UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM EDUCAÇÃO

SOLANGE APARECIDA DE CAMARGO FERES

A ESCRITA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: O PENSAMENTO MATEMÁTICO EM MOVIMENTO

ITATIBA
2009

SOLANGE APARECIDA DE CAMARGO FERES

A ESCRITA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: O PENSAMENTO MATEMÁTICO EM MOVIMENTO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, da Universidade São Francisco, sob orientação da Profª. Adair Mendes Nacarato, como parte para obtenção do título de Mestre em Educação.
Linha de pesquisa: Matemática, cultura e práticas pedagógicas.

ITATIBA
2009

371.399.51 Feres, Solange Aparecida de Camargo.
F391e A escrita nas aulas de matemática do ensino médio: o pensamento matemático em movimento. -- Itatiba, 2009.
207 p.

Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco.
Orientação de: Adair Mendes Nacarato

1. Diálogo matemático. 2. Trabalho compartilhado. 3. Pensamento crítico. 4. Aprendizagem significativa. I.Título. II. Nacarato, Adair Mendes.

Ficha catalográfica elaborada pelas Bibliotecárias do Setor de Processamento Técnico da Universidade São Francisco.

Solange Aparecida de Camargo Feres defendeu a dissertação **"A escrita nas aulas de matemática do Ensino Médio: o pensamento matemático em movimento"** aprovada pelo Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco em 4 de dezembro de 2009 pela Banca Examinadora constituída por:

Adair Mendes Nacarato

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato - Orientadora e Presidente
Universidade São Francisco

Profa. Dra. Maria Teresa Menezes Freitas
Universidade Federal de Uberlândia

Profa. Dra. Regina Célia Grando
Universidade São Francisco

Palavras para tentar dizer o que sinto...

Muito obrigada...

Ao **Senhor**, pelo privilégio da vida.

À minha **família**, pela relação de amor que nos envolve, pela colaboração, pelo estímulo e pela compreensão das minhas ausências.

À Professora **Adair** Mendes Nacarato, minha orientadora e companheira, que nunca me abandonou e, carinhosamente, amparou-me por todo este caminho de pesquisa. Pelos seus ensinamentos que me conduziram a ser o que agora sou.

À Professora **Regina** Célia Grando, pelas provocações e contribuições realizadas durante este caminho de (trans)formação.

À Professora **Maria Teresa** Menezes Freitas, pelas palavras registradas durante o Exame de Qualificação, que me estimularam a finalizar esta pesquisa.

À Professora **Beatriz** D'Ambrosio, que gentilmente realizou a leitura deste trabalho, pelas suas contribuições no Exame de Qualificação.

Aos **meus alunos**, pelos seus fazeres; mas, especialmente, a cada um dos alunos diretamente envolvido neste estudo, por aceitar o meu convite e mobilizar-se muito além do que eu esperava.

A todos os alunos, professores e colegas do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da **Universidade São Francisco**, pelos seus ensinamentos.

À professora **Rita**, por aceitar o meu convite e pela sua disponibilidade com o processo de ensino que me envolve.

Às pessoas que comunicaram os seus conhecimentos durante os **congressos** e **seminários**, pelos seus saberes.

Aos alunos, professores, funcionários e gestores da **E.E. “Profª. Oscarlina de Araújo e Oliveira”**, pelo ambiente de ensino e aprendizagem que me é possibilitado.

Aos alunos, professores, funcionários e gestores do **Colégio Bom Jesus Itatiba**, pela contribuição com os meus fazeres e saberes.

À **Secretaria de Educação do Estado de São Paulo**, através do Programa Bolsa Mestrado, pelo apoio financeiro.

À **Comissão Regional do Programa Bolsa Mestrado**, pelo apoio documental no referido programa.

A todas as **vozes** que, direta ou indiretamente, foram ouvidas e hoje me constituem.

A alegria
não chega apenas
no encontro do achado
mas faz parte
do processo de
busca.
E ensinar e aprender
não podem dar-se
fora da procura,
fora da boniteza e
da alegria.

Paulo Freire

FERES, Solange Aparecida de Camargo. *A escrita nas aulas de Matemática do Ensino Médio:* o pensamento matemático em movimento. 2009, 207 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba.

Resumo

O foco desta pesquisa é a análise das potencialidades de uma metodologia de ensino de Matemática que se apoia na comunicação, na escrita e nas relações estabelecidas no ambiente de sala de aula. Trata-se de uma pesquisa-ação estratégica, com abordagem qualitativa que se ancora teoricamente na perspectiva histórico-cultural e tem a professora como a própria pesquisadora. O estudo foi realizado com os alunos de duas turmas de 1ª série do Ensino Médio, da E.E. "Profª Oscarlina de Araújo Oliveira", da rede estadual de educação do Estado de São Paulo, cidade de Itatiba/SP – no período de março de 2007 a junho de 2009. A investigação tem como questão central: "Quais são as potencialidades da escrita para a mobilização dos diferentes processos de pensamento matemático dos alunos, quando estes escrevem nas aulas de Matemática do Ensino Médio?". Seus objetivos são: (1) analisar as potencialidades da escrita para revelar os processos de pensamento matemático e crítico quando os alunos escrevem em diferentes situações que são apresentadas no processo de ensino e aprendizagem; e (2) analisar as potencialidades do diálogo e do trabalho compartilhado entre os alunos como uma ferramenta para a leitura do mundo. A documentação foi constituída de registros produzidos pela professora-pesquisadora, no diário de campo, e pelos alunos sob diferentes formas textuais. A análise desses materiais foi centrada em três capítulos: a análise de quatro processos do pensamento matemático presentes nos diferentes registros dos alunos; a análise de três jornais produzidos pelos alunos; e a análise da escrita nas aulas de matemática. Os resultados evidenciam a importância da comunicação e das negociações realizadas no contexto de sala de aula para a (re)formação de um ambiente permeado pelo trabalho compartilhado e pela liberdade para fazer uma matemática "desempacotada" e significativa. Esta pesquisa confirma que a metodologia de escrever nas aulas de matemática é importante para a movimentação e o refinamento do pensamento matemático dos alunos que escrevem para aprender a matemática e aprendem uma significativa matemática ao escrever sobre ela. Trata-se de uma abordagem de ensino que exige sensibilidade e preparo do professor para trabalhar com o caso de não haver total adesão dos alunos ao processo de escrita.

Palavras-chave: diálogo matemático; trabalho compartilhado; pensamento crítico; aprendizagem significativa.

ABSTRACT

The focus of this research is the analysis of the potentialities of a mathematical teaching methodology, which is based on communication, writing and on the relations established at the classroom environment. It is about a strategical research-action having a qualitative approach, which theoretically relies on the historical-cultural perspective, and has the teacher as the main researcher. The study has been accomplished with students in two first grade classes from Secondary School, at E.E. "Profª Oscarlina de Araújo Oliveira", a state school from São Paulo State, in the city of Itatiba – from March 2007 to June 2009. The investigation has as its main issue: "What are the writing potentialities for the mobilization of the different process of the students' mathematical thinking, when they write at the mathematics classes from Secondary School?". Their objectives are: (1) to analyze the writing potentialities to reveal the process of mathematical and critical thinking, when the students write in different situations that are presented in the teaching and learning process; and (2) to analyze the potentialities of the dialogue and the shared work among students, as a tool for the understanding of the world**.** The documentation was constituted of records produced by the researcher-teacher, on the record diary, and by the students under different textual means. The analysis of these records was centered in three chapters: the analysis of four processes of the mathematical thinking which were present in different students' records; the analysis of three journals produced by the students; and the writing analysis at the mathematics classes. The results evidence the importance of communication and of the negotiations accomplished in the classroom context, for the generation of an environment permeated by the shared work and by the freedom to accomplish an "unpacked" and meaningful mathematics. This research confirms that the methodology of writing at the mathematics classes is important for the movement and refinement of the mathematical thinking of students, who write to learn mathematics and learn a significant mathematics upon writing about it. It is about a teaching approach that demands the teacher's sensibility and preparation to work, in case there is not a complete adherence by the students to the writing process.

Key words: mathematical dialogue; shared work; critical thinking; meaningful learning.

Sumário

Sumário de Figuras

Sumário de Tabelas

Introdução

A ação de ler que extravasa o texto

A leitura seria um deixar dizer algo pelo texto, algo que alguém não sabe nem espera, algo que compromete o leitor e o coloca em questão, algo que afeta a totalidade de sua vida na medida em que o chama para ir mais além de si mesmo, para tornar-se outro.
(LARROSA, 2006, p.101)

Inicialmente esta pesquisa foi realizada para atender ao anseio de uma professora de matemática do Ensino Médio. Uma profissional fruto de um ensino formal e elitista, graduada em 1983, pela USF, que, na modernidade (2008), busca caminhos para promover a aprendizagem da matemática escolar entre seus alunos da rede estadual de educação do Estado de São Paulo.

No Capítulo 1, registra-se que em 2007, seguindo um caminho de busca, a professora se matriculou como aluna especial do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, da Universidade São Francisco. Nesse ambiente de aprendizagem e de (des)construção de suas verdades, ela se encantou com os estudos que contemplam a comunicação recorrendo à linguagem materna e à linguagem matemática para possibilitar uma aprendizagem. Assim, a teoria começava a "solidificar-se" em suas aulas por meio das produções escritas de seus alunos da 1ª série do Ensino Médio, da EE Profª. Oscarlina de Araújo Oliveira, na cidade de Itatiba/SP.

Essas experiências tocaram a professora que, em 2008, matriculou-se como aluna regular desse programa, com o objetivo de estudar as potencialidades da escrita para a mobilização dos diferentes processos de pensamento matemático dos alunos quando estes escrevem nas aulas de matemática do Ensino Médio. Os materiais de pesquisa continuaram sendo coletados com os alunos da 1ª série da mesma escola, porém, nesse tempo, os alunos eram outros.

A sustentação teórica, as diferentes vozes ouvidas, a (des)estabilização provocada pela imposição de algumas normas do sistema oficial de ensino, a metodologia de pesquisa adotada, associadas a uma breve explicação dos tipos de registros que foram produzidos pelos alunos, a alguns exemplos e a muitos sentimentos formam o Capítulo 2.

A leitura realizada para sustentar o estudo dos diferentes processos de pensamentos matemáticos revelados por meio da escrita movimentou o pensamento da professora-pesquisadora e motivou-a a escrever o Capítulo 3. Nesses escritos tenta-se, também, responder a alguns “porquês”, como: Por que escrever nas aulas de Matemática?

Nesse momento, de grande envolvimento acadêmico e emotivo com a escrita e a leitura, criou-se o Capítulo 4, no qual é realizada uma análise da movimentação dos processos de pensamento matemático envolvidos em dez casos, em diferentes produções de alunos. Esse registro enfatiza que, neste estudo, os alunos escreveram nas aulas de matemática e, assim, aprenderam a matemática escolar.

Devido à significância dada para o jornal que os alunos produziram, foi escrito o Capítulo 5, um registro para analisar três diferentes jornais e a produção de um fazer matemático significativo, pois *este instrumento de ensino e aprendizagem, inicialmente não idealizado, foi potencialmente importante para possibilitar aos alunos uma nova leitura de mundo.*

Nesse contexto de centralização e (des)construção de algumas verdades, a pesquisa é organizada para não se perder no tempo, pois embora entenda que “a formação é uma viagem aberta” (LARROSA, 2006, p. 53), este estudo tem um “tempo” para ser realizado, ou pelo menos, para dizer-se realizado. Assim, foi organizado o Capítulo 6, para registrar as limitações dos sujeitos envolvidos, enfatizando a importância da comunicação na sala de aula para uma efetiva aprendizagem, bem como para a formação de um sujeito crítico – uma tentativa de ler por detrás das linhas.

A última parte tem a intenção de retornar o olhar para o início deste estudo, para os anseios iniciais da professora, indicando que, apesar do comprometimento, esta pesquisa ensinou que o sujeito envolvido pode “ir mais além de si mesmo, para tornar-se outro” (LARROSA, 2006, p.101).

1. Dizer de si: palavras para enxergar e ser enxergado

... sou palavras, estou feito de palavras, mas as palavras não me dizem, tenho que fazer calar as palavras que não me dizem, tenho de calar, e quando as palavras calam e me encontro na intempérie, pergunto "quem sou?", não posso deixar de me perguntar porque já não tenho as palavras que me asseguravam, essas palavras que queriam me dizer, mas nas quais não me reconheço, e já estou outra vez nesse espaço sem palavras, mas sem palavras não posso responder a essa pergunta que me inquieta, e tenho de falar, mas falar é impossível, e calar é impossível, e estou só, e, para não me sentir completamente desgraçado tenho de continuar contando meu conto a mim mesmo, mas meu conto não me diz, e logo o contar já me escapa, e a pergunta por quem sou volta a me inquietar, e tenho de falar, e não posso falar, e estou só.
(ROSSEAU apud LARROSA, 2006, p. 25)

Encontrei essas palavras da epígrafe para expressar a minha constante busca por (re)conhecer quem sou eu, isto é, palavras que tentam revelar o sujeito — que não quer se assujeitar, mas, que consciente da sua incompletude, almeja ser uma profissional competente. Nesse movimento de estudo, algumas palavras se silenciam, momentaneamente, para que outras possam manifestar-se. Estes escritos, que ora se calam e ora me dizem, serão produzidos na primeira pessoa do singular; entretanto, são palavras plurais que trazem as vozes e os silêncios de outras pessoas que fazem, direta ou indiretamente, parte desta pesquisa. São vozes e silêncios que durante a minha vida foram ouvidas, que me constituíram e me constituem como pessoa e, consequentemente, como profissional.

Esses fatos, segundo Brait (2007, p. 50), justificam esse "texto ser narrado em primeira pessoa: uma voz que absorve e faz ressoar em seu discurso as muitas vozes alheias com que interage". Portanto, o "eu" que trago nestas linhas é uma palavra carregada de outros "eus"; é um pronome singular constituído dentro de um processo histórico-cultural. Um processo formado pelo meu estudo, pelas orientações que recebi da professora Adair, pelos encontros e, até mesmo, pelos desencontros que vivi — são marcas da minha vida que foram tatuadas na minha alma[1]. Portanto, prossigo com as

[1] "Tatuagem" será um signo empregado para (re)significar as marcas deixadas pelo tempo, pelo espaço e pelos outros – são as marcas das culturas recebidas e (re)produzidas pelo sujeito. "Alma" será empregada como sinônimo de subjetividade; assim, trago a expressão *tatuadas na minha alma* para traduzir que minhas marcas são inacabadas e, constantemente, (re)feitas.

palavras de Larrosa (2006, p. 41), “Recorda-te de teu futuro e caminha até a tua infância”, para escrever um pouco da minha história.

1.1 Olhar para trás para enxergar o por vir

Sempre gostei de estudar; principalmente, de estudar matemática. Os números, os cálculos, as demonstrações sempre me fascinaram. Essa paixão conduziu-me para a sala de aula, ensinar passou a ser o meu ofício. Depois de algum tempo, em que muitas escolhas foram feitas e refeitas, o meu ser professora cresceu e conseguiu acompanhar o meu ser pessoa: surgiu uma fase de serenidade, um momento ímpar no qual a professora e a pessoa assumiram um único papel; é a junção do ser e do agir, onde o querer e o ter caminham juntos. Enfim, nesse momento passei a conceber-me como uma professora — o ofício deu lugar para a profissão —, o espaço e a autonomia foram e são diariamente conquistados.

Entretanto, essa serenidade foi (des)estabilizada quando a escola abriu suas portas para todos e iniciou um processo de democratização ao acesso à instituição escolar. Gradativamente, essa massificação trouxe consigo uma heterogeneidade de alunos frequentando o mesmo ambiente escolar, acarretando um enriquecimento das relações e das movimentações do processo de ensinar e aprender, como também, transformando as desigualdades sociais em desigualdades escolares — um contraponto da democratização, pois enfatizou a exclusão num ambiente que se dizia inclusivo. Com essa realidade, a busca do saber foi sendo substituída pela possibilidade de “melhorar de vida”, o saber foi deixando de ser um prazer para ir se tornando uma obrigação. E eu, (des)orientada, continuava insistindo em transmitir[2] os conhecimentos matemáticos; mas, na maioria das vezes, eles tinham emissão sem recepção.

Mas essa visão da ciência como um produto “transmissível” e da aprendizagem como um processo individual não resistiu ao século XXI: a matemática escolar acabada e infalível foi perdendo seu lugar para a investigação e a criação passou a ser valorizada. Assim, a metodologia de “cuspe e giz”, não conseguindo dar conta da minha profissão, fez-me sentir a necessidade de pensar reflexivamente dentro do movimento de ensinar e aprender que me envolvia (DEWEY apud CUNHA, 2002). Esses acontecimentos foram

---

[2] “Transmitir” aqui entendido como uma emissão de uma mensagem de um sujeito para outro. Nesse tempo, eu acreditava que ensinar era transmitir o que se sabe sobre um assunto, isto é, concebia que o objetivo da minha profissão era transmitir o meu conhecimento matemático para o aluno.

(des)construindo minha serenidade — afinal, como eu, uma aluna proveniente da educação do regime militar, cujo objetivo era inserir a escola nos modelos do sistema capitalista, conseguiria ensinar nessa instituição do século XXI? Como fazer o aprender acontecer sem uma "mobilização intelectual" do próprio educando (CHARLOT, 2005)?

A dicotomia que senti entre o como estudei e o como deveria agir para ensinar esse sujeito contemporâneo, além do discurso concomitantemente ouvido: "ensinamos como fomos ensinados", desencadeou muitas reflexões que provocaram o meu anseio por "desempacotar"[3] o significado que eu atribuía para a minha profissão, bem como para a educação e para o conhecimento matemático. Esses fatos estimularam-me a repensar sobre a minha prática e comecei a refletir sobre a educação como uma ação política, pois, segundo D'Ambrosio (1996, p. 85): "educação é um ato político. Se algum professor julga que sua ação é politicamente neutra, não entendeu nada de sua profissão". Portanto, tentando entender a minha profissão, comecei a conceber a educação como uma ação que pudesse gerar a construção de um novo discurso[4], um discurso para possibilitar aos sujeitos escreverem a sua história.

Nesse contexto, senti a necessidade de caminhar em busca do meu desenvolvimento profissional; comecei a percorrer instituições educacionais, fazendo cursos, estudando, lendo e conhecendo um pouco mais sobre as matemáticas, mas, principalmente, conhecendo maneiras diferenciadas capazes de proporcionar que o aluno aprenda, "através da experiência, qual é a sua própria maneira de caminhar, ou, o que é quase a mesma coisa, qual é a sua própria maneira de ver as coisas, de ler as coisas." (LARROSA, 2006, p. 50).

---

[3] Segundo D'Ambrosio, B. (2005, p. 21), uma útil metáfora utilizada por Ball e Bass (2000).

[4] "Discurso" entendido como um "conjunto de regras anônimas, históricas, definidas no tempo e no espaço que determinam a função enunciativa ou os enunciados possíveis numa dada formação discursiva". (FOUCAULT apud MASCIA, 2004, p. 41)

1.2 Uma pergunta... um encontro

> *E não perguntes quem és àquele que sabe a resposta, nem mesmo a essa parte de ti mesmo que sabe a resposta, porque a resposta poderia matar a intensidade da pergunta e o que se agita nessa intensidade.*
> (LARROSA, 2006, p. 41)

No início de 2007, fiz minha inscrição na disciplina Ensino da Matemática: Tendências e Linhas de Investigação, como aluna especial do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, da Universidade São Francisco. Muitas vozes atormentavam a minha mente, os discursos (não)ouvidos diziam que esse estudo seria uma tarefa árdua — *você terá que ler textos horrorosos, é um curso muito puxado, você não terá tempo para nada, tudo que fizer terá defeito, o que você vai ganhar com isso?.*

Ainda bem que não ouvi essas vozes e segui meu planejamento de estudar um pouco mais. Já na primeira aula pude perceber que estava frequentando um ambiente muito agradável, que me dava sustentação para (des)construir as minhas verdades e ações. Por incrível que pudesse parecer, estava entre professores — as vítimas da sociedade (HARGREAVES, 2001) —, e o tema principal não era a lamentação, mas sim, a busca de um caminho capaz de minimizar as nossas angústias profissionais e, assim, tornar-nos cada vez melhores na arte de ser, de viver, de ensinar e de aprender.

A maneira como as aulas foram elaboradas, as leituras, os textos escolhidos, as dissertações e teses apresentadas, os debates e a interação entre todos os participantes na sala de aula, bem como no ambiente virtual[5], proporcionaram-me ricos momentos de estudo e reflexões que provocaram mudanças na minha prática e nas marcas que foram tatuadas na minha alma. Por tudo isso, senti que esse programa era um excelente lugar para a minha busca — ser uma profissional capaz de ensinar a matemática escolar para o aluno do século XXI.

Assim, procurei levar a teoria estudada para a minha sala de aula, e muitas ideias foram surgindo e transformando-se em prática. Enxerguei que os diferentes conteúdos matemáticos propostos pelo currículo oficial poderiam ter vida, pois

---

[5] Essa disciplina apropriou-se da plataforma *Moodle*. Um ambiente virtual de aprendizagem utilizado para possibilitar maior interação entre os alunos e os professores, um espaço onde os alunos registravam e produziam reflexões sobre os diferentes textos discutidos em sala de aula.

durante esse estudo, conheci teorias, metodologias e práticas que não faziam parte de um modismo evasivo de significado, mas formavam um conjunto de possibilidades capazes de proporcionar ao aluno a aprendizagem da matemática escolar. Nesse ambiente, iniciei uma tomada de consciência para um possível ensinar e aprender menos penoso, uma ação para que o conteúdo escolar fosse possível e acessível a todos os alunos.

Segundo Larrosa, o professor é "aquele que dá o texto a ler, aquele que dá o texto como um dom, nesse gesto de abrir o livro e de convocar à leitura — é o que remete ao texto." (2006, p. 140). Assim, participando desse grupo de estudo, comecei a "dar o texto a ler" para o meu aluno. Senti que esse fazer poderia provocar o leitor (aluno) a (re)significar suas verdades, permitindo-lhe uma criação, uma escrita com as próprias palavras; enfim, poderia possibilitar ao sujeito uma oportunidade de aprender a matemática escolar e não apenas transcrever informações matemáticas.

Quanto à pesquisa, essa disciplina conseguiu situar-me num espaço antes desconhecido, já que eu não tinha ideia do que poderia, um dia, vir a pesquisar. Além disso, conhecer diferentes estudos realizados fortaleceu-me a continuar nesse caminho. E foi assim que continuei estudando, aprendendo e (re)constituindo-me.

As orientações das professoras[6] Adair Mendes Nacarato e Regina Célia Grando, acompanhadas das leituras indicadas e dos discursos produzidos nesse curso, encorajaram-me a seguir com esse movimento de estudo e reflexão que ora se silencia ora se diz; um pensar inacabado voltou a inquietar-me; porém, nesse tempo, sei que não estou só.

[6] Aproprio-me de Larrosa (2006, p. 51) para escrever sobre estas professoras — "alguém que conduz alguém até si mesmo".

1.3 Palavras... o começo de um caminho

O caminho se faz ao andar... Refletir e contrastar. Escrever e esperar. Esperar que o pensamento amadureça e esperar as respostas dos outros.
Nunca no silêncio.
(VINÃO FRAGO, 2001, p. 17)

Esse ambiente[7] de aprendizado possibilitou-me o conhecimento de diferentes estudos e práticas realizadas no contexto de ensino e aprendizagem, dentre os quais a importância da comunicação na aula de Matemática, uma ação metodológica que conseguiu "tocar-me" e "transformar-me" (LARROSA, 2002). Encantei-me com os estudos que contemplam essa comunicação, recorrendo à língua materna e à linguagem matemática para possibilitar uma aprendizagem; com as pesquisas que atribuem aos aspectos semânticos e sintáticos da linguagem falada e escrita um valor inestimável (SANTOS, 2005), como também, com os pesquisadores que entendem a comunicação como uma forma de produção de sentidos (FREITAS, 2006). Essas ideias proporcionaram-me reflexões importantes, pois, a partir delas, minhas verdades e minhas ações foram (re)direcionadas e, assim, aprimorei o meu caminhar.

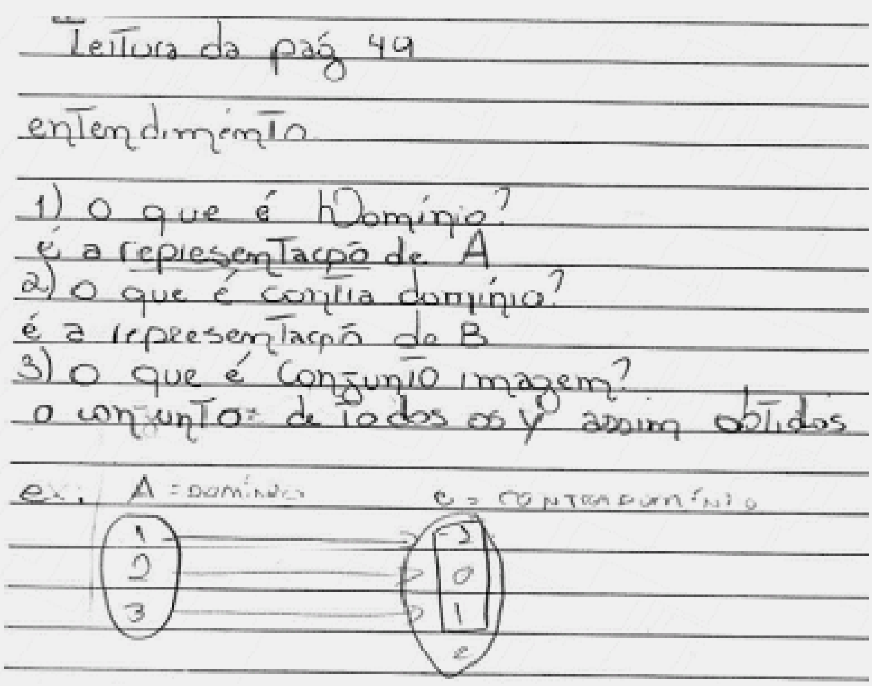
Um caminho orientado por vozes que, segundo Brait (2007, p.195), "possuem independência excepcional na estrutura da obra, é como se soassem ao lado da palavra do autor, combinando-se com ela e com as vozes de outras personagens". Essas vozes que foram me constituindo e (trans)formando as minhas verdades, encorajaram-me para (re)formular o meu pensar e a minha prática. Essas ações chegaram à sala de aula, onde teoria e prática se embaralharam. Mediante esse emaranhado de fazeres e saberes, surgiu um novo pensar e, assim, uma nova ação.

Nesse momento (2007), estava trabalhando com quatro turmas de 1ª série do Ensino Médio da EE Profª. Oscarlina de Araújo Oliveira, na cidade de Itatiba/SP, e, logo no início do ano, procurei levar para a sala de aula a teoria que estava estudando na universidade. Assim, solicitei que os alunos, divididos em grupos, realizassem a leitura de um texto presente no livro didático (DANTE, 2004, p. 49), o qual trazia a definição dos conjuntos domínio, contradomínio e imagem de uma função. Após essa leitura, foram convidados a produzir um escrito sobre o que entenderam do assunto. E, para minha surpresa, escreveram um texto resumido, com palavras abreviadas; e justificavam essa ação, dizendo: *"você é a professora, sabe o que eu quis dizer"*, o que evidenciava a

[7] Trago o termo "ambiente" para significar o espaço, o tempo, os sujeitos, suas verdades e suas vozes.

marca cultural da aula de matemática dita tradicional, na qual os símbolos imperam sobre a língua materna e o professor é o detentor do saber — assim, não existe a necessidade de explicações.

Esse acreditar está presente no texto dos meus alunos, como o produzido pelo grupo da aluna P[8], da 1ª série G (Figura 1). Ao ler esses "textos", fiquei decepcionada, o silêncio tomou conta dos meus pensamentos; mas, como já registrei, não estava só. Assim, percebendo a minha ingenuidade em pedir para que os alunos escrevessem na aula de matemática, encontrei algumas vozes que deram sustentação para a continuidade do meu caminhar.



Transcrição.

Leitura da página 49 – Entendimento

1-)O que é Domínio? É a representação de A
2-)O que é Contra domínio? É a representação de B
3)O que é o conjunto Imagem? É o conjunto de todos os y assim obtidos

Figura 1— Texto produzido pelo grupo da aluna P, 1ª série G, 1º bimestre de 2007.

[8] Nesta pesquisa optei por usar as iniciais dos nomes dos alunos — sujeitos desse estudo —, a fim de preservar o anonimato das suas identidades.

Chamo de ingênuo o meu pensar que os alunos, marcados por uma cultura de escola tradicional, na qual “a tradição da matemática escolar surge como uma combinação de apresentação do professor, alunos resolvendo exercícios e supervisão do trabalho dos alunos pelo professor” (SKOVSMOSE, 2008, p.86), fossem escrever a matemática através da língua materna. Entretanto, as palavras desse mesmo autor ensinam-me que

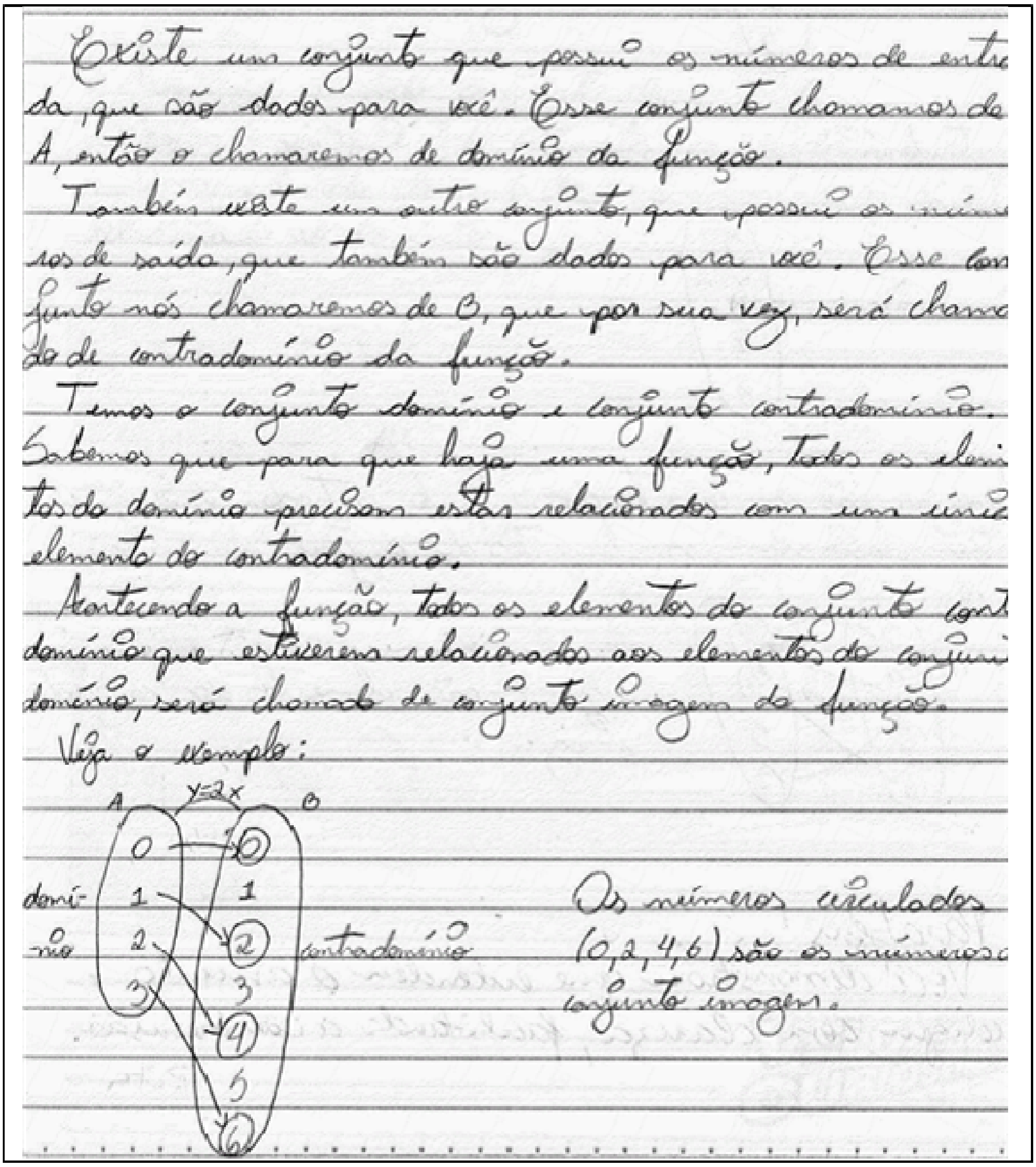
> a solução não é voltar para a zona de conforto[9] do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. (2008, p. 37)

Encorajada a continuar convidando os alunos a escreverem nas aulas de matemática, procurei a ajuda da professora de Língua Portuguesa — Rita — que, prontamente, colaborou, solicitando aos alunos que reescrevessem, individualmente, o referido texto, para que ela pudesse compreender esse assunto matemático. Essa professora mostrou aos alunos a importância da organização, da coerência e da explicação de um texto, já que a escrita pressupõe um leitor, o qual deve compreender o que lê, isto é, compreender a mensagem a ser transmitida que, segundo Bakhtin (1999, p. 146), “leva em conta uma terceira pessoa — a pessoa a quem estão sendo transmitidas as enunciações”.

Assim, depois desse movimento de ensinar e aprender que envolveu os meus alunos e, principalmente, que me envolveu e me ensinou, os alunos produziram outro texto (Figura 2).

---

[9] Segundo Borba e Penteado (2002, p. 247-248), o professor entra numa Zona de Conforto, quando segue um caminho onde tudo é conhecido, previsível e controlado; porém, ao adotar uma postura de mudança, entra numa Zona de Risco, isto é, caminha em direção a um território desconhecido e enfrenta riscos.


Existe um conjunto que possui os números de entrada, que são dados para você. Esse conjunto chamamos de A, então o chamaremos de domínio da função.

Também existe um outro conjunto, que possui os números de saída, que também são dados para você. Esse conjunto nós chamaremos de B, que por sua vez, será chamado de contradomínio da função.

Temos o conjunto domínio e conjunto contradomínio. Sabemos que para que haja uma função, todos os elementos do domínio precisam estar relacionados com um único elemento do contradomínio.

Acontecendo a função, todos os elementos do conjunto contradomínio que estiverem relacionados aos elementos do conjunto domínio, será chamado de conjunto imagem da função.

Veja o exemplo:

Figura 2 — Texto produzido pelo grupo da aluna P, 1ª série G, 1º bimestre de 2007.

Essa parceria gerou uma nova prática — um fazer matemático diferenciado, pois os alunos foram, gradativamente, libertando-se das amarras da "crença na ciência que carrega em si o paradigma do exercício" (SKOVSMOSE, 2008, p. 12). E eu comecei "a 'desempacotar' o meu conhecimento formal da matemática para entender as construções dos alunos e, ao mesmo tempo, 'desempacotar' o conhecimento destes para analisá-los a fundo" (D'AMBROSIO, B., 2005, p. 21).

Foi assim que aprendi que os alunos precisam ser ensinados a escrever nas aulas de matemática e, para isso, sempre que possível, procurava convidá-los a escrever sobre os diferentes assuntos matemáticos, pois acredito que aprendemos a escrever escrevendo. Os alunos produziram relatórios, bilhetinhos de final de aula, cartas, explicaram as resoluções de problemas e, até mesmo, começaram a resolver equações com a ajuda da língua materna.

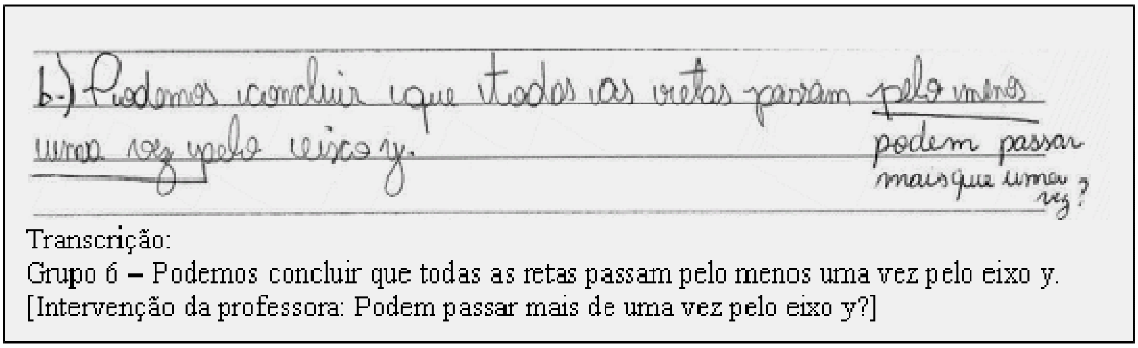
Nesse contexto, comecei a associar esses novos saberes com algumas metodologias já utilizadas em minhas aulas e (re)elaborei as minhas ações e as minhas disponibilidades[10] com o objetivo de possibilitar aos sujeitos envolvidos nesse movimento o ensino e a aprendizagem da matemática escolar. Assim, alguns conceitos matemáticos que norteiam o estudo das funções polinomiais do 1º grau e do 2º grau (lei de formação e representação gráfica) foram trabalhados com a utilização do *software Winplot*, que serviu "de interface mediadora para facilitar a relação entre o professor, o aluno e o conhecimento" (LIMA, 2006, p. 144); e, depois, os alunos produziram um relatório para registrar as suas "descobertas[11]".

Para essa atividade, realizada em grupo, os alunos receberam uma folha de instruções, na qual a leitura e interpretação apareciam como fatores indispensáveis. Primeiramente, reconheceram o *software*, realizaram algumas atividades dirigidas, exploraram e criaram algumas situações para o estudo dessas funções. Em seguida, iniciaram o processo de inquirição, de busca e de "descobertas" que foram, posteriormente, confirmadas (ou não) pelo próprio grupo. Essas "descobertas" verdadeiras (ou não) foram registradas e entregues para mim, professora. Após a leitura destas, fiz algumas intervenções nos escritos dos grupos, a fim de provocar uma refutação ou, até mesmo, para desencadear uma análise mais detalhada do assunto. Procurei estimulá-los a continuar o trabalho, conforme intervenção realizada na Figura 3.

---

[10] Segundo Freire (1996, p. 134), "é na minha disponibilidade permanente à vida a que me entrego de corpo inteiro, pensar crítico, emoção, curiosidade, desejo, que vou aprendendo a ser eu mesmo em minha relação com o contrário de mim. E quanto mais me dou à experiência de lidar sem medo, sem preconceito, com as diferenças, tanto melhor me conheço e construo o meu perfil".

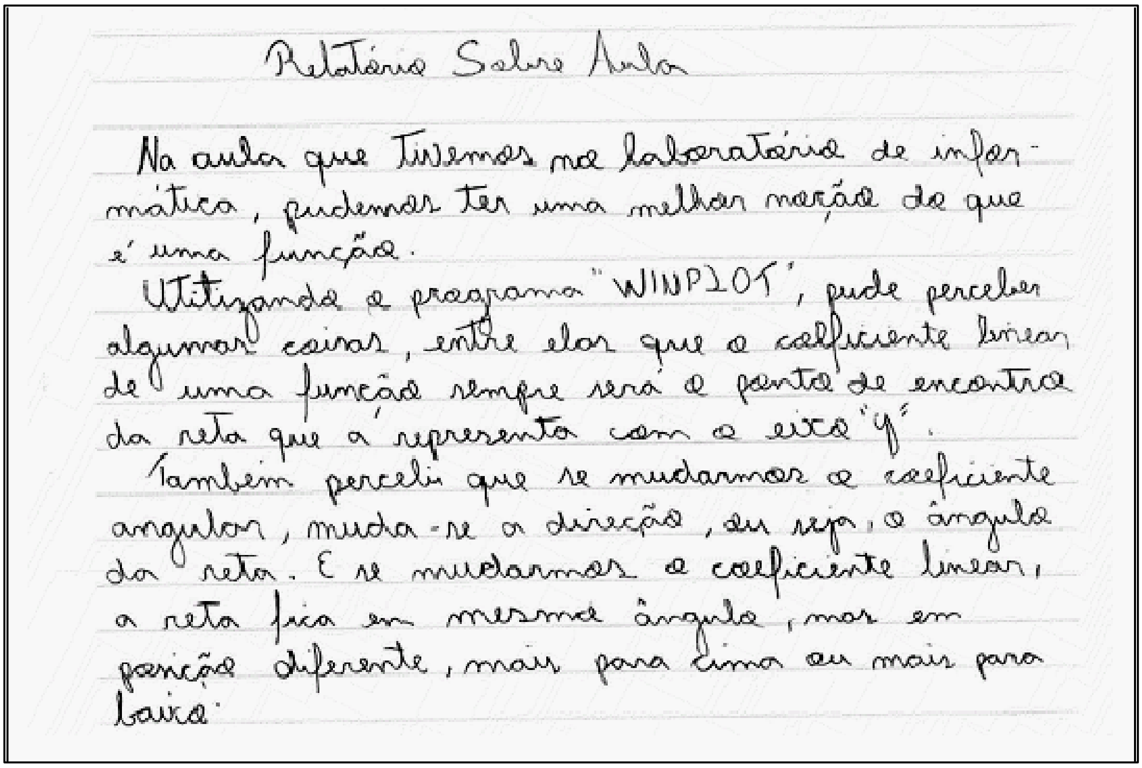
[11] Vale ressaltar que este estudo se apropria da palavra "descoberta" para valorizar o fazer matemático do aluno, como também para estimular a movimentação do seu pensamento matemático. Porém, ressalto que esta pesquisa acredita que a matemática "está na relação que o ser humano trava consigo mesmo e com a realidade. Nesse sentido há uma interação entre a matemática contemplativa e aquela que é inventada a partir de uma necessidade". (SOUSA, 2004, p.170)


b-) Podemos concluir que todas as retas passam pelo menos uma vez pelo eixo y.
podem passar mais que uma vez?

Transcrição:
Grupo 6 – Podemos concluir que todas as retas passam pelo menos uma vez pelo eixo y.
[Intervenção da professora: Podem passar mais de uma vez pelo eixo y?]

Figura 3 — Recorte do relatório produzido por um grupo de alunos da 1ª série F.
1º semestre de 2007.

Gostaria de ressaltar a relevância das minhas intervenções, como professora, para, assim, os alunos produzirem uma reescrita — tão importante para a organização e a formação do pensamento matemático. Como argumenta Brait (2007, p. 72), é importante um professor que tenta "enxergar não o erro, em confronto com a língua padrão, mas que diz muitas coisas sobre o aluno, sobre o ensino, sobre as concepções de linguagem e suas diferentes formas de aquisição". Depois desse ambiente carregado de aprendizagem — pelo menos para mim —, cada aluno ficou com a tarefa de fazer uma produção escrita sobre o que havia aprendido com essa aula e quais foram as suas dúvidas (Figura 4).


Relatório Sobre Aula

Na aula que Tivemos no laboratório de infor-
mática, pudemos ter uma melhor noção do que
é uma função.
Utilizando o programa "WINPLOT", pude perceber
algumas coisas, entre elas que o coeficiente linear
de uma função sempre será o ponto de encontro
da reta que a representa com o eixo "y".
Também percebi que se mudarmos o coeficiente
angular, muda-se a direção, ou seja, o ângulo
da reta. E se mudarmos o coeficiente linear,
a reta fica no mesmo ângulo, mas em
posição diferente, mais para cima ou mais para
baixo.

Figura 4 — Relatório produzido pelo aluno F, da 1ª série F, 1º semestre de 2007.

Foi gratificante observar o desprendimento dos meus alunos para com a escrita matemática; eles se libertavam, gradativamente, das crenças da cultura de aula de matemática e mobilizavam-se para uma matemática de ação, em que o aprender não é vivido como uma mera transmissão de conhecimentos, mas, sim, como uma ação desencadeadora da decodificação, da refutação e da análise desse conhecimento, para, assim, possibilitar "novas formas de ser, novas formas de pensar, falar e agir que rompem com a repetição e as amarras da tradição" (COLINVAUX, 2007, p. 36). Essa ação possibilitou uma nova escrita, uma escrita carregada de um pensar que vai além do que lhe é ofertado, um pensar que é capaz de criar e recriar sobre o que já existe. Com base nessas emoções, para finalizar o conteúdo trabalhado, solicitei que cada aluno elaborasse uma carta, explicando os conceitos matemáticos vividos e aprendidos. Nesse momento, ocorreu uma grande reflexão; os pensamentos foram organizados e (re)criados para possibilitar o registro; aconteceu uma tomada de consciência; e uma auto-avaliação foi realizada por todos os envolvidos nesse contexto de ensino e de aprendizagem.

Nessas cartas eles explicavam para professora de Língua Portuguesa o que aprenderam sobre o assunto matemático que estavam estudando. Escreveram para a professora Rita, aquela que, apoiando-se na teoria vigotskiana que considera a importância da intervenção do professor na construção do conhecimento, ajudou-me a provocar uma (re)ação. Essa professora me fez enxergar a importância de levar os alunos a entenderem que todo texto tem um leitor, o qual deve compreender a mensagem que está sendo transmitida pelo autor. Esse enxergar provocou a minha mobilização para conduzir meus alunos nesse caminho de busca, uma busca por pensamentos e palavras capazes de expressar para o outro o pensar de quem escreve, isto é, palavras que não são transcritas, mas sim escritas.

Assim, após muitas escritas e (re)escritas, entreguei essas cartas à professora de Língua Portuguesa. Eram escritos como este recorte da carta produzida pela aluna P, da 1ª série G (Figura 5).

Transcrição:

Itatiba, 22 de maio de 2007.
Olá, professora Rita.
Tudo bem?
Está é a primeira vez que escrevo uma carta, espero que goste.
Sabe professora, eu acho que me contagiei com a "gripe do pato".
Não estou com 100% de saúde ultimamente, essa gripe não me deixa.
Mas, agora vou tocar num assunto com a senhora, creio que desconheça, mas vou tentar explicar o que sei
Vou falar sobre matemática, uma matéria chamada Função Afim.
Função Afim é quando temos um cálculo com coeficientes angular e linear. Mas calma que eu explico do que se trata [...]
Um beijo, Assinado P.

Figura 5 — Recorte da carta produzida pela aluna P, da 1ª série G, 22/05/2007.

Vale ressaltar que a professora gentilmente leu todas as cartas e devolveu-as com uma mensagem para cada aluno (Figura 6).

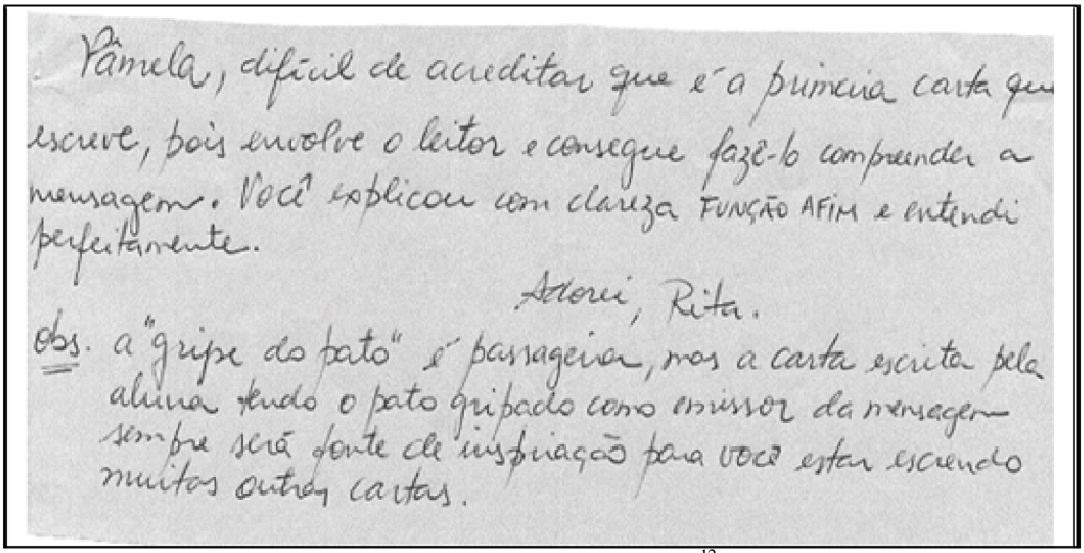

Pâmela, difícil de acreditar que é a primeira carta que escreve, pois envolve o leitor e consegue fazê-lo compreender a mensagem. Você explicou com clareza FUNÇÃO AFIM e entendi perfeitamente.
Adorei, Rita.
obs. a "gripe do pato" é passageira, mas a carta escrita pela aluna tendo o pato gripado como emissor da mensagem sempre será fonte de inspiração para você estar escrevendo muitas outras cartas.

Figura 6 — Bilhete da professora Rita para a aluna P[12], 2º bimestre de 2007.

A afetividade esteve presente na maioria das cartas; esse trabalho foi muito rico e reconhecido pelos alunos em suas avaliações. Os alunos começaram a interessar-se mais pela aula, por sua diversidade de metodologia. A escrita foi trabalhada, e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos foi melhorando. A escrita passou a fazer

[12] É importante destacar que a "gripe do pato" se referia a uma carta lida pela professora Rita numa de suas aulas com essa turma.

parte das nossas aulas, os símbolos foram (re)significados, pois essa prática fez com que os alunos não apenas transcrevessem um conteúdo matemático, mas produzissem um pensar e um fazer matemático. Por tudo isso, enxerguei uma prática pedagógica que merecia ser estudada, enriquecida e aperfeiçoada para, possivelmente, fazer parte do dia a dia das aulas de matemática.

Com esse movimento de escrever nas aulas de matemática, fui me entusiasmando a buscar outras vozes a serem ouvidas, fui caminhando e encontrei outras palavras que, ora se silenciavam ora se diziam. Um pensar inacabado voltou a provocar-me e alguns fatos me fortaleciam, enquanto outros confrontavam o meu querer. Meus pensamentos eram perturbados pelas indagações:

- a dificuldade de assimilar o abstrato através da simbologia matemática foi minimizada pelo aspecto semântico da língua materna; porém, à medida que o estudo se tornar mais formal, com a constatação da dificuldade que os alunos têm em escrever com clareza, a metodologia de escrever nas aulas de matemática será, de fato, uma ação facilitadora da aprendizagem?
- como essa metodologia pode ajudar os alunos que não participam efetivamente do trabalho? O "escrever sobre" exige uma mobilização intelectual mais efetiva do que o "calcular"; assim, como fazer com que a escrita seja uma ação facilitadora para a aprendizagem desses alunos?

Essas indagações e as experiências vividas, associadas às orientações da professora Adair, motivaram minha participação no III Seminário de Educação Matemática, ocorrido durante o 16º Congresso de Leitura do Brasil (Cole), realizado pela Universidade Estadual de Campinas, de 10 a 13 de julho de 2007, como comunicadora dessa minha prática. Tal comunicação, intitulada "Função, Informática e Discurso", visou facilitar e aprimorar uma ação para possibilitar a aprendizagem da matemática escolar dos alunos. Durante esse evento, tive a oportunidade de conhecer muitas práticas pedagógicas nos mais variados níveis de ensino, com diferentes associações que utilizam a escrita como ferramenta facilitadora da aprendizagem, e isso me animou — é bom saber que tem muita gente preocupada em fazer o melhor; fiquei estimulada a continuar estudando, caminhando.

1.4 Enxergando o caminho a percorrer...

Perde-te na biblioteca. Exercita-te no escutar.
Aprende a ler e a escrever de novo.
(LARROSA, 2006, p. 41)

Depois de todo esse emaranhado de ações e limitações, eu estava envolvida e estimulada para continuar cursando outras disciplinas no mestrado. Esses estudos foram essenciais para (re)formulação das minhas verdades, como também, para o preenchimento de algumas lacunas do meu pensar — da minha alma. Nesses encontros pude ler e refletir sobre o homem, o sujeito, sua relação com o outro, com o tempo e com a história; tive a oportunidade de analisar as concepções de pensamento e linguagem, os signos, os significados semânticos e ideológicos das palavras. Nesse espaço, deparei-me com estudos relacionados à formação docente, à profissionalização do professor, aos seus saberes e ao seu desenvolvimento profissional, o que desencadeou um olhar para o meu "eu", para as minhas verdades e para a minha profissão de professora. Esses movimentos foram importantes para eu enxergar um caminho, para continuar caminhando.

Assim, solidifiquei o meu desejo de pesquisar como e até que ponto o pensar e o fazer matemático do currículo oficial podem ser promovidos através da escrita. Justifico esse desejo por almejar um querer maior, um desejo de tornar a matemática escolar possível e acessível a todos os alunos. Utilizando os mecanismos da linguagem escrita e proporcionando condições para que o aprender aconteça de forma significativa, utilizando diferentes símbolos e contextos, procurando associá-los e abstraí-los de maneira gradativa, através da linguagem verbal e escrita, focalizei os meus estudos para pesquisar a potencialidade da língua materna para mobilizar o pensamento matemático. Nesse caminho, procurei, também, atender aos pressupostos da teoria vigotskiana, os quais dizem que a escola

> não deve se restringir à transmissão de conteúdos, mas, principalmente, ensinar o aluno a pensar, ensinar formas de acesso e apropriação do conhecimento elaborado, de modo que ele possa praticá-las automaticamente ao longo de sua vida, além de sua permanência na escola. (REGO, 2007, p. 108)

Continuei convidando meus alunos a escreverem nas aulas de matemática; e vale ressaltar uma rica experiência que tive com os alunos da 1ª série F. Nessa turma havia um aluno que se encontrava ausente da escola, estava de licença médica; assim, aproveitei a oportunidade para convidar meus alunos a escreverem cartas para esse colega que não podia participar de nossas aulas. Nessas cartas eles deveriam explicar, da melhor maneira possível, o que aprenderam sobre a matemática estudada.

Essa atividade foi muito produtiva: os alunos envolveram-se, as cartas foram bem elaboradas, traziam muitos signos (palavras, tabelas, gráficos, balões explicativos) como auxiliares da mensagem a ser transmitida. Foi um processo de muitas escritas, leituras e reescritas; tive muito trabalho para ler todas as cartas e fazer as intervenções, porém, foi um trabalho muito prazeroso — era visível o quanto meus alunos estavam se desenvolvendo. Eles se mobilizaram emocionalmente para essa atividade, pois ela vinha carregada de significados — explicar o conteúdo estudado para o colega que estava ausente da escola. Enfatizo, nesse movimento, a importância de um receptor que provocou o envolvimento dos alunos para a atividade — eles foram convidados e aceitaram o convite. Porém, o meu entusiasmo foi sistematicamente sufocado pelo sistema político-educacional no qual atuo como professora, já que eu deveria usufruir da minha licença-prêmio imediatamente, sob o risco de perdê-la. Foi assim que eu, um sujeito assujeitado pelo sistema, em agosto de 2007, “saí de campo”. Fui gozar o meu prêmio que chegou num momento tão inoportuno, mas era um prêmio.

Aproveitei a oportunidade para continuar estudando, aprendendo e, principalmente, refletindo sobre o meu “eu”, sobre a minha profissão e sobre a aprendizagem dos meus alunos. Nesse tempo, surgiu a ideia de solicitar a eles que escrevessem uma carta para mim — a professora de “férias forçadas”. Nessa carta, eles deveriam explicar o conteúdo matemático que estavam aprendendo com o outro professor, que gentilmente aceitou ser o intermediário entre mim e os alunos.

Ao ler as referidas cartas, constatei que elas estavam repletas de afetividade: falavam sobre saudades, sobre o bom relacionamento que tinham com o novo professor, sobre nossas aulas; entretanto, estavam empobrecidas de assuntos matemáticos. O conteúdo era apresentado de modo muito formal, uma matemática com linguagem técnica, alguns traziam os escritos retirados do livro didático — era uma transcrição e não uma escrita sobre os seus conhecimentos matemáticos, como podemos notar no trecho da carta que a aluna Q, da 1ª série H, escreveu para mim, professora (Figura 7).

Transcrição:

Itatiba, 1/10/2007
Querida professora Solange
Como vai a senhora?
Espero que esteja passeando e se divertindo [...]
Na PA temos $x_1, x_2, \ldots, x_n$ de razão r, onde $x_{n+1} = x_n + r$, para todo $n \in N^*$

Figura 7— Recorte da carta produzida pela aluna Q, 1ª série H, 01/10/2007.

Após a leitura das cartas, escrevi um bilhetinho para cada aluno, tentei provocá-los para uma reflexão sobre os escritos, mas tomei cuidado para não quebrar o diálogo estabelecido e para não julgar a maneira como o professor conduzia suas aulas; afinal, eu era a professora ausente! Muitos fatores estavam envolvidos nesse processo; assim, apesar de inquieta, fiquei em silêncio. Entretanto, esse silêncio logo se desfez, pois novos pensamentos e palavras começaram a envolver-me, desencadeando uma reflexão sobre minhas ações que pode ser sintetizada com as seguintes palavras: *com essas experiências vividas, sinto a necessidade de pesquisar a potencialidade da escrita como agente da movimentação dos processos do pensamento matemático, a contribuição da linguagem escrita para o processo de reflexão e avaliação da aprendizagem, bem como a escrita como mediadora das relações que acontecem no ambiente escolar.*

Em março de 2008, meu silêncio e minha solidão foram definitivamente abandonados, quando ingressei como aluna regular no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da USF. Nesse tempo, direcionei o meu caminho na busca de suportes para sustentar o meu desejo de responder à questão: Quais as potencialidades da escrita para a mobilização dos diferentes processos de pensamento matemático[13] dos alunos, quando estes escrevem nas aulas de Matemática do Ensino Médio?

Assim, focarei este estudo na análise das diferentes escritas dos alunos e dos processos de pensamento matemático que são revelados e mobilizados quando eles escrevem e falam, nas aulas de matemática, sobre os conteúdos propostos pela SEE/SP[14], em diferentes ambientes metodológicos.

---

[13] Este estudo optou por utilizar a expressão "pensamento matemático" no singular, porém, tem o entendimento do seu significado como uma atividade plural. Assim, ressalto que esta pesquisa concebe que esse pensamento matemático é permeado por um conjunto de pensamentos que envolvem os saberes inerentes às diferentes matemáticas.

[14] Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Dessa forma, defini como objetivos para esta pesquisa:

- analisar as potencialidades da escrita para revelar os processos de pensamento matemático e crítico quando os alunos escrevem em diferentes situações que são apresentadas no processo de ensino e aprendizagem; e
- analisar as potencialidades do diálogo e do trabalho compartilhado entre os alunos como uma ferramenta para a leitura do mundo.

Com esses pressupostos, organizei meus pensamentos e ações para realizar uma leitura para este estudo. Ou seja, caminhei em busca de textos que pudessem me levar a pensar e encontrei apoio em algumas vozes as quais me ajudaram a estabelecer uma metodologia para esta pesquisa, como também me deparei com uma realidade que, num primeiro momento, (des)estabilizou-me.

2. Direcionando um caminho... Ouvindo vozes...

Na leitura da lição não se busca o que o texto sabe, mas o que o texto pensa. Ou seja, o que o texto leva a pensar. Por isso, depois da leitura, o importante não é que nós saibamos do texto o que nós pensamos do texto, mas o que — com o texto, ou contra o texto ou a partir do texto — nós sejamos capazes de pensar.
(LARROSA, 2006, p. 142)

Desprendida do silêncio e da solidão que me atormentavam, fui ao encontro da sustentação teórica para suprir o meu desejo de estudar e pesquisar sobre o pensamento matemático dos alunos que é mobilizado quando eles escrevem nas aulas de matemática. Iniciei esse movimento direcionado de busca, consciente de que a leitura da literatura me possibilitaria o encontro de diferentes vozes que me tocariam. Encontrei textos que me fizeram pensar, palavras que me (des)construíram e passaram a constituir-me e, assim, segui caminhando.

Nessa busca, deparei com recentes estudos sobre a linguagem matemática e a utilização da leitura e da escrita nas aulas de matemática, produzidos por diversos pesquisadores atuais, entre os quais Santos (2005), Lima (2006) e Oliveira (2007). Na leitura dessas pesquisas, encontrei relatos de práticas muito interessantes; a metodologia apresentada pelos diferentes pesquisadores era muito rica, diversificada e bem sistematizada. Essas ideias serviram para reelaborar os meus pensamentos sobre a prática que relatei anteriormente, mas não deram conta de algumas indagações que me atormentavam. Eu continuava me perguntando: será a escrita um possível veículo para (re)elaborar o pensamento matemático, favorecendo a aprendizagem da matemática escolar?

Tendo a consciência da dificuldade que o aluno tem em transmitir uma mensagem através da escrita e associando essa dificuldade ao conteúdo formal proposto pelo currículo oficial do Ensino Médio, fiquei estimulada e provocada a estudar e experimentar essa metodologia de escrever nas aulas de matemática e me indagava: será que esse fazer contribuirá com o meu propósito de promover uma aprendizagem significativa?

Por essas indagações, bem como pela identificação que tive com a experiência de ler e escrever nas aulas de matemática; pela sedução que ela provocou nos alunos; e, por considerar as concepções de educação, igualdade, oportunidade, inclusão e democratização que hoje carrego em meus pensamentos e nas minhas ações, focarei esta pesquisa — como já destacado anteriormente — no estudo da potencialidade da escrita para a mobilização dos diferentes processos de pensamento matemático dos alunos, quando estes escrevem, nas aulas de matemática do Ensino Médio, sobre os conteúdos propostos pelo currículo oficial, em diferentes situações.

A fim de realizar esse querer, surgiu a necessidade de buscar aportes teóricos que contribuíssem com a minha perspectiva de pesquisa. Primeiramente, apoiei esse estudo nas ideias de Vigotski, principalmente no que diz respeito ao fazer compartilhado, ou seja, o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), pois a pessoa "orientada, ajudada e em colaboração sempre pode fazer mais e resolver tarefas mais difíceis do que quando sozinha" (2000, p. 328). Para analisar os diferentes processos de pensamento matemático que são mobilizados na escrita, apropriei-me de alguns conceitos de Fonseca (2000, p. 25), pois podemos "reflectir sobre o modo como vamos desenvolver nos alunos essa capacidade de pensar matematicamente, tendo em conta que não se trata de algo que surge pelo facto de o professor dizer e o aluno reproduzir". Esse caminho foi adotado por acreditar que essas teorias dão sustentação à análise das ações e dos movimentos de interações dos estudantes com a escrita e com o processo de pensamento e de aprendizagem matemática.

Ainda me aproximarei de autores como: Larrosa (2002) e a importância da experiência formativa e autêntica; Charlot (2005) e as questões da relação dos estudantes com o saber, visto que "uma aprendizagem só é possível se for imbuída do desejo" (p. 76); Freire (2005) e a ideia de uma educação que estimule o pensamento crítico do estudante para possibilitar a sua liberdade, já que "ninguém liberta ninguém, ninguém se liberta sozinho: os homens se libertam em comunhão" (p. 58); Skovsmose (2008) e a concepção da matemática em ação, isto é, a ideia é que "muitas coisas podem ser realizadas quando a matemática está em jogo" (p. 12); e Powell e Bairral (2006) e a metodologia utilizada para estudar a formação do pensamento matemático dos alunos, que é mobilizado por esse processo histórico-cultural de escrita.

2.1 Uma (des)estabilização... A pesquisa e o "Jornal Imposto"

Uma proposta pedagógica é construída no caminho, no caminhar; não é, pois, implantada, mas plantada.
(KRAMER, 1997, p. 29).

No início do ano letivo de 2008, recomecei o meu trabalho na EE "Profª. Oscarlina de Araújo Oliveira", da rede estadual de Educação do Estado de São Paulo, na cidade de Itatiba, para trabalhar com três turmas de 3ª série e duas turmas de 1ª série do Ensino Médio. Agora, mais segura e carregando outras vozes que passaram a me constituir, meu propósito era o de trabalhar a minha pesquisa com os alunos dessas 1ªs séries. Porém, a realidade que encontrei me desestabilizou.

Deparei-me, já no primeiro dia de aula, com o *Jornal do Aluno*[15] — um jornal imposto, um instrumento implantado de "cima para baixo". Mediante essa imposição, lembrei-me de que fazia parte de um sistema o qual apresentava uma proposta de trabalho através da prescrição de um instrumento. Diante disso, como eu poderia conduzir o meu estudo ao lado desse instrumento ideológico do poder?

Trago essa reflexão não para julgar o referido jornal, mas, sim, para registrar a minha indignação por fazer parte de um sistema que prescreve um currículo para que os sujeitos a ele se assujeitem. Uma indignação com essa imposição que, momentaneamente, (des)estabilizou as minhas verdades, já que esse material foi idealizado

> com o objetivo de recuperar o desempenho em tais competências básicas[16], ao mesmo tempo em que prepara o terreno para a semeadura do novo currículo. O material para os alunos constitui, como já dito, uma tentativa de suprir deficiências apontadas, sobretudo pelo Saresp/2005. (SÃO PAULO, 2008b, p.16).

Estava diante de uma proposta pedagógica cujo objetivo era buscar resultados mensuráveis, um contraponto aos meus pensamentos e à minha pesquisa, que caminha no sentido contrário — eu não estou preocupada com os resultados numéricos. Caminho em busca de um percurso para conduzir o meu aluno rumo a um possível e verdadeiro aprendizado, pois enxergo a educação e a minha profissão como uma

[15] Material entregue aos alunos, como parte da Proposta Curricular da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, no ano de 2008. Os professores receberam a Revista *São Paulo faz Escola* e quatro *Cadernos do Professor*, organizados por conhecimentos disciplinares, por série e bimestre.
[16] Competências na leitura, na escrita e na expressão matemática, incluindo a capacidade de realização de cálculos em diferentes contextos.

política de ação — um fazer em favor de um acreditar. Acreditar que o sujeito, ao deparar-se com um conhecimento, pode (e deve) promover uma escrita e uma (re)escrita desse conhecer; escrita que provocará seus pensamentos, que reestruturará suas verdades, possibilitando que ele crie, produza, faça e aconteça; isto é, possibilitando que o sujeito escreva a sua história e, assim, deixe de, simplesmente, transcrever uma história.

Mediante esses fatos, como conciliar a escrita dos alunos nas aulas de matemática com o referido *Jornal do Aluno*? O que fazer com as minhas verdades e a verdade imposta pelo poder?

Essas novas inquietações amarrotavam os meus pensamentos; entretanto, apesar do estranhamento entre essas imposições e o meu desejo de liberdade de ação, insisti na leitura da Revista *São Paulo faz Escola*, mas com outro olhar — um olhar constituído de outras vozes que me possibilitaram fazer um recorte no texto e, assim, comecei a ler nas entrelinhas.

> Sabemos, no entanto, que somente o professor, em sua circunstância específica, em sua realidade concreta, pode dar vida a tal material. [...] Não se pretende, de forma alguma, limitar a autonomia na ação educacional do professor, nem condicionar sua ação, com mais tarefas do que pode efetivamente realizar. Ao professor caberá, sempre, a última palavra na seleção dos conteúdos sugeridos. (SÃO PAULO, 2008b, p.16)

Diante dessas palavras, fortalecida com as vozes do poder, apropriei-me dos dizeres que me interessavam e fiz a minha leitura. Nessa nova leitura, consegui interpretar as palavras que me convinham e, assim, enxerguei que poderia utilizar o citado *Jornal do Aluno*, bem como o *Caderno do Professor* — um manual de "como se faz" — em minhas aulas, sem prejuízo da minha pesquisa. Encontrar o equilíbrio entre o real e o ideal não foi tarefa fácil; para tanto, voltei a pensar na minha incompletude para conseguir refutar as minhas verdades.

Com esses movimentos, percebi que poderia enriquecer o meu estudo, analisando os processos do pensamento matemático que são mobilizados através da escrita dos alunos quando estes trabalham com um instrumento prescrito, implantado e imposto pelo poder. Diante disso, continuei o meu caminho.

2.2 Uma metodologia para orientar o meu caminhar

O desejo de fazer da minha profissão uma ação política foi emanado pela (des)estabilização de minhas verdades. Verdades que não deram conta de satisfazer as necessidades imediatistas e práticas do aluno do século XXI e, portanto, precisaram ser (re)pensadas. Diante desse movimento de (des)construção, senti a necessidade de adotar ações para "desempacotar" os conhecimentos matemáticos dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, empenhei-me em buscar meios que possibilitassem a aprendizagem da matemática escolar e enxerguei a metodologia de escrever nas aulas de matemática como um possível caminho para esse meu fazer.

Essas ações e sensações originaram esta pesquisa e, para enquadrar metodologicamente esse movimento, apoiei-me nos estudos sobre a abordagem da pesquisa-ação realizados por Franco (2005, p. 485), a qual realça que

> se alguém opta por trabalhar com pesquisa-ação, por certo tem a convicção de que pesquisa e ação podem e devem caminhar juntas quando se pretende a transformação da prática. No entanto, a direção, o sentido e a intencionalidade dessa transformação serão o eixo da caracterização da abordagem da pesquisa-ação.

De acordo com a direção, o sentido e a intencionalidade da transformação da prática, Franco (2005) conceitua a pesquisa-ação como: colaborativa; crítica; ou estratégica. Nesta última, "a transformação é previamente planejada, sem a participação dos sujeitos, e apenas o pesquisador acompanhará os efeitos e avaliará os resultados de sua aplicação." (FRANCO, 2005, p. 486).

Dessa maneira, considero este estudo uma pesquisa-ação estratégica com abordagem qualitativa, sendo a professora a própria pesquisadora, no contexto de suas aulas. Um estudo que analisa os diferentes registros que foram produzidos pelos alunos e pela professora, a fim de acompanhar seus efeitos, avaliar os resultados e propor novas ações. As análises são focadas na escrita como um possível instrumento de aprendizagem capaz de provocar o movimento dos diferentes processos do pensamento matemático, favorecendo o "desempacotamento" do conhecimento matemático e a aprendizagem da matemática escolar.

A partir das ideias de Powell e Bairral (2006, p. 69) e das experiências vividas e sentidas, construí a documentação desse estudo pautada no diário de campo da professora-pesquisadora e nos registros dos alunos. No diário de campo foram assentados os acontecimentos, as metodologias utilizadas, alguns recortes de registro dos alunos, as emoções, bem como os diálogos produzidos entre aluno e professora, aluno e aluno, professora e turma, professora e pesquisadora. Para essa produção, procurei anotar diariamente, de maneira sucinta, os acontecimentos que me tocaram durante o movimento de sala de aula e depois, no final da jornada diária de trabalho; transformei essas pequenas anotações em textos do diário de campo. Esses escritos foram produzidos no mesmo dia em que os acontecimentos ocorriam para que não caíssem no esquecimento. O diário de campo serviu para análise das interações e para a avaliação do andamento do trabalho; e foi um excelente instrumento de reflexão para a tomada de decisão tanto para a pesquisa quanto para o redirecionamento da ação a ser adotada em sala de aula.

Os diferentes tipos de registros produzidos pelos alunos (Tabela 1) foram os instrumentos essenciais para realização desta pesquisa.

Tabela 1: Tipos de registros dos alunos utilizados na pesquisa

Tipos de registro dos alunos	Idealizado Como	Frequência da utilização	Tempo utilizado
Biografia	Início do processo de escrita e do estabelecimento do diálogo (dizer de si).	Apenas no início do ano letivo (uma vez). Produção individual.	1 aula.
Escrita livre, bilhetinhos e adaptações	Registro resumido de um pensamento matemático que possibilita ao outro e ao próprio escritor um monitoramento do seu aprendizado e a organização do seu pensamento.	Dependendo do contexto, esses registros apareciam no início, no meio ou no final dos estudos, e até mesmo nas tarefas de casa. Produção individual, em grupo ou coletiva.	10 minutos
Atividades fechadas e formais	Possibilidade de associação da escrita com o pensamento matemático e deste com a escrita.	Em quase todas as aulas. Dependendo do contexto, apareciam no início, no meio ou no final dos estudos, e até mesmo nas tarefas de casa. Produção individual, em grupo ou coletiva.	Variável, dependendo da questão proposta, podendo utilizar 10 minutos ou até uma aula toda.

Relatório de entrada múltipla	Instrumento de registro que possibilita a organização do pensamento, a apresentação gradativa das dificuldades e a interferência pontual do professor.	Na introdução e no desenvolvimento de um assunto. Nas aulas de "descobertas" matemática. Sempre nos trabalhos em grupo.	Atividade longa, utilizando de 2 até 4 aulas.
Relatório das "descobertas[17]"	Registro do pensamento matemático em diferentes fases de produção: individual, em grupo e coletivo. Síntese e registro de um conteúdo matemático.	Instrumento utilizado após o registro produzido nos relatórios de entrada múltipla. Produção individual, seguida da produção em grupo e finalizada numa produção coletiva.	Relatório individual (tarefa de casa após as aulas de "descobertas"). Relatório em grupo (2 aulas). Relatório coletivo (2 aulas).
Cartas e/ou poesias	Registro que possibilita comunicar ao outro o que o aluno aprendeu sobre um determinado assunto; permite que a cognição seja associada ao afeto e ao sentimento. Instrumento que pode desencadear muitas reescritas.	Normalmente no final do estudo de um conteúdo. Produção individual.	Rascunho (2 aulas). Segunda escrita (1 aula). Interferência do professor-diálogo (1 aula). Reescrita (tarefa de casa)
Portfólio que se transformou em jornal	Organização dos registros para análise do pesquisador, bem como indicadores da potencialidade que se almeja conhecer.	Apenas no final do ano letivo (uma vez). Produção individual ou em grupo.	4 aulas e trabalho extraclasse.

[17] Como registrado anteriormente, o termo "descoberta", apropriado nesses escritos, não carrega a visão platonista e contemplativa da matemática, pois esta pesquisa concebe a matemática como "descoberta e inventada a partir da *práxis* humana. As premissas são criadas a partir das relações." (SOUSA, 2004, p.170). Usa-se o termo "descoberta" para valorizar o fazer matemático do aluno como se fosse sua criação, mas sem a pretensão de dar um significado platônico para a matemática.

A seguir, descreverei cada um desses tipos de registros e a forma como foram trabalhados no contexto de sala de aula.

2.2.1 Uma biografia

> *Criar espaço para que o aluno se diga, em vez de apenas dizer, expresse seu pensamento, sem que tenha de sofrer sanções imediatas, poderia ser uma boa estratégia para transformar a escrita escolar em escrita de si, em que aquele que escreve se inscreve, se envolve, se (com)promete.*
> (CORACINI, 2006, p. 147)

Apesar de o "Jornal Imposto" ter provocado um verdadeiro reboliço no meu pensar, depois de muita confusão, voltei e planejei a minha primeira ação: convidar os alunos a escreverem sobre si. Com o objetivo de criar espaço para o aluno dizer de si e, assim, conhecer os sujeitos desse estudo, solicitei aos alunos que escrevessem uma biografia[18]. Porém, prevendo a dificuldade que poderia surgir, apresentei uma "sugestão"[19], na qual eles se orientaram para escrever sobre alguns dados, desejos e acontecimentos pessoais que eram do meu interesse conhecer. Nessas biografias encontrei nítidas marcas da cultura das aulas de matemática (Figura 8).

> *Eu gostava das aulas de matemática quando entendia a matéria e conseguia fazer os exercícios sem ajuda. Eu gosto de estudar raiz quadrada.* (Aluna H, 1ª série F)
>
> *Sempre gostei de fazer Pitágoras.* (Aluno J, 1ª série F)
>
> *Durante meus estudos tive uma experiência negativa com a matemática, foi quando o meu professor me chamou de burra, eu peguei trauma e até hoje eu tenho medo de tirar dúvidas.* (Aluna T, 1ª série F)

Figura 8 — Trechos das biografias produzidas pelos alunos da 1ª série.
Fevereiro de 2008.

[18] Essa biografia foi produzida no início do ano letivo e introduzida nesta pesquisa por acreditar que "o eu não é o que existe por trás da linguagem, mas o que existe na linguagem" (LARROSA, 2006, p. 25).

[19] Sugestão: Nome, idade, escola onde estudou, uma experiência positiva com a matemática e outra negativa, o que espera deste ano letivo.

Nos escritos desses alunos ficou evidenciada a visão que eles têm da matemática. De um lado, lembranças de conteúdos: a raiz quadrada e o Teorema de Pitágoras; de outro, as relações negativas da disciplina — o medo de tirar dúvidas.

Assim, com essas palavras iniciais procurei estabelecer um diálogo, devolvendo a cada aluno um bilhetinho como este, que foi dirigido ao aluno J, da 1ª série F (Figura 9).

> Olá, J.
> Eu também acho muito interessante estudar o Teorema de Pitágoras. Você vai gostar de saber mais sobre esse gênio da Matemática. Procure ler sobre ele, vá até a Biblioteca e pesquise sobre a vida de Pitágoras, vai ser um trabalho muito legal!
> Bons estudos
> Solange - 23/02/2008

Figura 9 — Bilhete da professora endereçado ao aluno J, da 1ª série F.

Após esses bilhetinhos percebi que os alunos se sentiram ouvidos; começaram a participar das aulas, e eu procurava libertá-los do medo causado pela matemática ou, até mesmo, pelo professor de matemática. Nesse movimento, senti a presença da afetividade e continuei a “dar o texto a ler”.

2.2.2 Escrita livre, bilhetinhos e adaptações

Com o propósito de libertar os alunos das amarras que, culturalmente, a matemática tem atrelado aos seus pensamentos e às suas ações, convidei-os a escrever livremente. Inicialmente, optei pelos bilhetinhos de final de aula, com o discurso de que eu precisava conhecer o quanto eles estavam ou não sabendo sobre um determinado assunto. Foi um momento muito bom, pois os alunos que não tinham se envolvido na aula não conseguiam escrever e faziam perguntas evasivas, como — “*preciso escrever à tinta*?”. Nesse contexto, iniciei um árduo trabalho de intervenção.

Com o objetivo de provocá-los a escrever, isto é, com o propósito de que os alunos aceitassem o meu convite para escreverem nas aulas de matemática sobre os diferentes assuntos apresentados, comecei a solicitar que registrassem no próprio caderno o que havíamos trabalhado na aula anterior. A fim de conquistá-los, estabeleci, durante um dos nossos diálogos, que esses escritos não seriam avaliados. Procurei convencê-los de que esses registros poderiam ajudá-los a compreender um assunto, como também seriam um importante instrumento para (re)lembrar um assunto estudado.

Fui, pacientemente, conseguindo convencer os meus alunos a aceitarem o meu convite de escrever nas aulas de matemática, como um possível meio de facilitar a comunicação do seu fazer/saber matemático; assim também, procurei mostrar-lhes que, escrevendo (ou falando), podemos aprender um assunto.

Nesse contexto, a maioria dos alunos não relutava em escrever sobre a matemática, porém, essa escrita apenas citava os assuntos estudados, não explicava a matemática envolvida (Figura 10).

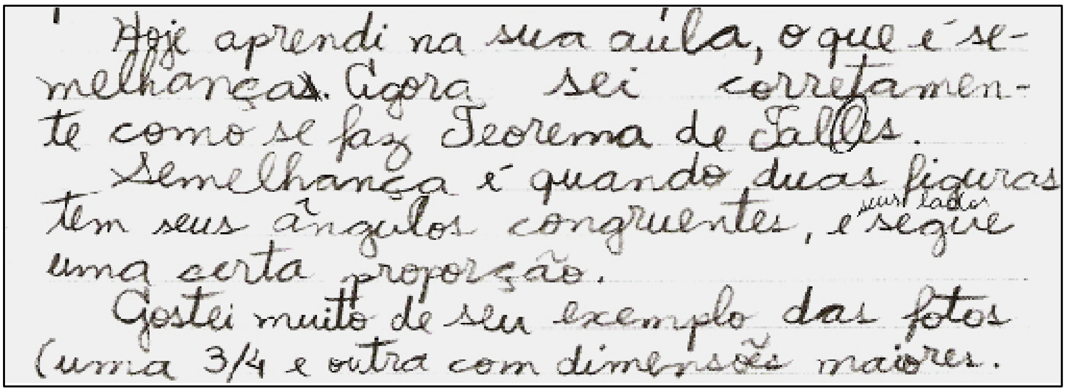

Hoje aprendi na sua aula, o que é se-
melhança. Agora sei corretamen-
te como se faz Teorema de Talles.
Semelhança é quando duas figuras
tem seus ângulos congruentes, e seus lados segue
uma certa proporção.
Gostei muito de seu exemplo das fotos
(uma 3/4 e outra com dimensões maiores.

Figura 10— Bilhetinho de final de aula. Aluno R, da 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

Acredito que isso ocorreu pelo fato de que o leitor desses registros era a professora de matemática; portanto, foi necessário criar uma nova cultura de aula de matemática, isto é, uma aula na qual fosse possível comunicar o pensamento matemático de diferentes maneiras, utilizando a oralidade, a escrita, os desenhos e os símbolos.

Assim, procurei mostrar para os meus alunos que eles poderiam fazer uso dos diferentes tipos de linguagem para comunicar um saber matemático. Poderiam apropriar-se tanto da linguagem simbólica como da não simbólica. Para isso, senti a necessidade de provocá-los com algumas sugestões, tais como: a utilização de exemplos, desenhos, gráficos, cálculos, comparações e explicações. Penso que, com essas sugestões, fui despertando o interesse desses alunos e instigando-os a aprender um assunto para, pelo menos, poder escrever nas aulas de matemática. Gradativamente, o texto começou a tomar forma e a matemática foi, sutilmente, sendo explicada. Através das minhas provocações, procurava refutar as "verdades" dos alunos (e até mesmo as minhas). Muitos questionamentos foram produzidos e realizados através das indagações registradas por diferentes expressões, como: *Será?* (Figura 11).

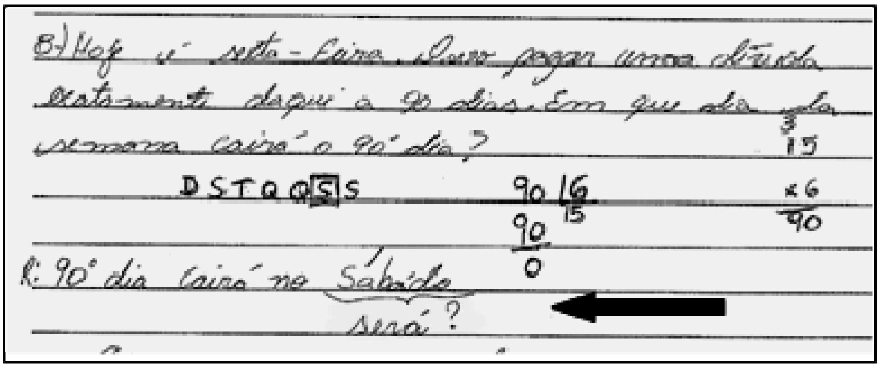


Figura 11 — Resolução de exercício. Aluno F, 1ª série F, 16/05/2008.

Com esse movimento, eu tentava mostrar para os alunos, como para mim mesma, que as "verdades" são provisórias e falíveis. Procurava revelar a eles que o movimento gerado pelas nossas aulas e, consequentemente, os registros que eles produziam

> podem permitir a dúvida, a incerteza, a busca, porque a palavra chave da sala de aula é o movimento, a fluência. E esse movimento permite-nos teorizar, "filosofar". Isso não quer dizer que não há certo ou errado. Mas sim, o estudo do por quê tal solução é verdadeira ou falsa. (SOUSA, 2004, p. 277).

2.2.3 Um desafio... A escrita nas atividades fechadas e formais

Continuei caminhando, não com largos passos, mas caminhando. A matemática ia assumindo um novo significado em nossas aulas, meus alunos pensavam mais sobre o que sabiam e até mesmo sobre o que não sabiam, eles se questionavam e eram pelos outros questionados, refutavam um possível resultado e, o mais importante, eles questionavam e refutavam as minhas verdades. Verdades que se (des)estabilizavam pelas minhas experiências sentidas e vividas entre como havia estudado e o desejo ensinar, isto é, uma professora que havia sido ensinada num contexto de formalidade matemática e que, nesse momento, almejava promover uma educação como uma ação política[20]. Uma profissional que desejava promover oportunidades para que seus alunos pudessem fazer as diferentes matemáticas, a fim de possibilitar-lhes pensar, reflexivamente e criticamente, sobre o mundo que lhes é "ofertado" ou "impossibilitado".

---

[20] Entendo, neste estudo, o termo "política" como o resultado de uma escrita da própria história, para a qual se faz necessário o envolvimento de diferentes ações de negociação. Negociação essa que ocorre entre os sujeitos, suas histórias, suas relações e suas culturas; enfim, uma negociação capaz de equilibrar e (re)significar suas verdades. Uma ação libertadora que possibilita a criação e não a reprodução de uma história.

Essa (des)estabilização entre o que fui e o que quero ser pode ser notada num diálogo realizado numa das minhas aulas (Figura 12), na qual os alunos trabalhavam com um exercício elaborado pela professora para o estudo das funções polinomiais do 1º grau.

Exercício elaborado pela professora:
Sendo $f(x) = 3x + 6$ uma função para todo x real, encontre x para o qual $f(x) = 12$.

Diálogo estabelecido durante a resolução deste exercício:
Aluno M: Solange, você complica igual o livro.
Professora: Como? Por que você diz isso?
Aluno M: Você poderia perguntar diferente.
Professora: Como?
Aluno M: Nós entendemos a mensagem, você quer saber qual número deve entrar na função para sair o 12! Mas, teve que complicar, só para confundir?
Professora: Não foi minha intenção. Eu não quero confundi-los, muito pelo contrário, mas preciso mostrar e ensiná-los a linguagem que os livros utilizam.
Aluno M: Mas por que eles fazem assim?

Figura 12 — Recorte de um diálogo entre a professora e o aluno M, 1ª série F.
Diário de campo. 20/06/2008.

O diálogo evidencia que a questão elaborada pela professora se distanciou das "verdades" trazidas para este estudo e foi ao encontro de uma abordagem do ensino tradicional da álgebra, "que se fundamenta na aprendizagem das formas analíticas das expressões algébricas" (SOUSA, 2004, p. 166).

O aluno M questionou a minha ação como professora, com isso tive meus pensamentos (des)estabilizados pelo conflito existente entre o que penso e o que faço. Nesse contexto, ocorreu um complexo movimento de reflexão sobre as minhas "verdades" e a minha ação. Assim, procurei centralizar-me e aproveitei para mostrar aos alunos a importância de compreender a linguagem formal da matemática, pelo menos para poder comunicar-se no ambiente[21] escolar. Entretanto, tentei mostrar que essa linguagem precisa ter significado para o sujeito que dela se apropria, pois, caso contrário, como diz Foucault (apud MASCIA, 2004, p. 43), essas palavras não passam

[21] Ambiente entendido como espaço, material, assunto, sujeito e vozes que compõem e circulam na instituição escolar.

de "de grafismos empilhados sob a poeira das bibliotecas, dormindo um sono profundo".

Com toda essa movimentação de pensar e fazer matemática, os alunos seguiam escrevendo no próprio caderno, faziam sínteses, produziam relatos e explicavam os diferentes conteúdos propostos pelo currículo oficial, e eu seguia meu caminho, procurando ouvir com mais atenção as palavras e os sentimentos dos meus alunos.

Prosseguindo com o meu trabalho, encontrei, no já citado *Caderno do Professor*, algumas atividades que associam o estudo da progressão aritmética com a função polinomial do 1º grau e com o estudo das proporções; essas atividades provocaram-me, e eu convidei[22] meus alunos a trabalharem com essas situações. Nesse momento, já era possível constatar como os registros escritos melhoraram, a explicação matemática começava a aparecer, até mesmo nos exercícios fechados e formais. Destaco um fragmento de contexto de produção escrita dos alunos durante a realização de uma atividade que foi adaptada de um exercício do *Caderno do Professor* (1ª série, 2º bimestre, SEE/SP, 2008e, p. 13), conforme a Figura 13:

Observe cada uma das tabelas abaixo e escreva a lei de associação que existe entre x e y.

x	y
1	5
2	8
3	11
4	14

Tabela 2

Figura 13 — Exercício adaptado do *Caderno do Professor* pela professora.
1ª série, 2º bimestre, SEE/SP, 2008e, p. 13.

Os alunos começaram a registrar o pensamento matemático que mobilizaram para resolver a situação proposta (Figura 14).

[22] Entendo que o convite feito dentro de uma instituição escolar é permeado pelas relações de poder que ali são estabelecidas. Porém, este estudo almejava que esse convite fosse aceito não apenas para cumprir com uma obrigação, mas que fosse aceito pelo prazer em saber; ou então, pelo menos, que fosse aceito pelo desejo de ser incluído no contexto de ensino e aprendizagem.

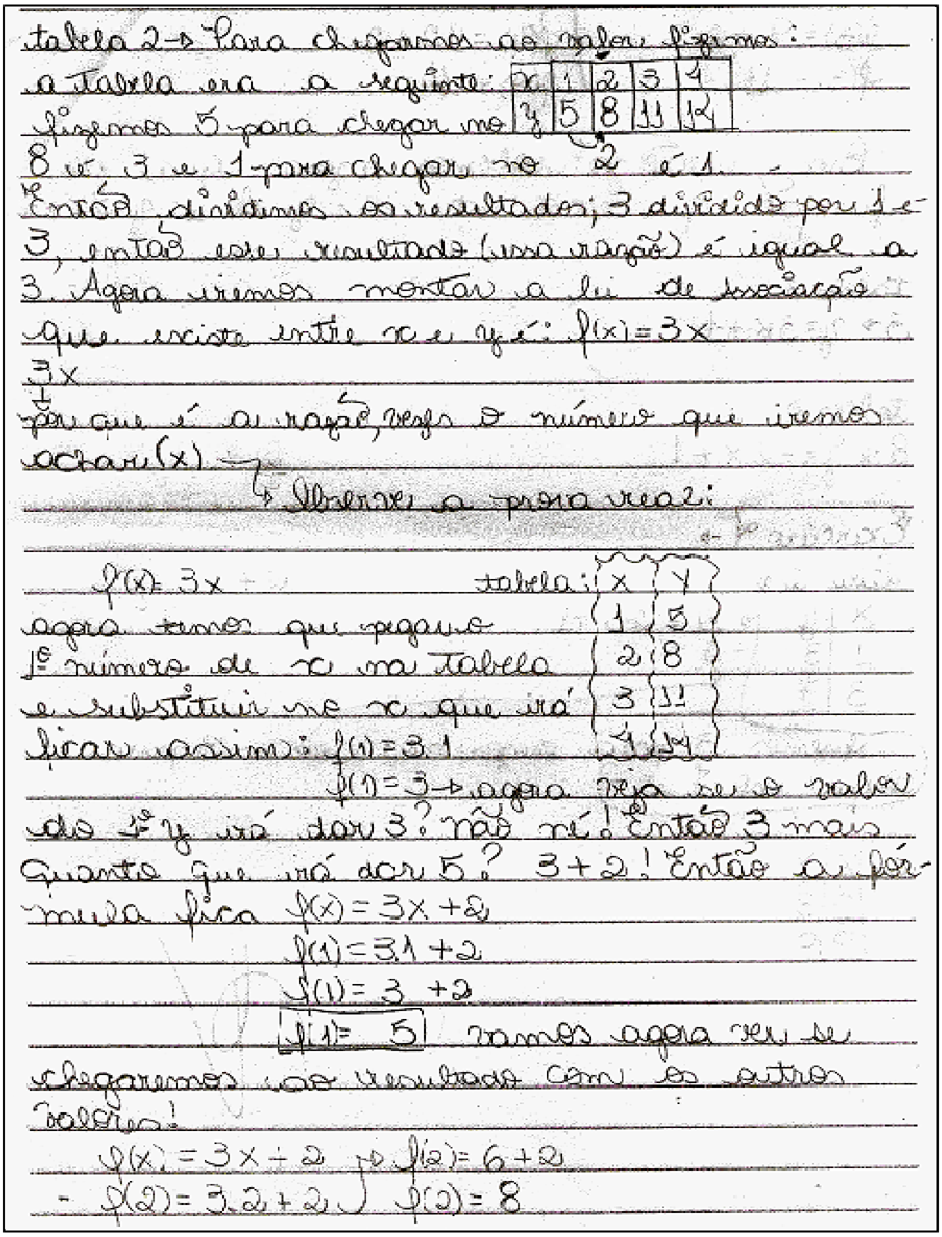


tabela 2 → Para chegarmos ao valor fizemos:
a Tabela era a seguinte:

x	1	2	3	4
y	5	8	11	14

fizemos 5 para chegar no 8 é 3 e 1 para chegar no 2 é 1.
Então dividimos os resultados; 3 dividido por 1 é 3, então esse resultado (essa razão) é igual a 3. Agora iremos montar a lei de associação que existe entre x e y é: f(x)=3x

$\frac{3x}{1}$

porque é a razão, vezes o número que iremos achar (x) → Vamos a prova real:

f(x)=3x tabela:

x	y
1	5
2	8
3	11
4	14

agora temos que pegar o 1º número de x na tabela e substituir no x que irá ficar assim: f(1)=3.1
f(1)=3 → agora veja se o valor do 1º y irá dar 3? não né! Então 3 mais quanto que irá dar 5? 3+2! Então a fórmula fica f(x)=3x+2
f(1)=3.1+2
f(1)=3 +2
$\boxed{f(1)= 5}$ vamos agora ver se chegaremos ao resultado com os outros valores!
f(x)=3x+2 → f(2)=6+2
f(2)=3.2+2 f(2)=8

Figura 14 — Resolução de exercício. Grupo da aluna K, 1ª série G, 1º semestre de 2008.

Eles calcularam o coeficiente angular da função através da razão da variação dos valores de y e de x de dois pontos quaisquer, isto é, escolheram dois pontos (x_1, y_1), (x_2, y_2) e calcularam $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. E deram significado a essa operação com o registro "*fizemos 5 para chegar no 8 é 3 e 1 para chegar no 2 é 1. Então dividimos os resultados 3 dividido por 1 é 3, então esse resultado (essa razão) é 3*". Os alunos continuaram o registro, explicando que a função é $y = 3x$, e fizeram uma substituição no x = 1; e perguntaram: "*3 mais quanto vai dar 5*?", para depois concluírem que a fórmula dessa função é $f(x) = 3x + 2$.

Esse exemplo já evidencia os avanços nas formas de comunicação dos alunos — revela a produção, a compreensão e a verificação de significados e, principalmente, o quanto o pensamento está em movimento de produção da matemática escolar. Isso me aproxima das ideias de Vigotski (2000, p. 485), ou seja, a “palavra não esteve no princípio. No princípio esteve a ação. A palavra constitui antes o fim que o princípio do desenvolvimento. A palavra é o fim que coroa a ação”.

2.2.4 Encontros... Relatório de entrada múltipla e de “descobertas”

Percorrendo o meu caminho, continuei oferecendo aos meus alunos atividades que os estimulassem a pensar, a agir, a procurar, a escrever, a descobrir e, se possível, a criar. Quase sempre eles trabalhavam em grupo, para que o aprender fosse compartilhado e mediado com mais apropriação (VIGOTSKI, 2000). Prossegui meu trabalho, apoiando-me em diferentes materiais e ações que foram impostos ou expostos a mim, tais como: livros didáticos, Cadernos do Professor, computador, internet, leituras produzidas no mestrado, literatura complementar, orientações dos meus professores, diálogo com os outros professores, encontros, oficinas, palestras, escrita do meu diário de campo; entre tantos outros fazeres e não fazeres com os quais eu, nesse tempo, convivi.

Nesse contexto, apropriei-me dos relatórios de entrada múltipla (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 79). Nessas tabelas meus alunos registravam as “descobertas” encontradas pelo grupo e, em seguida, eu fazia as devidas intervenções (Figura 15).

PROPOSTA DE TRABALHO	Funções analisadas (mínimo de seis funções diferentes)	Descobertas do grupo	Retorno do Professor	Análise do grupo
1-) Analisar a representação gráfica da função quadrática e a sua relação com o valor do coeficiente “a” Lembre-se de analisar o “a” com valores negativos, positivos, inteiros e racionais.	1.) $-\frac{3}{2}x^2 \cdot 3x$ 2.) $\frac{3}{2}x^2+3x$ 3.) x^2 4.) $-x^2$ 5.) $-3x^2-3$ 6.) $3x^2+3$	Quando o coeficiente A for negativo caya parabola estará com a concavidade voltada para baixo. E quando for positivo a parabola estará coma concavidade para cima	Muito bem! Pensem se o “a” for 1 ou 10, a parábola ficará diferente?	Ficaremos que dá uma diferença, pois a partir dos graficos observamos que quanto maior o valor de A, mais dentro a parabola ficará.

Figura 15 — Recorte de um relatório de entrada múltipla elaborado pela professora para o estudo das Funções quadráticas. Resolução realizada pelos alunos C, P, W e J, 1ª série F, 26/09/08.

Escrevendo organizadamente nos espaços estabelecidos por esses instrumentos, penso que as ideias dos alunos se clarificaram, como também me possibilitaram a informação sobre o fazer matemático de cada grupo, a partir da qual pude realizar intervenções sobre o desenrolar de cada atividade e do respectivo pensamento envolvido. Esse instrumento foi utilizado nas aulas de "descobertas" matemáticas e nas aulas em que um assunto era iniciado, como no estudo dos cálculos exponenciais e logarítmicos[23].

Esse relatório serviu para organizar os registros dos pensamentos, já que esse instrumento permitiu que os alunos comunicassem os processos e as estratégias de pensamentos que adotaram na resolução das diferentes atividades. O relatório de entrada múltipla também foi um importante instrumento para a realização das intervenções pontuais da professora. Com essas intervenções, tive oportunidade de encorajar e estimular cada grupo a continuar o trabalho. Acredito, também, que a organização possibilitada por esse instrumento permitiu que a complexidade de cada assunto fosse, gradativamente, apresentada. Este estudo entende que essa apresentação gradativa da complexidade de um assunto é muito importante para que o aluno desenvolva a perseverança, o espírito investigativo e adquira confiança para usar a matemática, significativamente, nas diferentes situações da sua vida.

Após o registro desses relatórios, os alunos produziam o relatório das "descobertas". Nesse relatório, registraram o que aprenderam e como produziram a matemática durante a aula de que participaram. Eram registros individuais, seguidos de um relatório feito em grupo; e, para finalizar o trabalho e, assim, as "descobertas" realizadas, a turma produziu um relatório coletivo. Esse relatório tinha um escriba (professora ou aluno) que ia registrando no quadro negro as "descobertas" de cada grupo; depois, todos os envolvidos entravam num processo de escolha para selecionar as informações consideradas relevantes para o trabalho. Fazíamos exclusões e inclusões de ideias, até que o movimento de (re)escrita se finalizava e produzíamos um "resumo" sobre o assunto estudado.

Saliento que a produção desse resumo foi muito importante para o processo de ensino, pois, acredito, essa prática foi sentida por todos como uma criação, e não como uma transcrição de ideias.

[23] Ver *caso* número 10, capítulo 4 desta dissertação.

2.2.5 A necessidade de um leitor... As cartas

A comunidade que cria a lição é a amizade cúmplice daqueles que foram mordidos por um mesmo veneno.
(LARROSA, 2006, p. 144)

Tentando não me desviar do caminho traçado para este estudo, volto meus pensamentos para a metodologia idealizada para esta pesquisa e encontro as cartas. Um instrumento que foi tão importante para me tocar e, assim, estimular-me a entrar nesse movimento de (des)construção.

Ofereci essa metodologia aos alunos num dia muito chuvoso, em que muitos estudantes não estavam presentes e eu, enquanto lamentava essas ausências, tive a ideia de convidá-los a produzirem uma carta, relatando para os colegas os assuntos que tínhamos estudado naquela aula. Essa carta deveria ser direcionada aos alunos faltosos. Os alunos adoraram o convite, pois o movimento de escrever essas cartas[24] estava repleto de significado; muitos começaram esses escritos da seguinte maneira: "*Aos queridos colegas preguiçosos*"; e, assim, o conhecimento matemático dos meus alunos foi registrado.

De acordo com os escritos de Solomon e O'Neill (1998), eles trabalharam como os matemáticos dos séculos passados, os quais apresentavam para o outro os resultados dos seus estudos através das cartas. Meus alunos utilizaram a linguagem retórica, a qual prioriza as palavras para transmitir um saber matemático, como também fizeram uso da linguagem sincopada, que mistura à abreviação de palavras diversos símbolos (MOURA; SOUSA, 2008, p. 68). Assim, essa prática de escrever cartas nas aulas de matemática possibilitou que os alunos se apropriassem de diferentes signos para transmitir a sua mensagem. Eles usaram gráficos, tabelas, desenhos, balões explicativos, algoritmos, fórmulas, definições e cálculos, o que lhes possibilitou ter maior argumentação sobre as suas verdades e sobre os seus saberes matemáticos.

Porém, neste momento de defesa das cartas, vale ressaltar que elas estimulam mais um transcrever do que um escrever, pois nelas encontramos um relato dos fazeres matemáticos, uma explicação dos saberes envolvidos no assunto, e não uma escrita sobre a produção de um saber. Transcrever, aqui concebido através das ideias de Vigotski (2000, p. 157), as quais dizem que "a memorização de palavra e a sua associação com os objetos não leva, por si só, à formação de conceitos; para que o

---

[24] Ver exemplo dessa produção no capítulo 4 desta dissertação.

processo se inicie, deve surgir um problema que só possa ser resolvido pela formação de novos conceitos”.

Percebi que essas cartas elaboradas pelos meus alunos deixaram escapar ações importantes para o fazer matemático, tais como: a criação, a imaginação, a refutação e o julgamento; mas, por outro lado, permitiram um recontar que pode contribuir para clarificar um saber ou para verificar um não saber e assim, quem sabe, produzir um novo pensar matemático e, se possível, um novo saber matemático. Neste estudo, aproprio-me das expressões “fazer e/ou saber matemático” por conceber a consciência do fazer/saber segundo D’Ambrosio (1996, p. 21): o sujeito “faz porque está sabendo e sabe por estar fazendo”.

Esse gênero literário, quando usado nas minhas aulas, revelou ter um grande poder para mover o sujeito a (re)pensar sobre o seu fazer/saber matemático, mas também instigou a mobilização intelectual do aluno para o aprender, já que só podemos escrever sobre o que conhecemos ou, pelo menos, sobre o que pensamos conhecer. Assim, eu me pergunto: Será que isso não basta?

2.2.6 Um desencontro... Portfólio

Somente a ruptura do já dito e do dizer como está mandado faz com que a linguagem fale, deixa-nos falar, deixa-nos pronunciar nossa própria palavra.
(LARROSA, 2006, p. 145)

Quando idealizei a metodologia desta pesquisa, pensei em convidar os alunos a produzirem um *portfólio* que seria entregue no final do ano letivo. Esse material constaria de algumas atividades selecionadas pelos próprios alunos, porém, essas atividades deveriam abranger todo conteúdo por nós estudado durante o ano letivo. Para ensiná-los, solicitei que escolhessem as principais atividades desenvolvidas no 1º bimestre e montassem um trabalho para que eu pudesse avaliar. Planejei esse trabalho, apelidado pelos alunos de “pasta”, como um ensaio para a montagem do *portfólio*.

Ao final do primeiro bimestre, como combinado, os alunos entregaram-me a referida “pasta”, a qual trazia diferentes capas com desenhos, gravuras, colagens, poesias e palavras que traduziam o significado que essa ciência chamada matemática tem para os principais sujeitos desta pesquisa, os meus alunos. Encontrei uma bruxa remexendo uma poção mágica que continha fórmulas e números; vi quadrinhos com diálogos sobre as dificuldades que eles possuem para trabalhar com essa ciência; deparei-me com registros como "*dor de cabeça", "só para os inteligentes", "socorro", "confusão"*, mas também encontrei outros significados, como "*o mundo encantado dos números", "é a ciência que mistura números e letras através das operações*", ou ainda uma poesia, conforme Figura 16.

> *Há daqueles que pensam que a Matemática não serve pra nada,*
> *mas é ela que nos ajuda a acelerar o nosso pensamento.*
> *Há daqueles que pensam que a Matemática é feita de cálculos idiotas,*
> *mas é ela que irá nos fazer ser alguém no futuro.*
> *Há daqueles que falam que odeiam a matemática,*
> *mas é ela que levamos para o resto de nossas vidas, em nossos pensamentos.*
> *Matemática é um estilo de vida que em nossos pensamentos ficará contida para sempre.*
> *Pensamento + sabedoria = Matemática*

Figura 16 — Poesia produzida pelo aluno J, 1ª série G, final do 1º bimestre de 2008.

Essas são as tatuagens que a escola e a sociedade deixaram no sujeito e, agora, cabe a mim, como professora, apagá-las ou, em alguns casos, realçá-las. Porém, voltando minhas palavras para essa "pasta", gostaria de registrar que, apesar de não trazer uma mera reprodução de palavras e pensamentos, ela não possibilitou uma criação, já que vinha carregada de atividades produzidas pelos alunos, mas num outro tempo, que não é o agora.

Esses trabalhos não me convenceram de que o *portfólio* seria um bom instrumento para apoiar o meu fazer, pois eles se apresentavam como uma coletânea de atividades já realizadas, e não como eu almejava — um trabalho de recriação, no qual as palavras deveriam permitir um aprender com significado, colaborando com o processo da elaboração conceitual produzido pelo aluno, podendo promover uma (trans)formação, ao distanciar-se do ato de transcrever um conhecimento, uma tarefa tão desejada nesse movimento de inquietação. Mas, mesmo sem saber ao certo como fazer, continuei meu caminhar.

2.2.7 Um encontro... Um jornal plantado

Uma viagem que não pode estar antecipada, e uma viagem interior, uma viagem na qual alguém se deixa influenciar a si próprio, se deixa seduzir.
(LARROSA, 2006, p. 53)

Seguindo com essas palavras de Larrosa, continuei o meu caminho, no qual outras vozes vieram me seduzir e conseguiram iluminar a minha viagem. Um desses encontros deu-se na sala dos professores da escola Oscarlina, um espaço que conseguia, gradativamente, deixar de ser um ambiente de lamentações e ia se tornando “um espaço de busca, construção, diálogo e confronto, prazer, desafio, [...] afirmação da dimensão ética e política de todo processo educativo” (CANDAU, 2000, p. 15).

Foi numa conversa informal que uma professora de geografia comentou sobre um trabalho que havia proposto aos alunos: a criação de uma revista. Ela nos mostrou o trabalho de alguns alunos e eu fui provocada. Meus pensamentos começaram a estimular-me para o fazer; entretanto, não queria compor mais uma revista, eu almejava propor aos alunos um trabalho diferenciado. Mas o que propor?

Continuei escrevendo, argumentando, falando, pensando e produzindo sobre, com e nas diferentes matemáticas, até que me surgiu a ideia de convidar os alunos a produzirem um jornal, mas não um jornal imposto. Para isso, procurei ajuda com a professora de artes, que me ensinou e orientou os alunos a montarem as folhas da mesma maneira como se apresentam num jornal; também conversei com a professora de geografia sobre como organizar esse trabalho e, assim, sustentada por minhas colegas de profissão — sujeitos que, segundo as palavras de Freire (1996, p. 118), enxergam que o papel do professor “é incitar o aluno a fim de que ele, com os materiais que ofereço, produza a compreensão do objeto em lugar de recebê-la, na íntegra, de mim”, convidei meus alunos a produzirem o idealizado jornal. Mas, agora, um *Jornal Exposto* e não imposto.

Devido a toda essa movimentação que vivi e acima registrei, senti a necessidade de refletir sobre a importância que enxerguei nesse jornal para enriquecer o meu estudo, para libertar os sujeitos da cultura da aula de matemática denominada tradicional; enfim, é mister reconhecer a importância que esse jornal teve para “desempacotar” o conhecimento matemático dos sujeitos envolvidos nesta pesquisa. Assim, esse jornal possibilitou uma viagem em busca de um enxergar. Enxergar que as matemáticas podem e devem ser feitas na sala de aula pelos alunos. Um fazer que se apropria da escrita da matemática através da língua materna para clarificar um saber matemático. Um saber que possibilita uma criação e, assim, possibilita a formação do sujeito com a consciência de que, quando possível, pode e deve resistir ao seu assujeitamento.

Mas, por que um estudo que almeja possibilitar aos sujeitos o acesso e a manutenção da liberdade, bem como a possibilidade de criação, encontrou tanta sustentação nesse jornal denominado *Exposto*? Como esse jornal foi trabalhado? Será que esse instrumento de aprendizagem provocou os alunos?

Para tentar responder a essas questões, ou para conduzir o leitor a entender a importância que teve esse instrumento metodológico — pelo menos para mim —, trago a seguir um relato sobre os procedimentos adotados durante a criação desse jornal plantado, e não implantado.

2.2.7.1 A criação do *Jornal Exposto*

> *A possibilidade de ler de novo o mundo com os olhos limpos e de lhe dar de novo um sentido.*
> (LARROSA, 2006, p. 54)

Inicialmente, eu e meus alunos fizemos um contrato sobre como criar esse material, estabelecemos prazos, organizamos as etapas de execução, combinamos a entrega, a apresentação, o conteúdo e o processo de avaliação. Os alunos dividiram-se em grupos, alguns preferiram trabalhar sozinhos, já que uma parte dessa tarefa seria executada no horário contrário às nossas aulas — uma atividade extraclasse, uma tarefa realizada fora do horário de aula. Assim, procurei deixá-los livres para esse trabalho, porém vale ressaltar que enfatizei que essa liberdade estava vinculada à responsabilidade que cada um devia ter para com o outro, para com o seu próprio aprender, como também para comigo. Resumidamente, esse trabalho foi organizado nas seguintes etapas:

1. Convite e organização dos grupos.
2. Análise de diferentes jornais que a professora levou para sala (*Jornal de Itatiba*, jornais *O Estado de S. Paulo* e *Folha de S. Paulo*), procurando observar a apresentação das matérias, a disposição das gravuras, o nome do jornal, a data, entre outras características próprias desse material.

3. Montagem das folhas como um jornal — orientação da professora de artes.
4. Contrato feito entre professora e alunos sobre os conteúdos e as referidas apresentações; nesse momento, estabelecemos que esse jornal deveria trazer alguns assuntos obrigatórios e outros opcionais. Destacamos como obrigatórios os seguintes temas: progressão aritmética e geométrica, função polinomial do 1º e do 2º graus, função exponencial e logarítmica. Combinamos que os alunos ficariam livres para trazerem nesse jornal entrevistas, horóscopos, cruzadas, charges, piadas, curiosidades e desafios, porém, sempre relacionados às diferentes matemáticas. Estabelecemos, também, que as matérias e os dados desse jornal não precisavam ser reais, poderiam ser criados por eles.
5. Estabelecimento de critérios para a avaliação do trabalho, numa escala de 0 a 10: explicação ou contextualização dos assuntos matemáticos obrigatórios (3,0); criatividade (2,0); apresentação (3,0); e originalidade (2,0).
6. Organização inicial: as duas aulas do dia 3/10/2008 foram reservadas para que os grupos pudessem organizar o trabalho, dividir algumas tarefas e conversar com a professora sobre algumas dúvidas ou ideias. Esse foi um momento muito rico, conversamos e nos divertimos muito; os alunos são muito criativos, alguns rascunhavam Horóscopo Matemático, relacionavam o futebol com a função de 2º grau, a dengue e o crescimento exponencial; outros pediram para que eu lhes enviasse por *e-mail* uma foto da sala trabalhando no laboratório de Informática, a qual eu tinha tirado para minha recordação.
7. Estabelecimento da data de apresentação dos trabalhos: 27/11/2008.
8. Orientação para que me procurassem se tivessem dúvidas na execução desse trabalho e para que fizessem alguns rascunhos e trouxessem para eu dar uma "olhadinha".
9. Apresentação e entrega do trabalho seriam seguidas de um diálogo matemático estabelecido entre a professora e cada aluno, a fim de verificar e avaliar a participação individual de cada sujeito nessa atividade.
10. Socialização dos resultados e avaliação geral da atividade feita por todos os envolvidos.

Depois de todo esse movimento de organização, no qual a sala de aula se tornou um verdadeiro "palco de negociação", os sujeitos envolvidos neste estudo entraram num ciclo de criação, recriação, interpretação, contextualização, associação. Ficamos envolvidos num processo de busca, uma procura constante de signos para registrar um fazer e um saber matemático. Nesse tempo, acredito que o movimento incitado por esta pesquisa assumiu um caráter de grande ação que foi capaz de provocar o sujeito a (re)significar suas verdades, permitindo-lhe uma criação.

A presença dessa criatividade foi percebida no próprio nome dado aos alunos para os jornais. As diferentes manchetes desses jornais foram capazes de revelar-me diversas contextualizações da matemática; também notei a produção de diferentes fazeres matemáticos, os quais foram registrados através de uma escrita com as próprias palavras; isto é, suas manchetes demonstraram um movimento de criação, e não de transcrição (Figura 17).

Regras matemáticas podem ser modificadas a partir de 2009.
Ajude-nos na investigação da professora desaparecida.
(Manchete do **Jornal Exponencial**, alunos S, J, K e C, 1ª série G)

Matemáticos apontam que a população de Itatiba deve crescer 2% ao ano, nos próximos anos.
(Manchete do **Jornal CLARIN Diário**, alunos J e R, **1ª** série G)

Raquetadas para o Título: tenista se prepara para o Circuito Itatibense de Tênis.
Basquete 3.0: só vale cesta de três.
(Manchete do **Jornal SPORTemática**, aluno R, 1ª série F)

Alunos no laboratório de Informática em busca de conhecimento, com o auxílio da professora Solange.
(Manchete do **Jornal Recormática**, alunos F, D, P e G, 1ª série F)

Passatempos, jogos e brincadeiras para distraí-lo. Tente descobrir nossas charadas super matemáticas. Também trouxemos uma entrevista com Thiago e as fórmulas fáceis para você calcular todo tipo de área.
(Manchete do **Jornal CMB**, alunos C, M e B, 1ª série F)

Universidade de Campinas confirma que os lactobacilos contidos nos iogurtes multiplicam-se a cada hora.
(Manchete do **Jornal Pitágoras Notícias**, alunos F e JO, 1ª série F)

Descubra o que significa o Logaritmo e porque ele facilita os cálculos complicados.
(Manchete do **Jornal Mathematic News**, alunos C, N, J, Jê e I, 1ª série F)

Gênios Mirins da matemática: os alunos da EE Prof.ª Oscarlina de Araújo Oliveira inventaram uma máquina de fazer contas que promete melhorara a vida dos estudantes.
(Manchete do **Jornal Calculado**, alunos A, C e E, 1ª série G)

Figura 17 — Transcrição de algumas manchetes registradas nos diferentes jornais produzidos pelos alunos.

Com esses registros, tentei mostrar para esse alguém que escreve, como também para outro alguém que lê estas palavras, que uma metodologia — mesmo não antecipada no planejamento de uma ação —, quando vem ao nosso encontro e nos seduz, pode envolver-nos num processo de desestabilização e de eventual transformação.

2.3 Uma viagem da imposição à exposição

> *... uma viagem [...] por quem vai ao seu encontro, e na qual a questão é esse próprio alguém, a constituição desse próprio alguém, e a prova e desestabilização e eventual transformação desse próprio alguém.*
> (LARROSA, 2006, p. 53)

E foi assim que, durante esta minha viagem, vivi com as diferentes realidades que a mim foram impostas e expostas. Eu, um sujeito fruto de uma ditadura de 30 anos atrás, sentindo a necessidade de um (re)fazer profissional, uma emergência de (re)orientar-me em uma nova era que lida com um novo sujeito da globalização, busquei uma (re)orientação para oferecer aos meus alunos instrumentos para que eles plantem seus pensares, e não, simplesmente, implantem os fazeres que a eles sejam atribuídos.

Nessa busca, ao idealizar uma metodologia de ação, fui (des)orientada pelo poder, com a imposição de um jornal que trazia a ideologia da Proposta Curricular do Estado de São Paulo — 2008a. Essa Proposta veio acompanhada de instrumentos que foram implantados, e não plantados em mim; porém, depois de ler o texto "imposto", comecei a fazer os meus recortes e enxerguei algumas oportunidades interessantes. Assim, quando os escritos desses materiais começaram a fazer parte de mim, isto é, quando deixaram de ser uma mera imposição, senti-me segura para apresentá-los aos meus alunos — os textos começaram a ser expostos.

O "Jornal Imposto" possibilitou a criação do *Jornal Exposto*. Um instrumento que deu alento à professora, um sujeito acuado pelo poder e sedento de saber e de fazer. Esse signo não previsto foi apropriado para equilibrar o real com o ideal; eis aqui uma petrificação das artimanhas que devemos ter para saber lidar com esses regimes de verdade — saber usar o que se tem em benefício do que se deseja ter. Entretanto, sempre que meus pensamentos se estabilizam, outros silêncios aparecem para remexer e desencadear a (re)criação de outras verdades; esse movimento cíclico não me abandona.

E, assim, vou caminhando e sentindo-me ora centrada, ora (des)centrada, porém amparada por vozes que dizem que

> a existência, porque humana, não pode ser muda, silenciosa, nem tampouco pode nutrir-se de falsas palavras, mas de palavras verdadeiras, com que os homens transformam o mundo. Existir, humanamente, é pronunciar o mundo, é modificá-lo. O mundo pronunciado, por sua vez, se volta problematizado aos sujeitos pronunciantes, a exigir deles novo pronunciar.
> Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão. (FREIRE, 2005, p. 90)

Nesse movimento, pude enxergar que o poder, através de um simples "faça como", tenta fabricar o sujeito-professor e o sujeito-aluno necessários para o funcionamento do ensino na nova era da globalização. Porém, esses sujeitos que devem satisfazer os índices almejados para a qualificação de um "bom" ensino, podem fazer valer as suas verdades e, segundo Larrosa (2006, p. 54), para que isso ocorra, "eles têm de se desprender de sua personalidade e de sua cultura, das formas convencionais e fixas de ler".

Mas será que um professor iniciante conseguiria enxergar a possibilidade de tornar o jornal imposto em exposto? Esse instrumento teria o mesmo resultado, se fosse oferecido aos alunos no início do ano letivo? Que relação pode existir entre o instrumento apresentado e o pensamento matemático?

Para tentar responder a essas indagações, segui a minha viagem. Mas fui surpreendida por outra inquietação: por que escrever nas aulas de matemática?

3. Caminhar... Tentar responder:

“por que escrever nas aulas de matemática?”

No ler a lição, não se buscam respostas. O que se busca é a pergunta à qual os textos respondem. Ou melhor, a pergunta que os textos abrigam no seu interior, ao tentar respondê-la: a pergunta pela qual os textos se fazem responsáveis. Por isso, a única resposta que se pode buscar na leitura é a responsabilidade pela pergunta. [...] Por isso, a leitura não resolve a questão, mas a reabre, a re-põe e a re-ativa, na medida em que nos pede correspondência.
(LARROSA, 2006, p. 142)

Trago as palavras de Larrosa para introduzir este capítulo, a fim de conduzir o leitor, bem como para levar a própria autora a enxergar que estes escritos têm a intenção de provocar uma reflexão sobre as ações envolvidas nesta pesquisa. Para esta reflexão, foram produzidas algumas indagações para reabrir, repor e reativar alguns “porquês” referentes às apropriações da escrita e também relativos ao interesse em analisar os processos que envolvem o pensamento matemático. Ressalto, entretanto, que este capítulo não tem exclusivamente a pretensão de responder aos “porquês”, mas, sim, traz a intenção de provocar outras indagações que poderão ser produzidas na leitura destas tentativas de respostas.

3.1 Por que escrever nas aulas de Matemática?

Nesta pesquisa, apropriei-me da escrita nas aulas de Matemática para analisar os diferentes processos de pensamento matemático envolvidos nesse movimento de escrita, a fim de possibilitar aos sujeitos desta investigação uma aprendizagem significativa da matemática escolar. Adjetivo essa aprendizagem como significativa, por acreditar que ela possa libertar o sujeito para a criação de um fazer e de um pensar significativos, possibilitando, assim, a sua reflexão e uma possível (trans)formação da sua leitura de mundo. Saliento, ainda, que este estudo entende o pensamento matemático significativo como fruto de uma “libertação autêntica, que é a humanização em processo, não é uma *coisa* que se deposita nos homens. Não é uma palavra a mais, oca, mitificante. É práxis, que implica a ação e a reflexão dos homens sobre o mundo para transformá-lo." (FREIRE, 2005, p. 77).

Mas como possibilitar uma transformação do sujeito deste mundo contemporâneo?

Nesse contexto, envolvida com estas reflexões, acredito que a escrita nas aulas de matemática possa ser um caminho para libertar o sujeito contemporâneo de um pensar imposto, possibilitando a criação de um pensamento crítico sobre a cultura que lhe é transmitida (Figura 18).

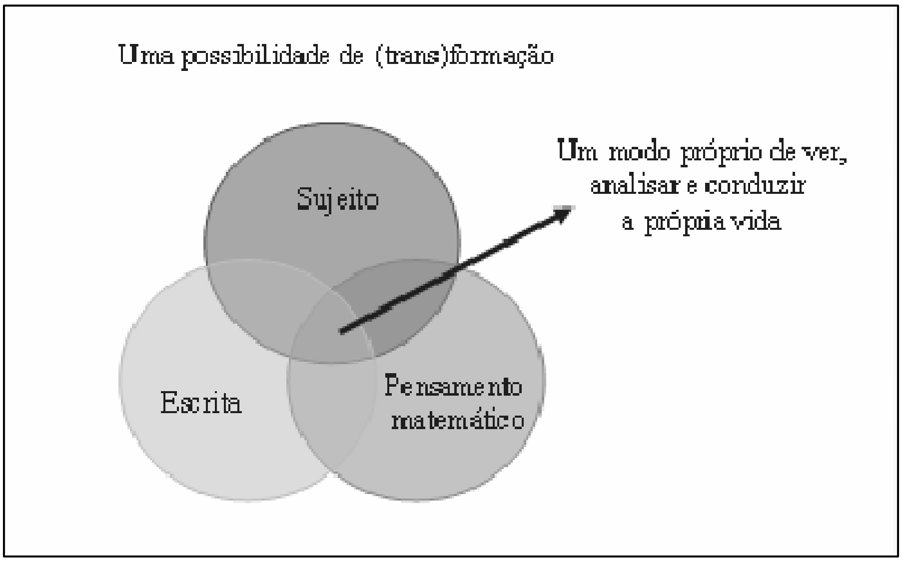


Figura 18 — Interação entre a escrita e o pensamento matemático.
Uma possibilidade de uma (trans)formação.

3.1.1 Escrever para desenvolver a autonomia e o pensamento do sujeito

As diferentes vozes trazidas nos escritos de Fonseca (2000) sustentam este estudo, pois enfatizam a importância da escrita como um processo de aprendizagem[25] e atribuem a esse processo a incumbência de comunicar o pensamento matemático para si próprio, como também para o outro.

Esse pensamento matemático pode levar-nos a "uma compreensão mais profunda de nós próprios, a uma visão mais coerente daquilo que sabemos, a uma investigação mais eficaz daquilo que queremos saber e a uma avaliação mais crítica daquilo que vemos e ouvimos" (FONSECA, 2000, p. 22). Esses dizeres corroboram o meu desejo de

[25] Um processo que é uma viagem e não um destino (SHUFELT; SMART apud FONSECA, 2000).

promover um ensino envolvido de uma ação política. Porém, eu continuo me perguntando: será que a escrita pode possibilitar a (trans)formação do sujeito?

Durante a busca de uma resposta para o meu questionamento, encontrei, na literatura, os cinco objetivos curriculares globais apresentados nos Standards[26] norte-americanos (*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*), que são: aprender a valorizar a matemática, acreditar nas capacidades pessoais, tornar-se um solucionador de problemas, aprender a comunicar matematicamente e aprender a raciocinar matematicamente. Esses objetivos fortaleceram o meu desejo — provocar o aluno a fazer e desenvolver um pensar matemático que o possibilite a viver em constante transformação e desenvolvimento.

Envolvida com esses escritos e ouvindo algumas vozes oriundas da literatura, encorajei-me a seguir o caminho de escrever nas aulas de matemática. Assim, focalizei meus pensamentos na matemática, não somente como uma linguagem que deve ter um significado para que os alunos possam comunicar-se, mas também como um processo capaz de desenvolver o pensamento e a criticidade do sujeito. Explorar, investigar, descrever e expor ideias matemáticas promove um movimento de refutação e negociação do próprio pensamento, possibilitando uma reflexão sobre algumas verdades.

Por esses pressupostos, enxerguei que a metodologia de escrever nas aulas de matemática pode desempenhar um grande papel na formação de um fazer matemático significativo, tanto para o aluno como para a professora. Uma metodologia que pode estimular o aluno a ter confiança na sua capacidade de pensar e comunicar matematicamente, facilitando o desenvolvimento da sua autonomia para utilizar a matemática que lhe é familiar na resolução de situações novas (Figura 19). Essa metodologia pode também contribuir com a ação da professora que, ao ler com atenção as comunicações dos alunos, pode obter informações sobre o pensar desse aluno e, a partir delas, poderá tomar decisões importantes acerca do movimento de ensino e aprendizagem (APM, 1991).

[26] Para este estudo, realizei a leitura e a análise da tradução portuguesa desse documento, denominado Normas (APM, 1991).

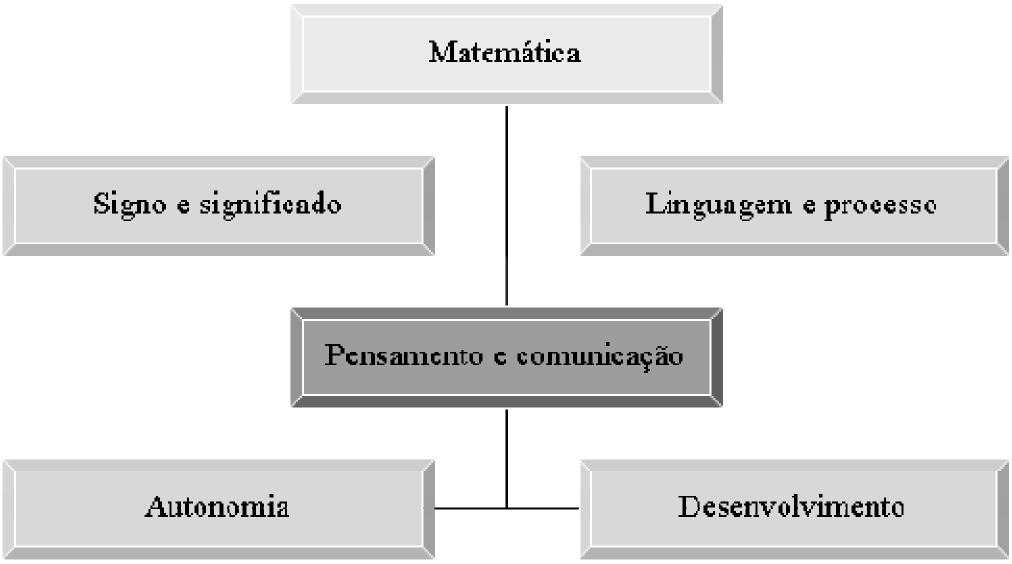


Figura 19 — Linguagem matemática e a promoção da autonomia e do desenvolvimento do sujeito.

Além disso, justifico a importância dada por esta pesquisa para a escrita nas aulas de matemática com as ideias de Vigotski (2000), para quem a relação entre o homem e o mundo passa pela mediação do discurso, pela formação de conceitos e pensamentos através dos quais o homem aprende o mundo e atua sobre ele. O homem recebe a palavra do mundo sobre si mesmo e sobre ele — homem — e funda a sua própria palavra sobre esse mundo; isto é, o homem escreve a sua própria história.

Esse psicólogo russo também direcionou o meu olhar para os signos (órgãos sociais), fazendo-me enxergar que através deles o indivíduo assimila seu comportamento, inicialmente exterior e depois interior. A linguagem interior é uma linguagem, isto é, um pensamento vinculado à palavra; logo, se o pensamento se materializa na palavra, na linguagem exterior, penso que a palavra se solidifica, mesmo que temporariamente, na linguagem interior, gerando o pensamento. Assim, apoiando-me em Vigotski, visualizei um movimento dinâmico e instável entre a palavra e o pensamento. Um movimento cíclico entre a escrita e o pensamento matemático, pois este pode ser materializado nos escritos dos alunos, e esses escritos podem levá-los a produzir um novo pensamento matemático (Figura 20).

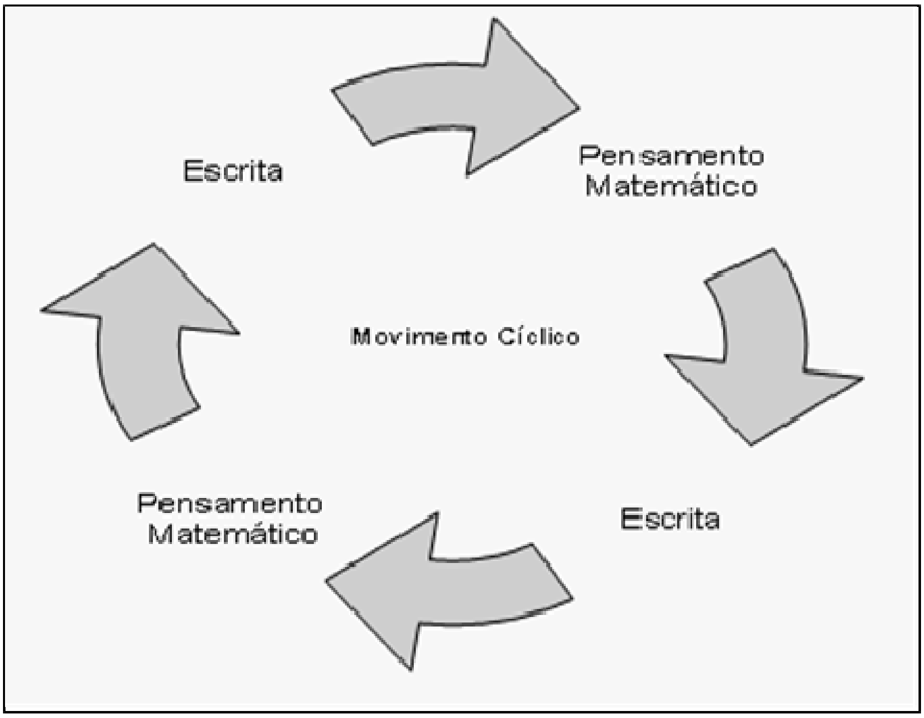


Figura 20 — Movimento entre a palavra e o pensamento.
Apropriação da teoria vigotskiana.

Nestes registros, senti a necessidade de trazer algumas implicações acadêmicas que justificam a minha apropriação da escrita para analisar o pensamento matemático que esteve em movimento de criação e de desenvolvimento nas aulas de matemática que me envolveram durante esta pesquisa. Aulas que foram realizadas com os alunos de duas turmas de 1ª série do Ensino Médio da EE. Profª. Oscarlina de Araújo Oliveira, um estabelecimento orientado pelas normas da rede estadual de educação do Estado de São Paulo que, nesse tempo, implantava uma "Proposta Curricular".

Inicialmente, essa implantação causou-me muito estranhamento; entretanto, agora algumas de suas vozes são por mim apropriadas, para tentar justificar alguns "porquês" que norteiam o meu estudo, já que, segundo esse documento (SÃO PAULO, 2008a, p. 19):

> Ler e escrever, hoje, são competências fundamentais a qualquer disciplina ou profissão. Ler, entre outras coisas, é interpretar (atribuir sentido ou significado), e escrever, igualmente, é assumir uma autoria individual ou coletiva (tornar-se responsável por uma ação e suas consequências).

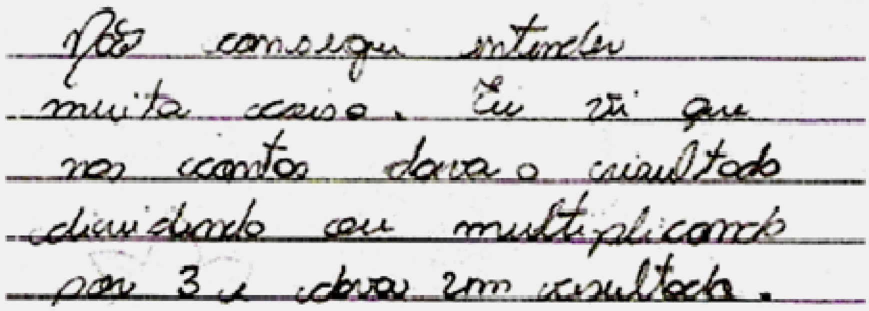
A referida Proposta, ao contemplar a linguagem oral e escrita como forma de compreensão e ação sobre o mundo, e não simplesmente como uma representação, veio ao encontro de minhas reflexões teóricas e, portanto, constituiu-se em mais uma referência para a presente pesquisa. Esse documento oficial enfatiza, também, que as atividades devem apresentar contextos, de modo que os assuntos estudados tenham significado para os alunos; assim, consegui apoiar esta pesquisa, que analisa o processo de pensamento matemático revelado quando os alunos escrevem nas aulas de matemática, com a ideologia do poder. Além disso, constituem referência para este trabalho as ideias presentes no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), por trazerem a concepção da matemática como um meio para o desenvolvimento dos alunos como sujeitos críticos e participativos dessa sociedade do conhecimento. Este estudo atende, também, às concepções do Pcnem (BRASIL, 2002, p. 129), que privilegia o tratamento de situações-problema e enfatiza a importância da comunicação em matemática, por ser uma competência valiosa como relato, registro e expressão.

Mediante essas sustentações oriundas das vozes da academia e do poder, uma indagação me provoca — Será que me estou assujeitando? E, na tentativa de amenizar esse incômodo, bem como de não distanciar-me da sala de aula, trago outras reflexões, a fim de mostrar a importância que a escrita teve nesta pesquisa.

3.1.2 Escrever para dialogar com todos

Seguindo esta minha viagem, convidando os alunos a escrever e ouvindo as diferentes vozes que vieram ao meu encontro, percebi que, por escrever com frequência, os alunos começaram a estabelecer um diálogo com a professora, surgindo os comentários sobre as dúvidas, as soluções e as respostas que encontraram e as suas "descobertas". Envolvidos nas atividades propostas, escreveram e ressaltaram, através das suas palavras, seus sentimentos, seus aprendizados, seus conhecimentos e suas "descobertas". Mas como pode a professora dialogar, simultaneamente, com todos os alunos?

Os escritos de Tuttle (2005) trazem as palavras de Zinsser para enfatizar a importância de que todo aluno seja envolvido com a matemática na sala de aula. Essas palavras registram que 25 alunos não podem falar todos ao mesmo tempo, mas podem escrever ao mesmo tempo e, escrevendo, encorajam-se para tornarem-se engajados na sua aprendizagem e dialogarem com a professora. E, assim, seguindo esse caminho de "dar o texto a ler"[27] com apropriação da escrita, fui percebendo que os alunos foram adquirindo confiança para escrever e registrar seus (não) saberes, conforme o fragmento extraído de um relatório produzido pela aluna P, da 1ª série F (Figura 21).


Não consegui entender
muita coisa. Eu vi que
nas contas dava o resultado
dividindo ou multiplicando
por 3 e dava um resultado.

Transcrição:
Não consegui entender muita coisa. Eu vi que nas contas dava o resultado dividindo ou multiplicando por três e dava um resultado.

Figura 21 — Recorte do relatório sobre congruência e semelhança.
Aluna P, 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

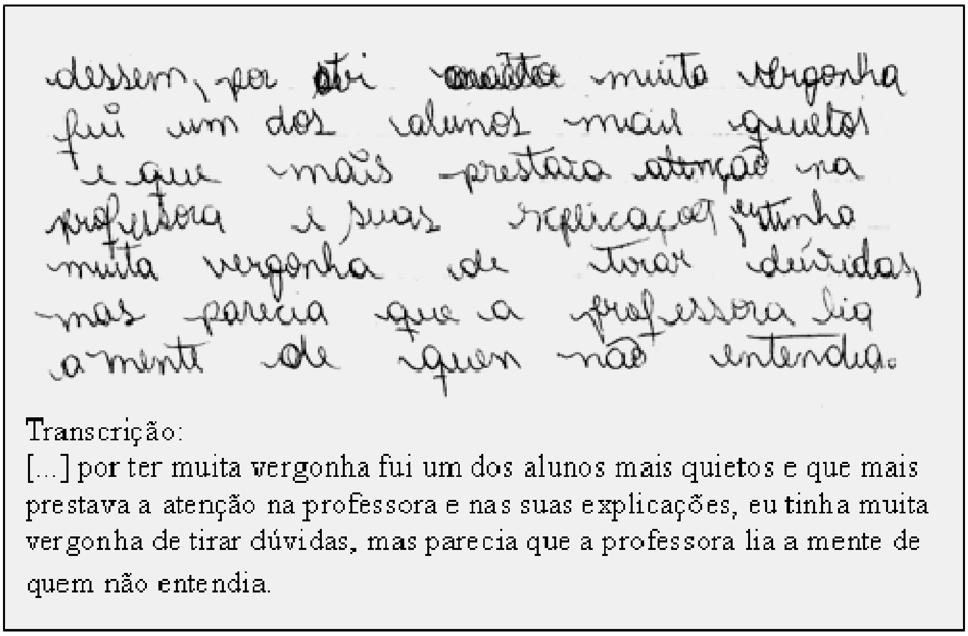
Com esse relato pude perceber que a aluna entendeu que a constante de proporcionalidade envolvida entre as figuras semelhantes apresentadas é igual a três, porém, ela julga ter aprendido pouco — culturalmente, temos que um aprender matemático é muito mais amplo, pois deve envolver cálculos complicados e um resultado numérico incontestável. Nesse momento, procurei levá-la a refletir sobre o seu "pouco" aprendizado, com essa mensagem que deixei nos seus escritos (Figura 22).

Por esta escrita sinto que você aprendeu muito. Pense na sua descoberta, quando a sala toda estiver falando sobre esse assunto. E, depois, responda: o que esse três significa?

Figura 22 — Intervenção da professora no registro da aluna P, 1ª série F.

Vale ressaltar que essa intervenção só foi possível devido ao diálogo estabelecido entre a aluna e a professora através da escrita. O diálogo também foi estabelecido com os alunos extremamente tímidos, como JE, da 1ª série F, que em um dos seus registros escreve (Figura 23):

[27] Segundo Larrosa (2006), um fazer que vai além do conhecer o texto, algo que é capaz de provocar o leitor (aluno) a (re)significar suas "verdades", permitindo-lhe uma criação, uma escrita com as próprias palavras, enfim possibilitando ao sujeito uma oportunidade de enxergar, mesmo sem ver – um possível aprender.


dessem, por ter muito vergonha fui um dos alunos mais quietos e que mais prestava atenção na profesora e suas explicações eu tinha muita vergonha de tirar dúvidas mas parecia que a professora lia a mente de quem não entendia.

Transcrição:
[...] por ter muita vergonha fui um dos alunos mais quietos e que mais prestava a atenção na professora e nas suas explicações, eu tinha muita vergonha de tirar dúvidas, mas parecia que a professora lia a mente de quem não entendia.

Figura 23 — Fragmento de um registro. Aluno JE, 1ª série F.

Esse escrito confirmou que o registro, assim como a oralidade, foi capaz de estabelecer um diálogo de afetividade entre a professora e o aluno, que passou a conhecer-se através da escrita. Acredito que a escrita possibilitou à professora a oportunidade de ter uma conversa com muitos alunos ao mesmo tempo e, principalmente, deu oportunidade de conversar com os mais tímidos, os quais, durante a oralidade, permaneciam quietos. Isso me tocou.

3.1.3 Escrever para libertar-se do transcrever

No decorrer deste estudo, pude constatar que alguns alunos, não sabendo sobre o que escrever, começaram a apropriar-se das vozes dos colegas e da professora para produzirem o próprio registro — escreveram como eu, agora, escrevo —; meus alunos escreveram usando a primeira pessoa do singular, porém, trouxeram um “eu” carregado de outros “eus”.

Durante esse movimento de ensinar, aprender e pesquisar, quando um assunto era trabalhado, criado ou descoberto, isto é, sempre que um conhecimento se movimentava em direção à aprendizagem, nós — eu e os alunos — socializávamos nossa atividade e nosso saber para toda a sala. Nesse momento, as palavras do outro passavam a formar a minha própria palavra — seria uma transcrição?

Nesse contexto, corroboro as palavras de Freitas (2006, p. 35), pois "penso que, ao procurarmos maneiras próprias de comunicar idéias, produzimos significados que, apesar de não serem novos, oferecem o 'novo' por serem expressos com elementos da nossa própria autoria".

As Normas (APM, 1991) destacam a importância de os alunos "falarem a matemática" (comunicação verbal) e atribuem ao professor a função de estimulá-los e ensiná-los para que "escrevam a matemática", pois, descrevendo como o problema foi resolvido, o aluno poderá clarificar seu pensamento, como também transmiti-lo ao colega. Essa leitura levou-me a valorizar especialmente a oralidade, o que foi essencial para ajudar os alunos que não tinham se envolvido com um determinado saber, pois, ouvindo o outro, eles conseguiram relatar, pelo menos, o que o outro havia divulgado; e, através desse, agora, seu próprio relato, pude perceber a formação de um pensar e de um fazer matemático próprios do sujeito que escreve. Assim, o refrescamento de ideias[28] possibilitou uma escrita e, talvez, o desenvolvimento de um saber matemático, como a resposta dada (Figura 25) à situação apresentada na Figura 24:

> Situação apresentada: *Numa estrada existe um radar no quilômetro 18 e outro no quilômetro 363. Deseja-se instalar mais 14 radares entre esses dois, todos com a mesma distância entre si. Qual deve ser essa distância?*

Figura 24 — Exercício elaborado pela professora para o estudo das Progressões Aritméticas

> Resposta do aluno JA, da 1ª série G:
>
> *Eu pensei assim, são 14 radares que vão colocar entre eles, existe* ***mais 1****. Então eu fiz assim: o 363 é o a_{15} e o 18 é o a_1 e entre eles + 14 para dar* ***15****, então eu montei a continha para descobrir a razão, ou seja, quanto eu devo somar do 18 até 363 que é* ***25****. Mas eu acho que essa razão é a distância entre eles, então eu fiz* ***15*** *vezes 25 que é a distância e deu* ***375****. Professora desculpa pelo texto gigante, mas foi o que eu pensei e tentei resolver!*

Figura 25 — Resolução do exercício apresentado na Figura 24. Aluno JA, 1ª série F.

28 Expressão entendida como "diferentes intercâmbios e partilhas, com o professor e os colegas" (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 22).

Os dizeres desse aluno trazem as palavras de um diálogo ocorrido entre a professora e a turma durante a resolução de um exercício similar ao acima registrado: conversamos sobre a quantidade de radares, a distância existente entre o primeiro e o último radar e o total de radares que seriam colocados num determinado espaço. A resposta produzida pelo aluno JA mostra que a socialização dos saberes da turma o ajudou na produção dessa escrita, pois, apesar não ter resolvido satisfatoriamente, ou melhor, apesar de não ter encontrado a resposta escolarmente esperada para esse exercício, o aluno apropriou-se das ideias matemáticas utilizadas no diálogo com a turma. Ele cometeu alguns equívocos que foram destacados na Figura 25, mas que puderam ser facilmente percebidos na escrita e, assim, facilitaram a intervenção da professora.

A escrita — essa minha companheira — foi me auxiliando a provocar os alunos para um aprender, foi me ajudando a transformar as tarefas em atividades[29], foi contribuindo para que minha aula deixasse de ser um local de transcrição e passasse, gradativamente, a ser um ambiente de produção.

3.1.4 Escrever para registrar e sintetizar um saber para si próprio

Continuando na trilha das vozes de Powell e Bairral (2006), evidenciei que a escrita possibilitou aos meus alunos (e a mim) a produção de uma síntese da aprendizagem matemática, na qual os conhecimentos prioritários são selecionados e registrados, pois é muito difícil escrever sobre tudo; existe a necessidade de selecionar o que é essencial para a transmissão de uma mensagem, mesmo quando ela é endereçada ao próprio autor. Um fazer no qual o emissor e o receptor não assumem uma posição polarizada — é uma provocação para uma conversa consigo mesmo, uma escrita que, segundo esses autores (2006, p. 22), tem "o objetivo de assegurar à própria pessoa o que esta aprendeu".

[29] Assim como defendem Ponte et al. (1997), este estudo entende por tarefa o fazer matemático realizado pelos estudantes para cumprir com o ofício de aluno, diante do que é proposto pelo professor, enquanto a atividade é aqui entendida como o envolvimento do aluno com um determinado fazer matemático. A atividade está relacionada com o desejo do aluno em resolver uma determinada questão matemática, isto é, a atividade vai além da obrigação, é um fazer matemático permeado pela satisfação do sujeito por ser o autor dentro do contexto de ensino e aprendizagem. Logo, uma tarefa poderá transformar-se, ou não, em uma atividade para o aluno.

Trago as palavras de um professor, registradas por Tuttle (2005, p. 25), para sustentar a importância que esta pesquisa dá para o processo de escrita.

> Para mim, escrever tem sempre sido importante para o meu aprendizado, eu escrevo tudo, desde a apresentação de um trabalho até lista do que eu discuto com o médico. Escrevendo desta forma, diminuo o ritmo e foco meus pensamentos; eu sou capaz de ouvir cada palavra na minha cabeça e vê-la no papel. É como uma meditação consciente, durante a qual eu me fecho ao resto do mundo e me engajo totalmente no processo. (tradução minha[30])

Quando sintetizamos os nossos conhecimentos na escrita, ficamos envolvidos num processo de classificação, seleção e escolha entre o que julgamos essencial ou secundário. Esse processo intelectual exige muito do sujeito, pois ele deve ter a capacidade de selecionar e depois sintetizar toda informação que adquiriu sobre um determinado assunto. Além da síntese do conhecimento, Tuttle (2005) destaca a importância da escrita, ao permitir que a página se torne um lugar para sustentar o nosso pensamento. Podemos revisitar nossos escritos sempre que necessário e, portanto, rever nossos pensamentos.

Através da menção de um registro produzido pela NCTM (2000), essa autora também nos chama a atenção para o cuidado que se deve ter, a fim de evitar a prematura utilização da linguagem matemática. Esta citação registra que:

> É importante dar experiências aos alunos para que apreciem o poder e a precisão da linguagem matemática. [...] os alunos precisam ser desenvolvidos para a apreciação da necessidade das definições precisas e para o poder comunicativo dos termos matemáticos convencionais, primeiramente comunicando-se com as suas próprias palavras. Permitir que os alunos usem suas idéias e desenvolvam o seu próprio significado informal de expressão pode ser um efetivo caminho para promover o seu engajamento. (NCTM apud TUTTLE, 2005, p. 36, tradução minha[31])

Assim, para ilustrar a importância da escrita para a síntese de um saber matemático, trago um fragmento de um registro (Figura 26) produzido pelo aluno F, da 1ª série F, sobre o que aprendeu com o estudo da função polinomial de 1º grau.

---

[30] *For me, writing has always been important to my learning; I write everything from professional workshop presentations to lists of what I want to discuss with the doctor. Writing in this way slows and focuses my thinking; I am able to hear each word in my head and see it on paper. It is like a* mindful *meditation during which I shut out the rest of the world and am totally engaged in the process.*

[31] *It is important to give students experiences that help them appreciate the power and precision of mathematical language. […] students need to develop an appreciation of the need for precise definitions and for the communicative power of conventional mathematical terms by first communicating in the own words. Allowing students to grapple with their ideas and develop their own informal means of expressing them can be an effective way to foster engagement and ownership.*

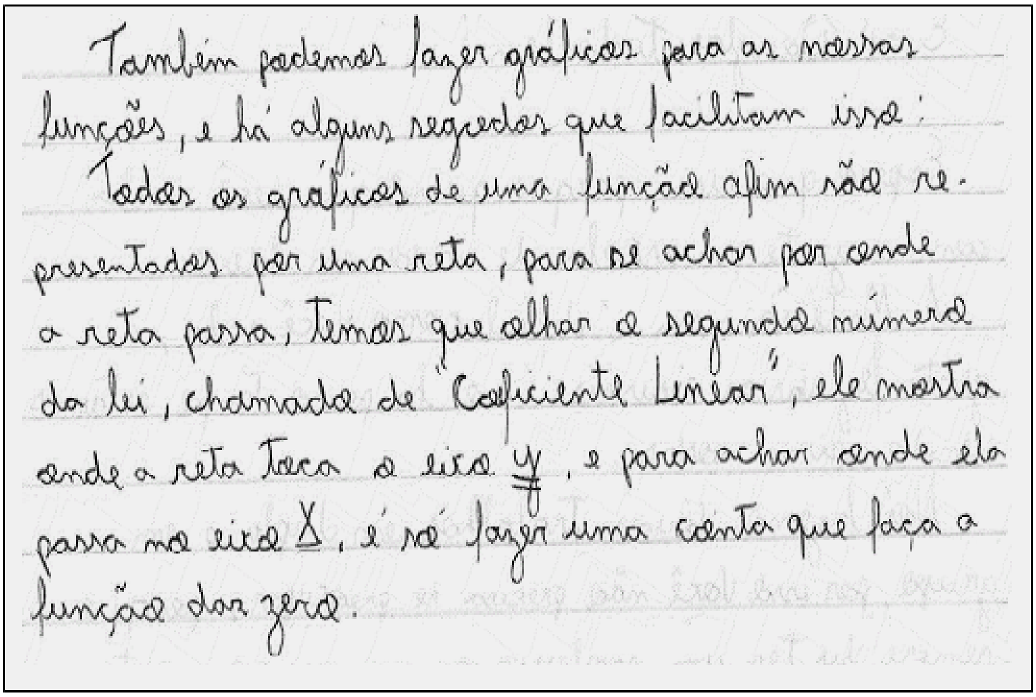

Também podemos fazer gráficos para as nossas funções, e há alguns segredos que facilitam isso:
Todos os gráficos de uma função afim são representados por uma reta, para se achar por onde a reta passa, Temos que olhar o segundo número da lei, chamado de "Coeficiente Linear", ele mostra onde a reta Toca o eixo y, e para achar onde ela passa no eixo X, é só fazer uma conta que faça a função dar zero.

Figura 26 — Recorte de um resumo sobre o estudo da função polinomial do 1º grau. Aluno F, 1ª série F.

Após essa produção, os alunos foram convidados a resolver diferentes exercícios sobre função polinomial do 1º grau. Para tanto, utilizaram o resumo para revisitar as suas ideias, bem como foram (re)significando os conceitos utilizados nessa produção durante esse movimento de fazer matemática que os envolvia.

Esses relatórios permitiram que os alunos escrevessem resumidamente a matemática, através de uma linguagem própria, sem a preocupação com as definições precisas (mas corretas), como também, sem a necessidade da utilização de uma linguagem simbólica.

Nesse contexto, volto o meu pensamento para a matemática que estávamos fazendo e me pergunto: o aluno do Ensino Médio não tem a necessidade de saber ler e escrever a matemática formal e simbólica?

Retornando para a produção do aluno F, nota-se que ele registrou o seu saber matemático sobre as funções polinomiais do 1º grau, e para isso foi necessário realizar uma síntese dos conhecimentos ou, até mesmo, das informações que se movimentavam no seu pensamento quando realizava essa atividade. Assim, o aluno utilizou uma linguagem própria sem a presença dos símbolos matemáticos. No entanto, ressalto que a linguagem simbólica foi, gradativamente, aparecendo nos registros, conforme podemos verificar no recorte de um resumo coletivo que os alunos da 1ª série G produziram sobre o mesmo assunto (Figura 27).

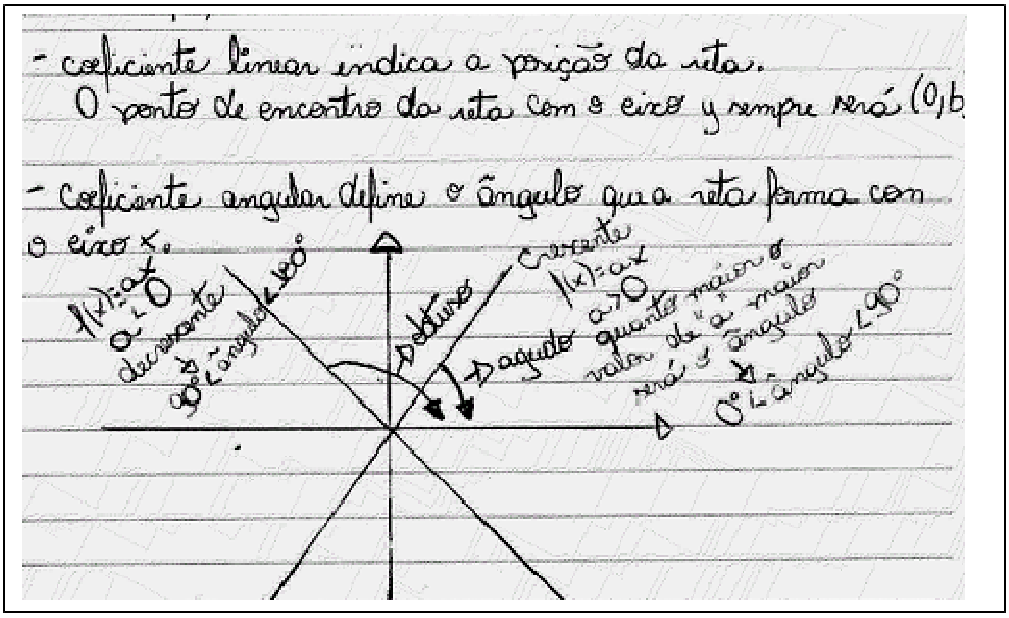


Figura 27 — Resumo coletivo produzido pelos alunos da 1ª série G, 1º semestre de 2008.

3.1.5 Escrever e falar para "desempacotar"[32] o conhecimento matemático

Nesse meu percurso, deparei-me com outros dizeres de Vigotski, os quais foram vivenciados neste processo de ensinar e aprender as diferentes matemáticas com a apropriação da escrita. Com esse autor pude aprender um pouco sobre a formação do pensamento e da linguagem e, assim, fortaleci a minha intenção de analisar os processos de pensamento matemático dos alunos quando escrevem nas aulas de matemática; solidifiquei a minha ideia de levar os alunos a escrever sobre os diferentes assuntos, a fim de libertá-los das marcas deixadas pelas culturas das aulas de matemática, possibilitando uma ruptura do seu possível assujeitamento.

Procurei valorizar a oralidade, pois enxerguei que ela permitiu uma comunicação mais efetiva dos pensamentos, dos sentimentos e das emoções, pois, quando o sujeito falava, ele se apropriava de diferentes sons, gestos, mímicas e entonações que facilitavam a comunicação do seu pensamento; além disso, a palavra falada desencadeou a formação de um diálogo — ferramenta essencial para o processo de ensinar e aprender.

[32] Retomando a metáfora citada por D'Ambrosio, B. (2005, p. 21).

E, para ilustrar essa minha "verdade", apresento um trecho de um diálogo[33] (Figura 28) realizado entre dois alunos e a professora, no qual a comunicação foi permeada por insinuações e meias palavras.

Aluno JI: Professora, não sabemos como explicar, mas nós entendemos.
Professora: O que vocês entenderam?
Aluno JI: Que se o "a" for positivo a reta fica assim [Gesticulava com as mãos]
Professora: Acho que vocês estão certos. Agora é só escrever.
Aluno JO: Mas, esse é o nosso problema, não sabemos como escrever!
Professora: Por que vocês não desenham?
Aluno JI: Legal! Pode ser assim?
Professora: Claro que pode. O importante é que eu entenda como vocês estão pensando.
Aluno JO: Podemos desenhar e podemos escrever que a reta sobe?
Professora: Porque não poderiam?
Aluno JI: Não sei, pensei que tivesse que escrever um texto!
Aluno JO: Ah, agora nós já sabemos escrever!

Figura 28 — Recorte de um diálogo entre a professora e os alunos JI e JO, 1ª série G. Diário de campo. 26/06/2008.

Trouxe esse relato para confirmar as palavras de Dostoievski (apud VIGOTSKI, 2000, p. 455); segundo ele, o "discurso pode revelar a mais acentuada tendência para a abreviação, e toda uma conversa pode desenvolver-se por meio de uma única palavra" ou, até mesmo, por meio de um único gesto. Esse fato evidencia a dificuldade que os alunos possuem para escrever o que estão pensando, pois o discurso escrito é muito desenvolvido; nele não é possível a compreensão de meias palavras, de mímicas, gestos e abreviações. Assim, os alunos adotam algumas estratégias que se tornam marcas culturais, tais como: a resposta de um problema é o número que está evidenciado no cálculo com um sublinhado ou envolvido por um retângulo. Porém, a necessidade de escrever sobre um assunto libertou os alunos de alguns paradigmas de aula de matemática e colocou-os a pensar para poder escrever sobre a matemática que estavam fazendo, isto é, eles "desempacotaram" o conhecimento para poderem comunicar um saber matemático.

[33] Este diálogo foi realizado durante uma aula na qual os alunos deveriam produzir um relatório sobre as "descobertas" que tiveram em relação à representação gráfica e aos valores dos coeficientes numéricos de uma função afim.

Neste estudo procurei ensinar os alunos a escrever, nas aulas de Matemática, sobre os diferentes assuntos, formais ou não, que eram trabalhados nos nossos encontros. Para esse ensinar, apropriei-me das ideias de Solomon e O'Neill (1998) e, depois de muita intervenção, o texto começou a tomar forma; os relatos passaram a ser uma prática cotidiana que, não ordenadamente nem integralmente, seguiu alguns estágios: pré-escrita, rascunho, conferência, revisão, edição e publicação (p. 211). Dessa forma, pode-se perceber a importância da pré-escrita, aqui entendida como a instrumentação para escrever sobre — entendo que é a fase do discurso oral. O rascunho foi, neste estudo, apropriado como a primeira escrita e, após conferência do professor, passou pela revisão do autor e "entrou" num processo de edição — uma escrita repensada e envolvida por outras vozes —, para, finalmente, chegar ao processo de publicação que, nesse movimento de estudo, foi concebida como a legitimação de um (não) saber para si próprio, como também para o outro.

Procurei ensinar meus alunos a escrever nas aulas de matemática, por acreditar que uma informação precisa ser comunicada, divulgada, discutida e concebida pelo autor, para transformá-la em conhecimento próprio. Mobilizei-me para ensiná-los a escrever nas aulas de matemática, a fim de libertar os seus pensamentos das marcas que foram tatuadas nas suas almas. Enfim, procurei "desempacotar" o conhecimento matemático dos envolvidos, a fim de possibilitar uma aprendizagem significativa.

Mas como "dar o texto a ler" para o aluno com o desafiador propósito de possibilitá-lo a escrever a sua própria história?

3.1.6 Escrever para capturar o pensamento matemático

A escrita tornou-se um "veículo dinâmico para desafiar e aumentar o conhecimento matemático do estudante" (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 23), bem como para capturar esse pensamento matemático, conforme o fragmento extraído do diário de campo da professora-pesquisadora (Figura 29).

Grupo 5:

Os valores atribuídos para o "a" — quanto maior o valor mais perto do y ele chegará. E quanto menor o número chegará mais próximo do eixo x.

Figura 29 — Recorte de um registro produzido pelo grupo da aluna I, 1ª série F. Diário de campo, 26/06/08.

Esse registro foi produzido pelos alunos, quando foram convidados a analisar a relação existente entre os coeficientes numéricos da expressão matemática e a representação gráfica das funções polinomiais do 1º grau[34]. Diante da produção realizada pelo grupo da aluna I, aproveitei para estimular esses alunos a pensarem sobre a ideia de maior e menor que envolve os números negativos e, para isso, argumentei: "*Será que isso sempre ocorre? Pensem,* -8 *é maior que* -1*?*" (Diário de campo da professora-pesquisadora, 26/06/08).

Percebe-se que a representação do pensamento desses alunos foi capturada na sua escrita, porém, questiono-me: teria sido possível provocar a mesma intervenção, se o aluno estivesse resolvendo uma questão matemática com auxílio de uma linguagem simbólica?

Penso que essa captura seria praticamente impossível através das atividades ditas tradicionais, ou melhor, através das aulas realizadas pela movimentação de linguagem exclusivamente simbólica. Entretanto, nessa concepção de aula que me constitui[35], tive a oportunidade de capturar um pensar matemático equivocado e, assim, consegui provocar os alunos para uma reflexão, a fim de gerar um novo pensar.

3.1.7 Escrever para (re)elaborar um pensamento matemático

Para "dar conta" do meu desejo de possibilitar a aprendizagem matemática dos meus alunos, fui ao encontro da literatura. Mais uma vez, apropriei-me das ideias de Vigotski (2000) quanto à relação entre o pensamento e a palavra, um movimento do pensamento à palavra e da palavra ao pensamento. Esse autor enfatiza que o

[34] Esta atividade foi realizada no laboratório de informática, com a utilização do *Winplot*.
[35] Uma concepção de educação como ação política, que utiliza a metodologia de escrever na aula de matemática, associada ao trabalho compartilhado e aos movimentos de negociação e diálogo, para possibilitar a aprendizagem da matemática escolar.

pensamento não se exprime na palavra, mas realiza-se nela. O pensamento surge inicialmente como um todo confuso e inteiro e, precisamente por isso, deve encontrar na linguagem a sua expressão em uma palavra isolada, pois ele surge do todo para as partes, e a linguagem, das partes para o todo. Para escrever, o sujeito precisa organizar seu pensamento para poder exprimi-lo através das palavras e, através dessa tentativa de organização, vai produzindo novos pensamentos sobre o assunto que escreve; assim, nesta pesquisa, a escrita foi um instrumento para desencadear um novo pensamento matemático.

Os alunos escreveram, nas aulas de matemática, sobre diferentes assuntos, para provocar uma possível aprendizagem matemática — escrever sobre a matemática para aprender a matemática (Figura 30).

a base 3 elevada a um numero que está elevado a um número somado de uma unidade resulta em 729. Quais são esses números	Sabendo que 9^3 é igual a 729 nós pensamos em um número que elevado a 3 = 9, então apenas substituímos o x por 2, obtendo assim 729 R: x = 2 $3^2 = 9^{2+1} = 9^3 = 729$	$(3^x)^{x+1} = 729$	Escreram o enunciado e o desafio é: procurem outro valor para x!

Figura 30 — Recorte do relatório de entrada múltipla. Equações Exponenciais.
Atividade realizada pelos alunos H, JO, R e W, da 1ª série F, outubro de 2008.

Nesse contexto, os alunos escreveram nesta tabela[36] para começar um fazer e um possível aprender matemático, já que, inicialmente, eles resolveram as equações exponenciais através da linguagem retórica, o que tornou a aprendizagem significativa.

Vale registrar que, primeiramente, esses alunos encontraram para *x* o valor igual a 2, justificando que $9^3 = 729$ e $3^2 = 9$, então "*apenas substituímos o* $x = 2$*, obtendo assim 729*". Depois, ao serem provocados pela professora para buscarem outro possível valor para *x*, a fim de validar a equação exponencial $(3^x)^{x+1} = 729$, gradativamente, a linguagem simbólica foi assumindo seu lugar e os alunos foram, naturalmente, fazendo uso dela, conforme Figura 31.

[36] Esta tabela (Relatório de Entrada Múltipla) foi elaborada com 4 colunas, sendo que, na coluna 1, o aluno escreveu a questão matemática elaborada pela professora, utilizando-se da linguagem materna; a coluna 2 foi reservada para o aluno explicar o pensamento que utilizou para resolver a referida questão; a coluna 3 apresenta a questão na linguagem simbólica; e a coluna 4 foi idealizada para que a professora pudesse realizar as intervenções.

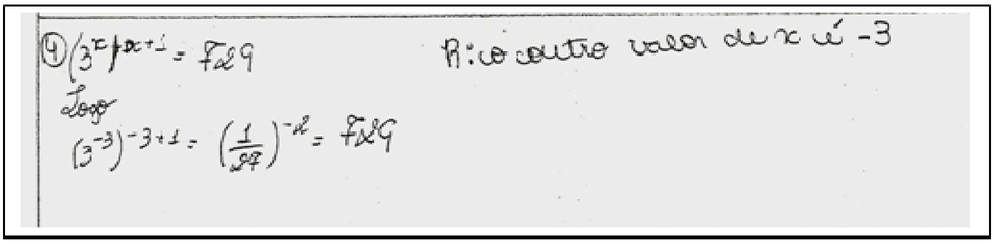


Figura 31 — Tabela de entrada múltipla. Equações Exponenciais.
Atividade realizada pelos alunos H, JO, R e W, da 1ª série F, outubro de 2008.

Assim, penso que, com esse movimento de escrever e fazer matemática, possivelmente, os alunos aprenderam a resolver equações exponenciais com auxílio da escrita, instrumento utilizado para registrar e (re)elaborar o pensamento matemático do aluno.

Este estudo procurou dar oportunidade para que os alunos se apropriassem da linguagem retórica, por considerá-la mais acessível e significativa para eles, porém, gradualmente, procurou oferecer outros meios para que eles pudessem movimentar essa linguagem e, assim, apropriar-se de diferentes linguagens, como: a sincopada, a geométrica e a simbólica[37].

Acredito que essa movimentação proporcionou aos alunos que utilizassem a linguagem simbólica com "verdadeiro" significado, como também ampliou as suas possibilidades de participar da comunicação matemática.

3.1.8 (Re)escrever para movimentar e (re)significar o pensamento matemático

Os meus pensamentos foram — através das expressões "*escrever para*" — movimentados, durante a produção desses registros, pelo desejo de validar para mim mesma — e convencer o outro disso — a importância da metodologia de escrever nas aulas de matemática para, pelo menos, aprender matemática. Desse modo, as diferentes afirmações trazidas nesses escritos fizeram o meu pensamento reportar-se para os estágios da escrita estabelecidos por Solomon e O'Neill (1998), anteriormente citados (Figura 32)

[37] Como registrado anteriormente, segundo Moura e Sousa (2008, p. 68) a linguagem retórica prioriza as palavras; a linguagem sincopada mistura a abreviação de palavras com diversos símbolos; a geométrica explicita-se a partir de figuras; e a linguagem simbólica é representada pela variável letra.

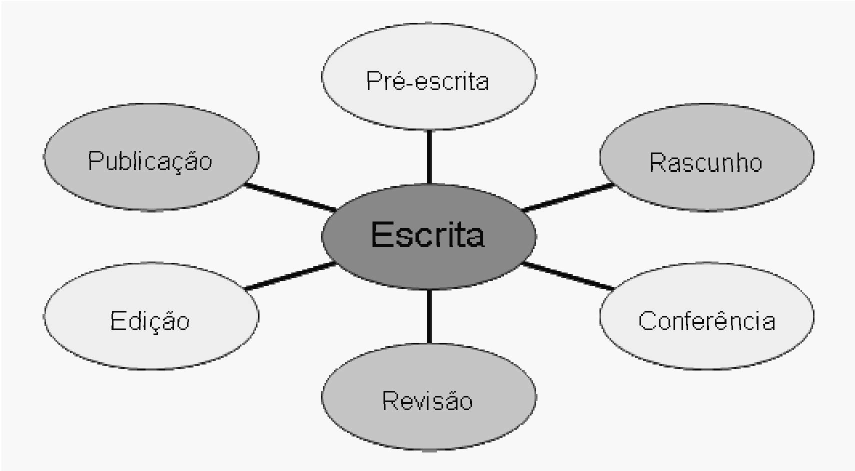


Figura 32 — Estágios da escrita, segundo Solomon e O'Neill (1998)

Esses estágios movimentam-se, e acredito que façam o pensamento movimentar-se, porém, neste estudo senti a necessidade de provocar o sujeito que escreve a "entrar" nesse movimento. Procurei dar oportunidade para que o aluno pudesse participar desse movimento de escrita, passando por esses diferentes estágios, por acreditar que estes possam provocar a movimentação do pensamento do escritor e do leitor.

Como já observado, procurei refutar as "verdades" dos alunos, registrando, nas suas produções, algumas indagações, seguidas de um convite para que produzissem uma reescrita (Figura 33).

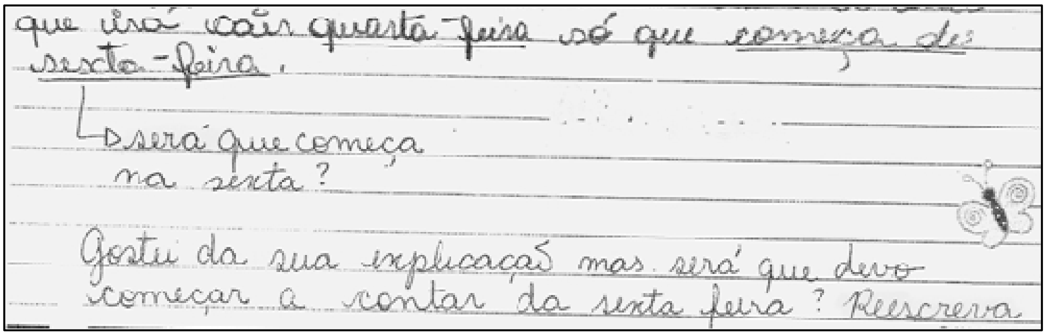


Figura 33 — Resposta registrada pela aluna C, da 1ª série F, 1º semestre de 2008.

Este exercício tem o seguinte enunciado: "Hoje é sexta-feira. Devo pagar uma dívida exatamente daqui a 60 dias. Em que dia da semana cairá o 60º dia?" (Adaptado do *Caderno do Professor* de Matemática[38], Ensino Médio, 1º bimestre, 2008d, p. 12) e foi resolvido pela aluna C, a qual registra que começou a contar os dias a partir da sexta-

[38] Instrumento que compõe a Proposta Curricular da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (2008).

feira. Por isso, realizei uma intervenção, provocando-a através das palavras: "*Será que devo começar a contar da sexta-feira? Reescreva"*.

Essa provocação foi realizada a fim de dar oportunidade para que a aluna movimentasse o seu pensamento, pois acredito que esse movimento possa possibilitar a aprendizagem matemática do sujeito. Penso que falando, ouvindo, rascunhando, lendo as intervenções da professora e os seus próprios escritos, (re)significando as suas "verdades" e (re)escrevendo, o aluno passará a ter maiores argumentos para escrever sobre a sua "nova verdade" ou para defender a sua "velha verdade". Essa defesa pode ser comprovada nos escritos da aluna C, da 1ª série G que, ao ter a sua "verdade" refutada pela professora, produziu uma (re)escrita, enfatizando que seu pensamento foi validado por sua mãe (Figura 34).

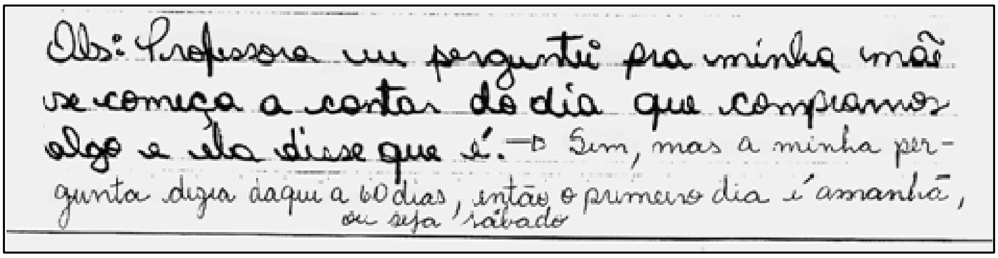

Obs: Professora eu perguntei pra minha mãe se começa a contar do dia que compramos algo e ela disse que é. → Sim, mas a minha pergunta dizia daqui a 60 dias, então o primeiro dia é amanhã, ou seja sábado,

Figura 34 — Reescrita produzida pela aluna C, da 1ª série F, 1º semestre de 2008.

Vale ressaltar que foi difícil levar a aluna a pensar sobre suas palavras, pois essas traziam o endosso de sua mãe, e como eu, sua professora, poderia posicionar-me contra essa ideia?

Nesse momento, tentei trazer os pensamentos dos outros alunos através da socialização dos diferentes resultados, mas não sei se isso foi suficiente para transformar o pensamento da aluna C., pois não posso afirmar que o significado que ela atribui para a expressão "*daqui a*" foi refinado.

Entretanto, vale ressaltar que a movimentação provocada pela intervenção possibilitou a (re)escrita, uma produção entendida neste estudo como uma escrita repensada e envolvida por outras vozes.Vozes essas que indagam e tentam responder, para quem pergunta, através de produções escritas que são possibilitadas pelos diferentes estágios de escrita registrados na Figura 32. E, na tentativa de responder a essas provocações, acredito que se forme o pensamento reflexivo e crítico do aluno, algo tão almejado por este estudo.

3.2 Escrever e (re)escrever para possibilitar a criação da própria história

A seguir, trago um esquema elaborado a partir das ideias de Powell e Bairral (2006), para sintetizar a importância que atribuo à escrita no processo de pensar, fazer e escrever a própria história (Figura 35).

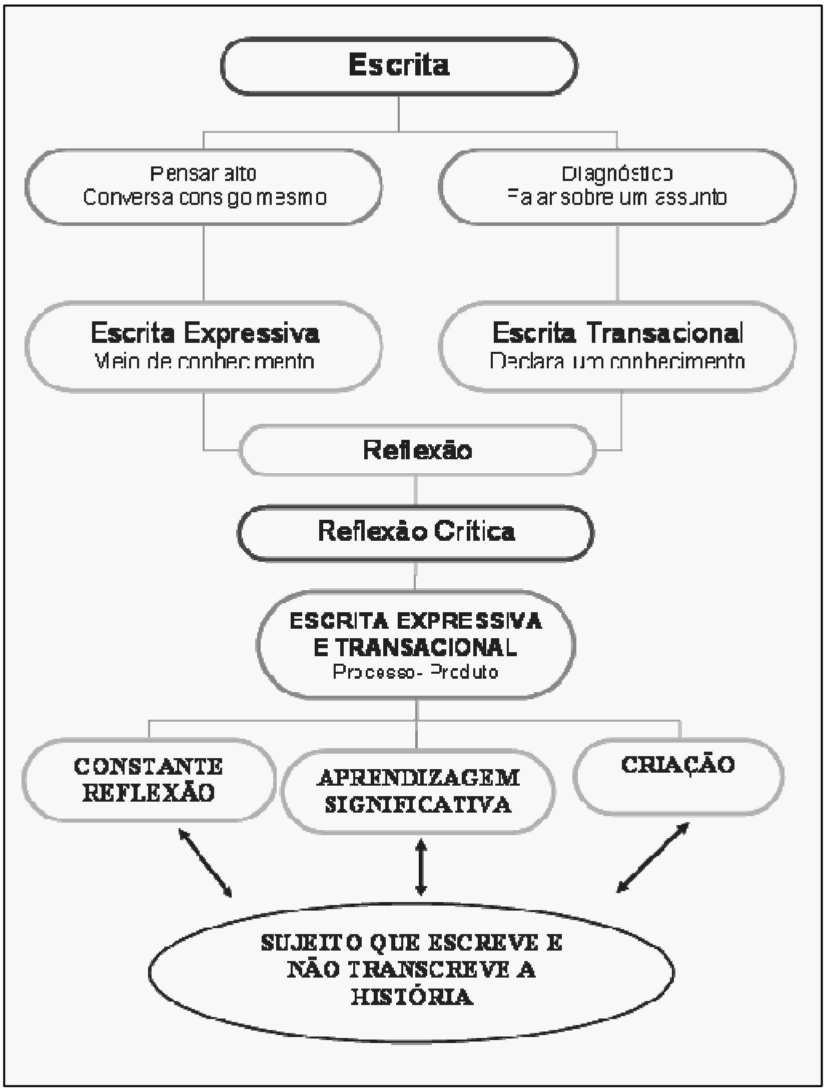


Figura 35 — Esquema da escrita e a aprendizagem significativa.
Apropriação das ideias de Powell e Bairral (2006).

Neste movimento de pesquisa, um tempo de constante reflexão sobre a ação e a emoção de ensinar e aprender, acredito que a metodologia que utiliza a escrita nas aulas de matemática pode ajudar o professor na sua tarefa de oferecer oportunidades ao aluno para a possível (re)construção do seu conhecimento matemático . Entretanto, volto a questionar-me: será que essa ação pode provocar uma educação democrática capaz de libertar o sujeito? (FREIRE, 2005).

3.3 Uma reflexão que (re)ativou a pesquisa

O que dá o que dizer, ao texto, é algo que se diz de muitas maneiras. Por isso, o dito do texto reativa o dizer, os dizeres. Então, o recolher-se àquilo que dá o que dizer, ao texto, o encarregar-se disso, o responsabilizar-se por isso, é colocar-se nos caminhos que ele abre. Por isso, na lição, a ação de ler extravasa o texto e abre para o infinito.
(LARROSA, 2006, p. 142)

Apropriando-me das palavras de Larrosa, posso afirmar que neste estudo os textos produzidos pelos meus alunos provocaram a minha responsabilidade por levá-los a ler além do que o texto "diz", como também ativaram o meu desejo de abrir novos caminhos para que os alunos pudessem seguir; isto é, essas palavras despertaram o compromisso que tenho com uma educação democrática e libertadora.

Assim, entendendo que a educação libertadora pode levar o sujeito a extravasar o seu saber para além dos muros da escola, continuei a conduzir meu estudo.

Nesse momento de (des)estabilização, centralizei as minhas ações para a escolha das produções escritas pelos alunos, a fim de realizar uma análise, e, assim, possivelmente, tentar responder aos objetivos desta pesquisa. Vale ressaltar que foi difícil fazer a escolha desses materiais, pois existe uma grande quantidade produzida e documentada. Além disso, a dificuldade enfatizou-se devido à diversidade de indicativos apontados pelos registros, tais como: o desenvolvimento da escrita, a diversidade do pensamento matemático, a autonomia dos envolvidos, o processo de criação, o "desempacotamento" do conhecimento, o planejamento, a abdução[39], a intuição, a dedução, a ruptura da "ideologia da certeza", os sentimentos e a emoção dos envolvidos.

Com esse movimento, vários aspectos suscitaram possibilidades de análise, como: o desenvolvimento do processo de escrita dos alunos, as intervenções (não)feitas pela professora, os diferentes instrumentos que foram oferecidos para os alunos, entre muitos outros pensares que foram (re)abertos nesse movimento de escolha.

Assim, pergunto-me: como promover uma escolha justa e democrática dentro deste contexto de estudo e aprendizagem?

---

[39] Deve-se a Pierce a discussão sobre a abdução, segundo a qual um pensar abdutivo sugere algo que pode ser, isto é, hipóteses que podem ser explicadas (OLIVEIRA, 2002). Segundo Grando e Marco, "o importante do raciocínio abdutivo é que ele leva em consideração o contexto social em que o indivíduo está inserido, suas experiências anteriores e seus valores culturais, sociais e morais [...]". (2007, p. 105)

As experiências vividas, registradas neste capítulo, e o compromisso que tenho para com o meu ofício de professora de matemática do Ensino Médio, somados aos objetivos desta pesquisa, anunciados no Capítulo 1, justificam a organização deste estudo e, consequentemente, dos registros trazidos nos próximos capítulos. São escritos que têm a intenção de analisar o movimento de ensinar e aprender a matemática escolar, através dos registros realizados pelos alunos, sob alguns aspectos, tais como: **os diferentes processos de pensamento matemático mobilizados na escrita; os jornais produzidos pelos alunos; o movimento de escrita nas aulas de matemática; e a formação crítica do sujeito.**

4. Buscando um caminho...

Olhando para os processos de pensamento matemático

Por causa do problema político do poder,
você precisa aprender a se apropriar da linguagem dominante,
para que você possa sobreviver na luta
para mudar a sociedade.
(FREIRE; SHOR, 1986, p. 91).

Durante a minha trajetória profissional e, agora, neste movimento de estudo procurei direcionar as minhas ações para possibilitar aos meus alunos terem uma aprendizagem matemática significativa. Para justificar esse meu fazer, trago as palavras de Freire e Shor (1986), as quais enfatizam a importância de o sujeito saber a linguagem dominante para dialogar com a sociedade em geral, a fim de conhecer as suas intenções e, assim, refletir sobre elas, evitando o seu assujeitamento inconsciente.

Acredito que esse diálogo insere o homem na sociedade, isto é, o saber significativo é capaz de incluir o sujeito, enquanto o desconhecimento o exclui do contexto, distanciando-o do poder e de uma possível (trans)formação — um contraponto aos objetivos deste estudo. Compartilho, assim, com Larrosa (2006, p. 153) a idéia de que "Talvez, em nossos tempos, como em todos os tempos, a tarefa consista em educar um ser que não se deixe enganar".

Por isso, nesta pesquisa, como registrado nos capítulos anteriores, a metodologia foi se direcionando por um caminho que visava à realização de uma possível aprendizagem significativa da matemática escolar. Entendo por significativa a aprendizagem que possibilita ao sujeito adquirir autonomia para conduzir seus pensamentos e, assim, a sua própria vida. Concebo que essa condução é pautada na criticidade, na reflexão, no respeito às diferenças e no bem-estar de cada um.

Nesse movimento, para não me distanciar da voz do poder, procurei reler as ideias trazidas pela Nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008a, p.11) que, resumidamente, preconiza um currículo que "dá conteúdo e sentido à escola", como também me preocupei com os objetivos centrais do Ensino Médio (Pcnem):

> O novo ensino médio [...], deixa de ser, portanto, simplesmente preparatório para o ensino superior ou estritamente profissionalizante, para assumir necessariamente a responsabilidade de completar a educação básica. Em qualquer de suas modalidades, isso significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho. (BRASIL, 2002, p. 8)

Por esses pressupostos e com a concepção de educação como ação política que trago entre as minhas “verdades”, promovi uma análise dos materiais que foram escritos, transcritos e (re)escritos pelos alunos. Para essa análise, procurei categorizar os materiais, inicialmente, seguindo o movimento de alguns processos do pensamento matemático. Essas categorias de análise foram priorizadas para tentar atingir um dos objetivos deste estudo, que é analisar as potencialidades da escrita para mobilizar os diferentes processos de pensamento matemático dos alunos quando estes escrevem nas aulas de Matemática do Ensino Médio. Acredito que essa análise poderá direcionar as ações do professor para a promoção de um trabalho que possibilite a inclusão do aluno na sociedade através do seu saber; isto é, essa análise pode ajudar o professor a optar pelos diferentes instrumentos que oferecerá aos alunos, a fim de levá-los a aprender a linguagem dominante.

Ao mesmo tempo, enxergo que a referida análise também poderá trazer contribuições para a Educação Matemática, por valorizar a escrita nas aulas do Ensino Médio como uma possibilidade para mobilizar os diferentes processos de pensamento matemático e, assim, favorecer a aprendizagem da matemática escolar; e também por priorizar a educação de um cidadão crítico, tendo a matemática como um meio para essa ocorrência dentro desse complexo processo que envolve o ensino e a aprendizagem.

Sendo assim, nos próximos itens e, principalmente, nas entrelinhas que seguem esses escritos, trago a análise de alguns materiais que foram documentados e selecionados para este estudo que visa, dentre muitas de suas expectativas, ter um olhar especial para a metodologia de escrever nas aulas de matemática, a fim de aprender a matemática escolar.

4.1 A (re)abertura de uma indagação: o que é pensar matematicamente?

Neste estudo, os alunos escreveram nas aulas de matemática, porque

> a escrita é uma ferramenta importante para desenvolver a cognição e fomentar o aprendizado matemático. A cognição matemática deve ser desenvolvida em contexto de produção que vai além da expressividade e da individualidade. Deve promover reflexão crítica, bem como preconizar processos colaborativos de diferentes dimensões e de tomada de consciência sobre as experiências individuais e coletivas. (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.101)

Os alunos foram convidados a escrever nas aulas de matemática porque acredito que as explanações escritas sobre "o que" está sendo feito e o "porquê" desse fazer contribuem para formar e/ou clarificar o saber matemático. Entendo que o tipo de pensamento envolvido para justificar uma estratégia ou para explicar uma resposta é muito diferente daquele pensamento necessário para resolver uma equação. Assim, esta pesquisa utilizou a escrita nas aulas de matemática, por acreditar que essa metodologia tem poder para romper com a tradição da matemática pautada na "ideologia da certeza", que preconiza a matemática como

> perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração matemática não se fia em nenhuma investigação empírica. A verdade matemática não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político e ideológico. A matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema. (SKOVSMOSE, 2001, p. 130)

Nesse contexto, meus saberes e, principalmente, os meus não saberes estimularam e direcionaram o meu olhar e as minhas ações para a análise dos pensamentos matemáticos que se movimentam nas aulas de matemática, quando os alunos escrevem sobre os diferentes conteúdos propostos pelo currículo oficial. Este estudo caminhou em busca da análise do pensamento matemático, por não compartilhar com a "ideologia da certeza" e, também, por conceber que o pensamento matemático significativo é capaz de libertar o sujeito de alguns paradigmas, possibilitando-lhe fazer uma leitura de mundo com os próprios olhos. Olhos que olham o que a história produziu e, agora, são capazes de produzir uma reflexão crítica sobre o que veem e, assim, possibilitam ao sujeito ter um novo enxergar — surge uma escrita da própria história. A partir dessas palavras, enxerguei a necessidade de (re)abrir um questionamento: o que é pensar matematicamente?

E, assim, aproprio-me das palavras de Fonseca (2000), para o qual pensar matematicamente

> trata-se de um modo de proceder, que não se resume à exploração de problemas matemáticos ou científicos mas que envolve problemas de caráter mais geral. O pensamento matemático leva-nos a uma compreensão mais profunda de nós próprios, a uma visão mais coerente daquilo que sabemos, a uma investigação mais eficaz daquilo que queremos saber e a uma avaliação mais crítica daquilo que vemos e ouvimos (p.22).

Esta pesquisa mobilizou-se para compreender como os sujeitos operam na construção do conhecimento matemático, como os conhecimentos vão fazendo sentido para o aluno, pois, muitas vezes, os alunos trabalham com uma matemática puramente mecânica, mas não fazem matemática, isto é, não aprendem matemática. Esse processo mecânico de fazer seguindo um modelo — a matemática do "faça como eu faço" — não provoca o pensamento, mas fica restrita a uma imitação. Logo, para que as aulas não tomassem esse rumo, direcionei este estudo com a utilização de alguns instrumentos que possibilitassem uma movimentação no pensamento matemático. Mas como analisar esse pensar matemático? Quais são os processos que podem contribuir para a sua formação?

Para entender o pensamento matemático que está envolvido nos diferentes escritos produzidos pelos alunos, aproprio-me do estudo de Fonseca (2000, p. 28), a qual registra que, segundo Frobisher (1994), "os processos são os meios através dos quais os alunos põem a funcionar conceitos, conhecimentos e capacidades"; ela também esclarece que "muitos são os processos relevantes que podemos encontrar, contudo, não existe uma lista pré-estabelecida e bem definida desses processos" e cita diferentes exemplos de processos do pensamento matemático, tais como: relato oral, registro de observações, exploração sistemática de questões, seleção de estratégias, organização, elaboração de relatório, reflexão, formulação de problemas.

Ao mesmo tempo, procuro seguir Mason, Burton e Stacey (apud OLIVEIRA, 2002, p. 203), que consideram os processos de especialização, conjecturação, generalização e validação como a base do pensamento matemático. Assim, irei analisar a presença, a mobilização e a movimentação desses quatro processos nas diferentes produções escritas pelos alunos.

Entretanto, enfatizo que, embora essa escolha tenha sido realizada por serem esses processos considerados a base do pensamento matemático, vale ressaltar que não são únicos, nem foram utilizados individualmente. Porém são alguns de muitos outros que contribuíram com este estudo e, consequentemente, com a (re)elaboração de um pensamento matemático, pois, segundo Oliveira (2002), os processos do pensamento matemático poderiam seguir um modelo de rede poligonal.

> Neste modelo, a cada processo corresponde um vértice de um polígono. Ao contrário do modelo hierárquico, o modelo de rede poligonal põe em relevo os processos que não são usados, coloca todos os processos no mesmo plano (i.e., sem hierarquias), mostra que processo é central numa certa fase de investigação (se é que há algum!) e que processos estão a interagir nessa fase. (p.170)

Por esses pressupostos, acredito que “sendo então importante aprender a pensar matematicamente e, admitindo que isso tem por base um conjunto de processos matemáticos fundamentais, torna-se pertinente o seu estudo” (FONSECA, 2000, p. 36). Assim, sustentei as análises da movimentação do pensamento matemático produzidas neste estudo nos escritos dessa autora, segundo a qual esses quatro processos podem ser explicados — o que será feito nos próximos itens.

4.1.1 Especialização

A especialização é o início do processo de pensamento matemático, um fazer que transita do conhecimento particular para o geral. O aluno começa a trabalhar com situações particulares, para depois chegar a uma generalização. Nesse início, a manipulação, o diálogo e a observação são ações importantes para movimentar o pensamento e ampliar o conhecimento matemático. Ao iniciar o estudo de um assunto matemático, procurei utilizar o relato oral, pois, quando falamos sobre o que pensamos, estamos colocando o nosso conhecimento em movimento; e, como registrei anteriormente, falar é mais fácil do que escrever, pois nossa fala vem carregada de suportes que sustentam a transmissão da mensagem, como: gestos, entonação, mímicas e vocabulário próprio do grupo (VIGOTSKI, 2000). Esse fato foi evidenciado na fala de um aluno JI, da 1ª série G (Figura 36), que, ao ser indagado sobre como resolver um exercício que solicitava uma análise das variáveis x e y dentro da função polinomial do 1º grau, disse:

Aluno JI:
Numa função se o y depende do x, x é que manda. Então, o y deveria se chamar escravo. E, se a função "anda" de 3 em 3, eu acho que 3 é a razão.Parece uma PA!

Figura 36 — Registro das conclusões orais produzidas pelo aluno JI, 1ª série G. Diário de campo. 16/06/2008.

Com essa fala do aluno, começamos informalmente a trabalhar a dependência existente entre as variáveis *x* e *y* (noção de domínio, imagem e coeficiente angular). Acredito que a linguagem não formal tenha contribuído para a compreensão desses conceitos matemáticos, que passaram a ter algum sentido para os alunos, iniciando assim, um processo de ensino e aprendizagem. A impossibilidade de uma transmissão simples e direta do conhecimento do professor ao aluno, da transferência mecânica do significado de uma palavra de uma pessoa a outra com o auxílio de outras palavras, foi minimizada pela apropriação de uma linguagem própria dos adolescentes. Esse relato oral do aluno fez-me perceber que a linguagem própria do adolescente, utilizada para transmitir uma mensagem, contribuiu para o início do movimento de um pensamento matemático sobre as dependências entre as variáveis, como também para a significação de uma linguagem algébrica[40].

A utilização dessa linguagem espontânea faz-me refletir sobre a qualidade do ensino da matemática escolar e, mais uma vez, pergunto-me: uma linguagem não formal pode distanciar os alunos da matemática formal e científica, que é própria do Ensino Médio?

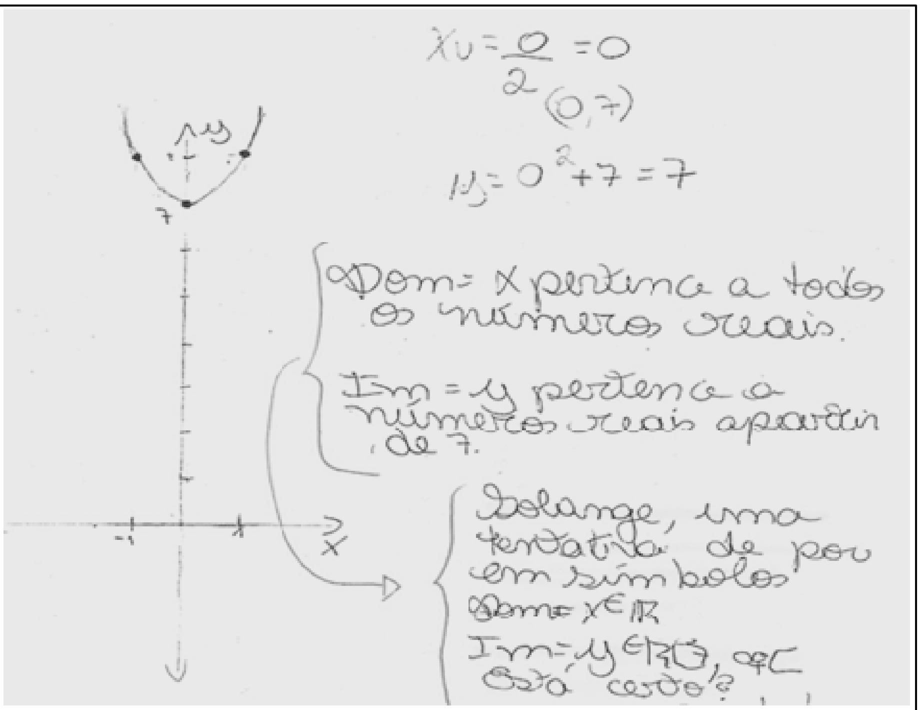
Para tentar responder, ressalto que esta última qualidade faz parte do meu compromisso como profissional da educação e, para não fugir da minha obrigação, fui, agora, buscar sustentação nas palavras de Vigotski (2000, p. 260), o qual enfatiza que "o conflito permanente entre o pensamento maduro, em que se funda o ensino escolar, e o pensamento infantil é o que deve ser elucidado para que a técnica de lecionar possa tirar daí lições úteis".

Assim, vejo que o relato oral pode ser um excelente caminho para o início de um pensar matemático significativo (especialização) e, na medida em que essa linguagem vai se tornando significativa, o professor necessita conduzir seus alunos para uma linguagem mais acadêmica, bem como para uma matemática mais formal e abstrata.

[40] Este estudo compartilha com Moura e Sousa (2008) que atividades que possibilitam a maior utilização da linguagem retórica devem anteceder aquelas que trabalham com outras linguagens, como: sincopada, geométrica e simbólica.

Essa afirmação pode ser comprovada com os escritos que a aluna JU, da 1ª série G, produziu, para resolver um exercício elaborado pela professora para o estudo do conjunto domínio e imagem de uma função quadrática. Esse exercício trazia o seguinte enunciado: *Escreva o conjunto Domínio e o conjunto Imagem da função* $f(x) = x^2 + 7$.

Para resolver essa questão, a aluna calculou as raízes da função, encontrou as coordenadas do vértice, fez um esboço da representação gráfica e escreveu os conjuntos solicitados, usando a linguagem materna. Aparentemente, não satisfeita com a sua produção, a aluna JU escreveu "*uma tentativa de por em símbolos*"; e, assim, voluntariamente, foi se apropriando da linguagem matemática (Figura 37).



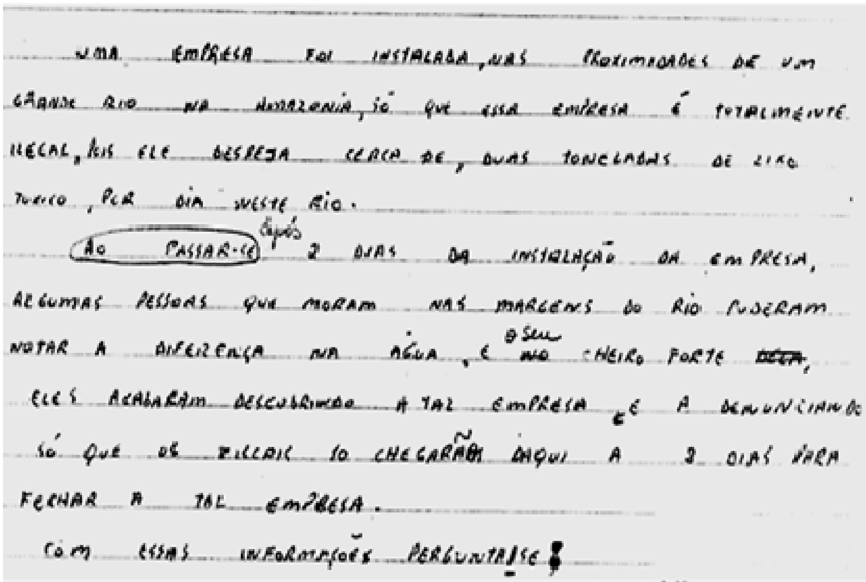
Transcrição:
Solange, uma tentativa de por em símbolos
Dom = $x \in R$
Im = $y \in R$ $[7, \infty_+[$
Está certo?

Figura 37 — Resolução de exercício com a apropriação da linguagem simbólica.
Aluna JU, 1ª série G, 3º bimestre de 2008.

Apesar desse movimento, Fonseca (2000, p. 30) argumenta que a especialização "permite que uma pessoa se inicie e se envolva na actividade, no entanto, é muito pouco provável que apenas com a especialização fique com a questão resolvida". Assim, fica evidenciada a importância da oralidade para o início do envolvimento do sujeito em um determinado saber matemático, mas isso não basta.

4.1.2 Generalização

Para ilustrar esse processo, trago um exercício criado pelo aluno R, da 1ª série F (Figura 38).



Transcrição:
Uma empresa foi instalada nas proximidades de um grande rio na Amazônia, só que essa empresa é totalmente ilegal, pois ela despeja cerca de, duas toneladas de lixo tóxico por dia nesse rio.
Ao passar-se dois dias da instalação da empresa, algumas pessoas que moram nas margens do rio puderam notar a diferença na água e no cheiro forte dela, eles acabaram descobrindo a tal empresa e a denunciaram. Só que os fiscais só chegarão daqui a 3 dias para fechar a tal empresa
Com essas informações, pergunta-se:

Figura 38 — Elaboração de exercício referente ao estudo das funções afins.
Aluno R, 1ª série F, 3º bimestre de 2008.

Essa produção ocorreu, quando a professora convidou os alunos a criarem um exercício relacionando o estudo da função afim com um contexto do cotidiano. Ressalto que, devido à criatividade, esse exercício foi por mim adaptado e utilizado para compor a avaliação bimestral da turma.

Além da criatividade, o registro desse aluno evidencia que “as relações entre pensamento e palavra e generalização e comunicação devem ser a questão central” (VIGOTSKI, 2000, p. 13), pois o pensamento, quando expresso pela palavra, (re)estabelece-se; quando é generalizado e comunicado, transforma-se em aprendizagem; mas, também, quando comunicamos e generalizamos um conhecimento, estamos produzindo e desenvolvendo diferentes pensamentos matemáticos.

Para Fonseca (2000), a generalização começa quando percebemos uma regularidade, pois, a partir de um caso particular, analisamos outros casos, percebemos a mesma regularidade e, assim, tornamo-nos capazes de generalizar. Esse processo de generalização é muito importante para a formação de um pensamento matemático, pois, partindo de um conhecimento particular, o sujeito, ao estabelecer classes de equivalência e correspondência entre os conhecimentos, poderá desencadear um pensamento mais amplo sobre determinado assunto; ou seja, poderá ser capaz de generalizar. E assim generalizando, o sujeito será capaz de utilizar esse seu conhecimento matemático nas diferentes situações do seu cotidiano. Acredito que essa capacidade torna sua aprendizagem significativa.

Entretanto, durante esse movimento de generalização, alguns paradigmas estabelecem-se no pensamento dos sujeitos, como se fossem verdadeiras regras, inibindo, assim, a produção de um novo pensar. Nesse contexto, acredito que caiba ao professor interferir nesse pensamento com algumas provocações, a fim de romper com esse "empacotamento" do conhecimento matemático.

Esse movimento de estudo levou-me a pensar sobre o "empacotamento" do conhecimento matemático, o que me deixou perturbada. Essa minha perturbação pode ser exemplificada com a seguinte reflexão: normalmente, quando conversamos com os alunos sobre o resultado da divisão de dois números reais, eles não hesitam em dizer que o quociente terá um valor menor que o valor que será dividido. Isso me leva a acreditar que a instituição escolar, a fim de minimizar a distância entre o ensino e a aprendizagem, conduz inadequadamente o pensamento do aluno a generalizar que o quociente dessa divisão sempre assumirá um valor menor que o número que está sendo dividido (dividendo); isto é, quando dividimos dois números reais não nulos, $a \div b$ ($b \neq 1$), podemos obter um quociente real *c*, tal que, se $a > b \rightarrow c < a$. Esta "verdade" matemática é válida para algumas situações e não para todas, pois, para alguns valores de $a > b$ o quociente c pode ser maior do que a, como mostra o exemplo: 10>0,2 e $10 \div 0{,}2$ = 50, mas $50 > 10$. Assim, essa constatação é um contraponto para o discurso adotado, muitas vezes, pela escola. Um discurso que enfatiza que "na divisão de dois números o quociente sempre terá um valor menor que o valor a ser dividido".

Diante dessa reflexão, a fim de evitar o "empacotamento" dessas "verdades" relativas durante os movimentos provocados por esta pesquisa, procurei ficar atenta para que os alunos pudessem generalizar, sem adotar uma crença. Mas que produzissem o geral, suportado por provas e refutações que, no caso das atividades aqui expostas, foram sustentadas no processo de exploração e seleção, pois, selecionando, classificando e explorando as regularidades, os alunos começam a estabelecer relações, criam estratégias de resolução, refinam o pensamento e formulam conjecturas.

4.1.3 Conjecturação

Segundo Pais (2006, p. 142), “uma conjectura é uma afirmação cuja validade ainda não foi demonstrada”. Validar ou levantar suspeita sobre a veracidade do nosso pensar gera um conflito entre o “certo ou errado” que é capaz de provocar um novo pensar ou, até mesmo, de invalidar um pensar anterior. Acredito que, sempre que possível, a formulação de conjecturas deve ser acompanhada da manipulação, pois, assim, o aluno pode “objetivar” o seu pensamento para depois subjetivá-lo.

Para ilustrar essa afirmação, trago um fragmento de um diálogo registrado no diário de campo da professora-pesquisadora. Esta conversa aconteceu no laboratório de informática, durante uma aula em que os alunos, utilizando o *software Winplot*, desenhavam diferentes parábolas e buscavam uma relação entre a representação gráfica e a expressão algébrica das funções quadráticas (Figura 39).

Transcrição de um diálogo:

Aluna I: *Quando a função inteira for negativa ela não passará pelo eixo x.*
Aluno M: *Isso é falso, é falso. Quer ver?*
Aluno M: *Mentira quer ver (digita $y=-x^2-5x-2$). Você falou que ela não vai passar no eixo x. E veja, ela passou. É falso, ela passou! Mas, se eu mudar um número pode ser que ela não passe. Olha aí!.*
Aluna I: *Ah, mas a concavidade vai estar para baixo e se ela toda for positiva a concavidade vai estar para cima.*

Figura 39 — Diálogo entre o aluno M e a aluna I, 1ª série F. Diário de campo. 26/09/2008.

Durante essa atividade, na qual os alunos deveriam analisar o comportamento da parábola para relacioná-lo com a expressão algébrica, nota-se o início de um processo de busca (especialização), bem como se evidencia a importância da manipulação para objetivar as conjecturas, que podem confirmar ou não um determinado pensamento matemático. Nesse diálogo, pode-se perceber que a aluna tinha em seu pensamento que as funções quadráticas cujas expressões eram compostas por números negativos nunca tocariam o eixo x, ideia facilmente invalidada pelo contraexemplo do colega e pela utilização do *Winplot*, que serviu como interface de validação de um (não)saber matemático.

Acredito que a organização das "descobertas" (relatório de entrada múltipla[41]) e a produção de um relatório foram estratégias que contribuíram para a formação de um pensamento matemático, pois, antes de escrever, o autor conversa consigo mesmo, negocia significados e seleciona palavras para clarificar e comunicar o seu possível saber. O relatório também é muito importante para que as "descobertas" fiquem registradas; assim, o autor poderá rever os seus pensamentos expressos na escrita.

Ao organizar o pensamento para solidificá-lo através da escrita, o aluno vai levantando conjecturas. Antes de escrever, tenta justificar para si próprio que seu pensamento é verdadeiro. Porém, a formulação de um conceito é um movimento "complexo porque sintetiza uma dualidade entre generalidade resumida por uma definição e a multiplicidade de seus casos particulares" (PAIS, 2006, p. 126), justificando a representação do pensamento matemático num movimento dinâmico de forma não linear.

4.1.4 Validação

Ao refletir sobre o seu pensamento matemático, o sujeito tem uma tendência a ter uma crença fiel no que registrou, porém, penso que cabe ao professor contestar essa "verdade", para que o aluno passe a pensar com criticidade, até mesmo sobre as suas verdades. Para Fonseca (2000, p. 32), "justificar é procurar uma estrutura que ligue aquilo que se sabe àquilo que se quer justificar, ou por outras palavras, àquilo que se conjecturou". Assim, para validar um pensamento matemático, faz-se necessário convencer o outro, mas para isso é necessário, primeiramente, convencer-se a si mesmo. Esse convencimento acarretará uma reflexão, uma organização e uma formulação de novas situações capazes de amparar a justificativa que o sujeito irá utilizar para convencer a si e aos outros de que o seu pensamento é válido.

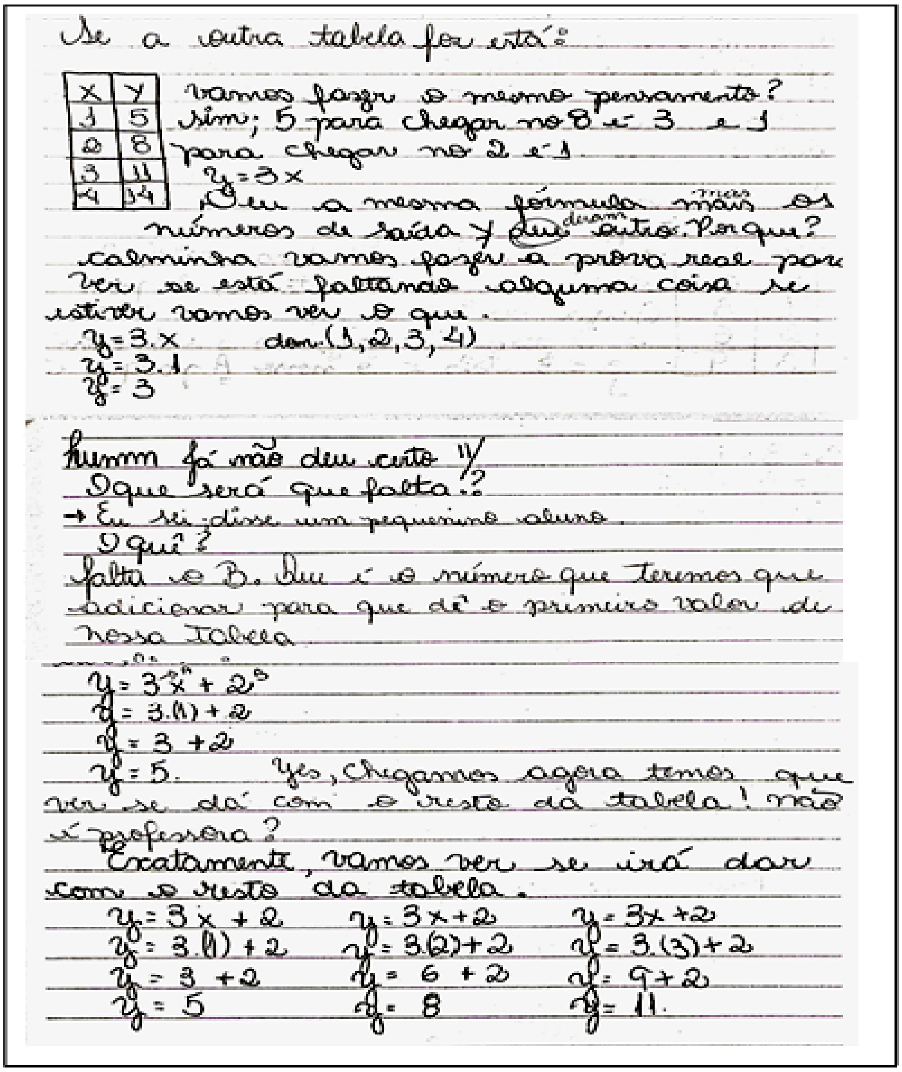
[41] Ver capítulo 2 desta dissertação.

Nesse contexto aparece a intuição, um pensamento matemático que é, muitas vezes, verbalizado pelos alunos como um "chute", como se fosse apenas um jogo de azar. Entretanto, concebo que, na maioria das vezes, esse "chute" é amparado por um raciocínio abdutivo, ou seja, os alunos buscam por explicações plausíveis para o fato matemático em discussão.

Acredito que essa liberdade de ação e de pensamento deva ser priorizada nas aulas de matemática, pois esse fazer permite uma ruptura com o "paradigma do exercício" (SKOVSMOSE, 2008), possibilitando a produção de um pensamento matemático mais livre; isto é, o aluno sente-se capaz de produzir alguns pensamentos matemáticos, mesmo quando possui pouco conhecimento matemático escolar. Porém, vejo que cabe ao professor conduzir esse movimento para que essa intuição não seja confundida com "achismos" evasivos. Para isso, apoiei esta pesquisa na formulação de novas questões, isto é, quando o estudo de um assunto caminhava para o desfecho[42] , os alunos eram convidados a formular situações que envolviam o referido tópico estudado.

Nesse movimento de criação, surge um conhecimento significativo, e acredito que, para isso, os alunos trocam os "achismos" pela reflexão e validação de seus (não) saberes, como fez a aluna IB, da 1ª série F, quando foi convidada a produzir uma explicação referente ao que aprendeu sobre as funções polinomiais do 1º grau (Figura 40).

[42] "Desfecho" entendido como a ação organizacional de parar com o trabalho de um assunto para começar outro; porém, este estudo concebe que no "momento de assimilação de alguma operação aritmética [...], o desenvolvimento dessa operação e desse conceito não termina, mas apenas começa" (VIGOTSKI, 2000, p. 324).



Se a outra tabela for está:

x	y
1	5
2	8
3	11
4	14

vamos fazer o mesmo pensamento?
sim; 5 para chegar no 8 é 3 e 1 para chegar no 2 é 1.
$y = 3x$
Deu a mesma fórmula mais os números de saída y deu outros. Porque?
calminha vamos fazer a prova real para ver se está faltando alguma coisa se estiver vamos ver o que.
$y = 3.x$ dom.(1, 2, 3, 4)
$y = 3.1$
$y = 3$
humm já não deu certo!/
Oque será que falta!?
→ Eu sei disse um pequenino aluno.
O quê?
falta o B. Que é o número que teremos que adicionar para que dê o primeiro valor de nossa Tabela
$y = 3x + 2$
$y = 3.(1) + 2$
$y = 3 + 2$
$y = 5.$ Yes, Chegamos agora temos que ver se dá com o resto da tabela! não é professora?
Exatamente, vamos ver se irá dar com o resto da tabela.

$y = 3x + 2$	$y = 3x + 2$	$y = 3x + 2$
$y = 3.(1) + 2$	$y = 3.(2) + 2$	$y = 3.(3) + 2$
$y = 3 + 2$	$y = 6 + 2$	$y = 9 + 2$
$y = 5$	$y = 8$	$y = 11.$

Figura 40 — Resolução de exercício. Aluna IB, 1ª série F, 2º bimestre de 2008.

Nesse registro a aluna criou um diálogo consigo mesma para organizar e validar o seu pensamento matemático. Montou uma tabela e explicou, para si própria e para o leitor, o movimento realizado pelo seu pensamento matemático para solucionar a questão. No final, promoveu uma validação, estabelecendo um diálogo com a professora, pois a cultura das aulas de matemática estabelece que o professor é quem detém o saber, e, assim, toda argumentação precisa da sua validação — uma marca que foi tatuada na alma dos estudantes.

O que posso fazer para apagar ou, pelo menos, para desbotar essa marca?

4.2 A escolha dos materiais

A fim de analisar as potencialidades da escrita para movimentar os diferentes processos de pensamento matemático, foram escolhidas 10 produções escritas entre centenas que foram realizadas pelos alunos de duas turmas (F e G) de 1ª série do Ensino Médio da EE "Professora Oscarlina de Araújo Oliveira". Esses registros foram produzidos pelos alunos durante o ano de 2008, sob a orientação da professora-pesquisadora, a qual conduziu suas aulas para atender tanto ao sistema político de ensino do Estado de São Paulo, como também a sua concepção de que

> alfabetizar-se é aprender a ler essa palavra escrita em que a cultura se diz e, dizendo-se criticamente, deixa de ser repetição intemporal do que passou, para temporalizar-se, para conscientizar sua temporalidade constituinte, que é anúncio e promessa do que há de vir. O destino, criticamente, recupera-se como projeto. (FREIRE, 2005, p. 19).

Assim sendo, nesta pesquisa, atendendo às normas estabelecidas pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, foram estudados e trabalhados os conteúdos indicados pela Proposta Curricular implantada por esse órgão, o que justifica a presença ou a ausência de alguns conteúdos que compõem a matemática escolar.(Figura 41 e 42).

Matemática – 1ª série, 1º bimestre

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA POR SÉRIE/BIMESTRE DO ENSINO MÉDIO

	1ª série	2ª série	3ª série
1º Bimestre	NÚMEROS E SEQÜÊNCIAS - Conjuntos numéricos. - Regularidades numéricas: seqüências. - Progressões aritméticas e progressões geométricas.	TRIGONOMETRIA - Fenômenos periódicos. - Funções trigonométricas. - Equações e inequações. - Adição de arcos.	GEOMETRIA ANALÍTICA - Pontos: distância, ponto médio e alinhamento de três pontos. - Reta: equação e estudo dos coeficientes; problemas lineares - Ponto e reta: distância. - Circunferência: equação. - Reta e circunferência: posições relativas. - Cônicas: noções e aplicações
2º Bimestre	FUNÇÕES - Relação entre duas grandezas. - Proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado. - Função de 1º grau. - Função de 2º grau.	MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES - Matrizes: significado como tabelas, características e operações. - A noção de determinante de uma matriz quadrada. - Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento.	EQUAÇÕES ALGÉBRICAS E NÚMEROS COMPLEXOS - Equações polinomiais. - Números complexos: operações e representação geométrica. - Teorema sobre as raízes de uma equação polinomial. - Relações de Girard.

Figura 41 — Relação dos conteúdos matemáticos a serem estudados no Ensino Médio durante o 1º e 2º bimestres. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo*. Caderno do Professor. Matemática. Ensino Médio, 1ª série, 2008d, p. 35.

3º Bimestre	**FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA** - Crescimento exponencial. - Função exponencial: equações e inequações. - Logaritmos: definição e propriedades. - Função logarítmica: equações e inequações.	**ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE** - Raciocínio combinatório: princípios multiplicativo e aditivo. - Probabilidade simples. - Casos de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações. - Probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos. - Probabilidade condicional. - Distribuição binomial de probabilidades: o triângulo de Pascal e o Binômio de Newton.	**ESTUDO DAS FUNÇÕES** - Qualidades das funções. - Gráficos: funções trigonométricas, exponencial, logarítmica e polinomiais. - Gráficos: análise de sinal, crescimento e taxa de variação. - Composição: translações e reflexões. - Inversão.
4º Bimestre	**GEOMETRIA – TRIGONOMETRIA** - Razões trigonométricas nos triângulos retângulos. - Polígonos regulares: inscrição, circunscrição e pavimentação de superfícies. - Resolução de triângulos não retângulos: lei dos senos e lei dos cossenos.	**GEOMETRIA MÉTRICA ESPACIAL** - Elementos de geometria de posição. - Poliedros, prismas e pirâmides. - Cilindros, cones e esferas.	**ESTATÍSTICA** - Gráficos estatísticos: cálculo e interpretação de índices estatísticos. - Medidas de tendência central: média, mediana e moda. - Medidas de dispersão: desvio médio e desvio padrão. - Elementos de amostragem.

O sombreado assinala os conteúdos relacionados aos trabalhados neste bimestre.

Figura 42 — Relação dos conteúdos matemáticos a serem estudados no Ensino Médio durante o 3º e 4º bimestres. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo*. Caderno do Professor. Matemática. Ensino Médio, 1ª série, 2008d, p. 35.

Esses assuntos matemáticos foram trabalhados através de atividades em grupo, em duplas e individuais, seguidas de aulas expositivas e/ou da socialização de "descobertas" através dos diálogos e da leitura dos registros escritos produzidos.

Durante as aulas os alunos foram convidados[43] a escrever bilhetes, cartas, relatórios das "descobertas" realizadas no laboratório de informática e a preencher relatórios de entrada múltipla (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 79) e resolveram diferentes questões, propostas pelo livro didático ou elaboradas pela professora.

Vale ressaltar que tive muita dificuldade para selecionar os registros a serem analisados nesta pesquisa. Eram muitos trabalhos que traziam, por meio das palavras registradas pelos alunos, a solidificação de diferentes fazeres matemáticos, pois entendo que "para aprender Matemática de maneira significativa e útil, importa participar na actividade matemática, considerada nas suas múltiplas vertentes, e não apenas adquirir conhecimentos e competências explicitamente indicados pelo professor." (PONTE et al., 1997, p. 33).

[43] Volto a salientar que entendo que o convite feito dentro de uma instituição escolar é permeado pelas relações de poder que ali são estabelecidas. Porém este estudo almeja que esse convite seja aceito, não apenas para cumprir com uma obrigação, mas que seja aceito pelo prazer de saber, ou então, pelo menos que o seja pelo desejo de ser incluído no contexto de ensino e aprendizagem.

Assim, a fim de amenizar essa dificuldade, procurei elaborar uma tabela para organizar, visualizar e escolher os trabalhos que foram analisados, a partir dos quatro processos de pensamento matemático: especialização, conjecturação, generalização e validação (Figuras 43, 44 e 45).

	ESPECIALIZAÇÃO	**CONJECTURAÇÃO**	**GENERALIZAÇÃO**	**VALIDAÇÃO**	**Instrumento/ Característica**
CASO 01 (aluno JA, da 1ª série G) Exploração sistemática da questão, organiza e clarifica o pensamento. Escreve com as próprias palavras	Esse ? é a onde eu não sei que número	O a2 x q é o a1 porque é uma PG decrescente **PG**	Porque a PG é decrescente	...eu poderia colocar a3 ao invés do?	Exercício do livro didático (DANTE, 2004) Utiliza o conhecimento para resolver uma situação num processo de volta Autonomia e originalidade
CASO 02 (aluna F, da 1ª série F) Organiza e explica o pensamento Escreve com as próprias palavras	A primeira palavra perímetro	Y = 6x **Função 1º Grau Perímetro**	É uma função linear	7+7+..= 42 6.7 = 42	Lista complementar de exercícios preparada pela professora Conexão com conteúdos
CASO 03 (Aluno K, da 1ª série G e aluna FR, da 1ª série F) Organiza o pensamento Escreve com as próprias palavras	13.7 = 91 mais próximo do 90, semana tem 7 dias – pagarei na 5ª feira a semana tem 7 dias	**Sequência** Para saber quantas semanas inteiras...	Podemos concluir...	É o valor mais próximo de 90 Sábado será o primeiro dia...	Revista do Professor Explicação do o pensamento matemático de dois alunos

Figura 43 — Tabela (relatório de entrada múltipla) elaborada pela pesquisadora para orientar a escolha de três casos analisados nesta pesquisa.

	ESPECIALIZAÇÃO	CONJECTURAÇÃO	GENERALIZAÇÃO	VALIDAÇÃO	Instrumento/ Característica
CASO 04 (aluna JU, da 1ª série G) Organiza o pensamento através da linguagem matemática	Plano A F(x) = 50x + 100	O plano A é mais econômico... **Função 1º Grau Situações Problema**	o plano B é mais econômico quando x é maior que 8	Monta uma tabela e o gráfico	Exercício do livro didático (DANTE, 2004) Utilização do conhecimento matemático para resolver problema.
CASO 05 (alunos RO e F, da 1ª série F) Conduz a (re)elaboração do pensamento matemático Negociação de significados	A tabela é o pensamento	Percebemos que tínhamos que multiplicar pelo sucessor **Contagem - Análise Equação do 2º Grau**	Equação do 2º grau	Resolução da equação	Jornal do Aluno Conexão com conteúdos e utilização de diferentes conhecimentos matemáticos.
CASO 06 (alunos RO, C e A, da1ª série F) (Re)elabora , explica e clarifica o Pensamento matemático	Foi através de um erro que descobrimos	Analisa o gráfico e percebe um erro **Função Constante**	Foi através do erro...	Tabela e gráfico	Atividade exploratório-investigativa Sala de Informática – relatório Reflexão, explicação e autonomia.
CASO 07 (aluno M, da 1ª série G) Explica, (re)elabora o pensamento	Essa função é linear...	se f(4) = 3 e essa função é linear então... **Função Linear e Grandezas proporcionais**	Eu resolvi somar os valores...	porque f(8) é o dobro de f(4)	Livro didático (DANTE, 2004) Conexão com outros conteúdos.

Figura 44 — Tabela (relatório de entrada múltipla) elaborada pela pesquisadora para orientar a escolha de quatro casos analisados nesta pesquisa.

	ESPECIALIZAÇÃO	CONJECTURAÇÃO	GENERALIZAÇÃO	VALIDAÇÃO	Instrumento/ Característica
CASO 08 (aluno JE, da 1ª série F) Organiza, explica e reelabora o pensamento matemático e cria exemplos.	Aprendemos a função linear... **Função 1º Grau: Afim, Linear e Constante.**		a função linear tem o b igual a zero	Tabela, gráfico e expressão algébrica	Carta Importância do leitor e da reescrita.
CASO 09 (aluno MJ, da 1ª série G) Explica e organiza o pensamento	Esse exercício deu para fazer... **Função Quadrática Estudo do sinal**	Essa função terá valores...	Porque o *a* da função faz todo número que entra ficar negativo...	Porque se for maior que 8...	Avaliação Mensal Clarifica e consolida o pensamento
CASO 10 (alunos H, J, R e W, da 1ª série F) Gradativamente vai aparecendo a linguagem matemática	$6^3 = 216$... **Equação Exponencial e Logarítmica**	Podemos deduzir que	$\log_2 8 = 3$ porque $2^3 = 8$	Certamente está mais próximo do 4	Relatórios de entrada múltipla Simbologia significativa

Figura 45 — Tabela (relatório de entrada múltipla) elaborada pela pesquisadora para orientar a escolha dos três últimos casos analisados nesta pesquisa.

Como se pode perceber, para realizar a escolha desses materiais, optei pelo relatório de entrada múltipla, na qual a primeira coluna traz o número do caso analisado acompanhado do nome do aluno[44] que produziu o registro, bem como a série em que ele está matriculado e uma síntese da análise feita. Da segunda à quinta colunas há recortes dos casos analisados de acordo com a presença de cada processo de pensamento matemático (especialização, conjecturação, generalização e validação) escolhido para realizar a análise nesta pesquisa. A sexta e última coluna contempla o tipo de instrumento utilizado e apresenta um breve relato da característica de cada caso

[44] Nesta pesquisa foi utilizada apenas a inicial dos nomes dos alunos, a fim de preservar a identidade dos sujeitos.

escolhido. Para melhor elucidar esse movimento de escolha, foram colocados alguns retângulos que indicam o conteúdo matemático escolar trabalhado no respectivo caso.

Foram muitas escritas e reescritas produzidas para a montagem dessas tabelas, ocorreram vários processos de escolhas nos quais os registros eram colocados e retirados; ou seja, foi um complexo movimento de reflexão que envolveu a professora-pesquisadora e as produções dos alunos. Diante dessas dificuldades, procurei promover a escolha dos materiais analisados neste estudo de acordo com três critérios:

1. a incidência dos processos de pensamento matemático: especialização (E), generalização (G), conjecturação (C) e validação (V);
2. a diversidade dos conteúdos matemáticos oficiais[45] (progressão aritmética, progressão geométrica, função polinomial do 1º grau, função quadrática, função exponencial, logaritmos), apresentados durante o ano letivo; e
3. os diferentes tipos de instrumentos (escrita livre, cartas, exercícios tradicionais, relatórios, relatórios de entrada múltipla) produzidos pelos alunos.

Considero que essa tabela serviu para orientar a professora-pesquisadora na escolha dos materiais, a fim de realizar a análise do pensamento matemático dos alunos, revelado quando eles escrevem nas aulas de matemática. Por meio dessa organização, foi possível selecionar os diferentes materiais, de forma que atendessem aos critérios propostos para a análise produzida neste estudo, e rever, continuamente, a escolha feita pela pesquisadora, pois “a utilização de instrumentos de pesquisa que permitam ao investigador obter contínuas informações sobre a produção escrita de seus interlocutores é essencial” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 104).

Vale ressaltar que alguns registros dos alunos que não explicitaram o movimento desses diferentes processos de pensamento matemático serão analisados nos próximos capítulos. Porém, enfatizo que essa movimentação, nem sempre explicitada pelo aluno, foi um dos objetivos deste estudo; entretanto, acredito que todos os alunos que participaram do contexto de sala de aula tenham movimentado algum processo de pensamento matemático e entendo que, nesse momento, a escrita (e nenhum instrumento) não é capaz de “medir” ou apontar com eficácia o quanto o aluno se empenhou para pensar matematicamente sobre uma determinada questão proposta — o

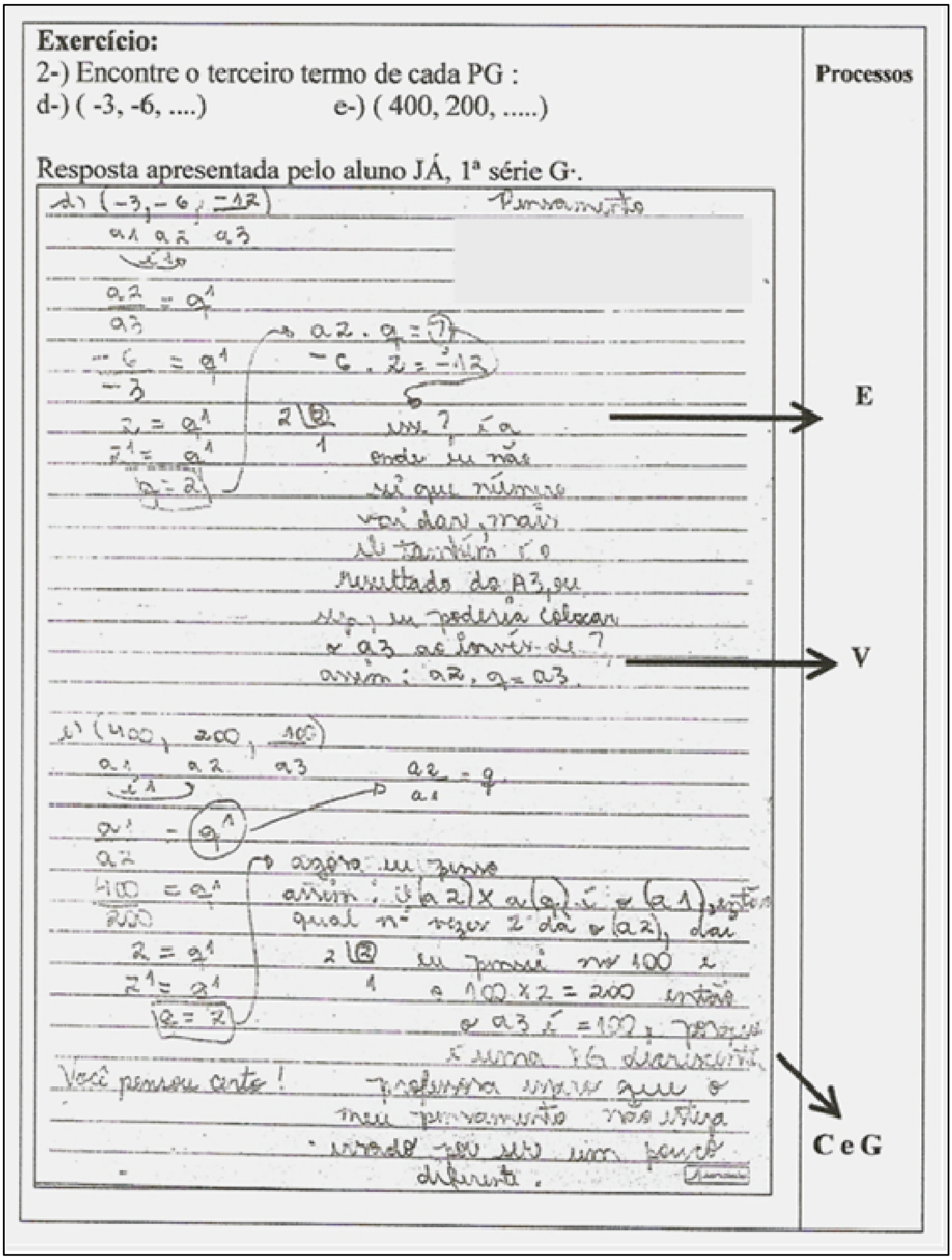
[45] Os conteúdos propostos para o 4º bimestre não serão analisados, pois foram estudados superficialmente devido à falta de tempo, já que o início do ano letivo, por determinação da SEE/SP, foi destinado a um período de recuperação intensiva. Como registrado no planejamento anual, esses conteúdos deverão ser estudados por esses alunos na 2ª série, no próximo ano letivo.

que para a professora é qualificado como “pouco” pode, para o aluno que produziu, ser considerado como um grande movimento de aprendizagem e empenho.

Enfatizo, também, que algumas dessas escolhas foram feitas com a emoção e não com a razão, pois alguns escritos foram capazes de tocar-me: trazem uma verdadeira (trans)formação do pensamento matemático do aluno ou vêm carregados de sentimentos e emoções que minhas palavras não dão conta de transmitir ao leitor, mas que, durante o movimento de ensinar e aprender, foram capazes de provocar os envolvidos neste estudo. Assim, optei por denominar de *casos* cada um dos escritos produzidos pelos alunos e que serão aqui analisados.

4.2.1 Caso número 01

Este caso foi produzido pelo aluno JA, da 1ª série G, que registrou o seu pensamento matemático na resolução de dois exercícios extraídos de uma lista de exercícios complementares elaborada pela professora (Figura 46).


Exercício:

2-) Encontre o terceiro termo de cada PG :

d-) (-3, -6, ...)   e-) (400, 200, ...)

Resposta apresentada pelo aluno JÁ, 1ª série G.

d) (-3, -6, -12)   Pensamento

a1 a2 a3

$\frac{a2}{a3} = q^1$

$\frac{-6}{-3} = q^1$

$2 = q^1$

$2^1 = q^1$

$q = 2$

a2 . q = ?

-6 . 2 = -12

um ? é a onde eu não sei que número vai dar, mais eu também é o resultado do a3, ou seja, eu poderia colocar o a3 ao invés de ?, assim: a2 . q = a3.

e) (400, 200, 100)

a1 a2 a3 $\frac{a2}{a1} = q$

$\frac{a1}{a2} = q^1$

$\frac{400}{200} = q^1$

$2 = q^1$

$2^1 = q^1$

$q = 2$

agora eu penso assim: o (a2) x a(q) é o (a1), então qual nº vezes 2 dá o (a2), daí eu pensei no 100 e o 100 x 2 = 200 então o a3 é = 100, porque é uma PG decrescente.

Você pensou certo!

professora acho que o meu pensamento não estava errado, só era um pouco diferente.

Processos
E
V
CeG

Figura 46 — Resolução de exercício. Aluno JA, da 1ª série G, 1º semestre de 2008.

Esse registro mostra o início do pensamento matemático do aluno, quando escreve "*esse? É aonde eu não sei o número",* evidenciando o estabelecimento de um diálogo consigo mesmo para começar a resolver a questão. Nota-se a presença do processo de especialização (E) que, segundo Fonseca (2000, p. 30), "permite que a pessoa se inicie e se envolva na actividade". Em seguida, o aluno entra no processo de validação (V), pois percebe que o símbolo utilizado (?) pode ser substituído por um signo matematicamente aceito, isto é, ele troca o seu símbolo (?) pelo símbolo matemático a_3. Nesse contexto, acredito que o aluno se apropriou de uma linguagem matemática significativa, que foi sendo produzida e significada por ele num movimento de (re)elaboração do pensamento matemático, corroborando as palavras de Sousa (2004, p. 32):

> o processo de aquisição do pensamento algébrico é sinônimo de movimento do vir a ser do pensamento teórico, o qual está diretamente relacionado ao pensamento flexível que contém dúvidas e incertezas, logo, é mutável enquanto realiza a sua busca na resolução de atividades propostas.

Seguindo com a análise deste caso, deparo-me com um registro interessante — percebendo que a PG era decrescente, o aluno estabeleceu uma multiplicação entre o segundo termo e a razão para determinar o primeiro termo ($a_2.q = a_1$). A utilização desse pensamento algébrico, inverso daquele estabelecido no estudo da PG ($a_1.q = a_2$), evidencia que o aluno realizou uma conjecturação (C). Quando registrou que o terceiro termo seria o número 100 e no momento em que finalizou concluindo "*porque a PG é decrescente",* nota-se o início de uma generalização (G). Esse movimento de pensar matematicamente pode ser explicado com as palavras de Fonseca (2000, p. 31): "o processo de conjecturar gira em torno do ser capaz de reconhecer uma regularidade ou uma analogia, ou seja, ser capaz de fazer uma generalização".

A análise deste registro, que traz a resolução de um exercício dito "tradicional", foi possível devido à utilização da língua materna, que foi capaz de transmitir ao leitor o movimento dos diferentes processos de pensamento matemático mobilizados para a resolução da questão proposta. Nesse momento, meus pensamentos reportam-se para uma reflexão: se este exercício fosse resolvido apenas com a utilização dos símbolos matemáticos, ele seria considerado correto?

Acredito que não, pois o aluno registrou uma relação matemática errônea ($a_2.q = a_1$), sob o ponto de vista acadêmico, mas que este estudo considera apropriada para esta resolução, por estar acompanhada das devidas explicações sobre como o seu pensamento estava se processando. O aluno realizou um pensamento no sentido inverso da formação da seqüência, por verificar que se tratava de uma PG decrescente. Percebi, neste contexto, que o aluno se utilizou de um conhecimento matemático muito importante, mas pouco trabalhado na escola — quando pensou inversamente, ele se apropriou do seguinte saber matemático: dividir um número $a \in R$ por um número $b \neq 0, b \in R$ é sinônimo de multiplicar esse número a pelo inverso do número b, isto é, $a \div b = a.\frac{1}{b}$, se $a \in R$ e $b \in R, b \neq 0$.

Ao realizar a análise deste caso, pude confirmar a minha verdade, uma verdade que enfatiza que a escrita nas aulas de matemática é uma metodologia que potencializa o movimento de ensinar e aprender uma matemática escolar significativa. O aspecto semântico[46] da linguagem foi adequado, de forma a algumas possíveis deficiências de aprendizagens formais que são transmitidas e dificultadas pela linguagem matemática, a qual é culturalmente concebida como uma linguagem de símbolos.

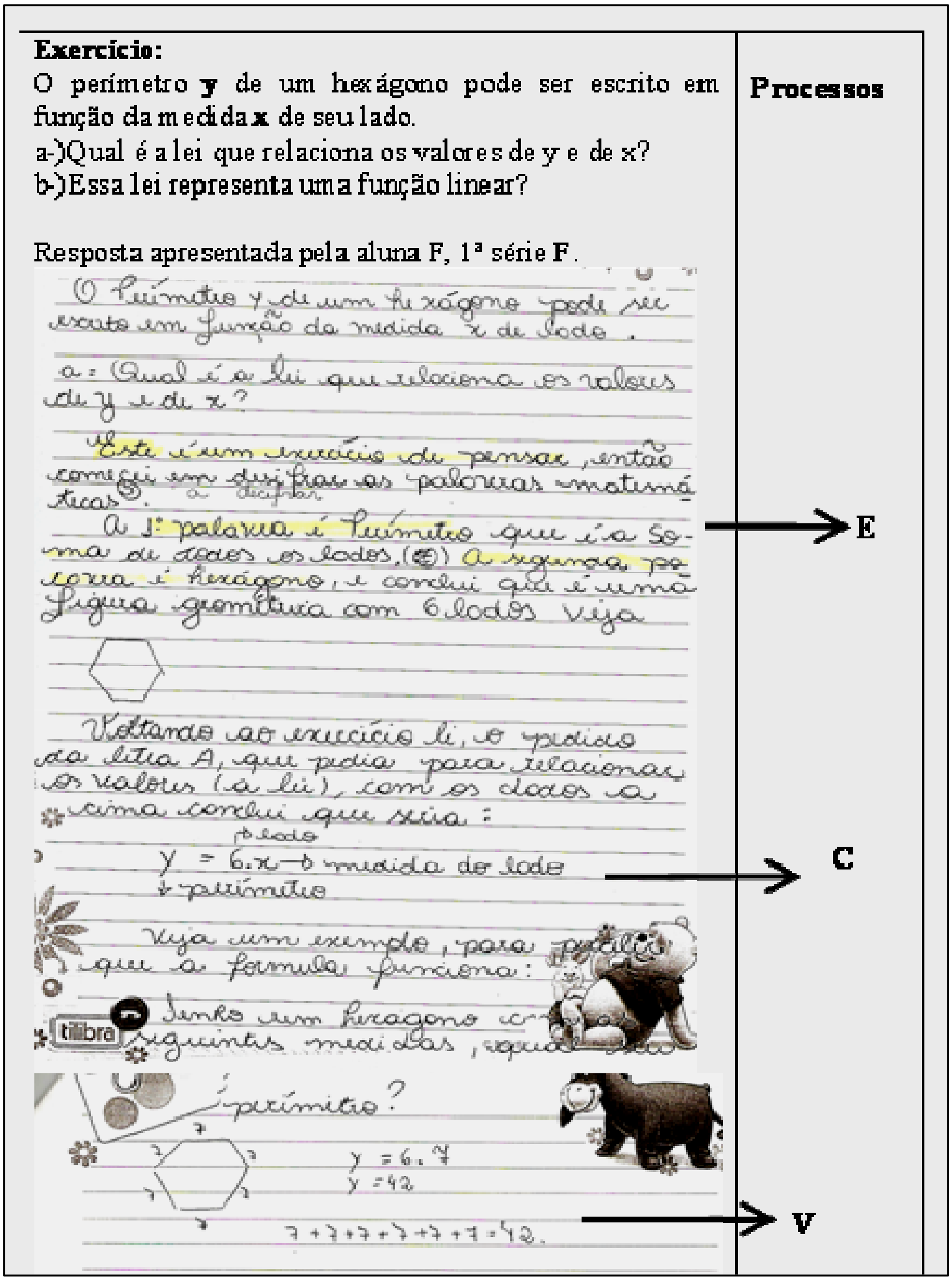
Essa "verdade" pode ser elucidada com as palavras de Santos (2005, p. 123): "uma idéia matemática pode admitir diferentes formas de expressão e uma expressão pode representar diferentes idéias e contextos matemáticos". Com esses pressupostos, pode-se afirmar que um mesmo pensamento matemático pode ser enunciado através de aspectos semânticos diferentes, isto é, o aluno pode utilizar-se de diferentes maneiras para comunicar o seu fazer matemático.

Entretanto, nesse movimento de reflexão, questiono os meus pensamentos com uma provocação: saber escrever uma matemática simbólica é saber matemática?

[46] O aspecto semântico é entendido, neste estudo, como o registro de um conceito (provisoriamente verdadeiro para o autor), isto é, o registro de um fazer matemático, enquanto o aspecto sintático é percebido como a manipulação de fórmulas, regras ou cálculos os quais podem (ou não) expressar a compreensão de um conceito.

4.2.2 Caso número 02

Este caso foi escolhido por apresentar os quatro processos matemáticos. A atividade envolvida foi oferecida aos alunos a fim de provocá-los a utilizarem uma linguagem simbólica no estudo da função polinomial do 1º grau (função afim). Este exercício foi extraído de uma lista complementar de questões de diferentes livros didáticos, preparada pela professora, e os escritos desse caso foram produzidos pela aluna F, da 1ª série F (Figura 47 e 48).



Exercício:
O perímetro **y** de um hexágono pode ser escrito em função da medida **x** de seu lado.
a-)Qual é a lei que relaciona os valores de y e de x?
b-)Essa lei representa uma função linear?

Resposta apresentada pela aluna F, 1ª série **F**.

O Perímetro y de um hexágono pode ser escrito em função da medida x do lado.
a: Qual é a lei que relaciona os valores de y e de x?
Este é um exercício de pensar, então comecei em decifrar as palavras matemáticas. a decifrar
A 1ª palavra é Perímetro que é a soma de todos os lados, a segunda palavra é hexágono, e conclui que é uma figura geométrica com 6 lados veja
Voltando ao exercício li, o pedido da letra A, que pedia para relacionar os valores (a lei), com os dados a cima conclui que seria:
6 lados
y = 6.x → medida do lado
perímetro
Veja um exemplo, para provar que a formula funciona:
Tenho um hexágono com as seguintes medidas, qual o perímetro?
7 7 7 7 7 7
y = 6.7
y = 42
7+7+7+7+7+7=42.

Processos
E
C
V

Figura 47 — Resolução de exercício. Aluna F, da 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

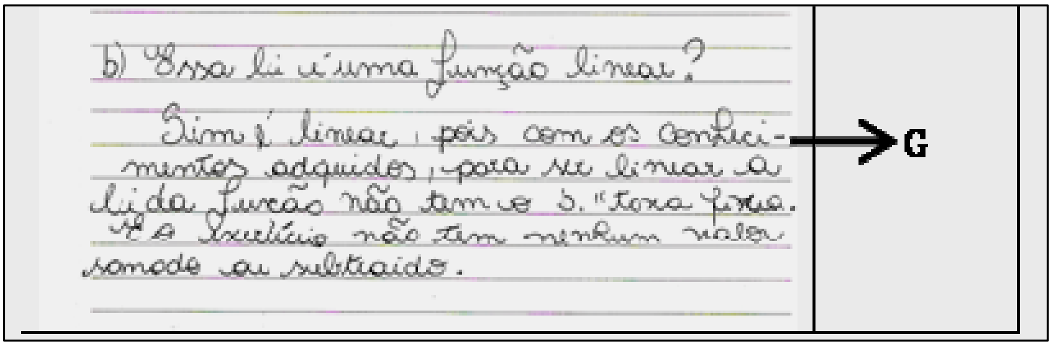


Figura 48 — Resolução de exercício. Aluna F, da 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

Neste registro, a aluna utilizou-se da significação de cada palavra para começar a pensar matematicamente na questão, isto é, ela se apropriou do significado da palavra para iniciar um processo de especialização (E); segundo Burton (apud FONSECA, 2000, p. 30), "esta especialização é a chave para uma abordagem indutiva de um problema". A escrita, com as próprias palavras, da definição do perímetro e de um hexágono propiciou a organização do pensamento para poder conjecturar (C) sobre a questão. Vale ressaltar, que nesse processo de conjecturação os alunos utilizam, voluntariamente, a linguagem simbólica acompanhada da explicação do significado, conforme apontado neste caso, $y = 6.x$ (y é o perímetro e x é a medida do lado).

Percebe-se que a aluna produziu um registro para solidificar o seu saber e, ao mesmo tempo, sentiu a necessidade de confirmá-lo para si própria, como também para o outro. Assim, ela continuou seu registro, dando um exemplo para "*perceber que a fórmula funciona*", isto é, para validar (V) o seu pensamento matemático.

Depois, convencida da validade do seu pensamento matemático, continuou a sua resolução e conseguiu partir de um saber particular para gerar um conhecimento geral, colocando o processo de generalização (G) em movimento (Figura 48). Esse fato foi confirmado com o registro das suas palavras, pois, já que a função não apresenta um valor fixo, ela concluiu que se trata de uma função linear[47], confirmando as ideias de Fonseca (2000, p. 31) de que o pensamento vai "mudando a ênfase do supor o que é que pode ser verdade para observar por que é que pode ser verdade".

Nesse movimento, assumindo-me como pesquisadora que analisa os registros dos alunos e, consequentemente, as ações da professora, percebi que este exercício poderia

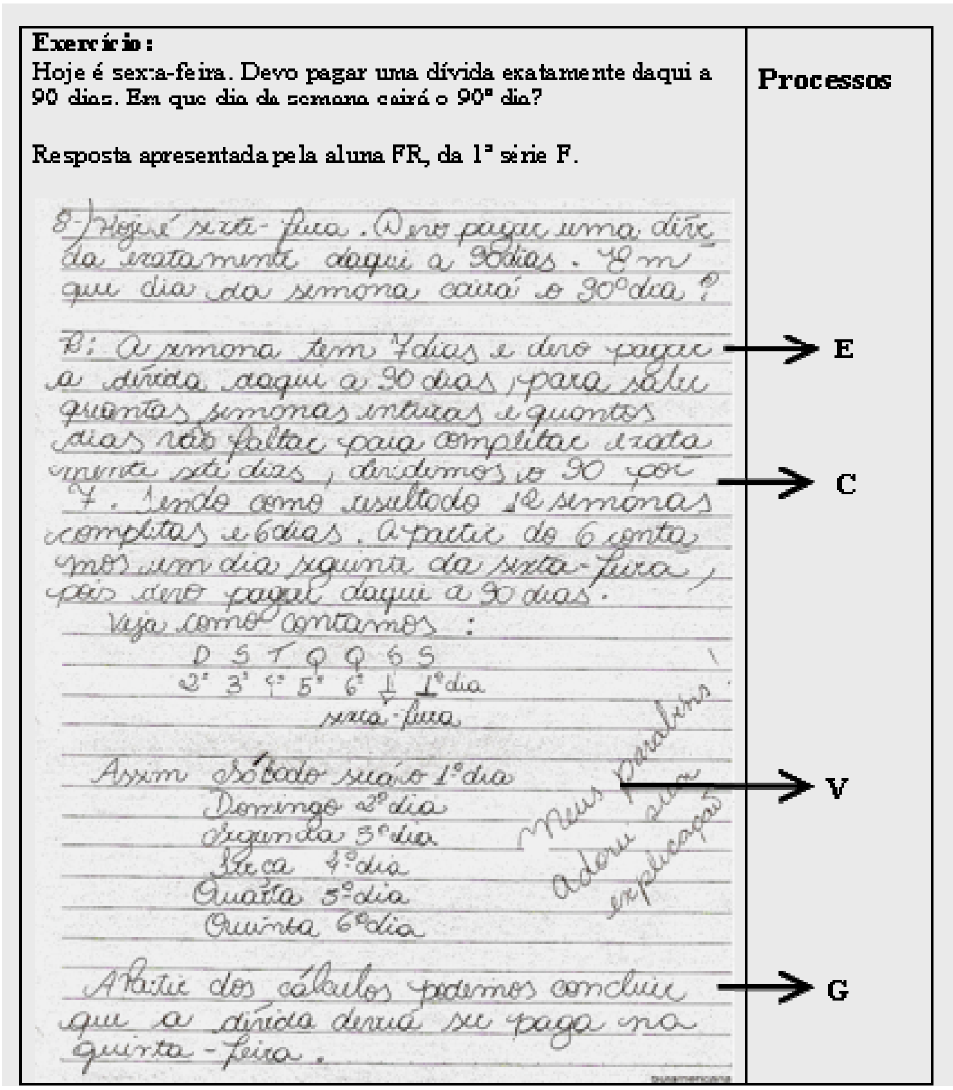
[47] Este estudo apropria-se da definição que "uma função $f : R \to R$ chama-se *afim* quando existem constantes $a, b \in R$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$. São casos particulares de funções *afins* as funções *lineares*, $f(x) = ax$ e as funções *constantes* $f(x) = b$." (LIMA et al., 2006, p. 87).

ter sido mais trabalhado, pois não traz explícito no seu enunciado que o hexágono em questão é regular. Deixei "escapar" a oportunidade de oferecer aos alunos uma possível aprendizagem sobre os polígonos regulares, bem como "escapou-me" a possibilidade de trabalhar a dificuldade que teríamos para generalizar essa questão numa expressão algébrica, sendo esse polígono não regular.

Com a análise deste caso, pude perceber que a escrita apresentada foi um importante instrumento para a (re)elaboração de um saber matemático. Penso que a aluna, enquanto escrevia, ia tecendo o seu pensamento matemático, isto é, ia aprendendo a matemática, o que foi registrado por suas palavras num movimento de significação. Neste momento, vale ressaltar que a análise deste *caso* proporcionou à professora-pesquisadora uma reflexão sobre a importância dos escritos oferecidos aos alunos por meio dos exercícios retirados dos diferentes livros didáticos. A falta de uma palavra significativa (regular) pode ter prejudicado a aprendizagem de alguns alunos — o enunciado do exercício oferecido aos alunos e a intenção da professora não se apresentaram em perfeita harmonia.

4.2.3 Caso número 03

Para esta análise, irei apresentar a resolução de um exercício extraído do *Caderno do Professor* de Matemática[48] (Ensino Médio, 1º bimestre, 2008d, p. 12), realizado de maneira distinta por dois alunos (Figuras 49 e 50). Optei por esta apresentação conjunta para mostrar que a escrita é capaz de capturar os diferentes processos de pensamento matemático utilizados na resolução de uma questão, bem como para validar a minha hipótese, que aponta para essa metodologia de escrever nas aulas de matemática como um instrumento de inclusão dos sujeitos no processo de ensinar e aprender uma matemática escolar significativa.


Exercício:
Hoje é sexta-feira. Devo pagar uma dívida exatamente daqui a 90 dias. Em que dia da semana cairá o 90º dia?

Resposta apresentada pela aluna FR, da 1ª série F.

8-) Hoje é sexta-feira. Devo pagar uma dívi-
da exatamente daqui a 90 dias. Em
que dia da semana cairá o 90º dia?

R: A semana tem 7 dias e devo pagar
a dívida daqui a 90 dias, para saber
quantas semanas inteiras e quantos
dias vão faltar para completar exata
mente sete dias, dividimos o 90 por
7. Sendo como resultado 12 semanas
completas e 6 dias. A partir do 6 conta
mos um dia seguinte da sexta-feira,
pois devo pagar daqui a 90 dias.
Veja como contamos:
D S T Q Q S S
2º 3º 4º 5º 6º ↓ 1º dia
sexta-feira

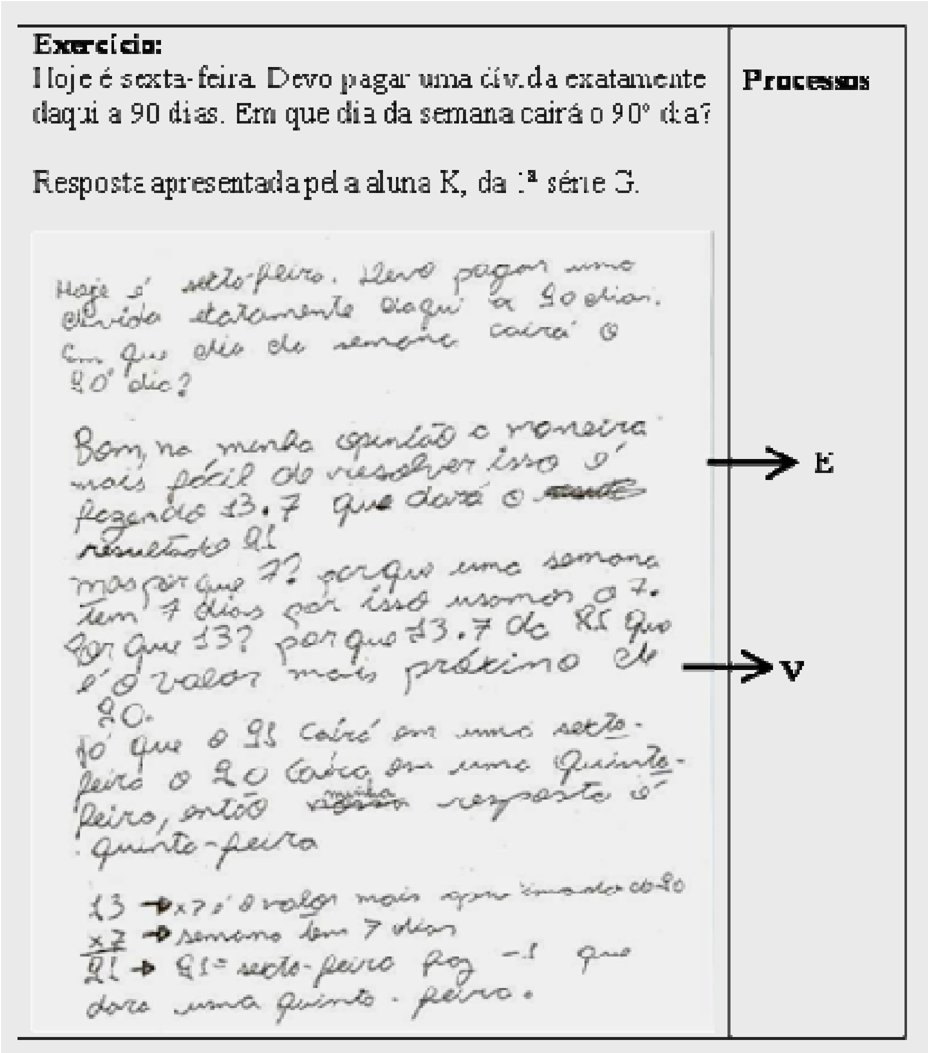
Assim Sábado será o 1º dia
Domingo 2º dia
Segunda 3º dia
Terça 4º dia
Quarta 5º dia
Quinta 6º dia

A partir dos cálculos podemos concluir
que a dívida deverá ser paga na
quinta-feira.

Meus parabéns
Adorei sua explicação

Figura 49 — Resolução de exercício. Aluna FR, 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

[48] Instrumento que compõe a Nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo.



Exercício:
Hoje é sexta-feira. Devo pagar uma dívida exatamente daqui a 90 dias. Em que dia da semana cairá o 90º dia?

Resposta apresentada pela aluna K, da 1ª série G.

Hoje é sexta-feira. Devo pagar uma dívida exatamente daqui a 90 dias. Em que dia da semana cairá o 90º dia?

Bom, na minha opinião a maneira mais fácil de resolver isso é fazendo 13.7 que dará o resultado 91
mas por que 7? porque uma semana tem 7 dias por isso usamos o 7.
Por que 13? porque 13.7 dá 91 que é o valor mais próximo de 90.
Só que o 91 cairá em uma sexta-feira o 90 cairá em uma quinta-feira, então minha resposta é quinta-feira

13 → x7 é o valor mais aproximado do 90
x7 → semana tem 7 dias
91 → 91 = sexta-feira faz −1 que dará uma quinta-feira.

Processos

E

V

Figura 50 — Resolução de exercício. Aluno K, 1ª série G, 1º bimestre de 2008.

Analisando as resoluções produzidas por dois alunos, pude perceber que a aluna FR (Figura 49) conseguiu movimentar seu pensamento matemático de maneira dinâmica, pois começou escrevendo "*a semana tem 7 dias*...", para envolver (E) seu pensamento no que é proposto pelo exercício, enquanto o aluno K (Figura 50) iniciou o seu pensar (E) com um cálculo (13×7), o qual possivelmente foi utilizado após algumas induções. A aluna FR registrou que dividiu 90 por 7, explicando (C) para si própria, e também para o leitor, como desenvolveu seu pensamento para resolver a questão; em seguida, validou seu pensamento (V), fazendo corresponder cada dia da semana com as respectivas unidades que restaram da divisão realizada; e finalizou a questão com "*podemos concluir*". Essa conclusão leva-me a entender que seu pensamento foi generalizado (G) para resolver qualquer situação que envolva uma sequência como a apresentada neste exercício.

Voltando para o registro do aluno K (Figura 50), pode-se perceber que ele realizou uma ingênua validação da sua indução de ter multiplicado o número 13 pelo 7. Nesse momento, penso que a escrita possibilita a orientação das possíveis intervenções que podem e devem ser realizadas pela professora. Assim, a leitura deste registro provocou-me a realizar uma indagação: o que significa o número 13 nesta situação? Continuando essa leitura das palavras registradas e construídas pelo pensamento do aluno K, nota-se que ele finalizou o exercício sem uma explicação explícita sobre a sua conclusão, fato este solidificado em seu registro através das palavras "*91 é sexta-feira, faz -1 que dará numa quinta-feira*". Nesse contexto, tentei provocar o aluno com outro questionamento: *"como fez para concluir que 91 cairá numa sexta-feira?*".

Porém, nesse momento da pesquisa em que eu traçava um caminho para seguir analisando os registros desse aluno K — um estudante que cursava a 1ª série pela segunda vez, participava do diálogo matemático quando trabalhava em grupo, mas faltava muito às aulas e demonstrava pouca mobilização intelectual para a aprendizagem —, as minhas intervenções nos seus registros não foram explicitamente respondidas; entretanto, acredito que tenham feito alguma diferença para o pensamento matemático desse aluno. Com essa experiência, em que eu planejava comprovar que a escrita era capaz de mobilizar o pensamento matemático desse aluno através das intervenções realizadas pela professora, fui surpreendida com a transferência do aluno K para outra unidade de ensino. Isso (des)construiu o meu querer.

Trouxe essas palavras para justificar que não foi possível acompanhar o desenvolvimento do aprender matemática escolar através dos registros de um sujeito específico, pois procurei olhar para um aluno que apresentasse problemas com a aprendizagem escolar. Entretanto, fui infeliz na escolha, pois o aluno escolhido não continuou o seu estudo na unidade escolar em que trabalho e, portanto, meu olhar foi (des)estabilizado. Vale ressaltar que esse aluno habitualmente não realizava as atividades propostas, porém, quando foi convidado a escrever com as próprias palavras, ficou encorajado a pensar e a fazer matemática, corroborando os pressupostos da Nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008a, p. 43) que afirmam: "na construção das formas válidas de raciocínio lógico, seja ele indutivo ou dedutivo, a Matemática e a língua materna partilham fraternalmente a função de desenvolvimento do raciocínio".

Por esses pressupostos, enfatizo que essa experiência permitiu a inclusão do sujeito no contexto de ensino e aprendizagem, pois, encorajado a escrever com as próprias palavras, o aluno mobilizou seu pensamento para fazer matemática.

A análise deste caso, a escrita de dois alunos, foi um importante momento de reflexão e constatação, pois evidenciou que a professora tem a possibilidade de provocar os estudantes para mobilizarem-se a pensar matematicamente, seguindo os processos de especialização (E), conjecturação (C), generalização (G) e validação (V). Esses processos organizam o movimento realizado pelo pensamento para atingir uma possível aprendizagem, e este estudo concebe que tal movimento pode e deve ser ensinado — isto é, podemos e devemos ensinar os nossos alunos a pensarem matematicamente, organizando esse pensar sobre os processos de pensamento.

Acredito que o desenvolvimento do raciocínio lógico esteja diretamente ligado ao desenvolvimento intelectual e da linguagem dos alunos; e, assim, sob a orientação do professor, o aluno, ao escrever sobre o seu pensamento matemático, movimenta os diferentes processos de pensamento e aprende matemática.

4.2.4 Caso número 04

Seguindo com a apreciação dos registros produzidos durante esse estudo, trago a resolução de um exercício extraído do livro didático (DANTE, 2004, p. 77, ex. 15), realizada pela aluna JU, da 1ª série G (Figura 52 e 53). Esse exercício traz o seguinte enunciado:

> Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções A e B.
>
> - O plano A cobra R$ 100,00 de inscrição e R$ 50,00 por consulta num certo período.
> - O plano B cobra R$ 180,00 de inscrição e R$ 40,00 por consulta no mesmo período
>
> O gasto total de cada plano é dado em função do número x de consultas.
> Determine:
> a-) a equação da função correspondente a cada plano;
> b-)em que condições é possível afirmar que: o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois planos são equivalentes.

Figura 51 — Exercício extraído do livro didático. DANTE, 2004, p. 77, ex. 15

A situação apresentada envolve o estudo dos conceitos de função polinomial do 1º grau, a sua taxa de variação, o crescimento e o ponto de intersecção entre duas funções. Assim, justifico a escolha desta questão para a análise, por ser um exercício que envolve diferentes conceitos relacionados ao estudo da função afim.

Quanto à produção escolhida para a análise, pode ser justificada pela riqueza de argumentações de que a aluna se apropriou para resolver a referida questão. Percebo que, no momento em que a linguagem matemática começou a ter significado para a aluna, ela iniciou um movimento do seu pensamento sobre a questão, escrevendo o que leu através das fórmulas matemáticas. Esse movimento inicial é a especialização (E), pois essa linguagem simbólica foi naturalmente apropriada pela aluna como um instrumento de comunicação, conforme pode ser observado no seu registro (Figura 52).

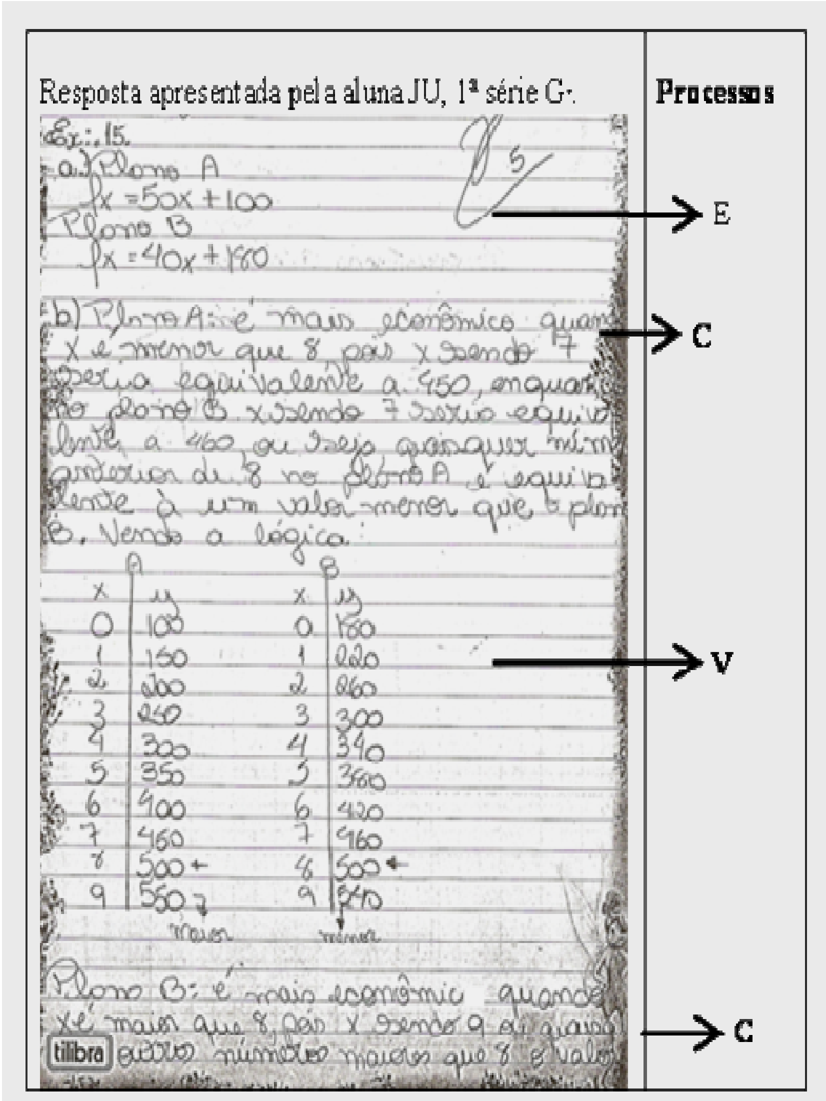


Figura 52 — Resolução de exercício. Aluna JU, 1ª série G, 07/08/2008.

Seguindo com a análise deste caso, pode-se perceber a dinâmica do processo de pensamento matemático da aluna, no momento em que ela registrou que "*o plano A é mais econômico quando x é menor que 8*", evidenciando um movimento de conjecturação (C) do seu pensar. Essa conjecturação foi validada (V) através das tabelas com as respectivas grandezas que envolveram a situação e, assim, ela generalizou (G), quando escreveu que "*o plano B é mais econômico quando x é maior que 8*", evidenciando que o pensamento, quando é generalizado e comunicado, transforma-se em aprendizagem, conforme defesa realizada no capítulo 3.

Nesse contexto, saliento que um simples exercício extraído do livro didático adotado pela escola — um instrumento que carrega a linguagem dominante — movimentou o pensamento matemático da aluna de maneira significativa, pois ela conseguiu ler, interpretar, analisar, validar e concluir a questão. Percebe-se que o saber possibilitou um diálogo com o poder, isto é, o conhecimento matemático da aluna permitiu que ela resolvesse uma questão através da matemática formal. Esse ato[49] foi registrado pela aluna com sutileza e harmonia entre as palavras, os símbolos formais e os seus significados matemáticos.

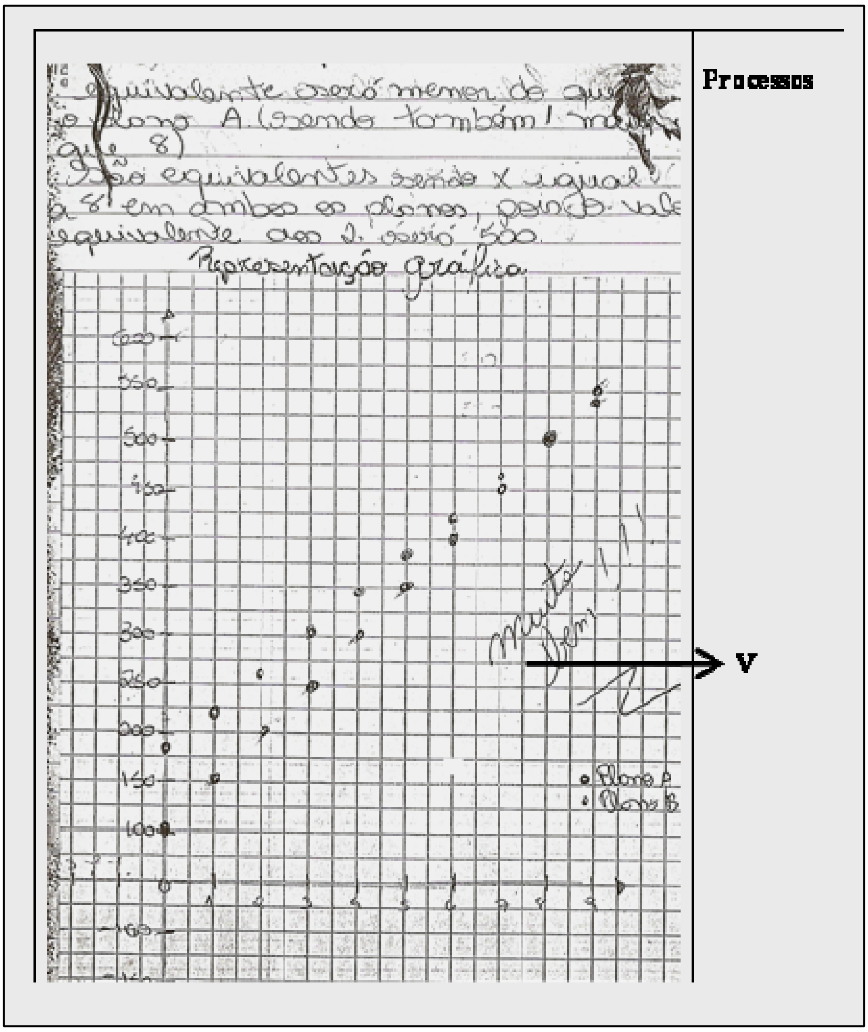


Figura 53 — Resolução de exercício. Aluna JU, 1ª série G, 07/08/2008.

Para finalizar esta análise, apresento o final do registro deste caso, no qual aparece a representação gráfica da situação (Figura 53). Considero essa validação (V) como uma confirmação do conhecimento matemático que foi (re)elaborado pela aluna nesse movimento de refinamento[50] do pensamento matemático escolar.

[49] "Ato" entendido na concepção de Bakhtin, segundo a qual "ato" não se restringe à ação nem ao ato puro; é mais do que isso, atos são as experiências que o sujeito vive e que vão formando e constituindo a sua vida; trata-se, porém, de uma materialidade mediada e não de um ato estritamente físico (BRAIT, 2007).

[50] "Refinamento" compreendido como um aprimoramento ou (re)formulação da aprendizagem matemática escolar.

4.2.5 Caso número 05

Este caso contempla o registro de uma atividade proposta pelo *Jornal do Aluno* (SÃO PAULO, 2008c), o qual, como já registrado no capítulo 2, é parte integrante da Proposta Curricular da rede estadual de Educação do Estado de São Paulo. Saliento que essa atividade foi escolhida para evidenciar que um instrumento do poder pode ser lido entre as linhas, isto é, um jornal imposto pode possibilitar aos sujeitos uma leitura própria, uma reflexão e uma escrita com as próprias palavras.

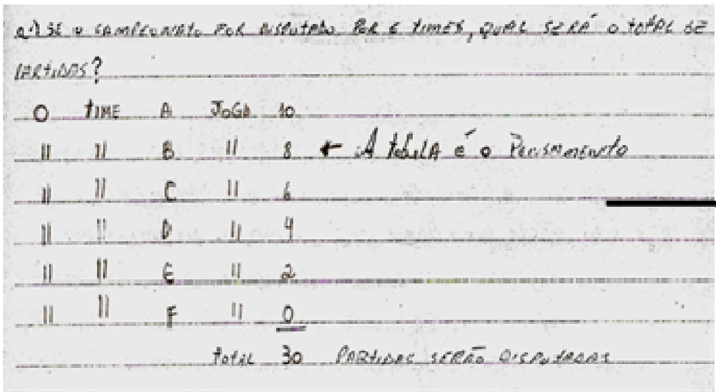
A escolha também foi baseada nos conteúdos matemáticos que a questão contempla: contagem e equação de 2º grau e na apresentação gradativa das dificuldades, o que, possivelmente, leva os alunos a adquirir confiança em fazer matemática e a desenvolver a perseverança, o espírito investigativo e a capacidade de comunicar matematicamente e de usar processos cognitivos de alto nível (APM, 1991). A atividade escolhida (Figura 54) apresenta o seguinte enunciado:

Um campeonato de futebol será disputado por n times. Cada time deverá jogar duas partidas com cada um dos outros, uma no seu campo e outra na do adversário.
Pergunta-se:
a) Se o campeonato for disputado por 6 times, qual será o total de partidas?
b) Quantos times integram esse campeonato, se ele for disputado em um total de 650 partidas?
c) Justifique algebricamente, com a resolução de uma equação do segundo grau, por que o campeonato não pode ser disputado em um total de 610 partidas.

Figura 54 — Exercício extraído do *Jornal do Aluno*.
1ª série do Ensino Médio, 2008c, p. 44, aula 9, exercício 3.

A literatura enfatiza que o ensino deve ajudar os alunos a desenvolver a sua capacidade de compreensão e aplicação de uma variedade de estratégias, para que seu aprendizado escolar aconteça de forma significativa. Assim, para evidenciar que essas ideias estão presentes nos escritos dos alunos, selecionei o trabalho compartilhado produzido por dois alunos, RO e F, da 1ª série F, os quais iniciaram o envolvimento na questão com uma tabela, salientando que "*a tabela é o pensamento*" (Figura 55) e indicando o processo de especialização (E), sem o registro de como pensaram para obter os números desta tabela.

Processos


a) Se o campeonato for disputado por 6 times, qual será o total de partidas?
O time A joga 10
" " B " 8 ← A tabela é o pensamento
" " C " 6
" " D " 4
" " E " 2
" " F " 0
total 30 partidas serão disputadas

E

Transcrição:
O time A joga 10.
O time B joga 8. ← A tabela é o pensamento
O time C joga 6.
O time D joga 4.
O time E joga 2.
O time F joga 0.
Total 30 partidas serão disputadas.

Figura 55 — Resolução de exercício. Alunos RO e F, 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

A questão proposta é ampliada no item b (Figura 56), o qual propõe que os alunos pensem de forma inversa, provocando os envolvidos a realizarem uma conjecturação (C). Esse movimento do pensamento matemático está explícito nas palavras: "*percebemos que tínhamos que multiplicar pelo sucessor*", evidenciando que as questões trazidas no exercício contribuíram para o desenvolvimento da aprendizagem matemática e indicaram para o professor que os alunos se apropriaram do termo "sucessor" de forma errônea, já que multiplicaram o número 6 pelo 5, isto é, pelo seu antecessor.

Este simples exercício conduziu os alunos a movimentarem o pensamento matemático nos diferentes processos de forma gradativa, isto é, a resolução de cada item levou os alunos a (re)elaborarem o pensamento de diferentes formas sobre os conteúdos da matemática escolar. Segundo Sousa (2004, p. 33) "há atividades de ensino que possibilitam ao pensamento fazer relações entre o conteúdo apreendido e a vida; entre o já conhecido e o desconhecido; entre o que é e o que poderá vir a ser".

Os alunos RO e F seguiram com o registro e escreveram que, para totalizar o 650, pensaram nos números 26 e 25 (Figura 56), mas justificaram que não poderia ser um resultado ímpar, porque são dois jogos — confirmando para o professor a dificuldade que eles tiveram para utilizar e significar corretamente a palavra “sucessor”.

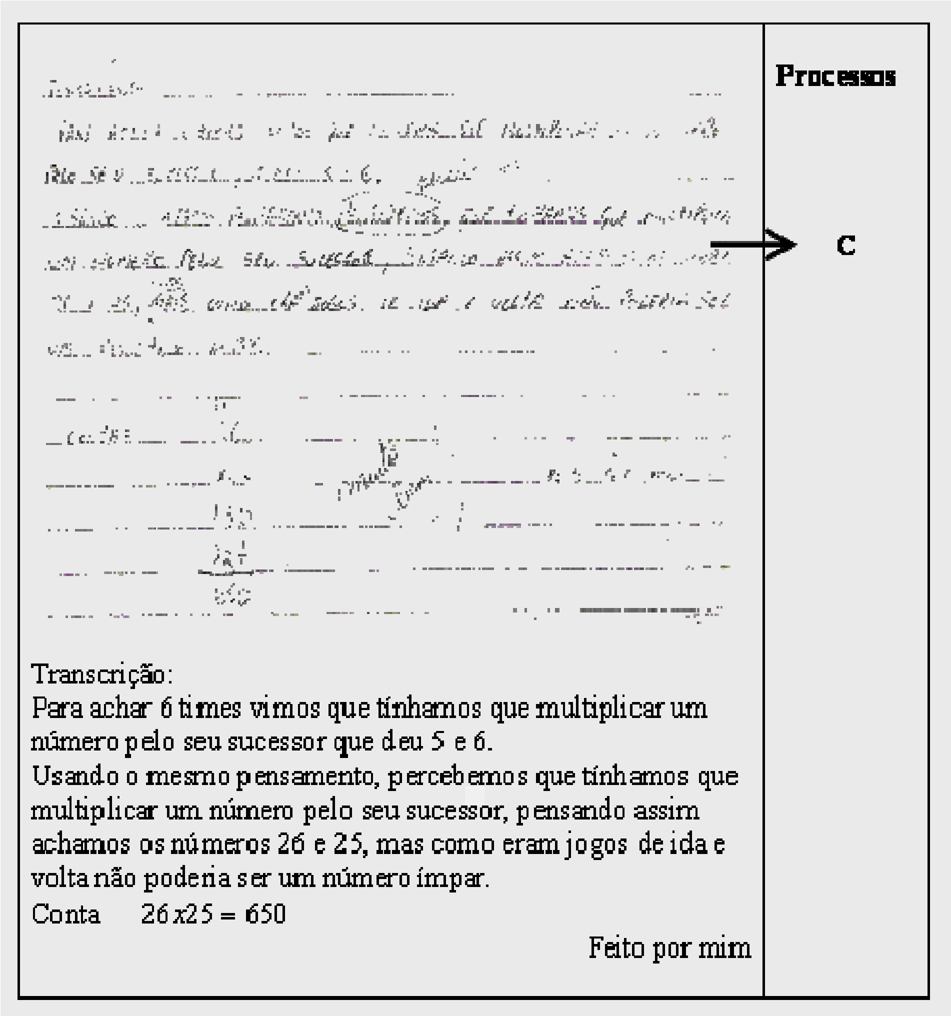


Figura 56 — Resolução de exercício. Alunos RO e F, 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

Entretanto, apesar desse emprego errôneo da palavra, saliento que o significado atribuído ao termo “sucessor” pelos alunos (um signo empregado com sentido inverso do seu significado) foi corretamente apropriado por eles na linguagem simbólica, como aponta o registro do item c (Figura 57), no qual os alunos escreveram “$x.(x-1)$”, mostrando que sabiam que o valor dado deveria ser multiplicado pelo seu antecessor, e não pelo sucessor.

Nesta pesquisa, como registrado anteriormente, confirmou-se que, a partir de uma situação particular, analisa-se outra situação, percebe-se uma regularidade, e, assim, o sujeito torna-se capaz de generalizar. Neste caso 05, é importante observar o movimento do pensamento matemático de um saber particular para a generalização (G), que foi realizada através da escrita de uma equação de 2º grau seguida da análise dos possíveis resultados. Assim, os pensamentos foram conduzidos para a conclusão de que não seria possível ter 610 partidas nesse campeonato, pois, como os alunos validaram (V), nesse movimento de fazer matemática, *"não existe quantidade não inteira de times"*.

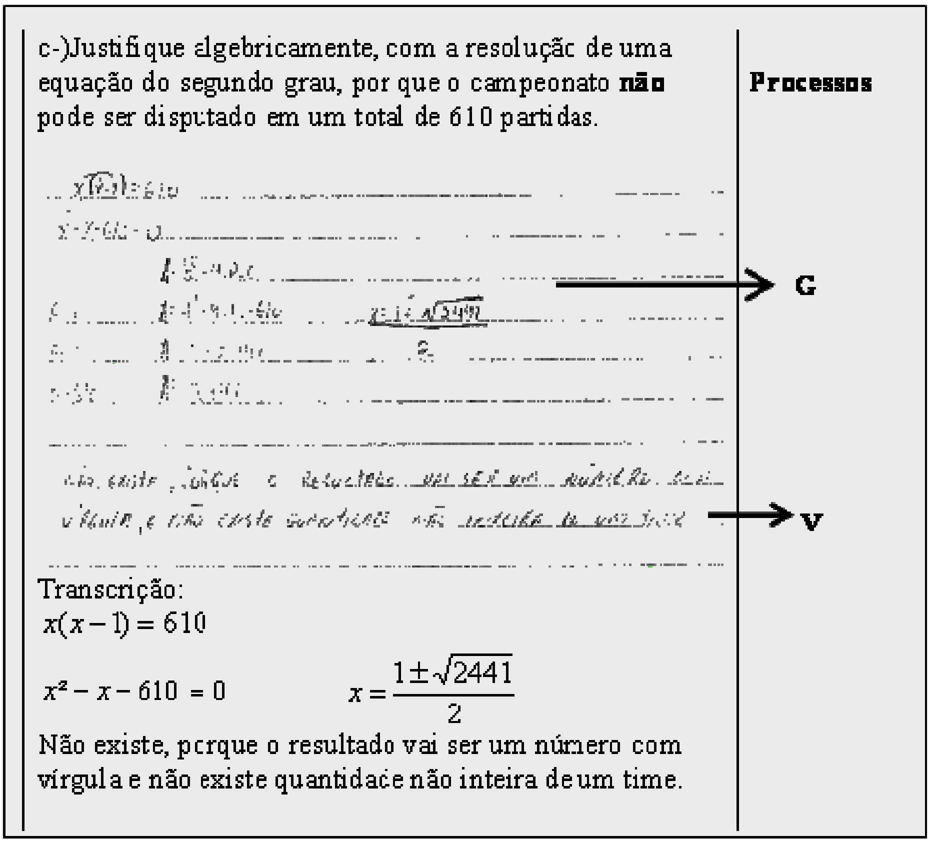


Figura 57 — Resolução de exercício. Alunos RO e F, 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

Este caso evidencia que determinadas questões valorizam os diferentes saberes dos alunos, encorajando-os a resolverem as situações e a comunicarem-se matematicamente. Acredito que as ações desencadeadas e registradas neste exercício contribuem com uma educação inclusiva, a qual entende que todos os alunos podem aprender, desde que se respeitem suas potencialidades e seus interesses e que se tenha como aliado o uso de diferentes estratégias e metodologias. Esta atividade respeitou a capacidade dos alunos e mobilizou o envolvimento dos sujeitos, pois, à medida que o pensamento matemático dos alunos progredia, a complexidade do problema era alargada, porém sempre procurando respeitar e valorizar a capacidade de cada aluno para resolver a situação.

4.2.6 Caso número 06

Este caso traz um registro de uma aprendizagem provocada por um “erro”[51]. Os alunos foram ao laboratório de informática, para relacionar a representação gráfica de uma função polinomial de 1º grau com os respectivos coeficientes numéricos que compõem a expressão algébrica. Eles utilizaram o programa *Winplot* para representar graficamente as funções e, assim, registraram as suas “descobertas”.

A experiência vivida e sentida durante este movimento deixou marcas em diferentes registros, porém, escolhi o relatório produzido pelos alunos RO, C e A, da 1ª série F, por apresentar a (re)elaboração de um pensamento matemático através de um “erro” e por contemplar o estudo da função constante (Figura 58).

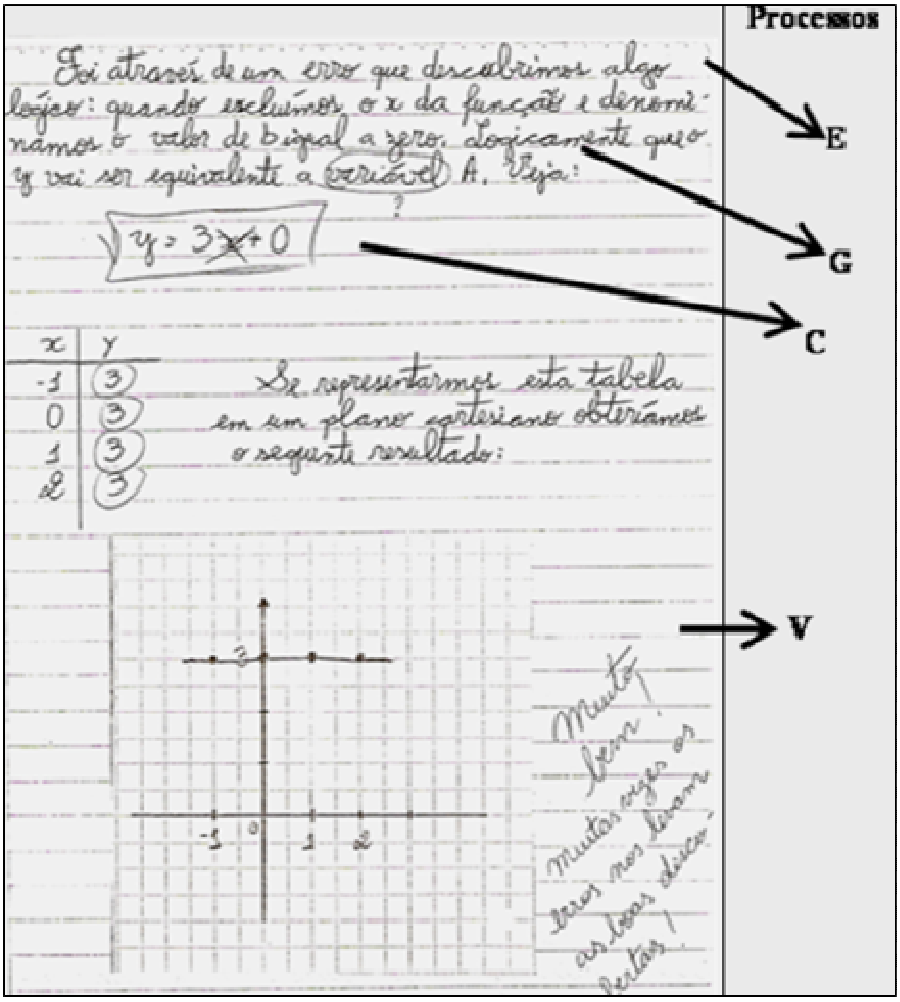


Figura 58 — Recorte de um relatório. Alunos R, C e A, 1ª série F, 27/06/08.

[51] Designação dada pelos alunos para a distração cometida (não digitaram o *x*) no momento em que foram estudar a expressão algébrica de uma função.

A fim de estudar a função $y = 3x + 0$, o grupo digitou $y = 3 + 0$, e, assim, os alunos começaram a estudar outra função diferente da que era proposta pelo exercício. Esse fato, inicialmente, causou estranhamento entre os alunos, os quais, depois de algumas observações, perceberam que não tinham digitado a variável *x;* a partir desse momento, começaram a investigar e a descobrir.

O registro produzido pelos alunos mostra que o pensamento matemático foi colocado em movimento de especialização (E) pelas palavras "*foi através de um erro que descobrimos*", seguidas de um momento de dedução explicitado pela fórmula $y = 3x + 0$, que traz a variável riscada para apontar o erro cometido. Olhando e perseguindo os escritos deste caso, deparo-me com um processo de generalização (G) do pensamento matemático que é enfatizado pelas palavras "*logicamente que o y será equivalente à variável A".*

Nesse momento, percebe-se que os alunos se apropriaram da palavra "variável" para significar o coeficiente angular da função, e meu pensamento fica inquieto com uma constatação: da mesma maneira que os símbolos matemáticos (aspectos sintáticos da linguagem matemática) são, durante as aulas de matemática, insatisfatoriamente apropriados pelos alunos, as palavras também o são. Porém, a utilização errônea da palavra (aspecto semântico) não me causou estranhamento, pois essa ação foi compensada pelo registro da produção de conhecimento matemático que estava em movimento. Com essa (des)construção, indago-me: por que sinto o erro mais grave, quando realizado através da linguagem sintática da matemática?

Continuando com a análise deste caso, evidencio que o registro foi importante, pois, segundo Lopes (1999, p. 24), "a cultura do registro é marca singular de nosso ambiente de verdades provisórias". Para a produção dos registros, os alunos foram investigando e descobrindo algumas "verdades provisórias", as quais ora se confirmavam, ora não. Como afirmei anteriormente, acredito que a formulação de conjecturas possa ser enriquecida, se acompanhada da manipulação, pois, assim, o aluno pode "objetivar" o seu pensamento para depois subjetivá-lo. Esse movimento de manipulação, observação, descoberta, prova e refutação foi de grande valia para a aprendizagem matemática dos envolvidos, e os registros e as comunicações orais realizadas serviram de instrumentos de reflexão sobre essas verdades encontradas.

Assim, entendo que esses pressupostos justificam a escolha deste caso para a análise, já que este estudo é fomentado pela concepção da "face humana da matemática", a qual traz uma preocupação com a dimensão social externa à matemática. Uma concepção que pode ser explicada através da

> perspectiva de ajudar quem aprende a compreender um corpo de saberes matemáticos que é produto contingente de forças evolutivas, históricas e culturais, é um problema diferente de ensinar segundo uma perspectiva que supõe a existência de um saber matemático imutável, eterno, fortemente estruturado, infalível, rigoroso e abstracto por natureza, que é exterior aos alunos, mas que estes podem receber do professor através de mecanismos de transmissão, imitação e absorção. (PONTE et al., 1997, p. 33)

Tentando não me desviar do caminho de análise dos instrumentos produzidos e gerados neste estudo, volto à leitura dos escritos no caso 06, para constatar o movimento de validação (V) do saber matemático realizado com a montagem de uma tabela e da respectiva representação gráfica.

Assim, percebo que a análise deste *caso* direcionou o meu olhar para os "erros" que estão presentes na sala de aula. "Erros" que, muitas vezes, não são valorizados pelo processo de ensino e aprendizagem, "escapando" a oportunidade de movimentar o pensamento do aluno através do próprio "erro".

O registro acima analisado evidencia que, quando os equívocos cometidos pelos alunos são analisados, e não simplesmente julgados como "certos ou errados", podem provocar o envolvimento desses alunos em diferentes contextos de produção de conhecimento.

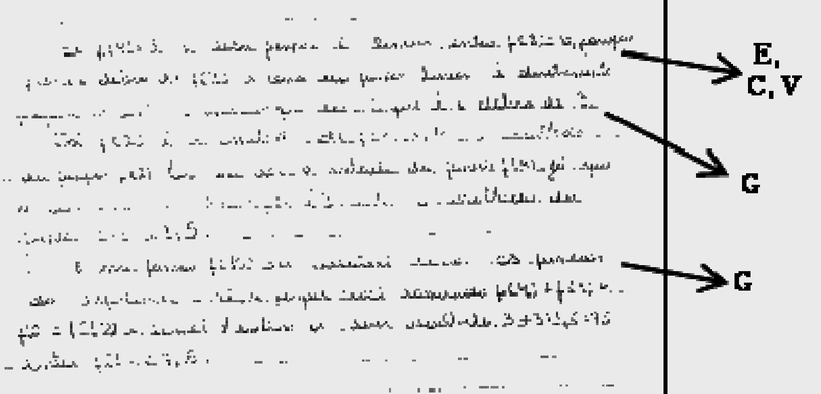
4.2.7 Caso número 07

Este caso envolve o estudo da função linear, das grandezas diretamente proporcionais e das combinações lineares; entretanto, ele foi escolhido devido à resolução apresentada pelo aluno M, da 1ª série G (Figura 59). Esse aluno resolveu a questão, retirada do livro didático (DANTE, 2004), demonstrando autonomia e um conhecimento matemático significativo. Ele justificou que não conseguiu resolver a questão com "*a fórmula*", mas, como sabia que se tratava de uma função linear, utilizou-se da proporção envolvida entre as grandezas x e y para solucionar o caso. Ele conseguiu promover uma conexão entre diferentes conteúdos da matemática escolar de forma significativa, confirmando que a escrita contribuiu para clarificar e (re)elaborar o seu pensamento matemático e provocou a movimentação dos diferentes processos de pensamento que, de forma dinâmica e não linear, transitaram num vai e vem, em busca de uma possível aprendizagem.

Exercício 94: Dada uma função linear f tal que $f(4) = 3$, calcule $f(8)$, $f(2)$ e $f(10)$.(DANTE, 2004, p.108)

Processos

Resposta apresentada pelo aluno M, 1ª série G.



Transcrição: Se f(4)= 3 e essa função é linear, então f(8)=6, porque f(8) é o dobro de f(4) e como uma função linear é diretamente proporcional então o número que sai é 6 que é o dobro de 3.
Já f(2) é a metade de f(4), então o resultado da função f(2) tem que ser a metade de f(4). Já que o resultado da função f(4) é 3, então o resultado da função f(2) é 1,5.
E na função f(10) eu resolvi somar as funções da explicação acima porque você somando f(4)+f(4)+f(2) = f(10) e somei também os seus resultados 3 + 3 + 1,5 = 7,5 então f(10) = 7,5

Figura 59 — Resolução de exercício. Aluno M, da 1ª série G, 2º bimestre de 2008.

Percebo que o registro das palavras *"essa função é linear"* [52] teve o objetivo de chamar a atenção do próprio pensamento para mobilizar-se com a atividade — é a especialização (E). A seguir, há um emaranhado de processos que ativaram o pensamento, o qual foi validado (V) com a justificativa "*porque f(8) é o dobro de f(4)*", e essa circulação de pensamentos foi induzindo o sujeito para a resolução da questão. Conjecturando (C) a sua verdade, o aluno foi generalizando (G) e aprendendo matemática, enquanto escrevia sobre a matemática. Assim, apoiado na conexão entre os diferentes conteúdos, este caso elucida um ciclo de processos que estão presentes na (re)elaboração de pensamento matemático: função linear $\Leftrightarrow$ grandezas proporcionais $\Leftrightarrow$ função linear.

O aluno finalizou o registro, escrevendo *"eu resolvi explicar porque eu não soube resolver com a fórmula, eu só sabia que essa função era linear e eu fui resolvendo"*. Vale refletir sobre suas palavras: "*eu só sabia que era linear*", pois são palavras carregadas de aprendizagem significativa que pouco valor aparentam ter para o sujeito que escreve. Um sujeito que tem uma cultura de aula de matemática na qual o professor explica como é que se deve fazer e o aluno imita a ação do professor. Uma cultura que é um contraponto aos saberes que foram registrados nos escritos desse aluno. Esses escritos apontam para uma matemática crítica[53], uma matemática que pode ser refletida através das palavras de Skovsmose (2008, p. 57), pois "isso nos faz pensar sobre o papel não-explícito da educação matemática que consiste em fazer com que as pessoas aceitem a 'racionalidade mecânica' em suas vidas".

Com os escritos que solidificaram uma importante reflexão, finalizo a análise deste caso 07, constatando que a metodologia de escrever nas aulas de matemática permitiu a clarificação e a organização do pensamento matemático do aluno, bem como incluiu o sujeito no contexto de fazer matemática. Acredito que essa inclusão não teria ocorrido, se o aluno não tivesse a possibilidade de resolver a questão utilizando a língua materna, pois, como ele mesmo registra *"eu não soube resolver com a fórmula*". Com esse movimento, questiono: será que esse não saber fez alguma diferença para o seu saber matemático?

---

[52] Os meus alunos significam a função linear de acordo com a definição do livro didático utilizado por eles, que registra que a função linear é uma função " $f : R \to R$ definida por $f(x) = ax$ para todo $x \in R$. Nesse caso $b = 0$." (DANTE, 2004, p. 74)

[53] Este estudo entende "a educação matemática crítica como a expressão das preocupações sobre os papéis sociopolíticos que a educação matemática pode desempenhar na sociedade". (SKOVSMOSE, 2008, p. 101).

4.2.8 Caso número 08

Este caso traz a produção de uma carta elaborada pelo aluno JE, da 1ª série F, na qual explica o que aprendeu sobre função polinomial do 1º grau. O aluno JE era muito tímido, raramente se manifestava na aula por meio de palavras; entretanto, como ele mesmo registrou[54], “*parecia que a professora lia a mente”,* isto é, eu aprendi a dialogar com esse aluno por meio do olhar e dos registros escritos. Os seus escritos traziam recados explícitos para mim, como o final desta carta, que foi denominada caso 08 (Figura 60).

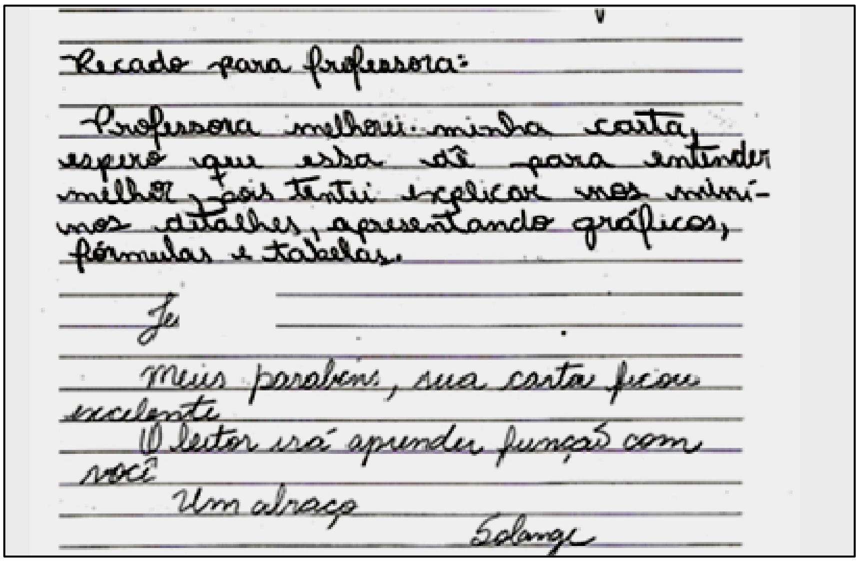
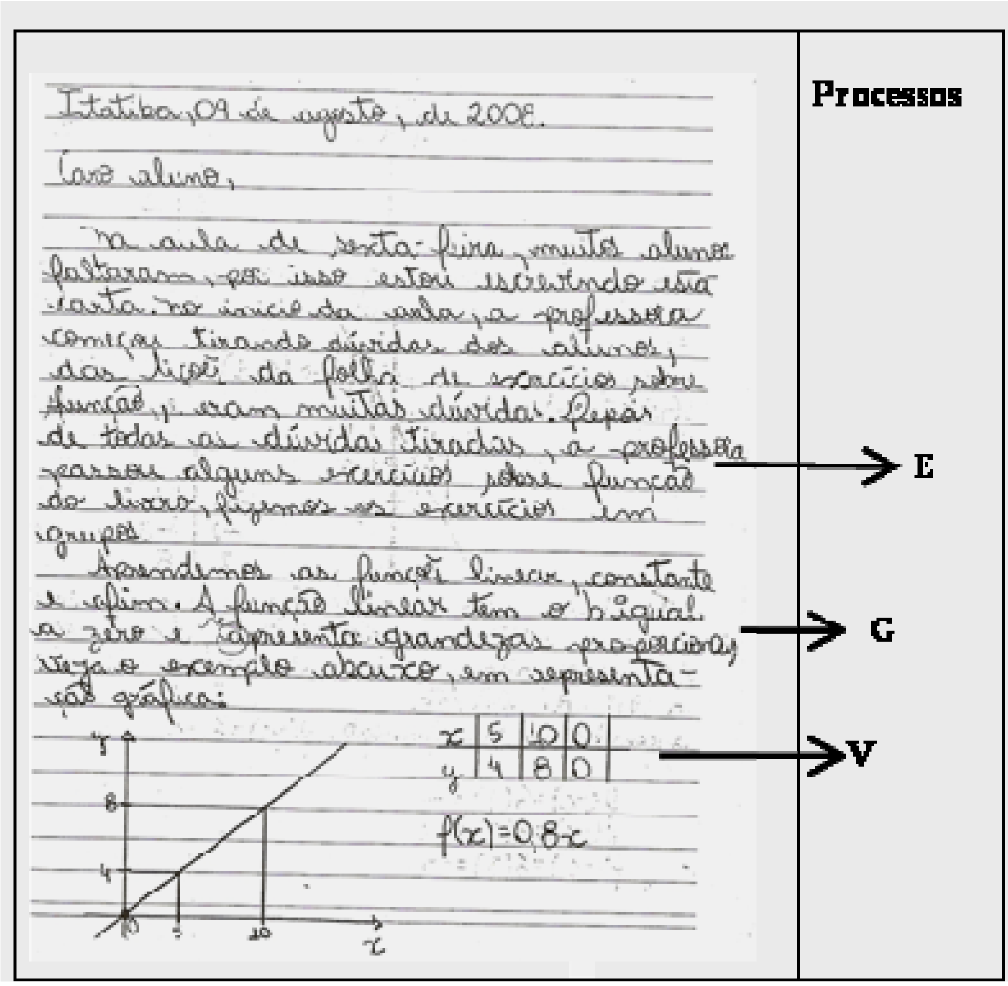

Recado para professora:
Professora melhorei minha carta, espero que essa dê para entender melhor, pois tentei explicar nos mínimos detalhes, apresentando gráficos, fórmulas e tabelas.
Je
Meus parabéns, sua carta ficou excelente
O leitor irá aprender função com você
Um abraço
Solange

Figura 60 — Recorte de uma carta. Aluno JE, 1ª série F, 09/08/2008.

Com isso, justifico a escolha deste caso para a análise desta pesquisa, já que consegui estabelecer um diálogo com o aluno JE por meio dos nossos escritos. Porém, essa escolha também foi determinada pelo fato de a atividade trazer um instrumento diferenciado de escrita, isto é, a produção de uma carta. Como relatei nos capítulos anteriores, a produção de carta nas aulas de matemática foi capaz de sensibilizar-me, pois possibilitou o “desempacotamento”[55] dos meus conhecimentos matemáticos e das minhas aulas, rompendo com a cultura das aulas de matemática que carregam as marcas do “paradigma do exercício”.

---

54 Ver capítulo 3 desta dissertação.
55 Metáfora citada por D’Ambrosio, B. (2005, p. 21).


Itatiba, 09 de agosto, de 2008.

Caro aluno,

Na aula de sexta-feira, muitos alunos faltaram, por isso estou escrevendo esta carta. No início da aula, a professora começou tirando dúvidas dos alunos, das lições da folha de exercícios sobre função, e eram muitas dúvidas. Depois de todas as dúvidas tiradas, a professora passou alguns exercícios sobre função do livro, fizemos os exercícios em grupos.

Aprendemos as funções linear, constante e afim. A função linear tem o b igual a zero e apresenta grandezas proporcionais, veja o exemplo abaixo, em representação gráfica:

x	5	10	0
y	4	8	0

$f(x) = 0{,}8x$

Figura 61 — Recorte de uma carta. Aluno JE, 1ª série F, 09/08/2008.

Por esses pressupostos, direcionei o meu olhar para analisar os diferentes processos que se movimentaram no pensamento desse aluno quando ele escreveu esta carta para explicar ao leitor o que aprendeu sobre a função polinomial do 1º grau. É interessante destacar que ele fez conexões entre os conteúdos matemáticos para explicar o proposto; nota-se que a escrita desse registro possibilitou uma aprendizagem matemática com significado para o aluno, que explicou a função linear associando-a com as grandezas diretamente proporcionais e com a respectiva expressão algébrica ($f(x) = ax + 0$), conforme se pode observar na Figura 61.

Percebe-se que o aluno começou escrevendo sobre o trabalho realizado na aula de matemática (tirar dúvidas, exercícios em grupo) para colocar o seu pensamento em movimento, isto é, o processo de especialização (E) foi acionado e mobilizou intelectualmente (CHARLOT, 2005) o sujeito para envolver-se com o assunto proposto no estudo. Essa análise confirma que a escrita facilitou a "entrada" intelectual do sujeito no movimento de pensar matematicamente e ele, ao escrever sobre um assunto, começou a organizar os seus (não)saberes e colocou o pensamento em movimento.

Nesse contexto, trago algumas palavras registradas por Tuttle (2005, p. 25) para ilustrar as análises realizadas com o estudo deste caso:

> embora eu comece com um plano geral, quando escrevo, eu não tenho conhecimento de aonde as idéias e as palavras me levarão, até que o processo de escrita tire de mim – muito parecido com os artistas que não têm conhecimento de aonde o quadro irá, até que a tinta toque a tela. (tradução minha[56]).

Prosseguindo com a análise do caso 08, nota-se que o aluno afirmou o seu aprendizado e, sem passar pelo processo de conjecturação (C), fez importantes generalizações (G) sobre o assunto matemático sobre o qual escrevia, tais como: *a função linear tem o b igual a zero, representa grandezas proporcionais*. Entretanto, percebe-se que ele sentiu a necessidade de validar (V) a sua "verdade" para si próprio, como também para o leitor, e para isso montou uma tabela e apresentou a representação gráfica e algébrica da função.

Assim, com a análise desse caso, pode-se constatar que a escrita foi um importante instrumento para colocar em movimento os diferentes processos de pensamento matemático; e, apesar de não ter mobilizado, explicitamente, o processo de conjecturação, permitiu que o aluno realizasse as devidas generalizações para evidenciar uma aprendizagem significativa da matemática escolar. Entendo que se trata de uma aprendizagem significada pela conexão realizada entre os diferentes conteúdos matemáticos, o que a torna uma experiência que atende aos objetivos deste estudo, já que a matemática foi posta em ação e o saber matemático do aluno possibilitou a sua inclusão no contexto, isto é, possibilitou a produção de uma carta.

Saliento, ainda, que a carta foi um instrumento potencializador para a validação de um pensamento matemático, pois toda carta, assim como todo poema, pressupõe um leitor, o qual

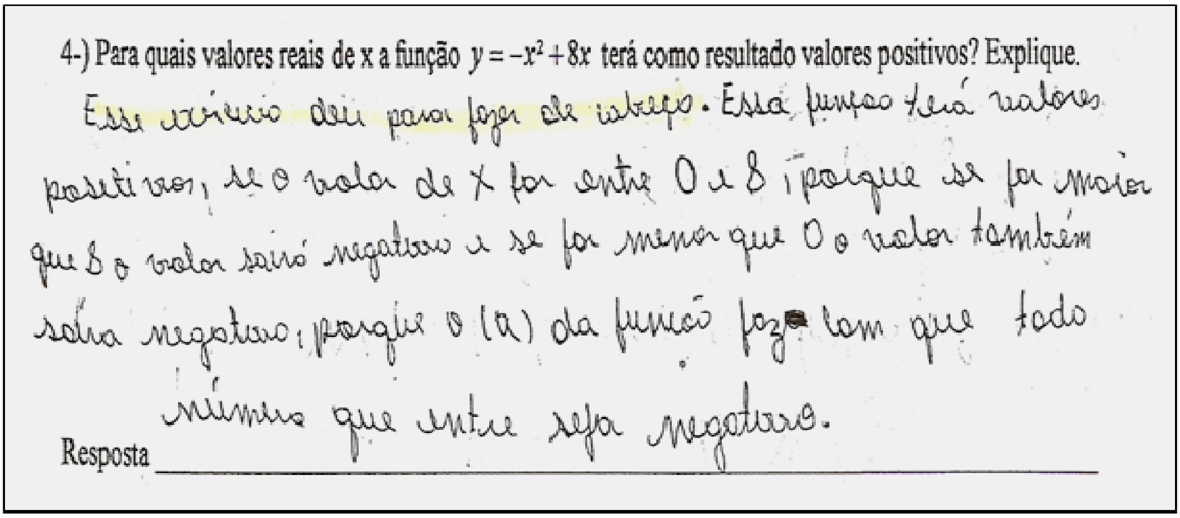
> ainda que anônimo, temos sua presença embora o que o poema faça é, justamente, fazê-lo presente e assinalar na direção do lugar que ele ocupa: ei-lo aqui, aqui está, este que se assinala é o leitor, aquele que ninguém sabe quem é, aquele a quem ninguém conhece. (LARROSA, 2006, p.104)

[56] Although I start with an overall plan when I write, I do not know where the ideas and words will take me until the process of writing drags them out of me — much as many artists do not know where a picture is going until the paint touches the canvas (TUTTLE, 2005, p. 25).

4.2.9 Caso número 09

Este caso foi escolhido e analisado devido a dois fatores: por ser um instrumento presente na metodologia de aula tradicional (avaliação mensal) e por trazer uma resposta que aponta para uma verdadeira atividade matemática (Figura 62). Segundo Fonseca (2000, p. 51), os alunos que estavam envolvidos numa verdadeira atividade matemática "formularam conjecturas, explicaram os seus raciocínios, validaram as suas afirmações e discutiram e questionaram o seu próprio pensamento e o dos outros."

A experiência solidificada no registro do aluno M, da 1ª série G, traduz que o aluno tem um conhecimento "verdadeiro" sobre as funções quadráticas, pois ele respondeu a pergunta proposta com originalidade, explicitando o movimento do seu pensamento matemático, distinguindo-se do registro que é produzido quando o aluno responde à mesma questão de forma mecânica.


4-) Para quais valores reais de x a função $y = -x^2 + 8x$ terá como resultado valores positivos? Explique.

Esse exercício deu para fazer de cabeça. Essa função terá valores positivos, se o valor de x for entre 0 e 8, porque se for maior que 8 o valor sairá negativo e se for menor que 0 o valor também sairá negativo, porque o (a) da função faz com que todo número que entre seja negativo.

Resposta

Figura 62 — Resolução de uma questão da avaliação mensal. Aluno M, 1ª série G, 10/10/2008.

O aluno iniciou um movimento cíclico entre a escrita e o pensamento matemático através do registro "*esse exercício deu para fazer de cabeça*", começando um processo de especialização (E), pois essas palavras mobilizaram o seu pensamento para a resolução da questão proposta. Em seguida, ele escreveu que "*essa função terá valores positivos se o x for entre 0 e 8*", traduzindo uma ligeira conjecturação (C), que foi imediatamente validada (V) pelas palavras: "*porque, se for maior que 8, o valor será negativo e, se for menor que 0, o valor também sairá negativo*". Para completar esse movimento de ler, pensar e escrever, o aluno generalizou (G), ao registrar: "*porque o (a) da função faz com que todo número que entra seja negativo*".

Nesse contexto, seguindo as palavras de Pais (2006, p. 106), percebo que

> a compreensão é prioridade em relação à memorização de regras, fórmulas ou algoritmos. A educação matemática participa do desafio de compreender a natureza das novas competências e habilidades. [...] Muito mais que práticas reprodutivistas, o mundo atual exige profissionais capazes de trabalhar com a criatividade entrelaçada à potencialidade dos modelos.

Essas poucas palavras do aluno M foram capazes de mostrar o seu conhecimento significativo sobre essa matemática escolar — estudo do sinal da função quadrática — e também permitiram a constatação de que a metodologia de escrever nas aulas de matemática pode contribuir com os anseios de uma educação crítica e libertadora. Uma educação na qual o sujeito aprende matemática para libertar o seu pensamento de alguns paradigmas que lhe são impostos pela sociedade e, assim, poderá ser capaz de (re)elaborar o seu pensar para viver nesta sociedade do século XXI.

Com este caso, constata-se que uma questão fechada pode ser apropriada para uma aprendizagem significativa, isto é, o que conduz a "qualidade" de aprendizagem não é o instrumento, mas, sim, a metodologia apresentada nas aulas. Porém, vale ressaltar que toda metodologia possui, embutida em si, a ideologia que o professor e os alunos têm sobre a matemática, sobre a educação, sobre o seu ofício e sobre seu papel no mundo.

4.2.10 Caso número 10

Prosseguindo nesse caminho, com o objetivo de "dar o texto a ler" com apropriação da escrita, a fim de tentar libertar os alunos de alguns modelos de aula de matemática e, dessa forma, possibilitar-lhes um novo pensar matemático, deparei-me com os relatórios de entrada múltipla[57]. Esses instrumentos foram de grande valia para este estudo, por possibilitarem a apresentação de uma sequência de atividades que podem trazer um grau de dificuldade progressivo. Assim, conforme os alunos vão progredindo com os processos do pensamento matemático, o professor vai administrando o processo de resolução e ampliando a complexidade da questão, gradativamente, para que o aluno seja desafiado a desenvolver o seu fazer matemático.

Para o estudo das equações exponenciais, foi entregue para cada grupo uma tabela na qual os alunos deveriam preencher os espaços em branco (Tabela 2). As duas primeiras questões traziam perguntas envolvendo cálculo exponencial, as quais deveriam ser respondidas e explicadas na segunda coluna e, depois, os alunos deveriam utilizar a linguagem simbólica para preencherem a terceira coluna. A fim de minimizar a dificuldade que, possivelmente, os alunos poderiam apresentar, formulei os exercícios seguintes de maneira inversa, isto é, apresentei, nas questões 3 e 4, uma linguagem simbólica para que eles preenchessem as outras colunas com a resolução e a explicação na língua materna.

Tabela 2 — Tabela de entrada múltipla. Estudo das equações exponenciais

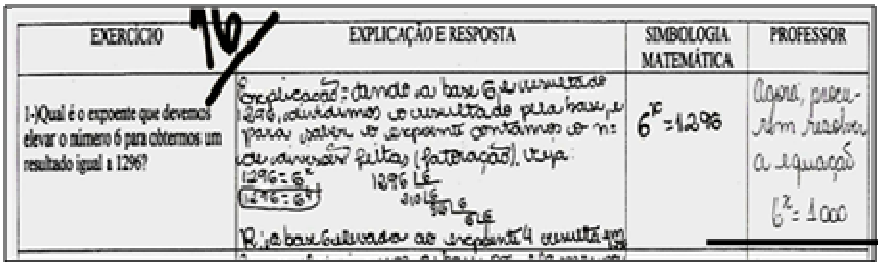
EXERCÍCIOS	EXPLICAÇÃO E RESPOSTA	SIMBOLOGIA MATEMÁTICA	PROFESSOR
1-) Qual é o expoente a que devemos elevar o número 6 para obtermos um resultado igual a 1296?			

[57] Ver, no capítulo, 2 a metodologia utilizada nesta pesquisa.

2-) A base 3 elevada a um número adicionado de duas unidades resulta em 243. Qual é esse número?			
3-)		$\frac{1}{4}^{x} = 64$	
4-)		$\left(3^{x}\right)^{x+1} = 729$	

Para evidenciar a importância que esse instrumento de ensino (relatório de múltipla entrada) teve nesta pesquisa, selecionei um caso que foi produzido pelos alunos H, R e W, da 1ª série F (Figura 63). Essa atividade contempla o estudo da equação exponencial seguido do estudo dos logaritmos, o qual foi sutilmente introduzido como uma analogia aos cálculos exponenciais.

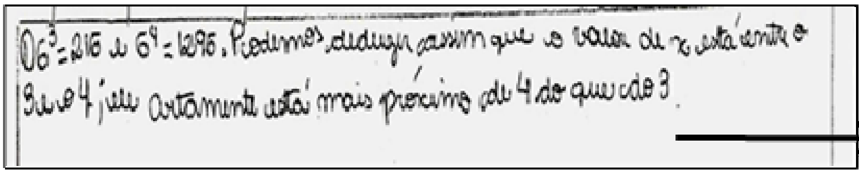
Processos



EXERCÍCIO	EXPLICAÇÃO E RESPOSTA	SIMBOLOGIA MATEMÁTICA	PROFESSOR
1-)Qual é o expoente que devemos elevar o número 6 para obtermos um resultado igual a 1296?	Explicação: tendo a base 6 e resultado 1296, dividimos o resultado pela base, e para saber o expoente contamos o nº de divisões feitas (fatoração). Veja: $1296 = 6^x$ $\boxed{1296 = 6^4}$ R: a base 6 elevada ao expoente 4 resulta em 1296	$6^x = 1296$	Agora, procurem resolver a equação $6^x = 1000$

→ **E**

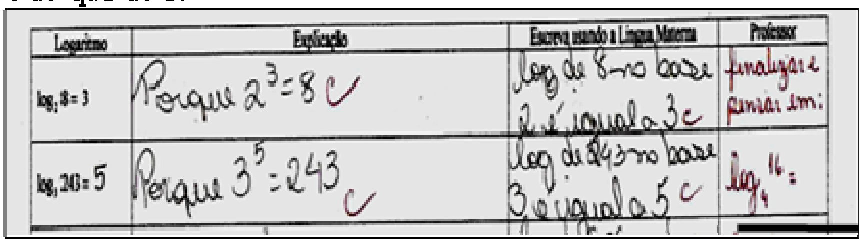
Transcrição:
Exercício: Qual é o expoente que devemos elevar o número 6 para obtermos um resultado igual a 1296?
Explicação e Resposta: tendo a base 6 e resultado 1296, dividimos o resultado pela base, e para saber o expoente contamos o nº de divisões feitas (fatoração). Veja: $1296 = 6^x$
$1296 \div 6 = 216 \div 6 = 36 \div 6 = 6 \div 6 = 1$ $\quad 1296 = 6^4$
R: a base 6 elevada ao expoente 4 resulta em 1296.
Simbologia Matemática: $1296 = 6^x$
Professor: Agora, procurem resolver a equação $6^x = 1000$



$6^3 = 216$ e $6^4 = 1296$. Podemos deduzir assim que o valor de x está entre o 3 e o 4, ele certamente está mais próximo do 4 do que do 3.

→ **E, C e V**

Transcrição:
Resposta: $6^3 = 216$ e $6^4 = 1296$. Podemos deduzir assim que o valor de x está entre o 3 e o 4, ele certamente está mais próximo do 4 do que do 3.



Logaritmo	Explicação	Escreva usando a Língua Materna	Professor
$\log_2 8 = 3$	Porque $2^3 = 8$	log de 8 na base 2 é igual a 3	finalizar e pensar em:
$\log_3 243 = 5$	Porque $3^5 = 243$	log de 243 na base 3 é igual a 5	$\log_4 16 =$

→ **G**

Transcrição:
Logaritmo: $\log_2 8 = 3$ **Explicação:** Porque $2^3 = 8$
Escreva usando a Língua Materna: log de 8 na base 2 é igual a 3
Logaritmo: $\log_3 243 = 5$ **Explicação:** Porque $3^5 = 243$
Escreva usando a Língua Materna: log de 243 na base 3 é igual a 5
Professor: finalizar e pensar em $\log_4 16$

Figura 63 — Resolução das atividades propostas no relatório de entrada múltipla. Estudo das equações exponenciais e dos logaritmos. Alunos H, R e W, 1ª série F, outubro de 2008.

Procurei apresentar, gradativamente, questões que levassem os alunos a significarem que, se $a^x = b \leftrightarrow \log_a b = x$, para todos os valores reais de *a* e *b*, tais que $a > 0$, $a \neq 1$ e $b > 0$. Para isso, utilizei a quarta coluna para provocá-los, num movimento de evolução do pensamento matemático, por entender que, à medida que o aluno progride, a complexidade dos problemas deve ser ampliada, porém, sempre cuidando de respeitar e valorizar a capacidade de cada um na resolução das diferentes situações.

Pode-se perceber que os alunos começaram a pensar na questão, quando registraram que iriam dividir o número 1296 por 6 para encontrar o expoente, o que evidencia um início do movimento dos processos de pensamento matemático — a especialização (E). A seguir, apareceu a simbologia matemática ($6^x = 1296$) que foi fazendo parte do saber desses alunos, isto é, foi sendo significada por eles (Figura 63).

Após a resolução de algumas questões similares, os alunos foram desafiados a pensar na equação $6^x = 1000$; essa provocação desencadeou os processos de pensamento matemático, e o sujeito apropriou-se do conhecimento anterior para resolver um problema atual, isto é, iniciou-se o movimento de especialização (E) com o conhecimento anterior, já que eles sabiam que $6^4 = 1296$. Assim, fizeram uma conjecturação (C), através das palavras *"podemos deduzir"*, para validar (V) o pensamento, com o registro: "*certamente está mais próximo de 4 do que do 3"*.

Nesse momento, em que o pensamento dos alunos se encontrava num movimento dinâmico sobre os cálculos exponenciais, procurei introduzir o estudo dos logaritmos, apresentando outra tabela (Tabela 3) com a seguinte situação inicial "$\log_2 8 = 3$", na primeira coluna. Já na segunda coluna dessa tabela, os alunos deveriam explicar o porquê desse resultado, que foi dado pela professora na primeira linha e deveria ser encontrado pelos alunos a partir da segunda linha. Acredito que, para essa explicação, os alunos apropriaram-se dos conhecimentos adquiridos no estudo dos cálculos envolvendo exponenciais; assim, um "novo" fazer matemático foi realizado a partir de estruturas matemáticas conhecidas. A terceira coluna tinha a intenção de proporcionar aos alunos o aprendizado da leitura da expressão que envolve o logaritmo (aspecto sintático da linguagem[58]), e a quarta coluna era reservada para as intervenções do professor, que tem a possibilidade de provocar uma possível e gradativa movimentação do pensamento matemático do aluno (Figura 63).

[58] Essa coluna foi idealizada para ensinar os alunos a lerem os logaritmos corretamente, já que essa foi uma dificuldade apresentada por alguns alunos e constatada em anos anteriores pela professora.

Tabela 3 — Tabela de entrada múltipla. Estudo das equações logarítmicas.

Logaritmo	**Explicação**	**Escreva usando a língua materna**	**Professor**
$\log_2 8 = 3$			
$\log_3 243 =$			
$\log_5 625 =$			
$\log_3 \frac{1}{27} =$			
$\log_{\frac{1}{5}} 25 =$			
$\log_{12} 6 =$			
$\log_x 16 = 4$			
$\log_3 x = 4$			

Essa ação teve a intenção de verificar a potencialidade da escrita para revelar a significação desses processos de pensamento no desenvolvimento de uma verdadeira aprendizagem. Entendo que, se a aprendizagem envolvendo exponenciais for significativa, o aluno conseguirá apropriar-se desses conhecimentos para produzir um novo conhecimento matemático — os logaritmos.

Foi assim que o pensamento se envolveu num rico movimento de generalização (G), que pode ser evidenciado no registro dos alunos: "*porque* $2^3 = 8$" (Figura 63). E, para enfatizar a importância desse processo de pensamento, trago as palavras de Powell e Bairral (2006, p. 82):

> Generalizar é um aspecto importante do pensamento e reagir de forma reflexiva à escrita concedeu a essa(es) aluna(os) a oportunidade de se envolver com a metacognição e examinar profundamente a sua compreensão de uma idéia matemática [...] Naturalmente, a reflexão em diários de entrada múltipla pode ter continuidade e gerar mais questões, assuntos e diferentes compreensões.

O processo de analogia e conexão de conteúdos presentes neste caso foi de grande importância para este estudo, pois esse movimento conseguiu potencializar a escrita como um instrumento de poder para desencadear os diferentes processos de pensamento matemático, que foram revelados através dos relatórios dos alunos.

Entretanto, neste momento, sinto a necessidade de registrar que esse movimento que envolveu ações como: pensar, escrever e aprender a matemática escolar de forma significativa foi beneficiado pela escolha do instrumento utilizado, isto é, pelo uso do relatório de entrada múltipla, o qual permitiu a apresentação de questões com diferentes dificuldades, de forma gradativa e organizada. Entendo que essa apresentação gradual das dificuldades foi importante para mobilizar o sujeito para envolver-se intelectualmente com o saber matemático, e a disposição apresentada pela tabela possibilitou a organização do seu pensamento para participar dos diferentes processos que contribuem com o fazer e o aprender matemática.

4.3 Um olhar direcionado para os processos de pensamento matemático

Com as análises produzidas, vividas e sentidas que foram registradas neste capítulo, pode-se perceber que a escrita nas aulas de matemática foi um instrumento potencializador para revelar os diferentes processos de pensamento matemático que se movimentam quando o sujeito se mobiliza para resolver um problema[59].

Para começar a escrever, o sujeito precisa pensar no que vai escrever; assim, a escrita contribuiu com o processo de especialização (E), iniciando o pensamento sobre o problema apresentado. O ato de escrever exige um assunto, e a matemática, neste estudo, apresentou o conteúdo — os conceitos, as ideias e os símbolos foram provocados e solidificaram-se no papel. O aluno, ao escrever sobre a matemática, (re)formulou e externalizou o seu pensamento, possibilitando uma mobilização do seu pensar matemático.

A necessidade do sentido de um texto permitiu a conexão entre assuntos matemáticos, possibilitando a conjecturação (C), pois, para a emissão de uma ideia, alguns fatos foram relacionados e conjecturados. Entretanto, concebendo que "uma conjectura é uma afirmação cuja validade ainda não foi demonstrada" (PAIS, 2006, p. 142), a escrita também serviu de instrumento de prova e refutação, pois, para escrever, o autor precisou convencer a si próprio e depois ao outro da validade — ou não — de seu registro.

A escrita capacitou seu autor a conversar, matematicamente, consigo mesmo e com o mundo que o rodeia, permitindo a reflexão sobre seu aprender e possibilitando a (re)criação e a (des)construção do seu pensar matemático. Essa experiência possibilitou e contribuiu com o processo de validação (V) do pensamento matemático, e acredito que o principal instrumento para provocar esse processo foi a carta. Esse instrumento possibilita o registro de exemplos, gráficos e tabelas e, assim, legitima as argumentações e as explicações produzidas. Além disso, as cartas foram instrumentos importantes para o sujeito explicitar a sua afetividade e a emoção que o envolvia no contexto de ensino e aprendizagem, contribuindo, assim, com o estabelecimento e/ou a permanência do diálogo realizado entre os envolvidos.

Devido às experiências vividas nesse movimento de estudo, acredito poder afirmar que a escrita possibilitou uma aprendizagem significativa dos envolvidos, isto é,

[59] Entendendo que "... problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver" (ONUCHIC, 1999, p. 215).

a escrita contribuiu com o processo de generalização (G), colaborando com a elaboração conceitual produzida pelo aluno, pois entendo que, na

> defesa de um tratamento articulado entre as ações de generalizar e particularizar acontece uma das condições para a formação de conceitos, modelos e teorias, cuja aprendizagem pode contribuir na formação intelectual do aluno, contribuindo para um raciocínio mais apurado, abrindo espaço para aplicações em diversas áreas de conhecimento. (PAIS, 2006, p. 145)

Vejo que esse movimento de escrever e aprender matemática possibilitou uma (trans)formação do pensamento, por distanciar-se do ato de transcrever um conhecimento — distanciamento tão almejado num ambiente que busca a democracia. Assim, a escrita e os diferentes instrumentos apresentados aos alunos possibilitaram que estes se envolvessem com o saber, pois

> as estratégias de ensino tem (*sic)* o propósito de criar atividades através das quais o aluno possa expandir suas competências, em sintonia com às (*sic)* diferenças individuais e com as metas curriculares. Não basta impor conteúdos sem respeitar as diferenças, assim como não basta tratar das diferenças sem atentar para as referências históricas do saber. São as articulações entre essas atitudes que caracterizam o fazer pedagógico. (PAIS, 2006, p. 33)

Resumidamente, neste estudo, constatei que a articulação citada nos escritos de Pais foi possibilitada pela escrita e pelos instrumentos utilizados. Além disso, vale ressaltar que esta pesquisa contribuiu para chamar a atenção da professora-pesquisadora para o fato de que "o professor libertador lhes ensina a forma padronizada, para que possam sobreviver, discutindo com eles todos os ingredientes ideológicos dessa ingrata tarefa" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 90).

Nos próximos capítulos, registro outras análises, devido à leitura especial que fiz, ao olhar para os jornais produzidos pelos alunos, bem como devido às (des)construções provocadas pelo movimento de escrita nas aulas de matemática. Percebi nesses materiais um caminho para conduzir os meus alunos (como também, para conduzir-me) a uma possível educação democrática e libertadora. Senti que esses instrumentos de ensino poderão manter-nos ou incluir-nos no contexto social em que vivemos, bem como percebi que esta análise poderá provocar outros pesquisadores a investigarem sobre o movimento existente entre o conhecimento, a escrita e o pensamento matemático diante da concepção de educação que almeja conduzir o sujeito a escrever a sua própria história.

5. Assumindo uma direção

O *Jornal Exposto* — um fazer significativo

> *Temos que desenvolver o rigor crítico numa pedagogia que pede aos estudantes que assumam a própria direção. O que significa autodirigir. Assim, a sala de aula libertadora também procura absorver os temas e os materiais dos contextos sociais que dirijam a atenção crítica à realidade. Também tentamos valorizar os textos que, tradicionalmente, não são levados a sério [...] o professor aprendendo junto com os alunos, sem saber, de antemão, o que resultaria disso, mas inventando o conhecimento durante a aula, junto com os estudantes. Esse é um momento complexo do estudo. O próprio hábito de estudo se desenvolve. O material de estudo se transforma. A relação entre professor e aluno é re-criada.*
> (FREIRE; SHOR, 1986, p.108)

A narrativa aqui apresentada visa divulgar uma experiência significativa que ocorreu nesse movimento de pesquisa. Qualifico-a de significativa por entender que foi capaz de provocar os alunos a assumirem uma direção, isto é, uma experiência que conduziu os estudantes para uma criação — o *Jornal Exposto*[60]. Um jornal que possibilitou que a matemática fosse posta em ação[61]. Um material metodológico que provocou a professora, a qual foi aprendendo com os alunos e, assim, a sala de aula foi se aproximando de um fazer libertador. Nesse contexto, o material implantado transformou-se num instrumento plantado.

Por esses pressupostos, esse instrumento, gerado por um movimento complexo de ensinar e aprender, mereceu uma apreciação nesta pesquisa. Assim, pretendo atender um dos objetivos desse estudo que é analisar a potencialidade do diálogo e do trabalho compartilhado como uma ferramenta para uma leitura de mundo.

Entendo que o trabalho compartilhado esteve presente na confecção desses jornais, pois a maioria dos alunos trabalhou em grupo e, para sua criação, muitos diálogos e negociações foram realizados. Além disso, todos os alunos fizeram um relato (oral e escrito) sobre o que aprenderam, falaram sobre a “matéria jornalística” que criaram, sobre como escolheram os assuntos matemáticos; explicaram por que fizeram dessa maneira, se gostaram de fazer esse trabalho; e argumentaram sobre os problemas que tiveram.

---

[60] Ver capítulo 2 desta dissertação.

[61] “Considero que matemática em ação é um espaço paradigmático para discutir estruturas de conhecimento e poder na sociedade atual.” (SKOVSMOSE, 2008, p. 113).

Durante as apresentações do jornal — momento de socialização da produção — eu, como professora, fazia intervenções, provocando os alunos a pensarem matematicamente sobre o que estavam expondo. Durante esse movimento complexo do estudo, assumindo-me, também, como pesquisadora, anotava, para depois transcrever no diário de campo algumas das minhas intervenções e dos meus questionamentos, bem como as falas e os comentários dos alunos que foram me tocando; tanto como pesquisadora, quanto como professora.

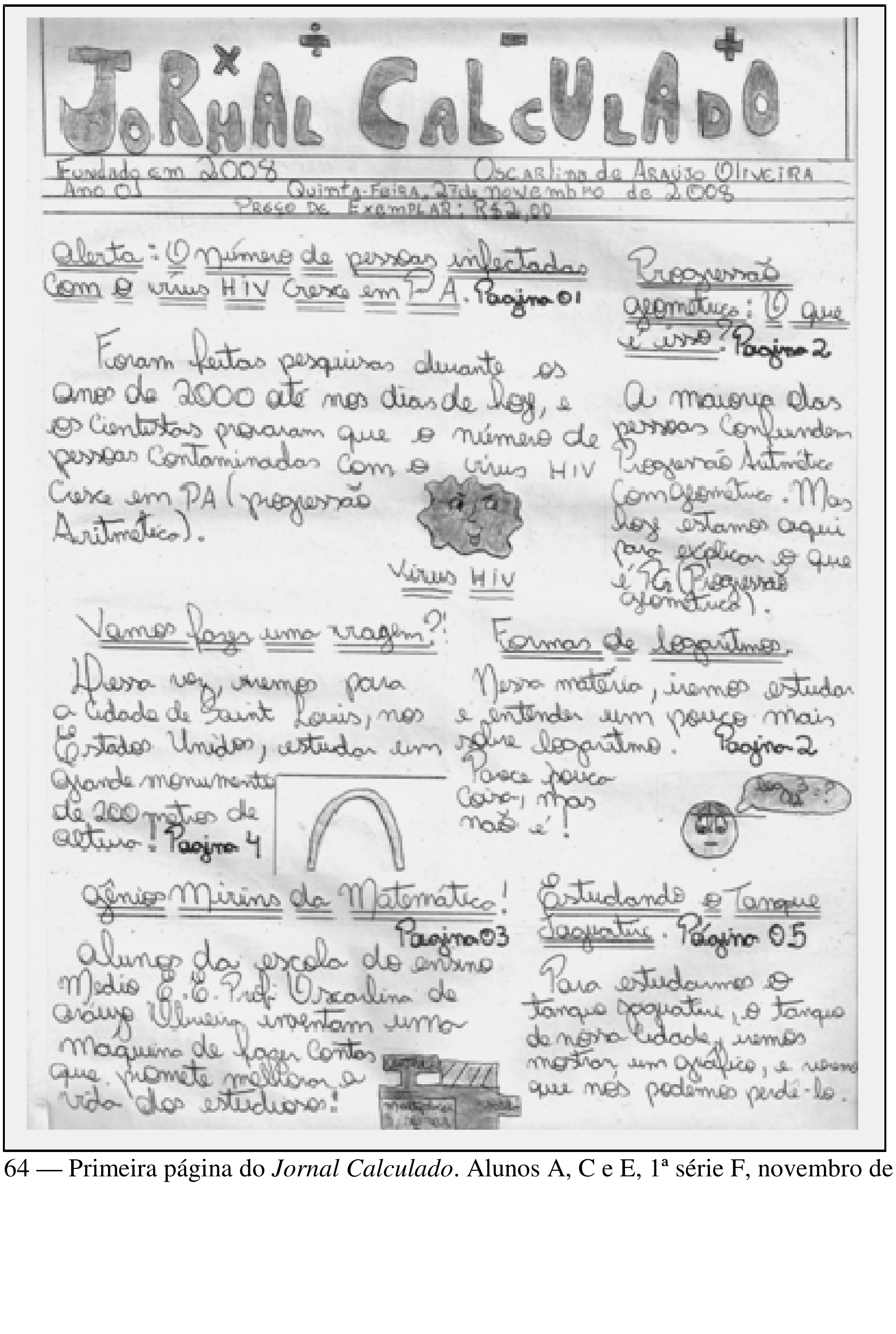
Assim, trago a análise realizada em três jornais, escolhidos entre 15, que foram produzidos pelos alunos. Essa escolha baseou-se nos seguintes critérios:

1. diversidade de assuntos matemáticos;
2. contextualização[62] dos conteúdos matemáticos escolares;
3. explicação da matemática apresentada; e
4. criatividade.

[62] Este estudo entende a contextualização matemática como uma interação entre o conceito, o significado e a sua aplicação. Esse processo pode ocorrer dentro de um contexto próprio da Matemática, como também, dentro de um contexto histórico-social. Segundo D'Ambrosio, "a matemática contextualizada se mostra como mais um recurso para solucionar problemas novos que, tendo se originado de outra cultura, chegam exigindo os instrumentos intelectuais dessa outra cultura." (2001, p. 80).

5.1.1 O jornal 01 — O *JORNAL CALCULADO*

Esse jornal foi produzido pelos alunos A, C e E, da 1ª série F. O *Jornal Calculado* contempla os principais tópicos matemáticos (progressão aritmética, progressão geométrica, função polinomial do 1º grau, função quadrática, função exponencial e logaritmos), que foram estudados durante o ano letivo. Confirmando as palavras de D'Ambrosio (2001, p. 76): "contextualizar a matemática é essencial para todos", nesse jornal nota-se que os conceitos matemáticos foram adquirindo sentido para os alunos, quando estes contextualizaram a matemática e associaram os conhecimentos escolares com as diferentes situações que envolvem o cotidiano.



JORNAL CALCULADO

Fundado em 2008 — Oscarlina de Araujo Oliveira

Ano 01 — Quinta-Feira, 27 de novembro de 2008

Preço do Exemplar: R$2,00

Alerta: O número de pessoas infectadas com o vírus HIV cresce em P.A. Pagina 01

Foram feitas pesquisas durante os anos de 2000 até nos dias de hoje, e os cientistas provaram que o número de pessoas contaminadas com o vírus HIV cresce em PA (progressão aritmética).

Vírus HIV

Progressão geométrica: O que é isso? Pagina 2

A maioria das pessoas confundem progressão aritmética com geométrica. Mas hoje estamos aqui para explicar o que é PG (Progressão geométrica).

Vamos fazer uma viagem?!

Dessa vez, iremos para a cidade de Saint Louis, nos Estados Unidos, estudar um grande monumento de 200 metros de altura! Pagina 4

Formas de logaritmos.

Nessa matéria, iremos estudar e entender um pouco mais sobre logaritmo! Pagina 2

Parece pouco caso, mas não é!

Gênios Mirins da Matemática! Pagina 03

Alunos da escola do ensino Médio E.E. Prof. Oscarlina de Araujo Oliveira inventam uma maquina de fazer contas que promete melhorar a vida dos estudiosos!

Estudando o Tanque Jaguatiu. Pagina 05

Para estudarmos o tanque Jaguatiu, o tanque de nossa cidade, iremos mostrar um gráfico, e veremos que nós podemos perdê-lo.

Figura 64 — Primeira página do *Jornal Calculado*. Alunos A, C e E, 1ª série F, novembro de 2008.

A primeira página desse jornal (Figura 64) aponta que a metodologia de escrever nas aulas de matemática foi um processo que possibilitou ao sujeito ter mais uma opção para demonstrar ou utilizar o conhecimento matemático que ele possui, nas diferentes situações de sua vida; isto é, a escrita serviu como uma possibilidade a mais para que o sujeito se envolvesse no contexto de um conhecimento.

Os alunos desse grupo foram criativos e conseguiram articular diferentes assuntos da matemática escolar com situações presentes no cotidiano. Apesar de terem reproduzido alguns exemplos do livro didático (DANTE, 2004), fizeram isso com muita apropriação, pois, a partir de tais exemplos, foram capazes de explorar a situação com desenhos, gráficos, tabelas e explicações matemáticas realizadas através da língua materna ou da linguagem matemática.

Na apresentação oral, percebeu-se um maior envolvimento da aluna E, pois ela conhecia todos os assuntos e conseguiu articulá-los com os registros produzidos. O aluno A relatou, durante a socialização do trabalho para a classe, que ficou encarregado de fazer os desenhos, as pinturas e a finalização do jornal, mas que isso foi bom para ele, pois conseguiu aprender um pouco mais do que já sabia. Conforme lia o que seus colegas tinham registrado, o seu conhecimento ia aumentando. O aluno C comentou que colaborou com a produção da matéria que tratava do estudo das funções polinomiais de 1º grau e do estudo das sequências. Nota-se que as diferenças de aprendizagens foram minimizadas pela divisão de trabalho, na qual cada estudante teve um papel na criação desse jornal.

O diálogo promovido entre a professora, o grupo e os demais alunos da sala foi um importante momento de aprendizagem. A professora conseguiu enxergar as facilidades e as dificuldades de cada aluno participante do grupo, os alunos que ouviam os relatos tiveram a possibilidade de aprender com a oralidade do outro e os que relatavam aprendiam com os que falavam. Numa perspectiva vigotskiana, pode-se dizer que a relação entre o pensamento e a palavra é, antes de tudo, um movimento do pensamento à palavra e da palavra ao pensamento, o que justifica a importância dada ao relato de cada aluno, pois o pensamento não se exprime na palavra, mas nela se realiza.

A palavra do aluno, isto é, a apresentação oral de cada grupo, foi avaliada, por acreditar que a aprendizagem pode ser realizada na própria palavra pronunciada. Penso que a verdadeira compreensão e a comunicação só irão ocorrer quando o sujeito conseguir generalizar e nomear o que está vivenciando.

Assim, a fim de provocar a aprendizagem dos alunos, este estudo apropriou-se da ideia de que

> o conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento de conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos. (VIGOTSKI, 2000, p. 170)

Para o estudo dos logaritmos, os alunos fizeram uma explicação da matemática escolar utilizando gráficos e também usaram a linguagem matemática para analisar os conjuntos domínio e imagem da função estudada. Registraram com uma linguagem simples e não formal, porém autêntica e indicativa de um conhecimento matemático escolar (Figura 65).

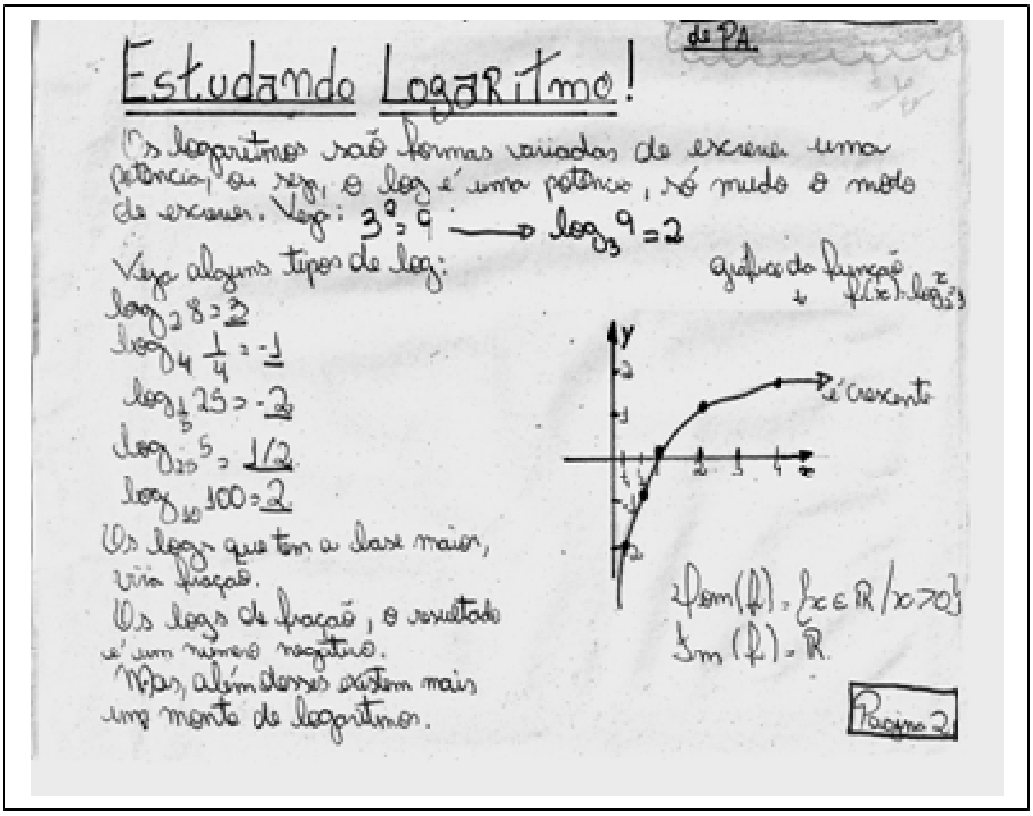
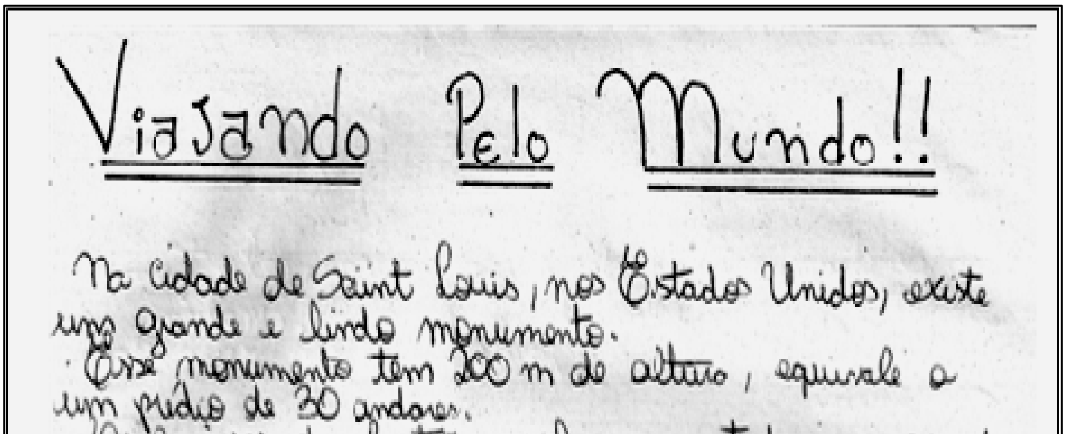


Figura 65 — *Jornal Calculado*. Estudo dos logaritmos. Alunos A, C e E, 1ª série F, novembro de 2008.

Este recorte evidencia o conhecimento generalizado da matemática escolar, pois o registro "*os logs de fração tem o resultado negativo*" indica que os alunos aprenderam que $\log_a \frac{b}{c} = -d$ ou $\log_{\frac{a}{b}} c = -d$, isto é, relacionaram o estudo dos logaritmos com o conhecimento que tinham sobre potência de expoente negativo, como $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$.

Esse registro permitiu que a professora realizasse algumas intervenções, como: "será que isso acontece com $\log_2 \frac{16}{4}$?" (diário de campo, 27/11/2008); e, assim, a aprendizagem entrou num movimento dinâmico de pensar, refletir, verificar e validar.

Continuando a leitura desse jornal exposto, deparei-me com o título *"Viajando pelo Mundo"* (Figura 66).



Viajando Pelo Mundo!!

Na cidade de Saint Louis, nos Estados Unidos, existe um grande e lindo monumento.
Esse monumento tem 200 m de altura, equivale a um prédio de 30 andares.
Os curiosos de plantão, resolveram estudar esse grande monumento. Para isso resolveram estudar função de 2º grau (pois o gráfico da função do 2º grau, tem o mesmo formato do monumento),
Depois de vários estudos concluiram que a função que corresponde ao monumento é:
$f(x) = x^2 + 200x$
Eles resolveram encontrar o y e o x do vertice para montar o gráfico, mas para isso fizeram a formula abaixo:

$\boxed{x_v = \frac{-b}{2.a}}$

Figura 66 — *Jornal Calculado*. Estudo da função quadrática.
Alunos A, C e E, 1ª série F, novembro de 2008.

Os alunos trouxeram um monumento[63] para exemplificar o estudo do ponto máximo de uma função polinomial do 2º grau; no entanto, eles não perceberam que a fórmula que produziram não apresentava ponto de máximo, e, sim, de mínimo; também não notaram que essa função não tem altura máxima de 200m.

Nesse momento, acredito que eles ficaram envolvidos com a contextualização e se desligaram da validação matemática do conteúdo que estavam produzindo. E, para minimizar esse distanciamento da matemática escolar, penso que as intervenções da professora foram de grande valia.

Dentre as provocações realizadas, posso destacar a indagação:

Indagações da professora para os autores do *jornal Calculado*:

Vocês estudaram o ponto de máximo através da fórmula do "x do vértice" $\left(x_v = -\dfrac{b}{2a}\right)$, mas procurem observar o valor do coeficiente "a" dessa função, se ele for realmente igual a 1, o x do vértice será negativo e a altura máxima será igual a -10.000 metros!
Estranho, não?

Figura 67 — Intervenção da professora. Diário de campo, 27/11/2008.

E, assim, entendo que a discussão provocada conduziu os alunos na direção de uma (re)elaboração do pensamento matemático, pois muitos saberes e não saberes foram verbalizados, e penso que todos os alunos dessa turma, principalmente os alunos A, C e E, tiveram a oportunidade de refinar o pensamento matemático sobre as funções quadráticas.

Para trabalhar com a função polinomial do 1º grau, esses alunos transcreveram um exercício proposto no livro didático (DANTE, 2004, p. 46), mas avalio que essa transcrição veio carregada de conhecimentos e explicações de uma matemática escolar significativa (Figura 68).

---

[63] Apesar do monumento de Saint Louis ter a forma de uma catenária - função do cosseno hiperbólico —, este estudo entende que os alunos utilizaram esse arco para exemplificar o estudo da função polinomial do 2º grau, pelo fato de o livro didático ter-se apropriado desse exemplo (DANTE, 2004, p. 57). Assim, devido ao grau de complexidade do assunto (função do cosseno hiperbólico) para o nível de escolaridade dos alunos (1ª série do Ensino Médio), nesse momento, optei por não levantar a problemática e aceitar o exemplo como oportuno para este estudo.

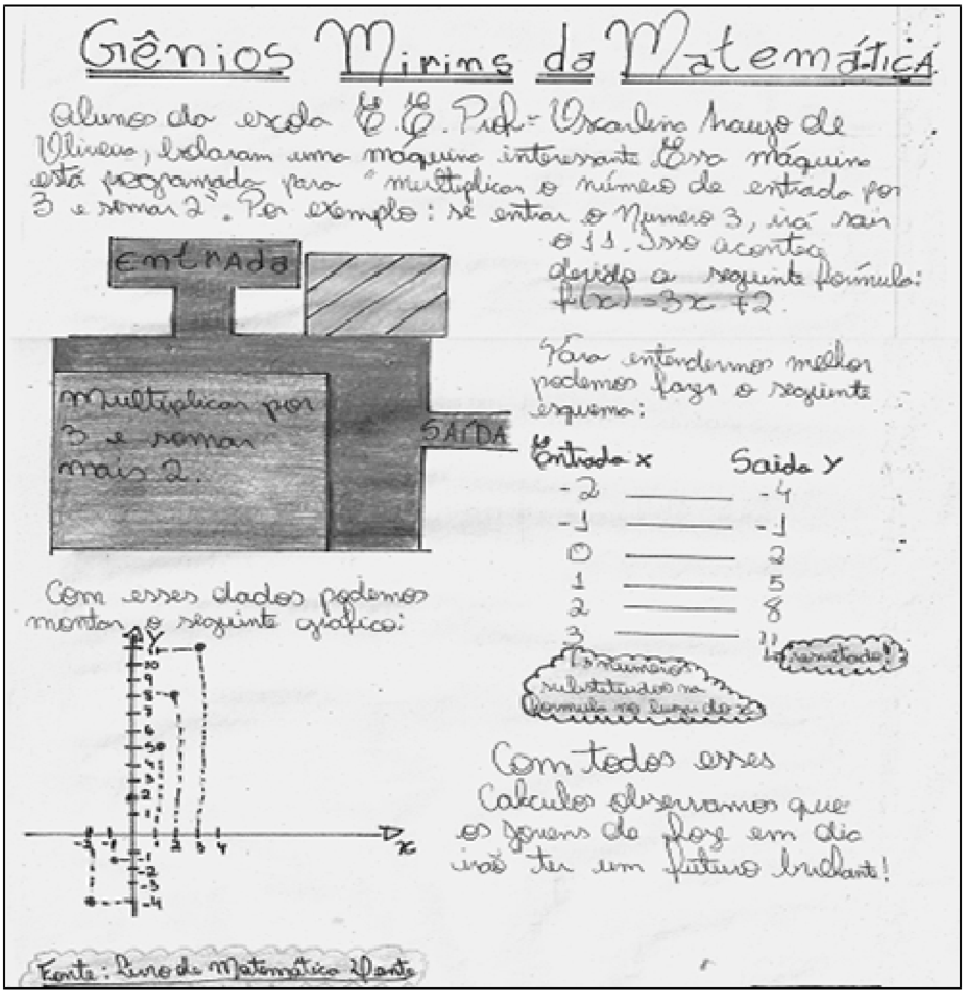
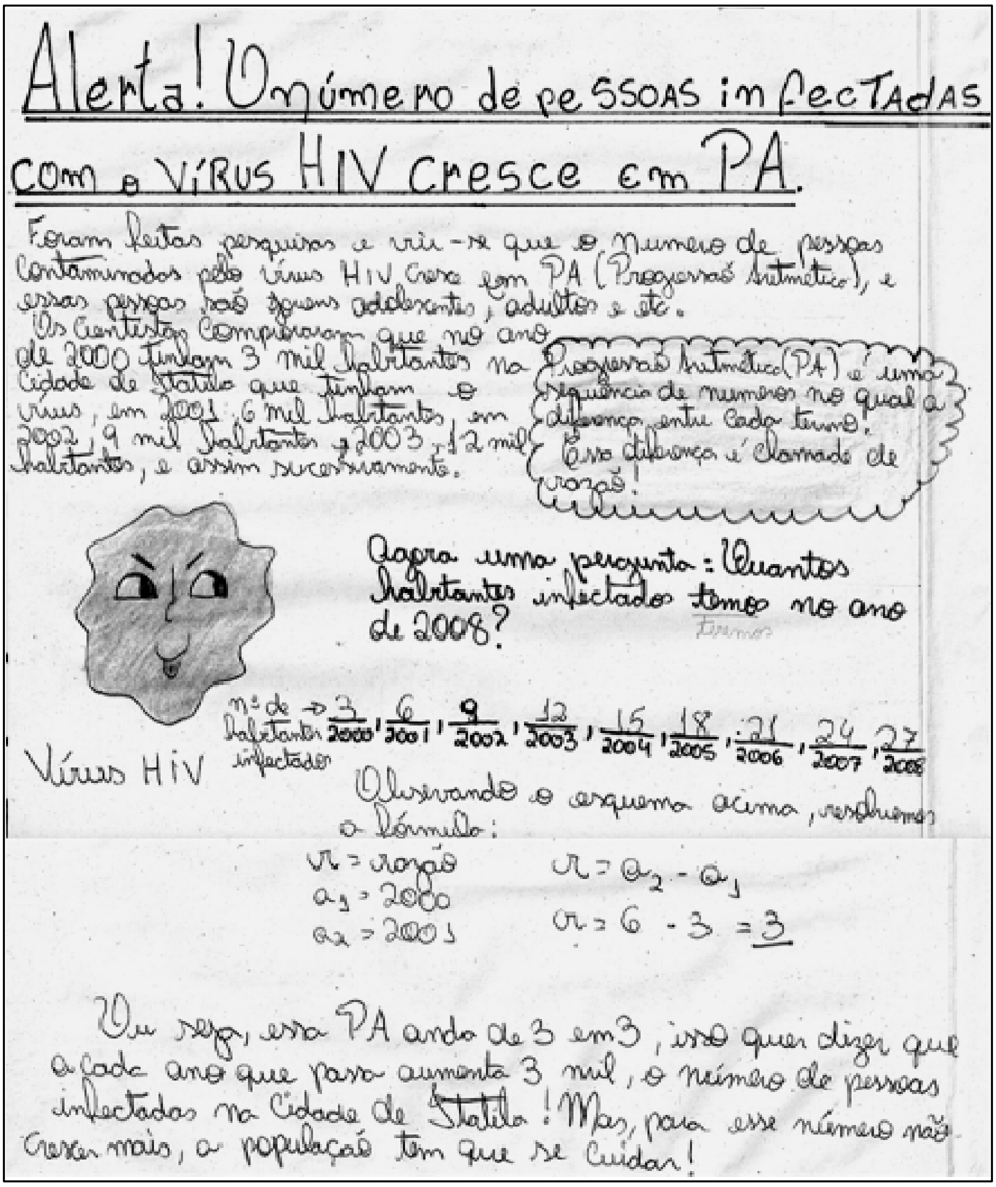


Figura 68 — *Jornal Calculado*. Estudo da função polinomial do 1º grau.
Alunos A, C e E, 1ª série F, novembro de 2008.

Esse simples registro estava pleno de significações — pelo menos para mim, pois eles “*bolaram uma máquina*” e finalizaram, apontando para um futuro promissor: “*irão ter um futuro brilhante*”. Essas palavras solidificam que o estudo que os envolvia foi capaz de incluí-los no contexto de ensinar e aprender, mas principalmente, no contexto de ter esperança, de sonhar e de enxergar que o seu futuro, através do saber, realmente poderá ser “brilhante”. Essas ideias são discutidas por Charlot (2005), que enfatiza que a família e os alunos esperam que a escola, acima de qualquer coisa, permita-lhes ter sucesso no futuro. Porém, entendo como brilhante um futuro em que o sujeito se apoie no próprio saber para poder entender a linguagem dominante e, assim, refletir sobre ela. Um saber que habilite o sujeito a fazer uma leitura de mundo.

Continuando com a análise deste jornal, percebe-se que os alunos foram criativos, ao trazerem o estudo das progressões aritméticas associado ao número de itatibenses infectados com o vírus HIV (Figura 69).


Alerta! O número de pessoas infectadas com o vírus HIV cresce em PA.

Foram feitas pesquisas e viu-se que o numero de pessoas contaminados pelo vírus HIV cresce em PA (Progressão Aritmética), e essas pessoas são jovens adolescentes, adultos e etc.

Os Cientistas Comprovaram que no ano de 2000 tinham 3 mil habitantes na Cidade de Statila que tinham o vírus, em 2001 6 mil habitantes, em 2002, 9 mil habitantes e 2003, 12 mil habitantes, e assim sucessivamente.

Progressão Aritmética (PA) é uma sequência de numeros no qual a diferença entre cada termo. Essa diferença é chamada de razão!

Agora uma pergunta: Quantos habitantes infectados ~~temos~~ teremos no ano de 2008?

nº de habitantes infectados → $\frac{3}{2000}, \frac{6}{2001}, \frac{9}{2002}, \frac{12}{2003}, \frac{15}{2004}, \frac{18}{2005}, \frac{21}{2006}, \frac{24}{2007}, \frac{27}{2008}$

Vírus HIV

Observando o esquema acima, resolvemos a fórmula:

r = razão
$a_1 = 2000$
$a_2 = 2001$

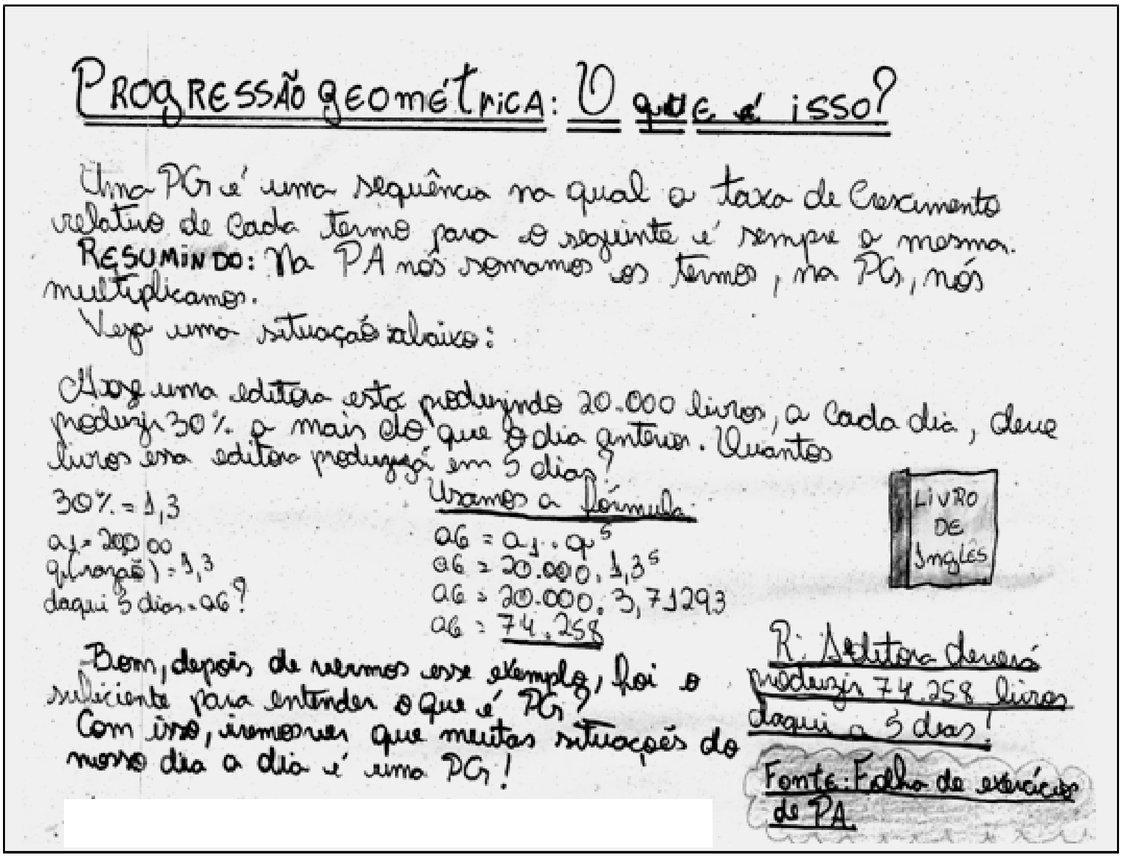
$r = a_2 - a_1$
$r = 6 - 3 = \underline{3}$

Ou seja, essa PA anda de 3 em 3, isso quer dizer que a cada ano que passa aumenta 3 mil, o número de pessoas infectadas na Cidade de Statila! Mas, para esse número não crescer mais, a população tem que se cuidar!

Figura 69 — *Jornal Calculado*. Estudo das progressões aritméticas.
Alunos A, C e E, 1ª série F, novembro de 2008.

Nesse “artigo” os autores mostram o crescimento constante de três mil habitantes por ano, constroem a sequência e associam-na com a fórmula matemática, para comprovar o sentido que atribuíram às palavras e, ainda, perguntam “*quantos serão infectados no ano de 2008*?”. Eles finalizam essa produção, chamando a atenção da população para cuidar-se. Esse registro mostra e comprova que os significados matemáticos são constituídos e associados com diferentes acontecimentos da realidade do aluno, através da apropriação da escrita nas aulas de matemática. Uma escrita que serviu para aprender e dar sentido à matemática escolar e também possibilitou que o sujeito compartilhasse o seu saber com os outros e com o mundo que o rodeia. Um saber capaz de conduzir o sujeito a adotar uma nova leitura de mundo, numa relação consigo mesmo, com o outro e com o mundo (CHARLOT, 2005).

No estudo das progressões geométricas, os alunos apropriaram-se de um exercício proposto pela professora como uma atividade de estudo, cuja fonte eles indicam com os escritos *"folha de exercícios de PA"* (Figura 70).



Progressão geométrica: O que é isso?

Uma PG é uma sequência na qual a taxa de crescimento relativo de cada termo para o seguinte é sempre a mesma.
RESUMINDO: Na PA nós somamos os termos, na PG, nós multiplicamos.
Veja uma situação abaixo:

Hoje uma editora está produzindo 20.000 livros, a cada dia, deve produzir 30% a mais do que o dia anterior. Quantos livros essa editora produzirá em 5 dias?

30% = 1,3
a_1 = 20000
q (razão) = 1,3
daqui 5 dias = a_6?

Usamos a fórmula:
$a_6 = a_1 \cdot q^5$
$a_6 = 20.000 \cdot 1,3^5$
$a_6 = 20.000 \cdot 3,71293$
$a_6 = 74.258$

R: A editora deverá produzir 74.258 livros daqui a 5 dias!

Bom, depois de vermos esse exemplo, foi o suficiente para entender o que é PG?
Com isso, iremos ver que muitas situações do nosso dia a dia é uma PG!

Fonte: Folha de exercícios de PA

Figura 70 — *Jornal Calculado*. Estudo das progressões geométricas.
Alunos A, C e E, 1ª série F, novembro de 2008.

O grupo explica a resolução do problema através da simbologia matemática e da fórmula, porém, ressalto a autenticidade da escrita "*resumindo*"; assim, os alunos diferenciaram a PA da PG com uma linguagem juvenil e abreviada, mas revelando um conhecimento matemático significativo. Essa experiência enfatiza as palavras de Skovsmose (2008, p. 38): as "referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a matemática pode operar em nossa sociedade. Um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo".

Prosseguindo na análise desse material denominado, pelos seus autores, *Jornal Calculado*, abordo o título *"Tanque do Jaguatiri"*. Trata-se de um exemplo citado pelo livro didático (DANTE, 2004, p. 60), que os alunos utilizaram para o estudo das funções exponenciais (Figura 71).

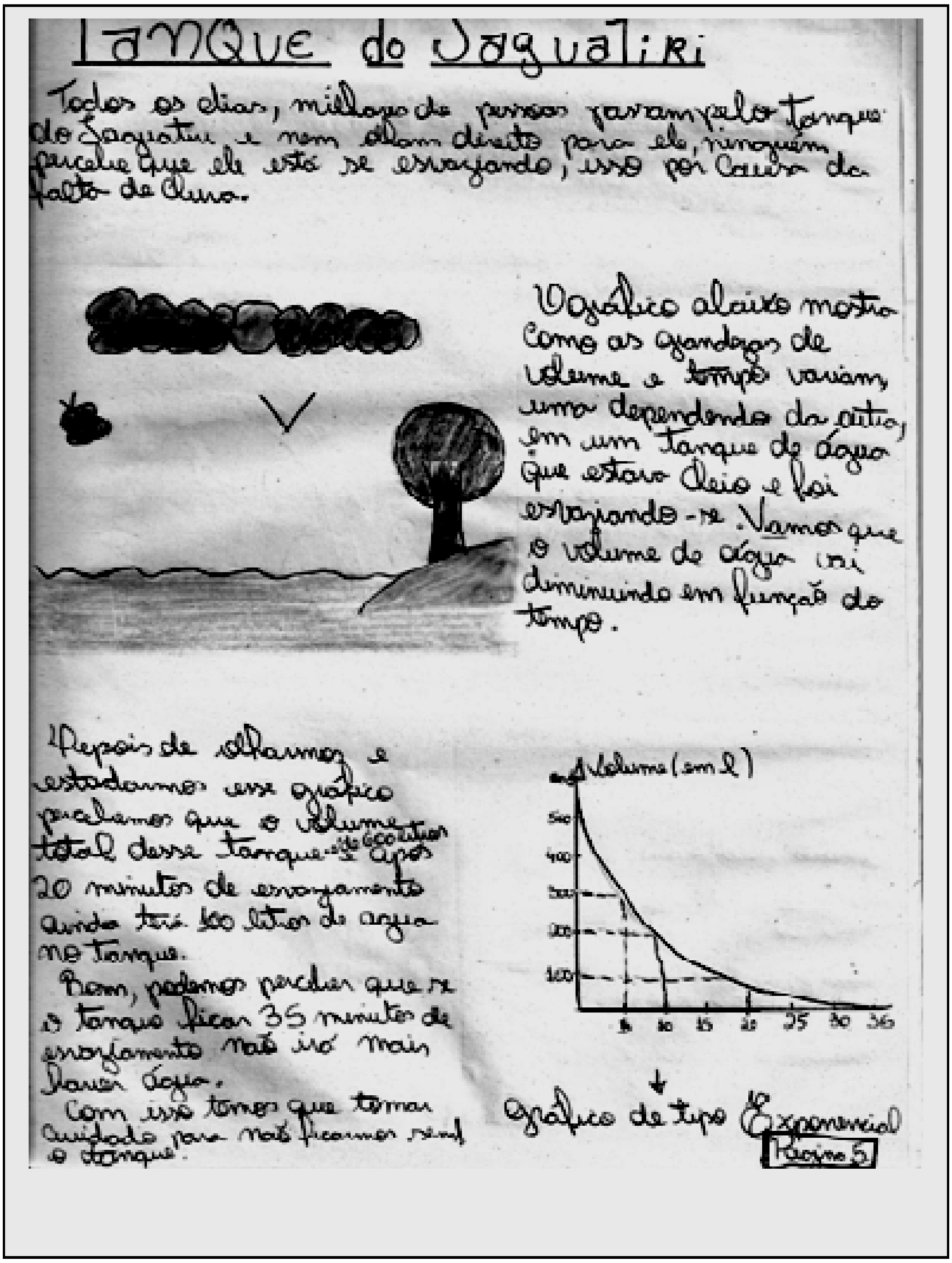


Figura 71 — *Jornal Calculado*. Estudo das funções exponenciais.
Alunos A, C e E, 1ª série F, novembro de 2008.

Para dar sentido ao estudo das progressões geométricas, os alunos fazem referências à vida real, mostrando o rio esvaziando devido à falta de chuva. Nota-se uma representação gráfica da função exponencial, sem o acompanhamento da referida expressão algébrica. Entretanto, eles estabelecem, de uma forma bastante significativa, uma dependência entre o volume e o tempo. Nesse contexto, eu me pergunto: Quantas pessoas escolarizadas saberiam relacionar a dependência entre duas grandezas de forma exponencial?

Essa criação "jornalística" revela que os alunos fizeram uma excelente leitura do gráfico produzido, pois registraram que "*o volume total desse tanque é de 600 litros*", como também afirmaram que, após 20 minutos, o tanque teria 100 litros de água; e concluíram que, após 35 minutos, não haveria mais água. Esse estudo, numericamente errôneo, foi defendido pelos alunos quando, no momento de socialização, eu os provoquei com as palavras: *"e se o tanque ficar esvaziando por 30 minutos?"*.

Durante a apresentação oral, os alunos argumentaram que não haviam pensado numa fórmula, e eu enfatizei que eles não foram matematicamente corretos com a representação gráfica e procurei levá-los a refletir sobre o assunto. Depois de alguns cálculos, foi concluído que o estudo não apresentava uma regularidade, logo não poderia ser representado daquela maneira; meus alunos surpreenderam-me com as suas argumentações (Figura 72).

> Mas, você disse que os dados poderiam ser fictícios!
> Nós inventamos, só esquecemos de testar na fórmula.

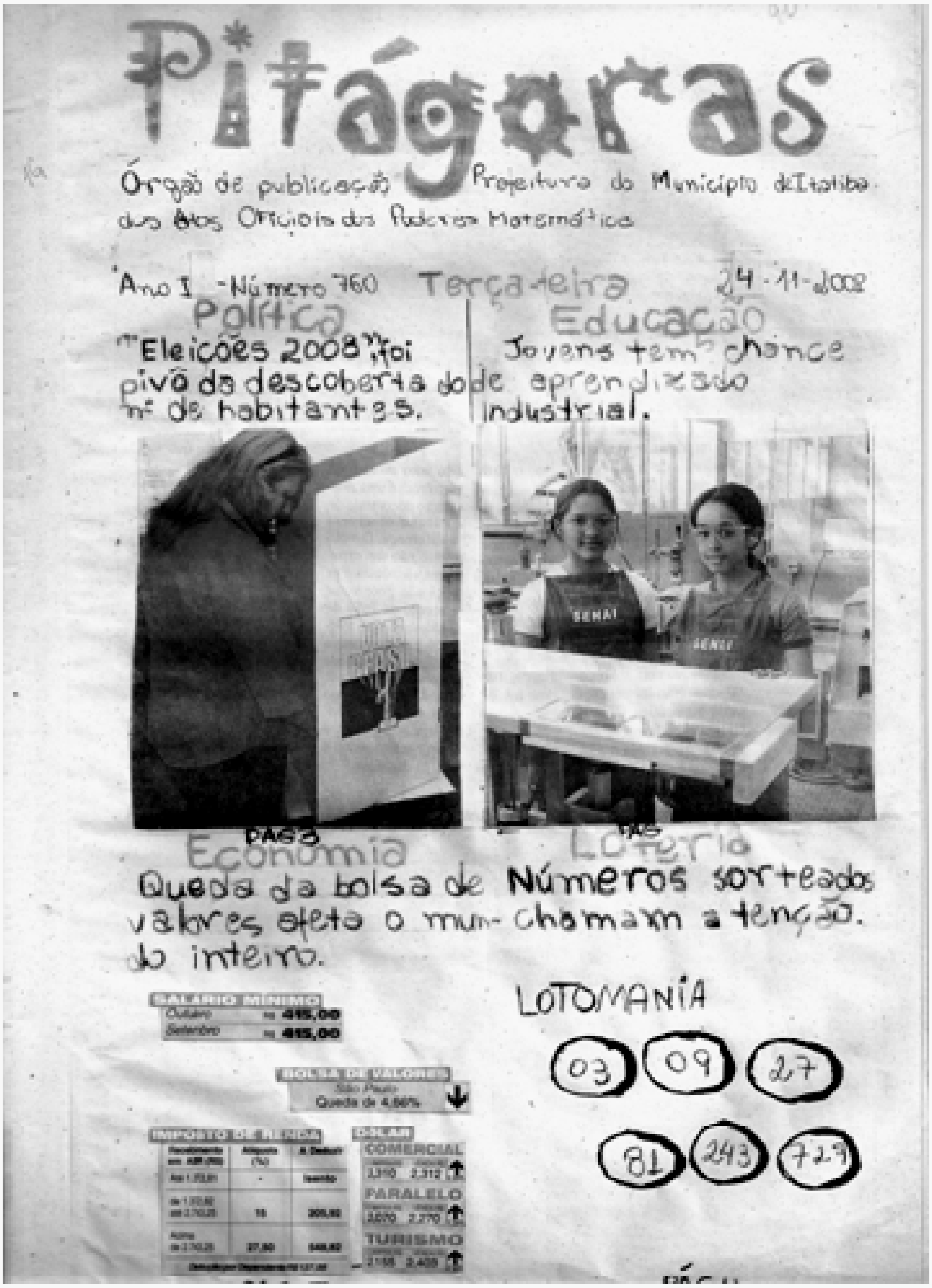
Figura 72 — Diário de campo. 27/11/2008

Acredito que a riqueza do diálogo entre os alunos e a professora justifica a escolha deste jornal para a análise nesta pesquisa. Palavras simples[64], que constituíram um diálogo, confirmando que os alunos precisam conhecer a linguagem dominante (os conteúdos da matemática escolar) para poderem dialogar com a sociedade em geral. Neste estudo, essas simples palavras não foram abandonadas, o saber passou a ter sentido para o estudante, o professor "perdeu" o seu papel de detentor do conhecimento e as negociações ocorridas estimularam os envolvidos a mobilizarem-se intelectualmente para o aprender.

Os alunos apropriaram-se de "contextos sociais", como a saúde e a preservação ambiental e transformaram a aula num estudo reflexivo sobre essas questões e o papel do sujeito dentro da sociedade — um trabalho compartilhado (VIGOTSKI, 2000) que promoveu uma ruptura com a cultura de aula de matemática e, consequentemente, possibilitou uma nova leitura de mundo.

[64] Segundo Larrosa (2006, p. 186), "As palavras simples são as mais difíceis de escutar. Logo acreditamos que as entendemos e imediatamente, sem ouvi-las, as abandonamos e passamos para outra coisa".

5.1.2 O jornal 02 — *PITÁGORAS*



Pitágoras

Órgão de publicação Prefeitura do Município de Itatiba dos Atos Oficiais dos Poderes Matemática

Ano I - Número 760 Terça-feira 24-11-2008

Política

"Eleições 2008" foi pivô da descoberta do nº de habitantes.

Educação

Jovens tem chance de aprendizado industrial.

Economia

Queda da bolsa de valores afeta o mundo inteiro.

Loteria

Números sorteados chamam atenção.

SALÁRIO MÍNIMO

BOLSA DE VALORES

IMPOSTO DE RENDA

DÓLAR

COMERCIAL

PARALELO

TURISMO

LOTOMANIA

03 09 27

81 243 729

Figura 73 — Primeira página do jornal *Pitágoras*. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

O jornal *Pitágoras* (Figura 73), produzido pelos alunos A, D, R e Al, da 1ª série G, foi selecionado por atender aos critérios de escolha estabelecidos por esta pesquisa. Este jornal é um instrumento de ensino que aponta para uma aprendizagem significativa, pois esses alunos produziram uma excelente articulação do conteúdo matemático estudado em sala de aula com diferentes contextos do cotidiano.

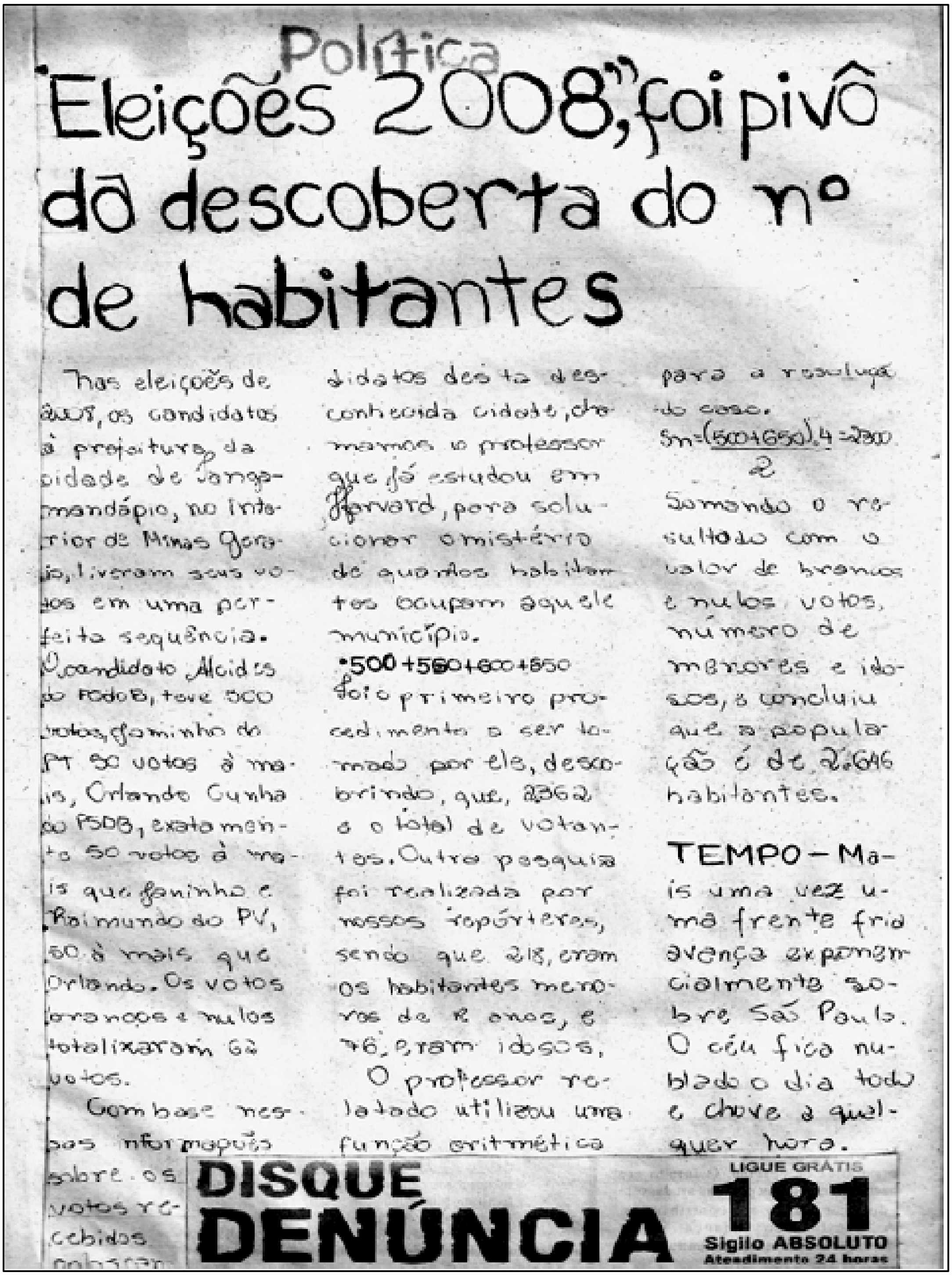
Acredito que essa prática possibilitou a eles uma (re)leitura de mundo, em que os conhecimentos vão (re)adquirindo sentido para o sujeito, o qual vai se utilizando de tais conhecimentos para ler, interpretar e refletir sobre o mundo que tem; assim, poderá produzir uma nova leitura e, se possível, uma nova escrita da própria história.

A capa deste jornal traz indicativos de uma leitura de mundo significativa (Figura 73). Os alunos registraram "*Órgão de publicação — Prefeitura do Município de Itatiba dos Atos oficiais dos Poderes da Matemática*". Essas palavras mostram que os alunos pesquisaram, fizeram leitura de jornais (talvez do jornal da imprensa oficial) e articularam a leitura que fizeram com o material que estavam produzindo. Além disso, suas palavras enfatizam o poder da matemática, um poder que foi culturalmente imposto e aceito pela sociedade, pois muitos acreditam que a matemática seja a ciência dos inteligentes.

Percebo que essas palavras podem trazer uma mensagem não condizente com os anseios deste estudo, que tenta promover ações para possibilitar a todos o fazer matemático, isto é, estimula uma prática que busca possibilitar a inclusão do sujeito no contexto de aprendizagem. No entanto, acredito que esses "*Poderes da Matemática*" possam ser entendidos como uma força capaz de possibilitar a produção e o envolvimento dos alunos.

Segundo Skovsmose (2005, p. 114), "a educação matemática poderia servir para o desenvolvimento adicional de uma preocupação com a democracia, tentando promover, desse modo, a inclusão social". Assim, aproveitei os registros produzidos por esse grupo para promover um diálogo com a sala sobre o "poder" da matemática. Nesse momento, pude perceber que os alunos se sentiam importantes por conseguirem falar sobre a matemática que estudaram — dialogavam e escreviam sobre a matemática escolar — e, assim, estavam incluídos no contexto de aprendizagem.

O referido grupo trouxe o estudo das progressões aritméticas articulado com as eleições municipais de uma cidade, indicando alguns candidatos, seus partidos, os votos obtidos por eles, os votos bancos e nulos, o número de menores de 18 anos e de idosos (Figura 74).



Política

Eleições 2008", foi pivô dã descoberta do nº de habitantes

Nas eleições de 2008, os candidatos à prefeitura da cidade de Jangamandápio, no interior de Minas Gerais, tiveram seus votos em uma perfeita sequência. O candidato Aloides do PSDB, teve 500 votos, Zézinho do PT 50 votos à mais, Orlando Cunha do PSDB, exatamente 50 votos à mais que Zézinho e Raimundo do PV, 50 à mais que Orlando. Os votos brancos e nulos totalizaram 62 votos.

Com base nessas informações sobre os votos recebidos pelos candidatos desta desconhecida cidade, chamamos o professor que já estudou em Harvard, para solucionar o mistério de quantos habitantes ocupam aquele município.

•500+550+600+650 foi o primeiro procedimento a ser tomado por ele, descobrindo, que, 2362 é o total de votantes. Outra pesquisa foi realizada por nossos repórteres, sendo que 218, eram os habitantes menores de 18 anos, e 76 eram idosos.

O professor relatado utilizou uma função aritmética para a resolução do caso.

$Sn=\frac{(500+650).4}{2}=2300$

Somando o resultado com o valor de brancos e nulos votos, número de menores e idosos, e concluiu que a população é de 2.646 habitantes.

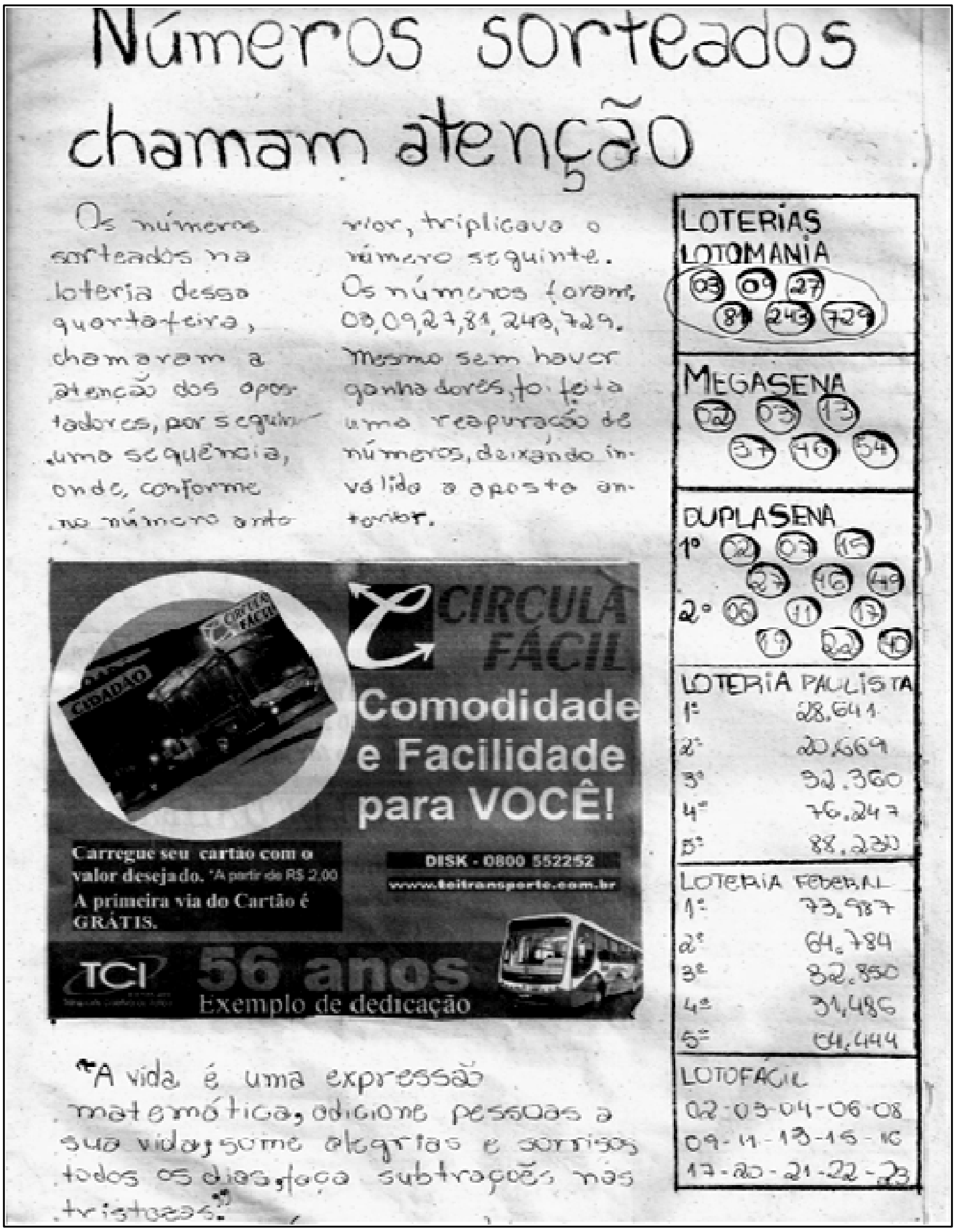
TEMPO — Mais uma vez uma frente fria avença experimentalmente sobre São Paulo. O céu fica nublado o dia todo e chove a qualquer hora.

DISQUE DENÚNCIA
LIGUE GRÁTIS 181
Sigilo ABSOLUTO
Atendimento 24 horas

Figura 74 — Jornal *Pitágoras*. Estudo das progressões aritméticas.
Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Os alunos fizeram esse registro com criatividade e revelaram ter aprendido a trabalhar com esse tipo de sequência. Mostraram a fórmula para calcular a soma de finitos termos que compõem uma PA e, assim, encontraram o número de habitantes da *"desconhecida cidade"*.

Continuando com a leitura, encontrei o registro da previsão do tempo, a qual revela um saber matemático escolar através das palavras: "*uma frente fria avança exponencialmente sobre São Paulo"*. Na página 4, com a manchete "*Números sorteados chamam a atenção"*, os alunos relacionaram os números da Lotomania sorteados com o estudo das progressões geométricas (Figura 75).



Números sorteados chamam atenção

5

Os números sorteados na loteria dessa quarta-feira, chamaram a atenção dos apostadores, por seguir uma sequência, onde, conforme no número anterior, triplicava o número seguinte. Os números foram, 03, 09, 27, 81, 243, 729. Mesmo sem haver ganhadores, foi feita uma reapuração de números, deixando inválida a aposta anterior.

LOTERIAS

LOTOMANIA

03 09 27 81 243 729

MEGASENA

02 03 13 37 46 54

DUPLASENA

1° 02 07 15 27 46 49

2° 06 11 17 19 22 40

LOTERIA PAULISTA

1º	28.641
2º	20.669
3º	32.360
4º	76.247
5º	88.230

LOTERIA FEDERAL

1º	73.987
2º	64.784
3º	82.850
4º	31.486
5º	64.444

LOTOFÁCIL

02-03-04-06-08

09-11-13-15-16

17-20-21-22-23

"A vida é uma expressão matemática, adicione pessoas a sua vida, some alegrias e sorrisos todos os dias, faça subtrações nas tristezas."

Figura 75 — Jornal *Pitágoras*. Estudo das progressões geométricas.
Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Apesar de não produzirem um estudo formal da sequência, eles demonstraram ter compreendido o sentido que essa progressão tem, além de registrar com originalidade a situação — aplicação da matemática. O final dessa "notícia" serviu para enriquecer a apresentação oral do grupo, pois, quando eles comentaram que esse concurso havia sido cancelado devido aos resultados terem sido muito estranhos, eu os provoquei com algumas indagações, conforme Figura 76.

Indagações realizadas pela professora aos alunos do *jornal Pitágoras*:

Porque esse concurso deveria ser cancelado?
Isso não é possível de acontecer?
Aproveitei para fazê-los refletir matematicamente sobre uma questão: qual a probabilidade disso acontecer?

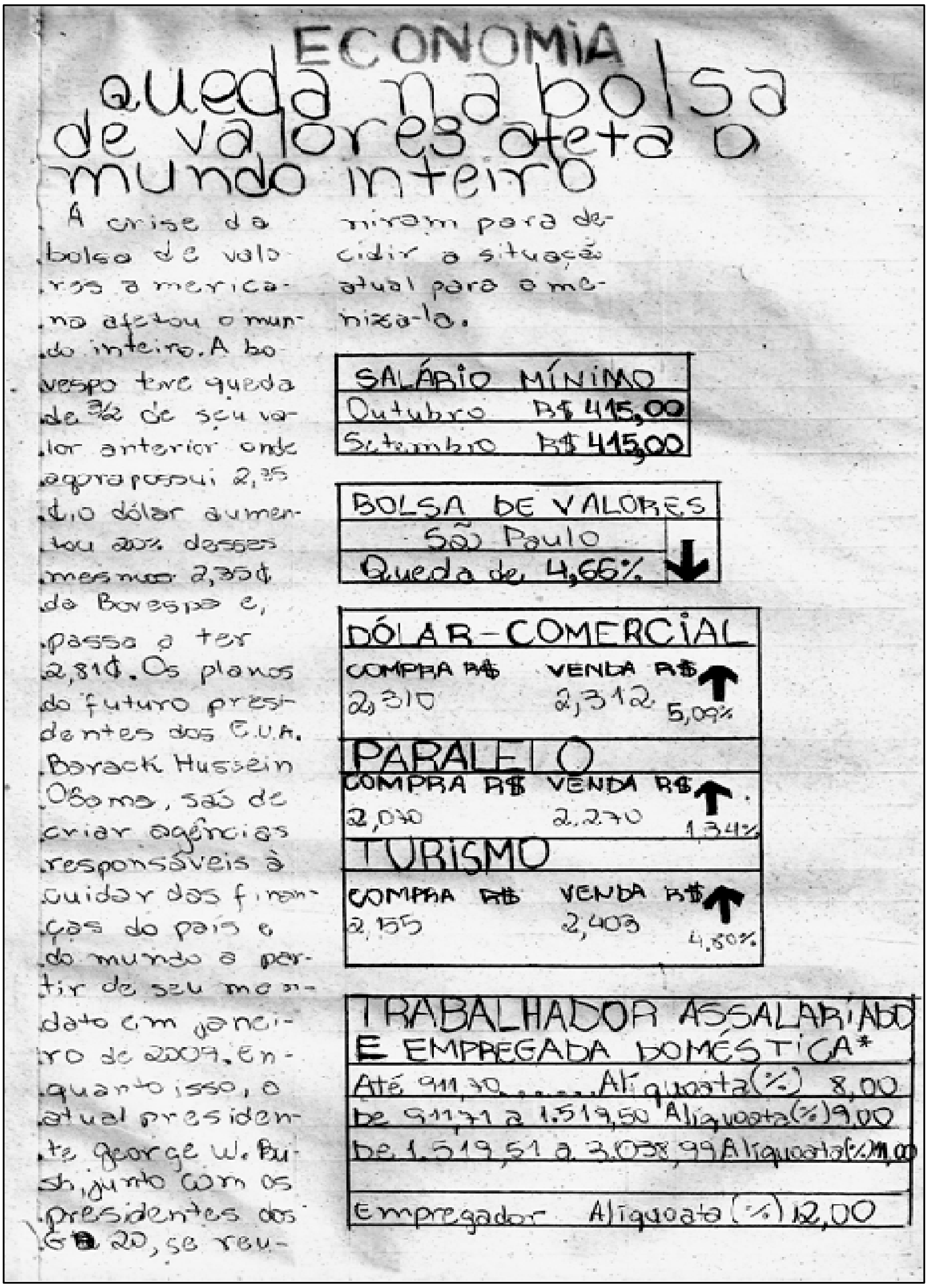
Figura 76 — Diário de campo. 27/11/2008.

Nesse momento de socialização, a discussão tomou conta da sala de aula e muitas argumentações, refutações e validações foram feitas, até que chegamos à conclusão de que isso é possível acontecer, mas a probabilidade é muito pequena. E foi assim que os alunos ficaram com a tarefa de pesquisar como calculamos as probabilidades. Nesse movimento de estudo, nota-se que esse jornal, embora não tenha trazido uma matemática formal, foi capaz de desencadear um verdadeiro sentido para essa aula e para o saber matemático.

Essa experiência levou-me a refletir sobre a importância da apresentação oral do grupo, pois a leitura do jornal não seria capaz de provocar esse complexo movimento de aprendizagem, bem como não seria capaz de indicar o envolvimento e o saber matemático de cada aluno. Isso evidencia que

> o aprender pela leitura não é a transmissão do que existe para saber, do que existe para pensar, do que existe para responder, do que existe para dizer ou do que existe para fazer, mas sim a co-(i)mplicação cúmplice no aprender daqueles que se encontram no comum. E o comum não é outra coisa que aquilo que se dá a pensar para que seja pensado de muitas maneiras, aquilo que se dá a perguntar para que seja perguntado de muitas maneiras e aquilo que se dá a dizer para que seja dito de muitas maneiras. (LARROSA, 2006, p. 143)

No prosseguimento da análise, pode-se notar uma aprendizagem significativa na manchete do artigo "*Economia: Queda na Bolsa de valores afeta o mundo inteiro*" (Figura 77), em que os alunos divulgaram a crise da bolsa de valores americana e citaram o futuro presidente dos Estados Unidos, Obama, bem como o atual presidente, Bush. O contexto era o de 2008, quando o jornal foi produzido.



ECONOMIA

queda na bolsa de valores afeta o mundo inteiro

A crise da bolsa de valores americana afetou o mundo inteiro. A bovespa teve queda de 3% de seu valor anterior onde agora possui 2,35¢. O dólar aumentou 20% desses mesmos 2,35¢ da Bovespa e, passa a ter 2,81¢. Os planos do futuro presidentes dos E.U.A. Barack Hussein Obama, são de criar agências responsáveis à cuidar das finanças do país e do mundo a partir de seu mandato em janeiro de 2009. Enquanto isso, o atual presidente George W. Bush, junto com os presidentes dos G 20, se reuniram para decidir a situação atual para amenizá-la.

SALÁRIO MÍNIMO	
Outubro	R$ 415,00
Setembro	R$ 415,00

BOLSA DE VALORES
São Paulo
Queda de 4,66% ↓

DÓLAR-COMERCIAL		
COMPRA R$	VENDA R$	↑
2,310	2,312	5,09%
PARALELO		
COMPRA R$	VENDA R$	↑
2,030	2,270	1,34%
TURISMO		
COMPRA R$	VENDA R$	↑
2,155	2,403	4,80%

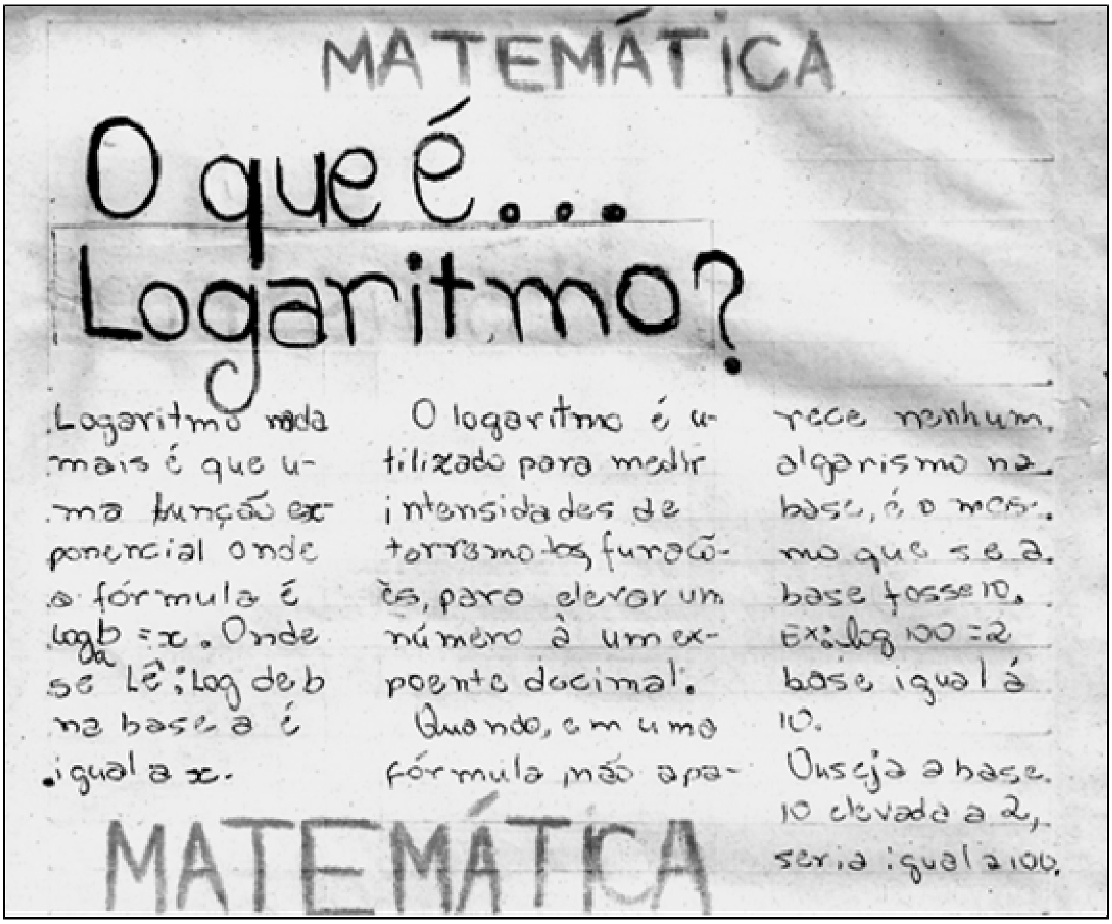
TRABALHADOR ASSALARIADO E EMPREGADA DOMÉSTICA*	
Até 911,70	Alíquota (%) 8,00
De 911,71 a 1.519,50	Alíquota (%) 9,00
De 1.519,51 a 3.038,99	Alíquota (%) 11,00
Empregador	Alíquota (%) 12,00

Figura 77 — Jornal Pitágoras. Matemática financeira. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Durante a socialização, os alunos relataram que a matemática está presente nos índices de desvalorização e de aumentos da economia mundial e explicaram que os cálculos de juros simples e compostos estão diretamente ligados ao estudo das progressões aritméticas e geométricas; entretanto, não desenvolveram matematicamente essa explicação nos registros escritos.

Entendo que a matemática foi articulada com um conhecimento geral, pois os alunos trouxeram a notícia da crise financeira dos Estados Unidos e os nomes do atual e do futuro presidente, solidificando que a matemática foi capaz de levar o sujeito a uma leitura de mundo, dos acontecimentos que o rodeiam e que, de certa maneira, podem afetar a todos.

Continuando com a leitura do jornal *Pitágoras*, encontra-se uma explicação de logaritmos seguida de uma "matéria jornalística" sobre o jogo de basquete entre Los Angeles e Cleveland (Figura 78).



MATEMÁTICA

O que é...

Logaritmo?

Logaritmo nada mais é que uma função exponencial onde a fórmula é $\log_a b = x$. Onde se lê: Log de b na base a é igual a x.

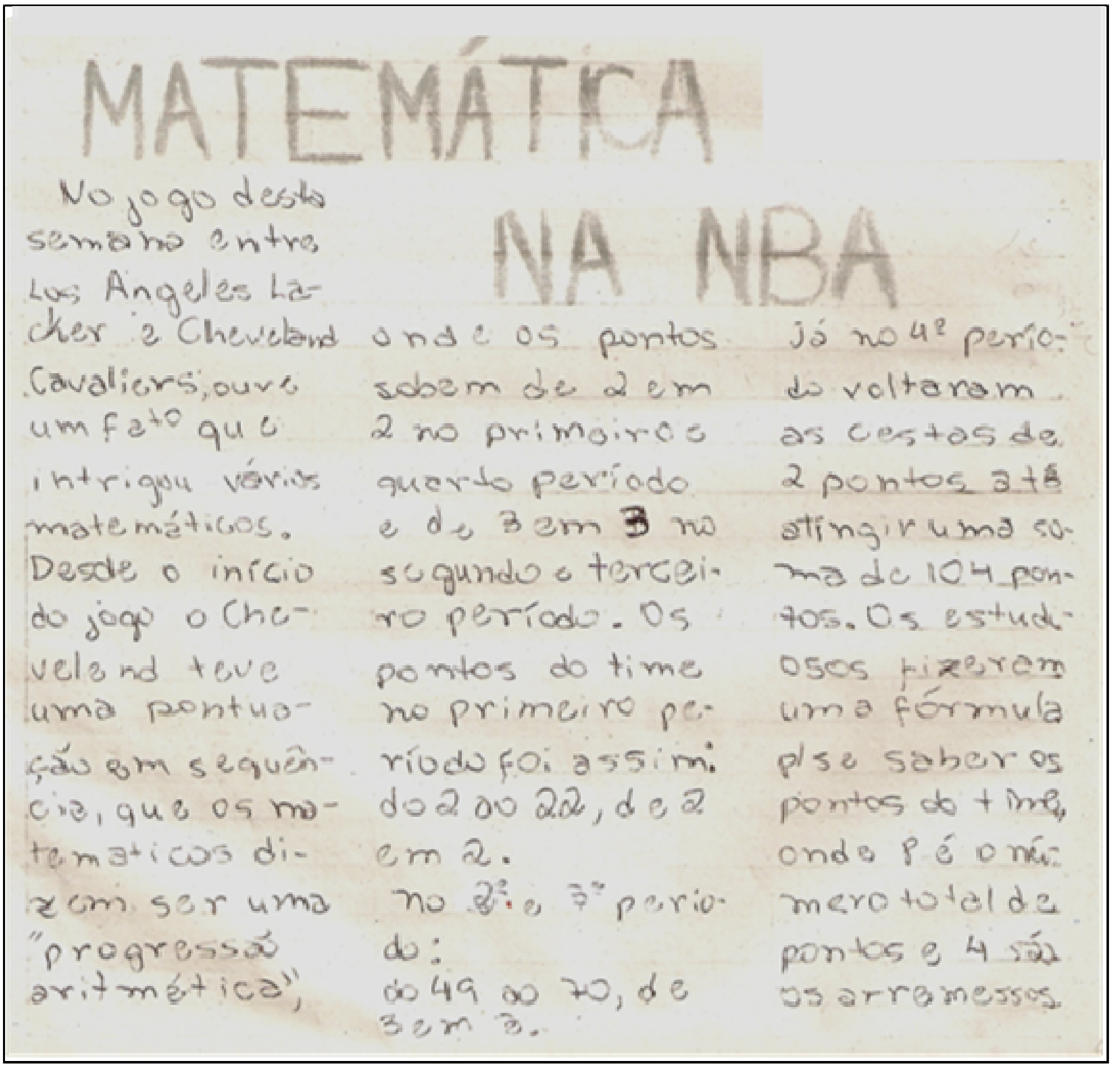
O logaritmo é utilizado para medir intensidades de terremotos funções, para elevar um número à um expoente decimal. Quando, em uma fórmula não aparece nenhum algarismo na base, é o mesmo que se a base fosse 10. Ex: $\log 100 = 2$ base igual à 10. Ou seja a base 10 elevada a 2, seria igual a 100.

MATEMÁTICA

Figura 78 — Jornal *Pitágoras*. Logaritmos. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Para a explicação dos logaritmos, usaram uma linguagem juvenil para comunicar uma aprendizagem: "*Logaritmo nada mais é que uma função exponencial*". O artigo traz um registro sobre a utilização dos logaritmos: "*é utilizado para medir a intensidade* *dos terremotos"*, e os seus autores explicaram que "$\log 100 = 2$, *ou seja, a base 10 elevada a 2 é igual a 100*".

Para dar sentido ao estudo das progressões aritméticas, os alunos produziram uma matéria associando o conteúdo matemático com a pontuação obtida por dois times num jogo de basquete americano e fizeram uma generalização através das fórmulas matemáticas que relacionam os arremessos com os pontos obtidos (Figura 79).



MATEMÁTICA NA NBA

No jogo desta semana entre Los Ângeles Lacker e Cheveland Cavaliers, ouve um fato que intrigou vários matemáticos. Desde o início do jogo o Cheveland teve uma pontuação em sequência, que os matemáticos dizem ser uma "progressão aritmética", onde os pontos sobem de 2 em 2 no primeiro e quarto período e de 3 em 3 no segundo e terceiro período. Os pontos do time no primeiro período foi assim: do 2 ao 22, de 2 em 2.

No 2º e 3º período: do 49 ao 70, de 3 em 3.

Já no 4º período voltaram as cestas de 2 pontos até atingir uma soma de 104 pontos. Os estudiosos fizeram uma fórmula p/ se saber os pontos do time, onde P é o número total de pontos e 4 são os arremessos.

Figura 79 — Jornal *Pitágoras*. Progressões aritméticas. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

O jornal *Pitágoras* apresenta, na página 7, sob o título "*Jovens tem chance de aprendizagem industrial",* um critério matemático para o cálculo de quantidade de vagas que um curso irá disponibilizar aos sujeitos que a ele se candidatarem (Figura 80). Os alunos apresentaram esse "artigo" como uma curiosidade matemática, a qual foi divulgada e explicada para a sala. Neste momento, julgo importante relatar que esse assunto matemático poderia ser trabalhado pela professora em suas aulas, porém, o conteúdo programado e o tempo disponível dificultaram essa tarefa. Perdeu-se, assim, uma oportunidade de aproveitar o interesse do aluno para desencadear um possível saber.


EDUCAÇÃO

Jovens tem chance de aprendizado industrial

O senai abre esta semana, vagas para cursos de aprendizagem industrial, os candidatos terão de ter entre 14 e 16 anos. As vagas serão ocupadas segundo um critério matemático onde somarão os pontos percentuais de todos candidatos, dividirão pelo número de inscritos e com isso terão uma média, onde o mínimo permitido será 70%. Essa média será multiplicada por 1/2, o resultado será quantas vagas terá o curso. Ex: 5 candidatos se inscreveram, o percentual deles foram:

73 77 75 83 70
A B C D E

soma-se os pontos e se obtem 83, divide-se esse número pelo de candidatos que é 5, então a média será 75,6%. Com isso, utiliza-se a fórmula V=1/2 mp, onde V são as vagas, e mp é a média percentual.

$V = 1/2 \cdot 75,6$

$V = \frac{75,6}{2}$

$V = 37,8$

Mas como é impossível serem 37,8 alunos em uma sala, eles arredondarão para 38 vagas.

Figura 80 — Jornal *Pitágoras*. Médias e cálculos aritméticos. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Nesse registro, os alunos explicam que a quantidade de vagas será calculada com a média aritmética dos pontos percentuais dos candidatos (mínimo de 70%)

multiplicada por $\frac{1}{2}$; e finalizam, registrando que o resultado deverá ser arredondado para o número inteiro imediatamente superior.

Esses sujeitos que participaram desse movimento dinâmico de pensar, pesquisar, criar, registrar e, acredito, de aprender, trouxeram para completar essa página uma “piada” matemática. E, assim, seguindo um movimento de descontração, eles criaram, nas próximas páginas do jornal, um horóscopo matemático, conforme o recorte: ”*LEÃO: não será preciso nenhum esforço para que você resolva este teorema de Pitágoras, sabemos que o triângulo em que está vivendo tem um ângulo reto.”* (Figura 81).

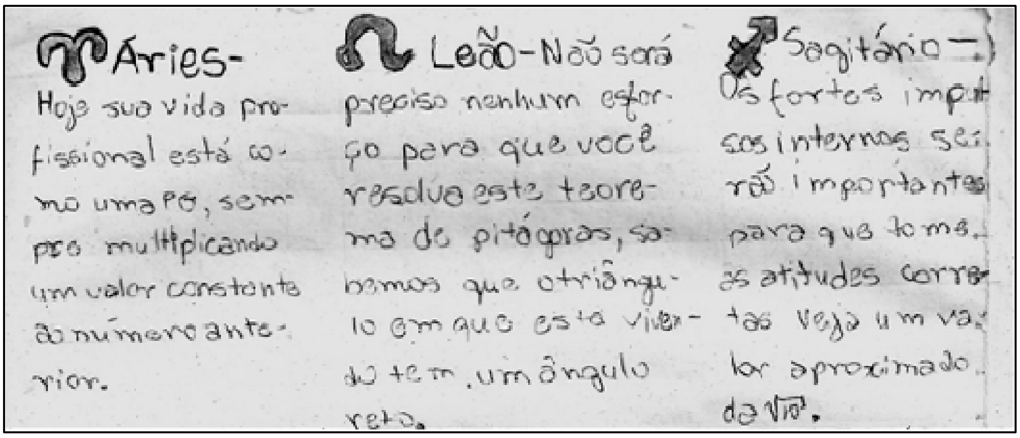


Figura 81 — Jornal *Pitágoras*. Horóscopo. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Essa criação continuou com a apresentação de uma cruzadinha e de um caça palavras (Figura 82 e 83).

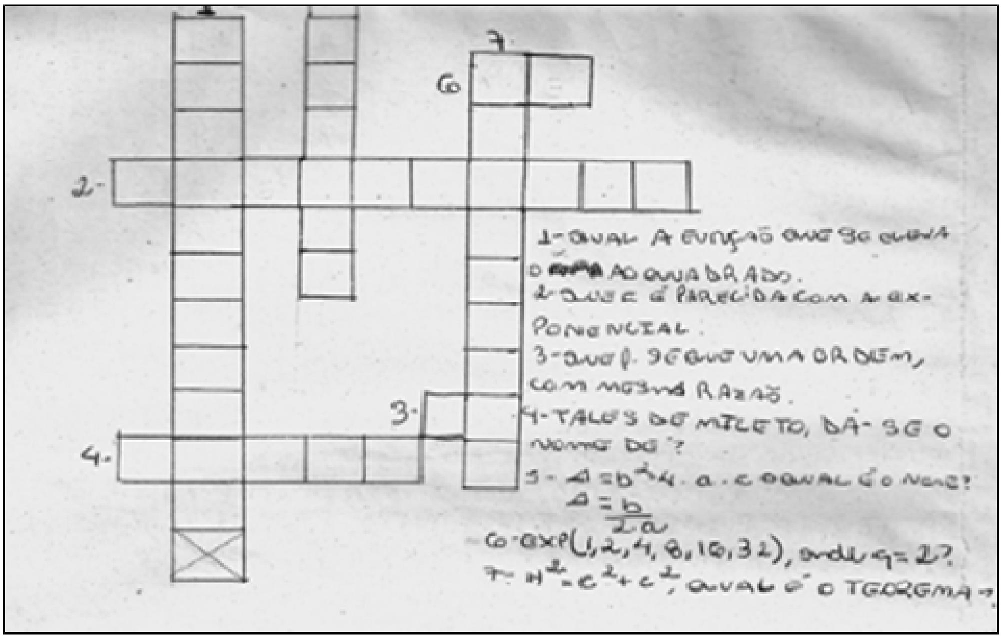
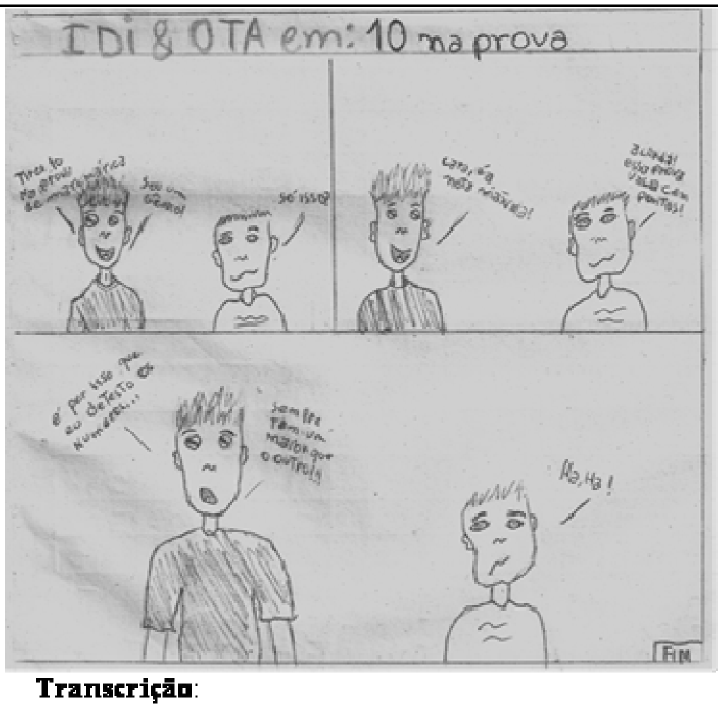


Figura 82 — Jornal *Pitágoras*. Cruzadinha. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Figura 83 — Jornal *Pitágoras*. Caça palavras. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Nota-se que os alunos apresentaram nos jornais uma matemática lúdica e, assim, penso que “quebraram” com o paradigma da matemática como uma ciência formal e exclusiva dos “inteligentes”. Acredito que eles “desempacotaram” a concepção que tinham da matemática e envolveram-se com uma matemática emocional e divertida, conforme ilustração da Figura 84.



Transcrição:

IDI: Tirei dez na prova de matemática. Sou um gênio.
OTA: SÒ isso?
IDI: Cara é a nota máxima!
OTA: Acorda! Essa prova valia cem pontos.
IDI: É por isso que eu detesto os números... Sempre tem um maior que o outro!
OTA: Há, há..

Figura 84 — Jornal *Pitágoras*. Quadrinho. Alunos A, D, R e Al, 1ª série G, novembro de 2008.

Na leitura deste jornal, enxergo que a matemática perdeu o seu poder, pois o trabalho desses alunos mostrou-me que o saber matemático está muito além dos cálculos e das demonstrações. Por isso, pergunto: O que é saber matemática? Como avaliar o saber envolvido neste trabalho?

E, para refletir sobre as possíveis respostas a essas indagações, reporto-me às palavras de Freire e Shor: "é impossível medir o conhecimento com régua, como se hoje, na sala de aula, tivéssemos feito dez metros de conhecimento!" (1986, p. 111).

Continuando com essas análises, registro que os alunos que produziram esse jornal formavam um grupo heterogêneo em relação aos seus fazeres nas aulas de matemática. As alunas A e R eram participativas, perguntavam quando não entendiam um assunto, realizavam as atividades propostas e discutiam com os outros sobre as suas verdades. Já a aluna R apresentava dificuldade com a escrita tanto da linguagem matemática quanto da materna, o que acredito que foi minimizado pela sua interação com os outros alunos do grupo. A aluna Al era tímida, pouco argumentava e tinha dificuldade para trabalhar com a matemática, mas, nas aulas, notava-se a sua mobilização. O aluno D tinha muita facilidade de fazer matemática, possuía uma habilidade significativa com o cálculo mental, gostava de ler e interpretar as diferentes situações, mas apresentava "certa" resistência a escrever sobre e como estava pensando a matemática. No entanto, a constituição do grupo foi fundamental para o compartilhamento, já que, juntos, puderam produzir o que acredito que não fariam com a mesma propriedade numa produção individual. Compartilho com Vigotski (2000, p. 329) que:

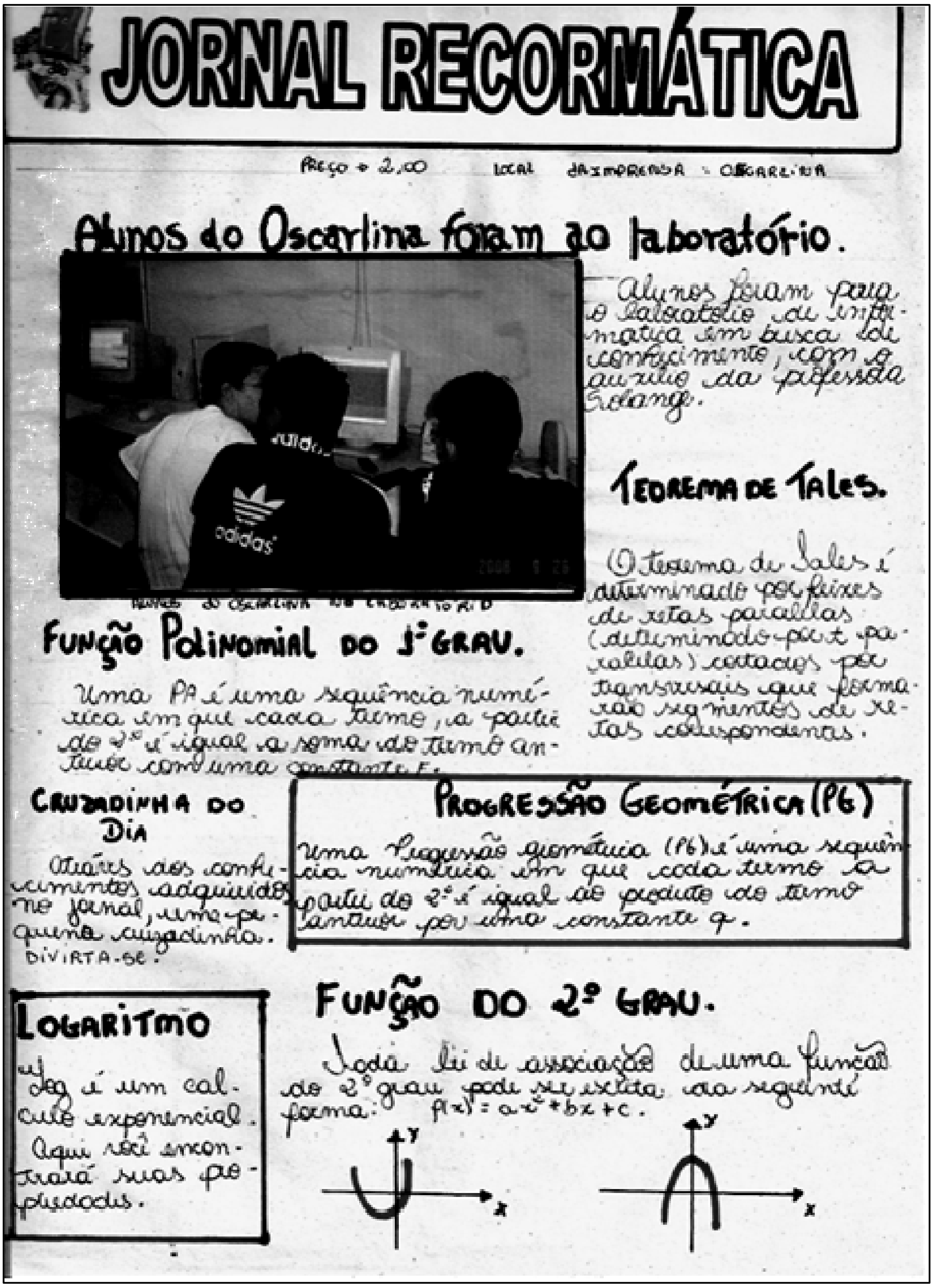
> em colaboração, a criança[65] se revela mais forte e mais inteligente que trabalhando sozinha, projeta-se ao nível das dificuldades intelectuais que ela resolve, mas sempre existe uma distância rigorosamente determinada por lei, que condiciona a divergência entre a sua inteligência ocupada no trabalho que ela realiza sozinha e a sua inteligência no trabalho em colaboração.

Para finalizar a apreciação do jornal *Pitágoras*, ressalto que esses alunos se apropriaram de "contextos sociais", como as eleições 2008 e a crise econômica dos Estados Unidos, e direcionaram o jornal para uma apropriação da matemática escolar, para a compreensão de diferentes questões atuais — um trabalho compartilhado que promoveu uma nova leitura de aula de matemática e, consequentemente, uma nova leitura de mundo.

---

[65] Entendo que suas ideias se apliquem a indivíduos de qualquer idade que se dispõem a trabalhar colaborativamente.

5.1.3 O jornal 03 — *RECORMÁTICA*



JORNAL RECORMÁTICA

PREÇO = 2,00 LOCAL DA IMPRENSA - OSCARLINA

Alunos do Oscarlina foram ao laboratório.

Alunos foram para o laboratório de informática em busca de conhecimento, com o auxílio da professora Solange.

TEOREMA DE TALES.

O teorema de Tales é determinado por feixes de retas paralelas (determinado por t paralelas) cortados por transversais que formarão segmentos de retas correspondentes.

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU.

Uma PA é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do 2º é igual a soma do termo anterior com uma constante r.

CRUZADINHA DO DIA

Através dos conhecimentos adquiridos no jornal, uma pequena cruzadinha.

DIVIRTA-SE!

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG)

Uma Progressão geométrica (PG) é uma sequência numérica em que cada termo a partir do 2º é igual ao produto do termo anterior por uma constante q.

LOGARITMO

Log é um calculo exponencial. Aqui você encontrará suas propriedades.

FUNÇÃO DO 2º GRAU.

Toda lei de associação de uma função do 2º grau pode ser escrita da seguinte forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

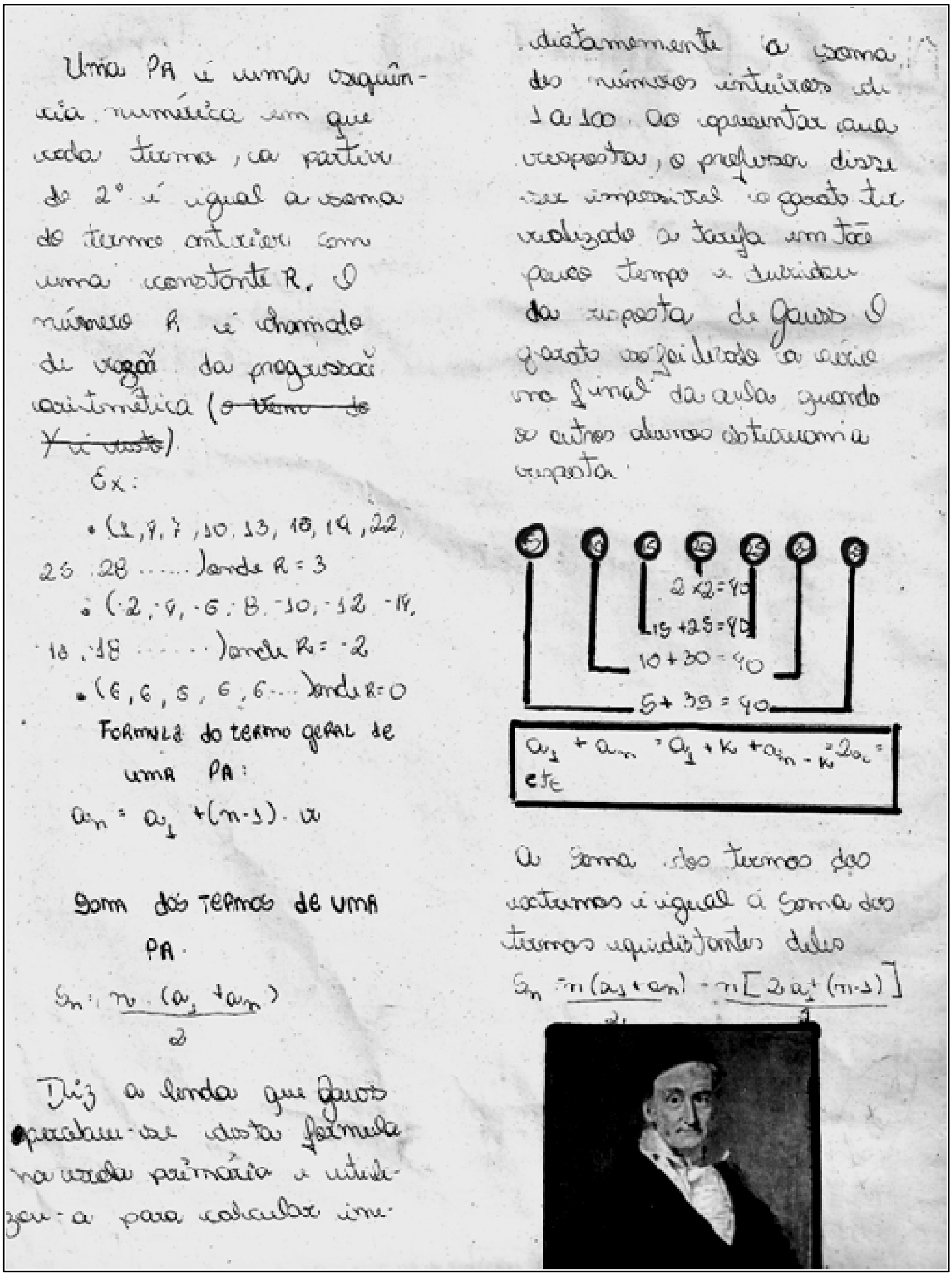
Figura 85 — Primeira página do jornal *Recormática*. Alunos FR, D, P e G, 1ª série F, novembro de 2008.

Segundo seus criadores, esse jornal recebeu essa denominação por possibilitar uma recordação dos conteúdos matemáticos escolares estudados no ano letivo. Esse instrumento de ensino e de aprendizagem foi criado pelos alunos FR, D, P e G, da 1ª série F (Figura 85).

A aluna FR era quieta, participativa, dedicada e colaborava com seus colegas, explicando o conteúdo matemático; o aluno D apresentava uma visível dificuldade com a escrita, raramente socializava suas dúvidas ou os seus saberes para a sala, mas, quando estava trabalhando num pequeno grupo, argumentava com timidez. A aluna P era muito participativa, sempre falando, perguntando e refletindo sobre seus fazeres matemáticos, discutia seu ponto de vista com muita convicção e tinha facilidade com a escrita e a interpretação. Ela cometia erros algébricos e de cálculos que eram facilmente corrigidos no pequeno grupo. O aluno G transitava entre os polos fazer e não fazer: em alguns dias participava das aulas; em outros, ficava distante delas, porém, nesse grupo ele sempre era requisitado e tinha necessidade de mobilizar-se para a atividade que estavam realizando.

Acredito que essas diferenças foram importantes para a elaboração deste jornal, pois o trabalho em grupo possibilitou que a dificuldade de cada um fosse amenizada pela facilidade do outro. Vale ressaltar que esse jornal contemplou todos os conteúdos que foram considerados obrigatórios pelo contrato didático firmado com a classe, mas não trouxe uma contextualização, isto é, os alunos elaboraram um instrumento condizente com a própria denominação — *Recormática* —, pois eles se detiveram em fazer um resumo dos conteúdos estudados.

O grupo registrou um resumo sobre o que aprenderam sobre as progressões aritméticas, trazendo a explicação, os exemplos de sequência e a fórmula. Utilizaram uma linguagem própria para explicar a fórmula da soma de finitos termos de uma PA, com o registro "*diz a lenda que Gauss percebeu-se desta fórmula na escola primária e utilizou-a para calcular imediatamente a soma dos números inteiros de 1 a 100*"; e continuaram explicando, formalmente, a soma dos extremos de uma PA, conforme a Figura 86.



Uma PA é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do 2° é igual a soma do termo anterior com uma constante R. O número R é chamado de razão da progressão aritmética (~~o termo de X é visto~~).

Ex:

- (1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28 ......) onde R = 3
- (-2, -4, -6, -8, -10, -12, -14, -16, -18 ......) onde R = -2
- (6, 6, 6, 6, 6 ...) onde R = 0

FORMULA do termo geral de uma PA:

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

SOMA DOS TERMOS DE UMA PA:

$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$

Diz a lenda que Gauss aproveitou-se desta fórmula na escola primária e utilizou-a para calcular imediatamente a soma dos números inteiros de 1 a 100. Ao apresentar sua resposta, o professor disse ser impossível o garoto ter realizado a tarefa em tão pouco tempo e duvidou da resposta de Gauss. O garoto verificou a série no final da aula quando os outros alunos obtiveram a resposta.

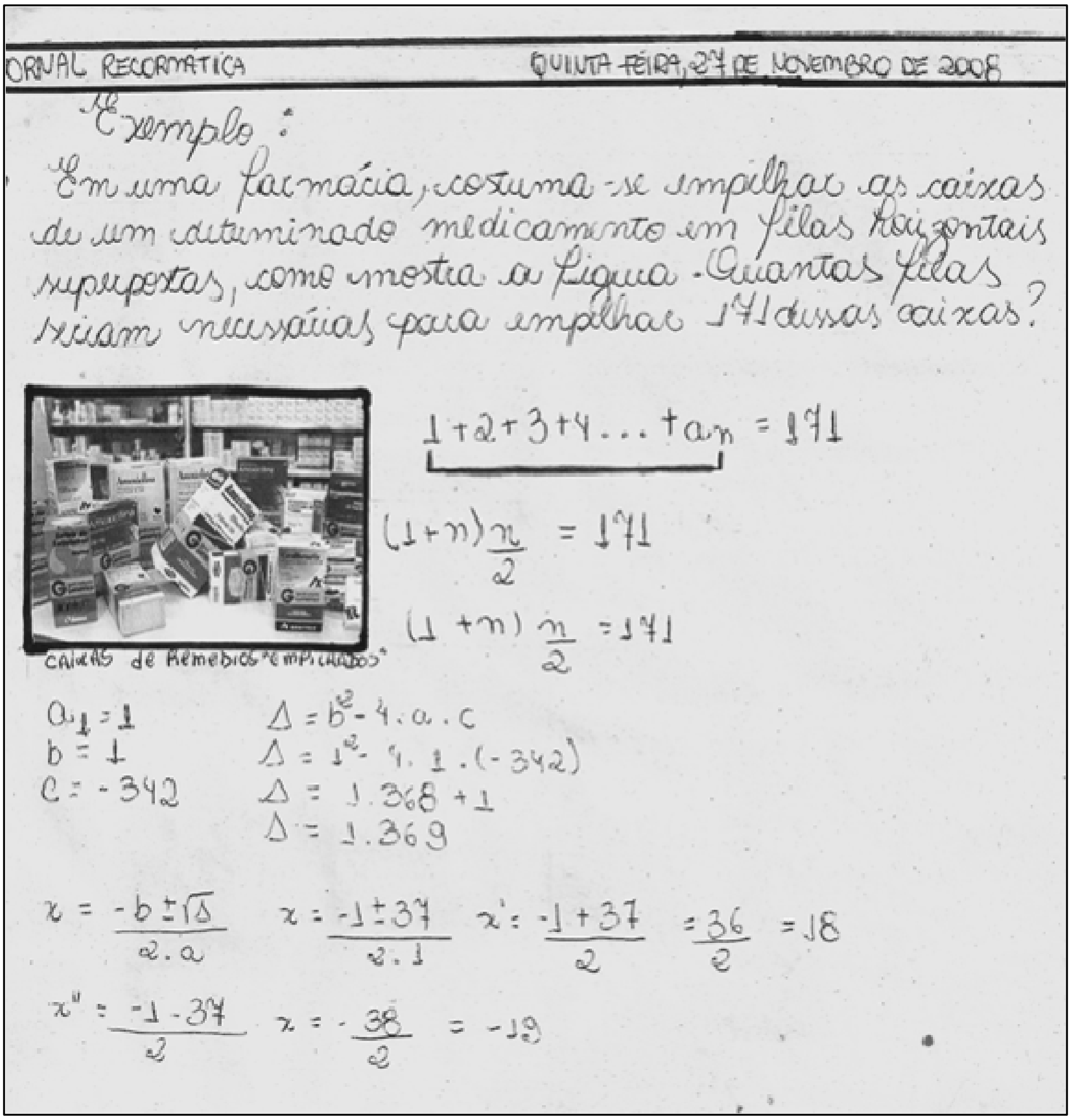
$a_1 + a_n = a_1 + k + a_{n-k} = 2a_c =$ etc

A soma dos termos dos extremos é igual à soma dos termos equidistantes deles

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)]}{2}$

Figura 86 — Jornal *Recormática*. Progressão aritmética. Alunos FR, D, P e G, 1ª série F, novembro de 2008.

Depois, exemplificaram o assunto com um exercício extraído de uma lista complementar de atividades proposta pela professora (Figura 87).



ORNAL RECORMATICA QUINTA FEIRA, 27 DE NOVEMBRO DE 2008

Exemplo:

Em uma farmácia, costuma-se empilhar as caixas de um determinado medicamento em filas horizontais superpostas, como mostra a figura. Quantas filas seriam necessárias para empilhar 171 dessas caixas?

CAIXAS de Remedios "empilhados"

$$\underbrace{1+2+3+4\ldots+a_n}=171$$

$$(1+n)\frac{n}{2}=171$$

$$(1+n)\frac{n}{2}=171$$

$a_1=1$ $b=1$ $c=-342$

$\Delta=b^2-4.a.c$

$\Delta=1^2-4.1.(-342)$

$\Delta=1.368+1$

$\Delta=1.369$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2.a} \quad x=\frac{-1\pm37}{2.1} \quad x'=\frac{-1+37}{2}=\frac{36}{2}=18$$

$$x''=\frac{-1-37}{2} \quad x=-\frac{38}{2}=-19$$

Figura 87 — Jornal *Recormática*. Progressão aritmética. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

Nesse contexto, percebe-se que os alunos conseguiram elaborar uma síntese do que aprenderam sobre as progressões aritméticas, fizeram escolhas, coletaram as informações que consideraram relevantes e exemplificaram com uma situação.

Esse jornal segue com a explicação sobre as progressões geométricas (Figura 88). Os alunos apropriaram-se de uma linguagem que indica um sentido para a aprendizagem, como o registro "*a letra q foi escolhida por ser a inicial da palavra quociente*" e, após registrarem as fórmulas matemáticas que podem ser utilizadas para esse estudo, finalizaram com as palavras "*a progressão fica totalmente definida pelo valor do seu termo inicial* a_1 *e pela razão q*". Mais uma vez, são palavras simples que trazem um verdadeiro aprendizado, denotando um sentido para a matemática formal e para as fórmulas que, muitas vezes, são utilizadas mecanicamente, sem significado algum.

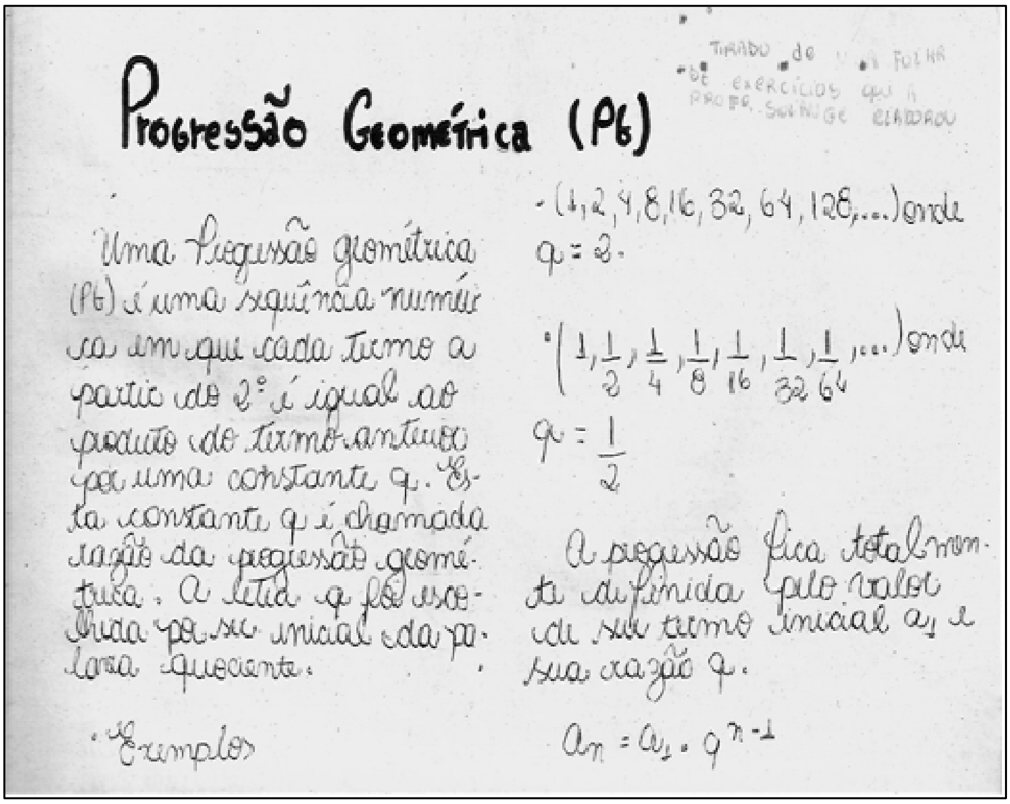


Figura 88 — Jornal *Recormática*. Progressão geométrica. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

Continuando a leitura do jornal *Recormática*, encontro uma pesquisa sobre o Teorema de Tales (Figura 89). Esse registro aponta para uma transcrição de palavras, porém essa ideia de apropriação sem significado não foi comprovada nos relatos orais que os alunos fizeram. Ao serem indagados pela professora sobre esse Teorema, os alunos desse grupo conseguiram explicar para os demais alunos da sala, escreveram um exemplo de retas paralelas cortadas por transversais, preencheram com algumas medidas aleatórias e resolveram a questão (diário de campo, 27/11/2008). Essa experiência revela que o conteúdo presente na aparente transcrição foi incorporado pelos alunos como uma aprendizagem.

Nota-se que esse grupo teve muita preocupação em trazer a matemática escolar formal e não fez a contextualização matemática esperada pela professora, mas realizou uma contextualização dentro da própria matemática. E, na continuidade da leitura e da análise deste jornal, reporto-me às palavras de Larrosa (2006, p. 145) e pergunto a mim mesma: “o que o professor busca na lição?”.

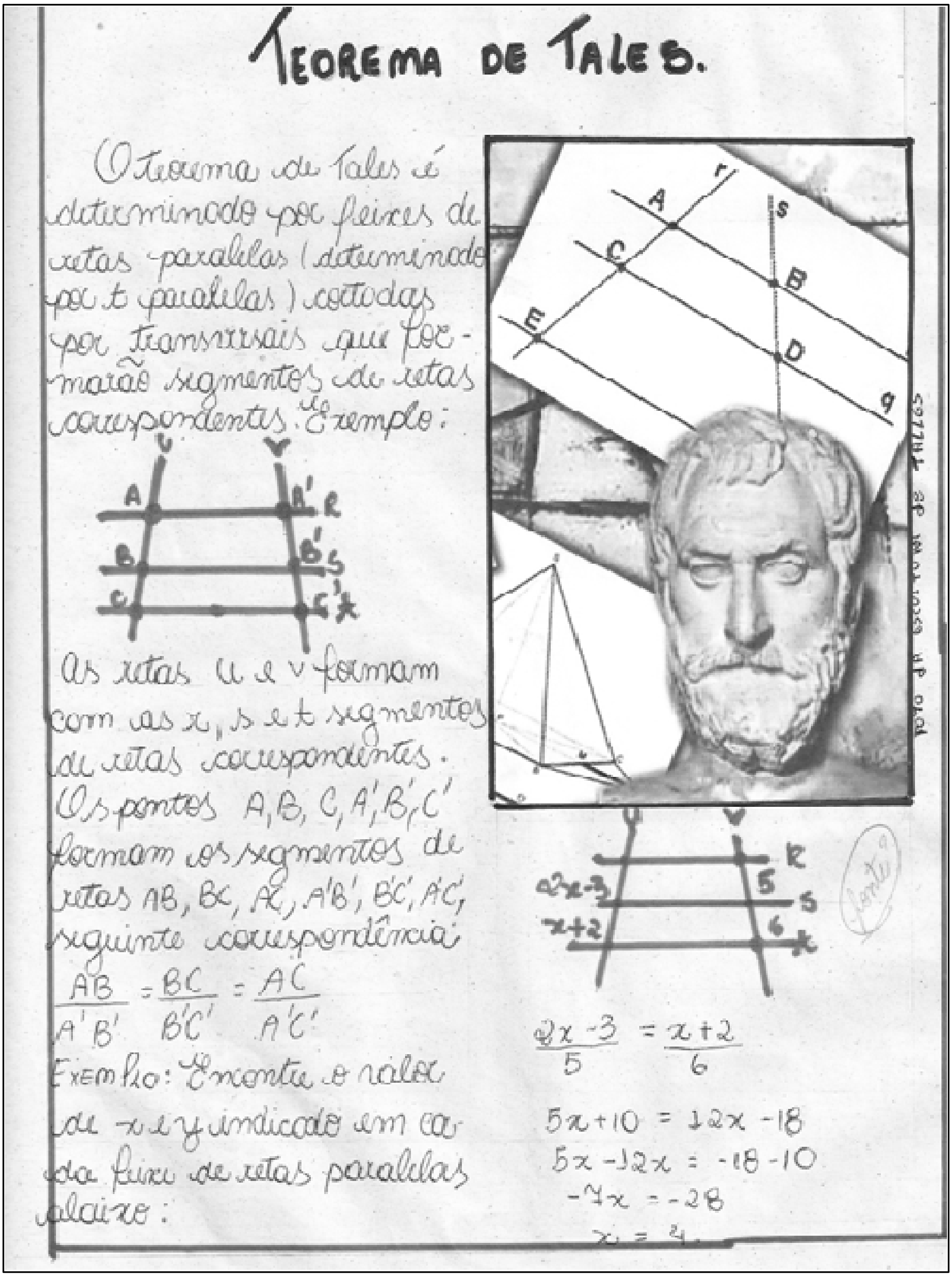
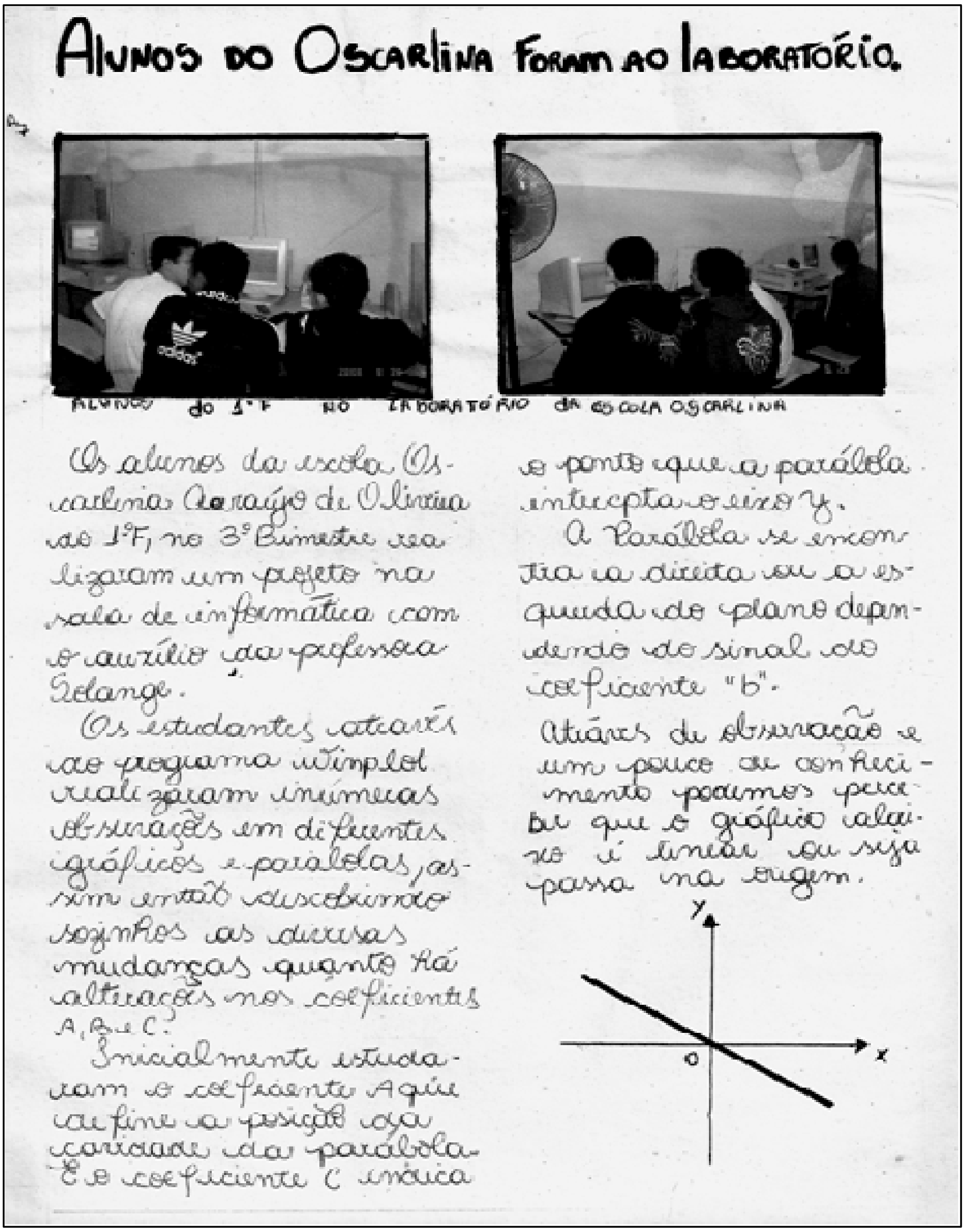


Figura 89 — Jornal *Recormática*. Teorema de Tales. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

E, nessa busca, deparo-me com a manchete da página 7: "*Alunos do Oscarlina foram ao laboratório*". Esse registro vem acompanhado de fotos dos alunos trabalhando no laboratório da escola Oscarlina (Figura 90). Com essa reportagem "jornalística", os alunos distanciaram-se da apresentação da matemática formal e produziram um registro mais pessoal. Escreveram sobre a ida dos alunos ao laboratório de informática da escola para analisarem as diferentes representações gráficas das funções polinomiais do 1º e do 2º graus.

Produziram um registro da história que eles viveram e ajudaram a produzir. Após essa análise, os alunos relacionaram as representações gráficas com os coeficientes numéricos presentes na expressão matemática de cada função e produziram um relatório.



ALUNOS DO OSCARLINA FORAM AO LABORATÓRIO

ALUNOS DO 1º F NO LABORATÓRIO DA ESCOLA OSCARLINA

Os alunos da escola Oscarlina Araújo de Oliveira do 1ºF, no 3º Bimestre realizaram um projeto na sala de informática com o auxílio da professora Solange.

Os estudantes através do programa winplot realizaram inúmeras observações em diferentes gráficos e parábolas, assim então descobriram sozinhos as diversas mudanças quanto há alterações nos coeficientes A, B e C.

Inicialmente estudaram o coeficiente A que define a posição da cavidade da parábola. E o coeficiente C indica o ponto que a parábola intercepta o eixo y.

A Parábola se encontra a direita ou a esquerda do plano dependendo do sinal do coeficiente "b".

Através de observação e um pouco de conhecimento podemos perceber que o gráfico abaixo é linear ou seja passa na origem.

y

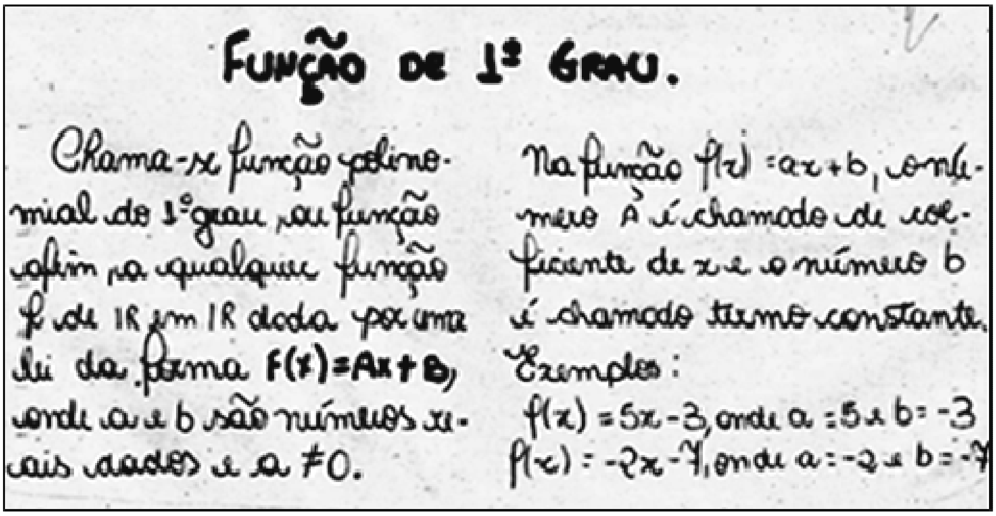
x

0

Figura 90 — Jornal *Recormática*. Aula no laboratório de informática. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

As palavras registradas pelos alunos: "*realizam inúmeras observações em diferentes gráficos e parábolas, assim estão descobrindo sozinhos as diversas mudanças quando há alterações nos coeficientes a, b e c*" mostram que o grupo valorizou a autonomia dada aos alunos para que pudessem buscar sozinhos um conhecimento. Seguiram com a criação deste jornal: explicaram que "*o coeficiente a que define a posição da cavidade da parábola. E o c indica o ponto que a parábola intercepta o eixo y*" e registraram que "*a parábola se encontra a direita ou a esquerda do plano dependendo do sinal do b*".

Nota-se a presença de uma linguagem simples que parece ter feito sentido para esses alunos; e, agora, essas palavras são significativas para mim, pois me indicam a ocorrência de uma possível aprendizagem matemática. Para finalizar essa matéria, os alunos fizeram um registro com as palavras: "*através da observação e um pouco de conhecimento podemos perceber que o gráfico da função abaixo é linear, ou seja, passa na origem*". Penso que poderiam ter desenvolvido essa ideia com o registro das "descobertas" que tiveram em relação à função do 1º grau, mas, no momento de socialização, comentaram que o jornal já estava extenso e pensaram que seria melhor parar de escrever sobre esse assunto, pois ele seria comentado em outro artigo (Figura 91 e 92).



FUNÇÃO DE 1º GRAU.

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma F(x)=Ax+B, onde a e b são números reais dados e a ≠ 0.

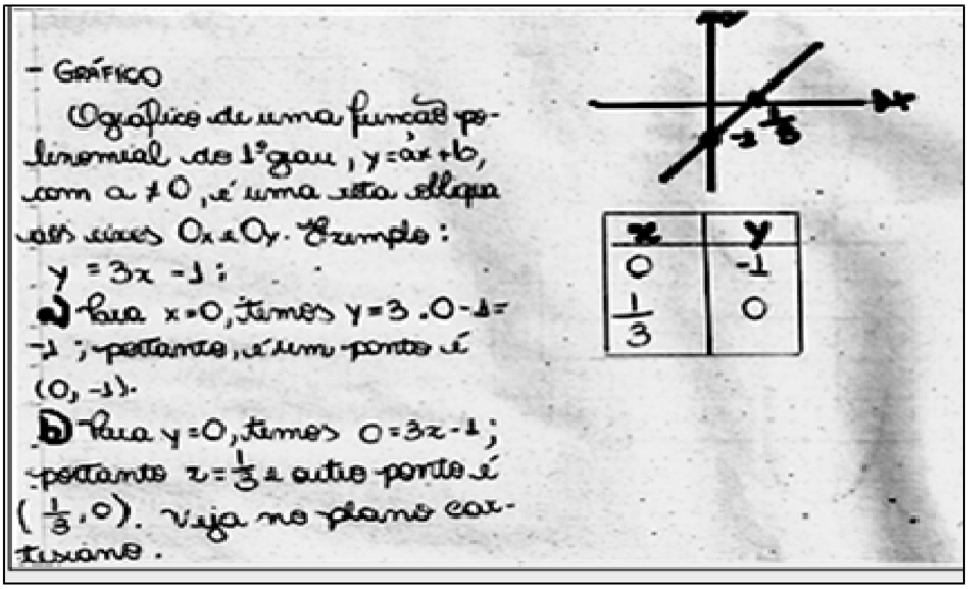
Na função f(x) = ax+b, o número A é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante.

Exemplos:

f(x) = 5x−3, onde a = 5 e b = −3

f(x) = −2x−7, onde a = −2 e b = −7

Figura 91 — Jornal *Recormática*. Função polinomial do 1º grau. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.



x	y
0	−1
1/3	0

Figura 92 — Jornal *Recormática*. Função polinomial do 1º grau. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

Nesse registro, os alunos produziram uma explicação mais detalhada sobre o estudo da função do tipo $y = ax + b$; entretanto, não abandonaram a linguagem de uma matemática escolar formal. E, assim, seguiram com os registros sobre a função polinomial do 2º grau, mas com a utilização de uma linguagem que aponta para uma possível aprendizagem (Figura 93).

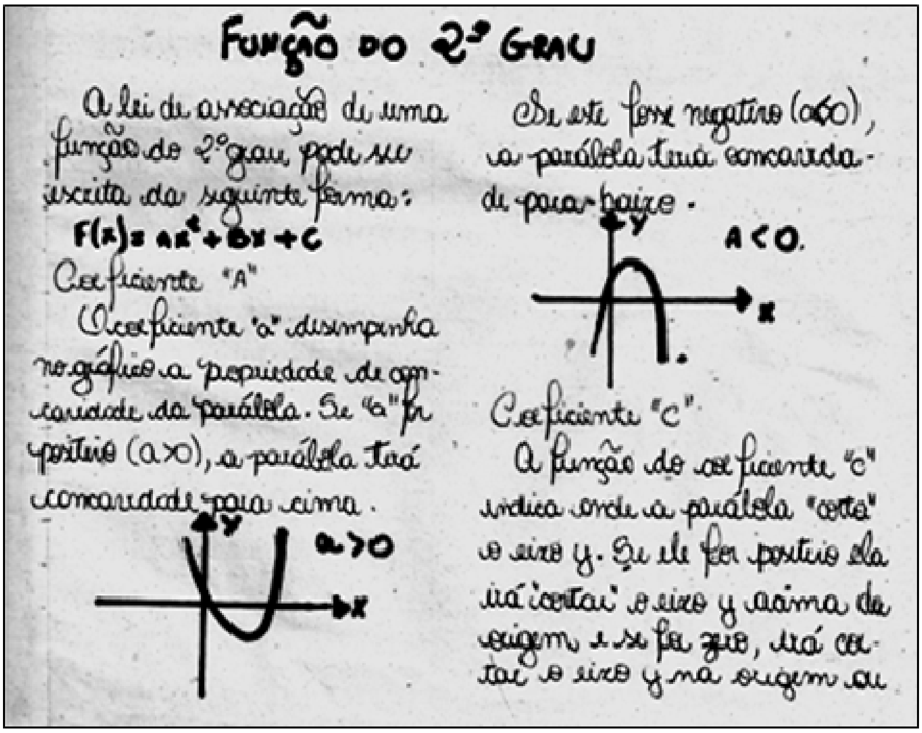


Figura 93 — Jornal *Recormática*. Função polinomial do 2º grau. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

O registro que traz a explicação da função quadrática continua na outra página do jornal *Recormática* (Figura 94). Os alunos explicaram o que aprenderam sobre o estudo das funções polinomiais do 2º grau com a utilização de símbolos e gráficos, que abreviam as palavras e permitem a divulgação de uma mensagem de maneira direta.

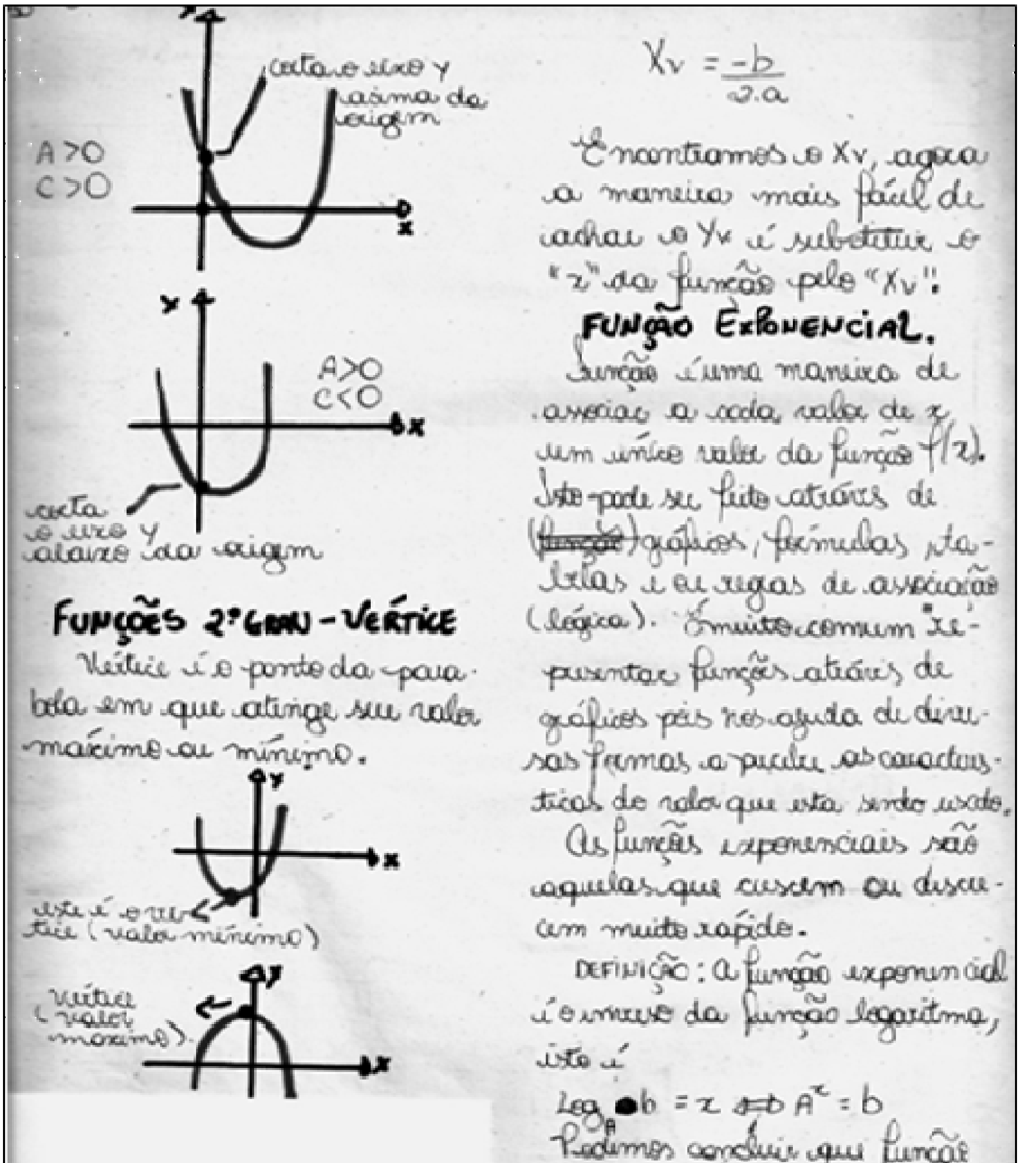


Figura 94 — Jornal *Recormática*. Função polinomial do 2º grau (continuação). Alunos FR, D, P e G, 1ª série F, novembro de 2008.

Percebe-se que, gradativamente e naturalmente, os alunos apropriavam-se dessa linguagem simbólica, pois percebiam ser a matemática também uma linguagem que deve ter um significado, para que os sujeitos possam se comunicar.

Este jornal evidencia que o aluno teve a oportunidade de utilizar a matemática como uma linguagem para comunicar o seu saber, atendendo aos objetivos desta pesquisa, os quais acreditam que a escola deve proporcionar atividades que possibilitem ao aluno a aquisição e o domínio da linguagem matemática para promover o seu desenvolvimento e a sua autonomia[66]. Além da função quadrática, nessa mesma página, o grupo traz uma explicação sobre a função exponencial e, para isso, mistura uma linguagem matemática formal com a linguagem não-formal. Esse fato é constatado nas palavras "*as funções exponenciais são aquelas que crescem ou decrescem muito rápido*" e continuam o registro com "*A função exponencial é o inverso da função logarítmica, isto é* $\log_a b = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = b$ *"*.

No fragmento acima, a língua materna e a linguagem matemática completaram-se, compondo uma linguagem híbrida, para a divulgação de um saber matemático. Nesse contexto, nota-se a importância de os conceitos matemáticos estarem firmemente ligados aos símbolos que os representam — o signo e o significado assumem um único sentido. Essa relação que o aluno estabeleceu entre os símbolos e os conceitos possibilitou a ocorrência de um fazer matemático significativo.

O jornal *Recormática* continua com uma cruzadinha (Figura 95):

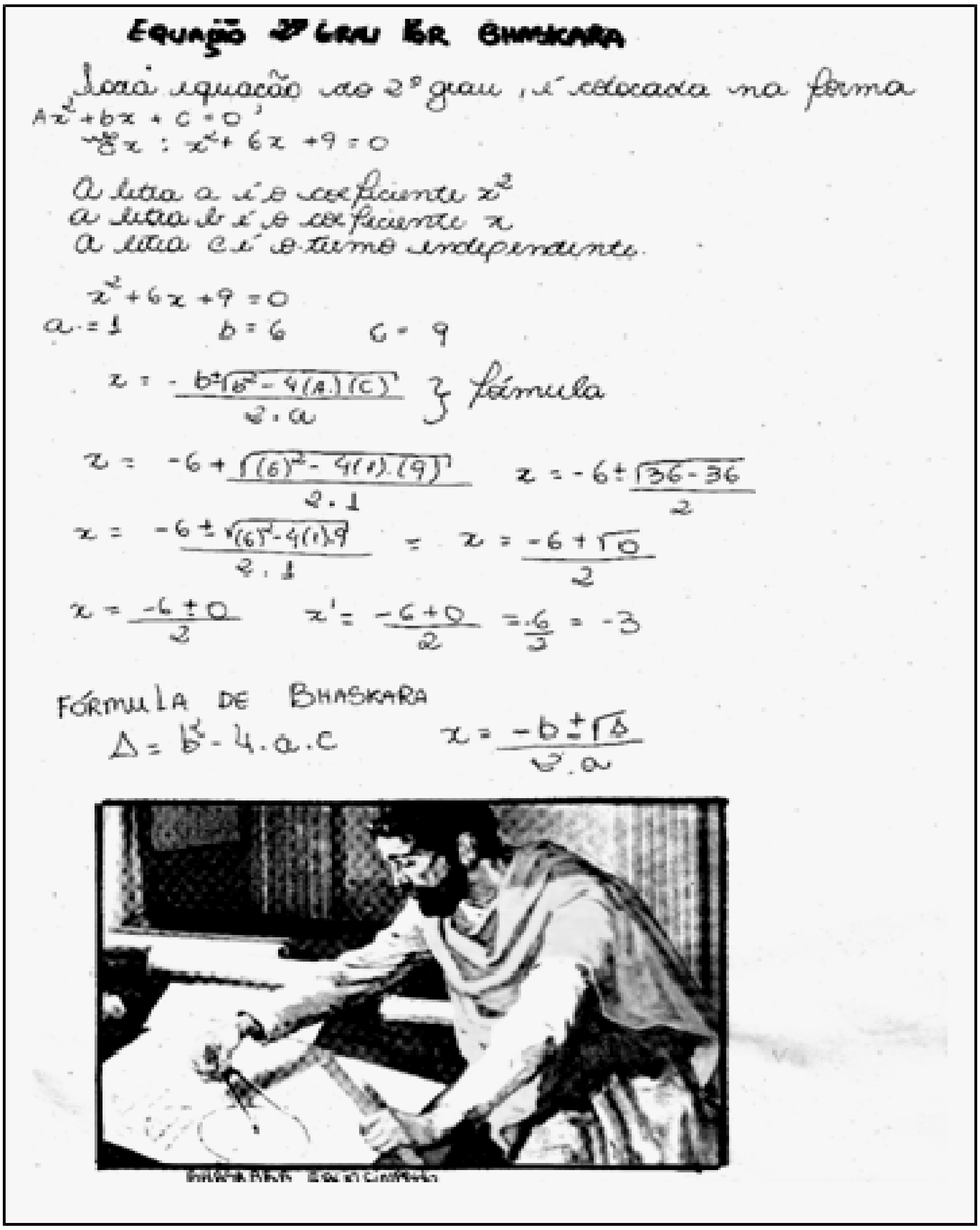
Figura 95 — Jornal *Recormática*. Cruzadinha. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

---

[66] "A autonomia enquanto amadurecimento do ser para si, é processo, é vir a ser. Não ocorre em data marcada. É neste sentido que uma pedagogia da autonomia tem de estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, vale dizer, em experiências respeitosas da liberdade." (FREIRE, 1996, p. 107).

Essa cruzadinha solidifica o posicionamento adotado pelo grupo para realizar este jornal, isto é, os alunos produziram registros dos conteúdos matemáticos escolares explícitos e explicados formalmente, e a cruzadinha deve ser respondida com os resultados numéricos obtidos no estudo da função $f(x) = 3x + 6$, evidenciando a presença da matemática dos exercícios e dos cálculos numéricos.

E, assim, este jornal é finalizado com um artigo explicando a resolução de uma equação de 2º grau através da fórmula de *Bhaskara* (Figura 96).



EQUAÇÃO 2º GRAU FÓR BHASKARA

Toda equação do 2º grau, é colocada na forma $Ax^2 + bx + c = 0$,

Ex: $x^2 + 6x + 9 = 0$

a letra a é o coeficiente x^2
a letra b é o coeficiente x
a letra c é o termo independente.

$x^2 + 6x + 9 = 0$

$a = 1 \quad b = 6 \quad c = 9$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a)(c)}}{2 \cdot a}$ } fórmula

$x = \frac{-6 + \sqrt{(6)^2 - 4(1).(9)}}{2 \cdot 1}$ $\quad x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2}$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)9}}{2 \cdot 1}$ $= \quad x = \frac{-6 + \sqrt{0}}{2}$

$x = \frac{-6 \pm 0}{2}$ $\quad x' = \frac{-6 + 0}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

FÓRMULA DE BHASKARA

$\Delta = b^2 - 4.a.c$ $\quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

Figura 96 — Jornal *Recormática*. Fórmula de Bhaskara. Alunos FR, D, P e G, da 1ª série F, novembro de 2008.

Resumidamente, posso dizer que o grupo revelou ter conseguido trabalhar com as diferenças individuais; o trabalho contemplou todos os conteúdos matemáticos estudados; os conceitos foram apresentados e explicados de maneira satisfatória — os alunos utilizaram com êxito uma linguagem híbrida, reunindo a linguagem formal e a língua materna, para a explicação dos conteúdos propostos; e demonstraram ter conhecimento sobre tais assuntos.

Concluo, assim, que, embora este jornal tenha trazido uma explicação matemática aparentemente formal, o trabalho compartilhado contribuiu para incluir os sujeitos no contexto de um saber matemático. Ao produzirem este jornal, os alunos mobilizaram-se intelectualmente, conforme seus depoimentos, para a (re)elaboração de um saber matemático.

Por esses pressupostos, o jornal *Recormática* foi escolhido para a análise, pois, apesar de não atender diretamente ao objetivo (da professora) de promover uma nova leitura das questões sociais que fazem parte do nosso mundo, penso que a produção deste jornal possibilitou que os alunos realizassem uma nova leitura dentro da própria matemática. Acredito, também, que o fazer compartilhado e o envolvimento dos alunos para a produção dessa atividade foram capazes de incluir o sujeito no movimento de aprendizagem e, assim, levá-lo a uma nova concepção sobre a sua capacidade de aprender a matemática escolar. Para finalizar, eu me questiono: essa concepção pode ser considerada uma nova leitura de mundo?

5.2. UMA TENTATIVA DE POTENCIALIZAR O JORNAL EXPOSTO

> *Em algumas situações, em algumas circunstâncias, o objetivo democrático da educação libertadora pode levar à irresponsabilidade, se os estudantes a percebem como se esperássemos menos deles. O educador responsável tem que ser, pelo menos, seis pessoas: um professor, liderando como professor e aprendendo como aluno, criando um clima aberto em muitos sentidos, mas nunca, repito, nunca, um clima de laissez-faire, laissez-aller, mas, pelo contrário, um clima democrático sim. Assim, ao fazer isto, os estudantes começam a aprender de forma diferente. Eles realmente aprendem a participar. Mas o que é impossível é ensinar participação sem participação! É impossível só falar em participação sem experimentá-la. Não podemos aprender a nadar nesta sala. Temos que ir até a água. Democracia é a mesma coisa: aprende-se democracia fazendo democracia, mas com limites.*
> (FREIRE; SHOR, 1986, p. 113)

As palavras acima foram registradas para enfatizar a importância que a produção desse jornal teve para esta pesquisa, para a professora-pesquisadora e para a aprendizagem geral dos alunos. Democracia, liberdade, inclusão, participação, responsabilidade e aprendizagem são palavras que tento impregnar na minha vida e nas minhas ações, mesmo tendo a consciência de que essa tarefa é de difícil realização, pois ela traz consigo a concepção de uma educação que possibilita ao sujeito assumir a sua direção com responsabilidade e consciência. Esse fato (ou ideologia) (des)estabiliza o poder de alguns, enquanto liberta outros para o controle da própria vida.

Assim, esse jornal exposto e significativo mereceu uma apreciação neste estudo por possibilitar que essa minha "tarefa" pudesse ser realizada, pois, ao serem convidados a produzir esse jornal, os alunos puderam aprender de forma diferente. Eles experimentaram a participação e a liberdade, já que trabalharam em grupo, e o resultado do trabalho dependia da tomada de decisão e do esforço de todos.

Os alunos aprenderam a compartilhar os seus saberes, pois ficou constatado que o jornal teve êxito, por unir as diferenças e minimizar as dificuldades de cada um. Segundo Vigotski (2000), na escola haverá muito mais diferenças, condicionadas pela discrepância entre as diferentes zonas de desenvolvimento proximal (ZDP), do que semelhança gerada pelo mesmo nível de desenvolvimento atual. ZDP é um "estágio" do processo de aprendizagem em que o aluno consegue fazer sozinho ou com a colaboração de colegas mais adiantados o que antes fazia com o auxílio do professor.

Na ótica de Vigotski, esse “fazer em colaboração” não anula, mas destaca a participação criadora do aluno e serve para dar pistas sobre o seu nível de desenvolvimento intelectual. A experiência registrada neste capítulo corrobora a teoria vigotskiana para a qual a ZDP tem, para a dinâmica do desenvolvimento intelectual e do aproveitamento, mais importância que o nível atual de desenvolvimento desses sujeitos.

A participação efetiva dos alunos na produção do jornal — 15 jornais, dos quais 3 foram analisados nesta pesquisa — foi evidenciada e, quando isso não aconteceu, os alunos não se constrangeram em dizer que não poderiam relatar a produção que fizeram, pois não haviam participado do trabalho.

Assim, até mesmo a não participação dos sujeitos foi uma aprendizagem, pois, ao assumirem que não haviam se envolvido na atividade, tiveram que realizar uma tomada de consciência e uma nova leitura de mundo foi feita: afinal, qual é o compromisso desse sujeito como aluno? De que modo esse sujeito está exercendo o seu ofício de aluno?

Posso afirmar que a produção desse instrumento de ensino foi de grande valia para encorajar os alunos para envolverem-se com a matemática. A criação desse jornal contribuiu para ajudar o aluno a ter confiança na sua capacidade de fazer matemática e, assim, obter a sua autonomia. A liberdade possibilitou e estimulou a criação; o aluno expressou o seu conhecimento matemático, contextualizando-o de diferentes formas, como: os quadrinhos (Figura 97.); as questões sociais (Figura 98); as questões do interesse próprio do aluno (Figura 99); e as notícias fictícias e, até mesmo, engraçadas (Figura 100).

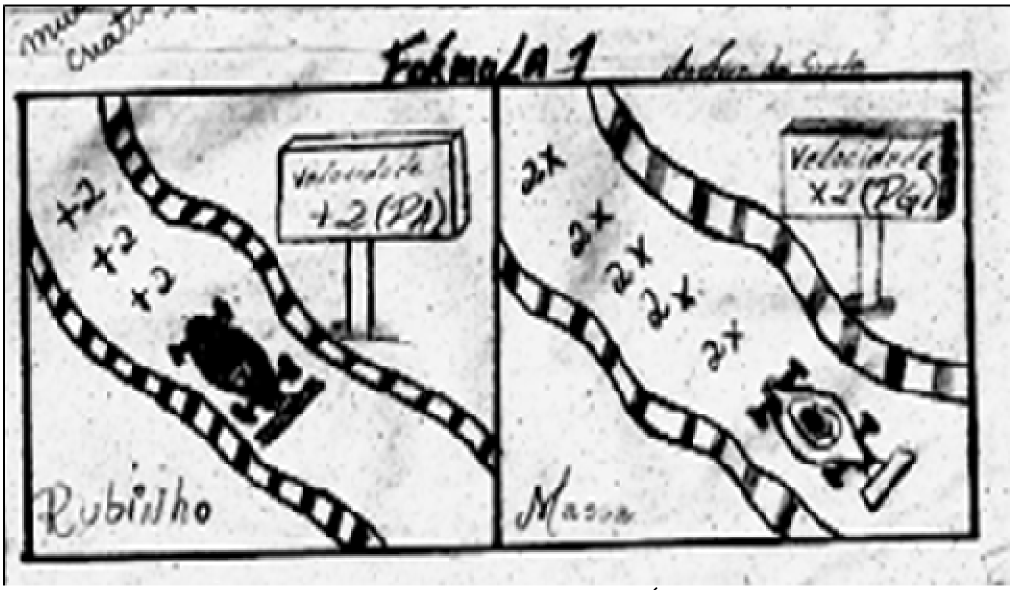
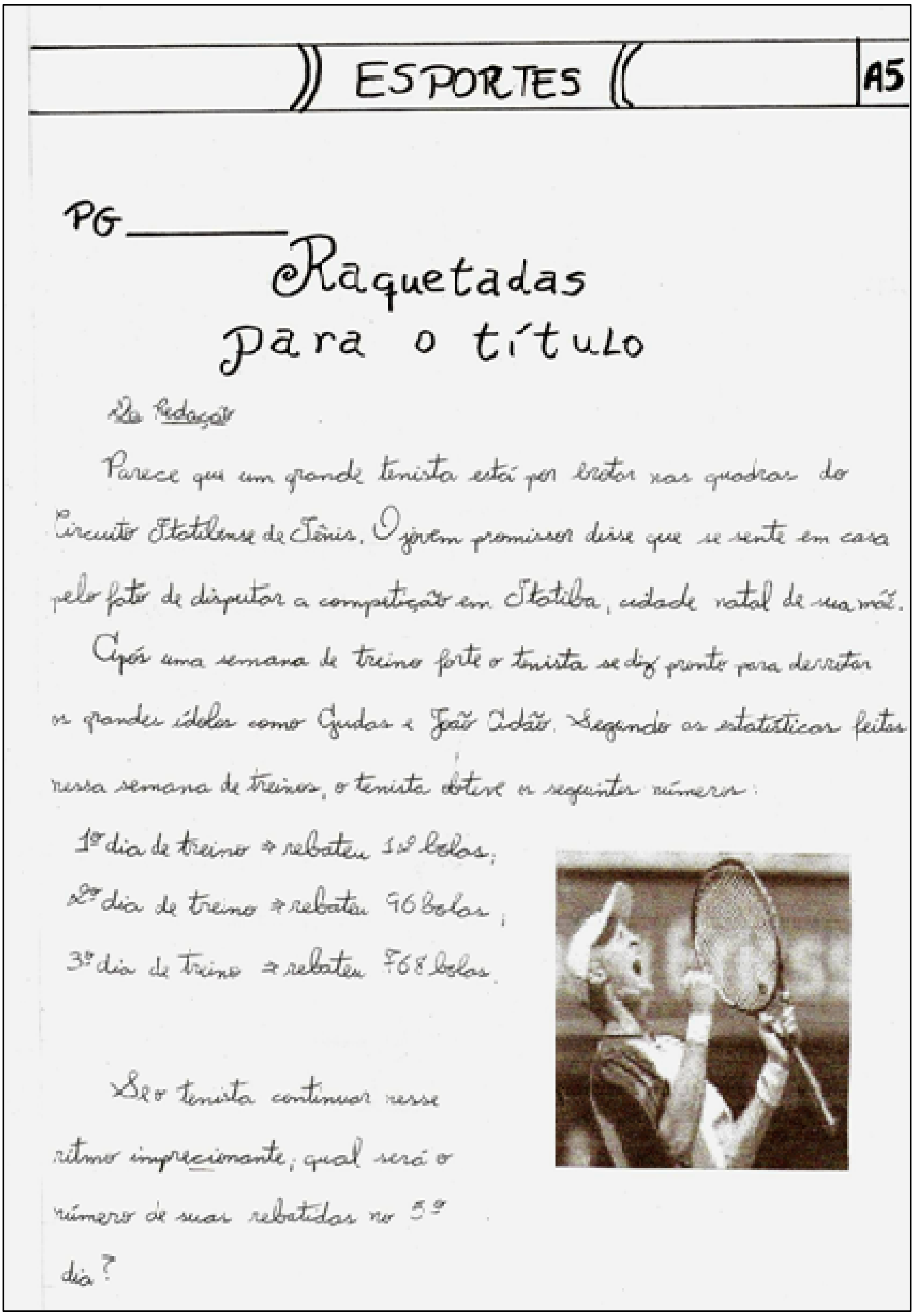


Figura 97— Jornal *Mathematic News*. Quadrinho. Alunos C, N, JÁ, JE e I, 1ª série F, novembro de 2008.

Figura 98 — Jornal *Mathematic News*. Matemática e o meio ambiente.
Alunos C, N, JÁ, JE e I, 1ª série F, novembro de 2008.



ESPORTES A5

PG ______

Raquetadas para o título

Da Redação

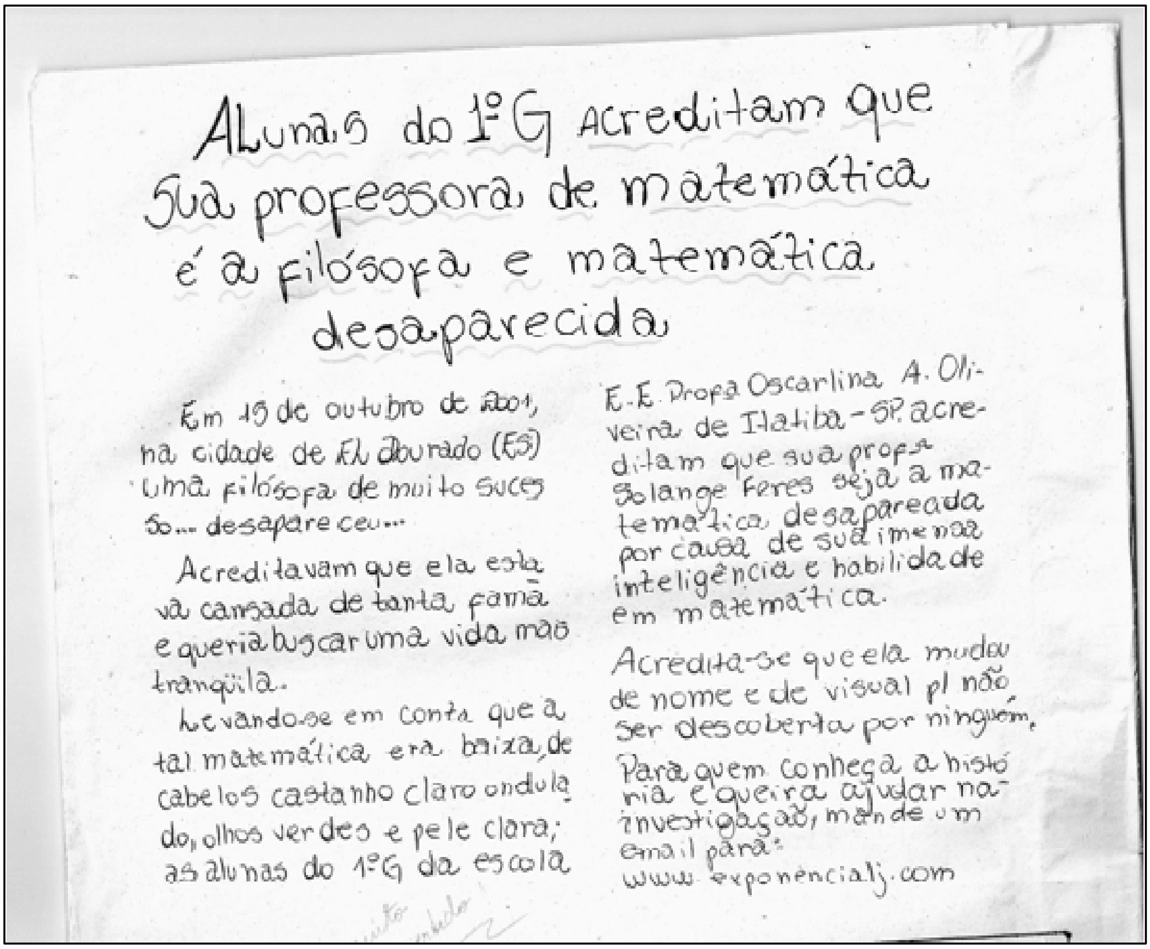
Parece que um grande tenista está por estrear nas quadras do Circuito Estatilense de Tênis. O jovem premissor disse que se sente em casa pelo fato de disputar a competição em Atibaia, cidade natal de sua mãe.

Após uma semana de treino forte o tenista se diz pronto para derrotar os grandes ídolos como Gudas e João Adão. Segundo as estatísticas feitas nessa semana de treinos, o tenista obteve os seguintes números:

1º dia de treino ⇒ rebateu 12 bolas;
2º dia de treino ⇒ rebateu 96 bolas;
3º dia de treino ⇒ rebateu 768 bolas.

Se o tenista continuar nesse ritmo impressionante, qual será o número de suas rebatidas no 5º dia?

Figura 99 — Jornal *SPORTemática.* Matemática e o esporte.
Aluno R, 1ª série F, novembro de 2008.


Alunas do 1ºG acreditam que sua professora de matemática é a filósofa e matemática desaparecida

Em 15 de outubro de 2001, na cidade de El dourado (ES) uma filósofa de muito sucesso... desapareceu...

Acreditavam que ela estava cansada de tanta fama e queria buscar uma vida mas tranquila.

Levando-se em conta que a tal matemática era baixa, de cabelos castanho claro ondulado, olhos verdes e pele clara; as alunas do 1ºG da escola E.E. Profª Oscarlina A. Oliveira de Itatiba - SP acreditam que sua profª Solange Feres seja a matemática desapareada por causa de sua imensa inteligência e habilidade em matemática.

Acredita-se que ela mudou de nome e de visual p/ não ser descoberta por ninguém.

Para quem conheça a história e queira ajudar na investigação, mande um email para: www.exponencialj.com

Figura 100 — Jornal *Exponencial*. Matemática e a ficção.
Alunas K, JE e S, 1ª série G, novembro de 2008.

Por esses pressupostos, acredito que a liberdade de criação permitiu o encorajamento dos alunos para envolverem-se com a matemática e, assim, incluírem-se no contexto da aula de matemática. Além disso, a análise desses trabalhos evidenciou que o jornal foi um grande potencializador para que o aluno pudesse relacionar a matemática com diferentes questões do seu cotidiano, pois compartilho com a visão de que “referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a matemática pode operar em nossa sociedade. Um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo.” (SKOVSMOSE, 2008, p. 38).

Percebe-se que o jornal possibilitou a aplicação matemática, isto é, permitiu que os alunos vissem a matemática como um conhecimento útil e prático para a interpretação e a resolução de situações do mundo real (APM, 1991).

Por todas essas experiências, aqui registradas, considero que esse instrumento de ensino e aprendizagem, não planejado intencionalmente, foi potencialmente importante para possibilitar aos alunos uma nova leitura de mundo.

6. Analisando o caminhar:

Não muito aquém nem muito além dos próprios limites

Os que aceitam a tarefa da transformação social têm um sonho, embora também tenham grande quantidade de obstáculos pela frente. Conforme já disse, os professores que apóiam o status quo estão nadando a favor da corrente, mas os que desafiam a dominação estão nadando contra a corrente. Mergulhar nessa água significa o risco de ser punido pelos que estão no poder. Por causa disso, o educador libertador tem que criar, dentro de si, algumas virtudes, algumas qualidades que não são dons de Deus, nem sequer lhe são dadas pela leitura dos livros, embora seja importante ler livros. O educador libertador tem de criar criando, isto é, inserido na prática, aprendendo os limites muito concretos de sua ação, esclarecendo-se sobre as possibilidades, não muito aquém nem muito além de nossos limites do medo necessário.
(FREIRE; SHOR, 1986, p. 209)

As experiências vividas durante esta pesquisa e o compromisso que tenho com a minha profissão (professora de matemática do Ensino Médio), somados a um dos objetivos deste estudo, que é analisar as potencialidades da escrita para movimentar os processos de pensamento matemático e (re)formar o pensamento crítico do aluno, desafiaram os meus sonhos e os meus limites. Esses desejos e obstáculos justificam os registros que foram produzidos para compor este capítulo.

São escritos que têm a intenção de analisar o movimento de ensinar e aprender a matemática escolar, através dos registros produzidos pelos alunos e pela professora. Uma análise que visa realizar uma reflexão sobre a dificuldade de aprendizagem de alguns alunos e da professora, diante dessa situação, como também objetiva uma reflexão sobre a evolução do processo de escrita dos sujeitos envolvidos neste estudo; isto é, uma análise para tentar estimular os sujeitos[67] a nadarem contra a corrente, assumindo riscos, mas "aprendendo os limites muito concretos de sua ação".

Entrando num processo de especialização, a fim de mobilizar-me intelectualmente para estes escritos, volto meus pensamentos para a primeira aula na qual sistematicamente convidei meus alunos para escrever sobre a matemática (início de

[67] Sujeitos entendidos como a professora-pesquisadora, os leitores desta dissertação e todos os envolvidos neste estudo.

2007). Foi um convite sem paixão[68], mas um convite imbuído de um sentimento maior, pois foi feito com amor que, segundo Freire (2005, p. 92), "é um ato de coragem, nunca de medo, o amor é compromisso com os homens".

E foi esse compromisso com os homens que me ajudou a enfrentar os obstáculos com os quais me deparei durante a minha ação, pois, ao pedir que os alunos escrevessem sobre a matemática, tive a minha primeira decepção. Neste momento eu me indago: como eles poderiam escrever sobre a matemática, se foram ensinados numa cultura de aula na qual a matemática "surge como uma combinação de apresentação do professor, alunos resolvendo exercícios e supervisão do trabalho dos alunos pelo professor" (SKOVSMOSE, 2008, p. 86)?

6.1 A palavra e o significado

Nesse contexto, procurei ouvir algumas vozes que me ajudaram a ir além dos meus conhecimentos, pois elas foram capazes de ensinar-me que o aluno (autor) deve ter a consciência de que está escrevendo para um leitor. Um leitor que precisa compreender a mensagem transmitida, isto é, a mensagem deve ter sentido para o seu leitor.

Assim, durante essa experiência de escrever nas aulas de matemática, um obstáculo (a comunicação de um saber matemático) possibilitou a aprendizagem dos envolvidos; e, agora, posso afirmar que é preciso ensinar os alunos a escreverem sobre a matemática, mostrando-lhes a importância das palavras empregadas para a compreensão do leitor, isto é, fazendo-os entender que

> o significado da palavra só é um fenômeno de pensamento na medida em que o pensamento está relacionado à palavra e nela materializado, e vice-versa: é um fenômeno de discurso apenas na medida em que o discurso está vinculado ao pensamento e focalizado por sua luz. É um fenômeno do pensamento discursivo ou da palavra consciente, é a unidade da palavra com o pensamento. (VIGOTSKI, 2000, p. 398)

Nesse movimento de estudo, em que mais aprendi do que ensinei, refleti sobre a importância que possuem as palavras utilizadas pela professora e, para ilustrar essa situação, trago um recorte do diário de campo (Figura 101).

---

[68]Justifico a expressão "sem paixão": naquele momento, não acreditava que através da escrita eles pudessem aprender matemática; entretanto, pensava que eles soubessem escrever sobre a matemática que estavam fazendo.

Iniciamos o estudo das Funções (1º Grau). Trabalhei com a idéia da máquina de calcular, números que entram e que saem (DANTE, 2004, p.45).
Parece que os alunos gostaram, mas muitos dizem: Está muito fácil. Mas, é o começo, logo você vai ver!
Afinal, a cultura "diz" que a matemática sempre é muito difícil!

Figura 101 — Diário de campo, 16 a 20 de junho de 2008.

Refletindo sobre as palavras utilizadas — "números que entram e que saem" — e assumindo-me como pesquisadora, comecei a analisar esse discurso verbal e notei que, assim como os alunos se apropriaram de uma linguagem juvenil para explicar um conteúdo matemático, a professora também utilizou uma linguagem simples, a fim de facilitar a transmissão de uma mensagem aos alunos.

Acredito que essa linguagem tanto pode contribuir com a aprendizagem, como pode dificultá-la, pois percebi que a fala da professora, utilizando a expressão "*número de entrada e saída*", atrapalhou alguns alunos, que acabaram confundindo o valor atribuído à variável x com o valor do coeficiente angular (a) da função. Esse fato pode ser evidenciado no registro da aluna A, da 1ª série G, a qual produziu um relatório confuso sobre as suas "descobertas"[69]. Nesse registro ela indicou uma confusa significação entre o coeficiente angular (a) da função polinomial do 1º grau ($y = ax + b$) e o valor da variável (x), a qual foi referida pela professora como número de entrada.

Para tentar desfazer essa confusão e provocar uma aprendizagem, a professora realizou algumas indagações, a fim de provocar a reflexão da aluna e iniciar um diálogo matemático com ela. Após essas provocações, a aluna apresentou um novo relatório com as respostas aos questionamentos feitos pela professora (Figura 102).

[69] Como registrado no capítulo 1, este estudo apropria-se da palavra "descobertas" para valorizar o fazer matemático do aluno, como também para estimular a movimentação do seu pensamento matemático, porém entende que "há uma interação entre a matemática contemplativa e aquela que é inventada a partir de uma necessidade." (SOUSA, 2004, p.170).

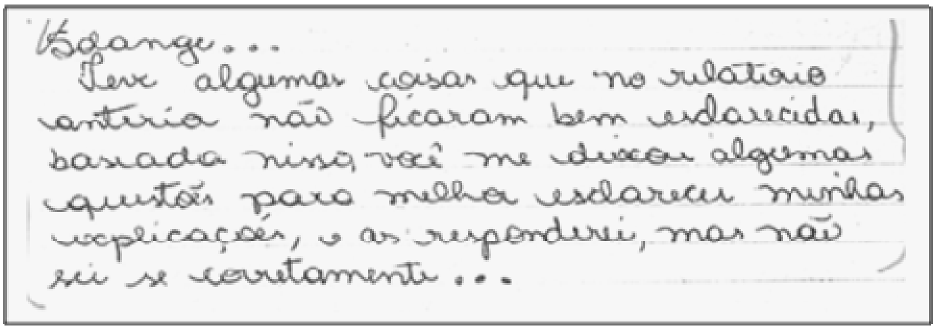

Solange...
Teve algumas coisas que no relatório
anterior não ficaram bem esclarecidas,
baseada nisso, você me deixou algumas
questões para melhor esclarecer minhas
explicações, e as responderei, mas não
sei se corretamente...

Figura 102 — Recado para a professora. Aluna A, 1ª série G. 07/08/2008.

No entanto, ressalto que, apesar do envolvimento da aluna com o movimento de ensino e aprendizagem, nota-se que o novo registro que ela produziu ainda indica uma dificuldade de significar e diferenciar as variáveis e os coeficientes numéricos da função estudada (Figura 103):

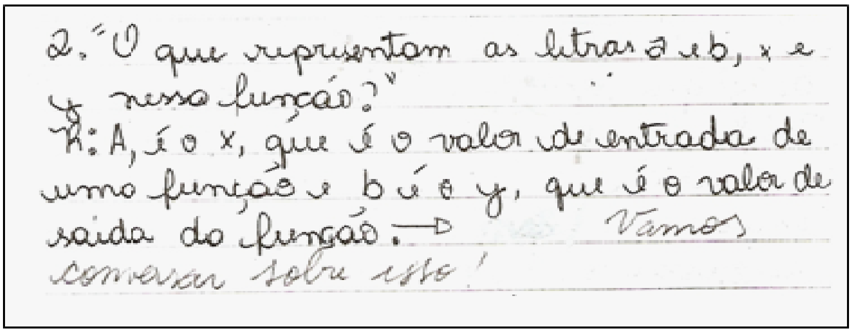

2. "O que representam as letras a e b, x e
y nessa função?"
R: A, é o x, que é o valor de entrada de
uma função e b é o y, que é o valor de
saída da função. → Vamos
conversar sobre isso!

Figura 103 — Respostas às indagações feitas pela professora.
Aluna A, da 1ª série G, 07/08/2008.

Essa dificuldade é evidenciada pelas suas palavras: "*A é o x, que é o valor de entrada de uma função*". Assim, após a leitura desse registro, procurei a aluna para uma conversa e tentei mostrar a confusão que ela estava fazendo com o significado da variável (x) e do coeficiente angular (a). Optei por utilizar outras palavras, apropriei-me não somente da linguagem verbal, como também dos símbolos, das tabelas e dos gráficos. Enfim, tentei promover uma aprendizagem com a utilização de recursos variados, porém, estava consciente das minhas limitações.

Depois desse movimento, embora a aluna tenha demonstrado saber trabalhar com as funções polinomiais de 1º grau, não posso afirmar que os conceitos de variável numérica e de coeficientes lineares e angulares tenham para ela assumido o significado que matematicamente possuem. Entretanto, a reflexão desencadeada para essa análise fez-me acreditar ter sido esse movimento capaz de provocar alguma[70] aprendizagem e não ter prejudicado o conhecimento da matemática escolar dessa aluna, pois concebo, segundo a teoria vigotskiana, que "os significados das palavras se desenvolvem" (VIGOTSKI, 2000, p. 399) e, assim, penso que esses significados serão desenvolvidos, o que possibilitará que esses conceitos matemáticos sejam (re)elaborados pela aluna A.

Além disso, vale ressaltar que essa experiência de escrever, dialogar, questionar e refletir possibilitou evidenciar que a escrita é um instrumento potencializador da formação do pensamento crítico do aluno e da professora, conforme o recado que a aluna A deixou para a professora (Figura 104):

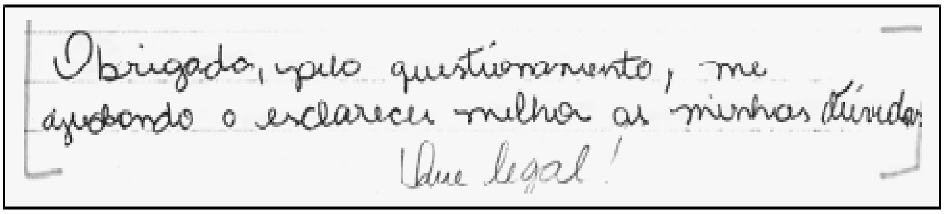

Obrigado, pelo questionamento, me ajudando o esclarecer melhor as minhas dúvidas.
Que legal!

Figura 104 — Agradecimento à professora pelo questionamento. Aluna A, 1ª série G, 07/08/2008.

Nesse contexto de minha aprendizagem, justifico que o pensamento crítico foi estimulado por acreditar que

> a matemática pode ser vista como uma linguagem, e introduzir uma nova linguagem significa criar novas perspectivas e novas racionalidades com que se tomam decisões. Quando descrevemos algo em termos matemáticos, criamos um novo modo de ver as coisas. Ações dependem das linguagens e modificar uma linguagem implica modificar as formas de agir. Considero que a matemática pode proporcionar novas perspectivas, inclusive mudanças relacionadas com os jeitos de ver e fazer as coisas. (SKOVSMOSE, 2008, p. 83)

Essa nova linguagem e esse novo modo de ver as coisas, gradativamente, passaram a fazer parte das nossas aulas e contribuíram para enriquecer o diálogo entre a professora e seus alunos, criando espaço para questionamentos e possíveis reflexões que colaboraram para a aprendizagem da matemática escolar. Mas, também, foram de grande valia para desencadear mudanças nas ações e na concepção de educação que os alunos e a professora possivelmente traziam tatuadas em suas almas, evidenciando, assim, a (re)formação de um pensamento crítico dos envolvidos.

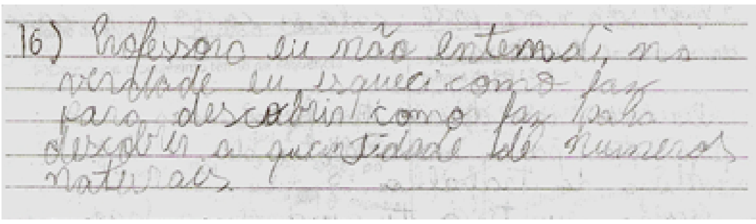
[70] Aproprio-me da palavra "alguma" para mostrar que as aprendizagens que os alunos experimentaram durante este estudo nem sempre foram as mesmas aprendizagens almejadas e objetivadas por mim, professora; entretanto, acredito que eles participaram de alguma aprendizagem da matemática escolar.

6.2 Escrevendo para aprender a escrever. Escrever para aprender matemática

Entendo que aprendemos a fazer, fazendo; a criar, criando; e, portanto, aprendemos a escrever, escrevendo. Logo, para ensinar os alunos a escrever sobre a matemática, constantemente eu os convidava a escrever sobre a matemática que estavam fazendo; para tanto, eles produziram diferentes gêneros textuais.

Inicialmente os textos apresentavam muitos erros de linguagem, tanto no aspecto sintático (ortografia, concordância gramatical, cálculos matemáticos inadequados) como no aspecto semântico (emprego de símbolo ou de expressão matemática, significado da palavra, conceito matemático). A fim de minimizar esses problemas, gradualmente, comecei a fazer correções, procurando ter cuidado para não inibir o aluno ao escrever sobre o seu fazer matemático. Gostaria de registrar que essas correções foram feitas pelo fato de o meu ofício de professora sobrepor-se à minha condição de pesquisadora — sou uma professora que vem buscando assumir-se como pesquisadora.

Enquanto trabalhávamos com a possibilidade de adotar a prática de escrever nas aulas de matemática, muitas escritas e reescritas foram produzidas. Alguns alunos começaram a apropriar-se da escrita para justificar um não saber (Figura 105). Esse fato (des)estabilizou-me, pois me parecia que os alunos se incluíam na situação da aula, mas sem aprender a matemática escolar que eu esperava que aprendessem.


16) Profesora eu não entemdi, na verdade eu esqueci como faz para descobrir como faz para descobrir a quantidade de numeros naturais

Transcrição: Professora eu não entendi, na verdade eu esqueci como faz para descobrir como faz para descobrir a quantidade de números naturais.

Figura 105 — Resolução de exercício. Aluno B, 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

A leitura desses escritos perturbou-me, pois percebi que alguns alunos, ao escrever que não sabiam responder, sentiam-se como se estivessem inseridos no contexto de aprendizagem. Ao mesmo tempo, senti que a escrita estava possibilitando a todos participar do movimento proposto pela aula — o que acredito ser positivo —, mas também senti que estava contribuindo para mascarar uma aprendizagem da matemática escolar. Esse fato ficou evidenciado no registro produzido pelo aluno B, da 1ª série F, para resolver alguns exercícios envolvendo o estudo das progressões aritméticas.

O exercício de número 16[71] trazia como enunciado: "Quantos números naturais pares existem entre o número 11 e o número 200?", e esse aluno respondeu que não se lembrava de como fazia. Vale registrar que ele não fez isso apenas nesse exercício, mas trouxe uma resposta evasiva como esta para quase todos os exercícios propostos. Isso começou a me causar preocupação, e eu me perguntava: "*Que matemática nós estávamos fazendo? O que estávamos aprendendo? O que eu estava tentando ensinar?*" Assim, iniciei um movimento de provocações que foram realizadas durante nossas aulas, conforme o recorte do diário de campo (Figura 106):

> Continuamos o árduo trabalho da aula anterior. Claro que depois de uma longa conversa sobre os problemas que tiveram para resolver as diferentes situações.
> Muitos disseram: *"Leio o exercício e não sei o que faço! Não sei como resolver, não sei o que escrever."*
> Tentei mostrar que a escola é o lugar para "consertarmos" alguns erros e que o caminho certo para o alcance de uma resposta desejada é muito relativo.
> Que confusão devo ter provocado!
> Mas, depois fiquei feliz ao vê-los trabalhando. Alguns conseguiram se libertar, estão escrevendo, montando tabelas e desenhando em busca de uma solução para o problema.
> Outros ainda olham, olham, folheiam o caderno e nada...

Figura 106 — Diário de campo, 14 de março de 2008.

Procurei direcionar nossas conversas para que os alunos refletissem sobre a importância do registro, que deveria ser feito livremente, sem medo do erro. Tentei enfatizar a necessidade que o professor tem de entender como o aluno pensa para resolver um determinado problema, procurei valorizar o caminho e não o fim; isto é, valorizei o registro do pensamento, e não apenas a resposta dada à questão.

Depois desse movimento de (re)negociação, continuei registrando nos escritos dos alunos algumas refutações, sugestões, elogios e questionamentos, a fim de possibilitar uma reflexão sobre o que estavam produzindo. Através dessas intervenções, procurei direcionar as minhas ações, seguindo as palavras de Freire, as quais me ensinaram que

[71] Esse exercício foi extraído de uma lista de atividades elaborada por mim, professora, contendo questões de diferentes livros didáticos.

"não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão" (2005, p. 90).

Dessa forma, novamente percebi que as provocações realizadas por mim, professora, foram capazes de "tocar" alguns alunos, possibilitando-lhes fazer uma matemática escolar significativa. Para ilustrar esse fato, analisarei algumas produções do aluno B, da 1ª série F (Figura 107 e Figura 109). Tenho como motivo para esta escolha o fato de este aluno ter realizado um registro justificando-se, em cada exercício, que não sabia resolver a questão (Figura 105). Isso me perturbou profundamente, porém, depois de algumas intervenções, foi se modificando sua postura diante da metodologia de escrever nas aulas de matemática para aprender matemática.

Após a conversa que tive com a classe sobre a importância de os alunos escreverem para mostrar para a professora como estavam pensando, algumas melhoras foram se evidenciando. Por tais pressupostos, acredito que, quando o contrato didático foi (re)estabelecido, os alunos passaram a atribuir sentido à escrita. Percebe-se que o aluno B começou a escrever sobre a matemática que estava fazendo (Figura 107).

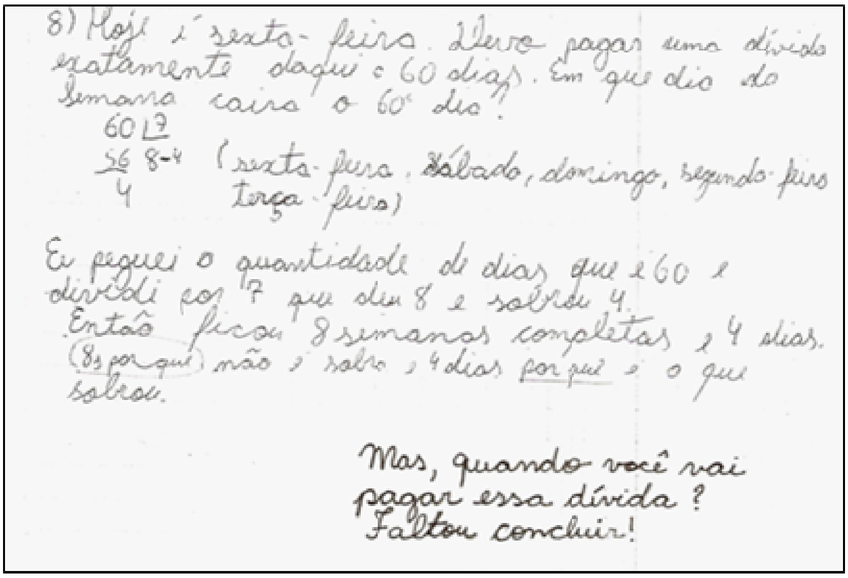

8) Hoje é sexta-feira. Devo pagar uma dívida exatamente daqui a 60 dias. Em que dia da semana cairá o 60º dia?
60 |7
56 8-4 (sexta-feira, sábado, domingo, segunda-feira terça-feira)
4
Eu peguei a quantidade de dias que é 60 e dividi por 7 que deu 8 e sobrou 4.
Então ficou 8 semanas completas e 4 dias.
(8 porque) não é sobra e 4 dias porque é o que sobrou.
Mas, quando você vai pagar essa dívida?
Faltou concluir!

Figura 107 — Resolução de um exercício da avaliação bimestral. Aluno B, 1ª série F, 2º bimestre de 2008.

Ele explicou: "*peguei a quantidade de dias que é 60 e dividi por 7 que deu 8 e sobrou 4*". O aluno deixou de utilizar-se das palavras para justificar que não sabia resolver a questão e começou a envolver-se com o movimento de pensar e fazer matemática. E seguiu com o registro: "*Então ficou 8 semanas completas e 4 dias*", evidenciando a (re)elaboração de um saber matemático.

No entanto, apesar de esse registro evidenciar que o aluno está envolvido num movimento de fazer matemática, também aponta para a falta de uma conclusão explícita. Percebe-se que o aluno explicou o pensamento matemático que teve para trabalhar com a questão, mas não registrou a conclusão do seu trabalho; entretanto, não posso afirmar que essa conclusão não lhe tenha ocorrido. Nesse momento, coube a mim, professora, continuar com as provocações a fim de estimular o aluno a prosseguir com a (re)elaboração da sua escrita e, até mesmo, com a (re)formulação do seu pensamento matemático; e, para isso, questionei o aluno com as palavras: *"Quando você vai pagar essa dívida?"*.

Penso que essa indagação serviu para colocar o aluno dentro do movimento de fazer matemática e esse exercício tornou-se um problema para o próprio sujeito, pois acredito que "se é dizendo a palavra com que, 'pronunciando' o mundo, os homens o transformam, o diálogo se impõe como caminho pelo qual os homens ganham significação enquanto homens" (FREIRE, 2005, p. 91).

Prosseguindo com este estudo, convidei os alunos para resolver um exercício, proposto pelo livro didático, que contempla o estudo das funções polinomiais do 1º grau e traz o seguinte enunciado:

> A academia Cia. Do Corpo cobra uma taxa de matrícula de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 45,00. A academia Chega de Moleza cobra uma taxa de matrícula de R$ 70,00 e uma mensalidade de R$ 50,00.
> a-)Determine as expressões algébricas das funções que indicam os gastos mensais em cada academia.
> b-)Qual academia oferece o menor custo para uma pessoa se exercitar durante um ano?

Figura 108 — Exercício extraído do livro didático. DANTE, 2004, p.78, ex. 20.

O aluno B produziu um registro que evidencia o desenvolvimento da sua escrita e do seu fazer matemático (Figura 109):

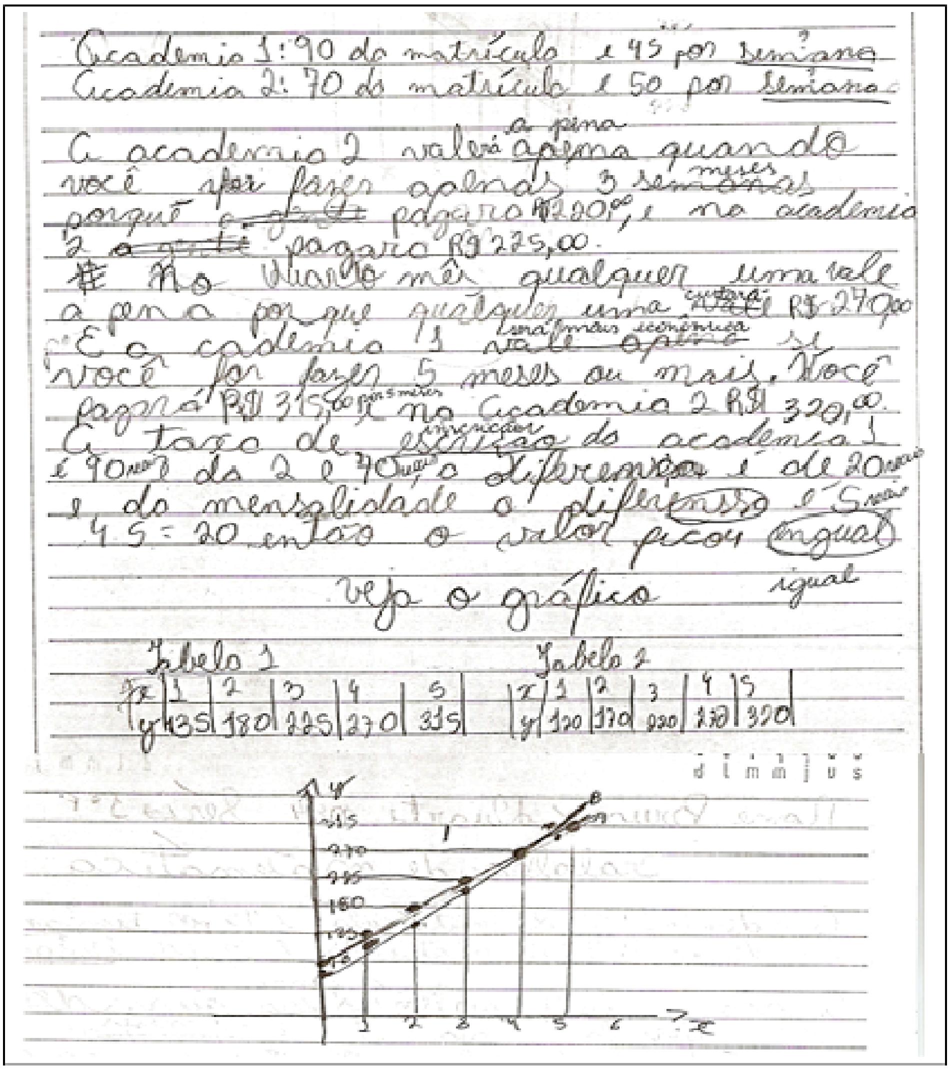


Figura 109 — Resolução de um exercício do livro didático.
Aluno B, 1ª série F, 2º bimestre de 2008.

Analisando essa produção, nota-se que o aluno apresenta vários problemas de ortografia (aspecto sintático da linguagem), porém sua aprendizagem matemática parece estar em desenvolvimento contínuo. Apesar de não registrar as expressões algébricas que foram solicitadas no item "a" do exercício, ele produziu uma escrita que me deu evidências de uma aprendizagem significativa. O registro das palavras, "*a academia 2 valerá a pena quando você fizer apenas 3 meses porque pagará R$ 200,00, enquanto que na academia 2 pagará R$ 225,00*", levou-me a entender que o aluno tinha conhecimento matemático para trabalhar com as funções apresentadas.

Seguindo com esta análise, encontrei uma explicação para o saber matemático deste aluno, através do registro: "*no quarto mês qualquer uma vale a pena porque qualquer uma custará R$ 270,00. E a academia 1 vale a pena se você for fazer 5 meses* *ou mais"*. Percebe-se, também, que o aluno produz uma tabela e faz a representação gráfica da função para validar as suas palavras e o seu saber matemático.

Com esta análise, evidencia-se o desenvolvimento da escrita e do fazer matemático do aluno B. Entendo que esse desenvolvimento foi possibilitado e estimulado pelas provocações realizadas por mim, professora, pois acredito que essas intervenções estimularam a mobilização intelectual do aluno para entrar num processo de fazer e aprender matemática. Saliento que as palavras registradas por mim nos materiais produzidos pelos alunos não foram utilizadas apenas para corrigi-los, mas foram especialmente intencionadas para estimulá-los a participar do processo de escrever sobre a matemática, com o objetivo de aprender a matemática escolar.

Ressalto, neste momento, que os registros produzidos pelos alunos, representados neste estudo pelos registros do aluno B, revelaram-me que a metodologia de escrever nas aulas de matemática pode e deve ser utilizada para possibilitar uma aprendizagem matemática; entretanto, mais uma vez, considero que ensinamos e aprendemos a escrever, escrevendo. Por toda essa ação e emoção, finalizo a análise dos registros produzidos pelo aluno B, acreditando que, assim como ele, outros alunos também escreveram para aprender a escrever nas aulas de matemática e, com isso, tiveram a oportunidade de participar de uma aprendizagem da matemática escolar.

Quanto a mim, como professora, posso afirmar que este movimento de estudo permitiu que aprendesse a ensinar meus alunos a escreverem nas aulas de matemática, para aprenderem a matemática escolar. Esta experiência também contribuiu para evidenciar que o diálogo estabelecido foi importante para a movimentação de uma aprendizagem matemática. Um diálogo que convidou o aluno a participar do processo de fazer matemática, uma ação que não envolveu apenas o aluno B, mas que deu, a todos, iguais oportunidades de aprender. Acredito, também, que o diálogo provocou os alunos, encorajando-os para avançar, gradativamente, com o seu fazer matemático, um fazer permeado pelo diálogo num contexto de sala de aula, no entendimento de que

> a educação autêntica, repitamos, não se faz de A para B ou de A sobre B, mas de A com B, mediatizados pelo mundo. Mundo que impressiona e desafia a uns e a outros, originando visões ou pontos de vista sobre ele. Visões impregnadas de anseios, de dúvidas, de esperanças ou desesperanças que implicitam temas significativos, à base dos quais se constituirá o conteúdo programático da educação. (FREIRE, 2005, p. 97)

6.3 O ofício e os obstáculos

Durante o ano de 2008, continuei meu trabalho como professora-pesquisadora, valorizando, cada vez mais, as palavras que eu e os meus alunos registrávamos. Acredito que essas palavras me ajudaram a realizar diferentes intervenções, as quais serviram para estimular o aluno a escrever nas aulas de matemática, para, pelo menos, aprender a matemática escolar. Porém, apesar da minha satisfação com a utilização da escrita no contexto de ensino e aprendizagem, o aparecimento de alguns obstáculos foi inevitável.

Senti a presença desses obstáculos nos momentos em que não consegui estabelecer um diálogo matemático com alguns alunos, isto é, quando não encontrei, nos registros desses alunos, uma resposta explícita para as minhas indagações. E, para elucidar esse sentimento, escolhi analisar uma produção do aluno JP, da 1ª série F.

Apesar das provocações realizadas, senti que este aluno ficou distante do processo no qual eu, professora, queria inseri-lo. Quando foi convidado a produzir um registro escrito sobre seu conhecimento matemático, ele se utilizou de palavras que não me possibilitaram enxergar a sua participação no contexto de aprendizagem objetivada para aquele movimento de sala de aula. De acordo com o bilhetinho de final de aula produzido pelo aluno JP, acredito ter evidências para afirmar que o aluno escreveu, mas não comunicou o seu fazer matemático, nem tampouco permitiu o estabelecimento de um diálogo matemático comigo, sua professora (Figura 110).

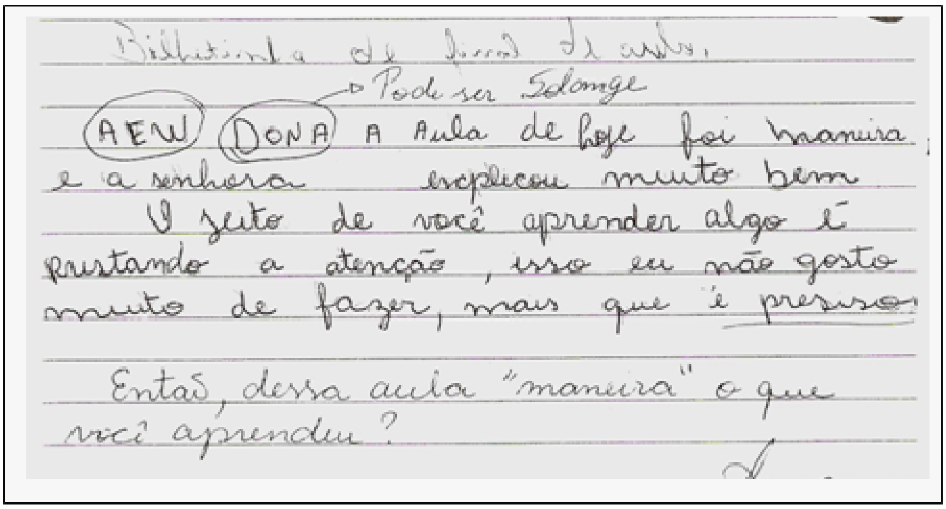

Bilhetinho de final de aula.
Pode ser Solange
AEW DONA A Aula de hoje foi maneira e a senhora explicou muito bem
O jeito de você aprender algo é prestando a atenção, isso eu não gosto muito de fazer, mais que é presiso.
Então, dessa aula "maneira" o que você aprendeu?

Figura 110 — Bilhete de final de aula. Aluno JP, 1ª série F, 1º bimestre de 2008.

Nota-se que o aluno elogiou a professora com as palavras "*a aula hoje foi maneira e a senhora explicou muito bem*", como se estivesse entrando num processo de especialização do pensamento matemático; entretanto, essas palavras registradas não dão indícios sobre o que ele entendeu em relação à matemática trabalhada. Continuando com esta análise, percebe-se que o aluno iniciou uma sutil justificativa do seu não saber, quando registrou que "*o jeito de você aprender algo é prestando a atenção"*; e assim finalizou, dizendo que não gosta de prestar atenção.

Nesse contexto, realizei algumas intervenções, provocando o aluno a explicar o que havia aprendido com "*essa aula maneira*", mas foi uma estratégia aparentemente sem sucesso. O trabalho não foi reescrito e não obtive respostas às minhas indagações; no entanto, acredito que, de alguma maneira, essas provocações afrontaram o pensamento deste aluno para realizar uma reflexão sobre o seu ofício.

Saliento que o aluno JP continuou cursando a 1ª série, sem demonstrar o compromisso com o aprender que era esperado por mim, professora, mas não posso afirmar que ele não tenha aprendido nada; nem mesmo que não tenha se empenhado para aprender a matemática que foi proposta nos diferentes momentos desse contexto de ensino que o envolvia. Assim, neste tempo de análise, percebo que este aluno, inevitavelmente, participou de um movimento de reflexão sobre o seu (não)fazer matemático e o seu pensamento crítico foi provocado.

Com estes pressupostos, acredito que a metodologia de escrever nas aulas de matemática não conseguiu ajudar este aluno a aprender a matemática planejada; porém vejo que a escrita serviu como instrumento de diagnóstico para mim, como professora, e também possibilitou que o aluno se inserisse no contexto de aula, participando do movimento, apesar de o conteúdo do seu registro estar, aparentemente, evasivo em relação à aprendizagem matemática esperada por mim. Enfatizo que essa minha "verdade" se pauta nos objetivos que, como professora, eu almejava que o aluno JP atingisse. Entretanto, neste momento de estudo estou consciente de que esse "não aprender" é relativo e imensurável; assim, não tenho argumentos para afirmar e, muito menos, para validar essa minha "verdade".

Mais uma vez, percebo que essa inclusão pode prejudicar o movimento de ensinar e aprender matemática, pois o aluno pode acreditar que está dentro do contexto de aprendizagem pelo fato de escrever sobre qualquer assunto e, satisfeito com a sua produção, não se mobiliza para escrever sobre a matemática proposta. Assim, enfatizo que cabe ao professor mostrar ao aluno que, para registrar um aprendizado matemático, é preciso escrever, mas escrever sobre a matemática escolar que está aprendendo.

Resumidamente, registro que o estudo deste caso — o bilhete elaborado pelo aluno JP — fez-me enxergar que a metodologia de escrever na aula de matemática talvez não tenha possibilitado a aprendizagem da matemática escolar planejada; no entanto, essa metodologia foi capaz de provocar o aluno a realizar uma avaliação do seu (não)aprendizado; e, com isso, acredito que o aluno movimentou o seu pensamento crítico e realizou uma nova leitura de mundo.

6.4 Criando, dentro de si, algumas virtudes

> *O professor, quando dá a lição, começa a ler. E seu ler é um falar escutando. O professor lê escutando o texto como algo em comum, comunicando e compartilhando. E lê também escutando a si mesmo e aos outros. O professor lê escutando o texto, escutando-se a si mesmo enquanto lê, e escutando o silêncio daqueles com os quais se encontra lendo. A qualidade da sua leitura dependerá da qualidade dessas três escutas. Porque o professor empresta sua voz ao texto, e essa voz que ele empresta é também sua própria voz, e essa voz, agora definitivamente dupla, ressoa como uma voz comum nos silêncios que a devolvem ao mesmo tempo comunicada, multiplicada e transformada.*
> (LARROSA, 2006, p. 140)

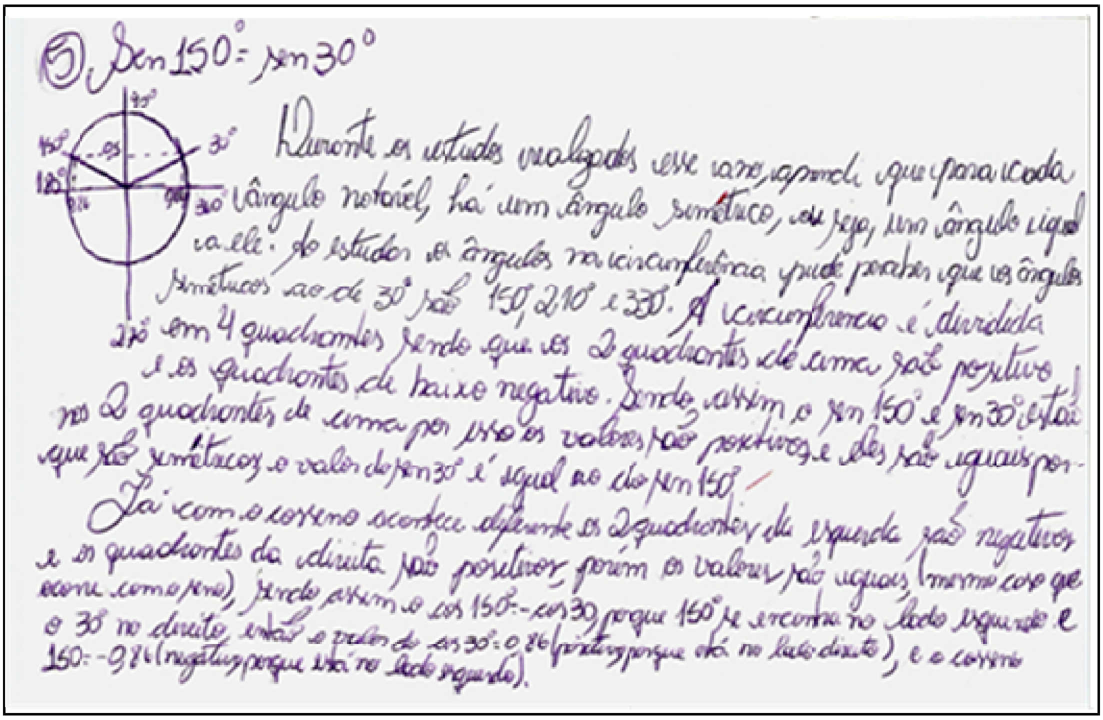
Durante este estudo, fui dando “o texto a ler” (LARROSA, 2006, p. 140) para que os alunos pudessem aprender a matemática escolar, mas também fui dando “o texto a ler” para que eu pudesse (re)elaborar o meu oficio de ensinar matemática para os alunos do Ensino Médio. Uma (re)elaboração entendida como a junção do conhecimento e da utilização de novas metodologias, de novos materiais, de novas estratégias, mas, principalmente, entendida como uma nova concepção de educação.

Uma concepção de educação que lê, ouve e vê, para poder escrever, comunicar e compartilhar os seus saberes. Uma concepção que foi tatuada na minha alma durante este estudo, pois foi dando “o texto a ler” para os meus alunos que fui aprendendo a ler, a ouvir e a ver as diferentes matemáticas que eles produziam. Foi convidando-os a ler o texto dado que fui aprendendo a escrever, a comunicar e a compartilhar a matemática escolar que fazíamos. Resumidamente, posso afirmar que foi tentando ensinar, através da metodologia de escrever nas aulas de matemática, e observando como os alunos (não)aprendiam, que eu aprendi a ensinar um pouco melhor.

Os registros produzidos pelos alunos fizeram-me ler “escutando o texto”, escutando a mim mesma enquanto lia. As palavras registradas pelos alunos fizeram-me pensar, refletir e aprender. Aprendi a ler nas entrelinhas, dando mais valor para o contexto do que para a grafia de cada palavra; percebi que a (re)elaboração do pensamento matemático foi possibilitada pelas minhas intervenções, e procurei respeitar o pensamento de cada aluno, pois “a adolescência não é um período de conclusão, mas de crise e amadurecimento do pensamento” (VIGOTSKI, 2000, p. 229).

Notei que o caminho é mais importante do que o destino; isto é, mobilizar um pensamento matemático sobre uma questão foi, para este estudo, um movimento mais importante do que chegar ao resultado formalmente esperado para a questão. Aprendi a ter paciência, a não ser imediatista; refleti sobre a importância de não determinar o tempo para que o aluno aprenda; aprendi a não ter pressa para ensinar nem para aprender, pois, nesse contexto da minha aprendizagem, acredito que, quando não determinamos o tempo, o saber é possibilitado de forma natural, e sutilmente poderá acontecer. Apesar de estar inserida num sistema de ensino, aprendi a dar tempo para que todos possam aprender.

Neste momento, ouso tentar responder algumas das indagações que surgiram no início deste estudo. São questionamentos que perturbavam os meus pensamentos e que, agora, estão momentaneamente acomodados, devido às experiências vividas durante esta pesquisa. Uma dessas indagações contemplava a problemática de associar um estudo de um conteúdo mais formal da matemática com a metodologia de escrever nas aulas de matemática. E, para ilustrar esse questionamento, escolhi um registro da aluna T que, neste tempo, 2009, cursa a 2ª série C (Figura 111).


5) Sen 150° = sen 30°

Durante os estudos realizados esse ano, aprendi que para cada ângulo notável, há um ângulo simétrico, ou seja, um ângulo igual a ele. Ao estudar os ângulos na circunferência pude perceber que os ângulos simétricos ao de 30° são 150°, 210° e 330°. A circunferência é dividida em 4 quadrantes sendo que os 2 quadrantes de cima são positivos e os quadrantes de baixo negativo. Sendo assim o sen 150° e sen 30° estão nos 2 quadrantes de cima por isso os valores são positivos e eles são iguais porque são simétricos, o valor do sen 30° é igual ao do sen 150°.

Já com o cosseno acontece diferente os 2 quadrantes da esquerda são negativos e os quadrantes da direita são positivos porém os valores são iguais (mesmo caso que ocorre com o seno), sendo assim o cos 150° = -cos 30 porque 150° se encontra no lado esquerdo e o 30° no direito, então o valor do cos 30° = 0,86 (positivo porque está no lado direito), e o cosseno 150 = -0,86 (negativo porque está no lado esquerdo).

Figura 111 — Resolução de exercício da avaliação mensal.
Aluna T, 1ª série G (2008) e 2ª série C (2009). 1º bimestre de 2009.

Neste registro, a aluna resolveu um exercício da avaliação mensal, com o seguinte enunciado: "Explique porque o $sen150º = sen30º$, enquanto que o $\cos 150º = -\cos 30º$". Justifico que este registro foi escolhido por contemplar um assunto matemático formal e abstrato: o estudo do valor numérico das funções trigonométricas. Essa produção indicou uma aprendizagem significativa, pois acredito que as palavras "*durante os estudos realizados esse ano, aprendi que para cada ângulo notável há um ângulo simétrico*" envolveram o seu pensamento num processo de especialização (E) e, seguindo com a leitura de suas palavras, percebi algumas conjecturas (C), como: "*os dois quadrantes de cima são positivos e os quadrantes de baixo são negativos*". Continuando, encontro uma validação (V) do seu saber matemático: "*Sendo assim, o* $sen150°$ *e o* $sen30°$ *estão nos dois quadrantes de cima por isso os valores são positivos e eles são iguais porque são simétricos, o valor do* $sen30°$ *é igual ao do* $sen150°$". E, para finalizar, penso que a aluna T realizou uma generalização (G), ao escrever "*Já com o cosseno acontece diferente, os dois quadrantes da esquerda são negativos e os quadrantes da direita são positivos, porém os valores são iguais (mesmo caso que ocorre com o seno), sendo assim,* $\cos 150° = -\cos 30°$".

No entanto, quero ressaltar que essa aluna já estava envolvida, como eu agora estou, com o movimento de escrever nas aulas de matemática; e, assim, conseguiu explicar o exercício proposto para que o leitor compreendesse, com relativa facilidade, o seu pensamento matemático. No entanto, os outros alunos, que não haviam participado dessa metodologia no ano anterior, julgaram esse exercício o mais difícil dessa avaliação; isto é, eles tiveram dificuldade para comunicar o próprio pensamento matemático através da escrita.

Outra indagação que me inquietava, no início desta pesquisa, dizia respeito à utilização da metodologia de escrever com os alunos que não participam efetivamente do trabalho. E, nesse momento, volto meus pensamentos para as minhas limitações como professora e também como sujeito deste mundo. E (re)volto os meus pensamentos ao aluno JP e ao meu sentimento de incapacidade em estimular a sua mobilização intelectual — pelo menos da maneira que eu idealizava mobilizar — para envolver-se no processo de aprender matemática. Com esta reflexão, novamente, busco saber: qual metodologia poderia ter mobilizado efetivamente esse aluno para fazer a matemática escolar que eu, professora, almejava?

Diante desta inquietação, lembrei-me de escutar o silêncio daqueles com os quais nos encontramos, ao dar "o texto a ler" (LARROSA, 2006, p. 140); e foi assim que voltei meus pensamentos para os registros produzidos pelos alunos no final de 2008, para avaliar o trabalho que realizamos durante o ano letivo. Nessa leitura, encontrei o registro da aluna K, da 1ª série G, a qual relata que "*as aulas de matemática me* *ajudaram a entender essa matéria — coisa que não havia acontecido antes*", evidenciando que o processo[72] de ensino que envolveu (e continua envolvendo) as minhas aulas foi capaz de possibilitar a entrada da aluna no contexto de aprendizagem, pois, no início do processo, ela apresentava, conforme o seu registro, desinteresse pelo aprender e, inclusive, faltava constantemente às aulas (Figura 112).

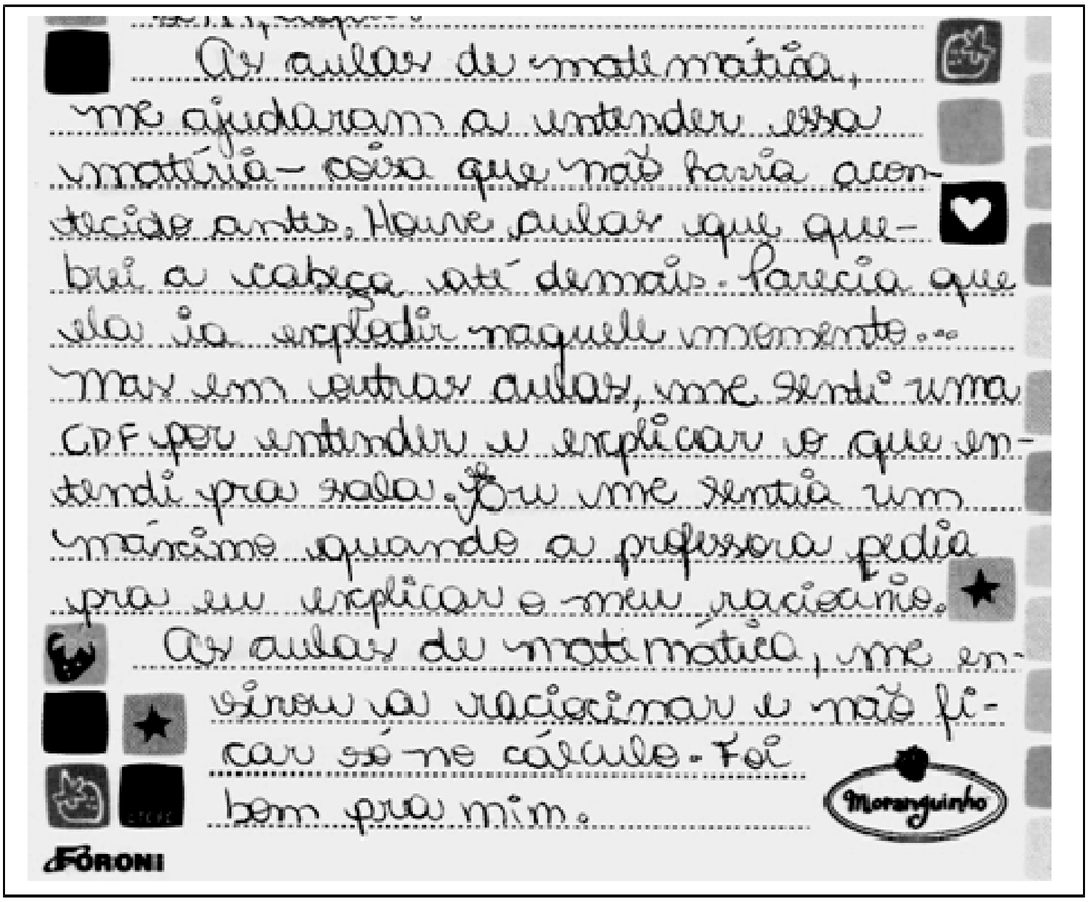

As aulas de matemática,
me ajudaram a entender essa
matéria – coisa que não havia acon-
tecido antes. Houve aulas que que-
brei a cabeça até demais. Parecia que
ela ia explodir naquele momento...
Mas em outras aulas, me senti uma
CDF por entender e explicar o que en-
tendi pra sala. Eu me sentia um
máximo quando a professora pedia
pra eu explicar o meu raciocínio.
As aulas de matemática, me en-
sinou a raciocinar e não fi-
car só no cálculo. Foi
bem pra mim.

Figura 112 — Recorte da avaliação do ano letivo. Aluna K, 1ª série G, dezembro de 2008.

A aluna continuou o registro: "*houve aulas que quebrei a cabeça até demais. Parecia que ela ia explodir naquele momento... Mas em outras aulas, me sentia uma CDF por entender e explicar o que entendi para a sala.*", explicitando que participou efetivamente das aulas. Seu depoimento evidencia que o processo de ensinar e aprender matemática, do qual participamos, estimulou a sua confiança para fazer matemática,

[72] Entendo que a metodologia de escrever nas aulas de matemática, utilizada por este estudo, fez parte de um **processo de ensino** que envolveu muito diálogo e respeito. Esse diálogo foi pautado em negociações e (re)negociações, para minimizar as relações de poder entre a professora e o aluno. Um processo de ensinar e aprender permeado pelo respeito, que procurou valorizar o fazer matemático dos alunos. Respeito ao tempo que cada um tem para aprender, respeito pelas produções escritas pelos alunos, respeito pelo (não)saber de cada um. Um processo que teve compromisso em "dar voz" aos alunos através das suas produções, mas que, principalmente, teve o compromisso em "dar ouvidos" aos alunos através da leitura de suas produções e das devolutivas realizadas pela professora.

através das palavras *"Eu me sentia o máximo quando a professora pedia para eu explicar o meu raciocínio. As aulas de matemática, me ensinou a raciocinar e não ficar só nos cálculos. Foi bom pra mim."*

Lendo o texto produzido pela aluna K, termino este registro, acreditando ter esclarecido algumas questões sobre as possibilidades, sobre as potencialidades e sobre os obstáculos que encontramos quando adotamos a metodologia de escrever nas aulas de matemática. Percebo que essa metodologia contribuiu com o processo de ensinar e aprender matemática, como, também, possibilitou a promoção de uma educação democrática e libertadora, mesmo consciente de que essa promoção envolve ações e mobilizações que, às vezes, estão muito além dos nossos limites.

6.5 Voltando o olhar... Não muito aquém, nem muito além do que agora sou

Como já registrei, o prazer pelos estudos e as experiências vividas contribuíram para que eu me tornasse uma professora. Uma profissional que, diariamente, em suas aulas, procura oferecer oportunidades de aprendizagem para todos os seus alunos. Uma pessoa consciente de suas limitações, que busca meios para provocar os alunos (e a si mesma) a ter um pensamento reflexivo e crítico no contexto de produção da própria história.

Com o objetivo de promover essa realização procuro apoiar-me nas negociações que são realizadas no ambiente de sala de aula; o diálogo estabelecido e o respeito conquistado com e entre os alunos auxiliam-me a oferecer oportunidades para a promoção de um fazer matemático. Essa conversação possibilita-me ouvir o aluno e, com isso, acredito que consigo utilizar argumentos e instrumentos mais eficazes para provocá-los a buscar a própria liberdade. Liberdade para refletir sobre o conhecimento da matemática escolar e assim, possivelmente, poder produzir o próprio conhecimento; isto é, procuro dar oportunidade para que o aluno se torne autor do seu conhecimento.

Olhando para trás, posso ver que as minhas "verdades" e as minhas aulas foram se modificando para atender tanto aos interesses dos meus alunos como aos meus próprios. Busquei alternativas metodológicas, a fim de oferecer diferentes possibilidades para que os alunos aprendessem a matemática escolar. Durante essas buscas muito errei, mas também aprendi e acertei. Acredito que entre os meus acertos[73] se encontre a metodologia de escrever nas aulas de matemática. Essa metodologia instigou-me a realizar este estudo, e esta pesquisa possibilitou-me ter um novo olhar para a matemática e para o aprendizado do meu aluno.

Hoje, minhas aulas não vão muito "além" das aulas de alguns anos atrás; entretanto, a professora de hoje olha para a matemática e para os (não)saberes dos seus alunos de maneira muito diferenciada do olhar de anos atrás. Percebo que esse olhar continua contemplando a matemática de Platão devido a sua beleza e enxerga a necessidade do seu formalismo; entretanto, agora é um olhar que tem a consciência que esse formalismo não é suficiente para definir, ensinar, pensar, fazer e aprender matemática.

Neste tempo, sinto a necessidade de olhar para a matemática como uma ciência que se modifica dentro do processo de evolução histórica e cultural, podendo ser estudada através de diferentes atividades, as quais trazem a oportunidade da realização de um fazer matemático. E, para tentar definir este meu novo olhar, tomo emprestadas as palavras de Sousa (2004, p. 82):

> O rio que flui e cuja substância nunca é a mesma, é a matemática. Nela pode-se ver um padrão sempre "cambiante" nas diversas álgebras, que de tempos em tempos, são abstraídas do movimento fluente, surgindo e desaparecendo no processo total do fluxo.

Com esses argumentos, acredito que a (des)construção que esta pesquisa provocou em minhas "verdades" me fez enxergar que, para promover um possível aprendizado da matemática de forma significativa, é imprescindível dar ao aluno a oportunidade de participar do processo de fazer matemática. Um fazer no qual o aluno é o autor, conforme as palavras registradas pelo aluno RB, da 1ª série F: "*Feito por mim*".

Um fazer enriquecido pelo trabalho colaborativo entre os alunos e entre estes e a professora, pois, compartilhando nossos (não)saberes com os outros, novos conhecimentos foram produzidos. Um fazer no qual o erro se tornou uma ferramenta de aprendizagem e reflexão, pois esse movimento de estudo fez-me enxergar a matemática como uma ciência falível e inacabada.

---

[73] Qualifico como um acerto, pois foi uma metodologia que me "tocou" e hoje me constitui. Parafraseando Larrosa (2002), não é qualquer experiência que constitui o professor, mas aquela que o "toca"; portanto, não se deve confundir experiência com experimento.

Além destas “novas” verdades, que refletiram sobre as minhas ações e sensações, saliento que este movimento de pesquisa também interferiu diretamente na maneira como hoje avalio o aprendizado matemático dos meus alunos e, embora continue considerando a avaliação como uma árdua tarefa da minha profissão, neste tempo tenho menos dificuldade para avaliar a aprendizagem da matemática escolar dos meus alunos, pois consigo enxergar essa ciência de maneira ampla. Agora entendo que saber matemática está muito além de saber manipular símbolos matemáticos. Entretanto, essa dificuldade ainda me acompanha, pois continuo que indagando: Como posso mensurar o imensurável? Como ser democrática num modelo de avaliação que envolve relações de poder e de saber? O que posso fazer para objetivar a subjetividade?

Durante este estudo pude viver momentos de realização profissional por acreditar ter conseguido promover a aprendizagem dos alunos, mas também vivi momentos de frustração. Frustração sentida com as leituras dos registros nos quais não enxerguei uma criação e sim uma transcrição dos alunos; como também, nos momentos em que as minhas perguntas ficaram sem respostas. No entanto, essas minhas “verdades” são desestabilizadas quando penso na incapacidade que temos de enxergar e analisar o pensamento e o aprendizado do outro. Nesse momento percebo a relatividade do que é aprender para os diferentes sujeitos, pois o aluno pode ter aprendido muito “além” do conhecimento que tinha, porém o professor pode considerar esse aprendizado muito “aquém” dos parâmetros que ele (professor) adotou para avaliar esse aluno. Envolvida com estes pensamentos, concluo que a avaliação é um indicativo de aprendizagem dentro de um objetivo oficialmente pré-estabelecido, entretanto, acredito que é impossível qualificar e quantificar, verdadeiramente, a aprendizagem de um sujeito.

Com este estudo e com as reflexões realizadas, pude enxergar que, no processo de ensinar e aprender, não existem vítimas nem “vilões”, mas, sim, pessoas comprometidas e não comprometidas com o contexto. Saliento, contudo, que, quando nos deparamos com a possibilidade de promover uma aprendizagem, isto é, quando as ações envolvidas no processo de ensinar e aprender não ultrapassam as nossas limitações, não podemos deixá-las escapar, pois “sei que o ensino não é a alavanca para a mudança ou a transformação da sociedade, mas sei que a transformação social é feita de muitas tarefas pequenas e grandes, grandiosas e humildes!” (FREIRE; SHOR, 1986, p. 60).

7. E agora, o que as palavras me fizeram enxergar?

> *Só escrevendo (ou falando), como fez Rousseau nas* Confissões*, alguém pode fabricar um eu. Mas nosso personagem aprendeu que ler e escrever (escutar e falar) é colocar-se em movimento, é sair sempre para além de si mesmo, é manter sempre aberta a interrogação acerca do que se é. Na leitura e na escrita, o eu deixa de se fazer, de se desfazer e de se refazer. Ao final, já não existe um eu substancial a ser descoberto e ao qual ser fiel, mas apenas um conjunto de palavras para compor e descompor e recompor.*
> (LARROSA, 2006, p. 39)

Nesta narrativa, por meio da utilização da escrita e da leitura, pude enxergar que o processo de ensinar e aprender matemática envolve muito mais do que a apropriação dos conteúdos matemáticos. Ensinar e aprender matemática são ações que podem se efetivar através da disponibilidade dos sujeitos para escrever, ler, pensar, escutar, falar, criar e refletir. Neste momento, entendo que a minha "escolha" por utilizar a metodologia de escrever nas aulas de matemática pode ser delineada pela minha disponibilidade para a escrita.

Uma disponibilidade que me acompanha desde muito tempo. Enquanto aluna, procurava ouvir com atenção as palavras dos meus professores, fascinada com o saber que envolvia o processo de ensinar e aprender do qual participava; eu registrava esses saberes para, num outro momento, poder revisitá-los. Depois, como professora, essa disponibilidade configurou-se nos registros produzidos durante os cursos de formação continuada; e, agora, assumindo-me como pesquisadora, percebo essa disponibilidade com a escrita nas linhas produzidas para esta narrativa e nos movimentos que são realizados nas minhas aulas de matemática.

São palavras produzidas e registradas com amor, as quais fizeram enxergar-me de maneira diferenciada, mas também me proporcionaram a oportunidade de enxergar os meus alunos com outro olhar. Um olhar gerado durante o movimento de estudo e reflexão que foi provocado por esta pesquisa.

Por todo esse movimento vivido e sentido; por acreditar ter conseguido ir além de mim mesma, apesar de manter aberta uma interrogação acerca das minhas limitações, saliento que as palavras solidificadas neste capítulo têm a intenção de retomar a questão de investigação e os objetivos da pesquisa, fazendo uma síntese dos resultados obtidos e analisando as potencialidades de cada instrumento utilizado, bem como procurando abrir perspectivas para novas pesquisas. Estas palavras foram produzidas após ouvir outras vozes[74], as quais (des)construíram algumas das minhas verdades — simples palavras que agora estão disponíveis para compor, descompor e recompor esta professora que se encontra num momento de satisfação profissional.

7.1 (Re)escrever... Olhar para as "disponibilidades" dos instrumentos

Neste estudo, apropriei-me de diferentes instrumentos, a fim de proporcionar aos alunos a oportunidade de participar de uma aprendizagem da matemática escolar. Esses instrumentos foram, resumidamente, elucidados no capítulo 2 e, nas próximas linhas, pretendo identificar as suas diferentes potencialidades.

Julgo necessário salientar que esta ação pode ser significada como uma avaliação e, assim como toda avaliação, será um julgamento. Uma ação realizada por um sujeito que tem a consciência da sua incapacidade para julgar verdadeiramente o conhecimento que está sendo produzido pelo outro. Entretanto, acredito poder justificar a contradição existente entre essas palavras e a intenção com a minha disponibilidade. Uma disponibilidade para realizar um julgamento segundo as experiências que me constituíram durante a realização desta pesquisa. Assim, esta apreciação pautar-se-á em olhar as potencialidades e as limitações de cada instrumento para movimentar os processos de pensamento matemático, de acordo com um olhar próprio da pesquisadora, o qual se focalizou nas palavras registradas pelos alunos, nos diferentes instrumentos e momentos que envolveram este estudo.

Dessa forma, enfatizo que irei analisar esses registros a fim de identificar as diferentes potencialidades de um instrumento segundo um julgamento enredado pelos estudos e pelas emoções vividas durante a realização desta pesquisa.

---

[74] Vozes ouvidas durante o Exame de Qualificação, realizado em 05 de agosto de 2009. Palavras que fortaleceram, (des)fortaleceram e (re)fortaleceram o meu desejo de continuar este estudo, isto é, palavras que me provocaram a continuar o meu caminhar.

7.1.1 A biografia

A biografia foi um importante instrumento para o início do diálogo entre a professora e o aluno, bem como para desencadear uma conversa entre o aluno e as suas próprias palavras. Os alunos foram convidados a produzir esse registro durante o nosso primeiro encontro. Penso que esse instrumento de ensino, contendo informações sobre o próprio autor e sobre os seus sentimentos em relação à matemática escolar, ofereceu oportunidade para o aluno realizar, inicialmente, uma conversa sem interlocutor. Primeiramente, é uma linguagem-monólogo, uma conversa com a folha de papel em branco (VIGOTSKI, 2000), para, depois, ter um interlocutor apenas representado na pessoa da professora.

Senti que essa situação de conversação permitiu que o aluno tivesse "voz", porém, acredito que o mais importante desse movimento foram os bilhetes escritos pela professora para cada aluno. Esses bilhetes permitiram que o aluno fosse "ouvido" e, com isso, ele se sentiu valorizado dentro do processo de ensino.

Esses bilhetes, formados por palavras simples, conseguiram transmitir-me diferentes significados e emoções. Penso que o registro dessas palavras permitiu que os envolvidos participassem de um diálogo no contexto de aula de matemática, isto é, um registro que desencadeou o diálogo entre o aluno e a professora. Acredito, também, que essa escritura permitiu a realização de uma conversa do aluno com as próprias palavras e, assim, estimulou o diálogo do aluno com o seu conhecimento matemático. Ao escrever sobre seus sentimentos em relação à matemática, percebi que o aluno começou a colocar o seu pensamento em movimento. Ele iniciou a movimentação do seu saber matemático e começou uma caminhada na direção da sua liberdade em relação à cultura de aulas de matemática que carregam em si o "paradigma do exercício" (SKOVSMOSE, 2008).

No entanto, algumas dessas biografias trouxeram uma escrita permeada de insegurança e receio. Insegurança gerada pelo fato de escrever nas aulas de matemática, talvez pelo "novo", e receio da avaliação que possivelmente seria realizada pela professora, a leitora. Assim, percebo que foi importante a professora ter orientado os alunos para a produção dessa primeira escrita, pois assim, gradativamente, eles foram se encorajando para escrever nas aulas de matemática.

Além desses argumentos, saliento a importância da (não)avaliação desse instrumento, pois a professora realizou a leitura, fez as correções ortográficas e devolveu, para cada um dos seus alunos, um bilhete no qual procurou conversar sobre a matemática que eles gostavam ou não de estudar, mas em nenhum momento avaliou os escritos dos alunos.

Assim, dentro desse contexto, acredito que a biografia produzida pelos alunos e os bilhetinhos elaborados pela professora serviram de instrumento para valorizar o diálogo e minimizar a angústia dos alunos em relação às aulas de matemática, bem como contribuíram para encorajá-los a envolver-se com a metodologia de escrever nas aulas de matemática para, pelo menos, aprender matemática.

7.1.2 Escrita livre, bilhetinhos e adaptações

Depois da biografia, os alunos foram convidados a produzir uma escrita livre, isto é, eles escreveram no próprio caderno o que entenderam de um determinado estudo matemático. Para facilitar a produção dessa escrita, procurei "abastecê-los" com argumentos e ideias sobre o assunto a ser escrito, isto é, antes da produção da escrita livre nós conversávamos sobre a matemática estudada e, durante esse diálogo informal, eu perguntava e os alunos respondiam; depois, alguns alunos me faziam perguntas e eu respondia. Acredito que essa conversação foi muito importante para a escrita livre, pois serviu para "abastecer[75]" os alunos com argumentos para a produção do registro.

Vejo, também, que foi importante estabelecer que esses escritos não seriam avaliados pela professora. Percebi que essa negociação estimulou o aluno para a escrita, uma escrita sem medo do erro, uma escrita com o objetivo de libertar o pensamento e as concepções que o aluno possivelmente tivesse sobre as aulas de matemática. Nesse momento, sinto a necessidade de registrar que, mesmo sabendo que não seriam avaliados, alguns alunos solicitavam que a professora "olhasse" seu texto, pois se sentiam felizes com a própria produção. Para satisfazer seus desejos (e a minha curiosidade), eu lia alguns escritos e abria espaço para que outros alunos lessem as suas produções para a turma toda. Notei que, conforme um aluno lia os seus escritos, outros arrumavam o que tinham produzido; nesse contexto, percebi uma autocorreção, uma ação de grande valia para o processo de aprendizagem e para o desenvolvimento de um pensamento crítico.

[75] Esta palavra foi apropriada por este estudo com o sentido de oferecer ao sujeito diferentes possibilidades para argumentar e comunicar sobre o seu conhecimento matemático. Sendo assim, entendo "abastecer" como dar diferentes possibilidades para o aluno "objetivar" o seu conhecimento, mas sem a dimensão mecânica e técnica que o significado dessa palavra possa ter.

Ao mesmo tempo que a escrita livre se desenvolvia, comecei a convidar os alunos a produzirem um bilhetinho de final de aula. Nesses escritos, os alunos registravam, resumidamente, o que tinham entendido sobre o assunto estudado naquela aula. Inicialmente, como narrado anteriormente, esses bilhetes vinham repletos de citações e não de explicações matemáticas, mas o meu objetivo era ensiná-los a escrever, nas aulas de matemática, sobre a matemática que estavam fazendo e, para isso, foi preciso "dar tempo" para o aluno — e para mim.

Acredito que nossas aulas tinham uma prática muito diferenciada das aulas que eles estavam habituados a ter e, assim, eles precisavam de tempo para compreender essa "nova" possibilidade de fazer matemática. A lousa não era preenchida com a letra da professora para que eles copiassem; as listas de exercícios não traziam inúmeras equações para serem resolvidas com a famosa frase *"passa pra lá e muda o sinal"*; os alunos estavam participando de um "novo" contexto de produção de conhecimento. Assim, consciente de que o "novo" causa estranhamento, procurei dar tempo para que os meus alunos enxergassem a possibilidade de fazer a matemática escolar de forma diferenciada; procurei estimulá-los a escrever nas aulas de matemática através das indagações que eu registrava nos bilhetinhos que eles escreviam e, nesse movimento, eu também me dava "tempo" para aprender a trabalhar com essa metodologia.

Gradativamente, os bilhetinhos de final de aula começaram a trazer explicações do conhecimento produzido e movimentaram alguns dos processos de pensamento matemático que são discutidos em Oliveira (2002) e que foram utilizados neste estudo. Acredito que as explicações registradas nos bilhetinhos movimentaram o processo de especialização (E) e, algumas vezes, notei a presença da conjecturação (C). Entretanto, percebi que os registros que foram produzidos de maneira mais aberta, tais como: "crie exemplos" ou "invente uma situação" foram capazes de possibilitar uma maior movimentação dos processos de pensamento matemático. Isto é, notei que as "adaptações" conseguiram provocar a movimentação dos quatro processos de pensamento matemático que foram escolhidos para sustentar as análises produzidas nesta pesquisa.

Por esses pressupostos, reitero que este estudo concebe o instrumento utilizado e denominado "adaptações" como um excelente meio para movimentar os processos de pensamento matemático, mas também como um rico instrumento para possibilitar a criação do aluno. Entretanto, julgo necessário registrar que entendo que esse instrumento teve êxito por ter sido oferecido aos alunos num tempo em que estes já "carregavam dentro de si" a prática de escrever nas aulas de matemática; isto é, esses alunos tinham se envolvido com outros instrumentos de ensino que utilizam a escrita — bilhetinhos e escrita livre.

7.1.3 Atividades fechadas e formais

Esta pesquisa entende por atividades fechadas e formais os exercícios propostos pelo livro didático, pelas listas elaboradas pela professora e os exercícios que fazem parte dos materiais que compõem a Proposta Curricular da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (*Revista do Professor* e *Jornal do Aluno*, 2008).

Essas atividades foram, neste estudo, consideradas fechadas e formais por direcionarem o fazer matemático do aluno na busca de um resultado numérico e "incontestável" do ponto de vista da matemática formal.

As análises realizadas fizeram-me enxergar a grande potencialidade que essas atividades ditas formais e fechadas podem ter. Elas são consideradas por mim como ricos instrumentos de ensino, por terem possibilitado a movimentação dos processos de pensamento matemático e, neste momento, esta pesquisa entende que essa movimentação possibilitou um fazer matemático significativo.

Entretanto, saliento que a eficácia não é do instrumento em si, pois acredito que o êxito depende do sujeito que utiliza o instrumento e das concepções que ele tem sobre o que está fazendo e o que deseja fazer com e sobre a matemática escolar.

7.1.4 Relatório de entrada múltipla e das "descobertas"

O relatório de entrada múltipla foi um importante instrumento utilizado nas aulas de "descobertas", pois, através dessas tabelas, acredito que a professora conseguiu orientar as ações dos alunos para que fossem descobrindo, gradativamente e organizadamente, alguns "fatos" matemáticos. Tais "fatos" matemáticos são por esta pesquisa entendidos como os conhecimentos matemáticos adquiridos no decorrer do tempo e da histórica, mas também como os conhecimentos adquiridos pelos alunos no momento de produção matemática que os envolvia.

O relatório de entrada múltipla foi um instrumento que me provocou por apresentar uma maneira diferenciada para registrar um fazer matemático. Além disso, notei que a organização oferecida por esse instrumento facilitou a escrita e a leitura dos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Essas facilidades contribuíram com o estabelecimento do diálogo entre a professora e os alunos; e também possibilitaram a realização das intervenções pontuais e direcionadas, a fim de provocar um possível conhecimento matemático.

Saliento que esse relatório foi importante para "abastecer" os alunos com argumentos e organizar as suas ideias matemáticas para a produção de um registro escrito sobre o seu fazer matemático. Inicialmente, esses relatórios foram realizados como uma tarefa de casa e de produção individual e, após esse estágio, os alunos reuniam-se em grupo e discutiam os pensamentos registrados nos diferentes relatórios individuais para, depois de algumas negociações, produzirem o relatório do grupo. Percebi a movimentação dos processos de especialização (E) e de conjecturação (C) nos relatórios individuais, enquanto, no registro produzido em grupo, os processos de conjecturação (C) e de generalização (G) tinham presença garantida. Observei que a validação (V) foi enfatizada na produção escrita coletiva, na qual os alunos trabalharam como os matemáticos do tempo passado, fazendo e escrevendo a matemática com segurança.

Por esses pressupostos, acredito que o relatório das descobertas foi expressivo para movimentar os processos de pensamento matemático e, assim, possibilitar alguma aprendizagem matemática. Entretanto, ressalto a importância de oferecer aos alunos a possibilidade de participação nas diferentes etapas de produção escrita (individual, em grupo e coletivo) para o sucesso desse instrumento diante de uma possível aprendizagem. Acredito, ainda, que esse instrumento foi particularmente importante nesta pesquisa por ter sido ofertado e produzido após o envolvimento dos alunos com o relatório de entrada múltipla, pois vejo que o preenchimento dessa tabela serviu para enriquecer a argumentação e o saber de cada aluno, para a produção do relatório individual.

As experiências vividas durante esta pesquisa fizeram-me acreditar que a tabela de entrada múltipla e os relatórios das "descobertas" são instrumentos potencialmente significativos, pois contribuíram com a movimentação dos processos de pensamento matemático dos alunos quando eles participavam de um contexto de produção matemática.

7.1.5 As cartas

Durante esse tempo de pesquisa, na medida em que me perdia na biblioteca (LARROSA, 2006), à procura de vozes que me permitissem adquirir um novo saber, eu me deparava com diferentes tipos de instrumentos de ensino que me possibilitavam trabalhar com a escrita. Esses "novos" instrumentos provocavam-me, e eu sentia a necessidade — e, talvez, curiosidade — de utilizá-los. Assim, apesar de toda diversidade de ideias encontradas na literatura, a metodologia de escrever uma carta na aula de matemática foi a que me "tocou". Acredito que isso tenha ocorrido, devido à potencialidade das cartas em possibilitar o registro da emoção e do sentimento que envolve o autor e, consequentemente, o leitor.

As cartas que os alunos escreveram eram carregadas de registros que indicavam a dificuldade que cada um sentia em relação a um determinado assunto matemático, o que foi de grande valia para a tomada de decisão e para a organização das aulas. O diálogo realizado com os alunos, após a leitura desses registros, foi especialmente importante para que as dúvidas fossem sanadas ou, pelo menos, (re)pensadas.

Além de divulgar dúvidas e sentimentos, as cartas foram importantes instrumentos de ensino para que os alunos sintetizassem as informações obtidas num estudo, pois, não podendo escrever tudo o que tinham aprendido, os alunos entraram num processo de escolha e síntese. Penso que, para realizar essa escolha e para sintetizar o conhecimento, os alunos movimentam os diferentes processos de pensamento matemático.

Vejo que a especialização (E) apareceu na introdução, isto é, no início da carta; a conjecturação (C) foi percebida no desenvolver do assunto, enquanto a validação (V) fez-se presente no desfecho, podendo nesse momento estar acompanhada da generalização (G). Desse modo, enxergo que, ao produzir esse gênero literário, o aluno movimentou os processos de pensamento matemático para dar "conta" das etapas estabelecidas para a produção de uma carta, como:

(1) Introdução: breve exposição do assunto → Especialização (E)

(2) Enredo: relato do assunto → Conjecturação (C) e

(3) Fecho: posicionamento → Validação (V) e Generalização(G)

Com esses argumentos, acredito poder caracterizar a carta como um importante instrumento de ensino, por possibilitar uma síntese do conhecimento e, assim, movimentar os quatro processos de pensamento matemático que nesta pesquisa foram analisados. A carta também foi importante para indicar à professora os sentimentos que os alunos possuem (ou possuíam) em relação à matemática ou a determinado assunto matemático.

No entanto, ressalto a importância do destinatário da carta, pois esse instrumento de ensino teve validade no contexto de aprendizagem por ter sido significativo para quem escreveu, isto é, o aluno teve um objetivo para escrever sobre algo e para alguém. Destaco, assim, a importância que tiveram nesta pesquisa a provocação realizada pela professora de língua portuguesa (Rita) e o aluno doente que precisou da ajuda dos outros colegas para entender a matemática que estávamos desenvolvendo na sala de aula.

7.1.6 O *Jornal Exposto*

Como já enunciado, esse instrumento de ensino, não planejado intencionalmente, foi particularmente importante para ampliar a visão da professora dos resultados que foram, ou não, obtidos com metodologia da escrita nas aulas de matemática. Resultado de uma metodologia que foi utilizada para movimentar os diferentes processos do pensamento matemático, e assim, segundo entendo, foi empregada para ensinar a matemática escolar.

Vejo o *Jornal Exposto* como um rico instrumento de *feedback* para a professora que, inserida no contexto educacional, tem, dentre os seus fazeres, a função de avaliar, segundo alguns parâmetros oficiais, o conhecimento matemático adquirido pelos alunos. Assim, acredito que esse jornal me possibilitou, como professora, avaliar o quanto os meus alunos atingiram ou não as habilidades e as competências estabelecidas para a série que estavam cursando, de acordo com o que é estabelecido pela Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008a, p. 43). Mas, também, permitiu-me, como pesquisadora, avaliar o quanto os alunos movimentaram os processos de pensamento matemático. E, assim, pude refletir sobre a pergunta central desta pesquisa: Quais as potencialidades da escrita para a mobilização dos diferentes processos de pensamento matemático dos alunos, quando estes escrevem nas aulas de Matemática do Ensino Médio?

O *Jornal Exposto* — segundo o meu olhar — foi o instrumento mais rico deste movimento de pesquisa. Em cada folha criada para compor o jornal, percebi a movimentação dos processos de pensamento matemático; alguns escritos foram capazes de comunicar (para mim) a solidificação de uma aprendizagem e, na leitura de outros, notei que os conceitos matemáticos presentes precisavam ser refinados. Entretanto, acredito que esse instrumento de ensino foi capaz de movimentar os diferentes processos de pensamento matemático dos seus autores e leitores, mesmo quando o assunto divulgado merecia uma lapidação.

Neste momento complexo de reflexão, saliento que esse instrumento de ensino foi oferecido aos alunos no final do ano letivo, num tempo em que eles estavam habituados a escrever (e falar), nas aulas de matemática, sobre a matemática que faziam. Assim, acredito que o *Jornal Exposto* não teria alcançado o mesmo resultado, caso fosse produzido em outro tempo, isto é, num tempo em que os alunos ainda não tivessem se envolvido com a prática de escrever (e dialogar), nas aulas de matemática, sobre a matemática escolar.

7.2 Uma movimentação do ensino para a aprendizagem

Neste momento, ouvindo as palavras de Larrosa (2006, p. 39): "escrever (ler e falar) é colocar-se em movimento", acredito que, ao convidar os alunos a escreverem sobre a matemática nas aulas de matemática, a professora provocou a movimentação dos processos de pensamento matemático, possibilitando uma aprendizagem da matemática escolar. Entretanto, não posso afirmar que, durante essa movimentação, tenham ocorrido as mesmas aprendizagens para todos os alunos; contudo, acredito que essa movimentação, inevitavelmente, provocou alguma aprendizagem da matemática escolar para esses alunos.

Ao escrever (ou falar) sobre a matemática que estava fazendo, ou até mesmo sobre a matemática que o outro estava fazendo, o aluno movimentou algum processo do seu pensamento e, assim, desencadeou alguma aprendizagem. Uma aprendizagem que tenho dificuldade para quantificar, pois, durante esse movimento de estudo, aprendi que o "aprender muito ou pouco" possui relatividade, pois está diretamente ligado ao conhecimento que o sujeito tinha antes de realizar determinada ação.

Neste contexto da minha aprendizagem, acredito que um instrumento é qualificado como potencializador para movimentar os processos de pensamento matemático do aluno, quando:

- ele é ofertado com amor, o que ocorreu com as atividades formais e fechadas, justificadas pelo meu fascínio pela matemática formal;
- o professor é “tocado” por ele, como se deu com as cartas;
- o instrumento “provoca” os envolvidos, que foi o caso do relatório de entrada múltipla; ou, até mesmo, quando
- ele é idealizado dentro de um contexto de negociação e liberdade, da forma como foi realizado o *Jornal Exposto*.

Assim, além de acreditar que, ao escrever nas aulas de matemática, os alunos movimentaram os processos de pensamento matemático e, com isso, aprenderam algo inerente à matemática escolar, este estudo possibilitou-me participar de diferentes experiências para, neste momento, ousar escrever que alguns dos instrumentos de ensino por mim utilizados se tornaram instrumentos de aprendizagem da matemática escolar.

Mas, como um instrumento de ensino se torna um instrumento de aprendizagem?

Entendo que um instrumento de ensino se torna um instrumento de aprendizagem quando é capaz de movimentar os diferentes processos de pensamento matemático do sujeito que está envolvido no contexto de produção matemática; porém, vejo que essa movimentação depende do convite, da provocação, dos saberes, da sedução, da curiosidade e da disponibilidade dos sujeitos. Assim, saliento que essa capacidade de movimentação não é intrínseca ao instrumento, mas está diretamente ligada aos sujeitos que dele se apropriam e ao contexto.

Resumidamente, enfatizo acreditar que a possibilidade de transformar um instrumento de ensino em um instrumento de aprendizagem não depende do tipo de instrumento utilizado, mas depende diretamente do professor e da concepção que ele tem sobre a sua profissão e sobre o processo de educação no qual está inserido.

7.3 O diálogo e o trabalho compartilhado

Não posso (e não quero) finalizar esta narrativa sem registrar a importância que tiveram, pelo menos para mim, o diálogo e o trabalho compartilhado. Acredito que estas práticas de ensino muito contribuíram para a movimentação dos saberes que foram envolvidos nesse estudo. Vejo que as conversações (orais ou escritas) foram imprescindíveis para que os alunos aceitassem o meu convite. Penso que o diálogo foi estimulado e estabelecido, diariamente, por meio das intervenções e dos “bilhetinhos” que a professora registrava para seus alunos. Eles se perceberam ouvidos e, assim, sentiram-se incluídos no contexto de aprendizagem; com isso, entendo que foram encorajados a escrever sobre a matemática que estavam produzindo.

O trabalho compartilhado também foi muito importante para o encorajamento dos alunos, pois um estudante mais adiantado ajudava o outro a fazer matemática, e, assim, eles movimentavam os processos de pensamento matemático. Talvez essa movimentação tenha ocorrido de forma diferenciada para cada aluno, mas o importante é que, compartilhando seus (não)saberes, os alunos e a professora ajudavam-se e aprendiam alguma matemática escolar.

Por todas as palavras que foram escritas neste trabalho, creio ter evidências para registrar que a metodologia utilizada nesta pesquisa teve êxito, isto é, a metodologia de escrever nas aulas de matemática conseguiu movimentar os processos de pensamento matemático dos alunos. Contudo, acredito que esse êxito foi alcançado, principalmente, pelo fato de esse movimento ter sido permeado pelas negociações, pelos diálogos e pelo trabalho compartilhado. Sinto que essas ações democráticas e libertadoras foram capazes de envolver os alunos e a professora, os quais se perceberam incluídos num ambiente de respeito, de trabalho e de produção do conhecimento.

7.4 Aprendizagem... Uma provocação ao pensamento crítico

Nesse prazeroso movimento de estudo e de aprendizagem, percebi que a prática de escrever nas aulas de matemática possibilitou a movimentação dos processos de pensamento matemático dos alunos e acredito que essa movimentação contribuiu para eles realizassem uma escrita com as próprias palavras. Entendo por escrita com as próprias palavras a produção autêntica do aluno, uma produção significativa, legítima e fiel às verdades do próprio autor. Entretanto, saliento enxergar que essas palavras são carregadas de diferentes vozes que constituem o seu autor num determinado momento.

Com esses pressupostos, penso que, para poder e saber escrever com as suas próprias palavras, o aluno precisou participar de um movimento de negociação que foi realizado entre as suas palavras e os significados — um duelo entre o aspecto semântico e sintático da linguagem matemática. Nesse contexto, percebo que ocorreu uma reflexão sobre a validade de suas verdades e das verdades que lhes foram, culturalmente, transmitidas, originando, assim, o que eu entendo por pensamento crítico. Um pensamento que permitiu ao sujeito promover uma análise, consciente e voluntária, das informações e do conhecimento que o envolvia.

Assim, enfatizo que a prática de escrever nas aulas de matemática contribuiu para a movimentação dos processos de pensamento matemático do aluno e acredito que essa movimentação possibilitou a participação desse aluno no contexto de aprendizagem. Entendo que a aprendizagem "abasteceu" o sujeito para escrever com as próprias palavras, isto é, provocou-o a ter um pensamento crítico sobre o que ouve, vê, lê e escreve.

7.5 Uma nova leitura de mundo

Escrevendo esta narrativa e refletindo sobre todo o processo vivido durante esta pesquisa, percebo-me formando um movimento confuso com os meus pensamentos. Um movimento entremeado por acordos e desacordos que envolvem as minhas verdades, os objetivos deste estudo, a metodologia de ensino utilizada e a possível aprendizagem dos alunos e da professora.

Nesse tempo, enxergo uma consonância entre a prática de escrever nas aulas de matemática e a movimentação dos processos de pensamento matemático, pois participei de um contexto de ensino que foi capaz me evidenciar a presença de uma aprendizagem da matemática escolar; e, assim, acredito que essa aprendizagem conseguiu "abastecer" o aluno de argumentos e conhecimentos, a fim de possibilitar-lhe pensar criticamente sobre a sua vida. Acredito que esse pensamento crítico contribuiu para que o aluno adquirisse uma nova maneira de olhar para si próprio e para o mundo que o rodeia. Penso num olhar que possivelmente o tenha libertado para compor, recompor e, depois, até mesmo decompor a sua própria história.

Apesar dessa satisfação, minhas "verdades" são desestabilizadas quando penso nos registros que não foram capazes de me indicar a aprendizagem matemática que eu esperava, pois nem todos (professores e alunos) aceitaram o meu convite como eu gostaria que tivessem aceitado. Acredito, até mesmo, que alguns recusaram o meu convite para escrever nas aulas de matemática; senti essa recusa nos alunos que escreviam apenas para cumprir uma obrigação, mas não demonstravam envolvimento com a escrita que estavam produzindo. Nesse contexto de reflexão sobre os êxitos e as resistências ocorridas e sentidas durante esta pesquisa, enfatizo, também, que alguns dos professores convidados não se “tocaram” com a metodologia de escrever nas aulas de matemática e recusaram, direta ou indiretamente, o meu convite.

No entanto, envolvida com esses momentos de acordos e desacordos, eu não abandonei a minha disponibilidade com a escrita, nem tampouco abdiquei do meu desejo de participar de uma educação envolvida por ações políticas. Continuei o meu estudo, durante o qual acredito ter dado oportunidades para que todos os meus alunos participassem do contexto de sala de aula, quer falando, escrevendo, calculando ou pensando. Procurei valorizar os seus saberes e encorajá-los para que escrevessem nas aulas de matemática e, com isso, percebi que, de alguma forma, esses alunos movimentaram os processos de pensamento matemático. Diante dessa movimentação, entendo que os meus alunos aprendiam alguma matemática escolar, e essa aprendizagem possibilitou-lhes ter um pensamento sobre a matemática que (não)faziam em sala de aula. Assim, ouso escrever que esses alunos passaram a ter uma nova leitura de mundo; entretanto, saliento que não consigo pontuar o tipo de leitura que eles adquiriram, mas consigo perceber que não enxergam a matemática e a educação como antes enxergavam. E, nesse tempo, exclamo euforicamente, para mim mesma: isso não basta!

Em outras palavras, registro que as verdades adquiridas com essa pesquisa movimentaram os meus objetivos e as minhas concepções para compor uma nova história. Uma história que me causa a sensação de ter participado de um movimento de acordos e desacordos que se uniram para compor, recompor e descompor um belo e confuso processo que envolve o ensino e aprendizagem.

7.6 (Re)significar... Palavras para compor e descompor e recompor

Aprender lendo e escrevendo. Porque através da leitura, a escritura libera um espaço para além do escrito, um espaço para escrever. Ler é levar o texto ao seu extremo, ao seu limite, ao espaço em branco onde se abre possibilidade de escrever.
(LARROSA, 2006, p. 146)

Voltando o meu olhar para o início desta pesquisa, posso dizer que as diferentes palavras ouvidas durante as leituras, os diálogos e os discursos que me envolveram nesse movimento, foram capazes de (re)mexer as minhas verdades e o meu próprio "eu". Palavras que possibilitaram à professora ensinar de maneira diferenciada, palavras que contribuíram para fundamentar esse estudo e que, agora, abastecem de argumentos esta narrativa.

Dentre as palavras lidas e sentidas estão os registros de Larrosa. Suas escrituras "tocaram"-me e, assim, passaram a constituir-me; e, nessa produção, auxiliam-me a enfatizar que foi escrevendo (e lendo) que eu e meus alunos ensinamos e aprendemos, uns para os outros e uns junto com os outros, alguns "fatos" matemáticos. Na escrita, encontramos espaço para a produção de um registro além do escrito, isto é, a escrita abriu espaço para que pudéssemos fazer uma matemática escolar "desempacotada" e significativa.

A escrita possibilitou que eu e os meus alunos movimentássemos os processos de pensamento matemático e, com isso, aprendêssemos alguma matemática. Escrevendo (e lendo) aprendemos e encurtamos (em alguns casos, eliminamos) a distância que havia entre o aspecto sintático e o aspecto semântico da linguagem matemática escolar. Os símbolos encontraram os seus respectivos significados, e a aprendizagem foi significando-se nos registros de diferentes gêneros literários. Essa significância foi notada, principalmente, nas cartas, nos relatórios de entrada múltipla, nas atividades formais e fechadas e no *Jornal Exposto*.

Todo esse movimento permitiu que vivêssemos num contexto de sala de aula permeado de liberdade para fazer a matemática escolar. Um ambiente no qual o aluno teve voz e, principalmente, foi ouvido. Um tempo no qual os sujeitos falaram, escreveram, leram e pensaram, isto é, um tempo em que o sujeito teve possibilidade de criar e refletir sobre o assunto que o envolvia. Essa reflexão contribuiu para que o aluno refinasse o seu olhar em relação à matemática, ao seu aprendizado matemático e ao seu fazer matemático. Ação essa entendida como a realização de uma nova leitura (e escritura) de mundo. Uma leitura envolvida por um olhar que reflete sobre o que vê, lê e escreve; uma ação que encorajou o sujeito a fazer matemática.

Entretanto, esse movimento que me envolvia foi “quebrado” com o encerramento do ano letivo. As turmas foram reestruturadas, e os meus alunos, aqueles que tinham aceitado o meu convite para escrever nas aulas de matemática, agora, no ano de 2009, fazem parte de uma nova turma. Uma turma na qual a maioria dos alunos não participou desse movimento de “desempacotamento” da matemática escolar, alunos que não viveram a possibilidade de escrever (e ler) para aprender a matemática escolar. E, envolvida com esse registro, eu me questiono:

- Qual a contribuição que a metodologia de escrever nas aulas de matemática pode dar para a aprendizagem da matemática escolar, quando utilizada durante as três séries do Ensino Médio?
- Qual a diferença entre a aprendizagem matemática escolar possibilitada pelas aulas que utilizam a metodologia de escrever e a aprendizagem da matemática escolar que acontece nas aulas que se apropriam da linguagem simbólica, durante o contexto de Ensino Médio?
- Quais instrumentos metodológicos diferenciados (dos utilizados por essa pesquisa) poderiam ser utilizados para movimentar os processos de pensamento matemático do aluno do Ensino Médio?
- Será que a movimentação dos processos de pensamento matemático poderia ser realizada com mais êxito do que este estudo alcançou, com a utilização de outra metodologia de aula de matemática?
- Qual metodologia poderia provocar, para aprender matemática, os alunos que não se mobilizaram com a prática de escrever nas aulas de matemática?

Agora, sentindo-me invadida pela harmonia e pela confusão provocada pelas experiências vividas, o meu “eu” deixa-se fazer, desfazer-se e refazer-se para finalizar esta narrativa com a certeza de ter participado de um movimento de aprendizagem que me transformou. Um movimento que hoje me constitui e, inevitavelmente, transformou-me em uma profissional mais competente do que aquela professora que iniciou o registro desta pesquisa, com as palavras “*encontrei essas palavras para expressar a minha constante busca...*”.

Uma busca que não terminou, mas que direcionou o meu olhar para a possibilidade de realizar a minha função e, ao mesmo tempo, o meu desejo de promover uma educação libertadora e democrática. Promover uma educação como política, uma ação permeada por negociações e reflexões; em que os sujeitos, inacabados e conscientes desse inacabamento, unem-se para escrever a matemática e, assim, possivelmente, aprender a matemática escolar.

Referências bibliográficas

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE PORTUGAL (APM). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar* (tradução portuguesa dos Standards do National Council of Teachers of Mathematics). Associação de professores de Matemática: Instituto de Inovação Educacional, 1991.

BAKHTIN, Mikhail. *Marxismo e filosofia da linguagem*: problemas fundamentais do método sociológico na ciência da linguagem. Tradução de Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 1999.

BORBA, Marcelo C., PENTEADO, Miriam G. Pesquisa em Informática e Educação Matemática. *Educação em Revista***.** Belo Horizonte/UFMG, n.36, p. 239-253, dez. 2002.

BRAIT, Beth. *Bakhtin:* conceitos-chave. São Paulo: Contexto, 2007.

BRASIL. *PCN+Ensino Médio*: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília; SEMTEC, 2002.

CANDAU, Vera M. (Org.). *Reinventar a escola*. Petrópolis/RJ: Vozes, 2000.

CHARLOT, Bernard. *Relação com o saber, formação dos professores e globalização:* questões para a Educação hoje. Porto Alegre: Artmed, 2005. p.75-122.

COLINVAUX, Dominique. Aprendizagem e construção/constituição do conhecimento: reflexões teórico-metodológicas. *Pro-Posições.* Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, v. 18, n. 3(54), p. 29-52, set./dez. 2007.

CORACINI, Maria J. R. F. Identidades múltiplas e sociedades do espetáculo: impacto das novas tecnologias de comunicação**.** In: MAGALHÃES, I.; GRIGOLETTO, M.; CORACINI, M. J. (Org.). *Práticas identitárias* **–** língua e discurso**.** São Carlos: Claraluz, 2006.

CUNHA, Marcus Vinicius. *John Dewey*: uma filosofia para educadores em sala de aula. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Conteúdo e metodologia na formação de professores In: FIORENTINI, D. ; NACARATO, A. M. (Org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática.* São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. p. 20-32.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação matemática*: da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996. (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática* - elo entre as tradições e a modernidade Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção tendências em Educação Matemática).

DANTE, Luiz R. *Coleção Matemática*. 1ª série, Ensino Médio. São Paulo: Ática, 2004.

FONSECA, Helena. *Os processos matemáticos e o discurso em actividades de investigação na sala de aula*, 2000. Tese (Mestrado em Educação) — Universidade de Lisboa. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/textos/index.htm>. Acesso em: 8 jan. 2008.

FRANCO, Maria Amélia S. Pedagogia da pesquisa-ação. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005.

FREIRE, Paulo; SHOR, Ira. *Medo e ousadia* — o cotidiano do professor. Tradução de Adriana Lopez. 12. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia*: saberes necessários à prática educativa. 35. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 47. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

FREITAS, Maria Teresa M. *A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática*. 2006. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GRANDO, Regina C.; MARCO, Fabiana Fiorezi. O movimento da resolução de problemas em situações com o jogo na produção do conhecimento matemática. In: MENDES, Jackeline R.; GRANDO, Regina C. *Múltiplos olhares:* matemática na produção de conhecimento. São Paulo: Musa, 2007. p. 95-118.

HARGREAVES, A. Teaching as a paradoxical profession. In: ICET - 46th World Assembly: Teacher Education, 2001, Santiago – Chile. 22 p. (CD-Rom).

KRAMER, Sonia. Propostas pedagógicas ou curriculares: subsídios para uma leitura crítica. *Educação & Sociedade*. Ano 18, n. 60, p. 15-35, dez. 97. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v18n60/v18n60a1.pdf. Acesso em: 16 out. 2007.

LARROSA, Jorge, Notas sobre a experiência e o saber experiência. Tradução de João Wanderley Geraldi. *Revista Brasileira de Educação*, n.19, jan./fev./mar./abr. 2002.

LARROSA, Jorge. *Pedagogia profana*: danças, piruetas e mascaradas. Tradução de Alfredo Veiga-Neto. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

LIMA, Claudia N. M. F**.** *Investigação da própria prática docente utilizando tarefas exploratório-investigativas em um ambiente de comunicação de idéias Matemáticas no Ensino Médio.* 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação *Scricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba/ SP.

LIMA, Elon Lages et al. *A Matemática do Ensino Médio*. 9. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. v.1. (Coleção do Professor de Matemática).

LOPES, Antonio José (Bigode). Gestão de interações e produção de conhecimento matemático em um ambiente de inspiração lakatosiana. *Educação Matemática em Revista*, n. 7, ano 6, p. 19-26, 1999.

MASCIA, M. A. A. M. Os discursos monográficos nos movimentos da globalização versus virtualização e da pós-modernidade. *Reverte 2*. Fatec- ID, p. 39-58, 2004.

MOURA, Anna Regina; SOUSA, M. Carmo. Dando movimento ao pensamento algébrico. *Zetetiké* — Cempem, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 16, n. 30, p. 63-75, jul./dez. 2008.

OLIVEIRA, Paulo. *A investigação do professor, do matemático e do aluno:* uma discussão epistemológica. 2002. 285 p. Tese (Mestrado em Educação) — Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/textos/poliveira/index.htm>. Acesso em: 8 jan. 2008.

OLIVEIRA, Roberto A. *Leitura e escrita nas aulas de matemática do Ensino Médio.* 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

ONUCHIC, Lourdes R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 199-220.

PAIS, Luiz C. *Ensinar e aprender Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, João Pedro da et al. *A natureza da Matemática. Didactica:* ensino secundário. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento do Ensino Secundário, 1997. Capítulo 2.

POWELL, Arthur; BAIRRAL Marcelo. *A escrita e o pensamento matemático:* interações e potencialidades. Campinas, SP: Papirus, 2006.

REGO, Teresa C. *Vygotsky:* uma perspectiva histórico-cultural da educação, Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

SANTOS, Vinício de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi (Org.). *Escritas e leituras na Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 117-125.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo*: Matemática, São Paulo: SEE, 2008a.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Revista São Paulo faz Escola* (Edição Especial da Proposta Curricular): Matemática, São Paulo: SEE, 2008b.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Jornal do Aluno*. Matemática, Ensino Médio, 1ª série, São Paulo: SEE, 2008c.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Caderno do Professor*: Matemática, Ensino Médio, 1ª série, 1º bimestre, São Paulo: SEE, 2008d.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Caderno do professor*: Matemática, Ensino Médio, 1ª série, 2º bimestre, São Paulo: SEE, 2008e.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática crítica*: a questão da democracia. Campinas/SP: Papirus, 2001. (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, Ole. Guetorização e globalização: um desafio para a Educação Matemática. *Zetetiké* — Cempem, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas**,** Campinas, SP, v. 13, n. 24, p. 113-142, jul./dez. 2005.

SKOVSMOSE, Ole. *Desafios da reflexão em Educação Matemática crítica.* Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas/SP: Papirus, 2008. (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

SOLOMON, Y.; O'NEILL, J. Mathematics and narrative**.** *Language and Education*, v. 12, n.13, 1998. Disponível em: <http://www.channelviewpublications.net/le/012/0210/le0120210.pdf>. Acesso em: 7 abr. 2008.

SOUSA, Maria do Carmo de. *O ensino da álgebra numa perspectiva lógico-histórica:* um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 2004. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

TUTTLE, Cynthia L. Writing in the Mathematics classroom. In: KENNEY, Joan M. et al. (Org.). *Literacy strategies for improving*: Mathematics instruction.Alexandria, Virginia, USA: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD), 2005. p. 24-50.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VINÃO FRAGO, Antonio; ESCOLANO, Agustín. *Currículo, espaço e subjetividade.* Tradução de Alfredo Veiga Neto. 2. ed. RJ: DP&A, 2001.

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo