

#### PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

### "Monitoramento da Integridade Estrutural de Sistemas Mecânicos via Observador de Estado Modal"

Aldemir Aparecido Cavalini Junior

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo Co-orientador: Prof. Dr. Vicente Lopes Jr

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Conhecimento: Mecânica dos Sólidos.

Ilha Solteira – SP Setembro/2009

### Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

#### **CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

TÍTULO: Monitoramento da Integridade Estrutural de Sistemas Mecânicos via Observador de Estado Modal

#### AUTOR: ALDEMIR APARECIDO CAVALINI JUNIOR ORIENTADOR: Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA MECÂNICA, Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:

Ment de met

unesp

Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

1 Alou

Prof. Dr. VALDER STEFFEN JÚNIOR Departamento de Engenharia Mecanica / Universidade Federal de Uberlândia

Data da realização: 21 de setembro de 2009.

Dedico este trabalho a toda minha família.

Em especial a minha mãe Nelma e minha noiva Fernanda, pois sem o apoio delas eu não teria conseguido atravessar esta etapa da minha vida.

### AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelas oportunidades a mim concedidas.

De forma especial aos Professores Gilberto Pechoto de Melo e Vicente Lopes Jr pela indispensável orientação e amizade criada nestes anos de convívio.

Aos Professores Antônio Eduardo Turra, Luiz de Paula do Nascimento e João Antonio Pereira, pelos ensinamentos. Também aos demais Professores e aos funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica.

Agradeço a Douglas Domingues Bueno e Clayton Rodrigo Marqui pela ajuda dada desde os tempos de iniciação científica e, principalmente, por me incentivar a seguir os caminhos da pesquisa.

Aos meus "amigos-irmãos-companheiros" Eduardo Fontes Paschoal e Vitor Ramos Franco. Também a grande amiga Camila Gianini Gonsalez.

Ao amigo e companheiro de pesquisa Gustavo L. Magalhães de Abreu pelas longas conversas e pela imensa ajuda dada na realização da etapa experimental deste trabalho.

Ao fundamental suporte do Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes (GMSINT) do Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP de Ilha Solteira.

A Eduardo Aragão, Ricardo Mesquita, Thiago Galavotti, Eduardo Crepaldi, Siderlei Crepaldi, André Marquesine, Giovani Dardani, Vitor Riva, Tatá Riva e tantos outros grandes amigos pelos momentos de descontração tão importantes no desenvolvimento deste trabalho.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo apoio financeiro concedido.

Aos membros da banca examinadora pelas sugestões e comentários.

"Eu nego que a terra se mova em torno do sol... mas ela continua se movendo"

Galileu Galilei, na Inquisição, quando pressionado a negar sua teoria.

## RESUMO

O monitoramento da integridade estrutural (SHM) de sistemas mecânicos trata-se de uma tecnologia emergente que combina modernos sensores com inteligentes algoritmos computacionais para analisar a condição da estrutura em tempo real ou quando for necessário. Segurança, alto desempenho em operação e redução nos custos de manutenção são alguns dos principais benefícios concedidos pela tecnologia SHM. Deste modo, esta tecnologia vem encontrando aceitação crescente na indústria, principalmente na aeronáutica e petrolífera onde os custos de manutenção são muito elevados. Dentre as técnicas de monitoramento desenvolvidas, a dos observadores de estado se destacou. No entanto, esta técnica SHM possui algumas restrições que motivam o interesse pelo desenvolvimento de uma nova abordagem para a mesma. Neste contexto, este trabalho alia os já conhecidos observadores de estado com as características do domínio modal a fim de determinar o modo de vibrar mais afetado pela presença de um dano qualquer no sistema monitorado. A partir do conhecimento desta informação é possível projetar, por exemplo, sistemas de controle e manutenção mais eficientes. Contudo, nesta dissertação são apresentadas aplicações numéricas e experimentais em diferentes sistemas mecânicos a fim de detalhar e demonstrar a técnica SHM via Observador de Estado Modal, inicialmente proposta aqui. Algumas destas aplicações contam ainda com sensores e atuadores piezelétricos acoplados as estruturas. Os resultados encontrados mostram pontos favoráveis e desfavoráveis da técnica proposta.

**PALAVRAS CHAVE:** Monitoramento da Integridade Estrutural, Observador de Estado, Domínio Modal, Materiais Piezelétricos.

## ABSTRACT

Structural Health Monitoring (SHM) is an emerging technology that combines modern sensors with intelligent algorithms to analyze the structural condition in real time or specific time. Security, high operation performance and maintenance reduction costs are some of the key benefits provided by this technology. Not surprisingly, the SHM techniques have recently received increased attention in aircraft and oil industries. Among the developed SHM techniques, state observers had special attention. However, this technique presents some restrictions that motivate the development of a new SHM approach through state observers. In this context, this work associates the already known state observers with features obtained in the modal domain to determine the vibration modes that are more affected by damage presence in the monitored structure. That information makes possible the design of efficient maintenance and control systems. In order to analyze the Modal State Observer technique, firstly presented here, numerical and experimental applications in different mechanical systems are presented. In some applications are used sensors and piezoelectric actuators coupled in the structures. The results lead to the conclusion that the Modal State Observer is a potential useful SHM tool.

**KEYWORDS:** SHM, Modal State Observer, Modal Domain, Piezoelectric Materials.

# LISTA DE FIGURAS

Figura	1.1 – Analogia entre a tecnologia SHM e o sistema nervoso central humano	28
Figura	1.2 – Acidentes que poderiam ser evitados com técnicas de monitoramento	29
Figura	1.3 – Inspeção em uma solda utilizando ultra-som.	30
Figura	1.4 – Ilustração do efeito piezelétrico direto e inverso	31
Figura	3.1 – Antena de comunicação com o espaço da NASA em Madri, Espanha	45
Figura	5.1 – Boeing 747SP utilizado para transportar o telescópio SOFIA	67
Figura	6.1 – Definição de observador de estado	72
Figura	6.2 – Modelo simplificado de um observador de estado	85
Figura	6.3 – Sistema massa-mola de três graus de liberdade.	86
Figura	6.4 – Sinais de resposta do sistema sem falha e do observador global (Caso 1)	88
Figura	6.5 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador global (Caso 1)	89
Figura	6.6 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-4 (Caso 1)	89
Figura	6.7 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-2 (Caso 1)	90
Figura	6.8 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-9 (Caso 1)	90
Figura	6.9 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 1)	91
Figura	6.10 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador global (Caso 2)	93
Figura	6.11 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 2)	94

Figura 6.12 – Sinais de resposta do sistema	
com falha e do observador robusto OR-5 (Caso 2)	94
Figura 6.13 – Sinais de resposta do sistema	
com falha e do observador robusto OR-6 (Caso 2)	95
Figura 6.14 – Aproximação para visualização da diferença entre as curvas (Caso 2)	95
Figura 6.15 – Sinais de resposta do sistema	
com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 2)	96
Figura 6.16 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador global (Caso 3)	98
Figura 6.17 – Sinais de resposta do sistema	
com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 3)	99
Figura 6.18 – Sinais de resposta do sistema	
com falha e do observador robusto OR-5 (Caso 3)	99
Figura 6.19 – Sinais de resposta do sistema	
com falha e do observador robusto OR-8 (Caso 3)	100
Figura 6.20 – Sinais de resposta do sistema	
com falha e do observador robusto OR-4 (Caso 3)	100
Figura 7.1 – Esquema de funcionamento do Observador de Estado Modal	103
Figura 7.2 – Analogia entre o Observador de Estado Modal e um prisma.	104
Figura 7.3 – Esquema de funcionamento do	
Observador de Estado Modal em análises experimentais	- 107
Figura 7.4 – Fluxograma explicativo para a técnica de monitoramento proposta	108
Figura 7.5 – Funcionamento do	
Observador de Estado Modal sem o sinal de excitação u(t)	108
Figura 7.6 – Técnica proposta desconsiderando o sinal de excitação no observador	109
Figura 7.7 – Placa de alumínio modelada via FEM	111
Figura 7.8 – Função de Resposta em Freqüência do modelo MO <sub>1</sub> da placa.	112

Figura	7.9 – Placa com dano no elemento 7	113
Figura	7.10 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 1 – MO <sub>1</sub> – Deslocamento Modal)	114
Figura	<ul> <li>7.11 – Análise dos modos de vibrar</li> <li>da placa (Caso 1 – MO<sub>1</sub> – Velocidade Modal)</li> </ul>	114
Figura	<ul> <li>7.12 – Análise dos modos de vibrar</li> <li>da placa (Caso 1 – MO<sub>2</sub> – Deslocamento Modal)</li> </ul>	115
Figura	<ul> <li>7.13 – Análise dos modos de vibrar</li> <li>da placa (Caso 1 – MO<sub>2</sub> – Velocidade Modal)</li> </ul>	115
Figura	7.14 – Placa com dano no elemento 21.	116
Figura	<ul> <li>7.15 – Análise dos modos de vibrar</li> <li>da placa (Caso 2 – MO<sub>1</sub> – Deslocamento Modal)</li> </ul>	117
Figura	<ul> <li>7.16 – Análise dos modos de vibrar</li> <li>da placa (Caso 2 – MO<sub>1</sub> – Velocidade Modal)</li> </ul>	117
Figura	<ul> <li>7.17 – Análise dos modos de vibrar</li> <li>da placa (Caso 2 – MO<sub>2</sub> – Deslocamento Modal)</li> </ul>	118
Figura	<ul> <li>7.18 – Análise dos modos de vibrar</li> <li>da placa (Caso 2 – MO<sub>2</sub> – Velocidade Modal)</li> </ul>	118
Figura	7.19 – Treliça de aço modelada via FEM com PZTs acoplados	119
Figura	7.20 – Construção comum de um PZT de pilha (PZT Stack)	120
Figura	7.21 – FRF do modelo completo da treliça (Sensor A)	121
Figura	7.22 – Representatividade dos modos de vibrar da treliça (Sensor A).	122
Figura	7.23 – FRFs dos modelos completo e reduzido da treliça (Sensor A)	123
Figura	7.24 – Análise da influência de ruídos nos modos de vibrar mais afetados de uma treliça plana (Sensor A – Deslocamento Modal)	123

Figura 7.25 – Análise da influência de ruídos nos modos de vibrar
mais afetados de uma treliça plana (Sensor A – Velocidade Modal) 124
Figura 7.26 – Representatividade dos modos de vibrar da treliça (Sensor B) 125
Figura 7.27 – FRFs dos modelos completo e reduzido da treliça (Sensor B)125
Figura 7.28 – Análise da influência de ruídos nos modos de
viorar mais arctados de uma trença plana (Sensor D – Desiocamento Modar) 120
Figura 7.29 – Análise da influência de ruídos nos modos de vibrar
mais afetados de uma treliça plana (Sensor B – Velocidade Modal) 127
Figura 7.30 – Placa de alumínio engastada em uma de suas extremidades 127
Figura 7.31 – FRFs dos modelos identificado
e experimental da placa (PZT 1 e ACEL 1) 129
Figura 7.32 – Representatividade dos modos de vibrar da placa (PZT 1 e ACEL 1) 129
Figura 7.33 – FRFs dos modelos completo e reduzido da placa (PZT 1 e ACEL 1) 130
Figura 7.34 – FRFs dos modelos identificado
e experimental da placa (PZT 1 e ACEL 2)130
Figura 7.35 – FRFs dos modelos completo e reduzido da placa (PZT 1 e ACEL 2) 131
Figura 7.36 – Parafusos do engaste132
Figura 7.37 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
através dos sinais de deslocamento modal (100Hz – PZT 1 – ACEL 1) 133
Figura 7.38 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
através dos sinais de velocidade modal (100Hz – PZT 1 – ACEL 1) 133
Figura 7.39 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta
da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (100Hz – PZT 1 – ACEL 1) 134
Figura 7.40 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
através dos sinais de deslocamento modal (500Hz – PZT 1 – ACEL 1) 135

Figura	7.41 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de velocidade modal (500Hz – PZT 1 – ACEL 1) 135
Figura	7.42 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta
	da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (500Hz – PZT 1 – ACEL 1) 136
Figura	7.43 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de deslocamento modal (100Hz - PZT 1 - ACEL 2) 137
Figura	7.44 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de velocidade modal (100Hz – PZT 1 – ACEL 2)137
Figura	7.45 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta
	da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (100Hz – PZT 1 – ACEL 2) 138
Figura	7.46 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de deslocamento modal (500Hz - PZT 1 - ACEL 2) 139
Figura	7.47 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de velocidade modal (500Hz - PZT 1 - ACEL 2) 139
Figura	7.48 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta
	da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (500Hz – PZT 1 – ACEL 2) 140
Figura	7.49 – Arruelas adicionadas nos elementos 61 e 89 da placa 140
Figura	7.50 – Elementos da placa onde foram posicionadas as arruelas 141
Figura	7.51 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 1) 141
Figura	7.52 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de velocidade modal (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 1) 142
Figura	7.53 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e
	com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 1) 142
Figura	7.54 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa
	através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 61 - PZT 1 - ACEL 2) 143

- Figura 7.55 Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 2).-----143
- Figura 7.56 Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 61 PZT1 ACEL 2). ----- 144
- Figura 7.57 Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 1). ----- 145
- Figura 7.58 Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 1).-----145
- Figura 7.59 Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 89 PZT 1 ACEL 1).----- 146
- Figura 7.60 Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 2). ----- 146
- Figura 7.61 Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (Elemento 89 PZT 1 ACEL 2).-----147
- Figura 7.62 Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 89 PZT1 ACEL 2). ----- 147
- Figura 7.63 Sistema rotativo utilizado na análise. ----- 149
- Figura 7.64 Denominação adotada para cada um dos discos presentes no sistema rotativo. ------ 149
  Figura 7.65 – Localização e direção dos acelerômetros ACEL 1 e ACEL 2.----- 150
- Figura 7.66 FRFs dos modelos identificado e experimental do eixo (ACEL 1).----151
- Figura 7.67 Representatividade dos modos de vibrar do eixo (ACEL 1). ----- 151
- Figura 7.68 FRFs dos modelos completo e reduzido do eixo (ACEL 1).-----152
- Figura 7.69 FRFs dos modelos identificado e experimental do eixo (ACEL 2).-----153
- Figura 7.70 Representatividade dos modos de vibrar do eixo (ACEL 2). ------ 153
- Figura 7.71 FRFs dos modelos completo e reduzido do eixo (ACEL 2).-----154

Figura 7.72 – Mola MA esticada para causar o dano no mancal 1	155
Figura 7.73 – Mola MB esticada para causar o dano no mancal 2	155
Figura 7.74 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MA ser esticada (ACEL 1)	156
Figura 7.75 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 1)	156
Figura 7.76 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 1)	157
Figura 7.77 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MA ser esticada (ACEL 1)	158
Figura 7.78 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MA ser esticada (ACEL 1)	158
Figura 7.79 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MA ser esticada (ACEL 2)	159
Figura 7.80 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 2)	160
Figura 7.81 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 2)	160
Figura 7.82 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MA ser esticada (ACEL 2)	161
Figura 7.83 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MA ser esticada (ACEL 2)	161
Figura 7.84 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MB ser esticada (ACEL 1)	162
Figura 7.85 – Efeito da alteração na configuração da mola MB nos	

modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 1). ----- 163

Figura 7.86 – Efeito da alteração na configuração da mola MB nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 1).----- 163

- Figura 7.87 Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MB ser esticada (ACEL 1).----- 164
- Figura 7.88 Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MB ser esticada (ACEL 1).-----164
- Figura 7.89 Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MB ser esticada (ACEL 2). ------ 165
- Figura 7.90 Efeito da alteração na configuração da mola MB nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 2). ----- 165
- Figura 7.91 Efeito da alteração na configuração da mola MB nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 2).---- 166
- Figura 7.92 Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MB ser esticada (ACEL 2).-----166
- Figura 7.93 Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MB ser esticada (ACEL 2).-----167
- Figura 7.94 Detalhe da posição onde as massas de desbalanceamento foram fixadas.---- 167
- Figura 7.95 Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo balanceado e desbalanceado por massas fixadas no disco 1 (ACEL 1). ----- 168
- Figura 7.96 Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 1). ------ 169
- Figura 7.97 Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 1).-----169
- Figura 7.98 Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal do eixo balanceado (ACEL 1).-----170
- Figura 7.99 Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal do eixo desbalanceado pela massa M-22 (ACEL 1).----- 170

Figura 7.100 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta	
do eixo balanceado e desbalanceado por massas fixadas no disco 1 (ACEL 2)	- 171
Figura 7.101 – Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar	
do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 2)	- 172
Figura 7.102 – Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar	
do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 2)	- 172
Figura 7.103 – Sinais medido e estimado pelo	
Observador de Estado Modal do eixo balanceado (ACEL 2)	- 173
Figura 7.104 – Sinais medido e estimado pelo Observador	
de Estado Modal do eixo desbalanceado pela massa M-30 (ACEL 2)	- 173
Figura 7.105 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal	
antes da mola MA ser esticada com eixo em rotação de 15Hz (ACEL 1)	- 174
Figura 7.106 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal	
após da mola MA ser esticada com eixo em rotação de 15Hz (ACEL 1)	- 175
Figura 7.107 – Sistema Shake Table produzido pela Quanser®	
no qual não foi possível desconsiderar a influência a parcela de excitação	- 175
Figura A1.1 – Viga de alumínio modelada pelo método dos elementos finitos	- 194
Figura A1.2 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 1 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo variável)	- 196
Figura A1.3 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 1 de dano (CCD - Velocidade Modal - Modelo variável)	- 196
Figura A1.4 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 1 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo único)	- 197
Figura A1.5 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 1 de dano (CCD – Velocidade Modal – Modelo único)	- 197
Figura A1.6 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 2 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo variável)	- 198

Figura A1.7 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 2 de dano (CCD – Velocidade Modal – Modelo variável)	198
Figura A1.8 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 2 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo único)	199
Figura A1.9 – Modo de vibrar mais afetado pelo	
Caso 2 de dano (CCD – Velocidade Modal – Modelo único)	199
Figura A2.1 – Diagrama de blocos utilizado	
nos testes em que foi considerado o sinal de excitação	202
Figura A2.2 – Diagrama de blocos utilizado	
nos testes em que não foi considerado o sinal de excitação	203
Figura A3.1 – Configuração experimental	
utilizada para obter os sinais para o modelo da placa	204
Figura A3.2 – Configuração experimental	
utilizada para obter os sinais para omodelo do sistema rotativo	205
Figura A3.3 – Configuração experimental	
utilizada para obter os sinais para os testes realizados no sistema rotativo	205
Figura A3.4 – Placa dSpace <sup>®</sup> DS1103 CONTROL BOARD	206
Figura A3.5 – Condicionador de sinais (PCB Piezotronics <sup>®</sup> )	206
Figura A3.6 – Sistema completo de aquisição de sinais	206

# LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 – Parâmetros físicos considerados	
na construção do modelo matemático do sistema massa-mola	86
Tabela 6.2 – Banco de observadores robustos	87
Tabela 6.3 – Valores encontrados através da diferença RMS (Caso 1)	92
Tabela 6.4 – Valores encontrados através da diferença RMS (Caso 2)	97
Tabela 6.5 – Banco de observadores robustos (Caso 3)	98
Tabela 6.6 – Valores encontrados através da diferença RMS (Caso 3)	101
Tabela 7.1 – Propriedades físicas e geométricas da placa	111
Tabela 7.2 – Propriedades físicas e geométricas dos PZTs	112
Tabela 7.3 – Propriedades físicas e geométricas da treliça plana	120
Tabela 7.4 – Propriedades físicas e geométricas da placa	128
Tabela 7.5 – Propriedades físicas e geométricas do PZT atuadores	128
Tabela 7.6 – Propriedades físicas e geométricas do sistema completo	150
Tabela A1.1 – Propriedades físicas e geométricas da viga flexível.	195

# NOMENCLATURA

### LETRAS LATINAS

A	Matriz Dinâmica
A <sub>d</sub>	Matriz Dinâmica na Forma Discreta
A <sub>dm</sub>	Matriz Modal Dinâmica em Blocos Diagonais
A <sub>m</sub>	Matriz Modal Dinâmica
A <sub>r</sub>	Matriz Dinâmica Reduzida
В	Matriz de Entradas
B <sub>d</sub>	Matriz de Entradas na Forma Discreta
B <sub>dm</sub>	Matriz Modal de Entradas em Blocos Diagonais
B <sub>m</sub>	Matriz Modal de Entradas
B <sub>r</sub>	Matriz de Entradas Reduzida
B <sub>Rp</sub>	Matriz de Entradas de Ruídos de Processo
$B_{w}$	Matriz de Entradas de Distúrbio
С	Matriz de Saídas
C <sub>d</sub>	Matriz de Saídas na Forma Discreta
C <sub>dm</sub>	Matriz Modal de Saídas em Blocos Diagonais
C <sub>m</sub>	Matriz Modal de Saídas
$C_{md}$	Matriz Modal de Saídas de Deslocamento

C<sub>mv</sub> Matriz Modal de Saídas de Velocidade

Cr	Matriz	de	Saídas	Reduzida
-				

- D Matriz de Amortecimento
- D<sub>d</sub> Matriz de Transmissão Direta na Forma Discreta
- D<sub>m</sub> Matriz Modal de Amortecimento
- K Matriz de Rigidez
- K<sub>m</sub> Matriz Modal de Rigidez
- G Modelo Completo
- G<sub>r</sub> Modelo Completo
- H Matriz Triangular de Toeplits
- Kt Matriz do Ganho de Kalman
- L Matriz do Ganho do Observador
- L<sub>I</sub> Matriz de Ganho Integral
- L<sub>p</sub> Matriz de Ganho Proporcional
- M Matriz de Massa
- M<sub>m</sub> Matriz Modal de Massa
- O Matriz de Observabilidade
- P Graminiano de Controlabilidade
- Q Graminiano de Observabilidade
- Q(t) Vetor de Forças Externas em Coordenadas Modais
- U Matriz de Hankel para Entradas
- X Matriz de Estados
- X<sub>1</sub> Vetor de Estados da Estrutura Saudável

<b>X</b> <sub>2</sub>	Vetor de Estados da Estrutura em uma Condição Desconhecida
Y	Matriz de Hankel para Saídas
e(t)	Erro de Estimação
ė(t)	Erro Dinâmico de Estimação
q(t)	Coordenada Generalizada de Deslocamento
ġ(t)	Coordenada Generalizada de Velocidade
ÿ(t)	Coordenada Generalizada de Aceleração
u(k)	Vetor de Força na Forma Discreta
u(t)	Vetor de Forças Externas
x(t)	Vetor Modal de Estados
$\mathbf{x}_{r}(t)$	Vetor Modal de Estados Reduzido
$\widetilde{\mathbf{x}}(t)$	Vetor de Estados Estimado
$\tilde{\mathbf{x}}_{\mathrm{m}}(t)$	Vetor Modal de Estados Estimado
$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t})$	Derivada do Vetor Modal de Estados
$\dot{x}_{r}(t)$	Derivada do Vetor Modal de Estados Reduzido
$\tilde{\dot{x}}(t)$	Derivada do Vetor de Estados Estimados
$\tilde{\dot{x}}_{m}(t)$	Derivada do Vetor Modal de Estados Estimado
y(t)	Vetor de Saídas
y(k)	Vetor de Saídas na Forma Discreta

z(t) Vetor de Deslocamento

ż(t)	Vetor de Velocidade
Ζ̈́(t)	Vetor de Aceleração
w(t)	Sinal de Distúrbio
w <sub>Rp</sub> (t)	Sinal de Ruído de Excitação
h	Posição das Medidas
n	Graus de Liberdade
<i>n</i> <sub>p</sub>	Número de Pontos
<i>n</i> <sub>or</sub>	Ordem do Modelo
nr	Ordem do Modelo Reduzido
r	Número de Entradas (Atuadores)
S	Número de Saídas (Sensores)
t	Tempo
t <sub>f</sub>	Tempo Final
to	Tempo Inicial

### LETRAS GREGAS

Γ	Matriz de Observabilidade Estendida
Δ	Matriz de Controlabilidade Estendida
Ω	Matriz das Freqüências Naturais
Φ	Matriz Modal
$\Phi$	Modos de Vibrar
α	Constante do Amortecimento Proporcional Ligado a Massa

β	Constante do Amortecimento Proporcional Ligado a
	Rigidez
ξ	Fator de Amortecimento
ω	Freqüência Natural
σ	Valores Singulares de Hankel

#### ABREVIATURAS

CCD	Coefficient Correlation Deviation
CE	Exponencial Complexa
СМ	Monitoramento de Condição
ERA	Algoritmo de Realização de Autosistemas
FEM	Método dos Elementos Finitos
FFT	Transformada Rápida de Fourier
FRF	Função de Resposta em Freqüência
MISO	Múltiplas Entradas e Simples Saída
MIMO	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas
NASA	Administração Aeronáutica e Espacial Nacional
NDE	Avaliação Não-Destrutiva
N4SID	Algoritmos Numéricos de Subespaço para Identificação de Sistemas no Espaço de Estados
PEM	Método de Predição de Erros
PZT	Cerâmica Piezelétrica
RMS	Root Mean Square

- RMSD Desvio Médio Quadrático
- SHM Monitoramento da Integridade Estrutural
- SIMO Simples Entrada e Múltiplas Saídas
- SISO Simples Entrada e Simples Saída
- SPC Controle de Processos Estatísticos

# SUMÁRIO

CAP 1 – INTRODUÇÃO	28
1.1. Contribuições do Trabalho	32
1.2. Objetivo	33
1.3. Organização do Trabalho	33

CAP 2 – TÉCNICAS DE MONITORAMENTO	35
2.1. TÉCNICAS BASEADAS NO DOMÍNIO DO TEMPO	38
2.2. Técnicas Baseadas no Domínio da Freqüência	39
2.3. TÉCNICAS BASEADAS NO DOMÍNIO MODAL	41

CAP 3 – MODELAGEM ESTRUTURAL	45
3.1. Método dos Elementos Finitos	46
3.2. Método do Subespaço	48

CAP 4 – APROXIMAÇÃO MODAL	56
4.1. Modelos de Segunda Ordem	56
4.2. Modelos no Espaço de Estados	60

CAP 5 – REDUÇÃO DE MODELOS	66
5.1. NORMA DE HANKEL (	68
5.2. REALIZAÇÃO BALANCEADA	68

CAP 6 – OBSERVADORES DE ESTADO	71
6.1. CONCEITO DE OBSERVABILIDADE	72
6.2. TIPOS DE OBSERVADORES DE ESTADO	73

6.2.1. Observador Trivial	73
6.2.2. Observador Identidade	74
6.2.3. Observador de Ordem Reduzida	75
6.2.4. OBSERVADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL	77
6.2.5. FILTRO DE KALMAN	78
6.3. TÉCNICA TRADICIONAL DE MONITORAMENTO	83
6.4. Aplicação Numérica	86
6.4.1. CASO 1 DE DANO: MASSA M <sub>1</sub>	87
6.4.2. Caso 2 de Dano: Amortecimento $C_3$	93
6.4.3. Caso 3 de Dano: Massa $M_2$ e Rigidez $K_1$	97

CAP 7 – OBSERVADOR DE ESTADO MODAL10	02
7.1. Técnica de Monitoramento Proposta 10	04
7.2. SIMULAÇÃO EM UMA PLACA DE ALUMÍNIO1	10
7.2.1. CASO 1 DE DANO: REDUÇÃO DA RIGIDEZ DO ELEMENTO 71	13
7.2.2. CASO 2 DE DANO: REDUÇÃO DA RIGIDEZ DO ELEMENTO 21 1	16
7.3. ANÁLISE DO EFEITO DE RUÍDOS EM UMA TRELIÇA 2D1	19
7.3.1. ANÁLISE DO EFEITO DE RUÍDOS EM UMA TRELIÇA 2D: SENSOR A 12	21
7.3.2. ANÁLISE DO EFEITO DE RUÍDOS EM UMA TRELIÇA 2D: SENSOR B 12	24
7.4. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL EM UMA PLACA DE ALUMÍNIO12	27
7.4.1. ANÁLISE EXPERIMENTAL NA PLACA: CONDIÇÕES DE CONTORNO 13	31
7.4.2. ANÁLISE EXPERIMENTAL NA PLACA: ADIÇÃO DE MASSAS14	40
7.5. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL EM UM EIXO14	48
7.5.1. Aplicação Experimental em um Eixo: Dano nas Molas 1:	54
7.5.2. Aplicação Experimental em um Eixo: Desbalanceamento10	67

Сар	8 – Considerações Finais	176
8.1.	CONCLUSÕES	176
8.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	177

Referências	
ANEXO 1	
ANEXO 2	201
ANEXO 3	204

# Capítulo 1 Introdução

As técnicas de monitoramento estrutural, SHM<sup>1</sup>, são definidas na literatura como metodologias de aquisição, validação e análise de dados, utilizadas para facilitar nas decisões de gerência do ciclo de vida de sistemas mecânicos<sup>2</sup> (HALL; CONQUEST, 1999). Trata-se de uma tecnologia emergente que combina sensores modernos e algoritmos computacionais inteligentes dispostos a realizar o monitoramento estrutural em tempo real ou não (IHN; CHANG, 2008).

O conjunto de monitoramento, técnica SHM mais sistema mecânico, é análogo ao sistema nervoso central humano, Figura 1.1. Diferentes tipos de sensores são distribuídos por todo o sistema mecânico. Os elementos sensores, que são como as terminações nervosas do corpo humano, recolhem informações e as enviam a uma central computacional de processamento, o cérebro ou a técnica SHM. As informações são processadas e os resultados obtidos são interpretados a fim de detectar qualquer alteração prejudicial à integridade estrutural do sistema.



Figura 1.1 – Analogia entre a tecnologia SHM e o sistema nervoso central humano. (Fonte: www.eads-nv.com - Acesso: Agosto/2009)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> SHM do inglês *Structural Health Monitoring*.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Entende-se como sistemas mecânicos as máquinas, estruturas, aviões, automóveis, entre outros.

Alguns acidentes tiveram grande destaque na mídia, alertando para a necessidade e importância das técnicas SHM. Dentre os casos, está o desabamento da ponte da rodovia 35W sobre o rio Mississipi, localizada em Minneapolis, Figura 1.2a. O desabamento ocorreu dia 1 de agosto de 2007 deixando pelo menos 7 mortos e mais de 60 feridos. Os serviços de resgate calcularam em pelo menos 50 os veículos que caíram da ponte, que tem uma altura de cerca de 20 metros. A queda da ponte aconteceu em um momento de intenso tráfego. Um estudo realizado em 2001 pelo Departamento de Transportes de Minnesota mostrou vários defeitos por tempo de uso que foram ignorados pelas autoridades. Outro caso de grande destaque foi a queda o avião de transporte C-5 Galaxy da Força Aérea Norte-Americana, Figura 1.2b. O avião caiu dia 3 de abril de 2006 na base aérea de Dover, no Estado de Delaware. O C-5, fabricado pela Lockheed Martin, é um dos maiores aviões militares do mundo e é utilizado para transportar grandes cargas. As causas exatas do acidente não foram divulgadas.



 (a) Ponte sobre o rio Mississipi.
 FONTE: WWW.FOLHA.COM.BR ACESSO: AGOSTO/2007



(b) Queda do avião C-5.Fonte: www.yahoo.com.br Acesso: Abril/2006

Figura 1.2 – Acidentes que poderiam ser evitados com técnicas de monitoramento.

O fator econômico também motiva o interesse pelas técnicas SHM. Estima-se que são gastos 60 bilhões de dólares por ano em eventos associados a falhas mecânicas, incluindo desde pequenos reparos em máquinas até, por exemplo, desastres aéreos. Na indústria petroquímica, as perdas chegam a 40% do total de perdas do setor (INMAN et al., 2005). Ainda segundo Hall e Conquest (1999), 27% do custo total da vida em operação de uma aeronave comercial ou militar é gasto com inspeções e reparos tradicionais. Contudo, segurança, confiabilidade, alto desempenho em operação e redução nos custos de manutenção são os principais benefícios concedidos pela tecnologia SHM.

Muitas das técnicas SHM existentes são baseadas em inspeções visuais como, por exemplo, a radiografia e o ultra-som, Figura 1.3. No entanto, estas técnicas dependem de um prévio conhecimento e da acessibilidade ao local do dano para que bons resultados possam ser obtidos (KELLER; RAY, 2003). As técnicas de monitoramento que utilizam medições de vibração são reconhecidas como alternativas úteis, pois levam a resultados conclusivos mesmo quando o local do dano não está acessível ou é até mesmo desconhecido (CARDEN; FANNING, 2004). Isto porque um dano, por menor que seja, tem o poder de alterar as propriedades físicas de um sistema mecânico como, por exemplo, suas propriedades geométricas, condições de contorno e conectividade. Todos estes fatores comprometem o desempenho e resultam na mudança da resposta dinâmica do sistema, que é refletida nos seus sinais de vibração.



Figura 1.3 – Inspeção em uma solda utilizando ultra-som. (Fonte: www.eads-nv.com - Acesso: Agosto/2009)

A aquisição dos sinais de vibração pode ser realizada por uma série de sensores como, por exemplo, acelerômetros, *strain gauges* e cerâmicas piezelétricas, que é o grande destaque da área nos últimos 10 anos.

Os materiais piezelétricos (PZT<sup>3</sup>) são acoplados à estrutura, exibindo deformação significativa quando uma corrente elétrica é aplicada, efeito inverso ou efeito atuador (Figura 1.4a), e produzem corrente elétrica quando são deformados elasticamente, efeito direto ou efeito sensor (Figura 1.4b). Segundo Silva (2008), a principal vantagem em utilizar as cerâmicas piezelétricas está na sua grande sensibilidade a pequenos danos estruturais.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Denominado também por Zirconato Titanato de Chumbo.



(a) Efeito inverso ou efeito atuador. (b) Efeito direto ou efeito sensor.
 Figura 1.4 – Ilustração do efeito piezelétrico direto e inverso.
 (FONTE: BUENO, 2007)

O estudo e desenvolvimento de técnicas SHM utilizando, inclusive, os PZTs são recentes e as mudanças neste campo provavelmente levarão décadas para se concretizarem. No entanto, benefícios já podem ser colhidos e nesse novo enfoque a investigação matemática e experimental é fundamental para a correta aplicação e utilização desta tecnologia (SILVA, 2008; FURTADO, 2004; MAIA et al., 2003).

Neste contexto, esta dissertação propõe uma nova técnica de monitoramento estrutural baseada em sinais de vibração que agrega os conhecidos observadores de estado com o domínio modal. No intuito de comprovar a veracidade e, principalmente, dar a confiabilidade exigida para a utilização da técnica na prática, alguns testes numéricos e experimentais serão aplicados em uma viga, placa, treliça e um eixo rotativo. Alguns destes testes contam com a presença de PZTs como sensores e atuadores acoplados à estrutura dos sistemas mecânicos monitorados.

O monitoramento estrutural utilizando observadores de estado é um tema largamente estudado pelo Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes (GMSINT) do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) de Ilha Solteira (www.dem.feis.unesp.br/gmsint). As pesquisas realizadas a partir desta abordagem foram publicadas em periódicos (ARAUJO; MELO, 2007; MELO; PEDERIVA, 2000), fazem parte de capítulos de livros (MORAIS; MELO, 2007; ARAUJO; MELO, 2007) e renderam algumas dissertações de mestrado (KOROISHI, 2008; MORAIS, 2006; MARANO, 2002). Contudo, novas

pesquisas envolvendo os observadores de estado aplicados ao monitoramento estrutural estão sendo realizadas pelo GMSINT, sendo uma delas o Observador de Estado Modal.

#### 1.1. CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

A técnica de monitoramento estrutural encontrada na literatura que envolve os observadores de estado possui algumas limitações que motivam o interesse no desenvolvimento de uma nova abordagem para minimizar as deficiências existentes. Deste modo, este trabalho contribui em cinco tópicos principais:

- A primeira e principal contribuição deste trabalho está, sem dúvida nenhuma, em propor uma nova técnica de monitoramento estrutural. Nenhuma das técnicas desenvolvidas até a atualidade, inclusive a proposta por este trabalho, é capaz de detectar todo tipo de dano para qualquer sistema mecânico e situação. Deste modo, novas técnicas são sempre bem vindas à tecnologia SHM;
- A técnica proposta possui alta simplicidade no que se diz respeito à implementação dos algoritmos computacionais, análise dos resultados gerados e na sua aplicação em sistemas reais;
- Além do monitoramento estrutural, esta abordagem pode ser utilizada no aperfeiçoamento de sistemas de controle e manutenção. Estes sistemas podem ser projetados para atuar especificamente nos modos de vibrar mais afetados pelo dano, prolongando o tempo de operação do equipamento monitorado;
- 4. Sabendo da dificuldade em identificar modelos matemáticos capazes de representar de maneira fiel o comportamento dinâmico dos sistemas mecânicos, este trabalho adere a uma tendência mundial no desenvolvimento de técnicas SHM. Na técnica que será apresentada, somente o modelo dinâmico para a condição da estrutura sem dano é utilizado;
- 5. Por fim, em algumas aplicações numéricas e experimentais que serão apresentadas, são incorporados elementos piezelétricos como sensores e atuadores na estruturas monitoradas. Isto se deve ao grande interesse atual na pesquisa e desenvolvimento de técnicas de monitoramento com baixo custo.

#### **1.2. OBJETIVO**

Este trabalho tem como objetivo minimizar as limitações inerentes a técnica tradicional de monitoramento estrutural baseada nos observadores de estado através de uma nova abordagem. Na nova técnica de monitoramento, o Observador de Estado Modal, o domínio do tempo é substituído pelo domínio modal possibilitando assim, investigar a influência do dano nos modos de vibrar da estrutura monitorada.

#### **1.3.** ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho é dividido em 8 capítulos e 3 anexos, organizados da seguinte forma:

- Capítulo 1: apresenta uma introdução sobre a importância das técnicas SHM para a indústria e até mesmo, na vida das pessoas. Ainda, discute as principais contribuições desta dissertação juntamente com o objetivo do trabalho desenvolvido;
- Capítulo 2: compreende a revisão bibliográfica realizada durante o desenvolvimento do Observador de Estado Modal. Neste capítulo são apresentadas as principais técnicas de monitoramento estrutural que tem como base os domínios do tempo, freqüência e modal;
- Capítulo 3: este capítulo aborda alguns pontos sobre modelos matemáticos obtidos pelo Método dos Elementos Finitos e o acoplamento eletromecânico entre a estrutura e os PZTs. Também, compreende o método do Subespaço para a identificação experimental de modelos dinâmicos.
- 4. Capítulo 4: neste capítulo são demonstrados os conceitos matemáticos envolvidos no desacoplamento das equações do movimento que descrevem o comportamento dinâmico dos sistemas mecânicos, ou seja, apresenta os conceitos envolvidos na conversão de modelos do domínio do tempo para o domínio modal, que serão aplicados em modelos de segunda ordem e modelos no espaço de estados;
- Capítulo 5: compreende dois métodos clássicos de redução de modelos, a realização balanceada e a norma de Hankel. O segundo método não é utilizado nas aplicações deste trabalho por razões que serão discutidas e, deste modo, é apresentado resumidamente neste capítulo;

- 6. Capítulo 6: apresenta alguns tipos de observadores de estado e um método utilizado para calcular o ganho do observador. Este capítulo é finalizado com detalhes sobre a técnica tradicional de monitoramento estrutural através dos observadores de estado e uma aplicação numérica;
- 7. Capítulo 7: este capítulo descreve a nova técnica de monitoramento estrutural proposta por este trabalho. São apresentadas as características do Observador de Estado Modal, a nova técnica de monitoramento desenvolvida, algumas aplicações numéricas que comprovam sua eficiência e aplicações experimentais;
- Capítulo 8: discorre sobre conclusões e apresenta algumas sugestões para o desenvolvimento futuro da nova abordagem;
- 9. Anexos: este trabalho é finalizado com 3 anexos nos quais são apresentados a comprovação numérica da eficiência da técnica proposta em utilizar um único modelo estrutural, os diagramas de blocos Simulink/Matlab<sup>®</sup> do Observador de Estado Modal e as configurações experimentais utilizadas em cada uma das aplicações.

# Capítulo 2 Técnicas de Monitoramento

O monitoramento estrutural é uma tecnologia emergente que conduz ao desenvolvimento de técnicas capazes de detectar danos estruturais com mínima intervenção humana (KESSLER; SPEARING; ATALLA, 2002). São várias as áreas da engenharia voltadas para o monitoramento de sistemas. No entanto, existem quatro áreas chave denominadas por (WORDEN; DULIEU-BARTON, 2004):

- Condition Monitoring (CM);
- Non-Destructive Evaluation (NDE);
- Statistical Process Control (SPC);
- Structural Health Monitoring (SHM).

Segundo Worden e Dulieu-Barton (2004), as técnicas que fazem parte da área CM são normalmente utilizadas em máquinas rotativas e alternativas. Algumas destas técnicas baseiam-se em sinais de vibração, permitindo assim o monitoramento em tempo real. A análise de óleo, partículas magnéticas, ultra-som, líquidos penetrantes e, também, a análise de sinais de vibração, são algumas das técnicas de avaliação não destrutiva (NDE). Worden e Dulieu-Barton (2004) relatam ainda que os processos de controle estatístico (SPC) são processos que monitoram mudanças em estruturas através da aplicação de uma grande variedade de conceitos estatísticos sobre sinais de vibração medidos por sensores. Por fim, as técnicas SHM implicam na manipulação de sinais medidos por uma rede de sensores para monitorar o comportamento da estrutura em tempo real. Aeronaves, prédios, entre outras estruturas de engenharia mecânica e civil, são alguns exemplos de sistemas nos quais é comum a aplicação das técnicas SHM.
É de consenso geral de que o foco principal de cada uma das áreas apresentadas está no acompanhamento e avaliação da integridade estrutural de um sistema qualquer. Deste modo, na literatura todas estas áreas de monitoramento são convenientemente agrupadas em apenas uma, a das técnicas SHM. De uma maneira geral, as técnicas SHM denotam um sistema com a habilidade de detectar e interpretar mudanças adversas em estruturas a fim de obter alto desempenho em operação, reduzir custos de manutenção e principalmente, aumentar a segurança e confiabilidade dos equipamentos.

Como resultado dos diferentes desafios oferecidos pela variedade de sistemas e tipos danos existentes, Doebling, Farrar e Prime (1998) classificaram as técnicas SHM levando em conta sua capacidade de identificação do dano na estrutura, como mostrado a seguir:

- Nível 1: detecta a presença do dano na estrutura;
- Nível 2: detecta e localiza o dano;
- Nível 3: detecta, localiza e quantifica o dano;
- Nível 4: detecta, localiza, quantifica e prevê a vida útil restante do equipamento.

Inman (2001) propôs mais três níveis de classificação, todos incorporando a utilização de materiais inteligentes, englobando técnicas de auto-reparo e controle. Observe:

- Nível 5: adiciona ao nível 4 as estruturas inteligentes para auto-diagnóstico de danos;
- Nível 6: adiciona ao nível 4 as estruturas inteligentes e sistemas de controle para formar um conjunto capaz de realizar um auto-reparo estrutural;
- Nível 7: adiciona ao nível 1 um sistema de controle ativo e estruturas inteligentes para formar um conjunto simultâneo de controle e monitoramento.

Silva (2008) comenta que, segundo Worden, Manson e Fieller (2000), chegar ao nível 1 já é uma difícil tarefa em aplicações envolvendo estruturas reais. Silva (2008) afirma que entre todos estes níveis de um problema SHM, o mais fundamental é detectar com confiabilidade a presença do dano na estrutura tendo em vista a complexidade de estruturais reais, presença de incertezas, desconhecimento de todas as fontes de excitação, entre outros motivos.

Como mencionado no Capítulo 1, as técnicas SHM podem ser baseadas em inspeções visuais ou em sinais de vibração, sendo os sinais de vibração reconhecidos como mais

versáteis e por apresentar resultados conclusivos (CARDEN; FANNING, 2004). A utilização dos sinais vibratórios para o monitoramento estrutural teve seu início no fim dos anos 70 e começo dos 80, particularmente nas indústrias aeroespacial e petrolíferas *off-shore*. As primeiras técnicas basearam-se em modelos numéricos e na medição das propriedades modais do sistema em condições perfeitas de funcionamento e, posteriormente, em uma condição estrutural desconhecida (FARRAR; DOEBLING, 1999).

Existem diferentes tipos de técnicas SHM baseadas nos sinais de vibração, separadas em relação ao domínio de trabalho no qual cada uma se enquadra: domínio do tempo, da freqüência e o domínio modal. As medições dos sinais de vibração são sempre realizadas no domínio do tempo e então, a partir deste, os dados são convertidos para o domínio da freqüência ou modal dependendo da necessidade. Os dados no domínio do tempo podem ser convertidos para o domínio da freqüência através da transformada de Fourier e uma análise mais aprofundada dos dados neste domínio é geralmente realizada para extrair os parâmetros modais e produzir o que é denominado como domínio modal (MARQUI, 2007).

Existem pontos de discórdia na utilização dos três domínios para o monitoramento estrutural como, por exemplo, as informações que são perdidas na conversão entre os domínios. Friswell e Penny (1997) argumentam que para sistemas lineares poucas informações são perdidas na conversão entre os domínios do tempo e da freqüência e que o domínio da freqüência e o modal são essencialmente equivalentes para o monitoramento de sistemas.

Alguns pesquisadores discordam, como é o caso de Lee e Shin (2002). Segundo eles, os dados no domínio modal podem ser contaminados pelo erro de extração, pois são extraídos a partir de uma faixa de freqüência muito limitada próxima à ressonância. Mesmo assim, pesquisas em técnicas de monitoramento baseadas nos três domínios são realizadas continuamente, principalmente porque até a atualidade não foi desenvolvido nenhuma técnica SHM, baseada em qualquer um dos domínios, capaz de identificar todo tipo de dano em qualquer tipo de sistema.

Contudo, nas próximas seções serão abordadas algumas das técnicas SHM desenvolvidas nos últimos anos, todas baseadas nos sinais de vibração. Serão apresentadas técnicas que se enquadram nos domínios do tempo, freqüência e modal. No entanto, será dada uma atenção especial ao domínio modal, já que a técnica SHM proposta por este trabalho baseia-se neste domínio.

É necessário ressaltar que esta revisão bibliográfica teve como base os trabalhos de Carden e Fanning (2004) e Marqui (2007).

# 2.1. TÉCNICAS BASEADAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

São inúmeras as técnicas SHM baseadas no domínio do tempo. Assim, torna-se inviável descrever as particularidades de cada uma neste trabalho. Entretanto, serão abordadas algumas das técnicas que se destacaram nos últimos anos: os observadores de estado, *wavelet* e as baseadas em séries temporais.

A técnica SHM baseada nos observadores de estado, aplicada a sistemas discretos, foi inicialmente proposta por Melo (1998) em sua tese de doutorado, na qual á apresentada a eficiência experimental dos observadores de estado quando aplicados no monitoramento de um sistema de três pavimentos. Esta técnica consiste em comparar os estados estimados pelo observador de estado para diferentes condições estruturais e assim detectar e localizar possíveis danos. Mais detalhes sobre esta técnica serão apresentados no Capítulo 6 deste trabalho.

Outros autores também utilizaram os observadores de estado aplicados à SHM. É o caso de Lemos (2004) que aperfeiçoou a técnica desenvolvida por Melo (1998) possibilitando a sua aplicação em sistemas contínuos. Em sua dissertação de mestrado ele apresenta bons resultados aplicando a técnica em um sistema rotativo.

Recentemente Koroishi (2008) aprimorou a forma de calcular o ganho do observador utilizado pela técnica. No seu trabalho o ganho foi calculado através de desigualdades matriciais lineares (LMIs). Excelentes resultados experimentais foram obtidos aplicando a técnica em um sistema rotativo.

Outra técnica SHM fortemente investigada por pesquisadores nos últimos anos é a que utiliza *wavelet*. Esta técnica consiste em decompor um sinal qualquer, temporal ou não, em uma série de funções de base local, chamadas de *wavelet*. Deste modo qualquer característica particular do sinal pode ser analisada com base nas características das *wavelets* (CARDEN; FANNING, 2004). Sekhar (2003) decompôs os sinais temporais de um eixo rotativo modelado pelo método dos elementos finitos. Ele utilizou *wavelet* para identificar a localização e profundidade de trincas. Os resultados demonstraram a eficiência da técnica.

O monitoramento estrutural também pode ser realizado através da análise das séries temporais das medidas dos sinais de vibração de estruturas em condições perfeitas de funcionamento e em uma condição desconhecida. Isto porque, a presença de um dano altera as características estatísticas do sinal histórico temporal de aceleração, por exemplo.

Tanner et al. (2003) apresentou o monitoramento de junções aparafusadas de uma estrutura do tipo *frame* utilizando séries temporais e controle estatístico, analisando a correlação dos dados de vibração provenientes de acelerômetros. Para cada junção, os dados são processados localmente em um microprocessador integrado a um módulo *wireless* que transmite os dados por telemetria para uma estação de monitoramento.

Silva, Dias e Lopes Jr (2007) aplicou um modelo auto-regressivo para o diagnóstico prévio de danos estruturais. Este algoritmo de detecção de danos foi baseado no erro residual como sendo o índice de sensibilidade da falha, obtido pela resposta do sinal de vibração. No referido trabalho, ainda é investigado um método de compressão de dados utilizando a análise das componentes principais. Em Silva (2008) é possível observar com mais detalhes os resultados apresentados em Silva, Dias e Lopes Jr (2007).

Outro exemplo de técnica baseada no domínio do tempo é apresentado no trabalho de Cacciola, Impollonia e Musolino (2003). Eles utilizaram a análise vibracional de uma viga trincada por meio da análise estocástica para detectar a presença e a posição dos danos estruturais. Um modelo de trinca obtido por elementos finitos foi utilizado para aplicar o método de Monte Carlo a fim de avaliar, no domínio do tempo, a elevada ordem estatística das não-linearidades.

## 2.2. TÉCNICAS BASEADAS NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA

Nesta seção serão apresentadas duas das técnicas SHM baseadas no domínio da freqüência: impedância elétrica e ondas de Lamb. Ambas detectam a presença de danos através da comparação entre os resultados obtidos a partir de diferentes condições estruturais, condição intacta e condição desconhecida.

A técnica SHM da impedância elétrica utiliza altas freqüências de excitação, acima de 10KHz, para monitorar a impedância da estrutural em uma região específica. Isto é possível utilizando PZTs como sensores-atuadores, os quais fornecem medidas diretamente relacionadas com a impedância mecânica da estrutura (MARQUI, 2007). O pequeno comprimento de onda gerado por estas freqüências permite a detecção de mudanças mínimas na integridade estrutural.

São vários os trabalhos publicados envolvendo a técnica SHM da impedância elétrica. Lopes Jr et al. (2001) apresentou uma metodologia que combina a técnica da impedância elétrica com um processo de otimização para detectar e localizar danos estruturais. A detecção e localização do dano são obtidas através da técnica da impedância elétrica, enquanto que a severidade é determinada através de otimização hierárquica, baseada em um modelo reduzido de estrutura.

Moura Jr e Steffen Jr (2006) apresentaram um procedimento para encontrar as melhores condições de teste para o monitoramento da integridade estrutural utilizando a técnica da impedância elétrica aplicada em uma estrutura aeronáutica. O dano foi caracterizado pela adição de massa no sistema, sendo dois meta-modelos estatísticos (*Probabilistic Neural Netwok* e *Statistics Surface Responses*) utilizados para representar o mesmo. Outras aplicações da técnica SHM da impedância podem ser encontradas em: Giurgiutiu e Zagrai (2005), Kim (2006) e Wang, Chen e Ran (2009).

Outra técnica SHM baseada no domínio da freqüência e amplamente investigada por pesquisadores é a que utiliza as ondas de Lamb. Segundo Inman et al. (2005), as ondas de Lamb são ondas de deformação plana que ocorrem nas superfícies inferior e superior de uma placa livre. O nome ondas de Lamb vem do precursor Horace Lamb. Em geral, atuadores piezelétricos acoplados a superfície da estrutura são utilizados para produzir as ondas de Lamb. Nesta técnica também são utilizadas altas freqüências de excitação.

Dentre alguns dos trabalhos publicados envolvendo ondas de Lamb aplicadas ao monitoramento estrutural está o de Monnier (2006). Ele utilizou ondas de Lamb para monitorar um painel de carbono/epóxi da *Airbus*. Franco et al. (2009) utilizou as ondas de Lamb para determinar a localização de um dano em uma placa de alumínio. Este mesmo pesquisador obteve resultados significativos aplicando estas mesmas ondas em um painel de uma aeronave. As ondas de Lamb também foram aplicadas com sucesso em materiais compósitos (ZHONGQING, 2004). Outras referências sobre ondas de Lamb são: Giurgiutiu (2005) e Su e Ye (2005).

Outra técnica SHM baseada no domínio da freqüência foi proposta por Sinha (2007). Ele apresenta uma técnica capaz de diferenciar quando um sistema rotativo está danificado por trincas ou por um desalinhamento. Para isso ele utiliza a densidade espectral de alta ordem, chamados por ele de *Bi-Spectrum* e *Tri-Spectrum*. Bons resultados numéricos e experimentais são apresentados. No entanto, o autor argumenta que mais testes precisam ser realizados para explorar por completo a técnica.

# 2.3. TÉCNICAS BASEADAS NO DOMÍNIO MODAL

Vários trabalhos procuram examinar variações nas propriedades modais de sistemas mecânicos a fim de detectar danos, principalmente nas freqüências naturais e na forma dos modos de vibrar (MARQUI, 2007). Isto porque ambos são facilmente interpretados e assim, mais atrativos do que propriedades com características abstratas extraídas no domínio do tempo como, por exemplo, as séries temporais de modelos auto-regressivos (FUGATE; SOHN; FARRAR, 2000).

As primeiras tentativas para detectar mudanças nas freqüências naturais foram publicadas por Adams et al. (1978). Em seu trabalho, os autores relacionaram a mudança de freqüência em dois diferentes modos de vibrar como função apenas da posição do dano no sistema. Desta forma, eles puderam localizar o dano.

No trabalho de Chen, Spyrakos e Venkatesh (1995) a eficiência das mudanças nas freqüências naturais para indicar a presença de danos na estrutura é questionada. Eles mostram que as quatro primeiras freqüências naturais de um canal de aço foram alteradas em menos de 5% quando inserido neste sistema um entalhe suficiente para levá-lo a não suportar a carga pela qual foi projetado. Entretanto, Banks et al. (1996) mostraram que além da alteração nas freqüências naturais ser suficiente para localizar e determinar a severidade do dano, a geometria do mesmo é um fator a ser considerado. Os autores provaram que a variação das freqüências naturais depende também da geometria do dano.

Nikolakopoulos, Katsareas e Papadopoulos (1997) também conseguiram identificar a presença de uma trinca em uma estrutura tipo *frame* avaliando as alterações nas suas três primeiras freqüências naturais. A localização e profundidade da trinca foram determinadas a

partir da intersecção de gráficos que relacionavam as alterações nas freqüências naturais com todas as possíveis localizações e profundidade da trinca.

Yang, Swamidas e Seshadri (2001) localizaram trincas em uma viga de alumínio. Eles utilizaram gráficos 3D relacionando a alteração na freqüência natural com a profundidade e localização da trinca. A intersecção das linhas de contorno obtidas a partir de cada mudança na freqüência natural levou a verdadeira localização e profundidade. Palacz e Krawczuk (2002) mostraram que a técnica SHM baseada na mudança das freqüências naturais é beneficiada com o aumento no número de freqüências utilizadas. Além disso, eles mostraram que a técnica é suficientemente sensível a pequenos danos.

Note que os resultados encontrados pelos pesquisadores são controversos. Porém observa-se uma tendência para os resultados positivos, ou seja, para a eficiência da técnica SHM baseada na mudança das freqüências naturais. Outros trabalhos baseados na mudança das freqüências naturais para o monitoramento estrutural podem ser encontrados em Salawu (1997).

O monitoramento no domínio modal também pode ser realizado através da análise da forma dos modos de vibrar da estrutura, obtidas a partir de um ponto de excitação e vários de medição. Como poderá ser visto no Capítulo 7, a técnica SHM via Observador de Estado Modal é fundamentada neste tipo de monitoramento, com algumas ressalvas.

Rizos, Aspragathos e Dimarogonas (1990) localizaram e quantificaram a profundidade de danos a partir dos modos de vibrar de uma viga engastada em uma de suas extremidades. Deste modo, foi comprovado que a forma dos modos de vibrar pode ser utilizada para a identificação de danos estruturais. Araujo dos Santos et al. (2000) descrevem com sucesso um procedimento de detecção de danos baseado nas condições de ortogonalidade da forma dos modos de vibrar. Este procedimento foi demonstrado numericamente em uma placa, sendo o dano causado pela redução na rigidez em pontos específicos da mesma.

Muitas das técnicas SHM baseadas nos modos de vibrar apresentam como desvantagem a necessidade de uma grande quantidade de pontos de medição. Uma alternativa interessante foi proposta por Khan, Stanbridge e Ewins (2000). Eles utilizaram um *scanner Lazer Doppler Vibrometer* (LDV) para medir os modos de vibrar de vigas de aço e concreto, além de uma placa de aço. O *scanner* LDV permite medir sinais de vibração sem que este entre em contato com a estrutura. Desta forma, podem ser realizadas medições em uma

grande quantidade de pontos da estrutura utilizando apenas um *scanner*. Os autores conseguiram localizar trincas em ambas as vigas e na placa, sendo que nas estruturas de aço só foi possível identificá-las quando atingiram mais da metade da espessura destes sistemas.

Maia et al. (2003) apresentaram uma série de simulações numéricas e uma aplicação experimental em uma viga a fim de avaliar algumas técnicas SHM baseadas nas alterações das formas dos modos de vibrar. Estes autores propuseram uma generalização delas para as chamadas *Operational Deflection Shape* (ODS), isto é, propuseram analisar as formas de vibração dos sistemas tanto fora quanto nas suas respectivas faixas de ressonância.

Outra realidade é a utilização das curvaturas das formas modais para a detecção de danos. Esta técnica é baseada na hipótese de que as mudanças na curvatura das formas modais são fortemente localizadas na região do dano. Alampalli, Fu e Dillon (1997) mostraram em seu trabalho que isto nem sempre é verdade, particularmente para estruturas com redundância.

No esforço de aumentar a quantidade de danos a serem analisados em suas rotinas de monitoramento, Sampaio, Maia e Silva (1999) estenderam a técnica SHM baseada na curvatura das formas modais para todas as freqüências disponíveis na função de resposta em freqüência medida a partir de uma ponte com dano. A técnica gerou melhores resultados em freqüências acima da primeira ressonância e mostrou ser mais eficiente do que quando analisada as curvaturas produzidas sobre as faixas de ressonância.

Wahab (2001) também utilizou as curvaturas das formas modais de uma viga para detectar danos. Ele mostrou que as curvaturas são mais sensíveis ao dano do que apenas as formas modais. Zhu e Xu (2005) utilizaram as inclinações das curvaturas das formas modais de uma estrutura para localizar danos enquanto que as freqüências naturais foram utilizadas para quantificar sua extensão. Exemplos numéricos e experimentais foram avaliados no seu trabalho.

Por fim, Lestari, Qiao e Hanagud (2007) desenvolveram uma técnica de identificação de danos estruturais baseada na curvatura das formas modais combinando técnicas analíticas e experimentais aplicadas a uma viga constituída por material compósito de carbono/epoxy. Foi formulada uma relação analítica entre o sistema em condições perfeitas e, posteriormente, danificado pela perda de rigidez. Sensores piezelétricos foram acoplados nas superfícies da viga para a aquisição das curvaturas modais. Vários tipos de falhas foram introduzidos no

sistema para simular os cenários de dano. O estudo mostrou que a técnica pode ser utilizada efetivamente para localizar danos em estruturas laminadas compósitas.

# Capítulo 3 MODELAGEM ESTRUTURAL

Os modelos matemáticos estão presentes em todas as áreas científicas, sendo altamente úteis em situações experimentais perigosas, envolvendo equipamentos caros e onde é difícil ou é até mesmo impossível realizar os experimentos. Neste contexto, a modelagem estrutural pode ser utilizada para simulação de fenômenos diversos, monitoramento estrutural, no projeto de sistemas de controle, entre outras aplicações (BUENO, 2007).

Para se ter idéia do potencial dos métodos de modelagem atualmente disponíveis, pesquisadores foram capazes de construir um modelo representativo de uma antena de comunicação da NASA<sup>4</sup> para exploração do espaço, Figura 3.1, utilizando o método dos elementos finitos (com aproximadamente 5000 graus de liberdade) e experimentalmente através do método de realização de auto-sistemas (GAWRONSKI; MELLSTROM, 1994). Esta antena é um sistema flexível articulado de grande dimensão com a rotação e elevação controladas. Portanto, obter um modelo fiel desta estrutura é muito difícil.



Figura 3.1 – Antena de comunicação com o espaço da NASA em Madri, Espanha. (Fonte: www.wikipedia.org - Acesso: Maio/2007)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> NASA do inglês National Aeronautics and Space Administration.

Basicamente existem dois caminhos para construir um modelo matemático: o dos métodos analíticos e o dos métodos experimentais. Os métodos analíticos são baseados em leis físicas e explicam os mecanismos essenciais do fenômeno observado através dos princípios básicos da física. Estes modelos são constituídos por equações diferenciais lineares ou, em casos específicos, não lineares (BUENO, 2007). No entanto, pesquisadores utilizam, tipicamente, os métodos experimentais de identificação para construir seus modelos. Os modelos obtidos a partir de dados experimentais podem ser mais adequados, visto que os dados utilizados para sua construção são reais, ou seja, são provenientes do sistema a ser modelado.

Neste contexto, este capítulo apresenta os dois caminhos utilizados para construir modelos matemáticos. Os métodos analíticos serão representados aqui pelo método dos elementos finitos. Já os métodos experimentais, pelo método do subespaço. Este método é utilizado nas aplicações experimentais deste trabalho.

# 3.1. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (FEM<sup>5</sup>) trata-se de uma técnica de análise numérica utilizada para solucionar, aproximadamente, problemas regidos por equações diferenciais lineares ou, em casos específicos, não lineares. Este método foi originalmente desenvolvido para a análise estática de sistemas estruturais, no entanto, tem sido utilizado no estudo de uma grande variedade de problemas dinâmicos de engenharia nas áreas de mecânica dos sólidos, mecânica dos fluídos, transmissão de calor e eletromagnetismo (RADE, 2008).

Com o surgimento dos atuadores e sensores piezelétricos, conhecidos como materiais inteligentes, pesquisadores começaram a utilizar modelos para formular o comportamento dinâmico das agora denominadas, estruturas inteligentes. Os trabalhos pioneiros no desenvolvimento de modelos dinâmicos para estruturas inteligentes são de Bailey e Hubbard (1985) e Crawley e De Luis (1987). Ambos os trabalhos utilizaram a tensão mecânica induzida pelos atuadores piezelétricos para contribuir com a tensão mecânica total da estrutura base.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> FEM do inglês *Finite Element Method*.

No entanto, o primeiro trabalho que tratou o problema através de uma sistemática rigorosa para o projeto de estruturas inteligentes foi o de Hagood, Chung e Von Flotow (1990). Eles aplicaram o princípio generalizado de Hamilton para sistemas acoplados eletromecanicamente, também conhecido como princípio variacional aplicado a meios piezelétricos (ALLIK; HUGHES, 1970). A partir daí a modelagem de estruturas inteligentes mais complexas, como placas e cascas, começaram a surgir na literatura (DOSH; INMAN, 1992). A grande contribuição de Hagood, Chung e Von Flotow (1990) foi formular de modo mais claro o acoplamento eletromecânico.

Banks, Smith e Wang (1995) apresentam um modelo geral descrevendo a interação entre materiais piezelétricos e uma estrutura elástica constituída de cascas cilíndricas, placas ou vigas. Abreu, Ribeiro e Steffen Jr (2004) apresentam a modelagem de uma placa utilizando o elemento de Kirchhoff via FEM com sensores e atuadores piezelétricos acoplados considerando que cada superfície do atuador ou sensor possui um potencial constante. Utilizando o princípio de Hamilton, os autores consideram a energia mecânica e energia elétrica da estrutura e do material piezelétrico, respectivamente. Ainda, apresentam análises estática e dinâmica comparando os resultados com os obtidos através *software* ANSYS<sup>®</sup>.

Contudo, no Capítulo 7 deste trabalho são apresentadas duas simulações, a primeira em uma treliça e a segunda em uma placa, sendo ambas as estruturas modeladas via FEM. A formulação matemática envolvida na construção destes modelos pelo método dos elementos finitos é bem difundida na literatura (KWON; BAMG, 1997) e, deste modo, não será apresentada aqui. Apesar das duas contarem com elementos piezelétricos acoplados, somente o modelo construído para a placa considera o acoplamento eletromecânico, como poderá ser visto.

O modelo da placa, bem como o acoplamento com o elemento piezelétrico, foi realizado através do *software* SMARTSYS que foi desenvolvido pelo já mencionado Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes (GMSINT<sup>6</sup>) coordenado pelo Professor Dr. Vicente Lopes Jr. Neste *software*, os elementos piezelétricos são modelados como elementos de Kirchhoff. Em Marqui, Bueno e Lopes Jr (2006) são apresentados mais detalhes sobre o *software* SMARTSYS e a comprovação dos seus resultados junto ao *software* ANSYS<sup>®</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Para mais informações visite a página www.dem.feis.unesp.br/gmsint

# 3.2. MÉTODO DO SUBESPAÇO

Determinar os parâmetros estruturais de sistemas mecânicos como massa, rigidez e amortecimento, é uma tarefa de alta complexidade que motiva o desenvolvimento de métodos experimentais de identificação de parâmetros, SISO<sup>7</sup> ou MIMO<sup>8</sup>. Estes métodos são baseados em sinais vibratórios de excitação e resposta do sistema, no domínio do tempo ou no domínio da freqüência. Os métodos temporais têm a capacidade de gerar melhores resultados quando o número de modos de vibrar a ser identificado é grande, ou seja, quando a faixa de freqüência utilizada na identificação for grande, enquanto que os métodos que utilizam os sinais de vibração no domínio da freqüência apresentam bons resultados quando o número de modos a ser identificados é pequeno (MAIA et al., 1997). Dentre os métodos experimentais de identificação, alguns utilizados atualmente são: ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*), PEM (*Prediction Errors Method*), CE (*Complex Exponential*) e N4SID (*Numerical Subspace State Space System Identification*), também conhecido como método do subespaço ou algoritimos do subespaço.

Os algoritmos do subespaço são baseados em conceitos vindos da teoria dos sistemas, álgebra linear e estatística (VAN OVERCHEE; DE MOOR, 1994). A facilidade em entender os conceitos que envolvem os algoritmos do subespaço, torna o método amigável para ser implementado e utilizado. A origem do nome subespaço esta no fato de que os modelos lineares podem ser obtidos a partir do espaço de linhas e colunas de certas matrizes de dados. O espaço de colunas de cada matriz de dados contém informações sobre o modelo, enquanto o espaço de linhas permite obter as seqüências de estados do filtro de Kalman diretamente dos dados de saída. Este nome surgiu na teoria de controle e define o grupo de métodos de identificação que compõem a classe de problemas denominada realização estocástica (NUNES JR, 2006). A identificação do modelo dinâmico utilizando o método de subespaço é baseada na representação do espaço de estados na sua forma discreta, equação (3.1).

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k)$$

$$y(k) = C_d x(k) + D_d u(k)$$
(3.1)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>SISO do inglês *Simple Input Simple Output*.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>MIMO do inglês *Multi Input Multi Output*.

na qual  $A_d$  é a matriz dinâmica,  $B_d$  é a matriz de entradas,  $C_d$  é a matriz de saídas,  $D_d$  é a matriz de transmissão direta, y(k) e u(k) são respectivamente os vetores de saída e força externa medidos, todos na forma discreta com k = 1, 2, ...,  $n_p$ , sendo  $n_p$  igual ao número de pontos.

O problema de qualquer método de identificação experimental é encontrar as matrizes  $A_d$ ,  $B_d$ ,  $C_d$  e  $D_d$  a partir de dados de entrada e saída medidos diretamente em um sistema cujo modelo é desconhecido. A solução deste problema é iniciada com a definição das matrizes estendidas de observabilidade e controlabilidade associadas a este sistema. A matriz de observabilidade estendida  $\Gamma_i$  é apresentada pela equação (3.2).

$$\Gamma_{i} = \begin{bmatrix} C_{d} \\ C_{d}A_{d} \\ C_{d}A_{d}^{2} \\ \vdots \\ C_{d}A_{d}^{i-1} \end{bmatrix}$$
(3.2)

na qual o subíndice i denota o número de linhas da matriz.

A matriz de controlabilidade estendida  $\Delta_i$  é dada por:

$$\Delta_{i} = [A_{d}^{i-1}B_{d} \quad A_{d}^{i-2}B_{d} \quad \cdots \quad A_{d}B_{d} \quad B_{d}]$$
(3.3)

na qual o subíndice i denota o número de colunas da matriz.

A partir das equações (3.2) e (3.3), a matriz triangular de Toeplits  $H_i$  pode ser definida, como mostra a equação (3.4).

$$H_{i} = \begin{bmatrix} D_{d} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C_{d}B_{d} & D_{d} & 0 & \cdots & 0 \\ C_{d}A_{d}B_{d} & C_{d}B_{d} & D_{d} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{d}A_{d}^{i-2}B_{d} & C_{d}A_{d}^{i-3}B_{d} & C_{d}A_{d}^{i-4}B_{d} & \cdots & D_{d} \end{bmatrix}$$
(3.4)

$$\mathbf{U}_{0|i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{0} & \mathbf{u}_{1} & \mathbf{u}_{2} & \cdots & \mathbf{u}_{j-1} \\ \mathbf{u}_{1} & \mathbf{u}_{2} & \mathbf{u}_{3} & \cdots & \mathbf{u}_{j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{u}_{i-1} & \mathbf{u}_{i} & \mathbf{u}_{i+1} & \cdots & \mathbf{u}_{i+j-2} \end{bmatrix}$$
(3.5)

$$\mathbf{Y}_{0|i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{0} & \mathbf{y}_{1} & \mathbf{y}_{2} & \cdots & \mathbf{y}_{j-1} \\ \mathbf{y}_{1} & \mathbf{y}_{2} & \mathbf{y}_{3} & \cdots & \mathbf{y}_{j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}_{i-1} & \mathbf{y}_{i} & \mathbf{y}_{i+1} & \cdots & \mathbf{y}_{i+j-2} \end{bmatrix}$$
(3.6)

 $\operatorname{com} j \to \infty$ .

Apenas por uma questão de notação, as entradas "passadas" serão denotadas por  $U_{0|i-1}$  ou  $U_{0|i}$  e as entradas "futuras" por  $U_{i|2i-1}$  ou  $U_{i+1|2i-1}$ . Uma notação similar é adotada para as saídas "passadas" e "futuras".

A matriz de estados é definida por:

$$X_{i} = \begin{bmatrix} x_{i} & x_{i+1} & x_{i+2} & \cdots & x_{i+j-1} \end{bmatrix}$$
(3.7)

As matrizes de entrada, saída e estados, são definidas a seguir. Elas são obtidas substituindo as matrizes de entrada e saída na equação do espaço de estados (DE MOOR, 1988).

$$Y_{0|i-1} = \Gamma_i X_0 + H_i U_{0|i-1}$$
(3.8)

$$Y_{i|2i-1} = \Gamma_i X_i + H_i U_{i|2i-1}$$
(3.9)

$$X_{i} = A_{d}^{i} X_{0} + \Delta_{i} U_{0|i-1}$$
(3.10)

O próximo passo é definir a projeção das saídas "futuras" sobre as entradas "passadas" e sobre as saídas "passadas" para conservar toda informação dos estados "passados" que é útil para prever os estados "futuros". Este resultado pode ser descrito em função das matrizes do sistema e das matrizes de Hankel das entradas e saídas.

$$Z_{i} = \frac{Y_{i|2i-1}}{\begin{bmatrix} U_{0|2i-1} \\ Y_{0|i-1} \end{bmatrix}}$$
(3.11)

$$Z_{i+1} = \frac{Y_{i+1|2i-1}}{\begin{bmatrix} U_{0|2i-1} \\ Y_{0|i} \end{bmatrix}}$$
(3.12)

Denotando:

$$F = Y_{i|2i-1}$$
 ou  $F = Y_{i+1|2i-1}$  (3.13)

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{0|2i-1} \\ \mathbf{Y}_{0|i-1} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{0|2i-1} \\ \mathbf{Y}_{0|i} \end{bmatrix}$$
(3.14)

sendo  $F/R = FR^{T}(RR^{T})^{-1}R$ . Uma linha de F/R é igual à projeção de uma linha de F sobre uma linha de R.

A equação (3.11) corresponde à predição ótima de  $\mathbf{Y}_{i|2i-1}$  dado  $\mathbf{U}_{0|2i-1}$  e  $\mathbf{Y}_{0|i-1}$  desde que a equação (3.15) seja minimizada, considerando a equação (3.16).

$$\mathbf{P} = \left\| \mathbf{Y}_{i|2i-1} - \mathbf{Z}_{i} \right\|_{\mathrm{F}}^{2}$$
(3.15)

$$Z_{i} \in \begin{bmatrix} U_{0|2i-1} \\ Y_{0|i-1} \end{bmatrix}$$
(3.16)

Intuitivamente, a k-*ésima* linha de  $Z_i$  corresponderia à predição do k-*ésimo* seguinte passo da saída. Estas projeções ( $Z_i e Z_{i+1}$ ) são úteis na determinação do sistema, desde que as combinações lineares a serem feitas com as matrizes de Hankel das entradas e saídas para gerar as matrizes  $Z_i e Z_{i+1}$ , sejam funções das matrizes  $A_d$ ,  $B_d$ ,  $C_d e D_d$  do sistema.

Contudo, a aplicação do método do subespaço para a obtenção do modelo a partir das medidas dos sinais de entrada e saída do sistema inicia-se com o cálculo projeções  $Z_i$  e  $Z_{i+1}$  utilizando as equações (3.11) e (3.12). Isto permite calcular  $\Gamma_i$  e  $\Gamma_{i+1}$  e a ordem  $n_{or}$  do sistema, como é mostrado a seguir.

Considerando T como sendo alguma matriz cujo posto coincide com o de  $\Gamma_i$ , inicialmente deve ser calculada a decomposição de valores singulares, equação (3.17).

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{V}^{\mathsf{t}}$$
(3.17)

na qual U e V são matrizes ortogonais e  $\sum$  é uma matriz diagonal, cujos elementos são chamados de valores singulares da matriz T. Desde que T seja de posto  $n_{or}$ , o número de valores singulares diferentes de zero será igual à ordem do sistema.

Os espaços da coluna de  $\Gamma_i$  e  $U_1 \sum_{1}^{1/2}$  coincidem. Então,  $\Gamma_i$  pode ser adotada como  $U_1 \sum_{1}^{1/2}$ . O fator  $U_1 \sum_{1}^{1/2}$  é introduzido por razões de simetria (VAN OVERSCHEE; DE MOOR, 1994).

Também, define-se  $\underline{\Gamma}_i$  como sendo  $\Gamma_i$  sem as últimas *r* linhas, *r* é o número de saídas. Deste modo:

$$\Gamma_{i-1} = \underline{\Gamma}_i \tag{3.18}$$

Para a determinação das matrizes do sistema é considerando que  $\Gamma_i$ ,  $\Gamma_{i-1} e n_{or}$  foram determinados como descrito anteriormente. Assim, pode-se definir  $\hat{X}_i e \hat{X}_{i+1}$ .

$$\hat{\mathbf{X}}_{i} = \Gamma_{i}^{\uparrow} \left[ \mathbf{Z}_{i} - \mathbf{H}_{i} \mathbf{U}_{i|2i-1} \right]$$
(3.19)

$$\hat{X}_{i+1} = \Gamma_{i-1}^{\uparrow} \Big[ Z_{i+1} - H_{i-1} U_{i+1|2i-1} \Big]$$
(3.20)

na qual  $\Gamma^{\uparrow}$  é a pseudo-inversa Morre-Penrose. Nas equações (3.19) e (3.20), apenas H<sub>i</sub> e H<sub>i-1</sub> são desconhecidos.

Desde que as colunas correspondentes de  $\hat{X}_i$  e  $\hat{X}_{i+1}$  são os estados estimados, nas mesmas condições iniciais, em dois instantes de tempo consecutivos (VAN OVERSCHEE; DE MOOR, 1996), então:

$$\hat{X}_{i+1} = A_{d}\hat{X}_{i} + B_{d}U_{iii} + \begin{bmatrix} U_{0|2i-1} \\ Y_{0i-1} \\ \hat{X}_{i} \end{bmatrix}^{\perp}$$
(3.21)

$$\mathbf{Y}_{i|i} = \mathbf{C}_{d} \hat{\mathbf{X}}_{i} + \mathbf{D}_{d} \mathbf{U}_{i|i} + \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{0|2i-1} \\ \mathbf{Y}_{0|i-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_{i} \end{bmatrix}^{\perp}$$
(3.22)

A partir das equações (3.21) e (3.22) é possível escrever:

$$\left[\frac{\hat{X}_{i+1}}{Y_{i|i}}\right] = \left[\frac{A_{d}}{C_{d}}\right]\hat{X}_{i} + \left[\frac{B_{d}}{D_{d}}\right]U_{i|i} + \left[\frac{U_{0|2i-1}}{Z_{i}}\right]^{\perp}$$
(3.23)

na qual  $[]^{\perp}$  indica uma matriz cujo espaço de linhas é perpendicular ao espaço de linhas da matriz [].

Substituindo as equações (3.19) e (3.20) na equação (3.23), chega-se a equação:

$$\left[\frac{\Gamma_{i-1}^{\uparrow}Z_{i+1}}{Y_{i|i}}\right] = \left[\frac{A_{d}}{C_{d}}\right]\Gamma_{i}^{\uparrow}Z_{i} + \left[\frac{\kappa_{12}}{\kappa_{22}}\right]U_{i|2i-1} + \left[\begin{array}{c}U_{0|2i-1}\\Z_{i}\\\hat{X}_{i}\end{array}\right]$$
(3.24)

Sendo:

$$\begin{bmatrix} \kappa_{12} \\ \kappa_{22} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} B_{d} - A_{d} \Gamma_{i}^{\uparrow} \begin{bmatrix} D_{d} \\ \Gamma_{i-1} B_{d} \end{bmatrix} \Gamma_{i-1}^{\uparrow} H_{i-1} - A_{d} \Gamma_{i}^{\uparrow} \begin{bmatrix} 0 \\ H_{i-1} \end{bmatrix} \\ D_{d} - C_{d} \Gamma_{i}^{\uparrow} \begin{bmatrix} D_{d} \\ \Gamma_{i-1} B_{d} \end{bmatrix} - C_{d} \Gamma_{i}^{\uparrow} \begin{bmatrix} 0 \\ H_{i-1} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(3.25)

na qual é possível observar que as matrizes  $B_d e D_d$  aparecem linearmente.

Seja II uma matriz na qual os espaços de linhas coincidam com os espaços de linhas da matriz mostrada pela equação (3.26).

$$\left[\frac{\Gamma_{i}^{\uparrow} Z_{i}}{U_{i|2i-1}}\right]$$
(3.26)

Então, a partir da equação (3.24), chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{i-1}^{\uparrow} Z_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{bmatrix} / II = \begin{bmatrix} A_d & \kappa_{12} \\ C_d & \kappa_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_i^{\uparrow} Z_i \\ U_{i|2i-1} \end{bmatrix} / II$$
(3.27)

a qual trata-se de um conjunto de equações lineares com as incógnitas A<sub>d</sub>, C<sub>d</sub>,  $\kappa_{12}$  e  $\kappa_{22}$ .

Porém, a resolução pode também ser obtida considerando um problema de mínimos quadrados:

$$\min(\mathbf{A}_{d}, \mathbf{C}_{d}, \kappa_{12}, \kappa_{22}) \left\| \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{i-1}^{\uparrow} \boldsymbol{Z}_{i+1} \\ \boldsymbol{Y}_{i|i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d} & \kappa_{12} \\ \mathbf{C}_{d} & \kappa_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{i}^{\uparrow} \boldsymbol{Z}_{i} \\ \boldsymbol{U}_{i|2i-1} \end{bmatrix} \right\|$$
(3.28)

Outra maneira de resolução é que a partir da equação (3.24) pode-se encontrar termo por termo. Com o termo 1 determina-se  $A_d$  e  $C_d$  exatas e com o termo 2 determina-se  $\kappa_{12}$ ,  $\kappa_{22}$ , a partir das quais  $B_d$  e  $D_d$  podem ser obtidas resolvendo um conjunto de equações lineares análogo ao descrito pela equação (3.27), como apresenta De Moor (1988). Note que na equação (3.25),  $B_d$  e  $D_d$  aparecem linearmente. Assim, se  $A_d$ ,  $C_d$ ,  $\Gamma_i$ ,  $\Gamma_{i-1}$ ,  $\kappa_{12}$  e  $\kappa_{22}$  são conhecidos, resolver para  $B_d$  e  $D_d$  é equivalente a resolver um conjunto de equações lineares. Neste trabalho o método do subespaço não foi implementado. Foi utilizado o comando "n4sid" disponível no *software* Matlab<sup>®</sup>. As matrizes do sistema identificadas pelo método do subespaço foram convertidas para a forma contínua através do comando "d2c" do próprio *software* Matlab<sup>®</sup>. Maiores detalhes sobre o método do subespaço podem ser obtidos em Van Overschee e De Moor (1996).

# Capítulo 4 Aproximação Modal

Este capítulo apresenta os conceitos matemáticos envolvidos na conversão de modelos de segunda ordem e modelos no espaço de estados descritos por coordenadas físicas para as coordenadas principais ou modais, que também são dependentes do tempo. A conversão é realizada pelo método da análise modal que utiliza o teorema da expansão para expressar o comportamento de cada grau de liberdade do sistema mecânico como uma combinação linear dos seus modos de vibrar (RAO, 2008). O método da análise modal também está presente na identificação e validação de fenômenos que envolvem sinais de vibração, validação e ajuste de modelos dinâmicos analíticos e experimentais, no monitoramento da integridade estrutural e em outras áreas da dinâmica, como a acústica e análise de fadiga (MAIA et al., 1997).

No entanto, entender os conceitos matemáticos abordados pela análise modal não significa entender os fenômenos naturais inerentes aos sistemas mecânicos, ou seja, entender fisicamente o que são as freqüências naturais, os modos de vibrar e amortecimento modal. Contudo, alguns destes conceitos são apresentados no texto científico de Peter Avitabile, publicado em 2002 (AVITABILE, 2002) sem o abstrato tratamento matemático da análise modal. A compreensão destes conceitos, físicos e matemáticos, é extremamente importante na análise dos resultados obtidos pela nova técnica de detecção de danos proposta por este trabalho.

#### 4.1. MODELOS DE SEGUNDA ORDEM

Modelos dinâmicos de segunda ordem refletem o comportamento e as características de sistemas mecânicos, elétricos, entre outros, através de um conjunto de equações diferenciais ordinárias lineares de segunda ordem acopladas. No caso de sistemas mecânicos, estes modelos são geralmente obtidos pelo método dos elementos finitos (KWON; BANG, 1997) e representados pela equação (4.1).

$$M\ddot{z}(t) + D\dot{z}(t) + Kz(t) = u(t)$$
(4.1)

na qual  $\ddot{z}(t)$  é o vetor de aceleração,  $\dot{z}(t)$  é o vetor de velocidade, z(t) é o vetor de deslocamento, u(t) é o vetor de força externa, M é a matriz de massa, D é a matriz de amortecimento e K é a matriz de rigidez. A matriz de massa é positiva definida enquanto que as matrizes de amortecimento e rigidez são semi-definidas positivas (GAWRONSKI, 1998), todas com dimensão *n x n*, sendo *n* o número de graus de liberdade. As dimensões do vetor de deslocamento e de forças externas dependem do número de sensores e atuadores utilizados, respectivamente. Neste trabalho a matriz de amortecimento é expressa como uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez (BHASKAR, 1995), equação (4.2). Este tipo de amortecimento é conhecido como amortecimento proporcional ou amortecimento de Rayleigh e é o mecanismo de amortecimento mais utilizado atualmente em análise de vibrações.

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \tag{4.2}$$

na qual  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes determinadas seguindo uma série de conceitos facilmente encontrados na literatura. O amortecimento pode ser modelado também, por exemplo, através do amortecimento de Coulomb ou do amortecimento por histerese (RAO, 2008).

Contudo, a representação de modelos de segunda ordem no domínio modal depende do desacoplamento das equações que o constitui, procedimento este realizado pelo método da análise modal. O procedimento é iniciado considerando um sistema mecânico não amortecido com n graus de liberdade sobre vibração livre, equação (4.3).

$$M\ddot{z}(t) + Kz(t) = 0 \tag{4.3}$$

A solução da equação (4.3), bem como sua derivada segunda, são apresentadas pelas equações (4.4) e (4.5).

$$z(t) = \Phi e^{j\alpha t} \tag{4.4}$$

$$\ddot{z}(t) = -\omega^2 \Phi e^{j\omega t} \tag{4.5}$$

Substituindo as equações (4.4) e (4.5) na equação (4.3), tem-se:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \Phi \mathbf{e}^{j\omega t} = 0 \tag{4.6}$$

A única solução não trivial da equação é (EWINS, 1984):

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \tag{4.7}$$

A partir da solução da equação (4.7), são encontrados os valores das freqüências naturais do sistema mecânico representado pela equação (4.3).

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \dots & \omega_n \end{bmatrix}$$
(4.8)

na qual  $\Omega$  é a matriz de freqüências naturais e  $\omega_i$  é a i-*ésima* freqüência natural do sistema, sendo i = 1, 2, ..., *n*.

Substituindo os valores de  $\omega_i$  na equação (4.6), é possível obter os modos de vibrar do correspondentes a cada freqüência natural do sistema, como mostra a equação (4.9).

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \dots & \Phi_n \end{bmatrix}$$
(4.9)

na qual  $\Phi$  é a matriz modal e  $\Phi_i$  é o i-*ésimo* modo de vibrar ou forma do modo de vibrar do sistema.

Com a matriz modal determinada, as matrizes de massa, rigidez e amortecimento podem ser convertidas para a forma modal, ou seja, podem ser desacopladas (GAWRONSKI, 1998).

$$\mathbf{M}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} \tag{4.10}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} \tag{4.11}$$

$$\mathbf{D}_{\mathrm{m}} = \Phi^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \Phi \tag{4.12}$$

sendo M<sub>m</sub>, K<sub>m</sub> e D<sub>m</sub>, as matrizes modais de massa, rigidez e amortecimento, respectivamente.

A mudança de coordenadas também é aplicada nos vetores de deslocamento, velocidade e aceleração. Estes vetores, na sua forma modal, são apresentados pelas equações (4.13) à (4.15).

$$z(t) = \Phi q(t) \tag{4.13}$$

$$\dot{z}(t) = \Phi \dot{q}(t) \tag{4.14}$$

$$\ddot{z}(t) = \Phi \ddot{q}(t) \tag{4.15}$$

As equações (4.16) à (4.18) mostram que a mudança de coordenadas nada mais é do que a separação da parcela que cada modo de vibrar possui nos vetores de deslocamento, velocidade e aceleração do sistema.

$$z(t) = \Phi_1 q_1(t) + \Phi_2 q_2(t) + \dots + \Phi_n q_n(t)$$
(4.16)

$$\dot{z}(t) = \Phi_1 \dot{q}_1(t) + \Phi_2 \dot{q}_2(t) + \dots + \Phi_n \dot{q}_n(t)$$
(4.17)

$$\ddot{z}(t) = \Phi_1 \ddot{q}_1(t) + \Phi_2 \ddot{q}_2(t) + \dots + \Phi_n \ddot{q}_n(t)$$
(4.18)

sendo  $q_i(t)$ ,  $\dot{q}_i(t)$  e  $\ddot{q}_i(t)$  as coordenadas generalizadas, dependentes do tempo, de cada modo de vibrar referentes aos vetores de deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente, conhecidas como coordenadas principais ou coeficientes de participação modal (RAO, 2008).

Por fim, pré-multiplicando a equação (4.1) por  $\Phi^{T}$  e utilizando a transformação das equações (4.10) à (4.15), obtém-se:

$$M_{m}\ddot{q}(t) + D_{m}\dot{q}(t) + K_{m}q(t) = Q(t)$$
(4.19)

na qual  $Q(t) = \Phi^T u(t)$ . Observe que a força externa também é separada em parcelas referentes aos modos de vibrar dos sistema.

Apresentada a transformação linear que desacopla as equações diferenciais de segunda ordem e, deste modo, que converte a equação do movimento do domínio físico para o domínio modal, a seguir será mostrado o procedimento adotado para a representação no espaço de estados.

### 4.2. MODELOS NO ESPAÇO DE ESTADOS

Os modelos dinâmicos no espaço de estados são descritos por um conjunto de equações diferenciais lineares de primeira ordem e deste modo, apresenta algumas vantagens em relação às equações diferenciais de segunda ordem como, por exemplo, a facilidade na resolução computacional das equações. Deste modo, a maioria dos *softwares* e ferramentas computacionais são desenvolvidos para modelos no espaço de estados (KWON; BAMG, 1997).

As equações diferenciais de segunda ordem podem ser transformadas em equações de primeira ordem utilizando o vetor usualmente chamado de vetor de estados, equação (4.20), e sua derivada, equação (4.21).

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$
(4.20)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) \\ \ddot{\mathbf{z}}(t) \end{bmatrix}$$
(4.21)

Isolando o vetor de aceleração,  $\ddot{z}(t)$ , da equação (4.1) e substituindo na equação (4.21), chega-se:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{u}(t) \end{bmatrix}$$
(4.22)

Rearranjando a equação (4.22), tem-se a equação no espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} u(t)$$
(4.23)

A representação no espaço de estados é determinada pelo trio de matrizes A, B, C e pelo vetor de estados x(t) (MOREIRA, 1998), sendo comumente simplificada para a seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

$$(4.24)$$

na qual A é a matriz dinâmica do sistema,  $2n \ x \ 2n$ , B é a matriz de entradas,  $2n \ x \ r$ , C é a matriz de saídas,  $s \ x \ 2n$ , e y(t) é o vetor de medidas. A dimensão r é igual ao número de atuadores e s igual ao número de sensores distribuidos no sistema. Observe que na equação (4.23) as matrizes dinâmica e de entradas são:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}$$
(4.25)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

Analisando as matrizes e vetores que compõe as equações representadas no espaço de estados nota-se que suas dimensões dobram quando comparado com os modelos de segunda ordem. Isto se mostra como uma desvantagem, porém com a grande capacidade de processamento dos modernos sistemas computacionais este problema é resolvido com uma facilidade considerável. Os modelos dinâmicos representados no espaço de estados e alguns assuntos relacionados são abordados detalhadamente por Ogata (1998).

No entanto, neste trabalho é necessário obter o modelo representado pelo espaço de estados no domínio modal e caracterizado por blocos diagonais. Deste modo, descreve-se a seguir o procedimento utilizado na conversão do modelo para o domínio modal, bem como sua caracterização em blocos diagonais.

O procedimento é iniciado definindo o vetor modal de estados, equação (4.27), e sua derivada, equação (4.28).

$$\mathbf{x}_{\mathrm{m}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix}$$
(4.27)

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{m}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix}$$
(4.28)

Além do vetor modal de estados e sua derivada, para construir modelo modal no espaço de estados também é necessário converter as matrizes dinâmica, de entradas e de saídas. Este procedimento depende das seguintes considerações:

$$\Omega^2 = \frac{K_{\rm m}}{M_{\rm m}} \tag{4.29}$$

$$\xi = \frac{D_{\rm m}}{2\sqrt{K_{\rm m}M_{\rm m}}} \tag{4.30}$$

sendo  $\xi$  os fatores de amortecimento do sistema.

Substituindo as equações (4.29) e (4.30) na equação (4.25), chegamos a matriz dinâmica em coordenadas modais:

$$\mathbf{A}_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\boldsymbol{\Omega}^2 & -2\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix}$$
(4.31)

A matriz de entradas em coordenadas modais tem a seguinte forma:

$$\mathbf{B}_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{\mathrm{m}}^{-1} \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

 $C_{md}$  e  $C_{mv}$  são as matrizes modais de saídas de deslocamento e velocidade, respectivamente, e são dadas por:

$$C_{\rm md} = C_{\rm od} \Phi \tag{4.33}$$

$$C_{mv} = C_{ov}\Phi \tag{4.34}$$

A matriz modal de saídas equivalente é definida por:

$$\mathbf{C}_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathrm{md}} & \mathbf{C}_{\mathrm{mv}} \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

A representação no espaço de estados apresentada pelas equações (4.31), (4.32) e (4.35) não são uma representação modal de estado, embora que utilizando os vetores modais,  $x_m(t)e \dot{x}_m(t)$ , isto é obtido (GAWROSKI, 1998). A completa transformação da realização no espaço de estados modal,  $A_m$ ,  $B_m e C_m$ , é caracterizada pela matriz dinâmica em blocos diagonais,  $A_{dm}$ , e as matrizes de entrada,  $B_{dm}$ , e saída,  $C_{dm}$ , relacionadas.

$$A_{dm} = \begin{bmatrix} A_{m1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{mn} \end{bmatrix}$$
(4.36)  
$$B_{dm} = \begin{bmatrix} B_{m1} \\ B_{m2} \\ \vdots \\ B_{mn} \end{bmatrix}$$
(4.37)

$$\mathbf{C}_{\rm dm} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\rm ml} & \mathbf{C}_{\rm mn} & \cdots & \mathbf{C}_{\rm mn} \end{bmatrix}$$
(4.38)

sendo  $A_{mi}$ ,  $B_{mi}$ , e  $C_{mi}$  blocos 2 x 2, 2 x s e r x 2, respectivamente. Os blocos  $A_{mi}$  podem ser representados pelas formas 1 a 4 que são mostradas nas equações (4.39) à (4.42), respectivamente.

• Forma modal 1

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & -2\xi_i\omega_i \end{bmatrix}$$
(4.39)

• Forma modal 2

$$\mathbf{A}_{\mathrm{mi}} = \begin{bmatrix} -\xi_{\mathrm{i}}\omega_{\mathrm{i}} & \omega_{\mathrm{i}} \\ -\omega_{\mathrm{i}}(\xi_{\mathrm{i}}^{2} - 1) & -\xi_{\mathrm{i}}\omega_{\mathrm{i}} \end{bmatrix}$$
(4.40)

• Forma modal 3

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ -\omega_i^2 & -2\xi_i\omega_i \end{bmatrix}$$
(4.41)

• Forma modal 4

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} -\xi_{i}\omega_{i} + j\omega_{i}\sqrt{1-\xi_{i}^{2}} & 0\\ 0 & -\xi_{i}\omega_{i} - j\omega_{i}\sqrt{1-\xi_{i}^{2}} \end{bmatrix}$$
(4.42)

As respectivas respostas obtidas para o i-ésimo estado das formas modais são apresentadas nas equações (4.43) a (4.46).

• Forma modal 1

$$\mathbf{x}_{mi}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{i}(t) \\ \frac{\dot{\mathbf{q}}_{i}(t)}{\omega_{i}} \end{bmatrix}$$
(4.43)

• Forma modal 2

$$\mathbf{x}_{\mathrm{mi}}(t) = \begin{bmatrix} q_{\mathrm{i}}(t) \\ q_{\mathrm{oi}}(t) \end{bmatrix}$$
(4.44)

• Forma modal 3

$$\mathbf{x}_{mi}(t) = \begin{bmatrix} q_i(t) \\ \dot{q}_i(t) \end{bmatrix}$$
(4.45)

#### • Forma modal 4

$$x_{mi}(t) = \begin{bmatrix} q_{i}(t) - jq_{oi}(t) \\ q_{i}(t) + jq_{oi}(t) \end{bmatrix}$$
(4.46)

 $\operatorname{com} q_{oi}(t) = \xi_i q_i(t) + \frac{\dot{q}_i(t)}{\omega_i}.$ 

Nas equações (4.43) a (4.46),  $q_i(t)$  e  $\dot{q}_i(t)$  são, respectivamente, o deslocamento modal e a velocidade modal do i-*ésimo* modo de vibrar do sistema.

A partir das matrizes  $A_{mi}$ ,  $B_{mi}$  e  $C_{mi}$ , obtêm-se o conjunto de equações de primeira ordem em coordenadas modais na forma da equação (4.47). Cada modo de vibrar pode ser representado independente dos outros modos, ou seja, o i-*ésimo* modo pode ser representado isoladamente.

$$\dot{x}_{mi}(t) = A_{mi} x_{mi}(t) + B_{mi} Q(t)$$
  
 $y_{mi}(t) = C_{mi} x_{mi}(t)$ 
(4.47)

Contudo, nas aplicações numéricas e experimentais deste trabalho foi utilizada a forma modal 2, equações (4.40) e (4.44).

# Capítulo 5 Redução de Modelos

Tipicamente, um modelo FEM desenvolvido para análise estática do projeto estrutural, por exemplo, contém um grande número de graus de liberdade (WANG; CHEN; HAN, 1999). Isto leva a dificuldades numéricas quando o modelo é utilizado para análise dinâmica, sem falar no alto custo computacional. Desta forma, a redução da ordem de modelos dinâmicos é uma ferramenta indispensável neste caso, como também para outras áreas da engenharia, por exemplo: projeto de controladores, simulação da dinâmica de fluídos (*Computational Fluid Dynamics*), monitoramento da integridade estrutural de sistemas mecânicos, entre outras (PHILLIPS; SILVEIRA, 2005; ASSUNÇÃO, 2000). Métodos de redução também podem ser aplicados em sistemas não lineares (FUJIMOTO; TSUBAKINO, 2008).

Um bom exemplo de aplicação real onde foi utilizada a redução de modelos é apresentado por Schönhoff e Nordmann (1998). Eles mostram a redução do modelo obtido via FEM do telescópio SOFIA (*Stratospheric Observatory for Infrared Astronomy*) através do índice de Litz (LITZ, 1979, citado por SCHÖNHOFF; NORDMANN, 1998). O telescópio refletor de 2,5 metros com um espelho de 97 polegadas foi desenvolvido pela NASA e o DLR (Centro Aeroespacial da Alemanha) para a astronomia infravermelha com capacidade de observação de comprimentos de ondas de 0,3 até 1600 µm.

Este telescópio foi instalado em um Boeing 747SP modificado pela empresa *Raytheon Aircraft Integration Services* para observações na estratosfera. Uma porta na lateral do Boeing permite a utilização do telescópio, Figura 5.1. O modelo completo descrito em coordenadas modais na realização de espaço de estados apresentava 60000 graus de liberdade e foi reduzido para apenas 206 graus de liberdade.



(a) Boeing 747SP
 (b) porta de utilização do telescópio
 Figura 5.1 – Boeing 747SP utilizado para transportar o telescópio SOFIA.
 (FONTE: WWW.SOFIA.USRA.EDU/GALLERY/FEATUREDIMAGES.HTML - ACESSO: AGOSTO/2006)

Muitos métodos de redução de modelos já foram propostos. Dentre os métodos clássicos, os que mais causaram impacto na literatura foram: o método da norma de Hankel (GLOVER, 1984) e o método da realização balanceada (MOORE, 1981). A redução de modelos via norma de Hankel é baseada no mapeamento das entradas passadas em saídas futuras através dos estados do sistema, quantificando assim as contribuições individuais de cada um destes estados. Este método equivale a minimizar a norma  $H_{\infty}$  do erro de redução. Já o método da realização balanceada consiste em descrever o modelo do sistema em uma representação de estados que consegue ponderar igualmente a controlabilidade e a observabilidade de cada estado do sistema utilizando seus respectivos graminianos. A transformação linear que leva o sistema a essa representação é chamada de transformação balanceada. Neste método, o modelo é reduzido desprezando os estados associados aos menores valores singulares (ASSUNÇÃO, 2000).

Na literatura são encontradas outras referências nas quais são utilizados os métodos clássicos como, por exemplo, Skelton (1988), Safonov, Chiang e Limebeer (1990) e Gawronski e Juang (1990). Métodos mais modernos de redução ótima de modelos utilizando desigualdades matriciais lineares (LMIs) já foram propostos para os casos de otimização local e global. Estes métodos utilizam como critérios de desempenho as normas de sistemas e fornecem excelentes resultados, mas, infelizmente, são complexos e computacionalmente caros (ASSUNÇÃO, 2000).

Contudo, serão apresentados a seguir os conceitos matemáticos envolvidos na redução de modelos através dos dois métodos clássicos: norma de Hankel e realização balanceada. No entanto, somente o método realização balanceada proposto por Moore em 1981 será utilizado

nas aplicações deste trabalho. Isto porque, a realização balanceada apresenta melhores resultados quando o modelo é reduzido para os primeiros modos de vibrar do sistema (CONCEIÇÃO et al., 2009) e são estes os modos utilizados nas análises através da técnica SHM via Observador de Estado Modal. Desta forma, a norma de Hankel será apresentada aqui de forma resumida.

# 5.1. NORMA DE HANKEL

Este método de redução de modelos é baseado nos valores singulares de Hankel referentes aos graus de liberdade do sistema. Para sistemas estáveis, tais valores indicam a energia de cada estado no sistema. Devido a este fato, a ordem do modelo reduzido pode ser determinada diretamente pela análise dos valores singulares de Hankel (GLOVER, 1984).

Para o bom condicionamento do problema de redução de modelos através da norma de Hankel, a norma  $H_{\infty}$  apresentada na equação (5.1) deve ser respeitada.

$$\left\| \mathbf{G} - \mathbf{G}_{\mathbf{r}} \right\|_{\infty} \le \sum_{nr+1}^{n} \sigma_{\mathbf{i}}$$
(5.1)

na qual G é o modelo completo, Gr é o modelo reduzido,  $\sigma_i$  são os valores singulares de Hankel referentes a cada grau de liberdade do sistema e *nr* a ordem do modelo reduzido, com i = 1, 2, ..., n, com *n* sendo o número de graus de liberdade do modelo completo<sup>9</sup>.

#### 5.2. REALIZAÇÃO BALANCEADA

Na redução de modelos utilizando a realização balanceada, o modelo original é reorganizado através de uma transformação linear de forma que sejam evidenciados o subsistema dominante e o fraco, retendo o subsistema dominante no modelo reduzido. Formalmente, a realização balanceada é uma realização mínima assintoticamente estável na qual os graminianos de controlabilidade e observabilidade são iguais e diagonais (ASSUNÇÃO, 2000).

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Modelo completo trata-se do modelo antes de ser reduzido.

Considere o sistema dinâmico representado pela formulação no espaço de estados dado pela equação (5.2). Este sistema deve ser estável, linear e invariante no tempo. Trata-se do mesmo sistema apresentado pela equação (4.24) e é repetido aqui apenas por conveniência.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$
(5.2)

As equações de Lyapunov de controlabilidade e observabilidade são dadas respectivamente por:

$$AP + PA^{T} + BB^{T} = 0$$
(5.3)

$$A^{T}Q + QA + C^{T}C = 0$$
(5.4)

na qual P e Q são os graminianos de controlabilidade e observabilidade. Este graminianos também podem ser definidos pelas equações (5.5) e (5.6).

$$P \approx \int_{0}^{\infty} e^{At} B B^{T} e^{A^{T} t} dt$$
(5.5)

$$Q \approx \int_{0}^{\infty} e^{At} C^{T} C e^{A^{T} t} dt$$
(5.6)

O sistema no espaço de estados apresentado pela equação (5.2) é dito balanceado se as soluções das equações de Lyapunov forem iguais, ou seja, se:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q} = \operatorname{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \tag{5.7}$$

na qual  $\sigma_i$  são os valores singulares de Hankel do sistema. Tais valores são ordenados descrescentemente, ou seja,  $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \cdots \ge \sigma_n$ .

Com o método realização balanceada, a fidelidade do modelo reduzido ao modelo completo depende da desigualdade  $\sigma_{nr} >> \sigma_{nr+1}$  ser respeitada. Contudo, o modelo reduzido é dado por:

$$\dot{x}_{r}(t) = A_{r}x_{r}(t) + B_{r}u(t)$$

$$y(t) = C_{r}x_{r}(t)$$
(5.8)

na qual  $x_r(t)$  é o vetor reduzido de estados,  $A_r$  é a matriz dinâmica reduzida r x r,  $B_r$  é a matriz de entradas reduzida r x m e  $C_r$  é a matriz de saídas reduzida s x r, sendo s é o número de saídas e r o número de entradas no sistema.

Neste trabalho, o método de redução de modelos via realização balanceada não foi implementado. Foi utilizado o comando "balreal" do *software* Matlab<sup>®</sup> para balancear e calcular os valores singulares de Hankel do sistema. A partir do sistema balanceado e da análise dos valores singulares a ordem do modelo reduzido foi determinada.

# Capítulo 6 Observadores de Estado

Várias das técnicas SHM e de controle desenvolvidas nos últimos anos partem do pressuposto de que o vetor de estados do sistema dinâmico a ser monitorado ou controlado está completo, ou seja, de que todos os graus de liberdade são medidos diretamente no sistema (IHN; CHANG, 2008; WICKRAMASINGHE; CHEN; ZIMCIK, 2008). No entanto, medir todas as variáveis de um sistema é praticamente impossível do ponto de vista físico e econômico, visto que em situações práticas alguns pontos de medição podem estar em locais de difícil acesso e também o número de sensores disponíveis para fazer as medidas é escasso na maioria das vezes. Deste modo, torna-se interessante utilizar os observadores de estado para estimar os estados não medidos a partir das variáveis disponíveis (CAVALINI JR et al., 2007).

O conceito de observador de estado para sistemas dinâmicos foi introduzido por Luenberger em 1964 com a demonstração de como as entradas e saídas disponíveis de um sistema podem ser utilizadas para construir uma estimativa do vetor de estados do mesmo. Este dispositivo para a reconstrução de estados foi chamado de Observador de Luenberger ou simplesmente Observador (LUENBERGER, 1964). A demonstração completa da reconstrução do vetor de estados a partir das variáveis conhecidas para um sistema linear é demonstrada em Luenberger, 1966.

Um observador de estado para um sistema dinâmico real S(x, y, u) com vetor de estados x, saída y e entrada u, é uma cópia deste sistema com a capacidade de estimar um vetor de estados  $\tilde{x}$  idêntico, ou o mais próximo possível, ao vetor de estados x independentemente da entrada u e da saída y, Figura 6.1. O observador de estado  $\tilde{S}(\tilde{x}, y, u, z)$ é um sistema abstrato, implementado computacionalmente e sua construção depende do modelo matemático z do sistema real. Além disso, a construção do observador de estado é
possível se, e somente se, o sistema original for observável ou pelo menos detectável (MEIROVITCH, 1990).



Figura 6.1 – Definição de observador de estado.

# 6.1. CONCEITO DE OBSERVABILIDADE

O conceito de observabilidade fornece informações úteis sobre sistemas dinâmicos e deste modo, trata-se de um fundamento básico para a identificação de modelos matemáticos, testes modais e estimação de estados (VALER, 1999). Por definição, um sistema é dito observável no instante  $t_o$  se, e somente se, é possível determinar o estado inicial  $x(t_o)$  a partir da resposta y(t) do sistema para  $t_o \le t \le t_f$ . Se o sistema é observável para qualquer instante  $t_o$  e estado inicial  $x(t_o)$ , o sistema é dito completamente observável.

Existem diferentes critérios para determinar a observabilidade de sistemas dinâmicos. Os testes do posto de Popov, Belevitch e Hautus (testes PBH) são capazes de avaliar eficientemente a observabilidade modal do sistema, apesar de levarem a um conceito um pouco mais fraco (TRINDADE, 1999). Nestes testes, um sistema linear com r saídas é dito completamente observável se a matriz O, rn x n, possuir posto n, equação (6.1).

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^{2} \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$
(6.1)

## 6.2. TIPOS DE OBSERVADORES DE ESTADO

Na literatura é possível encontrar vários trabalhos que apresentam diferentes tipos de observadores de estado como, por exemplo, o Observador Identidade e o de Ordem Reduzida, descritos por Luenberger em 1971, e o trabalho de Rudolph Emil Kalman, publicado em 1960, que demonstrou um processo recursivo capaz de solucionar problemas lineares relacionados à filtragem de dados discretos (KALMAN, 1960). Desde então, novos tipos de observadores e algumas variações têm surgido. Cada um deles possui características próprias, as quais fazem com que sejam aconselháveis para diferentes aplicações. Contudo, esta seção apresenta o desenvolvimento matemático dos observadores Trivial, Identidade, de Ordem Reduzida, Proporcional-Integral e o Filtro de Kalman.

## **6.2.1. OBSERVADOR TRIVIAL**

Uma solução trivial para o problema de estimar o vetor de estados de um sistema dinâmico está em construir uma cópia do sistema original. Assim, se o sistema original for dado pela equação (6.2), o observador de estado deve ser descrito pela equação (6.3).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \tag{6.2}$$

$$\widetilde{\dot{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\widetilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \tag{6.3}$$

Se  $x(0) = \tilde{x}(0)$ , então o modelo seguirá exatamente o sistema original. O problema com esta técnica é que o erro de estimação, equação (6.4), não reduz rapidamente. Este erro somente tende a zero se o sistema original é assintoticamente estável e em uma velocidade determinada pelos autovalores do sistema original, limitando consideravelmente a aplicabilidade do observador de estado trivial (MELO, 1998).

$$\mathbf{e}(\mathbf{t}) = \mathbf{\tilde{x}}(\mathbf{t}) - \mathbf{x}(\mathbf{t}) \tag{6.4}$$

#### **6.2.2. OBSERVADOR IDENTIDADE**

Para descrição do Observador Identidade considera-se o sistema linear, invariante no tempo e totalmente observável, apresentado na equação (4.24) e repetido aqui apenas por conveniência, equação (6.5).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$
(6.5)

Um observador do tipo Identidade é regido pelo seguinte sistema de equações:

$$\widetilde{\tilde{x}}(t) = (A - LC)\widetilde{x}(t) + Ly(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$
(6.6)

na qual  $\tilde{x}(t)$  é o vetor de estados estimado, contendo os deslocamentos e velocidades referentes a cada grau de liberdade do sistema, e  $\tilde{x}(t)$  é a derivada deste vetor que, por conseqüência, contém as velocidades e acelerações também referentes aos mesmos graus de liberdade. L é a matriz do ganho do observador. As equações (6.7) e (6.8) mostram o erro obtido na estimação dos estados e o erro na estimação da saída ou resíduo, respectivamente. Observe que os erros de estimação para o Observador Trivial é calculado da mesma maneira, equação (6.4).

$$\mathbf{e}(\mathbf{t}) = \mathbf{\tilde{x}}(\mathbf{t}) - \mathbf{x}(\mathbf{t}) \tag{6.7}$$

$$\operatorname{Re}(t) = \widetilde{y}(t) - y(t) \tag{6.8}$$

na qual  $\operatorname{Re}(t) = \operatorname{Ce}(t)$ .

A partir das equações (6.5) à (6.7), pode-se chegar à equação (6.9) que representa a dinâmica do erro de estimação do observador.

$$\dot{\mathbf{e}}(\mathbf{t}) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}(\mathbf{t}) \tag{6.9}$$

sendo,

$$\dot{e}(t) = \frac{d\{e(t)\}}{dt}$$
(6.10)

O erro ė(t) convergirá a zero se e somente se a matriz do observador A - LC tem todos seus autovalores com parte real negativa. O Teorema de Wonham garante a alocação arbitrária dos autovalores desta matriz quando o sistema é completamente observável. Deste modo, o problema fundamental no projeto de observadores é a determinação da matriz de ganho L (VALER, 1999).

Teorema de Woham: Há pelo menos uma matriz real L tal que o conjunto de autovalores de A – LC, em pares complexos conjugados, pode ser arbitrariamente atribuído se e somente se o sistema for totalmente observável.

## 6.2.3. OBSERVADOR DE ORDEM REDUZIDA

Pode-se verificar que o Observador Identidade descrito anteriormente apresenta redundância. Ele reconstrói todas as n variáveis do sistema original, inclusive as que foram medidas diretamente no sistema. Visto que não é necessário estimar as variáveis conhecidas, o objetivo é construir um observador que estime n - s variáveis de estado, sendo s o número de medidas. Para isto, considere novamente o sistema totalmente observável apresentado pela equação (6.5). Assume-se ainda que a matriz de saídas C,  $s \times n$ , tem posto s com a condição de que as s medidas são linearmente independentes.

Seja V uma matriz n - s x n e introduzindo uma mudança de variáveis, chega-se a um novo vetor de estados dado por:

$$a_{v}(t) = \frac{V}{C}x(t)$$
 (6.11)

O vetor  $a_v(t)$  pode ser subdividido como mostra a equação (6.12).

$$a_{v}(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$
(6.12)

na qual h(t) tem dimensão n - s x n e y(t) é o vetor de saída com dimensão s x n.

Após a transformação de variável, o sistema no espaço de estados dado pela equação (6.5) pode ser reescrito como:

$$\dot{\mathbf{a}}_{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1} \\ \mathbf{B}_{2} \end{bmatrix} \mathbf{u}(\mathbf{t})$$
(6.13)

Pode-se extrair deste sistema um subsistema de ordem  $n - s \times n$  que tem como entradas os conhecidos vetores u(t) e y(t). Neste caso, um subsistema com características polinomiais pode ser selecionado multiplicando-se a parte inferior da equação (6.13) por uma matriz arbitrária E<sub>A</sub>,  $n - s \times s$ , e subtraindo este resultado da parte superior da mesma.

$$\dot{h}(t) - E_A \dot{y}(t) = (A_{11} - E_A A_{21})h(t)$$

$$+ (A_{12} - E_A A_{22})y(t) + (B_1 - E_A B_2)u(t)$$
(6.14)

Rearranjando a equação (6.14), chega-se à:

$$\dot{h}(t) - E_A \dot{y}(t) = (A_{11} - E_A A_{21}) (h(t) - E_A y(t))$$

$$+ (A_{11} E_A - E_A A_{21} E_A + A_{12} - E_A A_{22}) y(t) + (B_1 - E_A B_2) u(t)$$
(6.15)

Atribuindo  $g(t) = h(t) - E_A y(t)$ , tem-se:

$$\dot{g}(t) = (A_{11} - E_A A_{21}) g(t)$$

$$+ (A_{11}E_A - E_A A_{21}E_A + A_{12} - E_A A_{22}) y(t) + (B_1 - E_A B_2) u(t)$$
(6.16)

na qual g(t), bem como sua derivada, são desconhecidos.

Um Observador de Ordem Reduzida para o sistema da equação (6.13) e formado pela equação (6.16), é dado por:

$$\widetilde{\dot{x}}(t) = (A_{11} - E_A A_{21})\widetilde{x}(t)$$

$$+ (A_{11} E_A - E_A A_{21} E_A + A_{12} - E_A A_{22}) y(t) + (B_1 - E_A B_2) u(t)$$
(6.17)

Subtraindo a equação (6.16) na (6.17), tem-se:

$$\tilde{\dot{x}}(t) - \dot{g}(t) = (A_{11} - E_A A_{21}) \tilde{x}(t) - g(t)$$
(6.18)

Os estados  $\tilde{x}(t)$  estimados pelo observador tendem a g(t) na velocidade determinada pelos autovalores da matriz  $A_{11} - E_A A_{21}$ .

## **6.2.4. Observador Proporcional-Integral**

Segundo Valer (1999), o Observador Proporcional-Integral é capaz de estimar qualquer distúrbio sendo ele constante, linear ou não-linear, quando respeitadas as premissas de que este deve ser mais lento que a constante de tempo da ação integral e o número de medições não seja inferior ao número de distúrbios. Um Observador Proporcional-Integral projetado para um sistema dinâmico qualquer é dado por:

$$\widetilde{\dot{\mathbf{x}}}(t) = A\widetilde{\mathbf{x}}(t) + B\mathbf{u}(t) + B_{w}\mathbf{w}(t) + L_{p}(\mathbf{y}(t) - C\widetilde{\mathbf{x}}(t))$$

$$\widetilde{\dot{\mathbf{w}}}(t) = L_{I}(\mathbf{y}(t) - C\widetilde{\mathbf{x}}(t))$$
(6.15)

ou equivalentemente,

$$\dot{x}_{pI}(t) = A_{pI}\tilde{x}_{pI}(t) + B_{pI}u(t) + L_{pI}y(t) - C_{pI}\tilde{x}_{pI}(t)$$
(6.16)

sendo,

$$\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathrm{pl}}(t) = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{x}}(t) \\ \widetilde{\mathbf{w}}(t) \end{bmatrix}$$
(6.17)

$$\mathbf{A}_{\mathrm{pI}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_{\mathrm{w}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(6.18)

$$\mathbf{B}_{\mathrm{pl}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{6.19}$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{p}\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{6.20}$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{p}\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{p}} \\ \mathbf{L}_{\mathbf{I}} \end{bmatrix}$$
(6.21)

Nas equações (6.15) à (6.21),  $L_p$  e  $L_I$  são os ganhos proporcional e integral, respectivamente,  $B_w$  é a matriz de entradas do distúrbio e w(t) é o sinal de distúrbio.

A condição necessária e suficiente para o bom desempenho do Observador Proporcional-Integral é que o par  $(A_{pI}, C_{pI})$  seja observável, de maneira que seja possível alocar os autovalores da matriz do observador do lado esquerdo do plano complexo, equação (6.22).

$$\widetilde{A}_{pI} = A_{pI} - L_{pI}C_{pI}$$
(6.22)

## 6.2.5. FILTRO DE KALMAN

O Filtro de Kalman é um procedimento que se aplica aos modelos descritos na forma de espaço de estados. Sua utilização é aconselhada quando se deseja minimizar os efeitos de ruído nos sinais de entrada e saída do sistema, utilizados para estimar vetor de estados ou determinar o ganho do observador (WELCH; BISHOP, 1995). Sua origem é datada na década de sessenta dentro da área da engenharia elétrica, aplicado em técnicas de controle de sistemas

dinâmicos (ANDERSON; MOORE, 1979; JAZWINSKI, 1970). Inúmeros artigos são publicados rotineiramente fazendo uso do filtro de Kalman e dentre eles, destaca-se os trabalhos envolvendo modelos não lineares e não Gaussianos (DURBIN; KOOPMAN, 2002). É importante ressaltar que o conteúdo apresentado a seguir é baseado em Harvey (1989).

Para o projeto de um estimador de estados baseado no Filtro de Kalman considera-se um sistema linear, e invariante no tempo, apresentado pela equação (6.23).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_{Rp} w_{Rp}(t)$$
  
(6.23)
  
 $y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t)$ 

na qual  $B_{Rp}$  é a matriz de entrada do ruído de processo,  $w_{Rp}(t)$  é chamado de ruído de excitação no estado, ou ruído de processo, e representa um distúrbio no sistema, v(t) é o vetor de ruídos no sensor ou ruído de medida. Devido à natureza estocástica do filtro de Kalman, o ruído de processo e o ruído de medida são supostos ruídos Gaussianos branco, estacionários, invariante no tempo e não correlacionados entre si (VALER, 1999). Matematicamente tem-se:

$$E(w_{Rp}(t)) = 0, \quad E(v(t)) = 0, \quad \nabla t$$
 (6.24)

$$E(w_{R_{p}}(t)v^{T}(t)) = 0, \quad E(v(t)w_{R_{p}}^{T}(t)) = 0$$
(6.25)

na qual E denota o valor esperado $^{10}$ .

Seja y<sub>t</sub> uma série temporal multivariada, *vo* x 1 com y<sub>t</sub>  $\in \mathbb{R}^{vo}$ , constituída por variáveis observáveis. Estas variáveis observáveis estão relacionadas às variáveis de estado x<sub>t</sub> através da equação (6.26), denominada equação de medição ou observação.

$$\mathbf{y}_{t} = \mathbf{Z}_{t}\mathbf{x}_{t} + \mathbf{d}_{t} + \boldsymbol{\varepsilon}_{t} \tag{6.26}$$

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> O valor esperado E(x) é definido como  $\int_{0}^{\infty} xfdp(x)dx$  onde fdp(x) é a função densidade probabilidade.

na qual  $Z_t$  é uma matriz *vo x vn*,  $d_t$  é um vetor *vo x* 1,  $\varepsilon_t$  é um vetor serialmente não correlacionado com média zero e matriz de covariância  $H_t$ ,  $x_t$  é um vetor *vn x* 1 que contém as variáveis de estado não observáveis, com o tempo t = 1, 2, ...,  $\infty$  e *vn* sendo o número de variáveis não observáveis. A matriz  $Z_t$  transforma o sistema de coordenadas do vetor de características estimadas no vetor de características medido (ARULAMPALAM et al., 2002).

As variáveis de estado são geradas por um processo Markoviano de primeira ordem, como mostra a equação (6.27). Esta equação é denominada equação de transição.

$$\mathbf{x}_{t} = \mathbf{T}_{t}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{c}_{t} + \mathbf{R}_{t}\mathbf{\eta}_{t}$$
(6.27)

na qual T<sub>t</sub> é uma matriz *vn x vn*, c<sub>t</sub> é um vetor *vn x* 1, R<sub>t</sub> é uma matriz *vn x g* e  $\eta_t$  é um vetor *g x* 1 serialmente não correlacionado com média zero e com matriz de covariância Q<sub>t</sub>. O vetor x<sub>t</sub> para t = 0 tem média  $\tilde{x}_0$  e matriz de covariância P<sub>0</sub>. Também, os ruídos  $\varepsilon_t$  e  $\eta_t$  não são correlacionados entre si e com o estado inicial.

Para conhecer as origens computacionais do Filtro de Kalman define-se  $\tilde{x}_t^- \in \mathbb{R}^{\nu n}$ como sendo a estimativa do estado anterior no tempo t, supondo ser conhecido todo o processo anterior a t, ou seja, ser conhecida a variável de observação y<sub>t</sub> em t. Da mesma forma, define-se  $\tilde{x}_t^-$  como sendo a estimativa do estado posterior em t, supondo que se conhece a medição ou observação y<sub>t</sub>. Contudo, definem-se os erros de medição anterior,  $e_t^-$ , e posterior,  $e_t$ , pelas equações (6.28) e (6.29), respectivamente.

$$\mathbf{e}_{t}^{-} = \mathbf{x}_{t} - \widetilde{\mathbf{x}}_{t}^{-} \tag{6.28}$$

$$\mathbf{e}_{t} = \mathbf{x}_{t} - \widetilde{\mathbf{x}}_{t} \tag{6.29}$$

As respectivas matrizes de covariância dos erros anterior,  $P_t^-$  com dimensão *vn x vn*, e posterior  $P_t$ , com dimensão *vn x vn*, são dadas pelas equações (6.30) e (6.31), respectivamente.

$$P_{t}^{-} = E(e_{t}^{-}e_{t}^{-T})$$
(6.30)

$$\mathbf{P}_{t} = \mathbf{E}(\mathbf{e}_{t}\mathbf{e}_{t}^{\mathrm{T}}) \tag{6.31}$$

Neste momento, é necessário determinar uma equação que relacione o estado posterior  $\tilde{x}_t$  como sendo uma combinação linear do estado anterior  $\tilde{x}_t^-$  com a ponderação da diferença entre a observação y<sub>t</sub> e a previsão  $Z_t \tilde{x}_t^- + d_t$ . Esta equação é dada por:

$$\widetilde{\mathbf{x}}_{t} = \widetilde{\mathbf{x}}_{t}^{-} + \mathbf{K}_{t} (\mathbf{y}_{t} - \mathbf{Z}_{t} \widetilde{\mathbf{x}}_{t}^{-} - \mathbf{d}_{t})$$
(6.32)

na qual o termo  $y_t - Z_t \tilde{x}_t - d_t$  reflete a diferença entre o previsto  $Z_t \tilde{x}_t + d_t e$  a observação y<sub>t</sub>. A matriz K<sub>t</sub>, *vn x vo*, é denominada ganho de Kalman, ganho L do observador, e é tal que minimiza a matriz de covariância de erro P<sub>t</sub> dada pela equação (6.31).

A minimização da covariância de erro é obtida substituindo os termos da equação (6.32) na equação (6.29), o que leva a uma expressão para  $e_t$  em termos de  $K_t$ . Substituindo este resultado na equação (6.30), calculando os valores esperados, derivando a equação resultante em relação à  $K_t$  e igualando à zero, tem-se a condição de primeira ordem, equação (6.33).

$$\mathbf{K}_{t} = \mathbf{P}_{t}^{-} \mathbf{Z}_{t}^{\mathrm{T}} (\mathbf{Z}_{t} \mathbf{P}_{t}^{-} \mathbf{Z}_{t}^{\mathrm{T}} + \mathbf{H}_{t})^{-1}$$
(6.33)

na qual H<sub>t</sub> é o erro da equação de medição e quando este se aproxima de zero, a ponderação da matriz ganho aumenta ou ainda,  $\lim_{H_t \to 0} K_t = Z_t^{-1}$ .

A derivação do filtro de Kalman se apóia no fato de que tanto os ruídos das equações de medição e transição como o vetor inicial de estado são normalmente distribuídos, ou seja, apenas os dois primeiros momentos são suficientes para descrever todos os estados em qualquer instante de t = 1 à t =  $\infty$ . Assim sendo, escreve-se:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{t} = \mathbf{E}(\mathbf{x}_{t}) \tag{6.34}$$

$$\mathbf{P}_{t} = \mathbf{E}\{(\mathbf{x}_{t} - \widetilde{\mathbf{x}}_{t})(\mathbf{x}_{t} - \widetilde{\mathbf{x}}_{t})\}^{\mathrm{T}}$$
(6.35)

Sabendo que a estimativa posterior dada pela equação (6.32) é Gaussiana e que a matriz de covariância posterior, equação (6.31), reflete a variância da distribuição das variáveis de estado, então:

$$p(x_t | y_t) \sim N(\hat{x}_t, P_t)$$
 (6.36)

na qual  $N(\tilde{x}_t, P_t)$  é uma função densidade de probabilidade Gaussiana com argumento  $\tilde{x}_t$  e covariância  $P_t$ .

Até agora foi visto que o Filtro de Kalman trata-se de um procedimento recursivo que permite determinar o estimador ótimo do vetor de estado a partir das informações disponíveis até o tempo t, inclusive as variáveis de observação  $y_t$ , equação (6.32). O estimador é dito ótimo devido à matriz de ganho ser calculada de modo que a variância do erro das variáveis de estado seja mínima, equação (6.33). Quando esta hipótese não se verifica, o Filtro de Kalman passa a fornecer valores diferentes dos esperados das variáveis de estado. A partir deste ponto, serão apresentados os conceitos e equações envolvidos na construção do algoritmo do Filtro de Kalman.

Seja então o modelo especificado pelas equações (6.26) e (6.27) e  $\tilde{x}_{t-1}$  o estimador ótimo de  $x_{t-1}$  baseado em informações até t-1, incluindo  $y_{t-1}$ . Dados  $\tilde{x}_{t-1}$  e  $P_{t-1}$ , o estimador ótimo de  $x_t$  é dado por:

$$\widetilde{\mathbf{x}}_{t}^{-} = \mathbf{T}_{t}\widetilde{\mathbf{x}}_{t-1} + \mathbf{c}_{t} \tag{6.37}$$

A matriz de covariância de erros das variáveis de estado é dada por:

$$P_{t}^{-} = T_{t}P_{t-1}T_{t}^{T} + R_{t}Q_{t}R_{t}^{T}$$
(6.38)

As equações (6.36) e (6.37) constituem um grupo denominado de equações de atualização do tempo ou equações de previsão. Estas equações são responsáveis pelo avanço das variáveis de estado e das covariâncias no tempo para se obter, desta forma, as estimativas anteriores para o próximo instante, ou seja, as equações de previsão são responsáveis pelo avanço no tempo de t-1 para t.

Quando uma nova observação  $y_t$  é verificada, o estimador  $\tilde{x}_t^-$  de  $x_t$  pode ser melhorado ou corrigido, o que é realizado pelas equações de atualização das medições ou equações de correção. Tais equações são responsáveis pela retroalimentação, ou seja, incorporam uma nova informação da variável observável nas estimativas anteriores para melhorar a estimação posterior. As equações de atualização das medições são:

$$\mathbf{K}_{t} = \mathbf{P}_{t}^{-} \mathbf{Z}_{t}^{\mathrm{T}} (\mathbf{Z}_{t} \mathbf{P}_{t}^{-} \mathbf{Z}_{t}^{\mathrm{T}} + \mathbf{H}_{t})^{-1}$$
(6.39)

$$\widetilde{\mathbf{x}}_{t} = \widetilde{\mathbf{x}}_{t}^{-} + \mathbf{K}_{t}(\mathbf{y}_{t} - \mathbf{Z}_{t}\widetilde{\mathbf{x}}_{t}^{-} - \mathbf{d}_{t})$$
(6.40)

$$P_{t} = (I - K_{t}Z_{t})P_{t}^{-}$$
(6.41)

Contudo, o primeiro passo é determinar o ganho de Kalman K<sub>t</sub> dado pela equação (6.39). Posteriormente, a nova informação observada y<sub>t</sub> é incorporada à previsão anterior  $\tilde{x}_t^-$  juntamente com a matriz ganho K<sub>t</sub> através da equação (6.40), gerando a estimação posterior  $\tilde{x}_t$ . O último passo é obter a matriz de covariância dos erros através da equação (6.41). O ciclo do algoritmo se repete para o instante de tempo t+1 sendo  $\tilde{x}_t$  e P<sub>t</sub> dados de entrada nas equações (6.37) e (6.38), respectivamente.

Neste trabalho o ganho do observador através do Filtro de Kalman obtido a partir do comando "lqe" do software Matlab<sup>®</sup>.

# 6.3. TÉCNICA TRADICIONAL DE MONITORAMENTO

Uma das maiores preocupações das indústrias esta em manter suas máquinas e equipamentos em constante funcionamento, sem que ocorram paradas repentinas. Paradas repentinas levam a prejuízos econômicos e, em alguns casos, a acidentes fatais. Deste modo, torna-se cada vez maior o interesse de pesquisadores em desenvolver e aperfeiçoar técnicas de monitoramento estrutural capazes de detectar e localizar danos estruturais. Dentre as técnicas SHM destaca-se a dos observadores de estado. A técnica de monitoramento estrutural que utiliza os observadores de estado, denominada neste trabalho por técnica tradicional, é baseada nos chamados: observador global e observadores robustos. Estes observadores não são diferentes dos apresentados na seção anterior, são apenas denominados desta forma para diferenciá-los quanto à função de cada um na técnica SHM. O observador de estado global é responsável por monitorar o sistema, ou seja, informar quando for detectada alguma avaria, enquanto que os observadores robustos são responsáveis por localizar e quantificar a intensidade da mesma.

O projeto do observador global e dos observadores robustos é diferenciado apenas pelo modelo matemático utilizado em cada um deles. O observador global nada mais é do que uma cópia do sistema real e desta forma, a ele é conferido o modelo matemático do sistema intacto, ou seja, sem dano algum. Já os observadores robustos devem ser projetados de forma a englobar a maioria dos danos que possam vir a afetar o sistema. Assim, para cada um dos observadores robustos é projetado um modelo matemático dedicado especialmente a um dano. A idéia é montar um banco de observadores robustos capaz de supervisionar o sistema por completo, ou seja, capaz de identificar<sup>11</sup> qualquer dano possível.

A técnica tradicional é fundamentada em dois passos. O primeiro passo consiste em comparar visualmente, ou através de índices específicos, a saída estimada pelo observador global com a saída medida diretamente no sistema para detectar a presença do dano. Se os índices confirmarem a presença do mesmo, chega-se ao segundo passo. Este consiste em comparar a saída medida diretamente no sistema com a estimada por cada um dos observadores robustos. O dano é identificado quando a saída medida for idêntica a saída estimada. Lembre-se que cada observador robusto é projetado considerando um tipo diferente de dano e deste modo, o dano que afeta o sistema é o mesmo considerado na construção do observador. A Figura 6.2 apresenta um esquema simplificado de um sistema monitorado pela técnica tradicional.

Na literatura específica podemos encontrar diferentes índices como, por exemplo, a diferença RMS (*Root Mean Square*), CCD (*Correlation Coefficient Deviation*), RMSD (*Root Mean Square Deviation*), as normas  $H_2 e H_{\infty}$ , entre outros (BUENO, 2007). No entanto, nas aplicações deste trabalho somente os índices diferença RMS e CCD foram utilizados.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Entenda *identificar* como localizar e quantificar a intensidade do dano.



Figura 6.2 – Modelo simplificado de um observador de estado.

O índice diferença RMS trata-se do índice comumente utilizado em técnicas SHM e é dado pela seguinte equação:

$$RMS_{j} = \sqrt{\frac{\sum X_{j,1}(k)^{2} - \sum X_{j,2}(k)^{2}}{n_{p}}}$$
(6.42)

na qual  $X_{j,1}(k)$  é o vetor de estados da estrutura saudável e  $X_{j,2}(k)$  é o vetor de estados da estrutura em uma condição desconhecida, com j = 1, 2, ..., h e  $k = 1, 2, ..., n_p$ , sendo h as posições nas quais as medidas foram realizadas.

O índice CCD foi escolhido por apresentar uma natureza estatística na análise dos dados. Este índice é dado pela seguinte equação:

$$1 - \rho = 1 - \frac{\operatorname{cov}(X_1, X_2)}{S_{Y_1}S_{Y_2}} = 1 - \frac{1}{n_p - 1} \frac{\sum_{k=1}^n (X_{j,1} - \overline{X}_1)(X_{j,2} - \overline{X}_2)}{S_{Y_1}S_{Y_2}}$$
(6.43)

na qual  $\rho$  é o coeficiente de correlação, cov é a covariância cruzada e S é relativo ao desvio padrão. 1 –  $\rho$  é o valor que indica o quanto a resposta da estrutura saudável está linearmente relacionado com a resposta da estrutura em uma condição desconhecida. Altos valores mostram que as respostas não estão relacionadas. Deste modo, existe uma alta probabilidade da estrutura ter com algum tipo de dano.

Contudo, a seguir será apresentada uma aplicação numérica da técnica SHM via observador de estado. É importante ressaltar que nesta e nas simulações e aplicações do Capítulo 7 deste trabalho são utilizados o Observador Identidade para estimar os estados e o Filtro de Kalman para determinar o ganho do observador.

# 6.4. APLICAÇÃO NUMÉRICA

Para esclarecer e facilitar o entendimento sobre os conceitos abordados na seção anterior, a técnica tradicional de monitoramento foi numericamente aplicada em um sistema massa-mola de três graus de liberdade, Figura 6.3. Os parâmetros considerados para a confecção do modelo matemático estão dispostos na Tabela 6.1.



Figura 6.3 – Sistema massa-mola de três graus de liberdade.

Tabela 6.1 – Parâmetros físicos considerados na construção do modelo matemático do sistema massa-mola.

Parâmetro	Valor
Massa - M <sub>1</sub>	10 Kg
Rigidez - K <sub>1</sub>	200 KN/m
Amortecimento - C <sub>1</sub>	100 Ns/m
$\begin{array}{c} Massa-M_2\\ Rigidez-K_2\\ Amortecimento-C_2 \end{array}$	5 Kg 100 KN/m 50 Ns/m
Massa – $M_3$ Rigidez – $K_3$ Amortecimento – $C_3$	2 Kg 100 KN/m 50 Ns/m

Na análise que será apresentada nesta seção foi utilizada como entrada uma força senoidal de 1 N e freqüência de 5 Hz, localizada na massa  $M_2$ . Também, foi posicionado um sensor na massa  $M_3$  para medir o sinal de deslocamento da mesma.

Foram considerados ainda três casos distintos de danos: diminuição da massa do primeiro grau de liberdade ( $M_1$ ), diminuição no amortecimento do terceiro grau de liberdade ( $C_3$ ) e, por fim, diminuição na rigidez do primeiro ( $K_1$ ) e na massa do segundo grau de liberdade ( $M_2$ ), simultaneamente, tendo como tolerância a diminuição em 10 % no valor de qualquer um dos parâmetros mencionados acima. Este valor é muito alto caso o sistema da Figura 6.3 fosse um sistema real. Nestas condições, provavelmente o mesmo já estaria totalmente danificado.

As curvas que serão apresentadas a seguir são referentes aos sinais de deslocamento do terceiro grau de liberdade, estimados pelo observador e medidos diretamente no sistema. Os outros graus de liberdade serão analisados em tabelas como poderá ser visto nas próximas seções.

## 6.4.1. CASO 1 DE DANO: MASSA M<sub>1</sub>

Neste caso, foi simulada a diminuição em 10% da massa  $M_1$  do sistema massa-mola, Figura 6.3. A Tabela 6.2 apresenta o banco de observadores robustos construído para este caso. Observe que os observadores robustos foram projetados de modo a identificar possíveis danos na massa, rigidez ou amortecimento de cada grau de liberdade separadamente.

Observadores robustos	Parâmetros com falha
OR-1	$Massa - M_1$
OR-2	Rigidez – $K_1$
OR-3	Amortecimento – C <sub>1</sub>
OR-4	$Massa - M_2$
OR-5	Rigidez – $K_2$
OR-6	Amortecimento – C <sub>2</sub>
OR-7	$Massa - M_3$
OR-8	Rigidez – $K_3$
OR-9	Amortecimento – $C_3$

Tabela 6.2 – Banco de observadores robustos.

Como já dito, o observador global responde exatamente como o sistema real se o equipamento estiver operando adequadamente, ou seja, sem indícios de falhas. Deste modo, certificando-se de que o sistema esteja sem dano algum, é possível saber se o observador de estado global foi projetado adequadamente, ou seja, se ele traduz o mesmo comportamento do sistema real. Isto pode ser observado na Figura 6.4, na qual os sinais de resposta do sistema sem falha e do observador global são idênticos. Assim, conclui-se que o observador global foi projetado adequadamente.



Figura 6.4 – Sinais de resposta do sistema sem falha e do observador global (Caso 1).

A Figura 6.5 apresenta o sinal medido diretamente no sistema em uma condição desconhecida e o sinal estimado pelo observador global, considerando o sistema intacto. A diferença entre os sinais é uma evidência da presença do dano. Lembre-se que o observador global é capaz apenas de detectar a avaria (primeiro passo) e, deste modo, a resposta medida deve ser agora comparada com a resposta de cada observador robusto a fim de identificar por completo o dano que está presente no sistema.

Nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8, o sinal de saída do sistema com a avaria é comparado com os sinais estimados pelos observadores robustos projetados para acusar dano na massa  $M_2$  (OR-4), na rigidez  $K_1$  (OR-2) e no amortecimento  $D_3$  (OR-9), respectivamente. Observe que o sinal medido é diferente dos sinais estimados pelos observadores robustos, mostrando assim que o dano que está atingindo o sistema não é o mesmo que foi considerado no projeto do

OR-4, OR-2 e do OR-9. Os mesmos resultados foram obtidos para os outros observadores robustos, salvo o projetado considerando a falha presente na massa  $M_1$  (OR-1), Figura 6.9. Os sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-1 são idênticos, portanto o dano considerado no projeto do OR-1 é o mesmo que afeta o sistema.



Figura 6.5 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador global (Caso 1).



Figura 6.6 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-4 (Caso 1).



Figura 6.7 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-2 (Caso 1).



Figura 6.8 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-9 (Caso 1).



Figura 6.9 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 1).

Contudo, as figuras apresentadas até o momento são apenas do sinal de deslocamento da massa M<sub>3</sub>, onde está posicionado o sensor. No entanto, para dar confiabilidade aos resultados é interessante utilizar o observador de estado e, deste modo, comparar os sinais de deslocamento e velocidade de todos os graus de liberdade do sistema. Se apenas o sinal de deslocamento medido pelo sensor fosse utilizado não seria necessário os observadores de estado.

Na Tabela 6.3 os sinais estimados pelo observador global e pelos observadores robustos, são comparados com os sinais do sistema sem e com a presença do dano, utilizando o índice diferença RMS. Os sinais mencionados são os deslocamentos e velocidades do primeiro, segundo e terceiro graus de liberdade ( $D_1 D_2 D_3 e V_1 V_2 V_3$ , respectivamente).

Neste tipo de análise, o dano é identificado quando os valores do índice referentes à comparação entre os sinais do sistema sem falha e dos estimados pelo observador global forem da mesma ordem de grandeza, ou muito próxima, dos encontrados a partir dos sinais do sistema com falha e algum dos observadores robustos. Analisando a Tabela 6.3, é possível observar que a ordem de grandeza dos resultados relacionados ao OR-1 é aproximadamente a mesma dos encontrados com os sinais do sistema sem falha e do observador global. Neste contexto, o dano presente no sistema da Figura 6.3 é, para o caso 1, o dano considerado no projeto do observador robusto OR-1. Veja a Tabela 6.2, Figura 6.9 e Tabela 6.3.

Sistema	Observadores	D1	V1	D2	V2	D3	V3
Sem falha	Global	5,79E-24	2,15E-23	8,27E-24	1,13E-21	2,11E-21	2,01E-21
Com falha	Global	2,86E-11	2,63E-11	2,54E-11	1,78E-09	2,35E-10	8,57E-10
Com falha	<b>OR-1</b>	2,48E-24	3,30E-24	4,96E-24	1,42E-21	3,28E-21	4,23E-21
Com falha	OR-2	1,40E-11	9,25E-11	9,61E-11	2,62E-10	4,34E-09	3,49E-09
Com falha	OR-3	1,36E-11	1,90E-11	5,09E-11	1,65E-09	3,20E-10	2,28E-09
Com falha	OR-4	5,41E-10	5,64E-10	5,64E-10	1,74E-08	1,24E-08	7,98E-09
Com falha	OR-5	5,77E-11	1,01E-09	1,02E-09	6,39E-10	2,83E-08	2,53E-08
Com falha	OR-6	2,66E-11	2,35E-11	5,64E-11	1,22E-09	7,99E-10	1,14E-10
Com falha	OR-7	3,19E-11	3,19E-11	3,28E-11	2,44E-09	1,41E-09	6,82E-10
Com falha	OR-8	3,11E-11	3,11E-11	3,16E-11	2,29E-09	1,21E-09	4,41E-10
Com falha	OR-9	2,89E-11	2,67E-11	2,60E-11	1,83E-09	3,34E-10	7,48E-10

Tabela 6.3 – Valores encontrados através da diferença RMS (Caso 1).

No entanto, um problema pode ser diagnosticado na técnica tradicional. Como é possível comparar os sinais do sistema sem e com falha com os sinais estimados pelos observadores, se apenas o sinal medido pelo sensor está disponível? Não podemos esquecer que os sinais de saída de todos os graus de liberdade, deslocamento e velocidade, do sistema sem e com falha são conhecidos, independente do observador. Lembre-se que foram construídos modelos matemáticos para estes sistemas. O que acontece na prática é o seguinte:

- O sinal medido diretamente no sistema é comparado com o sinal equivalente estimado por cada observador, global e robustos. Neste caso o deslocamento da massa M<sub>3</sub>;
- O observador que estimou um sinal idêntico ao medido diretamente no sistema é utilizado para estimar os outros estados do sistema;
- Por fim, os estados estimados por este observador são comparados com os determinados pelo modelo matemático pelo qual o mesmo observador foi projetado. Assim, é possível determinar o dano com confiabilidade no resultado encontrado.

## 6.4.2. CASO 2 DE DANO: AMORTECIMENTO C<sub>3</sub>

Neste caso, foi simulado um dano através da diminuição do amortecimento ligado ao terceiro grau de liberdade ( $C_3$ ) do sistema da Figura 6.3. Tanto o observador global quanto os observadores robustos foram mantidos os mesmos do caso anterior isto porque, o sistema não sofreu nenhuma alteração nos seus parâmetros e à semelhança do tipo de dano considerado nesta análise, Figura 6.4 e Tabela 6.2.

Analisando a Figura 6.10, não é possível encontrar visualmente nenhuma diferença entre as curvas do sinal medido no sistema e do sinal estimado pelo observador global. Isto nos leva a crer que o sistema está funcionando perfeitamente. No entanto, a técnica tradicional será aplicada para seja possível revelar se o sistema está realmente intacto.



Figura 6.10 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador global (Caso 2).

As Figuras 6.11, 6.12 e 6.13 apresentam os sinais de saída do sistema em uma condição desconhecida e dos observadores robustos projetados para acusar a presença de dano na massa  $M_1$  (OR-1), na rigidez  $K_2$  (OR-5) e no amortecimento  $C_2$  (OR-6), respectivamente. Os sinais não são idênticos evidenciando assim, que a possível avaria presente no sistema não é a mesma que foi considerada no projeto do OR-1, OR-5 e OR-6.



Figura 6.11 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 2).



Figura 6.12 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-5 (Caso 2).



Figura 6.13 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-6 (Caso 2).

Apesar das curvas apresentadas na Figura 6.13 estarem praticamente uma sobre a outra, elas apresentam uma pequena diferença que pode ser observada através de uma aproximação na região na qual as curvas se diferenciam, Figura 6.14.



Figura 6.14 – Aproximação para visualização da diferença entre as curvas (Caso 2).

Os mesmos resultados foram obtidos para os outros observadores robustos, salvo para o observador robusto projetado para acusar dano no amortecimento  $C_3$  (OR-9), Figura 6.15. Contudo, chega-se a conclusão de que o sistema estava na realidade com falha, apesar da analise efetuada na Figura 6.10 não acusar sua presença.



Figura 6.15 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 2).

Para tirar a dúvida por completo, a Tabela 6.4 apresenta os valores encontrados com o índice diferença RMS aplicado aos sinais de resposta do sistema da mesma forma como foi apresentado na Tabela 6.3.

Note que a ordem de grandeza dos valores da diferença RMS entre os sinais do sistema com falha e do observador robusto desenvolvido para acusar falha no amortecimento ligado ao terceiro grau de liberdade (OR-9) é muito próxima da diferença RMS entre os sinais de resposta do sistema sem falha e do observador global. Assim, o dano presente no sistema da Figura 6.3 é, para o caso 2, o mesmo que foi considerado no projeto do observador robusto OR-9.

Sistema	Observadores	$D_1$	$V_1$	$D_2$	$V_2$	D <sub>3</sub>	$V_3$
Sem falha	Global	5,79E-24	2,15E-23	8,27E-24	1,13E-21	2,11E-21	2,01E-21
Com falha	Global	2,38E-13	4,29E-13	6,31E-13	4,92E-11	9,55E-11	1,38E-10
Com falha	OR-1	3,04E-11	2,96E-11	2,99E-11	2,15E-09	9,84E-10	1,47E-10
Com falha	OR-2	4,67E-11	1,25E-10	1,31E-10	2,92E-09	6,21E-09	4,88E-09
Com falha	OR-3	1,74E-11	4,95E-11	8,21E-11	6,35E-10	1,44E-09	2,66E-09
Com falha	OR-4	5,16E-10	5,41E-10	5,44E-10	1,63E-08	1,27E-08	9,40E-09
Com falha	OR-5	3,08E-11	9,90E-10	1,00E-09	7,61E-10	2,87E-08	2,67E-08
Com falha	OR-6	2,01E-12	2,86E-12	3,13E-11	5,54E-10	1,05E-09	1,03E-09
Com falha	OR-7	3,09E-12	5,40E-12	7,10E-12	6,16E-10	1,14E-09	1,50E-09
Com falha	OR-8	2,31E-12	4,45E-12	5,79E-12	4,59E-10	9,33E-10	1,23E-09
Com falha	OR-9	2,64E-23	3,47E-23	5,79E-23	3,41E-21	6,98E-21	8,94E-21

Tabela 6.4 – Valores encontrados através da diferença RMS (Caso 2).

Apesar de relativa simplicidade na análise dos resultados, os erros de interpretação são freqüentes e, deste modo, falsos alarmes ocorrem em diversos casos. Neste caso, em especial, a análise da Figura 6.10 não acusou a presença da avaria no sistema. Porém, análises realizadas com o índice diferença RMS (Tabela 6.4) deram confiabilidade para identificar o dano no amortecimento  $C_3$ . Isto se deve ao fato de que o índice é muito mais sensível as variações do que exames puramente visuais. No entanto, os exames visuais não devem ser descartados, mas sim assessorados por outras formas de análise.

## 6.4.3. CASO 3 DE DANO: MASSA M<sub>2</sub> E RIGIDEZ K<sub>1</sub>

Neste caso, foram simulados danos em dois parâmetros do sistema da Figura 6.3 simultaneamente, sendo eles referentes à diminuição da rigidez do primeiro ( $K_1$ ) e da massa do segundo grau de liberdade ( $M_2$ ). Para este caso foi criado um banco de observadores robustos especial, capaz de identificar falhas que também possam ocorrer simultaneamente, Tabela 6.5. O observador global foi mantido o mesmo dos casos anteriores já que os parâmetros do sistema analisado não foi alterado, Figura 6.4.

Observadores robustos	Parâmetros com falha
OR-1	Massa M <sub>1</sub> e Rigidez K <sub>1</sub>
OR-2	Massa M1 e Rigidez K2
OR-3	Massa M1 e Rigidez K3
OR-4	Massa M <sub>2</sub> e Rigidez K <sub>1</sub>
OR-5	Massa M <sub>2</sub> e Rigidez K <sub>2</sub>
OR-6	Massa M <sub>2</sub> e Rigidez K <sub>3</sub>
OR-7	Massa M <sub>3</sub> e Rigidez K <sub>1</sub>
OR-8	Massa M <sub>3</sub> e Rigidez K <sub>2</sub>
OR-9	Massa M <sub>3</sub> e Rigidez K <sub>3</sub>

Tabela 6.5 – Banco de observadores robustos (Caso 3).

A Figura 6.16 apresenta uma diferença entre as curvas do sinal medido diretamente no sistema em relação ao sinal estimado pelo observador global. Deste modo, é detectada a presença de um dano no sistema. Com isso, torna-se necessário comparar o sinal medido com os estimados pelos observadores robustos a fim de identificar o dano.



Figura 6.16 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador global (Caso 3).

A comparação entre os sinais é realizada nas Figuras 6.17, 6.18 e 6.19, as quais mostram os sinais de saída do sistema com falha e dos observadores robustos OR-1, OR-5 e

OR-8, respectivamente. Observe que os sinais não são iguais, evidenciando assim que a falha imposta no sistema não é a mesma que foi considerada no desenvolvimento destes observadores robustos. Os mesmos resultados foram obtidos para os outros observadores robustos, salvo o observador robusto projetado para identificar o dano na massa  $M_2$  e rigidez  $K_1$  (OR-4), Figura 6.20.



Figura 6.17 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-1 (Caso 3).



Figura 6.18 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-5 (Caso 3).



Figura 6.19 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-8 (Caso 3).



Figura 6.20 – Sinais de resposta do sistema com falha e do observador robusto OR-4 (Caso 3).

A Tabela 6.6 apresenta o mesmo resultado mostrado pela Figura 6.20, mas utilizando a o índice diferença RMS. Observe que os valores obtidos pelo OR-4 possuem a mesma ordem de grandeza dos entrados quando utilizado o sistema sem falha e o observador global. Assim, a falha implantada no sistema foi mais uma vez identificada corretamente.

Sistema	Observadores	$D_1$	$\mathbf{V}_1$	$D_2$	$V_2$	$D_3$	$V_3$
Sem falha	Global	5,79E-24	2,15E-23	8,27E-24	1,13E-21	2,11E-21	2,01E-21
Com falha	Global	1,12E-11	8,20E-10	8,39E-10	1,12E-09	2,78E-08	2,94E-08
Com falha	<b>OR-1</b>	4,75E-10	1,34E-09	1,36E-09	1,44E-08	4,28E-08	4,30E-08
Com falha	OR-2	4,62E-10	3,24E-09	3,31E-09	1,26E-08	1,05E-07	1,07E-07
Com falha	OR-3	4,24E-11	7,90E-10	8,42E-10	3,51E-09	2,62E-08	3,07E-08
Com falha	OR-4	1,32E-23	2,15E-23	3,30E-23	2,51E-21	5,08E-21	6,14E-21
Com falha	OR-5	4,37E-10	3,90E-10	3,99E-10	1,61E-08	1,30E-08	1,41E-08
Com falha	OR-6	4,73E-10	5,04E-10	4,82E-10	1,77E-08	1,71E-08	1,32E-08
Com falha	OR-7	4,93E-10	1,32E-09	1,31E-09	1,62E-08	4,24E-08	4,06E-08
Com falha	OR-8	8,50E-12	1,76E-09	1,77E-09	1,04E-09	5,78E-08	5,71E-08
Com falha	OR-9	2,96E-11	7,70E-10	7,87E-10	2,12E-09	2,56E-08	2,79E-08

Tabela 6.6 – Valores encontrados através da diferença RMS (Caso 3).

Contudo, neste capítulo foram apresentados os conceitos e uma simulação a fim de detalhar o funcionamento e a capacidade da técnica SHM tradicional baseada nos observadores de estado. Os resultados mostraram que a técnica é eficiente na detecção e localização de danos, isto se o banco de observadores for projetado corretamente. Também, a partir da simulação apresentada é possível ter uma idéia sobre a complexidade para esta técnica ser aplicada experimentalmente. Como mencionado, o grande problema está em projetar o banco de observadores.

# Capítulo 7 Observador de Estado Modal

A economia resultante da prática SHM torna-se mais significativa quanto maior for o custo de manutenção das máquinas e equipamentos ou das perdas decorrentes de interrupções no processo produtivo. Deste modo, técnicas capazes de diagnosticar danos em seu estágio inicial a fim de evitar paradas repentinas de equipamentos e acidentes envolvendo vidas vêm encontrando aceitação crescente na indústria, principalmente na indústria aeronáutica. Dentre as técnicas SHM desenvolvidas nos últimos anos está à técnica baseada nos observadores de estado, Capítulo 6 deste trabalho (ALEGRE; KOROISHI; MELO, 2008; MORAIS; MELO; DANIEL, 2006).

No entanto, a técnica tradicional possui algumas restrições quanto sua aplicação na prática sendo a mais importante, e que deste modo, mais restringe sua gama de aplicações, a necessidade do chamado banco de observadores robustos. A construção do banco de observadores depende da modelagem matemática dos mais variados tipos de danos que possam vir a afetar o sistema monitorado, tarefa muitas das vezes extremamente difícil ou mesmo impossível de ser efetuada. Tal dificuldade motiva o interesse em buscar e desenvolver alternativas de modo a minimizar, ou mesmo eliminar, as limitações da técnica tradicional. Neste contexto, este trabalho apresenta uma nova abordagem para a técnica de monitoramento estrutural baseada nos observadores de estado, o Observador de Estado Modal (CAVALINI JR et al., 2008).

Para a definição matemática do Observador de Estado Modal, considera-se o sistema linear, invariante no tempo e observável, representado no domínio modal e caracterizado por blocos diagonais, equação (7.1). Trata-se da equação (4.47), porém considerando todos os modos de vibrar do sistema.

$$\dot{\mathbf{x}}_{m}(t) = \mathbf{A}_{m}\mathbf{x}_{m}(t) + \mathbf{B}_{m}\mathbf{Q}(t)$$

$$\mathbf{y}_{m}(t) = \mathbf{C}_{m}\mathbf{x}_{m}(t)$$
(7.1)

Um Observador de Estado Modal para este sistema é dado pela equação (7.2). Note que esta é a mesma equação que caracteriza um Observador Identidade, porém adaptada ao domínio modal, veja a equação (6.6).

$$\widetilde{\dot{x}}_{m}(t) = (A_{m} - LC_{m})\widetilde{x}_{m}(t) + Ly_{m}(t) + B_{m}Q(t)$$

$$y_{m}(t) = C_{m}x_{m}(t)$$
(7.2)

na qual  $\tilde{x}_m(t)$  é o vetor de estados no domínio modal estimado pelo Observador de Estado Modal, contendo os deslocamentos e velocidades referentes a cada modo de vibrar do sistema, e  $\tilde{x}_m(t)$  é a derivada deste vetor que contém as velocidades e acelerações, também referentes aos mesmos modos de vibrar. L é a matriz do ganho do observador. A Figura 7.1 apresenta um esquema simplificado que mostra o funcionamento do Observador de Estado Modal.



Figura 7.1 – Esquema de funcionamento do Observador de Estado Modal.

Contudo, o Observador de Estado Modal pode ser entendido como um prisma. O prisma é capaz de separar as cores que compõe a luz branca, já o Observador de Estado Modal separa os sinais no domínio modal,  $x_m(t)$ ,  $x_m(t)$  e  $x_m(t)$ , que juntos (combinação linear) formam o sinal proveniente do sistema y(t), ou seja, ele estima os sinais de cada modo de vibrar da estrutura que compõe o sinal medido. Veja a Figura 7.2.



Figura 7.2 – Analogia entre o Observador de Estado Modal e um prisma.

## 7.1. TÉCNICA DE MONITORAMENTO PROPOSTA

Vários autores questionam a utilização do domínio modal para o monitoramento estrutural (BANKS; SMITH; WANG, 1996; FARRAR; DOEBLING, 1999). Dentre os pontos mais comentados estão a sensibilidade dos parâmetros naturais (freqüências naturais, forma dos modos de vibrar e o amortecimento modal) à presença de um dano qualquer e a disparidade entre informações modais e dano, visto que as informações modais refletem as propriedades globais do sistema enquanto que o dano trata-se de um fenômeno local. Alampalli, Fu e Dillon (1997) investigou a sensibilidade das características modais de uma ponte em escala de laboratório. O pesquisador concluiu que o local do dano não é necessariamente o local onde ocorre a maior alteração da forma dos modos de vibrar. Quanto à sensibilidade dos parâmetros naturais a falha, Doebling (1996) comenta que alguns pesquisadores sugerem que eles são suficientemente sensíveis enquanto que outros discordam. Mesmo com todos estes questionamentos, muitas das técnicas SHM utilizadas atualmente são baseadas no domínio modal (MAIA et al., 2003), como é o caso da técnica proposta por este trabalho.

A técnica de monitoramento baseada no Observador de Estado Modal se enquadra na classe de técnicas SHM capazes de monitorar localmente o sistema. Por se tratar de uma técnica SISO ou MISO, o Observador de Estado Modal quantifica a influência do dano nos modos de vibrar para um ponto específico da estrutura. O ponto de análise, ou seja, a posição do sensor pode ser escolhida seguindo alguns critérios como, por exemplo, locais onde há maior incidência de danos, onde se requer maiores níveis de segurança, ou utilizando métodos de posicionamento ótimo de sensores (BUENO et al., 2007B; LOPES JR; STEFFEN JR; INMAN, 2004).

Os métodos de posicionamento ótimo determinam os pontos onde os modos de vibrar do sistema são mais representativos, porém a posição ótima do sensor não significa que a análise através da técnica SHM proposta está sendo feita de forma global no sistema, ainda sim continua sendo realizada uma análise local. Nas aplicações que serão apresentadas neste trabalho, a posição do sensor não é definida seguindo critérios de posicionamento ótimo de sensores.

O projeto do Observador de Estado Modal é iniciado com a construção do modelo dinâmico estrutural do sistema que será monitorado. Neste trabalho, os modelos matemáticos foram determinados pelo método dos elementos finitos, ou experimentalmente pelo método do subespaço. Como mencionado no Capítulo 4, estes modelos são obtidos no domínio do tempo e para serem utilizados na técnica SHM proposta, devem ser convertidos para o domínio modal e caracterizados por blocos diagonais. Vale lembrar que os modelos poderiam ter sido obtidos por outros métodos numéricos ou experimentais. A única exigência é que seja possível representar o modelo por equações no espaço de estados, convertidos para o domínio modal e em blocos diagonais.

Na maioria dos casos, não é necessário considerar um grande número de modos de vibrar para compor o modelo matemático identificado. É possível obter um modelo adequado <sup>12</sup> considerando apenas alguns modos de vibrar do sistema, ou seja, os mais representativos. Através de métodos de redução de modelos é possível determinar quais e quantos são estes modos (ASSUNÇÃO; HEMERLY, 1992; MOORE, 1981). Neste trabalho, esta avaliação foi realizada através do método de redução de modelos conhecido como realização balanceada. Detalhes sobre este método são apresentados no Capítulo 5 deste trabalho.

Uma das maiores dificuldades dos pesquisadores da área de SHM está justamente em obter um modelo matemático adequado, ou seja, que transmita o mais próximo possível a resposta do sistema original quando igualmente excitado. Assim, nesta nova abordagem além do banco de observadores robustos ser extinto (lembre-se que este era o problema que mais limitava a utilização da técnica SHM tradicional), somente é utilizado nas análises o modelo estrutural do sistema sem dano algum, ou seja, somente o modelo determinado a partir do sistema em condições perfeitas de funcionamento.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Entenda modelo adequado por um modelo no qual o sinal de resposta é próximo ao sinal do sistema real quando ambos são excitados igualmente.

Utilizando um único modelo matemático são minimizados os erros gerados na determinação dos modelos, na aquisição dos sinais e deste modo, nos resultados obtidos pela técnica proposta. Note que com apenas o modelo do sistema intacto, a presença ou não de um dano é determinada somente pelo sinal de resposta do sistema, sinal que é utilizado como entrada na equação do Observador de Estado Modal.

A utilização de um único modelo estrutural é possibilitada pela natureza dos observadores de estado em sempre trabalhar no sentido de aproximar os sinais estimados aos sinais reais, ou seja, em minimizar o erro de estimação do observador, equação (6.7). Lembre-se que o ganho do observador também é calculado no mesmo sentido, equação (6.33).

Outro ponto importante a ser discutido é a compatibilidade entre os sinais de entrada e saída do sistema monitorado com as equações do Observador de Estado Modal, equação (7.2). Em aplicações experimentais estes sinais não estão disponíveis no domínio modal, mas sim no domínio do tempo. Isto leva a conclusão de que é necessário converter os sinais para o domínio modal a fim de estes serem compatíveis com as equações do observador. No entanto, isto não é necessário. A utilização de um único modelo juntamente com a comparação do vetor de estados estimado referente ao sistema em uma condição estrutural desconhecida com um vetor de estados de referência<sup>13</sup> para detectar avarias no sistema, garante que no final dos cálculos a incompatibilidade não influencie nos resultados.

Como não há problemas em utilizar os sinais de entrada e saída no domínio do tempo, o Observador de Estado Modal pode ser considerado uma alternativa útil para problemas com a sensibilidade dos parâmetros naturais à presença de falhas no sistema (neste caso, a forma dos modos de vibrar) já que sinais temporais são comumente reconhecidos como sinais mais sensíveis a presença de danos na estrutura em relação a sinais nos domínios da freqüência e modal. Assim, o Observador de Estado Modal é utilizado como mostra a equação (7.3). Note que os sinais de entrada u(t) e saída y(t) estão no domínio do tempo.

$$\dot{\mathbf{x}}_{m}(t) = (\mathbf{A}_{m} - \mathbf{L}\mathbf{C}_{m})\tilde{\mathbf{x}}_{m}(t) + \mathbf{L}\mathbf{y}(t) + \mathbf{B}_{m}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$
(7.3)

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Vetor de estados no domínio modal do sistema sem dano.

A Figura 7.3 apresenta o esquema de funcionamento do Observador de Estado Modal quando utilizado em situações reais.



Figura 7.3 – Esquema de funcionamento do Observador de Estado Modal em análises experimentais.

Por fim, com o modelo estrutural construído, convertido para o domínio modal, caracterizado por blocos diagonais e devidamente reduzido, é projetado o Observador de Estado Modal para estimar os estados modais da estrutura monitorada. Estes estados são estimados em diferentes períodos e comparados através de índices de detecção de danos, alguns deles apresentados no Capítulo 6, para determinar o modo de vibrar mais afetado do sistema (CAVALINI et al., 2008). A técnica de monitoramento estrutural via Observador de Estado Modal pode ser compreendida facilmente através do fluxograma apresentado pela Figura 7.4.

Outra forma de se utilizar a técnica proposta por este trabalho é desconsiderando a parcela  $B_mu(t)$  da equação do Observador de Estado Modal. Esta forma de aplicação da técnica é extremamente interessante, visto que determinar as fontes de excitação de um sistema real também é uma tarefa muito difícil. Em um sistema rotativo, por exemplo, a fonte de excitação não é somente sua rotação, mas sim resultado do desbalanceamento do sistema e das forças provenientes do chão de fábrica. Note a dificuldade em determinar corretamente a intensidade de cada uma destas fontes. Outro exemplo clássico é uma aeronave em operação. As forças que atuam sobre a estrutura são resultado da interação fluido estrutura, interação altamente complicada de ser estimada fielmente.


Figura 7.4 – Fluxograma explicativo para a técnica de monitoramento proposta.

A Figura 7.5 mostra como é o funcionamento do Observador de Estado Modal quando é desconsiderada a parcela  $B_mu(t)$ . Note que mesmo assim, a influência do sinal de excitação u(t) ainda é considerada. Ela está presente no sinal de resposta y(t) da estrutura que é utilizado como entrada no observador.



Figura 7.5 – Funcionamento do Observador de Estado Modal sem o sinal de excitação u(t).

No entanto, existe uma restrição quanto à aplicação desta vertente. A técnica só pode ser aplicada desta forma se o sistema monitorado for pouco flexível, ou seja, em sistemas nos quais a influência da parcela  $B_mu(t)$  nas equações do Observador de Estado Modal é mínima. A partir da comparação entre o sinal medido e estimado pelo Observador de Estado Modal, é possível saber se o nível de influência da parcela  $B_mu(t)$  nas equações, ou seja, se ela pode ser desconsiderada. O fluxograma da Figura 7.6 apresenta a técnica para a outra vertente.



Figura 7.6 – Técnica proposta desconsiderando o sinal de excitação no observador.

Um aspecto interessante da técnica SHM via Observador de Estado Modal é a possibilidade de ser utilizado para o monitoramento em tempo real. A grande maioria das técnicas SHM baseadas em sinais de vibração processa os dados registrados em uma específica condição artificial de excitação ou velocidade de rotação (CARDEN; FANNING, 2004). Assim, a necessidade de processar os dados medidos no sistema durante o funcionamento em condições reais, ou seja, sem excitação artificial, velocidade baixa ou com o sistema parado, tem sido veementemente reconhecida para algoritmos de monitoramento

baseados em sinais de vibração, o que é totalmente possível com o Observador de Estado Modal.

Contudo, nas seções seguintes serão demonstradas algumas simulações e aplicações experimentais da técnica de monitoramento estrutural proposta por este trabalho. Nas análises que serão apresentadas, além da descrição do procedimento adotado e resultados obtidos, estão contidos mais detalhes sobre a técnica e alguns cuidados que devem ser tomados na sua aplicação.

A primeira aplicação trata-se de uma simulação em uma placa de alumínio modelada via FEM. Esta análise conta com sensores e atuadores piezelétricos acoplados à estrutura base. Na segunda simulação serão avaliados os resultados obtidos pela técnica quando ruídos são somados ao sinal de resposta de uma treliça bidimensional, também modelada via FEM. O sinal de resposta da treliça é medido através de sensores piezelétricos de pilha, conhecidos como *stack*. No entanto, o acoplamento eletromecânico foi desconsiderado nesta aplicação.

São duas as aplicações experimentais. A primeira é realizada em uma placa de alumínio, sendo dois casos de dano analisados: a alteração das condições de contorno da placa e a adição de massa em pontos específicos da mesma. Materiais piezelétricos são utilizados como atuadores e o modelo dinâmico do sistema completo, placa e PZTs acoplados, foi obtido pelo método do subespaço. A segunda e última aplicação experimental é realizada em um sistema rotativo. São analisados pela técnica a alteração da rigidez dos mancais do sistema e, posteriormente, o aumento do desbalanceamento do eixo. É somente nesta aplicação que o efeito da parcela  $B_mu(t)$  é desprezado. O modelo dinâmico do sistema também foi determinado pelo método do subespaço.

# 7.2. SIMULAÇÃO EM UMA PLACA DE ALUMÍNIO

Esta simulação apresenta a aplicação do Observador de Estado Modal em uma placa de alumínio engastada em um de seus lados, Tabela 7.1. O modelo dinâmico do sistema foi obtido via FEM considerando elementos de Placa de Kirchhoff na sua construção, totalizando 100 elementos, 121 nós e 363 graus de liberdade. Foram acoplados, utilizando o *software* SMARTSYS, PZTs nos elementos 12, 19, 82 e 89 da placa, sendo os dois primeiros utilizados



Figura 7.7 – Placa de alumínio modelada via FEM.

Propriedade	Valor
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2710
Módulo de Elasticidade (GPa)	70
Comprimento (m)	0,2
Largura (m)	0,2
Espessura (m)	0,002

Tabela 7.1 – Propriedades físicas e geométricas da placa.

Nesta simulação foram obtidos dois modelos distintos da placa. O primeiro modelo  $(MO_1)$  utiliza os PZTs A<sub>1</sub> e S<sub>1</sub>, já o segundo modelo  $(MO_2)$  conta com os PZTs A<sub>2</sub> e S<sub>2</sub>. É importante ressaltar que no modelo MO<sub>1</sub> os PZTs A<sub>2</sub> e S<sub>2</sub> apenas fazem parte da estrutura, ou seja, não são utilizados como atuador e sensor. Isto vale também para o modelo MO<sub>2</sub> com relação aos PZTs A<sub>1</sub> e S<sub>1</sub>.

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade (GPa)	60
Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	7650
Constante Piezelétrica (m/V)	$190e^{-12}$
Elasticidade (m/N <sup>2</sup> )	$1,076e^{-11}$
Permissividade (F/m)	7,33e <sup>-9</sup>
Comprimento (m)	0,02
Largura (m)	0,02
Espessura (m)	0,00027

Tabela 7.2 – Propriedades físicas e geométricas dos PZTs (propriedades físicas baseadas no material PSI-5AS4 *Piezo-Systems*<sup>®</sup>, *Inc.*).

Contudo, a Figura (7.8) apresenta a Função de Resposta em Freqüência ( $FRF^{14}$ ) do modelo MO<sub>1</sub>. Devido à simetria das posições dos PZTs em cada um dos modelos, a FRF do modelo MO<sub>2</sub> é muito semelhante à de MO<sub>1</sub> e, deste modo, não será apresentada. Observe ainda, que apenas os dois primeiros modos de vibrar da placa foram considerados. Esta escolha não foi tomada com base no método de redução de modelos. O número de modos analisados foi restringido somente levando em conta a observabilidade do sistema, enquanto que a escolha dos dois primeiros modos foi realizada arbitrariamente.



Figura 7.8 – Função de Resposta em Freqüência do modelo MO<sub>1</sub> da placa.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> FRF do inglês Frequency Response Function.

Neste contexto, para a efetiva aplicação da técnica de monitoramento foram consideradas como avarias na placa reduções em 5, 10, 15 e 20 % da rigidez dos elementos 7 (Caso 1 de Dano) e 21 (Caso 2 de Dano), separadamente. É necessário colocar que como esta análise trata-se de uma simulação, tais severidades de dano puderam ser impostas à estrutura. Em uma situação real, a placa não suportaria tamanha redução de rigidez.

Em ambos os casos de análise que serão apresentados, os PZTs atuadores excitaram a placa com uma amplitude de 1 volt e freqüência de 500 Hz.

#### 7.2.1. CASO 1 DE DANO: REDUÇÃO DA RIGIDEZ DO ELEMENTO 7

Na Figura 7.9 mostra a localização do dano D considerado no primeiro caso da análise juntamente com as já conhecidas posições dos PZTs atuadores e sensores. Esta posição foi escolhida devido a ser na região próxima ao engaste os locais onde ocorre a maior incidência de falhas.



Figura 7.9 – Placa com dano no elemento 7.

A Figura 7.10 apresenta através do índice CCD os resultados encontrados pela técnica quando inseridas à placa reduções progressivas na rigidez do elemento 7. Tais resultados foram obtidos utilizando os PZTs  $A_1$  e  $S_1$  (modelo  $MO_1$ ) e os sinais de deslocamento modal estimados pelo observador.

A análise dos resultados mostra que para a região próxima ao PZT  $S_1$ , o primeiro modo de vibrar da placa é o mais afetado, em todos os níveis de redução da rigidez. Além disso, observa-se que o índice aumenta com a severidade do dano. Resultados semelhantes são obtidos quando utilizados os sinais de velocidade modal, Figura 7.11.



Figura 7.10 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 1 – MO<sub>1</sub> – Deslocamento Modal).



Figura 7.11 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 1 – MO<sub>1</sub> – Velocidade Modal).

Na Figura 7.12, são apresentados os resultados obtidos quando comparados os sinais de deslocamento modal estimados pelo observador projetado com o modelo  $MO_2$  (PZTs  $A_2$  e  $S_2$ ). Os resultados novamente são expressos pelo índice CCD. Observe que na região do PZT  $S_2$  novamente é o primeiro modo de vibrar o mais afetado em todos os níveis de redução da rigidez do elemento 7. Os resultados encontrados com os sinais de deslocamentos também são obtidos com os sinais de velocidade estimados pelo observador, Figura 7.13.



Figura 7.12 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 1 – MO<sub>2</sub> – Deslocamento Modal).



Figura 7.13 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 1 – MO<sub>2</sub> – Velocidade Modal).

Com base nos resultados apresentados, chega-se a conclusão de que nas regiões próximas aos sensores piezelétricos  $S_1$  e  $S_2$  o primeiro modo de vibrar da placa é o mais afetado quando a rigidez do elemento 7 é reduzida, para todos os níveis de redução analisados.

## 7.2.2. CASO 2 DE DANO: REDUÇÃO DA RIGIDEZ DO ELEMENTO 21

A Figura 7.14 apresenta a localização do dano D considerado para o caso 2. Também, na mesma figura são mostradas as posições dos PZTz atuadores e sensores. Novamente, esta posição foi escolhida tomando como base a premissa de que nesta região ocorre a maior incidência de falhas.



Figura 7.14 – Placa com dano no elemento 21.

Na Figura 7.15 estão dispostos os índices CCD para as reduções de rigidez impostas ao elemento 21 da placa. Estes resultados foram obtidos utilizando o modelo  $MO_1$  e os sinais de deslocamento modal estimados pelo observador. É possível observar que com a mudança na posição do dano, o modo de vibrar mais afetado nas redondezas do PZT S<sub>1</sub> também mudou. Note que agora é o segundo modo de vibrar o mais afetado. Observe que o valor do índice continua aumentando com a severidade do novo dano. Como anteriormente, resultados semelhantes são obtidos quando utilizados os sinais de velocidade modal, Figura 7.16.



Figura 7.15 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 2 – MO<sub>1</sub> – Deslocamento Modal).



Figura 7.16 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 2 – MO<sub>1</sub> – Velocidade Modal).

A mudança do modelo com o qual o observador foi projetado não alterou o modo de vibrar afetado, Figura 7.17. Considerando os sinais de deslocamento modal, é possível observar que o segundo modo de vibrar também é o mais afetado na região próxima ao sensor  $S_2$ . O mesmo comportamento do índice com a severidade do dano continua sendo observado nestes resultados. A Figura 7.18 apresenta os resultados encontrados quando utilizados os sinais de velocidade modal estimados pelo observador.



Figura 7.17 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 2 – MO<sub>2</sub> – Deslocamento Modal).



Figura 7.18 – Análise dos modos de vibrar da placa (Caso 2 – MO<sub>2</sub> – Velocidade Modal).

Dois pontos principais devem ser discutidos nesta análise, sendo eles a escolha arbitraria dos modos de vibrar analisados e o comportamento do índice com o aumento da severidade do dano.

A escolha arbitraria dos modos a serem analisados não é recomendada. Isto porque pode ocorrer de os modos escolhidos não serem os mais representativos para as posições do

atuador e sensor considerados. O ideal é utilizar um método de redução de modelos para garantir que os modos de vibrar mais representativos irão compor o modelo reduzido.

Por fim, foi possível observar na análise apresentada que o valor do índice de detecção aumentou com a severidade do dano. Deste modo, pode-se concluir inicialmente que a técnica SHM via Observador de Estado Modal é capaz de quantificar a severidade do dano presente na estrutura. Contudo, mais resultados se somaram a estes nas próximas aplicações e ai sim uma conclusão final sobre este fato poderá ser tomada.

# 7.3. ANÁLISE DO EFEITO DE RUÍDOS EM UMA TRELIÇA 2D

Esta simulação compreende a análise dos resultados gerados pela técnica proposta quando o sinal de resposta do sistema, utilizado pelo Observador de Estado Modal, é contaminado com ruído branco. Para isto foi utilizada uma treliça plana de aço, constituída por barras com seção transversal circular, discretizada via FEM em 17 elementos e 10 nós com dois graus de liberdade por nó, veja a Figura 7.19 e a Tabela 7.3.



Figura 7.19 – Treliça de aço modelada via FEM com PZTs acoplados.

Propriedade	Valor
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	7850
Módulo de Elasticidade (GPa)	210
Comprimento L (m)	1
Área da Seção Transversal (m <sup>2</sup> )	0,004

Tabela 7.3 – Propriedades físicas e geométricas da treliça plana.

Nas análises apenas um caso de dano foi simulado. Trata-se da diminuição em 5% da rigidez do elemento localizado entre os nós 3 e 4 da treliça. Também, a excitação do sistema foi realizada somente através de uma força senoidal de 30Hz aplicada na direção negativa do nó 10 (direção negativa de y).

Os sinais de resposta da treliça foram medidos, separadamente, através de PZTs de pilha (PZT *Stack* – Sensor A e PZT *Stack* – Sensor B) incorporados à estrutura. O PZT *Stack* é constituído de elementos piezelétricos conectados mecanicamente em série e eletricamente em paralelo (CARVALHAL, 2005; LI ET AL., 2006). Tal construção permite ao PZT *Stack* gerar força na direção normal e não momento, como ocorre com os PZTs convencionais. Veja a Figura 7.20. Lembre-se que o acoplamento eletromecânico não foi considerado nesta análise. Desta forma, somente a configuração do PZT de pilha como sensor foi analisada.



Figura 7.20 – Construção comum de um PZT de pilha (PZT Stack).

Nas análises, foram consideradas proporções de ruídos em 10 e 20% do sinal medido diretamente na estrutura. É necessário frisar que o ruído foi inserido no sinal medido na treliça

com dano, ou seja, o vetor de estados de referência foi estimado sem que fossem considerados ruídos. A equação (7.4) mostra a forma com que o ruído foi inserido no sinal de resposta.

$$y_{CR}(t) = y_{SR}(t) + Py_{SR}(t)Rn(t)$$
 (7.4)

na qual  $y_{CR}(t)$  é o sinal com ruído,  $y_{SR}(t)$  é o sinal medido diretamente na treliça pelo Sensor A ou Sensor B, P é a proporção adotada de ruído e Rn(t) é um sinal randômico uniformemente distribuído com amplitude  $\in$  [-1 1].

A seguir serão apresentados os resultados obtidos considerando o Sensor A e, posteriormente, o Sensor B. Para cada um dos sensores foi obtido um modelo matemático diferente. A cada um dos modelos foi aplicado o método de redução de modelos a fim de determinar os modos mais representativos para a referida posição do sensor. Além disso, a observabilidade do sistema foi avaliada.

#### 7.3.1. Análise do Efeito de Ruídos em uma Treliça 2D: Sensor A

A Figura 7.21 apresenta a FRF do modelo matemático da treliça, considerando o sinal de resposta sendo medido pelo Sensor A. É possível observar que estão presentes na FRF os seis primeiros modos de vibrar do sistema. Este, será considerado o modelo completo.



Figura 7.21 – FRF do modelo completo da treliça (Sensor A).

A Figura 7.22 apresenta os valores singulares, normalizados percentualmente em relação à somatória dos mesmos, do sistema balanceado. Note que o modo mais representativo do sistema é responsável por quase todas as informações fornecidas pelo modelo. No entanto, não tem sentido considerar somente este modo de vibrar na análise. Como o cálculo da observabilidade do sistema resultou em dois o número de modos de vibrar observáveis, assim, os dois modos de vibrar mais representativos serão analisados.



Figura 7.22 – Representatividade dos modos de vibrar da treliça (Sensor A).

O próximo passo é então reduzir o modelo apresentado pela FRF da Figura 7.21 para os dois modos mais representativos do sistema. Para efeito de comparação, os modelos completo e reduzido são mostrados na Figura 7.23. Observe que o primeiro e segundo são os dois modos de vibrar mais representativos do sistema. É importante ressaltar que nem sempre isto ocorre, como poderá ser visto mais adiante.

Na Figura 7.24 são apresentados os valores do índice diferença RMS referentes à adição de ruídos ao sinal medido no sistema, 10 % e 20 % de ruídos somados separadamente. Estes valores foram obtidos a partir da comparação entre os sinais de deslocamento modal estimados pelo observador da treliça sem e com dano. Como o próprio nome já diz, no valor denominado "Sem ruído" não foram adicionados ruídos ao sinal de resposta medido no sistema com dano. A Figura 7.25 apresenta para os sinais de velocidade modal, os resultados referentes às mesmas condições dos demonstrados na Figura 7.24.



Figura 7.23 – FRFs dos modelos completo e reduzido da treliça (Sensor A).



Figura 7.24 – Análise da influência de ruídos nos modos de vibrar mais afetados de uma treliça plana (Sensor A – Deslocamento Modal).



Figura 7.25 – Análise da influência de ruídos nos modos de vibrar mais afetados de uma treliça plana (Sensor A – Velocidade Modal).

Contudo, é possível observar que para ambos os sinais, deslocamento e velocidade modal, o primeiro modo de vibrar da treliça foi o mais afetado na posição do Sensor A. No entanto, note que um comportamento interessante aconteceu. Observe que a diferença entre os valores encontrados para o primeiro e segundo modos de vibrar diminui com a adição de ruído no sinal. A Figura 7.24 mostra que a maior diferença encontrada é para o sinal sem ruído e a menor, para o sinal com 20% de ruído. Isto evidencia a maneira com que o ruído influenciou no resultado obtido pela técnica de monitoramento do Observador de Estado Modal.

## 7.3.2. ANÁLISE DO EFEITO DE RUÍDOS EM UMA TRELIÇA 2D: SENSOR B

A patir da análise dos valores singulares do sistema balanceado (Figura 7.26) e do cálculo da observabilidade, foram determinados os dois primeiros modos de vibrar como sendo os mais representativos quando utilizado o Sensor B. A Figura 7.27 apresenta os modelos completo e reduzido da treliça.



Figura 7.26 – Representatividade dos modos de vibrar da treliça (Sensor B).



Figura 7.27 – FRFs dos modelos completo e reduzido da treliça (Sensor B).

A Figura 7.28 mostra os resultados obtidos através dos sinais de deslocamento modal estimados pelo observador. Estes resultados são referentes às mesmas condições apresentadas na Figura 7.24. É possível observar que o primeiro modo de vibrar é o mais afetado pelo dano na posição do Sensor B. Note que mesmo com a inclusão de ruído no sinal medido os resultados ainda apresentam o primeiro modo como o mais afetado.



Figura 7.28 – Análise da influência de ruídos nos modos de vibrar mais afetados de uma treliça plana (Sensor B – Deslocamento Modal).

No entanto, a influência dos ruídos nos sinais medidos fica clara nos resultados obtidos a partir dos sinais de velocidade modal, Figura 7.29. Observe que para o sinal sem ruído, o resultado condiz com o obtido através dos sinais de deslocamento modal, ou seja, o primeiro modo de vibrar é o mais afetado. Quando os ruídos são adicionados os resultados passam a transmitir que o segundo modo é o mais afetado, o que claramente está errado.

Ainda assim, é cabível dizer que a técnica SHM via Observador de Estado Modal é uma técnica relativamente robusta a ruídos. Relativamente, porque são obtidos resultados confiáveis mesmo quando os sinais estão contaminados por ruídos. Claro que esta análise vem de uma simulação e, desta forma, esta conclusão não pode ser totalmente estendida para aplicações experimentais.



Figura 7.29 – Análise da influência de ruídos nos modos de vibrar mais afetados de uma treliça plana (Sensor B – Velocidade Modal).

# 7.4. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL EM UMA PLACA DE ALUMÍNIO

A técnica SHM baseada no Observador de Estado Modal foi experimentalmente aplicada em uma placa de alumínio engastada em uma de suas extremidades, Figura 7.30. Também na Figura 7.30, podem ser observadas as posições dos acelerômetros, modelo 352C22 PCB Piezotronics<sup>®</sup>, utilizados na medição do sinal de resposta da placa (ACEL 1 e ACEL 2) e as posições dos atuadores piezelétricos acoplados à mesma (PZT 1 e PZT 2).



Figura 7.30 – Placa de alumínio engastada em uma de suas extremidades.

As propriedades físicas e geométricas da placa são apresentadas na Tabela 7.4. Já as propriedades dos PZTs, estão dispostas na Tabela 7.5. Neste experimento foi utilizada a placa dSpace<sup>®</sup> DS1103 CONTROL BOARD.

Propriedade	Valor
Comprimento	0,20 m
Largura	0,20 m
Espessura	0,0015 m
Módulo de Elasticidade	70 GPa
Densidade	$2710 \text{ Kg/m}^3$

Tabela 7.4 – Propriedades físicas e geométricas da placa.

Tabela 7.5 – Propriedades físicas e geométricas do PZT atuadores

Propriedade	Valor
Comprimento	0,02 m
Largura	0,02 m
Espessura	0,00027 m
Módulo de Elasticidade	62 GPa
Densidade	$7800 \text{ Kg/m}^3$
Constante Dielétrica	$650e-12 \text{ m/V}^1$
Permissividade	19e3 C/m <sup>2</sup>
Comprimento Largura Espessura Módulo de Elasticidade Densidade Constante Dielétrica Permissividade	0,02 m 0,02 m 0,00027 m 62 GPa 7800 Kg/m <sup>3</sup> 650e-12 m/V <sup>1</sup> 19e3 C/m <sup>2</sup>

PSI-5H4E (Piezo Systems<sup>®</sup>, Inc.).

A partir de impulsos elétricos de 180 volts e 50 mA (obtidos com um amplificador de potência) aplicados no atuador PZT 1, foram identificados dois modelos matemáticos pelo método do subespaço, sendo um para cada acelerômetro (ACEL 1 e ACEL 2). Os modelos foram obtidos a partir de uma média de 5 sinais de resposta do sistema ao impulso aplicado. Devido a simetria apresentada pelo sistema completo<sup>15</sup>, o PZT 2 não foi utilizado nas análises.

Iniciando pelo conjunto atuador PZT 1 e acelerômetro ACEL 1, a Figura 7.31 apresenta as FRFs do modelo obtido pelo método do subspaço e a partir da Transformada rápida de Fourier (FFT<sup>16</sup>) dos sinais de entrada e saída do sistema (experimental). A

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> O sistema completo engloba a placa com suas condições de contorno, os PZTs atuadores e os acelerômetros.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> FFT do inglês *Fast Fourier Transform*.

proximidade entre as curvas mostra que o modelo identificado pelo método do subespaço é representativo para os quatro primeiros modos de vibrar do sistema.



Figura 7.31 – FRFs dos modelos identificado e experimental da placa (PZT 1 e ACEL 1).

A Figura 7.32 apresenta os valores singulares, normalizados percentualmente em relação à somatória dos mesmos, do modelo balanceado. Note que os três modos de vibrar mais representativos são responsáveis por quase 85% das informações fornecidas pelo modelo.



Figura 7.32 – Representatividade dos modos de vibrar da placa (PZT 1 e ACEL 1).

No entanto, o cálculo da observabilidade do sistema resultou em dois o número de modos de vibrar observáveis. Desta forma, a Figura 7.33 apresenta os modelos completo (quatro modos de vibrar) e reduzido pelo método realização balanceada para os dois modos mais representativos, que no caso são o segundo e terceiro modos de vibrar.



Figura 7.33 – FRFs dos modelos completo e reduzido da placa (PZT 1 e ACEL 1).

A Figura 7.34 apresenta as FRFs do modelo obtido pelo método do subspaço e a partir da FFT dos sinais de entrada e saída do sistema (experimental) para o conjunto conjunto atuador PZT 1 e acelerômetro ACEL 2.



Figura 7.34 – FRFs dos modelos identificado e experimental da placa (PZT 1 e ACEL 2).

Apesar das curvas não estarem próximas é possível notar que a amplitude dos picos do segundo, terceiro e quarto modos de vibrar foram identificadas corretamente, o que não ocorreu com o primeiro modo. Assim, ele será excluído das análises.

Contudo, através do método de redução de modelos, juntamente com o cálculo da observabilidade do sistema, foram determinados o segundo e terceiro modos de vibrar como os mais representativos, nesta ordem, para compor o modelo reduzido do sistema que representa o conjunto atuador PZT 1 e sensor ACEL 2, Figura 7.35. Note que estes modos também foram determinados para o modelo referente ao conjunto PZT 1 e ACEL 1.



Figura 7.35 – FRFs dos modelos completo e reduzido da placa (PZT 1 e ACEL 2).

Dois casos distintos de dano foram analisados neste experimento pela técnica SHM proposta. No primeiro é avaliada a influência da alteração das condições de contorno da placa através do desaperto dos parafusos localizados no engaste da mesma. No segundo caso, serão analisados os efeitos causados pela adição de massas em pontos específicos da placa.

## 7.4.1. ANÁLISE EXPERIMENTAL NA PLACA: CONDIÇÕES DE CONTORNO

Nesta análise os danos foram causados pelo desaperto dos parafusos localizados no engaste da placa, Figura 7.36. Inicialmente foi analisado o efeito causado pelo desaperto do parafuso 2 (dano 1) e logo em seguida, o efeito causado pelo desaperto simultâneo dos

parafusos 2 e 3 (dano 2). Em todas as análises, foram aplicados ao atuador piezelétrico PZT 1 sinais com freqüência de 100 e 500Hz, ambos com amplitude máxima de 20 volts e corrente máxima de 50 mA, também obtidos com um amplificador de potência.



Figura 7.36 – Parafusos do engaste.

Para o conjunto PZT 1 e ACEL 1, a Figura 7.37 apresenta os valores do índice diferença RMS que traduzem os efeitos causados pela inclusão dos danos 1 e 2 no engaste da placa, sendo esta, excitada em uma freqüência de 100Hz. Tais valores foram obtidos a partir da comparação entre os sinais estimados de deslocamento modal da placa sem e com os danos 1 e 2, separadamente. A Figura 7.38 apresenta para os sinais de velocidade modal os resultados referentes às mesmas condições dos demonstrados na Figura 7.37. Observe que o resultado obtido através de ambos os sinais, deslocamento e velocidade modal, apresentam o segundo modo de vibrar da placa (primeiro modo de vibrar do modelo reduzido) como o mais afetado na região do acelerômetro ACEL 1 para os dois casos de dano.

Um fato interessante a ser notado nas Figuras 7.37 e 7.38 é que o índice diminuiu com a severidade do dano (dano 1 para dano 2), diferentemente do que ocorreu na simulação apresentada pela seção 7.2. Este comportamento pode ser explicado através da Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta medidos diretamente na placa sem dano e com os danos 1 e 2, Figura 7.39. Observe que para qualquer valor fixo de amplitude, a diferença entre as curvas da placa sem dano e com o dano 1 é mostra maior do que quando comparadas as curvas da placa sem dano e com o dano 2. Isto valida os resultados obtidos pela técnica, já que o valor do índice foi maior para o dano que apresentou a maior influência sobre a placa, o dano 1.



Figura 7.37 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (100Hz – PZT 1 – ACEL 1).



Figura 7.38 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (100Hz – PZT 1 – ACEL 1).



Figura 7.39 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (100Hz – PZT 1 – ACEL 1).

Ainda para o conjunto PZT 1 e ACEL 1, a Figura 7.40 apresenta os valores do índice diferença RMS, obtidos através dos sinais de deslocamento modal, que traduzem os efeitos causados pela inclusão dos danos 1 e 2 no engaste da placa sendo esta excitada em uma freqüência de 500Hz. Os resultados obtidos através dos sinais de velocidade modal são apresentados na Figura 7.41. Note que com a mudança na freqüência de excitação, de 100 para 500Hz, o modo de vibrar mais afetado na região do ACEL 1 pelos danos 1 e 2 foi alterado para o terceiro modo de vibrar da placa (segundo modo de vibrar do modelo reduzido).

Observe que novamente o índice diminuiu com a severidade do dano (dano 1 para dano 2). Tal comportamento é explicado pela Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta medidos diretamente na placa excitada à 500Hz, Figura 7.42. Note que a diferença entre as curvas da placa sem dano e com o dano 1 continua sendo maior do que para as curvas da placa sem dano e com o dano 2, o que valida os resultados obtidos pela técnica.



Figura 7.40 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (500Hz – PZT 1 – ACEL 1).



Figura 7.41 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (500Hz – PZT 1 – ACEL 1).



Figura 7.42 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (500Hz – PZT 1 – ACEL 1).

Alterando o sensor para o ACEL 2, a Figura 7.43 apresenta os valores do índice diferença RMS, obtidos através dos sinais de deslocamento modal, referentes aos danos 1 e 2 com a placa sendo excitada em uma freqüência de 100Hz. Observe que os resultados apresentam o segundo modo de vibrar da placa (primeiro modo de vibrar do modelo reduzido) como o mais afetado na região ao redor do ACEL 2 para os dois casos de dano. A Figura 7.44 apresenta os resultados referentes às mesmas condições demonstradas na Figura 7.43, porém obtidos através dos sinais de velocidade modal.

Observe que mais uma vez o índice diminuiu com a severidade do dano (dano 1 para dano 2). Este comportamento é explicado novamente pela Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta medidos diretamente pelo ACEL 2 na placa excitada à 100Hz, Figura 7.45. Note que a diferença entre as curvas da placa sem dano e com o dano 1 é muito maior do que a diferença entre as curvas da placa sem dano e com o dano 2. Veja também que na Figura 7.39 (Função Densidade Probabilidade dos sinais medidos pelo ACEL 1) a diferença entre as curvas não é tão acentuada. Este comportamento é refletido nos índices obtidos em cada uma das análises. Observe que a diferença entre os índices encontrados para cada um dos danos é maior nas Figuras 7.43 e 7.44 (100Hz – ACEL 2) do que os apresentados nas Figuras 7.37 e 7.38 (100Hz – ACEL 1).



Figura 7.43 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (100Hz – PZT 1 – ACEL 2).



Figura 7.44 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (100Hz – PZT 1 – ACEL 2).



Figura 7.45 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (100Hz – PZT 1 – ACEL 2).

Por fim, a Figura 7.46 apresenta os valores do índice diferença RMS obtidos através dos sinais de deslocamento modal da placa excitada em uma freqüência de 500Hz para o conjunto PZT 1 e ACEL 2. Os resultados obtidos através dos sinais de velocidade modal são apresentados na Figura 7.47.

A análise de todos os resultados nos mostra ainda que quando a placa foi excitada com uma freqüência de 100Hz o segundo modo de vibrar da placa (primeiro modo de vibrar do modelo reduzido) foi o mais afetado pelos danos 1 e 2 independente de ser utilizado o acelerômetro ACEL 1 (Figuras 7.37 e 7.38) ou o ACEL 2 (Figuras 7.43 e 7.44). O mesmo comportamento é observado nos resultados obtidos pelo ACEL 1 (Figuras 7.40 e 7.41) e pelo ACEL 2 (Figuras 7.46 e 7.47) quando a placa é excitada com freqüência de 500Hz, porém com o terceiro modo de vibrar sendo o mais afetado.

Assim, conclui-se que a freqüência de excitação também influencia no modo de vibrar mais afetado pelo dano. Isto confirma o que a equação do Observador de Estado Modal mostra (equação 7.3). Na equação o sinal de entrada u(t) também é separado nas parcelas modais que o compõe, sendo assim, sua influência é diferente em cada modo de vibrar do sistema.



Figura 7.46 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (500Hz – PZT 1 – ACEL 2).



Figura 7.47 – Efeito dos danos 1 e 2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (500Hz – PZT 1 – ACEL 2).



Figura 7.48 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com os danos 1 e 2 (500Hz – PZT 1 – ACEL 2).

# 7.4.2. ANÁLISE EXPERIMENTAL NA PLACA: ADIÇÃO DE MASSAS

Nesta análise os danos foram causados pela adição de massas com 2 e 4 gramas (MA-1 e MA-2, respectivamente) nos elementos 61 e 89 da placa, separadamente. Na Figura 7.49 é possível visualizar a forma das massas utilizadas nas análises e a Figura 7.50 apresenta as posições da placa onde elas foram inseridas. Em todas as análises, foram aplicados ao atuador piezelétrico PZT 1 sinais com freqüência de 300 Hz, amplitude máxima de 20 volts e corrente máxima de 50 mA. Não foram aplicadas outras freqüências de excitação, pois a análise dos resultados obtidos a partir de diferentes freqüências já foi verificada na seção anterior.



Figura 7.49 – Arruelas adicionadas nos elementos 61 e 89 da placa.



Figura 7.50 – Elementos da placa onde foram posicionadas as arruelas.

A Figura 7.51 apresenta os valores do índice diferença RMS encontrados a partir da comparação entre os sinais de deslocamento modal da placa intacta e da placa com a inclusão das massas MA-1 e MA-2 no elemento 61, utilizando o conjunto PZT 1 e ACEL 1. A Figura 7.52 apresenta para os sinais de velocidade modal os resultados referentes às mesmas condições dos demonstrados na Figura 7.51.



Figura 7.51 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 1).



Figura 7.52 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 1).

As Figuras 7.51 e 7.52 mostram que o terceiro modo de vibrar da placa é o mais afetado na região do sensor ACEL 1, quando as massas são posicionadas no elemento 61. É possível observar também que o valor do índice aumentou com a massa para ambos os modos de vibrar. Este resultado é confirmado pela Função Densidade Probabilidade dos sinais medidos a partir da placa intacta e com a presença das massas MA-1 e MA-2, Figura 7.53.



Figura 7.53 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 1).

Ainda considerando a adição das massas no elemento 61, as Figuras 7.54 e 7.55 apresentam para o conjunto PZT 1 e ACEL 2 os resultados encontrados através dos sinais estimados de deslocamento e velocidade modal, respectivamente. É possível notar que o terceiro modo de vibrar da placa também é o mais afetado na região do ACEL 2.



Figura 7.54 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 2).



Figura 7.55 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (Elemento 61 – PZT 1 – ACEL 2).
Observe que o índice referente à massa MA-1 é maior do que o referente à massa MA-2. Este resultado é confirmado pela Função Densidade Probabilidade dos sinais medidos pelo ACEL 2, Figura 7.56. Note que para qualquer valor fixo de amplitude a diferença entre os sinais sem dano e com a massa MA-1 adicionada à placa é maior que a diferença entre o sinal sem dano e com a massa MA-2 adicionada.



Figura 7.56 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 61 – PZT1 – ACEL 2).

Considerando as massas MA-1 e MA-2 posicionadas no elemento 89 da placa, a Figura 7.57 apresenta os valores do índice diferença RMS encontrados a partir dos sinais de deslocamento modal e utilizando o conjunto PZT 1 e ACEL 1. Os resultados obtidos através dos sinais de velocidade modal são apresentados na Figura 7.58.

A análise dos resultados nos mostra que o terceiro modo de vibrar da placa é o mais afetado na região do acelerômetro ACEL 1. Também, pode-se notar que o índice diminuiu sensivelmente com o aumento da massa colocada sobre o elemento 89 da placa. Como se trata de uma aplicação experimental pode-se dizer que a alteração do valor do índice com a mudança da massa colocada sobre a placa é irrisória.

Este resultado é confirmado pela Função Densidade Probabilidade dos sinais medidos a partir da placa intacta e com a presença das massas MA-1 e MA-2, Figura 7.59. Veja que as



Figura 7.57 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 1).



Figura 7.58 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 1).



Figura 7.59 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 1).

As Figuras 7.60 e 7.61 apresentam para o conjunto PZT 1 e ACEL 2 os resultados encontrados através dos sinais estimados de deslocamento e velocidade modal, respectivamente, considerando a adição das massas no elemento 89 da placa. É possível notar que o terceiro modo de vibrar da placa é o mais afetado na região do ACEL 2.



Figura 7.60 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de deslocamento modal (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 2).



Figura 7.61 – Efeito das massas MA-1 e MA-2 nos modos de vibrar da placa através dos sinais de velocidade modal (Elemento 89 – PZT 1 – ACEL 2).

Estes resultados mostram novamente o aumento do índice com a massa colocada no elemento 89 da placa. Observe a Função Densidade Probabilidade dos sinais medidos, Figura 7.62. Note que a diferença entre as curvas confirma o resultado obtido pela técnica.



Figura 7.62 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta da placa sem dano e com a presença das massas MA-1 e MA-2 (Elemento 89 – PZT1 – ACEL 2).

Contudo, alguns pontos importantes puderam ser observados na análise dos efeitos causados nos modos de vibrar da placa pela adição das massas MA-1 e MA-2 nos elementos 61 e 89. Observe que o terceiro modo de vibrar foi o mais afetado pela adição de ambas as massas, independente do elemento ao qual elas foram adicionadas e do sensor utilizado. Tal comportamento pode ser explicado pelo pequeno valor das massas das arruelas, 2 e 4 gramas. Apesar de uma ter massa duas vezes maior que a outra, ainda assim, são massas muito pequenas em relação à massa da placa. Talvez com valores maiores de massa ou a adição das mesmas em outros elementos da placa, o modo de vibrar mais afetado nas referidas posições teria sido outro.

O comportamento do índice com a massa adicionada também chama a atenção. Note que em todos os casos o valor do índice refletiu a severidade do dano. Assim, a conclusão tomada na simulação realizada na seção 7.4 é que o índice é um forte indicador da severidade do dano. Veja também que, nos casos analisados, a severidade não está ligada com a massa e sim com o efeito que cada um causou nos sinais de resposta do sistema.

Por fim, foi possível verificar que a Função Densidade Probabilidade é uma ferramenta útil para avaliar se o resultado obtido através da técnica está coerente com o sinal que está sendo medido na estrutura.

### 7.5. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL EM UM EIXO

Neste experimento, a técnica SHM proposta foi aplicada no sistema rotativo, suportado por molas helicoidais, apresentado pela Figura 7.63. O mancal próximo ao motor elétrico (WEG<sup>®</sup> de 0,12CV) é denominado Mancal 1 e o distante, Mancal 2. Na Figura 7.64 encontra-se a denominação adotada para cada um dos discos presentes no sistema. As propriedades físicas e geométricas do sistema completo<sup>17</sup> são apresentadas na Tabela 7.6.

Os sinais de resposta do sistema rotativo foram medidos pelos acelerômetros ACEL 1 e ACEL2 (modelo 3056B2 Dytran<sup>®</sup>) localizados no Mancal 1 e Mancal 2, respectivamente. Ambos os acelerômetros foram posicionados transversalmente ao eixo de modo a medir as acelerações dos mancais na direção horizontal, Figura 7.65. Note que ambos os acelerômetros estão instalados no mesmo lado do sistema.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> O sistema completo é constituído pelo eixo, discos, mancais e pelas molas que o suportam.

Neste experimento foi utilizada a placa dSpace<sup>®</sup> DS1103 CONTROL BOARD para a aquisição dos sinais.



Figura 7.63 – Sistema rotativo utilizado na análise.



Figura 7.64 – Denominação adotada para cada um dos discos presentes no sistema rotativo.

Componentes	Propriedade	Valor
Eixo	Comprimento Diâmetro Módulo de Elasticidade Densidade	0,500 m 0,020 m 210 GPa 7850 Kg/m <sup>3</sup>
Disco 1	Diâmetro externo Espessura Módulo de Elasticidade Densidade	0,100 m 0,005 m 210 GPa 7850 Kg/m <sup>3</sup>
Disco 2	Diâmetro externo Espessura Módulo de Elasticidade Densidade	0,150 m 0,010 m 210 GPa 7850 Kg/m <sup>3</sup>
Molas dos mancais	Rigidez de cada mola	17,5 KN

Tabela 7.6 – Propriedades físicas e geométricas do sistema completo.



Figura 7.65 – Localização e direção dos acelerômetros ACEL 1 e ACEL 2.

Através do método do subespaço foram identificados dois modelos matemáticos do sistema rotativo, um para cada acelerômetro (ACEL 1 e ACEL 2). Os modelos foram obtidos a partir de uma média de 5 entradas impulsivas realizadas com um martelo de impacto (modelo 086C04 PCB Piezotronics<sup>®</sup>). As entradas foram aplicadas sobre o disco 1 na direção horizontal, mesma direção de leitura dos acelerômetros, com o sistema parado, ou seja, sem rotação.

A Figura 7.66 apresenta para o ACEL 1 as FRFs dos modelos obtidos pelo método do subespaço e a partir da FFT dos sinais de entrada e saída do sistema (experimental). Apesar

dos picos não estarem muito próximos, ainda assim, o modelo identificado pode ser considerado representativo.



Figura 7.66 - FRFs dos modelos identificado e experimental do eixo (ACEL 1).

A Figura 7.67 apresenta os valores singulares, normalizados precentualmente em relação a somatória dos mesmos, do modelo balanceado. Note que os dois modos de vibrar mais representativos do sistema são responsáveis por quase 90% das informações fornecidas pelo modelo.



Figura 7.67 – Representatividade dos modos de vibrar do eixo (ACEL 1).

O cálculo da observabilidade do sistema resultou em dois o número de modos de vibrar observáveis. Desta forma, a Figura 7.68 apresenta os modelos completo (três modos de vibrar) e reduzido pelo método realização balanceada para os dois modos mais representativos, que no caso são o primeiro e segundo modos de vibrar.



Figura 7.68 – FRFs dos modelos completo e reduzido do eixo (ACEL 1).

O mesmo procedimento foi realizado para o acelerômetro ACEL 2. A Figura 7.69 apresenta as FRFs dos modelos obtidos pelo método do subespaço e a partir da FFT dos sinais de entrada e saída do sistema (experimental). Note que o modelo identificado apresenta o pico da primeira freqüência natural distante do obtido experimentalmente. Contudo, os outros picos apresentam-se muito próximos e assim, este modelo também pode ser considerado representativo.

A Figura 7.70 apresenta os valores singulares normalizados do modelo balanceado. Note que os dois modos de vibrar mais representativos do sistema são responsáveis quase que pela totalidade das informações transmitidas pelo modelo.



Figura 7.69 – FRFs dos modelos identificado e experimental do eixo (ACEL 2).



Figura 7.70 - Representatividade dos modos de vibrar do eixo (ACEL 2).

Já que também são dois o número de modos observáveis, a Figura 7.71 apresenta os modelos completo (três modos de vibrar) e reduzido pelo método realização balanceada para os dois modos mais representativos, que no caso são o primeiro e o terceiro modos de vibrar.

Observe que os modos de vibrar considerados são diferentes nos modelos reduzidos para o ACEL 1 e ACEL 2. Resultados similares à este foram obtidos também nas análises anteriores.



Figura 7.71 – FRFs dos modelos completo e reduzido do eixo (ACEL 2).

A seguir serão demonstradas as análises realizadas para dois casos distintos de dano. O primeiro caso compreende os danos causados nas molas que suportam os mancais do eixo. Na segunda análise, a técnica proposta avalia os modos de vibrar do eixo considerando como dano o aumento no seu desbalanceamento. Lembre-se que diferentemente das aplicações apresentadas até o momento, nesta aplicação experimental a parcela  $B_mu(t)$  da equação do Observador de Estado Modal (equação 7.3) é desprezada, em ambas as análises.

#### 7.5.1. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL EM UM EIXO: DANO NAS MOLAS

Os danos que serão analisados nesta seção foram realizados esticando as molas MA (mancal 1) e MB (mancal 2), separadamente, com o sistema em uma rotação de 30Hz. Estas molas foram esticadas apertando em 1 centímetro os parafusos nos quais elas estão fixadas. As Figuras (7.72) e (7.73) apresentam as posições das molas MA e MB, respectivamente, no sistema rotativo.



Figura 7.72 – Mola MA esticada para causar o dano no mancal 1.



Figura 7.73 – Mola MB esticada para causar o dano no mancal 2.

Iniciando a análise pelo efeito causado com a alteração da configuração do mancal 1 (mola MA), a Figura 7.74 apresenta as Funções Densidade Probabilidade dos sinais medidos pelo acelerômetro ACEL 1 antes e após a mola MA ser esticada, ou seja, do sistema sem e com dano. Note que o dano não foi detectado pelo ACEL 1, mesmo a localização deste sendo no mancal 1.

Isto é explicado pela proximidade do mancal 1 com o motor elétrico, Figura 7.63. Observe que o motor elétrico está fixo a uma base, o que limita a oscilação do mancal 1 mesmo com o acoplamento flexível instalado entre o motor e o eixo. Desta forma, somente uma grande alteração na disposição da mola MA é capaz de alterar o sinal medido pelo acelerômetro ACEL 1.



Figura 7.74 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MA ser esticada (ACEL 1).

A Figura 7.75 apresenta os valores do índice diferença RMS encontrados a partir da comparação entre os sinais de deslocamento modal do eixo antes e após a mola MA ser esticada, utilizando o ACEL 1. Os resultados encontrados com os sinais de velocidade modal são mostrados na Figura 7.76.



Figura 7.75 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 1).



Figura 7.76 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 1).

Os resultados informam que o primeiro modo de vibrar do eixo é mais afetado pelo dano na região do mancal 1. No entanto, este resultado não era esperado visto que o acelerômetro ACEL 1 não "sentiu" a presença do dano. Para que o resultado fosse condizente com o observado nas Funções Densidade Probabilidade (Figura 7.75), os valores dos índices deviriam estar mais próximos entre si.

Contudo, este resultado não é devido ao descarte da parcela  $B_mu(t)$  da equação do Observador de Estado Modal. As Figuras 7.77 e 7.78 mostram o sinal medido diretamente pelo sensor ACEL 1 e o mesmo sinal estimado pelo Observador de Estado Modal sem a parcela, antes a após a mola MA do mancal 1 ser esticada. Note que os sinais são perfeitamente estimados pelo observador e, deste modo, o resultado não pode ser atribuído a desconsideração da parcela  $B_mu(t)$  na equação do observador.

Os resultados apresentados pelas Figuras 7.77 e 7.78 também podem ser utilizados como base para comprovar a eficiência da técnica utilizando somente o modelo para a condição intacta do sistema. Além disso, a partir destes resultados é possível verificar a qualidade do projeto do Observador de Estado Modal, mesmo nos casos nos quais a parcela  $B_m u(t)$ .



Figura 7.77 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MA ser esticada (ACEL 1).



Figura 7.78 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MA ser esticada (ACEL 1).

A Figura 7.79 apresenta as Funções Densidade Probabilidade dos sinais medidos agora pelo acelerômetro ACEL 2 antes e após a mola MA ser esticada. Observe que o ACEL 2 detectou, sensivelmente, a alteração na configuração da mola MA do mancal 1. Este comportamento, acelerômetro do mancal 2 detectar um dano causado no mancal 1, é devido

ao fato da distância entre os mancais ser pequena e também por estes não estarem fixados em uma base fixa.



Figura 7.79 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MA ser esticada (ACEL 2).

As Figuras 7.80 e 7.81 apresentam, para o ACEL 2, os valores do índice diferença RMS encontrados a partir da comparação entre os sinais de deslocamento e velocidade modal, respectivamente, do eixo antes de após a mola MA ter sido esticada.

Observe que os resultados referentes ao ACEL 2 informam que o primeiro modo de vibrar do eixo é o mais afetado pelo dano na região do mancal 2. Outro ponto interessante é a proximidade entre a ordem de grandeza destes resultados (~  $1.5 \times 10^{-3}$ ) e dos apresentados nas Figuras 7.75 e 7.76. Tal proximidade comprova a incoerência dos resultados obtidos através dos sinais medidos pelo ACEL 1.

As Figuras 7.82 e 7.83 mostram o sinal medido diretamente pelo sensor ACEL 2 e o mesmo sinal estimado pelo Observador de Estado Modal quando não considerada a parcela  $B_mu(t)$ , antes a após a mola MA do mancal 1 ser esticada. Note que os sinais novamente são satisfatoriamente estimados pelo observador sem ser utilizado o sinal de excitação na sua equação.



Figura 7.80 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 2).



Figura 7.81 – Efeito da alteração na configuração da mola MA nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 2).



Figura 7.82 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MA ser esticada (ACEL 2).



Figura 7.83 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MA ser esticada (ACEL 2).

Alterando agora a configuração do mancal 2 (mola MB), a Figura 7.84 apresenta as Funções Densidade Probabilidade dos sinais medidos pelo acelerômetro ACEL 1 antes e após a mola MB ser esticada. Nesta análise a mola MA foi restabelecida para a sua distensão original, ou seja, não existe dano no mancal 1.

Note que mais uma vez o ACEL 1 não foi capaz de detectar o dano, agora localizado no mancal 2. A mesma explicação dada anteriormente a respeito da proximidade entre o motor elétrico e o mancal 1 cabe neste momento.



Figura 7.84 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MB ser esticada (ACEL 1).

A Figura 7.85 apresenta os valores do índice diferença RMS encontrados a partir da comparação entre os sinais de deslocamento modal do eixo antes de após a mola MB ser esticada, utilizando o ACEL 1. Os resultados encontrados com os sinais de velocidade modal são mostrados pela Figura 7.86. Note que os resultados são imprecisos na determinação do modo de vibrar mais afetado pelo dano na mola MB. Era este resultado o esperado quando foi analisado o dano na mola MA pelo sensor ACEL 1 (veja as Figura 7.74, 7.75 e 7.76).

A partir das Figuras 7.87 e 7.88, pode-se verificar a qualidade do projeto do Observador de Estado Modal desenvolvido para esta análise. Nestas figuras são mostrados, respectivamente, o sinal medido diretamente pelo sensor ACEL 1 e o mesmo sinal estimado pelo observador quando desconsiderada a parcela  $B_mu(t)$ , antes a após a mola MB do mancal 2 ser esticada.

A proximidade destes sinais é proporcional a qualidade do projeto do observador, mas não necessariamente do modelo matemático. Lembre-se que faz parte da natureza do observador de estado aproximar o sinal estimado do sinal medido. Deste modo, em alguns casos os sinais podem estar próximos mesmo com um modelo matemático não representativo.



Figura 7.85 – Efeito da alteração na configuração da mola MB nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 1).



Figura 7.86 – Efeito da alteração na configuração da mola MB nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 1).



Figura 7.87 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MB ser esticada (ACEL 1).



Figura 7.88 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MB ser esticada (ACEL 1).

A Figura 7.89 apresenta as Funções Densidade Probabilidade dos sinais medidos agora pelo acelerômetro ACEL 2 antes e após a mola MB ser esticada. Observe que desta vez o dano afetou consideravelmente a resposta medida pelo ACEL 2 (mancal onde está a mola esticada).



Figura 7.89 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo antes e após a mola MB ser esticada (ACEL 2).

As Figuras 7.90 e 7.91 apresentam, para o ACEL 2, os valores do índice diferença RMS encontrados a partir da comparação entre os sinais de deslocamento e velocidade modal, respectivamente, do eixo antes de após a mola MB ser esticada. Note que o primeiro modo de vibrar do eixo é mais afetado pelo dano na região do mancal 2.



Figura 7.90 – Efeito da alteração na configuração da mola MB nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 2).



Figura 7.91 – Efeito da alteração na configuração da mola MB nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 2).

Por fim, mais uma vez são apresentados o sinal medido diretamente pelo sensor ACEL 2 e o mesmo sinal estimado pelo Observador de Estado Modal sem considerar a parcela  $B_mu(t)$ , antes a após a mola MB ser esticada (Figuras 7.92 e 7.93, respectivamente). Veja que os sinais são satisfatoriamente estimados pelo Observador de Estado Modal.



Figura 7.92 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MB ser esticada (ACEL 2).



Figura 7.93 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após a mola MB ser esticada (ACEL 2).

### 7.5.2. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL EM UM EIXO: DESBALANCEAMENTO

A seguir serão apresentados os resultados obtidos pela técnica SHM proposta na análise do desbalanceamento do sistema rotativo mostrado pela Figura 7.63. O sistema foi desbalanceado através da fixação de massas com 15 (M-15), 22 (M-22) e 30 (M-30) gramas, fixadas no diâmetro externo do disco 1, separadamente, mantendo sua em rotação de 30 Hz. A Figura 7.94 mostra em detalhe a posição em que as massas foram fixadas.



Figura 7.94 – Detalhe da posição onde as massas de desbalanceamento foram fixadas.

Inicialmente para o sensor ACEL 1, a Figura 7.95 apresenta as Funções Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do sistema rotativo balanceado e, posteriormente, desbalanceado devido a fixação de cada uma das massas M-15, M-22 e M-30. Observe que o ACEL 1 detectou todas as alterações no balanceamento do sistema.



Figura 7.95 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo balanceado e desbalanceado por massas fixadas no disco 1 (ACEL 1).

A Figura 7.96 apresenta, utilizando o ACEL 1, os valores do índice diferença RMS encontrados a partir da comparação entre os sinais de deslocamento modal do eixo balanceado e desbalanceado pelas massas M-15, M-22 e M-30. Os resultados encontrados com os sinais de velocidade modal são mostrados pela Figura 7.97. Note que o segundo modo de vibrar do eixo é o mais afetado em todos os casos analisados. Também, os valores dos índices aumentam com a massa fixada no disco, ou seja, com o desbalanceamento do sistema.

Como ocorreu nos casos onde foram analisados os danos nas molas que suportam os mancais, o Observador de Estado Modal estimou satisfatoriamente todos os sinais medidos pelo ACEL 1, independente do sistema estar balanceado ou não. Novamente a qualidade do projeto do Observador de Estado Modal é garantida. Deste modo, em caráter demonstrativo, as Figuras 7.98 e 7.99 mostram o sinal medido e o sinal estimado pelo Observador de Estado Modal do sistema balanceado e com a massa M-22, respectivamente.



Figura 7.96 – Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 1).



Figura 7.97 – Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 1).



Figura 7.98 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal do eixo balanceado (ACEL 1).



Figura 7.99 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal do eixo desbalanceado pela massa M-22 (ACEL 1).

Para as mesmas condições de desbalanceamento, a Figura 7.100 mostra as Funções Densidade Probabilidade dos sinais medidos pelo sensor ACEL 2 no sistema rotativo balanceado e desbalanceado devido a fixação de cada uma das massas M-15, M-22 e M-30. Observe que todos os desbalanceamentos são detectados pelo sensor.



Figura 7.100 – Função Densidade Probabilidade dos sinais de resposta do eixo balanceado e desbalanceado por massas fixadas no disco 1 (ACEL 2).

A Figura 7.101 apresenta, para o ACEL 2, os valores do índice diferença RMS encontrados a partir da comparação entre os sinais de deslocamento modal do eixo balanceado e os mesmo sinais referentes ao desbalanceamento gerado pelas massas M-15, M-22 e M-30. A Figura 7.102 apresenta os resultados encontrados com os sinais estimados de velocidade modal. Os resultados revelam que o primeiro modo de vibrar do eixo é o mais afetado em todos os casos de desbalanceamento analisados.

Ainda nas Figuras 7.101 e 7.102, observe que o valor do índice referente à massa M-22 é menor que o referente à massa M-15. Isto se dá pelo fato do desbalanceamento causado pela massa M-15 ser mais intenso na região do sensor ACEL 2 do que o causado pela massa M-22. Veja que o valor referente à massa M-30 comporta-se de acordo com o padrão, pois é o maior valor encontrado.

As Figuras 7.103 e 7.104 mostram o sinal medido diretamente pelo sensor ACEL 2 e o mesmo sinal estimado pelo Observador de Estado Modal para o sistema balanceado e com a massa M-30 fixada no disco, respectivamente. A proximidade das curvas atesta a qualidade do projeto do Observador de Estado Modal bem como dos resultados obtidos.



Figura 7.101 – Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de deslocamento modal (ACEL 2).



Figura 7.102 – Efeito do desbalanceamento nos modos de vibrar do eixo através dos sinais de velocidade modal (ACEL 2).



Figura 7.103 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal do eixo balanceado (ACEL 2).



Figura 7.104 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal do eixo desbalanceado pela massa M-30 (ACEL 2).

Nas duas últimas seções deste capítulo foi avaliada a técnica SHM via Observador de Estado Modal quando desprezado o efeito do sinal de entrada, ou seja, com a parcela  $B_m u(t)$  sendo desprezada da equação do observador. Esta vertente da técnica apresentou incoerência somente nos resultados obtidos através do sensor ACEL 1 na análise do dano no mancal 1

(mola MA). Apesar das Funções Densidade Probabilidade dos sinais antes e após a mola ser esticada não apresentarem diferença, ou seja, apesar do sensor ACEL 1 não detectar a presença do dano, a técnica detectou o primeiro modo de vibrar do sistema como o mais afetado. Porém, tal incoerência não pode ser atribuída ao fato da parcela  $B_mu(t)$  ser desprezada, mas sim, possivelmente, ao tipo de dano analisado.

A partir da comparação entre os sinais medidos e estimados, a eficiência desta vertente para o Observador de Estado Modal pôde ser atestada para o sistema rotativo. Além da rotação de 30 Hz, a qualidade na estimação dos sinais também foi testada para o sistema em uma rotação de 15 Hz. A Figura 7.105 e 7.106 mostram a proximidade entre os sinais medido e estimado do sistema antes e após a mola MA ser esticada, respectivamente, quando utilizado o sensor ACEL 1.

No entanto, em muitos casos de análise a parcela  $B_mu(t)$  não pode ser desprezada. Esta vertente somente pode ser aplicada em sistemas pouco flexíveis, ou seja, em sistemas onde a influência da parcela desprezada é pequena. A título de informação, a referida vertente foi aplicada sem sucesso no sistema *Shake Table* produzido pela Quanser<sup>®</sup>, isto devido à alta flexibilidade do sistema, veja a Figura 7.107.



Figura 7.105 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal antes da mola MA ser esticada com eixo em rotação de 15Hz (ACEL 1).



Figura 7.106 – Sinais medido e estimado pelo Observador de Estado Modal após da mola MA ser esticada com eixo em rotação de 15Hz (ACEL 1).



Figura 7.107 – Sistema *Shake Table* produzido pela Quanser<sup>®</sup> no qual não foi possível desconsiderar a influência a parcela de excitação.

# Capítulo 8 Considerações Finais

Neste trabalho foi apresentada uma nova técnica de monitoramento estrutural baseada no Observador de Estado Modal. A abordagem foi consolidada a partir de testes numéricos e experimentais realizados em diferentes sistemas mecânicos. Também, a técnica tradicional que utiliza os observadores de estado para detectar e localizar danos não foi esquecida, sendo o Capítulo 6 totalmente dedicado a ela. Contudo, a seguir serão apresentadas algumas conclusões e sugestões para o prosseguimento da nova técnica SHM descrita.

### 8.1. CONCLUSÕES

A técnica SHM baseada no Observador de Estado Modal apresentada por este trabalho mostrou possuir pontos favoráveis e desfavoráveis para sua aplicação. Dentre os pontos favoráveis estão:

- Alta simplicidade para a implementação computacional e na análise dos resultados gerados;
- A técnica mostrou-se eficiente quando aplicada numericamente e experimentalmente em diferentes sistemas mecânicos, o que não é uma tarefa trivial;
- Foi agregado o conceito de modelo único nas análises, que nada mais é do que utilizar somente o modelo para a condição intacta da estrutura. Este conceito foi utilizado com sucesso em todos os testes realizados;
- 4. Uma simulação envolvendo ruídos levou a conclusão de que a técnica é relativamente robusta a ruídos;
- 5. Resultados satisfatórios foram encontrados nos testes realizados em um sistema rotativo, desprezando sinais de excitação. Tais resultados levam a um aumento

considerável na gama de aplicações da técnica, visto que determinar corretamente todas as fontes de excitação neste e em outros sistemas é muito difícil, se não, impossível;

- 6. O sucesso na utilização de atuadores e sensores de baixo custo (PZTs);
- 7. A grande possibilidade da técnica proposta ser aplicada em tempo real, trata-se de mais um dentre os seus pontos favoráveis.

Dentre os pontos desfavoráveis à técnica SHM apresentada, tem-se os seguintes tópicos:

- Trata-se de uma técnica que possibilita utilizar apenas um sensor de cada vez. Deste modo, em cada análise somente um ponto do sistema é analisado;
- São poucos os modos de vibrar que o Observador de Estado Modal pode analisar. Este número é restringido pela observabilidade do sistema. Para analisar um número maior de modos, outros observadores têm que ser construídos;
- A técnica não possibilita a localização da posição em que o dano se encontra no sistema.

Pode se dizer que a técnica SHM via Observador de Estado Modal tem como foco principal o monitoramento estrutural. No entanto, ela pode ser utilizada no aperfeiçoamento de sistemas de controle e manutenção. Os sistemas de controle, por exemplo, podem ser desenvolvidos para atuar sobre o modo de vibrar mais afetado pelo dano estendendo assim, o tempo de operação do equipamento até uma data na qual seja possível realizar a manutenção necessária.

## 8.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Alguns tópicos de pesquisa necessitam ainda ser estudados. Dentre eles, pode-se destacar:

- Aplicação da técnica em estruturas na indústria, ou seja, em sistemas reais utilizados para alguma dada função;
- Possibilitar a análise de um número maior de modos de vibrar de uma só vez, sem que seja necessário projetar mais Observadores de Estado Modal;
- Desenvolver a técnica para que seja possível obter o modo de vibrar que mais afeta a estrutura de maneira global;
- 4. Realizar testes para analisar a capacidade da técnica em detectar danos incipientes. O Observador de Estado Modal se diferencia das demais técnicas SHM baseadas no domínio modal por utilizar sinais temporais medidos constantemente na estrutura monitorada tornando-se assim, uma técnica baseada no domínio modal mais sensível ao dano;
- Agregar a esta técnica um sistema de controle que atue sobre o modo de vibrar mais afetado e deste modo, minimize os efeitos do dano na estrutura;
- 6. Por fim, desenvolver a técnica para ser aplicada em tempo real.

Um ponto de partida para o desenvolvimento do item 3 é utilizar mais sensores de uma só vez na análise (item 2). O item 5 trata-se de uma possibilidade que existe e é totalmente cabível, porém depende do desenvolvimento de um *software* capaz de realizar esta tarefa.

# REFERÊNCIAS

ABREU, G. L. C. M.; RIBEIRO, J. F.; STEFFEN JUNIOR, V. Finite element modeling of a plate with localized piezoelectric sensors and actuators. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, v. 26, n.2, p. 117-128, 2004.

ADAMS, R. D.; CAWLEY, P.; PYE, C. J.; STONE, B. J. A Vibration technique for nondestructively assessing the integrity of structures. **Journal of Mechanical Engineering Science,** Rio de Janeiro, v. 20, p. 93-100, 1978.

ALAMPALLI, S.; FU, G.; DILLON, E. W. Signal versus noise in damage detection by experimental modal analysis. **Journal of Structural Engineering**, New York, v. 123, n. 2, p. 237-245, 1997.

ALEGRE, D. M.; KOROISHI, E. H.; MELO, G. P. O uso de observadores de estado para a detecção de falhas em plataformas veiculares simplificadas. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 5, 2008, Salvador. Salvador: ABCM, 2008. 1 CD-ROM.

ALLIK, H.; HUGHES, T. J. R. Finite element method for piezoelectric vibration. Journal for Numerical Methods in Engineering, London, v. 2, p. 151-157, 1970.

ANDERSON, B. D. O.; MOORE, J. B. **Optimal filtering.** Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1979. 357p.

ANDRIEVSKII, B. R.; NIKIFOROV, V. O.; FRADKOV, A. L. Adaptive observer-based synchoronization of the nonlinear nonpassifiable systems. **Automation and Remote Control**, New York, v. 68, n. 7, p. 1186-1200, 2007.
ARAÚJO DOS SANTOS, J. V. et al. A Damage identification numerical model based on the sensitivity of orthogonality conditions and Least squares techniques. **Computers and Structures**, Elmsford, v. 78, p. 283-291, 2000.

ARAUJO, M. A. C.; MELO, G. P. Using fault models in state observers methodology for crack detection in continuous systems. Latin American Journal of Solids and Structures, São Paulo, v. 1, p. 1-10, 2007.

ARAUJO, M. A. C.; MELO, G. P. Using fault models in state observers methodology for crack detection in continuous systems. **Solid Mechanics and Structures**, São Paulo, v.1, p. 357-373, 2007.

ARULAMPALAM, M. et al. A tutorial on particle filters of online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. **IEEE Transactions on Signal Processing**, New York, v. 50, n. 2, p. 174-188, 2002.

ASSUNÇÃO, E. Redução  $H_2$  e  $H_{\infty}$  de modelos através de desigualdades matriciais lineares: otimização local e global. 2000. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade de Campinas, Campinas, 2000.

ASSUNÇÃO, E.; HEMERLY, E. M. Redução de modelos de sistemas dinâmicos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 9, 1992, Vitória. Anais... Vitória: SBA, 1992. v. 1, p. 159-164.

AVITABILE, P. Modal space back to basics. Experimental Techniques, v. 1, p. 1-15, 2002.

BAILEY, T.; HUBBARD, J. E. Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam. Journal of Guidance, Control and Dynamics, New York, v. 8, n. 5, p. 605-611, 1985.

BANKS, H. T.; SMITH, R. C.; WANG, Y. The modeling of piezoceramic patch interactions with shells, plates and beams. **Quaterly of Applied Mathematics**, Providence, v. 53, n. 2, p. 353-381, 1995.

BANKS, H. T. et al. An experimentally validated damage detection theory in smart structures. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 191, n. 5, p. 859–880, 1996.

BHASKAR, A. Estimates of error in the frequency response of non-classically damped systems. Journal of Sound and Vibration, London, v. 184, p. 59-72, 1995.

BUENO, D. D.; SILVA, S.; MARQUI, C. R. Comparative study of damage-sensitivity indexes used for structural health monitoring of smart structures. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, COBEM, 19, 2007, Brasília. Anais... Brasília: COBEM, 2007.

BUENO, D. D. An overview about optimal placement of piezoelectric actuators/sensors in smart structures. In: DINCON BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND THEIR APPLICATIONS, 6, 2007, São José do Rio Preto. Anais... São José do Rio Preto: UNESP/IBLCE, 2007b.

BUENO, D. D. **Controle ativo de vibrações e localização ótima de sensores e atuadores piezelétricos**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

CACCIOLA, P.; IMPOLLONIA, N.; MUSCOLINO, G. Crack detection and location in a damaged beam vibrating under while noise. **Computers and Structures**, Elmsford, v. 81, n. 18/19, p. 1773-1782, 2003.

CARDEN, E. P.; FANNING, P. Vibration based condition monitoring: a review. Structural Health Monitoring, Newbury Park, v. 3, n. 5, p. 355-377, 2004.

CARVALHAL, R. Controle ativo de vibrações em estruturas espaciais tipo treliças usando controladores IMSC. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2005.

CAVALINI JUNIOR., A. A. et al. Noise influence on damage detection through modal state observers methodology. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, São José do Rio Preto, v. 9, n. 2, p. 195-204, 2008.

CAVALINI JUNIOR., A. A. et al. Detecção de falhas simples e mútuas em uma viga "eulerbernoulli" utilizando a metodologia dos observadores de estado. In: DINCON BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND THEIR APPLICATIONS, 6, 2007, São José do Rio Preto. **Anais...** São José do Rio Preto: UNESP/IBLCE, 2007.

CHEN, X.; KANO, H. A new state observer for perspective systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 47, n. 4, p. 658-663, 2002.

CHEN, H. L.; SPYRAKOS, C. C.; VENKATESH, G. Evaluating structural deterioration by dynamic response. Journal of Structural Engineering, New York, v. 121, n. 8, p. 1197–1204, 1995.

CHO, M. S.; KIM, K. J. Indirect input identification in multisource environments by principal component analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing,** London, v. 16, n. 5, p. 873–883, 2002.

CLARK, R. L.; SAUNDERS, W. R.; GIBBS, G. P. Adaptive structures – dynamics & control. New York: Wiley-Interscience Publication, 1998. 467p.

CONCEIÇÃO, S. M. Model reduction methods for a smart truss like structure. In: DINCON BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND THEIR APPLICATIONS, 8, 2009, Bauru. **Anais...** Bauru: UNESP, 2009.

CORLESS, M.; TU, J. A simple state/uncertainty estimator for a class of uncertain systems. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences,** Rio de Janeiro, v. 19, n ° 2, p.176-191, 1997.

CRAWLEY, E. F.; DE LUIS, J. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures. **AIAA Journal**, New York, v. 25, n. 10, p. 1373-1385, 1987.

DEDINI, G. F.; CAVALCA, K. L. Aplicação de métodos de identificação teóricoexperimentais na análise de um turbogerador com sete mancais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA - COBEM, 12, 1993, Brasília. **Anais...** Brasília: COBEM, 1993. DE MOOR, B. Mathematical concepts and techniques for modeling of static and dynamic systems. 1988. Thesis (Doctor) – Department of Electrical Engineering, Kath. University Leuven, Dept. E.E. Belgium, 1988.

DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R.; PRIME, M. B. A summary review of vibration-based damage identification method. **The Shock and Vibration Digest**, Washington, v. 30, n. 2, p. 91-105, 1998.

DOEBLING, S. W. et al. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review. Los Alamos: Los Alamos National Laboratory, 1996. (Technical Report LA-13070-MS).

DOSH, J. J.; INMAN, D. J. A self-sensing piezoelectric actuator for collocated control. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 3, p. 166-185, 1993.

DURBIN, J.; KOOPMAN, S. J. **Time series analysis by state space methods.** Oxford: Oxford University Press, 2002.

EWINS, D. J. Modal testing. New York: Wiley, 1984.

FARRAR, C. R.; DOEBLING, S. W. **Damage detection II**: field applications to large structures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. (Modal Analysis and Testing, Nato Science Series)

FRANCO, V. R. et al. An experimental study of damage propagation in smart structures. In: ECCOMAS THEMATIC CONFERENCE, SMART STRUCTURES AND MATERIALS - SMART, 4, 2009, Porto. **Conference ...** Porto: [S.n.], 2009.

FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T. Is damage location using vibration measurements practical? Structural damage assessment using advanced signal processing procedures. DAMAS: Sheffield Academic Press, 1997. p. 351–362.

FUGATE, M. L.; SOHN, H.; FARRAR, C. R. unsupervised learning methods for vibrationbased damage detection. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE, 18, 2000, San Antonio. San Antonio: [S.n.], 2000. 1 CD-ROM.

FUJIMOTO K.; TSUBAKINO, D. Computation of nonlinear balanced realization and model reduction based on taylor series expansion. **System & Control Letters,** Amsterdam, v. 7, p. 283-289, 2008.

FURTADO, R. M. Detecção e localização de falhas estruturais utilizando sensores e atuadores piezelétricos e redes neurais artificiais. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.

GAWRONSKI, W. **Dynamics and control of structures**: a modal approach. New York: Springer Verlag, 1998.

GAWRONSKI, W.; JUANG, J. N. Model Reduction for Flexible Structures. **Control And Dynamics Systems Science**, San Diego, v. 36, p. 143-222, 1990.

GAWRONSKI, W.; MELLSTROM, J. A. Control and dynamics of the deep space network antennas. Control and Dynamics Systems, San Diego, v. 63, p. 289-412, 1994.

GIURGIUTIU, V.; ZAGRAI, A. Damage detection in thin plates and aerospace structures with the electro-mechanical impedance method. **Structural Health Monitoring**, Newbury Park, v. 4, n. 2, 2005.

GIURGIUTIU, V. Tuned lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring. Jounal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 16, p. 291-306, 2005.

GLOVER, K. All optimal hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their  $l\infty$  - error bounds. International Journal of Control, London, v. 39, n. 6, p.1115-1193, 1984.

HALL, S. R.; CONQUEST T. J. The total data integrity initiative structural health monitoring, the next generation. In: THE NEXT GENERATION. PROCEEDINGS OF THE USA F ASIP, 2, 1999. **Proceedings of The Next Generation**. [S.l.]: [S.n.], 1999.

HAGOOD, N. W.; CHUNG, W. H.; VON FLOTOW, A. Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 1, p. 4-25, 1990.

HARVEY, A. Forecasting structural time series models and the kalman filter. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 554p.

IHN, J. B.; CHANG, F. K. Pitch-catch active sensing methods in structural health monitoring for aircraft structures. **Structural Health Monitoring**, Newbury Park, v. 7, p. 5-15, 2008.

INMAN, D. J. et al. **Damage prognosis**: for aerospace, civil and mechanical systems. New York: Wiley, 2005.

INMAN, D. J. Smart structures: examples and new problems. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, CONEM, 2001, Uberlândia. Anais... Uberlândia: UFU, 2001. 1 CD-ROM.

JAZWINSKI, A. H. Stochastic processes and filtering theory. New York: Academic Press, 1970.

KALMAN, R. E.; BERTRAM, J. E. Control system analysis and design via the "second method" of lyapunov. continuous-time systems. **ASME Journal Basic Engineering**, New York, v. 82, p. 371-393, 1960.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Transactions** of the ASME – Journal of Basic Engineering, New York, v. 82, p. 35-45, 1960.

KELLER E.; RAY, A. Real-time health monitoring of mechanical structures. Structural **Health Monitoring**, Newbury Park, v. 2, n. 3, p. 191-203, 2003.

KESSLER, S. S. In-situ damage detection of composites structures using lamb wave methods. 2002. Thesis (Doctorate of Philosophy in Aeronautics and Astronautics) - Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2002.

KHAN, A. Z.; STANBRIDGE, A. B.; EWINS, D. J. Detecting damage in vibrating structures with a scanning LDV. **Optics and Lasers in Engineering**, London, v. 32, p. 583–592, 2000.

KIM, M. H. Smart health monitoring systems with application to welded structures using piezoceramic and fiber optic transducers. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 17, p. 35-44, 2006.

KOROISHI, E. H. **Diagnose de falhas em sistemas rotativos com excitações desconhecidas através da metodologia dos observadores de estado**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

KWON, Y. W.; BAMG, H. The finite element method using matlab. New York: CRC Press LLC, 1997.

LEE, U.; SHIN, J. A frequency response function-based structural damage identification method. **Computers and Structures,** Elmsford, v. 80, p. 117-132, 2002.

LEMOS, G. F. Detecção de falhas via observadores de estado em sistemas rotativos, considerando-se suas fundações. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.

LESTARI, W., QIAO, P.; HANAGUD, S. Curvature mode shape-based damage assessment of carbon/epoxy composite beams. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 18, p. 189-208, 2007.

LI, M. et al. Actuator design and experimental validation for active gearbox vibration control. **Smart Materials and Structures**, New York, v. 15, n1-n6, 2006.

LJUNG, L. System identification: theory for the user. [S.l.]: Prentice Hall, 1987. (Information and System Sciences Series).

LOPES JUNIOR, V.; STEFFEN JUNIOR, V.; INMAN, D. J. Optimal placement of piezoelectric sensor/actuators for smart structures vibration control. **Dynamical Systems and Control.** Washington, v. 22, p. 221-236 2004.

LOPES JUNIOR, V. et al. A new methodology of damage detection by electrical impedance and optimization technique. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS, DINAME, 2001, Florianópolis. **Symposium...** Florianópolis: UFSC, 2001. p. 311-316.

LUENBERGER, D. G. An introduction to observers. **IEEE Transactions on Automatic Control,** New York, v. AC 16, n. 6, p. 596-602, 1971.

LUENBERGER, D. G. Observers for multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. AC 11, p. 190-197, 1966.

LUENBERGER, D. G. Observing the State of a Linear System. **IEEE Military Electronics**, New York, v. MIL-8, p. 74-80, 1964.

MAIA, N. M. M. et al. Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v.17, n. 3, p. 489-498, 2003.

MAIA, N. M. M. et al. Theoretical and experimental modal analysis. Baldock: Research Studies Press, 1997.

MARANO, J. H. Localização de falhas via observadores de estado em sustemas com variação de parâmetros. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2002.

MARQUI, C. R. **Modelagem de estruturas piezelétricas para aplicação em localização de falhas.** 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

MARQUI, C. R.; BUENO, D. D.; LOPES JUNIOR, V. Modelo de placa com sensores e atuadores piezelétricos acoplados. In: SIMPÓSIO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL, SIMMEC, 7, 2006, Araxá. Anais... Araxá: SIMMEC, 2006. 1 CD-ROM.

MELO, G. P.; ARAUJO, M. A. C. Using fault models in state observers methodology for crack detection in continuous systems. **Solid Mechanics and Structures**, São Paulo, v. 1, p. 357-373, 2007.

MELO, G. P.; MORAIS, T. S. Fault detection using state observers with unknown input, identified by orthogonal functions and PI observers. Solid Mechanics and Structures, São Paulo, v. 1, p. 341-356, 2007.

MELO, G. P.; PEDERIVA, R. Performance analysis of robust state observers in faults isolation. **Ciência & Engenharia**, Uberlândia, v. 9, n. 2, p. 88-93, 2000.

MELO, G. P. **Detecção e localização de falhas via observador de ordem mínima**. 1998. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Campinas, Campinas, 1998.

MEIROVITCH, L. Elements of vibration analysis. 2. ed. Singapore: McGraw Hill, 1986.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. Blacksburg: Department of Engineering Science and Mechanics Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.

MONNIER, T. Lamb waves-based impact damage monitoring of a stiffened aircraft panel using piezoelectric transducers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 17, n. 5, p. 411-421, 2006.

MOORE, B. C. Principal component analysis in linear systems: controllability, observability, and model reduction. **IEEE Transactions On Automatic Control,** New York, v. AC-26, n. 1, p.17-32, 1981.

MORAIS, T. S. Diagnose de falhas via observador de estado com excitações desconhecidas, identificadas por funções ortogonais. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

MORAIS, T. S.; MELO, G. P.; DANIEL, G. B. Análise da variação de parâmetros em um braço robótico utilizando funções ortogonais e observadores de estado. In: SIMPÓSIO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL, SIMMEC, 7, 2006, Araxá. Anais... Araxá: SIMMEC, 2006. CD-ROM.

MORAIS, T. S.; MELO, G. P. Fault detection using state observers with unknown input, identified by orthogonal functions and PI observers. **Solid Mechanics and Structures**, São Paulo, v. 1, p. 341-356, 2007.

MOREIRA, F. J. O. Um controlador  $h\infty$  de banda limitada para o controle ativo de vibração estrutural. 1998. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Campinas, Campinas, 1998.

MOURA, J. R. V.; STEFFEN JUNIOR, V. Impedance-based health monitoring for aeronautic structures using statistical meta-modeling. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 17, p. 1023-1036, 2006.

NIKOLAKOPOULOS, P. G.; KATSAREAS, D. E.; PAPADOPOULOS, C.A. Crack identification in frame structures. **Computers and Structures**, Elmsford, v. 64, n. 1/4, p. 389-406, 1997.

NUNES JUNIOR, O. A. **Identificação dos parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura – identificação no domínio do tempo**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

OGATA, K. Engenharia de controle moderno. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1998.

PALACZ, M.; KRAWCZUK, M. Vibration parameters for damage detection in structures. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 249, n. 5, p. 999–1010, 2002.

PHILLIPS, J. R.; SILVEIRA M. Poor man's TBR: a simple model reduction scheme. **IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems**, New York, v. 24, n. 1, p. 43-55, 2005.

RADE, D. A. **Introdução ao método dos elementos finitos.** Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2008. (Notas de Aula).

RAO, S. Vibrações mecânicas. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 2008.

RIZOS, P. F.; ASPRAGATHOS, N.; DIMAROGONAS, A. D. Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes. Journal of Sound and Vibration, London, v. 138, n. 3, p. 381-388, 1990.

SAFONOV, M. G.; CHIANG, R. Y.; LIMEBEER, D. J. N. Optimal hankel model reduction for nonminimal systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 35, n. 4, p. 496-502, 1990.

SALAWU, O. S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. **Engineering Structures**, Guildford, v. 19, n. 9, p. 718–723, 1997.

SAMPAIO, R. P. C.; MAIA, N. M. M.; SILVA, J. M. M. Damage detection using the frequency response-function curvature method. Journal of Sound and Vibration, London, v. 226, n. 5, p. 1029–1042, 1999.

SCHÖNHOFF, U.; NORDMANN, R. Modelling, simulation and controller design for the sofia airborne telescope with regard to the image stability. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MOTION AND VIBRATION CONTROL, MOVIC, 1998, Zurich. **Conference ...** Zurich: [S.n.], 1998. 1 CD-ROM.

SEKHAR, A. S. Identification of a crack in a rotor system using a model-based wavelet approach. Structural Health Monitoring, Newbury Park, v. 2, p. 293-308, 2003.

SILVA, S. Detecção de danos estruturais usando análise de séries temporais e atuadores e sendores piezelétricos. 2008. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Campinas, Campinas, 2008.

SILVA, S.; DIAS JUNIOR, M.; LOPES JUNIOR, V. Damage detection in a benchmark structure using ar-arx models and statistical pattern recognition. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, v. 29, n. 2, 2007.

SINHA, J. K. Higher order spectra for crack and misalignment identification in the shaft of a rotating machine. **Structural Health Monitoring**, Newbury Park, v. 6, n. 4, p. 325-334, 2007.

SKELTON, R. E. **Dynamic system control**: linear system analysis and synthesis. New York: Wiley, 1988.

SU, Z.; YE, L. Lamb wave propagation-based damage identification for quasi-isotropic cf/ep composite laminates using artificial neural algorithm: part i – methodology and database development. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 16, n. 2, p. 97-111, 2005.

SU, Z.; YE, L. Fundamental lamb mode-based delamination detection for cf/ep composite laminates using distributed piezoelectrics. **Structural Health Monitoring**, Newbury Park, v. 3, p. 43-68, 2004.

TANNER, N. A. et al. Structural health monitoring using modular wireless sensors. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 14, n. 1, p. 43-56, 2003.

TERRO, M. J.; BOUKAS, E.; HASSAN, M. F. Observer control of variable dynamic structures. Journal of Vibration and Control, Thousand Oaks, v. 12, p. 233-245, 2006.

TRINDADE, M.A. Contrôle Hybride Actif-Passif des Vibrations des Structures par des Matériaux Piézoelectriques et Viscoélastiques: Poutres Sandwich/Multicouches Intelligentes. 1999. Thèse (Docteur) – Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, 1999.

VALER, C. E. I. Uma introdução ao controle robusto com aplicações a estruturas flexíveis. 1999. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifica Universidade Católica, Rio de Janeiro, 1999.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. N4SID: subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. **Automatica**, Special Issue on Statistical Processing and Control, 1994.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. **Subspace identification for linear system** – theory implementation and application. London: Kluwer Academic Publisher, 1996.

ZHIWEI, G. Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems. **Automatica**, Elmsford, v. 43, n. 5, 2007.

ZHU, H. P.; XU, Y. L. Damage detection of mono-coupled periodic structures based on sensitivity analysis of modal parameters. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 285, p. 363–390, 2005.

WAHAB, M. M. A. Effect of modal curvatures on damage detection using model updating.Mechanical Systems and Signal Processing, London, v. 15, n. 2, p. 439–445, 2001.

WANG, X.; TANG, J. Damage identification using piezoelectric impedance approach and spectral element method. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 20, p. 907-921, 2009.

WANG, Z.; CHEN, S.; HAN, W. Integrated structural and control optimization of intelligent structures. Engineering Structures, Guildford, v. 21, p. 183-191, 1999.

WELCH, G.; BISHOP, G. An introduction to kalman filter. Carolina do Norte: University of North Carolina at Chapel Hill, 1995.

WICKRAMASINGHE, V.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. Experimental evaluation of the smart spring impedance control approach for adaptive vibration suppression. Journal of Intelligent Material, Systems and Structures, Lancaster, v. 19, p. 171-179, 2008

WORDEN, K.; DULIEU-BARTON, J. M. An overview of intelligent fault detection in systems and structures. **Structural Health Monitoring**, Newbury Park, v. 3, n. 1, p. 85-98, 2004.

WORDEN, K.; MANSON, G.; FIELLER N. R. J. Damage detection using outlier analysis. Journal of Sound and Vibrations, London, v. 229, n. 3, p. 647–667, 2000.

YANG, X. F.; SWAMIDAS, S. J.; SESHADRI, R. Crack identification in vibrating beams using the energy method. Journal of Sound and Vibration, London, v. 244, n. 2, p. 339–357, 2001.

## ANEXO 1 MODELO ÚNICO

Este anexo é dedicado à apresentação de uma aplicação numérica que comprova a eficiência da técnica SHM baseada no Observador de Estado Modal para quantificar a influência de um dano nos modos de vibrar de um sistema utilizando somente o modelo para a condição intacta da estrutura. Para isso, serão comparados os resultados obtidos a partir das duas formulações. A primeira consiste em identificar o modelo da estrutura toda vez que se deseja verificar a condição da mesma (modelo variável). Deste modo, o dano estará presente no modelo e no sinal de vibração medido na estrutura, que também é entrada para o Observador de Estado Modal. Na segunda formulação somente o sinal medido terá informação sobre o dano. Deste modo, somente o modelo do sistema sem dano será utilizado (modelo único).

Neste contexto, foi utilizada uma viga flexível de alumínio com seção transversal circular e engastada em uma de suas extremidades, Figura A1.1. A viga foi modelada pelo método dos elementos finitos sendo dividida em 50 elementos do tipo "Euler-Bernoulli". As suas propriedades físicas e geométricas são apresentadas pela Tabela A1.1.



Figura A1.1 – Viga de alumínio modelada pelo método dos elementos finitos.

Propriedades	Valores
Módulo de Elasticidade	70 GPa
Densidade	$2700 \text{ Kg/m}^3$
Comprimento	0,375 m
Diâmetro	0,010 m

Tabela A1.1 – Propriedades físicas e geométricas da viga flexível.

Foram simulados dois casos distintos de dano:

- 1. Caso 1: redução da rigidez do elemento 10 da viga em 5%;
- Caso 2: redução simultânea da massa e rigidez do elemento 30 em 5 e 10%, respectivamente.

Em ambos os casos uma força senoidal de 100 Hz foi aplicada no elemento 50 e um sensor foi posicionado no elemento 20. Também, foram considerados na análise os dois primeiros modos de vibrar da viga ( $f_1 = 50,45$ Hz e  $f_2 = 317,64$ Hz, respectivamente). A escolha destes modos foi determinada através do cálculo da observabilidade do sistema juntamente com os resultados obtidos pelo método realização balanceada.

A Figura A1.2 apresenta os resultados obtidos pelo índice CCD, analisando os sinais de deslocamento modal da viga quando considerado o conceito de modelo variável. Note que o primeiro modo de vibrar é o mais afetado na região do sensor para o Caso 1 de dano. A Figura A1.3 apresenta o mesmo resultado para a velocidade modal.

Ainda para o Caso 1, porém considerando agora o conceito de modelo único, a Figura A1.4 apresenta através do índice CCD que o primeiro modo de vibrar também é o mais afetado quando utilizados os sinais de deslocamento modal. A Figura A1.5 apresenta o mesmo resultado quando utilizada a velocidade modal.

Note que os resultados obtidos por ambos os conceitos, modelo variável e modelo único, foram os mesmos. Isto comprova parcialmente a eficiência da técnica SHM via Observador de Estado Modal quando utilizado somente o modelo dinâmico da estrutura sem dano algum. A seguir, os testes referentes ao Caso 2 de dano serão apresentados.



Figura A1.2 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 1 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo variável).



Figura A1.3 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 1 de dano (CCD – Velocidade Modal – Modelo variável).



Figura A1.4 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 1 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo único).



Figura A1.5 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 1 de dano (CCD – Velocidade Modal – Modelo único).

A Figura A1.6 apresenta os resultados obtidos pelo índice CCD para o Caso 2 de dano, analisando os sinais de deslocamento modal da viga e considerando o conceito de modelo variável. Note que agora o modo de vibrar mais afetado na região do sensor passou a ser o segundo. A Figura A1.7 apresenta o mesmo resultado para a velocidade modal.



Figura A1.6 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 2 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo variável).



Figura A1.7 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 2 de dano (CCD – Velocidade Modal – Modelo variável).

Continuando com o Caso 2 de dano, mas agora para o conceito de modelo único, a Figura A1.8 mostra, utilizando os sinais de deslocamento modal e através do índice CCD, que o segundo modo de vibrar é o mais afetado na região do sensor quando considerado o modelo único. A Figura A1.9 apresenta o mesmo resultado quando utilizada a velocidade modal. Observe que este também foi o resultado encontrado para o conceito de modelo variável, Figuras A1.6 e A.17.



Figura A1.8 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 2 de dano (CCD – Deslocamento Modal – Modelo único).



Figura A1.9 – Modo de vibrar mais afetado pelo Caso 2 de dano (CCD – Velocidade Modal – Modelo único).

A partir da análise dos resultados apresentados, pode-se concluir que a técnica SHM via Observador de Estado Modal independe do conceito adotado, modelo variável ou modelo único. Contudo, o conceito de modelo único juntamente com a técnica proposta mostrou-se gerar resultados confiáveis.

### ANEXO 2

## DIAGRAMAS DE BLOCOS Simulink / Matlab®

Este anexo apresenta os diagramas de blocos do Observador de Estado Modal, implementados em ambiente *Simulink* do *software* Matlab<sup>®</sup>, bem como algumas das particularidades de cada um. Os diagramas se diferenciam pelo descarte da parcela responsável pelo sinal de excitação utilizado pelo Observador de Estado Modal.

#### A2.1. DIAGRAMA QUE CONSIDERA A PARCELA DA EXCITAÇÃO

A Figura A2.1 apresenta o diagrama de blocos do Observador de Estado Modal considerando a parcela responsável pelo sinal de excitação. Este diagrama foi utilizado em todas as simulações e aplicações experimentais, salvo o experimento envolvendo o sistema rotativo (Figura 7.63).

Algumas particularidades deste diagrama são:

- 1. As matrizes Am, Bm e Cm são do modelo matemático reduzido do sistema sem dano;
- Note que o sinal estimado referente ao ponto de medição no sistema (y\_estimado) é obtido multiplicando o vetor de estados estimados pela matriz Cm;
- Note também que o diagrama gera gráficos para praticamente todas as variáveis. Isto é importante para que a pessoa responsável pela análise possa acompanhar o processo de estimação realizada pelo Observador de Estado Modal;
- 4. Outras particularidades podem ser observadas diretamente na Figura A2.1.



Figura A2.1 – Diagrama de blocos utilizado nos testes em que foi considerado o sinal de excitação.

#### A2.2. DIAGRAMA QUE DESCONSIDERA A PARCELA DA EXCITAÇÃO

O diagrama de blocos do Observador de Estado Modal no qual a parcela responsável pelo sinal de excitação é desconsiderada, pode ser analisado na Figura A2.2. Este diagrama foi utilizado apenas na aplicação experimental envolvendo o eixo rotativo (Figura 7.63).

Note que as particularidades informadas na seção anterior também se aplicam aqui. A única diferença esta justamente em desprezar o sinal de excitação utilizado pelo Observador de Estado Modal para estimar o vetor de estados no domínio modal.



Figura A2.2 – Diagrama de blocos utilizado nos testes em que não foi considerado o sinal de excitação.

# ANEXO 3 CONFIGURAÇÃO EXPERIMENTAL

A seguir serão apresentadas as configurações experimentais utilizadas na aquisição dos sinais utilizados para obter os modelos matemáticos e realizar os testes com o Observador de Estado Modal. Serão mostradas também imagens de alguns dos equipamentos utilizados.

#### A3.1. CONFIGURAÇÕES EXPERIMENTAIS: MODELO MATEMÁTICO

Na Figura A3.1 é mostrada a configuração experimental utilizada na placa de alumínio (Figura 7.30). Note que é utilizado um amplificador de potência no sinal de excitação do PZT. Lembre-se que neste caso, foram utilizados impulsos elétricos de 180 volts e 50 mA, aplicados somente no atuador PZT 1, para obter o modelo.



Figura A3.1 – Configuração experimental utilizada para obter os sinais para o modelo da placa.

A Figura A3.2 mostra a configuração experimental utilizada no sistema rotativo (Figura 7.63). Observe que neste caso o sistema também foi excitado com um sinal impulsivo, porém realizado com um martelo de impacto.



#### A3.2. CONFIGURAÇÕES EXPERIMENTAIS: TESTES

A configuração experimental para obter os sinais utilizados nos testes da placa é idêntica a mostrada na Figura A3.1. No caso do sistema rotativo, a configuração experimental é diferente, como mostra a Figura A3.3.



Figura A3.3 – Configuração experimental utilizada para obter os sinais para os testes realizados no sistema rotativo.

Por fim, as Figuras A3.4, A3.5 e A3.6 apresentam a placa de aquisição de sinais utilizada no testes, o condicionador de sinais e o sistema completo de aquisição de sinais, respectivamente.

Como mencionado, a placa de aquisição é a dSpace<sup>®</sup> DS1103 CONTROL BOARD. Por ser uma placa desenvolvida para controle, ela também tem a capacidade de gerar sinais de excitação. Esta propriedade foi utilizada nos testes realizados na placa de alumínio.

Na figura que apresenta o sistema completo de aquisição (Figura A3.6) é possível observar o microcomputador, no qual a placa de aquisição está vinculada, e o amplificador de potência utilizado também nas análises realizadas na placa de alumínio. Na imagem o amplificador de potência é denominado como amplificador do sinal de distúrbio.



Figura A3.4 – Placa dSpace<sup>®</sup> DS1103 CONTROL BOARD.



Figura A3.5 – Condicionador de sinais (PCB Piezotronics<sup>®</sup>).



A3.6 – Sistema completo de aquisição de sinais.

### Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo