

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE CENTRO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ANÁLISE DOS MODOS RESSONANTES EM ANTENAS DE MICROFITA SOBRE SUBSTRATOS ISO/ANISOTRÓPICOS POR TÉCNICAS DA RESSONÂNCIA TRANSVERSA

JEFFERSON COSTA E SILVA

NATAL - RN Dezembro de 2005

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.



Universidade Federal do Rio Grande do Norte Centro de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

ANÁLISE DOS MODOS RESSONANTES EM ANTENAS DE MICROFITA SOBRE SUBSTRATOS ISO/ANISOTRÓPICOS POR TÉCNICAS DA RESSONÂNCIA TRANSVERSA

Jefferson Costa e Silva

Orientador: Prof. Dr. Adaildo Gomes D'Assunção

Co-Orientador: Prof. Dr. Alfrêdo Gomes Neto

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

NATAL – RN Dezembro de 2005

ANÁLISE DOS MODOS RESSONANTES EM ANTENAS DE MICROFITA SOBRE SUBSTRATOS ISO/ANISOTRÓPICOS POR TÉCNICAS DA RESSONÂNCIA TRANSVERSA

Jefferson Costa e Silva

Orientador: Prof. Dr. Adaildo Gomes D'Assunção

Co-Orientador: Prof. Dr. Alfredo Gomes Neto

NATAL – RN Dezembro de 2005

A minha esposa Silvia e a minha filha Olivia, fontes de inspiração e razão de meu trabalho.

AGRADECIMENTOS

- A Deus, inteligência suprema e causa primária de todas as coisas;
- A minha esposa Silvia Helena S. Costa e Silva e minha filha Olívia Teixeira Costa e Silva, pela paciência, incentivo e compreensão nos muitos momentos ausentes;
- Aos meus pais, sempre amigos, confiantes e torcendo para que tudo dê certo;
- Ao Professor Adaildo Gomes D'Assunção, pela orientação, apoio e amizade e por ser sempre aquela "injeção" de ânimo e alegria;
- Ao Professor Alfrêdo Gomes Neto, por me presentear com a sua amizade, incentivo, confiança e sempre se mostrar disponível e paciente nos momentos de necessidade;
- Ao Prof. Joabson Nogueira de Carvalho, verdadeiro irmão, por ser o companheiro de jornada e apoio em todos os momentos;
- Aos colegas professores e funcionários do CEFET-PB pelo estímulo e ajuda, em especial aos membros do GTEMA;
- Aos professores e funcionários da UFRN que contribuíram para que este trabalho fosse realizado;
- A fundação VITAE, por proporcionar a infraestrutura necessária para que a parte experimental do trabalho fosse realizada;
- A Rogers Corporation que forneceu alguns dos laminados utilizados nas experimentações;

RESUMO

Neste trabalho, são utilizadas a Técnica da Ressonância Transversa (TRT) e a Técnica da Ressonância Transversa Modificada (MTRT), para a determinação das freqüências dos modos ressonantes de antenas de microfita com *patch* quadrado, retangular e circular e com substratos isotrópicos e anisotrópicos. Para isso, é proposto um modelo da cavidade equivalente, onde a antena tipo *patch* retangular é representada como sendo a superposição de duas linhas infinitas em microfita, uma de largura *W*, representando a dimensão que expressa a largura do *patch*, e a outra com largura *L*, representando a dimensão que expressa o comprimento do *patch*. A avaliação da eficiência e aplicabilidade dos métodos citados é realizada comparando-se com resultados experimentais e obtidos através de outras técnicas. Três situações serão verificadas: estruturas com substrato infinito, estrutura com substrato tipo pedestal e estruturas com substrato truncado além dos limites da fita metálica.

Os resultados obtidos demonstram que as técnicas de análise de onda completa utilizadas neste trabalho, por um formalismo matemático mais rigoroso, são eficientes e precisas tanto na aplicação em estruturas com substrato isotrópico como nas que possuem substrato anisotrópico.

Inicialmente são consideradas apenas as estruturas com substratos isotrópicos, com diferentes constantes dielétricas, e é avaliada a influência da largura do substrato sobre as freqüências dos modos ressonantes das antenas. Posteriormente, a análise do truncamento do dielétrico é realizada para estruturas com substrato anisotrópico.

Em todos os casos, os resultados experimentais, obtidos a partir da construção de protótipos, são confrontados com os obtidos a partir de simulação, utilizando as técnicas TRT e MTRT.

No final, as técnicas descritas são utilizadas para antenas tipo *patch* circular, sendo utilizada uma técnica de equivalência para transformar a antena circular em outra quadrada ou retangular equivalente, dependendo do modo que se queira encontrar.

Os resultados obtidos são então analisados, observando-se uma boa concordância e indicando a viabilidade do método. Após isso, são apresentadas as conclusões e sugeridos alguns temas para a continuidade deste trabalho.

ABSTRACT

In this work, the Transverse Resonance Technique (TRT) and Modified Transverse Resonance Technique (MTRT) are applied to the determination of the resonant modes frequencies of the patch antennas of square, rectangular and circular shape with isotropic and anisotropic substrates. For this, it's proposed an equivalent cavity model, where the rectangular patch antenna is represented by two infinite microstrip lines superposition, one with W width, representing the W width patch antenna and the other one with L width, representing the L length patch antenna. The evaluation of the method's efficiency and applicability is realized by a comparison with the experimental results and obtained by other techniques. Three situations are examinated: structures with infinite substrate width,

The results obtained show that the full wave analysis techniques used in this work, in spite of having a more rigorous mathematical formalism, are efficient and accurate for the application in isotropic substrates structures, as in the anisotropic substrates case.

Initially, it's considered only the structures with isotropic substrate, with different dielectric constants, and will be evaluated the influence of the width of the substrate on the antennas resonant modes frequencies. After this, the dielectric trunking analysis is implemented in structures with anisotropic substrate.

In all cases, the experimental results, obtained by prototypes building, are compared with those obtained by numerical simulations using TRT an MTRT techniques.

At the end, the techniques described are applied for circular patch antennas, being used an equivalence technique to transform the circular patch antenna in an equivalent square or rectangular patch antenna, depending on the mode that one wants to find.

The results obtained are then analyzed, observing a good agreement and indicating the method viability. After that, the conclusions are presented and some themes are suggested for the continuity of this work.

Sumário

Lista de Figuras	xi	
Lista de Tabelas	xviii	
Lista dos Principais Símbolos e Abreviações	xxii	

Capítulo 1: Introdução

1.1 Formulação do Problema	01
1.2 Técnicas Numéricas de Análise	04
1.3 Organização da Tese	18

Capítulo 2: Técnicas da Ressonância Transversa: Convencional e Modificada

2.1 Introdução	21
2.2 Modelo da Cavidade Equivalente	21
2.3 Conceitos Básicos	26
2.3.1 Determinação do Circuito Equivalente à Descontinuidade	27
2.3.2 Cálculo da Matriz Admitância para o Circuito Obtido	27
2.3.3 Cálculo da Matriz Admitância Final	30
2.3.4 Determinação das Condições de Ressonância da Matriz Admitância	32

Capítulo 3: Determinação das Freqüências de Ressonância da Antena *Patch* de Microfita com Substrato Infinito

3.1 Geometria Considerada

3.2 Circuito Equivalente	34
3.3 Matriz Admitância	39
3.4 Funções de base	45
3.5 Funções de Teste	50
3.6 Admitância Deslocada sobre o Plano da Descontinuidade	50
3.7 Produtos Escalares	53
3.8 Resultados Numéricos e Experimentais	57
3.9 Conclusões	77

ix

Capítulo 4: Freqüências de Ressonância da Antena Patch Retangular com Substrato Pedestal

4.1 Geometria Considerada	80
4.2 Circuito Equivalente	80
4.3 Matriz Admitância	84
4.4 Resultados Numéricos e Experimentais	88
4.5 Conclusões	102

Capítulo 5: Freqüências de Ressonância da Antena Patch Retangular com Substrato Truncado

5.1 Geometria Considerada	105
5.2 Circuito Equivalente	105
5.3 Matriz Admitância	109
5.4 Resultados Numéricos e Experimentais	120
5.5 Conclusões	146

Capítulo 6: Freqüências de Ressonância da Antena Patch Retangular com Substrato Anisotrópico

6.1 Geometria Considerada	150
6.2 Circuito Equivalente	150
6.3 Matriz Admitância	153
6.4 Resultados Numéricos e Experimentais	155
6.5 Conclusões	184

Capítulo 7: Freqüências de Ressonância da Antena Patch Circular com Substratos Isotrópicos e Anisotrópicos

7.1 Introdução	187
7.2 Freqüências de Ressonância da Antena Patch Circular com Substrato Isotrópico	188
7.3 Freqüências de Ressonância da Antena <i>Patch</i> Circular com Substrato Anisotrópico	194
7.4 Conclusões	204
Capítulo 8 Conclusão	205
Referências Bibliográficas	209
Apêndice A Procedimento de Medição	
A.1 Introdução	215
A.2 Descrição dos Equipamentos	215
3 1 1	210

Lista de Figuras

Capítulo 1

1.1: Antena do tipo patch retangular de microfita	02
1.2: Modelo de linha de transmissão. (a) Antena <i>patch</i> retangular de microfita. (b) Circuito equivalente	05
 1.3: Representação do modelo da cavidade aplicada na análise do <i>patch</i> retangular de microfita 	07
1.4: Modelo de malha do método das diferenças finitas para um <i>patch</i> retangular alimentado por uma linha de microfita	09
1.5: Modelo de malha bidimensional para o método dos elementos finitos	10
1.6: Seção reta de linha de microfita blindada	14
1.7: Exemplo de descontinuidade em antena patch retangular de microfita	16

Capítulo 2

2.1: Superposição de duas linhas de transmissão em microfita	23
2.2: Configuração dos dois primeiros modos em um <i>patch</i> retangular de microfita com simetria elétrica. (a) Modo WL10. (b) Modo WL30	24
2.3: Configuração dos dois primeiros modos em um <i>patch</i> retangular de microfita com simetria magnética. (a) Modo WL20, (b) Modo WL40	25
2.4: (a) Geometria de uma linha de fenda e (b) Circuito equivalente obtido pela TRT	28
2.5: Circuito equivalente aplicando a MTRT	33

Capítulo 3

3.1: Geometria de linha de microfita	35
3.2: Geometria da estrutura considerando sua simetria	36

3.3: Circuito equivalente obtido pela MTRT	37
3.4: Geometria de microfita aberta com substrato infinito	58
3.5: Antena <i>patch</i> de microfita em substrato com fibra de vidro utilizada na etapa experimental	60
3.6: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato de fibra de vidro, com $e_r = 4,5$, $W = 35,3$ mm, $L = 11,8$ mm, $h = 1,50$ mm e $d = 30,0$ mm	61
3.7: Antena <i>patch</i> de microfita em substrato RT/Duroid 3006 utilizada na etapa experimental	63
3.8: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 13,6$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 30,0$ mm	64
3.9: Antena <i>patch</i> de microfita em substrato RT/Duroid 3006 com $L = 10,0$ mm	66
3.10: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 10,0$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 35,0$ mm	67
3.11: Antena <i>patch</i> de microfita em substrato TMM [®] 10i	69
3.12: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> de microfita retangular em substrato TMM [®] 10i, com $e_r = 9,80$, $W = 31,9$ mm, $L = 10,6$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 35,0$ mm	70
3.13: \mathbf{e}_{reff} x freqüência(GHz) para as antenas 1, 4, 7 e 8 da Tabela 3.5, para simetria elétrica	73
3.14: e _{reff} x freqüência(GHz) para as antenas 2, 3, 5 e 6 da Tabela 3.5, para simetria elétrica	74
 3.15: (a) Frequência de ressonância em função do número de modos LSE + LSM, (b) Frequência de ressonância em função do número de funções de teste, para os dois primeiros modos 	78
Capítulo 4	
4.1: Geometria de linha de microfita pedestal	81
4.2: Geometria da estrutura de microfita pedestal considerando sua simetria	82

xii

4.3: Circuito equivalente de microfita pedestal para a MTRT	83
4.4: Geometria da microfita pedestal aberta com substrato isotrópico	90
4.5: Antena <i>patch</i> de microfita pedestal, em substrato de fibra de vidro utilizada na etapa experimental	91
4.6: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato de fibra de vidro, com estrutura pedestal, com $d = 0,0$ mm, $e_r = 4,5$, $W = 35,3$ mm, $L = 11,8$ mm e $h = 1,50$ mm	92
4.7: Antena <i>patch</i> em substrato de RT/Duroid 3006 utilizada na etapa experimental	94
4.8: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, L = 13,6 mm, $h = 1,27$ mm e $d = 0,0$ mm	95
4.9: Antena <i>patch</i> de microfita em substrato de RT/Duroid 3006, com $L = 10,0$ mm e $d = 0,0$ mm	97
4.10: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato de RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 10,0$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 0,0$ mm	98
4.11: Antena <i>patch</i> de microfita em substrato TMM [®] 10i com $d = 0,0$ mm	100
4.12: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> de microfita retangular em substrato TMM [®] 10i, com $e_r = 9,80$, $W = 31,9$ mm, $L = 10,6$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 0,0$ mm	101
Capítulo 5	
5.1: Geometria de microfita com truncamento dielétrico	106
5.2: Geometria da estrutura de microfita truncada considerando sua simetria	107
5.3: Circuito equivalente da microfita truncada para a MTRT	108
5.4: Geometria da microfita aberta com substrato truncado	121
5.5: Antena <i>patch</i> de microfita retangular, em substrato truncado de fibra de vidro, utilizada na etapa experimental	123

xiii

5.6: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena patch de microfita retangular em substrato truncado, de fibra de vidro, com e_r	
= 4,5, w = 55,5 mm, $L = 11,6$ mm, $n = 1,50$ mm e d $= 20,0$ mm	124
5.7: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato truncado, com fibra de vidro, e $e_r = 4,5$, $W = 35,3$ mm, $L = 11,8$ mm, $h = 1,50$ mm e $d = 10,0$ mm	125
5.8: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato truncado, com fibra de vidro, e $e_r = 4,5$, $W = 35,3$ mm, $L = 11,8$ mm, $h = 1,50$ mm e $d = 5,0$ mm	126
5.9: Antena <i>patch</i> de microfita em substrato RT/Duroid 3006 utilizada na etapa experimental	129
5.10: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 13,6$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 20,0$ mm	130
5.11: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 13,6$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 10,0$ mm	131
5.12: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 13,6$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 5,0$ mm	132
5.13: Antena <i>patch</i> em substrato RT/Duroid 3006 com $L = 10,0$ mm	135
5.14: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 10,0$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 20,0$ mm	136
5.15: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 10,0$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 10,0$ mm	137
5.16: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena <i>patch</i> retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, $W = 40,8$ mm, $L = 10,0$ mm, $h = 1,27$ mm e $d = 5,0$ mm	138
5.17: Antena <i>patch</i> em substrato TMM [®] 10i	141

xiv

5.18: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9 mm, L =10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 20,0 mm 142 5.19: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9mm, L = 10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 10,0 mm 5.20: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9mm, L = 10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 5,0 mm 144 Capítulo 6 6.1: Geometria de microfita sobre substrato anisotrópico 151 6.2: Circuito equivalente da microfita sobre substrato anisotrópico 152 6.3: Antena patch quadrado de microfita sobre substrato anisotrópico (Epsilam-10), utilizada na etapa experimental 158 6.4: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e 159 $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 26,0 mm 6.5: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e 162 $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 0,0 mm 6.6: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e 164 $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 20,0 mm 6.7: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 10,0 mm 166 6.8: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e 168 $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 5,0 mm 6.9: Antena tipo *patch* retangular, sobre substrato anisotrópico (Epsilam-10),

utilizada na etapa experimental

143

XV

170

6.10: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e 171 $e_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 27,0 mm 6.11: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 0,0 mm 173 6.12: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e 175 $e_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 20,0 mm 6.13: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e 177 $e_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 10,0 mm 6.14: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e 179 $e_{yy} = 13,0$, W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 5,0 mm 6.15: Valor simulado da freqüência de ressonância (GHz) versus razão de anisotropia para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico (e_{yy} = 2,35, W = 2,0 mm, L = 10,0 mm e h = 0,158 mm), utilizando TRT e Potencial Vetorial de Hertz 182 6.16: (a) Frequência de ressonância em função do número de modos TE e TM, (b) Frequência de ressonância em função do número de funções de teste, para os 183 três primeiros modos Capítulo 7

7.1: Antena <i>patch</i> circular e antena <i>patch</i> quadrado equivalentes sobre substrato dielétrico espesso	189
7.2: Freqüência de ressonância versus raio do <i>patch</i> (<i>patches</i> de 1 a 5 na Tabela 7.1)	191
7.3: Freqüência de ressonância versus raio do <i>patch (patches</i> de 6 a 10, na Tabela 7.1)	192
7.4: Freqüência de ressonância versus raio do <i>patch</i> (<i>patches</i> de 13 a 18, na Tabela 7.1)	193
7.5: Freqüência de ressonância versus raio da antena <i>patch</i> circular para substrato de safira, com $\varepsilon_{yy} = 9.4$ e $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 11.6$ [40]	195

7.6: Freqüência de ressonância versus raio da antena <i>patch</i> circular para substrato de nitreto de boro, com $\varepsilon_{yy} = 5,12$ e $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 3,4$ [40]	196
7.7: Freqüência de ressonância versus raio da antena patch circular para substrato Epsilam-10, com $\varepsilon_{yy} = 13,0$ e $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 10,3$ [40]	197
7.8: Antena <i>patch</i> circular e antena <i>patch</i> retangular equivalente	198
7.9: Antena tipo <i>patch</i> circular, sobre substrato anisotrópico (Epsilam-10) utilizada na etapa experimental	200
7.10: Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo <i>patch</i> circular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$), $d_c = 13,0$ mm	201
7.11: Valor simulado da freqüência de ressonância (GHz) versus razão de anisotropia para antena tipo <i>patch</i> quadrado em substrato anisotrópico ($e_{rr} = 2,65$, r = 7,9375 mm e h = 1,5875 mm), utilizando TRT e Potencial Vetorial de Hertz	203
Apêndice A	
A.1: Diagrama do sistema de medição	216
A.2: (a) Analisador de rede e gerador de varredura e (b) Acoplador direcional	217
A.3: (a) Antena <i>patch</i> retangular montada em base conectorizada e (b) Detalhe da conectorização	218

A

A.1: Diagrama do sistema de medição	216
A.2: (a) Analisador de rede e gerador de varredura e (b) Acoplador direcional	217
A.3: (a) Antena <i>patch</i> retangular montada em base conectorizada e (b) Detalhe da conectorização	218
A.4: Detalhe da parte inferior da base de sustentação da antena	219
A.5: Sistema de medição	221

Lista de Tabelas

Capítulo 3

3.1: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro ($e_r = 4,5$)	62
3.2: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$)	65
3.3: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $L = 10,0$ mm	68
3.4: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato TMM [®] 10i ($e_r = 9,80$)	71
3.5: Comparação entre valores medidos e simulados para várias configurações de antena de microfita	72
3.6: Comparação entre valores medidos e simulados para várias configurações de antena de microfita com substrato espesso	75
3.7: Comparação entre valores medidos e simulados para os modos de ordem superior de uma antena patch retangular com $W = 38,0$ mm, $L = 31,8$ mm, $h = 1,568$ mm e $e_r = 2,34$	76
3.8: Comparação entre valores simulados, para o modo fundamental, obtidos através da MTRT, para diferentes antenas <i>patch</i> retangular, e através do Método dos Momentos e do Potencial Vetorial de Hertz	76

Capítulo 4

4.1: Comparação entre valores medidos e simulados para antenade microfita em substrato de fibra de vidro ($e_r = 4,5$)	93
4.2: Comparação entre valores medidos e simulados para antena <i>patch</i> de microfita em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$)	96
4.3: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita pedestal em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $L = 10,0$ mm	99
4.4: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em placa TMM [®] 10i ($e_r = 9,80$)	102

4.5: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> de microfita retangular em fibra de vidro, com substrato infinito e pedestal	103
4.6: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> de microfita retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $W = 40,8$ mm, $L = 13,6$ mm e $h = 1,27$ mm, com substrato infinito e pedestal	103
4.7: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> de microfita retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $W = 40,8$ mm, $L = 10,0$ mm e $h = 1,27$ mm, com substrato infinito e pedestal	104
4.8: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> de microfita retangular em placa TMM [®] 10i, com substrato infinito e pedestal	104
Capítulo 5	
5.1: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro e $d = 20,0$ mm	127
5.2: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro e $d = 10,0$ mm	127
5.3: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro e $d = 5,0$ mm	127
5.4: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006, com $d = 20,0$ mm	133
5.5: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006, com $d = 10,0$ mm	133
5.6: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006, com $d = 5,0$ mm	134
5.7: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $L = 10,0$ mm e $d = 20,0$ mm	139
5.8: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $L = 10,0$ mm e $d = 10,0$ mm	139
5.9: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $L = 10,0$ mm e $d = 5,0$ mm	140
5.10: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato $\text{TMM}^{\$}$ 10i, para <i>d</i> = 20,0 mm	145

5.11: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato $\text{TMM}^{\$}10i$, para $d = 10,0$ mm	145
5.12: Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato $\text{TMM}^{\$}$ 10i, para <i>d</i> = 5,0 mm	146
5.13: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> retangular em fibra de vidro ($e_r = 4,5$, $h = 1,5$ mm, $W = 35,3$ mm e $L = 11,8$ mm), com substratos infinito, truncado e pedestal	147
5.14: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $W = 40,8$ mm, $L = 13,6$ mm e $h = 1,27$ mm, com substratos infinito, truncado e pedestal	148
5.15: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e $W = 40,8$ mm, $L = 10,0$ mm e $h = 1,27$ mm, com substratos infinito, truncado e pedestal	148
5.16: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> retangular em placa TMM [®] 10i ($e_r = 9,8$) e $W = 31,9$ mm, $L = 10,6$ mm e $h = 1,27$ mm, com substratos infinito, truncado e pedestal	149
Capítulo 6	
6.1: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> quadrado em substrato anisotrópico Epsilam 10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 26,0$ mm	160
6.2: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 0,0$ mm	161
6.3: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 20,0$ mm	163
6.4: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> quadrado em substrato anisotrópico Epsilam 10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 10,0$ mm	165
6.5: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 5,0$ mm	167
6.6: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 27,0$ mm	172

XX

6.8: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 20,0$ mm	176
6.9: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 10,0$ mm	178
6.10: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e $d = 5,0$ mm	180
6.11: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> quadrado em Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$, $h = 0,635$ mm, $W = L = 22,2$ mm), com substrato infinito, truncado e pedestal	185
6.12: Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo <i>patch</i> retangular em Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$, $h = 0,635$ mm, $W = 22,2$ mm, $L = 7,4$ mm), com substrato infinito, truncado e pedestal	186
6.13: Comparativo entre os principais modos ressonantes das antenas tipo <i>patch</i> quadrado e retangular em Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$, $h = 0,635$ mm), com substrato infinito	186
Capítulo 7	

7.1: Comparação entre valores medidos e obtidos através da MTRT para substratos isotrópicos	190
7.2: Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo <i>patch</i> circular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 10,3$ e $\varepsilon_{yy} = 13,0$)	202

Lista dos Principais Símbolos e Abreviações

$oldsymbol{e}_0$	Permissividade elétrica no vácuo
\boldsymbol{e}_r	Permissividade elétrica relativa ou Constante dielétrica
L	Comprimento do patch metálico
W	Largura do <i>patch</i> metálico
h	Altura do substrato da antena tipo patch
Y_0	Admitância característica
Y	Admitância de seção de linha de transmissão
G	Condutância
F	Susceptância
D_X	Incremento ao longo do eixo x
D_Z	Incremento ao longo do eixo z
fr (mnp)	Freqüência de ressonância do modo mnp que está relacionado às
	dimensões $W, L e h$, respectivamente
WLmn	Modo ressonante relacionado às dimensões W e L, respectivamente
J	Densidade de corrente resultante da aplicação da Lei dos Nós
J_a	Densidade de corrente no ramo a do circuito equivalente da estrutura
J_b	Densidade de corrente no ramo b do circuito equivalente da estrutura
Н	Altura do guia de ondas
2B	Largura do guia de ondas
E_x	Componente do campo elétrico na direção x
E_y	Componente do campo elétrico na direção y
E_z	Componente do campo elétrico na direção z
H_x	Componente do campo magnético na direção x
H_i	Componente do campo magnético na direção y
H_z	Componente do campo magnético na direção z
[J]	Matriz densidade de corrente
[E],[e]	Matriz campo elétrico
[Y]	Matriz admitância

$\left \bar{f}_{n} \right\rangle$	Vetor coluna, cujos elementos são funções de base
$\left\langle \bar{f}_{n}\right $	Vetor linha, cujos elementos são funções de base
f_n	Função de base que descreve o comportamento do campo elétrico ou
	densidade de corrente elétrica em um guia infinito
Y_n	Admitância deslocada para o plano de descontinuidade
Y_n^i	Admitância característica da região i
$ f_{_n}\rangle$	Vetor coluna, cujos elementos são funções de teste
$\langle \boldsymbol{f}_n $	Vetor linha, cujos elementos são funções de teste
$oldsymbol{f}_{i(j)}$	Função de teste na direção do eixo $i(j)$
р	Corresponde ao número de funções de teste segundo a componente i
q	Corresponde ao número de funções de teste segundo a componente j
k_x	Número de onda na direção x
k_y	Número de onda na direção y
k_z	Número de onda na direção z
k_0	Número de onda no espaço livre
k	Número de onda ($k = w\sqrt{me}$)
j	Imaginário igual a $\sqrt{-1}$
TE	Ondas elétricas transversais
TM	Ondas magnéticas transversais
W	Freqüência angular
m	Permeabilidade magnética
m ₀	Permeabilidade magnética do vácuo
k_i^x	Número de onda na região i, direção x
k_i^y	Número de onda na região i, direção y
d	Largura do substrato em cada lado do patch metálico
e _{reff}	Constante dielétrica efetiva
f_r	Freqüência de ressonância
[A]	Matriz acoplamento

A_{ij}	Elemento da matriz acoplamento
\boldsymbol{e}_{xx}	Componente da constante dielétrica na direção x
\boldsymbol{e}_{yy}	Componente da constante dielétrica na direção y
e _{zz}	Componente da constante dielétrica na direção z
$ec{E}_{t}$	Componente tangencial do campo elétrico
\boldsymbol{e}_{req}	Constante dielétrica equivalente
h_{eq}	Altura equivalente do substrato
W_{eq}	Largura equivalente do patch metálico
L_{eq}	Comprimento equivalente do patch metálico
= e	Tensor permissividade relativa do substrato
r	Raio do patch metálico
d_c	Diâmetro do patch circular
d_{ceq}	Diâmetro equivalente do patch circular
a_{ceq}	Diametro equivalente do <i>patch</i> circular

Capítulo 1

Introdução

1.1 – Formulação do Problema

Na atualidade, os sistemas de comunicação assumiram um papel fundamental para o desenvolvimento global. A cada momento, novas tecnologias são disponibilizadas procurando oferecer um acesso mais fácil, rápido e confiável aos diversos serviços de comunicação, nas suas várias formas, como, por exemplo, rádio, televisão, internet, sistemas telefônicos, especialmente sistemas telefônicos móveis, sistemas Wi-Fi para computadores, sistemas de segurança e de identificação pessoal, dentre outros. Dentro desse contexto, a antena é um dispositivo importante, cuja evolução tem viabilizado muitas dessas aplicações. A forma da antena, o seu tamanho, a tecnologia utilizada e os tipos de materiais empregados são determinados pelas aplicações.

Em freqüências de microondas e ondas milimétricas, antenas de microfita apresentam algumas vantagens, tais como baixo perfil, pequenas dimensões e custo reduzido. Basicamente, esse tipo de antena pode ser visto como sendo constituída por um *patch* metálico depositado sobre um material dielétrico (2,2 < e_r < 12,0) limitado por um plano condutor, [1-4], como ilustrado na Fig. 1.1.

Usualmente, essas antenas são projetadas para se obter um diagrama de radiação com um máximo na direção normal ao *patch* (*broadside*), embora diagramas de radiação com o máximo na direção tangencial ao *patch* (*endfire*), também possam ser obtidos, dependendo do tipo de alimentação a ser utilizada e do modo de operação. Uma das principais limitações desse tipo de antena é sua pequena largura da banda, determinada principalmente pelas dimensões do *patch* metálico e pela constante dielétrica e altura do substrato. Um outro aspecto importante a ser considerado é a presença de modos de ordem superior.





Se a antena for projetada para operar em uma largura da banda específica, modos de ordem superior podem introduzir efeitos indesejáveis como a redução da eficiência e a degradação do diagrama de radiação e das características de polarização. Por outro lado, em aplicações em que a antena é utilizada em mais de uma faixa de freqüências, a operação em modos de ordem superior pode ser interessante.

Um tipo de modo de ordem superior que pode estar presente em uma antena de microfita é o modo no dielétrico, *substrate mode*, também denominado modo de superfície, *surface wave mode*. A antena pode acoplar parte da potência do modo de operação a esses modos e como eles não contribuem para o diagrama de radiação primário, constituem um mecanismo de perda significante [5].

Portanto, o conhecimento do comportamento dos modos de ordem superior, incluindo os modos de superfície, é um aspecto importante a ser considerado no projeto de antenas de microfita. Outro aspecto igualmente importante no estudo desse tipo de antena é o comportamento dos modos ressonantes da estrutura e a influência que eles sofrem em função da dimensão do substrato, ou seja, desde o caso em que o mesmo possui uma dimensão grande o suficiente de modo a ser considerado infinito (substrato de largura infinita), até o caso limite em que o substrato fica totalmente concentrado sob o *patch* metálico (estrutura pedestal).

Neste trabalho a técnica de ressonância transversa, tanto na formulação convencional como na formulação modificada, será utilizada para efetuar a análise, bem como o cálculo das freqüências de ressonância principais tanto para o caso do substrato com dimensão infinita, como também para o caso do substrato limitado, chegando até o caso limite da microfita pedestal, considerando substratos isotrópicos e anisotrópicos.

Atualmente, vários são os métodos teóricos de análise de antenas de microfita. Contudo, muitos desses métodos são baseados no modelo quase-estático de uma linha de transmissão em microfita, onde são colocadas paredes magnéticas laterais se estendendo desde o *patch* metálico até o plano terra. Obtém-se assim uma cavidade e as respectivas freqüências de ressonância são calculadas. Entretanto, a precisão desses modelos aproximados é limitada, sendo usualmente utilizados para a análise de estruturas mais simples. Isto ocorre porque estes modelos podem fornecer boas estimativas iniciais do desempenho do projeto e são úteis na predição da mudança de suas características quando se alteram os parâmetros de projeto. Quando se deseja uma representação mais rigorosa da estrutura da antena, sendo capaz de analisar uma geometria de forma arbitrária, considerando arranjos finitos e infinitos, acoplamento eletromagnético e o efeito dos vários tipos de alimentação, os modelos de onda completa podem ser aplicados. Embora sejam mais complexos, são mais precisos [4], [6]. A seguir será apresentada uma descrição das técnicas de análise mais utilizadas em antenas de microfita.

1.2 – Técnicas Numéricas de Análise

a) Modelo da Linha de Transmissão

Este modelo é o mais simples de todos, porém é o menos preciso e versátil [7-8]. Ele é aplicado apenas a *patches* de microfita com geometria retangular. A análise através desse método fornece uma boa interpretação do mecanismo de radiação e fornece simultaneamente expressões simples para as características da estrutura.

A antena *patch* retangular pode ser representada como um arranjo de duas fendas radiantes, ambas de largura W e altura h, separadas por uma linha de transmissão de comprimento L e admitância Y_0 , conforme ilustrado na Figs. 1.2.(a) e (b). O campo varia ao longo do comprimento L, e a radiação ocorre através das fendas, que funcionam como dipolos magnéticos. Cada fenda radiante é representada por uma admitância equivalente em paralelo (com condutância G e susceptância F). Dessa forma, a antena *patch* retangular pode ser representada por um circuito equivalente com duas admitâncias em paralelo e separadas por uma linha de transmissão de comprimento L e admitância característica Y_0 , conforme indicado na Fig. 1.2.(b). Portanto, através do modelo de linha de transmissão pode-se obter algumas características da antena, tais como: o efeito de borda, largura e comprimento efetivos, freqüência de ressonância e impedância de entrada.



Figura 1.2 - Modelo de linha de transmissão. (a) Antena *patch* retangular de microfita.(b) Circuito equivalente.

b) Modelo da Cavidade

Neste modelo, a antena tipo *patch* de microfita é representada como uma cavidade limitada acima e abaixo por condutores elétricos (curto-circuito) e nas laterais por paredes magnéticas, representando um circuito aberto, conforme ilustra a Fig. 1.3 [4]. Esta cavidade é preenchida por um material de constante dielétrica ε_r , onde se pode observar seus modos ressonantes e, a partir daí, analisar os modos fundamentais e de ordem superior da antena tipo *patch* de microfita. Este material dielétrico é truncado nas bordas do *patch*. Este é um modelo aproximado que permite calcular vários parâmetros da antena, tais como: a admitância de entrada, a freqüência de ressonância e o diagrama de radiação. O campo entre o *patch* metálico e o plano de terra é expandido em termos de uma série de modos ressonantes, em conjunto com as freqüências associadas a esses modos.

Considerando a antena *patch* como uma cavidade cujas paredes, assim como o material em seu interior, não apresentam perdas, a cavidade não radiaria e a impedância de entrada seria puramente reativa. Desta forma, para considerar o fenômeno de radiação, um mecanismo de perda tem que ser introduzido. O efeito da radiação e outras perdas é representado em termos de um aumento artificial na tangente de perdas do substrato, que é o inverso do fator de qualidade da antena, ou pelo método que emprega as condições de contorno da impedância nas paredes que envolvem a cavidade. Apenas a componente *y* do campo elétrico e as componentes $x \in z$ do campo magnético existem dentro da cavidade. Devido a altura *h* do substrato ser muito pequena, a variação do campo ao longo da altura será considerada inexistente para todas as freqüências de interesse. Além disso, a corrente elétrica na microfita não tem componente normal a qualquer ponto da borda do *patch*, o que implica em uma componente tangencial do campo magnético desprezível ao longo dessa região.

c) Método das Diferenças Finitas

É um método que tem sido usado para a modelagem de diferentes tipos de antenas [6], [9]. O método necessita da construção de uma malha fina que definirá as coordenadas locais da superfície analisada, como representado na Fig. 1.4, para o caso bidimensional. Para cada ponto (ou sub-área) da malha, são associadas às informações relacionadas com os



Figura 1.3 - Representação do modelo da cavidade aplicada na análise do *patch* retangular de microfita.

parâmetros do material constituinte (como por exemplo: permissividade, permeabilidade e condutividade), onde a equação diferencial é discretizada de modo que a mesma é substituída por equações de diferença, melhorando assim o desempenho computacional. Quanto maior o refinamento da malha, maior a precisão dos resultados, sendo esse procedimento limitado pela capacidade computacional. Todos os campos ao longo da malha são assumidos inicialmente nulos, e só depois a fonte é aplicada às células correspondentes com uma distribuição de amplitude adequada. A medida que a excitação na entrada se propaga ao longo da estrutura, o algoritmo do método das diferenças finitas atualiza o campo nas células vizinhas.

Neste método o pré-processamento é mínimo, sendo aplicado a configurações de antenas complexas, podendo modelar de modo conveniente numerosas não-homogeneidades encontradas nesse tipo de estrutura, além de possibilitar a determinação das características do *patch* sobre uma ampla faixa de freqüências, com uma única simulação.

d) Método dos Elementos Finitos (FEM)

É um modelo semelhante ao método das diferenças finitas [6],[9]. Porém, possui características variacionais com uma maior flexibilidade nas aplicações. Neste método, ao invés de equações diferenciais parciais, com o uso de condições de contorno, funcionais correspondentes são formulados e expressões variacionais são aplicadas para cada pequena área poligonal, ou volume tetragonal, que subdivide a região de interesse. Isso permite uma caracterização geométrica mais precisa da estrutura em estudo, independentemente de sua forma (Fig. 1.5).

Outra característica atrativa desse método é a possibilidade de visualização dos campos no domínio sobre o qual o problema está sendo resolvido. Como resultado final (da aplicação do método) se obtém uma equação matricial de ordem elevada. Um dos problemas desse método é a existência dos denominados "zeros espúrios", correspondendo às soluções sem significado físico. Vários algoritmos têm sido apresentados para minimizar ou eliminar esses zeros. Enquanto o Método dos Elementos Finitos tem tido uma ampla aplicação na análise de circuitos de microondas, o mesmo não se pode dizer com relação à sua aplicação a antenas de microfita, especialmente em um ambiente complexo, devido às



Figura 1.4 - Modelo de malha do método das diferenças finitas para um *patch* retangular alimentado por uma linha de microfita.



Figura 1.5 - Modelo de malha bidimensional para o método dos elementos finitos.

dificuldades geradas pelos problemas de truncamento da malha para regiões abertas. Embora alguns dos problemas encontrados com o Método dos Elementos Finitos possam ser solucionados através do uso de uma versão híbrida combinada com o Método dos Momentos, o uso dessa técnica ainda não tem sido feita de modo amplo em problemas envolvendo antenas de microfita [10].

e) Método dos Elementos Finitos de Fronteira

Este método tem sido aplicado a problemas eletromagnéticos, sendo uma combinação da equação integral de fronteira e de uma técnica de discretização, semelhante ao algoritmo dos elementos finitos aplicado a uma região de fronteira [10]. A equação de onda para a região é convertida em uma equação integral de superfície, através das identidades de Green. A integral de superfície é discretizada em *N* elementos e desenvolvida para cada elemento, após os valores dos campos serem aproximados por polinômios. Como vantagem, este método apresenta a redução do uso de memória computacional.

f) Método da Equação Integral

Este método é utilizado para determinar a solução para a densidade de corrente desconhecida que é induzida na superfície de um elemento radiante, através de uma equação integral, onde este termo desconhecido é parte do integrando [4], [11]. Para isso, é necessário um pré-processamento analítico relativamente extenso. Por exemplo, para o caso da microfita, considera-se a mesma como um ressoador tipo *patch*. O campo total nessa estrutura é a soma dos campos individuais, refletidos e transmitidos pelo *patch*, devido à corrente desconhecida induzida no mesmo. A equação integral impõe a condição de campo total zero nos *patches* perfeitamente condutores. Uma vez que é assumido o conhecimento do campo incidente e o campo espalhado pelo *patch* (que pode ser obtido como uma integral de superposição, na forma de convolução da função de Green e da corrente desconhecida), uma equação integral, com a corrente desconhecida em seu interior, pode ser escrita. A equação integral é transformada num conjunto de equações lineares
simultâneas para processamento numérico. A transformação é feita por um dos vários métodos, como por exemplo, o método dos momentos. Em alguns casos, a expressão variacional, derivada da equação integral, é suficiente para a solução [4].

g) Método dos Momentos e Método de Galerkin

Aplicado em problemas de análise de antenas de microfita desde 1981, o Método dos Momentos tem sido modificado para analisar estruturas complexas com maior precisão [12-14]. Ele é usado para a discretização das equações integrais como descrito no método anterior. Sua análise pode ser realizada tanto no domínio espacial como no domínio espectral. Para o caso de análise de antenas de microfita, o princípio básico do método consiste em expandir a distribuição de corrente no *patch* usando um conjunto de funções de base com coeficientes desconhecidos. Este método é empregado, portanto, para discretizar a equação integral em uma equação matricial.

A distribuição de corrente no *patch* é obtida, então, resolvendo-se a equação matricial. Embora esse método seja adequado para a análise de estruturas de microfita montadas sobre grandes planos de terra, bem como seja capaz de nodelar vários tipos de estruturas de alimentação, ele necessita de um extenso processamento para a construção das funções de Green para uma dada geometria. A avaliação dessas funções e a escolha das funções de base são dois passos importantes para se obter uma solução precisa. No sentido estrito da palavra, este método utiliza funções degrau como funções de base e funções delta de Dirac como funções de teste. A escolha dessas funções é denominada casamento por ponto e nenhuma operação integral precisa ser executada. Desta forma, o préprocessamento analítico é mínimo, embora o método seja ineficiente do ponto de vista numérico. Porém, a escolha das funções de base e de teste pode ser mais flexível. Quando as funções de base e de teste são idênticas (método de Garlekin), as soluções resultantes são da forma variacional [14].

h) Método do Casamento Modal

Este método é tipicamente aplicado aos problemas de descontinuidade em guias de onda. Os campos eletromagnéticos em ambos os lados da descontinuidade são expandidos em termos dos modos nas regiões de descontinuidades correspondentes, com coeficientes modais desconhecidos. Após as condições de contorno serem impostas na descontinuidade e se aplicar o princípio da ortogonalidade dos modos, é obtido um conjunto de equações lineares simultâneas, no qual os coeficientes de campo são incógnitas. Essas incógnitas são obtidas por inversão matricial. Existem várias formulações para esse método e embora sejam teoricamente equivalentes, numericamente, são diferentes.

O método do casamento de modos é freqüentemente aplicado para encontrar os modos guiados em um guia de ondas com seção transversal complicada. Estritamente falando, esta aplicação pode ser denominada método de casamento de campos. Supondo que se queira encontrar o modo guiado em uma linha de microfita blindada com um condutor central espesso, tal como indicado na Fig. 1.6, os campos nas regiões segmentadas da seção transversal são expandidos em série, em termos de conjuntos de funções de base ortogonais apropriadas com uma constante de propagação comum, porém desconhecida. Algumas das condições de contorno são satisfeitas pelos termos individuais nas expansões. Por exemplo, expandindo-se os campos em séries senoidais, as condições de contorno nos condutores metálicos podem ser satisfeitas. As condições de contorno são, agora, aplicadas em cada interface entre os segmentos. Após o princípio da ortogonalidade das funções de base da expansão serem aplicados, um conjunto homogêneo de equações lineares simultâneas é obtido. O valor da constante de propagação é calculado de maneira tal que o determinante do sistema de equações seja zero.

Esta técnica tem sido utilizada para a solução de problemas envolvendo antenas, tais como a determinação da freqüência de ressonância de uma cavidade ou o desempenho dos modos evanescentes em um filtro, pois ela possibilita a modelagem de forma eficiente, tanto para os modos propagativos como para os evanescentes [15].

i) Técnica da Ressonância Transversa

Esta técnica, que é o objeto deste trabalho e será abordada com maiores detalhes nos capítulos seguintes, é de certa forma similar a anterior, ou seja, é adequada para a caracterização de descontinuidades em estruturas planares, incluindo antenas de microfita. Primeiro são inseridos dois planos delimitando a região a ser analisada [16-18]. O objetivo da análise é encontrar a freqüência de ressonância da estrutura, a partir da qual

5	4	6
7		8
2	1	3

Figura 1.6 - Seção reta de linha de microfita blindada.

se pode extrair outras informações acerca da descontinuidade. Esta técnica é proveitosa quando essa descontinuidade é localizada apenas sobre o plano incluindo os eixos do guia, ou seja, quando a descontinuidade não envolve mudanças na altura. Existem duas versões dessa técnica: a TRT convencional, onde os planos de descontinuidade são paralelos às fitas condutoras, e a MTRT (ou, TRT Modificada), onde os planos de descontinuidade são perpendiculares às fitas condutoras.

j) Método das Linhas

Neste método, duas das três dimensões são discretizadas para processamento numérico, enquanto que, expressões analíticas são utilizadas na dimensão restante. Por exemplo, para estruturas de microfita, geralmente esta dimensão é tomada na direção perpendicular à superfície do substrato. Este método é simples e eficiente na análise de estruturas planares radiantes com múltiplas camadas e formas arbitrárias [19]. A formulação começa com a equação de Helmoltz para dois potenciais escalares. Nas equações finais, na forma matricial, as diferenças finitas são usadas no lugar das derivadas nas duas dimensões discretizadas. O método das linhas tem sido aplicado a inúmeras estruturas práticas, porém analiticamente complexas. Exemplos incluem ressoadores triangulares em microfita e estruturas periódicas.

k) Método da Matriz de Espalhamento Generalizada (S)

Embora esse método tenha sido desenvolvido para analisar problemas de descontinuidades complicadas, ele pode ser utilizado para a caracterização de descontinuidades em cascata. A matriz espalhamento generalizada combina as interações mútuas de duas descontinuidades através dos modos dominantes e dos modos de ordem superior [20]. Este método tem que ser usado com outras técnicas, como, por exemplo, o método de casamento modal, que caracteriza apenas uma descontinuidade. Na Fig. 1.7 ilustra-se um exemplo de descontinuidade simples em uma antena de microfita com *patch* retangular. O método pode ser aplicado também a uma descontinuidade complicada, através da decomposição deste tipo de descontinuidade em outras de geometria mais



Figura 1.7 - Exemplo de descontinuidade em antena *patch* retangular de microfita.

simples, de tal modo que, suas soluções estejam disponíveis. A dimensão da matriz de espalhamento (S) é teoricamente infinita, mas na prática deve ser truncada em uma dimensão finita. Em muitos casos, resultados precisos podem ser obtidos com matrizes de pequenas dimensões, tal como 2x2 ou 3x3.

I) Método do Domínio Espectral

Este método é uma versão da transformada de Fourier do método da equação integral aplicado às antenas de microfita, bem como, a outras estruturas planares, sendo um dos métodos mais populares [21]. O método é numericamente eficiente, mas em geral está restrito às estruturas de forma bem comportada com condutores de espessura desprezível. A equação integral de acoplamento para a distribuição de corrente desconhecida na microfita pode ser expressa como um conjunto de equações algébricas no domínio da transformada de Fourier. Essas equações são resolvidas para a transformada de Fourier das distribuições de corrente desconhecidas por meio do método de Galerkin. Um dos fatores que contribuem para a eficiência do método é a eficácia das expressões fechadas para a transformada de Fourier das Funções de Green. A derivação dessas funções pode ser feita através do uso da aproximação da matriz imitância, na qual linhas de transmissão equivalentes tenham sido utilizadas.

m) Modelo do Circuito Planar

Esse também é um formalismo para analisar componentes planares passivos, tais como antenas. Uma expansão dos modos característicos e a equação integral de fronteira são freqüentemente utilizados por esse modelo. Um circuito planar é definido como sendo uma estrutura em microondas, na qual uma das três dimensões é muito menor que o comprimento de onda guiado, ao passo que as duas outras dimensões são comparáveis ao mesmo, sendo assumido que os campos são invariantes ao longo dessa dimensão menor. Torna-se necessário, apenas, desenvolver uma equação bidimensional de Helmholtz. São assumidos que os contornos são paredes magnéticas, exceto na junção de descontinuidade. Nesse método, a relação de impedância é derivada para todas as portas. Algumas técnicas adicionais, segmentação e desegmentação, têm sido introduzidas, de tal modo que, circuitos

planares de forma irregular podem ser analisados através de soluções de estruturas de forma mais regulares, tais como retângulos [22].

Cada método possui vantagens e desvantagens e deve ser avaliado de acordo com os objetivos, particularidades e adequação a cada tipo de aplicação. Como exemplo, o método dos elementos finitos, apesar de necessitar de considerável recurso computacional e tempo de processamento, é uma técnica muito versátil. Por outro lado, o método de domínio espectral é numericamente eficiente, embora sua aplicabilidade seja limitada. De uma forma geral, as técnicas apresentadas procuram atender ao compromisso precisão x faixa de freqüência, a fim de otimizar os recursos computacionais e reduzir o pré-processamento necessário ao máximo possível, tornando-os o mais acessível que se possa fazer necessário.

Neste trabalho, se pretende estudar a natureza dos modos ressonantes em antenas de microfita de *patches* retangular e circular, com substratos isotrópicos e anisotrópicos, bem como o seu comportamento, quando se considera a largura do substrato da estrutura infinita, truncada e totalmente concentrada sob o *patch* metálico. Para isso serão utilizadas as Técnicas da Ressonância Transversa e da Ressonância Transversa Modificada, através de uma formulação numérica detalhada e da implementação de programas computacionais, para encontrar as freqüências de ressonância de vários tipos de antenas, e seu comportamento em função da dimensão do substrato da estrutura. Resultados experimentais também serão obtidos e utilizados para comparação com os resultados determinados através das simulações.

1.3 – Organização da Tese

Este trabalho encontra-se dividido na forma descrita a seguir:

O Capítulo 1 apresenta a formulação do problema e uma revisão das principais técnicas de análise de antenas de microfita, além de uma sucinta descrição desta tese.

No Capítulo 2, é apresentado o modelo equivalente para o cálculo dos modos ressonantes de uma antena de microfita de *patch* retangular a partir da sobreposição de duas linhas de microfita equivalentes, e será descrita com mais detalhes a técnica de ressonância transversa, que será a ferramenta utilizada para a análise das estruturas propostas nesse trabalho.

O Capítulo 3 apresenta as formulações teóricas através da técnica de ressonância transversa modificada para a microfita com substrato infinito, bem como, os resultados numéricos e experimentais para antenas de microfita de *patch* retangular com substrato isotrópico.

No Capítulo 4, serão apresentados o circuito equivalente e a matriz admitância para a microfita com substrato totalmente concentrado sob o *patch* metálico, caracterizando uma estrutura em pedestal, através da técnica de ressonância transversa modificada, com a apresentação de resultados numéricos e experimentais.

O Capítulo 5 apresenta as formulações teóricas para a microfita com substrato truncado além dos casos limites do *patch* de microfita, utilizando a técnica de ressonância transversa modificada e os resultados numéricos e experimentais obtidos.

No Capítulo 6, serão apresentadas as formulações teóricas através da técnica de ressonância transversa convencional para a microfita com substrato anisotrópico infinito, bem como, os resultados numéricos e experimentais para os casos de antenas de microfita de *patch* quadrado e retangular com substrato anisotrópico infinito, truncado e pedestal. Os mesmos resultados serão apresentados através da aplicação da técnica de ressonância transversa modificada, convertendo-se as estruturas anisotrópicas em estruturas isotrópicas equivalentes.

O Capítulo 7 apresenta um modelo de equivalência para conversão de uma antena de microfita de *patch* circular em uma antena de *patch* retangular, com substrato isotrópico e anisotrópico. A partir daí serão aplicadas as técnicas da ressonância transversa

convencional e da ressonância transversa modificada para se determinar os modos ressonantes, com a apresentação de resultados numéricos e experimentais.

No Capítulo 8, serão apresentadas as conclusões finais do trabalho e as propostas para trabalhos futuros.

No Apêndice A, será descrito todo o procedimento de medição empregado para gerar os resultados experimentais, bem como a especificação dos equipamentos utilizados.

Capítulo 2

Técnicas da Ressonância Transversa: Convencional e Modificada

2.1 – Introdução

Neste capítulo serão apresentadas as Técnicas de Ressonância Transversa (TRT) e de Ressonância Transversa Modificada (MTRT), que serão utilizadas para a análise das estruturas consideradas nesse trabalho em aplicações para o cálculo dos modos ressonantes de antenas de microfita de *patch* retangular, que serão consideradas como a superposição de duas linhas de microfita com larguras equivalentes às larguras dos *patches*. Desta forma, o modelo utilizado para a aplicação dessa técnica será detalhado no início desse capítulo, como forma de descrever em que tipos de aplicação essa ferramenta será utilizada.

2.2 – Modelo da Cavidade Equivalente

Neste trabalho, é analisada a antena de microfita de *patch* retangular como sendo a superposição de duas linhas infinitas em microfita, uma de largura *W*, representando a dimensão que expressa a largura do *patch* metálico, e a outra com largura *L*, representando a dimensão que expressa o comprimento do *patch* metálico, conforme ilustrado na Fig. 2.1 [23]. As freqüências de ressonância dos modos em uma dimensão $f_{r (m00)}, f_{r (000)}, f_{r (00p)} - em$ que, *m*, *n* e *p* são relacionados às dimensões *W*, *L* e *h*, respectivamente – são calculadas

separadamente, através da aplicação da Técnica de Ressonância Transversa Modificada (MTRT). Para isso, faz-se necessário estabelecer a relação entre os modos ressonantes de cada linha de microfita e os modos ressonantes da antena *patch* retangular. Os modos excitados em cada linha dependem do tipo de simetria considerada. Para a simetria elétrica (parede elétrica representando um campo elétrico tangencial nulo no centro da linha), os modos existentes na estrutura são os que apresentam sempre um mínimo no centro da Inha, ou seja, são os modos ímpares (como por exemplo, os modos WL10, WL30, WL50, etc.) (Fig. 2.2). Para a simetria magnética (parede magnética representando um aberto no centro da linha), os modos existentes na estrutura são os que apresentam sempre um máximo no centro da linha, ou seja, são os modos pares (como por exemplo, os modos WL20, WL40, WL60, etc.) (Fig. 2.3).

É importante observar que o campo elétrico nas extremidades da linha de microfita (assim como nas extremidades do *patch*) é considerado inicialmente como sendo máximo. Para as antenas consideradas neste trabalho, a alimentação é realizada através de uma linha de microfita, aplicada no centro do lado com dimensão W da estrutura. Dessa forma, para a linha considerada com essa mesma dimensão (e representando a largura W do *patch*), só existirão os modos pares, pois a fita terá sempre um máximo em seu centro. Para a linha representando o comprimento L do *patch*, existirão os modos pares e ímpares. Depois de obtidos os modos ressonantes para as linhas de largura W e L, as demais freqüências de ressonância da antena *patch* retangular, resultado da combinação dos modos fundamentais relativos às dimensões W, L e h (altura do substrato), são obtidos através da seguinte relação:

$$f_{r(mnp)} = \sqrt{\left(f_{r(m00)}\right)^2 + \left(f_{r(000)}\right)^2 + \left(f_{r(00p)}\right)^2} \tag{2.1}$$

Como nas estruturas consideradas $h \ll W$ e $h \ll L$, o campo segundo essa dimensão é considerado constante e os modos que aparecem na estrutura são do tipo $f_{r(mn0)}$.

Nas próximas seções, a técnica de ressonância transversa é descrita em sua formulação geral, bem como, suas diferenças em relação à MTRT.



Figura 2.1 - Superposição de duas linhas de transmissão em microfita.



Figura 2.2 - Configuração dos dois primeiros modos em um *patch* retangular de microfita com simetria elétrica. (a) Modo WL10. (b) Modo WL30.



Figura 2.3 - Configuração dos dois primeiros modos em um *patch* retangular de microfita com simetria magnética. (a) Modo WL20, (b) Modo WL40.

2.3 – Conceitos Básicos

A Técnica de Ressonância Transversa (TRT) surgiu como uma aplicação do formalismo de circuitos de microondas na direção perpendicular à direção do fluxo de potência, originalmente em guias de ondas cilíndricos [18]. Ao longo dos anos, essa técnica evoluiu de um método para se avaliar a relação de dispersão para o modo dominante de certos tipos de guias de onda, para um método mais geral e analiticamente mais elaborado para analisar as características de propagação completa nestas e em outras estruturas homogêneas e não-homogêneas, além da modelagem de descontinuidades.

A TRT se aplica a estruturas obtidas a partir de guias de ondas convencionais, que possuem soluções analíticas simples, adicionando-se algumas descontinuidades à direção transversal (ou seja, ortogonal ao eixo do guia de ondas). Essas descontinuidades podem ser desde a alteração no dielétrico que preenche o guia de ondas, como também, obstáculos metálicos localizados transversalmente ao eixo do guia.

Em uma formulação convencional da TRT, um circuito equivalente adequado é obtido para o cálculo das freqüências de corte e, a partir dessas, outras características da estrutura. Em uma formulação mais elaborada e rigorosa, também conhecida como técnica da ressonância transversa generalizada, uma análise de onda completa é desenvolvida através da representação do campo eletromagnético na estrutura em termos de um conjunto de modos, apropriadamente escolhidos, de forma a simplificar as condições de contorno. Esta última técnica (ressonância transversa generalizada) será adotada neste trabalho.

A TRT pode ser aplicada a estruturas onde todas as descontinuidades longitudinais sejam ortogonais à mesma coordenada transversal, não ficando restrita a sua aplicação a geometrias retangulares, mas também em um sistema de coordenadas cilíndricas. Porém, a TRT não pode ser aplicada a geometrias arbitrárias. Neste caso, outras técnicas numéricas, como, por exemplo, a técnica de diferenças finitas, devem ser utilizadas. A formulação da TRT proposta nesta Tese será aplicada para estruturas de microfita, com a adoção de um circuito equivalente apropriado.

A seguir, serão detalhadas as quatro etapas básicas para a aplicação da TRT, que são:

- i. Determinação do circuito equivalente à descontinuidade transversal;
- ii. Cálculo da matriz admitância do circuito obtido;
- iii. Cálculo da matriz admitância final;
- iv. Determinação das condições de ressonância da matriz admitância.

2.3.1 – Determinação do Circuito Equivalente à Descontinuidade

Na aplicação da TRT à estrutura da Fig. 2.4(a), infinita segundo os eixos $x \in z$. Na TRT admite-se que a propagação se dá segundo o eixo y e, conseqüentemente, os planos de descontinuidade são paralelos às fitas condutoras. O acoplamento modal, que ocorre a cada descontinuidade, é representado por uma fonte de tensão ou corrente genérica. Cada seção de linha de transmissão representa as diferentes seções da estrutura guiante e são terminadas em admitâncias (Y) que podem representar circuitos abertos, curtos-circuitos ou linhas de transmissão infinitas, estabelecidas pelas respectivas condições de contorno da estrutura. O circuito equivalente, representando a estrutura da Fig. 2.4 (a), é esquematizado na Fig. 2.4 (b). A notação $J = J_a + J_b$ representa a corrente resultante da aplicação da Lei dos Nós. A fonte de tensão variável representa o campo elétrico variável para se estabelecer a condição de ressonância.

2.3.2 – Cálculo da Matriz Admitância para o CircuitoObtido

Uma vez determinado o circuito equivalente, o procedimento seguinte consiste na determinação do vetor densidade de corrente em termos do vetor campo elétrico, utilizando também a matriz admitância, obtendo-se:



(a)



Figura 2.4 - (a) Geometria de uma linha de fenda e (b) Circuito equivalente obtido pela TRT.

$$[J] = [Y][E] \tag{2.2}$$

na qual,

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} J_2 \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} J_n \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(2.3)

$$E = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} E_n \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(2.4)

$$[Y] = \begin{bmatrix} [Y_{1,1}] & [Y_{1,2}] & \cdots & [Y_{1,n}] \\ [Y_{2,1}] & [Y_{2,2}] & \cdots & [Y_{2,n}] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ [Y_{n,1}] & [Y_{n,2}] & \cdots & [Y_{n,n}] \end{bmatrix}$$
(2.5)

O índice *n* corresponde ao número de descontinuidades da estrutura e não à dimensão dos vetores ou matriz.

A partir do circuito equivalente obtido para a estrutura considerada na Fig. 2.4, através da análise de circuitos, obtém-se a seguinte expressão:

$$[J] = [[Y_a] + [Y_b]][E]$$

$$(2.6)$$

2.3.3 – Cálculo da Matriz Admitância Final

Na aplicação da TRT, os parâmetros (campo elétrico, campo magnético, densidade de corrente elétrica e as admitâncias) são descritos sobre os planos de descontinuidade. Dessa forma, a matriz obtida para o circuito equivalente sobre esses planos devem ser escritas. Para o operador admitância [24-25], tem-se:

$$\overline{Y} = \sum_{n} \left| \overline{f}_{n} \right\rangle Y_{n} \left\langle \overline{f}_{n} \right|$$
(2.7)

em que $|\bar{f}_n\rangle$ é um vetor coluna, cujos elementos são funções de base (f_n) que descrevem o comportamento do campo elétrico ou densidade de corrente elétrica em um guia infinito, não considerando a descontinuidade, nem as condições de contorno. Logo,

$$\left|\bar{f}_{n}\right\rangle = \begin{bmatrix} \left|f_{ni}\right\rangle \\ \left|f_{nj}\right\rangle \end{bmatrix}$$
(2.8)

com i e j correspondendo aos vetores unitários do plano da descontinuidade.

 $\left\langle \bar{f}_{n} \right|$ é um vetor linha idêntico a $\left| \bar{f}_{n} \right\rangle$, dado por:

$$\left\langle \bar{f}_{n} \right| = \left[\left\langle f_{ni} \right| \left\langle f_{nj} \right| \right]$$
 (2.9)

Como Y_n é a admitância deslocada para o plano de descontinuidade, a equação (2.7) pode ser reescrita como:

$$\overline{Y} = \sum_{n} \begin{bmatrix} |f_{ni}\rangle Y_n \langle f_{ni}| & |f_{ni}\rangle Y_n \langle f_{nj}| \\ |f_{nj}\rangle Y_n \langle f_{ni}| & |f_{nj}\rangle Y_n \langle f_{nj}| \end{bmatrix}$$
(2.10)

Convém observar que, independentemente do número de funções de base, o operador \overline{Y} terá sempre dimensão 2x2.

O campo elétrico sobre o plano de descontinuidade pode ser expresso por funções que satisfaçam as condições de contorno nesse plano, segundo o eixo i(j). Essas funções são chamadas funções de teste, sendo denotadas por $f_{i(j)}$. Desta forma, o produto [Y][E] pode ser projetado sobre essas funções de teste através da seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{Y}} \\ \overline{\boldsymbol{F}} \end{bmatrix} = \sum_{n} \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{i,1} & 0 \\ \boldsymbol{f}_{i,2} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{f}_{i,p} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{f}_{j,1} \\ 0 & \boldsymbol{f}_{i,2} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \boldsymbol{f}_{i,q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} |f_{ni}\rangle \boldsymbol{Y}_{n}\langle f_{ni}| & |f_{ni}\rangle \boldsymbol{Y}_{n}\langle f_{nj}| \\ |f_{nj}\rangle \boldsymbol{Y}_{n}\langle f_{ni}| & |f_{nj}\rangle \boldsymbol{Y}_{n}\langle f_{nj}| \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{i,1} & \boldsymbol{f}_{i,2} \cdots \boldsymbol{f}_{i,p} & 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 \cdots & 0 & \boldsymbol{f}_{j,1} & \boldsymbol{f}_{j,2} \cdots \boldsymbol{f}_{j,q} \end{bmatrix} (2.11)$$

em que p(q) corresponde ao número de funções de teste segundo a componente i(j). É importante observar que as funções de teste não dependem de n e a matriz resultante do lado direito de (2.11) tem dimensão $(p+q) \ge (p+q)$, independente do número de funções de base. Este procedimento, assim descrito, representa a aplicação do método de Galerkin [14], [24].

De forma geral, um termo qualquer A_{ij} da matriz final é dado por:

$$A_{ij} = \sum_{n} \left\langle \boldsymbol{f}_{i} | \boldsymbol{f}_{n} \right\rangle Y_{n} \left\langle \boldsymbol{f}_{n} | \boldsymbol{f}_{j} \right\rangle$$
(2.12)

2.3.4 – Determinação das Condições de Ressonância da Matriz Admitância

A condição de ressonância é obtida de:

$$\det[Y] = 0 \tag{2.13}$$

As condições de ressonância são obtidas numericamente, após a determinação analítica da matriz resultante de (2.11). Para uma dada freqüência, cada ressonância corresponde à constante de propagação de um modo, podendo esse ser propagante, evanescente ou complexo.

Em [16], Gomes Neto sugeriu uma formulação modificada da técnica de ressonância transversa (MTRT), diferenciando-se da TRT convencional pelo circuito equivalente. Na MTRT, os planos de descontinuidade são perpendiculares às fitas condutoras. No caso da estrutura da Fig. 2.1, a propagação se dá na direção tangencial às fitas condutoras (segundo o eixo x). Dessa forma, o circuito equivalente obtido é o apresentado na Fig. 2.5.

A MTRT, em complemento a TRT, permite a análise de várias estruturas, tais como microfitas e microfitas acopladas, dentre outras, além de estruturas com o substrato horizontalmente estratificado, sendo, em alguns casos, a sua implementação e análise de resultados menos complexa que na TRT convencional. Nos capítulos seguintes, são apresentados os resultados obtidos para a formulação proposta, considerando-se uma antena de microfita retangular, inicialmente com o substrato infinito e tendo esse substrato diminuído em sua largura até o caso limite em que a microfita se torna pedestal, ou seja, o substrato fica completamente concentrado sob a fita condutora (*patch* metálico). Serão considerados substratos isotrópicos e anisotrópicos e as técnicas TRT e MTRT serão aplicadas, dependendo do caso.



Figura 2.5 - Circuito equivalente aplicando a MTRT.

Capítulo 3

Determinação das Freqüências de Ressonância da Antena *Patch* de Microfita com Substrato Infinito

3.1 – Geometria Considerada

A fim de se descrever a formulação da MTRT para antenas de microfita de *patch* retangular e, a partir daí, calcular suas freqüências de ressonância, conforme a modelagem descrita no capítulo anterior, a estrutura a ser considerada consiste em uma linha de microfita dentro de um guia de ondas infinito ao longo de z (Fig. 3.1). Nesse caso, será considerada a característica simétrica que a estrutura apresenta, conforme a Fig. 3.2 indica. A estrutura também pode ser aberta lateralmente, constituindo um guia de ondas de placas paralelas. O plano de descontinuidade será útil na determinação do circuito equivalente, como o descrito na seção a seguir.

3.2 – Circuito Equivalente

Considerando-se que a direção de propagação da onda se dá ao longo do eixo x, a partir da Fig. 3.2 se obtém o circuito equivalente da Fig. 3.3, no qual cada fonte de tensão representa uma descontinuidade e cada admitância representa uma terminação de uma seção da estrutura. Conseqüentemente, a partir daí se obtém a seguinte expressão:



Figura 3.1 - Geometria de linha de microfita.



Figura 3.2 - Geometria da estrutura considerando sua simetria.



Figura 3.3 - Circuito equivalente obtido pela MTRT.

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_a + Y_{cd} \\ Y_{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{cd} \\ Y_{b} + Y_{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \end{bmatrix}$$
(3.1)

A equação (3.1) também pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_a + Y_{cd}^a \\ Y_{cd}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{cd}^{ab} \\ Y_{cd}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \end{bmatrix}$$
(3.2)

em que,

- $[Y_a]$ representa a condição de contorno da seção da estrutura considerada, compreendida entre o plano de descontinuidade e o plano de simetria, sob a fita metátlica;
- $[Y_b]$ representa a condição de contorno da seção da estrutura considerada, compreendida entre o plano de descontinuidade e o plano de simetria, sobre a fita metálica;
- $[Y_{cd}^{a}]$ representa as condições de contorno do guia não-homogêneo (região *cd*), deslocada para o plano de descontinuidade, projetada através das funções de teste da região *a*;
- $[Y_{cd}^{b}]$ representa as condições de contorno do guia não-homogêneo (região *cd*), deslocada para o plano de descontinuidade, projetada através das funções de teste da região *b*;
- $[Y_{cd}^{ab(ba)}]$ representa a condição de contorno do guia não-homogêneo, deslocada para o plano de descontinuidade, projetada através das equações de campo das regiões c e d, considerando as funções de teste das regiões a e b (b e a).

3.3 – Matriz Admitância

A matriz admitância corresponde a um operador, onde as equações de campo elétrico são obtidas através de um conjunto de funções de base $\langle f_{ni(j)} \rangle$), que descrevem o comportamento dos campos elétrico e magnético na região considerada, as funções de teste $(f_{i(j)})$ descrevem as condições de fronteira no plano da descontinuidade e *i* e *j* correspondem aos vetores unitários do plano da descontinuidade. Ela possui suas submatrizes definidas por:

$$\begin{bmatrix} Y_{a} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{a} \right\rangle \right] Y_{a,n} \begin{bmatrix} \left\langle f_{y,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{a} \right\rangle \right] Y_{a,n} \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{a} \right\rangle \right] Y_{a,n} \begin{bmatrix} \left\langle f_{y,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{a} \right\rangle \right] Y_{a,n} \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(3.3)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{a,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{a,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{a,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.4)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle\right] \boldsymbol{Y}_{a,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle\right] = \begin{bmatrix}\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle\\\left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle\\\vdots\\\left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle\end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{a,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle\right] \quad (3.5)$$

$$\begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{a,n} \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} | \boldsymbol{f}_{y}^{a} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \rangle \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{a,n} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \rangle & \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \rangle & \cdots & \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \rangle \end{bmatrix}$$
(3.6)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{a,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{a,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \right] \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \right]$$
(3.7)

$$\begin{bmatrix} Y_{cd}^{a} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right\rangle Y_{cd,n} \left\langle \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right\rangle Y_{cd,n} \left\{ \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right\} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right\rangle Y_{cd,n} \left[\left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] Y_{cd,n} \left[\left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(3.8)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{cd,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \right] \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle \right] \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.10)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} (3.11)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle \\ \cdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.12)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{cd}^{ab} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right\rangle \mathbf{Y}_{cd,n} \left| \left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{cd,n} \left| \left\langle f_{z,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{cd,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{cd,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(3.13)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \boldsymbol{Y}_{cd,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle\right] (3.14)$$

$$\begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} | \boldsymbol{f}_{z}^{b} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \\ \langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} | \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \rangle & \cdots & \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} | \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \rangle \end{bmatrix}$$
(3.15)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.16)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{F}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{F}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{F}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{z,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{F}_{z,2}^{b} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{F}_{z,qb}^{b} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.17)

$$\begin{bmatrix} Y_{cd}^{ba} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nb} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \right\rangle Y_{cd,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \right] Y_{cd,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{d} \right\rangle \right] Y_{cd,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{d} \right\rangle \right] Y_{cd,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(3.18)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{cd,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,p}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \right] (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.20)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{d} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{d} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.21)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{d} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \right\rangle$$

$$[\mathbf{Y}_{b}] = \sum_{n=0}^{nb} \left[\left| \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{b} \right\rangle \right| \mathbf{Y}_{b,n} \left| \left\langle f_{y,n}^{b} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] \quad \left| \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{b} \right\rangle \right| \mathbf{Y}_{b,n} \left| \left\langle f_{z,n}^{b} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] \right]$$
(3.23)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{b,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{b,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{b,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \right] \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right] \quad (3.24)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{b,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{b,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \right\rangle \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \right] \quad (3.25)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{b,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{b,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right] \quad (3.26)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{b,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{b,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \right] \quad (3.27)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{cd}^{b} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nb} \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \right| Y_{cd,n} \left| \left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} & \left| \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \right| Y_{cd,n} \left| \left\langle f_{z,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{d} \right\rangle \right| Y_{cd,n} \left| \left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} & \left| \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{d} \right\rangle \right| Y_{cd,n} \left| \left\langle f_{z,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(3.28)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{cd,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right] \quad (3.29)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,l}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,l}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot Y_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.30)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot Y_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \\ \cdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.31)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{cd,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{cd,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(3.32)

para as quais, tem-se que:

na(b) é o número de funções de base na região a(b); pa(b) é o número de funções de teste na região a(b), componente y; qa(b) é o número de funções de teste na região a(b), componente z.

3.4 - Funções de Base

As equações de campo para cada região da estrutura podem ter suas soluções obtidas aplicando-se diretamente as equações de Maxwell e, conseqüentemente, conseguindo-se as funções de base correspondentes. Desta forma, as equações obtidas são descritas a seguir. Inicialmente, são definidas algumas grandezas necessárias.

As equações determinadas são para os modos TE^x ($E_x = 0$) e TM^x ($H_x = 0$), para a estrutura da Fig. 3.3.

Considera-se que a propagação em z é do tipo $e^{-k_z z}$ e que $\frac{\partial}{\partial z} = \partial_z = -k_z \ e \ \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \partial_z^2 = k_z^2$; a propagação em x é do tipo $e^{-k_x x}$, além de $\frac{\partial}{\partial x} = \partial_x = -k_x \ e \ \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \partial_x^2 = k_x^2$. O objetivo é determinar as equações de campo, inicialmente per os raciões homos a o homos queis

inicialmente para as regiões homogêneas a e b, nas quais,

$$\vec{E} = \vec{E}(y)e^{-k_x x}e^{-k_z z}$$
(3.33)

$$\vec{H} = \vec{H}(y)e^{-k_x x}e^{-k_z z}$$
(3.34)

$$\boldsymbol{d}_{n} = \begin{cases} 1 & , & n = 0 \\ 2 & , & n \neq 0 \end{cases}$$
(3.35)

sendo $k_x, k_y \in k_z$ os números de onda nas direções x, y e z, respectivamente, e

$$k_{y} = \begin{cases} n \mathbf{p} / h , \text{ paraaregião a} \\ n \mathbf{p} / (H - h) , \text{ paraaregião b} \end{cases}, n = 1, 2, 3, \dots$$
(3.36)

A partir da equação de Helmholtz, $\nabla^2 E = k^2 E$, e para um meio sem perdas, $k^2 = -w^2 me$, obtém-se o resultado,

$$k_x^2 - k_y^2 + k_z^2 = -\mathbf{W}^2 \mathbf{m} \mathbf{e}$$
(3.37)

Nas regiões *a* e *b*, esses parâmetros também podem ser obtidos a partir de:

$$k_{x,a(b)}^{2} = -k_{0}^{2} \boldsymbol{e}_{r,a(b)} - k_{z}^{2} + k_{y}^{2} , \qquad (3.38)$$

em que $k_0 = \mathbf{w} \sqrt{\mathbf{m}_0 \mathbf{e}_0}$ é o número de onda no espaço livre.

Para a região não-homogênea (regiões $c \in d$), são determinadas as equações das densidades de corrente para os modos TE^y e TM^y, onde os valores dos números de onda na

direção y, k_c^y e k_d^y para as regiões c e d, respectivamente, são determinados a partir do seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} k_c^y \operatorname{coth}(k_c^y h) + k_d^y \operatorname{coth}(k_d^y (H - h)) = 0\\ (k_c^y)^2 + (k_d^y)^2 = k_0^2 (1 - \boldsymbol{e}_r) \end{cases}$$
(3.39)

$$\begin{cases} (k_{cd}^{x})^{2} = -(k_{0}^{2}\boldsymbol{e}_{r} + k_{z}^{2} + (k_{c}^{y})^{2}) \\ (k_{cd}^{x})^{2} = -(k_{0}^{2} + k_{z}^{2} + (k_{d}^{y})^{2}) \end{cases}$$
(3.40)

A análise se inicia com a utilização das equações rotacionais de Maxwell:

$$\nabla x E = -j \, \mathbf{w} \mathbf{m} H \tag{3.41}$$

$$e \quad \nabla x H = +j \mathbf{w} e E \tag{3.42}$$

Para a Região a:

Modos TE

$$f_{y,n}^{a} = e_{y,n}^{a} = \sqrt{\frac{d_{n}}{h}} \frac{(-k_{z})}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \cos(k_{y}y) \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots, pa$$
(3.43)

$$f_{z,n}^{a} = e_{z,n}^{a} = \sqrt{\frac{d_{n}}{h}} \frac{(k_{y})}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \operatorname{sen}(k_{y}y) \quad , \quad n = 1, 2, \dots, qa$$
(3.44)

Modos TM

$$f_{y,n}^{a} = e_{y,n}^{a} = \sqrt{\frac{d_{n}}{h}} \sqrt{\frac{k_{z}^{*}}{k_{z}}} \frac{(-k_{y})}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}(d_{n}-1)}} \cos(k_{y}y) \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots, pa \quad (3.45)$$
$$f_{z,n}^{a} = e_{z,n}^{a} = \sqrt{\frac{d_{n}}{h}} \frac{\sqrt{k_{z}k_{z}^{*}}}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}(d_{n}-1)}} \operatorname{sen}(k_{y}y) \quad , \quad n = 1, 2, \dots, qa$$
(3.46)

Para a Região b:

Modos TE

$$f_{y,n}^{b} = e_{y,n}^{b} = \sqrt{\frac{d_{n}}{(H-h)}} \frac{(-k_{z})}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \cos(k_{y}(y-h)) \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots, pb$$
(3.47)

$$f_{z,n}^{b} = e_{z,n}^{b} = \sqrt{\frac{d_{n}}{(H-h)}} \frac{k_{y}}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \operatorname{sen}(k_{y}(y-h)) \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots, qb$$
(3.48)

Modos TM

$$f_{y,n}^{b} = e_{y,n}^{b} = \sqrt{\frac{d_{n}}{(H-h)}} \sqrt{\frac{k_{z}^{*}}{k_{z}}} \frac{(-k_{y})}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}(d_{n}-1)}} \cos(k_{y}(y-h)) \quad , \quad n = 1, 2, \dots, pa \quad (3.49)$$

$$f_{z,n}^{b} = e_{z,n}^{b} = \sqrt{\frac{d_{n}}{(H-h)}} \frac{\sqrt{k_{z}k_{z}^{*}}}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}(d_{n}-1)}} \operatorname{sen}(k_{y}(y-h)) \quad , \quad n = 1, 2, \dots, qa \quad (3.50)$$

Para a Região c:

Modos TE^y

$$f_{y,n}^{c} = J_{y,n}^{c} = E_{c} \left(\frac{k_{c}^{y}}{j w \sqrt{m_{0} e_{0}}} \right) \left(\frac{k_{z}}{k_{x}} \right) \cosh(k_{c}^{y} y)$$
(3.51)

$$f_{z,n}^{c} = J_{z,n}^{c} = E_{c} \left(\frac{k_{x}^{2} + k_{z}^{2}}{-j \mathbf{w} k_{x} \sqrt{\mathbf{m}_{0} \mathbf{e}_{0}}} \right) \operatorname{senh}(k_{c}^{y} y)$$
(3.52)

Modos TM ^y

$$f_{y,n}^{c} = J_{y,n}^{c} = -H_{c} \left(\frac{j \operatorname{we}_{rc} \sqrt{m_{0} e_{0}}}{k_{c}^{y}} \right) \left(\frac{k_{x}}{k_{z}} \right) \cosh(k_{c}^{y} y)$$
(3.53)

$$f_{z,n}^{c} = J_{z,n}^{c} = 0, (3.54)$$

onde e_{rc} é a constante dielétrica da região c.

Para a Região d:

Modos TE^y

$$f_{y,n}^{d} = J_{y,n}^{d} = E_{d} \left(\frac{k_{d}^{y}}{j \boldsymbol{w} \sqrt{\boldsymbol{m}_{0} \boldsymbol{e}_{0}}} \right) \left(\frac{k_{z}}{k_{x}} \right) \cosh(k_{d}^{y}(y - H))$$
(3.55)

$$f_{z,n}^{d} = J_{z,n}^{d} = E_{d} \left(\frac{k_{x}^{2} + k_{z}^{2}}{-j w k_{x} \sqrt{m_{0} e_{0}}} \right) \operatorname{senh}(k_{d}^{y}(y - H))$$
(3.56)

Modos TM ^y

$$f_{y,n}^{d} = J_{y,n}^{d} = -H_{d} \left(\frac{j \mathbf{w} \mathbf{e}_{rd} \sqrt{\mathbf{m}_{0} \mathbf{e}_{0}}}{k_{d}^{y}} \right) \left(\frac{k_{x}}{k_{z}} \right) \cosh(k_{d}^{y}(y-H))$$
(3.57)

$$f_{z,n}^{d} = J_{z,n}^{d} = 0, (3.58)$$

onde \mathbf{e}_{rd} é a constante dielétrica da região d.

3.5 – Funções de Teste

Como funções de teste são utilizadas funções seno e cosseno, conforme as seguintes definições:

Para a Região a:

$$\boldsymbol{f}_{y,p}^{a} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{h}} \cos\left(\frac{p\boldsymbol{p}y}{h}\right)$$
(3.59)

$$\boldsymbol{f}_{z,q}^{a} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{q}}{h}} \operatorname{sen}\left(\frac{q\boldsymbol{p}\boldsymbol{y}}{h}\right)$$
(3.60)

Para a Região b:

$$\boldsymbol{f}_{y,p}^{b} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{(H-h)}} \cos\left(\frac{p\boldsymbol{p}(y-h)}{(H-h)}\right)$$
(3.61)

$$\boldsymbol{f}_{z,q}^{b} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{q}}{(H-h)}} \operatorname{sen}\left(\frac{q\boldsymbol{p}(y-h)}{(H-h)}\right)$$
(3.62)

3.6 – Admitância Deslocada sobre o Plano da Descontinuidade

A admitância deslocada sobre o plano da descontinuidade depende da natureza das condições limites, ou seja, do plano de simetria (se elétrico ou magnético) e dos limites laterais (paredes elétricas e/ou magnéticas, região aberta).

Simetria Elétrica

$$Y_{a(b),n}(x = W/2) = Y_n^{a(b)} \operatorname{coth}(k_{x,a(b)}W/2)$$
(3.63)

Simetria Magnética

$$Y_{a(b),n}(x = W/2) = Y_n^{a(b)} \tanh(k_{x,a(b)}W/2)$$
(3.64)

em que $Y_n^{a(b)}$ é a admitância característica da região a(b), definida no plano de descontinuidade.

Modos TE

$$Y_n^{a(b)} = \frac{k_{x,a(b)}}{jk} \sqrt{\frac{\boldsymbol{e}_r \boldsymbol{e}_0}{\boldsymbol{m}_0}}$$
(3.65)

Modos TM

$$Y_n^{a(b)} = \frac{jk}{k_{x,a(b)}} \sqrt{\frac{\boldsymbol{e}_r \boldsymbol{e}_0}{\boldsymbol{m}_0}}$$
(3.66)

Para a Região cd:

Na região não-homogênea (*cd*), duas situações distintas devem ser consideradas: estrutura blindada e lateralmente aberta.

a) Estrutura Blindada

Paredes Laterais Elétricas

$$Y_{n}^{cd} = \frac{1}{N^{*}} \operatorname{coth}\left(k_{x,cd} \frac{(B-W)}{2}\right)$$
(3.67)

Paredes Laterais Magnéticas

$$Y_{n}^{cd} = \frac{1}{N^{*}} \tanh\left(k_{x,cd} \frac{(B-W)}{2}\right)$$
(3.68)

b) Estrutura Aberta Lateralmente

$$Y_n^{cd} = \frac{1}{N^*}$$
(3.69)

em que $\frac{1}{N^*}$ é a admitância reduzida, definida em [25], sendo N dado por:

$$N = \left\langle \vec{e} \middle| \vec{j} \right\rangle = \left\langle e_y \middle| j_y \right\rangle + \left\langle e_z \middle| j_z \right\rangle$$
(3.70)

Modos TE^y

$$N = Q_1 \left(\left(\frac{\operatorname{senh}(2k_c^y h)}{4k_c^y} - \frac{h}{2} \right) \left(\frac{(k_c^y)^*}{k_c^y} \right) \right) + Q_2 \left(\left(\frac{\operatorname{senh}(2k_d^y (H - h))}{4k_d^y} - \frac{(H - h)}{2} \right) \left(\frac{(k_d^y)^*}{k_d^y} \right) \right)$$
(3.71)

em que,

$$Q_{1} = \left(E_{d} \frac{\operatorname{senh}(k_{d}^{y}(h-H))}{\operatorname{senh}(k_{c}^{y}h)}\right)^{*} \cdot \left(E_{d} \frac{\operatorname{senh}(k_{d}^{y}(h-H))}{\operatorname{senh}(k_{c}^{y}h)} \frac{(k_{z}^{2}+k_{x}^{2})}{-jk_{0}k_{x}}\right)$$
(3.72)

53

$$Q_{2} = \left(E_{d}\right)^{*} \cdot \left(E_{d} \frac{(k_{z}^{2} + k_{x}^{2})}{-jk_{0}k_{x}}\right)$$
(3.73)

Modos TM ^y

$$N = Q_3 \left(\left(\frac{\operatorname{senh}(2k_c^y h)}{4k_c^y} + \frac{h}{2} \right) \left(\frac{(k_c^y)^*}{k_c^y} \right) \right) + Q_4 \left(\left(\frac{\operatorname{senh}(2k_d^y (H-h))}{4k_d^y} - \frac{(H-h)}{2} \right) \right)$$
(3.74)

em que,

$$Q_{3} = \left(H_{d} \frac{\operatorname{senh}(k_{d}^{y}(h-H))}{\operatorname{senh}(k_{c}^{y}h)} \frac{(k_{x}^{2}+k_{z}^{2})}{k_{z}k_{c}^{y}}\right)^{*} \cdot \left(-H_{d} \frac{\operatorname{senh}(k_{d}^{y}(h-H))}{\operatorname{senh}(k_{c}^{y}h)} \frac{jk_{0}\boldsymbol{e}_{rc}k_{x}}{k_{c}^{y}k_{z}}\right)$$
(3.75)

$$Q_4 = \left(H_d \frac{(k_x^2 + k_z^2)}{k_z k_d^y}\right)^* \cdot \left(-H_d \frac{jk_0 \boldsymbol{e}_{rd} k_x}{k_d^y k_z}\right)$$
(3.76)

3.7 – Produtos Escalares

Os produtos escalares que serão utilizados na construção da matriz admitância são dados por:

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{a} \right\rangle$$

Modos TE

$$\left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{a} \right\rangle = \sqrt{\frac{d_{p}d_{n}}{h^{2}}} \frac{(-k_{z})}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \int_{0}^{h} \cos\left(\frac{p\mathbf{p}y}{h}\right) \cos(k_{y}y) dy , \ p,n = 0,1,2,\dots$$
 (3.77)

Modos TM

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle = \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{p}\boldsymbol{d}_{n}}{h^{2}}} \frac{\left(-k_{z}\right)^{*}}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \int_{0}^{h} \cos\left(\frac{p\boldsymbol{p}}{h}\right) \cos(k_{y}y) dy \quad , \ \boldsymbol{p} = 0, 1, 2, \dots, \ \boldsymbol{n} = 1, 2, \dots \quad (3.78)$$

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle$$

Modos TE

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle = \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{q}\boldsymbol{d}_{n}}{h^{2}}} \frac{(k_{y})}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \int_{0}^{h} \operatorname{sen}\left(\frac{q\boldsymbol{p}}{h}\right) \operatorname{sen}(k_{y}y) dy \quad , q, n = 1, 2, \dots \quad (3.79)$$

Modos TM

$$\left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{a} \right\rangle = \sqrt{\frac{d_{q}d_{n}}{h^{2}}} \frac{\left(k_{y}\right)^{*}}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z}k_{z}^{*}}} \int_{0}^{h} \operatorname{sen}\left(\frac{q\mathbf{p}y}{h}\right) \operatorname{sen}(k_{y}y) dy , q, n = 1, 2, \dots$$
(3.80)

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{y}}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{y},n}^{b} \right\rangle$$

Modos TE

$$\left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{b} \right\rangle = \sqrt{\frac{\mathbf{d}_{p} \mathbf{d}_{n}}{\left(H-h\right)^{2}}} \frac{\left(-k_{z}\right)}{\sqrt{k_{y}^{2}+k_{z} k_{z}^{*}}} \int_{h}^{H} \cos\left(\frac{p \mathbf{p}(y-h)}{(H-h)}\right) \cos(k_{y}(y-h)) dy, p, n = 0, 1, 2, \dots (3.81)$$

Modos TM

$$\left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{b} \right\rangle = \sqrt{\frac{\mathbf{d}_{p} \mathbf{d}_{n}}{(H-h)^{2}}} \frac{\left(-k_{z}\right)^{*}}{\sqrt{k_{y}^{2} + k_{z} k_{z}^{*}}} \int_{h}^{H} \cos\left(\frac{p\mathbf{p}(y-h)}{(H-h)}\right) \cos(k_{y}(y-h)) dy,$$
(3.82)
$$p = 0, 1, 2, \dots, n = 1, 2, \dots$$

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle$$

Modos TE

$$\left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{b} \right\rangle = \sqrt{\frac{d_{q}d_{n}}{\left(H-h\right)^{2}}} \frac{\left(k_{y}\right)}{\sqrt{k_{y}^{2}+k_{z}k_{z}^{*}}} \int_{h}^{H} \operatorname{sen}\left(\frac{q\mathbf{p}(y-h)}{\left(H-h\right)}\right) \operatorname{sen}(k_{y}(y-h)) dy, q, n = 1, 2, \dots (3.83)$$

Modos TM

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle$$
, modo TM = $\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle$, modo TE (3.84)

 $\left\langle oldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| oldsymbol{J}_{y,n}^{c}
ight
angle$

Modos TE^y

$$\left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| J_{y,n}^{c} \right\rangle = E_{d} \sqrt{\frac{\mathbf{d}_{p}}{h}} \cdot FCE \cdot \left(\frac{k_{c}^{y}}{jk_{0}} \right) \left(\frac{k_{z}}{k_{x}} \right)_{0}^{h} \cosh(k_{c}^{y}y) \cos\left(\frac{p\mathbf{p}y}{h} \right) dy \quad (3.85)$$

Modos TM ^y

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{J}_{y,n}^{c} \right\rangle = -H_{d} \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{h}} \cdot FCM \cdot \left(\frac{jk_{0}\boldsymbol{e}_{rc}}{k_{c}^{y}}\right) \left(\frac{k_{x}}{k_{z}}\right)_{0}^{h} \cosh(k_{c}^{y}y) \cos\left(\frac{p\boldsymbol{p}y}{h}\right) dy \quad (3.86)$$

onde,

$$FCE = \frac{\operatorname{senh}\left(k_{d}^{y}(H-h)\right)}{\operatorname{senh}\left(k_{c}^{y}h\right)}$$
(3.87)

$$FCM = \frac{\operatorname{senh}\left(k_{d}^{y}(h-H)\right)}{\operatorname{senh}(k_{c}^{y}h)}$$
(3.88)

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{J}_{z,n}^{c} \right\rangle$$

Modos TE^y

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{J}_{z,n}^{c} \right\rangle = E_{d} \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{q}}{h}} \cdot FCE \cdot \left(\frac{k_{x}^{2} + k_{z}^{2}}{-jk_{0}k_{x}} \right)_{0}^{h} \operatorname{senh}(k_{c}^{y} y) \operatorname{sen}(q\boldsymbol{p} y) dy \qquad (3.89)$$

Modos TM ^y

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{J}_{z,n}^{c} \right\rangle = 0 \tag{3.90}$$

 $\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{J}_{y,n}^{d} \right\rangle$

Modos TE^y

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{J}_{y,n}^{d} \right\rangle = E_{d} \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{H-h}} \cdot \left(\frac{k_{d}^{y}}{jk_{0}} \right) \left(\frac{k_{z}}{k_{x}} \right)_{h}^{H} \cosh(k_{d}^{y}(y-H)) \cos\left(\frac{p\boldsymbol{p}(y-h)}{(H-h)} \right) dy \quad (3.91)$$

Modos TM ^y

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{J}_{y,n}^{d} \right\rangle = -H_{d} \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{H-h}} \cdot \left(\frac{jk_{0}\boldsymbol{e}_{rd}}{k_{d}^{y}} \right) \left(\frac{k_{x}}{k_{z}} \right)_{h}^{H} \cosh(k_{d}^{y}(y-H)) \cos\left(\frac{p\boldsymbol{p}(y-h)}{(H-h)} \right) dy \quad (3.92)$$

 $\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{J}_{z,n}^{d} \right\rangle$

Modos TE^y

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{J}_{z,n}^{d} \right\rangle = E_{d} \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}_{q}}{H-h}} \cdot \left(\frac{k_{x}^{2} + k_{z}^{2}}{-jk_{0}k_{x}} \right)_{h}^{H} \operatorname{senh}(k_{d}^{y}(y-H)) \operatorname{sen}\left(\frac{q\boldsymbol{p}(y-h)}{H-h} \right) dy \qquad (3.93)$$

Modos TM ^y

$$\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{J}_{z,n}^{d} \right\rangle = 0 \tag{3.94}$$

O modelo a ser considerado inicialmente nesse trabalho será o da microfita aberta e com substrato de largura infinita, conforme mostrado na Fig. 3.4.

3.8 – Resultados Numéricos e Experimentais

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos e experimentais obtidos para os modos ressonantes de antenas de microfita com *patch* retangular e substrato com largura infinita.

A partir do modelo para o cálculo da freqüência de ressonância, proposto na Seção 2.2, foram realizadas simulações e medições para se obter as freqüências de ressonância de uma antena *patch* retangular cujo substrato apresenta uma largura tal que pode ser considerado, inicialmente, infinito.

Nas simulações realizadas, a geometria considerada foi a da Fig. 3.4, onde o plano de simetria (x = 0), pode ser uma parede elétrica (para os modos ímpares) ou uma parede magnética (para os modos pares). Foram consideradas duas microfitas, uma com largura W e outra com largura L, cada uma representando uma dimensão do *patch* retangular e os resultados foram obtidos através de um programa computacional, implementado em FORTRAN para computadores pessoais. Para cada dimensão foi considerada uma parede elétrica ou magnética (em x = 0), para se determinar os modos ímpares ou os modos pares, respectivamente. Desta forma foram encontrados os modos ressonantes correspondentes a



Figura 3.4 - Geometria de microfita aberta com substrato infinito.

cada dimensão, aplicando-se a equação (2.1). O plano condutor superior é localizado a uma altura tal que o seu efeito sobre o campo eletromagnético específico da microfita possa ser desconsiderado. Em geral, foram utilizadas três funções de teste por componente nas regiões *a* e *b*, 40 modos na região *cd* ($TE^y + TM^y$), de modo que seja garantida uma boa convergência para o programa. A altura do plano superior é de, aproximadamente, 18 vezes a altura do substrato (*H* = 18*h*), praticamente eliminando a sua influência sobre a microfita.

Na parte experimental, foram confeccionadas antenas com dimensões e substratos com constantes dielétricas diferentes. Os detalhes acerca do sistema de medição são descritos no Apêndice A.

Os parâmetros considerados para a antena com substrato em placa de fibra de vidro, de constante dielétrica $\varepsilon_r = 4,5$, são dados na Fig. 3.5. Suas dimensões são: W = 35,3 mm, L = 11,8 mm e h = 1,5 mm. Sua alimentação é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento, impedância de 53,68 Ω (calculado com o programa AppCAD, [26]), e o substrato possui uma dimensão d = 30,0 mm. A faixa de freqüências utilizada foi de 0,1 GHz a 10 GHz.

Os resultados medidos são reunidos no gráfico da Fig. 3.6, na qual observa-se a presença de três modos ressonantes principais, em 3,865 GHz e 7,895 GHz, devido à dimensão W (modos WL20 e WL40, respectivamente) e 5,28 GHz, devido à dimensão L (modo WL01). Vale ressaltar que, devido a alimentação da antena ser feita no centro da dimensão W, os modos ímpares correspondentes a essa dimensão (simetria elétrica) deixam de existir. A Tabela 3.1 mostra o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas. Os resultados apresentaram boa concordância. A diferença de 6,78% para o modo WL21 possivelmente é em função de dois fatores: i) o "mascaramento" do resultado pela proximidade desse modo com o produzido pela linha de alimentação (próximo de 7 GHz). Isto caracteriza um modo degenerado, ou seja, o modo resultante de um forte acoplamento de dois modos próximos [27]; ii) pelo fato da fibra de vidro não poder ser considerada um substrato, com e_r invariante para freqüências mais elevadas. Pode ser observado que, para os modos em freqüências mais baixas, o resultados são melhores.



Figura 3.5 - Antena *patch* de microfita em substrato com fibra de vidro utilizada na etapa experimental.



---**1**------ (0----)

Figura 3.6 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato de fibra de vidro, com $e_r = 4,5$, W = 35,3 mm, L = 11,8 mm, h = 1,50 mm e d = 30,0 mm.

Mada	e _r	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
WIOUO		(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	4,5	1,5	35,3	11,8	3,85	3,865	0,39
WL01	4,5	1,5	35,3	11,8	5,19	5,28	1,73
WL21	4,5	1,5	35,3	11,8	6,462*	6,90	6,78
WL40	4,5	1,5	35,3	11,8	7,66	7,895	3,07
WL41	4,5	1,5	35,3	11,8	9,253*	8,80	4,89

Tabela 3.1 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro ($e_r = 4,5$).

(*) Calculado através da equação (2.1)

Considera-se agora uma antena em microfita impressa numa placa RT/Duroid 3006, cujos parâmetros são: constante dielétrica $\mathbf{e}_r = = 6,15$, largura W = 40,8 mm, comprimento L = 13,6 mm e altura h = 1,27 mm, com a geometria ilustrada na Fig. 3.7. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento, impedância de 41,94 Ω (calculado com o programa AppCAD, [26]), e o substrato possui uma dimensão d = 30,0 mm. A faixa de freqüências utilizada foi de 0,1 GHz a 10 GHz. Os resultados medidos são dados no gráfico da Fig. 3.8. Uma comparação entre os resultados simulados e os respectivos valores medidos pode ser feita com auxílio da Tabela 3.2. Verifica-se uma boa concordância entre estes valores. É importante observar que, devido ao descasamento de impedância entre a linha de alimentação e a antena, é excitado um modo, devido à alimentação em torno de 6,1 GHz. Os demais modos que aparecem entre os valores medidos são atribuídos a modos de ordem superior ou mesmo a possíveis combinações de outros modos existentes. Mais uma vez, convém ressaltar que os modos devido à dimensão W não possuem as suas componentes ímpares, devido à alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa dimensão.



Figura 3.7 - Antena *patch* de microfita em substrato RT/Duroid 3006 utilizada na etapa experimental.



Freqüência (GHz)

Figura 3.8 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 13,6 mm, h = 1,27 mm e d = 30,0 mm.

Modo		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOUO	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	13,6	2,89	2,964	2,56
WL01	6,15	1,27	40,8	13,6	4,00	4,0825	2,06
WL40	6,15	1,27	40,8	13,6	5,78	5,877	1,68
WL41	6,15	1,27	40,8	13,6	7,03*	7,37	4,84
WL02	6,15	1,27	40,8	13,6	7,82	7,955	1,73
WL22	6,15	1,27	40,8	13,6	8,34*	8,50	1,92
WL60	6,15	1,27	40,8	13,6	8,67	8,59	0,92
WL61	6,15	1,27	40,8	13,6	9,548*	9,255	3,07
WL42	6,15	1,27	40,8	13,6	9,724*	9,965	2,48

Tabela 3.2 - Comparação entre valores medidos e simulados para

antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$).

(*) Calculado através da equação (2.1)

É considerada agora uma antena em microfita impressa numa placa RT/Duroid 3006, cujos parâmetros são: constante dielétrica $\mathbf{e}_r = 6,15$, largura W = 40,8 mm, comprimento L = 10,0 mm e altura h = 1,27 mm, conforme a Fig. 3.9. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento, impedância de 41,94 Ω (calculado com o programa AppCAD, [26]), e o substrato possui uma dimensão d = 30,0 mm. Os resultados medidos são dados através do gráfico da Fig. 3.10. Os resultados simulados são dados na Tabela 3.3 e comparados com os respectivos valores medidos. Observa-se que com a redução do comprimento L, com relação ao patch da Fig. 3.7, alguns modos existentes na Fig. 3.8 deixam de existir na Fig. 3.10. Isto pode ser explicado pela menor influência que a dimensão L passa a ter nos modos ressonantes da antena (W >> L), gerando menor número de modos de ordem superior, assim como modos oriundos de combinações de outros modos existentes. Pode ser observado que o acoplamento entre o modo produzido pela alimentação (6,1 GHz) e o modo WL01 (5,78 GHz) está gerando uma ressonância em torno de 8,0 GHz. Esta por sua vez deve estar sendo sobreposta pelo modo WL41, gerando um modo degenerado [27]. Também é observada uma boa concordância entre nos resultados.



Figura 3.9 - Antena *patch* de microfita em substrato RT/Duroid 3006 com L = 10,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 3.10 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 10,0 mm, h = 1,27 mm e d = 35,0 mm.

Tabela 3.3 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e L =

10,0 mm.

Modo	e _r	h	W	L	fr (GHz)	fr (GHz)	Erro
widdo		(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	10,0	2,89	2,91	0,69
WL01	6,15	1,27	40,8	10,0	5,25	5,17	1,52
WL40	6,15	1,27	40,8	10,0	5,78	5,70	1,38
WL21	6,15	1,27	40,8	10,0	5,99*	5,92	1,17
WL41	6,15	1,27	40,8	10,0	7,81*	8,00	2,43
WL60	6,15	1,27	40,8	10,0	8,67	8,715	0,52

(*) Calculado através da equação (2.1)

É considerada agora uma antena em microfita impressa numa placa TMM®10i, cujos parâmetros são: constante dielétrica $e_r = 9,80$, largura W = 31,9 mm, comprimento L = 10,6 mm e altura h = 1,27 mm, conforme mostrado na Fig. 3.11. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 1,8 mm de largura e 10,0 mm de comprimento, impedância de 43,49 Ω (calculado com o programa AppCAD, [26]), e o substrato possui uma dimensão d = 35,0 mm. Os resultados medidos são apresentados no gráfico da Fig. 3.12. Os resultados simulados são apresentados na Tabela 3.4 e comparados com os respectivos valores medidos. Mais uma vez, é importante observar que devido ao descasamento de impedância entre a linha de alimentação e a antena, é excitado um modo, devido a alimentação, em torno de 5,0 GHz. Também é observada uma boa concordância entre os valores medidos e simulados.



Figura 3.11 - Antena *patch* de microfita em substrato $\text{TMM}^{\mathbb{R}}$ 10i.



Figura 3.12 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* de microfita retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9 mm, L = 10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 35,0 mm.

Modo o		h	W	L	fr (GHz)	fr (GHz)	Erro
MOUO	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	9,80	1,27	31,9	10,6	2,89	3,00	3,81
WL01	9,80	1,27	31,9	10,6	4,02	3,90	2,98
WL21	9,80	1,27	31,9	10,6	4,95*	5,0	1,01
WL40	9,80	1,27	31,9	10,6	5,76	5,75	0,17
WL02	9,80	1,27	31,9	10,6	7,93	7,725	2,58
WL22	9,80	1,27	31,9	10,6	8,44*	8,215	2,67
WL60	9,80	1,27	31,9	10,6	8,53	8,495	0,41
WL42	9,80	1,27	31,9	10,6	9,80*	9,725	0,76

Tabela 3.4 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato TMM[®]10i ($e_r = 9,80$).

(*) Calculado através da equação (2.1)

A Tabela 3.5 descreve os resultados apresentados em [28], onde são consideradas antenas de diversas configurações, ou seja, com *patches* possuindo diferentes dimensões e constantes dielétricas do substrato. Em todos os casos o modo ressonante considerado é o WL01. Portanto, a MTRT é aplicada a uma microfita de largura *L*, considerando-se uma simetria elétrica. Os resultados obtidos são comparados com os citados em [29], obtidos numericamente através do método do domínio espectral (MDE), e experimentalmente. Observa-se uma ótima concordância dos resultados.

Na Fig. 3.13 são apresentadas as curvas de \mathbf{e}_{reff} *x freqüência (GHz)*, para as antenas 1, 4, 7 e 8 da Tabela 3.5. Mesmo na faixa de freqüência considerada já havendo, em alguns casos, outros modos, as curvas para esses não foram exibidas. Resultados semelhantes são apresentados na Fig. 3.14, para as antenas 2, 3, 5 e 6. O valor regativo de \mathbf{e}_{reff} significa que o modo é evanescente, passando a ser propagante quando \mathbf{e}_{reff} se torna positivo.

Ant.	e r	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT	fr (GHz) MDE [29]	fr (GHz) Exp. [29]	Erro MTRT- MDE (%)	Erro MTRT- Exp (%)
1	10,2	1,27	30,0	20,0	2,231	2,173	2,26	2,60	1,30
2	10,2	1,27	15,0	9,5	4,423	4,490	4,49	1,52	1,52
3	10,2	2,54	30,0	19,0	2,196	2,150	2,24	2,1	2,00
4	2,22	0,79	40,0	25,0	3,925	3,942	3,94	0,43	0,38
5	2,22	0,79	20,0	12,5	7,543	7,639	7,65	1,23	1,42
6	2,22	1,52	40,0	25,0	3,811	3,90	3,84	2,34	0,76
7	2,62	1,59	11,43	76,2	1,190	1,190	1,192	0,0	0,17
8	2,50	1,59	6,85	41,4	2,212	2,214	2,215	0,09	0,14

Tabela 3.5 - Comparação entre valores medidos e simulados para várias configurações de antena de microfita.

A Tabela 3.6 apresenta as dimensões do *patch* e a altura e a constante dielétrica do substrato espesso para antenas. Os resultados obtidos são comparados com os experimentais apresentados em [30]. Considera-se, em todos os casos, o modo ressonante como sendo o WL01. Verifica-se uma boa concordância dos resultados, com um erro percentual máximo de 2%.



Figura 3.13 - \mathbf{e}_{reff} x freqüência(GHz) para as antenas 1, 4, 7 e 8 da Tabela 3.5, para simetria elétrica.



Figura 3.14 - $e_{reff} x freqüência(GHz)$ para as antenas 2, 3, 5 e 6 da Tabela 3.5, para simetria elétrica.

Ant.	e r	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT	f _r (GHz) Exp. [30]	Erro MTRT- Exp (%)
1	2,33	3,175	57,0	38,0	2,352	2,31	1,79
2	2,33	3,175	45,5	30,5	2,863	2,89	0,94
3	2,33	1,524	17,0	11,0	7,832	7,87	0,48
4	2,33	3,175	29,5	19,5	4,219	4,24	0,50
5	2,33	3,175	19,5	13,0	5,796	5,84	0,76
6	2,33	3,175	17,0	11,0	6,896	6,80	1,39
7	2,33	3,175	14,0	9,0	7,683	7,70	0,22
8	2,33	3,175	12,0	8,0	8,294	8,27	0,29
9	2,33	3,175	10,5	7,0	9,136	9,14	0,04
10	2,33	3,175	9,00	6,0	10,225	10,25	0,24
11	2,33	9,525	17,0	11,0	4,707	4,73	0,49

Tabela 3.6 - Comparação entre valores medidos e simulados para várias configurações de antena de microfita com substrato

espesso.

Na Tabela 3.7 são comparados os resultados obtidos para os modos de ordem superior de um *patch* retangular com os resultados medidos citados em [31]. Tendo em vista as dimensões do *patch* e a faixa de freqüências, são consideradas apenas as ressonâncias em W e em L. Para cada modo é indicada a simetria adotada. Para os modos WL20 e WL12, não foi possível realizar a medição isolada das respectivas freqüências de ressonância. A freqüência medida apresentada, 5,535GHz, provavelmente resultou da degeneração das freqüências de ressonância dos modos WL20 (5,856GHz) e WL12 (5,741GHz) e sofreu influência do processo de medição [27]. Uma evidência que os valores obtidos com a MTRT para esses modos estão corretos é que o valor da freqüência de ressonância para o modo WL12, calculado a partir do valor teórico de WL02, apresenta uma ótima concordância quando comparado ao valor experimental.

Tabela 3.7 - Comparação entre valores medidos e simulados para os modos de ordem superior de uma antena patch retangular com W = 38,0 mm, L

	Modo (mn).	Simetria fr(GHz) MTRT		fr(GHz) Exp. [31]	Erro MTRT- Exp (%)	
	10	elétrica	2,467	2,430	1,50	
ſ	01	elétrica	2,922	2,905	0,58	
ĺ	11		3,824	3,785	1,02	
	20	magnética	4,942	4,835	2,16	
ĺ	02	magnética	5,856	5,535	5,48	
	21		5,741	5,535	3,59	
	12		6,354	6,330	0,38	
	30		7,427	7,215	2,85	

 $= 31,8 \text{ mm}, h = 1,568 \text{ mm} \text{ e}_r = 2,34.$

Na Tabela 3.8 são comparados os resultados obtidos através da aplicação da MTRT, para a determinação da freqüência de ressonância do modo fundamental de diferentes *patches* retangulares, com os obtidos através do Método dos Momentos e do Potencial Vetorial de Hertz, apresentados em [32]. Verifica-se uma boa concordância dos resultados, com um erro percentual máximo de 3 %.

Tabela 3.8 - Comparação entre valores simulados, para o modo fundamental, obtidos através da MTRT, para diferentes antenas *patch* retangular, e através do Método dos Momentos e do Potencial Vetorial de Hertz.

e _r	h (cm)	L (cm)	W (cm)	MoM (GHz) [32]	Pot. Vet. Hertz (GHz) [32]	MTRT (GHz)	Erro MTRT-MoM (%)	Erro MTRT-PVH (%)
10,2	0,127	2,00	3,00	2,280	2,310	2,280	0,00	1,30
10,2	0,127	0,95	1,50	4,580	4,690	4,670	1,97	0,43
10,2	0,254	1,90	3,00	2,290	2,350	2,300	0,44	2,13
10,2	0,254	0,90	1,50	4,500	4,470	4,420	1,78	1,12
2,22	0,079	2,50	4,00	3,890	3,920	4,020	3,34	2,55
2,22	0,079	1,25	2,00	7,610	7,660	7,650	0,53	0,13
2,22	0,152	2,50	4,00	3,810	3,830	3,750	1,57	2,09
2,22	0,152	1,20	2,00	7,550	7,630	7,500	0,66	1,70

As Figs. 3.15 (a) e (b) apresentam um estudo de convergência dos resultados numéricos obtidos através da aplicação da formulação proposta neste trabalho. O estudo mostra a influência da variação do número de funções de base, número de funções de teste e altura do plano superior para a estrutura apresentada na Fig. 311. É avaliada a influência do número de modos LSE + LSM na região não homogênea. Na Fig. 3.15 (a) foram consideradas 3 funções de teste em cada direção. Observou-se uma boa convergência dos resultados a partir de 20 modos. Os resultados são apresentados para os dois primeiros modos. Embora o número de modos LSE + LSM não influa diretamente na dimensão da matriz final, seu valor está diretamente relacionado com o tempo de uso da CPU.

A Fig. 3.15 (b) apresenta a influência do número de funções de teste utilizadas nas regiões homogêneas. Os resultados apresentados consideram o mesmo número de funções de teste em cada região ($n_a = n_b$). São considerados 40 modos LSE + LSM na região *cd*. Foi observado que os resultados convergem rapidamente a partir de 3 funções de teste nas regiões *a* e *b*.

3.9 – Conclusões

Neste capítulo foi realizada a análise dos modos ressonantes em antenas tipo *patch* retangular, considerando as estruturas isotrópicas. As antenas montadas para a realização das medições experimentais foram feitas com diferentes dimensões, em placas com substratos de diferentes constantes dielétricas e os resultados medidos foram comparados com os obtidos a partir de simulação numérica, através da aplicação da Técnica da Ressonância Transversa Modificada (MTRT), cuja formulação foi apresentada no inicio do capítulo.

Nas antenas analisadas, foi verificado o aparecimento dos modos ressonantes principais, bem como os oriundos do acoplamento entre dois dos modos existentes. Foi observado que os modos devido a dimensão W não possuem as suas componentes ímpares, devido à alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa



Figura 3.15 - (a) Frequência de ressonância em função do número de modos LSE + LSM,(b) Frequência de ressonância em função do número de funções de teste, para os dois primeiros modos.

dimensão. Foi verificado também que o descasamento de impedância entre a linha de alimentação e a antena pode gerar um modo ressonante devido à alimentação da antena. Além disso, este modo pode se acoplar com outro modo existente, determinado por uma das dimensões do *patch* (*W* ou *L*) gerando outra ressonância. A existência de dois ou mais modos muito próximos pode dar origem à degeneração, resultando, por exemplo, num deslocamento em freqüência do modo mais forte [27]. Em geral, os resultados simulados apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais, salvo os casos em que o modo considerado se apresenta degenerado pela proximidade com outro modo existente, ou que não haja uniformidade no comportamento do substrato. Mesmo quando comparado com resultados obtidos através de outras técnicas numéricas (tal como o Método do Domínio Espectral, Método dos Momentos e do Potencial Vetorial de Hertz), os resultados obtidos, aplicando-se a MTRT, apresentam uma boa concordância.

Capítulo 4

Freqüências de Ressonância da Antena *Patch* Retangular com Substrato Pedestal

4.1 – Geometria Considerada

Este capítulo apresenta a aplicação da MTRT no cálculo das freqüências de ressonância para uma antena tipo *patch* retangular com substrato truncado sob a microfita (estrutura pedestal). Como o detalhamento da formulação já foi desenvolvido em [33], neste capítulo será apresentado apenas o circuito equivalente e a matriz admitância. A estrutura a ser considerada consiste em uma linha de microfita dentro de um guia de ondas (Fig. 4.1). Nesse caso, será considerada a característica simétrica que a estrutura apresenta, conforme indicado na Fig. 4.2. Os resultados simulados foram obtidos utilizando a formulação da MTRT proposta no Capítulo 2, considerando os modos propagativos. São apresentados também resultados experimentais, sendo realizadas as devidas comparações.

4.2 – Circuito Equivalente

Considerando-se que a direção de propagação da onda se dá ao longo do eixo x, a partir da Fig. 4.2 se obtém o circuito equivalente da Fig. 4.3, onde cada fonte de tensão representa uma descontinuidade e cada admitância representa uma terminação. Conseqüentemente, a partir daí se obtém a seguinte expressão:



Figura 4.1 - Geometria de linha de microfita pedestal.



Figura 4.2 - Geometria da estrutura de microfita pedestal considerando sua simetria.



Figura 4.3 - Circuito equivalente de microfita pedestal para a MTRT.
84

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_a + Y_c \\ Y_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_c \\ Y_b + Y_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \end{bmatrix}$$
(4.1)

A equação (4.1) também pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ \end{bmatrix}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_c^a \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_c^{ab} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Y_b^{ba} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_b^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e_b \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(4.2)

4.3 – Matriz Admitância

A matriz admitância possui suas sub-matrizes $[Y_a]$ e $[Y_b]$ já definidas pelas equações (3.3) a (3.7) e (3.23) a (3.27), respectivamente. As demais são definidas por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{c}^{a} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left[\left\langle \mathbf{F}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{F}_{y}^{a} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{F}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{F}_{z}^{a} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{F}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{F}_{y}^{a} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{F}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{F}_{z}^{a} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(4.3)

$$\begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{c,n} \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{y}^{a} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \\ \langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \rangle & \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \end{bmatrix}$$
(4.4)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{c} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle \right] \quad (4.5)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle\right] = \begin{bmatrix}\left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\\\left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\\\vdots\\\left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle\right] (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \left\langle \boldsymbol{f}_{z,na}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \left\langle \boldsymbol{f}_{z,na}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(4.7)

$$\begin{bmatrix} Y_{c}^{ab} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} Y_{c,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] Y_{c,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} Y_{c,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] Y_{c,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(4.8)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \right] \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right] (4.9)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \\ \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \right] \quad (4.10)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \left| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(4.11)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \right\rangle Y_{c,n} \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot Y_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \left\langle f_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \\ \cdots \\ \left\langle f_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(4.12)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{c}^{ba} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nb} \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{b} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right\rangle \mathbf{Y}_{c,n} \left| \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left| \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right\rangle \mathbf{Y}_{c,n} \left| \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right\rangle \mathbf{Y}_{c,n} \left| \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left| \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right| \mathbf{Y}_{c,n} \left| \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(4.13)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{c,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} (4.14)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,p}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle \right]$$
(4.15)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} Y_{c,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot Y_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(4.16)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle \right] \quad (4.17)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{c}^{b} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nb} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left\langle \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left\langle \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \mathbf{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(4.18)

$$\begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{c,n} \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{y}^{b} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \\ \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \rangle & \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \rangle & \cdots & \langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \rangle \end{bmatrix}$$
(4.19)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{y}_{c,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(4.20)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right] (4.21)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \cdot \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \right] \quad (4.22)$$

para as quais, na(b) é o número de funções de base na região a(b); pa(b) é o número de funções de teste na região a(b), componente y; qa(b) é o número de funções de teste na região a(b), componente z.

4.4 – Resultados Numéricos e Experimentais

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos e experimentais obtidos para os modos ressonantes de antenas de microfita com *patch* retangular e substrato do tipo pedestal, ou seja, completamente concentrado sob o *patch* metálico.

A partir do modelo para o cálculo da freqüência de ressonância proposto na Seção 2.2, foram realizadas simulações e medições para se obter as freqüências de ressonância de uma antena *patch* retangular com estrutura pedestal.

Nas simulações realizadas, a geometria considerada foi a da Fig. 4.4, onde o plano de simetria (x = 0), pode ser uma parede elétrica (para os modos ímpares) ou uma parede magnética (para os modos pares). Foram consideradas duas microfitas, uma com largura W e outra com largura L, cada uma representando uma dimensão do *patch* retangular e os resultados foram obtidos através de um programa computacional, implementado em FORTRAN para computadores pessoais. Para cada dimensão foi considerada uma parede elétrica ou magnética (em x = 0) para se determinar os modos ímpares ou os modos pares, respectivamente. Desta forma, foram encontrados os modos ressonantes correspondentes a cada dimensão, aplicando-se a equação (2.1). O plano condutor superior é localizado a uma altura tal que o seu efeito sobre o campo eletromagnético específico da microfita possa ser desconsiderado. Em geral, foram utilizadas três funções de teste por componente nas regiões a e b (direções y e z), 30 funções de base na região c de modo a se obter uma boa convergência. A altura do plano superior é de, aproximadamente, 15 mm (11,7 vezes a altura do substrato; H = 11,7h) para que sua influência sobre a microfita seja desconsiderada.

Na parte experimental foram confeccionadas antenas com dimensões e substratos com constantes dielétricas diferentes. Os detalhes acerca do sistema de medição são descritos no Apêndice A.

Os parâmetros considerados para a antena com substrato de fibra de vidro, de constante dielétrica $e_r = 4,5$, são dados na Fig. 4.5. Suas dimensões são: W = 35,3 mm, L = 11,8 mm e h = 1,5 mm. Sua alimentação é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e o substrato possui uma dimensão d = 0,0 mm em cada lado do *patch*. A faixa de freqüências utilizada foi de 0,1 GHz a 10 GHz. Os resultados medidos são reunidos no gráfico da Fig. 4.6, na qual observa-se a presença de três modos ressonantes principais, em 3,995 GHz e 8,115 GHz, devido a dimensão W (modos WL20 e WL40, respectivamente) e 5,33 GHz, devido a dimensão L (modo WL01). Vale ressaltar que devido à alimentação da antena ser feita no centro da dimensão W, os modos ímpares correspondentes a essa dimensão (simetria elétrica) deixam de existir. A Tabela 4.1 mostra o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas. Como era de se esperar, houve um aumento de freqüência dos modos ressonantes com relação a mesma antena com um substrato de largura infinita; isto ocorreu devido à diminuição da constante dielétrica



Figura 4.4 - Geometria da microfita pedestal aberta com substrato isotrópico.



Figura 4.5 - Antena *patch* de microfita pedestal, em substrato de fibra de vidro utilizada na etapa experimental.



Freqüência (GHz)

Figura 4.6 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato de fibra de vidro, com estrutura pedestal, com d = 0,0 mm, $e_r = 4,5$, W = 35,3 mm, L = 11,8 mm e h = 1,50 mm.

efetiva, com a redução da largura do substrato. Os resultados apresentam boa concordância.

Mada	0 e r	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
WIOUU		(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	4,5	1,5	35,3	11,8	3,98	3,995	0,38
WL01	4,5	1,5	35,3	11,8	5,39	5,33	1,11
WL21	4,5	1,5	35,3	11,8	6,789*	6,90	1,64
WL40	4,5	1,5	35,3	11,8	7,92	8,115	2,46

Tabela 4.1 - Comparação entre valores medidos e simulados para

antena de microfita em substrato de fibra de vidro ($e_r = 4,5$).

(*) Calculado através da equação (2.1)

Considera-se agora uma antena em microfita impressa num substrato de RT/Duroid 3006, cujos parâmetros são: constante dielétrica $e_r = 6,15$, largura W = 40,8 mm, comprimento L = 13,6 mm e altura h = 1,27 mm, com a geometria ilustrada na Fig. 4.7. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e o substrato possui uma dimensão d = 0,0 mm em cada lado do *patch*. A faixa de freqüências utilizada foi de 0,1 GHz a 10 GHz. Os resultados medidos são dados no gráfico da Fig. 4.8. Uma comparação entre os resultados simulados e os respectivos valores medidos pode ser feito com auxílio da Tabela 4.2. É importante ressaltar o aparecimento de um modo em torno de 6,1 GHz, gerado pela própria linha de alimentação, devido ao descasamento de impedância desta com a antena. Este modo deve estar sofrendo influência do modo WL40, pois, com a estrutura na forma pedestal, houve um aumento em freqüência, chegando a ficar muito próximo do produzido pela linha de alimentação. Isso explica o erro maior para esse modo. O erro encontrado para o modo WL41 também pode ser atribuído à sua proximidade com o modo resultante do acoplamento entre o modo produzido pela linha de alimentação e o primeiro modo em L (WL01) (em torno de 7,59 GHz) [27].

Verifica-se uma boa concordância entre estes valores. Os demais modos que aparecem entre os valores medidos são atribuídos a modos de superfície ou mesmo a possíveis combinações de outros modos existentes. Mais uma vez convém ressaltar que os modos devido à dimensão *W* não possuem as suas componentes ímpares, devido à



Figura 4.7 - Antena *patch* em substrato de RT/Duroid 3006 utilizada na etapa experimental.



Freqüência (GHz)

Figura 4.8 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 13,6 mm, h = 1,27 mm e d = 0,0 mm.

alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa dimensão.

Modo	•	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
Mouo	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	13,6	2,94	3,05	3,74
WL01	6,15	1,27	40,8	13,6	4,13	4,1685	0,93
WL40	6,15	1,27	40,8	13,6	5,80	6,105	5,26
WL41	6,15	1,27	40,8	13,6	7,12*	7,59	6,59
WL02	6,15	1,27	40,8	13,6	8,37	8,01	4,30
WL60	6,15	1,27	40,8	13,6	8,82	9,01499	2,21
WL22	6,15	1,27	40,8	13,6	8,99*	9,4325	4,92
WL61	6,15	1,27	40,8	13,6	9,74*	9,97	0,62

Tabela 4.2 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena *patch* de microfita em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$).

(*) Calculado através da equação (2.1)

É considerada agora uma antena em microfita impressa num substrato de RT/Duroid 3006, cujos parâmetros são: constante dielétrica $e_r = 6,15$, largura W = 40,8 mm, comprimento L = 10,0 mm e altura h = 1,27 mm, conforme a Fig. 4.9. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e o substrato possui uma largura d = 0,0 mm em cada lado do *patch*. Os resultados medidos são dados através do gráfico da Fig. 4.10. Os resultados simulados são dados na Tabela 4.3 e comparados com os respectivos valores medidos. Observa-se que com a redução do comprimento *L*, com relação ao *patch* da Fig. 4.7, alguns modos existentes na Fig. 4.8 deixam de existir na Fig. 4.10. Isto pode ser explicado pela menor influência que a dimensão *L* passa a ter nos modos ressonantes da antena (W >> L), gerando menor número de modos superiores e modos oriundos de combinações de outros modos existentes. Devido o descasamento de impedância existente entre a linha de alimentação e a antena, ainda é observado o modo produzido pela alimentação em torno de 6,02 GHz. Porém ele está sendo encoberto pelo modo WL40 que é mais forte. O acoplamento desse modo com o modo WL01 ocorre em 8,18 GHz, ficando muito próximo



Figura 4.9 - Antena *patch* de microfita em substrato de RT/Duroid 3006, com L = 10,0 mm e d = 0,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 4.10 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato de RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 10,0 mm, h = 1,27 mm e d = 0,0 mm.

do modo WL41. Também é observada uma boa concordância entre os valores medidos e simulados.

Tabela 4.3 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita pedestal em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e

Mada	•	h	W	L	fr (GHz)	fr (GHz)	Erro
WIOUO	e _r	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	10,0	2,94	2,99	1,70
WL01	6,15	1,27	40,8	10,0	5,51	5,205	5,54
WL40	6,15	1,27	40,8	10,0	5,80	6,02	3,79
WL41	6,15	1,27	40,8	10,0	$8,00^{*}$	7,78	2,75
WL60	6,15	1,27	40,8	10,0	8,82	8,865	0,51

L = 10,0 mm.

(*) Calculado através da equação (2.1)

É considerada agora uma antena em microfita impressa numa placa TMM[®]10i, cujos parâmetros são: constante dielétrica $e_r = 9,80$, largura W = 31,9 mm, comprimento L= 10,6 mm e altura h = 1,27 mm, conforme mostrado na Fig. 4.11. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 1,8 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e o substrato possui uma largura d = 0,0 mm em cada lado do *patch*. Os resultados medidos são dados no gráfico da Fig. 4.12. Os resultados simulados são apresentados na Tabela 4.4 e comparados com os respectivos valores medidos. Também é observada uma boa concordância entre os valores medidos e simulados.



Figura 4.11 - Antena *patch* de microfita em substrato TMM[®] 10i com d = 0,0 mm.





Figura 4.12 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena patch de microfita retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9mm, L = 10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 0,0 mm.

Mada	e r	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOGO		(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	9,80	1,27	31,9	10,6	2,96	3,03	2,36
WL01	9,80	1,27	31,9	10,6	4,27	4,44	3,98
WL40	9,80	1,27	31,9	10,6	5,92	5,91	0,17
WL41	9,80	1,27	31,9	10,6	7,299*	7,40	1,38
WL02	9,80	1,27	31,9	10,6	8,69	8,75	0,69

Tabela 4.4 - Comparação entre valores medidos e simulados para

antena de microfita em placa TMM[®]10i ($e_r = 9,80$).

(*) Calculado através da equação (2.1)

4.5 – Conclusões

Neste capítulo, foi realizada a análise dos modos ressonantes em antenas tipo *patch* retangular, considerando as estruturas isotrópicas e com o substrato totalmente concentrado sob o *patch* metálico (estrutura pedestal). As antenas montadas para a realização das medições experimentais foram feitas com diferentes dimensões, em placas com substratos de diferentes constantes dielétricas e os resultados medidos foram comparados com os obtidos a partir de simulação numérica, através da aplicação da Técnica da Ressonância Transversa Modificada (MTRT), cuja formulação foi apresentada no inicio do capítulo.

Foi verificado o aparecimento dos modos ressonantes principais, bem como os oriundos do acoplamento entre dois dos modos existentes [12]. Além disso, foi observado também que os modos devido a dimensão W não possuem as suas componentes ímpares, devido a alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa dimensão. O descasamento de impedância entre a linha de alimentação e a antena pode gerar um modo ressonante devido à alimentação da antena. Além disso, este modo pode se acoplar com outro modo existente, determinado por uma das dimensões do *patch* (W ou L) gerando outra ressonância. A existência de dois ou mais modos muito próximos pode dar origem a uma degeneração, resultando, por exemplo, num deslocamento em freqüência do modo mais forte [27]. Em geral, os resultados simulados apresentam uma boa concordância

com os resultados experimentais, salvo os casos em que o modo considerado se apresenta degenerado pela proximidade com outro modo existente, ou que não haja uniformidade no comportamento do substrato. Como era de se esperar, houve um acréscimo nas freqüências dos modos ressonantes para as estruturas analisadas do tipo pedestal, com relação aos modos observados para as mesmas estruturas com substrato infinito, obtidos no Capítulo 3, conforme pode ser visto nas Tabelas 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8.

					Subst	rato Infinito	Estrutura Pedestal	
Modo	е.	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	f _r (GHz)	f _r (GHz)
	Und of	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	MTRT	Experimental
WL20	4,5	1,5	35,3	11,8	3,85	3,865	3,98	3,995
WL01	4,5	1,5	35,3	11,8	5,19	5,28	5,39	5,33
WL40	4,5	1,5	35,3	11,8	7,66	7,895	7,92	8,115

Tabela 4.5 – Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* de microfita retangular em fibra de vidro, com substrato infinito e pedestal.

Tabela 4.6 – Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* de microfita retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e W = 40,8 mm, L = 13,6 mm e h = 1,27 mm, com substrato infinito e pedestal.

					Subst	rato Infinito	Estrutura Pedestal		
Modo	e.	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	f _r (GHz)	f _r (GHz)	
	I	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	MTRT	Experimental	
WL20	6,15	1,27	40,8	13,6	2,89	2,964	2,94	3,05	
WL01	6,15	1,27	40,8	13,6	4,00	4,0825	4,13	4,1685	
WL40	6,15	1,27	40,8	13,6	5,78	5,877	5,80	6,105	
WL02	6,15	1,27	40,8	13,6	7,82	7,955	8,50	8,655	
WL60	6,15	1,27	40,8	13,6	8,67	8,59	8,82	9,01499	

Tabela 4.7 – Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* de microfita retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e W = 40,8 mm, L = 10,0 mm e h = 1,27 mm, com substrato infinito e pedestal.

					Subst	rato Infinito	Estrutura Pedestal		
Modo	e _r	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	f _r (GHz)	f _r (GHz)	
		(mm)	(mm)	(mm)	MIRI	Experimental	MIRI	Experimental	
WL20	6,15	1,27	40,8	10,0	2,89	2,91	2,94	2,99	
WL01	6,15	1,27	40,8	10,0	5,25	5,17	5,51	5,205	
WL40	6,15	1,27	40,8	10,0	5,78	5,70	5,80	6,02	
WL60	6,15	1,27	40,8	10,0	8,67	8,715	8,82	8,865	

Tabela 4.8. Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* de microfita retangular em placa TMM[®] 10i, com substrato infinito e pedestal.

					Subst	rato Infinito	Estrutura Pedestal		
Modo	e	h	W	L	fr (GHz)	fr (GHz)	fr (GHz)	fr (GHz)	
	-1	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	MTRT	Experimental	
WL20	9,80	1,27	31,9	10,0	2,89	3,00	2,96	3,03	
WL01	9,80	1,27	31,9	10,0	4,02	3,90	4,27	4,44	
WL40	9,80	1,27	31,9	10,0	5,76	5,75	5,92	5,91	
WL02	9,80	1,27	31,9	10,0	7,93	7,725	8,69	8,75	

Capítulo 5

Freqüências de Ressonância da Antena *Patch* Retangular com Substrato Truncado

5.1 – Geometria Considerada

Este capítulo apresenta a aplicação da MTRT no cálculo das freqüências de ressonância para uma antena tipo *patch* retangular com substrato truncado além do limite da microfita. Como o detalhamento da formulação já foi desenvolvido em [33], neste capítulo será apresentado apenas o circuito equivalente e a matriz admitância. A estrutura a ser considerada consiste em uma linha de microfita dentro de um guia de ondas, Fig. 5.1. Nesse caso será considerada a característica simétrica que a estrutura apresenta, conforme indicado na Fig. 4.2. Os resultados simulados foram obtidos utilizando a formulação da MTRT proposta no Capítulo 2, considerando os modos propagantes. São apresentados também resultados experimentais, sendo realizadas as devidas comparações.

5.2 – Circuito Equivalente

Considerando-se que a direção de propagação da onda se dá ao longo do eixo x, a partir da Fig. 5.2 se obtém o circuito equivalente da Fig. 5.3, onde cada fonte de tensão representa uma descontinuidade e cada admitância representa uma terminação. Para a resolução do circuito equivalente, faz-se necessário primeiro a determinação da matriz acoplamento **[A]**, cujos termos são dados por:



Figura 5.1. Geometria de microfita com truncamento dielétrico.



Figura 5.2. Geometria da estrutura de microfita truncada considerando sua simetria.



Figura 5.3. Circuito equivalente da microfita truncada para a MTRT.

109

$$A_{11,n} = -\coth\left(k_{x,n}d\right) \tag{5.1}$$

$$A_{12,n} = \frac{1}{\operatorname{senh}(k_{x,n}d)}$$
(5.2)

$$A_{21,n} = A_{12,n} \tag{5.3}$$

$$A_{22,n} = A_{11,n} \tag{5.4}$$

Desta forma, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} J_{2b} \\ J_{3a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a + E_b \\ E_c \end{bmatrix}$$
(5.5)

Conseqüentemente, a partir daí se obtém a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{1} \\ \\ \end{bmatrix}_{2} \\ \begin{bmatrix} J_{2} \\ \\ \end{bmatrix}_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11c}^{a} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_{11c}^{ab} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_{11c}^{ab} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_{12c}^{ac} \\ A_{11c}^{ba} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{a} \\ \begin{bmatrix} A_{11c}^{ba} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{b1c}^{b} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_{bc}^{bc} \\ A_{21ca}^{cb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{a} \\ \begin{bmatrix} E_{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{b} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{c} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5.6)

5.3 – Matriz Admitância

A matriz admitância possui suas sub-matrizes $[Y_a]e[Y_b]$ já definidas pelas equações (3.3) a (3.7) e (3.23) a (3.27), respectivamente. As demais são definidas por:

$$\begin{bmatrix} A_{11c}^{a} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left[\left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(5.7)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \\ \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \\ \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle\right] \quad (5.8)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle\right]$$
(5.9)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle\right] = \begin{bmatrix}\left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\\\left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\\\vdots\\\left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\end{bmatrix} \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle\right] (5.10)$$

$$\begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \rangle \end{bmatrix} A_{11} \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{z}^{a} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \rangle \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} | \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \rangle \end{bmatrix} \cdot A_{11} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \rangle & \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \rangle & \cdots & \langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} | \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \rangle \end{bmatrix}$$
(5.11)

$$\begin{bmatrix} A_{11c}^{ab} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{yn}^{a} \middle| f_{yn}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left| \left\langle f_{yn}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left| \left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{yn}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left| \left\langle f_{zn}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{zn}^{a} \middle| f_{zn}^{c} \right\rangle \right| A_{11} \left| \left\langle f_{yn}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left| \left\langle \mathbf{f}_{zn}^{a} \middle| f_{zn}^{c} \right\rangle \right| A_{11} \left| \left\langle f_{zn}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5.12)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle\right] (5.13)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \right] \quad (5.14)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle\right] \quad (5.15)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \right] \quad (5.16)$$

$$\begin{bmatrix} A_{12c}^{ac} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nc} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{12} \left\langle \left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{c} \right\rangle \right\rangle = \left\langle \left\langle \mathbf{f}_{y}^{a} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right\rangle A_{12} \left\langle \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \right\rangle \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right\rangle A_{12} \left\langle \left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{c} \right\rangle \right\rangle = \left\langle \left\langle \mathbf{f}_{z}^{a} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right\rangle A_{12} \left\langle \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.17)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{12}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{12} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,1}^{c} \right\rangle \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \right\rangle\right] (5.18)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{12}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{12} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{c} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \right\rangle\right] \quad (5.19)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{12} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{12} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \right\rangle \right]$$
(5.20)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.21)

$$\begin{bmatrix} A_{11c}^{ba} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{11} \left\langle \left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(5.22)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \right]$$
(5.23)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle\right] = \begin{bmatrix}\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \right\rangle \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle\right] \quad (5.24)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle \cdot \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \right] \quad (5.25)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \right] \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \right\rangle \\ (5.26)$$

$$\begin{bmatrix} A_{11c}^{b} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nb} \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{b} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right| A_{11} \left| \left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left| \left\langle \mathbf{f}_{y}^{b} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right| A_{11} \left| \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left| \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right| A_{11} \left| \left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left| \left\langle \mathbf{f}_{z}^{b} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right| A_{11} \left| \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5.27)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{11} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \right\rangle \cdot \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right]$$
(5.28)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle\right] \quad (5.29)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\right] A_{11}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{11} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle\right] (5.30)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \boldsymbol{h}_{11} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{A}_{11} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.31)
$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{h}_{y}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \boldsymbol{h}_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \boldsymbol{h}_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \boldsymbol{h}_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \boldsymbol{h}_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \boldsymbol{h}_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5.32)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{12} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,p}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{12} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \right\rangle \right] (5.33)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{12}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{12} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{c} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \right\rangle\right] \quad (5.34)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{12} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{12} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \right\rangle \right]$$
(5.35)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{e} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{e} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{b} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \mathbf{f}_{z,qb}^{b} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,2}^{c} \right\rangle \\ \cdot \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,2}^{c} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.36)
$$\begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{c} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \cdot \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \cdot \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \cdot \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5.37)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{21} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{21} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \right] (5.38)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{21}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{a} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{21} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{a} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{a} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qa}^{a} \right\rangle\right] \quad (5.39)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{21} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{a} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{21} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{a} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{a} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pa}^{a} \right\rangle \right]$$
(5.40)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{c} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z}^{a} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z,z}^{c} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \mathbf{f}_{z,z}^{c} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \mathbf{f}_{z,qc}^{c} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{a} \right\rangle \\ \left\langle f_{z,n}^{a} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{a} \right\rangle \\ \cdot \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \\ \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \\ \cdot \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \\ \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} + A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \\ \cdot \left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.41)
$$\begin{bmatrix} \left\langle A_{21cb}^{cb} \right\rangle \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nb} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{21} \begin{bmatrix} \left\langle f_{y,n}^{b} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{21} \begin{bmatrix} \left\langle f_{y,n}^{b} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{21} \begin{bmatrix} \left\langle f_{y,n}^{b} \middle| \mathbf{f}_{y}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5.42)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{F}_{y}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{21} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{F}_{y,1}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{y,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{y,pc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{21} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{F}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{F}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right] (5.43)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{21}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] \cdot A_{21} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,1}^{b} \right\rangle \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle \quad \cdots \quad \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle\right] \quad (5.44)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{21} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{b} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{21} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{b} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pb}^{b} \right\rangle \right]$$
(5.45)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} A_{12} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{b} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{12} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{b} \right\rangle & \cdots & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{b} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qb}^{b} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.46)

$$\begin{bmatrix} Y_{c} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{nc} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y}^{c} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} Y_{c,n} \left\langle \left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y}^{c} \right\rangle \right\rangle = \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{c} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} Y_{c,n} \left[\left\langle \mathbf{f}_{z,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{c} \middle| f_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} Y_{c,n} \left[\left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y}^{c} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{c} \middle| f_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} Y_{c,n} \left[\left\langle f_{z,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(5.47)

$$\begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y,n}^{c} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{c,n} \begin{bmatrix} \left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{y,1}^{c} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \mathbf{f}_{y,2}^{c} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \mathbf{f}_{y,pc}^{c} \middle| f_{y,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \mathbf{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y,2}^{c} \right\rangle & \cdots & \left\langle f_{y,n}^{d} \middle| \mathbf{f}_{y,pc}^{c} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.48)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle\right] Y_{c,n}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \right\rangle\right] \cdot Y_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \right\rangle\right]$$
(5.49)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{F}_{z}^{c} \left| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \right] \boldsymbol{Y}_{c,n} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \left| \boldsymbol{F}_{y}^{c} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{F}_{z,n}^{c} \left| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{z,2}^{c} \left| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{F}_{z,qc}^{c} \left| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \right\rangle \right] \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \left| \boldsymbol{F}_{y,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{d} \left| \boldsymbol{F}_{y,pc}^{c} \right\rangle \right] \right] (5.50)$$

$$\begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{c,n} \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_{c,n} \cdot \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle & \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{d} \right\rangle \end{bmatrix}$$
(5.51)

$$\begin{bmatrix} A_{22c}^{c} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{na} \begin{bmatrix} \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{c} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{22} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{y}^{c} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{y}^{c} \middle| f_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{22} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \right] \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_{z}^{c} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{22} \left[\left\langle f_{y,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \right] & \left[\left\langle \mathbf{f}_{z}^{c} \middle| f_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{22} \left[\left\langle f_{z,n}^{c} \middle| \mathbf{f}_{z}^{c} \right\rangle \right] \end{bmatrix}$$
(5.52)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] A_{22} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y}^{c} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{22} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \right\rangle \right]$$
(5.53)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\right] A_{22}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle\right] = \begin{bmatrix}\left\langle \boldsymbol{f}_{y,1}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\\\left\langle \boldsymbol{f}_{y,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\\\vdots\\\left\langle \boldsymbol{f}_{y,pc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \right\rangle\end{bmatrix} \cdot A_{22} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \right\rangle\right] (5.54)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{22} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle \right] = \begin{bmatrix} \left\langle \boldsymbol{f}_{z,1}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \end{bmatrix} \cdot A_{22} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,2}^{c} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{y,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \right\rangle \right] (5.55)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] A_{22} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z}^{c} \right\rangle \right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot A_{22} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \\ \vdots \\ \left\langle \boldsymbol{f}_{z,qc}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \right] \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \middle| \boldsymbol{f}_{z,n}^{c} \right\rangle \right] \right]$$
(5.56)

para as quais, na(b)(c) é o número de funções de base na região a(b)(c); pa(b)(c) é o número de funções de teste na região a(b)(c), componente y; qa(b)(c) é o número de funções de teste na região a(b)(c), componente z.
5.4 – Resultados Numéricos e Experimentais

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos e experimentais obtidos para os modos ressonantes de antenas de microfita com *patch* retangular e substrato do tipo truncado, ou seja, com dimensão que vai além dos limites do *patch* metálico, sem ser considerado infinito (Fig. 5.4).

A partir do modelo para o cálculo da freqüência de ressonância proposto na Seção 2.2, foram realizadas simulações e medições para se obter as freqüências de ressonância de uma antena *patch* retangular com substrato truncado.

Nas simulações realizadas, a geometria considerada foi a da Fig. 5.4, onde o plano de simetria (x = 0), pode ser uma parede elétrica (para os modos ímpares) ou uma parede magnética (para os modos pares). Foram consideradas duas microfitas, uma com largura W e outra com largura L, cada uma representando uma dimensão do *patch* retangular e os resultados foram obtidos através de um programa computacional, implementado em FORTRAN para computadores pessoais. Desta forma foram encontrados os modos ressonantes correspondentes a cada dimensão, aplicando-se a equação (2.1). O plano condutor superior é localizado a uma altura tal que o seu efeito, sobre o campo eletromagnético específico da microfita, possa ser desconsiderado. Em geral, foram utilizadas três funções de teste por componente nas regiões a, $b \in c$ (direções $y \in z$), 40 funções de base e a altura do plano superior aproximadamente 15 mm.

Na parte experimental foram confeccionadas antenas com dimensões e substratos com constantes dielétricas diferentes. Os detalhes acerca do sistema de medição são descritos no Apêndice A.



Figura 5.4 - Geometria da microfita aberta com substrato truncado.

Os parâmetros considerados para a antena com substrato de fibra de vidro, com constante dielétrica $\mathbf{e}_r = 4,5$, são dados na Fig. 5.5. Suas dimensões são: W = 35,3 mm, L = 11,8 mm e h = 1,5 mm. Sua alimentação é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e foram realizadas medições para três larguras de substrato em cada lado do *patch:* d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm. A faixa de freqüências utilizada foi de 0,1 GHz a 10 GHz. Os resultados medidos são reunidos nos gráficos das Figs. 5.6, 5.7 e 5.8, para d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm, respectivamente, nas quais observa-se a presença dos três modos ressonantes principais (modos WL20, WL40 e WL01). Vale ressaltar que devido à alimentação da antena ser feita no centro da dimensão W, os modos ímpares, correspondentes a essa dimensão (simetria elétrica), deixam de existir. As Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 mostram o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas. Como era de se esperar, houve um aumento de freqüência com a diminuição da largura d do substrato que excede os limites do *patch*; isto ocorreu devido à diminuição da constante dielétrica efetiva, com a redução da largura do substrato dielétrico. Os resultados apresentaram boa concordância.



Figura 5.5 - Antena *patch* de microfita retangular, em substrato truncado de fibra de vidro, utilizada na etapa experimental.



Freqüência (GHz)

Figura 5.6 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* de microfita retangular em substrato truncado, de fibra de vidro, com $e_r = 4,5$, W = 35,3 mm, L = 11,8 mm, h = 1,50 mm e d = 20,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 5.7 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato truncado, com fibra de vidro, e $e_r = 4,5$, W = 35,3 mm, L = 11,8 mm, h = 1,50 mm e d = 10,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 5.8 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato truncado, com fibra de vidro, e $e_r = 4,5$, W = 35,3 mm, L = 11,8 mm, h = 1,50 mm e d = 5,0 mm.

Modo		h	W	L	$f_r\left(GHz\right)$	fr (GHz)	Erro
	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	4,5	1,5	35,3	11,8	3,85	3,875	0,65
WL01	4,5	1,5	35,3	11,8	5,20	5,285	1,64
WL21	4,5	1,5	35,3	11,8	6,47*	6,80	5,10
WL40	4,5	1,5	35,3	11,8	7,64	7,92	3,66

Tabela 5.1 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro e d = 20,0 mm.

Tabela 5.2 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro e d = 10,0 mm.

Modo e r		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
	e _r	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	4,5	1,5	35,3	11,8	3,85	3,91	1,56
WL01	4,5	1,5	35,3	11,8	5,21	5,215	0,10
WL21	4,5	1,5	35,3	11,8	6,48*	6,65	2,62
WL40	4,5	1,5	35,3	11,8	7,75	7,885	1,74

(*) Calculado através da equação (2.1)

Tabela 5.3 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato de fibra de vidro e d = 5,0 mm.

Modo		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	4,5	1,5	35,3	11,8	3,90	3,94	1,02
WL01	4,5	1,5	35,3	11,8	5,40	5,285	2,13
WL21	4,5	1,5	35,3	11,8	6,66*	6,80	2,10
WL40	4,5	1,5	35,3	11,8	7,90	8,015	1,46

Considera-se agora uma antena em microfita impressa num substrato RT/Duroid 3006, cujos parâmetros são: constante dielétrica $e_r = 6,15$, largura W = 40,8 mm, comprimento L = 13,6 mm e altura h = 1,27 mm, com a geometria ilustrada na Fig. 5.9. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e foram realizadas medições para três larguras de substrato em cada lado do *patch*: d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm. A faixa de freqüências utilizada foi de 0,1 GHz a 10 GHz. Os resultados medidos são reunidos nos gráficos das Figs. 5.10, 5.11 e 5.12, para d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm, respectivamente. Uma comparação entre os resultados simulados e os respectivos valores medidos pode ser feita com auxílio das Tabelas 5.4, 5.5 e 5.6. Verifica-se uma boa concordância entre estes valores. O erro apresentado pelo modo WL21 pode ser ocasionado pela degeneração apresentada pelo valor medido do mesmo. O modo WL22, para d = 5.0 mm também apresenta um erro maior devido à sua proximidade com o modo WL02, ocasionando uma degeneração no valor medido. Os demais modos que aparecem entre os valores medidos são atribuídos a modos superiores ou mesmo a possíveis combinações de outros modos existentes. É importante observar que em todas as medições, apareceu um modo em torno de 6,0 GHz devido à linha de alimentação da antena, provocado pelo descasamento de impedância da estrutura. Mais uma vez convém ressaltar que os modos devido a dimensão W não possuem as suas componentes ímpares, devido à alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa dimensão.



Figura 5.9 - Antena *patch* de microfita em substrato RT/Duroid 3006 utilizada na etapa experimental.



Freqüência (GHz)

Figura 5.10 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 13,6 mm, h = 1,27 mm e d = 20,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 5.11 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 13,6 mm, h = 1,27 mm e d = 10,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 5.12 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 13,6 mm, h = 1,27 mm e d = 5,0 mm.

Mada		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
Modo	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	13,6	2,90	2,97	2,41
WL01	6,15	1,27	40,8	13,6	4,03	4,10	1,74
WL21	6,15	1,27	40,8	13,6	4,97*	5,30	6,60
WL40	6,15	1,27	40,8	13,6	5,77	5,885	1,99
WL41	6,15	1,27	40,8	13,6	7,04*	7,37	3,84
WL22	6,15	1,27	40,8	13,6	8,38*	8,07	2,42
WL60	6,15	1,27	40,8	13,6	8,67	8,68	0,12
WL61	6,15	1,27	40,8	13,6	9,56*	9,8	2,51
WL02	6,15	1,27	40,8	13,6	7,86	7.955	1,21

Tabela 5.4 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006, com d = 20,0 mm.

Tabela 5.5 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006, com d = 10,0 mm.

Modo	•	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOUO	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	13,6	2,90	2,995	3,28
WL01	6,15	1,27	40,8	13,6	4,10	4,085	0,37
WL21	6,15	1,27	40,8	13,6	5,022*	5,30	5,53
WL40	6,15	1,27	40,8	13,6	5,79	5,855	1,12
WL41	6,15	1,27	40,8	13,6	7,095*	7,355	3,66
WL02	6,15	1,27	40,8	13,6	7,90	7,97	0,89
WL22	6,15	1,27	40,8	13,6	8,41*	8,088	3,83
WL60	6,15	1,27	40,8	13,6	8,70	8,62	0,92
WL61	6,15	1,27	40,8	13,6	9,62*	10,0	3.95

Mada		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
Mouo	e _r	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL22	6,15	1,27	40,8	13,6	8,61**	8,10**	5,92
WL61	6,15	1,27	40,8	13,6	9,545*		
WL20	6,15	1,27	40,8	13,6	2,95	3,02	2,37
WL01	6,15	1,27	40,8	13,6	4,14	4,125	0,36
WL21	6,15	1,27	40,8	13,6	5,08*	5,30	4,85
WL40	6,15	1,27	40,8	13,6	5,80	5,9025	1,77
WL41	6,15	1,27	40,8	13,6	7,15*	7,395	3,43
WL02	6,15	1,27	40,8	13,6	8,09	8,005	1,05
WL60	6,15	1,27	40,8	13,6	8,73	8,635	1,09

Tabela 5.6 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006, com d = 5,0 mm.

(**) O modo WL22 está muito próximo do modo WL60

É considerada agora uma antena em microfita impressa numa placa RT/Duroid 3006, cujos parâmetros são: constante dielétrica $e_r = 6,15$, largura W = 40,8 mm, comprimento L = 10,0 mm e altura h = 1,27 mm, conforme a Fig. 5.13. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 2,7 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e foram realizadas medições para três larguras de substrato em cada lado do *patch*: d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm. Os resultados medidos são reunidos nos gráficos das Figs. 5.14, 5.15 e 5.16, para d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm, respectivamente. Os resultados simulados são dados nas Tabelas 5.7, 5.8 e 5.9 e comparados com os respectivos valores medidos. Observa-se que com a redução do comprimento L, com relação ao *patch* da Fig. 5.9, alguns modos existentes nas Figs. 5.10, 5.11 e 5.12 deixam de existir nas Figs. 5.14, 5.15 e 5.16. Isto pode ser explicado pela menor influência que a dimensão L passa a ter nos modos ressonantes da antena (W >> L), gerando menor número de modos de ordem superior e modos oriundos de combinações de outros modos existentes. Também é observada uma concordância boa entre os valores medidos e simulados. É importante observar que, em todas as medições, apareceu um modo em torno



Figura 5.13 - Antena *patch* em substrato RT/Duroid 3006 com L = 10,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 5.14 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 10,0 mm, h = 1,27 mm e d = 20,0 mm.



Figura 5.15 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 10,0 mm, h = 1,27 mm e d = 10,0 mm.



Figura 5.16 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato RT/Duroid 3006, com $e_r = 6,15$, W = 40,8 mm, L = 10,0 mm, h = 1,27 mm e d = 5,0 mm.

de 6,0 GHz devido à linha de alimentação da antena, provocado pelo descasamento de impedância da estrutura. O erro maior para os modos WL41 é devido à degeneração apresentada no valor medido para essa ressonância, como pode ser observado nas Figs. 5.14, 5.15 e 5.16.

Tabela 5.7 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e L =

		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOGO	e _r	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	10,0	2,90	2,88	0,69
WL01	6,15	1,27	40,8	10,0	5,26	5,17	1,71
WL40	6,15	1,27	40,8	10,0	5,77	5,92	2,60
WL41	6,15	1,27	40,8	10,0	7,81*	7,475	4,29
WL60	6,15	1,27	40,8	10,0	8,67	8,715	0,52

10,0 mm e d = 20,0 mm.

(*) Calculado através da equação (2.1)

Tabela 5.8 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e L =

Modo	•	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOUU	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	10,0	2,90	2,92	0,69
WL01	6,15	1,27	40,8	10,0	5,30	5,155	2,74
WL40	6,15	1,27	40,8	10,0	5,79	5,925	2,33
WL41	6,15	1,27	40,8	10,0	7,85*	8,10	3,18
WL60	6,15	1,27	40,8	10,0	8,70	8,73	0,35

10,0 mm e d = 10,0 mm.

Tabela 5.9 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e L =

Mada		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOGO	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	40,8	10,0	2,95	2,955	0,02
WL01	6,15	1,27	40,8	10,0	5,46	5,155	5,58
WL40	6,15	1,27	40,8	10,0	5,80	5,93	2,24
WL41	6,15	1,27	40,8	10,0	7,97 [*]	8,00	0,04
WL60	6,15	1,27	40,8	10,0	8,73	8,715	0,17

10,0 mm e d = 5,0 mm.

É considerada agora uma antena em microfita impressa num substrato TMM[®]10i, cujos parâmetros são: constante dielétrica $e_r = 9,80$, largura W = 31,9 mm, comprimento L= 10,6 mm e altura h = 1,27 mm, conforme mostrado na Fig. 5.17. Sua alimentação também é feita por uma linha de microfita com 1,8 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e foram realizadas medições para três larguras de substrato em cada lado do *patch*: d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm. Os resultados medidos são reunidos nos gráficos das Figs. 5.18, 5.19 e 5.20, para d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm, respectivamente. Os resultados simulados são apresentados nas Tabelas 5.10, 5.11 e 5.12 e comparados com os respectivos valores medidos. Também é observada uma boa concordância entre os valores medidos e simulados. O modo WL01 apresenta um erro maior devido a degeneração sofrida pela aproximação com outros modos, como pode ser observado nas Figs. 5.18, 5.19 e 5.20 [27].



Figura 5.17 - Antena *patch* em substrato $\text{TMM}^{\mathbb{R}}$ 10i.



Freqüência (GHz)

Figura 5.18 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9 mm, L = 10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 20,0 mm.



Freqüência (GHz)

Figura 5.19 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9 mm, L = 10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 10,0 mm.



Figura 5.20 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena *patch* retangular em substrato TMM[®]10i, com $e_r = 9,80$, W = 31,9 mm, L = 10,6 mm, h = 1,27 mm e d = 5,0 mm.

Mada		h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
WIOdo	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	31,9	10,6	2,91	3,01	3,44
WL01	6,15	1,27	31,9	10,6	4,02	3,87	3,73
WL21	6,15	1,27	31,9	10,6	4,96*	5,00	0,81
WL40	6,15	1,27	31,9	10,6	5,75	5,755	0,09
WL02	6,15	1,27	31,9	10,6	7,93	7,73	2,52
WL22	6,15	1,27	31,9	10,6	8,45*	8,22	2,72
WL60	6,15	1,27	31,9	10,6	8,63	8,50	1,51
WL42	6,15	1,27	31,9	10,6	9,80*	9,73	0,71

Tabela 5.10 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato TMM[®]10i, para d = 20,0 mm.

Tabela 5.11 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato TMM[®]10i, para d = 10,0 mm.

Modo	•	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOUO	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	31,9	10,6	2,91	3,015	3,61
WL01	6,15	1,27	31,9	10,6	4,11	3,90	5,11
WL21	6,15	1,27	31,9	10,6	5,04*	5,00	0,79
WL40	6,15	1,27	31,9	10,6	5,86	5,76	1,71
WL02	6,15	1,27	31,9	10,6	7,98	7,73	3,13
WL60	6,15	1,27	31,9	10,6	8,70	8,495	2,36
WL22	6,15	1,27	31,9	10,6	8,49*	8,495	0,06
WL42	6,15	1,27	31,9	10,6	9,90*	9,73	1,72

Mada	•	h	W	L	f _r (GHz)	f _r (GHz)	Erro
MOUO	er	(mm)	(mm)	(mm)	MTRT	Experimental	(%)
WL20	6,15	1,27	31,9	10,6	2,95	3,06	3,73
WL01	6,15	1,27	31,9	10,6	4,23	4,275	1,06
WL21	6,15	1,27	31,9	10,6	5,16*	5,22	1,16
WL40	6,15	1,27	31,9	10,6	5,92	5,745	2,96
WL02	6,15	1,27	31,9	10,6	7,99	7,735	3,19
WL22	6,15	1,27	31,9	10,6	8,52*	8,495	0,29
WL60	6,15	1,27	31,9	10,6	8,75	8,635	1,31
WL42	6,15	1,27	31,9	10,6	9,94*	9,745	1,96

Tabela 5.12 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena de microfita em substrato TMM[®]10i, para d = 5,0 mm.

5.5 – Conclusões

Neste capítulo foi realizada a análise dos modos ressonantes em antenas tipo *patch* retangular, considerando as estruturas isotrópicas e com o substrato do tipo truncado, ou seja, com dimensão que vai além dos limites do *patch* metálico, sem ser considerado infinito. As antenas montadas para a realização das medidas experimentais foram feitas com diferentes dimensões, em placas com substratos de diferentes constantes dielétricas, e os resultados medidos foram comparados com os obtidos a partir de simulação numérica, através da aplicação da Técnica da Ressonância Transversa Modificada (MTRT), cuja formulação foi apresentada no inicio do capítulo.

Foi verificado o aparecimento dos modos ressonantes principais, bem como os oriundos do acoplamento entre dois dos modos existentes [12]. Além disso, foi observado também que os modos devido a dimensão *W* não possuem as suas componentes ímpares, devido à alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa

dimensão. O descasamento de impedância entre a linha de alimentação e a antena pode gerar um modo ressonante devido à alimentação da antena. Além disso, este modo pode se acoplar com outro modo existente, determinado por uma das dimensões do *patch* (*W* ou *L*) gerando outra ressonância. A existência de dois ou mais modos muito próximos pode originar uma degeneração, resultando, por exemplo, num deslocamento em freqüência do modo mais forte [27]. Em geral, os resultados simulados apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais, salvo os casos em que o modo considerado se apresenta degenerado pela proximidade com outro modo existente, ou que não haja uniformidade no comportamento do substrato. Como era de se esperar, houve um acréscimo nas freqüências dos modos ressonantes com a diminuição da largura do substrato das antenas ana lisadas. Isso ocorreu devido a diminuição da constante dielétrica efetiva da estrutura. As Tabelas 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16 mostram um comparativo dos modos ressonantes principais encontrados para as antenas com substrato truncado (analisados nesse capítulo), com relação aos encontrados para antenas com substrato infinito e pedestal nos Capítulos 3 e 4, respectivamente.

Tabela 5.13 - Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* retangular em fibra de vidro ($e_r = 4,5$, h = 1,5 mm, W = 35,3 mm e L = 11,8 mm), com substratos infinito, truncado e pedestal.

	Substrato Infinito			l	Estrutura Pedestal					
	d®¥		d = 20,0 mm		d = 10,0 mm		d = 5,0 mm		d = 0,0 mm	
Modo	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r
	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)
	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.
WL20	3,85	3,865	3,85	3,875	3,85	3,91	3,90	3,94	3,98	3,995
WL01	5,19	5,28	5,20	5,285	5,21	5,215	5,40	5,285	5,39	5,33
WL40	7,66	7,895	7,64	7,92	7,75	7,885	7,90	8,015	7,92	8,115

147

Tabela 5.14 - Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e W = 40,8 mm, L = 13,6 mm e h = 1,27 mm, com substratos infinito, truncado e pedestal.

	Substrato Infinito				Estrutura Pedestal					
	d ® ¥		d = 20,0 mm		d = 10,0 mm		d = 5,0 mm		d = 0,0 mm	
Modo	f _r (GHz) MTRT	fr (GHz) Exp.	f _r (GHz) MTRT	f _r (GHz) Exp.						
WL20	2,89	2,964	2,90	2,97	2,90	2,995	2,95	3,02	2,94	3,05
WL01	4,00	4,0825	4,03	4,10	4,10	4,085	4,14	4,125	4,13	4,1685
WL40	5,78	5,877	5,77	5,885	5,79	5,855	5,80	5,9025	5,80	6,105
WL02	7,82	7,955	7,86	7.955	7,90	7,97	8,09	8,005	8,37	8,01
WL60	8,67	8,59	8,67	8,68	8,70	8,62	8,73	8,635	8,82	9,01499

Tabela 5.15 - Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* retangular em placa RT/Duroid 3006 ($e_r = 6,15$) e W = 40,8 mm, L = 10,0 mm e h = 1,27

	Substrato Infinito				Estrutura Pedestal					
	d ®¥		d = 20,0 mm		d = 10,0 mm		d = 5,0 mm		d = 0,0 mm	
Modo	f _r (GHz) MTRT	f _r (GHz) Exp.								
WL20	2,89	2,91	2,90	2,88	2,90	2,92	2,95	2,955	2,94	2,99
WL01	5,25	5,17	5,26	5,17	5,30	5,155	5,46	5,155	5,51	5,205
WL40	5,78	5,70	5,77	5,92	5,79	5,925	5,80	5,93	5,80	6,02
WL60	8,67	8,715	8,67	8,715	8,70	8,73	8,73	8,715	8,82	8,865

mm, com substratos infinito, truncado e pedestal.

Tabela 5.16 - Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* retangular em placa TMM[®]10i ($e_r = 9,8$) e W = 31,9 mm, L = 10,6 mm e h = 1,27 mm, com substratos infinito, truncado e pedestal.

	Substrato Infinito				Estrutura Pedestal					
d ®¥		d = 20,0 mm		d = 10,0 mm		d = 5,0 mm		d = 0,0 mm		
Modo	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r
	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)
	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.
WL20	2,89	3,00	2,91	3,01	2,91	3,015	2,95	3,06	2,96	3,03
WL01	4,02	3,90	4,02	3,87	4,11	3,90	4,23	4,275	4,27	4,44
WL40	5,76	5,75	5,75	5,755	5,86	5,76	5,92	5,745	5,92	5,91
WL02	7,93	7,725	7,93	7,73	7,98	7,73	7,99	7,735	8,69	8,75

Capítulo 6

Freqüências de Ressonância da Antena *Patch* Retangular com Substrato Anisotrópico

6.1 – Geometria Considerada

Este capítulo apresenta a aplicação da TRT no cálculo das freqüências de ressonância para uma antena tipo *patch* retangular com substrato anisotrópico. Neste caso, a ressonância tem que ser considerada na direção do eixo óptico da estrutura (TRT convencional), pois se fosse aplicada a MTRT (ressonância na direção transversal ao eixo óptico), o sistema ficaria indeterminado, ou seja, sem solução. Como o detalhamento da formulação é desenvolvido em [33], neste capítulo será apresentado apenas o circuito equivalente e a matriz admitância. A estrutura a ser considerada consiste em uma linha de microfita dentro de um guia de ondas, Fig. 6.1, onde as paredes laterais dessa estrutura são magnéticas. Os resultados simulados foram obtidos utilizando a formulação da TRT, considerando OS modos propagantes. Além disso, são apresentados resultados experimentais, sendo realizadas as devidas comparações.

6.2 – Circuito Equivalente

Considerando-se que a direção de propagação da onda se dá ao longo do eixo *y*, a partir da Fig. 6.1 se obtém o circuito equivalente da Fig. 6.2, onde a fonte de corrente representa uma descontinuidade e cada admitância representa uma terminação. Desta forma, obtém-se:



Figura 6.1 - Geometria de microfita sobre substrato anisotrópico.



Figura 6.2 - Circuito equivalente da microfita sobre substrato anisotrópico.

153

$$Y_{eq} = Y_a + Y_b \tag{6.1}$$

$$J_e = J_a + J_b \tag{6.2}$$

$$\vec{J}_{e} = Y_{a}E + Y_{b}E = (Y_{a} + Y_{b})\vec{E}$$
 (6.3)

Do mesmo modo, tem-se que:

$$\vec{E} = \left(Y_a + Y_b\right)^{-1} \vec{J}_e \tag{6.4}$$

Conseqüentemente, a partir daí se obtém a seguinte expressão:

$$[E] = \left[\frac{1}{Y_a + Y_b}\right] \cdot [J] \tag{6.5}$$

6.3 – Matriz Admitância

Como sobre a fita o campo elétrico tangencial é nulo $(\vec{E}_t = 0)$, então tem-se que:

$$\vec{E} = \left\langle \boldsymbol{f} \middle| f_n \right\rangle \left(Y_a + Y_b \right)^{-1} \left\langle f_n \middle| \boldsymbol{f} \right\rangle = 0$$
(6.6)

É importante ressaltar que a igualdade descrita em (6.6) é válida apenas sobre o *patch* metálico.

As funções de teste devem descrever as condições limites da densidade de corrente na superfície da descontinuidade.

A matriz admitância possui suas sub-matrizes definidas por:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Y_a + Y_b} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{n} \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_x \middle| f_{x,n} \right\rangle \right] \frac{1}{Y_a + Y_b} \begin{bmatrix} \left\langle f_{x,n} \middle| \mathbf{f}_x \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_x \middle| f_{x,n} \right\rangle \right] \frac{1}{Y_a + Y_b} \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n} \middle| \mathbf{f}_z \right\rangle \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left\langle \mathbf{f}_z \middle| f_{z,n} \right\rangle \right] \frac{1}{Y_a + Y_b} \begin{bmatrix} \left\langle f_{x,n} \middle| \mathbf{f}_x \right\rangle \end{bmatrix} \quad \left[\left\langle \mathbf{f}_z \middle| f_{z,n} \right\rangle \right] \frac{1}{Y_a + Y_b} \begin{bmatrix} \left\langle f_{z,n} \middle| \mathbf{f}_z \right\rangle \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(6.7)

sendo,

$$\begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{x,l} | \boldsymbol{f}_{x,n} \rangle \end{bmatrix} \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{x,l} | \boldsymbol{f}_{x,n} \rangle \\ \langle \boldsymbol{f}_{x,2} | \boldsymbol{f}_{x,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{x,p} | \boldsymbol{f}_{x,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{x,n} | \boldsymbol{f}_{x,2} \rangle \cdots \langle \boldsymbol{f}_{x,n} | \boldsymbol{f}_{x,p} \rangle \end{bmatrix} (6.8)$$

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{x}\left|\boldsymbol{f}_{x,n}\right\rangle\right]\frac{1}{Y_{a}+Y_{b}}\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}\left|\boldsymbol{f}_{z}\right\rangle\right]=\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{x,1}\left|\boldsymbol{f}_{x,n}\right\rangle\right]\\ \left\langle \boldsymbol{f}_{x,2}\left|\boldsymbol{f}_{x,n}\right\rangle\right]\\ \vdots\\ \left\langle \boldsymbol{f}_{x,p}\left|\boldsymbol{f}_{x,n}\right\rangle\right]\cdot\frac{1}{Y_{a}+Y_{b}}\cdot\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}\left|\boldsymbol{f}_{z,1}\right\rangle\right\rangle\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}\left|\boldsymbol{f}_{z,2}\right\rangle\cdots\left\langle \boldsymbol{f}_{z,n}\left|\boldsymbol{f}_{z,q}\right\rangle\right]\right]$$
(6.9)

$$\left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z} \left| \boldsymbol{f}_{z} \right\rangle\right] \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{x,n} \right| \boldsymbol{f}_{x} \right\rangle\right] = \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{z,1} \left| \boldsymbol{f}_{z,n} \right\rangle\right] \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \left[\left\langle \boldsymbol{f}_{x,n} \right| \boldsymbol{f}_{x,1} \right\rangle \left\langle \boldsymbol{f}_{x} \left| \boldsymbol{f}_{x,2} \right\rangle \cdots \left\langle \boldsymbol{f}_{x,n} \right| \boldsymbol{f}_{x,p} \right\rangle\right] (6.10)$$

$$\begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,q} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,q} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,q} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{Y_{a} + Y_{b}} \cdot \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \langle \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \\ \vdots \\ \langle \boldsymbol{f}_{z,n} | \boldsymbol{f}_{z,n} \rangle \end{bmatrix}$$

para as quais, n é o número de funções de base; p é o número de funções de teste, componente x; q é o número de funções de teste, componente z.

6.4 – Resultados Numéricos e Experimentais

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos e experimentais obtidos para os modos ressonantes de antenas tipo *patch* quadrado e retangular, com substrato anisotrópico, Fig. 6.1. Inicialmente a largura do substrato é tal que ela pode ser considerada infinita. A partir de então ela será reduzida até o limite em que a estrutura se torna pedestal, ou seja, o substrato fica completamente concentrado sob o *patch* metálico.

A partir do modelo para o cálculo da freqüência de ressonância proposto na Seção 2.2, foram realizadas simulações e medições para se obter as freqüências de ressonância das antenas estudadas.

Nas simulações realizadas, a geometria considerada foi a da Fig. 6.1, onde as paredes laterais do guia de ondas são consideradas magnéticas. Foram consideradas duas microfitas, uma com largura W e outra com largura L, cada uma representando uma dimensão do *patch* (para a antena quadrada, W = L) e os resultados foram obtidos através de um programa computacional, implementado em FORTRAN para computadores pessoais. Desta forma foram encontrados os modos ressonantes correspondentes a cada dimensão, aplicando-se a equação (2.1). A parte superior da estrutura foi considerada aberta e o plano inferior foi considerado metálico. Em geral, foram utilizadas três funções de teste nas direções x e z e 40 funções de base de modo a se obter uma boa convergência. É importante ressaltar que o programa elaborado para o cálculo dos modos ressonantes considerando a anisotropia, foi utilizado apenas para a estrutura com substrato de largura infinita, já que para estruturas com substrato truncado, ou mesmo pedestal, a TRT não pode ser aplicada devido a existência de uma região não homogênea que deixa o sistema de equações deduzidas sem solução. Para esses casos (e também para o caso do substrato de dimensão infinita), as simulações foram realizadas através dos programas elaborados para substrato infinito, pedestal e truncado, respectivamente, utilizados nos capítulos anteriores para estruturas com substrato isotrópico. Dessa forma, faz-se necessário a conversão da
estrutura com substratos anisotrópicos em outras estruturas equivalentes, com substrato isotrópico. Diversos autores têm proposto modelos que permitem essa conversão [34-36]. Tal alternativa tem-se tornado atrativa para análise em baixas freqüências, principalmente devido à simplicidade computacional dos modelos propostos. Em todos esses modelos, buscam-se as dimensões de uma estrutura equivalente, com substrato isotrópico, de forma a manter a capacitância distribuída com os mesmos valores da estrutura original. Isso pode ser obtido através da alteração da geometria, sugerida em [34], onde o substrato anisotrópico é substituído por um substrato isotrópico equivalente, com permissividade e altura equivalentes (\mathbf{e}_{req} e h_{eq} , respectivamente) dadas por:

$$\boldsymbol{e}_{req} = \sqrt{\boldsymbol{e}_{xx}\boldsymbol{e}_{yy}} \tag{6.12}$$

$$h_{eq} = h \sqrt{\frac{\boldsymbol{e}_{xx}}{\boldsymbol{e}_{yy}}} \tag{6.13}$$

Neste caso, as dimensões equivalentes do patch quadrado são:

$$W_{eq} = L_{eq} = W \tag{6.14}$$

Na parte experimental foram confeccionadas duas antenas: uma tipo *patch* quadrado e outra tipo *patch* retangular, ambas com substrato Epsilam-10. Os detalhes acerca do sistema de medição são descritos no Apêndice A.

O substrato anisotrópico foi considerado sem perdas, com eixo óptico orientado na direção perpendicular ao plano terra [37–41]. O tensor permissividade do material pode ser escrito na forma:

$$= \mathbf{e}_{0} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{e}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{e}_{zz} \end{bmatrix}$$
 (6.15)

Para a formulação utilizada no presente trabalho, os elementos diagonais e_{xx} e e_{zz} possuem o mesmo valor, enquanto e_{yy} é máximo, indicando a orientação do eixo óptico.

Os parâmetros considerados para a antena tipo *patch* quadrado, de constante dielétrica $\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13$ (Epsilam-10), são dados na Fig. 6.3. Suas dimensões são: W = 22,2 mm, L = 22,2 mm e h = 0,635 mm. Os valores para a estrutura isotrópica equivalente são: $\mathbf{e}_{eq} = 11,572$, $h_{eq} = 0,5625$ mm e $W_{eq} = 22,2$ mm. A alimentação é feita por uma linha de microfita com 1,0 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e as medições foram inicialmente realizadas para uma largura de substrato d = 26,0 mm. A faixa de freqüências utilizada foi de 1,0 GHz a 13 GHz.

Os resultados medidos são reunidos no gráfico da Fig. 6.4, nos quais observa-se a presença dos modos ressonantes principais (modos WL20, WL40 e WL01). Vale ressaltar que devido à alimentação da antena ser feita no centro da dimensão *W*, os modos ímpares correspondentes a essa dimensão (simetria elétrica) deixam de existir. A Tabela 6.1 mostra o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas, utilizando o programa que aplica a TRT (estrutura com anisotropia) e o que aplica a MTRT (modelo isotrópico equivalente). Os resultados apresentaram boa concordância.

É importante observar que devido ao descasamento de impedância entre o conector (50 Ω), linha de alimentação (36,27 Ω , calculado com o programa AppCAD, [26]) e antena, é excitado um modo devido à alimentação, em torno de 4,4 GHz. Esse modo está sendo mascarado pelo modo WL21, porém produzindo um acoplamento com o modo WL01 e gerando uma ressonância em torno de 5,01 GHz. Observa-se que nas outras medições esse modo sempre irá aparecer, contudo, ele também pode estar sendo mascarando pelo modo WL22, gerando, conseqüentemente, um erro alto. Os demais modos podem ser atribuídos a modos de ordem superior ou a um provável acoplamento de outros modos existentes.



Figura 6.3 - Antena *patch* quadrado de microfita sobre substrato anisotrópico (Epsilam-10), utilizada na etapa experimental.





Figura 6.4 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{z} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 26,0 mm.

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) TRT Anisotrópico	fr (GHz) Experimental	Erro MTRT (%)	Erro TRT (%)
WL01	0,635	22,2	22,2	1,95	2,07	2,05	5,13	0,97
WL20=WL02	0,635	22,2	22,2	3,88	3,86	3,88	0,00	0,52
WL21	0,635	22,2	22,2	4,34	4.38	4,515	4,03	3,08
WL03	0,635	22,2	22,2	5,90	6,11	6,24	5,76	2,13
WL23	0,635	22,2	22,2	7,00	7,23	7,07	1,00	2,21
WL40=WL04	0,635	22,2	22,2	7,76	7,70	7,90	1,80	2,60
WL41	0,635	22,2	22,2	8,001	7,97	8,145	1,80	2,19
WL42=WL24	0,635	22,2	22,2	8,68	8,61	8,30	4,38	3,60
WL05	0,635	22,2	22,2	9,70	9,88	9,675	0,26	2,07
WL43	0,635	22,2	22,2	9,75	9,83	10,11	3,69	2,85
WL25	0,635	22,2	22,2	10,45	10,61	10,37	0,77	2,26
WL44	0,635	22,2	22,2	10,97	10,89	11,00	0,27	1,01
WL60=WL06	0,635	22,2	22,2	11,60	11,60	11,80	1,72	1,72
WL62	0,635	22,2	22,2	12,23	11,22	12,155	0,61	0,53
WL63	0,635	22,2	22,2	13,00	13,11	12,805	1,50	2,33

Tabela 6.1 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e d = 26,0 mm.

A Fig. 6.5 mostra as medidas obtidas para a antena tipo *patch* quadrado para largura do substrato d = 0,0 mm (estrutura pedestal). A Tabela 6.2 mostra o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas. Nota-se um aumento nas freqüências dos modos ressonantes com a limitação do substrato à largura do *patch* metálico. Isso ocorre devido à diminuição da constante dielétrica efetiva da estrutura com a redução do substrato. Vale a pena ressaltar também que alguns modos podem aparecer degenerados devido ao acoplamento de dois ou mais modos próximos. É o caso do modo WL03 (5,93 GHz), que apresenta um erro grande por estar provavelmente sendo acoplado juntamente com o modo

WL22 (5,57 GHz) e o modo resultante do acoplamento do modo da linha de alimentação (produzido devido ao descasamento de impedância entre linha e antena), e modo WL01,(5,01 GHz) [27]. Os demais modos podem ser atribuídos a modos de ordem superior ou a acoplamento entre outros modos existentes. Mais uma vez é observado um modo devido à alimentação, em torno de 4,4 GHz. Esse modo está sendo mascarado pelo modo WL21, porém está também produzindo um acoplamento com o modo WL01 e gerando uma ressonância em torno de 5,01 GHz.

Tabela 6.2 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\boldsymbol{e}_{xx} = \boldsymbol{e}_{zz} =$

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro Isotrópico (%)
WL01	0,635	22,2	22,2	1,99	2,08	4,50
WL20=WL02	0,635	22,2	22,2	3,94	3,975	2,16
WL21	0,635	22,2	22,2	4,41*	4,35	1,36
WL03	0,635	22,2	22,2	6,10	6,41	5,08
WL23	0,635	22,2	22,2	7,26*	7,35	1,24
WL40=WL04	0,635	22,2	22,2	7,87	8,055	2,99
WL41	0,635	22,2	22,2	8,12*	8,355	2,89
WL42=WL24	0,635	22,2	22,2	8,801*	8,735	0,75
WL05	0,635	22,2	22,2	9,82	9,92	1,02
WL43	0,635	22,2	22,2	9,96*	10,005	0,45
WL25	0,635	22,2	22,2	10,58*	10,815	2,22
WL44	0,635	22,2	22,2	11,13*	11,285	1,39
WL60=WL06	0,635	22,2	22,2	11,86	11,64	3,71
WL62	0,635	22,2	22,2	12,497*	12,295	1,62

10,3 e e_{yy} = 13,0) e d = 0,0 mm.



Figura 6.5 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 0,0 mm.

As Figs. 6.6, 6.7 e 6.8 mostram as medidas obtidas para a antena tipo *patch* quadrado para d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm. As Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5 mostram o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas, utilizando o modelo equivalente de estrutura com substrato isotrópico.

Tabela 6.3 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam 10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} =$

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	fr (GHz) Experimental	Erro Isotrópico (%)
WL01	0,635	22,2	22,2	1,96	2,06	5,10
WL20=WL02	0,635	22,2	22,2	3,92	3,89	0,76
WL21	0,635	22,2	22,2	4,38*	4,51	2,97
WL03	0,635	22,2	22,2	5,95	6,235	4,79
WL23	0,635	22,2	22,2	7,125*	7,065	0,84
WL40=WL04	0,635	22,2	22,2	7,80	7,9	1,28
WL41	0,635	22,2	22,2	8,04*	8,19	1,87
WL42=WL24	0,635	22,2	22,2	8,73*	8,93	2,29
WL05	0,635	22,2	22,2	9,72	9,67	0,51
WL43	0,635	22,2	22,2	9,81*	10,11	3,06
WL25	0,635	22,2	22,2	10,48*	10,365	1,11
WL44	0,635	22,2	22,2	11,031*	11,00	0,28
WL60=WL06	0,635	22,2	22,2	11,63	11,8	1,46
WL62	0,635	22,2	22,2	12,27*	12,155	0,94
WL63	0,635	22,2	22,2	13,06*	12,805	1,95

10,3 e
$$e_{yy} = 13,0$$
) e $d = 20,0$ mm



Figura 6.6 – Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 20,0 mm.

Tabela 6.4 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} =$

10,3 e $e_{yy} = 13,0$) e d = 10,0 mm.

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro Isotrópico (%)
WL01	0,635	22,2	22,2	1,99	2,10	5,5
WL20=WL02	0,635	22,2	22,2	3,94	3,93	0,25
WL21	0,635	22,2	22,2	4,41*	4,51	2,27
WL03	0,635	22,2	22,2	5,95	6,235	4,78
WL23	0,635	22,2	22,2	7,13*	7,065	0,91
WL40=WL04	0,635	22,2	22,2	7,88	7,9	0,25
WL41	0,635	22,2	22,2	8,12*	8,145	0,31
WL42=WL24	0,635	22,2	22,2	8,81*	8,94	1,47
WL05	0,635	22,2	22,2	9,71	9,7	0,10
WL43	0,635	22,2	22,2	9,87*	10,11	2,43
WL25	0,635	22,2	22,2	10,48*	10,375	1,00
WL44	0,635	22,2	22,2	11,14*	11,00	1,26
WL60=WL06	0,635	22,2	22,2	11,77	11,805	0,30
WL62	0,635	22,2	22,2	12,41*	12,16	2,01
WL63	0,635	22,2	22,2	13,18*	12,81	2,81



Figura 6.7 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{z} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 10,0 mm.

Tabela 6.5 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} =$

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro Isotrópico (%)
WL01	0,635	22,2	22,2	1,98	2,055	3,79
WL20=WL02	0,635	22,2	22,2	3,94	3,95	0,25
WL21	0,635	22,2	22,2	4,41*	4,52	2,49
WL03	0,635	22,2	22,2	5,94	6,245	5,13
WL23	0,635	22,2	22,2	7,13*	7,07	0,84
WL40=WL04	0,635	22,2	22,2	7,88	7,90	0,25
WL41	0,635	22,2	22,2	8,125*	8,22	1,17
WL42=WL24	0,635	22,2	22,2	8,81*	8,935	1,42
WL05	0,635	22,2	22,2	9,76	9,7	0,61
WL43	0,635	22,2	22,2	9,87*	10,115	2,48
WL25	0,635	22,2	22,2	10,52*	10,375	1,38
WL44	0,635	22,2	22,2	11,14*	11,00	1,26
WL60=WL06	0,635	22,2	22,2	11,80	11,82	0,17
WL62	0,635	22,2	22,2	12,44*	12,17	2,17
WL63	0,635	22,2	22,2	13,21*	12,82	2,95

10,3 e \mathbf{e}_{yy} = 13,0) e d = 5,0 mm.



Figura 6.8 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), W = L = 22,2 mm e d = 5,0 mm.

Os parâmetros considerados para a antena tipo *patch* retangular, de constante dielétrica $\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13$ (Epsilam-10), são dados na Fig. 6.9. Suas dimensões são: W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e h = 0,635 mm. Os valores para a estrutura isotrópica equivalente são: $\mathbf{e}_{eq} = 11,572$, $h_{eq} = 0,5625$ mm e $W_{eq} = 22,2$ mm. A alimentação é feita por uma linha de microfita com 1,0 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e as medições foram inicialmente realizadas para uma largura de substrato d = 27,0 mm. A faixa de freqüências utilizada foi de 1,0 GHz a 13 GHz.

Os resultados medidos são reunidos no gráfico da Fig. 6.10 para d = 27,0 mm, nos quais observa-se a presenca dos modos ressonantes principais (modos WL20, WL40 e WL01). Vale ressaltar que, devido à alimentação da antena ser feita no centro da dimensão W, os modos ímpares correspondentes a essa dimensão (simetria elétrica) deixam de existir. A Tabela 6.6 mostra o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas utilizando o programa que aplica a TRT (estrutura com anisotropia) e o que aplica a MTRT (modelo isotrópico equivalente). Os resultados apresentaram boa concordância. É importante observar que, devido ao descasamento de impedância entre o conector (50 Ω), linha de alimentação (36,27 Ω, calculado com o programa AppCAD [26]) e antena, é excitado um modo devido à alimentação, em torno de 4,4 GHz. Com a redução da dimensão L, vários modos, que antes existiam na antena tipo patch quadrado, deixaram de existir. Porém o modo em 5,01 GHz, resultante do acoplamento entre o modo devido a alimentação e o primeiro modo em L (WL01), e que apareceu em todas as medições na antena quadrada, passou agora a existir na freqüência de 7,34 GHz, o que pode ser observado na Fig. 6.10. Porém, esse modo também pode estar sendo mascarado pelo modo WL40, que é mais forte, e que, por sua vez, devido à proximidade, sofre uma degeneração, ocasionando um erro maior com relação ao valor experimental [27]. Os demais modos podem ser atribuídos provavelmente a modos de ordem superior ou a acoplamento de outros modos existentes.



Figura 6.9 - Antena tipo *patch* retangular, sobre substrato anisotrópico (Epsilam-10), utilizada na etapa experimental.



Figura 6.10 – Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 27,0 mm.

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) TRT Anisotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro MTRT Isotrópico (%)	Erro TRT Anisotrópico (%)
WL20	0,635	22,2	7,4	3,88	3,72	3,86	0,52	3,76
WL01	0,635	22,2	7,4	5,88	6,12	6,07	3,23	0,82
WL40	0,635	22,2	7,4	7,76	7,70	8,215	5,86	6,68
WL42=WL24	0,635	22,2	7,4	8,66*	8,55*	8,82	1,85	3,16
WL41	0,635	22,2	7,4	9,74*	9,83*	9,4	3,49	4,37
WL02	0,635	22,2	7,4	11,08	10,90	11,11	0,18	1,93
WL22	0,635	22,2	7,4	11,74 [*]	11,52*	12,115	3,19	5,16

Tabela 6.6 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$) e d = 27,0 mm.

A Fig. 6.11 mostra as medidas obtidas para a antena tipo *patch* retangular para d = 0,0 mm (estrutura pedestal). A Tabela 6.7 mostra o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas. Nota-se um aumento nas freqüências dos modos ressonantes com a limitação do substrato à largura do *patch* metálico. Isso ocorre devido à diminuição da constante dielétrica efetiva da estrutura com a diminuição da largura do substrato. O erro do modo WL01 também pode ser atribuído a uma degeneração sofrida pela proximidade com o modo resultante do acoplamento entre o modo WL20 e o produzido pela alimentação (5,90 GHz) [27].



Figura 6.11 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 0,0 mm.

Tabela 6.7 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} =$

M odo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro MTRT Isotrópico (%)
WL20	0,635	22,2	7,4	3,94	4,08	3,55
WL01	0,635	22,2	7,4	5,95	6,30	5,88
WL21	0,635	22,2	7,4	7,14*	6,92	3,08
WL40	0,635	22,2	7,4	7,87	8,595	9,21
WL42=WL24	0,635	22,2	7,4	$8,80^{*}$	9,225	4,82
WL41	0,635	22,2	7,4	9,87*	9,74	1,32
WL02	0,635	22,2	7,4	11,67	11,70	0,26
WL22	0,635	22,2	7,4	12,32*	12,4	0,65

10,3 e e_{yy} = 13,0) e d = 0,0 mm.

As Figs. 6.12, 6.13 e 6.14 mostram as medidas realizadas para a antena tipo *patch* retangular para d = 20,0 mm, d = 10,0 mm e d = 5,0 mm. As Tabelas 6.8, 6.9 e 6.10 mostram o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas, utilizando o modelo equivalente de estrutura com substrato isotrópico. O erro maior apresentado pelo modo WL21, pode ser atribuído à degeneração do mesmo, devido à proximidade com o modo resultante do acoplamento dos modos WL20 e o produzido pela alimentação, que ocorre em torno de 5,89 GHz.



Figura 6.12 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 20,0 mm.

Tabela 6.8 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 (e_{xx} =

 $e_{zz} = 10,3 \text{ e } e_{yy} = 13,0) \text{ e } d = 20,0 \text{ mm.}$

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro MTRT Isotrópico (%)
WL20	0,635	22,2	7,4	3,92	3,89	0,76
WL01	0,635	22,2	7,4	5,92	6,085	2,79
WL21	0,635	22,2	7,4	7,10*	6,70	5,63
WL40	0,635	22,2	7,4	7,80	8,25	5,77
WL42=WL24	0,635	22,2	7,4	8,73*	8,85	1,37
WL41	0,635	22,2	7,4	9,79*	9,4	3,98
WL02	0,635	22,2	7,4	11,50	11,265	2,04
WL22	0,635	22,2	7,4	12,15*	12,32	1,40



Figura 6.13 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 10,0 mm.

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	fr (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro MTRT Isotrópico (%)
WL20	0,635	22,2	7,4	3,94	3,86	2,03
WL01	0,635	22,2	7,4	5,96	6,11	2,52
WL40	0,635	22,2	7,4	7,88	8,26	4,82
WL42=WL24	0,635	22,2	7,4	8,81*	8,90	1,02
WL41	0,635	22,2	7,4	9,88*	9,40	4,85
WL02	0,635	22,2	7,4	11,60	11,295	2,63
WL22	0,635	22,2	7,4	12,25*	12,33	0,65

Tabela 6.9 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} =$

$e_{zz} = 10,3 \text{ e } e_{yy} =$	13,0) e $d =$	10,0 mm.
-------------------------------------	---------------	----------



Figura 6.14 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), W = 22,2 mm, L = 7,4 mm e d = 5,0 mm.

Tabela 6.10 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico Epsilam-10 (e_{xx} =

Modo	h (mm)	W (mm)	L (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) Experimental	Erro MTRT Isotrópico (%)
WL20	0,635	22,2	7,4	3,94	3,94	0,00
WL01	0,635	22,2	7,4	5,95	6,11	2,69
WL21	0,635	22,2	7,4	7,14*	6,7	6,16
WL40	0,635	22,2	7,4	7,88	8,26	4,82
WL42=WL24	0,635	22,2	7,4	8,81*	8,91	1,13
WL41	0,635	22,2	7,4	9,87*	9,40	5,00
WL02	0,635	22,2	7,4	11,60	11,56	0,34
WL22	0,635	22,2	7,4	12,25*	12,17	0,65

 $e_{zz} = 10,3 \text{ e } e_{yy} = 13,0) \text{ e } d = 5,0 \text{ mm.}$

A Fig. 6.15 apresenta os resultados da aplicação da TRT para a determinação da freqüência de ressonância de uma antena *patch* de microfita retangular com substrato dielétrico anisotrópico uniaxial ($e_{yy} = 2,35$, W = 2,0 mm, L = 10,0 mm e h = 0,158 mm), em função da razão da anisotropia. Estes resultados foram comparados com os obtidos em [38], utilizando a técnica dos Potenciais Vetoriais de Hertz, apresentando uma boa concordância.

As Figs. 6.16 (a) e (b) apresentam um estudo de convergência dos resultados numéricos obtidos analisando a influência dos parâmetros numéricos do programa desenvolvido para determinar as freqüências dos modos ressonantes de uma antena *patch* de microfita com substrato anisotrópico. A estrutura considerada é a antena de microfita com *patch* quadrado e com substrato anisotrópico uniaxial, mostrada na Fig. 6.3. Neste caso, a ressonância é considerada na mesma direção do eixo óptico do tensor de

permissividade do substrato e, portanto, todas as regiões consideradas são homogêneas e somente modos TE e TM são considerados.

A Fig. 6.16 (a) mostra a influência do número de funções de base em cada região. Neste caso, as funções de base correspondem às equações para densidade de corrente na fita. Os resultados são apresentados para os três primeiros modos. O número de funções de teste nas regiões a e b é o mesmo. Neste caso, foram utilizadas 3 funções de teste em cada região. Observa-se uma boa convergência a partir do uso de 20 modos TE + TM na região a.

A Fig. 6.16 (b) apresenta a influência do número de funções de teste utilizadas nas regiões a e b. Considera-se um mesmo número de funções de teste em cada região ($n_a = n_b$). São considerados 45 modos TE + TM na região a. Foi observado que os resultados convergem até 3 funções de teste nas regiões a e b e que essa convergência vai depender da freqüência do modo considerado.



Figura 6.15 - Valor simulado da freqüência de ressonância (GHz) versus razão de anisotropia para antena tipo *patch* retangular em substrato anisotrópico ($e_{yy} = 2,35$, W = 2,0 mm, L = 10,0 mm e h = 0,158 mm), utilizando TRT e Potencial Vetorial de Hertz [38].



(a)



Figura 6.16 - (a) Frequência de ressonância em função do número de modos TE e TM, (b) Frequência de ressonância em função do número de funções de teste, para os três primeiros modos.

6.5 – Conclusões

Neste capítulo foi realizada a análise dos modos ressonantes em antenas tipo *patch* quadrado e retangular, considerando a anisotropia nas estruturas. As antenas montadas para a realização das medidas experimentais foram feitas em placas com substrato anisotrópico do tipo Epsilam-10 e os resultados medidos foram comparados com os obtidos a partir de simulação numérica com a aplicação da Técnica da Ressonância Transversa Convencional (TRT) e da Técnica da Ressonância Transversa Modificada (MTRT).

Para a antena quadrada foi verificado o aparecimento de um número grande de modos ressonantes. Como as dimensões do *patch* são iguais, irão aparecer os modos pares e ímpares e diversos outros, oriundos do acoplamento entre os modos principais. Foi observado, também, que o descasamento de impedância entre a linha de alimentação e a antena pode gerar um modo ressonante devido à alimentação da antena. Além disso, este modo pode se acoplar com outro modo existente, determinado por uma das dimensões do *patch* (W ou L) gerando outra ressonância. A existência de dois ou mais modos muito próximos pode dar origem à degeneração, resultando, por exemplo, num deslocamento em freqüência do modo mais forte.

Para a antena retangular foi verificado o aparecimento dos modos ressonantes principais, bem como os oriundos do acoplamento entre dois dos modos existentes. Foi observado que os modos devido à dimensão W, não possuem as suas componentes ímpares, devido à alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa dimensão. Em geral, os resultados simulados apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais, salvo os casos em que o modo considerado se apresenta degenerado pela proximidade com outro modo existente, ou que não haja uniformidade no comportamento do substrato. As Tabelas 6.11 e 6.12 mostram um comparativo entre os modos ressonantes principais encontrados para as antenas tipo *patch* quadrado e retangular, respectivamente, com substrato infinito, truncado e pedestal. Como era de se esperar, houve um aumento nas freqüências dos modos ressonantes com a diminuição da largura do substrato, devido à diminuição da constante dielétrica efetiva da estrutura.

A Tabela 6.13 mostra um comparativo entre os modos principais das antenas tipo

patch quadrado e retangular. Pode ser observado que os modos devido à dimensão W permanecem praticamente inalterados, já que essa dimensão é a mesma para as duas antenas. Os modos devido à dimensão L sofreram um aumento em freqüência na antena retangular, devido a sua redução de tamanho. A diminuição do número de modos ocorreu em conseqüência do deslocamento de freqüência sofrido por eles, os terem colocado fora da faixa de freqüência considerada. Além disso, com a alteração na freqüência dos modos atribuídos à dimensão L, pode ter ocorrido o desacoplamento de parte deles, nessa nova situação, com relação à existente na antena quadrada.

Para aplicação da MTRT foi utilizado um modelo de equivalência, onde se converte a estrutura que possui uma anisotropia uniaxial, em uma estrutura isotrópica equivalente. Foi verificado que os resultados obtidos, aplicando-se os dois métodos, apresentaram boa concordância, salvo os casos em que os modos analisados apresentaram algum tipo de degeneração, fruto da proximidade ou acoplamento com outros modos existentes.

Tabela 6.11 - Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* quadrado em Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$, h = 0,635 mm, W = L = 22,2 mm),

	Substrat	o Infinito				Estrutura Pedestal				
	d ℗ ¥		d = 20,	,0 mm	d = 10,0 mm		d = 5,0 mm		d = 0,0 mm	
Modo	f _r (GHz) MTRT	f _r (GHz) Exp.								
WL01	1,95	2,05	1,96	2,06	1,99	2,10	1,98	2,055	1,99	2,08
WL20 =WL02	3,88	3,88	3,92	3,89	3,94	3,93	3,94	3,95	3,94	3,975
WL03	5,90	6,24	5,95	6,235	5,95	6,235	5,94	6,245	6,10	6,41
WL40 =WL04	7,76	7,90	7,80	7,9	7,88	7,90	7,88	7,90	7,87	8,055
WL05	9,70	9,675	9,72	9,67	9,71	9,70	9,76	9,70	9,82	9,92
WL60 =WL06	11,60	11,80	11,63	11,8	11,77	11,805	11,80	11,82	11,86	11,64

Tabela 6.12 - Comparativo entre os valores medidos e simulados para a antena tipo *patch* retangular em Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{z} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$, h = 0,635 mm, W = 22,2 mm, L = 7,4mm), com substrato infinito, truncado e pedestal.

Modo	Substrato Infinito		Substrato Truncado						Estrutura Pedestal	
	d ® ¥		d = 20,0 mm		d = 10,0 mm		d = 5,0 mm		d = 0,0 mm	
	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r	f _r
	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)	(GHz)
	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.	MTRT	Exp.
WL20	3,88	3,72	3,92	3,89	3,94	3,86	3,94	3,94	3,94	4,08
WL40	7,76	7,70	7,80	8,25	7,88	8,26	7,88	8,26	7,87	8,595
WL01	5,88	6,12	5,92	6,085	5,96	6,11	5,95	6,11	5,95	6,30
WL02	11,08	10,90	11,50	11,265	11,60	11,295	11,60	11,56	11,67	11,70

Tabela 6.13. Comparativo entre os principais modos ressonantes das antenas tipo *patch* quadrado e retangular em Epsilam-10 ($\boldsymbol{e}_{xx} = \boldsymbol{e}_{zz} = 10,3$ e $\boldsymbol{e}_{yy} = 13,0$, h = 0,635 mm), com

1	•	~	• .
substrato	1n	tın	into.
Subsuluto			nuo.

	Anten	a tipo <i>patch</i> (quadrado	Antena tipo <i>patch</i> retangular			
Modo	fr (GHz)fr (GHz)MTRTTRT		f _r (GHz) Experimental	f _r (GHz) MTRT	f _r (GHz) TRT	f _r (GHz) Experimental	
	Isotrópico	Anisotrópico	r	Isotrópico	Anisotrópico	•	
WL01	1,95	2,07	2,05	5,88	6,12	6,07	
WL20	3,88	3,72	3,88	3,88	3,72	3,86	
WL02	5,90	6,04	6,24	11,08	10,90	11,11	
WL40	7,76	7,70	7,90	7,76	7,70	8,215	

Capítulo 7

Freqüências de Ressonância da Antena *Patch* Circular com Substratos Isotrópicos e Anisotrópicos

7.1 – Introdução

Este capítulo apresenta a aplicação da TRT e da MTRT no cálculo das freqüências de ressonância para antenas tipo *patch* circular com substrato isotrópico e anisotrópico. Neste caso, serão detalhados os modelos que serão utilizados para se realizar a conversão da antena circular em uma antena retangular equivalente e, desta forma, aplicar o modelo da cavidade equivalente, descrito no Capítulo 2, para a determinação dos modos ressonantes das antenas analisadas. Os resultados simulados foram obtidos utilizando a MTRT para as estruturas com substrato isotrópico e a TRT, para aquelas com substrato anisotrópico, considerando os modos propagantes. A MTRT também foi aplicada às estruturas com substrato anisotrópico, mas para isso foi aplicada a técnica de conversão para uma estrutura isotrópica equivalente, descrita no Capítulo 6. São apresentados, também, resultados experimentais, sendo realizadas as devidas comparações.

7.2 –Freqüências de Ressonância da Antena *Patch*Circular com Substrato Isotrópico

Para uma antena tipo *patch* circular com substrato isotrópico e permissividade e_n , a freqüência do modo fundamental pode ser determinada a partir do modelo de conversão da estrutura circular em uma estrutura quadrada equivalente [42], onde sua largura é igual ao diâmetro do *patch* circular, conforme mostrado na Fig. 7.1. Como as dimensões do *patch* quadrado já estão dentro do valor do diâmetro para o *patch* circular, nenhum campo de borda nas laterais do *patch* quadrado é considerado.

Nesta seção são descritos os resultados apresentados em [43], onde é utilizada a Técnica de Ressonância Transversa Modificada para se determinar a freqüência de ressonância de um *patch* circular, a partir do modelo descrito na Fig. 7.1.

A Tabela 7.1 compara os resultados experimentais para a freqüência de ressonância, para *patches* circulares sobre substratos isotrópicos, produzidos por diversos autores e os obtidos utilizando MTRT. Além disso, as Figs. 7.2, 7.3 e 7.4 ilustram os gráficos da freqüência de ressonância versus o diâmetro para os *patches* de 1 a 5, 6 a 10 e 13 a 18, respectivamente. Como pode ser observado, existe uma forte concordância entre os resultados experimentais e os obtidos através da utilização de MTRT.



Figura 7.1 - Antena *patch* circular e antena *patch* quadrado equivalentes sobre substrato dielétrico espesso.

Ref.	Patch N°	h (mm)	e r	r (mm)	f _r (Medida) GHz	fr (MTRT) GHz	Erro (%)
	1	0,49	2,43	1,9698	25,600	26,010	1,59
[44]	2	0,49	2,43	3,9592	13,100	13,290	1,48
	3	0,49	2,43	5,8898	8,960	8,980	0,23
	4	0,49	2,43	8,0017	6,810	6,720	1,36
	5	0,49	2,43	9,9617	5,470	5,402	1,24
	6	1,5875	2,65	7,4000	6,634	6,562	1,09
	7	1,5875	2,65	8,2000	6,074	5,968	1,74
[45]	8	1,5875	2,65	9,6000	5,224	5,134	1,73
	9	1,5875	2,65	10,7000	4,723	4,695	0,59
	10	1,5875	2,65	11,5000	4,425	4,400	0,61
[44]	11	1,1938	10	4,7752	5,455	5,416	0,71
	12	1,1938	10	7,1628	3,650	3,719	1,90
	13	2,35	4,55	7,7000	4,945	4,921	0,48
	14	2,35	4,55	10,4000	3,750	3,720	0,82
[46]	15	2,35	4,55	20,0000	2,003	2,008	0,26
	16	2,35	4,55	29,9000	1,360	1,358	0,17
	17	2,35	4,55	39,7500	1,030	1,032	0,23
	18	2,35	4,55	49,5000	0,825	0,834	1,14
[47]	19	1,59	2,32	50,0000	1,128	1,117	0,96
	20	0,8	2,32	68	0,835	0,832	0,410
[48]	21	1,59	2,32	68	0,829	0,820	1,060
	22	3,18	2,32	68	0,815	0,820	0,640
[49]	23	1,59	2,32	50	1,128	1,117	0,960
[50]	24	1,524	2,49	38	1,443	1,442	0,040
[51]	25	1,588	2,5	41,49	1,314	1,308	0,440
-	26	3,175	2,5	41,49	1,286	1,278	0,590
[52]	27	0,35	2,47	18,9	2,885	2,871	0,490
	28	0,75	2,47	18,9	2,860	2,871	0,380
	29	1,6	2,47	18,9	2,810	2,803	0,250
[53]	30	1,6	2,62	14,1	3,540	3,540	0,000
	31	3,2	2,62	13,5	3,600	3,606	0,170
	32	4,7	2,62	13	3,500	3,493	0,200

Tabela 7.1 - Comparação entre valores medidos e obtidos através da MTRT para substratos isotrópicos.



Figura 7.2 - Freqüência de ressonância versus raio do *patch* (*patches* de 1 a 5 na Tabela 7.1).


Figura 7.3 - Freqüência de ressonância versus raio do *patch (patches* de 6 a 10, na Tabela 7.1).



Figura 7.4 - Freqüência de ressonância versus raio do *patch (patches* de 13 a 18, na Tabela 7.1).

7.3 –Freqüências de Ressonância da Antena *Patch*Circular com Substrato Anisotrópico

A seguir, são descritos os resultados apresentados em [43], onde é utilizada a Técnica de Ressonância Transversa Modificada para se determinar a freqüência de ressonância de um *patch* circular, com substrato anisotrópico, a partir da equivalência com um *patch* quadrado [42],[54]. Também é feita a conversão da estrutura com substratos anisotrópicos em outras estruturas equivalentes, com substrato isotrópico, conforme o modelo proposto em [34]. Desta forma, para um substrato anisotrópico, com permissividade e altura equivalentes (e_{eq} e h_{eq} , respectivamente), a largura do *patch* quadrado será igual ao diâmetro do *patch* circular (W = 2r). Como as dimensões do *patch* quadrado já estão dentro do valor do diâmetro para o *patch* circular, nenhum campo de borda nas laterais do *patch* quadrado é considerado.

Nas Figs. 7.5, 7.6 e 7.7 são obtidos resultados para substrato anisotrópico, aplicando MTRT, e comparando-os com resultados experimentais para safira, nitreto de boro e para Epsilam-10, respectivamente. Também para esse caso se observa uma ótima concordância dos resultados.

A seguir, são descritos os resultados da utilização da Técnica de Ressonância Transversa Convencional e Técnica de Ressonância Transversa Modificada para se determinar as freqüências de ressonância, para o modo fundamental e para os modos superiores, de um *patch* circular com substrato anisotrópico, a partir da equivalência com um *patch* quadrado ou retangular, conforme mostrado na Fig. 7.8. Para isso, são sugeridos dois modelos:

- i) para o cálculo do modo fundamental serão utilizados W = L = 2r, como sendo as dimensões do *patch* quadrado equivalente;
- ii) para o cálculo dos modos superiores serão utilizados W = 2r e $L = \mathbf{p} \cdot \frac{r}{2}$, como sendo as dimensões do *patch* retangular equivalente.



Figura 7.5 - Freqüência de ressonância versus raio da antena *patch* circular para substrato de safira, com $\varepsilon_{yy} = 9.4$ e $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 11.6$ [42].



Figura 7.6 - Freqüência de ressonância versus raio da antena *patch* circular para substrato de nitreto de boro, com $\varepsilon_{yy} = 5,12$ e $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 3,4$ [42].



Figura 7.7. Freqüência de ressonância versus raio da antena patch circular para substrato Epsilam-10, com $\varepsilon_{yy} = 13,0$ e $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 10,3$ [42].



Figura 7.8 - Antena *patch* circular e antena *patch* retangular equivalente.

O motivo de se utilizar dois modelos de cálculo diferentes para as freqüências dos modos fundamental e superiores é que, no modelo da cavidade, a diferença de freqüência entre os valores teóricos e experimentais das freqüências de ressonância dos modos superiores aumenta com relação à mesma diferença para o modo fundamental. Tal fato se dá devido à capacitância efetiva da estrutura precisar incorporar as variações do campo de borda e, a partir daí, as variações nos modos n e m e, desta forma, o modelo utilizado precisa se ajustar a essa alteração, de modo a conseguir uma melhor precisão [54].

Os parâmetros considerados para a antena tipo *patch* circular, de constante dielétrica $\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13$ (Epsilam-10), são dados na Fig. 7.9. Suas dimensões são: $d_c = 2r = 13,0$ mm e h = 0,635 mm. Os valores para a estrutura isotrópica equivalente são: $\mathbf{e}_{eq} = 11,572$, $h_{eq} = 0,5652$ mm e $d_{ceq} = 13,0$ mm. Sua alimentação é feita por uma linha de microfita com 1,0 mm de largura e 10,0 mm de comprimento e foram realizadas medições para um largura d do substrato em cada lado do *patch*: d = 31,4 mm. A faixa de freqüências utilizada foi de 1,0 GHz a 13 GHz e se utilizará a notação TM_{mn} para denotar os modos ressonantes identificados.

Os resultados obtidos estão reunidos no gráfico da Fig. 7.10, nos quais observa-se a presença dos modos ressonantes principais (modos TM_{11} , TM_{21} , TM_{02} e TM_{31}). A Tabela 7.2 mostra o comparativo entre as freqüências medidas e as simuladas, utilizando o programa considerando anisotropia e o que considera o modelo isotrópico equivalente. É importante ressaltar que, para calcular o modo fundamental (TM_{11}), foi utilizado o modelo descrito no item (i) e para calcular os demais modos foi utilizado o modelo descrito no item (ii). Os esultados apresentaram boa concordância. Nota-se que, devido ao descasamento de impedância entre o conector (50 Ω), linha de alimentação (37,97 Ω , calculado com o programa AppCAD [26]) e antena, é excitado um modo devido à alimentação, em torno de 4,27 GHz. Porém, o modo resultante do acoplamento entre o modo produzido pela alimentação e o modo fundamental da antena aparece em 6,3 GHz, porém está sendo mascarado pelo modo TM₂₀ (6,49 GHz) que é mais forte. Os demais modos podem ser atribuídos provavelmente a acoplamentos de outros modos existentes.



Figura 7.9 - Antena tipo *patch* circular, sobre substrato anisotrópico (Epsilam-10) utilizada na etapa experimental.





Figura 7.10 - Valor medido da perda de retorno (dB) versus freqüência (GHz) para antena tipo *patch* circular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($e_{xx} = e_{zz} = 10,3$ e $e_{yy} = 13,0$), $d_c = 13,0$ mm.

Modo	h (mm)	W = 2r (mm)	L = p r/2 (mm)	f _r (GHz) MTRT Isotrópico	f _r (GHz) TRT Anisotróp.	f _r (GHz) Experim.	Erro MTRT Isotrópico (%)	Erro TRT Anisotróp. (%)
TM ₁₁	0,635	13,0	10,2	4,596*	4,568*	4,59	0,13	0,48
TM ₂₁	0,635	13,0	10,2	7,67*	7,45*	7,445	2,93	0,07
TM ₀₂	0,635	13,0	10,2	8,17	7,92	8,055	1,41	1,70
TM ₁₂	0,635	13,0	10,2	8,79*	8,55*	8,73	0,68	2,10
TM ₃₁	0,635	13,0	10,2	10,66*	10,34*	10,475	1,74	1,30
TM ₃₂	0,635	13,0	10,2	12,797*	12,38*	12,3	3,88	0,65

Tabela 7.2 - Comparação entre valores medidos e simulados para antena tipo *patch* circular em substrato anisotrópico Epsilam-10 ($\mathbf{e}_{xx} = \mathbf{e}_{zz} = 10,3$ e $\mathbf{e}_{yy} = 13,0$).

(*) Calculado através da equação (2.1)

A Fig. 7.11 apresenta os resultados da aplicação da TRT para a determinação da freqüência de ressonância fundamental de uma antena *patch* de microfita circular (r = 7,9375 mm e h = 1,5875 mm) com substrato dielétrico anisotrópico uniaxial ($\varepsilon_{rr} = 2,65$), em função da razão da anisotropia. Estes resultados foram comparados com os obtidos em [55], utilizando a técnica dos Potenciais Vetoriais de Hertz, apresentando uma boa concordância.



Figura 7.11 - Valor simulado da freqüência de ressonância (GHz) versus razão de anisotropia para antena tipo *patch* quadrado em substrato anisotrópico ($e_{rr} = 2,65$, r = 7,9375 mm e h = 1,5875 mm), utilizando TRT e Potencial Vetorial de Hertz [55].

7.4 – Conclusões

Neste capítulo foi realizada a análise dos modos ressonantes em antenas tipo *patch* circular, considerando as estruturas isotrópicas e anisotrópicas. Os resultados medidos foram comparados com os obtidos a partir de simulação numérica, através da aplicação da Técnica da Ressonância Transversa Convencional (TRT) e da Técnica da Ressonância Transversa Modificada (MTRT), ambas apresentando boa concordância.

Para o cálculo do modo fundamental, foi utilizado um método de equivalência, onde a antena de geometria circular foi convertida em outra de geometria quadrada, com propriedades equivalentes. Esse procedimento foi necessário para que o modelo da cavidade equivalente, descrito no Capítulo 2, pudesse ser utilizado. Este método de equivalência, não se aplica para a determinação dos modos superiores. Neste caso, a técnica da MTRT foi utilizada e todos os resultados apresentaram boa concordância. Para a determinação dos modos superiores, foi utilizado, também, um método de equivalência, onde a antena de geometria circular foi convertida em outra de geometria retangular, com propriedades equivalentes. Este fato ocorreu porque as freqüências dos modos superiores apresentam uma variação com relação aos valores teóricos, devido à alteração da capacitância efetiva da estrutura em função da freqüência. Dessa forma, um modelo que considere essa mudança deve ser aplicado, de modo a conseguir um melhor resultado, com maior precisão. Neste caso, as técnicas da TRT e MTRT também foram utilizadas e todos os resultados apresentaram boa concordância.

Capítulo 8

Conclusão

Neste trabalho foi realizada a análise dos modos ressonantes em antenas tipo *patch* de microfita, considerando as estruturas isotrópicas e anisotrópicas, com o substrato apresentando inicialmente largura infinita, sendo posteriormente truncado até o caso limite em que ele fica totalmente concentrado sob a fita, configurando uma estrutura pedestal. Para isso, foi proposto um modelo de cavidade equivalente, onde a antena tipo *patch* de microfita é representada como sendo a superposição de duas linhas infinitas em microfita, uma de largura W, representando a dimensão que expressa a largura do *patch*, e a outra com largura L, representando a dimensão que expressa o comprimento do *patch*. A partir daí, foram aplicadas as Técnicas de Ressonância Transversa, tanto em sua versão convencional (TRT) como em sua forma Modificada (MTRT), cuja formulação foi apresentada nos Capítulos 3, 4, 5 (para as estruturas do tipo infinito, pedestal e trucado, respectivamente, e substrato isotrópico) e no Capítulo 6 (para as estruturas do tipo infinito, com substrato anisotrópico), com o objetivo de se determinar as freqüências dos modos ressonantes da antena.

O trabalho realizado proporcionou o domínio das técnicas de análise de onda completa (TRT e MTRT) e a sua viabilidade na aplicação em antenas tipo *patch* de microfita. Além disso, deve ser enfatizado também o uso da TRT convencional em estruturas com materiais anisotrópicos e a aplicação da MTRT em linhas de microfita com o mesmo tipo de substratos. Neste útimo caso, foi aplicado um modelo de mapeamento de modo a converter a estrutura anisotrópica em uma isotrópica equivalente. Para o caso das antenas, a técnica e o modelo propostos, foram utilizados para a análise dos modos ressonantes de ordem superior, tanto para as estruturas com substrato isotrópico quanto para as que utilizam substrato anisotrópico, além do estudo do efeito do truncamento dielétrico sobre esses modos, para os dois tipos de estruturas citadas.

Apesar do formalismo matemático ser mais rigoroso, o tempo de processamento não chega a ser tão extenso, constituindo-se em mais uma vantagem das técnicas de análise utilizadas. Porém, se forem consideradas estruturas com sobrecamadas, ou mesmo a introdução de perdas condutivas e/ou dielétricas, o grau de dificuldade e complexidade da técnica pode aumentar.

Outro aspecto a ser considerado é a geração de resultados experimentais, especialmente para estruturas com substratos anisotrópicos, através da construção e medição de protótipos para a validação dos resultados obtidos através de simulação numérica. Na parte experimental do trabalho, as antenas montadas com substratos iso/anisotrópicos, para a realização das medições, foram feitas com diferentes dimensões e em placas com substratos de diferentes constantes dielétricas.

Nas antenas analisadas, foi verificado o aparecimento dos modos ressonantes principais, bem como os oriundos do acoplamento entre dois dos modos existentes. Foi observado que os modos devido à dimensão W não possuem as suas componentes ímpares, devido à alimentação ser feita através de linha de microfita, exatamente no meio dessa dimensão. Foi verificado também que o descasamento de impedâncias entre a linha de alimentação e a antena pode gerar um modo ressonante devido a esse tipo de alimentação da antena. Além disso, este modo pode se acoplar com algum outro modo existente, determinado pelas dimensões do patch (W ou L) gerando outra ressonância. A existência de dois ou mais modos muito próximos pode dar origem à degeneração, resultando, por exemplo, num deslocamento em freqüência do modo mais forte. Além disso, com a diminuição da largura do substrato, chegando até o caso limite da estrutura pedestal, observou-se um aumento nas freqüências dos modos ressonantes, devido à diminuição da constante dielétrica efetiva da estrutura. Tabelas comparativas entre antenas com mesmos parâmetros, porém largura do substrato diferente, foram mostradas de modo a se obter uma melhor visualização do processo descrito. Em geral, os resultados simulados apresentaram uma boa concordância com os resultados experimentais, salvo os casos em que o modo considerado se apresenta degenerado pela proximidade com outro modo existente, ou que não haja uniformidade no comportamento do substrato. Mesmo quando comparado com resultados obtidos através de outra técnica numérica, os resultados obtidos, aplicando-se a TRT ou MTRT, apresentam uma boa concordância.

Quando foi feita a comparação entre duas antenas de mesma largura W e reduzindo o comprimento L, foi verificado que os modos devido à dimensão W permanecem praticamente inalterados, já que essa dimensão é a mesma para as duas antenas. Os modos atribuídos à dimensão L sofreram um aumento em freqüência devido à sua redução de tamanho. A diminuição do número de modos ocorreu em conseqüência do deslocamento de freqüência sofrido por eles, o que os colocou fora da faixa de freqüência considerada. Além disso, com a alteração na freqüência dos modos atribuída à dimensão L, pode ocorrer o desacoplamento de parte deles, nessa nova situação, com relação à existente na antena de comprimento L maior. Também foi observado um aumento nas freqüências dos modos ressonantes com a diminuição da largura do substrato, devido à diminuição da constante dielétrica efetiva da estrutura.

As mesmas técnicas de análise empregadas anteriormente nesse trabalho, também foram utilizadas para a análise dos modos ressonantes em antenas tipo *patch* circular, considerando as estruturas isotrópicas e anisotrópicas. Para o cálculo do modo fundamental, foi utilizado um método de equivalência, onde a antena de geometria circular foi convertida em outra de geometria quadrada, com propriedades equivalentes. Esse procedimento foi necessário para que o modelo proposto da cavidade equivalente pudesse ser **utilizado**. Este método de equivalência, não pode ser aplicado para a determinação dos modos superiores. Neste caso, foi utilizado um outro método de equivalência, onde a antena de geometria circular foi convertida em outra de geometria retangular, com propriedades equivalentes. Este fato ocorreu porque as freqüências dos modos superiores apresentam uma variação com relação aos valores teóricos, devido à alteração da capacitância efetiva da estrutura em função da freqüência. Dessa forma, um modelo que considere essa mudança deve ser aplicado, de modo a conseguir um melhor resultado, com maior precisão. Foram aplicadas as técnicas da TRT e MTRT, ambas apresentando boa concordância com os valores medidos.

Este trabalho abre ainda oportunidade para que sua continuidade possa ser realizada. Dentre as possibilidades de novos trabalhos, podemos citar a aplicação da MTRT em superfícies seletivas em freqüência, a determinação de outras características da antena tipo *patch* de microfita, com substrato isotrópico, tais como impedância e diagrama de radiação, determinação de outras características da antena tipo *patch* com substrato anisotrópico, a proposição de novos modelos que possibilitem a inclusão do efeito da estrutura de casamento da alimentação, a inclusão de perdas condutivas e dielétricas nas estruturas analisadas, a utilização de sobrecamadas dielétricas sobre a antena *patch* de microfita, a validação dos modelos para alimentação assimétrica e o estudo do mecanismo responsável pelo acoplamento (indesejável) entre modos, que provoca alteração em suas freqüências de ressonância.

Referências Bibliográficas

- [1] I. J. Bahl e P. Bhartia, *Microstrip antennas*. Dedham, MA: Artech House, 1980.
- [2] J. R. James, P. S. Hall e C. Wood, *Microstrip antenna theory and design*. London, UK: Peter Peregrinus LTD, 1981.
- [3] M. Pozar, "Microstrip antennas," *Proc. IEEE*, vol. 80, No 1, p. 79–81, Janeiro 1992.
- [4] C. A. Balanis, Antenna theory analysis and design. 2^a edição, John Wiley & Sons Inc. 1997.
- [5] R. Gonzalo, P. Maagt e M. Sorolla, "Enhanced patch-antenna performance by suppressing surface waves using photonic-bandgap substrates," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Volume 47, pp. 2131-2138, Novembro 1999.
- [6] H. F. Lee e W. Chen, *Advances in microstrip and printed antennas*. Wiley Series in Microwave and Optical Engineering, EUA, 1997.
- [7] H. Pues e V. D. Capelle, "Accurate transmission line model for the rectangular microstrip antenna," *IEEE Proceedings in Microwave, Optics & Antennas*, Volume 134, pp. 334-340, 1984.
- [8] R. W. Dearnley e A. R. F. Barel, "A broad-band transmission line model for a rectangular microstrip antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Volume 37, pp. 6-15, Janeiro 1989.
- Y. Ji, T. M. Hubing e J. L. Drewniak, "Finite element modeling of patch antenna and cavity sources," *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2000, Volume 2, pp. 811 814, Agosto 2000.
- [10] T. Itoh, Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive estrutures. EUA: John Wiley & Sons, 1989.

- [11] N. Aouabdia, F. Benabdelaziz, F. Bouttout, C. Zebiri e F. Benmeddour, "Resonant frequency of a rectangular microstrip antenna depends of the dielectric substrate parameters using the various types of current expansion function," *First International Symposium on Control, Communications and Signal Processing*, 2004. pp.347 – 350.
- [12] R. W. Dearnley e A. R. F. BAREL, "A comparison of models to determine the resonant frequencies of a rectangular microstrip antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Volume 37, pp. 114-118, Dezembro, 1989.
- [13] E. K. Miller, L. Medgyesi-mitschang e E. H. Newman, *Computational electromagnetics* – *Frequency-domain in method of moments*. EUA: IEEE Press, 1992.
- [14] R. F. Harrington, *Field computation by moment method*. EUA: The Macmillan Company, 1968.
- [15] A. Ioffe, M. Thiel e A. Dreher, "Analysis of microstrip patch antennas on arbitrarily shaped multilayers," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Volume 51, pp. 1929 – 1935, Agosto 2003.
- [16] A. Gomes Neto, Uma formulação alternativa da técnica da ressonância transversa.
 Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 1994.
- [17] A. Gomes Neto, C. S. Rocha, H. A. Bajon e H. Baudrand, "MTRT A modified transverse resonance technique" ACES Journal, Volume 12, pp. 19-25, Dezembro, 1997.
- [18] R. Sorrentino, 'Transverse resonance technique," em: T. Itoh, Numerical techniques for microwave and millimeter – wave passive structures. New York: John Wiley and Sons Inc, 1989.
- [19] A. Dreher e R. Pregla, "Full-wave analysis of radiating planar resonators with the method of lines," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Volume 41, pp. 1363 – 1368, Agosto 1993.

- [20] M. A. Gonzalez de Aza, J.A. Encinar, J. Zapata e M. Lambea, 'Full-wave analysis of cavity-backed and probe-fed microstrip patch arrays by a hybrid mode-matching generalized scattering matrix and finite-element method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Volume 46, pp. 234 – 242, Fevereiro 1998.
- [21] G. Mayhew-Ridgers, J. W. Odendaal e J. Joubert, "Attachment modes for spectraldomain moment-method analysis of probe-fed microstrip patch antennas," *6th Africon Conference in Africa, IEEE AFRICON*. 2000, Volume 2, pp. 525 – 526.
- [22] A. F. Peterson e E. O. Rausch, "Numerical techniques for the analysis of microstrip, stripline, and waveguide Rotman lenses," *IEEE International Symposium Antennas and Propagation Society*, Julho 1999, Volume 3, pp. 1844 – 1847.
- [23] J. Costa e Silva, , J. N. Carvalho, A. Gomes Neto e A. G. d'Assunção, 'Determinação das Freqüências de Ressonância de uma Antena Tipo Patch Retangular a Partir da Aplicação da Técnica da Ressonância Transversa Modificada," *MOMAG2004*, Sessão T10, São Paulo, Brasil, 2004.
- [24] H. Aubert, Etude des discontinuities uniaxiales dans les lignes de transmission planaires., Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, E.H.S.E.E.I.H.T, Toulouse, França, 1993.
- [25] H. Baudrand, Méthodes numériques en propagation. E.H.S.E.E.I.H.T, Toulouse, França, 1992.
- [26] Agilent Technologies, *AppCAD Wireless semiconductor applications*, Versão 3.0.2, 2002.
- [27] R. E. Collin, *Field theory of guided waves*, 2^a edição, IEEE Press, 1991, pp. 340-349.
- [28] J. Costa e Silva, J. N. Carvalho, A. Gomes Neto, A. G. d'Assunção e R. M. Magalhães, "Determination of the resonant frequency of a rectangular patch antenna by the application of the MTRT," *Proceedings of the International Workshop of Telecommunications*, INATEL, pp. 160-163, Brasil, Agosto 2004.

- [29] A. Kedar, K. Sharma, K. K. Gupta, G. P. Srivastava, M. Misra e N. D. Kataria, "Parametric study of microstrip patch antennas," *Microwave Conference, 2000 Asia-Pacific*, pp. 1403 – 1406, Dezembro, 2000.
- [30] E. Chang, S. A. Long e W. F. Richards, "An experimental investigation of electrically thick rectangular microstrip antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Volume 34, pp. 767-772, Junho, 1986.
- [31] W. R. Russel, W. Dearnley e A. R. F. Barel, "A comparison of models to determine the resonant frequencies of a rectangular microstrip antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Volume 37, pp. 114-118, Dezembro, 1989.
- [32] J. R. S. Oliveira, Antenas de microfita sobre substratos dielétricos anisotrópicos e ferrimagnéticos magnetizados. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Paraiba, Campina Grande, 1996.
- [33] J. N. Carvalho, Caracterização de estruturas planares com substratos iso/anisotrópicos truncados pela técnica da ressonância transversa modificada. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2005.
- [34] M. Horno, "Calculation of quasi-static characteristics of microstrip on anisotropic substrate using mapping method," *Microwave Symposium Digest*, Volume 80, pp. 450-452, 1980.
- [35] P. R. Owens, J. E. Aitken e T. C. Edwards, "Quasi-static characteristics of microstrip on an anisotropic sapphire substrate," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Volume 24, N° 8, Agosto 1976.
- [36] A. G. d'Assunção, A. J. Giarola e D. A. Rogers, "Analysis of single and coupled striplines with anisotropic substrates," *Microwave Symposium Digest, MTT-S*, Volume 81, pp. 83-85, Junho 1981.
- [37] M. R. G. Maia, A. G. d'Assunção e A. J. Giarola, "Dynamic analysis of microstrip lines and finlines on uniaxial anisotropic substrates," *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, Volume 35, Nº 10, pp. 881 – 886, Outubro 1987.

- [38] R. M. Nelson, D. A. Rogers e A. G. d'Assunção, "Resonant frequency of a rectangular microstrip patch on several uniaxial substrates," *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, Volume 38, Nº 7, pp. 973 – 981, Julho 1990.
- [39] J. R. S. Oliveira e A. G. d'Assunção, "Input Impedance of Microstrip Patch Antennas on Anisotropic Dielectric Substrates," *Antennas and Propagation Society International Symposium*, Volume 2, pp. 1066-1069, Julho 1996.
- [40] N. G. Alexopoulos, "Integrated-circuit structures on anisotropic substrates," *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, Volume 33, N° 10, pp. 847-881, Outubro 1985.
- [41] A. L. P. S. Campos, A. G. d'Assunção e L. M. Mendonça, 'Scattering by FSS on Anisotropic Substrate for TE and TM Excitation," *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, Volume 50, Nº 1, pp. 72-76, Janeiro 2002.
- [42] A. K. Verma e A. B. Nasimuddin, "Analysis of circular microstrip patch antenna as an equivalent rectangular microstrip antenna on iso/anisotropic thick substrate," *IEE Proc. Microwave Antennas and Propagation*, Volume 150, n. 4, pp. 223-229, Agosto 2003.
- [43] J. Costa e Silva, J. N. Carvalho, A. Gomes Neto e A. G. d'Assunção, "MTRT Solution for the Resonant Frequency of Circular Microstrip Antennas on Iso/Anisotropic Substrates," *Asia-Pacific Microwave Conference*, Suzhou, China, Dezembro 2005.
- [44] V. Losada, R. Marques e M. Horno, "Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Volume 47, pp. 488-498, Abril 1999.
- [45] T. Itoh, e R. Mittra, *Analysis of microstrip disk resonator*. Arch Eleck. Ubertragung, Volume 27, pp. 456-458, 1973.
- [46] F. Abboud, J. P. Damiano e A. Papiemik, "New determination of resonant frequency of circular microstrip antenna:Application to thick substrate," *Electronics Letters*, 1988, Volume 24, pp. 1104-1106.

- [47] F. Abboud, J. P. Damiano e A. Papiemik, "A new model for calculating the input impedance of coax-fed circular microstrip antennas with and without air gaps," *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, 1990, Volume 38, pp. 1882-1885.
- [48] J. S. Dahele e K. F. Lee, "Effect of substrate thickness on the performance of circulardisk microstrip antenna," *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, Volume 31, pp.358-360, Março 1983.
- [49] J. S. Dahele e K. F. Lee, "Theory and experiments on microstrip antenna with air gaps," *IEE Proc on Microwave Antennas and Propagation*, Volume 132, pp. 455-460, 1985.
- [50] K. R. Carver, "Practical analytical techniques for the microstrip antenna," Proc. Workshop on Printed Circuit Antenna Technology, Las Cruces, New Mexico, pp. 17-20, Outubro 1979.
- [51] S. Yano e A. Ishimaru, "A theoretical study of the input impedance of a circular microstrip disk antenna," *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, Volume 29, pp. 77-83, Janeiro 1981.
- [52] S. A. Long, L. C. Shen, M. D. Walton e M. R. Allerding, "Impedance of a circular disk printed-circuit antenna," *Electronics Letters*, Volume 14, pp. 684-686, Outubro 1978.
- [53] M. Davidovitz e Y. T. Lo, "Input impedance of a probe-fed circular microstrip antenna with thick substrate," *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, Volume 34, pp. 905-911, Julho 1986.
- [54] Rajanish e T. S. Vedavathy, "A generalized expression for resonant frequency of circular microstrip antennas," *Asia-Pacific Microwave Conference*, pp. 743-746, Dezembro 2000.
- [55] G. M. Feitoza, Antenas de microfita com patches circulares sobre substratos dielétricos, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2005.

Apêndice A

Procedimento de Medição

A.1 – Introdução

Neste apêndice é descrita a parte experimental deste trabalho, através do detalhamento do sistema de medição, mostrado na Fig. A.1, assim como dos equipamentos utilizados, procedimentos e montagens realizadas. Algumas características do processo de medição são também abordadas, tais como as principais dificuldades encontradas.

A.2 – Descrição dos Equipamentos

No processo de medição foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Gerador de varredura HP-83752A, Fig. A.2(a);
- Analisador de rede 8757D, Fig. A.2(a);
- Acoplador directional HP 772D, Fig. A.2(b).

As antenas foram montadas em base conectorizada (Fig. A.3(a)(b)), construída a partir de um perfil de alumínio (ao qual foi fixado um conector tipo N-fêmea), e parafusado a um suporte de cobre, que foi soldado ao plano de terra da antena, de modo a melhorar o contato físico entre a mesma e a base, melhorando conseqüentemente o aterramento do conjunto, conforme ilustrado na Fig. A.4.



Figura A.1 – Diagrama do sistema de medição.



(b)

Figura A.2. (a) Analisador de rede e gerador de varredura e (b) Acoplador direcional.



(a)



(b)

Figura A.3. (a) Antena *patch* retangular montada em base conectorizada e (b) Detalhe da conectorização.



Figura A.4. Detalhe da parte inferior da base de sustentação da antena.

A.3 – Processo de Medição

As antenas utilizadas foram confeccionadas através de processo serigráfico e corroídas com percloreto de ferro. A limitação do substrato, conforme descrito no Capítulo 5, é feita cortando-se o substrato, em guilhotina, nas dimensões pré-estabelecidas (20,0 mm, 10,0 mm, 5,0 mm e 0,0 mm).

O processo de medição se inicia com a calibração do equipamento para a faixa de freqüência utilizada (de 0,1 GHz a 10 GHz, para as antenas com substrato isotrópico e de 1,0 GHz e 13,0 GHz, para as antenas com substrato anisotrópico, estabelecidos através do gerador de varredura), e para o nível de potência utilizado (10,0 dBm). Isso é necessário para que os valores lidos no equipamento não sejam mascarados por valores de respostas diferentes entre a faixa de freqüência mais alta e a mais baixa. Com a utilização do acoplador direcional, os valores medidos foram da potência refletida/potência incidente. Na montagem da antena no suporte, o contato entre o plano de terra e a base de sustentação deve ser a maior possível, evitando-se a presença de espaços vazios entre os mesmos. Isso porque as medidas podem ser afetadas por esse mau contato, chegando a provocar o desaparecimento de modos previstos, ou mesmo o aparecimento de modos imprevistos. A freqüência de ressonância dos modos também pode ser alterada devido a esse mau contato. Vale a pena ressaltar que medidas feitas em alta freqüência se tornam muito sensíveis a problemas de mau contato. Alguns tipos de substratos são mais rígidos, o que leva a um maior cuidado ao se cortar a antena por essa se tornar mais quebradiça. O sistema de medição é mostrado na Figura A.5.



Figura A.5. Sistema de medição.

Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo