

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**CÁLCULO DE ÁREA NA VIDA E NA ESCOLA:
POSSÍVEIS DIFERENÇAS CONCEITUAIS**

Laceni Miranda Souza dos Santos
Profa. Dra. Veleida Anahí da Silva (orientadora)

São Cristóvão /SE
2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

LACENI MIRANDA SOUZA DOS SANTOS

**CÁLCULO DE ÁREA NA VIDA E NA ESCOLA:
POSSÍVEIS DIFERENÇAS CONCEITUAIS**

Dissertação de Mestrado submetida ao Núcleo de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal de Sergipe, como parte integrante dos requisitos para obtenção de título de Mestre em Educação, sob orientação da Profa. Dra. Veleida Anahí da Silva

São Cristóvão / SE
2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

S237c Santos, Laceri Miranda Souza dos
Cálculo de área na vida e na escola : possíveis
diferenças conceituais / Laceri Miranda Souza dos
Santos. – São Cristóvão, 2010.
124 p.: il.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Núcleo de
Pós-Graduação em Educação, Pró-Reitoria de Pós-
Graduação e Pesquisa, Universidade Federal de
Sergipe, 2010.

Orientador: Prof^a Dr^a Veleida Anahí da Silva.

1. Educação – Pesquisa. 2. Matemática – Teoremas-
em-ação. 3. Etnomatemática. I. Título.

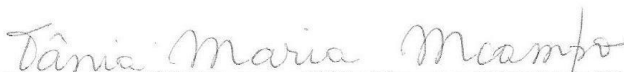
CDU 37:51-028.75/.76

“CÁLCULO DE ÁREA NA VIDA E NA ESCOLA: POSSÍVEIS DIFERENÇAS
CONCEITUAIS”


APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
19 DE ABRIL DE 2010



PROF^a. DR^a. VELEIDA ANAHÍ DA SILVA



PROF^a. DR^a. TÂNIA MARIA MENDONÇA CAMPOS



PROF. DR. BERNARD CHARLOT

Suplente

*Aos trabalhadores rurais, responsáveis pelas
primeiras sementes deste trabalho.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar presente em todos os momentos de minha vida.

À Prof^a Dr^a Veleida Anahí Silva, pelo trabalho de orientação, desenvolvida com muita competência, dedicação, amizade e paciência.

Aos professores da Banca examinadora, Prof^o Dr^a Tânia Maria Mendonça Campos e Prof^o Dr Bernard Charlot, pelas sugestões, comentários e críticas que tanto contribuíram para a elaboração e evolução dessa dissertação.

À coordenação e ao corpo docente do programa de Pós-Graduação em Educação que foram muito importantes para a minha formação em particular as Professoras Dr^a Inês Araújo, Dr^a Anamaria Bueno e Dr^a Sonia Meire, pelas sugestões, apoio e compreensão.

Aos funcionários da secretaria do programa, Geovânia e Edison, pela simpatia, presteza e competência.

Ao Grupo de Pesquisa Educação e Contemporaneidade (EDUCON), que tanto contribuiu na minha formação de pesquisadora.

Aos colegas de turma pelo apoio e camaradagem nesses meses de caminhada, Em especial ao colega e amigo Paulo Boa sorte que muito colaborou na correção do texto.

Aos colegas e companheiros do grupo de orientação da prof^a Veleida, Cláudio, Luciene e em especial a amiga Nielza pelo exemplo de lealdade, solidariedade e companheirismo, em tantos momentos importantes dessa jornada.

À colega e amiga Denize da Silva Souza, incansável estimuladora e colaboradora de minha labuta na elaboração desta dissertação.

Aos amigos e irmãos Dr Eduardo Martins Netto e Marileide Abreu Netto, pela amizade, acolhida, estímulo e colaboração científica no decorrer desta pesquisa.

À amiga de sempre Linda Soules, pelo carinho, apoio, incentivo e amizade em todos os momentos.

Aos amigos Aquino e Eliana e suas filhas Camila e Mariana, que nos acolheram nesta cidade de forma muito prestativa.

A Alexandra Alves, secretária do departamento de Ciências Sociais, pelo carinho e presteza em todos os momentos.

Ao Colégio Gênese, em especial a Geninha, Bena e Teca que me impulsionaram à pesquisa.

Aos amigos que sempre nos deram apoio e incentivos em todos os momentos, Eliete, Ângelo, Eliana, Pedro, Juliete.

Aos amigos de Recife, em especial Ramos e Socorro, Samuel, Ivens, e o Pr Cilas Menezes e família.

Às amigas recentes, Alzenira, Sueli e Lúcia, que souberam ser empáticas nos momentos de angústias e cansaço.

Aos meus pais, e familiares na minha querida Gameleira dos Crentes, em especial, minha irmã Socorro e minha cunhada Norma Lúcia e meu irmão Dorival.

Aos meus queridos: Josadac, Clarissa e Felipe, pelo apoio, incentivo e contribuições e também porque dividiram comigo tempo e atenções e souberam compreender os meus silêncios e as minhas ausências no decorrer do curso e na elaboração desse trabalho.

RESUMO

Este estudo centra-se na discussão sobre os conhecimentos matemáticos envolvidos na prática dos trabalhadores rurais, as possíveis relações existentes entre os conceitos matemáticos dos agricultores, a vivência sócio-cultural dos alunos e a prática pedagógica dos professores das Escolas Municipais rurais na região de Irecê/BA, no que diz respeito ao cálculo de área. O objetivo principal foi investigar o conhecimento matemático prático de trabalhadores rurais, em especial, o cálculo de área, a fim de estabelecer possíveis diferenças conceituais entre os procedimentos não formais dos trabalhadores e os procedimentos formais usados na escola. A metodologia empregada configura-se como qualitativa, na medida em que avalia as atitudes dos indivíduos em seu ambiente sócio-cultural. A referida pesquisa conta com duas categorias distintas; uma pertencente à escola, constituída por alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, professores de matemática; e outra não pertencente à escola, representada por trabalhadores rurais, todos residentes no distrito de Gameleira dos Crentes e do município de João Dourado/BA, situados na micro-região rural de Irecê, na Bahia. Tomamos como referencial teórico as abordagens da Etnomatemática, como uma possibilidade de interlocução entre os saberes matemáticos formais e os saberes do cotidiano, bem como a discussão das contribuições da teoria sócio-cultural embasadas em Vigotsky, na análise do desenvolvimento dos conceitos, proposta por Vergnaud, pela qual a operacionalização de cálculos de área com braças, quadros, tarefas e aceros poderá ser considerada no contexto desta pesquisa, como teoremas-em-ação.

Palavras-chave: Procedimentos formal e não formal. Etnomatemática. Teoremas-em-ação.

ABSTRACT

This study focuses on the discussion regarding mathematical knowledge involved in the work of rural farmers, the possible relations existing within the farmers' mathematical concepts, the social-cultural experience of students and the pedagogical practice of teachers of the rural Municipal Schools in the region of Irecê, BA, with respect to area calculation. The main objective was to investigate the practical mathematical knowledge of agricultural workers, specifically, area calculation, in order to establish possible conceptual differences between the informal conduct of rural workers and the formal conduct used in the school. The methodology used in this study was qualitative, as it evaluates the attitudes of the individuals in their social-cultural environment. The research was based on two distinct categories: one belonging to the school, comprising of students from Eighth and Ninth grades, and Math teachers; the other not being part of the school, represented by rural workers, all the residents of the city of Gameleira dos Crentes and the municipality of João Dourado, BA, situated in the micro-region of Irecê, Bahia. The theoretical references were taken from Ethnomathematics, as a possibility of interlocution between formal mathematical knowledge and knowledge stemming from everyday activities, as well as from the discussion of contributions of the social-cultural theory based on Vigotsky, on the analysis of concept development proposed by Vergnaud, by which the use of area calculation with fathoms, squares, acres and hectares can be considered in the context of this research, as theorems-in-action.

Key Words: Formal and Informal Conduct, Ethnomathematics, Theorems-in-action.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	14
------------------------	----

Figura 2.	14
Figura 3. A corda e a determinação de ângulos retos por povos antigos do Egito	27
Figura 4. Áreas diferentes com figuras de mesma base e mesma altura	29
Figura 5.	31
Figura 6. Decomposição do Triângulo Isósceles e Composição do Retângulo	32
Figura 7. Decomposição do Trapézio e Composição do Retângulo	32
Figura 8. Foto do <i>Rhind Mathematical Papyrus</i> (Rpm) Números 51 e 52	32
Figura 9. Explicação do cálculo de área quadrilátera	90
Figura 10. Estratégia de cálculo do trapézio utilizada por um trabalhador	97
Figura 11. Terreno triangular desenhado e calculado por um trabalhador	100
Figura 12. Explicação de uma braça quadrada por um trabalhador	102

ÍNDICE DOS QUADROS

Quadro 1. O significado da escola para os alunos	75
Quadro 2. O significado da matemática pelos alunos	76
Quadro 3. O que precisa saber em matemática para ter sucesso na vida e na escola	77
Quadro 4. A preferência dos alunos pelos conteúdos matemáticos	78
Quadro 5. O significado do cálculo de área para os alunos	79
Quadro 6. Uso dos conceitos e instrumentos de medidas	80
Quadro 7. Aplicação das unidades de medidas	81
Quadro 8. Conteúdo matemático, estratégias e recursos utilizados pelas professoras dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental	87

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Respostas de 27 alunos sobre a forma de calcular figuras planas	89
Tabela 2. Respostas 8 trabalhadores rurais sobre a forma de calcular figuras planas	90

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
Contexto da pesquisa e problema	14
Problemática	18
Objetivo principal	23
Objetivos específicos	23
CAPÍTULO I. CONTEXTO HISTÓRICO DA GEOMETRIA E SEU ENSINO	26
1.1 A origem da Geometria	27
1.2. A Geometria Euclidiana	29
1.3 Contexto e história do cálculo de área	31
1.4 O ensino da Geometria: uma dificuldade para os professores	37
CAPÍTULO II. CONHECIMENTOS DE MEDIDAS NO CONTEXTO RURAL: contribuições da abordagem histórico sócio-cultural	40
2.1 Enfoque sócio-histórico.....	42
2.2 A formação de conceitos	44
2.4 Campos Conceituais.....	45
2.3 O indivíduo como sujeito de aprendizagem: a Relação com o saber	49
2.5 A abordagem histórico-cultural: contribuições para o trabalho com a Etnomatemática	51
CAPÍTULO III. A METODOLOGIA DA PESQUISA: um estudo de caso na região de Irecê/BA	56
3.1 Procedimentos metodológicos	58
3.2 Campo empírico	60
3.3 As escolas selecionadas	62
3.4 Participantes da pesquisa	63
3.5 coleta de dados	64
3.5.1. Contato com os sujeitos vinculados à escola	64
3.5.2. Contato com os sujeitos não vinculados à escola	67
3.5.3. Contato com os sujeitos vinculados à escola e com os sujeitos não vinculados à escola	70
3.6. Procedimentos de Análise	72
CAPÍTULO IV. APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO RURAL NA REGIÃO DE IRECÊ/BA: Resultados, análise e discussão	74
4.1 ETAPA 1: Aplicação do questionário a alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental	74
4.2 ETAPA 2: OBSERVAÇÃO DA SALA DE AULA	83
4.3 ETAPA 3: RESULTADOS DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	87
4.3.1 Análise comparativa	90
4.3.2 Procedimentos de resolução das atividades dos alunos e trabalhadores	90
4.3.3 As práticas matemáticas elaboradas pelos trabalhadores rurais	103
4.3.4 Técnicas de cálculo oral e escrito	105
4.3.5 Discussão e Análise: procedimentos formais versus procedimentos não formais	106
4.3.6 Tipos de erros de alunos e trabalhadores	108
CONSIDERAÇÕES FINAIS	110
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
APÊNDICES	124

CÁLCULO DE ÁREA NA VIDA E NA ESCOLA: POSSÍVEIS DIFERENÇAS CONCEITUAIS

INTRODUÇÃO

O recorte desta pesquisa centra-se na discussão sobre os conhecimentos matemáticos envolvidos na prática dos trabalhadores rurais; as possíveis relações existentes entre os conceitos matemáticos dos agricultores; a vivência sócio-cultural dos alunos e a prática pedagógica dos professores das Escolas Municipais Rurais na região de Irecê/BA, no que diz respeito ao cálculo de área.

É lugar comum afirmar-se que o nível do conhecimento matemático é crítico na maioria dos Estados brasileiros. Isso é o que confirmam os dados do INAF (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional) revelando que 3% da população brasileira são de analfabetos absolutos em Matemática. De acordo com esses dados, a maioria dos alunos não domina habilidades matemáticas simples, como ler o preço de produtos ou anotar um número de telefone que lhe foi ditado. Esses resultados revelam que a maioria dos estudantes não adquire habilidades básicas para realização de atividades essenciais do cotidiano, dificultando a sua inserção na sociedade globalizada e impedindo de exercer plenamente a sua cidadania.

De acordo com pesquisas realizadas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e pelo Ministério da Educação (MEC), constata-se que a região Nordeste é a mais atingida por esse problema. Dos 15,1 milhões de brasileiros analfabetos, 26% estão concentrados na referida região, principalmente na zona rural. (IBGE, 2000).

Os dados de uma pesquisa realizada por Charlot (2008) sobre o desempenho de estudantes no vestibular da Universidade Federal de Sergipe (UFS – 2006) apresentam os números e percentuais de notas zero em cada matéria, evidenciando que os resultados mais fracos são relativos às disciplinas Matemática e Física. Em seguida, há um grupo de matérias com resultados intermediários, como Química, História, Biologia e Línguas. Por fim, encontram-se as matérias com menos candidatos eliminados: Português e Geografia. Baseado nesses resultados o autor levanta algumas hipóteses:

- a) os conteúdos curriculares do Ensino Médio não são pertinentes;

b) há alguma coisa errada na pedagogia da Educação Básica;

c) os objetivos das disciplinas não são claramente explicitados ou ocorrem lutas de poder entre disciplinas na definição das questões do vestibular.

Outra pesquisa também realizada com alunos de Ensino Fundamental no Município de São Cristovão /SE, apresenta que pelo menos “um quarto dos alunos mantém certa ressalva ou resistência para com a Matemática” e aponta que “é preciso inverter a ideia de que os alunos fracassam em Matemática porque não gostam dela: na verdade, não gostam dela porque fracassam” (SILVA, 2009, p. 122).

De acordo com os dados ora apresentados, podemos inferir que a Matemática é uma das disciplinas que mais contribui para o baixo desempenho escolar do aluno. E quando esses dados se estendem ao campo da Geometria, a situação é ainda mais desoladora. Conforme pesquisas nacionais e internacionais (PERES, 1991; PAVANELO, 1993; FINETTI, 1977), isso decorre pelo fato dos professores demonstrarem desconhecimentos geométricos para a realização de suas práticas pedagógicas.

Essa lamentável realidade confirma-se, também, em outra pesquisa. O Prof. Dr. Sérgio Lorenzato, em seus estudos realizados, em 1993, com 255 professores de 1^a a 4^a séries do Ensino Fundamental¹, que tinham cerca de 10 anos de experiência de magistério, buscou submetê-los a 8 questões propostas por alunos sobre Geometria Plana Euclidiana (conceitos de ângulo, paralelismo, perpendicularismo, círculo, perímetro, área e volume). Como resultados da pesquisa, foram obtidas 2040 respostas erradas, isto é, o máximo possível de erros. E mais: somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar Geometria aos seus alunos. (LORENZATO, 1995).

Além do despreparo dos professores, Lorenzato (1995) considera que, nos livros didáticos, a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligada de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica. Os conceitos de medida são trabalhados superficialmente, gerando confusão entre área e perímetro. Quanto ao conceito de área, é restrito apenas ao cálculo da área de um retângulo, em que, mais uma vez, é dito que se deve "multiplicar a medida dos lados". Isso se repete até o 3^o. ciclo, estendendo-se para

¹ Atualmente, a nomenclatura utilizada para se referir às séries iniciais é 1^o.e 5^o. ano do Ensino Fundamental.

outros polígonos, no ciclo seguinte, mas o enfoque permanece em "como calcular", ou seja, o uso de fórmulas padronizadas sem significado algum para quem está aprendendo.

Essas pesquisas nos ajudam a perceber que o ensino da Matemática com práticas descontextualizadas e enfatizadas por ações baseadas na repetição e memorização é uma forma de contribuição para o insucesso escolar. São práticas que terminam por se esquecer da experimentação e criatividade, sem explicitar a origem e as finalidades dos conceitos. De acordo com Lorenzato (1995), o distanciamento entre aquilo que se ensina de Matemática na escola e aquilo que o cotidiano exige deles tem sido apontado como um dos fatores responsáveis pelo fraco desempenho dos alunos.

Lellis e Imenes (1994, p.5) compactuam com essa linha de pensamento quando afirmam que, “no Brasil, embora o peso qualitativo das pesquisas e propostas seja notável, ainda não atingiu expressivamente a sala de aula. Em geral, os alunos do ensino fundamental muito se aborrecem com a Matemática e pouco dela se aprendem”.

D’Ambrósio (1991) afirma que o nível de ensino de Matemática vem caindo internacionalmente e complementa:

Embora a descontextualização da Matemática seja um dos maiores equívocos da Educação Moderna, o que efetivamente se constata é que a mesma Matemática é ensinada em todo o mundo, com algumas variantes que são bem mais estratégias para se atingir um conteúdo universalmente acordado como devendo ser bagagem de toda criança que passa pelo sistema escolar (D’AMBRÓSIO, 1991, p. 1).

Esse mesmo autor ainda nos faz refletir que o combate ao fracasso do ensino da Matemática, nos países do terceiro mundo, vem se dando através da Matemática cultural – Etnomatemática – cuja preocupação remete ao fato dos conteúdos serem relevantes para o aluno. A exemplo do trabalho realizado por Paulus Gerdes (1992) em Moçambique, que se utilizou das práticas cotidianas para extrair os conceitos geométricos daquela população. Esse trabalho representa uma contribuição para o currículo de conhecimentos não-ocidentais que, ao longo da história, fora silenciado por meio da dominação estrangeira ocorrida nos povos que o produziram. (D’AMBRÓSIO, 1990).

Mas o próprio autor reconhece que a escola não tem dado à Etnomatemática a importância e o reconhecimento devidos:

As práticas Etnomatemáticas ainda estão desvalorizadas no sistema escolar, em todos os níveis de escolaridade e até mesmo na vida profissional, e algumas vezes levam à humilhação e são, na maioria dos casos, consideradas irrelevantes para o conhecimento matemático (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 35).

Uma das propostas significativas dos Parâmetros Curriculares Nacionais é exatamente a Etnomatemática, definindo-a como “um trabalho que busca explicar, entender e conviver com procedimentos, técnicas e habilidades matemáticas desenvolvidas no entorno sócio-cultural próprio a certos grupos sociais”. (BRASIL, 1997, p. 33).

Nesse contexto, sendo a Matemática, por meio da Geometria, uma das disciplinas que mais contribuem expressivamente para o baixo desempenho escolar do aluno e considerando que o aluno deve ter acesso não só à Matemática escolar, mas estar em parceria com a Matemática da cultura na qual o mesmo está inserido, propomo-nos a realizar uma reflexão sobre a Educação Matemática, de modo a compreender as diferenças conceituais entre os procedimentos não formais dos trabalhadores rurais e os procedimentos usados na escola, no que diz respeito ao cálculo de área, na região de Irecê no Estado da Bahia.

Contexto da pesquisa, problema e problemática

Esta pesquisa é fruto de minha vivência pessoal, acadêmica e profissional². Ela surgiu da observação das dificuldades de aprendizagem relacionadas à Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e da necessidade de buscar soluções para os problemas matemáticos, que surgiam no cotidiano da sala de aula, em um contexto rural na região de Irecê/BA.

A presença da Matemática em minha vida sempre foi muito intensa. Pertencço a uma região que já foi considerada a “capital do feijão” e pela própria atividade ali desenvolvida, – a agricultura – o uso da matemática sempre foi uma necessidade constante na vida diária das pessoas. Inclusive, a brincadeira predileta no vilarejo em que eu morava principalmente da minha família, era fazer desafios matemáticos que eles chamavam de “charadas matemáticas”. E só poderia haver uma próxima charada quando a anterior fosse resolvida. Lembro que um dos meus desafios preferidos, que

² Convém destacar que em alguns trechos deste trabalho, far-se-á uso da primeira pessoa do singular, quando se tornar necessário relatos pessoais da pesquisadora.

eles sempre contavam em forma de estórias era o das pombas e do gavião, que consistia no seguinte:

Um gavião, pousando sobre o galho de uma árvore, onde havia um bando de pombas, diz:

-Bom dia, minhas cem pombas!

Uma delas responde:

- Cem pombas não somos nós. Com outro tanto de nós, mais a metade de nós, e ainda a quarta parte de nós, contigo seu Gavião, cem pombas seremos nós.

Quantas pombas havia na árvore?³

Ainda bem “menina”, observava as pessoas naquela euforia, rabiscando e apagando o chão, diversas vezes, na tentativa de resolver esse e outros problemas. Tenho bem nítido na memória, a vibração e a alegria que as pessoas sentiam quando conseguiam resolver uma “charada matemática”.

No período da colheita, ainda hoje, é uma “festa”. É uma ocasião em que as pessoas medem suas terras, estimam quantidades de sementes a serem plantadas e a quantidade da colheita, fazendo cálculos de quantas tarefas⁴ diárias serão capinadas, quanto se vai gastar para arar, plantar etc. Durante e após a colheita, o trabalho acontece com pesagem, empilhamentos, carregamentos, despesas, lucros ou prejuízos. Todos esses procedimentos envolvem conhecimentos matemáticos, que vão desde operações fundamentais até a utilização da noção de frações e decimais, perpassando também por estimativas e probabilidades.

Assim como hoje, naquela época, período da minha infância, havia muitos debates, sempre envolvendo medidas de terra e conseqüentemente a Matemática. Eu tinha muita curiosidade em aprender a fazer “conta de tarefa”, mas sempre ouvia que não era coisa para menina. Certa vez, pedi a uma professora que me ensinasse, ela respondeu que aquilo era muito complicado.

Era uma época em que se considerava a escola importante para o nosso desenvolvimento, mesmo estudando com muitas dificuldades, sem perspectivas de mudanças, nem condições de dar continuidade aos estudos. Meus irmãos, por exemplo, desistiram dos estudos para trabalharem na roça, o que foi lamentável.

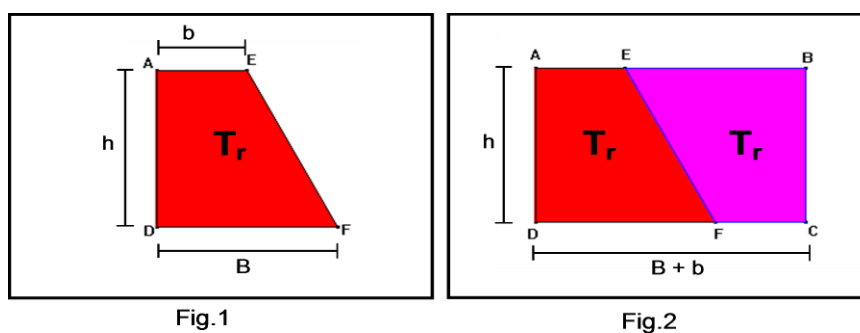
³ Resposta: 36 pombas

⁴É uma área quadrada de trinta braças de cada lado.

Lembro-me, claramente, da vez em que estudava Matemática, com muitas dificuldades em efetuar o cálculo da área de um trapézio (figura geométrica plana, denominada por polígono). Meu irmão mais velho, que apenas estudou até a 2ª. série do antigo ensino primário (hoje, 3º. ano do Ensino Fundamental), fixou o olhar para mim, indignando-se com minhas dúvidas e disse: “Não sei por que tanta confusão. Na roça a gente faz assim”:

Ele desenhou, no chão, dois trapézios retângulos semelhantes. Em seguida inverteu o segundo trapézio de forma que juntos formassem um retângulo.

E disse: “a área, é essa aqui” Apontando para a metade da figura 2.



Ou seja, meu irmão, de forma tão simples, mostrou a resolução sem precisar recorrer às fórmulas tão corriqueiras e exigidas quando se está na sala de aula.

Também passei por outras experiências bastante impactantes, que instigaram minhas inquietações: ainda cursando a antiga 8ª série, comecei a dar aula à noite como voluntária, no antigo MOBREAL (Movimento Brasileiro de Alfabetização em Ação). Essa experiência muito me impressionou por trabalhar com jovens e adultos “analfabetos”, que entendiam bem a Matemática, mas sentiam-se “rudes e ignorantes”. Muitos sabiam fazer contas “de cabeça” muito melhor que eu. Outra experiência foi, após o curso Normal, quando comecei a lecionar na Rede Estadual, em turmas de séries iniciais na zona rural do Distrito Gameleira dos Crentes, povoado de Irecê/BA.

Naquele momento, eu não compreendia porque os alunos possuíam tanta dificuldade para entender a Matemática. E mais, por que tinham tanta aversão a essa disciplina. Para os alunos era uma matéria difícil, “chata” sem nenhum vínculo com cotidiano e sem aplicabilidade. Apesar de me inquietar com essa situação, eu era adepta ao ensino tradicional (conteudista), cujos conteúdos eram trabalhados de forma mecânica, sem nenhuma conexão com a realidade, quer dizer, apenas reproduzindo o

que havia aprendido com os meus professores. No fundo, algo me incomodava, mesmo sem saber o quê.

Meu sonho permanecia firme em continuar estudando para ter condições de um dia ensinar a Matemática de forma que os alunos pudessem aprender. Em 1984, iniciei o curso superior de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal da Bahia – UFBA, no qual passei a observar diferenças significativas quanto às metodologias dos professores. Enquanto uns eram bastante tradicionais, trabalhando do mesmo jeito que eu dava aulas na escola rural; outros me encantavam com formas diferentes de ensinar. Ao tempo em que fazia a licenciatura, também ensinava na Rede Pública Estadual e era monitora do curso.

Já graduada, participando de vários eventos sobre o ensino de Matemática, tive os primeiros contatos com a Etnomatemática. Em 1985, ao participar de um Congresso da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em Salvador/BA, senti que ali seria um marco em minha trajetória profissional. Assistir a palestra com o Prof. Dr. Ubiratan D’Ambrósio sobre “A Matemática do Século XXI”, não me deixou dúvidas de que a Etnomatemática seria a solução adequada para os problemas de aprendizagem no contexto rural da região de Irecê/BA.

A partir daí não parei mais, à medida que participava de encontros e congressos, meu interesse por temas e atividades de trabalho nessa abordagem, inquietava-me com várias indagações: haveria uma solução que propiciasse resultados satisfatórios no processo ensino-aprendizagem na Matemática? Como a escola estaria associando o contexto rural com o conhecimento matemático? Seria essa uma preocupação também dos demais professores de Matemática?

Toda essa trajetória, incluindo a participação em outros eventos e grupos de pesquisas, como por exemplo, Grupo de Estudos “Pró-Grandezas” coordenado pelos Professores Doutores Paula Baltar e Paulo Figueiredo, foram fatores que mobilizaram o incentivo à pesquisa, principalmente, para investigar sobre formação de conceitos com ênfase na análise do desenvolvimento de conceitos matemáticos, e teoremas em ação propostos por Vergnaud que, para o mesmo autor, são soluções usualmente não ensinadas aos estudantes e que não são explícitas.

Vergnaud, se deparou com o paradoxo de que um teorema-em-ação, que nunca foi ensinado, pode ser mais naturalmente usado do

que um que foi ensinado, mas não se tornou realmente um teorema em ação. Isto significa que, quando as pessoas resolvem problemas matemáticos, mesmo ao apresentarem soluções de ordem prática, estão expressando de forma implícita a organização do seu campo conceitual (ABREU, 1988, p. 9).

Acredito que a proposta de Vergnaud, ao valorizar as soluções práticas, teorema em ação, proporciona uma alternativa que viabiliza a análise de habilidades cognitivas de trabalhadores rurais, tendo por base o uso eminentemente prático da Matemática nas atividades da “cultura do feijão”.

Atualmente, fazendo parte do Grupo de Estudos e Pesquisas Relação com o Saber –GPRS/Matemática – EDUCON/NPGED/UFS, sob a coordenação dos professores doutores Veleida Anahí e Bernard Charlot, passei a fazer leituras mais pertinentes, com ênfase no objeto escolhido para investigação neste trabalho: analisar a compreensão cognitiva de trabalhadores rurais semi-analfabetos no domínio de medidas de área, visando responder algumas questões:

Como os trabalhadores rurais da região de Irecê/BA calculam área e quais os procedimentos utilizados nessa prática?

Existe uma base conceitual para o uso de medidas ou os trabalhadores rurais usam simplesmente um conjunto de rotinas memorizadas?

Quais as relações existentes nos procedimentos desses trabalhadores com os procedimentos ensinados pela escola? Existem diferenças conceituais entre esses procedimentos no que diz respeito ao cálculo de área?

Se esses conhecimentos presentes no dia-a-dia atendem a solução de problemas enfrentados por eles em seu cotidiano, por que a escola da zona rural não poderia aproveitar tais conteúdos em seu ensino?

Problemática

Sabemos que a sociedade passa por transformações nas quais o desenvolvimento cultural, tecnológico, econômico e social aguçam a necessidade de uma nova postura no processo de ensino aprendizagem. “O retorno a uma atitude de questionamento e debate permanente e aberto sobre o sentido e a aplicação dos diferentes saberes é hoje uma necessidade urgente” (SANTOS, 2005, p. 25).

Principalmente, no que diz respeito ao ensino de Matemática, uma vez que a mesma se faz presente implícita ou explicitamente em quase tudo que fazemos.

É crescente o interesse de estudiosos e pesquisadores da Educação pelas questões relativas à Matemática em contextos não escolares. Dentre essas pesquisas, destacamos, principalmente, na área de cognição matemática, autores que salientam conceitos desenvolvidos em diferentes contextos, dentro ou fora da mesma cultura.

Carraher & Schliemann (1995) investigaram o desempenho de crianças na resolução de tarefas formais e não formais de Matemática, concluindo que, em situação não formal, as crianças usam estratégias diferentes das ensinadas pelas escolas, levando-as a um maior número de acertos na resolução de problemas.

Abreu (1988), observando o conhecimento matemático de agricultores em atividades relacionadas à cultura de cana-de-açúcar, concluiu que, apesar de não terem escolarização formal, eles desenvolviam, no trabalho, estratégias que lhes permitiam resolver problemas de estruturas multiplicativas. A análise dessas pesquisas tem mostrado que as pessoas, tendo ou não frequentado a escola, realizam operações matemáticas em sua vida diária.

Resnick (1987a) *apud* ABREU, 1988, p. 10) afirma que existem evidências abundantes de que a criança, antes de ir à escola, desenvolve conceitos matemáticos simples e está apta a aplicá-los numa variedade de situações práticas. No entanto, para esse autor, existiriam domínios da Matemática ligados ao raciocínio formal, tal como o desenvolvimento de estruturas multiplicativas, que estariam ligados à instrução formal. Frente a tal afirmativa indagamos: como trabalhadores rurais utilizam-se das estruturas multiplicativas para a realização do cálculo de área, mesmos sem concluírem sua escolarização básica?

Apesar da relevância desses saberes não formais, transmitidos historicamente de uma geração para outra, percebe-se que os mesmos não são levados em consideração pelas escolas que atendem à população rural. Com isso, são saberes que correm o risco de se extinguirem, à medida que apenas a educação formal é valorizada socialmente. Como bem salienta Ubiratan D'Ambrósio (1996,), a matemática escolar assume uma postura de superioridade com o poder de deslocar e, até mesmo, eliminar a “matemática do dia a dia”.

Nesse sentido, concordamos com Chevallard (2001) ao afirmar que “a presença da matemática na escola é, ‘ou deveria ser’, uma consequência da sua presença na sociedade, e, portanto, as necessidades matemáticas que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemáticas da vida em sociedade”. (CHEVALLARD, 2001, p. 45). Infelizmente, o que se constata é que o ensino da matemática na escola não tem atendido às expectativas de vida na sociedade, sendo estes limitados ao tratamento do conhecimento apenas formal. “Compartilhar os saberes da tradição no âmbito escolar é mais que um resgate histórico cultural. É reconhecer e valorizar conhecimentos que retratam uma história do passado e do presente e faz refletir criticamente o futuro” (LUCENA, 2004, p. 59).

Não queremos, com isso, negar a importância da matemática escolar, nem da compreensão dos conceitos formais; muito menos, desprezar a aquisição de toda e qualquer cientificidade. Pelo contrário, o que se pretende, é sensibilizar os educadores para que reconheçam os saberes dos seus alunos, seus procedimentos e como são utilizados, ainda que estes não se apresentem em seu formato escolarizado. (LUCENA, 2004).

Esse reconhecimento é importante para que o próprio professor possa ampliar, respeitar e trabalhar as contribuições e demandas que seus alunos apresentam em relação aos conhecimentos escolares, passando a entender a lógica dos cálculos espontâneos e procurando ajudá-los a fazer uma relação entre o conteúdo científico e o seu conhecimento espontâneo. “O saber cotidiano e científico são diferentes por natureza, mas cada um pode germinar em direção ao outro [...] onde os conceitos científicos modificam os conceitos espontâneos” (VIGOSTKY, 2005, p. 136).

As atividades de medida de terreno, na região de Irecê /BA, desenvolvem-se, geralmente, nos períodos de plantio e colheita, e são uma prática que tem como finalidade, verificar o tamanho do terreno, calcular a quantidade de grãos a serem plantados para fins de arrendamento⁵ e também para obterem financiamentos para o cultivo do feijão. A prática de medir a terra, geralmente é feita por homens e durante a minha infância, já observava como as práticas de medição eram introduzidas e ensinadas às crianças do sexo masculino. Elas aprendiam observando seus pais e demais pessoas da comunidade. O processo de transmissão pela observação é muito comum

⁵ Prática social do uso da terra que atende àqueles que não possuem terra para plantar e o fazem em terras de terceiros, dividindo a produção meio a meio.

quando o saber a ser aprendido está relacionado a alguma atividade prática. Iturra (1992), ao referir-se à questão do saber e do aprendizado no meio rural, afirma que:

El campesino es la persona que aprende, en la práctica del trabajo, la manera de entender el universo que lo circunda. Desde el comienzo de su ciclo de vida, las personas van observando la actividad que su grupo doméstico y sus vecinos realizan, y ya en sus juegos ejecutan la mímica de la realidad con que, eventualmente, se enfrentará cuando sea adulto.⁶ (ITURRA, 1992, p. 134).

De acordo com Duarte (2003), isso não ocorre só no meio rural. Um processo de aprendizagem semelhante foi analisado por esta autora quando na realização de sua pesquisa com trabalhadores da construção civil no Rio Grande do Sul. Segundo Duarte (2003, p.42), “a maioria deles ingressou nesta profissão ainda muito cedo [...] encaminhados geralmente pelo pai ou algum parente próximo”. A autora afirma que era comum a presença de filhos dos trabalhadores nos canteiros de obra, acompanhando e, muitas vezes ajudando seus pais.

Essa é uma discussão de grande interesse nos debates e no campo etnomatemático que, na visão de D’Ambrósio (1998, p.7), “é um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais”, isto é, trazer para o centro das discussões, através das práticas sociais dos grupos não-hegemônicos, os saberes por eles produzidos e, nesse sentido, um dos desafios da etnomatemática tem sido discutir a política do conhecimento. Na visão de Knijnik (2001), essa política é muito importante porque, muitas vezes, nela, estão ausentes os saberes populares que são silenciados, principalmente nos currículos escolares. Nessa política, os estudos sobre currículo na Educação Matemática não podem ignorar as “conexões entre cultura, ciência e conhecimento”. (Knijnik, 2001,p. 19).

O estudo de Knijnik (1996) focaliza uma pesquisa realizada em um assentamento do Movimento Sem-Terra do Rio Grande do Sul, tendo como foco principal as conexões entre a Educação Popular e a Etnomatemática. Pelo que podemos observar, o método utilizado pelos trabalhadores rurais na região de Irecê sobre medidas de terreno difere dos trabalhadores rurais do Rio Grande do Sul.

Conforme foi analisado por Knijnik (1996 p. 35-36), na região pesquisada, há duas formas de cubar a terra: o método conhecido como o “método do Adão”, que consiste em somar dois aceiros da terra e dividir por dois, somar os outros dois e também dividir por dois e, em seguida, multiplicar um resultado pelo outro, obtendo o resultado da cubação e também o chamado “método do Jorge”, em que são somados os quatro aceiros da terra, divididos por quatro e, finalmente o resultado é multiplicado por ele mesmo para então ser obtido o valor da área. A pesquisa de Knijnik (1996) aponta para o consenso de que há, dentro de uma mesma região, formas diferentes de cubar a terra.

Segundo Machado (1988), à proporção que o comércio se desenvolvia entre os povos em diferentes regiões, as unidades de medidas foram sendo padronizadas. Ainda assim, podemos ver que há, dentro de um mesmo país, regiões com diferentes padrões de medidas. É o caso do Brasil, onde o alqueire – usado para cálculo de áreas de grandes extensões de terras – tem valores diferentes, como ocorre com o alqueire paulista, cuja medida é igual a 24200 metros quadrados, já o alqueire mineiro é igual a 48400 metros quadrados e o alqueire do Norte, tem medidas iguais a 27225 metros quadrados.

Esta breve revisão da literatura sobre o tema leva-nos a concluir que o conhecimento acumulado no dia-a-dia do nosso ambiente de trabalho sofre uma influência direta do contexto sociocultural em que estamos inseridos. Por outro lado, ao mesmo tempo, percebemos que há distância entre os conteúdos formais da escola e o cotidiano vivenciado por alunos no mundo do trabalho.

Nesse sentido, propomo-nos a desenvolver um estudo que visa investigar a existência de conteúdos matemáticos não formais, ligados à mensuração de terras para fins de cálculos de área, utilizados por trabalhadores rurais e sua **não** utilização como parte dos conteúdos formais de escolas próximas das zonas rurais. As medidas utilizadas pelos referidos agricultores semi-escolarizados, tais como braças⁷, quadros, tarefas e aceros, constituem-se, nesse contexto, conceitos de uma cultura particular não discutidos na escola. Podemos inferir, por exemplo, que a mensuração com braças não seja um processo reconhecido na escola, onde só lidamos com medidas convencionais, mas representa uma solução adequada que supõe os mesmos conceitos matemáticos usados no cálculo de área.

⁷ Unidade de medida de terra de aproximadamente dois metros e vinte centímetros.

Levando-se em conta o exposto, surge então a pergunta: **que diferenças conceituais existem entre os procedimentos não formais dos trabalhadores rurais e os procedimentos usados na escola no que diz respeito ao cálculo de área?** E se esses conhecimentos que se constataam no dia-a-dia dos trabalhadores rurais na atividade de medidas de área atendem à solução de problemas por eles enfrentados em seu cotidiano, *por que a escola da zona rural não poderia aproveitar tais conteúdos em seu ensino?*

Como forma de verificar as estratégias e procedimentos de medidas usados pelos trabalhadores e alunos que frequentam a escola da zona rural, nas atividades diárias na agricultura, este estudo tem os objetivos a seguir:

Objetivo principal

Identificar, descrever e analisar o conhecimento matemático prático de trabalhadores rurais, em especial o cálculo de área, a fim de estabelecer as possíveis diferenças conceituais entre os procedimentos não formais dos trabalhadores e os procedimentos formais usados na escola.

Objetivos específicos

Comparar, em termos de situações, invariantes e representações, os procedimentos dos trabalhadores rurais e os procedimentos ensinados pela escola referentes à medição de área;

analisar de que forma a escola discute as possíveis relações entre os saberes formais e os saberes não formais no contexto rural, no sentido de trazer uma nova abordagem no ensino desse tema.

A fundamentação teórica baseia-se nas contribuições de duas áreas: a Etnomatemática, (D'AMBRÓSIO, 1993, 1996), como uma possibilidade de interlocução entre os saberes matemáticos formais, e os saberes não formais. E a Teoria dos Campos Conceituais, (VERGNAUD, 1986, 1991) em que a operacionalização de cálculos de área com braças, quadros, tarefas e aceros podem ser considerados, no contexto dessa pesquisa, como teoremas-em-ação. Apoiamo-nos, ainda, nas contribuições de Charlot (2000, 2001), Carraher, Carraher e Schleimann (1995), Abreu (1988), Vygotski (1999, 1997) Knijnik (1996, 2000), Acioly (1994), Silva (2002, 2009) e outros pesquisadores da educação matemática, que valorizam a cultura dos educandos e os conhecimentos advindos de suas práticas sociais.

O trabalho fundamenta-se nos princípios da pesquisa qualitativa, sob a abordagem fenomenológica de estudo. A fenomenologia diz respeito a uma categoria de pesquisa que parte do fenômeno social concreto, mas com ênfase ao conteúdo da percepção do sujeito que vivenciou certas experiências. Essa percepção pauta-se na descrição dos fenômenos presentes em um determinado contexto, os quais estão impregnados por significados presentes na relação do sujeito com o ambiente.

A escolha pela abordagem fenomenológica tem sentido porque o princípio fundamental da fenomenologia na visão de Dartigues (1973, p. 24), é “ir à coisa mesma”, “voltar às coisas mesmas”, ou seja, buscar a compreensão de determinados fatos tais como ele se apresenta que, no caso deste estudo, é para a minha pessoa, voltar às minhas raízes, à minha história de vida. Desse modo, para conhecer o fenômeno investigado e o que de significativo o mesmo tem para o sujeito pesquisado, faz-se necessário ir ao ser do sujeito, buscando desvelar as essências do discurso que possam trazer às claras o fenômeno sob investigação.

Partimos, portanto para o entendimento do fenômeno do conhecimento matemático dos trabalhadores rurais na atividade de mensuração de terrenos. Por essa razão tratamos de categorias do conhecimento formal e não formal de uma determinada comunidade rural, onde os trabalhadores através de entrevistas, expõem livremente o que percebem, como vivem, como calculam a área de um terreno etc. Isso oportuniza ao pesquisador atingir a essência do fato estudado, livre de preconceitos, adotando outro método de compreensão: a apreensão do objeto.

A referida pesquisa foi realizada em quatro etapas, contando com duas categorias distintas na população. Uma pertencente à escola, constituída por alunos e professores e outra não pertencente à escola, representada pelos trabalhadores rurais. Os instrumentos e técnicas utilizados possibilitaram a coleta de dados por meio de questionários, entrevistas semiestruturadas, aplicação de sequência de atividades e observação. Para tanto, o público pesquisado envolveu 27 alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental (Rede Municipal); 3 professores de Matemática desses respectivos alunos (dos quais, um apenas participou da primeira etapa) e 10 trabalhadores rurais, sendo todos da microrregião de Irecê/BA.

Este estudo está organizado em quatro capítulos: o primeiro trata da parte conceitual e histórica da Geometria e do cálculo de área; no segundo, fizemos uma

exposição das opções teóricas, destacando as categorias conceituais que subsidiaram a análise; o terceiro é o capítulo metodológico, no qual expomos as opções metodológicas, mostrando a sua adequação para a temática em foco ao descrever como procedemos com as técnicas e os instrumentos de pesquisas adotados; o quarto refere-se ao capítulo analítico, no qual confrontamos os dados da pesquisa em função do problema levantado, enfatizando as respostas às hipóteses levantadas. Nele ressaltamos os resultados encontrados quanto ao comportamento de alunos, professores e trabalhadores em relação à Matemática e ao cálculo de área. Nessa análise foi possível percebermos que o trabalho realizado em sala de aula não leva os alunos e professores a estabelecerem relações entre o conceito de área e o contexto cultural; por fim, apresentamos uma síntese conclusiva quanto à confirmação ou não das hipóteses, mostrando a relevância da pesquisa para o acréscimo do conhecimento científico sobre o objeto de estudo em pauta.

Acreditamos que a pesquisa aqui proposta poderá contribuir com a Educação Matemática em, pelo menos, três aspectos: a preservação e valorização de um conjunto de conhecimentos provenientes de uma cultura específica dos trabalhadores rurais da microrregião de Irecê/BA; contribuir para o debate em torno das relações entre o conhecimento formal e não formal no âmbito do ensino da Matemática, no que diz respeito ao cálculo de área e, por fim, trazer uma nova abordagem para o ensino desse tema.

CAPÍTULO I

CONTEXTO HISTÓRICO DA GEOMETRIA E SEU ENSINO

Neste capítulo, procuramos apresentar um breve histórico a respeito da Geometria e seu ensino, especificamente do cálculo de área, de forma que possamos compreender o processo de organização da geometria enquanto conhecimento construído historicamente em diversos contextos. Para isso, consideramos as origens das práticas de medição dos egípcios e babilônios, ou seja, os problemas práticos e teóricos que participaram da construção do conceito de área na História da Matemática, bem como apresentar algumas pesquisas que impulsionaram a evolução desse conceito.

De acordo com Meinicke (2005, p. 35), a Matemática, como qualquer conteúdo curricular, pode ser concebida como um saber dinâmico que “historicamente vem sendo construído, atendendo às necessidades sociais e culturais. É obra de várias culturas e de milhares de homens que movidos por necessidades concretas, construíram coletivamente a Matemática que conhecemos hoje”.

Segundo Boyer (1974), as descobertas foram oriundas das necessidades e preocupações de diferentes culturas em diferentes momentos históricos, tendo o processo de construção e aquisição do conhecimento levado milhares de anos. O resgate de sua história pode constituir um instrumento de grande valor informativo e cultural.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais referem-se à História da Matemática, ressaltando a importância dessa matéria no processo de ensino e aprendizagem para explicitar a dinâmica da produção histórica e social do conhecimento matemático. Os

PCNs insistem, ainda, que os professores, em sua formação, precisam conhecer a história dos conceitos matemáticos,

Para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1997, p. 38).

Diferentemente dos historiadores tradicionais que se preocupavam somente com uma história baseada em fatos, os PCNs defendem, ainda, a ideia de que a História da Matemática não deva ser estudada a partir dos grandes nomes da História ou a partir das grandes datas ou acontecimentos, mas, ao contrário, procura referir-se aos acontecimentos sociais e culturais, valorizando o cotidiano e o corriqueiro.

1.1 – A origem da Geometria

A necessidade de medir é muito antiga. Os povos primitivos faziam comparações de volumes, áreas e pesos, mas não sabiam medir. As primeiras unidades de medida referiam-se, direta ou indiretamente, ao corpo humano: palmo, pé, passo, braça, cúbito. Por volta de 3500 a.C., quando, na Mesopotâmia e no Egito, começaram a ser construídos os primeiros templos, seus projetistas tiveram de encontrar unidades mais uniformes e precisas, adotaram a longitude das partes do corpo de um único homem (geralmente o rei) e com essas medidas, construíram régua de madeira e metal, ou cordas com nós, que foram as primeiras medidas oficiais de comprimento.

O advento da agricultura teve por consequência a criação de novos modos de vida. O homem passou a fixar moradia nos lugares de terra fértil e, gradualmente, desenvolveu ofícios como a cerâmica, a carpintaria e a tecelagem. A partir de então, passou a desenvolver, também, um senso de contagem expresso em registros numéricos por agrupamentos, entalhes em paus, nós em cordas, seixos ou conchas em grupos, favorecendo o surgimento de símbolos especiais, tanto para a contagem quanto para a escrita. Essas ideias de contagem evoluíram, de modo que outros povos adotaram conceitos e criaram seus sistemas de numeração. Entre eles, estavam os sumérios, os babilônios, egípcios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, indianos e árabes.

Segundo o historiador grego Heródoto (Séc. V a.C.), a geometria tem origem provável na agrimensura, medição de terrenos, no Egito Antigo. É certo, porém, que outras civilizações antigas possuíam conhecimentos de natureza geométrica. Nesse

sentido, podemos citar as práticas geométricas da civilização babilônica, egípcia, chinesa, hindu e árabe, entre outras, significando assim que, desde o extremo Oriente ao Oriente Médio, essas práticas se faziam necessárias e constavam nas atitudes e hábitos culturais e religiosos da nossa antiguidade.

De acordo com Cirino (1986), o estudo dos textos que têm relação com a geometria, revela que esta ciência possuía um modelo de conhecimento empírico, um conjunto de regras práticas para obter resultados aproximados e que, a geometria babilônica está intimamente ligada às medições práticas. Tratam, sobretudo, da medição de figuras planas, com pequenas exceções para problemas referentes aos sólidos geométricos. Tais informações foram extraídas das placas de argila (tablitas), encontradas por vários arqueólogos que, até hoje, fazem investigações naquela região.

O caráter prático da geometria egípcia levou alguns comentaristas a questionarem se ela pode ser propriamente descrita como geometria, mas, segundo Joseph, esta é uma visão restrita. Para ele, a própria palavra geometria vem de duas palavras gregas que significam “terra” e “medida”, indicando que o assunto tinha sua origem na medição de terras e outras aplicações práticas. Portanto, foi da necessidade de calcular áreas de terrenos, volumes de armazéns e pirâmides que emergiu a geometria egípcia com seu peculiar caráter prático. (Nota de aula do professor. 1985)

De acordo com os pesquisadores sobre a história da Matemática, os babilônios eram bem mais avançados que os egípcios em aritmética e álgebra e conheciam bem, principalmente na prática, o famoso Teorema de Pitágoras, cuja primeira demonstração é atribuída aos pitagóricos, muitos séculos mais tarde. Nesse sentido, Otto Neugebauer (1969, p. 35-40) menciona o estudo e a descoberta pelos babilônios da diagonal de um quadrado, dada a medida do lado, como prova suficiente de que o teorema pitagórico era conhecido há mais de mil anos antes de Pitágoras.

Conforme registros, os babilônios determinavam o comprimento de uma circunferência, geralmente multiplicando seu diâmetro por 3. Essa operação aritmética equivale a dizer que os babilônicos, entre 2000 e 1600 a.C., consideravam o valor de π igual a 3, valor este que também se encontra mencionado em escritos chineses antigos e é utilizado por arquitetos romanos, apesar de alguns povos como os judeus e os egípcios conhecerem aproximações melhores, como $22/7$. Recentemente, arqueólogos franceses

encontraram uma tablita na qual, mediante alguns cálculos, se chega a um valor de π igual a $31/8$.

Quanto à geometria desenvolvida pela civilização egípcia, os historiadores têm mostrado que a maioria dos problemas de geometria encontrada nos papiros refere-se a fórmulas de medição necessárias para avaliar a área de figuras planas e dos volumes de alguns sólidos. A área de um triângulo isósceles era obtida multiplicando-se a metade da base pela altura. Além disso, os egípcios efetuavam transformações geométricas que caracterizavam relações de semelhança de retângulos com a ajuda de triângulos isósceles e de trapézios isósceles. Calculavam também o volume de cilindros e prismas, tal como os babilônios. Todavia, desconheciam o Teorema de Pitágoras em sua formulação geral.

Tanto entre os sumérios como entre os egípcios, os campos primitivos tinham forma retangular. Também os edifícios possuíam plantas retangulares, o que obrigava os arquitetos a construírem muitos ângulos retos (de 90°). Conforme Cavalcanti e Santos (2008), apesar da bagagem intelectual reduzida, aqueles homens já resolviam o problema como um desenhista de hoje. Por meio de duas estacas cravadas na terra assinalavam um segmento de reta, em seguida prendiam e esticavam cordas que funcionavam à maneira de compassos: dois arcos de circunferência se cortam e determinam dois pontos que, unidos, seccionam perpendicularmente a outra reta, formando os ângulos retos. Essas cordas tinham comprimentos equivalentes a 3, 4 e 5 unidades respectivamente.

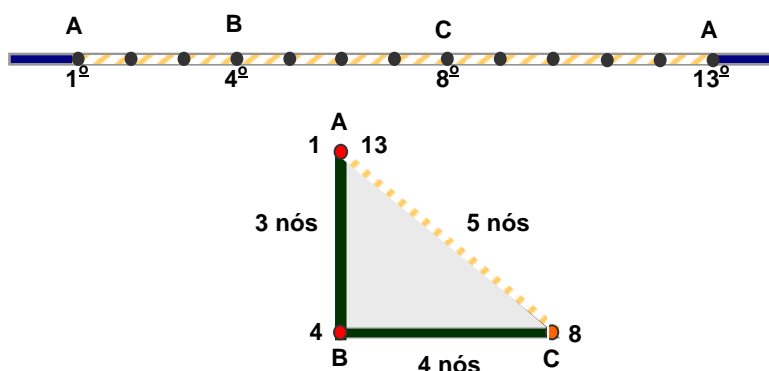


Figura 3 – A corda e a determinação de ângulos retos por povos antigos do Egito

Esticando bem a corda do 1º nó ao 4º nó, do 4º nó ao 8º nó e do 8º ao 13º nó coincidindo com do 1º nó, forma-se um triângulo retângulo. Esse processo permitia

construir um triângulo cujos lados medem 3, 4 e 5, com unidade de comprimento definida pelos dois nós consecutivos.

1.2. A Geometria Euclidiana

A Matemática começa a ganhar contornos de ciência com os gregos da antiguidade clássica, nos séculos VII a III a. C. Com base nas informações históricas existentes, é possível admitirmos que foi através dos geômetras gregos, começando com Tales de Mileto (cerca de 624 - 547 a.C.), que a geometria se estabeleceu como uma teoria dedutiva. A teoria dedutiva compõe-se de três aspectos básicos: a intuição, a descoberta empírica e a experimentação. A teoria se completa com a dedução, praticada através da utilização de hipóteses conhecidas e do raciocínio dedutivo, elemento essencial para se chegar à verdade matemática imaginada ou desejada.

A intuição refere-se ao aspecto imaginativo da Matemática, a capacidade ou habilidade de pensar, imaginar e supor resultados a partir dessa imaginação. A descoberta empírica, por sua vez, refere-se às conclusões obtidas a partir das práticas realizadas aleatoriamente, sem a preocupação prévia com o que aconteceria. A experimentação corresponde ao processo de obtenção de resultados através das práticas continuadas, realizadas inúmeras vezes, com resultados sempre se repetindo, embora, com certa margem de erro, mas que são sempre resultados previamente esperados.

Todos esses aspectos têm a sua importância no desenvolvimento do conhecimento geométrico e matemático em geral, mas é o raciocínio dedutivo, demonstração ou dedução a partir de hipóteses conhecidas ou admitidas, que estabelece a veracidade das proposições geométricas. O trabalho de sistematização em geometria iniciado por Tales, foi continuado, nos séculos posteriores, pelos pitagóricos e, depois, por outros matemáticos como Euclides, Descartes e outros.

O trabalho de Euclides foi fundamental para o desenvolvimento da geometria dedutiva. Foi com o seu trabalho que as práticas de medição e cálculo geométrico passaram a ser sistematizados e simbolizados através de um processo lógico-dedutivo. Esse processo visava formalizar as práticas geométricas das tradições milenares através de um sistema hipotético dedutivo e por se configurar em um tratado teórico sobre as práticas geométricas efetivadas social e historicamente. De acordo com Facco (2003, p. 22), “os gregos transformaram a geometria empírica, ou científica, dos egípcios e

babilônios antigos, no que poderíamos chamar de Geometria “sistemática” e Geometria “demonstrativa”.

Essa concepção é exemplarmente desenvolvida por Euclides (cerca de 323–285 a.C.), no seu tratado *Os Elementos*, que reúne, de modo sistematizado, as principais descobertas geométricas de seus precursores sobre os elementos sistemáticos. Dedicando-se ao ensino da Matemática, Euclides atraiu um grande número de discípulos, possibilitando assim a propagação de suas ideias.

Dentre essas ideias, Euclides discutiu que a coincidência de duas figuras planas por superposição era um passo intermediário para concluir a igualdade de suas áreas. Sendo assim, duas figuras que se coincidem por superposição são iguais (congruentes). Dessa forma os critérios asseguram a superponibilidade, por exemplo, de dois triângulos.

Quando Euclides enuncia que triângulos com bases iguais, situadas entre as mesmas paralelas são figuras iguais (equivalentes) e que, paralelogramos com bases iguais situadas entre as mesmas paralelas também são figuras iguais (equivalentes), refere-se, provavelmente, que tanto esses triângulos têm a mesma área como os paralelogramos também as têm.

Em um dos seus livros, Euclides trabalha com a altura, evidenciando a dependência linear das áreas dos triângulos e dos paralelogramos em relação a suas bases. Para ele, essas figuras, que possuem a mesma altura fixa, são entre si suas bases.

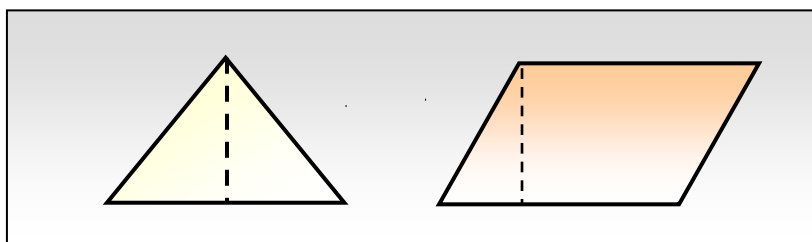


Figura 4 – Áreas diferentes com figuras de mesma base e mesma altura

1.3 Contexto e história do cálculo de área

Desde os tempos antigos, os conhecimentos matemáticos eram baseados nas necessidades cotidianas do homem, entre elas a elaboração de calendários, a administração das colheitas, a organização de obras públicas e a cobrança de impostos. Por isso, o conhecimento matemático voltou-se para a aritmética prática e a medição.

Conta-se que, há cerca de 2000 anos antes de Cristo, os babilônios e os egípcios já estimavam a área de um círculo de raio 1. Sabe-se, também que, no início da era cristã, os soldados romanos, quando marchavam através dos países conquistados, iam contando os passos duplos que davam e cada 1000 passos duplos correspondiam a uma milha terrestre. Essa unidade de medida ainda é utilizada nos dias atuais e equivale a 1609 metros. Segundo Bellemain (2002, p. 40), provavelmente “a origem do conceito de área está vinculada ao problema de medida da terra em civilizações tais como a dos egípcios, dos babilônios ou dos chineses na Antiguidade. Essas civilizações obtiveram fórmulas (exatas ou aproximadas) para o cálculo de certas figuras”.

Segundo, os documentos oficiais dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs),

A origem essencialmente prática da geometria egípcia mostra-se nitidamente pela maneira com que os escribas, do médio império, propunham e resolviam os problemas. É interessante discutir com os alunos que essa forma, apesar de engenhosa e criativa, não facilitava em nada a transferência dos conhecimentos obtidos para novas situações. O estudo de alguns dos problemas resolvidos pelos egípcios poderá mostrar a importância da generalização das relações espaciais e suas representações para resolver situações mais diversificadas e complexas (BRASIL, 1997, p. 26).

O conhecimento que temos hoje sobre a Matemática egípcia baseia-se em dois grandes documentos, o papiro de *Rhind* (1600 a. C.) e o papiro de Moscou (1800 a.C.). Outros documentos importantes são os papiros de Berlim, de Kahun e do Cairo. O papiro de *Rhind* contém problemas referentes a áreas de terrenos, envolvendo triângulo, retângulos e outros quadriláteros. Esses papiros trazem também exercícios, com suas respectivas soluções que, segundo Eves (1992, p. 5), “26 são de geometria, sendo a maioria desses problemas provindos de fórmulas de mensuração necessárias para calcular áreas de terras e volumes de celeiros”.

De acordo com Robins (1987, p. 47), “para problemas envolvendo áreas de figuras como retângulos, as áreas são calculadas tal como o fazemos hoje, ou seja, multiplicando o comprimento pela largura”. Em relação à área do triângulo, os egípcios não possuíam uma estratégia para determinar o valor exato da área deste, mas apenas uma estratégia aproximada, que era calculada como se tratasse de determinar a área de um retângulo.

De acordo com Archibald (1936), na Mesopotâmia os babilônios sabiam determinar a área de um triângulo retângulo, calculando o produto de metade do comprimento dos catetos. (Nota de aula, Instituto de Matemática, UFBA, 1986)

Conforme documentos da Universidade de Yale, a tábua YBC 8633 (1800 a. C – 1600 a. C) refere-se a um triângulo isósceles de lados 100, cuja base é 140 e deve-se determinar a área do triângulo. No texto, os dois lados de igual comprimento são tomados como sendo a hipotenusa de um triângulo retângulo de lados 60, 80 e 100, supondo incorretamente, que estes estão localizados dentro do triângulo original, tal como mostra a figura (HORUP, 1998). Infelizmente, Horup não informa como era calculada a área do triângulo original, embora refira que era calculada incorretamente.

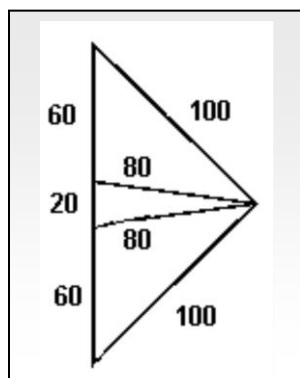


Figura 5

Embora em maior parte das tábuas Babilônicas os triângulos apresentados ou isósceles, não há qualquer evidência de que estes tivessem encontrado um método para determinar a área de um triângulo escaleno (HORUP, 2003).

Na Grécia e Roma, Herão de Alexandria (10 a.C. – 75 d.C.), resolveu o problema da determinação da altura de um triângulo, encontrando um processo para determinar a sua área, qualquer que sejam a medida dos seus lados:

Há um método geral para encontrar, sem desenhar qualquer perpendicular, a área de um triângulo, cujos lados são conhecidos. Por exemplo, sejam os lados do triângulo 7, 8 e 9. Junte os três lados, o resultado é 24. Tome metade disto, que dá 12. Tire 7; a diferença é 5. De novo, de 12 tire 8; a diferença é 4. E ainda 9; a diferença é 3. Multiplique 12 por 5; o resultado é 60. Multiplique isto por 4; o resultado é 240. Multiplique isto por 3; o resultado é 720. Tome a raiz quadrada deste número e terá a área do triângulo.

Em termos da linguagem matemática atual, a estratégia de Herão corresponde à área de um triângulo de lados a , b , c , de semi-perímetro p , é dada por:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Embora a fórmula de Herão permita, de forma correta, determinar a área de qualquer triângulo, sem ser necessário recorrer à sua altura, ela não parece se ter generalizado, e raramente é, hoje em dia, utilizada.

Boyer (1974, p. 13), explicita que existe no Papiro Ahmes problemas relacionados à geometria, como o problema 51, que mostra o cálculo da medida de área de um triângulo isósceles efetuado por meio da multiplicação da metade do que chamaríamos de base pela altura.

Sendo assim, Ahmes justifica seu método para achar a área, sugerindo a decomposição de triângulo isósceles em dois triângulos retângulos, um dos quais pode ser deslocado, de modo que os dois juntos por compensação formem um retângulo, conforme figura abaixo:

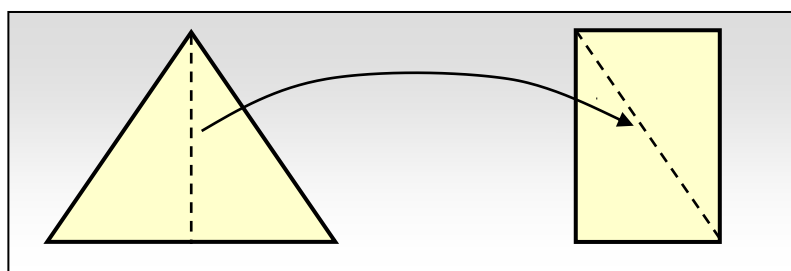


Figura 6 – Decomposição do Triângulo Isósceles e Composição do Retângulo

Dessa mesma forma, no problema 52, podemos decompor o trapézio isósceles num triângulo retângulo e num trapézio retângulo para, em seguida, retirarmos. Também poderá ser decomposto (fig. 4). Nesse problema, a medida da área do retângulo é obtida multiplicando a base pela altura.

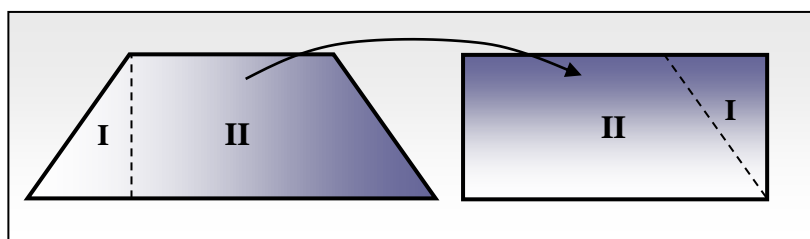


Figura 7 – Decomposição do Trapézio e Composição do Retângulo

Conforme o papiro de *Rhind*, o problema 49 refere-se ao cálculo da superfície de um retângulo de comprimento 10 e largura 2. O problema 51 mostra o cálculo da área de um triângulo de altura 13 e de base 4. O de número 52, o cálculo da área de um trapézio, com base maior 6, a base menor 4 e a altura 20.



Figura 8 – Foto do *Rhind Mathematical Papyrus* (Rpm) Números 51 e 52

Apesar de um começo promissor, a geometria egípcia resume-se ao cálculo de áreas e volumes de algumas figuras geométricas muito básicas. No papiro de *Rhind*, observa-se que o cálculo de áreas tendia a empregar a conversão da figura e analisar numa figura de área conhecida que a aproximasse. Na verdade, o que distingue a matemática egípcia da matemática babilônica e, mais tarde, da grega é o fato de não existirem demonstrações nem serem conhecidas as origens das fórmulas utilizadas. O que se encontra são exemplos comprovativos, nunca demonstrações.

Segundo Bellemain e Lima (2002, p. 41), um dos problemas mais antigos enfrentados pelos gregos foi o da medição de superfícies a fim de encontrar suas áreas. No século XVII, o conceito de área reapareceu e, com ele, os problemas de quadratura do círculo. A palavra quadratura é um termo antigo que se tornou sinônimo do processo de determinar áreas, tratava de comparar duas figuras planas, cuja área de uma é supostamente conhecida. Assim, buscavam encontrar um quadrado que tivesse área igual à da figura em questão. Nesse contexto, uma das questões mais importantes, e que se constituiu numa das maiores contribuições gregas para o Cálculo diferencial e integral, surgiu por volta do ano 225 a.C. Trata-se do teorema de Arquimedes para a quadratura da parábola.

Arquimedes descobriu que a área da região limitada por uma parábola cortada por uma corda qualquer, é igual a $\frac{4}{3}$ da área do triângulo, que tem a mesma altura e tem a corda como base. Arquimedes gerou também uma soma com infinitos termos, mas ele conseguiu provar rigorosamente o seu resultado, evitando, com o método da

exaustão, a dificuldade com a quantidade infinita de parcelas. Esse é o primeiro exemplo conhecido de soma infinita que foi resolvido.

Segundo Baltar (1996, p.17), o problema se explicita ao relacionar as superfícies, de acordo com suas áreas, mais do que medi-las. O método dos indivisíveis, proposto por Cavalieri e o método da exaustão por Arquimedes, geraram uma oposição entre os métodos de “descoberta”, de “invenção” e de “demonstração”.

De acordo com Durán (1996, p. 101), no século XVIII “os problemas de quadratura consistiam no cálculo de áreas e, genericamente, incluíam cálculos de longitudes e volumes [...]”. Foi por meio dos problemas de quadratura, que Newton e Leibniz identificaram a reciprocidade entre os problemas de tangentes e de áreas, o teorema fundamental do cálculo e, com ele, a ampliação do conjunto de superfícies mensuráveis. Como afirmam Bellemain e Lima (2002, p. 41), “a construção teórica do conjunto dos números reais permite uma nova abordagem do problema da medida de área”. Tornando-se assim, no século XIX, o conceito uma função- medida o que permitiu comparar superfícies através da comparação de números.

Conhecer a história da matemática permite tomar pé de situações didáticas mais pertinentes para conseguir aprendizagens, graças ao conhecimento que se pode ter sobre a origem da noção a ensinar, sobre o tipo de problema que ela visava resolver, as dificuldades que surgiram e o modo como foram superadas.

Na historiografia Matemática evidencia-se que as transformações ocorridas surgiram no século XIX, como novas álgebras, novos espaços, teoria dos conjuntos, novas lógicas e novas axiomáticas, proporcionando a ampliação do campo de trabalho da matemática com a produção de novos resultados. Conforme Struik (1981, p.8-11) essas transformações deram origem à chamada matemática moderna, que é a matemática praticada ainda hoje em quase todo o mundo, cujos temas, objetos, problemas, métodos e resultados foram sendo desenvolvidos ao longo do século XX, mas que teve seu processo de institucionalização iniciado no século XIX.

Conforme Babini (1980, p. 7-12), foram anos de controvérsias e reflexões para que alguns resultados fossem construídos e aceitos pela comunidade científica da

matemática, a exemplo do provocado pelo 5º postulado da Geometria de Euclides⁸, que deu origem as chamadas geometrias não-euclidianas, difundidas através dos trabalhos independentes de Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1793 - 1856) e Georg Friedrich Berthard Riemann (1826 - 1866).

A consistência das geometrias não-euclidianas levou os matemáticos a trabalharem as propriedades geométricas não mais como dependentes da intuição espacial ou física, mas como consequências lógicas dos axiomas adotados. Assim, o rigor matemático deslocou-se do ente geométrico, dependente da realidade sensorial, para ser estabelecido em métodos algébricos e abstratos da lógica axiomática.

Para Alexsandrov (1985 p. 19) o rigor matemático mesmo sendo hoje estabelecido em métodos algébricos e abstratos da lógica axiomática, “não é absoluto, está em processo de contínuo desenvolvimento” e afirma que, nada impede que no futuro próximo seja “negado” pelos próprios matemáticos para dar margem a um outro tipo de rigor que possa produzir novas teorias dentro do arcabouço do conhecimento matemático.

A compreensão histórica dos problemas que impulsionaram a evolução da construção do conceito de área na História da Matemática, possibilita-nos destacar que os conceitos se constroem através de problemas a serem resolvidos. Como afirmam Bellemain e Lima (2002, p. 42), “os problemas são ora vinculados fortemente às práticas sociais (medida de terra), ora contextualizados em questões internas à própria Matemática (como a quadratura do círculo, e a teoria da medida)”.

1.4 O ensino da geometria: uma dificuldade para os professores

Durante décadas, várias pesquisas (PAVANELLO, 1989; LORENZATO, 1995; PASSOS, 2004) apontaram um tratamento diferenciado para o ensino da Geometria nas escolas, apesar da ênfase constatada desse conteúdo nos documentos oficiais e currículos.

Observando os currículos mais recentes, podemos verificar que o tema grandezas e medidas tem estado sempre presente. Podemos dizer que essa presença nos

⁸ Equivale ao axioma das paralelas, que postula: “Se uma linha reta cortar duas outras retas de modo que a soma dos dois ângulos internos de um mesmo lado seja menor do que dois retos, então essas duas retas, quando suficientemente prolongadas, cruzam-se do mesmo lado em que estão esses dois ângulos”.

currículos se deve, talvez, ao fato de existirem poucas atividades desenvolvidas no cotidiano que escapam de uma mensuração. Isso equivale a dizer, que as crianças, quando chegam à escola, já vivenciaram algumas experiências, mesmo que informais, com medidas.

Ainda assim, Chamorro Plaza e Belmonte Gómez (2000) defendem que este não é um conteúdo fácil de ser aprendido e afirmam que as crianças não podem realizar a medida de uma grandeza de forma fácil e espontânea. O ato de medir, além de estabelecer o atributo da grandeza que se quer medir, requer conhecimentos e prática em estimativas, classificações e seriações.

Pavanello (1989, p.34), vai mais longe e relata a existência da dificuldade dos professores em estabelecer uma relação que aproxime a geometria prática, que é desenvolvida nas escolas, e a “abordagem axiomática proposta.”

Os professores que participaram desse estudo compactuam com essa linha de pensamento quando afirmaram que “os alunos encontram dificuldades em medir a área do quadrado, do retângulo e do triângulo e também a assimilação de palavras difíceis”. E, quanto a dar aulas de geometria, alguns professores afirmaram que também sentem dificuldades.

Uma das justificativas dessa ocorrência se fundamenta no planejamento escolar, que dá extrema valorização aos conteúdos de álgebra distribuídos, em média, por 75% dos livros didáticos. Acrescido a esse fato, Lorenzato (1995) destaca que um dos fatores determinantes do fenômeno da omissão geométrica foi a exagerada importância dada a utilização do livro didático, que comprometia o tempo pedagógico destinado ao ensino dos referidos conteúdos no decorrer do ano letivo.

Cumprir enfatizar que para Fainguelernt (1995), a Geometria tem na sua essência um papel fundamental no ensino, capaz de propiciar ao aluno a mobilização de estruturas mentais que promovem a passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização.

Bellemain e Lima (2002, p. 25) defendem a importância do conceito de área no ensino aprendizagem da Matemática e explicitam sua relevância para a formação plena do cidadão que necessita medir ou estimar medidas de regiões planas – terrenos, pisos, paredes, faces de objetos etc. – nas suas atividades cotidianas. Os autores chamam a atenção para as frequentes dificuldades enfrentadas pelos alunos em sua aprendizagem.

O ensino do conceito de área vem sendo marcado pela ênfase na identificação da área com a medida de área, e, muitas vezes, desta última com a “fórmula de área”, obscurecendo-se, dessa forma, o conceito de grandeza e as várias etapas do processo de medição de Grandezas. (BELLEMAIN, e LIMA, 2002, p. 27)

Ainda no caso específico do conceito de área, Douady e Perrin Glorian (1989) observam que desenvolver o conceito de área como grandeza ajuda os alunos a estabelecerem relações entre os quadros geométricos e numéricos. Para as autoras, o jogo entre os quadros geométricos e numéricos faz avançar o conhecimento dos alunos sobre a noção de área, medida e números e provocando certo efeito sobre a dissociação área-perímetro.

Fazendo uma análise deste capítulo, identificamos que o conceito de área associa-se a culturas e civilizações diversas e está presente em práticas sociais, desde os tempos mais remotos, até aos dias atuais, como nos mostram as pesquisas desenvolvidas nas regiões Sul, Sudeste e Nordeste do Brasil por Knijnik (1996), Acioly- Régnier (1994), Abreu (1988), Grandó (1995) e outros.

De acordo com Mendes (2002), “os saberes matemáticos evidenciam sua faceta utilitária, posto que, na maioria dos casos, apontam as estratégias cognitivas criadas no contexto da natureza e da cultura, visando solucionar problemas surgidos, no desenvolvimento da sociedade”.

Todas essas investigações nos são úteis, levando-nos à conclusão de que há claras evidências de que os procedimentos de cálculo de medidas de terra dos trabalhadores rurais na região de Irecê/BA assemelham-se, em alguns aspectos, aos procedimentos de medidas do Egito Antigo e aos procedimentos de pesquisas mais recentes como a de Grandó (1988) e Abreu (1988), o que poderá vir a ser um recurso histórico a mais para os professores explorarem as concepções espontâneas dos alunos, considerando o contexto sócio-cultural dos mesmos com a finalidade de facilitar o processo de ensino aprendizagem da Geometria e em especial de Medidas.

Nesse sentido, conhecer a história da matemática permite tomar pé de situações didáticas mais pertinentes para conseguir aprendizagens, graças ao conhecimento que se pode ter sobre a origem da noção a ensinar, sobre o tipo de problema que ela visava resolver, as dificuldades que surgiram e o modo como foram superadas.

CAPÍTULO II

CONHECIMENTOS DE MEDIDAS NO CONTEXTO RURAL: CONTRIBUIÇÕES DA ABORDAGEM HISTORICO-SOCIO- CULTURAL

O presente capítulo é dedicado ao estudo sobre a conceituação de grandezas e medidas num contexto rural, cuja principal finalidade é investigar as práticas de medidas presentes na cultura do feijão e suas implicações pedagógicas na educação matemática dos estudantes da microrregião rural de Irecê/BA.

As Propostas Curriculares de Matemática presentes nos PCNs destacam a importância da aprendizagem dos conceitos geométricos nas séries iniciais do ensino fundamental, assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais, BRASIL/MEC (1998, 2001), onde vamos encontrar o tema grandezas e medidas proposto para todas as séries do Ensino Fundamental do 1º ao 9º anos, privilegiando o bloco das grandezas e medidas, destacando a utilidade social do conhecimento matemático, uma vez que para estes documentos:

Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático (BRASIL, 1997, p. 56).

Para alguns autores, o tema grandezas e medidas tem um cunho social muito forte e isso se deve ao fato de existirem poucas atividades desenvolvidas no cotidiano que escapam de uma mensuração. Por isso, as crianças, quando vêm à escola, já vivenciaram algumas experiências, mesmo que informais, com medidas, seja em jogos, brincadeiras ou outras atividades do seu dia -a- dia.

As diretrizes dos PCNs indicam que, partindo de situações-problema, sejam exploradas as experiências pessoais dos alunos, a fim de que eles tenham oportunidades de realizar comparações de grandezas, identificando atributos de um objeto passíveis de mensuração e construindo um conceito aproximado de medidas.

Um dos objetivos do referido documento é a compreensão da noção de medida de superfície e equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição

de figuras. Outro objetivo é o cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, como também estimativas.

Para Caração (2002), a medida consiste em

Comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc. esclarecendo a necessidade de um estalão (unidade de medida da grandeza) único para essa comparação. Há no problema da medida, três fases e três aspectos distintos – escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparação por um número (CARAÇA, 2002, p. 30).

Esse “bloco” de conteúdos, como é denominado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, BRASIL/MEC (1998, p. 51), é considerado não só o articulador dos conteúdos matemáticos, como também aquele que faz a relação da matemática com o cotidiano, evidenciando que a aprendizagem dos conceitos deveria ter suas origens nas práticas sociais. Hoje, há um consenso entre os educadores sobre a necessidade de que, na escola o conhecimento matemático seja contextualizado, isto é, abordado a partir de situações que lhe dêem sentido (BROUSSEAU, 1996).

Desse modo, a questão cultural foi gradativamente ganhando espaço e hoje temos uma diversidade de pesquisas que tratam dos diferentes usos da matemática não formal em relação à matemática formal (ABREU, 1988, ACYOLY-RÉGNIER, 1994, GRANDO, 1988, KNIJNIK, 1996, CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 1995); outros fazem alusão a procedimentos não convencionais de medidas de superfície, em que os sujeitos pesquisados obtiveram fórmulas exatas ou aproximadas para o cálculo de área de certas figuras, fazendo-nos compreender a diversidade de procedimentos de Medidas; e sobre o modo como cada sociedade se baseia para solucionar situações de mensuração no seu dia-a-dia.

Segundo Ferrete (2004, p.1), no decorrer da história da humanidade, diferentes povos desenvolveram seu pensar matemático para resolver os mais variados problemas que surgiam no seu convívio diário, gerando estratégias matemáticas a partir das atividades do cotidiano dos diversos grupos culturais. De acordo com D’Ambrosio (2005), devemos entender a matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, entender, manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, dentro de um contexto natural e cultural.

A relação entre o contexto cultural e o desenvolvimento cognitivo, não é um tema novo. Estudos específicos, principalmente na área de cognição matemática, têm evidenciado diferenças entre conceitos desenvolvidos em diferentes contextos, dentro ou fora da mesma cultura (MONTEIRO, 1998, ACIOLY-RÉGNIER, 1994; ABREU, 1988; CARRAHER & SCHLIEMANN, 1995).

Rogoff (1993) considera toda a atividade humana como algo enraizado no contexto. Segundo a autora,

Desde la perspectiva contextual, significado y contexto no son elementos que puedan examinarse separadamente o derivarse de una suma de elementos. El contexto no es tanto una serie de estímulos que afectan a la persona, como una red de relaciones, entretrejida para dar forma a la estructura del significado (ROGOFF, 1993, p. 53).

Acreditamos que os olhares antropológicos e cognitivos dados aos saberes matemáticos, gerados no contexto sócio-cultural, têm motivado muitos estudiosos à realização de pesquisas em diversas comunidades, tais como: comunidades indígenas, trabalhadores rurais, artesãos, dentre outras.

Diante do exposto, a proposta é apresentar uma reflexão sobre as categorias conceituais que norteiam esta pesquisa: Cálculo de área, Etnomatemática, Relação com o Saber, conhecimento formal e não formal, Teoria dos Campos Conceituais e Teoremas em Ação. O objetivo é referenciá-los à luz dos respectivos teóricos: Vergnaud (1986, 1991); D'Ambrósio (1990, 1991, 1996); e Knijnik (1996, 2000), Vigotsky (1989, 1997); Charlot (2000, 2008) e outros que embasarão este estudo.

2.1 Enfoque sócio-histórico

Teóricos da Psicologia Cognitiva têm discutido a influência da cultura no desenvolvimento cognitivo dos indivíduos. Dentre eles, destacam-se Piaget, que sustenta os aspectos individuais de origem biológica, e o soviético Vigotsky, junto aos seus colaboradores Lúria, Leontiev e outros que deram ênfase ao contexto social, subordinando o desenvolvimento humano a um processo de aprendizagem social.

Apesar de Piaget considerar que o homem, desde o seu nascimento, estabelece uma interação com o seu meio físico e social, promovendo seu desenvolvimento cognitivo, suas reflexões acerca do mundo social foram limitadas, preferindo apresentar uma visão interacionista, mostrando que o ser humano vive em constante interação,

procurando os mecanismos mentais que podem ser usados para entender o mundo durante as etapas da vida.

Para esse autor, o conhecimento não está no sujeito nem no objeto, mas ele se constrói na interação do sujeito com o objeto. Na medida em que o sujeito interage, ele vai produzindo sua capacidade de conhecer e também vai produzindo o próprio conhecimento. Isso significa que o conhecimento é construído de forma dinâmica, mutável e negociada, constituindo-se em representações resultantes das experiências dos homens em sua interação com o mundo físico e social.

A partir dessa premissa, o ensino deverá ser ativo, baseado na ação do aluno e na construção de situações inovadoras e motivadoras. O professor deve conhecer as características psicossociais e cognitivas dos seus alunos, a fim de poder orientá-los para a aquisição dos novos conhecimentos propostos pela escola.

Diferentemente de Piaget, Vigotsky deu especial atenção ao contexto social e definiu a cognição como uma atividade mediadora na interação do indivíduo com o seu meio, resultante de uma construção social ligada a um contexto específico. O indivíduo, ao se relacionar com o mundo físico, não age de forma direta, mas de forma mediada, através de representações que são de natureza social, ou seja, o homem se relaciona com os objetos da cultura, mas esta não se dá sozinha, e sim mediatizada pelos outros.

Para Vigotsky (2005), mediação se constitui naquilo que se coloca entre o sujeito e seu processo mental de aprendizagem ou cognição, se realizando a partir ou através dos instrumentos de mediação, tais como os signos que se apresentam no plano externo aos indivíduos. Por exemplo: quando alguém, ministrando uma aula, utiliza um objeto concreto e conhecido para ilustrar uma noção abstrata, está fazendo uso de um instrumento de mediação que possibilita ao sujeito a plena compreensão do que se desejava transmitir.

Isso é possível porque, como sujeitos, estamos inseridos em uma realidade social e cultural que nos permite internalizar determinados signos desde a infância, que se apresentam como facilitadores da aprendizagem.

Desde os primeiros dias do desenvolvimento da criança, suas atividades adquirem um significado próprio num sistema de comportamento social e, sendo dirigidas a objetivos definidos, são refratadas através do prisma do ambiente da criança.

O caminho do objeto até a criança e desta até o objeto passa por outra pessoa. Essa estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento profundamente enraizado nas ligações entre história individual e história social (VIGOTSKY, 2005, p. 109).

Essa ideia é fundamental na teoria de Vigotsky (2005), uma vez que o mesmo atribui importância extrema à interação social, porque é a partir dela, que as crianças observam e participam com outros dos costumes culturalmente desenvolvidos. A noção de zona de desenvolvimento proximal é fundamental nessa questão, pois estabelece forte ligação entre o processo de desenvolvimento e a relação do indivíduo com seu ambiente sócio-cultural.

Por zona de desenvolvimento proximal, entende-se a distância do nível de desenvolvimento real da criança – o que ela pode fazer independentemente – e o nível de desenvolvimento potencial – o que ela pode realizar quando dirigida e orientada por sujeitos mais experientes (ONRUBIA, 1997). Isso significa que a transformação para processos mentais superiores ocorre pela interação constante com os adultos ou em colaboração com outras crianças.

2.2 A formação de conceitos

Dentre os aspectos discutidos por Vigotsky, concentramo-nos no processo de elaboração conceitual, ou seja, a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento matemático.

De acordo com Vigotsky (2005), o desenvolvimento dos conceitos apresenta-se através de estágios; o primeiro estágio é do conceito sincrético; o segundo o conceito por complexos; e o terceiro, o estágio dos conceitos em que o ser humano desenvolve o pensamento pela análise/abstração. Dentre esses três, vamos nos concentrar no segundo e terceiro estágios, pela relação mais direta com o nosso estudo.

O estágio por complexos tem como característica a formação de vínculos entre os objetos. Quando relacionamos ao desenvolvimento de conceitos matemáticos, o pensamento em complexo corresponde à fase que Vigotsky (2005) chama de “aritmética mediada”, tendo como característica o estabelecimento de relações e comparações com base empírica. No estágio dos conceitos propriamente ditos, o ser humano desenvolve o pensamento pela análise, abstração, síntese e generalização.

Segundo Vigotsky (2005), os conceitos podem ser definidos como conceitos cotidianos e conceitos científicos que apesar deles estarem interrelacionados, seguem

caminhos diferentes em sua dinâmica e desenvolvimento. Segundo esse autor, o conceito científico é um sistema de relações, que se desenvolve pela reflexão e linguagem, chegando ao nível de abstração com base em leis, princípios e teorias. Independentemente do contexto, são apreendidos em situação formal de educação.

Os conceitos cotidianos são desenvolvidos na convivência diária com experiências imediatas e noções intuitivas. São assistemáticos e estão vinculados a uma situação de contexto. “O conceito cotidiano cria uma série de estruturas necessárias para que surjam as propriedades inferiores e elementares dos conceitos”. (VIGOTSKY, (2005, p. 143). Dessa forma, entende-se que esse conceito vincula-se ao conhecimento não formal, categoria esta que será analisada a partir dos resultados sistematizados na coleta de dados desta pesquisa.

Por sua vez o conceito científico, abre espaço para o desenvolvimento dos conceitos cotidianos, preparando de antemão as estruturas necessárias para dominar as propriedades superiores do conceito cotidiano:

O conceito cotidiano se desenvolve de baixo para cima em direção a propriedades superiores a partir de outras mais elementares e inferiores e os conceitos científicos se desenvolvem de cima para baixo, a partir de propriedades mais complexas e superiores em direção a outras mais elementares e inferiores. (VIGOTSKY, 2005, p. 136).

2.3 Campos Conceituais

Considerando a possibilidade de que as grandezas e medidas possam constituir-se em um campo conceitual, levantamos alguns aspectos da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, (1986,1991).

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1991) é uma teoria cognitivista, que trata da conceitualização da realidade como meio para compreender como se desenvolve a aprendizagem. Nessa teoria, ele propõe o estudo e análise dos diferentes passos do processo de aquisição do conhecimento. Para Vergnaud, conhecimento corresponde ao saber fazer, que pode ser observado por meio da ação oral, escrita, gestual etc, ou seja, por meio da linguagem ou de atividades em situação.

Pressupondo que o mundo social tem influência no desenvolvimento cognitivo das pessoas, Vergnaud (1996), analisa o desenvolvimento de conceitos e esclarece sobre o papel do ambiente na formação de conceitos lógico-matemáticos, tendo como critério o sujeito em situação. Para Vergnaud (1996), o conhecimento está organizado em “campos conceituais”,

que se constituem em um “conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1983b apud MOREIRA, 2002, p. 02).

Ao referir-se ao que chama de campos conceituais, Vergnaud (1996) expõe sua compreensão classificando como o núcleo da sua teoria dos campos conceituais a conceitualização do real. A conceitualização ocorre em duas instâncias: primeiro, como consequência de um longo tempo; segundo, pela experiência do aprendiz a partir de sua maturidade e aprendizagem. Isso quer dizer que a unidade cognitiva em questão é construída a partir do experimento real do aprendiz, da sua vida cotidiana, de sua maturidade intelectual.

Mais especificamente para Vergnaud (1996), a conceitualização é a identificação dos objetos do mundo, de suas propriedades e de suas relações. Para ele, o conhecimento assume uma função adaptativa, que é caracterizada pela passagem do saber cotidiano ao saber escolar e deste para o saber científico, ou seja, a conceitualização só pode se realizar por meio da ação e de sua organização, conduzindo a uma dialética constante entre o real e o abstrato. Portanto, é imperativo que se criem as condições adequadas para que o aluno tenha acesso ao saber escolar e científico, a partir do conhecimento anteriormente adquirido.

Isso significa que o conhecimento se constitui e se desenvolve no tempo em interação adaptativa do indivíduo com as situações em que o mesmo vivencia, ou seja, a partir dos esquemas mentais anteriormente apropriados, o indivíduo se capacita para elaborar novas soluções e procedimentos diferentes para um problema. Para isso, faz-se necessário analisar e destacar as diferentes formas que o conhecimento assume nas ações desenvolvidas pelos alunos, a fim do conhecimento tornar-se um ponto de partida para elaboração conceitual.

Assim, é fundamental o professor planejar situações que favoreçam a expansão e o significado do conceito para o aluno, considerando que os conceitos que mais chamam a atenção do aluno são aqueles que possuem significado para o mesmo.

Para esse autor, o saber forma-se tanto nos aspectos práticos quanto nos aspectos teóricos, a partir de problemas a resolver, ou seja, de situações a dominar. Por exemplo, conceitos como os envolvidos no cálculo de área podem iniciar-se antes do ensino formal, sendo influenciado tanto por experiências escolares quanto extra-escolares nas quais este raciocínio se faz necessário.

Para Vergnaud (1991), o funcionamento cognitivo do aluno comporta diversas operações que se automatizam progressivamente. Observa-se, então, que as condutas comportam uma parte de automaticidade e uma parte de decisão consciente.

Na resolução de problemas de aritmética dita elementar, as crianças se deparam com numerosas dificuldades conceituais. É em termos de esquemas que devem analisar a escolha das operações e dos dados adequados a resolução de um

problema para o qual existem diversas possibilidades de escolha. A recolha de informação na leitura do enunciado, a recolha de informações físicas (medidas, por exemplo), a procura de informações em documentação (num livro escolar, em quadros estatísticos, etc), a combinação adequada destas informações através das operações de adição, de subtração, de multiplicação e de divisão, obedecem em geral a esquemas, nomeadamente entre os alunos que dominam essas situações. Para os alunos, trata-se da resolução de problemas porque as situações em jogo ainda não se tornaram triviais para eles; mas os procedimentos heurísticos são esquemas: não efetivos como os algoritmos, nem sequer por vezes, eficazes. (VERGNAUD, 1991, p.162).

Observamos ainda que, sendo o esquema composto por regras de ações e de antecipações, ele vem combinado essencialmente por invariantes operatórios e por inferências. Durante a ação, para a observação dos esquemas, as inferências são indispensáveis, seja para situações particulares ou classes de situações, pois um esquema faz parte de um universo que permite gerar sequências diversas de ações em torno das diferentes variáveis de uma situação.

Visando interpretar o comportamento de uma criança frente a problemas aritméticos elementares, Vergnaud (1982) acredita ser essencial distinguir dois tipos de cálculo. O “cálculo numérico” e o “cálculo relacional”. O “cálculo numérico” significa as operações ordinárias de adição, subtração, multiplicação e divisão. E o “cálculo relacional” significa as operações de pensamento que são necessárias para reconhecer as relações envolvidas em uma situação. Esse cálculo pode ser geralmente expresso por meio de teoremas (quando é válido), ou em termos de falsas inferências (quando não é válido). Esses teoremas ou inferências não são necessariamente expressos ou explicados pelos alunos; eles podem ser somente hipóteses definidas pela observação das ações durante a solução de uma situação. São essas hipóteses que Vergnaud (1991) denomina teorema em ação.

Para esse autor, teoremas em ação e conceitos em ação são bases conceituais que permitem fazer a articulação essencial entre a teoria e a prática. Os conceitos em ação e os teoremas em ação são subjacentes à conduta do indivíduo frente a uma situação problema. As relações matemáticas consideradas ao escolher as operações e procedimentos de resolução da situação espelham os teoremas em ação. Portanto, em

outras palavras, teoremas em ação são relações matemáticas que os sujeitos levam em consideração quando escolhem uma operação ou uma sequência de operações para resolver um dado problema. Eles geralmente não são expressos verbalmente, podendo até estar errados, aparecem espontaneamente em contextos simples, não tendo um valor universal, mas nos permitem traçar o conhecimento matemático no nível de esquemas em ação.

Na resolução de problemas matemáticos, segundo Abreu (1988) “quando as pessoas resolvem problemas matemáticos, mesmo ao apresentarem soluções de ordem prática, estão expressando de forma implícita, a organização do seu campo conceitual” (ABREU, 1988, p. 9). O campo conceitual é definido como um conjunto de situações para as quais são necessárias diferentes interconexões de conceitos, procedimentos e representações, uma vez que a situação não pode, usualmente, ser analisada com um simples conceito, ao mesmo tempo em que um conceito não pode se referir a uma única situação (VERGNAUD apud ABREU, 1988, p. 9).

O conceito é o resultado de uma conexão de vários conjuntos. O primeiro é um conjunto de situações que dão significado ao conceito. O segundo é um conjunto de invariantes operatórios, teoremas e conceitos-em-ação, que dão o significado do conceito. E o terceiro, um conjunto de representações simbólicas que compõem seu significante, permitindo representar os invariantes, as situações e os procedimentos adotados (ABREU, 1988; MOREIRA, 2002).

Em geral, “pesquisadores e professores têm dificuldade em entender que a compreensão de um conceito, por mais simples que seja, não emerge apenas de um tipo de situação, assim como uma simples situação sempre envolve mais que um único conceito” (CAMPOS, et AL, 2001, p. 7) Nesse sentido, importantes pesquisas buscam perceber as concepções e estratégias dos alunos para resolverem e compreenderem determinados problemas ou compreenderem conceitos, mesmo que ainda não tenham sido introduzidos formalmente na escola.

Pode-se dizer que Vergnaud representa, para a teoria da cognição, um avanço em relação a Piaget, por ter levado em conta a dimensão do social, assim como o fez Vigotsky. Com efeito, também representa um avanço em relação a este último por ter encontrado em seu conceito de teoremas-em-ação o elemento do real, que evidencia a compreensão de Vigotsky sobre a origem dos conceitos, em que surgem na interação entre o abstrato e o concreto.

Na escola o indivíduo aprenderia conceitos científicos, que apesar de serem verbalizados careceriam de um complemento em termos de conteúdo concreto, enquanto na vida diária seriam adquiridos conceitos espontâneos com um conteúdo concreto e que posteriormente seriam enriquecidos num processo de abstração (ABREU, 1988, p. 9-10)

2.2 O indivíduo como sujeito de aprendizagem: a Relação com o saber

Quando se busca compreender determinados comportamentos de um indivíduo a partir da ideia de cultura, independentemente desse conteúdo, estamos reconhecendo que tais comportamentos resultam da incorporação de valores e de saberes que se encontram no meio social no qual este indivíduo está inserido. De acordo com Charlot (2005, p. 92), essa situação sócio-cultural vai “dotá-lo de práticas correspondentes, assim como da capacidade de ajustar essas práticas conforme o contexto” Para o autor, a ideia de cultura está relacionada ao saber, o saber das práticas.

Um trabalhador rural, que ao longo de sua vida executa suas atividades de mensuração de terra a partir dos conhecimentos apreendidos culturalmente das gerações passadas, é um ser humano indissociavelmente social e individual que se educa conforme o contexto no qual está inserido. Desde que nasce, ocupa um lugar na sua família essa posição na família e no meio social incide naquilo que lhe é oferecido pela cultura e pela educação que recebe e se apropria durante sua vida, quer dizer:

Cada um de nós é educado por seres humanos que nos antecederam no mundo; se não fosse o caso, não nos tornaríamos humanos. Cada um de nós se educa a si mesmo; se não nos apropriássemos do que nos é ofertado pelo mundo humano, nada aconteceria, sejam quais fossem os esforços dos adultos. Em outras palavras, a educação é ao mesmo tempo um processo “de fora” e “de dentro”. Ou ainda: a educação é tanto transmissão de um patrimônio como autocriação singular. Ela é encontro de uma história coletiva e de uma história singular, tendo cada uma dessas uma escala temporal diferente (CHARLOT, 2008, p. 117).

No cultivo da lavoura do feijão, ocorrem situações de aprendizagem pelas quais vários conhecimentos se aglutinam, exigindo dos agricultores – sejam jovens ou adultos – saberes escolares e cotidianos. Para tanto, há uma relação desses indivíduos, sob três aspectos: a relação que cada indivíduo tem consigo próprio, a relação que cada um tem com o meio em que vivem e a relação que existe entre eles.

Conforme Charlot (2001, p. 147), é nessas relações que acontece o ato de aprender, é por capacidades cognitivas em movimento que é possível o ingresso do sujeito em um mundo humano, habilitando-o a desenvolver competências e buscar referências. Além disso, a conquista da aprendizagem permite ao sujeito construir relações com outros seres humanos e tornar-se alguém reconhecido nessas relações, no seu contexto social.

Adquirir essas competências faz o sujeito ter um sentido, um desejo de aprender aquilo que é de seu interesse. O fato da população do distrito Gameleira dos Crentes concentrar esforços no cultivo do feijão, como sobrevivência ou atividade principal, faz com que os adolescentes e jovens adquiram dos mais velhos conhecimentos matemáticos desvinculados do contexto escolar. Esses jovens realizam práticas que mobilizam sua atividade intelectual a partir de suas histórias de vida, com singularidades e subjetividades.

Silva (2009) e Souza (2009), em seus respectivos estudos sobre a relação com o saber, abordam que, por mais social que seja um indivíduo, ele também é um ser original pelas suas capacidades psíquicas e história de vida. A noção da relação com o saber surgiu a partir dos estudos da psicanálise e da sociologia, na década de 1980, sob um prisma crítico ao fracasso escolar, cujo princípio é analisar o sujeito, levando em conta o aprender como modo de apropriação do mundo (CHARLOT, 2005).

A noção relação com o saber, defendida por Bernard Charlot, resulta de questionamentos a partir das dimensões epistêmicas e identitárias, ocupando-se das histórias sociais dos sujeitos que são analisados. Esse autor faz suas análises considerando três processos que os denomina de “figuras do aprender”, ou seja:

a) Aprender é uma atividade e apropriação de um saber, existente sob a forma de linguagem, como por exemplo, usar a linguagem matemática é, em si, uma atividade de apropriação de um saber [...];

b) Aprender é ser capaz de dominar uma atividade [como, por exemplo] ter habilidades no cálculo mental [...];

c) Aprender é apropriar-se e formas intersubjetivas e subjetivas de se relacionar com os outros e consigo mesmo: [realizar um trabalho de grupo na sala de aula, fazer o cultivo do feijão na lavoura de uma fazenda, lidar com diferentes pessoas na cooperativa de produção desse cultivo] (SOUZA, 2009, p. 31).

Independente de quem seja o sujeito, aluno, professor ou trabalhador rural, o sentido dessas “figuras do aprender” revela-se na complexidade e subjetividade implícitas no processo ensino e aprendizagem presentes no cotidiano desses sujeitos. Seja na escola, ensinando e aprendendo conhecimentos formais, seja na lavoura quando os conhecimentos não formais são repassados ou adquiridos.

2.4 A abordagem histórico-cultural: contribuições para o trabalho com a Etnomatemática

Estudos na área de cognição matemática têm evidenciado diferenças entre conceitos desenvolvidos em diferentes contextos, dentro ou fora da mesma cultura. Considerando que a educação está intrinsecamente ligada à dinâmica sócio-cultural e que a educação é a transmissão da cultura, Forquim (1993) afirma que a

Cultura é o conteúdo substancial da educação, sua fonte e sua justificação última: a educação não é nada fora da cultura e sem ela. Mas, reciprocamente, dir-se-á que é pela e na educação, através do trabalho paciente e continuamente recomeçado de uma ‘tradição docente’ que a cultura se transmite e se perpetua: a educação ‘realiza’ a cultura como memória viva, reativação incessante e sempre ameaçada, fio precário e promessa necessária da continuidade humana. Isto significa que, neste primeiro nível muito geral e global de determinação, a educação e cultura aparecem como duas faces, rigorosamente recíprocas e complementares, de uma mesma realidade: uma não pode ser pensada sem a outra e toda reflexão sobre uma desemboca imediatamente na consideração da outra (FORQUIM, 1993, p. 14).

Uma das propostas significativas dos Parâmetros Curriculares Nacionais é a Etnomatemática, que os parâmetros definem como “um trabalho que busca explicar, entender e conviver com procedimentos, técnicas e habilidades matemáticas desenvolvidas no entorno sócio-cultural próprio a certos grupos sociais” (BRASIL, 1997, p. 33).

Todavia, como estabelecer o diálogo entre os conhecimentos do dia-a-dia dos trabalhadores e os conhecimentos ensinados na escola? Se comumente os programas e os planejamentos escolares já são previamente ditados pelas secretarias de educação e pelos livros adotados, sem levarem em consideração a realidade local? Segundo Lucena, “não é mais possível se aceitar a matemática como uma construção científica isolada de todo um contexto escolar, do homem, da sociedade, da vida” (LUCENA, 2004 p.58), e

sim, ir além da matemática das regras, dos currículos padrões e contribuir para a compreensão e ressignificação dessa matemática.

Ciente dessas questões, procuramos, de forma mais sistemática, identificar e analisar práticas cotidianas do “mundo da roça”, onde ideias matemáticas estejam presentes, como forma de conhecer como se relacionam os saberes formais e os saberes da escola, ou seja, as possíveis conexões entre esses dois mundos. Entende-se aqui por cotidiano, o mesmo compreendido por Monteiro (1998), quando se referiu ao assentamento de Sumaré/SP, onde realizou sua pesquisa para sua tese de doutorado. Para a autora, o cotidiano por ela pesquisado

mostrou-se, então, como um lugar onde os indivíduos do grupo compartilham saberes, códigos de conduta, crenças, valores, enfim, como uma realidade interpretada e subjetivamente dotada de significados atribuídos pelos que a vivenciam (MONTEIRO, 1998 p.87).

Ainda seguindo essa mesma autora (p.87),

para se compreender o saber presente na vida cotidiana não se deve olhar apenas para a multiplicidade de usos e entendimento dos diferentes tipos de saber, mas também para os processos pelos quais este saber chega a ser socialmente estabelecido como ‘realidade’.

Considerando a realidade como primeira fonte de conhecimento, a análise histórica consistirá de uma análise crítica de como se gera e produz conhecimento, e a Etnomatemática é que melhor dará conta dessa tarefa.

Contrapondo a essa Matemática escolar tradicional, que ignora os conhecimentos resultantes da cultura, surge no final da década de 70, a Etnomatemática acompanhada de profundas transformações provocadas pela globalização e o fracasso da Matemática Moderna. A etnomatemática tem como precursor no Brasil Ubiratan D’Ambrósio, educador e estudioso brasileiro de considerável produção científica no campo da Etnomatemática, esta definida como a matemática praticada por grupos culturais distintos e que são identificados como sociedades indígenas, grupos de trabalhadores, classes profissionais, entre outros. De acordo com esse autor,

a Etnomatemática é o estudo das ideias e práticas matemáticas que foram desenvolvidas por culturas específicas (*etno versus etnia*) através da história, com a utilização de técnicas e idéias (*tics = técnica*) apropriadas para cada contexto cultural, com o objetivo de aprender a lidar com o ambiente, como, por exemplo, trabalhar

com medidas, cálculos, inferências, comparações e classificações. Essas culturas específicas desenvolveram a habilidade de modelar os meios natural e social, de acordo com as próprias necessidades, para explicar e entender determinados fenômenos (*mathema*) que ocorrem nesses meios (D'AMBRÓSIO, apud, ROSA e OREY, 2005, p. 6).

Centramos o nosso estudo a partir dos estudos de D'Ambrósio (1996, 1990, 1991) por considerar que esse autor conceitua, de forma mais ampla, a Etnomatemática. Nos últimos vinte e cinco anos, seus trabalhos, em sua maioria, estão situados na dimensão socioantropológica entre sociedade e Matemática.

Também nos atemos aos estudos de Knijnik (1996, 2000) entre outros que com suas contribuições, abriram-nos uma grande possibilidade de discussão das contribuições matemáticas realizadas por indivíduos de diferentes grupos culturais e a forma como esses grupos colaboraram para o entendimento e a compreensão do pensamento de natureza matemática.

Admitindo que o contexto sócio-cultural tem influência no desenvolvimento da compreensão cognitiva das pessoas, percebemos que a Etnomatemática poderia nos possibilitar uma interlocução entre os saberes matemáticos formais e não formais, como argumenta Ubiratan D'Ambrósio (1998):

[...] o conhecimento é deflagrado a partir da realidade. Conhecer é saber fazer. A geração e o acúmulo de conhecimento obedecem a uma coerência cultural... Ela é identificada pelos seus sistemas de explicações, filosofias, teorias e ações e pelos comportamentos cotidianos. Naturalmente tudo isso se apóia em processo de medição, de contagem, de classificação, de comparação, de representações, de inferências. Esses processos se dão de maneiras diferentes nas diversas culturas e transformam-se ao longo do tempo. Eles sempre revelam as influências do meio e organizam-se com uma lógica interna, codificam-se e formalizam-se. Assim nasce a matemática (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 35).

A valorização da etnomatemática tem levado à realização de diversos estudos tais como Knijnik, (1996, 2001); Lopez, (2000); Oliveira, (2002), Fossa, (2004), Marilyn Frankenstein (2004), Paulus Gerdes (1991) e outros trabalhos na área da Educação Matemática.

O trabalho de Frankenstein (2004) foi realizado nos Estados Unidos com adultos da classe trabalhadora. Knijnik (1996) focaliza uma pesquisa realizada em um assentamento do Movimento Sem-Terra do Rio Grande do Sul, tendo como foco principal as conexões entre a Educação Popular e a Etnomatemática. Para Knijnik a etnomatemática,

É um corpo de conhecimento composto por um heterogêneo conjunto de práticas e abordagens, conectadas a diferentes modos de significar os tempos que hoje vivemos e entender como a Educação, e em especial a Educação Matemática está implicada na construção de um mundo menos desigual e mais solidário (KNIJNIK, 2000, p. 1).

Para essa autora, a Etnomatemática é uma porta pela qual é possível entrar com o propósito de instrumentalizar os conhecimentos matemáticos, desde que não-formais e, no devido espaço de interlocução com o conhecimento matemático formal para fins sociais, culturais e propriamente políticos; uma vez que se trata de um campo cultural “minado pelas relações de poder, isto é, um campo político” (KNIJNIK, 2000, p. 1).

Um dos pilares desta interrelação entre etnomatemática e poder é a cultura, elemento da realidade social definida por Cortela como sendo “um produto derivado de uma capacidade inerente a qualquer humano *e por todos nós realizada*” (grifo nosso) (CORTELA, 2006, p. 42), isto é, inclusive por aqueles que não se encontram inseridos nos lugares formais do saber e de sua difusão: a escola.

Se a cultura é “por todos nós realizada”, isso significa que não podemos achar que esta se encontra estática, acabada e pronta. Pelo contrário, a cultura é aqui reconhecida como processo dinâmico e em constante mudança, que possibilita a interação de saberes sem hierarquizações.

Isso implica em uma responsabilidade a mais para os professores que, segundo Knijnik (2000, p. 1), têm a função de “trazer para o currículo e ensinar na escola, a Matemática que foi acumulada pela humanidade”, entendida a expressão, não como sinônimo de conhecimento matemático universal/formal, mas como um conhecimento que é produzido pelo homem em seu espaço habitual, no caso desta pesquisa, no campo, no espaço rural.

Nesse sentido, a Etnomatemática destaca a importância de que se efetive uma conexão entre a escola e o que lhe é “exterior”, o que inclui, certamente, o “mundo do trabalho”, como a cultura agrícola rural examinada nesta pesquisa. Essa conexão é, antes de tudo, um posicionamento político. Como bem aponta Knijnik (2000)

Nosso papel nestes processos de inclusão ou exclusão de conhecimentos no currículo escolar é, antes de tudo, e sobretudo, político. Tais processos, definindo quais grupos estarão representados e quais estarão ausentes na escola, são, ao mesmo tempo, produto de relações de poder e produtores destas relações: produto de relações de poder, pois são os grupos dominantes que tem o capital cultural para definir quais os conhecimentos que são legítimos para integrar o currículo escolar: são também produtores de relações de poder, porque influem, por exemplo, no sucesso ou fracasso escolar, produzem subjetividades muito particulares, posicionando as pessoas em determinados lugares do social e não em outros. Estes lugares não estão, de uma vez por todas, definidos. O campo da Educação Matemática é também um campo possível de contestação. (KNIJNIK, 2000, p.50).

Sendo assim, a Etnomatemática vem tentando, desde meados da década de 70 do século passado, propor conceitos provisórios que contrastem com a matemática acadêmica imposta pelo ocidente, procurando incorporar um processo de conhecimento mais amplo, que seja considerado “o sensorial, o intuitivo, o emocional e o racional através da vontade individual de sobreviver e de transcender” (D’AMBRÓSIO, 2005, p.50).

Essa proposta segundo D’Ambrósio, identifica alguma sintonia com a filosofia de educação de Comenius, cujo foco de estudo é “o homem, como indivíduo integrado, imerso numa realidade natural e social, o que significa em permanente interação com seu meio ambiente, natural sociocultural”. É nessa linha de orientação que esta pesquisa se desenvolve, constituindo assim, um momento muito especial da minha trajetória, possibilitando conhecer melhor o processo de cálculo da “conta de tarefa”, praticada pelos trabalhadores rurais e as ideias matemáticas presentes nas práticas de trabalho do “mundo da roça”, com as quais lidava há algumas décadas atrás, enquanto trabalhadora rural.

Em síntese, podemos concluir que o estudo do conhecimento de Medidas utilizadas num ambiente informal poderá oferecer contribuições em nível teórico para o campo da cognição humana, em termos de influência das práticas cotidianas no desenvolvimento de conceitos matemáticos. Poderá também levar a repensar e redirecionar, em termos metodológicos, os programas curriculares presentes, hoje, no meio rural. Enfim, as categorias propostas no decorrer deste capítulo, apontam para uma orientação metodológica deste estudo, entendendo a importância das teorias cognitivistas na construção dos conceitos matemáticos, principalmente a Teoria dos Campos conceituais e a Etnomatemática, as quais se colocam como ponto de partida para construção de conceitos e de conhecimentos, o cotidiano do aluno e as situações-problema advindas do meio em que o indivíduo vive.

CAPÍTULO III

A METODOLOGIA DA PESQUISA: UM ESTUDO DE CASO NA REGIÃO DE IRECÊ/BA

O presente estudo tem como objetivo identificar, descrever e analisar o conhecimento matemático prático de trabalhadores rurais, em especial, o cálculo de área no uso de procedimentos não formais na cultura do feijão, no intuito de investigar as possíveis diferenças conceituais entre os procedimentos não formais dos trabalhadores rurais e os procedimentos usados na escola no que diz respeito ao cálculo de área; na zona rural na região de Irecê no Estado da Bahia.

A problemática aqui investigada configura-se como um estudo de caso, pois visa estabelecer comparações entre dois ou mais enfoques, de acordo com GIL (1999),

O Estudo de Caso é um estudo empírico que investiga um fenômeno atual dentro do seu contexto de realidade, quando as fronteiras entre o fenômeno e o contexto não são claramente definitivas e no qual são utilizadas várias fontes de evidência (GIL, 1999, p. 73).

Levando em consideração a problemática, optamos pela metodologia qualitativa e quantitativa. É qualitativa porque avalia as atitudes dos indivíduos em seu ambiente sócio-cultural, procurando compreender as definições da situação das pessoas pesquisadas, na medida em que procura descrever o fluxo de pensamento e raciocínio dos trabalhadores rurais e alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. A finalidade foi estabelecer paralelos com o conhecimento matemático estabelecido.

É ainda, quantitativa porque exige o uso de procedimentos quantitativos, como a aplicação de métodos e análises estatísticas para a verificação do grau de acerto dos raciocínios de acordo com o conhecimento formal. Ainda poder-se-á compreender, de forma mais precisa, a relação entre o cálculo formal ensinado na escola e o cálculo não-formal aprendido por conhecimento de transmissão oral.

A opção por essa abordagem deu-se pelo fato de considerarmos que, através dela, cria-se uma melhor relação entre o pesquisador e o pesquisado. Santos Filho (2002) considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito, que não pode ser traduzida em número.

A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa, onde ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave uma vez que a análise dos dados é feita de forma indutiva, tendo o processo e seus significados como os principais focos de abordagem (SANTOS FILHO, 2002, p. 44).

A pesquisa qualitativa dá condição de ficarmos bem mais próximos da situação em estudo. Bogdan e Biklen (1994) destacam as cinco características básicas que configuram essa metodologia:

a) Primeiro, o **contato direto** e prolongado com o ambiente e a situação que estará sendo investigada, através de um trabalho intensivo e constante no campo;

b) Segundo, destaca-se a coleta de dados que é na sua grande maioria descritiva, baseados em situações, acontecimentos, ou seja, **descrição detalhada dos dados**.

c) A terceira característica denota a preocupação com o **processo é muito maior do que o produto**. O interesse do pesquisador ao estudar determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações do dia-a-dia.

Ao tratar de estudos descritivos, Triviños (2006) afirma que:

Os estudos que se realizam no campo da educação são de natureza descritiva. O foco essencial destes estudos reside no desejo de conhecer a comunidade, seus traços característicos, suas gentes, seus problemas, suas escolas, seus professores, sua educação, sua preparação para o trabalho, seus valores, os problemas do analfabetismo, a desnutrição, as reformas curriculares, os métodos de ensino, o mercado ocupacional, etc. (TRIVINOS, 2006, p.110).

d) A quarta trata-se do “significado”, ou seja, o cuidado que o pesquisador precisa ter ao revelar os pontos de vista dos participantes com veemência. Isto significa a **importância das interpretações pessoais carregadas de emoção e compreensão próprias**.

e) E por último, o pesquisador deve seguir um **processo indutivo na análise de dados**.

Nessa perspectiva, o desenvolvimento desta pesquisa compreendeu, em primeiro lugar, a revisão de Literatura, que foi de fundamental importância, pois nos forneceu elementos sobre o tema, além de favorecer definições mais precisas do problema estudado, o qual realizamos uma revisão teórica e histórica, buscando compreender a revisão da produção científica já existente na área – os estudos históricos e epistemológicos sobre o conceito de área e leituras para aprofundamento dos conceitos abordados, como: desenvolvimentos de conceitos; relação com o saber; conhecimento formal e não formal; teoremas em ação e Etnomatemática.

Fazer a revisão da literatura em torno de uma questão é, para o pesquisador, revisar todos os trabalhos disponíveis, objetivando selecionar tudo o que possa servir para pesquisa, no entanto deve estar atento a duas questões: a revisão da literatura refere-se ao estado da questão a ser investigada pelo pesquisador e a revisão da literatura não é uma caminhada pelo campo onde se faz um buquê com todas as flores que se encontra (LAVILLE e DIONE, 1999, p. 112-113).

Diante disso, priorizamos o estudo dos trabalhos de D'Ambrósio (1990, 1996, 1998, 2001), Vergnaud (1996, 1991), Knijnk (1996), Aciolly- Régnier (1994), Abreu (1988), Charlot (2000), Carraher, Carraher e Schliemann (1988), Silva (2002, 2009) e outros que tratam do tema em foco.

Nessa perspectiva, desenvolvemos o trabalho de campo no início do segundo semestre de 2008, estendendo-se por todo o primeiro semestre de 2009, em dois campos de observação distintos: a escola (professores de Matemática e alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental) e o cotidiano dos trabalhadores rurais que fazem uso dos conceitos de medidas de terreno para o cultivo de feijão na zona rural na região de Irecê no Estado da Bahia.

3.1. Procedimentos metodológicos

O trabalho de investigação foi orientado pelos seguintes procedimentos metodológicos:

- Identificação dos conteúdos ensinados na escola no que diz respeito ao cálculo de área;
- levantamento das concepções dos alunos a respeito do cálculo de área, através da aplicação de um teste matemático e perguntas como eles pensavam para obter a solução de determinado problema;

- levantamento das concepções dos trabalhadores rurais a respeito do cálculo de área, através da aplicação de um teste matemático e perguntas como eles pensavam para obter a solução de determinado problema, cujo foco centrou-se no ato de mensurar dos trabalhadores e as unidades de medidas utilizadas por eles;
- comparação dos dois raciocínios, o que é usado na escola e aquele utilizado pelos trabalhadores da comunidade;
- explicitação de possíveis relações entre o conhecimento formal, trabalhados na escola, com uso na produção da Matemática no cotidiano;
- averiguar na prática de ensino, se os professores fazem alusão aos conhecimentos da cultura local, ao conhecimento da tradição em relação ao ensino de cálculo de área;
- levantamento dos indicadores sócio-demográficos, como idade, gênero, condições sócioeconômicas, nível de escolaridade, tipo de trabalho, tempo de trabalho no campo etc.

Os instrumentos e técnicas utilizados na coleta foram questionários, entrevistas semiestruturadas e observação direta da sala de aula e aplicação de um teste para alunos e trabalhadores.

O foco desta investigação centrou no conhecimento que os alunos possuem de cálculo de área e medidas de superfície, no modo de trabalhar dos professores e as atividades que desenvolvem para ministrar os conteúdos matemáticos de medidas de superfície, tendo em vista que esse é o conhecimento mais usado, de modo geral, no dia-a-dia das pessoas daquela localidade.

A pesquisa foi realizada em quatro etapas⁹ a primeira e a segunda com alunos e professores; a segunda e a terceira com alunos, trabalhadores e professores.

E1: (Preliminar): aplicação de um questionário a alunos dos 8º e 9º ano do Ensino Fundamental.

E2: Observação direta na sala de aula. Participaram dessa etapa, professores e alunos.

⁹ Cada etapa será indicada pela letra E, seguida do número correspondente.

E3: (Atividades): aplicação de uma sequência de atividades contendo questões sobre medidas de superfícies planas. Fizeram parte dessa etapa, alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e trabalhadores da zona rural.

E4: (Entrevistas): aplicação de entrevistas com professores de matemática e trabalhadores rurais.

3.2. Campo empírico

O *locus* da pesquisa foi na microrregião de Irecê no Estado da Bahia, aproximadamente a 500 km da cidade do Salvador, na área da Chapada Diamantina. A sua população, segundo o Censo Demográfico de 2007, é de 62.676 habitantes. Sua economia baseia-se na agricultura, pecuária, indústria e comércio. Os produtos mais cultivados são feijão, milho, mamona e atualmente, hortaliças. Outrora viviam exclusivamente da lavoura do feijão, cuja região era uma referência nacional, conhecida como a “Capital do feijão”, mas por fatores ambientais, sucessivas secas e, principalmente, falta de investimentos e incentivos dos governantes, os agricultores locais vêm lançando mão de formas alternativas de vida, possibilitando a implantação da irrigação na região e permitindo a inserção de novas culturas, de colheita rápida e de fácil comercialização. Dentre elas, está o cultivo de hortaliças, como: cenoura, cebola, pimentão, tomate, beterraba e outros.

Para o desenvolvimento deste estudo, optamos pelo município de João Dourado e o distrito de Gameleira dos Crentes, ambos situados nesta região. A escolha se deu pelo fato dessas comunidades serem basicamente agrárias, cuja população vive quase que exclusivamente do cultivo de feijão. Nessas comunidades, a produção de feijão e hortaliças caracteriza-se por pequenos e médios agricultores. Há os donos das propriedades, como os que trabalham na irrigação, muitas vezes, empregando famílias inteiras, tanto homens como mulheres e crianças, trabalhando todos os dias, desde o nascer até ao por do sol.

O município de João Dourado/BA foi recentemente emancipado e possui uma área territorial de 984 km² e 20.834 habitantes¹⁰. A comunidade de Gameleira, distrito pertencente a esse município, conta uma população de 5.130 (cinco mil e cento e trinta) habitantes, possuindo um posto de saúde, uma creche e uma Escola Municipal de Ensino Fundamental, que funciona nos dois turnos.

¹⁰ Fonte: Censo agropecuário/2007.

Apesar de sua população considerar a escola importante para o seu desenvolvimento, percebemos, nas falas dos entrevistados, que a mesma funciona apenas como uma formalidade, sem maiores consequências para o dia-a-dia dos trabalhadores. Disso decorre por não haver perspectivas de mudanças por parte dos alunos, nem condições de darem continuidade aos seus estudos. Há um grande índice de evasão. Na época da colheita, os alunos deixam de frequentar a escola para participarem do plantio e da colheita, conforme dados levantados nas entrevistas.

Existe outro aspecto importante de ser ressaltado quanto à escolaridade dos adolescentes e jovens dessa comunidade. Na zona rural, especificamente no distrito de Gameleira dos Crentes, não há escolas suficientes para atender a demanda de matrículas, principalmente nas séries finais do Ensino Fundamental, forçando assim, os alunos do campo a buscarem continuidade de seus estudos nas cidades mais próximas. Aqueles, porém, que não possuem recursos suficientes para tal (na sua maioria), vêem-se obrigados a parar de estudar e, sem nenhuma perspectiva de vida, voltando ao campo para trabalhar na lavoura do feijão.

O retorno ao trabalho no campo traz como consequência o confronto com uma lacuna em suas vidas, a de não terem aprendido com os pais, as atividades relativas ao trabalho no cultivo da terra, tais como: medição de comprimento de áreas, medição de volumes, medição do tempo, cálculo de proporcionalidade. Conceitos importantes e bastante utilizados para tomadas de decisões no que se refere às quantidades relativas de feijão a ser plantado, procedimento de contagem realizado no momento da colheita do feijão e de seu preparo para a comercialização, lucros e prejuízos e outras necessidades cotidianas.

Os pais desses adolescentes e jovens consideram-se “rudes e sem estudo” pelo fato de terem frequentado muito pouco a escola. Por isso, apostam, na escola, a possibilidade de seus filhos aprenderem da forma “certa”, pois o conhecimento que eles possuem, não são os considerados pela escola. Entretanto, infelizmente, o que se observa, é que seus filhos, quando confrontados com os problemas do dia-a-dia, como por exemplo, calcular a área de um terreno, apresentam dificuldades por desconhecerem os procedimentos de seus pais, e por não conseguirem fazer uma aplicação adequada a partir dos conhecimentos adquiridos na escola.

É nesse momento que percebemos que a matemática aprendida na escola revela-se inapropriada para os alunos da roça, pois os mesmos não conseguem fazer qualquer relação entre os problemas simples, com os quais se deparam no seu dia-a-dia e os conteúdos aprendidos na escola. Diante do exposto, indagamos: que significado tem, para esse aluno a matemática que lhe foi ensinada?, uma vez que, os conhecimentos adquiridos na escola mostram-se inadequados às necessidades dos mesmos?

Nesse sentido, faz-se necessário refletir as práticas educativas, por entendermos ser fundamental, considerar a cultura da comunidade e as experiências acumuladas, estabelecendo uma relação entre os conteúdos matemáticos a serem trabalhados na escola e o uso que farão deles posteriormente.

3.3 As escolas selecionadas

A pesquisa foi desenvolvida em três Escolas Municipais de Ensino Fundamental, que funcionam pelo sistema regular de ensino, contando com a participação dos alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e dos professores de Matemática desses referidos anos. A escolha dessas escolas justifica-se por estarem situadas no meio rural, onde a maioria dos alunos são filhos de trabalhadores rurais. O nível de escolaridade, assim, foi escolhido, por acreditarmos que esses alunos já possuem noções básicas de geometria, inclusive conhecimentos sobre o cálculo de área.

A Escola Municipal Dr. Paulo William Ney dos Santos, situa-se na comunidade de Gameleira, oferecendo atendimento no Ensino Fundamental para crianças e adolescentes de todo o distrito, em dois turnos – o matutino e o vespertino. Quanto à estrutura física, a referida escola, possui uma área de 2.064 m², compõe-se de oito salas de aula bem arejadas, uma secretaria, sala dos professores, uma sala de informática, dois banheiros com três divisões cada, uma cantina, uma dispensa para guardar alimentos e corredor grande com grade. Tudo muito limpo, tornando o espaço físico agradável, embora apresente uma área livre sem arborização, o que torna o ambiente externo muito árido. No momento, a escola possui 22 professores e 19 funcionários, formando um total de 41 funcionários em toda a escola. A escola, recentemente, foi reformada e ampliada com o apoio financeiro dos Governos Federal e Municipal, sendo contemplada com um laboratório de informática.

Para dar continuidade aos estudos de Educação Básica, ou seja, concluir o Ensino Médio, os alunos dessa escola necessitam se deslocar para o município de João Dourado/BA, que fica a 6 km do distrito de Gameleira. Isso tem gerado muitas dificuldades, resultando na desistência dos jovens, antes mesmo de começar. Primeiro, por ser muito distante de suas residências. Segundo, por não haver um sistema de transporte que favoreça o traslado.

A segunda escola pesquisada é o antigo Centro Educacional Cenecista (CENEC), que, com a mudança do prefeito, foi reinaugurada e recebeu o nome de Antonia Silva Dourado, em homenagem à mãe do atual prefeito. A referida escola está situada no município de João Dourado/BA. Esse Centro é considerado um dos maiores colégios da região, oferecendo matrícula a aproximadamente três mil alunos. Nele, funciona o Ensino Médio, inclusive o Curso Normal, atendendo, também, alunos de distritos e municípios circunvizinhos pertencentes à mesma região. A maioria dos professores que atendem a população rural estuda ou já estudou nessa escola. Atualmente, trabalham 136 profissionais, sendo um quadro de 84 professores e 52 funcionários¹¹. É uma escola com muitas salas de aula, incluindo o auditório que, recentemente, foi transformado em sala de aula. Sua estrutura encontra-se mal conservada, sem arborização e sem área de lazer. Apenas um espaço árido apresentando aspecto frio e abandonado.

3.4 Participantes da pesquisa

Participaram deste estudo, 10 trabalhadores rurais, 3 professores que trabalham com Matemática da Rede Municipal de ensino, e 40 alunos de 8.º e 9.º anos do Ensino Fundamental, residentes nas comunidades de Gameleira dos Crentes e município de João Dourado/BA. Para operacionalização deste estudo, contamos com dois tipos de população; uma pertencente à escola, constituída por alunos e professores; e outra não pertencente à escola, representada pelos trabalhadores rurais.

Os participantes da pesquisa vinculados à escola foram 40 alunos do Ensino Fundamental selecionados aleatoriamente e 3 professores que trabalham com Matemática: 1 professora da Escola Municipal Dr. Paulo William, situada em

¹¹ É importante ressaltar que, nessa região, os professores estão em processo de formação (inicial e/ou continuada), no sentido de que os respectivos sistemas de ensino se organizam em função das novas exigências legais que regulamentam a educação brasileira.

Gameleira dos Crentes e 2 professores do município de João Dourado/BA – uma professora do antigo CNEC e um professor da Escola Municipal Ida Bastos¹².

Dentre os participantes não vinculados à escola, participaram os 10 trabalhadores rurais, dos quais, 9 são do sexo masculino e 1 do sexo feminino, com uma variação de idade entre 35 e 82 anos; todos desempenham atividades de medidas de terreno desde criança. Nota-se, no perfil da amostra (tabela 1), que é grande o tempo de experiência com a cultura do feijão.

O critério adotado na seleção da amostra dos trabalhadores foi o estrato de produção, ou seja, para este estudo, contamos com 6 pequenos e 4 médios agricultores, tendo por base a estratificação da região. O pequeno agricultor produz, a depender das chuvas, cerca de 80 sacas de feijão por safra e o médio acima de 150 sacas. As propriedades têm áreas que variam de 4 a 10 hectares para os pequenos agricultores e de 10 a 100 hectares para os médios agricultores.

O nível de escolaridade dos sujeitos não vinculados à escola varia do segundo até o quinto ano do Ensino Fundamental. Considerou-se que o agricultor possuía alguma escolaridade, quando frequentou, durante um determinado tempo, um local, onde uma pessoa ensinava a ler escrever e fazer contas. Esse local era a antiga “Escola Particular”. Parte dessa população também frequentou o antigo MOBREAL. Esse nível de escolarização é muito próximo entre os pequenos e médios agricultores, cujas habilidades de leitura, escrita e fazer contas é uma variante entre eles, segundo os próprios depoimentos.

3.5. Coleta de dados

3.5.1. Contato com os sujeitos vinculados à escola

O acesso à escola transcorreu num clima de muita euforia e contentamento, havendo acolhida por parte dos diretores, professores e funcionários. Esse primeiro contato foi um momento de muita emoção, considerando o fato de já ter sido aluna e professora nas duas escolas pesquisadas¹³. Quando falei do motivo da visita, todos queriam cooperar e colocaram a escola à minha disposição para o que fosse necessário.

¹² Esse professor participou apenas da primeira etapa desta pesquisa – aplicação dos questionários, juntamente com seus alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental.

¹³ Peço licença ao leitor para o uso da primeira pessoa neste parágrafo, por tratar-se do relato de como realmente aconteceu a coleta de dados.

A diretora, com muita satisfação, mostrou-me a escola, apontando as recentes reformas e providenciou uma sala muito bem equipada, inclusive com computador para que eu pudesse fazer meu trabalho da melhor forma possível. Ressalta-se que, nesse dia, não foi possível iniciar a pesquisa, pois todos tinham muito a dizer, contar as “novidades”. Diante do clima fraternal, foi necessário esclarecer, a todos, os meus objetivos na instituição, usando a sinceridade para lhes informar que precisaria manter certa distância para realizar o estudo, adotando a postura de quem investiga e objetiva produzir cientificamente.

Dado o esclarecimento, logo foram combinados dias e horários das aulas de Matemática, em que aplicaríamos o questionário aos alunos e estaríamos observando as aulas de Matemática, relativas aos conteúdos de medidas de superfícies. As entrevistas, por serem um instrumento de pesquisa com aplicação e registro individuais, necessitavam de mais tempo para a sua realização. Por essa razão, optamos de comum acordo com os diretores e professores, realizá-las em horários destinados ao planejamento dos respectivos professores, quando haveria maior disponibilidade por parte dos professores.

a) Questionários

No dia combinado, chegamos cedo à escola para a aplicação dos questionários aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. O objetivo foi captar suas representações em relação à escola, e à Matemática, bem como verificar o sentido do cálculo de área. Além disso verificar se esses alunos, ao se referirem às situações de medidas, estariam remetendo conhecimentos aos saberes informais ou se estariam utilizando os saberes ensinados pela escola.

De início, os alunos demonstraram-se inquietos, cochichando, entre eles, se aquilo valeria nota. Após esclarecer do que se tratava, estabelecemos o horário de uma aula (45 minutos) para que respondessem; o que não foi tempo suficiente, necessitando de mais uma aula para que eles pudessem concluir. Apesar de deixar os alunos à vontade para participar, todos os alunos presentes responderam o questionário.

O questionário constituiu-se em blocos temáticos, obedecendo a uma ordem lógica na elaboração das perguntas, estruturado em duas partes: na primeira, as questões remetem à vida escolar do entrevistado; por exemplo, o que para ele significa a escola, ser um bom aluno, o que é um bom professor, uma boa aula etc. (anexo 1). Na segunda

parte, as questões remetem ao significado que esse aluno possui a respeito da Matemática e a importância que dá ao estudo do cálculo de área, além dos procedimentos utilizados para a execução dessa atividade.

Pode-se definir questionário como a técnica de investigação, composta por número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc. (GIL, 1999, p. 124).

A investigação baseia-se em categorias trabalhadas na pesquisa “Relações com os Saberes”, a qual está sendo realizada pelo Grupo de Estudos e Pesquisa Educação e Contemporaneidade – EDUCON/NPGED/UFS¹⁴ A relação com o saber, e o desenvolvimento de conceitos embasados na teoria dos campos conceituais, a saber: situações, invariantes e representações, significado, e saberes formais e informais.

Nesse sentido, procuramos encontrar respostas sobre: qual o sentido que os alunos atribuem à Matemática, à escola e ao cálculo de área? É importante, é útil dominar o cálculo de área na vida e na escola? Ao referir-se às situações práticas de medidas, remetem aos saberes do cotidiano ou os saberes ensinados pela escola?

b) Observação

Para esta etapa, primeiro procuramos nos informar o período em que os professores fossem trabalhar com Medidas de superfícies, mais especificamente, cálculo de área. Definido o período, iniciamos o trabalho de observação, no mês de setembro de 2008. Selecionamos duas turmas, o 8º e o 9º anos do Ensino Fundamental, e os respectivos professores dessas turmas. Foram observadas 8 horas/aula, 6 horas no 9º ano, e 2 horas no 8º ano. As observações do 8º ano foram reduzidas e também prejudicadas porque, no dia combinado, a professora me pediu que não fizesse naquele dia, pois ela não estava preparada. Respeitei o seu pedido e agendamos o dia estipulado por ela.

Cumprimos no dia marcado pela professora do 8º ano e, ao chegar à sala de aula, a professora já se encontrava, os alunos iam chegando ao poucos e não

¹⁴ O Grupo de Estudos e Pesquisa EDUCON está sob a coordenação da Professora Dra. Veleida Anahí da Silva desde 2007 e Professor Dr. Bernard Charlot coordena o GPRS – Grupo de Pesquisa da Relações com os Saberes – EDUCON/NPGED/UFS. Destaca-se que a pesquisa apresenta um modelo de questionário, no qual nos baseamos para o presente estudo.

conseguiam esconder a expressão de surpresa ao verem a sala de aula cheia de materiais para trabalhar Medidas de superfície, como cerâmicas, figuras geométricas planas e inclusive recursos áudio-visuais. A professora levou jornais e construiu, juntamente com os alunos, o m² (metro quadrado) e juntos realizaram a medida da sala de aula. A pretensão também era medir a área livre do pátio, mas não foi possível porque, no pátio, iria haver uma comemoração alusiva à Semana da Pátria.

A aula seguiu de forma bem dinâmica e foi possível ouvir dos alunos comentários do tipo: “A pró hoje tá diferente...”, e a outra retruca de forma bem irônica: “E a aula? Parece outra professora!”.

Durante a observação, eram feitas anotações com a finalidade de registrar o ocorrido na sala de aula. Também procuramos mensurar o tempo destinado às atividades em sala de aula, de modo que pudéssemos ter uma indicação mais precisa da valorização dada a cada uma das atividades planejadas. Na medida em que a aula se desenrolava, fazíamos o preenchimento da ficha de observação, registrando de um lado as atividades docentes desenvolvidas e do outro, os objetivos de cada atividade e toda a dinâmica da sala de aula.

3.5.2. Contato com os sujeitos não vinculados à escola

Como mencionado anteriormente, participaram desta etapa trabalhadores rurais que fazem uso de medidas de terreno no seu cotidiano. Eles foram contactados e solicitados a participar, após terem sido esclarecidos sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa.

a) Entrevistas

As entrevistas, neste estudo, foram semiestruturadas servindo como um recurso auxiliar na interpretação e compreensão das respostas dos trabalhadores. Para tanto, dos 10 trabalhadores pesquisados, foram selecionados 5 deles, tendo como critério serem bons comunicadores e que pudessem auxiliar na interpretação de sua forma de pensar o cálculo de área. Desses cinco, três eram pequenos agricultores e dois eram médios agricultores. Vale ressaltar, que foi notória a satisfação daqueles que iriam ser entrevistados, inclusive, eles fizeram questão de que seus nomes aparecessem, sentindo-se orgulhosos por serem investigados.

Um dos aspectos importantes na condução desse trabalho foi o fato de que alguns já me conheciam e demonstraram muita amabilidade, o que corroborou para o bom andamento desta pesquisa. No entanto, havia facilidade por um lado, mas, por

outro, foi necessário lidar com as interferências de conversas “outras” durante o processo das entrevistas. Foi preciso explicar que, realmente, seria de suma importância a opinião deles a respeito de medidas de terreno e que, terminada a entrevista, a conversa poderia fluir para outros assuntos.

Os trabalhadores foram entrevistados individualmente, na maior parte das vezes em suas casas. Em alguns casos na casa de outro trabalhador amigo ou vizinho ou mesmo na roça. De uma maneira geral, a receptividade dos trabalhadores foi ótima. Eles prontamente preocupavam-se em arrumar um local protegido do sol e algo para a pesquisadora sentar-se. Na medida em que uma entrevista era realizada, os trabalhadores encarregavam-se de comunicar uns aos outros, para a próxima entrevista.

Consideramos o principal motivo pelo qual foi fácil cativar os trabalhadores, a existência de uma relação de igualdade entre pesquisadora e pesquisados. Nessa relação, havia respeito para com a pesquisadora, enquanto “autoridade” acadêmica e respeito para os agricultores, enquanto “autoridades” na prática da agricultura. Esse vínculo deixou a pesquisadora numa posição de aprendiz das práticas relacionadas à cultura do feijão e os agricultores numa posição de “mestres”.

Havendo o consentimento dos entrevistados, buscamos sistematizar um roteiro de entrevista que pudesse fazer um levantamento geral sobre os indicadores sócio-demográficos (idade, gênero, condições socioeconômicas, nível de escolaridade, tipo de trabalho, tempo de trabalho no campo etc.). Em outro roteiro, procuramos levantar dados sobre a sua capacidade de solução de problemas, que envolviam procedimentos matemáticos, disponibilizando também papel e lápis aos trabalhadores para o registro escrito, quando se faziam necessários maiores esclarecimentos sobre os cálculos efetuados.

As entrevistas foram gravadas, cujos participantes foram incentivados a se expressarem espontaneamente e em voz alta, de modo que explicassem ou justificassem suas resoluções. Com o objetivo de explorar a matemática no dia-a-dia dos trabalhadores, observamos os mesmos explicarem, no próprio terreno, os procedimentos usados por eles para resolver problemas de cálculo de área. Nessa etapa, o trabalhador deveria explicar como, em seu dia-a-dia, realizava o cálculo de um quadrado de terra.

Durante a aplicação dos problemas, optamos por apresentar aqueles inseridos em seu contexto, ou seja, todos os problemas tinham enunciados baseados em

conteúdos de seu conhecimento cotidiano. A partir daí procuramos observar a capacidade dos entrevistados para resolver os problemas dos mais simples aos mais complexos, no sentido de descobrir se eles possuíam um conjunto de procedimentos formais memorizados ou calculavam apenas pela intuição, a partir de uma prática cultural. Daí, podendo também identificar o maior nível possível de complexidade para as resoluções apresentadas.

Ressalta-se que, após conclusão de cada entrevista, os trabalhadores continuavam mantendo diálogo sobre assuntos relativos à cultura, ao preço do feijão, sobre opções para melhorar a agricultura, a falta de chuva, o árduo trabalho da roça, as altas temperaturas etc.

b) Observação direta com os trabalhadores

Após as entrevistas, procuramos investigar a forma como o agricultor lidava com os cálculos de áreas de terreno, em seu ambiente sócio-cultural. Essa etapa consistiu em observações mais específicas sobre cálculo de área, em atividades cotidianas no trabalho dos agricultores.

Primeiro, solicitamos que cada um nos explicasse sobre o procedimento para:

- Calcular a área de um quadrado de terra (terreno de forma quadrilátera).
- E se o terreno tivesse uma forma triangular? Como o Sr. faria para calcular a sua área? (ver anexos).

Os valores das medidas dos lados dos terrenos foram dados pelo próprio trabalhador e a medição é efetuada com base nas medidas descritas pelos mesmos.

A medição de terrenos é feita com base nas medidas não convencionais que são: tarefa, braça, quadro e aceros. Pelo que foi observado essas, são medidas compartilhadas por outros moradores da região. Quando solicitados para explicar como faziam para medir suas terras, os trabalhadores, com uma linguagem bem própria do meio rural, explicavam com muita satisfação e orgulho, pois estavam ensinando o que fazem com muita propriedade. Quando eles necessitam medir um terreno, a vara que representa a braça é colocada no chão e girada em torno da ponta dianteira para frente, seguindo uma linha reta até o canto (vértice), ou seja, estabelecendo um giro de 180° da

esquerda para direita ou vice-versa, conforme a direção a ser tomada como referência para medição.

Enquanto o agricultor se desloca no terreno, nesse giro de 180°, ele vai contando a quantidade de braças que o terreno possui. Geralmente, quando o lado atinge 30 braças, ele pára aquela marcação e inicia mais trinta, ou seja, 30 braças correspondem a 1 tarefa de terra¹⁵ de 900 **quadros**¹⁶ ou 4356m².

3.5.3. Contato com os sujeitos vinculados à escola e com os sujeitos não vinculados à escola

Aplicação da sequência de atividades

Esta etapa consistiu na aplicação de uma série de questões sobre medidas de superfície, as quais os alunos e trabalhadores deveriam responder por escrito. A sequência de atividades foi realizada na Escola Estadual Dr Paulo Wiliam Ney dos Santos (distrito de Gameleira), com 12 alunos do 9º. ano e na Escola Antônia da Silva Dourado (município de João Dourado) numa turma de 8º ano, com a presença de 15 alunos. Perfazendo um total de 27 alunos, a faixa etária desses estudantes variou entre 13 e 16 anos.

Após explicar para os alunos sobre o estudo que estávamos realizando, procuramos esclarecer que não se tratava de uma avaliação, deixando-os livres para responderem ou não. Todos cooperaram, com muito boa vontade e, com muita curiosidade, fizeram várias perguntas. A professora pediu para se ausentar, deixando-nos mais à vontade com os alunos e disponibilizando o tempo que julgasse necessário. O tempo dado aos alunos para a resolução das questões foi de 60 minutos.

Durante o processo de investigação foram analisados os procedimentos de resolução de 27 estudantes, de ambos os sexos e 8 trabalhadores rurais, todos pertencentes a micror região rural de Irecê/BA.

¹⁵ A tarefa é uma área quadrada de 30 braças de cada lado, que equivale a 900 quadros ou 4.356 metros quadrados. Esse valor corresponde a uma área de 2,20 cm por 2,20 cm vezes 900. Geralmente ,o terreno é medido tarefa por tarefa, antes do trabalhador iniciar o plantio ou contratar um serviço de capina, que significa retirar o mato excedente.

¹⁶ O quadro é uma unidade de medida de área, sendo definido como um quadradinho com uma braça de cada lado, ou seja, 2 metros e vinte centímetros.

O desempenho (acerto e erro) dos alunos, como também dos trabalhadores, em relação ao cálculo de áreas, foi analisado com base na resolução apresentada sobre o cálculo da área de um terreno quadrilátero e de um terreno triangular. Os aspectos que emergiram com realce na análise foram os procedimentos de cálculo oral e escrito, a proficiência, os tipos de erros, as fórmulas dos trabalhadores e as fórmulas trabalhadas na escola.

A finalidade da sequência de atividades, foi comparar o conhecimento formal proporcionado pela escola e o não formal dos trabalhadores, bem como verificar se existem diferenças conceituais entre os procedimentos usados pelos trabalhadores rurais e os procedimentos ensinados na escola. Também se verificou os procedimentos utilizados pelos alunos e trabalhadores, detectando as dificuldades que apresentaram na resolução de problemas relativos ao conteúdo investigado (cálculo de área).

As atividades foram embasadas nos livros de Matemática de 7^a e 5^a série do Ensino Fundamental¹⁷ autoria de: Imenes e Lellis (1977) Editora Scipione; Bigode (2000), Editora FTD), dentre outras formuladas pela pesquisadora. Também buscamos subsídios nos trabalhos de Abreu (1988) e Aciolly-Régnier (1994). Algumas questões sofreram alterações para possibilitar a contextualização das situações, com destaque para as questões de medidas de terreno. As atividades elaboradas são parte do desenvolvimento curricular da escola e do uso de atividades de mensuração de terra, presentes no dia-a-dia da comunidade.

As situações propostas delinearam o percurso utilizado pelos alunos e trabalhadores, ao resolverem problemas centrados na construção de saberes vinculados às medidas. As atividades contemplaram as habilidades matemáticas envolvidas na resolução das questões; os procedimentos que os alunos e os trabalhadores utilizaram para resolverem problemas relativos à Medidas; bem como o modo de cálculo empregado (cálculo mental, cálculo informal ou formal, etc.); os instrumentos utilizados (lápiz, papel, calculadora, etc.); uso adequado dos instrumentos de medidas (régua, fita métrica, etc.) e o uso das unidades de medidas.

A quantidade de atividades foi de 6 questões. A primeira questão permitia que os entrevistados falassem sobre o que eles entendiam e pensavam a respeito do cálculo de área. O objetivo era a descrição e proficiência no cálculo de áreas. As questões de 2,

¹⁷ Atualmente a 5^a. série corresponde ao 6^o. ano.

3, 4 e 5 focalizaram o cálculo de medida de área de figuras planas diversas, com a finalidade de utilização da relação entre as unidades de medidas de comprimento (centímetro e metro) e o reconhecimento de área enquanto grandeza bidimensional. A 6ª e última questão envolveu medidas agrárias com o intuito dos alunos e trabalhadores reconhecerem essas medidas fazendo a sua conversão.

3.6. Procedimentos de Análise

A análise foi realizada à medida que fomos extraíndo os dados das diversas etapas deste estudo. Após um olhar cuidadoso dos dados sobre o comportamento dos alunos e professores frente à matemática, como também as atitudes dos trabalhadores no desempenho de suas atividades de medida de terreno, surgiram diferentes categorias de análise.

Na primeira aproximação dos dados coletados em sala de aula - a aplicação dos questionários - procuramos levantar as categorias que orientariam a análise, buscando, nas respostas dos alunos, as recorrências e peculiaridades.

Nessa perspectiva, a análise recai sobre:

a) as representações e o sentido que os alunos atribuem à escola, à Matemática e ao cálculo de área. As relações estabelecidas pelos alunos pesquisados, à Matemática, ao sucesso em Matemática e atividades de medidas remetem a preocupação com a matemática, dificuldades, aversão, esforço, aprendizagem, futuro e atividade cognitiva.

Na segunda etapa, a de observação na sala de aula, cuja análise remete ao:

b) significado e interesse atribuídos pelos alunos às atividades de sala de aula e o significado atribuído pelos professores à Matemática. O significado dos professores ao conteúdo de Medidas foi analisado nos seguintes aspectos:

- entendimento dos professores acerca do contexto em que estão envolvidos os alunos;
- recursos utilizados nas aulas;
- a maneira como o conteúdo foi apresentado.

Em seguida, analisamos as questões sobre Medidas de figuras planas, aplicadas aos alunos e trabalhadores. Os resultados foram categorizados e

analisados em tipos de respostas dos alunos e dos trabalhadores (acerto, acerto parcial, questões erradas e questões não respondidas), tendo em vista:

c) as estratégias e a significação da matemática praticadas pelos alunos e pelos trabalhadores, permitindo fazer uma comparação entre os dois grupos (alunos e trabalhadores). Também foram objeto de análise as dificuldades e erros apresentados pelos alunos e trabalhadores na resolução das questões, localizando os obstáculos encontrados.

Nas entrevistas com os trabalhadores, a análise recai sobre:

d) o significado atribuído pelos trabalhadores ao abordarem o tema “medidas”. Essa etapa é analisada com base na resolução apresentada sobre o cálculo da área de um terreno quadrilátero e de um terreno triangular.

Enfim, após penetrarmos o universo da sala de aula, para observarmos o comportamento dos professores e alunos frente à matemática e após observarmos as atitudes dos trabalhadores no desempenho de suas atividades de medida de terreno, a análise recai sobre:

e) como a Matemática se desenvolve no contexto de sala de aula e no cotidiano dos trabalhadores rurais, identificando possíveis relações existentes entre as duas situações.

CAPÍTULO IV

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO RURAL NA REGIÃO DE IRECÊ/BA: RESULTADOS, ANÁLISE E DISCUSSÃO

Apresentamos, neste capítulo, os resultados do nosso estudo. Os dados foram recolhidos em quatro etapas: aplicação de questionários, observações de sala de aula, entrevistas com trabalhadores e aplicação de atividades com trabalhadores e alunos.

A análise foi realizada à medida que fomos extraíndo os dados das diversas etapas deste estudo, ou seja, após um olhar cuidadoso dos dados sobre o comportamento dos alunos e professores frente à matemática e as atitudes dos trabalhadores no desempenho de suas atividades de medida de terreno. Surgiram diferentes categorias.

Cada procedimento é analisado com base nas categorias que foram surgindo no decorrer da investigação. Os resultados foram analisados de forma quantitativa, em termos de percentuais de respostas semelhantes e de forma qualitativa.

4.1 ETAPA 1: Aplicação do questionário a alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental

Nessa etapa, os dados foram coletados em sala de aula e procuramos levantar as categorias que orientaram a análise, buscando nas respostas dos alunos, as recorrências e as peculiaridades. A análise recai sobre: As representações e o sentido que os alunos atribuem à escola, à Matemática e ao cálculo de área. Nessa perspectiva, as relações estabelecidas pelos alunos pesquisados à Matemática, ao sucesso em Matemática e atividades de medidas remetem a:

- preocupação
- dificuldades
- aversão
- esforço
- aprendizagem
- futuro
- atividade cognitiva.

Dentre os vários resultados dessa etapa da pesquisa, apresentamos apenas as que se relacionam com a investigação. Por esta razão, das questões propostas, escolhemos (Q5 e Q10 a Q16). A primeira parte do questionário não foi contemplada pelo fato de considerarmos um distanciamento do estudo proposto. Os resultados foram analisados de forma quantitativa em termos de percentuais de respostas semelhantes e também de forma qualitativa.

Apresentamos, então, as perguntas que se relacionam e que foram colocadas aos alunos: qual o significado da escola? Qual a importância em aprender Matemática? Para ter sucesso na vida e na escola é preciso saber matemática? Quando e onde?, Existe um sentido saber fazer cálculo de área? Quais? Por quê? É importante para vida e para escola dominar o cálculo de área? É útil?

Quadro 1: O significado da escola para os alunos

Questão 5: Uma boa escola é a que...

CATEGORIAS	FREQ.	%
Tem bons professores / funcionários: uma boa administração; professores de bem; professores qualificados para dar o melhor aos alunos; profissionais interessados com a aprendizagem dos alunos	5	12,5
Importância: aspectos positivos - quando a diretora se preocupa com os alunos e a escola; tem responsabilidade e interesse em ensinar os alunos; quando a direção tem respeito com os alunos e os alunos pela direção de boa fama	3	7,5
Importância: aspectos negativos - não importa; aqui a gente vive é da roça; que dá férias cedo, prá gente trabalhar; aqui a gente só precisa saber fazer o nome; a que tem pouca aula; sendo doutor ou não, aqui se vive é da roça; a que deixa a gente trabalhar; que ensina a ganhar o pão de cada dia.	12	30
Remetem ao desenvolvimento: tem uma educação de qualidade; tem ensino fundamental; alunos que gostam de estudar; quando entende o assunto; bom desenvolvimento nos estudos; alunos interessados.	4	10
Preparação para o futuro: a que ensina os alunos a se prepararem pro futuro; ensina os alunos a ser alguém na vida; é a que prepara a gente para o trabalho; ensina como ganhar a vida.	7	17,5
Respostas que remetem a organização / estrutura: que tem merenda boa; salas boas; bibliotecas; livros didáticos; salas espaçosas; bonito uniforme; quadra; pátio; banheiros adequados.	4	10
Resposta que remetem a regras: não tem briga e muita paz; tem regras limitadas; boas regras; não tem aula vaga; dar exemplos aos alunos; todos têm união; ensina a gente a viver.	5	12,5
Total:	40	100

Sobre essa questão, verificamos que 12,5% dos alunos atribuem a uma boa escola ter bons professores, “qualificados”; “profissionais interessados com a aprendizagem”, etc Há aqueles que atribuem importância, seja essa positiva ou não. Um percentual muito pequeno (7,5%) atribuem importância positiva, e um número bastante significativo (30%) atribui pouca ou nenhuma importância à escola, mostrando certa

indiferença como por exemplo: “não importa, porque aqui se vive é da roça”, para esses alunos, a escola é somente um rito de passagem, uma vez que eles não possuem perspectiva de dar continuidade aos estudos. Primeiro, pela necessidade de trabalhar, ajudar a família; segundo pela própria limitação do lugarejo, que só oferece o Ensino Fundamental. Vimos que 10% atribuem ao desenvolvimento “bom desenvolvimento nos estudos; “alunos interessados em estudar” e outros 17,5 %, remetem ao futuro, ao trabalho, “a que prepara a gente para o trabalho”;” ensina a ganhar a vida;,” ensina a ser alguém na vida” , e os 22,5% restantes atribuem uma boa escola a uma boa estrutura, bem organizada e com regras.

Quadro 2: O significado da Matemática para os alunos

Questão 10: Quando se fala em Matemática na minha cabeça eu [...]

CATEGORIAS	FREQ.	%
Dificuldade / Aversão: Fico com dor de cabeça; me enrolo, parece um bicho de sete cabeças, embaralha o juízo, fico confusa; fico doida, doidona; sinto dificuldades, penso sempre que não vou entender o assunto; acho ruim, porque não gosto de Matemática; confusa porque a Matemática é muito complexa; eu fico me perguntando quem foi o retardado que inventou essa matéria.	24	60
Futuro: Penso no futuro o quanto vou precisar de matemática; para fazer uma faculdade; preciso dela para garantir um bom futuro; acho que é bom para todos, porque sem matemática não vai a lugar nenhum; penso que os bons vão ser contados.	07	17,5
Atividade cognitiva: Tento raciocinar; boto para funcionar o máximo possível; começo a pensar no resultado	04	10
Esforço /Atitude: Tento me esforçar muito; não sou boa aluna, mas nunca desisto	03	7,5
Atividade prática: Penso em números e letras	01	2,5
Outros: Penso que é assunto novo	01	2,5
Total	40	100

1. As respostas dos alunos remetem à preocupação com o ensino de Matemática

Observando o quadro 2 (Q10), podemos verificar, através dos registros dos entrevistados, as concepções apresentadas sobre o significado relativo à Matemática, dentro das categorias anteriormente abordadas

Nesses registros, observamos que 60% das respostas associam-se à dificuldade em relação à Matemática e essa dificuldade é expressa em duas formas: primeiro, parte dos alunos responde com base em questões físicas e psíquica revelando dificuldade em se relacionar com o conteúdo matemático.. Por exemplo, “Fico confusa porque a Matemática é muito complexa”; “Fico doida”; “confusa”; “Me enrolo”; “embaralha o

juízo”; “Parece um bicho de sete cabeças”, “Fico doida, doidona”, “Fico com dor de cabeça”, “Sinto muita dificuldade”; “Penso nos assuntos que não compreendi” etc.

Outra dificuldade é expressa por uma completa aversão à matemática: “Acho ruim, porque não gosto de Matemática”, “eu fico me perguntando quem foi o retardado que inventou essa matéria” e demais respostas desse tipo.

Outros (17,5%) manifestaram a importância que a Matemática, possivelmente, terá em suas vidas, remetendo-a a vida profissional, ou seja, a referência é ao futuro: “penso no futuro o quanto vou precisar de matemática”; “preciso dela para garantir um bom futuro”; “a matemática é importante para o futuro, sem ela não vai a lugar nenhum”. Para esses alunos, a relação com a Matemática é garantia de sucesso, com a percepção de que será bem sucedido no que irá fazer. Provavelmente, sucesso esse obtido através da Matemática:

Essas respostas enraízam-se na experiência da vida e nas dificuldades da criança. A relação com a Matemática não é apenas uma característica singular, é também um efeito da situação social. Nessas respostas, a matemática não tem um sentido especificamente matemático, mas, pelo menos tem um sentido. (SILVA, 2009, p. 37).

Já outros remetem às atividades práticas: “Penso logo nos cálculos, e nas respostas” “Na minha cabeça, vem problemas, penso nas continhas de multiplicar, dividir,” “problemas coisa que eu preciso no dia-a-dia”. Essas expressões se revelam pelo fato do aluno atribuir necessidade de saber matemática ao seu uso na sociedade, principalmente no momento atual, cuja base para se desenvolver a tecnologia é a partir dos cálculos matemáticos.

Quadro 3: O que precisa saber em Matemática para ter sucesso, na vida e na escola?

Questão 11: Para ter sucesso em Matemática eu preciso ...

CATEGORIAS	FREQ.	%
Atitudes: Prestar atenção, interesses nos assuntos e explicações; se esforçar; atenção, porque os assuntos estão interligados; participação	18	45
Cognição: Boa memória; ser inteligente; entender bem	12	30
Aprendizagem: Estudar muito e bem; precisa de aprendizagem ótima	10	25
Total	40	100

Nessa questão, podemos observar que 45% dos alunos possuem a concepção de que o sucesso em matemática associa-se à ideia de esforço, interesse, atenção, e se

completa com a ideia de que, para isso, faz-se necessário estudar muito e bem. 30% remetem ao processo intelectual e/ou mudanças do sujeito: ficar inteligente, entender bem, e se completa em ter uma boa memória, e 25%, associam-se ao processo de aprendizagem. Para esses alunos, o sucesso em Matemática traduz-se pelo seu interesse em participar da própria aprendizagem, e, para isso, é necessário cumprir bem o seu papel: estudar muito, prestar atenção, esforçar-se, ter interesse nos assuntos e explicações, além de necessitar ser inteligente, entender bem e ter uma boa memória.

Quadro 4: A preferência dos alunos pelos conteúdos matemáticos

12: Dos conteúdos de Matemática, eu prefiro...

CATEGORIAS	FREQ.	%
Trat. da informação: dos gráficos	01	2,5
Números e operações: Operações fundamentais: (Adição, subtração, divisão, subtração, e das continhas)	14	32,5
Álgebra: Racionalização dos denominadores; Monômio; Equação; equação do 2º grau; Equação biquadrada; fórmula de Báskara; Regra de três; Função; Raiz quadrada	17	45
Espaço e forma: Geometria, calcular a área dos triângulos	06	15
Outras: Prefiro não comentar; ter mais estudos	02	05
Total:	40	100

Com relação ao quadro 4, Q12, observamos que 32,5% dos estudantes no final do Ensino Fundamental, preferem conteúdos como as operações fundamentais. Nessa concepção, o conhecimento da Matemática aparece ainda muito incipiente, ou seja, uma noção bastante elementar, o que nos leva a crer que boa parte dos alunos confere à Matemática um sentido social e utilitário, isto é, com relação a práticas de vida fora da escola, comprar coisas, usar dinheiro etc. O que está coerente com as concepções que eles possuem da Matemática, conforme o quadro 1, onde eles respondem “Penso logo nos cálculos, e nas respostas” “Na minha cabeça vem problemas, penso nas continhas de multiplicar, dividir”, “problemas coisa que eu preciso no dia-a-dia”.

O que se percebe também é que apenas 6 (15%) alunos fazem referência à Geometria. Por esses dados, é possível supor que o ensino de Geometria, comparado ao ensino de outras partes da Matemática, ainda é muito ausente nas salas de aula. Diversas pesquisas apontam que, no Brasil, não apenas na escola elementar, como também ao longo do Ensino Médio, o ensino da Geometria foi consideravelmente reduzido, privilegiando a Álgebra em detrimento de Geometria. (MIGUEL e MIORIM, 2004). De acordo com Bellemain e Lima (2002, p.155), “os focos do ensino de

grandezas geométricas, nesse modelo, são a conversão de unidades do sistema métrico decimal, trabalhada de forma pouco significativa, e o cálculo por meio de fórmulas”.

Quadro 5: O significado do cálculo de área para os alunos

Questão 13: Quando se fala em cálculo de área, na minha cabeça vem ...

CATEGORIAS	FREQ.	%
Grandezas e medidas: Relações métricas; m ² ; cm; multiplicação $A = C \times L$; lado vezes altura; soma dos quadrados	09	22,5
Espaço e forma: Geometria, calcular a área dos triângulos	02	05
Dificuldade: Embaralha tudo, para mim é mais complicado; dor, quando não consigo responder quebra demais minha cabeça; dar um branco, pois não estou sendo uma boa aluna, falta de interesse, e dá vontade de desistir de tudo	11	27,5
Cognição: Tem que ter muitos pensamentos, inteligência; penso como posso responder	03	7,5
Nºs e operações: Que vou calcular; problemas para serem resolvidos; várias contas; problemas graves; Matemática; estudo de Matemática	08	17,5
Nada	01	2,5
Não sabe responder, não sabe fazer	03	7,5
Não respondeu	03	7,5
Total:	40	100

O objetivo, nessa questão, é verificar o sentido do cálculo de área e se esses alunos, ao referirem-se às situações de medidas, remetem-se aos saberes do cotidiano ou utilizam-se dos saberes ensinados pela escola, uma vez que os mesmos residem numa região em que as atividades de mensuração de terras são bastante frequentes. Dessa forma, faz-se necessário estabelecer novas categorias.

Apresentamos as mais significativas: a) **Saberes do cotidiano e escolar;** b) **Medidas;** c) **Instrumentos de medidas e d) Medidas não convencionais.**

Na questão Q13, notamos a predominância em relação à dificuldade (27%), “embaralha tudo”; “para mim é mais complicado”; “dor, quando não consigo responder”; “quebra demais minha cabeça”; “dar um branco, pois não estou sendo uma boa aluna”, “falta de interesse”; “dá vontade de desistir de tudo”. Estes relatos assemelham-se as dificuldades vivenciadas pelos alunos com relação à Matemática na Q10. Percebemos que tanto em relação com a matemática, quanto com os conteúdos, podemos notar uma relação negativa, o que nos leva a inferir que a forma como os conteúdos estão sendo apresentados tem deixado muito a desejar.

Embora 22% dos alunos saibam que têm de calcular e que há quadrados, há um número significativo do uso inadequado das unidades de medidas, por exemplo, quando se referem ao comprimento dos lados da área de uma superfície, remetem a metros,

metros cúbicos e, até mesmo centímetros. Apenas 10% dos alunos referem-se a metros quadrados de forma mais precisa. Cabe destacar que 15% dos alunos não responderam e não sabem responder a essa questão. É como se para eles não houvesse nenhum sentido. Novamente, a própria Matemática é pouco presente, predominando as dificuldades em relação à mesma. Nessa questão, o saber cotidiano não aparece, revelando uma visão funcionalista da Matemática e refletindo um sentido escolar para o cálculo de área.

Quadro 6: O uso dos conceitos e instrumentos de medidas

Questão 14: Para calcular a área de um terreno eu preciso ...

CATEGORIAS	FREQ.	%
Grandezas e medidas: Calcular em m ² ; medir os lados, fazer as medidas dos quatro lados;	05	12,5
Instrumentos de medidas: de linha; trena; medir a largura e metro; escala métrica, fita métrica, De uma calculadora	15	37,5
Cognição: Usar a inteligência; Conhecer ao processo de medida; ter conhecimentos dos cálculos de áreas, unidades de medidas e entender melhor	09	22,5
Atitudes: Atenção e paciência; muito silêncio	02	05
Práticas: Calcular e depois resolver, precisa calcular	03	7,5
Não respondeu	03	7,5
Resposta errada: Somar os ângulos; somar os lados,	03	7,5
Total	40	100

Com relação a calcular a área de um terreno, a maioria dos alunos tem uma compreensão relativa a essa questão, ou seja, sabem que têm de medir e calcular e se utilizam das unidades de medidas convencionais; 37% focam os instrumentos necessários para tanto: trena, linha, escala métrica, fita métrica para medir (32,5%) e calculadora (5%). 22,5% remetem à questões cognitivas: “usar a inteligência, entender, compreender, etc. “Dois alunos falam de inteligência (processo intelectual), um de atenção e paciência, e um pede silêncio. Para medir a área de um terreno, “preciso de silencio, muito silêncio!” Houve um número significativo de ausência de respostas (7,5%), denotando a dificuldade dos alunos com assuntos relativos à área e três alunos deram respostas incorretas como “somar os lados”. Erros desse tipo, de confundir área e perímetro, são frequentes entre os alunos, é o que comprovam os estudos realizados por Bellemain e Lima (2002)

Quadro 7: Aplicação das unidades de medidas

Questão 15: Para medir um terreno, as unidades de medidas que eu uso são...

CATEGORIAS	FREQ.	%
Instrumentos de medidas: Trena; cordas; régua.	09	22,5
Medidas: Comprimento; largura X metro; m ²	08	20
Cognição: A inteligência	02	5,0
Medidas não convencionais: Tarefa; braça	14	35
Geometria	01	2,5
Outros instrumentos: passos, caderno para anotar, qualquer coisa,	02	5,0
Não respondeu	02	5,0
Outros: Preciso ter um terreno,	0	2,5
Resp. erradas: Equitares, arado;	01	2,5
Total:	40	100

Com relação à Q15, que trata das unidades de medidas usadas para medir um terreno, verificamos que 8 alunos (20%) fizeram referências a unidades de medidas de superfície e, mesmo assim, algumas equivocadas. O que se observa é que os tipos de erros, nessa questão, foram variados e denotam o desconhecimento dos alunos sobre calcular a área de um terreno. Podemos observar que 22,5% referem-se aos instrumentos, ao invés de referirem-se às unidades de medidas, demonstrando desconhecimento ou confusão entre unidades de medidas e instrumentos de medidas e, além do mais, os instrumentos sugeridos (trena e régua) demonstram uma incoerência e falta de percepção em relação a medidas de terreno. Dentre as dificuldades, principalmente nas séries finais do Ensino Fundamental, está a de realizar medições e de usar corretamente os instrumentos de medidas. Percebe-se que o conhecimento sobre medidas é importante, pois há um campo repleto de aplicações e de utilidades para o cotidiano dos alunos. Nesse sentido, Huete e Bravo (2006) afirmam que:

Aprender conteúdos matemáticos que possam ser proveitosos, como as operações numéricas ou a medida, não é uma garantia de uma posterior aplicação adequada. Uma aprendizagem significativa obriga o aluno a observar, perguntar, formular hipóteses, relacionar conhecimentos novos com os que já possui, tirar conclusões lógicas a partir dos dados obtidos. (HUETE; BRAVO, 2006, p.24)

Em relação a essa questão, constatamos que 35% dos alunos remetem às unidades de medidas não convencionais, como a “braça” e a “tarefa”, o que evidencia uma predominância dos saberes cotidianos, influência da cultura predominante na referida região. Porém, uma quantidade significativa (10%) não conseguiu completar a questão, remetendo a outros instrumentos ou à inteligência etc. As respostas consideradas erradas e respostas em branco somaram 7,5% do total de alunos. No

entanto, notamos os que não têm instrumento algum e usam "qualquer coisa" ou "passos" e aquele que não tem terreno. Essa resposta "preciso ter um terreno" é um tanto divertida, mas, nos lembra da realidade social que funciona atrás das nossas perguntas: para medir um terreno, é preciso ter um terreno e nem todos o têm.

4.1.1 - As representações e o sentido que os alunos atribuem à Matemática ao conhecimento matemático e ao cálculo de área.

Com base nas categorias mencionadas nessa etapa, vamos tecer alguns comentários sobre os dados, em que se procurou interpretar as relações estabelecidas pelos alunos com a Matemática e o conhecimento matemático.

Diante das respostas descritas pelos alunos, podemos localizar algumas palavras-chave, tais como: “difícil, dor, esforço, atenção, complexa etc”, o que nos leva a concluir que os significados que os alunos atribuem à Matemática são de medo e pavor. Apesar de registros fragmentados e, muitas vezes, um tanto vagos, representam os pensamentos e sentimentos dos alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, da região de Irecê/BA. O que nos conduz a refletir que a relação com a matemática, para a maioria dos alunos, é bastante negativa, difícil, complexa, gerando inclusive dor e aversão.

Um percentual muito pequeno de alunos (17%) demonstrou uma relação positiva à Matemática, com foco no futuro: “acho que é bom para todos, porque sem matemática não vai a lugar nenhum”; “penso no futuro o quanto vou precisar de matemática”; “preciso dela para garantir um bom futuro”. Para esses alunos, aprender Matemática é garantia de sucesso, com a percepção de que será bem sucedido, principalmente na sua vida profissional.

As questões relativas ao cálculo de área serviram para confirmar que a aprendizagem de alguns conteúdos relativos à área, mesmo que os alunos já tenham estudado, não foi suficientemente assimilada por esses alunos, de modo a possibilitá-los responderem, de forma satisfatória, as questões de pesquisa. Por exemplo, 25% demonstram desconhecimento ou confusão entre unidades de medidas e instrumentos de medidas, como também entre área e perímetro, comprovando pesquisas citadas por (BELLEMAIN e LIMA, 2002).

A referência aos saberes cotidianos em relação às medidas de terreno foi bastante significativa. A referência surgiu na Q15, quando apresentaram as unidades de medidas “braças e tarefas”. Esse resultado, de certa forma, era esperado, uma vez que os entrevistados residem em uma região agrária e as atividades de mensuração de terra são uma prática frequente na vida da comunidade e, conseqüentemente, na vida dos referidos alunos.

As dificuldades encontradas pelos alunos retratam o quanto eles não conferem à matemática algum significado objetivo. Também se percebe a inexistência de sentido que se estenda ao seu cotidiano, no que diz respeito aos conhecimentos não formais nessa disciplina.

Por fim, concluímos que os registros descritos denotam a importância e o significado atribuído à Matemática e aos conhecimentos que advêm da mesma ao longo da vida escolar dos alunos. Compactuamos com Silva (2009), quando afirma que a maioria dos alunos hoje não sabe por que se deve estudar a Matemática. Estudam (quando estudam...) porque a escola assim exige, porque a professora ensina, porque é obrigatório para passar de ano. “Essa tautologia indica que o aluno não sabe por que ele tem que estudar a Matemática e o estudo da Matemática tem significado apenas, dentro do universo escolar”.

4.2 - ETAPA 2: OBSERVAÇÃO DA SALA DE AULA

Na segunda etapa deste estudo, propomo-nos a observar a sala de aula, com o objetivo de verificar como os professores de matemática abordam o tema Medidas e o significado atribuído pelos professores à Matemática. Nessa etapa, o significado dos professores ao conteúdo de Medidas foi analisado nos seguintes aspectos: entendimento dos professores acerca do contexto em que estão envolvidos os alunos; recursos utilizados nas aulas; a maneira como o conteúdo foi apresentado.

Com o intuito de analisar como a escola discute ou direciona a relação entre o saber formal e o saber não formal, no que diz respeito a medidas de superfície, escolhemos para a observação as aulas das duas professoras que participaram da nossa pesquisa. Elas serão tratadas por Professora 1 e Professora 2.

As professoras mencionadas utilizam o mesmo livro didático *Aprendendo Matemática* (GIOVANNI e PARENTE, 1999). Ambas não possuem licenciatura em

Matemática, mas estão em processo de formação, no sentido de atenderem às exigências legais que regulamentam a educação brasileira. Elas estão cursando Licenciatura em Pedagogia pela EAD (Educação a distância).

Segundo a professora 1, ela só leciona Matemática porque, na escola, não tem professor que goste da disciplina e, como ela sempre gostou de Matemática, foi escolhida para dar aulas. A professora 2 relatou-nos que o sonho dela sempre foi ser professora e sonha em ter a oportunidade de cursar uma licenciatura em Matemática.

Na escola Dr. Paulo William (escola 1), o ambiente físico da sala de aula do 9º ano é bem espaçoso, com cores claras, bancadas individuais e lousa. Há duas janelas grandes com vista para o pátio da escola, favorecendo a iluminação e ventilação naturais dispensando o uso de ventiladores e lâmpadas.

Descrito o ambiente, retomamos nossos objetivos de observar como os professores direcionavam os conteúdos de Medidas num contexto rural. Iniciamos essa etapa com o acompanhamento das aulas de matemática, planejadas e coordenadas pelas respectivas professoras.

Na Escola Dr Paulo William, as aulas de Matemática ocorriam nos dois primeiros horários. Nesse dia de observação, a professora 1 chegou um pouco atrasada, demorando a vir à sala de aula, justificando-se que sempre dava um tempo porque nem todos os alunos chegavam no horário. Após os cumprimentos, perguntou se todos haviam feito o dever de casa, e anunciou: “hoje nós iremos trabalhar com fórmulas de área de paralelogramos, trapézios e triângulos, mas, antes vamos rever... fazer uma revisão do sistema métrico decimal, pois sei que muitos aqui não se lembram mais das Medidas de Comprimento”. E, olhando para mim, disse: “eles já viram esse assunto, mas você sabe, né? É sempre bom fazer uma revisãozinha, pois eles sempre esquecem”. A seguir, a professora copiou na lousa uma tabela de múltiplos e submúltiplos do metro e ia repetindo as unidades fundamentais de medidas de comprimento: “metro, decímetro, centímetro, milímetro”, dirigindo-se aos alunos disse: “leiam, começando pelo Metro que fica no meio, que é o principal né? E daqui prá cá, desse lado ficam os múltiplos, e daqui prá cá, do lado direito ficam os submúltiplos”, em seguida os alunos (continuando com a leitura) – “decâmetro, hectômetro, quilômetro...”

A seguir apresentaremos um pequeno trecho da aula da professora do 9º ano:

P - Vamos fazer a leitura das unidades de medidas. Vocês se lembram que estudaram números decimais, né? Números decimais [...] casas decimais [...], Para ler as unidades de medidas, é muito fácil, podemos fazer a transformação dessas unidades em inferior ou superior, assim, por exemplo: 2, 45 km. Aqui é... quem quer vir ao quadro? (como não houve voluntário, a professora elegeu o aluno A□), você, (apontando para o aluno A□), poderia dizer como se lê este número? Gente é a coisa mais fácil do mundo, pode vir que a classe vai ajudar, (o aluno primeiro se esquivou, mas, a professora continuou insistindo e o aluno acabou indo ao quadro). Vamos ler? Dois vírgula quarenta e cinco quilômetros ou então dois quilômetros e quarenta e cinco... gente, é só ir na ordem, (apontando), quilômetro, depois vem... Fiz uma pergunta, podem responder? Estão surdos?

A – hectômetro, decâmetro

P – Então, é...

A□ - dois quilômetros e quarenta e cinco decâmetros.

P – Então é isso, né? O sistema métrico envolve Medida de Comprimento, Medida de superfície, de capacidade, de Massa. Sendo que medida de comprimento serve para calcular o perímetro, enquanto medida de superfície serve para calcular a área. Vocês já viram isso, já era prá saber. (depois olha para mim e comenta) eles são muito fracos, não se lembram de nada.

P - Agora vamos fazer um exercício de fixação e na próxima aula, falaremos sobre o Metro quadrado, que é a unidade padrão de medida de área.

O restante da aula prosseguiu com cópia na lousa de exercícios de fixação sobre o conteúdo explicado. Os exercícios foram retirados do caderno usado pela professora. Durante o exercício um dos alunos perguntou:

A² - Professora, esse exercício tem no livro? É muita coisa prá gente copiar

A³ - É professora, seria melhor a gente usar o livro.

P- Eu expliquei no início da aula, que ia fazer uma revisão, isso não tem no livro de vocês, eu só estou relembrando, entenderam?

Na Escola Estadual Antônia Silva Dourado (Escola 2), a sala de aula do 8º ano da era escura e pouco arejada. No lugar onde devia haver janelas, a parede era aberta em tijolo vazado na dimensão de toda a parede e no alto, dificultando a ventilação e a iluminação. A lousa de madeira apresentava-se bastante danificada prejudicando a escrita e leitura. No primeiro dia de observação do 8º ano, a professora chegou no horário, deixando evidente que sentia-se pouco à vontade com a minha presença. Ela, a

todo o momento, justificava que os alunos eram “fracos” e não cooperavam com as aulas, pedindo para que eu “não reparasse” em algum deslize da parte dela ou deles.

A professora 2 era bastante dinâmica, e falava com bastante entonação na voz. Durante a aula, fez uso de recursos didáticos para ilustrar o conteúdo sobre Medidas de superfície. Com um mosaico, ela ilustrava que aquilo poderia ser a área de um quarto ou banheiro etc dividia o mosaico em partes e, a todo tempo, cobrava a participação dos alunos, que se mantinham sempre calados, como que alheios ao conteúdo que estava sendo explanado. A professora 2 afirmou que gosta muito de dinamizar suas aulas e quando tem oportunidade, sempre utiliza os recursos disponíveis, pois os mesmos possibilitam uma aula interessante. Na opinião dessa professora, “o aluno aprende a vivenciar o conteúdo”. No que se refere à utilização de recursos didáticos, a professora 2 afirma que sempre tenta diversificar.

A seguir, apresentamos um quadro dos conteúdos e estratégias utilizados pelos professores no decorrer das observações.

Conteúdo	Estratégias	Recursos da prof^a 1	Recursos da prof^a 2¹⁸
Unidades de medidas de comprimento, superfície, unidades fundamentais, múltiplos e submúltiplos	Medição com caneta e palmo	Quadro de giz	
Definição de perímetro	Cálculo de perímetro, lista de exercícios na lousa	Quadro de giz, cadernos	
Áreas e definição de fórmulas de quadrados, retângulos, paralelogramo, triângulo e trapézio	Uso de fórmulas	Livro, quadro de giz e caderno de exercícios	Quadro de giz e uso de um mosaico dividido em quadradinhos para ilustrar uma área e gravuras geométricas

Quadro – conteúdo matemático, estratégias e recursos utilizados pelas professoras do 8º e 9º ano no segundo semestre de 2008.

Apesar da etapa de observação ter sido limitada, podemos perceber que os alunos, em sala de aula, tinham um comportamento bastante apático e alheio às atividades. Apesar da insistência das professoras, eles não se envolviam na aula, apenas dispuseram a copiar da lousa os exercícios propostos mesmo assim, reclamando da quantidade de exercícios.

Observamos também que o trabalho da professora se limitava a ir ao quadro, expor a matéria, dar um ou alguns exemplos e colocar os alunos para fazerem exercícios

¹⁸ Só foi possível observar 1 aula da professora ²

baseados no que tinha acabado de “ensinar”. Nesse sentido, Thomaz (1999) assinala que:

A ênfase no “é assim que se faz”, geralmente encontrada no ensino atual, vem acompanhada da ênfase exagerada na repetição e imitação, considerando que a repetição leva à fixação e esquecendo que leva, principalmente, à automação cega. (p.196)

D’Ambrósio também endossa a afirmativa anterior, quando explica a respeito de uma típica aula de matemática:

A típica aula de matemática [...] ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa no quadro negro aquilo que julga importante. O aluno [...] copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação. (D’AMBRÓSIO, 1989, p.15)

Vimos também que alguns alunos sequer acompanhavam a correção, portandose como quem estava à espera do término da aula. Além disso, na aplicação do cálculo de área, as professoras não utilizaram situações - problemas que remetessem a acontecimentos reais do contexto rural como, por exemplo, as medidas de terreno. Como assinala Grando (1995, p.74), “as situações reais ficam por conta do aluno quando ele sair da escola”. Esse comportamento vai de encontro com a fala da professora da escola 2, que quando abordada sobre uma boa escola, ela responde que uma boa escola é que “procura conhecer seu aluno, se envolve na comunidade, abre suas portas para servir a comunidade que está inserida, aberta a sugestões, totalmente voltada ao social” (fala da professora 2).

O fato dos professores trabalharem o tema Medidas, de forma descontextualizada, deixa de lado aspectos importantes dos conteúdos usados pelos trabalhadores, o que vem a confirmar a opinião de Kuenzer (1991) de que a escola assume o ponto de vista de uma classe social. Noutras palavras, Kuenzer (1991, p.17) enfatiza que, enquanto os trabalhadores aprendem, na luta, “o fazer” sem a compreensão dos princípios teórico-metodológicos que o “regem”, isto é, “aprendem na prática sem teoria”, a escola ensina teoria sem prática. Isso, no entanto, é uma meia verdade, posto que toda prática tem como sustentação uma teoria, embora não esteja clara na mente de quem a vivencia.

4.3 ETAPA 3: RESULTADOS DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Nessa etapa, foram apresentadas figuras geométricas planas, respondidas por 27 alunos e 10 trabalhadores. Solicitamos aos alunos e aos trabalhadores que calculassem a área das figuras. Para uma apresentação dos dados as respostas foram tabuladas e categorizadas em quatro tipos: (A) acerto, (AP) acerto parcial, (E) erro e (NR) não respondeu.

Os resultados das questões são apresentados em dois quadros por tipo de população: o quadro 1 mostra os números absolutos e as porcentagens de respostas contendo o número de acertos, erros dos alunos; o quadro 2 mostra as respostas dos trabalhadores.

Análises das respostas dos alunos dos 8º e 9º anos do ensino Fundamental nas questões sobre medidas de figuras geométricas planas

Tabela 1 - Respostas de 27 alunos na Escola Dr. Paulo William Ney dos Santos na Gameleira/Bahia, abril de 2008 sobre a forma de calcular a área de 4 figuras planas, o cálculo e forma de conversão de medidas.

Questão	Respostas			
	CERTA	A PARCIAL	ERRADA	Não Respondeu
	Nº (%)	Nº (%)	Nº (%)	Nº (%)
Explicação de cálculo de área	6 (22,2)	16 (59,3)	3 (11,1)	2 7,4
Determinação da área de um Retângulo	3 (11,1)	2 (7,4)	21 (77,8)	1 (3,7)
Determinação da área de um Quadrado	11 (40,7)	15 (55,5)	0 (0,0)	1 (3,7)
Determinação da área de um Trapézio	3 (11,1)	1 (3,7)	22 (81,5)	1 (3,7)
Determinação da área de um Triângulo equilátero	0 (0,0)	0 (0,0)	26 (96,3)	1 (3,7)
Conversão de medidas de Hectares para metros	20 (74,1)	1 (3,7)	5 (18,5)	1 (3,7)

Observa-se, na primeira questão, que 22,2% dos alunos acertaram a explicação do cálculo de área, 11,1% erraram a questão e 7,4% não responderam e mais de 50% responderam parcialmente, por exemplo, “a base vezes altura” ou “cumprimento vezes largura”, ou seja, eles descreviam as fórmulas aleatoriamente, mas não realizavam o cálculo ou acertavam a fórmula e erravam a operação e, muitas vezes, citavam

exemplos de cálculo da área de um banheiro ou de uma casa como: “a área da casa ao lado é 1350m² porque o comprimento é 45m e a largura 30m”. Quanto ao cálculo da área do retângulo, somente 11,1% dos alunos acertaram, e 77,8% dos alunos erraram, o que constitui um número significativo de erros. Em relação ao cálculo da área do quadrado, observou-se um maior número de acertos (40,7%); acertos parciais (55,5%) e somente 3,7% não responderam a questão. Quanto à área do trapézio e do triângulo, a maioria dos alunos não sabia responder a questão, uma vez que houve um alto índice de erros (81,5%) para o cálculo da área do trapézio e 100% de erros para a área do triângulo. Para a questão envolvendo conversão de medidas, houve um alto índice de acertos (74,1%).

Análises das respostas dos trabalhadores nas questões sobre medidas de figuras geométricas planas

As mesmas atividades foram propostas aos trabalhadores. Alguns recusaram, sob a alegação de que não sabiam escrever, só sabiam fazer o cálculo “de cabeça”. Para os trabalhadores que afirmavam saber escrever, apresentamos as atividades a seguir.

Tabela 2 - Respostas de 8 trabalhadores rurais no distrito de Gameleira/Bahia, em abril de 2008 sobre a forma de calcular a área de 4 figuras planas, o cálculo e forma de conversão de medidas.

Questão	RESPOSTA CORRETA			
	SIM	PARCIAL	NÃO	Não Respondeu
	Nº (%)	Nº (%)	Nº (%)	Nº (%)
Explicação de cálculo de área	6 (75%)	0 (0,0%)	1 (12,5%)	1 (12,5%)
Determinação da área de um Retângulo	6 (75%)	1 (12,5%)	0 (0,0%)	1 (12,5%)
Determinação da área de um Quadrado	6 (75%)	1 (12,5%)	0 (0,0%)	1 (12,5%)
Determinação da área de um Trapézio	5 (62,5%)	2 (25%)	0 (0,0%)	1 (12,5%)
Determinação da área de um Triângulo equilátero	0 (0,0%)	5 (62,5%)	2 (25%)	1 (12,5%)
Conversão de medidas de Hectares para metros	7 (87,5%)	0 (0,0%)	0 (0,0%)	1 (12,5%)

Observando a tabela 2 (Q1), podemos verificar que 62,5% dos trabalhadores acertaram a explicação do cálculo de área, 25% acertaram parcialmente e somente 12,5% não responderam à questão. Quanto ao cálculo da área do retângulo 62,5% dos trabalhadores acertaram e 12,5% erraram. Na determinação da área do quadrado, houve um número significativo de acertos (75%), sendo os 25% restantes para erros e acertos parciais. Em relação à área do trapézio, observa-se que 62,5% dos trabalhadores calcularam de forma correta e que 25% acertaram parcialmente e 12,5% não responderam. No caso do triângulo equilátero, o que se observa são tentativas de acertos (37,5%) e 37,5% de erros, 25% não sabem ou não responderam. Para a 6ª questão, de conversão de medidas agrárias em metros, o índice de acertos foi bastante significativo (87,5%), sendo que somente 12,5%, ou seja, um único trabalhador deixou de responder à questão.

4.3.1 Análise comparativa

Comparando as duas tabelas, o que se observa é o percentual de acertos dos alunos e trabalhadores por tipo de problema. Pode-se verificar que, tanto alunos e trabalhadores tiveram um maior percentual de acertos na questão que trata de calcular a área do quadrado. Outro aspecto importante a ser observado é a 5ª questão, que trata de calcular a área do triângulo equilátero e apresenta, nas duas populações, percentual zero de acerto, mas com tentativas de resolução por parte de alguns trabalhadores. Outro ponto a ser observado é um percentual alto de acertos na questão conversão de medidas de hectares para metros; 87,5% para os trabalhadores e 74,1% para os alunos. Isso demonstra que tanto para alunos como trabalhadores esses são problemas comumente tratados no dia-a-dia da comunidade.

4.3.2 Procedimentos de resolução das atividades dos alunos e trabalhadores

Na sequência, analisamos os procedimentos utilizados pelos alunos e trabalhadores. Para esclarecimento de eventuais dúvidas, recorreremos também às entrevistas com os trabalhadores, a fim de aprofundar a investigação, tornando-se um instrumento básico para a análise dos dados. As atividades têm por objetivo verificar a compreensão dos alunos e trabalhadores sobre área, fundamentados na teoria de Vergnaud (1996), conforme capítulo teórico, que denota não ser possível estudar os conceitos relativos às medidas sem recorrer às situações, invariantes e representações.

Nessa perspectiva, a análise recai sobre: as estratégias praticadas pelos alunos e pelos trabalhadores, permitindo fazer uma comparação entre os dois grupos. Nesse aspecto, as categorias que emergiram foram: os procedimentos de cálculo oral e escrito, os tipos de erros e as fórmulas dos trabalhadores e alunos.

Para essas atividades, era esperado, em relação ao trabalho dos alunos e trabalhadores, que eles resolvessem as questões propostas por meio de estratégia pessoal, cálculo mental ou algoritmo. Verificamos que os tipos de respostas mais frequentes dos alunos a questões apresentadas foram: resposta incorreta sem o estabelecimento da relação, ou seja, o aluno deu apenas a resposta errada para a questão proposta ou apenas a resposta correta sem o estabelecimento da relação, sem realizar nenhum tipo de operação ou a resposta correta com o estabelecimento da relação.

Vergnaud (1982) faz uma diferenciação entre o cálculo numérico e o cálculo relacional, como diferentes competências para a resolução de problemas e operações. Os cálculos numéricos são as resoluções na forma de algoritmos e os cálculos relacionais envolvem operações de pensamento necessárias para compreender as relações envolvidas nas operações.

A primeira atividade possui o seguinte enunciado:

Atividade 1:

Como você explicaria o cálculo da área de um terreno para outra

Resposta dos alunos para descrição do cálculo de área:

Para essa atividade, o que se pode observar é que apenas seis alunos acertaram discorrer sobre o cálculo de área e mais de 50% dos alunos acertaram parcialmente, como por exemplo, “medindo os lados”, ou “eu mediria os lados depois faria os cálculos”, ou seja, eles referem-se a medidas ou aos cálculos, mas não citam o que medir nem que tipo de cálculo seria. Esse fato demonstra que falta uma compreensão clara do que seja medir uma área. Selecionamos alguns protocolos de alunos que responderam de forma correta e também os que tiveram dificuldades, ou seja, sem o estabelecimento da relação.

2. Como você explicaria o cálculo de uma área para outra pessoa?
antes eu mediria todos os lados para descobri, multiplico
também

2. Como você explicaria o cálculo de uma área para outra pessoa?
ESPLICARIA COM UMA FITA METRICA EM MÃOS
AP=3
prática

Observando alguns protocolos com os registros dos alunos, vemos que alguns citam a fórmula para calcular a área, citam exemplos de medidas ou fazem alusão aos instrumentos de medidas, como trena ou metro. Um aluno responde: “explicaria com uma fita métrica em mãos”. Vimos também que, em algumas respostas, muitos deles reportam à adição, como no relato de alguns alunos: “somaria o tamanho e mediria tudo e calculava”, “eu explicaria somando e cálculo e explicando”, o que denota falta de compreensão da situação.

Respostas dos trabalhadores para descrição do cálculo de área:

Na explicação de alguns trabalhadores, percebemos que eles informavam, de imediato, a medida da área e efetuavam os cálculos com base na memorização, sem deixar claro o procedimento adotado: “para medir uma área, a gente aqui usa a braça, que é uma vara que tem dois metros e vinte centímetros e a gente usa para medir os aceros de terra”, “a tarefa é 900 quadros de terra, (ou cubo... o quadro pode também ser cubo), 30 com 30 nem carece calcular, dá 900... Se for 30 com 15 dá 450, mea tarefa, a metade de 30, senão a gente usa a braça”

Nesse momento, interferimos solicitando que eles explicassem passo a passo o procedimento adotado, ficando a critério do trabalhador escolher as medidas. As regras foram melhor explicitadas por Dorival, pequeno agricultor, com mais de 40 anos de trabalho com a cultura, tendo frequentado a escola até o 2º ano do antigo primário.

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 80 \\
 \hline
 103 \\
 103 + 57 \\
 \hline
 160 \\
 160 / 2 \\
 \hline
 80 \\
 80 * 23 \\
 \hline
 1840 \\
 1840 / 2 \\
 \hline
 920 \\
 920 + 1575 \\
 \hline
 2495
 \end{array}$$

procedimento:

1º soma-se os lados e multiplica-se esta soma.
 2º O resultado desta multiplicação divide-se por 2 em seguida divide-se por 500

Dorival Pereira de Souza

Figura 09 – Explicação do cálculo de área quadrilátera

Observamos que o trabalhador possui uma compreensão lógica do problema, pois ele consegue, por meio de representações e também de algoritmos, apresentar a resposta correta com o estabelecimento da relação, utilizando um teorema em ação válido.

Na explicação de Dorival, chamou-nos atenção a utilização tanto da unidade de medida da cultura, como também a unidade do sistema padrão; o Metro. Em diversos momentos, foi possível perceber que eram estabelecidas comparações entre as unidades não convencionais utilizadas no dia-a-dia dos moradores daquela região e as unidades padrão do sistema métrico.

Essa atitude foi observada também no depoimento de D. Dadá, pequena agricultora, com mais de 45 anos de trabalho na cultura do feijão, tendo frequentado a

escola durante um ano e meio, mais tarde frequentou o MOBRAL, mas, não foi adiante, pois não “teve cabeça” para dar continuidade aos estudos.

Em resposta a atividade 1, D. Dadá, moradora do povoado de Gameleira diz que não sabe “fazer as conta” e nos relata:

Essa coisa de medir vem de muito longe, desde o tempo do império, vai de pai pra filho, de filho pra neto e por aí vai... os antigo sabia fazer conta de tarefa, sabia muito, e ia ensinando a um e a outro, quem tinha a “cabeça boa” aprendia, o que não tinha, como eu, não aprendia, até hoje não sei fazer.

Quando quero saber quanto vou pagar para tirar o mato lá da roça, vou atrás de Valdeci ou Dore, que sabe, sabe muito... papai que sabia, ainda quis me ensinar, mas eu não aprendi, porque só tive um ano e meio de estudo, tive que deixar a escola cedo, prá trabalhar na roça... a gente era muito pobre.

Só sei que, se a terra é grande a gente usa a braça né? Que deve de ter a altura de um homem, né? Prá fazer a vara, a gente fica em pé, levanta o braço e marca dos pés ao dedo mindinho.

A horta que é pequena, a gente sabe medir, é só pro cumentro, cebolinha, sabe? A gente usa o parmo (palmo) ou o pé a depender né?, Porque aí, a gente sabe que dez parmo dá... pera aí...26 né? 2 dá... (quarenta mais doze), 52... (4) dá 104... (8) vai dar 208? Mais dois que dá... pera aí... 260.

*É isso... ta certo... da dois metro... não... dois e meio, é
isso, um buncadinho mais... uma bestera, uma besterinha.*

Observando o relato de D. Dadá, vimos que ela tem um conhecimento de quanto vale um palmo e faz a conversão, de forma oral, resolvendo os cálculos mentalmente. Lembramos que Dante (1994) observa que os problemas com duas operações são considerados mais trabalhosas. Percebemos que ela utiliza uma estratégia pessoal para auxiliá-la a encontrar a resposta do valor de dez palmos. De acordo com Vergnaud (1982), esse tipo de problema está dentro do campo das estruturas multiplicativas, mas D. Dadá recorre à adição, ou seja, ela foi adicionando quantas vezes fossem necessárias, em substituição à multiplicação, para encontrar a resposta do valor de dez palmos. Ao final, ela faz uso das estruturas multiplicativas, transformando o valor encontrado em metros,

Esses relatos sobre medidas apontam para a existência de um conjunto de relações que estão presentes nas atividades cotidianas da região de Irecê, e que as tornam na concepção de Certeau (2002, p. 37), práticas sociais, “maneiras de fazer cotidianas”. Para o autor, “essas práticas colocam em jogo uma ratio ‘popular’, uma maneira de pensar investida numa maneira de agir, uma arte de combinar indissociável de uma arte de utilizar” (p. 42).

A conduta de cálculo utilizada por D. Dada e Dorival, segundo a teoria dos Campos conceituais, espelham os teoremas em ação válidos, que segundo a teoria de Vergnaud são relações matemáticas que aparecem espontaneamente em contextos simples, não tendo um valor universal, mas nos permitem traçar o conhecimento matemático no nível de esquemas em ação.

Oliveira (1997, p.29), ao fazer uma retrospectiva da inserção do sistema métrico decimal no cotidiano dos povos, afirma que: “o Brasil adotou o Sistema Métrico Decimal Francês em 1862, com a adoção da Lei Imperial nº 1157, assinada por D. Pedro II. Até então utilizava-se em nosso país as medidas usadas na Metrópole portuguesa. Portugal fazia uso de um Sistema de Medidas chamado consuetudinário”¹⁹. Para essa mesma autora, a inserção do sistema métrico decimal no Brasil fora obra da argumentação de Talleyrand, Bispo d'Autun, que, após a Revolução Francesa, em 1790,

¹⁹ O Sistema Consuetudinário está relacionado aos sistemas usuais de medidas entre os mais variados povos, segundo seus costumes e tradições.

propôs um projeto de lei para unificar tais medidas. Aceita a proposta pela Assembleia Nacional francesa, o projeto ficou conhecido como "*A tous les temps, à tous les peuples*" [Para todos os tempos, para todos os povos].

A seguir, vejamos os procedimentos de alunos e trabalhadores para as atividades 2 e 3, determinação de cálculo de áreas cujos formatos são retângulos e quadrados, que, de acordo com as categorias de Vergnaud (1991), as questões de configuração retangular estão dentro do campo das estruturas multiplicativas e são do tipo proporcionalidade dupla. Nessa categoria, estão as situações problema que correspondem a uma composição multiplicativa de duas grandezas discretas.

Atividade 2 e 3:

Atv 2 - Temos um retângulo de lado 3,5 altura 2,5 qual a área desse retângulo? E qual o perímetro?

Atv 3 - Determine a área do quadrado de lado 3 por 3.

Procedimentos dos alunos:

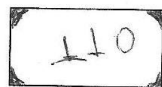
Em relação às estratégias, observou-se que uma parcela muito pequena dos alunos dos 8º e 9º anos estabelecem relações corretas, quando se trata de calcular a área do retângulo, Como podemos observar, a atividade acima é uma questão simples e extraída de um livro de 5ª série²⁰, mas, apesar disso, houve um percentual alto de erros (77,8) e 3,7% não responderam à questão, o que nos faz concluir que os alunos dos 8º e 9º anos, na escola rural, ainda não mobilizam os conhecimentos elementares de área. Em seus procedimentos, vimos que o tipo de erros mais frequente foi em relação à multiplicação. Muitos entenderam que precisavam multiplicar, mas erraram na hora de realizar os cálculos, outros utilizaram a adição, o que nos faz perceber que esses alunos ainda não possuem a compreensão de que a medida de uma superfície é o produto de duas medidas de comprimento.

A seguir, apresentamos alguns protocolos com erros e acertos dos alunos.

²⁰ Conforme a nova nomenclatura a 5ª série corresponde ao 6º ano do ensino Fundamental.

3. Temos um retângulo de lado 3,5 altura 2,5. qual a área desse retângulo? E qual o perímetro? Explique como você fez para calcular.

110
Resultado



$$\begin{array}{r} 3,5 \\ 2,5 \\ \hline 60 \end{array}$$

Eu somei a
área dos lados
para dar
esse resultado

$$\begin{array}{r} 3,5 \\ 3,5 \\ \hline 60 \\ + 60 \\ \hline 110 \end{array}$$

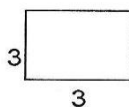
3. Temos um retângulo de lado 3,5 altura 2,5. qual a área desse retângulo? E qual o perímetro? Explique como você fez para calcular.

$$\begin{array}{r} 3,5 \\ 2,5 \\ \hline 610 \end{array}$$

O que se percebe nos protocolos acima, é que os alunos, além de usarem o procedimento e a operação errados, também erraram o cálculo da operação.

Na determinação da área do quadrado, vimos que o desempenho dos alunos pode ser considerado razoável, com 40,7% de acerto, o que implica que 11 alunos acertaram a questão, mas, como podemos observar nos protocolos seguintes, apesar de um número razoável de acertos, os alunos confundem área e perímetro e muitos erram as operações e também os cálculos. Nos protocolos abaixo vemos as estratégias de alguns participantes para a determinação da área do quadrado de alunos que erraram e acertaram.

a. Determine a área do quadrado, Explique como em seu dia a dia, você calcula a área de um quadrado de terra.



$3+3+3+3=12$
Somei os lados
dois e calculei
o dobro da soma

Identificamos, nos registros, que os alunos que responderam, de forma correta, as questões 2 e 3, lançaram mão do uso da fórmula $b \times h$ (base vezes altura) para o retângulo, e l^2 (lado vezes lado) para o quadrado. Por fim, eles multiplicaram os valores numéricos, encontrando o produto da base pela altura.

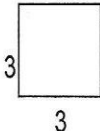
Os tipos de erros mais frequentes foram os que utilizaram operações de adição. Para estes, a resposta é geralmente incorreta e sem relação com o problema. Há aqueles que fizeram o uso correto do algoritmo da multiplicação, mas erraram a resposta.

Apesar das respostas incorretas de alguns, foi possível verificar o tipo de operação efetuada.

Ainda quanto aos procedimentos dos alunos, vimos que houve aqueles que não apresentaram a estratégia, apenas forneceu a resposta incorreta, o que dificulta precisar que estratégia foi utilizada para a resolução da questão. . E os que acertaram fizeram o uso correto do algoritmo da multiplicação, o que nos faz concluir que os alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental possuem maior competência para a realização do cálculo numérico do que relacional. Este aluno simplesmente descreveu como fez para encontrar a área.

a. Determine a área do quadrado, Explique como em seu dia a dia, você calcula a área de um quadrado de terra.

Eu multiplico a base com a altura.



$3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$ ✗

$A = 1$

Procedimento dos trabalhadores:

Quanto aos trabalhadores, identificamos que, para solucionar esses problemas, independentemente do grau de escolaridade, eles utilizaram os procedimentos para o cálculo de área específico da agricultura e usado no dia-a-dia da comunidade. Para as áreas quadriláteras, eles procedem da seguinte forma: somam os lados opostos e multiplicam os resultados entre si, em seguida dividem o produto por quatro. Para o cálculo do retângulo e do quadrado os trabalhadores utilizam a mesma estratégia de cálculo. Primeiro, ele adiciona os lados opostos: $(3, 5 + 3, 5)$ e $(2, 5 + 2, 5)$; em seguida multiplicam os resultados da adição (7×5) ; por fim ele divide o produto encontrado por 4, e obtém o resultado: $8,75\text{cm}^2$.

$$\text{Fórmula do trabalhador: } S_r = (3, 5 + 3, 5) \times (2, 5 + 2, 5) / 4 = 8,75\text{cm}^2$$

Vimos que o modelo utilizado pelos trabalhadores permite identificar conhecimentos aritméticos subjacentes às operações fundamentais como adição, cálculo da metade, multiplicação e divisão, utilizando assim, um teorema em ação válido para a situação proposta.

Nessas questões, percebemos que a maioria dos trabalhadores, na resolução de cálculo de áreas quadriláteras, faz uso correto da adição, multiplicação e divisão, 25%

resolveram mentalmente e 12,5% não responderam corretamente, mas recorreram a várias tentativas para combinar os valores e chegar à resposta correta.

Constatamos também que, para o cálculo de áreas quadriláteras, a estratégia utilizada pelo trabalhador rural conduz ao mesmo resultado da escola, ou seja, para as áreas quadriláteras, eles somam os lados opostos e multiplicam os resultados entre si, em seguida, dividem o produto por quatro. Ao dividir por quatro, isto equivale a calcular a média dos lados opostos do terreno e acaba coincidindo com o valor encontrado com a fórmula escolar.

A quarta atividade tratava de calcular a área do trapézio e tinha o seguinte enunciado:

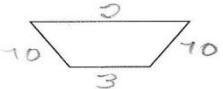
Atividade 4:

Um trapézio tem a base menor igual a 2, a base maior igual a 3 e a altura igual a 10. Qual a área deste trapézio?

Procedimentos dos alunos para o cálculo da área do trapézio

b. Um trapézio tem a base menor igual a 2, a base maior igual a 3 e a altura igual a 10. Qual a área deste trapézio?

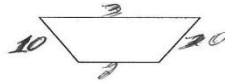
Área do Trapézio $h = 2,5$

$$\frac{(3+2) \cdot 10}{2} = \frac{50}{2}$$


Na questão da área do trapézio, verificamos que os alunos seguiram procedimentos diversos, 7,4% tentaram resolver com o cálculo mental, mas acabaram errando a multiplicação, 3,7 % usaram corretamente o algoritmo da multiplicação, mas erraram no momento de registrar o cálculo, mais de 50% confundiu área com perímetro e calcularam o perímetro em vez da área e apenas três alunos resolveram corretamente (11%), fazendo o uso correto da fórmula da área do trapézio: somaram as bases e as multiplicaram pela altura e dividiram por dois, encontrando a resposta correta para o problema proposto. $(3 + 2) \times 10 / 2 = 25\text{cm}^2$.

b. Um trapézio tem a base menor igual a 2, a base maior igual a 3 e a altura igual a 10. Qual a área deste trapézio?

base menor 2^2
base maior 3^2
altura 20^2
 $= 75^2$



Salientamos, aqui, que as operações de multiplicação e divisão utilizadas para a resolução desse problema são aprendidas pelos alunos nas séries iniciais e que, na escola, há uma ênfase mais acentuada para essas questões em detrimento de outros conteúdos, o que nos faz inferir que as dificuldades dos alunos nessa questão não estão relacionadas somente a dificuldades de cálculo, mas resultam, provavelmente, de dificuldades conceituais e elementares do cálculo de área.

Procedimento dos trabalhadores para o cálculo da área do trapézio

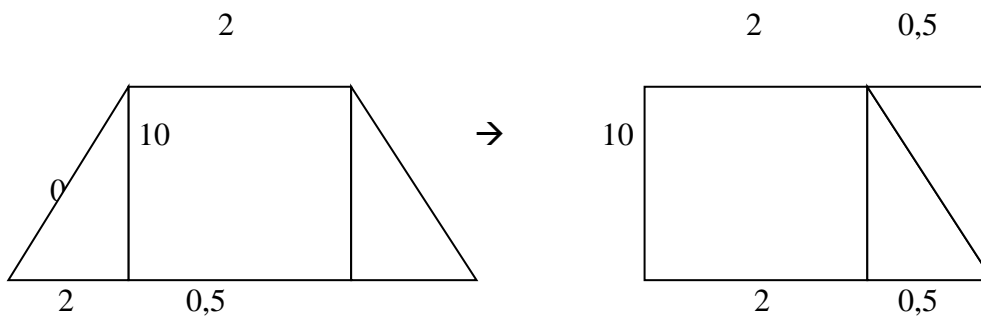


Figura 10 - Estratégia de cálculo do trapézio utilizada por um trabalhador

T – Aqui é a mesma coisa... a gente tira o que tá sobrando de um lado e bota deste lado, (apontando para o triângulo), fazendo um quadrado no meio e dois triângulos do lado de cá, aí é só fazer as conta...

P – O Sr poderia explicar melhor? Como vai encontrar a resposta?

T – Assim ó, aqui é: $3 + 2$ que dá 5, e $10 + 10$ que dá 20, né? Agora é só multiplicar 20 por 5 que dá 100, depois é só dividir por 4 que dá... (pensativo) por dois dá 50, 25, é isso por 4 dá 25.

Com relação à área do trapézio, verificamos que alguns trabalhadores dispuseram os números corretamente, mas não escreveram o resultado correto. 12,5% não responderam corretamente apesar de tentarem. Nos cálculos pudemos identificar a operação com os números, mas a divisão não foi realizada.

Os trabalhadores que acertaram, tomam como base para o cálculo o quadrilátero, ou seja, se o terreno não tiver esse formato, ele é dividido em partes que reproduzam essa figura. Acima, temos a explicação de um trabalhador com relação à estratégia para calcular a área do trapézio. O que se observa é que a estratégia utilizada pelo trabalhador foi transformar o trapézio em um retângulo, o que acaba por equivaler à mesma fórmula escolar. No momento em que o trabalhador faz o somatório das bases $(3+2) \times (10+10)$ e multiplica uma pela outra, ele faz o uso da altura como se fosse um dos lados da figura que, ao final, fica assim:

$$\underline{(Bm + bm) \times h / 2} = \underline{(Bm + bm) \times (h \times h / 4)}$$

O que equivale a $(h+h) = 2h$ tornando a fórmula do trabalhador igual a fórmula escolar: $(Bm+bm) \times 2h/4$, simplificando, fica: $(BM+bm) \times h / 2$.

Há evidências de que os procedimentos de cálculo de medidas de terra dos trabalhadores rurais da região de Irecê assemelham-se em alguns aspectos aos procedimentos de medidas no Egito Antigo, cujo problema 52, do trapézio isósceles, também podia ser decomposto (figura 4). Nesse problema, a medida da área do retângulo é obtida multiplicando a base pela altura, o que nos remete a um questionamento: haveria alguma relação histórica entre os procedimentos de medidas no Egito antigo e trabalhadores rurais da região de Irecê/BA? Ou trata-se de mera coincidência?

Vejamos o procedimento em relação a 5ª atividade, que trata de calcular a área do triângulo:

Atividade 5:

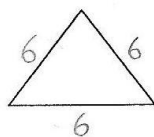
Temos um triângulo equilátero de lado 6cm. Qual é o perímetro e qual é a área deste triângulo?

Procedimentos dos alunos:

Em relação ao cálculo da área do triângulo, os alunos não responderam corretamente, mas recorreram a várias tentativas para combinar os números e chegar à resposta. Observando os cálculos, podemos identificar que eles conseguiram calcular o perímetro, mas não conseguiram calcular a área, somando um índice de 100% de erros.

c. Temos um triângulo equilátero de lado 6cm. Qual é o perímetro e qual é a área deste triângulo? Explique como em seu dia a dia, você calcula a área de um terreno de forma triangular.

Para encontrar o perímetro a gente soma os lados e a área a gente multiplica



perímetro: 18
área: 216

A questão relativa ao cálculo de área do triângulo serviu para confirmar que a aprendizagem de alguns conteúdos relativos à área, mesmo que os alunos já os tenham estudado, não foi suficientemente assimilada, por exemplo, no caso do triângulo, deixou claro que os alunos demonstram desconhecimento ou confusão entre área e perímetro, comprovando pesquisas citadas (BELLEMAIN e LIMA, 2002).

Procedimento dos trabalhadores:

Verificamos que, em relação a áreas triangulares, o cálculo se assemelha aos procedimentos anteriores, ou seja, para o cálculo de área, um mesmo modelo é utilizado, tanto para os triângulos quanto para os quadriláteros. Primeiro, eles adicionam as médias dos lados, opostos depois multiplicam o somatório encontrado e, por fim, dividem o produto encontrado por 4, que dá igual a 18 cm².

$$\text{Fórmula do trabalhador: } S_{\Delta} = (6 + 6) \times (6 + 0) / 4 = 18 \text{ m}^2$$

De acordo com Acioly - Régnier (1994), a dificuldade encontrada tanto por alunos como trabalhadores para calcular a área do triângulo pode, pelo menos parcialmente, ser explicado, pois é necessário ter conhecimentos mais profundos sobre medidas e conhecimentos em ação relacionados à figura, suas características e propriedades. Talvez essa dificuldade possa ter origem tanto em problemas práticos de medidas de terrenos no Egito antigo quanto no desconhecimento dessa grandeza que, na história da Matemática, nem sempre foi identificada.

Abaixo, selecionamos um protocolo, por meio de representação de desenho para o cálculo de uma área triangular, apresentada pelo Sr Cefas, 61 anos, médio agricultor, que lida com a cultura há mais de 40 anos e frequentou a escola durante dois anos.

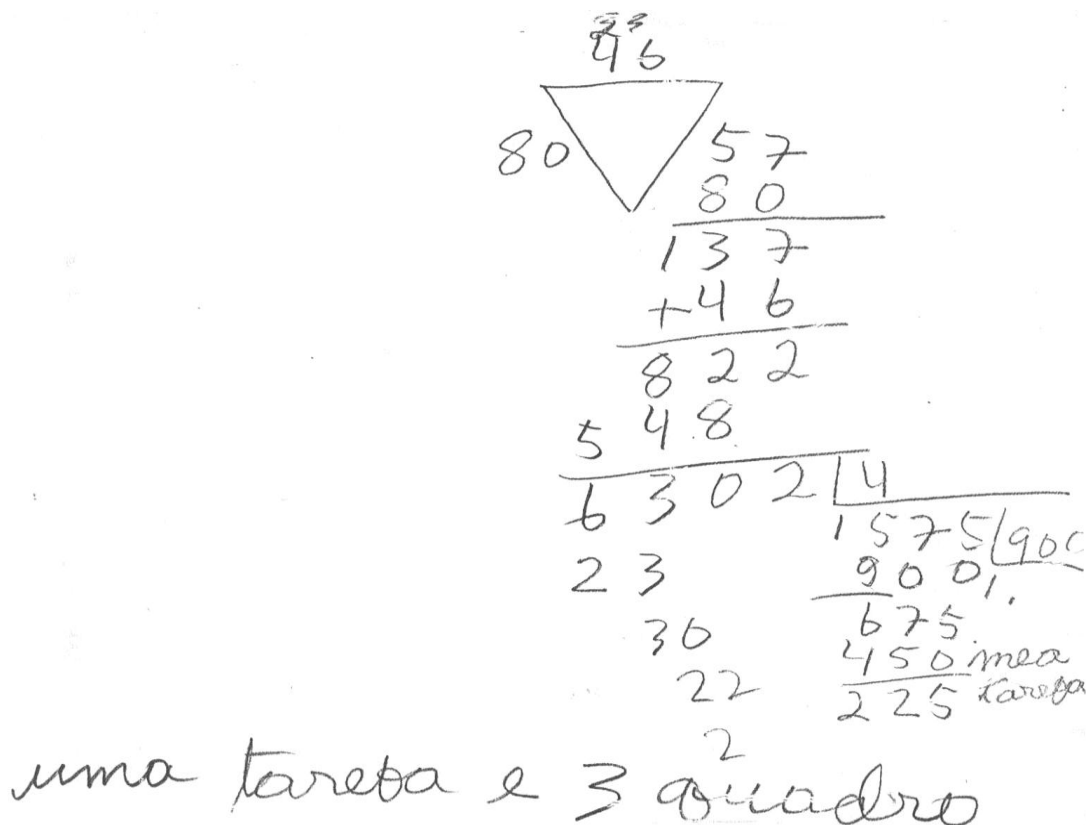


Figura 11: Terreno triangular desenhado e calculado por um trabalhador

T – Para um terreno assim, o triangulo né? Bem, desse lado tem 80 braças que eu vou juntar com mais 57 desse lado aqui (apontando para o desenho) que vai dar...80 mais 50, dá 130 mais 7, 137. agora desse lado tem 46 braças mais zero dá 46 mesmo.

P – Porque o Sr disse zero aqui?

T – Porque desse lado não tem nada, então a gente coloca um zero, quando não tem nada é porque é zero, a sr^a ta entendendo?

T – Agora aqui eu multiplico um pelo outro, 137 vezes 46. 6x7, 42 vai a quatro, 6x3 dá 18 mais 4 dá... 22, vai a dois, e 6x1, 6 mais 2, 8.

4x7, 28, vai a dois, 4x3 dá 12 mais 2, fica 14, vai a um, 4x1, 4 mais 1 dá 5, agora a gente soma aqui, que dá... vai dá... 6302. Agora prá saber quantos “quadro” tem aqui, eu vou dividir por 4.

P – Quadro? O que significa o quadro?

T – O cubo, o quadro pode ser o cubo, ou também a braça... a braça quadrada

Observando o desenho, verificamos que o trabalhador não considera o aspecto geométrico das medidas do triângulo, uma vez que ele desenhou como se fosse um triângulo equilátero. Com as medidas apresentadas, teríamos uma figura com os três lados diferentes, ou seja um triângulo escaleno. Como podemos observar, os trabalhadores consideram um dos lados opostos à base, como zero, como se fosse um lado de zero braças de comprimento. Verificando o cálculo, percebemos que eles lidam com triângulos como se fossem quadriláteros com um lado zero.

Esse procedimento em relação à área do triângulo eleva o valor da área do triângulo em 15,5% maior que o esperado. O cálculo coincidiria com o resultado da fórmula da escola se em vez de um triângulo equilátero, o trabalhador tivesse que calcular a área de um triângulo retângulo.

Segundo Abreu e Carraher (1988) *apud* Acioly- Régnier, (1994, p. 115) a utilização da média dos lados no lugar da altura conduz à superestimação das áreas, mas esta superestimação não parece comprometer os resultados. Esses autores insistem sobre a funcionalidade da fórmula local, que evitaria as dificuldades ligadas à medida da altura, indispensável na utilização da fórmula escolar.

4.3.3 As práticas Matemáticas elaboradas pelos trabalhadores rurais

Verificamos, através dos resultados desta pesquisa, que, independentemente do grau de escolaridade, os trabalhadores utilizam fórmulas específicas da cultura do feijão para fins de cálculo de área. As medidas de terrenos nessa região são feitas com base nas medidas não convencionais que são: tarefa, braça, quadro e aceros, as quais são unidades de medidas compartilhadas pelos outros moradores da região.

Convém ressaltarmos, mais uma vez, os conceitos: o “quadro” é uma unidade de medida de área, sendo definido como um quadradinho com uma “braça” de cada lado. A “tarefa” é uma área quadrada de 30 braças de cada

lado, que equivale a 900 quadros ou 4.356 metros quadrados. Geralmente, o terreno é medido tarefa por tarefa, antes do trabalhador iniciar o plantio ou contratar um serviço de capina, que significa retirar o mato excedente.

A unidade de medida linear utilizada nessa região é a braça quadrada, que corresponde a uma vara de 2,20 metros, como nos relata um dos trabalhadores entrevistados. De acordo com Abreu (1998), tendo como referência Vergnaud (1993), os problemas de área têm estrutura de produto de medidas do tipo proporção dupla, podendo ser representadas da seguinte forma:

$$M1 \times M2 = M3 \text{ (medida linear 1 x medida linear 2 = medida de área)}$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ 220 \\ \hline 000 \\ 440 \\ 140 \\ \hline 48400 \end{array}$$
 uma Braça quadrada

uma tarefa tem 900 quadro

$$\begin{array}{r} 48400 \\ 900 \\ \hline 00000 \\ 00000 \\ 00000 \\ \hline 435600 \\ \hline 4356 \text{ metro } \# \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ \times 484 \\ \hline 3600 \\ 7200 \\ 3600 \\ \hline 4356 \text{ **} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 30 \\ \hline 60 \\ 30 \\ 30 \\ \hline 60 \\ 3600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 30 \\ \hline 60 \\ 3600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \overline{) 900} \\ 900 \\ \hline 000 \end{array}$$
 uma tarefa

Figura 12 – Explicação de uma braça quadrada por um trabalhador

T- A braça é uma vara de 2 metros e 20 centímetros, e aqui a gente usa para medir os aceros – como aquela que ta ali. (apontando para uma vara em baixo de uma árvore). Então 2,20 com 2,20 dá a braça quadrada, que é esse quadradinho aqui (desenhando no chão o quadradinho), prá uma tarefa de terra, eu tenho que ter 900 quadradinhos desse aqui ó... que é 30 braças de um lado e 30 do outro, aí a sr^a entendeu, né? 30 com 30 dá uma tarefa, 900 quadros é uma tarefa, é isto aqui. (figura 12).

Na descrição dessa entrevista, destacamos alguns aspectos relevantes, o primeiro diz respeito à representação que o trabalhador tem das medidas, usando a braça

como medida unidimensional para avaliar o comprimento de cada lado, enquanto que o quadradinho e a tarefa resultam de um produto das duas dimensões dos lados, ou seja, uma concepção bidimensional de área.

Como se observa no protocolo acima, os resultados da multiplicação no cálculo das áreas foram dados em **quadros (cubos)**, ou seja, **braça x braça é igual a quadradinhos (cubos)**.

Conforme Piaget e Szminska (1964), medir “é compor unidades que se conservam e introduzir entre essas composições um sistema de equivalências”, diante de tal afirmação, indagamos quais diferenças existem entre medir, usando o sistema métrico universal ou usando as medidas específicas dos trabalhadores?

Conservação e equivalência são dois invariantes ou propriedades compartilhadas nos dois conjuntos de medidas. A braça é uma medida padrão, da mesma forma que um metro é uma medida padrão. Um quadrado de uma braça de cada lado é um quadro, da mesma maneira que um quadrado com um metro de cada lado é um metro quadrado. Uma tarefa pode ser decomposta em quadradinhos e um metro quadrado pode ser decomposto em decímetros ou centímetros quadrados. Essas semelhanças não nos permitem afirmar que os conceitos de medidas são idênticos, mesmo porque o sistema métrico parece bem mais complexo, por envolver um número maior de múltiplos e de submúltiplos, mas permitem afirmar que ambos os conjuntos de medidas estão embasados nas mesmas propriedades, variando a extensão ou a complexibilidade dos conceitos, em função das experiências práticas que o contexto determina.

4.3.4 Técnicas de cálculo oral e escrito

Segundo os próprios depoimentos dos trabalhadores, as habilidades para ler, escrever e fazer contas varia entre os mesmos. Quanto à habilidade de fazer contas, todos os trabalhadores disseram que efetuam cálculos orais, enquanto que a utilização da escrita para fazer contas seria usada por 75% dos pequenos agricultores e 100% para os médios agricultores.

Todos lamentam bastante o fato de não ter estudado, alegando dificuldades devido às condições econômicas e a necessidade de começar a trabalhar cedo para ajudar no sustento da família. A escola é valorizada por todos, como algo que pode ajudar no desenvolvimento da pessoa e eles expressam dizendo que a “leitura é muito boa”, “se eu soubesse ler e escrever eu seria outra pessoa”. Todos encaminharam seus filhos à escola e os mesmos se queixam que os filhos, “não têm cabeça para o estudo”, referindo-se ao desinteresse dos filhos, à evasão escolar e a dificuldade para aprender

Vimos que, em relação às técnicas de cálculo, os trabalhadores fazem utilização do cálculo oral e escrito e, para a determinação de áreas os trabalhadores, fazem uso de uma série de operações como adição, multiplicação e divisão. Ao solucionar as operações, os trabalhadores utilizam tanto o cálculo oral como o escrito, sendo que houve uma predominância do cálculo oral para efetuar as adições e de cálculo mental e escrito para as multiplicações e divisões.

Vejamos a sequência lógica de um trabalhador que nunca havia frequentado a escola e efetuou os cálculos “de cabeça” (cálculo mental); para calcular a área do triângulo esse trabalhador, após calcular a adição dos lados opostos, obteve os resultados 12 e 6, ou seja, multiplicar (**12x6**): esta operação foi efetuada de forma oral da seguinte maneira: **(10 por 6 é 60 e 2 por 6 é 12, então dá... mais 10 é 70 mais 2 dá 72).**

Podemos inferir que ele decompôs o 12 em 10 mais 2 e multiplicou os cálculos parciais por 6 e, por fim, adicionou os subtotais, primeiro acrescentando 10 e depois o 2. O próximo passo era dividir por 4, o que foi feito, oralmente da seguinte forma: **70 por 2, 36 em seguida dividiu 36 por 2, resultando em 18.**

Como podemos verificar, esse trabalhador, na resolução das operações, fez uso explícito do cálculo multiplicativo, usando a propriedade distributiva da multiplicação. Isso demonstra que trabalhadores que afirmaram não saber calcular, possuem formas simples para lidar com esse problema no dia-a-dia.

4.3.5 Discussão e Análise: procedimentos formais versus procedimentos não formais

Após conferir os registros dessa etapa, ocupar-nos-emos de apresentar as semelhanças e diferenças entre os procedimentos dos trabalhadores e alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental na resolução de cálculo de área num contexto rural, a região de Irecê/BA.

Verificamos que os procedimentos de cálculo de área dos trabalhadores diferem dos procedimentos da escola. A variação é observada tanto para áreas quadriláteras como para áreas triangulares. No entanto, a análise dos dados esclarece a

forma como alunos e trabalhadores lidam com atividades de medição. A comparação foi feita com trapézios, quadriláteros e triângulos, evidenciando as seguintes características:

Alunos do 8º e 9º do Ensino Fundamental fazem utilização da fórmula para resolver problemas de cálculo de áreas de formas quadriláteras, o que se pode concluir que alunos desenvolvem compreensões sobre problemas de medidas, influenciados pela escola.

Os trabalhadores rurais da região de Irecê utilizam-se de um modelo peculiar, o qual tem sido passado, de forma extraescolar de uma geração para outra, refletindo, a nosso ver, um conhecimento compartilhado, enquanto produto da história cultural do grupo e que está disponível para os membros da comunidade em que eles vivem.

Comparando a forma como os trabalhadores calculam áreas com a sistemática ensinada na escola, verifica-se que os tipos de procedimentos são diferentes e que, quando se trata de encontrar o valor da uma área quadrada ou retangular os alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, normalmente recorrem ao uso da fórmula escolar ($b \times h$), ou seja, na escola, os estudantes aprendem regras e fórmulas para calcular a área de superfícies planas.

Vimos que, tanto alunos como trabalhadores, conseguiram identificar que a multiplicação está relacionada a esses tipos de problemas, permitindo identificar possíveis invariantes operatórios subjacentes às operações fundamentais como adição, multiplicação e divisão.

O uso da multiplicação apresenta altos percentuais de uso, tanto para os trabalhadores como para alunos. No entanto, há um índice alto de erros nos procedimentos de cálculo dos alunos. O uso da multiplicação é uma estratégia que, na maior parte das vezes, é sinal de compreensão do problema, mesmo que estas não sejam esgotadas.

Constatamos que os trabalhadores possuem um conjunto de regras que lhes é bastante peculiar. Para a realização do cálculo de áreas, eles adotam os seguintes passos:

- a) adicionam os lados opostos;
- b) multiplicam os resultados da soma;
- c) em seguida dividem o produto por 4, resultando na seguinte fórmula:

$$S = (a+b) \times (a+b) / 4$$

Nesse sentido os trabalhadores da região de Irecê/BA possuem concepções corretas de medidas lineares, representadas pela média da soma dos lados opostos. Constatamos também que os resultados dos trabalhadores coincidem com os resultados da escola para o cálculo de áreas quadriláteras (retângulos, quadrados e trapézios).

Essa coincidência ocorre pelo fato do trabalhador recorrer à média dos lados e essa média acaba coincidindo com a medida indicada pelo modelo da escola, por exemplo, na atividade 2, cálculo da área do retângulo, na escola, o estudante calculou a base vezes a altura, ou seja, $3,5 \times 2,5 = 8,75$; já o trabalhador, somou os lados e multiplicou o produto dos lados e dividiu por quatro $(3,5 + 3,5) \times (2,5 + 2,5) / 4 = 8,75\text{cm}^2$, resultando na mesma resposta do modelo escolar, que é a “medida do comprimento multiplicada pela medida da largura”.

Constatamos que, para o cálculo da área do trapézio os trabalhadores, tomam como base o quadrilátero, ou seja, se o terreno não tiver esse formato, ele é dividido em partes que reproduzam essa figura. A estratégia utilizada pelo trabalhador de transformar o trapézio em um retângulo (figura 10) já foi demonstrado por Padilla Sanchez (1992) e Grando (1995).

4.3.6 Tipos de erros de alunos e trabalhadores

Os erros mais evidentes dos alunos e trabalhadores, relacionados à determinação do cálculo de áreas, foram:

- os alunos do 8º e 9º anos da escola rural não possuem domínio de unidades de comprimento – **cm, m** e de área de superfície **cm² e m²**;
- em relação às estratégias, observou-se que a maioria dos alunos não estabelece relações corretas, nas quais se encaminham por uma lógica completamente diferente para a resolução do problema;
 - há confusão entre área e perímetro;
 - uso da operação de adição em lugar da multiplicação;
 - resposta inadequada para a multiplicação;
 - os trabalhadores tendem a não utilizar os decimais para fins de cálculo de áreas;
- os trabalhadores calculam a área de terrenos triangulares como se fossem retângulos onde um dos lados é igual a zero.

- constatamos que os trabalhadores utilizam um mesmo modelo de cálculo de área, tanto para os triângulos quanto para os quadriláteros e esse procedimento em relação à área do triângulo eleva o valor da área do triângulo em 15,5% maior que o esperado;

- os trabalhadores não consideram o aspecto geométrico da figura, uma vez que os valores dados pelos mesmos não resultavam num triângulo, ou seja, independentemente da forma, eles tratam os triângulo, como se fossem retângulos. (ver figura 11).

O encontro com o diferente [...] é o ponto de partida para você encontrar todos os outros diferentes. [...] Porque a sociedade não é simplesmente o outro com quem você vai brigar, vai competir, vai disputar. Não! O outro é essencial: senão acaba tudo. E, nesse momento, em que a gente supera esse encontro com o outro, nós estamos dando um grande passo para a paz social, no encontro com o outro. Isso é um componente para uma ética: reconhecer a essencialidade do outro (D'AMBRÓSIO, 1997, p.32).

Nesta pesquisa, o fenômeno estudado foi o conhecimento matemático prático de trabalhadores rurais, no intuito de investigar as possíveis diferenças conceituais entre os procedimentos não formais e os procedimentos formais usados na escola, no que diz respeito ao cálculo de área, na microregião de Irecê/BA.

No sentido de entender como a Matemática se desenvolve no contexto de sala de aula e no cotidiano dos trabalhadores rurais, identificando possíveis relações existentes entre as duas situações, adentramo-nos em dois universos: no universo da sala de aula, com o intuito de observar o comportamento dos professores e alunos frente à matemática; e no universo dos trabalhadores rurais, afim de observamos as atitudes desempenhadas em suas atividades de medidas de terreno. E assim, analisar como a escola da zona rural relaciona os conhecimentos formais e os saberes não formais presentes no dia-a-dia da comunidade.

Para isso, lançamos mão de procedimentos metodológicos que incluíam questões em torno dos conteúdos matemáticos, que permitiram identificar a sistemática de certos raciocínios informais de matemática desenvolvidos em situações de trabalho no cultivo do feijão da citada região.

Os resultados foram analisados de forma qualitativa e quantitativa, em termos de percentuais de respostas semelhantes. De acordo com Gatti (2006), a escolha da abordagem qualitativa associa-se à necessidade de quantificar os dados, observando a grandeza do fenômeno. Na análise dos dados, foi possível perceber a relação dos professores, alunos e trabalhadores frente à escola, à Matemática e ao cálculo de área.

Como uma das questões norteadoras do nosso estudo procurava explicitar as possíveis relações existentes entre a matemática trabalhada na escola e seu uso no dia-a-dia dos trabalhadores, verificamos, através de questionários, as concepções dos alunos e

dos professores a respeito da Matemática, além do sentido do cálculo de área e se os alunos e os professores, ao se referirem às situações de medidas em sala de aula, remetiam aos saberes do cotidiano ou se utilizavam os saberes ensinados pela escola. Nessa perspectiva, pontuamos alguns aspectos das representações:

As representações e o sentido que os alunos atribuem à escola, à Matemática e ao cálculo de área.

O significado da escola:

Os participantes dessa etapa foram alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e residem na zona rural. A maioria deles não possui perspectivas de mudanças nem condições de dar continuidade aos estudos, razão pela qual há um alto índice de evasão escolar, principalmente no período da colheita. Os alunos deixam de frequentar a escola para participarem do plantio. Com base em seus depoimentos, foi possível verificar que a escola, para esses alunos, não significa uma forma de ascensão, favorecendo a desistência antes mesmo de concluírem o Ensino Fundamental: “estudando ou não, a gente vai ganhar a vida é na roça, tanto faz estudar ou não, dá no mesmo”, “Sendo doutor ou não” a gente aqui vive é da roça”.

Essas expressões apontam para o fato de que a escola encontra-se cercada por uma realidade social mais ampla, sobretudo o mundo do trabalho no campo, exigindo dos alunos um envolvimento que lhes permita tirar seus sustentos ou ajudar no sustento das famílias. Essa necessidade os leva a relativizar a importância da escola em suas vidas, uma vez que, para eles, é na roça que se garante a sobrevivência e também nela se aprende a lidar com os instrumentos de trabalho, assim como fazer uso de mecanismos cognitivos não formais no trabalho e na medição da terra.

Para Charlot (2000, p. 73), esses processos sociais para além do espaço escolar representam uma evidência de que a relação com o saber se constrói, sobretudo, nessas relações do aluno enquanto sujeito com o seu meio

social e sua interação com esse meio, uma vez que “a relação com o saber não deixa de ser uma relação social, embora sendo de um sujeito”.

Isso implica que, apesar de existirem políticas públicas voltadas à educação do campo, os resultados continuam insatisfatórios, ou seja, de pouco adiantam investimentos financeiros ou organização do sistema escolar para um calendário específico à realidade do campo.

O significado da Matemática:

As concepções apresentadas sobre o significado relativo à Matemática, dentro das categorias abordadas, remetem à preocupação com o ensino da Matemática. A constatação é de que a Matemática, para esses alunos, associa-se principalmente a dificuldades, aversão, esforço (60%) como expressam em suas falas: “Fico confusa porque a Matemática é muito complexa”; “Me enrolo”; “embaralha o juízo”; “Parece um bicho de sete cabeças”, “Fico com dor de cabeça”, “Sinto muita dificuldade”; “*Penso nos assuntos que não compreendi*” etc. Outros (17,5%) manifestaram a importância que a Matemática possivelmente terá em suas vidas. Para que isto ocorra, faz-se necessário que o aluno participe de sua própria aprendizagem através do seu interesse, esforço, muito estudo, atenção e boa memória.

O significado do cálculo de área:

Nessa questão, os relatos dos alunos apontam para uma relação negativa, o que nos leva a inferir que a forma como os conteúdos de medidas estão sendo apresentados têm deixado a desejar. Nos relatos, tanto em relação à matemática, quanto aos conteúdos, podemos ver que há dificuldades, dor e confusão, principalmente no que diz respeito às unidades de medidas, instrumentos de medidas e com assuntos relativos à área, como por exemplo, o de confundir área e perímetro, comprovando os estudos de Bellemain e Lima (2002) e Baltar (1996). Acreditamos que para medir uma superfície, determinar unidades, é necessário, primeiramente, que o aluno se aproprie desse termo, internalizando-o e, por conseguinte, desencadeie um processo de elaboração conceitual. Quanto à referência aos saberes cotidianos em relação às medidas de terreno, constatamos que 35% dos alunos remetem as unidades de medidas não convencionais, como a “braça” e a “tarefa”, o que evidencia uma predominância dos saberes cotidianos e a influência da cultura predominante na referida região.

Enfim, concluímos que, as relações estabelecidas pelos alunos com a escola, a Matemática, e as atividades de medidas remetem a: dificuldades, aversão, esforço, aprendizagem. Por fim, cabe destacar que, para esses alunos, a matemática tem pouco sentido, predominando as dificuldades em relação à mesma.

Constatado as dificuldades dos alunos frente à matemática, à escola e em especial ao cálculo de área, partimos para a terceira etapa desse estudo, aplicando uma sequência de atividades a alunos e trabalhadores, com o objetivo de verificar a compreensão dos mesmos sobre cálculo de área. As atividades apoiaram-se na Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1996), que denota não ser possível estudar os conceitos relativos às medidas sem recorrer às situações, invariantes e representações. Para tanto, foi solicitado aos alunos e trabalhadores que calculassem a área das figuras geométricas planas. Participaram dessa etapa do estudo, 27 alunos dos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e 10 trabalhadores rurais.

Observando as análises dos resultados dos alunos e trabalhadores, constatamos que há um percentual significativo de alunos que demonstram não possuir conhecimentos sobre o conceito de área, principalmente no que se refere à área do retângulo, cuja questão apenas 22,2% dos alunos acertaram. Na área do trapézio e do triângulo, a maioria dos alunos não soube responder a questão, uma vez que, houve um alto índice de erros (81,5%) para o cálculo da área do trapézio, e 100% de erros para a área do triângulo. Entretanto, esses percentuais mudam em relação aos trabalhadores, 62,5% deles acertaram tanto o cálculo da área do retângulo como da área do trapézio.

Comparando os percentuais de acertos entre alunos e trabalhadores por tipo de problema, a resolução de duas questões chamou-nos a atenção. Na questão 3 (área do quadrado), observa-se o maior percentual de acertos em relação a cada grupo: 47,7% para os alunos e 75% para os trabalhadores. Já a questão 5, que trata do cálculo de área do triângulo equilátero, nenhum dos grupos pesquisados acertou.

A análise dos dados esclarece a forma como alunos e trabalhadores lidam com atividades de medição, evidenciando as seguintes características: a sistemática da escola difere da sistemática praticada pelos trabalhadores. Na escola, as unidades de medida de superfície restringem-se ao metro quadrado e seus submúltiplos.

As medidas utilizadas pelos trabalhadores são medidas não convencionais que: tarefa, braça, quadro e acertos. a unidade de medida linear utilizada pelos trabalhadores

é a braça quadrada. A unidade de medida de superfície é o quadradinho (ou cubo) que corresponde à braça quadrada e a “tarefa” corresponde a um “quadrado” de 30 braças de cada lado (ver figura 12).

Vimos que o trabalhador utiliza a braça como medida unidimensional para avaliar o comprimento de cada lado, enquanto que o “quadradinho” e a “tarefa” resultam de um produto das duas dimensões dos lados, ou seja, uma concepção bidimensional de área, que conforme Vergnaud (1993) está ao nível de estruturas do tipo multiplicativo especificamente do tipo produto de medidas, por envolver a transformação de duas medidas de comprimento, unidimensionais, em uma terceira medida de área, bidimensional.

Na escola, os estudantes aprendem regras e fórmulas para calcular a área de superfícies planas. Quando se trata de encontrar o valor da uma área quadrada ou retangular os alunos recorrem ao uso da fórmula escolar ($b \times h$).

Os trabalhadores também possuem um conjunto de regras que lhes é bastante peculiar. Eles, geralmente, recorrem à fórmula da cultura. Para a realização do cálculo d áreas de terrenos, eles adotam os seguintes passos: 1º) adicionam os lados opostos; 2º) multiplicam os resultados da soma; 3º) dividem o produto por 4.

Verificamos que os resultados dos trabalhadores coincidem com os resultados da escola para o cálculo de áreas quadriláteras (retângulos, quadrados e trapézios). Essa coincidência ocorre pelo fato do trabalhador recorrer à média dos lados e essa média acaba coincidindo com a medida indicada pelo modelo da escola, validando em parte a nossa hipótese de estudo.

Constatamos também que, em relação ao triângulo, os trabalhadores calculam a área de terrenos triangulares como se fossem retângulos, em que um dos lados é igual a zero. Também utilizam um mesmo modelo de cálculo, tanto para os triângulos quanto para os quadriláteros e esse procedimento em relação à área do triângulo eleva o valor da área do triângulo em 15,5% maior que o esperado.

Os trabalhadores possuem flexibilidade para transitar para medidas mais conhecidas através da determinação de equivalências entre as medidas da cultura e medidas do sistema métrico decimal. Esse fato nos leva a concluir que a “mistura” de unidades de medida numa mesma prática social, em particular, naquelas em que estão

envolvidos saberes matemáticos, reforça um dos argumentos da Etnomatemática, quando afirma que a Matemática Acadêmica é somente uma das formas de produção do conhecimento matemático. Outros grupos sociais, outras culturas que não a acadêmica também organizam e produzem conhecimentos matemáticos.

As dificuldades mais evidentes relacionadas à determinação do cálculo de área que surgiram no decorrer deste estudo foram: os alunos do 8º e 9º anos da escola rural não possuem domínio de unidades de comprimento – cm, m e de área de superfície cm^2 e m^2 . Em relação às estratégias, a maioria dos alunos não estabelece relações corretas, nas quais encaminham-se para uma lógica completamente diferente para resolver o problema; fazem confusão entre área e perímetro, utilizam a operação de adição em lugar da multiplicação, apresentaram dificuldades em relação à multiplicação apresentando resoluções incorretas para cálculo simples.

Os trabalhadores rurais não consideram o aspecto geométrico da figura, ou seja, calculam a área de terrenos triangulares como se fossem retângulos em que um dos lados fosse de zero braça de comprimento; os trabalhadores utilizam um mesmo modelo de cálculo de área, tanto para os triângulos quanto para os quadriláteros e que esse procedimento em relação à área do triângulo eleva o valor da sua área em 15,5% maior que o esperado.

Diante das constatações expostas, consideramos que se evidencia a necessidade da existência de uma maior interação entre o ensino da matemática formal e não formal, aproveitando-se a matemática que surge da cultura popular.

No sentido de contribuir no desenvolvimento de propostas de educação matemática nas diversas localidades do Nordeste do Brasil, em especial a zona rural, apontamos a Etnomatemática como alternativa que pode servir de inspiração para políticas educacionais, no sentido de valorizar a identidade e as características do homem do campo e suas dimensões sócio-culturais. Além disso, promover uma possível interação entre ciência e tradição, aprimorando a Matemática acadêmica e incorporando outros valores éticos, sociais, solidários e justos. Contudo, o estudo em pauta não se esgota nas respostas aqui apresentadas e tem a intenção de provocar novas inquietações para futuras pesquisas.

REFERÊNCIAS

ABREU, Guida. O. **Uso da matemática na agricultura**: o caso dos produtores de cana de açúcar. **Dissertação** (Mestrado em Psicologia Cognitiva), Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1988.

ACIOLY-RÉGNIER, Nádía. A justa medida: um estudo sobre as competências matemáticas de trabalhadores da cana-de-açúcar no domínio da medida, In: **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**, 2^a. Edição, 1994.

ALEXSANDROV, A.D et al. Vision General de la Matemática. In: **La matemática: su contenido, métodos y significado**. 7 ed. Madrid: Alianza Universidad, 1985. (tradução nossa)

BABINI, José. **Historia de las Ideas Modernas en Matemática**. 3. Ed. Buenos Aires: Eva V. Chesneau, 1980.

BALTAR, Paula M. **Enseignement ET apprentissage de La notion d'aire de surface planes**: une étude de l'acquisition dès relations entre lês longuers ET Le Aires au collège. **Tese** (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble. 1996.

BELLEMAIN, Paula. M.e LIMA, Paulo F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Ed.Geral: Jonh A. Fossa – Natal: SBHMat. 2002.

BIGODE, Antônio J. L, **Matemática hoje é feita assim**. 5^a série, São Paulo: FTD, 2000.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Edcação**: uma investgação à teoria e aos métodos. Porto:Porto Editora, 1994.

BOYER, C.B. **História da matemática**, traduzido por E. F. Gomide, Editora Edgar-Blucher, São Paulo. 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 3^o e 4^o ciclos Secretaria de Educação de Ensino Fundamental, Brasília/DF:MEC/SEF, 1998.

CARAÇA, Bento de J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 4 ed Lisboa: Gradiva,2002.

CARRAHER, Terezinha. SCHLIEMANN, & CARRAHER David. **Na vida dez, na escola zero**. 10^a. Edição, Cortez, São Paulo, 1995.

CAVALCANTI, Lialda, SANTOS, Laceni. Descobrimo o Jogo do TEPIT. In: II SHIAM II SEMINÁRIO DE Histórias e Investigações de / Aulas de Matemática. FE/UNICAMP Campinas: Julho de 2008.

CERTEAU, Michel de. **A Invenção do Cotidiano**: 1. Artes de fazer. Tradução de Ephraim Ferreira Alves. 346f. 8ª ed. Vozes, Petrópolis, RJ, 2002.

CHAMORRO PLAZA, M. Del C. BELMONTE GOMEZ, J. M. **El Problema de La medida** Didática de las magnitudes lineares. Madrid: Editorial Síntesis S. A, 2000.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artmed, 2000.

_____. (Org.). **Os jovens e o saber**: perspectivas mundiais. Porto Alegre: Artmed, 2001.

_____. **Relação com o saber, formação dos professores e globalização**: questões para a educação hoje. Porto Alegre: ARTMED, 2005

_____. Fundamentos e usos do conceito de relação com o saber. In: DIEB, Messias. (org.) **Relações e saberes na escola**: os sentidos do aprender e do ensinar. Autêntica Editora. Belo Horizonte, 2008.

CHEVALLARD, Yves. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Artmed, Porto Alegre, 2001.

CIRINO, Hélio. **Matemática e gregos**. Campinas: Átomo, 1986.

CORTELLA, Mario Sergio. **A escola e o conhecimento**: fundamentos epistemológicos e políticos. 10. ed. – São Paulo, Cortez: Instituto Paulo Freire, 2006.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. **Temas & Debates – SBEM**, v.4, n.3, p. 1-16, 1991.

_____. Educação Matemática: Uma Visão do Estado da Arte. In **Revista Pro-Posições**, vol. 4 N^o 1 março de 1993, p. 7,16

_____. **Educação matemática da teoria à prática**. Papirus, Campinas, SP, 1996.

_____. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athenas, 1997.

_____. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1998.

_____. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. 5ª. Edição, Editora Ática, São Paulo, 1998.

_____. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 2. Ed. – Belo Horizonte: autêntica, 2005.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, SBEM, ano II, n.2.1989, p.12-19.

DANTE, Luís Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo: editora Ática, 5ª Ed. 1994.

DARTIGUES, A. **O que é a fenomenologia?** Trad. Maria José J. G. Almeida. Rio de Janeiro: Eldorado Tijuca, 1973.

DOUADY, Regine. GLORIAN, Marie-Jeanne P. **Um processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane.** Studies in Mathematiques. 20, Kluwer Academic Publishers, Netherlands. 1989, p.387-424.

_____. **Mesure dès longueurs ET dès Aires.** Institute de Recherche sur L'enseignement dès Mathematiques. 1993.

DUARTE, Claudia Galvam. **Etnomatemática, Currículo e Práticas Sociais do “Mundo da Construção Civil”.** 126f. Dissertação (Mestrado em Educação) Centro de Ciências Humanas, Universidade do Vale do Rio dos Sinos. São Leopoldo/RS, 2003.

DURÁN, Antonio José. **História, com personjes, de los conceptos del cálculo.** Madrid: alianza, Ed. 1996.

EVES, Howard. **História da geometria.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Série tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, 03).

FACCO, Sonia R. **Conceito de área uma proposta de ensino-aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Educação), Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2003.

FERRETE, RODRIGO B. Investigando a matemática presente na arte ceramista de Icoaraci. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. UFPE, Recife, Julho de 2004.

FINETTI, B. Saber ver da Matemática. **Conceptos de Matemática.** nº 43, Buenos Aires, 1977.

FORQUIN, Jean. **Escola e cultura as bases sociais e epistemológicas do conhecimento escolar.** Artes Médicas, Porto Alegre, 1993.

FOSSA, Jonh A. (org) **Presenças Matemáticas.** – Natal, RN EDUFRN – Editora da UFRN. 2004.

FRANKENSTEIN, Marilyn. Na sua plenitude: Dirk jan Struik reflete sobre 103 anos de atividades matemáticas e políticas. In: **Etnomatemática: currículo e formação de professores.** Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004, P. 139-179.

BROSSEAU, Guy. Didática da Matemática. In: PARRA, Cecília e Saiz, Irmã (Org). **Didática da Matemática - Reflexões Pedagógicas.** Porto Alegre; Artes Médicas. 1996.

GATTI, Bernadete. **Grupo focal na pesquisa em ciências sociais e humanas.** Série Pesquisas em Educação, v. 10. Brasília: Liber Livro, 2005.

GERDES, Paulus. **Etnomatemática: cultura, matemática, educação**. Maputo, Moçambique: Instrumento Superior Pedagógico, 1991.

_____. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

GIOVANNI, J. R. e PARENTE, E. **Aprendendo Matemática**. 8º série. São Paulo: FTD, 1999.

GIL, Antonio. C. **Métodos e técnicas de pesquisa Social**. 4ª Ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GRANDO, Neiva I. **A matemática na agricultura e na escola**. Dissertação (Mestrado em psicologia cognitiva). Universidade Federal de Pernambuco Recife, 1988.

GRANDO, Neiva I. A análise de modelos utilizados na agricultura na determinação de áreas. In: **Revista Zetetiké - UNICAMP** Campinas, Ano 3 –n. 4, p. 73-93, 1995.

IBGE. <http://www.ibge.gov.br/>

IMENES, Luiz M. e LELLIS Marcelo. **Matemática 5ª série**. Scipione; 1997.

ITURRA, Raúl. Letrados y Campesinos: el metodo experimental en antropología economica. In: GUZMAN, Eduardo Sevilla e MOLINA, Manuel Gonzalez de. **Ecologia, Campesinato e História. La Piqueta**, Madrid, 1992.

KNIJNIK, Gelsa. O. **Exclusão e resistência: educação matemática e legitimidade cultural**. Artes Médicas, Porto Alegre, 1996.

_____. **O político, o social e o cultural no ato de educar matematicamente as novas gerações**. In: MATTOS, João Felipe; FERNANDES, Elsa. Actas do PROFMAT 2000, Associação dos Professores de Matemática de Portugal, 2000.

_____. Educação Matemática e Política do Conhecimento. IN: **Boletim de Educação Matemática – BOLEMA**. UNESP – Rio Claro, n. 16, 2001a. p. 18 – 28.

KUENZER, Acácia Z. **Educação e trabalho no Brasil o estado da questão**. 125f. Brasília: INEP: Santiago: REDUC. 1991.

LAVILLE, Christian e DIONNE, Jean. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. (adap. Lana Mara Siman), Porto Alegre: Artmed/UFMG, 1999.

LELIS, Marcelo, IMENES, Luiz M. O currículo tradicional e a Educação Matemática. In: **Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, v. 1. n. 2, p. 5-12, 1. sem. 1994.

LOPEZ, B. & SAMUEL, E. **Etnomatemática: relações e tensões entre as distintas formas de explicar e conhecer**. Tese (Doutorado em Educação), Campinas, 2000.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**. São Paulo: SBEM, 1995, v, 4.

_____. Os porquês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Pró-posições**, vol. 10, Faculdade de Educação UNICAMP, Campinas, 1993.

LUCENA, Isabel Cristina R. de. Novos portos a navegar: por educação etnomatemática. In: **BANDEIRA, F de A. Etnomatemática e práticas profissionais**. Natal, RN. 2004.

MACHADO, Nilson. J. **Medindo comprimentos**. São Paulo: Editora Scipione, 1988.

MAGINA, Sandra, et al. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 2ª Ed. – São Paulo: PROEM, 2001.

MEINICKE, Rosemeire de L. O. **O Professor de Matemática e a prática reflexiva: estudo com professores da sétima série do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2005.

MENDES, Iran Abreu. Sociedade, Cognição e Cultura: por uma Educação Etnomatemática com arte. In: **CONGRESSO INTERNACIONAL DE ETNOMATEMÁTICA**, 2. Ouro Preto. Anais. Ouro Preto: UFOP, 2002.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIGUEL, Antonio.; MIORIM, M. Angela. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MONTEIRO, Alexandrina. **Etnomatemática: as possibilidades pedagógicas num curso de Alfabetização para trabalhadores rurais assentados**. Tese (Doutorado), UNICAMP, Campinas, 1998.

MOREIRA, Marcos Antonio. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. Investigações em Ensino de Ciências. Porto Alegre, v.7, n. 1, 2002.

NEUGEBAUER, Otto. **The exact sciences in antiquity**. 2.ed. New York: Dover Publications, 1969.

NUNES, Terezinha, et al. **Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas**. São Paulo: PROEM, 2001.

OLIVEIRA, Helena Dória Lucas de. **Educação Rural: O amanhecer da Etnomatemática**. Porto Alegre; Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1997. (Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização).

_____. Entre quartas, braças e hectares: A educação matemática enraizada no rural, In: Alfabetização e Cidadania, **Revista de Educação de Jovens e Adultos**, n. 14, Julho, 2002.

ONRUBIA, Janvier. **Ensinar: criar zonas de desenvolvimento proximal e nelas intervir**. In: COOL, C. et al. O construtivismo na Sala de Aula. Ed. Ática, São Paulo, 1997.

PASSOS Carmen L. B. Recursos Didáticos na Formação de Professores de Matemática. In **Anais VII Encontro Paulista de Educação Matemática**. São Paulo: SBEMP/SP-FE/USP, 2004. Arquivo online: www.sbempaulista.org.br/epem

PAVANELO, Regina. Maria. **O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica**. 196f. Dissertação (Mestrado em educação) Faculdade de Educação. UNICAMP, Campinas, 1989.

_____. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: Causas e consequências. **Revista Zetetiké**. Campinas: UNICAMP, Ano 1, nº 1, 1993.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino da Geometria para as camadas populares (1º e 2º graus)**, Tese (doutorado em Educação), Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1991.

PIAGET, Jean, SZEMINSKA, A. **The child's conception of geometry**. London : Routledge and Kegan Paul, 1964.

O PRIMEIRO **livro dos Elementos de Euclides**. Tradução Irineu Bicudo. Editor geral John A. Fossa. Natal: SBHMat, 2001. (Série textos de história da matemática, 1).

RÍBNIKOV, Konstantin. **História de las Matemáticas**. Moscou: Editorial Mir, 1987.

REVISTA DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SBEM – ANO I - n. 1 – 2º semestre, 1993.

ROSA Milton, OREY Daniel. Raízes históricas do programa etnomatemática. In: **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática** – SBEM – ANO 12 – Nº. 18/19 – Dezembro de 2005, p. 5 -14.

ROGOFF, Barbara. **Aprendices del pensamiento**. El desarrollo cognitivo em contexto social, Paidós, Barcelona, 1993.

SANTOS, Boaventura de Sousa. **Semear outras soluções: os caminhos da biodiversidade e dos conhecimentos rivais**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2005.

SANTOS FILHO, José Camilo dos. GAMBOA, Silvio Sanchez. **Pesquisa quantitativa versus pesquisa qualitativa: o desafio paradigmático in Pesquisa Educacional: quantidade-qualidade**. São Paulo: Cortez, 2002.

SILVA, Veleida A. **Les Univers explicatifs des élèves: une questions-clef pour La rénovation de l'enseignement des sciences**. Recherche auprès d'élèves brésiliens du premier e du second degré, Paris, França : 2002.

_____. et al. (org.). Extensão Universitária: uma fonte de inovação para uma universidade moderna em uma sociedade moderna. **Universidade além da sala de aula: extensão universitária, desenvolvimento local e cidadania**. São Cristovão/SE: Editora UFS, 2006, p. 13 – 32.

_____. **Por que e para que aprender a Matemática ? a relação com a Matemática dos alunos de série iniciais**. São Paulo, Cortez, 2009.

SOUZA, Denize da S. **A relação com o saber** : professores de Matemática e práticas educativas no Ensino Médio. 177f. Dissertação (Mestrado em Educação). Núcleo de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Sergipe, São Cristovão, 2009.

STRUIK, Dirk J. Mathematics in the early part of the nineteenth century. In: BOS, Henk J.M.; MEHRTENS, Herbert; SCHNEIDER, Ivo (eds). **Social history of nineteenth-century Mathematics**. Boston: Birkhäuser, 1981. p. 6-20.

_____. O século XVII. In: **História Concisa das Matemáticas**. Trad. João Cosme S. Guerreiro. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1992. p. 157-190.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais - A pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 2006.

THOMAZ, Tereza Cristina. **Não gostar de matemática: que fenômeno é este?** Cadernos de Educação, Fae/UFPEL, (12), Editora da UFPEL. jan/jul. Pelotas.1999, p.189-211

VERGNAUD, Gerard. **A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems**. In : Carpenter, T., Moser, J. E Romberg, T. (1982). Addition and subtraction. A cognitive perspective. Hillsdale, N. j.: Lawrence Erlbaum, 1982 p. 39-59.

_____. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. In: **Análise Psicológica, Vol. 1**. 1986.

_____, **El niño, las matemáticas y la realidad** - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Mexico : Trillas, 1991.

_____. **Teoria dos Campos conceituais**. In: Nasser, L. Anais do 1º seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993.

_____. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**. Revista do GEMPA, Porto alegre, nº 4, 1996, p.9-19.

VIGOTSKY, Lew. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

_____. **Pensamento e Linguagem**. Ed. Martins Fontes, São Paulo, 2005.

APÊNDICES

I ETAPA: QUESTIONÁRIOS

(alunos – 8º /9º anos)

- 1- Ser um bom aluno é...
- 2- Um bom professor é aquele que...
- 3- Uma boa aula é...
- 4- Na sua cabeça um aluno aprendeu o conteúdo quando...
- 5- Uma boa escola é a que...
- 6- A disciplina que mais gosto é... e a que menos gosto é...
- 7- Pretendo continuar estudando porque...
- 8- Em relação à profissão, pretendo ser... porque...
- 9- Acho bom quando o professor usa materiais concretos em sala de aula porque...
- 10- Quando se fala em matemática na minha cabeça eu...
- 11- Para ter sucesso em matemática, eu preciso...
- 12- Dos conteúdos de Matemática, eu prefiro...
- 13- Quando se fala em cálculo de área, na minha cabeça vem...
- 14- Para calcular a medida de um terreno eu preciso...
- 15- Para medir um terreno eu uso...
- 16- Para medir um terreno, as unidades de medidas que eu uso são...

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

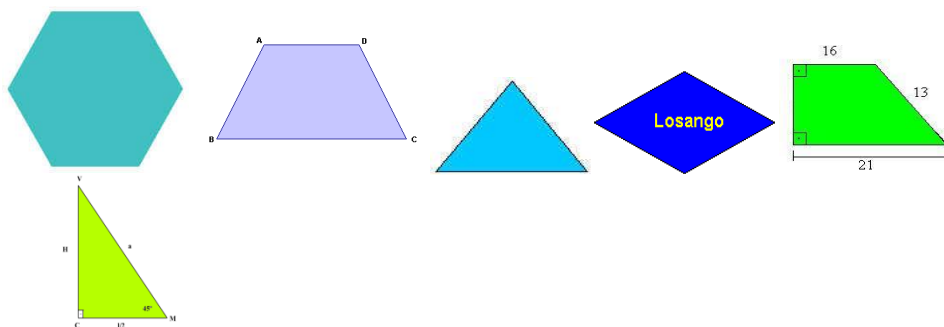
ATV. – Composição de figuras

Técnica: recorte e sobreposição de figuras

Produto: reconhecimento de área

Objetivos:

- Comparar formas, identificar as figuras que tem mesma área com superfícies diferentes.
- Utilizar unidades de medidas variadas para determinar a área de um objeto dado.



Observe os polígonos representados e faça o que se pede:

a) Calcule a área da figura A, utilizando como unidade:

- A figura D; - a figura B; - a figura E.

b) Calcule a área da figura D, utilizando como unidade:

- A figura B; - a figura E; - a figura C; - a figura A.

c) Calcule a área da figura C, utilizando a figura F como unidade.

d) Se, ao usar uma das figuras dadas, você encontrasse 12 como medida da área da figura A, qual teria sido a figura escolhida como unidade?

e) Quantos triângulos equiláteros serão usados para montar o hexágono?

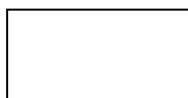
ATV. 01 – Como você explicaria o cálculo de uma área para outra pessoa?

Objetivo: Descrição e proficiência no cálculo de áreas

ATV. 02 – Cálculo de medida de área de figuras planas

Objetivo: Compreensão e fixação e medida de área de figuras planas diversas.

2. Temos um retângulo de lado 3,5 altura 2,5. qual a área desse retângulo? E qual o perímetro?



3. Determine a área do quadrado:



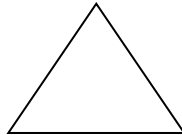
3

3

4. Um trapézio tem a base menor igual a 2, a base maior igual a 3 e a altura igual a 10. Qual a área deste trapézio?



5. Temos um triângulo equilátero de lado 6cm. Qual é o perímetro e qual é a área deste triângulo?



ATV. 06 – Uso de medidas agrárias

Objetivo: Reconhecer medidas agrárias e fazer a conversão dessas medidas

João tem um sítio de 2 km² de área. Nesse sítio ele reservou 18000 m² para fazer um pomar. Qual é a área restante? Dê a resposta em km² e em m².

Luís possui um terreno de 2 hectares. Quantos metros quadrados possuem este terreno?

APÊNDICE B

ROTEIRO DE ENTREVISTA (trabalhadores)

Dados de Identificação – Objetivo: Traçar o perfil social–profissional dos trabalhadores rurais	
Nome:	Tempo de trabalho no campo:
Idade:	
Data:	
Sexo: () M () F	

1. Frequência a escola - escolaridade em anos:

a) Até 1 ano () b) De 1 a 5 anos () c) Mais de 5 anos () d) Nenhuma () e) mais ()

2. Variação de idade:

a) 20 a 30 () b) 30 a 40 () d) 40 a 50 () e) 50 a 60 () f) 60 a 70 () e) mais...

3. Anos de experiência com a cultura:

a) 5 a 10 b) 10 a 20 c) 20 a 30 d) 30 a 40 e) 40 a 50 f) mais...

4. Área de propriedade em hectares:

a) 2 a 5 () b) 5 a 10 () c) 10 a 50 () d) 50 a 100 () f) mais...()

5. Produção em sacas (média por safra):

a) 50 a 100 () b) 100 a 200 () c) 200 a 300 () d) 300 a 400 () e) 400 a 500 ()

f) 500 a 600 () g) 600 a 700 () h) 700 a 1000 () i) 1 ton. J) mais...

6. Como você explicaria o cálculo da área de um terreno para outra pessoa?

7. Quais as medidas que você utiliza para medir um terreno?

8. Para calcular a área de um terreno, quais operações você utiliza? Onde aprendeu?

9. Explique como em seu dia a dia, você calcula a área de um quadrado de terra (terreno de forma quadrilátera).²¹

10. Explique como ele em seu dia a dia, calcula a área de um terreno de forma triangular.

²¹ Os exercícios 9 e 10 são baseados na dissertação de Guida Abreu (1988)

APÊNDICE C

ROTEIRO DE ENTREVISTA (professores)

Dados de Identificação – Objetivo: Traçar o perfil social e profissional dos professores, e verificar o entendimento dos professores acerca do contexto em que estão envolvidos os alunos, bem como averiguar a se os professores consideram o conhecimento prévio dos alunos, ao abordarem o tema cálculo de área.	
Escola:	Série que leciona:
Nome	Sexo: () M () F
Idade:	Data:
Tempo de profissão:	

1. Você gosta de dar aulas de Matemática? O que levou você dar aulas dessa disciplina?
2. O que há de positivo e negativo em sua profissão?
3. Escolheu ser professor por quê? E se não fosse professor, que outra profissão escolheria?
4. Qual a sua opinião a respeito dos seus alunos? Você acha importante o que ensina para a vida deles? Em que?
5. Você considera os conhecimentos que os alunos trazem do cotidiano?
6. Na sua prática, você segue uma relação dos conteúdos do livro? Ou a escolha é feita de acordo com as necessidades dos alunos?
7. Você acha que alguns conteúdos são mais fáceis de ensinar? Quais são esses conteúdos?
8. Você gosta de dar aulas de Geometria? Seus alunos encontram dificuldades? Quais?
9. Descreva de que forma você costuma desenvolver uma aula de medidas de superfície.
10. Para trabalhar com cálculo de área, você cita que exemplos?
11. Já experimentou dar aula prática desse conteúdo? Que unidades de medidas você usaria?
12. Você conhece o cálculo de área usado pelo agricultor? Você sabe fazer? Se sim onde aprendeu? Você utiliza esse conhecimento com seus alunos?
14. Na sua opinião, os alunos deveriam também aprender o modo informal, do cálculo de área? Porque?



FOTO 1 - TRABALHADOR COM A VARA
ABRIL/2009



FOTO 2 - DESENHO DE FORMA TRIANGULAR
FEITO NO CHÃO POR UM TRABALHADOR



FOTO 3 - TRABALHADORES COM PINANDO
ABRIL/2009



FOTO 4 - PERÍODO DE COLHEITA
ABRIL/2009

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)