Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Magnetoplasmons de Borda em Sistemas Eletrônicos Quase - Unidimensionais no Regime Hall Quântico Inteiro em Temperaturas Não-Muito-Baixas

Otoniel da Cunha Mendes

Manaus – Am
2008

Suporte financeiro
CNPQ

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

Ficha Catalográfica
(Catalogação realizada pela Biblioteca Central da UFAM)

Mendes, Otoniel da Cunha

M538m Magnetoplasmons de borda em sistemas eletrônicos quase-unidimensionais no Regime Hall Quântico Inteiro em temperaturas não-muito-baixas / Otoniel da Cunha Mendes . - Manaus: UFAM, 2008.
65 f.; il.

Dissertação (Mestrado em Física) — Universidade Federal do Amazonas, 2009.
Orientador: Prof. Dr. Sanderson Francisco Fernandes Pereira da Silva
Co-orientador: Prof. Dr. Oleg Grigorievich Balev

1. Sistema eletrônicos 2. Magnetoplasmons – Propagação 3. Magnetoplasmons I. Silva. Sanderson Francisco Fernandes Pereira da II. Balev, Oleg Grigorievich III. Universidade Federal do Amazonas IV. Título

CDU 53(043.3)

Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Magnetoplasmons de Borda em Sistemas Eletrônicos Quase - Unidimensionais no Regime Hall Quântico Inteiro em Temperaturas Não-Muito-Baixas

Otoniel da Cunha Mendes

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade Federal do Amazonas, como exigência parcial para obtenção do Título de Mestre em Física, sob a orientação do Prof. Dr. Sanderson Francisco Fernandes Pereira da Silva.

Orientador: Prof. Dr. Sanderson Francisco Fernandes Pereira da Silva
Co-orientador: Prof. Dr. Oleg Grigorievich Balev

Manaus – Am
2008

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE Otoniel da Cunha Mendes APRESENTADA AO INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS – ICE DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS, EM 10 DE janeiro de 2008.

Banca Examinadora

Prof.º Dr. Sanderson Francisco Fernandes P. da Silva - (UFAM-AM) Orientador

---

Prof.º Dr. Oleg Grigorievich - (UFAM-AM) Co-orientador

Prof.º Dr. Antonio Carlos Alonge Ramos - (UFC-CE) Membro-Externo

---

Prof.º Dr. Antonio Carlos Rodrigues Bittencourt - (UFAM-AM) Membro

Este trabalho foi realizado com o apoio financeiro do CNPq

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que de alguma forma doaram um pouco de si para que a conclusão deste trabalho se tornasse possível:

A Deus, o que seria de mim sem a fé que eu tenho nele.

Aos meus pais, irmãos, minha esposa, minha filha e a toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços tendo paciência em tolerar a nossa ausência para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Ao professor e orientador Dr. Sanderson Silva por seu apoio e inspiração no amadurecimento dos meus conhecimentos e conceitos que me levaram a execução desta dissertação.

Aos professores: José Ricardo, Marta Gusmão, José Wilson, Walter Esteves, José Maria, Débora Coimbra, Abraham , Fernando Aguiar, Antonio Bittencourt, Oleg Balev e Adelino Ribeiro, que foram tão importantes na minha vida acadêmica.

Aos meu amigos: Robson, Igor, Dinóla, Isabel, Dílson, Rosana, Wania, Andréa, Deniz, Edvam, Weendel, Ericsson, Arnaldo, Jairo, William, Jarilson.

E, novamente, a DEUS pela oportunidade e pelo privilégio que nos foram dados em compartilhar tamanha experiência e, ao freqüentar este curso, perceber e atentar para a relevância de temas que não faziam parte, em profundidade, das nossas vidas.

Resumo

Neste trabalho nós investigaremos a estrutura espacial e as relações de dispersão das excitações coletivas *quirais* de baixa frequência que se propagam ao longo das bordas de um gás de elétrons quasi-unidimensionais (GEQ1D), ou fio quântico(FQ), sujeito a um intenso campo magnético normal B, conhecidas como magnetoplasmons de borda (MPB's). Tais MPB's, cujas as propriedades estão implicitamente relacionadas à interação elétron-elétron dos estados de borda, são investigados dentro do Regime Hall Quântico (RHQI) no mais baixo nível de Landau, $n = 0$, em amostras de heteroestruturas semicondutoras baseadas em GaAs, em temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$. Além disso, para que o papel fundamental da interação elétron-elétron possa ser observado, a utilização de um portão (uma camada de ar) a uma distância d do canal eletrônico se faz necessário, em que deve ser clara a observação de uma blindagem (fortalecimento) da interação elétron-elétron. Pode-se dizer, de forma resumida, que este estudo se baseia numa combinação das equações da densidade de corrente linearizada, Poisson e continuidade, de tal forma que as equações que regem o comportamento coletivo dos elétrons num estreito canal eletrônico possam ser descritas no RHQI. Neste caso, a escolha do perfil de densidade de carga (para temperaturas não-muito-baixas) se mostra de fundamental importância, permetindo a obtenção analítica das resistividades Hall associada à densidade de corrente. Assim, uma vez mantido o RHQI para $n = 0$, podemos determinar as equações que descrevem tanto o espectro de freqüência quanto a estrutura espacial dos MPB's. Dessa forma, tal estudo também complementa estudos anteriores a respeito dos MPB's, em particular, quando este estende as investicações sobre os MPB's obtidos em extensos canais eletrônicos (Balev *et al.*, 2000 e da Silva, 2004) para estreitos canais eletrônicos. Por fim, tais equações são computadas numericamente por meio de programas (desenvolvidos em FORTRAN e MAPLE) e analisadas por meio gráfico.

Abstract

In this work we will investigate the space structure and the dispersion relations of the collective excitations *chiral* of low frequency that propagate along the edges of a gas of electrons quasi-one-dimensional (GEQ1D) or quantum wire (CF), subject to an intensive field magnetic normal B, known as magnetoplasmons edge (MPB's). Such MPB's, which properties are implicitly connected to the interaction electron-electron of the states of edge, there are investigated inside the Regime Quantum Hall (RHQI) in the lowest level of Landau, $n = 0$, in samples of heteroestruturas semidrivers based on GaAs, on temperatures not low-greatly, $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$. Besides, so that the basic paper of the interaction electron-electron can be observed, the use of a gate (a layer of air) to a distance d of the electronic channel is made necessary, in what there must be clear the observation of an armor-plating (strengthening) of the interaction electron-electron. It is possible to say, in the abridged form, which this study bases on a combination of the equations of the density of current linearizada, Poisson and continuity, in such a way that the equations that govern the collective behaviour of the electrons in a narrow electronic channel can be described in the RHQI. In this case, the choice of the profile of density of load (for temperatures not low-great) is shown of basic importance, permetindo analytical getting the resistividades Hall associated to the density of current. So, as soon as the RHQI was maintained for $n = 0$, we can determine the equations that describe so much the specter of frequency as for space structure of the MPB's. In this form, such a study also complements previous studies as to the MPB's, in individual, when this one spreads the investicações out on the MPB's obtained in extensive electronic channels (Balev et al., 2000 and of that Silva, 2004) for narrow electronic channels. Finally, such equations are computed numerically through programs (developed in FORTRAN and MAPLE) and analysed by graphic way.

Lista de Figuras

3.1 Desenho esquemático de um *Si-MOSFET*. O SE2D reside na interface entre o silício e óxido de silício. Os elétrons são mantido contra o óxido pelo campo elétrico do *gate* metálico. 17

3.2 Desenho esquemático de uma heterojução de GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$ dopada por modulação. O SE2D reside na interface entre GaAs e AlGaAs. Os elétrons são mantidos contra o AlGaAs pelo campo elétrico dos íons (+) de silício dopantes. 18

3.3 Condição energética na estrutura dopada por modulação (muito similar à condição no *MOSFET*). A energia aumenta para a esquerda. Os elétrons são capturados na interface pelo poço quântico quase-triangular. Eles assumem estados discretos de energia na direção z (regiões preta e cinza escuro). Em baixas temperaturas e baixa concentração eletrônica somente o estado eletrônico mais baixo (preto) é ocupado. Os elétrons são totalmente confinados na direção z, mas podem se mover livremente no plano xy. 19

3.4 Geometria para medição da magneto-resistência, R, e da resistência Hall, R_H, como uma função da corrente I e do campo magnético B. V representa a voltagem longitudinal, que está caindo ao longo do comprimento L relativo ao caminho da corrente, e V_H representa a voltagem Hall, que está caindo ao longo da largura W perpendicular ao caminho da corrente. A densidade eletrônica é denotada como n e a carga do elétron como e. Os pontos pretos são os elétrons que são forçados em direção a um dos lados da barra seguindo a força de Lorentz do campo magnético. 21

3.5 Dados de Edwin Hall de 1878 quando descritos de uma tabela em sua publicação. O eixo vertical é proporcional a voltagem Hall, V_H da Fig. 3.4 e o eixo horizontal é proporcional ao campo magnético da Fig. 3.4. Uma relação linear entre V_H e B, e daí, entre R_H e B é aparente. Desde os dias de Edwin Hall esta relação estritamente linear tem sido confirmada por diversos experimentos muito mais precisos. 21

3.6 Sistema em 3D com a presença de um forte campo magnético na direção z. Os NLs podem aqui ser vistos como uma esfera de energia "fatiada" em cilindros concêntricos devido ao grau de liberdade na direção z. 24

3.7 Os coeficientes de magneto-transporte ρ_{xx} e ρ_{xy} de um SE2D no GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$ na temperatura de 0.35 K num campo magnético moderadamente baixo. A figura em detalhe mostra a geometria da medida. O campo magnético é perpendicular ao plano do SE2D e a corrente I. As voltagens V e V_H são respectivamente medidas ao longo e transversalmente a I. $\rho_{xx} = (V/I)(W/L)$ é a resistividade dissipativa (independente da área da amostra), e $\rho_{xy} = V_H/I$, tomado como positivo, é a resistividade ou resistência Hall (independente da largura da amostra). 24

3.8 Painel esquerdo: dados originais da descoberta do EHQI por Klaus von Klitzing em 1980 no SE2D de um transistor *MOSFET* de silício. Ao invés de uma curva suave ele observou platôs na voltagem Hall (aqui, U_H) e encontrou, concomitantemente, um profundo mínimo na magneto-resistência (aqui, U_{pp}). O eixo horizontal representa a voltagem de gate (V_G) que varia a densidade dos portadores, n_0. Painel direito: mostra dados equivalentes tomados de um SE2D num GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$. Desde que estes gráficos são descritos em função do campo magnético eles podem ser diretamente comparados aos dados de Edwin Hall da Fig. 3.5. Antes do que uma dependência linear da resistência Hall sobre o campo magnético da Fig. 3.7, estes dados mostram largos platôs em R_H e, em adição, profundos mínimos em R. 25

3.9 Densidade de estados $D(E)$ como função da energia. (esquerda) NLs de um SE2D submetido a um forte campo magnético B perpendicular ao plano de cargas. É clara a quantização da energia em $(n+1/2)\hbar\omega_c$, onde cada valor de n $(0,1,2,\ldots)$ corresponde a um dado NL. (direita) Os correspondentes NLs são alargados devido a efeitos de desordem, sendo que, enquanto os estados centrados em torno dos NLs originais podem transportar correntes (estados estendidos ou delocalizados), os estados situados nas bordas dos mesmos são proibidos de transportar corrente (estados localizados). Quando o NF (ou, equivalentemente, energia de Fermi (E_F)) varia relativamente em relação aos estados localizados e estendidos temos a formação em "degraus" na resistência Hall $R_H = \rho_{yx}$, característica do EHQI. 28

3.10 Encurvamento dos NLs quando os mesmos se aproximam das barreiras esquerda (y_ℓ) e direita (y_r) do potencial de confinamento lateral infinito (não ilustrado). Por sua vez, os valores $y_0 \leq y_\ell$ e $y_0 \geq y_r$ definem as respectivas regiões de borda esquerda e direita do SE2D(Q1D). 30

3.11 O círculo fechado representa o movimento ciclotrônico clássico dos elétrons de *bulk*. Os círculos abertos representam a trajetória clássica dos elétrons saltitantes se movendo ao longo das bordas da amostra num campo magnético normal $\mathbf{B}$, desde que os estados de borda estejam em diferentes níveis de energia. 31

4.1 Configuração energética (escala à esquerda) e do perfil da densidade eletrônica não-perturbada, $\tilde{g}(y)$, (escala à direita) do SEQ1D no RHQI para o caso $\nu = 2$ $(n = 0)$ degenerado por *spin*: A curva tracejada verde corresponde ao potencial de confinamento lateral $V_y = m^*\Omega^2 y^2/2$ (sem escala). As curvas sólidas vermelhas representam os NLs, encurvados devido ao efeito de V_y; os pontos pretos indicam, de forma ilustrativa, o preenchimento do mais baixo NL $(n = 0)$ por elétrons até o NF (linha tracejada vermelha). Por fim, a curva sólida azul representa $\tilde{g}(y)$. $y_F^{(r)}$ e $y_F^{(l)}$ se referem, respectivamente, às bordas direita e esquerda do SEQ1D. Adicionalmente, é fácil perceber que $Y_r > 0$ $(Y_l < 0)$ para $y > y_F^{(r)}$ $(y < y_F^{(l)})$. 36

5.1 Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do modo MPB fundamental com velocidade positiva. A curva sólida representa a amostra "homogênea". As curvas tracejada, pontilhada e ponto tracejada abaixo (acima) da curva sólida correspondem a uma amostra com *gate*(ar) a uma distância $d/\ell_T^{(r)} = 1, 10$ e 10^2, respectivamente, do SEQ1D no RHQI.. Aqui, para uma amostra baseadas em GaAs/Al_xGa_{1-x}As com $m^* = 0.067m_0$ e $\varepsilon = 12.5$, os parâmetros utilizados foram $T = 9$ K, $B = 4.0 \times 10^4$ G e $\omega_c/\Omega = 30$, resultando num $\ell_T^{(r)} \simeq 4.33 \times 10^{-6}$ cm e $W \simeq 76.81 \times 10^{-6}$ cm. A condição de temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$, é mantida. 45

5.2 Velocidade de fase adimensional deslocada, $\mathrm{Re}\,\bar{\omega}/\,\mathrm{Re}\,S$, do MPB fundamental do NL $n = 0$, para $\xi \leq 10^{-6}$, dentro da região de longo comprimento de onda onde $10^{-1} \gtrsim \eta_T \gtrsim 10^{-4}$ ou menor, onde o regime de fraca dissipação é bem satisfeito. Para o cálculo de v_g^H na AH, aqui é usado $B = 4.1$ T, $T = 4.5$ K, $\omega_c/\Omega = 60$, $E_{F0} = \hbar\omega_c$; então $\ell_T \approx 4.2 \times 10^{-6}$ cm e $v_g^H < s$. Como na Fig. 5.1, a curva sólida corresponde a uma amostra "homogênea" e as curvas tracejada, pontilhada, ponto-tracejada e ponto-ponto-tracejada abaixo (acima) da curva sólida correspondem a uma amostra com portão (ar) em $d = 10^{-5}$ cm, 10^{-4} cm, 10^{-3} cm e 10^{-2} cm, respectivamente. Ver Ref. [36] para detalhes. 45

5.3 Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional dos três primeiros modos MPBs excitados com velocidade positiva. As curvas tracejada, pontilhada e sólida representam, respectivamente, o primeiro, o segundo e o terceiro modos MPBs excitados, sendo todos relativos a uma amotra "homogênea" do SEQ1D no RHQI. 46

5.4 Perfil da estrutura espacial do modo MPB fundamental para uma amostra "homogênea" e com $q_x\ell_T = 10^2$ e $\tilde{\omega} \simeq 2.98$. A curva tracejada(pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva(negativa). Aqui, para uma amostra baseadas em GaAs/Al_xGa_{1-x}As com $m^* = 0.067m_0$ e $\varepsilon = 12.5$, os parâmetros utilizados foram $T = 9$ K, $B = 4.0 \times 10^4$ G e $\omega_c/\Omega = 30$, resultando num $\ell_T^{(r)} \simeq 4.33 \times 10^{-6}$ cm e $W \simeq 76.81 \times 10^{-6}$ cm. A condição de temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$, é mantida.. . . 47

5.5 Estrutura espacial do primeiro modo MPB excitado, para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. A curva tracejada (pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva (negativa). 48
5.6 Estrutura espacial do segundo modo MPB excitado, para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. A curva tracejada (pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva (negativa). 49
5.7 Estrutura espacial do terceiro modo MPB excitado, para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. A curva tracejada (pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva (negativa). 50
5.8 Estrutura espacial do modo MPB fundamental para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. Aqui, a curva sólida representa o modo MPB fundamental, não levando em consideração os modos excitados. A curva tracejada, por sua vez, representa o modo MPB fundamental levando em consiração os três modos excitados. 50
5.9 Perfil da densidade de carga $\rho(Y)$ dos MPBs no canal largo em temperaturas não muito baixas: As curvas 1, 2 e 3 representam os modos simétricos e as curvas 4 e 5 os modos antisiméticos. (Ver Ref. [35]) 51
5.10 Estutura espacial do modo MPB fundamental em amostra "homogênea" e com *gate*(ar) com $d/\ell_T = 100$ à uma distância d do SEQ1D. As curvas tracejada, sólida e pontilhada, representam o caso de amostras com ar, "homogêneo", e com *gate*. 52
5.11 Estrutura espacial do modo MPB fundamental com velocidade positiva, para diferentes valores de $|q_x|\,\ell_T^{(r)}$. Aqui, as curvas sólida, tracejada e pontilhada correspondem aos valores de $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$, 10^{-1} e 1, respectivamente 52

Sumário

1 Introdução **1**

1.1 Objetivos e Motivações 7

1.2 Apresentação do Trabalho 8

2 As Propriedes de um Plasma **10**

3 O Efeito Hall Quântico Inteiro **15**

3.1 Os SE2D(Q1D)s 15

3.2 O efeito Hall 20

3.3 O efeito Hall em SE2D(Q1D)s 22

3.4 Obtendo o EHQI 23

3.5 Abordagem teórica do EHQI 26

3.6 Os efeitos de borda no RHQI 30

3.7 A separação de fases dos estados de borda no RHQI 31

4 Equações dos Modos MPBs em um SEQ1D no RHQI - Modos com Simetria Espacial Localizada **33**

4.1 Modelo de um SEQ1D sob Forte Campo Magnético Transversal 33

4.2 Grandezas Pertinentes ao Formalismo Empregado 35

4.2.1 O perfil da densidade eletrônica e suas conseqüências 35

4.2.2 Densidade de corrente 37

4.2.3 Condutividade Hall no RHQI 38

4.2.4 Condutividade longitudinal 38

4.3 Equações Integrais para os MPBs em um SEQ1D 39

4.3.1 O papel do RHQI e da ausência de dissipação nas equações integrais 40

5 Resultados **43**

6 Conclusões **53**

A O Cálculo do Comprimento Característico **55**

B O Cálculo do Potencial Elétrico **57**

C O Cálculo da Equação Integral em um SEQ1D **59**

Referências Bibliográficas **61**

Capítulo 1

Introdução

Excitações coletivas em plasmas ocorrem quando as flutuações decorridas de uma perturbação tendem a se propagar como ondas de densidade de carga, em que o plasma responde de maneira coletiva à perturbação. Este é um fenômeno em que o campo médio efetivo da interação coulombiana age como uma força restauradora responsável pela oscilação de todas as cargas. Assim, se o plasma for submetido a uma perturbação de longo comprimento de onda (pequeno momento) de uma maneira coerente, necessária para que as contribuições individuais estejam em fase umas com as outras, o mesmo apresentará pelo menos um modo coletivo longitudinal caracterizado por uma relação de dispersão da freqüência, ω_p, também denominada de freqüência característica do plasma. Neste caso, para um tal modo coletivo a onda de densidade de carga longitudinal é denominada de plasmon. [1–4]

Ao se tentar investigar teoricamente as propriedades dos plasmons em plasmas à baixa temperatura, em particular, nos que ocorrem sobre a superfície de hélio e em semicondutores dopados, é comum se considerar tal plasma como sendo um gás de elétrons interagentes embebido num fundo positivo uniforme (representando a carga média dos íons), de forma a manter o sistema como um todo estável. Tal modelo, freqüentemente denominado de "geléia" (*jellium*, em inglês), pode ser justificado através da aproximação adiabática (método Born-Oppenheimer) em que, devido a enorme diferença de massa entre elétrons e íons, os íons podem responder somente lentamente a uma mudança na configuração eletrônica, enquanto os elétrons respondem adiabaticamente a uma mudança na posição dos íons. Dessa forma, partindo deste modelo básico se descobriu que as propriedades de tais plasmons dependem de diversos parâmetros, tais como a estrutura de

banda do substrato em questão (por exemplo, massa efetiva e constante dielétrica), da dimensionalidade do sistema, da presença de fronteiras e do campo magnético. Adicionalmente, quanto ao amortecimento dos plasmons verificou-se que este pode estar associado a dois mecanismos gerais: o amortecimento dissipativo, causado por colisões dos elétrons com fônons, impurezas e outras imperfeições da rede, sendo pequeno se $\omega_p\tau \gg 1$, onde τ é o tempo de relaxação dos elétrons, enquanto o outro mecanismo é o conhecido amortecimento de Landau, que se dá sempre quando os modos coletivos decaem nas excitações do tipo partícula-buraco. Sob esta perspectiva, segue abaixo um resumo das principais investigações acerca das propriedades dos plasmons, em especial, da relação de dispersão da freqüência. [1–4]

Inicialmente, para plasmons que ocorrem em sistemas eletrônicos tridimensionais (SE3Ds) , no limite de longo comprimento de onda ($q \to 0$), sua relação de dispersão é dada por

$$\omega_p^{(3D)} = \left(\frac{4\pi n_{3D} e^2}{m^* \varepsilon}\right)^{1/2} + \mathcal{O}\left(q^2\right), \tag{1.1}$$

apresentando um *gap* $\propto (n_{3D})^{1/2}$ para $q = 0$; n_{3D} é a densidade eletrônica 3D e ε é a permissividade dielétrica do meio. Por sua vez, na presença de um campo magnético B, em que os elétrons giram ao longo de helicóides com freqüência ciclotrônica $\omega_c = |e|\, B/\left(m^* c\right)$ ($\omega_c\tau \gg 1$), os plasmons adquirem uma componente transversal e passam a ser denominados de magnetoplasmons (MPs). Em adição, se efeitos de superfície também são considerados, além dos plasmons de *bulk* surgem os plasmons de superfície, cujas oscilações de densidade de carga localizam-se próximo à superfície do SE3D. De forma equivalente aos plasmons de *bulk*, o campo magnético altera apenas sensivelmente a dispersão de tais plasmons de superfície. [5]

A situação por outro lado é diferente no caso de sistemas eletrônicos bidimensionais (SE2Ds). Por exemplo, em heteroestruturas baseadas em GaAs a relação de dispersão do plasmon é dada como

$$\omega_p^{(2D)} = \left(\frac{2\pi n_{2D} e^2}{m^* \varepsilon}\right)^{1/2} q^{1/2}, \tag{1.2}$$

onde $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$ é o vetor de onda do plasmon 2D e n_{2D} é a densidade eletrônica 2D. [5] Dessa forma, em contraste ao caso 3D, a freqüência do plasmon 2D tende a zero no limite de longo comprimento de onda. Este fato pode ser entendido do seguinte modo: podemos considerar flutuações de densidade de carga como planos carregados no caso 3D localizados periodicamente (com período $2\pi/q$) ou linhas carregadas sobre a superfície

no caso 2D. O surgimento do campo elétrico, e, daí, de forças restauradoras, conduz a oscilações coletivas que não dependem do período para o primeiro caso e diminui de maneira inversamente proporcional ao período no segundo caso. Portanto, a freqüência do plasmon em $q = 0$ apresenta um *gap* para o caso 3D, enquanto que para o caso 2D o *gap* não existe. Na verdade este fato reflete a blindagem incompleta em 2D, porque apesar do sistema estar confinado a duas dimensões, sua interação coulombiana é 3D, ou seja, as linhas de campo saem do plano dos elétrons; conseqüentemente, a lei de dispersão dos plasmons 2D necessariamente depende das propriedades do meio onde o sistema está embebido, o que também justifica o uso de ε na Eq. (1.2).

Como esperado, um campo magnético aplicado perpendicularmente ao SE2D altera drasticamente o espectro do plasmon 2D, com o modo de plasmon adquirindo um *gap* igual à freqüência ciclotrônica ω_c. Assim, a relação de dispersão desse magnetoplasmon fica como [5]

$$\omega_{mp}^{(2D)}(q,B) = \left\{ \left[\omega_p^{(2D)}(q)\right]^2 + \omega_c^2 \right\}^{1/2}. \tag{1.3}$$

Os modos acima referentes aos plasmons e magnetoplasmons já são a muito tempo de conhecimento comum dos físicos. Por sua vez, com o avanço da tecnologia experimental um novo tipo de MP foi observado tanto para SE2Ds confinados sobre a superfície do hélio líquido, [6,7] quanto para SE2Ds confinados em heteroestruturas do tipo $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. [8] Entretanto, diferentemente da freqüência do MP no SE2D, a freqüência deste novo modo foi encontrada como sendo menor do que ω_c (o que contrasta com a Eq. (1.3)), sem *gap*, e diminuindo com o aumento de B. A existência desses novos modos foram logo atribuídos a efeitos de tamanho finito do SE2D e localizando-se às bordas do mesmo. Por esse motivo tais modos foram denominados de magnetoplasmons de borda (MPBs)[1], podendo ser "vistos" como os análogos aos plasmons de superfície encontrados no SE3D.

Assim, depois dos trabalhos pioneiros sobre MPBs, [6–8] muitos estudos experimentais têm sido realizados tanto no SE2D em hélio líquido, [9] quanto em heteroestruturas de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ [10–24] de alta mobilidade. Inclusive, em se tratando dos MPBs no regime Hall quântico este passou a atrair maior atenção somente após o advento de experimentos de transporte com resolução temporal (*time-resolved*), [15–17] que, conforme verificado na Ref. [17], foi capaz de mostrar uma estrutura de platô no atraso do tempo

[1] Este modo é também conhecido como **modos de perímetro** [7].

que reflete os próprios platôs do regime Hal quântico.

Quanto ao estudo teórico dos MPBs, dentro de determinados modelos essencialmente clássicos ou quânticos, diferentes mecanismos de ondas de borda têm sido propostos. [5, 25–37] Entretanto, em se tratando de MPBs no regime Hall quântico inteiro (RHQI) tais modelos apresentaram algumas deficiências. Por exemplo, dentro de um mecanismo de onda de borda completamente clássico, Refs. [5, 25], em que foi primeiramente determinada a quiralidade[2] [5] e a existência de modos MPBs acústicos [25] para fortes campos magnéticos, os autores das respectivas referências assumiram perfis de densidade linear de carga abrupto e suave, respectivamente, mas independentes do fator de preenchimento ν. Como conseqüência, estes perfis não levaram em conta uma característica quântica essencial ao RHQI, a estrutura dos níveis de Landau (NLs). Tal inadequação foi posteriormente comprovada no experimento da Ref. [17], conforme já exposto acima. Em adição, para uma dissipação espacialmente homogênea dentro do canal, como a considerada por tais autores, o amortecimento dos MPBs foi encontrado para ser quantizado e independente da temperatura, [5] ou foi tratado fenomenologicamente, [25] com as taxas de amortecimento fortemente super-estimadas quando comparadas com os resultados experimentais. [17] Estes desvios são atribuídos à inadequação do mecanismo clássico de ondas de borda, que em efeito é empregado pelas teorias das Refs. [5] e [25], se considerado em descrever o mecanismo de ondas de borda real para o RHQI encontrado nas heteroestruturas semicondutoras. [17]

Por outro lado, dentro de mecanismos de ondas de borda quânticos, [26–31] para o RHQI com $\nu = 1$ somente a posição da borda do SE2D incompressível varia, sendo o tratamento ainda limitado ao subespaço das funções de onda do NL mais baixo, desprezando-se, assim, a mistura dos níveis e a dissipação, o que por sua vez conduz a um único MPB quiral com dispersão similar àquela do modo fundamental encontrada no tratamento clássico de Volkov e Mikhailov [5] e Aleiner e Glazman, [25] ou seja,

$$\omega_{mpb}^{(2D)}\left(q_x\right) \propto q_x \ln\left(1/\ell q_x\right), \tag{1.4}$$

onde ℓ é um comprimento característico do MPB.

Então, em linhas gerais, podemos dizer que dentro de um mecanismo de onda de borda

[2] A quiralidade é a propriedade dos magnetoplamons se propagarem em direções opostas em bordas opostas.

essencialmente clássico [5,25] a densidade de carga varia na borda, mas a posição da borda do SE2D é mantida constante. Por sua vez, dentro dos diferentes mecanismos de ondas de borda quânticos [26–31] somente a borda do SE2D varia, enquanto que o perfil da densidade com respeito à borda flutuante coincide com aquela do SE2D não perturbado.

A fim de contornar estes problemas, modelos microscópicos específicos no RHQI para SE2Ds, baseados numa combinação das equações da densidade de corrente linearizada, Poisson e continuidade, foram posteriormente propostos nas Refs. [32–35]. Estes modelos efetivamente incorporam os dois distintos mecanismos de ondas de borda mencionados acima, sendo que, enquanto os MPBs neste novo mecanismo de ondas de borda foram estudados nas Refs. [32–34] para o limite de baixas temperaturas, somente mais recentemente tal tratamento foi estendido, na Ref. [35], para o intervalo de temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^H/2\ell_0$, onde v_{gn}^H é a velocidade de grupo na aproximação Hartree (AH) dos estados de borda do n-ésimo NL e $\ell_0 = \sqrt{\hbar/m^*\omega_c}$ o comprimento magnético. Neste caso, o efeito da temperatura se manifesta por mudar a escala típica de comprimento de ℓ_0 para $\ell_{Tn} = \ell_0^2 k_BT/\hbar v_{gn}^H \gg \ell_0/2$, conseqüência esta devido a introdução de um novo perfil de densidade linear não perturbada cuja aproximação analítica, além de levar em conta a estrutura do NL no RHQI, também permitiu tornar o cálculo da dissipação mais simples; esta dissipação, por sua vez, para um determinado confinamento lateral aparece dominantemente devido às transições intranível-intraborda dos elétrons espalhados por fônons acústicos, ocorrendo principalmente próximo às bordas. [37] A descrição dos MPBs nesse modelo, entretanto, ficaram restritas aos regimes de fraca e forte dissipação para $\nu = 1\,(2)$, até serem posteriormente estendidas para o regime de muito forte dissipação, [36] em que, mesmo nessas condições de altíssima dissipação, foi encontrado um modo "sobrevivente", denominado de hélicon de borda.

Em adição, os recentemente observados magnetoplasmons de interborda (MPIBs) [20] já haviam sido teoricamente considerados nas Refs. [33, 34, 36] como sendo os MPBs das regiões mais internas dos SE2D, relacionados às diferentes ocupações dos estados de borda que ocorre da interseção dos NLs com o nível de Fermi (NF). Em particular, foram avaliados as interações coulombianas entre os MPBs das regiões mais interna (MPIB) com as mais externas. Dessa forma, tal investigação experimental veio realçar a importância dos estados de borda, típicos do RHQI.

Outra importante configuração em que ocorrem as excitações dos modos MPBs é a de um sistema eletrônico quase-unidimensional (SEQ1D), fio quântico (FQ) ou, ainda,

canal eletrônico 2D estreito, uma vez que tal sistema eletrônico pode ser obtido de um SE2D confinado lateralmente; inversamente, é por esse motivo que se costuma chamar o SE2D de canal eletrônico 2D largo. Assim, devido ao estreitamento do canal eletrônico os MPBs podem interagir a tal ponto de suas bordas se confudirem (típico de SE2D em hélio líquido) [38–40] ou, pelo menos, interagir coulombianamente a partir de bordas distintas (típico de SE2D em heteroestruturas semicondutoras). [41–44] Nesse caso uma descrição quantitativa requer uma nova análise, visto que a interação entre modos propagantes em direções opostas ao longo de uma mesma borda (ou bordas diferentes) do canal podem ser não triviais, afetando, dessa forma, toda a estrutura destas densidades de corrente.

Assim, na intenção de investigar o desenvolvimento experimental da Ref. [38], Ramos *et al.* [39, 40] encontraram diferentes modos MPBs se propagando com simetria quiral no centro do canal eletrônico, avaliando ainda a influência de um portão (*gate*, em inglês)[3] a uma distância d do SEQ1D, no qual foram encontrados anti-cruzamentos na dependência da velocidade de fase de diferentes MPBs com a distância d. Para esse fim, os referidos autores usaram tanto um formalismo da Aproximação das Fases Aleatórias (*RPA*, em inglês), baseado nos desenvolvimentos da Ref. [34], quanto um formalismo microscópico descrito em termos de equações integrais, similares ao tratamento empregado na Ref. [32].

Por sua vez, os trabalhos das Refs. [43, 44] prevêm dois tipos de excitações, os modos MPBs intrasubbandas, que são conectados com o movimento eletrônico dentro de uma mesma subbanda, e os modos MPBs intersubbandas, que estão conectados com o movimento entre duas diferentes subbandas, sendo, em ambos os casos, tais subbandas associadas à degenescência das bandas de energia surgida como um efeito do pontencial de confinamento lateral.

Por fim, duas considerações merecem destaque quanto à aplicação tecnológica e fundamental: Do ponto de vista da aplicação tecnológica, os modos MPBs possuem três propriedades físicas de extrema importância verificadas experimentalmente: [21–24] (i) sua freqüência é ajustável através de um extenso intervalo de freqüências (de $\sim$ 1k Hz até $\sim$ 1T Hz), (ii) em contraste com os plasmons e magnetoplasmons de *bulk* seu amortecimento em geral é pequeno não somente em $\omega_{mpb}\tau \gg 1$, mas em qualquer valor de $\omega_{mpb}\tau$,

[3] Portão (*gate*) é um termo empregado para designar qualquer placa ou contato metálico próximo a um sistema eletrônico. Sua aplicação está geralmente associada a SE2Ds do tipo *Si-MOSFET*, em que eles são utilizados para variar a concentração eletrônica.

isso se o campo magnético aplicado for suficientemente forte, $\omega_c\tau \gg 1$, e (iii) são detectáveis mesmo sob alta temperatura ($\sim 100\,\mathrm{K}$). Tais propriedades únicas vêm sendo bastante aproveitadas na obtenção de protótipos de detectores sensíveis à freqüência e espectrômetros de radiação para o intervalo de microondas até terahertz. Basicamente, a irradiação de um campo eletromagnético num apropriado SE2D (baseado numa heteroestrutura de GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$) excita os MPBs nas regiões dos contatos de potencial e, quando a distância entre tais contatos é igual a um número inteiro do comprimento de onda dos MPBs, a ressonância ocorre entre os referidos MPBs e, como um resultado, a mesma induz uma fotovoltagem (e uma mudança na resistência longitudinal) que oscila como uma função de um campo magnético B perpendicular a amostra. Como a amplitude e o período destas oscilações carregam, respectivamente, informações sobre a potência e freqüência da irradiação incidente, fica assim justificado o uso dos MPBs como um meio para a construção dos referidos detectores e espectrômetros de radiação.

Quanto ao ponto de vista da física fundamental, o espectro MPBs contém informação sobre os canais de borda e suas interações de uma maneira similar aquela no qual um espectro atômico contém informação sobre a estrutura atômica. Estudos dos MPBs portanto representam um método espectroscópico natural para a investigação de um SE2(Q1)D no RHQI.

Vale ainda lembrar que, independentemente dos modelos utilizados e do RHQI ser ou não ser mantido, os MPBs podem ser sempre definidos como excitações coletivas quirais [5] de baixa freqüência ($\omega_c \gg \omega_{mpb}^{(2D)}$, para $\omega_{mpb}^{(2D)}\tau \gg 1$ [8] ou $\omega_{mpb}^{(2D)}\tau \ll 1$ [5]) que se propagam ao longo das bordas dos SE2D(Q1D)s na presença de um campo magnético normal B.

1.1 Objetivos e Motivações

Esta dissertação tem por objetivo investigar certas propriedades dos MPBs em SEQ1Ds sob o RHQI com $\nu = 1(2)$, em temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^H/2\ell_0$. Em particular, tal investigação envolve o estudo da relação de dispersão e da estrutura espacial dos diferentes modos MPBs, considerando ainda os efeitos de um *gate* e de uma camada de ar a uma certa distância d do SEQ1D. Certamente, devido o fato do canal eletrônico ser quase-unidimensional, a interação coulombiana entre tais modos MPBs que se propagam quiralmente ao longo das bordas esquerda e direita do canal eletrônico sob o RHQI é levada em consideração.

Embora as recentes investigações na área experimental sirvam, por si só, como motivação para qualquer estudo teórico acerca dos MPBs, em particular os realizados no RHQI, onde o papel dos estados de borda é fundamental, tal estudo foi motivado principalmente pelos recentes tratamentos teóricos acerca dos MPBs em SE2D no RHQI, [35,36] em que os mesmos apresentam a possibilidade de um extensão direta para o estudo dos MPBs em SEQ1D, a semelhança do que ocorreu na Ref. [40]. Em particular, consideramos a solução da equação dos MPBs para o SEQ1D como sendo simplesmente uma soma das correspondentes soluções para o caso do SE2D [35,36] relativo a cada uma de suas bordas. Entretanto, antes do que realizar um estudo completo do ponto de vista de possíveis comparações quantitativas com as realizações experimentais, o estudo aqui desenvolvido pretende apenas investigar qualitativamente como o acoplamento intranível-interbordas altera as referidas propriedades dos MPBs quando este passa do SE2D para o SEQ1D. Por esse motivo é que neste trabalho preferimos desconsiderar o efeito de dissipação. Além do mais, as considerações adotadas para a solução das equações dos MPBs resultaram no fato de que as únicas interações intranível-interbordas consideradas na obtenção dos novos modos MPBs para canais estreitos são aquelas relativas aos modos MPBs simétricos do canal largo. Portanto, possíveis interações de modos MPBs antissimétricos são completamente desprezadas. De qualquer forma, como uma forma de compensação, a simplicidade associada a robustez deste trabalho tem o atrativo de servir como uma obra de referência para iniciantes em estudos similares.

1.2 Apresentação do Trabalho

O restante desta dissertação está distribuída e organizada da seguinte maneira:

Nos Capítulo 2 e 3 apresentam-se uma revisão bibliográfica sobre assuntos da maior importância para um melhor entendimento do trabalho. Primeiramente, o Capítulo 2 trata dos conceitos implicitamente envolvidos na propagação dos MPBs. Em seguida, no Capítulo 3 discorre-se sobre os principais conceitos acerca do RHQI, ressaltando o mesmo como um efeito de borda.

O Capítulo 4 descreve tanto o modelo do SEQ1D, quanto o desenvolvimento das equações dos MPBs para tais canais eletrônicos no RHQI com $\nu = 1(2)$, no mais baixo NL, $n = 0$, em temperaturas não muito baixas, $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{ge}/2\ell_0$.

No capítulo 5 são considerados os resultados obtidos a partir das investigações numéri-

cas das equações dos MPBs. Em particular, gráficos relativos a relação de dispersão da velocidade de fase de diferentes modos MPBs, bem como suas estruturas espaciais são avaliados.

Finalmente, o Capítulo 6 constitui-se das conclusões do trabalho, onde são apresentados de forma suscinta os principais resultados e as recomendações para futuros trabalhos.

Capítulo 2

As Propriedes de um Plasma

Um plasma é uma coleção de partículas carregadas relativamente móveis que interagem umas com as outra via forças coulombianas. Intuitivamente, considera-se um tal sistema como fluido eletrificado, caracterizado por sua grande habilidade em responder a pertubações elétricas e magnéticas. A sensibilidade de um plasma é uma consequência direta da mobilidade de seus constituintes, e ocorre somente quando as partículas carregadas que a compreendem são relativamente livres. Dessa forma, além dos plasmas obtidos a partir de descargas elétricas em gases, portadores de carga móveis em líquido (hélio líquido) e sólido (metais, semimetais e semicondutores dopados) também podem se comportar como plasmas.

Apesar de não se ter uma condição exata para se determinar quando um sistema de partículas carregadas se comporta como um plasma, é consenso considerar a razão V/K como o parâmetro crucial que determina a sensibilidade de um plasma, onde V é a energia potencial média de interação entre as partículas e K sua energia cinética. Embora alguns casos sugiram que a condição para o comportamento tipo plasma deva ser da forma $V/K \lesssim 1$, não há um único valor geral para todos eles, podendo-se apenas definir intervalos. Por enquanto, o que se sabe é que precisão e cálculos de primeiros princípios podem ser executados somente para plasmas nos quais as interações entre suas partículas são uma pequena perturbação, isto é, plasmas fracamente acoplados, $V/K \ll 1$. Teorias que se baseam nessa condição, tal como a teoria de perturbação, ilustram muitas das características importantes do comportamento do plasma e são as únicas para os quais cálculos microscópicos detalhados podem ser "facilmente"realizados.

Aqui, vale ainda lembrar que a condição de fraco acoplamento pode se dar tanto à

altas temperaturas, na qual o plasma é não-degenerado (plasma diluído), quanto à baixas temperaturas, na qual o plasma pode ser tanto não-degenerado (plasma diluído) quanto degenerado (plasma denso). Para plasmas não-degenerados, típicos de plasmas em gases à alta temperatura, bem como de plasmas em líquidos à baixa temperatura, o comportamento dos portadores é governado pela estatística clássica de Maxwell-Boltzmann, sendo o termo cinético medido pela energia térmica $k_B T$, onde k_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura absoluta. Por sua vez, para plasmas degenerados, típicos de plasmas em sólidos à baixa temperatura, o comportamento dos portadores é governado pela estatística quântica de Fermi-Dirac, sendo, nesse caso, o termo cinético medido pela energia de Fermi E_F, antes do que $k_B T$. Em ambos os casos a energia cinética é muito maior do que a energia coulombiana média dos portadores.

Enquanto plasmas à alta temperatura são inerentemente instáveis (fenômenos fora do equilíbrio), melhor apropriados para o estudo de instabilidades a que são tão suscetíveis, plasmas à baixa temperatura são quase idealmente adaptados para o estudo dos efeitos da interações coulombianas entre suas próprias pártículas (fenômenos próximo do equilíbrio), principalmente os relacionados às propriedades de transporte. Em particular, plasmas em hélio líquido e em semicondutores dopados à baixa temperatura despertam um interesse a mais por dois motivos principais: (i) envolvem baixas energias (da ordem de m eV), e, exceto para plasmas em hélio líquido, (ii) as propriedades de tais meios permitem uma maior diversidade na obtenção de plasmas, tais como dimensões, formas, *etc.*. Esta combinação de propriedades os torna um meio particularmente flexível para testar um largo intervalo de fenômenos de plasma, notadamente o estudo das propriedades de transporte associados à propagação das chamadas excitações coletivas. No que segue, estaremos apenas interessados nestes plasmas à baixa temperatura. [1]

Blindagem

Por causa da peculiar natureza de longo alcance do potencial coulombiano, é possível gerar campos elétricos de tamanho considerável em plasmas por pertubar o meio sobre um grande volume e somar as individualmente fracas contribuições das muitas partículas. Dessa maneira, mesmo em plasmas que são fracamente acoplados há um intervalo de pequenos vetores (ou longos comprimentos) de onda dentro do qual a energia coulombiana média é grande e domina o comportamento do plasma; é esta característica especial que dá ao plasma uma característica sem igual e torna seu estudo particularmente interessante.

Este efeito total é mais visível olhando o potencial entre dois elétrons no espaço do momento. Assim, a transformada de Fourier da interação coulombiana entre dois elétrons é $V_{\mathbf{q}} \propto 1/q^2$. A característica crucial desta relação é a divergência em $V_{\mathbf{q}}$ quando $\mathbf{q} \to 0$, que surge no tratamento da transferência de baixo momento $\mathbf{q}$ durante a interação entre os dois elétrons. Desde que a ocorrência dessa divergência nada tem haver com a intensidade das interações elétron-elétron individuais, mas é um resultado de sua forma, surge a questão de como pode ser contornada tal divergência, uma vez que num plasma real a energia total associada às iterações coulombianas são finitas. Fisicamente tal divergência equivale a energia de interação coulombiana de muitas partículas (um número infinito devido ao longo alcance da interação atingida no limite $\mathbf{q} \to 0$) espalhadas sobre uma grande região do espaço. A solução para tal problema está intrinsecamente na própria interação elétron-elétron, isto é, no efeito conjunto de tais interações $\propto 1/q^2$, denominado de correlação dinâmica ou simplesmente correlação (Wigner, 1934), que por sua vez está associada diretamente a consideração da capacidade dos elétrons de polarizar o plasma, inclusive para pertubações de longo comprimento de onda, no limite $\mathbf{q} \to 0$: qualitativamente, cada elétron no sistema comporta-se como uma carga teste que age para polarizar a sua vizinhança. Assim, os demais elétrons "vêem" tal elétron se mover cercado por uma distribuição ou "nuvem" de carga positiva induzida por polarização, cujo campo induzido, tomado como um todo, tende a compensar o campo da carga negativa do elétron em questão, forçando o mesmo a ser atenuado em grandes distâncias. Dessa forma, o levantamento da divergência devido a polarização do plasma (clássico ou quântico) pode ser visualizado como uma substituição da interação coulombiana "pura" por uma interação efetiva de alcance finito, sendo por isso tal processo também conhecido por blindagem. De uma forma geral, o processo de blindagem no plasma é a propriedade que os elétrons têm de atenuar o campo elétrico uns dos outros, bem como de quaisquer outras cargas externamente acrescentadas ao plasma, a partir da repulsão e/ou atração coulombiana mútua que eles exercem entre si. [1–4]

Excitações Elementares

Conforme vimos no estudo sobre blindagem, flutuações na densidade de carga são induzidas por polarização quando uma perturbação ocorre no plasma. Entretanto, o modo como tais flutuações se propagam no plasma, ou seja, a maneira como o plasma responde a tal perturbação, é determinada principalmente pelo comprimento de onda λ (ou momento

q) e pela energia de tal perturbação. Assim, dependendo do comprimento de onda (ou momento) e da energia com os quais o plasma é excitado, o mesmo pode apresentar dois comportamentos distintamente diferentes, a saber, o do tipo partícula e o do tipo onda.

As excitações tipo partícula ocorrem quando as flutuações decorrentes da perturbação propagam-se no plasma através da troca de momentos entre pares de partículas carregadas interagentes, as quais são constantemente excitadas. No caso do gás de elétrons interagentes (plasma) tais excitações são exatamente aquelas em que os elétrons são espalhados de dentro para fora da esfera de Fermi. Entretanto, ao invés do processo de excitação (espalhamento) ser visualizado como um par de elétrons mutuamente espalhados de dentro para fora da esfera de Fermi, ele pode ser visualizado como consistindo de uma interação entre dois pares elétron-buraco. Adicionalmente, é comum considerar o ponto de vista em que um dos pares interagentes é o "agente" excitador (a carga teste), enquanto o outro é o par a ser estudado. Assim, uma única excitação então resulta na produção de um elétron fora e de um buraco (um estado desocupado) dentro da esfera de Fermi; é portanto comum denominar tal excitação como excitação de único-par elétron-buraco. Por sua vez, se um par elétron-buraco numa única excitação desencadeia a criação e aniquilação de mais de um par de elétrons, tais excitações são denominadas excitações multi-pares elétron-buraco.

Por sua vez, excitações coletivas em plasmas ocorrem quando as flutuações decorridas de uma perturbação tendem a se propagar como ondas (de compressão/rarefação) de densidade de carga, em que o plasma responde de maneira coletiva à perturbação; de certo modo, a consideração de partículas individuais perde seu significado. Este é um fenômeno adicional ao da blindagem, em que o campo médio efetivo da interação coulombiana age como uma força restauradora responsável pela oscilação das partículas carregadas. Entretanto, diferentemente da blindagem, que está sempre presente no plasma sob qualquer tipo de perturbação, a existência de oscilações organizadas no plasma somente é possível para pertubações de longo comprimento de onda (pequeno momento), $\lambda > \lambda_c$ ($q < q_c$); aqui λ_c (q_c) é um comprimento (momento) característico que serve como um parâmetro de separação espacial entre excitações coletivas e tipo partícula. Assim, se o plasma for submetido a uma perturbação de longo comprimento de onda (pequeno momento) de uma maneira coerente, necessária para que as contribuições individuais estejam em fase umas com as outras, o mesmo apresentará pelo menos um modo coletivo longitudinal caracterizado por uma relação de dispersão da freqüência, ω_p, também denominada de freqüência característica do plasma. Neste caso, para um tal modo coletivo a onda de densidade de

carga longitudinal é denominada de plasmon. [1–4]

Amortecimentos

Embora uma estimativa para valores de q_c dependa do plasma em questão e da aproximação usada em seu cálculo, é certo que para valores de $q \geq q_c$ o modo coletivo estará imerso no contínuo das excitações de único par, o que possibilita o decaimento do plasmon nestas excitações do tipo partícula. Tal situação faz com que o plasmon tenha um curto tempo de vida, de forma que ele não representa uma excitação bem definida do sistema. Este tipo de decaimento é denominado amortecimento de Landau. Por outro lado, para valores de $q < q_c$, os plasmons não podem ser excitados pelas excitações de único-par do gás de elétron, nem tão pouco eles podem decair neles; não há amortecimento de Landau. Adicionalmente, outro tipo de decaimento do modo coletivo, que ocorre principalmente para valores crescentes de q, é o decaimento em multi-pares. Assim, se o *cut-off* efetivo no qual os modos coletivos deixam de ser bem definidos é determinado pelo amortecimento de Landau ou decaimento em excitações multi-pares depende do caso particular sob estudo.

Entretanto, independentemente de haver ou não amortecimento de Landau ou decaimento em exitações multi-pares, é certo que para temperaturas finitas sempre há, por menor que seja, um tipo de amortecimento causado por colisões (térmicas) das partículas com fônons, impurezas e outras imperfeições da rede, que tendem a "romper" o campo efetivo responsável pelo plasmon, e, daí, agem para amortecer as ondas. Este é um amortecimento dissipativo, correspondendo a um espalhamento essencialmente incoerente do modo coletivo; ele existe para qualquer valor de energia e comprimento de onda, sendo pequeno quando $\omega_p \tau \gg 1$, onde τ é o tempo de relaxação das partículas. [1–4]

Capítulo 3

O Efeito Hall Quântico Inteiro

O EHQI descoberto por von Kliting *et al.* em 1980 [45], cujo trabalho lhe rendeu o prêmio Nobel de 1985, é um extraordinário fenômeno que ocorre somente em medições de efeito Hall em SE2D(Q1D)s realizados em certos dispositivos semicondutores, sob condições de baixas temperaturas ($\sim 4\,\mathrm{K}$) e intensos campos magnéticos ($\sim 10\,\mathrm{T}$). Neste caso, a fim de facilitar o entendimento sobre o EHQI é antes conveniente explicarmos primeiro como é que se realiza um SE2D(Q1D), em particular, um SE2D(Q1D) com alta densidade eletrônica (sistema degenerado), uma vez que este é o único meio onde o EHQI pode ser obtido.

3.1 Os SE2D(Q1D)s

Um SE2D não existe naturalmente, porém, sob certas circunstâncias, alguns sistemas comportam-se como bidimensionais. Este é o caso, por exemplo, dos SE2Ds obtidos sobre a superfície do hélio líquido [65], onde os elétrons são aí aprisionados por meio de uma combinação de potenciais atrativos gerados tanto pela carga imagem quanto pela aplicação de um campo elétrico externo (que impedem os elétrons de se afastarem da superfície do hélio líquido) e de uma barreira de potencial infinita causada pelo princípio de exclusão de Pauli (que impede os elétrons de entrarem no hélio líquido). Entretanto, como tal sistema possui uma densidade eletrônica muito baixa (sistema não-degenerado), 10^5-$10^9\,\mathrm{cm}^{-2}$, é comum que o comportamento clássico seja dominante na maioria dos aspectos analisados.

Por sua vez, SE2Ds de alta densidade eletrônica (sistemas degenerados) [46], em que

efeitos puramente quânticos podem ser visualizados, podem ser criados em dispositivos semicondutores do tipo *Si-MOSFET* [47] (*metal-oxide-semiconductor field effect transistor*) e heterojunções semicondutoras [48]. O primeiro a propor a construção experimental de tal sistema foi Schreiffer em 1957, Ref. [46]. Segundo ele, uma fina camada de elétrons poderia ser criada na interface entre dois distintos materiais por meio de uma diferença de potencial que quantizaria o movimento destes elétrons perpendicularmente ao seu plano. Em baixas temperaturas a energia de excitação dos elétrons nesta direção seria, então, muito maior que a energia de excitação no plano e também muito maior que sua energia térmica k_BT, ficando os elétrons, assim, com seu movimento restrito ao plano da interface. De fato, após a confirmação experimental da obtenção de um tal SE2D em 1966 por A. B. Fowler *et al.*, Ref. [47], em que utilizaram um *Si-MOSFET*, deu-se origem a uma intensa investigação das propriedades destes sistemas, tanto teóricas quanto experimentais. Neste último segmento, como o efeito Hall se constitui numa importante "ferramenta" que nos fornece valiosas informações sobre os portadores de carga nos dispositivos sob medição, o seu progressivo uso e aperfeiçoamento permitiu que fosse "acidentalmente" descoberto o EHQI.

Si-MOSFET

Este foi o primeiro dispositivo a apresentar-se como um SE2D e foi nele que von Klitzing descobriu o EHQI [45]. Uma representação esquemática deste dispositivo está ilustrada na Fig. 3.1, onde um isolante (SiO_2) de fina espessura é colocado entre uma placa metálica (denominada de *gate*) e um semicondutor (Si) dopado com impurezas aceitadoras (tipo-p). Dessa forma, mesmo quando uma baixa voltagem positiva é aplicada no *gate*, devido a fina espessura ($\sim 1000\,\text{Å}$) da camada de SiO_2, um intenso campo elétrico da ordem de até $10^6\,\text{V/cm}$ pode ser gerado numa extensão razoável do Si, o que força as bandas de condução e valência do mesmo a diminuirem suas energias quanto mais se aproximam da interface. Assim, numa voltagem de *gate* suficientemente alta a banda de condução do Si cruza o nível de Fermi (NF) - a energia do mais alto estado ocupado - nas proximidades da interface, criando localmente uma região com predomínio de cargas negativas e denominada de "camada de inversão" devido ao fato do Si ser do tipo-p. Paralelamente, é criada uma região de depleção onde os pares elétron-buraco ficam espacialmente separados por forças coulombianas em diferentes bandas de energia, com os sítios ionizados proporcionando um forte isolamento elétrico das cargas da camada de

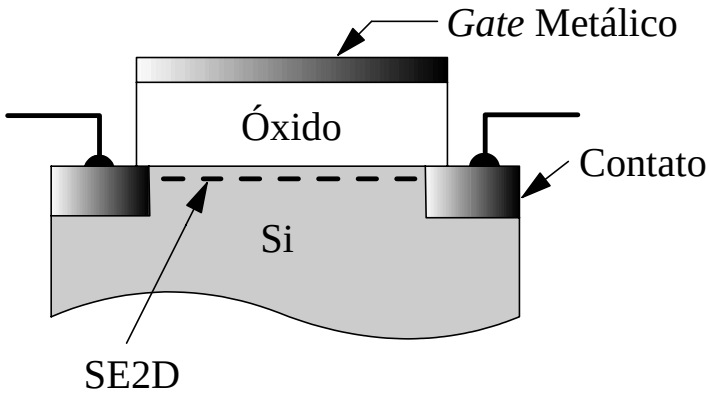

Figura 3.1: Desenho esquemático de um *Si-MOSFET*. O SE2D reside na interface entre o silício e óxido de silício. Os elétrons são mantido contra o óxido pelo campo elétrico do *gate* metálico.

inversão com relação ao resto do semicondutor.

O potencial resultante deste acúmulo de carga da camada de inversão pode ser aproximado por um potencial quase-triangular, onde o isolante comporta-se como uma barreira para os elétrons. Desta forma o movimento dos elétrons na direção perpendicular à interface torna-se quantizado e, como as energias de excitação na direção perpendicular à interface são da ordem de 20m eV, muito maior do que qualquer outra energia no sistema sob baixas temperaturas, os elétrons são capturados na sub-banda mais baixa, cerca de 50 Å próximo à interface, comportando-se, portanto, como um verdadeiro SE2D.

Uma das principais razões que atraiu a atenção ao estudo do *MOSFET*, do ponto de vista experimental, é que a densidade de portadores é diretamente proporcional a voltagem de *gate* aplicada, podendo ser ajustada continuamente no intervalo de 0 a $10^{13}\,\mathrm{cm}^{-2}$.

Heterojunções Semicondutoras

O aprimoramento de técnicas de crescimento de cristais como, por exemplo, epitaxia por feixe molecular (*molecular beam epitaxy* - *MBE*) e deposição de vapor químico organometálico (*metalorganic chemical vapor deposition* - *MOCVD*) permitiram a fabricação de estruturas artificiais de semicondutores no qual camada por camada de nível atômico de diferentes materiais podem ser depositadas e manipuladas com variação de composição, geometria de interface e dopagem numa escala de precisão a nível atômico. Um exemplo de sua aplicabilidade é a fabricação de heteroestruturas semicondutoras capazes de manter um SE2D na sua interface. Neste caso, o mais empregado é uma

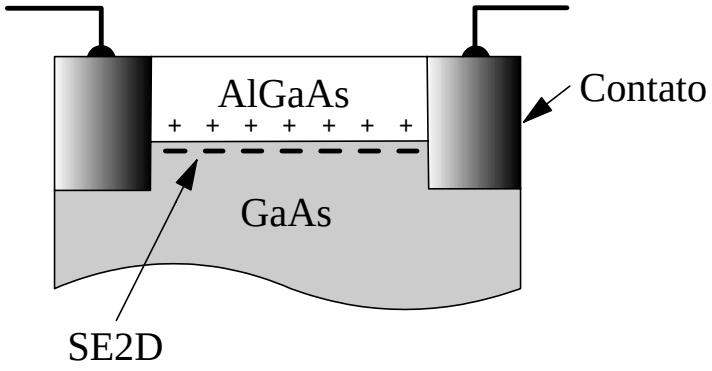

Figura 3.2: Desenho esquemático de uma heterojução de GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$ dopada por modulação. O SE2D reside na interface entre GaAs e AlGaAs. Os elétrons são mantidos contra o AlGaAs pelo campo elétrico dos íons (+) de silício dopantes.

heteroestrutura de GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$ (Fig. 3.2), cujos parâmetros de rede de ambos os materiais, por serem praticamente iguais, permitem um "casamento" quase perfeito na interface. Em adição a essa interface quase perfeita, uma vez que tais técnicas (*MBE* e *MOCVD*) permitem que impurezas doadoras (tipo-n) introduzidas no AlGaAs sejam confinadas a um plano suficientemente afastado da interface onde será formado o SE2D, o espalhamento eletrônico devido às imperfeições da interface e a tais impurezas, tão característicos dos SE2Ds obtidos em *MOSFETs*, tornam-se desprezíveis. É claro que os elétrons são também espalhados pelas vibrações dos átomos, os tão chamados fônons. Entretanto, resfriando as amostras a temperaturas próximas do zero absoluto reduz tais vibrações a um nível no qual elas tornam-se desprezíveis quando comparadas ao espalhamento de quaisquer impurezas residuais. Portanto os SE2Ds obtidos a partir de heteroestruturas semiconduras representam, assim, um "refinamento" tecnológico sobre os dos *MOSFETs*.

Na Fig. 3.3 mostramos o diagrama da banda de energia de uma heteroestrutura de GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$. A presença de dopagem no AlGaAs e a variação na composição dos materiais dão origem a uma descontinuidade no *gap* das bandas de energia na interface. Esta descontinuidade surge da diferença, em energia, do *gap* do GaAs (*gap* menor) e AlGaAs (*gap* maior). O potencial na interface é gerado ainda pelas impurezas tipo-n que, para manter o nível de Fermi constante através da junção, transferem suas cargas para a banda de condução do GaAs, cuja energia é da ordem de 250 a 300 m eV menor do que a energia da banda de condução do AlGaAs (para uma concentração variando entre $x = 0.19$ a $x = 0.29$). Esta transferência de carga provoca campos elétricos internos

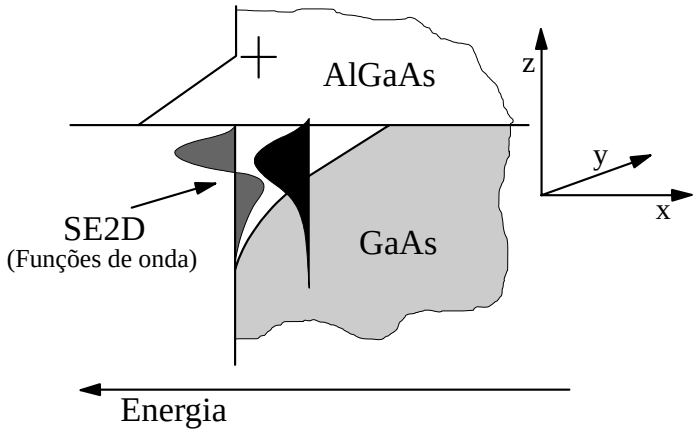

Figura 3.3: Condição energética na estrutura dopada por modulação (muito similar à condição no *MOSFET*). A energia aumenta para a esquerda. Os elétrons são capturados na interface pelo poço quântico quase-triangular. Eles assumem estados discretos de energia na direção z (regiões preta e cinza escuro). Em baixas temperaturas e baixa concentração eletrônica somente o estado eletrônico mais baixo (preto) é ocupado. Os elétrons são totalmente confinados na direção z, mas podem se mover livremente no plano xy.

bastante intensos ($10^5\,\mathrm{V/\,cm}$) que causam um entortamento bastante significativo das bandas de energias nas proximidades da interface, gerando um potencial quase-triangular que confina o movimento dos elétrons na direção perpendicular à interface, análogo aos SE2Ds dos *MOSFETs*.

Por sua vez, um confinamento adicional em uma das direções perpendiculares à interface eletrônica 2D tornará o SE2D cada vez mais próximo de um SEQ1D, no mesmo sentido em que as interações eletrônicas interbordas tornam-se cada vez mais intensas.

Uma outra importante vantagem destes dispositivos é a pequena massa efetiva m^* do elétron ($0.068m_e$ para GaAs versus $0.2m_e$ para o Si, onde m_e é a massa do elétron livre). Uma pequena massa efetiva resulta numa energia magnética característica maior, o que permite trabalhar com campos magnéticos mais fracos. Contudo, uma vez construída a amostra a densidade dos portadores de carga pode ser variada somente dentro de um intervalo muito estreito. Então, para mudar a posição da energia de Fermi com relação ao nível de Landau, como é requerido para observar o EHQI, o campo magnético deve ser ajustado. Isto é uma desvantagem, uma vez que é relativamente mais difícil alterar o campo magnético ao invés da densidade de portadores pelo simples ajuste da voltagem de *gate* no *MOSFET*.

Vale lembrar ainda que ambos os dispositivos acima contam com uma fonte e um dreno que servem como contatos para o SE2D(Q1D), por onde a corrente deverá fluir.

3.2 O efeito Hall

Basicamente, experimentos de efeito Hall consistem em medir certas voltagens e correntes em amostras de sistemas eletrônicos submetidos a um campo magnético, denominados de experimentos de magneto-transporte. Desta forma, considerando a geometria da amostra eletrônica como sendo a de uma fina barra retangular, a aplicação de uma voltagem V ao longo da amostra provoca na mesma um fluxo de corrente I na direção do campo aplicado. Por outro lado, se medirmos a voltagem transversal ao longo do caminho da corrente esta será zero, desde que a corrente flui perpendicularmente a ela. Entretanto, a situação se modifica ao aplicarmos um campo magnético B perpendicular ao plano da amostra, o qual dá origem a uma voltagem transversal ao longo do caminho da corrente, V_H, agora diferente de zero. Uma observação direta é que, como ambas as voltagens são proporcionais à corrente I, uma conseqüência natural é a divisão destas voltagens por essa corrente, o que dá origem às resistências longitudinal (dissipativa), $R = V/I$ - válida mesmo com $B = 0$ - e transversal, $R_H = V_H/I$. Além disso, desde que diversos experimentos mostram que V_H é diretamente proporcional ao campo magnético B, o mesmo deve ocorrer com a resistência transversal, $R_H \propto B$. A esta dependência linear denominamos de efeito Hall ou Efeito Hall Clássico e, em conseqüência, a resistência e voltagem transversais associadas recebem o nome de resistência Hall, R_H, e voltagem Hall, V_H, respectivamente, em homenagem ao seu descobridor Edwin Hall (1879). A Fig. 3.4 descreve ilustrativamente a geometria do aparato experimental para a obtenção do efeito Hall, enquanto que a Fig. 3.5 descreve um gráfico relativo ao próprio efeito Hall, em que é mostrado uma aparente relação linear entre V_H e B, e daí, entre R_H e B.

A explicação do efeito Hall está na eletrodinâmica clássica. A presença do campo magnético B exerce uma força lateral (força de Lorentz) sobre os elétrons que se movimentam na direção da corrente. Assim, os elétrons são empurrados em direção a uma das bordas da amostra (dependendo da direção do campo magnético), dando origem a um acúmulo de cargas negativas sobre uma das bordas. Este acúmulo de cargas eventualmente se estabiliza na medida em que força de Lorentz se equilibra com a própria repulsão coulombiana advinda desse acúmulo de cargas em uma das bordas. Tal fato, assim, resulta no aparecimento de uma voltagem transversal ao longo do caminho da corrente. Obviamente, quanto maior for B tanto maior será a força lateral e tanto maior será V_H e R_H. Por sua vez, quanto menor for a densidade de elétrons tanto maior também

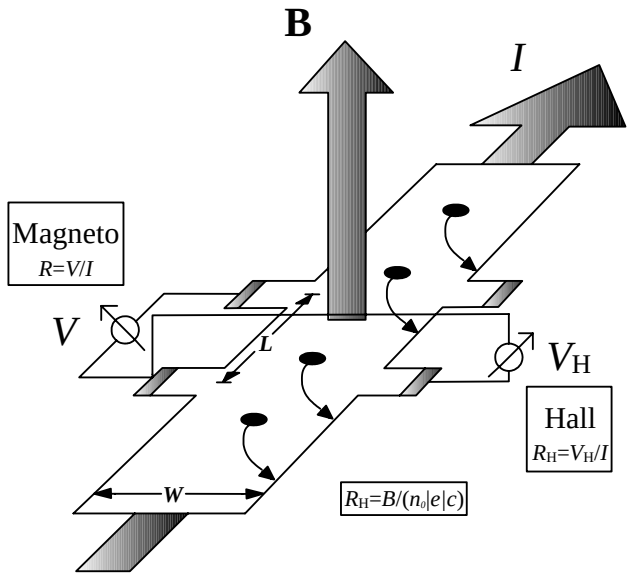

Figura 3.4: Geometria para medição da magneto-resistência, R, e da resistência Hall, R_H, como uma função da corrente I e do campo magnético B. V representa a voltagem longitudinal, que está caindo ao longo do comprimento L relativo ao caminho da corrente, e V_H representa a voltagem Hall, que está caindo ao longo da largura W perpendicular ao caminho da corrente. A densidade eletrônica é denotada como n e a carga do elétron como e. Os pontos pretos são os elétrons que são forçados em direção a um dos lados da barra seguindo a força de Lorentz do campo magnético.

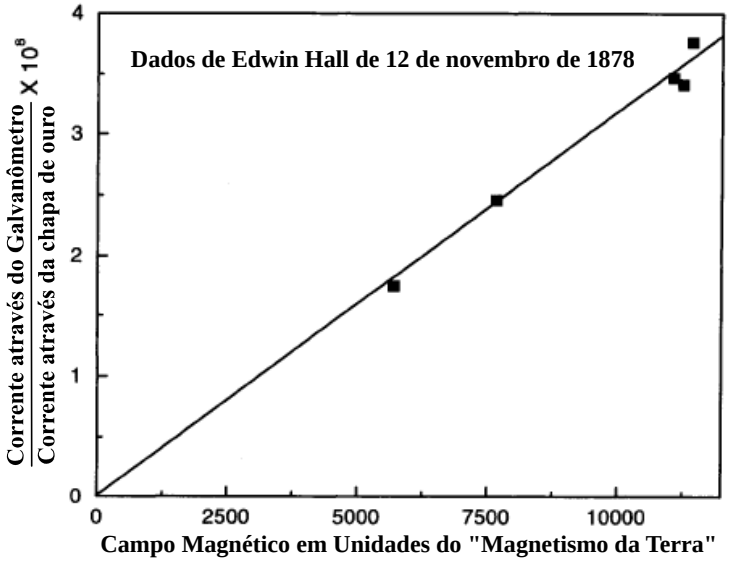

Figura 3.5: Dados de Edwin Hall de 1878 quando descritos de uma tabela em sua publicação. O eixo vertical é proporcional a voltagem Hall, V_H da Fig. 3.4 e o eixo horizontal é proporcional ao campo magnético da Fig. 3.4. Uma relação linear entre V_H e B, e daí, entre R_H e B é aparente. Desde os dias de Edwin Hall esta relação estritamente linear tem sido confirmada por diversos experimentos muito mais precisos.

será V_H e R_H. A justificativa para tal comportamento é antes simples: se menos elétrons participam da geração de uma mesma quantidade de corrente (que permanece constante), então isso significa que os mesmos elétrons devem viajar mais rápido. Como elétrons mais rápidos experimentam uma força de Lorentz mais forte, conseqüentemente um maior V_H deve ser gerado e, daí, um maior R_H.

Do modelo de Drude é fácil deduzir a expressão final para a resistência Hall, $R_H = B/(n_0 |e| c)$ (ver Fig. 3.5), onde n_0 é a densidade dos portadores de carga por unidade de área da amostra, que é igual a densidade dos portadores de carga por unidade de volume vezes a espessura da amostra, e é a carga elementar do elétron e c é a velocidade da luz no vácuo. Note que nenhum outro parâmetro eletrônico, tal como sua massa, nem quaisquer outros parâmetros materiais entram no cálculo - somente a densidade eletrônica. Mais notavelmente, R_H não depende da forma da amostra. De fato, mesmo um conjunto de buracos perfurados na amostra não alteraria o resultado. Uma folha de metal perfurada mostra a mesma resistência Hall que uma folha perfeita, contanto que todos os contatos elétricos permaneçam mutuamente conectados. Devido a sua independência de todos os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, o efeito Hall tem se tornado uma "ferramenta" padrão para a determinação tanto da natureza dos portadores de carga (se elétrons ou buracos), quanto da densidade dos mesmos nos sistemas eletrônicos. Em particular, a densidade de carga em amostras semicondutoras, que pode variar largamente dependendo da preparação, é medida via efeito Hall.

3.3 O efeito Hall em SE2D(Q1D)s

Em se tratando de mediadas de efeito Hall em SE2D(Q1D)s, estamos agora interessados em verificar a relação das resistências longitudinal R e Hall R_H com seus respectivos elementos do tensor resistividade $\widehat{\rho}$, a saber, ρ_{xx} e ρ_{xy}. Desta forma, considerando o SE2D(Q1D) com comprimento $L_x = L$ e largura $L_y = W$, então uma corrente $I_x = I$ que flui na direção x desenvolverá uma voltagem $V_x = V$ e $V_y = V_H$ ao longo dos comprimentos L e W, respectivamente (Fig. 3.4). Daí, podemos relacionar os elementos do tensor resistividade com os valores medidos da resistência por

$$\rho_{xx} = \frac{E_x}{j_x} = \frac{V_x/L_x}{I_x/L_y} = R\frac{L_y}{L_x} = R\frac{W}{L}, \tag{3.1}$$

$$\rho_{yx} = \frac{E_y}{j_x} = \frac{V_y/L_y}{I_x/L_y} = R_H \frac{L_y}{L_y} = R_H. \tag{3.2}$$

O fato da resistência Hall R_H ser exatamente igual a resistividade Hall ρ_{yx}, sem qualquer fator geométrico das dimensões físicas da amostra 2D sendo envolvido, e desde que, na prática, voltagens e correntes é que são medidas, ao invés de campos elétricos e densidades de correntes, implica que a resistência Hall em SE2D(Q1D)s tem um caráter completamente microscópico. Conforme veremos, este resultado traz importantes conseqüências na obtenção do EHQI.

Outras importantes expressões envolvem a relação entre os elementos dos tensores resistividade $\widehat{\rho}$ e condutividade $\widehat{\sigma}$. Desde que $\widehat{\rho} = (\widehat{\sigma})^{-1}$, então

$$\widehat{\rho} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\sigma_{yy}^2 + \sigma_{yx}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} \\ -\sigma_{yx} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

ou

$$\widehat{\sigma} = \frac{1}{\rho_{yy}^2 + \rho_{yx}^2} \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{yx} \\ -\rho_{yx} & \rho_{xx} \end{pmatrix}, \tag{3.4}$$

onde são usadas as relações $\rho_{yy} = \rho_{xx}$ e $\rho_{xy} = -\rho_{yx}$ para o SE2D(Q1D) sob campo magnético; expressões equivalentes ocorrem para a condutividade. Daí, é possível afirmar que se uma corrente I_x finita flui sem dissipação no SE2D(Q1D), que vem a ser um caso típico no chamado RHQI, então $\rho_{xx} = 0$, $\sigma_{xx} = \rho_{xx}/\left(\rho_{yy}^2 + \rho_{yx}^2\right) = 0$, e, conseqüentemente, $\rho_{yx} \neq 0$ e $\sigma_{yx} = -\rho_{yx}/\left(\rho_{xx}^2 + \rho_{yx}^2\right) = -1/\rho_{yx}$; neste caso, a descrição do efeito Hall em termos do uso da resistividade Hall ρ_{yx} (resistência Hall R_H) ou da condutividade Hall σ_{yx} (condutância Hall G_H) fica sendo uma questão de conveniência.

Por sua vez, apesar de haver discretização em níveis de Landau no plano xy, em sistemas 3D não há *gaps* de energia para os elétrons, uma vez que há um contínuo de energia na direção, ou seja, a cada um dos NLs se soma um contínuo devido ao movimento livre ao longo de eixo z (direção do campo magnético).

3.4 Obtendo o EHQI

Sob baixas temperaturas ($\sim 4\,\mathrm{K}$) e baixos campos magnéticos($\sim 10^{-1}\,\mathrm{T}$) os resultados obtidos em medidas de magneto transporte em SE2D(Q1D)s concordam perfeitamente com o efeito Hall clássico, no qual a resistência ou resistividade Hall é dada por

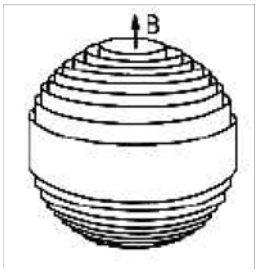

Figura 3.6: Sistema em 3D com a presença de um forte campo magnético na direção z. Os NLs podem aqui ser vistos como uma esfera de energia "fatiada" em cilindros concêntricos devido ao grau de liberdade na direção z.

$R_H = \rho_{yx} = B/\left(n_0 \left|e\right| c\right)$. Além do mais, a magneto-resistividade é zero, indicando que a resistividade longitudinal é independente do campo magnético. Entretanto, conforme se dá o aumento do campo magnético começam a surgir desvios desses resultados clássicos relativos a estas resistividades. Um primeiro desvio vem a ser as oscilações quânticas na resistividade longitudinal ρ_{xx} conhecidas como efeito Shubnikov De Haas [49–51], conforme mostrado na Fig. 3.7.

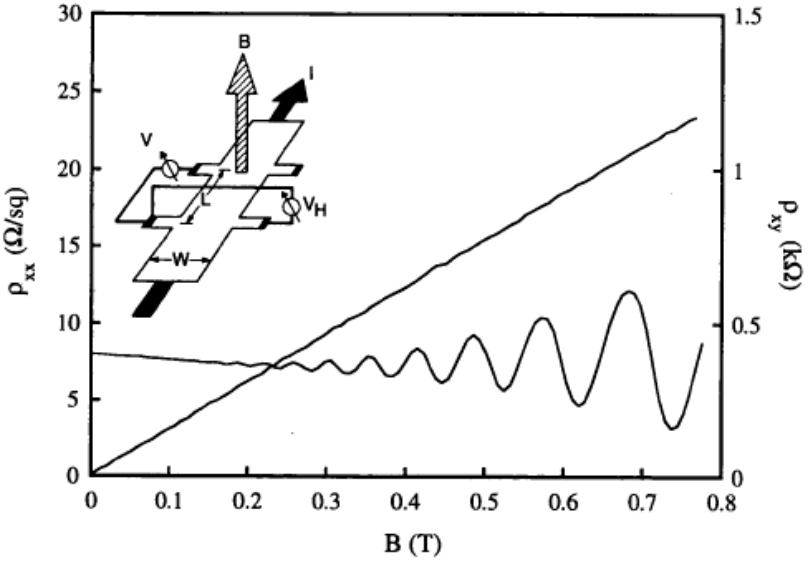

Figura 3.7: Os coeficientes de magneto-transporte ρ_{xx} e ρ_{xy} de um SE2D no GaAs/ $Al_xGa_{1-x}As$ na temperatura de 0.35 K num campo magnético moderadamente baixo. A figura em detalhe mostra a geometria da medida. O campo magnético é perpendicular ao plano do SE2D e a corrente I. As voltagens V e V_H são respectivamente medidas ao longo e transversalmente a I. $\rho_{xx} = (V/I)\,(W/L)$ é a resistividade dissipativa (independente da área da amostra), e $\rho_{xy} = V_H/I$, tomado como positivo, é a resistividade ou resistência Hall (independente da largura da amostra).

Por fim, para campos magnéticos ainda mais intensos teremos a esperada quantização

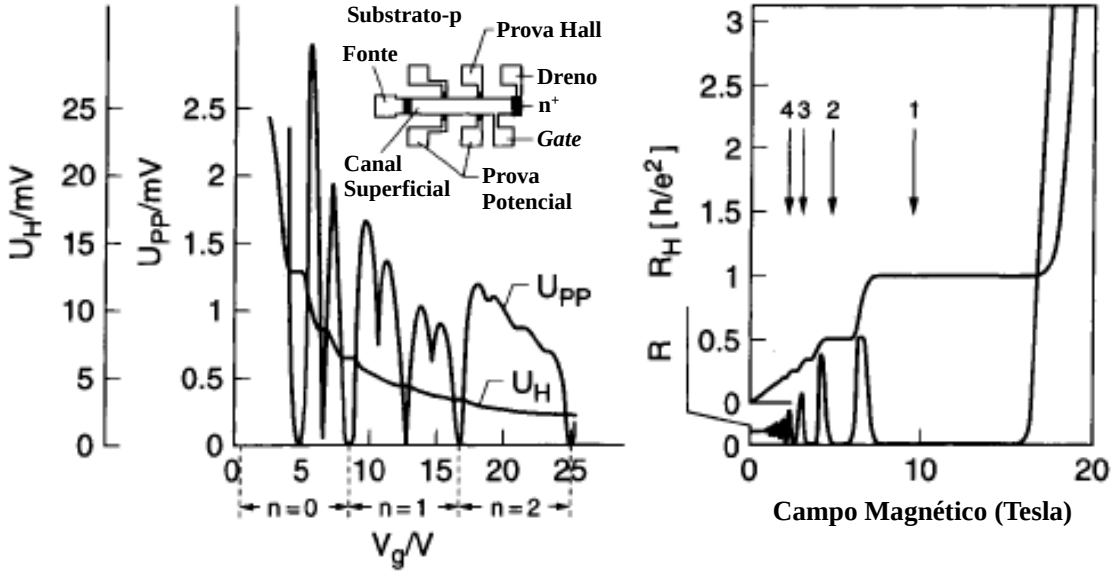

Figura 3.8: Painel esquerdo: dados originais da descoberta do EHQI por Klaus von Klitzing em 1980 no SE2D de um transistor *MOSFET* de silício. Ao invés de uma curva suave ele observou platôs na voltagem Hall (aqui, U_H) e encontrou, concomitantemente, um profundo mínimo na magneto-resistência (aqui, U_{pp}). O eixo horizontal representa a voltagem de gate (V_G) que varia a densidade dos portadores, n_0. Painel direito: mostra dados equivalentes tomados de um SE2D num $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. Desde que estes gráficos são descritos em função do campo magnético eles podem ser diretamente comparados aos dados de Edwin Hall da Fig. 3.5. Antes do que uma dependência linear da resistência Hall sobre o campo magnético da Fig. 3.7, estes dados mostram largos platôs em R_H e, em adição, profundos mínimos em R.

da resistividade Hall, ou seja, o EHQI. Sob estas condições, em experimentos de magneto-transporte, a combinação apropriada de uma densidade eletrônica variante com um campo magnético fixo (ou o inverso) faz com que, para certos intervalos dessa densidade eletrônica (ou do campo magnético), a resistividade Hall ρ_{yx} exiba uma série de platôs - intercalados por "saltos" - no valor do inverso de múltiplos inteiros de e^2/h, o que dá ao seu gráfico um aspecto de "sucessivos degraus"; aqui h é a constante de Planck $\hbar$ multiplicada por 2π. Adicionalmente, no mesmo intervalo da densidade eletrônica (ou do campo magnético) em que cada platô é precisamente quantizado em $\rho_{yx} = -1/\sigma_{yx} = h/(\nu e^2)$, $\nu = 1, 2, 3, \ldots$, a resistividade e condutividade longitudinais tendem a zero, $\rho_{yy} = \sigma_{yy} \to 0$. Quando a temperatura é reduzida ainda mais, as regiões dos platôs tornam-se mais e mais planas e precisas, e a resistência longitudinal aproxima-se mais ainda do zero, ficando evidente que em $T = 0\,\mathrm{K}$ a corrente deverá fluir sem qualquer dissipação; é este preciso regime do EHQI que nós denominamos de RHQI. A Fig. 3.8 mostra dois resultados do EHQI, tanto para

uma densidade eletrônica variante (campo magnético constante) num *Si-MOSFET* quanto para um campo magnético variante (densidade eletrônica constante) em heteroestruturas de GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$.

Apesar dos zeros na resistência longitudinal na região dos platôs, o sistema não pode ser caracterizado como um supercondutor, pois simultaneamente a condutividade também vai zero nessas regiões, ou seja, estes zeros são portanto uma conseqüência do tratamento tensorial em 2D e podem ser explicados fisicamente pela ausência de possibilidade de espalhamento. Os zeros correspondem exatamente às regiões de campo magnético onde se observam os platôs - portanto, às regiões de estados localizados. Nessa região, todos os estados estendidos da última banda que foi preenchida estão ocupados e não há estados estendidos disponíveis para onde um elétron possa ser espalhado (a baixas temperaturas não há energia térmica suficiente para que o elétron seja espalhado para um estado estendido do próximo nível de Landau vazio).

3.5 Abordagem teórica do EHQI

Uma explicação simplificada apenas em termos de *bulk* do sistema e partícula única (elétron independente) pode esclarecer os resultados do EHQI: num campo magnético suficientemente intenso os níveis de energia de um elétron num SE2D(Q1D) colapsam, como um resultado da quantização de suas órbitas ciclotrônicas, num conjunto discreto de níveis de energia, denominados de níveis de Landau (NLs)[1], $E_n = (n + 1/2)\,\hbar\omega_c$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, onde $\omega_c = |e|\,B/(m^*c)$ é a frequência ciclotrônica. Os elétrons podem se estabelecer somente nestas energias, mas não nos grandes *gaps* entre elas, sendo a existência dos mesmos crucial para a ocorrência do EHQI[2]. Cada NL pode acomodar um grande número de elétrons, todos com a mesma energia. Isto se deve ao fato de ser possível posicionar o centro de cada órbita em muitos diferentes lugares no plano bidimensional. Assim, esta chamada degenerescência dos NLs, dada por $n_B = |e|\,B/(hc)$, é uma função

[1] Não há perda de generalidade pelo fato de desprezarmos o efeito do *spin*.

[2] Observe aqui que o SE2D difere decisivamente dos elétrons em três dimensões. Conforme já comentado, o movimento na terceira dimensão, ao longo do campo magnético, pode adicionar qualquer quantidade de energia para a energia dos NLs. Portanto, em três dimensões os *gaps* de energia são preenchidos e, daí, eliminados, evitando o EHQI de ocorrer (Ver Fig. 3.6).

crescente do campo magnético, uma vez que o raio ℓ_0 $\left(\propto B^{-1/2}\right)$ de cada órbita é reduzido com o seu aumento. Assim, para uma dada densidade eletrônica n_0 e para um dado campo magnético B o número de NLs preenchidos é dado por

$$\nu = n_0/n_B = n_0 hc/\left(|e|\, B\right), \tag{3.5}$$

o chamado fator de preenchimento dos NLs. Dessa forma, substituindo o valor de n_0, em termos de ν, na expressão da resistência Hall nos dá

$$R_H = \rho_{yx} = B/\left(n_0\, |e|\, c\right) = h/\left(e^2\nu\right). \tag{3.6}$$

De fato, em todos os experimentos, tanto no *Si-MOSFET* como em heteroestruturas de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, o que variamos é este fator, uma vez que ele depende de ambas as quantidades, n_0 e B, variadas nos respectivos tipos de amostras. Portanto, para alguns valores especiais de n_0 (ou B) ν deve ser um inteiro i, resultando em um número inteiro de NLs completamente preenchidos e, conseqüentemente, na quantização inteira da resistência Hall e, correspondentemente, na queda momentânea da resistência longitudinal R. Entretanto, de acordo com tal desenvolvimento R_H teria seus valores quantizados somente em posições muito precisas da densidade eletrônica n_0 (ou do campo magnético B), para o qual $\nu = i$. Isto seria uma base de apoio extremamente fraca, desde que a precisão para o qual R_H assume um dos valores quantizados dependeria da precisão para o qual pode-se determinar n_0 (ou B). Na realidade, no EHQI a resistência Hall R_H assume valores quantizados sobre extensas regiões de n_0 (ou B) em torno de $n_0 = in_B$ (ou $B = hcn_0/\left(|e|\, i\right)$).

Conforme visto acima, embora o resultado da Eq. (3.6) seja desejado, ele não explica a formação dos platôs em R_H e nem os extensos mínimos em R. Tal dificuldade pode ser contornada se levarmos em conta duas características [49–51] inerente a todos os SE2D(Q1D)s (degenerados), o alargamento dos NLs e a localização eletrônica. A despeito do extremo cuidado com o qual um dado SE2D(Q1D) seja preparado, sempre permanece algum grau de desordem, devido a existência de vibrações térmicas (temperatura finita), defeitos e impurezas residuais ao longo da interface em que é formado o SE2D(Q1D), capaz de introduzir através de seus potenciais variações na energia em torno de cada nítido NL, e forçando os mesmos a se alargarem em bandas de energia. Entretanto, apesar das extensas regiões situadas entre os NLs originais (sem alargamento) passarem a ser de estados de energia permitidos, eles não podem transportar corrente, uma vez que os

mesmos são originados exclusivamente pelos potenciais de desordem e, portanto, qualquer elétron que aí esteja estará capturado e isolado (localizado) por este potencial; por esse motivo tais regiões são chamadas de regiões de estados localizados.ou *gaps* de mobilidade. Por outro lado, as regiões centradas em torno dos NLs originais, que são associadas a estados capazes de transportar corrente, são chamadas de regiões de estados estendidos ou delocalizados (Fig. 3.9).

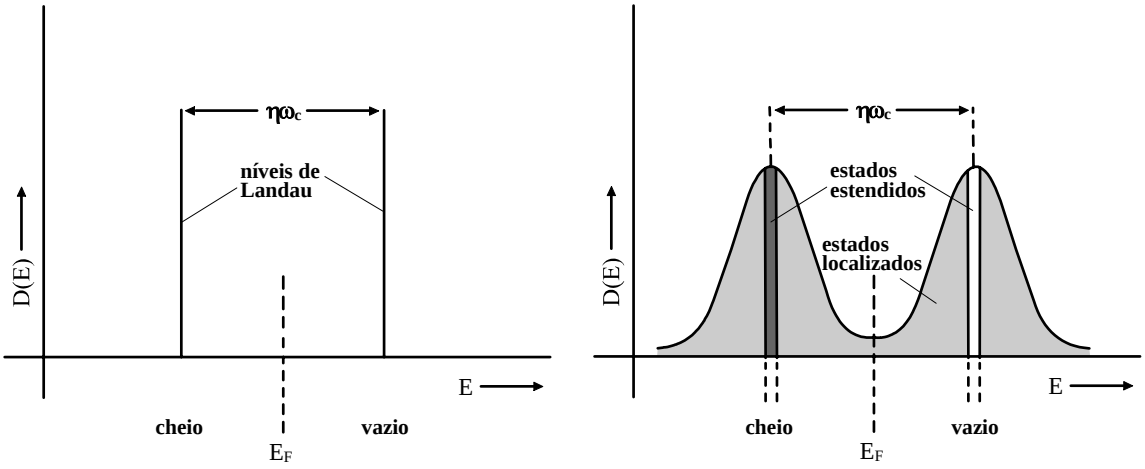

Figura 3.9: Densidade de estados $D(E)$ como função da energia. (esquerda) NLs de um SE2D submetido a um forte campo magnético B perpendicular ao plano de cargas. É clara a quantização da energia em $(n+1/2)\hbar\omega_c$, onde cada valor de n $(0,1,2,\ldots)$ corresponde a um dado NL. (direita) Os correspondentes NLs são alargados devido a efeitos de desordem, sendo que, enquanto os estados centrados em torno dos NLs originais podem transportar correntes (estados estendidos ou delocalizados), os estados situados nas bordas dos mesmos são proibidos de transportar corrente (estados localizados). Quando o NF (ou, equivalentemente, energia de Fermi (E_F)) varia relativamente em relação aos estados localizados e estendidos temos a formação em "degraus" na resistência Hall $R_H = \rho_{yx}$, característica do EHQI.

Assim, se considerarmos uma densidade eletrônica n_0 (ou campo magnético B) ou, equivalentemente, o fator de preenchimento ν tal que o NF esteja numa das regiões de estados localizados, então um número inteiro de estados estendidos (equivalente ao número de NLs originais) abaixo do NF estarão completamente preenchidos. Entretanto, uma vez que somente os estados estendidos transportam corrente, qualquer deslocamento relativo do NF com relação aos estados localizados não alterará a corrente I nem a voltagem Hall V_H e, conseqüentemente, a resistência Hall se torna $R_H = \rho_{yx} = h/(e^2 i)$, onde $\nu = i$ corresponde ao número de estados estendidos totalmente preenchidos, se mantendo constante durante toda a passagem do NF pelo estado localizado em questão, e formando,

portanto, os platôs quantizados observados na resistência Hall R_H. Paralelamente a este fato, embora todos os estados abaixo do NF estejam completamente preenchidos e os acima completamente vazios, a energia térmica não é suficiente para excitar um elétron para o estado estendido do seguinte NL mais elevado, $k_BT \ll \hbar\omega_c$, onde k_B é a constante de Boltzmann. Em adição, como não há estados vazios com menor energia, os elétrons não podem ser espalhados. Isto implica em resistência zero e, desta forma, a corrente flui sem dissipação, justificando a existência de um extenso mínimo na resistência longitudinal R paralelamente a existência do platô em R_H. Conforme já dito, a coexistência do platô em R_H e o extenso mínimo em R nós chamamos de RHQI.

Por outro lado, quando a densidade eletrônica n_0 (ou do campo magnético B) é tal que o NF se encontra na região de estados estendidos, os elétrons aí presentes participarão da corrente e, enquanto houver estados estendidos para serem ocupados, haverá a possibilidade dos elétrons serem espalhados para estes. Assim, deve haver uma resistência na direção da corrente, o que faz com que a resistência Hall R_H aumente. Por sua vez, ao passo que tais estados estendidos forem sendo ocupados haverá menos estados para os elétrons serem espalhados e, conseqüentemente, a resistência R será gradualmente reduzida. Quando o NF estiver novamente na região dos estados localizados teremos novamente o surgimento de um platô na resistência Hall R_H, juntamente com a corrente fluindo sem dissipação.

Em linhas gerais, observamos que a variação da densidade eletrônica n_0 (ou do campo magnético B) causa um deslocamento do NF relativo a tais estados localizado-estendido-localizado para cada NL, correspondendo, assim, a uma transição entre os estados RHQI-metal-RHQI, o que equivale na resistência Hall R_H à passagem por dois platôs separados por um salto quantizado e na resistência longitudinal R à passagem por duas regiões sem dissipação separadas por uma espécie de "pico". Hoje em dia tais transições já são vistas como bem estabelecidas, servindo como o "ingrediente" fundamental para a explicação do EHQI e justificando o mesmo como um fenômeno independente das fronteiras e da forma da região onde o SE2D(Q1D) é formado, ou seja, justificando o mesmo como um fenômeno de *bulk* e de partícula única (elétron independente).

Como já afirmado, a alta precisão da quantização não depende da forma e tamanho da amostra, nem do cuidado particular tomado para definir suas regiões de contato. Numa "artimanha" da natureza, a existência e precisão dos platôs do EHQI exige a existência de desordem na amostra. Sem tais "sujeiras" não há EHQI, ao invés disso teríamos a

linha reta de Edwin Hall. Apesar desse fato, numa engenhosa experiência de pensamento, Laughlin [50] foi capaz de deduzir a existência e precisão do EHQI sugerindo que o mesmo fosse devido a princípios fundamentais, a saber, a invariância de calibre (*gauge*) e a existência de *gaps* de mobilidade. Neste tratamento o valor de $R_H = h/\left(e^2 i\right) = (h/e)/(ei)$ emerge como uma razão do fluxo quântico magnético[3] $\phi_o = h/e$ e da carga eletrônica e, junto com o número de NLs ocupados i.

3.6 Os efeitos de borda no RHQI

Conforme comentado anteriormente, é fato aceito que se no *bulk* o NF está na região de estados localizados, tais estados não podem transportar corrente. Entretanto, conforme mostrado nas Refs. [52–58], quando levamos em conta no modelo as bordas do SE2D(Q1D), que são descritas pelo seu correspondente potencial de confinamento lateral, as energias dos NLs devem aumentar conforme se aproximam dessas bordas e, conseqüentemente, se interceptam com o NF (Fig. 3.10). Essas interseções formam verdadeiros canais unidimensionais que, por sua vez, devem governar as propriedades de transporte quando o RHQI se mantém, ou seja, quando o NF está num estado localizado no *bulk*.

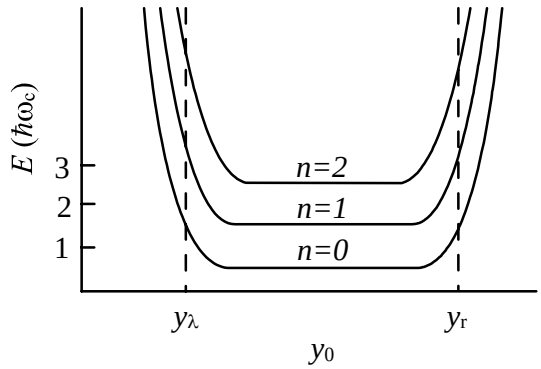

Figura 3.10: Encurvamento dos NLs quando os mesmos se aproximam das barreiras esquerda (y_ℓ) e direita (y_r) do potencial de confinamento lateral infinito (não ilustrado). Por sua vez, os valores $y_0 \leq y_\ell$ e $y_0 \geq y_r$ definem as respectivas regiões de borda esquerda e direita do SE2D(Q1D).

Classicamente estes estados de borda correspondem às órbitas saltitantes (*skipping*

[3] O próprio campo magnético não é quantizado. Este é diferente da carga, que usualmente vem como e. Contudo, para os propósitos de leitura, que trata com campos magnéticos na presença de elétrons, pode-se pensar nele como sendo quantizado.

orbits) e eles são os únicos estados estendidos no NF. No regime linear (voltagens aplicadas muito menores do que a separação dos NLs), por exemplo, estes são os únicos estados relevantes para a determinação das propriedades de transporte. Uma corrente conjunta flui através da amostra se os estados de borda são ocupados em diferentes níveis de energia, com os elétrons nas bordas opostas movendo-se em direções opostas.

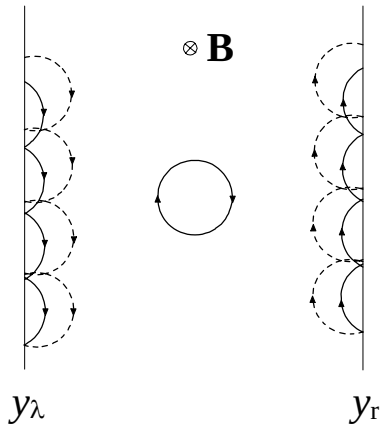

Figura 3.11: O círculo fechado representa o movimento ciclotrônico clássico dos elétrons de *bulk*. Os círculos abertos representam a trajetória clássica dos elétrons saltitantes se movendo ao longo das bordas da amostra num campo magnético normal **B**, desde que os estados de borda estejam em diferentes níveis de energia.

Como interessante exemplo de aplicação dessas teorias de borda, podemos citar a quebra (*breakdown*) do EHQI, em que a dissipação (proporcional à condutividade longitudinal) aumenta bruscamente por um fator excedente a 10^4 devido a uma mudança na corrente por menos do que 1% [37, 59, 60]. Vale lembrar, entretanto, que todos esses resultados são obtidos dentro de uma imagem de partícula única.

3.7 A separação de fases dos estados de borda no RHQI

Posteriormente, efeitos da interação elétron-elétron associados a tais estados de borda foram verificados como sendo fundamentais nos estudos envolvendo tanto efeitos do tipo partícula [36, 61–64] como efeitos do tipo coletivo. [5, 10–37] Um importante resultado, que deve ser considerado ao se tratar ambos os efeitos acima, estabeleceu que um possível "achata-

mento" dos estados de borda associados ao mais alto NL ocupado na vizinhança do NF[4] (Ref. [61]) pode ser evitado se o potencial de confinamento lateral "nu" for suficientemente íngreme [62–64]; em adição, a formação de alternadas fases incompressíveis (faixa dipolar [61–64]) e compressíveis nas bordas do SE2D(Q1D) não pode ocorrer [63]. Ao que segue, nesta tese estaremos assumindo que não temos tal achatamento [61] ou que os NLs têm inclinações finitas no NF.

[4]Tal "achatamento" dos NLs e do próprio potencial de confinamento lateral (não "nu") se deve à dependência das propriedades da blindagem do SE2D sobre o fator de preenchimento ν.

Capítulo 4

Equações dos Modos MPBs em um SEQ1D no RHQI - Modos com Simetria Espacial Localizada

Neste capítulo apresentaremos o desenvolvimento teórico para obtenção das equações que descrevem a dispersão da freqüência e a estrutura espacial dos MPBs num SEQ1D no RHQI, com $\nu = 1(2)$, no mais baixo NL, $n = 0$, em temperaturas não muito baixas, $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{ge}/2\ell_0$, que é baseado numa combinação da densidade de corrente linearizada, Poisson e continuidade, conforme desenvolvido originalmente nas Refs. [35,36] para o SE2D.

4.1 Modelo de um SEQ1D sob Forte Campo Magnético Transversal

Seja um sistema eletrônico estritamente bidimensional confinado a um estreito canal eletrônico de largura efetiva W e comprimento $L_x = L$ no plano-(x, y), sujeito a um forte campo magnético $B = B_z$ capaz de manter o RHQI, de tal forma que se possa ajustar o fator de preenchimento para $\nu = 1(2)$, quando somente o mais baixo NL, $n = 0$, é ocupado. Neste caso, é assumido ainda que em $\nu = 1$ o desdobramento de *spin*, causado por efeitos de muitos corpos, é forte o bastante para desprezar a contribuição do NL com *spin* para baixo, enquanto que em $\nu = 2$ o próprio desdobramento de *spin* é desprezado. Além disso, por se tratar de um canal eletrônico 2D estreito, a tal ponto do mesmo poder ser

denominado de SEQ1D, ou FQ, o potencial de confinamento ao longo de y, na ausência de efeitos de troca e correlação, pode ser bem aproximado pelo potencial parabólico $V_y = m^*\Omega^2 y^2/2$, onde m^* é a massa efetiva e Ω a freqüência do confinamento; inclusive, podemos fazer a suposição de que V_y aproxima-se bem do potencial de confinamento lateral "vestido" com a interação elétron-elétron recebido na aproximação Hartree (AH). Assim, no *gauge* de Landau, onde o potencial vetor é dado por $\mathbf{A} = -By\widehat{\mathbf{x}}$, o Hamiltoniano de partícula única é dado por

$$\widehat{h}^0 = [(\widehat{p}_x + eBy/c)^2 + \widehat{p}_y^2]/2m^* + V_y, \tag{4.1}$$

onde $\hat{p}$ é o operador momento. Em adição, nós assumimos que o potencial de confinamento lateral é suave sobre a escala do comprimeto magnético $\ell_0 = (\hbar/m^*\omega_c)^{1/2}$, onde $\omega_c = |e|\, B/m^*c$ é a freqüência ciclotrônica, e a condição $\Omega \ll \omega_c$ é satisfeita; e e c são respectivamente a carga eletrônica e a rapidez da luz. Desta forma, os autovalores e as autofunções para um tal modelo de Hamiltoniano são bem aproximados, respectivamente, por

$$\epsilon_{n,k_x} = \hbar\omega_c\,(n + 1/2) + \left(\frac{\Omega}{\omega_c}\right)^2 \frac{\hbar k_x^2}{2m^*} \tag{4.2}$$

e

$$\psi_{nk_x}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r}|nk_x\rangle = \exp(ik_x x)\,\Psi_n\,(y - y_0\,(k_x))\,/\sqrt{L}. \tag{4.3}$$

Aqui, $\Psi_n\,(y)$ é uma função do oscilador harmônico, $y_0\,(k_x) = \ell_0^2 k_x$ o seu centro e n o correspondente NL ocupado; $\mathbf{r} = \{x, y\}$. Assim, a borda direita(esquerda) pode ser definida como $y_{Fn}^{(e)} = y_{Fn}(k_{Fn}^{(e)}) = \ell_0^2 k_{Fn}^{(e)}$, onde $e = r(l)$ representa a borda direita(esquerda), o que por sua vez conduz à velocidade de grupo dos correspondentes estados de borda direita(esquerda), referente ao nível de Fermi (NF) do n-ésimo NL, como $v_{gn}^{(e)} = \partial\epsilon_n(k_x)/\hbar\partial k_x|_{k_x = k_{Fn}^{(e)}}$. Portanto,

$$v_{gn}^{(e)} = \frac{\hbar\Omega^2}{m^*\omega_c^2} k_{Fn}^{(e)} = (-1)^{\delta_{le}}(\frac{\Omega}{\omega_c})\sqrt{\frac{2\Delta_{Fn}}{m^*}}, \tag{4.4}$$

onde δ_{le} é o delta de Kronecker, $k_{Fn}^{(e)} = (-1)^{\delta le}(\frac{\omega_c}{\hbar\Omega})\sqrt{2m^*\Delta F_n}$ o número de onda de borda característico e $\Delta_{Fn} = \epsilon_F - \hbar\omega_c\,(n + 1/2)$, sendo $\epsilon_F = \epsilon_{n,k_F^{(e)}}$ a energia de Fermi. Destas relações se obtêm $y_{Fn}^{(l)} = -y_{Fn}^{(r)}$ e a largura do canal, $W = 2\left|y_{F0}^{(e)}\right|$.

4.2 Grandezas Pertinentes ao Formalismo Empregado

Uma vez apresentado acima o quadro de partícula única que descreve o canal eletrônico 2D estreito (SEQ1D), vamos agora apresentar outras grandezas pertinentes ao formalismo empregado para a dedução das equações dos MPBs, que permitem descrever o mesmo para SEQ1Ds, em temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$, seguindo um tratamento microscópico análogo a da Ref. [35]. Tais "ingredientes" são: o perfil da densidade eletrônica não perturbada, a densidade de corrente linearizada, e as condutividades Hall, no RHQI, e longitudinal.

4.2.1 O perfil da densidade eletrônica e suas conseqüências

De forma análoga ao que ocorre com o SE2D, o comportamento da densidade eletrônica não-perturbada $g_n(y)$ transversal à borda também é determinante para as propriedades de borda do SEQ1D, devendo uma apropriada escolha para seu perfil de densidade trazer importantes conseqüências no estudo dos MPBs. Além disso, em vista que estamos considerando MPBs no RHQI, seria de grande importância que tal $g_n(y)$ levasse em conta o efeito quântico da estrutura do NL. Dessa forma, seguindo a "linha" da Ref. [35], foi proposto um $g_n(y)$ normalizado pelo valor de *bulk* g, $\tilde{g}_n(y) = g_n(y)/g$, com um perfil próximo às bordas com comportamento similar ao da função distribuição de Fermi-Dirac, $f_n^{(e)}(y) = 1/\{1+\exp[(\epsilon_n(y)-\epsilon_F)/k_BT]\}$, onde $f_0\left(y_{F0}^{(e)}\right) = 1/2$.

Assim, considerando uma pequena variação $\bar{y}_n^{(e)}$ em torno da n-ésima borda direita(esquerda), $y_{Fn}^{(r)}(y_{Fn}^{(l)})$, tal que $\bar{y}_n^{(e)} = y - y_{Fn}^{(e)}$, é possível obter a aproximação $\exp[(\epsilon_n(y)-\epsilon_F)/k_BT] \simeq \exp\left(\bar{y}_n/\ell_{Tn}^{(e)}\right)$, onde $\ell_{Tn}^{(e)} \equiv \ell_0^2 k_BT/\hbar v_{gn}^{(e)} \gg \ell_0/2$ define a escala característica associada à borda em questão, desde que a condição $\ell_0^2 k_{Fn}^{(r)} \gg \ell_{Tn}^{(r)} \gg \ell_0/2$ seja satisfeita (Apêndice A). Dessa forma, após uma pequena manipulação, para a região próxima a cada borda pode-se escrever $f_n(y) \simeq f_n^{(e)}(\bar{y}_n^{(e)}) \simeq 1/\left[1+\exp\left(\bar{y}_n^{(e)}/\ell_{Tn}^{(e)}\right)\right]$, ou, de uma forma mais apropriada, $f_n^{(e)}(Y_n^{(e)}) = 1/[1+\exp(Y_n^{(e)})]$, onde $Y_n^{(e)} = \bar{y}_n^{(e)}/\ell_{Tn}^{(e)}$; aqui, $\ell_{Tn}^{(l)} = -\ell_{Tn}^{(r)}$. Adicionalmente, desde que $\hbar\omega_c \gg k_BT$, podemos obter a relação $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$, a qual define o intervalo de temperaturas não-muito-baixas.

Por sua vez, desde que pretendemos investigar os MPBs no RHQI, para o caso particular $\nu = 1(2)$ do mais baixo NL, $n = 0$, vale a pena simplificarmos as notações envolvidas. Desta forma, os expoentes ou índices 0 nos valores pertinentes ao NL $n = 0$ serão omitidos, ou seja, $\ell_{T0}^{(e)} = \ell_T^{(e)}$, $v_{g0}^{(e)} \equiv v_g^{(e)}$, $\Delta_{F0} \equiv \Delta_F$, $k_{F0}^{(e)} \equiv k_F^{(e)}$, $Y_0^{(e)} \equiv Y_e$ *etc.*

Assim, neste caso particular do RHQI, o perfil completo de $\tilde{g}\,(y)$ é bem aproximado por

$$\tilde{g}\,(y) = f^{(r)}\,(Y_r) + f^{(l)}\,(Y_l) - 1, \tag{4.5}$$

onde $Y_l = -(W_r + Y_r)$, com $W_r = W/\ell_T^{(r)}$.

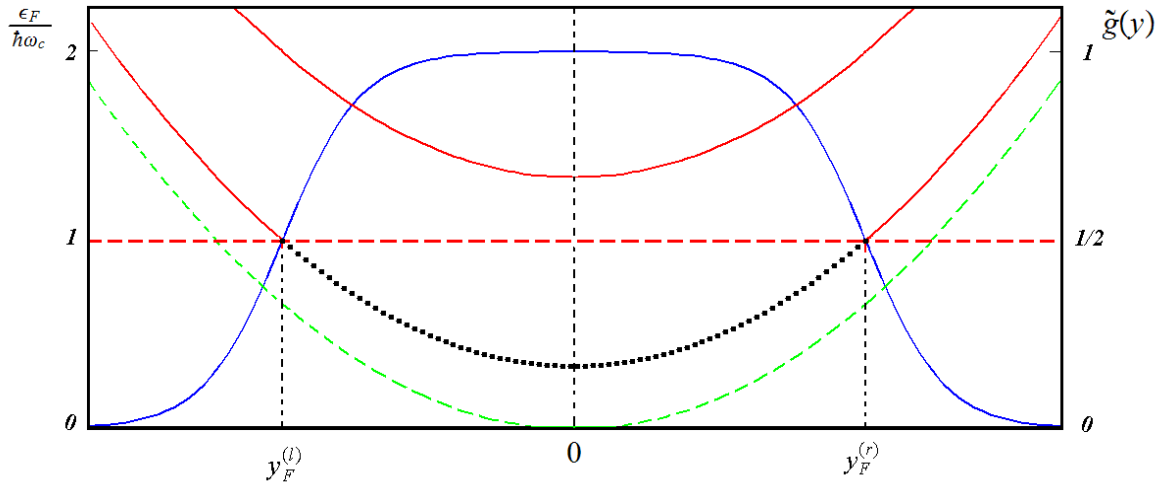

Figura 4.1: Configuração energética (escala à esquerda) e do perfil da densidade eletrônica não-perturbada, $\tilde{g}\,(y)$, (escala à direita) do SEQ1D no RHQI para o caso $\nu = 2$ $(n = 0)$ degenerado por *spin*: A curva tracejada verde corresponde ao potencial de confinamento lateral $V_y = m^*\Omega^2 y^2/2$ (sem escala). As curvas sólidas vermelhas representam os NLs, encurvados devido ao efeito de V_y; os pontos pretos indicam, de forma ilustrativa, o preenchimento do mais baixo NL $(n = 0)$ por elétrons até o NF (linha tracejada vermelha). Por fim, a curva sólida azul representa $\tilde{g}\,(y)$. $y_F^{(r)}$ e $y_F^{(l)}$ se referem, respectivamente, às bordas direita e esquerda do SEQ1D. Adicionalmente, é fácil perceber que $Y_r > 0$ $(Y_l < 0)$ para $y > y_F^{(r)}$ $(y < y_F^{(l)})$.

A seguir, uma configuração energética do SEQ1D no RHQI para o caso $\nu = 2$ $(n = 0)$ degenerado por *spin* é ilustrada na Fig. (4.1). Quatro curvas se destacam: o potencial de confinamento V_y (curva tracejada preta), os dois primeiros NLs degenerados por *spin* (curvas sólidas vermelhas), em que somente o mais baixo está ocupado (pontos pretos), o nível de Fermi (linha sólida horizontal) e o perfil de densidade normalizado $\tilde{g}(y)$. As bordas direita, $y_F^{(r)}$, e esquerda, $y_F^{(l)}$, relativos ao caso $n = 0$, estão relacionadas à interseção do mais baixo NL com o NF. Adicionalmente, é fácil perceber que $Y_r > 0 (Y_l < 0)$ para $y > y_F^{(r)} (y < y_F^{(l)})$.

A Figura acima ilustra tanto a configuração energética (escala à esquerda) quanto o perfil da densidade eletrônica (escala à direita) não-perturbada, $\tilde{g}\,(y)$, do SEQ1D no

RHQI para o caso $\nu = 2$ ($n = 0$) degenerado por *spin*. O potencial de confinamento lateral $V_y = m^*\Omega^2 y^2/2$ (sem escala) também é ilustrado.

4.2.2 Densidade de corrente

Nas equações da condutividade de corrente a componente x *"ganha"* um termo adicional denominado de corrente de advecção, em lembrança às correntes térmicas de advecção. Desde que o MPB é obtido a partir de uma apropriada perturbação (com uma dada freqüência $\omega \ll \omega_c$ e comprimento de onda $\lambda = 2\pi/q_x \gg \ell_0 \lesssim 10^{-6}$ cm) na densidade de carga, cuja onda pode ser descrita por $\rho(q_x, y; \omega)$, e desde que para temperaturas não-muito-baixas a escala característica ao longo de y é tipicamente $\left|\ell_T^{(e)}\right| \gg \ell_0/2$, é de se esperar que os campos elétricos gerados autoconsistentemente por $\rho(q_x, y; \omega)$ sejam também suaves sobre a escala ℓ_0 em ambas as direções. Assim, dentro da aproximação quase-estática e no regime de resposta linear a densidade de corrente pode ser escrita como [?, 32]

$$j_y(q_x, y; \omega) = \sigma_{yy}(y) E_y(q_x, y; \omega) + \sigma_{yx}(y) E_x(q_x, y; \omega) \tag{4.6}$$

$$j_x(q_x, y; \omega) = \sigma_{xx}(y) E_x(q_x, y; \omega) - \sigma_{yx}(y) E_y(q_x, y; \omega) + \sum_{e=r,l} v_{ge}\rho_e(q_x, y; \omega), \tag{4.7}$$

onde o termo $v_g^{(e)}\rho_e(q_x, y; \omega)$ representa uma contribuição de advecção causada por uma distorção da carga $\rho_e(q_x, y; \omega)$ localizada próxima à borda e do SEQ1D, onde $e = r(l)$ representa a contribuição da borda direita(esquerda). Por sua vez, $\sigma_{\mu\gamma}(y)$ é o componente do tensor de condutividade, enquanto $E_x(q_x, y; \omega) = -iq_x\phi(q_x, y; \omega)$ e $E_y(q_x, y; \omega) = -\partial\phi(q_x, y; \omega)/\partial y$ são os componentes do campo elétrico autoconsistente. Quanto ao potencial ϕ, este pode ser obtido da equação de Poisson como

$$\phi(q_x, y; \omega) = \frac{2}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\infty} dy' K_{0\beta}(d; q_x, |y - y'|)\rho_e(q_x, y'; \omega), \tag{4.8}$$

onde $K_{0\beta}(d; q_x, |y-y'|) = K_0(|q_x||y-y'|)+\beta K_0(|q_x|\sqrt{(y-y')^2 + \left(2d/\ell_T^{(r)}\right)^2})$, sendo $K_0(x)$ a função de Bessel modificada, e $\beta = 0$ ou $\beta = -1$ $((\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 1))$ os valores correspondentes a uma amostra com constante dielétrica de fundo homogênea ε ou com *gate*(ar) a uma distância d do SEQ1D, respectivamente (Apêndice B). Por definição, se por outro lado não for declarado, nós consideramos o SEQ1D em amostras "homogêneas", ou seja, sem *gate*(ar); observe que assim como ρ, ϕ também pertence ao plano 2D.

Neste ponto é útil, então, descrever as pertinentes condutividades.

4.2.3 Condutividade Hall no RHQI

A condutividade Hall (na ausência de qualquer espalhamento) pode ser obtida do cálculo da densidade de corrente na direção x como $j_x(y) = \sigma_{yx}(y) E_y(y)$. Daí, seguindo os passos das Refs. [32, 37], a condutividade Hall para o caso específico em que RHQI é mantido, $\sigma_{yx}(y) = \sigma_{yx}^H(y)$, é dada por

$$\sigma_{yx}^H(y) = \frac{\alpha e^2}{2\pi\hbar} \sum_{n=0}^{\bar{n}} \int_{-\infty}^{\infty} dy_n \tilde{g}_n(y_n) \Psi_n^2(y - y_n), \tag{4.9}$$

onde $\Psi_n(y)$ é a função do oscilador harmônico e $\bar{n}$ é o maior NL ocupado, sendo $\alpha = 1$ para o caso em que o NL é não-degenerado por *spin* ($\nu = 1$), ou $\alpha = 2$ para o caso em que todos os NLs são por *spin* degenerados. Assim, para $n = 0$ ($\nu = 1(2)$), temos

$$\sigma_{yx}^H(y) = \frac{\nu e^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \tilde{g}(y\prime) \Psi^2(y - y\prime). \tag{4.10}$$

Levando em conta que em nosso regime de temperatura $\ell_T^{(r)} \gg \ell_0/2$, e do fato de que a escala típica de $\tilde{g}(y') \sim \ell_T^{(r)}$ e $\Psi(y - y') \sim \ell_0 \ll \ell_T^{(r)}$, e considerando que as funções de onda $\Psi(y - y')$ são normalizadas, a integral da Eq. (4.10) pode ser aproximada por $\tilde{g}(y)$. Assim, da Eq. (4.5) podemos reescrever a Eq. (4.10) como

$$\sigma_{yx}^H(y) \approx \nu \widetilde{\sigma}_{yx}^H [f^{(r)}(y) + f^{(l)}(y) - 1], \tag{4.11}$$

onde $\widetilde{\sigma}_{yx}^H \equiv (e^2/2\pi\hbar)$. Deve ainda ser observado que a equação acima também demonstra a rápida variação de $\sigma_{yx}^H(y)$ na escala $\ell_T^{(r)}$ conforme nos aproximamos das bordas. Além disso $\sigma_{xy}^H(y) = -\sigma_{yx}^H(y)$, conforme já considerado nas Eqs. (4.6) e (4.7) para um caso mais geral.

Adicionalmente, a derivada de $\sigma_{yx}^H(y)$ também deve ser levada em consideração. Daí,

$$\frac{d\sigma_{yx}^H(y)}{dy} = -\nu \widetilde{\sigma}_{yx}^H \left[R^{(r)}(y) + R^{(l)}(y) \right], \tag{4.12}$$

onde $R_n^{(e)}(y) \equiv -df_n^{(e)}(y)/dy$, ou seja, $R_n^{(e)}(y) = R_n^{(e)}(\bar{y}_n^{(e)}) = \left[4\ell_{Tn}^{(e)} \cosh^2\left(\bar{y}_n^{(e)}/2\ell_{Tn}^{(e)} \right) \right]^{-1}$.

4.2.4 Condutividade longitudinal

Desde que o RHQI é considerado aqui em amostras com largura suficientemente estreita, ao ponto de serem consideradas quase-unidimensionais, transições eletrônicas intranível-interborda também mereceriam ser consideradas no cálculo da dissipação, a exemplo do

que ocorre com as transições eletrônicas intranível-intraborda devido ao espalhamento por fônons piezoacústicos (PA). [37] Entretanto, para uma primeira investigação em tal modelo, a dissipação não será considerada.

4.3 Equações Integrais para os MPBs em um SEQ1D

Neste momento nós vamos determinar as equações integrais que estabelecem o comportamento dos MPBs em canais estreitos no RHQI com $\nu = 1\,(2)$ sob efeito de portão (ar) e para temperaturas não-muito-baixas. Assim, em analogia com a Ref. [35], das equações da densidade de corrente linearizada e Poisson, Eqs.(4.6)-(4.8), combinadas na transformada de Fourier da equação da continuidade $\partial\rho\,(x,y;t)\,/\partial t + \boldsymbol{\nabla}.\mathbf{J}\,(x,y,t) = 0$ em x e t, temos

$$\begin{aligned} -i\omega\rho\,(q_x,y;\omega) + iq_x \sum_{e=r,l} v_g^{(e)} \rho_e\,(q_x,y;\omega) \\ +\frac{2}{\varepsilon}\{q_x^2\sigma_{xx}(y) - iq_x\frac{d}{dy}[\sigma_{yx}(y)] - \sigma_{yy}(y)\frac{d^2}{dy^2} - \frac{d}{dy}[\sigma_{yy}\,(y)]\frac{d}{dy}\} \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_{0\beta}(d;|q_x|\,|y-y'|)\rho\,(q_x,y';\omega) = 0. \end{aligned} \tag{4.13}$$

Uma descrição mais pormenorizada de tal desenvolvimento pode ser encontrada no Apêndice C.

Para uma interação coulombiana interborda e intraborda, mas com sobreposição de densidade de cargas $\rho\,(q_x,y;\omega)$ dos MPBs desprezível, uma boa aproximação para $\rho\,(q_x,y;\omega)$ é dada por

$$\rho\,(q_x,y;\omega) = \sum_{e=r,l} \rho_e\,(q_x,y;\omega)\,, \tag{4.14}$$

onde $\rho_r\,(q_x,y;\omega)(\rho_l\,(q_x,y;\omega))$ está localizada dentro de uma região de tamanho $\sim \ell_T^{(r)}$ em volta da borda direita(esquerda). Daí, para a equação dos MPBs num SEQ1D, temos

$$\begin{aligned} -i\sum_{e=r,l}(\omega - q_x v_g^{(e)})\rho_e\,(q_x,y;\omega) \\ +\frac{2}{\varepsilon}\{q_x^2\sigma_{xx}(y) - iq_x\frac{d}{dy}[\sigma_{yx}(y)] - \sigma_{yy}(y)\frac{d^2}{dy^2} - \frac{d}{dy}[\sigma_{yy}\,(y)]\frac{d}{dy}\} \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_{0\beta}(d;|q_x|\,|y-y'|) \sum_{e'=r',l'} \rho_{e'}\,(q_x,y';\omega) = 0. \end{aligned} \tag{4.15}$$

4.3.1 O papel do RHQI e da ausência de dissipação nas equações integrais

A partir de agora vamos considerar o caso particular em que o referido sistema se encontra tanto no RHQI ($\sigma_{yx}(y) = \sigma_{yx}^{H}(y)$) quanto na condição não-dissipativa ($\sigma_{yy}(y) = 0$). Assim, cancelando os termos proporcionais a $\sigma_{yy}(y)$ e fazendo a substituição apropriada da deriva $d\sigma_{yx}^{H}(y)/dy$, Eq. (4.12), a Eq. (4.15) recai numa expressão mais simples, dada por

$$\sum_{e=r,l}(\omega - q_x v_g^{(e)})\rho_e(q_x, y; \omega) - S\sum_{e=r,l} R^{(e)}(y) \times \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_{0\beta}(d; |q_x|\,|y - y'|) \sum_{e'=r',l'} \rho_e(q_x, y'; \omega) = 0, \tag{4.16}$$

onde $S \equiv (2\nu\widetilde{\sigma}_{yx}^{H}/\varepsilon)q_x$, com $\nu = 1(2)$. Neste caso, a consideração de que $\rho_e(q_x, y; \omega)$ deve ficar localizada próxima à sua correspondente borda ($e = r, l$) é bastante natural.

Assim, após definir novas variáveis, tais como $\omega_e \equiv \omega - q_x v_g^{(e)}$, bem como fazer algumas mudanças de variáveis apropriadas para $|y - y'|$, chega-se às seguintes equações para os MPBs:

$$\omega_r\rho_r(q_x, Y_r; \omega) - SR^{(r)}(Y_r)\ell_T^{(r)}\int_{-\infty}^{\infty} dY_r' K_{0\beta}(d; |q_x|\,\ell_T^{(r)}\,|Y_r - Y_r'|)\rho_r(q_x, Y_r'; \omega) - SR^{(r)}(Y_r)\ell_T^{(r)}\int_{-\infty}^{\infty} dY_l'' K_{0\beta}(d; |q_x|\,\ell_T^{(r)}\,|W_r + Y_r - Y_l''|)\rho_l(q_x, Y_l'; \omega) = 0 \tag{4.17}$$

$$\omega_l\rho_l(q_x, Y_l; \omega) - SR^{(l)}(Y_l)\ell_T^{(r)}\int_{-\infty}^{\infty} dY_r' K_{0\beta}(d; |q_x|\,\ell_T^{(r)}\,|Y_l - Y_r' - W_r|)\rho_r(q_x, Y_r'; \omega) - SR^{(l)}(Y_l)\ell_T^{(r)}\int_{-\infty}^{\infty} dY_l' K_{0\beta}(d; |q_x|\,\ell_T^{(l)}\,|Y_l - Y_l'|)\rho_l(q_x, Y_l'; \omega) = 0. \tag{4.18}$$

As Eqs. (4.17) e (4.18) mostram claramente as interações intraborda (segundo termo da Eq. (4.17) e terceiro da Eq. (4.18)) e interbordas (terceiro termo da Eq. (4.17) e segundo da Eq. (4.18)), revelando a existência do acoplamento coulombiano entre os diferentes modos MPBs que se propagam quiralmente ao longo das bordas do SEQ1D.

Como tal estudo pode ser "visto" como uma generalização do estudo sobre MPBs em SE2Ds [35], nada seria mais natural aqui do que usar a superposição de soluções simétricas e antisimétricas da Ref. [35], Eq. (11), como solução de nossas equações, Eqs. (4.17) e

(4.18). Entretanto, o desenvolvimento de tal proposta se mostrou insustentável, a menos que fossem consideradas somente as interações intrabordas e interbordas de modos MPBs com paridade simétrica localizada em cada uma das referidas bordas. Neste sentido, mantivemos essa aproximação sob a hipótese, um tanto "grosseira", de que a ausência de um complemento antisimétrico nos modos MPBs resultantes não deveria afetar tanto suas propriedades dinâmicas.

Assim, da Ref. [35] consideramos a equação

$$\rho_{e,s}\left(\omega;q_x,Y_e\right)=\widetilde{R}^{(e)}\left(Y_e\right)\exp\left(-Y_e\right)\sum_{i=0}^{\infty}\rho_{e,s}^{(i)}\left(\omega,q_x\right)L_i\left(Y_e\right), \tag{4.19}$$

em que somente modos simétricos em relação a borda "$e=r,l$" é considerada. Aqui, $\tilde{R}^{(e)}\left(Y_e\right)\equiv R^{(e)}\left(Y_e\right)\exp\left(Y_e\right)$, enquanto os $L_i(Y)$ representam os polinômios de Laguerre no intervalo de ortogonalidade $0\leq Y\leq\infty$, em particular, para $Y\leq 0$, a expressão segue trivialmente, apenas usando $|Y_e|$.

Portanto, após algumas manipulações algébricas determinamos a forma final das equações dos MPBs, referentes aos diferentes modos que se propagam quiralmente nas bordas do SEQ1D. Dessa forma temos

$$\left(\widetilde{\omega}-\widetilde{v}_g^{(r)}\right)\rho_r^{(j)}\left(q_x;\omega\right)+\sum_{i=0}^{\infty}\left[I_{rl,\beta}^{(ji)}\left(d;q_x\right)\rho_l^{(i)}\left(q_x;\omega\right)-I_{rr,\beta}^{(ji)}\left(d;q_x\right)\rho_r^{(i)}\left(q_x;\omega\right)\right]=0 \tag{4.20}$$

$$\left(\widetilde{\omega}-\widetilde{v}_g^{(l)}\right)\rho_l^{(j)}\left(q_x;\omega\right)+\sum_{i=0}^{\infty}\left[I_{ll,\beta}^{(ji)}\left(d;q_x\right)\rho_l^{(i)}\left(q_x;\omega\right)-I_{lr,\beta}^{(ji)}\left(d;q_x\right)\rho_r^{(i)}\left(q_x;\omega\right)\right]=0, \tag{4.21}$$

onde, $\widetilde{\omega}\equiv\omega/S$ e $\widetilde{v}_g^{(e)}\equiv q_x v_g^{(e)}/S=(\varepsilon/2\nu\widetilde{\sigma}_{yx}^{H})v_g^{(e)}$ representam a velocidade de fase e de grupo adimensionais, respectivamente, e

$$\begin{aligned}I_{rr,\beta}^{(ji)}\left(d;q_x\right) &\equiv \frac{1}{4}\int_0^{\infty}dxL_j\left(x\right)\exp\left(-x\right)\int_0^{\infty}dx'\left[K_{0\beta}\left(d;|\widetilde{q_x}|\,|x-x'|\right)\right.\\ &\left.+K_{0\beta}\left(d;|\widetilde{q_x}|\,|x+x'|\right)\right]L_i\left(x'\right)\cos^{-2}\left(x'/2\right)\end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}I_{rl,\beta}^{(ji)}\left(d;q_x\right) &\equiv \frac{1}{4}\int_0^{\infty}dxL_j\left(x\right)\exp\left(-x\right)\int_0^{\infty}dx'\left[K_{0\beta}\left(d;|\widetilde{q_x}|\,|W_r+x+x'|\right)\right.\\ &\left.+K_{0\beta}\left(d;|\widetilde{q_x}|\,|W_r+x-x'|\right)\right]L_i\left(x'\right)\cos^{-2}\left(x'/2\right),\end{aligned} \tag{4.23}$$

são os respectivos coeficientes intraborda e interbordas; Aqui, usamos $|\widetilde{q_x}|\equiv|q_x|\,\ell_T^{(r)}$.

Vale ainda observar que $I_{rl}^{(ji)}=I_{lr}^{(ji)}$ e $I_{rr}^{(ji)}=I_{ll}^{(ji)}$ e, por sua vez, $I_{\mu\gamma}^{(ji)}\neq I_{\mu\gamma}^{(ij)}$ e $I_{\mu\mu}^{(ji)}\neq I_{\mu\mu}^{(ij)}$, onde $\mu,\gamma=r,l$, e, portanto, daqui em diante nós escreveremos $I_{rl,\beta}^{(ji)}\left(d;q_x\right)\equiv I_{rl}^{(ji)}$ e

$I^{(ji)}_{rr,\beta}(d;q_x) \equiv I^{(ji)}_{rr}$ a fim de simplificar as notações. Note que para amostras com $W_r \to \infty$ recuperamos as equações dos MPBs para canais largos, o que faz com que a Eq. (4.20), relativa aos plasmons "da borda direita", seja "análoga" a Eq. (13) da Ref. [35], desde que somente para modos simétricos.

Como é próprio do estudo de modos coletivos, em nossa solução das Eqs. (4.20)-(4.23) nós estaremos tomando o limite de longo comprimento de onda, $|\widetilde{q_x}| \ll 1$, tal que para $\beta = 0$ nós podemos usar as aproximações $K_0(|\widetilde{q_x}|\,x) \approx \ln(2/|\widetilde{q_x}|) - \gamma - \ln(x)$ e $K_1(|\widetilde{q_x}|\,x) \approx (|\widetilde{q_x}|\,x)^{-1}$, onde aqui γ é a constante de Euler. Contudo, para $\beta \neq 0$[1], nós usamos expressões exatas para as pertinentes funções de Bessel modificadas nos termos correspondentes.

[1] Ver comentário que segue a Eq. (4.8).

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos das avaliações numéricas das equações dos MPBs em um SEQ1D no RHQI, com $\nu = 1$ ($n = 0$), em temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{ge}/2\ell_0$. Em particular, nós investigamos a relação de dispersão da velocidade de fase e a estrutura espacial dos MPBs, tanto para amostras "homogêneas" como para amostras com *gate* (ar) a uma distância d do SEQ1D. Neste caso, o uso da velocidade de fase adimensional é mais apropriado do que o da freqüência porque a primeira nos fornece um quadro mais bem definido no intervalo do longo comprimento de onda, $|q_x|\,\ell_T^{(r)} \ll 1$, intervalo este considerado em todo o nosso estudo.

Por sua vez, para um SEQ1D no RHQI com $\nu = 1$ e considerando uma amostra baseadas em GaAs/Al_xGa_{1-x}As, com massa efetiva $m^* = 0.067m_0$ (m_0 é a massa de repouso do elétron) e constante de permissividade $\varepsilon = 12.5$, fixamos os valores da temperatura (T), do campo magnético (B) e da razão entre as freqüências ciclotrônica e de confinamento (ω_c/Ω) como 9 K, 4.0×10^4 G e 30, respectivamente. Do uso destes valores como parâmetros de entrada, obtivemos os seguintes valores para os parâmetros adicionais: $\omega_c \simeq 1.05 \times 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$ (freqüência ciclotrônica), $\Omega \simeq 3,49 \times 10^{11}\ s^{-1}$ (freqüência de confinamento), $\ell_0 \simeq 1.28 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}$ (comprimento magnético), $\ell_T^{(r)} \simeq 4.33 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}$ (comprimento característico), $W \simeq 76.81 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}$ (largura do canal) e $n_L \simeq 7.47 \times 10^6\,\mathrm{cm}^{-1}$ (concentração eletrônica). Adicionalmente, $\hbar\omega_c \simeq 6.881\mathrm{m\,eV}$, $k_B T \simeq 0.776\mathrm{m\,eV}$ e $\hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0 \simeq 0.114\mathrm{m\,eV}$, confirmando a manutenção da condição de temperatura não-muito-baixa, $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$.

Adicionalmente, nas avaliações numéricas em questão foram considerados um total de

cinco termos no somatório das Eqs. (4.20) e (4.21), o que foi mais do que suficiente para a completa convergência dos oito primeiros modos MPBs aqui estudados: quatro com velocidades positivas e quatro com velocidades negativas.

Assim, uma vez fornecidas as informações acima, vamos analisar cada um dos conjuntos de resultados obtidos de forma tanto descritiva quanto física.

Relação de dispersão da velocidade de fase adimenional dos MPBs

Na fig. (5.1), na qual é considerada apenas o modo MPB fundamental com velocidade positiva, nós descrevemos a relação de dispersão de sua velocidade de fase adimensional ($\widetilde{\omega} \equiv \omega/S$) como uma função de $\left(|q_x|\,\ell_T^{(r)}\right)^{-1}$. Neste caso a curva sólida representa a amostra "homogênea". As curvas tracejada, pontilhada e ponto tracejada abaixo (acima) da curva sólida correspondem a uma amostra com o *gate* (ar) a uma distância $d/\ell_T^{(r)} = 1$, 10 e 10^2, respectivamente, do SEQ1D. Se por um lado o efeito do *gate* (que blinda a interação coulombiana entre os elétrons do SEQ1D) diminui a velocidade de fase adimensional, por outro lado o efeito do ar (que favoresce a interação coulombiana entre os elétrons do SEQ1D) a aumenta relativamente à amostra "homogênea". Vale ainda ressaltar que, apesar de termos considerado cinco termos na expansão das Eqs. (4.20) e (4.21), uma completa convergência do modo MPB fudamental já ocorre com apenas dois termos na expansão, embora a consideração de apenas um termo já dê uma boa aproximação. No geral, independentemente do modo MPB considerado, a introdução de um novo modo (associado ao acréscimo de mais um termo na referida expansão) faz com que o modo anterior convirja. Quanto ao modo MPB fundamental com velocidade negativa, este é completamente simétrico em relação ao seu correspondente modo positivo.

Uma análise cuidadosa da Fig. (5.1) revela que o efeito do *gate* (ar) sobre o modo MPB fundamental começa a se fazer sentir quando o comprimento de onda $\lambda = 2\pi/q_x$ da excitação é maior ou igual a distância d do *gate* (ou ar) ao SEQ1D, ou seja, $\lambda \geq d$. Este comportamento revela, portanto, o importante efeito de escala. Além disso, comparando nossa Fig. (5.1) com a Fig. (5.2) (equivalente a Fig. (3.4) da Ref. [36]), em que esta última também descreve a relação de dispersão da "velocidade de fase adimensional" do modo MPB fundamental no RHQI com $\nu = 1$ em temperaturas não-muito-baixas, só que relativa a um SE2D, podemos perceber que um dos efeitos da interação coulombiana interbordas é atenuar o efeito do *gate* sobre este modo MPB fundamental, visto que o mesmo não está presente em nosso sistema considerado.

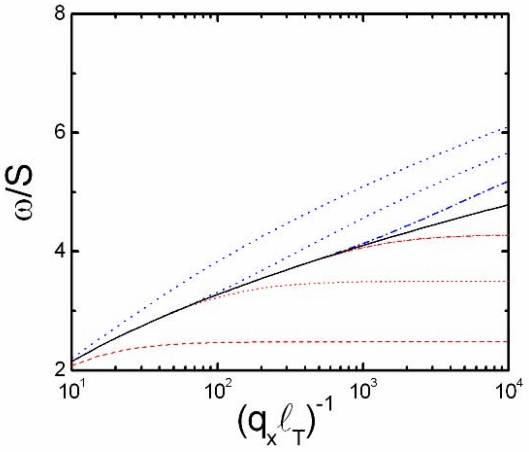

Figura 5.1: Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do modo MPB fundamental com velocidade positiva. A curva sólida representa a amostra "homogênea". As curvas tracejada, pontilhada e ponto tracejada abaixo (acima) da curva sólida correspondem a uma amostra com *gate*(ar) a uma distância $d/\ell_T^{(r)} = 1, 10$ e 10^2, respectivamente, do SEQ1D no RHQI.. Aqui, para uma amostra baseadas em GaAs/Al_xGa_{1-x}As com $m^* = 0.067m_0$ e $\varepsilon = 12.5$, os parâmetros utilizados foram $T = 9$ K, $B = 4.0 \times 10^4$ G e $\omega_c/\Omega = 30$, resultando num $\ell_T^{(r)} \simeq 4.33 \times 10^{-6}$ cm e $W \simeq 76.81 \times 10^{-6}$ cm. A condição de temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$, é mantida.

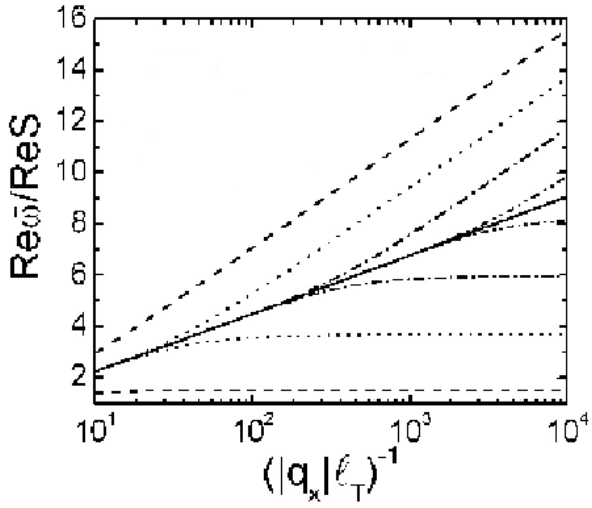

Figura 5.2: Velocidade de fase adimensional deslocada, $\mathrm{Re}\,\bar{\omega}/\,\mathrm{Re}\,S$, do MPB fundamental do NL $n = 0$, para $\xi \leq 10^{-6}$, dentro da região de longo comprimento de onda onde $10^{-1} \gtrsim \eta_T \gtrsim 10^{-4}$ ou menor, onde o regime de fraca dissipação é bem satisfeito. Para o cálculo de v_g^H na AH, aqui é usado $B = 4.1\,\mathrm{T}$, $T = 4.5\,\mathrm{K}$, $\omega_c/\Omega = 60$, $E_{F0} = \hbar\omega_c$; então $\ell_T \approx 4.2 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}$ e $v_g^H < s$. Como na Fig. 5.1, a curva sólida corresponde a uma amostra "homogênea" e as curvas tracejada, pontilhada, ponto-tracejada e ponto-ponto-tracejada abaixo (acima) da curva sólida correspondem a uma amostra com portão (ar) em $d = 10^{-5}\,\mathrm{cm}$, $10^{-4}\,\mathrm{cm}$, $10^{-3}\,\mathrm{cm}$ e $10^{-2}\,\mathrm{cm}$, respectivamente. Ver Ref. [36] para detalhes.

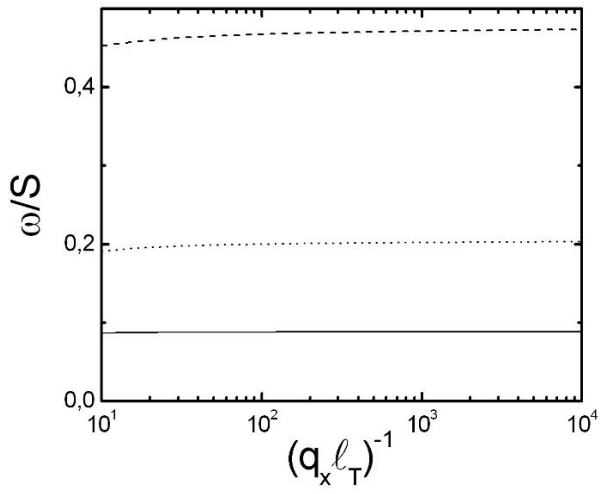

Figura 5.3: Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional dos três primeiros modos MPBs excitados com velocidade positiva. As curvas tracejada, pontilhada e sólida representam, respectivamente, o primeiro, o segundo e o terceiro modos MPBs excitados, sendo todos relativos a uma amotra "homogênea" do SEQ1D no RHQI.

Um cálculo envolvendo o modo MPB fundamental com amostra "homogênea" mostrou que, desprezando os termos interbordas $I_{rl}^{(ij)}$ e $I_{lr}^{(ij)}$das Eqs. (4.20) e (4.21), que equivale a tomarmos a largura do SEQ1D para infinito, $W_r \to \infty$, nos permite recuperar o mesmo comportamento qualitativo do referido modo relativo ao SE2D, conforme está ilustrado na curva sólida da Fig. (5.2) [36].

Na Fig. (5.3), na qual é considerado apenas os três primeiros modos MPBs excitados com velocidade positiva, nós descrevemos a relação de dispersão de suas correspondentes velocidades de fase adimensionais ($\widetilde{\omega} \equiv \omega/S$) como uma função de $\left(|q_x|\,\ell_T^{(r)}\right)^{-1}$. Aqui, as curvas tracejada, pontilhada e sólida representam, respectivamente, o primeiro, o segundo e o terceiro modos MPBs excitados, sendo todos relativos a uma amotra "homogênea".

Ainda nesta figura podemos observar que todos estes modos MPBs excitados possuem uma característica acústica, sendo, inclusive, os primeiros modos maiores em suas velocidades de fase adimensionais. Além do mais, o papel do *gate* e do ar sobre tais modos é praticamente desprezível, motivo pelo qual não descrevemos tais modos. Novamente ressaltamos a fácil convergência no cálculo de tais modos, sendo que para modos excitados de maior grau, um número maior de termos na expansão das Eqs. (4.20) e (4.21) são necessários. Quanto aos modos MPBs excitados com velocidade negativa, estes são completamente simétricos em relação aos seus correspondentes modos positivos.

Estrutura espacial dos MBPs

Uma vez que a relação de dispersão da velocidade de fase adimensional para os MPBs já foi analisada, selecionamos um dado valor do momento q_x e de seu correspondente valor da velocidade de fase adimensional $\tilde{\omega}$, tal que possamos agora calcular o perfil da estrutura espacial dos mesmos. Assim, das Eqs. (4.14) e (4.19) nós obtemos a forma geral para descrevermos a estrutura espacial dos MPBs em um SEQ1D no RHQI, com $\nu = 1$ ($n = 0$), em temperaturas não-muito-baixas, ou seja,

$$4\ell_T^{(r)}\rho\left(\omega; q_x, Y_r\right) = \cosh^{-2}\left(\frac{Y_r}{2}\right)\sum_{i=0}^{\infty}\rho_r^{(i)}\left(\omega; q_x\right)L_n\left(|Y_r|\right)$$
$$-\cosh^{-2}\left(\frac{W_r + Y_r}{2}\right)\sum_{i=0}^{\infty}\rho_l^{(i)}\left(\omega; q_x\right)L_n\left(|W_r + Y_r|\right). \tag{5.1}$$

Na fig. 5.4 nós descrevemos o perfil da estrutura espacial dos modos MPBs fundamentais com velocidades positiva e negativa somente para amostras "homogênea". Dessa forma, a curva tracejada(pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva(negativa), para um dado valor do número de onda q_x, a saber, $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$ e velocidade de fase adimensional $\tilde{\omega} \simeq 2.98$. Além disso, tais modos MPBs fundamentais possuem uma simetria quiral, facilmente obervada.

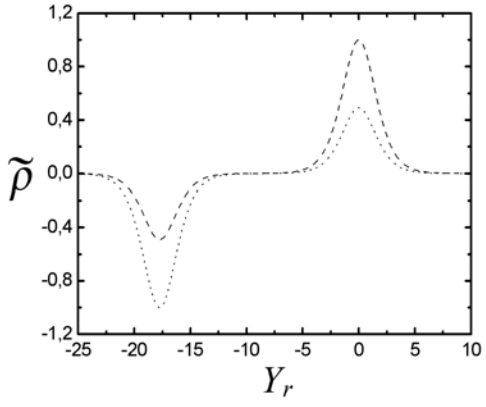

Figura 5.4: Perfil da estrutura espacial do modo MPB fundamental para uma amostra "homogênea" e com $q_x\ell_T = 10^2$ e $\tilde{\omega} \simeq 2.98$. A curva tracejada(pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva(negativa). Aqui, para uma amostra baseadas em GaAs/Al_xGa_{1-x}As com $m^* = 0.067m_0$ e $\varepsilon = 12.5$, os parâmetros utilizados foram $T = 9$ K, $B = 4.0 \times 10^4$ G e $\omega_c/\Omega = 30$, resultando num $\ell_T^{(r)} \simeq 4.33 \times 10^{-6}$ cm e $W \simeq 76.81 \times 10^{-6}$ cm. A condição de temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_BT \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0$, é mantida..

Para o modo MPB fundamental com velocidade positiva, por exemplo, podemos interpretar sua estrutura espacial como sendo composta de um "monopolo" centrado na borda direita e de um "monopolo" de carga oposta e de menor intensidade centrado na borda esquerda, estando este último polarizado pelo primeiro.. Uma interpretação análoga se dá para os correspondentes modos negativos. Adicionalmente, cada um desses modos pode ser visualizado como um "dipolo" assimétrico que percorre a amostra em sentidos opostos.

Por sua vez as Figs. (5.5), (5.6) e (5.7) descrevem o perfil da estrutura espacial dos três primeiros modos MPBs excitados, com velocidades positivas e negativas, somente para amostras "homogêneas". Como no caso dos modos MPBs fundamentais, aqui também a curva tracejada(pontilhada) refere-se aos modos com velocidade positiva(negativa), sendo que excitados. Tais modos também apresentam simetria quiral; aqui, $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$ e $\tilde{\omega} \simeq 0.46$ para o primeiro modo excitado (Figs. (5.5)), $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$ e $\tilde{\omega} \simeq 0.20$ para o segundo modo excitado (Figs. (5.6)) e $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$ e $\tilde{\omega} \simeq 0.80$ para o terceiro modo excitado (Figs. (5.7)).

Em particular, para o primeiro modo MPB excitado com velocidade positiva, por exemplo, podemos interpretar sua estrutura espacial como sendo composta de um "quadru polo" (com alguma pequena mistura de monopo) centrado na borda direita e de um "monopolo" de baixa intensidade centrado à esquerda, estando este último polarizado pelo primeiro. Uma interpretação análoga se dá para os correspondentes modos negativos.

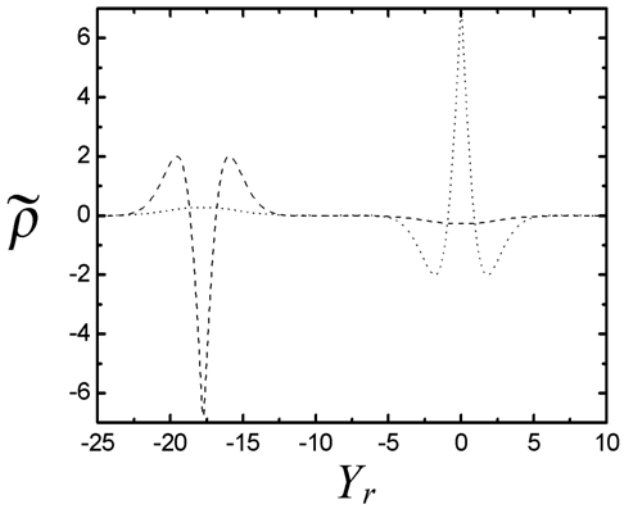

Figura 5.5: Estrutura espacial do primeiro modo MPB excitado, para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. A curva tracejada (pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva (negativa).

Em particular, para o segundo modo MPB excitado com velocidade positiva, por exemplo, podemos interpretar sua estrutura espacial como sendo composta de um "12-polo" (com alguma pequena contribuição de monopo) centrado na borda direita e de um "monopolo" de baixa intensidade centrado na borda esquerda, estando este último polarizado pelo primeiro. Podemos observar que neste caso começa a haver uma sobreposição deste termo "12-polo" sobre a outra borda, o que não é permitido pelo nosso modelo. Uma interpretação análoga se dá para os correspondentes modos negativos.

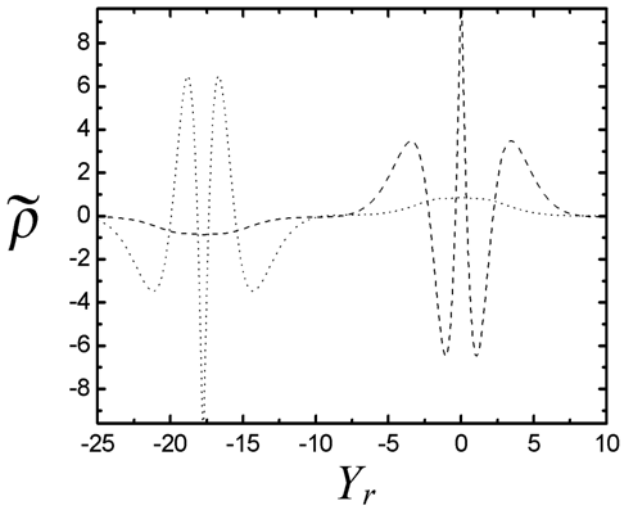

Figura 5.6: Estrutura espacial do segundo modo MPB excitado, para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. A curva tracejada (pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva (negativa).

Em particular, para o terceiro modo MPB excitado com velocidade positiva, por exemplo, podemos interpretar sua estrutura espacial como sendo composta de uma complexa sobreposição entre as densidades $\rho_r\,(\omega; q_x, y)$ e $\rho_l\,(\omega; q_x, y)$, o que não é permitido em nosso modelo.[4.19] Dessa forma, para as configurações escolhidas para o nosso SEQ1D, mais particularmente, para a atual largura considerada, $W \simeq 76.81 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}$, podemos no máximo admitir excitações de segunda ordem na Eq. (4.19), o que em termos de MPBs significa considerar modos MPB até o segundo excitado.

A fim de comprovar a convergência acima citada, na Fig.(5.8) temos a estrutura espacial do modo MPB fundamental, levando em consideração os modos excitados, para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. Aqui, a curva sólida representa o modo fundamental, não levando em consideração os modos excitados. A curva tracejada, por sua vez, representa o modo fundamental levando em consideração os três modos excitados.

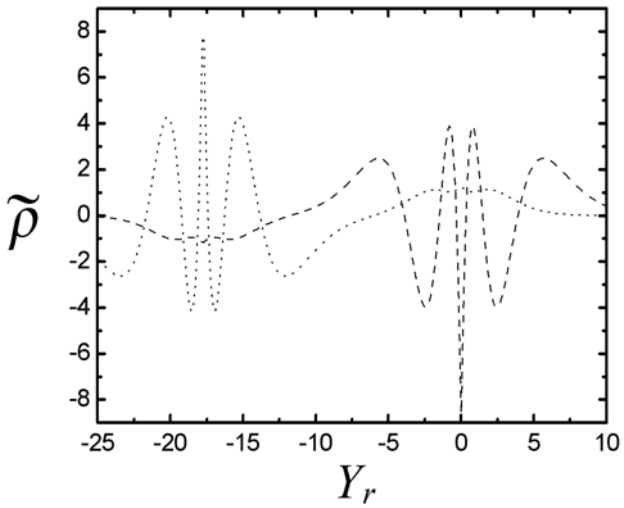

Figura 5.7: Estrutura espacial do terceiro modo MPB excitado, para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. A curva tracejada (pontilhada) refere-se ao MPB com velocidade positiva (negativa).

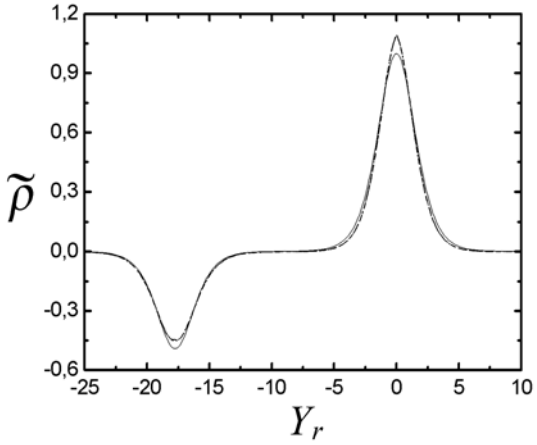

Figura 5.8: Estrutura espacial do modo MPB fundamental para $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$. Aqui, a curva sólida representa o modo MPB fundamental, não levando em consideração os modos excitados. A curva tracejada, por sua vez, representa o modo MPB fundamental levando em consiração os três modos excitados.

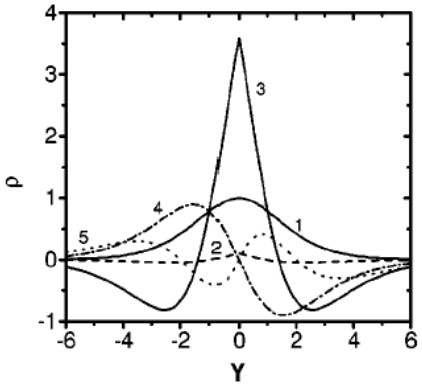

Figura 5.9: Perfil da densidade de carga $\rho(Y)$ dos MPBs no canal largo em temperaturas não muito baixas: As curvas 1, 2 e 3 representam os modos simétricos e as curvas 4 e 5 os modos antisiméticos. (Ver Ref. [35])

Para efeito de comparação dos modos MPBs encontrados em nosso trabalho, descrevemos a Fig.(5.9), obtida da Ref. [35], que mostra a representação do perfil da estrutura espacial $\rho(Y)$ dos MPBs em um SE2D em temperaturas não-muito-baixas para diferentes modos, ou seja, as curvas 1, 2 e 3 representam os modos MPBs simétricos, enquanto as curvas 4 e 5 representam os modos MPBs antisiméticos.

Quanto a Fig.(5.10), esta mostra as estruturas espaciais para o modo MPB fundamental, levando em consideração um *gate* ou um camada de ar a distância d do SEQ1D. Assim, a curva tracejada representa o efeito do ar, a curva sólida é o caso "homogêneo", enquano a curva pontilhada representa o efeito do *gate*. Como podemos observar desta figura, o efeito do gate e do ar sobre a etrutura espacial aparenta ser muito modesto, não devendo causar maiores implicações.

Por fim, a Fig.(5.11) mostra o comportamento da estrutura espacial do modo fundamental considerando diferentes valores de q_x. Para este caso, as curvas sólida, tracejada e pontilhada representam os valores de $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$, 10^{-1} e 1, respectivamente. Novamente, não observamos qualquer mudança qualitativa aparentemente relevante.

O estudo dos modos MPBs excitados também foram considerados por nós. Entretanto, as mudanças sofridas pelos mesmos quando se acrescentou um *gate* (ou ar), tanto na velocidade de fase adimensional quanto na estrutura espacial foram ainda menos perceptíveis do que os ocorridos nos modos MPBs fundamentais. Por esse motivo, acreditamos não ser válido suas descrições no atual momento.

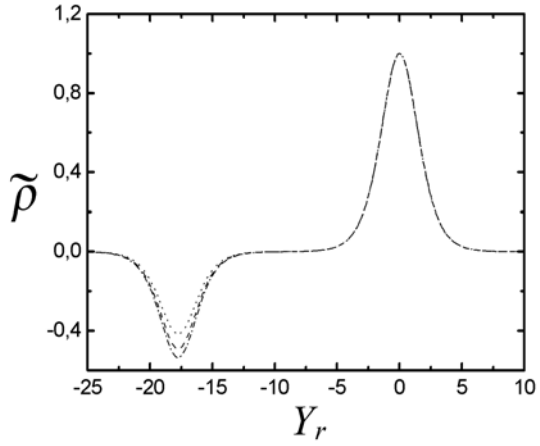

Figura 5.10: Estutura espacial do modo MPB fundamental em amostra "homogênea" e com *gate*(ar) com $d/\ell_T = 100$ à uma distância d do SEQ1D. As curvas tracejada, sólida e pontilhada, representam o caso de amostras com ar, "homogêneo", e com *gate*.

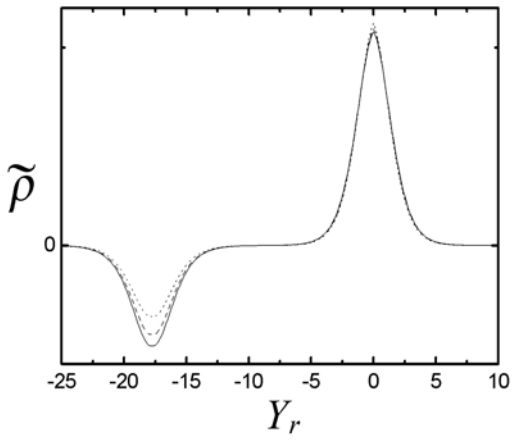

Figura 5.11: Estrutura espacial do modo MPB fundamental com velocidade positiva, para diferentes valores de $|q_x|\,\ell_T^{(r)}$. Aqui, as curvas sólida, tracejada e pontilhada correspondem aos valores de $|q_x|\,\ell_T^{(r)} = 10^{-2}$, 10^{-1} e 1, respectivamente

Capítulo 6

Conclusões

Na presente dissertação investigamos certas propriedades dos MPBs em SEQ1Ds sob o RHQI com $\nu = 1(2)$, $n = 0$, em temperaturas não-muito-baixas, $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{gn}^H / 2\ell_0$. Para isso, estendemos o tratamento microscópico da Ref. [35], na qual as equações da densidade de corrente linearizada e Poisson, são combinadas com a transformada de Fourier da equação da continuidade. Em particular, tal investigação envolveu o estudo da relação de dispersão e da estrutura espacial dos diferentes modos MPBs, considerando ainda os efeitos de um *gate* e de uma camada de ar a uma certa distância d do SEQ1D. Devido o fato do canal eletrônico ser quase-unidimensional, a interação coulombiana entre tais modos MPBs que se propagam quiralmente ao longo das bordas esquerda e direita do canal eletrônico sob o RHQI é levada em consideração.

Entretanto, antes do que realizar um estudo completo do ponto de vista de possíveis comparações quantitativas com as realizações experimentais, o estudo aqui desenvolvido pretende apenas investigar qualitativamente como o acoplamento intranível-interbordas altera as referidas propriedades dos MPBs quando este passa do SE2D para o SEQ1D. Por esse motivo é que neste trabalho preferimos desprezar o efeito de dissipação. Foi considerado ainda que a solução das equações dos MPBs em nosso estudo resulta de que as interações intranível-interbordas são similares aquelas obtidas para os modos simétricos do canal largo, Refs. [[35]].

Para a obtenção da relação da dispersão da velocidade de fase e estrutura espacial dos MPBs, foram considerados cinco termos na expansão das equações dos MPBS, sendo que somente os oito primeiro modos MPBs foram considerados: quatro com velocidades positivas e quatro com velocidades negativas.

Analisando a relação de dispersão da velocidade de fase dos modos MPBs, encontramos o seguinte:

(i) O modo MPB fundamental é fortemente afetado pela presença do *gate* (ar), mudando qualitativamente sua forma. Em particular o modo acústico é perdido (quando comparado com seu equivalente para um canal largo), indicando que a interação interbordas causa um enfraquecimento da capacidade de blindar do *gate*.

(ii) Com relação aos modos excitados, estes não sofreram qualquer mudança apreciável em sua forma, continuando, inclusive, a serem insensíveis à existência do *gate* (ar).

(ii) Todos esses modos apresentam o seu análogo simétrico com velocidade negativa.

Quanto ao estudo da estrutura espacial dos MPBs, fizemos as seguintes realizações:

(i) Os modos MPBs fundamentais apresentaram uma natureza "dipolar assimétrica" bem pronunciada, característica de uma forte polarização entre as bordas (interação interbordas), que pode ser interpretado aqui como provavelmente devido a relativamente "forte" capacidade de polarização dos "monopolos" simetricamente localizados nas bordas do SEQ1D.

(ii) Quanto aos três primeiros modos MPBs excitados, estes apresentaram uma fraca polarização entre as bordas, provavelmente devido a capacidade de polarização cada vez mais fraca dos "modos" de maior polaridade que o do monopolo, simetricamente localizados nas bordas do SEQ1D.

(iii) Para a nossa atual configuração do SEQ1D, o nosso modelo não é justificado para além do segundo modo excitado, uma vez que os mesmos sobrepõem as densidades $\rho_r(\omega; q_x, y)$ e $\rho_l(\omega; q_x, y)$.[4.19] Por esse motivo, o ideal é considerar até o terceiro termo na expansão da Eq. 4.19 e não cinco como foi considerado aqui.

(iv) Em todos os modos estudados o efeito do *gate*(ar) sobre suas estruturas espaciais se mostrou aparentemente fraca.

Para finalizar, como proposta de trabalhos futuros, pretendemos encontrar uma solução mais geral para os MPBs, tal os os mesmos levem em consideração a ausência de paridade localizada em relação às bordas, bem como considerar a dissipação.

Apêndice A

O Cálculo do Comprimento Característico

Do argumento da função distribuição de Fermi-Dirac, $f_n^{(e)}(y) = 1/\{1 + \exp[(\epsilon_n(y) - \epsilon_F)/k_BT]\}$, centrada sobre a correspondente borda $e = r, l$, onde $f_0\left(y_{F0}^{(e)}\right) = 1/2$, expandimos o argumento de sua exponencial, tal que

$$\frac{\epsilon_n(y_n) - \epsilon_F}{k_BT} = \frac{-\Delta_{Fn}}{k_BT} + \frac{m^*\Omega^2\left(\ell_0^2 k_{Fn}^{(e)}\right)^2}{2k_BT}\left(1 + \frac{\bar{y}_n^{(e)}}{\ell_0^2 k_{Fn}^{(e)}}\right)^2. \tag{A.1}$$

Desde que $y_{Fn}^{(e)} = \ell_0^2 k_{Fn}^{(e)}$ é o valor referente a borda, enquanto que $\bar{y}_n^{(e)} = y - y_{Fn}^{(e)}$ é apenas uma pequena variação em torno da mesma, então, devido a condição $\left|\ell_0^2 k_{Fn}^{(e)}\right| \gg \left|\overline{y}_n^{(e)}\right|$ podemos aproximar o binômio quadrático da Eq. (A.1) para

$$\left(1 + \frac{\bar{y}_n^{(e)}}{\ell_0^2 k_{Fn}^{(e)}}\right)^2 \simeq 1 + 2\frac{\bar{y}_n^{(e)}}{\ell_0^2 k_{Fn}^{(e)}}. \tag{A.2}$$

Assim, substituindo a Eq. (A.2) na Eq. (A.1) e fazendo um pequeno desenvolvimento algébrico, chegamos a expressão

$$\frac{\epsilon_n(y_n) - \epsilon_F}{k_BT} = \frac{\overline{y}_n^{(e)}}{\ell_{Tn}^{(e)}}. \tag{A.3}$$

Aqui,

$$\ell_{Tn}^{(e)} \equiv \frac{\ell_0^2 k_BT}{\hbar v_{gn}^{(e)}} \tag{A.4}$$

define o comprimento característico de nosso modelo. Podemos observar que devido a dependência em $v_{gn}^{(e)}$, temos que $\ell_{Tn}^{(l)} = -\ell_{Tn}^{(r)}$.

Além do mais, desde que $\ell_{Tn}^{(e)} \gg \ell_0/2$, da Eq. (A.4), e do fato de que $\hbar\omega_c \gg k_B T$, determinamos a condição de temperatura não-muito-baixa,

$$\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2\ell_0. \tag{A.5}$$

Apêndice B

O Cálculo do Potencial Elétrico

Neste apêndice vamos mostrar como determinar a forma do potencial elétrico $\phi(q_x, y; \omega)$.

Primeriamente, da equação do campo potencial

$$\mathbf{E} = -\boldsymbol{\nabla}\phi(\mathbf{r}; t) \tag{B.1}$$

e da equação de Maxwell relativo a um SE2(Q1)D,

$$\boldsymbol{\nabla}.\mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\rho(\mathbf{r}; t)\,\delta(z), \tag{B.2}$$

o que resulta na equação de Poisson em $\mathbf{r}$ e t,

$$\boldsymbol{\nabla}^2\phi(\mathbf{r}; t) = -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho(\mathbf{r}; t)\,\delta(z), \tag{B.3}$$

com o termo $\delta(z)$ reopresentado o fato do sistema eletrônico ser bidimensional.

Agora, tomando a transformada de Fourier (TF) de $\phi(\mathbf{r}; t)$ e de $\rho(\mathbf{r}; t)$ nas variáveis x, y e t, e depois substituindo as mesmas na Eq. (B.3), encontramos

$$\left[q^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]^2 \phi(\mathbf{q}, z; \omega) = \frac{4\pi}{\varepsilon}\rho(\mathbf{q}; \omega)\,\delta(z), \tag{B.4}$$

que vem a ser a representação da equação de Poisson no conveniente espaço dos momentos, $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$, e freqüência, ω. Daí, resolvendo esta equação diferencial em $\phi(z)$, encontramos sua dependência em termos de ρ para $z = 0$, ou seja,

$$\phi(\mathbf{q}; \omega) = \frac{2\pi\rho(\mathbf{q}; \omega)}{\varepsilon q}. \tag{B.5}$$

Agora, tomando a TF da Eq. (B.4) acima, temos

$$\phi(q_x, y; \omega) = \frac{2}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x|\,|y - y'|)\,\rho(q_x, y', \omega), \tag{B.6}$$

que vem a ser o potencial na forma apropriada para uso em nosso modelo; Aqui K_0 representa a função de Bessel modificada.

Embora não demonstrado aqui, a consideração de um *gate* ou camada de ar a uma distância d do SE2(Q1)D altera significamente a Eq. (B.5), de forma a modificá-la para a forma final usada em nosso trabalho, a saber,

$$\phi\left(q_x, y; \omega\right) = \frac{2}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \left[K_0\left(\left|q_x\right| \left|y - y'\right|\right) + \beta K_0\left(\left|q_x\right| \sqrt{\left(y - y'\right)^2 + 4d^2}\right)\right] \rho\left(q_x, y', \omega\right). \tag{B.7}$$

Neste caso, para o *gate*(ar) temos $\beta = -1$ $\left(\left(\varepsilon - 1\right) / \left(\varepsilon + 1\right)\right)$.

Apêndice C

O Cálculo da Equação Integral em um SEQ1D

Neste apêndice vamos mostrar como a partir das equações da densidade de corrente linearizadas e Poisson, ambas combinadas na equação da continuidade, podemos determinar a equação integral inicial para a descrição de nosso modelo microscópico para os MPBs em SEQ1D.

Sabendo que a equação da continuidade,

$$\partial\rho\left(x,y;t\right)/\partial t+\boldsymbol{\nabla}.\mathbf{J}\left(x,y,t\right)=0, \tag{C.1}$$

pode ser descrita na representação do espaço do momento q_x e da freqüência ω, então, para $\partial\rho\left(x,y;t\right)/\partial t$ e $\boldsymbol{\nabla}.\mathbf{J}\left(x,y,t\right)$ temos, respectivamente,

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\left(x,y;t\right)=\frac{1}{\left(2\pi\right)^{2}}\int_{-\infty}^{\infty}dq_{x}d\omega\rho\left(q_{x},y;\omega\right)\left(-i\omega\right)\exp\left[i\left(q_{x}x-\omega t\right)\right], \tag{C.2}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x}j_{x}\left(x,y;t\right) = \int_{-\infty}^{\infty}dq_{x}d\omega j_{x}\left(q_{x},y;\omega\right)\left(iq_{x}\right)\exp\left[i\left(q_{x}x-\omega t\right)\right] \tag{C.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}j_{y}\left(x,y;t\right) = \int_{-\infty}^{\infty}dq_{x}d\omega\frac{\partial}{\partial y}\left[j_{x}\left(q_{x},y;\omega\right)\right]\exp\left[i\left(q_{x}x-\omega t\right)\right]. \tag{C.4}$$

Daí, substituindo tais equações, Eqs. (C.2), (C.1) e (C.1), na Eq. (C.1), temos a equação

$$-i\omega\rho\left(q_{x},y;\omega\right)+iq_{x}J_{x}\left(q_{x},y;\omega\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[j_{x}\left(q_{x},y;\omega\right)\right]=0. \tag{C.5}$$

Agora, vejamos a equação da densidade de corrente na aproximação quase-estática e

no regime de resposta linear,

$$j_y(q_x, y; \omega) = \sigma_{yy}(y) E_y(q_x, y; \omega) + \sigma_{yx}(y) E_x(q_x, y; \omega) \quad \text{(C.6)}$$

$$j_x(q_x, y; \omega) = \sigma_{xx}(y) E_x(q_x, y; \omega) - \sigma_{yx}(y) E_y(q_x, y; \omega) + \sum_{e=r,l} v_g^{(e)} \rho_e(q_x, y; \omega) \quad \text{(C.7)}$$

Aqui, o termo $v_g^{(e)} \rho_e(q_x, y; \omega)$ representa uma contribuição de advecção causada por uma distorção da carga $\rho_e(q_x, y; \omega)$ localizada próxima à borda e do SEQ1D, onde $e = r(l)$ representa a contribuição da borda direita(esquerda), enquanto $\sigma_{\mu\gamma}(y)$ é o componente do tensor de condutividade. Por sua vez,

$$E_x(q_x, y; \omega) = -iq_x \phi(q_x, y; \omega) \quad \text{(C.8)}$$

e

$$E_y(q_x, y; \omega) = -\partial\phi(q_x, y; \omega)/\partial y \quad \text{(C.9)}$$

são as componentes do campo elétrico autoconsistente, avaliados a partir da equação do campo potencial, $\mathbf{E} = -\boldsymbol{\nabla}\phi(\mathbf{r}; t)$, reescrita na representação do espaço do momento q_x e da freqüência ω.

Assim, substituindo as Eqs. (C.8) e (C.9) em (C.1) e (C.1), bem como substituimos estas últimas na Eq. (C.5), encontramos a equação

$$\begin{aligned} -i\omega\rho(q_x, y; \omega) + iq_x \sum_{e=r,l} v_g^{(e)} \rho_e(q_x, y; \omega) \\ + \frac{2}{\varepsilon}\{q_x^2 \sigma_{xx}(y) - iq_x \frac{d}{dy}[\sigma_{yx}(y)] \\ -\sigma_{yy}(y)\frac{d^2}{dy^2} - \frac{d}{dy}[\sigma_{yy}(y)]\frac{d}{dy}\}\phi(q_x, y; \omega) = 0, \end{aligned} \quad \text{(C.10)}$$

que é a equação integral que serve de ponto de partida para o desenvolvimento das equações dos MPBs em um SEQ1D.

Referências Bibliográficas

[1] P. M. Platzman and P. A. Wolff, in *Waves and Interactions in Solid State Plamas*, Solid State Physics, edited by H. Ehrenheich, F. Seitz, and D. Turnbull (Academic Press, New York,1973), Suppl. 13.

[2] O. Madelung, in *Introduction to Solid-State Theory*, Springer Series in Solid-State Science, 2nd Printing1981.

[3] S. Ichimaru, in *Statistical Plasma Physics. Volume I: Basic Principles*, Addison-Wesley Publishing Company, 1991.

[4] S. Ichimaru, in *Statistical Plasma Physics. Volume II: Condensed Plasmas*, Addison-Wesley Publishing Company, 1994.

[5] V. A. Volkov and S. A. Mikhailov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **94**, 217 (1988) [Sov. Phys. JETP **67**, 1639 (1988)]; in *Modern Problems in Condensed Matter Sciences,* edited by V. M. Agranovich and A. A. Maradudin (North-Holland, Amsterdam, 1991), Vol. 27.2, Ch. 15, p. 885

[6] D. B. Mast, A. J. Dahm, and A. L. Fetter, Phys. Rev. Lett. **54**, 1706 (1985)

[7] D. C. Glattli, E. Y. Andrei, G. Deville, J. Poitrenaud, and F. I. B. Williams, Phys. Rev. Lett. **54**, 1710 (1985)

[8] S. J. Allen, H. L. Stormer, and J. C. M. Hwang, Phys. Rev. B **28**, 4875 (1983)

[9] O. I. Kirichek, P. K. H. Sommerfeld, Yu. P. Monarkha, P. J. M. Peters, Yu. Z. Kovdrya, P. P. Steijaert, R. W. van der Heijden, and A. T. A. M. de Waele, Phys. Rev. Lett. **74**, 1190 (1995)

[10] V. I. Talyanskii, I. E. Batov, B. K. Medvedev, J. P. Kotthaus, M. Wassermeier, A. Wixforth, J. Weimann, W. Schlapp, and H. Nikel, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **50**, 196 (1989) [JETP Lett. **50**, 221 (1989)]

[11] M. Wassermeier, J. Oshinowo, J. P. Kotthaus, A. H. MacDonald, C. T. Foxon, and J. J. Harris, Phys. Rev. B **41**, 10287 (1990)

[12] I. Grodnensky, D. Heitmann, and K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. **67**,1019 (1991); Surface Science **263**, 467 (1992)

[13] V. I. Talyanskii, A. V. Polisski, D. D. Arnone, M. Pepper, C. G. Smith, D. A. Ritchie, J. E. Frost, and G. A. C. Jones, Phys. Rev. B **46**, 12427 (1992)

[14] V. I. Talyanskii, D. R. Mace, M. Y. Simmons, M. Pepper, A. C. Churchill, J. E. F. Frost, D. A. Ritchie and G. A. C. Jones, J. Phys. Condens. Matter **7**, L435 (1995)

[15] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. West, Phys. Rev. B **45**, 3894 (1992)

[16] N. B. Zhitnev, R. J. Haug, K. von Klitzing, and K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **71**, 2292 (1993); Phys. Rev. B **49**, 7809 (1994)

[17] G. Ernst, R. J. Haug, J. Kuhl, K. von Klitzing, and K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **77**, 4245 (1996)

[18] N. Balaban, U. Meirav, H. Shtrikman, and V. Umansky, Phys. Rev. B **55**, R13397 (1997); N. Q. Balaban, U. Meirav, and I. Bar-Joseph, Phys. Rev. Lett. **81**, 1481 (1998)

[19] E. V. Deviatov, V. T. Dolgopolov, F. I. B. Williams, B. Jager, A. Lorke, J. P. Kotthaus, A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **71**, 3655 (1997).

[20] G.Sukhodub, F.Hohls, and Haug, Phys. Rev. Lett. **93**, 196801(2004)

[21] I.V.Kuskushkin, M.Yu.Akimov, J.H.Smet, S.A.Mikhailov, and K.von.Klitzing, I.L.Aleiner, V.I.Falko, Phys. Rev. Lett **92**, 236803(2004)

[22] I.V.Kuskushkin, S.A.Mikhailov, J.H.Smet, and K.von.Klitzing, Appl. Phys. Lett. **86**, 044101(2005)

[23] S.A.Mikhailov, Appl. Phys. Lett. **89**, 042109(2006)

[24] V.M.Muravev, I.V. Kukushkin, A.L.Parakhonskii, J.Smet, and K.von.Klitzing, [JETP Lett. **83**, 246 (2006)]

[25] I. L. Aleiner and L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **72**, 2935 (1994)

[26] X. G. Wen, Phys. Rev. B **43**, 11025 (1991)

[27] M. Stone, Ann. Phys. (NY) **207**, 38 (1991); M. Stone, H. W. Wyld, and R. L. Schult, Phys. Rev. B **45**, 14156 (1992)

[28] C. de Chamon and X. G. Wen, Phys. Rev. B **49**, 8227 (1994)

[29] J. S. Giovanazzi, L. Pitaevskii, and S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **72**, 3230 (1994)

[30] J. H. Han and D. J. Thouless, Phys. Rev. B **55**, R1926 (1997)

[31] U. Zulicke, R. Bluhm, V. A. Kostelcky, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **55**, 9800 (1997)

[32] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **56**, 13252 (1997)

[33] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. Lett. **81**, 1481 (1998); O. G. Balev, P. Vasilopoulos, and Nelson Studart, J. Phys.: Condens. Matt. **11**, 5143 (1999)

[34] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **59**, 2807 (1999)

[35] O. G. Balev and Nelson Studart, Phys. Rev. B **61**, 2703 (2000)

[36] S.F.F.P, da Silva, *O Papel da Interação Elétron-Elétron no Regime Hall Quântico Inteiro,* Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2004

[37] O. G. Balev, and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **47**, 16410 (1993); O. G. Balev, P. Vasilopoulos, and E. V. Mozdor, Phys. Rev. B **50**, 8706 (1994). O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **50**, 8727 (1994); Phys. Rev. B **54**, 4863 (1996)

[38] A.M.C. Valkering and R.W.avn der Heijden, Phys. B **249-251**, 652(1998)

[39] Antonio CarlosA. Ramos, O. G. Balev and Nelson Studart, Phys. Rev. B **70**, 35414 (2004)

[40] Antonio CarlosA. Ramos, O. G. Balev and Nelson Studart, Phys. E. **22**, 775-778 (2004)

[41] T. Demel, D. Heitmann, P. Grambow, and K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **66**, 2657 (1991)

[42] A. R. Goñi, A. Pinczuk, J.S. Dennis, L.N. Pfeiffler, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **70**, 1151(1993)

[43] Q. P. Li and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **44**, 6277 (1991)

[44] L. Wendler and V. G. Grigoryan, Phys. Rev. B **49**, 13607 (1994)

[45] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 49204 (1980)

[46] J. R. Schrieffer, in Semiconductor Surface Physics, R. H. Kinston ed. University of Pennsylvania Press, Philadelphia, pg. 55-69 (1957)

[47] A. B. Fowler, F. F. Fang, W. E. Howard, and P. J. Stiles, Phys. Rev. Lett. 16, 901 (1966)

[48] H. L. Störmer, R. Dingle, A. C. Fossard, W. Wigmann, and M. D. Sturge, Solid State Commun. 29, 705 (1979)

[49] *The quantum Hall Effect*, edited by R. E. Prange and S. M. Girvin (Springer-Verlag, New York, 1987)

[50] *Quantum Hall Effect: A Perspective*, edited by A. H. MacDonald (Jaca Book, Milano, 1998)

[51] *Perspectives in Quantum Hall Effects*, edited by S. Das Sarma and A. Pinczuk (John Wiley & Sons, Inc, New York, 1997)

[52] B. I. Halperin, Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982)

[53] P. Streda, J. Kucera, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **59**, 1973 (1987)

[54] J. K. Jain and S. K. Kivelson, Phys. Rev. B **37**, 4276 (1988)

[55] M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986); Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988)

[56] B. W. Alphenaar, P. L. McEuen, R. G. Wheeler, and R. N. Sacks, Phys. Rev. Lett. **64**, 677 (1990)

[57] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, in Solid State Physics, edited by H. Ehrenheich and D. Turnbull (Academic, New York, 1991), Vol. 44

[58] R. J. Haug, Semicond. Sci. Technol. **8**, 131 (1993)

[59] G. Ebert, K. von Klitzing, K. Ploog, and G. Weimann, J. Phy. C **16**, 5441 (1983)

[60] M. E. Cage, R. F. Dziuba, B. F. Field, B. F. Field, E. R. Williams, S. M. Girvin, A. C. Gossard, D. C. Tsui, and R. J. Wagner, Phys. Rev. Lett. **51**, 1374 (1983)

[61] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, and L. I. Glazman, Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992)

[62] J. Dempsey, B. Y. Gelfand, and B. I. Halperin, Phys. Rev. Lett. **70**, 3639 (1993)

[63] L. Brey, J. J. Palacios, and C. Tejedor, Phys. Rev. B **47**, 13884 (1993)

[64] T. Suzuki and T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. **62**, 2986 (1993)

[65] C. C. Grimes, Surf. Sci. 73, 379 (1978); Yu. P. Monarkha and V. B. Shikin, Sov. J. Low Temp. Phys. 8, 279 (1982)

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo