

**UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO  
SUL – UNIJUÍ**

**Modelagem Matemática da  
Transferência de Calor em um Meio Particulado**

**por**

**Roberta Goergen**

**Dissertação de Mestrado**

**Ijuí, RS, Brasil**

**2010**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL  
DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA  
DeTEC – DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

# **Modelagem Matemática da Transferência de Calor em um Meio Particulado**

por

Roberta Goergen

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática.

Ijuí, RS, Brasil

2010

UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL  
DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA  
DeTEC – DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação

**“Modelagem Matemática da Transferência de Calor em um Meio  
Particulado”**

elaborada por

**Roberta Goergen**

Como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática

COMISSÃO EXAMINADORA:

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Fabiane Avena de Oliveira (Orientadora) – DeFEM

---

Prof. Dr. Oleg A. Khatchaturian (Co-orientador) – DeFEM

---

Prof. Dr. Eng. Luciano Pivoto Specht – DeTec

---

Prof. Dr. Vitor José Petry – UTFPR

Ijuí, 5 de Março de 2010

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Fábio, pelo carinho, amor, dedicação e, sobretudo, paciência dedicados a mim durante esta etapa. Você é muito importante em minha vida!

Aos meus pais, João Roberto e Clair Maria, que souberam me educar, não com muitas palavras, mas com exemplos e atitudes;

Ao meu irmão, Guilherme, simplesmente por existir e ser sempre uma certeza de apoio e carinho;

À prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Fabiane, pela orientação e apoio no desenvolvimento desta pesquisa. Mais do que uma orientadora, uma grande amiga, na qual guardarei no coração para o resto de minha vida;

Ao prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Oleg, pela co-orientação, compreensão e confiança durante o desenvolvimento desse trabalho;

A Geni e aos professores do Mestrado em Modelagem Matemática pelo apoio e conhecimentos transmitidos.

Aos membros da banca examinadora, que contribuíram significativamente para a melhoria deste trabalho;

À Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ e Mestrado em Modelagem Matemática pela oportunidade concedida;

Ao CNPq, pelo apoio financeiro, pois sem este não teria condições de realizar o curso de mestrado;

Aos demais familiares, colegas e amigos, que me deram força e entenderam meus momentos de ausência e ansiedade.

## RESUMO

Durante o período em que os grãos ficam armazenados em silos esses ficam sujeitos a alterações de temperatura e umidade que são os principais fatores responsáveis pela evolução da população de insetos e microorganismos que influenciam significativamente na qualidade do produto. Atualmente a aeração é o método de controle mais difundido e utilizado na preservação de grãos que ficam armazenados por longos períodos. Este método consiste na passagem forçada do ar ambiente pela massa de grãos de forma a modificar seu micro-clima, preservando a qualidade dos grãos que estão armazenados. No presente trabalho foi desenvolvido um estudo teórico-experimental da dinâmica de resfriamento de grãos de soja armazenados em silos onde se considera que ocorre equilíbrio térmico entre a superfície do grão e o ar que entra em contato com este, em cada camada da coluna de grãos. A partir de dados experimentais previamente obtidos, observou-se que, o interior dos grãos está a uma temperatura maior que a temperatura do ar. Neste trabalho obteve-se a distribuição de temperaturas no interior do grão durante o resfriamento resolvendo o problema de transferência de calor em uma esfera considerando para a temperatura da superfície do grão uma expressão empírica obtida a partir dos dados experimentais de resfriamento de grãos. Esta expressão empírica foi construída a partir de curvas generalizadas da temperatura adimensional em função do número de Homocroneidade. Neste trabalho o problema foi resolvido de duas formas: analiticamente, onde se utilizou o teorema de Duhamel e através do método numérico de Crank-Nicolson. A partir das distribuições de temperatura calculadas pelos dois métodos foram obtidos valores médios para a temperatura como função da altura da coluna de grãos em todo o processo de resfriamento. A comparação com dados experimentais mostrou uma boa concordância com os resultados obtidos através dos dois métodos.

Palavras Chave: Armazenamento; Resfriamento; Transferência de calor

## **ABSTRACT**

During the period in which grains are stored in silos, they are able to have different temperatures and moisture which are the main factors by the evolution of the insect and microorganism populations that make the difference in the product quality. Nowadays aeration is the most popular spread and used way of control in the preservation of the grains which are stored by long periods. This way consists in the forced passage of environment air by the grains mass letting the modification of their micro-climate, maintaining the quality of the stored grains. In this research, it was developed an experimental-theoretical study about the dynamic of cooling soy grains kept in silos where it's considered to have thermal balance between the grain surface and the air that is in contact with it, in each layer of the grains column. From the previously experimental data, it was possible to observe that in the interior of the grains is a higher temperature than the air temperature. In this research it was obtained a distribution of the temperatures in the interior of the grains during the cooling, answering the problem of warm transfer in a sphere considering an empirical expression to the temperature of the surface of the grain from the experimental data of cooling of the grains. This empirical expression was done from general curves of non-dimensional temperature in function of the Homochronous number. In this research, the problem was solved by two forms: analytically, using the Duhamel theorem, and by the numeric method from Crank-Nicolson. From the distribution of the calculated temperature by both methods, medium values were obtained to the temperature as a function of the height of the column of the grains in all of cooling process. The comparison to the experimental data showed a good concordance with the obtained results by both methods.

Key words: storing; cooling; heat transfer

## **LISTA DE TABELAS**

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Calor em kcal, liberado pela respiração de uma tonelada de sorgo em 24 horas<br>(MARTINELLI JÚNIOR E SILVEIRA, 2005)..... | 33 |
| Tabela 2 – Condições de Umidade e Temperatura que favorecem o desenvolvimento fúngico<br>(MARTINELLI JÚNIOR E SILVEIRA, 2005).....   | 33 |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 – Evolução na produção de soja no Brasil entre 1987 e 2008 (EMBRAPA) .....  | 23 |
| Figura 2 – Área das principais culturas no Brasil (EMBRAPA).....   | 24 |
| Figura 3 – Evolução na produção de soja no Rio Grande do Sul entre 1987 e 2008 (EMBRAPA).....  | 25 |
| Figura 4 – Frente de resfriamento no processo de refrigeração de grãos em silos verticais (MARTINELLI JÚNIOR E SILVEIRA, 2005).....  | 34 |
| Figura 5 – Esquema da bancada construída para estudar o resfriamento de grãos de soja .....  | 37 |
| Figura 6 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos, $v=0,15$ m/s: dados experimentais.....  | 39 |
| Figura 7 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos, $v=0,23$ m/s: dados experimentais.....  | 40 |
| Figura 8 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos, $v=0,45$ m/s: dados experimentais.....  | 40 |
| Figura 9 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos, $v=0,57$ m/s: dados experimentais.....  | 41 |
| Figura 10 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos, $v=0,68$ m/s: dados experimentais.....   | 41 |
| Figura 11 – Relação entre a temperatura adimensional e o número de Homocroneidade para diferentes velocidades do ar de aeração .....   | 43 |
| Figura 12 – Temperatura em diferentes alturas da coluna de grãos para o interior do grão e o ar em função do tempo de resfriamento para a velocidade do ar de $v=0,75$ m/s. ....               | 45 |
| Figura 13 – Distribuição da temperatura no interior do grão para diferentes tempos de resfriamento – Eq.(42).....  | 64 |
| Figura 14– Distribuição da temperatura no interior do grão para diferentes tempos de resfriamento – Eq.(56).....   | 64 |
| Figura 15 – Comparação entre as distribuições de temperatura no interior do grão para diferentes tempos de resfriamento obtidas através do Teorema de Duhamel e Método de Crank-Nicolson ..... | 65 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 16 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de $v=0,15$ m/s. Dados experimentais e simulação .....                            | 66 |
| Figura 17 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de $v=0,23$ m/s. Dados experimentais e simulação .....                            | 67 |
| Figura 18 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de $v=0,45$ m/s. Dados experimentais e simulação .....                            | 68 |
| Figura 19 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de $v=0,57$ m/s. Dados experimentais e simulação .....                            | 69 |
| Figura 20 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de $v=0,68$ m/s. Dados experimentais e simulação .....                            | 69 |
| Figura 21 – Dinâmica de resfriamento para diferentes velocidades do ar de aeração para uma altura da coluna de grãos $y=0,40$ m. Dados experimentais e simulação .....                 | 70 |
| Figura 22 – Distribuição da temperatura no interior do grão para diferentes velocidades do ar de aeração para uma altura da coluna de grãos $y=0,15$ m.....                            | 71 |
| Figura 23 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de $v=0,23$ m/s. Dados experimentais e simulação .....                            | 72 |
| Figura 24 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de $v=0,68$ m/s. Dados experimentais e simulação .....                            | 72 |
| Figura 25 – Comparação da temperatura da superfície do grão/ar (Homo) e da temperatura média do grão (Duhamel) ao longo da coluna de grãos para diferentes tempos de resfriamento..... | 73 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$ : área do tubo que contém a massa de grãos ( $A = 0,01767 \text{ m}^2$ )

$A_0$ : área da placa de orifício ( $A_0 = 0,001017 \text{ m}^2$ )

$\alpha$ : difusividade térmica do grão ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

$b_1, b_2$  e  $b_3$ : constantes

Bu: Base Úmida

$c_p$ : calor específico do grão de soja ( $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

$c_{pa}$ : calor específico do ar a pressão constante ( $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

$c_{pg}$ : calor específico do grão ( $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

C: coeficiente da placa de orifício (0,72)

$\Delta y_i$ : altura de cada camada (m)

$\Delta p_1$ : variação da pressão medida pelo manômetro

$\varepsilon$ : porosidade dos grãos de soja ( $\varepsilon = 0,39$ )

$\phi$ : ângulo vertical -  $0 \leq \phi < \pi$

$H_0$ : número de Homocroneidade

$I_a$ : entalpia do ar ( $\text{J kg}^{-1}$ )

$I_g$ : entalpia do grão ( $\text{J kg}^{-1}$ )

$k$ : condutividade térmica do grão de soja ( $\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )

$\mathcal{L}$ : transformada de Laplace

$m_a$ : massa do ar que entra em contato com a camada de grãos ( $kg$ )

$m_g$ : massa do grão contida na camada ( $kg$ )

$\Psi = \Psi(t)$ : temperatura adimensional

$\dot{q}$ : fonte de calor ( $W$ )

$Q$ : vazão do ar que entra no tubo ( $m^3/s$ )

$r$ : raio -  $r \geq 0$  ( $m$ )

$r = R$ : raio do grão de soja ( $R = 0,0025 m$ )

$r^2$ : coeficiente de correlação

$\rho$ : massa específica do grão de soja ( $kg m^{-3}$ )

$\rho_a$ : densidade do ar ( $\rho_a = 1,1614 kg / m^3$ )

$\rho_g$ : densidade do grão de soja ( $\rho_g = 1350 kg / m^3$ )

$T(r, \theta, \phi, t)$ : temperatura do grão ( $^{\circ}C$ )

$t$ : tempo ( $s$ )

$T_0$ : temperatura inicial ( $^{\circ}C$ )

$T^*(r, t)$ : mudança de variável ( $T^*(r, t) = T(r, t) - T_0$ ) ( $^{\circ}C$ )

$T_a$ : temperatura inicial do ar que entra na camada ( $^{\circ}C$ )

$T_G$ : temperatura da generalização ( $^{\circ}C$ )

$T_M$ : temperatura média do grão de soja ( $^{\circ}C$ )

$T_g$ : temperatura inicial do grão na camada ( $^{\circ}C$ )

$T_{sup}$ : temperatura da superfície ( $^{\circ}C$ )

$\theta$ : ângulo polar -  $0 \leq \theta < 2\pi$

$u_{i,j}$ : solução da equação diferencial pelo método de Crank-Nicolson

$v$ : velocidade do ar de aeração ( $m/s$ )

$v_a$ : velocidade do ar de entrada ( $m/s$ )

$V_T$ : volume total da esfera ( $m^3$ )

$X(r,t)$ : mudança de variável ( $X(r,t) = rT^*(r,t)$ ) ( $^{\circ}C$ )

$w(r,t)$ : função auxiliar ( $^{\circ}C$ )

$y$ : posição de cada termopar na coluna de grãos ( $m$ )

## SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>15</b> |
| 1.1      | TEMA DA PESQUISA .....  | 17        |
| 1.2      | JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA DA PESQUISA .....                               | 17        |
| 1.3      | PROBLEMA DE PESQUISA .....  | 18        |
| 1.4      | OBJETIVOS.....  | 18        |
| 1.4.1    | Objetivo Geral .....  | 18        |
| 1.4.2    | Objetivos específicos.....  | 19        |
| 1.5      | COLOCAÇÃO DO PROBLEMA .....   | 19        |
| 1.6      | ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....   | 20        |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO BIBLIGRÁFICA .....</b>   | <b>21</b> |
| 2.1      | O GRÃO DE SOJA .....  | 21        |
| 2.2      | IMPORTÂNCIA E HISTÓRICO DA CULTURA DA SOJA NO PAÍS E NO RIO GRANDE DO SUL.. | 22        |
| 2.3      | ARMAZENAMENTO DOS GRÃOS DE SOJA .....                                       | 25        |
| 2.3.1    | Função do armazenamento .....   | 26        |
| 2.3.2    | Qualidade dos grãos armazenados.....  | 26        |
| 2.3.3    | Teor de umidade dos grãos.....  | 27        |
| 2.3.4    | Temperatura de armazenamento.....   | 28        |
| 2.3.5    | Perdas no armazenamento de grãos.....                                       | 28        |
| 2.4      | AERAÇÃO .....   | 30        |
| 2.5      | REFRIGERAÇÃO EM GRÃOS ARMAZENADOS .....                                     | 32        |
| 2.6      | MODELOS MATEMÁTICOS PARA O RESFRIAMENTO DE GRÃOS .....                      | 34        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>3</b> | <b>MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>                                   | <b>36</b> |
| 3.1      | EQUIPAMENTO.....  | 36        |
| 3.2      | DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO.....                                     | 38        |
| <b>4</b> | <b>MODELO MATEMÁTICO.....</b>                                     | <b>46</b> |
| 4.1      | TEOREMA DE DUHAMEL.....   | 50        |
| 4.2      | MÉTODO DE CRANK-NICOLSON.....                                     | 58        |
| 4.3      | TEMPERATURA MÉDIA DO GRÃO DE SOJA NO RESFRIAMENTO.....            | 61        |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>                                | <b>63</b> |
| 5.1      | DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA NO INTERIOR DO GRÃO.....              | 63        |
| 5.2      | CURVAS DE DINÂMICA DE RESFRIAMENTO DE MASSA DE GRÃOS DE SOJA..... | 66        |
| <b>6</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                                  | <b>74</b> |
| 6.1      | CONCLUSÕES.....   | 74        |
| 6.2      | PERSPECTIVAS DE CONTINUIDADE.....                                 | 75        |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>                            | <b>76</b> |
|          | <b>ANEXO I.....</b>   | <b>82</b> |

# 1 INTRODUÇÃO

A agricultura é uma das principais atividades econômicas do Rio Grande do Sul. A diversidade, a qualidade e a quantidade do desenvolvimento agrícola gaúcho ocorrem por haver, no estado, condições físico-climáticas favoráveis para o desenvolvimento de tais atividades.

No universo do agronegócio gaúcho destaca-se a produção de soja, sendo uma das maiores produções, em termos de toneladas produzidas, dentro das culturas de lavouras temporárias (BAYER, 2008). A região noroeste do estado do Rio Grande do Sul tem no cultivo da soja uma das principais atividades econômicas, que movimenta vários setores, como por exemplo, a indústria, o comércio e a prestação de serviço que dependem muito da produção deste cereal.

A qualidade dos grãos é um importante parâmetro para a comercialização e negociação do valor do produto. Apesar de toda a tecnologia disponível à agricultura brasileira, as perdas quantitativas e qualitativas, originadas durante o processo de pós-colheita ainda não são bem controladas, pois, durante o armazenamento, a massa de grãos é constantemente afetada por fatores externos.

Os grãos de soja são, geralmente, armazenados em silos por longos períodos e torna-se necessário utilizar um processo que controle tanto de sua temperatura, quanto sua umidade, pois, gradientes de temperatura, podem resultar em migração de umidade ocasionando o aparecimento de insetos e fungos, que colaboram para a perda de qualidade destes grãos (CHANG *et al.*, 1993).

Um dos processos mais utilizados para sanar estes problemas é a aeração, onde a passagem forçada de ar ambiente pela massa de grãos possibilita seu resfriamento, tornando a temperatura mais homogênea.

O conhecimento da distribuição da temperatura dos grãos, da pressão estática e da velocidade do ar durante o processo de aeração de uma massa de grãos armazenados é um aspecto crítico para a avaliação da qualidade e das práticas de armazenamento, bem como para o desenvolvimento de equipamentos e processos (ANDRADE *et al.*, 2001). A

modelagem matemática torna-se uma poderosa ferramenta para o estudo e conhecimento destes importantes parâmetros, auxiliando operadores de armazéns na tomada de decisões e contribuindo para o aperfeiçoamento do processo de armazenamento de grãos (SINICIO *et al.*, 1997).

Este trabalho pretende ser uma extensão de outros trabalhos realizados na linha de pesquisa de Fenômenos de Transporte. Nestes trabalhos são propostos e analisados modelos matemáticos para a descrição do estado térmico de uma massa de grãos armazenada em um silo, sujeita a aeração.

A partir de dados experimentais previamente obtidos da temperatura em diferentes seções de uma coluna de grãos aquecidos que são resfriados a ar ambiente, dados estes que são coletados para diferentes velocidades do ar de aeração, pretende-se desenvolver um modelo matemático que descreva esta dinâmica de resfriamento.

Vários modelos matemáticos já foram estudados para a descrição destes dados. Foi proposto um modelo matemático chamado de Reator Homogêneo Ideal, o qual consiste em dividir a massa de grãos em camadas finas onde, passado um tempo, se estabelece o equilíbrio térmico entre os grãos da camada e o ar (OLIVEIRA *et al.*, 2007). Uma das vantagens apresentadas pelo modelo do Reator Homogêneo Ideal é que este permitia comparar os resultados simulados da dinâmica de resfriamento dos grãos armazenados em silos com diferentes geometrias: com área da seção reta constante (cilindro) e variável (tronco de pirâmide).

No trabalho apresentado por Enck (2006) obteve-se as curvas experimentais de resfriamento de uma massa de grãos de soja para diferentes velocidades do ar em diferentes seções da coluna. Neste trabalho, foram coletados e estudados dados experimentais de resfriamento de grãos obtidos em duas situações: quando a massa de grãos era armazenada em tubos com e sem isolamento térmico. Os resultados experimentais foram comparados com os obtidos a partir da simulação para a temperatura dos grãos obtida por um modelo matemático em que as transferências de calor, por hipótese, foram consideradas tanto na direção do fluxo de ar quanto na direção radial (transferência de calor através das paredes do tubo) sendo por isto resolvida a equação do calor para o caso bidimensional. Os resultados da simulação mostraram que não se pode obter uma boa concordância com os dados experimentais considerando o coeficiente de difusividade térmica constante em todo o processo de resfriamento.

No trabalho apresentado em Dahlke (2006) buscou-se aprimorar o modelo matemático do Reator Homogêneo Ideal. Observou-se que, pelos resultados da simulação utilizando o

modelo do Reator Homogêneo (MIRANDA, 2005), as curvas de resfriamento eram mais lentas do que aquelas mostradas pelos dados experimentais, sugerindo que o equilíbrio térmico se estabeleceria entre o ar e a superfície do grão. A partir disto, aprimorou-se o modelo considerando que, as transferências de calor durante o processo de resfriamento seriam realizadas apenas por uma parcela da massa do grão (massa efetiva) mais próxima da superfície e em contato com o ar enquanto que regiões mais internas do grão permaneceriam a temperaturas mais elevadas durante o resfriamento. Considerando esta hipótese, foi apresentada uma nova expressão para a massa efetiva de grãos contida em cada camada. Utilizou-se para o cálculo um fator de correção que foi determinado pelo método de problema inverso para cada velocidade do ar de aeração estudada no trabalho.

Nos trabalhos anteriores foram propostos modelos matemáticos efetivos, no qual se considerava a distribuição de temperatura na massa de grãos ou em camadas da massa de grãos. No presente trabalho será considerada também a hipótese apresentada no trabalho de Dalke onde as temperaturas medidas experimentalmente, durante o resfriamento, pelos termopares inseridos na massa de grãos serão consideradas as temperaturas da superfície do grão e do ar (em equilíbrio térmico) e será desenvolvido um modelo matemático para obter a distribuição de temperatura no interior do grão.

## **1.1 Tema da pesquisa**

A presente pesquisa apresenta um modelo matemático que descreve a distribuição de temperatura no interior de grãos sujeitos a aeração

## **1.2 Justificativa e importância da pesquisa**

Nos dias atuais, o agronegócio destaca-se como um dos principais setores da economia brasileira, contribuindo de forma significativa, com excedentes de exportação e equilíbrio da balança comercial. A agricultura e pecuária brasileiras são reveladas ao mundo como uma referência e um exemplo a ser seguido por nações que buscam uma produção baseada no uso da tecnologia e no incremento da produtividade. O Brasil é o único país que busca de duas a

três safras por ano e com uma grande extensão de terra pronta para ser explorada e semeada (REVISTA A GRANJA 2005/2006 apud BAYER, 2008).

A expressiva contribuição econômica da agricultura em âmbito nacional estende-se ao estado do Rio Grande do Sul. Dada a importância do agronegócio frente à sociedade gaúcha, a utilização de modelos matemáticos na análise e na busca de um melhor armazenamento dos grãos justifica-se pelo grande número de organizações produtivas.

A importância da pesquisa torna-se maior uma vez que na literatura nacional e internacional encontram-se várias abordagens deste tipo aplicadas as mais diversas culturas e este trabalho vêm fazer mais uma contribuição.

### **1.3 Problema de Pesquisa**

Com base nas proposições realizadas na seção 1.2, pode-se definir o problema de pesquisa da seguinte forma:

Como modelar a dinâmica de resfriamento da massa de grãos de soja armazenados sujeito à aeração por um longo período?

### **1.4 Objetivos**

Neste item descrevem-se os objetivos que nortearão a presente pesquisa.

#### **1.4.1 Objetivo Geral**

Neste trabalho de pesquisa, o objetivo é desenvolver um modelo matemático que descreva a dinâmica de resfriamento da massa de soja.

### 1.4.2 Objetivos específicos

Na busca de alcançar o objetivo geral da pesquisa, traçam-se os seguintes objetivos específicos:

- Resolver a equação do calor para uma esfera (grão) onde para a condição de fronteira para a temperatura (temperatura da superfície do grão) seja considerada uma expressão empírica (KHATCHATOURIAN e OLIVEIRA, 2006), previamente calculada para as velocidades do ar de aeração utilizadas neste trabalho. Com isso, pretende-se obter a distribuição de temperatura no interior do grão para diferentes velocidades do ar de aeração;
- A partir da distribuição de temperatura no interior do grão, calcular a temperatura média em função da altura da coluna de grãos em todo o processo de resfriamento;
- Comparar os resultados da simulação do modelo com dados experimentais para cinco diferentes velocidades do fluxo de ar de aeração.

### 1.5 Colocação do Problema

No presente trabalho determina-se a distribuição de temperatura no interior do grão durante o resfriamento, conhecendo como a temperatura da superfície dos grãos varia em relação à velocidade do ar, a altura na coluna de grãos e o tempo, durante o processo de resfriamento. Esta temperatura será considerada como condição de fronteira para a resolução do problema matemático.

O modelo matemático considera o grão de soja como uma esfera e a distribuição da temperatura no interior deste grão é obtida pela resolução da equação do calor em coordenadas esféricas cuja condição de fronteira é a temperatura da superfície do grão (conhecida). O problema matemático foi resolvido de duas maneiras: a primeira pelo método analítico, utilizando o Teorema de Duhamel, e a segunda pelo método numérico,

considerando o Método de Crank-Nicolson. Posteriormente, apresentou-se a comparação entre os dados simulados e os dados experimentais.

## **1.6 Organização do Trabalho**

O presente texto está organizado em 6 capítulos, que encontram-se dispostos da seguinte maneira:

No capítulo 1 aborda-se uma introdução ao trabalho de pesquisa, contendo a importância do trabalho, justificativa e objetivos.

No capítulo 2 apresenta-se a revisão bibliográfica, caracterizando a soja, a importância e histórico da cultura deste grão no país e no Rio Grande do Sul, o armazenamento dos grãos, a aeração e alguns modelos matemáticos encontrados na literatura que descrevem o processo de resfriamento de grãos.

No capítulo 3 é exposto o aparato experimental utilizado para obtenção dos dados experimentais de resfriamento de grãos de soja para diferentes velocidades do ar de aeração.

No capítulo 4 é feita a descrição do modelo matemático utilizado para a realização das simulações, bem como a resolução do problema pelo Teorema de Duhamel e pelo método numérico de Crank-Nicolson.

No capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos através das simulações do modelo e a comparação com os dados experimentais.

No sexto e último capítulo são apresentadas as conclusões dos resultados obtidos e perspectivas futuras para este trabalho.

## **2 REVISÃO BIBLIGRÁFICA**

Os itens abordados neste capítulo servem de embasamento teórico para o desenvolvimento desta pesquisa.

### **2.1 O Grão de Soja**

A soja é uma cultura de origem Asiática. Foi introduzida na Europa no final do século XV, nos jardins botânicos da Inglaterra, França e Alemanha. Na segunda década do século XX, o teor de óleo e proteína do grão começa a despertar o interesse das indústrias mundiais. No entanto, as tentativas de introdução comercial do cultivo do grão na Rússia, Inglaterra e Alemanha fracassaram, provavelmente, devido às condições climáticas desfavoráveis. No Brasil, sua introdução ocorreu na Bahia em 1882.

O primeiro registro do cultivo de soja no Rio Grande do Sul foi em 1914, no município de Santa Rosa. Mas foi somente a partir de 1940 que ela adquiriu alguma importância econômica, merecendo o primeiro registro estatístico nacional em 1941, no Anuário Agrícola do Rio Grande do Sul. Neste mesmo ano, instalou-se a primeira indústria processadora de soja do país, também na cidade de Santa Rosa e, em 1949, com produção de 25.000 toneladas, o Brasil figurou pela primeira vez como produtor de soja nas estatísticas internacionais.

A soja é mais rica tanto em proteína quanto em gordura do que outros legumes. Além da grande quantidade, a proteína e o óleo da soja são de excelente qualidade. Em média, a soja possui 40% de proteínas, 20% de lipídios (óleo), 5% de minerais e 34% de carboidratos (açúcares como glicose, frutose e sacarose).

Com exceção dos países orientais, onde a soja é um importante alimento da dieta humana, este grão é basicamente transformado em óleo para a alimentação humana, e farelo

para alimentação animal. Em função de sua elevada produção, a soja é considerada uma das mais abundantes e mais baratas fontes de proteína que existe.

Recentemente, estudos têm demonstrado que a proteína da soja apresenta grandes benefícios para a saúde humana. O consumo de soja ou de proteína de soja produz benefícios que vão desde a redução dos riscos de doenças do coração, de câncer, de osteoporose e de outras doenças crônicas, até a amenização dos sintomas da menopausa.

Apesar de ser uma cultura milenar, a soja ganhou destaque econômico apenas a partir da segunda guerra mundial, no século XX. Atualmente é considerada como matéria prima indispensável para impulsionar diversos complexos agro-industriais, afirmando-se como a mais importante oleaginosa cultivada no mundo, com papel sócio-econômico relevante em virtude da crescente necessidade por óleo e proteína (MARION, 2004).

## **2.2 Importância e histórico da cultura da soja no país e no Rio Grande do Sul**

No final da década de 60, dois fatores internos levaram o Brasil a tratar a soja como um produto comercial, fato que mais tarde influenciaria o cenário mundial de produção do grão. O trigo era a principal cultura do Sul do Brasil e a soja surgia como opção de verão, em sucessão ao trigo. Nesta época, o Brasil iniciava a produção econômica de suínos e aves, gerando demanda por farelo de soja. Em 1966, a produção comercial de soja já era uma necessidade estratégica e eram produzidas cerca de 500 mil toneladas no país. O incremento no preço da soja no mercado mundial, em meados de 1970, despertou ainda mais os agricultores e o próprio governo brasileiro. O país foi beneficiado pela vantagem competitiva em relação a outros países produtores: o escoamento da safra brasileira ocorre na entressafra americana, quando os preços atingem as maiores cotações. Desde então, o país passou a investir em tecnologia para adaptação da cultura às condições brasileiras, processo liderado pela Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária – EMBRAPA. Atualmente, os líderes mundiais na produção de soja são os Estados Unidos, Brasil, Argentina, China, Índia e Paraguai (ALENCAR, 2006).

No período de 1998 a 2005 a produção brasileira de soja apresentou um crescimento de 117,3%. Se em 1996/97 o país produziu 23,87 milhões de toneladas, em 2002/03 atingiu a marca histórica de 51,87 milhões de toneladas (Figura 1). Hoje pode-se afirmar que o Brasil tem condições de produzir soja em todo o seu território (AGRIANUAL, 2005).

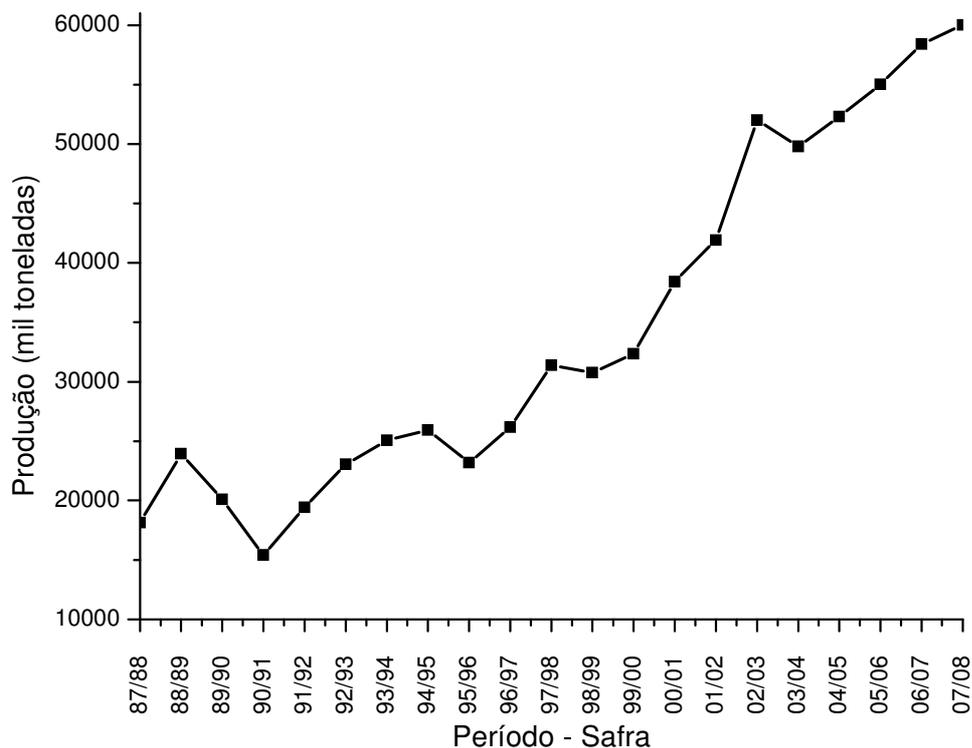


Figura 1 – Evolução na produção de soja no Brasil entre 1987 e 2008 (EMBRAPA)

A soja constitui-se em um dos produtos agrícolas de maior importância na economia para o Brasil, que atualmente ocupa a segunda posição na produção mundial deste grão. Uma parcela significativa da produção é destinada à exportação. No Brasil, os estados com maior produção desta leguminosa são Mato Grosso, Rio Grande do Sul e Paraná, com uma produção de 61,7% na safra 2005/2006 (CONAB, 2009). Considerando a produção média entre 2001 e 2003, o Rio Grande do Sul é o terceiro maior produtor de soja do Brasil, com 16,8% do total produzido, semelhante à média do período de 1998 até 2000 que era de 16,5%.

A soja foi a única cultura a ter um crescimento expressivo na sua área cultivada ao longo das últimas três décadas, como pode ser visto na Figura 2.

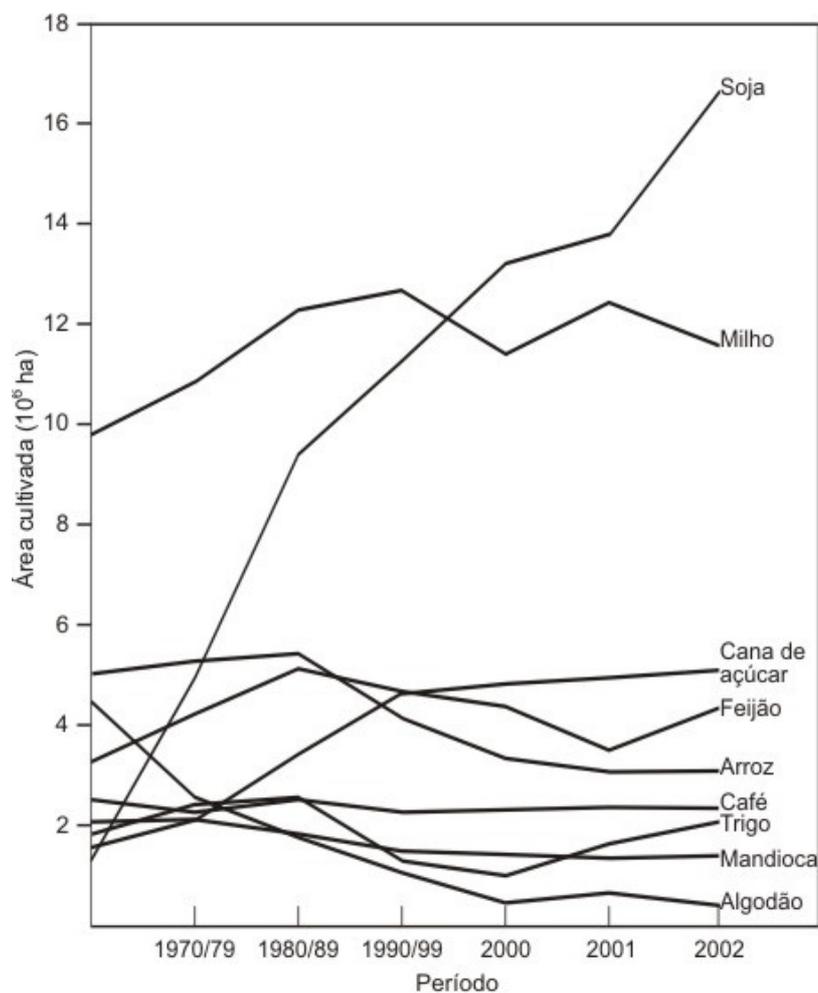


Figura 2 – Área das principais culturas no Brasil (EMBRAPA)

Nos últimos 20 anos, a cultura apresentou aumento de produção e rendimento em todas as regiões produtoras do planeta, tendo chegado à safra 2002/2003 com uma produção global de aproximadamente 196 milhões de toneladas do grão. Nos próximos 10 anos a previsão de produção de soja no Brasil é de um aumento de 69%, atingindo 89 milhões de toneladas do grão podendo superar a produção norte americana já na safra 2009/2010 (MARCHEZAN, 2007).

Em 2004, o Rio Grande do Sul contribuiu com 11% da produção de soja do País, sendo a principal cultura no Estado. Desde a década de 90 a produção gaúcha vem apresentando grande variabilidade, oscilando entre o crescimento e o decréscimo. O grande destaque é a recuperação recente quando em apenas um ano, de 2002 para 2003, a produção gaúcha cresceu 70,7% (Figura 3). Deve-se ressaltar também que a área plantada tem apresentado pouca variação e a quantidade produzida tem sofrido influência do rendimento de cada safra, associado à tecnologia empregada na lavoura e as condições climáticas do ano.

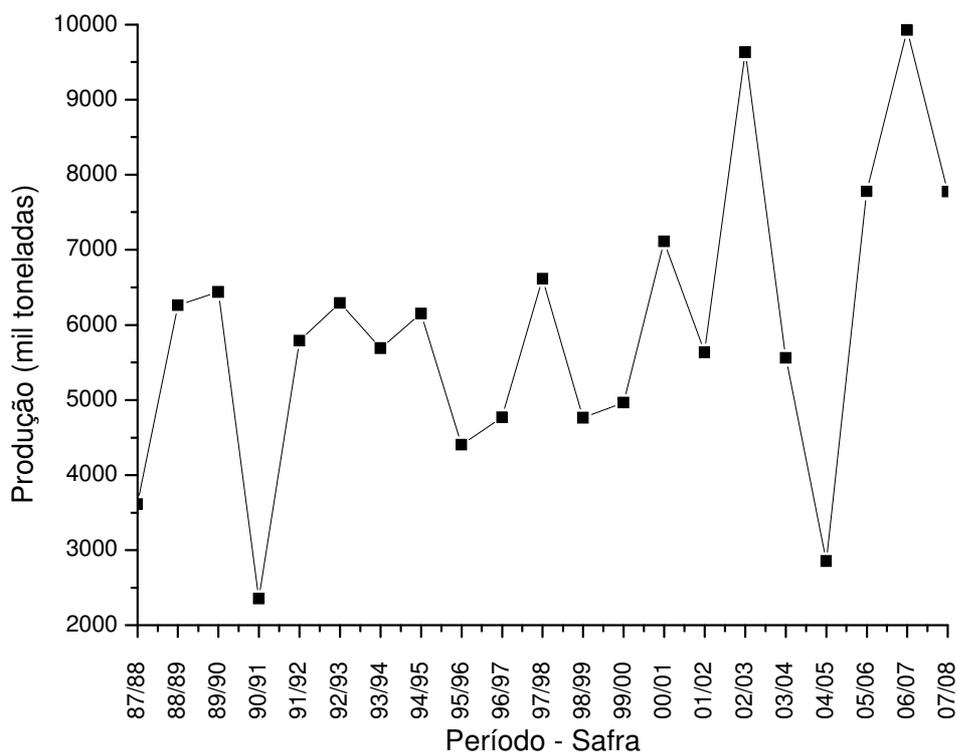


Figura 3 – Evolução na produção de soja no Rio Grande do Sul entre 1987 e 2008 (EMBRAPA)

Pelo exposto, percebe-se que a soja encontra-se em posição de destaque frente ao agronegócio gaúcho, sendo importante avaliar, discutir e estudar aspectos que permitam compor um quadro mais amplo para o planejamento e para a tomada de decisões.

### 2.3 Armazenamento dos grãos de soja

O armazenamento é uma das mais importantes etapas para a manutenção da qualidade fisiológica das sementes como também para as qualidades nutricionais que os grãos oferecem. O objetivo do armazenamento é preservar as características que os grãos apresentam após a colheita, preservando sua qualidade e as propriedades nutritivas (BROOKER *et al.*, 1992).

Desde a antiguidade, o armazenamento é utilizado para evitar a falta de alimento em razão da sazonalidade dos cultivos, devida às limitações climáticas ou ao tempo de

desenvolvimento das culturas. Com isso, os povos têm desenvolvido meios de conservar seus alimentos e sementes por um tempo maior.

Segundo Weber (2005), o Brasil tem um déficit de armazenagem grave, sendo que esta falta de capacidade estática é responsável por 20% das perdas. Se considerarmos nosso estado, o Rio Grande do Sul, ainda existe déficit de armazéns.

### **2.3.1 Função do armazenamento**

A função do armazenamento é tão somente a conservação dos grãos com a mesma qualidade com que vieram do campo, ou seja, a mesma qualidade que tinham na ocasião da colheita. Portanto, visa conservar o produto com as qualidades originais pelo período de tempo mais longo possível. Segundo Puzzi (2000), a função da armazenagem é manter a composição química do produto, carboidratos, proteínas, gorduras, fibras minerais e vitaminas no seu estado natural e minimizar a redução do poder germinativo e do vigor das sementes.

### **2.3.2 Qualidade dos grãos armazenados**

Segundo Brooker *et al.* (1992), as principais características que determinam a qualidade dos grãos são: teor de água baixo e uniforme, percentuais reduzidos de material estranho, de descoloração, de susceptibilidade à quebra, de danos pelo calor (trincas internas), danos causados por insetos e fungos, valores elevados de massa específica, concentração de óleos e proteínas e viabilidade das sementes. Alguns fatores podem afetar estas características como as condições ambientais durante a formação dos grãos ainda na planta, época e sistema de colheita, sistema de secagem, técnicas de armazenamento, transporte e características da espécie e da variedade.

A massa de grãos é um sistema ecológico em que a deterioração é resultado da interação entre variáveis físicas, químicas e biológicas (externas e internas). O índice de deterioração depende da taxa de variação dessas variáveis, que são afetadas diretamente pela temperatura e teor de água, e ainda pela inter-relação delas com o grão e com a estrutura de armazenagem (SINHA e MUIR, 1973 apud ALENCAR, 2006).

Insetos, ácaros, roedores e fungos são os principais responsáveis pelas perdas qualitativas dos grãos armazenados, sendo o desenvolvimento desses organismos influenciados por fatores ambientais (PADIN *et al.*, 2002 apud ALENCAR, 2006). Durante o consumo de grãos pelo inseto, ocorre produção de calor como resultado de processos metabólicos. Quando a infestação é suficiente para produzir grande quantidade de calor, este pode não ser dissipado, formando-se “bolsas de calor” na massa de grãos. Isso é mais provável de ocorrer onde bolsas de ar estão presentes ou em áreas onde materiais finos e sujos acumularam-se devido as grandes infestações de insetos. Outra consequência da presença de insetos em grãos armazenados é a diminuição do percentual de germinação. Os fungos podem causar, além de hidrólise e oxidação, diminuição do nível de nutrientes ou originar substâncias tóxicas como micro-toxinas (Hower, citado por FARONI, 1997 e por MOINO *et al.*, 1998 apud ALENCAR, 2006).

### **2.3.3 Teor de umidade dos grãos**

O teor de umidade dos grãos é um dos fatores preponderantes para sua conservação, considerado o mais importante fator limitante do tempo de conservação dos produtos armazenados. Para que o processo de conservação seja eficaz, deve-se ter em vista a redução da umidade dos grãos armazenados: grãos com altos teores de umidade constituem-se em locais de desenvolvimento de microorganismos, insetos e ácaros; grãos com teores baixos de umidade podem permanecer armazenados por muitos anos, sem grandes perdas, mesmo sob condições em que o armazenamento não é o ideal. O teor máximo de umidade de grãos de soja é, em torno de 11%, para um longo período de armazenamento (PUZZI, 2000).

A maioria dos autores relaciona a conservação dos grãos à sua atividade metabólica, ou seja, a taxa de respiração dos grãos é um fator que está intimamente ligado à umidade dos mesmos, sendo mais facilmente controlada com a redução desta umidade. Tentativas de armazenamento de produtos com níveis altos de umidades foram frustradas pelo alto metabolismo que esses produtos apresentaram ocorrendo aquecimento da massa de grãos e desenvolvimento de mofos, grãos germinados e, por último, ocorrência de podridões (BORDIGNON, 2009).

O armazenamento de grãos pode ser processado em qualquer região, mesmo que o clima desta região seja desfavorável ao armazenamento (umidade e temperatura do ar), desde

que os grãos armazenados estejam secos e permaneçam desta forma. Segundo Puzzi (2000), o teor de umidade dos grãos armazenados aumenta rapidamente, quando em contato com uma umidade relativa do ar superior a 70%.

### **2.3.4 Temperatura de armazenamento**

Apesar da umidade dos grãos ser considerada o fator mais importante na conservação destes, a temperatura também é um dos fatores que contribui para alongar o período de armazenamento. Uma massa de grãos estando fria tem menor possibilidade de sofrer deterioração (BORDIGNON, 2009), pois produtos biológicos conservam-se melhor em ambientes refrigerados porque com a elevação da temperatura as reações químicas são aceleradas.

A partir dos resultados apresentados em Burrel (1970) onde grãos de cevada que apresentavam alto teor de umidade foram armazenados e conservados por um período de um ano a uma temperatura de 5°C sem perderem sua qualidade, concluir-se, assim, que o controle da temperatura pode compensar os efeitos da alta umidade de grãos armazenados, podendo-se então armazenar grãos com umidade inadequada e ainda sim manter sua qualidade.

### **2.3.5 Perdas no armazenamento de grãos**

A produção agrícola brasileira apresenta elevados índices de perda, causados por danos físicos durante as operações de manutenção no campo, na colheita, no transporte, na secagem e até no armazenamento, ou por agentes biológicos como insetos, microrganismos e pela própria respiração dos grãos. Recentemente, a qualidade dos grãos tem-se tornado um fator muito importante, tanto para comercialização interna como para exportação. Dos processos pós-colheita, a secagem do produto é um determinante para a manutenção da qualidade dos grãos.

Para Roberts (1981), os grãos são afetados significativamente pelas condições do meio ambiente, sendo que a taxa de perda depende diretamente da temperatura, umidade relativa do

ar e histórico dos grãos, fatores estes que afetam as características dos grãos em seus aspectos físicos, químicos e fisiológicos.

O teor de umidade de um produto exerce grande influência na variação de temperatura de uma massa de grãos durante a armazenagem (ABBOUDA *et al.*, 1992; KHANKARI *et al.*, 1994). Por isso, recomenda-se a secagem e limpeza do produto antes do seu armazenamento, pois esses procedimentos diminuem a ação da microflora na massa de grãos, retardando a velocidade das trocas gasosas e o processo de deterioração natural. Devido a mudanças climáticas, as variações de temperatura, contribuem para a formação de gradientes de temperatura em uma massa de grãos armazenada.

A expressiva produção de grãos gera a necessidade de sistemas de armazenagem eficientes, que minimizem as perdas de qualidade dos produtos. A deterioração de grãos armazenados, que é altamente dependente da temperatura e da umidade dos grãos e está relacionada com a respiração do produto e de microorganismos que o acompanham (SAUER 1992; STEELE *et al.*, 1969; THOMPSON, 1972 apud LEITE *et al.*, 2009).

A manutenção da qualidade de grãos agrícolas armazenados por longos períodos depende do controle de insetos, fungos e bactérias, que se reproduzem e se desenvolvem no meio (SUN & WOODS, 1997 apud DEVILLA *et al.*, 2004). Uma redução da temperatura da massa de grãos, abaixo de 15 °C, tem sido eficiente na redução da atividade de água dos grãos e, assim, na prevenção do desenvolvimento de insetos e no controle de fungos (SUN & WOODS, 1994; SUN & BYRNE, 1998 apud DEVILLA *et al.*, 2004).

Temperaturas diferentes nos ambientes interno e externo de um silo provocam correntes de ar na massa de grãos, que podem induzir a migração de umidade das áreas de altas temperaturas para as de baixas temperaturas. A migração de umidade pode potencializar o desenvolvimento de insetos, fungos e bactérias e iniciar a deterioração do produto (CONVERSE *et al.*, 1973; BROOKER *et al.*, 1992; CHANG *et al.*, 1993; CASADA & YOUNG, 1994; CHANG & STEELE, 1995; GONG *et al.*, 1995 apud DEVILLA *et al.*, 2004). Srivastava & Rao (1994) analisando e estudando o armazenamento de trigo nas temperaturas de 27° C, 37°C e 50 °C durante um mês, três meses e cinco meses, concluíram que aumentos de temperatura e do tempo de armazenamento provocam queda na qualidade do produto final armazenado.

## 2.4 Aeração

Atualmente a aeração é o método de controle mais difundido e utilizado na preservação de grãos que ficam armazenados por longos períodos. Esta técnica é empregada para diminuir gradientes de temperatura na massa de grãos e, conseqüentemente, minimizar a migração de umidade. A aeração inibe o desenvolvimento de insetos e pode até remover odores.

A aeração convencional tem como objetivo a manutenção dos grãos armazenados, sem prejuízo da qualidade e da quantidade da massa armazenada, por meio de um sistema de ventilação, insuflando ar à temperatura ambiente pelos ventiladores para dentro de silos armazenadores.

O manejo adequado da aeração em uma massa de grãos armazenada é de fundamental importância para se manter a qualidade do produto, além de reduzir o custo da armazenagem, pois a temperatura e a umidade dos grãos podem ser reduzidas, com menor deterioração dos grãos. Nos trabalhos de Halderson (1985 apud LEITE *et al.*, 2009) e Lasseran *et al.* (1994 apud LEITE *et al.*, 2009), foi analisado o efeito do manejo adequado da aeração na qualidade de grãos de cevada e trigo armazenados em silos, verificando que o manejo adequado da aeração preserva os grãos com boa qualidade, diminui os custos no armazenamento e reduz no consumo de energia elétrica. Durante o tempo de armazenamento não houve necessidade do uso de inseticidas e ocorreu a inibição do crescimento de fungos. Calderwood *et al.* (1984 apud DEVILLA *et al.* 2004) estudaram o efeito da aeração em arroz armazenado, por um período de 54 meses, em silos metálicos e concluíram que o controle de insetos foi o principal fator para o sucesso do armazenamento. Neste contexto, a aeração da massa de grãos mostrou-se eficiente para reduzir a temperatura do produto abaixo da temperatura ótima para o desenvolvimento de insetos e proporcionar, ao final do armazenamento, um produto com boa germinação e baixa acidez.

Arthur (1994) verificou que as populações de insetos (*Sitophilus zeamais* e *Tribolium castaneum*) foram reduzidas em silos que continham o sistema de aeração, e, também, estudou o armazenamento de grãos de milho em silos com aeração contínua. Segundo Arthur & Throne (1994) que avaliaram a degradação de inseticida em grãos de milho armazenados em silos aerados e não-aerados, concluíram que a população de insetos foi maior nos grãos em silos não-aerados. Com o controle dos insetos através da manipulação da temperatura da massa de grãos, uma vantagem apresentada é o menor uso de fumegantes (REED *et al.*, 2000).

Cuperus *et al.* (1986), conclui que os grãos de trigo armazenados sem aeração foram tratados com fumegantes duas vezes mais que aqueles aerados. Portanto, o conhecimento da variação de temperatura e de umidade em diferentes locais de uma massa de grãos, ao longo de um processo de aeração, pode ser uma ferramenta importante no desenvolvimento e na avaliação de estratégias de controle da aeração para manter os grãos sadios e reduzir os custos com tratamento químico, direcionado para insetos e fungos. Este conhecimento pode, também, ser usado em simulações matemáticas para validar modelos de transferência de calor e de massa em grãos armazenados. Uma vez validado, por meio de simulação (processo rápido, eficiente e de baixo custo) pode-se obter a resposta do sistema ao ser submetido a diferentes condições (JIA *et al.*, 2001 apud DEVILLA *et al.* 2004).

A produção agrícola faz parte do complexo produtivo, que requer a acumulação e integração de conhecimentos e informação de diferentes fontes. Para tornar-se competitivo, o moderno produtor geralmente conta com especialistas e consultores em agricultura para fornecer informações para tomada de decisão. No entanto, estes especialistas nem sempre estão à disposição quando o produtor necessita. Para minimizar este problema, sistemas especialistas estão sendo usados como poderosa ferramenta para auxiliar os produtores nestas ocasiões.

Os sistemas especialistas são programas de computadores que procuram imitar o processo de raciocínio ou o desempenho de um especialista humano, de maneira específica no domínio para o qual o especialista humano existe (AMIZADEH e JAMSHIDI, 1994). Os sistemas especialistas podem ter as seguintes vantagens, quando comparados aos especialistas humanos: são permanentes, fáceis de transferir, facilmente documentados; e têm, depois de implementados custo de manutenção baixo (WATERMAN, 1986 apud LEITE *et al.*, 2009).

Sistemas especialistas e modelos que usam dados físicos e biológicos no manejo de grãos armazenados têm sido desenvolvidos em diferentes países, incluindo Austrália, Grã-Bretanha, Estados Unidos e alguns países de regiões tropicais. Estes sistemas são implementados criando-se uma base de conhecimento para o manejo de grãos armazenados. Os sistemas especialistas e os modelos proporcionam melhor conhecimento das alternativas de manejo, incluindo o uso da aeração, com os objetivos de manter a qualidade dos grãos armazenados e de controlar os insetos (REED *et al.*, 2000).

Pesquisadores brasileiros têm desenvolvido sistemas especialistas para as mais diversas áreas, tais como: dimensionamento e seleção de equipamentos para pré-processamento de café (PRADO, 2001); desenvolvimento de um sistema especialista para determinação da aptidão agrícola das terras de duas bacias hidrográficas (FERNANDES

FILHO, 1996); sistema especialista para diagnóstico de toxinfecções alimentares de origem bacteriana (FREITAS, 1995); e um sistema inteligente de apoio à decisão para o planejamento de empresas rurais (OLIVEIRA, 1995).

De acordo com o exposto, nota-se um grande potencial para o uso de sistemas especialistas que venham a auxiliar na redução das perdas de grãos durante o armazenamento. O controle automático e eficiente do sistema de aeração de grãos em silos por meio de um sistema de especialista contribuirá significativamente na redução das perdas pós-colheita (LEITE *et al.*, 2009).

## **2.5 Refrigeração em grãos armazenados**

O desenvolvimento deste assunto está baseado no trabalho de Martinelli Júnior e Silveira (2005). No Brasil, a agricultura mecanizada surgiu no Rio Grande do Sul, e posteriormente foi se expandindo para o resto do país. Nosso estado tem a característica de proporcionar colheita, geralmente entre os meses de abril e maio. Nesses meses, as temperaturas externas já começam a cair, proporcionando excelentes condições de armazenagem de grãos. Esse aspecto tem dado ao nosso estado um poder competitivo muito grande, pois é suficiente um bom trabalho de campo para logo armazenar a matéria-prima por um longo período de tempo a temperaturas mais baixas. Isso não ocorre nas demais regiões do Brasil, onde a colheita geralmente ocorre mais cedo, entre fevereiro e março.

Muitas vezes, os grãos colhidos das lavouras chegam às unidades armazenadoras com até 36°C de temperatura. Com a utilização das técnicas convencionais de aeração, essa temperatura irá reduzir, no máximo 10°C, degradando sistematicamente as qualidades de conservação do grão armazenado podendo, ocorrer ataques de fungos ou processos de aquecimento, o que piora ainda mais as condições de armazenagem.

O grão é um ser vivo e, como tal, mesmo desligado biologicamente da planta desde o momento de sua maturação, respira, libera gás carbônico, água e calor. Em função da umidade do grão, esse processo ocorre de forma mais ou menos intensa, podendo ser o calor liberado determinado e quantificado em laboratório.

A Tabela 1 mostra os valores para o grão de sorgo em função da sua temperatura e umidade. Pode-se notar que quanto maior a umidade dos grãos, maior será a liberação de calor.

Tabela 1 – Calor em kcal, liberado pela respiração de uma tonelada de sorgo em 24 horas (MARTINELLI JÚNIOR E SILVEIRA, 2005)

| Umidade<br>(% Bu) | Temperatura Inicial - ° C |       |       |       |
|-------------------|---------------------------|-------|-------|-------|
|                   | 5                         | 16    | 27    | 38    |
| 12,4              | 0                         | 0     | 0     | 7     |
| 14,6              | 0                         | 3     | 7     | 62    |
| 18,0              | 20                        | 100   | 1.920 | 2.440 |
| 21,0              | 120                       | 2.060 | 7.300 | -     |

A qualidade dos grãos armazenados também é comprometida pelo ataque de insetos e fungos, que, em uma massa com excesso de umidade e calor, encontram o ambiente ideal para a sua proliferação com conseqüente deterioração quantitativa e qualitativa da massa armazenada.

Elaborada por Lázzari (1993 apud MARTINELLI JÚNIOR E SILVEIRA, 2005), a Tabela 2 mostra as condições que favorecem o desenvolvimento de fungos na armazenagem, em função do seu teor de umidade e da temperatura.

Tabela 2 – Condições de Umidade e Temperatura que favorecem o desenvolvimento fúngico (MARTINELLI JÚNIOR E SILVEIRA, 2005)

| Teor de Umidade<br>(% Bu) | Desenvolvimento<br>Fúngico | Temperatura<br>(°C) | Desenvolvimento<br>Fúngico |
|---------------------------|----------------------------|---------------------|----------------------------|
| < 13                      | Lento                      | < 15                | Lento                      |
| 13 – 16                   | Rápido                     | 20 – 30             | Rápido                     |
| > 16                      | Explosivo                  | 40 – 55             | Explosivo                  |

A técnica de refrigeração em grãos armazenados em silos consiste, basicamente, em insuflar ar a baixas temperaturas (em média 10°C) pelos canais de aeração, fazendo com que

esse ar frio circule por toda a massa de grãos armazenados. Com isso, removem-se todos os focos de aquecimento existentes, oriundos do processo respiratório do grão após a colheita, a temperatura da massa de grãos torna-se homogênea, o que faz com que esta permaneça em estado de latência (sem aumentos de temperatura) por vários meses, livre de fungos e ataques de insetos.

A Figura 4 exemplifica como a frente de resfriamento avança no processo de refrigeração de silos armazenadores de grãos.

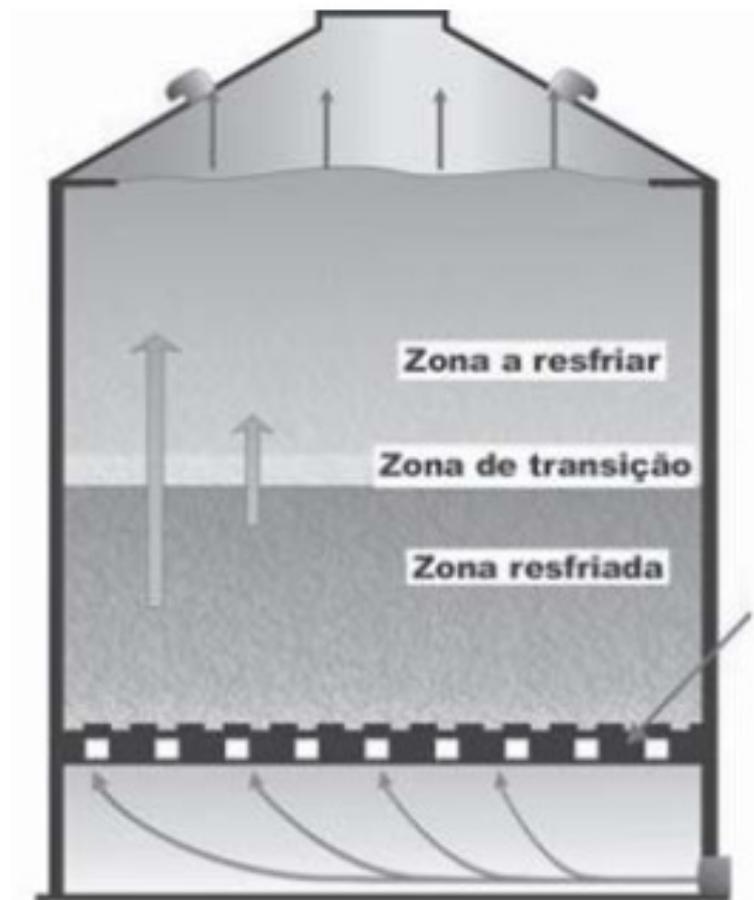


Figura 4 – Frente de resfriamento no processo de refrigeração de grãos em silos verticais (MARTINELLI JÚNIOR E SILVEIRA, 2005)

## 2.6 Modelos Matemáticos para o resfriamento de grãos

Diversos autores sugeriram modelos para descrever a dinâmica de variação de temperatura da massa de grãos. Alguns autores, como, por exemplo, Iguaz *et al.* (2004),

propuseram uma modelagem para a transferência de calor de grãos de arroz armazenados sem e com aeração. O modelo matemático proposto baseia-se na dinâmica de calor e balanço de massa para simular a temperatura do grão e do ar em um silo, durante o armazenamento do arroz. A validação deste modelo foi realizada através da comparação com dados experimentais de temperatura medidos em diferentes pontos de um silo.

Outros autores, como por exemplo, Khatchaturian e Savicki (2004), descrevem um modelo para o escoamento do ar em silos em condições isotérmicas, considerando a não uniformidade da massa de grãos de soja.

### **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

Neste capítulo é apresentado o aparato experimental utilizado para obtenção dos dados experimentais de resfriamento de grãos de soja para diferentes velocidades do ar de aeração. Os experimentos de resfriamento dos grãos de soja e os resultados experimentais obtidos estão descritos em Khatchatourian e Oliveira (2006). Os dados experimentais foram utilizados para obter a expressão empírica para a temperatura adimensional em função do número de Homocroneidade (KHATCHATOURIAN e OLIVEIRA, 2006).

#### **3.1 Equipamento**

Os estudos experimentais foram realizados no Laboratório de Medidas Físicas e Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ. Os grãos de soja foram adquiridos na Cotrijuí, já limpos e secos, com teor de umidade em torno de 12 %.

Foi construído um aparato experimental que consiste em um pequeno silo para que fosse possível analisar o resfriamento de uma massa de grãos de soja. O esquema da bancada é mostrado na Figura 5.

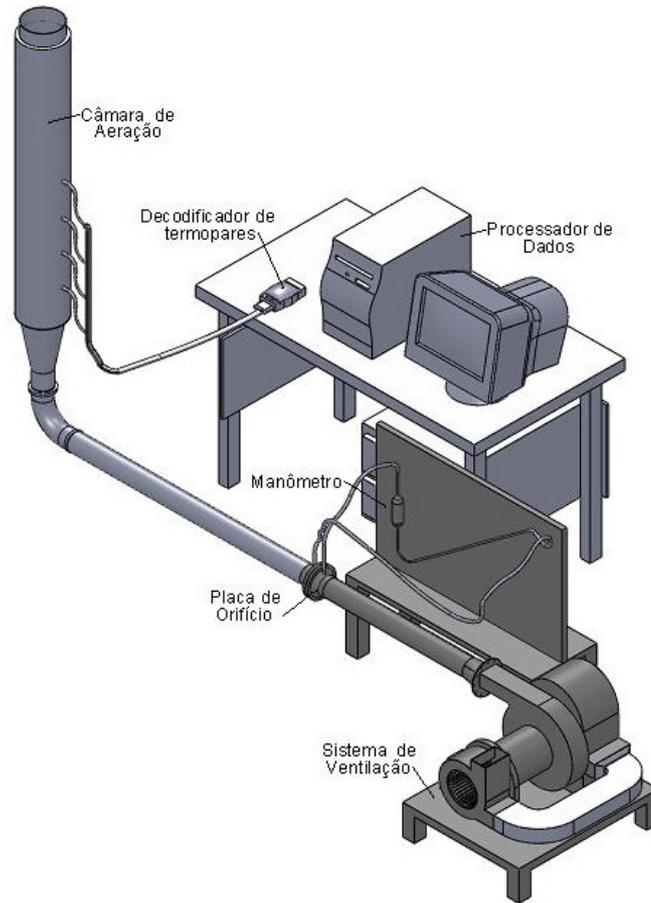


Figura 5 – Esquema da bancada construída para estudar o resfriamento de grãos de soja

A bancada experimental é composta por:

1) Sistema de ventilação: o ventilador centrífugo é utilizado para movimentar o ar pela massa de grãos. O ar entra a temperatura ambiente ( $T_a$ ). O sistema é acionado por um motor elétrico com  $\frac{3}{4}$  Hp e rotação de 3450 rpm, que faz com que o ar passe por uma tubulação de 50mm de diâmetro. Ligado a este equipamento tem-se o inversor de frequência que controla as velocidades do ar do ventilador.

2) Placa de Orifício: utilizada para medir a velocidade do ar que passa pela tubulação;

3) Manômetro: a placa de orifício é acoplada um manômetro do tipo U que utiliza água, inclinado a  $30^\circ$  em relação à base, que mede a pressão  $\Delta p_1$ . Com os valores medidos

pode-se calcular a vazão  $Q$  ( $Q = CA_0 \sqrt{\frac{2\Delta p_1}{\rho}}$ , onde  $C$  é o coeficiente da placa de orifício

(0,72),  $A_0$  é a área da placa de orifício ( $0,001017 \text{ m}^2$ ),  $\Delta p_1$  é a variação da pressão medida pelo manômetro e  $\rho$  é a massa específica do fluido ( $1,1614 \text{ kg/m}^3$ ) do ar que atravessa a placa de orifício e, conseqüentemente, a velocidade de entrada do ar  $v$  ( $v = Q/A$ , onde  $v$  é a velocidade de escoamento do fluido e  $A$  é a área da secção reta do tubo). As velocidades do ar consideradas neste trabalho são:  $v=0,15 \text{ m/s}$ ,  $v=0,23 \text{ m/s}$ ,  $v=0,45 \text{ m/s}$ ,  $v=0,57 \text{ m/s}$  e  $v=0,68 \text{ m/s}$ .

4) Câmara de Aeração: Para a simulação de resfriamento de grãos foi construído um pequeno silo utilizando um tubo de PVC de diâmetro  $0,15 \text{ m}$  e  $1,0 \text{ m}$  de altura, com isolamento térmico nas laterais, em que foram colocados termopares ao longo da massa de grãos. Os termopares foram introduzidos em quatro alturas diferentes do tubo,  $y=0,15 \text{ m}$ ,  $y=0,27 \text{ m}$ ,  $y=0,40 \text{ m}$  e  $y=0,54 \text{ m}$ . Por experimentos prévios, foi mostrado que com diâmetro e esta altura do tubo de PVC, e também com os termopares nestas alturas, os resultados experimentais apresentam a melhor situação do fenômeno (MENEGOL, 2005).

5) Decodificador de Termopares: as informações sobre a variação de temperatura foram transmitidas pelos termopares modelo MTK – Tipo K – Universal, com sensores de diâmetro  $\pm 1 \text{ mm}$  e arquivados eletronicamente com o auxílio de uma placa de aquisição de dados analógico/digital (placa A/D do tipo LR 7018, 16 bits, 8 pontos com conversor 485 para 232 placa LR 7520, 8 canais de leitura de dados).

### 3.2 Descrição do Experimento

Os grãos de soja foram previamente aquecidos em uma estufa até uma temperatura aproximada de  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ , durante um tempo suficiente para uniformizar a temperatura em toda a massa de grãos. O resfriamento dos grãos aquecidos foi realizado para uma camada de grãos de soja de  $0,60 \text{ m}$  de altura. Para cada experimento, a velocidade do ar foi mantida constante e foi medida indiretamente a partir das medidas de vazão realizadas por uma placa de orifício.

Neste trabalho foram analisados experimentos de resfriamento de grãos realizados para cinco diferentes velocidades do ar:  $v=0,15 \text{ m/s}$ ,  $v=0,23 \text{ m/s}$ ,  $v=0,45 \text{ m/s}$ ,  $v=0,57 \text{ m/s}$  e  $v=0,68 \text{ m/s}$ . A temperatura dos grãos foi medida por termopares inseridos dentro da massa de

grãos ao longo do tubo, nas seguintes seções da coluna de grãos:  $y=0,15\text{ m}$ ,  $y=0,27\text{ m}$ ,  $y=0,40\text{ m}$  e  $y=0,54\text{ m}$ . Experimentos realizados previamente mostraram que a temperatura do ar é a mesma que a temperatura medida pelos termopares inseridos na massa de grãos (KHATCHATOURIAN e OLIVEIRA, 2006).

Nas Figuras 6, 7 8, 9 e 10 são mostrados os dados experimentais da variação de temperatura dos grãos de soja:

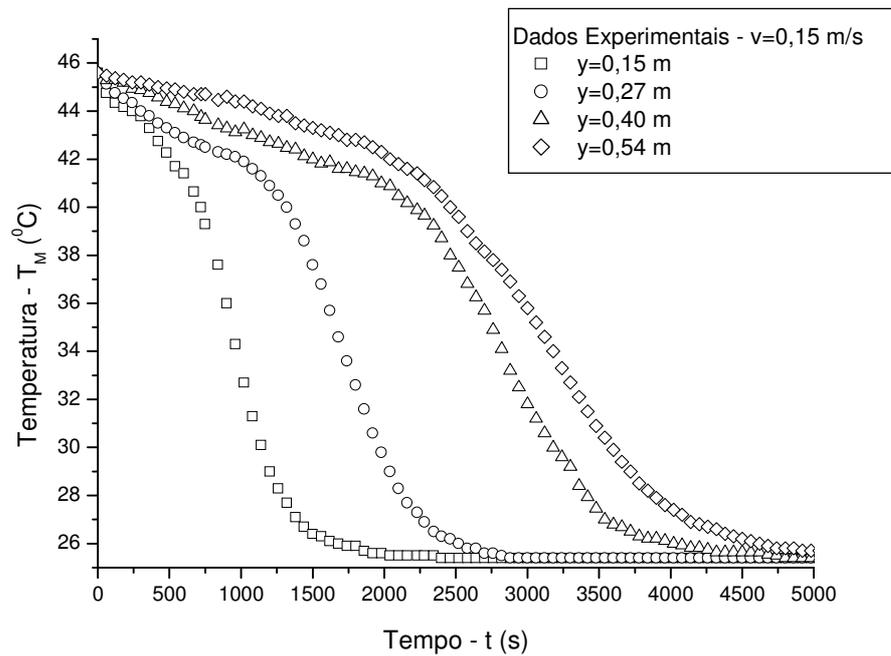


Figura 6 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes seções da coluna de grãos,  $v=0,15\text{ m/s}$ : dados experimentais

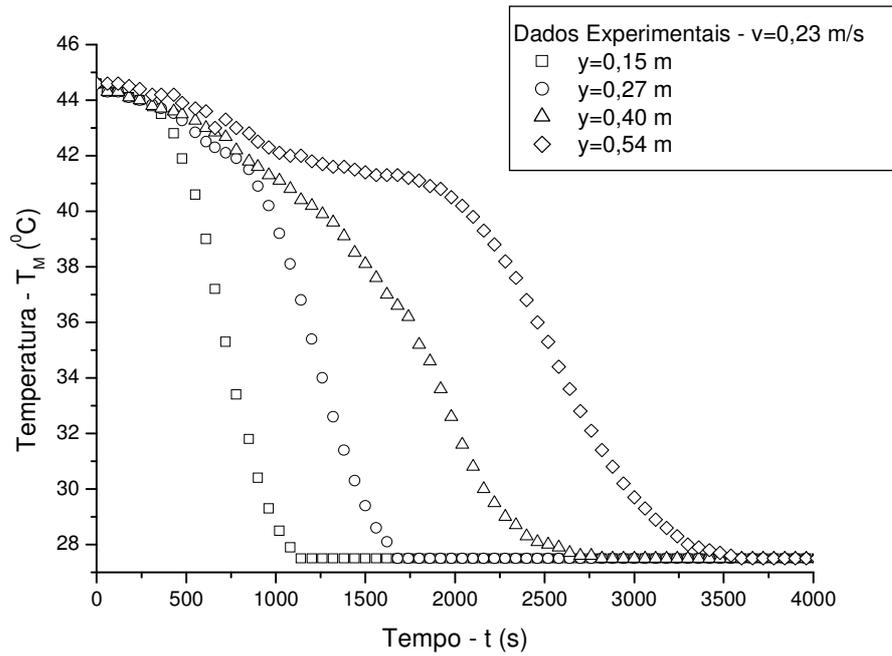


Figura 7 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos,  $v=0,23$  m/s: dados experimentais

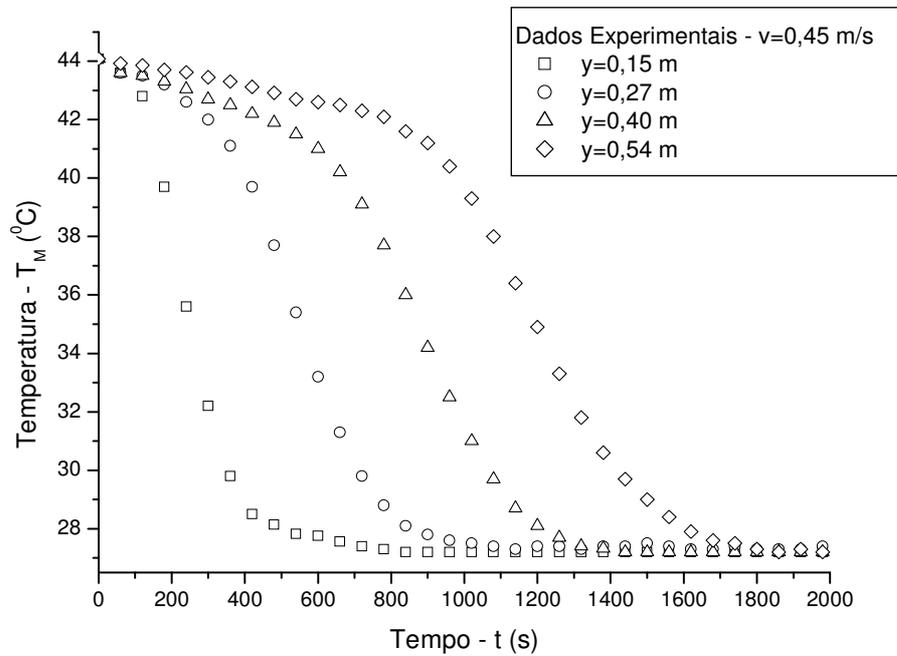


Figura 8 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos,  $v=0,45$  m/s: dados experimentais

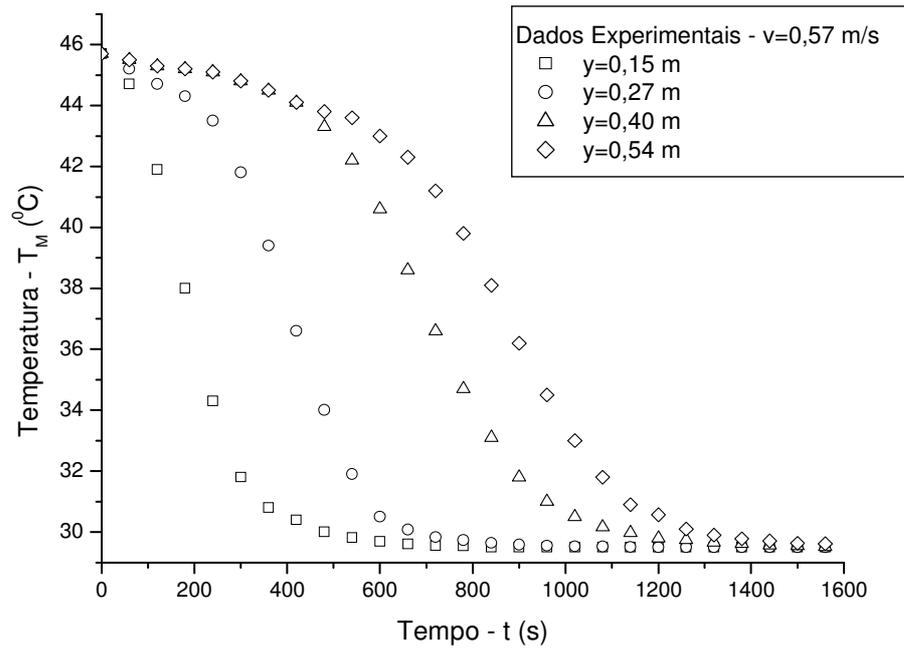


Figura 9 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos,  $v=0,57$  m/s: dados experimentais

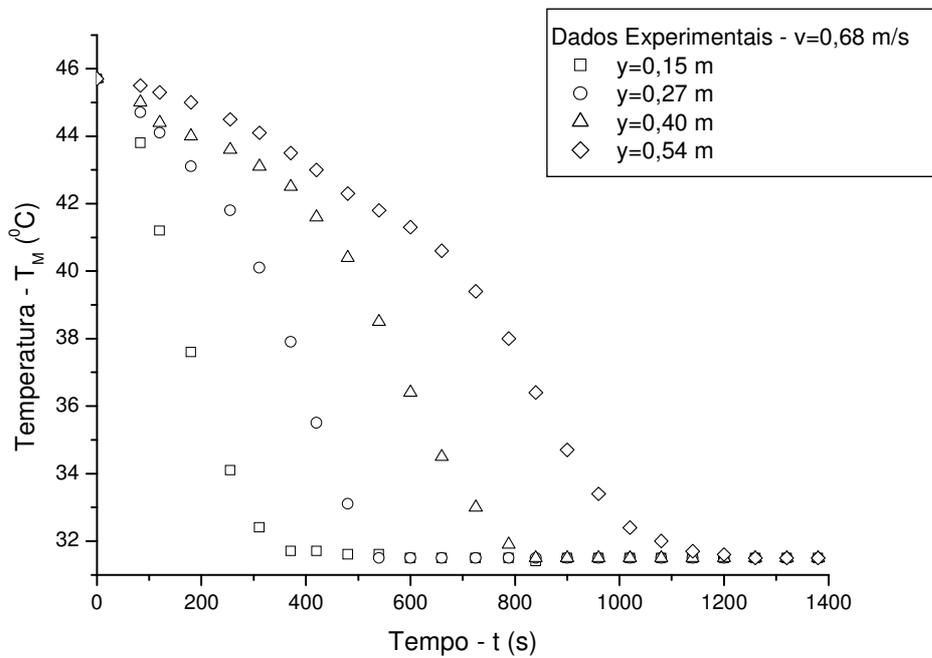


Figura 10 – Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções da coluna de grãos,  $v=0,68$  m/s: dados experimentais

Analisando-se os resultados experimentais obtidos (Figuras 6, 7, 8, 9 e 10), nota-se para cada seção examinada é possível notar três intervalos característicos da dinâmica de resfriamento. A taxa de resfriamento durante o primeiro intervalo de tempo (início do resfriamento) não é muito grande. A extensão deste intervalo de tempo é aumentada para as seções que se encontram mais afastadas da entrada do ar. No segundo intervalo, a taxa de resfriamento tem um incremento e a temperatura dos grãos varia rapidamente, e no terceiro intervalo a taxa de resfriamento lentamente decresce.

Neste trabalho foi considerado que a temperatura medida pelos termopares é a temperatura da superfície do grão. Em experimentos prévios é possível mostrar que esta temperatura é a mesma que a temperatura do ar que atravessa esta posição na coluna de grãos (equilíbrio térmico).

A partir dos dados obtidos experimentalmente traçou-se a curva adimensional para a temperatura dos grãos para as velocidades do ar de aeração no qual o número de Homocroneidade  $H_0$  foi usado para obter a curva generalizada da temperatura do grão. A Figura 11 mostra os dados experimentais da dinâmica de resfriamento dos grãos obtido para as velocidades analisadas neste trabalho. A ordenada representa a temperatura adimensional que é dada por:

$$\Psi = \frac{T - T_a}{T_0 - T_a} \quad (1)$$

onde:

$T$  é a temperatura dos grãos no instante  $t$ , na posição  $y$  da coluna de grãos de soja,

$T_a$  é a temperatura do ar de entrada,

$T_0$  é a temperatura inicial dos grãos de soja.

A abscissa é dada pelo número de Homocroneidade  $H_0$ , o qual caracteriza uma transformação na escala de tempo para cada seção  $y$  na coluna de grãos:

$$H_0 = \frac{vt}{y} \quad (2)$$

onde:

$v$  é a velocidade do ar de aeração;

$t$  é o tempo de resfriamento;

$y$  é a posição de cada termopar na coluna de grãos.

A curva teórica (generalizada) foi calculada a partir da expressão:

$$\Psi = e^{-(H_0/b_1)^{(b_3+H_0/b_2)}} \quad (3)$$

A Figura 11 mostra os dados experimentais de resfriamento dos grãos de soja e a curva teórica calculada pela Equação (3):

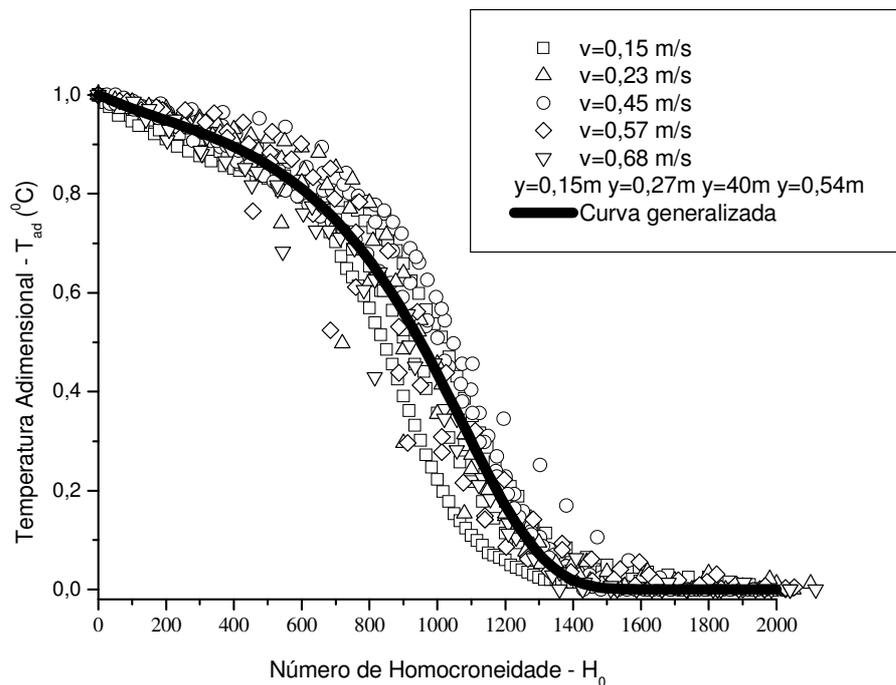


Figura 11 – Relação entre a temperatura adimensional e o número de Homocroneidade para diferentes velocidades do ar de aeração

Os coeficientes da expressão (3) foram calculados na referência (KHATCHATOURIAN e OLIVEIRA, 2006) pelo Método de Mínimos Quadrados. Os valores calculados para os coeficientes estão mostrados abaixo e foram utilizados neste trabalho:

$$b_1 = 1050,5$$

$$b_2 = 396,6$$

$$b_3 = 1,274$$

A fim de obter uma expressão para a temperatura da superfície dos grãos ou do ar para diferentes alturas da coluna de grãos através da expressão empírica tem-se:

$$T_G = T_a + \Psi(T_0 - T_a) \quad (4)$$

A dinâmica de resfriamento da superfície do grão durante o processo depende da posição deste grão na coluna e da velocidade do ar de aeração e será utilizada como condição de fronteira para calcular as distribuições de temperatura no interior do grão durante o processo de resfriamento.

Um experimento realizado previamente e descrito em detalhes em Menegol (2005) mostra que existe uma pequena diferença entre as temperaturas medidas no interior do grão e do ar em cada camada. Neste experimento de resfriamento foram colocados termopares nas alturas  $y = 0,15 \text{ m}$  e  $y = 0,40 \text{ m}$  na coluna de grãos e distribuídos aos pares da seguinte forma: um foi colocado no interior de um grão, que posteriormente foi aquecido com o restante dos grãos e o outro foi revestido por um canudo de plástico (a fim de evitar que tivesse contato direto com os grãos) e colocado no interior da massa de grãos, para medir a temperatura do ar durante o resfriamento a uma velocidade de  $v = 0,75 \text{ m/s}$ .

A Figura 12 ilustra o resultado obtido pelo experimento descrito anteriormente.

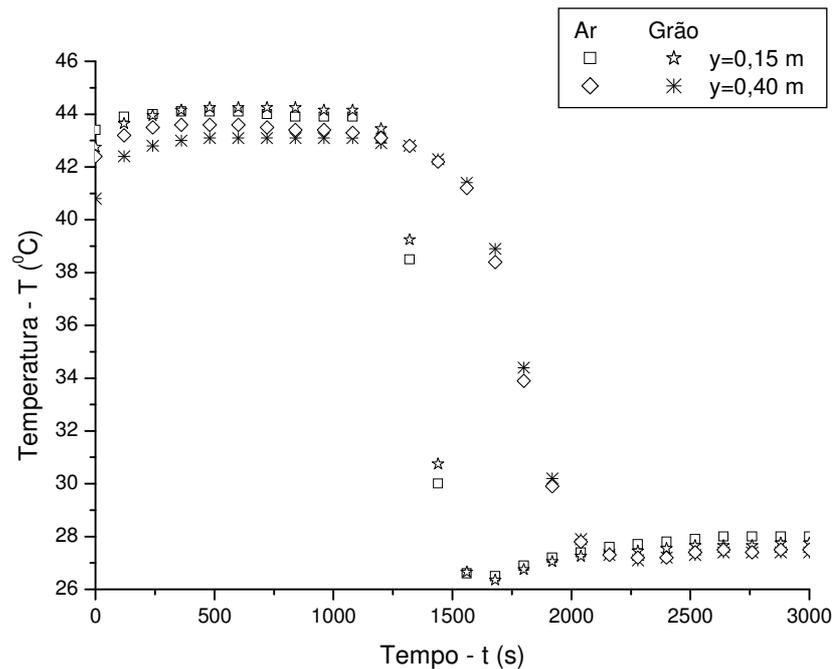


Figura 12 – Temperatura em diferentes alturas da coluna de grãos para o interior do grão e o ar em função do tempo de resfriamento para a velocidade do ar de  $v=0,75$  m/s.

Pela análise dos dados experimentais apresentados na Figura 12, pode-se notar que existe uma pequena diferença nas temperaturas obtidas por cada par de termopares, mostrando que a temperatura no interior dos grãos é sempre maior que a temperatura do ar em todas as alturas pesquisadas. Apesar desta diferença ser pequena, ela deve ser considerada para o completo entendimento dos processos que ocorrem durante o resfriamento de grãos.

No trabalho de Khatchatourian e Oliveira (2006), os autores propuseram o modelo da Generalização, onde foi proposta uma expressão empírica para determinar a temperatura do grão (calculada pela Homocroneidade). Neste trabalho considera-se a hipótese de que se estabelece o equilíbrio térmico entre a massa de grãos e o ar e com isto a temperatura da superfície do grão e o ar contido em cada camada de grãos podem ser consideradas iguais. Neste caso, a expressão empírica obtida no trabalho citado acima foi utilizada para determinar as temperaturas da superfície do grão para diferentes velocidades do ar de aeração. Estas temperaturas foram consideradas como condição de fronteira para obter-se as distribuições de temperatura no interior do grão.

## 4 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático apresentado neste trabalho tem como objetivo descrever a dinâmica de resfriamento de grãos de soja, conhecendo-se a distribuição de temperatura no interior dos grãos durante todo o processo. Para obter esta distribuição, considerou-se o grão de soja como uma esfera com um coeficiente de difusividade térmica ( $\alpha$ ) constante durante todo o processo (problema linear). A equação do calor foi resolvida para o caso unidimensional onde a expressão para a temperatura da superfície do grão  $T_{\text{sup}}$  em  $r = R$ , ( $R$  é o raio do grão) é conhecida e descrita através do número de Homocroneidade  $H_0$  (KHATCHATOURIAN e OLIVEIRA, 2006).

O problema de transferência de calor no interior de um grão de soja com temperatura inicial  $T_0$  e temperatura na superfície  $T_{\text{sup}}$ , foi modelada pela equação da energia (OZISIK, 2000) em coordenadas esféricas:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

onde

$T(r, \theta, \phi, t)$  é a temperatura do grão, (K)

$r$  é o raio -  $r \geq 0$ , (m)

$t$  é o tempo, (s)

$\theta$  é o ângulo polar -  $0 \leq \theta < 2\pi$

$\phi$  é o ângulo vertical -  $0 \leq \phi < \pi$

$k$  é a condutividade térmica do grão de soja, ( $W m^{-1} K^{-1}$ )

$\rho$  é a massa específica do grão de soja, ( $kg m^{-3}$ )

$c_p$  é o calor específico à pressão constante do grão de soja, ( $J kg^{-1} K^{-1}$ )

$\dot{q}$  é a fonte de calor, ( $W$ )

As derivadas  $\partial T/\partial \theta$  e  $\partial T/\partial \phi$  são nulas para uma distribuição constante de temperatura, em relação às variáveis  $\theta$  e  $\phi$ . Como não existe fonte de calor no interior do grão,  $\dot{q}$  também é nulo. Assim, a Equação (5) torna-se:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r^2 \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) = \rho c_p \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \text{ para } 0 < r < R \text{ e } t > 0 \quad (6)$$

ou

$$\rho c_p \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) \text{ para } 0 < r < R \text{ e } t > 0 \quad (7)$$

A condição de fronteira para a distribuição de temperatura no interior do grão pode ser escritas como:

$$T(R,t) = T_{\text{sup}} \text{ para qualquer } t > 0 \quad (8)$$

onde:

$$T_{\text{sup}} = \Psi(T_0 - T_a) + T_a \text{ é a temperatura da superfície do grão.}$$

Vale lembrar que no Capítulo 3 – Materiais e Métodos, está descrito em detalhes como foi obtida esta equação para a temperatura na superfície  $T_{\text{sup}}$ .

Durante o resfriamento, a velocidade do ar de aeração e a posição do grão na coluna permanecem constantes, neste caso:

$$\Psi = \Psi(t)$$

onde:

$t$  é o tempo de resfriamento.

Para a condição inicial temos que:

$$T(r,0) = T_0 \quad \text{para } 0 < r < R \quad (9)$$

Considerando a seguinte mudança de variável:

$$T^*(r,t) = T(r,t) - T_0 \quad (10)$$

Reescrevendo a Equação (7), tem-se que:

$$\rho c_p \frac{\partial T^*(r,t)}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T^*(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T^*(r,t)}{\partial r} \right) \quad (11)$$

Para a nova variável  $T^*$ , a condição de fronteira e a condição inicial são dadas por, respectivamente:

$$T^*(R,t) = T(R,t) - T_0 = \Psi(T_0 - T_a) + T_a - T_0 = \Psi(T_0 - T_a) - (T_0 - T_a) = (T_0 - T_a)(\Psi - 1)$$

e,

$$T^*(r,0) = T(r,0) - T_0 = T_0 - T_0 = 0$$

Reescrevendo as expressões acima:

$$T^*(R,t) = (T_0 - T_a)(\Psi - 1) \quad \text{para qualquer } t > 0 \quad (12)$$

e,

$$T^*(r,0) = 0 \quad \text{para } 0 < r < R \quad (13)$$

Fazendo  $X(r,t) = rT^*(r,t)$ , reescrevemos a Equação Diferencial Parcial (11) e as condições de contorno (12) e (13), respectivamente, como:

$$\frac{\partial X(r,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 X(r,t)}{\partial r^2} \quad (14)$$

$$X(r,0) = rT^*(r,0) = r \cdot 0 = 0 \quad (15)$$

$$X(R,t) = RT^*(R,t) = R(T_0 - T_a)(\Psi - 1) = f(t) \quad (16)$$

$$X(0,t) = 0 \cdot T^*(0,t) = 0 \quad (17)$$

onde

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad \text{é a difusividade térmica do grão } (m^2/s)$$

O problema de transferência de calor no interior do grão descrito pelas equações (14)-(17) não pode ser resolvido pelo método de separação de variáveis já que uma das condições de contorno é dependente do tempo. Neste trabalho este problema foi resolvido de duas formas:

- 1) analiticamente, através do Teorema de Duhamel, (FARLOW, 1993)
- 2) numericamente, através do método de Crank-Nicolson, (SMITH, 1978).

#### 4.1 Teorema de Duhamel

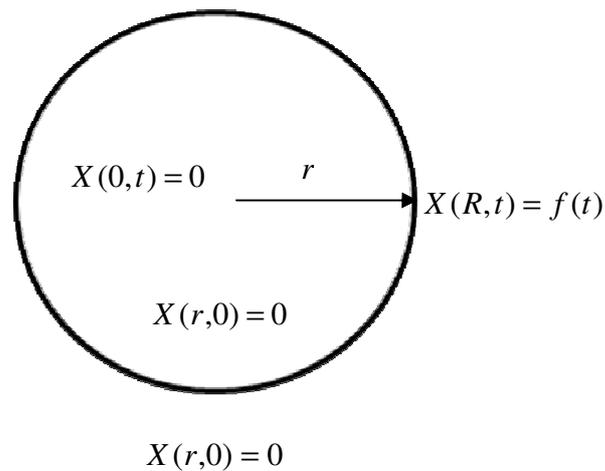
A solução analítica do problema de transferência de calor no interior grão será calculada a partir da utilização do Teorema de Duhamel, conforme Farlow (1993) da seguinte forma:

1) Colocação do problema:

- EDP:  $\frac{\partial X(r,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 X(r,t)}{\partial r^2}$ ,  $0 < r < R$  e  $t > 0$  (18)

- Condições de fronteira:  $X(R,t) = f(t)$  e  $X(0,t) = 0$  (19)

- Condição inicial:  $X(r,0) = 0$  (20)



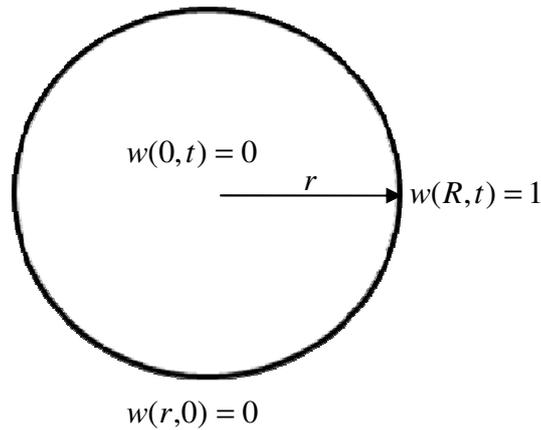
Observa-se que uma das condições de contorno, Equação (19), é dependente do tempo  $t$ . Pelo Teorema de Duhamel é possível calcular a solução para o problema com condições de contorno dependentes do tempo,  $X(r,t)$ , através da solução para o problema mais simples,  $w(r,t)$ , com condições de contorno constantes.

2) Considerando uma função auxiliar  $w(r,t)$ , escrevemos nosso problema em função desta função auxiliar:

- EDP:  $\frac{\partial w(r,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 w(r,t)}{\partial r^2}$ ,  $0 < r < R$  e  $t > 0$  (21)

- Condições de fronteira:  $w(R,t) = 1$  e  $w(0,t) = 0$  (22)

- Condição inicial:  $w(r,0) = 0$  (23)



Note que a condição de fronteira  $X(R,t) = f(t)$  (dependente do tempo) passou a ser escrita como  $w(R,t) = 1$  (constante).

Relembrando a definição de Transformada de Laplace e suas propriedades, segue que:

$$\mathcal{L}[w(r,t)] = W(r,s) = \int_0^{\infty} w(r,t) e^{-st} dt \quad (24)$$

$$\mathcal{L}[\alpha w(r,t)] = \alpha \mathcal{L}[w(r,t)] \quad (25)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{\partial w(r,t)}{\partial t}\right] = \int_0^{\infty} \frac{\partial w(r,t)}{\partial t} e^{-st} dt = sW(r,s) - w(r,0) \quad (26)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{\partial^2 w(r,t)}{\partial r^2}\right] = \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 w(r,t)}{\partial r^2} e^{-st} dt = \frac{\partial^2 W(r,s)}{\partial r^2} \quad (27)$$

Resolveu-se a Equação (21), com condições de fronteira dadas pelas Equações (22) e (23) através do método da Transformada de Laplace, utilizando a definição (24) e as propriedades (25), (26) e (27), descritas anteriormente. Logo:

- $\mathcal{L}\left[\frac{\partial w(r,t)}{\partial t}\right] = \mathcal{L}\left[\alpha \frac{\partial^2 w(r,t)}{\partial r^2}\right]$
- $\mathcal{L}[w(R,t)] = W(R,s)$  e  $\mathcal{L}[w(0,t)] = W(0,s)$

Resultando numa Equação Diferencial Ordinária dada por:

- $\alpha \frac{d^2 W(r,s)}{dr^2} - sW(r,s) = 0$
- $W(0,s) = 0$  (28)
- $W(R,s) = \frac{1}{s}$

Resolvendo a Equação (28), utilizando as condições de contorno, obtemos (BOYCE, 1994):

$$W(r,s) = \frac{1}{s} \left[ \frac{\sinh\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} r\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right)} \right] \quad (29)$$

Encontrando a Transformada de Laplace Inversa da Equação (29), (ÖZISIK, 2000), tem-se:

$$w(r,t) = \frac{r}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cos(n\pi) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi r}{R}\right) e^{-\alpha\left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 t} \quad (30)$$

Por outro lado, resolvendo a Equação (18), com condições de fronteira dadas pelas equações (19) e (20), obtêm-se, também aplicando a Transformada de Laplace:

$$\begin{aligned}
& \bullet \quad \alpha \frac{d^2 U(r, s)}{dr^2} - sU(r, s) = 0 \\
& \bullet \quad U(0, s) = 0 \\
& \bullet \quad U(R, s) = F(s)
\end{aligned} \tag{31}$$

onde:

pela definição de transformada de Laplace, segue que:

$$\mathcal{L}[X(r, t)] = U(r, s) \quad \text{e} \quad F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$$

A solução da Equação (31) utilizando as condições de contorno é dada por: (BOYCE, 1994):

$$U(r, s) = F(s) \frac{\left[ \sinh\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} r\right) \right]}{\left[ \sinh\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right) \right]} \tag{32}$$

Multiplicando e dividindo a Equação (32) pela variável  $s$  obtém-se:

$$U(r, s) = F(s) \left\{ s \frac{\left[ \sinh\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} r\right) \right]}{\left[ s \sinh\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right) \right]} \right\} = F(s) s W(r, s) \tag{33}$$

Utilizando a propriedade da Transformada de Laplace descrita pela Equação (26), onde, para este caso,  $w(r, 0) = 0$ , tem-se:

$$\mathcal{L}\left[\frac{\partial w(r, t)}{\partial t}\right] = sW(r, s) \tag{34}$$

Substituindo (34) em (33), temos:

$$U(r, s) = F(s) \mathcal{L} \left[ \frac{\partial w(r, t)}{\partial t} \right] \quad (35)$$

Logo, a solução  $X(r, t)$ , aplicando a Transformada de Laplace Inversa, pode ser escrita como:

$$X(r, t) = \mathcal{L}^{-1} \{U(r, s)\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ F(s) \mathcal{L} \left[ \frac{\partial w(r, t)}{\partial t} \right] \right\} \quad (36)$$

Para calcular a solução utiliza-se o Teorema da Convolução e algumas de suas propriedades:

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau)d\tau$$

$$\mathcal{L}[f * g] = \mathcal{L}[f] \mathcal{L}[g]$$

E isto implica que:

$$\mathcal{L}^{-1} \{ \mathcal{L}[f] \mathcal{L}[g] \} = f * g$$

Neste caso, aplicando este Teorema e suas propriedades na Equação (36), obtém-se:

$$X(r, t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ F(s) \mathcal{L} \left[ \frac{\partial w(r, t)}{\partial t} \right] \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \mathcal{L}[f(t)] \mathcal{L} \left[ \frac{\partial w(r, t)}{\partial t} \right] \right\} \quad (37)$$

Logo,

$$X(r, t) = f(t) * \frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = \int_0^t f(\tau) \frac{\partial w(r, t - \tau)}{\partial t} d\tau \quad (38)$$

Resolvendo por integral por partes, a Equação (38), torna-se

$$X(r, t) = \int_0^t w(r, t - \tau) \frac{\partial f(\tau)}{\partial \tau} d\tau + f(0) w(r, t) \quad (39)$$

onde:

$$f(\tau) = R(T_0 - T_a)(\Psi - 1)$$

Neste caso,

$$\Psi(0) = e^{-\left(\frac{0}{b_1}\right)^{\left(b_3 + \frac{0}{b_2}\right)}} = 1$$

$$f(0) = R(T_0 - T_a)(1 - 1) = 0$$

Portanto, a Equação (39) fica

$$X(r, t) = \int_0^t w(r, t - \tau) \frac{\partial f(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (40)$$

onde:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -R(T_0 - T_a) \left(\frac{v\tau}{yb_1}\right)^{\left(b_3 + \frac{v\tau}{yb_2}\right)} \left[ \left(\frac{v}{yb_2}\right) \ln\left(\frac{v\tau}{yb_1}\right) + \left(b_3 + \frac{v\tau}{yb_2}\right) \left(\frac{1}{\tau}\right) \right] e^{-\left(\frac{v\tau}{yb_1}\right)^{\left(b_3 + \frac{v\tau}{yb_2}\right)}}$$

e

$$w(r, t - \tau) = \frac{r}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cos(n\pi) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi r}{R}\right) e^{-\alpha \left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 (t-\tau)}$$

Logo,

$$X(r,t) = \int_0^t \left\{ \frac{r}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cos(n\pi) \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi r}{R} \right) e^{-\alpha \left( \frac{n\pi}{R} \right)^2 (t-\tau)} \right\} d\tau + \dots$$

$$\int_0^t \left\{ -R(T_0 - T_a) \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} \left[ \left( \frac{v}{yb_2} \right) \ln \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right) + \left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right) \left( \frac{1}{\tau} \right) \right] e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} \right\} d\tau$$

ou

$$X(r,t) = \frac{r(T_a - T_0)v}{yb_2} \int_0^t \left[ \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} \left( \ln \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right) + 1 \right) \right] d\tau + \dots$$

$$r(T_a - T_0)b_3 \int_0^t \left[ \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} \left( \frac{1}{\tau} \right) e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} \right] d\tau + \dots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cos(n\pi) \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi r}{R} \right) \left[ \frac{R(T_a - T_0)v}{yb_2} \int_0^t \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} e^{-\alpha \left( \frac{n\pi}{R} \right)^2 (t-\tau)} \left( \ln \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right) + 1 \right) \right] d\tau + \dots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cos(n\pi) \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi r}{R} \right) \left[ R(T_a - T_0)b_3 \int_0^t \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} \left( \frac{1}{\tau} \right) e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} e^{-\alpha \left( \frac{n\pi}{R} \right)^2 (t-\tau)} \right] d\tau$$

Para calcularmos a temperatura no interior do grão segue que:

$$T^*(r,t) = \frac{X(r,t)}{r} \quad \text{e} \quad T(r,t) = T^*(r,t) + T_0 \quad (41)$$

Portanto,

$$\begin{aligned}
 T(r, t) = T_0 + \frac{(T_a - T_0)v}{yb_2} \int_0^t & \left[ \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} \left( \ln \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right) + 1 \right) \right] d\tau + \dots \\
 (T_a - T_0)b_3 \int_0^t & \left[ \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} \left( \frac{1}{\tau} \right) e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} \right] d\tau + \dots \\
 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cos(n\pi) \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi r}{R} \right) & \left[ \frac{R(T_a - T_0)v}{r y b_2} \int_0^t \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} e^{-\alpha \left( \frac{n\pi}{R} \right)^2 (t-\tau)} \left( \ln \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right) + 1 \right) \right] d\tau + \dots \\
 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cos(n\pi) \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi r}{R} \right) & \left[ \frac{R(T_a - T_0)b_3}{r} \int_0^t \left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)} \left( \frac{1}{\tau} \right) e^{-\left( \frac{v\tau}{yb_1} \right)^{\left( b_3 + \frac{v\tau}{yb_2} \right)}} e^{-\alpha \left( \frac{n\pi}{R} \right)^2 (t-\tau)} \right] d\tau
 \end{aligned} \tag{42}$$

As integrais da Equação (42) foram resolvidas por integração numérica, pelo Método da 1ª Regra de Simpson, que pode ser escrita por (BARROSO, 1987):

$$I = \int_0^t f(\tau) d\tau = \frac{\Delta r}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \tag{43}$$

onde:

$n$  é número par de pontos

$$y_0 = f(0)$$

$$y_n = f(t)$$

$y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$  são considerados pontos intermediários da função  $f$

## 4.2 Método de Crank-Nicolson

Crank e Nicolson (1974) propuseram um método que reduz a escolha do passo de integração aplicando o esquema implícito centrado por tempo.

A solução numérica da Equação (14), com as condições de fronteira (15), (16) e (17), foi implementada usando o Método de Crank-Nicolson. A discretização da Equação (14) usando diferenças centrais no espaço é feita com base na expansão das derivadas em Série de Taylor, cujas deduções podem ser encontradas em (MALISKA, 1985 e SMITH, 1978).

A derivada temporal tem a forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k} \quad (44)$$

A derivada espacial de primeira e segunda ordem tomam a forma, respectivamente:

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h} \quad (45)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} \quad (46)$$

onde:

$u$  é a solução exata da aproximação da equação diferencial

$r_i = ih$ ,  $i$  é relativo à posição na direção  $r$

$h$  é a menor distância entre dois pontos no espaço

( $i = 0, 1, 2, \dots$ )

$t_j = jk$ ,  $j$  e  $j+1$  são os valores do tempo no instante atual e posterior

$k$  é a menor intervalo de tempo

( $j = 0, 1, 2, \dots$ )

Usando diferenças finitas progressiva e regressiva para resolver este problema, encontra-se, respectivamente, o método explícito e implícito, como segue:

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} \quad (47)$$

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k} = \frac{u_{i+1,j+1} - 2u_{i,j+1} + u_{i-1,j+1}}{h^2} \quad (48)$$

O método de Crank-Nicolson calcula uma média das equações (47) e (48), dessa forma:

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{u_{i+1,j+1} - 2u_{i,j+1} + u_{i-1,j+1}}{h^2} + \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} \right\} \quad (49)$$

Esta Equação (49) pode ser escrita como:

$$-ru_{i-1,j+1} + (2+2r)u_{i,j+1} - ru_{i+1,j+1} = ru_{i-1,j} + (2-2r)u_{i,j} + ru_{i+1,j} \quad (50)$$

onde:

$$r = \frac{k}{h^2}$$

As condições de fronteira do problema descritas pelas equações (15), (16) e (17) ficam:

$$u_{i,0} = X(ih,0) = 0 \quad (51)$$

$$u_{N,j} = X(R, jk) = R(T_0 - T_a)(\Psi - 1) = f(t_j) \quad (52)$$

$$u_{0,j} = X(0, jk) = 0 \quad (53)$$

A Equação de Crank-Nicolson (50) pode ser escrita na forma matricial, como segue:

$$\begin{bmatrix} 2(1+r) & -r & 0 & \dots & 0 \\ -r & 2(1+r) & -r & & \\ & & \dots & & \\ & & -r & 2(1+r) & -r \\ 0 & \dots & 0 & -r & 2(1+r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,j+1} \\ u_{2,j+1} \\ \vdots \\ u_{N-1,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(1-r) & r & 0 & \dots & 0 \\ r & 2(1-r) & r & & \\ & & \dots & & \\ & & r & 2(1-r) & r \\ 0 & \dots & 0 & r & 2(1-r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,j} \\ u_{2,j} \\ \vdots \\ u_{N-1,j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & \dots & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{0,j} \\ 0 \\ \vdots \\ u_{N,j} \end{bmatrix} \quad (54)$$

ou,

$$A \cdot u_{j+1} = B \cdot u_j + C \quad (55)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 2(1+r) & -r & 0 & \dots & 0 \\ -r & 2(1+r) & -r & & \\ & & \dots & & \\ & & -r & 2(1+r) & -r \\ 0 & \dots & 0 & -r & 2(1+r) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2(1-r) & r & 0 & \dots & 0 \\ r & 2(1-r) & r & & \\ & & \dots & & \\ & & r & 2(1-r) & r \\ 0 & \dots & 0 & r & 2(1-r) \end{bmatrix}$$

$$C = [r \ 0 \ \dots \ r]$$

O método de Crank-Nicolson é um esquema implícito e absolutamente estável, e como resultado tem-se um sistema de equações algébricas lineares com a matriz tridiagonal  $A$ , que deve ser resolvido em cada passo do tempo. Para a resolução do sistema (55) foi aplicada a decomposição L-U da matriz tridiagonal  $A$ .

Logo, a solução da Equação (55), é:

$$u_{j+1} = D \cdot u_j + E \quad (56)$$

onde:

$$D = A^{-1} \cdot B$$

$$E = A^{-1} \cdot C$$

$A^{-1}$  é a inversa da matriz  $A$

### 4.3 Temperatura média do grão de soja no resfriamento

A partir da distribuição de temperatura ao longo do raio do grão, foi possível calcular a temperatura média em todo o volume  $V$  do grão, para uma posição fixa na coluna de grãos.

$$T_M(t) = \frac{1}{V_T} \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} T(r, \theta, \phi) r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi \quad (57)$$

onde:

$T_M$  é a temperatura média do grão de soja

$V_T$  é o volume total da esfera (grão de soja)

A Equação (57) pode ser escrita como segue (LEITHOLD, 1994):

$$T_M(t) = \frac{3}{R^3} \int r^2 T(r, t) \, dr \quad (58)$$

onde:

$T(r,t)$  é a temperatura no interior do grão, calculada pelo Teorema de Duhamel e pelo Método de Crank-Nicolson

$R$  é raio do grão de soja ( $R = 0,0025 \text{ m}$ )

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados da pesquisa.

### 5.1 Distribuição da temperatura no interior do grão

Aplicando o modelo matemático proposto para o processo de resfriamento de uma massa de grãos sujeita a aeração, foram realizadas simulações numéricas para cinco diferentes velocidades do ar  $v=0,15$  m/s,  $v=0,23$  m/s,  $v=0,45$  m/s,  $v=0,57$  m/s e  $v=0,68$  m/s. As simulações foram realizadas utilizando o parâmetro  $\alpha = 1 \times 10^{-9}$  m/s<sup>2</sup>.

Nas Figuras 13 e 14, são apresentadas as distribuições de temperatura no interior do grão, ao longo do raio, para diferentes tempos de resfriamento, onde a velocidade do ar é  $v=0,23$  m/s. Os resultados apresentados mostram as distribuições de temperatura obtidas através do Teorema de Duhamel – Equação (42) e pelo método numérico de Crank-Nicolson – Equação (56), respectivamente:

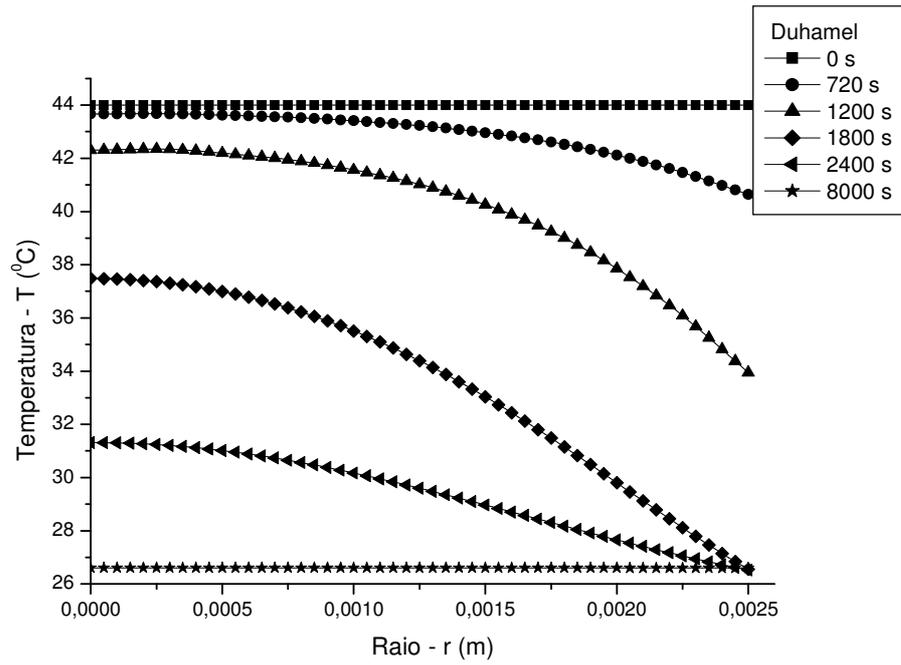


Figura 13 – Distribuição da temperatura no interior do grão para diferentes tempos de resfriamento – Eq.(42)

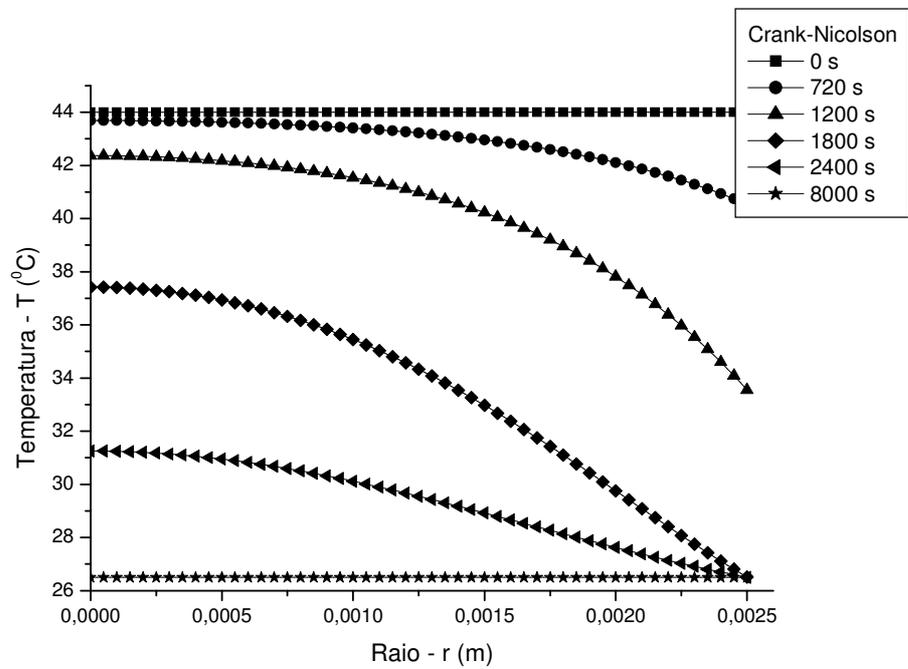


Figura 14– Distribuição da temperatura no interior do grão para diferentes tempos de resfriamento – Eq.(56)

As distribuições de temperatura no interior do grão apresentadas através das Figuras 13 e 14, mostram que a resolução do problema, tanto pelo Teorema de Duhamel quanto pelo método de Crank-Nicolson, dão resultados muito próximos (conforme Figura 15). Neste trabalho, optou-se por realizar os cálculos utilizando as expressões analíticas para a temperatura no interior do grão obtidas pelo Teorema de Duhamel.

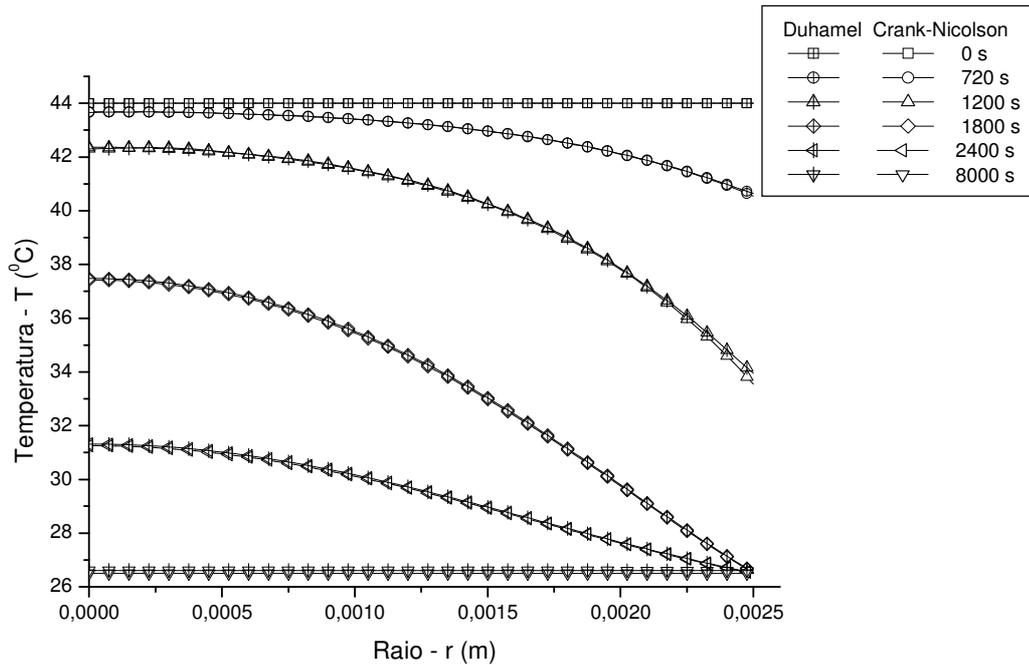


Figura 15 – Comparação entre as distribuições de temperatura no interior do grão para diferentes tempos de resfriamento obtidas através do Teorema de Duhamel e Método de Crank-Nicolson

Pela análise das curvas mostradas no gráfico da Figura 15, nota-se um comportamento coincidente entre os dois modelos. A fim de confirmar estes resultados muito próximos, efetuou-se o cálculo do coeficiente de correlação, cujo valor é  $r^2=0,9998$ . Para as demais velocidades observou-se a mesma coincidência entre os métodos trabalhados.

## 5.2 Curvas de dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja

Com os resultados obtidos para a simulação da distribuição da temperatura no interior do grão, calculou-se a temperatura média dos grãos em função da altura na coluna e do tempo de resfriamento através da Equação (58).

Nas Figuras 16 e 17, são apresentados os resultados obtidos para as curvas da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja para diferentes seções do silo para a velocidade do ar  $v=0,15 \text{ m/s}$  e  $v=0,23 \text{ m/s}$ , respectivamente, comparando-se com os dados experimentais.

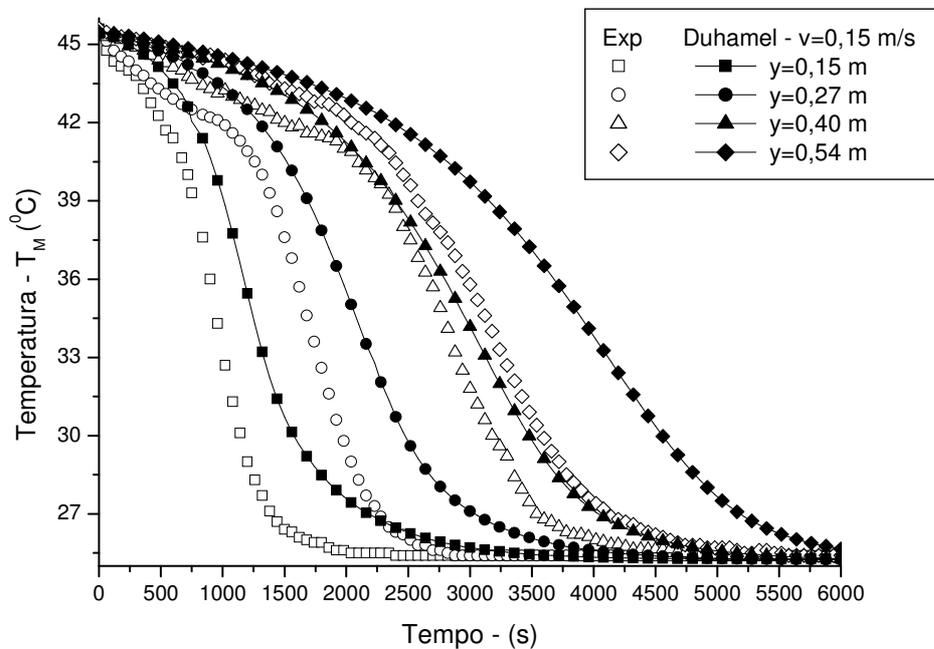


Figura 16 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de  $v=0,15 \text{ m/s}$ . Dados experimentais e simulação

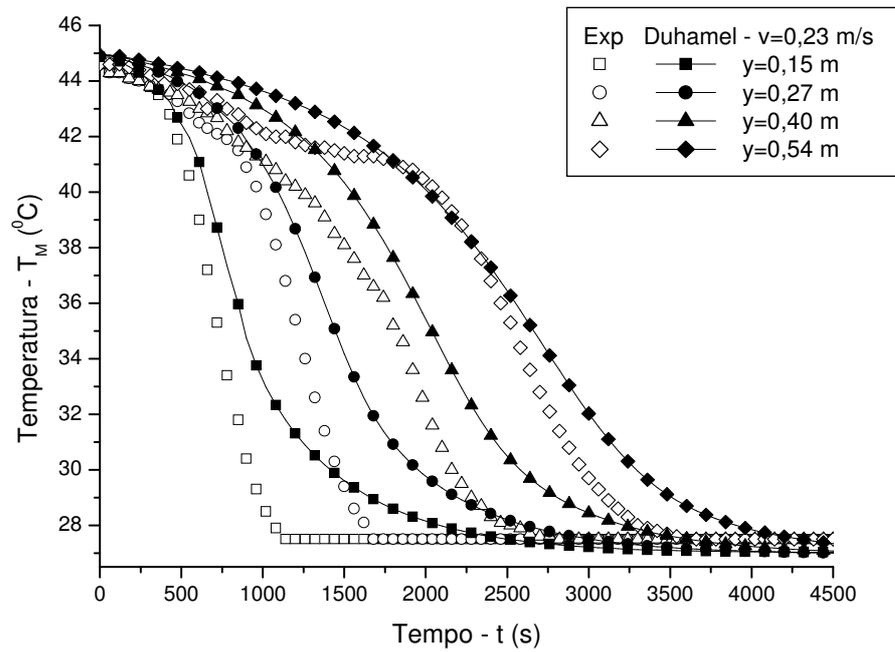


Figura 17 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de  $v=0,23$  m/s. Dados experimentais e simulação

Os resultados das simulações, apresentados nas Figuras 16 e 17, mostraram que o modelo descreveu satisfatoriamente o processo de resfriamento. Comparando-se os dados experimentais com os dados do modelo observa-se uma boa concordância.

As simulações do modelo para diferentes seções do silo e para a velocidade do ar  $v=0,45$  m/s são mostradas na Figura 18.

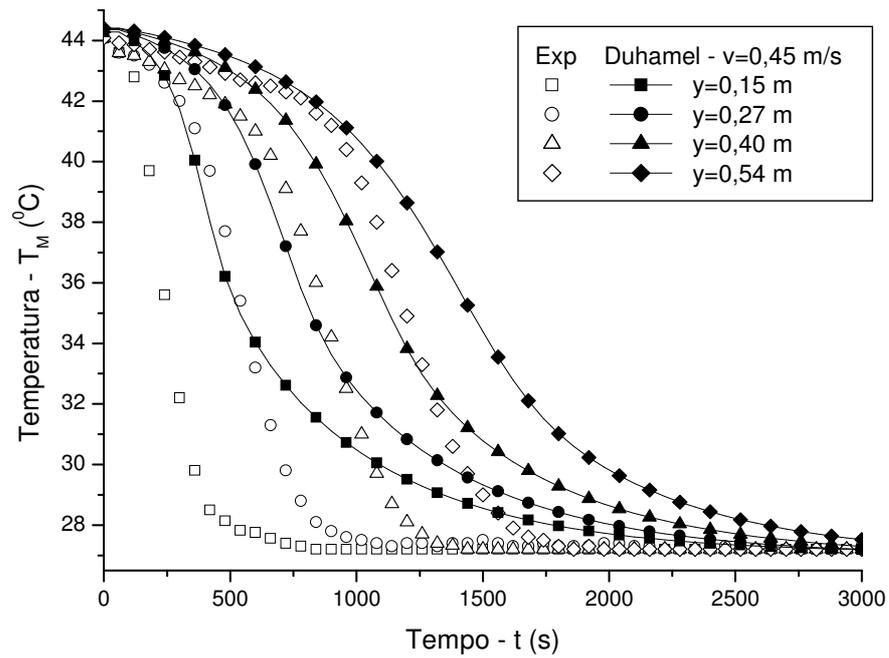


Figura 18 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de  $v=0,45 \text{ m/s}$ . Dados experimentais e simulação

As Figuras 19 e 20 mostram as curvas de dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja para diferentes seções do silo para a velocidade do ar  $v=0,57 \text{ m/s}$  e  $v=0,68 \text{ m/s}$ , respectivamente.

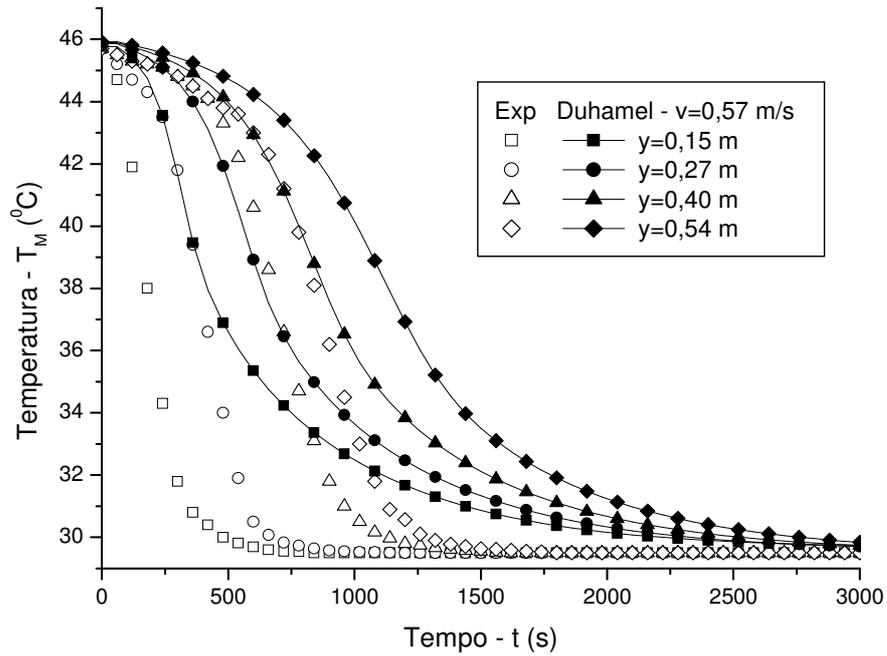


Figura 19 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de  $v=0,57 \text{ m/s}$ . Dados experimentais e simulação

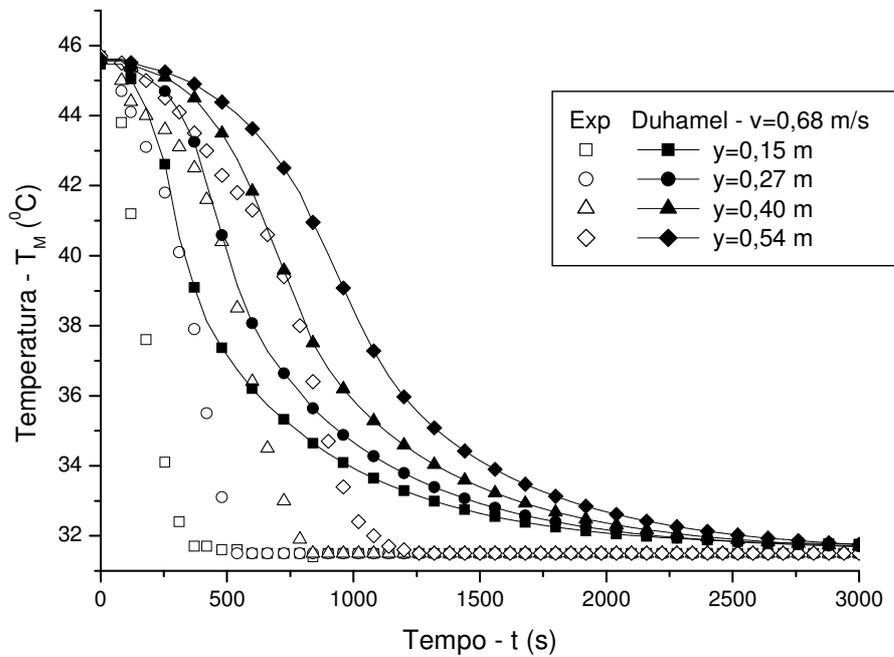


Figura 20 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de  $v=0,68 \text{ m/s}$ . Dados experimentais e simulação

Pela comparação dos dados experimentais com os resultados obtidos pela simulação realizada a partir do modelo descrito neste trabalho (Figuras 18, 19 e 20), é possível observar que, para velocidades maiores o modelo não fornece bons resultados, sendo que a simulação mostra a dinâmica de resfriamento ocorrendo de maneira mais lenta do que a mostrada pelos dados experimentais. Essa diferença justifica-se, pois os dados experimentais descrevem a distribuição temperatura da superfície do grão e os dados obtidos pela simulação do modelo consideram a distribuição de temperatura do interior do grão.

Na Figura 21 são apresentados os resultados obtidos pela simulação realizada para as diferentes velocidades do ar estudadas neste trabalho, para a posição de  $y=0,40\text{ m}$  na coluna de grãos. Pode-se observar que os resultados obtidos pela simulação do modelo mostram uma discrepância maior a medida que se aumenta a velocidade do ar de aeração.

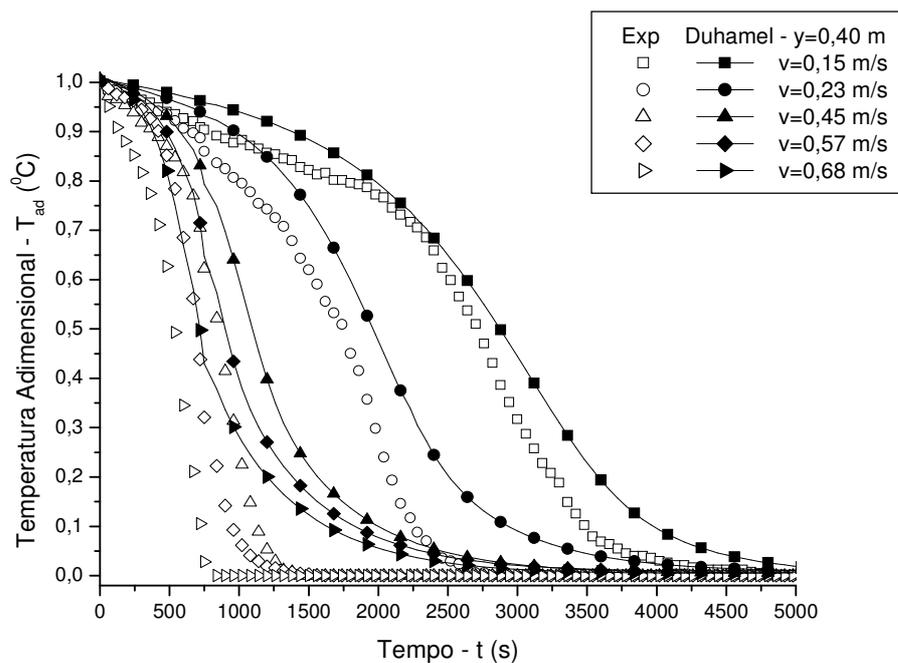


Figura 21 – Dinâmica de resfriamento para diferentes velocidades do ar de aeração para uma altura da coluna de grãos  $y=0,40\text{ m}$ . Dados experimentais e simulação

A distribuição de temperatura no interior do grão para as cinco velocidades diferentes do ar de aeração para uma altura fixa da coluna de grãos  $y=0,15\text{ m}$  está exposta graficamente na Figura 22.

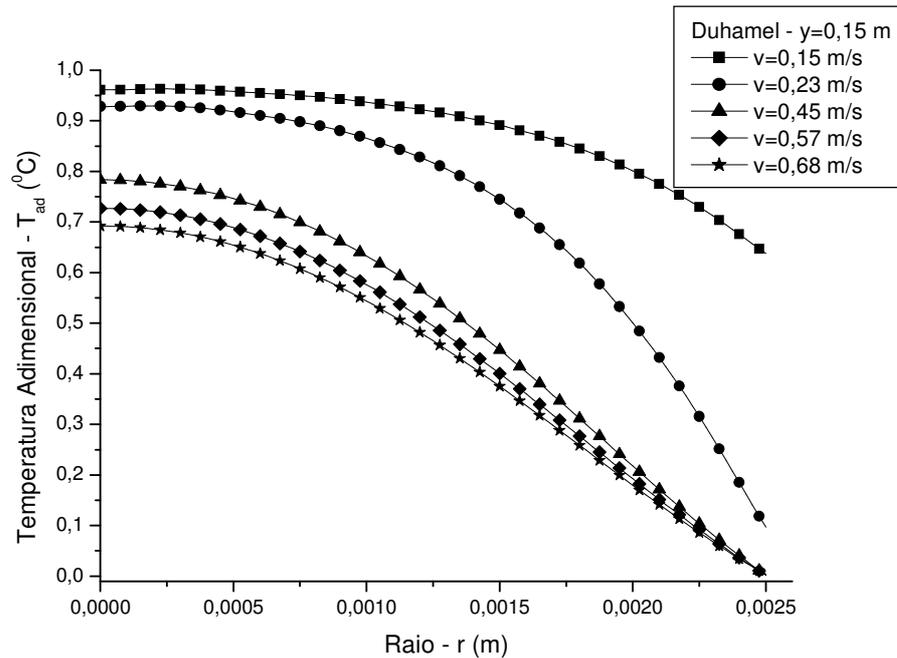


Figura 22 – Distribuição da temperatura no interior do grão para diferentes velocidades do ar de aeração para uma altura da coluna de grãos  $y=0,15\text{ m}$

Pela análise gráfica da Figura 22, percebe-se que, com o aumento da velocidade ocorre, conseqüentemente, uma diminuição da temperatura.

Com o intuito de realizar uma comparação entre os dados experimentais, os resultados obtidos pelo Teorema de Duhamel – Equação (42) e pelo modelo da Generalização – Equação (4), foram feitas as análises gráficas das Figuras 23 e 24, para as velocidades de ar  $v=0,23\text{ m/s}$  e  $v=0,68\text{ m/s}$ . Os demais resultados gráficos (para as outras velocidades) estão em anexo.

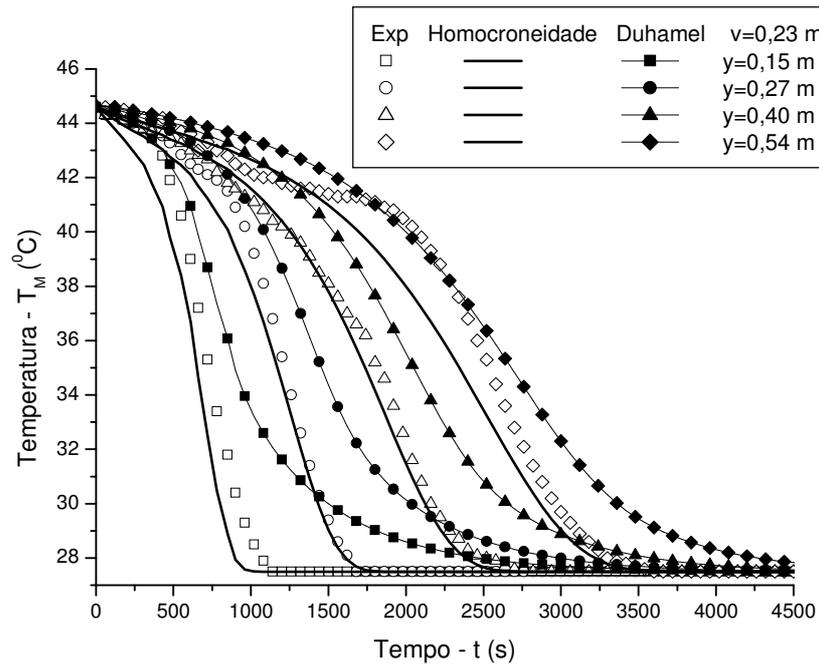


Figura 23 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de  $v=0,23$  m/s. Dados experimentais e simulação

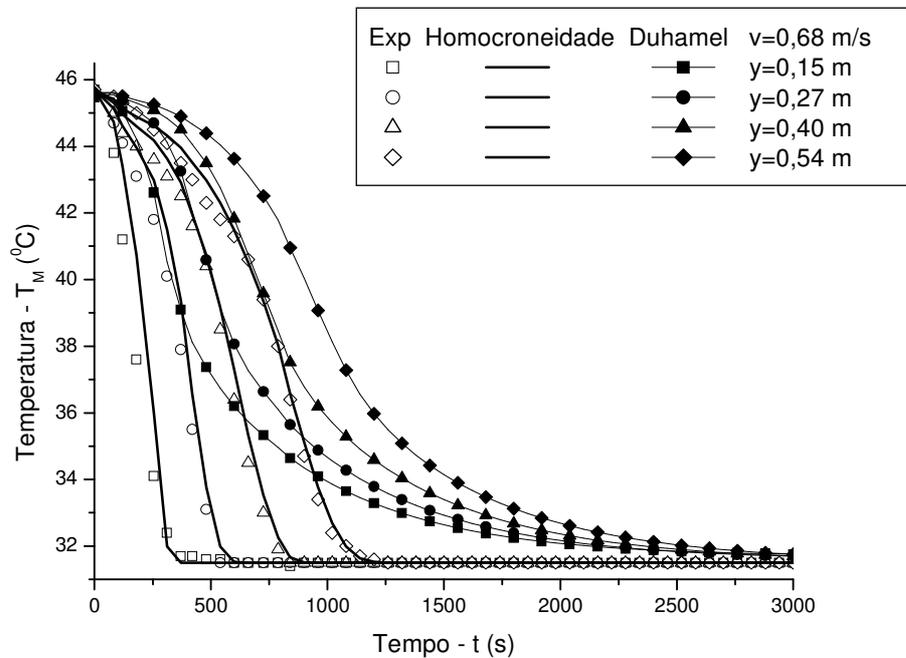


Figura 24 – Dinâmica de resfriamento para diferentes posições da coluna de grãos para uma velocidade de  $v=0,68$  m/s. Dados experimentais e simulação

Analisando-se, as Figuras 23 e 24, nota-se um bom ajuste do modelo resolvido pelo Teorema de Duhamel com os dados experimentais para baixas velocidades. Com o aumento da velocidade, percebe-se que o melhor modelo é o da Generalização.

Uma análise interessante a ser feita na comparação dos modelos utilizados nesta pesquisa é a análise do comportamento da temperatura da superfície do grão ou da temperatura do ar que está em contato com os grãos com a temperatura média dos grãos calculada pelo modelo desenvolvido neste trabalho. Os resultados da simulação são mostrados na Figura 25.

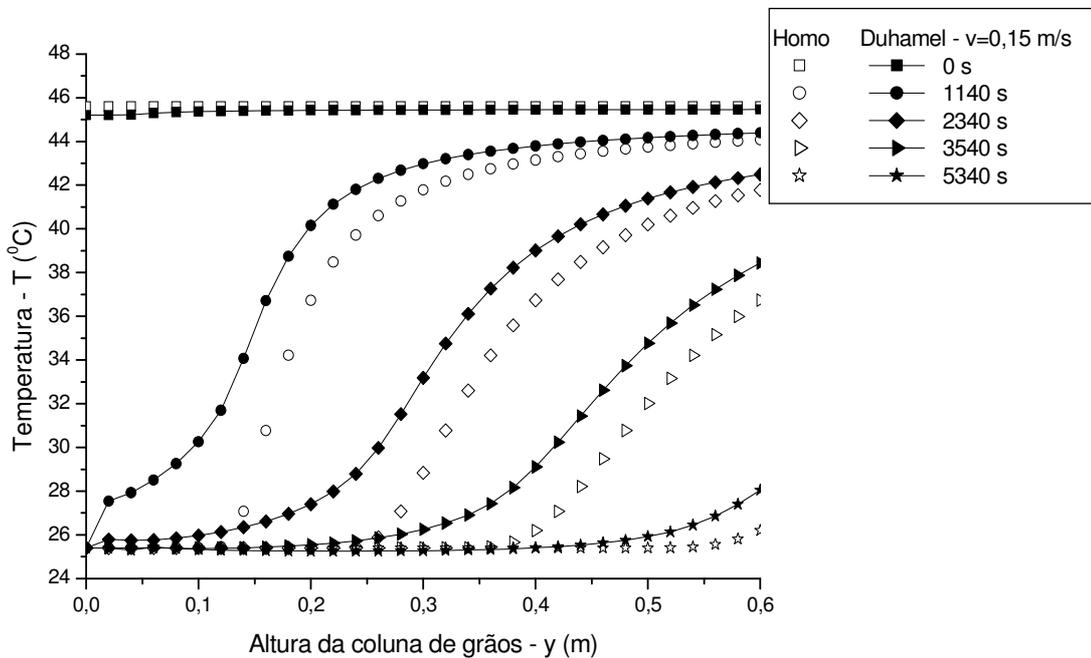


Figura 25 – Comparação da temperatura da superfície do grão/ar (Homo) e da temperatura média do grão (Duhamel) ao longo da coluna de grãos para diferentes tempos de resfriamento.

Percebe-se, pela Figura 25, que existe uma diferença entre as temperaturas da superfície do grão (ar) e as obtidas utilizando o teorema de Duhamel (temperaturas médias), para diferentes tempos de resfriamento. Considerando estes resultados pode-se mostrar que o interior do grão permanece aquecido um tempo maior durante o processo.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1 Conclusões

Nesta pesquisa efetuou-se um estudo teórico-experimental da dinâmica de resfriamento de grãos armazenados em silos sujeitos a aeração. Apresentou-se a resolução da equação do calor para uma esfera (grão), em que se obteve a distribuição de temperatura no interior do grão.

Os resultados apontam que o objetivo proposto de analisar e comparar a distribuição de temperatura experimental dos grãos e a distribuição de temperatura obtida pelo modelo foi alcançado, sendo de fundamental importância para o entendimento do sistema de resfriamento de grãos armazenados em silos.

As distribuições de temperatura no interior do grão mostram que a resolução do problema, tanto pelo Teorema de Duhamel quanto pelo método de Crank-Nicolson, dão resultados muito próximos.

A comparação das simulações, obtidas a partir da solução do modelo com os dados experimentais, mostrou que este modelo descreve muito bem o processo de resfriamento para velocidades pequenas, porém com o aumento da velocidade o modelo apresenta uma maior discrepância entre os dados simulados e experimentais, pois a superfície dos grãos resfria-se numa taxa maior do que o interior do grão e este permanece mais tempo aquecido.

Pode-se perceber também um bom ajuste do modelo resolvido pelo Teorema de Duhamel para baixas velocidades. Com o aumento da velocidade, nota-se que o melhor modelo é o da Generalização.

Os resultados da temperatura da superfície do grão (ar) e as obtidas utilizando o teorema de Duhamel (temperaturas médias) mostraram que existe uma diferença entre as temperaturas nos diferentes tempos de resfriamento. Considerando estes resultados pode-se mostrar que o interior do grão permanece aquecido um tempo maior durante o processo.

Esta pesquisa mostra-se relevante, pois tratou de um estudo teórico-experimental da dinâmica de resfriamento da massa de grãos de soja armazenados sujeito à aeração, no qual foi aplicado em setor de grande importância para a conservação da qualidade dos grãos.

## **6.2 Perspectivas de continuidade**

Como sugestão para trabalhos futuros pretende-se calcular um melhor valor para o coeficiente de difusividade térmica ( $\alpha$ ) do grão. Além disto, pretende-se realizar uma série de experimentos de resfriamento de grãos de soja medindo, durante o processo, as temperaturas da superfície e do interior dos grãos e a temperatura do ar. Com isto pretende-se observar as diferenças destas temperaturas a medida que aumenta-se a velocidade do ar de aeração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBOUDA, S.K.; Chung, D.S.; Seib, P.A.; Song, A. **Heat and mass transfer in stored milo. Part I. Heat transfer model.** Transactions of the ASAE, St. Joseph, v.35, n.5, p.1569-1573, 1992.

AGRIANUAL. **Anuário da agricultura brasileira.** São Paulo: FNP Consultoria e Comércio, 520 p, 2005.

ALENCAR, E. R. **Efeitos das Condições de Armazenagem sobre a Qualidade da Soja (Glycine Max (L.) MERRILL) e do Óleo Bruto.** Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola. Universidade Federal de Viçosa, 2006.

AMIZADEH, F.N., JAMSHIDI, M. **The evolution of expert systems** . In: Soft computing-fuzzy, Neural Networks, and Distributed Artificial Intelligence. New Jersey: Prentice Hall, p. 1-29. 1994.

ANDRADE, E. T., COUTO, S. M., DAMASCENO, G. S., QUEIROZ, D. M. **Distribuição de temperatura em grãos armazenados em silos: modelagem por elementos finitos.** Revista Brasileira de Armazenamento, n. 26, 28-35, 2001.

ARTHUR, F.H. **Feasibility of using aeration to control insect pests of corn stored in Southeast Georgia: Simulated field test.** Journal Economical Entomology, Lanham, v.87, n.5, p.1359- 1365, 1994.

ARTHUR, F.H.; THRONE, J.E. **Pirimiphos-methyl degradation and insect population growth in aerated and unaerated corn stored in southeast Georgia: Small bin test.** Journal Economical Entomology, Lanham, v.87, n.3, p.810-816, 1994.

BARROSO, L. C., BARROSO, M. M. A., CAMPOS, F. F., CARVALHO, M. L. B., MAIA, M. L. **Cálculo Numérico (com aplicações)**, 2ª edição, São Paulo, Editora Harbra Ltda, 1987.  
BAYER, F. M. **Previsão do preço e da volatilidade de commodities agrícolas, por meio de modelos ARFIMA-GARCH.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia da Produção. Universidade Federal de Santa Maria, 2008.

BORDIGNON, B. C. S. **Relação das Condições de Armazenamento com a Qualidade Fisiológica de Sementes e Composição do Óleo Extraído de Cultivares de Soja.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Agronomia. Universidade Federal de Santa Maria, 2009.

BOYCE, W. e DI PRIMA, R., **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno.** Guanabara-Koogan, 1994.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds.** New York: Van Nostrand Reinhold, 450 p, 1992.

BURREL, N. J. **The Chiled Storage of Grain Home.** Cereals Authority – Journal Ceres, v. 5, 1970.

CHANG, C.S., CONVERSE, H.H., STEELE, J.L. **Modelling of temperature of grain during storage with aeration.** Transactions of ASAE, v. 36, 509-519, 1993.

CONAB – Companhia Nacional de Abastecimento. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Central de Informações Agropecuárias, Safras.** Disponível em: [www.conab.gov.br/conabweb/index.php?PAG=131](http://www.conab.gov.br/conabweb/index.php?PAG=131). Acesso em: 28/10/2009.

CUPERUS, G.W.; PRICKETT, C.K.; BLOOME, P.D.; PITTS, J.T. **Insect populations in aerated and unaerated stored wheat in Oklahoma.** Journal Kansas Entomology Society, New York, v.59, p.620-627, 1986.

DAHLKE, M. C. **Modelagem Matemática do Resfriamento de Grãos de Soja em Silos com Aeração Utilizando o Modelo do Reator Ideal Homogêneo Modificado.** Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUI, Ijuí. 2006.

DEVILLA, I. A., COUTO, S. M., ZOLNIER, S., SILVA, J. S. **Variação da temperatura e umidade de grãos armazenados em silos com aeração.** Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 8, n. 2/3, p. 284-291, 2004.

DEVILLA, I. A., COUTO, S. M., QUEIROZ, D. M. **Distribuição do fluxo de ar em silos com sistema de aeração: Análise por elementos finitos.** Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 9, n. 2, p. 256-262, 2005.

EMBRAPA. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Soja: História no Brasil.** Disponível em: [www.cnpso.embrapa.br/index.php?op\\_page=113&cod\\_pai=35](http://www.cnpso.embrapa.br/index.php?op_page=113&cod_pai=35). Acesso em: 13/10/2009.

ENCK, M. R. **Modelagem Matemática da Temperatura de Grãos de Soja no Interior de um Silo com Aeração Sujeito a Condições de Contorno.** Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUI, Ijuí. 2006.

FARLOW, S. J. **Partial Differential Equations for Scientists and Engineers.** Dover Publications, New York, 1993.

FERNANDES FILHO, E. I., **Desenvolvimento de um sistema especialista para determinação da aptidão agrícola das terras de duas bacias hidrográficas .** Viçosa, MG:UFV, 1996. 71p. Tese (Doutorado em Fitotecnia) – Universidade Federal de Viçosa, 1996.

FREITAS, L.H. **Sistema especialista para diagnóstico de toxinfecções alimentares de origem bacteriana.** Dissertação de Mestrado em Engenharia de Alimentos. Universidade Federal de Viçosa, 1995.

IGUAZ A., ARROQUI, C., ESNOZ A., VÍRSEDA P. **Modelling and validation of heat transfer in stored rough rice without aeration.** Boisystems Engineering, 88(4), 429-439, 2004.

KHANKARI, K.K.; Morey, R.V.; Patankar, S.V. **Mathematical model for moisture diffusion in stored grain due to temperature gradients.** Transactions of the ASAE, St. Joseph, v.37, n.5, p.1591-1604, 1994.

KHATCHATOURIAN, O. A., SAVICKI, D. L. **Mathematical Modelling of Airflow in an Aerated Soya Bean Store Under Non-uniform Conditions**. Biosystems Engineering, 88(2), 201-211, 2004.

KHATCHATOURIAN, O. A., OLIVEIRA, F. A. **Mathematical Modelling of Airflow and Thermal State in Large Aerated Grain Storage**. Biosystems Engineering 95(2), 159 – 169, 2006.

LEITE, R. G., DEVILLA, I. A., RESENDE, R. C., **SISAERA: Software para o controle de aeração em grãos armazenados**. Disponível em: [http://www.prp.ueg.br/06v1/conteudo/pesquisa/inic-cien/eventos/sic2005/arquivos/agrarias/sisaera\\_software.pdf](http://www.prp.ueg.br/06v1/conteudo/pesquisa/inic-cien/eventos/sic2005/arquivos/agrarias/sisaera_software.pdf). Acesso em 16/11/2009.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**, Volumes 1 e 2, 3ª ed, São Paulo, Editora Harbra Ltda, 1994.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacionais**. Rio de Janeiro, livros Técnicos Científicos, 1985.

MARCHEZAN, A.. **Previsão do preço dos principais grãos do Rio Grande do Sul**. Monografia de Especialização (Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.

MARION, E. **Parâmetros hídricos para estimativa do rendimento de grãos de soja**. Florianópolis. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

MARTINELLI JÚNIOR, L. C., SILVEIRA, J. L. **Análise termodinâmica de um sistema de refrigeração por absorção utilizando-se mistura LiBr – H<sub>2</sub>O para um silo para armazenamento de grãos**. Revista Ciências Exatas, Taubaté, v. 11, n. 1, p. 97-103, 2005.

MENEGOL, A. P. W. **Modelagem Matemática do Resfriamento de Grãos de Soja**. Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUI, Ijuí. 2005.

MIRANDA, A. A. **Modelagem Matemática do Resfriamento de Grãos de Soja em Silos com Aeração utilizando o Modelo de Reator Ideal Homogêneo.** Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUI, Ijuí. 2005.

OLIVEIRA, A. J., **Um sistema inteligente de apoio à decisão para o planejamento de empresas rurais.** Dissertação de Mestrado em Economia Rural. Universidade Federal de Viçosa, 1995.

OLIVEIRA, F. A., KHATCHATOURIAN, O. A.; BIHAIN, A., **Estado Térmico de Produtos Armazenados em Silos com Sistema de Aeração: Estudo Teórico e Experimental.** Engenharia Agrícola, v. 27, n. 1, p. 247 – 258, 2007.

ÖZISIK, M. N., ORLANDE, H. R. B., **Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications,** Taylor Francis, New York, 2000.

PRADO, E. V. **Sistema especialista para dimensionamento e seleção de equipamentos para pré-processamento de café.** Dissertação de Mestrado em Engenharia Agrícola. Universidade Federal de Viçosa, 2001.

PUZZI, D. **Abastecimento e armazenamento de grãos.** Campinas: Instituto Campineiro de Ensino Agrícola, 2000.

REED, C., ARTHUR, F.H. Aeration. In: SUBRAMANYAM, B., HAGSTRUM, D. W. **Alternative to pesticides in stored-product IPM.** Norwell: Kluwer Academic Publishers, p. 51-72, 2000.

ROBERTS, E. H., **Physiology of aging and its application to drying and storage.** Seed Science and Technology, Zurich, v. 9, n. 2, p. 359-372, Apr./June 1981.

SAUER, D.B. **Storage of cereal grains and their products.** St. Paul, American Association of Cereal Chemists Inc., 615p, 1992.

SINICIO, R., MUIR, W.E., JAYAS, D.S. **Sensitivity analysis of a mathematical model to simulate aeration of wheat stored in Brazil.** Postharvest Biology and Technology, vol. 11, 107-122, 1997.

SMITH, G. D., **Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods**, 2nd ed, Oxford University Press, London, 1978.

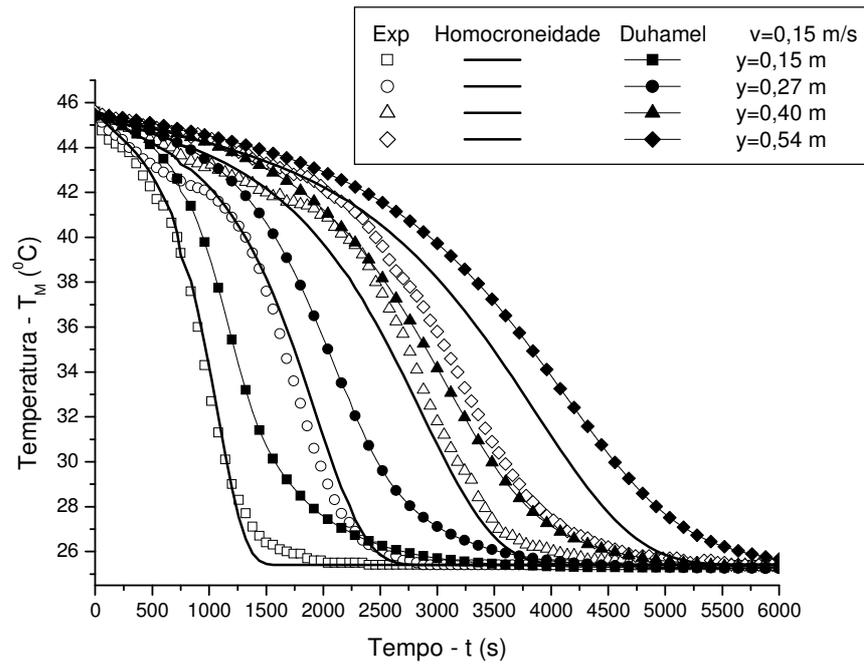
SRIVASTAVA, A.K., RAO, P.H., **Changes in the functional characteristics of wheat during high temperature storage**. Journal of Food Science and Technology, Mysore, v.31, n.1, p.36-39, 1994.

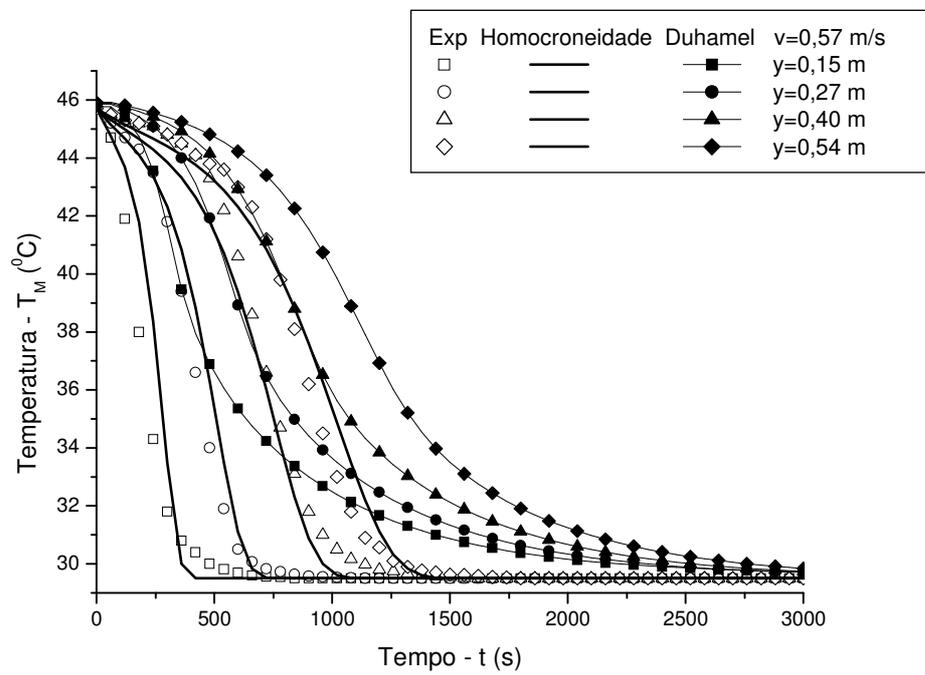
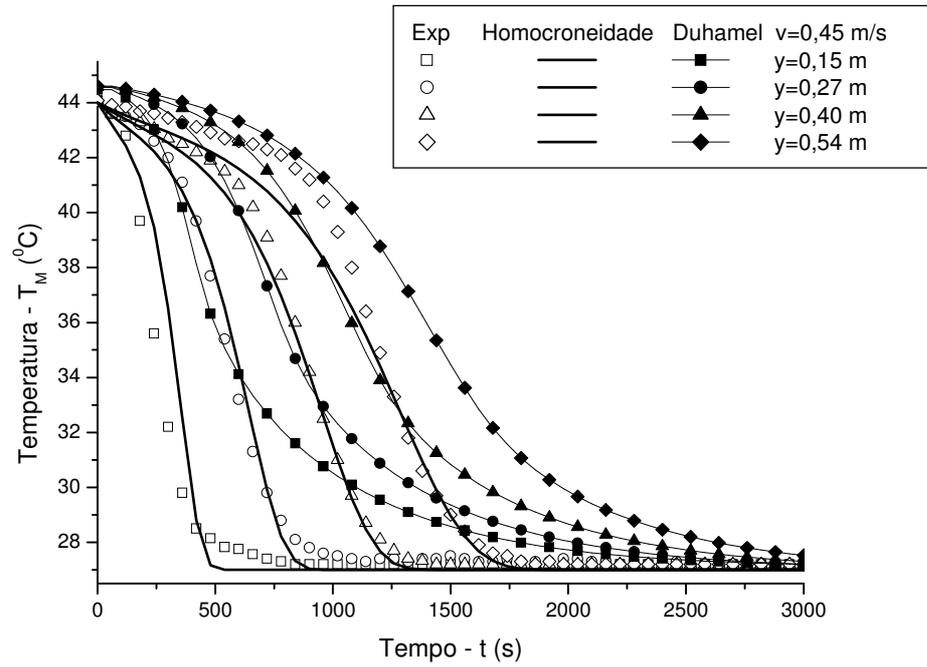
WATERMAN, D.A. **A guide to expert systems** . USA: Addison – Wesley Publishing. 417p. 1986.

WEBER, E. **Excelência em beneficiamento e armazenamento de grãos**. 5 ed., Panambi: Agropecuária, 2005.

## **ANEXO I**

Comparação entre os dados experimentais, os resultados obtidos pelo Teorema de Duhamel – Equação (42), e pelo modelo da Generalização – Equação (4)





# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)