

Hidelbrando José Farkat Diógenes

**ANÁLISE TIPOLOGICA DE ELEMENTOS E SISTEMAS
CONSTRUTIVOS PRÉ-MOLDADOS DE CONCRETO DO PONTO DE
VISTA DE SENSIBILIDADE A VIBRAÇÕES EM SERVIÇO**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Titular João Bento de Hanai

São Carlos
2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

D591a Diógenes, Hidelbrando José Farkat
Análise tipológica de elementos e sistemas
construtivos pré-moldados de concreto do ponto de vista
de sensibilidade a vibrações em serviço / Hidelbrando
José Farkat Diógenes ; orientador João Bento de Hanai. --
São Carlos, 2010.

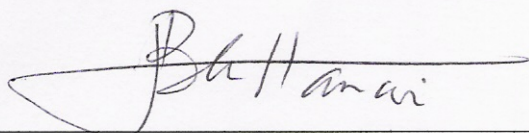
Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área
de Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2010.

1. Concreto pré-moldado. 2. Protensão. 3. Pisos.
4. Análise dinâmica. 5. Vibrações. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

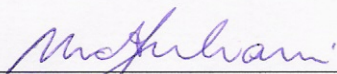
Candidato: Engenheiro HIDELEBRANDO JOSÉ FARKAT DIÓGENES.

Dissertação defendida e julgada em 19/03/2010 perante a Comissão Julgadora:



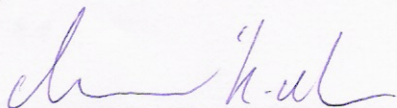
Prof. Titular **JOÃO BENTO DE HANAI** – (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



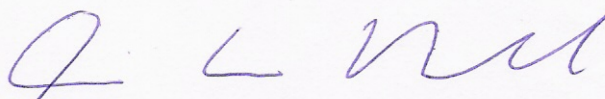
Prof. Dr. **MARCO ANTONIO CAMARGO JULIANI**
(Consultor)

APROVADO

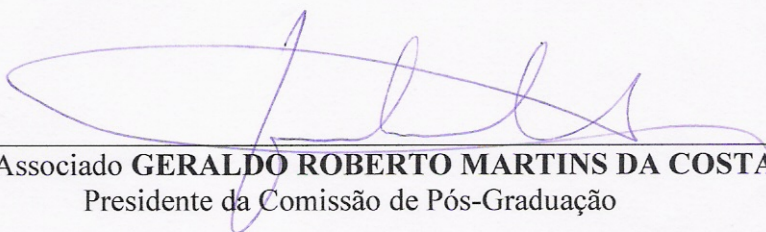


Prof. Titular. **MOUNIR KHALIL EL DEBS**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

A minha esposa Alyne, aos meus pais Werton e Miriam, e irmãos Carol, Jamil, Napoleão e Paulo, pelos momentos que lhes foram subtraídos, com inexplicável amor.

Agradecimentos

À Deus por me propiciar serenidade no árduo caminho ao sucesso.

Ao Prof. João Bento de Hanai, pela confiança depositada no desenvolvimento do trabalho.

Aos professores Mounir Khalil El Debs e Toshiaki Takeya, pelo suporte e auxílio no desenvolvimento da pesquisa.

Ao Prof. José Samuel Giongo, pela amizade, companheirismo e valiosos ensinamentos.

Aos professores da UFRN, Petrus Nóbrega, Joel Araújo e Roberto Medeiros, pelo grande incentivo no momento da decisão em fazer o mestrado.

Aos funcionários do LE-EESC: Renato, Amaury, Mário, Romeu e Valdir pela colaboração e empenho durante os ensaios. Ao Eng^o Dr. Luiz Vicente Vareda pela amizade e enriquecedoras contribuições ao trabalho.

Aos meus amigos (irmãos) Luciano Avelino Ribeiro Junior e David Allaby MacKenzie, amigos fiéis, para todas as horas.

Ao Prof. Paulo Sérgio Varoto, pelo suporte e auxílio com a análise dinâmica experimental e equipamentos.

Aos colegas de departamento que contribuíram com informações e sugestões enriquecedoras ao trabalho: Érica Kimura, Saulo Almeida, Ronaldo, Rodrigo Paccola, Sandra Almeida, Tatiana Fonseca e Jesus Daniel.

Aos “mcs” da sala 2 e agregados, Gabriela Mazureki, Ellen Kellen, Calil Zurmele e Raphael Mairal, pela atenção, colaboração, incentivo e por vivenciar os melhores e piores momentos ao meu lado.

Aos amigos da turma de mestrado Fernando, Francisco Quim, Carlos Marek, Jonas, Cátia, Leandro, Hugo, Higor Argôlo, Daniele, Dênis, Wellinson, Bianca, Wagner, André, Marcos e Marliane, pelos ótimos momentos de descontração.

Aos amigos Aline e Andreilton, pela amizade e toda atenção dispensada.

Aos conterrâneos, Claudius, Raimundo, Manoel Dênis, Valmiro, Chris, Rodolfo, Vinícius, Jonatas, em especial Rodrigo Barros, que de alguma maneira amenizaram as saudades de minha terra NATAL.

À CAPES pela bolsa de estudos que possibilitou a realização da pesquisa.

À FAPESP pelo financiamento do programa experimental.

*Somente a f3 remove a desordem
mental e devolve a clareza de
esp3rito.*

Dalai – Lama

RESUMO

DIÓGENES, H. J. F. *Análise tipológica de elementos e sistemas construtivos pré-moldados de concreto do ponto de vista de sensibilidade a vibrações em serviço*. 2010. 210 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

No contexto da Modernização da Construção Civil, a aplicação de elementos estruturais de concreto pré-moldado nas construções oferece comprovados benefícios à estratégia de execução das obras, dentre os quais se destacam o atendimento a vãos relativamente grandes, rapidez de montagem, leveza e excelente qualidade dos elementos que compõem a estrutura. Tratando-se especialmente do comportamento dinâmico das estruturas de concreto, os elementos pré-moldados, por apresentarem diversas situações transitórias de sollicitação, devem ser avaliados quanto aos efeitos dinâmicos decorrentes da sua produção, transporte, montagem, execução das ligações, finalização da obra e uso. Considerando, nesse contexto, que a protensão é um recurso frequentemente utilizado nos elementos, evidencia-se a necessidade de estudos sobre a sua influência nos parâmetros dinâmicos. Em particular, elementos pré-fabricados protendidos, tais como painéis tipo duplo-T e lajes alveolares, têm sido muito utilizados em pisos de edifícios, todavia – e não raras vezes – sem uma prévia análise dinâmica quanto à vibração e ao atendimento aos limites de vibração em serviço. O presente trabalho apresenta uma síntese dos procedimentos de cálculo e verificação indicados por normas técnicas do Brasil e do Exterior para a avaliação do conforto humano quanto a vibrações excessivas, assim como os métodos analíticos empregados na determinação da frequência natural de um elemento estrutural, seja ele protendido ou não. Efetuou-se um estudo comparativo dos resultados analíticos com os de uma simulação numérica de painéis duplo-T e lajes alveolares, feita com programa computacional *ANSYS*[®], baseado no Método dos Elementos Finitos, sendo eles discutidos quanto ao Estado Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE). Este trabalho apresenta também um estudo experimental sobre um modelo físico de viga de concreto protendido com cabos externos, com o objetivo de demonstrar a aplicação de técnicas de caracterização dos parâmetros dinâmicos e discutir eventuais soluções para o controle ou atenuação de vibrações excessivas. Essa viga foi também analisada numericamente com o programa computacional *ANSYS*[®] e feita a comparação dos resultados experimentais e numéricos. Conclui-se que, do ponto de vista do ELS-VE, os painéis duplo-T e lajes alveolares particularmente analisados são passíveis de restrições a partir de certos vãos e que, sob determinadas condições ora discutidas, o emprego de tirantes externos, protendidos ou não, podem ser aplicados no controle de vibrações, seja por aumento da rigidez do sistema viga-tirante, seja pelo controle da fissuração do concreto.

Palavras-chave: Concreto pré-moldado. Protensão. Pisos. Análise dinâmica. Vibrações.

ABSTRACT

DIÓGENES, H. J. F. *Typological analysis of precast concrete elements and building systems in terms of sensitivity to vibration in service*. 2010. 210 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

In the context of construction modernization, the application of precast concrete elements offers a good and reliable alternative in the construction strategy, among them large spans, fast assembly, lightweightness and excellent structural members quality. Dealing about dynamic behavior of concrete structures, precast elements are subjected to several loading conditions, from their manufacturing, transport, assembly, connection and finally to service. Prestressing technique is often applied in precast elements, so the influence of prestressing forces on dynamic parameters must be considered. Precast prestressed concrete elements, such as double-T panels and hollow core slabs are commonly used in building floors, but not always a previous dynamic evaluation is accomplished, so vibration problems are likely to occur. This work presents a synthesis of design procedures as recommended by the Brazilian and foreign codes regarding to human comfort under vibration conditions. Analytical methods allow the determination of natural frequency of structural elements, being them prestressed or not. Also typical double-T panels and hollow core slabs were analyzed by Finite Element Method (*ANSYS*[®] software) and analytical and numerical results were compared. A discussion of the results about the Service Vibration Limit State is made. This work also presents an experimental study on a reinforced concrete beam provided with external prestressing tendons. The goal of this study was to demonstrate dynamic tests to characterize dynamic parameters and to discuss vibration control. The tested beam was also simulated on *ANSYS*[®] to compare theoretical and experimental results. Some conclusions has been drawn, such as typical double-T panels and hollow core slabs may suffer restrictions above certain span dimensions. Also the application of external tendons, with or without prestressing forces may be applied to reduce vibration levels, either by increasing stiffness of the structure or controlling cracking of the concrete beam.

Keywords: Precast concrete. Prestressing. Floors. Dynamic analysis. Vibrations.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2-1 – PLATAFORMA USADA POR EBRAHIMPOUR, HAMAN E SACK (1996)	12
FIGURA 2-2 – VISTA SUPERIOR DA ESTRUTURA MISTA, FAISCA(2003).....	13
FIGURA 2-3 – ESCALA MODIFICADA DE REIHER & MEISTER (LEZEN, 1996)	15
FIGURA 2-4 – SEÇÃO TRANSVERSAL DA PONTE GOLDEN VALLEY (SAIDI <i>ET AL.</i> 1994).....	18
FIGURA 2-5 – DETALHAMENTO DO MODELO EXPERIMENTAL REPRODUZIDO EM LABORATÓRIO (SAIDI <i>ET AL.</i> ,1994)	18
FIGURA 2-6 – ARRANJO DE ENSAIO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS DE MIYAMOTO <i>ET AL.</i> (2000)	19
FIGURA 3-1 – DIMENSÕES E CARACTERÍSTICAS DOS PAINÉIS TT (ADAPTADO DE EL DEBS, 2000)	27
FIGURA 3-2 – FORMAS E SEÇÕES TRANSVERSAIS DAS LAJES ALVEOLARES (ADAPTADO DE EL DEBS (2000))	28
FIGURA 3-3 – LAJES FORMADAS POR VIGOTAS PRÉ-MOLDADAS (ADAPTADO DE EL DEBS (2000))	29
FIGURA 3-4 – GALPÃO INDUSTRIAL COM VIGAS VIERENDEEL DE CONCRETO ARMADO (VASCONCELOS, 2002).....	30
FIGURA 3-5 – EMPREENDIMENTO CONDOMINIUM CLUB IBIRAPUERA (FONTE: MÉTODO ENGENHARIA).....	33
FIGURA 3-6 – PAINÉIS <i>TILT-UP</i>	33
FIGURA 3-7 – MIDWAY MALL: (A) CONSTRUÇÃO; (B) OBRA CONCLUÍDA (FONTE: T&A)	34
FIGURA 4-1 – SISTEMA SDOF	36
FIGURA 4-2 – DIAGRAMA DE CORPO LIVRE.....	36
FIGURA 4-3 – VIBRAÇÃO LIVRE – SISTEMAS SDOF – FATORES DE AMORTECIMENTO (ALMEIDA,2005)	40
FIGURA 4-4 – AMPLITUDE NA RESSONÂNCIA. (ADAPTADO DE MAST (2001))	43
FIGURA 4-5 – MODOS DE VIBRAR	46
FIGURA 4-6 – (A) VIGA ENGASTADA E LIVRE; (B) ELEMENTO INFINITESIMAL (BEGAMBRE,2004)	47
FIGURA 4-7 – FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA: (A) FRF DE PONTO E (B) FRF DE TRANSFERÊNCIA (ALMEIDA,2005).....	61
FIGURA 4-8 – ANÁLISE TEÓRICA DAS VIBRAÇÕES DE UM SISTEMA.....	62
FIGURA 4-9 – ANÁLISE EXPERIMENTAL DAS VIBRAÇÕES DE UM SISTEMA.....	63
FIGURA 4-10 – MÉTODO “ <i>PEAK-PICKING</i> ” (JIMIN, H; FU, Z. (2001)):.....	66

FIGURA 4-11 – EXCITADORES : (A) EXCITADOR ROTATIVO DE MASSA (JULIANI,2009); (B) MARTELO DE IMPACTO, ENDEVCO 2303 (ALMEIDA, 2005); (C) EXCITADOR ELETRO-DINÂMICO (FONTE: B&K).	68
FIGURA 4-12 – SINAIS DE EXCITAÇÃO: (A) – ALEATÓRIO; (B) ALEATÓRIO IMPULSIVO; (C) “CHIRP”	69
FIGURA 4-13 – CONCEITO DA DFT (ADAPTADO DE NÓBREGA, 2004).....	70
FIGURA 4-14 – EXEMPLOS DE JANELAS E SINAL RESULTANTE (EWINS,2000)	72
FIGURA 4-15 – MODELO DE ANÁLISE (ADAPTADO DE MIYAMOTO <i>ET AL.</i> (2000))	73
FIGURA 4-16 – MODELO DE ANÁLISE EQUIVALENTE (ADAPTADO DE MIYAMOTO <i>ET AL.</i> (2000))	73
FIGURA 5-1 – ACELERAÇÕES MÁXIMAS RECOMENDADAS PARA O CONFORTO HUMANO CAUSADAS POR VIBRAÇÕES DEVIDAS A ATIVIDADES HUMANAS (ADAPTADO DE ALLEN <i>ET AL.</i> . 1997; ISO2631-2:1989).....	85
FIGURA 5-2 – DIREÇÕES DE PROPAGAÇÃO DA VIBRAÇÃO NO CORPO HUMANO – (ISO 2631-2:1989) – INDIVÍDUO EM PÉ, SENTADO E DEITADO.....	88
FIGURA 5-3 – VIBRAÇÃO EM EDIFICAÇÕES, DIREÇÕES COMBINADAS (EIXO X, Y E Z), CURVA BASE PARA ACELERAÇÃO. (ISO 2631-2:1989)	89
FIGURA 5-4 – VIBRAÇÃO EM EDIFICAÇÕES, CURVA BASE PARA ACELERAÇÃO NO EIXO Z. (ISO 2631-2:1989).....	90
FIGURA 5-5 – VIBRAÇÃO EM EDIFICAÇÕES, CURVA BASE PARA ACELERAÇÃO NOS.....	90
FIGURA 5-6 – VIBRAÇÃO TRANSIENTE TÍPICA DO TESTE DO IMPACTO SOBRE OS CALCANHARES. .	91
FIGURA 5-7 – RELAÇÃO ENTRE AMORTECIMENTO E DECAIMENTO	92
FIGURA 5-8 – CRITÉRIO DE DESCONFORTO CAUSADO POR VIBRAÇÕES DE PISO A OCUPANTES DE RESIDÊNCIAS, ESCOLAS E ESCRITÓRIOS. (ADAPTADA DA CAN3-S16-M84).....	93
FIGURA 5-9 – CASO 1 - VALORES GEOMÉTRICOS PARA O CALCULO DA ACELERAÇÃO DE PICO DE PISOS COM VÃOS SIMPLEMENTE APOIADOS. (BACHMANN <i>ET.AL</i> ,1996)	94
FIGURA 5-10 – CASO 2 - VALORES GEOMÉTRICOS PARA O CALCULO DA ACELERAÇÃO DE PICO DE PISOS COM VÃOS SIMPLEMENTE APOIADOS. (BACHMANN <i>ET.AL</i> ,1996)	95
FIGURA 6-1 – SEÇÕES DOS PAINÉIS DUPLO-T ANALISADAS (PCI DESIGN HANDBOOK, 2004)	106
FIGURA 6-2 – PAINEL DUPLO-T: (A) MODELO DISCRETIZADO; (B) SEÇÃO TRANSVERSAL DISCRETIZADA	107
FIGURA 6-3 – SEÇÕES DAS LAJES ALVEOLARES ANALISADAS (PCI DESIGN HANDBOOK, 2004)	109
FIGURA 6-4 – LAJE ALVEOLAR: (A) MODELO DISCRETIZADO; (B) SEÇÃO TRANSVERSAL DISCRETIZADA	109
FIGURA 6-5 – VIGA I – PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	112

FIGURA 6-6 – VIGA DO PROGRAMA EXPERIMENTAL DISCRETIZADA.....	114
FIGURA 6-7 – ELEMENTO FINITO SOLID65 (ANSYS RELEASE 11.0 [®] (2008)).....	116
FIGURA 6-8 – VINCULAÇÕES – EXEMPLO.....	118
FIGURA 6-9 – CARREGAMENTO - EXEMPLO	118
FIGURA 6-10 - COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 8DT24+2 – F ₁	119
FIGURA 6-11 - COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 8DT24+2 – F ₂	119
FIGURA 6-12 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 8DT32+2 – F ₁	120
FIGURA 6-13 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 8DT32+2 – F ₂	120
FIGURA 6-14 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 10DT24+2 – F ₁	121
FIGURA 6-15 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 10DT24+2 – F ₂	121
FIGURA 6-16 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 10DT32+2 – F ₁	122
FIGURA 6-17 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 10DT32+2 – F ₂	122
FIGURA 6-18 - ÁBACO – FREQUÊNCIAS NATURAIS FUNDAMENTAIS - ANSYS C/ PROTENSÃO – PAINÉIS DUPLO T	123
FIGURA 6-19 – MODOS DE VIBRAR – PAINEL DUPLO-T – (A) 1º MODO; (B) 2º MODO.....	124
FIGURA 6-20 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC6+2 – F ₁	125
FIGURA 6-21 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC6+2 – F ₂	125
FIGURA 6-22 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC8+2 – F ₁	126
FIGURA 6-23 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC8+2 – F ₂	126
FIGURA 6-24 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC10+2 – F ₁	127
FIGURA 6-25 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC10+2 – F ₂	127
FIGURA 6-26 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC12+2 – F ₁	128
FIGURA 6-27 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS – 4HC12+2 – F ₂	128
FIGURA 6-28 – MODOS DE VIBRAR – LAJE ALVEOLAR – (A) 1º MODO; (B) 2º MODO	128
FIGURA 6-29 – ÁBACO – FREQUÊNCIAS NATURAIS FUNDAMENTAIS - ANSYS C/ PROTENSÃO – LAJES ALVEOLARES.....	129
FIGURA 6-30 – MODOS DE VIBRAR - VIGA I PROGRAMA EXPERIMENTAL – (A) 1º MODO; (B) 2º MODO;	130
FIGURA 7-1 – FÔRMAS METÁLICAS DOS CPS	138
FIGURA 7-2 – ABATIMENTO DO TRONCO DE CONE.....	138
FIGURA 7-3 – CONCRETAGEM DOS CPS PRISMÁTICOS	138
FIGURA 7-4- CONCRETAGEM DOS CPS CILÍNDRICOS	138
FIGURA 7-5 – CPS MOLDADOS - (A) PRISMÁTICOS; (B) CILÍNDRICOS	138

FIGURA 7-6 – INSTRUMENTAÇÃO DO ENSAIO ESTÁTICO DE UM CP CILÍNDRICO NA INSTRON	139
FIGURA 7-7 – ENSAIO ESTÁTICO DE UM CP CILÍNDRICO NA INSTRON	139
FIGURA 7-8 – ESQUEMA DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO ESTÁTICO-TRAÇÃO NA FLEXÃO (ALMEIDA, 2005).....	140
FIGURA 7-9 – DISPOSITIVO DE FLEXÃO (NBR 12142:1991)	140
FIGURA 7-10 – SEÇÃO DE RUPTURA (NBR 12142:1991)	142
FIGURA 7-11 – DISPOSITIVO DE FLEXÃO POR QUATRO PONTOS – PRISMAS – MÓDULO ESTÁTICO	142
FIGURA 7-12 – ENSAIO ESTÁTICO PARA A DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE – PRISMA 15X15X75CM	142
FIGURA 7-13 – ENSAIOS DINÂMICOS – AMOSTRAS ÍNTEGRAS.	144
FIGURA 7-14 – CP PRISMÁTICO DE 15CM X 15CM X 75CM POSICIONAMENTO DAS CHAPAS DE FIXAÇÃO DOS ACELERÔMETROS (ALMEIDA,2005).....	144
FIGURA 7-15 – ESQUEMATIZAÇÃO - (A) VIBRAÇÃO TRANSVERSAL; (B) VIBRAÇÃO LONGITUDINAL	144
FIGURA 7-16 – GRÁFICO FORÇA X DESLOCAMENTO DO ATUADOR – CPS CILÍNDRICOS	147
FIGURA 7-17 – GRÁFICO TENSÃO X DEFORMAÇÃO (DE 5% À 50% DA FORÇA DE RUPTURA) – CPS CILÍNDRICOS	148
FIGURA 7-18 – GRÁFICO FORÇA X DESLOCAMENTO – ENSAIO DE FLEXÃO DOS CPS PRISMÁTICOS	148
FIGURA 7-19 – FRF OBTIDA EM UM DOS ENSAIOS DO CP 08 – ENSAIO DINÂMICO PARA OBTENÇÃO MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICO TRANSVERSAL.	151
FIGURA 7-20 – ARMAÇÃO E FÔRMA DA VIGA.....	154
FIGURA 7-21 – ADENSAMENTO SOBRE MESA VIBRATÓRIA.....	154
FIGURA 7-22 – DESFORMA DO MODELO APÓS 48 HORAS.....	154
FIGURA 7-23 – PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA CURA DO MODELO	154
FIGURA 7-24 – ILUSTRAÇÃO DA VIGA COM PROTENSÃO EXTERNA	154
FIGURA 7-25 – SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA	154
FIGURA 7-26 – DETALHAMENTO DA ARMADURA E PONTOS DE APLICAÇÃO DE FORÇAS NO ENSAIO	154
FIGURA 7-27 – DETALHE EXCENTRICIDADE E1 E E2	155
FIGURA 7-28 – DESVIADOR.....	156
FIGURA 7-29 – DISPOSITIVO DE ANCORAGEM.....	156
FIGURA 7-30 – CUNHAS DE ANCORAGEM	156
FIGURA 7-31 – ATUADORES HIDRÁULICOS.....	156

FIGURA 7-32 – APARATO DE ENCUNHAMENTO	156
FIGURA 7-33- SISTEMA DE APLICAÇÃO DA PROTENSÃO EXTERNA.....	156
FIGURA 7-34 – MARCAÇÃO DA 1ª FISSURA.....	158
FIGURA 7-35 – TRANSDUTOR DE DESLOCAMENTO.....	158
FIGURA 7-36 – CÉLULA DE CARGA.....	158
FIGURA 7-37 – DISPOSIÇÃO ESQUEMÁTICA DOS TRANSDUTORES DE DESLOCAMENTO E DO SISTEMA DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO – ENSAIO ESTÁTICO DO MODELO DE VIGA ..	159
FIGURA 7-38 – ESQUEMA DE EXCITAÇÃO DO MODELO COM <i>SHAKER</i>	161
FIGURA 7-39 – DETALHE DO POSICIONAMENTO DO <i>SHAKER</i> + CÉLULA DE CARGA E ACELERÔMETRO.....	161
FIGURA 7-40 – AMPLIFICADOR DO SINAL DE FORÇA.....	161
FIGURA 7-41 – SISTEMA ACE	161
FIGURA 7-42 – GRÁFICO FORÇA X DESLOCAMENTO – ENSAIO ESTÁTICO - FISSURAÇÃO.....	162
FIGURA 7-43 – (A)FRF; (B) FUNÇÃO COERÊNCIA – OBTIDOS DOS ENSAIOS – VIGA ÍNTEGRA SEM PROTENSÃO.....	163
FIGURA 7-44 – COMPARATIVO EXPERIMENTAL X ANALÍTICO X ANSYS - VIGA ÍNTEGRA (A) EXCENRICIDADE E1; (B) EXCENRICIDADE E2	165
FIGURA 7-45 – COMPARATIVO EXPERIMENTAL X ANALÍTICO X ANSYS - VIGA I (A) EXCETRICIDADE E1; (B) EXCENRICIDADE E2.....	166
FIGURA A-1 – FREQUÊNCIAS NATURAIS PAINEL DUPLO-T 30: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	184
FIGURA A-2 – FREQUÊNCIAS NATURAIS PAINEL DUPLO-T 40: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	184
FIGURA A-3 – FREQUÊNCIAS NATURAIS PAINEL DUPLO-T 50: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	184
FIGURA A-4 – FREQUÊNCIAS NATURAIS PAINEL DUPLO-T 60: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	185
FIGURA A-5 – FREQUÊNCIAS NATURAIS PAINEL DUPLO-T 70: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	185
FIGURA A-6 – FREQUÊNCIAS NATURAIS PAINEL DUPLO-T 80: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	185
FIGURA A-7 – FREQUÊNCIAS NATURAIS LAJE ALVEOLAR $h = 20\text{cm}$: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	187
FIGURA A-8 – FREQUÊNCIAS NATURAIS LAJE ALVEOLAR $h = 25\text{cm}$: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	187
FIGURA A-9 – FREQUÊNCIAS NATURAIS LAJE ALVEOLAR $h = 30\text{cm}$: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	187
FIGURA A-10 – FREQUÊNCIAS NATURAIS LAJE ALVEOLAR $h = 35\text{cm}$: (A) $F_{CK}=30\text{MPa}$; (B) $F_{CK}=40\text{MPa}$;	188

LISTA DE TABELAS

TABELA 2-1 – FREQUÊNCIAS MÍNIMAS (BACHMANN <i>ET AL.</i> , 1996)	11
TABELA 3-1 – TIPOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO	23
TABELA 3-2 – SUPOSTAS VANTAGENS E DESVANTAGENS DA PRÉ-FABRICAÇÃO (ADAPTADO DE EL DEBS (2000)).....	25
TABELA 5-1 – UMA INDICAÇÃO PARA OS LIMITES DE SENSIBILIDADE HUMANA A VIBRAÇÕES PARA VIBRAÇÃO HARMÔNICA TRANSVERSAL (PESSOAS EM PÉ). PRETLOVE & RAINER APUD BACHMANN <i>ET.AL.</i> (1996).....	80
TABELA 5-2 – FREQUÊNCIAS CRÍTICAS E NATURAL MÍNIMA (SEGUNDO A NBR 6118/2003).....	80
TABELA 5-3 – FREQUÊNCIA DE EXCITAÇÃO DO PASSO E COEFICIENTES DINÂMICOS.....	84
TABELA 5-4 – P0 VALORES LIMITES DE A0G.....	86
TABELA 5-5 – MULTIPLICADORES DAS CURVAS DE BASE ISO 2639-2:1989.....	89
TABELA 5-6 – VALOR DE K E B (MAST, 2001).....	98
TABELA 5-7 – CARREGAMENTOS ESTIMADOS DURANTE EVENTOS RITMADOS (PCI DESIGN HANDBOOK (2004)).....	99
TABELA 5-8 – LIMITES DE ACELERAÇÃO RECOMENDADOS - PCI DESIGN HANDBOOK (2004)	100
TABELA 5-9 – VALORES LIMITES DE KB - DIN 4150/2 (1975).....	102
TABELA 5-10 – RELAÇÃO ENTRE K E A PERCEPÇÃO HUMANA DE MOVIMENTO - DIGEST 278 (1983)	102
TABELA 5-11 – VALORES ACEITÁVEIS DE K EM FUNÇÃO DA CATEGORIA DA EDIFICAÇÃO, DO PERÍODO DO DIA E DO TEMPO DE EXPOSIÇÃO - DIGEST 278 (1983).....	103
TABELA 6-1 – CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DOS PAINÉIS DUPLO-T AVALIADOS	107
TABELA 6-2 – FORÇAS DE PROTENSÃO – PAINEL DUPLO-T.....	108
TABELA 6-3 – CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DAS LAJES ALVEOLARES AVALIADAS	110
TABELA 6-4 – FORÇAS DE PROTENSÃO – LAJE ALVEOLAR.....	111
TABELA 6-5 – RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS VIGA I – PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	113
TABELA 6-6 – ESQUEMA DE CARREGAMENTO - PROTENSÃO	113
TABELA 6-7 – FREQUÊNCIAS 8DT24+2.....	119
TABELA 6-8 – FREQUÊNCIAS 8DT32+2.....	120
TABELA 6-9 – FREQUÊNCIAS 10DT24+2.....	121

TABELA 6-10 – FREQUÊNCIAS 10DT32+2	122
TABELA 6-11 – FREQUÊNCIAS 4HC6+2	124
TABELA 6-12 – FREQUÊNCIAS 4HC8+2	125
TABELA 6-13 – FREQUÊNCIAS 4HC10+2	126
TABELA 6-14 – FREQUÊNCIAS 4HC12+2	127
TABELA 6-15 – FREQUÊNCIAS NATURAIS – VIGA I PROGRAMA EXPERIMENTAL - ÍNTEGRA....	130
TABELA 6-16– FREQUÊNCIAS NATURAIS – VIGA I PROGRAMA EXPERIMENTAL - FISSURADA	130
TABELA 6-17 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS - ÍNTEGRA	131
TABELA 6-18 – COMPARATIVO FREQUÊNCIAS – ANALÍTICO X ANSYS - FISSURADA	131
TABELA 7-1 – PROGRAMA DE ENSAIOS CUMPRIDO NA CARACTERIZAÇÃO DO CONCRETO.....	136
TABELA 7-2 – RESUMO DOS DADOS SOBRE OS CORPOS DE PROVA DE CONCRETO.....	137
TABELA 7-3 – RESUMO DOS DADOS SOBRE OS ENSAIOS ESTÁTICOS REALIZADOS NOS CPS CILÍNDRICOS	139
TABELA 7-4 – RESUMO DOS DADOS SOBRE OS ENSAIOS ESTÁTICOS REALIZADOS NOS PRISMAS	143
TABELA 7-5 – VALORES DO FATOR DE CORREÇÃO. FONTE ASTM C-215: 2008.....	146
TABELA 7-6 – RESUMO DOS DADOS SOBRE OS ENSAIOS DINÂMICOS.....	146
TABELA 7-7 – RESULTADOS DOS ENSAIOS ESTÁTICOS DOS CPS CILÍNDRICOS AOS 28 DIAS.....	147
TABELA 7-8 – RESULTADOS DOS ENSAIOS ESTÁTICOS DOS CPS PRISMÁTICOS AOS 28 DIAS	148
TABELA 7-9 – MÓDULO DE ELASTICIDADE ESTÁTICO NBR 6118:2003	150
TABELA 7-10 – RESULTADOS DOS ENSAIOS DINÂMICOS	150
TABELA 7-11 – RELAÇÕES ENTRE OS MÓDULOS DE ELASTICIDADE	151
TABELA 7-12 – RESUMO DOS DADOS SOBRE O MODELO DE VIGA.....	153
TABELA 7-13 – RESUMO DOS DADOS DO ENSAIO ESTÁTICO	158
TABELA 7-14 – RESUMO DAS CONFIGURAÇÕES DE SISTEMA - ENSAIOS DINÂMICOS DO MODELO DE VIGA.....	162
TABELA 7-15 – RESULTADOS DOS ENSAIOS DO MODELO DE VIGA ÍNTEGRA	163
TABELA 7-16 – RESULTADOS DOS ENSAIOS DO MODELO DE VIGA FISSURADA.	164
TABELA 7-17 – COMPARAÇÃO – EXPERIMENTAL X ANALÍTICO X MODELAGEM NUMÉRICA (ÍNTEGRA)	164
TABELA 7-18 – COMPARAÇÃO – EXPERIMENTAL X ANALÍTICO X MODELAGEM NUMÉRICA (FISSURADA).....	165
TABELA A-1 – CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DOS PAINÉIS DUPLO-T AVALIADOS	183
TABELA A-2 – VÃOS LIMITES PARA O PAINEL DUPLO-T – ELS – VIBRAÇÕES EXCESSIVAS (SEGUNDO A NBR6118/2003)	186

TABELA A-3 – CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DAS LAJES ALVEOLARES AVALIADAS	186
TABELA A-4 – VÃOS LIMITES PARA AS LAJES ALVEOLARES – ELS – VIBRAÇÕES EXCESSIVAS (SEGUNDO A NBR6118/2003).....	188

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABCI	–	Associação Brasileira da Construção Industrializada
ABCP	–	Associação Brasileira de Cimento Portland
ABESC	–	Associação Brasileira das Empresas de Serviços de Concretagem
ABNT	–	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	–	American Concrete Institute
ANSYS	–	Swanson Analysis Systems Inc.
ASTM	–	American Society for Testing and Materials
BNH	–	Banco Nacional da Habitação
CA	–	Concreto Armado
CEB	–	Comité Euro-International du Beton
CG	–	Centro de gravidade
COHAB	–	Companhia de Habitação
CISC	–	Canadian Institute of Steel Construction
CP	–	Concreto Protendido
CP(s)	–	Corpo(s) de Prova
CS	–	Concreto Simples
CSA	–	Canadian Standards Association
CRUSP	–	Conjunto Residencial da Universidade de São Paulo
EESC	–	Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
ELS-VE	–	Estado Limite de Serviço – Vibrações Excessivas
ELU	–	Estado Limite Último
FAPESP	–	Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de São Paulo
FUNDUSP	–	Fundo de Construção da Universidade de São Paulo
FFT	–	Fast Fourier Transform
FRF	–	Função de Resposta em Frequência
FRI	–	Função de Resposta em Impulso

ISO	–	International Organization for Standardization
IPT	–	Instituto de Pesquisas Tecnológicas
LE-EESC Estruturas	–	Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas
LVDT	–	Linear Variable Differential Transformer
MDOF	–	Multiple Degrees of Freedom
MEF	–	Método dos Elementos Finitos
NASA	–	National Aeronautics and Space Administration
NBR	–	Norma Brasileira
NBC	–	National Building Code
PIB	–	Produto Interno Bruto
PCI	–	Precast/Prestressed Institute
CPCI	–	Canadian Precast/Prestressed Institute
RMS	–	Root mean square
SET	–	Departamento de Engenharia de Estruturas
SDOF	–	Single Degree of Freedom
TMD	–	Tuned Mass Dampers
TD	–	Transdutor de Deslocamento

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2	OBJETIVO	3
1.3	JUSTIFICATIVA.....	3
1.4	MÉTODO.....	4
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
3	CONCRETO PRÉ-MOLDADO	21
3.1	PRÉ-MOLDAGEM	21
3.2	TIPOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO.....	22
3.3	PROJETO – PARTICULARIDADES.....	24
3.4	VANTAGENS E DESVANTAGENS.....	25
3.5	COMPONENTES DE SISTEMAS DE PAVIMENTO	27
3.5.1	<i>Elementos de seção TT (painéis duplo-T ou π).....</i>	27
3.5.2	<i>Elementos de seção alveolar (lajes alveolares).....</i>	28
3.5.3	<i>Nervuras pré-moldadas (vigotas pré-moldadas).....</i>	29
3.6	PANORAMA DO CONCRETO PRÉ-MOLDADO NO BRASIL.....	29
4	DINÂMICA DAS ESTRUTURAS	35
4.1	SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE (SDOF).....	36
4.2	AMORTECIMENTO.....	39
4.3	RESSONÂNCIA E ANTI-RESSONÂNCIA	42
4.4	SISTEMA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE (MDOF).....	44
4.5	FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR DE SISTEMAS CONTÍNUOS	46
4.5.1	<i>Vibração Transversal de Viga – Bernoulli-Euler.....</i>	47
4.5.2	<i>Vibração Livre não Amortecida: Problema do Autovalor</i>	50
4.5.3	<i>Ortogonalidade dos Autovetores</i>	52
4.5.4	<i>Frequências e Formas Modais para Vibração Lateral de Viga.....</i>	54
4.5.4.1	Formulação teórica viga Simplesmente Apoiada Modelo contínuo de 4ª Ordem.....	55
4.5.4.2	Formulação teórica viga Engastada – Engastada Modelo contínuo de 4ª Ordem.....	58
4.5.4.3	Formulação teórica viga Engastada – Apoiada Modelo contínuo de 4ª Ordem.....	59
4.5.4.4	Módulo de Elasticidade.....	60
4.6	FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)	61
4.7	ANÁLISE MODAL.....	62
4.7.1	<i>Análise Modal Teórica</i>	63
4.7.2	<i>Análise Modal Experimental</i>	63
4.7.2.1	Aplicações da Análise Modal Experimental.....	64
4.7.2.2	Hipóteses básicas.....	64
4.7.2.3	Determinação dos parâmetros modais.....	65
4.8	TÉCNICAS DE ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL.....	66
4.8.1	<i>Fixação da estrutura.....</i>	67

4.8.2	<i>Excitação da estrutura</i>	67
4.8.3	<i>Aquisição e análise dos sinais</i>	69
4.8.3.1	Transformada de Fourier	70
4.8.3.2	Outros conceitos.....	71
4.9	FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS SUBMETIDAS A AÇÕES AXIAIS	72
4.10	COMPORTAMENTO DINÂMICO DE VIGAS REFORÇADAS COM PROTENSÃO POR MEIO DE CABOS EXTERNOS.....	73
5	CRITÉRIOS NORMATIVOS.....	79
5.1	NORMA BRASILEIRA – PROJETO E EXECUÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO: NBR 6618/2003	80
5.2	NORMA BRASILEIRA – NBR 9062:2006 – PROJETO E EXECUÇÃO DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO	81
5.3	NORMA BRASILEIRA – PROJETO DE ESTRUTURAS DE AÇO E DE ESTRUTURAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO DE EDIFÍCIOS: NBR 8800/2008	82
5.4	GUIA PRÁTICO DO AISC – FLOOR VIBRATIONS DUE TO HUMAN ACTIVITY 11 (STEEL DESIGN GUIDE SERIES).....	83
5.5	NORMA ISO – INTERNATIONAL STANDARD (EVALUATION OF HUMAN EXPOSURE TO WHOLE-BODY): ISO 2631/1.....	86
5.6	NORMA ISO – INTERNATIONAL STANDARD (EVALUATION OF HUMAN EXPOSURE TO WHOLE-BODY VIBRATIONS – CONTINUOUS AND SHOCK-INDUCED VIBRATION IN BUILDINGS (1 TO 80HZ): ISO 2631/2.....	87
5.7	NORMA CANADENSE – LIMIT STATES DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES (CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION): CSA A23.3-04.....	91
5.8	NORMA CANADENSE – LIMIT STATES DESIGN OF STEEL STRUCTURES (CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION): CAN3-16.1 – M84, APPENDIX G	91
5.9	PCI – PRECAST/ PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE - PCI DESIGN HANDBOOK 2004	96
5.10	EUROCODE 2 – DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES	100
5.11	EUROCODE 3 – DESIGN OF STEEL STRUCTURES	100
5.12	DIN 4150/2 (1975).....	101
5.13	NORMA BRITÂNICA – BRITISH BUILDING RESEARCH ESTABLISHMENT – DIGEST 278 (1983)	102
6	ESTUDOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS.....	105
6.1	GENERALIDADES	105
6.2	ANÁLISE DINÂMICA VIA MEF E MODELOS ANALÍTICOS	105
6.3	DESCRIÇÃO DOS MODELOS	106
6.3.1	<i>Painel duplo-T</i>	106
6.3.2	<i>Laje Alveolar</i>	109
6.3.3	<i>Viga I - programa experimental</i>	112
6.4	ASPECTOS DA MODELAGEM E ANÁLISE MODAL NO PROGRAMA ANSYS.	115
6.4.1	<i>Descrição do Elemento Finito</i>	116
6.4.2	<i>Condição de contorno e carregamento</i>	117
6.5	ANÁLISE MODAL – RESULTADOS.....	118
6.5.1	<i>Painel Duplo-T</i>	118
6.5.2	<i>Laje Alveolar</i>	124

6.5.3	<i>Viga I - programa experimental</i>	130
6.6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	131
7	PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	135
7.1	GENERALIDADES.....	135
7.2	PARTE 1 – ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO	135
7.2.1	<i>Descrição dos modelos</i>	136
7.2.2	<i>Descrição dos ensaios dos corpos de prova</i>	138
7.2.3	<i>Resultados</i>	147
7.2.4	<i>Análise dos resultados</i>	151
7.3	PARTE 2 – ENSAIOS DE VIGA COM PROTENSÃO EXTERNA	152
7.3.1	<i>Descrição do modelo</i>	153
7.3.2	<i>Descrição dos ensaios</i>	157
7.3.3	<i>Resultados</i>	162
7.3.4	<i>Análise dos resultados</i>	166
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	169
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	173
	BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	181
	APÊNDICES	183
	APÊNDICE A – FREQUÊNCIAS NATURAIS E VÃOS LIMITES PARA SEÇÕES USUAIS DE PAINÉIS DUPLOS T E LAJES ALVEOLARES SEGUNDO NBR 6118:2003	183
	A.1 – <i>Painéis duplo-T</i>	183
	A.2 – <i>Laje alveolar</i>	186
	APÊNDICE B – PLANILHAS DE CÁLCULO	189
	B.1 – <i>Cálculo da força de protensão</i>	189
	B.2 – <i>Dosagem do concreto</i>	203
	B.3 – <i>Rigidez equivalente (EI_{eq})</i>	205
	B.4 – <i>Módulo de elasticidade dinâmico - ASTM C215: 2008</i>	207
	B.5 – <i>Frequência natural de vigas reforçadas com cabos externos</i>	208
	B.6 – <i>Cálculo da frequência natural para seção homogeneizada do conjunto (viga+tirante)</i>	209

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente trabalho tem dois focos principais: *o do objeto e o metodológico*. Do ponto de vista do *objeto*, visa-se o incremento do conhecimento científico e tecnológico sobre elementos e sistemas construtivos de concreto pré-moldado, em particular sobre os parâmetros dinâmicos associados a eles. Do ponto de vista, *metodológico* pretende-se desenvolver e consolidar metodologias de análise experimental dinâmica, acompanhadas de análises teóricas fundamentadas em métodos clássicos e no Método dos Elementos Finitos. Ressalta-se que este trabalho se insere no *Projeto Temático* intitulado “Nucleação e incremento da pesquisa, inovação e difusão em concreto pré-moldado e estruturas mistas para a Modernização da Construção Civil”, financeiramente apoiado pela FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

No contexto da Modernização da Construção Civil, a aplicação de elementos estruturais de concreto pré-moldado nas construções oferece comprovados benefícios à estratégia de execução das obras, dentre os quais se destacam a flexibilidade de adaptação a projetos, atendimento a vãos relativamente grandes, rapidez de montagem, leveza e excelente qualidade da estrutura. Tratando-se especialmente do comportamento dinâmico das estruturas de concreto, os elementos pré-moldados, por apresentarem diversas situações transitórias de solicitação, devem ser avaliados quanto aos efeitos dinâmicos decorrentes da sua produção, transporte, montagem, execução das ligações, finalização da obra e uso. Considerando, nesse contexto, que a protensão é um recurso frequentemente utilizado nos elementos, evidencia-se a necessidade de estudos sobre a sua influência nos parâmetros dinâmicos. Em particular, elementos pré-fabricados protendidos, tais como painéis tipo duplo-T e lajes alveolares, têm sido muito utilizados em pisos de edifícios, todavia – e não raras vezes – sem uma prévia análise dinâmica quanto à vibração e ao atendimento aos limites de vibração em serviço.

A análise dinâmica, por sua vez, está se tornando cada vez mais relevante para os projetos de estruturas civis, principalmente devido:

- (a) à grande quantidade de projetos que sustentam equipamentos que geram ações cuja natureza e porte não admitem que sejam consideradas como estáticas;
- (b) a evolução das necessidades arquitetônicas e das ferramentas de cálculo que propiciam a adoção de tipologias estruturais mais arrojadas, leves e deformáveis;
- (c) à crescente necessidade de atendimento de exigências de desempenho funcional, que implica na avaliação de desempenho devido a efeitos dinâmicos induzidos por atividades humanas e por equipamentos;
- (d) a proliferação de projetos de edifícios cujas alturas obrigam a desenvolver análises dinâmicas que levem em consideração os efeitos dinâmicos gerados pela ação do vento;
- (e) a globalização e a incursão no mercado internacional das companhias nacionais fazem com que os engenheiros brasileiros estejam cada vez mais envolvidos em projetos, em regiões com risco sísmico, o que obriga ao engenheiro compreender e aplicar as metodologias de análise de projetos sismorresistentes.

Nesta temática, pesquisas sobre pré-moldados de concreto e argamassa armada vêm sendo desenvolvidas na EESC desde 1960, nos primórdios das atividades do Laboratório de Estruturas (LE-EESC). Elas ganharam novo impulso a partir dos anos 80, com o Grupo de São Carlos de Argamassa Armada e, nos anos 90, consolidou-se uma linha de pesquisa permanente no campo de pré-moldados de concreto em geral.

No âmbito da *Análise Dinâmica Experimental*, as pesquisas mais recentes desenvolvidas no Laboratório de Estruturas (LE-EESC) foram as de Nóbrega (2004), e Almeida (2005), de maneira que o presente trabalho vem a consolidar a linha de pesquisa no LE-EESC.

Na análise experimental de estruturas — inclusive as pré-moldadas — os ensaios usuais de investigação física e os procedimentos da análise estática não são suficientes para o estudo desses problemas. Técnicas complementares experimentais e computacionais, que consistem de ensaios dinâmicos de vibração livre ou forçada e subsequente análise modal, possibilitam quantificar corretamente as ações e seus efeitos, verificar as solicitações na estrutura e a sua resposta, avaliar o conforto humano frente às vibrações, e determinar a integridade estrutural.

Ensaio dinâmico de caráter não-destrutivo também apresenta a vantagem de fornecer informações integradas e globais da estrutura a respeito da rigidez e do amortecimento e, além disso, podem ser repetidos e comparados ao longo do tempo.

1.2 OBJETIVO

O objetivo geral desta pesquisa é caracterizar o comportamento dinâmico de elementos de piso típicos de concreto pré-moldado, especialmente no que se refere aos requisitos dos Estados Limites de Vibrações Excessivas (ELS-VE), de modo a oferecer a pesquisadores e projetistas de estruturas de concreto os fundamentos da metodologia de análise e resultados específicos de alguns tipos de elementos pré-moldados de uso corrente na Construção Civil.

Para atingir esse objetivo, e de acordo com a metodologia de pesquisa adotada, foram estabelecidas algumas metas específicas, descritas a seguir:

- a) realizar a análise modal detalhada e completa de elementos estruturais do tipo laje alveolar e painel duplo-T (ou Pi);
- b) comparar os resultados experimentais, com os numéricos obtidos via discretização do modelo experimental pelo Método dos Elementos Finitos, via programa específico da área, ANSYS[®], bem como com os valores obtidos via metodologias analíticas;
- c) avaliar a influência da protensão na frequência natural de elementos pré-moldados, com protensão completa;
- d) avaliar se o emprego de tirantes externos, protendidos ou não, podem ser aplicados no controle ou atenuação de vibrações, pelo controle da fissuração do concreto.

1.3 JUSTIFICATIVA

A pesquisa justifica-se pela reduzida quantidade de estudos referentes à avaliação dos efeitos dinâmicos sobre estruturas de pré-moldadas. A necessidade de aprofundamento de tais estudos fica ainda mais evidenciada no caso de estruturas de concreto pré-moldado, dada a perda de rigidez advinda das dificuldades de monolitismo

das ligações, o que conduz a situações mais críticas do ponto de vista dinâmico, quando se compara com estruturas de concreto moldado no local.

Assim é imperativo ao projetista de estruturas que, além da verificação usual da estrutura submetida a carregamento estático, elabore a verificação do Estado Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE), tema que é objeto deste trabalho.

1.4 MÉTODO

Para a investigação do problema efetuou-se uma simulação numérica de modelos representativos de alguns tipos de elementos de piso de concreto pré-moldado, mediante uso do programa computacional *ANSYS*[®] que se baseia no Método dos Elementos Finitos. Por meio desse programa, realizou-se a análise modal linear dos modelos propostos, variando-se seção transversal, força de protensão e vão, para os painéis duplo-T e lajes alveolares. Utilizou-se, o mesmo programa computacional *ANSYS*[®], na análise do modelo experimental testado neste trabalho. As atividades desenvolvidas foram as seguintes:

- a) levantamento de material bibliográfico e acompanhamento de trabalhos em desenvolvimento e artigos ligados ao tema;
- b) treinamento no uso do programa empregado para análise numérica dos modelos adotados;
- c) confecção e ensaio de modelo experimental.
- d) análise dos modelos numéricos de lajes alveolares e painéis duplo-T, com e sem efeito da protensão, comparando-os com os valores obtidos por meio de métodos analíticos clássicos.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O conteúdo de cada capítulo desta dissertação e a correspondente ordem em que são apresentados são os seguintes:

Capítulo 1: *Introdução* – uma breve introdução ao tema, apresentação da motivação para a realização do trabalho, seu objetivo e justificativa e a metodologia adotada na pesquisa.

Capítulo 2: **Revisão Bibliográfica** – apresentação das sínteses de trabalhos sobre vibrações em pisos, com ênfase no concreto pré-moldado, nos efeitos da protensão e na sensibilidade humana a vibrações em serviço.

Capítulo 3: **Pré-Moldado** – condensação de conceitos, particularidades projetuais, vantagens e desvantagens de sua utilização, e um pequeno panorama da aplicação do concreto pré-moldado no Brasil.

Capítulo 4: **Dinâmica das Estruturas** – apresentação dos conceitos fundamentais da Análise Dinâmica, tanto experimental quanto teórica. Apresenta-se neste capítulo também as metodologias necessárias a avaliação dos efeitos da protensão, nas características vibracionais de elementos pré-moldados.

Capítulo 5: **Crítérios Normativos** – um apanhado das considerações acerca do Estado Limite de Vibrações Excessivas, em instituições normativas nacionais e internacionais.

Capítulo 6: **Estudos Analíticos e Numéricos** – descrição dos modelos numéricos, de laje alveolar e duplo-T, e determinação das frequências naturais de vibração e modos de vibrar. É feita a comparação dos resultados obtidos com as metodologias analíticas propostas no Capítulo 4. É também objeto deste capítulo, a modelagem do modelo experimental deste trabalho, com vista à comparação com os resultados experimentais, bem como os resultados obtidos por meio de metodologias analíticas. Neste capítulo também são feitas a análise e a discussão dos resultados.

Capítulo 7: **Programa Experimental** – descrição dos modelos físicos e procedimentos experimentais e apresentação dos resultados e particularidades dos ensaios estáticos e dinâmicos realizados. Neste capítulo também são feitas a análise e a discussão dos resultados.

Capítulo 8: **Considerações finais** – apresentação das conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

Referências bibliográficas – livros, artigos e normas citados neste trabalho.

Bibliografia complementar – artigos ou textos necessários para o desenvolvimento da dissertação, sem citação.

Apêndice A: **Frequências naturais e vão limites para seções usuais de painéis duplo-T e lajes alveolares segundo NBR 6118:2003** – o referido apêndice apresenta os

valores para a frequência natural, de lajes alveolares e painéis duplo-T, disponíveis no mercado brasileiro obtidos a partir da metodologia sugerida pelo PCI DESIGN HANDBOOK (2004).

Apêndice B: *Planilhas de cálculo* – apresentação das planilhas confeccionadas no Mathcad, para a realização dos cálculos necessários ao desenvolvimento do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O homem tem experimentado perturbações oscilatórias nos seus mais comuns atos do cotidiano. Os estudos sobre os efeitos das vibrações em seres humanos remontam a 1930, quando trabalhos na Alemanha, na Inglaterra e nos Estados Unidos da América preocuparam-se em investigar a tolerância e o conforto dos usuários de automóveis e aeronaves. Posteriormente, a vibração de ferramentas manuais e veículos de trabalho passou a ser do interesse da indústria e da Medicina.

Trabalhadores de atividades diversas podem estar expostos a um ambiente de vibração mecânica, classificada simplificada, no âmbito da Medicina e da Ergonomia, em dois tipos:

- (a) vibração localizada ou de “mão-braço” (“*hand-arm vibration*”), transmitida a partes específicas do corpo, especialmente os membros superiores;
- (b) vibração de corpo inteiro (“*whole-body vibration*”), transmitida a todo o organismo por meio de uma estrutura de apoio podendo provocar desde uma simples indisposição a uma série de problemas médicos, como má atividade muscular, desvios de postura, efeitos nos sistemas cardiovascular, cardiopulmonar, metabólico, endocrinológico, nervoso central ou gastrointestinal.

Diante de um fenômeno que pode acarretar tão graves consequências, torna-se imperativo ser o assunto corretamente estudado e suas causas eliminadas, ou controladas, pelo emprego de técnicas e tecnologias adequadas. Assim, as Engenharias Mecânica, Automotiva, Aeronáutica, Aeroespacial e Naval, especialmente, encaram o desafio de minimizar as consequências das vibrações em seus ambientes e equipamentos de trabalho, em relação aos seus usuários, bem como o de projetar estruturas resistentes aos esforços decorrentes de tais condições.

A Engenharia Civil, tradicionalmente admitiu que as forças atuantes em suas estruturas são constantes no tempo. Esta premissa conduz à análise “estática”, assim chamada, quando são ponderadas ações como o peso próprio ou o peso de partes fixas, por exemplo. A principal preocupação do projetista sempre foi a de dimensionar a estrutura para que ela resistisse, com certa margem de segurança, às tensões geradas pelos carregamentos atuantes. O conforto do usuário, via de regra, não era item relevante nesta análise, sendo controlado indiretamente, na maioria das vezes, através da imposição de

um limite de deslocamento, ou através da majoração da carga estática. (NÓBREGA, 2004).

Entretanto esta é uma simplificação incorreta, pois a análise estática apenas não é capaz de avaliar os efeitos gerados por carregamentos dinâmicos. Além disso, cada tipo de atividade geradora de excitação possui características próprias de frequência, amplitude e forma de carregamento, que irão levar um sistema estrutural a diferentes perturbações.

Atualmente, o projeto de pavimentos compostos por elementos de concreto pré-moldado, protendidos ou não, em qualquer uso, residencial, escritório ou edifícios para uso geral, tem sido governado pelos limites de conforto aos usuários. Tendo em vista que os avanços tecnológicos dos materiais e técnicas construtivas proporcionam uma maior facilidade para se obter os parâmetros de resistência necessários, facilitando o atendimento do Estado Limite Último.

No entendimento que os limites de aceitabilidade sensorial a vibrações, governam o projeto, Reiher & Meister (1946), propuseram a primeira sistematização para a investigação dos efeitos que as vibrações harmônicas, horizontal e vertical, geram sobre todo o corpo humano. Eles perceberam que o modo fundamental da resposta, é o maior contribuinte para o desconforto dos usuários e que o uso de funções de força, é importante na avaliação da sensibilidade à vibração gerada pelo movimento de excitadores dinâmicos.

Reiher & Meister (1946) ainda desenvolveram uma escala utilizada para a determinação dos níveis de aceitabilidade de pisos. A escala foi desenvolvida a partir de ensaios experimentais submetendo um grupo de pessoas em pé a vibrações permanentes, com a frequência variando entre 1 Hz e 100 Hz. Segundo essa escala, as vibrações são classificadas em diversos patamares, em termos de amplitude e frequência.

Wiss & Parmalee (1974) analisaram a resposta humana a vibrações transientes verticais, similares às produzidas por passos durante o caminhar, em termos de frequência, deslocamento máximo e amortecimento.

Através de pesquisas realizada por Murray (1975), proveniente da análise de 100 sistemas de pisos mistos compostos por vigas de aço e lajes de concreto, a percepção humana pode ser classificada em quatro categorias distintas. Na primeira categoria, a vibração, apesar de existir, não é percebida pelos ocupantes. Na segunda, a vibração é percebida, mas não causa perturbação. Na terceira categoria, vibração é capaz de causar

incômodo e na quarta, a vibração é tão intensa que causa danos à saúde das pessoas. Nessa classificação, as duas primeiras categorias são consideradas aceitáveis.

Murray, entre 1981 e 1991, publicou uma série de artigos buscando a revisão dos parâmetros aproximadores da aceitabilidade à vibração, de pavimentos compostos de vigas de aço e laje de concreto, sujeitos a um único pulso sobre os calcanhares, de uma pessoa pesando 86 kg, denominando este método de excitação de “*heel drop*”. Ele reconheceu a essencial importância das propriedades de amortecimento e apresentou uma formulação para a estimativa da taxa de amortecimento mínima requerida (D), dada por:

$$D \geq 35A_1f_1 + 2,5 \quad \text{Equação 2.1}$$

onde:

f_1 = frequência fundamental do piso

A_1 = amplitude máxima da força, gerada pelo impacto dos calcanhares (“*heel drop*”).

A aproximação de Murray (1991) aparentemente é satisfatória para pisos com frequências fundamentais entre 5 e 8 Hz, para frequências acima de 10Hz, ela não é recomendada.

Foschi & Gupta (1987) formularam uma teoria de confiabilidade baseada nas recomendações para pisos de estabelecimentos residenciais e assembléias, considerando as lajes como elementos rígidos. As avaliações foram feitas para vibrações transientes, provocadas pelo impacto do passo no piso, considerando dois indivíduos sobre o piso (um excitador e um absorvedor). Foschi & Gupta (1987), recomendaram ainda que a máxima deflexão estática, de um elemento submetido a uma carga concentrada de 1kN, deveria ser limitada a 1mm, independentemente do vão.

Um ano depois, Tolaymat (1988) investigou 96 casos conhecidos de sistemas mistos de aço, com vãos variando de 7 a 29 m e espaçamento entre vigas de 0,6 a 7,3 m. Metade dos casos estudados verificou-se vibrações aceitáveis. Ele defendeu o uso de múltiplos “*heel drop*”, com intervalos de aproximadamente 0,6 segundos. A ênfase de seu estudo partiu da premissa que a sensibilidade humana a vibrações é uma função da taxa de decaimento da amplitude, onde o desconforto seria originado por vibrações onde a amplitude não decairia rapidamente.

Allen, entre 1989 e 1990, fez uma extensiva investigação sobre vibrações em pisos, a respeito das vibrações geradas pelo caminhar. Ele recomendou o uso de uma

expressão que considerasse múltiplos harmônicos continuamente, sendo esta função do peso do peso do indivíduo, frequência do passo, multiplicador do harmônico, tempo e uma constante multiplicadora que ele denominou de fator de carregamento dinâmico.

Quanto à tolerância humana à vibração, Allen¹ apud Chen & Aswad (1994), em 1989 recomendou o uso da curva de base da ISO para aceleração rms (*root mean square*), com um adequado multiplicador dependente do tipo de ocupação. Conservadoramente, ele estimou que a “taxa de crista” de pico para aceleração rms, seria 1,7 para vibrações induzidas pelo típico caminhar.

Allen (1990a) concluiu que um multiplicador de 5 a 8 (em média = ± 6), aplicado para a curva de base da ISO, seria razoável para edifícios de escritórios. Com estas considerações ele sugeriu um faixa de 4 a 8 Hz para frequência de pisos, de escritórios. No mesmo raciocínio, estas considerações poderiam ser abrangidas para shoppings e para passarelas, sendo necessários coeficientes mais conservadores.

Allen (1990b), ainda desenvolveu um procedimento para a análise de sistemas estruturais submetidos a atividades rítmicas, distribuídas em toda a estrutura ou em parte da estrutura. O critério pode ser usado para avaliar sistemas estruturais submetidos à atividade aeróbica, dança, e eventos similares. Ele recomenda que a frequência natural da estrutura seja maior que a frequência do maior harmônico significativo da atividade.

Ebrahimpour & Sack (1989), descreveram analiticamente cargas dinâmicas geradas por pessoas. Os carregamentos periódicos foram modelados utilizando-se uma série de Fourier e para o carregamento impulsivo como um salto, por exemplo, foram utilizadas funções de decaimento logarítmico. A área ocupada por cada pessoa foi estimada e a partir daí estabelecia-se a intensidade de carga por pessoa, em função do número de pessoas envolvidas.

Mais tarde Ebrahimpour & Sack (1992), construíram uma plataforma de 16,72m² onde realizaram ensaios com até 40 pessoas. Foram sugeridos valores para a carga estática vertical, assim como para a componente dinâmica. Segundo os autores, uma estrutura deve ser capaz de suportar uma sobrecarga total de 5,5 kN/m², sendo uma parcela estática de 2,2 kN/m² e uma componente dinâmica de 3,35 kN/m², considerando-se para isso que o peso de uma pessoa seja igual a 712 N sobre uma área de 0,325m².

Menn (1990) citou a fórmula recomendada por Rausch (1973) para a estimativa da sensibilidade humana para vibração estrutural. De acordo com Rausch (1973), a

¹ ALLEN, D. E., *Design Criteria for Walking Vibrations*. Trabalho apresentado na antiga Tchecoslováquia, 1989.

sensibilidade humana é principalmente uma função da aceleração, mas é comumente quantificada em termos da amplitude e frequência. A aproximação de Rausch (1973) fundamenta-se no cálculo de um fator de sensibilidade K , que é função da amplitude de oscilação e da frequência fundamental.

Allen & Murray (1992) propuseram um critério simples para a avaliação da vibração excessiva, baseado na imposição de um limite de aceleração, calculado a partir da taxa de amortecimento recomendado para cada tipo de ocupação, da frequência fundamental e do peso efetivo do piso.

Bachmann *et al.* (1996) estudaram casos de passarelas, ginásios e salas de esporte, salas de dança e shows submetidos a carregamentos dinâmicos, a fim de estabelecer guias para solucionar problemas de vibração. O autor apresenta dez exemplos práticos analisados em seu trabalho, e conclui que em situações normais, a frequência fundamental da estrutura deve ser definida de acordo com a componente harmônica crítica da excitação dinâmica. Isto consiste em manter as frequências dos modos dominantes de vibração da estrutura fora do alcance da frequência dos harmônicos críticos de excitações de atividades humanas. Bachmann *et al.* (1996), ainda recomenda frequências naturais mínimas para alguns tipos de estruturas, Tabela 2-1, para diferentes ocupações.

Tabela 2-1 – Frequências Mínimas (BACHMANN *et al.*, 1996)

Utilização da Estrutura	Frequências naturais mínimas (Hz)			
	Concreto Armado	Concreto Protendido	Estrutura Mista (Aço/Concreto)	Aço
Ginásios e salões (esporte)	7,5	8,0	8,5	9,0
Salões de dança e locais para concertos sem assentos	6,5	7,0	7,5	8,0
Shows de teatros com assentos (música “suave”)	3,5	3,5	3,5	3,5
Shows e teatros com assentos (música “pesada”)	6,5	6,5	6,5	6,5

Os pesquisadores Ji & Ellis (1994), estudaram os carregamentos gerados por alguns tipos de danças rítmicas. Eles verificaram que quando as pessoas realizam saltos ou outras atividades onde há um contato relativamente curto com a estrutura, a massa do corpo não se encontra vibrando juntamente com a estrutura, como uma massa fixa.

De acordo com a pesquisa, Ji & Ellis (1994) sugerem, em alguns casos, que a multidão seja modelada como sistemas do tipo massa-mola-amortecedor. Essa consideração é de grande importância numa análise, pois quando se assume que um grupo

de pessoas se encontra parado sobre uma estrutura, significa um aumento da massa total da estrutura, o que implicaria em uma redução da frequência natural da estrutura. Eles concluíram que para o caso de atividades que tenham perda de contato com a estrutura, a atuação humana ocorre apenas como carregamento e não atuando em conjunto com a estrutura.

Além disso, eles verificaram que a posição da pessoa sobre a estrutura influenciava significativamente no amortecimento da estrutura. Em testes experimentais realizados por Ji & Ellis (1994), observou-se que a taxa de amortecimento de uma pequena estrutura utilizadas nas análises, aumentava significativamente quando a pessoa encontrava-se de pé ou sentada sobre a mesma. Ao substituir a pessoa por uma massa equivalente, a frequência natural diminuía e a taxa de amortecimento permanecia a mesma.

Outros estudos foram realizados por Ebrahimpour, Haman e Sack (1996), a fim de avaliar a influência da multidão na atividade de caminhar. Eles construíram uma plataforma instrumentada de 14,20m por 2,00m em aço e madeira, como mostra a Figura 2-1. Os autores chegaram à conclusão de que ocorre certo sincronismo na atividade realizada em grupo, não apenas por sinais visuais e auditivos, mas também por influência do movimento dos próprios indivíduos.

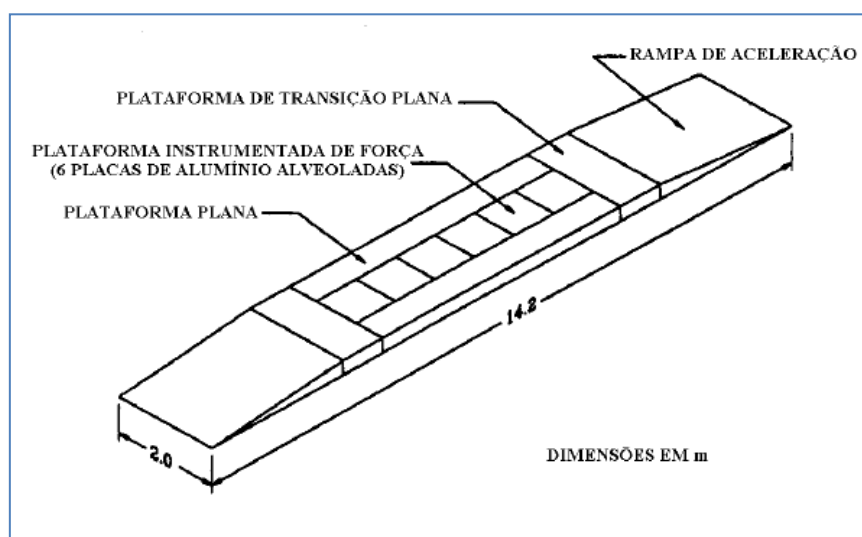


Figura 2-1 – Plataforma usada por Ebrahimpour, Haman e Sack (1996)

A descrição das cargas geradas por atividades humanas é bastante complexa. As características individuais, a maneira em que cada indivíduo realiza a mesma atividade, a existência de estímulos externos são fatores que influenciam nas características do

carregamento. Inúmeros trabalhos foram desenvolvidos a fim de estabelecer parâmetros experimentais que descrevessem essas cargas. Vários autores descrevem o carregamento gerado por atividades humanas através de uma série de Fourier, que considera uma parcela estática para levar em conta o peso do indivíduo e outra parcela devido à carga dinâmica.

No Brasil, Alves (1997), em sua dissertação de mestrado, realizou ensaios em uma plataforma rígida para várias atividades como: andar, correr e saltar. Ela obteve os valores dos coeficientes de Fourier para os primeiros harmônicos dessas atividades e verificou que esses coeficientes estavam bem próximos dos recomendados pelo CEB (1991).

Alves (1997) verificou também que esses coeficientes podem ser influenciados por características individuais tais como idade, habilidade física, e a forma como os indivíduos realizam as atividades, além dos tipos de calçados utilizados durante a realização das atividades.

Seguindo essa linha de pesquisa, Faisca (2003) descreveu matematicamente as cargas dinâmicas geradas por atividades humanas onde existe a perda de contato com a estrutura, como saltos (com e sem estímulo), ginástica aeróbica, torcidas de futebol e platéias de show, com base em resultados experimentais.

Para esse estudo foi construída uma estrutura mista composta por vigas metálicas em perfil I para as longarinas e transversinas e um tabuleiro em concreto armado com dimensões 12,2 x 2,2 x 0,1 m, sobre apoios móveis, pôde-se variar a rigidez da estrutura, e analisar se as cargas sofrem alterações devido à interação pessoa-estrutura.

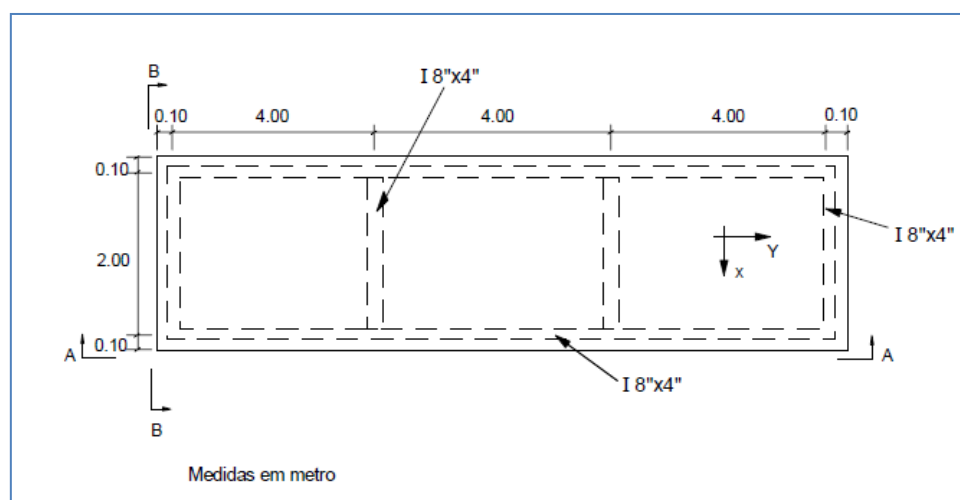


Figura 2-2 – Vista superior da estrutura mista, FAISCA(2003)

Outro importante aspecto do trabalho de Faisca (2003) é a análise do carregamento de multidão. São realizadas atividades que envolvem ou não sincronismo. Foi verificado que o comportamento humano pode ser bastante influenciado por fatores externos como estímulos visuais e auditivos. Ao final, é proposta uma função de carregamento para atividades referentes a saltos à vontade, ginástica aeróbica, show e torcida. São apresentados parâmetros que caracterizam cada tipo de atividades estudado para serem usados em projetos estruturais submetidos a tais atividades.

Os pesquisadores Allen & Rainer (1976), através de uma extensa pesquisa, desenvolveram um escala para avaliação dos níveis de conforto. Os autores observaram que oscilações verticais contínuas tornam-se perceptíveis para as pessoas quando o pico de aceleração atinge 0,5 % de g (g é a aceleração da gravidade). Esse critério fornece o pico de aceleração máximo em função da frequência natural e do amortecimento do piso, podendo ser aplicado para residências, escritórios e escolas. A Figura 5-8 (ver Capítulo 5) apresenta a escala que foi proposta por Allen & Rainer (1976) e adotada posteriormente, pelo CSA (*Canadian Standards Association*).

Por meio de outras pesquisas, Allen, Rainer e Pernica (1985), propuseram valores mínimos para a frequência fundamental das estruturas de acordo com o tipo de ocupação e as características da estrutura. Esses valores foram baseados em carregamentos dinâmicos provenientes de atividades rítmicas como exercícios aeróbicos, e nos valores limites de aceleração de acordo com essas atividades.

Em seu estudo, Lezen (1996) observou que a escala desenvolvida por Reiher & Meister (1946) não considerava a influência do amortecimento sobre a percepção humana a vibrações. Seu trabalho resultou na modificação da escala proposta Reiher & Meister (1946). Esta escala modificada apresentou bons resultados em pisos com fatores de amortecimento de até 5%. A Figura 2-3 representa o exposto.

Em pesquisa realizada por Vecci *et al.* (1998), avaliou-se o comportamento dinâmico de pisos metálicos submetidos a excitações rítmicas. Para avaliar a condição desses pisos quanto ao conforto humano e ao estado limite de serviço, a análise se limitou a uma comparação entre as frequências naturais da estrutura e uma frequência mínima exigida, com base no critério de projeto do *National Building Code of Canada* (NBC), edição 1990. Foi verificado nesse estudo que o piso não poderia ser utilizado em sua totalidade para ginástica aeróbica, a menos que fossem realizadas verificações adicionais em termos das acelerações e estas fossem atendidas.

Os pesquisadores De Paula & Queiroz (1998) analisaram uma estrutura mista já existente, em aço e concreto, a fim de atender a um novo tipo de ocupação. A estrutura passaria a ser submetida a atividades rítmicas. Para essa análise, os autores utilizaram um programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos. O carregamento dinâmico foi simulado através de carregamentos harmônicos. Os resultados obtidos para as frequências naturais da estrutura, utilizando-se o modelo computacional, foram comparados com valores experimentais obtidos na estrutura real.

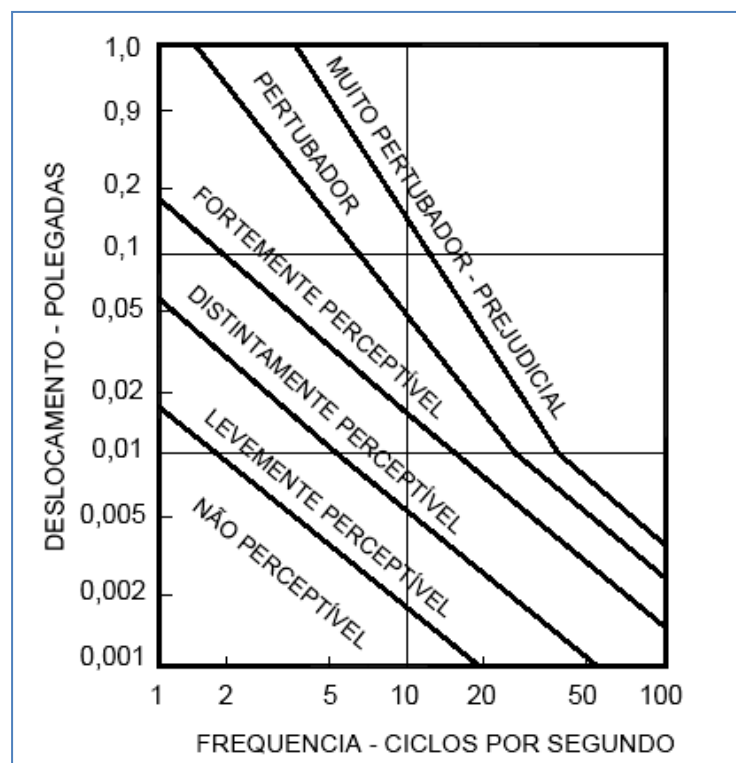


Figura 2-3 – Escala modificada de Reihner & Meister (LEZEN, 1996)

Os autores verificaram que, em alguns pontos do piso, os níveis de aceleração foram superiores aos limites recomendados para atender aos critérios de conforto humano, o que levou à proposição de reforços para tornar a estrutura adequada à nova situação.

A modelagem numérica de Mello (2005) desenvolveu estudos com modelos numéricos de pisos mistos em aço-concreto, submetendo-os a carregamentos representativos do caminhar de pessoas, utilizando para isso parâmetros de projeto propostos por Murray *et al.* (1997). Além disso, também utilizou em seus modelos uma aproximação matemática proposta por Varela (2004), que incorpora o pico transiente representativo do impacto do calcanhar sobre o piso, ação considerada como a maior

fonte de excitação gerada durante uma caminhada. Os resultados dessa pesquisa indicam que níveis de acelerações bastante elevados são alcançados, podendo de fato gerar desconforto aos usuários.

Enfatizando agora os estudos relacionados às vibrações em estruturas pré-moldadas, Chen & Aswad (1994) procuraram determinar se as seções correntes dos painéis duplo-T, estariam em acordo com os limites de aceitabilidade à vibração, avaliando pelo sugerido em Murray (1991), Tolaymat (1988), Allen (1989) e Allen & Murray (1992). De acordo com a avaliação dos mesmos, sendo respeitada a relação vão x altura da seção, recomendadas pelo PCI DESIGN HANDBOOK (1992), todos os elementos estariam inclusos nos critérios de aceitabilidade a vibrações propostos pelo referido instituto, em termos de aceleração.

O artigo publicado por Mast (2001) é atualmente a bibliografia chave para o tratamento do ELS-VE em estruturas pré-moldadas. Mast (2001), em seu trabalho apresenta uma condensação sobre as novas metodologias acerca do projeto de pisos, no que se refere à vibração. Particular atenção foi dada quando da aplicação dessa informação, para os pisos pré-moldados de concreto. O autor faz recomendações projetuais considerando três diferentes fontes de excitação:

- ✓ caminhada;
- ✓ atividade ritmada;
- ✓ ação de máquinas.

Ressaltasse que o trabalho desenvolvido por Mast (2001) serviu de base para a revisão da específica seção da sexta edição do PCI DESIGN HANDBOOK (2004). Mast (2001) sugere ainda de maneira simplificada o cálculo das frequências naturais e das frequências mínimas necessária para o conforto dos usuários, dada a cada fonte de excitação e tipo de ocupação.

Almeida *et al.* (2004), apresentaram os procedimentos simplificados de análise dinâmica propostos por Mast (2001) e as recomendações normativas brasileiras relacionadas a estruturas de concreto e pré-moldadas de concreto, discutindo através de exemplos práticos, os elementos típicos de pisos de concreto pré-moldado disponíveis no mercado brasileiro para os principais tipos de excitação advinda de pessoas. Concluíram que diversos padrões comerciais dessas estruturas, embora disponíveis no mercado e resistentes aos esforços solicitantes, não satisfaziam aos requisitos da análise vibracional adotada nas simulações de cálculo, em termos de frequência natural, indicando a necessidade de uma investigação mais detalhada.

É importante ressaltar que o desconforto humano diante de vibrações é um fenômeno complexo e difícil de quantificar, pois traduz a reação de indivíduos com características distintas submetidas a um dado estímulo. Mas, de acordo com Gama & Paineiro (2006), percepção e desconforto não devem ser confundidos, pois o segundo geralmente possui valores mais altos que o primeiro. Mesmo assim, ele afirma que a repetição de eventos simplesmente perceptíveis pode levar ao desconforto. Diante disso é importante que a condição de conforto seja considerada na análise de sistemas estruturais, pois afeta diretamente no bem-estar, na eficiência do trabalho ou de quaisquer outras atividades, e até mesmo na saúde dos usuários.

Destaca-se que todos os trabalhos anteriormente citados em que a protensão estava presente, o seu efeito nas características vibracionais dos elementos estruturais foram desconsiderados. Assim, sendo a avaliação dos efeitos da protensão nas características vibracionais em elementos pré-moldados um dos objetivos deste trabalho, apresentam-se alguns trabalhos acerca do assunto.

Shaker (1975) apresentou um trabalho tratando especificamente dos efeitos de cargas axiais nos modos de vibrar e frequências naturais de vigas, por meio de uma notificação técnica da NASA (Agência Espacial Norte Americana). Ele propôs uma investigação acerca do efeito do carregamento axial, para várias condições de vinculação. O resultado de seu trabalho foi a apresentação das formulações para determinação da frequência natural de vigas submetidas a carregamento axial para várias condições de vinculação. Concluindo que uma viga uniforme, quando submetida a um carregamento axial de compressão, tem sua frequência natural diminuída e do contrário, quando submetida à tração, tem sua frequência natural elevada.

A partir do que era conhecido acerca da influência da protensão na frequência natural de vigas, Saiidi *et al.* (1994) apresentaram um estudo experimental em uma estrutura real e em um modelo reduzido em laboratório, sobre os efeitos na força de protensão na frequência natural de pontes de concreto, bem como da viabilidade de estimativa das perdas de protensão. Por meio de ensaios dinâmicos não-destrutivos, a estrutura real avaliada correspondeu a uma ponte de seção celular pós-tensionada, denominada Ponte Golden Valley, como mostrada na Figura 2-4.

Em relação ao modelo reduzido feito em laboratório, este correspondeu a uma viga de seção retangular submetida à protensão como demonstrado na Figura 2-5.

A partir da experimentação dos dois modelos, os autores concluíram que:

- na avaliação da Ponte Golden Valley, para usuais faixas de protensão, a mudança na magnitude da frequência natural é muito pequena, inclusive para a frequência natural fundamental.
- as perdas de protensão só seriam mensuradas por meio de ensaios dinâmicos não-destrutivos se estas tivessem valores significativos, ou seja, para estruturas com baixas idades onde as perdas de protensão ainda são muito pequenas, o método de estimativa via ensaios dinâmicos não proporcionaria resultados confiáveis;
- a previsão teórica de Shaker (1975), de que protensão diminui a frequência natural, não foi observada em nenhum dos modelos estudados, pois ela reduziu a fissuração, e por sua vez contribuiu para um aumento na rigidez dos elementos.

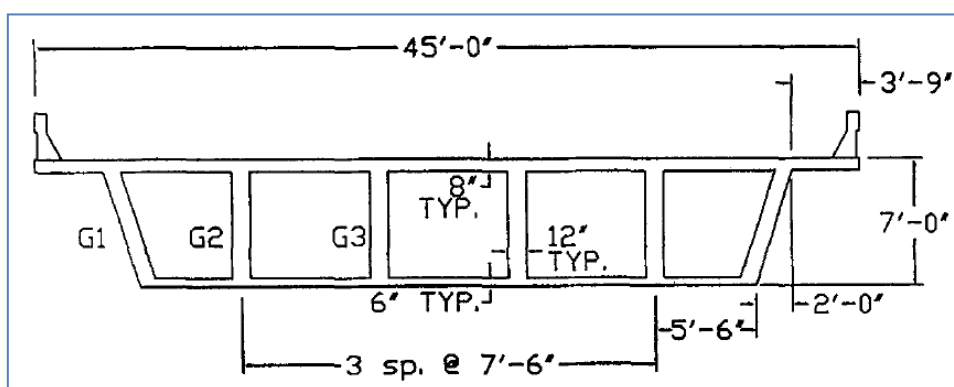


Figura 2-4 – Seção transversal da Ponte Golden Valley (SAIDI *et al.* 1994)

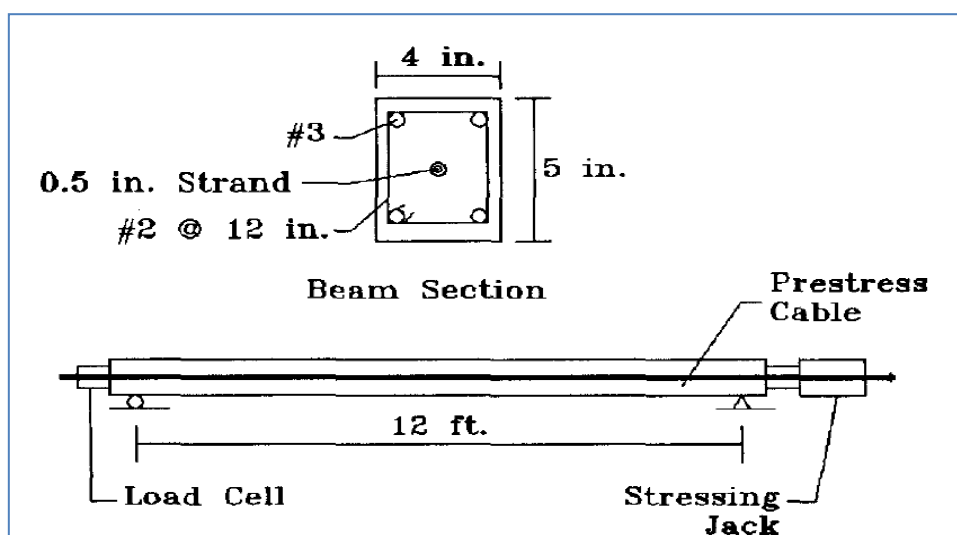


Figura 2-5 – Detalhamento do modelo experimental reproduzido em laboratório (SAIDI *et al.*, 1994)

Miyamoto *et al.* (2000), devido ao crescente crescimento no últimos anos do reforço de pontes mistas de aço-concreto com a utilização da protensão por meio de cabos externos, e a recorrente não avaliação da protensão nas características dinâmicas da

estruturas, desenvolveram uma metodologia de análise dinâmica para esta solução de reforço. Os autores apresentaram em seu trabalho uma formulação para o cálculo da frequência natural destes elementos submetidos à protensão externa.

Para a validação da metodologia proposta em seu trabalho, Miyamoto *et al.*(2000) experimentaram uma série de vigas mistas de aço e concreto, variando-se a magnitude da força de protensão, a excentricidade de protensão e o material do cabo de protensão. O arranjo dos ensaios desenvolvidos por Miyamoto *et al.* (2000), pode ser observado na Figura 2-6.

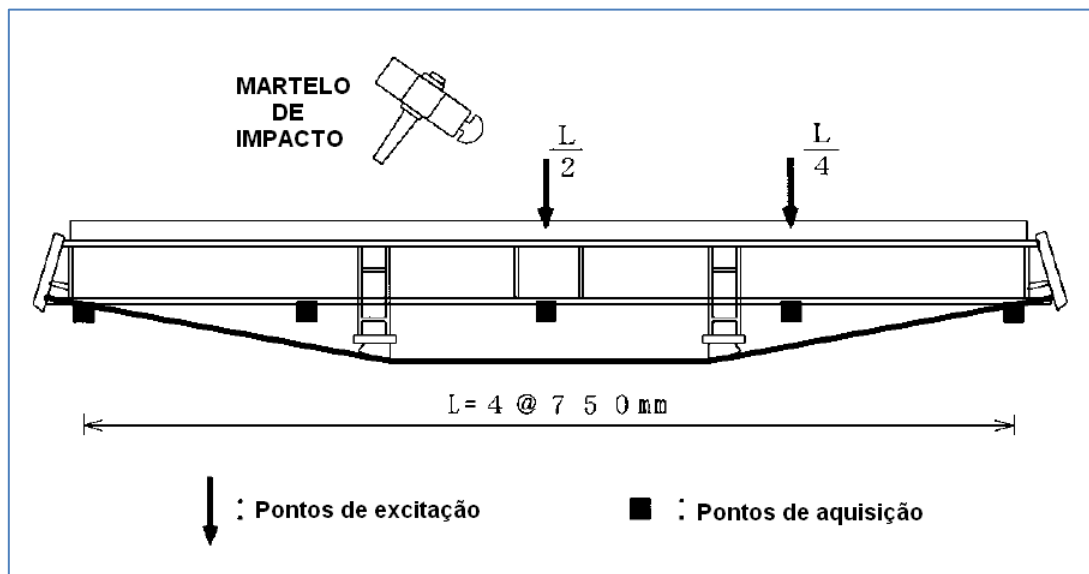


Figura 2-6 – Arranjo de ensaio dos modelos experimentais de Miyamoto *et al.*(2000)

Os parâmetros do reforço avaliados por Miyamoto *et al.* (2000), foram:

- excentricidade de protensão;
- ângulo de desvio da protensão;
- material de composição do cabo, logo o módulo de elasticidade do cabo.

Concluindo que uma diminuição nos valores dos parâmetros de avaliação resulta no decréscimo da frequência natural. Inversamente, um aumento conduz ao acréscimo da frequência natural, devido a um aparente aumento da rigidez flexional do sistema estrutural.

A apresentação da formulação proposta por Miyamoto *et al.* (2000) é descrita no Capítulo 4 desta dissertação.

3 CONCRETO PRÉ-MOLDADO

3.1 PRÉ-MOLDAGEM

A pré-moldagem é caracterizada como um processo de construção em que a obra, ou parte dela, é moldada fora de seu local de utilização definitivo. Frequentemente a pré-moldagem está associada a outros dois termos: a pré-fabricação e a industrialização da construção. Segundo El Debs (2000), dentre as várias formas de definir a industrialização da construção, o *Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y Del Cemento* sugere que a “... industrialização da construção é o emprego, de forma racional e mecanizada, de matérias, meios de transporte e técnicas construtivas, para se conseguir uma maior produtividade”.

Continuando com as definições T. Koncz² apud El Debs (2000), recomenda que o termo **pré-fabricação**, seja entendido como “... *um método industrial de construção em que os elementos fabricados, em grandes séries, por métodos de produção em massa, são montados na obra, mediante equipamentos e dispositivos de elevação*”.

El Debs (2000), a grosso modo, sugere que se pode dizer que a pré-moldagem aplicada à produção em grande escala resulta na pré-fabricação, que por sua vez é uma forma de buscar a industrialização da construção.

A ABNT, por meio da NBR-9062/2006 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado faz distinção entre elemento pré-fabricado e elemento pré-moldado diferente da apresentada anteriormente. Essa diferenciação é feita com base no controle de qualidade da execução do elemento. Segundo a NBR-9062/2006, o elemento pré-fabricado é aquele “... executado industrialmente, mesmo em instalações temporárias em canteiro de obra, sob condições rigorosas de controle de qualidade”, controle este especificado no texto da referida norma. No tocante ao elemento pré-moldado, segundo a mesma referência, é aquele “... executado fora do local de utilização definitiva na estrutura”, com controle de qualidade menos rigoroso que o do elemento pré-fabricado.

A maior parte da produção pré-moldada é realizada em fábricas especializadas em pré-moldagem, embora em algumas situações, devido a fatores econômicos e geográficos, escala do produto ou dificuldade de acesso dos elementos, opta-se pela produção em canteiro ou em local adjacente a obra. A distância entre o local de fabricação dos

² KONCZ, T. (1975). *Manual de la construcción prefabricada*. 2. ed. Madrid, Hermann Blume, 3v.

elementos e o de sua utilização definitiva varia imensamente, por exemplo, mesmo que a distância entre a fábrica e o canteiro seja de alguns metros, devido à escala de alguns elementos, necessita-se que tais elementos sejam produzidos no canteiro por não obedecerem às restrições de gabarito das vias de acesso. No entanto inúmeros tipos de elementos pré-fabricados podem ser transportados por milhares de quilômetros, quando for viável economicamente, é claro.

A produção industrializada em fábricas, geralmente proporciona facilidades na produção de produtos de natureza similar, de acordo com a especialização de cada uma, elementos de esqueleto, revestimento, vigas de ponte, etc. A rapidez no processo de produção e distribuição do concreto, o fornecimento de meios de intensa movimentação mecânica e maneiras sofisticadas de aceleração da cura do concreto, são frutos de um alto índice de mecanização dos processos que envolvem tais situações.

Usualmente, as fábricas de canteiro tomam a forma de pequenas unidades de produção dedicadas a um determinado produto em particular, elementos de pontes e *piers*, estacas, segmentos de túneis são bons exemplos disto. Esta caracterização possivelmente pode estar associada ao uso de betoneiras para a produção de concreto e guindastes para a movimentação do produto. A produção, em ambas as situações, cada vez mais depende dos fornecedores de itens fundamentais como, o aço, fôrmas e em alguns casos o concreto usinado, haja vista que ao alto nível de mecanização e otimização dos processos envolvidos na produção de elementos pré-moldados de concreto.

Sempre que a produção é realizada, habilidades básicas de gerenciamento, supervisão e os operários empregados são essencialmente similares. No entanto, a principal diferença entre o concreto pré-moldado e o concreto moldado no local, é a possibilidade de se obter uma produção em série de um determinado elemento, a partir de um processo de mecanização, levando em conta o controle de qualidade.

3.2 TIPOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO

Os elementos pré-moldados podem ser classificados de diversas maneiras, como por exemplo, quanto à seção transversal, quanto ao processo de execução e quanto a sua função estrutural. El Debs (2000) recomenda que uma classificação de grande interesse seja em relação à concepção, em nível geral, do concreto pré-moldado, originando ao que está sendo aqui denominado de “tipos de concreto pré-moldado”, conforme mostrado na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 – Tipos de concreto pré-moldado

Tipos de pré-moldado		
Quanto ao local de produção dos elementos	Pré-moldado de fábrica	Pré-moldado de canteiro
Quanto à incorporação de material para ampliar a seção resistente no local de utilização definitivo	Pré-moldado de seção completa	Pré-moldado de seção parcial
Quanto à categoria do peso dos elementos	Pré-moldado pesado	Pré-moldado “leve”
Quanto ao papel desempenhado pela aparência	Pré-moldado normal	Pré-moldado arquitetônico

O pré-moldado de fábrica é aquele executado em instalações permanentes distantes da obra. Esse tipo de pré-moldado pode ou não atingir o nível de pré-fabricado, segundo o critério da NBR 9062/2006. Já o pré-moldado de canteiro, é executado em instalações temporárias no entorno da obra. A escolha pelo local de fabricação dependerá das necessidades e limitações de cada obra. Por exemplo, se por um lado no pré-moldado de fábrica temos a vantagem de toda a infra-estrutura e mão de obra necessária a pré-fabricação já estar disponível, pelo outro estamos submetidos a limitações de gabarito para o transporte até a obra.

Pré-moldado de seção completa corresponde àquele executado de maneira definitiva fora do local de utilização final, ou seja, sua seção resistente já está definida quando da sua utilização. Por outro lado, no pré-moldado de seção parcial a sua seção resistente é obrigatoriamente complementada, na montagem. Usualmente os elementos que compõe sistemas de pavimentos possuem essa característica, pré-moldagem parcial.

As demais classificações são necessárias, porém implícitas. O pré-moldado “leve” é aquele que não necessita de equipamentos especiais para o transporte e montagem (ex: vigotas pré-moldadas), enquanto que o “pesado” necessita (ex: vigas de pontes).

A classificação entre pré-moldado normal e arquitetônico tem caráter estético. O normal seria aquele que não há preocupação alguma em relação à aparência do elemento. Ao contrário do arquitetônico, que passa obrigatoriamente por um processo de acabamento ou de conformação especial.

3.3 PROJETO – PARTICULARIDADES

Segundo El Debs (2000), o projeto das estruturas de concreto pré-moldado diferencia-se do projeto de estruturas de concreto moldado no local quanto à análise estrutural, basicamente, pelas seguintes razões:

- a) necessidade de considerar outras situações de cálculo além da situação final da estrutura;
- b) necessidade de considerar as particularidades das ligações entre os elementos pré-moldados que formam a estrutura

A NBR 9062/2006, exige para o elemento pré-moldado, que além de considerar a situação final, as situações transitórias correspondentes às fases de desmoldagem, transporte, armazenamento e montagem devem ser obrigatoriamente levadas em consideração, pois podem apresentar solicitações mais desfavoráveis que aquelas correspondentes à situação definitiva.

No tocante as ligações entre os elementos pré-moldados, estas se constituem em uma das principais diferenças entre estruturas formadas por elementos pré-moldados e as estruturas de concreto moldado no local.

Ressalta-se que o tipo de ligação considerado no projeto estrutural, tem implicação direta no comportamento estrutural. Assim, a consideração de ligações mais simples, articulações, acarretaram em elementos mais solicitados à flexão quando comparados com similares de concreto moldado no local, além da estrutura não possuir uma boa redistribuição de esforços.

Quando da consideração de ligações rígidas, estas possibilitam uma melhor redistribuição dos esforços, entretanto se contrapõem a uma das premissas da pré-moldagem, a rapidez de execução, pois apresentam grande dificuldade na sua execução.

A semi-rigidez é sem dúvida consideração que mais se adéqua a estruturas pré-moldadas, porém implica em um procedimento de cálculo mais sofisticado.

Os sistemas estruturais devem ser concebidos tendo em vista os aspectos construtivos e os aspectos estruturais. No caso de estruturas de concreto pré-moldado, muitas vezes, os aspectos construtivos preponderam sobre os aspectos estruturais. Por esta razão, nos sistemas estruturais de concreto pré-moldado, muitas vezes, são privilegiadas as facilidades de manuseio e transporte dos elementos pré-moldados e as facilidades de montagem e execução das ligações para formar a estrutura. (EL DEBS,2000).

Cabe destacar ainda que nos projetos de estruturas de concreto pré-moldado devem ser levadas em conta as tolerâncias e folgas, inerentes a toda a construção por montagem. Devem ser tomados cuidados, por meio de melhor detalhamento dos desenhos e especificações, visando reduzir improvisações nas etapas envolvidas com a construção.

De maneira geral, tem-se que o projeto de estruturas de concreto pré-moldado é mais trabalhoso, que o correspondente em estruturas de concreto moldado no local, devendo ser feito preferencialmente por equipes multidisciplinares, ou profissionais com experiência suficiente, para que tenham conhecimento acerca do processo de produção.

3.4 VANTAGENS E DESVANTAGENS

Na Tabela 3-2, apresenta-se “supostas” vantagens e desvantagens, do pré-moldado, segundo o livro adaptado por Fernández Ordóñez apud El Debs (2000). Ressaltando que cada obra constitui um problema específico, o que para um determinado problema pode ser uma vantagem, para outro não.

Tabela 3-2 – Supostas vantagens e desvantagens da pré-fabricação (adaptado de El Debs (2000))

Vantagens	Desvantagens
Características técnicas	
(a) Facilidade na elaboração de projeto, em especial na resolução de detalhes; (b) Melhoria da qualidade dos trabalhos realizados mecanicamente, em comparação com os manuais; (c) Melhor aproveitamento da seções resistentes; (d) Facilidade para realizar o controle de qualidade; (e) Necessidade de menor número de juntas de dilatação que na construção convencional;	(a) Falta de monolitismo, especialmente nas regiões sísmicas; (b) Problemas na resolução das juntas; (c) Necessidade de superdimensionar certos elementos, considerando situações desfavoráveis durante o transporte ou na montagem; (d) Incógnitas quanto à confiabilidade de certos materiais ou sistemas; (e) Devem ser respeitados os gabaritos de transporte; (f) Grande dificuldades para modificações nas distribuições dos espaços primitivos;

Tabela 3-2 - Supostas vantagens e desvantagens da pré-fabricação - continuação

Vantagens	Desvantagens
Características técnicas	
<p>(f) Possibilidade de evitar as interrupções da concretagem;</p> <p>(g) Possibilidade da recuperação de elementos ou partes da construção em certas desmontagens;</p> <p>(h) Desaparecimento quase total do cimbramento e das fôrmas;</p>	<p>(g) Inadaptação à topografia e aos tipos de terrenos;</p>
Características sociais	
<p>(h) Diminuem o número de acidentes de trabalho;</p> <p>(i) Proporcionam segurança de emprego;</p> <p>(j) Trabalho protegido das intempéries climáticas;</p> <p>(k) Eleva a remuneração dos trabalhadores;</p> <p>(l) É o meio mais real e efetivo que se tem o alcance para tentar reduzir o déficit mundial de construção;</p> <p>(m) Livra o homem dos trabalhos rudes e penosos;</p>	<p>(h) Produz desemprego;</p> <p>(i) Aparecem para nos trabalhos os inconvenientes próprios das linhas de produção;</p> <p>(j) Especializa em excesso, incapacitando os trabalhadores para outros tipos de trabalho</p>
Características econômicas	
<p>(k) Produz economia reduzindo consideravelmente os custos;</p> <p>(l) Ocasiona economia de tempo;</p> <p>(m) Evita improvisação;</p> <p>(n) É mais apta ao cumprimento dos controles e recepção;</p> <p>(o) É uma valiosa ferramenta de planificação.</p>	<p>(k) É, em geral, mais cara que a tradicional;</p> <p>(l) Não é mais rápida que a tradicional;</p> <p>(m) Necessita de investimentos, em geral, consideráveis, para iniciar a pré-fabricação;</p> <p>(n) Necessita de uma demanda de volume adequada;</p> <p>(o) O transporte dos produtos é mais caro que o das matérias-primas.</p>

Essas supostas vantagens e desvantagens são aspectos reunidos da literatura técnica, por esta razão existem argumentos totalmente antagônicos (EL DEBS, 2000). Esses aspectos não refletem nem o ponto de vista de El Debs (2000), nem muito menos o do autor deste trabalho, e sua apresentação tem por objetivo servir de referência para uma reflexão sobre o assunto.

3.5 COMPONENTES DE SISTEMAS DE PAVIMENTO

Os sistemas de pavimentos são compostos pelas lajes e vigas, quando estas existirem, da estrutura. Como o presente trabalho enfatiza os componentes de pavimentos do tipo laje, apresentam-se nesta seção os elementos de lajes pré-moldados mais difundidos.

3.5.1 ELEMENTOS DE SEÇÃO TT (PAINÉIS DUPLO-T OU Π)

Os elementos de seção duplo-T podem ser empregados com ou sem capa de concreto moldado no local, formando elemento composto. Na Figura 3-1 apresentam-se configurações possíveis para estes elementos.

Estes elementos, salvo casos excepcionais de pequenos vãos, são executados em concreto protendido, sendo a protensão usualmente feita em pistas de protensão. Pelo fato de serem prioritariamente protendidos, estes elementos varrem uma grande faixa de vãos, de 5 a 30m, chegando excepcionalmente até 40 m. A relação vão/altura é da ordem de 30.

As seções padronizadas na América do Norte podem ser encontradas no PCI DESIGN HANDBOOK (2004). Assim como nas vigas, para o cálculo desse tipo de elemento pode-se recorrer à literatura técnica, juntamente com as indicações relativas às ligações. (EL DEBS, 2000).

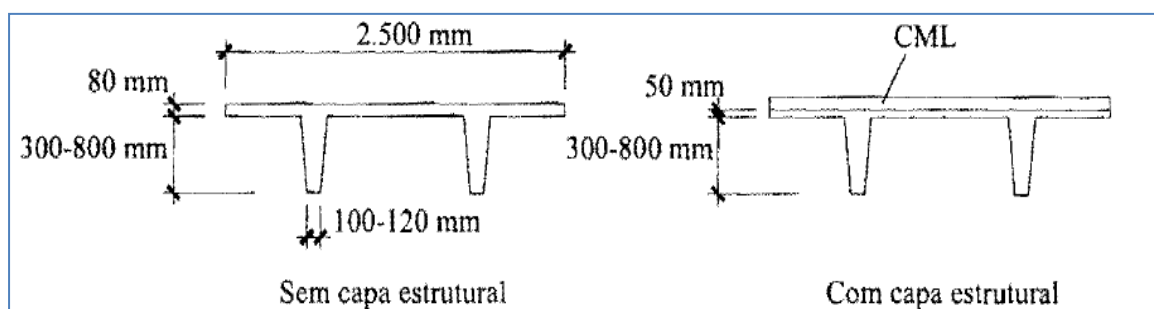


Figura 3-1 – Dimensões e características dos painéis TT (adaptado de EL DEBS, 2000)

3.5.2 ELEMENTOS DE SEÇÃO ALVEOLAR (LAJES ALVEOLARES)

Os painéis de laje alveolar, também chamado de laje vazada ou oca, podem ser sem ou com previsão de capa de concreto moldado no local, formando seção composta. Os alvéolos podem apresentar as mais variadas configurações, circular, oval, “pseudo” elipse, retangular, etc. Apresentam-se na Figura 3-2, algumas formas de seções transversais destes elementos.

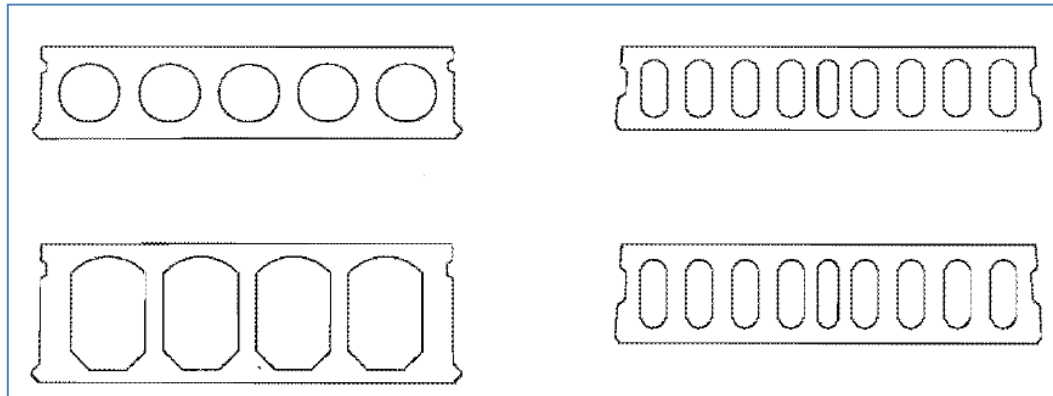


Figura 3-2 – Formas e seções transversais das lajes alveolares (adaptado de EL DEBS (2000))

A produção deste tipo de elemento é prioritariamente por extrusão, embora possa ser produzido em formas fixas ou deslizantes. As lajes são produzidas no comprimento da pista e posteriormente serradas nos comprimentos desejados. Assim como os painéis duplo-T, normalmente são protendidos.

A faixa de vão na qual as lajes alveolares estão inserida é de 5 a 15 m, possuindo larguras da ordem de 1,0 a 1,25 m, podendo chegar a 2,5 m. No tocante a altura da seção, a variação se dá na faixa de 150 mm até 300 mm, embora possa atingir até 500 mm. A relação vão/altura chega à ordem de 50. Também para esse elemento as seções padronizadas na América do Norte podem ser encontradas no PCI DESIGN HANDBOOK (2004).

No dimensionamento das lajes alveolares, particularidades se apresentam e merecem destaque. A armadura das lajes alveolares protendidas é em geral constituída apenas da armadura ativa, no bordo inferior e, muitas vezes, também bordo superior. Não há armadura para resistir ao esforço cortante, na maioria dos casos, o que obriga ao projetista considerar a resistência à tração do concreto para suportar tais solicitações. Ressalta-se que devido ao processo de produção utilizado é praticamente inviável a colocação de armaduras adicionais.

3.5.3 NERVURAS PRÉ-MOLDADAS (VIGOTAS PRÉ-MOLDADAS)

As usualmente chamadas de “lajes pré-moldadas” (ou volterranas), são formadas por nervuras pré-moldadas, sendo largamente empregadas no país na faixa de pequenos vãos. Esse tipo de laje é constituído pelas nervuras (ou vigotas) pré-moldadas e elementos de enchimento, como por exemplo, blocos cerâmicos vazados ou poliestireno expandido (EPS), que recebem uma camada de concreto moldado no local.

As nervuras empregadas no Brasil são de seção T invertida, em concreto armado ou em concreto protendido, ou com uma armadura em forma de treliça que se projeta para fora da seção. Esta última tem recebido a denominação de laje treliçada. Na Figura 3-3 são mostrados esses tipos de nervuras.

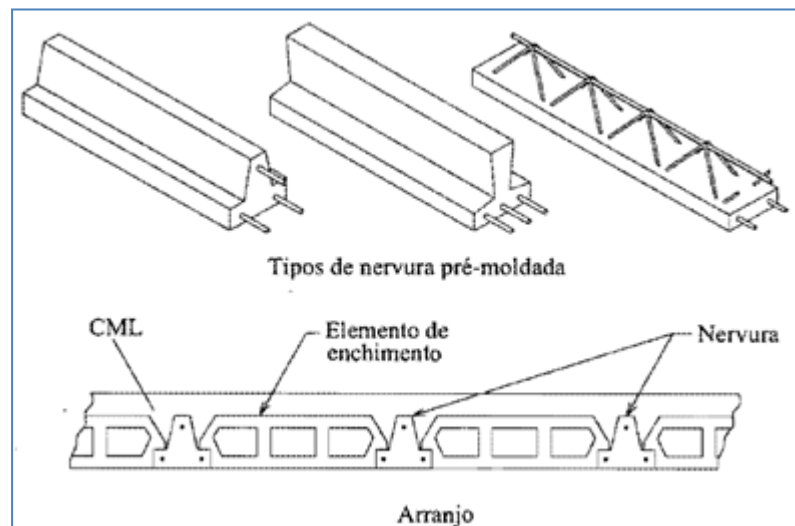


Figura 3-3 – Lajes formadas por vigotas pré-moldadas (adaptado de EL DEBS (2000))

Normalmente esse tipo de laje atinge vão da ordem de 5 m com nervuras em concreto armado, da ordem de 10 m com nervuras em concreto protendido, e da ordem de 10 m com nervuras treliçadas.

Assim como as lajes alveolares, esse tipo de laje é usualmente objeto de recomendações específicas

3.6 PANORAMA DO CONCRETO PRÉ-MOLDADO NO BRASIL

Ao contrário da Europa, Brasil não sofreu devastações devido à Segunda Guerra Mundial, e por sua vez não sofreu a necessidade da rápida reconstrução em larga escala.

Talvez por este motivo, o Brasil tenha permanecido tanto tempo defasado em termos de pré-moldado em relação aos países da Europa.

De acordo com Vasconcelos (2002), a primeira grande obra onde se usou de elementos pré-fabricados no Brasil, foi hipódromo da Gávea, no Rio de Janeiro. A empresa construtora dinamarquesa Christian-Nielsen, com filial no Brasil, executou em 1926 a obra completa do hipódromo, com diversas aplicações de elementos pré-fabricados, dentre eles, pode-se citar as estacas nas fundações e as cercas no perímetro da área reservada ao hipódromo. Nesta obra o canteiro de pré-fabricação teve de ser minuciosamente planejado para não alongar demasiadamente o tempo de construção.

Porém, a preocupação com a racionalização e a industrialização de sistemas construtivos teve início apenas no fim da década de 50. Nesta época, conforme Vasconcelos (2002), na cidade de São Paulo, a Construtora Mauá, especializada em construções industriais, executou vários galpões pré-moldados no próprio canteiro de obras. A construtora Mauá começou a pré-fabricação em canteiro com a fábrica do Curtume Franco-Brasileiro. A estrutura, extraordinariamente leve e original, tinha tesouras em forma de figa Vierendeel curva, conforme Figura 3-1.



Figura 3-4 – Galpão Industrial com vigas Vierendeel de concreto armado (VASCONCELOS, 2002).

No tocante a edifícios de vários pavimentos, com estrutura reticulada, a primeira tentativa, segundo Vasconcelos (2002), parece ter sido a do Conjunto Residencial da Universidade de São Paulo - CRUSP da Cidade Universitária Armando de Salles Oliveira, em São Paulo. Trata-se do conjunto residencial da USP de 1964, constituído de doze prédios com doze pavimentos, projetados pela FUNDUSP – Fundo de Construção

da Universidade de São Paulo, para abrigar estudantes de outras cidades que ingressaram nas faculdades da universidade.

Segundo a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA CONSTRUÇÃO INDUSTRIALIZADA - ABCI (1980), a preocupação com a racionalização, ou com a industrialização propriamente dita, aparece de forma sistemática apenas no início da década de 60, e que experiências anteriores foram esporádicas e constituíram eventos atípicos e sem continuidade. Nesta época, espremidos por um mercado em expansão, foram feitas, de forma não sistemática, algumas experiências com componentes pré-fabricados leves, podendo ser citados os painéis artesanais de concreto de Carlos Milan, os painéis de fibrocimento e os aglomerados de rasps de madeira.

Ainda na década de 50, o crescimento da população urbana obtinha índices nunca antes vistos, e esse crescimento demasiado causava grandes problemas de déficit habitacional, sendo necessária em 1966 a criação, por parte do governo, do Banco Nacional da Habitação - BNH, que tinha como objetivo diminuir esse déficit e dar impulso ao setor da construção civil, que detinha, na época, 5 % do PIB do país, segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE (1987).

Oliveira (2002) afirma que no início de sua atuação, o BNH adotou uma política de desestímulo ao pré-fabricado no setor da habitação, na expectativa de incentivar o emprego maciço de mão-de-obra não qualificada no canteiro. De acordo com a ABCI (1980), isso poderia ter atrasado ainda mais o processo de industrialização, caso alguns empresários, não tivessem vislumbrado as amplas possibilidades do pré-fabricado no futuro.

A partir da segunda metade da década de 70, após intensas reivindicações daqueles que acreditavam na tecnologia do pré-moldado, o BNH adotou novas diretrizes para o setor, reorientando sua atuação para o atendimento das camadas de menor poder aquisitivo passando a estimular, ainda que timidamente, a introdução de novas tecnologias, como a construção com elementos pré-fabricados de concreto.

Conforme Oliveira (2002), em busca de alternativas tecnológicas para a construção habitacional, o BNH e seus agentes patrocinaram a pesquisa e o desenvolvimento de alguns processos construtivos a base de componentes pré-fabricados e organizaram a instalação de canteiros experimentais, como o Narandiba, na Bahia, em 1978; o Carapicuíba VII, em São Paulo, em 1980; e o de Jardim São Paulo, em São Paulo, em 1981. Contudo, a construção destes edifícios apresentou muitos problemas

patológicos e de ordem funcional, acrescentando, em muito o custo da sua manutenção e, por isso, alguns tiveram até que ser demolidos.

No ano de 1983, a própria COHAB – SP, através de relatórios técnicos internos denunciava a situação precária das moradias. Após estudo detalhado, o IPT chegou à conclusão que a recuperação era inviável, técnica, operacional e economicamente, recomendando a demolição. Os motivos que levaram o IPT a esta conclusão estavam relacionados ao uso de material inadequado na confecção dos painéis, à execução extremamente deficiente das peças estruturais dos edifícios e à corrosão generalizada das armaduras dos elementos estruturais (pilaretes nas paredes e tirantes nas janelas).

Após fatos como este, os pré-fabricados praticamente deixaram de existir na década de 80, tendo seu retorno apenas na década de 90, devido principalmente ao desenvolvimento da cidade de São Paulo, que passou a receber grandes investimentos na área de serviços, que proporcionou um aumento na construção de shopping centers, flats e hotéis. Investimentos estes que se caracterizam por necessitarem de grande rapidez na execução.

Com o advento destes tipos de edifícios comerciais e hoteleiros, passou-se a se exigir mais requinte nos acabamentos de suas fachadas, a fim de valorizar o empreendimento. Houve dessa maneira o ressurgimento em utilizar a tecnologia de painéis pré-fabricados de fachada para edifícios de múltiplos pavimentos que incorporam detalhes construtivos e revestimentos em seu acabamento: os chamados painéis arquitetônicos, que aumentam a velocidade de execução da construção e a qualidade estética do produto final.

Segundo a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND – ABCP (2005), a primeira empresa a colocar os painéis de fachada como produto de mercado foi a Stamp, que trouxe a tecnologia do Canadá e transformou a obra em uma linha de montagem de componentes. Isso em 1994, com as obras do Condominium Club Ibirapuera (Figura 3-2), em São Paulo, a partir de então vem crescendo sua utilização como alternativa ao emprego das alvenarias nas fachadas de edifícios de múltiplos pavimentos.

Em paralelo, segundo a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS DE SERVICOS DE CONCRETAGEM – ABESC (2005), algumas empresas passaram buscar novas tecnologias que proporcionassem uma maior economia, velocidade e flexibilidade para a construção civil. De forma precursora, a Empresa Walter Torre Jr., em 1993, saiu a campo e importou a tecnologia mundialmente conhecida como “*Tilt-Up*”.

Este sistema possibilitou economia considerável nos custos finais das obras, versatilidade e redução nos prazos de conclusão, além de proporcionar flexibilidade arquitetônica, possibilidade de ampliações, segurança, baixa manutenção e facilidade de implantação em lugares distantes e com pouca infra-estrutura, conforme Figura 3-5. Atualmente, é também uma tecnologia bastante difundida no Brasil.



Figura 3-5 – Empreendimento Condominium Club Ibirapuera (fonte: Método Engenharia)



Figura 3-6 – Painéis *Tilt-Up* (fonte: WTORRE Engenharia)

Verifica-se que a opção por elementos pré-moldados nas obras do Brasil é cada vez mais crescente a utilização em edifícios comerciais, residenciais, hotéis, flats e até em edifícios industriais. A diversidade das peças e a facilidade de montagem colaboram para que a produtividade, a segurança e a qualidade sejam as grandes qualidades deste sistema construtivo.

As Figuras 3-7 (a) e (b) apresentam um exemplo da utilização do pré-moldado em edifícios comerciais, o Shopping Midway Mall. Maior Shopping Center do estado do Rio Grande do Norte e um dos maiores da Região Nordeste, localizado na cidade de Natal. Pertencente ao Grupo Guararapes, possui 231 mil metros quadrados com três grandes pavimentos destinados a lojas e diversos serviços, 13 lojas âncoras, 300 lojas satélite e sete salas de cinema *multiplex stadium* com capacidade para 2.140 lugares, além de seis pavimentos de estacionamento coberto e gratuito com lotação de 3.500 veículos.



(a)



(b)

Figura 3-7 – Midway Mall: (a) Construção; (b) Obra concluída (fonte: T&A)

Desta forma, entende-se que a pré-fabricação no Brasil, apesar de relativamente recente, já se posiciona em um elevado patamar de sofisticação e desenvolvimento em relação aos outros países. Inclusive na área acadêmica, onde a Escola de Engenharia de São Carlos, por meio do seu programa de pós-graduação em Engenharia de Estruturas, se destaca em âmbito nacional e internacional na pesquisa em estruturas pré-moldadas.

4 DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

A análise dinâmica das estruturas tem por objetivo a determinação de deslocamentos, velocidades e acelerações de todos os elementos constituintes de uma estrutura submetida a ações dinâmicas. Uma estrutura ao vibrar, ou apresentar movimento vibratório, desloca-se ou movimenta-se em torno de sua deformada estática. Se o seu comportamento é linear, a análise poder ser feita separadamente para as componentes estática e dinâmica das ações e seus efeitos somados.

Ação dinâmica é aquela que varia no tempo, seja em sua magnitude, direção ou posição. Esta variação introduz na estrutura acelerações e velocidades, além de deslocamentos, gerando como consequência forças de inércia e de amortecimento. A grande maioria das ações possíveis de serem consideradas em estruturas de obras civis tem natureza dinâmica. Para efeitos práticos, aquelas que apresentam pequena variação no tempo, conseqüentemente gerando pequenas forças de inércia e amortecimento, por simplificação são tratadas com estáticas, ou quase estáticas, sendo as forças de inércia e de amortecimento desprezadas.

Em estruturas que, por exemplo, suportem equipamentos como turbinas, geradores e compressores, dentre outros, a natureza dinâmica das ações deve ser considerada. Terremotos, vento, explosão e movimentação de veículos em uma ponte são outros exemplos de situações em que a natureza dinâmica da ação não pode ser desprezada.

Considerando a forma da variação no tempo, uma ação pode ser classificada como harmônica, periódica, transiente ou impulsiva.

A ação é dita harmônica quando sua variação no tempo pode ser representada pela função seno (ou co-seno). Este tipo de ação é característico de máquinas rotativas que apresentam massa desequilibrada, como turbinas, geradores e bombas centrífugas.

Ação periódica é aquela que apresenta repetições a um intervalo regular de tempo, chamado de período. Uma ação que represente as forças geradas por uma máquina rotativa em operação é também essencialmente periódica.

Ação transiente é a que apresenta variação arbitrária no tempo, sem periodicidade. Vento e terremoto são exemplos deste tipo de ação. Ação impulsiva é também uma ação transiente, com a característica de ter uma duração muito curta.

4.1 SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE (SDOF)

O entendimento do comportamento do SDOF (*single degree of freedom*) é fundamental no estudo da Dinâmica das Estruturas. Considere o sistema mecânico mostrado na Figura 4-1, composto por uma massa m , uma mola k e um amortecedor c . A massa m representa a inércia do sistema, a mola k representa suas propriedades elásticas, o amortecedor c representa o mecanismo de dissipação de energia. A massa m apenas possui translação na direção da coordenada x , que define a posição da massa em qualquer instante de tempo t . Portanto é necessária apenas uma coordenada para definir a posição de m .

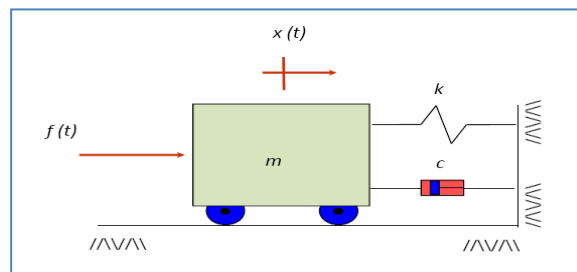


Figura 4-1 – Sistema SDOF

Uma estrutura real possui número infinito de graus de liberdade. Entretanto, com a conveniente seleção dos graus de liberdade mais relevantes para o problema na modelagem estrutural, este número pode ser reduzido a um número finito e discretizado, obtendo-se o chamado modelo de massas discretas.

O Princípio d'Alembert estabelece que o equilíbrio dinâmico de um sistema pode ser obtido pela adição de uma força fictícia, chamada força de inércia, proporcional à aceleração e de sentido contrário ao do movimento, sendo a constante de proporcionalidade igual à massa do sistema.

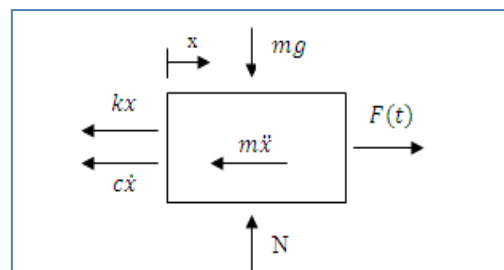


Figura 4-2 – Diagrama de corpo livre

Considerando o diagrama de corpo livre mostrado na Figura 4-2, e escrevendo a equação de equilíbrio na direção x , obtêm-se a equação diferencial do movimento dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad \text{Equação 4.1}$$

Desconsiderando, a priori, a parcela do amortecimento, e considerando que a vibração ocorrerá sem a aplicação de forças externas, obtêm-se a equação para o movimento não-amortecido (Equação 4.2).

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad \text{Equação 4.2}$$

Para as condições iniciais, $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(t) = v_0$, e assumindo que a solução que descreve o movimento é dada por $x(t) = Ae^{\lambda t}$, obtêm-se a equação característica (Equação 4.3):

$$m\lambda^2 + k = 0 \quad \text{Equação 4.3}$$

Sendo as raízes da equação característica (Equação 4.3) $\lambda_1 = i\omega_n$ e $\lambda_2 = -i\omega_n$, com $i = \sqrt{-1}$, define-se como ω_n , a frequência natural não-amortecida (em rad/s) do sistema SDOF expressa por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \omega_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Equação 4.4}$$

onde:

f = frequência natural em (Hz);

ω_n = frequência natural circular em (rad/s);

k = rigidez do sistema (N/m²);

m = massa do sistema (kg).

Retomando agora a consideração do amortecimento, considerando ainda a ausência de excitação externa e mesma solução, $x(t) = Ae^{\lambda t}$, obtém-se a seguinte equação característica (Equação 4.5):

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad \text{Equação 4.5}$$

As raízes da equação característica (Equação 4.5) são:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n \quad \text{Equação 4.6}$$

onde:

$$i = \sqrt{-1};$$

ω_n = frequência natural não-amortecida;

ξ = fator de amortecimento.

Considerando que o fator de amortecimento está inserido em um intervalo $0 \leq \xi \leq 1$, que consiste em sistemas sub-amortecidos, a solução no tempo para a vibração livre amortecida é dada por:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \operatorname{sen}(\omega_d t) + B \operatorname{cos}(\omega_d t)) \quad \text{Equação 4.7}$$

sendo $\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2}\omega_n$, a frequência natural amortecida de sistemas SDOF (um grau de liberdade).

Quando $\xi > 1$, sistema super-amortecido, e $\beta = \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$, a solução é:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A e^{-\beta t} + B e^{\beta t}) \quad \text{Equação 4.8}$$

Quando $\xi = 1$, sistema criticamente amortecido, e $\beta = \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$, a solução é dada por:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A + Bt) \quad \text{Equação 4.9}$$

Em todos os casos, A e B são coeficientes obtidos quando consideradas as condições iniciais.

4.2 AMORTECIMENTO

O amortecimento é a capacidade intrínseca do material de dissipar energia, que acontece principalmente pela geração de calor e/ou energia. É ela a grandeza que influencia diretamente na amplitude de vibração e no tempo de duração do movimento, depois de cessada a excitação correspondente.

Na vibração livre, a presença do amortecimento resulta em uma contínua redução da amplitude. Usualmente, o amortecimento é expresso como uma fração ou porcentagem do amortecimento crítico:

$$\xi = \frac{c}{c_{crit}} = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_n} \quad \text{Equação 4.10}$$

onde:

c = é o amortecimento da estrutura (N.s/m);

ξ = fator de amortecimento modal (adimensional);

m = é a massa do sistema (kN);

ω_n = é a frequência natural do sistema (rad/s).

Na literatura, é comum a apresentação de três tipos de modelos mecânicos de amortecimento. São eles:

- a) *Amortecimento Viscoso*, aquele que decorre da hipótese que a força de amortecimento é proporcional à velocidade. Acontece geralmente quando da movimentação de um corpo em um meio fluido, ou quando da passagem de um líquido ou gás por um orifício, dentre outras situações. Este é o que apresenta o tratamento matemático mais simples, sendo o preferido no estudo da Dinâmica das Estruturas, pela possibilidade da determinação de um *amortecimento viscoso equivalente*.
- b) *Amortecimento de Coulomb* que decorre do deslizamento entre superfícies, secas ou com lubrificação deficiente, sendo a força de amortecimento constante, proporcional à força normal às superfícies deslizantes e em sentido contrário ao movimento.

- c) *Amortecimento de Histerese*, também conhecido como de *Material* ou *Sólido*, acontece devido ao fato de que quando os materiais são submetidos a tensões cíclicas, a relação tensão-deformação, quando dos ciclos de carregamento e descarregamento, segue caminhos diferentes. Neste caso, a área interna do ciclo de histerese é numericamente igual à energia dissipada (por geração de calor) por unidade de volume, em um ciclo completo de carga e descarga.

A Figura 4-3 apresenta o histórico no tempo (*Time History*), de um sistema SDOF em vibração livre sub-amortecido. No intervalo de $0 \leq \xi \leq 1$, as raízes da equação característica do movimento são complexas. As linhas tracejadas indicam o decaimento da amplitude de oscilação na vibração livre, o qual é influenciado pelo fator de amortecimento (ξ).

Nas situações onde o fator de amortecimento é maior que 1 ($\xi > 1$), as raízes são números reais e negativos e o sistema é considerado super-amortecido. A amplitude é reduzida sem a ocorrência de movimento ondulatório.

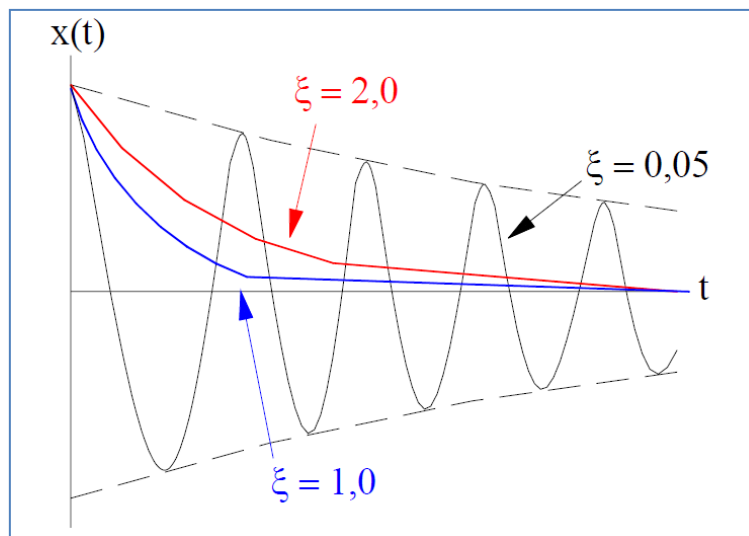


Figura 4-3 – Vibração livre – Sistemas SDOF – Fatores de amortecimento (ALMEIDA,2005)

Quando o fator de amortecimento é igual a 1 ($\xi = 1$), obtêm-se da equação característica duas raízes e iguais. Esse é o caso de sistemas criticamente amortecidos.

As formas existentes para se estimar o amortecimento do sistema são por meio do amortecimento modal, que é utilizado na análise de vibrações permanentes, e o decremento logarítmico, que é consequência de um simples impulso provocado no

sistema (em vibração livre) e é obtido através da razão entre duas amplitudes sucessivas do sinal.

O termo decremento logarítmico refere-se à taxa de redução logarítmica, relacionada com a redução do movimento após o impulso, pois a energia é transferida para outras partes do sistema ou é absorvida pelo próprio elemento.

Importante ressaltar que a determinação do amortecimento é feita exclusivamente por via experimental, sendo que por meios analíticos só é possível uma estimativa de seu valor. Um exemplo de metodologia referente à simulação analítica do amortecimento é o chamado amortecimento de Rayleigh, ou amortecimento proporcional, pois é obtido por meio da soma do produto das constantes α e β , pelas matrizes de massa e rigidez respectivamente.

As constantes α e β são conhecidas com constantes de amortecimento de Rayleigh e seus valores são determinados por interpolação linear, a partir das razões de amortecimento, ξ_i . Sendo ξ_i a razão entre o amortecimento atual e o amortecimento críticos, para um modo de vibração e frequência natural em particular, ω_i . Se ω_i é a frequência natural para o modo i , α e β satisfazem a relação (Equação 4.11):

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad \text{Equação 4.11}$$

Isolando-se os parâmetros α e β da Equação 4.11 para as duas primeiras frequências naturais, tem-se:

$$\alpha = 2\xi_1\omega_1 - \beta\omega_1^2 \quad \text{Equação 4.12}$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad \text{Equação 4.13}$$

No tocante as metodologias utilizadas para a estimativa experimental do amortecimento modal, pode-se citar vários métodos (JIMIN, H; FU, Z. (2001)):

- ✓ *Peak -piking;*
- ✓ *Circle fit;*
- ✓ *Inverse FRF;*
- ✓ *Least-squares;*
- ✓ *Dobson's method;*

Outras considerações acerca do método utilizado para a determinação do amortecimento, em ensaios experimentais, são tecidas mais adiante na seção de análise modal experimental, pela qual se determinam os parâmetros modais.

O amortecimento em uma estrutura não depende apenas do material de que ela é feita. Vários outros fatores influenciam como material e disposição das divisórias em um prédio, tipos das ligações entre os elementos estruturais, sistema estrutural, dentre outros. Em estruturas já existentes é possível, embora nem sempre viável, a determinação experimental do amortecimento. Em estruturas em fase de projeto ou a serem construídas a determinação do amortecimento é simplesmente impossível. Assim sendo, tem-se que aproveitar resultados de experiências anteriores em estruturas semelhantes, nas quais os amortecimentos tenham sido medidos. Seria desejável que, na conclusão de uma obra, as suas propriedades dinâmicas, dentre elas ao amortecimento, pudessem ser verificadas experimentalmente. (LIMA, S.S.; SANTOS, S. H. C. (2008)).

É importante ressaltar que o amortecimento a ser adotado depende das condições de carregamento a que a estrutura será submetida. Carregamentos que despertem ciclos de grandes deformações inelásticas, naturalmente corresponderão a maiores valores de amortecimento.

O amortecimento de estruturas de concreto é um parâmetro cuja determinação é bastante complexa. Segundo o *Bulletin D'Information* nº 209 do CEB (1991) apud Almeida (2005), o amortecimento de elementos de concreto armado está compreendido numa faixa quase elástica e depende bastante do estado de tensão ao qual está submetido o elemento. A baixos níveis de tensão, que corresponde ao estado não-fissurado, o fator de amortecimento é baixo (< 1%).

4.3 RESSONÂNCIA E ANTI-RESSONÂNCIA

O fenômeno da **ressonância** ocorre quando a frequência da força de excitação coincide com uma das frequências naturais não-amortecidas do sistema (ω_n). A resposta, ou amplitude, do movimento aumenta progressivamente com um mínimo de excitação imposta. A Figura 4-4 ilustra o exposto.

No caso de estruturas civis, quando ocorre a ressonância, pequenos esforços externos provocam deslocamentos significativos, tornando o movimento perceptível e provocando o desconforto dos usuários. Uma maneira simples de prevenir a amplificação

excessiva da vibração é projetando a estrutura de forma que a frequência natural obtida seja mais alta que a frequência das prováveis forças de excitação. Esse incremento está relacionado com o amortecimento da estrutura. Quanto maior o amortecimento ou a frequência natural, mais afastada estará a ressonância.

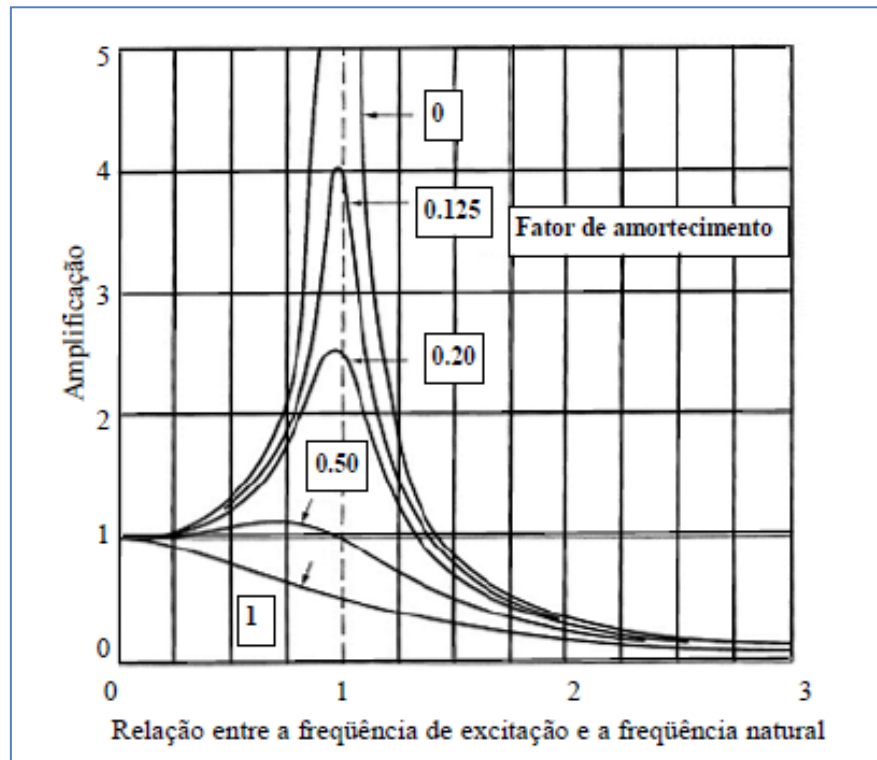


Figura 4-4 – Amplitude na ressonância. (adaptado de MAST (2001))

Outras técnicas utilizadas para evitar a ocorrência da ressonância são:

- ✓ **Dispositivos mecânicos de controle passivo:** são dispositivos capazes de atenuar vibrações, os chamados TMDs (*Tuned Mass Dampers*). Um TMD pode ser um sistema composto por massas, molas e amortecedores incorporados ao sistema estrutural. Pelo seu movimento, com frequência próxima à natural da estrutura — porém em oposição de fase — gera forças de inércia que se contrapõem às forças de inércia produzidas na estrutura pelas ações externas. Via de regra ele é posicionado na região de máxima amplitude de vibração do elemento estrutural. É considerada uma solução barata, pois não precisa de suprimento de energia para atuar, posto que é acionado pelo próprio movimento da estrutura.

- ✓ **Sistemas de controle ativo:** um dos sistemas de controle ativo é o do atuador de massa, que requer suprimento de energia externa para controlar e operar. Por exemplo, um atuador servo-hidráulico associado a uma massa determinada, recebe um sinal de entrada decorrente das medições de acelerômetros posicionados na estrutura, e a ele responde, em oposição ao movimento, de modo a reduzir a amplitude da vibração. O sistema de controle requer manutenção periódica e o suprimento constante de energia eleva o seu custo operacional.

O fenômeno da **anti-ressonância** é o oposto da ressonância e pode ocorrer para frequências específicas em determinados pontos do sistema. É caracterizado pelo acréscimo da força de excitação (atingindo o valor máximo) que produz um deslocamento mínimo, ou quase nulo.

4.4 SISTEMA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE (MDOF)

A avaliação dos sistemas com múltiplos graus de liberdade (MDOF) pode ser considerada como uma combinação de vários sistemas SDOF. O seu movimento é determinado por um conjunto de equações diferenciais que podem ser escritas na forma matricial:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad \text{Equação 4.14}$$

onde:

M = matriz de massa, de ordem $n \times n$;

C = matriz de amortecimento, de ordem $n \times n$;

K = matriz de rigidez, de ordem $n \times n$;

$F(t)$ = vetor das forças externas, de ordem $n \times 1$;

$\ddot{X}(t)$ = vetor das acelerações do sistema, de ordem $n \times 1$;

$\dot{X}(t)$ = vetor das velocidades do sistema, de ordem $n \times 1$;

$X(t)$ = vetor dos deslocamentos, de ordem $n \times 1$;

De maneira análoga ao considerado para os sistemas SDOF, a Equação 4.15 descreve o movimento de vibração livre para sistemas MDOF, sem amortecimento.

$$M\ddot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad \text{Equação 4.15}$$

Os vetores $X(t) = X_0$ e $\dot{X}(0) = V_0$, contém as condições iniciais (deslocamento e velocidade, respectivamente). Assumindo que os deslocamentos são harmônicos e dados por uma combinação linear de soluções do tipo $x(t) = \phi e^{i\omega t}$, obtém-se um problema de autovalores:

$$\omega^2 M\phi = K\phi \quad \text{Equação 4.16}$$

A Equação 4.16, possui **n autovalores** ($\omega_1^2, \omega_2^2 \dots \omega_n^2$) que satisfazem a equação característica, para uma solução não-nula dada por:

$$\det(-\omega^2 M + K) = 0 \quad \text{Equação 4.17}$$

Para cada frequência natural ω_k do sistema existe um autovetor ϕ_k correspondente, que descreve os deslocamentos. Esse autovetor é chamado **modo de vibração** que descreve os perfis de deslocamentos do sistema. A solução no tempo para a vibração livre é dada pela combinação linear de todos os modos:

$$x(t) = \sum_{l=1}^n (A_l \text{sen}(\omega_l t) + B_l \text{cos}(\omega_l t))\phi_l \quad \text{Equação 4.18}$$

sendo A_l e B_l , funções das condições iniciais.

Os conceitos aplicados anteriormente a sistemas SDOF também são válidos para sistemas com MDOF, considerando os n-ésimos modos de vibração.

4.5 FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR DE SISTEMAS CONTÍNUOS

A frequência natural representa a taxa de oscilação livre da estrutura, depois de cessada a força que provocou o seu movimento. Como ela depende, exclusivamente, da massa e da rigidez do sistema (elemento estrutural), qualquer modificação nessas propriedades altera o seu valor.

Um bom exemplo da dependência da frequência natural é a fissuração do concreto, pois com a evolução da formação das fissuras e aumento de suas aberturas, existe uma diminuição da rigidez e, conseqüentemente, ocorre uma redução no valor da frequência natural.

A frequência natural do primeiro modo de vibração é chamada de frequência fundamental. Ela apresenta o menor valor dentre todas as frequências e normalmente é a que pode acarretar problemas para as estruturas civis.

Modo de vibração corresponde ao perfil vibracional associado a cada frequência natural. No que se refere ao concreto, os modos de vibração podem sofrer grande influência da fissuração, principalmente quando a região fissurada está localizada numa região de maior amplitude do modo correspondente.

Ressalta-se que a frequência é inversamente proporcional à massa, e diretamente proporcional à rigidez, o que significa que o comprimento do vão do elemento estrutural, o seu módulo de elasticidade, a inércia, e as condições de vínculo, influenciam na determinação da frequência natural.

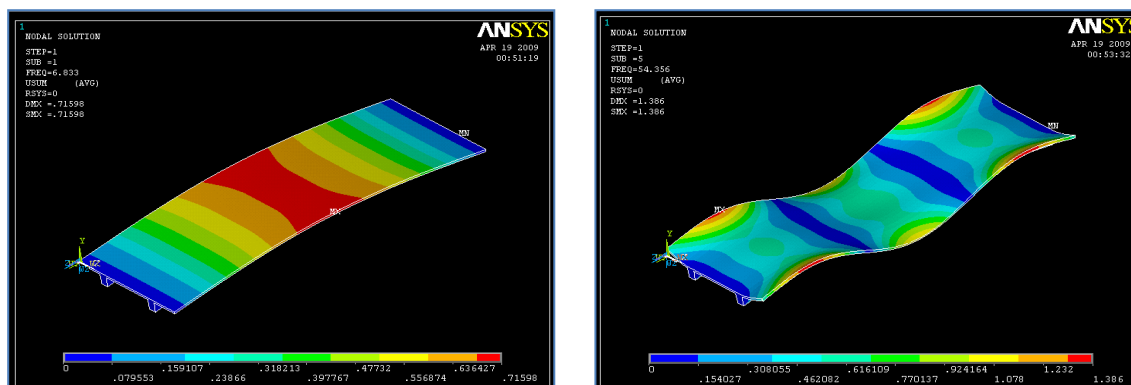


Figura 4-5 – Modos de vibrar

4.5.1 VIBRAÇÃO TRANSVERSAL DE VIGA – BERNOULLI-EULER

A Figura 4-6 representa uma viga com rigidez à flexão $EI(x)$ e massa $m(x)$ por unidade de comprimento, e o comprimento L , em função da coordenada espacial x . Considera-se que a viga está vibrando no seu plano sob a ação da força $P(x,t)$. O deslocamento transversal é representado em função da coordenada temporal t e da coordenada espacial x , e denominado por $U(x,t)$ ou simplesmente U .

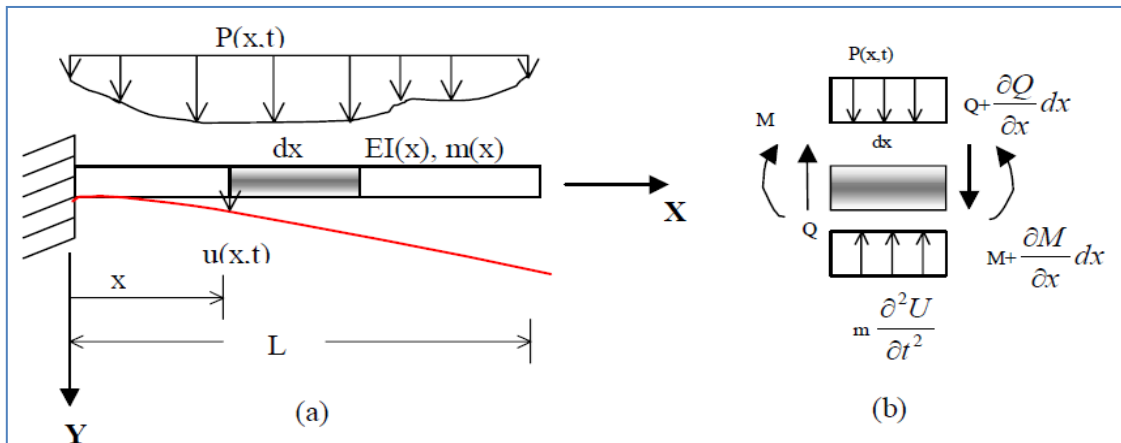


Figura 4-6 – (a) Viga Engastada e Livre; (b) Elemento infinitesimal (BEGAMBRE,2004)

Levando-se em conta a hipótese de pequenos deslocamentos, desprezando-se a deformação por força cortante e a inércia de rotação, bem como se admitindo distribuição linear de tensões, aplica-se o modelo Kelvin para materiais visco-elásticos, formulando a equação para a vibração de vigas (flexão simples) da forma exposta a seguir.

Considerando-se o equilíbrio de momentos em um elemento infinitesimal (Figura 4-6b), obtém-se:

$$-\frac{\partial M}{\partial x} \partial x + Q \partial x = 0 \therefore \frac{\partial M}{\partial x} = Q \tag{Equação 4.19}$$

onde se desprezam os termos de ordem superior. O momento fletor denomina-se M e o esforço cortante Q . Aplicando-se a segunda lei de Newton na direção y tem-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - m \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -P(x, t) \tag{Equação 4.20}$$

onde m é a massa por unidade de comprimento e $P(x,t)$ a carga distribuída atuante.

A teoria elementar da flexão, ao assumir a permanência de seções planas na deformação por flexão, prescreve:

$$\varepsilon_x = -y \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \text{Equação 4.21}$$

onde ε_x é a deformação da fibra longitudinal da viga no nível y . Tendo-se em conta o modelo Kelvin (WARBURTON, 1976), a relação entre tensões e deformações fica:

$$\sigma_x = E \left[\varepsilon_x + c \cdot \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \right] = -Ey \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + c \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial t \partial x^2} \right] \quad \text{Equação 4.22}$$

onde E é o módulo de elasticidade, c o fator de amortecimento e σ_x a tensão normal. Tendo em vista que o momento de flexão atende à relação:

$$M = \int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA \quad \text{Equação 4.23}$$

onde A é a área da seção transversal da viga, e substituindo-se a Equação 4.22 na Equação 4.23, tem-se:

$$M = -E \cdot \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + c \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial t \partial x^2} \right) \int_A y^2 dA \quad \text{Equação 4.24}$$

Por outro lado, para uma viga de seção constante pode-se escrever:

$$M = -EI \cdot \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + c \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial t \partial x^2} \right) \quad \text{Equação 4.25}$$

Além disso, com as Equações 4.19, 4.20 e 4.25 pode-se concluir:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \cdot \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + c \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial t \partial x^2} \right) \right] + m \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = P(x, t) \quad \text{Equação 4.26}$$

Tomando agora, a derivada com relação ao tempo por um ponto encima da variável (\dot{U}), e a derivada com relação ao espaço por um número romano como expoente (U^I), pode-se escrever a Equação 4.26, da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(U^{II} + c\dot{U}^{II})] + m\ddot{U} = P(x, t) \quad \text{Equação 4.27}$$

A Equação 4.27 representa a equação diferencial parcial de segunda ordem que governa a vibração transversal de viga, segundo o clássico modelo Euler-Bernoulli, pelo qual se despreza o efeito da deformação por cisalhamento e a inércia de rotação (HUMAR, 1990).

Por exemplo, para uma viga **simplesmente apoiada**, as 4 condições de contorno associadas ao problema são:

$$\begin{aligned} U(0, t) = 0 & \quad e \quad U(L, t) = 0 \\ EIU^{II}(0, t) = 0 & \quad e \quad EIU^{II}(L, t) = 0 \end{aligned} \quad \text{Equação 4.28}$$

sendo duas as condições iniciais:

$$\begin{aligned} U(x, 0) &= f(x) \\ \dot{U}(x, 0) &= f_v(x) \end{aligned} \quad \text{Equação 4.29}$$

onde as funções $f(x)$ e $f_v(x)$ indicam condições de deslocamentos e velocidades iniciais ao longo da viga, podendo ser nulas no caso de repouso.

Para uma viga **engastada-livre**, como exemplificado na Figura 4-6 - (a), as condições de contorno são:

$$\begin{aligned} U(0, t) = 0 & \quad e \quad U^I(0, t) = 0 \\ EIU^{II}(L, t) = 0 & \quad e \quad EIU^{II}(L, t) = 0 \end{aligned} \quad \text{Equação 4.30}$$

com as condições iniciais definidas pela Equação 4.29.

Existem outros tipos de condições de contorno, como, por exemplo, no caso da vibração de uma viga em balanço com um disco rígido soldado na extremidade livre (massa concentrada), mas estas não são abordadas na presente discussão.

4.5.2 VIBRAÇÃO LIVRE NÃO AMORTECIDA: PROBLEMA DO AUTOVALOR

A equação que descreve a vibração livre não amortecida para uma viga, com produto de rigidez $EI(x)$ e massa distribuída $m(x)$ constantes, pode ser obtida a partir da adoção do valor nulo para o amortecimento ($c = 0$) e excitação ($P(x, t) = 0$) na Equação 4.26.

$$EIU^{IV} + m\ddot{U} = 0 \quad \text{Equação 4.31}$$

que constitui uma equação diferencial parcial homogênea linear de quarta ordem. Adotando-se como solução da Equação 4.31 uma função da forma:

$$U(x, t) = u(x) \cdot T(t) \quad \text{Equação 4.32}$$

onde se emprega a técnica da separação de variáveis, sendo $u(x)$ uma função só da variável x e $T(t)$ uma função exclusiva do tempo. Substituindo-se a Equação 4.32 na Equação 4.31 tem-se:

$$\frac{u^{IV}}{\frac{m}{EI} \cdot u} = -\frac{\ddot{T}}{T} = \omega^2 \quad \text{Equação 4.33}$$

Como os termos da esquerda da Equação 4.33, incluindo a massa m e a rigidez à flexão EI , são funções apenas de x , enquanto os termos da direita são funções apenas do tempo, tal igualdade é válida, se e somente se, ambas as partes da equação forem iguais a uma constante, comumente chamada de *constante de separação*. Admitindo-se por conveniência uma constante de separação quadrática ω^2 (a constante de separação ω^2 deve ser positiva para garantir que a função $T(t)$ seja harmônica), a Equação 4.33 permite, pois explicitar duas equações separadas, ou seja:

$$\ddot{T} + \omega^2 T = 0 \quad \text{Equação 4.34}$$

e

$$u^{IV} - \omega^2 \cdot \frac{m}{EI} \cdot u = 0 \quad \text{Equação 4.35}$$

A solução da Equação 4.35 é do tipo:

$$T = F \operatorname{sen}(\omega \cdot t) + G \operatorname{cos}(\omega \cdot t) \quad \text{Equação 4.36}$$

sendo as constantes F e G , determinadas a partir das condições iniciais do problema.

É importante observar que caso se tivesse escolhido como constante de separação um número negativo, a solução para a função $T(t)$ envolveria um deslocamento com crescimento exponencial, o que seria inaceitável para o problema físico tratado.

As condições de contorno quando o deslocamento é da forma da Equação 4.33 podem ser escritas de forma resumida como:

$$|(EI \cdot u^{II})(u')|_0^L = 0 \quad \text{Equação 4.37}$$

$$|(EI \cdot u^{III})(u)|_0^L = 0 \quad \text{Equação 4.38}$$

Para a Equação 4.37 ser satisfeita, há duas possibilidades. A primeira consiste na nulidade do momento $EI \cdot u^{II} = 0$, e a segunda na nulidade da rotação $U^I = 0$. A Equação 4.38 será satisfeita se o esforço cortante se anular, ou se o deslocamento não ocorre $U = 0$.

A Equação 4.35 em conjunto com as condições dadas pelas Equações 4.37 e 4.38, representa o chamado **problema do autovalor** em termos de funções para vibração transversal de vigas (modeladas como sistemas contínuos).

Mediante substituição, pode-se verificar que $\mathbf{u}(x) = \mathbf{0}$ é uma possível solução da Equação 4.35, porém esta solução é trivial e de pouco interesse, já que não representa movimento do sistema. Uma solução não trivial é possível só para valores especiais de ω^2 . Em geral, existem infinitos valores da constante de separação, separados por intervalos discretos, que satisfazem à Equação 4.35, e esses valores são chamados de auto-valores do sistema. A raiz quadrada do autovalor, ω , é conhecida como a frequência natural do sistema.

Correspondentemente para cada autovalor, existe uma solução $\mathbf{u}(\mathbf{x})$, chamado de **autovetor** ou **forma modal**. Cada par $(\omega_i, u_i(x))$ é conhecido como modo de vibração natural da viga. O autovetor $u_i(x)$ representa a “deformada” da viga para o modo de vibração i , com $i = 1, \dots, \alpha$.

4.5.3 ORTOGONALIDADE DOS AUTOVETORES

Admitindo-se que ω_i^2 e ω_j^2 são dos autovalores da viga, que $\mathbf{u}_i(\mathbf{x})$ e $\mathbf{u}_j(\mathbf{x})$ são os autovetores correspondentes e sabendo-se que os autovetores devem satisfazer à Equação 4.35, pode-se escrever:

$$\{EI \cdot u_i(x)'''\} = \omega_i^2 m u_i(x) \quad \text{Equação 4.39}$$

$$\{EI \cdot u_j(x)'''\} = \omega_j^2 m u_j(x) \quad \text{Equação 4.40}$$

Multiplicando-se ambos os lados da Equação 4.39 por \mathbf{u}_j e integrando-se sobre o comprimento (omitindo-se a parte que indica função de \mathbf{x}), tem-se:

$$\int_0^L u_j u_i^{IV} EI \cdot dx = \omega_i^2 \int_0^L m u_j u_i dx \quad \text{Equação 4.41}$$

Reduzindo-se a parte esquerda da Equação 4.41 mediante integrações parciais sucessivas, e admitindo que \mathbf{u}_i e \mathbf{u}_j devem satisfazer as condições de contorno nos dois extremos da viga, obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_0^L u_j u_i^{IV} EI \cdot dx &= [u_j u_i'''' EI]_0^L - \int_0^L u_j' u_i'''' EI \cdot dx \\ &= [u_j u_i'' EI]_0^L + \int_0^L u_j'' u_i'' EI \cdot dx \\ &= EI \int_0^L u_j'' u_i'' dx \end{aligned} \quad \text{Equação 4.42}$$

Assim a Equação 4.42 fica reduzida a:

$$EI \int_0^L u_j^{II} u_i^{II} dx = \omega_i^2 m \int_0^L u_j u_i dx \quad \text{Equação 4.43}$$

Agora, multiplicando-se ambos os lados da Equação 4.40 por u_i , e integrando-se sobre o comprimento, tem-se:

$$\int_0^L u_i u_j^{IV} EI \cdot dx = \omega_j^2 \int_0^L m u_j u_i dx \quad \text{Equação 4.44}$$

Reduzindo-se a Equação 4.44 de igual forma que a Equação 4.41, chega-se em:

$$EI \int_0^L u_j^{II} u_i^{II} dx = \omega_j^2 m \int_0^L u_j u_i dx \quad \text{Equação 4.45}$$

Subtraindo-se a Equação 4.45 da Equação 4.43:

$$(\omega_i^2 - \omega_j^2) \int_0^L m u_j u_i dx = 0 \quad \text{Equação 4.46}$$

Ou ainda:

$$\int_0^L m u_j u_i dx = 0 \quad \text{Equação 4.47}$$

dado que $\omega_i^2 \neq \omega_j^2$.

Substituindo-se a Equação 4.47 na Equação 4.41 e na Equação 4.44 tem-se:

$$\int_0^L u_i^{IV} u_j EI \cdot dx = \int_0^L u_j^{IV} u_i EI \cdot dx = 0 \quad \text{Equação 4.48}$$

As Equações 4.48 e 4.47 expressam a propriedade de ortogonalidade dos **autovetores**. Esta propriedade indica que **autovetores** correspondentes a dois autovalores diferentes são ortogonais entre si.

Se \mathbf{u}_i for uma solução da Equação 4.35, verifica-se facilmente, por substituição, que $\eta\mathbf{u}_i$, sendo η uma constante, também será uma solução da Equação 4.35. Além disso, se \mathbf{u}_i satisfizer às condições de contorno dadas pelas Equações 4.37 e 4.38, $\eta\mathbf{u}_i$, também satisfará essas mesmas condições.

É evidente, então, que as magnitudes dos autovetores não são únicas, e que elas podem ser escaladas na forma que se desejar. O procedimento de se escalar os autovetores é chamado de **normalização**. Existem diversos procedimentos de normalização, porém um dos mais convenientes, desde o ponto de vista da dinâmica de estruturas, é o de normalização com relação à massa, dado pela seguinte equação:

$$\int_0^L m\phi_i^2(x)dx = 1 \quad \text{Equação 4.49}$$

onde $\phi_i(x)$ é um autovetor normalizado com relação á massa. Por fim, é preciso que se saiba que dois autovetores com autovalores idênticos não são necessariamente ortogonais entre si, porém, elas serão ortogonais com todas as outras autovetores que tiverem diferentes autovalores. Autovetores inseridos em um conjunto com o mesmo autovalor, não são únicos, qualquer combinação linear de dois ou mais membros do conjunto, será também um autovetor do sistema.

4.5.4 FREQUÊNCIAS E FORMAS MODAIS PARA VIBRAÇÃO LATERAL DE VIGA

Para o caso especial de uma viga uniforme, sem se levar em conta a inércia de rotação, o amortecimento e a deformação por cortante, o problema de autovalor tem a forma da Equação 4.35, ou seja:

$$EI \cdot u^{IV} = \omega^2 mu \quad \text{Equação 4.50}$$

Fazendo-se agora:

$$\frac{\omega^2 m}{EI} = \lambda^4 \quad \text{Equação 4.51}$$

a Equação 4.50 resulta em:

$$u^{IV} - \lambda^4 u = 0 \quad \text{Equação 4.52}$$

cuja solução é dada por:

$$u = Ae^{\alpha \cdot x} \quad \text{Equação 4.53}$$

Substituindo-se a Equação 4.36 e suas quatro derivadas sucessivas na Equação 4.50, tem-se finalmente a equação característica:

$$(\alpha^2 - \lambda^2)(\alpha^2 + \lambda^2) = 0 \quad \text{Equação 4.54}$$

cujas raízes são:

$$\alpha = \pm\lambda \quad e \quad \alpha = \pm i \cdot \lambda$$

Portanto, uma solução geral da Equação 4.50 é então dada por:

$$u = A\text{sen}(\lambda x) + B\text{cos}(\lambda x) + C\text{senh}(\lambda x) + D\text{cosh}(\lambda x) \quad \text{Equação 4.54}$$

onde **A**, **B**, **C** e **D** são constantes arbitrárias que devem ser determinadas a partir das condições de contorno do problema, como mostrado nas seções seguintes.

4.5.4.1 FORMULAÇÃO TEÓRICA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA MODELO CONTÍNUO DE 4ª ORDEM.

Para a situação de viga simplesmente apoiada existem restrições contra deslocamentos de corpo rígido. Neste caso tem-se um sistema com as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} u(0) &= 0; & EI \cdot u''(0) &= 0; \\ u(L) &= 0; & EI \cdot u''(L) &= 0. \end{aligned}$$

Fazendo-se o uso da Equação 4.53 e suas derivadas nas condições de contorno do problema, obtém-se o seguinte sistema de equações lineares nas constantes A, B, C e D :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ \operatorname{sen}(\lambda L) & \cos(\lambda L) & \operatorname{senh}(\lambda L) & \operatorname{cosh}(\lambda L) \\ -\operatorname{sen}(\lambda L) & -\cos(\lambda L) & \operatorname{senh}(\lambda L) & \operatorname{cosh}(\lambda L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Equação 4.55}$$

Das duas primeiras linhas da Equação 4.55, sabe-se que $B = D = 0$. Substituindo-se este resultado nas duas últimas linhas da Equação 4.55, tem-se:

$$C \operatorname{senh}(\lambda L) = 0 \quad \text{Equação 4.56}$$

$$A \operatorname{sen}(\lambda L) = 0 \quad \text{Equação 4.57}$$

No entanto, $\operatorname{senh}(\lambda L)$ não pode ser nulo, pois significaria a ausência de movimento, assim a constante C deve ser nula. A Equação 4.57 pode ser satisfeita tomando-se a nulidade para o valor de A , ou seja, $A = 0$. Porém isto conduziria à solução trivial, $u(x) = 0$, recaindo novamente sobre a ausência de movimento. Portanto a obtenção da solução não nula só é possível se:

$$\operatorname{senh}(\lambda L) = 0 \quad \text{Equação 4.58}$$

que corresponde à **equação de frequência** para a viga simplesmente apoiada, e cuja solução determina o valor de λ e por conseguinte de ω . Deste modo, obtém-se como solução da Equação 4.58 os seguintes valores:

$$\lambda_i L = i\pi \quad \text{Equação 4.59}$$

com $i = 1, \dots, \alpha$, sendo que $i = 0$ não está incluída pois representa a ausência de movimento do sistema. As frequências do sistema podem obtidas a partir de:

$$\omega = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \left(\frac{rad}{s} \right) \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (Hz) \quad \text{Equação 4.60}$$

sendo m , a massa por unidade de comprimento, E o módulo de elasticidade do material, I a inércia da seção geométrica e L o vão correspondente. Assim, para cada valor de λ_i , obter-se-á uma solução diferente para $u(x)$, (autovetor).

Os autovetores para uma viga simplesmente apoiada são obtidos a partir da substituição dos $\mathbf{B} = \mathbf{C} = \mathbf{D} = \mathbf{0}$ na Equação 4.53.

$$u_i = A \operatorname{sen} \left(\frac{i\pi}{L} \right) x \quad \text{Equação 4.61}$$

Como a magnitude dos autovetores u_i é arbitrária, pode-se normalizá-las com relação à massa utilizando-se a Equação 4.49, obtendo:

$$A = \sqrt{\frac{1}{m \int_0^L \operatorname{sen}^2 \left(\frac{i\pi x}{L} \right) dx}} = \sqrt{\frac{2}{mL}} \quad \text{Equação 4.62}$$

Por fim, substituindo-se o valor de A na Equação 4.61, obtém-se os autovetores normalizadas com relação à massa, ϕ_i , para a viga simplesmente apoiada:

$$\phi_i(x) = \sqrt{\frac{2}{mL}} \operatorname{sen} \left(\frac{i\pi x}{L} \right) \quad i = 1, \dots, \alpha \quad \text{Equação 4.63}$$

Para uma viga simplesmente apoiada (como são todas as vigas tratadas neste estudo), vibrando livremente e sem amortecimento, a amplitude de vibração em cada modo varia com o tempo, porém, todos os pontos dela estão em fase (vide solução para $\mathbf{T}(t)$ no tempo, Equação 4.63, ou seja, todos eles passam pela posição de equilíbrio ao mesmo tempo. Os pontos onde a forma modal cruza o eixo x são chamados de **nós**, e os nós sempre são pontos estacionários.

4.5.4.2 FORMULAÇÃO TEÓRICA VIGA ENGASTADA – ENGASTADA MODELO CONTÍNUO DE 4ª ORDEM.

Considerando que as condições de contorno para a viga com suas extremidades engastadas sejam:

$$\begin{aligned} u(0) &= 0; & u'(0) &= 0; \\ u(L) &= 0; & u'(L) &= 0. \end{aligned}$$

O que significa dizer que as translações, bem como as rotações nos apoios são nulas. Obtém-se o seguinte sistema de equações lineares, para as dadas condições de contorno:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\lambda L) & \text{cos}(\lambda L) & \text{senh}(\lambda L) & \text{cosh}(\lambda L) \\ \text{cos}(\lambda L) & -\text{sen}(\lambda L) & \text{cosh}(\lambda L) & \text{senh}(\lambda L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Equação 4.64}$$

Calculando-se o determinante da matriz de coeficientes da Equação 4.64 e igualando-se a zero, obtém-se a equação de frequência do sistema:

$$1 - \text{cosh}(\lambda L) \text{cos}(\lambda L) = 0 \quad \text{Equação 4.65}$$

que conduz a um número infinito de autovalores. Para cada um deles existe uma autovetor que pode ser determinado substituindo-se o valor de λ_i na Equação 4.65, e calculando-se os coeficientes A, B, C com a consideração $D = 1$. Assim, o i -ésimo autovetor fica:

$$\begin{aligned} u_i &= -\text{cos}(\lambda_i x) + \text{cosh}(\lambda_i x) \\ &+ \left[\frac{\text{cos}(\lambda_i L) - \text{cosh}(\lambda_i L)}{\text{senh}(\lambda_i L) - \text{sen}(\lambda_i L)} \right] [\text{senh}(\lambda_i x) - \text{sen}(\lambda_i x)] \end{aligned} \quad \text{Equação 4.66}$$

Como se pode observar, a Equação 4.66 possui duas raízes nulas, a exemplo do caso da viga livre-livre. Com isso, é possível que essas duas raízes representem soluções triviais do problema e, se este for o caso, tais raízes não devem ser levadas em conta. Para

verificar se os autovetores correspondentes às raízes nulas representam ou não movimento, deve-se substituir o valor nulo do autovalor na Equação 4.52. ou seja:

$$u^{IV} = 0 \quad \text{Equação 4.67}$$

que tem solução da forma:

$$u = A_1 + A_2x + A_3x^2 + A_4x^3 \quad \text{Equação 4.68}$$

Calculando-se agora a segunda e a terceira derivadas da Equação 4.68 e substituindo-se o resultando nas condições de contorno do problema tem-se que $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0$ e, portanto, significa estrutura em repouso.

Finalmente, as frequências naturais calculadas a partir das Equações 4.51 e 4.54 são:

$$\omega_i = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad \text{ou} \quad \omega_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \text{ (Hz)}$$

Onde:

Equação 4.69

$$\lambda_i L = \lambda_i^* \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 4.730 \\ \lambda_2 = 7.853 \\ \lambda_3 = 10.996 \\ \lambda_i = (2i + 1) \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad i = 1, \dots, \alpha$$

4.5.4.3 FORMULAÇÃO TEÓRICA VIGA ENGASTADA – APOIADA MODELO CONTÍNUO DE 4ª ORDEM.

Considerando que as condições de contorno para a viga com uma de suas extremidades engastadas sejam:

$$\begin{aligned} u(0) &= 0; & u'(0) &= 0; \\ u(L) &= 0; & EI \cdot u''(L) &= 0. \end{aligned}$$

Por analogia aos procedimentos adotados nos itens 4.5.4.2 e 4.5.4.3, obtêm-se equação de frequência do sistema, expressa por:

$$\tan(\lambda L) - \tanh(\lambda L) = 0 \quad \text{Equação 4.70}$$

O que nos conduz à:

$$\omega_i = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) \quad \text{ou} \quad \omega_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \text{ (Hz)}$$

Onde:

$$\lambda_i L = \lambda_i^* \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 3.92660231 \\ \lambda_2 = 7.06858275 \\ \lambda_3 = 10.21017612 \\ \lambda_4 = 13.35176878 \\ \lambda_5 = 16.49336143 \\ \lambda_i = (4i + 1) \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad i = 1, \dots, \alpha \quad \text{Equação 4.71}$$

Encerrando-se assim, no presente trabalho, o estudo do problema do autovalor que fornece os parâmetros de vibração para vigas (formas modais e frequências naturais) em vibração livre não amortecida.

4.5.4.4 MÓDULO DE ELASTICIDADE

De posse do valor da frequência natural do sistema, obtido através das Equações 4.60, 4.69 e 4.71, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidades do material a partir de:

$$E = \left(\frac{2\pi L^2 \omega_i \text{ (Hz)}}{\lambda_i^2} \right) \cdot \frac{m}{I} \quad \text{Equação 4.72}$$

Segundo Salawu apud Almeida (2005), uma das vantagens de medir as respostas da vibração com métodos que empregam a frequência natural é a sua natureza global, o

que permite a escolha dos pontos de medição que melhor se adaptem às condições do ensaio. Por outro lado, alguma dificuldade pode ser encontrada, como por exemplo, o surgimento de picos de amplitude muito próximos no espectro de frequência obtido, indicando que o formato assimétrico dos corpos-de-prova ou dos elementos causa alguma interferência na vibração em outras direções (MALHOTRA (1986) apud ALMEIDA, (2005)).

4.6 FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)

A Função de Resposta em Frequência $H(\omega)$ é uma matriz que relaciona a saída (resposta X) do sistema com a entrada (excitação F), aplicada como função da frequência de excitação.

$$H_{pq}(\omega) = \frac{X_p(\omega)}{F_q(\omega)} \quad \text{Equação 4.73}$$

Se $p \neq q$, obtemos a chamada FRF de transferência, que corresponde à aquisição da resposta no ponto p devido a uma excitação no ponto q . Quando $p = q$, tem-se FRF de ponto, ou seja, resposta e excitação no mesmo ponto.

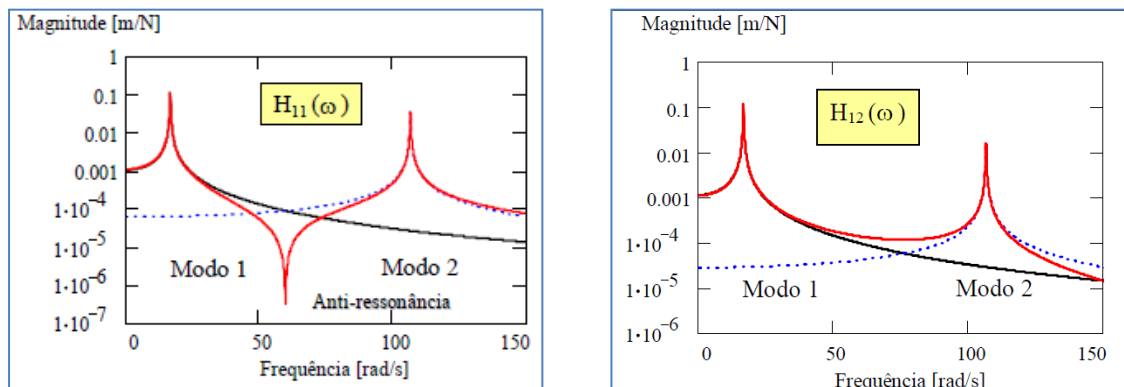


Figura 4-7 – Função de Resposta em Frequência: (a) FRF de ponto e (b) FRF de transferência (ALMEIDA,2005)

A partir da FRF, pode-se obter os parâmetros modais da estrutura. Cada pico de amplitude está associado a uma frequência natural (ou frequência ressonante) e um modo de vibrar.

Uma particularidade nas FRFs de ponto é a obrigatória presença da anti-ressonância entre duas ressonâncias consecutivas. A anti-ressonância é um conceito bastante útil no controle de vibrações.

As formas de se representar a FRF, a depender da variável utilizada na resposta do modelo, podem ser:

- ✓ FRF de receptância – quando a variável de saída é o deslocamento;
- ✓ FRF de mobilidade – quando a variável de saída é a velocidade;
- ✓ FRF de acelerância – quando a variável de saída é a aceleração.

4.7 ANÁLISE MODAL

“A análise modal é o processo constituído de técnicas teóricas e experimentais que possibilitam a construção de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico do sistema em estudo, a fim de determinar os seus parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento modal)” (NÓBREGA, 2004).

Existem duas maneiras de se fazer uma análise modal, por via teórica ou experimental, sendo cada constituída por três etapas (EWINS (2000)). As Figuras 4-8 e 4-9 ilustram o exposto.

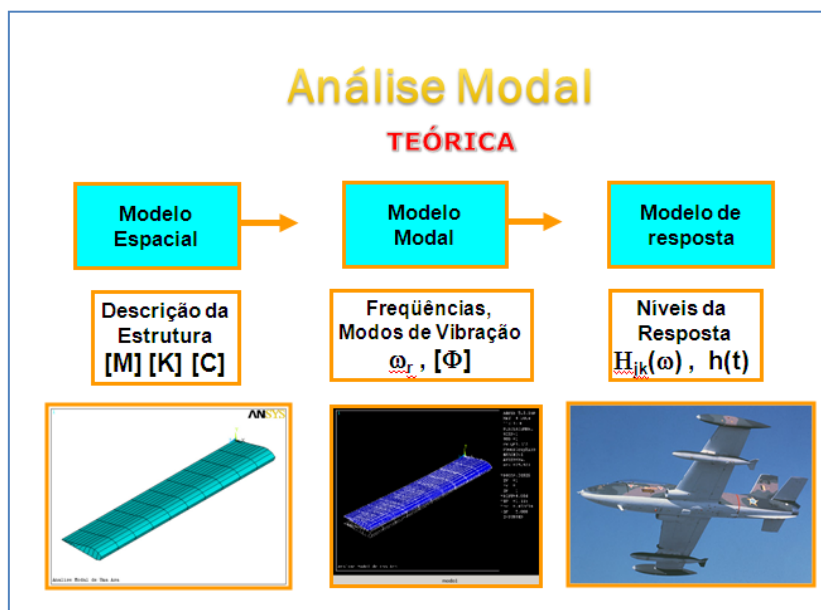


Figura 4-8 – Análise teórica das vibrações de um sistema

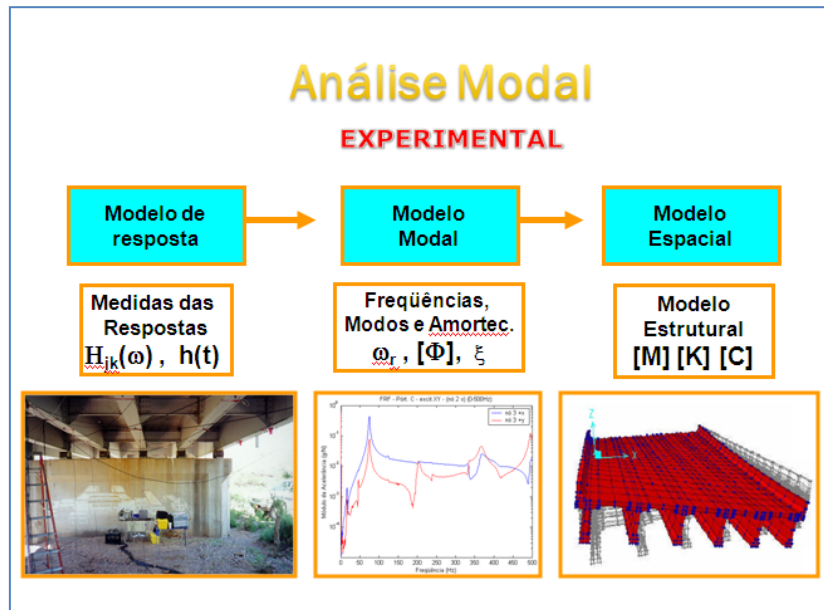


Figura 4-9 – Análise experimental das vibrações de um sistema

4.7.1 ANÁLISE MODAL TEÓRICA

A análise teórica consiste na descrição de um modelo espacial, por meio da obtenção das matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura, com o intuito de se obter o modelo modal, modos de vibrar e frequências naturais.

A partir do modelo modal obtido, faz-se as estimativas do modelo de resposta, expresso na forma de uma Função de Resposta em Frequência (FRF) ou de Funções de Resposta ao Impulso (FRIs) e das repostas da estrutura ao longo do tempo ($x(t)$) (*time history*).

4.7.2 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Corresponde ao processo inverso ao ocorrido na análise modal teórica, pois seu início se dá com a aquisição do modelo de resposta na forma de FRFs, FRIs e variações $x(t)$. Os métodos para deduzir as frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento são apresentados na sequência. No limite, é possível deduzir as propriedades espaciais da estrutura através de técnicas de análise apropriadas.

Observa-se que no modelo de resposta obtido por via experimental, usualmente ocorre uma redução significativa dos graus de liberdade do sistema, haja vista as limitações de ensaio. Uma “extrapolação” do modelo de resposta no intuito de se obter o modelo espacial pode ser feita posteriormente (via de regra com maior números de nós).

O presente trabalho apresenta os dois tipos de análise. Construiu-se o modelo espacial dos modelos físicos experimentados empregando-se o MEF, via modelagem no programa ANSYS.

4.7.2.1 APLICAÇÕES DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

McConnell & Varoto (2008), definem ensaio de vibração como a arte e a ciência de medir e compreender a resposta de uma estrutura quando exposta a um ambiente dinâmico específico; se necessário, deve-se simular este ambiente de maneira a garantir satisfatoriamente a representação da estrutura quando exposta a este mesmo ambiente vibratório.

Uma série de aplicações da análise modal é descrita nas diversas bibliografias que tratam do assunto. Baseado em Ewins (2000) e McConnell & Varoto (2008), aponta-se algumas aplicações da análise modal:

- elaboração, verificação, calibração, ajuste e correção de modelos teóricos e numérico-computacionais;
- desenvolvimento e qualificação de um produto;
- verificação da integridade estrutural e confiabilidade;
- amostragem de produção;
- monitoramento das condições de funcionamento.

4.7.2.2 HIPÓTESES BÁSICAS

As hipóteses básicas, nas quais se fundamenta a Análise Modal Experimental, para o estudo de qualquer sistema estrutural (NÓBREGA, 2004), são:

- 1) a estrutura é linear. A resposta da estrutura a qualquer combinação de forças, simultaneamente aplicadas, é a soma das respostas individuais de cada uma das forças, atuando sozinha;
- 2) a estrutura é invariante no tempo. Os parâmetros modais são constantes no tempo;
- 3) a estrutura obedece ao teorema da reciprocidade de Maxwell. O teorema estabelece uma relação direta dos deslocamentos generalizados com as forças generalizadas que os provocam atuantes em pontos distintos da estrutura, independentemente de sua ordem de aplicação;

- 4) a estrutura é observável. Os dados de entrada e saída contêm informações suficientes para gerar um modelo de comportamento adequado para a estrutura.

4.7.2.3 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS MODAIS

Os procedimentos envolvidos na determinação dos parâmetros modais a partir dos dados experimentais, e o sucesso vão depender da correta avaliação dos erros e precisões de cada uma das etapas.

Após o ensaio experimental, calcula-se a FRF, um conjunto de números complexos associados, cada um deles, a uma frequência de excitação. Construir a curva módulo da FRF versus a frequência (Figura 4-7) é uma tarefa simples. Os picos da FRF indicam as frequências naturais (Figura 4.7), como já delineado.

Para a extração do modo de vibração, considera-se, agora, apenas a parte imaginária, ou real, dos números da FRF, a depender do tipo da FRF se de aceleração ou mobilidade, respectivamente.

Considerando acelerações (mais comuns), observam-se as partes imaginárias das FRFs. Assim, fixando-se em uma certa frequência de excitação, verifica-se para cada ponto onde foi fixado um sensor (uma FRF distinta), esse valor medido. Ele corresponde à coordenada do modo de vibração neste ponto, e a diferença de fase entre a força de excitação e a resposta (em fase ou em oposição) indica o sinal da coordenada: se é para cima ou para baixo. Por fim, todos os valores das coordenadas serão normalizados, no final, e o sinal (positivo ou negativo), indicando o traçado para cima ou para baixo, é uma mera convenção.

Na determinação do amortecimento, vários métodos podem ser empregados. Um método bastante usual é o chamado “*Peak-Piking*” (também conhecido como Método da Meia-Potência). Este é talvez o mais simples método para a obtenção do amortecimento. Após a identificação dos das frequências naturais na FRF, determina-se os pontos ω_a e ω_b , localizados de ambos os lados dos picos ressonantes com ordenadas $\alpha_{\text{máx}}/\sqrt{2}$, como se demonstra na Figura 4-10.

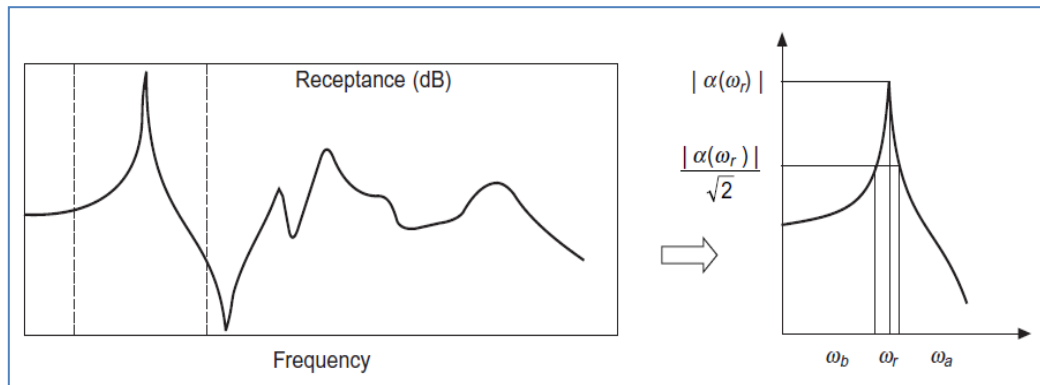


Figura 4-10 – Método “*Peak-Picking*” (JIMIN, H; FU, Z. (2001)):

Assim a taxa de amortecimento modal pode ser obtida a partir de:

$$\xi = \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_r} \quad \text{Equação 4.75}$$

Devido à sua notável simplicidade, o *Método Peak-Picking* produz resultados rapidamente obtidos. Entretanto, ele não é capaz de produzir dados com boa precisão, pois se baseia na obtenção dos picos da FRF, o que já é algo bastante difícil de obter com precisão. Aliado a isto, o método exige na maioria das vezes a interpolação dos valores obtidos, ou seja, uma aproximação de uma aproximação.

4.8 TÉCNICAS DE ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Na análise modal experimental devem-se levar em conta vários aspectos importantes para a determinação precisa da resposta do sistema. Pode-se citar como procedimentos fundamentais a sua realização:

- a fixação da estrutura;
- a excitação da estrutura;
- a transdução dos sinais de excitação e resposta;
- o processamento de dados;
- a identificação dos parâmetros modais.

4.8.1 FIXAÇÃO DA ESTRUTURA

É da prática que, tanto em ensaios dinâmicos quanto estáticos, a primeira decisão a ser tomada, antes mesmos dos ensaios, é sobre a vinculação real da estrutura, e de que maneira o arranjo de fixação deverá se estabelecer para que seja algo representativo da estrutura real.

Uma das condições de contorno possíveis de se estabelecer seria a “livre”. Tal condição, na verdade, não significa livre de fato, mas uma condição de suportes elásticos suficientemente suaves para possibilitar esta aproximação, de modo a permitir que a estrutura apresente modos de corpo rígido. Esta alternativa pode ser muito útil se o interesse residir na determinação da massa e das propriedades de inércia da estrutura.

O vínculo de engaste, embora seja muito simples na modelagem analítica, sua aplicação nos ensaios experimentais é extremamente difícil. É possível, evidentemente, analisar à parte o sistema de apoio e superpor seu efeito na estrutura. Todavia, Ewins (2000) apud Nóbrega (2004) aponta que as coordenadas que envolvem rotação são de difícil medição neste processo. O autor conclui afirmando que as condições de apoio ideais são as livres, reconhecendo a existência de diversas situações onde elas não são possíveis. Evidentemente, a discussão acima se refere primordialmente a experimentos conduzidos em laboratório, pois em estruturas civis reais, na maioria das vezes de grandes dimensões e massa, executadas no próprio campo, não é possível um controle absoluto sobre esta forma de fixação.

4.8.2 EXCITAÇÃO DA ESTRUTURA

Nos ensaios em laboratório, os equipamentos mais comuns para este fim são os excitadores eletromagnéticos (“*shakers*”) e os martelos de impacto, cada um possuindo pontos positivos e negativos. Os primeiros são capazes de gerar, entre outras formas de sinais, a excitação senoidal e a aleatória, através do uso de um gerador de sinais apropriado. Uma preocupação pertinente está na relação entre massas do excitador e a estrutura, já que este é fixado a ela. Assim, deve-se minimizar sua influência na resposta do sistema e também garantir que a estrutura seja excitada na direção em que se deseja medir a resposta.

Os martelos de impacto produzem a excitação do tipo transiente, e esta é geralmente imposta manualmente. Pode ser uma forma conveniente e bastante acessível. Sua maior desvantagem está nos ruídos introduzidos nas medidas, porventura de imprecisões na

direção execução do impacto, ou eventualmente da ocorrência do fenômeno do *rigging* (efeito campainha).

Quando se deseja excitar a estrutura em vários pontos, o uso do martelo de impacto facilita significativamente o ensaio, enquanto a utilização do “*shaker*” toma um consumo de tempo considerável pela necessidade de novos ajustes quando da mudança de posição e conexão à estrutura.

Em estruturas civis “*in situ*” é mais comum a utilização de excitadores rotativos de massa excêntrica, excitadores eletrodinâmicos, marretas de impacto instrumentadas, ou a utilização de excitação operacional: a) veículos monitorados; b) vibrações devido ao vento; ou c) imposição de um deslocamento inicial, e seu relaxamento brusco, para que a estrutura vibre livremente (excitação tipo fusível). A Figura 4-11 exemplifica excitadores.



Figura 4-11 – Excitadores : (a) Excitador rotativo de massa (JULIANI,2009);
(b) Martelo de Impacto, Endeveco 2303 (ALMEIDA, 2005); (c) Excitador eletro-dinâmico (fonte: B&K).

Nos excitadores eletromagnéticos, como já comentado, existe a possibilidade de se escolhe o tipo de sinal a ser emitido para a estrutura. Os tipos mais usados são o senoidal, o aleatório (puro) e o transiente, mas outros mais podem ser citados como o “*chirp*”, o pseudo aleatório, o aleatório impulsivo (“*burst random*”) (Figura 4-12).

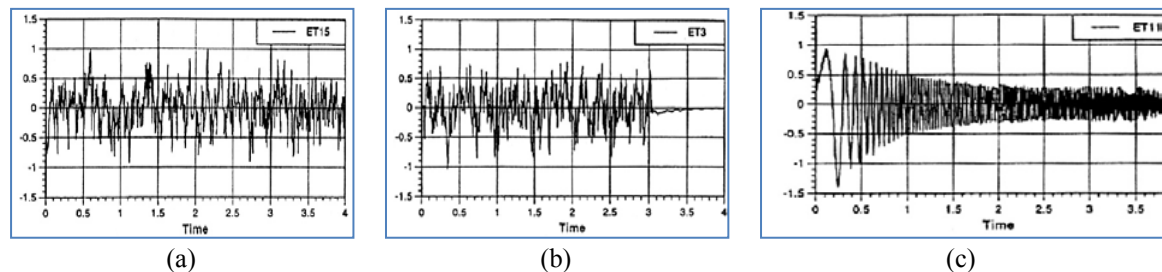


Figura 4-12 – Sinais de Excitação: (a) – aleatório; (b) aleatório impulsivo; (c) “*chirp*” (RICHARDSON³ apud NÓBREGA; 2004)

A excitação senoidal pode ser feita sintonizando-se as frequências uma a uma, manualmente, ou através de um processo de varredura em uma determinada faixa, já previamente estudada, pois do contrário tempo na aquisição de dados será longo. Uma de suas grandes vantagens é a possibilidade de se detectar possíveis não-linearidades presentes na estrutura.

A excitação mais usada é a aleatória. A excitação aleatória pura usa um sinal contínuo e não repetitivo; a excitação pseudoaleatória consiste em uma sequência aleatória que se repete periodicamente. A desvantagem da excitação aleatória é que ela “mascara” os efeitos não-lineares existentes apresentando um comportamento “linearizado” devido aos cálculos da transformada de Fourier. Esta forma de excitação é bastante suscetível ao fenômeno de “*leakage*” e requer que a resposta medida seja submetida a um processo de “*averaging*”, principalmente em frequências baixas.

4.8.3 AQUISIÇÃO E ANÁLISE DOS SINAIS

A resposta da estrutura deve ser medida com os sensores em vários pontos estrategicamente posicionados, e a partir das medidas de entrada e saída é que se pode determinar as características dinâmicas em termos de FRFs, no domínio da frequência, ou FRIs, no domínio do tempo.

Usualmente a aquisição é feita com o uso de transdutores piezoelétricos (ex: acelerômetros), piezoresistivos, capacitivos, servo-acelerômetros, sistemas óticos com

³ RICHARDSON, M.H. Structural dynamics measurements. In: EWINS, D.J.; INMAN, D.J., ed. **Structural Dynamics @ 2000: current status and future directions**. RSP, 2001.

laser, e até extensômetros elétricos ou transdutores de deslocamento do tipo LVDT (*Linear Variable Displacement Transducer*).

Um grande problema relacionado ao ensaio de uma estrutura civil são as baixas frequências presentes nessas estruturas. Geralmente o uso de acelerômetros piezoelétricos, os mais comuns, é inviabilizado, assim restringindo-se na maioria das vezes ao uso dos piezoresistivos.

4.8.3.1 TRANSFORMADA DE FOURIER

A Transformada de Fourier, batizada em homenagem a Jean-Baptiste Joseph Fourier, é uma transformada integral que expressa uma função em termos de funções de base sinusoidal, ou seja, como soma ou integral de funções sinusoidais multiplicadas por coeficientes ("amplitudes"). Existem diversas variações diretamente relacionadas desta transformada, dependendo do tipo de função a transformar.

- Integral de Fourier ou Transformada de Fourier (FT) – para sinais transientes;
- Série de Fourier (FS) – para sinais periódicos contínuos;
- Série Discreta de Fourier (DFS) – para sinais periódicos discretos;
- Transformada Discreta de Fourier (DFT) – para sinais não-periódicos discretos.

(Figura 4-13)

A transformada rápida de Fourier (ou "*Fast Fourier Transform*" - FFT) é um algoritmo computacional mais eficiente e mais rápido que a DFT, gerando espectros de frequência, a partir de sinais no tempo, através de um analisador espectral.

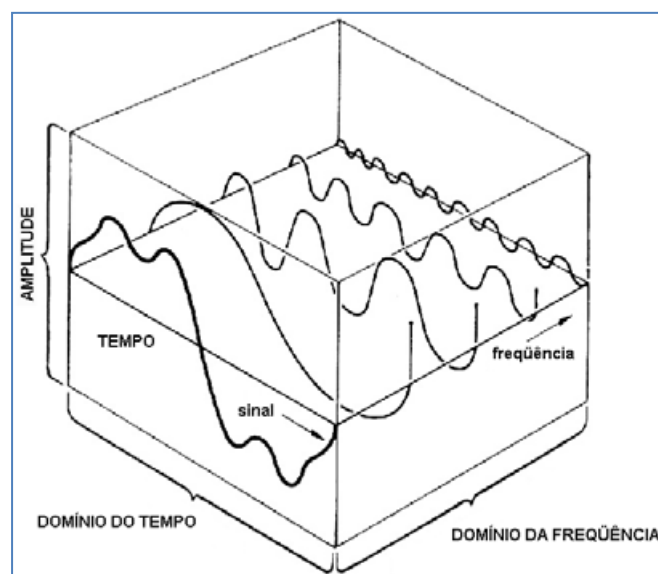


Figura 4-13 – Conceito da DFT (adaptado de NÓBREGA, 2004)

4.8.3.2 OUTROS CONCEITOS

- *aliasing* – Representa um erro na amostragem do sinal no tempo, consequência de uma taxa de aquisição inferior à necessária. Nestas condições, um sinal de certa frequência apresenta-se como sendo de menor valor e perfil completamente distorcido.
- *leakage* – O fenômeno de “*leakage*”, ou vazamento, é um fenômeno que ocorre no cálculo da transformada de Fourier de um dado sinal $x(t)$ devido à violação da hipótese fundamental da periodicidade requerida pela FFT. Isto ocorre porque no processo de aquisição captura-se o sinal apenas em um intervalo finito de tempo (uma “janela”), embora o sinal original possa ser maior. Neste caso, como o analisador espectral implicitamente assume que os dados do processo de aquisição correspondam a exatamente um período, de um sinal periódico, acontece o “*leakage*”. O espectro calculado apresenta-se distorcido, impreciso, e esse erro depende do que foi efetivamente capturado dentro da janela de aquisição
- *averaging* – a consideração de valores médios (várias aquisições do mesmo sinal) é necessária em processamento de sinais, principalmente quando o sinal é do tipo aleatório e pode provocar incertezas e ruídos nos resultados. Existem diferentes formas de obter a média de sinais: “*root mean square*” (RMS), média no domínio do tempo (“*time domain averaging*” – TDA), densidade espectral (“*power spectral density*” – PSD), etc.;
- janela de aquisição – é uma função de ponderação em relação a qual os dados de aquisição do sinal são multiplicados antes do cálculo da FFT. O uso da janela minimiza os efeitos de descontinuidade do sinal (NÓBREGA, 2004). Existem diversos tipos de janela (Figura 4-14), que são aplicadas de acordo com o sinal adquirido;
- função coerência – relaciona os sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta do sistema) em cada frequência. Como o valor varia entre 0 e 1, quanto mais próximo da unidade, maior a linearidade entre a entrada e a saída;

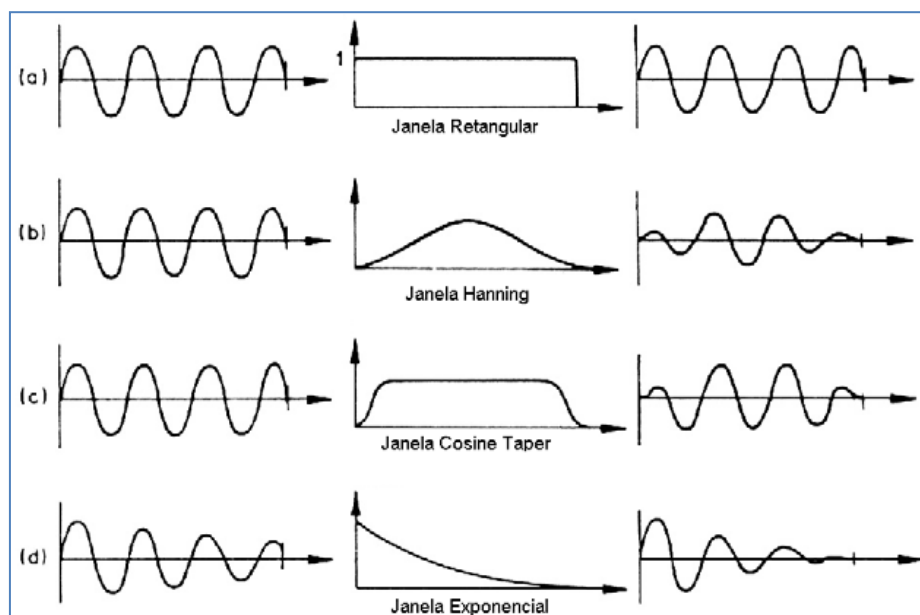


Figura 4-14 – Exemplos de janelas e sinal resultante (EWINS,2000)

4.9 FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS SUBMETIDAS A AÇÕES AXIAIS

Blevins (1979), afirma que quando uma força axial de tração é aplicada a uma viga, esta tende a ter suas frequências naturais aumentadas. Ao contrário, uma axial de compressão tende a diminuir as frequências naturais. Para tal consideração, ele sugere para o cálculo das frequências naturais a seguinte expressão:

$$f_i = \frac{(i\pi)^2}{2\pi L^2} \left(1 + \frac{PL^2}{EIi^2\pi^2} \right)^{1/2} \left(\frac{EI}{m} \right)^{1/2} ; i = 1,2,3 \dots \quad \text{Equação 4.75}$$

onde **P** é a força axial, positiva quando de tração e negativa quando de compressão, **E** é o módulo de elasticidade do material (não especifica qual, se dinâmico ou estático, supõe-se que seja o estático), **I** é o momento de inércia em relação ao CG, **L** é o comprimento da viga e **m** a massa por unidade de comprimento.

4.10 COMPORTAMENTO DINÂMICO DE VIGAS REFORÇADAS COM PROTENSÃO POR MEIO DE CABOS EXTERNOS

Nos últimos anos, interesse pela manutenção, reabilitação e reforço de pontes tem aumentado consideravelmente. A técnica de reforço de vigas pontes com o uso de protensão por meio de cabos externos tem sido estudada por vários autores como um meio possível de reforço.

Os estudos revelaram que a utilização de protensão externa acarretava em muitas vantagens do ponto de vista estático. Entretanto, como já delineado, em teoria, carregamentos axiais de compressão em vigas tendem a diminuir sua frequência natural. Por esta razão se faz necessário uma avaliação das características vibracionais de vigas reforçadas com protensão externa.

Um primeiro passo é determinar a equação da frequência natural considerando a força de protensão introduzida pelos cabos externos. Miyamoto *et al.*(2000), propôs uma formulação para tal consideração. Dado o esquema estrutural exposto nas Figuras 4-15 e 4-16.

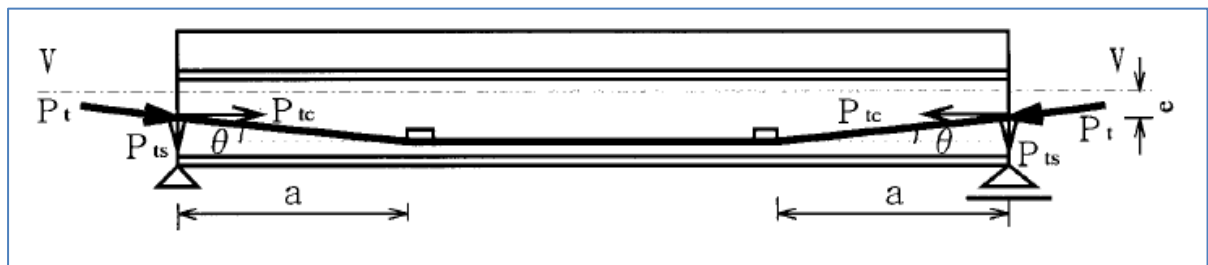


Figura 4-15 – Modelo de análise (adaptado de MIYAMOTO *et al.*(2000))

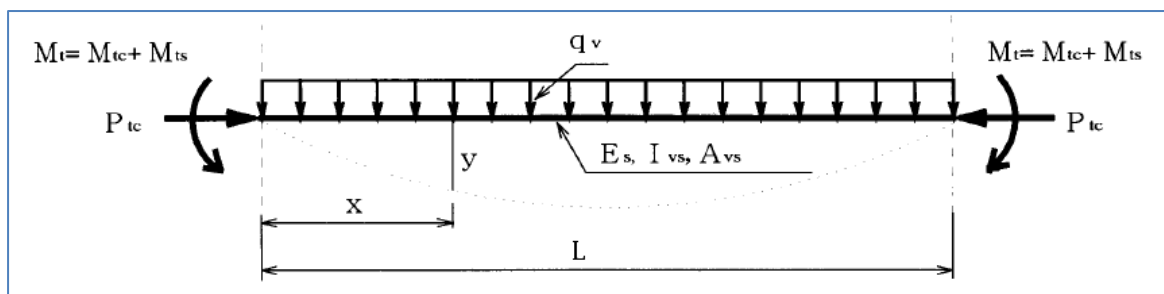


Figura 4-16 – Modelo de análise equivalente (adaptado de MIYAMOTO *et al.*(2000))

onde:

L = comprimento da viga;

L_t = comprimento do cabo de protensão;

q_v = peso próprio da viga distribuído no comprimento;

I_{vs} = momento de inércia da seção homogeneizada;

I_t = Inércia do cabo de protensão;

A_{vs} = área da seção homogeneizada;

P_t^0 = força de protensão inicial;

$P_{tc} = P_t \cos \theta = (P_t^0 + \Delta P_{tc}) \cos \theta = P_t^0 + \Delta P_{tc}$;

$P_{ts} = P_t \sin \theta = (P_t^0 + \Delta P_t) \sin \theta = P_{ts}^0 + \Delta P_{ts}$;

ΔP_{tc} = acréscimo na magnitude da componente horizontal da força de protensão devido a vibração flexional;

ΔP_{ts} = acréscimo na magnitude da componente vertical da força de protensão devido a vibração flexional;

y = amplitude de deslocamento.

e = excentricidade de protensão;

a = posição do desviador;

θ = ângulo de desvio (ver Figura 4-15)

Da análise do modelo exposto nas Figuras 4-15 e 4-16, Miyamoto *et al.*(2000) descreve a equação de vibração flexional, de uma viga submetida a protensão externa:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E_s I_{vs} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P_t y) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} (M_p) = - \frac{\sum \gamma_i A_i}{g} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{Equação 4.76}$$

onde $E_s I_{vs}$, corresponde a rigidez à flexão da viga; γ_i , é o peso específico da viga; e A_i é a seção transversal da viga. Na Equação 4.76, P_t representa a força de protensão e M_p o momento devido à protensão, expressos respectivamente por:

$$P_t = P_{tc}^0 + \Delta P_{tc} \quad \text{Equação 4.77}$$

$$M_p = (P_{tc}^0 + \Delta P_{tc}) \cdot e + (P_{ts}^0 + \Delta P_{ts}) \cdot a \quad \text{Equação 4.78}$$

Substituindo as Equações 4.77 e 4.78 em 4.76, nos obtemos a seguinte equação de vibração:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E_s I_{vs} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P_{tc}^0 + \Delta P_{tc}) y \\ - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left((P_{tc}^0 + \Delta P_{tc}) \cdot e + (P_{ts}^0 + \Delta P_{ts}) \cdot a \right) \\ = - \frac{\sum \gamma_i A_i}{g} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{aligned} \quad \text{Equação 4.79}$$

onde P_{tc}^0 e P_{ts}^0 , é a componente horizontal e vertical, respectivamente, da força de protensão inicial que é independente de x . Desde que o valor máximo da amplitude de deslocamento seja $y_{máx} \ll e$ e portanto $\Delta P_{tc} \cdot y \ll \Delta P_{tc} \cdot e$, o valor de $\Delta P_{tc} \cdot y$ é insignificante. Por isso, a Equação 4.79, pode ser reescrita como:

$$E_s I_{vs} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P_{tc}^0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \left\{ e \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Delta P_{tc}) + a \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Delta P_{ts}) \right\} = \frac{\sum \gamma_i A_i}{g} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{Equação 4.80}$$

sendo ΔP_t , a variação total de força no cabo de protensão devido a vibração flexional e que varia com a amplitude de vibração (y). Assim, supõe-se que ΔP_t é proporcional ao máximo valor de y e que este é infinitesimal. Então ΔP_t , pode ser calculado, a partir da equação da elasticidade $\delta_0 + (\Delta P_t \cos \theta) \cdot \delta_1 = 0$, como segue:

$$\begin{aligned} \Delta P_t \cos \theta &= \frac{\int \frac{mM}{E_s I_{vs}} dx}{\int \frac{m^2}{E_s I_{vs}} dx + \frac{L}{E_s A_{vs}} + \frac{L_t}{E_t A_t}} \\ &= \frac{\frac{PL^2}{8E_s I_{vs}} (e \cdot \cos \theta + a \cdot \sen \theta)}{\frac{L}{E_s I_{vs}} (e \cdot \cos \theta + a \cdot \sen \theta)^2 + \frac{L}{E_s A_{vs}} + \frac{L_t}{E_t A_t}} \end{aligned} \quad \text{Equação 4.81}$$

onde P = carga aplicada; E_t = módulo de elasticidade do cabo de protensão; A_t = área da seção transversal do cabo de protensão; L_t = comprimento do cabo de protensão. Pressupondo que na Equação 4.81 a força cortante não é considerada por ser insignificante. Da Equação 4.81, ΔP_t pode ser expresso por:

$$\Delta P_t = \frac{L(e \cdot \cos\theta + a \cdot \sen\theta)}{8 \cos\theta \{(e \cdot \cos\theta + a \cdot \sen\theta)^2 + \lambda\}} P \quad \text{Equação 4.82}$$

onde

$$\lambda = \frac{I_{vs}}{A_{vs}} + \frac{E_s I_{vs}}{E_t I_t} \frac{L_t}{L}; \quad \text{Equação 4.83}$$

Nesta etapa, a fim de calcular o acréscimo da força de protensão devido à vibração flexional relacionado à deflexão, uma força concentrada é aplicada ao meio vão é aplicada. Então a deflexão ao meio do vão y_p devido à força concentrada P pode ser calculada a partir da equação:

$$y_p = \frac{L^3}{48 E_s I_{vs}} P \quad \text{Equação 4.84}$$

Substituindo a Equação 4.82 na Equação 4.84 e rearranjando em termos de P temos:

$$y_p = \frac{L^2 \cos\theta \{(e \cdot \cos\theta + a \cdot \sen\theta)^2 + \lambda\}}{6 E_s I_{vs} (e \cdot \cos\theta + a \cdot \sen\theta)} \Delta P_t \quad \text{Equação 4.85}$$

O movimento ascendente da viga $y_{\Delta P_t}$ devido à ΔP_t pode ser calculado pela equação:

$$y_{\Delta P_t} = \frac{M_{\Delta P_t}}{8 E_s I_{vs}} L^2 = \frac{e \cdot \cos\theta + a \cdot \sen\theta}{8 E_s I_{vs}} L^2 \Delta P_t \quad \text{Equação 4.86}$$

onde, da relação $y = y_p - y_{\Delta P_t}$, e da Equação 4.85 e 4.86, y pode ser calculado por:

$$y = \frac{(4 \cos\theta - 3)(e \cdot \cos\theta + a \cdot \sen\theta)^2 + 4\lambda \cos\theta}{24 E_s I_{vs} (e \cdot \cos\theta + a \cdot \sen\theta)} L^2 \Delta P_t \quad \text{Equação 4.87}$$

Da Equação 4.87, portanto, ΔP_t pode ser expresso como uma função de y :

$$\Delta P_t = \frac{24E_s I_{vs} (e \cdot \cos\theta + a \cdot \sin\theta)}{L^2 (\mu + 4\lambda \cos\theta)} y \quad \text{Equação 4.88}$$

sendo $\mu = (4\cos\theta - 3)(e \cos\theta + a \sin\theta)^2$.

Adotando que a seção transversal é constante ao longo do comprimento da viga, substituindo a Equação 4.88 na Equação 4.80 e rearranjando os termos temos:

$$E_s I_{vs} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \left(P_{tc}^0 - \frac{24E_s I_{vs}}{L^2} \frac{v}{(\mu + 4\lambda \cos\theta)} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\sum \gamma_i A_i}{g} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{Equação 4.89}$$

onde $v = (e \cos\theta + a \sin\theta)^2$.

A Equação 4.89 corresponde à equação para a vibração livre não-amortecida da viga. De acordo com a teoria geral de vibrações, se $X(x)$ é considerada como a função básica de vibração, e ω_n corresponde à frequência natural circular de vibração, assim a solução da Equação 4.89 pode ser expressa por:

$$y = X(x)e^{i\omega_n t} \quad \text{Equação 4.90}$$

Conseqüentemente, por substituição da Equação 4.90 na Equação 4.89, obtêm-se:

$$E_s I_{vs} \frac{\partial^4 X}{\partial x^4} + \left(P_{tc}^0 - \frac{24E_s I_{vs}}{L^2} \frac{v}{(\mu + 4\lambda \cos\theta)} \right) \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{\sum \gamma_i A_i}{g} \cdot \omega_n^2 X \quad \text{Equação 4.91}$$

Desde que o modelo em estudo consista em uma viga simplesmente apoiada, como já mencionada em seções anteriores, $X(x)$ pode ser expressa por:

$$X(x) = D \operatorname{sen} \frac{n\pi}{L} x \quad (n = 1, 2, 3 \dots) \quad \text{Equação 4.92}$$

onde D é uma constante arbitrada.

Assim substituindo a Equação 4.92 na Equação 4.91, e rearranjando os seus termos obtemos:

$$E_s I_{vs} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 - \left(P_{tc}^0 - \frac{24E_s I_{vs}}{L^2} \frac{v}{(\mu + 4\lambda \cos\theta)} \right) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 = \frac{\sum \gamma_i A_i}{g} \cdot \omega_n^2 \quad \text{Equação 4.93}$$

Solucionando agora a Equação 4.93 para ω_n^2 temos:

$$\omega_n^2 = a_v \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \zeta \quad \text{Equação 4.94}$$

A partir da solução obtida para a Equação 4.88, por Miyamoto *et al.*(2000), extrai-se a formulação para a frequência natural em (Hz):

$$f_n = a_v \frac{\pi}{2\lambda^2} n^2 \zeta \text{ (Hz)} \quad \text{Equação 4.95}$$

onde:

$$\zeta = \sqrt{\left\{ 1 - \left(\frac{L}{n\pi} \right)^2 \frac{P_{tc}^0}{E_s I_{vs}} + \frac{24}{(n\pi)^2} \frac{v}{\mu + 4\lambda \cos\theta} \right\}}$$

n = índice da frequência natural (ex: $n = 1 \rightarrow$ primeira frequência natural)

$$a_v = \sqrt{\left(\frac{E_s I_{vs}}{\sum \gamma_i A_i} \right) \cdot g};$$

g = aceleração da gravidade (9,81m/s²)

Na Equação 4.95, ζ representa a influência do reforço por meio de protensão externa nas frequências naturais. Como pode ser identificado também na Equação 4.94, a força inicial de protensão e o arranjo dos cabos externos apresentam a maior influência, na frequência natural. Isto significa que quando $\zeta = 1$, não há influência alguma do reforço, que a obtenção da frequência natural pela formulação baseada na Teoria de Euler-Benoulli é suficiente para avaliar o problema. Para $\zeta > 1$, isto é, quando a influência do arranjo dos cabos é maior que a gerada pela componente horizontal da protensão, o reforço tende a aumentar a frequência natural. Se $0 < \zeta < 1$, ocorre o oposto a $\zeta > 1$, a frequência natural tende a diminuir com o reforço.

5 CRITÉRIOS NORMATIVOS

A sensibilidade humana a vibrações é de certo modo bastante acurada. O corpo humano pode chegar a sentir amplitudes de vibrações da ordem de 0,001 mm, enquanto que a ponta dos dedos é 20 vezes mais sensível do que isto. Por exemplo, o desconforto sentido quando sentado em uma mesa de escritório é diferente daquele sentido em uma poltrona de veículo.

A atitude do indivíduo perante a vibração também é algo importante, pois a sensibilidade irá depender fortemente do nível de concentração do indivíduo em uma determinada tarefa e a maneira que ele irá se adaptar ao estado vibratório. Os parâmetros que afetam a sensibilidade humana a vibrações são os seguintes:

- ✓ posição (em pé, sentado, deitado);
- ✓ direção de incidência em relação a coluna vertebral;
- ✓ atividade pessoal (descansando, andando, correndo);
- ✓ compartilhar a experiência com os demais, buscando uma confirmação do que realmente está sentido (vibração);
- ✓ idade e sexo;
- ✓ frequência de ocorrência e hora do dia;
- ✓ perfil de decaimento da vibração (nível de amortecimento).

A *intensidade da percepção* irá depender sobretudo dos fatores:

- ✓ amplitudes de deslocamento, velocidade e aceleração;
- ✓ tempo de exposição;
- ✓ frequência de vibração.

A intensidade da percepção já foi pesquisada por vários autores, porém geralmente resultados ficam em torno dos valores apresentados na Tabela 5.1, proposta por Pretlove & Rainer apud Bachmann *et al.*(1996) . Fazendo uma generalização, Pretlove & Rainer apud Bachmann *et al.* (1996), afirma que nas frequências de 1 a 10Hz, a perceptibilidade é proporcional à aceleração, enquanto de 10 a 100Hz a perceptibilidade é proporcional à velocidade.

Apresenta-se nas seções que seguem um apanhado do que é disponível atualmente no tocante ao Estado Limite de Vibrações Excessivas, em órgãos normativos do Brasil e do Exterior.

Tabela 5-1 – Uma indicação para os limites de sensibilidade humana a vibrações para vibração harmônica transversal (pessoas em pé). Pretlove & Rainer apud Bachmann *et.al.* (1996)

Descrição	Faixa de frequência 1 a 10 Hz Pico de aceleração (mm/s ²)	Faixa de frequência 10 a 100 Hz Pico de velocidade (mm/s)
Perceptível	34	0,5
Claramente perceptível	100	1,3
Desconfortante	550	6,8
Intolerável	1800	13,8

5.1 NORMA BRASILEIRA – PROJETO E EXECUÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO: NBR 6618/2003

A referida norma, que trata de estruturas de concreto, em seu item 23.3 – “Estado Limite de vibrações excessivas”, recomenda que para assegurar comportamento satisfatório das estruturas sujeitas a vibrações, a sua frequência natural (f), deve ser ao menos, 20% superior que a frequência natural da fonte excitadora, que nesta norma é chamada de frequência crítica (f_{crit}).

$$f \geq 1,2f_{crit} \quad (\text{Equação 5.1})$$

Tabela 5-2 – Frequências críticas e natural mínima (segundo a NBR 6118/2003)

Caso	f_{crit}	$f_{mín}$
Ginásio de esportes	8,0	9,6
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0	8,4
Escritórios	3,0 a 4,0	3,6 a 4,8
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,4	4,1
Passarelas de pedestres ou ciclistas	1,6 a 4,5	1,9 a 5,4

Em função do tipo de excitação presente em cada tipo de utilização estrutural, exposto na referida norma, observa-se que a mesma aponta valores referentes aos 2º e 3º harmônicos da força de excitação, o que embora seja um procedimento simplificado é

coerente na sua essência. Em casos especiais a norma sugere que sejam realizadas análises dinâmicas mais acuradas com base em recomendações internacionais, enquanto não houver norma brasileira específica que trate desse assunto.

5.2 NORMA BRASILEIRA – NBR 9062:2006 – PROJETO E EXECUÇÃO DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO

Esta que é a norma brasileira específica de estruturas de concreto pré-moldado prescreve em seu item 5.3.2 – “Solicitações dinâmicas no manuseio, transporte e montagem dos elementos”, recomendações sobre as solicitações dinâmicas apenas no contexto das situações transitórias, transporte dos elementos estruturais, seu manuseio no canteiro e na montagem. Nestas situações, deve-se substituir a ação dinâmica por uma estática equivalente (g_{ed}), resultante da majoração da carga estática característica permanente (g_k), por um coeficiente de amplificação dinâmica β_a que depende das condições de manuseio, transporte e montagem dos elementos.

$$g_{ed} \geq \beta_a g_k \quad (\text{Equação 5.2})$$

onde:

$\beta_a = 1,30$, na ocasião do transporte, com carga permanente em situação desfavorável;

$\beta_a = 0,8$, na ocasião do transporte, com carga permanente em situação favorável, ou outro valor definido em verificação experimental comprovada;

$\beta_a = 1,30$, na ocasião do saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem do elemento;

$\beta_a = 1,40$, na ocasião saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem do elemento sob circunstâncias desfavoráveis, tais como formato do elemento ou detalhes que dificultem a sua extração de fôrma ou superfície de contato com a forma maior que 50m^2 ;

$\beta_a < 1,30$, na ocasião do saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem quando os elementos forem de peso superior a 300 kN. O valor de β_a deve ser estabelecido conforme experiência local, bem como fôrmas e equipamentos de levantamento adotados;

$\beta_a = 4$, para projetos de dispositivos de levantamentos, para saque, manuseio e montagem, em contato com a superfície do elemento ou ancorado no concreto.

Quanto ao posicionamento do elemento sobre os apoios no veículo durante o transporte, a referida norma recomenda que seja estudado de tal maneira que a frequência natural de vibração do elemento esteja suficientemente afastada da frequência de excitação do sistema de transporte, no entanto não quantifica o “suficientemente afastado”. Não há qualquer discussão sobre a ação de pessoas ou máquinas, do ponto de vista dinâmico.

5.3 NORMA BRASILEIRA – PROJETO DE ESTRUTURAS DE AÇO E DE ESTRUTURAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO DE EDIFÍCIOS: NBR 8800/2008

A NBR 8800/2008 – Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, em seu anexo L, prevê que as estruturas formadas por vãos muito grandes e amortecimento reduzido podem provocar desconforto, quando submetidas a atividades humanas normais. Ela apresenta uma avaliação simplificada para os pisos submetidos a vibrações causadas por atividades humanas normais.

Nos casos em que as pessoas caminham regularmente, como os de residências, escritórios e similares, a menor frequência natural não pode ser inferior a 4 Hz. Essa condição fica satisfeita se o deslocamento vertical for menor que 20 mm. Esse deslocamento é calculado considerando as ações permanentes, incluindo a parcela dependente do tempo, e as ações variáveis, considerando a viga simplesmente apoiada e usando as combinações frequentes de serviço.

Já em pisos onde as pessoas desenvolvem atividades ritmadas, como os de academias de ginástica, salões de dança, ginásios e estádios de esportes, a menor frequência natural não pode ser inferior a 6 Hz, devendo ser aumentada para 8 Hz, quando a atividade é muito repetitiva, como ginástica aeróbica. Essas condições ficam satisfeitas respectivamente, se o deslocamento é calculado considerando as ações permanentes, excluindo a parcela dependente do tempo, e as ações variáveis, considerando a viga como bi-apoiada e usando as combinações frequentes de serviço, não superar 9 mm e 5 mm.

Apesar disso, a norma deixa a critério do projetista a opção pelo tipo de avaliação a ser realizada, sendo que para uma avaliação mais criteriosa o projetista deverá proceder a uma análise dinâmica que leve em conta os seguintes itens:

- a) as características e a natureza das excitações dinâmicas, como por exemplo, as decorrentes do caminhar das pessoas e de atividades rítmicas;
- b) os critérios de aceitação para o conforto humano em função do uso e ocupação das áreas do piso;
- c) a frequência natural da estrutura do piso;
- d) a razão de amortecimento modal;
- e) os pesos efetivos do piso.

Vale ressaltar que em nenhum caso a frequência natural do piso pode ser inferior a 3 Hz, segundo o item 1.2 do anexo L, da referida norma.

5.4 GUIA PRÁTICO DO AISC – FLOOR VIBRATIONS DUE TO HUMAN ACTIVITY 11 (STEEL DESIGN GUIDE SERIES)

Este guia de projeto foi desenvolvido pelos pesquisadores Murray, Allen e Ungar (1997) e faz parte de uma série de livros denominada Steel Design Guide Series, desenvolvida no American Institute of Steel Construction (AISC) em conjunto com o Canadian Institute of Steel Construction (CISC). O guia permite avaliar a resposta dinâmica estrutural, em termos de aceleração de pico, segundo as características dos elementos estruturais e carregamentos envolvidos no projeto.

No procedimento proposto, considera-se que uma componente harmônica dependente do tempo se iguala a frequência natural da estrutura, na tentativa de causar a ressonância, como mostra a equação abaixo:

$$F(t) = P\alpha_1 \cos(2\pi f_p t) \quad (\text{Equação 5.3})$$

onde:

$F(t)$ = força representativa da atividade humana ao longo do tempo (N);

P = peso do indivíduo que pode ser assumido num intervalo de 700N a 800N, de acordo com AISC/CISC;

i = múltiplo do harmônico da frequência do passo;

α_i = coeficiente de Fourier associado ao i -ésimo harmônico da atividade;

f_p = frequência do passo da atividade (Hz);

t = tempo (s).

Os valores da frequência do passo da atividade (f_p) e coeficientes dinâmicos (α_i) podem ser vistos na Tabela 5-3, considerando diversos tipos de atividades, como a caminhada, a atividade aeróbica e a dança.

Tabela 5-3 – Frequência de excitação do passo e coeficientes dinâmicos

Frequência de excitação do passo (f_p) e coeficientes dinâmicos ⁴ (α_i)						
Harmônico	Caminhada		Atividade Aeróbica		Dança	
i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i
1	1,6 a 2,2	0,5	2,0 a 2,75	1,5	1,5 a 3,0	0,5
2	3,2 a 4,4	0,2	4,0 a 5,5	0,6	-	-
3	4,8 a 6,6	0,1	6,0 a 8,25	0,1	-	-
4	6,4 a 8,8	0,05	-	-	-	-

Para a avaliação da estrutura quanto a atividades rítmicas, calcula-se a relação a_p/g (sendo g a aceleração da gravidade), dada pela Equação 5.4, na ressonância, ou seja, fazendo a frequência do passo se igualar à frequência natural da estrutura ($f_p = f_n$).

$$\frac{a_p}{g} = \frac{1,3\alpha_i w_p}{2\xi w_t} \quad (\text{Equação 5.4})$$

onde:

a_p/g = razão entre a aceleração de pico e a aceleração da gravidade;

α_i = coeficiente de Fourier associado ao i -ésimo harmônico da atividade;

w_p = carga efetiva por unidade de área das pessoas distribuídas sobre o piso;

w_t = carga total por unidade de área do piso, incluindo os ocupantes;

ξ = taxa de amortecimento modal.

⁴ Coeficiente dinâmico corresponde ao pico da força senoidal dividido pelo peso do indivíduo.

Os valores obtidos da relação a_p/g , são então comparados com os valores limites definidos na curva base da ISO 2631-2 (1989), que representa o limite no qual as acelerações verticais passam a ser perceptíveis. Os valores limites podem ser vistos na Figura 5-1. Estes valores são ajustados de acordo com a intenção da ocupação. As curvas sugeridas para os vários tipos de ocupação estão em função da curva base de aceleração em rms (*root mean square*), podendo apresentar variações na faixa de 0,8 a 1,5 vezes dos valores recomendados de acordo com a duração e a frequência da vibração.

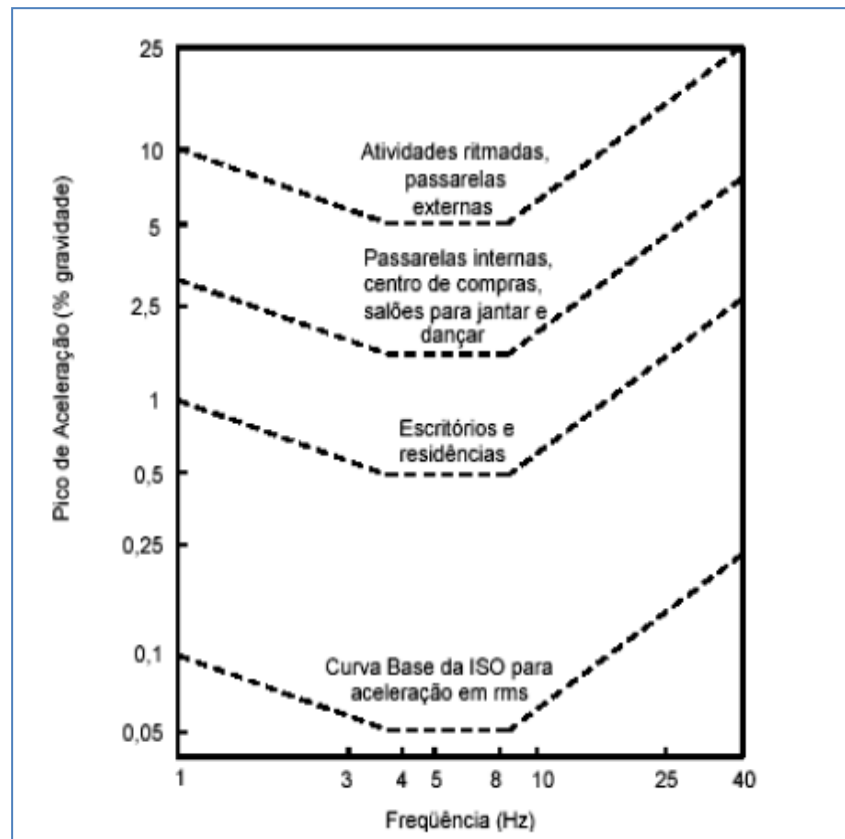


Figura 5-1 – Acelerações máximas recomendadas para o conforto humano causadas por vibrações devidas a atividades humanas (adaptado de ALLEN *et al.*, 1997; ISO2631-2:1989)

Além disso, os autores ainda recomendam a Equação 5.5 para estimativa de aceleração de pico gerada pelo caminhar, baseada na curva mencionada anteriormente (Figura 5-1). O sistema de pisos é considerado satisfatório se o pico de aceleração de uma caminhada em função da aceleração de gravidade não ultrapassa o valor da aceleração limite.

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 \cdot \exp(-0,35 \cdot f_n)}{\xi W} \leq \frac{a_0}{g} \quad (\text{Equação 5.5})$$

onde:

a_p/g = razão de aceleração máxima estimada (unidades de aceleração de gravidade (g) (m/s^2);

a_0/g = razão de aceleração limite recomendada de acordo com a curva Figura 5.1;

f_n = frequência natural do sistema estrutural em (Hz);

P_0 = carga constante de valor igual a 0,29 kN para painéis de piso e 0,41 kN para passarelas;

ξ = taxa de amortecimento modal;

W = peso efetivo total do piso em (kN).

Os valores da taxa de amortecimento e da carga P_0 aplicados na Equação 5.5 e o valor da aceleração limite são adquiridos da Tabela 5-4.

Tabela 5-4 – P_0 valores limites de a_0/g

Finalidade da Edificação	P_0 (kN)	ξ	$\frac{a_0}{g} \times 100\%$
Escritórios, residências e igrejas	0,29 (65 lb)	0,02 ^a	0,5%
		0,03 ^b	0,5%
		0,05 ^c	0,5%
Shopping Centers	0,29 (65 lb)	0,02	1,5%
Passarelas internas	0,41 (92 lb)	0,01	1,5%
Passarelas externas	0,41 (92 lb)	0,01	5,0%

^a pisos com poucos componentes não estruturais (telhados, dutos, divisórias, etc.) como pode ocorrer em áreas de trabalho abertas e igrejas;

^b pisos sem componentes não-estruturais e mobílias, mas com poucas divisórias desmontáveis, típicas de muitas áreas moduladas de escritórios;

^c pisos com divisórias inteiriças entre pisos.

5.5 NORMA ISO – INTERNATIONAL STANDARD

(EVALUATION OF HUMAN EXPOSURE TO WHOLE-BODY): ISO 2631/1⁵

Toda uma ampla variedade de influências e efeitos torna bastante difícil quantificar de modo objetivo os níveis de aceleração para as quais uma pessoa experimenta a sensação de desconforto. A noção de conforto ou desconforto de uma ou

⁵ A referida norma possui versão mais recente (1997), em relação à apresentada neste trabalho (1985), não tendo sido apresentada devido sua indisponibilidade de acesso ao conteúdo.

mais pessoas submetidas a acelerações em certas direções passa a ser uma questão muito mais subjetiva gerando uma série de controvérsias quanto aos valores aceitáveis das acelerações impostas.

A norma ISO 2631/1 define métodos de medida da vibração de corpo inteiro e indica os principais fatores que determinam o grau de aceitabilidade à exposição. Ela traz informações e orienta quanto aos possíveis efeitos da vibração sobre a saúde, o conforto, o limite da percepção, na faixa de 0,5 a 80Hz, e de enjôo, para frequências entre 0,1 e 0,5 Hz. Ela classifica a resposta humana às vibrações em três categorias:

- a) limite de redução do conforto: quando as vibrações já são sentidas e o conforto começa a ser prejudicado;
- b) limite de eficiência: quando os níveis de vibrações prejudicam a eficiência na realização de atividades, podendo chegar a causar fadiga nos usuários dependendo do tempo de exposição às vibrações;
- c) limite do tempo de exposição: significa o limite de exposição que um indivíduo esteja submetido sem que as vibrações causem danos à saúde ou até mesmo comprometa à segurança.

Apesar de a norma classificar as vibrações e fornecer um método para se estabelecer o grau de severidade das vibrações em edifícios, ela não estabelece limites específicos de aceitação.

5.6 NORMA ISO - INTERNATIONAL STANDARD (EVALUATION OF HUMAN EXPOSURE TO WHOLE-BODY VIBRATIONS - CONTINUOUS AND SHOCK-INDUCED VIBRATION IN BUILDINGS (1 TO 80Hz): ISO 2631/2⁶

Essa norma apresenta procedimentos de medição e critérios de aceitabilidade em edificações sujeitas a vibrações que podem levar ao desconforto humano. Ela estabelece limites para avaliação de vibrações, em função do tipo de vibração e do tipo de ocupação da edificação.

⁶ A referida norma possui versão mais recente (2003), em relação à apresentada neste trabalho (1989), não tendo sido apresentada devido sua indisponibilidade de acesso ao conteúdo.

Além disso, ela define e fornece valores numéricos dos limites de exposição a vibrações transmitidas ao corpo humano, na amplitude de frequências entre 1 e 80 Hz, para vibrações periódicas e não periódicas. Sugere que se deve medir as vibrações na região onde exista o contato do usuário com a estrutura, seja em um ponto ou em vários da edificação, onde as vibrações ocorram com maior intensidade.

A norma propõe, ainda, que um fator importante na percepção das vibrações está relacionado com a posição em que o indivíduo se encontra quando as percebe. Considera também que a direção de propagação das vibrações se relaciona diretamente com o grau de percepção das vibrações. Para isto, ela estabelece três direções principais: a direção dos pés a cabeça correspondente ao eixo Z, a direção das costas ao peito correspondente ao eixo X e a direção do lado esquerdo correspondente ao eixo Y, a Figura 5-2 ilustra essas três direções de propagação

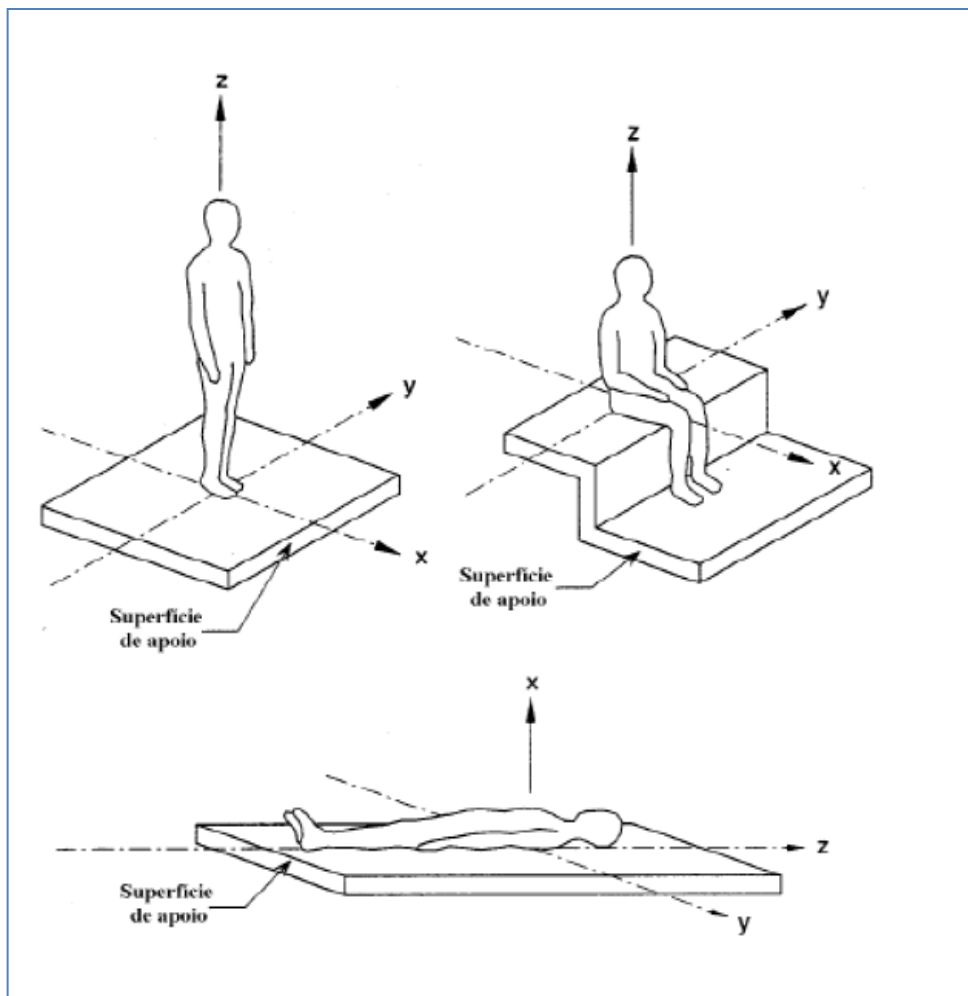


Figura 5-2 – direções de propagação da vibração no corpo humano – (ISO 2631-2:1989) – Indivíduo em pé, sentado e deitado.

De acordo com essa norma, as vibrações podem causar desconforto aos usuários a depender da frequência e comportamento ao longo do tempo, se contínua, intermitente ou transitória.

São propostos níveis aceitáveis de vibrações em função do tipo de vibração, do período diurno ou noturno e do tipo de edificação. Estes limites estão especificados em termos de frequência vibratória, grandeza da aceleração, tempo de exposição e a direção da vibração em relação ao tronco humano. São apresentadas nas Figura 5-3, 5-4 e 5-5, as curvas de aceleração rms (*root mean square*), e na Tabela 5-5 os multiplicadores destas curvas, em função do tipo de ocupação, do período diurno ou noturno e do tipo de vibração.

Tabela 5-5 – Multiplicadores das curvas de base ISO 2639-2:1989

Local	Tempo	Vibrações contínuas ou intermitentes	Vibrações transientes (excitações com várias ocorrências por dia)
Áreas de trabalho críticas *	Dia e Noite	1	1
Residências	Dia	2 a 4	30 a 90
	Noite	1,4	1,4 a 20
Escritórios	Dia e Noite	4	60 a 128
Salas de conferência	Dia e Noite	8	90 a 128

*(ex: Salas de hospitais, laboratórios de alta precisão, etc.)

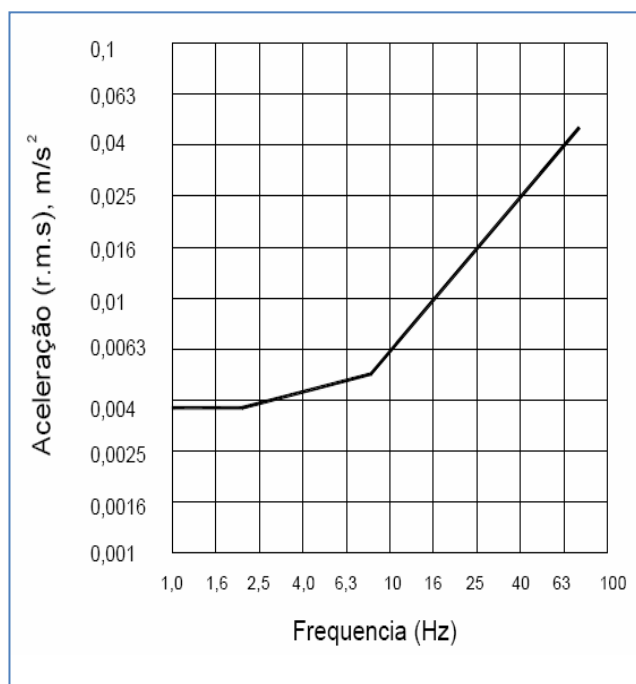


Figura 5-3 – Vibração em edificações, direções combinadas (eixo x, y e z), curva base para aceleração. (ISO 2631-2:1989)

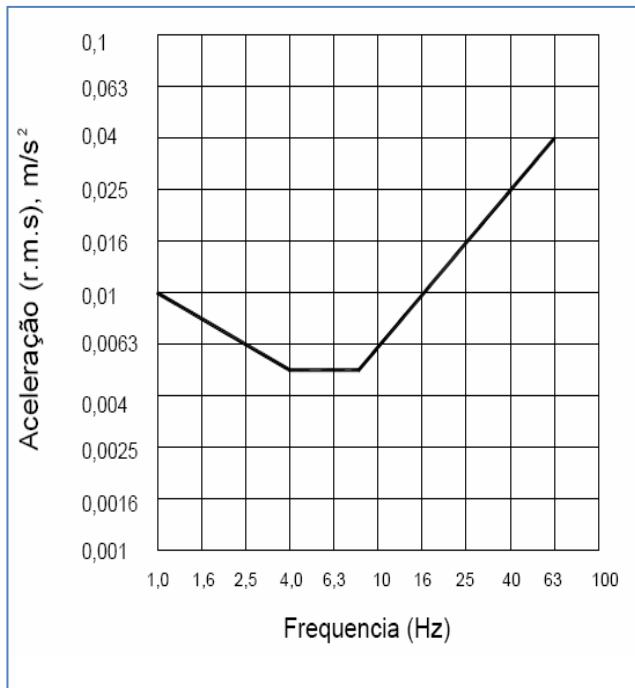


Figura 5-4 – Vibração em edificações, curva base para aceleração no eixo z. (ISO 2631-2:1989)

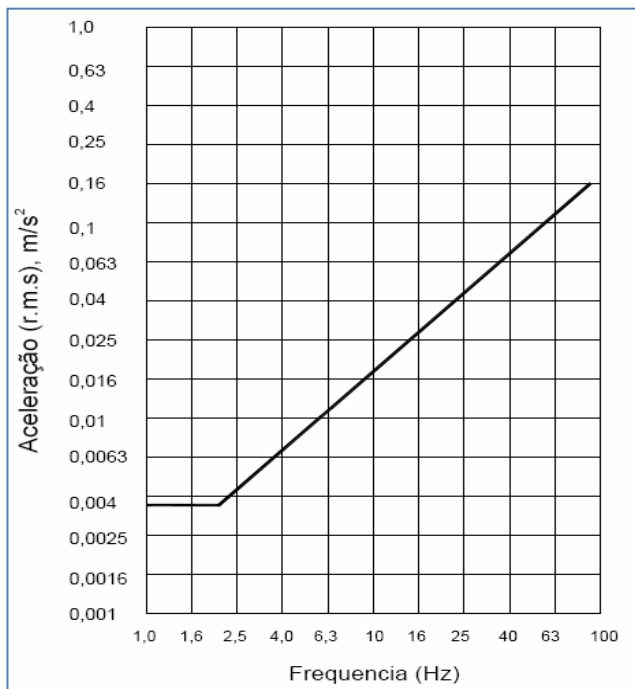


Figura 5-5 – Vibração em edificações, curva base para aceleração nos eixos x e y. (ISO 2631-2:1989)

5.7 NORMA CANADENSE – LIMIT STATES DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES (CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION): CSA A23.3-04

Não há considerações a respeito do estado limite de vibrações excessivas. Sugere-se o manual do CPCI – Canadian Precast and Prestressed Concrete para tal avaliação, que por sua vez tem o mesmo embasamento do PCI DESIGN HANDBOOK (2004), o artigo publicado por MAST (2001).

5.8 NORMA CANADENSE – LIMIT STATES DESIGN OF STEEL STRUCTURES (CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION): CAN3-16.1 – M84, APPENDIX G.

Segundo a Norma Canadense CAN3-S16-M84, dois tipos de vibrações são bastante problemáticas em pisos de edificações. Inicialmente são apresentadas as vibrações contínuas que são geradas por forças periódicas das máquinas, veículos e certas atividades humanas como, por exemplo, dançar, andar correr etc. Este tipo de vibração pode ser consideravelmente amplificado quando a frequência de excitação estiver sincronizada com a frequência fundamental da estrutura, na condição de ressonância.

Em seguida, são apresentadas as chamadas vibrações transientes, como se ilustra na Figura 5-6, que podem ser conduzidas por passos de pessoas ou algum outro tipo de impacto.

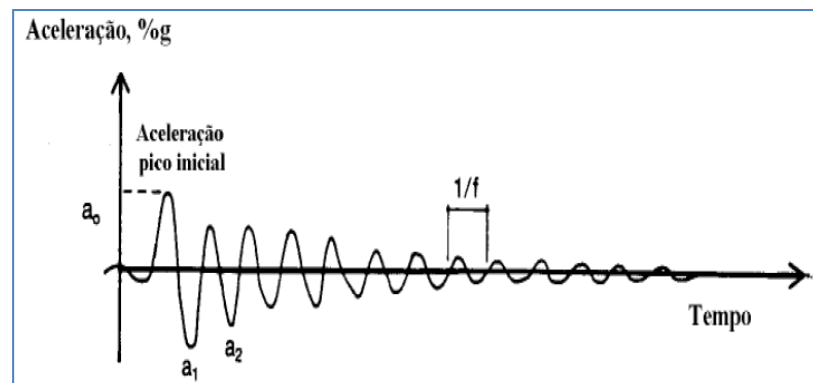


Figura 5-6 – Vibração transiente típica do teste do impacto sobre os calcanhares

Infere-se que vários fatores podem afetar a vibração transiente de uma estrutura tais como: massa, rigidez, frequência natural da estrutura e taxa de amortecimento. Demonstra-se a relação entre o amortecimento e o decaimento na Figura 5-7.

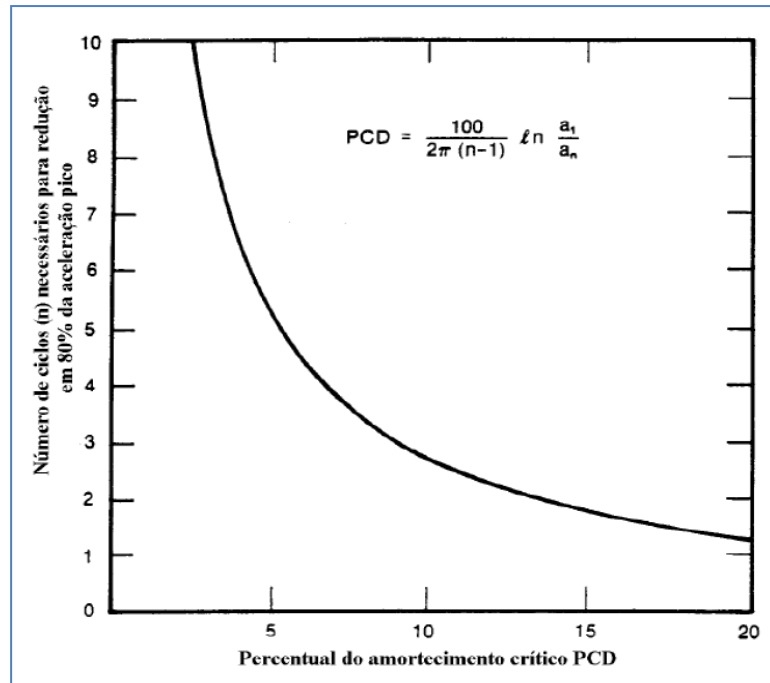


Figura 5-7 – Relação entre amortecimento e decaimento

Ainda segundo esta norma, o caminhar das pessoas é representado pelo teste de impacto dos calcanhares, também denominado de *heell drop test*, onde uma pessoa, após erguer seus calcanhares, deixa-os cair sobre o piso no local onde se deseja obter tais medições. O equipamento utilizado para a medição na referida norma deve ter uma capacidade de filtrar frequências superiores a 1,5 vezes a frequência fundamental da estrutura e o ponto da medição deve ser localizada nas proximidades do centro do vão, necessitando que a pessoa, avaliada no teste, deverá estar sentada próximo do ponto de medição, ter um peso médio de 700N e estar usando sapatos de solado plano. Esta estimativa deve ser feita para estruturas de piso com frequência fundamental menor que 10 Hz e vãos menores que 8,0 metros.

Os valores das vibrações medidas são então comparados com os limites estabelecidos na Figura 5-8, onde se observa, se os níveis atingidos pelos pisos são aceitáveis ou não ao conforto humano.

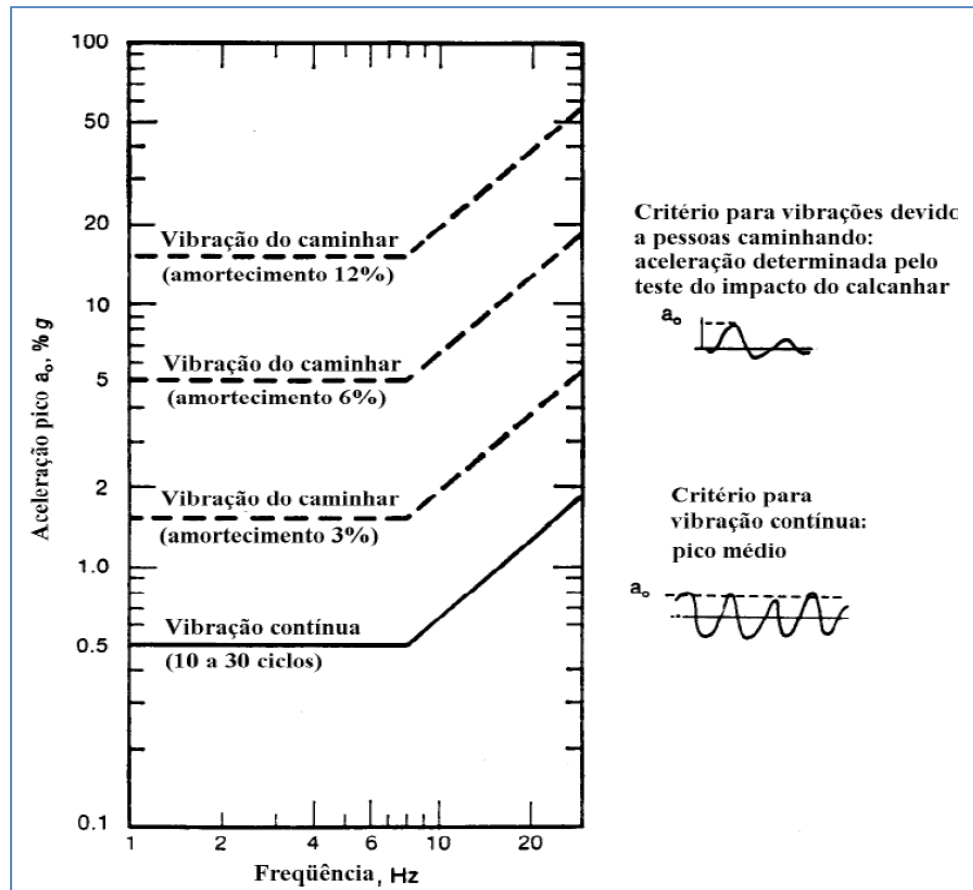


Figura 5-8 – Critério de desconforto causado por vibrações de piso a ocupantes de residências, escolas e escritórios. (adaptada da CAN3-S16-M84)

Os valores são expressos em termos de pico de aceleração e porcentagem de amortecimento, podendo ser aplicados em residências, escolas e escritórios. Os níveis considerados devem ser os mais baixos para ocupações sensíveis como sala de operações e laboratórios especiais e mais altos para ocupações industriais.

Se os testes descritos não puderem ser realizados, parâmetros como a frequência fundamental da estrutura, amortecimento e aceleração de pico podem ser estimados pelas equações descritas a seguir.

Para pisos de concreto simplesmente apoiado sobre vigas, a frequência natural pode ser estimada a partir de:

$$f_n = 156 \cdot \left(\frac{EI_t}{WL^4} \right)^{0,5} \quad (\text{Equação 5.5})$$

onde:

f_n = frequência natural fundamental (Hz);

E = módulo de elasticidade (N/mm²) (200 GPa para aço);

I_t = momento de inércia da seção homogeneizada (mm^4);

W = carregamento permanente total por milímetro (N/mm);

L = Comprimento da viga (mm).

Para sistemas de pavimento onde as vigas estão apoiadas sobre vigas (Figura 5-10), a frequência natural fundamental f_n , pode ser calculada a partir da aproximação de Dunkerley:

$$f_n = (f_1^{-2} + f_2^{-2})^{-1/2} \quad (\text{Equação 5.6})$$

onde f_1 é a frequência natural do pavimento sobre apoios rígidos e f_2 é a frequência natural da viga principal com a massa calculada levando em consideração a largura colaborante. Para pisos onde f_2 é inferior a f_1 , sistemas contínuos ou mais complexas configurações, deve ser feito uma análise mais apurada, baseada na resposta dinâmica do sistema quando sujeito a variação de força por ventura do ato de caminhar ou por outras atividades humanas.

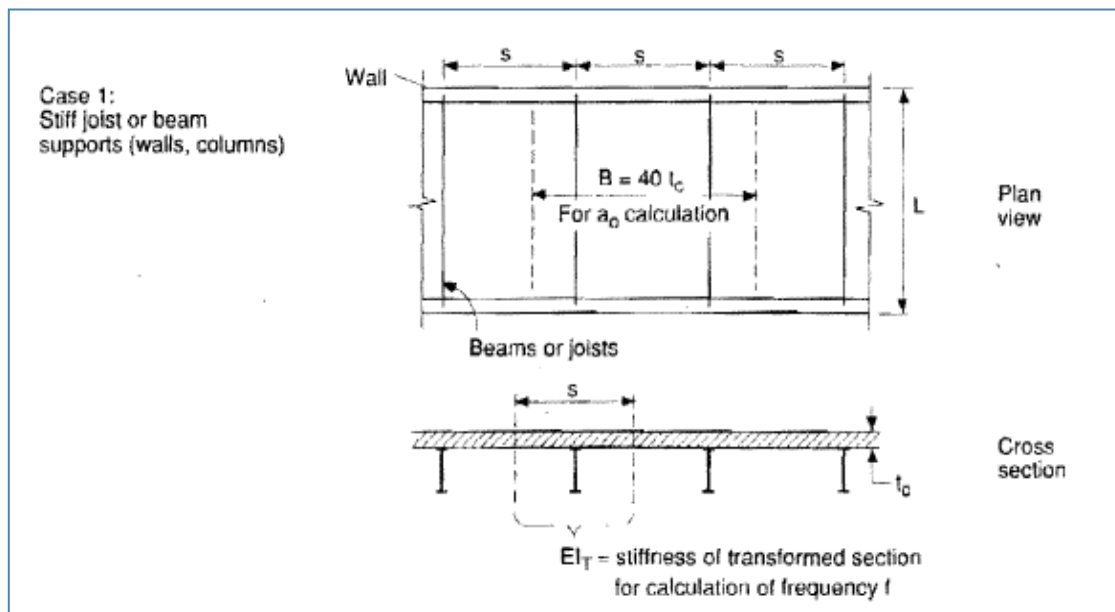


Figura 5-9 – Caso 1 - Valores geométricos para o cálculo da aceleração de piso de pisos com vãos simplesmente apoiados. (BACHMANN et.al,1996)

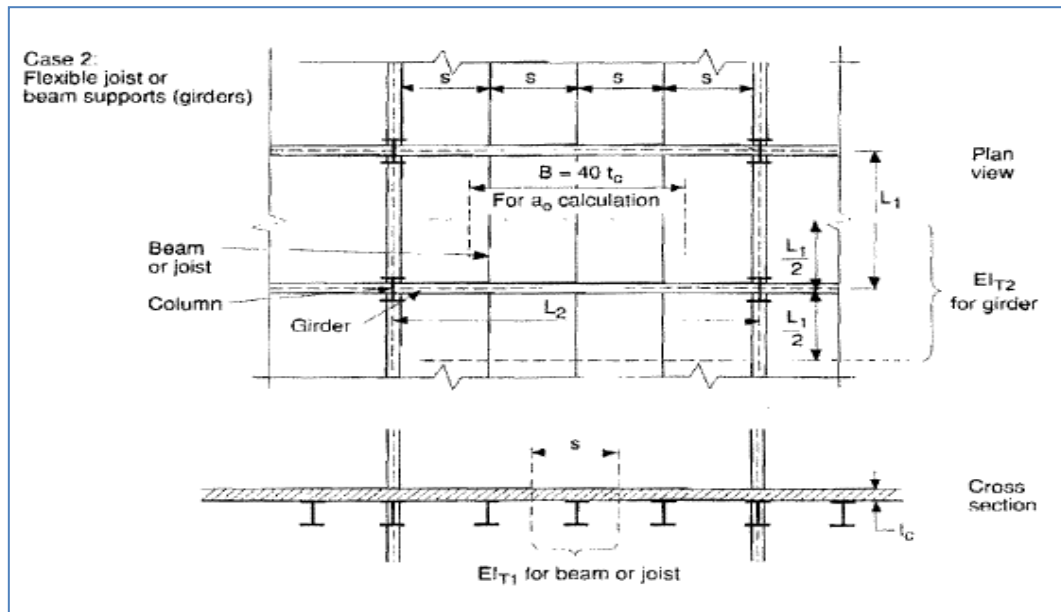


Figura 5-10 – Caso 2 - Valores geométricos para o cálculo da aceleração de pico de pisos com vãos simplesmente apoiados. (BACHMANN et.al,1996)

A aceleração de pico a_0 pode ser obtida a partir da relação entre o impulso – resposta a qual é dada por:

$$a_0 = \frac{2\pi \cdot f_n \cdot I}{M} \cdot 0,9 \quad (\text{m/s}^2) \quad (\text{Equação 5.7})$$

onde:

f_n = frequência natural fundamental (Hz);

I = impulso representativo do impacto do calcanhar = 67 N·s;

M = massa efetiva de vibração (kg).

O fator 0,9 é um fator de ajuste, para considerar o pico da resposta amortecida. A massa M pertencente à resposta dinâmica inicial é determinada assumindo uma fração do piso de largura de $40 t_c$, onde t_c é a espessura total do piso de concreto. Para vibrações senoidais a massa efetiva é 0,67 vezes a massa total da porção do piso considerada. Assim, sendo largura B e o comprimento L , tem-se:

$$\frac{a_0}{g} = \frac{60 \cdot f}{w \cdot B \cdot L} \quad (\text{Equação 5.8})$$

onde:

w = peso do piso mais outras ações permanentes sobre o piso, em (kPa);

$B = 40 \cdot t_c$ = largura do painel de piso correspondente ao impacto do calcanhar, em metros (ver Figuras 5-9 e 5-10);

L = comprimento do vão (comprimento da viga principal), em metros;

com o valor obtido através da Equação 5.7 ou 5.8, faz-se a verificação de da aceitabilidade à vibrações a partir da Figura 5-8.

5.9 PCI – PRECAST/ PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE - PCI DESIGN HANDBOOK 2004

O PCI DESIGN HANDBOOK (2004), na sua 6ª edição, o guia norte-americano que trata das estruturas de concreto pré-moldado, apresenta uma condensação do que foi proposto por Murray, Allen e Ungar (1997), no Guia prático do AISC/CISC – Floor Vibrations Due to Human Activity 11 (Steel Design Guide Series), com as devidas considerações acerca do pré-moldado feitas por Mast (2001).

Para o cálculo da frequência natural de elementos estruturais com características unidirecionais, o presente guia apresenta uma formulação semelhante àquela amplamente conhecida na literatura com pequenas modificações.

$$f_n = R \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I \cdot g}{W \cdot L^3}} \quad (\text{Equação 5.9})$$

sendo:

f_n = frequência natural fundamental (Hz);

R = constante que varia com o tipo de vinculação adotado

$R = 0,56 \Rightarrow$ engaste – balanço ; $R = 1,57 \Rightarrow$ apoio – apoio

$R = 2,45 \Rightarrow$ engaste – apoio; $R = 3,56 \Rightarrow$ engaste – engaste

E = módulo de elasticidade (N/m²);

I = inércia da seção bruta (m⁴)

g = aceleração da gravidade (9,81m/s²);

L = comprimento do vão (m).

Neste caso, W representa o peso total da estrutura em Newton (N), e não o peso por metro linear (N/m) das expressões anteriores. Pontos importantes a se observar, quando da utilização da expressão anterior é:

1º) A carga total w (ou W) a ser considerada deve ser estimada com cuidado, considerando-se os valores característicos, não devendo ser levado em consideração qualquer coeficiente dinâmico ou outro fator de majoração similar. Murray *et al.*(1997) sugerem valores para as cargas variáveis, por exemplo, 500 N/m^2 (50 kgf/m^2) para pisos de escritórios (ou um valor menor) e 250 N/m^2 (25 kgf/m^2) para pisos residenciais. Para passarelas, pisos de ginásio e de Shopping Center os autores recomendam o valor zero, ou algo próximo disto. A adoção destes valores de carga, menores que os usados em relação ao ELU, resultam em projetos racionais, sem excessos, pois com w menor (ou seja, menor massa) a frequência natural resulta maior. Mast (2001) afirma também que alguns problemas de vibração são mais críticos quando a massa é baixa, sendo esta a razão da adoção dos valores realistas de carga variável.

2º) Quanto ao módulo de elasticidade, recomenda-se que seja adotado o módulo de elasticidade dinâmico ao invés do módulo estático usual. Este pode ser arbitrado através da majoração do módulo de elasticidade estático em aproximadamente 20%. Este procedimento não é conservador, pois com um valor de E superior, a estrutura resulta mais rígida e, portanto, com maior frequência natural.

Reforçando que f_n inferiores a 3 Hz não são, de modo algum, recomendadas para pisos, pois esta é a faixa de frequência principal, em que as pessoas se movimentam em atividades sincronizadas ou que podem intencionalmente excitar a estrutura.

A avaliação do comportamento estrutural é feita com base nos tipos de vibrações a quais a estrutura está submetida que, por conseguinte depende do tipo de excitação, se é proveniente da caminhada, de atividades ritmadas ou de equipamentos mecânicos.

Para os casos de vibrações originadas pelo caminhar, a frequência mínima a ser obtida pelo piso é dada por:

$$f_{\text{mín}} = 2,86 \left[\ln \left(\frac{K}{\beta W_e} \right) \right] \quad (\text{Equação 5.10})$$

onde:

$f_{\text{mín}}$ = frequência natural fundamental mínima do sistema estrutural, (Hz);

\ln = logaritmo neperiano;

K = constante relacionada ao carregamento do piso, indicado na tabela;

β = taxa de amortecimento modal, indicado na tabela;

W_e = peso efetivo, equivalente ao peso total da área do piso influenciada pelo carregamento concentrado, (kN).

Este peso efetivo (W_e) deve ser considerado como a carga permanente mais variável do painel pré-moldado do piso, multiplicado pelo vão (L) e por uma largura efetiva (B). Mast (2001), baseado em outras referencias, indica que a largura B deve ser adotada como:

- a) para lajes maciças ou alveolares, que possuam significativa rigidez à torção, $B=L$;
- b) para painéis duplo-T, considerar B variando de $0,8L$ (para duplo-T, de 45,7cm com 7,62cm de capa) até $0,6L$ (para duplo-T de 81,3cm com 7,62cm de capa);
- c) para vão contínuos, o peso efetivo pode ser aumentado em 50 %;

Tabela 5-6 – Valor de K e β (MAST, 2001)

Finalidade da Edificação	K (kN)	β
Escritórios, residências e igrejas	58	0,02 ^a
		0,03 ^b
		0,05 ^c
Shopping Centers	20	0,02
Passarelas externas	8	0,01
^a pisos com poucos elementos não estruturais e mobília, áreas abertas e igrejas		
^b pisos com elementos não estruturais e mobília,		
^c pisos com divisórias inteiriças entre pisos		

Outro parâmetro que deve ser atendido avaliação dinâmica de estruturas é o limite de aceleração, o PCI DESIGN HANDBOOK (2004) recomenda que a aceleração máxima para este as atividades de caminhada, rítmicas sejam estimadas da mesma maneira que Guia prático do AISC/CISC – Floor Vibrations Due to Human Activity 11 (Steel Design Guide Series) já descrito anteriormente.

Para o caso de vibrações geradas por atividades ritmadas, ou seja, quando um grupo de pessoas se movimentam de maneira sincronizada, tais como aulas de dança, aeróbica, concertos musicais eventos esportivos dentre outros, o PCI DESIGN HANDBOOK (2004), estabelece que a frequência fundamental mínima seja dada por:

$$f_{\text{mín}} = f \cdot \sqrt{1 + \frac{k}{a_{\text{máx}}/g} \cdot \frac{\alpha_i \cdot w_p}{w_t}} \quad (\text{Equação 5.11})$$

onde:

$f_{\text{mín}}$ = frequência natural fundamental mínima do sistema estrutural, (Hz);

f = frequência da força de excitação, ($f = i \cdot f_{\text{exit}}$), (Hz);

i = número do harmônico da força de excitação (1, 2 ou 3), indicado na Tabela 5-7;

f_{exit} = frequência básica da força de excitação, indicado na Tabela 5-7, (Hz);

k = constante adimensional dependente do tipo de atividade sobre o piso;

1,3 para dança

1,7 para concertos ou eventos esportivos

2,0 para atividade aeróbica

α_i = coeficiente de ação dinâmica, dado na Tabela 5-7;

w_p = peso dos participantes distribuídos sobre o piso (N/m^2);

w_t = peso total distribuído sobre o piso (N/m^2);

$\frac{a_{\text{máx}}}{g}$ = razão entre a aceleração máxima do piso e a aceleração devido à gravidade, cujos

limites são apresentados na Tabela 5-8.

Tabela 5-7 – Carregamentos estimados durante eventos ritmados
(PCI DESIGN HANDBOOK (2004))

Atividade	Frequência de excitação f_{exit} (Hz)	Peso dos participantes w_p (kN/m^2)	Coefficiente α_i
Dançar			
1º harmônico	1,5 a 3,0	0,6	0,5
Concertos ou eventos esportivos			
1º harmônico	1,5 a 3,0	1,5	0,25
2º harmônico	3,0 a 5,0	1,5	0,05
Exercícios de impacto (atividade aeróbica)			
1º harmônico	2,0 a 2,75	0,2	1,5
2º harmônico	4 a 5,5	0,2	0,6
3º harmônico	6,0 a 8,25	0,2	0,1

Vistas a Equação 5.11 é importante ressaltar que:

- ✓ os valores de w_p poderão ser maiores, desde que realistas para o caso em questão, devendo haver coerência entre os valores adotados na Equação 5.11 com o introduzido na equação da frequência natural;
- ✓ caso o piso seja utilizado para mais de uma atividade, será necessário calcular sua frequência natural considerando diferentes valores de w_t e também estimar as distintas frequências naturais mínimas requeridas;
- ✓ observar que para cada tipo de atividade, o cálculo da frequência natural fundamental mínima do sistema estrutural (f_{\min}), deverá ser feito para todos os harmônicos que elas possam excitar, de acordo com a Tabela 5-7.

Tabela 5-8 – Limites de aceleração recomendados -
PCI DESIGN HANDBOOK (2004)

Finalidade de Edificação	a_{\max}/g
Escritórios ou residências	0,004 a 0,007(0,4 a 0,7%)
Dança e levantamento de peso	0,015 a 0,025 (1,5 a 2,5%)
Atividades rítmicas	0,015 (1,5%)
Passarelas externas	0,050 (5,0%)

Nota: MURRAY *et al.*(1997) recomenda que a aceleração não ultrapasse 5% de g, mesmo que este valor seja menor que o suportável pelos próprios participantes das atividades rítmicas, pois assim os não integrantes da atividade ritmada serão protegidos de eventuais desconfortos.

5.10 EUROCODE 2 – DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES

Tratando do projeto de estruturas de concreto, em sua seção 7, o Eurocode 2 expõe os principais Estados Limites de Serviço, sendo que a referida norma adverte que não há qualquer consideração acerca do Estado Limite de Vibrações Excessivas.

5.11 EUROCODE 3 – DESIGN OF STEEL STRUCTURES

Sucintamente, a referida norma comenta sobre o Estado Limite de Vibrações Excessivas, de modo geral, limita-se o valor da frequência fundamental a 3 Hz, para pisos submetidos ao caminhar com regularidade e aqueles submetidos a atividades rítmicas a 5 Hz, desde que a deflexão máxima calculada com a combinação frequente de ações da

referida norma, seja inferior a 28 mm, para os casos de pisos submetidos ao caminhar preponderantemente, e não maior que 10 mm, nos casos de pisos submetidos a atividades rítmicas.

5.12 DIN 4150/2 (1975)⁷

A norma alemã que trata dos efeitos oriundos da vibração provocadas por fontes externas, sobre pessoas em edifícios residenciais, faz suas considerações dentro da faixa de 1 a 80 Hz para a frequência fundamental da estrutura, e considera que a mudança da sensibilidade em aceleração para velocidade, ocorre a 8 Hz. Para tal avaliação ela propõe o cálculo de um fator derivado empiricamente da frequência, do deslocamento e da aceleração, dado por:

$$KB = d \cdot \frac{0,8 \cdot f^2}{\sqrt{1 + 0.032 \cdot f}} \quad (\text{Equação 5.12})$$

onde:

d = amplitude do deslocamento, em mm;

f = frequência principal de vibração, em Hz;

O valor de d , pode ser estimado em função da velocidade ou da aceleração, por:

$$d = \frac{v}{2\pi f} = \frac{a}{4\pi^2 f^2} \quad (\text{Equação 5.13})$$

sendo:

v = velocidade, em mm/s

a = aceleração, em mm/s²

Desta forma, o valor de KB , que tem dimensão de velocidade em mm/s, é comparado com os valores limites de referência do código normativo, de acordo com o tipo da edificação, período do dia e frequência de ocorrência presentes na Tabela 5-9.

⁷ A referida norma possui versão mais recente (1999), em relação à apresentada neste trabalho (1975), não tendo sido apresentada devido sua indisponibilidade de acesso ao conteúdo.

Tabela 5-9 – Valores limites de KB - DIN 4150/2 (1975)

Tipo do edifício	Período do dia	Valor limite de KB (mm/s)	
		Contínuo ou repetitivo	Esporádico
Rural, residencial ou hotéis de férias	dia	0,20 (0,15*)	4,0
	noite	0,15 (0,1*)	0,15
Cidades pequenas e residencial misto	dia	0,3 (0,2*)	8,0
	noite	0,2	0,2
Pequenos escritórios	dia	0,4	12,0
	noite	0,3	0,3
Industrial	dia	0,6	12,0
	noite	0,4	0,4

(*) Esses valores devem ser atendidos se os edifícios forem excitados horizontalmente por frequências inferiores a 5 Hz

5.13 NORMA BRITÂNICA – BRITISH BUILDING RESEARCH ESTABLISHMENT – DIGEST 278 (1983)⁸

A referida norma, define uma intensidade K, calculada de forma análoga ao KB da norma alemã *DIN 4150/2* (1975), e limitando as intensidades de acordo com o que se apresenta na Tabela 5-10. Na Tabela 5-11, apresenta-se ainda os valores aceitáveis de K à depender da hora de exposição à vibração e da categoria da edificação.

Tabela 5-10 – Relação entre K e a percepção humana de movimento - Digest 278 (1983)

Percepção Humana	K (mm/s)	Comentário
Imperceptível	< 0,1	Valores aplicáveis a vibrações tanto na direção horizontal quanto na vertical
Limiar da percepção	0,1	
Levemente perceptível	0,25	
Perceptível	0,63	
Facilmente perceptível	1,6	
Fortemente perceptível	4	
Extremamente perceptível	10	

⁸ A referida norma possui versão mais recente (BS 6472-1:2008), em relação a apresentada neste trabalho (1983), não tendo sido apresentada devido sua indisponibilidade de acesso ao conteúdo.

Tabela 5-11 – Valores aceitáveis de K em função da categoria da edificação, do período do dia e do tempo de exposição - Digest 278 (1983)

Categoria da edificação	Hora	Intensidade aceitável de K		
		Contínuo	Repetidamente	Ocasionalmente
Hospitais e clínicas de repouso	dia	0,1	0,1	2,5
	noite			0,1
Residencial	dia	0,1	0,2 (0,1*)	4
	noite		0,1	0,1
Residencial e escritórios	dia	0,3 (0,15*)	0,63 (0,3*)	8
	noite	0,1	0,1	0,1
Industrial	dia	0,63 (0,3*)	0,8 (0,4*)	12
	noite			

(*) Valores aplicáveis aos casos onde a frequência de vibração é inferior a 15 Hz

6 ESTUDOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS

6.1 GENERALIDADES

Apresenta-se neste capítulo a descrição dos elementos pré-moldados de concreto analisados no que diz respeito ao conforto humano a vibrações excessivas. Trata-se da avaliação de painéis de laje pré-moldados do tipo alveolar e duplo-T (ou π), via métodos analíticos apresentados no Capítulo 4 e pelo Método dos Elementos Finitos.

Nos modelos numéricos foram empregadas técnicas usuais de discretização por meio do programa computacional ANSYS.

É também objeto deste capítulo a modelagem numérica do modelo experimental descrito no Capítulo 7 – Segunda Parte, a qual visou o prévio conhecimento das características vibracionais do modelo, para efeito de planejamento dos ensaios e a posterior comparação dos resultados experimentais com os numéricos.

6.2 ANÁLISE DINÂMICA VIA MEF E MODELOS ANALÍTICOS

Segundo Clough (1993), um problema estrutural dinâmico difere da sua abordagem com carregamento estático em dois importantes aspectos.

O primeiro está relacionado ao fato de que o problema dinâmico é variável no tempo. Como o carregamento e a resposta da estrutura variam no tempo, o problema dinâmico não tem uma única solução, ao contrário do estático. Sendo assim, a análise do problema deve ser realizada pela sucessão de soluções correspondentes a todo o período de interesse.

A segunda e principal distinção é que em uma estrutura submetida a carregamento estático, os esforços internos e deslocamentos dependem somente do carregamento imposto e podem ser calculados por meio do equilíbrio das forças no regime elástico. Já no caso de carregamento dinâmico, os deslocamentos resultantes na estrutura não dependem apenas do carregamento dinâmico, mas também das forças de inércia resultantes das acelerações da estrutura.

Com o auxílio do programa ANSYS em conjunto com as formulações baseadas na Teoria de Euler-Bernoulli, e Miyamoto et. al (2000), já descritas no Capítulo 4, são

realizadas análises modais dos elementos pré-moldados em estudo, avaliando-se a influência da protensão na sua frequência natural.

6.3 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Para este estudo, optou-se pela adoção de algumas das seções padronizadas pelo PCI DESIGN HANDBOOK (2004), para as lajes alveolares e painéis duplo-T. O Capítulo 3 da presente dissertação fornece uma visão geral acerca das aplicações e características estruturais desses elementos.

Como complemento ao programa experimental deste trabalho, o modelo de viga ensaiado foi modelado para se comparar os resultados experimentais com os numéricos.

6.3.1 PAINEL DUPLO-T

As seções transversais dos painéis duplo-T analisados são apresentados nas Figuras 6-10, de (a) a (d). Um resumo das características geométricas e mecânicas dos painéis é apresentado na Tabela 6-1.

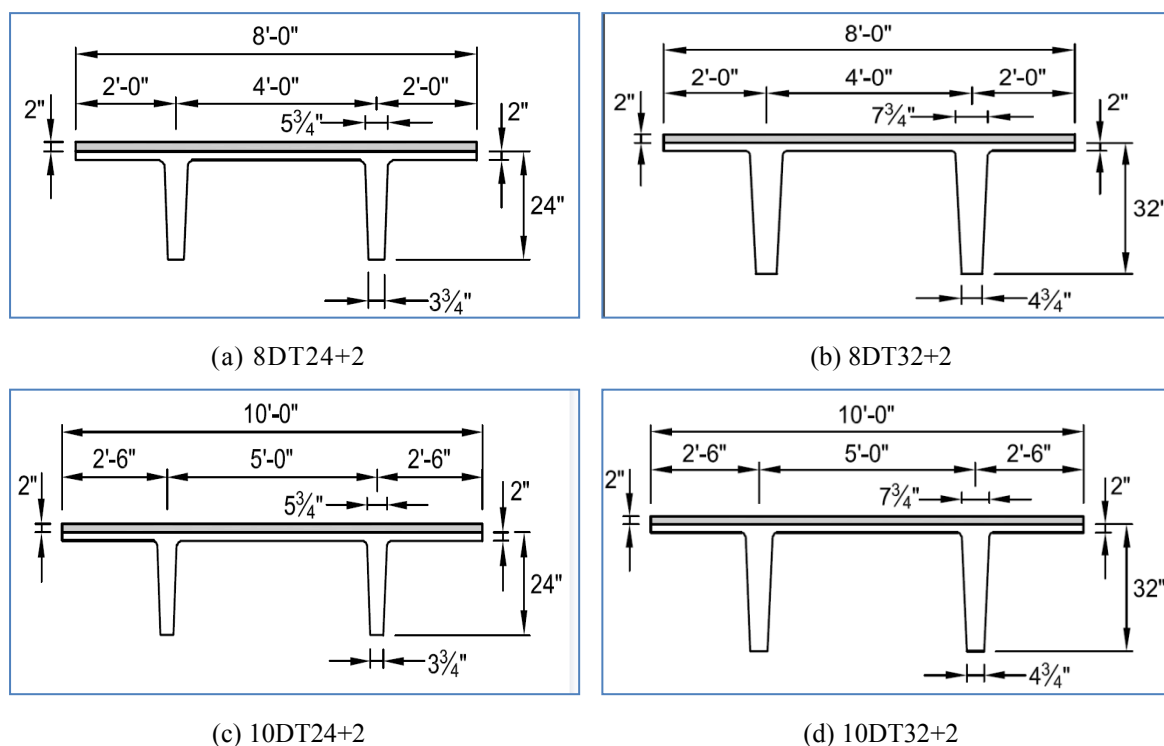


Figura 6-1 – Seções dos painéis duplo-T analisadas (PCI DESIGN HANDBOOK, 2004)

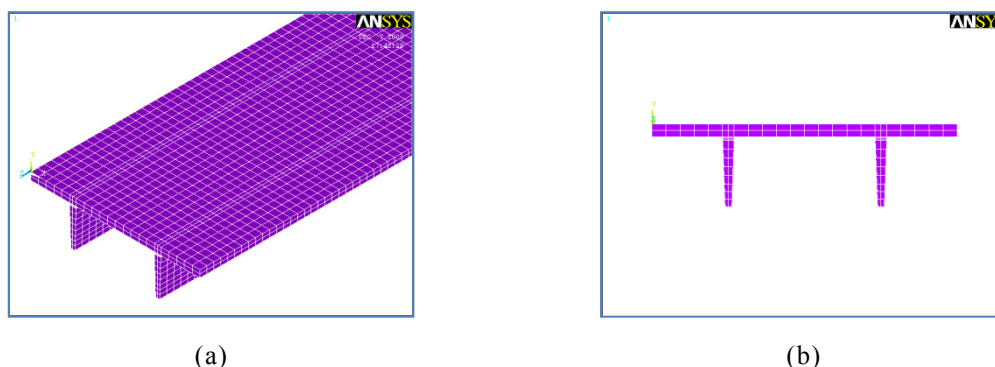


Figura 6-2 – Painel duplo-T: (a) modelo discretizado; (b) seção transversal discretizada

Tabela 6-1 – Características geométricas e mecânicas dos painéis duplo-T avaliados

Elemento	$I \text{ (m}^4\text{)}$	$A \text{ (m}^2\text{)}$	$B_{\text{painel}} \text{ (m)}$
8DT24+2	0,008200	0,334	2,44 (8')
8DT32+2	0,023065	0,408	2,44 (8')
10DT24+2	0,008700	0,396	3,05 (10')
10DT32+2	0,024420	0,470	3,05 (10')

Concreto: $f_{ck} = 34,47 \text{ MPa}$ (5000 psi) , $E_{s,din} = 33537,76 \text{ MPa}$ (inclusive da capa)

Na avaliação destes painéis, hipóteses simplificadoras para o cálculo foram adotadas. São elas:

- ✓ a capa de concreto possui aderência perfeita com o elemento estrutural;
- ✓ resistência do concreto da capa igual à do concreto do elemento estrutural;
- ✓ Módulo de Elasticidade do concreto adotado foi o dinâmico, obtido de acordo com a recomendação do PCI DESIGN HANDBOOK (2004), ou seja, 20% superior ao valor do Módulo de Elasticidade Tangente Inicial;
- ✓ protensão por meio de cabos retos e aderentes;
- ✓ nível adotado de protensão foi o de Protensão Completa, de acordo com a NBR 6118:2003;
- ✓ comprimento da pista de protensão igual a 200 m;
- ✓ sobrecargas admissíveis de acordo com PCI DESIGN HANDBOOK (2004).
- ✓ amortecimento foi desprezado, por apresentar irrisória influência no cálculo da frequência natural, como anteriormente mencionado no Capítulo 4 deste trabalho.

Os demais dados referentes ao cálculo da força de protensão podem ser vistos no Apêndice A deste trabalho. Apresenta-se na Tabela 6-2 os valores da força de protensão

para os respectivos vãos e sobrecargas admissíveis, para cada seção de painel duplo-T analisada.

Tabela 6-2 – Forças de protensão – Painel duplo-T

Elemento	Vão (m)	Sobrecarga (kN/m²)	Protensão (kN)
8DT24+2	9,76 (32ft)	9,07 (189psf)	678
	10,98 (36ft)	9,02 (188psf)	859
	12,20 (40ft)	8,45 (176psf)	1041
	13,42 (44ft)	7,68 (160psf)	1234
	14,64 (48ft)	5,81 (121psf)	1270
	15,86 (52ft)	4,32 (90psf)	1309
	17,08 (56ft)	3,22 (67psf)	1351
	18,30 (60ft)	2,30 (48psf)	1397
	20,13 (66ft)	1,30 (27psf)	1471
8DT32+2	13,42(44ft)	13,87 (289psf)	1483
	15,25(50ft)	12,19 (254psf)	1877
	16,47(54ft)	9,98 (208psf)	1913
	18,30(60ft)	7,10 (148psf)	1973
	20,13(66ft)	5,09 (106psf)	2039
	21,96(72ft)	3,55 (74psf)	2111
	23,79(78ft)	2,30 (48psf)	2258
	25,62(84ft)	1,20 (25psf)	2347
10DT24+2	9,76 (32ft)	9,46 (197psf)	856
	10,98 (36ft)	8,64 (180psf)	1040
	12,20 (40ft)	7,68 (160psf)	1235
	13,42 (44ft)	5,95 (124psf)	1272
	14,64 (48ft)	4,46 (93psf)	1313
	15,86 (52ft)	3,26 (68psf)	1357
	17,08 (56ft)	2,30 (48psf)	1405
	18,30 (60ft)	1,58 (33psf)	1456

Tabela 6-2 - Forças de protensão – Painel duplo-T (continuação)

Elemento	Vão (m)	Sobrecarga (kN/m ²)	Protensão (kN)
10DT32+2	14,03 (46ft)	9,26 (193psf)	1563
	15,86 (52ft)	8,16 (170psf)	1863
	17,69 (58ft)	5,86 (122psf)	2048
	19,52 (64ft)	4,03 (84psf)	2185
	21,35 (70ft)	2,69 (56psf)	2262
	23,18 (76ft)	1,54 (32psf)	2347

6.3.2 LAJE ALVEOLAR

As seções transversais das lajes alveolares analisadas são apresentadas nas Figuras 6-12, de (a) à (d). Um resumo das características geométricas das lajes é apresentado na Tabela 6-2.

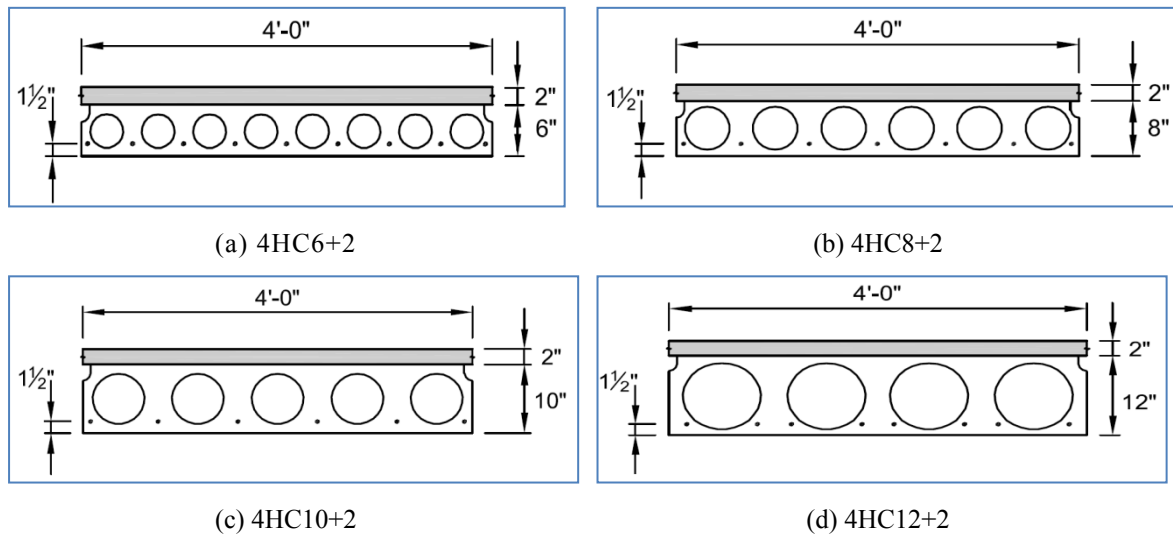


Figura 6-3 – Seções das Lajes Alveolares analisadas (PCI DESIGN HANDBOOK, 2004)

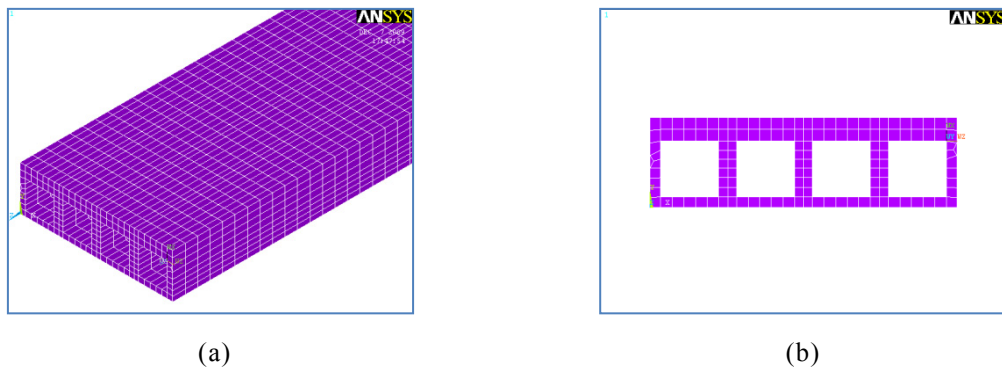


Figura 6-4 – Laje alveolar: (a) modelo discretizado; (b) seção transversal discretizada

Tabela 6-3 – Características geométricas e mecânicas das Lajes alveolares avaliadas

Elemento	I (m ⁴)	A(m ²)	B _{panel} (m)
4HC6+2	0,0007533	0,187	1,22 (4')
4HC8+2	0,0013986	0,201	
4HC10+2	0,0024042	0,229	
4HC12+2	0,0035068	0,231	

Concreto: $f_{ck} = 34,47$ MPa (5000 psi) , $E_{s,din} = 33537,76$ MPa (inclusive da capa)

As hipóteses simplificadoras adotadas, para avaliação das lajes alveolares foram:

- ✓ modelagem de alvéolos retangulares, com área e inércia equivalentes aos circulares, visando uma melhor distribuição da malha de elementos finitos;
- ✓ capa de concreto possui aderência perfeita com o elemento estrutural;
- ✓ resistência do concreto da capa igual à do concreto do elemento estrutural;
- ✓ Módulo de Elasticidade do concreto adotado foi o dinâmico, obtido de acordo com a recomendação do PCI DESIGN HANDBOOK (2004), ou seja, 20% superior ao valor do Módulo de Elasticidade Tangente Inicial;
- ✓ protensão por meio de cabos retos e aderentes;
- ✓ nível adotado de protensão foi o de Protensão Completa, de acordo com a NBR 6118:2003;
- ✓ comprimento da pista de protensão igual a 200m;
- ✓ sobrecargas admissíveis de acordo com PCI DESIGN HANDBOOK (2004).
- ✓ amortecimento foi desprezado, por apresentar irrisória influência no cálculo da frequência natural, como anteriormente mencionado no Capítulo 4 deste trabalho.

Reitera-se que os demais dados referentes ao cálculo da força de protensão podem ser vistos no Apêndice A deste trabalho. Apresentam-se na Tabela 6-4 os valores da força de protensão para os respectivos vãos e sobrecargas, para cada seção laje alveolar analisada.

Tabela 6-4 – Forças de protensão – Laje Alveolar

Elemento	Vão (m)	Sobrecarga (kN/m²)	Protensão (kN)
4HC6+2	3,97 (13ft)	22,13 (461psf)	385
	4,88 (16ft)	20,21 (421psf)	532
	5,80 (19ft)	15,70 (327psf)	540
	6,71 (22ft)	10,51 (219psf)	546
	7,63 (25ft)	7,01 (146psf)	553
	8,54 (28ft)	4,56 (95psf)	567
	9,15 (30ft)	3,36 (70psf)	578
4HC8+2	3,97 (13ft)	23,90 (498psf)	300
	4,88 (16ft)	19,30 (402psf)	385
	5,80 (19ft)	15,60 (325psf)	487
	6,71 (22ft)	13,10 (273psf)	580
	7,63 (25ft)	11,14 (232psf)	591
	8,54 (28ft)	8,93 (186psf)	681
	9,46 (31ft)	6,38 (133psf)	697
	10,37 (34ft)	4,51 (94psf)	714
	11,29 (37ft)	3,07 (64psf)	734
	12,20 (40ft)	1,82 (38psf)	754
4HC10+2	6,10 (20ft)	16,51 (344psf)	399
	7,02 (23ft)	13,82 (288psf)	509
	7,93 (26ft)	11,81 (246psf)	611
	8,85 (29ft)	10,13 (211psf)	621
	9,76 (32ft)	8,83 (184psf)	720
	10,68 (35ft)	7,58 (158psf)	813
	11,59 (38ft)	5,66 (118psf)	832
	12,51 (41ft)	4,18 (87psf)	852
	13,42 (44ft)	2,88 (60psf)	873
	14,03 (46ft)	2,11 (44psf)	888

Tabela 6-4 - Forças de protensão – Laje Alveolar - continuação

Elemento	Vão (m)	Sobrecarga (kN/m ²)	Protensão (kN)
4HC12+2	6,10 (20ft)	15,31 (319psf)	396
	7,02 (23ft)	12,82 (267psf)	400
	7,93 (26ft)	10,85 (226psf)	510
	8,85 (29ft)	9,26 (193psf)	517
	9,76 (32ft)	8,11 (169psf)	621
	10,68 (35ft)	7,10 (148psf)	632
	11,59 (38ft)	6,29 (131psf)	732
	12,51 (41ft)	5,62 (117psf)	747
	13,42 (44ft)	4,94 (103psf)	845
	14,03 (46ft)	4,13 (86psf)	857

6.3.3 VIGA I - PROGRAMA EXPERIMENTAL

Este modelo corresponde à representação numérica do modelo experimental deste trabalho. Trata-se de uma viga de seção I com 4 (quatro) metros de comprimento, submetida a protensão por meio de cabos externos (Figura 6-5). Apresenta-se na Tabela 6-4 um resumo das características geométricas e mecânicas da viga para as duas situações avaliadas: íntegra e fissurada.



Figura 6-5 – Viga I – Programa Experimental

Tabela 6-5 – Resumo das características geométricas e mecânicas Viga I – Programa Experimental

Elemento	Situação	I (cm ⁴)	A(m ²)	L (m)
Viga I (20x30)cm	Íntegra	32400,00	0,0264	4,0
	Fissurada ⁹	15028,40		

Concreto - f_{ck} = 85,6MPa, E_c = 42623.5 MPa (Íntegra)¹⁰, $E_{c,eq}$ = 16805.4 MPa (Fissurada)¹¹

Aço - 2 ϕ CP-190 RB 12,7 mm. Módulo de elasticidade: 200.000 MPa

O esquema de carregamento utilizado no programa experimental é descrito na Tabela 6-6, de acordo com cada excentricidade utilizada.

Tabela 6-6 – Esquema de carregamento - Protensão

Situação	Protensão (kN)	Excentricidade ¹²
Íntegra	0	--
	19,36	E1
	40,44	
	86,01	
	18,82	
	51,30	
	88,92	
Fissurada	0	--
	18,68	E2
	45,69	
	91,28	
	21,0	
	46,68	
	90,26	

Assim como na modelagem dos modelos anteriores (painel duplo-T e laje alveolar), fez-se o uso de hipóteses simplificadoras para a modelagem no ANSYS do elemento de viga em estudo, considerando que o comportamento experimental já era conhecido.

- ✓ Módulo de Elasticidade adotado foi estático (42623,50 MPa) , obtido a partir dos ensaios de compressão axial dos corpos de prova cilíndricos, considerando que a formulação analítica (Teoria de Euler-Bernoulli e Miyamoto *et al.*(2000)) utilizada não faz referência à utilização do Módulo de Elasticidade Dinâmico

⁹ Obtido a partir da Fórmula de Branson, assim como recomenda a NBR 6118:2003.

¹⁰ Ver Capítulo 7 – Parte 1 - Ensaios de caracterização

¹¹ Obtido a partir da Fórmula de Branson, assim como recomenda a NBR 6118:2003.

¹² Ver Capítulo 7 – Parte 2 – Ensaios de viga com protensão externa.

- ✓ na modelagem no ANSYS a inclinação dos cabos de protensão foi desprezada, considerando, que esta era muito pequena ($\Theta < 10$), e portanto não acarretaria em componente vertical da força significativa ao ponto de ser necessário considerá-la;
- ✓ os cabos de protensão não foram modelados no ANSYS. Uma vez que o momento de inércia do conjunto viga+tirante é variável a longo do vão, devido ao desvio do cabo, e calculado somando-se os momentos de inércia das seções independentes aos valores de transporte das áreas ao CG do conjunto. Donde se deduz que se a área da seção transversal do cabo foi muito pequena em relação à da viga, seu efeito na rigidez do conjunto e, portanto, nos deslocamentos e nos modos de vibração será desprezível. Executando-se os cálculos para a obtenção da inércia do conjunto viga+tirante em análise, para as duas excentricidades avaliadas, a influência no valor da frequência natural não é superior a 0,781%. O que justifica tal simplificação. O Apêndice B.6, deste trabalho demonstra detalhadamente o exposto.
- ✓ o amortecimento foi desprezado, por apresentar irrisória influência no cálculo da frequência natural, como anteriormente mencionado no Capítulo 4 deste trabalho.

Todas as informações referentes ao modelo de viga experimentado podem ser vistas no Capítulo 7 – Parte 2 – Ensaio de viga com protensão externa. Os dados necessários ao cálculo da rigidez equivalente (EI_{eq}) são apresentados no Apêndice B.3 do trabalho. A Figura 6-6 apresenta o modelo de viga discretizado em elementos finitos.

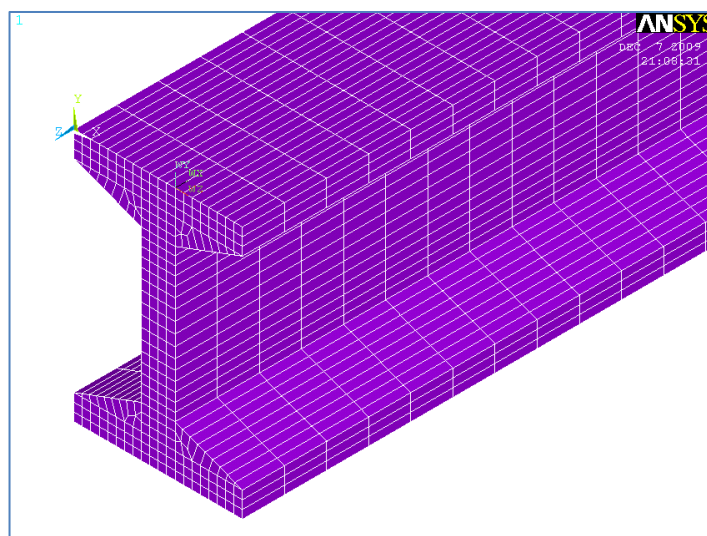


Figura 6-6 – Viga do programa experimental discretizada

6.4 ASPECTOS DA MODELAGEM E ANÁLISE MODAL NO PROGRAMA ANSYS.

Como já delineado, utilizou-se a análise modal para determinar as frequências naturais e os modos de vibrar associados a elas. O programa ANSYS, dentre as suas metodologias de análise estrutural possui a Análise Modal.

O programa fornece várias possibilidades em termos de análise modal, ressaltando a capacidade de avaliar os efeitos da protensão, através do comando PSTRES, que foi de extrema importância para o desenvolvimento deste trabalho.

Entretanto o ANSYS limita suas análises modais ao regime linear, ou seja, mesmo que parâmetros de não-linearidades, como por exemplo, plasticidade, sejam definidos, o programa os ignora e trata o problema como linear.

Tal consideração não deve ser encarada como algo que possa invalidar a modelagem de materiais que apresentem não-linearidades, como o concreto. Deve-se entender que a solitação dinâmica que usualmente se impõe a estrutura em um ensaio experimental é rápida e de nível relativamente baixo, portanto não deve originar com isso não-linearidades.

Assim, para avaliar os efeitos da não-linearidade física do concreto, no modelo numérico da Viga I do programa experimental, fez-se a redução do módulo de elasticidade de acordo com o proposto na NBR 6118:2003.

No tocante aos métodos de extração modal, o programa disponibiliza vários métodos, sendo eles:

- ✓ Block Lanczos;
- ✓ Subspace;
- ✓ PCG Lanczos;
- ✓ Reduced;
- ✓ Unsymetric;
- ✓ Damped;
- ✓ QR damped.

O método de extração adotado neste trabalho foi o *Block Lanczos*, que se caracteriza por apresentar um médio consumo de memória e um baixo consumo de espaço em disco rígido, o que é bastante significativo quando se pensa nos tamanhos dos modelos em análise.

Neste método não há possibilidade de se imprimir o amortecimento, porém como toda a análise numérica se dará em termos da frequência natural, e esta por sua vez não sofre influência significativa do amortecimento, não se configura como incoerência a adoção do método *Block Lanczos*.

Toda a modelagem foi feita utilizando elementos sólidos, desde os painéis duplo-T, lajes alveolares até a Viga I do programa experimental, como já pôde ser observado em figuras anteriores. Optou-se pela modelagem em elementos de sólido, por considerá-los os que melhor representam o comportamento dos modelos estudados.

Basicamente os processos envolvidos na criação do modelo numérico através do ANSYS são:

- 1º) definição dos elementos finitos e parâmetros utilizados;
- 2º) definição das propriedades dos materiais do modelo;
- 3º) definição da geometria;
- 4º) geração da malha de elementos finitos;
- 5º) definição das condições de contorno e carregamento;
- 5º) escolha do tipo de análise e parâmetros da análise;
- 6º) processamento do modelo (solução);
- 7º) visualização e análise dos resultados.

6.4.1 DESCRIÇÃO DO ELEMENTO FINITO

O elemento escolhido para a modelagem de todos os modelos numéricos foi o SOLID65. Tal elemento tem a capacidade de incorporar taxas de elementos de reforço, (no caso armaduras de aço, simulando o concreto armado) dispostos em três direções quaisquer, com propriedades distintas, conforme demonstrado na Figura 6-7.

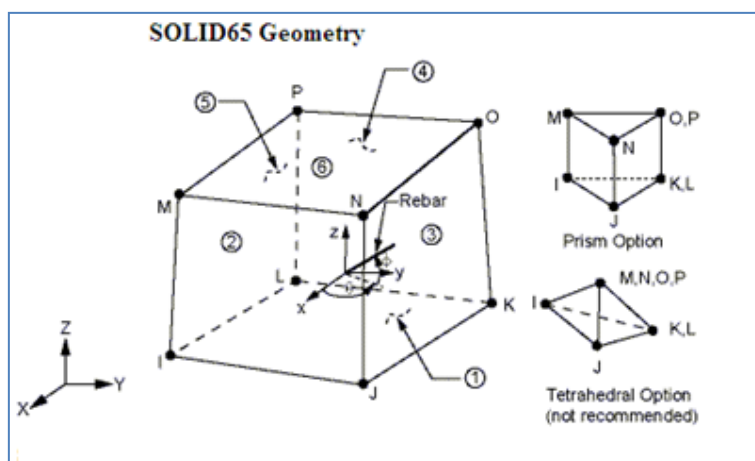


Figura 6-7 – Elemento finito SOLID65 (ANSYS RELEASE 11.0® (2008))

O elemento SOLID65 ainda possui a capacidade de representar a fissuração e o esmagamento quando atingida a superfície de ruptura definida do material. Associado a ele estão três modelos constitutivos e seus respectivos parâmetros podem se definidos para simular o comportamento elastoplástico do material, são eles:

- **Linear Isotropic** – modelo constitutivo elástico, onde se é definido o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson;
- **Drucker-Prager** – modelo constitutivo não linear para o concreto com superfície de plastificação definida pelos parâmetros, ângulo de atrito interno e coesão;
- **Concrete** – modelo constitutivo não linear para o concreto proposto por WILLAN & WARNER e adaptado ao ANSYS, com superfície de plastificação definida por cinco parâmetros: f_t (tensão última de tração), f_c (tensão última de compressão), f_{cb} (tensão última de compressão sob regime biaxial), f_1 (tensão última de compressão para um estado de compressão biaxial sobre o estado de tensões hidrostáticas) e f_2 (tensão última de compressão para um estado de compressão uniaxial sobre o estado de tensões hidrostáticas). O programa possui valores *default* para os parâmetros descritos, na falta de ensaios experimentais.

Para tanto, como a análise modal no ANSYS está restrita ao regime linear, o modelo *Linear Isotropic* foi o adotado.

6.4.2 CONDIÇÃO DE CONTORNO E CARREGAMENTO

Todos os modelos estudados foram isostáticos, ou seja, a condição de contorno adotada foi a simplesmente apoiada. Em complemento para tal simulação se fez necessário que:

- ✓ os nós do centro de gravidade (CG), nas duas extremidades dos elementos, foram impedidos de deslocar na vertical;
- ✓ os nós do CG no eixo longitudinal dos elementos tiveram as suas translações impedidas, na direção horizontal e longitudinal, quando da avaliação dos elementos sem carregamento de protensão, e apenas na horizontal quando da avaliação dos elementos com protensão.

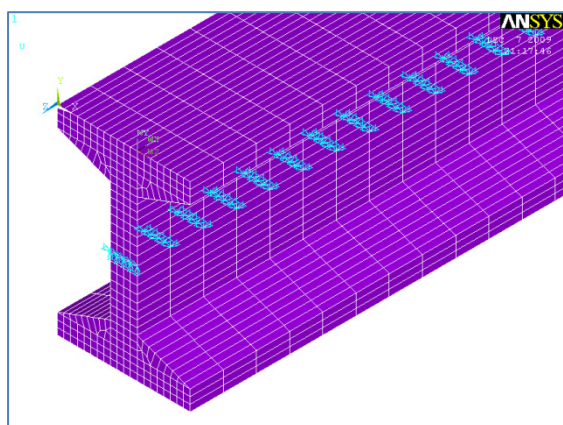


Figura 6-8 – Vinculações – Exemplo

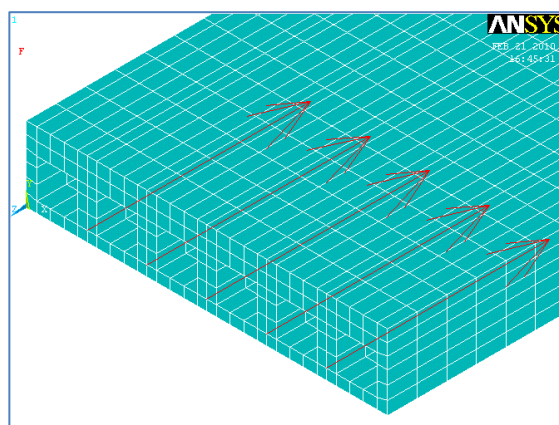


Figura 6-9 – Carregamento - Exemplo

Estas limitações de deslocamento foram impostas visando à obtenção dos modos flexionais de vibração, evitando assim os modos de corpo rígido. A Figura 6-8 demonstra um exemplo da maneira como foi feita a vinculação no CG da Viga I do programa experimental.

No tocante ao carregamento de protensão, este foi simulado a partir da aplicação de forças nodais, normais à seção e posicionadas de acordo o descrito no PCI DESIGN HANDBOOK (2004), para os painéis duplo-T e lajes Alveolares, e para o modelo numérico da Viga I do programa experimental, posicionadas nas excentricidades especificadas no Capítulo 7 deste trabalho. A Figura 6-9 exemplifica o exposto.

6.5 ANÁLISE MODAL – RESULTADOS

6.5.1 PAINEL DUPLO-T

Apresenta-se nas de Tabela 6-7 a 6-11 os valores obtidos para as frequências naturais dos dois primeiros modos flexionais de vibrar, dos painéis duplo-T resultante da modelagem numérica via ANSYS, e das expressões analíticas oriundas da Teoria de Euler-Bernoulli para o cálculo da frequências naturais de elementos com comportamento de viga, submetidas ou não a carregamentos axiais. As expressões e considerações relacionadas à metodologia analítica para a determinação das frequências podem ser consultadas no Capítulo 4 deste trabalho.

Visando a comparação entre os resultados obtidos apresenta-se nas Figuras 6-10 a 6-19, apresenta-se os gráficos Frequência *versus* Vão, para as seções duplo-T avaliadas. Tanto para a frequência associada ao primeiro modo de flexão, quanto para o segundo modo.

Tabela 6-7 – Frequências 8DT24+2

8DT24+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂
9,76 (32ft)	9,55	38,19	9,19	37,83	9,39	35,65	9,28	35,53
10,98 (36ft)	7,49	29,95	7,03	29,95	7,44	28,57	7,29	28,42
12,20 (40ft)	6,07	24,26	5,60	23,81	6,04	23,39	5,86	23,32
13,42 (44ft)	5,01	20,05	4,44	19,50	5,00	19,48	4,79	19,27
14,64 (48ft)	4,21	16,85	3,51	16,19	4,21	16,47	3,99	16,24
15,86 (52ft)	3,59	14,35	2,82	13,65	3,59	14,09	3,37	13,87
17,08 (56ft)	3,09	12,38	2,28	11,65	3,10	12,20	2,87	11,97
18,30 (60ft)	2,70	10,78	1,83	10,03	2,78	10,97	2,54	10,73
20,13 (66ft)	2,23	8,91	1,24	8,11	2,23	8,83	1,98	8,58

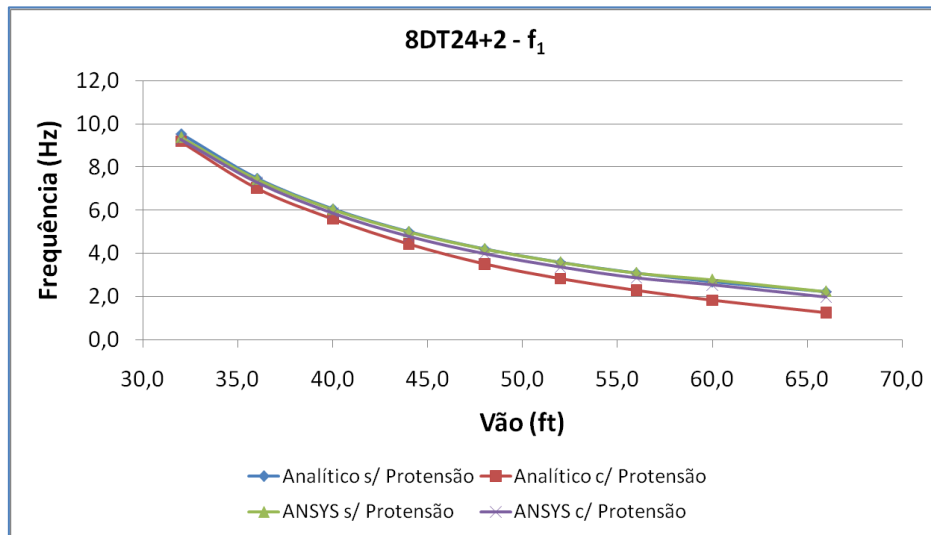
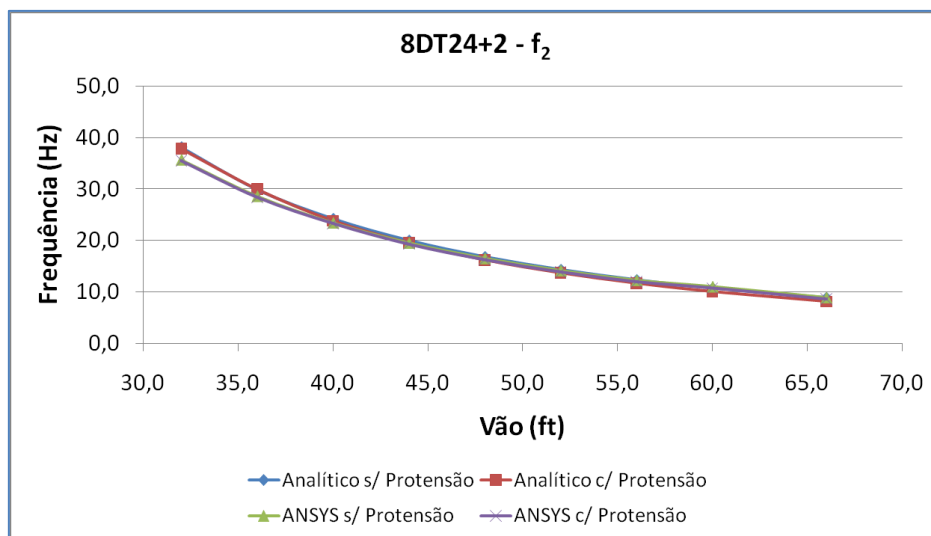
Figura 6-10 - Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 8DT24+2 – f₁Figura 6-11 - Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 8DT24+2 – f₂

Tabela 6-8 – Frequências 8DT32+2

8DT32+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂
13,42(44ft)	7,61	30,45	7,18	30,03	7,49	28,76	7,32	28,58
15,25(50ft)	5,89	23,58	5,34	23,04	5,82	22,55	5,65	22,38
16,47(54ft)	5,05	20,21	4,48	19,67	5,00	19,46	4,82	19,28
18,30(60ft)	4,09	16,37	3,50	15,81	4,05	15,87	3,87	15,69
20,13(66ft)	3,38	13,53	2,75	12,95	3,36	13,20	3,17	13,01
21,96(72ft)	2,69	10,76	2,01	10,15	2,68	11,59	2,48	10,36
23,79(78ft)	2,42	9,69	1,67	9,03	2,41	11,04	2,20	9,31
25,62(84ft)	2,09	8,35	1,27	7,67	2,08	10,30	1,86	8,01

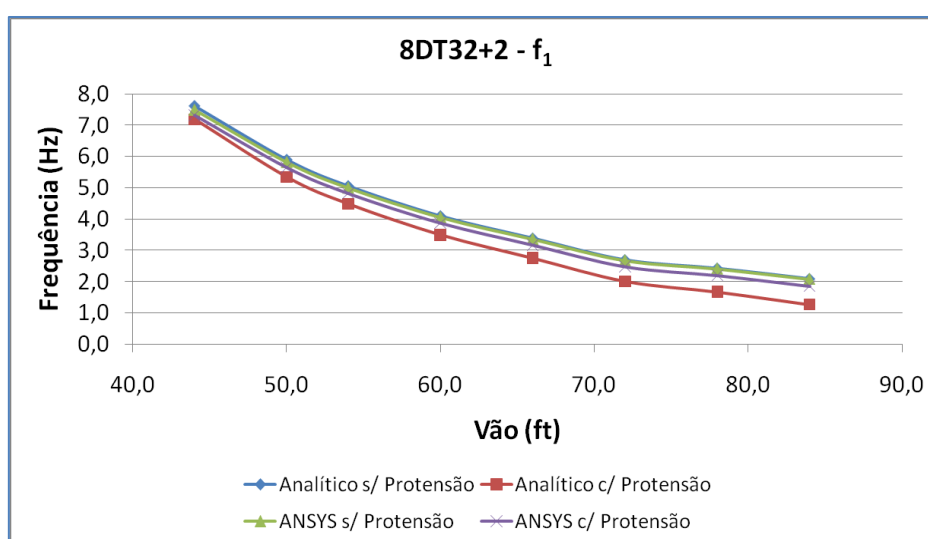
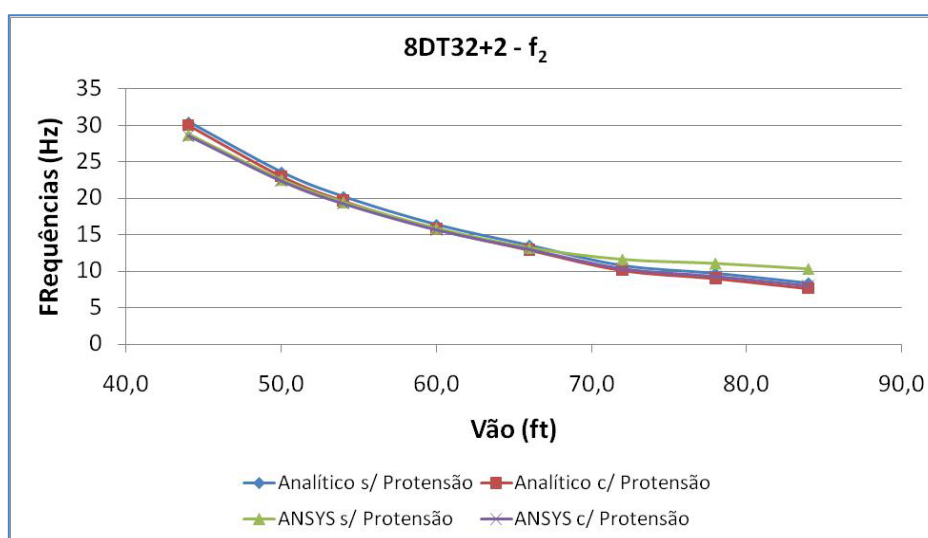
Figura 6-12 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 8DT32+2 – f₁Figura 6-13 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 8DT32+2 – f₂

Tabela 6-9 – Frequências 10DT24+2

10DT24+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂
9,76 (32ft)	8,96	35,86	8,56	35,46	8,79	32,96	8,66	32,80
10,98 (36ft)	7,08	28,33	6,58	27,84	6,98	26,57	6,79	26,37
12,20 (40ft)	5,74	22,95	5,13	22,37	5,67	21,80	5,48	21,61
13,42 (44ft)	4,74	18,97	4,11	18,36	4,70	18,22	4,51	18,02
14,64 (48ft)	3,98	15,94	3,32	15,31	3,95	15,40	3,75	15,19
15,86 (52ft)	3,40	13,58	2,69	12,93	3,37	13,19	3,16	12,98
17,08 (56ft)	2,93	11,71	2,18	11,04	2,91	11,42	2,69	11,20
18,30 (60ft)	2,55	10,20	1,75	9,50	2,53	9,97	2,31	9,75

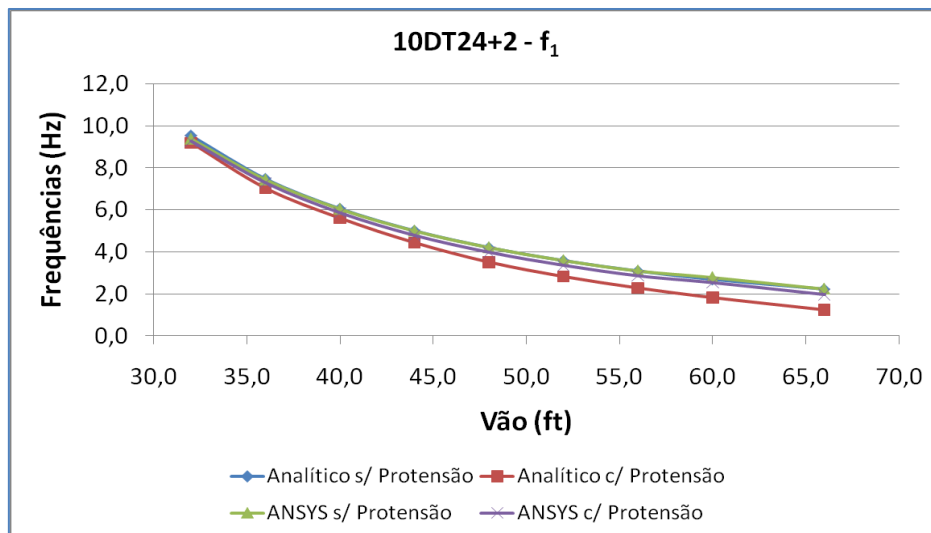
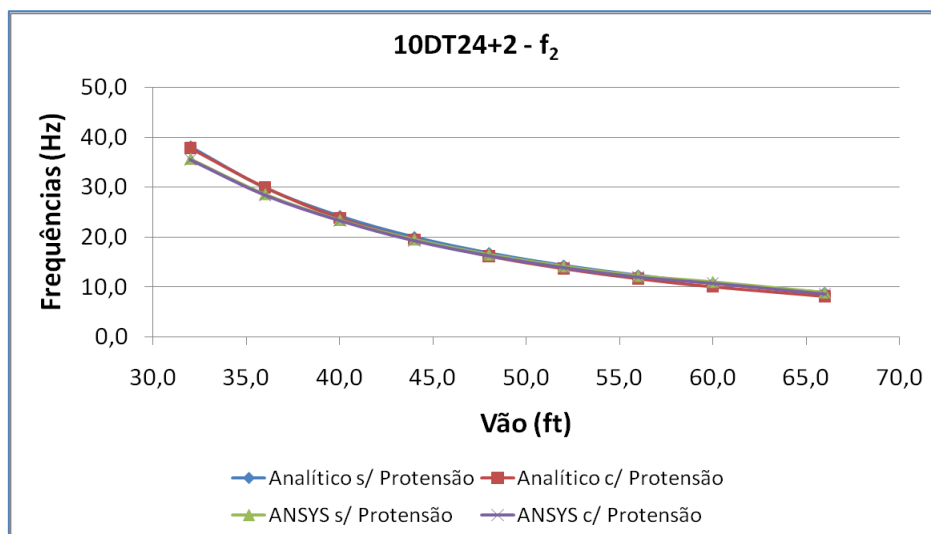
Figura 6-14 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 10DT24+2 – f₁Figura 6-15 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 10DT24+2 – f₂

Tabela 6-10 – Frequências 10DT32+2

10DT32+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂
14,03 (46ft)	6,67	26,67	6,26	26,27	6,57	25,10	6,44	24,96
15,86 (52ft)	5,22	20,87	4,72	20,39	5,16	19,94	5,01	19,78
17,69 (58ft)	4,19	16,78	3,64	16,25	4,16	16,18	3,99	16,00
19,52 (64ft)	3,45	13,78	2,83	13,21	3,42	13,39	3,24	13,21
21,35 (70ft)	2,88	11,52	2,23	10,93	2,86	11,23	2,67	11,04
23,18 (76ft)	2,44	9,77	1,48	9,15	2,43	9,57	2,23	9,37

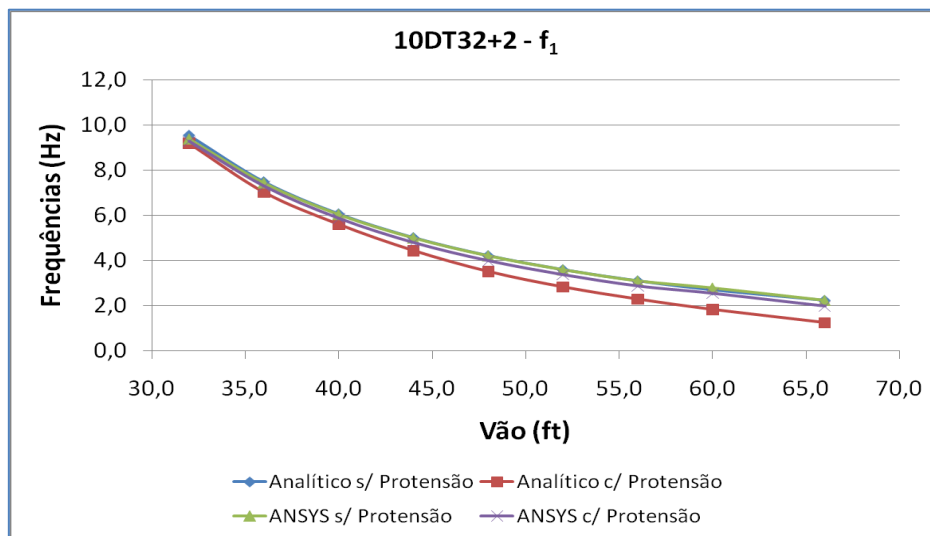


Figura 6-16 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 10DT32+2 – f₁

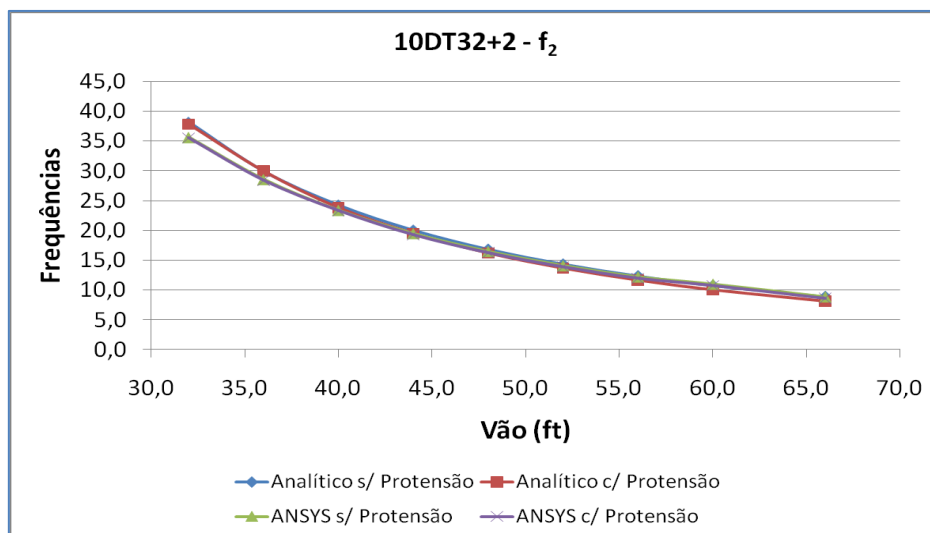


Figura 6-17 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 10DT32+2 – f₂

Demonstra-se através das Figuras 6-19 – (a) e (b), os dois primeiros modos flexionais de vibrar dos painéis duplo-T.

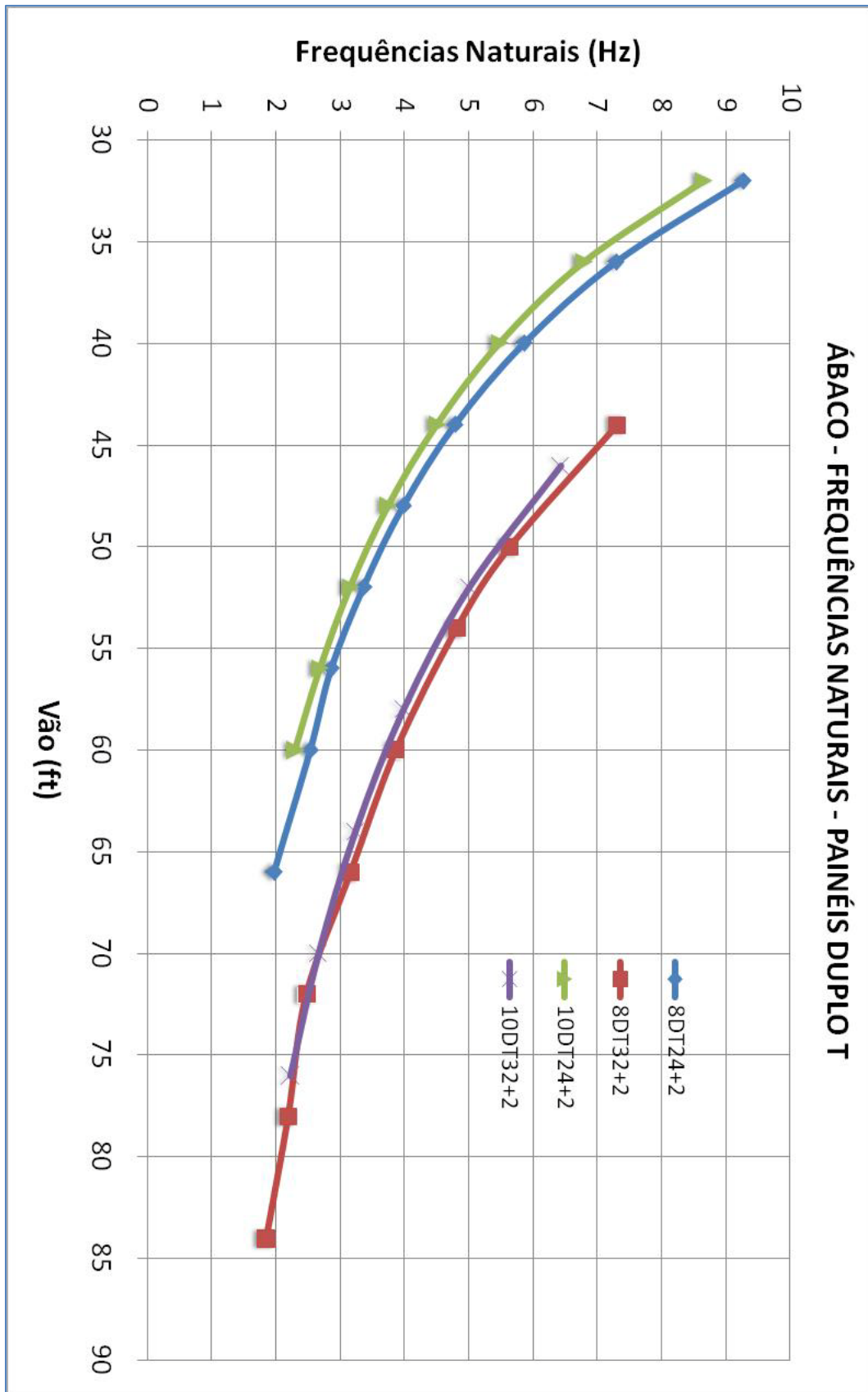


Figura 6-18 - Ábaco – Frequências Naturais Fundamentais - ANSYS c/ protensão – Painéis duplo T

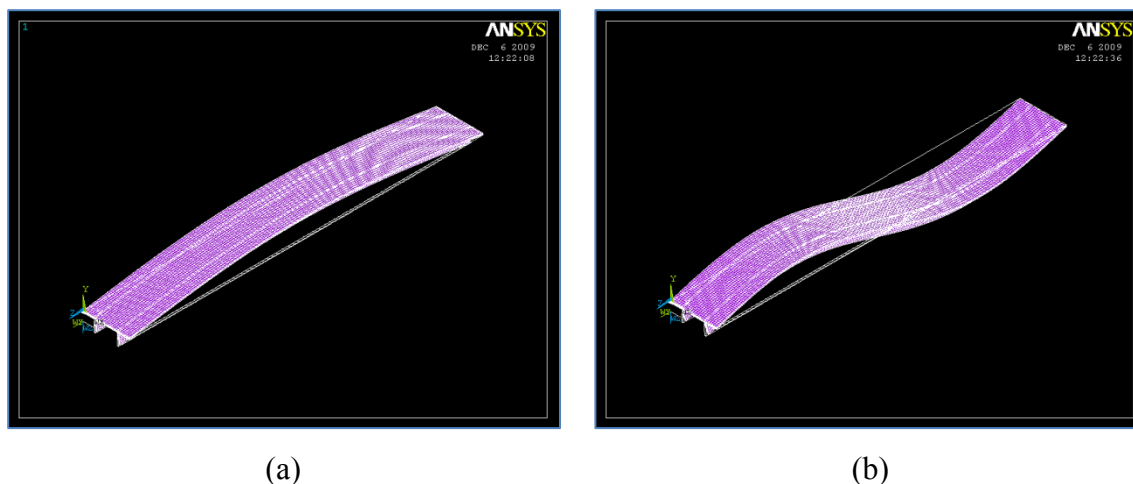


Figura 6-19 – Modos de vibrar – Painel duplo-T – (a) 1º Modo; (b) 2º Modo

6.5.2 LAJE ALVEOLAR

Da mesma maneira ao ocorrido para os painéis duplo-T, apresenta-se nas Tabelas de 6-11 a 6-14, os valores numéricos das frequências naturais associadas aos dois primeiros modos flexionais de vibrar para as seções de laje alveolar avaliadas. Assim como os respectivos gráficos comparativos Frequência *versus* Vão, nas Figuras de 6-19 a 6-29.

Tabela 6-11 – Frequências 4HC6+2

4HC6+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂	f ₁	f ₂
3,97 (13ft)	23,26	93,03	22,35	92,14	23,24	91,60	22,86	90,87
4,88 (16ft)	15,35	61,41	14,01	60,18	15,34	60,80	14,88	60,13
5,80 (19ft)	10,89	43,55	9,57	42,29	10,91	43,34	10,46	42,75
6,71 (22ft)	8,12	32,48	6,75	31,20	8,14	32,39	7,69	31,85
7,63 (25ft)	6,29	25,16	4,85	23,85	6,30	25,13	5,86	24,61
8,54 (28ft)	5,01	20,05	3,47	18,70	5,03	20,05	4,56	19,54
9,15 (30ft)	4,37	17,65	2,73	16,09	4,38	17,48	3,92	16,97

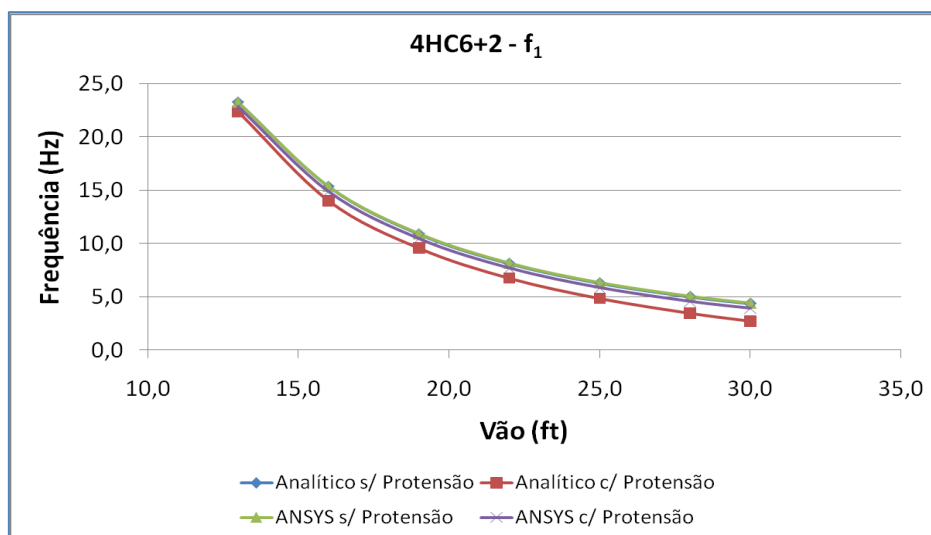
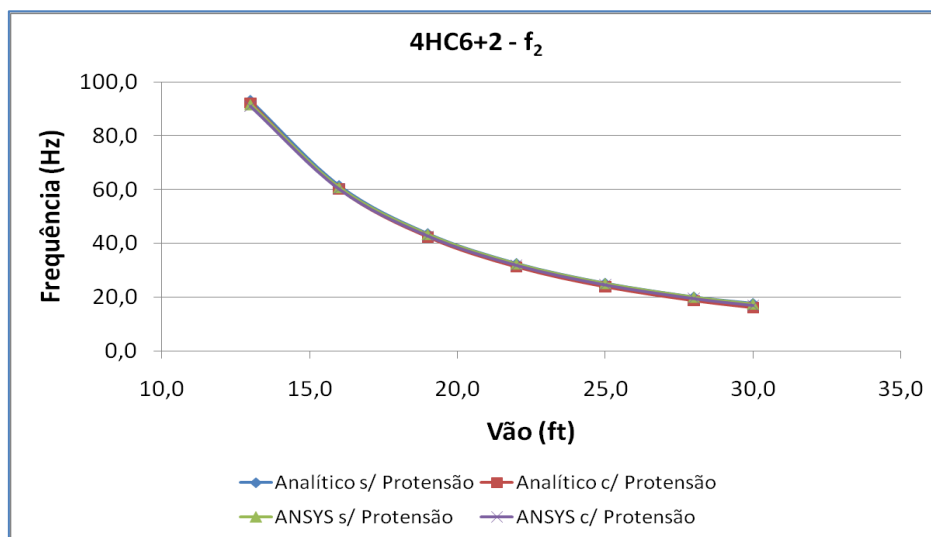
Figura 6-20 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC6+2 – f_1 Figura 6-21 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC6+2 – f_2

Tabela 6-12 – Frequências 4HC8+2

4HC8+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2
3,97 (13ft)	30,57	122,27	30,07	121,77	30,36	109,79	30,10	107,86
4,88 (16ft)	20,18	80,72	19,54	80,09	20,11	78,71	19,84	78,22
5,80 (19ft)	14,31	57,24	13,49	56,44	14,30	56,31	13,99	55,85
6,71 (22ft)	10,67	42,69	9,68	41,74	10,68	42,21	10,33	41,76
7,63 (25ft)	8,63	33,06	7,24	32,08	8,28	32,81	7,93	32,39
8,54 (28ft)	6,59	26,36	5,37	25,22	6,60	26,22	6,22	25,77
9,46 (31ft)	5,38	21,50	4,09	20,34	5,39	21,43	4,99	20,99
10,37 (34ft)	4,47	17,88	3,10	16,67	4,48	17,84	4,08	17,40
11,29 (37ft)	3,77	15,09	2,28	13,85	3,78	15,08	3,37	14,64
12,20 (40ft)	3,23	12,91	1,58	11,62	3,24	12,91	2,81	12,47

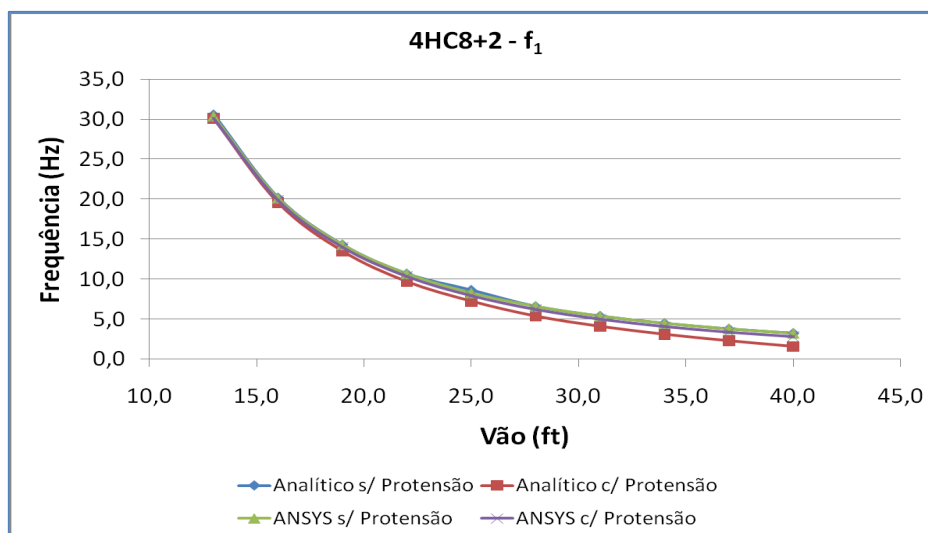
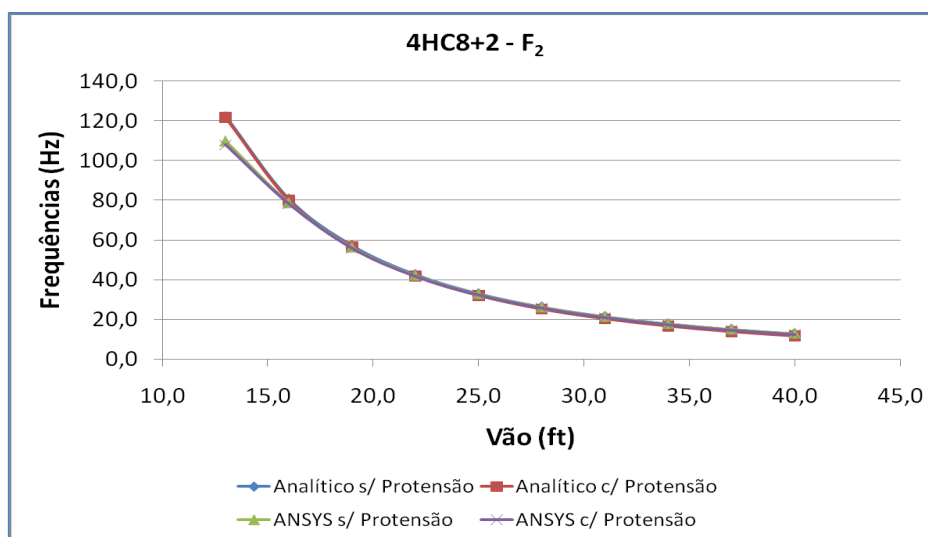
Figura 6-22 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC8+2 – f_1 Figura 6-23 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC8+2 – f_2

Tabela 6-13 – Frequências 4HC10+2

4HC10+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2
6,10 (20ft)	15,86	63,45	15,39	62,99	15,75	61,55	15,56	61,23
7,02 (23ft)	12,00	47,98	11,39	47,38	11,94	46,90	11,72	46,58
7,93 (26ft)	9,39	37,55	8,65	36,83	9,35	36,89	9,10	36,57
8,85 (29ft)	7,55	30,18	6,78	29,45	7,52	29,76	7,27	29,45
9,76 (32ft)	6,20	24,79	5,29	23,93	6,18	24,51	5,90	24,18
10,68 (35ft)	5,18	20,72	4,13	19,75	5,17	20,53	4,85	20,17
11,59 (38ft)	4,39	17,58	3,29	16,58	4,39	17,44	4,06	17,09
12,51 (41ft)	3,78	15,10	2,60	14,07	3,77	15,00	3,43	14,64
13,42 (44ft)	3,28	13,11	2,02	12,05	3,28	13,04	2,93	12,68
14,03 (46ft)	3,00	12,00	1,67	10,91	3,00	11,94	2,64	11,57

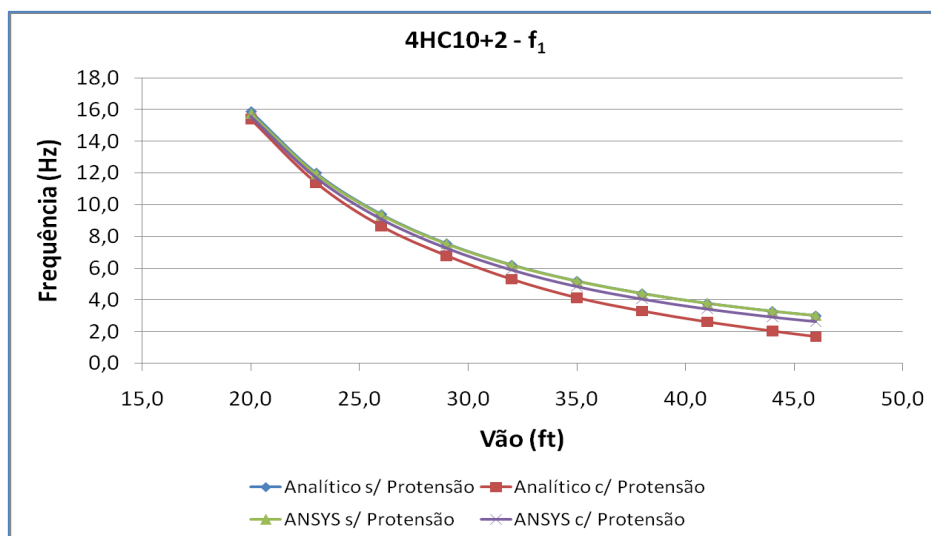
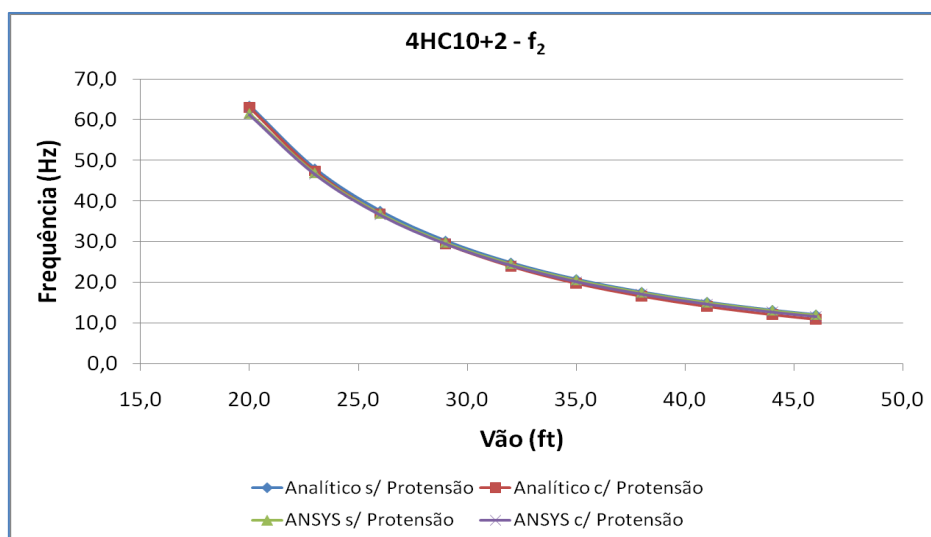
Figura 6-24 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC10+2 – f_1 Figura 6-25 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC10+2 – f_2

Tabela 6-14 – Frequências 4HC12+2

4HC12+2 – Frequências (Hz)								
Vão (m)	Analítico sem protensão		Analítico com protensão		ANSYS sem protensão		ANSYS com protensão	
	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2
6,10 (20ft)	19,08	76,30	18,69	75,92	19,56	75,38	19,40	75,09
7,02 (23ft)	14,42	57,70	14,04	57,31	14,84	57,69	14,69	57,44
7,93 (26ft)	11,29	45,15	10,79	44,66	11,64	45,52	11,46	45,26
8,85 (29ft)	9,07	36,29	8,56	35,79	9,37	36,80	9,19	36,57
9,76 (32ft)	7,45	29,81	6,83	29,20	7,70	30,36	7,50	30,10
10,68 (35ft)	6,23	24,92	5,59	24,30	6,44	25,46	6,24	25,21
11,59 (38ft)	5,28	21,14	4,53	20,44	5,47	21,65	5,24	21,38
12,51 (41ft)	4,54	18,16	3,76	17,43	4,70	18,64	4,46	18,37
13,42 (44ft)	3,94	15,77	3,02	14,93	4,08	16,21	3,82	15,92
14,03 (46ft)	3,61	14,42	2,66	13,58	3,72	14,78	3,45	14,49

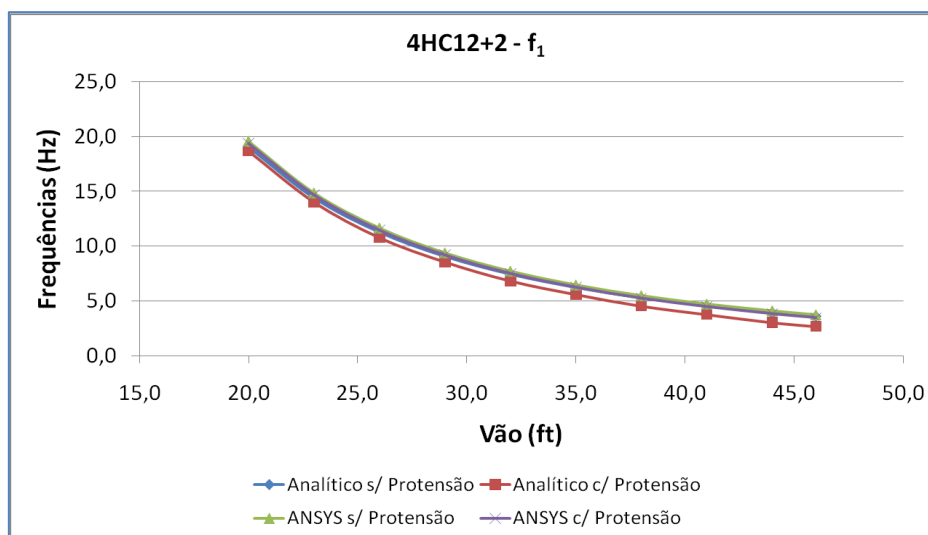


Figura 6-26 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC12+2 – f₁

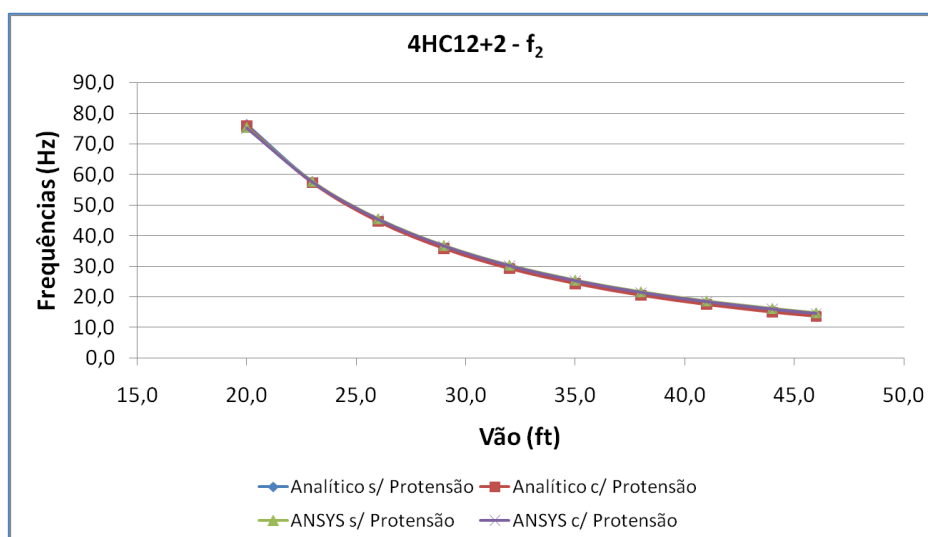
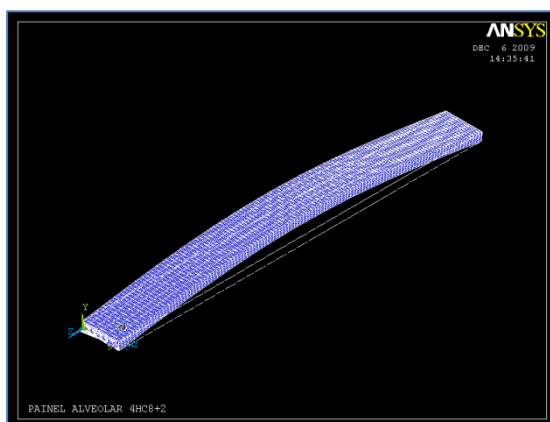
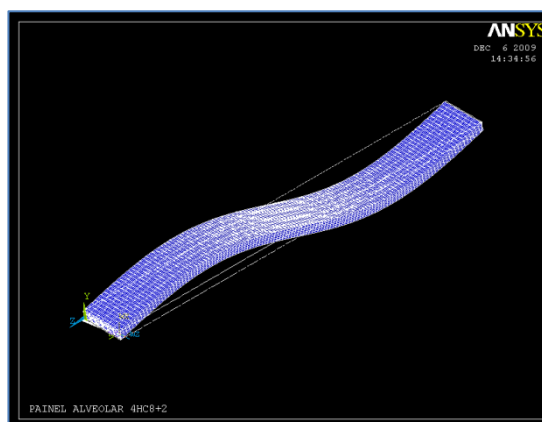


Figura 6-27 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS – 4HC12+2 – f₂

As Figuras 6-28 – (a) e (b), ilustram os dois primeiros modos flexionais de vibrar das lajes alveolares.



(a)



(b)

Figura 6-28 – Modos de vibrar – Laje Alveolar – (a) 1º Modo; (b) 2º Modo

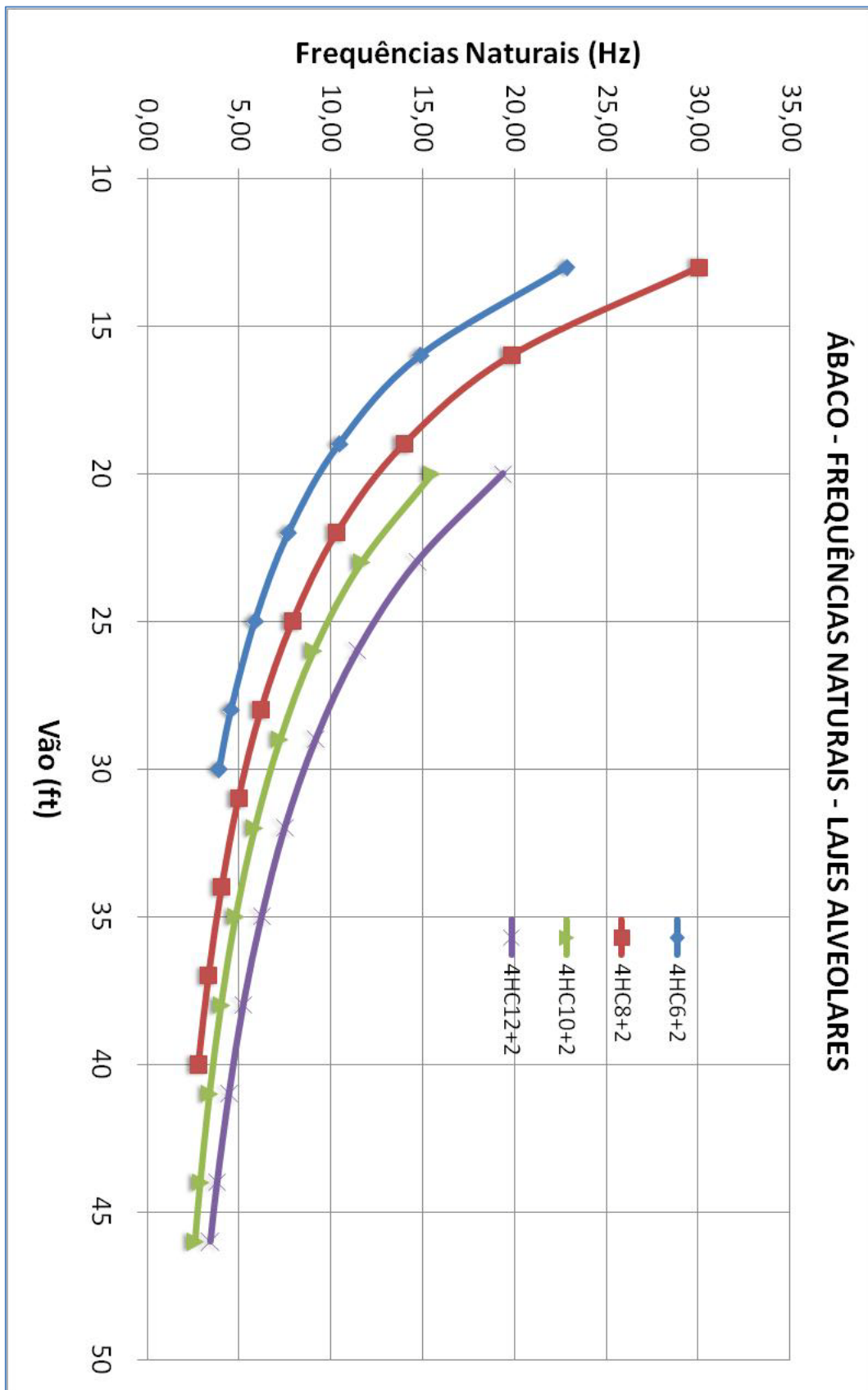


Figura 6-29 – Ábaco – Frequências Naturais Fundamentais - ANSYS c/ protensão – Lajes Alveolares

6.5.3 VIGA I - PROGRAMA EXPERIMENTAL

São apresentados nas Tabelas de 6-15 a 6-18 os resultados obtidos para as frequências naturais do modelo experimental de viga a partir da modelagem no programa ANSYS, bem como via métodos analíticos baseados na Teoria de Euler-Bernoulli ou através do modelo proposto por Miyamoto et al (2000).

Nas Figuras 6-30 – (a), (b) e (c), pode-se observar os três primeiros modos flexionais de vibrar do elemento pré-moldado de viga ensaiado neste trabalho.

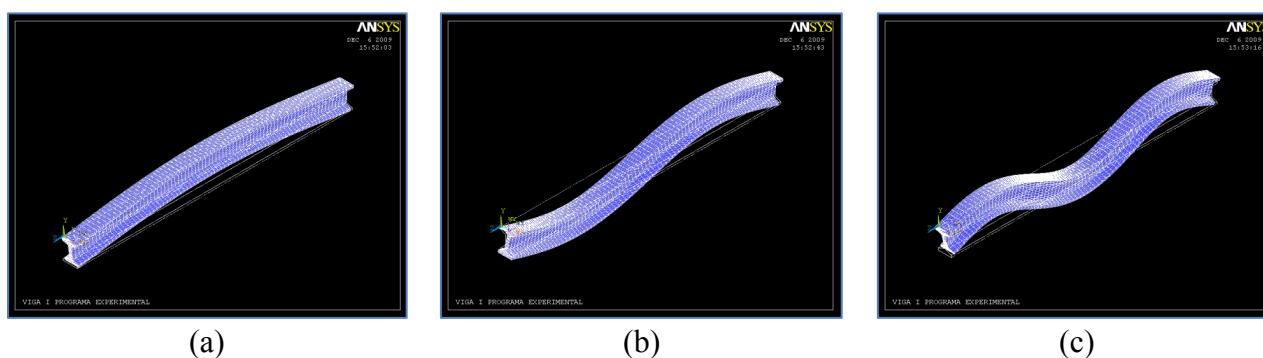


Figura 6-30 – Modos de vibrar - Viga I programa experimental – (a) 1º modo; (b) 2º modo; (c) 3º modo

Tabela 6-15 – Frequências Naturais – Viga I programa experimental - ÍNTEGRA

Situação	Modo de Vibrar (Flexão)	Frequência Natural (Hz) (Analítico) ¹³	Frequência Natural (Hz) (ANSYS)
Íntegra	1º	44,908	43,751
	2º	179,633	163,187
	3º	404,173	333,385

Tabela 6-16– Frequências Naturais – Viga I programa experimental - FISSURADA

Situação	Modo de Vibrar (Flexão)	Frequência Natural (Hz) (Analítico) ⁶	Frequência Natural (Hz) (ANSYS)
Fissurada	1º	28,198	27,472
	2º	112,792	102,467
	3º	253,786	209,337

¹³ Para o cálculo analítico fez-se o uso da formulação obtida a partir da Teoria de Euler-Benoulli. Utilizando o a rigidez equivalente na situação fissurada. (Ver Capítulo 4)

Tabela 6-17 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS - ÍNTEGRA

Situação	Protensão (kN)	Posição	Frequência 1º Modo (Hz) (Analítico) ¹⁴	Frequência 1º Modo (Hz) (ANSYS)
Íntegra	0	--	44,908	43,751
	19,36	E1	45,159	43,669
	40,44		45,106	43,642
	86,01		44,489	43,519
	18,82	E2	45,029	43,700
	51,30		44,945	43,613
	88,92		44,848	43,511

Tabela 6-18 – Comparativo Frequências – Analítico x ANSYS - FISSURADA

Situação	Protensão (kN)	Posição	Frequência 1º Modo (Hz) (Analítico) ⁷	Frequência 1º Modo (Hz) (ANSYS)
Fissurada	0	--	28,198	27,472
	18,68	E1	28,959	27,392
	45,69		28,852	27,247
	91,28		28,670	27,078
	21,0	E2	28,755	27,382
	46,68		28,652	27,271
	90,26		28,475	27,082

6.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir da análise dos resultados encontrados, são tecidos os comentários seguintes:

- a) a influência do carregamento axial de compressão na frequência natural foi comprovada para todos os modelos numéricos estudados, demonstrando coerência com o proposto por Shaker (1975). Segundo ele, carregamento axial de compressão em elementos com características unidirecionais tende a diminuir a sua frequência natural. Ressalta-se que este comportamento foi comprovado pelo fato da análise ter sido feita considerando material homogêneo e linear, consideração que pode ser abrangida aos painéis duplo T e lajes alveolares com protensão completa, por não apresentarem o fenômeno da fissuração do concreto;

¹⁴ Para o cálculo analítico fez-se o uso da formulação obtida a partir da Teoria de Euler-Benoulli, quando da ausência de protensão, e para a situação com protensão, o modelo proposto por Miyamoto *et al.* Utilizando o a rigidez equivalente na situação fissurada.

- b) nos painéis duplo-T estudados, pela comparação dos valores obtidos via programa ANSYS entre as modelagens sem e com protensão, observou-se para a primeira frequência natural uma diminuição média de 5,27%, sendo constatado um valor máximo de decréscimo na primeira frequência natural de 11,58% e um mínimo de 1,22%, ambos ocorridos para a seção 8DT24+2;
- c) ainda no tocante aos painéis duplo-T, fazendo-se a mesma comparação para a segunda frequência natural, o decréscimo médio na magnitude da frequência se deu na ordem de 1,25%, com um máximo de 2,83% e um mínimo de 0,33%, tendo ocorrido, assim como para a primeira frequência natural, quando da análise da seção 8DT24+2;
- d) avaliando-se de maneira análoga as lajes alveolares, obteve-se uma redução média no valor da primeira frequência natural de 5,25%, para todas as seções avaliadas, constatando-se um valor máximo de redução de 13,18% e um mínimo de 0,82%. Diferentemente dos painéis duplo-T, os valores máximo e mínimo de redução ocorreram em seções diferentes, 4HC8+2 para o máximo e 4HC12+2 para o mínimo;
- e) nas lajes alveolares, assim como nos painéis duplo-T, a redução média da segunda frequência natural, decorrente da aplicação da protensão, não se apresentou significativa, observando-se um valor médio de 1,55% de redução, com máximo e mínimo de 3,41% e 0,39%, respectivamente. Os valores máximos e mínimos de diminuição da segunda frequência natural ocorreram nas mesmas seções nas quais se identificou o máximo e mínimo para a primeira frequência natural, ou seja, na seção 4HC8+2 para o máximo e 4HC12+2 para o mínimo;
- f) comparando-se os valores obtidos por meio das metodologias analíticas apresentadas neste trabalho, para todos os modelos, a aproximação dos valores demonstrou-se bastante satisfatória, podendo ser facilmente percebida através das tabelas e gráficos, expostos na seção de resultados. Ressalta-se que o modelo exposto em BLEVINS (1979), para a avaliação de vigas com carregamento axial, apresentou resultados mais conservadores, do ponto de vista de projeto, em relação aos obtidos quando da modelagem dos painéis duplo-T e alveolares;
- g) avaliando-se o comportamento previsto, tanto dos painéis duplo-T e quanto das lajes alveolares, nota-se que há restrições de uso desses elementos do ponto de vista da sensibilidade a vibrações em serviço, posto que se constatou em várias situações frequências inferiores a 3 Hz, o que de maneira alguma é recomendado

para pisos, por estarem na faixa de frequência do passo humano (2,0 Hz a 3 Hz). Considerando que a utilização das lajes alveolares e dos painéis duplo T situa-se na faixa de frequências mínimas superiores a classificação da NBR 6188:2003 para salas de concerto com cadeiras fixas, ou seja, superior a 4,1 Hz, os referidos elementos demonstram-se ainda mais restritivos. Diógenes *et al.* (2009a) e (2009b) apresentam, para seções usuais de painéis duplo-T presentes no mercado brasileiro, como também as seções de lajes alveolares descritas neste trabalho, uma análise dos vãos limites destes elementos pré-moldados de acordo com a NBR 6118:2003. Algumas considerações acerca do referido trabalho podem ser obtidas no Apêndice A deste trabalho;

- h) uma particularidade observada no modelo de viga foi no que diz respeito aos modos superiores, mais especificamente o 3º modo, que apresentaram valores determinados pelo método numérico, inferiores aos obtidos via métodos analíticos na ordem de 17,5%;
- i) na avaliação da viga experimental pela metodologia analítica proposta por Miyamoto *et al.* (2000), observou-se os valores obtidos apresentaram-se ligeiramente (ordem de 2%) superiores aos obtidos via modelagem no programa ANSYS, isto provavelmente deve-se a soma da pequena, mas não nula, parcela de rigidez do tirante. Comprovando que a não consideração dos cabos de protensão na modelagem não interferiu de maneira significativa nos resultados.
- j) no que se refere aos modos de vibrar, a aplicação da protensão não implicou em modificações nos perfis vibracionais dos elementos avaliados;
- k) de modo geral, entende-se que a influência da protensão na frequência natural dos elementos que compõem um sistema de pavimentos existe, e que ela se mostra mais evidente no caso de grandes vãos, pois estes estão submetidos a grandes forças de protensão. Cabe ressaltar que a análise se deu para o elemento isolado, sem a devida avaliação da estrutura como um todo.

7 PROGRAMA EXPERIMENTAL

7.1 GENERALIDADES

O programa experimental desta pesquisa é composto duas partes:

- Primeira parte – correspondente aos ensaios de caracterização do concreto. Os ensaios foram realizados em cilindros e prismas de concreto simples, com o intuito de determinar o módulo de elasticidade, tanto o estático (ensaios de compressão axial e tração na flexão por quatro pontos) quanto o dinâmico, assim como as resistências à tração e à compressão. Avaliou-se também a influência do formato do corpo de prova na relação entre os módulos de elasticidade;
- Segunda parte – correspondente aos ensaios de uma viga de concreto armado, submetida à protensão externa, visando à análise do seu comportamento dinâmico quando do incremento progressivo da força de protensão, como também da variação da excentricidade de protensão, observando-se as alterações nas propriedades modais, tais como a frequência natural e o amortecimento.

7.2 PARTE 1 – ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO

Os valores de módulo de elasticidade obtidos a partir dos ensaios estáticos com corpos de prova (CPs) cilíndricos foram utilizados como referência para a análise dos resultados obtidos nos ensaios dinâmicos com os CPs prismáticos. Para os ensaios estáticos, utilizou-se atuador servo-hidráulico, com controle de deformação.

Para a moldagem, cura e ensaio de compressão dos CPs e tração na flexão em corpos de provas prismáticos, foram adotadas as recomendações das normas NBR 5738:1994¹⁵ e

¹⁵ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 5738:1994* – Moldagem e cura de corpos de prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Rio de Janeiro.

NBR 5739:1994¹⁶, NBR12142:1991¹⁷. As prescrições da NBR 8522:2003¹⁸ foram adotadas em parte, quando da determinação do módulo de elasticidade estático como, por exemplo: número, formato, armazenamento, preparo dos CPs, instrumentação de ensaio e ajustes no atuador. Para a leitura das deformações, não foi escolhido um plano de carregamento específico, uma vez que o sistema de aquisição utilizado adquiria todas as medidas automaticamente.

O programa de ensaios cumprido é apresentado na Tabela 7.1.

Tabela 7-1 – Programa de ensaios cumprido na caracterização do concreto

Ensaio	Resistência prevista (MPa)	Idade (dias)	Forma e dimensões dos CPs (cm)	Norma de referência	Observações
Estático	60	28	6 CPs cilíndricos 10cm x 20cm	NBR 8522:2003 – somente alguns itens	Em todos os ensaios os extensômetros removíveis foram retirados quando o carregamento chegou a cerca de 500kN.
Dinâmico/ Estático	60	28	4 CPs prismáticos 15cm x 15cm x 75cm	ASTM C215:2008/ NBR 12142:1991	Ensaio não-destrutivo de vibração livre e posteriormente ensaio de flexão pura, para estimativa da resistência à tração do concreto e módulo de elasticidade estático à flexão.

7.2.1 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

No que se refere à instrumentação, para os ensaios dos CPs cilíndricos sob compressão axial, optou-se pela inserção extensômetros removíveis com base de 10 cm, o

¹⁶ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 5739:1994* – Concreto – Ensaios de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro.

¹⁷ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 12142:1991* – Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão em corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro.

¹⁸ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 8522:2003* – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação. Rio de Janeiro.

que possibilitou a retirada dos CPs da câmara úmida apenas na data do ensaio. Para a aquisição dos deslocamentos nos ensaios de tração na flexão dos CPs prismáticos, fixou-se transdutores de deslocamento, com curso de 25 mm, da VISHAY Instruments. A Tabela 7.2 resume os dados sobre os corpos de prova. E as Figuras 7-1 a 7-5 ilustram aspectos da sua preparação.

Tabela 7-2 – Resumo dos dados sobre os corpos de prova de concreto

Quantidade de CPs:	4 prismáticos e 6 cilíndricos
Resistência média à compressão pretendida:	60 MPa
Traço:	1 : 2,97 : 3,33 : 0,10 : 0,40 : 0,028 (Cimento : Areia : Pedrisco : Sílica : Água : Plastificante)
Materiais:	Cimento tipo CPV-ARI – Holcim Areia média seca – disponível no LE. Pedrisco – Brita Nº 0 – disponível no LE. Sílica Ativa – SILMIX da Camargo Corrêa Metais S/A. Água proveniente da rede de pública de abastecimento Aditivo Superplastificante – GLENIUM 51 - BASF
Equipamentos utilizados:	Misturador planetário (betoneira) – CIBI Mesa vibratória (adensamento)
Abatimento:	Concreto bastante fluído, com abatimento de 16cm
Fôrmas:	Metálicas já existentes no LE.
Cura:	Câmara úmida retirados na véspera do ensaio aos 28 dias.
Regularização da superfície:	Todos os CPs cilíndricos tiveram os topos regularizados.
Instrumentação:	Em cada prisma foram coladas chapas metálicas para fixação do acelerômetro nos sentidos transversal (face superior) e longitudinal (lateral), conforme Figura 7-14. Foram utilizados extensômetros removíveis com base de 10 cm nos ensaios dos corpos de prova cilíndricos e transdutores de deslocamento com curso de 25mm nos ensaios estáticos dos corpos de prova prismáticos .
Normas utilizadas:	NBR 5738:1994, NBR 5739:1994; ASTM C215:2008



Figura 7-1 – Fôrmas metálicas dos CPs



Figura 7-2 – Abatimento do tronco de cone



Figura 7-3 – Concretagem dos CPs prismáticos



Figura 7-4- Concretagem dos CPs cilíndricos



(a)



(b)

Figura 7-5 – CPs moldados - (a) prismáticos; (b) cilíndricos

7.2.2 DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS DOS CORPOS DE PROVA

➤ Ensaio Estático

A determinação do módulo de elasticidade estático do concreto (E_c) foi feita por meio de ensaios simples de compressão axial em corpos de prova cilíndricos de 10 cm x

20 cm, aos 28 dias, utilizando a média aritmética dos valores obtidos para cada amostra. Os ensaios foram feitos na máquina de ensaios universal Instron, utilizando-se dois extensômetros removíveis¹⁹ com base de 10cm, fixados ao corpo de prova por meio de elásticos, em posições diametralmente opostas, como mostra a Figura 7-6. O sistema de aquisição utilizado foi o 5000 da VISHAY Instruments, com taxa de aquisição dos deslocamentos de 0,005 mm/s. A Tabela 7-3 apresenta um resumo dos ensaios estáticos realizados.

Tabela 7-3 – Resumo dos dados sobre os ensaios estáticos realizados nos CPs cilíndricos

Idade do concreto:	28 dias
Quantidade de CPs :	6 (seis) – 10 x 20 cm - cilíndricos
Máquina de ensaio:	Máquina Universal de Ensaio Instron
Sistema de aquisição:	<i>Sistema 5000 e computador.</i>
Instrumentação:	Extensômetros removíveis - base de 10 cm, fixados por meio de elásticos em faces opostas.
Tipo de carregamento:	Monotônico
Aplicação do carregamento:	0,005 mm/s, com registro dos dados a cada 1s

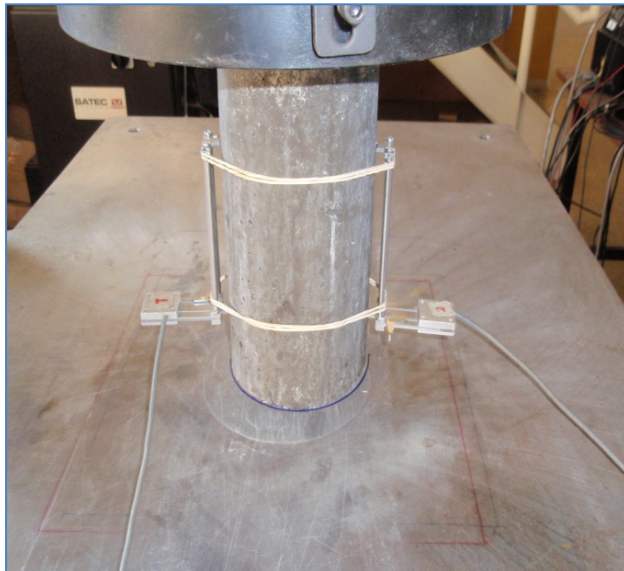


Figura 7-6 – Instrumentação do ensaio estático de um CP cilíndrico na Instron



Figura 7-7 – Ensaio estático de um CP cilíndrico na Instron

¹⁹ Dá-se o nome extensômetro removível ao tipo de transdutor de deslocamento, onde sua estrutura interna é composta de extensômetros elétricos de resistência.

Para a determinação da resistência característica à tração na flexão, fez-se o uso das prescrições da NBR 12142:1991. Os CPs utilizados foram os mesmos prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm dos ensaios para a determinação do módulo de elasticidade dinâmico, pois estes eram ensaios não-destrutivos.

Os CPs prismáticos, após os ensaios dinâmicos foram submetidos a um carregamento estático de flexão (ensaio de flexão por quatro pontos), até a ruptura, conforme o esquema mostrado nas figuras a seguir:

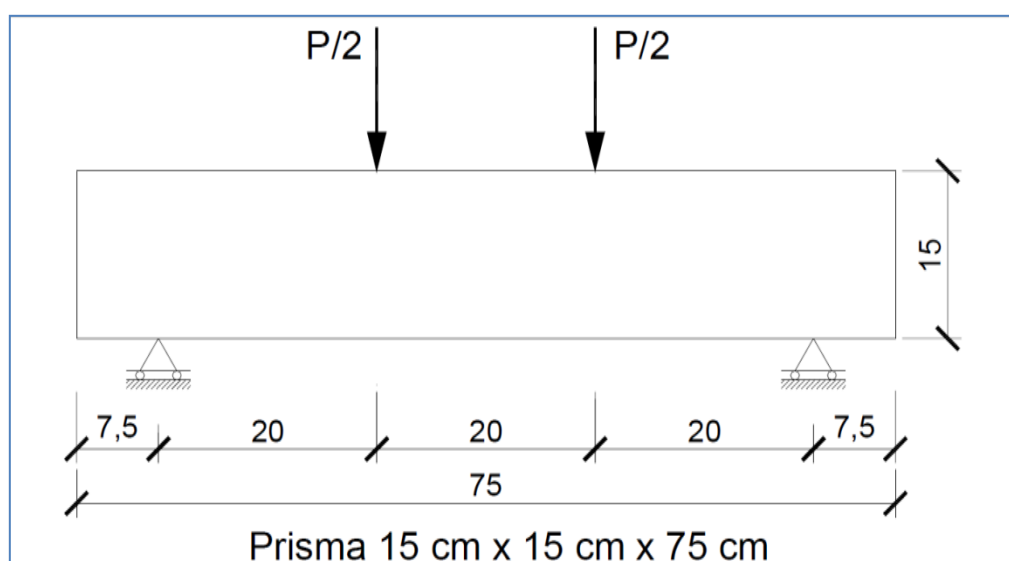


Figura 7-8 – Esquema de aplicação do carregamento estático-tração na flexão (ALMEIDA, 2005)

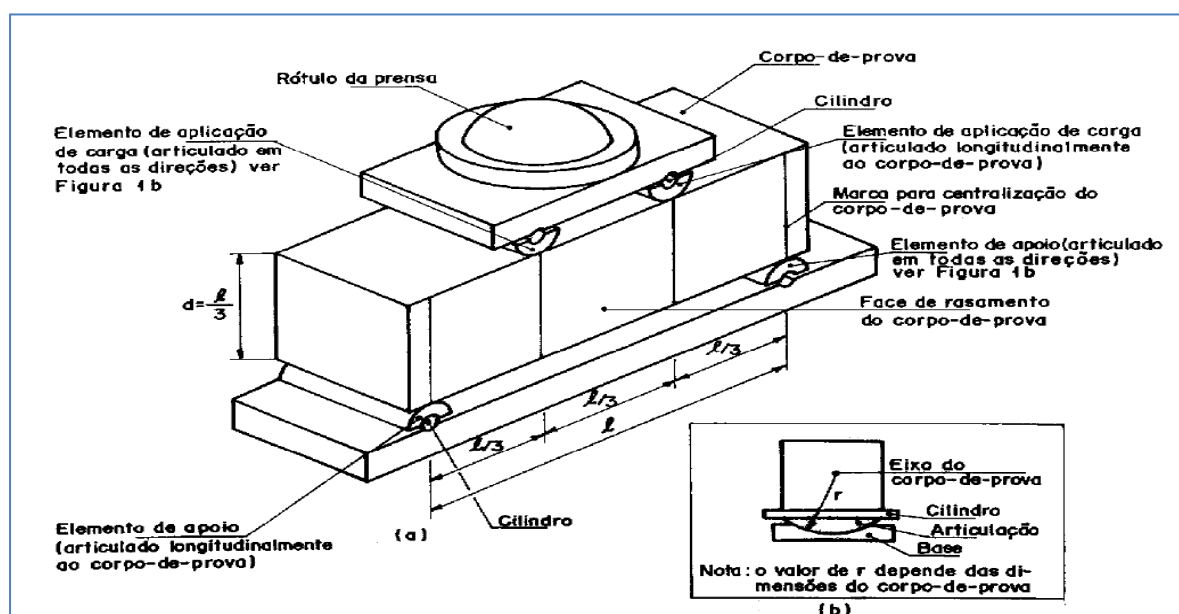


Figura 7-9 – Dispositivo de flexão (NBR 12142:1991)

A Figura 7-8 apresenta o esquema de apoio e a disposição dos pontos de aplicação do carregamento, para a determinação do módulo de elasticidade estático à flexão e resistência à tração na flexão (f_{ct}). Nestes ensaios, foram obtidos os deslocamentos máximos ao meio do vão, determinando-se o módulo de elasticidade do concreto à flexão ($E_{c,f}$) através da expressão:

$$E_{c,f} = \frac{PL^3}{48Ia} \quad \text{Equação 7.1}$$

onde:

a = deslocamento máximo no meio do vão, em virtude da aplicação da força P ;

L = comprimento do vão;

I = momento de inércia da seção bruta.

Para a aplicação do carregamento, utilizou-se um atuador servo-hidráulico (Máquina de Ensaio Universal Instron) com controle de deformação.

Visando a determinação da resistência à tração na flexão (f_{ct}), a referida norma de consulta apresenta as seguintes expressões para a determinação do f_{ct} :

- Ruptura no terço médio da distância entre os elementos de apoio

$$f_{ctM} = \frac{PL}{bd^2} \quad \text{Equação 7.2}$$

onde:

f_{ctM} = resistência à tração na flexão, em MPa;

P = força máxima aplicada, em N;

L = distância entre cutelos de suporte, em mm;

b = largura média do corpo de prova na seção de ruptura, em mm;

d = altura média do corpo de prova, na seção de ruptura, em mm.

- Ruptura fora do terço médio, a uma distância deste não superior a 5% de L (Figura 7-10 – Seção de ruptura, Figura 7-10).

$$f_{ctM} = \frac{3Pa}{bd^2} \quad \text{Equação 7.3}$$

onde:

a = distância média entre a linha de ruptura na face tracionada e a linha correspondente ao apoio mais próximo, obtida com a aproximação de 1 mm, mediante a tomada de, pelo menos, três medidas ($a \geq 0,283L$).

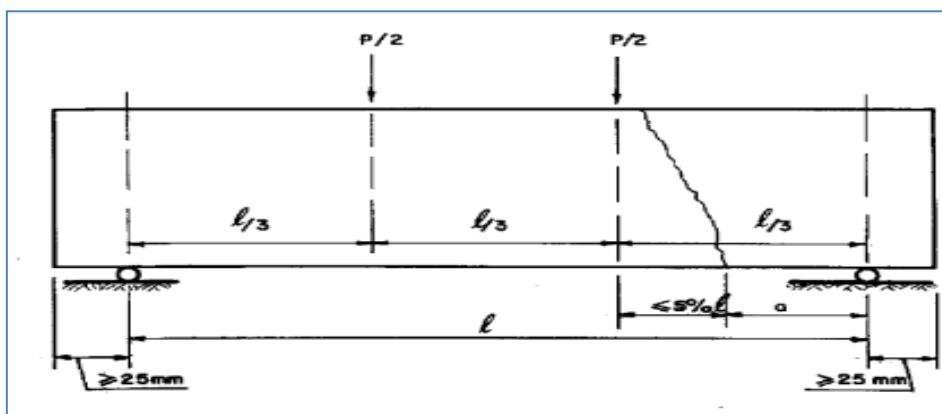


Figura 7-10 – Seção de ruptura (NBR 12142:1991)

Eventualmente se a ruptura ocorrer além dos 5% ($a \leq 0,283L$), o ensaio não tem validade. As Figuras 7-11 e 7-12 ilustram os ensaios estáticos realizados com os prismas para a determinação do módulo à flexão. Para tanto, todos os prismas ensaiados tiveram sua ruptura dentro do terço médio da distância entre os elementos de apoio, obtendo-se o valor médio do módulo de elasticidade à flexão ($E_{c,f}$) e a resistência média do concreto à tração na flexão (f_{ctM}) partir das Equações 7.1 e 7.2, respectivamente.



Figura 7-11 – Dispositivo de flexão por quatro pontos – prismas – Módulo Estático



Figura 7-12 – Ensaio estático para a determinação do módulo de elasticidade – prisma 15x15x75cm

Tabela 7-4 – Resumo dos dados sobre os ensaios estáticos realizados nos prismas

Idade do concreto:	28 dias
Quantidade de CPs cilíndricos:	4 prismas – 15cm x 15cm x 75cm
Máquina de ensaio:	Máquina Universal de Ensaio Instron + dispositivo para flexão de quatro pontos da máquina ELE + chapas para fixação dos transdutores de deslocamento
Sistema de aquisição:	<i>Sistema 5000</i> e computador.
Instrumentação:	Transdutores de deslocamento com 25 mm de curso.
Tipo de carregamento:	Monotônico
Velocidade de aplicação do carregamento:	0,005 mm/s, com registro dos dados a cada 1s.

➤ Ensaio Dinâmico

Visando a determinação do módulo de elasticidade dinâmico, foram adotadas as prescrições da ASTM C215: 2008²⁰, no que diz respeito ao posicionamento do acelerômetro, do ponto de aplicação da excitação e a maneira de simular a condição de contorno necessária à realização do ensaio.

Para a obtenção do módulo de elasticidade dinâmico, a referida norma fundamenta seu procedimento de cálculo, na obtenção da frequência fundamental, dos prismas, quando submetidos à vibração livre. A simulação da condição de contorno livre-livre foi feita através do apoio do prisma sobre quatro molas, posicionadas a $0,224 \cdot L$, em relação a suas faces, quando da obtenção do módulo de elasticidade transversal dinâmico e a $0,5 \cdot L$ quando da obtenção do módulo de elasticidade longitudinal dinâmico, como representados na Figura 7-15. A excitação foi provocada pelo impacto de um martelo excitador da marca Endevco, instrumentado com uma célula de força, e com ponta de material plástico resistente. O sinal da resposta foi obtido a partir do acelerômetro piezoelétrico instalado na extremidade do prisma (de acordo com a direção da vibração) como demonstra a Figura 7-13. Para o sinal de entrada (impulso), este foi adquirido pela célula de carga presente na ponta do martelo.

²⁰ AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2008). **C215-08** : Standard test method for fundamental transverse, longitudinal and torsional frequencies of concrete specimens. Philadelphia.

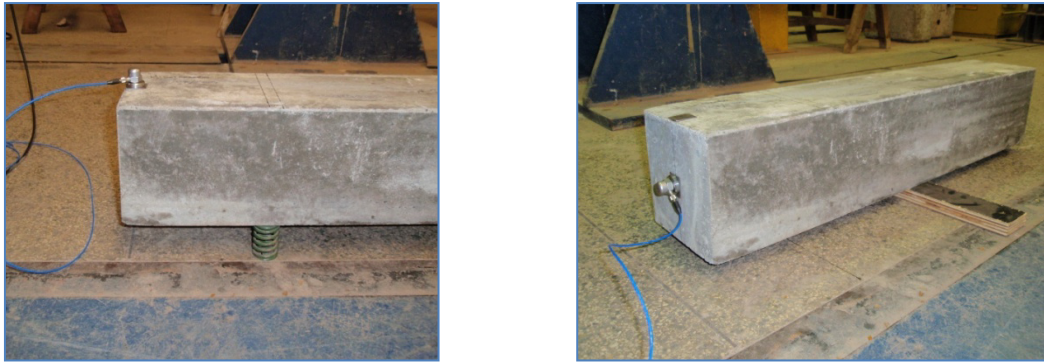


Figura 7-13 – Ensaio dinâmico – amostras íntegras.

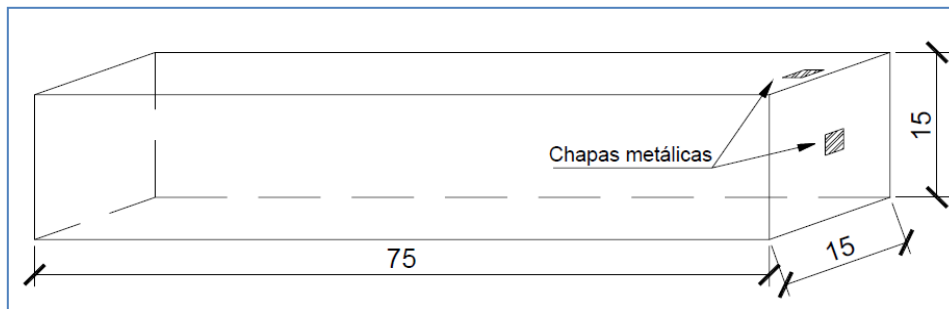
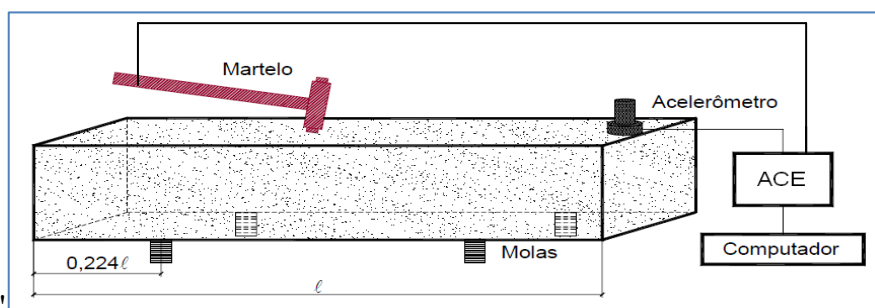
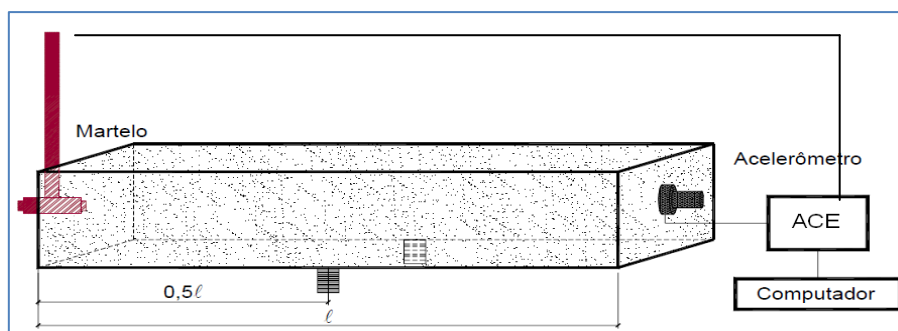


Figura 7-14 – CP prismático de 15cm x 15cm x 75cm posicionamento das chapas de fixação dos acelerômetros (ALMEIDA,2005)



(a)



(b)

Figura 7-15 – Esquemática - (a) vibração transversal; (b) vibração longitudinal

As expressões apresentadas na ASTM C-215:2008, para o cálculo dos módulos dinâmicos (de elasticidade longitudinal e de elasticidade transversal), surgiram de modificações nas equações utilizadas para amostras onde o comprimento é muito maior que as dimensões da seção transversal. Essas alterações foram desenvolvidas e verificadas por PICKETT²¹ apud MALHOTRA (1986) e SPINNER & TEFFT²² apud MALHOTRA (1986). Para o cálculo do módulo dinâmico, utilizando a frequência fundamental transversal, a expressão indicada pela ASTM C-215: 2008 é dada por:

$$E_{c,d} = C_m \cdot m \cdot f^2 \quad \text{Equação 7.4}$$

onde:

$E_{c,d}$ = módulo de elasticidade dinâmico (Pa);

m = massa da amostra (kg);

f = frequência fundamental transversal, obtida do ensaio (Hz);

$C_m = 0,9464 \left(\frac{l^3 T}{b t^3} \right)$, para prismas ou $C_m = 1,6067 \left(\frac{l^3 T}{d^4} \right)$, para cilindros;

l = comprimento da amostra (m);

d = diâmetro do cilindro (m);

t, b = dimensões da seção transversal do prisma, sendo t na direção de propagação da vibração (m);

T = fator de correção dependente da relação entre o raio de giração (i), o comprimento da amostra e do coeficiente de Poisson (ν);

i = raio de giração, dado por $i = \frac{d}{4}$, para cilindros e $i = 0,2887t$, para prismas.

A norma apresenta uma tabela com os valores do fator de correção (T) relativos alguns valores do coeficiente de Poisson (ν) (Tabela 7-5). Entretanto o módulo de elasticidade obtido por meio das expressões apresentadas sofre pouca influência do coeficiente de Poisson. Uma mudança no coeficiente de 1/6 (0,17) para 1/4 (0,25) provoca um aumento no valor do $E_{c,d}$ menor que 2% (MALHOTRA, 1986).

²¹ PICKETT, G. (1945). Equations for computing elastic constants from flexural and torsional resonant frequencies of vibration of prisms and cylinders. *Proceedings*, ASTM, v.45, p.846-863.

²² SPINNER, S.; TEFFT, W.E. (1961). A method for determining mechanical resonance frequencies and for calculating elastic moduli from these frequencies. *Proceedings*, ASTM, v.61, p.1221-1238.

Tabela 7-5 – Valores do fator de correção. Fonte ASTM C-215: 2008

i/l	Valores de T			
	$\nu = 0,17$	$\nu = 0,20$	$\nu = 0,23$	$\nu = 0,26$
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,01	1,01	1,01	1,01	1,01
0,02	1,03	1,03	1,03	1,03
0,03	1,07	1,07	1,07	1,07
0,04	1,13	1,13	1,13	1,14
0,05	1,20	1,20	1,21	1,21
0,06	1,28	1,28	1,29	1,29
0,07	1,38	1,38	1,39	1,39
0,08	1,48	1,49	1,49	1,49
0,09	1,60	1,61	1,61	1,62
0,10	1,73	1,74	1,75	1,76
0,12	2,03	2,04	2,05	2,07
0,14	2,36	2,38	2,39	2,41
0,16	2,73	2,75	2,77	2,80
0,18	3,14	3,17	3,19	3,22
0,20	3,58	3,61	3,65	3,69
0,25	4,78	4,84	4,89	4,96
0,30	6,07	6,15	6,24	6,34

A Tabela 7-6 fornece um resumo das informações, a respeito dos ensaios dinâmicos de caracterização.

Tabela 7-6 – Resumo dos dados sobre os ensaios dinâmicos

Idade do concreto:	28 dias
Quantidade de modelos:	4 prismas de 15 x 15 x 75 cm
Ensaio dinâmicos	Sistema de aquisição: Placa PCMCIA da <i>Dataphysics</i> , Sistema <i>ACE</i> e Computador
	Excitação: Martelo de impacto Endevco. Modelo: 2303
	Instrumentação: Acelerômetro piezoelétrico Endevco; sensibilidade 105,5 mV/g.
	Condições de contorno: Livre-livre, utilizando molas rígidas (ver Figura 7-15)
	Parâmetros do sistema: Janela “ <i>hanning</i> ” para redução dos dados; <u>Vibração Longitudinal:</u> dF=1,25; dT=195.313u; Fspan=2000Hz; lines = 1600; overlap = 50%; Avg = 200. <u>Vibração Transversal:</u> dF = 2,5; dT = 97.656 u; Fspan = 4000Hz; lines = 1600; overlap = 50%; Avg = 200.

7.2.3 RESULTADOS

➤ Ensaio Estáticos

Os valores médios da resistência à compressão e do módulo de elasticidade estático, aos 28 dias, obtidos a partir do coeficiente angular da reta secante ao diagrama tensão-deformação definida do ponto de tensão equivalente a 5% da tensão de máximo ao ponto correspondente a 50% da tensão máxima ($E_{c,50\%}$), são apresentados na Tabela 7-7.

Tabela 7-7 – Resultados dos ensaios estáticos dos CPs cilíndricos aos 28 dias

CP – Cilíndrico 10 x 20xm	f_{c28} (MPa)	$E_{c,50\%}$ (MPa)
01	97,19	43089
02	88,17	39691
03	85,26	45812
04	79,93	39392
05	83,39	45507
06	79,57	42250
MÉDIA	85,60	42623,5

Inicialmente, o valor estimado para a resistência característica do concreto aos 28 dias foi de 60MPa. No entanto, devido provavelmente ao tipo do cimento utilizado no LE (CP-V ARI), associado ao uso do superplastificante, a resistência média característica à compressão do concreto utilizado nos modelos obtida foi de 85,6 MPa. Como o trabalho tem como objetivo principal a avaliação da influência da protensão externa nas características dinâmicas do modelo, a não obtenção da resistência estimada, não foi considerada como algo que pudesse invalidar o experimento.

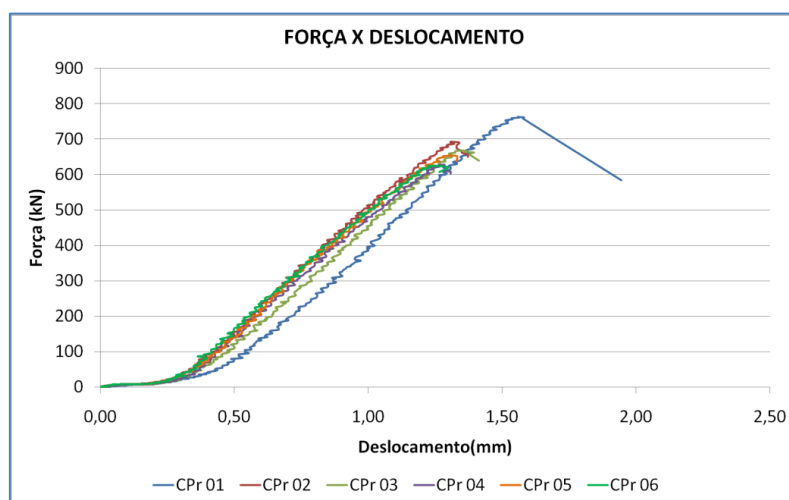


Figura 7-16 – Gráfico Força x Deslocamento do atuador – CPs cilíndricos

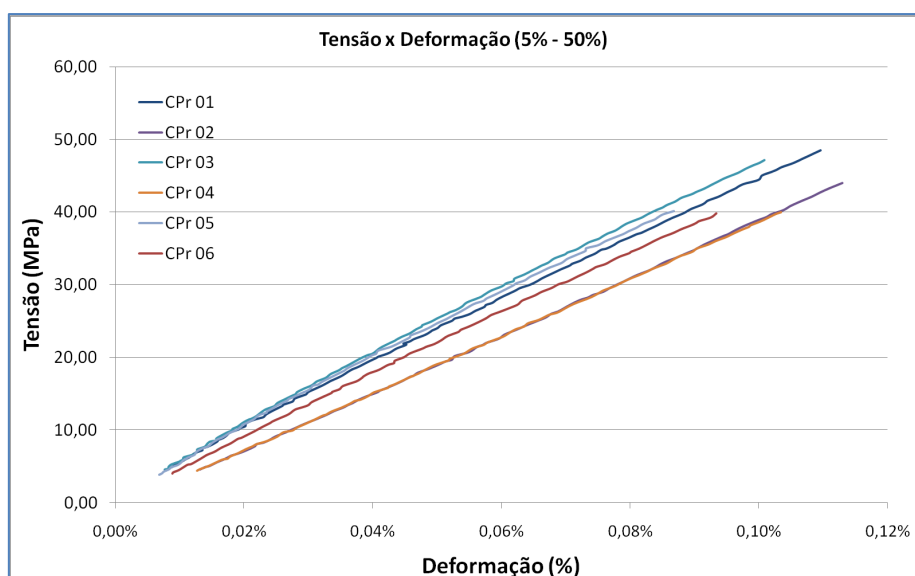


Figura 7-17 – Gráfico Tensão x Deformação (de 5% à 50% da força de ruptura) – CPs cilíndricos

A Tabela 7-8 apresenta os resultados obtidos para os ensaios de tração na flexão dos CPs prismáticos. Na Figura 7-18, pode-se observar os comportamentos dos CPs prismáticos no gráfico de Força x Deslocamento.

Tabela 7-8 – Resultados dos ensaios estáticos dos CPs prismáticos aos 28 dias

CP – Prismáticos	f_{tM28} (MPa)	$E_{c,f}$ (MPa)
07	5,79	33281,40
08	6,67	43958,21
09	7,00	39260,35
10	8,55	47921,25
MÉDIA	7,00	41105,30

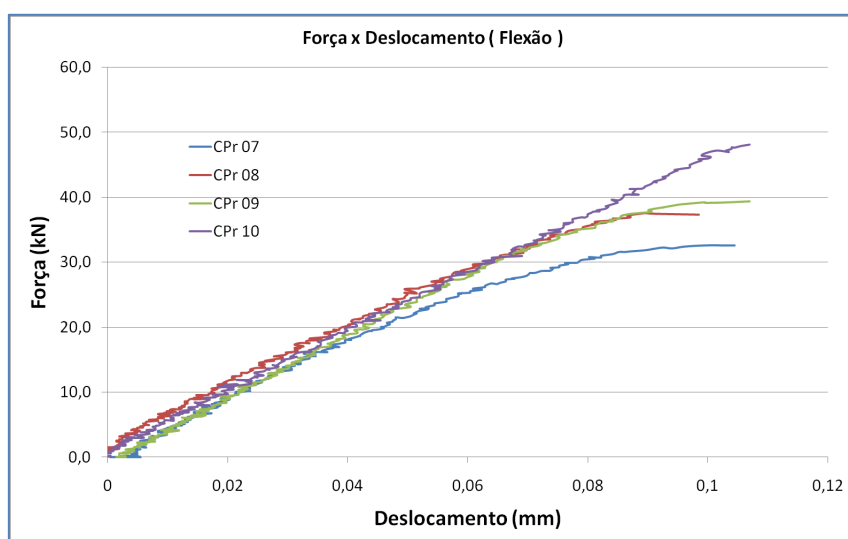


Figura 7-18 – Gráfico Força x Deslocamento – Ensaio de Flexão dos CPs prismáticos

O módulo de elasticidade estático à flexão ($E_{c,f}$) obtido com prismas aos 28 dias de idade apresenta valores inferiores aos obtidos com corpos de prova cilíndricos de 3,56% em média.

No que diz respeito aos ensaios de módulo de elasticidade estático à flexão, Metha & Monteiro (1994) afirmam que os resultados desses ensaios tendem a superestimar a resistência à tração do concreto de 50 a 100%, principalmente porque a fórmula da flexão assume uma relação linear tensão-deformação no concreto em toda a seção da viga. Além disso, nos ensaios de tração direta, todo o volume da amostra é submetido às tensões aplicadas, enquanto que nos ensaios de flexão somente um pequeno volume de concreto próximo à base da amostra é submetida a tensões elevadas.

Metha & Monteiro (1994) indicam ainda que, para concretos de alta resistência, o módulo de elasticidade estático à flexão pode ser de 50% a 60% superior àquele obtido a partir do ensaio de tração direta. No entanto, como viga é um elemento prioritariamente submetido ao esforço de flexão, optou-se pelo ensaio de flexão por quatro pontos (ver Figura 7-12) ao ensaio de tração uniaxial.

A resistência a tração e a compressão estão intimamente relacionadas. Contudo não há uma razão de proporcionalidade direta entre elas. Em outras palavras, a razão resistência à tração/compressão depende do nível geral da resistência à compressão; quanto maior a resistência à compressão, menor será a relação. Para concretos de alta resistência, Metha & Monteiro (1994) sugerem valores da ordem de $\pm 7\%$, para a referida razão.

A relação entre as resistências à compressão e a razão resistência à tração/compressão parece ser determinada pelo efeito de vários fatores nas propriedades da matriz e da zona de transição no concreto. É importante observa-se que não apenas o tempo de cura, mas também as características da mistura do concreto, tais como o fator água/cimento, tipo de agregado e aditivos afetam a razão de resistência à tração/compressão em vários níveis.

Procedendo-se o cálculo do módulo de elasticidade secante segundo a NBR 6118:2003 em seu item 8.2.8 – *Módulo de elasticidade*, a partir do valor da resistência à compressão aos 28 dias, observa-se uma pequena diferença entre os valores sugeridos para o projeto e os obtidos experimentalmente, para o módulo de elasticidade longitudinal com corpos de prova cilíndricos ($E_{c,50\%}$). No entanto, para o valor médio do módulo de elasticidade longitudinal, obtido a partir do ensaio de flexão por quatro pontos, esta

diferença torna-se expressiva. Resumidamente a Tabela 7-9, apresenta a comparação entre os módulos anteriormente mencionados.

Tabela 7-9 – Módulo de elasticidade estático NBR 6118:2003

Norma	f_{ck28} (MPa)	$E_{c,s}$ (MPa)
NBR 6118:2003	85,6	44039,64
Comparativo com módulo $E_{c,50\%}$		-3,21%
Comparativo com módulo $E_{c,f}$		-6,66%

➤ Ensaio Dinâmicos

Os ensaios dinâmicos consistiram na obtenção do módulo de elasticidade dinâmico longitudinal e transversal. Primeiramente determinou-se as frequências naturais dos prismas, utilizando o valor médio entre três ensaios para cada direção da vibração livre dos modelos. A diferença encontrada para cada um dos valores e a média das três medidas foi consideravelmente pequena, variando entre 0,09% e 1,8%, para o módulo de elasticidade transversal e entre 0,5% e 2,34% o para longitudinal. A Tabela 7-10 apresenta os valores médios do módulo de elasticidade dinâmico, para o estado não fissurado, obtidos a partir das frequências fundamentais, transversal e longitudinal.

Demonstra-se através da Tabela 7-11 as relações entre os módulos de elasticidade obtidos com os ensaios dinâmicos com aqueles obtidos por meio de ensaios estáticos.

Tabela 7-10 – Resultados dos ensaios dinâmicos

Propriedade	Idade	CP			
		07	08	09	10
Frequência transversal. ²³ (Hz)	28	1093,0	1082,5	1089,5	1074,16
Frequência longitudinal. ²⁴ (Hz)	28	2920,8	2960,5	2989,0	2926,44
$E_{d,trans}$ (MPa)	28	49358,93	49996,56	50704,4	49171,63
$E_{d,long}$ (MPa)	28	49624,17	50016,42	51043,61	48815,09
$E_{d,trans,méd}$ (MPa)		49807,88			
$E_{d,long,méd}$ (MPa)		49874,82			

²³ Para o primeiro modo transversal de vibração.

²⁴ Para o primeiro modo longitudinal de vibração.

Tabela 7-11 – Relações entre os módulos de elasticidade

Relação	Idade	%
$E_{d,trans,méd} / E_{c,50\%}$	28 Dias	16,85
$E_{d,trans,méd} / E_{c,f}$		21,17
$E_{d,long,méd} / E_{c,50\%}$		17,01
$E_{d,long,méd} / E_{c,f}$		21,33

De acordo com Metha & Monteiro (1994), o módulo dinâmico de deformação, correspondente a uma deformação instantânea muito pequena, é dado, aproximadamente, pelo módulo tangente inicial, sendo geralmente maior que o estático cerca de 20%, 30% ou até 40%, variando de acordo com a resistência (alta, média e baixa respectivamente).

Uma das FRFs obtidas nos ensaios dinâmicos não-destrutivos para determinação do módulo de elasticidade dinâmico pode ser observada na Figura 7-19.

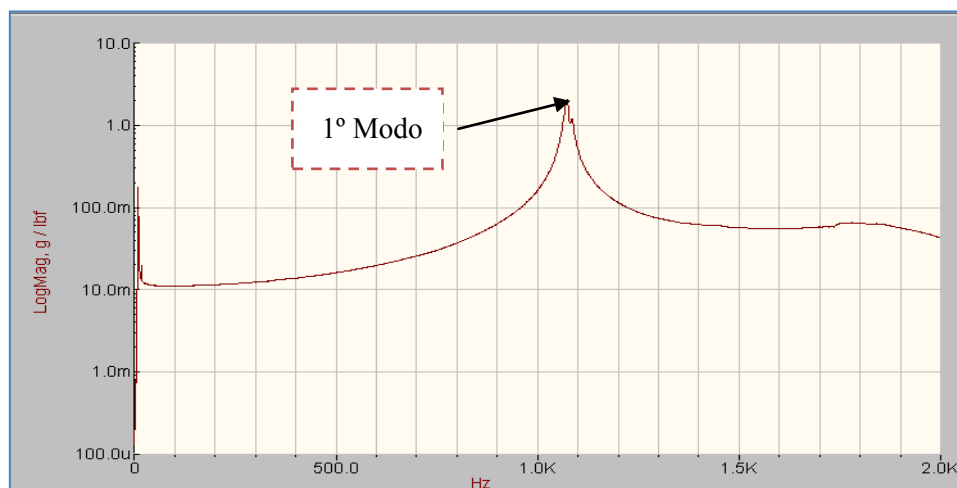


Figura 7-19 – FRF obtida em um dos ensaios do CP 08 – Ensaio dinâmico para obtenção Módulo de Elasticidade Dinâmico Transversal.

7.2.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Pela análise dos resultados obtidos, os seguintes aspectos são destacados:

- o valor do módulo estático secante, indicado pela NBR 6118: 2003 para as análises elásticas de projeto é ligeiramente maior (da ordem de 3%) que o valor médio obtido experimentalmente pelo ensaio de compressão axial dos CPs cilíndricos, o que conduz a uma análise contra a segurança. Segundo ALMEIDA (2005), isto é uma ocorrência característica de concretos com alta resistência ($f_{ck} \geq 60MPa$);

- b) o módulo de elasticidade dinâmico longitudinal resultou maior que os seus equivalentes estáticos, em proporção da ordem de grandeza indicada na bibliografia, o que indica que a utilização de tais valores é confiável.
- c) a obtenção do módulo de elasticidade longitudinal do concreto a partir da frequência natural transversal, assim como sugere a ASTM C215:2008, é aceitável devido a proximidade dos valores obtidos para o módulo de elasticidade dinâmico longitudinal e módulo de elasticidade dinâmico transversal apresentada nos resultados dos ensaios dinâmicos. Considerando que a obtenção do módulo de elasticidade dinâmico transversal é consideravelmente mais simples.
- d) os resultados dos ensaios dinâmicos nos prismas de concreto apresentam pequena variabilidade;
- e) para a razão resistência à tração/compressão obteve-se o valor de 8,17%, um pouco superior ao indicado por Metha & Monteiro (1994), porém aparentemente aceitável.

7.3 PARTE 2 – ENSAIOS DE VIGA COM PROTENSÃO EXTERNA

Nesta parte do trabalho, visou-se avaliar experimentalmente o comportamento dinâmico de elementos estruturais de caráter unidirecional, como vigas e lajes pré-moldadas, quando submetidos a forças de protensão, tanto no estado não-fissurado como no fissurado. Ensaiou-se uma viga de concreto armado, simplesmente apoiada, submetida à protensão por meio de cabos externos. A técnica de protensão externa tem se mostrado prática e efetiva no reforço de estruturas que apresentam não conformidades, do ponto de vista estático, quanto à sua capacidade portante e controle de flechas. Assim, o estudo do seu comportamento dinâmico, especialmente quanto à vibração, foi considerado de interesse aos objetivos da presente pesquisa.

Portanto, esta segunda parte do trabalho experimental complementa os estudos anteriores acerca da influência da protensão nas características vibracionais, efetuados na análise dos modelos numéricos de laje alveolares e painéis duplo-T descritos no Capítulo 6.

7.3.1 DESCRIÇÃO DO MODELO

O modelo experimental consistiu de uma viga de seção I de 20 x 30 cm de concreto armado, submetida à protensão por meio de cabos externos. As Figuras de 7-20 à 7-33, demonstram os procedimentos adotados para a confecção do modelo, e seus detalhes construtivos.

Para o dimensionamento da armadura passiva, tomou-se o valor mínimo conforme as limitações de cobrimento impostas pela seção transversal da viga, ressaltando-se que este estudo visou especificamente o seu comportamento dinâmico sob o efeito da protensão, e não o aumento da sua capacidade portante. A Tabela 7-12 resume os dados relativos ao modelo de viga.

Tabela 7-12 – Resumo dos dados sobre o modelo de viga

Resistência média à compressão obtida:	85,6 MPa aos 28 dias
Traço:	1 : 2,97 : 3,33 : 0,10 : 0,40 : 0,028 (Cimento : Areia : Pedrisco : Sílica : Água : Plastificante)
Materiais:	Cimento tipo CPV-ARI – Holcim Areia média seca – disponível no LE. Pedrisco – Brita N° 0 – disponível no LE. Sílica Ativa – SILMIX da Camargo Corrêa Metais S/A. Água proveniente da rede de pública de abastecimento Aditivo Superplastificante – GLENIUM 51 - BASF
Taxa de Armadura Passiva:	$\rho(A_s) = 0,35\%$ (tração) e $\rho(A'_s) = 0,35\%$ (Compressão)
Equipamentos utilizados:	Misturador planetário (betoneira) – CIBI Mesa vibratória (adensamento)
Abatimento do tronco de cone:	Concreto bastante fluído, com abatimento de 16cm
Fôrmas:	De aço, já existentes no LE.
Cura:	Envolvimento da fôrma com lona plástica e molhagem periódica durante 48 horas.
Instrumentação:	Foram fixadas chapas metálicas para fixação do acelerômetro na face superior da viga, ao meio do vão.



Figura 7-20 – Armação e fôrma da Viga



Figura 7-21 – Adensamento sobre mesa vibratória



Figura 7-22 – Desforma do modelo após 48 horas



Figura 7-23 – Procedimento utilizado para cura do modelo

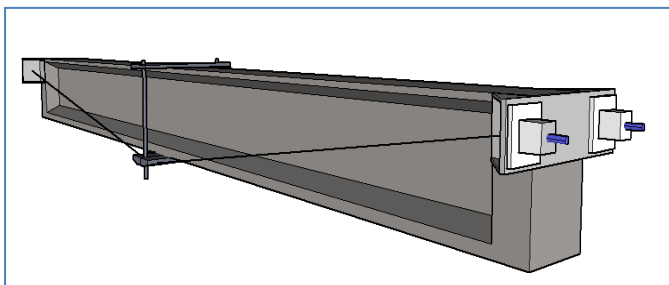


Figura 7-24 – Ilustração da viga com protensão externa

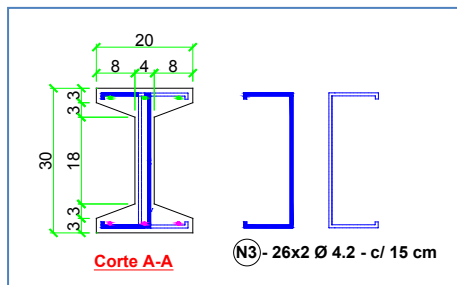


Figura 7-25 – Seção transversal da viga

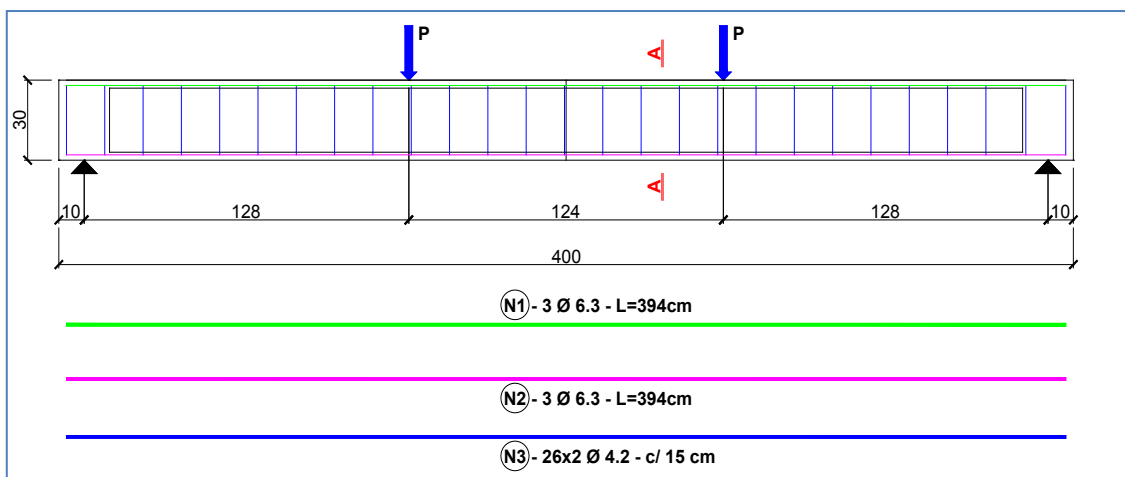


Figura 7-26 – Detalhamento da armadura e pontos de aplicação de forças no ensaio

A Figura 7-24 representa esquematicamente a viga de concreto armado, com o sistema de protensão externa confeccionado. O sistema de protensão adotado foi composto por:

- ❖ 2 cordoalhas engraxadas CP-190 RB de 12.7mm, de diâmetro;
- ❖ 2 dispositivos de ancoragem externa (Figura 7-29);
- ❖ 1 desviador da protensão (Figura 7-28);
- ❖ 2 atuadores hidráulicos para aplicação da protensão (Figura 7-31);
- ❖ 1 bomba hidráulica;
- ❖ 4 cunhas de ancoragem tripartidas (Figura 7-30);
- ❖ 8 cunhas de ajuste para aplicação da protensão (04 para cada excentricidade);

Aplicaram-se diferentes níveis de intensidade de protensão para cada excentricidade adotada. Dois valores de excentricidade foram adotados, o primeiro correspondente ao posicionamento do dispositivo de ancoragem no limite superior da seção transversal, designado por E1; o segundo correspondente, ao posicionamento do dispositivo de ancoragem no limite inferior da seção transversal, designado por E2. O posicionamento do dispositivo para os dois casos está ilustrado na Figura 7-27. Nas Figuras de 7-28 a 7-33 exibe-se detalhes do dispositivo e aparatos utilizados na protensão da viga.

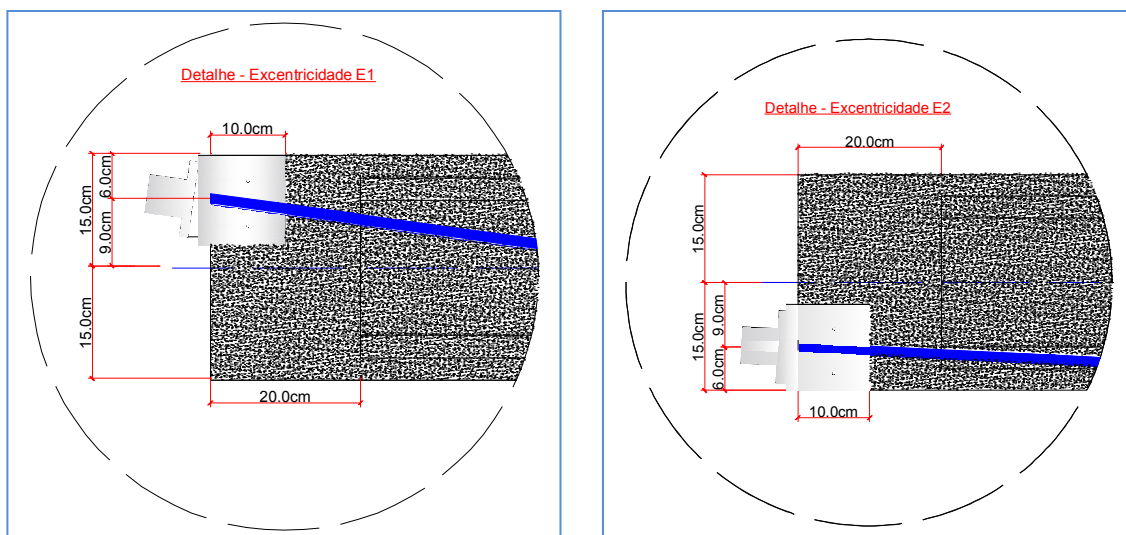


Figura 7-27 – Detalhe excentricidade E1 e E2

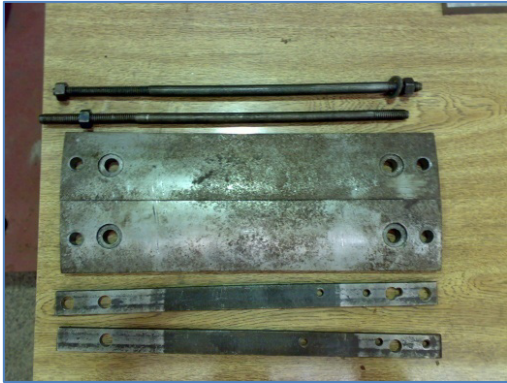


Figura 7-28 – Desviador



Figura 7-29 – Dispositivo de ancoragem



Figura 7-30 – Cunhas de ancoragem



Figura 7-31 – Atuadores hidráulicos



Figura 7-32 – Aparato de encunhamento

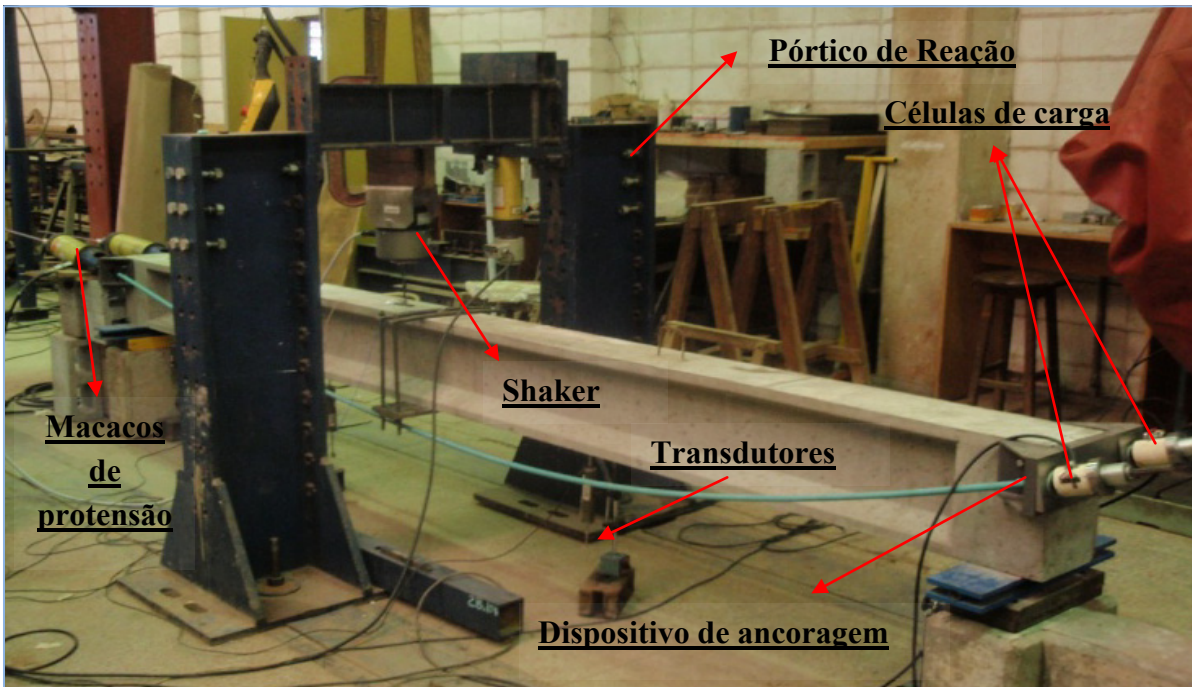


Figura 7-33- Sistema de aplicação da protensão externa

7.3.2 DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

➤ Ensaio Estático

Visando imprimir um estado inicial de fissuração, com vistas à comparação dos parâmetros dinâmicos no estado não-fissurado com o fissurado, utilizou-se um atuador hidráulico de capacidade para 30 toneladas, fixado a um pórtico de reação. Optou-se pela aplicação do carregamento através do esquema de ensaio de flexão por quatro pontos.

No que se refere à instrumentação utilizada no ensaio estático, esta foi composta de quatro transdutores de deslocamento e uma célula de carga, sendo os respectivos dados adquiridos pelo sistema de aquisição 5000 da VISHAY Instruments. Um resumo dos dados relativos ao ensaio estático consta na Tabela 7-13. Para a estimativa da carga correspondente ao momento fletor de fissuração, que corresponde a valor limite para saída do estágio I e, por conseguinte, entrada no estágio II, tomou-se as recomendações da NBR 6118:2003. Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad \text{Equação 7.5}$$

Onde:

$\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo-T;

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares.

Sendo:

α = o fator que correlaciona aproximadamente a resistência a à tração na flexão com a resistência à tração direta;

y_t = é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c = é o momento de inércia da seção bruta;

f_{ct} = é a resistência à tração direta do concreto, conforme item 8.2.5 da referida norma, com o quantil apropriado a cada verificação particular. Para determinação do momento de fissuração deve ser usado o $f_{ctk,inf}$ no estado limite de formação de fissura e o $f_{ct,m}$ no estado limite de deformação excessiva.

Assim o valor estimado para o momento de fissuração foi de 13,215 kN.m, necessitando a aplicação de uma força de 10,43 kN. As Figuras 7-34 a 7-37 ilustram a instalação de ensaio.

Tabela 7-13 – Resumo dos dados do ensaio estático

Ensaio Estático (Fissuração)	Momento de fissuração estimado:	13,215kN.
	Força de fissuração estimada:	10,43kN.
	Sistema de aquisição:	<i>Sistema 5000</i> e computador.
	Dispositivo de ensaio:	Atuador hidráulico ENERPAC, com capacidade para 30 toneladas.
	Incremento de força:	Manualmente através de bomba hidráulica.
	Condição de contorno	Simplesmente apoiada (flexão por quatro pontos).
	Instrumentação:	4 transdutores de deslocamento + 01 célula de carga para 1,5 toneladas.



Figura 7-34 – Marcação da 1ª fissura



Figura 7-35 – Transdutor de deslocamento



Figura 7-36 – Célula de carga

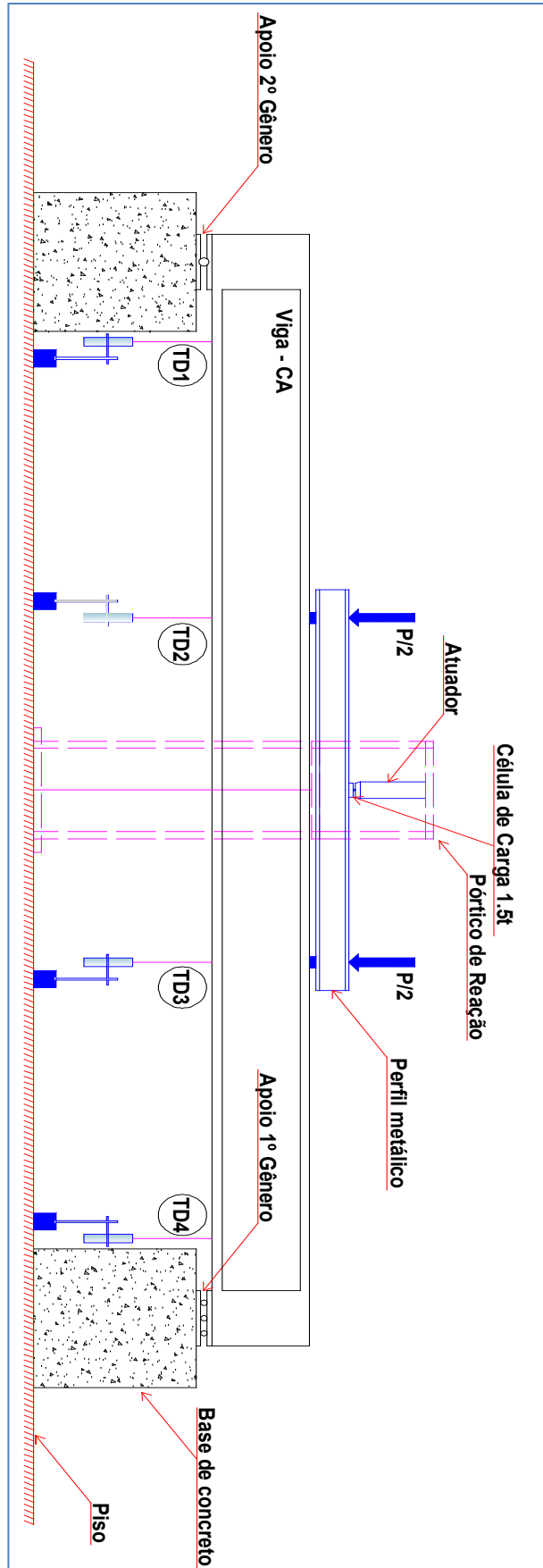


Figura 7-37 – Disposição esquemática dos transdutores de deslocamento e do sistema de aplicação do carregamento – Ensaio estático do modelo de viga

➤ Ensaio Dinâmico

Os ensaios dinâmicos de vibração forçada foram realizados na viga conforme a sequência:

- 1) determinação da frequência natural e amortecimento (do 1º modo) do modelo no estado não-fissurado (íntegro);
- 2) aplicação da protensão no modelo íntegro, por meio de cabos externos, com excentricidade **E1**, para valores de força de protensão iguais a 10, 25 e 50 kN por cabo, avaliando-se sua influência nos parâmetros modais para cada incremento de força;
- 3) aplicação da protensão no modelo íntegro, por meio de cabos externos, com excentricidade **E2**, para valores de força de protensão iguais a 10, 25 e 50 kN por cabo, avaliando sua influência nos parâmetros modais para cada incremento de força;
- 4) Determinação da frequência natural e amortecimento (do 1º modo) do modelo, no estado fissurado;
- 5) Aplicação da protensão no modelo fissurado, por meio de cabos externos, com excentricidade **E1**, para valores de força de protensão iguais a 10, 25 e 50 kN por cabo, avaliando sua influência nos parâmetros modais para cada incremento de força;
- 6) Aplicação da protensão no modelo fissurado, por meio de cabos externos, com excentricidade **E2**, para valores de força de protensão iguais a 10, 25 e 50 kN por cabo, avaliando sua influência nos parâmetros modais para cada incremento de força;

A vibração foi introduzida por meio de um excitador eletrodinâmico associado em série com um amplificador de sinal, posicionado 20 cm distante do meio do vão, devido a presença do pórtico de reação, em conjunto com um acelerômetro piezoelétrico posicionado ao meio vão.

O monitoramento do sinal de entrada (força) foi feito por meio de uma célula de carga, posicionada entre o *stinger*²⁵ e o modelo. Para a aquisição e posterior tratamento dos dados utilizou-se o sistema de aquisição ACE da empresa Dataphysics. As Figuras de 7-38 a 7-41 apresentam os equipamentos envolvidos para a realização do ensaio com o

²⁵ Haste metálica, posicionada entre o shaker e a célula de carga, para garantir que o carregamento se de apenas na direção transversal do modelo.

detalhe do seu posicionamento. O resumo das configurações do sistema de aquisição apresenta-se na Tabela 7.14.



Figura 7-38 – Esquema de excitação do modelo com *shaker*



Figura 7-39 – Detalhe do posicionamento do *shaker* + célula de carga e acelerômetro



Figura 7-40 – Amplificador do sinal de força

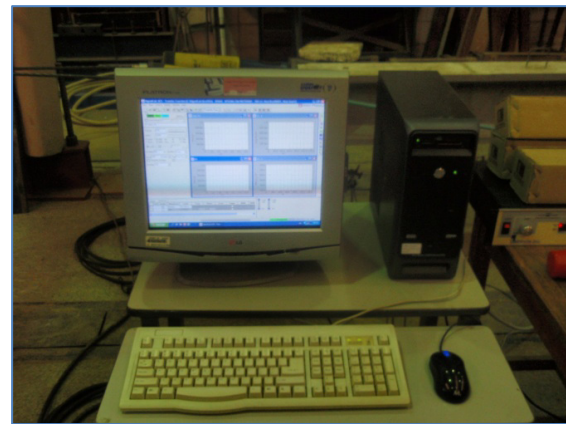


Figura 7-41 – Sistema ACE

A aplicação da protensão foi feita por meio de bomba hidráulica manual e dos atuadores hidráulicos já descritos, sendo a magnitude da força monitorado por meio de células de carga posicionadas junto à ancoragem passiva, como se ilustra na Figura 7-33. Ressalta-se que os valores estimados para a força de protensão foram limitados pela fissuração do bordo superior. Outro aspecto limitador do procedimento de ensaio foi a dificuldade em se retirar a ancoragem para a aplicação do novo incremento de força, uma vez que, para cada incremento de força, os atuadores eram desacoplados do modelo para que não houvesse interferência de suas massas nos parâmetros modais da viga ensaiada.

Tabela 7-14 – Resumo das configurações de sistema - Ensaio dinâmico do modelo de viga.

Ensaio Dinâmico	Sistema de aquisição:	Placa PCMCIA da <i>Dataphysics</i> Sistema <i>ACE</i> + Computador
	Fonte de Excitação:	Shaker B & K, com capacidade de imprimir até 40lbf (178 N) de força.
	Instrumentação:	Acelerômetro piezoelétrico Endevo sensibilidade 105,5 mV/g; Célula de carga 10,8 mV/g
	Condições de contorno:	Viga bi-apoada (Figura 7.37)
	Parâmetros do sistema:	Janela " <i>hanning</i> "; $dF = 312.5m$; $dT = 781.250 u$; $Fspan = 500$; $lines = 1600$; $overlap = 50\%$; $Avg = 50$

7.3.3 RESULTADOS

➤ Ensaio Estático

Apresenta-se na Figura 7-42 o gráfico Força x Deslocamento para a viga ensaiada. A aplicação do carregamento se deu a incrementos discretos de força, assim como a sua aquisição.

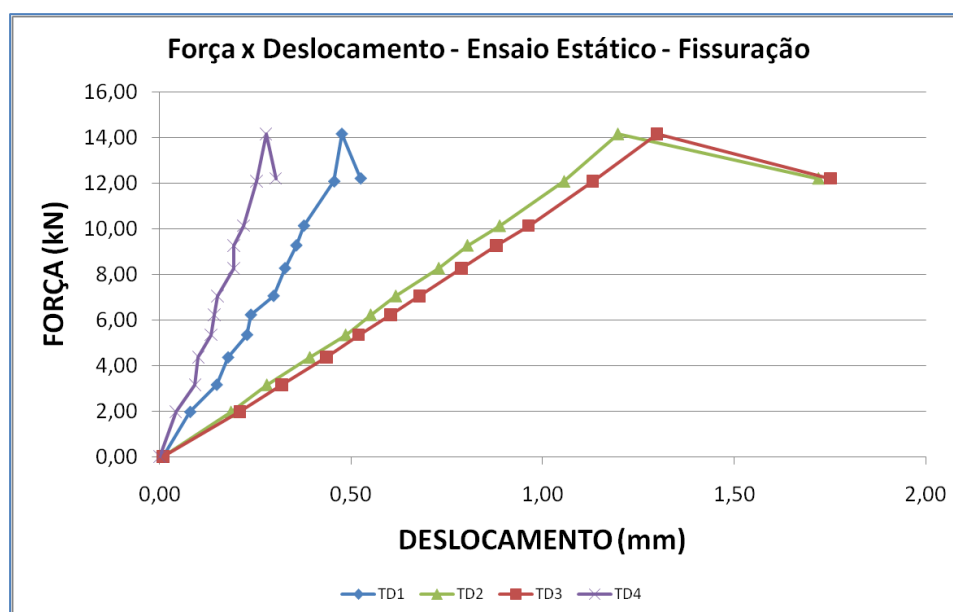


Figura 7-42 – Gráfico Força x Deslocamento – Ensaio Estático - Fissuração

Observa-se no gráfico que o valor da força de fissuração encontrado no ensaio foi de 14,163kN, 35,8% superior ao valor estimado (10,43kN) conforme a NBR6118:2003.

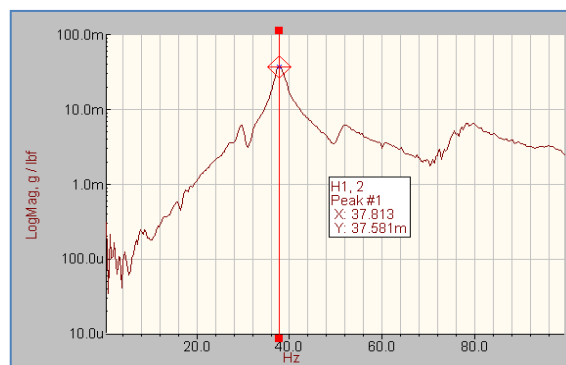
No tocante aos deslocamentos, confirmou-se o comportamento esperado. Os transdutores localizados ao terço do vão (TD2 e TD3) (Figura 7.36) indicaram que os maiores deslocamentos foram da ordem de 1,25 mm, em média.

➤ Ensaio Dinâmico

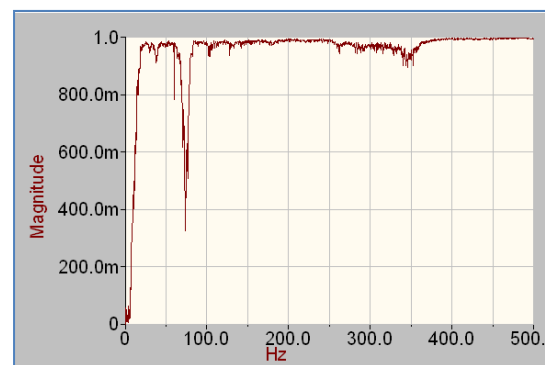
Apresenta-se na Tabela 7-15 e 7-16 os valores das frequências naturais associadas aos primeiros modos de vibração transversal para as situações estudadas, bem como os valores correspondentes ao amortecimento do referido modo de vibração. Os dados obtidos correspondem ao valor médio obtido a partir de três ensaios de vibração forçada com shaker eletrodinâmico. Importante ressaltar que tais ensaios apresentaram pequena variabilidade dos dados valores obtidos, inferior a 1%, para as mesmas condições de sistema e carregamento.

Tabela 7-15 – Resultados dos ensaios do modelo de viga íntegra

Situação	Protensão (kN)	Posição	$\theta(^{\circ})^{26}$	Frequência 1º Modo (Hz)	Amortecimento 1º Modo (%)
Íntegra	0	--	--	37,813	2,83
	19,36	E1	8,288	36,250	0,97
	40,44			35,234	1,45
	86,01			39,351	1,18
	18,82	E2	2,615	36,875	1,65
	51,30			35,938	2,03
	88,92			37,188	1,76



(a)



(b)

Figura 7-43 – (a)FRF; (b) Função coerência – obtidos dos ensaios – Viga íntegra sem protensão

²⁶ Ângulo aproximado, formado pelo ponto de aplicação da protensão com o plano horizontal passante pelo desviador.

Tabela 7-16 – Resultados dos ensaios do modelo de viga fissurada.

Situação	Protensão (kN)	Posição	$\theta(^{\circ})^{27}$	Frequência 1º Modo (Hz)	Amortecimento 1º Modo (%)
Fissurada	0	--	--	30,649	1,43
	18,68	E1	8,288	32,813	1,33
	45,69			32,188	2,16
	91,28			31,719	2,31
	21,0	E2	2,615	37,188	1,41
	46,68			35,625	2,34
	90,26			36,719	1,81

A comparação dos valores obtidos experimentalmente para a frequência natural associada ao primeiro modo de vibrar transversal, com aqueles obtidos por meio de métodos analíticos, como por exemplo, o Modelo Contínuo de 4ª Ordem e o Método dos Elementos Finitos, é apresentada nas Tabela 7-17 e 7-18 e nas Figuras 7-44 e 7-45.

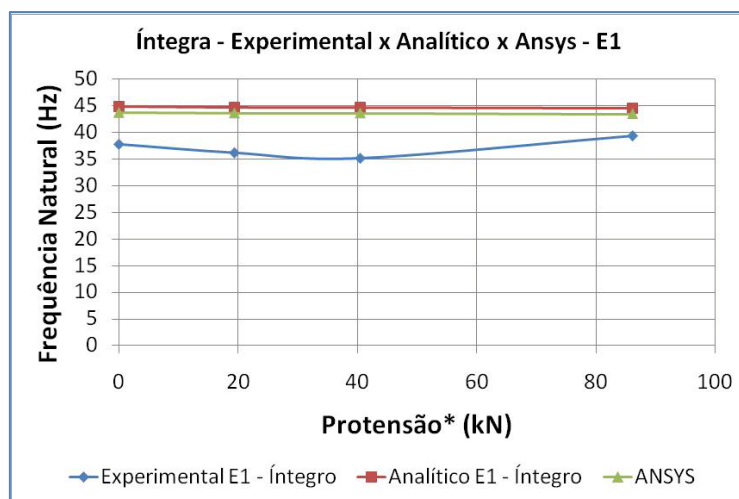
Para a consideração da não-linearidade física do concreto (fissuração), utilizou-se o modelo sugerido pela NBR 6118:2003, pelo qual se calcula a inércia equivalente no estágio II pela fórmula de Branson. O valor da inércia equivalente no estágio II obtido foi 15.028,4 cm⁴, o que corresponde a uma redução de 53,61% do valor da inércia da seção bruta (32.400,00cm⁴).

Tabela 7-17 – Comparação – Experimental x Analítico x Modelagem Numérica (Íntegra)

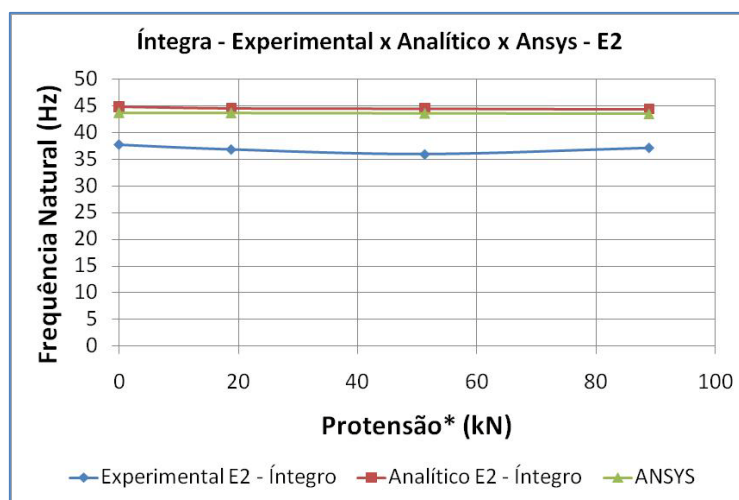
Situação	Protensão (kN)	Posição	Frequência 1º Modo (Hz) (Experimental)	Frequência 1º Modo (Hz) (Analítico) ²⁸	Frequência 1º Modo (Hz) (ANSYS)
Íntegra	0	--	37,813	44,908	43,751
	19,36	E1	36,250	45,159	43,669
	40,44		35,234	45,106	43,642
	86,01		39,351	44,489	43,519
	18,82	E2	36,875	45,029	43,700
	51,30		35,938	44,945	43,613
	88,92		37,188	44,848	43,511

²⁷ Ângulo aproximado, formado pelo ponto de aplicação da protensão com o plano horizontal passante pelo desviador.

²⁸ Para o cálculo analítico fez-se o uso da formulação proposta por Euler-Bernoulli, quando da ausência de protensão, e para a situação com protensão o modelo proposto por Miyamoto *et al.*



(a)



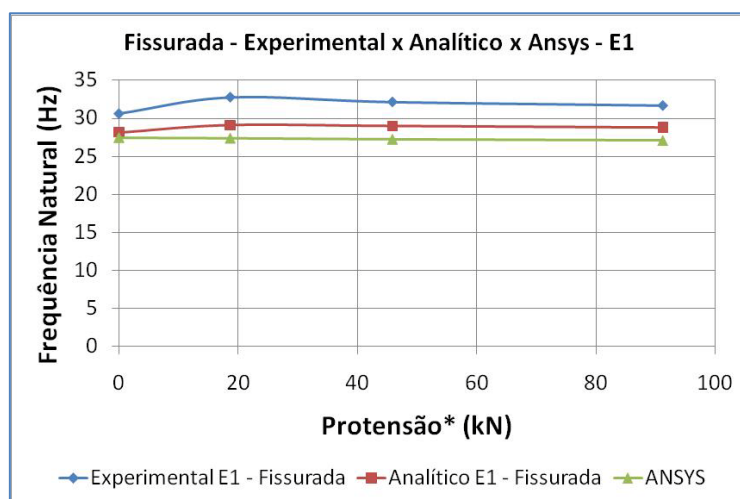
(b)

Figura 7-44 – Comparativo Experimental x Analítico x ANSYS - Viga Íntegra
(a) Excentricidade E1; (b) Excentricidade E2

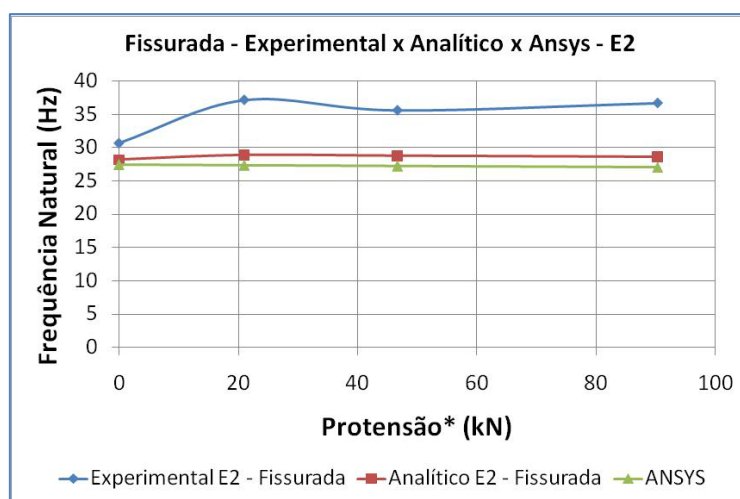
Tabela 7-18 – Comparação – Experimental x Analítico x Modelagem Numérica (Fissurada)

Situação	Protensão (kN)	Posição	Frequência 1º Modo (Hz) (Experimental)	Frequência 1º Modo (Hz) (Analítico) ²⁹	Frequência 1º Modo (Hz) (ANSYS)
Fissurada	0	--	30,649	28,198	27,472
	18,68	E1	32,813	28,959	27,392
	45,69		32,188	28,852	27,247
	91,28		31,719	28,670	27,078
	21,0	E2	37,188	28,755	27,382
	46,68		35,625	28,652	27,271
	90,26		36,719	28,475	27,082

²⁹ Para o cálculo analítico fez-se o uso da formulação obtida a partir da Teoria de Euler-Bernoulli, quando da ausência de protensão, e para a situação com protensão o modelo proposto por Miyamoto *et al.*



(a)



(b)

Figura 7-45 – Comparativo Experimental x Analítico x ANSYS - Viga I
 (a) Excetricidade E1; (b) Excetricidade E2

7.3.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir da análise dos resultados dos ensaios, os seguintes aspectos são destacados:

- a) para a viga íntegra (não-fissurada) com ambas excentricidades, E1 e E2, observou-se efeito descrito por Shaker (1975) e Blevins (1979), no tocante a carregamento axial de compressão em vigas, que para tal situação indica o decréscimo na frequência natural, quando da comparação com o valor obtido para frequência natural da viga íntegra sem protensão, 37,813 Hz, mesmo que um dos dados tenha se apresentado comportamento contrário.

- b) em relação ao amortecimento em ambas as situações analisadas, íntegra e fissurada, a aplicação da protensão apresentou tendências semelhantes. Identificou-se o decréscimo do fator de amortecimento tanto para excentricidade E1 quanto para excentricidade E2, quando da aplicação do primeiro incremento de força de protensão. Entretanto, o referido comportamento não se repetiu quando do acréscimo progressivo da força de protensão, chegando em algumas situações a inversão do comportamento. Na análise modal experimental realizada por este trabalho, o amortecimento foi calculado pelo Método da Meia Potência, por este motivo os dados obtidos podem apresentar erros, vistas aos pequenos valores de amortecimento encontrados. É difícil, portanto, discutir-se uma tendência geral.
- c) na comparação dos valores de frequência natural obtidos experimentalmente, com aqueles obtidos por meio de metodologias analíticas e numéricas, constatou-se duas situações. Na primeira delas, encontra-se a situação da viga íntegra, onde os valores obtidos por via analítica e por meio da modelagem no programa ANSYS, apresentaram-se superiores aos valores experimentais em cerca de 21% e 18%, respectivamente, em média. Entretanto é importante ressaltar que tanto as formulações analíticas quanto modelagem por meio do Método dos Elementos Finitos, pressupõe um material homogêneo e linear, o quê não condiz com o material, concreto, e que, por este motivo, pode ter apresentado tal variação. Todavia como esta variação foi no sentido de superestimar a frequência natural, recomenda-se em nível preliminar, a adoção de valores 20% inferiores aos obtidos por meio das metodologias anteriormente mencionadas, necessitando-se obrigatoriamente de uma maior quantidade de estudos experimentais que possam validar o proposto. Na segunda situação, viga fissurada, acontece o oposto, os valores experimentais de frequência natural apresentam-se inferiores aos valores obtidos por via analítica e por meio da modelagem no programa ANSYS cerca de 14,5% e 19% em média, respectivamente. Desta maneira, entende-se que, desde que seja feita a consideração da não-linearidade física do concreto (fissuração) a estimativa através de metodologias analíticas e numéricas, pode-se produzir resultados satisfatórios e seguros do ponto de vista do projeto.
- d) quanto à utilização da protensão por meio de cabos externos como técnica aplicável ao controle ou atenuação de vibrações, entende-se que esta pode ser eficiente quando aplicada como novo sistema estrutural resultante de um eventual reforço. Enfatiza-se que o ganho de rigidez do sistema, quando da utilização da

técnica, demonstrou-se mais acentuado para a excentricidade E2, aumentando o valor da frequência natural de 30,649 Hz para 37,188 Hz, o que correspondeu a um acréscimo de 21,34%, retornando a um valor próximo da situação íntegra (37,813 Hz). Ressalta-se que o referido ganho de rigidez advém da viga, porventura do controle da fissuração proporcionado pela protensão, pois como já delineado no Capítulo 6 deste trabalho, a parcela de rigidez do tirante é muito pequena, e não contribui significativamente para a rigidez do sistema viga+tirante, do ponto de vista da análise dinâmica. Entretanto, a técnica necessita de avaliação criteriosa do valor da força de protensão a ser utilizada, pois de acordo com a situação real de utilização, situação da viga fissurada, à medida que a protensão aumenta há um decréscimo na frequência natural da viga, o que indica que há um limite no valor de força de protensão, a partir do qual o reforço visando o controle de fissuração e, por conseguinte o aumento da frequência natural, perde sua aplicabilidade. Sugere-se como metodologia para uma estimativa inicial do valor da força de protensão, o modelo proposto por Miyamoto *et al.*(2000).

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com os objetivos estabelecidos nesta pesquisa, procurou-se caracterizar o comportamento dinâmico de elementos de piso típicos de concreto pré-moldado, especialmente no que se refere aos requisitos do Estados Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE). Nesse contexto, elementos pré-moldados do tipo painel duplo-T e laje alveolar, usualmente empregados na construção de pisos, foram tomados como estudos de caso para oferecer a pesquisadores e projetistas de estruturas de concreto os fundamentos da metodologia de análise dinâmica e alguns resultados específicos, passíveis de ocorrer na prática da Construção Civil.

Ainda conforme a proposta inicial da pesquisa, julgou-se conveniente e de elevado interesse uma abordagem experimental do problema, de modo a propiciar o aprendizado e as vicissitudes da metodologia, tratando particularmente de vigas com protensão externa. Nesta vertente, na perspectiva de encontrar – eventualmente – soluções para o problema de vibrações excessivas em elementos pré-moldados com a utilização da protensão, acabou-se por efetuar um estudo mais detalhado a respeito de sua influência nas características vibracionais de um modelo de viga, representativo dos elementos pré-moldados de piso de comportamento tipicamente unidirecional.

No que diz respeito à importância da análise dinâmica para o projeto de estruturas, e quais as contribuições que o trabalho oferece a concepção de projeto, infere-se como principais conclusões:

- a) a partir da extensiva pesquisa a respeito do ELS-VE, em critérios normativos do Brasil e do Exterior, entende-se que é recomendação geral que frequências inferiores a 3 Hz não são recomendadas para pisos, pois estão na faixa de frequência do passo humano.
- b) o conforto humano a vibrações é algo bastante subjetivo, que varia de indivíduo para indivíduo, e que o parâmetro que está relacionado a ele é a aceleração, mesmo que várias normas apresentem a frequência natural como parâmetro de avaliação, e por este motivo a avaliação do conforto humano deste trabalho se deu em termos da frequência natural;
- c) na comparação dos valores de frequência natural para os modelos estudados obtidos por meio de metodologias analíticas, com os obtidos via modelagem

numérica em elementos finitos, detectou-se uma boa aproximação dos resultados, o que denota que os métodos analíticos disponíveis na bibliografia conduzem a resultados satisfatórios, sem que haja a necessidade de modelagem numérica. Todavia, é preciso que seja feita a devida consideração de eventuais não-linearidades, como por exemplo, a fissuração do concreto, pois as formulações foram desenvolvidas para materiais homogêneos e lineares.

- d) a influência da protensão no cálculo da frequência natural dos modelos de painéis duplo T e lajes alveolares estudados apresentaram-se pouco significativos, exceto para grandes vãos onde a magnitude da força de protensão é grande, o que indica a necessidade de avaliação do seu efeito. Cabe reiterar que este trabalho se restringiu a avaliação dos elementos isolados.
- e) de maneira geral, entende-se que a metodologia proposta por Mast (2001), presente no PCI DESIGN HANDBOOK (2004), confere a melhor opção para a avaliação dinâmica de elementos pré-moldados isolados. Tal metodologia, além de apresentar formulações para o cálculo da frequência natural, ainda faz comentários acerca dos limites de aceleração e do cálculo das frequências naturais mínimas a serem atendidas pela estrutura, para as atividades desenvolvidas por seres humanos. Ressalta-se que tal metodologia deve ser complementada no caso da presença da protensão, quando do cálculo da frequência natural do elemento.

Em relação à perspectiva de encontrar – eventualmente – soluções para o problema de vibrações excessivas em elementos pré-moldados com a utilização da protensão obtêm-se as seguintes conclusões:

- a) a utilização da protensão por meio de cabos externos como medida de controle ou atenuação de vibrações, demonstrou-se aplicável apenas para as situações onde a fissuração se apresenta, com a obrigatoriedade da avaliação criteriosa na estimativa da força de protensão, pois observou-se que o expressivo ganho de rigidez da viga advindo do controle da fissuração, que pode ser obtido com o reforço, pode não ser tão significativo caso haja uma força de protensão superior a necessária.

- b) por meio do experimento demonstra-se que as proposições de Shaker (1975) e Blevins (1979), no que se refere ao efeito de forças axiais na frequência natural de vibração, não se aplicam a estruturas usuais de concreto armado, as quais frequentemente estão submetidas a fissuração, devido a não-linearidade física do material, concreto. Ressalta-se que as proposições são válidas caso a fissuração não se apresente.

Por fim, entende-se que a realização dos ensaios experimentais dinâmicos deste trabalho, confere significativa contribuição ao LE-EESC e ao grupo de Análise Dinâmica Experimental do Departamento de Engenharia de Estruturas, para a consolidação da utilização das técnicas de Análise Dinâmica Experimental. Acredita-se ainda que a metodologia analítica e numérica desenvolvida neste trabalho tenha contribuído para o crescimento do grupo de Análise Dinâmica Teórica do referido departamento.

➤ Sugestões para Trabalhos Futuros

O presente trabalho abrange somente aspectos referentes à identificação de elementos isolados. Dentre as inúmeras possibilidades de aplicação da Análise Dinâmica, cita-se algumas que possivelmente complementarão o conhecimento acerca do comportamento dinâmico das estruturas as quais os elementos estudados neste trabalho fazem parte:

- a) em primeiro lugar, sugere-se a experimentação dos próprios elementos pré-moldados do tipo laje alveolar e painel duplo-T, isolados, visando validar a analogia estrutural feita por meio do modelo de viga ensaiado nesta dissertação, avaliando-se também o tipo de ligação viga-laje utilizado, e sua influência nos parâmetros modais.
- b) a partir dos resultados obtidos com a experimentação dos painéis duplo-T e lajes alveolares propriamente ditos, passar-se-ia a uma segunda etapa, que seria a da representação mais próxima da realidade, levando em conta a contribuição da rigidez da ligação entre painéis de laje consecutivos, originada pela solidarização (capa estrutural) das mesmas. Os dados obtidos implicariam diretamente em recomendações para o projeto.
- c) em termos de modelagem, sugere-se a Análise Harmônica das lajes alveolares e painéis duplo-T, utilizando funções de carregamento dinâmico, visando avaliação dos limites de aceleração de acordo com vários níveis de amortecimento.

- d) no tocante ao reforço com cabos externos, sugere-se a avaliação de novos arranjos estruturais para o reforço, como por exemplo, com mais de um desviador, ou mesmo a mudança do material do cabo de protensão, de aço para fibra de carbono. Outro aspecto importante a se avaliar seria o acréscimo da frequência natural, devido ao controle de fissuração advindo do reforço, para estágios de danificação progressiva do elemento.

Ressaltando-se que todas as sugestões anteriores de caráter experimental, poderiam ser submetidas a uma análise numérica em programas baseados em métodos consagrados de análise estrutural, como por exemplo, o Método dos Elementos Finitos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, D. E. (1990a).; Floor Vibrations from Aerobics, **Concrete International**, v.12, No.6, June 1990, p.66-73.

ALLEN, D. E. (1990b).; Floor Vibrations from Aerobics, **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.17, No.5, October 1990, p.771-779.

ALLEN, D. E.; MURRAY, T. M. (1992). Design Criterion for Walking Vibration. **Journal of Structural Engineering**, ASCE.

ALLEN, D. E., RAINER, J.H. (1976). Vibration Criteria for Long Span Floors, **Canadian Journal of Civil Engineering**, The National Research Council of Canada, Vol. 3, No. 2, Jun.

ALLEN, D. E., RAINER, J.H., PERNICA, G. (1985). Vibration Criteria for Assembly Occupancies, **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 12, Nº 3, Abr, pp. 617-623.

ALMEIDA, S. F, *et al.*(2004). Análise de Vibrações de Pisos de Concreto Pré-Moldado, Anais - 46º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - IBRACON, 2004.

ALMEIDA, S. F. (2005). **Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos de concreto submetidos à danificação progressiva até a ruptura**. 193f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

ALVES, N. K. C. (1997). **Cargas Dinâmicas devido a Pessoas em Movimento**, 97f. Dissertação (Mestrado) – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1997.

ANSYS, Swanson Analysis Systems, Inc., **Basic analysis procedures**, Houston, PA, version 11, 2007.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2008). **C215-08**: Standard test method for fundamental transverse, longitudinal and torsional frequencies of concrete specimens. Philadelphia, 2008.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION; CANADIAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. (1997). **Floor Vibrations Due to Human Activity – Steel Design Guide Series**. v.11.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA CONSTRUÇÃO INDUSTRIALIZADA (ABCI) (1980). **A história dos pré-fabricados e sua evolução no Brasil**. São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS DE SERVICOS DE CONCRETAGEM (ABESC) (2005) - **Estruturas de concreto pré-moldadas in loco**. São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND (ABCP) (2005) – Boletim Cimento Hoje – **Fachadas para Montar**: pré-fabricados arquitetônicos marcam o cenário urbano na virada de século. Disponível em: <http://www.abcp.org.br/downloads/cimento_hj/jornal_32/arquitetura.htm>. Acesso em: 29 Jan. 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). **NBR 5738**: Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). **NBR 5739**: Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR 8522**: Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado. Rio de Janeiro, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12142**: Concreto - Determinação da resistência à tração na flexão em corpos-de-prova prismáticos. Rio de Janeiro, 1991.

BACHMANN, H. *et al.* (1996). **Vibration Problems in Structures**: Practical guidelines. 2ª ed. Berlin: Birkhäuser.

BLEVINS, D. R. (1979). **Formulas for natural frequency and mode shape**. USA: Van Nostrand Reinhold Company, Inc.

BEGAMBRE C., O. J. (2004). **Detecção de dano a partir da resposta dinâmica da estrutura: Estudo analítico com aplicação a estruturas do tipo viga**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

BRITISH STANDARDS ORGANIZATION (1983). **BS 6472**: Evaluation of Human Exposure to Vibration in Buildings (1Hz to 80Hz), England, 1983.

B & K – Brüel & Kjær. (2009). Disponível em: <<http://www.bksv.com>>. Acesso em: 15 dez. 2009.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. (1984). **CAN3 – S16.1 – M84, APPENDIX G**: Steel Structures for Buildings. Ontario: Rexdale. 1984.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. (2004). **CSA A23.3-04** – Design of Concrete Structures. 2004.

CEB – Comité Euro-International du Béton (1991). **Vibration Problems in Structures – Practical Guidelines**, Bullitin d'information, n. 209, 1991.

CHEN, Y.; ASWAD, A. (1994). Vibration characteristics of double tee building floors. **PCI Journal**. v.37, n.1, jan-feb/1994. p. 84-95.

CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. (1993). **Dynamics of structures**. 2ª ed. McGraw-Hill;

DE PAULA, F.A., QUEIROZ, G. (1998). Uso do MEF na Adaptação de uma Estrutura para Resistir a Solicitações Oriundas de Atividades Rítmicas – In: II SIMPÓSIO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL, Ouro Preto, 1998.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG (1975). **DIN 4150/2**: Erschütterungen im Bauwesen; Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden (Vibrations in Buildings; Influence on Persons in Buildings), Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1975 bzw., 1990.

DIÓGENES, H. J. F. *et al.*. (2009a). Sensibilidade a vibrações em serviço de pisos formados por elementos pré-moldados de concreto tipo duplo-T. In: 51º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, 2008, Curitiba. Anais... 1 CD-ROM.

DIÓGENES, H. J. F. *et al.*. (2009b). Verificação de Vibrações Excessivas em Pisos de Lajes Alveolares de Concreto Pré-Fabricado. In: 2º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO, 2008, São Carlos. Anais... 1 CD-ROM.

EBRAHIMPOUR, A.; SACK, R. L. (1989). Modeling Dynamic Occupant Loads, **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 6, p. 1476 – 1495.

EBRAHIMPOUR, A.; SACK, R. L. (1992). Design Live Load for Coherent Crowd Harmonic Movements, **ASCE Journal of Structural Engineering**, v.118, n.4, p. 1121 – 1136.

EBRAHIMPOUR, A.; HAMAN, A.; SACK, R. L. (1996), Measuring and Modeling Dynamic Loads Imposed by Moving Crowds, **ASCE Journal of Structural Engineering**, v. 122, n.12, pp. 1468 – 1474.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (2002). **Eurocode 2 – Design of Concrete Structures - Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings**. Brussels, 2002.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (1993). **Eurocode 3 – Design of Steel Structures - Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings**. Brussels, 1993.

EL DEBS, M. K. (2000). **Concreto Pré-moldado: Fundamentos e Aplicações**. São Carlos: EESC-USP, 2000. 456 p.

EWINS, D.J. (2000). **Modal testing: theory, practice and application**. 2.ed. RSP.

FAISCA, R. G. (2003). **Caracterização de Cargas Dinâmicas Geradas por Atividades Humanas**, 230f. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2003.

FOSCHI, R. O.; GUPTA, A. (1987). Reability of Floors under Impact Vibrations. **Canadian Journal of Civil Engineering**, Ottawa, V.14, No. 5, October 1987, p. 683-689.

GAMA, C. D., PANEIRO, G. (2006), **A Incomodidade Humana Perante As Vibrações e sua Caracterização Absoluta e Relativa**, Centro de Geotecnia, IST, Lisboa, Portugal.

HUMAR, J.L. (1990). **Dynamics of Structures**. 1 ed. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE) (1987). **Estatísticas históricas do Brasil: séries econômicas, demográficas e sociais de 1550 a 1985**. Rio de Janeiro.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 2631-1:1985**: Mechanical vibration and shock — Evaluation of human exposure to whole-body vibration— Part 1: General requirements.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 2631-2:1989**: Mechanical vibration and shock — Evaluation of human exposure to whole-body vibration— Part 2: Vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz).

JI, T.; ELLIS, B. R. (1994). Floor Vibration Induced by Dance-Type Loads: Theory and Verification, **The Structural Engineer**, v. 72, n. 3 (Fev), pp. 37-50, 1994.

JIMIN, H.; FU, Z. (2001). **Modal Analysis**. 1. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann.

JULIANI, M.; (2009). Análise Dinâmica em Estruturas de Concreto. In: XV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS, 2009, São Paulo. Disponível em: <http://www.gt5.com.br/xvcobreap/doc/PalestrasPericias/An%C3%A1lise%20din%C3%A2mica%20em%20estrutura%20de%20concreto%20Marcos%20Juliane.pdf> . Acesso em: 02 Fev. 2010.

LENZEN, K. H. (1996). Vibration of Steel Joist Concrete Slab Floors. **In: Engineering journal**, v. 3(3), p. 133-136.

LIMA, S. S.; SANTOS, S. H. C. (2008). **Análise Dinâmica das Estruturas**. 1.ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.

McCONNELL, K.G.; VAROTO. P. S. (2008) **Vibration testing: theory and practice**. New York, John Wiley.

MAIA, N.M.M.; SILVA, J.M.M., (1997). **Theoretical and experimental modal analysis**. RSP - John Wiley.

MALHOTRA, V.M. (1986). **Testing Hardened Concrete: Nondestructive Methods**. ACI Monograph nº 9. The Iowa State University Press.

MAST, R.F. (2001). Vibration of precast prestressed concrete floors. **PCI Journal**, nov-dec/2001. p. 76-86.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (1994). **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: Pini.

MELLO, A. V. A. (2005). **Vibrações em Pisos de Edificações Induzidas por Atividades Humanas**, Dissertação (Mestrado), UERJ, Rio de Janeiro, 2005.

MENN, C. (1990). **Prestressed Concrete Bridges**, Boston: Birkhauser Verlag.

MÉTODO ENGENHARIA. (2010). Disponível em: <<http://www.metodo.com.br/empreendimentos/Projeto.aspx?Projeto=52>>. Acesso em: 10 jan. 2010.

MIYAMOTO, A. *et al.* (2000). Behavior of Prestressed Beam Strengthened with External Tendons. **Journal of Strucutural Engineering**, Vol. 126, No. 9, September 2000, pp. 1033-1044.

MURRAY, T. M. (1975). Design to Prevent Floor vibration. **In: Engineering Journal**, Chicago v. 12, nº. 3, p. 82-87.

MURRAY, T. M. (1991). Building Floor Vibrations, **Engineering Journal**, Chicago, Third Quarter, 1981, p.102-109.

MURRAY, T.M; ALLEN. D. E; UNGAR, E.E. (1997) **Floor vibrations due to human activity**. Steel Design Guide Series, v.11. Chicago: AISC – CISC

NÓBREGA, P.G.B (2004). **Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas**. 285f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2004.

OLIVEIRA, L.A. (2002). **Tecnologia de painéis pré-fabricados arquitetônicos de concreto para emprego em fachadas de edifícios**. 191p. Dissertação de mestrado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

PCI – PRECAST / PRESTRESSED INSTITUTE (1992). **PCI Desing Handbook**. 4thed. Chicago.

PCI – PRECAST / PRESTRESSED INSTITUTE (2004). **PCI Desing Handbook**. 6thed. Chicago. /CDROM/

RAUSCH, E. (1973). **Beton Kalender**. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn.

REIHER, W. M.; MEISTER, F. J. (1946). **The Effect of Vibration on People**. German: **Headquartes Air Material Command**. Report No. F-TS-616-RE, Wrigth Field, OH, 1946.

SAIIDI, M.; DOUGLAS, B.; FENG, S. (1994). Prestress Force Effect on Vibration Frequency of Concrete Bridges. **Journal of Structural Engineering**, Vol. 120, No. 7, July 1994, pp. 2233-2241.

SHAKER, F. J. (1975). **Effect of Axial Load on Mode Shapes and Frequencies of Beams**. Lewis Research Center. Report NASA-TN-8109, December 1975.

T & A PRÉ – FABRICADOS. (2010). Disponível em: <<http://www.tea.com.br>> . Acesso em: 10 jan.2010.

TOLAYMAT, R. (1988) . A New Approach to Floor Vibration Analysis. **Engineering Journal**, AISC, Chicago, Fourth Quarter, p.137-143.

VARELA, W. D. (2004). **Modelo Teórico-Experimental para Análises de Vibrações Induzidas por Pessoas Caminhando sobre Lajes de Edifícios**, 309f. Tese (Doutorado) - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

VASCONCELOS, A. C. (2002). **O Concreto no Brasil: pré-fabricação, monumentos, fundações**. Vol. 3. São Paulo: Studio Nobel.

VECCI, M. A. M., FAKURY, R. H., MAGALHÃES, M. C. (1998). Análise do Comportamento Dinâmico de Pisos Metálicos Submetidos a Excitações Rítmicas – In: II SIMPÓSIO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL, Ouro Preto, 1998.

WARBURTON, G.B. (1976). **The Dynamical behaviour of Structures**. 2. ed. Oxford: Pergamon Press.

WISS, J. F.; PARMALEE, R. A. (1974). Human Perception of Transient Vibration. In: **Journal of the Structural Division**, v.100, n°ST4, ASCE, p.773-787, 1974.

WTORRE Engenharia. (2010). Disponível em: <<http://www.wtorre.com.br/engenharia>>. Acesso em: 10 jan. 2010.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

AÏTCIN, P. C. (2000). **Concreto de Alto Desempenho**. 1.ed. São Paulo: Pini.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Committee 318 (ACI 318-08)**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Detroit, Michigan, 2008.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO F., J. R. (2004). **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2003**. 2. Ed. São Carlos: EdUFSCar.

CRAIG, R.R. (1981). **Structural dynamics: an introduction to computer methods**. John Wiley & Sons.

HANAI, J. B. (2005); **Fundamentos do Concreto Protendido: E-Book de apoio para o curso de Engenharia Civil**. São Carlos, 2005.

LOOSE, J. K. (2007). **Análise dinâmica de pisos mistos em aço-concreto submetidos a atividades humanas rítmicas**. 111f. Dissertação (Mestrado) – UFES , Vitória, 2007.

STOLOVAS, S. (2008). **Dinâmica Aplicada em Estruturas de Concreto: para Engenheiros Estruturais**. São Paulo: TQS Informática.

APÊNDICES

APÊNDICE A – FREQUÊNCIAS NATURAIS E VÃOS LIMITES PARA SEÇÕES USUAIS DE PAINÉIS DUPLOS T E LAJES ALVEOLARES SEGUNDO NBR 6118:2003

O referido apêndice apresenta os valores para a frequência natural, de lajes alveolares e painéis duplo-T, disponíveis no mercado brasileiro obtidos a partir da metodologia sugerida pelo PCI DESIGN HANDBOOK (2004), a partir da avaliação resultante do trabalho de Diógenes *et.al.* (2009a) e (2009b).

Ressalta-se que não se fez a consideração dos efeitos da protensão na frequência natural. Assim o que será apresentado nas seções seguintes, confere em uma estimativa preliminar, para a verificação do ELS-VE, dos elementos pré-moldados do tipo painel duplo T e laje alveolar.

A avaliação das frequências naturais se deu considerando a variação de seção, vão, resistência do concreto e condição de vinculação. Visando a avaliação destes elementos no tocante ao recomendado pela NBR 6118:2003, serão apresentadas tabelas com os vãos limites, para cada tipo de utilização descrito pela NBR 6118:2003, somente para a condição de vinculação bi-apoiada.

A.1 – PAINÉIS DUPLO-T

A Tabela 10-1 apresenta os dados necessários a avaliação dos painéis duplo-T, no tocante ao Estado Limite de Vibrações Excessivas.

Tabela A-1 – Características geométricas e mecânicas dos painéis duplo-T avaliados

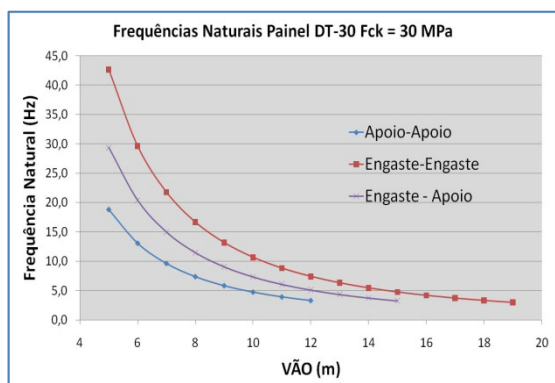
Elemento*	I (m⁴)	W_{painel} (kN/m²)	B_{painel} (m)
DT 30	0,00153191	2,10	2,5
DT 40	0,00350927	2,44	2,5
DT 50	0,00659754	2,78	2,5
DT 60	0,01098498	3,12	2,5
DT 70	0,01372257	3,29	2,5
DT 80	0,02437637	3,80	2,5

Concreto: para $f_{ck}= 30$ MPa , $E_{s,din}=31.286$ MPa e para $f_{ck}= 40$ MPa , $E_{s,din}=36.126$ MPa

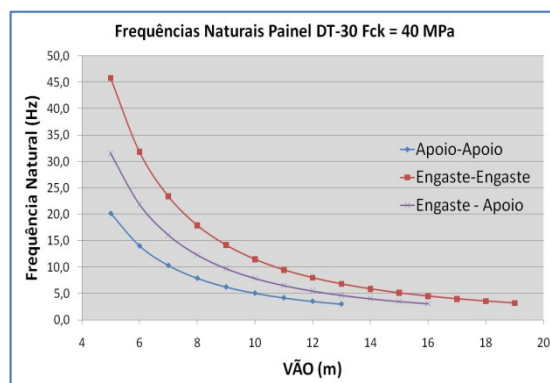
*DT = Duplo-T; 30,40,... = altura da seção transversal, já incluso a capa de concreto, em centímetros.

Nas Figuras de A-1 à A-6, apresentam as frequências naturais dos painéis citados, para as condições de vinculação, engaste-engaste, apoio-apoio e apoio-engaste.

➤ Painel duplo-T 30



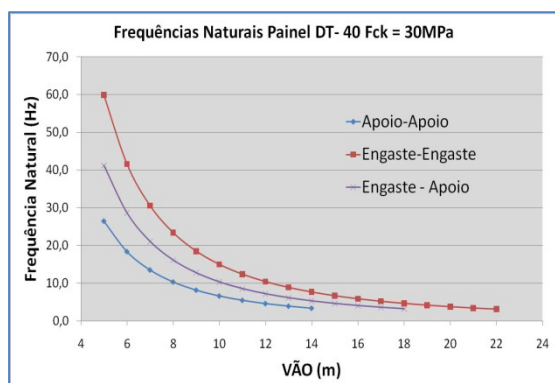
(a)



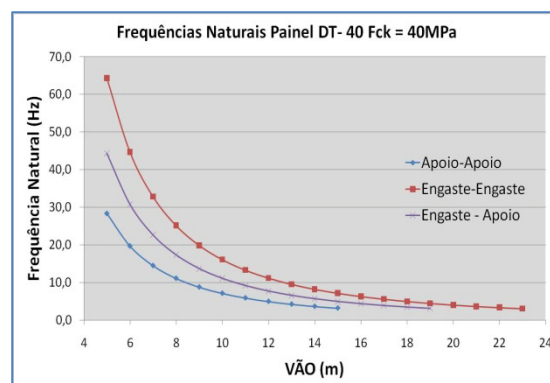
(b)

Figura A-1 – Frequências Naturais painel duplo-T 30: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ Painel duplo-T 40



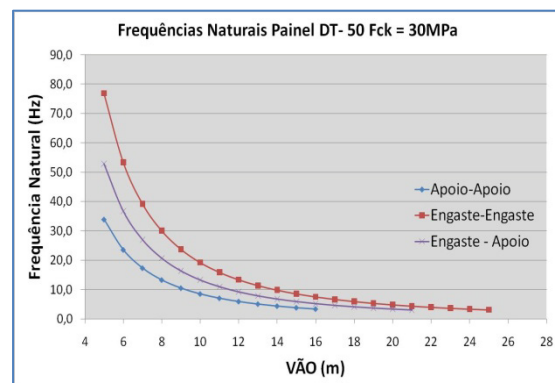
(a)



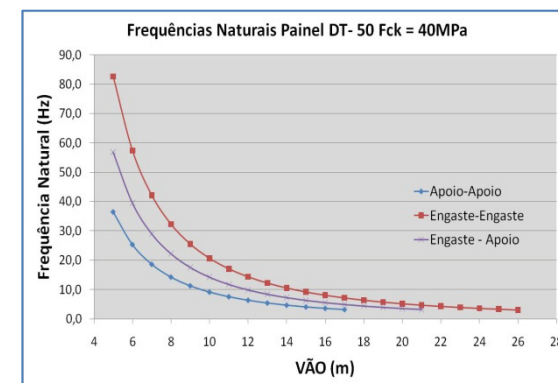
(b)

Figura A-2 – Frequências Naturais painel duplo-T 40: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ Painel duplo-T 50



(a)



(b)

Figura A-3 – Frequências Naturais painel duplo-T 50: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ **Painel duplo-T 60**

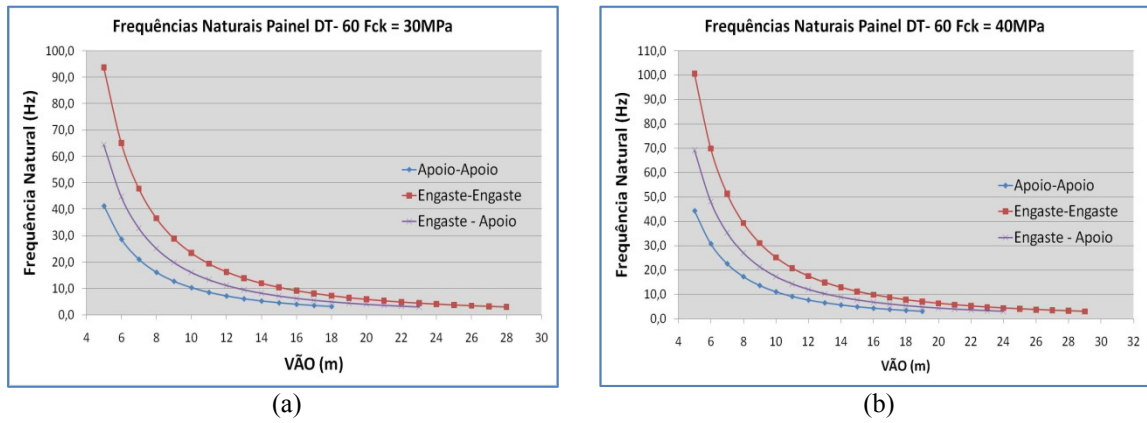


Figura A-4 – Frequências Naturais painel duplo-T 60: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ **Painel duplo-T 70**

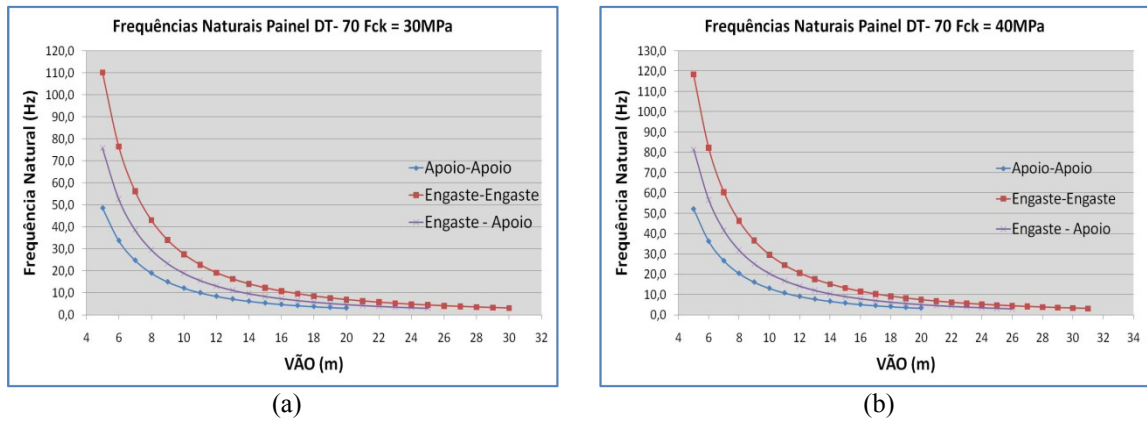


Figura A-5 – Frequências Naturais painel duplo-T 70: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ **Painel duplo-T 80**

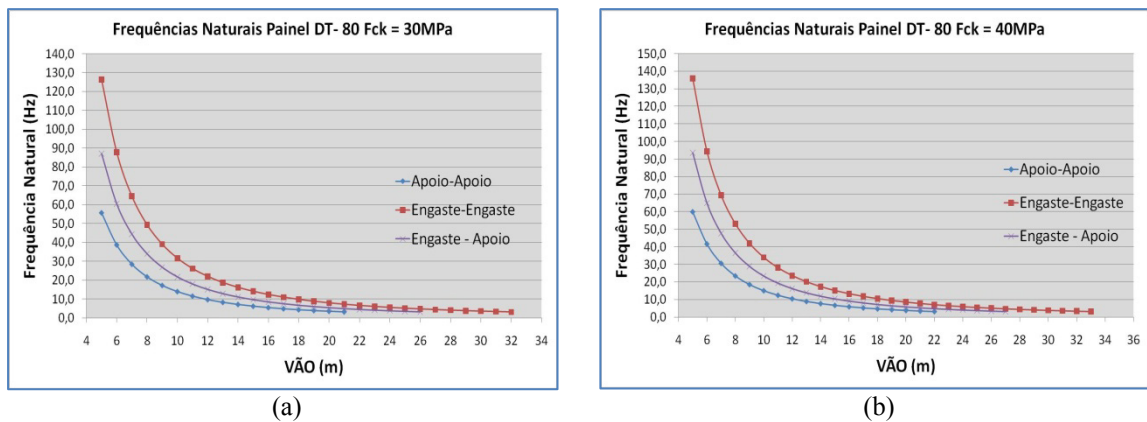


Figura A-6 – Frequências Naturais painel duplo-T 80: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

Tomando o critério da NBR 6118/2003, a Tabela A-2 apresenta os valores limites para os vãos dos painéis tipo duplo-T, de acordo com as situações de serviço propostas pela norma, considerando que o dimensionamento é feito para a condição de contorno simplesmente apoiada.

Tabela A-2 – Vãos limites para o painel duplo-T – ELS – Vibrações Excessivas (segundo a NBR6118/2003)

Painel	Vão Limite (m)				
	Ginásio de Esportes (> 9,6Hz)	Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas (> 8,4Hz)	Escritórios (> 4,8Hz)	Salas de concerto com cadeiras fixas (> 4,1Hz)	Passarelas (> 5,4 Hz)
DT30 ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	7,0	7,0	9,0	10,0	9,0
DT30 ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	7,0	7,0	10,0	11,0	9,0
DT40 ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	8,0	8,0	11,0	12,0	11,0
DT40 ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	8,0	9,0	12,0	13,0	11,0
DT50 ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	9,0	10,0	13,0	14,0	12,0
DT50 ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	9,0	10,0	13,0	15,0	13,0
DT60 ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	10,0	11,0	14,0	15,0	13,0
DT60 ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	10,0	11,0	15,0	16,0	14,0
DT70 ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	11,0	12,0	15,0	17,0	15,0
DT70 ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	11,0	12,0	16,0	17,0	15,0
DT80 ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	12,0	12,0	17,0	18,0	16,0
DT80 ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	12,0	13,0	17,0	19,0	16,0

A.2 – LAJE ALVEOLAR

De maneira análoga aos painéis duplo-T, apresenta-se na Tabela A-3 apresenta os dados necessários a avaliação das lajes alveolares, no tocante ao Estado Limite de Vibrações Excessivas.

Tabela A-3 – Características geométricas e mecânicas das lajes alveolares avaliadas

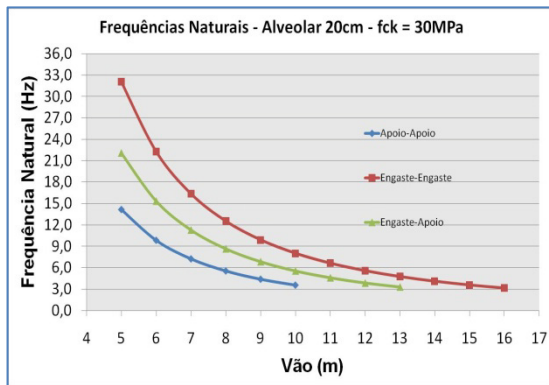
Elemento*	$I \text{ (m}^4\text{)}$	$w_{\text{painel}} \text{ (kN/m)}$	$B_{\text{painel}} \text{ (m)}$
Alveolar 20cm	0,0007533	4,565	1,25
Alveolar 25cm	0,0013986	5,016	1,25
Alveolar 30cm	0,0024042	5,726	1,25
Alveolar 35cm	0,0035068	5,774	1,25

Concreto: para $f_{ck}=30\text{ MPa}$, $E_{s,din}=31.286\text{ MPa}$ e para $f_{ck}=40\text{ MPa}$, $E_{s,din}=36.126\text{ MPa}$

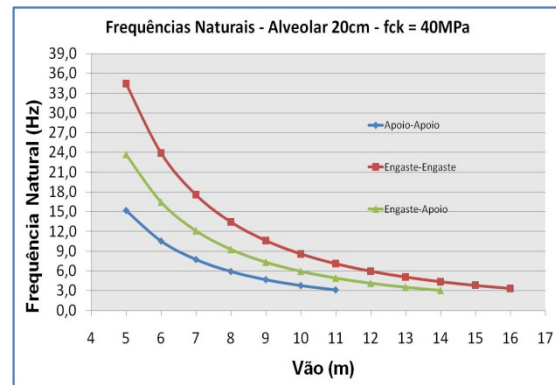
* 20,25,... = altura da seção transversal, já incluso a capa de concreto, em centímetros.

As Figuras de A-7 à A-10 apresentam as frequências naturais dos painéis citados, para as condições de vinculação, engaste-engaste, apoio-apoio e apoio-engaste.

➤ **Laje alveolar $h = 20\text{cm}$**



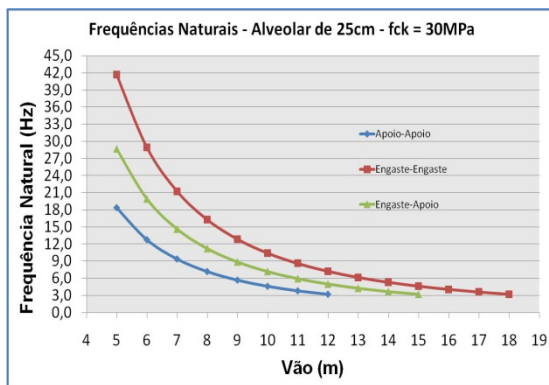
(a)



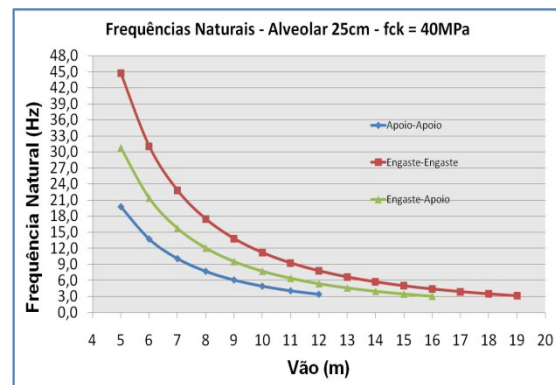
(b)

Figura A-7 – Frequências Naturais laje alveolar $h = 20\text{cm}$: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ **Laje alveolar $h = 25\text{cm}$**



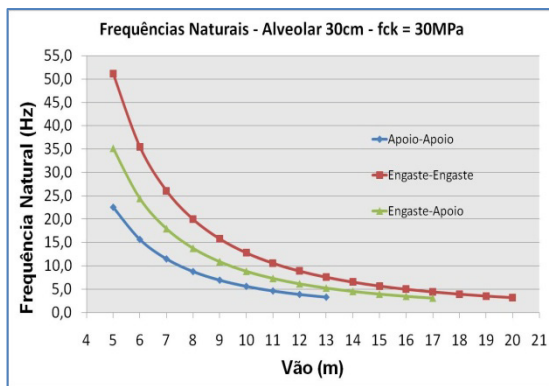
(a)



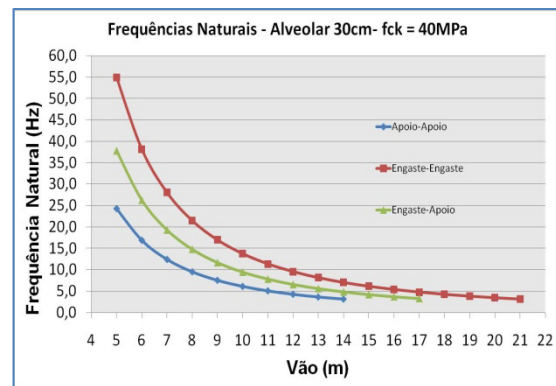
(b)

Figura A-8 – Frequências Naturais laje alveolar $h = 25\text{cm}$: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ **Laje alveolar $h = 30\text{cm}$**



(a)



(b)

Figura A-9 – Frequências Naturais laje alveolar $h = 30\text{cm}$: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

➤ **Laje alveolar $h = 35\text{cm}$**

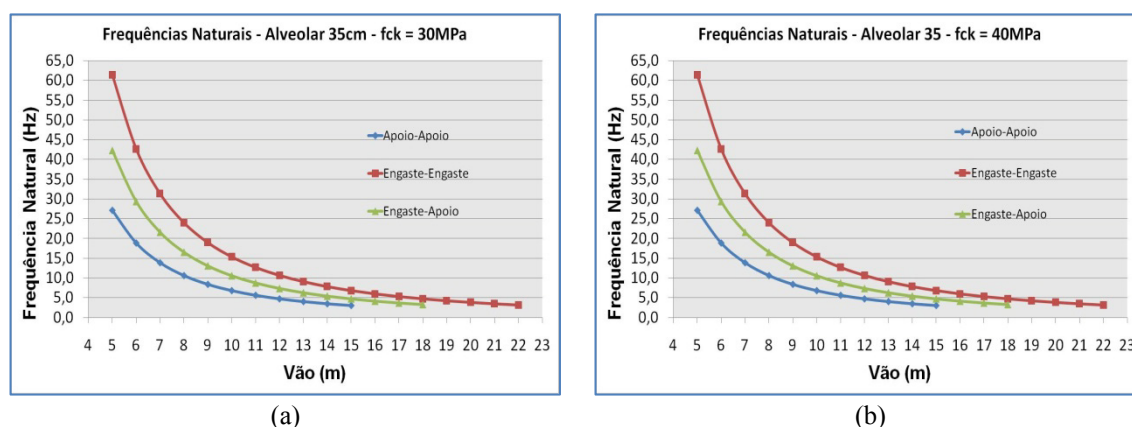


Figura A-10 – Frequências Naturais laje alveolar $h = 35\text{cm}$: (a) $f_{ck}=30\text{MPa}$; (b) $f_{ck}=40\text{MPa}$;

Novamente utilizando o critério da NBR 6118/2003, a Tabela A-4 apresenta os valores limites para os vãos das lajes alveolares, de acordo com as situações de serviço propostas pela norma, considerando que o dimensionamento é feito para a condição de contorno simplesmente apoiada.

Tabela A-4 – Vãos limites para as lajes alveolares – ELS – Vibrações Excessivas (segundo a NBR6118/2003)

Elemento	Vão Limite (m)				
	Ginásio de Esportes (> 9,6Hz)	Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas (> 8,4Hz)	Escritórios (> 4,8Hz)	Salas de concerto com cadeiras fixas (> 4,1Hz)	Passarelas (> 5,4 Hz)
Alveolar 20cm ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	6,0	6,0	8,0	9,0	8,0
Alveolar 20cm ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	6,0	6,0	8,0	9,0	8,0
Alveolar 25cm ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	6,0	7,0	9,0	10,0	9,0
Alveolar 25cm ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	7,0	7,0	10,0	11,0	9,0
Alveolar 30cm ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	7,0	8,0	10,0	11,0	10,0
Alveolar 30cm ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	7,0	8,0	11,0	12,0	10,0
Alveolar 35cm ($f_{ck}=30\text{MPa}$)	8,0	9,0	11,0	12,0	11,0
Alveolar 35cm ($f_{ck}=40\text{MPa}$)	8,0	9,0	12,0	13,0	11,0

APÊNDICE B – PLANILHAS DE CÁLCULO

B. 1 – CÁLCULO DA FORÇA DE PROTENSÃO

Esta planilha foi desenvolvida no software Mathcad 14, pelo Doutorando Leonardo Bezerra e adaptada pelo Mestrando Hidelbrando Diógenes, para auxiliar no dimensionamento de elementos estruturais bi-apoiados de concreto pré-moldado protendido com amadura ativa pré-tracionada.

Dados iniciais

a) Características geométricas e mecânicas:

Área da seção transversal: $A_c = 5520 \text{ cm}^2$

Perímetro em contato com o ar: $u_{ar} = 629.92 \text{ cm}$

Distância do centro de gravidade da seção à borda inferior: $y_1 = 62.332 \text{ cm}$

Distância do centro de gravidade da seção à borda superior: $y_2 = -24.028 \text{ cm}$

Distância do centro de gravidade da armadura à borda inferior: $y_p = 25.4 \text{ cm}$

Momento de inércia da seção transversal: $I = 3210000 \text{ cm}^4$

Vão: $\ell = 23.165 \text{ m}$

b) Carregamento:

Carga permanente adicional:

$$g_2 = 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carga acidental:

$$q = 4.67 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

c) Materiais

c.1) Aço de protensão

- Tipo de aço de protensão: aço = "RB" (Opções: "RB", "RN")
- Resistência característica do aço de protensão ao escoamento: $f_{pyk} = 1710 \text{ MPa}$
- Resistência característica do aço de protensão à tração: $f_{ptk} = 1861.584 \text{ MPa}$
- Tipo de armadura: armadura = "cordoalha" (Opções: "cordoalha", "fio")
- Módulo de elasticidade do aço: $E_p = 200 \text{ GPa}$

c.2) Concreto

- Resistência característica do concreto: $f_{ck} = 34.474 \text{ MPa}$
- Abatimento do concreto: $SLUMP = 6 \text{ cm}$
- Tipo de cimento utilizado: $cim = "CPV"$ (Opções: "CPI", "CPII", "CPIII", "CPIV" e "CPV")

d) Condições ambientais

- Umidade relativa do ar: $U = 60 \%$
- Temperatura média: $T = 25^\circ \text{ C}$

I) Cálculos preliminares

- Módulo resistente da seção transversal:

$$W_1 := \frac{I}{y_1} \quad W_1 = 51498.758 \text{ cm}^3 \quad (\text{borda inferior})$$

$$W_2 := \frac{I}{y_2} \quad W_2 = -133591.916 \text{ cm}^3 \quad (\text{borda superior})$$

- Excentricidade da armadura:

$$e_p := y_1 - y_p \quad e_p = 36.932 \text{ cm}$$

II) Materiais**a) Aço de protensão**

- Valor limite da força na armadura de protensão:

Por ocasião da aplicação da força P_i , segundo a NBR-6118:2003, a tensão σ_{pi} da armadura de protensão na pré-tração na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites $0,77 \cdot f_{ptk}$ e $0,90 \cdot f_{pyk}$ para aços da classe de **relaxação normal**, e $0,77 \cdot f_{ptk}$ e $0,85 \cdot f_{pyk}$ para aços da classe de **relaxação baixa**. E portanto, p_i deve ser inferior aos seguintes valores:

$$\sigma_{pi1} = 1433.42 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{pi} := 0.97 \min(\sigma_{pi1}, \sigma_{pi2})$$

$$\sigma_{pi2} = 1453.5 \text{ MPa}$$

Com isso, será adotado para σ_{pi} o seguinte valor: $\sigma_{pi} = 1390.417 \text{ MPa}$

O menor valor de σ_{pi1} e σ_{pi2} é Multiplicado por 0,97, para compensar diferenças na área real da

seção transversal do aço, e pequenas diferenças na aplicação da Força de protensão.

- Resistência de cálculo do aço de protensão ao escoamento:

$$f_{pyd} := \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} \quad \Rightarrow \quad f_{pyd} = 1486.957 \text{ MPa}$$

sendo: $f_{pyk} = 1710 \text{ MPa}$ - resistência característica do aço de protensão ao escoamento

$\gamma_s = 1.15$ - coeficiente de minoração da resistência do aço de protensão

b) Concreto

- Módulo de elasticidade do concreto:

A NBR-6118:2003 permite estimar o módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias usando a seguinte expressão:

$$E_c = 0.85 \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Módulo de elasticidade Secante}$$

sendo: $f_{ck} = 34.474 \text{ MPa}$ - resistência característica do concreto

portanto: $E_c = 27948 \text{ MPa}$

- Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} \quad \alpha_p = 7.156$$

sendo: $E_p = 200000 \text{ MPa}$ - módulo de elasticidade do aço de protensão

$E_c = 27948.046 \text{ MPa}$ - módulo de elasticidade do concreto

- Resistência de cálculo do concreto:

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad f_{cd} = 24.624 \text{ MPa}$$

III) Carregamento atuante

a) Peso próprio do elemento pré-moldado

$$g_1 := A_c \cdot \gamma_{\text{conc}} \quad g_1 = 13.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

sendo: $A_c = 5520 \text{ cm}^2$ - área da seção transversal

$$\gamma_{\text{conc}} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad \text{- peso específico do concreto}$$

b) Carga permanente adicional

$$g_2 = 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

c) Carga acidental

$$q = 4.67 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Resumo das cargas:

$$g_1 = 13.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad g_2 = 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q = 4.67 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

IV) Cálculo dos esforços solicitantes e tensões normais no meio do vão**a) Tensões devidas ao peso próprio**

$$M_{g1} := \frac{g_1 \cdot \ell^2}{8} \quad M_{g1} = 925.649 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{1g1} := \frac{M_{g1}}{W_1} \quad \sigma_{1g1} = 17.974 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{2g1} := \frac{M_{g1}}{W_2} \quad \sigma_{2g1} = -6.929 \text{ MPa}$$

b) Tensões devidas à sobrecarga permanente

$$M_{g2} := \frac{g_2 \cdot \ell^2}{8} \quad M_{g2} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{1g2} := \frac{M_{g2}}{W_1} \quad \sigma_{1g2} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{2g2} := \frac{M_{g2}}{W_2} \quad \sigma_{2g2} = 0 \text{ MPa}$$

c) Tensões devidas à carga acidental

$$M_q := \frac{q \cdot \ell^2}{8} \quad M_q = 313.248 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{1q} := \frac{M_q}{W_1} \quad \sigma_{1q} = 6.083 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{2q} := \frac{M_q}{W_2} \quad \sigma_{2q} = -2.345 \text{ MPa}$$

V) Combinação de ações

As combinações de ações devem ser feitas respeitando os coeficientes de ponderação das ações apresentados na tabela a seguir.

Ações		γ_f		
		ψ_0	ψ_1	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ⁽¹⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas ⁽²⁾	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
⁽¹⁾ Edifícios residenciais				
⁽²⁾ Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos				

a) Combinação quase-permanente

Adotando-se: $\psi_2 = 0.4$

$$\sigma_{1QP} := \sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \psi_2 \cdot \sigma_{1q} \quad \sigma_{1QP} = 20.407 \text{ MPa} \quad (\text{na borda inferior})$$

$$\sigma_{2QP} := \sigma_{2g1} + \sigma_{2g2} + \psi_2 \cdot \sigma_{2q} \quad \sigma_{2QP} = -7.867 \text{ MPa} \quad (\text{na borda superior})$$

b) Combinação frequente $\psi_1 = 0.6$

$$\sigma_{1F} := \sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \psi_1 \cdot \sigma_{1q} \quad \sigma_{1F} = 21.624 \text{ MPa} \quad (\text{na borda inferior})$$

$$\sigma_{2QP} := \sigma_{2g1} + \sigma_{2g2} + \psi_2 \cdot \sigma_{2q} \quad \sigma_{2QP} = -7.867 \text{ MPa} \quad (\text{na borda superior})$$

c) Combinação rara

$$\sigma_{1R} := \sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \sigma_{1q} \quad \sigma_{1R} = 24.057 \text{ MPa} \quad (\text{na borda inferior})$$

$$\sigma_{2R} := \sigma_{2g1} + \sigma_{2g2} + \sigma_{2q} \quad \sigma_{2R} = -9.274 \text{ MPa} \quad (\text{na borda superior})$$

VI) Nível de protensão

Os níveis de protensão estão relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão e a escolha do nível de protensão deve ser feita em função da agressividade do meio ambiente. Segundo a NBR-6118:2003, a agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto. Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na tabela a seguir e pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{(1), (2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ⁽¹⁾	Grande
		Industrial ^{(1), (2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{(1), (3)}	Elevado
		Respingo de maré	

⁽¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

⁽²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva e ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

⁽³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

E assim, a seguir são dados valores limites da abertura característica w_k das fissuras, assim como outras providências visando garantir proteção adequada das armaduras quanto à corrosão.

Nível de protensão	Classe de agressividade ambiental (CAA)	Verificação	Combinação de ações em serviço a utilizar
Nível 1 (Protensão Parcial)	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação freqüente
Nível 2 (Protensão Limitada)	CAA II	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D	Combinação quase permanente
Nível 3 (Protensão Completa)	CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D	Combinação freqüente
sendo: ELS-W: Estado limite de abertura das fissuras ELS-F: Estado limite de formação de fissuras ELS-D: Estado limite de descompressão			

E assim, o nível de protensão escolhido será: **nível = 3**

OBS: Este programa abrange apenas os níveis de protensão 2 e 3, ou seja, protensão limitada e protensão completa

VII) Determinação de $P_{\infty,est}$

a) Estado limite de descompressão

Estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção. Para que seja respeitado o estado limite de descompressão, deve-se verificar:

$$\sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \psi_2 \cdot \sigma_{1q} + \sigma_{1p\infty} = 0 \quad \text{para o caso de protensão limitada}$$

$$\sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \psi_1 \cdot \sigma_{1q} + \sigma_{1p\infty} = 0 \quad \text{para o caso de protensão completa}$$

Assim: $\sigma_{1p\infty} = -21.624$ MPa

Logo: $P_{\infty,est1} := \frac{\sigma_{1p\infty}}{\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_1}\right)}$ portanto, $P_{\infty,est1} = -2407.202$ kN

(força de protensão necessária para que seja respeitado o estado limite de descompressão)

b) Estado limite de formação de fissuras

Estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado limite é atingido quando a tensão máxima na seção transversal for igual à resistência à tração do concreto na flexão $f_{ct,f}$. Assim, para que seja respeitado o estado limite de descompressão, deve-se verificar:

$$\sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \psi_1 \cdot \sigma_{1q} + \sigma_{1p\infty} = f_{ct,f} \quad \text{para o caso de protensão limitada}$$

$$\sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \sigma_{1q} + \sigma_{1p\infty} = f_{ct,f} \quad \text{para o caso de protensão completa}$$

A antiga norma NBR-7197 sobre projeto de estruturas de concreto protendido admitia para a resistência do concreto à tração na flexão os valores de $f_{ct,f} = 1,2 \cdot f_{ctk}$, para peças de seção T ou duplo-T e $f_{ct,f} = 1,5 \cdot f_{ctk}$, para peças de seção retangular. Assim, fica a cargo do projetista escolher tal valor através da variável α_1 ($f_{ct,f} = \alpha_1 \cdot f_{ctk}$).

$$\alpha_1 = 1.2$$

A resistência característica do concreto à tração pode ser avaliada segundo a NBR-6118:2003 pela seguinte expressão:

$$f_{ctk} = 0.7 \cdot f_{ct,m}$$

Sendo $f_{ct,m}$ o valor da resistência à tração média do concreto, dada pela seguinte expressão:

$$f_{ct,m} = 0.3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad \text{portanto, } f_{ctk} = 2.224 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{ct,f} = 2.669 \text{ MPa}$$

Assim:

$$\sigma_{1p\infty} = -21.388 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad P_{\infty,est2} := \frac{\sigma_{1p\infty}}{\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_1} \right)} \quad \text{logo: } \boxed{P_{\infty,est2} = -2380.905 \text{ kN}}$$

(força de protensão necessária para que seja respeitado o estado limite de formação de fissuras)

O valor da força de protensão final estimada $P_{\infty,est}$ a ser adotado será o maior dos valores obtidos (em módulo):

$$P_{\infty,est1} = -2407.202 \text{ kN}$$

$$P_{\infty,est} := \min(P_{\infty,est1}, P_{\infty,est2})$$

$$P_{\infty,est2} = -2380.905 \text{ kN}$$

VIII) Determinação de A_p e P_i

Os valores da perda de protensão total adotado P_{arb} e da força de protensão final estimada $P_{\infty,est}$ serão:

$$\Delta P_{arb} = 25\%$$

$$P_{\infty,est} = -2407.202 \text{ kN}$$

OBS: Deve-se adotar valores para P_{arb} e $P_{\infty,est}$ e verificar se tais valores convergirão para P_{ef} e P_{∞} . Como valor inicial, pode-se adotar 25% para P_{arb} .

Com isso, pode-se estimar o valor inicial $P_{i,est}$ da força de protensão, além da armadura de protensão $A_{p,est}$:

$$P_{i,est} := \frac{P_{\infty,est}}{1 - \Delta P_{arb}} \quad P_{i,est} = -3209.602 \text{ kN}$$

$$A_{p,est} := \frac{-P_{i,est}}{\sigma_{pi}} \quad A_{p,est} = 2308.373 \text{ mm}^2$$

Área da seção transversal da cordoalha ou fio utilizado: $A_{p,1\phi} = 126.67 \text{ mm}^2$

E assim, pode-se determinar o número mínimo de cordoalhas ou fios:

$$n_{arm} := \frac{A_{p,est}}{A_{p,1\phi}} \quad n_{arm} = 18.22$$

Com isso, o número de cordoalhas ou fios utilizado será: $n = 19$

A área da seção transversal da armadura pretendida será:

$$A_p := n \cdot A_{p,1\phi} \quad A_p = 24.067 \text{ cm}^2$$

Portanto, determina-se o valor inicial da força de protensão:

$$P_i := -A_p \cdot \sigma_{pi} \quad P_i = -3346.359 \text{ kN}$$

IX) Determinação de P_a

Perda por escorregamento dos fios na ancoragem

Nas pistas de protensão de fábricas de pré-moldados, por exemplo, geralmente são empregadas cunhas de aço para a ancoragem de fios e cordoalhas nas cabeceiras. A acomodação das ancoragens, neste caso (supondo-se que os blocos de cabeceira são muito rígidos), acarreta um deslocamento do ponto de ancoragem da ordem de 4 a 6 mm, dependendo do tipo de cabo e da existência de pistão de cravação de cunhas nos macacos de protensão. É fácil perceber que se a pista de protensão for longa, essa perda de protensão é muito pequena. Assim, considerando:

comprimento da pista de protensão: $L_{pista} = 200 \text{ m}$

- valor do recuo do ponto de ancoragem: $\Delta_{cunha} = 6 \text{ mm}$

E assim, pode-se calcular:

- valor da deformação do aço, por ocasião do estiramento:

$$\varepsilon_{pi} := \frac{\sigma_{pi}}{E_p} \cdot 100\% \quad \varepsilon_{pi} = 0.7\%$$

- valor do alongamento do cabo na pista:

$$\text{along} := L_{\text{pista}} \cdot \varepsilon_{\text{pi}} \quad \text{along} = 139.042 \text{ cm}$$

- valor da perda por escorregamento da ancoragem:

$$\Delta P_{\text{anc}} := \frac{\Delta_{\text{cunha}}}{\text{along}} \cdot 100\% \quad \Delta P_{\text{anc}} = 0.432\%$$

Portanto, a força de protensão imediatamente posterior à acomodação da cunha será:

$$P_{\tilde{a}} := (1 - \Delta P_{\text{anc}}) \cdot P_i \quad P_{\tilde{a}} = -3331.919 \text{ kN}$$

Perda por atrito

O valor da perda por atrito será desconsiderado.

Relaxação inicial da armadura

A relaxação de fios e cordoalhas, após 1000 h a 20°C (φ_{1000}) e para tensões variando de $0,5 \cdot f_{\text{ptk}}$ a $0,8 \cdot f_{\text{ptk}}$, obtida em ensaios descritos na NBR 7484, não deve ultrapassar os valores dados nas NBR 7482 e NBR 7483, respectivamente. Para efeito de projeto, pode-se adotar os valores de φ_{1000} apresentados na tabela a seguir em porcentagem.

σ_{po}	Cordoalhas		Fios	
	RN	RB	RN	RB
$0,5 \cdot f_{\text{ptk}}$	0	0	0	0
$0,6 \cdot f_{\text{ptk}}$	3,5	1,3	2,5	1,0
$0,7 \cdot f_{\text{ptk}}$	7,0	2,5	5,0	2,0
$0,8 \cdot f_{\text{ptk}}$	12,0	3,5	8,5	3,0

sendo:
RN: relaxação normal
RB: relaxação baixa

Sendo:

$$\frac{\sigma_{\text{pi}}}{f_{\text{ptk}}} = 0.747$$

A Determinação de φ_{1000} , se dará por meio de interpolação linear, obtendo-se: $\varphi_{1000} = 2.969\%$

A perda por relaxação é calculada admitindo-se temperatura de 20°C no intervalo de tempo transcorrido, mas como do estiramento até liberação das armaduras normalmente é realizada cura a vapor, deve-se fazer uma ponderação para considerar a temperatura diferente de 20°C. Para isso, determina-se um tempo fictício, levando-se em consideração a duração e temperatura média da cura a vapor, conforme mostrado a seguir.

- temperatura média da cura (graus Celsius): $T_{\text{cura}} = 75$

- duração da cura: $t_{\text{cura}} = 13$ horas

E assim, podemos calcular o tempo fictício transcorrido entre o estiramento e a aplicação da protensão:

$$t_{\text{fict}} := \frac{T_{\text{cura}}}{20} \cdot t_{\text{cura}} \quad t_{\text{fict}} = 48.75 \text{ horas}$$

E a perda de protensão devido à relaxação inicial da armadura de protensão será:

$$\psi := \psi_{1000} \cdot \left(\frac{t_{\text{fict}}}{1000 \text{ horas}} \right)^{0.15} \quad \psi = 1.887\%$$

Ou seja, a perda de protensão inicial entre P_i e P_a será:

$$\Delta P_{\text{pi-pa}} := \left(1 - \frac{P_a}{P_i} \right) \cdot 100\% \quad \Delta P_{\text{pi-pa}} = 2.311\%$$

X) Determinação de P_o

A variação da força de protensão, segundo a NBR-6118:2003, em elementos estruturais com pré-tração, por ocasião da aplicação da força de protensão ao concreto, e em razão do seu encurtamento, deve ser calculada em regime elástico, considerando-se a deformação da seção homogeneizada. O módulo de elasticidade do concreto a considerar é o correspondente à data de protensão, corrigido, se houver cura térmica. Considerando que a resistência do concreto após a cura a vapor tenha alcançado α_2 (em porcentagem) da resistência característica do concreto f_{ck} , tem-se:

$$\alpha_2 = 70\%$$

E assim, a resistência do concreto por ocasião da aplicação da força de protensão será:

$$f_{ckj} := \alpha_2 \cdot f_{ck} \quad f_{ckj} = 24.13 \text{ MPa}$$

E com isso, a NBR-6118:2003 permite estimar o módulo de elasticidade do concreto aos j dias usando a seguinte expressão:

$$E_{cj} = 5600 \cdot f_{cj}^2 \text{ [MPa]} \quad E_{cj} = 27509 \text{ MPa}$$

E ainda, pode-se determinar a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto.

$$\alpha_{pj} = \frac{E_p}{E_{cj}} \quad \alpha_{pj} = 7.27$$

Além disso, a resistência do concreto à tração aos j dias, segundo a NBR-6118:2003, pode ser

estimada em:

$$f_{ctkj} = 0.7 \cdot f_{ct,mj} \quad f_{ctkj} = 1.754 \text{ MPa}$$

com:

$$f_{ct,mj} = 0.3 \cdot (f_{ckj})^{\frac{2}{3}} \quad f_{ct,mj} = 2.505 \text{ MPa}$$

E então, a tensão no concreto ao nível da armadura de protensão, calculada admitindo-se material elástico-linear e características mecânicas da seção homogeneizada, pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma_{cp} := \frac{P_a}{A_h} + \frac{P_a \cdot e_h^2}{I_h} \quad \sigma_{cp} = -18.152 \text{ MPa}$$

sendo: $e_h = 35.949 \text{ cm}$; $A_h = 5670.908 \text{ cm}^2$; $I_h = 3410352.122 \text{ cm}^4$

A tensão na armadura, logo após a transferência de tensões ao concreto resulta em (igualando as deformações no aço e no concreto):

$$\sigma_{po} := \frac{-P_a}{A_p} + \alpha_{pj} \cdot \sigma_{cp} \quad \sigma_{po} = 1226.32 \text{ MPa}$$

E portanto, a força de protensão logo após à transferência de tensões ao concreto será:

$$P_o := -A_p \cdot \sigma_{po} \quad P_o = -2951.421 \text{ kN}$$

Ou seja, a perda de protensão entre P_a e P_o será:

$$\Delta P_{pa-po} := \left(1 - \frac{P_o}{P_a} \right) \cdot 100\% \quad \Delta P_{pa-po} = 9.716\%$$

Com isso, a força de protensão logo após à transferência de tensões ao concreto será:

$$P_{\infty} := (1 - \Delta P_{pa-po}) \cdot P_a \quad P_o = -2951.421 \text{ kN}$$

E ainda, a tensão na armadura de protensão será:

$$\sigma_{p\infty} := \frac{-P_o}{A_p} \quad \sigma_{po} = 1226.32 \text{ MPa}$$

XI) Determinação de P_∞

Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação

Conforme NBR-6118:2003, o processo simplificado para a determinação das perdas progressivas é aplicável quando são satisfeitas as seguintes condições:

a) a concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, são executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;

b) os cabos possuem entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos possam ser supostos equivalentes ao de um único cabo, com seção transversal de área igual à soma das áreas das seções dos cabos componentes, situado na posição da resultante dos esforços neles atuantes (cabo resultante).

Assim, admite-se que no tempo t as perdas progressivas de protensão sejam dadas por:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\varepsilon(t,t_0) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c,pog} \cdot \phi(t,t_0) - \sigma_{po} \cdot \chi(t,t_0)}{\chi_p + \chi_c \cdot \alpha_p \cdot \eta \cdot \rho_p}$$

sendo:

$$\chi(t,t_0) = -\ln(1 - \psi(t,t_0)) \quad \chi_c = 1 + 0.5 \cdot \phi(t,t_0) \quad \chi_p = 1 + \chi(t,t_0) \quad \eta = 1 + e_p^2 \cdot \frac{A_c}{I_c}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} \quad \alpha_p = \frac{E_p}{E_c}$$

onde:

$\sigma_{c,pog}$ é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 , sendo positiva se de compressão;

$\phi(t,t_0)$ é o coeficiente de fluência do concreto no instante t para protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0 ;

σ_{po} é a tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente mobilizada no instante t_0 , positiva se de tração;

$\chi(t,t_0)$ é o coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon(t,t_0)$ é a retração no instante t , descontada a retração ocorrida até o instante t_0 ;

$\psi(t,t_0)$ é a tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente mobilizada no instante t_0 , positiva se de tração;

ρ_p é a taxa geométrica da armadura de protensão;

A_p é a área da seção transversal do cabo resultante;

A_c é a área da seção transversal do concreto;

I_c é o momento central de inércia na seção do concreto;

Como o elemento que está sendo calculado se trata de um elemento pré-moldado com um único nível de armadura, então, pode-se aplicar o processo simplificado para a determinação das perdas progressivas. Inicialmente, deve-se determinar o coeficiente de fluência e o valor da retração do concreto empregando os procedimentos apresentados no **Anexo A** da NBR-6118:2003, considerando os seguintes dados:

$$A_c = 5520 \text{ cm}^2 \text{ - área da seção de concreto}$$

$$u_{ar} = 629.92 \text{ cm - perímetro da seção em contato com o ar}$$

$$\text{cim} = \text{"CPV"} \text{ - tipo de cimento utilizado}$$

$$\text{SLUMP} = 6 \text{ cm - abatimento do concreto}$$

$$U = 60\% \text{ - umidade relativa do ar}$$

$$T = 25^\circ \text{ C - temperatura média}$$

E ainda, deve-se definir as idades iniciais para o cálculo do coeficiente de fluência e retração do concreto:

$$t_o (\text{fluencia}) = 21$$

$$t_o (\text{retração}) = 7$$

E assim, tem-se:

$$\phi(t_\infty, t_o) = 4.181 \quad (\text{Obs: programação omitida})$$

$$\varepsilon(t_\infty, t_o) = -3.275 \times 10^{-4}$$

$$\psi_{1000} = 2.005\% \text{ com } \frac{\sigma_{po}}{f_{ptk}} = 0.659$$

A NBR-6118:2003 admite considerar que para o tempo infinito o valor de (t, t_o) seja dado por $(t_\infty, t_o) = 2,5$. E assim:

$$\psi(t_\infty, t_o) = 5.013\%$$

E assim, o valor das perdas progressivas de protensão no instante t_∞ será:

$$\Delta\sigma_p = -251.172 \text{ MPa}$$

Portanto, a perda de protensão entre P_o e P_∞ em porcentagem será:

$$\Delta P_{po-p\infty} := \frac{-\Delta\sigma_p}{\sigma_{po}} \cdot 100\% \quad \Delta P_{po-p\infty} = 20.482\%$$

Com isso, a força de protensão no instante t_∞ será:

$$P_\infty := (1 - \Delta P_{po-p\infty}) \cdot P_o \quad P_\infty = -2346.919 \text{ kN} \quad P_{\infty, \text{est}} = -2407.202 \text{ kN}$$

E a perda total de protensão será:

$$\Delta P_{\text{total}} := \left(1 - \frac{P_{\infty}}{P_i} \right) \cdot 100\%$$

$$\Delta P_{\text{total}} = 29.87\%$$

$$\Delta P_{\text{arb}} = 25\%$$

B.2 – DOSAGEM DO CONCRETO

Dosagem do Concreto - MODELO EXPERIMENTAL (AÏTCIN,2000)

Fator água/cimento:

$$A_c := 0.40 \frac{1}{\text{kg}}$$

Teor de sílica:

$$C := 0.1 \cdot B \quad C = 35 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Teor de Agregado Graúdo:

$$A_{\text{grau}} := 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Aditivo Superplastificante GLENIUM 51:

Teor de sólidos: $T_{\text{sólido}} := 30\%$

Massa Específica: $M_{\text{spplastificante}} := 1.087$

Quantidade Inicial: $Q_{\text{plastificante}} := 0.8\%$

Massa de sólidos:

$$M_{\text{sólidos}} := B \cdot Q_{\text{plastificante}}$$

$$M_{\text{sólidos}} = 2.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Volume de líquido:

$$V_{\text{líquido}} := \frac{M_{\text{sólidos}}}{T_{\text{sólido}} \cdot M_{\text{spplastificante}}}$$

$$V_{\text{líquido}} = 8.586 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Volume ar aprisionado:

Teor de aglomerante:

$$B := \frac{140 \frac{1}{\text{m}^3}}{A_c} \quad B = 350 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Teor de Cimento CP-V (ARI):

$$\text{Cimento} := B - C \quad \text{Cimento} = 315 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Volume de ar aprisionado:

Ar aprisionado := 1.5%

Volume de ar:

$$V_{\text{ar}} := V_{\text{líquido}} \cdot M_{\text{spplastificante}} \cdot \left(\frac{1 - T_{\text{sólido}}}{1} \right)$$

$$V_{\text{ar}} = 6.533 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Volume de sólidos:

$$V_{\text{sólidos}} := V_{\text{líquido}} - V_{\text{ar}}$$

$$V_{\text{sólidos}} = 2.053 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Volume de cimento:

$$V_{\text{cimento}} := \frac{\text{Cimento}}{3.14}$$

$$V_{\text{cimento}} = 100.318 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Volume de sílica:

$$\text{Varaprisionado} := 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{Araprisionado}$$

$$\text{Varaprisionado} = 15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Vsílica} := \frac{C}{2.2}$$

$$\text{Vsílica} = 15.909 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Volume areia:

$$\text{Vareia} := 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - \text{Vcimento} - \text{Vsílica} - \text{Vagregrado} - \text{Varaprisionado} - 140 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Vareia} = 353.772 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Massa de Areia:

$$\text{Mareia} := \text{Vareia} \cdot 2.65 \quad \text{Mareia} = 937.497 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Densidade do concreto:

$$\text{Dconcreto} := \text{Mareia} + \text{Cimento} + C + \text{Agrado} + \text{Msólidos} + 140 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Dconcreto} = 2.48 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Massa de agregado seco:

$$\text{Magreseco} := \text{Agrado} \cdot (1 - 0.8\%) \quad \text{Magreseco} = 1.042 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Agrado} - \text{Magreseco} = 8.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

CONSIDERANDO 450kg de MATERIAL PARA OS ENSAIOS DO MODELO

$$\text{CIMENTO: } \frac{450}{\text{Dconcreto}} \cdot \text{Cimento} = 57.15 \text{ (kg)}$$

$$\text{AREIA: } \frac{450}{\text{Dconcreto}} \cdot \text{Mareia} = 170.09 \text{ (kg)}$$

$$\text{BRITA: } \frac{450}{\text{Dconcreto}} \cdot \text{Agrado} = 190.501 \text{ (kg)}$$

$$\text{SÍLICA: } \frac{450}{\text{Dconcreto}} \cdot C = 6.35 \text{ (kg)}$$

$$\text{ÁGUA: } \frac{450}{\text{Dconcreto}} \cdot \left(140 - \text{Vsólidos} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right) = 25.028 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\text{ADITIVO SUPERPLASTIFICANTE: } \frac{450}{D_{\text{concreto}}} \cdot V_{\text{líquido}} = 1.558 \text{ (litros)}$$

B.3 – RIGIDEZ EQUIVALENTE (EI_{EQ})

Cálculo do Momento de Fissuração NBR 6118/2003 (Seção retangular)

Dados Iniciais:

$$f_{ck} := 85.6 \text{ MPa} \quad L_{\text{vls}} := 3.8 \text{ m} \quad \alpha := 1.5 \quad b := 20 \text{ cm} \quad h := 30 \text{ cm} \quad I_c := 32400 \text{ cm}^4 \quad Y_t := \frac{h}{2}$$

- resistência à tração inferior do concreto:

$$f_{ct} := 0.3 \cdot 0.7 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad f_{ct} = 4.079 \cdot \text{MPa}$$

- momento de fissuração do concreto:

$$M_r := \frac{(\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c)}{Y_t} \quad M_r = 13.215 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

- carga de fissuração para flexão por 4 pontos:

Given

$$M_r = P \cdot \frac{L}{3}$$

$$\text{Find}(P) \rightarrow \frac{10433.206569407441018 \cdot \text{MPa} \cdot \text{cm}^3}{\text{m}^{1.0}} \quad \text{sendo: } \text{MPa} \cdot \frac{\text{cm}^3}{\text{m}} = 1 \times 10^{-3} \text{ kN}$$

Logo: $P = 10.433 \text{ kN}$

Rigidez Equivalente (EI_{eq}) (Livro do Prof. Roberto Chust Carvalho)

Dados Iniciais:

$$n_{\text{bpos}} := 3 \quad n_{\text{bneg}} := 3 \quad \phi_{\text{pos}} := 6.3 \text{ mm} \quad \phi_{\text{neg}} := 6.3 \text{ mm}$$

$$f_{ck} := 85.6 \text{ MPa} \quad A_{s1} := n_{\text{bpos}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{\text{pos}}^2 \quad A_{s2} := n_{\text{bneg}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{\text{neg}}^2 \quad n := 3$$

$$c_{ob} := 1.5 \text{ cm} \quad \phi_{\text{est}} := 5.0 \text{ mm} \quad E_s := 210 \text{ GPa} \quad E_{cs} := .85 \cdot 42623.5 \text{ MPa}$$

$$b_w := 20\text{cm} \quad b_f := 20\text{cm} \quad h_f := 0\text{cm} \quad h := 30\text{cm} \quad \alpha_e := \frac{E_s}{E_{cs}}$$

- Posição da linha neutra:

$$d_2 := \frac{\phi_{neg}}{2} + c_{ob} + \phi_{est} \quad d := h - c_{ob} - \phi_{est} - \frac{\phi_{pos}}{2} \quad a_1 := \frac{b_w}{2}$$

$$a_2 := h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} + \alpha_e \cdot A_{s1}$$

$$a_3 := -d_2 \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} - d \cdot \alpha_e \cdot A_{s1} - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w)$$

$$X_{ii1} := \frac{(-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4a_1 \cdot a_3})}{2 \cdot a_1} \quad X_{ii2} := \frac{(-a_2 - \sqrt{a_2^2 - 4a_1 \cdot a_3})}{2 \cdot a_1}$$

$$X_{ii1} = 3.541 \cdot \text{cm}$$

$$X_{ii2} = -4.531 \cdot \text{cm}$$

- Momento de inércia no estádio II puro

$$I_{xii} := \frac{(b_f \cdot X_{ii1}^3)}{3} + \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (X_{ii1} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2} \cdot (X_{ii1} - d_2)^2$$

$$I_{xii} = 3462.555 \cdot \text{cm}^4$$

- Rigidez Equivalente (EI_{eq})

$$M_{at} := 17.94 \text{kN} \cdot \text{m} \quad (\text{extraído do ensaio experimental})$$

$$EI_{eq} := \left[\left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \cdot I_{xi} + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \right] \cdot I_{xii} \right] \cdot E_{cs}$$

$$EI_{eq} = 5.445 \times 10^6 \frac{\text{m}^3 \cdot \text{kg}}{\text{s}^2}$$

- Módulo de Elasticidade Equivalente (E_{eq})

$$E_{eq} := \frac{EI_{eq}}{I_{xi}} \quad E_{eq} = 16805.4 \cdot \text{MPa}$$

B.4 – MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICO - ASTM C215: 2008

Módulo de Elasticidade Dinâmico**Cálculo segundo a norma ASTM C215-2008 - CORPOS DE PROVA PRISMÁTICOS**

$f_{\text{trans}} := 1082.5$ Frequência fundamental transversal, em Hz;

$f_{\text{long}} := 2960.5$ Frequência fundamental longitudinal, em Hz;

$L_w := 0.75$ Comprimento, em m;

$t := 0.15$ Dimensão na direção da vibração, em m;

$b := 0.15$ Dimensão seção transversal, em m;

$$\underline{m} := 42.8 \quad \underline{K} := 0.2887 \cdot t \quad Y := \frac{K}{L} \quad Y = 0.058 \quad \mu := \frac{1}{6} \quad \mu = 0.167$$

$$\underline{A} := 1.264 \text{ (VALOR TABELADO)}$$

$$\underline{T}(\mu) := A \cdot \left[\frac{[1 + (0.26 \cdot \mu + 3.22 \mu^2) \cdot Y]}{1 + 0.13288 Y} \right] \quad T(\mu) = 1.264$$

$$\underline{R} := \frac{\left(\frac{b}{t} + \frac{t}{b} \right)}{\left(4 \cdot \frac{t}{b} \right) - 2.52 \cdot \left(\frac{t}{b} \right)^2 + 0.21 \cdot \left(\frac{t}{b} \right)^6}$$

$$C_m := 0.9464 \cdot \left(\frac{L^3 \cdot A}{b \cdot t^3} \right) \quad D_m := 4 \cdot \frac{L}{b \cdot t} \quad B_m := \frac{4 \cdot L \cdot R}{b \cdot t}$$

$$E_t := \frac{C_m \cdot m \cdot f_{\text{trans}}^2}{10^6} \quad E_t = 49996.562 \text{ (Hz)}$$

$$E_l := \frac{D_m \cdot m \cdot f_{\text{long}}^2}{10^6} \quad E_l = 50016.424 \text{ (Hz)}$$

B.5 – FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS REFORÇADAS COM CABOS EXTERNOS

Cálculo da F_n de vigas com protensão externa (modelo proposto por Miyamoto *et al.*, 2000)

Dados Iniciais:

- excentricidade de protensão:

$$e := 9\text{cm}$$

- comprimento da viga: $l := 4\text{m}$

- posição do desviador: $a := \frac{1}{2}$

- aceleração da gravidade:

$$g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- inércia da seção: $I_{vs} := 32400\text{cm}^4$

- área da seção: $A_{vs} := 264\text{cm}^2$

- módulo de elasticidade do concreto:

$$E_s := 16805.4\text{MPa}$$

- módulo de elasticidade do cabo de protensão:

$$E_t := 200\text{GPa}$$

- peso específico: $\gamma_i := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

- ângulo de desvio: $\theta := \text{atan}\left(\frac{9.135}{200}\right)$

$$\theta = 2.615 \cdot \text{deg}$$

- força de protensão inicial:

$$P_{ti} := (90.26\text{kN})$$

- componente horizontal da força de protensão inicial:

$$P_{tci} := P_{ti} \cdot \cos(\theta) \quad P_{tci} = 90.166 \cdot \text{kN}$$

- área do cabo de protensão: $A_t := 98.7\text{mm}^2$

- comprimento do cabo de protensão:

$$l_t := 4.05\text{m}$$

Cálculos Preliminares

$$n := 1..3$$

$$v := (e \cdot \cos(\theta) + a \cdot \sin(\theta))^2 \quad v = 0.033 \text{m}^2$$

$$\lambda := \frac{I_{vs}}{A_{vs}} + \frac{(E_s \cdot I_{vs} \cdot l_t)}{E_t \cdot A_t \cdot l} \quad \lambda = 0.292 \text{m}^2$$

$$\mu := (4 \cdot \cos(\theta) - 3)(e \cdot \cos(\theta) + a \cdot \sin(\theta))^2 \quad \mu = 0.033 \text{m}^2$$

$$\xi_n := \sqrt{1 - \left(\frac{1}{n \cdot \pi}\right)^2 \cdot \frac{P_{tci}}{E_s \cdot I_{vs}} + \frac{24}{(n \cdot \pi)^2} \cdot \frac{v}{\mu + 4 \cdot \lambda \cdot \cos(\theta)}}$$

$$a_v := \sqrt{\frac{(E_s \cdot I_{vs})}{\gamma_i \cdot A_{vs}}} \cdot g \quad a_v = 284.436 \frac{m^2}{s}$$

Determinação da Frequência Natural

$$\omega_n := a_v \cdot \left(\frac{n \pi}{1}\right)^2 \xi_n \quad \omega_n = \begin{array}{|c|} \hline 178.911 \\ \hline 705.301 \\ \hline 1.583 \cdot 10^3 \\ \hline \end{array} \cdot \frac{\text{rad}}{s} \quad f_n := \frac{\omega_n}{(2 \cdot \pi)} \quad f_n = \begin{array}{|c|} \hline 28.475 \\ \hline 112.252 \\ \hline 251.875 \\ \hline \end{array} \cdot \text{Hz}$$

B.6 – CÁLCULO DA FREQUÊNCIA NATURAL PARA SEÇÃO HOMOGENEIZADA DO CONJUNTO (VIGA+TIRANTE)

➤ Dados Iniciais:

- Área da seção de concreto (A_c):

$$A_c = 264 \text{ cm}^2$$

- Área da seção de armadura ativa (A_s):

$$A_s = 0,987 \times 2 = 1,974 \text{ cm}^2$$

- Relação entre os módulos de elasticidade do aço e concreto (α_p):

$$\alpha_p = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000 \text{ MPa}}{42623,5 \text{ MPa}} = 4,692$$

- Área da seção homogeneizada (A_h):

$$\Delta A_c = A_s \times (\alpha_p - 1)$$

$$\Delta A_c = 1,974 \times (4,692 - 1) = 7,288 \text{ cm}^2$$

$$\text{Logo: } A_h = A_c + \Delta A_c = 264 + 7,288 = 271,288 \text{ cm}^2$$

- Inércia da seção (I):

Cálculo da Inércia - Viga experimental							
i	bi (cm)	hi (cm)	Ai (cm ²)	yi (cm)	Aiyi (cm ²)	Aiyi ² (cm ³)	Ii (cm ⁴)
1	20,00	3,00	60,00	1,50	90,00	135,00	45,00
2	8,00	3,00	12,00	4,00	48,00	192,00	6,00
3	8,00	3,00	12,00	4,00	48,00	192,00	6,00
4	4,00	24,00	96,00	15,00	1440,00	21600,00	4608,00
5	8,00	3,00	12,00	26,00	312,00	8112,00	6,00
6	8,00	3,00	12,00	26,00	312,00	8112,00	6,00
7	20,00	3,00	60,00	28,50	1710,00	48735,00	45,00
SOMATÓRIOS			264,00		3960,00	87078,00	4722,00

$$y_{cg} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{3960,00}{264} = 15 \text{ cm}$$

$$I_{cg} = \sum I_i + \sum A_i y_i^2 - y_{cg}^2 \sum A_i = 32400 \text{ cm}^4$$

- Inércia da seção homogeneizada (I_h):

A avaliação se deu para a situação mais desfavorável, haja vista que a inércia homogeneizada é variável ao longo do vão, logo:

Cálculo da Inércia Homogeneizada - Viga experimental							
i	bi (cm)	hi (cm)	Ai (cm ²)	yi (cm)	Aiyi (cm ²)	Aiyi ² (cm ³)	Ii (cm ⁴)
1	20,00	3,00	60,00	1,50	90,00	135,00	45,00
2	8,00	3,00	12,00	4,00	48,00	192,00	6,00
3	8,00	3,00	12,00	4,00	48,00	192,00	6,00
4	4,00	24,00	96,00	15,00	1440,00	21600,00	4608,00
5	8,00	3,00	12,00	26,00	312,00	8112,00	6,00
6	8,00	3,00	12,00	26,00	312,00	8112,00	6,00
7	20,00	3,00	60,00	28,50	1710,00	48735,00	45,00
8	AÇO		7,29	29,135	212,34	6186,41	0,00
SOMATÓRIOS			271,29		4172,34	93264,41	4722,00

$$y_{cg} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{4172,34}{271,29} = 15,38 \text{ cm}$$

$$I_h = \sum I_i + \sum A_i y_i^2 - y_{cg}^2 \sum A_i = 33817,01 \text{ cm}^4$$

Assim, com os valores de área e inércia homogeneizada, obtêm-se o valor de frequência natural da seção homogeneizada, 45,259 Hz, que é apenas 0,781% superior ao valor da frequência natural da viga sem tirantes (44,908 Hz).

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)