



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

Fábio José Hipólito Ferreira

Índices de Capacidade em Processos
Monitorados Via Gráficos de Controle de
Regressão (Clássica e Funcional)

Orientador: Prof. Edson Marcos Leal Soares Ramos, *Dr.*

Belém
2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Fábio José Hipólito Ferreira

Índices de Capacidade em Processos
Monitorados Via Gráficos de Controle de
Regressão (Clássica e Funcional)

Orientador: Prof. Edson Marcos Leal Soares Ramos, *Dr.*

Linha de Pesquisa: Modelos de Regressão
Controle Estatístico da Qualidade

Belém
2008

Fábio José Hipólito Ferreira

Índices de Capacidade em Processos
Monitorados Via Gráficos de Controle de
Regressão (Clássica e Funcional)

Belém, 5 de junho de 2008

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial a obtenção do grau de Mestre, em Estatística.

Prof. Mauro de Lima Santos, *Dr.*
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística

Banca Examinadora

Prof. Edson Marcos Leal Soares Ramos, *Dr.*
Universidade Federal do Pará
Orientador

Prof. Robert Wayne Samohyl, *Phd.*
Universidade Federal de Santa Catarina
Examinador

Profa. Silvia dos Santos de Almeida, *Dra.*
Universidade Federal do Pará
Examinadora

Prof. Adalberto da Cruz Lima, *Dr.*
Universidade Federal do Pará
Examinador

Dedico à minha família.

Agradecimentos

- ★ À Deus por ter me concedido a vida e a capacidade para realização deste trabalho;
- ★ À Universidade Federal do Pará (UFPA) pela oportunidade de concluir um curso de pós-graduação;
- ★ Ao meu orientador, Professor Edson Marcos Leal Soares Ramos, pela orientação competente, dedicando-se de forma plena e fundamental para elaboração e conclusão deste trabalho;
- ★ A Professora Silvia dos Santos de Almeida, pela incessante contribuição e apoio fundamental ao longo dos cursos de especialização e mestrado;
- ★ Aos amigos do Curso de Mestrado, em especial aos amigos Gustavo Miglio, Marco Pollo, Denison Carvalho, Ana Garcez, Jaciane Ribeiro, Vanessa Pamplona e Carvalho Jr. pela amizade, momentos de estudo e diversão;
- ★ A todas as pessoas que eu amo e que me desejam sucesso nessa vida;
- ★ À minha Família, pela paciência e confiança atribuída à minha pessoa;
- ★ A todos os professores que contribuíram de alguma forma na minha formação;
- ★ Ao Programa de Pós Graduação em Matemática e Estatística da UFPA;
- ★ A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho.

*“Amo o Senhor Todo Poderoso,
porque ele ouve a minha voz
e as minhas súplicas.
Porque inclinou para mim
os seus ouvidos,
invocá-lo-ei enquanto eu viver.”*

Salmos CXVI; cap.1,2.

Resumo

FERREIRA, Fábio José Hipólito. Índices de Capacidade em Processos Monitorados Via Gráficos de Controle de Regressão (Clássica e Funcional). 2008. Dissertação (Mestrado em Matemática e Estatística), PPGME, UFPA, Belém, Pará, Brasil.

Este trabalho tem como principal objetivo desenvolver e aplicar os índices de capacidade, em processos com variáveis correlacionadas e monitorados via gráficos de controle de regressão (clássica e funcional). Estudos recentes envolvendo índices de capacidade em processos produtivos foram desenvolvidos levando em consideração uma única variável isolada, porém, neste trabalho desenvolve-se uma técnica eficiente e inédita no cálculo de índices de capacidade para variáveis correlacionadas e monitoradas via gráfico de controle de regressão (clássica e funcional). Os índices de capacidade obtidos levam em consideração o fato de o processo analisado apresentar tolerância simétrica ou assimétrica. Além disso, as formas de análise dos índices de capacidade desenvolvidos são equivalentes aquelas dos tradicionais índices de capacidade amplamente abordados na literatura. Finalmente, a partir de dados reais pôde-se comprovar a eficiência dos índices propostos em avaliar a real capacidade do processo em atender as especificações exigidas.

Palavras-Chave: Variáveis Correlacionadas, Gráficos de Controle de Regressão, Índices de Capacidade.

Abstract

FERREIRA, Fábio José Hipólito. Capacity Indices in Monitored Processes via Regression Control Chart (Classic and Functional). 2008. Dissertation (Master in Statistics and Mathematics), PPGME, UFPA, Belem, Para, Brazil.

This paper has as the main objective to develop and apply the capacity indices, in processes with correlated variables and monitored via regression control chart (Classic and Functional). Recent studies involving capacity indices in productive processes were developed taking as consideration a unique isolated variable, however, in this paper it is developed an efficient and unprecedented technique in calculus of capacity indices for correlated variables and monitored via regression control chart (Classic and Functional). The capacity indices obtained consider the fact that the analyzed process presents symmetric and asymmetric tolerance. Besides, the forms of analysis of the developed capacity indices are equal to those from traditional capacity indices widely dealt in the literature. Finally, from the real data it can be proved the efficiency of the proposed indices in evaluating the real capacity of the process in attending the required specifications.

Key Words: Correlated Variables, Regression Control Chart, Capacity Indices.

SUMÁRIO

Resumo	vii
Abstract	viii
Lista de Siglas	xi
Lista de Tabelas	xii
Lista de Figuras	xiii
1 Introdução	1
1.1 Aspectos Gerais	1
1.2 Justificativa e Importância do Trabalho	3
1.3 A Hipótese Básica do Trabalho	4
1.4 Objetivos	4
1.4.1 Objetivo Geral	4
1.4.2 Objetivos Específicos	4
1.5 A Limitação do Processo do Trabalho	4
1.6 Estrutura do Trabalho	5
2 Técnicas Estatísticas	6
2.1 Controle da Qualidade	6
2.2 Gráfico de Controle	7
2.3 Introdução a Análise de Regressão	8
2.4 Modelo de Regressão Clássica ou Linear	9
2.4.1 O Método de Mínimos Quadrados	11
2.5 Modelo de Regressão Funcional	12
2.5.1 Estimadores de β_0 e β_1 no Modelo Funcional	13
2.5.2 Erro Padrão da Reta de Regressão	16
2.6 Gráfico de Controle de Regressão Linear	16
2.7 Gráfico de Controle de Regressão Funcional	17
3 Índices de Capacidade	19
3.1 Introdução	19
3.2 Índices C_p e C_p^*	20
3.2.1 Teste de Hipóteses e Índice C_p	21

3.3	Índices C_{pu} , C_{pl} , C_{pu}^* e C_{pl}^*	23
3.4	Índices C_{pk} e C_{pk}^*	26
3.5	Índices C_{pm} , C_{pm}^* e C_{pmk}	28
4	IC para Processos Monitorados via GCR (Clássica e Funcional)	32
4.1	Introdução	32
4.1.1	Índices de Capacidade para Processos com Tolerância Simétrica	33
4.1.2	Índices de Capacidade para Processos com Tolerância Assimétrica	34
5	Aplicação	37
5.1	Introdução	37
5.2	Obtenção dos Índices de Capacidade em Processos Monitorados Via Gráficos de Controle de Regressão Clássica	38
5.3	Obtenção dos Índices de Capacidade em Processos Monitorados Via Gráficos de Controle de Regressão Funcional	41
6	Considerações Finais e Recomendações	46
6.1	Considerações Finais	46
6.2	Recomendações para Trabalhos Futuros	48
A	Banco de Dados	49
B	Estabelecendo os Limites de Especificação (Superior e Inferior)	50
C	Cálculos para Obtenção das Estimativas dos Índices de Capacidade Via Gráfico de Controle de Regressão Clássica	53
D	Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Clássica	55
E	Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Funcional	56
	Bibliografia	57

Lista de Siglas

Sigla	Significado
σ	Desvio padrão populacional
σ^2	Variância populacional
R	Amplitude amostral
\bar{X}	Média aritmética dos valores relacionados a variável X
LSC	Limite superior de controle do processo
LC	Linha central do processo
LIC	Limite inferior de controle do processo
LSA	Limite superior de advertência do processo
LIA	Limite inferior de advertência do processo
μ_Y	Nível da linha central
k	Quantidade de desvio padrão em torno de LC
σ_Y	Desvio padrão relacionado à variável Y
ε_i	i -ésimo valor do termo aleatório relacionado ao modelo de regressão
β_0	É o intercepto da linha de regressão
β_1	É a inclinação da linha de regressão
$\hat{\beta}_0$	Estimador de β_0
$\hat{\beta}_1$	Estimador de β_1
\hat{Y}_i	Valor estimado para o i -ésimo valor da equação de regressão
$\sigma_{Y_i}^2$	Variância relacionada ao modelo de regressão dado por Y_i
$\sigma_{\varepsilon_i}^2$	Variância do termo aleatório no modelo de regressão
$\sigma_{\delta_i}^2$	Variância do termo aleatório da variável preditora X no modelo de regressão funcional
S_e	Desvio padrão do modelo de regressão clássica
*	Símbolo utilizado em índices de capacidade para processos com $T \neq M$
(R)	Indica que o índice de capacidade é utilizado em processos com variáveis relacionadas
T	Valor alvo do processo
LSE	Limite superior de especificação
LIE	Limite inferior de especificação
M	Média aritmética entre LIE e LSE
S_{XX}	Soma do quadrado dos desvios de X_i em relação a \bar{X}
S_{YY}	Soma do quadrado dos desvios de Y_i em relação a \bar{Y}
S_{XY}	Soma do produto entre $(X_i - \bar{X})$ e $(Y_i - \bar{Y})$
$E(Y_i)$	Esperança ou valor esperado para Y_i

Lista de Tabelas

5.1	- Estatísticas Obtidas pelo Método de Mínimos Quadrados para Estimar a Quilometragem Percorrida pelos Caminhões da Empresa PRT, a partir do Modelo de Regressão Clássica.	39
5.2	- Estimativas para os Índices de Capacidade $C_p(R)$, $C_p^*(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}(R)$ e $C_{pm}^*(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$, $C_{pmk}(R)$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = EP(Y) = 123,1355$, do Modelo de Regressão Clássica e Apresentado em (5.1).	40
5.3	- Estatísticas Obtidas pelo Método de Máxima Verossimilhança para Estimar a Quilometragem Percorrida pelos Caminhões da Empresa PRT, a partir do Modelo de Regressão Funcional.	42
5.4	- Estimativas para os Índices de Capacidade $C_p^*(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}^*(R)$ e $\hat{\sigma} = EP(Y) = 123,8903$, do Modelo de Regressão Funcional Apresentado em (5.3).	44
A.1	- Dados Fornecidos Pela Empresa PRT.	49
D.1	- Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Clássica.	55
E.1	- Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Funcional.	56

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de Gráfico de Controle Proposto por Shewhart, em 1924.	8
2.2	Exemplos de Gráficos de Dispersão.	9
3.1	Relação entre C_p , Faixa de Especificação e Itens Não-Conformes Produzidos.	22
3.2	Simulação do Comportamento do Índice C_p^* , com $\sigma = 2,00$	23
3.3	Simulação do Comportamento do Índice C_{pu} , com $\sigma = 2,00$	24
3.4	Simulação do Comportamento do Índice C_{pl} , com $\sigma = 2,00$	24
3.5	Simulação do Comportamento do Índice C_{pu}^* , para $\sigma = 2,00$ e $T = 34$	25
3.6	Simulação do Comportamento do Índice C_{pl}^* , para $\sigma = 2,00$ e $T = 34$	26
3.7	Relação C_p e C_{pk} (Montgomery, 2001).	27
3.8	Dois Processos com $C_{pk} = 1,0$ (Adaptado de Montgomery, 2001).	28
3.9	Simulação do Comportamento do Índice C_{pm}^* , para $\sigma = 2,00$	30
4.1	Fluxograma Exibindo Passo-a-Passo a Metodologia Aplicada Para o Cálculo dos Índices de Capacidades, Monitorados Via Gráfico de Controle de Regressão (Clássica e Funcional).	36
5.1	Gráfico de Controle de Regressão Clássica para as Variáveis Volume e Quilometragem, com $k = 3$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = 123,1355$	38
5.2	Gráfico de Controle de Regressão Clássica para as Variáveis Volume e Quilometragem, Apresentando os Limites de Especificação (Superior e Inferior), com $k = 3$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = 123,1355$	39
5.3	Gráfico de Controle de Regressão Funcional para as Variáveis Volume e Quilometragem, com $k = 3$ e $\hat{\sigma} = 123,8903$	41
5.4	Gráfico de Controle de Regressão Funcional para as Variáveis Volume e Quilometragem, Apresentando os Limites de Especificação (Superior e Inferior), com $k = 3$ e $\hat{\sigma} = 123,8903$	42
B.1	Limites e Intervalos de Atuação e Especificação do Fenômeno.	50
B.2	Gráfico de Dispersão para as Variáveis Volume e Quilometragem.	51
B.3	Gráfico de Dispersão para as Variáveis Volume e Quilometragem com os Limites de Especificação, Valor Alvo e o Ponto Médio Entre os Limites de Especificação.	52

Capítulo 1

Introdução

1.1 Aspectos Gerais

A partir do surgimento dos mais diversos tipos de indústrias (automobilística, eletrônica em geral), tornou-se indispensável por parte do controle da qualidade de cada uma destas, a avaliação final do produto, a manutenção dos equipamentos, a verificação da capacidade produtiva, dentre outros fatores. Se todas as etapas de produção planejadas pelo controle da qualidade obtiveram êxito, o resultado final será maior lucratividade para a empresa e redução de custos com produtos de má qualidade, pessoas e máquinas.

As técnicas estatísticas vêm, cada vez mais, sendo utilizadas de forma fundamental na investigação, análise e solução de problemas. Como exemplo, no caso da produção de um produto em larga escala, basta que seja verificada uma determinada quantidade (amostra) que possa representar as características de toda a produção, para que sejam analisados se determinados requisitos estão sendo contemplados de forma satisfatória na fabricação deste produto.

Parte dos métodos estatísticos atualmente utilizados nas indústrias são bastante antigos e são conhecidos como Controle Estatístico da Qualidade (*CEQ*), em que durante muito tempo foram chamados apenas de “inspeção”. Nos dias atuais, um processo de produção é classificado como estável (sob controle estatístico), quando as amostras analisadas apresentam uma variabilidade controlada e previsível, porém é muito importante por parte da gerência do setor produtivo verificar se o processo no geral está sendo capaz de atender às especificações estabelecidas pela administração da empresa.

Dentre as várias formas existentes para verificar a capacidade do processo, Ramos (2003, p. 42) afirma que “devido à sua simplicidade de obtenção e avaliação, os Índices de Capacidade do Processo são um bom exemplo de ferramenta do *CEQ* com ampla utilização industrial”.

Os índices de capacidade são números adimensionais que permitem uma quantificação do desempenho dos processos e utilizam as informações de modo que seja possível avaliar se um processo é capaz de gerar produtos que atendam às especificações.

Nestes últimos anos, tanto as indústrias nacionais como as estrangeiras, têm incentivado o estudo dos índices de capacidade internamente entre seus funcionários, assim como por parte dos seus fornecedores. Como exemplo, pode-se citar as normas publicadas pela Associação Nacional de Fabricantes de Veículos Automotores em 1995 e mais recentemente, com o advento da norma QS-9000, publicada pelas três grandes empresas do setor automobilístico americano (Ford, General Motors e Daimler Chrysler, antiga Chrysler), a utilização de tal tipo de estudo vem sendo obrigatório.

Segundo Montgomery (2001), os histogramas, os gráficos de probabilidade e os índices da capacidade de um processo resumem o desempenho do mesmo. Estes, não exibem necessariamente a capacidade potencial do processo porque não abordam a questão do controle estatístico, ou apresentam padrões sistemáticos na saída do processo que, se eliminados, reduziriam a variabilidade na característica da qualidade. Os gráficos de controle são muito eficientes nesse aspecto, e devem ser considerados como a técnica principal da análise da capacidade de um processo.

Em muitos casos durante a avaliação de um processo, há necessidade de monitorar mais de uma característica da qualidade simultaneamente. Neste caso, não se pode aplicar os tradicionais gráficos de controle Shewhart, pois a necessidade de controle simultâneo de variáveis está no fato de que muitas vezes as variáveis parecem estar sob controle estatístico quando analisadas separadamente, mas, na verdade, o sistema poderá estar fora de controle estatístico (Jackson, 1956).

O Gráfico de Controle de Regressão (GCR) é uma técnica estatística que realiza o monitoramento de processos que possuem interferência conjunta de variáveis, ou seja, utiliza duas ou mais variáveis que apresentam relação de dependência entre si, sendo dessa forma uma excelente alternativa sua aplicação no monitoramento de processos que utilizam duas ou mais variáveis correlacionadas.

Os índices de capacidade de processo, mencionados anteriormente, são utilizados primordialmente para avaliar se um processo ou fenômeno é capaz de gerar resultados que atendam às especificações exigidas. Para a obtenção desses índices são comumente utilizados estimadores do desvio padrão populacional σ , baseados no desvio padrão amostral S e na amplitude amostral R . Entretanto, neste trabalho utiliza-se o desvio padrão da reta de regressão como estimador de $\hat{\sigma}$, para obtenção dos índices $C_p(R)$, $C_p^*(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}(R)$, $C_{pm}^*(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$ e $C_{pmk}(R)$.

Nesse contexto, este trabalho se propõe a desenvolver os índices de capacidade do processo quando gráficos de controle de regressão (clássica e funcional) forem utilizados para modelar, controlar e avaliar um processo produtivo ou um serviço. Este capítulo encontra-se dividido em seis seções. A Seção 1.2 apresenta a justificativa e a importância do trabalho. A Seção 1.3 traz a hipótese básica do trabalho. A Seção 1.4 detalha os objetivos do trabalho (geral e específicos). A Seção 1.5 mostra as limitações do trabalho e a Seção 1.6 apresenta a estrutura do trabalho.

1.2 Justificativa e Importância do Trabalho

As empresas em sua maioria calculam os índices de capacidade a partir dos gráficos de controle estatísticos, mais especificamente os tradicionais gráficos de Shewhart da média (\bar{X}) e da amplitude (R). O gráfico de controle de regressão clássica é recomendado para processos que apresentam variáveis correlacionadas e medidas sem erro, o que na prática é difícil de se encontrar, pois se sabe que variáveis oriundas de processos de medição contém erro de medida, e, portanto, este erro deve ser levado em consideração, sendo recomendado portanto, utilizar gráficos de controle de regressão funcional ou estrutural.

Os índices de capacidade são geralmente aplicados, levando-se em consideração uma única variável. Portanto, este trabalho se propõe a desenvolver uma metodologia eficiente e inédita no cálculo de índices de capacidade para processos correlacionados e monitorados via gráfico de controle de regressão (clássica e funcional).

1.3 A Hipótese Básica do Trabalho

Parte-se da hipótese de que os índices de capacidade $C_p(R)$, $C_p^*(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}(R)$, $C_{pm}^*(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$ e $C_{pmk}(R)$, propostos neste trabalho são eficientes para medir a capacidade de processos que envolvam variáveis correlacionadas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e apresentar os índices de capacidade de processos quando variáveis correlacionadas forem utilizadas.

1.4.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho podem ser resumidos como segue:

- Apresentar a metodologia para obtenção dos índices de capacidade para variáveis correlacionadas;
- Avaliar os resultados dos índices de capacidade desenvolvidos.

1.5 A Limitação do Processo do Trabalho

Como principal delimitação deste trabalho têm-se:

- A escassez de banco de dados disponível para melhor interpretação e análise dos índices de capacidade estudados;

1.6 Estrutura do Trabalho

Este estudo está dividido em 5 capítulos, a saber:

- No Capítulo 1, são apresentadas as principais considerações sobre o trabalho, além da justificativa e importância, hipótese, objetivos e suas limitações;
- No Capítulo 2, são mostrados os aspectos gerais sobre controle da qualidade, bem como a metodologia para a construção de gráficos de controle de regressão (clássica e funcional);
- O Capítulo 3 apresenta aspectos gerais sobre os índices de capacidade C_p , C_p^* , C_{pu} , C_{pu}^* , C_{pl} , C_{pl}^* , C_{pk} , C_{pk}^* , C_{pm} , C_{pm}^* , C_{pmu} , C_{pml} e C_{pmk} ;
- No Capítulo 4, são desenvolvidos e apresentados os índices $C_p(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pm}(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$, $C_{pmk}(R)$ para processos com tolerância simétrica e os índices $C_p^*(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}^*(R)$ e $C_{pm}^*(R)$ para processos com tolerância assimétrica, monitorados via gráfico de controle de regressão (clássica ou funcional);
- No Capítulo 5, são calculados os índices de capacidade $C_p(R)$, $C_p^*(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}(R)$, $C_{pm}^*(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$ e $C_{pmk}(R)$, para um processo monitorado via gráfico de controle de regressão (clássica ou funcional), sobre dados reais e sua interpretação;
- O Capítulo 6 apresenta as considerações finais, bem como recomendações e sugestões para futuros trabalhos.

Capítulo 2

Técnicas Estatísticas

2.1 Controle da Qualidade

Segundo Deming (2000), qualidade significa atender e, se possível, exceder as expectativas do consumidor. Para Juran (1999), qualidade significa adequação ao uso. Já do ponto de vista de Crosby (1995), qualidade significa atender às especificações.

O controle da qualidade de produtos é tão antigo quanto a própria indústria; durante muito tempo foi realizado sob a forma tradicional denominada “inspeção”. Somente a partir de 1920 é que se desenvolveu o *CEQ*, cuja aplicação vem crescendo em diversas áreas de interesse.

Montgomery (2001) declara que um produto corresponde às exigências de um cliente, em geral, quando é produzido por um processo que seja estável ou replicável. Mais precisamente, o processo deve ser capaz de operar com pequena variabilidade em torno das dimensões-alvo ou nominais das características da qualidade do produto. O Controle Estatístico da Qualidade possui uma grande variedade de ferramentas para a resolução de problemas úteis na obtenção da estabilidade do processo e na melhoria da capacidade produtiva dos mesmos, a partir da redução da variabilidade.

Dentre as diversas ferramentas do Controle Estatístico da Qualidade, destacam-se: Estratificação, Folha de Verificação, Diagrama de Pareto, Diagrama de Ishikawa, Histograma, Diagrama de Dispersão, Índices de Capacidade e Gráficos de Controle.

2.2 Gráfico de Controle

Em 1924, Walter Andrew Shewhart desenvolveu o primeiro gráfico de controle. Ribeiro (2007), comenta que a qualidade de um produto fabricado num processo é inevitavelmente acompanhada de variações, sob estas condições, os gráficos de controle são ferramentas do *CEQ* úteis para distinguir em um processo as variações que não podem ser identificadas e eliminadas (causas aleatórias ou causas especiais), ou seja, variações inerentes ao processo de produção, daquelas que necessitam ser identificadas e eliminadas (causas assinaláveis ou causas identificáveis). Melhorar o desempenho destes gráficos e/ou propor novas metodologias de construção e utilização, tornou-se um desafio dos pesquisadores e usuários do *CEQ*.

O gráfico de controle é uma representação gráfica de uma característica da qualidade (variável em estudo) que foi medida ou calculada a partir de um amostra *versus* o número da amostra ou do tempo. O gráfico de controle possui uma linha central, que representa o valor médio da característica da qualidade, que corresponde ao estado sob controle, ou seja, apenas as causas aleatórias estão presentes. Duas outras linhas horizontais, chamadas Limite Superior de Controle (*LSC*) e Limite Inferior de Controle (*LIC*). Além dessas linhas de controle, os gráficos de controle de Shewhart algumas vezes possuem uma ou duas linhas adicionais de advertência. Os níveis correspondentes a estas linhas são chamados Limite Superior de Advertência e Limite Inferior de Advertência (*LSA* e *LIA*, respectivamente) e a distância entre eles e a linha central é menor do que a distância entre os limites de controle *LSC* e *LIC*, e a linha central.

A falta de controle estatístico de um processo monitorado a partir de um gráfico de controle se dá basicamente pela ocorrência de pontos fora da região entre os limites de controle. Porém, mesmo com todos os pontos situados entre os limites de controle, a presença de tendências, ciclos ou alguma outra configuração típica dos pontos, podem revelar o descontrole estatístico do processo. A construção dos gráficos de controle são baseados a partir de distribuições de probabilidade, com foco principal na distribuição normal. Supõem-se assim que, quando um processo produtivo ou serviço está sob controle estatístico, uma característica da qualidade será observada com comportamento aproximadamente aleatório independente com distribuição normal de média μ e variância σ .

A Figura 2.1 apresenta um exemplo de gráfico de controle monitorando um determinado processo produtivo em que a estatística teste $g(X)$, possui supostamente uma distribuição simétrica e contínua, por exemplo a distribuição normal. Se o teste escalar $Y = g(X)$ possui condições sob controle estatístico e distribuição com esperança μ_Y (nível da linha central LC) e desvio padrão σ_Y , então os limites de controle LSC e LIC são colocados no nível $\mu_Y \pm k\sigma_Y$, onde k é a quantidade de desvio padrão assumido em torno da linha central, podendo ser qualquer valor no conjunto dos números reais, e tradicionalmente utilizado por Shewhart (1924), um $k = 3$.

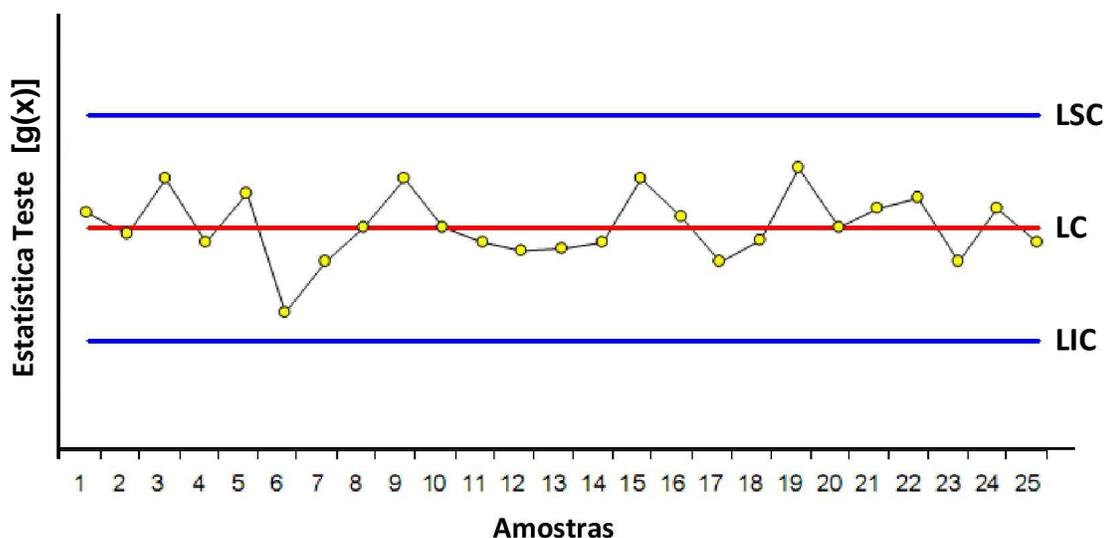


Figura 2.1 *Exemplo de Gráfico de Controle Proposto por Shewhart, em 1924.*

2.3 Introdução a Análise de Regressão

Na prática, constata-se freqüentemente a existência de uma relação entre duas (ou mais) variáveis e se deseja expressar tal relação sob forma matemática, estabelecendo-se uma equação entre as variáveis. Com o auxílio de um diagrama de dispersão, pode-se visualizar uma curva aproximada dos dados. Na Figura 2.2(a), por exemplo, os dados parecem bem próximos de uma reta, o que indica que há uma relação linear entre as variáveis X e Y . Já a Figura 2.2(b), apresenta o caso típico de uma relação não-linear entre as variáveis, enquanto que a Figura 2.2(c) sugere a inexistência de relação entre as variáveis.

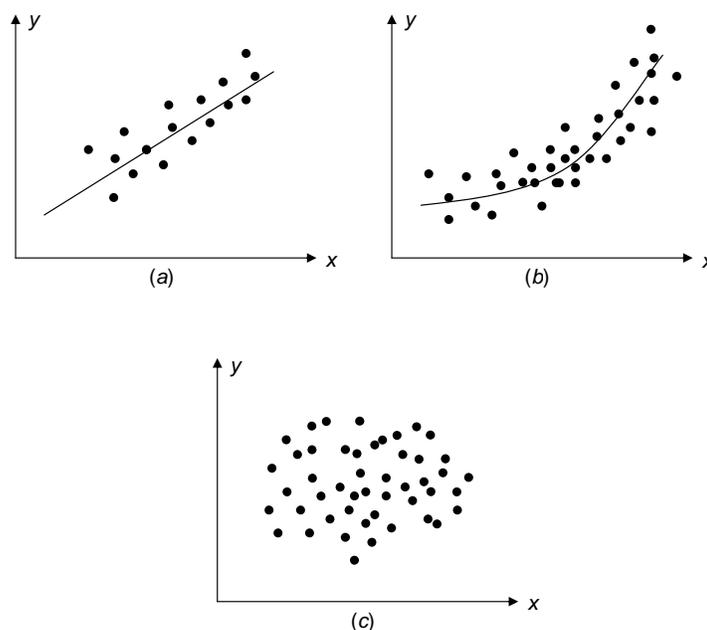


Figura 2.2 *Exemplos de Gráficos de Dispersão.*

De acordo com Spiegel (1978), o problema de determinar as equações de curvas que se ajustem a determinados conjuntos de observações é chamado ajustamento de curvas, ou simplesmente ajustamento. Na prática, freqüentemente o próprio gráfico de dispersão sugere o tipo de ajustamento a ser adotado. Um dos principais objetivos do ajustamento é estimar uma das variáveis (a variável dependente) em função da outra (variável independente). Tal processo de estimação denomina-se regressão. Se Y pode ser estimado em função de X por meio de uma equação, esta equação é denominada de equação de regressão de Y sobre X .

2.4 Modelo de Regressão Clássica ou Linear

A regressão é uma das ferramentas da estatística mais utilizada na resolução de problemas que tem como idéia a identificação e quantificação de algumas relações funcionais entre duas ou mais variáveis, em que uma dessas é dita dependente da outra. É importante identificar qual é a variável dependente e qual a independente no modelo de regressão clássica, cujo gráfico do modelo assume a forma de uma linha reta.

Um dos problemas mais comuns no dia-a-dia é que quando é utilizada uma variável para explicar outra, pode existir uma variação nesta relação. Suponha, por exemplo, que a administração de uma empresa deseja modelar matematicamente a variável propaganda para explicar os lucros das vendas. A gerência da empresa acredita que quando a propaganda é estipulada certa quantidade X_i , as vendas terão determinado valor Y_i , o que acaba nem sempre ocorrendo, podendo ser gerado um valor bem diferente do previsto.

A variável dependente (vendas, no caso) apresenta característica aleatória e com isso ocorrerá sempre algum erro na tentativa de explicar ou prever as vendas. Um modelo dessa natureza é chamado de estocástico, devido a presença de certa aleatoriedade, e pode ser expresso por

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

onde os parâmetros β_0 e β_1 são desconhecidos e podem ser estimados pelos dados da amostra, X_i é o i -ésimo valor da variável preditora (é uma constante conhecida, fixa), Y_i é o i -ésimo valor da variável resposta e ε_i é o termo aleatório. Se fosse conhecido o valor de ε_i , poderia ser calculado de forma precisa o valor de Y_i , mas como ε_i é aleatório, Y_i pode ser apenas estimado. Com isso, o modelo de regressão estimado é

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.2)$$

onde \hat{Y}_i (lê-se Y_i chapéu) é o valor estimado de Y_i para o lucro das vendas, e $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ são os estimadores de β_0 e β_1 , dados pelas equações (2.5) e (2.4), respectivamente.

No momento do ajustamento do modelo de regressão clássica, algumas hipóteses devem ser verificadas e respeitadas tanto para os dados observados (Y_i), quanto para os resíduos (ε_i) do modelo citado na Equação 2.1. Dentre elas, têm-se:

1. Y_i é uma variável aleatória;
2. $E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i$ e $\sigma_{Y_i}^2 = \sigma_{\varepsilon_i}^2 = \sigma^2$;
3. Y_i e Y_j não são correlacionados $\sigma(Y_i, Y_j) = 0 \forall i, j; i \neq j$ (covariância é nula),
 $i, j = 1, \dots, n$;
4. ε_i é o termo do erro aleatório com distribuição normal, com $E(\varepsilon_i) = 0$ e $\sigma^2(\varepsilon_i) = \sigma^2$;

5. ε_i e ε_j não são correlacionados.

Deve-se verificar também se o número de observações é maior do que o número de parâmetros da equação de regressão. Os dados são usados para estimar β_0 e β_1 , isto é, ajustar o modelo aos dados. Para estimar os valores pontuais de β_0 e β_1 , se faz necessário a utilização de um método de estimação que neste caso será abordado o método de mínimos quadrados.

2.4.1 O Método de Mínimos Quadrados

Seja um conjunto de observações (X_i, Y_i) , com $i = 1, 2, \dots, n$. O método de mínimos quadrados é uma estatística que utiliza a soma dos quadrados dos desvios de Y_i em relação ao seu valor esperado $E(Y_i)$, representado por

$$SQ_Y = \sum_{i=1}^n [Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i)]^2. \quad (2.3)$$

Em seguida, derivando SQ_Y em relação a β_0 e β_1 e igualando o resultado de cada um destes a 0 (zero), são encontrados os estimadores para β_0 e β_1 , os quais são apresentados nas Equações 2.4 e 2.5, respectivamente, onde n representa o tamanho da amostra utilizada para a construção do modelo de regressão e \bar{X} e \bar{Y} são as, respectivas, médias aritméticas de X e Y .

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{n \left(\sum_{i=1}^n X_i Y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)}{n \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \quad (2.4)$$

e

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}. \quad (2.5)$$

2.5 Modelo de Regressão Funcional

Conforme Almeida (2003), fisicamente, toda medição é passível de erro, e como tal, este é o argumento mais forte para se acreditar que erros estejam sempre presentes. Da teoria clássica de regressão, sabe-se que o modelo de regressão considera que as variáveis independentes X_i 's são medidas sem erros, portanto, toda a sua formulação está baseada nesta idéia, e não pode ser aplicada a modelos que contenham este tipo de variáveis com erros de medida.

Os Modelos com Erros nas Variáveis (MEV) são uma generalização dos modelos de regressão clássica. Suponha agora um modelo de regressão, onde as variáveis U_i e y_i são duas quantidades não observáveis e estão relacionadas, a partir da Equação 2.6 (Moran, 1971).

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 U_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.6)$$

onde β_0 e β_1 são parâmetros desconhecidos e os valores observados X_i e Y_i são dados por

$$Y_i = y_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.7)$$

e

$$U_i = X_i - \delta_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.8)$$

onde os ε_i 's e os δ_i 's, são os erros de observação e são considerados mutuamente independentes e identicamente distribuídos com média zero e variâncias finitas σ_ε^2 e σ_δ^2 , respectivamente.

Este tipo de modelagem leva em conta o fato de que toda medida geralmente contém erros, quer sejam provocados pelo instrumento de medição, pelo operador ou por fatores externos, como por exemplo, variação na temperatura. Os estimadores para β_0 e β_1 do modelo funcional não podem ser os mesmos da regressão linear simples, visto que, estes são inconsistentes e viesados para o modelo funcional (Almeida, 2003).

Fuller (1987) declara que o modelo funcional é aquele que considera os U_i 's como constantes, acarretando com isto uma situação onde o número de parâmetros cresce com o tamanho da amostra. Os U_i 's são denominados parâmetros incidentais e os demais parâmetros do modelo são chamados de “estruturais”. Portanto, neste modelo têm-se $n + 4$ parâmetros ao todo, sendo eles β_0 , β_1 , σ_ε^2 , σ_δ^2 e U_i , com $i = 1, \dots, n$.

Bolfarine *et al.* (1992) expõem que o logaritmo da função de verossimilhança do modelo funcional é ilimitado, não existindo solução de verossimilhança para β_1 . Solari (1969) mostra que a estimação por verossimilhança só será possível se forem feitas suposições adicionais aos parâmetros. As suposições mais comuns adotadas para contornar o problema de estimação no modelo funcional são:

- i) σ_ε^2 ou σ_δ^2 conhecido;
- ii) σ_ε^2 e σ_δ^2 conhecidos;
- iii) a razão $\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\delta^2}$ conhecida;
- iv) β_0 conhecido.

No Controle Estatístico da Qualidade, a determinação (fixação) de $\hat{\sigma}_\delta^2$ não é considerado um problema sério, pois geralmente os gerentes de produção já têm conhecimento deste valor provenientes de dados de processos passados, de especificações de equipamento de medição ou ainda da própria experiência gerencial (Almeida, 2003).

2.5.1 Estimadores de β_0 e β_1 no Modelo Funcional

Seja o modelo funcional definido por

$$\begin{cases} Y_i = \beta_0 + \beta_1 U_i + \varepsilon_i, \\ \text{e} \\ U_i = X_i - \delta_i, \quad i = 1, \dots, n, \end{cases} \quad (2.9)$$

sendo os U_i 's, $i = 1, \dots, n$ como as constantes fixadas (parâmetros incidentais) e os erros de medição (ε_i, δ_i) normais, independentes e identicamente distribuídos, ambos com média zero e variâncias constantes σ_ε^2 e σ_δ^2 , respectivamente. O vetor (X_i, Y_i) é dado por

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} \sim N_2 \left(\begin{pmatrix} U_i \\ \beta_0 + \beta_1 U_i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\varepsilon^2 \end{pmatrix} \right) \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.10)$$

onde N_2 representa a normal bivariada. Portanto, X_i e Y_i são mutuamente independentes e U_i uma constante fixada. Baseado na suposição que σ_δ^2 é conhecido, pode-se definir os estimadores de β_1 , β_0 e σ_ε^2 , como

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{XY}}{S_{XX} - \sigma_\delta^2}, \quad (2.11)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \quad (2.12)$$

e

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \widehat{Var}(\varepsilon) = S_{YY} - \hat{\beta}_1 S_{XY}, \quad (2.13)$$

onde

$$S_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}), \quad (2.14)$$

$$S_{XX} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad (2.15)$$

$$S_{YY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2, \quad (2.16)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (2.17)$$

e

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i. \quad (2.18)$$

Deve-se então definir a equação de regressão estimada, \hat{Y}_i , a partir da esperança ou média da equação de regressão populacional, Y_i , da seguinte maneira

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{U}_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.19)$$

onde os estimadores da regressão, $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ são obtidos por meio das equações (2.11) e (2.12) e o melhor estimador linear não viesado de U_i mostrado por Fuller (1987), é dado por.

$$\hat{U}_i = a(Y_i - \hat{\beta}_0) + bX_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.20)$$

onde $a = \frac{\sigma_\delta^2 \hat{\beta}_1}{c}$, $b = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{c}$ e $c = \sigma_\delta^2 \hat{\beta}_1^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2$.

Uma outra forma de representar o modelo de regressão com erro nas variáveis é a partir da substituição de U_i na Equação 2.9, obtendo-se assim um modelo aparentemente da forma do modelo de regressão clássico com X_i fixo, representado por

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \nu_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.21)$$

onde o erro $\nu_i = \varepsilon_i - \delta_i \beta_1$.

Portanto, o modelo estimado é dado por

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.22)$$

onde os estimadores da regressão, $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ são obtidos pelas Equações 2.11 e 2.12. Além disso, a $Cov(X, \nu) = -\beta_1 \sigma_\delta^2$, a qual esta é a grande diferença entre a análise de regressão funcional e análise de regressão clássica, em que a referida covariância é nula. Um estimador não viesado da variância do erro σ_ν^2 , é dado por

$$\hat{\sigma}_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2} = S_\nu^2 \quad (2.23)$$

ou ainda

$$\hat{S}_\nu^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [Y_i - \bar{Y} - (X_i - \bar{X})\hat{\beta}_1]^2}{n-2}. \quad (2.24)$$

2.5.2 Erro Padrão da Reta de Regressão

Quando se estuda duas ou mais variáveis, cuja relação é expressa pela Equação 2.9, o desvio padrão de Y (reta de regressão) passa a ser o afastamento médio e mínimo existente entre cada ponto observado e a reta estimada, e é chamado de Erro Padrão da Linha de Regressão, que no caso do modelo funcional, um estimador pode ser dado pela raiz quadrada da Equação 2.24, da seguinte forma

$$\widehat{EP}(Y) = \sqrt{\widehat{S}_v^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [Y_i - \bar{Y} - (X_i - \bar{X})\hat{\beta}_1]^2}{n-2}}, \quad (2.25)$$

sendo $(n-2)$ os graus de liberdade do modelo.

2.6 Gráfico de Controle de Regressão Linear

Em muitos casos durante a avaliação de um processo, há a necessidade de monitorar mais de uma característica da qualidade simultaneamente. Porém, ao monitorar duas características da qualidade é possível a existência de correlação entre as mesmas. Neste caso, como foi visto anteriormente, não se pode aplicar os gráficos de controle do tipo Shewhart. Surgindo portanto a necessidade de controle simultâneo de variáveis correlacionadas, em que muitas vezes as variáveis parecem estar sob controle estatístico quando analisadas separadamente, mas, na verdade, o sistema poderá estar fora de controle estatístico (Jackson, 1956).

Portanto, o gráfico de controle de regressão é uma excelente alternativa para monitorar um processo, a partir de duas variáveis correlacionadas. De acordo com Mandel (1969), o erro padrão para o gráfico de controle de regressão é o desvio padrão estimado baseado nos desvios dos valores observados sobre a linha de regressão e é dado por

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}}, \quad (2.26)$$

onde Y_i é o resultado observado da variável resposta Y para cada valor da variável preditora X , n é o tamanho da amostra e \hat{Y}_i é o valor esperado da variável resposta dado pela Equação 2.2.

No gráfico de controle de regressão linear, assume-se que os valores da variável dependente Y são linearmente relacionados com a variável independente X . Para cada valor específico X é assumido que os valores de Y são normalmente e identicamente distribuídos, com valor médio estimado pela linha de regressão e, com erro padrão que é independente do valor de X , sendo estimado pelos desvios das observações atuais e dos valores estimados de Y da linha de regressão, (Carvalho Jr., 2006).

Para completar o gráfico de controle, necessita-se decidir quão perto dos limites (superior e inferior) se permite que o processo varie. A pergunta em relação a proximidade dos limites pode inspirar uma variedade de respostas, nenhuma necessariamente correta. Existem vários fatores a serem considerados para tomar a decisão, porém todas são orientadas de uma maneira ou de outra, dentro dos custos da produção, Almeida (2003).

Mandel (1969), apresenta a linha central e os limites superior e inferior de controle, para o gráfico de controle de regressão linear, os quais são definidos por

$$\begin{aligned} LSC &= \hat{Y}_i + k\hat{\sigma}_Y \\ LC &= \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i \\ LIC &= \hat{Y}_i - k\hat{\sigma}_Y, \end{aligned} \quad (2.27)$$

onde k é a quantidade de desvio padrão assumido em torno da linha central, podendo ser qualquer valor no conjunto dos números reais (tradicionalmente utilizado $k = 3$) e $\hat{\sigma}_Y$ é um estimador do erro padrão do modelo de regressão.

2.7 Gráfico de Controle de Regressão Funcional

Conforme Almeida (2003), se existe uma relação de causa-e-efeito entre variáveis, então não há nenhuma razão para que quaisquer pares de variáveis altamente correlacionadas não possam ser “plotadas” em um gráfico de controle de regressão. Em um processo produtivo, é freqüente o uso de variáveis que são resultantes de medições, como por exemplo, diâmetro e volume de uma peça ou dimensão de uma ferramenta do processo entre outros.

Em resumo, qualquer que seja a forma de medição de uma variável, o erro de medida estará sempre presente, portanto pode ser levado em consideração. Isto é feito a partir do uso de modelos com erros nas variáveis, como o modelo funcional.

Sua forma de construção é análoga ao gráfico de controle de regressão clássica, porém a diferença principal está na substituição de X_i da Equação 2.27, por U_i , dada por

$$\begin{aligned}LSC &= \hat{Y}_i + k\hat{\sigma}_Y \\LC &= \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 U_i \\LIC &= \hat{Y}_i - k\hat{\sigma}_Y,\end{aligned}\tag{2.28}$$

onde os estimadores de β_0 e β_1 podem ser obtidos pelas Equações 2.12 e 2.11, e o estimador de σ é definido pela Equação 2.25.

Neste capítulo foram abordados tópicos relacionados a técnicas estatísticas como controle da qualidade, gráficos de controle e modelos de regressão (clássica e funcional), onde percebe-se a importância da utilização dos gráficos de controle de regressão (clássica e funcional) para monitorar e avaliar processos que trabalham com variáveis relacionadas. No próximo capítulo, serão abordados os índices de capacidade aplicados em processos que apresentam tolerâncias simétricas e assimétricas.

Capítulo 3

Índices de Capacidade

3.1 Introdução

Os gráficos de controle são de grande utilidade para o monitoramento da variabilidade de um processo e também bastante eficientes para indicar a quantidade de itens que são produzidos dentro (ou fora) da especificação exigida pela gerência (ou pelo fabricante) de uma empresa. No entanto, surgem situações em que é necessário analisar esta variabilidade em relação às especificações de um processo ou produto qualquer, para a eliminação ou redução dessa variabilidade, sendo neste aspecto, os índices de capacidade uma importante ferramenta estatística freqüentemente utilizada para este propósito. De acordo com Prazeres (1996), a capacidade de um processo pode ser definida como a habilidade intrínseca de um processo em desempenhar suas funções nas condições de trabalho, satisfazendo certas especificações e tolerâncias.

Basicamente, o estudo da capacidade visa verificar se o processo consegue atender às especificações, ou não. Ou seja, é avaliado se a dispersão natural (6σ) de um processo está dentro dos limites de especificação. Assim, considerando a situação onde a média do processo μ , e o desvio padrão σ , são desconhecidos e estimados por $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$, respectivamente, e que este processo comporta-se conforme a distribuição normal, pode-se imediatamente determinar a porcentagem de itens defeituosos a partir das especificações fornecidas e dos parâmetros μ e σ . Porém, é mais simples avaliar o processo a partir dos índices de capacidade (Ramos, 2003).

Kotz e Lovelace (1998), apresentam uma grande variedade de índices de capacidade. Entretanto, os índices C_p , C_{pu} , C_{pl} e C_{pk} são utilizados com maior freqüência para mensurar a capacidade de um processo em atender às especificações e também são conhecidos como índices da 1ª geração, por terem sido os primeiros a serem criados.

Os índices de capacidade da 2ª geração foram desenvolvidos e adaptados com a Função Perda de Taguchi (ou Projeto Robusto) e o primeiro índice proposto nessa geração foi C_{pm} . Segundo Kotz e Lovelace (1998), a 3ª geração iniciou por volta de 1990, seguido de um desencadeamento de vários outros novos índices.

O índice C_{pmk} é chamado de índice de 3ª geração, pois é uma combinação de C_{pk} , um índice de 1ª geração, com C_{pm} , um índice de 2ª geração. Esta onda de novos índices ainda continua, seja com o desenvolvimento de novos índices de capacidade ou a partir de pesquisas sobre as propriedades estatísticas dos índices existentes (Palheta, 2005).

Desta forma, este capítulo apresenta os quatro principais índices de capacidade da 1ª geração, suas formas de obtenção e análise detalhada para os demais índices de capacidades referentes à 2ª e 3ª geração. É importante ressaltar que a capacidade de um processo qualquer somente pode ser avaliada se o processo estiver sob controle estatístico de qualidade, visto que, processos fora de controle estatístico geram estimativas errôneas para os índices de capacidade.

3.2 Índices C_p e C_p^*

O índice de capacidade C_p foi projetado para dar uma medida indireta da habilidade do potencial do processo em satisfazer as exigências e é definido por

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}, \quad (3.1)$$

onde LSE e LIE são os limites superior e inferior de especificação, respectivamente.

Na prática, eventualmente o desvio padrão do processo (σ) é conhecido. Portanto, o desvio padrão da Equação 3.1 pode ser estimado por $\bar{I}\bar{Q}/\xi_n$, \bar{R}/d_2 dentre outros estimadores. Sendo assim, a Equação 3.1 pode ser reescrita da seguinte maneira

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}}. \quad (3.2)$$

O índice de capacidade C_p dado pela Equação 3.1 pode gerar a seguinte interpretação prática

$$P = \left(\frac{1}{C_p} \right) \times 100, \quad (3.3)$$

que é a percentagem da faixa de especificação utilizada pelo processo.

3.2.1 Teste de Hipóteses e Índice C_p

Segundo Kotz e Lovelace (1998), na análise da capacidade de um processo, o interesse é testar as hipóteses H_0 : o processo não é capaz, contra H_1 : o processo é capaz.

Para testar estas hipóteses, estima-se o valor do índice de capacidade e compara-o com o limite inferior para determinação da capacidade, C_0 , ou seja, para o índice de capacidade C_p faz-se as seguintes hipóteses

$$H_0 : \hat{C}_p < C_0; \quad (3.4)$$

$$H_1 : \hat{C}_p \geq C_0,$$

onde C_0 é comumente 1,00; 1,33 ou 1,67 e a hipótese H_0 será rejeitada se $\hat{C}_p \geq C_0$.

Observa-se ainda que, o índice C_p mede a dispersão permitida pelo processo somente em relação à sua dispersão natural não levando em consideração o local onde está centrado. Dessa forma, o processo assume que o valor alvo, ou valor objetivo, T (do inglês *target*) para a média do processo coincide com o ponto médio $M = (LSE + LIE)/2$ dos limites de especificação, havendo a possibilidade de sua capacidade real ser menor do que a indicada por C_p , caso contrário, o processo é denominado como Processo com Tolerância Assimétrica.

Conforme Ramos (2003), para um processo ser considerado capaz, o índice C_p deve ser igual ou maior do que 1,00, o que equivale a dizer que pelo menos 99,73% das unidades produzidas serão conformes, admitindo-se a distribuição normal para a variabilidade das unidades produzidas e que o processo esteja sob controle estatístico. Entretanto $C_0 = 1,00$ não é comumente usado como um valor mínimo aceitável.

Uma estimativa de $C_p = 1,33$ se tornou o critério mais comumente aceito como limite inferior para determinação da capacidade de um processo. Esta estimativa assegura que os dados do processo utilizam aproximadamente 75% ou menos da amplitude de especificação. Isto assegura uma taxa muito baixa de rejeição (0,007%) e é, portanto, uma estratégia efetiva para prevenção de itens defeituosos, (Ramos, 2003).

Usando 1,33 dá-se alguma garantia que um $C_p = 1,00$ será possível quando fontes adicionais de variação forem experimentadas no processo de produção. Alguns processos exigem maior rigor com relação ao controle da variabilidade que outros, neste sentido Kotz e Johnson (1993) recomendam valores mínimos de 1,50 para processos existentes e 1,67 para novos processos. Montgomery (2001) cita valores mínimos de 1,33 para um processo existente e 1,50 para um novo processo.

Verifica-se na Figura 3.1 que quando a dispersão natural do processo utiliza apenas 60% da faixa de especificação, $C_p = 1,66$, é esperado que o processo produza somente 6 unidades não-conformes a cada 10.000.000 de unidades produzidas.

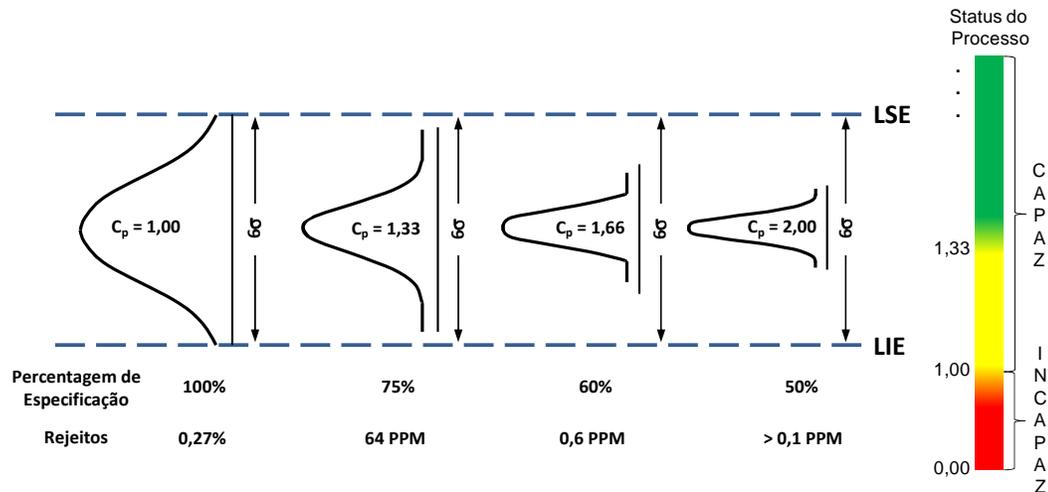


Figura 3.1 Relação entre C_p , Faixa de Especificação e Itens Não-Conformes Produzidos.

Para se calcular o índice C_p relativo à processos que apresentem tolerâncias assimétricas, deve-se utilizar o índice C_p^* , definido como

$$C_p^* = \frac{\min(LSE - T; T - LIE)}{3\sigma}, \quad (3.5)$$

onde LSE e LIE são, respectivamente, os limites superior e inferior de especificação e σ é o desvio padrão do processo. Com base em C_p^* , percebe-se que se $T = M$, então $C_p^* = C_p$. Devido σ ser geralmente desconhecido, a equação estimada de C_p^* é dada por

$$\hat{C}_p^* = \frac{\min(LSE - T; T - LIE)}{3\hat{\sigma}}. \tag{3.6}$$

A Figura 3.2 apresenta uma simulação do comportamento do índice C_p^* . Nela, verifica-se que as estimativas para C_p^* diminuem a cada momento em que o valor alvo se distancia da média aritmética entre os limites de especificação do processo (M), neste caso $M = 25$. A interpretação desse índice é avaliada conforme as estimativas encontradas quando se utiliza o índice capacidade C_p .

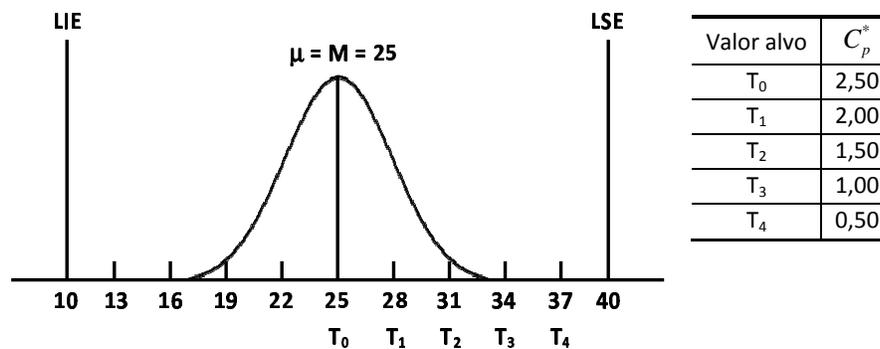


Figura 3.2 Simulação do Comportamento do Índice C_p^* , com $\sigma = 2,00$.

3.3 Índices C_{pu} , C_{pl} , C_{pu}^* e C_{pl}^*

Existem processos em que não se tem informação sobre o limite de especificação superior, ou limite de especificação inferior. Nesse caso, o processo apresenta apenas uma especificação (especificação unilateral) e daí surgem dois novos índices de capacidade, C_{pu} e C_{pl} , os quais são obtidos por

a) quando o processo só apresenta limite superior de especificação, então

$$C_{pu} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma}; \tag{3.7}$$

A Figura 3.3 apresenta uma simulação do comportamento do índice C_{pu} . Nela, verifica-se que para um processo com $\mu = T$, quanto menor o valor do desvio padrão σ , maior o valor calculado para a estimativa C_{pu} e menor amplitude da faixa superior de especificação o processo está sendo utilizada.

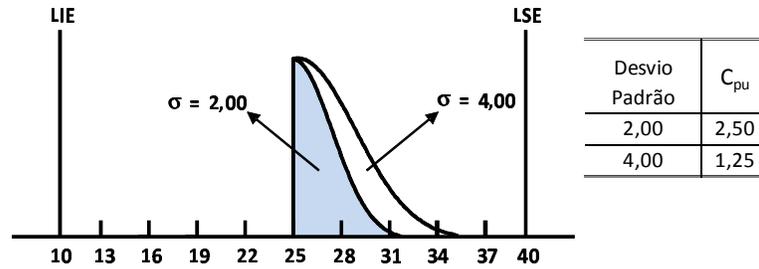


Figura 3.3 Simulação do Comportamento do Índice C_{pu} , com $\sigma = 2,00$.

b) quando o processo só apresenta limite inferior de especificação, então

$$C_{pl} = \frac{\mu - LIE}{3\sigma}, \tag{3.8}$$

A Figura 3.4 apresenta uma simulação do comportamento do índice C_{pl} . Nela, verifica-se que para um processo com $\mu = T$, quanto menor o valor do desvio padrão σ , maior o valor calculado para a estimativa C_{pl} e menor amplitude da faixa inferior de especificação o processo está sendo utilizada.

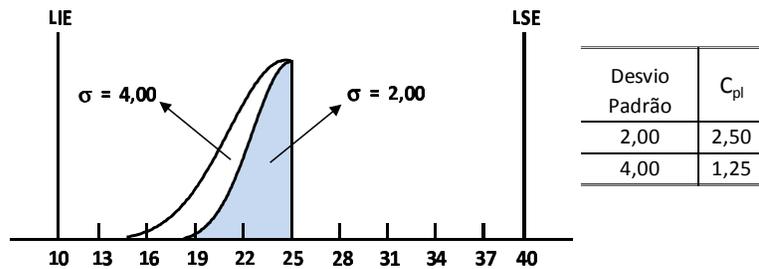


Figura 3.4 Simulação do Comportamento do Índice C_{pl} , com $\sigma = 2,00$.

onde σ e μ são, respectivamente, o desvio padrão e é a média do processo. O índice C_{pu} é denominado de índice de capacidade superior e C_{pl} é o índice de capacidade inferior, os quais se relacionam com C_p por $C_p = (C_{pu} + C_{pl})/2$. Caso σ e μ sejam desconhecidos, são utilizados seus estimadores para obter as estimativas \hat{C}_{pu} e \hat{C}_{pl} .

Observe que ambos os índices C_{pu} e C_{pl} admitem que $T = M$. Para o caso de $T \neq M$, foram propostos os índices C_{pu}^* e C_{pl}^* que são generalizações de C_{pu} e C_{pl} e são definidos da seguinte maneira

$$C_{pu}^* \begin{cases} \frac{LSE - T}{3\sigma} \left(1 - \frac{|T - \mu|}{LSE - T} \right), & \text{se } |T - \mu| < LSE - T, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.9)$$

A Figura 3.5 apresenta uma simulação do comportamento do índice C_{pu}^* . Nela, verifica-se que o processo apresenta estimativa igual a 0, a partir do momento em que a amplitude do valor alvo e a média do processo é igual ou maior que a amplitude entre o limite superior de especificação e o valor alvo. Com isso, pode-se dizer que apenas 50,00% da amplitude entre a média e o limite superior de especificação é analisada, atingindo seu valor máximo quando o valor alvo está centrado na média do processo.

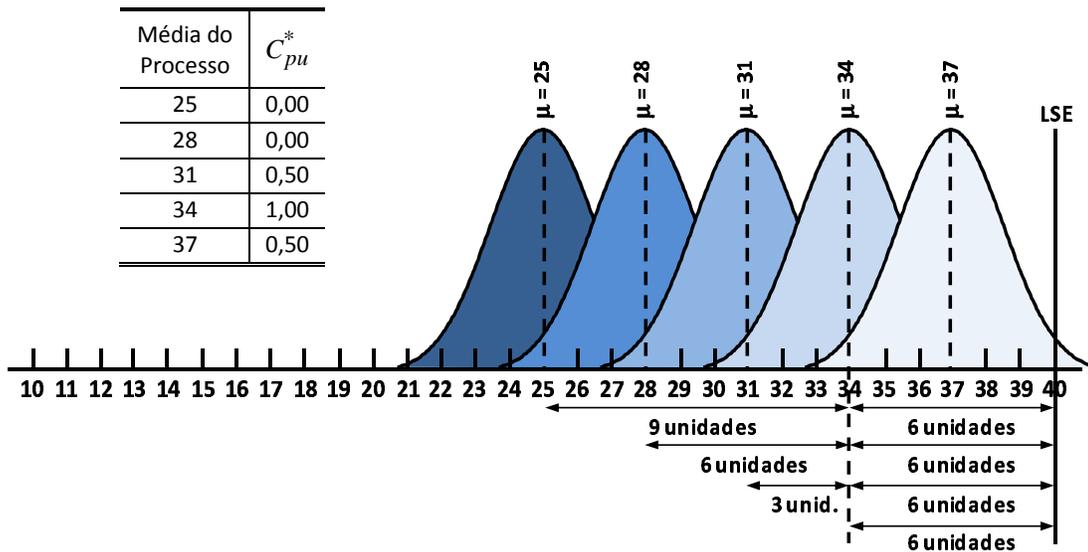


Figura 3.5 Simulação do Comportamento do Índice C_{pu}^* , para $\sigma = 2,00$ e $T = 34$.

e

$$C_{pl}^* \begin{cases} \frac{T - LIE}{3\sigma} \left(1 - \frac{|T - \mu|}{T - LIE} \right), & \text{se } |T - \mu| < T - LIE, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.10)$$

onde observa-se que quando $T = M$ então $C_{pu}^* = C_{pu}$ e $C_{pl}^* = C_{pl}$.

A Figura 3.6 apresenta uma simulação do comportamento do índice C_{pl}^* . A interpretação deste índice de capacidade é similar à feita para o índice de capacidade C_{pl}^* , baseando-se agora em 50,00% da amplitude entre a média e o limite inferior de especificação analisada, atingindo seu valor máximo quando a média do processo está centrada no valor alvo.

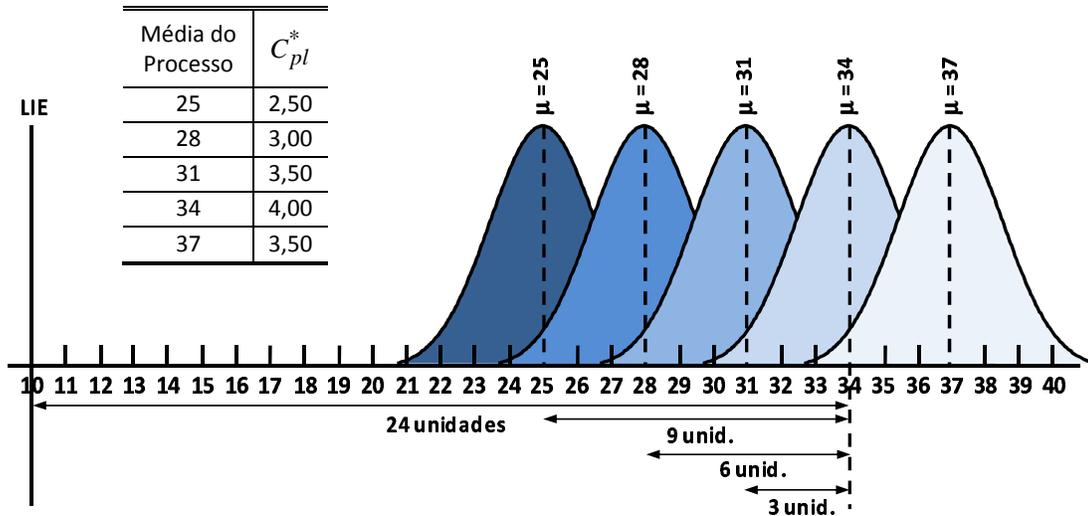


Figura 3.6 Simulação do Comportamento do Índice C_{pl}^* , para $\sigma = 2,00$ e $T = 34$.

3.4 Índices C_{pk} e C_{pk}^*

Devido ao fato de C_p não levar em conta a localização da média do processo em relação às especificações, uma avaliação mais eficiente sobre o desempenho do processo foi introduzido a partir do índice C_{pk} , que leva em conta a variabilidade do processo e sua localização com relação aos limites de especificação.

A Figura 3.7 mostra um processo que não é considerado capaz, mesmo apresentando um valor para $C_p = 2,0$, devido ao fato do processo não estar centralizado no valor alvo, a estimativa calculada para o índice C_p será inválida para estipular a capacidade de o processo produzir itens dentro dos limites de especificação.

Kane (1986) propôs a utilização do índice C_{pk} , que leva em consideração o valor médio do processo e a partir da Figura 3.7 pode-se perceber a vantagem de C_{pk} em relação a C_p quando o processo não está centrado em M . Este índice é definido da seguinte forma

$$C_{pk} = \min(C_{pu}; C_{pl}) \quad \text{ou} \quad C_{pk} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sigma}, \quad (3.11)$$

onde $d = (LSE - LIE)/2$ e $M = (LSE + LIE)/2$.

A Figura 3.7 apresenta as estimativas de C_p e C_{pk} , adotando $\sigma = 2,0$. Nela, observa-se que C_{pk} é calculado em relação ao limite de especificação mais próximo da média do processo. Se a média do processo μ coincide com o valor alvo $M = (LIE + LSE)/2$, tem-se $C_{pk} = C_p$, caso contrário, então $C_{pk} < C_p$. Os valores utilizados como critério para a avaliação de C_{pk} podem ser os mesmos adotados para avaliar C_p , ou seja, o processo é considerado capaz se C_{pk} for igual ou superior a 1,0.

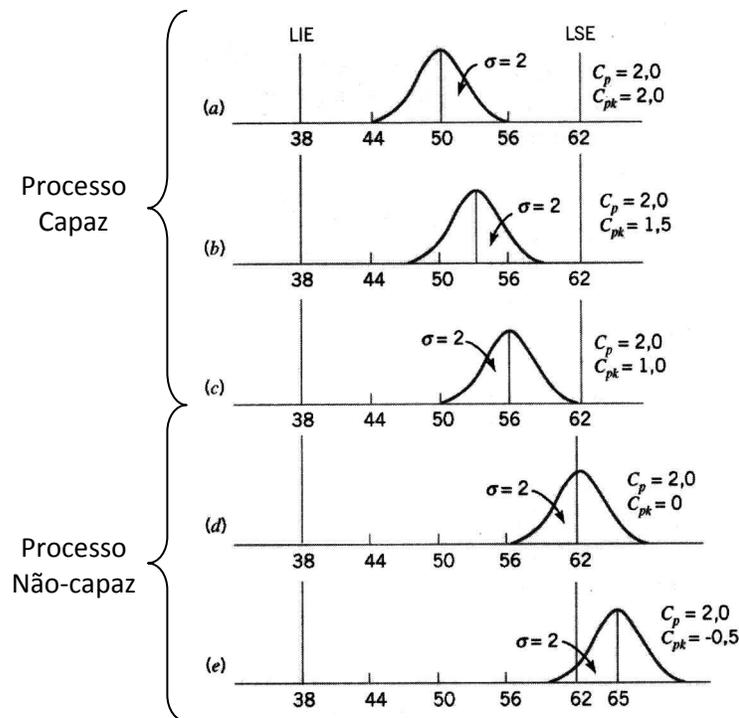


Figura 3.7 Relação C_p e C_{pk} (Montgomery, 2001).

Como o desvio padrão e a média do processo, geralmente, são desconhecidos, é usual utilizar seus estimadores para obter a estimativa C_{pk} a partir de

$$\hat{C}_{pk} = \min(\hat{C}_{pu}; \hat{C}_{pl}). \quad (3.12)$$

Assim como o índice C_p^* , foi desenvolvida uma generalização para C_{pk} que é o índice C_{pk}^* proposto para utilização em processos com tolerâncias assimétricas, isto é, quando $T \neq M$. A definição de C_{pk}^* é dada por

$$C_{pk}^* = \min(C_{pu}^*; C_{pl}^*). \quad (3.13)$$

O fato da utilização do índice C_{pk} em processos que apresentem média diferente do valor alvo ($T \neq M$) não significa que a estimativa encontrada sempre seja confiável na avaliação da capacidade do processo.

Com base em um exemplo citado em Montgomery (2001), se tem: processo A com $M_A = 50$ e $\sigma_A = 5$, processo B com $M_B = 57,5$, $\sigma_B = 2,5$, $LIE = 35$, $LSE = 65$ e $T = 50$, verifica-se que para ambos os casos que $C_{pk} = 1,0$, indicando que os processos são capazes em relação à variabilidade e à centralização, mas observando a Figura 3.8, nota-se que o processo B apresenta-se deslocado em relação ao valor alvo, demonstrando com isso uma tendência no processo somente para valores relacionados a parte superior de especificação e com a média do processo diferente do valor alvo ($T = 50$).

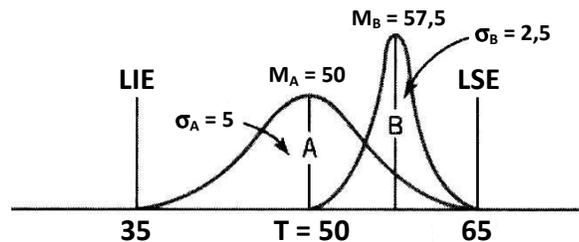


Figura 3.8 Dois Processos com $C_{pk} = 1,0$ (Adaptado de Montgomery, 2001).

3.5 Índices C_{pm} , C_{pm}^* e C_{pmk}

Kotz e Johnson (2002) relatam uma forma alternativa de avaliar a proximidade do alvo devido à variação do processo, denominada de índice de capacidade de Taguchi, ou índice C_{pm} obtido a partir de

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \quad (3.14)$$

O índice de Taguchi C_{pm} analisa o processo considerando a proximidade de sua média em relação ao valor alvo T , que pode ser notado a partir do termo $(\mu - T)^2$, que faz com que caso o processo não esteja centrado no valor alvo, este índice o corrige, independente da variação de σ . Verifica-se que o índice C_{pm} se diferencia dos índices C_p e C_{pk} pelo fato de permitir a diferença entre a média μ e o valor alvo T . Observe, ainda, que C_{pm} assume que o valor alvo coincide com o ponto médio dos limites de especificação ($T = M$) porém, quando isso não ocorre, há sérias desvantagens na sua utilização, pois as estimativas calculadas por C_{pm} resultarão em uma interpretação errônea em relação ao real estado do processo.

Para Kotz e Johnson (2002), Parlar e Wesolowsky (1999), se $T = M$, então C_p , C_{pk} e C_{pm} estão relacionados por

$$C_{pk} = C_p - \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{C_p}{C_{pm}}\right)^2 - 1}. \quad (3.15)$$

Como geralmente σ e M do processo são desconhecidos, é comum utilizar seus estimadores para obter a estimativa \hat{C}_{pm} .

O fato do índice C_{pm} assumir que o ponto médio M dos limites de especificação coincide com o valor alvo T não contempla os casos em que isso não ocorre. A partir disto, Chan *et al.* (1988) propuseram o índice C_{pm}^* , utilizado em processos com tolerâncias assimétricas ($T \neq M$), o qual é uma generalização de C_{pm} , definido por

$$C_{pm}^* = \frac{\min(LSE - T; T - LIE)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \quad (3.16)$$

onde LSE e LIE são, respectivamente, os limites superior e inferior de especificação, T é o valor alvo para a média do processo e M é definido como anteriormente para o índice C_{pk} . Verifique que, quando $T = M$, então $C_{pm} = C_{pm}^*$.

Este índice relaciona a menor amplitude entre o limite de especificação (superior ou inferior) com base em dois componentes de variabilidade: a variância e a centralização do processo (com a amplitude entre o valor alvo e a média do processo). Com isso, percebe-se que é importante o levar em consideração na análise de um processo que apresenta assimetria ($T \neq M$).

A partir da Figura 3.9, verifica-se que em ambos os casos (a) e (b), que o valor de C_{pm}^* aumenta a partir do momento em que μ se aproxima do valor alvo T .

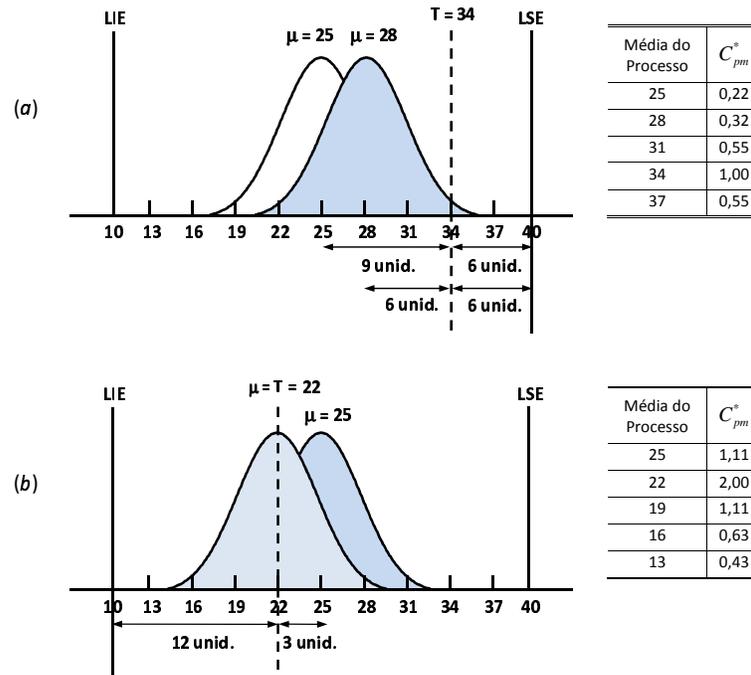


Figura 3.9 Simulação do Comportamento do Índice C_{pm}^* , para $\sigma = 2,00$.

O índice C_{pmk} , foi introduzido por Pearn *et al.* (1992) sendo mais sensível em detectar desvios da média do processo em relação ao valor alvo. Este índice é uma combinação de C_{pk} e C_{pm} , e é definido por

$$C_{pmk} = \min(C_{pmu}; C_{pml}) = \min\left(\frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\mu - T)^2}}; \frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\mu - T)^2}}\right). \quad (3.17)$$

A vantagem de C_{pmk} em relação a C_{pk} e C_{pm} é o fato de ser mais sensível a desvios da média do processo em relação ao valor alvo desejado.

Conforme Pearn e Kotz (1994 *apud* Kotz e Lovelace, 1998), ordenando os índices C_p , C_{pk} , C_{pm} e C_{pmk} em termos de sensibilidade para diferenças entre a média do processo e o valor objetivo, têm-se: $C_{pmk} > C_{pm} > C_{pk} > C_p$. Os critérios utilizados durante a avaliação de C_p podem ser os mesmos para avaliar C_{pm} e C_{pmk} , sendo assim, valores iguais ou superiores a 1,0 indicam um processo capaz.

Neste capítulo foi apresentado uma visão geral sobre alguns índices de capacidade do processo, suas metodologias de construção e forma de interpretação. O próximo capítulo apresentará a construção dos índices de capacidade utilizados em processos monitorados via gráfico de controle de regressão (clássica e funcional).

Capítulo 4

IC para Processos Monitorados via GCR (Clássica e Funcional)

4.1 Introdução

Neste capítulo são desenvolvidos e apresentados os índices de capacidade para processos monitorados via Gráfico de Controle de Regressão (clássica e funcional), ou seja, com variáveis correlacionadas.

As Equações 3.18 a 3.25 apresentam os índices de capacidade para processos com tolerâncias simétricas, isto é, cada $T_i = M_i$ para $i \in \mathbb{N}$, enquanto que as Equações 3.26 a 3.30 apresentam os índices de capacidade para processos com tolerâncias assimétricas, ou seja, cada $T_i = M_i$ para $i \in \mathbb{N}$.

Para facilitar a leitura dos índices de capacidade, sua notação não será alterada, expressando-se somente o valor do desvio padrão no lugar de $\hat{\sigma}$ e não tornando repetitivo a explicação das notações utilizadas, friza-se neste momento que: LIE_i é o limite inferior de especificação do processo para a i -ésima observação, LSE_i é o limite superior de especificação do processo para a i -ésima observação, $\hat{\mu}$ é a média estimada do processo, $\hat{\sigma}$ é o erro padrão do processo, T é o valor alvo do processo, Y_i representa o valor da variável resposta e \hat{Y}_i é o valor esperado de Y_i para o modelo de regressão (clássica ou funcional) em questão.

4.1.1 Índices de Capacidade para Processos com Tolerância Simétrica

i) Índice $C_{p(R)}$

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} = \frac{LSE_i - LIE_i}{6 \left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right]}. \quad (4.1)$$

ii) Índice $C_{pu(R)}$

$$\hat{C}_{pu(R)} = \frac{LSE - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}} = \frac{LSE_i - \hat{Y}_i}{3 \left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right]}. \quad (4.2)$$

iii) Índice $C_{pl(R)}$

$$\hat{C}_{pl(R)} = \frac{\hat{\mu} - LIE}{3\hat{\sigma}} = \frac{\hat{Y}_i - LIE_i}{3 \left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right]}. \quad (4.3)$$

iv) Índice $C_{pk(R)}$

$$\hat{C}_{pk(R)} = \min\{\hat{C}_{pu(R)}; \hat{C}_{pl(R)}\}. \quad (4.4)$$

v) Índice $C_{pm(R)}$

$$\hat{C}_{pm(R)} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\hat{\mu} - T)^2}} = \frac{LSE_i - LIE_i}{6 \left[\sqrt{\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right)^2 + (\hat{Y}_i - T_i)^2} \right]}. \quad (4.5)$$

vi) Índice $C_{pmu(R)}$

$$\hat{C}_{pmu(R)} = \frac{LSE - \hat{\mu}}{3\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\hat{\mu} - T)^2}} = \frac{LSE_i - \hat{Y}_i}{3 \left[\sqrt{\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right)^2 + (\hat{Y}_i - T_i)^2} \right]}. \quad (4.6)$$

vii) Índice $C_{pml(R)}$

$$\hat{C}_{pml(R)} = \frac{\hat{\mu} - LIE}{3\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\hat{\mu} - T)^2}} = \frac{\hat{Y}_i - LIE_i}{3 \left[\sqrt{\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right)^2 + (\hat{Y}_i - T_i)^2} \right]}. \quad (4.7)$$

viii) Índice $C_{pmk(R)}$

$$\hat{C}_{pmk(R)} = \min\{\hat{C}_{pmu(R)}; \hat{C}_{pml(R)}\}. \quad (4.8)$$

4.1.2 Índices de Capacidade para Processos com Tolerância Assimétrica

i) Índice $C_{p(R)}^*$

$$\hat{C}_{p(R)}^* = \frac{\min(LSE - T; T - LIE)}{3\hat{\sigma}} = \frac{\min(LSE_i - T_i; T_i - LIE_i)}{3 \left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right]}. \quad (4.9)$$

ii) Índice $C_{pu(R)}^*$

$$\hat{C}_{pu(R)}^* = \frac{LSE - T}{3\hat{\sigma}} \left(1 - \frac{|T - \hat{\mu}|}{LSE - T} \right) = \frac{LSE_i - T_i}{3 \left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right]} \left(1 - \frac{|T_i - \hat{Y}_i|}{LSE_i - T_i} \right). \quad (4.10)$$

iii) Índice $C_{pl(R)}^*$

$$\hat{C}_{pl(R)}^* = \frac{T - LIE}{3\hat{\sigma}} \left(1 - \frac{|T - \hat{\mu}|}{T - LIE} \right) = \frac{T_i - LIE_i}{3 \left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right]} \left(1 - \frac{|T_i - \hat{Y}_i|}{T_i - LIE_i} \right). \quad (4.11)$$

iv) Índice $C_{pk(R)}^*$

$$\hat{C}_{pk(R)}^* = \min\{\hat{C}_{pu(R)}^*; \hat{C}_{pl(R)}^*\}. \quad (4.12)$$

v) Índice $C_{pm(R)}^*$

$$\hat{C}_{pm(R)}^* = \frac{\min(LSE - T; T - LIE)}{3\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\hat{Y} - T)^2}} = \frac{\min(LSE_i - T_i; T_i - LIE_i)}{3 \left[\sqrt{\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \right)^2 + (\hat{Y}_i - T_i)^2} \right]}. \quad (4.13)$$

Finalmente, ressalta-se que a forma de interpretá-los se dá de modo equivalente aos índices C_p , C_p^* , C_{pu} , C_{pu}^* , C_{pl} , C_{pl}^* , C_{pk} , C_{pk}^* , C_{pm} , C_{pm}^* , C_{pmu} , C_{pml} e C_{pmk} apresentados anteriormente.

A Figura 4.1 apresenta o fluxograma exibindo passo-a-passo a metodologia aplicada para o cálculo dos índices de capacidade, monitorados via gráfico de controle de regressão (clássica e funcional).

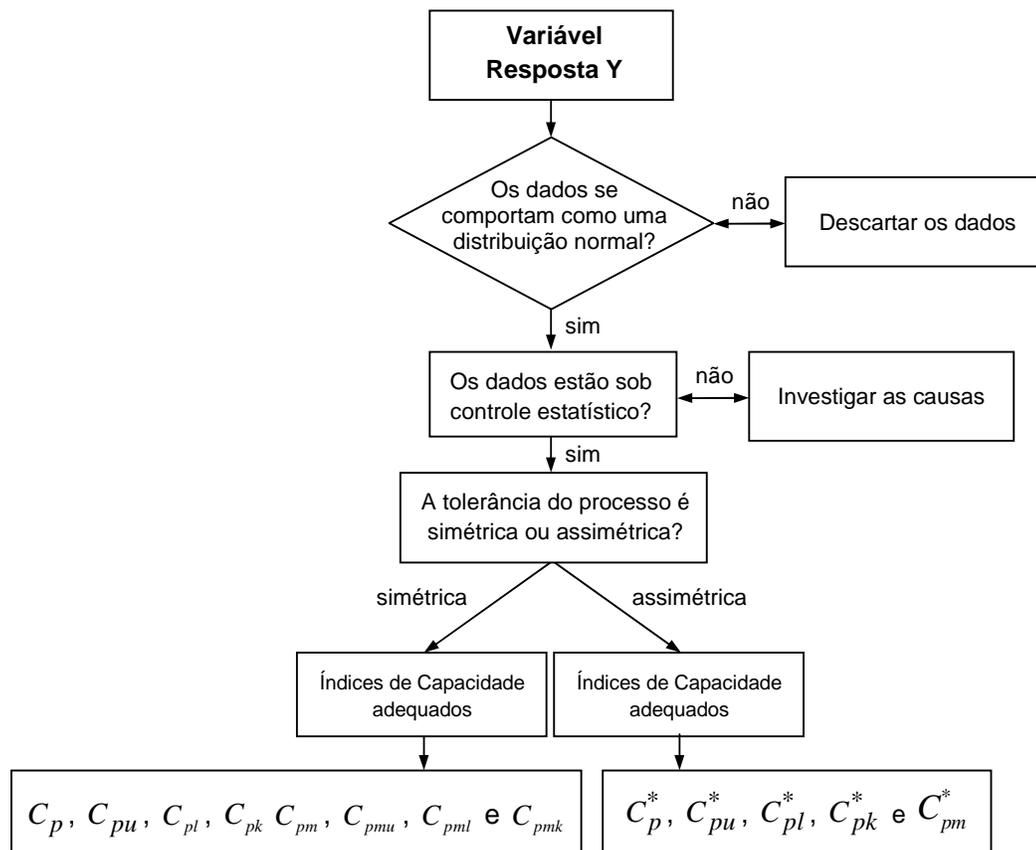


Figura 4.1 *Fluxograma Exibindo Passo-a-Passo a Metodologia Aplicada Para o Cálculo dos Índices de Capacidades, Monitorados Via Gráfico de Controle de Regressão (Clássica e Funcional).*

Neste capítulo foi apresentado a construção e interpretação dos índices de capacidade para processos monitorados via gráficos de controle de regressão (clássica e funcional). O próximo capítulo abordará uma aplicação desses índices, utilizando um banco de dados real com informações sobre *quilometragem* e *volume*, fornecidas por uma empresa de coleta de resíduos da cidade de Santa Maria - RS.

Capítulo 5

Aplicação

5.1 Introdução

Neste capítulo são aplicados os índices de capacidade apresentados no Capítulo 4, para processos monitorados via gráficos de controle de regressão (clássica e funcional), ou seja, com variáveis correlacionadas.

Os dados utilizados neste trabalho são referentes a uma empresa de coleta de resíduos da cidade de Santa Maria - RS, denominada PRT, apresentados em Pereira *et al.* (2005). Neste processo, as variáveis envolvidas são: a *quilometragem* percorrida pelo caminhão e o *volume* de resíduos recolhidos. Pereira *et al.* (2005) controem um gráfico de controle de regressão clássica e declararam que os resultados seriam melhores se levassem em consideração os erros de medida na variável *volume*, isto é, se utilizassem o modelo de regressão com erros nas variáveis. Neste sentido, Martins (2007) utilizou o gráfico de controle de regressão funcional para monitorar e avaliar este processo de coleta de resíduos.

Assim, considerando ambas as formas de monitoramento apresentados por Pereira *et al.* (2005) e Martins (2007), o objetivo geral deste trabalho é desenvolver os índices de capacidade do processo quando gráficos de controle de regressão (clássica e funcional) forem utilizados para modelar, controlar e avaliar um processo ou fenômeno. Desta forma, utilizar-se-á as estimativas calculadas por Martins (2007), cujo desvio padrão da reta de regressão será utilizado nas equações dos índices de capacidade, visto que o mesmo geralmente é um valor desconhecido.

Para verificar a influência do erro padrão calculado para cada um dos modelos de regressão (clássica e funcional), são fixadas as equações referentes aos limites de especificação (superior e inferior), equação referente ao valor alvo T_i e com base na equação estimada para a reta de regressão, são calculados os índices de capacidade.

5.2 Obtenção dos Índices de Capacidade em Processos Monitorados Via Gráficos de Controle de Regressão Clássica

A Figura 5.1 apresenta o gráfico de controle de regressão clássica para as variáveis *volume* e *quilometragem*, com $k = 3$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = 123,1355$. Nela, verifica-se que a condição básica do processo apresentar controle estatístico está sendo respeitada, pois todos os pontos representados pela relação *volume vs quilometragem* está situada entre os limites de controle (superior e inferior), portanto dar-se-á continuidade aos cálculos dos índices de capacidade.

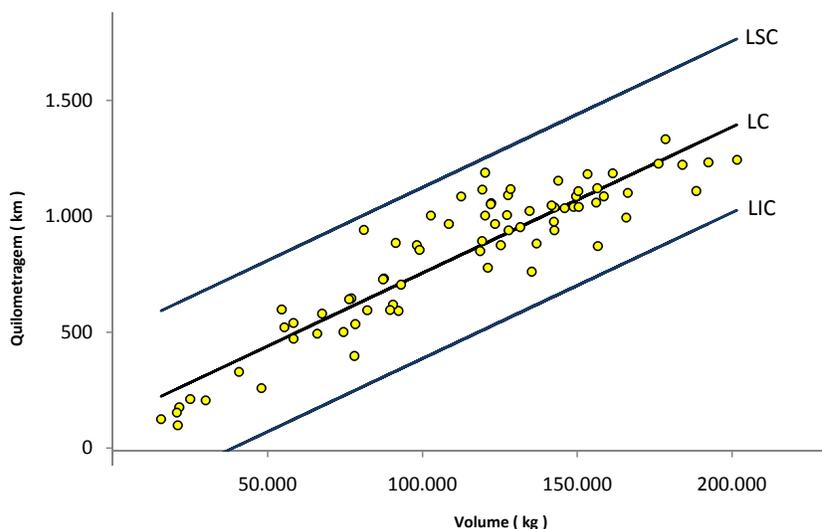


Figura 5.1 Gráfico de Controle de Regressão Clássica para as Variáveis Volume e Quilometragem, com $k = 3$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = 123,1355$.

Observa-se na Tabela 5.1 as estimativas obtidas pelo método de mínimos quadrados para o modelo de regressão clássica. A partir destes dados, o modelo de regressão clássica é definido por

$$Y_i = 124,8233 + 0,0063X_i, \tag{5.1}$$

com erro padrão $EP(Y) = 123,1355$. Os limites de especificação (superior e inferior) obtidos e mostrados, no Apêndice B, são $LSE_i = 630,77 + 0,0063X_i$, $LIE_i = -315,61 + 0,0063X_i$ e $M_i = 157,58 + 0,0063X_i$, ambos para a i -ésima observação.

Tabela 5.1 - Estatísticas Obtidas pelo Método de Mínimos Quadrados para Estimar a Quilometragem Percorrida pelos Caminhões da Empresa PRT, a partir do Modelo de Regressão Clássica.

β_0	β_1	$EP(Y)$
124,8233	0,0063	123,0093

Fonte: Martins (2006).

A Figura 5.2 apresenta o gráfico de controle de regressão clássica para as variáveis *volume* e *quilometragem*, apresentando os limites de controle e de especificação (superior e inferior), com $k = 3$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = 123, 1355$.

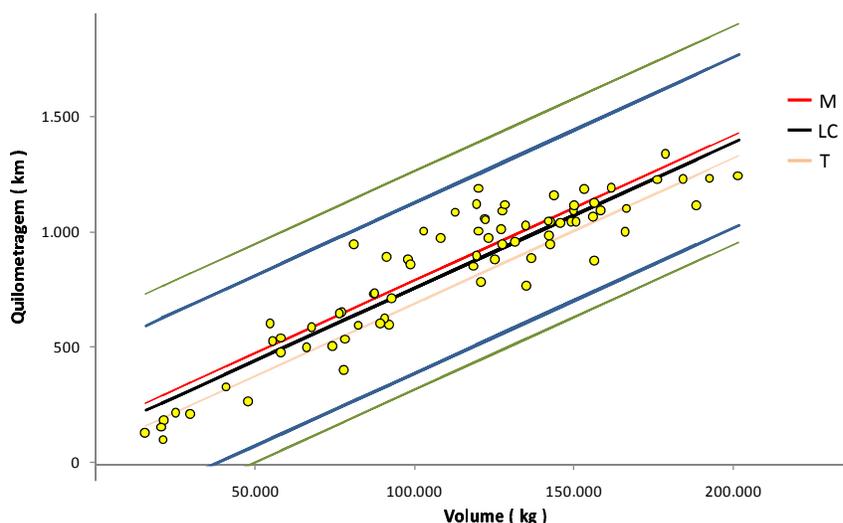


Figura 5.2 Gráfico de Controle de Regressão Clássica para as Variáveis Volume e Quilometragem, Apresentando os Limites de Especificação (Superior e Inferior), com $k = 3$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = 123, 1355$.

A Tabela 5.2 apresenta as estimativas para os índices de capacidade $C_p(R)$, $C_p^*(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}(R)$, $C_{pm}^*(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$ e $C_{pmk}(R)$, utilizando $\hat{\sigma} = EP(Y) = 123, 1355$, do modelo de regressão clássica apresentado em (5.1). Os cálculos referentes aos valores encontrados na Tabela 5.2, são mostrados no Apêndice C com referência a 38ª observação da Tabela D.1 apresentada no Apêndice D.

Tabela 5.2 - Estimativas para os Índices de Capacidade $C_p(R)$, $C_p^*(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}(R)$ e $C_{pm}^*(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$, $C_{pmk}(R)$ e $\hat{\sigma}_{\hat{Y}} = EP(Y) = 123,1355$, do Modelo de Regressão Clássica e Apresentado em (5.1).

Índice	Estimativa	Índice	Estimativa
$C_p(R)$	1,28	$C_{pmk}(R)$	1,05
$C_{pu}(R)$	1,37	$C_p^*(R)$	1,01
$C_{pl}(R)$	1,19	$C_{pu}^*(R)$	1,37
$C_{pk}(R)$	1,19	$C_{pl}^*(R)$	0,83
$C_{pm}(R)$	1,12	$C_{pk}^*(R)$	0,83
$C_{pmu}(R)$	1,20	$C_{pm}^*(R)$	0,89
$C_{pml}(R)$	1,05		

Apesar de terem sido apresentados na Tabela 5.2 todas as estimativas para os índices de capacidade propostos neste trabalho, é importante salientar que para se calcular estimativas mais próximas do valor real da capacidade do processo, são comentados apenas os índices $C_p^*(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}^*(R)$ e $C_{pm}^*(R)$, pois o processo apresenta tolerância assimétrica ($T \neq M$), podendo ser verificado na Figura 5.2, onde observa-se que os limites de controle e especificação são aparentemente paralelos, o que se confirma com suas equações dadas por

$$\begin{cases} LSE_i = 630,77 + 0,0063X_i, \\ LSC_i = 495,4733 + 0,0063X_i, \\ Y_i = 124,8233 + 0,0063X_i, \\ LIC_i = -245,8267 + 0,0063X_i, \\ LIE_i = -315,61 + 0,0063X_i. \end{cases} \quad (5.2)$$

A partir daí, pode-se afirmar que o processo por completo apresenta valor constante para cada índice de especificação obtido. Para os índices $C_p^*(R)$ e $C_{pu}^*(R)$, verifica-se que o processo é classificado como capaz, pois $C_p^*(R)$ avalia indiretamente, quão próximo o valor alvo está do ponto médio dos limites de especificação, porém a média desse processo não é levada em consideração, adotando-se que $M = \mu$, gerando uma estimativa para $C_p^*(R) = 1,01$. Nesse caso, o valor máximo para $C_p^*(R)$ seria de 1,28 se $T = M$.

O estimador $C_{pu}^*(R)$ resultou numa estimativa igual a 1,37, indicando nesse caso que T está próximo de μ , e T possui valor menor que M , cobrindo da amplitude de especificação ($LSE - LIE$) uma região maior que 50,00% e gerando satisfatoriamente uma estimativa

capaz para este processo. Porém, o fato da amplitude entre LSE e T ser maior que LIE e T , afetará a estimativa obtida para $C_{pl}^*(R)$, resultando em 0,83 e a conseqüente incapacidade do processo, dada pelo índice $C_{pk}^*(R) = 0,83$.

O índice de capacidade $C_{pm}^*(R)$ relaciona: o menor valor entre M e o limite de especificação (superior ou inferior), a proximidade entre T e μ e a variância do processo. Com isso, a estimativa obtida por $C_{pm}^*(R)$ resultando em 0,89, indica que o processo é incapaz, devido ao fato de o valor alvo estar muito próximo do limite de especificação inferior e segundo este índice, o valor médio do processo está distante do valor alvo, tornando o processo cada vez menos capaz de atender suas especificações.

5.3 Obtenção dos Índices de Capacidade em Processos Monitorados Via Gráficos de Controle de Regressão Funcional

A Figura 5.3 apresenta o gráfico de controle de regressão funcional para as variáveis *volume* e *quilometragem*, com $k = 3$ e $\hat{\sigma} = 123,8903$. Nela, verifica-se que a condição básica do processo apresentar controle estatístico está sendo respeitada, pois todos os pontos representados pela relação *volume vs quilometragem* está situada entre os limites de controle (superior e inferior).

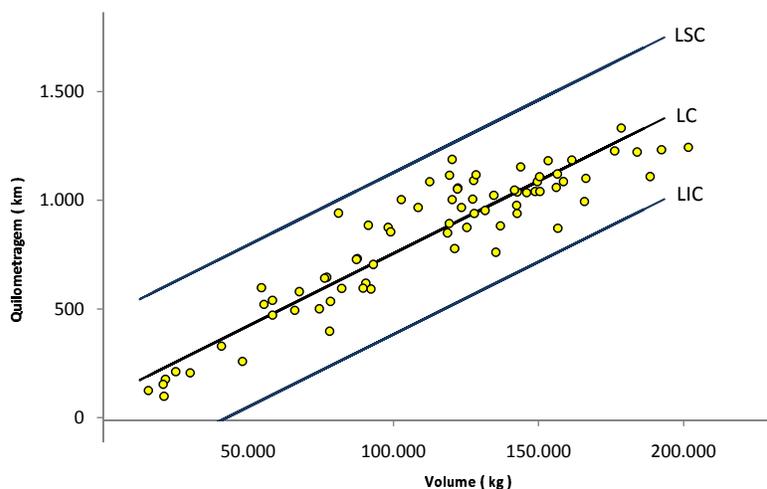


Figura 5.3 Gráfico de Controle de Regressão Funcional para as Variáveis Volume e Quilometragem, com $k = 3$ e $\hat{\sigma} = 123,8903$.

A Tabela 5.3 apresenta as estimativas obtidas pelo método de máxima verossimilhança

para o modelo de regressão funcional. Adotando-se as variáveis *quilometragem* em *km* (Y) e o *volume* de resíduos coletados (X) medidas com erros, monta-se um gráfico de controle de regressão funcional. O modelo de regressão funcional, com σ_δ^2 fixada em 100.000.000, é representado por

$$Y_i = 88,7931 + 0,0067U_i, \tag{5.3}$$

com $EP(Y) = 123,8903$. Os limites de especificação (superior e inferior) obtidos e mostrados, no Apêndice B, são $LSE_i = 630,77 + 0,0063X_i$, $LIE_i = -315,61 + 0,0063X_i$ e $M_i = 157,58 + 0,0063X_i$, ambos para a i -ésima observação.

Tabela 5.3 - Estatísticas Obtidas pelo Método de Máxima Verossimilhança para Estimar a Quilometragem Percorrida pelos Caminhões da Empresa PRT, a partir do Modelo de Regressão Funcional.

β_0	β_1	$EP(Y)$
88,7931	0,0067	123,8903

Fonte: Martins (2006).

A Figura 5.4 apresenta o gráfico de controle de regressão funcional para as variáveis *volume* e *quilometragem*, apresentando os limites de controle e de especificação (superior e inferior), com $k = 3$ e $\hat{\sigma} = 123,8903$.

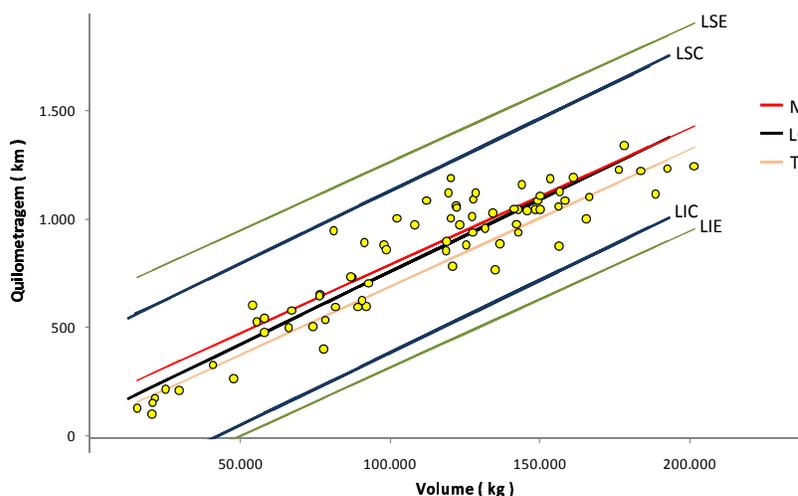


Figura 5.4 Gráfico de Controle de Regressão Funcional para as Variáveis Volume e Quilometragem, Apresentando os Limites de Especificação (Superior e Inferior), com $k = 3$ e $\hat{\sigma} = 123,8903$.

A seguir, a Tabela 5.4 apresenta as estimativas para os índices de capacidade $C_p^*(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}^*(R)$ e $C_{pm}^*(R)$, utilizando $\hat{\sigma} = EP(Y) = 123,8903$, do modelo de regressão funcional apresentado em (5.3), pois como pode-se ver na Figura 5.4, o processo apresenta tolerância assimétrica, e com isso, seria inútil analisar a capacidade do processo utilizando os índices $C_p(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pm}(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$ e $C_{pmk}(R)$. Observa-se também que os limites de controle e especificação são concorrentes, o que se confirma com suas equações dadas por

$$\left\{ \begin{array}{l} LSE_i = 630,77 + 0,0063X_i, \\ LSC_i = 460,4640 + 0,0067U_i, \\ Y_i = 88,7931 + 0,0067U_i, \\ LIC_i = -282,8778 + 0,0067U_i, \\ LIE_i = -315,61 + 0,0063X_i. \end{array} \right. , \quad (5.4)$$

onde esta concorrência implica em uma estimativa diferente para o índice de capacidade calculado, sobre cada valor analisado.

Tabela 5.4 - Estimativas para os Índices de Capacidade $C_p^*(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}^*(R)$ e $\hat{\sigma} = EP(Y) = 123,8903$, do Modelo de Regressão Funcional Apresentado em (5.3).

i	X_i	Y_i	\hat{Y}_i	T_i	M_i	LIE_i	LSE_i	C_p^*	C_{pu}^*	C_{pl}^*	C_{pk}^*	C_{pm}^*
1	15.610	125	173	156	256	-217	729	1,00	1,50	0,96	0,96	0,99
2	20.690	154	205	188	288	-185	761	1,00	1,50	0,96	0,96	0,99
3	20.990	99	191	190	290	-183	763	1,00	1,54	1,00	1,00	1,00
4	21.470	177	216	193	293	-180	766	1,00	1,48	0,94	0,94	0,99
5	25.005	212	243	215	315	-158	788	1,00	1,47	0,93	0,93	0,98
6	30.005	206	265	247	347	-127	820	1,00	1,49	0,96	0,96	0,99
7	40.755	329	351	314	414	-59	888	1,00	1,44	0,90	0,90	0,96
8	48.015	259	365	360	460	-13	933	1,00	1,53	0,99	0,99	1,00
9	54.535	598	495	401	501	28	974	1,00	1,29	0,75	0,75	0,80
10	55.385	521	477	407	507	33	980	1,00	1,35	0,82	0,82	0,87
11	58.330	540	496	425	525	52	998	1,00	1,35	0,81	0,81	0,87
12	58.345	472	476	425	525	52	998	1,00	1,41	0,87	0,87	0,93
13	66.020	494	519	474	574	100	1.047	1,00	1,42	0,88	0,88	0,94
14	67.560	580	551	483	583	110	1.056	1,00	1,36	0,82	0,82	0,88
15	74.500	501	561	527	627	154	1.100	1,00	1,45	0,91	0,91	0,97
16	76.285	642	611	538	638	165	1.111	1,00	1,35	0,81	0,81	0,87
17	77.030	646	615	543	643	170	1.116	1,00	1,35	0,81	0,81	0,87
18	78.015	398	547	549	649	176	1.122	1,00	1,54	1,00	1,00	1,00
19	78.295	535	589	551	651	178	1.124	1,00	1,44	0,90	0,90	0,96
20	81.050	941	721	568	668	195	1.141	1,00	1,13	0,59	0,59	0,63
21	82.175	595	624	575	675	202	1.148	1,00	1,41	0,87	0,87	0,93
22	87.260	728	687	607	707	234	1.181	1,00	1,33	0,79	0,79	0,84
23	87.583	732	690	609	709	236	1.183	1,00	1,32	0,79	0,79	0,84
24	89.520	596	659	622	722	248	1.195	1,00	1,44	0,90	0,90	0,96
25	90.475	619	671	628	728	254	1.201	1,00	1,43	0,89	0,89	0,95
26	91.320	885	753	633	733	260	1.206	1,00	1,22	0,68	0,68	0,72
27	92.225	592	671	639	739	265	1.212	1,00	1,46	0,92	0,92	0,97
28	93.045	705	708	644	744	271	1.217	1,00	1,37	0,83	0,83	0,89
29	98.175	875	782	676	776	303	1.249	1,00	1,26	0,72	0,72	0,76
30	99.045	855	780	682	782	308	1.255	1,00	1,28	0,74	0,74	0,79
31	102.675	1.003	841	704	804	331	1.278	1,00	1,18	0,64	0,64	0,68
32	108.490	967	858	741	841	368	1.314	1,00	1,23	0,69	0,69	0,73
33	112.500	1.085	911	766	866	393	1.340	1,00	1,15	0,61	0,61	0,65
34	118.615	850	871	805	905	432	1.378	1,00	1,36	0,83	0,83	0,89
35	119.227	893	886	809	909	436	1.382	1,00	1,33	0,79	0,79	0,85
36	119.305	1.115	952	809	909	436	1.382	1,00	1,16	0,62	0,62	0,66
37	120.185	1.003	923	815	915	442	1.388	1,00	1,25	0,71	0,71	0,76
38	120.195	1.188	978	815	915	442	1.388	1,00	1,10	0,57	0,57	0,61
39	121.075	778	861	820	920	447	1.394	1,00	1,43	0,89	0,89	0,95
40	122.045	1.052	946	826	926	453	1.400	1,00	1,22	0,68	0,68	0,72
41	122.210	1.057	949	828	928	454	1.401	1,00	1,22	0,68	0,68	0,72
42	123.430	967	928	835	935	462	1.408	1,00	1,29	0,75	0,75	0,80
43	125.280	875	910	847	947	474	1.420	1,00	1,37	0,84	0,84	0,90
44	127.263	1.005	957	859	959	486	1.433	1,00	1,28	0,74	0,74	0,79
45	127.595	1.091	984	861	961	488	1.435	1,00	1,21	0,67	0,67	0,71
46	127.815	939	940	863	963	490	1.436	1,00	1,33	0,80	0,80	0,85
47	128.435	1.117	996	867	967	494	1.440	1,00	1,20	0,66	0,66	0,70
48	131.582	953	962	887	987	513	1.460	1,00	1,34	0,80	0,80	0,86
49	134.570	1.023	997	905	1.005	532	1.479	1,00	1,30	0,76	0,76	0,81
50	135.285	761	923	910	1.010	537	1.483	1,00	1,51	0,97	0,97	1,00
51	136.845	882	966	920	1.020	547	1.493	1,00	1,42	0,88	0,88	0,94
52	141.668	1.047	1.037	950	1.050	577	1.523	1,00	1,31	0,77	0,77	0,82
53	142.405	977	1.020	955	1.055	582	1.528	1,00	1,37	0,83	0,83	0,89
54	142.600	939	1.010	956	1.056	583	1.529	1,00	1,40	0,86	0,86	0,92
55	142.615	1.038	1.039	956	1.056	583	1.529	1,00	1,32	0,78	0,78	0,83
56	143.810	1.153	1.079	964	1.064	590	1.537	1,00	1,23	0,69	0,69	0,74
57	145.870	1.035	1.054	977	1.077	603	1.550	1,00	1,33	0,80	0,80	0,85
58	148.795	1.040	1.069	995	1.095	622	1.568	1,00	1,34	0,81	0,81	0,86
59	149.580	1.086	1.086	1.000	1.100	627	1.573	1,00	1,31	0,77	0,77	0,82
60	150.335	1.108	1.096	1.005	1.105	631	1.578	1,00	1,30	0,76	0,76	0,81
61	150.440	1.040	1.077	1.005	1.105	632	1.579	1,00	1,35	0,81	0,81	0,87
62	153.275	1.182	1.132	1.023	1.123	650	1.596	1,00	1,25	0,71	0,71	0,76
63	156.054	1.059	1.109	1.041	1.141	668	1.614	1,00	1,36	0,82	0,82	0,88
64	156.430	1.121	1.129	1.043	1.143	670	1.616	1,00	1,31	0,77	0,77	0,83
65	156.605	871	1.056	1.044	1.144	671	1.617	1,00	1,51	0,97	0,97	1,00
66	158.515	1.086	1.128	1.056	1.156	683	1.629	1,00	1,35	0,81	0,81	0,87
67	161.395	1.185	1.171	1.074	1.174	701	1.648	1,00	1,28	0,74	0,74	0,79
68	165.765	994	1.135	1.102	1.202	729	1.675	1,00	1,45	0,91	0,91	0,97
69	166.255	1.101	1.169	1.105	1.205	732	1.678	1,00	1,37	0,83	0,83	0,89
70	176.185	1.227	1.253	1.168	1.268	794	1.741	1,00	1,31	0,77	0,77	0,83
71	178.425	1.332	1.294	1.182	1.282	808	1.755	1,00	1,24	0,70	0,70	0,74
72	183.911	1.222	1.288	1.216	1.316	843	1.789	1,00	1,35	0,81	0,81	0,87
73	188.380	1.109	1.276	1.244	1.344	871	1.818	1,00	1,46	0,92	0,92	0,97
74	192.299	1.232	1.330	1.269	1.369	896	1.842	1,00	1,38	0,84	0,84	0,90
75	201.535	1.243	1.377	1.327	1.427	954	1.900	1,00	1,41	0,87	0,87	0,93

Com base na Tabela 5.4, verifica-se que o processo por completo junto aos limites de controle (superior e inferior) estão inclusos entre os limites de especificação (superior e inferior). A estimativa obtida para o índice $C_p^*(R)$ se mostrou constante para todas as observações do processo, pois este índice avalia indiretamente, quão próximo o valor alvo está do ponto médio dos limites de especificação. Observe também na Figura B.3 do Apêndice B que os limites de especificação (superior e inferior) são paralelos aos respectivos valores alvos. Com isso, o fato do desvio padrão utilizado no modelo de regressão funcional ser maior que o desvio padrão aplicado para o modelo de regressão clássica, resultou em uma estimativa de 1,00 para o índice $C_p^*(R)$.

Em relação ao índice $C_{pu}^*(R)$, este resultou numa estimativa situada entre os valores 1,10 e 1,54, indicando um processo capaz. Já com relação ao índice de capacidade $C_{pl}^*(R)$, nota-se que suas estimativas resultaram em valores situados entre 0,81 e 1,00, sendo em sua maioria valores menores que 1,00, classificando no geral o processo como incapaz, baseado nas especificações estabelecidas. O índice $C_{pk}^*(R)$ tem o papel de confirmar apenas a incapacidade do processo, com estimativas situadas entre 0,57 e 1,00. Finalmente, o índice de capacidade $C_{pm}^*(R)$ apresentou estimativas entre os valores 0,61 e 1,00, indicando no geral que o processo é incapaz, de acordo com as especificações estabelecidas.

Capítulo 6

Considerações Finais e Recomendações

6.1 Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo desenvolver e apresentar os índices de capacidade do processo quando variáveis são correlacionadas e se utilizam os gráficos de controle de regressão (clássica e funcional) forem utilizados para modelar, controlar e avaliar um processo ou fenômeno. Muitas empresas trabalham com serviços e produtos envolvendo mais de uma variável (como exemplo, foi citado a *quilometragem* e o *volume* de resíduos recolhidos), e devido a essas relações e que deve ser levado em consideração uma ferramenta estatística como os modelos de regressão aliados aos índices de capacidade, fazendo desta forma uma interpretação do desempenho do processo com valor mais próximo da realidade em relação à especificação exigida pela gerência.

Neste sentido, observou-se que para o processo monitorado a partir do gráfico de controle de regressão clássica, os índices $C_p^*(R)$ e $C_{pu}^*(R)$ indicaram que o processo analisado é capaz, enquanto que os índices $C_{pl}^*(R)$ e $C_{pm}^*(R)$ indicaram um processo incapaz de atender suas especificações. Do ponto de vista da gerência, essa incapacidade apontada por $C_{pl}^*(R)$ deve ser aceita como algo positivo, pois mostra que o processo está atuando na maior parte do tempo, na faixa inferior de especificação, ou seja, percorrendo uma quilometragem menor que o valor médio esperado, enquanto faz a coleta dos resíduos.

Com relação ao índice $C_{pm}^*(R)$, o processo apresenta uma grande variabilidade e/ou amplitude entre μ e T . Neste caso, o índice aponta que a empresa adota um valor alvo suficientemente inferior à média do processo, mesmo utilizando valores abaixo do esperado, e significativa variabilidade, mostrando que o valor analisado para a *quilometragem* muda constantemente de forma bruta.

Utilizando o gráfico de controle de regressão funcional para monitorar o processo, verificou-se que o índice de capacidade $C_p^*(R)$ apresentou uma estimativa igual a 1,00, significando que o processo é capaz, pelo fato do valor alvo se situar relativamente próximo do ponto médio entre os limites de especificação do processo, em que neste caso assumiria uma estimativa máxima de 1,27, para o desvio padrão utilizado.

Com relação ao índice $C_{pu}^*(R)$, este também indicou que o processo é capaz, devido ao fato de suas estimativas se situarem entre os valores 1,10 e 1,54, em que o valor alvo está próximo da média do processo e que o processo utiliza um pequeno valor situado na faixa entre o limite superior de especificação e o valor alvo ($LSE - T$), significando que o caminhão da empresa PRT em poucos momentos utiliza uma quilometragem acima do esperado para realização de sua tarefa, ou seja, este fato implica na incapacidade do processo segundo o índice $C_{pl}^*(R)$ com valores entre 0,81 e 1,00, acusando uma grande atividade entre os valores abaixo do esperado para a quilometragem do processo, significando economia e grande produtividade para a empresa, confirmada pelo índice $C_{pk}^*(R)$ com valores situados entre 0,57 e 1,00.

Com base no índice $C_{pm}^*(R)$, o processo apresenta uma grande variabilidade e/ou amplitude entre μ e T , apontando valores para o índice, entre 0,61 e 1,00. Neste caso, o índice aponta que a empresa deve tomar uma medida corretiva para melhorar a estimativa para este índice, visando diminuir a variabilidade do processo e aproximar suficientemente a média do processo em relação ao seu valor alvo, fazendo com isso que o índice de capacidade $C_{pm}^*(R)$ assumia valores superior a 1,00.

Finalizando, pôde-se concluir que a hipótese básica do trabalho em desenvolver índices de capacidade envolvendo variáveis correlacionadas, e tendo seu monitoramento realizado via gráfico de controle de regressão (clássica e funcional), com base nos índices de capacidade $C_p(R)$, $C_p^*(R)$, $C_{pu}(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}(R)$, $C_{pk}^*(R)$, $C_{pm}(R)$, $C_{pm}^*(R)$, $C_{pmu}(R)$, $C_{pml}(R)$ e $C_{pmk}(R)$, foi comprovada e exposta no trabalho, para os índices de capacidade $C_p^*(R)$, $C_{pu}^*(R)$, $C_{pl}^*(R)$, $C_{pk}^*(R)$ e $C_{pm}^*(R)$. Para os demais índices de capacidade, seria necessária a construção de limites de especificação com tolerância simétrica ($T \neq M$), que neste caso não foi considerado.

6.2 Recomendações para Trabalhos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se destacar:

- Aplicar índices de capacidade do processo utilizando o gráfico de controle de regressão estrutural e comparar as estimativas encontradas, quando o gráfico de controle de regressão funcional for utilizado;
- Propor uma metodologia para obtenção de índices de capacidade, utilizando distribuições não-normais e monitorados via gráfico de controle de regressão (clássica, funcional e estrutural);
- Estender a metodologia aplicada neste trabalho a outros índices de capacidade (ou também aos índices de incapacidade) a partir de um banco de dados real e interpretar as estimativas calculadas.

Apêndice A

Banco de Dados

Tabela A.1 - *Dados Fornecidos Pela Empresa PRT.*

Observação (i)	Volume (kg)	Quilometragem (km)	Observação (i)	Volume (kg)	Quilometragem (km)
1	15.610	125	40	120.195	1.188
2	20.690	154	41	121.075	778
3	20.990	99	42	122.045	1.052
4	21.470	177	43	122.210	1.057
5	25.005	212	44	123.430	967
6	30.005	206	45	125.280	875
7	40.755	329	46	127.263	1.005
8	48.015	259	47	127.595	1.091
9	48.850	1.903	48	127.815	939
10	54.535	598	49	128.435	1.117
11	55.385	521	50	131.582	953
12	58.330	540	51	134.570	1.023
13	58.345	472	52	135.285	761
14	66.020	494	53	136.845	882
15	67.560	580	54	141.668	1.047
16	69.371	1.099	55	142.405	977
17	74.500	501	56	142.600	939
18	76.285	642	57	142.615	1.038
19	77.030	646	58	143.810	1.153
20	78.015	398	59	145.870	1.035
21	78.295	535	60	148.795	1.040
22	81.050	941	61	149.580	1.086
23	82.175	595	62	150.335	1.108
24	87.260	728	63	150.440	1.040
25	87.583	732	64	153.275	1.182
26	89.520	596	65	156.054	1.059
27	90.475	619	66	156.430	1.121
28	91.320	885	67	156.605	871
29	92.225	592	68	158.515	1.086
30	93.045	705	69	161.395	1.185
31	98.175	875	70	165.765	994
32	99.045	855	71	166.255	1.101
33	102.675	1.003	72	170.113	1.555
34	108.490	967	73	176.185	1.227
35	112.500	1.085	74	178.425	1.332
36	118.615	850	75	183.911	1.222
37	119.227	893	76	188.380	1.109
38	119.305	1.115	77	192.299	1.232
39	120.185	1.003	78	201.535	1.243

Fonte: Martins (2007).

Apêndice B

Estabelecendo os Limites de Especificação (Superior e Inferior)

A idéia por trás do cálculo do índice de capacidade leva em consideração uma faixa de especificação relativa à estatística que o operador deseja investigar sobre um fenômeno ou processo industrial. Os itens e produção ou fenômeno investigado que se situam dentro desta faixa de especificação são geralmente classificados como dentro das especificações para o processo e, caso todos os itens estejam situados dentro da faixa de especificação, o processo ou fenômeno é denominado capaz.

No caso dos dados em estudo nesta dissertação, a variável que será utilizada para avaliar a capacidade do processo será a quilometragem, e como o fenômeno não possui uma faixa de especificação definida, este apêndice propõem a definição de limites de especificação (superior e inferior) para a variável em estudo.



Figura B.1 *Limites e Intervalos de Atuação e Especificação do Fenômeno.*

Na definição dos limites de especificação (superior e inferior) deve-se ter a precaução de que para um intervalo de especificação muito pequeno, haveria o risco de o fenômeno indicar um falso alarme de uma elevada quantidade de problemas ocorrendo com o objeto em estudo, por outro lado, para um intervalo de especificação muito grande, haveria o risco de o fenômeno em estudo não indicar problemas e sendo assim, têm-se um risco maior de

problemas no fenômeno devido ao elevado valor utilizado na especificação. Com isso, é de grande necessidade haver um equilíbrio entre o limite de especificação e a probabilidade do objeto em estudo no fenômeno estar situado na faixa de especificação.

Os dados utilizados neste trabalho, foram fornecidos pela empresa de coleta de resíduos da cidade de Santa Maria - RS, denominada PRT, apresentado em Pereira *et al.* (2005), neste processo, as variáveis envolvidas são: a *quilometragem* (em *km*) percorrida pelo caminhão e o *volume* (em *kg*) dos resíduos recolhidos.

A Figura B.2 apresenta o gráfico de dispersão para as variáveis volume e quilometragem. Nela, verifica-se que as variáveis *volume vs quilometragem* apresentam correlação positiva, isto é, quanto maior o *volume* recolhido de resíduos, maior é a *quilometragem* percorrida pelo caminhão.

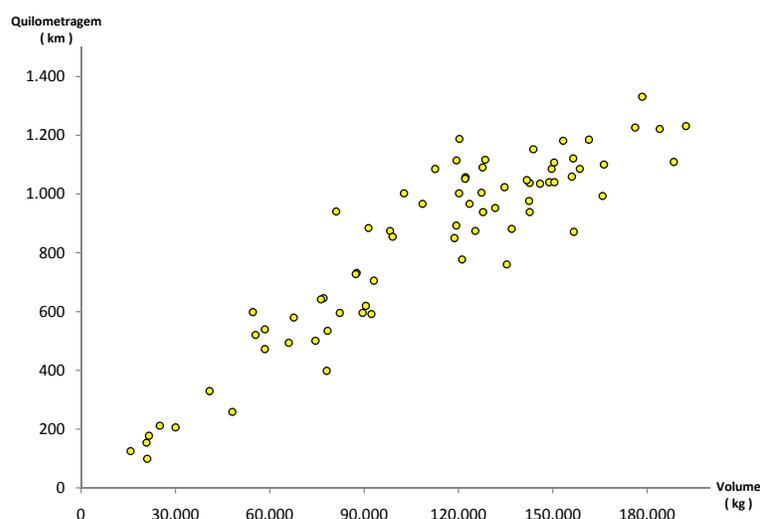


Figura B.2 Gráfico de Dispersão para as Variáveis Volume e Quilometragem.

Os limites de especificação (superior e inferior) geralmente são propostos pela gerencia de produção a partir de análises específicas e constantes sobre o comportamento do fenômeno em estudo. A partir de uma investigação com base no gráfico de correlação da Figura B.2 e no banco de dados apresentado no Apêndice A, pode-se utilizar a coordenada (120.195, 1.388) e fixar uma especificação de modo que para um volume de 120.195 *kg*, o valor máximo para a quilometragem deve ser 1.588 e que a cada *kg* a mais que o caminhão venha coletar, o aumento na quilometragem deve ser de 0,0063 unidades. Com isso, pode-

se construir uma equação que represente os limites de especificação (superior e inferior) que assumirá a seguinte forma

$$\begin{cases} LSE_i = 630,77 + 0,0063X_i \\ LIE_i = -315,61 + 0,0063X_i \end{cases} \quad (B.1)$$

onde X_i está relacionado com o volume de resíduo recolhido, enquanto que LSE_i e LIE_i referem-se, respectivamente, aos limites superior e inferior de especificação do processo (ou fenómeno), quando se adota um volume X_i de resíduos.

Sobre os valores de LIE_i e LSE_i , ainda pode ser definido o ponto médio dos limites de especificação, dado por $M_i = \frac{LIE_i + LSE_i}{2}$, representado pela equação $M_i = 157,58 + 0,0063X_i$ e o valor alvo (T) fixado por $T_i = 57,58 + 0,0063X_i$.

A Figura B.3 apresenta o gráfico de dispersão para as variáveis volume e quilometragem com os limites de especificação, o valor alvo e o ponto médio entre os limites de especificação. Nele, verifica-se que tem-se um processo com tolerância assimétrica, isto é, $T \neq M$.

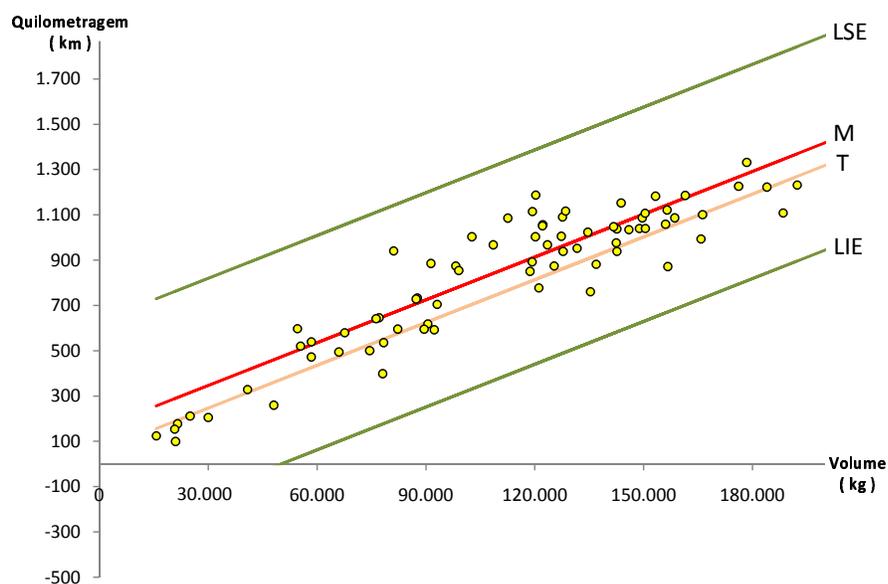


Figura B.3 Gráfico de Dispersão para as Variáveis Volume e Quilometragem com os Limites de Especificação, Valor Alvo e o Ponto Médio Entre os Limites de Especificação.

Apêndice C

Cálculos para Obtenção das Estimativas dos Índices de Capacidade Via Gráfico de Controle de Regressão Clássica

$$\hat{C}_p(R) = \frac{LSE_{38} - LIE_{38}}{6\hat{\sigma}_{\hat{Y}}} = \frac{1.388 - 442}{6 \times 123,14} = 1,28. \quad (C.1)$$

$$\hat{C}_{pu}(R) = \frac{LSE_{38} - \hat{Y}_{38}}{3\hat{\sigma}_{\hat{Y}}} = \frac{1.388 - 882}{3 \times 123,14} = 1,37. \quad (C.2)$$

$$\hat{C}_{pl}(R) = \frac{\hat{Y}_{38} - LIE_{38}}{3\hat{\sigma}_{\hat{Y}}} = \frac{882 - 442}{3 \times 123,14} = 1,19. \quad (C.3)$$

$$\hat{C}_{pk}(R) = \min\{\hat{C}_{pu}(R); \hat{C}_{pl}(R)\} = \min\{1,37; 1,19\} = 1,19. \quad (C.4)$$

$$\hat{C}_{pm}(R) = \frac{LSE_{38} - LIE_{38}}{6\sqrt{\hat{\sigma}_{\hat{Y}}^2 + (\hat{Y}_{38} - T_{38})^2}} = \frac{1.388 - 442}{6\sqrt{123,14^2 + (882 - 815)^2}} = 1,12. \quad (C.5)$$

$$\hat{C}_{pmu}(R) = \frac{LSE_{38} - \hat{Y}_{38}}{3\sqrt{\hat{\sigma}_{\hat{Y}}^2 + (\hat{Y}_{38} - T_{38})^2}} = \frac{1.388 - 882}{3\sqrt{123,14^2 + (882 - 815)^2}} = 1,20. \quad (C.6)$$

$$\hat{C}_{pml}(R) = \frac{\hat{Y}_{38} - LIE_{38}}{3\sqrt{\hat{\sigma}_{\hat{Y}}^2 + (\hat{Y}_{38} - T_{38})^2}} = \frac{882 - 442}{3\sqrt{123,14^2 + (882 - 815)^2}} = 1,05. \quad (C.7)$$

$$\hat{C}_{pmk}(R) = \min\{\hat{C}_{pmu}(R); \hat{C}_{pml}(R)\} = \min\{1,20; 1,05\} = 1,05. \quad (C.8)$$

$$\hat{C}_p^*(R) = \frac{\min(LSE_{38} - T_{38}; T_{38} - LIE_{38})}{3\hat{\sigma}_{\hat{Y}}} = \frac{\min(1.388 - 815; 815 - 442)}{3 \times 123,14} = 1,01. \quad (C.9)$$

$$\hat{C}_{pu}^*(R) = \frac{LSE_{38} - T_{38}}{3\hat{\sigma}_{\hat{Y}}} \left(1 - \frac{|T_{38} - \hat{Y}_{38}|}{LSE_{38} - T_{38}} \right) = \frac{1.388 - 815}{3 \times 123,14} \left(1 - \frac{|815 - 882|}{1.388 - 815} \right) = 1,37. \quad (\text{C.10})$$

$$\hat{C}_{pl}^*(R) = \frac{T_{38} - LIE_{38}}{3\hat{\sigma}_{\hat{Y}}} \left(1 - \frac{|T_{38} - \hat{Y}_{38}|}{T_{38} - LIE_{38}} \right) = \frac{815 - 442}{3 \times 123,14} \left(1 - \frac{|815 - 882|}{815 - 442} \right) = 0,83. \quad (\text{C.11})$$

$$\hat{C}_{pk}^*(R) = \min\{\hat{C}_{pu}^*(R); \hat{C}_{pl}^*(R)\} = \min\{1,37; 0,83\} = 0,83. \quad (\text{C.12})$$

$$\hat{C}_{pm}^*(R) = \frac{\min(LSE_{38} - T_{38}; T_{38} - LIE_{38})}{3\sqrt{\hat{\sigma}_{\hat{Y}}^2 + (\hat{Y}_{38} - T_{38})^2}} = \frac{\min(1.388 - 815; 815 - 442)}{3\sqrt{123,14^2 + (882 - 815)^2}} = 0,89. \quad (\text{C.13})$$

Apêndice D

Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Clássica

Tabela D.1 - *Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Clássica.*

Obs. (<i>i</i>)	Volume (<i>kg</i>)	Quilom. (<i>km</i>)	LC_i	LSC_i	LIC_i	Obs. (<i>i</i>)	Volume (<i>kg</i>)	Quilom. (<i>km</i>)	LC_i	LSC_i	LIC_i
1	15.610	125	223,17	592,57	-146,24	39	121.075	778	887,60	1.257,00	518,19
2	20.690	154	255,17	624,58	-114,24	40	122.045	1.052	893,71	1.263,11	524,30
3	20.990	99	257,06	626,47	-112,35	41	122.210	1.057	894,75	1.264,15	525,34
4	21.470	177	260,08	629,49	-109,32	42	123.430	967	902,43	1.271,84	533,03
5	25.005	212	282,35	651,76	-87,05	43	125.280	875	914,09	1.283,49	544,68
6	30.005	206	313,85	683,26	-55,55	44	127.263	1.005	926,58	1.295,99	557,17
7	40.755	329	381,58	750,99	12,17	45	127.595	1.091	928,67	1.298,08	559,27
8	48.015	259	427,32	796,72	57,91	46	127.815	939	930,06	1.299,46	560,65
9	54.535	598	468,39	837,80	98,99	47	128.435	1.117	933,96	1.303,37	564,56
10	55.385	521	473,75	843,16	104,34	48	131.582	953	953,79	1.323,20	584,38
11	58.330	540	492,30	861,71	122,90	49	134.570	1.023	972,61	1.342,02	603,21
12	58.345	472	492,40	861,80	122,99	50	135.285	761	977,12	1.346,53	607,71
13	66.020	494	540,75	910,16	171,34	51	136.845	882	986,95	1.356,35	617,54
14	67.560	580	550,45	919,86	181,04	52	141.668	1.047	1.017,33	1.386,74	647,93
15	74.500	501	594,17	963,58	224,77	53	142.405	977	1.021,97	1.391,38	652,57
16	76.285	642	605,42	974,83	236,01	54	142.600	939	1.023,20	1.392,61	653,80
17	77.030	646	610,11	979,52	240,71	55	142.615	1.038	1.023,30	1.392,70	653,89
18	78.015	398	616,32	985,72	246,91	56	143.810	1.153	1.030,83	1.400,23	661,42
19	78.295	535	618,08	987,49	248,68	57	145.870	1.035	1.043,80	1.413,21	674,40
20	81.050	941	635,44	1.004,84	266,03	58	148.795	1.040	1.062,23	1.431,64	692,83
21	82.175	595	642,53	1.011,93	273,12	59	149.580	1.086	1.067,18	1.436,58	697,77
22	87.260	728	674,56	1.043,97	305,15	60	150.335	1.108	1.071,93	1.441,34	702,53
23	87.583	732	676,60	1.046,00	307,19	61	150.440	1.040	1.072,60	1.442,00	703,19
24	89.520	596	688,80	1.058,21	319,39	62	153.275	1.182	1.090,46	1.459,86	721,05
25	90.475	619	694,82	1.064,22	325,41	63	156.054	1.059	1.107,96	1.477,37	738,56
26	91.320	885	700,14	1.069,55	330,73	64	156.430	1.121	1.110,33	1.479,74	740,93
27	92.225	592	705,84	1.075,25	336,43	65	156.605	871	1.111,43	1.480,84	742,03
28	93.045	705	711,01	1.080,41	341,60	66	158.515	1.086	1.123,47	1.492,87	754,06
29	98.175	875	743,33	1.112,73	373,92	67	161.395	1.185	1.141,61	1.511,02	772,21
30	99.045	855	748,81	1.118,21	379,40	68	165.765	994	1.169,14	1.538,55	799,74
31	102.675	1.003	771,68	1.141,08	402,27	69	166.255	1.101	1.172,23	1.541,64	802,82
32	108.490	967	808,31	1.177,72	438,90	70	176.185	1.227	1.234,79	1.604,20	865,38
33	112.500	1.085	833,57	1.202,98	464,17	71	178.425	1.332	1.248,90	1.618,31	879,49
34	118.615	850	872,10	1.241,50	502,69	72	183.911	1.222	1.283,46	1.652,87	914,06
35	119.227	893	875,95	1.245,36	506,55	73	188.380	1.109	1.311,62	1.681,02	942,21
36	119.305	1.115	876,44	1.245,85	507,04	74	192.299	1.232	1.336,31	1.705,71	966,90
37	120.185	1.003	881,99	1.251,40	512,58	75	201.535	1.243	1.394,49	1.763,90	1.025,09
38	120.195	1.188	882,05	1.251,46	512,65						

Nota: do banco de dados apresentado no Apêndice A, não foram consideradas as observações 12, 22 e 37 devido ao fato do fenômeno se apresentar fora de controle estatístico com a presença das mesmas.

Apêndice E

Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Funcional

Tabela E.1 - *Dados Utilizados para a Construção do Gráfico de Controle de Regressão Funcional.*

Obs. (<i>i</i>)	U_i (<i>kg</i>)	Quilom. (<i>km</i>)	LC	LSC	LIC	Obs. (<i>i</i>)	U_i (<i>kg</i>)	Quilom. (<i>km</i>)	LC	LSC	LIC
1	12.621	125	172,94	544,62	-198,73	39	125.166	761	923,32	1.295,00	551,65
2	15.277	99	190,65	562,32	-181,02	40	125.863	967	927,97	1.299,64	556,30
3	17.487	154	205,38	577,06	-166,29	41	127.728	939	940,40	1.312,07	568,73
4	19.051	177	215,81	587,48	-155,86	42	128.628	1.052	946,40	1.318,07	574,73
5	23.089	212	242,74	614,41	-128,93	43	128.964	1.057	948,65	1.320,32	576,98
6	26.357	206	264,52	636,20	-107,15	44	129.466	1.115	951,99	1.323,66	580,32
7	39.367	329	351,27	722,94	-20,40	45	130.244	1.005	957,18	1.328,85	585,51
8	41.413	259	364,91	736,58	-6,76	46	131.005	953	962,25	1.333,92	590,58
9	58.090	472	476,10	847,77	104,43	47	131.597	882	966,20	1.337,87	594,53
10	58.156	521	476,54	848,21	104,87	48	133.309	1.188	977,62	1.349,29	605,95
11	60.946	598	495,15	866,82	123,48	49	134.265	1.091	983,99	1.355,66	612,32
12	61.073	540	495,99	867,66	124,32	50	136.004	1.117	995,58	1.367,25	623,91
13	64.480	494	518,71	890,38	147,03	51	136.198	1.023	996,88	1.368,55	625,21
14	68.726	398	547,02	918,69	175,34	52	138.172	939	1.010,04	1.381,71	638,37
15	69.355	580	551,21	922,88	179,54	53	139.707	977	1.020,28	1.391,95	648,60
16	70.779	501	560,70	932,37	189,03	54	142.269	1.047	1.037,36	1.409,03	665,68
17	74.957	535	588,56	960,23	216,89	55	142.542	1.038	1.039,17	1.410,84	667,50
18	78.248	642	610,50	982,18	238,83	56	144.709	1.035	1.053,62	1.425,29	681,95
19	78.951	646	615,19	986,86	243,52	57	145.071	871	1.056,03	1.427,71	684,36
20	80.339	595	624,45	996,12	252,78	58	146.996	1.040	1.068,87	1.440,54	697,20
21	85.572	596	659,33	1.031,01	287,66	59	148.158	1.040	1.076,62	1.448,29	704,94
22	87.259	619	670,58	1.042,26	298,91	60	148.450	1.153	1.078,56	1.450,24	706,89
23	87.307	592	670,90	1.042,57	299,23	61	149.576	1.086	1.086,07	1.457,74	714,40
24	89.788	728	687,44	1.059,11	315,77	62	151.078	1.108	1.096,09	1.467,76	724,41
25	90.192	732	690,14	1.061,81	318,47	63	152.960	1.059	1.108,64	1.480,31	736,96
26	92.862	705	707,94	1.079,61	336,27	64	155.887	1.086	1.128,15	1.499,82	756,48
27	94.781	941	720,73	1.092,40	349,06	65	155.956	1.121	1.128,61	1.500,28	756,94
28	99.569	885	752,66	1.124,33	380,99	66	156.413	1.182	1.131,66	1.503,33	759,99
29	103.705	855	780,24	1.151,91	408,57	67	156.958	994	1.135,29	1.506,96	763,62
30	103.972	875	782,01	1.153,68	410,34	68	162.015	1.101	1.169,01	1.540,68	797,34
31	112.787	1.003	840,78	1.212,46	469,11	69	162.281	1.185	1.170,78	1.542,45	799,11
32	115.309	967	857,60	1.229,27	485,93	70	174.578	1.227	1.252,77	1.624,44	881,10
33	115.877	778	861,39	1.233,06	489,72	71	177.997	1.109	1.275,57	1.647,24	903,90
34	117.310	850	870,94	1.242,61	499,27	72	179.816	1.222	1.287,69	1.659,36	916,02
35	119.635	893	886,45	1.258,12	514,78	73	180.784	1.332	1.294,15	1.665,82	922,48
36	123.119	875	909,67	1.281,34	538,00	74	186.182	1.232	1.330,14	1.701,81	958,47
37	123.338	1.085	911,13	1.282,80	539,46	75	193.190	1.243	1.376,87	1.748,54	1.005,20
38	125.156	1.003	923,25	1.294,93	551,58						

Nota: o banco de dados utilizado para a construção do gráfico de controle de regressão funcional é o mesmo utilizado para o gráfico de controle de regressão clássica, para efeitos de comparação entre as estimativas calculadas para os índices de capacidade.

Bibliografia

- ALMEIDA, S.S. **Desenvolvimento de Gráficos de Controle Aplicados ao Modelo Funcional de Regressão**. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2003.
- BOLFARINE, H.; RODRIGUES, J. e CORDANI, L. K. **O Modelo de Regressão com Erros nas Variáveis**. In: X SINAPE, 1992, São Paulo. Associação Brasileira de Estatística, 1992.
- CARVALHO Jr., J.G. **Gráfico de Controle de Regressão Estrutural**. Dissertação (Mestrado em Estatística). Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2006.
- CHAN, L.K.; CHENG, S.W. e SPIRING, F.A. **A New Measure of Process Capability: C_{pm}** , *Journal of Quality Technology*, v. 20, n. 3 p. 162-173, 1988.
- CROSBY, P.B. **Quality Without Tears: The Art of Hassle Free Management**. New York: McGraw-Hill, 1995.
- COSTA, F.B.; EPPRECHT, E.K.; CARPINETT, L.C.R.; **Controle Estatístico de Qualidade**, São Paulo: Atlas, 2004.
- DEMING, W.E. **Out of Crisis**. Cambridge: MIT Press, 2000.
- DIPAOLA, P.P. **Use of Correlation in Quality Control**, *Industrial Quality Control*, v. 2, n. 1, p. 10-14, *Jul.* 1945.
- FILHO, Ruy C.B.L. **Controle Estatístico de Qualidade**. 2.ed. São Paulo: LTC, 1970.
- FULLER, W.A. **Measurement Error Models**, John Wiley, New York, 1987.
- JACKSON, J.E. **Quality Control Methods for Two Related Variables**. *Industrial Quality Control*, v. 12, n. 7, p. 4-8, *Jan.* 1956.
- JURAN, J.M.; GODFREY, A.B. **Juran's Quality Handbook**. 5th.ed. New York: McGraw-Hill, 1999.
- JURAN, J.M.; GRZYNA, F.M. **Quality Planning and Analysis**, London: Chapman & Hall, 2nd.ed., 1980.

-
- KANE, Victor E. **Process Capability Indices**. Journal of Quality Technology, v. 18, n. 1, p. 41-52, 1986.
- KOTZ, S.; JOHNSON, N.L. **Process Capability Indices**, London: Chapman & Hall, 1993.
- KOTZ, Samuel; JOHNSON, Norman L. **Process Capability Indices - A Review, 1992-2000**. Journal of Quality Technology, v. 34, n. 1, p. 2-19, 2002.
- KOTZ, S.; LOVELACE, C.R. **Process Capability Indices in Theory and Practice**, New York: Arnold, 1998.
- MANDEL, B.J. **The Regression Control Chart**. Journal of Quality Technology, v. 1, n. 1, p. 1-9, Jan. 1969.
- MARTINS, F. **Estudo Comparativo dos Gráficos de Controle de Regressão na Presença de Erros de Medida**. TCC (Bacharelado em Estatística). Programa de Graduação de Bacharelado em Estatística, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2007.
- MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. New York: John Wiley e Sons, 4.ed. 2001.
- MORAN, P.A.P. **Estimating Structural and Functional Relationships**. Journal of Multivariate Analysis, v. 1, p. 232-255, 1971.
- PALHETA, M.V.O. **A Influência do Estimador Para o Desvio Padrão Baseado nos Quartis Amostrais na Avaliação da Capacidade de Processos**. TCC (Bacharelado em Estatística). Programa de Graduação de Bacharelado em Estatística, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2005.
- PARLAR, M.; WESOLOWSKY, G.O. **Specification Limits, Capability Indices and Centering in Assembly Manufactured**. Journal of Quality Technology, v. 31, n. 3, p. 317-325, 1999.
- PEARN, W.L.; JOHNSON, N.L. e KOTZ, S. **Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices**. Journal of Quality Technology, v. 24, n. 4, p. 216-231, 1992.
- PEARN, W.L.; KOTZ, S. **Application of Clemant's Method for Calculating Second and Third Generation Process Capability Indices for Non-normal Pearsonian Populations**. Quality Engineering, v. 7, n.1, 1994.
- PEREIRA, J.E., JACONI, L.F e SOUZA, A.M. **Gráficos de Controle de Regressão Usando o Statistica**, Florianópolis: VisualBooks, 2005.

- PRAZERES, P.M. **Dicionário de Termos da Qualidade**. São Paulo: Atlas, 1996. p. 56-58.
- RAMOS, E.M.L.S. **Aperfeiçoamento e Desenvolvimento de Ferramentas do Controle Estatístico da Qualidade - Utilizando Quartis para Estimar o Desvio Padrão**. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2003.
- RIBEIRO, J.C. **Curvas Características de Operação para Gráficos de Controle Utilizando o Estimador Baseado nos Quartis Amostrais para Estimar o Desvio Padrão**. TCC (Bacharelado em Estatística). Programa de Graduação de Bacharelado em Estatística, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2007.
- SOLARI, M.E. **The Maximum Likelihood Solution to The Problem of Estimating a Linear Functional Relationship**, Journal Royal Statistical Society, B, v. 31, p. 372-375, 1969.
- STUART, A. e ORD, J.K. **Kendall's Advanced Theory of Statistics**, Edward Arnold, London, 6thed., v. 1, 1994.
- SPIEGEL, M.R. **Probabilidade e Estatística**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, Coleção Schaum, 1978.
- ZWILLINGER, D. e KOKOSKA, S. **Standard Probability and Statistics Tables and Formulae**. by Chapman & Hall/CRC, 2000.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)