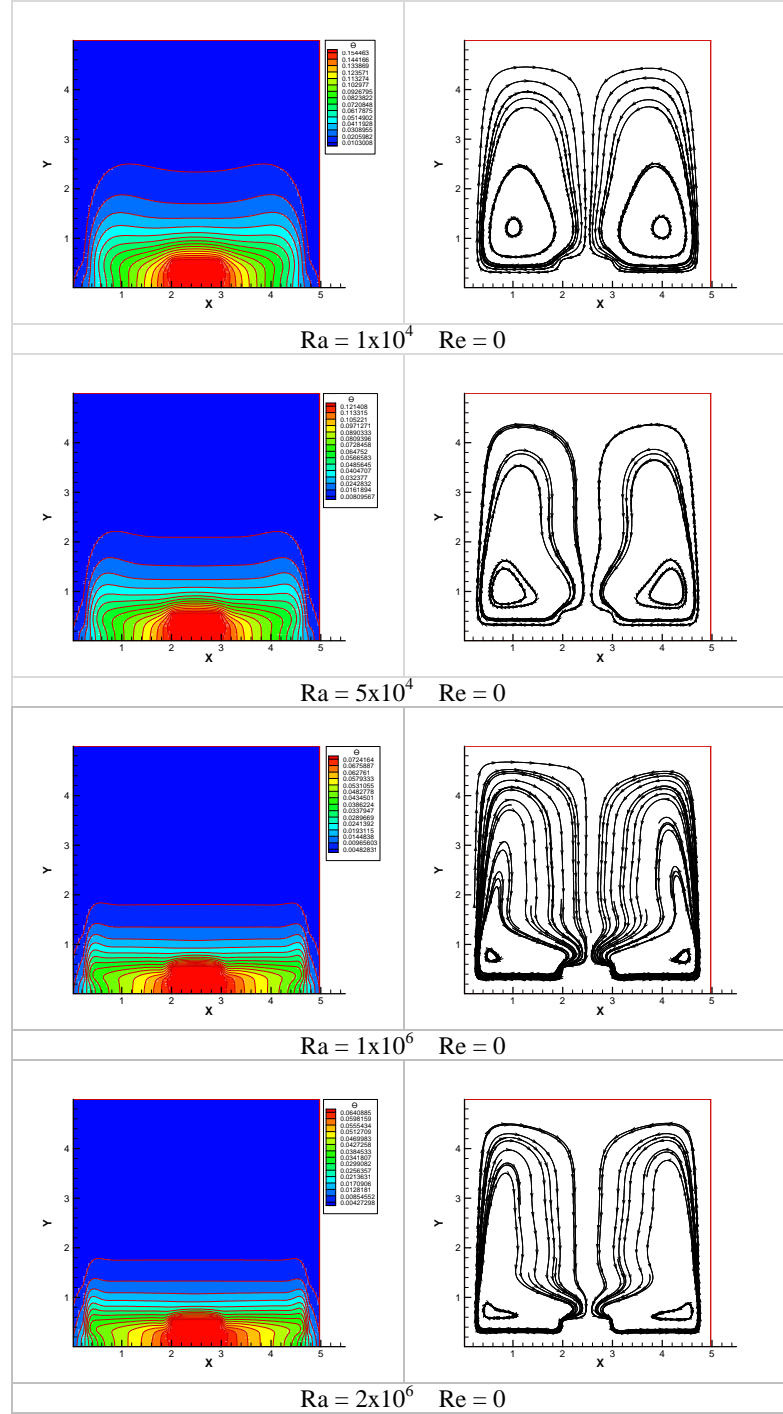


Figura 62 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Rayleigh em função do número de Reynolds constante ( $Re = 0$ ).





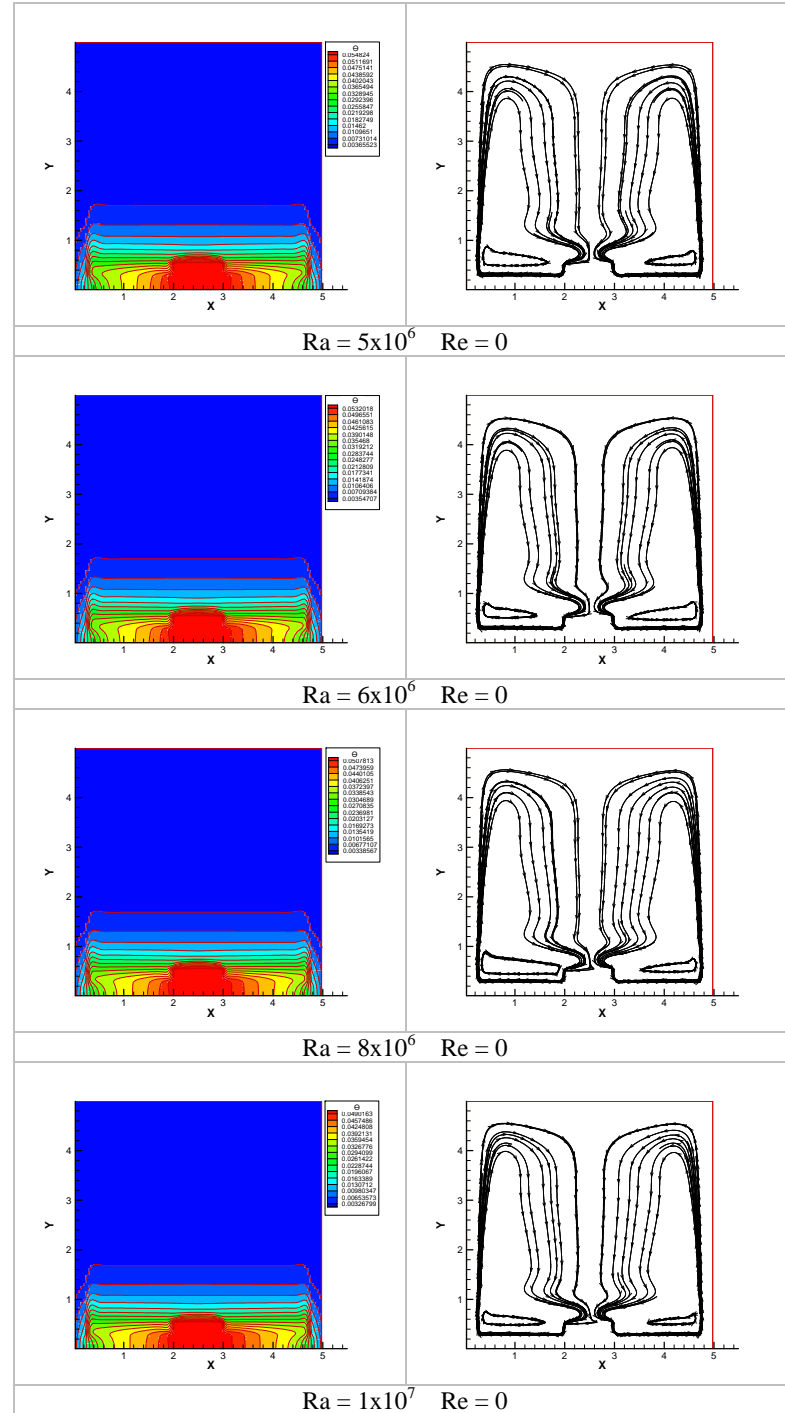


Figura 63 – Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Rayleigh em função do número de Reynolds constante ( $Re = 0$ ).

A variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh é apresentada na Figura 64, para as três razões de aspecto e também apresentam o comportamento esperado.



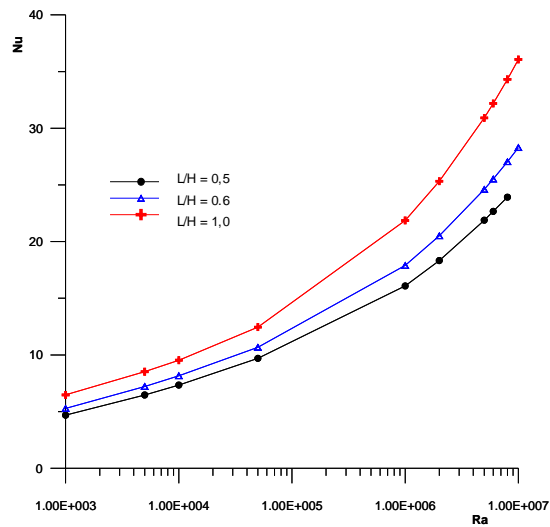


Figura 64 – Variação do número de Nusselt em função do Número de Rayleigh.

Os resultados para a convecção mista estão resumidos nas Tabelas 12 a 14 e Figuras 65 a 67.

Tabela 12 - Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,5.

$Ra/(Re)^2$	PONTO									
	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	L/H = 0,5									
0,35	9,87810	14,23818	17,01592	26,06875	65,47588	79,14022	105,83366	111,44421	127,84176	134,11298
0,75	8,31207	11,57883	13,67662	20,8481	51,54559	62,89902	82,09641	88,88415	94,97488	104,13304
1,875	6,77245	9,19811	10,65764	16,01243	39,23261	48,48861	64,33682	67,1177	72,80988	78,50957
3,75	5,82917	7,67925	8,81135	12,98327	31,07849	39,334	52,10532	55,01034	59,57771	64,22071
5,625	5,38808	6,87625	7,79721	11,37279	27,28945	34,36899	46,31538	48,90023	53,46078	57,18305
6,75	5,22101	6,56332	7,373	10,66146	25,79487	32,34456	43,89083	46,41362	50,82644	54,41733
20	4,58499	5,70522	6,42992	8,62426	19,06083	23,48289	31,40704	33,36013	36,70749	39,61369

Tabela 13 - Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto de 0,6.

$Ra/(Re)^2$	PONTO									
	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	L/H = 0,6									
0,35	10,77058	16,04119	18,89948	28,52213	62,49375	74,97882	92,67755	97,07513	104,6256	111,09334
0,75	8,77478	12,99584	15,40554	22,75007	51,99181	61,16171	77,59818	79,25626	86,18386	91,2492
1,875	6,91639	9,93512	11,88747	17,75991	41,05191	49,01696	61,01244	63,70157	71,53895	77,00126
3,75	5,83877	7,89104	9,44912	14,69154	33,45858	40,90532	51,62516	53,94645	57,79445	60,96483
5,625	5,39502	6,82319	7,96883	12,98573	29,45335	36,44567	46,68425	48,86582	52,45351	55,38632
6,75	5,24491	6,47899	7,3517	12,19697	27,84344	34,52049	44,56229	46,69559	50,91261	53,03971
20	4,76023	6,00082	6,79759	9,02592	20,86389	25,44212	33,35869	35,18686	38,21403	40,67223

Tabela 14 - Evolução do número de Nusselt, em função da razão de aspecto 1,0.

$Ra/(Re)^2$	PONTO									
	1 $Ra = 1 \times 10^3$	2 $Ra = 5 \times 10^3$	3 $Ra = 1 \times 10^4$	4 $Ra = 5 \times 10^4$	5 $Ra = 1 \times 10^5$	6 $Ra = 2 \times 10^5$	7 $Ra = 5 \times 10^5$	8 $Ra = 6 \times 10^5$	9 $Ra = 8 \times 10^5$	10 $Ra = 1 \times 10^7$
	L/H = 1,0									
0,35	10,84224	15,17469	17,57176	23,70803	48,09288	63,39225	94,09197	108,71598	113,53057	120,37794
0,75	9,05174	12,64398	14,71097	20,51143	30,73745	42,95367	59,45162	69,39288	80,73501	97,8713
1,875	6,97798	10,16054	11,80523	16,97836	30,0865	28,77574	39,69561	41,1416	48,17048	56,7186
3,75	5,5159	8,31186	9,88064	14,54196	27,34699	31,10197	33,98332	33,24833	37,72517	39,85763
5,625	5,22071	7,14556	8,74286	13,18463	25,67216	29,34608	34,78019	35,57516	36,64158	37,06367
6,75	5,16374	6,72179	8,2093	12,60831	24,95919	28,59291	34,09013	35,26168	36,83526	37,87821
20	5,00508	6,34421	7,10202	9,86816	20,88058	24,42748	29,64913	30,77567	32,62983	34,14204

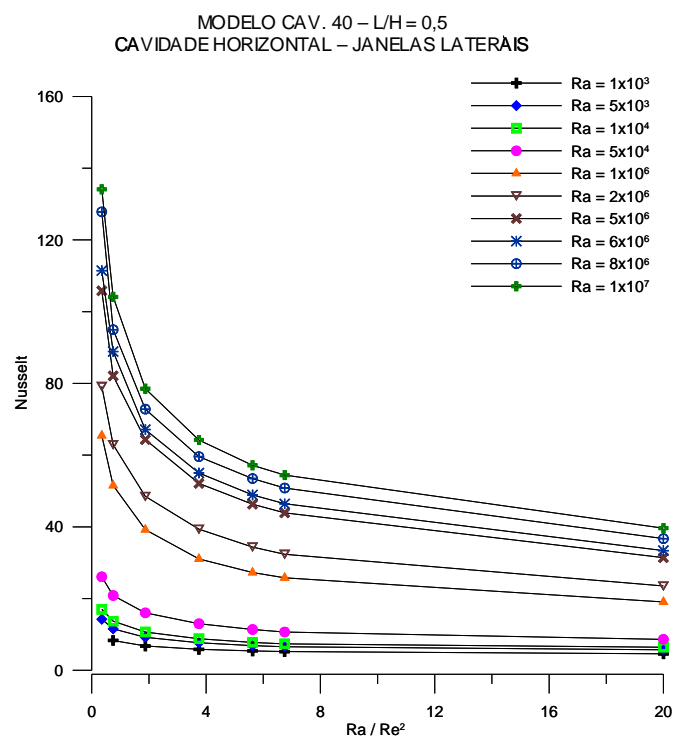


Figura 65 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,5.

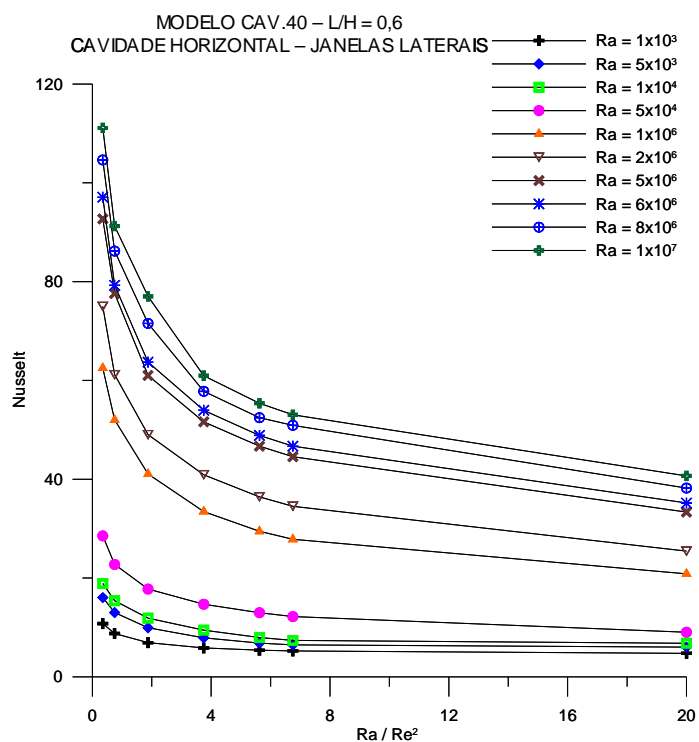


Figura 66 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 0,6.

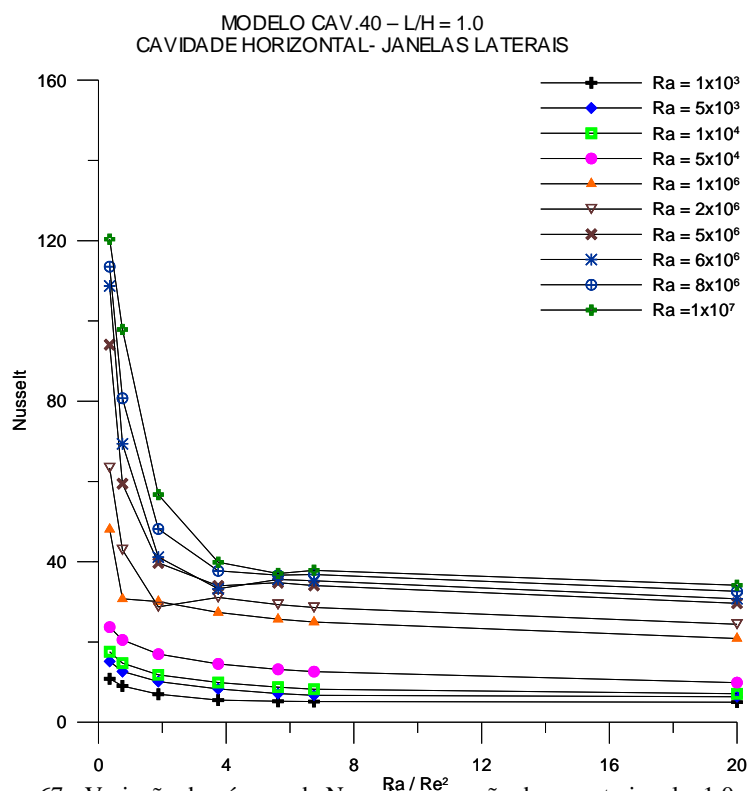


Figura 67 - Variação do número de Nusselt para razão de aspecto igual a 1,0.

Os mesmos fenômenos que ocorrem para a cavidade vertical se repetem para a cavidade horizontal, sendo que, neste último caso, as células de recirculação ficam aprisionadas pelo escoamento forçado nas regiões laterais da fonte, porém com efeitos similares aos já analisados. Resultados mais detalhados dos campos de temperatura e escoamento, poderão ser vistos nas Figuras 68 a 70 para cavidade com razão de aspecto de 0,5 e mantendo-se o número de Rayleigh constante e variando-se o número de Reynolds.

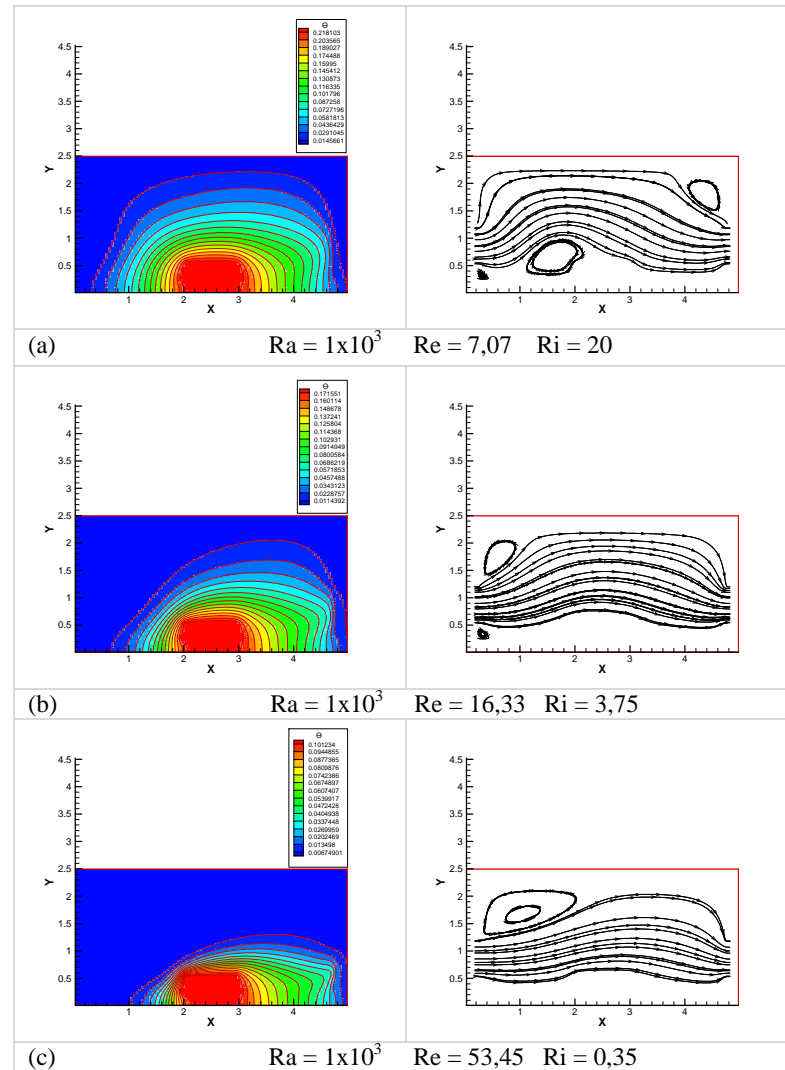
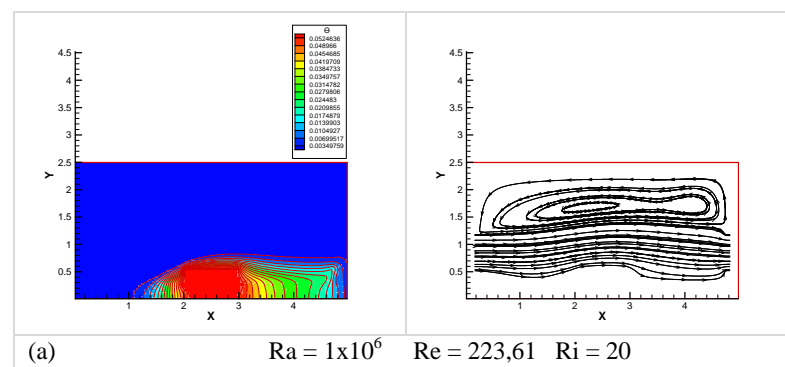


Figura 68 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .



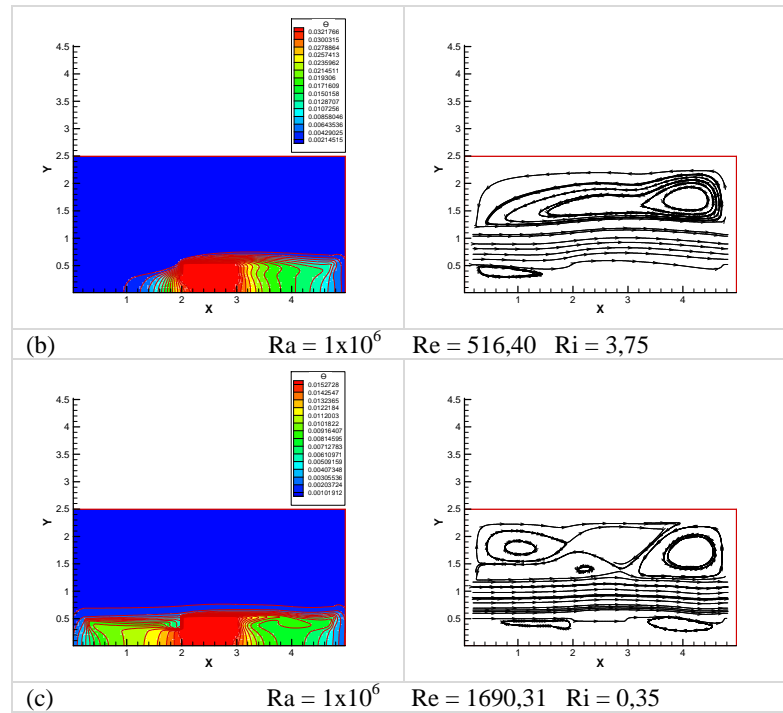
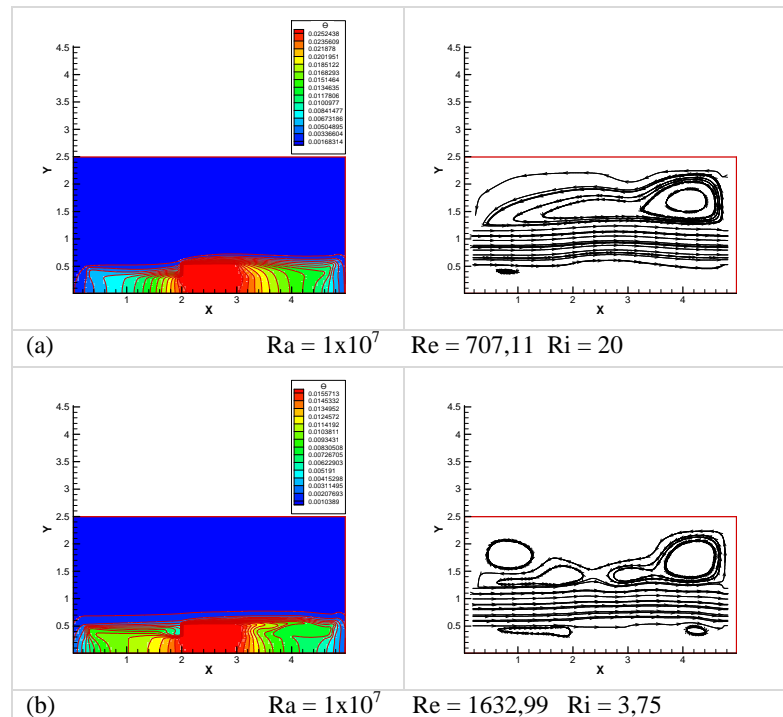


Figura 69 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .



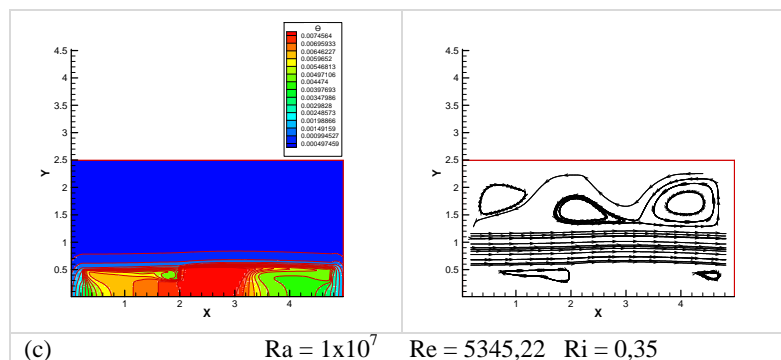
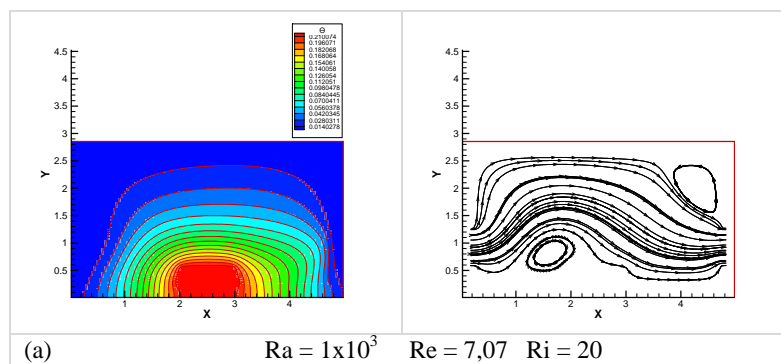


Figura 70 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

Na Figura 68 se considerou valores baixos para os números de Rayleigh e Reynolds. Nestes resultados notam-se ser similares ao apresentado em 5.3, em que os efeitos da convecção natural e forçada competem sendo que para este caso em função da disposição da cavidade as células de recirculação iniciam a formação próxima a parte inferior da cavidade, próximo a fonte de calor, para baixo valor do número de Reynolds e gradativamente inicia a formação destas células na parte superior do modelo. Este mesmo comportamento é verificado para as Figuras 69 e 70.

As Figuras 71 a 73, são similares às anteriores para cavidade com razão de aspecto de 0,6. O comportamento apresentado é basicamente o mesmo para o número de Nusselt.



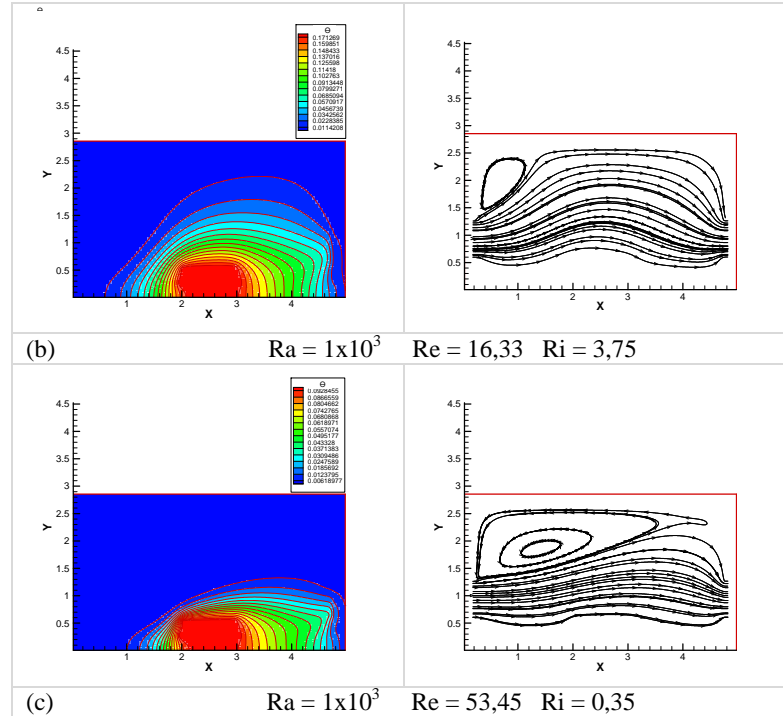
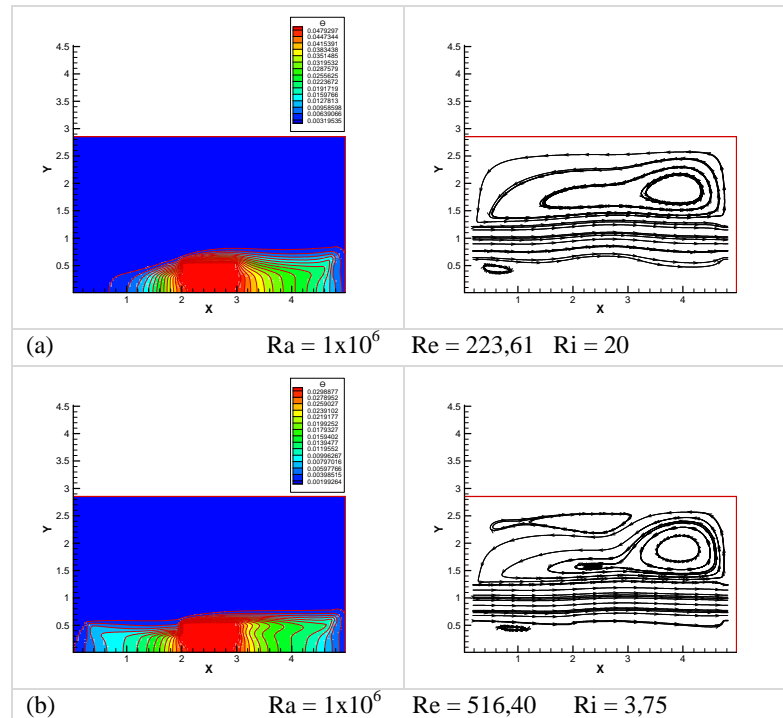


Figura 71 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .



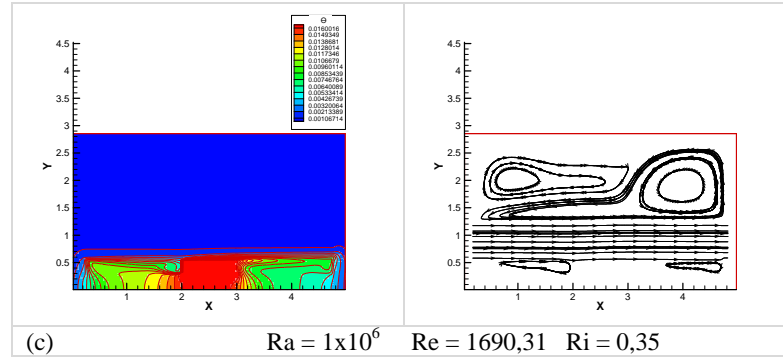


Figura 72 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .

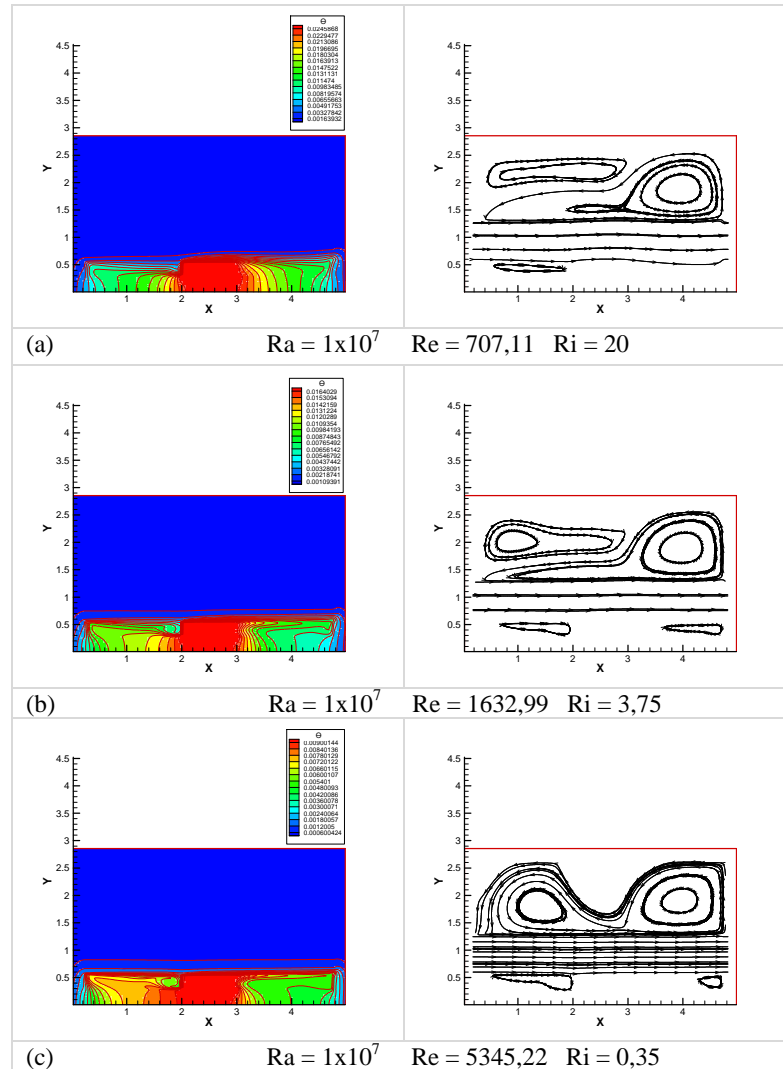


Figura 73 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação de o número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .



Encerrando a último razão de aspecto igual a 1.0, nota-se que o padrão de escoamento é similar ao que ocorre nos casos anteriores apresentados, através das curvas representativas do número de Nusselt. As Figuras 74 a 76 concluem o estudo para  $Ri=20$ ,  $Ri=3,75$  e  $Ri = 0,35$ .

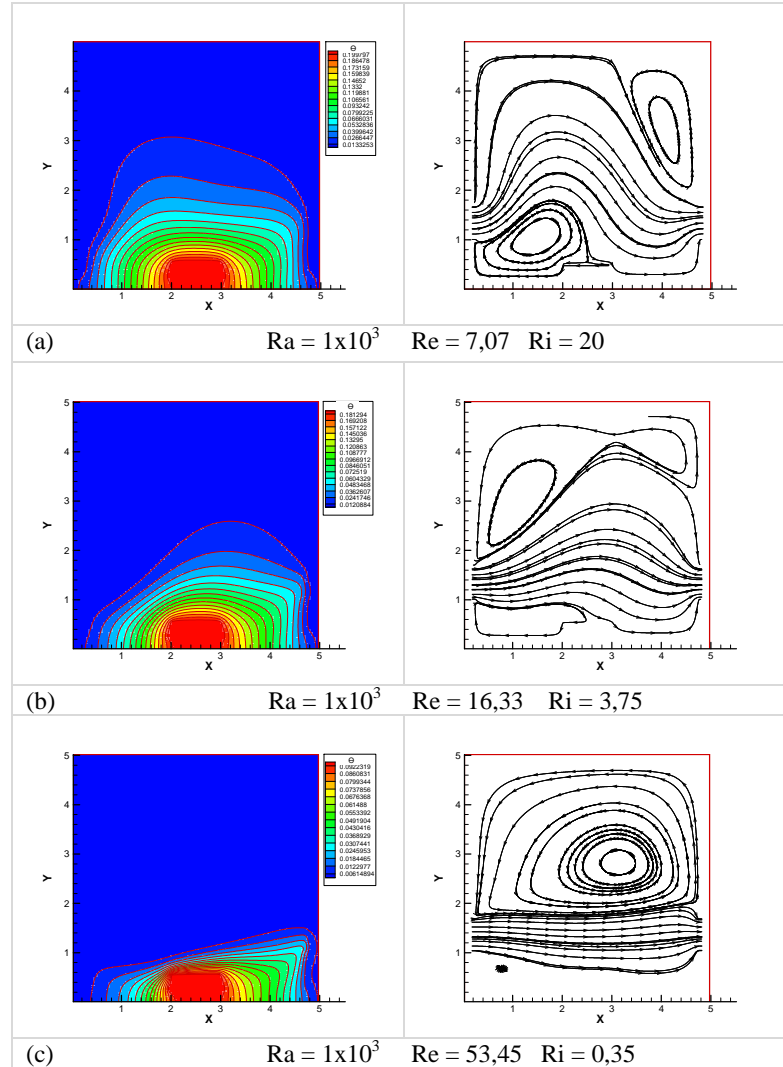


Figura 74 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^3$ .

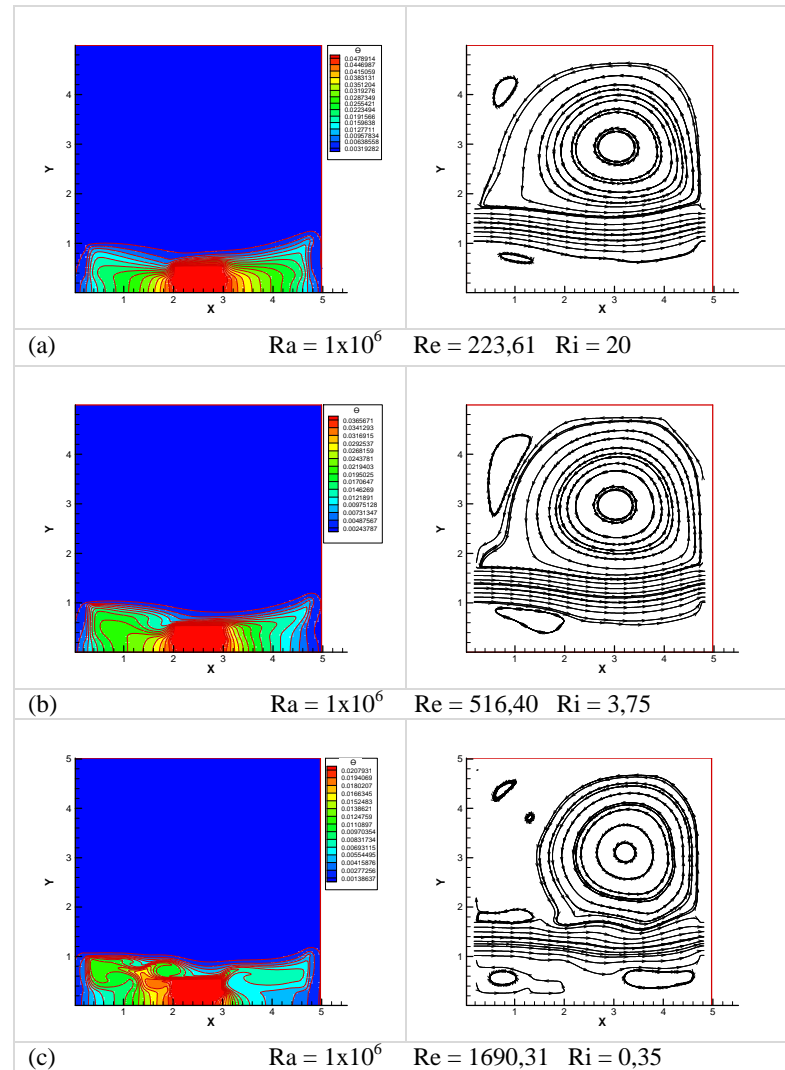
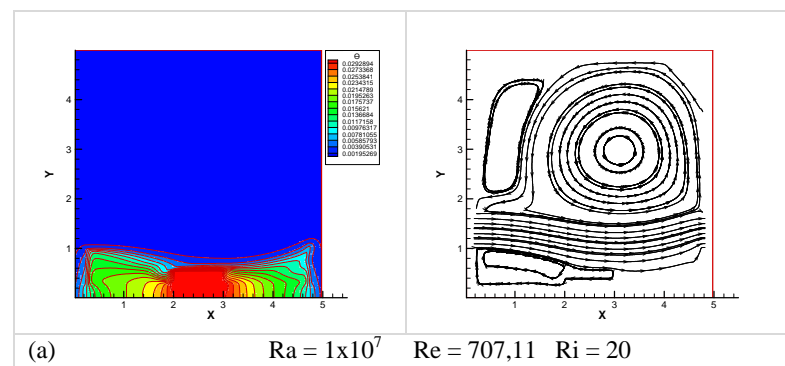


Figura 75 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^6$ .



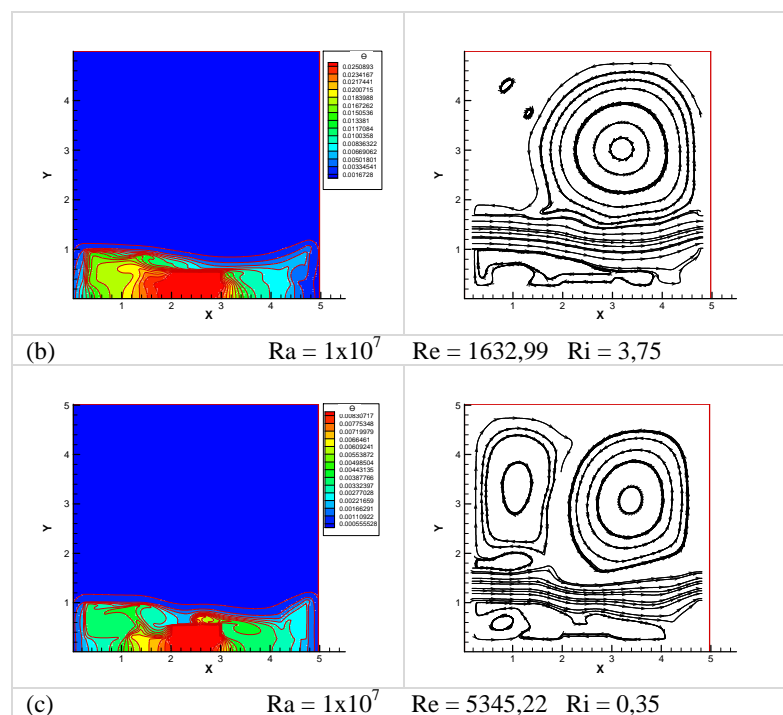


Figura 76 - Isotermas (a esquerda) e linhas de corrente (a direita) para variação do número de Reynolds em função do número de Rayleigh  $1 \times 10^7$ .

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho foram analisados os efeitos da transferência de calor por condução, convecção natural e mista, em cavidade retangular sob as seguintes condições considerando a influência da variação da razão de aspecto da cavidade, do posicionamento da cavidade e da distribuição de janelas de injeção de massa. Foi também investigada influência da presença de uma segunda fonte na mesma cavidade. Para este trabalho, as propriedades termofísicas do ar foram consideradas constantes, e o número de Rayleigh, que representa a potência dissipada na fonte variou de  $10^3$  a  $10^7$ .

Inicialmente foram estudados casos de convecção natural. Os resultados obtidos mostram que, para valores de baixo número de Rayleigh, a transferência de calor é predominantemente por condução, aparecendo uma célula convectiva quase centrada no espaço livre da cavidade. Com o aumento gradativo do número de Rayleigh, o perfil de transferência de calor passa a predominar convecção natural, e a célula convectiva desloca-se para a parte superior do modelo. Este comportamento representa o resultado esperado e serviu para validar a coerência dos resultados produzidos pelo programa computacional desenvolvido.

Para a convecção mista, como forma de padronizar a análise de resultados se definiu o número de Nusselt para a cavidade baseado no coeficiente global de transferência de calor e na temperatura máxima do componente.

Os resultados mostraram que, para uma faixa larga de número de Richardson, o aumento da razão de aspecto da cavidade leva a uma melhora na transferência de calor. Entretanto, para cavidades maiores, existe uma faixa de número de Richardson para a qual a transferência de calor diminui de forma não esperada. A análise da distribuição de linhas de corrente e isotermas mostraram nestes casos a formação de uma célula de recirculação próxima à base da fonte e que esta célula desvia o escoamento forçado diminuindo seu contato com a superfície aletada.

Em uma análise ampla, a utilização de aberturas no modelo são de grande impacto na transferência de calor. Os melhores resultados estão associados a

condição de maiores fluxos de massa injetada e razões de aspecto não muito elevadas evitando-se a formação de recirculações em locais indesejados.

Para trabalhos futuros, sugere-se um estudo mais detalhado com variações mais graduais das razões de aspecto visando a obtenção de uma razão ótima que os resultados mostram existir e também se permitir a obtenção de uma correlação ligando o número de Nusselt aos números de Rayleigh e Richardson.

Outra vertente é se variar o posicionamento das janelas de forma a otimizar suas localizações, principalmente quando existem múltiplas fontes.

Finalmente, para ampliar a faixa de aplicação, deve-se incluir modelos de turbulência de forma a se possibilitar o aumento do número de Rayleigh

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Altaç, Z., Kurtul, Ö., Natural convection in tilted rectangular enclosures with a vertically situated hot plate inside, *Applied Thermal Engineering* 27 (2007) 1832-1840.

Angirasa, G., Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface, *Fluid Dynamics Research* 26 (2000) 219-233.

Anil Lal, S., Reji, C., Numerical prediction of natural convection in vented cavities using restricted domain approach, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 724-734.

Basak, T., Roy, S., Paul, T., Pop, I., Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: Effects of various thermal boundary conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 1430-1441.

Bazylak, A., Djilali, N., Sinton, D., Natural convection with distributed heat source modulation, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 1649-1655.

Bilgen, E., Oztop, H., Natural convection heat transfer in partially open inclined square cavities, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005) 1470-1479.

Bilgen, E., Yedder, R.B., Natural convection in enclosure with heating and cooling by sinusoidal temperature profiles on one side, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 139-150.

Calcagni, B., Marsili, F., Paroncini, M., Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Applied Thermal Engineering* 25 (2005) 2522-2531.

Deng, Q.H., Tang, G.F., Li, Y., A combined temperature scale for analyzing natural convection in rectangular enclosures with discrete wall heat sources, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002) 3437-3446.

Ferziger, J.H., Peric, M., 1997. *Computational Methods for Fluid Dynamics*.

Fisher, T.S., Torrance, K.E., 1997. Free convection limits for pin-fin cooling. *HTD-vol 43, Proceedings of National Heat Transfer Conference*, vol. 5, 129-138.

Ganzarolli, M.M., and Milanez, L.F., Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 38 (6), (1995) 1063-1073.

Heindel, T.J., Ramadhyani, S., Incropera, F.P., 1995, Conjugate Natural Convection from an Array of Discrete Heat Sources : Part1 – Two and Three-Dimensional Model Validation, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 16, 501-510.

Kaviany, M., in: *Principles of heat transfer in porous media*, second ed., Springer-Verlag, New York, 1991, p.43.

Kraus, A.D., Bar-Cohen, A., 1995. *Design and Analysis of Heat Sinks*. John Wiley & Sons, New York.

Madhavan, P.N., Sastri, V.M.K., Conjugate natural convection cooling of protruding heat sources mounted on a substrate placed inside an enclosure: a parametric study, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 188 (2000) 187-202.

Mahmud, S., Pop, I., Mixed convection in a square vented enclosure filled with a porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 2190-2206.

Mallinson, G.D., Vahl Davis, G., 1977. Three-dimensional natural convection in a box, a numerical study. *J. Fluid Mech.* 83, 1-31.

Nasr, K.B., Chouikh, R., Kerkeni, C., Guizani, A., Numerical study of the natural convection in cavity heated from the lower corner and cooled from the ceiling, *Applied Thermal Engineering* 26 (2006) 772-775.

Nithyadevi, N., Kandaswamy, P., Lee, J., Natural convection in a rectangular cavity with partially active side walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 4688-4697.

Oztop, H.F., Natural convection in partially cooled and inclined porous rectangular enclosures, *International Journal of Thermal Sciences* 46 (2007) 149-156.

Patankar, S.V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere, New York.

Sathiyamoorthy, M., Basak, T., Roy, S., Pop, I., Steady natural convection flows in a square cavity with linearly heated side wall(s), *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 766-775.

Saeid, N. H.. and Pop,I., Natural convection from a discrete heater in a square cavity filled with a porous medium, *Journal of Porous Media* 8 (1), (2005) 55-63.

Shuja, S.Z., Yilbas, B.S., Kassas, M., Flow over porous in a square cavity: Influence of heat flux and porosity on heat transfer rates, *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 1564-1573.

Silva, A.K., Lorente, S., Bejan, A., Optimal distribution of discrete heat sources on a wall with natural convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 203-214.

Sparrow, E.M., Vemuri, S. B., 1985. Natural convection/radiation heat transfer from highly populated pin-fin array. *J. Heat Transfer*. 107, 190-197.

Stone, H.L.(1968). Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations. *SIAM J. Numer. Anal*, S 530-558.

Varol, Y., Oztop H. F., Koca, A., Ozgen, F., 2009. Natural convection and fluid flow in inclined enclosure with a corner heater. *Applied Thermal Engineering*. 29, 340-350.

Zografos, A.I., Sunderland, J.E., 1990. Numerical simulation of natural convection from pin-fin arrays. *ASME HTD* 157, 55-66.

Van Der Vorst, H.A., 1992. BI-CGSTAB : a fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of non-symmetric linear systems. *SIAM J. Sci. Stat. Comput*. 13, 631-644.

Varol, Y., Oztop H. F., Koca, A., Ozgen, F., Natural convection and fluid flow in inclined enclosure with a corner heater, *Applied Thermal Engineering* 29 (2009) 340-350.

Yu, E., and Joshi, J., A numerical study of three-dimensional laminar natural convection in a vented enclosure, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 18 (1997) 600-612.

Yu, E., and Joshi, J., Heat transfer enhancement from enclosed discrete components using pin-fin heat sinks, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002) 4957-4966.

Ward, J.C., 1964. Turbulent flow in porous media. *J. Hydraul. Div. ASCE*. 90, 1-12.

Wong, K.C., Saeid, N.H., Numerical study of mixed convection on jet impingement cooling in a horizontal porous layer under local thermal non-equilibrium conditions, *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 860-870.





# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)