



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**  
Centro de Tecnologia e Ciências  
Instituto de Física Armando Dias Tavares

Walter Luiz Aldá Júnior

**Aspectos do espalhamento pión-núcleon  
em baixas energias**

Rio de Janeiro  
2009

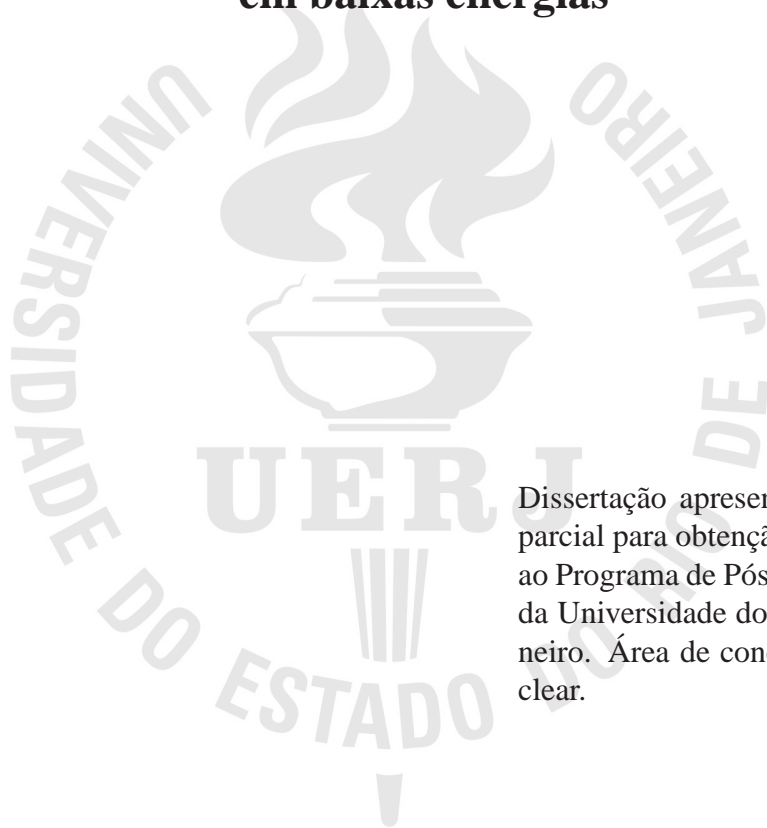
# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Walter Luiz Aldá Júnior

## **Aspectos do espalhamento pión-núcleon em baixas energias**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Física Nuclear.

Orientador: Prof. Dr. José de Sá Borges Filho

Rio de Janeiro  
2009

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ/REDE SIRIUS/CTC-D

A357 Aldá Júnior, Walter Luiz  
Aspectos do espalhamento pión-núcleon em baixas energias. - 2009.  
69f.: il. color.

Orientador: Prof. Dr. José de Sá Borges Filho.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro,  
Instituto de Física Armando Dias Tavares.

1.Espalhamento (Física) - Teses. 2. Partículas (Física) - Teses. 3.  
Píons - Teses. I. Sá Borges Filho, José de. II. Universidade do Estado do  
Rio de Janeiro, Instituto de Física Armando Dias Tavares.

CDU53.171

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese.

---

Assinatura

---

Data

Walter Luiz Aldá Júnior

## **Aspectos do espalhamento pión-núcleon em baixas energias**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Física Nuclear.

Aprovada em: 21 de dezembro de 2009

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. José de Sá Borges Filho (Orientador)  
Instituto de Física Armando Dias tavares (IFADT-UERJ)

---

Profa. Dra. Isabela Porto Cavalcante  
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS)

---

Prof. Dr. Marcelo Chiapparini  
Instituto de Física Armando Dias tavares (IFADT-UERJ)

---

Profa. Dra. Yara Amaral Coutinho  
Universidade Federal do Rio de Janeiro (IF-UFRJ)

## RESUMO

ALDÁ JÚNIOR, Walter Luiz. *Aspectos do espalhamento píon-núcleon em baixas energias*. 2009. 69f. Dissertação (Mestrado em Física) - Instituto de Física, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

O espalhamento píon-núcleon é um processo de grande importância para o conhecimento das interações fortes por vários motivos. A existência de ressonâncias em colisões píon-núcleon é compatível com o modelo de quarks. A determinação do termo sigma dá acesso as propriedades do núcleon e a constante de acoplamento  $\pi$ -N é fundamental para os cálculos em física nuclear.

Nesta dissertação usamos um método para implementar a condição de unitariedade elástica em uma amplitude de baixas energias que reproduz os comprimentos de espalhamento obtidos por Weinberg. A partir da amplitude corrigida em unitariedade que construímos, estudamos as propriedades de simetria de cruzamento da amplitude total e a violação de isospin. Em seguida mostramos que as sucessivas correções de unitariedade se tornam cada vez menores, concluindo que o método utilizado permite construir amplitudes parciais de espalhamento que corrigem a unitariedade elástica perturbativamente.

Palavras-chave: Píon-núcleon. Unitarização. Ondas parciais.

## ABSTRACT

The pion-nucleon interaction is an important source of knowledge of the strong interaction. The properties of the baryon resonances produced in pion-nucleon collisions give strong support to the quark model. The amplitude is related to the value of the pion-nucleon sigma-term which constrains models of nucleon structure. The pion-nucleon coupling constant provides fundamental input for the calculation of nuclear forces.

In this thesis a method is used to implement the elastic unitarity condition for a low energy amplitude reproducing the Weinberg scattering lengths. We study the total amplitude crossing symmetry properties and the isospin violation from electromagnetic mass difference of the corrected amplitude. Finally we show that the next order unitarity corrections are small, allowing us to conclude that the proposed method is a consistent perturbative scheme to implement elastic unitarity constraint.

Keywords: Pion-nucleon. Unitarization. Partial Waves.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Potenciais efetivos. . . . .	22
Figura 2 - Interação píon-núcleon . . . . .	28
Figura 3 - Potencial do modelo sigma linear . . . . .	33
Figura 4 - Gráficos de árvore . . . . .	36
Figura 5 - Resultados obtidos para as defasagens utilizando ChPT em aproximação de um laço . . . . .	38
Figura 6 - Resultados obtidos para as defasagens utilizando IAM e HBChPT . . . . .	41
Figura 7 - Defasagem da onda parcial $P_{33}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade .	49
Figura 8 - Defasagem da onda parcial $S_{11}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade .	50
Figura 9 - Defasagem da onda parcial $S_{31}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade .	50
Figura 10 -Defasagem da onda parcial $P_{11}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade .	51
Figura 11 -Defasagem da onda parcial $P_{31}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade .	51
Figura 12 -Defasagem da onda parcial $P_{13}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade .	52
Figura 13 -Defasagem da onda parcial $P_{33}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento . . . . .	53
Figura 14 -Defasagem da onda parcial $S_{11}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento . . . . .	54
Figura 15 -Defasagem da onda parcial $S_{31}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento . . . . .	54
Figura 16 -Defasagem da onda parcial $P_{11}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento . . . . .	55
Figura 17 -Defasagem da onda parcial $P_{13}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento . . . . .	55
Figura 18 -Defasagem da onda parcial $P_{31}$ corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento . . . . .	56
Figura 19 -Violação de isospin para onda parcial $S_{11}$ . . . . .	59
Figura 20 -Violação de isospin para onda parcial $S_{31}$ . . . . .	59
Figura 21 -Violação de isospin para onda parcial $P_{11}$ . . . . .	59
Figura 22 -Violação de isospin para onda parcial $P_{13}$ . . . . .	59
Figura 23 -Violação de isospin para onda parcial $P_{31}$ . . . . .	60
Figura 24 -Violação de isospin para onda parcial $P_{33}$ . . . . .	60



Figura 25 -Razão das correções das ondas $S_{11}$ e $S_{31}$ . . . . .	63
Figura 26 -Razão das correções das ondas $P_{11}$ e $P_{31}$ . . . . .	63
Figura 27 -Razão das correções das ondas $P_{13}$ e $P_{33}$ . . . . .	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comprimento de espalhamento e alcance efetivo para as ondas <i>S</i> . . . . .	58
Tabela 2 - Comprimentos de espalhamento para as ondas <i>P</i> . . . . .	58

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b>	9
1	<b>SIMETRIA QUIRAL</b>	12
1.1	<b>Base da Teoria Quântica de Campos</b>	12
1.2	<b>Simetrias</b>	15
1.3	<b>Exemplo: Férmions Sem Massa</b>	16
1.4	<b>Simetria Quiral e PCAC</b>	17
1.5	<b>Relação de Goldberger-Treiman</b>	19
1.6	<b>Quebra Espontânea de Simetria</b>	21
1.7	<b>Cromodinâmica Quântica com Três Sabores</b>	21
1.8	<b>Teoria de Perturbação Quiral</b>	24
2	<b>SISTEMA PÍON-NÚCLEON</b>	28
2.1	<b>Cinemática</b>	28
2.2	<b>Amplitude de Espalhamento</b>	29
2.3	<b>Amplitudes de Ondas Parciais</b>	30
2.4	<b>Modelo Sigma Linear</b>	31
2.5	<b>Lagrangiana Efetiva</b>	34
2.6	<b>Bárions Pesados</b>	39
2.7	<b>Método da Amplitude Inversa</b>	40
2.8	<b>Álgebra de Correntes e Amplitude Píon-Núcleon</b>	42
3	<b>MÉTODO DE UNITARIZAÇÃO</b>	46
3.1	<b>Correções de Primeira Ordem</b>	47
3.2	<b>Simetria de Cruzamento</b>	52
3.3	<b>Violação de Isospin</b>	56
3.4	<b>Correções de Segunda Ordem</b>	59
	<b>CONCLUSÃO</b>	65
	<b>REFERÊNCIAS</b>	67

## INTRODUÇÃO

Nos anos 50 a descrição das interações fortes em termos de uma teoria quântica de campos parecia ser impossível pelo número crescente de novos estados hadrônicos que eram descobertos e as grandes constantes de acoplamento impossibilitavam o tratamento perturbativo. Por outro lado a interação elétron-próton mostrava que o próton poderia ter uma estrutura interna.

Na década de 60 muitas teorias procuravam descrever as interações dos hádrons em baixas energias, como a Álgebra de Correntes combinada com a hipótese da Corrente Axial Parcialmente Conservada (PCAC), a aplicação de Lagrangianas fenomenológicas e teorias de perturbação a partir do modelo de Nambu-Goldstone. Todos esses métodos são equivalentes pois produzem o mesmo resultado para píons "moles" (*soft pions*). Uma extensão na utilização das hipóteses de Conservação da Corrente Vetorial (CVC) e a Conservação Parcial da Corrente Axial (PCAC) para píons com energias maiores conduziu ao método de píons duros (*hard pions*) que apresentou diversas dificuldades.

Em 1979 Weinberg propôs a formulação de teorias efetivas com simetria quiral para píons [1]. O método proposto é uma descrição perturbativa a partir de uma Lagrangiana efetiva mais geral contendo todos os possíveis termos compatíveis com os princípios de simetria considerada e resulta no elemento de matriz  $S$  mais geral possível coerente com os princípios fundamentais da teoria quântica de campos e a simetria considerada. Este método foi aperfeiçoado dando origem à Teoria de Perturbação Quiral (ChPT).

O método chamado de Teoria de Perturbação Quiral busca descrever a dinâmica dos bósons de Goldstone em uma teoria efetiva de campos. Ele conduz a uma teoria de campos efetiva em termos de hádrons não elementares. Essa teoria permite um tratamento perturbativo em termos da expansão em momento e nas massas dos quarks, ao invés de se expandir em potências da constante de acoplamento.

Para a descrição de processos envolvendo os mésons utiliza-se uma Lagrangiana efetiva mais geral invariante quiral que contém um número infinito de termos de interação. Entretanto necessita-se de um esquema de organização que permita comparar a importância de diferentes diagramas calculados a partir dessa Lagrangiana.

Teorias de campo efetivas não são renormalizáveis da forma usual. Entretanto isto já não é considerado um grande problema, dado que, por meio do regime de contagem de Weinberg

os infinitos decorrentes dos laços podem ser identificados ordem à ordem na expansão dos momentos e podem ser absorvidos na renormalização dos coeficientes na Lagrangiana mais geral. Deste modo, o resultado de qualquer ordem é finito. Entretanto à medida em que se aumenta a ordem da expansão o número de termos também aumenta, por isso, as soluções práticas são restritas somente à baixas ordens de aproximação.

A Lagrangiana de ordem mais baixa  $\mathcal{L}_2$ , é dada pelo modelo sigma não linear acoplado aos campos externos [15] e contém dois parâmetros livres no limite quiral: a constante de decaimento do pión e o condensado escalar de quark. Esses parâmetros não podem ser determinados utilizando a simetria quiral. Isto será mostrado na sessão 2.4.

Quando calculamos processos na aproximação fenomenológica para  $\mathcal{L}_2$  considerando somente os diagramas de árvore, este reproduz os resultados da Álgebra de Correntes [1]. Como os diagramas de árvores derivados de Lagrangiana hermitiana são sempre reais, temos que introduzir as correções de unitariedade para não violar a unitariedade da matriz  $S$ . O cálculo de diagramas de um laço, por outro lado conduz a infinitos que não são do tipo original que contribuem para a restauração perturbativa da unitariedade.

Devido à contagem de potências de Weinberg, os termos divergentes são da ordem de  $\mathcal{O}(p^4)$  e podem ser compensados pela renormalização da Lagrangiana mais geral de ordem  $\mathcal{O}(p^4)$ . A Lagrangiana mais geral de ordem  $\mathcal{O}(p^4)$  foi primeiramente construída por Gasser e Leutwyler [2] e contém 10 constantes físicas de baixas energias, bem como dois termos adicionais contendo somente campos externos.

A Teoria de Perturbação Quiral se mostrou muito eficiente no setor mesônico. Para entender a teoria de forma a incluir a interação dos bósons de Goldstone com os bárions necessita-se de uma generalização, como mostramos na sessão 1.8.

Um estudo sistemático das correções quirais para os teoremas à baixas energias só foi possível quando o método de ChPT mesônico foi estendido a processos com um núcleon externo. Essa situação se tornou mais complexa do que para o setor puramente mesônico pois as estruturas complexas dos laços incluem a massa do núcleon que, ao contrário das massas dos bósons de Goldstone, não se anula no limite quiral. Este ponto será discutido na sessão 1.5.

Em particular, isto mostra que o formalismo relativístico não proporciona uma simples conexão entre a expansão quiral e a expansão de laços como no setor mesônico, isto é, diagramas de laços de ordens superiores também contribuem para baixas ordens na expansão quiral para uma quantidade física. Esta observação impossibilita a utilização da regra de contagem de potências em momento e massa dos quarks no formalismo relativístico.

Posteriormente, técnicas similares à utilizada na física de quarks pesados foram utilizadas no setor bariônico, desenvolvendo, assim, uma formulação de Teoria de Perturbação Quiral para Bárions Pesados (HBChPT), onde a Lagrangiana é expandida no número de derivadas e na massa dos quarks mas também é expandida nas potências do inverso das massas dos núcleons,

como será mostrado na sessão 2.6.

ChPT permite calcular sistematicamente correções aos resultados da Álgebra de Correntes ou obter novas previsões que estão além do alcance de técnicas anteriores, como o cálculo de propriedades estáticas, como a massa e vários fatores de forma dos bárions. Diferentemente do setor mesônico, a Lagrangiana quiral mais geral no setor bariônico simples é necessariamente descrita de uma maneira mais complexa devido ao grau de liberdade de spin. Tanto a ChPT como a extensão para incluir bárions tem como propósito obter correções aos conhecidos teoremas de baixas energias originados nos anos sessenta na aplicação dos métodos da álgebra de correntes.

Uma alternativa aos métodos de teoria efetiva de campos que procura introduzir correções de unitariedade aos teoremas de baixas energias é explorada nesta dissertação. O método consiste em introduzir correções de unitariedade a partir da amplitude obtida no contexto do método de "mésons duros". A amplitude que serve de ponto de partida é a que reproduz os parâmetros de baixas energias obtidos por Weinberg. Isto é mostrado na sessão 2.8.

A partir da hipótese de trabalho de que é possível expandir a correção em unitariedade para as amplitudes parciais em que as descontinuidades sobre o corte físico em cada ordem está relacionado às ordens anteriores, construímos correções e as comparamos aos dados experimentais para o espalhamento píon-núcleon.

Neste processo a ressonância  $\Delta(1232)$  (onda  $P_{33}$ ) tem um papel importante porque é uma energia de excitação em torno de duas vezes a massa do píon e é quase 100% da razão de ramificação do modo de decaimento píon-núcleon. Sendo assim, usamos os dados experimentais desta ressonância para examinar três aspectos da interação descrita pelo método de unitarização proposto.

Iniciamos fazendo um ajuste da amplitude parcial aos dados experimentais de defasagens da onda  $P_{33}$ . Para isto fixamos três parâmetros livres. A seguir, na sessão 3.1, introduzimos uma modificação nas amplitudes de Dirac de modo a satisfazer a simetria de cruzamento no espalhamento. Com esta modificação e na aproximação considerada, são necessários dois parâmetros para ajustar a amplitude aos dados experimentais. Nas duas aplicações mostramos as defasagens correspondentes a outras cinco ondas parciais.

Apresentamos também na sessão 3.3 uma análise de outro aspecto importante das interações fortes. Verificamos qual a sensibilidade do modelo relativamente a se usar os valores corretos das massas dos píons (carregado  $\neq$  neutro) e se usar os valores das massas do núcleon (próton  $\neq$  nêutron). Isto equivale a considerar a violação de isospin nas interações fortes.

Finalmente, no item 3.4 construímos a correção correspondente à ordem seguinte na aproximação. Mostramos qual o procedimento utilizado e as integrais de dispersão necessárias e os resultados obtidos. Verificamos então que as correções de unitariedade se tornam cada vez menores, possibilitando o tratamento perturbativo.

# 1 SIMETRIA QUIRAL

## 1.1 Base da Teoria Quântica de Campos

Será apresentada uma revisão de Teoria Quântica de Campos essencial para o entendimento das teorias efetivas em simetria quiral.

A teoria de campos é usualmente formulada em termos de uma Lagrangiana [3]. Considerando inicialmente a Mecânica Clássica de uma partícula pontual, as equações de movimento são obtidas a partir do princípio de Hamilton, que requer que a variação da ação  $S = \int_{t_1}^{t_2} dt L(q, \dot{q}, t)$  seja nula:

$$\delta S = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0,$$

sendo  $S$  é chamado de ação e  $L = T - V$  é a função de Lagrange. Por exemplo, as equações de Newton para uma partícula em um dado potencial  $V(q)$  podem ser obtidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - V(q) \\ \Rightarrow m \ddot{q} + \frac{\partial V}{\partial q} &= 0 \Leftrightarrow m \ddot{q} = - \frac{\partial V}{\partial q} = F. \end{aligned}$$

Da mesma maneira se tratarmos de teoria de campos, as coordenadas  $q$  são substituídas pelos campos  $\Phi(x, t)$  e a velocidade  $\dot{q}$  substituída pela derivada do campo. Além disso, é necessário que esses campos e suas derivadas se anulem no infinito, desta forma:

$$\begin{aligned} q &\rightarrow \Phi(x, t) \\ \dot{q} &\rightarrow \partial_\mu \Phi(x, t) \equiv \frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial x^\mu}. \end{aligned}$$

A função de Lagrange é dada pela integral espacial da densidade Lagrangiana,  $\mathcal{L}$ , ou Lagrangiana, como chamaremos daqui em diante. Assim:

$$\begin{aligned} L &= \int d^3x \mathcal{L}(\Phi(x, t), \partial_\mu \Phi(x, t), t) \\ S &= \int_{t_1}^{t_2} dt L = \int d^4x \mathcal{L}(\Phi(x, t), \partial_\mu \Phi(x, t), t). \end{aligned}$$

A invariância de Lorentz implica que a ação  $S$  e a Lagrangiana  $\mathcal{L}$  devem se transformar como escalares de Lorentz. As equações de movimento para os campos podem ser obtidas a partir da invariância da ação  $S$ . Esta variação é obtida a partir da variação dos campos em primeira ordem:

$$\begin{aligned}\Phi &\rightarrow \Phi + \delta\Phi \\ \partial_\mu\Phi &\rightarrow \partial_\mu\Phi + \delta(\partial_\mu\Phi)\end{aligned}$$

com

$$\delta(\partial_\mu\Phi) = \partial_\mu(\Phi + \delta\Phi) - \partial_\mu\Phi = \partial_\mu(\delta\Phi). \quad (1.1)$$

Será denotada explicitamente a dependência espaço-temporal dos campos somente quando for necessário. Porém, a Mecânica Clássica requer que a variação do campo na superfície de contorno se anule, ou seja, com uma variação a extremos fixos:

$$\delta\Phi(t_1) = \delta\Phi(t_2) = 0.$$

Consequentemente, utilizando a equação (1.1) temos:

$$\begin{aligned}\delta S &= \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \mathcal{L}(\Phi + \delta\Phi, \partial_\mu\Phi + \delta(\partial_\mu\Phi)) - \mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu\Phi) \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \left[ \mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu\Phi) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Phi}\delta\Phi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi)}\delta(\partial_\mu\Phi) \right] - \mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu\Phi) \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \left( \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Phi}\delta\Phi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi)}\partial_\mu(\delta\Phi) \right).\end{aligned} \quad (1.2)$$

As derivadas da Lagrangiana  $\mathcal{L}$  em função dos campos são chamadas de derivadas funcionais, entretanto, para propósitos práticos somente trabalharemos com derivadas 'normais', ou seja, onde  $\mathcal{L}$  é função dos campos  $\Phi$ . Assim, fazendo a integração parcial do segundo termo da equação (1.2) e lembrando que os termos de superfície não contribuem, porque consideramos inicialmente que o campo e suas variações se anulem no contorno, chegamos ao seguinte resultado:

$$0 = \delta S = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \left( \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Phi} - \partial_\mu \left( \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi)} \right) \right) (\delta\Phi).$$

Como a variação  $\delta\Phi$  é arbitrária, obtemos as seguintes equações de movimento:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Phi} - \partial_\mu \left( \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi)} \right) = 0. \quad (1.3)$$

Se estivermos tratando com mais de um campo, como no caso dos píons, temos três diferentes estados, assim, as equações de movimento possuem a mesma forma da equação (1.3)



a menos de um índice adicional que identifica os campos em consideração:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_i} - \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi_i)} \right) = 0 \quad (1.4)$$

Saindo do tratamento clássico das teorias de campos e indo para o formalismo quântico, necessitamos que os campos sejam quantizáveis e que possuam relações de comutação canônicas a tempos iguais e o campo canonicamente conjugado  $\Pi(x)$  é dado por [3, 4]:

$$\Pi(x) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \Phi(x) / \partial t)}$$

$$\begin{aligned} [\Phi(x, t), \Phi(x', t)] &= 0 \\ [\Pi(x, t), \Pi(x', t)] &= 0 \\ [\Pi(x, t), \Phi(x', t)] &= -i\delta^3(x - x'). \end{aligned}$$

No caso dos férmions, os comutadores são substituídos pelos anti-comutadores devido às propriedades de anti-simetria dos férmions (princípio de Pauli). Como resultado dessa quantização, os campos agora são operadores do espaço de Hilbert dos estados do sistema atuando em um dado estado quântico  $|\phi\rangle$ . Como exemplo, considerando a Lagrangiana de um campo fermiônico livre de massa  $m$ , temos:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi. \quad (1.5)$$

Utilizando o campo conjugado  $\bar{\psi}$  nas equações de movimento (1.4), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} &= (i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} &= 0 \end{aligned}$$

assim chegamos a equação de Dirac para  $\psi$ :

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0.$$

Entretanto, se utilizarmos o campo  $\psi$  como  $\Phi_i$  na equação (1.4), obtemos a equação de Dirac conjugada:

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu + m) = 0.$$

## 1.2 Simetrias

Uma das grandes vantagens do formalismo Lagrangiano é o resultado obtido a partir de uma simetria. Toda simetria de uma Lagrangiana conduz a uma quantidade conservada ou corrente conservada, esse resultado ficou conhecido como Teorema de Nöether. Um exemplo clássico é a invariância do espaço e tempo da função de Lagrange, que levam à conservação do momento e energia, respectivamente.

Considerando que  $\mathcal{L}$  invariante sobre uma transformação dos campos:

$$\Phi \longrightarrow \Phi + \delta\Phi.$$

Isto significa que a primeira ordem da variação do campo, temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Phi + \delta\Phi) &= \mathcal{L}(\Phi) \\ \Rightarrow 0 = \mathcal{L}(\Phi + \delta\Phi) - \mathcal{L}(\Phi) &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi} \delta\Phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \Phi)} \delta(\partial_\mu \Phi). \end{aligned}$$

Utilizando as equações (1.1) e (1.3) obtém-se:

$$\begin{aligned} 0 &= \left( \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi} \right) \delta\Phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \Phi)} (\partial_\mu \delta\Phi) \\ &= \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \Phi)} \delta\Phi \right) \end{aligned}$$

de modo que

$$J_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \Phi)} \delta\Phi \tag{1.6}$$

é uma corrente conservada, com  $\partial^\mu J_\mu = 0$ .

Transformações unitárias são as mais comuns e uma transformação ( $U$ ) é dita unitaria quando obedece a seguinte relação:

$$UU^\dagger = 1$$

A simetria quiral pertence a essa classe. E Um exemplo de simetria é a transformação unitária dos campos, como a rotação de isospin entre píons:

$$\Phi_i \longrightarrow \Phi_i - i\Theta^a T_{ij}^a \Phi_j \tag{1.7}$$

onde  $\Theta^a$  corresponde ao ângulo de rotação e  $T_{ij}^a$  é uma matriz chamada de gerador da transformação (matriz de isospin no caso das rotações de isospin). O índice  $a$  indica que pode haver vários geradores associados à transformação da simetria (no caso das rotações de isospin tem-se três matrizes de isospin).

A equação (1.7) corresponde à expansão em pequenos ângulos da transformação geral:

$$\vec{\Phi} \longrightarrow e^{-i\Theta^a \hat{T}^a} \vec{\Phi}$$

onde o vetor  $\vec{\Phi}$  indica as várias componentes do campo  $\Phi$  tais como  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  e  $\pi^0$ . A partir das equações (1.6) e (1.7) obtêm-se as seguintes expressões das correntes conservadas:

$$J_\mu^a = -i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi_j)} T_{jk}^a \Phi_k,$$

onde dividimos pelo ângulo  $\Theta^a$ . Após E. Noether mostrar a sua existência, essa corrente é muitas vezes referida como corrente de Noether. Mas é importante notar que algumas correntes de Noether não se conservam ao nível quântico, nem toda simetria dos campos clássicos possui um análogo quântico. As correntes conservadas levam a cargas conservadas no tempo:

$$Q = \int d^3x J_0(x); \quad \frac{d}{dt} Q = 0.$$

### 1.3 Exemplo: Férmions Sem Massa

Consideremos a Lagrangiana de dois férmions sem massa, análoga a equação (1.5):

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_j \not{\partial} \psi_j,$$

onde o índice  $j$  faz referência a dois diferentes sabores, digamos 'up' e 'down', e  $\not{\partial}$  é a forma compacta de se escrever  $\partial_\mu \gamma^\mu$ .

(i) Considerando a transformação de parâmetro  $\Theta$  pequeno:

$$\Lambda_V : \psi \longrightarrow e^{(-i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta})} \psi \simeq (1 - i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}) \psi, \quad (1.8)$$

onde  $\vec{\tau}$  são as matrizes de isospin de Pauli e mudando a notação dos férmions para a notação isoespinorial,  $\psi = (u, d)$ . O campo conjugado,  $\bar{\psi}$ , se transforma sob  $\Lambda_V$  da seguinte forma:

$$\bar{\psi} \longrightarrow e^{(+i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta})} \bar{\psi} \simeq (1 + i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}) \bar{\psi}. \quad (1.9)$$

Portanto, vemos que a Lagrangiana é invariante sob  $\Lambda_V$  a primeira ordem em  $\Theta$ :

$$i\bar{\psi} \not{\partial} \psi \longrightarrow i\bar{\psi} \not{\partial} \psi - i\vec{\Theta} \left( \bar{\psi} i \not{\partial} \frac{\vec{\tau}}{2} \psi - \bar{\psi} \frac{\vec{\tau}}{2} i \not{\partial} \psi \right) = i\bar{\psi} \not{\partial} \psi.$$

Pela equação (1.8) a corrente associada conservada é:

$$V_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\tau^a}{2} \psi$$

onde  $a = 1, 2, 3$  e é muitas vezes referida como corrente vetorial.

(ii) Considerando uma nova transformação:

$$\Lambda_A : \quad \psi \longrightarrow e^{-i\gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta}} \psi = (1 - i\gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta}) \psi \quad (1.10)$$

$$\bar{\psi} \longrightarrow e^{-i\gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta}} \bar{\psi} = (1 - i\gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta}) \bar{\psi}. \quad (1.11)$$

Assim, a transformação da Lagrangiana sob  $\Lambda_A$  fica da forma:

$$i\bar{\psi}\partial\psi \longrightarrow i\bar{\psi}\partial\psi - i\vec{\Theta} \left( \bar{\psi} i\partial_\mu \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \psi + \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} i\partial_\mu \gamma^\mu \psi \right) = i\bar{\psi}\partial\psi.$$

Como  $\{\gamma_5, \gamma_\mu\} = 0$  e  $\{\gamma_0, \gamma_5\} = 0$ , a Lagrangiana é invariante sob a transformação  $\Lambda_A$  com a corrente axial conservada:

$$A_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi. \quad (1.12)$$

Assim, a Lagrangiana dos férmions livres sem massa é invariante sob as transformações  $\Lambda_V$  e  $\Lambda_A$  (a primeira transformação está associada à conservação da carga bariônica enquanto a segunda é quebrada no nível quântico). Esta simetria é chamada de simetria quiral e está relacionada com a estrutura do grupo de simetria  $SU(2)_V \times SU(2)_A$ .

Entretanto se adicionarmos o termo de massa:

$$\delta\mathcal{L} = -m(\bar{\psi}\psi),$$

observa-se que  $\delta\mathcal{L}$  é invariante sob a transformação vetorial  $\Lambda_V$  mas não é invariante sobre a transformação axial  $\Lambda_A$ :

$$\Lambda_A : m(\bar{\psi}\psi) \longrightarrow m\bar{\psi}\psi - 2im\vec{\Theta} \left( \bar{\psi} \frac{\vec{\tau}}{2} \gamma_5 \psi \right).$$

Desta forma  $\Lambda_A$  não é uma boa simetria se os férmions possuem massa finita. Mas se as massas são relativamente pequenas em comparação à escala de energia da teoria podemos dizer que a corrente axial pode ser parcialmente conservada. Esta quebra de simetria devido a massa é a base para a hipótese da Corrente Axial Parcialmente Conservada (PCAC) [5, 6, 7]. Além disso, enquanto a simetria quebrada é pequena, o seu efeito pode ser descrito em uma abordagem perturbativa. Esta é realizada de maneira sistemática no âmbito das teorias de perturbação quiral.

#### 1.4 Simetria Quiral e PCAC

Para o entendimento das transformações  $\Lambda_V$  e  $\Lambda_A$  nos mésons vamos considerar os seguintes campos mesônicos:

$$\begin{aligned} \text{píon: } \vec{\pi} &\equiv i\bar{\psi}\vec{\tau}\gamma_5\psi; & \text{sigma: } \sigma &\equiv \bar{\psi}\psi \\ \text{rho: } \vec{\rho}_\mu &\equiv \bar{\psi}\vec{\tau}\gamma_\mu\psi; & a_1: \vec{a}_{1\mu} &\equiv \bar{\psi}\vec{\tau}\gamma_\mu\gamma_5\psi. \end{aligned}$$

Onde  $\psi$  representa o campo dos quarks e o sinal vetorial indica a natureza isovetorial dos mésons como nos píons e rho, isto é, essas partículas se transformam como vetores sob as rotações de isospin. Para partículas que se transformam como vetores sob transformações de Lorentz temos o índice de Lorentz  $\mu$  adicional. Esses são os mésons vetoriais  $\rho$  e  $a_1$ , que possuem spin 1.

(i) Transformações vetoriais  $\Lambda_V$  (equações (1.8) e (1.9)):

$$\begin{aligned} \pi_i : i\bar{\psi}\tau_i\gamma_5\psi &\longrightarrow i\bar{\psi}\tau_i\gamma_5\psi + \Theta_j \left( \bar{\psi}\tau_i\gamma_5\frac{\tau_j}{2}\psi - \bar{\psi}\frac{\tau_j}{2}\tau_i\gamma_5\psi \right) \\ &= i\bar{\psi}\tau_i\gamma_5\psi + i\Theta_j\varepsilon_{ijk}\bar{\psi}\gamma_5\tau_k\psi \end{aligned} \quad (1.13)$$

e como temos uma relação de comutação entre as matrizes de Pauli  $\tau$ ,  $[\tau_i, \tau_j] = 2i\varepsilon_{ijk}\tau_k$  com  $i, j, k = 1, 2, 3$ , podemos chegar em uma forma generalizada:

$$\vec{\pi} \longrightarrow \vec{\pi} + \vec{\Theta} \times \vec{\pi}, \quad (1.14)$$

que é somente uma rotação de isospin, chamada de rotação na direção do isospin do píon de um ângulo  $\Theta$ . O mesmo é obtido para o méson  $\rho$ :

$$\vec{\rho}_\mu \longrightarrow \vec{\rho}_\mu + \vec{\Theta} \times \vec{\rho}_\mu.$$

Consequentemente, a transformação vetorial  $\Lambda_V$  pode ser identificada como as rotações de isospin e a corrente vetorial conservada pode ser identificada com a corrente de isospin, que se sabe que se conserva nas interações fortes.

(ii) Transformações axiais  $\Lambda_A$  (equações (1.10) e (1.11)):

$$\begin{aligned} \pi_i : i\bar{\psi}\tau_i\gamma_5\psi &\longrightarrow i\bar{\psi}\tau_i\gamma_5\psi + \Theta_j \left( \bar{\psi}\tau_i\gamma_5\gamma_5\frac{\tau_j}{2}\psi + \bar{\psi}\gamma_5\frac{\tau_j}{2}\tau_i\gamma_5\psi \right) \\ &= i\bar{\psi}\tau_i\gamma_5\psi + \Theta_i\bar{\psi}\psi. \end{aligned}$$

Utilizando as relações de anti-comutação das matrizes de Pauli,  $\{\tau_i, \tau_j\} = 2\delta_{ij}$  com  $i, j = 1, 2, 3$ , e que  $\gamma_5\gamma_5 = 1$ , podemos chegar a uma outra generalização para as transformações dos mésons:

$$\vec{\pi} \longrightarrow \vec{\pi} + \vec{\Theta}\sigma \quad (1.15)$$

e similarmente ao méson  $\sigma$ :

$$\sigma \longrightarrow \sigma - \vec{\Theta} \cdot \vec{\pi}. \quad (1.16)$$

Os mésons  $\pi$  e  $\sigma$  rotacionam um sobre o outro sob as transformações axiais  $\Lambda_A$ . O análogo também ocorre com  $\rho$  e  $a_1$ :

$$\vec{\rho}_\mu \longrightarrow \vec{\rho}_\mu + \vec{\Theta} \times \vec{a}_{1\mu}. \quad (1.17)$$

Se tratarmos esses campos mesônicos como combinação dos campos dos quarks da QCD e como a simetria  $\Lambda_A$  é uma simetria da Hamiltoniana da QCD, podemos dizer que sob as operações da simetria os estados podem ser rotacionados uns sobre os outros e permanecem com os mesmos auto-valores, isto é, mesma massa. Entretanto não é claro no caso de  $\rho$  e  $a_1$ , onde  $m_\rho = 770$  MeV e  $m_{a_1} = 1260$  MeV, assim como no caso de pión e sigma, onde  $m_\pi = 140$  MeV e  $m_\sigma = 500$  MeV.

Não se espera que a quebra de simetria devida a massa dos quarks seja responsável por essa rotações, pois a diferença entre as massas dos quarks mais leves são pequenas, entretanto, esse pensamento não se aplica no caso de  $\rho$  e  $a_1$  pois a diferença é da ordem da massa de  $\rho$ . A solução dessa questão está na quebra espontânea da simetria axial que deve estar presente de alguma maneira.

### 1.5 Relação de Goldberger-Treiman

A Hamiltoniana da teoria de Fermi para interações fracas é do tipo corrente-corrente, onde se somam as correntes axial e vetorial [8]. Devido a paridade, o decaimento fraco do pión é controlado pelo elemento de matriz da corrente axial entre o vácuo e o pión,  $\langle 0|A_\mu|\pi \rangle$ . Este elemento de matriz deve ser proporcional ao momento do pión  $q_\mu$ :

$$\langle 0|A_\mu^a(x)|\pi^b(q) \rangle = -if_\pi q_\mu \delta^{ab} e^{-iq \cdot x} \quad (1.18)$$

e a constante de proporcionalidade  $f_\pi = 93$  MeV é determinada experimentalmente. Os índices a e b se referem ao isospin e  $\mu$  indica o caráter vetorial de Lorentz da corrente axial.

Tomando o divergente da equação (1.18) e o limite do momento do pión nulo temos:

$$\langle 0|\partial^\mu A_\mu^a(x)|\pi^b(q) \rangle = -f_\pi q^2 \delta^{ab} e^{-iq \cdot x} = -f_\pi m_\pi^2 \delta^{ab} e^{-iq \cdot x}. \quad (1.19)$$

Como a massa do pión quebra a simetria axial mas é pequena comparada com a escala hadrônica, assim, a corrente axial é dita ser parcialmente conservada, ou seja, a pequena massa do pión quebra a simetria axial mas essa quebra é pequena comparada a escala de energia que a corrente axial é dita parcialmente conservada. A equação (1.19) é chamada de relação da PCAC.

Assim as relações (1.18) e (1.19) sugerem que a corrente axial do pión deve ser:

$$A_{\mu,\pi}^a(x) = f_\pi \partial_\mu \Phi^a(x) \quad (1.20)$$

ou o divergente da corrente axial pode ser identificado com o campo do pión  $\Phi^a(x)$ , a menos de uma constante. Para evidenciar a conservação da corrente axial vamos considerar a corrente axial do núcleon (1.12):

$$A_{\mu,N}^a = g_a \bar{\psi}_N \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi_N \quad (1.21)$$

onde  $\psi_N = (\text{próton}, \text{nêutron})$  é a representação isoespinorial do próton e nêutron. O fator  $g_a$  é devido ao fato de que a corrente axial do núcleon pode ser renormalizada. Como a massa do núcleon  $m_N$  é grande não temos uma corrente axial conservada, e utilizando a equação de Dirac para o núcleon livre obtemos:

$$\partial^\mu A_{\mu,N}^a = i g_a m_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau^a \psi_N \neq 0, \quad (1.22)$$

que só se anula no caso da massa do núcleon ser nula.

Entretanto, sabe-se que o núcleon interage fortemente com o pión, logo vamos considerar a corrente axial total como a soma das contribuições do pión e do núcleon. Utilizando a relação PCAC (1.20) e a equação (1.21) temos:

$$A_\mu^a = g_a \bar{\psi}_N \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi_N + f_\pi \partial_\mu \Phi^a.$$

Desta forma a corrente total conservada,  $\partial^\mu A_\mu = 0$ , utilizando a equação (1.22) será:

$$\partial^\mu \partial_\mu \Phi^a = -g_a i \frac{m_N}{f_\pi} \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau^a \psi_N,$$

que nada mais é do que a equação de Klein-Gordon para um bóson sem massa (pión) acoplada com um núcleon. Por isso a conservação total da corrente axial implica que o pión não deve ter massa.

Se agora permitirmos uma massa finita para o pión, que é equivalente a requerer um divergente da corrente axial consistente com o resultado da PCAC, equação (1.19), temos a equação de Klein-Gordon do pión acoplada com o núcleon:

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m_\pi^2) \Phi = -g_a i \frac{m_N}{f_\pi} \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau^a \psi_N$$

onde o acoplamento pión - núcleon é dado por:

$$g_{\pi NN} = g_a \frac{m_N}{f_\pi} \simeq 12.6. \quad (1.23)$$

A equação (1.23) é usualmente chamada de relação de Goldberger-Treiman. Comparando esse resultado com os valores obtidos experimentalmente com o espalhamento pión-núcleon:

$$g_{\pi NN}^{exp} = 13.4$$

vemos que há uma boa aproximação entre os valores, considerando o fato de que a equação (1.23) relaciona o acoplamento pión-núcleon forte  $g_{\pi NN}$  com quantidades extraídas da interação fraca,  $g_a$  e  $f_\pi$ . A razão de concordarem é que existe uma simetria entre ambas, simetria quiral, que permite aproximar diferentes partes da física.

## 1.6 Quebra Espontânea de Simetria

Em toda teoria devemos decidir qual o estado de menor energia ou estado de vácuo e fazer uma perturbação a partir desse vácuo para se obter os outros estados do sistema. Entretanto alguns sistemas possuem esse estado de vácuo degenerado, desta forma, devemos escolher o estado fundamental. Por exemplo, analisemos dois casos clássicos de potenciais de interação que são invariantes por rotação, representados na Figura 1. No primeiro caso o estado fundamental está exatamente no vale, ou seja, o nível de menor energia não está degenerado. Assim, possuímos somente um estado acessível como estado fundamental, figura (1)(a). No outro caso, figura (1)(b), temos o estado fundamental não mais em um único ponto mas em uma região circular no centro de coordenadas, ou seja, podemos ir de um estado acessível nesse vale para outro estado também acessível a esse vale sem gastar energia. Nesse caso devemos decidir qual será o estado fundamental do sistema e obter todos os outros estados do sistema a partir de perturbação desse estado. Assim, escolhendo um ponto desse vale como estado fundamental a simetria rotacional é quebrada, dizemos que temos uma simetria quebrada espontaneamente. Entretanto os efeitos da simetria ainda permanecem presentes.

Estendendo essa idéia para a simetria axial das interações fortes. Considerando que a Hamiltoniana efetiva da QCD à temperatura zero similar à figura (1)(b), onde as coordenadas  $(x,y)$  são agora os campos  $(\sigma, \vec{\pi})$ , a rotação espacial agora é substituída pela rotação axial  $\Lambda_A$ , que rotaciona o campo  $\vec{\pi}$  em  $\sigma$  (equação (1.15)). Uma vez que o estado fundamental não está no centro mas a uma distância finita do centro, um dos campos terá um valor esperado finito. Esse campo é o campo  $\sigma$ , porque carrega os números quânticos do vácuo. Desta forma os campos dos píons correspondem a pequenas rotações a partir do estado fundamental que não necessita de energia. Consequentemente a massa dos píons deve ser zero. Ou seja, devido à quebra espontânea da simetria quiral e à hipótese da PCAC pode-se prever píons sem massa. Generalizando, toda teoria que se quebra espontaneamente produz bósons sem massa ou bósons de Goldstone. As excitações radiais na direção de  $\sigma$  são, entretanto, massivas.

## 1.7 Cromodinâmica Quântica com Três Sabores

O modelo padrão para as interações fortes, fracas e eletromagnéticas envolve três dupletos de férmions correspondentes aos seis diferentes sabores dos quarks. Destes seis diferentes quarks, três são 'leves' ( $u, d, s$ ) e os outros três 'pesados' ( $c, b, t$ ). A denominação 'leve' e 'pesado' se refere à comparação com a escala hadrônica,  $M_H \sim 1$  GeV. De fato  $m_c > M_H$  e



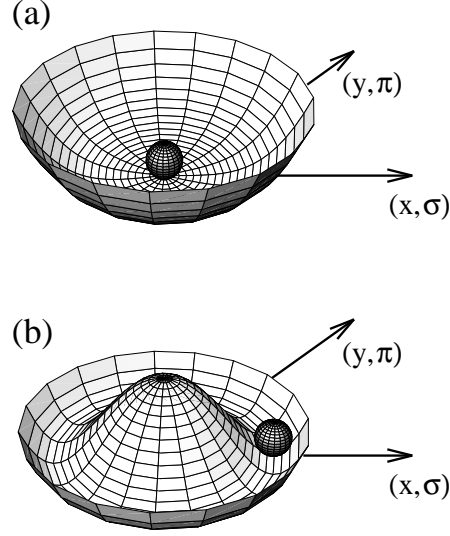


Figura 1: Potenciais efetivos.  
 (a) Sem quebra espontânea de simetria. (b) Com quebra espontânea de simetria.

$m_{b,t} \gg M_H$ , por outro lado, as massas dos quarks leves renormalizadas a uma escala de energia de 1 GeV possuem os seguintes valores típicos:

$$m_u = 5 \pm 2 \text{ MeV}, \quad m_d = 9 \pm 3 \text{ MeV}, \quad m_s = 175 \pm 55 \text{ MeV}.$$

A Lagrangiana da QCD para quarks  $q$  com três sabores pode ser escrita da forma:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{2g^2} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a} + \bar{q} i \gamma^\mu (\partial_\mu - i G_\mu) q - \frac{\Theta}{16\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu,a} - \bar{q} \mathcal{M} q \quad (1.24)$$

onde  $q^T(x) = (u(x), d(x), s(x))$ ,  $G_\mu$  é o campo do glúon,  $G_{\mu\nu}$  é o tensor de força do campo correspondente ao glúon e  $\tilde{G}_{\mu\nu,a} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} G_a^{\alpha\beta}$  é o seu dual.

O último termo da equação (1.24) está relacionado com o problema de violação de carga e paridade, e usaremos  $\Theta = 0$ , desta forma a matriz da massa dos quarks pode ser escolhida como sendo diagonal da forma:

$$\mathcal{M} = \text{diag}(m_u, m_d, m_s). \quad (1.25)$$

Na equação (1.24) não relacionamos explicitamente os geradores para transformações locais do grupo  $SU(3)_{\text{cor}}$ . Reescrevendo a equação (1.24) do ponto de vista da simetria quiral temos:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 - \bar{q} \cdot \mathcal{M} q,$$

onde

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 = -\frac{1}{2g^2} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a} + \bar{q} i \gamma^\mu (\partial_\mu - i G_\mu) q - \frac{\Theta}{16\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu,a}$$

e é invariante sob transformações globais do grupo:

$$\mathcal{G} = SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V \times U(1)_A.$$

Projetando os campos dos quarks em componentes de mão direita e esquerda:

$$q_R = Rq \quad q_L = Lq$$

onde

$$R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad \text{e} \quad L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \quad (1.26)$$

e transformando estas utilizando o grupo quiral  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  temos:

$$q_L \rightarrow e^{iT^a \alpha_L^a} q_L, \quad q_R \rightarrow e^{iT^a \alpha_R^a} q_R, \quad a = 1, \dots, 8$$

com os geradores  $T^a$  ( $a=1 \dots 8$ ) dados em termos das matrizes  $\lambda^a$  de Gell-Mann de  $SU(3)$  a partir de  $T^a = \lambda^a / 2$ , desta forma  $\text{Tr}(T^a T^b) = \delta^{ab} / 2$ . Consequentemente não estamos preocupados com a simetria vetorial  $U_V(1)$  relacionada com a corrente bariônica  $\bar{q} \gamma_\mu q$  e a corrente anômala  $U(1)_A$ . Acredita-se que a simetria axial  $U_A(1)$  seja quebrada devido ao efeito do íntanton [9].

À simetria global  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  da  $\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0$  estão associadas dezesseis correntes conservadas ( $16 = 2(N_f^2 - 1)$ ):

$$\begin{aligned} V_\mu^a &= \bar{q} \gamma_\mu T^a q, & \partial_\mu V^{\mu,a} &= 0, \\ A_\mu^a &= \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 T^a q, & \partial_\mu A^{\mu,a} &= 0, \end{aligned}$$

com suas respectivas cargas conservadas:

$$\begin{aligned} Q_V^a &= \int d^3x V_0^a(x) \quad ; \quad \frac{dQ_V^a}{dt} = 0 \quad ; \\ Q_A^a &= \int d^3x A_0^a(x) \quad ; \quad \frac{dQ_A^a}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Explicitando as massas dos quarks a simetria quiral é espontaneamente quebrada. Existem muitos indícios de que a simetria quiral não se manifesta igualmente no estado fundamental e no espectro de partículas da QCD. A utilização da simetria quiral no modelo de Wigner, por exemplo, os geradores definidos nas equações (1.27) se aniquilam no vácuo, deixando o dubleto hadrônico com paridade oposta, ou seja, degenerado, entrando em contradição com o espectro observado, concluindo que a simetria quiral não pode ser realizada no modelo de Wigner. A

simetria quiral é quebrada espontaneamente no subgrupo vetorial:

$$SU(3)_L \times SU(3)_R \rightarrow SU(3)_V$$

com o aparecimento de  $N_f^2 - 1 = 8$  mésons pseudoescalares sem massa, os bósons de Goldstone [10]. Entretanto na natureza esses bósons de Goldstone não são exatamente sem massa devido à quebra explícita da simetria pelas massas dos quarks; admite-se que os três píons ( $\pi$ ), os quatro káons (K) e a partícula eta ( $\eta$ ) resultem da quebra espontânea da simetria quiral da QCD.

A partir das massas dos mésons  $M_\eta \simeq M_K \gg M_\pi$ , pode-se concluir que  $m_s \gg m_d \simeq m_u$ , pois os píons não tem nenhum quark estranho. Esses bósons de Goldstone são de fato os hádrons mais leves observados e eles saturam as identidades de Ward pertinentes das interações fortes a baixas energias. Para calcular as funções de Green da QCD no regime não-perturbativo, devemos fazer uso de teorias de campos efetivas com os mésons pseudoescalares como graus de liberdade relevantes do sistema.

A característica essencial que torna esta teoria de campo efetiva e que propicia uma expansão perturbativa é o fato das interações dos bósons de Goldstone à baixa energia serem fracas. Por exemplo, considerando o processo de espalhamento elástico  $\pi^+ \pi^0 \rightarrow \pi^+ \pi^0$  (para píons sem massa) temos [11]:

$$T(\pi^+ \pi^0 \rightarrow \pi^+ \pi^0) = \frac{t}{F_\pi^2}$$

onde  $t$  é o quadrado do quadri-momento transferido. E realmente quando  $t$  se aproxima de zero as interações dos bósons desaparecem. Assim, a fraca interação dos bósons a baixas energias acaba tendo um papel fundamental na expansão sistemática a baixas energias na Teoria de Perturbação Quiral.

## 1.8 Teoria de Perturbação Quiral

Seja a amplitude de transição do vácuo para o vácuo na presença de campos externos:

$$e^{i\mathcal{Z}[v,a,s,p]} = \langle 0_{out} | 0_{in} \rangle_{v,a,s,p}$$

incluídos na Lagrangiana da QCD, escrita da seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 + \bar{q}(\gamma^\mu v_\mu(x) + \gamma^5 \gamma^\mu a_\mu(x))q - \bar{q}(s(x) - ip(x))q$$

onde os campos externos vetorial ( $v_\mu$ ), axial ( $a_\mu$ ), pseudoescalar ( $p$ ) e escalar ( $s$ ) são matrizes  $3 \times 3$  hermitianas no espaço dos sabores. A matriz de massa dos quarks  $\mathcal{M}$  (1.25) está contida no campo escalar  $s(x)$ . Para o mundo real devemos expandir em torno de  $v_\mu = a_\mu = p = 0$ ,  $s(x) = \mathcal{M}$ . A Lagrangiana  $\mathcal{L}$  é invariante, sob transformações quirais locais

$SU(3)_R \times SU(3)_L$ , se os quarks e os campos externos se transformam da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} q'_R &= Rq ; q'_L = Lq \\ v'_\mu + a'_\mu &= R(v_\mu + a_\mu)R^\dagger + iR\partial_\mu R^\dagger \\ v'_\mu - a'_\mu &= L(v_\mu - a_\mu)L^\dagger + iL\partial_\mu L^\dagger \\ s' + ip' &= R(s + ip)L^\dagger. \end{aligned}$$

Com  $L, R$  elementos de  $SU(3)_{L,R}$ . A integral de caminho de  $\mathcal{Z}$  lê-se:

$$e^{i\mathcal{Z}[v,a,s,p]} = \int [DG_\mu][Dq][D\bar{q}] e^{\int id^4x \mathcal{L}(q,\bar{q},G_{\mu\nu};v,a,s,p)}.$$

Isto permite fazer um contato com a teoria efetiva de mésons. Como estamos interessados no setor de baixa energia da teoria, podem-se expandir as funções de Green em termos dos momenta externos. Isto equivale a uma expansão em termos das derivadas dos campos externos. Esta expansão a baixa energia não é simplesmente uma expansão de Taylor pois os bósons de Goldstone geram pólos no limite quiral em  $q^2 = 0$  ou para as massas dos quarks finitas a  $q^2 = M_\pi^2$ . A expansão a baixa energia envolve dois parâmetros pequenos, o momenta externo  $q$  e a massa do quark  $\mathcal{M}$  (ou a massa dos bósons de Goldstone  $M_\pi, M_K, M_\eta$ ). Pode-se expandir em potências a partir da razão fixada  $\mathcal{M}/q^2$ . A Lagrangiana efetiva mesônica que leva a cabo esse procedimento vem da representação de baixa energia do gerador funcional:

$$e^{i\mathcal{Z}[v,a,s,p]} = \int [DU] e^{\int id^4x \mathcal{L}_{eff}(U;v,a,s,p)}$$

onde a matriz  $U$  coleciona os campos de Goldstone pseudoescalares. A expansão a baixa energia é obtida a partir da expansão perturbativa da teoria de campo efetiva mesônica:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_4 + \dots, \quad (1.28)$$

onde o subscrito ( $n = 2, 4, \dots$ ) denota a dimensão de baixa energia (número de derivadas e/ou termos de massa do quark).

O termo principal dessa expansão (chamado de  $\mathcal{L}_2$ ) na expansão a baixa energia (1.28) pode ser escrito em termos dos mésons que são descritos pela matriz unitária  $3 \times 3$  no espaço dos sabores:

$$U^\dagger U = 1, \quad \det U = 1. \quad (1.29)$$

A matriz  $U$  se transforma linearmente sob a simetria quiral  $U' = RUL^\dagger$ . A Lagrangiana de ordem mais baixa invariante de Lorentz, que conserva paridade e conjugação de carga e que é invariante quiral, pode ser descrita como [12]:

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{4}F^2 \left\{ \text{Tr}[\nabla_\mu U^\dagger \nabla^\mu U + \chi^\dagger U + \chi U^\dagger] \right\}. \quad (1.30)$$

A derivada covariante  $\nabla_\mu U$  transforma-se linearmente sob os grupos quirais  $SU(3)_R \times SU(3)_L$  e contém os acoplamentos dos campos externos vetoriais e axiais:

$$\nabla_\mu U = \partial_\mu U - i(v_\mu + a_\mu)U + iU(v_\mu - a_\mu).$$

O campo externo  $\chi$  inclui os campos escalar e pseudoescalar:

$$\chi = 2B(s + ip). \quad (1.31)$$

Aparecem duas constantes nas equações (1.30) e (1.31): a escala  $F$  que está relacionada com as correntes vetoriais axiais em primeira ordem  $A_\mu^a = -F \partial_\mu \pi^a$ , que pode ser identificada como a constante de decaimento do pión no limite quiral,  $F = f_\pi \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\}$ , por comparação direta com o elemento de matriz  $\langle 0 | A_\mu^a | \pi^b \rangle = ip_\mu \delta^{ab} F$ ; e a constante  $B$ , que aparece no campo  $\chi$ , que está relacionada com a quebra explícita da simetria quiral.

Considerando a quebra da simetria da Lagrangiana e expandindo em potências do campo do pión (com  $p = 0$ ,  $s = \mathcal{M}$ , logo,  $\chi = 2B\mathcal{M}$ ) temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 &= \frac{1}{2} F^2 B \text{Tr}[\mathcal{M}(U + U^\dagger)] \\ &= (m_u + m_d) B [F^2 - \frac{\pi^2}{2} + \frac{\pi^4}{24F^2} + \mathcal{O}(\pi^6)] + \dots, \end{aligned} \quad (1.32)$$

onde o último termo representa a contribuição dos káons e do eta.

O primeiro termo do lado direito da equação acima está relacionado com a energia do vácuo enquanto o segundo e o terceiro termos representam os termos de massa e interação, respectivamente. Como  $\partial H_{\text{QCD}} / \partial m_q = \bar{q}q$  temos da equação (1.32) que:

$$\langle 0 | \bar{u}u | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle = -F^2 B \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\}.$$

Isto mostra que a constante  $B$  está relacionada como o valor esperado no vácuo das densidades escalares dos quarks  $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$  e com o parâmetro de ordem da quebra espontânea da simetria. Também pode-se ver os termos de massa dos bósons pseudoescalares em (1.32).

No caso da simetria de isospin ( $m_u = m_d = \hat{m}$ ), obtém-se:

$$\begin{aligned} M_\pi^2 &= 2\hat{m}B \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\} = \hat{M}_\pi^2 \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\}, \\ M_K^2 &= (\hat{m} + m_s)B \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\} = \hat{M}_K^2 \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\}, \\ M_\eta^2 &= \frac{2}{3}(\hat{m} + 2m_s)B \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\} = \hat{M}_\eta^2 \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\}, \end{aligned} \quad (1.33)$$

onde  $\hat{M}_P$  denota o termo principal na expansão na massa do quark da massa dos mésons pseudoescalares. A relação exata de Gell–Mann–Okubo é  $4\hat{M}_K^2 = \hat{M}_\pi^2 + 3\hat{M}_\eta^2$  [14].

A equação (1.33) exhibe claramente o caráter de bóson de Goldstone dos pions quando

no limite em que as massas dos quarks vão a zero o campo pseudoescalar torna-se sem massa e a simetria quiral torna-se exata.

Para uma pequena quebra da simetria a massa dos píons é proporcional à raiz quadrada do parâmetro de quebra da simetria, por exemplo, a massa dos quarks.

A partir das equações (1.32) e (1.33) pode-se eliminar a constante  $B$  e encontrar as relações de Gell–Mann–Oakes–Renner [13]:

$$\begin{aligned} F_\pi^2 M_\pi^2 &= -2\hat{m} \langle 0|\bar{u}u|0 \rangle + \mathcal{O}(\mathcal{M}^2), \\ F_K^2 M_K^2 &= -(\hat{m} + m_s) \langle 0|\bar{u}u|0 \rangle + \mathcal{O}(\mathcal{M}^2), \\ F_\eta^2 M_\eta^2 &= -\frac{2}{3}(\hat{m} + m_s) \langle 0|\bar{u}u|0 \rangle + \mathcal{O}(\mathcal{M}^2), \end{aligned} \quad (1.34)$$

onde se usa  $F_P = f_P \{1 + \mathcal{O}(\mathcal{M})\}$  ( $P = \pi, K, \eta$ ).

Por exemplo, as diferenças nas constantes de decaimento físicas  $F_\pi \neq F_K \neq F_\eta$  aparecem em termos da ordem de  $\mathcal{M}^2$  na equação (1.34).

## 2 SISTEMA PÍON-NÚCLEON

A descrição das interações entre mésons e bárions, antes da QCD, era muito difícil. Muitas teorias falharam nessa descrição e a que melhor conseguiu descrever inicialmente foi o modelo sigma de Gell-Mann e Levy [15]. Entretanto essa descrição não era completa nem conclusiva. A partir do surgimento da QCD muito se entendeu sobre as interações hadrônicas mas mesmo assim não há um formalismo completo. Uma abordagem do problema utiliza as teorias efetivas onde há um entendimento significativo dessa interação. O tema em questão é bastante abrangente e alguns cálculos não podem ser feitos explicitamente.

### 2.1 Cinemática

A figura 2.1 descreve a cinemática do processo  $\pi^a(q_1)N(p_1) \rightarrow \pi^b(q_2)N(p_2)$ , onde  $a$  e  $b$  denotam os isospins dos píons,  $q$  e  $p$  os momentos do pión e do núcleon, respectivamente.

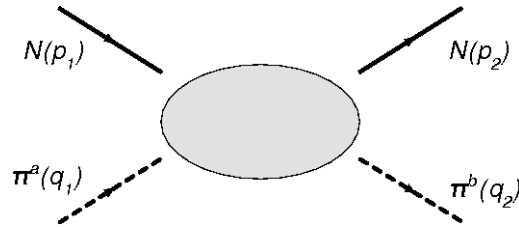


Figura 2: Interação pión-núcleon

A conservação do momento total faz com que existam apenas duas variáveis independentes envolvidas. As mais usadas são duas das variáveis de Mandelstam [3], dadas por combinações dos momentos externos:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + q_1)^2 = (p_2 + q_2)^2, \\ t &= (q_1 - q_2)^2 = (p_2 - p_1)^2, \\ u &= (p_1 - q_2)^2 = (p_2 - q_1)^2. \end{aligned}$$

A partir das definições acima é possível demonstrar que as variáveis satisfazem à condição:

$$s + t + u = p_1^2 + p_2^2 + q_1^2 + q_2^2.$$

Se ambos os píons e núcleon estiverem na camada de massa, a amplitude pión-núcleon é completamente descrita por apenas duas das três variáveis através do vínculo:

$$s + t + u = 2m_N^2 + 2m_\pi^2$$

onde  $m_N$  e  $m_\pi$  são as massas do núcleon e do pión, respectivamente. Outras variáveis bastante usadas são:

$$v = \frac{s - u}{4m_N} \quad \text{e} \quad v_B = \frac{t - 2m_\pi}{4m_N}.$$

## 2.2 Amplitude de Espalhamento

A amplitude de transição para o processo de espalhamento da figura 2.1 é escrita da seguinte maneira:

$$T_{\pi N} = \langle \pi^a(q_1) N(p_1) | T(s, t, u) | \pi^b(q_2) N(p_2) \rangle$$

e tem a estrutura de isospin dada por:

$$T_{ab}^{\pi N}(s, t, u) = \delta_{ab} T^+(s, t, u) - \varepsilon_{abc} \tau_c T^-(s, t, u). \quad (2.1)$$

onde  $T^+$  representa a amplitude de transição onde não há a troca do isospin do pión e  $T^-$  a amplitude onde o pión troca de isospin.

Para núcleons na camada de massa, as amplitudes  $T^\pm$  na notação de Dirac podem ser escritas de várias formas equivalentes:

$$T^\pm(s, t, u) = \bar{u}(\vec{p}_2) \left[ -A^\pm(s, t, u) + i \frac{(q_1 + q_2)}{2} B^\pm(s, t, u) \right] u(\vec{p}_1) \quad (2.2)$$

ou

$$\begin{aligned} T^\pm &= \bar{u}(\vec{p}_2) \left[ D^\pm - \frac{1}{4m_N} [q_2, q_1] B^\pm \right] u(\vec{p}_1) \\ &= \bar{u}(\vec{p}_2) \left[ D^\pm - \frac{i}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} (p_2 - p_1)^\mu \frac{(q_1 + q_2)^\nu}{2} B^\pm \right] u(\vec{p}_1) \end{aligned}$$

ou

$$T_{ab}^{\pi N} = \frac{E + m_n}{2m_n} \left[ \delta_{ab} [g^+ + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{q}_2 \times \vec{q}_1) h^+] - i\varepsilon^{abc} \tau^c [g^- + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{q}_2 \times \vec{q}_1) h^-] \right].$$

Sendo  $E$  a energia do núcleon,  $\not{p} = p_\mu \gamma^\mu$ , onde as matrizes de Dirac satisfazem às relações:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad \text{e} \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu], \quad \text{onde} \quad g^{00} = 1, g^{ii} = -1, i = 1, 2, 3.$$



As amplitudes  $A^\pm$ ,  $B^\pm$  e  $D^\pm$  são invariantes de Lorentz que apenas dependem das variáveis de Mandelstam  $s$ ,  $t$  e  $u$ ; as matrizes  $\tau$  são as matrizes de Pauli,  $u(\vec{p})$  o espinor de Dirac e  $\bar{u}(\vec{p})$  o espinor de Dirac conjugado.

A equivalência entre as duas formas fornece a relação:

$$D^\pm = A^\pm + \frac{s-u}{4M_N} B^\pm.$$

As amplitudes invariantes  $A^\pm$  e  $B^\pm$  possuem as seguintes propriedades de cruzamento:

$$A^\pm(s, t, u) = \pm A^\pm(u, t, s) \quad e \quad B^\pm(s, t, u) = \mp B^\pm(u, t, s); \quad (2.3)$$

assim, as amplitudes com isospin total definidos  $1/2$  e  $3/2$  podem ser obtidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A^{1/2} &= A^+ + 2A^- \quad , \quad A^{3/2} = A^+ - A^-, \\ B^{1/2} &= B^+ + 2B^- \quad , \quad B^{3/2} = B^+ - B^-. \end{aligned} \quad (2.4)$$

### 2.3 Amplitudes de Ondas Parciais

Trabalhando no centro de massa do sistema, os quadri-momentos das partículas podem ser definidos como:

$$p_1 = (E, \vec{k}), \quad q_1 = (w, -\vec{k}), \quad p_2 = (E, \vec{k}'), \quad q_2 = (w, -\vec{k}'),$$

onde  $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$ ,  $E = \sqrt{\vec{k}^2 + m_N^2}$  e  $w = \sqrt{\vec{k}^2 + m_\pi^2}$ . A energia total e o ângulo de espalhamento são dados por:

$$W = E + w \quad e \quad \vec{k} \cdot \vec{k}' = |\vec{k}|^2 \cos \theta.$$

assim, as variáveis de Mandelstam são:  $s = W^2$  e  $t = -2|\vec{k}|^2(1 - \cos \theta)$ .

As amplitudes de Pauli com isospin definido são :

$$\begin{aligned} F_1^I(s, \cos \theta) &= \frac{E + m_N}{8\pi W} [A^I(s, \cos \theta) + (W - m_N)B^I(s, \cos \theta)] \\ F_2^I(s, \cos \theta) &= \frac{E - m_N}{8\pi W} [-A^I(s, \cos \theta) + (W + m_N)B^I(s, \cos \theta)] \end{aligned} \quad (2.5)$$

e as amplitudes de ondas parciais são definidas como:

$$f_{l\pm}^I(s) = F_{1l}^I(s) + F_{2l\pm 1}^I(s) \quad (2.6)$$

onde

$$F_{iI}^I(s) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} F_i^I(s, x) P_I(x) dx \quad (2.7)$$

para  $i = 1$  ou  $2$ ,  $I = 1/2$  e  $3/2$  e  $P_I(x)$  são os polinômios de Legendre.

Para espalhamento elástico obtém-se a seguinte condição de unitariedade do processo de espalhamento:

$$\text{Im}f_{l\pm}^l(s) = |\vec{k}| |f_{l\pm}^l(s)|^2. \quad (2.8)$$

A definição de defasagens é um pouco arbitrária, adotarei a seguinte definição:

$$\delta_{ll}(s) = \arctan \left( \frac{\text{Im}f_{l\pm}^l(s)}{\text{Re}f_{l\pm}^l(s)} \right). \quad (2.9)$$

Uma outra notação para o espalhamento é a notação de espectroscopia, as ondas parciais são escritas como  $\mathbf{L}_{2l} \mathbf{2J}$ . Nesta tese usaremos as amplitudes definidas a partir da relação (2.6):

$$\begin{aligned} f_{0+}^{1/2} = S_{11} &= F_{10}^{1/2}(s) + F_{21}^{1/2}(s), & f_{0+}^{3/2} = S_{31} &= F_{10}^{3/2}(s) + F_{21}^{3/2}(s), \\ f_{1-}^{1/2} = P_{11} &= F_{11}^{1/2}(s) + F_{20}^{1/2}(s), & f_{1-}^{3/2} = P_{31} &= F_{11}^{3/2}(s) + F_{20}^{3/2}(s), \\ f_{1+}^{1/2} = P_{13} &= F_{11}^{1/2}(s) + F_{22}^{1/2}(s) & e \quad f_{1+}^{3/2} = P_{33} &= F_{11}^{3/2}(s) + F_{22}^{3/2}(s). \end{aligned}$$

## 2.4 Modelo Sigma Linear

O primeiro modelo que procurou explorar a invariância da simetria para procurar descrever o processo de interação pión-núcleon surgiu muito antes de se conhecer a QCD como a teoria das interações fortes, e foi proposto por Gell-Mann e Levy [15] que introduziram um modelo simples que ficou conhecido como Modelo Sigma. Para construir esse modelo devemos construir uma Lagrangiana que seja um escalar de Lorentz e invariante sob as transformações quirais.

No capítulo anterior vimos que os píons se transformam da seguinte forma (equações (1.14) e (1.15)):

$$\Lambda_V : \pi_i \longrightarrow \pi_i + \varepsilon_{ijk} \Theta_j \pi_k, \quad \Lambda_A : \pi_i \longrightarrow \pi_i + \Theta_i \sigma$$

e analogamente vimos a transformação do campo  $\sigma$ :

$$\Lambda_V : \sigma \longrightarrow \sigma, \quad \Lambda_A : \sigma \longrightarrow \sigma - \Theta_i \pi_i.$$

Como  $\Lambda_V$  é simplesmente uma rotação de isospin, o quadrado desses campos é invariante sob esta transformação:

$$\Lambda_V : \pi^2 \longrightarrow \pi^2; \quad \sigma^2 \longrightarrow \sigma^2;$$

e sob a transformação  $\Lambda_A$  ficam da seguinte forma:

$$\Lambda_A : \vec{\pi}^2 \longrightarrow \vec{\pi}^2 + 2\sigma\Theta_i\pi_i; \quad \sigma^2 \longrightarrow \sigma^2 - 2\sigma\Theta_i\pi_i.$$

Desta forma, a combinação  $(\vec{\pi}^2 + \sigma^2)$  torna-se invariante sob ambas as transformações,  $\Lambda_V$  e  $\Lambda_A$ :

$$(\vec{\pi}^2 + \sigma^2) \xrightarrow{\Lambda_V, \Lambda_A} (\vec{\pi}^2 + \sigma^2). \quad (2.10)$$

Como esta combinação é um escalar de Lorentz, podemos construir uma Lagrangiana que seja invariante quiral usando a seguinte estrutura:

- Interação Píon-núcleon:

A forma fundamental desta interação é uma combinação dos campos do píon e da corrente pseudoescalar do núcleon:

$$g_\pi (i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi) \vec{\pi},$$

onde  $g_\pi$  é a constante de acoplamento píon-núcleon. Sob transformações quirais este termo se comporta exatamente como  $\pi^2$ , porque o termo envolvendo o núcleon possui os números quânticos do píon. Para a invariância quiral necessitamos de um termo proporcional a  $\sigma^2$ , para ter uma estrutura invariante, eq. (2.10). Uma escolha simples será:

$$g_\pi (\bar{\psi}\psi) \sigma, \quad (2.11)$$

assim, o termo de interação entre os núcleons e os mésons resulta:

$$\delta\mathcal{L} = -g_\pi [(i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi) \vec{\pi} + (\bar{\psi}\psi) \sigma].$$

- Termo de massa do núcleon:

Como visto na sessão 1.3 o termo de massa quebra explicitamente a simetria quiral. O termo de massa é muito grande para simplesmente ser tratado como resultado de uma pequena quebra da simetria quiral como na relação PCAC (1.19), que relaciona o campo do píon com o divergente da corrente axial. Uma maneira simples de se introduzir o termo de massa dos núcleons é explorar o acoplamento do núcleon com o campo  $\sigma$  (2.11), que possui a estrutura do termo de massa do núcleon. Admitindo que o campo  $\sigma$  possui um valor esperado finito no vácuo:

$$\langle \sigma \rangle = \sigma_0 = f_\pi$$

onde a escolha de  $\sigma_0 = f_\pi$  vem da relação de Goldberger-Treiman (1.23)  $f_\pi g_{\pi NN} = g_a m_N$  no limite de  $g_a = 1$ . Um valor esperado finito no vácuo implica que a simetria quiral será espontaneamente quebrada. Para solucionar esse problema introduzimos um potencial para o campo sigma, com um mínimo em  $\sigma = f_\pi$ , levando a um outro termo.

- Potencial píon-sigma:

Este potencial deve gerar um valor esperado no vácuo para o campo sigma tal que a

estrutura permaneça invariante quiral. A escolha mais simples é:

$$V = V(\pi^2 + \sigma^2) = \frac{\lambda}{4} ((\pi^2 + \sigma^2) - f_\pi^2)^2.$$

Para o caso de  $\pi = 0$  para esse potencial podemos construir a figura 3. Vemos que o potencial possui um mínimo em  $\sigma = f_\pi$ .

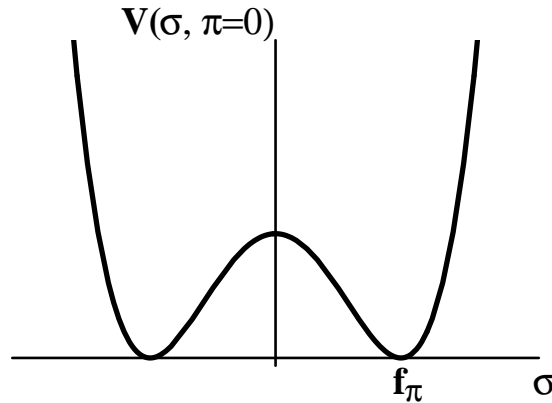


Figura 3: Potencial do modelo sigma linear

- Termos de energia cinética:

Finalmente os termos de energia cinética dos núcleons e mésons invariantes quirais serão:

$$i\bar{\psi}\partial\psi \quad \text{e} \quad \frac{1}{2}(\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi + \partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma).$$

Unindo todos os termos temos a Lagrangiana do modelo sigma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i\bar{\psi}\partial\psi - g_\pi(i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\vec{\pi} + \bar{\psi}\psi\sigma) \\ & - \frac{\lambda}{4}((\pi^2 + \sigma^2) - f_\pi^2)^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma. \end{aligned}$$

Analisando o estado fundamental já observamos que o campo sigma possui um valor esperado finito, diferente do pión que possui valor esperado nulo devido à sua paridade. Além disso o núcleon obtém seu termo de massa a partir da interação com o campo sigma. Entretanto esperávamos o campo do pión sem massa. Para essa verificação pode-se expandir o termo de interação do mésons em torno do estado fundamental:

$$\sigma = \sigma_0 + (\delta\sigma); \quad \pi = (\delta\pi).$$

Essas flutuações  $((\delta\sigma), (\delta\pi))$  podem ser identificadas como as partículas observáveis  $(\sigma \text{ e } \pi)$ . Agora expandindo esse potencial em torno do mínimo até termos quadráticos, os

termos lineares se anulam, e teremos:

$$V(\sigma, \pi) = \lambda f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 + \mathcal{O}(\delta^3)$$

onde usamos  $\sigma_0 = f_\pi$ . Comparando com a Lagrangiana dos bósons livres podemos identificar os termos de massa de sigma:

$$m_\sigma^2 = 2\lambda f_\pi^2 \neq 0.$$

Em resumo, as características do modelo sigma linear são :

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle &= \sigma_0 = f_\pi, \quad \langle \pi \rangle = 0, \\ m_N &= g_\pi \sigma_0 = g_\pi f_\pi, \quad m_\sigma^2 = 2\lambda f_\pi^2 \neq 0 \text{ e } m_\pi = 0. \end{aligned}$$

## 2.5 Lagrangiana Efetiva

Consideremos a estrutura geral da Lagrangiana efetiva para descrever o sistema pión-núcleon  $\mathcal{L}_{\pi N}^{\text{eff}}$ . A partir da matriz  $U(x)$ , que contém o campo do pión, e os campos do próton ( $p$ ) e nêutron ( $n$ ) no campo de isospin  $\Psi$ :

$$\Psi = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix},$$

introduzimos uma matriz  $K$  tal que o campo bariônico se transforme da seguinte forma:

$$\Psi \rightarrow K(L, R, U)\Psi,$$

onde  $K$  não depende somente dos elementos do grupo  $L, R \in SU(2)_{L,R}$ , mas também depende do campo do pión (parametrizado em termos de  $U(x)$ ) de uma forma completamente não linear. Como  $U(x)$  depende das coordenadas espaço-temporais, logo  $K$  também delas depende e consequentemente as transformações relacionadas com  $K$  são locais.

Definindo  $K \in SU(2)$  por:

$$K = u'^{\dagger} R u,$$

onde  $U'(x) = R U(x) L^{\dagger} = u'^2(x)$ , sendo  $u^2(x) = U(x)$ .

As propriedades de transformação do campo do pión induzem uma transformação bem definida de  $u(x)$  em  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  que consequentemente define uma função não linear para  $K$  dependente de  $L, R$  e  $\pi(x)$  da seguinte maneira:

$$K = \sqrt{L U^{\dagger} R^{\dagger} R} \sqrt{U}.$$

Os campos externos: vetorial ( $v_\mu$ ) e axial ( $a_\mu$ ), são combinações dos campos de gauge

associados às transformações  $L$  e  $R$  da seguinte maneira:

$$R_\mu = (v_\mu + a_\mu) \quad , \quad L_\mu = (v_\mu - a_\mu).$$

Essas funções são melhor interpretadas em termo das transformações infinitesimais:

$$K = \exp(i\gamma_a \tau_a) \quad , \quad L = \exp(-i\alpha_a \tau_a) \exp(i\beta_a \tau_a),$$

$$R = \exp(i\alpha_a \tau_a) \exp(i\beta_a \tau_a) \quad \text{e} \quad U = \sqrt{1 - \frac{\vec{\pi}^2}{f_\pi^2}} + i \frac{\vec{\tau} \vec{\pi}}{f_\pi};$$

com  $\gamma_a, \alpha_a, \beta_a$  reais temos:

$$\vec{\gamma} = \vec{\beta} - \frac{1}{2f_\pi} [\vec{\alpha} \times \vec{\pi}] + \mathcal{O}(\vec{\alpha}^2, \vec{\beta}^2, \vec{\pi}^2),$$

o que significa que a transformada do campo do núcleon aparece multiplicada por uma função do campo do pión. Nota-se que as transformações quirais estão relacionadas com as absorções e emissões dos píons.

A derivada covariante do campo do núcleon é dada por:

$$D_\mu \Psi = \partial_\mu \Psi + \Gamma_\mu \Psi,$$

onde

$$\Gamma_\mu = \frac{1}{2} [u^\dagger, \partial_\mu u] - \frac{i}{2} u^\dagger (v_\mu + a_\mu) u - \frac{i}{2} u (v_\mu - a_\mu) u^\dagger.$$

Assim  $D_\mu$  transforma-se homogeneamente sob as transformações quirais,  $D'_\mu = K D_\mu K^\dagger$  e o objeto  $\Gamma_\mu$  é chamado de conexão quiral e é um campo de calibre.

A derivada covariante  $D_\mu$  e o objeto axial  $u_\mu$  são as unidades fundamentais para a teoria efetiva de ordem mais baixa. A Lagrangiana efetiva mais geral é uma sequência de termos tais que o número de núcleons externos é o mesmo que dos objetos  $D_\mu$  e  $u_\mu$ . O termo sem núcleon corresponde a Lagrangiana mesônica, equação (1.30), logo:

$$\mathcal{L}_{eff}[\pi, \Psi, \bar{\Psi}] = \mathcal{L}_{\pi\pi} + \mathcal{L}_{\bar{\Psi}\Psi} + \mathcal{L}_{\bar{\Psi}\Psi\bar{\Psi}\Psi} + \dots$$

A estes termos estão também relacionados processos da interação pión–píon. Para processos onde há dois núcleons externos e que não possuem laços dos núcleons, podemos considerar a Lagrangiana de interação da forma:

$$\mathcal{L}_{\bar{\Psi}\Psi} = \mathcal{L}_{\pi N} = -\bar{\Psi}(x) \mathcal{D}(x) \Psi(x).$$

O operador diferencial  $\mathcal{D}(x)$  deve ser definido de forma a possuir uma expansão quiral que permita utilizar métodos perturbativos.

A Lagrangiana efetiva da interação pión–núcleon de ordem mais baixa, tem uma forma

explícita que deriva da combinação da conexão  $\Gamma_\mu$  e do vetor axial  $u_\mu$ , com os apropriados bilineares dos bárions; assim:

$$\mathcal{L}_{\pi N}^{(1)} = -\bar{\Psi}\mathcal{D}^{(1)}\Psi = \bar{\Psi}(i\gamma_\mu D^\mu - \hat{m}_N + \frac{\hat{g}_A}{2}\gamma^\mu\gamma_5 u_\mu)\Psi. \quad (2.12)$$

A Lagrangiana efetiva (2.12) contém dois novos parâmetros: a massa bariônica  $\hat{m}_n$  e o acoplamento axial  $\hat{g}_A$ , que são os valores, no limite quiral, da massa  $m_N$  e da constante de acoplamento  $g_A$ :

$$m_N = \hat{m}_N[1 + \mathcal{O}(\hat{m}_N)],$$

$$g_A = \hat{g}_A[1 + \mathcal{O}(\hat{m}_N)],$$

onde  $m_N = 939$  MeV é a massa física do núcleon e  $g_A$  é a força axial medida no decaimento  $\beta$  do nêutron,  $g_A \simeq 1.26$ .

A estrutura de baixa energia da teoria na presença de bárions é mais complexa em comparação com o setor mesônico. Podemos analisar as amplitudes de espalhamento  $\pi\pi$  e  $\pi N$ ,  $T_{\pi\pi}$  e  $T_{\pi N}$ , respectivamente. Sabemos que a amplitude de árvore em  $\pi\pi$  é de ordem  $p^2$  e os  $n$  laços contribuem em ordem  $(p^2)^n$ , onde  $p$  denota o pequeno quadri-momento do méson, massa ou tri-momento do núcleon.

Os gráficos de árvore para  $T_{\pi N}$  iniciam-se na ordem de  $p$  seguindo para correções de ordem mais elevadas  $p^2$ ,  $p^3$ , .... Gráficos de um laço, após renormalizações apropriadas da massa e constante de acoplamento, iniciam na ordem de  $p^2$  e no limite quiral ( $\hat{m}_N = 0$ ) não são analíticas para momento externos da ordem de  $p^3$ . Laços de ordens superiores iniciam na ordem  $p^2$  e dão contribuições analíticas para ordens de  $\mathcal{O}(p^2, p^3)$ .

Meissner [16] utilizando a Lagrangiana de (2.12) no formalismo de perturbação quiral com tratamento relativístico nos três gráficos de árvore demonstrado na figura 4 obtém três contribuições principais para a amplitude da interação píon-núcleon:

$$\begin{aligned} T_{\pi N}^{(a)} &= \frac{g_A^2}{4F^2} \tau^b \tau^a \bar{u}(p_2) \not{q}_2 \frac{-\not{p}_1 - \not{q}_1 + m_N}{(p_1 + q_1)^2 - m_N^2} \not{q}_1 u(p_1), \\ T_{\pi N}^{(b)} &= \frac{g_A^2}{4F^2} \tau^a \tau^b \bar{u}(p_2) \not{q}_1 \frac{-\not{p}_1 + \not{q}_2 + m_N}{(p_1 - q_2)^2 - m_N^2} \not{q}_2 u(p_1), \\ T_{\pi N}^{(c)} &= -\frac{i}{4F^2} \varepsilon^{abc} \tau^c \bar{u}(p_2) (\not{q}_1 + \not{q}_2) u(p_1). \end{aligned} \quad (2.13)$$

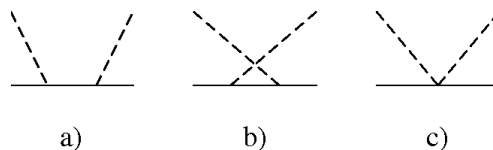


Figura 4: Gráficos de árvore em aproximação relativística discutida no texto

O resultado final é:

$$g^+(\omega, t) = -\frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{16m_N \omega^2} [4m_\pi^4 + t^2 + 4\omega^2 t - 4m_\pi^2 t] + \frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{32m_N^2 \omega^3} \times$$

$$\left[ 16\omega^2 m_\pi^4 + 5\omega^2 t^2 - 16m_\pi^6 - 8m_\pi^2 t^2 + 4\omega^4 t + 20m_\pi^4 t + t^3 - 20\omega^2 m_\pi^2 t \right],$$

$$h^+(\omega, t) = -\frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{2\omega} - \frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{8m_N \omega^2} [4m_\pi^2 - t]$$

$$- \frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{16m_N^2 \omega^3} [10m_\pi^4 + t^2 - 6\omega^2 m_\pi^2 - 2\omega^4 + 3t\omega^2 - 6m_\pi^2 t],$$

$$g^-(\omega, t) = -\frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{4\omega} [2\omega^2 - 2m_\pi^2 + t] + \frac{\omega}{2F^2} + \frac{\omega}{16m_N^2 F^2} [2\omega^2 - 2m_\pi^2 + t]$$

$$+ \frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{16m_N \omega^2} [t^2 + 2\omega^2 t - 8\omega^4 + 8m_\pi^4 - 6m_\pi^2 t] - \frac{1}{8m_N F^2} [4m_\pi^2 - 4\omega^2 - t]$$

$$+ \frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{32m_N^2 \omega^3} \left[ 8m_\pi^2 \omega^4 - 20m_\pi^4 \omega^2 - 4\omega^6 + 20m_\pi^6 + 20\omega^2 m_\pi^2 t - 5\omega^2 t^2 - 4t\omega^4 \right.$$

$$\left. - 22m_\pi^4 t + 8t^2 m_\pi^2 - t^3 \right],$$

$$h^-(\omega, t) = -\frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{8m_N \omega^2} [2\omega^2 - 2m_\pi^2 + t] + \frac{1}{F^2} \frac{1}{4m_N}$$

$$- \frac{g_A^2}{F^2} \frac{1}{16m_N^2 \omega^3} [2\omega^4 - t^2 - 8m_\pi^4 + 6m_\pi^2 t - 3\omega^2 t + 6\omega^2 m_\pi^2] + \frac{\omega}{8m_N^2 F^2}.$$

A partir dessas amplitudes de spin obtemos as seguintes amplitudes invariantes de Lorentz:

$$A^\pm = \left( \frac{\sqrt{s} + m_N}{2\sqrt{s}} \right) g^\pm - \left[ \frac{1}{2\sqrt{s}} \left( (\omega^2 - m_\pi^2) \frac{2E\sqrt{s} - 2m_N^2}{E - m_N} + (\sqrt{s} + m_N) \frac{t}{2} \right) \right] h^\pm,$$

$$B^\pm = \left( \frac{1}{2\sqrt{s}} \right) g^\pm + \left[ \frac{1}{2\sqrt{s}} \left( (\omega^2 - m_\pi^2) \frac{2m_N}{E - m_N} - \frac{t}{2} \right) \right] h^\pm,$$

nestas expressões  $\omega$  e  $E$  denotam as energias do pión e do núcleon no centro de massa, respectivamente.

Meissner obtém bons resultados a baixas energias para as defasagens pión-núcleon, para momento do pión do sistema do laboratório de 200 MeV. Sabendo que o momento do pión no sistema de laboratório está relacionado à energia total ( $\sqrt{s}$ ) no sistema do centro de massa,

$$q_\pi^2 = \frac{1}{4m_n^2} (s - m_\pi^2 - m_n^2)^2 - m_\pi^2,$$

vemos que o valor máximo da energia no centro de massa é 1165 MeV.



As amplitudes foram calculadas em aproximação de um laço de ordem  $q^3$  após renormalização da massa e da constante de acoplamento, como mostra a figura 5, utilizando os parâmetros em ordem de árvore tomados com os valores físicos reais e os parâmetros da ordem de um laço no limite quiral. Esse modelo apesar de obter bons resultados a baixas energias não conseguem explicar as ressonâncias.

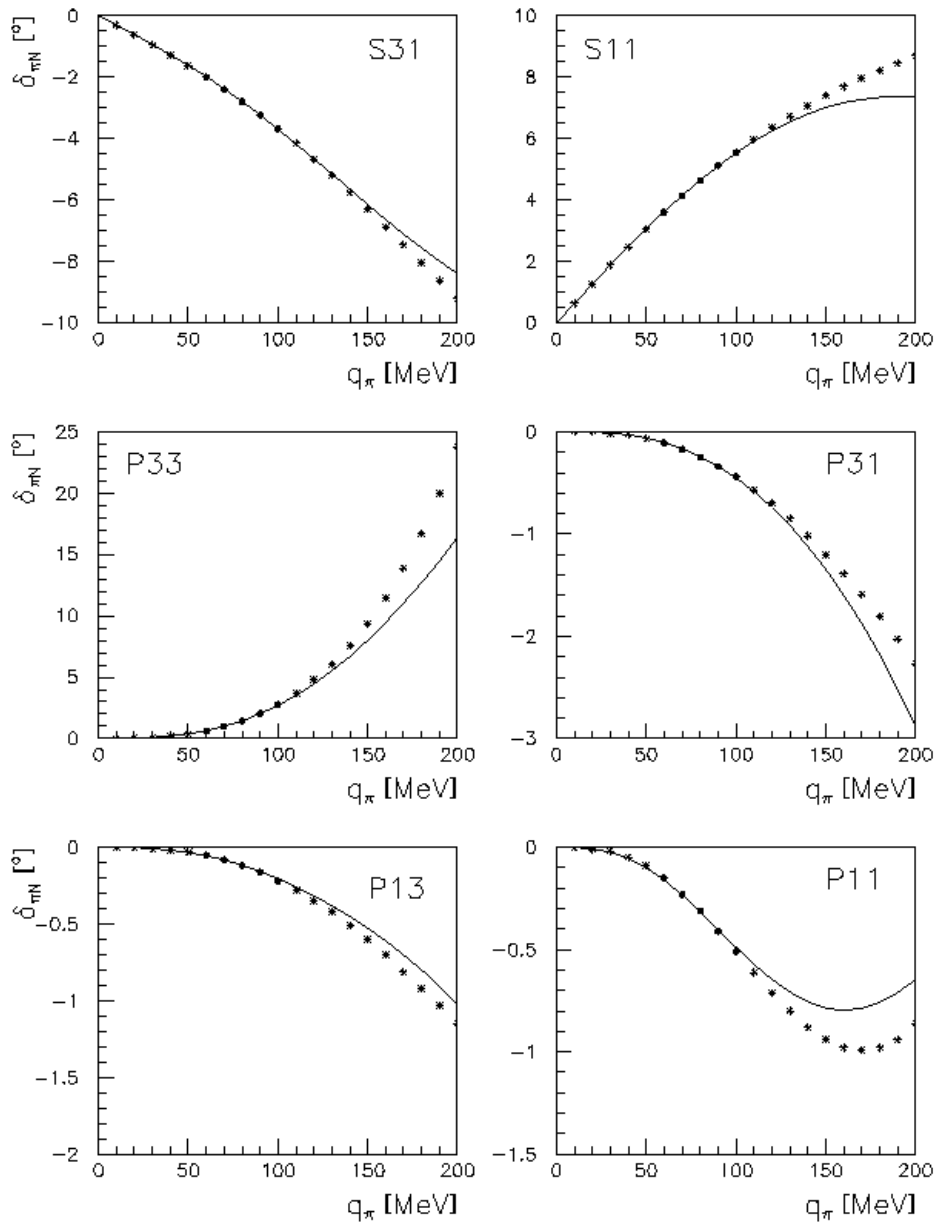


Figura 5: Resultados obtidos para as defasagens utilizando ChPT em aproximação de um laço em função do momento do pión (linha cheia), comparados aos dados experimentais (pontos) [16].

## 2.6 Bárions Pesados

Como visto anteriormente o tratamento relativístico dos bárions na estrutura das teorias efetivas à baixas energias leva a algumas complicações.

Para recuperar a correspondência de um para um entre os laços e as expansões de pequenos momentos devemos considerar os bárions extremamente pesados. Somente o momento do bárion em relação à massa de repouso contará e deverá ser pequeno. Fundamentalmente o sistema consiste de uma fonte extremamente pesada envolvida em uma nuvem de partículas muito leves ou sem massa. Que é a mesma idéia aplicada na teoria de campo dos quarks pesados usada em física de quarks pesados. Jenkins e Manohar [17, 18] desenvolveram uma nova formulação para a teoria de perturbação quiral para bárions que consiste em tomar o limite não-relativístico extremo da teoria relativística e expandir em termos de potências do inverso da massa bariônica. Esse tratamento é conhecido como Teoria de Perturbação Quiral com Bárions Pesados.

O objetivo é integrar os maiores graus de liberdade. Para isso o campo do núcleon  $\Psi$  é reescrito nas suas componentes superiores e inferiores com a velocidade quadri-dimensional fixada  $v$ , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} H_v &= e^{imv \cdot x} \frac{1}{2} (1 + \not{v}) \Psi \\ h_v &= e^{imv \cdot x} \frac{1}{2} (1 - \not{v}) \Psi . \end{aligned}$$

Em termos desses novos campos podemos reescrever a Lagrangiana  $\mathcal{L}_{\pi N}$ :

$$\mathcal{L}_{\pi N} = \bar{H}_v \mathcal{A} H_v + \bar{h}_v \mathcal{B} H_v + \bar{H}_v \gamma_0 \mathcal{B}^\dagger \gamma_0 h_v - \bar{h}_v \mathcal{C} h_v .$$

É possível simplificar a álgebra de Dirac, o que permite escrever qualquer bilinear em termos da velocidade  $v_\mu$  e do operador de spin, permitindo obter os operadores  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  e  $\mathcal{C}$ .

O objetivo de integrar os graus de liberdade maiores é alcançado no formalismo de bárions pesados com o desaparecimento da massa do núcleon para o termo dominante em ordem de  $1/\hat{m}_N$ . Desta forma se obtém um sistema de contagem quiral consistente.

A dimensão  $D$  de qualquer diagrama de Feynman é dada por:

$$D = 1 + 2L + \sum_d (d-2) N_d^M + \sum_d (d-1) N_d^{MB} ,$$

onde  $M$  denota mésons e  $B$  bárions;  $L$  o número de laços e  $N_d^M$ ,  $N_d^{MB}$  o número de vértices com dimensão  $d$  da Lagrangiana dos mésons e dos mésons-bárions, respectivamente. Observa-se que  $D \geq 2L + 1$ , assim temos um sistema de contagem de potências consistente em analogia ao setor mesônico.

O formalismo relativístico da inclusão do setor bariônico foi desenvolvido por Weinberg [19], Callan et al. [20, 21], Langacker e Pagels [22], Pagels [23], entre outros. Meissner [16] afirma que os gráficos de árvore equivalentes aos mostrados na figura 4 utilizando a descrição de bárions pesados reproduzem os mesmos resultados obtidos utilizando a expansão relativística das amplitudes obtidas pelo formalismo relativístico, equação (2.13).

## 2.7 Método da Amplitude Inversa

O cálculo da amplitude  $\pi$ -N em aproximação de um laço utilizando a HBChPT permite obter bons resultados a baixas energias, mas ainda não consegue explicar a presença de ressonâncias na interação pión-núcleon [26] e apresenta uma lenta convergência. Cada ordem de aproximação eleva a quantidade de parâmetros que devem ser levados em consideração.

Além disto, as amplitudes obtidas com o formalismo de HBChPT não satisfazem a unitariedade elástica, equação (2.8), entretanto satisfazem a unitariedade perturbativamente [27]:

$$\text{Im}f^{(1)} = \text{Im}f^{(2)} = 0; \quad \text{Im}f^{(3)} = |\vec{k}| |f^{(1)}|^2, \quad (2.14)$$

onde  $f$  denota a amplitude de onda parcial com isospin e momento angular definidos, e o índice sobrescrito denota a potência em momento do núcleon na amplitude. Mas a unitariedade é uma característica muito importante para as interações fortes, o que sugere que deva ser imposta ao resultado aproximado de baixa energia. Uma maneira de se solucionar esse problema é utilizar o Método da Amplitude Inversa (IAM - *Inverse Amplitude Method*), que conduz a uma amplitude que satisfaz exatamente à relação de unitariedade como vamos apresentar a seguir.

A condição de unitariedade elástica exata pode ser reescrita como:

$$\text{Im}(1/\tilde{f}) = -|\vec{k}|,$$

o que é possível se escrevermos:

$$\tilde{f} = \frac{1}{\text{Re}(1/f) - i|\vec{k}|}.$$

Assim, qualquer amplitude nessa forma satisfaz a unitariedade elástica. Desta maneira utiliza-se o Método da Amplitude Inversa para corrigir a unitariedade das amplitudes obtidas utilizando a Teoria de Perturbação Quiral de Bárions Pesados em ordem  $\mathcal{O}(q^3)$  [26]. Havendo calculado as contribuições de ordem mais baixa para a amplitude, temos:

$$f \simeq f^{(1)} + f^{(2)} + f^{(3)}.$$

A partir desta amplitude e utilizando os resultados da equação (2.14), o seguinte resultado para a amplitude corrigida [28]:

$$\tilde{f} \simeq \frac{f^{(1)2}}{f^{(1)} - f^{(2)} + f^{(2)2}/f^{(1)} - \text{Re } f^{(3)} - i|\vec{k}|f^{(1)2}}. \quad (2.15)$$

Utilizando a expressão acima Pelaez [28] obteve excelentes resultados para as amplitudes de ondas parciais  $S$  e  $P$  e as comparou com os dados experimentais, como mostra a Figura 6. Entretanto, o método da amplitude inversa depende de quão boa é a aproximação da parte real da amplitude. Por outro lado, como se trata de uma aproximação, é impossível satisfazer exatamente a condição de unitaridade e manter a simetria de cruzamento da amplitude total. Isto foi demonstrado no espalhamento pión-pión [29].

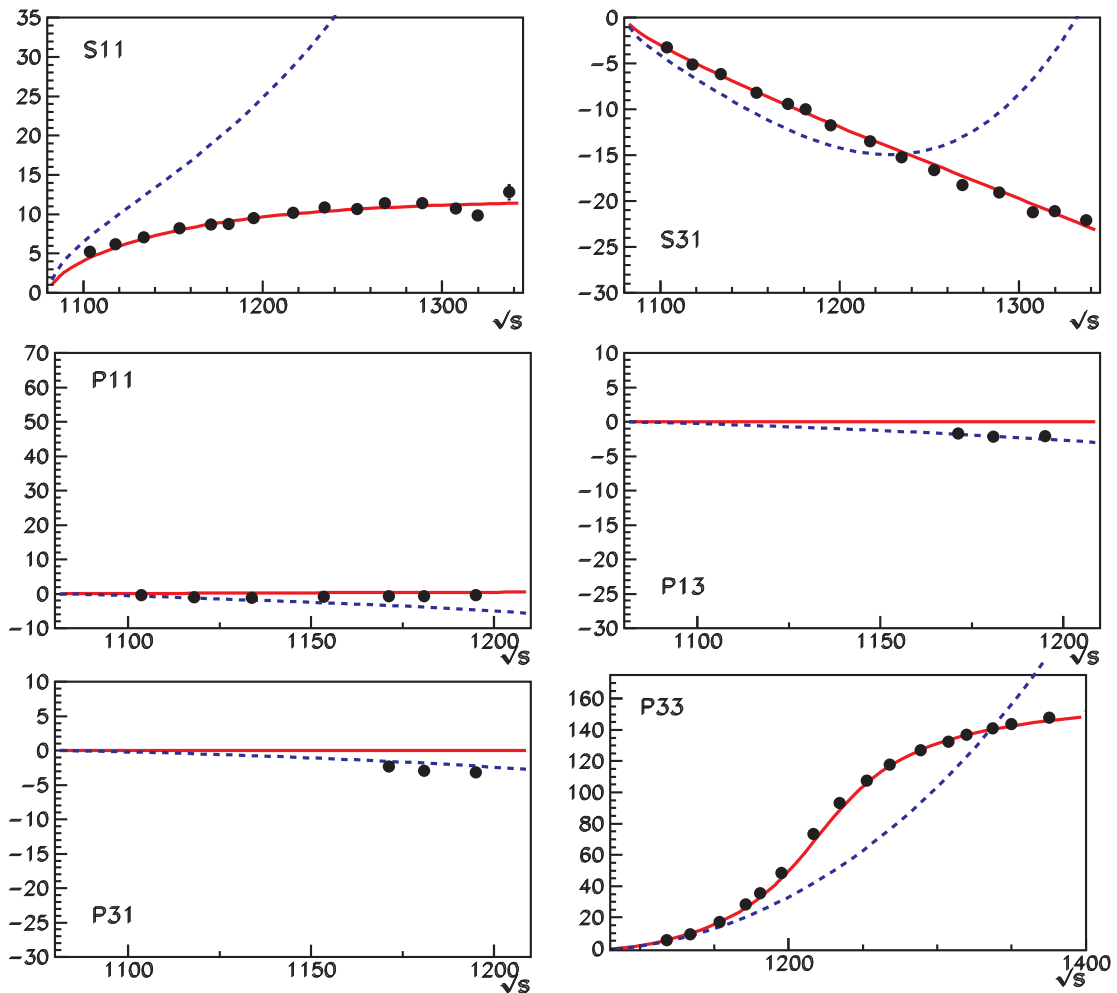


Figura 6: Resultados obtidos para as defasagens utilizando: HBChPT em aproximação de um laço (linha tracejada) e IAM aplicada aos resultados obtidos por HBChPT (linha continua), comparados aos dados experimentais (pontos) [28].

## 2.8 Álgebra de Correntes e Amplitude Píon-Núcleon

Muito antes do surgimento da Cromodinâmica Quântica, na ausência de uma teoria para as interações fortes, somente os requisitos de analiticidade, unitariedade e propriedades de cruzamento para as amplitudes de espalhamento não se mostravam capazes de descrever os processos hadrônicos.

Por outro lado resultados interessantes podiam ser derivados utilizando o modelo de quarks, formulado por Gell-Mann [30]. Neste modelo as correntes de Noether resultantes das transformações quirais obedecem à álgebra  $SU(3)_L \times SU(3)_R$ . A seguir se propôs a possibilidade de considerar que as correntes dos hádrons, que participam das interações fracas, satisfazem a mesma álgebra que as correntes do modelo de quarks. A álgebra de correntes fracas de mésons foi associada às hipóteses de conservação da corrente vetorial (CVC) e conservação parcial da corrente axial (PCAC). CVC resulta ao considerar que o membro neutro do multiplete de correntes é a corrente eletromagnética e portanto as demais correntes vetoriais devem também ser conservadas. Por outro lado, a aplicação do método à desintegração do píon conduziu à hipótese de PCAC.

Neste quadro se desenvolveram, durante o final dos anos 60 e início de 70, os métodos de mésons moles (*soft-meson*) e mésons duros (*hard-meson*). A formulação *soft* corresponde ao limite de momento nulo para os mésons enquanto que a aproximação *hard* conduz a uma aproximação que inclui contribuições correspondentes ao momento não nulo dos mésons. Neste contexto, vários resultados para processos envolvendo mésons e bárions foram obtidos.

Postulando que as correntes fracas, vetorial e axial, dos hádrons são:

$$V_\lambda^a = \frac{i}{2} \bar{\psi} \gamma_\lambda \tau^a \psi \quad \text{e} \quad A_\lambda^a = \frac{i}{2} \bar{\psi} \gamma_\lambda \gamma_5 \tau^a \psi$$

e satisfazem as relações de comutação a tempos iguais da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \left[ V_0^a(x), V_\lambda^b(y) \right]_{x_0=y_0} &= i \varepsilon^{abc} V_\lambda^c(x) \delta(x-y), \\ \left[ V_0^a(x), A_\lambda^b(y) \right]_{x_0=y_0} &= i \varepsilon^{abc} A_\lambda^c(x) \delta(x-y), \\ \left[ A_0^a(x), A_\lambda^b(y) \right]_{x_0=y_0} &= i \varepsilon^{abc} V_\lambda^c(x) \delta(x-y), \\ \left[ A_0^a(x), \partial^\lambda A_\lambda^b(y) \right]_{x_0=y_0} &= i \sigma(x) \delta^{ab} \delta(x-y), \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde  $a$  indica cada membro do multiplete de correntes e  $\lambda$  o índice de espaço-tempo que varia de 0 a 3. Considera-se que a corrente vetorial é conservada e a equação (2.16) define o campo isoescalar  $\sigma$ .

Além disso, consideram-se as seguintes relações de comutação entre os campos do núcleon e as correntes, que estendem às correntes o resultado das transformações quirais do

campo do núcleon:

$$\begin{aligned}
[V_0^a(x), \psi(y)]_{x_0=y_0} &= -\frac{1}{2}\tau^a\psi(x)\delta(x-y), \\
[A_0^a(x), \psi(y)]_{x_0=y_0} &= -\frac{1}{2}\tau^a\gamma_5\psi(x)\delta(x-y), \\
[V_0^a(x), \bar{\psi}(y)]_{x_0=y_0} &= \frac{1}{2}\bar{\psi}(x)\tau^a\delta(x-y), \\
[A_0^a(x), \bar{\psi}(y)]_{x_0=y_0} &= -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x)\gamma_5\tau^a\delta(x-y).
\end{aligned}$$

Usando as relações de comutação da álgebra de correntes e a extensão aos núcleons das propriedades de transformação acima, Osypowski [31] obteve uma representação para a amplitude de espalhamento píon-núcleon. Para mostrar isto faz-se necessário apresentar alguns resultados preliminares.

O método empregado visa obter o elemento de matriz de transição:

$$\langle \pi^b(q_2)N(p_2) | T | \pi^a(q_1)N(p_1) \rangle = T^{ab}(s, t, u),$$

onde  $s, t$  e  $u$  são as variáveis de Mandelstam, e partindo de:

$$\mathcal{M}_{\mu\nu}^{ab}(p_2, q_2, p_1, q_1) \equiv \langle 0 | \psi(p_2) \bar{\psi}(p_1) A_\mu^a(q_1) A_\nu^b(q_2) | 0 \rangle$$

E usando as identidades de Ward obtém-se para a função própria (isto é, com os propagadores nas linhas externas retirados) a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
M^{ab}(p_2, q_2, p_1, q_1) &= \left( \frac{C_A^2}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right)^2 q_1^\mu q_2^\nu \left[ \mathcal{M}_{\mu\nu}^{ab}(p_2, q_2, p_1, q_1) \right]_{NP} + \\
&+ \left[ \left( \frac{C_A^2}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right)^2 q_1^\mu q_2^\nu F_{\mu\nu}(q_1, q_2) - \frac{(q_1^2 + q_2^2 + m_\pi^2)}{f_\pi^2 m_\pi^6} \right] i\delta^{ab} \Delta^\Sigma(q_2 - q_1) E(p_2, p_1) + \\
&+ (i\varepsilon^{abc} \tau^c) \left[ \left( \frac{C_A^2}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right)^2 q_1^\mu q_2^\nu \Gamma_{\mu\nu\lambda}(q_2, q_1) - \frac{iq_{1\lambda}}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right] \Delta_V^{\lambda\lambda'}(q_2 - q_1) V_{\lambda'}(p_2, p_1) + \\
&+ (i\tau^a \tau^b) \left( \frac{C_A^2}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right)^2 q_1^\mu A_\mu(p_2, p_1 - q_2) S_F(p_1 - q_2) q_2^\nu A_\nu(p_1 - q_2, p_1) + \\
&+ (i\tau^b \tau^a) \left( \frac{C_A^2}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right)^2 q_2^\nu A_\nu(p_2, p_1 + q_2) S_F(p_1 + q_1) q_1^\mu A_\mu(p_1 + q_1, p_1) + \\
&+ \frac{1}{2f_\pi^2 m_\pi^2} \left[ (\tau^a \tau^b) D(p_2, p_1 - q_2) S_F(p_1 - q_2) \gamma_5 S_F^{-1}(p_1) + \right. \\
&\quad \left. + (\tau^b \tau^a) S_F^{-1}(p_2) \gamma_5 S_F(p_1 + q_1) D(p_1 + q_1, q_2) \right] \\
&+ \frac{1}{2f_\pi^2 m_\pi^2} \left[ (\tau^a \tau^b) S_F^{-1}(p_2) \gamma_5 S_F(p_1 - q_2) C_A(iq_{2\nu}) A_\nu(p_1 - q_2, p_1) + \right. \\
&\quad \left. + (\tau^b \tau^a) C_A(iq_2^\nu) A_\nu(p_2, p_1 + q_1) S_F(p_1 + q_1) \gamma_5 S_F^{-1}(p_1) \right]. \tag{2.17}
\end{aligned}$$

Esta expressão já mostra a presença de propagadores do Núcleon ( $S_F$ ), do Sigma ( $\Delta^\Sigma$ ) e do Rho ( $\Delta^V$ ) e das funções de três pontos relacionadas aos diversos fatores de forma ( $F_{\mu\nu}$ ,  $\Gamma_{\mu\nu\lambda}$ ,  $E$ ,  $A_\lambda$  e  $D$ ), bem como os acoplamentos ( $C_A$ ,  $C_V$ ,  $f_\pi$ ).

Considerando todas as partículas na camada de massa, o resultado final da amplitude de espalhamento é:

$$\begin{aligned} \left(\frac{f_\pi}{C_A}\right)^2 T^{ab}(p_1, q_1, p_2) &= iq_1^\mu q_2^\nu M_{\mu\nu}^{ab}(p_1, q_1, p_2) \\ &\quad - \delta^{ab} [q_1^\mu q_2^\nu F_{\mu\nu}(q_1, q_2) + 1] \Delta^\Sigma(q_1 - q_2) E(p_1, p_2) \\ &\quad - \left[ \tau^b \tau^a q_1^\mu q_{1\nu} A_\nu(p_2, p_1 + q_1) S_F(p_1 + q_1) A_\mu(p_1 + q_1, p_1) + (a, q_1 \rightarrow b, -q_2) \right] \\ &\quad - \varepsilon^{abc} \tau^c [q_1^\mu q_2^\nu \Gamma_{\mu\nu\lambda}(q_1, q_2) - (q_1 + q_2)_\lambda] \Delta_{\lambda\lambda'}^V(q_2 - q_1) V_{\lambda'}(p_2, p_1). \end{aligned} \quad (2.18)$$

O termo dominante resulta ser o que corresponde à contribuição do pólo do Rho, ou seja, vamos considerar a aproximação em que somente o último termo da equação acima, que também está relacionado com os fatores de forma eletromagnéticos do pión e do núcleon. Com essa aproximação a amplitude resultante depende linearmente de  $s$ ,  $t$  e  $u$  como vamos mostrar a seguir.

Utilizando a identidade de Ward para a função de três pontos  $\Gamma_{\mu\nu\lambda}$ :

$$\begin{aligned} C_A^2 q_1^\mu q_2^\nu \Gamma_{\mu\nu\lambda}(q_1, q_2) &= f_\pi^4 m_\pi^4 \Gamma_\lambda(q_1, q_2) - (q_1 + q_2)_\lambda \\ &\quad + \left(f_\pi^2 + \frac{C_V}{2}\right) (q_1 + q_2)^{\lambda'} \Delta_{\lambda'\lambda}^{V-1}(q_1 - q_2) \end{aligned} \quad (2.19)$$

e sabendo que a função de três pontos  $\Gamma_\lambda$  se relaciona ao fator de forma eletromagnético do pión  $F^\pi$ , isto é:

$$f_\pi^2 m_\pi^4 \Delta_V^{\lambda\lambda'}(q_1 - q_2) \Gamma_{\lambda'}(q_1, q_2) = (q_1 + q_2)^\lambda F^\pi(t),$$

e usando as aproximações no limite em que o momentum transferido é nulo:  $\Delta_V(0) = C_V$ ,  $F_\pi(0) = 1$ ,  $C_V = 2f_\pi^2$ , obtemos:

$$q_1^\mu q_2^\nu \Gamma_{\mu\nu\lambda}(q_1, q_2) - (q_1 + q_2)_\lambda = \frac{1}{2} (q_1 + q_2)_\lambda.$$

Por outro lado o vértice  $V_\lambda$  se relaciona aos fatores de forma eletromagnéticos do núcleon:

$$2\Delta_V^{\lambda\lambda'}(q_1 - q_2) V_{\lambda'}(p_2, p_1) = \gamma^\lambda F_1^V(t) + \frac{\mu_V}{2m_n} (p_2 - p_1)_{\lambda'} \sigma^{\lambda'\lambda} F_2^V(t). \quad (2.20)$$

Usando o limite para os fatores de forma quando  $t \rightarrow 0$  e normalizando com relação à carga, isto é:

$$\lim_{t \rightarrow 0} F_{1,2}^V = 1, \quad (2.21)$$

obtemos:

$$\Delta_V^{\lambda\lambda'}(q_2 - q_1)V_{\lambda'}(p_2, p_1) = i\frac{1 + \mu_V}{2}\gamma^\lambda - \frac{\mu_V}{4m_n}(p_1 + p_2)^\lambda.$$

Desta maneira, substituindo as equações (2.19) e (2.20), utilizando a aproximação proposta em (2.21) e lembrando que:

$$(p_1 + p_2)^\mu(q_1 + q_2)_\mu = (s - u),$$

a expressão final para a amplitude tem a seguinte forma:

$$T^{ab}(p_1, q_1, p_2) = -\frac{1}{2}[\tau^a, \tau^b] \left( \frac{\mu_V}{8m_N f_\pi^2}(s - u) + \frac{1 + \mu_V}{4f_\pi^2}i(q_1 + q_2) \right).$$

Analisando a expressão acima e comparando com as equações (2.2) e (2.1) identificamos as expressões das amplitudes  $A$  e  $B$ :

$$\begin{aligned} A^{-(0)} &= \frac{\mu_V}{8M f_\pi^2}(u - s) \quad , \quad B^{-(0)} = \frac{1 + \mu_V}{2f_\pi^2} \quad e \\ A^{+(0)} &= B^{+(0)} = 0. \end{aligned} \tag{2.22}$$

Desta forma obtêm-se as amplitudes em primeira ordem de aproximação. Introduzindo este resultado na expressão (2.5) se constroem as amplitudes de isospin definido que, uma vez projetadas em ondas parciais, permitem obter as amplitudes de ondas parciais  $S$  ( $S_{11}, S_{31}$ ) e  $P$  ( $P_{11}, P_{31}, P_{13}, P_{33}$ ). Como  $A^-(s, t, u)$  e  $B^-(s, t, u)$  são lineares em  $u$ , não resultam outras ondas parciais. Uma outra característica do resultado obtido é que as ondas parciais resultantes são reais. Em consequência, neste nível da aproximação, a condição de unitaridade elástica é totalmente violada. O objetivo da dissertação é o de implementar correções às amplitudes de tal modo que as amplitudes sejam funções analíticas com uma discontinuidade no corte físico ( $s \geq (m_\pi + m_n)$ ).



### 3 MÉTODO DE UNITARIZAÇÃO

Nesse capítulo vamos caracterizar as devidas correções às amplitudes obtidas no capítulo anterior. Para isto, vamos expandir as expressões das amplitudes parciais em um parâmetro pequeno em relação à unidade. A partir desta hipótese de trabalho, passaremos a construir uma primeira correção em unitariedade para as ondas parciais, que chamaremos de correção de primeira ordem.

A unitariedade da matriz de transição é um dos requisitos básicos para a interpretação quântica, ou seja, a unitariedade implica na conservação das probabilidades associadas aos estados finais e iniciais. Como vimos, as amplitudes  $A$  e  $B$  obtidas da equação (2.22) conduzem à amplitudes parciais reais, equação (2.6), para energias acima do limiar da reação.

Uma vez obtida a expressão (2.17), poderíamos usar aproximações para os diversos fatores de forma e propagadores de modo a obter amplitudes corrigidas. Ao invés disto, propomos um método de correção perturbativa da unitariedade das ondas parciais, como mostramos a seguir.

Propomos que, a baixas energias ( $s \simeq (m_\pi + m_N)^2$ ), as amplitudes de ondas parciais píon-núcleon podem ser escritas da seguinte forma:

$$f_{l\pm}^I(s) = f_{l\pm}^{I(0)}(s) + f_{l\pm}^{I(1)}(s) + \mathcal{O}(\varepsilon^2), \quad (3.1)$$

onde  $\varepsilon$  é um parâmetro pequeno que caracteriza a correção ( $\varepsilon \sim (m_\pi/m_\rho)^2 \simeq 1/30$ ) e o índice sobrescrito indica a ordem de correção da unitariedade.

Partindo da amplitude calculada na seção anterior, que notaremos como  $f_{l\pm}^{I(0)}$ , temos:

$$f_{l\pm}^I(s) = f_{l\pm}^{I(0)}(s).$$

Usando a condição de unitariedade elástica (2.8) se obtém:

$$\text{Im} f_{l\pm}^I(s) = \text{Im} f_{l\pm}^{I(1)}(s) \equiv |\vec{k}| |f_{l\pm}^{I(0)}(s)|^2, \quad s \geq (m_\pi + m_N)^2, \quad (3.2)$$

que definimos como sendo a primeira correção na unitariedade das ondas parciais.

Na última seção mostrarei as expressões resultantes ao considerarmos as correções de ordem seguinte, que são obtidas a partir de:

$$f_{l\pm}^I(s) = f_{l\pm}^{I(0)}(s) + f_{l\pm}^{I(1)}(s)$$

e se considerarmos que as ondas parciais de ordem zero não apresentam parte imaginária, obtemos a seguinte aproximação:

$$\text{Im} f_{l\pm}^{I(2)}(s) = 2|\vec{k}| f_{l\pm}^{I(0)}(s) \text{Re} f_{l\pm}^{I(1)}(s) \quad s \geq (m_\pi + m_N)^2. \quad (3.3)$$

### 3.1 Correções de Primeira Ordem

Usando a equação (3.2) para as amplitudes  $S_{11}$ ,  $S_{31}$ ,  $P_{11}$ ,  $P_{31}$ ,  $P_{13}$  e  $P_{33}$  encontra-se um sistema de equações para a parte imaginária das amplitudes em primeira ordem. As soluções podem ser escritas em termos das amplitudes de Pauli  $F_{il}^{(1)}$  abaixo:

$$\begin{aligned} \text{Im} F_{10}^{+(1)}(s) &= 2 \text{Im} F_{10}^{-(1)}(s) = 2|\vec{k}| \left[ \left( F_{10}^{-(0)}(s) \right)^2 + 2F_{10}^{-(0)}(s)F_{21}^{-(0)}(s) \right], \\ \text{Im} F_{20}^{+(1)}(s) &= 2 \text{Im} F_{20}^{-(1)}(s) = 2|\vec{k}| \left[ \left( F_{20}^{-(0)}(s) \right)^2 + 2F_{20}^{-(0)}(s)F_{11}^{-(0)}(s) \right], \\ \text{Im} F_{11}^{+(1)}(s) &= 2 \text{Im} F_{11}^{-(1)}(s) = 2|\vec{k}| \left( F_{11}^{-(0)}(s) \right)^2, \\ \text{Im} F_{21}^{+(1)}(s) &= 2 \text{Im} F_{21}^{-(1)}(s) = 2|\vec{k}| \left( F_{21}^{-(0)}(s) \right)^2, \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde

$$\begin{aligned} F_{1l}^\pm(s) &= \frac{E + m_N}{16\pi W} \int_{-1}^{+1} [A^\pm(s, x) + (W - m_N)B^\pm(s, x)] P_l(x) dx, \\ F_{2l}^\pm(s) &= \frac{E - m_N}{16\pi W} \int_{-1}^{+1} [-A^\pm(s, x) + (W + m_N)B^\pm(s, x)] P_l(x) dx. \end{aligned}$$

Substituindo as duas equações acima na equação (3.4) é possível encontrar uma solução para a parte imaginária das amplitudes projetadas de  $A$  e  $B$ . Entretanto é mais simples construir funções auxiliares que, quando substituídas nas expressões das amplitudes de Pauli, conduzem ao mesmo resultado. Essas funções auxiliares são:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{(1)}(s, \cos \theta) &= \frac{1}{4} \left[ a_1^{(1)}(s) \mathcal{S}^{(1)}(s) + a_2^{(1)}(s) \mathcal{D}^{(1)}(s) + 3 \cos \theta a_3^{(1)}(s) \mathcal{Q}^{(1)}(s) \right], \\ \mathcal{B}^{(1)}(s, \cos \theta) &= \frac{1}{4} \left[ b_1^{(1)}(s) \mathcal{S}^{(1)}(s) + b_2^{(1)}(s) \mathcal{D}^{(1)}(s) + 3 \cos \theta b_3^{(1)}(s) \mathcal{Q}^{(1)}(s) \right], \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde

$$\begin{aligned} a_1^{(1)}(s) &= (W + m_N)(F_{10}^{-(0)}(s) + 2F_{21}^{-(0)}(s)) + (W - m_N)(F_{20}^{-(0)}(s) + 2F_{11}^{-(0)}(s)), \\ a_2^{(1)}(s) &= (W^2 - m_N^2)(F_{10}^{-(0)}(s) + 2F_{21}^{-(0)}(s) - F_{20}^{-(0)}(s) - 2F_{11}^{-(0)}(s)), \\ a_3^{(1)}(s) &= (W + m_N)F_{11}^{-(0)}(s) + (W - m_N)F_{21}^{-(0)}(s), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_1^{(1)}(s) &= F_{10}^{- (0)}(s) + 2F_{21}^{- (0)}(s) - F_{20}^{- (0)}(s) - 2F_{11}^{- (0)}(s), \\
b_2^{(1)}(s) &= (W - m_N)(F_{10}^{- (0)}(s) + 2F_{21}^{- (0)}(s)) + (W + m_N)(F_{20}^{- (0)}(s) + 2F_{11}^{- (0)}(s)), \\
b_3^{(1)}(s) &= F_{11}^{- (0)}(s) - F_{21}^{- (0)}(s).
\end{aligned}$$

As funções  $\mathcal{S}^{(1)}$ ,  $\mathcal{D}^{(1)}$  e  $\mathcal{Q}^{(1)}$  são analíticas a menos do corte para  $s \geq (m_\pi + m_N)^2$  como mostrado abaixo:

$$\text{Im}\mathcal{S}^{(1)}(s) = \frac{2|\vec{k}|}{W}A_0^{- (0)}(s), \quad \text{Im}\mathcal{D}^{(1)}(s) = \frac{2|\vec{k}|}{W}B_0^{- (0)}(s) \quad \text{e} \quad \text{Im}\mathcal{Q}^{(1)}(s) = \frac{2|\vec{k}|}{W}A_1^{- (0)}(s)$$

Para obter a parte real das funções  $\mathcal{S}^{(1)}$ ,  $\mathcal{D}^{(1)}$  e  $\mathcal{Q}^{(1)}$  usamos relações de dispersão regularizadas, isto é, com subtrações para evitar singularidades. Por exemplo:

$$\mathcal{S}^{(1)}(s) = \mathcal{S}^{(1)}(0) + s\mathcal{S}^{(1)'}(0) + \frac{s^2}{2}\mathcal{S}^{(1)''}(0) + \frac{s^3}{\pi} \int_{(m_\pi+m_N)^2}^{\infty} \frac{\sqrt{R(x)}}{x^4(x-s)} A_0^{(0)}(x) dx.$$

As constantes de subtração são os parâmetros livres do modelo, que desempenham o mesmo papel que as constantes de baixas energias da Teoria de Perturbação Quiral. Desta forma, como em ChPT, eles podem ser utilizados para o ajuste das amplitudes aos dados experimentais. A opção de considerar todas as constantes iguais a zero resulta em:

$$\mathcal{S}^{(1)}(s) = A_0^{- (0)}(s) G(s), \quad \mathcal{D}^{(1)}(s) = B_0^{- (0)}(s) G(s) \quad \text{e} \quad \mathcal{Q}^{(1)}(s) = A_1^{- (0)}(s) G(s), \quad (3.6)$$

onde para  $s \geq (m_\pi + m_N)^2$  temos:

$$\begin{aligned}
G(s) &= \frac{s^3}{\pi} \int_{(m_N+m_\pi)^2}^{\infty} \frac{\sqrt{R(x)}}{x^4(x-s)} dx \\
&= \frac{1}{\pi} \left\{ -\frac{\sqrt{R(s)}}{s} \ln \left( \frac{s - M^2 + \sqrt{R(s)}}{2m_N m_\pi} \right) + 1 - \frac{M^2}{2m^4} s + \left( \frac{1}{3} - \frac{M^4}{2m^4} \right) \frac{s^2}{m^4} + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2m^{10}} \left[ M^2(M^4 - m^4)s^2 + m^4(M^4 - m^4)s + m^8 M^2 - \frac{2m^{12}}{s} \right] \ln \frac{m_N}{m_\pi} \right\} + i \frac{\sqrt{R(s)}}{s}
\end{aligned} \quad (3.7)$$

$$R(s) = 4|k|^2 s = s^2 - 2M^2 s + m^4, \quad \text{onde} \quad M^2 = m_N^2 + m_\pi^2 \quad \text{e} \quad m^2 = m_N^2 - m_\pi^2.$$

O resultado da integral acima foi obtido utilizando o programa de computação algébrico Maple [33].

Finalmente as amplitudes  $A$  e  $B$  de primeira ordem são escritas como:

$$\begin{aligned}
A^{+(1)}(s, t, u) &= 2\mathcal{A}^{(1)}(s, \cos \theta), & A^{-(1)}(s, t, u) &= \mathcal{A}^{(1)}(s, \cos \theta), \\
B^{+(1)}(s, t, u) &= 2\mathcal{B}^{(1)}(s, \cos \theta), & B^{-(1)}(s, t, u) &= \mathcal{B}^{(1)}(s, \cos \theta).
\end{aligned} \quad (3.8)$$

a partir destas expressões se constroem as amplitudes de Pauli, que são então projetadas em ondas parciais. Desta forma, as ondas parciais resultantes obedecem às relações (3.4).

Nossa estratégia é usar somente o ajuste da amplitude  $P_{33}$  às defasagens experimentais correspondente à partícula  $\Delta(1232)$ . Isto é feito introduzindo três parâmetros na parte real da função  $\mathcal{Q}$ , correspondentes às três subtrações que foram necessárias na relação de dispersão:

$$\mathcal{Q}^{(1)}(s) = \lambda_1 + s \lambda_2 + s^2 \lambda_3 + A_1^{- (0)}(s) G(s).$$

Utilizando-se o programa computacional de análise de dados PAW (*Physics Analysis Workstation*) [35] se fixam os três parâmetros livres:

$$\lambda_1 = 40,50 \text{ GeV}^{-1}, \quad \lambda_2 = -22,6 \text{ GeV}^{-2} \quad e \quad \lambda_3 = 8,83 \text{ GeV}^{-3}$$

. O resultado obtido comparado aos resultados experimentais é mostrado na figura abaixo [34].

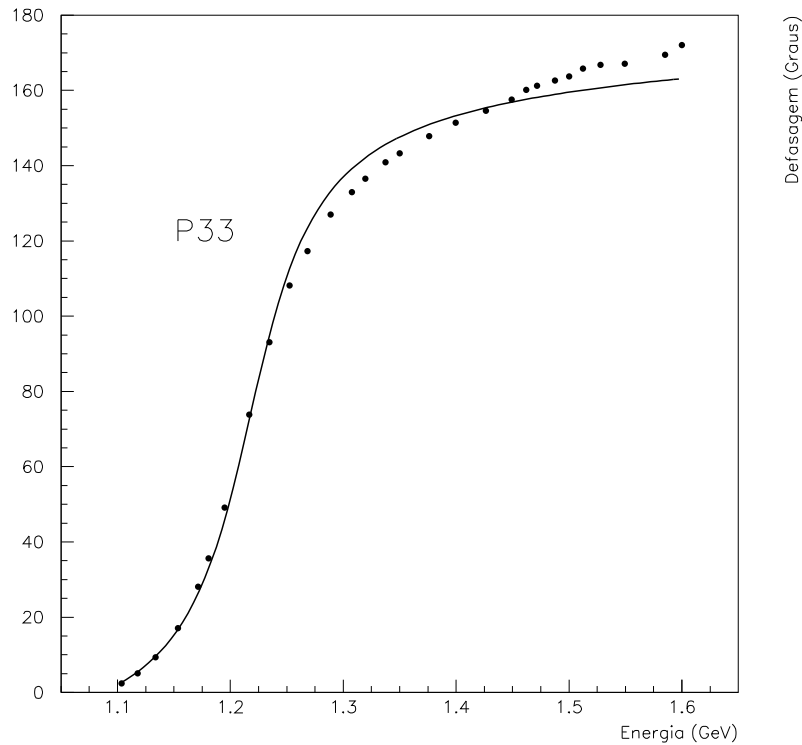


Figura 7: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{33}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparada aos resultados experimentais (pontos) [36].

Nenhum parâmetro foi introduzido para as funções  $\mathcal{S}^{(1)}$  e  $\mathcal{D}^{(1)}$ , que tem a forma indicada em (3.6). A consequência da fixação desses parâmetros para as outras defasagens das ondas  $S$  e  $P$  restantes comparadas aos resultados experimentais são apresentadas nas figuras a seguir.

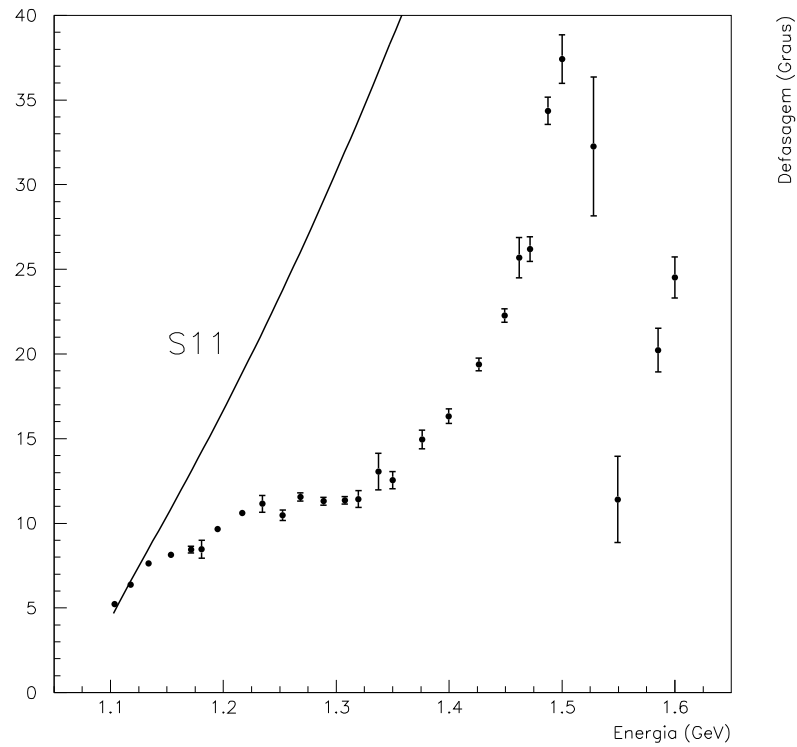


Figura 8: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $S_{11}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparada aos resultados experimentais (pontos) [36].

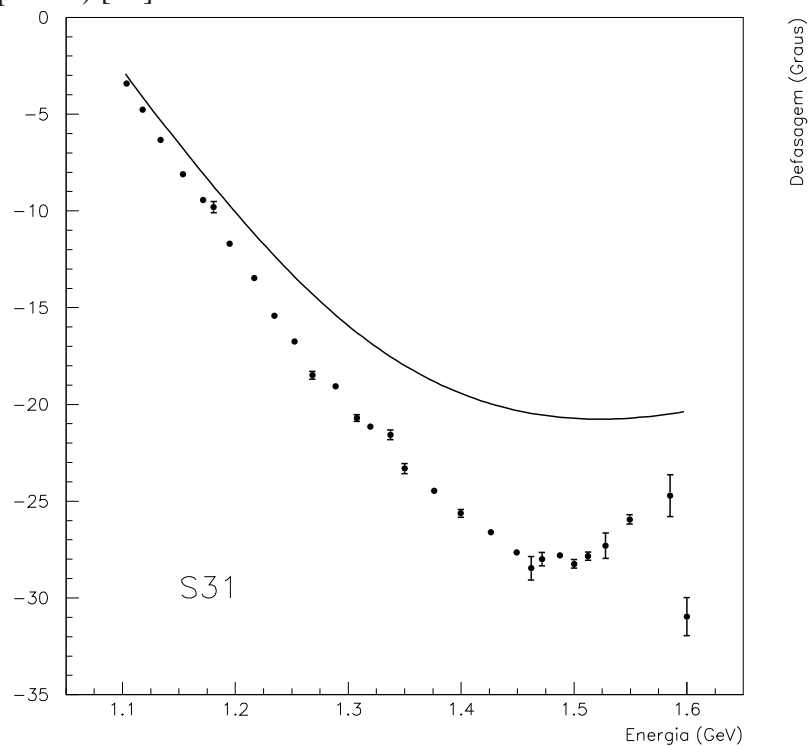


Figura 9: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $S_{31}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparada aos resultados experimentais (pontos) [36].

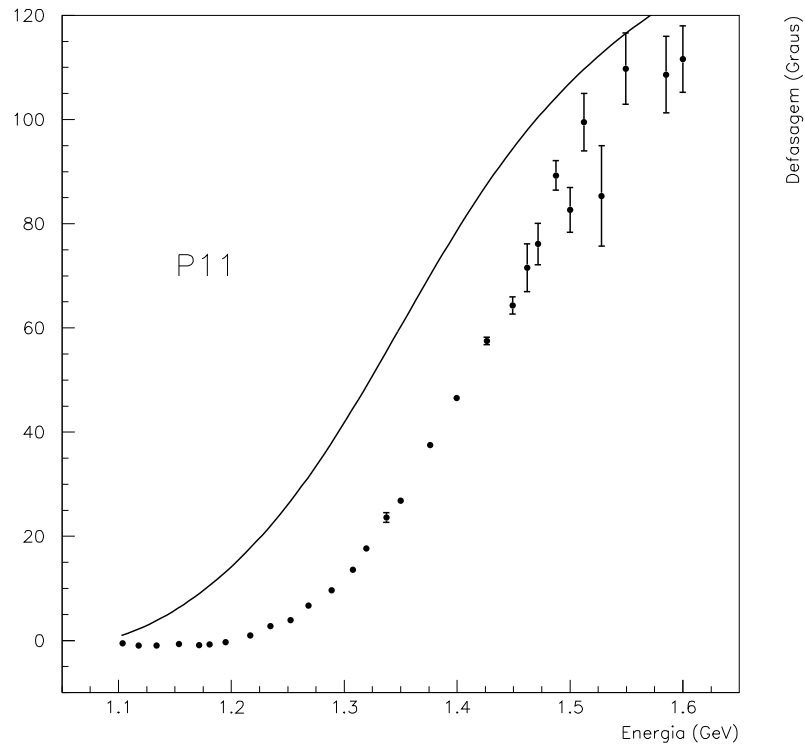


Figura 10: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{11}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparada aos resultados experimentais (pontos) [36].

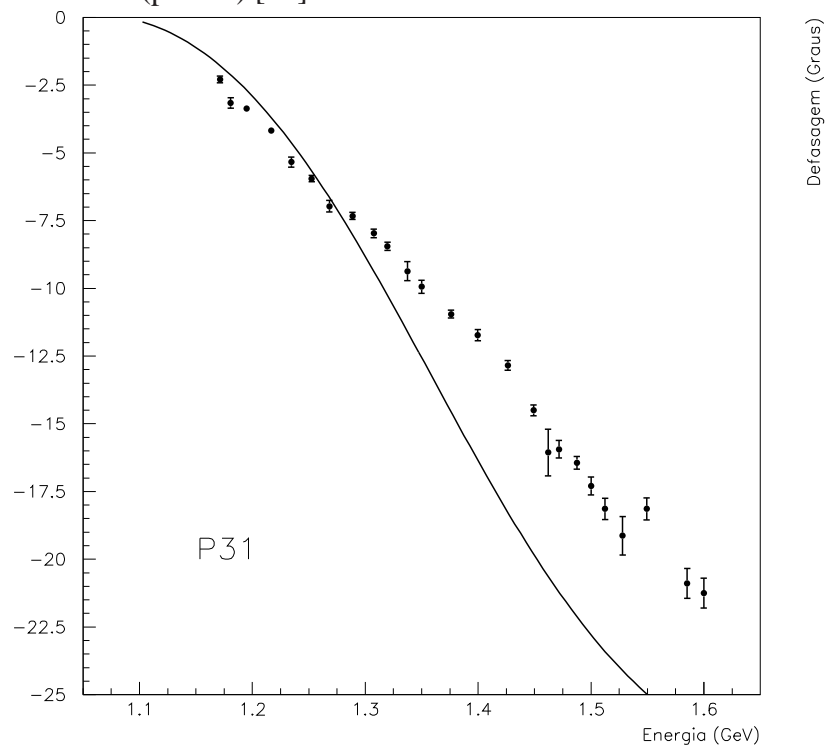


Figura 11: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{31}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparada aos resultados experimentais (pontos) [36].

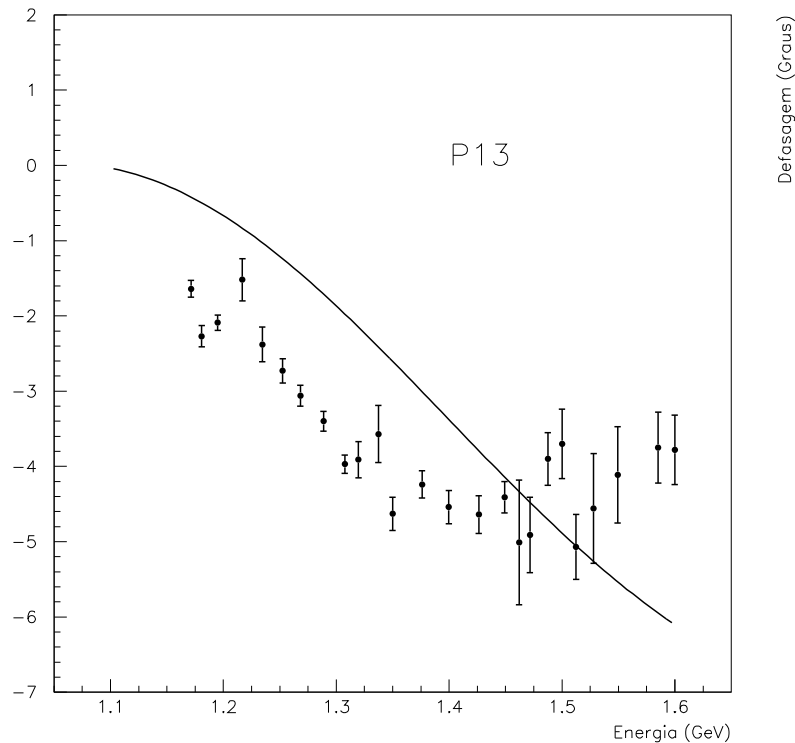


Figura 12: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{13}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparada aos resultados experimentais (pontos) [36].

### 3.2 Simetria de Cruzamento

O procedimento para a construção das amplitudes ignora a simetria de cruzamento, equação 2.3. A violação da simetria de cruzamento também caracteriza o tratamento feito por Meissner [16]. O método de unitarização proposto no quadro da amplitude inversa (IAM) também ignora a necessidade de que as amplitudes de Dirac satisfaçam à simetria de cruzamento. Desta forma, parece ser interessante discutir um procedimento para introduzir amplitudes com as corretas propriedades de simetria e comparar os resultados.

No espalhamento píon-núcleon, para um dado diagrama de Feynman existe outro trocando as linhas externas finais dos mésons. Isto corresponde a considerar as vias  $s$  e  $u$  de espalhamento. Nas relações (2.1) verificamos que as funções  $A$  e  $B$  tem as propriedades de cruzamento expressas em (2.3). De modo a satisfazer esta relação é necessário modificar, arbitrariamente, as amplitudes  $A$  e  $B$ , introduzindo as contribuições no canal  $u$  de forma a se respeitar a simetria de cruzamento, isto é feito da seguinte forma [32]:

$$\begin{aligned}
 A^{+(1)}(s, t, u) &= 2\mathcal{A}^{(1)}(s, \cos \theta) + (s \leftrightarrow u), & A^{-(1)}(s, t, u) &= \mathcal{A}^{(1)}(s, \cos \theta) - (s \leftrightarrow u), \\
 B^{+(1)}(s, t, u) &= 2\mathcal{B}^{(1)}(s, \cos \theta) - (s \leftrightarrow u), & B^{-(1)}(s, t, u) &= \mathcal{B}^{(1)}(s, \cos \theta) + (s \leftrightarrow u).
 \end{aligned}$$

(3.9)

Entretanto considerando a contribuição da via  $u$  é necessário redefinir as funções  $\mathcal{S}$  e  $\mathcal{Q}$  introduzindo novos parâmetros livres a serem utilizados no ajuste aos dados experimentais:

$$\begin{aligned}\mathcal{S}^{(1)}(s) &= s^2 \chi_1 + A_0^{- (0)}(s) G(s) \\ \mathcal{D}^{(1)}(s) &= B_0^{- (0)} G(s) \\ \mathcal{Q}^{(1)}(s) &= s^2 \chi_2 + A_1^{- (0)}(s) G(s).\end{aligned}\tag{3.10}$$

O ajuste da defasagem  $P_{33}$  aos dados experimentais fixa os dois parâmetros livres:

$$\chi_1 = 4,32 \text{ GeV}^{-3} \quad \text{e} \quad \chi_2 = 8,41 \text{ GeV}^{-3}.$$

As figuras abaixo mostram a comparação entre os resultados: utilizando a simetria de cruzamento (linha cheia), sem utilizar a simetria de cruzamento (linha tracejada) e o resultado experimental (pontos).

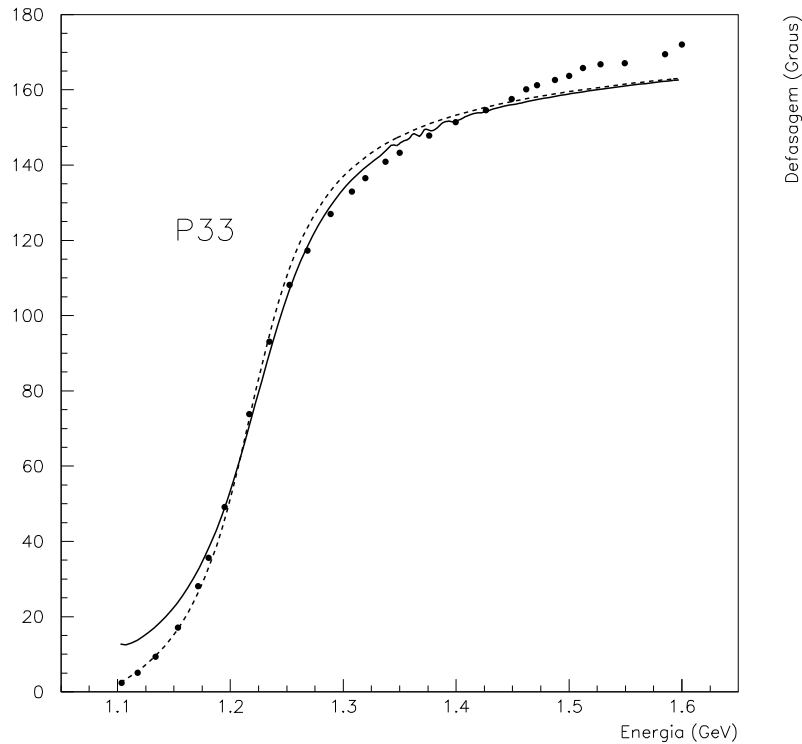


Figura 13: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{33}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparado aos resultados: obtido sem utilizar a simetria de cruzamento (linha tracejada) e experimental (pontos)[36].



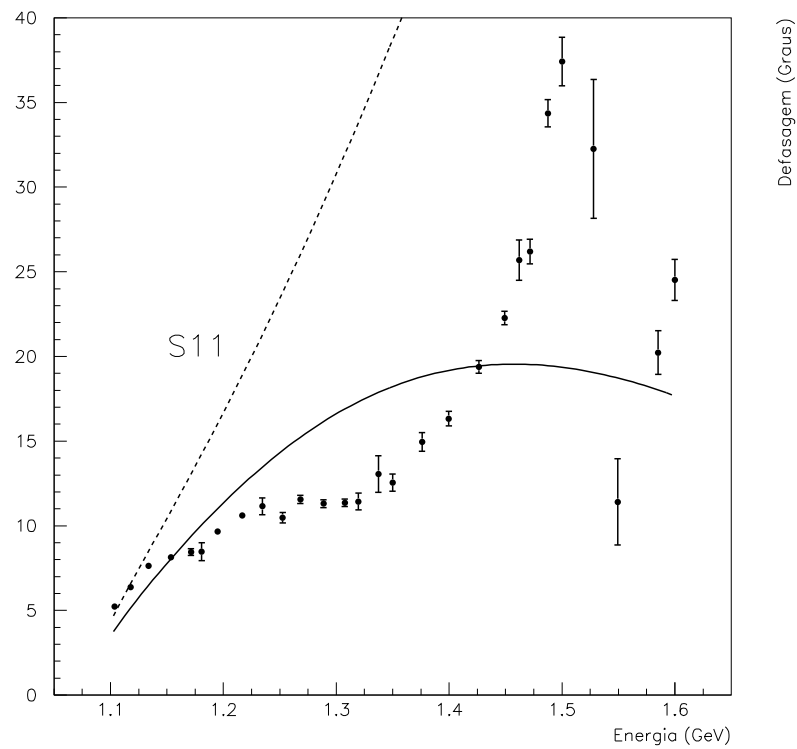


Figura 14: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $S_{11}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparado aos resultados: obtido sem utilizar a simetria de cruzamento (linha tracejada) e experimental (pontos)[36].

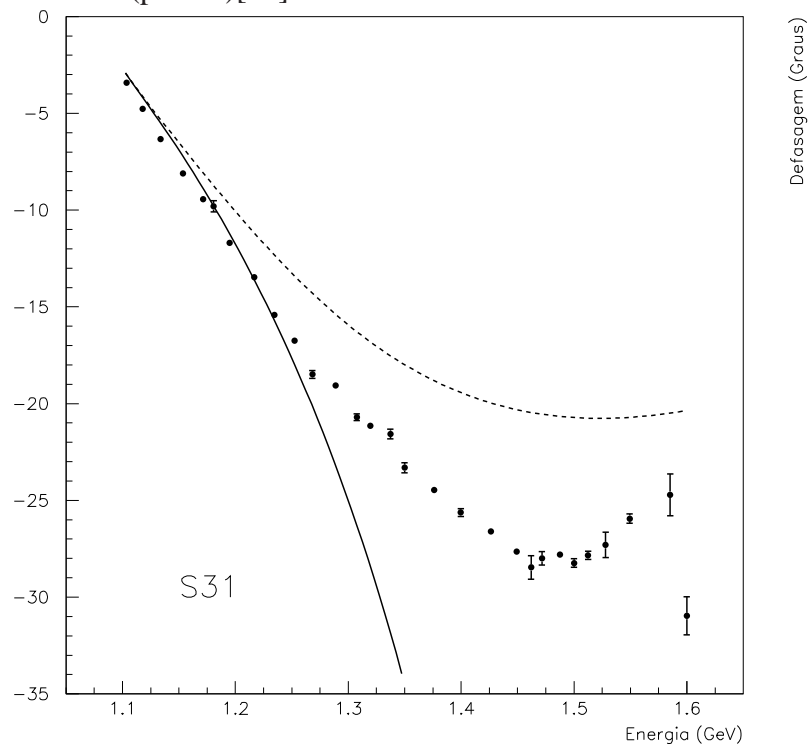


Figura 15: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $S_{31}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparado aos resultados: obtido sem utilizar a simetria de cruzamento (linha tracejada) e experimental (pontos)[36].

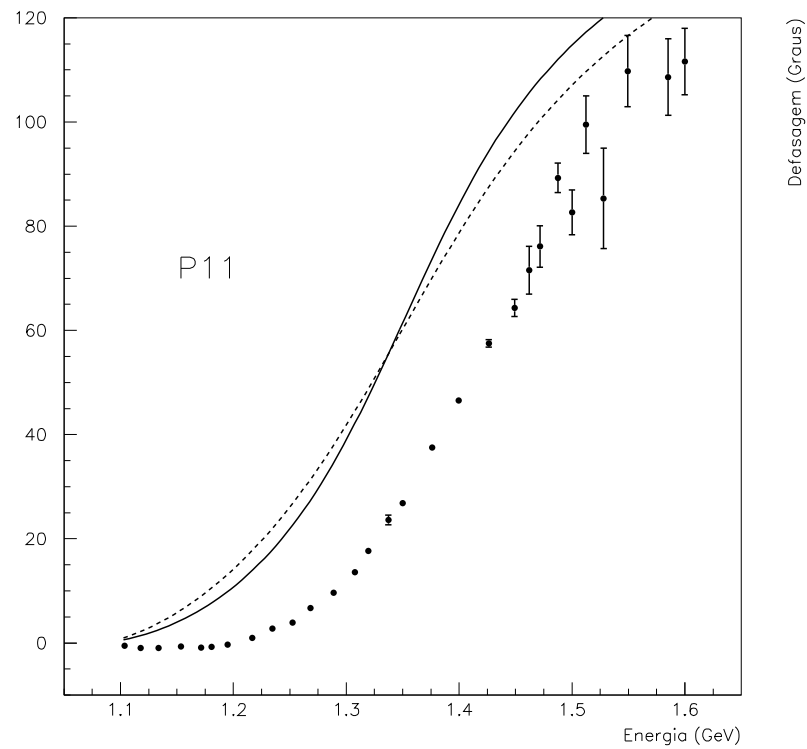


Figura 16: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{11}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparado aos resultados: obtido sem utilizar a simetria de cruzamento (linha tracejada) e experimental (pontos)[36].

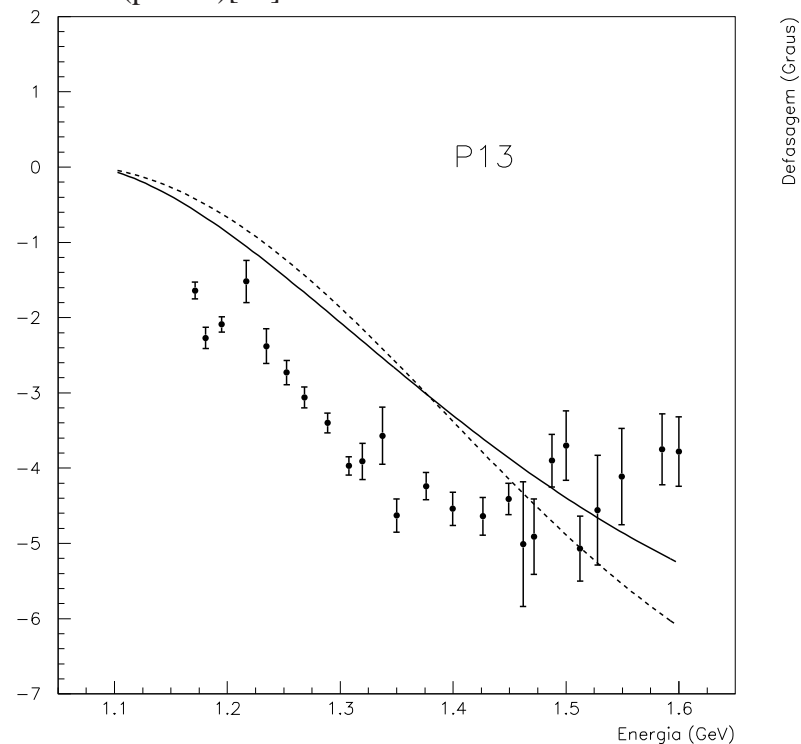


Figura 17: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{13}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparado aos resultados: obtido sem utilizar a simetria de cruzamento (linha tracejada) e experimental (pontos)[36].

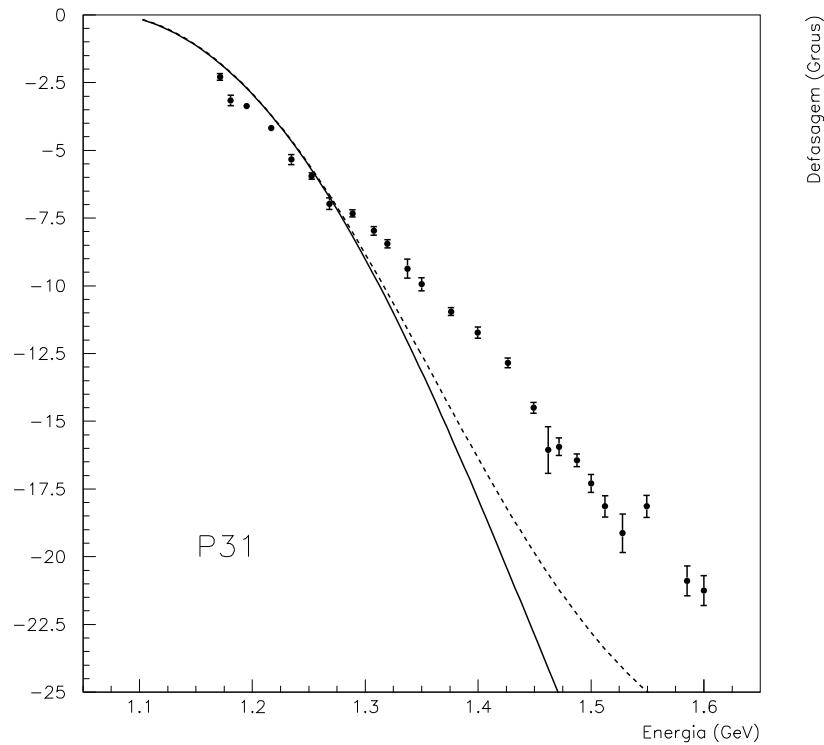


Figura 18: Resultado obtido para a defasagem da onda parcial  $P_{31}$  corrigida em primeira ordem de unitariedade utilizando a simetria de cruzamento (linha cheia) em função da energia do centro de massa, comparado aos resultados: obtido sem utilizar a simetria de cruzamento (linha tracejada) e experimental (pontos)[36].

Observa-se que, utilizando a contribuição da via  $u$ , é possível obter resultados semelhantes apenas em algumas ondas parciais, pois pela construção utilizando as equações definidas na equação (3.9) as ondas parciais de isospin  $3/2$  não dependem das contribuições do canal  $u$ . Desta forma, os resultados teóricos para as ondas  $S_{31}$  e  $P_{31}$  ficaram mais próximos dos dados experimentais, entretanto as ondas  $P_{11}$  e  $P_{13}$  resultam ligeiramente diferentes das obtidas sem simetria de cruzamento e a onda  $S_{11}$  apresenta um resultado muito diferente, mostrando que esta onda tem uma forte dependência com a simetria de cruzamento.

### 3.3 Violação de Isospin

A utilização de princípios de simetria é muito importante na formulação de teorias de campos e implica em quantidades conservadas que são os observáveis. É interessante verificar até que ponto estas simetrias são respeitadas nos modelos teóricos e se são satisfeitas na natureza. Nesta seção vamos discutir um tópico relacionado à quebra da simetria de isospin que é considerada uma simetria exata das interações fortes.

Consideremos por exemplo a diferença de massa entre os membros do dubleto do núcleon:

o próton e o nêutron. Enquanto pela interação eletromagnética o próton deveria ser mais pesado que o nêutron, a diferença de massa entre os quarks *up* e *down* reverte esta situação de tal modo que o nêutron é 1.3 MeV mais pesado que o próton. Para o isotripleto do pión a diferença de massa entre os píons carregados e o neutro é cerca de 4.6 MeV.

Estas considerações nos conduzem a estudar as possíveis consequências destas diferenças de massa para a interação forte pión-núcleon, na qual a conservação do isospin total tem papel fundamental. Sob o ponto de vista teórico, é importante verificar até que ponto os resultados obtidos a partir de modelos construídos para descrever processos fortes se modificam quando se introduzem possíveis violações de simetria de isospin.

Alguns autores procuraram introduzir nos cálculos em Teoria de Perturbação Quiral as fontes de violação de isospin. De fato, como vimos no Capítulo 1, pela relação de Goldberger-Treiman, há uma relação direta entre a massa dos píons e as massas dos quarks leves. Isto permite que se incluam, nos cálculos em ChPT as diferenças de massa entre os quarks *up* e *down*. Outra vantagem do método consiste em dar acesso ao mecanismo responsável pela quebra, pois consegue separar as diversas contribuições.

Por outro lado vimos que, embora ChPT seja considerada a teoria das interações fortes a baixas energias que emerge da QCD, os cálculos do espalhamento pión-núcleon em ChPT dependem de um grande número de parâmetros de baixas energias (LEC's - *low energy constants*) que não podem ser desconsiderados pois estão intimamente ligados ao processo de renormalização.

Um método alternativo à ChPT, usado nesta dissertação, usa o vínculo de unitariedade elástica para fazer cálculos equivalentes aos cálculos de laços em ChPT e a técnica das relações de dispersão utilizada introduz constantes de subtração que tem o mesmo papel que as LEC's de ChPT.

Por este método, as amplitudes de baixas energias propostas inicialmente e as correções de unitariedade que foram introduzidas dependem das massas dos píons e núcleons. Sendo assim, os comprimentos de espalhamento e os alcances efetivos, que são parâmetros que caracterizam o espalhamento em baixas energias, dependem das massas das partículas consideradas.

Para avaliar a quebra da simetria de isospin devida à diferença entre as massas dos píons e dos núcleons calculam-se as ondas parciais, corrigidas em primeira ordem utilizando a simetria de cruzamento, no limite de energia nula. Esse cálculo é feito para duas possibilidades:

1) utilizando as massas do nêutron e do pión carregado:

$$m_N = m_{neutron} = 939,565 \text{ MeV} \quad m_\pi = m_{\pi^\pm} = 139,57 \text{ MeV}$$

2) utilizando as massas do próton e do pión neutro:

$$m_N = m_{proton} = 938,27 \text{ MeV} \quad m_\pi = m_{\pi^0} = 134,98 \text{ MeV}.$$

Para as ondas  $S$  o alcance efetivo ( $R$ ) e o comprimento de espalhamento ( $a$ ) são definidos da seguinte forma:

$$\text{Re } f_0^I = a_0^I + R_0^I |\vec{k}|^2 + \mathcal{O}(|\vec{k}|^4)$$

e para as ondas  $P$  é definido somente o comprimento de espalhamento ( $a$ ):

$$\text{Re } f_{1\pm}^I = a_{1\pm}^I |\vec{k}|^2 + \mathcal{O}(|\vec{k}|^4).$$

Uma vez mais nos valem dos resultados experimentais para a defasagem de onda  $P_{33}$  para ajustar os parâmetros do modelo incluindo as contribuições de via  $u$ . Uma vez ajustados os valores dos parâmetros verificamos o comportamento a baixas energias das amplitudes para diferentes valores das massas do nêutron e dos píons. Os resultados obtidos e a diferença entre eles são mostrados nas tabelas abaixo.

Tabela 1: Comprimento de espalhamento e alcance efetivo para as ondas  $S$ .

Massas	$a_0^{1/2} \text{ Gev}^{-1}$	$a_0^{3/2} \text{ Gev}^{-1}$	$R^{1/2} \text{ Gev}^{-3}$	$R^{3/2} \text{ Gev}^{-3}$
$n, \pi^+$	0.0335	0.0278	1.3424	0.2475
$p, \pi^0$	0.0302	0.0256	1.2886	0.2286
Diferença (%)	5	4	2	4

Tabela 2: Comprimentos de espalhamento para as ondas  $P$ .

Massas	$a_{1+}^{3/2} \text{ Gev}^{-3}$	$a_{1+}^{1/2} \text{ Gev}^{-3}$	$a_{1-}^{3/2} \text{ Gev}^{-3}$	$a_{1-}^{1/2} \text{ Gev}^{-3}$
$n, \pi^+$	-0.4475	-0.0825	-0.4475	-0.0825
$p, \pi^0$	-0.4296	-0.0762	-0.4296	-0.0762
Diferença (%)	2	4	2	4

Finalmente concluímos que os comprimentos de espalhamento e alcances efetivos são levemente sensíveis com relação à variação das massas das partículas interagentes. A variação destes parâmetros é sempre inferior a 5%.

Esse resultado também pode ser observado nas figuras a seguir, onde são mostradas as defasagens para energias próximas ao limiar utilizando a primeira ordem de aproximação da unitariedade e simetria de cruzamento comparado os resultados obtidos utilizando as massas do pión carregado e nêutron (linha cheia), e utilizando a massa do pión neutro e do próton (linha tracejada). Desta forma concluímos que o processo de unitarização proposto é compatível com a conservação de isospin nas interações fortes.

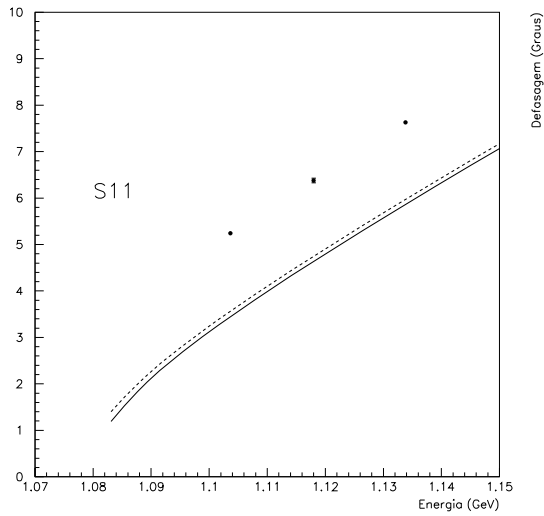


Figura 19: Defasagem para onda parcial  $S_{11}$  utilizando as massas do píon carregado e nêutron (linha cheia) e utilizando a massa do píon neutro e do próton (linha tracejada) em função da energia do centro de massa comparado aos resultados experimentais[36].

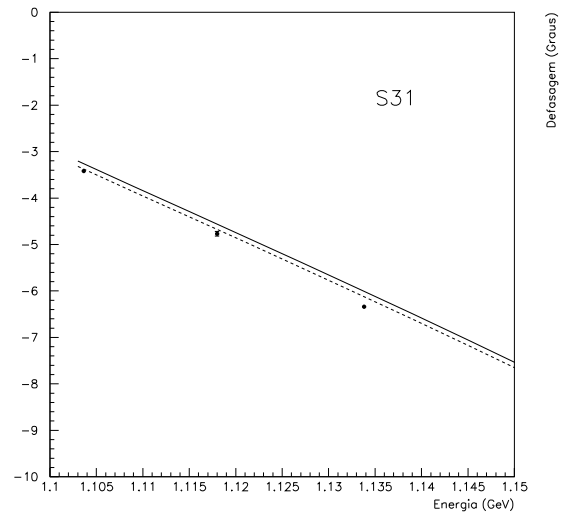


Figura 20: Defasagem para onda parcial  $S_{31}$  utilizando as massas do píon carregado e nêutron (linha cheia) e utilizando a massa do píon neutro e do próton (linha tracejada) em função da energia do centro de massa comparado aos resultados experimentais[36].

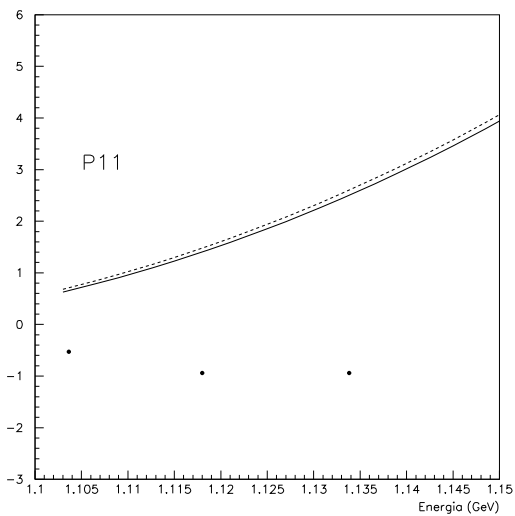


Figura 21: Defasagem para onda parcial  $P_{11}$  utilizando as massas do píon carregado e nêutron (linha cheia) e utilizando a massa do píon neutro e do próton (linha tracejada) em função da energia do centro de massa comparado aos resultados experimentais[36].

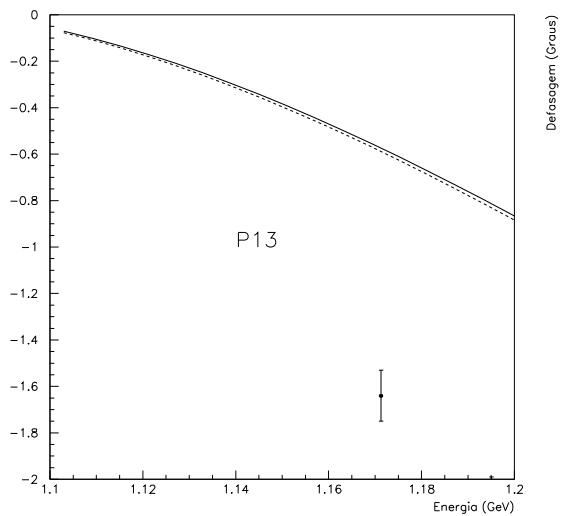


Figura 22: Defasagem para onda parcial  $P_{13}$  utilizando as massas do píon carregado e nêutron (linha cheia) e utilizando a massa do píon neutro e do próton (linha tracejada) em função da energia do centro de massa comparado aos resultados experimentais[36].

### 3.4 Correções de Segunda Ordem

O sucesso na comparação das amplitudes corrigidas em primeira ordem com os dados experimentais sugere que se prepare uma sistemática para calcular as correções em ordem su-

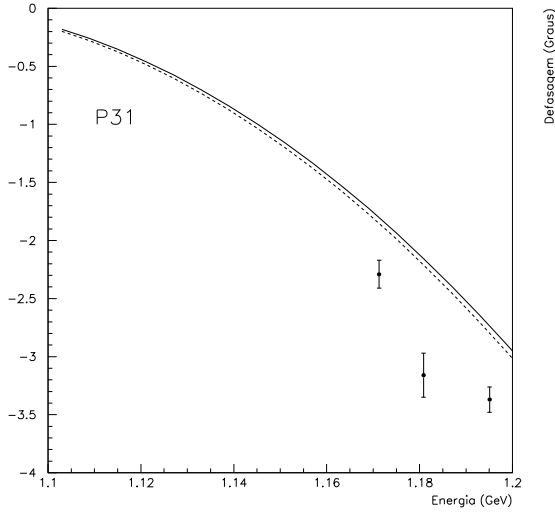


Figura 23: Defasagem para onda parcial  $P_{31}$  utilizando as massas do píon carregado e nêutron (linha cheia) e utilizando a massa do píon neutro e do próton (linha tracejada) em função da energia do centro de massa comparado aos resultados experimentais[36].

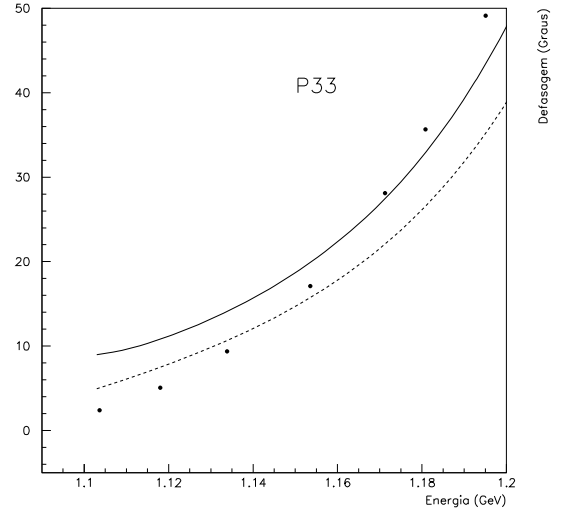


Figura 24: Defasagem para onda parcial  $P_{33}$  utilizando as massas do píon carregado e nêutron (linha cheia) e utilizando a massa do píon neutro e do próton (linha tracejada) em função da energia do centro de massa comparado aos resultados experimentais[36].

perior.

Seguindo a mesma sistemática desenvolvida anteriormente e expandindo a expressão da unitaridade para as ondas parciais, equação (3.3), resulta que seja necessário satisfazer as seguintes relações:

$$\frac{1}{2|\vec{k}|} \text{Im}F_{i0}^{(2)}(s) = F_{i0}^{- (0)}(s) \text{Re} \left( F_{i0}^{(1)}(s) + F_{j1}^{(1)}(s) \right) + F_{j1}^{- (0)}(s) \text{Re} \left( F_{i0}^{(1)}(s) - F_{i2}^{(1)}(s) \right),$$

$$\frac{1}{2|\vec{k}|} \text{Im}F_{i1}^{(2)}(s) = F_{i1}^{- (0)}(s) \text{Re} \left( F_{i1}^{(1)}(s) + F_{j2}^{(1)}(s) \right) \quad \text{e} \quad \text{Im}F_{i2}^{(2)}(s) = 0,$$

onde  $i, j = 1$  ou  $2$  e  $i \neq j$ . Nesta aproximação é possível construir as funções auxiliares  $\mathcal{A}^{(2)}$  e  $\mathcal{B}^{(2)}$  da seguinte forma:

$$\mathcal{A}^{(2)}(s, \cos \theta) = \frac{W}{4} \left( a_1^{(2)} \mathcal{S}^{(2)}(s) + a_2^{(2)} \mathcal{D}^{(2)}(s) + a_3^{(2)} \mathcal{Q}^{(2)}(s) + 3 \cos \theta a_4^{(2)} \mathcal{Q}^{(2)}(s) \right),$$

$$\mathcal{B}^{(2)}(s, \cos \theta) = \frac{W}{4} \left( b_1^{(2)} \mathcal{S}^{(2)}(s) + b_2^{(2)} \mathcal{D}^{(2)}(s) + b_3^{(2)} \mathcal{Q}^{(2)}(s) + 3 \cos \theta b_4^{(2)} \mathcal{Q}^{(2)}(s) \right),$$

onde

$$a_1^{(2)} = (W + m_N) P_1 + (W - m_N) P_2,$$

$$a_2^{(2)} = (W^2 - m_N^2) (P_1 - P_2),$$

$$\begin{aligned}
a_3^{(2)} &= (W - m_N) P_3 - (W + m_N) P_4, \\
a_4^{(2)} &= (W + m_N) \left( F_{11}^{- (0)}(s) \right)^2 + (W - m_N) \left( F_{21}^{- (0)}(s) \right)^2, \\
b_1^{(2)} &= P_1 - P_2, \\
b_2^{(2)} &= (W - m_N) P_1 + (W + m_N) P_2, \\
b_3^{(2)} &= P_3 - P_4, \\
b_4^{(2)} &= \left( F_{11}^{- (0)}(s) \right)^2 - \left( F_{21}^{- (0)}(s) \right)^2,
\end{aligned}$$

onde usamos

$$\begin{aligned}
P_1 &= \left( F_{10}^{- (0)}(s) + 2F_{21}^{- (0)}(s) \right) \left( F_{10}^{- (0)}(s) + F_{21}^{- (0)}(s) \right), \\
P_2 &= \left( F_{20}^{- (0)}(s) + 2F_{11}^{- (0)}(s) \right) \left( F_{20}^{- (0)}(s) + F_{11}^{- (0)}(s) \right), \\
P_3 &= \frac{E + W}{E - W} \left( F_{20}^{- (0)}(s) F_{11}^{- (0)}(s) \right), \\
P_4 &= \frac{E - W}{E + W} \left( F_{10}^{- (0)}(s) F_{21}^{- (0)}(s) \right).
\end{aligned}$$

Para calcular as funções auxiliares de segunda ordem usamos as relações de dispersão a partir das discontinuidades destas funções no corte físico:

$$\begin{aligned}
\text{Im } \mathcal{S}^{(2)}(s) &= 2 \frac{|\vec{k}|}{W} \text{Re } \mathcal{S}^{(1)}(s), \\
\text{Im } \mathcal{D}^{(2)}(s) &= 2 \frac{|\vec{k}|}{W} \text{Re } \mathcal{D}^{(1)}(s), \\
\text{Im } \mathcal{Q}^{(2)}(s) &= 2 \frac{|\vec{k}|}{W} \text{Re } \mathcal{Q}^{(1)}(s).
\end{aligned}$$

As contribuições para a parte real das funções auxiliares em primeira ordem são obtidas pela técnica das relações de dispersão e fazem aparecer a função  $G(s)$  mostrada na equação (3.8). Da mesma forma, o cálculo da parte real das funções auxiliares em segunda ordem envolve a integral abaixo:

$$H(s) = \frac{s^2}{\pi} \int_{(m_N + m_\pi)^2}^{\infty} \frac{\sqrt{R(x)} \text{Re} G(x)}{x^3 (x - s)} dx;$$

a integral acima foi resolvida utilizando o programa computacional Maple [33] e o resultado obtido é:



$$\begin{aligned}
\pi^2 H(s) = & \frac{R(s)}{2s^2} L(s)^2 - \frac{R(s)}{2s^2} \left( \pi^2 + \ln \left( \frac{m_N}{m_\pi} \right)^2 \right) + \frac{sM^2}{2m^4} - \frac{1}{2} + \ln \left( \frac{m_N}{m_\pi} \right) \times \\
& \left\{ \left[ 7(m_N + m_\pi)^6 + m_N m_\pi (64M^4 + 50m_N m_\pi M^2 - 58m^4) \right] \frac{s^2}{12m^{10}} \right. \\
& \left. + (m^4 - 6m_N^2 m_\pi^2) \frac{s}{3m^6} - \frac{3M^2}{m^2} + \frac{m^2}{s} \right\} + (111M^4 + 144m_N m_\pi M^2 - 88m^4) \times \\
& \frac{s^2}{24m^4} + \frac{i\pi R(s)}{s^2} L(s) + \pi G(s) \left\{ 1 - \frac{M^2 s}{2m^4} + \frac{s^2}{m^4} \left( \frac{1}{3} - \frac{M^4}{2m^4} \right) \right. \\
& \left. + \frac{1}{2m^{10}} \left[ 4m_N^2 m_\pi^2 (M^2 s^2 + m^4 s) + 2m^8 M^2 - 2\frac{m^{12}}{s} \right] \ln \left( \frac{m_N}{m_\pi} \right) \right\},
\end{aligned}$$

onde

$$R(s) = s^2 - 2M^2 s + m^4 \quad \text{e} \quad L(s) = \ln \left( \frac{s - M^2 - \sqrt{R(s)}}{2m_N m_\pi} \right).$$

Tendo construído as amplitudes de ondas parciais corrigidas, é interessante caracterizar a violação de unitaridade correspondente a cada ordem. Para avaliar a convergência do cálculo perturbativo proposta para corrigir a amplitude de modo a satisfazer a condição de unitaridade elástica, utilizamos a razão entre as correções de segunda e primeira ordem para a parte imaginária das amplitudes para  $s > (m_\pi m_N)^2$ , isto é:

$$R = \frac{\text{Im}f^{(2)}}{\text{Im}f^{(1)}},$$

onde os sobrescritos indicam as ordens das aproximações e onde omitimos os índices de spin e isospin das amplitudes.

As figuras a seguir apresentam as razões  $R$  para as ondas parciais consideradas neste trabalho. Vemos que as correções são pequenas para baixas energias, não atingindo valores superiores a 30%, indicando a correta convergência no método proposto.

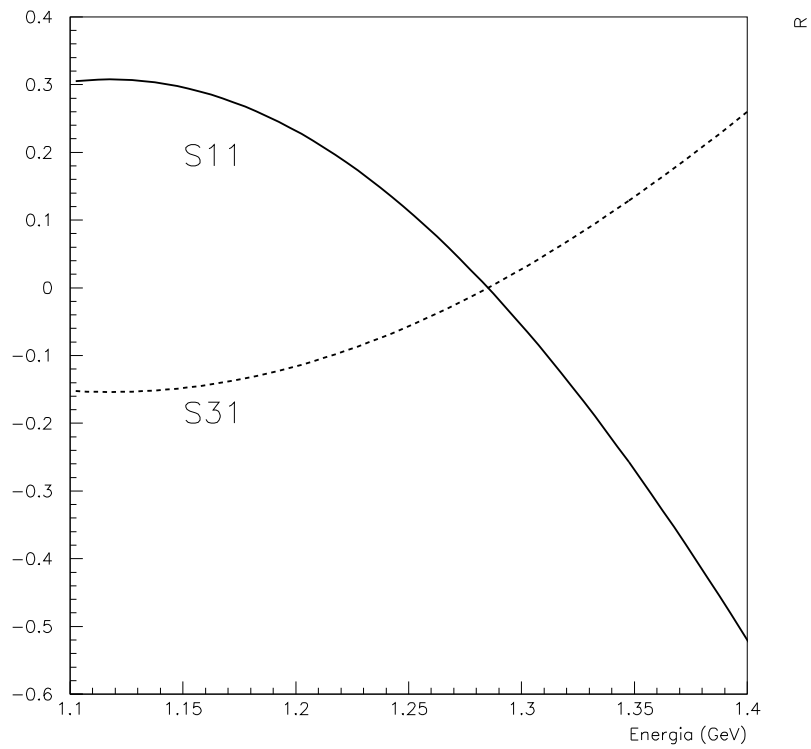


Figura 25: Razão das correções das ondas  $S_{11}$  e  $S_{31}$ .

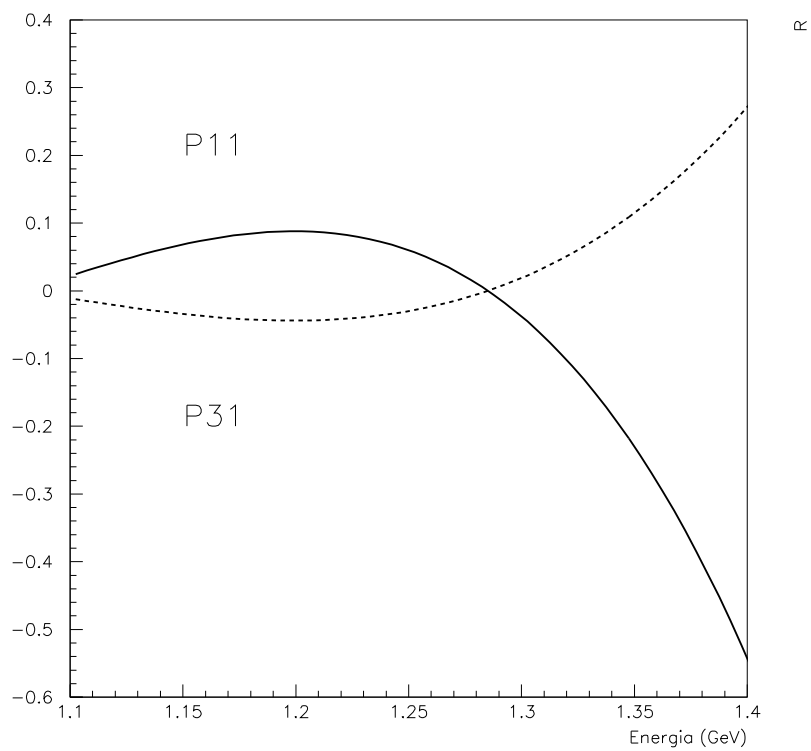


Figura 26: Razão das correções das ondas  $P_{11}$  e  $P_{31}$ .

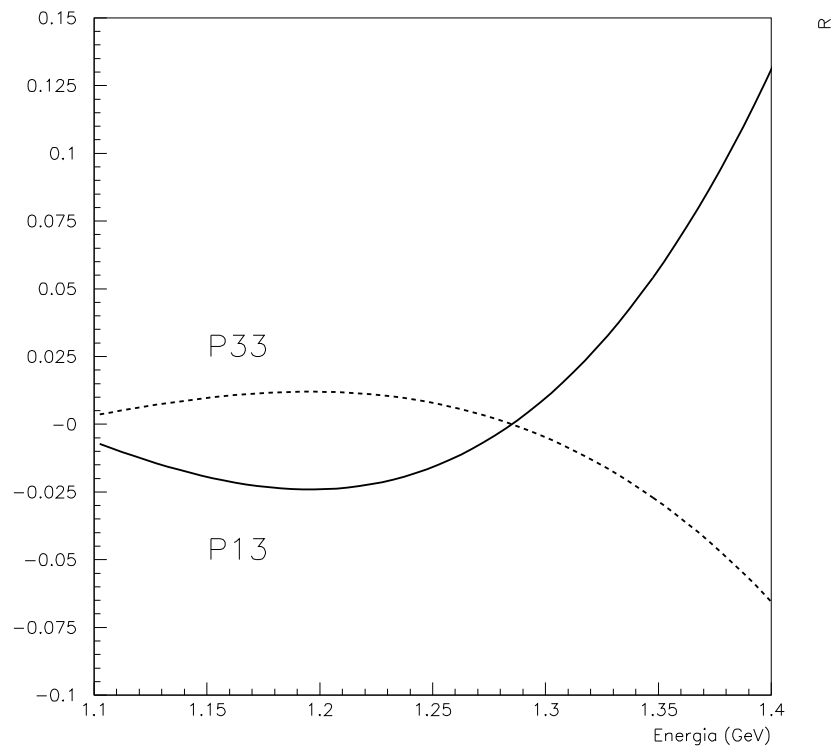


Figura 27: Razão das correções das ondas  $P_{13}$  e  $P_{33}$ .

## CONCLUSÃO

A interação píon-núcleon é uma fonte importante para o conhecimento das interações fortes. As propriedades das ressonâncias que são produzidas no processo dão suporte ao modelo de quarks. Por outro lado o comportamento das amplitudes abaixo do limiar está diretamente relacionado ao valor do termo sigma do núcleon. Finalmente a constante de acoplamento píon-núcleon é de importância fundamental nos cálculos da física nuclear, por exemplo no cálculo do potencial núcleon-núcleon.

Por estas características, o sistema píon-núcleon tem sido estudado de diferentes maneiras. O tratamento mais atual é baseado na Teoria de Perturbação Quiral na aproximação de bárions pesados (HBChPT). Esse novo método usa a teoria efetiva e permite obter amplitudes aproximadas de até quarta ordem no momento dos píons ou na massa dos quarks[16].

Apesar do número crescente de parâmetros e a violação da condição de unitariedade elástica, o método permite o ajuste das amplitudes aos resultados experimentais de baixas energias. O Método da Amplitude Inversa (IAM) foi utilizado por alguns autores para implementar a condição de unitariedade elástica e reproduzir as ressonâncias de baixas energias [28].

Uma dificuldade dos métodos utilizando HBChPT e IAM é o aparecimento de um número crescente de constantes de baixas energias. Estes parâmetros tem papel relevante na renormalização da teoria ordem a ordem e não podem ser simplesmente descartados.

Nesta dissertação utilizamos um método alternativo para implementar perturbativamente a condição de unitariedade para as ondas parciais. A partir das amplitudes de Dirac, que reproduzem os comprimentos de espalhamento obtidos por Weinberg, construímos correções de unitariedade em primeira ordem.

A expressão obtida foi utilizada para estudar alguns aspectos relevantes da interação píon-núcleon relacionados com os requisitos básicos das interações fortes que são a conservação do isospin total e a simetria de cruzamento.

Inicialmente usamos o ajuste da onda  $P_{33}$  aos dados experimentais [36] para fixar os parâmetros livres do modelo. Foram usados dois parâmetros no ajuste para a amplitude respeitando a simetria de cruzamento enquanto que foram necessários três parâmetros quando consideramos somente as contribuições do canal  $s$ .

Por outro lado, a comparação dos ajustes aos dados experimentais das amplitudes construídas respeitando ou não a simetria de cruzamento, mostradas nas Figuras 13-17, mostram

que as ondas parciais de isospin  $3/2$  não dependem tão fortemente das contribuições do canal  $u$  como a onda  $S_{11}$ .

Na análise da possível violação de isospin no processo, usamos as diferentes massas dos píons e dos núcleons para concluir que os ajustes das ondas parciais do modelo aos resultados experimentais são muito pouco sensíveis às diferenças das massas em jogo.

Finalmente apresentamos as expressões necessárias ao cálculo das amplitudes na segunda ordem da correção em unitaridade e comparamos as correções. As figuras 25-27 mostram claramente que, para baixas energias (até 1.3 GeV), as correções de segunda ordem são pequenas (nunca ultrapassam 30%) relativamente às correções de primeira ordem usadas nesta dissertação. A continuação do trabalho inclui o ajuste das amplitudes corrigidas aos dados experimentais e a comparação entre as ordens sucessivas da aproximação.

Podemos concluir que o método proposto permite a construção de amplitudes que podem ser usadas para o ajuste aos dados experimentais de baixas energias. Pelo método proposto os parâmetros livres são as constantes de subtração decorrentes da técnica das relações de dispersão e podem ser descartadas sempre que for conveniente. Desta forma permitindo, ao final, se obterem bons ajustes com menos parâmetros que HBChPT.

## REFERÊNCIAS

- [1] WEINBERG, S. Phenomenological lagrangians. *Physica A*, v. 96, p. 327, 1979.
- [2] GASSER, J.; LEUTWYLER, H. Chiral perturbation theory to one loop. *Annals of Physics*, v. 158, p. 142, 1984.
- [3] PESKIN, Michael; SCHROEDER, Daniel. *An introduction to quantum field theory*. Ed. Addison Wesley.
- [4] HENLEY, E.; THIRRING, W. *Elementary quantum field theory*. Ed. Mc Graw Hill.
- [5] FUCHS, T.; SCHERER, S. Pion electroproduction, PCAC, chiral Ward identities, and the axial form factor. *Physics Review C*, v. 68, p. 055501, 2003.
- [6] ADLER, A. L.; DASHEN, R. F. *Current Algebras and Applications to Particle Physics*. Ed. Benjamin. 1968.
- [7] TREIMAN, S.; GROSS, D. J. *Lectures on Current Algebra and Its Applications*. Ed. Princeton University Press. 1972
- [8] COMMINS , E.D.;BUCKSBAUM, P.H. *Weak interactions of leptons and quarks*. Ed. Cambridge University Press. 1983
- [9] T'HOOFT, G. A planar diagram theory for strong interactions. *Nuclear Physics B*, v. 72, p. 461, 1974.
- [10] GOLDSTONE, J. Field Theories with Superconductor Solutions. *Nuovo Cimento*, v. 19, p. 154, 1961.
- [11] WEINBERG, S. Pion scattering lengths. *Physics Review Letters*, v. 17, p. 616, 1966.
- [12] GASSER, J.; LEUTWYLER, H. Chiral perturbation theory: expansions in the mass of the strange quark. *Nuclear Physics B*, v. 250, p. 465, 1985.
- [13] GELL-MANN, M.; OAKES, R. J.; RENNER, B. Behavior of current divergences under  $SU_3 \times SU_3$ . *Physics Review*, v. 175, p. 2195, 1968.
- [14] OKUBO, S. Note on Unitary Symmetry in Strong Interactions. *Progress of Theoretical Physics*, v. 27, n. 5, p. 949, 1962.
- [15] GELL-MANN, M.; LEVY, M. The axial vector current in beta decay. *Nuovo Cimento*, v. 16, p. 53, 1960.
- [16] FETTES, Nadia; MEISSNER, Ulf-G.; STEININGER, Sven. Pion-nucleon scattering in chiral perturbation theory (I): Isospin-symmetric case. *Nuclear Physics A*, v. 640, p. 199, 1998.

- [17] JENKINS, E.; MANOHAR, A.V. Baryon chiral perturbation theory using a heavy fermion lagrangian. *Physics Letters B*, v.255, p. 558, 1991.
- [18] JENKINS, E.; MANOHAR, A.V. Effective field theories of the standard model. World Scientific, 1992.
- [19] WEINBERG, S. Nonlinear realizations of chiral symmetry. *Physics Review*, v. 166, p. 1568, 1968.
- [20] CALLAN, C. G.; COLEMAN, S.; WESS, J.; ZUMINO, B. Structure of phenomenological lagrangians II. *Physics Review*, v. 177, p. 2247, 1969.
- [21] COLEMAN, S.; WESS, J.; ZUMINO, B. Structure of phenomenological lagrangians I. *Physics Review*, v. 177, p. 2239, 1969.
- [22] LANGACKER, P.;PAGELS, H. Chiral perturbation theory. *Physics Review D*, v. 8, p. 4595, 1971.
- [23] PAGELS, H. Departures from chiral symmetry. *Physics Reports*, v. 16, p. 219, 1975.
- [24] GASSER, J.; SAINIO M.E.; SVARC, A. Nucleons with chiral loops. *Nuclear Physics B*, v. 307, p. 779, 1988.
- [25] KRAUSE, A. Baryon matrix elements of the vector current in chiral perturbation theory. *Helvetica Physica Acta*, v. 63, p. 3, 1990.
- [26] MOJZIS, Martin. Elastic pion-nucleon scattering to  $O(p^3)$  in heavy baryon chiral perturbation theory. *European Physics Journal C*, v. 2, p. 181, 1998.
- [27] PELÁEZ, J. R.; NICOLA, Gómez. Unitarized pion-nucleon scattering within heavy baryon chiral perturbation theory. *Physics Review D*, v. 62, p. 017502, 2000.
- [28] PELÁEZ, J. R.; NICOLA, Gómez. The inverse amplitude method and heavy baryon chiral perturbation theory applied to pion-nucleon scattering. *Nuclear Physics A*, v. 675, p. 96, 2000.
- [29] SÁ BORGES, José de; CAVALCANTE, Isabela P. Unitarized ChPT amplitudes and crossing symmetry violation. *Arxiv*, hep-ph/0101037, 2001.
- [30] GELL-MANN, M. The symmetry group of vector and axial vector currents. *Physics*, v. 1, p. 63, 1964.
- [31] OSYPOWSKI, Edward T. Ward-Identity techniques and low-energy pion-nucleon scattering. *Nuclear Physics B*, v. 21, p. 615, 1970.
- [32] SÁ BORGES, José de. Unitarity corrections to a low-energy pion-nucleon scattering amplitude. *Nuclear Physics A*. v. 662, p. 362, 2000.
- [33] MAPLEV (software). Maplesoft. Disponível em: <<http://www.maplesoft.com>>. Acesso em: 10 de abr. 2009.
- [34] ALDÁ JÚNIOR, Walter Luiz; SÁ BORGES, José de. The Role of Crossing Symmetry for a Low Energy Pion-Nucleon Scattering from Dispersive Method. *Brazilian Journal of Physics*, v. 38, n. 3B, p. 491, 2008.

- [35] PHYSICS ANALYSIS WORKSTATION (software). CERN. Disponível em: <<http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/paw/>>. Acesso em: 20 de set. 2009.
- [36] SAID ONLINE-PROGRAM. Virginia Tech Partial-Wave Analysis Facility. Solution SP99. Disponível em: <<http://said.phys.vt.edu>>. Acesso em 20 de jan. 2009.
- [37] HOFERICHTER, Martin; KUBIS, Bastian; MEISSNER, Ulf-G. Isospin breaking in the pion-nucleon scattering lengths. *Physics Letters B*, v. 678, p. 65, 2009.
- [38] GIBBS, W. R; AI, Li; KAUFMANN, W. B. Low-energy pion-nucleon scattering. *Physics Review C*, v. 57, p. 784, 1998.



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)