



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MODELAGEM DE MÁQUINA DE INDUÇÃO
TRIFÁSICA SEM MANCAIS COM
BOBINADO DIVIDIDO**

JOSSANA MARIA DE SOUZA FERREIRA

NATAL – RN
2006

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MODELAGEM DE MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA
SEM MANCAIS COM BOBINADO DIVIDIDO**

JOSSANA MARIA DE SOUZA FERREIRA

Tese de doutorado submetida ao corpo docente da Coordenação do programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de doutor em Ciências de Engenharia Elétrica.

Orientador : Prof. Andrés Ortiz Salazar – UFRN – CT – DCA

Co-orientador : Prof. André Laurindo Maitelli – UFRN – CT – DCA

NATAL – RN
2006

Divisão de Serviços Técnicos
Catalogação da Publicação na Fonte / Biblioteca Central Zila Mamede

Ferreira, Jossana Maria de Souza.

Modelagem de máquina de indução trifásica sem mancais com bobinado dividido / Jossana Maria de Souza Ferreira. – Natal, RN, 2006.
140 f. : il.

Orientador: Andrés Ortiz Salazar.

Co-Orientador: André Laurindo Maitelli.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

1. Máquinas de indução – Teses. 2. Levitação magnética – Teses. 3. Máquinas sem mancais – Teses. I. Salazar, Andrés Ortiz. II. Maitelli, André Laurindo. III. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. IV. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 621.313.33

MODELAGEM DE MÁQUINA DE INDUÇÃO TIFÁSICA SEM
MANCAIS COM BOBINADO DIVIDIDO

JOSSANA MARIA DE SOUZA FERREIRA

Tese de doutorado em Engenharia Elétrica, aprovada em 10 de
Novembro de 2006, pela Comissão Examinadora formada pelos
seguintes membros:

Prof. Dr. Andrés Ortiz Salazar (UFRN) (Orientador)

Prof. Dr. André Laurindo Maitelli (UFRN)

Prof. Dr. Ricardo Lúcio de Araújo Ribeiro (UFRN)

Prof. Dr. Richard Magdalena Stephan (UFRJ)

Prof. Dr. Cursino Brandão Jacobina (UFCG)

A todos que sempre me apoiaram.

Agradecimentos

A Deus pela força e motivação.

Aos Professores Andrés Ortiz Salazar e André Laurindo Maitelli pela paciência, incentivo e conhecimento transmitidos.

Aos colegas do grupo de pesquisa, José Álvaro Paiva, Jean Paiva e Stella Lisboa pela grande contribuição ao trabalho.

Aos meus pais, Irivan e Adelaide, por tudo que representam para mim.

A Leonardo Freire pelo carinho e ajuda.

Aos meus irmãos, familiares e amigos pelo estímulo e força despendidos ao longo destes anos.

Ao apoio financeiro da CAPES.

Índice

	Página
Resumo	ix
Abstract	x
Lista de Figuras e Tabelas	xi
Lista de Símbolos e Abreviaturas	xv
Capítulo 1 - Introdução	01
1.1 - Objetivos	02
1.2 - Justificativa	03
1.3 - Sumário	04
Capítulo 2 - Conceitos Básicos	05
2.1 - Introdução	05
2.2 - Máquina de Indução	05
2.3 - Mancais Mecânicos	06
2.4 - Mancais Magnéticos	07
2.5 - Máquina sem Mancais	08
2.6 - Teoria da Função Enrolamento	09
2.7 - Transformação Trifásico/Bifásico	11
2.7.1 - Transformação $\alpha\beta$	12
2.7.2 - Transformação dq	14
2.7.3 - Transformação Direta Trifásico/dq0	16
2.8 - Conclusão	17
Capítulo 3 - Descrição da Máquina sem Mancais	18
3.1 - Introdução	18
3.2 - Descrição do Protótipo	19
3.3 - Enrolamentos	19
3.3.1 - Estator	20
3.3.2 - Rotor	22

3.4 - Campo Magnético no Entreferro	23
3.5 - Função Inverso do Entreferro	26
3.6 - Função Enrolamento	28
3.7 - Expressões Genéricas de Fluxo e Indutância	30
3.7.1 - Indutâncias Próprias	31
3.7.2 - Indutâncias Mútuas	32
3.8 - Cálculo das Indutâncias	33
3.8.1 - Indutância Própria e Mútua das Bobinas do Estator	33
3.8.2 - Indutância Própria e Mútua das Bobinas do Rotor	39
3.8.3 - Indutância Mútua Estator e do Rotor	43
3.9 - Conclusão	46
Capítulo 4 - Modelagem da Máquina de Indução sem Mancais	47
4.1 - Introdução	47
4.2 - Correntes da Máquina	48
4.3 - Equações de Fluxo	49
4.4 - Equações de Tensão	50
4.5 - Equações de Torque	52
4.6 - Modelo da máquina	57
4.6.1 - Torque	57
4.6.2 - Cálculo de imR	58
4.7 - Modelo da Posição Radial	60
4.7.1 - Modelo da Posição em um Eixo	61
4.7.2 - Modelo da Posição em três Eixos	65
4.7.3 - Modelo da Posição em Sistema Bifásico	73
4.8 - Diagrama de Blocos Geral	76
4.9 - Conclusão	77
Capítulo 5 - Resultados	78
5.1 - Introdução	78
5.2 - Sistema Supervisório	79
5.2.1 - Aquisição dos Sinais	79
5.2.2 - Parâmetros Calculados	80
5.2.3 - Ajuste da Medição	82
5.2.4 - Painel de Controle	85
5.3 - Resultados Calculados	91

5.3.1 - Função Volta	91
5.3.2 - Função Inverso do Entreferro	93
5.3.3 - Função Enrolamento	94
5.3.4 - Indutâncias	98
5.3.5 - Modelo da Posição Radial	103
5.3.6 - Torque e Velocidade Mecânica	105
5.4 - Resultados Medidos da Máquina sem Mancal	109
5.4.1 - Máquina Convencional	109
5.4.2 - Ligamento e Desligamento da Máquina	111
5.4.3 - Perturbação do Rotor no Eixo X	111
5.4.4 - Perturbação do Rotor no Eixo Y	112
5.4.5 - Inclusão de Carga no Eixo da Máquina	112
5.5 - Análise do Resultados Calculados e Experimentais	114
5.6 - Conclusão	117
Capítulo 6 - Conclusão	119
6.1 - Perspectivas	120
Apêndices	121
Apêndice A - Parâmetros da Máquina sem Mancais	122
Apêndice B - Momento de Inércia do Rotor	124
Apêndice C - Fotos da Máquina sem Mancais	125
Apêndice D - Cálculo das Integrais que Compõem as Indutâncias	127
Apêndice E - Dados do Motos que Compõe o Módulo WEG e fotos do módulo	132
Referências Bibliográficas	135

Resumo

Este trabalho apresenta um modelo para a máquina de indução sem mancais com bobinado dividido. O principal objetivo consiste na obtenção do modelo da máquina para que possam ser implementados controladores mais eficientes. Para se alcançar tal modelo, fez-se uso dos mesmos artifícios utilizados para as máquinas convencionais adotados na literatura, o que possibilitou um manuseio simplificado das variáveis envolvidas.

A máquina estudada é uma adaptação de uma máquina de indução convencional, o que foi possível dividindo-se os enrolamentos do estator e tornando acessíveis todos os seus terminais. Essa técnica dispensa o acréscimo de um outro enrolamento ao estator para a realização do controle de posição radial, o que resulta em uma máquina mais compacta.

Uma outra característica dessa máquina é a variação da matriz de indutâncias em função do deslocamento radial do rotor, a variação do entreferro produz variações no fluxo e conseqüentemente nos valores de indutâncias tanto próprias quanto mútuas. O modelo da máquina convencional pode ser utilizado para a máquina sem mancais quando o rotor estiver fixo no centro, porém em situações de deslocamento radial esse modelo falha e não pode ser aplicado.

A máquina em questão possui dois conjuntos motor+mancal, ambos de quatro pólos, e foi projetada com seu rotor na posição horizontal, o que incluiu algumas dificuldades à implementação. O rotor utilizado possui características peculiares, o qual é projetado de acordo com as exigências da máquina, a fim de render o maior torque e força possíveis.

É importante observar que o desbalanceamento de correntes, gerado pelo controle de posição radial, não modifica os parâmetros da máquina, isso apenas ocorre devido ao deslocamento radial do rotor.

Os resultados apresentados viabilizaram a validação do trabalho, os dados obtidos através de um sistema supervisório condizem com os previstos em simulação, o que atesta a veracidade do modelo.

Abstract

This work presents a model of bearingless induction machine with divided winding. The main goal is to obtain a machine model to use a simpler control system as used in conventional induction machine and to know its behavior. The same strategies used in conventional machines were used to reach the bearingless induction machine model, which has made possible an easier treatment of the involved parameters.

The studied machine is adapted from the conventional induction machine, the stator windings were divided and all terminals had been available. This method does not need an auxiliary stator winding for the radial position control which results in a more compact machine. Another issue about this machine is the variation of inductances array also present in result of the rotor displacement. The changeable air-gap produces variation in magnetic flux and in inductances consequently. The conventional machine model can be used for the bearingless machine when the rotor is centered, but in rotor displacement condition this model is not applicable.

The bearingless machine has two sets of motor-bearing, both sets with four poles. It was constructed in horizontal position and this increases difficulty in implementation. The used rotor has peculiar characteristics; it is projected according to the stator to yield the greatest torque and force possible.

It is important to observe that the current unbalance generated by the position control does not modify the machine characteristics, this only occurs due the radial rotor displacement

The obtained results validate the work; the data reached by a supervisory system corresponds the foreseen results of simulation which verify the model veracity.

Lista de Figuras e Tabelas

Figura	Página
2.1 Rotor Gaiola de Esquilo	06
2.2 Máquina com Mancal Mecânico	07
2.3 Funcionamento do Mancal Magnético	07
2.4 Máquina com Mancal Magnético	08
2.5 Máquina sem Mancais	09
2.6 Exemplo de distribuição de condutores	10
2.7 Função volta(n_z) e função enrolamento(N_z)	11
2.8 Relação entre Sistema Trifásico e $\alpha\beta$	12
2.9 Relação entre Sistema $\alpha\beta$ e dq	14
3.1 Arranjo de Bobinas do Estator da Máquina sem Mancais	21
3.2 Bobinamento do Estator	21
3.3 Configuração do Rotor	22
3.4 Ângulo do deslocamento do rotor	26
3.5 Função Volta das Bobinas do Estator	29
3.6 Função Volta das Bobinas do Rotor	40
3.7 Interseção entre a função volta da bobina b1 do estator e a bobina R3 do rotor para diferentes valores de ϵ	46
4.1 Distribuição simbólica das bobinas no estator	48
4.2 Fluxos e Tensões	51
4.3 Representação de N_{b1} , N_f e B_1	55
4.4 Diagrama de blocos da máquina sem mancais	61
4.5 Sistema de posicionamento de único eixo	62
4.6 Corte transversal da máquina sem mancal	65
4.7 Posição das bobinas do estator da máquina em relação aos eixos X e Y	66
4.8 Bobinamento Trifásico e Bifásico	73
4.9 Diagrama de blocos geral da máquina	76
4.10 Diagrama de blocos do modelo da posição	77
5.1 Diagrama de blocos do sistema de medição	80
5.2 Diagrama das potências	81

5.3	Circuito Equivalente da máquina de indução sem mancais com bobinado dividido	82
5.4	Visualização das Correntes	86
5.5	Visualização das Tensões	87
5.6	Visualização da Posição radial	87
5.7	Visualização da Velocidade e do Escorregamento	88
5.8	Visualização do Torque	88
5.9	Visualização das Potências e Rendimento	89
5.10	Visualização do Fator de Potência e do ângulo entre as fases	89
5.11	Função volta do estator ao longo do entreferro	91
5.12	Função volta do rotor ao longo do entreferro para $\varepsilon = 0$	92
5.13	Função volta do rotor ao longo do entreferro para $\varepsilon = \frac{\pi}{3}$	92
5.14	Função volta do entreferro para o rotor centralizado	93
5.15	Função volta do entreferro para o rotor deslocado +40% no eixo Y	93
5.16	Função volta do entreferro para o rotor deslocado -60% no eixo X	94
5.17	Função enrolamento do estator para o rotor centralizado	95
5.18	Função enrolamento do rotor quando centralizado	95
5.19	Função enrolamento do estator para o rotor deslocado +40% no eixo Y	96
5.20	Função enrolamento do rotor para o rotor deslocado +40% no eixo Y	96
5.21	Função enrolamento do estator para o rotor deslocado -60% no eixo X	97
5.22	Função enrolamento do rotor para o rotor deslocado -60% no eixo X	97
5.23	Indutância própria do estator em função do deslocamento do rotor no eixo X	98
5.24	Indutância própria do estator em função do deslocamento do rotor no eixo Y	99
5.25	Indutância própria do rotor em função do deslocamento do rotor no eixo X	99
5.26	Indutância própria do rotor em função do deslocamento do rotor no eixo Y	100
5.27	Indutância mútua entre estator e rotor com o rotor centralizado	101
5.28	Indutância mútua entre estator e rotor com o rotor deslocado +40% no eixo Y	101
5.29	Indutância mútua entre estator e rotor com o rotor deslocado -60% no eixo X	102
5.30	Indutância mútua L_{a1r1} para diversos deslocamentos do rotor no eixo X	102
5.31	Indutância mútua L_{a2r1} para diversos deslocamentos do rotor no eixo X	103
5.32	Simulação das posições X e Y em função do tempo	104

5.33	Comportamento das posições X e Y com um controlador PD	105
5.34	Velocidade e torque da máquina sem perturbações no rotor e sem alterações das correntes	106
5.35	Velocidade, torque e posição radial X e Y para um deslocamento no eixo X	106
5.36	Velocidade, torque e posição radial X e Y para um deslocamento no eixo Y	107
5.37	Comportamento do torque em decorrência de variações na posição	108
5.38	Comportamento do torque em decorrência de variações nas correntes	108
5.39	Correntes e tensões da máquina funcionando como máquina convencional em um determinado instante de tempo	110
5.40	Velocidade, torque e potências da máquina funcionando como máquina convencional	110
5.41	Velocidade, torque, potências posição radial do rotor da máquina sem mancais por um período de ligamento e desligamento	111
5.42	Velocidade, torque, potências e posição radial do rotor da máquina sem mancais com uma perturbação no eixo X	112
5.43	Velocidade, torque, potências e posição radial do rotor da máquina sem mancais com uma perturbação no eixo Y	113
5.44	Velocidade, torque, potências e posição radial do rotor da máquina sem mancais com uma carga no eixo	113
5.45	Comparação entre torque medido e calculado	114
5.46	Comparação entre velocidade mecânica medida e calculada	115
5.47	Comparação entre potência de entrada para a máquina convencional e máquina sem mancais	115
5.48	Comparação entre torque calculado e torque medido com deslocamento do rotor no eixo X	116
5.49	Comparação entre torque calculado e torque medido com deslocamento do rotor no eixo Y	117
C.1	Máquina sem mancais – vista lateral	125
C.2	Máquina sem mancais – vista frontal	125
C.3	Máquina sem mancais – vista do eixo	126
C.4	Máquina sem mancais – Detalhe do sensor de velocidade	126
E.1	Módulo WEG – vista frontal	133
E.2	Módulo WEG – Dinamômetro	133
E.3	Módulo WEG – Painel	133
E.4	Módulo WEG – Motor	134
E.5	Módulo WEG – Sistema de carga	134

Tabela

Página

3.1	Ângulos limites para ativação da função volta do estator	35
3.2	Ângulos limites para interseção das funções volta do estator	37
3.3	Ângulos limites para ativação da função volta do rotor	42
3.4	Ângulos limites para interseção das funções volta do rotor	42
3.5	Ângulos limites para interseção das funções volta do estator com o primeiro circuito do rotor	44
3.6	Ângulos limites para interseção das funções volta do estator com o segundo circuito do rotor	45
4.1	Valores de entreferro	67
5.1	Resultados do ajuste da medição do fator de potência e do rendimento	84
5.2	Resultados comparativos entre supervisor e módulo	85
5.3	Sinais lidos pelo supervisor	85
5.4	Sinais calculados pelo supervisor	86
5.5	Sinais de correntes lidos	90
5.6	Sinais de tensões lidos	90
5.7	Sinais de potência	90

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Notação	Descrição
A	Ampere
mm	Milímetro
Nm	Newton metro
rad	Radianos
RPM	Rotações por minuto
s	segundo
V	Volt
W	Watt
Wb	Weber
a1	Referente a bobina 1 da fase a
a2	Referente a bobina 2 da fase a
b1	Referente a bobina 1 da fase b
b2	Referente a bobina 2 da fase b
c1	Referente a bobina 1 da fase c
c2	Referente a bobina 2 da fase c
R1	Referente a bobina 1 do rotor
R2	Referente a bobina 2 do rotor
R3	Referente a bobina 3 do rotor
r	Referente ao rotor
S	Referente ao estator
x	Escalar x
\underline{x}	Vetor x
[x]	Matriz x
x *	Conjugado de x
\tilde{x}	Vetor x modulado
$\langle x \rangle$	Integral da função x de 0 a 2π
$\Re [x]$	Parte real de x
$\Im [x]$	Parte imaginária de x

$\frac{dx}{dt}, \dot{x}$	Derivada de x em relação ao tempo
$\frac{d^2x}{dt^2}, \ddot{x}$	Derivada segunda de x em relação ao tempo
	Multiplicador
	Integrador

Símbolo	Descrição	Unidade
θ	Ângulo que determina a posição das bobinas ao longo do entreferro.	rad
α	Coordenada angular em relação ao estator	rad
δ	Função normalizada do deslocamento radial do rotor	-
η	Ângulo entre a fase 'a' e o eixo x	rad
ρ	Posição angular do fluxo do rotor	rad
Ψ	Enlace de fluxo magnético	Wb
β	Coordenada angular em relação ao rotor ($\beta = \alpha - \varepsilon$)	rad
ε	Posição angular do rotor	rad
γ	Ângulo do deslocamento radial do rotor	rad
λ	Fluxo concatenado	Wb
μ_0	Constante de permeabilidade do ar	H/m
ω_{mec}	Velocidade mecânica	RPM
ω_{mr}	Velocidade do fluxo do rotor	rad/s
B	Densidade de fluxo magnético	Wb/mm ²
F	Força	N
g	Entreferro	mm
H	Campo magnético	A/m
i	Corrente	A
i_{mr}	Corrente de magnetização que representa o fluxo do rotor	A
i_r	Corrente do rotor	A
i_s	Corrente do estator	A
Δi	Variação de corrente	A
j	Número complexo	-
J	Momento de inércia	Kg.m ²

K1	Constante dependente do deslocamento radial do rotor	-
K2	Constante dependente do deslocamento radial do rotor	-
l	Comprimento do pacote de lâminas da máquina	mm
L	Indutância	H
mL	Torque de carga	Nm
mM	Torque elétrico	Nm
N	Número de voltas de cada bobina do estator (meia fase)	-
N _R	Número de voltas de cada bobina do rotor	-
n _Z (θ)	Função volta da bobina Z	-
N _Z (θ)	Função enrolamento da bobina Z	-
P	Potência	Watt
P(θ)	Função inverso do entreferro	1 / mm
r	Raio externo do rotor	mm
R	Raio interno do estator	mm
t	Relativo ao tempo	s
R _r	Resistência de cada bobina do rotor	Ω
R _s	Resistência de cada bobina do estator	Ω
u	Tensão	V

CAPÍTULO 1

Introdução

As máquinas sem mancais vêm a cada dia sendo mais requisitadas nas mais diversas aplicações, essencialmente onde o desgaste dos mancais mecânicos torna a manutenção um problema complicado, como é o caso de máquinas que operam no vácuo, em grandes profundidades ou em altas temperaturas ou ainda onde há a necessidade de circulação de fluido livre de contaminação.

Devido aos problemas gerados pelo desgaste excessivo dos mancais mecânicos houve a idéia de substituí-los por mancais magnéticos [Hermann,1973] [Hermann,1974][Meike,1974][Higuchi,1985], o que favorecia a manutenção. Porém, devido à necessidade de redução do volume da máquina com mancais magnéticos para possibilitar algumas aplicações, surgiu então a máquina sem mancais [Bosch,1988], uma vez que o mancal magnético resolvia o problema do desgaste dos mancais mecânicos, porém aumentava o tamanho da máquina. Bosch propôs um motor tipo disco, cuja força de regeneração axial é ajustada a partir da corrente de excitação do motor.

Entre as décadas de oitenta e noventa, conceitos importantes foram introduzidos. As estratégias de controle de campos magnéticos foram aperfeiçoadas, o que proporcionou um grande avanço no estudo dos mancais magnéticos.

O motor e os enrolamentos de posicionamento radial passaram a ser conectados a inversores regulados por controladores digitais, com aplicação na teoria de controle vetorial.

A máquina sem mancais pode ser obtida de duas formas conhecidas até o momento, uma apresenta enrolamentos separados no estator [Chiba,1994], um responsável pelo torque e outro pelo acionamento da máquina, a outra forma compartilha os enrolamentos [Salazar,1993-1] que geram o torque da máquina com a geração de correntes adicionais que são responsáveis pelo reposicionamento radial do rotor, sendo a primeira a forma mais difundida e documentada.

A máquina sem mancais estudada nesse trabalho segue a linha que unifica em um só enrolamento, acionamento e controle [Ferreira,2002]. Foi construído um protótipo, que nada mais é do que uma máquina convencional de indução com cada fase dividida em duas bobinas e sendo expostos todos os terminais. Essas alterações propiciaram um estudo e implementação do controle de posicionamento radial do rotor utilizando o próprio enrolamento do estator.

A máquina aqui estudada é uma máquina trifásica, horizontal, que apresenta dois conjuntos motor+mancal. A configuração utilizada baseia-se em um trabalho desenvolvido anteriormente para uma máquina bifásica [Salazar,1993-1] [Salazar,1993-2][Santisteban,1993][Santisteban,1996][Santisteban,1999]. O trabalho apresentava uma das fases dividida em quatro bobinas para a geração de forças radiais, onde cada uma das quatro partes era alimentada independentemente a fim de serem geradas forças ortogonais necessárias ao reposicionamento radial do rotor.

Essa configuração de máquina sem mancais foi o ponto de partida para o atual estudo, tendo em vista que várias modificações deveriam ser realizadas, como por exemplo, nos níveis de força que eram bem baixos e certamente não atenderiam à maioria das aplicações.

1.1 - Objetivos

Analisando as características da máquina sem mancais com bobinado dividido, como mencionado acima, observou-se que era possível transformar uma máquina de indução trifásica convencional em uma máquina sem mancais. Para tanto, seria necessária uma divisão das bobinas do estator, onde cada fase passaria a ter dois enrolamentos controlados de forma independente, o que possibilitaria a implementação de um controle de reposicionamento radial.

Esse trabalho tem como principal finalidade obter um modelo matemático para que se tenha uma maneira mais simples de tratar o sistema. O fato de a máquina estudada ser uma adaptação de uma máquina de indução convencional

ajuda na obtenção do modelo, porém a inserção de correntes geradas pelo controle e a influência do desbalanceamento tornam o modelo bem mais complexo que o de uma máquina de indução convencional.

Com o deslocamento radial do rotor, o entreferro passa a não mais poder ser considerado constante ao longo de todo o estator, sendo necessária a determinação de uma nova matriz de indutâncias dependentes da posição radial do rotor. Porém, as indutâncias não são os únicos parâmetros modificados com a variação do entreferro, as correntes também são modificadas pelo controle a fim de reposicionar o rotor corretamente, porém sempre respeitando a soma das correntes nas bobinas de uma mesma fase. Portanto, o trabalho também engloba a investigação de como as principais variáveis da máquina, como torque e velocidade, se comportam em função dessas alterações de entreferro, corrente e indutâncias.

1.2 - Justificativa

O emprego de máquinas sem mancais vem se tornando cada vez mais comum e novas tecnologias surgem no intuito de reduzir volume, aumentar eficiência, ou simplesmente de adequá-las a determinada aplicação.

A técnica de obtenção da máquina sem mancais proposta neste trabalho tem a vantagem de não precisar de um estator com ranhuras adicionais para conter o enrolamento relativo ao controle de reposicionamento. Além disto, apresenta um volume menor, obviamente por não apresentar esse enrolamento adicional relativo ao controle de posicionamento. Todo o estudo é desenvolvido baseado na máquina de indução trifásica, que é a forma mais comum encontrada no mercado.

O modelo da máquina sem mancais com bobinado dividido é uma contribuição no estudo das máquinas elétricas. Ele justifica-se por propiciar uma outra visão mais exata do sistema e também um entendimento mais aprofundado, o que é essencial no estudo de qualquer sistema, por exemplo, para a determinação de um controlador mais eficiente.

O trabalho traz ainda métodos, normalmente utilizados em máquinas de indução convencionais, conhecidos da comunidade científica, com as devidas adequações à máquina estudada, isso vem propiciar novas implementações e abrir caminhos a novas linhas de pesquisa.

Portanto, a principal contribuição do trabalho é a obtenção de um modelo matemático para a máquina sem mancais com bobinado dividido para que sirva de

base no estudo da máquina, principalmente na escolha e implementação de controladores adequados.

1.3 - Sumário

A organização deste documento se dá de forma simples e objetiva, seguindo uma seqüência compatível com o entendimento do trabalho.

O Capítulo 2 expõe os conceitos básicos relacionados às máquinas sem mancais, conceitos como mancal, mancal magnético e máquina de indução, além do próprio conceito de máquina sem mancais. Mostra também conceitos relativos a teoria da função enrolamento, que auxiliam na obtenção das indutâncias, e relativos a transformação trifásico/bifásico.

O Capítulo 3 traz uma descrição da estrutura física da máquina sem mancais, descreve, entre outras coisas, como estão dispostas as bobinas no estator e no rotor. Uma característica bem importante no estudo de máquinas que apresentam entreferro variável é como as indutâncias se comportam diante dessas alterações, o que também é modelado no Capítulo 3.

O Capítulo 4 tem como finalidade mostrar o modelo matemático da máquina sem mancais, equações de tensão e torque são obtidas a partir das expressões de fluxo. Foi incluído também um modelo para o posicionamento do rotor, equações de força são modeladas em função dos deslocamentos radiais.

Já o Capítulo 5 mostra os resultados alcançados, tanto através de simulação como os adquiridos por meio do sistema supervisorio, que foi construído para a obtenção das variáveis da máquina. As curvas e gráficos levantados baseiam-se no modelo da máquina sem mancais e em testes realizados com a máquina.

E, finalmente, o Capítulo 6 mostra as conclusões gerais do trabalho provenientes de experimentos, deduções e pesquisa, além de uma orientação a trabalhos futuros em continuidade nessa área.

CAPÍTULO 2

Conceitos Básicos

2.1 - Introdução

Esse capítulo trata da fundamentação teórica relativa aos temas abordados ao longo de todo o trabalho. Aqui são mostrados conceitos diretamente aplicados no estudo das máquinas sem mancais, bem como conceitos que apenas facilitam seu entendimento.

2.2 - Máquina de Indução

A máquina de indução é uma das máquinas mais encontradas em aplicações comerciais, isso ocorre devido a sua robustez, simplicidade e ao seu baixo custo quando comparado a outros tipos de máquinas.

Como o próprio nome já diz, o funcionamento da máquina se dá por meio de indução magnética, esteja ela atuando como motor ou gerador. No caso da máquina funcionando como motor, a alimentação se dá por meio de tensões alternadas e defasadas, que por sua vez induzem correntes no rotor. Já a máquina operando

como gerador, o fluxo de energia se inverte, com a rotação do eixo surgem nos terminais do estator uma força eletromotriz [Fitzgerald,1975].

O tipo de rotor mais comumente encontrado em máquinas de indução convencionais é o rotor em gaiola de esquilo, podendo ainda ser utilizado o rotor bobinado. O rotor em gaiola de esquilo funciona como um espelho para o estator. Caso a máquina tenha a configuração de dois pólos, o rotor em gaiola refletirá correntes referentes a dois pólos, se a configuração for de quatro pólos, refletirá correntes de quatro pólos e assim acontece com os sinais circulantes no estator. A Figura 2.1 mostra um rotor em gaiola de esquilo.



Figura 2.1 : Rotor gaiola de esquilo.

2.3 - Mancal Mecânico

O Mancal é a peça da máquina que sustenta o rotor. Como está em constante atrito com o eixo, o qual está em rotação, então o seu desgaste é contínuo e acentuado. O mancal mecânico é o principal alvo da manutenção das máquinas elétricas. Também conhecido como rolamento, normalmente é utilizado com óleo lubrificante para se conseguir reduzir o atrito e amenizar o calor gerado.

O mancal é a parte da máquina responsável pela estabilidade radial do rotor e é disposto como mostrado na Figura 2.2.

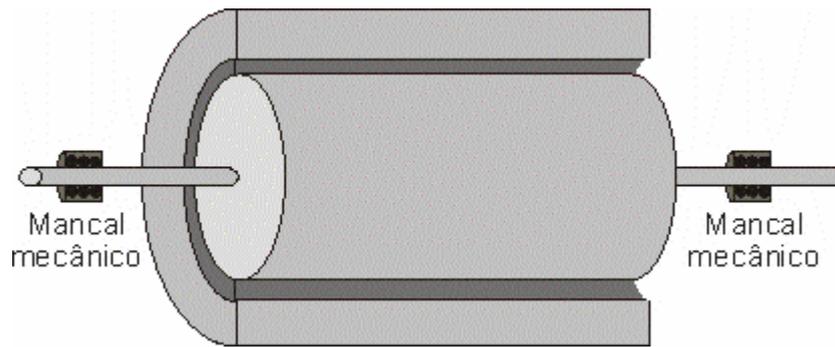


Figura 2.2: Máquina com Mancal Mecânico.

2.4 - Mancal Magnético

O mancal magnético tem a mesma função do mancal mecânico, porém não existe o desgaste provocado pelo atrito, uma vez que não existe contato do mancal com o eixo [Schweitzer,1994].

A sustentação do rotor se dá por meio de forças magnéticas que o mantêm livre de contato físico. Seu funcionamento baseia-se na medida de posição do corpo em que um controlador calcula o nível de força magnética que deve ser aplicado ao corpo, atraindo-o mais ou menos, no intuito de mantê-lo sempre posicionado de acordo com a referência.

A estrutura de um mancal magnético pode ser vista na Figura 2.3, a qual mostra, de uma forma simples, seu princípio de operação.

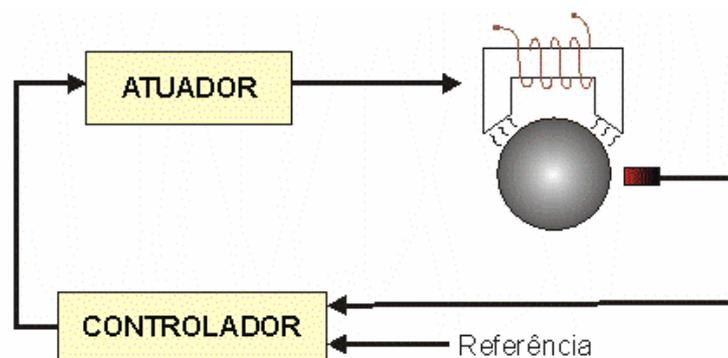


Figura 2.3: Princípio de funcionamento do mancal magnético.

A estrutura do mancal magnético em uma máquina é semelhante à de um mancal mecânico, porém ocupa um espaço maior, uma vez que necessita de um aparato para a geração da força magnética de posicionamento. O mancal magnético na máquina está representado na Figura 2.4.

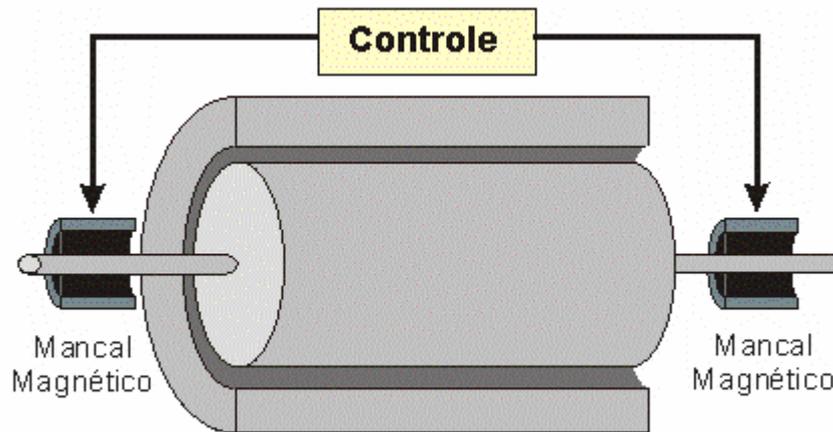


Figura 2.4: Máquina com Mancal Magnético.

2.5 - Máquina sem Mancais

As máquinas sem mancais surgiram em decorrência da necessidade da diminuição do volume da máquina, que foi aumentado devido à substituição dos mancais convencionais por mancais magnéticos.

Esse tipo de máquina pode se apresentar de formas diferentes quanto à forma como o controle de posicionamento do rotor é estabelecido. Pode ser adicionado ao estator um segundo enrolamento [Chiba,1994][Yahia,1998] [Okada,1998], independente do acionamento, somente para se realizar o controle de posição, ou ainda pode-se fazer alterações nos enrolamentos do estator a fim de serem aproveitados na realização do controle de posição além de suas funções convencionais de geração de torque [Salazar,1993-1][Santisteban,1996] [Ferreira,2002].

A estrutura de uma máquina sem mancais é mostrada na Figura 2.5:

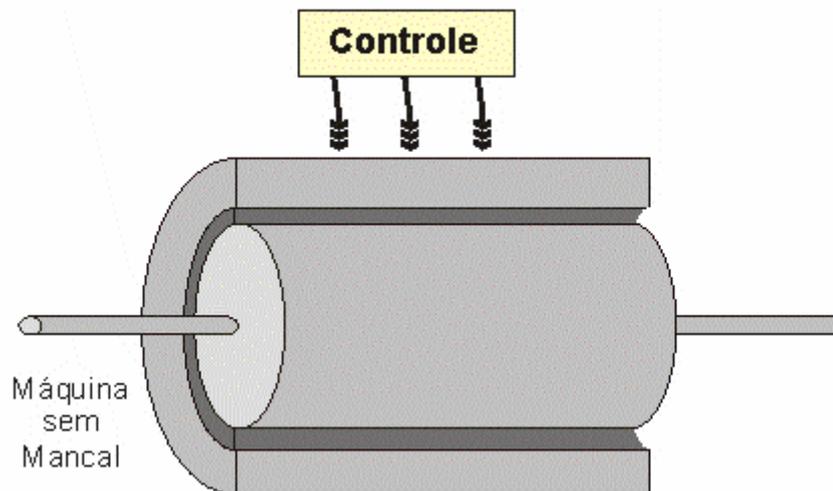


Figura 2.5: Máquina sem mancais.

2.6 - Teoria da Função Enrolamento

A teoria da função enrolamento (*winding function theory*) é uma abordagem dada às máquinas elétricas que vem facilitar a obtenção de algumas variáveis envolvidas no estudo de máquinas elétricas, como campo magnético, indutâncias e torque.

A teoria baseia-se na distribuição espacial dos condutores envolvidos, onde uma função volta (*turn function*) representa o número de condutores transportando corrente positiva entre um referencial e um determinado ponto arbitrário de posição [Schimitz,1965]. A função volta é uma característica do enrolamento e pode ser determinada analisando-se a forma como os condutores estão dispostos nas ranhuras.

A partir da determinação da função volta pode-se determinar a função enrolamento. A função enrolamento nada mais é do que a representação da função volta ajustada em torno do valor zero, como mostrado na Equação 2.1 para uma bobina genérica Z .

$$N_z(\theta) = n_z(\theta) - \text{avg}(n_\theta), \quad (2.1)$$

onde avg significa a média e θ corresponde a uma posição arbitrária.

Para um caso simples, como ilustrado na Figura 2.6, tem-se o enrolamento do estator distribuído em quatro condutores, igualmente espaçados ao redor da superfície do rotor, de forma a caracterizar uma distribuição de quatro pólos. Esta é uma forma simples de determinar a corrente enlaçada pelo caminho de integração necessário ao cálculo do campo magnético no entreferro, que será discutido no Capítulo 3.

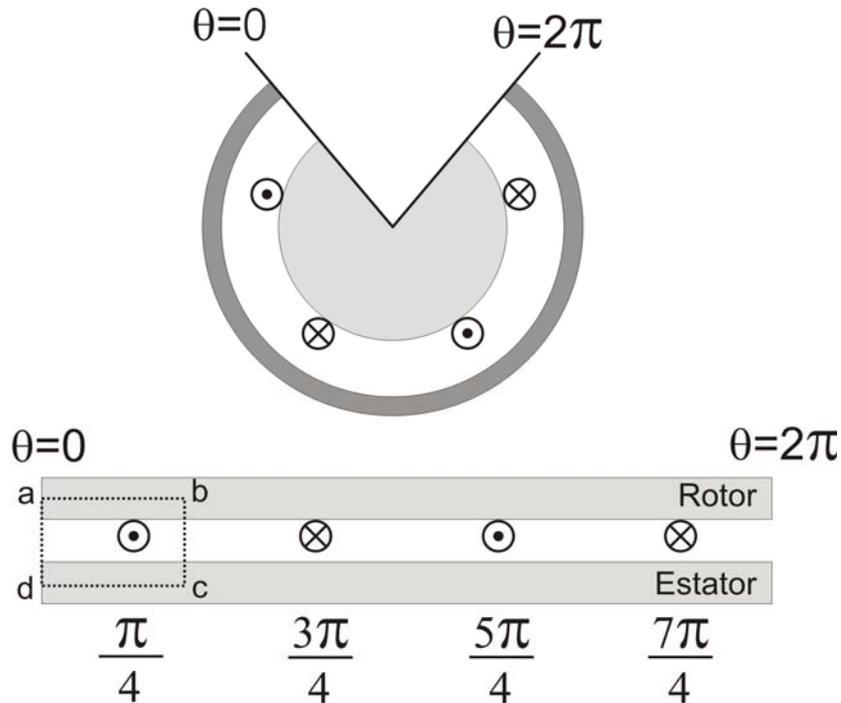


Figura 2.6: Exemplo de distribuição de condutores.

Observando a Figura 2.6 tem-se que, à medida que o ângulo θ aumenta, a corrente que é enlaçada pelo caminho fechado **abcd** varia. Quando o ângulo θ é menor que $\frac{\pi}{4}$, por exemplo, nenhuma corrente é enlaçada pelo caminho fechado, porém quando o ângulo θ assume valores entre $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$ essa situação muda, pois o caminho fechado **abcd** engloba uma quantidade de corrente total diferente de zero. Esse princípio é utilizado na determinação da função volta.

A Figura 2.7 mostra dois exemplos de funções volta(n_z) e função enrolamento(N_z), onde **N** representa o número de bobinas por fase.

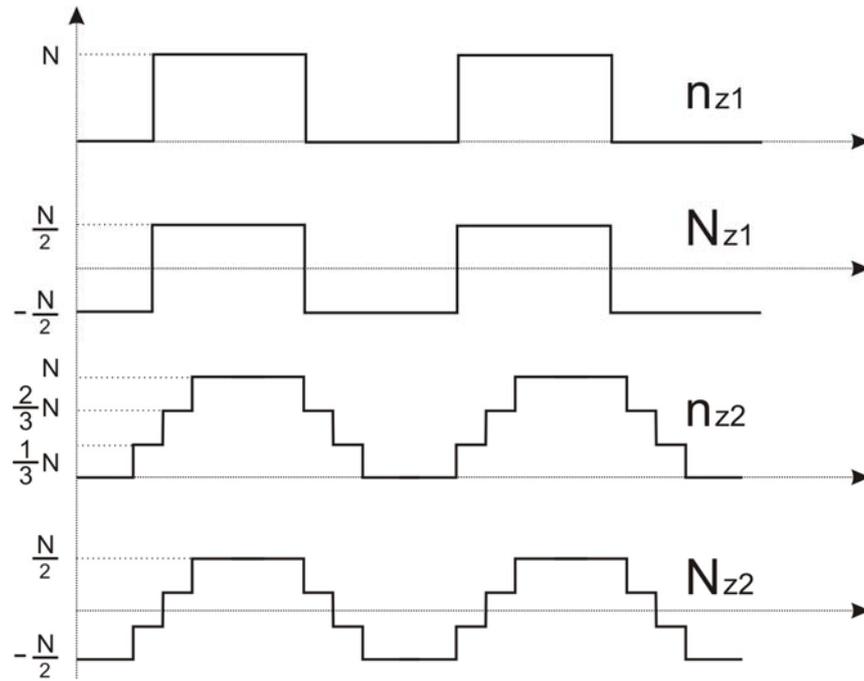


Figura 2.7: Função voltagem(n_z) e função enrolamento(N_z).

É importante observar que a média da função voltagem não é a mesma para o entreferro não-uniforme [Faiz,2002] e será descrito posteriormente com mais detalhes no Capítulo 4.

Conhecendo-se a função enrolamento pode-se calcular a intensidade de campo magnético no entreferro, como mostrado na Equação 2.2 para o caso do entreferro uniforme.

$$H_g(\theta) = \frac{i_z}{g} N_z(\theta), \quad (2.2)$$

onde i_z é a corrente da bobina z e g é o valor do entreferro constante.

2.7 - Transformação Trifásico/Bifásico

Este tópico trata das transformações que estão envolvidas na mudança de espaço, a qual as variáveis são submetidas. Transformações matemáticas são comumente utilizadas no estudo de máquinas elétricas, a fim de facilitar a solução de problemas como acoplamento de variáveis, por exemplo, e também para tratar todas as variáveis envolvidas em um mesmo referencial.

Inicialmente será tratada a mudança de referência do sistema trifásico convencional para um sistema bifásico estacionário $\alpha\beta$, e posteriormente a mudança do sistema estacionário bifásico para o sistema dq , o qual tem seus eixos coincidentes com o referencial que se desejar. No caso da máquina sem mancal estudada, o sistema dq coincide com a posição do fluxo enlaçado pelo rotor.

2.7.1 - Transformação $\alpha\beta$

Para fins de simplificação, as variáveis da máquina serão tratadas em um sistema de coordenadas bifásico, para tanto é utilizada a transformação $\alpha\beta$ [Barbi,1985]. A Figura 2.8 mostra os dois sistemas de referência envolvidos na transformação, o trifásico, abc , e o bifásico, $\alpha\beta$.

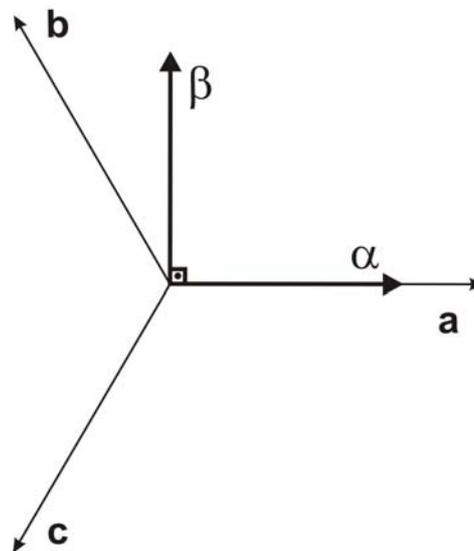


Figura 2.8: Relação entre sistema trifásico e $\alpha\beta$.

Para tanto, são definidas as matrizes transformações a seguir

$$T_{\alpha\beta 0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$T_{\alpha\beta 0}^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

onde

$$\begin{aligned} F^{\alpha\beta 0} &= T_{\alpha\beta 0} \cdot F^{abc} \\ F^{abc} &= T_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot F^{\alpha\beta 0} \end{aligned} \quad (2.5)$$

sendo \mathbf{F} o vetor corrente, tensão ou fluxo. Dessa forma, ficam conhecidos esses vetores em coordenadas $\alpha\beta 0$.

Portanto a relação entre as variáveis no espaço $\alpha\beta 0$ e abc fica

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} &= T_{\alpha\beta 0} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \text{para a corrente,} \\ \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} &= T_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} &= T_{\alpha\beta 0} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad \text{para a tensão} \\ \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} &= T_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

e

$$\begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = T_{\alpha\beta 0} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad \text{para o fluxo.} \quad (2.8)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = T_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \\ \lambda_0 \end{bmatrix}$$

2.7.2 - Transformação dq

A transformação **dq** consiste em uma transformação linear, onde o principal objetivo é a simplificação do modelo da máquina. O modelo trata a máquina em um sistema de duas coordenadas hipotéticas **dq**, o que implica, implicitamente, na transformação de uma máquina trifásica em uma bifásica [Barbi,1985].

Fisicamente, trata o enrolamento rotórico girante como rotórico pseudo-estacionário, transformando um conjunto de enrolamentos girantes num conjunto de enrolamentos fixos.

A Figura 2.9 mostra a relação de ângulos entre um sistema trifásico e as coordenadas **dq**.

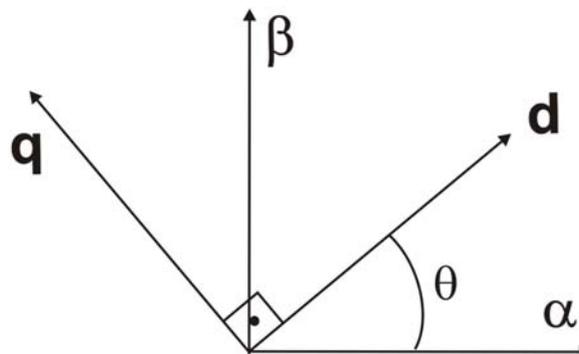


Figura 2.9: Relação entre sistema $\alpha\beta$ e **dq**.

O tratamento das equações envolvidas no modelo da máquina pode ser ainda simplificado quando as novas coordenadas bifásicas $\alpha\beta 0$ são transportadas a um referencial conhecido, que no caso foi adotado como sendo o fluxo do rotor. Portanto, um vetor no novo sistema de coordenadas, **dq0**, relaciona-se com o sistema estacionário $\alpha\beta 0$ [Barbi,1985] como

$$F^{dq0} = T_{dq0}(\theta) \cdot F^{\alpha\beta 0} \quad (2.23)$$

$$F^{\alpha\beta 0} = T_{dq0}^{-1}(\theta) \cdot F^{dq0}$$

onde

$$T_{dq0}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$T_{dq0}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

A terceira linha e a terceira coluna das matrizes transformação $T_{dq0}(\theta)$ e $T_{dq0}^{-1}(\theta)$ podem ser desprezadas para essa transformação, porém serão mantidas, pois serão necessárias mais adiante onde é envolvido o sistema trifásico.

Portanto,

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = T_{dq0}(\theta) \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

para a corrente,

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = T_{dq0}^{-1}(\theta) \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = T_{dq0}(\theta) \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

para a tensão

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} = T_{dq0}^{-1}(\theta) \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = T_{dq0}(\theta) \cdot \begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \\ \lambda_0 \end{bmatrix} \quad \text{para o fluxo.} \quad (2.28)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = T_{dq0}^{-1}(\theta) \cdot \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \end{bmatrix}$$

2.7.3 - Transformação Direta Trifásico/dq0

Para uma transformação direta entre o espaço **abc** e **dq0** basta manipular as equações que definem as transformações. Se

$$\begin{aligned} F^{dq0} &= T_{dq0}(\theta) \cdot F^{\alpha\beta0} & \text{e} & \quad F^{\alpha\beta0} = T_{\alpha\beta0} \cdot F^{abc} \\ F^{abc} &= T_{\alpha\beta0}^{-1} \cdot F^{\alpha\beta0} & \text{e} & \quad F^{\alpha\beta0} = T_{dq0}^{-1}(\theta) \cdot F^{dq0}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

então

$$\begin{aligned} F^{dq0} &= T_{dq0}(\theta) \cdot T_{\alpha\beta0} \cdot F^{abc} \\ F^{abc} &= T_{\alpha\beta0}^{-1} \cdot T_{dq0}^{-1}(\theta) \cdot F^{dq0}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

onde

$$T_{dq0}(\theta) \cdot T_{\alpha\beta0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$T_{dq0}(\theta) \cdot T_{\alpha\beta0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\frac{1}{2}(\cos(\theta) + \sqrt{3}\text{sen}(\theta)) & \frac{1}{2}(-\cos(\theta) + \sqrt{3}\text{sen}(\theta)) \\ \text{sen}(\theta) & \frac{1}{2}(-\text{sen}(\theta) + \sqrt{3}\cos(\theta)) & -\frac{1}{2}(\text{sen}(\theta) + \sqrt{3}\cos(\theta)) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

e

$$T_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot T_{dq0}^{-1}(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$T_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot T_{dq0}^{-1}(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2}(\cos(\theta) + \sqrt{3}\text{sen}(\theta)) & \frac{1}{2}(-\text{sen}(\theta) + \sqrt{3}\cos(\theta)) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2}(-\cos(\theta) + \sqrt{3}\text{sen}(\theta)) & -\frac{1}{2}(\text{sen}(\theta) + \sqrt{3}\cos(\theta)) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

2.8 - Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas as principais características das ferramentas que embasam este trabalho.

Foram descritas as diferenças básicas entre máquina com mancal mecânico, com mancal magnético e sem mancais. A máquina de indução foi mostrada em suas características principais pelo fato de ter sido esta máquina a escolhida para o projeto.

Foi dada uma breve introdução a respeito da teoria da função enrolamento, que é uma forma de analisar a máquina e de determinar seus parâmetros de uma maneira simplificada. Esta teoria serviu de base para a determinação de variáveis envolvidas, uma vez que foi apresentada neste capítulo para o caso convencional, sendo, posteriormente, estendida ao caso da máquina sem mancais.

Por fim, uma representação da transformação trifásico/bifásico também foi apresentada neste capítulo, onde será essencial para a simplificação do modelo de posição radial.

CAPÍTULO 3

Descrição da Máquina sem Mancais

3.1 - Introdução

Para o estudo e análise do projeto proposto para a máquina sem mancais, foi construído um protótipo cujas características serão descritas nesse capítulo. O protótipo é um modelo desenvolvido para que testes fossem realizados, a fim de embasar o estudo da máquina sem mancais. Esse capítulo traz ainda a determinação do comportamento das indutâncias em decorrência do deslocamento radial do rotor.

Em uma máquina de indução convencional, a determinação da matriz indutância é de amplo conhecimento na comunidade científica. Normalmente algumas considerações são feitas, como por exemplo, a igualdade entre as bobinas, já que são feitas do mesmo material e possuem o mesmo número de voltas; a distribuição espacial das bobinas é dada de forma uniforme; o entreferro é constante em toda a circunferência e o campo magnético gerado é simétrico ao longo do entreferro. Porém, em uma máquina sem mancais algumas das considerações feitas para as máquinas convencionais não podem ser adotadas. Como o rotor tem a liberdade de se mover radialmente, o entreferro passa a variar de acordo com o

deslocamento X e Y do rotor (considerando um plano perpendicular ao eixo axial). Com o entreferro não-uniforme, as linhas de fluxo passam a assumir densidade e caminhos distintos, isso ocorre pelo fato das indutâncias não apresentarem valores constantes, dependendo agora do valor do entreferro.

O modelo da máquina sem mancais depende crucialmente da maneira como as indutâncias variam em função do deslocamento do rotor, este capítulo traz os valores de indutâncias próprias e mútuas das seis bobinas do estator, bem como das do rotor.

3.2 - Descrição do Protótipo

O primeiro protótipo foi construído na vertical no intuito de, inicialmente, facilitar o controle de posicionamento [Ferreira,2002]. Seu topo é livre de movimentos, e em sua base existe um mancal autocompensado que permite o rotor movimentar-se como um pião. Transpostas as dificuldades iniciais, a etapa seguinte diz respeito a uma máquina na horizontal com dois conjuntos motor-mancal, na qual se baseia e para a qual o modelo proposto por esse trabalho foi desenvolvido.

O protótipo horizontal é uma máquina de indução trifásica, com potência de 1,5 kW, quatro pólos e possui mancais mecânicos somente para a proteção, para que o rotor não toque o estator nem na partida, nem no caso de perda do controle. Os parâmetros da máquina estudada [Simone,2000] são mostrados nos Apêndices A e B, e as imagens da máquina podem ser observadas no Apêndice C.

3.3 - Enrolamentos

A máquina sem mancais estudada teve seu bobinado modificado para que fosse possível a realização do controle de posição radial, tanto o rotor quanto o estator apresentam alterações em sua estrutura, as quais são mostradas em seguida, sendo que essas modificações não descaracterizam a máquina de indução.

3.3.1 - Estator

A máquina sem mancais estudada apresenta o bobinado do estator dividido em dois, cada fase passa a ter duas bobinas, o que viabiliza o controle de posicionamento radial. As correntes que circulam nessas bobinas são controladas independentemente onde cada uma é alimentada por um inversor. Essa configuração permite o controle da posição do rotor sem que haja a necessidade de ser adicionado ao estator um outro enrolamento para o controle de posição. Portanto, o mesmo enrolamento que é responsável pelo acionamento da máquina passa a ser responsável também pelo controle de posição radial do rotor, apenas manipulando-se os campos nas bobinas divididas [Ferreira,2002].

As bobinas de uma mesma fase são dispostas em posições opostas em relação ao rotor, mantendo-se o defasamento de 120° entre as fases. O processo de centralização do rotor se dá devido ao fato de que, quando há um desbalanceamento no rotor, existe um aumento de corrente em uma bobina e uma diminuição na bobina oposta, sempre no sentido de aumentar a força na direção de maior entreferro e diminuí-la onde o entreferro é menor.

O fluxo da máquina de quatro pólos sem mancais apresenta as mesmas características da máquina convencional, quando seu rotor encontra-se centralizado, entretanto, quando isso não ocorre há uma concentração maior de linhas de fluxo na região que exige maior força.

A Figura 3.1 mostra a disposição das bobinas no estator, a qual disponibiliza todos os terminais para as devidas ligações.

Essa configuração faz com que o controle de posição atue adequadamente sem que haja interferência significativa na geração do torque, propiciando o funcionamento normal da máquina, uma vez que a corrente total por fase permanece inalterada.

O arranjo implementado permite que haja uma divisão ponderada da corrente na fase e, portanto, quando ocorre um deslocamento do rotor em determinada direção, a corrente nas partes da bobina de uma mesma fase ficará desigual, aumentando em um lado e diminuindo no outro, devido à cada metade de bobina está disposta simetricamente em relação ao rotor. Dessa forma, o controle atua para que a força aumente na direção de maior entreferro e enfraqueça no sentido oposto, mas sempre mantendo como soma das correntes nas duas partes o valor nominal de corrente, para que o campo girante não seja alterado.

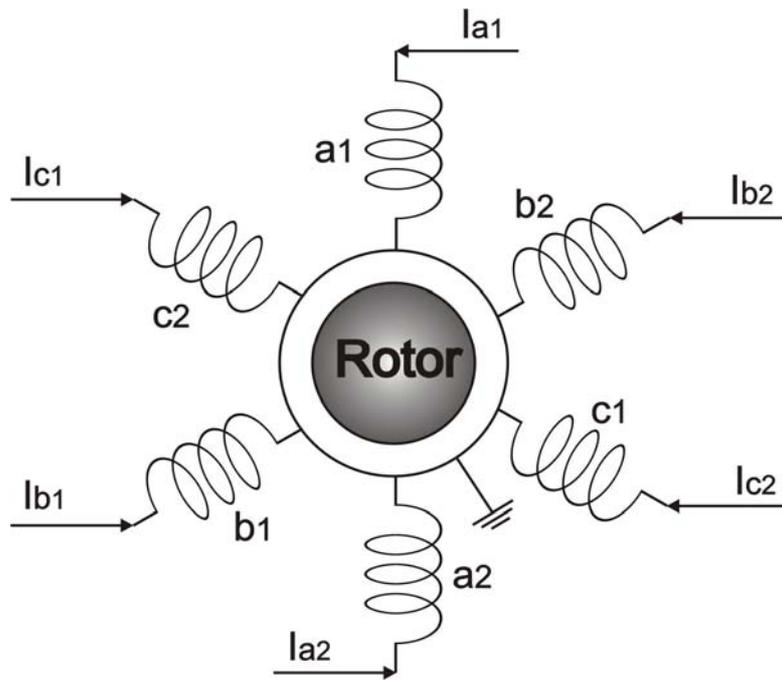


Figura 3.1: Arranjo de bobinas do estator da máquina sem mancais.

A configuração de quatro pólos e a disposição das bobinas no estator, mostrada na Figura 3.2 possibilitam a implementação do controle de posicionamento tal como é proposto.

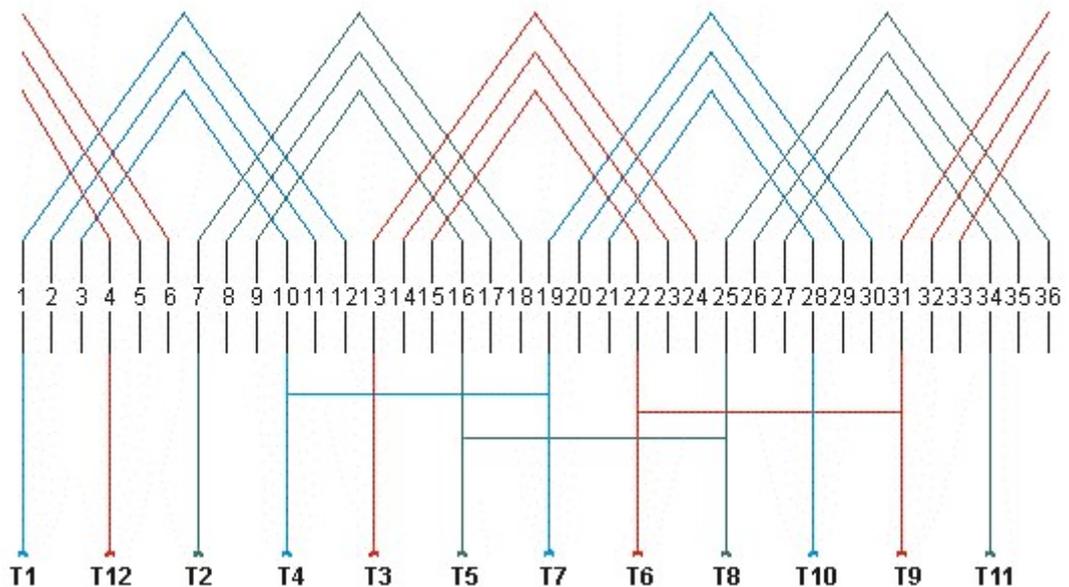


Figura 3.2: Bobinamento do estator.

Onde **T1** a **T12** são os terminais acessíveis da máquina e as bobinas azuis, verdes e vermelhas representam as fases **a**, **b** e **c** respectivamente.

3.3.2 - Rotor

Apesar do rotor em gaiola de esquilo ser o tipo de rotor mais utilizado em máquinas de indução, o mesmo não foi adotado. Essa rejeição se deve ao fato desse tipo de rotor não apresentar resposta satisfatória ao controle de posicionamento radial [Chiba,1998][Chiba,2005].

Para solucionar esse problema foi adotada uma outra configuração, um rotor bobinado sem terminais acessíveis. Uma configuração de quatro pólos foi adotado por apresentar melhores resultados com as máquinas sem mancais [Chiba,1996]. A configuração para o rotor adotada pode ser vista na Figura 3.3.

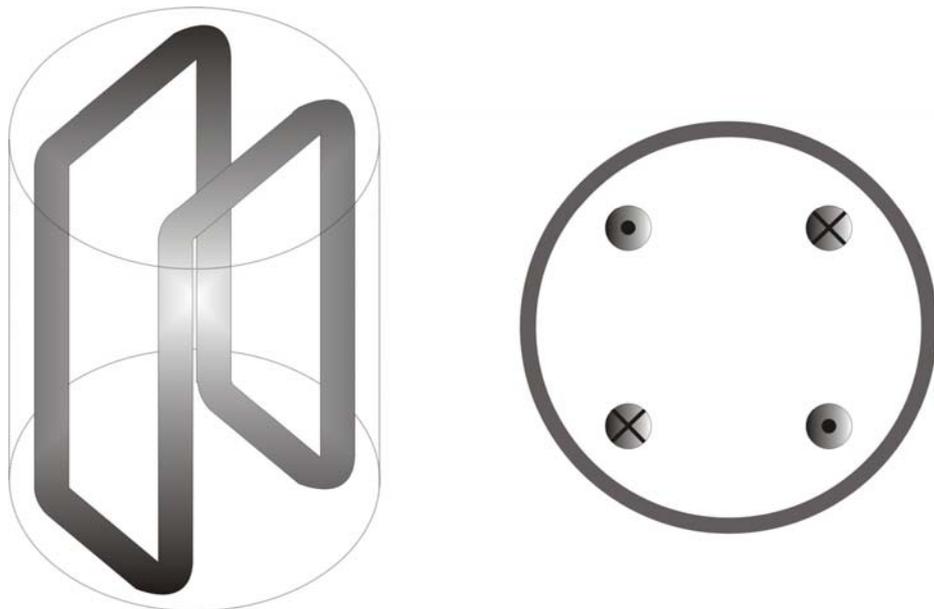


Figura 3.3 : Configuração do Rotor.

A Figura 3.3 mostra somente um circuito do rotor, embora existam quatro circuitos dessa natureza, igualmente espaçados. O modelo de rotor escolhido garante que somente serão gerados campos de quatro pólos referentes à frequência de alimentação da máquina. Isso é conveniente uma vez que circulam nas bobinas sinais modulados, o que injeta no sistema frequências superiores à frequência de alimentação, o que facilmente causaria interferência.

Um rotor em gaiola de esquilo funciona como um “espelho”, ou seja, se o estator gera correntes de dois pólos, então no rotor também circulam correntes de dois pólos. Esse acompanhamento que o rotor em gaiola faz é indesejado no caso da máquina sem mancais para algumas correntes, uma vez que no estator circulam não apenas as correntes de acionamento da máquina, que são de quatro pólos, mas também correntes com outras configurações, referentes ao controle de posicionamento. Caso o rotor em gaiola fosse utilizado na máquina sem mancais essas correntes, referentes ao controle que surgiriam no rotor, causariam uma depreciação nos níveis de força da máquina. Portanto, o rotor adotado também funciona como um espelho, porém apenas para as correntes desejadas na geração de torque, as correntes de quatro pólos.

O rotor é composto de material ferrolaminado, o que reduz o aparecimento de forças degenerativas resultantes de correntes que representam perdas. Seu momento de inércia é calculado no Apêndice B.

O sensor utilizado para medir a posição radial do rotor é um dispositivo eletrônico baseado em correntes parasitas fabricado pela *Applied Electronics Corporation*[®], que mede deslocamento sem que haja contato. Para tanto, o dispositivo é composto por um bloco amplificador e uma ponteira com um sinal de alta frequência.

Quando o material condutor é aproximado ao campo magnético, as variações causadas no dispositivo, geradas pela variação de relutância, mudam a amplitude do sinal de alta frequência, na mesma proporção do deslocamento. O sensor atua de forma linear para valores de entreferro em torno de 1mm.

Este tipo de sensor opera em qualquer tipo de metal com características magnéticas ou não, porém, a resposta depende da condutividade elétrica ou magnética.

3.4 - Campo Magnético no Entreferro

Para a determinação das indutâncias é necessário primeiramente a determinação do campo magnético resultante no entreferro, que é decorrência da interação das correntes do estator e do rotor.

Para dar início às análises envolvendo o campo magnético, primeiramente são feitas algumas considerações. A máquina deve ser construída de tal forma que a soma líquida das correntes seja nula; o raio do rotor é muito maior que o tamanho do entreferro; o campo magnético apresenta o mesmo comportamento ao longo de todo

comprimento axial da máquina, o desvio de comportamento do campo magnético nas extremidades da máquina é desprezado; e a permeabilidade do ferro é tida como infinita [Schimitz, 1965].

A Lei de Ampere diz que

$$\oint \vec{H}_z \cdot d\vec{l} = \text{corrente enlaçada}, \quad (3.1)$$

onde o caminho fechado que envolve a corrente da bobina \mathbf{z} está em um plano perpendicular ao eixo da máquina. A corrente enlaçada terá valores diferentes, de acordo com a posição angular α .

Aplicando-se a Equação 3.1 ao longo da porção do entreferro do caminho da corrente tem-se

$$\oint \vec{H}_z(\alpha) \cdot d\vec{l} = \int_{\text{entreferro}} \vec{H}_z(\alpha) \cdot d\vec{l}, \quad (3.2)$$

ou ainda

$$\int_{\text{entreferro}} \vec{H}_z(\alpha) \cdot d\vec{l} = H_z(\alpha)g(\alpha) - H_z(0)g(0). \quad (3.3)$$

Onde $\mathbf{g}(\alpha)$ é a função entreferro. A parcela $\mathbf{H}_z(\mathbf{0})$ aparece em todas as situações pois o caminho fechado sempre passa por $\alpha = \mathbf{0}$, como representado na Figura 2.6.

A corrente enlaçada que aparece na Equação 3.1 pode ser descrita como

$$\text{corrente enlaçada} = n_z(\alpha)i_z, \quad (3.4)$$

onde n_z é igual ao número líquido de condutores que carrega corrente positiva de um referencial zero até uma posição arbitrária e é definida como função volta, que para o caso da máquina sem mancais estudada será descrita mais adiante na Seção 3.6.

Assim sendo, agrupando-se as Equações 3.3 e 3.4, vem

$$H_z(\alpha)g(\alpha) - H_z(0)g(0) = n_z(\alpha)i_z, \quad (3.5)$$

isolando $\mathbf{H}_z(\alpha)$ tem-se

$$H_z(\alpha) = \frac{n_z(\alpha)i_z + H_z(0)g(0)}{g(\alpha)}. \quad (3.6)$$

Para facilitar os cálculos, a função função inversa do entreferro será considerada ao invés da função entreferro, a qual será definida mais adiante. Reescrevendo a Equação 3.6 vem

$$H_z(\alpha) = [n_z(\alpha)i_z + H_z(0)g(0)]P(\alpha). \quad (3.7)$$

Aplicando-se a lei de Gauss para o campo magnético, a qual diz que o fluxo magnético total que cruza uma superfície fechada é igual a zero, tem-se

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \mu_0 \oint_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{A} = 0. \quad (3.8)$$

Como $\mathbf{H}_z(\alpha)$ é normal à superfície do rotor, a integral da Equação 3.8 pode se simplificada a

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} H_z(\alpha) d\alpha = 0, \quad (3.9)$$

onde r é o raio do rotor e l é o comprimento do pacote.

Substituindo a Equação 3.7 na Equação 3.9 tem-se

$$\mu_0 r l \int_0^{2\pi} [n_z(\alpha)i_z + H_z(0)g(0)]P(\alpha) d\alpha = 0, \quad (3.10)$$

reescrevendo vem

$$H_z(0) = \frac{-i_z \mu_0 r l \int_0^{2\pi} n_z(\alpha) \cdot P(\alpha) d\alpha}{g(0) \mu_0 r l \int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha}. \quad (3.11)$$

Chamando $\mathbf{g}(0)$ de \mathbf{g}_0 e fazendo-se as devidas simplificações tem-se

$$H_z(0) = \frac{-i_z \int_0^{2\pi} n_z(\alpha) \cdot P(\alpha) d\alpha}{g_0 \int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha}. \quad (3.12)$$

Substituindo a Equação 3.12 na Equação 3.7 vem

$$H_z(\alpha) = \left[n_z(\alpha) - \frac{\int_0^{2\pi} n_z(\alpha) \cdot P(\alpha) d\alpha}{\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha} \right] i_z P(\alpha) \quad (3.13)$$

3.5 - Função Inverso do Entreferro

Um parâmetro importante na obtenção da indutância mútua é a função inverso do entreferro. Essa função é utilizada invés da própria função entreferro para facilitar a manipulação matemática, uma vez que a função entreferro sempre aparece no denominador das equações, o que dificulta o cálculo de integrais, por exemplo.

A equação da função inversa do entreferro é obtida a partir da expressão do entreferro que foi aproximada pelos primeiros dois termos da *série de Fourier*, a qual pode ser usada para qualquer máquina com rotor e estator cilíndrico [Faiz,2002].

$$g(\alpha) \approx g_0 - g_0 \delta \cos(\alpha - \gamma) \quad (3.14)$$

onde α é o ângulo de referência em relação á bobina **a1** no estator e γ indica a direção do deslocamento do rotor e está melhor representada na Figura 3.4, em decorrência de um deslocamento **x** e **y**.

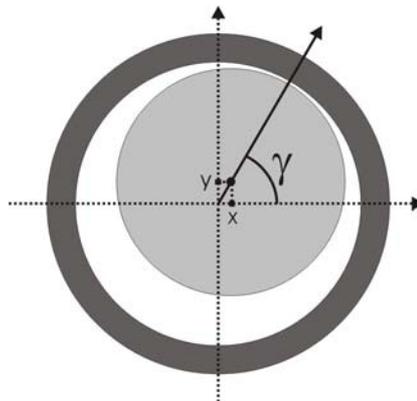


Figura 3.4: Ângulo do deslocamento do rotor.

A função inversa do entreferro em função da posição do rotor ao longo do entreferro é dada por

$$P(\alpha) = \frac{1}{g_0} \sum_{i=0}^{\infty} P_i \cos(i\alpha - i\gamma), \quad (3.15)$$

onde

$$\gamma = \begin{cases} \arctg\left(\frac{y}{x}\right) & \text{para } x \leq 0 \\ \arctg\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{para } x < 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

e

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\delta^2}}$$

$$P_i = \frac{2}{\sqrt{1-\delta^2}} \left(\frac{1-\sqrt{1-\delta^2}}{\delta} \right)^i, i = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.17)$$

sendo

$$\delta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{g_0} \quad (3.18)$$

onde x e y são os deslocamentos do rotor no plano que corta a máquina perpendicularmente ao rotor.

É sugerido que a Equação 3.17 seja aproximada com i assumindo valor igual a metade do número de pólos, como a máquina aqui estudada apresenta 4 pólos, então, será feito **i = 2**. Portanto **P(α)** será definida como

$$P(\alpha) = \frac{1}{g_0} \left[\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{1-\delta^2}} \cos(0) + \frac{2}{\sqrt{1-\delta^2}} \left(\frac{1-\sqrt{1-\delta^2}}{\delta} \right) \cos(\alpha - \gamma) + \\ & + \frac{2}{\sqrt{1-\delta^2}} \left(\frac{1-\sqrt{1-\delta^2}}{\delta} \right)^2 \cos(2\alpha - 2\gamma) \end{aligned} \right]. \quad (3.19)$$

Ou ainda

$$P(\alpha) = \frac{k_1}{g_0} \left(1 + 2.k_2.\cos(\alpha - \gamma) + 2.k_2^2 \cos(2\alpha - 2\gamma) \right) \quad (3.20)$$

onde

$$k_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\delta^2}}$$
$$k_2 = \left(\frac{1 - \sqrt{1-\delta^2}}{\delta} \right) \quad (3.21)$$

e na forma exponencial tem-se

$$P(\alpha) = \frac{k_1}{g_0} \left(1 + k_2 e^{j\alpha} e^{-j\gamma} + k_2 e^{-j\alpha} e^{j\gamma} + k_2^2 e^{j2\alpha} e^{-j2\gamma} + k_2^2 e^{-j2\alpha} e^{j2\gamma} \right) \quad (3.22)$$

Observa-se que, para o rotor centralizado, **k1** assume a unidade e **k2** torna-se zero.

3.6 - Função Enrolamento

A função enrolamento (*winding function*) [Schmitz,1965] para o entreferro não uniforme é definida a partir da Equação 3.13 como sendo

$$N_z(\alpha) = n_z(\alpha) - \frac{\int_0^{2\pi} n_z(\alpha).P(\alpha)d\alpha}{\int_0^{2\pi} P(\alpha)d\alpha} \quad (3.23)$$

Para o caso do entreferro uniforme, a função inversa do entreferro seria constante e a integral da função volta seria simplesmente uma média (avg) da função, logo a função enrolamento se resumiria a

$$N_z(\alpha) = n_z(\alpha) - \text{avg}.n_z \quad (3.24)$$

A relação da função enrolamento com o campo magnético, para a máquina com o entreferro não uniforme, tendo em vista as Equações 3.13 e 3.23, é então dada por

$$H_z(\alpha) = i_z N_z(\alpha) P(\alpha). \quad (3.25)$$

É importante observar que uma simplificação feita, considerando a função enrolamento para o entreferro não uniforme a mesma que a utilizada para o entreferro constante, seria um erro. A variação no entreferro implica em um deslocamento vertical na função enrolamento e uma consideração equivocada geraria erros em parâmetros calculados posteriormente.

Para a distribuição de bobinas da máquina sem mancal estudada, a função n_z definida para cada bobina do estator é representada na Figura 3.5. As bobinas do estator são consideradas iguais e com quantidade \mathbf{N} de bobinas.

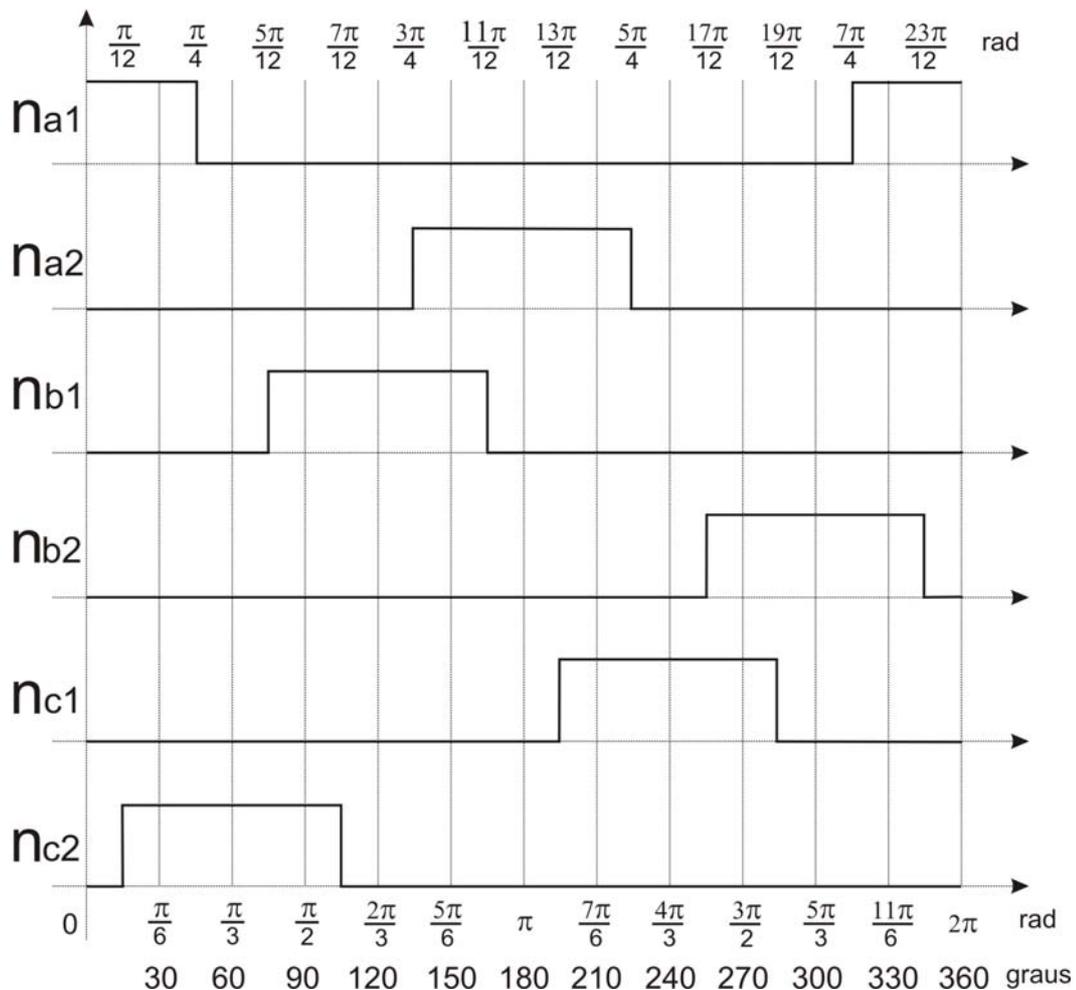


Figura 3.5: Função volta das bobinas do estator.

Para determinar a função enrolamento definida na Equação 3.23, inicialmente será calculada a primeira integral genérica para uma bobina \mathbf{z}

$$\int_0^{2\pi} n_z(\alpha).P(\alpha)d\alpha = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{Nk_1}{g_0} \left(1 + 2.k_2.\cos(\alpha - \gamma) + 2.k_2^2 \cos(2\alpha - 2\gamma)\right) d\alpha, \quad (3.26)$$

onde θ_1 e θ_2 são os limites de ativação da função n_z . Solucionando-se vem

$$\int_0^{2\pi} n_z(\alpha).P(\alpha)d\alpha = \frac{Nk_1}{g_0} \left[\theta_2 - \theta_1 + 2.k_2.(\text{sen}(\theta_2 - \gamma) - \text{sen}(\theta_1 - \gamma)) + \right. \\ \left. + k_2^2(\text{sen}(2\theta_2 - 2\gamma) - \text{sen}(2\theta_1 - 2\gamma)) \right]. \quad (3.27)$$

Já a segunda integral da Equação 3.23 é dada por

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)d\alpha = \int_0^{2\pi} \frac{k_1}{g_0} \left(1 + 2.k_2.\cos(\alpha - \gamma) + 2.k_2^2 \cos(2\alpha - 2\gamma)\right) d\alpha, \quad (3.28)$$

que é igual a

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)d\theta = \frac{2\pi k_1}{g_0}. \quad (3.29)$$

Substituindo as Equações 3.27 e 3.29 na Equação 3.23 tem-se a expressão da função enrolamento para uma determinada bobina \mathbf{Z} .

$$N_z(\alpha) = n_z(\alpha) - \frac{N}{2\pi} \left[\theta_2 - \theta_1 + 2.k_2.(\text{sen}(\theta_2 - \gamma) - \text{sen}(\theta_1 - \gamma)) + \right. \\ \left. + k_2^2(\text{sen}(2\theta_2 - 2\gamma) - \text{sen}(2\theta_1 - 2\gamma)) \right]. \quad (3.30)$$

3.7 - Expressões Genéricas de Fluxo e Indutância

Para que sejam determinadas as indutâncias, primeiramente serão determinados os enlaces de fluxo. De uma forma genérica, pode-se escrever o fluxo concatenado como sendo

$$\lambda = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}, \quad (3.31)$$

onde a superfície \mathbf{S} é qualquer superfície limitada pelos condutores que compõe o enrolamento. Partindo-se das considerações da Seção 3.4, a Equação 3.31 pode ser simplificada a

$$\lambda = r l \int_{\alpha} \mathbf{B}_z(\alpha) d\alpha, \quad (3.32)$$

sendo \mathbf{B}_z a densidade de campo no entreferro.

Os limites dessa integração são determinados pela configuração específica do enrolamento em análise. Uma maneira de simplificar tal escolha seria a utilização da função volta, o que descartaria a preocupação de definir apropriadamente os limites da integração. Portanto a Equação 3.32 é reescrita como

$$\lambda = r l \int_0^{2\pi} n_z(\alpha) \mathbf{B}_z(\alpha) d\alpha. \quad (3.33)$$

A expressão da densidade do campo no entreferro é definida como

$$\mathbf{B}_z(\alpha) = \mu_0 \mathbf{H}_z(\alpha). \quad (3.34)$$

Substituindo a Equação 3.25 na Equação 3.34

$$\mathbf{B}_z(\alpha) = \mu_0 i_z \mathbf{N}_z(\alpha) P(\alpha), \quad (3.35)$$

e substituindo então a Equação 3.35 na Equação 3.33 vem

$$\lambda = r l \mu_0 i_z \int_0^{2\pi} n_z(\alpha) \mathbf{N}_z(\alpha) P(\alpha) d\alpha. \quad (3.36)$$

3.7.1 - Indutâncias Próprias

O cálculo das indutâncias próprias é dado através da relação do fluxo com a corrente da bobina genérica \mathbf{z} ,

$$L_{zz} = \frac{\lambda_{zz}}{i_z} = r\mu_0 \int_0^{2\pi} n_z(\alpha)N_z(\alpha)P(\alpha)d\alpha. \quad (3.37)$$

A Equação 3.37 é inclusive válida para as bobinas do rotor.

Uma forma de simplificar a Equação 3.37 é substituir a expressão da função enrolamento, dada pela Equação 3.23, então

$$L_{zz} = \frac{\lambda_{zz}}{i_z} = r\mu_0 \int_0^{2\pi} n_z(\theta) \left(n_z(\theta) - \frac{\int_0^{2\pi} n_z(\theta).P(\theta)d\theta}{\int_0^{2\pi} P(\theta)d\theta} \right) P(\theta)d\theta, \quad (3.38)$$

simplificando vem

$$L_{zz} = r\mu_0 \langle n_z^2 P \rangle - r\mu_0 \frac{\langle n_z P \rangle^2}{\langle P \rangle}. \quad (3.39)$$

onde

$$\langle f \rangle = \int_0^{2\pi} f(\alpha)d\alpha. \quad (3.40)$$

3.7.2 - Indutâncias Mútuas

Para a determinação das indutâncias mútuas das bobinas será necessário reescrever a expressão do fluxo como fluxo mútuo, então tem-se

$$\lambda_{zw} = r\mu_0 i_w \int_0^{2\pi} n_z(\alpha)N_w(\alpha)P(\alpha)d\alpha, \quad (3.41)$$

logo a expressão para a indutância mútua é

$$L_{zw} = \frac{\lambda_{zw}}{i_w} = r\mu_0 \int_0^{2\pi} n_z(\alpha)N_w(\alpha)P(\alpha)d\alpha. \quad (3.42)$$

Simplificando da mesma forma como no caso da indutância própria tem-se

$$L_{zw} = \frac{\lambda_{zw}}{i_w} = r_l \mu_0 \int_0^{2\pi} n_z(\alpha) \left(n_w(\alpha) - \frac{\int_0^{2\pi} n_w(\alpha) P(\alpha) d\alpha}{\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha} \right) P(\alpha) d\alpha. \quad (3.43)$$

Então tem-se

$$L_{zw} = r_l \mu_0 \langle n_z n_w P \rangle - r_l \mu_0 \frac{\langle n_z P \rangle \langle n_w P \rangle}{\langle P \rangle}. \quad (3.44)$$

3.8 - Cálculo das Indutâncias

O cálculo das indutâncias será dividido em três partes, as indutâncias próprias e mútuas entre as bobinas do estator, as indutâncias próprias e mútuas entre as bobinas do rotor e por fim as indutâncias mútuas geradas em decorrência da interação estator-rotor.

3.8.1 - Indutância Própria e Mútua das Bobinas do Estator

Para que sejam determinadas as indutâncias de cada bobina serão calculadas inicialmente as integrais que compõem suas expressões. Será analisada a expressão de indutância que está representada na Equação 3.44, que foi reescrita na forma

$$L_{zw} = \mu_0 r_l \left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) n_w(\alpha) d\alpha - \frac{\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) d\alpha \right) \left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_w(\alpha) d\alpha \right)}{\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha} \right) \quad (3.45)$$

e para a indutância própria

$$L_z = \mu_0 r l \left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z^2(\alpha) d\alpha - \frac{\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) d\alpha \right)^2}{\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha} \right) \quad (3.46)$$

ou ainda

$$L_{zw} = \mu_0 r l \left(\text{integral 3} - \frac{(\text{integral 1})(\text{integral 2})}{\text{integral 4}} \right) \quad (3.47)$$

e

$$L_z = \mu_0 r l \left(\text{integral 5} - \frac{(\text{integral 1})^2}{\text{integral 4}} \right). \quad (3.48)$$

Para que se possa encontrar os valores de indutância é necessário encontrar as funções que compõem a sua expressão. Partindo-se da expressão genérica das Equações 3.45 e 3.46 de indutância entre duas bobina, **z** e **w**, tem-se as integrais do tipo

$$\begin{aligned} \text{integral 1} &\Rightarrow \int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) d\alpha \\ \text{integral 2} &\Rightarrow \int_0^{2\pi} P(\alpha) n_w(\alpha) d\alpha \\ \text{integral 3} &\Rightarrow \int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) n_w(\alpha) d\alpha \\ \text{integral 4} &\Rightarrow \int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha \\ \text{integral 5} &\Rightarrow \int_0^{2\pi} P(\alpha) n_w^2(\alpha) d\alpha \end{aligned}$$

Antes de iniciar o cálculo das integrais é necessário definir os limites da função volta, que é diferente para cada bobina do estator. Os limites são chamados de θ_1 e θ_2 e são mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Ângulos limites para ativação da função volta do estator.

Bobina	θ_1	θ_2
a1	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
a2	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$
b1	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$
b2	$\frac{17\pi}{12}$	$\frac{23\pi}{12}$
c1	$\frac{13\pi}{12}$	$\frac{19\pi}{12}$
c2	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$

Cálculo da integral 1 $\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z(\alpha)d\alpha \right)$

A integral 1, considerando a bobina genérica \mathbf{z} , e a Equação 3.20 para a função inversa do entreferro, é dada por

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z(\alpha)d\alpha = \frac{N.k1}{g_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(1 + 2.k2.\cos(\alpha - \gamma) + 2.k2^2 \cos(2\alpha - 2\gamma) \right) d\alpha. \quad (3.49)$$

onde \mathbf{N} é o número de voltas da bobina \mathbf{z} , e n_z assume valor diferente de zero no intervalo de θ_1 a θ_2 , de acordo coma Tabela 3.1.

Solucionando a integral 1 tem-se

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z(\alpha)d\alpha = \frac{N.k1}{g_0} \left[(\theta_2 - \theta_1) + 2.k2.(\text{sen}(\theta_2 - \gamma) - \text{sen}(\theta_1 - \gamma)) + k2^2(\text{sen}(2\theta_2 - 2\gamma) - \text{sen}(2\theta_1 - 2\gamma)) \right]. \quad (3.50)$$

Arrumando a equação vem

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z(\alpha)d\alpha = \frac{Nk_1}{g_0} \cdot \left[\begin{array}{l} (\theta_2 - \theta_1) + \\ + 2.k_2 \cdot \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_2) - \text{sen}(\theta_1)) \\ - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \end{array} \right) + \\ + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)) \\ - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1)) \end{array} \right) \end{array} \right] \cdot \quad (3.51)$$

Cálculo da integral 2 $\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_w(\alpha)d\alpha \right)$

A integral 2 tem a mesma forma da integral 1, variando apenas os limites θ_1 e θ_2 da função n_z utilizada (ver Tabela 3.1).

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_w(\alpha)d\alpha = \frac{Nk_1}{g_0} \cdot \left[\begin{array}{l} (\theta_2 - \theta_1) + \\ + 2.k_2 \cdot \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_2) - \text{sen}(\theta_1)) \\ - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \end{array} \right) + \\ + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)) \\ - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1)) \end{array} \right) \end{array} \right] \cdot \quad (3.52)$$

Cálculo da integral 3 $\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z(\alpha)n_w(\alpha)d\alpha \right)$

O cálculo da integral 3 também apresenta semelhança com a integral 1, para se utilizar a mesma equação apenas tem-se que ter o cuidado de definir bem os limites de integração, fazendo com que os limites θ_1 e θ_2 agora sejam os limites θ_3 e θ_4 de interseção das funções n_z e n_w utilizadas.

Os valores de θ_3 e θ_4 para a interseção das bobinas do estator são mostrados na Tabela 3.2.

Portanto, a integral 3 também apresenta a mesma forma

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z(\alpha)n_w(\alpha)d\alpha = \frac{N^2k_1}{g_0} \cdot \left[\begin{array}{l} (\theta_4 - \theta_3) + 2.k_2 \cdot \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_4) - \text{sen}(\theta_3)) \\ - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_4) - \cos(\theta_3)) \end{array} \right) + \\ + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_4) - \text{sen}(2\theta_3)) \\ - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_4) - \cos(2\theta_3)) \end{array} \right) \end{array} \right] \cdot \quad (3.53)$$

Tabela 3.2: Ângulos limites de interseção das funções volta do estator (θ_3 a θ_4).

	a1	a2	b1	b2	c1	c2
a1	-	0 a 0	0 a 0	$\frac{7\pi}{4}a \frac{23\pi}{12}$	0 a 0	$\frac{\pi}{12}a \frac{\pi}{4}$
a2	0 a 0	-	$\frac{3\pi}{4}a \frac{11\pi}{12}$	0 a 0	$\frac{13\pi}{12}a \frac{5\pi}{4}$	0 a 0
b1	0 a 0	$\frac{3\pi}{4}a \frac{11\pi}{12}$	-	0 a 0	0 a 0	$\frac{5\pi}{12}a \frac{7\pi}{12}$
b2	$\frac{7\pi}{4}a \frac{23\pi}{12}$	0 a 0	0 a 0	-	$\frac{17\pi}{12}a \frac{19\pi}{12}$	0 a 0
c1	0 a 0	$\frac{13\pi}{12}a \frac{5\pi}{4}$	0 a 0	$\frac{17\pi}{12}a \frac{19\pi}{12}$	-	0 a 0
c2	$\frac{\pi}{12}a \frac{\pi}{4}$	0 a 0	$\frac{5\pi}{12}a \frac{7\pi}{12}$	0 a 0	0 a 0	-

Cálculo da integral 4 $\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha \right)$

O cálculo da integral 4, que envolve a integral da função inversa do entreferro, é dada por

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha = \int_0^{2\pi} \frac{k_1}{g_0} \left(1 + 2.k_2 \cdot \cos(\alpha - \gamma) + 2.k_2^2 \cos(2\alpha - 2\gamma) \right) d\alpha, \quad (3.54)$$

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha = \frac{k_1}{g_0} \left[2\pi + 2.k_2 \cdot (\sin(2\pi - \gamma) - \sin(-\gamma)) + k_2^2 (\sin(4\pi - 2\gamma) - \sin(-2\gamma)) \right], \quad (3.55)$$

logo

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha = \frac{2\pi.k_1}{g_0}. \quad (3.56)$$

Cálculo da integral 5 $\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z^2 d\alpha \right)$

A integral 5 é semelhante à integral 3, onde os limites θ_1 e θ_2 são os limites de ativação da bobina **Z**, de acordo com a Tabela 3.1.

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z^2(\alpha) d\alpha = \frac{N^2 k_1}{g_0} \left[\begin{array}{l} (\theta_2 - \theta_1) + 2.k_2 \cdot \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_2) - \text{sen}(\theta_1)) \\ - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \end{array} \right) + \\ + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)) \\ - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1)) \end{array} \right) \end{array} \right]. \quad (3.57)$$

Conhecendo-se todas as integrais envolvidas tem-se que a expressão para a indutância mútua

$$L_{zw} = \mu_0 r l \left(\text{integral 3} - \frac{(\text{integral 1})(\text{integral 2})}{\text{integral 4}} \right) \quad (3.58)$$

e para a indutância própria

$$L_z = \mu_0 r l \left(\text{integral 5} - \frac{(\text{integral 1})^2}{\text{integral 4}} \right), \quad (3.59)$$

cujas integrais foram definidas, em resumo, como

integral 1

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) d\alpha = \frac{Nk_1}{g_0} \cdot \left[\begin{array}{l} (\theta_2 - \theta_1) + 2.k_2 \cdot (\cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_2) - \text{sen}(\theta_1)) - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1))) + \\ + k_2^2 (\cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)) - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1))) \end{array} \right] \quad (3.60)$$

integral 2

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_w(\alpha) d\alpha = \frac{Nk_1}{g_0} \cdot \left[\begin{array}{l} (\theta_2 - \theta_1) + 2.k_2 \cdot (\cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_2) - \text{sen}(\theta_1)) - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1))) + \\ + k_2^2 (\cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)) - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1))) \end{array} \right] \quad (3.61)$$

integral 3

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z(\alpha)n_w(\alpha)d\alpha = \frac{N^2k_1}{g_0} \left[\begin{array}{l} (\theta_4 - \theta_3) + 2.k_2 \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_4) - \text{sen}(\theta_3)) \\ - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_4) - \cos(\theta_3)) \end{array} \right) + \\ + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_4) - \text{sen}(2\theta_3)) \\ - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_4) - \cos(2\theta_3)) \end{array} \right) \end{array} \right] \quad (3.62)$$

integral 4

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)d\alpha = \frac{2\pi.k_1}{g_0} \quad (3.63)$$

integral 5

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_z^2(\alpha)d\alpha = \frac{N^2k_1}{g_0} \left[\begin{array}{l} (\theta_2 - \theta_1) + 2.k_2 \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_2) - \text{sen}(\theta_1)) \\ - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \end{array} \right) + \\ + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)) \\ - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1)) \end{array} \right) \end{array} \right] \quad (3.64)$$

onde os ângulos θ_1 , θ_2 , θ_3 e θ_4 são definidos nas Tabelas 3.1 e 3.2.

Os valores dos ângulos foram substituídos e os valores das integrais para o estator estão disponíveis no Apêndice D.

3.8.2 - Indutância Própria e Mútua das Bobinas do Rotor

O rotor adotado apresenta características particulares, como já descrito na Seção 3.3.2. Essa mudança no rotor garante que as interferências sejam minimizadas, uma vez que garante a presença apenas de sinais de quatro pólos, relativos ao acionamento e conseqüentemente à geração de força. Portanto, o rotor funciona como um “espelho” para as correntes que geram o torque e descarta os demais sinais, referentes às variações de correntes que surgem com o controle de posição radial, por exemplo.

Em uma abordagem convencional da máquina de indução, a modelagem da máquina que apresenta um rotor em gaiola, é baseada no que é refletido pelo rotor a partir do estator. Esta característica também pode ser aplicada ao estudo da máquina sem mancais uma vez que, do ponto de vista de acionamento, o rotor de quatro pólos apresenta o mesmo princípio do rotor em gaiola.

Portanto, a Figura 3.6 mostra a função n_R definida para cada bobina do rotor, onde as bobinas são consideradas iguais e com quantidade N_R de voltas.

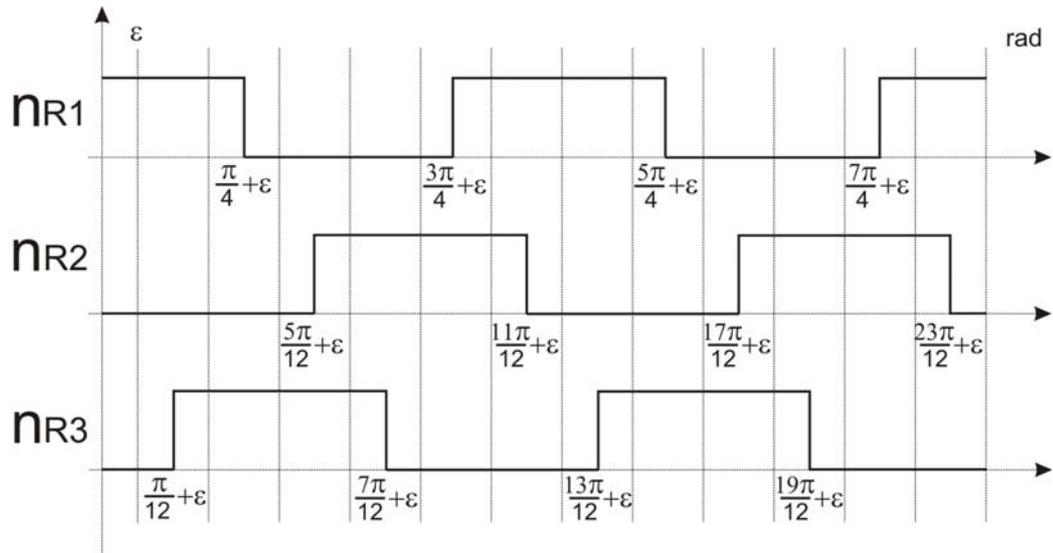


Figura 3.6: Função volta das bobinas do Rotor.

Dessa forma, a indutância própria do rotor, para uma bobina genérica **R**, é definida por

$$L_R = \mu_0 r l \left(\int_0^{2\pi} P(\beta) n_{Rz}^2(\beta) d\beta - \frac{\left(\int_0^{2\pi} P(\beta) n_R(\beta) d\beta \right)^2}{\int_0^{2\pi} P(\beta) d\beta} \right). \quad (3.65)$$

e a mútua entre as bobinas **R_i** e **R_j** do rotor por

$$L_{R_i R_j} = \mu_0 r l \left(\int_0^{2\pi} P(\beta) n_{R_i}(\beta) n_{R_j}(\beta) d\beta - \frac{\left(\int_0^{2\pi} P(\beta) n_{R_i}(\beta) d\beta \right) \left(\int_0^{2\pi} P(\beta) n_{R_j}(\beta) d\beta \right)}{\int_0^{2\pi} P(\beta) d\beta} \right) \quad (3.66)$$

onde $\beta = \alpha - \epsilon$, sendo ϵ o ângulo que determina a posição do rotor. As indutância podem ainda ser escritas em função das integrais

$$L_R = \mu_0 r l \left(\text{integral } 5_R - \frac{\text{integral } 1_R^2}{\text{integral } 4_R} \right) \quad (3.67)$$

e

$$L_{RiRj} = \mu_0 I \left(\text{integral } 3_R - \frac{(\text{integral } 1_R)(\text{integral } 2_R)}{\text{integral } 4_R} \right), \quad (3.68)$$

Onde as integrais são definidas por

integral 1_R

$$\int_0^{2\pi} P(\beta) \eta_{Ri}(\beta) d\beta = \frac{N_R k_1}{g_0} \cdot \left[\begin{aligned} &(\theta_{r_2} - \theta_{r_1}) + 2.k_2.(\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{r_2}) - \text{sen}(\theta_{r_1})) - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{r_2}) - \cos(\theta_{r_1}))) + \\ &+ k_2^2(\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{r_2}) - \text{sen}(2\theta_{r_1})) - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{r_2}) - \cos(2\theta_{r_1}))) + \\ &(\theta_{r_4} - \theta_{r_3}) + 2.k_2.(\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{r_4}) - \text{sen}(\theta_{r_3})) - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{r_4}) - \cos(\theta_{r_3}))) + \\ &+ k_2^2(\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{r_4}) - \text{sen}(2\theta_{r_3})) - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{r_4}) - \cos(2\theta_{r_3}))) \end{aligned} \right] \quad (3.69)$$

integral 2_R

$$\int_0^{2\pi} P(\beta) \eta_{Rj}(\beta) d\beta = \frac{N_R k_1}{g_0} \cdot \left[\begin{aligned} &(\theta_{r_2} - \theta_{r_1}) + 2.k_2.(\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{r_2}) - \text{sen}(\theta_{r_1})) - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{r_2}) - \cos(\theta_{r_1}))) + \\ &+ k_2^2(\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{r_2}) - \text{sen}(2\theta_{r_1})) - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{r_2}) - \cos(2\theta_{r_1}))) + \\ &(\theta_{r_4} - \theta_{r_3}) + 2.k_2.(\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{r_4}) - \text{sen}(\theta_{r_3})) - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{r_4}) - \cos(\theta_{r_3}))) + \\ &+ k_2^2(\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{r_4}) - \text{sen}(2\theta_{r_3})) - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{r_4}) - \cos(2\theta_{r_3}))) \end{aligned} \right] \quad (3.70)$$

integral 3_R

$$\int_0^{2\pi} P(\beta) \eta_{Ri}(\beta) \eta_{Rj}(\beta) d\beta = \frac{N_R^2 k_1}{g_0} \cdot \left[\begin{aligned} &(\theta_{i_2} - \theta_{i_1}) + 2.k_2. \left(\begin{aligned} &\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{i_2}) - \text{sen}(\theta_{i_1})) \\ &- \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{i_2}) - \cos(\theta_{i_1})) \end{aligned} \right) + \\ &+ k_2^2 \left(\begin{aligned} &\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{i_2}) - \text{sen}(2\theta_{i_1})) \\ &- \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{i_2}) - \cos(2\theta_{i_1})) \end{aligned} \right) + \\ &(\theta_{i_4} - \theta_{i_3}) + 2.k_2. \left(\begin{aligned} &\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{i_4}) - \text{sen}(\theta_{i_3})) \\ &- \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{i_4}) - \cos(\theta_{i_3})) \end{aligned} \right) + \\ &+ k_2^2 \left(\begin{aligned} &\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{i_4}) - \text{sen}(2\theta_{i_3})) \\ &- \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{i_4}) - \cos(2\theta_{i_3})) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right] \quad (3.71)$$

integral 4_R

$$\int_0^{2\pi} P(\beta) d\beta = \frac{2\pi.k_1}{g_0} \quad (3.72)$$

integral 5_R

$$\int_0^{2\pi} P(\beta) n_{Ri}^2(\beta) d\beta = \frac{N_R^2 k_1}{90} \left[\begin{aligned} & \left((\theta_{r_2} - \theta_{r_1}) + 2.k_2 \cdot \left(\begin{aligned} & \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_{r_2}) - \text{sen}(\theta_{r_1})) \\ & - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_{r_2}) - \cos(\theta_{r_1})) \end{aligned} \right) \right) + \\ & + k_2^2 \left(\begin{aligned} & \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_{r_2}) - \text{sen}(2\theta_{r_1})) \\ & - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_{r_2}) - \cos(2\theta_{r_1})) \end{aligned} \right) + \\ & \left((\theta_{r_4} - \theta_{r_3}) + 2.k_2 \cdot \left(\begin{aligned} & \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_{r_4}) - \text{sen}(\theta_{r_3})) \\ & - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_{r_4}) - \cos(\theta_{r_3})) \end{aligned} \right) \right) + \\ & + k_2^2 \left(\begin{aligned} & \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_{r_4}) - \text{sen}(2\theta_{r_3})) \\ & - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_{r_4}) - \cos(2\theta_{r_3})) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right] \quad (3.73)$$

Os limites de integração θ_{r_1} , θ_{r_2} , θ_{r_3} e θ_{r_4} para o rotor são mostrados na Tabelas 3.3 e os limites decorrentes da interseção entre as bobinas θ_{i_1} , θ_{i_2} , θ_{i_3} e θ_{i_4} pela Tabela 3.4.

Tabela 3.3: Ângulos limites para ativação da função volta do rotor.

Bobina	θ_{r_1} a θ_{r_2}	θ_{r_3} a θ_{r_4}
R1	$-\frac{\pi}{4}$ a $\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$ a $\frac{5\pi}{4}$
R2	$\frac{5\pi}{12}$ a $\frac{11\pi}{12}$	$\frac{17\pi}{12}$ a $\frac{23\pi}{12}$
R3	$\frac{\pi}{12}$ a $\frac{7\pi}{12}$	$\frac{13\pi}{12}$ a $\frac{19\pi}{12}$

Tabela 3.4: Ângulos limites de interseção das funções volta do rotor (θ_{i_1} a θ_{i_2} e θ_{i_3} a θ_{i_4}).

	R1	R2	R3
R1	-	$\frac{3\pi}{4}$ a $\frac{11\pi}{12}$ e $\frac{7\pi}{4}$ a $\frac{23\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$ a $\frac{\pi}{14}$ e $\frac{13\pi}{12}$ a $\frac{5\pi}{4}$
R2	$\frac{3\pi}{4}$ a $\frac{11\pi}{12}$ e $\frac{7\pi}{4}$ a $\frac{23\pi}{12}$	-	$\frac{5\pi}{12}$ a $\frac{7\pi}{12}$ e $\frac{17\pi}{12}$ a $\frac{19\pi}{12}$
R3	$\frac{\pi}{12}$ a $\frac{\pi}{14}$ e $\frac{13\pi}{12}$ a $\frac{5\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$ a $\frac{7\pi}{12}$ e $\frac{17\pi}{12}$ a $\frac{19\pi}{12}$	-

3.8.3 - Indutância Mútua entre Estator e Rotor

A indutância mútua entre estator e rotor é calculada da mesma forma que para a indutância mútua entre as bobinas do estator ou do rotor, porém a variação do ângulo entre o rotor e o estator devido à rotação deverá ser considerada. A equação para a indutância mútua entre a bobina z do estator e a bobina R_i do rotor é a mesma aplicada anteriormente

$$L_{zR_i} = \mu_0 r_l \left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) n_{R_i}(\alpha) d\alpha - \frac{\left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) d\alpha \right) \left(\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_{R_i}(\alpha) d\alpha \right)}{\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha} \right) \quad (3.74)$$

ou ainda

$$L_{zR_i} = \mu_0 r_l \left(\text{integral } 3_{zR_i} - \frac{(\text{integral } 1_{zR_i})(\text{integral } 2_{zR_i})}{\text{integral } 4_{zR_i}} \right) \quad (3.75)$$

As integrais são definidas como

integral 1_{zR_i}

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) d\alpha = \frac{Nk_1}{g_0} \left[(\theta_2 - \theta_1) + 2.k_2.(\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_2) - \text{sen}(\theta_1)) - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1))) + \right. \\ \left. + k_2^2(\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)) - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1))) + \right] \quad (3.76)$$

integral 2_{zR_i}

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_{R_i}(\alpha) d\alpha = \frac{N_R k_1}{g_0} \left[(\theta_{r_2} - \theta_{r_1}) + 2.k_2.(\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{r_2}) - \text{sen}(\theta_{r_1})) - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{r_2}) - \cos(\theta_{r_1}))) + \right. \\ \left. + k_2^2(\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{r_2}) - \text{sen}(2\theta_{r_1})) - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{r_2}) - \cos(2\theta_{r_1}))) + \right. \\ \left. (\theta_{r_4} - \theta_{r_3}) + 2.k_2.(\cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{r_4}) - \text{sen}(\theta_{r_3})) - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{r_4}) - \cos(\theta_{r_3}))) + \right. \\ \left. + k_2^2(\cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{r_4}) - \text{sen}(2\theta_{r_3})) - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{r_4}) - \cos(2\theta_{r_3}))) \right] \quad (3.77)$$

integral 3_{zR_i}

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) n_z(\alpha) n_{R_i}(\alpha) d\alpha = \frac{N.N_R.k_1}{g_0} \left[(\theta_{m_2} - \theta_{m_1}) + 2.k_2. \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{m_2}) - \text{sen}(\theta_{m_1})) \\ - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{m_2}) - \cos(\theta_{m_1})) \end{array} \right) + \right. \\ \left. + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{m_2}) - \text{sen}(2\theta_{m_1})) \\ - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{m_2}) - \cos(2\theta_{m_1})) \end{array} \right) + \right. \\ \left. + (\theta_{m_4} - \theta_{m_3}) + 2.k_2. \left(\begin{array}{l} \cos(\gamma).(\text{sen}(\theta_{m_4}) - \text{sen}(\theta_{m_3})) \\ - \text{sen}(\gamma).(\cos(\theta_{m_4}) - \cos(\theta_{m_3})) \end{array} \right) + \right. \\ \left. + k_2^2 \left(\begin{array}{l} \cos(2\gamma).(\text{sen}(2\theta_{m_4}) - \text{sen}(2\theta_{m_3})) \\ - \text{sen}(2\gamma).(\cos(2\theta_{m_4}) - \cos(2\theta_{m_3})) \end{array} \right) \right] \quad (3.78)$$

integral 4_{ZRi}

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha) d\alpha = \frac{2\pi \cdot k1}{g_0} \quad (3.79)$$

Os limites θ_1 e θ_2 da integral 1_{ZRi} são os limites definidos na Tabela 3.1 e os limites θ_{r1} , θ_{r2} , θ_{r3} e θ_{r4} da integral 2_{ZRi} são os limites expostos na Tabela 3.3.

Já a integral 3_{ZRi} deve ter uma atenção especial tendo em vista que a interseção de uma bobina do estator com uma bobina do rotor é variável com o tempo, em decorrência da rotação do rotor. A integral 3_{ZRi} considera que **Z** é uma bobina do estator e **Ri** uma do rotor. Para facilitar os cálculos serão considerados dois circuitos para cada bobina do rotor, onde a interseção do primeiro circuito com a bobina **z** do estator tem seus limites definidos de θ_{m1} a θ_{m2} e a interseção do segundo circuito com a mesma bobina, de θ_{m3} a θ_{m4} .

Como o rotor está girando em relação ao estator, e o ângulo do rotor em relação ao estator é dado por ϵ , tem-se que os limites θ_{m1} , θ_{m2} , θ_{m3} e θ_{m4} são definidos como mostrado nas Tabelas 3.5 e 3.6, onde θ_1 e θ_2 são os limites de ativação da função volta n_z da bobina **Z** do estator. Os circuitos do rotor são separados em dois, cuja interseção do primeiro circuito com a bobina **Z** é delimitada por θ_{m1} e θ_{m2} , e a interseção do segundo com a bobina **Z** por θ_{m3} e θ_{m4} . Os pontos p1, p2, p3 e p4 representam os pontos que limitam o primeiro e o segundo circuito do rotor respectivamente.

Tabela 3.5: Ângulos limites de interseção das funções volta do estator com o primeiro circuito do rotor (θ_{m1} a θ_{m2}).

	θ_{m1}	θ_{m2}
$\theta_1 \leq p2 \leq \theta_2$	θ_1	p2
$p1 < \theta_2 < p2$	p1	θ_2
$p2 < \theta_1$ ou $p1 > \theta_2$	0	0

Tabela 3.6: Ângulos limites de interseção das funções volta do estator com o segundo circuito do rotor (θ_{m3} a θ_{m4}).

	θ_{m3}	θ_{m4}
$\theta_1 \leq p4 \leq \theta_2$	θ_1	$p4$
$p3 < \theta_2 < p4$	$p3$	θ_2
$p4 < \theta_1$ ou $p3 > \theta_2$	0	0

Para esclarecer melhor os pontos adotados, tem-se o exemplo da determinação dos limites de integração da integral 3_{zRi} para o caso onde deseja-se encontrar a integral 3_{b1R3} , ou seja

integral 3_{b1R3}

$$\int_0^{2\pi} P(\alpha)n_{b1}(\alpha)n_{R3}(\alpha)d\alpha = \frac{N.N_R.k1}{g_0} \left[\begin{aligned} & \left((\theta_{m2} - \theta_{m1}) + 2.k2 \cdot \left(\begin{aligned} & \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_{m2}) - \text{sen}(\theta_{m1})) \\ & - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_{m2}) - \cos(\theta_{m1})) \end{aligned} \right) \right) + \\ & + k2^2 \left(\begin{aligned} & \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_{m2}) - \text{sen}(2\theta_{m1})) \\ & - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_{m2}) - \cos(2\theta_{m1})) \end{aligned} \right) + \\ & + (\theta_{m4} - \theta_{m3}) + 2.k2 \cdot \left(\begin{aligned} & \cos(\gamma) \cdot (\text{sen}(\theta_{m4}) - \text{sen}(\theta_{m3})) \\ & - \text{sen}(\gamma) \cdot (\cos(\theta_{m4}) - \cos(\theta_{m3})) \end{aligned} \right) + \\ & + k2^2 \left(\begin{aligned} & \cos(2\gamma) \cdot (\text{sen}(2\theta_{m4}) - \text{sen}(2\theta_{m3})) \\ & - \text{sen}(2\gamma) \cdot (\cos(2\theta_{m4}) - \cos(2\theta_{m3})) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right] \quad (3.80)$$

Então, tem-se que θ_1 e θ_2 valem $\frac{5\pi}{12}$ e $\frac{11\pi}{12}$, referentes aos limites da função volta da bobina **b1**, de acordo com a Figura 3.5. Já os limites **p1**, **p2**, **p3** e **p4** para a função volta da bobina **R3** são definidos como $\frac{\pi}{12} + \varepsilon$, $\frac{7\pi}{12} + \varepsilon$, $\frac{13\pi}{12} + \varepsilon$ e $\frac{19\pi}{12} + \varepsilon$ respectivamente, de acordo com a Figura 3.6.

Como exemplo, a Figura 3.7 mostra os limites envolvidos para três valores distintos de ε , onde, para $\varepsilon = 0$, os valores de θ_{m1} , θ_{m2} , θ_{m3} e θ_{m4} são respectivamente $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{7\pi}{12}$, 0 e 0.

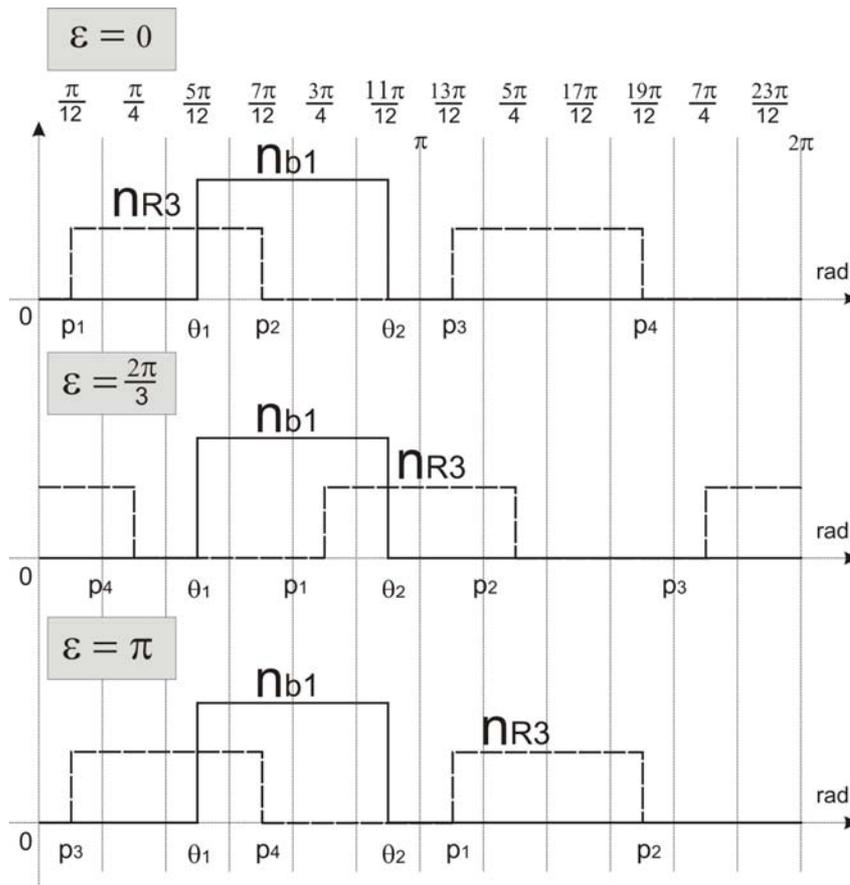


Figura 3.7: Interseção entre a função volta da bobina **b1** do estator e a bobina **R3** do rotor para diferentes valores de ϵ .

3.9 - Conclusão

Esse capítulo mostrou como a máquina de indução convencional foi alterada para adaptar a função de mancal.

Foi mostrada a estrutura do estator, como foi feito seu bobinamento para que fosse possível a implementação do controle de posicionamento radial, bem como o modelo do rotor utilizado, para que se conseguisse escapar da baixa potência fornecida ao controle radial pelo rotor em gaiola de esquilo.

O capítulo trouxe ainda o cálculo das indutâncias envolvidas com a máquina de indução. Uma vez que a posição do rotor altera os fluxos envolvidos, tem-se então matrizes indutância que não são passíveis de simplificação, tendo seus valores variando com a posição radial do rotor.

CAPÍTULO 4

Modelagem da Máquina de Indução sem Mancais

4.1 - Introdução

A modelagem da máquina de indução convencional serve como ponto de partida para a obtenção do modelo da máquina de indução sem mancais. Neste capítulo, são tratadas as modificações necessárias para que seja obtido o modelo da máquina de indução sem mancais.

Partindo da modelagem convencional da máquina de indução trifásica, são feitas as devidas considerações para se obter, posteriormente, o modelo da máquina de indução trifásica sem mancais, onde é levado em consideração o desbalanceamento das correntes das bobinas que compõem cada fase, bem como o entreferro variável.

Com o modelo testado e validado será possível avaliar em simulação várias formas de controle para a máquina sem mancais com bobinado dividido, uma vez que esta não apresenta muitas opções de controle implementadas na bibliografia. Portanto, este modelo é de primordial importância ao prosseguimento dos estudos nessa área.

4.2 - Correntes da Máquina

Primeiramente, será feito o equacionamento das correntes do estator e do rotor. Para tanto, a distribuição das correntes deve ser analisada.

De acordo com a Figura 4.1, que mostra a distribuição das bobinas do estator, as correntes são representadas como mostrado nas Equações 4.1 e 4.2:

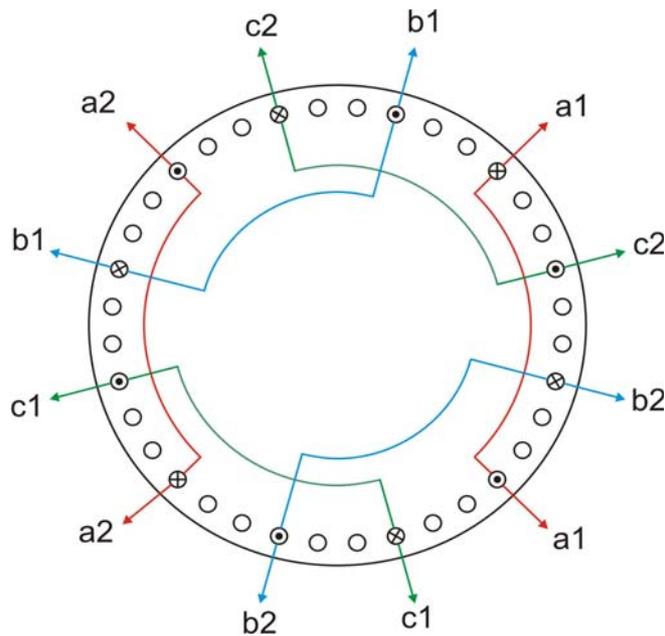


Figura 4.1: Distribuição simbólica das bobinas no estator.

$$i_{S1}(t) = i_{a1}(t) + i_{b1}(t)e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_{c1}(t)e^{j\frac{4\pi}{3}} \quad (4.1)$$

$$i_{S1}^*(t) = i_{a1}(t) + i_{b1}(t)e^{-j\frac{2\pi}{3}} + i_{c1}(t)e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

$$i_{S2}(t) = i_{a2}(t)e^{j\pi} + i_{b2}(t)e^{-j\frac{\pi}{3}} + i_{c2}(t)e^{j\frac{\pi}{3}} \quad (4.2)$$

$$i_{S2}^*(t) = i_{a2}(t)e^{-j\pi} + i_{b2}(t)e^{j\frac{\pi}{3}} + i_{c2}(t)e^{-j\frac{\pi}{3}}$$

onde (*) representa o conjugado do vetor.

De uma forma mais genérica ainda pode-se representar o vetor corrente do estator como

$$\underline{i}_s(t) = \underline{i}_{s1}(t) + \underline{i}_{s2}(t). \quad (4.3)$$

Como já descrito no Capítulo 3, o rotor será tratado como um reflexo do estator, como acontece no caso do rotor em gaiola para a abordagem convencional, Portanto, o vetor corrente do rotor será representado por

$$\begin{aligned} \underline{i}_R(t) &= i_{Ra}(t) + i_{Rb}(t)e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_{Rc}(t)e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ \underline{i}_R^*(t) &= i_{Ra}(t) + i_{Rb}(t)e^{-j\frac{2\pi}{3}} + i_{Rc}(t)e^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Para o rotor, existe no estator apenas um conjunto de bobinas trifásicas, como no caso da máquina que não possui seu bobinado dividido. Isso ocorre porque as correntes das bobinas circulam de forma equilibrada, para o rotor a corrente total por fase é sempre a mesma.

Portanto, a corrente do rotor será reflexo das correntes dos dois conjuntos de bobinas do estator, tendo sua orientação junto com o primeiro conjunto, uma vez que, apesar do segundo conjunto apresentar sentido oposto ao do primeiro, este apresenta correntes negativas de entrada, o que resultaria em uma corrente com o mesmo sentido da primeira. O que difere então nos dois conjuntos do estator é a orientação do bobinamento, que gera forças nos dois sentidos, dependendo do conjunto de bobinas analisado.

4.3 - Equações de Fluxo

Das equações básicas genéricas de fluxo, tem-se que

$$\psi_s(t) = [L][i_s] + [M][i_R] \quad (4.5)$$

a expressão do fluxo no estator é definida como sendo a soma do vetor corrente do estator vezes sua indutância própria com o vetor corrente do rotor vezes a indutância mútua entre estator e rotor.

Então, considerando os dois conjuntos de bobinas no estator [Leonhard,1996], o vetor fluxo gerado, em coordenadas do estator, será

$$\underline{\psi}_{S1}(t) = [L_{S1}]!_{S1} + [L_{S1S2}]!_{S2} + [L_{S1R}]!_R e^{j\varepsilon} \quad (4.6)$$

$$\underline{\psi}_{S2}(t) = [L_{S2}]!_{S2} + [L_{S2S1}]!_{S1} + [L_{S2R}]!_R e^{j\varepsilon} \quad (4.7)$$

onde ε é o ângulo que define a posição do rotor e o fluxo total do estator é

$$\underline{\psi}_S(t) = \underline{\psi}_{S1}(t) + \underline{\psi}_{S2}(t). \quad (4.8)$$

O fluxo gerado pelo rotor em coordenadas do rotor será

$$\underline{\psi}_R(t) = [L_R]!_R + [L_{Rs1}]!_{S1} e^{-j\varepsilon} + [L_{RS2}]!_{S2} e^{-j\varepsilon} \quad (4.9)$$

onde $[L_R]$ é a matriz indutância do rotor e $[L_{S1R}]$ e $[L_{S2R}]$ as matrizes indutância mútua entre o primeiro conjunto de bobinas do estator como o rotor e do segundo conjunto com o rotor, respectivamente.

4.4 - Equações de Tensão

O cálculo das tensões da máquina sem mancais é baseado nos circuitos do estator e do rotor que são descritos na Figura 4.2.

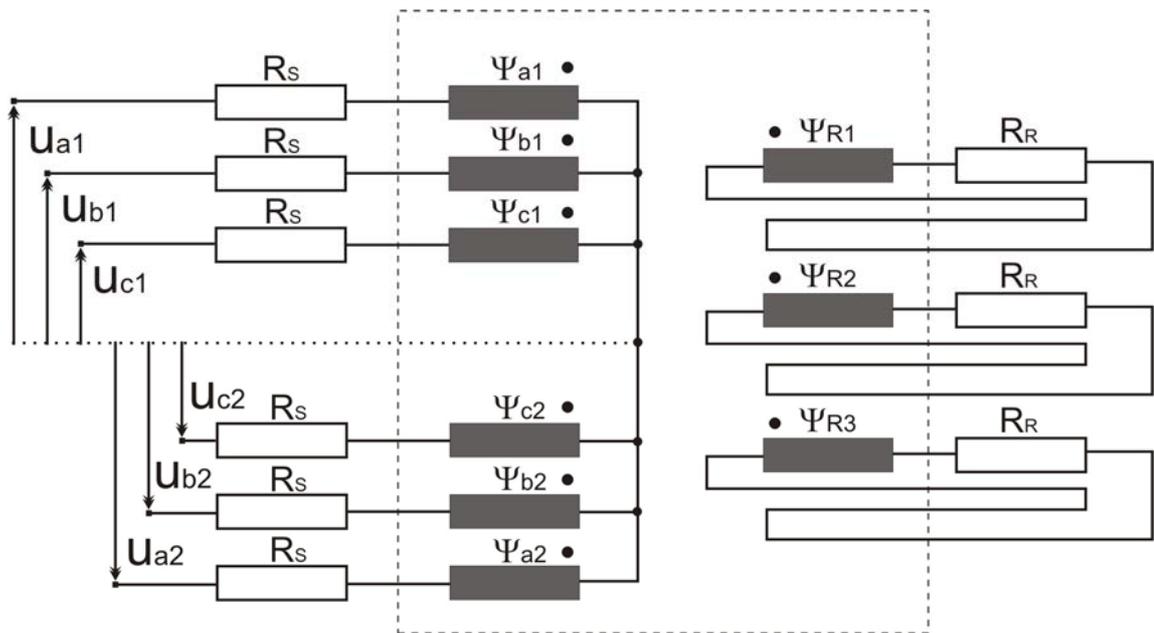


Figura 4.2: Fluxos e tensões.

As tensões do circuito do estator são definidas como

$$\begin{aligned}
 u_{a1}(t) &= R_s i_{a1}(t) + \frac{d\psi_{a1}(t)}{dt} \\
 u_{b1}(t) &= R_s i_{b1}(t) + \frac{d\psi_{b1}(t)}{dt} \\
 u_{c1}(t) &= R_s i_{c1}(t) + \frac{d\psi_{c1}(t)}{dt} \\
 u_{a2}(t) &= R_s i_{a2}(t) + \frac{d\psi_{a2}(t)}{dt} \\
 u_{b2}(t) &= R_s i_{b2}(t) + \frac{d\psi_{b2}(t)}{dt} \\
 u_{c2}(t) &= R_s i_{c2}(t) + \frac{d\psi_{c2}(t)}{dt}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

ou na forma vetorial

$$\underline{u}_S(t) = R_s \underline{i}_S(t) + \frac{d\underline{\psi}_S(t)}{dt}. \tag{4.11}$$

Para as tensões do rotor tem-se

$$\begin{aligned}
 u_{R1}(t) &= R_R i_{R1}(t) + \frac{d\psi_{R1}(t)}{dt} = 0 \\
 u_{R2}(t) &= R_R i_{R2}(t) + \frac{d\psi_{R2}(t)}{dt} = 0 \\
 u_{R3}(t) &= R_R i_{R3}(t) + \frac{d\psi_{R3}(t)}{dt} = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

ou ainda, na forma vetorial

$$\underline{u}_R(t) = R_R \dot{i}_R(t) + \frac{d\underline{\psi}_R(t)}{dt} = 0
 \tag{4.13}$$

4.5 - Equação de Torque

Para a determinação da expressão do torque é necessário conhecer a densidade de campo magnético no entreferro, que é retirada da Equação 3.13 para o campo magnético, logo

$$B_z(\alpha) = \mu_0 \left[n_z(\alpha) - \frac{\int_0^{2\pi} n_z(\alpha).P(\alpha)d\alpha}{\int_0^{2\pi} P(\alpha)d\alpha} \right] . i_z P(\alpha),
 \tag{4.14}$$

sendo

$$N_z(\alpha) = n_z(\alpha) - \frac{\int_0^{2\pi} n_z(\alpha).P(\alpha)d\alpha}{\int_0^{2\pi} P(\alpha)d\alpha}.
 \tag{4.15}$$

logo,

$$B_z(\alpha) = \mu_0 N_z(\alpha).i_z P(\alpha),
 \tag{4.16}$$

onde \mathbf{z} corresponde a uma bobina genérica do estator. Para a densidade de campo magnético relativo aos dois conjuntos de bobinas ao longo do entreferro tem-se que considerar a influência de todas as seis correntes, portanto

$$B_{\text{entreferro}}(\alpha, t) = \mu_0 P(\alpha) \left[\begin{array}{l} N_{a1}(\alpha).i_{a1}(t) + N_{b1}(\alpha).i_{b1}(t) + N_{c1}(\alpha).i_{c1}(t) + \\ + N_{a2}(\alpha).i_{a2}(t) + N_{b2}(\alpha).i_{b2}(t) + N_{c2}(\alpha).i_{c2}(t) \end{array} \right], \quad (4.17)$$

O torque é então definido através da força tangencial de Lorentz, a qual é exercida nos condutores axiais do rotor, cortados ortogonalmente pelo campo magnético radial gerado pelo estator. Então

$$mM(t) = r \int df \quad (4.18)$$

sendo r o raio do rotor e

$$df = -B_{\text{entreferro}}(\beta, \varepsilon, t).a_r(\beta, t).l.r.d\beta. \quad (4.19)$$

O vetor distribuição de corrente ao longo da circunferência do rotor é definido como a derivada da função Ampere-volta do rotor, ou seja

$$a_R(\beta, t) = \frac{1}{2r} \frac{\partial (N_R(\beta, t).i_R(t))}{\partial(\beta)}. \quad (4.20)$$

Substituindo a Equação 4.15 para a função enrolamento tem-se

$$a_R(\beta, t) = \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial(\beta)} [N_{r1}(\beta).j_{r1}(t) + N_{r2}(\beta).j_{r2}(t) + N_{r3}(\beta).j_{r3}(t)]. \quad (4.21)$$

Portanto, a Equação 4.18 para o torque fica

$$mM(t) = -r^2 l \int_0^{2\pi} B_{\text{entreferro}}(\beta, \varepsilon, t).a_R(\beta, t).d\beta, \quad (4.22)$$

Substituindo as Equações 4.17 e 4.21 na Equação 4.22 vem

$$mM(t) = -r^2 l \int_0^{2\pi} \left(\mu_0 P(\alpha) \left[\begin{array}{l} N_{a1}(\alpha).i_{a1}(t) + \\ + N_{b1}(\alpha).i_{b1}(t) + \\ + N_{c1}(\alpha).i_{c1}(t) + \\ + N_{a2}(\alpha).i_{a2}(t) + \\ + N_{b2}(\alpha).i_{b2}(t) + \\ + N_{c2}(\alpha).i_{c2}(t) \end{array} \right] \right) \cdot \left(\frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial(\beta)} \left[\begin{array}{l} N_{r1}(\beta).j_{r1}(t) + \\ + N_{r2}(\beta).j_{r2}(t) + \\ + N_{r3}(\beta).j_{r3}(t) \end{array} \right] \right) .d\beta \quad (4.23)$$

fazendo $\alpha = \beta + \varepsilon$ tem-se

$$mM(t) = -\frac{r l \mu_0}{2} \int_0^{2\pi} P(\beta) \begin{pmatrix} N_{a1}(\alpha).i_{a1}(t) + \\ + N_{b1}(\alpha).i_{b1}(t) + \\ + N_{c1}(\alpha).i_{c1}(t) + \\ + N_{a2}(\alpha).i_{a2}(t) + \\ + N_{b2}(\alpha).i_{b2}(t) + \\ + N_{c2}(\alpha).i_{c2}(t) \end{pmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial(\beta)} \begin{pmatrix} N_{r1}(\beta).i_{r1}(t) + \\ + N_{r2}(\beta).i_{r2}(t) + \\ + N_{r3}(\beta).i_{r3}(t) \end{pmatrix} \right) d\beta \quad (4.24)$$

A função enrolamento, como descrita no Capítulo 3, apresenta-se semelhante para todas as bobinas do estator da máquina. Quando o rotor está centralizado as funções são iguais, porém defasadas de $\frac{2\pi}{3}$ radianos. Já quando o rotor apresenta-se deslocado radialmente, a defasagem e a forma se mantêm, ocorrendo apenas um deslocamento vertical. Lançando mão desse fato e aliando-se as Equações 4.1, 4.2 e 4.4, pode-se simplificar a Equação 4.24 a

$$mM(t) = -\frac{r l \mu_0}{2} \int_0^{2\pi} P(\beta) \begin{pmatrix} \check{i}_S(t) e^{-j(\beta+\varepsilon)} + \\ + \check{i}_S^*(t) e^{j(\beta+\varepsilon)} \end{pmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial(\beta)} \begin{pmatrix} \check{i}_R(t) e^{-j\beta} + \\ + \check{i}_R^*(t) e^{j\beta} \end{pmatrix} \right) d\beta \quad (4.25)$$

onde

$$\begin{aligned} \check{i}_S(t) &= \check{i}_{S1}(t) + \check{i}_{S2}(t) \\ \check{i}_{S1}(t) &= (N_f(\beta) + A1)i_{a1}(t) + (N_f(\beta) + B1)i_{b1}(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + (N_f(\beta) + C1)i_{c1}(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ \check{i}_{S2}(t) &= (N_f(\beta) + A2)i_{a2}(t) e^{-j\pi} + (N_f(\beta) + B2)i_{b2}(t) e^{j\frac{\pi}{3}} + (N_f(\beta) + C2)i_{c2}(t) e^{-j\frac{\pi}{3}} \\ \check{i}_R(t) &= (N_{fr}(\beta) + R1)i_{r1}(t) + (N_{fr}(\beta) + R2)i_{r2}(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + (N_{fr}(\beta) + R3)i_{r3}(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{aligned} \quad (4.26)$$

são os vetores corrente modulados pela respectiva função enrolamento. As funções N_f e N_{fr} são funções enrolamentos sem definição de posição no eixo X e sem deslocamento no eixo Y , elas representam a função básica que é comum a todas as bobinas para o estator e para o rotor respectivamente. Os termos exponenciais deslocam a função enrolamento básica (N_f e N_{fr}) para sua devida posição e as constantes A , B , C , $R1$, $R2$ e $R3$ definem a posição da função N_f e N_{fr} no eixo Y . A Figura 4.3 representa melhor as funções envolvidas, mostrando como se dá essa rotação para o caso da bobina $b1$ como exemplo.

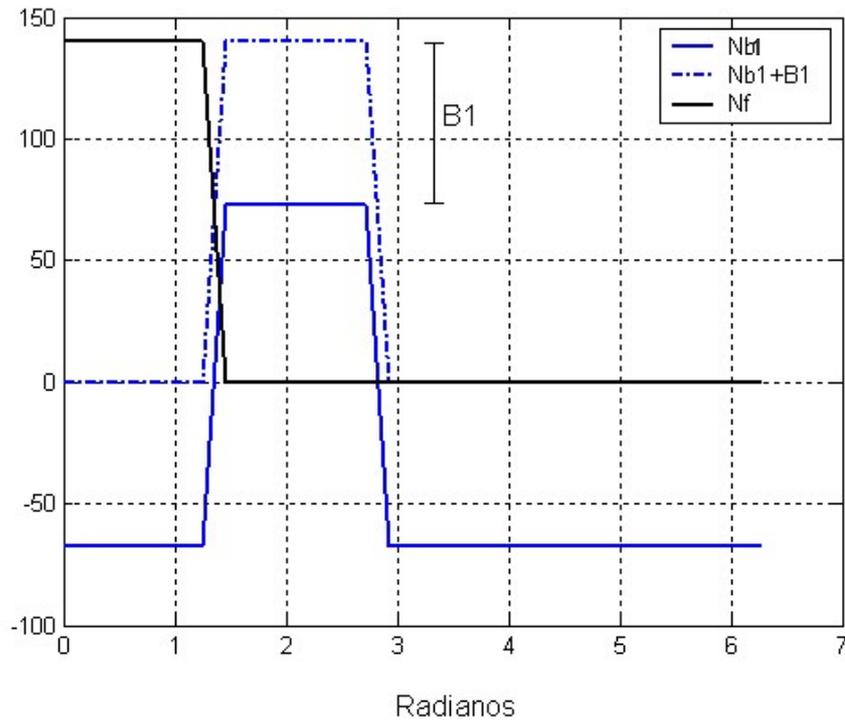


Figura 4.3: Representação de Nb1, Nf e B1.

Eliminando a derivada da Equação 4.25 e arrumando-a tem-se

$$mM(t) = j \frac{r l \mu_0}{2} \int_0^{2\pi} P(\beta) \left[\check{i}_S(t) e^{-j(\beta+\varepsilon)} + \check{i}_S^*(t) e^{j(\beta+\varepsilon)} \right] \left[\check{i}_R(t) e^{-j\beta} - \check{i}_R^*(t) e^{j\beta} \right] d\beta \quad (4.27)$$

multiplicando as correntes vem

$$mM(t) = j \frac{r l \mu_0}{2} \int_0^{2\pi} P(\beta) \left[-\check{i}_S(t) \check{i}_R^*(t) e^{-j\varepsilon} + \check{i}_S^*(t) \check{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right] d\beta. \quad (4.28)$$

Como os termos dependentes de β que multiplicam as correntes se anulam, a integral resumi-se a

$$mM(t) = j \frac{r l \mu_0}{2} \left[-\check{i}_S(t) \check{i}_R^*(t) e^{-j\varepsilon} + \check{i}_S^*(t) \check{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right] \int_0^{2\pi} P(\beta) d\beta. \quad (4.29)$$

Tem-se que a expressão da função volta do entreferro é dada por

$$P(\beta) = \frac{k1}{g_0} \left(1 + 2.k2.\cos(\beta + \varepsilon - \gamma) + 2.k2^2.\cos(2\beta + 2\varepsilon - 2\gamma) \right) \quad (4.30)$$

e na forma exponencial fica

$$P(\beta) = \frac{k_1}{g_0} \left(1 + k_2 e^{j\beta} e^{j(\varepsilon-\gamma)} + k_2 e^{-j\beta} e^{-j(\varepsilon-\gamma)} + k_2^2 e^{j2\beta} e^{j2(\varepsilon-\gamma)} + k_2^2 e^{-j2\beta} e^{-j2(\varepsilon-\gamma)} \right). \quad (4.31)$$

Substituindo a Equação 4.31 na Equação 4.29 vem

$$mM(t) = j \frac{r l \mu_0 k_1}{2g_0} \left[-\check{i}_S(t) \check{i}_R^*(t) e^{-j\varepsilon} + \check{i}_S^*(t) \check{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right] \int_0^{2\pi} \left(\begin{array}{l} 1 + k_2 e^{j\beta} e^{j(\varepsilon-\gamma)} + \\ + k_2 e^{-j\beta} e^{-j(\varepsilon-\gamma)} + \\ + k_2^2 e^{j2\beta} e^{j2(\varepsilon-\gamma)} + \\ + k_2^2 e^{-j2\beta} e^{-j2(\varepsilon-\gamma)} \end{array} \right) d\beta. \quad (4.32)$$

Solucionando a integral tem-se que

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \left(1 + k_2 e^{j\beta} e^{j(\varepsilon-\gamma)} + k_2 e^{-j\beta} e^{-j(\varepsilon-\gamma)} + k_2^2 e^{j2\beta} e^{j2(\varepsilon-\gamma)} + k_2^2 e^{-j2\beta} e^{-j2(\varepsilon-\gamma)} \right) d\beta = \\ & = \int_0^{2\pi} 1 d\beta + k_2 e^{j(\varepsilon-\gamma)} \int_0^{2\pi} e^{j\beta} d\beta + k_2 e^{-j(\varepsilon-\gamma)} \int_0^{2\pi} e^{-j\beta} d\beta + \\ & + k_2^2 e^{j2(\varepsilon-\gamma)} \int_0^{2\pi} e^{j2\beta} d\beta + k_2^2 e^{-j2(\varepsilon-\gamma)} \int_0^{2\pi} e^{-j2\beta} d\beta = 2\pi \end{aligned} \quad (4.33)$$

logo

$$mM(t) = j \frac{r l \mu_0 k_1 \pi}{g_0} \left[-\check{i}_S(t) \check{i}_R^*(t) e^{-j\varepsilon} + \check{i}_S^*(t) \check{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right]. \quad (4.34)$$

Manipulando vem

$$mM(t) = \frac{2 r l \mu_0 k_1 \pi}{g_0} \left[\frac{\check{i}_S(t) \check{i}_R^*(t) e^{-j\varepsilon} - \check{i}_S^*(t) \check{i}_R(t) e^{j\varepsilon}}{2j} \right] \quad (4.35)$$

ou ainda

$$mM(t) = \frac{2 r l \mu_0 k_1 \pi}{g_0} \Im m \left[\check{i}_S(t) \left(\check{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right)^* \right], \quad (4.36)$$

onde $\Im m [\underline{f}]$ corresponde a parte imaginária do vetor \underline{f} .

4.6 - Modelo da Máquina

O modelo da máquina de indução sem mancais adotado tem seu referencial no fluxo que é enlaçado pelo rotor, isso garante uma simplificação quando comparado com a orientação no fluxo do estator ou do entreferro.

As expressões envolvidas no modelo são manipuladas a fim de possibilitar um melhor acoplamento entre as variáveis envolvidas. Expressões para o torque e para a velocidade são obtidas a partir de parâmetros que possam ser medidos do protótipo e com isso favorecer uma validação do modelo.

4.6.1 - Torque

A equação encontrada para a descrição do torque da máquina depende explicitamente da interação entre as correntes de estator e do rotor. Como as correntes do rotor apresentam dificuldade em serem medidas, elas são substituídas por uma quantidade equivalente que pode ser medida a partir do estator, ou seja, será considerado um reflexo das correntes do rotor no estator. Essa corrente é definida como i_{mR} e é assumido que seu valor, junto com a indutância mútua entre estator e rotor, gera o fluxo do rotor. Portanto

$$\underline{\psi}_R(t)e^{j\varepsilon} = [L_{RS1}]i_{mR1}(t) + [L_{RS2}]i_{mR2}(t), \quad (4.37)$$

substituindo a equação 4.9 para o fluxo do rotor tem-se

$$[L_{RS1}]i_{mR1}(t) + [L_{RS2}]i_{mR2}(t) = [L_R]\check{i}_R(t)e^{j\varepsilon} + [L_{RS1}]\check{i}_{S1}(t) + [L_{RS2}]\check{i}_{S2}(t). \quad (4.38)$$

Então vem

$$\check{i}_R(t)e^{j\varepsilon} = [L_R]^{-1}[L_{S1R}](i_{mR1}(t) - \check{i}_{S1}(t)) + [L_R]^{-1}[L_{S2R}](i_{mR2}(t) - \check{i}_{S2}(t)). \quad (4.39)$$

Substituindo a Equação 4.38 na Equação 4.36 tem-se uma nova expressão para o torque, sendo esta dependente de \check{i}_{mR} e da corrente do estator.

$$mM(t) = \frac{2r_l\mu_0k_1\pi}{g_0} \Im m \left[\check{i}_S(t) \left(\begin{array}{l} [L_R]^{-1}[L_{S1R}](i_{mR1}(t) - \check{i}_{S1}(t)) + \\ + [L_R]^{-1}[L_{S2R}](i_{mR2}(t) - \check{i}_{S2}(t)) \end{array} \right)^* \right], \quad (4.40)$$

substituindo a Equação 4.3 para a corrente do estator tem-se que

$$mM(t) = \frac{2r_l \mu_0 k_1 \pi}{g_0} \Im m \left[\begin{array}{l} \check{i}_{S1}(t) \left(\begin{array}{l} [L_R]^{-1} [L_{S1R}] (i_{mR1}(t) - \check{i}_{S1}(t)) + \\ + [L_R]^{-1} [L_{S2R}] (i_{mR2}(t) - \check{i}_{S2}(t)) \end{array} \right)^* + \\ + \check{i}_{S2}(t) \left(\begin{array}{l} [L_R]^{-1} [L_{S1R}] (i_{mR1}(t) - \check{i}_{S1}(t)) + \\ + [L_R]^{-1} [L_{S2R}] (i_{mR2}(t) - \check{i}_{S2}(t)) \end{array} \right)^* \end{array} \right], \quad (4.41)$$

onde o torque pode ser dividido em duas partes, onde são chamadas de

$$mM1(t) = \frac{2r_l \mu_0 k_1 \pi}{g_0} \Im m \left[\check{i}_{S1}(t) \left(\begin{array}{l} [L_R]^{-1} [L_{S1R}] (i_{mR1}(t) - \check{i}_{S1}(t)) + \\ + [L_R]^{-1} [L_{S2R}] (i_{mR2}(t) - \check{i}_{S2}(t)) \end{array} \right)^* \right], \quad (4.42)$$

e

$$mM2(t) = \frac{2r_l \mu_0 k_1 \pi}{g_0} \Im m \left[\check{i}_{S2}(t) \left(\begin{array}{l} [L_R]^{-1} [L_{S1R}] (i_{mR1}(t) - \check{i}_{S1}(t)) + \\ + [L_R]^{-1} [L_{S2R}] (i_{mR2}(t) - \check{i}_{S2}(t)) \end{array} \right)^* \right], \quad (4.43)$$

4.6.2 - Cálculo de i_{mR}

Partindo-se da expressão de tensão para o rotor descrita na Equação 4.13

$$\underline{u}_R(t) = R_R \check{i}_R(t) + \frac{d\underline{\psi}_R(t)}{dt} = 0 \quad (4.44)$$

e substituindo-se a expressão para o fluxo do rotor presente na Equação 4.9

$$\underline{\psi}_R(t) = [L_R] \check{i}_R + [L_{RS1}] \check{i}_{S1} e^{-j\varepsilon} + [L_{RS2}] \check{i}_{S2} e^{-j\varepsilon} \quad (4.45)$$

tem-se que

$$\underline{u}_R(t) = R_R \check{i}_R(t) + [L_R] \frac{d\check{i}_R(t)}{dt} + [L_{RS1}] \frac{d\check{i}_{S1}(t) e^{-j\varepsilon}}{dt} + [L_{RS2}] \frac{d\check{i}_{S2}(t) e^{-j\varepsilon}}{dt} = 0 \quad (4.46)$$

reorganizando vem

$$R_R \ddot{i}_R(t) + \frac{d}{dt} \left([L_R] \dot{i}_R(t) + [L_{RS1}] \dot{i}_{S1}(t) e^{-j\varepsilon} + [L_{RS2}] \dot{i}_{S2}(t) e^{-j\varepsilon} \right) = 0. \quad (4.47)$$

Substituindo as Equações 4.38 e 4.39 na Equação 4.47 tem-se

$$R_R \left([L_R]^{-1} \left(e^{-j\varepsilon} [L_{RS1}] \left(i_{mR1}(t) - \dot{i}_{S1}(t) \right) + e^{-j\varepsilon} [L_{RS2}] \left(i_{mR2}(t) - \dot{i}_{S2}(t) \right) \right) \right) + \frac{d}{dt} \left([L_{RS1}] i_{mR1}(t) e^{-j\varepsilon} + [L_{RS2}] i_{mR2}(t) e^{-j\varepsilon} \right) = 0 \quad (4.48)$$

Organizando a Equação 4.48 chega-se a

$$\begin{aligned} [L_{RS1}] \frac{d i_{mR1}(t)}{dt} + [L_{RS2}] \frac{d i_{mR2}(t)}{dt} = \\ [L_{RS1}] j i_{mR1}(t) \frac{d\varepsilon}{dt} + R_R [L_R]^{-1} [L_{RS1}] \dot{i}_{S1}(t) - R_R [L_R]^{-1} [L_{RS1}] i_{mR1}(t) \\ + [L_{RS2}] j i_{mR2}(t) \frac{d\varepsilon}{dt} + R_R [L_R]^{-1} [L_{RS2}] \dot{i}_{S2}(t) - R_R [L_R]^{-1} [L_{RS2}] i_{mR2}(t) \end{aligned} \quad (4.49)$$

Onde $\frac{d\varepsilon}{dt} = \omega_{mec}$. Assumindo que

$$\begin{aligned} [L_{RS1}] \frac{d i_{mR1}(t)}{dt} = [L_{RS1}] j i_{mR1}(t) \frac{d\varepsilon}{dt} + R_R [L_R]^{-1} [L_{S1R}] \dot{i}_{S1}(t) - R_R [L_R]^{-1} [L_{RS1}] i_{mR1}(t) \\ [L_{RS2}] \frac{d i_{mR2}(t)}{dt} = [L_{RS2}] j i_{mR2}(t) \frac{d\varepsilon}{dt} + R_R [L_R]^{-1} [L_{RS2}] \dot{i}_{S2}(t) - R_R [L_R]^{-1} [L_{RS2}] i_{mR2}(t) \end{aligned} \quad (4.50)$$

então os vetores \underline{i}_{mR1} e \underline{i}_{mR2} podem ser escritos como

$$\begin{aligned} \frac{d i_{mR1}(t)}{dt} = R_R [L_{RS1}]^{-1} [L_R]^{-1} [L_{RS1}] \dot{i}_{S1}(t) + \left(j \frac{d\varepsilon}{dt} [I] - R_R [L_{RS1}]^{-1} [L_R]^{-1} [L_{RS1}] \right) i_{mR1}(t) \\ \frac{d i_{mR2}(t)}{dt} = R_R [L_{RS2}]^{-1} [L_R]^{-1} [L_{RS2}] \dot{i}_{S2}(t) + \left(j \frac{d\varepsilon}{dt} [I] - R_R [L_{RS2}]^{-1} [L_R]^{-1} [L_{RS2}] \right) i_{mR2}(t) \end{aligned} \quad (4.51)$$

A Figura 4.4 mostra o diagrama de blocos da máquina sem mancais com bobinado dividido, que é resultado direto das Equações 4.42, 4.43 e 4.51. O modelo apresenta o equivalente a duas máquinas, as quais compõem o torque de saída. São gerados dois ângulos, ρ_1 e ρ_2 para o fluxo do rotor, onde qualquer um dos dois pode ser utilizado como referência.

O diagrama de blocos descreve o funcionamento da máquina sem mancais, onde, a partir de entradas de correntes, variáveis como torque, velocidade e posição são calculados. Além das correntes, o sistema tem como entrada também as coordenadas x e y da posição do rotor, porém estas são representadas pelas variáveis dentro das elipses, como indutância e a constante $K1$, onde suas variações em função da posição radial do rotor foram já descritas no Capítulo 3. Os círculos no diagrama representam os ganhos e os quadrados funções, também já definidas na lista de símbolos.

4.7 - Modelo da Posição Radial

Esta seção traz um modelo matemático para a posição radial X e Y baseado nas forças envolvidas no deslocamento do rotor.

Inicialmente é desenvolvido um modelo de posicionamento simples, considerando o deslocamento do rotor em um único eixo. Tal modelo servirá de ponto de partida para a obtenção do modelo completo que considera os três eixos de corrente da máquina. Em um primeiro momento as forças externas não serão consideradas, porém não serão desprezadas.

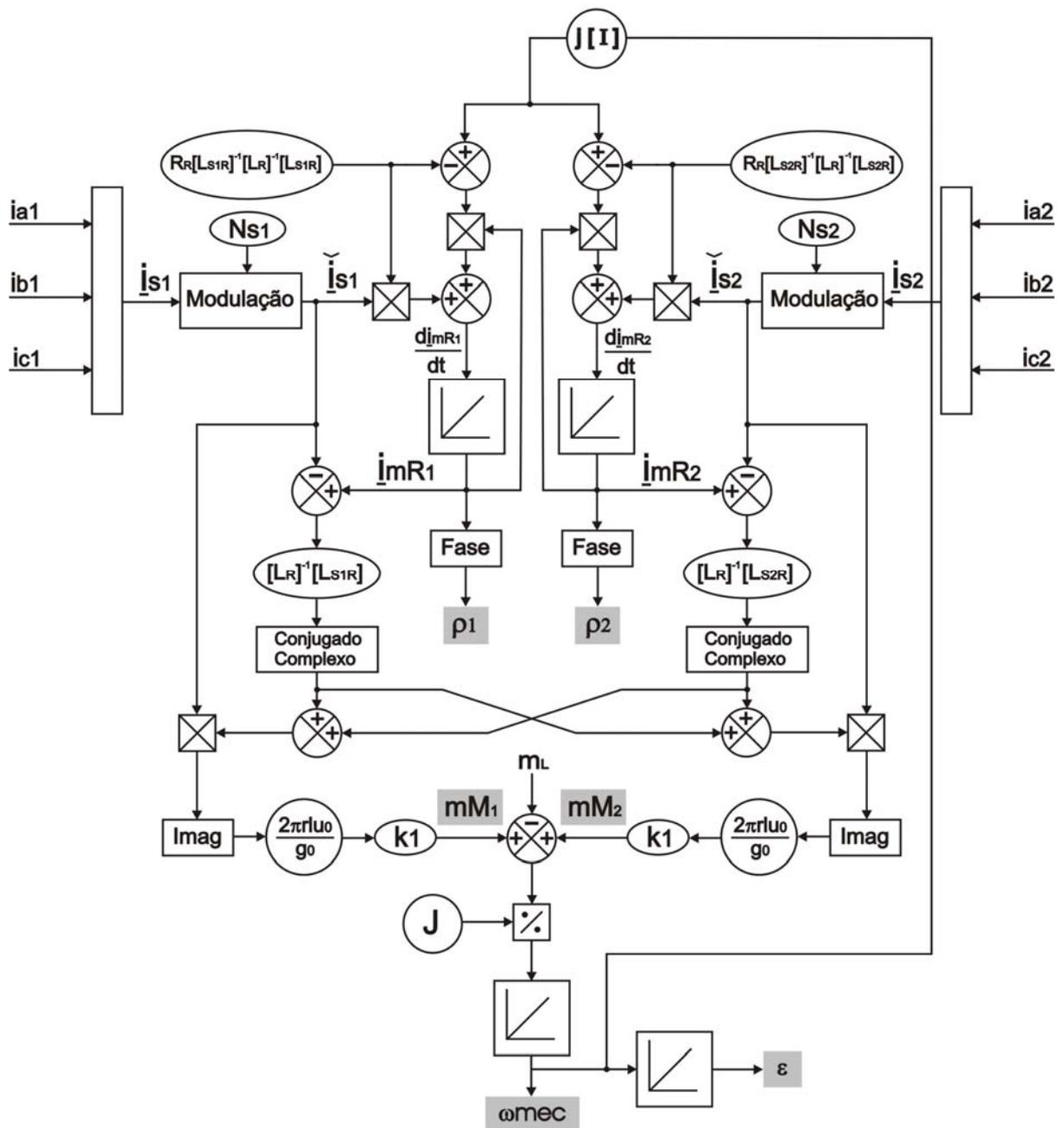


Figura 4.4: Diagrama de blocos da máquina sem mancais.

4.7.1 - Modelo da Posição em um Eixo

O primeiro passo na obtenção do modelo da posição do rotor é conhecer como é o comportamento das forças radiais em apenas um eixo. Dessa forma, os conceitos relacionados serão mais facilmente esclarecidos, para que, posteriormente, seja introduzido o modelo considerando-se os três eixos relativos à

máquina sem mancais estudada. Para essa análise é considerado o sistema mostrado na Figura 4.5.

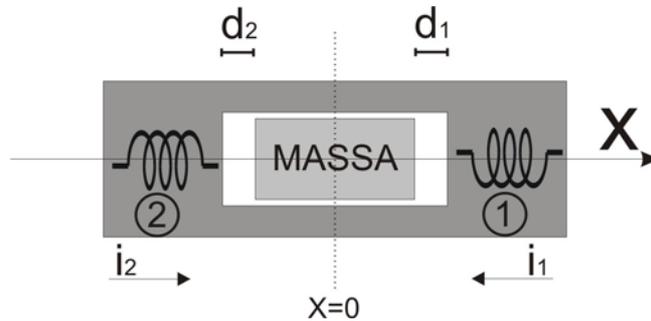


Figura 4.5: Sistema de posicionamento de único eixo.

O sistema mostra uma massa que pode deslocar-se somente na direção X , tendo sua posição influenciada pelas forças geradas pelas bobinas ① e ②, d_1 e d_2 são os respectivos valores de entreferro e i_1 e i_2 as respectivas correntes.

Para o sistema se aproximar do real, será considerada a variação de corrente Δi onde

$$\begin{aligned} i_1 &= I + \Delta i \\ i_2 &= I - \Delta i \end{aligned} \quad (4.52)$$

sendo I a corrente de referência. O entreferro quando $x=0$ será denominado por g_0 .

A força que cada bobina exerce sobre a massa é dada por

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{k i_1^2}{d_1^2} \\ F_2 &= \frac{k i_2^2}{d_2^2} \end{aligned} \quad (4.53)$$

onde a constante k é dada por

$$k = \frac{1}{4} N^2 \mu A, \quad (4.54)$$

sendo N o número de espiras da bobina, μ a permeabilidade do meio e A a área eficaz atravessada pelo fluxo.

Considerando g_0 o valor do entreferro para o caso da massa centralizada, pode-se reescrever a Equação 4.53, em conjunto com a Equação 4.52, como

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{k(i + \Delta i)^2}{(g - x)^2} \\ F_2 &= \frac{k(i - \Delta i)^2}{(g + x)^2} \end{aligned} \quad (4.55)$$

A solução da equação de posicionamento culmina em um problema de difícil solução, portanto, para simplificar o trabalho será utilizado um método de linearização [Salazar, 1989], uma vez que, a análise considera o funcionamento em torno de um ponto de operação pré-determinado.

O método de linearização utilizado foi o método de expansão de Taylor em função de duas variáveis, a corrente e a posição. A expressão linearizada tem a forma

$$\mathfrak{F}(x, i) = \mathfrak{F}(x_0, i_0) + \frac{\partial \mathfrak{F}(x_0, i_0)}{\partial x} x + \frac{\partial \mathfrak{F}(x_0, i_0)}{\partial i} i, \quad (4.56)$$

onde (x_0, i_0) é o ponto de operação.

Aplicando a expansão de Taylor na Equação 4.55, tem-se

$$\begin{aligned} F_1 &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta i \right] \\ F_2 &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} - 2 \frac{l^2}{g_0^3} x - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta i \right] \end{aligned} \quad (4.57)$$

onde (g_0, l) é o ponto de operação e $(x, \Delta i)$ as variáveis de controle.

Aplicando a equação de Newton, onde a força resultante é igual ao produto da massa m pela aceleração a , vem

$$F_1 - F_2 + F_{\text{ext}} = ma, \quad (4.58)$$

ou ainda

$$F_1 - F_2 + F_{\text{ext}} = m \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (4.59)$$

Substituindo a Equação 4.57 em 4.59 tem-se

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = 4k \left[\frac{l^2}{g_0^3} x + \frac{l}{g_0^2} \Delta i \right] + F_{\text{ext}}. \quad (4.60)$$

Como (g_0, l) é o ponto em torno do qual as variáveis atuam, estes são valores constantes, permitindo então que a Equação 4.60 seja reescrita como

$$\frac{d^2x}{dt^2} = K_a x + K_b \Delta i + \frac{F_{\text{ext}}}{m}. \quad (4.61)$$

sendo

$$K_a = \frac{4k l^2}{m g_0^3} \quad (4.62)$$

$$K_b = \frac{4k l}{m g_0^2}.$$

Considerando as grandezas descritas em função do tempo até o momento, é aplicada a transformada de Laplace com condições iniciais nulas na Equação 4.61, então

$$X(s) = \frac{K_b \Delta i(s) + \frac{F_{\text{ext}}}{m}}{s^2 - K_a}. \quad (4.63)$$

Se a força externa for desprezada, a equação de transferência do sistema é dada por

$$\frac{X(s)}{\Delta i(s)} = \frac{K_b}{(s^2 - K_a)}. \quad (4.64)$$

E aplicando a *Laplace* inversa, a fim de obter o resultado da equação diferencial de segunda ordem, vem

$$\frac{x(t)}{\Delta i(t)} = \frac{Kb}{\sqrt{Ka}} \sinh(t\sqrt{Ka}). \quad (4.65)$$

4.7.2 - Modelo da posição em três eixos

a) Entreferro

A máquina sem mancais tem como característica básica o entreferro variável. A Figura 4.6 mostra a vista de um corte transversal da máquina estudada, onde são retratadas duas situações para a máquina sem mancais, onde a primeira, mostrada em (a), ocorre quando o rotor está centralizado, havendo ou não variação nas amplitudes das correntes. A segunda situação mostrada por (b) reflete a posição do rotor para um dado deslocamento. Em ambos os casos, as forças de posicionamento exercidas por cada bobina são representadas.

Na primeira situação é fácil observar que o entreferro é constante, seja qual for o ponto da circunferência do estator analisado. No entanto, no segundo caso, o mesmo não ocorre. Nota-se que, para cada ponto ao longo da circunferência do estator, existe um valor distinto de entreferro dado por

$$d(x_0, y_0, \alpha) = g_0 - x \cos(\alpha) - y \sin(\alpha). \quad (4.66)$$

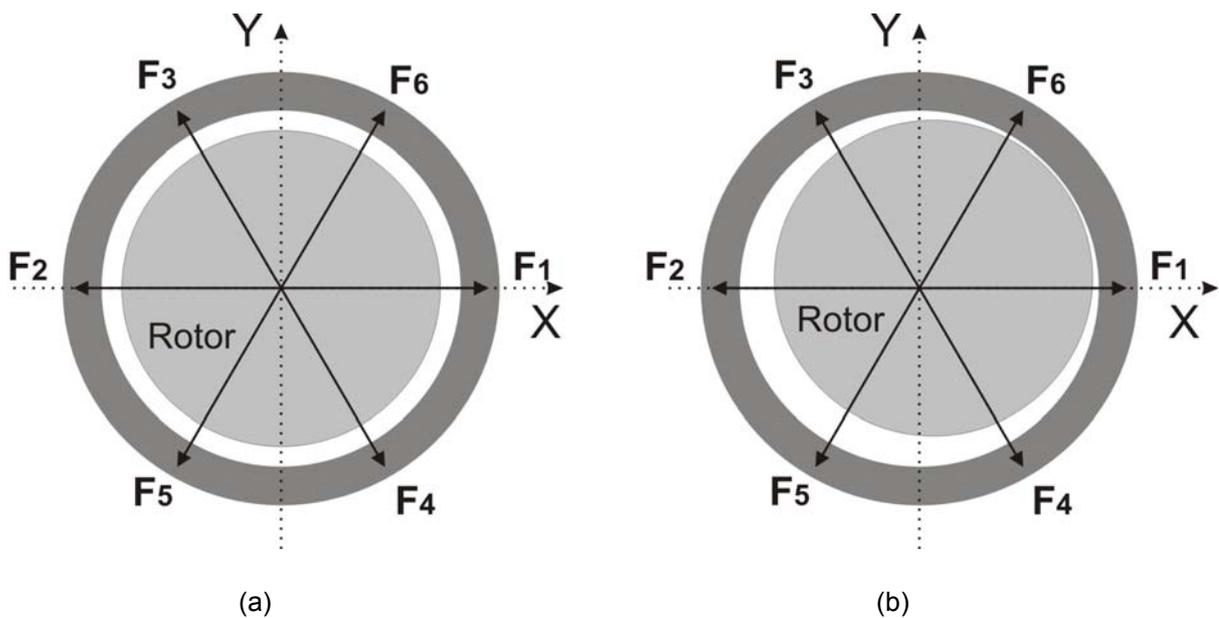


Figura 4.6: Corte transversal da máquina sem mancal.
(a) Rotor centralizado. (b) Rotor deslocado.

onde α é o ângulo medido em relação à bobina **a1**, determinando a posição a qual deseja-se conhecer o valor do entreferro. Os valores possíveis para α aqui adotados estão em conformidade com as posições das bobinas.

b) Modelo

Para representar a máquina mais próxima da realidade, deve ser considerada qualquer posição de bobinas em relação aos eixos **X** e **Y**, onde o eixo **Y** sempre coincide com o sentido negativo da gravidade. Então, a posição das bobinas é representada com uma defasagem em relação ao eixo **X**, como mostra a Figura 4.7.

Logo, a expressão para o entreferro deve ser reescrita incluindo a defasagem η , como mostrado na Equação 4.67.

$$d(x_0, y_0, \alpha, \eta) = g_0 - x \cos(\alpha + \eta) - y \sin(\alpha + \eta). \tag{4.67}$$

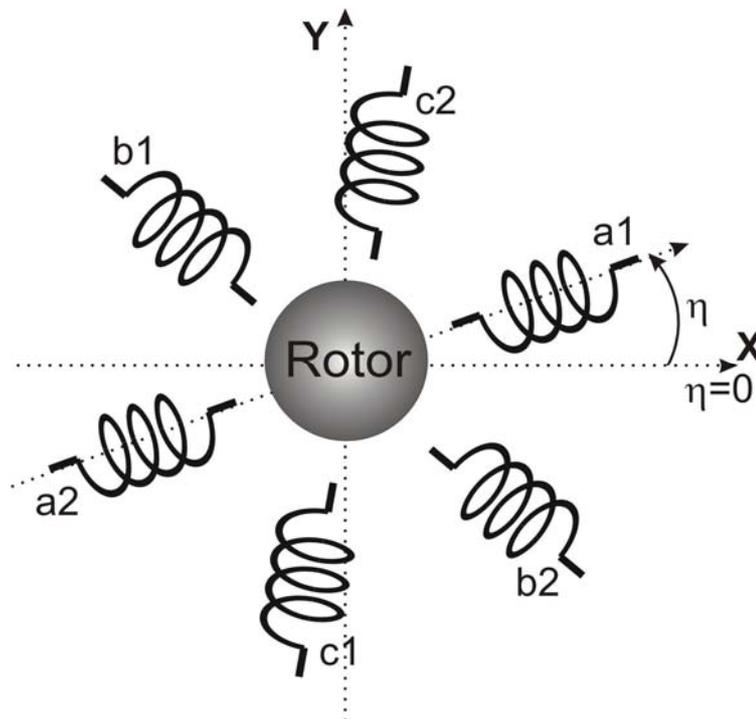


Figura 4.7: Posição das bobinas do estator da máquina em relação aos eixos **X** e **Y**.

Portanto, os valores de entreferro para as devidas posições das bobinas analisadas são representados na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Valores de entreferro.

Bobina	Ângulo α	Entreferro
1 (a1)	0°	$g_0 - x \cos(\eta) - y \sin(\eta)$
2 (a2)	180°	$g_0 + x \cos(\eta) + y \sin(\eta)$
3 (b1)	120°	$g_0 - x \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right)$
4 (b2)	300°	$g_0 - x \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right)$
5 (c1)	240°	$g_0 - x \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right)$
6 (c2)	60°	$g_0 - x \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right)$

De posse das equações para o entreferro, pode-se determinar a força que atua em cada bobina, as quais são descritas por

$$\begin{aligned}
 F_{a1} &= \frac{k(l + \Delta ia)^2}{da1^2} & F_{a2} &= \frac{k(l - \Delta ia)^2}{da2^2} \\
 F_{b1} &= \frac{k(l + \Delta ib)^2}{db1^2} & F_{b2} &= \frac{k(l - \Delta ib)^2}{db2^2} \\
 F_{c1} &= \frac{k(l + \Delta ic)^2}{dc1^2} & F_{c2} &= \frac{k(l - \Delta ic)^2}{dc2^2}
 \end{aligned} \tag{4.68}$$

onde

$da1$ – entreferro em a1 $da2$ – entreferro em a2
 $db1$ – entreferro em b1 $db2$ – entreferro em b2
 $dc1$ – entreferro em c1 $dc2$ – entreferro em c2

Substituindo as expressões dos entreferrros para cada força, tem-se

$$F_{a1} = \frac{k(l + \Delta ia)^2}{(g_0 - x \cos(\eta) - y \sin(\eta))^2}$$

$$\begin{aligned}
F_{a2} &= \frac{k(l - \Delta ia)^2}{(g_0 + x \cos(\eta) + y \sin(\eta))^2} \\
F_{b1} &= \frac{k(l + \Delta ib)^2}{\left(g_0 - x \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right)\right)^2} \\
F_{b2} &= \frac{k(l - \Delta ib)^2}{\left(g_0 - x \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right)\right)^2} \\
F_{c1} &= \frac{k(l + \Delta ic)^2}{\left(g_0 - x \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right)\right)^2} \\
F_{c2} &= \frac{k(l - \Delta ic)^2}{\left(g_0 - x \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) - y \sin\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right)\right)^2}
\end{aligned} \tag{4.69}$$

Linearizando as componentes do eixo **X** das expressões das forças da Equação 4.69 vem

$$\begin{aligned}
F_{a1x} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \sin(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} y + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ia \right] \cos(0 + \eta) \\
F_{a2x} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} - 2 \cos(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} x - 2 \sin(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} y - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ia \right] \cos(\pi + \eta) \\
F_{b1x} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ib \right] \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \\
F_{b2x} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ib \right] \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \\
F_{c1x} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \sin\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ic \right] \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \\
F_{c2x} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ic \right] \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right)
\end{aligned} \tag{4.70}$$

Adotando o mesmo procedimento para obter as componentes do eixo Y, obtém-se

$$\begin{aligned}
 F_{a1y} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \operatorname{sen}(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} y + 2 \frac{l}{g_0^3} \Delta ia \right] \operatorname{sen}(0 + \eta) \\
 F_{a2y} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} - 2 \cos(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} x - 2 \operatorname{sen}(\eta) \frac{l^2}{g_0^3} y - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ia \right] \operatorname{sen}(\pi + \eta) \\
 F_{b1y} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ib \right] \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \\
 F_{b2y} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ib \right] \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \\
 F_{c1y} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \operatorname{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ic \right] \operatorname{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \\
 F_{c2y} &= k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \frac{l^2}{g_0^3} y - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ic \right] \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right)
 \end{aligned} \tag{4.71}$$

Conhecendo-se as componentes X e Y das forças referentes a todas as bobinas, tem-se que as forças resultantes são dadas por

$$\begin{aligned}
 F_x &= F_{a1x} + F_{a2x} + F_{b1x} + F_{b2x} + F_{c1x} + F_{c2x} + F_{extx} \\
 F_y &= F_{a1y} + F_{a2y} + F_{b1y} + F_{b2y} + F_{c1y} + F_{c2y} + F_{exty}
 \end{aligned} \tag{4.72}$$

Substituindo a Equação 4.70 na Equação 4.72, obtém-se

$$F_x = k \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{l^2}{g_0^2} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] + \right. \\ & + 2 \frac{l^2}{g_0^3} x \left[\begin{aligned} & 2 \cos^2(\eta) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos^2\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \\ & \left. + \cos^2\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] \\ & + 2 \frac{l^2}{g_0^3} y \left[\begin{aligned} & 2 \operatorname{sen}(\eta) \cos(\eta) + \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \\ & + \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \\ & + \operatorname{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \\ & \left. + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] \\ & + 4 \Delta i a \frac{l}{g_0^2} \cos(\eta) + 2 \Delta i b \frac{l}{g^2} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] + \\ & \left. + 2 \Delta i c \frac{l}{g_0^2} \left[\cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] \right\} + F_{extx} \quad (4.73) \end{aligned} \right.$$

E Substituindo a Equação 4.71 na Equação 4.72, obtém-se

$$F_y = k \left\{ \begin{aligned} & \frac{l^2}{g_0^2} \left[\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] + \\ & + 2 \frac{l^2}{g_0^3} x \left[\begin{aligned} & 2 \cos(\eta) \text{sen}(\eta) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \\ & + \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \\ & + \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \\ & + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \end{aligned} \right] \\ & + 2 \frac{l^2}{g_0^3} y \left[\begin{aligned} & 2 \text{sen}^2(\eta) + \text{sen}^2\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}^2\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \\ & + \text{sen}^2\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \end{aligned} \right] \\ & + 4\Delta ia \frac{l}{g_0^2} \text{sen}(\eta) + 2\Delta ib \frac{l}{g^2} \left[\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] + \\ & + 2\Delta ic \frac{l}{g_0^2} \left[\text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] \end{aligned} \right\} + \text{Fexty} \quad (4.74)$$

Considerando as simplificações

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) &= 0 \\ 2 \cos^2(\eta) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos^2\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \cos^2\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) &= 3 \\ 2 \text{sen}(\eta) \cos(\eta) + \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \\ + \text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) &= 0 \end{aligned} \quad (4.75)$$

e

$$\begin{aligned}
& \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) = 0 \\
& 2\cos(\eta)\text{sen}(\eta) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right)\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right)\text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \\
& + \cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right)\text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) = 0 \\
& 2\text{sen}^2(\eta) + \text{sen}^2\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}^2\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}^2\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) + \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) = 3
\end{aligned} \tag{4.76}$$

pode-se reduzir a Equação 4.73 a

$$F_x = k \left[\begin{array}{l} 6 \frac{l^2}{g_0^3} x + 4 \frac{l}{g_0^2} \Delta ia \cos(\eta) + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ib \left[\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] \\ + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ic \left[\cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] \end{array} \right] + F_{extx} \tag{4.77}$$

e a Equação 4.74 a

$$F_y = k \left[\begin{array}{l} 6 \frac{l^2}{g_0^3} y + 4 \frac{l}{g_0^2} \Delta ia \text{sen}(\eta) + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ib \left[\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] + \\ + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ic \left[\text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right] \end{array} \right] + F_{exty} \tag{4.78}$$

Escrevendo as Equações 4.77 e 4.78 na forma matricial, vem

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} &= k \begin{bmatrix} 6 \frac{l^2}{g_0^3} & 0 \\ 0 & 6\sqrt{3} \frac{l^2}{g_0^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \\
&+ k \begin{bmatrix} 4 \frac{l}{g_0^2} \cos(\eta) & 2 \frac{l}{g_0^2} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right) & 2 \frac{l}{g_0^2} \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right) \\ 4 \frac{l}{g_0^2} \text{sen}(\eta) & 2 \frac{l}{g_0^2} \left(\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right) & 2 \frac{l}{g_0^2} \left(\text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3} + \eta\right) - \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \eta\right) \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta ia \\ \Delta ib \\ \Delta ic \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} F_{extx} \\ F_{exty} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.79}$$

Obtém-se então a expressão da força em função do deslocamento radial e da variação das correntes, ocasionadas pelo controle de posição radial do rotor.

4.7.3 - Modelo da posição em sistema bifásico

Uma forma de facilitar os cálculos da máquina é utilizar a transformação trifásico-bifásico, a qual torna possível uma simplificação no modelo, Como mostrado na Figura 4.8.

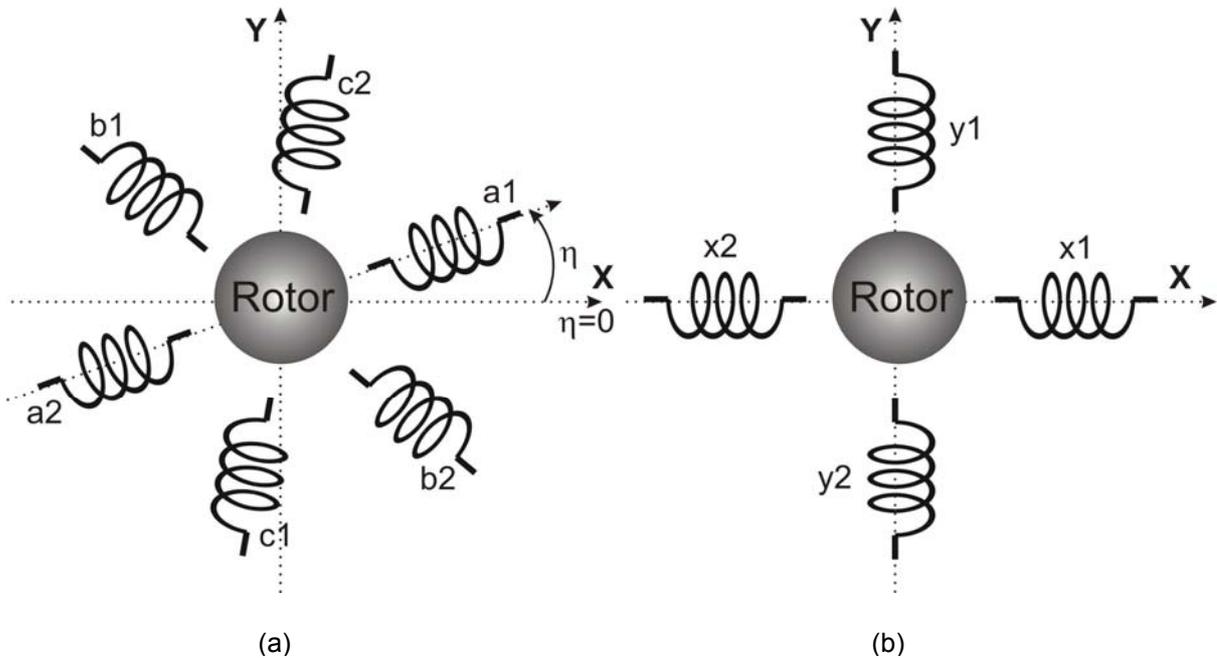


Figura 4.8: Bobinamento trifásico(a) e Bobinamento bifásico(b).

Para as correntes da Figura 4.8a tem-se que suas variações, responsáveis pelo controle de posição, são dadas por:

$$\begin{aligned} \Delta i_a &= \frac{i_{a1} - i_{a2}}{2} \\ \Delta i_b &= \frac{i_{b1} - i_{b2}}{2} \\ \Delta i_c &= \frac{i_{c1} - i_{c2}}{2} \end{aligned} \tag{4.80}$$

Lançando mão da transformação trifásico-bifásico [Ong,1998], pode-se representar as variações de correntes Δi_a , Δi_b e Δi_c em variações bifásicas Δi_x e Δi_y . Então

$$\begin{bmatrix} \Delta ix \\ \Delta iy \\ \Delta i0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\eta) & \cos\left(\eta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\eta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}(\eta) & -\text{sen}\left(\eta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\eta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta ia \\ \Delta ib \\ \Delta ic \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

onde

$$\begin{bmatrix} \Delta ia \\ \Delta ib \\ \Delta ic \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\eta) & -\text{sen}(\eta) & 1 \\ \cos\left(\eta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\eta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\eta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\eta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta ix \\ \Delta iy \\ \Delta i0 \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

Considerando o sistema bifásico, as componentes **X** e **Y** coincidem com as próprias bobinas, logo

$$\begin{aligned} F_{x1} &= \frac{k(l + \Delta ix)^2}{(g_0 - x)^2} = k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \frac{l^2}{g_0^3} x + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ix \right] \\ F_{x2} &= \frac{k(l - \Delta ix)^2}{(g_0 + x)^2} = k \left[\frac{l^2}{g_0^2} - 2 \frac{l^2}{g_0^3} x - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta ix \right] \\ F_{y1} &= \frac{k(l + \Delta iy)^2}{(g_0 - y)^2} = k \left[\frac{l^2}{g_0^2} + 2 \frac{l^2}{g_0^3} y + 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta iy \right] \\ F_{y2} &= \frac{k(l - \Delta iy)^2}{(g_0 + y)^2} = k \left[\frac{l^2}{g_0^2} - 2 \frac{l^2}{g_0^3} y - 2 \frac{l}{g_0^2} \Delta iy \right] \end{aligned} \quad (4.83)$$

então

$$\begin{aligned} F_x &= F_{x1} - F_{x2} + F_{ext_x} = k \left[4 \frac{l^2}{g_0^3} x + 4 \frac{l}{g_0^2} \Delta ix \right] + F_{ext_x} \\ F_y &= F_{y1} - F_{y2} + F_{ext_y} = k \left[4 \frac{l^2}{g_0^3} y + 4 \frac{l}{g_0^2} \Delta iy \right] + F_{ext_y} \end{aligned} \quad (4.84)$$

Escrevendo a Equação 4.84 na forma matricial, vem

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 4 \frac{l^2}{g_0^3} & 0 \\ 0 & 4 \frac{l^2}{g_0^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} 4 \frac{l}{g_0^2} & 0 \\ 0 & 4 \frac{l}{g_0^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta ix \\ \Delta iy \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Fext_x \\ Fext_y \end{bmatrix}. \quad (4.85)$$

Da equação do movimento de Newton vem,

$$\begin{aligned} F_x &= m \cdot \ddot{X} \\ F_y &= m \cdot \ddot{Y} \end{aligned} \quad (4.86)$$

logo, substituindo as Equações 4.85 e 4.62 na Equação 4.86 tem-se

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ka & 0 \\ 0 & Ka \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Kb & 0 \\ 0 & Kb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta ix \\ \Delta iy \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} Fext_x \\ Fext_y \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

ou ainda

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= Ka \cdot x + Kb \cdot \Delta ix + \frac{Fext_x}{m} \\ \ddot{Y} &= Ka \cdot y + Kb \cdot \Delta iy + \frac{Fext_y}{m} \end{aligned} \quad (4.88)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação 4.88 vem

$$X = \frac{Kb \cdot \Delta IX + \frac{Fext_x}{m}}{(S^2 - Ka)} \quad e \quad Y = \frac{Kb \cdot \Delta IY + \frac{Fext_y}{m}}{(S^2 - Ka)} \quad (4.89)$$

4.8 - Diagrama de Blocos Geral

Um modelo completo da máquina sem mancais diz respeito a um modelo que englobe as equações elétricas e mecânicas da máquina, bem como identifique a posição do rotor dadas as condições de operação da máquina.

A Figura 4.9 mostra um diagrama que engloba os dois modelos analisados nesse capítulo. O diagrama tem as correntes como variáveis de entrada, onde suas amplitudes são alteradas de acordo com as variações de correntes Δia , Δib e Δic , geradas pelo controle de posicionamento radial do rotor. O controle de posição conta com a medida das coordenadas X e Y provenientes da máquina, que são comparadas com seus valores referenciais, X_{ref} e Y_{ref} . O modelo elétrico da máquina foi descrito na Figura 4.4.

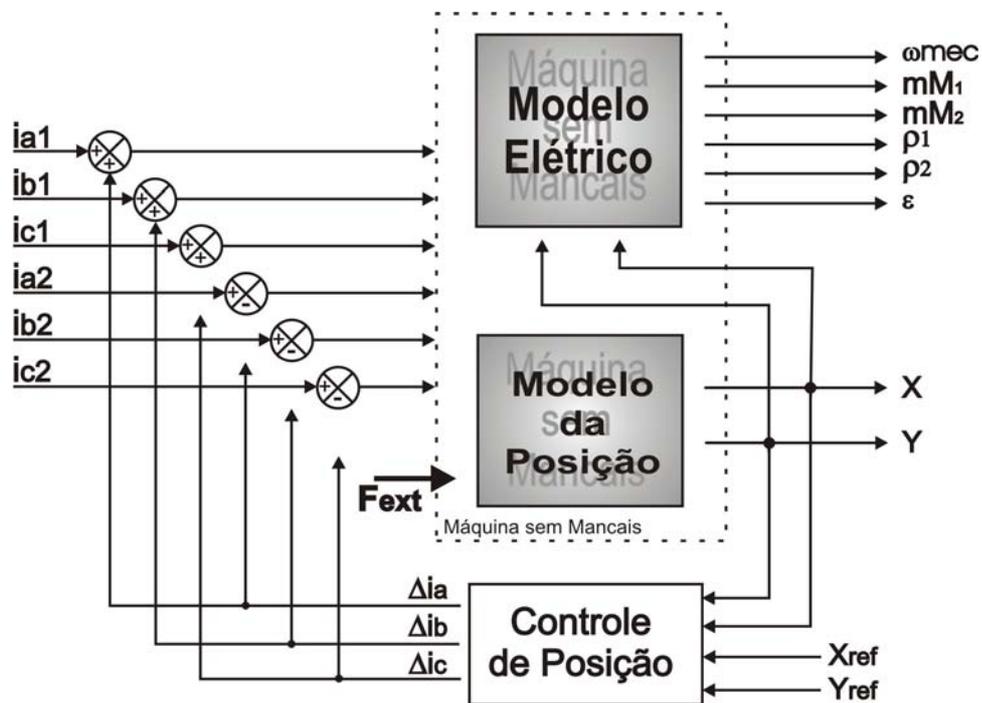


Figura 4.9: Diagrama de blocos geral da máquina.

O diagrama de blocos detalhado do módulo que descreve o modelo de posição é mostrado na Figura 4.10 e é baseado na Equação 4.88.

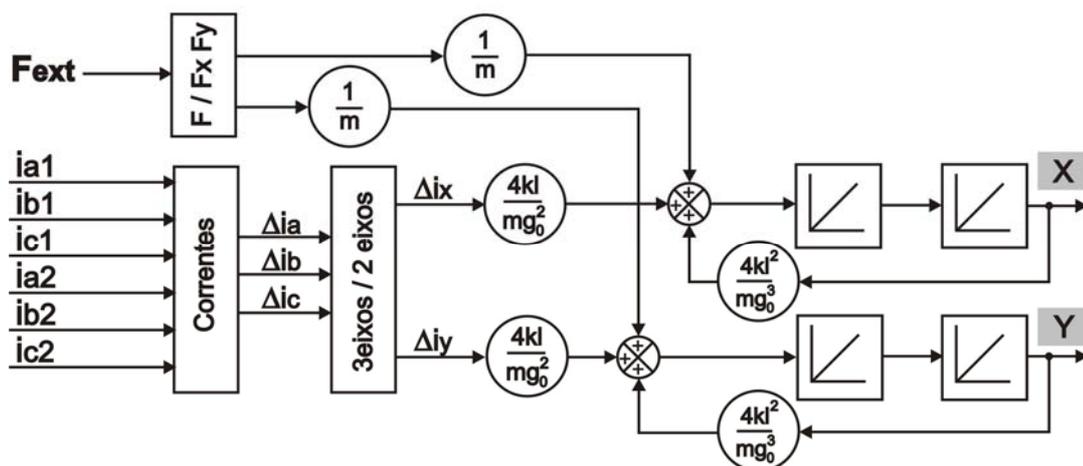


Figura 4.10: Diagrama de blocos do modelo da posição.

No modelo da posição, as variações de amplitude corrente Δia , Δib e Δic são lidas a partir das entradas de correntes e então transformadas em uma quantidade bifásica equivalente, Δix e Δiy . A força externa medida é decomposta em suas componentes F_x e F_y , tornando, então, todas as variáveis envolvidas com duas dimensões.

4.9 - Conclusão

O modelo elétrico da máquina sem mancais apresentado neste capítulo assemelha-se ao modelo de uma máquina de indução convencional, se privando, evidentemente, de simplificações comumente realizadas em seu desenvolvimento.

O modelo da posição radial também foi apresentado, o qual permite a simulação do comportamento em malha fechada, possibilitando a análise de diferentes controladores. Como já esperado, a planta representa um sistema instável, onde um controle adequado deve ser analisado.

Uma visão global da máquina sem mancais também foi proposta, onde os modelos, elétrico e mecânico da máquina, são envolvidos.

CAPÍTULO 5

Resultados

5.1 - Introdução

Os resultados obtidos com a máquina sem mancais se mostraram coerentes com as análises realizadas previamente e são descritas neste capítulo, como também as análises referentes ao desbalanceamento de corrente dentro de uma mesma fase decorrente da variação de posição radial do rotor. Os resultados baseiam-se em simulações da modelagem da máquina sem mancais, os quais são comparados com os sinais medidos com o auxílio do supervisor desenvolvido. Os dados são lidos e/ou calculados pelo supervisor, o qual gera um arquivo texto (*.txt), então os parâmetros são plotados pelo Matlab®, na forma como são apresentadas neste capítulo.

As medidas práticas dos parâmetros da máquina são de fundamental importância para o conhecimento de seu funcionamento, uma vez que esse é um passo essencial para testes e para a validação do modelo.

A fim de facilitar os ensaios e testes necessários ao desenvolvimento e conclusão do trabalho, um sistema supervisor foi desenvolvido, onde as informações de corrente, velocidade e torque, por exemplo, são facilmente analisadas.

A ferramenta utilizada na implementação do supervisório foi o LabView[®], a qual permite uma interface fácil e didática, apresentando ainda uma conexão com os parâmetros do módulo via placa de aquisição própria, como também uma conexão serial, a qual é usada para comunicação com o DSP, o qual é responsável pelo controle de todo o processo. O DSP utilizado pertence à família 2407 da Texas Instruments[®].

A verificação dos sinais do supervisório foi baseada nos sinais depois que o sistema atingiu o regime.

As simulações da máquina também foram desenvolvidas em Matlab[®], e além das variáveis comparadas com as obtidas com o supervisório, todos os parâmetros intermediários que são relevantes ao entendimento da máquina também são mostrados nesse capítulo.

5.2 - Sistema Supervisório

5.2.1 - Aquisição dos Sinais

Os sinais elétricos provenientes dos sensores ligados à máquina são levados ao computador, onde são mostrados e combinados para atender às exigências das medições. Caso fosse utilizado o mesmo dispositivo para realizar o controle e a supervisão ao mesmo tempo, certamente o controle ficaria prejudicado uma vez que uma parte do tempo gasto pelo controle deveria ser cedida à aquisição e amostragem de dados, o que deixa qualquer processo mais lento. Portanto, os sinais lidos e exibidos em gráficos não afetam o tempo do DSP, não interferindo então no tempo de controle.

A interface serial que foi desenvolvida para a comunicação com o DSP poderia por si só levar todas as informações ao PC, mas isso implicaria em um compartilhamento do tempo de aquisição dos sinais para o supervisório com o tempo de atuação do controle, podendo vir a interferir no controle. A solução para deixar independentes esses tempos foi usar a própria placa de aquisição da National Instruments[®], que é vinculada ao LabView[®] e facilmente manipulada.

Os sinais passaram então a serem lidos antes de chegar ao DSP, como mostrado na Figura 5.1.

Apesar dos sinais serem medidos via placa de aquisição de dados, para efeito de testes e monitoramento, alguns parâmetros calculados pelo DSP foram enviados através da conexão serial DSP-PC, o que facilitou alguns ajustes e análises.

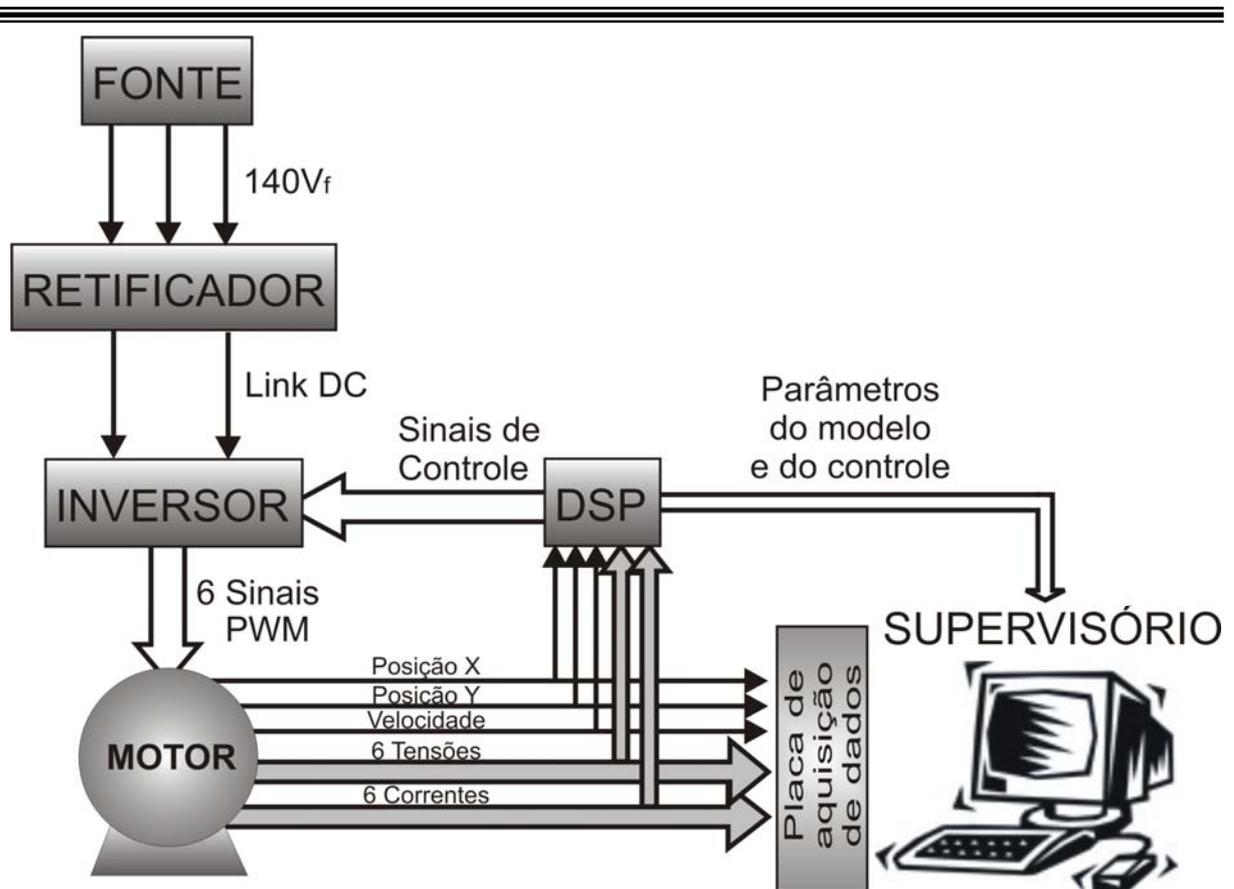


Figura 5.1: Diagrama de blocos do sistema de medição.

Os valores medidos e mostrados pelo Labview[®] apresentam valores reais, para tanto, bastou fazer uma correção numérica no software, baseando-se nas curvas dos sensores e circuitos utilizados na medição.

5.2.2 - Parâmetros Calculados

Diante da não disponibilidade de todos os recursos necessários à medição de variáveis, algumas são calculadas a partir de variáveis medidas, como é o caso do torque e do fluxo.

Primeiramente foi determinada a relação de potências de entrada e saída da máquina, com o objetivo de obter o torque através da relação com a velocidade, como mostrada na Equação 5.1.

$$mM = \frac{P_{saída}}{\omega_0} \quad (5.1)$$

onde

$$\omega_0 = \frac{2\pi n_r}{60} \quad (5.2)$$

sendo n_r o número de rotações por minuto do rotor.

A potência de saída da máquina é obtida a partir da potência de entrada, que é facilmente calculada em função de corrente tensão e fator de potência, e das perdas geradas pela máquina. A Figura 5.2 mostra a relação entre as potências que são disponibilizadas e consumidas pela máquina.

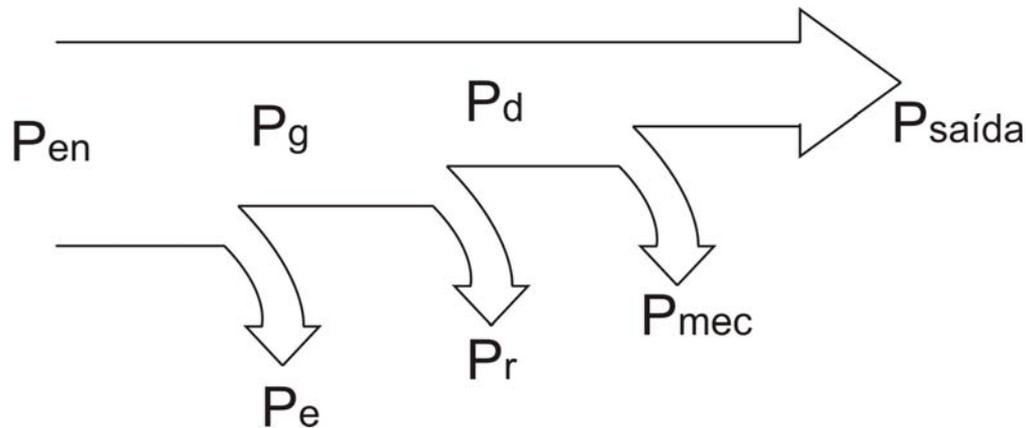


Figura 5.2: Diagrama das potências

onde :

$P_{en} = V_{11} I_1 \cos \theta_1$	Potência de entrada
$P_g = P_{en} - P_e$	Potência que atravessa o entreferro
$P_d = (1 - s) P_g$	Potência eletromagnética desenvolvida
$P_{saída} = P_d - P_{mec}$	Potência de saída
$P_e = P_c + P_n$	Perdas no estator (cobre + núcleo)
$P_e = I_1^2 R_1$	Perdas no cobre do estator
$P_n = I_c^2 R_m$	Perdas no núcleo do estator
$P_r = I_2^2 R_2$	Perdas nos condutores do rotor
P_{mec}	Perdas rotacionais

As perdas rotacionais representam praticamente as perdas por atrito, no caso da máquina sem mancais essa parcela é então desprezada, devido às suas características.

As variáveis acima correspondem ao circuito equivalente da máquina sem mancais, mostrado na Figura 5.3.

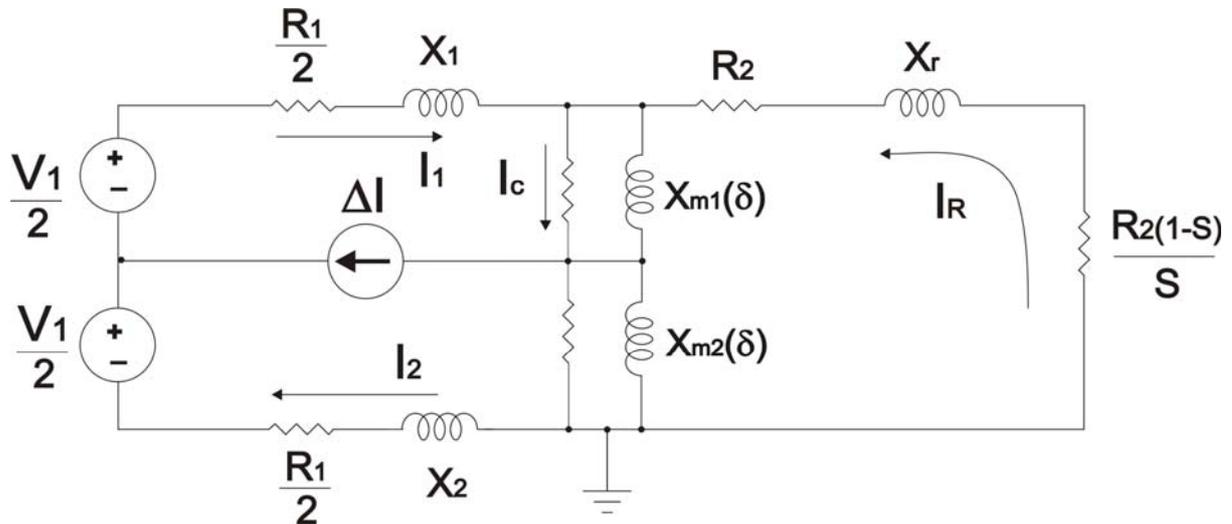


Figura 5.3: Circuito Equivalente da máquina de indução sem mancais com bobinado dividido.

Os parâmetros envolvidos no circuito equivalente são relacionados com os valores de indutância obtidos no Capítulo 3. A reatância X_1 corresponde à indutância própria do primeiro conjunto de bobinas do estator mais a indutância mútua com o segundo conjunto do estator (levando-se em conta a relação entre reatância e indutância obviamente). Da mesma forma, a reatância X_2 representa a indutância própria do segundo conjunto mais a interação com o primeiro. Já a reatância X_r é relativa à indutância própria do rotor apenas.

As reatâncias X_{m1} e X_{m2} representam as parcelas de indutância mútua com o rotor dos conjuntos de bobinas 1 e 2 do estator, respectivamente.

5.2.3 - Ajuste da Medição

Os dados calculados pelo sistema supervisorio a partir de outras variáveis, como é o caso do torque que é obtido baseado em potências e velocidade, necessitam de um medidor externo a fim de formalizar um comparativo e assim validar sua eficácia.

Para o ajuste da medição dos parâmetros foram utilizados osciloscópio, multímetro, tacômetro e um módulo da WEG[®] que é composto por um motor de indução, conversor, inversor e simulador de carga, que foi de grande utilidade na verificação do torque. O módulo permite a entrada de dados, como velocidade

desejada por exemplo, e fornece sinais de saída como tensão, corrente e força no eixo do rotor proporcional à carga aplicada.

Os dados do motor que compõe o módulo estão presentes no Apêndice E.

a) Corrente

O ajuste dos sinais de corrente foi efetuada lançando-se mão de um osciloscópio, onde os valores foram comparados com os obtidos na tela do supervisor.

b) Tensão

Os sinais de tensão foram facilmente calibrados utilizando-se também um osciloscópio, onde as formas de onda e seus valores puderam ser comparados.

c) Posição

Os valores das posições radiais nas direções **X** e **Y** também foram comparadas utilizando-se o osciloscópio, onde é possível visualizar o deslocamento do rotor na forma XY, disponibilizado da mesma forma na tela do supervisor.

d) Velocidade

A medição da velocidade é baseada em um circuito que gera pulsos, os quais são enviados ao Labview[®] e então transformados em rotações por minuto. Para a validação, um tacômetro foi utilizado, onde sua medição foi comparada diretamente com o valor mostrado na tela.

e) Fator de potência e Rendimento

O ajuste dos parâmetros calculados requer um pouco mais de atenção, uma vez que cálculos e aproximações são realizados. Portanto, os valores calculados pelo supervisor foram comparados com os parâmetros do módulo.

O Fator de potência foi obtido a partir das informações de tensão e corrente oriundas dos sensores, onde uma função no LabView[®] mede a defasagem entre os sinais. Já para o rendimento, a potência de entrada foi calculada diretamente dos dados de entrada e a de saída em função das perdas.

Como os dados do motor são conhecidos, o ajuste da medição do fator de potência e rendimento é obtida instantaneamente, a partir dos dados de placa do motor. As medições do supervisor foram satisfatórias quando comparados com os dados de placa da máquina analisada, tanto para fator de potência como para o rendimento, como mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Resultados do ajuste da medição do fator de potência e do rendimento.

	Dados de placa do motor	Dados lidos pelo supervisor	Erro de medição
<i>Fator de potência</i>	0,79	0,73	7,59%
<i>Rendimento</i>	81,5%	79,55%	2,39%

f) Torque

O torque requereu um pouco mais de cuidado porque o mostrador do módulo não possui indicação de torque, apenas de corrente, tensão e velocidade. Porém, o módulo apresenta um dinamômetro que indica a força despendida por determinada carga, como se sabe que o torque é uma relação da força com a distância do eixo onde essa força é aplicada, seu valor pode ser obtido facilmente.

Então, para se conhecer o torque relativo à determinada carga do módulo, bastou-se verificar que força o dinamômetro indicava e multiplicá-la pelo raio de aplicação dessa força. Por outro lado, para essa mesma carga leu-se o torque medido pelo supervisor, porém, para que se pudesse comparar com o torque obtido a partir do módulo, foi necessário ainda descontar o valor do torque em vazio, uma vez que, com o dinamômetro não é possível verificar o valor do torque em vazio, apenas o torque relativo à carga aplicada. Deve ser observado que o torque medido pelo supervisor é mostrado em Newton e o medido pelo módulo em kgf-m.

$$T_{LV} - T_{LC} = F \times \text{Raio}$$

T_{LV} - Torque medido pelo supervisor em vazio

T_{LC} - Torque medido pelo supervisor com carga L

F - Medição do dinamômetro com carga L

1kgf = 9,80665 N

A Tabela 5.2 mostra os resultados comparativos de torque dos dois sistemas, tendo como objetivo a validação do supervisor implementado. Os dados foram obtidos a partir da adição de carga no módulo, porém não se tem uma faixa muito grande de variação de carga, pois o dinamômetro não apresenta uma boa precisão na leitura da força. A porcentagem de carga referenciada na primeira coluna diz respeito à porcentagem de carga máxima disponibilizada pelo módulo, onde uma carga igual a 100% para a máquina.

Apesar da dificuldade de medição, os resultados obtidos mostram que o supervisor pode ser utilizado na medição do torque.

Tabela 5.2: Resultados comparativos entre supervisor e módulo.

Carga (%)	Indicação do módulo (Nm)	Medição do supervisor (Nm)	Erro de Torque (Nm)	Erro de Torque (%)
20	0,17651970	0,17720000	0,00068030	0,38539600
30	0,38245935	0,37470000	0,00775935	2,02880400
40	0,61781895	0,63000000	0,01218105	1,97162100
50	1,11795810	1,10120000	0,01675810	1,49899200
60	1,88287680	1,77340000	0,10947680	5,81433700

5.2.4 - Painel de Controle

O painel de controle visualiza em forma de gráficos os sinais mostrados na Tabela 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3: Sinais lidos pelo supervisor.

Sinal	Unidade
6 Correntes	Ampére
6 tensões	Voltz
Posição X	mm
Posição Y	mm
Velocidade do rotor	RPM

Tabela 5.4: Sinais calculados pelo supervisor.

Sinal	Unidade
Escorregamento	-
Torque	Nm
Fator de Potência	-
Potências	W
Rendimento	%

Existe a opção de escolha de quais variáveis podem ser exibidas, as opções estão mostradas nas Figuras 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10.

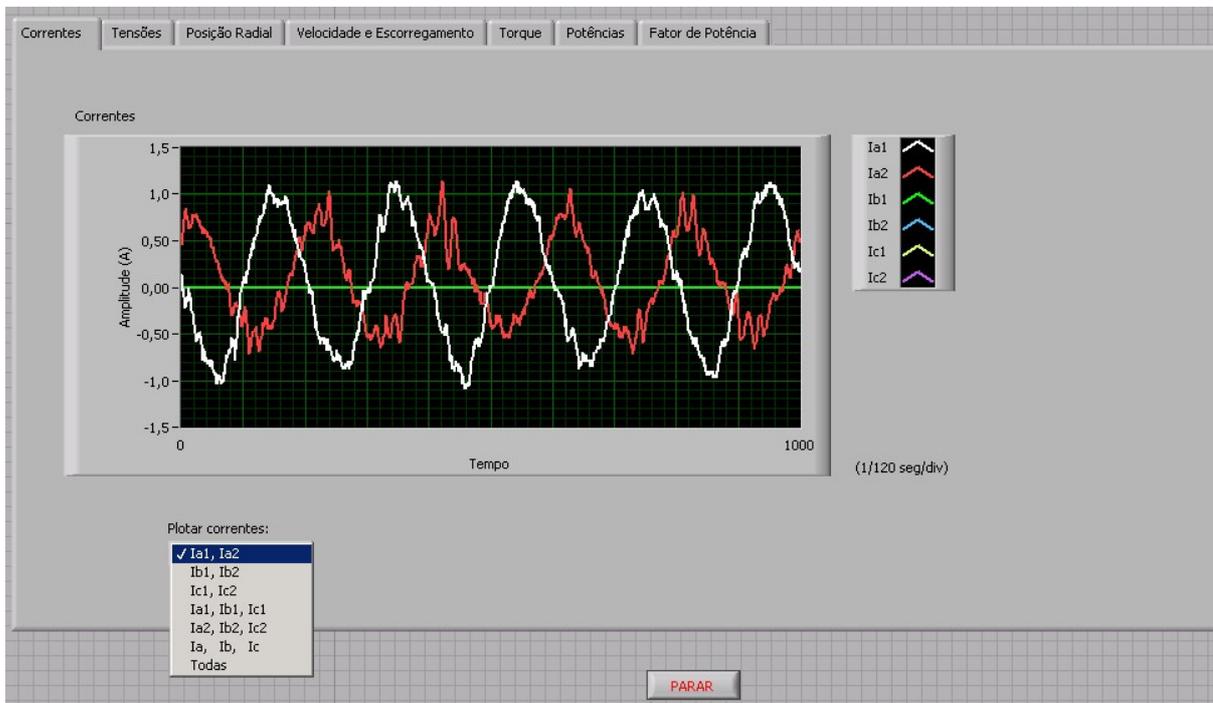


Figura 5.4: Visualização das Correntes.



Figura 5.5: Visualização das Tensões.

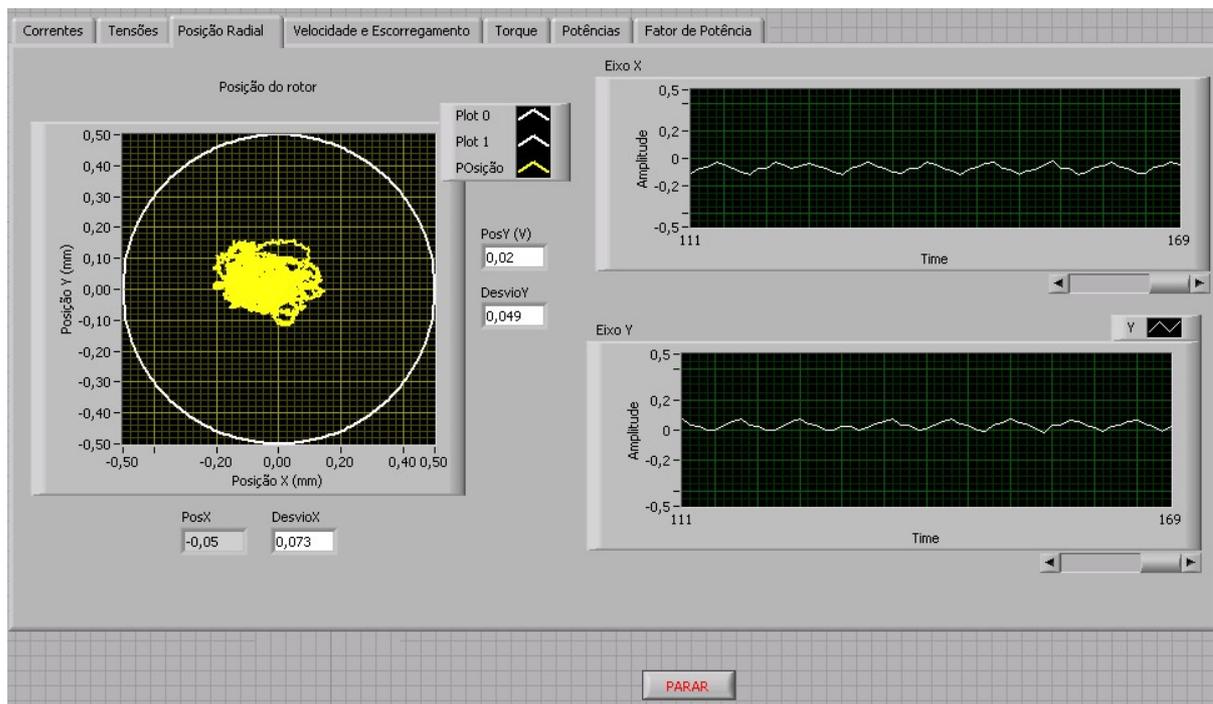


Figura 5.6: Visualização da Posição radial.

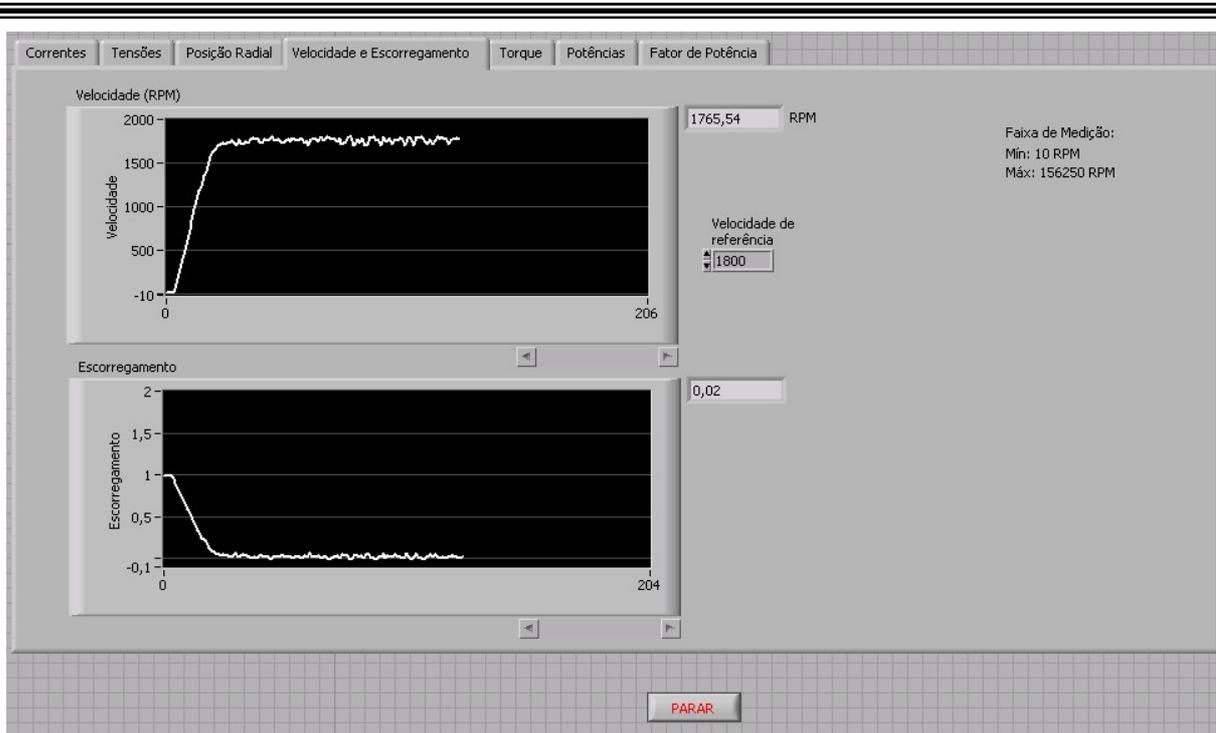


Figura 5.7: Visualização da Velocidade e do Escorregamento.

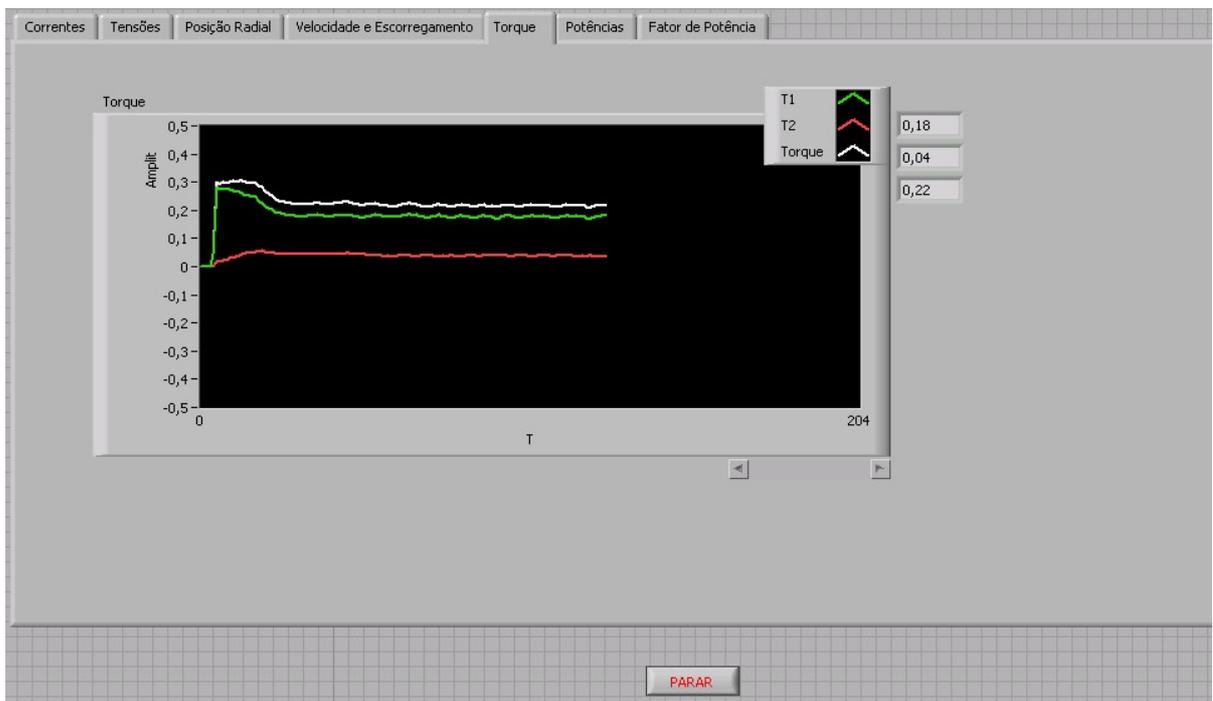


Figura 5.8: Visualização do Torque.



Figura 5.9: Visualização das Potências e Rendimento.

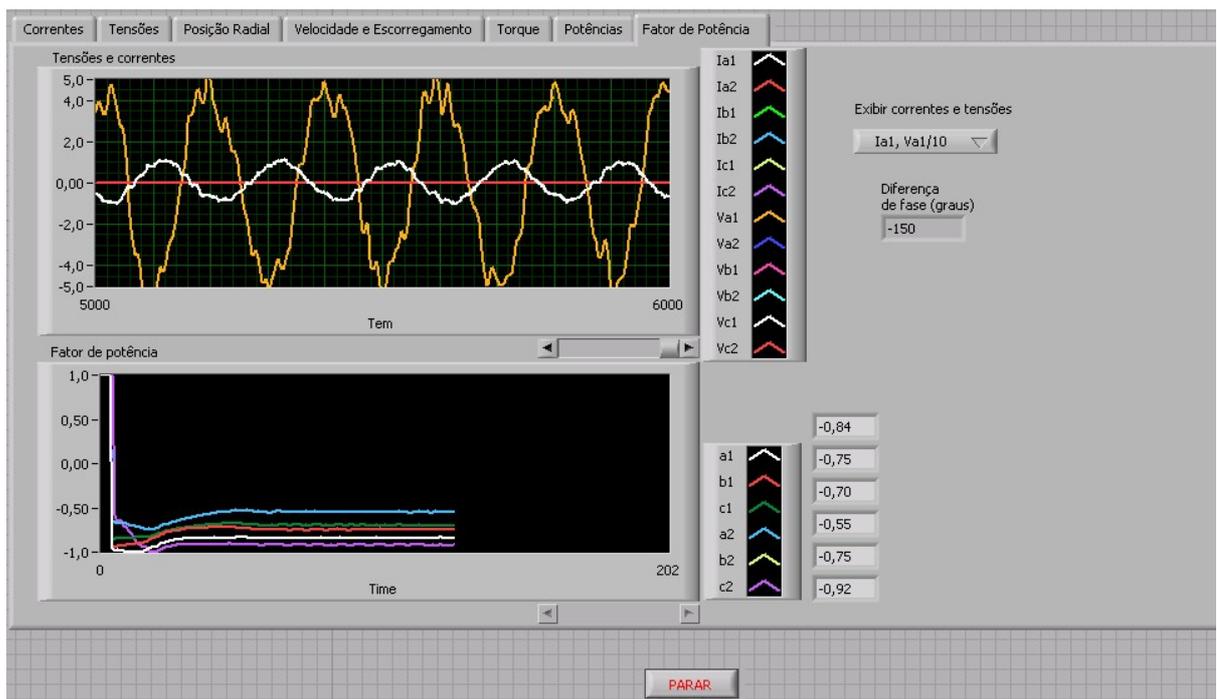


Figura 5.10: Visualização do Fator de Potência e do ângulo entre as fases.

No gráfico de corrente existe um menu que dá a opção de visualização de alguns grupos de correntes, que são descritos na Tabela 5.5, assim como para o gráfico de tensão, onde as possibilidades estão na Tabela 5.6.

Tabela 5.5: Sinais de corrente lidos.

I_{a1}, I_{a2}
I_{b1}, I_{b2}
I_{c1}, I_{c2}
I_{a2}, I_{b2}, I_{c2}
I_a, I_b, I_c
Todas ($I_{a1}, I_{b1}, I_{c1}, I_{a2}, I_{b2}, I_{c2}$)

Tabela 5.6: Sinais de tensão lidos.

V_{a1}, V_{a2}
V_{b1}, V_{b2}
V_{c1}, V_{c2}
V_{a2}, V_{b2}, V_{c2}
V_a, V_b, V_c
Todas ($V_{a1}, V_{b1}, V_{c1}, V_{a2}, V_{b2}, V_{c2}$)

O gráfico de posição radial mostra um corte transversal da máquina onde o rotor é situado no interior do estator, deslocando-se nas direções **X** e **Y**, que podem ainda ser visualizados ao longo do tempo.

O gráfico das potências mostra as potências de entrada, saída e as perdas de cada conjunto de bobinas, e ainda os valores resultantes da influência de ambos. As perdas são expostas separadamente, valores de perdas no núcleo, no cobre do estator e no rotor são apresentados para cada conjunto. O valor do rendimento também é plotado instantaneamente. As opções de visualização das potências estão como indicado na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Sinais de potências.

P_{en1}, P_{en2}, P_{en}
$P_{saida1}, P_{saida2}, P_{saida}$
$P_{c1}, P_{c2}, P_{n1}, P_{n2}, P_{e1}, P_{e2}, P_r, \text{Perdas}$
P_{en1}, P_{saida1}
P_{en2}, P_{saida2}
$P_{en}, P_{saida}, \text{Perdas}$

As **Perdas** dizem respeito à soma das perdas no estator e no rotor, referentes aos dois conjuntos de bobinas.

5.3 - Resultados Calculados

Os parâmetros envolvidos no sistema apresentado foram simulados e comparados com os valores medidos pelo supervisor. Inicialmente serão mostradas as funções volta do estator e rotor, que são definidas a partir das características de bobinamento; a função volta do entreferro, que reflete a variação do entreferro; as funções enrolamento, que são resultado da característica física porém variam com o deslocamento radial do rotor; as indutâncias e os dados obtidos com a simulação dos modelos de posição e elétrico.

5.3.1 - Função Volta

A função volta, tanto do estator quanto do rotor, refletem a forma como as bobinas estão dispostas, e foram mostradas no Capítulo 3 através das Figuras 3.4 e 3.5. Portanto, em um referencial no estator, as funções volta do próprio estator não apresentam variações e as do rotor variam com a posição ε do rotor. As Figuras 5.11, 5.12 e 5.13 mostram as funções volta do estator, do rotor para $\varepsilon = 0$ e do rotor para $\varepsilon = \frac{\pi}{3}$ respectivamente

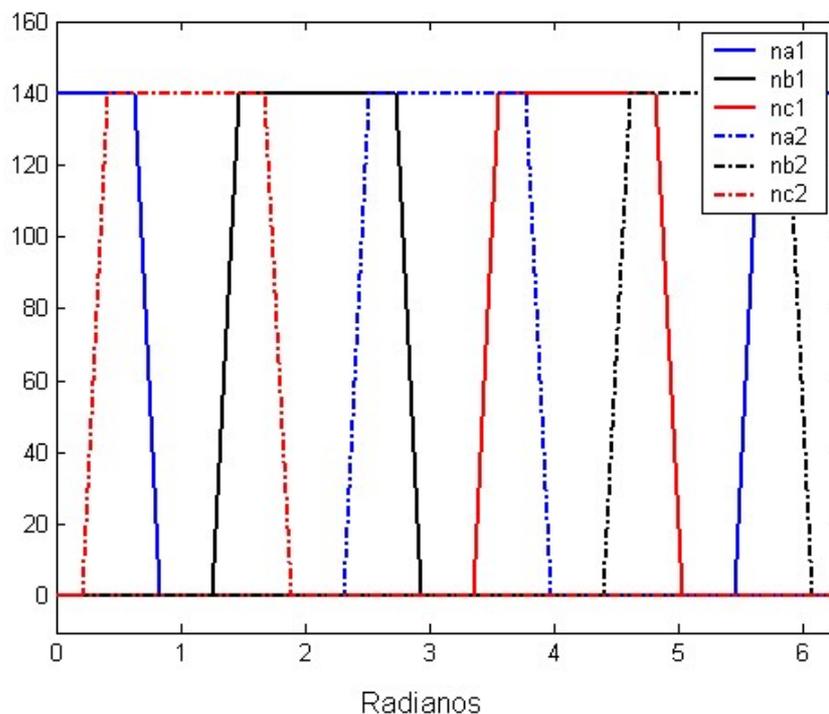


Figura 5.11: Função volta do estator ao longo do entreferro.

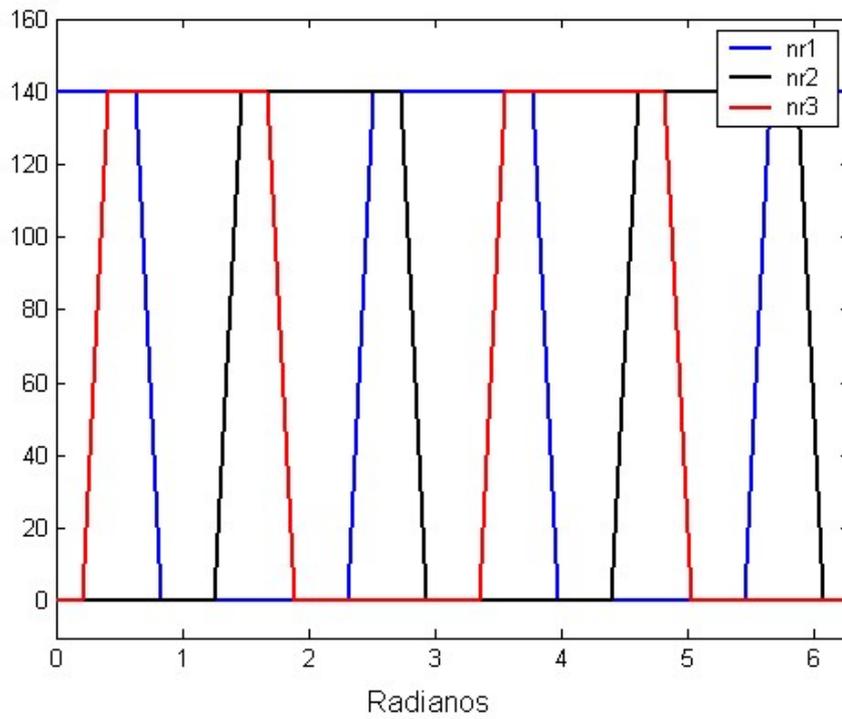


Figura 5.12: Função volta do rotor ao longo do entreferro para $\varepsilon = 0$.

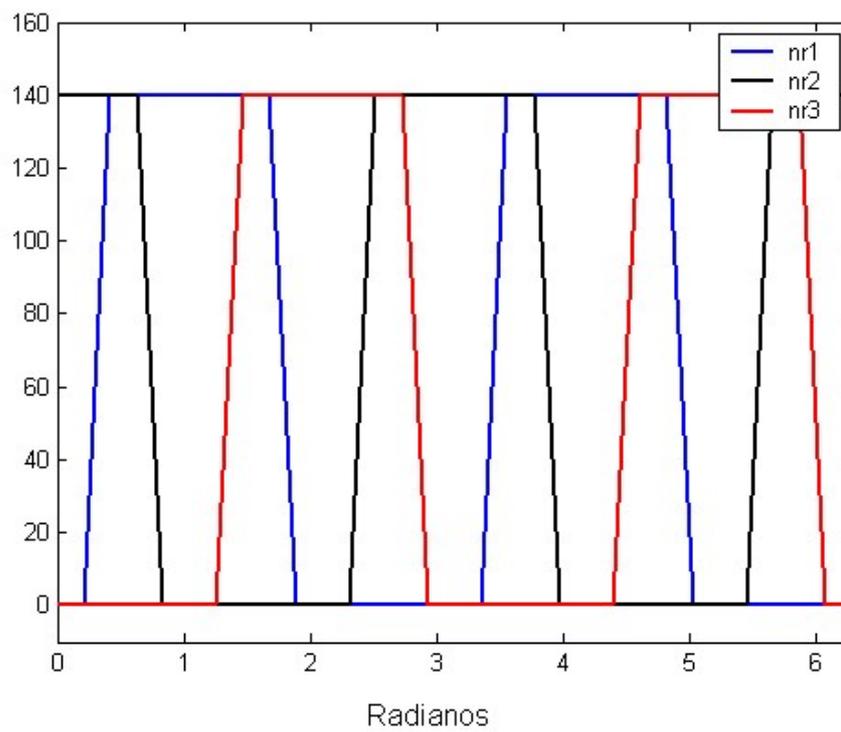


Figura 5.13: Função volta do rotor ao longo do entreferro para $\varepsilon = \frac{\pi}{3}$.

5.3.2 - Função Inverso do Entreferro

A função inverso do entreferro, descrita na Seção 3.5 retrata o entreferro ao longo da circunferência da máquina e é utilizada para representá-lo nos cálculos da máquina sem mancais.

A Figura 5.14 mostra o valor da função volta do entreferro quando o rotor está centralizado em função da posição angular dada em graus. Já a Figura 5.15 mostra a função volta do entreferro com o rotor com um deslocamento de +40% no eixo **Y** e Figura 5.16 um deslocamento de -60% no eixo **X**. A porcentagem é dada em função do deslocamento máximo do rotor, ou seja, com um deslocamento de 100% o rotor tocaria o estator.

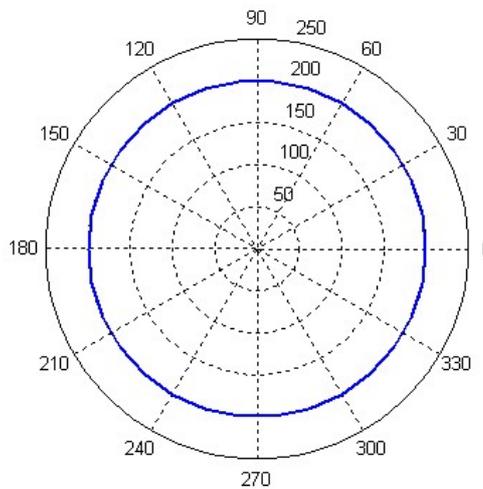


Figura 5.14: Função volta do entreferro para o rotor centralizado.

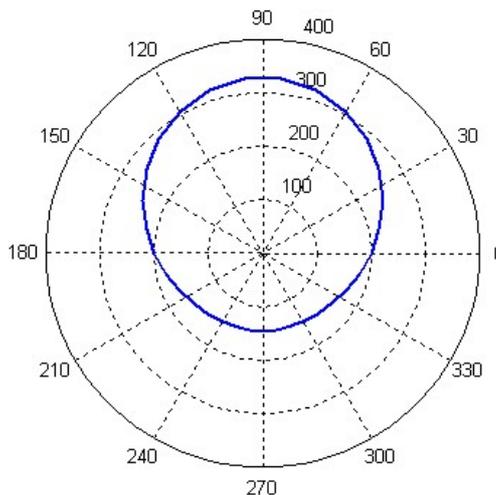


Figura 5.15: Função volta do entreferro para o rotor deslocado +40% no eixo Y.

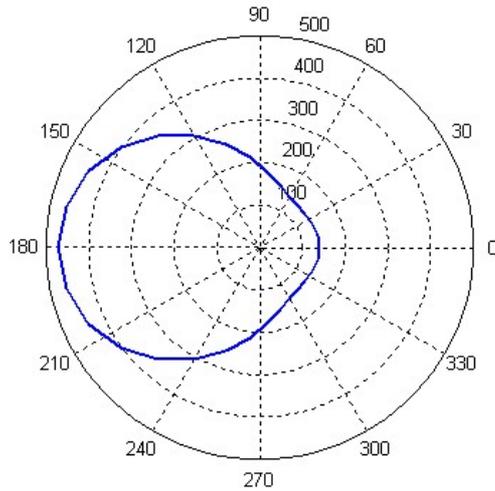


Figura 5.16: Função volta do entreferro para o rotor deslocado -60% no eixo X.

5.3.3 - Função Enrolamento

A função enrolamento de uma máquina convencional, com o rotor centralizado, corresponde a uma variação da função volta apenas através da soma de um valor médio, como visto na Seção 3.6, e, para este caso, são mostrados nas Figuras 5.17 e 5.18, para o estator e rotor respectivamente.

Uma variação na posição radial do rotor provoca na função enrolamento apenas um deslocamento na vertical, como é mostrado nas Figuras 5.19 e 5.20 para as funções enrolamentos do estator e rotor, com deslocamentos de +40% no eixo **Y** e nas Figuras 5.21 e 5.22 de -60% no eixo **X** para o estator e rotor respectivamente. Em ambos os casos tem-se $\varepsilon = 0$.

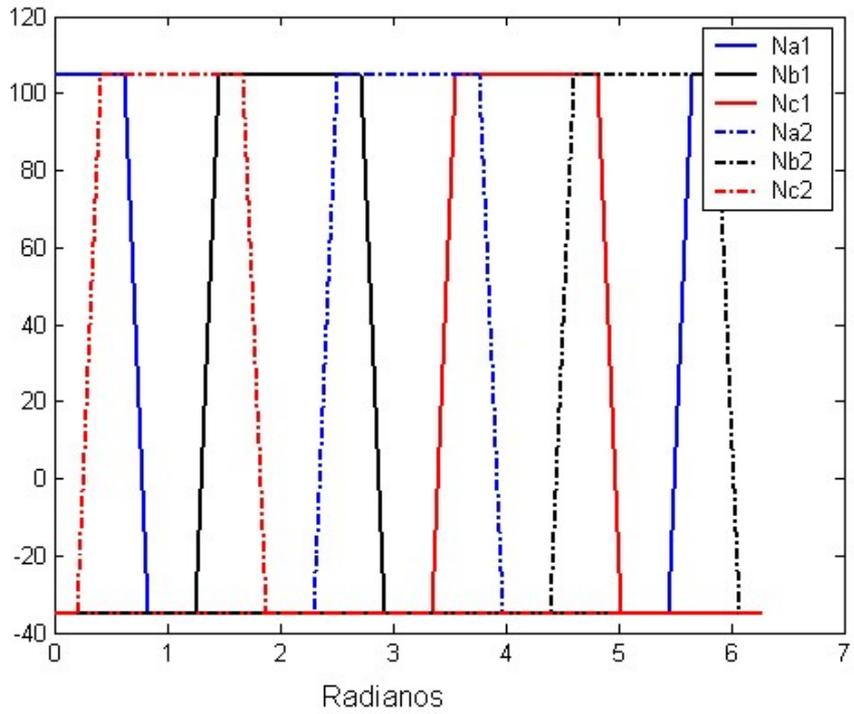


Figura 5.17: Função enrolamento do estator para o rotor centralizado.

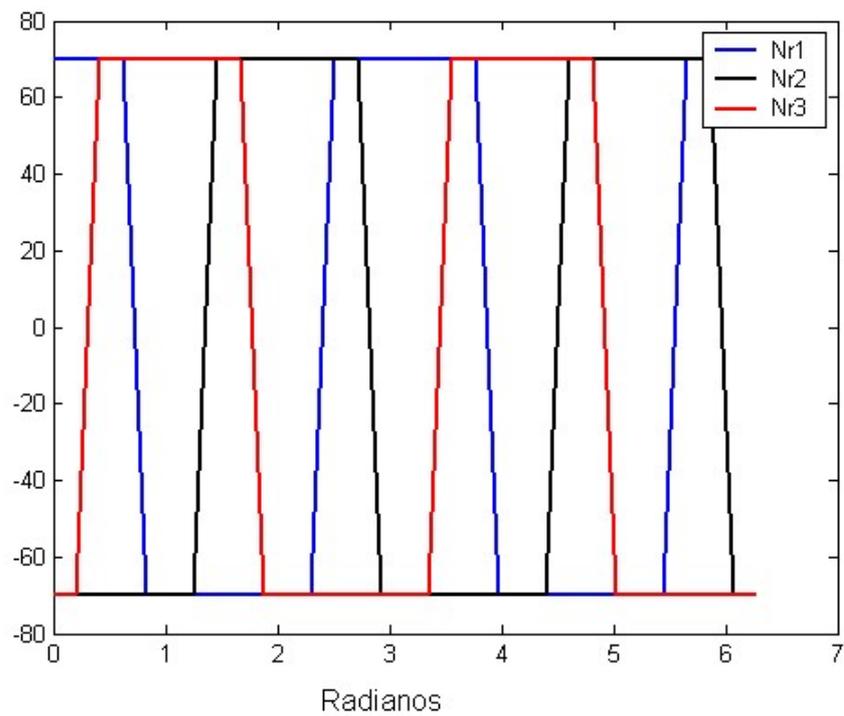


Figura 5.18: Função enrolamento do rotor quando centralizado.

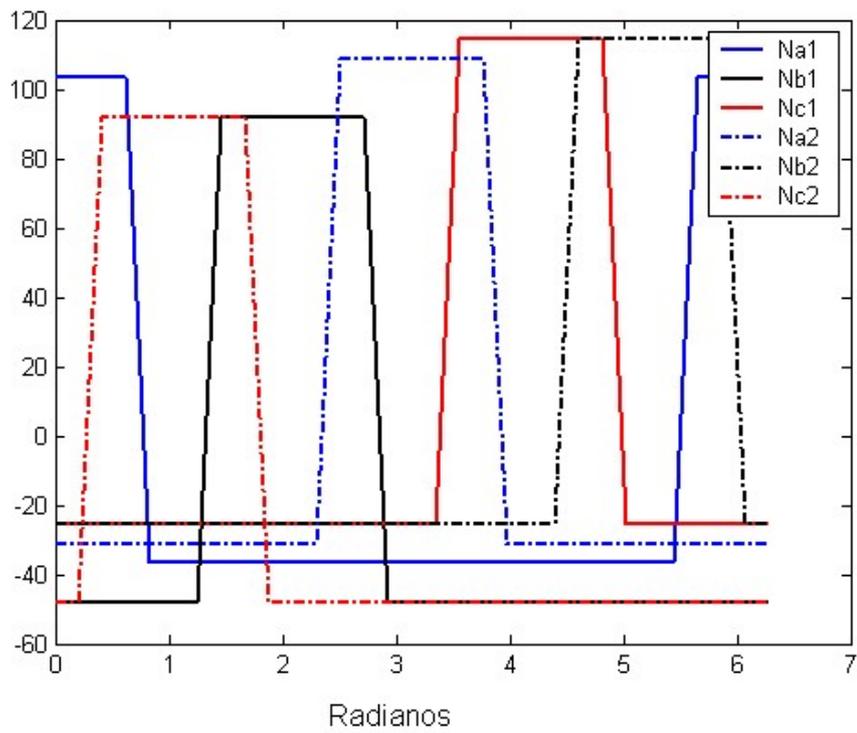


Figura 5.19: Função enrolamento do estator para o rotor deslocado +40% no eixo Y.

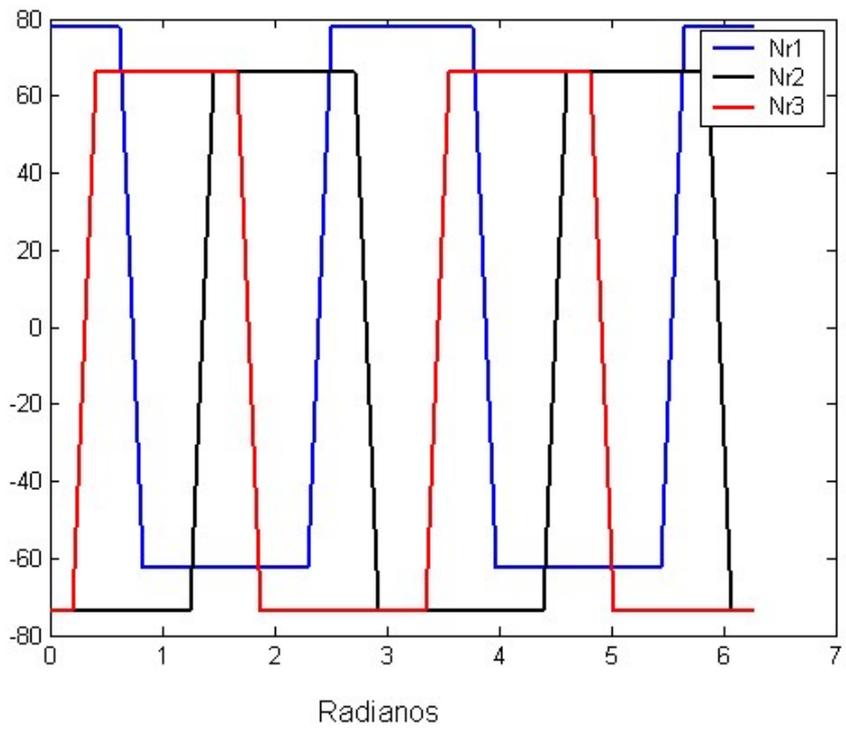


Figura 5.20: Função enrolamento do rotor para o rotor deslocado +40% no eixo Y.

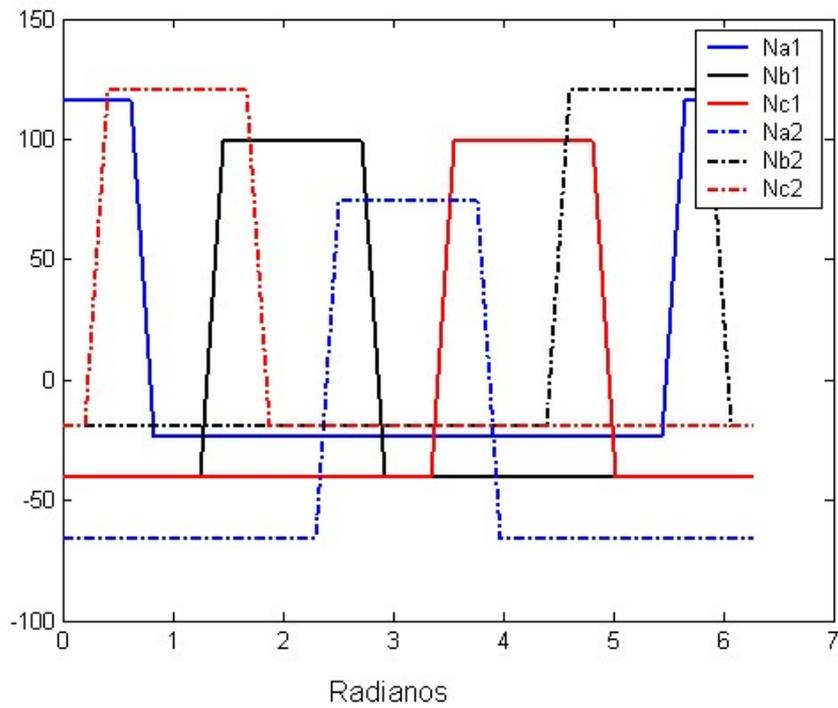


Figura 5.21: Função enrolamento do estator para o rotor deslocado -60% no eixo X.

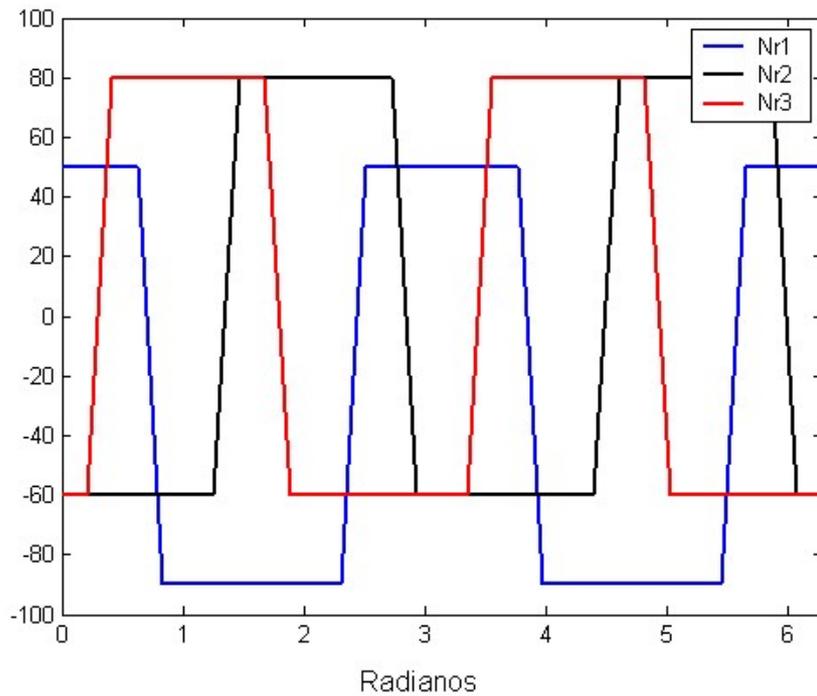


Figura 5.22: Função enrolamento do rotor para o rotor deslocado -60% no eixo X.

5.3.4 - Indutâncias

As indutâncias envolvidas na máquina sem mancais são funções do deslocamento radial do rotor como visto na Seção 3.7. Os resultados das indutâncias foram divididos em três partes, as do estator, do rotor e as decorrentes da interação entre ambos. Todas as indutâncias são dadas em Henry.

a) Indutâncias do Estator

As Figuras 5.23 e 5.24 mostram as indutâncias próprias do estator em função do deslocamento radial do rotor nas direções **X** e **Y** respectivamente.

Para o rotor centralizado tem-se que os valores de indutância própria para o estator, para qualquer bobina equivalem a **0,0228 Henry**, sendo, portanto, o valor da indutância por fase igual a duas vezes esse valor, **0,0456 Henry**. Comparando com o valor medido experimentalmente, mostrado no Apêndice A, **0,0416 Henry**, tem-se um erro em torno de 9,5%.

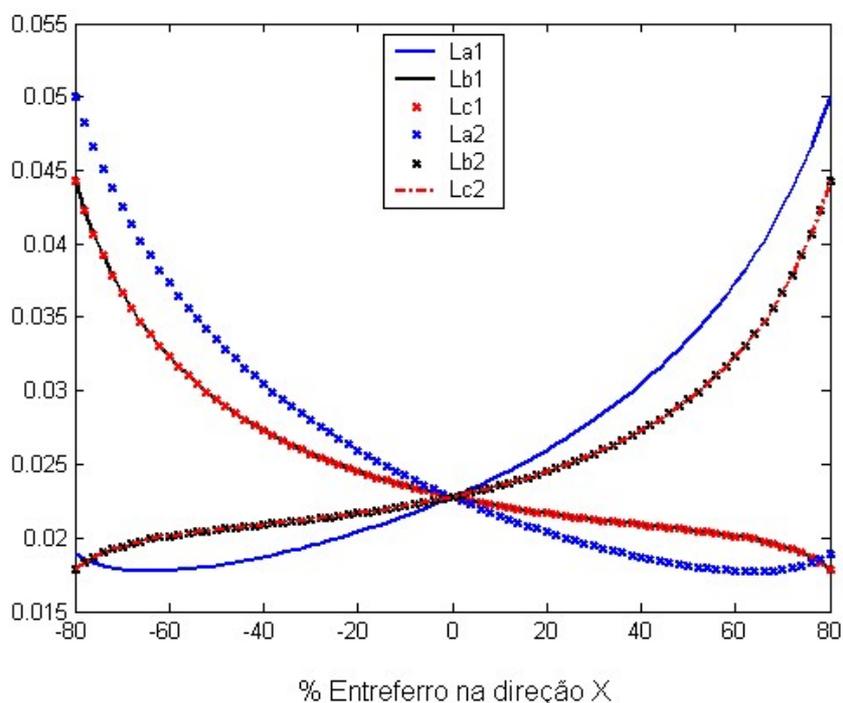


Figura 5.23: Indutância própria do estator em função do deslocamento do rotor no eixo X.

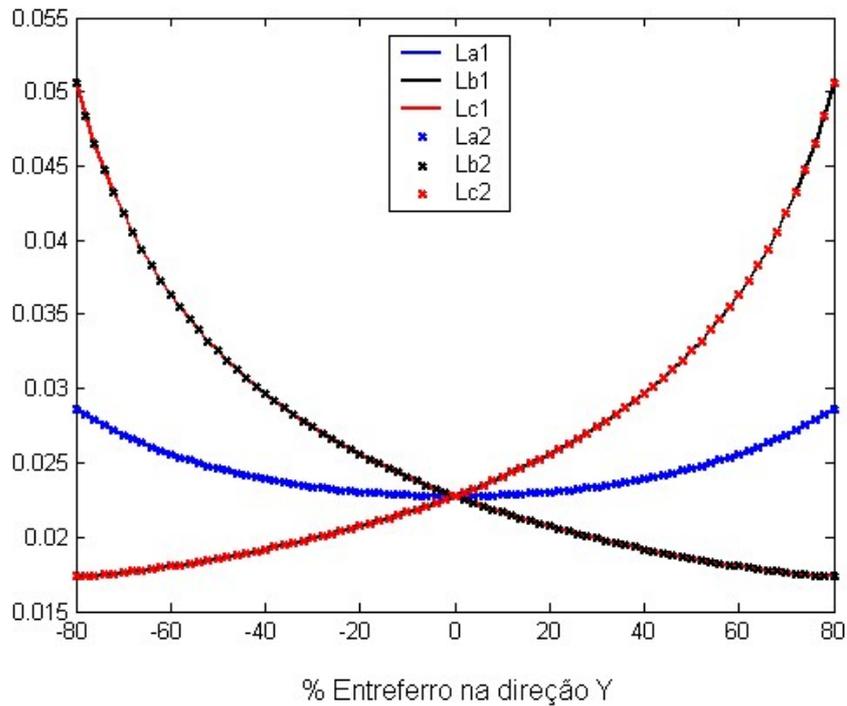


Figura 5.24: Indutância própria do estator em função do deslocamento do rotor no eixo Y.

b) Indutâncias do Rotor

As indutâncias próprias do rotor em função do deslocamento radial nas direções **X** e **Y**, respectivamente, são mostradas nas Figuras 5.25 e 5.26.

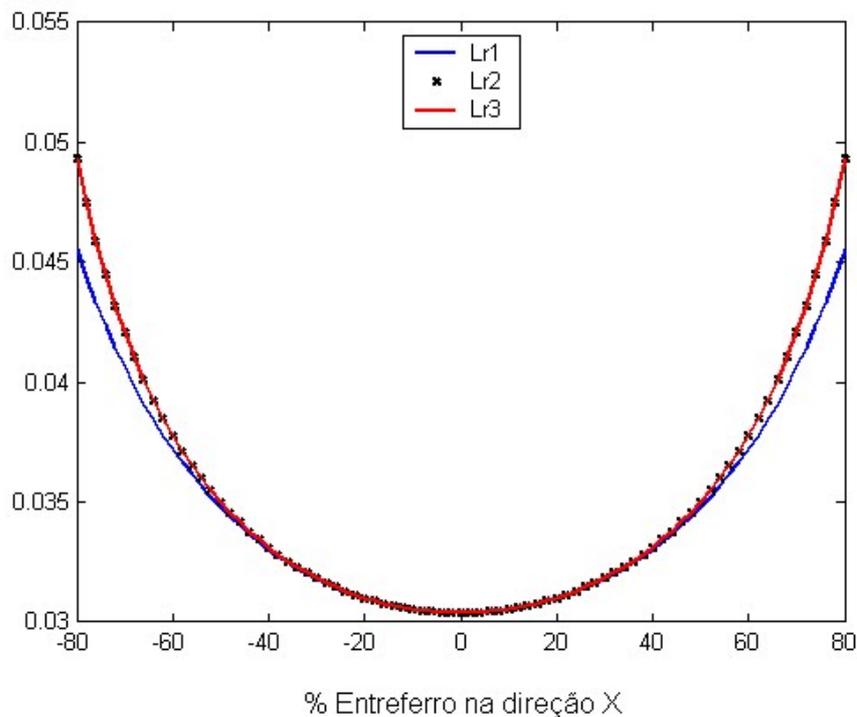


Figura 5.25: Indutância própria do rotor em função do deslocamento do rotor no eixo X.

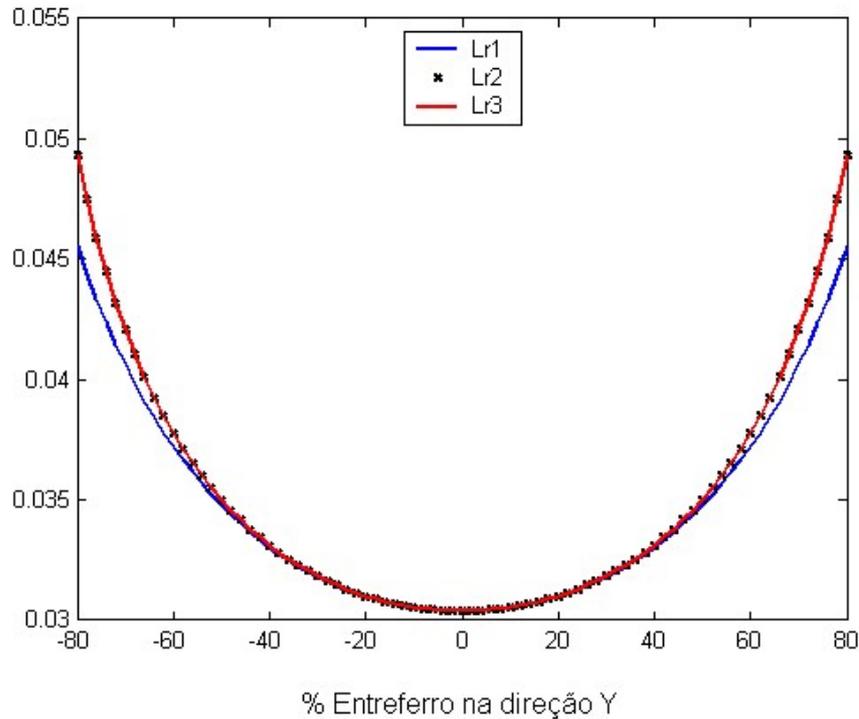


Figura 5.26: Indutância própria do rotor em função do deslocamento do rotor no eixo Y.

c) Indutâncias Mútuas entre Estator e Rotor

Os gráficos das indutâncias mútuas entre estator e rotor variam verticalmente em função da variação do entreferro. Para que seja estabelecida uma comparação, inicialmente será mostrada a Figura 5.27, que traz os gráficos das indutâncias mútuas entre todas as bobinas do estator e a bobina **r1** do rotor e o gráfico das indutâncias mútuas entre a bobina **a1** do estator e todas as bobinas do rotor, isso para o rotor centralizado; a Figura 5.28 repete as indutâncias mútuas da figura anterior para o caso do rotor deslocado +40% no eixo Y; e a Figura 5.29, que menciona um deslocamento de -60% no eixo X.

Para mostrar como determinada indutância mútua varia com o deslocamento radial do rotor, foi plotado o gráfico da indutância mútua entre a bobina **a1** do estator e a bobina **r1** do rotor (**La1r1**), bem como o da indutância mútua entre a bobina **a2** do estator e a bobina **r1** do rotor (**La2r1**). As Figuras 5.30 e 5.31 mostram os gráficos de **La1r1** e **La2r1**, respectivamente, ao longo da circunferência da máquina, para variações no entreferro que variam de -80% a 80% no eixo X.

É observado, como era de se esperar, que, as amplitudes das indutâncias **La1r1** e **La2r1** apresentam comportamentos contrários, quando uma é máxima a outra é mínima. Este fato é tanto mais perceptível quanto maior for o deslocamento do rotor e nulo para o rotor centrado (0%).

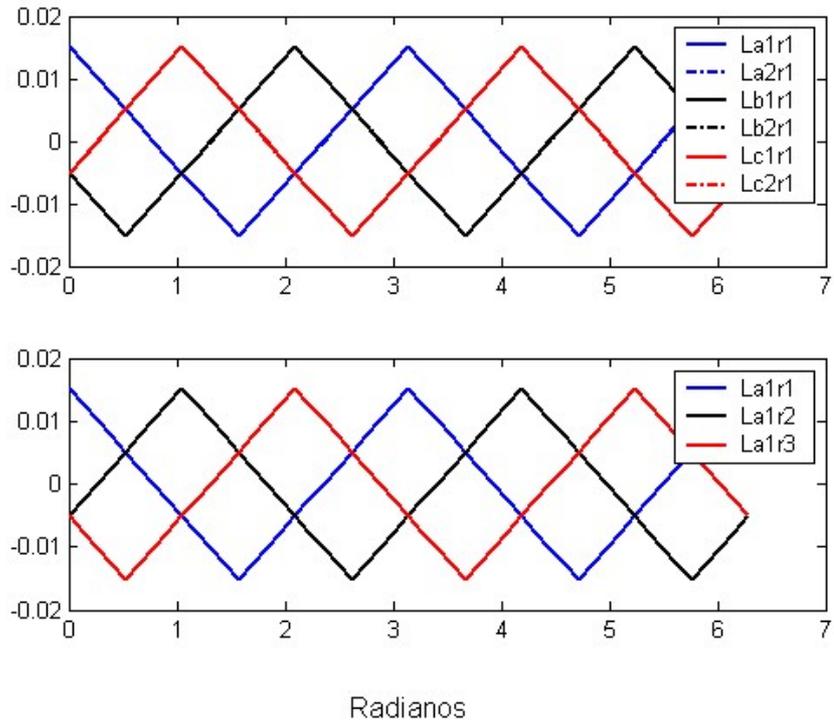


Figura 5.27: Indutância mútua entre estator e rotor com o rotor centralizado.

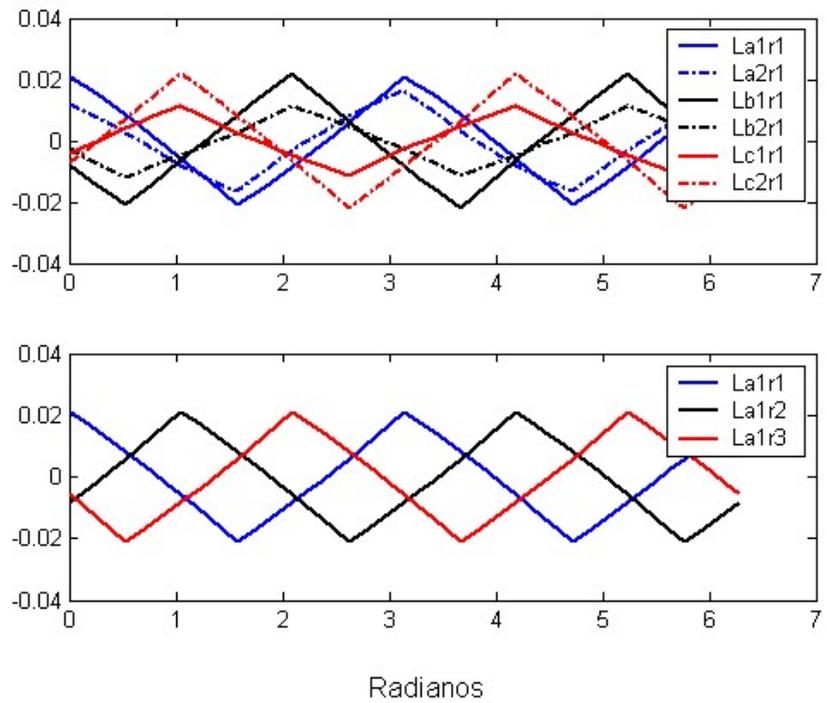


Figura 5.28: Indutância mútua entre estator e rotor com o rotor deslocado +40% no eixo Y.

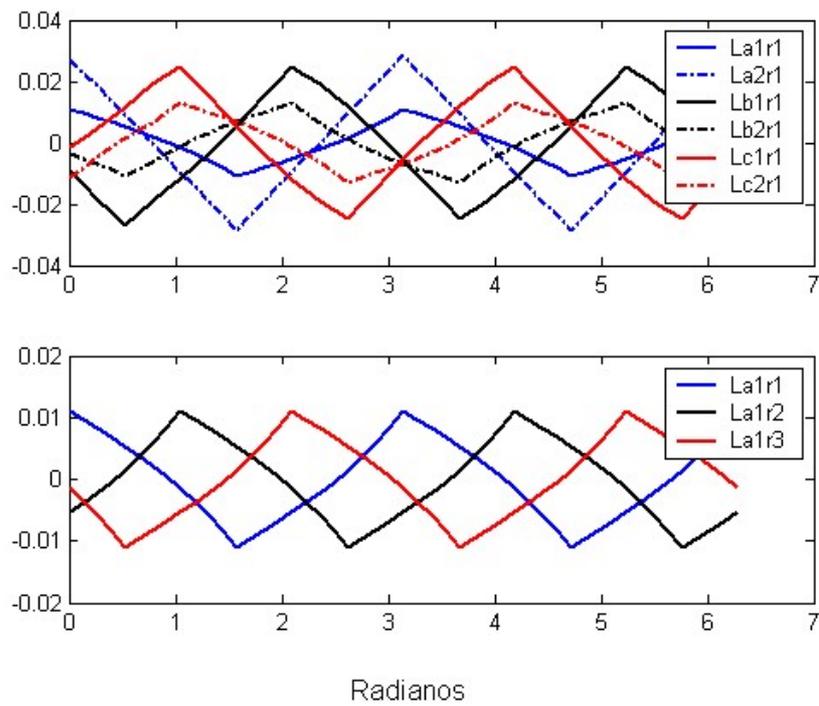


Figura 5.29: Indutância mútua entre estator e rotor com o rotor deslocado -60% no eixo X.

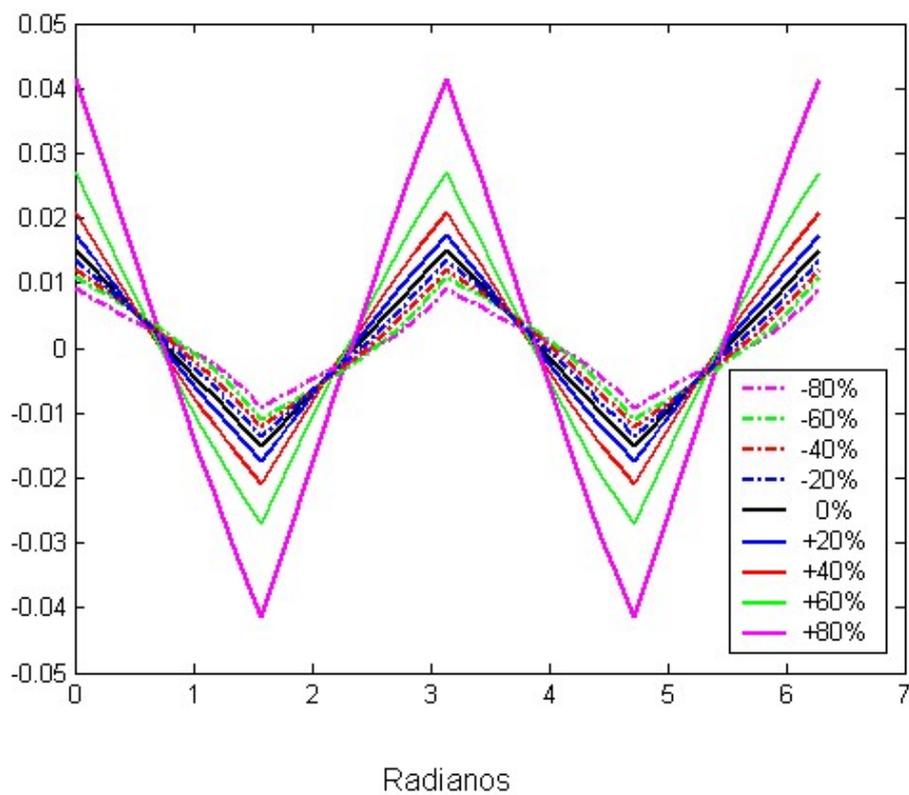


Figura 5.30: Indutância mútua La1r1 para diversos deslocamentos do rotor no eixo X.

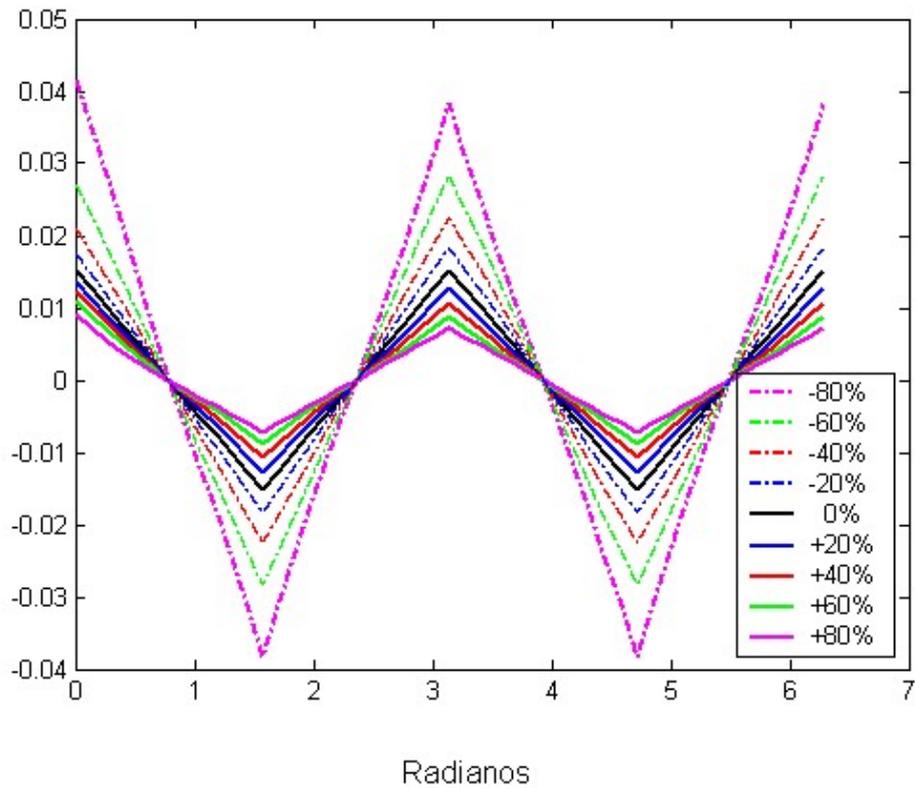


Figura 5.31: Indutância mútua L_{a2r1} para diversos deslocamentos do rotor no eixo X.

5.3.5 - Modelo da Posição Radial do Rotor

O modelo de posição radial do rotor obtido é um sistema instável, como esperado. A Figura 5.32 mostra a variação da posição em decorrência de forças mínimas sobre o rotor para os eixos **X** e **Y**, de acordo com o modelo. As forças foram inseridas em um determinado instante e retiradas logo em seguida. Uma força negativa foi imprimida ao eixo **X** no instante 30ms e uma positiva, no instante 60ms, ao eixo **Y**.

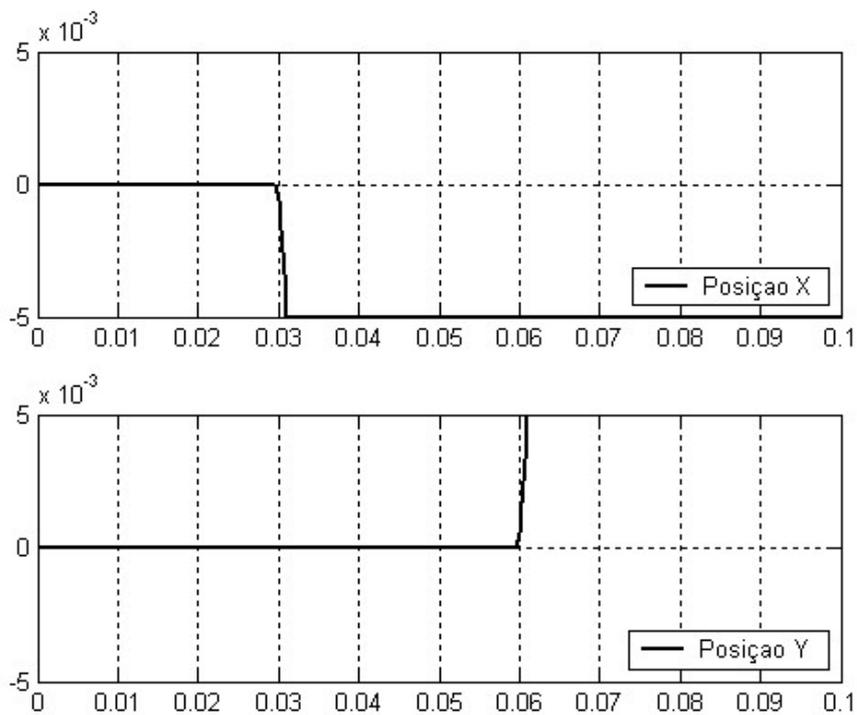


Figura 5.32: Simulação das posições X e Y (mm x segundo).

Com a simulação de um controlador simples para a posição radial do rotor (um PD), a planta comportou-se como esperado, seguindo a referência. Esse tipo de controle de posicionamento radial do rotor já foi discutido e comprovado anteriormente [Castro,2004] e não é objeto de estudo deste trabalho. A Figura 5.33 mostra a simulação do comportamento das posições **X** e **Y** em função de mudanças nas respectivas referências.

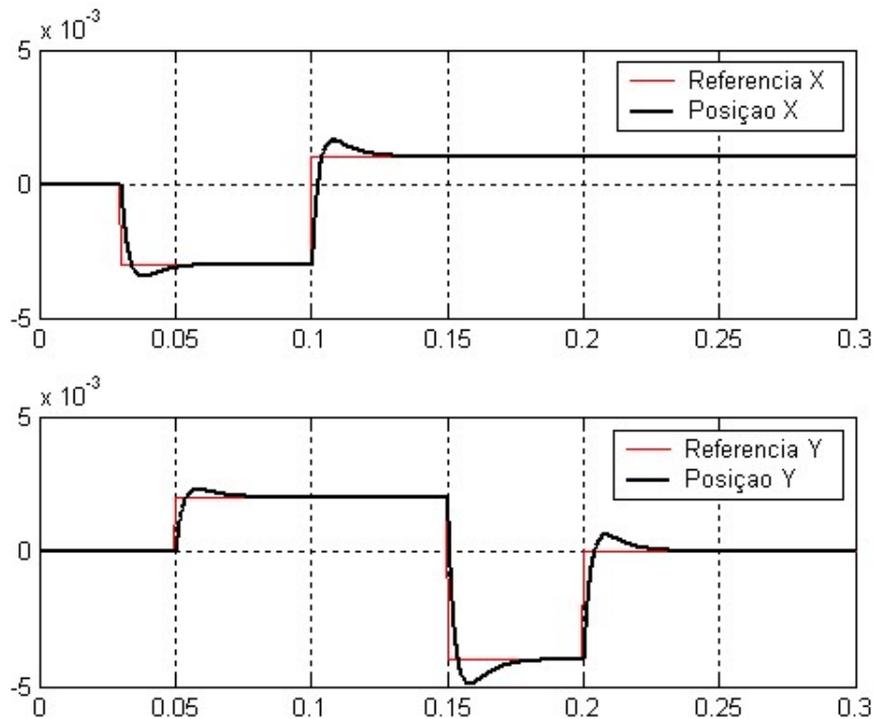


Figura 5.33: Comportamento das posições X e Y com um controlador PD (mm x segundo).

5.3.6 - Torque e Velocidade Mecânica

A análise do torque e da velocidade do rotor foi feita de acordo com a integração dos dois modelos apresentados na Figura 4.9 do Capítulo 4, onde os modelos elétrico e de posição são inseridos. A Figura 5.34 traz as simulações do torque e da velocidade mecânica para a máquina livre de perturbações e de carga.

A Figura 5.35 mostra a simulação do torque e da velocidade para uma perturbação no eixo **X**, onde primeiro foi inserida uma força no sentido positivo de **X** e, logo em seguida, no sentido negativo. Nos instantes onde ocorrem os deslocamentos do rotor no eixo **X**, o torque apresenta uma oscilação, a qual será comentada mais adiante.

Uma perturbação, com os mesmo critérios, também foi aplicada ao eixo **Y**, que é mostrada pela Figura 5.36, onde o torque apresentou as mesmas características do deslocamento no eixo **X**.

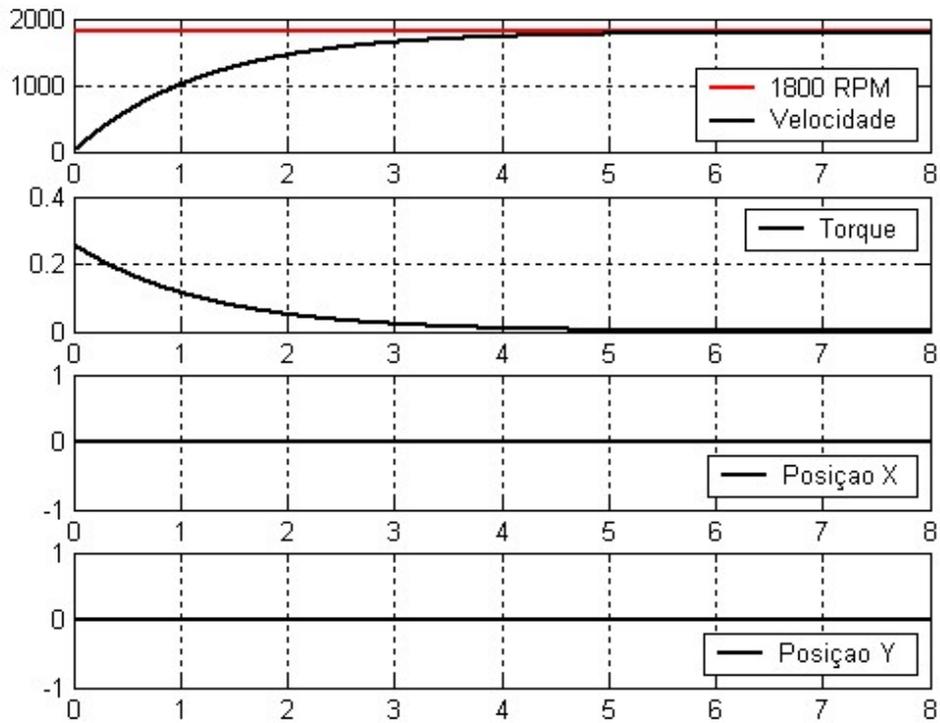


Figura 5.34: Velocidade e torque da máquina sem perturbações no rotor e sem alterações das correntes (RPM, Nm e mm x segundo).

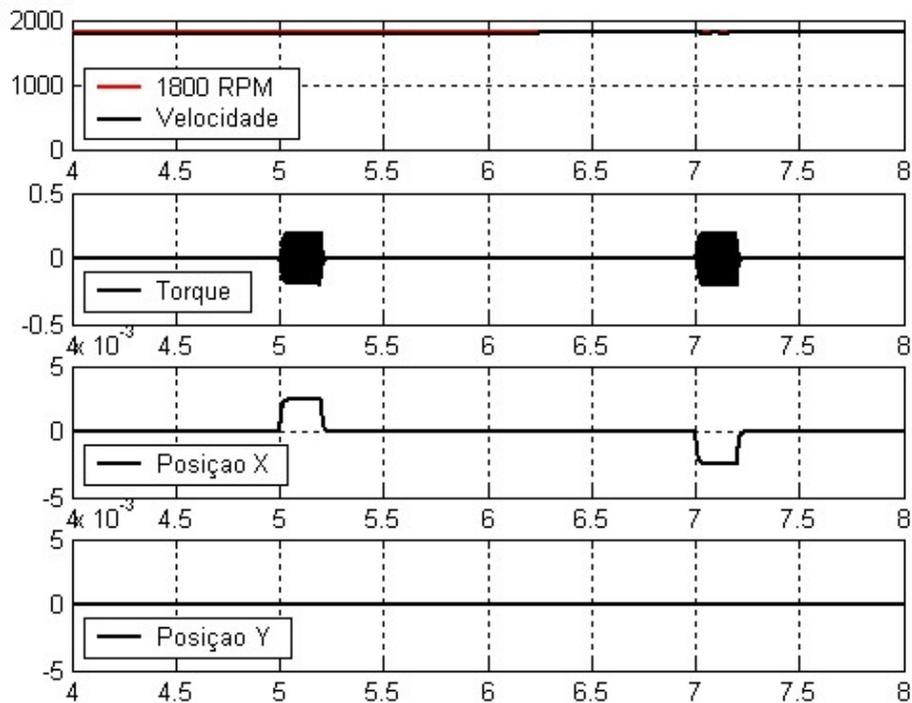


Figura 5.35: Velocidade, torque e posição radial X e Y para um deslocamento no eixo X (RPM, Nm e mm x segundo).

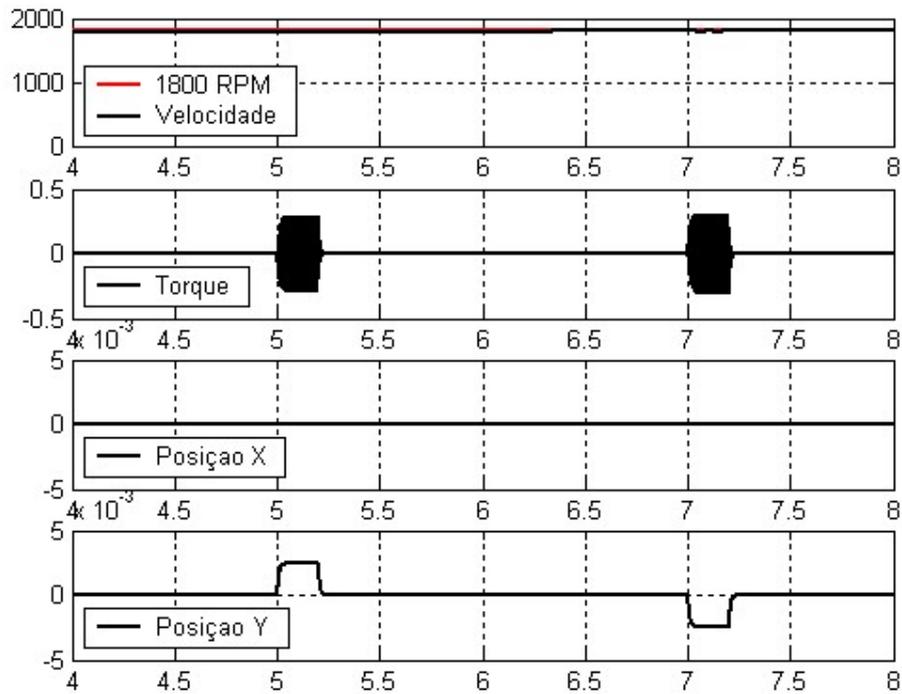


Figura 5.36: Velocidade, torque e posição radial X e Y para um deslocamento no eixo Y (RPM, Nm e mm x segundo).

Com a obtenção do modelo da máquina é possível observar como os parâmetros envolvidos se comportam em função de perturbações individuais. Duas análises distintas foram realizadas no comportamento do torque, a primeira diz respeito a alterações somente na posição radial **X** e **Y** da máquina, onde o controle de posição não atua, não havendo, portanto, variações nas correntes. Dessa maneira, o que ocorre é uma variação no entreferro, que acarreta uma variação em alguns parâmetros da máquina, como por exemplo, nas indutâncias envolvidas . Foi observada então uma perturbação no torque, como a perturbação já mostrada pelas Figuras 5.35 e 5.36.

Porém, quando a posição é mantida no centro ($x = 0$ e $y = 0$), e faz-se variar as correntes, ou melhor, faz-se variar os deltas de corrente (Δi_a , Δi_b e Δi_c), o torque permanece inalterado em função dessas variações, mostrando que o princípio da máquina sem mancais com bobinado dividido não afeta os parâmetros da máquina, o que altera esses parâmetros é o deslocamento do rotor em si. A Figura 5.37 mostra o comportamento do torque para uma alteração na posição radial do rotor e a Figura 5.38 mostra o comportamento do torque para uma alteração nas correntes, onde foi imposto um desbalanceamento com $\Delta i_a = 20\%$, $\Delta i_b = -30\%$ e $\Delta i_c = 40\%$ em função da corrente nominal.

Esse fato permite concluir que, para um controle de posicionamento eficiente, a máquina não sofre perturbações no acionamento. Isso acontece porque o controle

gera um desbalanceamento nas correntes para conseguir mantê-lo no centro e essas variações nas correntes não altera o torque, este sendo alterado apenas se o controle não atuar eficientemente e permitir que o rotor se desloque da referência.

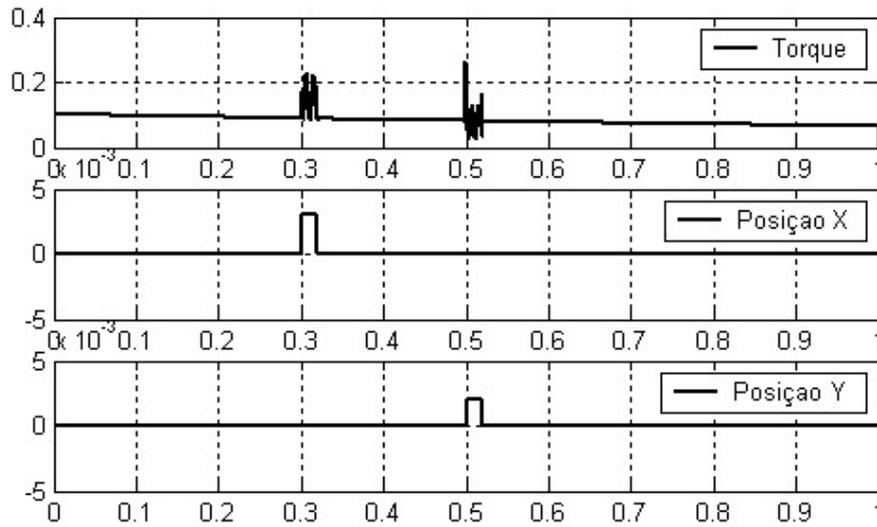


Figura 5.37: Comportamento do torque em decorrência de variações na posição (Nm x segundo).

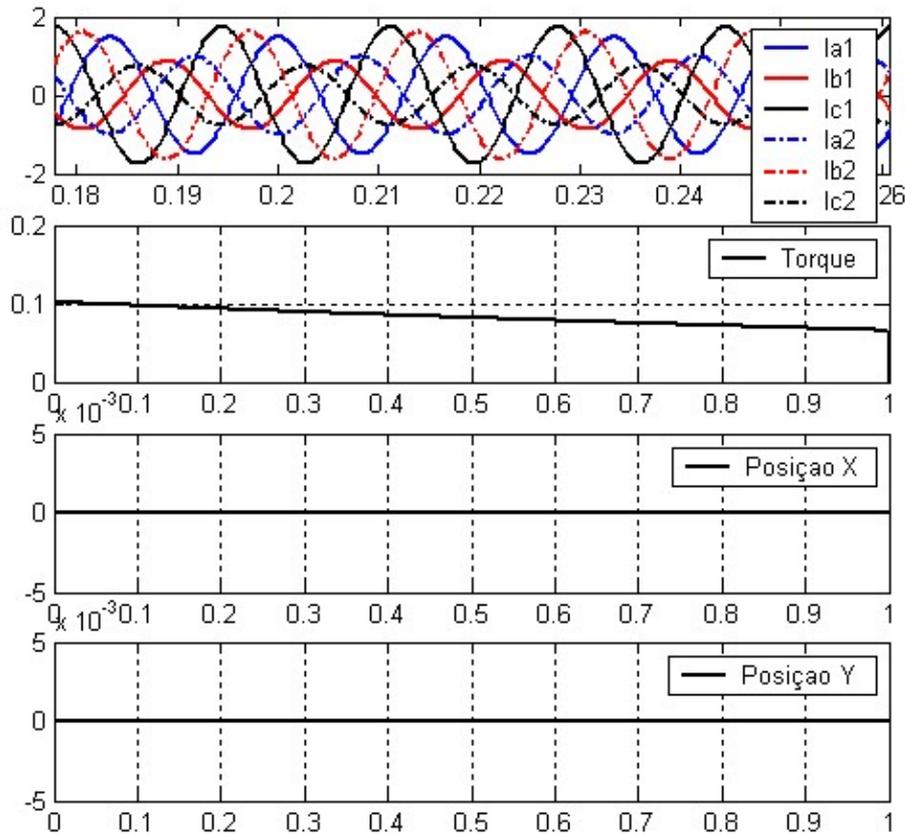


Figura 5.38: Comportamento do torque em decorrência de variações nas correntes e posição radial (A, Nm e mm x segundo).

5.4 - Resultados Medidos da Máquina sem Mancais

Os resultados medidos provém dos dados adquiridos através do sistema supervisorio, desenvolvido em LabView[®], e organizados em gráficos com o auxílio do Matlab[®].

Inicialmente, para fins de comparação, a máquina sem mancais estudada foi preparada para que trabalhasse como uma máquina de indução convencional, para tanto seu rotor foi fixado com uma fita, passando a apoiar-se no mancal mecânico de proteção.

O segundo passo foi alimentar a máquina com bobinado dividido com correntes equilibradas e de mesma intensidade, formando um único conjunto trifásico defasado de 120° entre as fases, ou seja, foi feito com que a máquina sem mancais trabalhasse como uma máquina convencional.

5.4.1 - Máquina Convencional

A Figura 5.39 mostra as correntes e tensões da máquina sem mancais trabalhando como uma máquina convencional em um determinado instante de tempo. Já a Figura 5.40 traz o comportamento de velocidade, torque e as potências de entrada, saída e perdas para este caso.

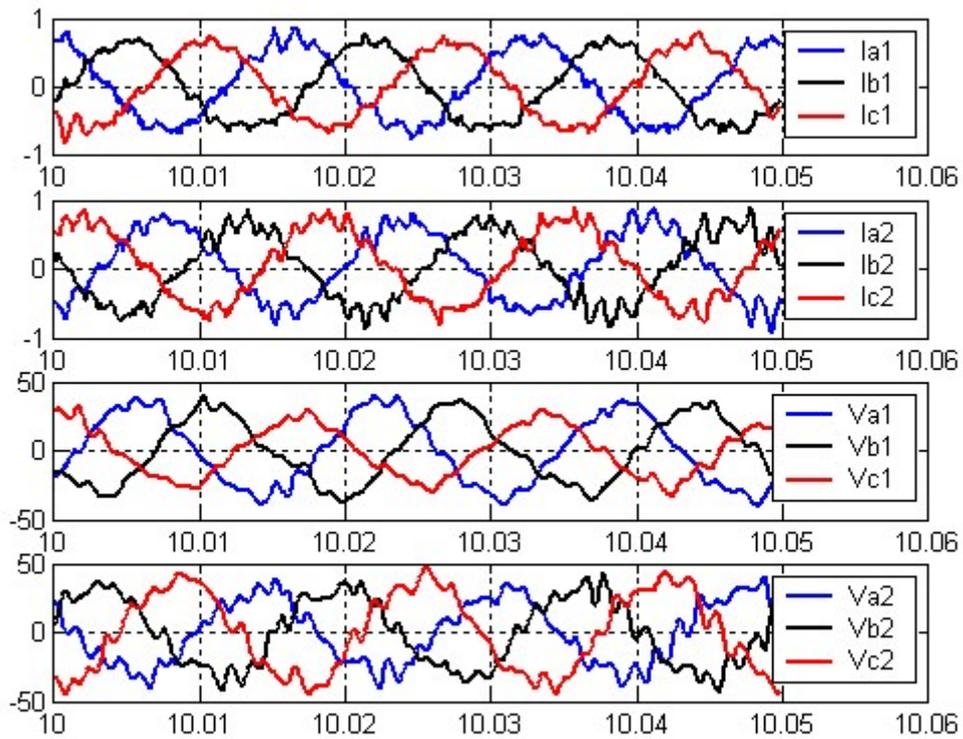


Figura 5.39: Correntes e tensões da máquina funcionando como máquina convencional em um determinado instante de tempo (A e V x segundo).

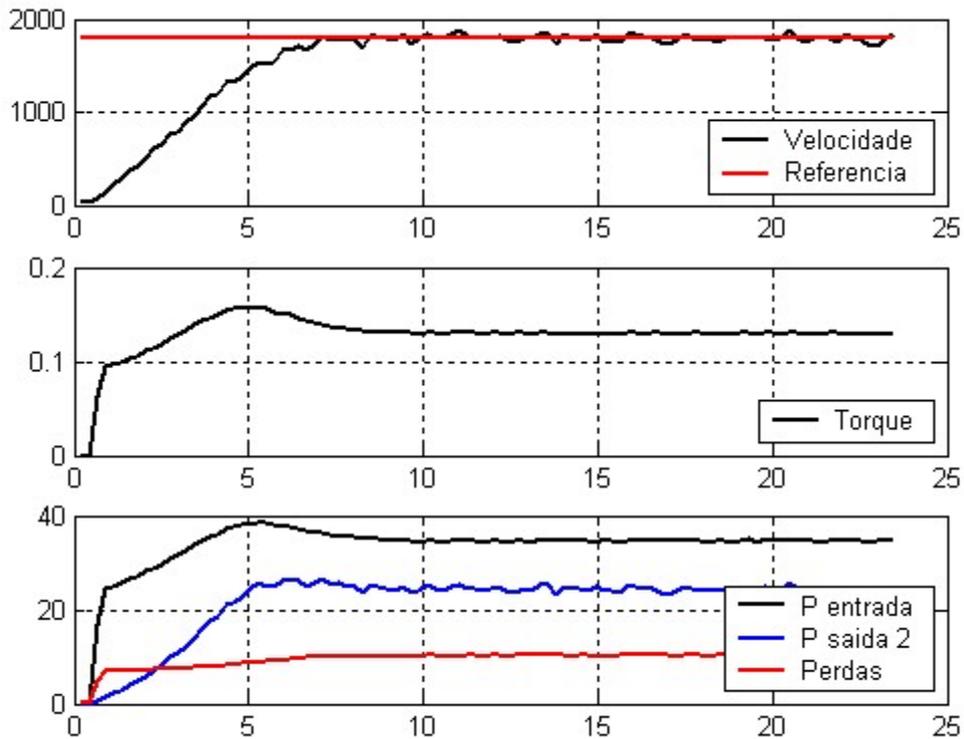


Figura 5.40: Velocidade, torque e potências da máquina funcionando como máquina convencional (RPM, Nm e W x segundo).

5.4.2 - Ligamento e Desligamento da Máquina sem Mancais

A máquina sem mancais foi ligada e desligada após alguns instantes e o comportamento da velocidade, torque, potências e posição **X** e **Y** do rotor nessa situação são mostrados na Figura 5.41. No gráfico são destacados os instantes onde a máquina é ligada, há a acomodação do sistema e é então desligada, nos instantes 7,59s, 14,0s e 32,66s respectivamente.

Apesar do controle de posicionamento radial ser substancialmente um controlador **PD**, existe uma pequena parcela integrativa, a qual não chegou a agir para a posição no eixo **X** no intervalo que está sendo exposto pela Figura 5.41.

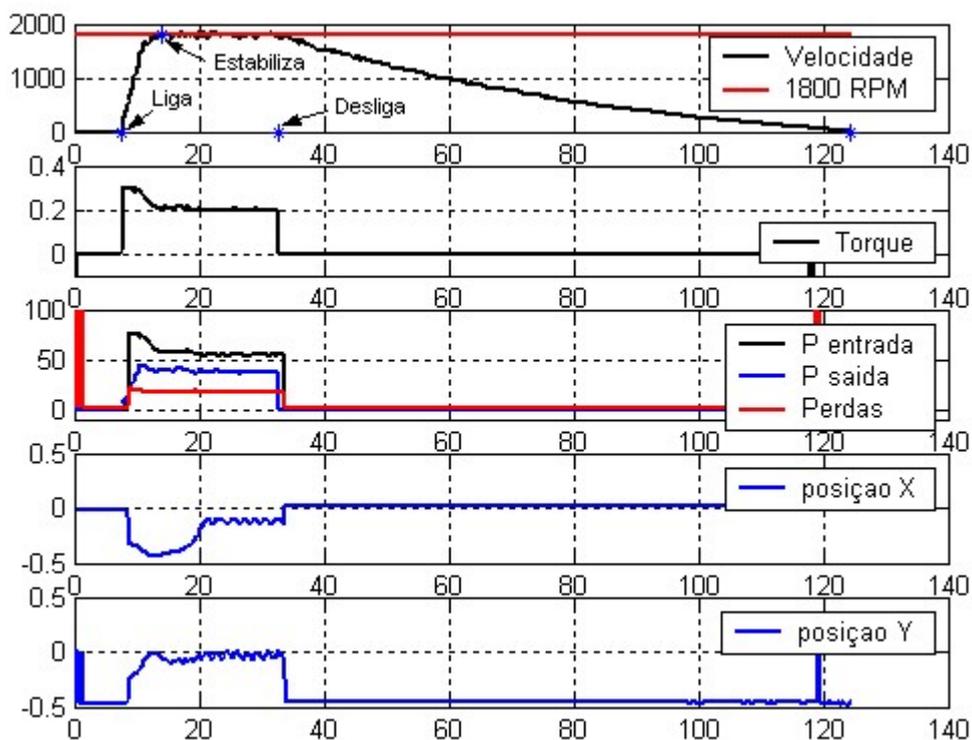


Figura 5.41: Velocidade, torque, potências posição radial do rotor da máquina sem mancais por um período de ligamento e desligamento (RPM, Nm, W e mm x segundo).

5.4.3 - Perturbação do Rotor no Eixo X

Para analisar o funcionamento da máquina em condições de deslocamento do rotor, foi inserida uma perturbação no eixo **X**, primeiramente em seu sentido positivo e posteriormente no sentido negativo. A Figura 5.42 mostra as variáveis da máquina em decorrência desse deslocamento do rotor.

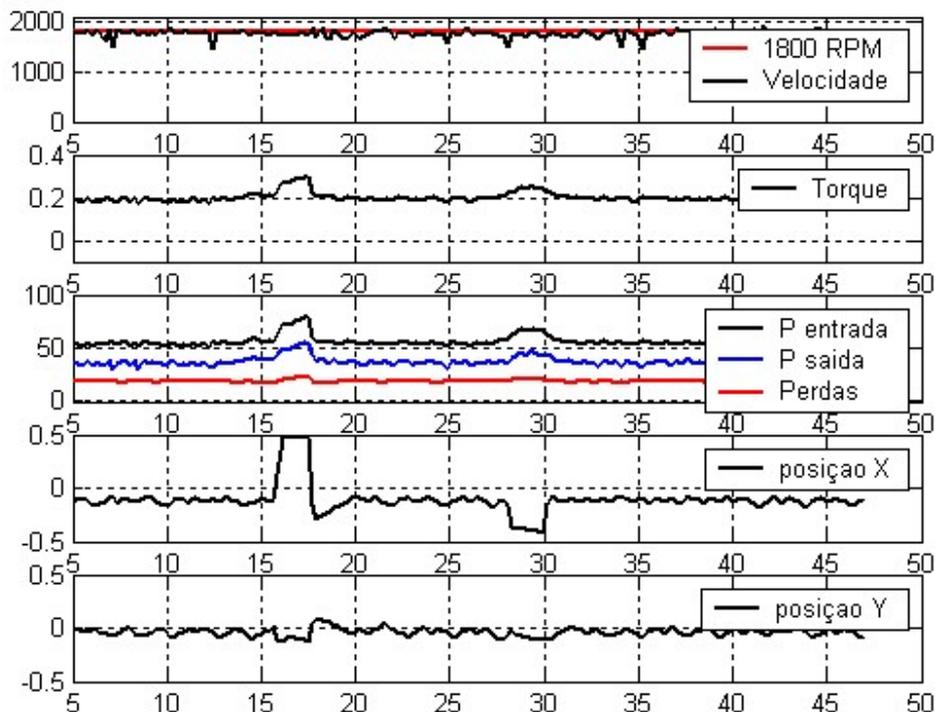


Figura 5.42: Velocidade, torque, potências e posição radia do rotor da máquina sem mancais com uma perturbação no eixo X (RPM, Nm, W e mm x segundo).

5.4.4 - Perturbação do Rotor no Eixo Y

Seguindo os mesmo passos da análise do deslocamento no eixo X, um deslocamento no eixo Y também foi imposto. A Figura 5.43 mostra as variáveis da máquina em decorrência do deslocamento do rotor no eixo Y, em ambos os sentidos.

5.4.5 - Inclusão de Carga no Eixo da Máquina

Foi introduzido no sistema em funcionamento uma carga no sentido de frenagem do rotor. A Figura 5.44 mostra as variáveis da máquina quando a carga é incluída.

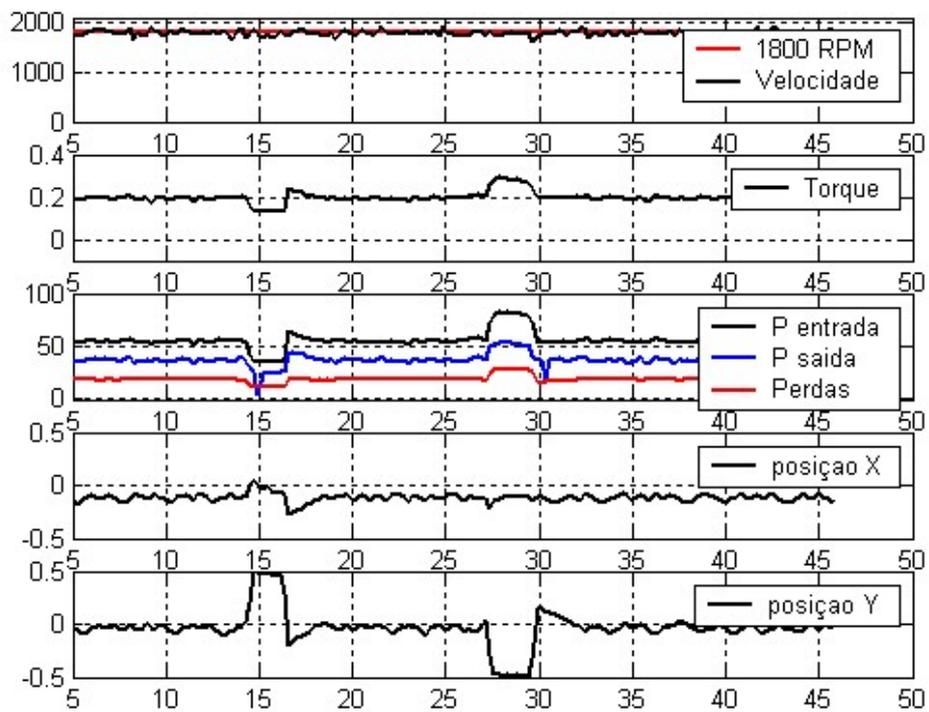


Figura 5.43: Velocidade, torque, potências e posição radial do rotor da máquina sem mancais com uma perturbação no eixo Y (RPM, Nm, W e mm x segundo).

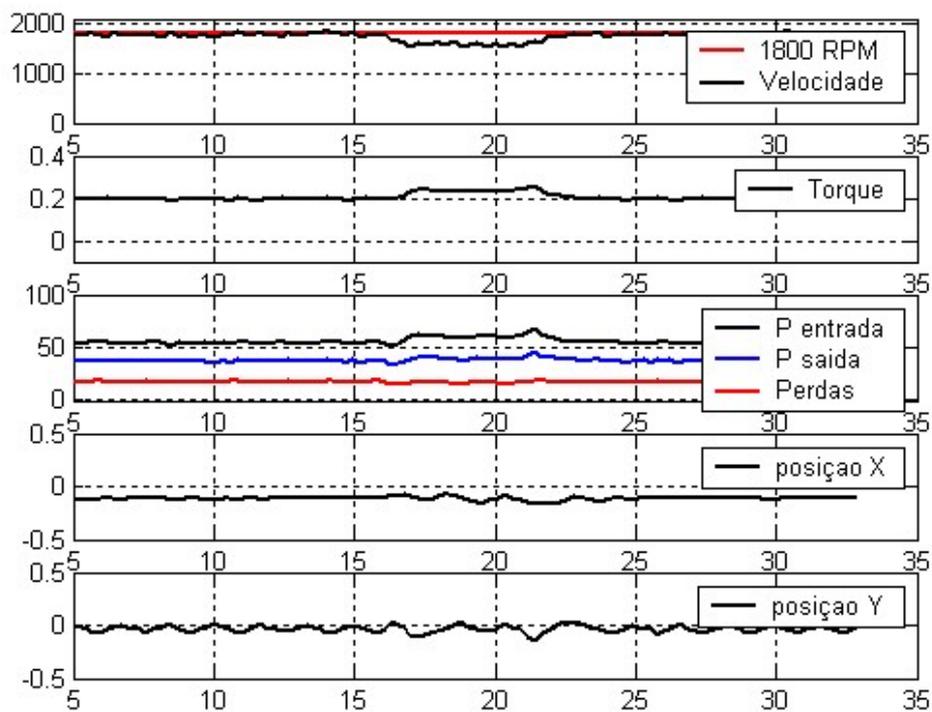


Figura 5.44: Velocidade, torque, potências e posição radial do rotor da máquina sem mancais com uma carga no eixo Y (RPM, Nm, W e mm x segundo).

5.5 - Análise dos Resultados Calculados e Experimentais

Organizando os dados medidos pelo supervisor e os parâmetros calculados, em uma mesma escala de tempo, tem-se uma comparação direta entre a teoria e a prática. A Figura 5.45 estabelece essa comparação para o torque medido pelo supervisor e o calculado em simulação, nos instante de 0 a 5 segundos. Como pode-se observar, o torque previsto pelo modelo acompanha o torque real desenvolvido pela máquina. A Figura 5.46 mostra o comportamento da velocidade mecânica da máquina, bem como a velocidade simulada, também na escala de tempo de 0 a 5 segundos.

Já na Figura 4.7 obteve-se os valores da potência de entrada em uma escala de tempo onde o sistema já entrara em acomodação. A figura mostra a potência requerida para a máquina funcionando como uma máquina convencional, como no caso da Seção 5.4.1, e também para o caso da máquina sem mancais. Portanto, no primeiro caso a máquina teve seu rotor fixado e as correntes livres de desbalanceamento e no segundo caso a máquina sem mancais funcionando normalmente com o controle de posição atuando normalmente, não ocorrendo perturbações de forças externas, apenas o próprio peso do rotor.

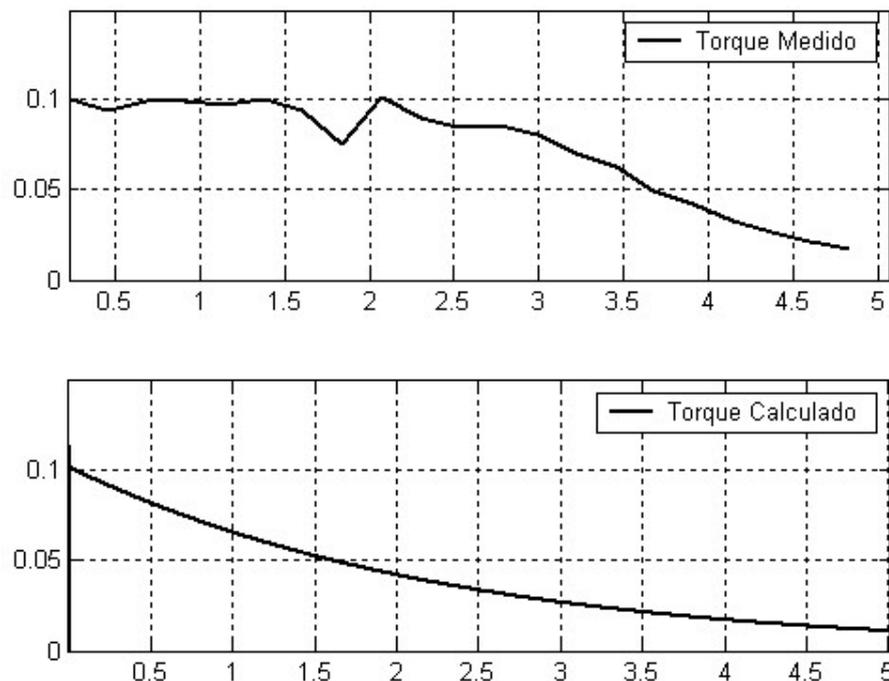


Figura 5.45: Comparação entre torque medido e calculado (Nm x segundos).

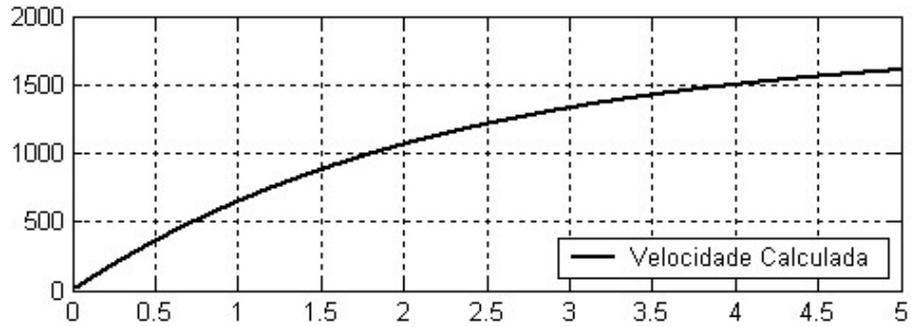
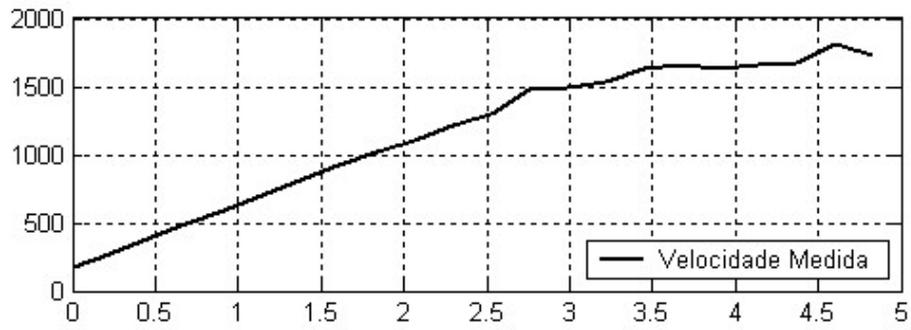


Figura 5.46: Comparação entre velocidade mecânica medida e calculada (RPM x segundos).

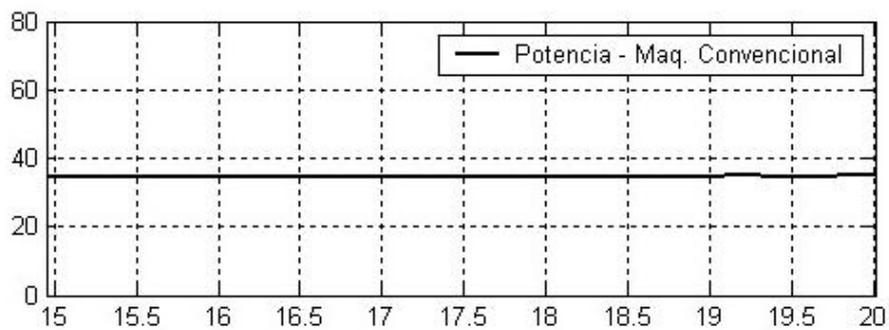
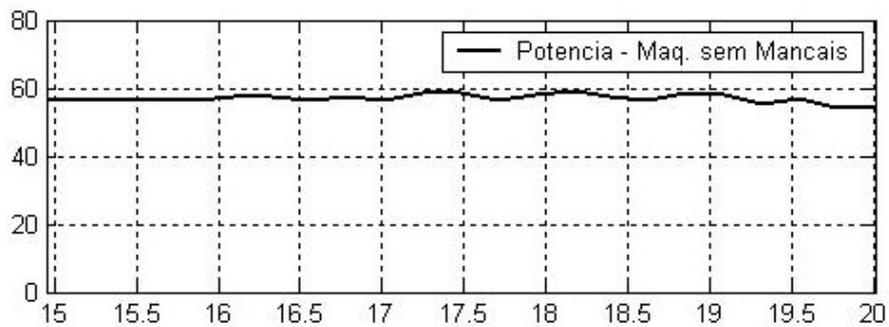


Figura 5.47: Comparação entre potência de entrada para a máquina sem o controle de posição, com o rotor fixo radialmente e a máquina sem mancais (watts x segundos).

Esse resultado revela um aumento em torno de 50% na potência de entrada da máquina em função do controle de posição. Isso mostra a necessidade do projeto de um controlador de posição mais eficiente, o que será propício com a obtenção do modelo da máquina obtido.

Observando o comportamento do torque simulado em função do deslocamento do rotor, seja no eixo **X** ou no eixo **Y**, observa-se uma oscilação, como visto nas Figuras 5.35 e 5.36, a qual ocorre devido a ausência do controle de corrente na simulação. No entanto, quando comparado ao torque medido, tem-se que a variação do torque calculado em um primeiro momento é sempre no sentido condizente com a variação do torque medido, isso sugere que um controle implementado em simulação, tentaria manter o torque nesse sentido. A Figura 5.48 mostra o torque calculado e o torque medido em um escala de tempo menor, para um deslocamento no eixo **X**. Percebe-se que para um deslocamento tanto positivo quanto negativo de **X**, tem-se uma variação positiva no torque medido, variação esta que tende a ser seguida pelo valor calculado.

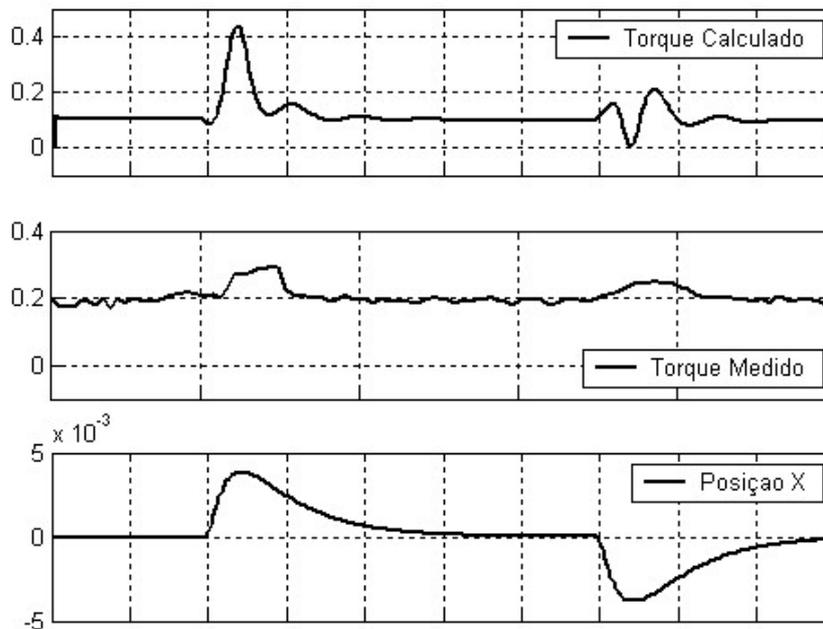


Figura 5.48: Comparação entre torque calculado e torque medido com deslocamento do rotor no eixo X.

Já a Figura 5.49 traz o torque medido e o calculado para uma perturbação no eixo **Y**. Para uma perturbação positiva de **Y** tem-se uma variação negativa no torque medido, o que tende a ser seguido pelo calculado, logo depois entrando em

oscilação, e para uma perturbação negativa de Y tem-se uma variação positiva no torque medido, o que também é seguido pelo torque calculado.

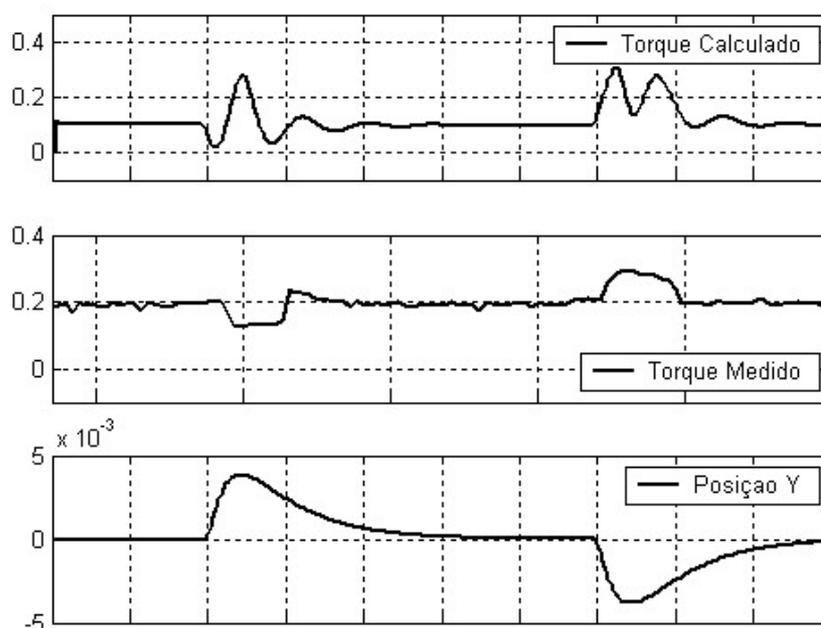


Figura 5.49: Comparação entre torque calculado e torque medido com deslocamento do rotor no eixo Y.

5.6 - Conclusão

O supervisor foi desenvolvido em LabView[®], ferramenta largamente utilizada na área de monitoramento de sinais o que facilitou bastante a apresentação das medições, viabilizando de uma forma mais clara e precisa os resultados experimentais.

Um módulo didático da WEG[®] foi utilizado para realizar as aferições dos parâmetros calculados, como também osciloscópio e multímetro.

A criação do supervisor, bem como o seu correto ajuste, é algo essencial à obtenção de resultados finais corretos e confiáveis da máquina sem mancal estudada.

Os resultados obtidos com a modelagem da máquina de indução sem mancais apresentaram-se satisfatórios. As indutâncias calculadas em função do deslocamento do rotor mostraram-se coerentes com a máquina estudada, como também suas influências nos demais parâmetros da máquina como por exemplo o

torque. Os valores de indutâncias calculados estão de acordo com os medidos experimentalmente.

A potência requerida pelo controle de posição atingiu valores acima do valor desejado, devido a aplicação de um controlador simples à uma planta instável. Esse problema pode ser contornado com uma análise mais detalhada de um controlador mais eficiente, baseando-se no modelo da máquina sem mancais.

O modelo de velocidade mecânica da máquina mostrou-se de acordo com os resultados experimentais, onde não sofre influência relevante do deslocamento de posição radial do rotor.

O modelo previsto para o torque apresentou-se de maneira coerente, onde uma perturbação causada pelo deslocamento radial do rotor apresenta-se oscilatória devido a ausência de controle de corrente no modelo, porém apresenta coerência em seu deslocamento tomando-se como base as variações do torque medido diante das mesmas circunstâncias.

CAPÍTULO 6

Conclusão

As máquinas sem mancais surgiram da necessidade da diminuição de tamanho da máquina com mancal magnético, que por sua vez surgiu em decorrência do desgaste excessivo dos mancais mecânicos. A forma como são controladas as máquinas em geral também evoluíram, e atualmente é possível realizar um controle em uma máquina de indução com a simplicidade empregada ao controle das máquinas de corrente contínua.

O trabalho apresenta como foco principal, a modelagem da máquina de indução trifásica sem mancais com bobinado dividido, a qual é embasada na teoria que envolve a modelagem de uma máquina de indução convencional, o qual apresentou resultados satisfatórios, uma vez que foram condizentes com as análises desenvolvidas.

Um ponto importante no estudo das máquina sem mancais é a determinação das indutâncias envolvidas. Para o entreferro variando, as simplificações feitas para a máquina convencional de indução não podem ser adotadas, sendo necessária, então, a determinação das matrizes indutâncias em decorrência do valor da posição radial do rotor. Para a determinação dessas matrizes o trabalho adotou o método da função enrolamento, que se baseia na configuração espacial das bobinas, o qual apresentou um resultado satisfatório.

O modelo da máquina sem mancais analisada comportou-se como uma máquina de indução convencional quando o seu rotor estava centralizado, livre de

perturbações, e mostrou-se coerente com o modelo desenvolvido quando descentralizada.

Para melhorar o desempenho de força de reposicionamento da máquina, foi utilizado um rotor apropriado e não o rotor convencional utilizado nas máquinas de indução.

Os resultados obtidos com a máquina sem mancais com bobinado dividido têm se apresentados condizentes com as suas características. A máquina apresentou também simetria em suas respostas, ao ocorrer um desbalanceamento proporcional nas correntes de uma mesma fase.

Por fim, o modelo obtido traz uma documentação da máquina sem mancais estudada, permitindo um maior esclarecimento do seu comportamento, onde controladores mais eficientes podem ser testados e analisados em simulação.

6.1 - Perspectivas

Como continuidade do trabalho, é sugerida a implementação de um controle de posicionamento e de velocidade mais eficientes, tendo em vista que o modelo facilitará as simulações e testes.

Em seguida, a implementação do controle dos dois conjuntos motor+mancal, uma vez que toda a análise foi baseada em apenas um conjunto. A inserção do outro grupo necessitará de uma análise de influência cruzada. Possivelmente a movimentação de uma extremidade acarretará uma perturbação na outra.

E por fim, uma análise mais rebuscada em todos os parâmetros da máquina, de como são influenciados com o deslocamento radial do rotor, parâmetros como fator de potência e rendimento, por exemplo, que não foram contemplados neste trabalho.

APÊNDICES

Apêndice A

Parâmetros da máquina sem mancais

1° Ensaio		2° Ensaio		3° Ensaio		<i>Média</i>	
R_1	4,5920	R_1	4,5800	R_1	4,5840	R_1	4,5853
R_2	31,9936	R_2	32,0191	R_2	32,2556	R_2	32,0894
X_1	15,7932	X_1	15,5173	X_1	15,7730	X_1	15,6945
L_1	0,0419	L_1	0,0412	L_1	0,0418	L_1	0,0416
X_2	15,7932	X_2	15,5173	X_2	15,7730	X_2	15,6945
L_2	0,0419	L_2	0,0412	L_2	0,0418	L_2	0,0416
X_m	105,1679	X_m	105,1547	X_m	104,7756	X_m	105,0327
L_m	0,2790	L_m	0,2789	L_m	0,2779	L_m	0,2786

Dados medidos por fase, ou seja:

$$R_1 = R_{a1} + R_{a2}$$

$$X_1 = X_{a1} + X_{a2}$$

$$L_1 = L_{a1} + L_{a2}$$

Dados do 1º Ensaio (Os ensaios da máquina são baseados em [Simone,2000]).

Resistividade do Cobre a 20° C	1,70E-08
Resistividade do Cobre a 75° C	2,04E-08

Temp. Inicial (°C)	25
Temp. Final (°C)	75
Var. de Temperatura	50
Fator de Correção	1,200

Tensões e Correntes DC aplicadas aos Enrolamentos

V _{DCR}	I _{DCR}	R _{FR}	V _{DCS}	I _{DCS}	R _{FS}	V _{DCT}	I _{DCT}	R _{FT}	R _{F(20°)}
3,84	1,00	3,84	3,82	1,00	3,82	3,82	1,00	3,82	3,83
									R _{F(75°)}
									4,592

Tensões e Correntes AC aplicadas e medidas nos Enrolamentos

V _{FNR}	V _{FNS}	V _{FNT}	I _{FNR}	I _{FNS}	I _{FNT}	W _{FNR}	W _{FNS}	W _{FNT}
67,63	68,50	68,02	0,68	0,65	0,66	10,10	9,90	10,20

V _F	68,05	I _F	0,6638	Plido	30,20
P _{cu-est}	6,0695	S	135,51	cos(j)	0,22286
P _{fe-est}	24,1305	X _{mag}	105,17	j	1,35
Q _{mag}	132,10	L _{mag}	0,2790	sen(j)	0,9748
R _{FE}	575,73	I _p	0,11820	I _{mag}	0,64707
				Io1	0,65778

Ensaio de Rotor Bloqueado da Máquina sem Mancal Horizontal

V _{FNR}	V _{FNS}	V _{FNT}	I _{FNR}	I _{FNS}	I _{FNT}	W _{FNR}	W _{FNS}	W _{FNT}
51,00	51,68	51,29	0,87	0,91	1,01	25,90	30,50	38,80

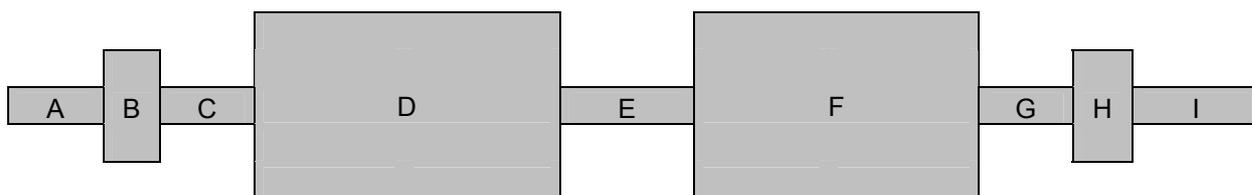
V _F	51,32	I _F	0,93	Plido	95,20
P _{cu-est}	11,95	P _{cu-Rotor}	83,25	R' ₂	31,99
P _{RB}	95,200	S	143,399	Q _{RB}	107,239
Q _{magRB}	25,04721	X _{mag}	105,168	X ₁	15,7932
		L _{mag}	0,2790	L ₁	0,0419
				X ₂	15,7932
				L ₂	0,0419
				X _{disp}	82,191
				X _{disp}	31,5864

Resumo Geral dos Parâmetros da Máquina

R ₁	4,5920
R ₂	31,9936
X ₁	15,7932
L ₁	0,0419
X ₂	15,7932
L ₂	0,0419
X _m	105,1679
L _m	0,2790

Apêndice B

Momento de Inércia do Rotor



densidade do ferro: 7,87E+03 kg/m³

	<i>raio-r</i>	<i>Comprimento-L</i>	<i>Massa</i>	<i>Momento de inércia-I</i>
A	0,0075	0,092	1,28E-01	3,60E-06
B	0,034	0,015	4,29E-01	2,48E-04
C	0,009	0,05	1,00E-01	4,06E-06
D	0,0385	0,102	3,74E+00	2,77E-03
E	0,009	0,1	2,00E-01	8,11E-06
F	0,0385	0,102	3,74E+00	2,77E-03
G	0,009	0,05	1,00E-01	4,06E-06
H	0,034	0,015	4,29E-01	2,48E-04
I	0,0075	0,048	6,68E-02	1,88E-06

Momento de inércia total	6,06E-03	kg.m ²
--------------------------	----------	-------------------

massa = $d \cdot \pi \cdot r^2 \cdot L$
Momento = $0,5 \cdot \text{massa} \cdot r^2$

Apêndice C

Fotos da Máquina sem Mancais



Figura C.1: Máquina sem mancais – vista lateral.

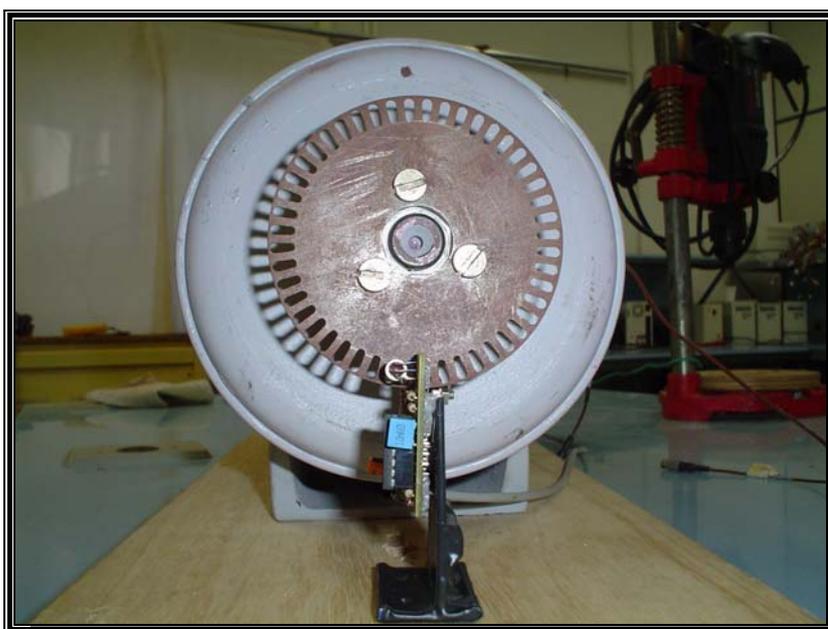


Figura C.2: Máquina sem mancais – vista frontal.

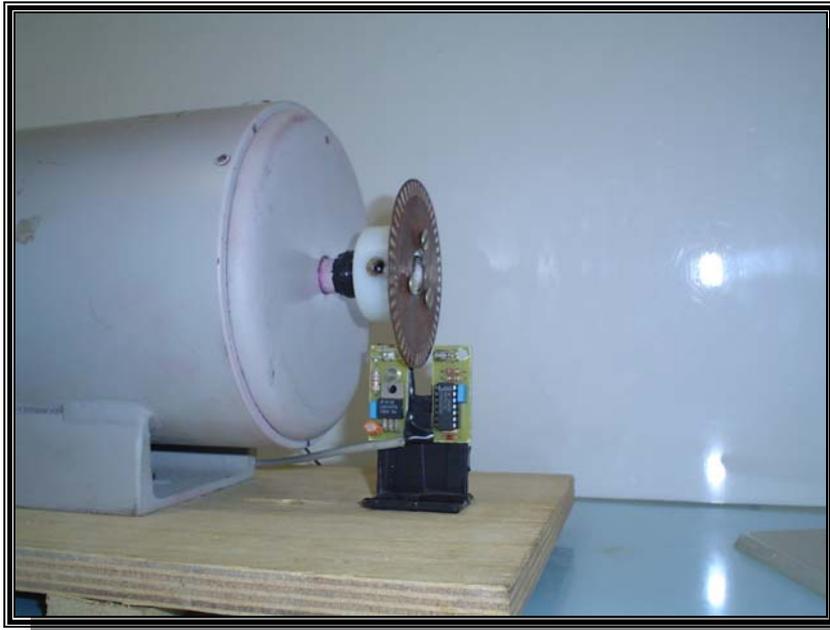


Figura C.3: Máquina sem mancais – vista do eixo.

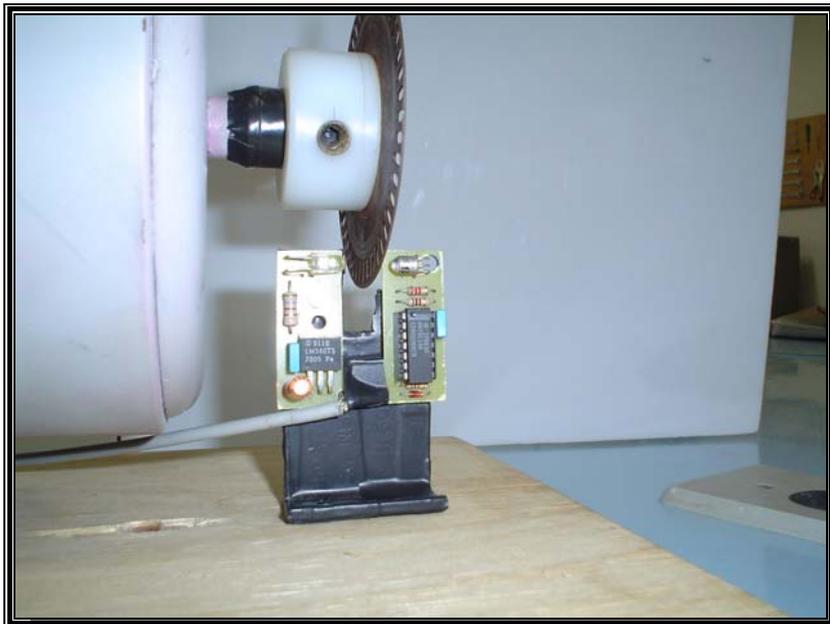


Figura C.4: Máquina sem mancais – Detalhe do sensor de velocidade.

Apêndice D

Cálculo das Integrais que Compõem as Indutâncias

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_z(\theta)d\theta \quad (\text{integral 1} = \text{integral 2})$$

$$\theta_1 = -\frac{\pi}{4} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a1}(\theta)d\theta = \frac{N}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + 2\sqrt{2}.k_1.k_2.\cos(\gamma) + 4k_1.k_2^2 \cos(2\gamma) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{3\pi}{4} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{5\pi}{4}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a2}(\theta)d\theta = \frac{N}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{2}.k_1.k_2.\cos(\gamma) + 4k_1.k_2^2 \cos(2\gamma) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{5\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{11\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{b1}(\theta)d\theta = \frac{N}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + k_1.k_2.(-\sqrt{2}\cos(\gamma) + \sqrt{6}\sin(\gamma)) + 2k_1.k_2^2(-\cos(2\gamma) - \sqrt{3}\sin(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{17\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{23\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{b2}(\theta)d\theta = \frac{N}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + k_1.k_2.(\sqrt{2}\cos(\gamma) - \sqrt{6}\sin(\gamma)) + 2k_1.k_2^2(-\cos(2\gamma) - \sqrt{3}\sin(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{13\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{19\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{c1}(\theta)d\theta = \frac{N}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + k_1.k_2.(-\sqrt{2}\cos(\gamma) - \sqrt{6}\sin(\gamma)) + 2k_1.k_2^2(-\cos(2\gamma) + \sqrt{3}\sin(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{7\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{c2}(\theta)d\theta = \frac{N}{g_0} \left[k1 \frac{\pi}{2} + k1.k2.(\sqrt{2} \cos(\gamma) + \sqrt{6} \text{sen}(\gamma)) + 2k1.k2^2(-\cos(2\gamma) + \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \beta \quad \theta_2 = \beta + \frac{\pi}{2} \quad \theta'_1 = \beta + \pi \quad \theta'_2 = \beta + \frac{3\pi}{2}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{r1}(\theta)d\theta = \frac{N_R k1}{g_0} \left[\frac{\pi}{2} + 8k2^2(-\cos(2\gamma).\text{sen}(2\beta) + \text{sen}(2\gamma).\cos(2\beta)) \right]$$

$$\theta_1 = \beta + \frac{\pi}{8} \quad \theta_2 = \beta + \frac{5\pi}{8} \quad \theta'_1 = \beta + \frac{9\pi}{8} \quad \theta'_2 = \beta + \frac{13\pi}{8}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{r2}(\theta)d\theta = \frac{N_R k1}{g_0} \left[\pi + 8k2^2 \left(-\cos(2\gamma)\text{sen}\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) + \text{sen}(2\gamma).\cos\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) \right) \right]$$

$$\theta_1 = \beta + \frac{\pi}{4} \quad \theta_2 = \beta + \frac{3\pi}{4} \quad \theta'_1 = \beta + \frac{5\pi}{4} \quad \theta'_2 = \beta + \frac{7\pi}{4}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{r3}(\theta)d\theta = \frac{N_R k1}{g_0} \left[\pi + 8k2^2(-\cos(2\gamma).\cos(2\beta) - \text{sen}(2\gamma).\text{sen}(2\beta)) \right]$$

$$\theta_1 = \beta + \frac{3\pi}{8} \quad \theta_2 = \beta + \frac{7\pi}{8} \quad \theta'_1 = \beta + \frac{11\pi}{8} \quad \theta'_2 = \beta + \frac{15\pi}{8}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{r4}(\theta)d\theta = \frac{N_R k1}{g_0} \left[\pi + 8k2^2 \left(-\cos(2\gamma).\cos\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) - \text{sen}(2\gamma).\text{sen}\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) \right) \right]$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_z(\theta)n_w(\theta)d\theta \quad (\textit{integral 3})$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a1}(\theta)n_{a2}(\theta)d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a1}(\theta)n_{b1}(\theta)d\theta = 0$$

$$\theta_3 = \frac{7\pi}{4} \quad e \quad \theta_4 = \frac{23\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a1}(\theta)n_{b2}(\theta)d\theta = \frac{N^2}{90} \left[k1 \frac{\pi}{6} + k1.k2 \left(\cos(\gamma) \left(\frac{-\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{2} \right) - \text{sen}(\gamma) \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \right) \right) + \right. \\ \left. + k1.k2^2(\cos(2\gamma) - \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a1}(\theta)n_{c1}(\theta)d\theta = 0$$

$$\theta_3 = \frac{\pi}{12} \quad e \quad \theta_4 = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a1}(\theta)n_{c2}(\theta)d\theta = \frac{N^2}{90} \left[k1 \frac{\pi}{6} + k1.k2 \left(\cos(\gamma) \left(\frac{-\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{2} \right) - \text{sen}(\gamma) \left(\frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \right) \right) + \right. \\ \left. + k1.k2^2(\cos(2\gamma) + \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_3 = \frac{3\pi}{4} \quad e \quad \theta_4 = \frac{11\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a2}(\theta)n_{b1}(\theta)d\theta = \frac{N^2}{90} \left[k1 \frac{\pi}{6} + k1.k2 \left(\cos(\gamma) \left(\frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{2} \right) - \text{sen}(\gamma) \left(\frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \right) \right) + \right. \\ \left. + k1.k2^2(\cos(2\gamma) - \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a2}(\theta)n_{b2}(\theta)d\theta = 0$$

$$\theta_3 = \frac{13\pi}{12} \quad e \quad \theta_4 = \frac{5\pi}{4}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a2}(\theta)n_{c1}(\theta)d\theta = \frac{N^2}{90} \left[k1 \frac{\pi}{6} + k1.k2 \left(\cos(\gamma) \left(\frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{2} \right) - \text{sen}(\gamma) \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \right) \right) + \right. \\ \left. + k1.k2^2(\cos(2\gamma) + \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{a2}(\theta)n_{c2}(\theta)d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{b1}(\theta)n_{b2}(\theta)d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta)n_{b1}(\theta)n_{c1}(\theta)d\theta = 0$$

$$\theta_3 = \frac{5\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_4 = \frac{7\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{b1}(\theta) n_{c2}(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{6} + 2.k_1.k_2.\text{sen}(\gamma) \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \right) + \right. \\ \left. - 2k_1.k_2^2 \cos(2\gamma) \right]$$

$$\theta_3 = \frac{17\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_4 = \frac{19\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{b2}(\theta) n_{c1}(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{6} - 2.k_1.k_2.\text{sen}(\gamma) \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \right) + \right. \\ \left. - 2k_1.k_2^2 \cos(2\gamma) \right]$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{b2}(\theta) n_{c2}(\theta) d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{c1}(\theta) n_{c2}(\theta) d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_z^2(\theta) d\theta \quad (\textit{integral 5})$$

$$\theta_1 = -\frac{\pi}{4} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{a1}^2(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + 2\sqrt{2}.k_1.k_2.\cos(\gamma) + 4k_1.k_2^2 \cos(2\gamma) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{3\pi}{4} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{5\pi}{4}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{a2}^2(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{2}.k_1.k_2.\cos(\gamma) + 4k_1.k_2^2 \cos(2\gamma) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{5\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{11\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{b1}^2(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + k_1.k_2.(-\sqrt{2}\cos(\gamma) + \sqrt{6}\text{sen}(\gamma)) + 2k_1.k_2^2(-\cos(2\gamma) - \sqrt{3}\text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{17\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{23\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{b2}^2(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + k_1 k_2 (\sqrt{2} \cos(\gamma) - \sqrt{6} \text{sen}(\gamma)) + 2k_1 k_2^2 (-\cos(2\gamma) - \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{13\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{19\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{c1}^2(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + k_1 k_2 (-\sqrt{2} \cos(\gamma) - \sqrt{6} \text{sen}(\gamma)) + 2k_1 k_2^2 (-\cos(2\gamma) + \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{12} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{7\pi}{12}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{c2}^2(\theta) d\theta = \frac{N^2}{g_0} \left[k_1 \frac{\pi}{2} + k_1 k_2 (\sqrt{2} \cos(\gamma) + \sqrt{6} \text{sen}(\gamma)) + 2k_1 k_2^2 (-\cos(2\gamma) + \sqrt{3} \text{sen}(2\gamma)) \right]$$

$$\theta_1 = \beta \quad \theta_2 = \beta + \frac{\pi}{2} \quad \theta'_1 = \beta + \pi \quad \theta'_2 = \beta + \frac{3\pi}{2}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{r1}^2(\theta) d\theta = \frac{N_R^2 k_1}{g_0} \left[\frac{\pi}{2} + 8k_2^2 (-\cos(2\gamma) \text{sen}(2\beta) + \text{sen}(2\gamma) \cos(2\beta)) \right]$$

$$\theta_1 = \beta + \frac{\pi}{8} \quad \theta_2 = \beta + \frac{5\pi}{8} \quad \theta'_1 = \beta + \frac{9\pi}{8} \quad \theta'_2 = \beta + \frac{13\pi}{8}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{r2}^2(\theta) d\theta = \frac{N_R^2 k_1}{g_0} \left[\pi + 8k_2^2 \left(-\cos(2\gamma) \text{sen}\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) + \text{sen}(2\gamma) \cos\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) \right) \right]$$

$$\theta_1 = \beta + \frac{\pi}{4} \quad \theta_2 = \beta + \frac{3\pi}{4} \quad \theta'_1 = \beta + \frac{5\pi}{4} \quad \theta'_2 = \beta + \frac{7\pi}{4}$$

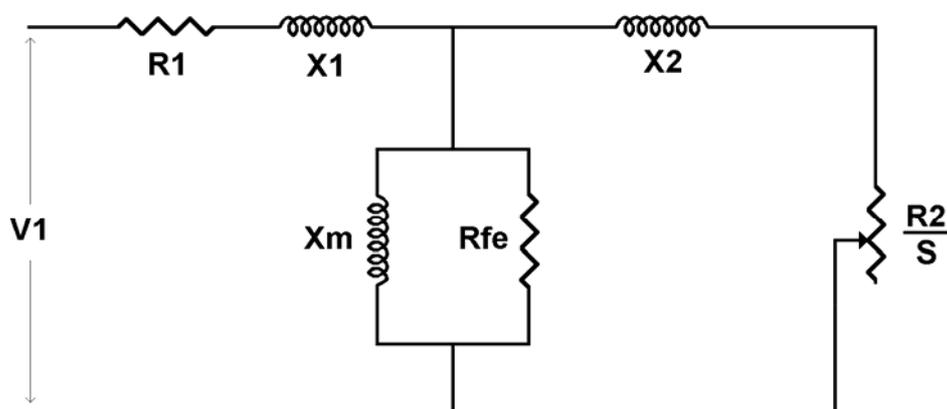
$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{r3}^2(\theta) d\theta = \frac{N_R^2 k_1}{g_0} \left[\pi + 8k_2^2 (-\cos(2\gamma) \cos(2\beta) - \text{sen}(2\gamma) \text{sen}(2\beta)) \right]$$

$$\theta_1 = \beta + \frac{3\pi}{8} \quad \theta_2 = \beta + \frac{7\pi}{8} \quad \theta'_1 = \beta + \frac{11\pi}{8} \quad \theta'_2 = \beta + \frac{15\pi}{8}$$

$$\int_0^{2\pi} P(\theta) n_{r4}^2(\theta) d\theta = \frac{N_R^2 k_1}{g_0} \left[\pi + 8k_2^2 \left(-\cos(2\gamma) \cos\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) - \text{sen}(2\gamma) \text{sen}\left(2\beta + \frac{\pi}{4}\right) \right) \right]$$

Apêndice E

Dados do motor que compõe o módulo WEG[®] e fotos do módulo



R1	5.47582	X1	5.64724
R2	3.71478	X2	6.84593
Rfe	3015.323	Xm	168.6042

valores referenciados em Ω , à 20°C.

Dados do Motor

N.º de Série	EX81851	Item	16029				
Potência	1.5 cv	IV	Pólos	220/380	V	60	Hz
Carcaça	80	F c/ Δt	80	K - FS	1.00	RP M	1720
Linha do Produto	Alto Rendimento Plus						



Figura E.1: Módulo WEG – vista frontal.



Figura E.2: Módulo WEG – Dinamômetro.



Figura E.3: Módulo WEG – Painel.



Figura E.4: Módulo WEG – Motor.



Figura E.5: Módulo WEG – Sistema de carga.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

-
-
- [Alwash,1995] Alwash, J. H. H., Ikhwan, S. H., "Generalised approach to the analysis of asymmetrical three-phase induction motors", Electric Power Applications, IEE Proceedings, Vol 142, pp 87-96, Março 1995.
- [Amirulddin,2005] Amirulddin, U., Asher, G. M., Sewell, P., Bradley, K. J., "Dynamic field modeling of torque and radial forces in vector-controlled induction machines with bearing relief", Electric Power Applications, IEE Proceedings, Vol 152, Issue 4, pp 894-904, Julho 2005.
- [Baoguo,2001] Baoguo, W., Fengxiang, W., "Modeling and analysis of levitation force considering air-gap eccentricity in a bearingless induction motor", ICEMS 18-20 Agosto 2001, Vol 2, pp 934-937.
- [Barbi,1985] Barbi, I., "Teoria fundamental de motor de indução", Editora da UFSC, Florianópolis 1985.
- [Barthod,1995] Barthod, C., Lemarquand, G., "Degrees of Freedom control of a magnetically levitated rotor", IEEE Transactions on Magnetics, Vol 31, No 6, Novembro 1995.
- [Bojoi,2003] Bojoi, R., Farina, F., Profumo, F., Tenconi, A., "Analysis of the asymmetrical operation of dual three-phase induction machine", IEEE International, Electric Machines and Drives Conference, volume: 1, 1-4, pages: 429 - 435 vol.1 June 2003.
- [Bosch,1988] Bosch, R., "Development of a bearingless electric motor", ICEM, pp 373-375, 1988.
- [Bossio,2001] Bossio, G., De Angelo, C., Solsona, J., Garcia, G., "Modeling of induction machines with axial non uniformity", COBEP 2001, 12-14 Novembro, Florianópolis, Vol 2, pp 630-634.
- [Castro,2004] Castro, F. E. F., "Motor de indução trifásico sem mancais com bobinado dividido: Otimização do sistema de posicionamento radial", Dissertação de Mestrado, PPGEE-UFRN, Natal, Dezembro 2004.
- [Che,2003] Che, Y. M., Fan, Y., Lu, W. S., Wu, T. F., "Electromagnetic force analysis of the magnetically levitated motor with two degrees of freedom", IAS 2003, 12-16 Outubro, Vol 3, pp 1657-1663
- [Chiba,2005] Chiba, A., T, Fukao., Ichikawa, O., Oshima, M., Tahemoto, M., Dorrell, D. G., "Magnetic bearings and bearingless drives", Newnes, 2005.

-
-
- [Chiba,1996] Chiba, A., Miyatake, R., Hara, S., Fukao, T., "Transfer characteristics of radial force of induction-type bearingless motors with four-pole rotor circuits", Int. Symp. Magnetic Bearing, pp.175-181, 1996.
- [Chiba,1994] Chiba, A., Deido, T., Fukao, T., Rahman, M.A., "An analysis of bearingless AC motors", IEEE Trans.on Energy Conver, Vol.9, No.1, pp. 61-68, Mar. 1994.
- [Chiba,1998] Chiba, A., Fukao, T., "Optimal design of rotor circuits in induction type bearingless motors", IEEE Trans. on Mag, Vol.34, No.4, pp.2108-2110, Jul. 1998.
- [Dorrel,1995] Dorrel, D. G., Thomsom, W. T., Roach, S., "Combined effects of static and dynamic eccentricity on airgap flux waves and the application of current monitoring to detect dynamic eccentricity in 3-phase induction motors", IEE Electrical Machines and Drives, 11-13 setembro 1995, No 412.
- [Faiz,2002] Faiz, J., Tabatabaei, I., "Extension of winding function theory for nonuniform air gap in electrical machinery", IEEE transactions on magnetics, vol. 38, No. 6, pp. 3654-3657, November, 2002.
- [Fengxiang,2001] Fengxiang, W., Qishi, Z., Baoguo, W., "Torque and levitation force comparison of bearingless motor with different rotor structures", ICEMS 2001, Vol 2, pp 18-20.
- [Ferreira,2002] Ferreira, J. M. S., "Proposta de máquina de indução trifásica sem mancal com bobinado dividido", Dissertação de Mestrado, PPGEE-UFRN, Natal, Março 2002.
- [Ferreira,2005] Ferreira, J. M. S., Zucca, M., Salazar, A. O., Donadio, L. "Analyses of Bearingless Machine with Divide Windings", IEEE Transactions on Magnetism, vol. 41, No. 10, pp. 3931-3933, Oct. 2005.
- [Fitzgerald,1975] Fitzgerald, A. E., Kingsley Jr, C., Kusko, A., "Máquinas elétricas", McGraw-Hill,1975.
- [Fukao,2000] Fukao, T., "The evolution of motor drive technologies", PIEMC 2000, China, Vol 1, pp 33-38.
- [Herman,1973] Herman, P.K., "A radial active magnetic bearing", London Patent No.1 478 868, 20 Nov. 1973.
- [Herman,1974] Hermann, P.K., "A radial active magnetic bearing having a rotating drive", London Patent No. 1 500 809, 9 Feb. 1974.

-
-
- [Higuchi,1985] Higuchi, T., "Magnetically floating actuator having angular positioning function", United States Patent No 4 683 391, 12 March 1985.
- [Joksimović,2000] Joksimović, G. M., Durović, D., Arthur, N., "Dynamic simulation of dynamic eccentricity in induction machines – winding function approach", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol 15 No 2 Junho 2000.
- [Joksimović,2005] Joksimović, G. M., "Dynamic simulation of cage induction machine with air gap eccentricity", IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol 152, No 4, Julho 2005.
- [Khoo,2005] Khoo, W. K. S., "Bridge configured winding for polyphase self-bearing machines", IEEE Transactions on Magnetics, Vol 41, No 4, Abril 2005.
- [Kiryu,2001] Kiryu, K., Chiba, A., Fukao, T., "A radial force detection and feedback effects on bearingless motors", Industry Applications Conference IEEE, Vol 1, pp 64-69, Setembro 2001.
- [Leonhard,1996] Leonhard, W., "Control of electrical drives", Springer, Berlin 1996.
- [Marques,2002] Marques, G., "Dinâmica das máquinas", IST, Abril 2002.
- [Meike,1974] Meinke, P., Flachenecker, G., "Electromagnetic drive assembly for rotary bodies using a magnetically mounted rotor", United States Patent No 3 988 658, July 29, 1974.
- [Muñoz,1999] Muñoz, A. R., Lipo, T. A., "Complex vector model of the squirrel-cage induction machine including instantaneous rotor bar currents", IEEE Transactions on Industry Application, Vol. 35, No 6, Novembro/Dezembro 1999.
- [NEC,2002] NEC Corporation, "An introduction to vector control of AC motors using the V850", Doc. No. U16483EE1V0AN00, November 2002.
- [Novotny,1996] Novotny, D. W., Lipo, T. A., "Vector control and dynamics of AC drives", Oxford science publications, 1996.
- [Oguri,2000] Oguri, K., Watada, M., Torii, S., Ebihara, D., "A study on the optimum structure for the simple control on the bearing-less motor", Industry on Applications Conference 8-12 outubro 2000, Vol 1, pp 253-256.
- [Okada,1998] Okada, Y., Shinohara, K., Ueno, S., Ohishi, T., " hybrid AMB type self bearing motor", Int. Symp. Magnetic Bearing, pp. 497-506, 1998.

-
-
- [Ong,1998] Ong, C-M., "Dynamic simulation of electric machinery", Prentice Hall, New Jersey , 1998.
- [Salazar,1989] Salazar, A . O ., "Mancais magnéticos para motores de indução utilizando os enrolamentos do estator", Tese de doutorado, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, 1989.
- [Salazar,1993-1] Salazar, A . O., Stephan, R.M., Dunford, W., "An efficient bearingless induction machine", COBEP, pp.419 - 424, Brazil, 1993.
- [Salazar,1993-2] Salazar, A . O., Stephan, R. M., "A bearingless method for induction machine", IEEE Trans. On Magn., Vol.29, No. 6, pp 2965-2967, Nov. 1993.
- [Santisteban,1993] Santisteban, J., "Estudo comparativo dos métodos de controle vetorial para motores de indução", Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, Fevereiro 1993.
- [Santisteban,1996] Santisteban, J., Salazar, A.O., Stephan, R.M., "A digital control for a bearingless induction motor that uses their own stator windings", Cong. Lat. American. of Control Automatic, pp.583-587, Argentina, 1996.
- [Santisteban,1999] Santisteban, J., "Estudo da influência da carga torsional sobre o posicionamento radial de um motor-mancal", Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, Março 1999.
- [Schimitz,1965] Schmitz, N., Novotny, D. W., "Introductory electromechanics", Ronald Press, New York,1965.
- [Schweitzer,1994] Schweitzer, G., Bleuler, H., Traxler, A., "Active magnetic bearings", Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, Maio 1994.
- [Simone,2000] Simone, G. A., "Máquinas de indução trifásicas", Editora Érica, São Paulo, 2000.
- [Suzuki,1999] Suzuki, T., Chiba, A., Rahman, M. A., Fukao, T., "An airgap flux oriented vector controller for stable magnetic suspension during high torque acceleration in bearingless induction motors", Industry Applications Conference 1999, Vol 3, pp1543-1550.
- [Tenhunen,2003] Tenhunen, A., Benedetti, T., Holopainen, T. P., Arkkio, A., "Electromagnetic forces in cage induction motors with rotor eccentricity", IEMDC'03, Vol 3, pp 1616-1622, Junho 2003.
- [Toliyat,1996] Toliyat, H. A., Arefeen, M. S., "A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machines", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol 32 No 4 Julho/Agosto 1996.

-
-
- [Wang,2000] Wang, Y., "An analytical study on stead-state performance of an induction motor connected to unbalanced three-phase voltage", Power Engineering Society Winter Meeting, IEEE, Vol 1, pp 159-164, Janeiro 2000.
- [Yahia,1998] Yahia, K.B., Henneberger, G., "Development of bearingless induction motor", MOVIC, Zurich, Switzerland, Vol. 3, pp 1083-1087, Aug. 1998.
- [Zaho,1996] Zaho, Y., Lipo, T. A., "An Approach to modeling and field-oriented control of a three phase induction machine with structural unbalance", IEEE, pp 380-386, 1996.
- [Zill,2001] Zill, D. G., Cullen, M. R., " Equações diferenciais", volume 2, Makron Books, 2001.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)