



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Instituto de Física Armando Dias Tavares

Bruno Osório Rodrigues

O vértice $D^*D\rho$ usando as Regras de Soma da QCD

Rio de Janeiro
2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Bruno Osório Rodrigues

O vértice $D^*D\rho$ usando as Regras de Soma da QCD



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Física Nuclear.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Mirian Enriqueta Bracco (UERJ)
Co-Orientador: Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra (USP)

Rio de Janeiro
2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Bruno Osório Rodrigues

O vértice $D^*D\rho$ usando as Regras de Soma da QCD

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Física Nuclear.

Aprovado em: _____

Banca Examinadora: _____

Prof^a. Dr^a. Mirian Enriqueta Bracco (Orientadora)
Faculdade de Tecnologia da UERJ-RESENDE

Prof. Dr. Marcelo Chiapparini
Instituto de Física da UERJ

Prof. Dr. Sérgio Szpigel
Centro de Ciências e Humanidades da
Universidade Presbiteriana Mackenzie-SP

Rio de Janeiro
2010

DEDICATÓRIA

Aos meus falecidos avôs Aires e Ayres...

AGRADECIMENTOS

- Aos meus pais, Carlos e Leila e ao meu irmão Bernardo, pelo carinho, extrema paciência com a minha rabugice nos momentos de stress (e em todos os outros) e pelos calorosos almoços de domingo.
- À minha linda namorada Bárbara, por todo seu amor, incentivo e compreensão nos momentos mais importantes da minha vida nos últimos anos.
- Aos meus familiares, todos eles, mas em especial, meus tios Luís e Eliane, minhas avós Maria e Yvone e meus primos Felipe, Fernanda e Regina, cujas presenças em minha vida me fazem muito feliz.
- À família de minha namorada: Marcos, Beatriz e Juliana, por entreterem a Bárbara sempre que eu estava em casa estudando.
- À minha orientadora, Mirian Bracco, cuja orientação e amizade foram mais do que primordiais ao longo destes dois anos de trabalho. E pela paciência também, nos meus momentos de dúvida e ansiedade.
- À família da prof^a. Mirian: seu marido Luis e seu filho Martin. Obrigado pelos momentos de descontração antes dos trabalhos.
- Aos meus amigos da UERJ, por não falarem muito de física nos momentos de folga: Ana Thereza, Angelo, Bruno “Maricá”, Daniel, Flávia, Gabriel, Jordan, Leandro Alexandre, Leandro “Jack”, Letícia, Monique, Priscila e Rodrigo.
- À todos os amigos que fiz ao longo da vida, em especial: Carolina Cardoso, Elizabete, Felipe Afonso, Leandro Cacciari, Luiz Lemos, Marcus Vinícius, Priiscila, e Tales.
- Agradecimento especial ao meu grande amigo Vinícius Buçard.
- À todos os professores da UERJ que perturbei ao longo destes dois anos com dúvidas, muitas dúvidas: Alberto Santoro, André Sznajder, Daniel Barci, José de Sá Borges, José Roberto Mahon, Luiz Guilherme, Rudnei Ramos, Vitor Lemes e Vitor Oguri.
- Agradecimentos especiais aos professores Luís da Mota, meu primeiro orientador e grande amigo, Marcelo Chiapparini por toda a ajuda e amizade e ao professor Ivan da Cunha, cujas aulas de Quântica foram fundamentais do início ao fim deste trabalho.
- Aos professores da USP Fernando Navarra e Marina Nielsen, cujas ajudas foram muito importantes para a conclusão deste trabalho.
- Ao secretário da pós-graduação, Rogério Teixeira, por toda sua eficiência com as várias burocracias da UERJ.
- Aos professores Carla Gobel (PUC-RIO), Erasmo Madureira (UFRJ), Ignácio Bediaga (CBPF) e Takeshi Kodama (UFRJ) pela ajuda e orientação sobre meu futuro acadêmico.
- Ao meu gato, Wood, por me tirar da frente do computador nos momentos mais inoportunos.
- À UERJ e à CAPES pelo apoio financeiro.

Let me tell you something you already know. The world ain't all sunshines and rainbows. It's a very mean and nasty place, and I don't care how tough you are, it'll beat you to your knees and keep it there permanently if you let it. You, me or nobody is gonna hit as hard as life. But it ain't about how hard you hit. It's about how hard you can get hit, and keep moving forward. How much you can take, and keep moving forward. That's how winning is done! Now, if you know what you're worth, then go out and get what you're worth. But you gotta be willing to take the hits. And not pointing fingers saying you ain't what you wanna be because of him, or her, or anybody. Cowards do that, and that ain't you! You're better than that!

Rocky Balboa

Resumo

RODRIGUES, Bruno Osório. *O vértice $D^*D\rho$ usando as Regras de Soma da QCD*, Brasil, 2010, 119f. Dissertação (Mestrado em Física), Instituto de Física, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

A física de partículas vem atualmente estudando tópicos como o plasma de quarks e glúons (QGP), o bóson de Higgs e a matéria escura, que requerem experimentos de colisões entre partículas cada vez mais energéticas. Para isso, são necessários aceleradores capazes de gerar partículas projéteis a cada vez mais altas energias, o que pode levar a uma nova física. Quando novos dados surgem nos laboratórios, novos processos são necessários para explicar estes dados e algumas vezes a estrutura interna das partículas envolvidas é desconhecida. Nos modelos teóricos, usados para descrever o espalhamento destes processos, é comum introduzir o fator de forma. O fator de forma é simplesmente uma maneira de simular a sub-estrutura das partículas envolvidas nestes processos com função da energia ou momento. A obtenção dos fatores de forma pode ser feita usando o método conhecido como Regras de Soma da QCD (RSQCD). Neste trabalho, será estudado o vértice $D^*D\rho$ usando as RSQCD, de modo que seja possível obter os seus fatores de forma e sua constante de acoplamento. Para isso, foram estudados os casos em que o méson ρ e o méson D estão fora de suas camadas de massa. O vértice $D^*D\rho$ é muito importante para entender melhor o $\rho\pi$ *Puzzle*, onde o méson J/ψ decai em $\rho\pi$ com um *branching ratio* maior do que o esperado (este é um processo suprimido pela regra de OZI). Estudando este processo com graus de liberdade mesônicos, é possível escapar da regra de OZI, uma vez que o processo $J/\psi \rightarrow D\bar{D} \rightarrow \rho\pi$ não é suprimido por OZI. Ao se fazer isso, aparecerá, entre outros, o vértice $D^*D\rho$. Este é um vértice que também aparece em outros decaimentos, como por exemplo $X(3872) \rightarrow J/\psi\rho$ e $B \rightarrow J/\psi\bar{D}$. Neste trabalho, só foi possível obter resultados para o caso em que o méson ρ está fora da camada de massa, resultados estes que foram comparados com outros encontrados na literatura.

Palavras-chave: Física Hadrônica. Regras de soma da QCD. Fator de forma. Constante de acoplamento forte. Vértice $D^*D\rho$.

Abstract

The particle physics have been studying topics like the Quark-Gluon Plasma (QGP), Higgs boson and dark matter, which require experiments in heavy-ion collisions. Therefore, accelerators capable of generate high energy particle beams are necessary and may generate new physics. When new data arise in the laboratories, new processes are necessary to explain this data and sometimes, the internal structure of the involved particles is unknow or are virtual. In the theoretical models, used to describe this scattering processes, is common to introduce the form factors. The form factor is a way to simulate the sub-structure of the involved particles as function of energy or momentum. The form factor can be obtained using a method called QCD Sum Rules (QCDSR). In this work, the vertex $D^*D\rho$ will be studied using the QCDSR, in order to obtain its form factors and coupling constant. The $D^*D\rho$ vertex is very important to understand the $\rho\pi$ Puzzle, where the J/ψ meson decays in $\rho\pi$ with a branching ratio bigger than expected (this is a suppressed process by the OZI Rule). Studying this process with hadronic degrees of freedom, it's possible to escape of the OZI rule, once the $J/\psi \rightarrow D\bar{D} \rightarrow \rho\pi$ is not suppressed by the OZI rule. In this process, the $D^*D\rho$ vertex is necessary. There are other processes where this vertex is necessary: $X(3872) \rightarrow J/\psi\rho$ and $B \rightarrow J/\psi\bar{D}$ for example. In this work, was only possible to obtain results from the ρ off-shell diagram. This results were compared with others obtained in the literature.

Keywords: Hadronic Physics. QCD Sum Rules. Form factor. Strong coupling constant. $D^*D\rho$ vertex.

Lista de Figuras

1	Decaimento $X(3872) \rightarrow D^{*0}D^0 \rightarrow \rho J/\psi$	15
2	Decaimento $J/\psi \rightarrow \rho\pi$	16
3	Decaimento $J/\psi \rightarrow D\bar{D} \rightarrow \rho\pi$	17
4	Decaimento $B^0 \rightarrow D^- \rho^+ \rightarrow J/\psi \bar{D}^0$	17
5	Decaimento $\psi(3770) \rightarrow D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}$	17
6	Esquema básico das RSQCD.	18
7	Vértice de interação entre três mésons.	19
8	Neste trabalho, a função correlação total é a soma dos termos perturbativo e de condensados de quarks.	23
9	Diagrama do vértice $D^*D\rho$ com D fora da camada de massa.	27
10	Diagrama perturbativo de D fora da camada de massa.	30
11	Diagrama perturbativo do caso D fora da camada de massa com os quadrimomentos envolvidos explicitados.	32
12	Diagrama da contribuição do condensado de quarks $\langle d\bar{d} \rangle$	40
13	Função correlação total para o caso D fora da camada de massa.	42
14	Diagrama do vértice $D^*D\rho$ com ρ fora da camada de massa.	42
15	Diagrama perturbativo de ρ fora da camada de massa.	43
16	Diagrama perturbativo do caso ρ fora da camada de massa com os quadrimomentos de cada quark explicitados.	45
17	Fluxograma representativo do programa BestFF, código fonte E.1.	62
18	Fator de Forma $\times Q^2$ para o caso ρ fora da camada de massa.	66
19	Estabilidade do Fator de Forma em relação a M^2 para $Q^2 = 1\text{GeV}^2$	66

20	Contribuição Polo \times Contínuo para o caso ρ fora da camada de massa com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$	67
21	Estabilidade do Fator de Forma em relação a M^2 para $Q^2 = 1\text{GeV}^2$ e $\Delta_s = \Delta_u = 0.3\text{GeV}$	67
22	Ajustes monopolar e exponencial para $F^{(\rho)}(Q^2)$	68
23	Fator de Forma $\times Q^2$ para o caso D fora da camada de massa.	72
24	Estabilidade do Fator de Forma em relação a M^2 com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$	72
25	Contribuição Polo/Contínuo para o caso D fora da camada de massa com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$	73
26	Contribuição dos termos perturbativo e de condensado de quarks com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$	73
27	Ajustes monopolar e exponencial para $F^{(D)}(Q^2)$	74
28	Contribuição dos termos perturbativo e de condensado de quarks com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$ e $\Delta_u = 0.7\text{GeV}$	77
29	Contribuição dos termos perturbativo e de condensado de quarks com $Q^2 = 2\text{GeV}^2$ e $\Delta_u = 0.7\text{GeV}$	78
30	Loop que será usado para exemplificar a regra de Cutkosky.	89
31	O sol deve ser desenhado no lado aonde o tempo tem início.	90
32	O corte atravessa os dois propagadores.	90
33	Gráfico de polarização do vácuo bastante utilizado nesta dissertação.	91
34	Gráfico de polarização do vácuo cortado duas vezes pela regra de Cutkosky	91
35	Contorno utilizado no teorema de Cauchy da eq.(B.8)	92
36	Diagrama de interação entre três mésons (1, 2 e 3).	99

Lista de Tabelas

1	Correntes interpolantes dos mésons segundo os números quânticos J^{PC}	19
2	Constituição dos mésons utilizados neste trabalho e seus números quânticos J^{PC} e massa.	20
3	Valores numéricos para as constantes de decaimento e massa do quark c	63
4	Valores iniciais para o programa BestFF - Caso ρ fora da camada de massa.	64
5	Dados do arquivo <i>fator.txt</i> para o caso ρ fora da camada de massa.	64
6	Dados do arquivo <i>borel.txt</i> para o caso ρ fora da camada de massa.	65
7	Parâmetros necessários ao cálculo do fator de forma para o caso ρ fora da camada de massa.	65
8	Valores para as constantes de acoplamento do caso ρ fora da camada de massa para variações de $\pm 0.1 GeV$ em torno dos pontos $\Delta_s = 0.5 GeV$ e $\Delta_u = 0.4 GeV$	69
9	<i>Cutoffs</i> para o ajuste exponencial do fator de forma do caso ρ off-shell	70
10	Valores iniciais para o programa BestFF - Caso D fora da camada de massa.	70
11	Dados do arquivo <i>fator.txt</i> para o caso D fora da camada de massa.	71
12	Dados do arquivo <i>borel.txt</i> para o caso D fora da camada de massa.	71
13	Parâmetros necessários ao cálculo do fator de forma para o caso D fora da camada de massa.	71
14	Valores para as constantes de acoplamento do caso D fora da camada de massa para variações de $\pm 0.1 GeV$ em torno dos pontos $\Delta_s = 0.5 GeV$ e $\Delta_u = 1.4 GeV$	75
15	<i>Cutoffs</i> para os ajustes monopolar e exponencial do fator de forma do caso D fora da camada de massa.	75
16	Resultados obtidos para o diagrama ρ fora da camada de massa do vértice $D^* D \rho$	81
17	Resultados obtidos para o diagrama ρ fora da camada de massa do vértice $D^* D \rho$	81

Lista de Códigos

E.1	BestFF.f90	109
E.2	BorelPoloCond.f90	112
E.3	FatorMedio.f90	114
E.4	mdoff.f90	115
E.5	mrhooff.f90	116

Sumário

	INTRODUÇÃO	15
1	DESENVOLVIMENTO	27
1.1	D Fora da Camada de Massa - Lado da QCD	27
1.1.1	<u>Resolvendo a integral em k^λ</u>	36
1.1.2	<u>Condensados de Quarks</u>	38
1.1.3	<u>Π^{QCD} para o diagrama D fora da camada de massa</u>	41
1.2	ρ Fora da Camada de Massa - Lado da QCD	42
1.2.1	<u>Integral de $DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}]$</u>	48
1.2.2	<u>Condensados de Quarks</u>	50
1.3	Lado Fenomenológico	51
1.3.1	<u>Caso D fora da camada de massa</u>	51
1.3.2	<u>Caso ρ fora da camada de massa</u>	54
1.4	Obtenção do Fator de Forma por intermédio das RSQCD	57
1.4.1	<u>Caso ρ fora da camada de massa</u>	57
1.4.2	<u>Caso D fora da camada de massa</u>	58
1.4.3	<u>Determinando os parâmetros “livres” dos Fatores de Forma</u>	59
2	RESULTADOS	63
2.1	Caso ρ fora da camada de massa	64
2.2	Caso D fora da camada de massa	70
3	DISCUSSÃO	76
4	CONCLUSÃO	80
	REFERÊNCIAS	83

	APÊNDICE A – Matrizes γ e suas propriedades	86
	APÊNDICE B – Regra de Cutkosky e as Relações de Dispersão	89
B.1	Regra de Cutkosky	89
B.2	Relações de Dispersão	92
	APÊNDICE C – Exemplos de transformadas de Borel	96
	APÊNDICE D – Função correlação fenomenológica de 3 pontos	99
D.1	Amplitude de Feynman para o vértice do diagrama da figura 36	105
D.1.1	<u>Exemplo de obtenção de \mathfrak{M}</u>	106
	APÊNDICE E – Códigos fonte dos programas utilizados nesta dissertação	108

INTRODUÇÃO

Motivação

Massas, fatores de forma, constantes de acoplamento e outras propriedades físicas das partículas são todas quantidades necessárias para tentar entender e desvendar a estrutura interna da matéria. Todas estas propriedades das partículas são adquiridas experimentalmente com a obtenção de seções de choque entre diferentes partículas a diferentes energias de colisão. Atualmente, estão sendo projetados experimentos que permitam que as partículas projéteis atinjam cada vez mais altas energias, sendo que alguns deles já estão em funcionamento (CERN, RHIC, etc.).

Nestas experiências a altas energias, novos processos aparecem, dos quais muitas vezes precisa-se verificar o valor das massas, das constantes de acoplamento, dos fatores de forma e etc.. Com estes dados, pode-se verificar teoricamente se os processos são abundantes ou não e/ou fazer outras conjecturas.

Por exemplo, existem novos mésons como o $X(3872)$ que foram medidos experimentalmente no decaimento do méson B (experiências Belle (1), Babar (2)) e que pode ser entendido como o decaimento em estados de dois corpos $D - D^*$ (3–6) e logo observa-se o estado final de dois mésons: $J/\psi + \rho$ (ver figura 1)(3).

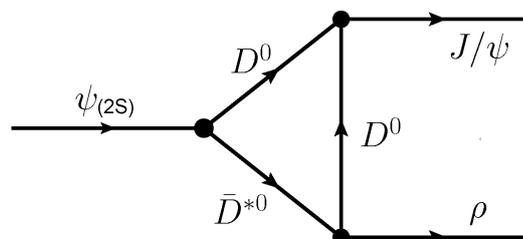


Figura 1: Decaimento $X(3872) \rightarrow \bar{D}^{*0} D^0 \rightarrow \rho J/\psi$.

A constante de acoplamento e os fatores de forma deste processo não são observados experimentalmente. Eles são exatamente a representação da estrutura microscópica no espaço das

partículas D , D^* , J/ψ e ρ , que não são elementares. Considerar a estrutura interna significa calcular os fatores de forma do processo, incluindo o do vértice $D^*D\rho$, como sugere a figura 1. Estes fatores de forma podem ser calculados pelo método das Regras de Soma da QCD (RSQCD) (7).

O objetivo deste trabalho é aplicar as RSQCD para obter os fatores de forma do vértice $D^*D\rho$ e sua constante de acoplamento. Além da motivação já dada antes, observa-se que o vértice $D^*D\rho$ aparece em diversos processos físicos interessantes. Além do decaimento de $X(3872)$, o vértice $D^*D\rho$ também aparece no estudo do interessante $\rho\pi$ *Puzzle*.

Segundo o Particle Data Group (PDG) (8), o decaimento $J/\psi(1S) \rightarrow \rho\pi$ ocorre com um *branching ratio* de $(1.69 \pm 0.15)\%$, o que faz deste, o decaimento de dois corpos mais abundante do méson J/ψ . Isso é no mínimo estranho, pois segundo a QCD, decaimentos de quarkônios pesados, como é o caso do J/ψ (pois é um méson do tipo $c\bar{c}$), em hádrons leves ocorre via aniquilação dos quarks pesados em glúons (9). No caso do processo $J/\psi \rightarrow \rho\pi$, tem-se um diagrama como o da figura 2, onde o lado esquerdo e o lado direito do processo estão ligados apenas por linhas de glúons.

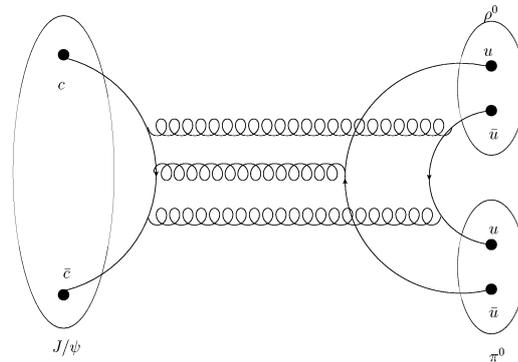


Figura 2: Decaimento $J/\psi \rightarrow \rho\pi$

De acordo com a Regra de OZI¹, diagramas como o da figura 2, que podem ser separados em dois cortando somente linhas de glúons, se referem a processos suprimidos (mas não proibidos) (10). Outra maneira de se escrever a Regra de OZI é dizer que transições entre hádrons sem quarks de valência em comum são suprimidos (9).

Portanto, não faz muito sentido, do ponto de vista teórico, o processo $J/\psi \rightarrow \rho\pi$ ser tão abundante. Além disso, seria esperado portanto que o decaimento $\psi(2S) \rightarrow \rho\pi$ tivesse um *branching ratio* comparável ao $J/\psi \rightarrow \rho\pi$, no entanto, observações mostram que ele é 50 vezes menor do que o esperado (9). Esta grande diferença entre os *branching ratios* esperados e observados são o que caracterizam o $\rho\pi$ *Puzzle*.

¹OZI é o acrônimo do nome de seus autores: Okubo, Zwig e Iizuka.

Afim de fugir da regra de OZI e explicar o $\rho\pi$ *Puzzle*, há uma série de modelos propostos (11), sendo alguns deles: *Intrinsic-charm-component Scheme*, *Nonvalence Component Explanation*, *Mass Reduction Explanation*, *Final State Interaction Scheme* e muitos outros.

No modelo *Intrinsic-charm-component Scheme* (9), admite-se que alguns mésons não charmosos tenham uma componente charmosa intrínseca. No caso do $\rho\pi$ *Puzzle*, consideraria-se que o méson ρ seja representado no espaço de Fock por uma função de onda do tipo $|u\bar{d}\bar{c}c\rangle$ por exemplo. Deste modo, haveria quarks de valência em comum entre os mésons J/ψ e ρ , de modo que a regra de OZI não mais se aplicaria ao decaimento $J/\psi \rightarrow \rho\pi$.

Maneira semelhante de se fugir da regra de OZI seria considerar o méson J/ψ como sendo um estado molecular $D\bar{D}$ (12), de modo a se ter o processo $J/\psi \rightarrow D\bar{D} \rightarrow \rho\pi$, como mostra a figura 3.

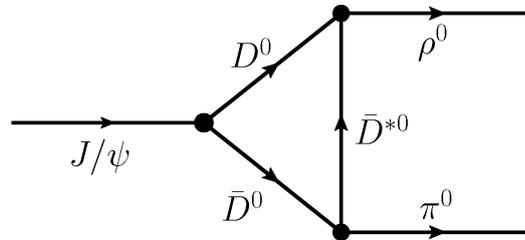


Figura 3: Decaimento $J/\psi \rightarrow D\bar{D} \rightarrow \rho\pi$

Como o cálculo do *branching ratio* depende do conhecimento dos fatores de forma e das constantes de acoplamento, a figura 3 mostra que o conhecimento preciso sobre estas quantidades referentes aos vértices $J/\psi DD$, $D^*D\pi$ e $D^*D\rho$ é muito importante para testar a validade do modelo $J/\psi \rightarrow D\bar{D} \rightarrow \rho\pi$. Os fatores de forma e a constante de acoplamento dos vértices $J/\psi DD$ e $D^*D\pi$ já foram calculados pelo grupo (7, 13, 14), faltando apenas as informações referentes ao vértice $D^*D\rho$, alvo deste trabalho.

Alguns outros processos em que são necessárias informações sobre o vértice $D^*D\rho$ compreendem, mas não limitam-se ao decaimento $B^0 \rightarrow D^- \rho^+ \rightarrow J/\psi \bar{D}^0$ (figura 4)(15) e ao decaimento $\psi(3770) \rightarrow D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}$ (figura 5)(16).

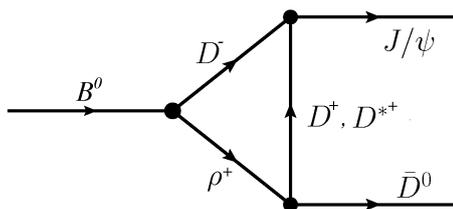


Figura 4: Decaimento $B^0 \rightarrow D^- \rho^+ \rightarrow J/\psi \bar{D}^0$.

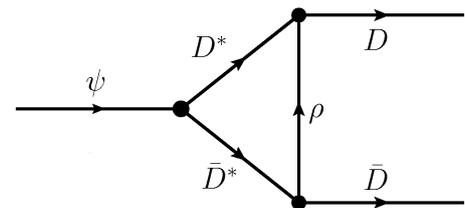


Figura 5: Decaimento $\psi(3770) \rightarrow D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}$.

As Regras de Soma da QCD

Originalmente publicada em 1979 pelos físicos russos Shifman, Vainshtein e Zakharov (17, 18), as Regras de Soma da QCD, também conhecidas como QCD Sum Rules ou SVZ Sum Rules (em homenagem aos seus autores), são um método não perturbativo e aproximado que permitem a obtenção de quantidades físicas hadrônicas como massas, fatores de forma, constantes de acoplamento, constantes de decaimento e etc.

Sua idéia básica parte do fato de ser possível calcular a função correlação de um processo de duas maneiras: com graus de liberdade hadrônicos (chamada aqui de lado fenomenológico) e com graus de liberdade de quarks (chamada de lado da QCD). Utilizando-se do princípio da dualidade quark-hádron (19), as RSQCD dizem ser possível igualar estas duas funções correlação após ambas serem submetidas a uma transformada de Borel (ver subseção e apêndice C), i.e.:

$$\mathfrak{B}[\Pi^{QCD}(Q^2)] = \mathfrak{B}[\Pi^{fen}(Q^2)] \quad (1)$$

onde \mathfrak{B} é a transformada de Borel, Π^{QCD} é a função correlação em graus de liberdade de quarks e Π^{fen} é a função correlação em graus de liberdade hadrônicos.

A figura 6 mostra de maneira esquematizada como funcionam as RSQCD para o caso de uma função correlação de dois pontos.

$$\begin{array}{ccc}
 \Pi(q^2) = \int \langle 0 | T \{ j(x) j^\dagger(0) \} | 0 \rangle e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} d^4x & & \\
 \swarrow & & \searrow \\
 \boxed{\Pi^{QCD}(q^2)} & & \boxed{\Pi^{fen}(q^2)} \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 \text{Transformada de Borel}(q^2 \rightarrow M^2) & & \\
 \Downarrow & & \\
 \text{Regras de Soma da QCD} & & \\
 \mathfrak{B}_{M^2} [\Pi^{QCD}(q^2)] = \mathfrak{B}_{M^2} [\Pi^{fen}(q^2)] & &
 \end{array}$$

Figura 6: Esquema básico das RSQCD.

Como já dito e apresentado na figura 6, o ponto de partida das Regras de Soma da QCD é a função correlação, que no caso de um vértice de interação entre três mésons (figura 7), será uma função de 3 pontos.

Este é o tipo de processo físico no qual se está interessado neste trabalho. A função

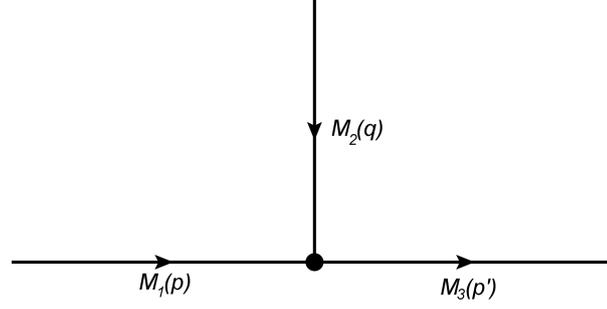


Figura 7: Vértice de interação entre três mésons.

correlação de 3 pontos no espaço dos momentos pode ser escrita como (19–21):

$$\Pi(p, p') = \int \langle 0' | T \{ j_3(x) j_2^\dagger(y) j_1^\dagger(0) \} | 0' \rangle e^{ip'x} e^{-iqy} d^4x d^4y \quad (2)$$

onde $j_{n=1,2,3}$ são correntes interpolantes que representam os mésons M_n envolvidos, p é o quadri-momento do méson M_1 , p' é o quadri-momento do méson M_3 e $q = p' - p$ é o quadri-momento do méson M_2 , o qual será considerado como fora da camada de massa². Vale destacar também que o vácuo $|0'\rangle$ aqui utilizado não é o perturbativo e sim o vácuo não trivial da QCD.

As correntes interpolantes são construídas sabendo-se a constituição dos mésons em graus de liberdade de quarks e alguns de seus números quânticos (J^{PC})³, de modo que se terá de maneira prática a tabela 1 (21).

Tabela 1: Correntes interpolantes dos mésons segundo os números quânticos J^{PC} .

J^{PC}	Corrente Interpolante Correspondente
0^{++}	$j_s = \bar{q}_i q_i$
0^{-+}	$j_p = i\bar{q}_i \gamma_5 q_i$
1^{--}	$j_V = \bar{q}_i \gamma_\mu q_i$
1^{++}	$j_A = \eta_{\mu\nu} \bar{q}_i \gamma_\nu \gamma_5 q_i$
1^{+-}	$j_{A'} = \bar{q}_i \partial_\mu \gamma_5 q_i$
2^{++}	$j_T = i\bar{q}_i (\gamma_\mu \partial_\nu + \gamma_\nu \partial_\mu + \frac{2}{3} \eta_{\mu\nu} \not{\partial}) q_i$
2^{-+}	$j_{T'} = i\bar{q}_i (\gamma_\mu \gamma_5 \partial_\nu + \gamma_\nu \gamma_5 \partial_\mu + \frac{2}{3} \eta_{\mu\nu} \gamma_5 \not{\partial}) q_i$

onde q_i e \bar{q}_i são campos de quarks com número quântico de cor⁴ i e $\eta_{\mu\nu} = q_\mu q_\nu / q^2 - g_{\mu\nu}$.

Segundo o PDG (8), a constituição dos mésons utilizados neste trabalho em graus de liber-

²Do inglês, *off-shell*. Significa que será permitido que q^2 assuma qualquer valor e não esteja portanto limitado ao valor da massa ao quadrado do seu respectivo méson. Isso é um detalhe muito importante na obtenção do fator de forma, quantidade que depende de q^2 .

³ J , P e C são os números quânticos referentes ao spin, paridade e carga respectivamente.

⁴Hádrons são objetos com cor “branca”. Por isso, os índices de cor são iguais nos campos de uma mesma corrente, garantindo que o méson não seja um objeto colorido. Se um campo de quark q tem cor i , seu análogo dual dentro de uma mesma corrente interpolante, \bar{q} , terá a anticor de i . A soma das duas cores é zero, ou como se diz, “branco”.

dade de quarks é dada pela tabela 2:

Tabela 2: Constituição dos mésons utilizados neste trabalho e seus números quânticos J^{PC} e massa.

Méson	Constituição em graus de liberdade de quarks	J^{PC}	massa (GeV)
$D^+(D^-)$	$c\bar{d}(d\bar{c})$	0^-	1.869
$D^0(\bar{D}^0)$	$c\bar{u}(u\bar{c})$	0^-	1.865
$D^{*0}(\bar{D}^{*0})$	$c\bar{u}(u\bar{c})$	1^-	2.007
$D^{*+}(D^{*-})$	$c\bar{d}(d\bar{c})$	1^-	2.010
$\rho^+(\rho^-)$ ρ^0	$u\bar{d}(d\bar{u})$ $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	1^{--}	0.775

De acordo com as informações dadas pelas tabelas 1 e 2, fica claro que neste trabalho serão utilizadas somente correntes vetoriais (j_V) e pseudo-escalares (j_P).

Como sugere a figura 7, é possível construir três diagramas *off-shell* distintos, cada um com um dos mésons M_n fora da camada de massa. O método desenvolvido pelo grupo e aplicado com sucesso nos diversos trabalhos já citados consiste em realizar todo o desenvolvimento das RSQCD para pelo menos dois destes diagramas, um com a partícula mais leve fora da camada de massa e outro com a partícula mais pesada fora da camada de massa. Cada um destes dois diagramas levará a fatores de forma distintos, pois o fator de forma dependerá do méson trocado: para mésons mais pesados fora da camada de massa, o fator de forma se mostra mais *duro*, enquanto para mésons mais leves, a estrutura interna do vértice fica mais evidente. O grande trunfo deste método é diminuir as incertezas das RSQCD, pois ambos os diagramas devem levar à mesma constante de acoplamento, o que servirá de parâmetro para determinar quais são os melhores ajustes dos fatores de forma a serem utilizados para cada um dos diagramas *off-shell*.

Função correlação pelo lado da QCD

O cálculo pelo lado da QCD consiste em utilizar as correntes interpolantes com graus de liberdade de quarks diretamente na função correlação. Ou seja, utilizar as correntes como dadas pela tabela 1.

Deste modo, obtém-se uma função correlação do tipo:

$$\Pi^{QCD}(p, p') \propto \int \langle 0' | T \{ \bar{A}_i^a(x) B_j^a(x) \bar{B}_k^b(y) C_l^b(y) \bar{C}_m^c(0) A_n^c(0) \} | 0' \rangle e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \quad (3)$$

onde a, b e c são índices de cor. i, \dots, n são os índices spinoriais de Dirac e A, B e C são sabores de quarks.

Esta função correlação pode ser desmembrada em uma série de termos ao se aplicar o teorema de Wick (22) ao operador ordenamento temporal presente na eq. 3, que após a permutação do campo $A(0)$ fica:

$$\begin{aligned}
T\{A_n^c(0)\bar{A}_i^a(x)B_j^a(x)\bar{B}_k^b(y)C_l^b(y)\bar{C}_m^c(0)\} = & A_n^c(0)\bar{A}_i^a(x)B_j^a(x)\bar{B}_k^b(y)C_l^b(y)\bar{C}_m^c(0) : \\
& + \langle 0|T\{A_n^c(0)\bar{A}_i^a(x)\}|0\rangle\langle 0|T\{B_j^a(x)\bar{B}_k^b(y)\}|0\rangle\langle 0|T\{C_l^b(y)\bar{C}_m^c(0)\}|0\rangle \\
& + \langle 0|T\{A_n^c(0)\bar{A}_i^a(x)\}|0\rangle\langle 0|T\{B_j^a(x)\bar{B}_k^b(y)\}|0\rangle : C_l^b(y)\bar{C}_m^c(0) : \\
& + \langle 0|T\{A_n^c(0)\bar{A}_i^a(x)\}|0\rangle\langle 0|T\{C_l^b(y)\bar{C}_m^c(0)\}|0\rangle : B_j^a(x)\bar{B}_k^b(y) : \\
& + \langle 0|T\{B_j^a(x)\bar{B}_k^b(y)\}|0\rangle\langle 0|T\{C_l^b(y)\bar{C}_m^c(0)\}|0\rangle : A_n^c(0)\bar{A}_i^a(x) : \\
& + \text{termos com 1 contração}
\end{aligned} \tag{4}$$

onde $::$ se refere ao operador produto normal e $|0\rangle$ é o vácuo perturbativo. É pertinente lembrar que contrações de campos de quarks de sabores misturados serão zero, pois estes campos atuam em espaços diferentes ⁵.

A eq. 4 deverá então ser utilizada na eq. 3. O segundo termo da eq. 4 dará origem ao chamado *termo perturbativo*, pois nele não aparecerá mais o vácuo da QCD quando substituído na função correlação, eq. 3. Os termos com 1 e 2 contrações, devido à natureza não trivial do vácuo da QCD, quando substituídos na eq. 3, darão origem aos condensados de quarks, de glúons, de quarks e glúons e etc. A função correlação total, após a aplicação do teorema de Wick, pode ser reescrita como:

$$\Pi^{QCD}(p, p') = \Pi^{pert}(p, p') + \sum \Pi^{cond}(p, p') \tag{5}$$

onde o termo Π^{pert} se refere ao termo perturbativo e $\sum \Pi^{cond}$ a todos os termos de condensados pertinentes.

Nos termos não perturbativos da eq. 4, aparecem propagadores, termos do tipo $\langle 0|T\{q_n^c(0)\bar{q}_i^a(x)\}|0\rangle$, que são nada mais do que números complexos. Também aparecem termos entre operadores produto normal, como $:q_l^b(y)\bar{q}_m^c(0):$ por exemplo. O valor esperado no vácuo perturbativo de quaisquer pares de operadores criação e aniquilação ordenados normalmente é zero, isto é:

$$\langle 0| : q_l^b(y)\bar{q}_m^c(0) : |0\rangle = 0 \tag{6}$$

Isto porque ordenar normalmente operadores significa passar para a direita todos os operadores de aniquilação, deixando os operadores de criação a esquerda. E como o autovalor de um

⁵ex: $\bar{d}\bar{c} = \bar{u}\bar{s} = 0$

operador aniquilação aplicado ao vácuo perturbativo é zero, a eq. 6 será zero. No entanto, o valor esperado no vácuo da QCD de um termo ordenado normalmente não será zero, devido a natureza não trivial deste vácuo, isto é:

$$\langle 0' | : q_l^b(y) \bar{q}_m^c(0) : | 0' \rangle \neq 0 \quad (7)$$

Os termos não perturbativos da eq. 4 podem ser desenvolvidos por série de Taylor. Para exemplificar o desenvolvimento destes termos, pode-se utilizar novamente o par ordenado normalmente : $q_l^b(y) \bar{q}_m^c(0)$:. Expandindo em série de Taylor o campo $q_l^b(y)$ em torno de $y = 0$:

$$\begin{aligned} : q_l^b(y) \bar{q}_m^c(0) : &:= : q_l^b(0) \bar{q}_m^c(0) : + y^\mu : \left(\partial_\mu q_l^b(0) \right) \bar{q}_m^c(0) : + \frac{1}{2} y^\mu y^\nu : \left(\partial_\mu \partial_\nu q_l^b(0) \right) \bar{q}_m^c(0) : \\ &+ \dots \quad (8) \end{aligned}$$

O valor esperado no vácuo da QCD de cada um dos termos da eq. 8 dará origem a um condensado. O valor esperado do primeiro termo, $\langle 0' | : q_j^a(0) \bar{q}_l^b(0) : | 0' \rangle$, dá origem aos condensados de quarks. O valor esperado dos demais termos da eq. 8 dará origem aos condensados de glúons, quarks e glúons e etc. Neste trabalho, serão utilizados somente os termos referentes aos condensados de quarks, pois outros trabalhos do grupo (7, 14, 23) mostram que para fatores de forma de vértices como o aqui estudado, os demais termos tem contribuição desprezível. Isto é algo esperado e desejado, pois não é possível calcular os infinitos termos que constituem a função correlação total. Em algum momento, será preciso truncar a série. Mas para isso, a série deve ser convergente, ou seja, o termo perturbativo deve ser o termo que mais contribui para a função correlação total, seguido pelos demais termos que aparecem na expansão da eq. 8 , cada um com contribuição cada vez menor para a função correlação total, justificando assim o truncamento.

O valor esperado do termo $\langle 0' | : q_j^a(0) \bar{q}_l^b(0) : | 0' \rangle$ (20) é:

$$\langle 0' | : q_j^a(0) \bar{q}_l^b(0) : | 0' \rangle = -\frac{1}{12} \langle q\bar{q} \rangle \delta^{ab} \delta_{jl} \quad (9)$$

onde $\langle q\bar{q} \rangle$ é o condensado de quark.

Os valores numéricos de $\langle q\bar{q} \rangle$ para os condensados de quarks necessários a este trabalho são (14, 20, 21):

$$\langle u\bar{u} \rangle = \langle d\bar{d} \rangle \approx -(0.23 GeV)^3 \quad (10)$$

$$\langle c\bar{c} \rangle = 0 \quad (11)$$

Neste trabalho, como já dito, será calculada a função correlação até a ordem dos condensados de quarks. Pela eq. 4, é fácil deduzir que haverá três termos referentes aos condensados de quarks ou seja:

$$\Pi^{QCD}(p, p') = \Pi^{pert}(p, p') + \Pi^{\langle A\bar{A} \rangle}(p, p') + \Pi^{\langle B\bar{B} \rangle}(p, p') + \Pi^{\langle C\bar{C} \rangle}(p, p') \quad (12)$$

Ou em termos diagramáticos, tem-se a figura 8.

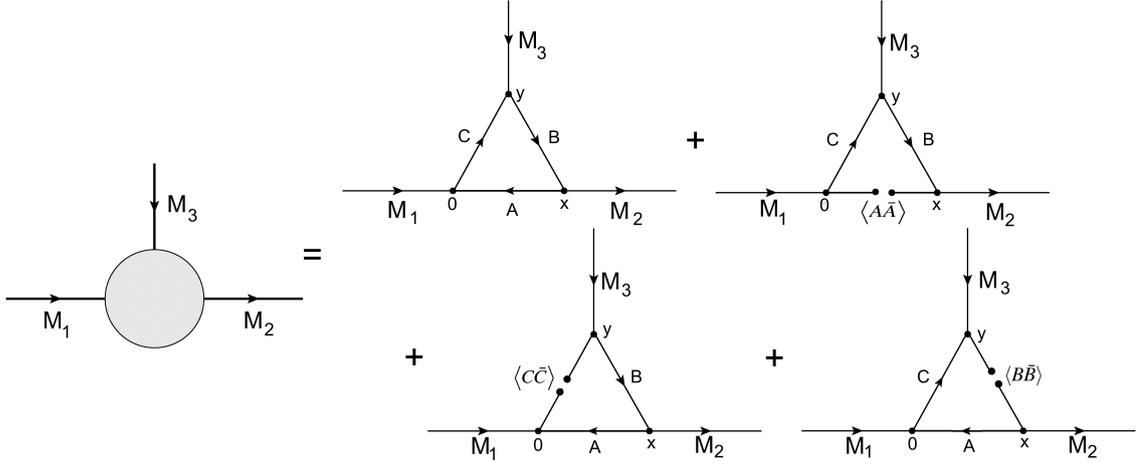


Figura 8: Neste trabalho, a função correlação total é a soma dos termos perturbativo e de condensados de quarks.

Como será visto no capítulo 1, o desenvolvimento das contas para a obtenção da função correlação do lado da QCD passará ainda pela utilização da regra de Cutkosky e das relações de dispersão (ver apêndice B), de modo que a função correlação obtida estará em função de sua parte imaginária e terá a forma apresentada na eq. 13 (eq. B.20 do respectivo apêndice).

$$\Pi^{QCD}(p', p) = \Pi(0) + \frac{1}{\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} \frac{p^2 p'^2 \mathbf{Im}(\Pi^{QCD}(s, u))}{s \cdot u (s - p^2)(u - p'^2)} ds du \quad (13)$$

onde $\Pi(0)$ é o chamado termo subtrativo, que regulariza $\Pi^{QCD}(p', p)$.

Função correlação pelo lado Fenomenológico

De posse da função correlação do lado da QCD, é necessária a função correlação do lado fenomenológico, afim de poder utilizar as RSQCD. Mais uma vez, o ponto de partida é a função correlação, desta vez, simplesmente no espaço das coordenadas:

$$\Pi^{fen}(x, y) = \langle 0' | T \{ j_3(x) j_2^\dagger(y) j_1^\dagger(0) \} | 0' \rangle \quad (14)$$

Ao contrário do lado da QCD, esta função não será expandida usando-se o teorema de Wick e os graus de liberdade de quarks. Ela será trabalhada utilizando-se relações de completeza dos estados hadrônicos, de modo a ser escrita em função de quantidades fenomenológicas como constantes de decaimento, fatores de forma e massas. Este desenvolvimento até se chegar na forma que será utilizada, por ser um pouco extenso, está apresentado no apêndice D, onde é obtida a função correlação na forma dada pela eq.15 (eq.D.30 no apêndice).

$$\Pi^{ph}(p, p') = \frac{\langle 0 | j_3 | M_3(p') \rangle \langle M_2(q) | j_2^\dagger | 0 \rangle \langle M_1(p) | j_1^\dagger | 0 \rangle \Gamma(p, p')}{(p^2 - m_1^2)(p'^2 - m_3^2)(q^2 - m_2^2)} + \textit{estados excitados} \quad (15)$$

onde $\Gamma = \frac{\mathfrak{M}}{i}$, sendo \mathfrak{M} a amplitude de espalhamento de Feynman, lembrando que, da relação de completeza da eq.(D.5), deve-se realizar o somatório das polarizações (λ) para cada méson vetorial presente na função correlação, m_n são as massas dos respectivos mésons M_n e o primeiro termo da eq. 15 é referente ao estado fundamental, estando todos os termos das ressonâncias dos mésons envolvidos agrupados no termo *estados excitados*.

A eq.15 é de uso bem direto, bastando conhecer os valores dos elementos de matriz e da amplitude de espalhamento \mathfrak{M} , todos de fácil obtenção. No apêndice D.1, está explicado (inclusive com um exemplo) como obter \mathfrak{M} , quando a densidade da lagrangeana (\mathcal{L}) do processo estudado é conhecida. Os elementos de matriz envolvendo correntes e mésons vetoriais e pseudoescalares (caso deste trabalho) podem ser obtidos das eq. 16 (15, 24).

$$\begin{aligned} \langle V(q, \lambda) | j_\mu | 0 \rangle &= f_V m_V \varepsilon_\mu^*(q, \lambda) \\ \langle 0 | j_\mu | V(q, \lambda) \rangle &= f_V m_V \varepsilon_\mu(q, \lambda) \\ \langle P | j_5 | 0 \rangle &= f_P \frac{m_P^2}{m_{q_1} + m_{q_2}} \end{aligned} \quad (16)$$

onde $V(q, \lambda)$ é um méson vetorial, λ é a sua polarização, P é um méson pseudo escalar, j_μ e j_5 são correntes vetoriais e pseudo escalares respectivamente, m_{q_1} e m_{q_2} são os quarks constituintes de P e f_V e f_P são constantes de decaimento.

Transformada de Borel e a aplicação das RSQCD

A transformada de Borel é basicamente uma transformada inversa de Laplace (25) escrita na forma diferencial. Ela pode ser definida como (20):

$$\tilde{\Pi}(M^2) = \mathfrak{B}_{M^2} [\Pi(q^2)] = \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{d}{dq^2} \right)^n \Pi(q^2) \quad (17)$$

onde M^2 é uma quantidade finita denominada *massa de Borel*.

Sua dupla aplicação à função correlação do lado da QCD, eq.13, implicará em (ver apêndice C) :

$$\tilde{\Pi}^{QCD}(M^2, M'^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} \mathbf{Im}(\Pi^{QCD}(s, u)) e^{-s/M^2} e^{-u/M'^2} dsdu \quad (18)$$

Com a transformada de Borel aplicada à função correlação do lado da QCD, é possível eliminar os termos subtrativos, como $\Pi(0)$ na eq. 13, oriundos da relação de dispersão (eq. B.18), uma vez que são polinômios de q^2 e como visto no apêndice C, a transformada de Borel de termos polinomiais de q^2 é zero. Além disso, a transformada de Borel elimina quaisquer contribuições de polos que possam existir em Π^{QCD} , pois estas contribuições são constantes em q^2 (26). Apesar da transformada de Borel eliminar os termos que regularizam $\Pi(q^2)$, a função correlação continua convergente, pois a sua transformada de Borel irá suprimir exponencialmente as contribuições para valores grandes de u e s (lembrando que a função correlação não regularizada diverge no limite ultra-violeta). Além disso, a transformada de Borel também irá suprimir exponencialmente os termos de condensados, melhorando a convergência da série.

A dupla transformada de Borel da função correlação do lado fenomenológico leva à eq.19.

$$\tilde{\Pi}^{ph}(M^2, M'^2) = \frac{\langle 0 | j_3 | M_3 \rangle \langle M_2 | j_2^\dagger | 0 \rangle \langle M_1 | j_1^\dagger | 0 \rangle \Gamma}{(q^2 - m_2^2)} e^{-m_1^2/M^2} e^{-m_3^2/M'^2} + \dots \quad (19)$$

onde ... é a dupla transformada de Borel dos estados excitados.

Aplicada à função correlação do lado fenomenológico, a transformada de Borel irá suprimir exponencialmente as contribuições dos estados excitados, pois as massas m_1 e m_3 vão se tornando maiores a cada estado excitado, tornando portanto a contribuição do estado fundamental a mais significativa (19).

O último passo antes de se aplicar as RSQCD é eliminar todos os termos referentes a estados excitados das duas funções correlação. Isso pode ser feito igualando-se:

$$\frac{1}{\pi^2} \int_{s_{sup}}^{\infty} \int_{u_{sup}}^{\infty} \mathbf{Im}(\Pi^{QCD}(s, u)) e^{-s/M^2} e^{-u/M'^2} dsdu = \dots \quad (20)$$

De modo que as RSQCD sejam por fim escritas como:

$$\frac{1}{\pi^2} \int_{s_{inf}}^{s_{sup}} \int_{u_{inf}}^{u_{sup}} \mathbf{Im}(\Pi^{QCD}(s, u)) e^{-s/M^2} e^{-u/M'^2} dsdu = \frac{\langle 0 | j_3 | M_3 \rangle \langle M_2 | j_2^\dagger | 0 \rangle \langle M_1 | j_1^\dagger | 0 \rangle \Gamma}{(q^2 - m_2^2)} \times e^{-m_1^2/M^2} e^{-m_3^2/M'^2} \quad (21)$$

Maiores informações sobre a obtenção das funções correlação e a aplicação das RSQCD, podem ser encontradas ao longo do capítulo 1 e nos trabalhos (27–29).

Esta dissertação está dividida em quatro capítulos com os seguintes conteúdos:

- Capítulo 1 - Desenvolvimento: obtenção das funções correlação pelo lado da QCD e pelo lado fenomenológico para cada um dos dois diagramas *off-shell* estudados. Posteriormente, serão aplicadas as regras de soma, que levaram a uma expressão para os fatores de forma de cada diagrama.
- Capítulo 2 - Resultados: neste capítulo, será mostrado como obter os valores numéricos para os fatores de forma utilizando algoritmos desenvolvidos durante este trabalho. Estes fatores de forma serão fitados e destes ajustes serão obtidas as constantes de acoplamento.
- Capítulo 3 - Discussão: serão levantadas questões referentes aos valores obtidos no capítulo anterior.
- Capítulo 4 - Conclusão: os resultados obtidos no capítulo 2 serão apresentados junto aos pertinentes comentários e serão comparados com outros resultados encontrados na literatura.

1 DESENVOLVIMENTO

1.1 D Fora da Camada de Massa - Lado da QCD

No caso D fora da camada de massa, é possível descrever o vértice de interação $D^*D\rho$ como mostra a figura 9:

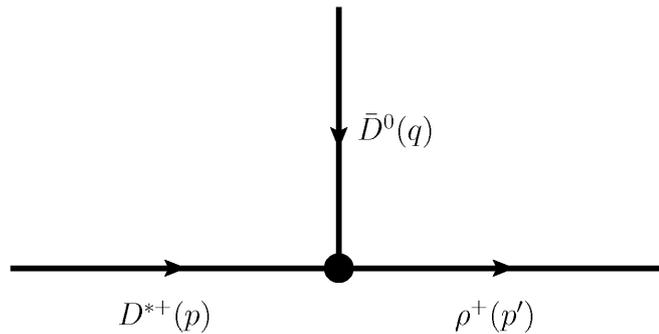


Figura 9: Diagrama do vértice $D^*D\rho$ com D fora da camada de massa.

De acordo com a tabela 2, os mésons D^* e ρ são vetoriais e o méson D é pseudoescalar, de modo que, pela tabela 1, sabe-se que estes mésons podem ser representados pelas seguintes correntes interpolantes:

$$\begin{aligned} j_{\mu}^{\rho^{+}}(x) &= \bar{d}\gamma_{\mu}u \\ j_0^{\bar{D}^0}(y) &= i\bar{c}\gamma_5u \\ j_{\nu}^{D^{*+}}(0) &= \bar{d}\gamma_{\nu}c \end{aligned} \quad (1.1)$$

Utilizando as correntes definidas na eq.1.1 na definição dada pela eq.2, obtém-se a função correlação do vértice $D^*D\rho$ para o caso D fora da camada de massa:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)QCD}(p, p') = \int \langle 0' | T \{ j_{\mu}^{\rho^{+}}(x) j_0^{\bar{D}^0}(y) j_{\nu}^{D^{*+}\dagger}(0) \} | 0' \rangle e^{ip'x} e^{-iqy} d^4x d^4y \quad (1.2)$$

Sabendo da teoria de campos que $\bar{q} = q^{\dagger}\gamma_0$ e usando algumas propriedades das matrizes

gamma (ver apêndice A), é possível escrever:

$$j_0^{\bar{D}0\dagger} = i\bar{u}\gamma_5 c \quad (1.3)$$

$$j_v^{D^{*+}\dagger} = \bar{c}\gamma_v d \quad (1.4)$$

Logo, a eq. 1.2 pode ser escrita explicitamente como:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(D)QCD} = i \int \langle 0' | T \{ \bar{d}_i^a(x) (\gamma_\mu)_{ij} u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) (\gamma_5)_{kl} c_l^b(y) \times \\ \times \bar{c}_m^c(0) (\gamma_\nu)_{mn} d_n^c(0) \} | 0' \rangle e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \end{aligned} \quad (1.5)$$

onde a, b e c são índices de cor e i, \dots, n são os índices spinoriais de Dirac e mais uma vez, por economia de notação, foram omitidos os parâmetros (p, p') da função correlação $\Pi_{\mu\nu}^{QCD}$, forma esta que será escrita daqui por diante.

Retirando as matrizes do ordenamento temporal e permutando o campo $d_n^c(0)$ para que fique a frente de $\bar{d}_i^a(x)$ ¹, reescreve-se a função correlação como:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(D)QCD} = -i \int (\gamma_\mu)_{ij} (\gamma_5)_{kl} (\gamma_\nu)_{mn} \langle 0' | T \{ d_n^c(0) \bar{d}_i^a(x) u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) \times \\ \times c_l^b(y) \bar{c}_m^c(0) \} | 0' \rangle e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \end{aligned} \quad (1.6)$$

Usando o o teorema de Wick, dado pela eq. 4, pode-se expandir o operador ordenamento temporal presente na eq. 1.6 da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} T \{ d_n^c(0) \bar{d}_i^a(x) u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) c_l^b(y) \bar{c}_m^c(0) \} =: & d_n^c(0) \bar{d}_i^a(x) u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) c_l^b(y) \bar{c}_m^c(0) : \\ & + \langle 0 | T \{ d_n^c(0) \bar{d}_i^a(x) \} | 0 \rangle \langle 0 | T \{ u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) \} | 0 \rangle \langle 0 | T \{ c_l^b(y) \bar{c}_m^c(0) \} | 0 \rangle \\ & + \langle 0 | T \{ d_n^c(0) \bar{d}_i^a(x) \} | 0 \rangle \langle 0 | T \{ u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) \} | 0 \rangle : c_l^b(y) \bar{c}_m^c(0) : \\ & + \langle 0 | T \{ d_n^c(0) \bar{d}_i^a(x) \} | 0 \rangle \langle 0 | T \{ c_l^b(y) \bar{c}_m^c(0) \} | 0 \rangle : u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) : \\ & + \langle 0 | T \{ u_j^a(x) \bar{u}_k^b(y) \} | 0 \rangle \langle 0 | T \{ c_l^b(y) \bar{c}_m^c(0) \} | 0 \rangle : d_n^c(0) \bar{d}_i^a(x) : \\ & + \text{termos com 1 contração} \end{aligned} \quad (1.7)$$

O segundo termo da eq. 1.7 dará origem ao termo perturbativo. Em um primeiro momento, as contas serão concentradas neste termo, posteriormente, serão utilizados os demais termos da eq. 1.7 para calcular os condensados de quarks. A função correlação, após a aplicação do teorema de Wick, será dada pela eq. 12, que escrita em termos dos quarks utilizados neste caso

¹Lembrando que, por se tratarem de férmions, um número ímpar de permutações gera uma troca de sinal (30) pag 138.

fica:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)QCD} = \Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} + \Pi_{\mu\nu}^{\langle u\bar{u} \rangle} + \Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} + \Pi_{\mu\nu}^{\langle c\bar{c} \rangle} \quad (1.8)$$

Substituindo o segundo termo da eq. 1.7 na equação 1.6, tem-se o termo perturbativo da função correlação:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} = & -i \int (\gamma_\mu)_{ij} (\gamma_5)_{kl} (\gamma_\nu)_{mn} \langle 0'|0' \rangle \langle 0|T\{d_n^c(0)\bar{d}_i^a(x)\}|0 \rangle \langle 0|T\{u_j^a(x)\bar{u}_k^b(y)\}|0 \rangle \times \\ & \times \langle 0|T\{c_l^b(y)\bar{c}_m^c(0)\}|0 \rangle e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \end{aligned} \quad (1.9)$$

Obviamente, $\langle 0'|0' \rangle = 1$. Sabendo que o propagador pode ser definido como (22):

$$\langle 0|T\{q_i^a(x)\bar{q}_j^b(y)\}|0 \rangle = iS_{ij}^a(x-y)\delta^{ab} \quad (1.10)$$

Tem-se no caso da equação 1.9, os seguintes propagadores:

$$\begin{aligned} \langle 0|T\{d_n^c(0)\bar{d}_i^a(x)\}|0 \rangle &= iS_{ni}^d(-x)\delta^{ca} \\ \langle 0|T\{u_j^a(x)\bar{u}_k^b(y)\}|0 \rangle &= iS_{jk}^u(x-y)\delta^{ab} \\ \langle 0|T\{c_l^b(y)\bar{c}_m^c(0)\}|0 \rangle &= iS_{lm}^c(y)\delta^{bc} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Portanto, é possível reescrever a eq. 1.9 como:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} = & - \int \delta^{ab} \delta^{bc} \delta^{ca} S_{ni}^d(-x) (\gamma_\mu)_{ij} S_{jk}^u(x-y) (\gamma_5)_{kl} S_{lm}^c(y) (\gamma_\nu)_{mn} \\ & \times e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \end{aligned} \quad (1.12)$$

Contraindo os índices²:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} = -3 \int Tr\{S^d(-x)\gamma_\mu S^u(x-y)\gamma_5 S^c(y)\gamma_\nu\} e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \quad (1.13)$$

De forma esquemática, o que a eq. 1.13 diz é que há um quark c se propagando de 0 a y , um quark u se propagando de y a x e um anti-quark \bar{d} se propagando de 0 a x . Isso leva ao diagrama da figura 10.

² $\delta^{ab} \delta^{bc} \delta^{ca} = Tr\{\delta\} = 3$, pois como há 3 cores distintas, δ é uma matriz identidade 3×3 .

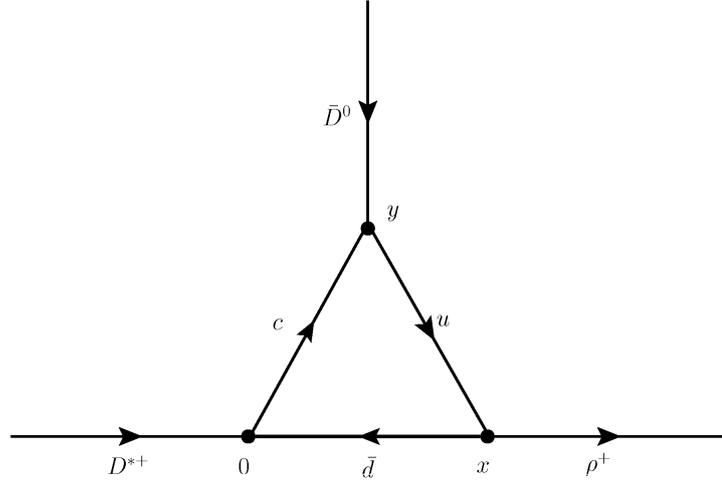


Figura 10: Diagrama perturbativo de D fora da camada de massa.

Passando os propagadores S para a representação de momento, usando a transformada de Fourier:

$$\begin{aligned} S^c(y) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int S^c(p_1) e^{-ip_1 y} d^4 p_1 \\ S^u(x-y) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int S^u(p_2) e^{-ip_2(x-y)} d^4 p_2 \\ S^d(-x) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int S^d(-p_3) e^{-i(-p_3)(-x)} d^4 p_3 \end{aligned} \quad (1.14)$$

$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ pode então ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} &= -\frac{3}{(2\pi)^{12}} \int Tr\{S^d(-p_3)\gamma_\mu S^u(p_2)\gamma_5 S^c(p_1)\gamma_\nu\} e^{ix(p'-p_2-p_3)} e^{iy(p_2-p_1-q)} \times \\ &\quad \times d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3 d^4 x d^4 y \end{aligned} \quad (1.15)$$

Sabendo que pode-se definir a delta de Dirac como:

$$\delta^4(p) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{ipx} d^4 x \quad (1.16)$$

Nota-se que há duas deltas de Dirac em $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} &= -\frac{3}{(2\pi)^4} \int Tr\{S^d(-p_3)\gamma_\mu S^u(p_2)\gamma_5 S^c(p_1)\gamma_\nu\} \delta^4(p' - p_2 - p_3) \delta^4(p_2 - p_1 - q) \times \\ &\quad \times d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3 \end{aligned} \quad (1.17)$$

Integrando em p_1 e p_2 :

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(q^2) = -\frac{3}{(2\pi)^4} \int Tr\{S^d(-p_3)\gamma_\mu S^u(p' - p_3)\gamma_5 S^c(p' - p_3 - q)\gamma_\nu\} d^4 p_3 \quad (1.18)$$

Lembrando que $q = p' - p$ e definindo $p_3 = k$:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} = -\frac{3}{(2\pi)^4} \int Tr\{S^d(-k)\gamma_\mu S^u(p' - k)\gamma_5 S^c(p - k)\gamma_\nu\} d^4 k \quad (1.19)$$

Sabendo que (22):

$$S^q(p) = \frac{\not{p} + m_q}{p^2 - m_q^2} \quad (1.20)$$

Tem-se:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} = -\frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{Tr\{(-\not{k} + m_d)\gamma_\mu((\not{p}' - \not{k}) + m_u)\gamma_5((\not{p} - \not{k}) + m_c)\gamma_\nu\}}{((-k)^2 - m_d^2)((p' - k)^2 - m_u^2)((p - k)^2 - m_c^2)} d^4 k \quad (1.21)$$

Como $m_c \gg m_{u(d)}$ (8)³, será usado o limite $\underline{m_{u(d)} \rightarrow 0}$. Reescrevendo $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ utilizando este limite obtem-se:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} = -\frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{Tr\{(-\not{k})\gamma_\mu(\not{p}' - \not{k})\gamma_5((\not{p} - \not{k}) + m_c)\gamma_\nu\}}{(-k)^2(p' - k)^2((p - k)^2 - m_c^2)} d^4 k \quad (1.22)$$

Antes da integração, é necessário resolver o traço. Por economia de notação, será escrito:

$$Tr\{(-\not{k})\gamma_\mu(\not{p}' - \not{k})\gamma_5((\not{p} - \not{k}) + m_c)\gamma_\nu\} = Tr\{\dots\}$$

Usando as propriedades dos traços de matrizes γ (apêndice A), serão feitas algumas simplificações. A propriedade da eq.A.19 diz que o produto de um número ímpar de matrizes γ tem traço nulo. Como γ_5 é o produto de 4 matrizes γ , os termos onde se tem γ_5 vezes um número ímpar de matrizes γ será nulo. O que permite escrever:

$$\begin{aligned} Tr\{\dots\} &= Tr\{-\not{k}\gamma_\mu\not{p}'\gamma_5 m_c\gamma_\nu + \not{k}\gamma_\mu\not{k}\gamma_5 m_c\gamma_\nu\} \\ &= m_c Tr\{-\not{k}\gamma_\mu\not{p}'\gamma_5\gamma_\nu + \not{k}\gamma_\mu\not{k}\gamma_5\gamma_\nu\} \\ &= m_c Tr\{\gamma_5\not{k}\gamma_\mu\not{p}'\gamma_\nu\} - m_c Tr\{\gamma_5\not{k}\gamma_\mu\not{k}\gamma_\nu\} \\ &= m_c k^\lambda p'^\Delta Tr\{\gamma_5\gamma_\lambda\gamma_\mu\gamma_\Delta\gamma_\nu\} - m_c k^\lambda k^\Delta Tr\{\gamma_5\gamma_\lambda\gamma_\mu\gamma_\Delta\gamma_\nu\} \end{aligned} \quad (1.23)$$

onde na penúltima linha foram utilizadas as propriedades dadas pelas eq. A.8 e A.16 e na última linha foi utilizada a notação *slash* $\not{p} = \gamma_\mu p^\mu$.

³ $m_u = 1.5$ a 3.3 MeV, $m_d = 3.5$ a 6.0 MeV e $m_c = 1.27$ GeV

Segundo a eq.A.25:

$$Tr\{\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\sigma\} = -4i\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \quad (1.24)$$

onde $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$ é o tensor totalmente anti-simétrico, definido pela eq.A.26, sendo $\varepsilon^{0123} = -1$.

Resolvendo o traço da eq. 1.23:

$$Tr\{\dots\} = 4im_c k^\lambda (k^\Delta - p'^\Delta) \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \quad (1.25)$$

Substituindo este valor na eq. 1.22:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} = -\frac{12im_c}{(2\pi)^4} \int \frac{k^\lambda (k^\Delta - p'^\Delta) \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu}}{(-k)^2 (p'-k)^2 ((p-k)^2 - m_c^2)} d^4k \quad (1.26)$$

Esta integral não será resolvida diretamente. Primeiro será obtida a dupla descontinuidade de $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ ($DD[\Pi]$), através da regra de Cutkosky, regra esta que liga a dupla descontinuidade à parte imaginária de Π ($\mathbf{Im}\Pi$). Depois, recupera-se o valor de Π utilizando-se uma dupla relação de dispersão em $\mathbf{Im}\Pi$. Para maiores informações sobre a regra de Cutkosky, consultar o apêndice B.1.

Para o caso D fora da camada de massa, os quadrimomentos de cada um dos três quarks da função correlação $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ estão representados na figura 11.

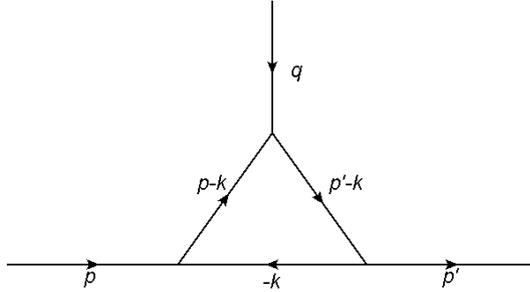


Figura 11: Diagrama perturbativo do caso D fora da camada de massa com os quadrimomentos envolvidos explicitados.

Utilizando a figura 11, aplica-se a regra de Cutkosky na eq. 1.26. Para isso, deve-se fazer as seguintes substituições na mesma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(-k)^2} &\rightarrow -2\pi i \delta(k^2) \Theta(-(-k_0)) \\ \frac{1}{(p-k)^2 - m_c^2} &\rightarrow -2\pi i \delta((p-k)^2 - m_c^2) \Theta(p_0 - k_0) \\ \frac{1}{(p'-k)^2} &\rightarrow -2\pi i \delta((p'-k)^2) \Theta(p'_0 - k_0) \end{aligned} \quad (1.27)$$

onde $\Theta(x)$ é a função de Heaviside, definida como:

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0; \\ \frac{1}{2}, & \text{se } x = 0; \\ 1, & \text{se } x > 0; \end{cases} \quad (1.28)$$

Fazendo as substituições da eq. 1.27 na eq. 1.26:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = -\frac{12im_c}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^3 \int k^\lambda (k^\Delta - p'^\Delta) \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(k^2) \delta((p-k)^2 - m_c^2) \times \\ \times \delta((p'-k)^2) \Theta(p'_0 - k_0) \Theta(p_0 - k_0) \Theta(k_0) d^4k \quad (1.29)$$

onde $DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}]$ é a chamada dupla descontinuidade de $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ e está ligada à parte imaginária de $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ pela equação B.7.

A integral 1.29 é mais facilmente resolvida se for utilizado o seguinte referencial:

$$\begin{cases} p = (\sqrt{s}, 0, 0, 0) \\ p' = (p'_0, 0, 0, |\vec{p}'|) \end{cases} \quad (1.30)$$

Este referencial, em conjunto com as variáveis de Mandelstam, leva às seguintes relações úteis:

1. $p^2 = s$
2. $p'^2 = p_0'^2 - |\vec{p}'|^2 = u$
3. $q^2 = t = (p' - p)^2 = p'^2 + p^2 - 2p'p = u + s - 2pp'$
4. $p \cdot p' = \frac{s+u-t}{2} = (\sqrt{s}, 0, 0, 0) \cdot (p'_0, 0, 0, |\vec{p}'|) = \sqrt{s}p'_0 \Rightarrow p'_0 = \frac{s+u-t}{2\sqrt{s}}$ (1.31)
5. $p_0 = \sqrt{s}$
6. $p'^2 = \frac{(s+u-t)^2}{4s} - |\vec{p}'|^2$
7. $|\vec{p}'|^2 = \frac{\lambda}{4s} = \frac{s^2+u^2+t^2-2ut-2us-2st}{4s}$

Lembrando que d^4k pode ser escrito como na eq. 1.32, é fácil perceber que será conveniente reescrever as deltas que aparecem na eq. 1.29 em termos de $|\vec{k}|^2$, k_0 , $\cos \theta$ e ϕ .

$$d^4k = |\vec{k}| dk_0 \frac{d|\vec{k}|^2}{2} d(\cos \theta) d\phi \quad (1.32)$$

- $\delta(k^2) \Rightarrow k^2 = 0 \Rightarrow k_0^2 = |\vec{k}|^2$ portanto:

$$\boxed{\delta(k^2) = \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2)} \quad (1.33)$$

- $\delta((p' - k)^2) = \delta(p'^2 + k^2 - 2p'k)$, da eq. 1.33, $k^2 = 0$, logo, $\delta(p'^2 + k^2 - 2p'k) = \delta(p'^2 - 2p'k) \Rightarrow p'^2 = 2p'k = 2(p'_0 k_0 - |\vec{p}'| |\vec{k}| \cos \theta)$. Usando a relação do item 2 da eq.1.31

$(p'^2 = u)$ temos:

$$\cos \theta = \frac{2p'_0 k_0 - u}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \quad (1.34)$$

Como já foi dito, será conveniente se escrever esta delta em função de $\cos \theta$. Para isso, utilizar-se a seguinte propriedade:

$$\delta^4(f(x)) = \sum_i \frac{1}{|f'(x)|_{\bar{x}_i}} \delta^4(x - \bar{x}_i) \quad (1.35)$$

No caso da delta $\delta((p' - k)^2)$:

$$\begin{aligned} f(x) &= p'^2 - 2(p'_0 k_0 - |\vec{p}'||\vec{k}| \cos \theta) \\ x &= \cos \theta \\ \bar{x}_i &= \overline{\cos \theta} = \frac{2p'_0 k_0 - u}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \\ f'(x) &= \frac{df}{d(\cos \theta)} = 2|\vec{p}'||\vec{k}| \end{aligned}$$

Tem-se por fim:

$$\delta((p' - k)^2) = \frac{1}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \delta(\cos \theta - \overline{\cos \theta}) \quad (1.36)$$

onde $\overline{\cos \theta} = \frac{2p'_0 k_0 - u}{2|\vec{p}'||\vec{k}|}$.

- $\delta((p - k)^2 - m_c^2) = \delta(p^2 + k^2 - 2pk - m_c^2) = \delta(p^2 - 2pk - m_c^2)$, onde usa-se novamente $k^2 = 0$. Da relação do item 1 da eq.1.31 e da definição do referencial de p : $p^2 = s$ e $pk = (\sqrt{s}, 0, 0, 0) \cdot (k_0, k_1, k_2, k_3) = k_0 \sqrt{s}$. Logo: $\delta((p - k)^2 - m_c^2) = \delta(s - 2k_0 \sqrt{s} - m_c^2)$, portanto:

$$2k_0 \sqrt{s} + m_c^2 = s \Rightarrow k_0 = \frac{s - m_c^2}{2\sqrt{s}} \quad (1.37)$$

Usando a eq. 1.35, é possível transformar $\delta((p - k)^2 - m_c^2)$ em $\delta(k_0 - \bar{k}_0)$:

$$\begin{aligned} f(x) &= s - 2k_0 \sqrt{s} - m_c^2 \\ x &= k_0 \\ \bar{x}_i &= \bar{k}_0 = \frac{s - m_c^2}{2\sqrt{s}} \\ f'(x) &= \frac{df}{d(k_0)} = -2\sqrt{s} \end{aligned}$$

Tem-se então:

$$\boxed{\delta((p-k)^2 - m_c^2) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \delta(k_0 - \bar{k}_0)} \quad (1.38)$$

onde $\bar{k}_0 = \frac{s-m_c^2}{2\sqrt{s}}$.

Usando as eq. 1.33, 1.36 e 1.38 na eq. 1.29, obtém-se:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{12m_c}{2\pi} \int k^\lambda (k^\Delta - p'^\Delta) \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2) \frac{\delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta})}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \frac{\delta(k_0 - \bar{k}_0)}{2\sqrt{s}} \times \\ \times \Theta(p'_0 - k_0) \Theta(p_0 - k_0) \Theta(k_0) d^4k \quad (1.39)$$

A análise das funções Θ leva à três relações importantes:

- $\Theta(k_0) \Rightarrow k_0 > 0$, como $k_0 = \frac{s-m_c^2}{2\sqrt{s}}$, isso implica em:

$$\boxed{s > m_c^2} \quad (1.40)$$

- $\Theta(p'_0 - k_0) \Rightarrow p'_0 > k_0$, como $p'_0 = \frac{s+u-t}{2\sqrt{s}}$ isso implica em $s+u-t > s-m_c^2$, logo:

$$\boxed{u > t - m_c^2} \quad (1.41)$$

- $\Theta(p_0 - k_0) \Rightarrow p_0 > k_0$, sendo $p_0 = \sqrt{s}$ tem-se $\sqrt{s} > \frac{s-m_c^2}{2\sqrt{s}}$, logo:

$$\boxed{s > -m_c^2} \quad (1.42)$$

Desde que as três relações acima sejam respeitadas, pode-se deixar de escrever explicitamente as funções Θ nas contas. Fazendo portanto as devidas simplificações, tem-se:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{3m_c}{2\pi} \int k^\lambda (k^\Delta - p'^\Delta) \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2) \frac{\delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta})}{|\vec{p}'||\vec{k}|} \frac{\delta(k_0 - \bar{k}_0)}{\sqrt{s}} d^4k$$

Lembrando do item 7 da eq.1.31 que $|\vec{p}'| = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{s}}$ e usando a eq.1.32, escreve-se a dupla descontinuidade como:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int k^\lambda (k^\Delta - p'^\Delta) \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2) \frac{\delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta})}{\frac{|\vec{k}|}{2}} \\ \times \delta(k_0 - \bar{k}_0) \frac{|\vec{k}|}{2} dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi$$

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int k^\lambda (k^\Delta - p'^\Delta) \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2) \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) \times \delta(k_0 - \bar{k}_0) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi \quad (1.43)$$

Há duas integrais a serem feitas, uma em $k^\lambda k^\Delta$ e outra em $k^\lambda p'^\Delta$. Mas fazendo considerações de simetria, observa-se que na verdade, só há uma integral para ser feita. Isso por que o termo $k^\lambda k^\Delta$ é simétrico, enquanto que $\varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu}$ é anti-simétrico. Manipulando os índices, pode-se chegar a seguinte relação:

$$k^\lambda k^\Delta \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} = -k^\Delta k^\lambda \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \quad (1.44)$$

Relação esta que só é satisfeita se $k^\lambda k^\Delta \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} = 0$. Então, de fato, só haverá uma integral a ser feita:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{-3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int k^\lambda p'^\Delta \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2) \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \times dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi \quad (1.45)$$

1.1.1 Resolvendo a integral em k^λ

Multiplicando a eq. 1.45 por γ_λ :

$$\gamma_\lambda DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{-3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int \gamma_\lambda k^\lambda p'^\Delta \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2) \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \times dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi \quad (1.46)$$

Da notação de Einstein, tem-se $\gamma_\lambda k^\lambda = \gamma_0 k^0 - \vec{\gamma}\vec{k} = \gamma_0 k^0 - (\gamma_x k_x + \gamma_y k_y + \gamma_z k_z)$. Usando \vec{k} em coordenadas esféricas é possível escrever:

$$\gamma_\lambda k^\lambda = \gamma_0 k^0 - |\vec{k}|(\gamma_x \sin\theta \cos\phi + \gamma_y \sin\theta \sin\phi + \gamma_z \cos\theta) \quad (1.47)$$

Usando a eq. 1.47 na eq. 1.46 e integrando em $d\phi$ tem-se:

$$\gamma_\lambda DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{-3m_c}{\sqrt{\lambda}} \int (\gamma_0 k^0 - |\vec{k}| \gamma_z \cos\theta) p'^\Delta \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \delta(|\vec{k}|^2 - k_0^2) \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \times dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) \quad (1.48)$$

uma vez que $\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$ e $\int_0^{2\pi} \cos\phi d\phi = \int_0^{2\pi} \sin\phi d\phi = 0$.

Graças às deltas de Dirac, as demais integrais também serão triviais. Integrando em relação

à $\cos \theta$, $|\vec{k}|^2$ e k_0 :

$$\gamma_\lambda DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{-3m_c}{\sqrt{\lambda}} (\gamma_0 \bar{k}^0 - \bar{k}^0 \gamma_z \overline{\cos \theta}) p'^{\Delta} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \quad (1.49)$$

Para se obter de volta o valor $DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}]$, é preciso eliminar as matrizes γ . Para isso, as componentes de γ_λ serão relacionadas com as de p e p' :

1. $\gamma_\lambda p^\lambda = (\gamma_0, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)(\sqrt{s}, 0, 0, 0) = \gamma_0 \sqrt{s}$, logo:

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_\lambda p^\lambda}{\sqrt{s}} \quad (1.50)$$

2. $\gamma_\lambda p'^{\lambda} = (\gamma_0, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)(p'_0, 0, 0, |\vec{p}'|) = \gamma_0 p'_0 - \gamma_z |\vec{p}'|$, logo, usando o resultado do item anterior:

$$\gamma_z = \frac{\gamma_\lambda}{|\vec{p}'|} \left(\frac{p^\lambda p'_0}{\sqrt{s}} - p'^{\lambda} \right) \quad (1.51)$$

Usando os valores de γ_z e γ_0 em função de p e p' na eq. 1.49:

$$\gamma_\lambda DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{-3m_c}{\sqrt{\lambda}} \left(\frac{\gamma_\lambda p^\lambda}{\sqrt{s}} \bar{k}^0 - \bar{k}^0 \frac{\gamma_\lambda}{|\vec{p}'|} \left(\frac{p^\lambda p'_0}{\sqrt{s}} - p'^{\lambda} \right) \overline{\cos \theta} \right) p'^{\Delta} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \quad (1.52)$$

Fazendo as devidas simplificações algébricas e rearrumando os termos:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{-3m_c}{\sqrt{\lambda}} \bar{k}^0 \left(\left[\frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{p'_0 \overline{\cos \theta}}{|\vec{p}'| \sqrt{s}} \right] p^\lambda + \frac{\overline{\cos \theta}}{|\vec{p}'|} p'^{\lambda} \right) p'^{\Delta} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} \quad (1.53)$$

Mais uma vez, utilizando considerações de simetria para simplificar a expressão acima:

$$\boxed{DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] = \frac{-3m_c}{\sqrt{\lambda}} \bar{k}^0 \left[\frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{p'_0 \overline{\cos \theta}}{|\vec{p}'| \sqrt{s}} \right] p^\lambda p'^{\Delta} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu}} \quad (1.54)$$

Lembrando que $\bar{k}^0 = \frac{s-m_c^2}{2\sqrt{s}}$, $p'_0 = \frac{s+u-t}{2\sqrt{s}}$, $|\vec{p}'| = \frac{\lambda}{2\sqrt{s}}$, $\lambda = s^2 + u^2 + t^2 - 2ut - 2us - 2st$ e $\overline{\cos \theta} = \frac{2p'_0 \bar{k}^0 - u}{2|\vec{p}'| \bar{k}^0}$.

Pela regra de Cutkosky, eq. B.7:

$$\boxed{DD \left[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert} \right] = 2i \cdot 2i \mathbf{Im}(\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}) = -4 \mathbf{Im}(\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert})} \quad (1.55)$$

O que permite ligar a dupla descontinuidade de $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ com sua parte imaginária. Mas o que interessa na verdade é a função correlação $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}$ e não sua parte imaginária somente.

Felizmente, é possível obter novamente a função correlação a partir de sua parte imaginária, usando uma dupla relação de dispersão semelhante a da eq. B.20:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(p, p') = \Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(0) + \frac{1}{\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} \frac{p^2 p'^2 \mathbf{Im}(\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(s, u))}{s \cdot u(s - p^2)(u - p'^2)} ds du \quad (1.56)$$

Que em função da dupla descontinuidade fica escrita da mesma forma que a eq. B.21:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(p, p') = \Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(0) - \frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} \frac{p^2 p'^2 DD \left[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(s, u) \right]}{s \cdot u(s - p^2)(u - p'^2)} ds du \quad (1.57)$$

A dupla relação de dispersão trás um problema, que é o termo $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(0)$, que é necessário para regularizar a função correlação e cujo valor não é conhecido. Mas como $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(0)$ é constante em relação a p e p' , pode-se aplicar uma dupla transformada de Borel (vide introdução e apêndice C) em $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(p, p')$ em relação a p e p' de modo que o termo $\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(0)$ será cancelado, mas a regularidade da função correlação será mantida. Aplicando a dupla transformada de Borel na eq. B.21 tem-se, utilizando as eq. C.3 e C.4:

$$\mathfrak{B}_{M^2} \mathfrak{B}_{M'^2} \left[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(p, p') \right] = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M'^2} ds du \quad (1.58)$$

onde $DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}]$ é dada pela eq. 1.54 e os limites inferiores devem respeitar as relações dadas pelas eq. 1.40 e 1.41, i.e., $s_0 = m_c^2 + \varepsilon$ e $u_0 = t - m_c^2 + \varepsilon$, sendo ε um número positivo infinitesimal. Também é necessário respeitar a relação $|\overline{\cos \theta}| = \left| \frac{2p'_0 k^0 - u}{2|p'|k^0} \right| \leq 1$.

A dupla integração da eq. 1.58 será, neste trabalho, resolvida numericamente.

1.1.2 Condensados de Quarks

Até agora, somente o segundo termo da eq. 1.7 foi calculado, referente ao termo perturbativo da função correlação. Mas para se ter o valor da função correlação completa, dada pela eq. 1.8, é preciso calcular os demais termos referentes aos condensados de quarks. Como visto na eq. 11, o valor do condensado de quarks charmoso é zero, portanto, não será necessário calcular a contribuição deste condensado, limitando as contas às contribuições dos condensados de quarks leves.

O condensado de quark d

Utilizando o quinto termo da eq. 1.7 na eq. 1.6:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} = & -i \int (\gamma_\mu)_{ij} (\gamma_5)_{kl} (\gamma_\nu)_{mn} \langle 0|T\{u_j^a(x)\bar{u}_k^b(y)\}|0\rangle \langle 0|T\{c_l^b(y)\bar{c}_m^c(0)\}|0\rangle \\ & \times \langle 0'| : d_n^c(0)\bar{d}_i^a(x) : |0'\rangle e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \end{aligned} \quad (1.59)$$

Pelas eq. 8, 9 e 1.12:

$$\begin{aligned} \langle 0|T\{u_j^a(x)\bar{u}_k^b(y)\}|0\rangle &= iS_{jk}^u(x-y)\delta^{ab} \\ \langle 0|T\{c_l^b(y)\bar{c}_m^c(0)\}|0\rangle &= iS_{lm}^c(y)\delta^{bc} \\ \langle 0'| : d_n^c(0)\bar{d}_i^a(x) : |0'\rangle &\approx -\frac{1}{12} \langle d\bar{d} \rangle \delta^{ca} \delta_{ni} \end{aligned} \quad (1.60)$$

Substituindo estes valores em 1.59:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} = & -\frac{i}{12} \int (\gamma_\mu)_{ij} (\gamma_5)_{kl} (\gamma_\nu)_{mn} S_{jk}^u(x-y)\delta^{ab} S_{lm}^c(y)\delta^{bc} \langle d\bar{d} \rangle \delta^{ca} \delta_{ni} \\ & \times e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \end{aligned} \quad (1.61)$$

Identificando que na equação acima há dois traços distintos e escrevendo os propagadores no espaço dos momentos, dados pela eq. 1.15:

$$\Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} = -\frac{i \langle d\bar{d} \rangle}{4(2\pi)^8} \int Tr\{\gamma_\mu S^u(p_2)\gamma_5 S^c(p_1)\gamma_\nu\} e^{i(p_2-p_1-q)y} e^{i(p'-p_2)x} d^4x d^4y d^4p_1 d^4p_2 \quad (1.62)$$

Utilizando a definição da delta de Dirac, dada pela eq. 1.16:

$$\Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} = -\frac{i \langle d\bar{d} \rangle}{4} \int Tr\{\gamma_\mu S^u(p_2)\gamma_5 S^c(p_1)\gamma_\nu\} \delta^4(p_2-p_1-q)\delta^4(p'-p_2) d^4p_1 d^4p_2 \quad (1.63)$$

Integrando em p_1 e p_2 :

$$\Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} = -\frac{i \langle d\bar{d} \rangle}{4} Tr\{\gamma_\mu S^u(p')\gamma_5 S^c(p)\gamma_\nu\} \quad (1.64)$$

Usando $S^q(p) = \frac{\not{p} + m_q}{(p^2 - m_q^2)}$ e lembrando que está sendo considerado $m_u = 0$:

$$\Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} = -\frac{i \langle d\bar{d} \rangle}{4} \frac{Tr\{\gamma_\mu \not{p}' \gamma_5 (\not{p} + m_c) \gamma_\nu\}}{p'^2 (p^2 - m_c^2)} \quad (1.65)$$

Resolvendo o traço:

$$\begin{aligned} Tr\{\gamma_\mu \not{p}' \gamma_5 (\not{p} + m_c) \gamma_\nu\} &= p^\lambda p'^\Delta Tr\{\gamma_5 \gamma_\lambda \gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\Delta\} \\ &= -4i \varepsilon_{\lambda\nu\mu\Delta} p^\lambda p'^\Delta = -4i \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta \end{aligned} \quad (1.66)$$

Portanto, a contribuição do condensado de quark d à função correlação total será:

$$\Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} = -\langle d\bar{d} \rangle \frac{\varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta}{p'^2 (p^2 - m_c^2)} \quad (1.67)$$

Em termos diagramáticos, a contribuição $\Pi^{\langle d\bar{d} \rangle}$ é dada pela fig. 12.

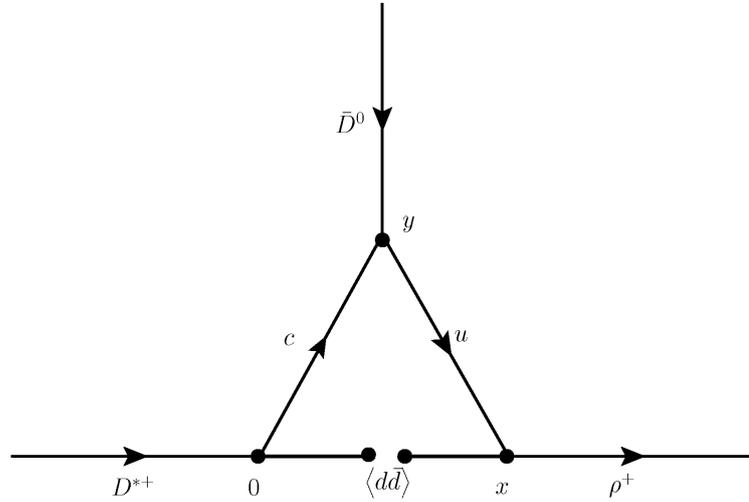


Figura 12: Diagrama da contribuição do condensado de quarks $\langle d\bar{d} \rangle$

Assim como no termo perturbativo da função correlação, será aplicada a dupla transformada de Borel à eq. 1.67. No caso dos condensados, a transformada de Borel é bastante útil para ajudar a suprimir estes termos exponencialmente, melhorando assim a convergência da série da função correlação total.

Após a dupla transformada de Borel (em relação a p e p'), a eq. 1.67 pode ser escrita como:

$$\mathfrak{B}_{M^2} \mathfrak{B}_{M'^2} \left[\Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle} \right] = -\langle d\bar{d} \rangle \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_c^2/M^2} \quad (1.68)$$

lembrando que o valor numérico de $\langle d\bar{d} \rangle$ é dado pela eq. 10.

O condensado de quark u

Desenvolvimento análogo ao feito para o condensado de quark down permite obter:

$$\Pi_{\mu\nu}^{\langle u\bar{u} \rangle} = -\langle u\bar{u} \rangle \frac{\varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta}{p'^2 (q^2 - m_c^2)} \quad (1.69)$$

Mais uma vez, a transformada de Borel é de importante utilidade, pois aplicada duas vezes à eq. 1.69, o resultado será zero, pois a eq. 1.69 não depende explicitamente de p^2 , isto é:

$$\mathfrak{B}_{M^2} \mathfrak{B}_{M'^2} \left[\Pi_{\mu\nu}^{\langle u\bar{u} \rangle} \right] = 0 \quad (1.70)$$

Logo, além de suprimir exponencialmente os termos de condensados, melhorando a convergência da função correlação total, a dupla transformada de Borel simplifica as contas, eliminando alguns termos de condensados que aparecem na função correlação total.

1.1.3 Π^{QCD} para o diagrama D fora da camada de massa

Utilizando as eq. 1.58, 1.68 e 1.70 na eq. 1.8, escreve-se a função correlação total do lado da QCD após dupla transformada de Borel, para o diagrama D fora da camada de massa como:

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}^{(D)QCD}(M, M') = \mathfrak{B}_{M^2} \mathfrak{B}_{M'^2} \left[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}(p, p') \right] + \mathfrak{B}_{M^2} \mathfrak{B}_{M'^2} \left[\Pi_{\mu\nu}^{\langle d\bar{d} \rangle}(p, p') \right]$$

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}^{(D)QCD}(M, M') = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M'^2} ds du - \langle d\bar{d} \rangle \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_c^2/M^2} \quad (1.71)$$

onde $DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}]$ é dada pela eq. 1.54, $\langle d\bar{d} \rangle$ é dado pela eq. 10 e os limites inferiores devem respeitar as relações dadas pelas eq. 1.40 e 1.41, não esquecendo que também é necessário respeitar a relação $|\cos \theta| = \left| \frac{2p'_0 k^0 - u}{2|\vec{p}'|k^0} \right| \leq 1$.

A função correlação total para o diagrama D fora da camada de massa pode ser representada pela figura 13:

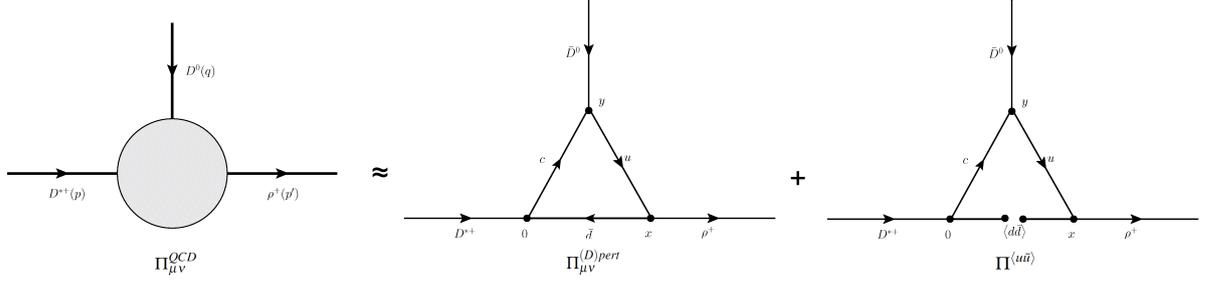


Figura 13: Função correlação total para o caso D fora da camada de massa.

1.2 ρ Fora da Camada de Massa - Lado da QCD

No caso ρ fora da camada de massa, o vértice de interação $D^*D\rho$ pode ser descrito pela figura 14: De modo que a função correlação no espaço dos momentos, de acordo com a eq.2, é:

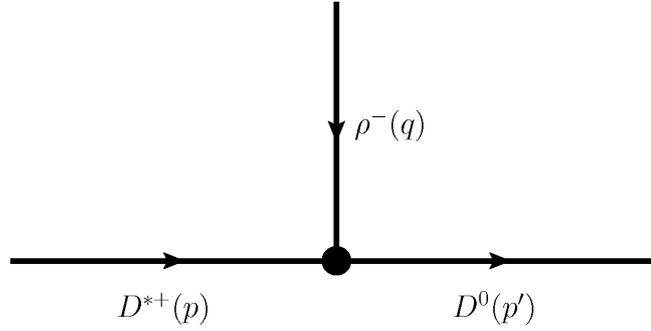


Figura 14: Diagrama do vértice $D^*D\rho$ com ρ fora da camada de massa.

$$\Pi_{\mu\nu}^{QCD}(p, p') = \int \langle 0' | T \{ j_0^{D^0}(x) j_\mu^{\rho^- \dagger}(y) j_\nu^{D^{*+ \dagger}}(0) \} | 0' \rangle e^{ip'x} e^{-iqy} d^4x d^4y \quad (1.72)$$

onde $j_\mu^{\rho^-}(y) = \bar{u}\gamma_\mu d$, $j_0^{D^0}(x) = i\bar{u}\gamma_5 c$ e $j_\nu^{D^{*+ \dagger}}(0) = \bar{d}\gamma_\nu c$. De agora em diante, por economia de notação, a função correlação será escrita como $\Pi_{\mu\nu}^{QCD}$ ao invés de $\Pi_{\mu\nu}^{QCD}(p, p')$.

Escrevendo explicitamente as correntes, retirando as matrizes do ordenamento temporal, permutando os campos de quarks a fim de deixá-los em pares $q\bar{q}$ e aplicando o teorema de Wick, pode-se obter o seguinte termo perturbativo:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert} = & -i \int (\gamma_5)_{ij} (\gamma_\mu)_{kl} (\gamma_\nu)_{mn} \langle 0' | 0' \rangle \langle 0 | T \{ u_l^b(y) \bar{u}_i^a(x) \} | 0 \rangle \langle 0 | T \{ c_j^a(x) \bar{c}_m^c(0) \} | 0 \rangle \times \\ & \times \langle 0 | T \{ d_n^c(0) \bar{d}_k^b(y) \} | 0 \rangle e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \end{aligned} \quad (1.73)$$

Usando a definição de propagador da eq.1.10, tem-se no caso da equação 1.73, os seguintes

propagadores:

$$\begin{aligned}
\langle 0|T\{u_l^b(y)\bar{u}_i^a(x)\}|0\rangle &= iS_{li}^u(y-x)\delta^{ba} \\
\langle 0|T\{c_j^a(x)\bar{c}_m^c(0)\}|0\rangle &= iS_{jm}^c(x)\delta^{ac} \\
\langle 0|T\{d_n^c(0)\bar{d}_k^b(y)\}|0\rangle &= iS_{nk}^d(-y)\delta^{cb}
\end{aligned}
\tag{1.74}$$

Portanto, é possível reescrever a eq. 1.73 como:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert} = -3 \int Tr\{S^u(y-x)\gamma_5 S^c(x)\gamma_\nu S^d(-y)\gamma_\mu\} e^{-iqy} e^{ip'x} d^4x d^4y \tag{1.75}$$

onde os índices spinoriais foram contraídos, dando origem ao traço dos propagadores e ao termo 3 na frente da integral, proveniente da contração das deltas.

De forma esquemática, o que a eq. 1.75 diz é que há um quark c se propagando de 0 a x , um anti-quark d se propagando de 0 a y e um anti-quark \bar{u} se propagando de y a x . Isso leva ao diagrama da figura 15.

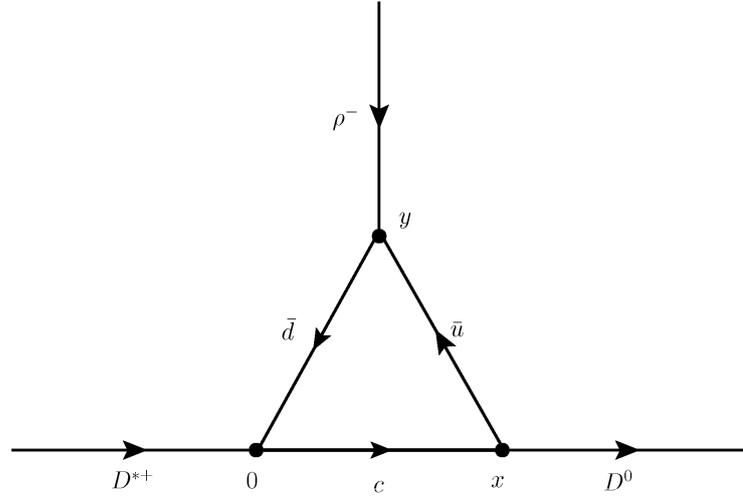


Figura 15: Diagrama perturbativo de ρ fora da camada de massa.

Passando os propagadores S para a representação de momento, usando transformadas de Fourier:

$$\begin{aligned}
S^u(y-x) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int S^u(-p_1) e^{ip_1(y-x)} d^4p_1 \\
S^c(x) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int S^c(p_2) e^{-ip_2x} d^4p_2 \\
S^d(-y) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int S^d(-p_3) e^{-ip_3y} d^4p_3
\end{aligned}
\tag{1.76}$$

$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}$ pode ser reescrito como:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert} = -\frac{3}{(2\pi)^{12}} \int Tr\{S^u(-p_1)\gamma_5 S^c(p_2)\gamma_\nu S^d(-p_3)\gamma_\mu\} e^{ix(p'-p_1-p_2)} e^{iy(p_1-p_3-q)} \times \\ \times d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3 d^4 x d^4 y \quad (1.77)$$

Usando a definição da delta de Dirac da eq.1.16, nota-se que há duas deltas de Dirac em $\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}$:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert} = -\frac{3}{(2\pi)^4} \int Tr\{S^u(-p_1)\gamma_5 S^c(p_2)\gamma_\nu S^d(-p_3)\gamma_\mu\} \delta^4(p' - p_1 - p_2) \delta^4(p_1 - p_3 - q) \times \\ \times d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3 \quad (1.78)$$

Integrando em p_3 e p_1 , lembrando que $q = p' - p$ e definindo $p_2 = k$:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert} = -\frac{3}{(2\pi)^4} \int Tr\{S^u(k-p')\gamma_5 S^c(k)\gamma_\nu S^d(k-p)\gamma_\mu\} d^4 k \quad (1.79)$$

Sabendo que $S^q(p) = \frac{\not{p} + m_q}{p^2 - m_q^2}$:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert} = -\frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{Tr\{(\not{k} - \not{p}')\gamma_5(\not{k} + m_c)\gamma_\nu(\not{k} - \not{p})\gamma_\mu\}}{(k-p')^2(k^2 - m_c^2)(k-p)^2} d^4 k \quad (1.80)$$

onde mais uma vez utilizou-se o limite $m_{u(d)} \rightarrow 0$.

Usando as propriedades dos traços de matrizes de Dirac (apêndice A), resolve-se o traço da eq. 1.80 como:

$$Tr\{(\not{k} - \not{p}')\gamma_5(\not{k} + m_c)\gamma_\nu(\not{k} - \not{p})\gamma_\mu\} = 4im_c(-k^\lambda k^\Delta + k^\lambda p'^\Delta + p^\lambda k^\Delta - p^\lambda p'^\Delta)\varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \quad (1.81)$$

onde mais uma vez, $\varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}$ é o tensor totalmente antissimétrico definido na eq.A.26.

Substituindo este valor na eq. 1.80:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert} = -\frac{12im_c}{(2\pi)^4} \int \frac{(-k^\lambda k^\Delta + k^\lambda p'^\Delta + p^\lambda k^\Delta - p^\lambda p'^\Delta)\varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}}{(k-p')^2(k^2 - m_c^2)(k-p)^2} d^4 k \quad (1.82)$$

Como no caso D fora da camada de massa, esta integral não será resolvida diretamente. Será utilizada a regra de Cutkosky para obter a dupla descontinuidade de $\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}$ e depois o valor de $\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}$ será recuperado por intermédio de uma dupla relação de dispersão. No caso ρ fora da camada de massa, os quadrimomentos de cada um dos três quarks da função correlação $\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}$ estão representados na figura 16.

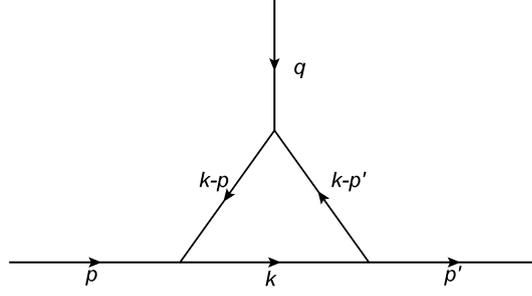


Figura 16: Diagrama perturbativo do caso ρ fora da camada de massa com os quadrimomentos de cada quark explicitados.

Utilizando a figura 16, aplica-se a regra de Cutkosky na eq. 1.82. Para isso, deve-se fazer as seguintes substituições na mesma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{k^2 - m_c^2} &\rightarrow -2\pi i \delta(k^2 - m_c^2) \Theta(k_0) \\ \frac{1}{(k-p)^2} &\rightarrow -2\pi i \delta((p-k)^2) \Theta(p_0 - k_0) \\ \frac{1}{(k-p')^2} &\rightarrow -2\pi i \delta((p'-k)^2) \Theta(p'_0 - k_0) \end{aligned} \quad (1.83)$$

onde $\Theta(x)$ é a função de Heaviside definida na eq.1.28.

Fazendo as substituições da eq. 1.83 na eq. 1.82 obtém-se:

$$\begin{aligned} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] &= -\frac{12im_c}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^3 \int (-k^\lambda k^\Delta + k^\lambda p'^\Delta + p^\lambda k^\Delta - p^\lambda p'^\Delta) \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(k^2 - m_c^2) \\ &\quad \times \delta((p-k)^2) \delta((p'-k)^2) \Theta(p'_0 - k_0) \Theta(p_0 - k_0) \Theta(k_0) d^4k \end{aligned} \quad (1.84)$$

A integral 1.84 é mais facilmente resolvida se for utilizado o referencial definido na eq.1.30 e o conjunto de relações dadas pelas eq.1.31. Lembrando da forma expandida de d^4k , dada pela eq.1.32, mais uma vez será conveniente reescrever as deltas que aparecem na eq. 1.84 em termos de $|\vec{k}|^2$, k_0 , $\cos \theta$ e ϕ :

- $\delta((p-k)^2) = \delta(p^2 + k^2 - 2pk) = \delta(p^2 - 2pk + m_c^2)$, onde, de $\delta(k^2 - m_c^2)$, usou-se a relação $k^2 = m_c^2$. Da relação do item 1 da eq.1.31 e da definição do referencial de p : $p^2 = s$ e $pk = (\sqrt{s}, 0, 0, 0) \cdot (k_0, k_1, k_2, k_3) = k_0\sqrt{s}$. Logo: $\delta((p-k)^2) = \delta(s - 2k_0\sqrt{s} + m_c^2)$, portanto:

$$2k_0\sqrt{s} = s + m_c^2 \Rightarrow k_0 = \frac{s + m_c^2}{2\sqrt{s}}$$

Usando a eq. 1.35, pode-se transformar $\delta((p-k)^2)$ em $\delta(k_0 - \bar{k}_0)$:

$$\begin{aligned} f(x) &= s - 2k_0\sqrt{s} + m_c^2 \\ x &= k_0 \\ \bar{x}_i = \bar{k}_0 &= \frac{s + m_c^2}{2\sqrt{s}} \\ f'(x) &= \frac{df}{d(k_0)} = -2\sqrt{s} \end{aligned}$$

Temos então:

$$\boxed{\delta((p-k)^2) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \delta(k_0 - \bar{k}_0)} \quad (1.85)$$

onde $\bar{k}_0 = \frac{s+m_c^2}{2\sqrt{s}}$

- $\delta(k^2 - m_c^2) \Rightarrow k^2 = m_c^2 \Rightarrow |\vec{k}|^2 = k_0^2 - m_c^2$. Usando $\bar{k}_0 = \frac{s+m_c^2}{2\sqrt{s}}$, pode-se escrever:

$$\boxed{\delta(k^2 - m_c^2) = \delta(|\vec{k}|^2 - \overline{|\vec{k}|^2})} \quad (1.86)$$

onde $\overline{|\vec{k}|^2} = \bar{k}_0^2 - m_c^2 = \frac{(s-m_c^2)^2}{4s}$

- $\delta((p' - k)^2) = \delta(p'^2 + k^2 - 2p'k)$, da eq. 1.86, $k^2 = m_c^2$, logo, $\delta(p'^2 + k^2 - 2p'k) = \delta(p'^2 - 2p'k + m_c^2) \Rightarrow p'^2 + m_c^2 = 2p'k = 2(p'_0 k_0 - |\vec{p}'||\vec{k}| \cos \theta)$. Usando a relação do item 2 da eq.1.31, $p'^2 = u$, tem-se:

$$\cos \theta = \frac{2p'_0 k_0 - m_c^2 - u}{2|\vec{p}'||\vec{k}|}$$

Como já foi dito, será conveniente escrever esta delta em função de $\cos \theta$. Para isso, será utilizada a propriedade 1.35. No caso da delta $\delta((p' - k)^2)$:

$$\begin{aligned} f(x) &= u + m_c^2 - 2(p'_0 k_0 - |\vec{p}'||\vec{k}| \cos \theta) \\ x &= \cos \theta \\ \bar{x}_i = \overline{\cos \theta} &= \frac{2p'_0 k_0 - m_c^2 - u}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \\ f'(x) &= \frac{df}{d(\cos \theta)} = 2|\vec{p}'||\vec{k}| \end{aligned}$$

Temos por fim:

$$\boxed{\delta((p' - k)^2) = \frac{1}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \delta(\cos \theta - \overline{\cos \theta})} \quad (1.87)$$

$$\text{onde } \overline{\cos \theta} = \frac{2p'_0 k_0 - m_c^2 - u}{2|\vec{p}'||\vec{k}|}.$$

Usando as eq. 1.86, 1.87 e 1.85 na eq. 1.84, obtém-se:

$$DD[\Pi] = \frac{12m_c}{2\pi} \int (-k^\lambda k^\Delta + k^\lambda p'^\Delta + p^\lambda k^\Delta - p^\lambda p'^\Delta) \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \frac{\delta(\cos \theta - \overline{\cos \theta})}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \times \\ \times \frac{\delta(k_0 - \bar{k}_0)}{2\sqrt{s}} \Theta(p'_0 - k_0) \Theta(p_0 - k_0) \Theta(k_0) d^4k \quad (1.88)$$

A análise das funções Θ leva a três relações importantes:

- $\Theta(k_0) \Rightarrow k_0 > 0$, como $k_0 = \frac{s+m_c^2}{2\sqrt{s}}$, isso implica em:

$$\boxed{s > -m_c^2} \quad (1.89)$$

- $\Theta(p'_0 - k_0) \Rightarrow p'_0 > k_0$, como $p'_0 = \frac{s+u-t}{2\sqrt{s}}$ isso implica em $s+u-t > s+m_c^2$, logo:

$$\boxed{u > t + m_c^2} \quad (1.90)$$

- $\Theta(p_0 - k_0) \Rightarrow p_0 > k_0$, sendo $p_0 = \sqrt{s}$ temos $\sqrt{s} > \frac{s+m_c^2}{2\sqrt{s}}$, logo:

$$\boxed{s > m_c^2} \quad (1.91)$$

Desde que as três relações acima sejam respeitadas, não será mais necessário escrever explicitamente as funções Θ nas equações. Fazendo portanto as devidas simplificações:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] = \frac{3m_c}{2\pi} \int (-k^\lambda k^\Delta + k^\lambda p'^\Delta + p^\lambda k^\Delta - p^\lambda p'^\Delta) \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \frac{\delta(\cos \theta - \overline{\cos \theta})}{|\vec{p}'||\vec{k}|} \\ \times \frac{\delta(k_0 - \bar{k}_0)}{\sqrt{s}} d^4k$$

Lembrando que $|\vec{p}'| = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{s}}$ e usando a eq.1.32, escreve-se a dupla descontinuidade como:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] = \frac{3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int (-k^\lambda k^\Delta + k^\lambda p'^\Delta + p^\lambda k^\Delta - p^\lambda p'^\Delta) \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \times \\ \times \delta(\cos \theta - \overline{\cos \theta}) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos \theta) d\phi \quad (1.92)$$

Há quatro integrais a serem feitas. Mas fazendo considerações de simetria, nota-se que na verdade, só há três integrais para resolver. Isso por que, como já foi visto antes, $k^\lambda k^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} = 0$,

desta forma:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] = \frac{3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int (k^\lambda p'^\Delta + p^\lambda k^\Delta - p^\lambda p'^\Delta) \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \times \\ \times \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi \quad (1.93)$$

1.2.1 Integral de $DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}]$

Definindo as seguintes equações:

$$I(k^\lambda p'^\Delta) = \frac{3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int k^\lambda p'^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi \\ I(p^\lambda k^\Delta) = \frac{3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int p^\lambda k^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi \\ I(p^\lambda p'^\Delta) = \frac{-3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int p^\lambda p'^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi$$

De modo que a eq.1.93 pode ser escrita como:

$$DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] = I(k^\lambda p'^\Delta) + I(p^\lambda k^\Delta) + I(p^\lambda p'^\Delta) \quad (1.94)$$

Integral $I(p^\lambda p'^\Delta)$

A integral $I(p^\lambda p'^\Delta)$ é trivial, pois não possui dependências em k^2 e $\cos\theta$. Seu resultado é:

$$I(p^\lambda p'^\Delta) = \frac{-3m_c}{\sqrt{\lambda}} p'^\Delta p^\lambda \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \quad (1.95)$$

Integral $I(k^\lambda p'^\Delta)$

Multiplicando $I(k^\lambda p'^\Delta)$ por γ_λ :

$$\gamma_\lambda I(k^\lambda p'^\Delta) = \frac{3m_c}{2\pi\sqrt{\lambda}} \int \gamma_\lambda k^\lambda p'^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - |\vec{k}'|^2) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \\ \times \delta(\cos\theta - \overline{\cos\theta}) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos\theta) d\phi \quad (1.96)$$

Usando a notação de Einstein e \vec{k} em coordenadas esféricas, é possível escrever, com o uso

da eq.1.47:

$$\begin{aligned} \gamma_\lambda I(k^\lambda p'^\Delta) = \frac{3m_c}{\sqrt{\lambda}} \int (\gamma_0 k^0 - \gamma_z \cos \theta |\vec{k}|) p'^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \delta(|\vec{k}|^2 - \overline{|\vec{k}|}^2) \delta(k_0 - \bar{k}_0) \\ \times \delta(\cos \theta - \overline{\cos \theta}) dk_0 d|\vec{k}|^2 d(\cos \theta) \end{aligned} \quad (1.97)$$

onde a integração em ϕ também foi realizada.

Graças às deltas de Dirac, as demais integrais serão triviais e resultam em:

$$\gamma_\lambda I(k^\lambda p'^\Delta) = \frac{3m_c}{\sqrt{\lambda}} (\gamma_0 \bar{k}^0 - \gamma_z \overline{\cos \theta} \overline{|\vec{k}|}) p'^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \quad (1.98)$$

Para se obter de volta o valor $I(k^\lambda p'^\Delta)$, é preciso eliminar as matrizes γ . Para isso, utiliza-se na eq. 1.98 as relações entre γ_0 , γ_z , p e p' dadas pelas eq.1.50 e 1.51:

$$I(k^\lambda p'^\Delta) = \frac{3m_c}{\sqrt{\lambda}} \left(\left[\frac{\bar{k}^0}{\sqrt{s}} - \frac{p'_0 \overline{\cos \theta}}{|\vec{p}'| \sqrt{s}} \right] p^\lambda + \frac{\overline{\cos \theta} \overline{|\vec{k}|}}{|\vec{p}'|} p'^\lambda \right) p'^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \quad (1.99)$$

Utilizando-se considerações de simetria para simplificar a expressão acima:

$$\boxed{I(k^\lambda p'^\Delta) = \frac{3m_c}{\sqrt{\lambda}} \left[\frac{\bar{k}^0}{\sqrt{s}} - \frac{p'_0 \overline{\cos \theta} \overline{|\vec{k}|}}{|\vec{p}'| \sqrt{s}} \right] p^\lambda p'^\Delta \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}} \quad (1.100)$$

Integral $I(p^\lambda k^\Delta)$

A integral $I(p^\lambda k^\Delta)$ é totalmente análoga à $I(k^\lambda p'^\Delta)$, trocando apenas os índices de λ e Δ em p e p' e trocando p' por p no quadrivetor que multiplica $\varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}$ no resultado da integral:

$$I(p^\lambda k^\Delta) = \frac{3m_c}{\sqrt{\lambda}} \left(\left[\frac{\bar{k}^0}{\sqrt{s}} - \frac{p'_0 \overline{\cos \theta}}{|\vec{p}'| \sqrt{s}} \right] p^\Delta + \frac{\overline{\cos \theta} \overline{|\vec{k}|}}{|\vec{p}'|} p'^\Delta \right) p^\lambda \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} \quad (1.101)$$

Mais uma vez, utilizando considerações de simetria para simplificar a expressão acima:

$$\boxed{I(p^\lambda k^\Delta) = \frac{3m_c}{\sqrt{\lambda}} \frac{\overline{\cos \theta} \overline{|\vec{k}|}}{|\vec{p}'|} p'^\Delta p^\lambda \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}} \quad (1.102)$$

Usando as eq. 1.95, 1.100 e 1.102 na eq.1.94, obtém-se o valor final da dupla descontinuidade de Π , que para o caso ρ fora da camada de massa será:

$$\boxed{DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] = -\frac{3m_c}{\sqrt{\lambda}} \left(1 - \frac{\bar{k}^0}{\sqrt{s}} + \frac{p'_0 \overline{\cos \theta} \overline{|\vec{k}|}}{|\vec{p}'| \sqrt{s}} - \frac{\overline{\cos \theta} \overline{|\vec{k}|}}{|\vec{p}'|} \right) p'^\Delta p^\lambda \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}} \quad (1.103)$$

Lembrando que $\bar{k}^0 = \frac{s+m_c^2}{2\sqrt{s}}$, $p'_0 = \frac{s+u-t}{2\sqrt{s}}$, $|\vec{p}'| = \frac{\lambda}{2\sqrt{s}}$, $\lambda = s^2 + u^2 + t^2 - 2ut - 2us - 2st$, $\overline{\cos \theta} = \frac{2p'_0\bar{k}^0 - u - m_c^2}{2|\vec{p}'||\vec{k}|}$ e $|\vec{k}| = \frac{|s-m_c^2|}{2\sqrt{s}}$.

Usando a regra de Cutkosky, eq. B.7, em conjunto com uma dupla relação de dispersão (eq. B.20), obtém-se de volta o valor de $\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}$, que após a aplicação da dupla transformada de Borel será:

$$\mathfrak{B}_{M^2} \mathfrak{B}_{M'^2} \left[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}(p, p') \right] = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M'^2} dsdu \quad (1.104)$$

onde $DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}]$ é dada pela eq. 1.103 e os limites inferiores devem respeitar as relações dadas pelas eq. 1.91 e 1.90, i.e., $s_0 = m_c^2 + \varepsilon$ e $u_0 = t + m_c^2 + \varepsilon$, sendo ε um número positivo infinitesimal. Também é necessário respeitar a relação $|\overline{\cos \theta}| = \left| \frac{2p'_0\bar{k}^0 - u - m_c^2}{2|\vec{p}'||\vec{k}|} \right| \leq 1$.

1.2.2 Condensados de Quarks

Para o caso ρ fora da camada de massa, não haverá contribuição de condensados de quarks à função correlação total. Isto por que após a dupla transformada de Borel, o único termo de condensado que não se anularia seria o referente ao condensado de quarks c , no entanto, de acordo com a eq. 11, o valor deste condensado é zero. Sendo assim, a eq. 1.104 é também a expressão final para a função correlação total do lado da QCD para o diagrama ρ fora da camada de massa após a dupla transformada de Borel:

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}^{QCD}(M, M') = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M'^2} dsdu \quad (1.105)$$

1.3 Lado Fenomenológico

1.3.1 Caso D fora da camada de massa

O desenvolvimento da função correlação fenomenológica é bem mais rápido e direto do que o do lado da QCD. Para o caso D fora da camada de massa, fig. 9, no espaço das configurações, a função correlação é dada por:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen}(x,y) = \langle 0|T\{j_{\mu}^{\rho^+}(x)j_0^{\bar{D}^0\dagger}(y)j_{\nu}^{D^{*+\dagger}}(0)\}|0\rangle \quad (1.106)$$

Como dito na introdução, será usada a função correlação fenomenológica na forma dada pela eq.D.30, que no caso da função correlação da eq.(1.106) pode ser escrita como:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen}(p',p) = \sum_{\lambda,\lambda'} \frac{\langle 0|j_{\mu}|\rho^+(p',\lambda')\rangle \langle \bar{D}^0(q)|j_0^{\dagger}|0\rangle \langle D^{*+}(p,\lambda)|j_{\nu}^{\dagger}|0\rangle \Gamma(p,p')}{(p^2 - m_{D^*}^2)(p'^2 - m_{\rho}^2)(q^2 - m_D^2)} + e.e. \quad (1.107)$$

onde $e.e.$ são os estados excitados e lembrando que $\Gamma = \frac{\mathfrak{M}}{i}$, onde \mathfrak{M} é a amplitude de Feynman referente ao diagrama da figura 9.

Para obter \mathfrak{M} , é conveniente conhecer a Lagrangeana efetiva do vértice *hádron-hádron*, que no caso do vértice $D^*D\rho$ é (15)⁴:

$$\mathcal{L}_{D^*D\rho} = g_{D^*D\rho} \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} \left(D\partial_{\lambda}\rho_{\delta}\partial_{\Delta}\bar{D}_{\beta}^* + \partial_{\lambda}D_{\delta}^*\partial_{\Delta}\rho_{\beta}\bar{D} \right) \quad (1.108)$$

onde $\varepsilon^{0123} = -1$, $\rho = \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}$, $\vec{\tau}$ são as matrizes de Pauli, $\vec{\rho}$ é o tripleto de isospin do méson ρ e os isodoublets são definidos como: $D = (D^0, D^+)$, $\bar{D}^{\dagger} = (\bar{D}^0, D^-)$, $D^* = (D^{*0}, D^{*+})$ e $\bar{D}^{*\dagger} = (\bar{D}^{*0}, D^{*-})$.

Como os campos D aniquilam D^0 e/ou D^+ e criam \bar{D}^0 e/ou D^- (o inverso para \bar{D}) e os campos D^* aniquilam D^{*0} e/ou D^{*+} e criam \bar{D}^{*0} e/ou D^{*-} (o inverso para \bar{D}^*), somente o segundo termo de $\mathcal{L}_{D^*D\rho}$ representa o diagrama com D fora da camada de massa, pois segundo a figura 9, ocorre a aniquilação de D^{*+} e \bar{D}^0 e a criação de ρ^+ .

Usando as regras de Feynman (ver apêndice D.1) e $\mathcal{L}_{D^*D\rho}$ para o diagrama da figura 9,

⁴É importante ressaltar que o sinal da Lagrangeana aqui apresentado difere do apresentado na referência por causa da definição do tensor totalmente antissimétrico aqui adotada. Na referência, $\varepsilon^{0123} = 1$, enquanto que neste trabalho, $\varepsilon^{0123} = -1$. Os índices de ε também aparecem diferentes aqui neste trabalho para tornar a notação compatível com as contas feitas do lado da QCD. Enquanto no artigo tem-se $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$, aqui foi utilizado $\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta}$

obtem-se (ver apêndice D.1.1):

$$\begin{aligned}\mathfrak{M} &= iF_{D^*D\rho}^{(D)}(q^2)\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta}(-ip_\lambda)(ip'_\Delta)\varepsilon_\delta(p,\lambda)\varepsilon_\beta^*(p',\lambda') \\ &= iF_{D^*D\rho}^{(D)}(q^2)\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta}p_\lambda p'_\Delta\varepsilon_\delta(p,\lambda)\varepsilon_\beta^*(p',\lambda')\end{aligned}\quad (1.109)$$

onde $F_{D^*D\rho}^{(D)}(q^2)$ é o fator de forma do vértice $D^*D\rho$ para o caso D fora da camada de massa e possui como unidade GeV^{-1} devido à Lagrangeana utilizada (eq.1.108).

Portanto:

$$\Gamma = F_{D^*D\rho}^{(D)}(q^2)\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta}p_\lambda p'_\Delta\varepsilon_\delta(p,\lambda)\varepsilon_\beta^*(p',\lambda') \quad (1.110)$$

Para dar continuidade ao cálculo de $\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen}$, os valores de $\langle 0|j_\mu|\rho^+(p',\lambda')\rangle$, $\langle \bar{D}^0(q)|j_0^\dagger|0\rangle$ e $\langle D^{*+}(p,\lambda)|j_\nu^\dagger|0\rangle$ são necessários. Usando as definições dos elementos de matriz $\langle V(q,\lambda)|j_u|0\rangle$, $\langle V(q,\lambda)|j_u|0\rangle$ e $\langle P|j_5|0\rangle$ dadas pela eq.16, é fácil obter estes elementos de matriz necessários para a função correlação $\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen}$:

$$\begin{aligned}\langle 0|j_\mu|\rho^+(p',\lambda')\rangle &= f_\rho m_\rho \varepsilon_\mu(p',\lambda') \\ \langle D^{*+}(p,\lambda)|j_\nu^\dagger|0\rangle &= f_{D^*} m_{D^*} \varepsilon_\nu^*(p,\lambda) \\ \langle \bar{D}^0(q)|j_0^\dagger|0\rangle &= f_D \frac{m_D^2}{m_c}\end{aligned}\quad (1.111)$$

onde vale apenas lembrar que está sendo usado $m_c \gg m_u$, o que implica em $m_c + m_u \approx m_c$.

Usando a eq.(1.111) e a eq.(1.110) na eq. 1.107, é possível obter:

$$\Pi_{\mu\nu}^{fen} = A \sum_{\lambda,\lambda'} \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \varepsilon_\nu^*(p,\lambda) \varepsilon_\delta(p,\lambda) \varepsilon_\beta^*(p',\lambda') \varepsilon_\mu(p',\lambda') + \text{estados excitados} \quad (1.112)$$

onde $A = \frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^*D\rho}^{(D)}(q^2)}{(p^2 - m_{D^*}^2)(p'^2 - m_\rho^2)(q^2 - m_D^2)}$ e lembrando que a variável λ no somatório se refere a polarização dos vetores de polarização e não deve ser confundida com o índice λ que aparece no tensor anti-simétrico e no quadrimomento p .

Conhecendo a seguinte propriedade (30)⁵ para vetores de polarização de campos vetoriais massivos:

$$\sum_{\lambda=1}^3 \varepsilon_\mu^*(k,\lambda) \varepsilon_\nu(k,\lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m^2} \quad (1.113)$$

⁵Página 158

Pode-se utilizá-la duas vezes em $\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen}$ e obtém-se:

$$\Pi_{\mu\nu_0}^{(D)fen} = A\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \left(-g_{\beta\mu} + \frac{p'_\beta p'_\mu}{m_\rho^2} \right) \left(-g_{\nu\delta} + \frac{p_\nu p_\delta}{m_{D^*}^2} \right) \quad (1.114)$$

$$= A\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \left(g_{\beta\mu} g_{\nu\delta} - g_{\nu\delta} \frac{p'_\beta p'_\mu}{m_\rho^2} - g_{\beta\mu} \frac{p_\nu p_\delta}{m_{D^*}^2} + \frac{p'_\beta p'_\mu}{m_\rho^2} \frac{p_\nu p_\delta}{m_{D^*}^2} \right) \quad (1.115)$$

onde $\Pi_{\mu\nu_0}^{(D)fen} = \Pi_{\mu\nu}^{(D)fen} - \text{estados excitados}$.

Por simetria, $\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p_\delta = \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p'_\Delta p'_\beta = 0$, logo, somente o primeiro dos quatro termos de $\Pi_{\mu\nu_0}^{(D)fen}$ será não nulo:

$$\Pi_{\mu\nu_0}^{(D)fen} = A\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta g_{\beta\mu} g_{\nu\delta} \quad (1.116)$$

$$= A\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} g_{\beta\mu} g_{\nu\delta} g_{\lambda\lambda} g_{\Delta\Delta} p^\lambda p'^\Delta \quad (1.117)$$

Como $\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} g_{\beta\mu} g_{\nu\delta} g_{\lambda\lambda} g_{\Delta\Delta} = \varepsilon_{\lambda\nu\Delta\mu} = -\varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu}$, tem-se finalmente:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen} = -\frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^* D \rho}^{(D)}(q^2)}{(p^2 - m_{D^*}^2)(p'^2 - m_\rho^2)(q^2 - m_D^2)} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta + \text{estados excitados} \quad (1.118)$$

Usando a eq. (C.2), aplica-se a dupla transformada de Borel para as variáveis p e p' na eq. (1.118):

$$\mathfrak{B}_M \mathfrak{B}_{M'} \left[\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen} \right] = -\frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^* D \rho}^{(D)}(q^2)}{(q^2 - m_D^2)} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_\rho^2/M'^2} + \dots \quad (1.119)$$

onde ... são os estados excitados após a transformada de Borel.

Após a transformada de Borel, os termos exponenciais que aparecem irão suprimir os estados excitados, pois as massas m_{D^*} e m_ρ vão se tornando maiores a cada estado excitado. Colocando em evidência -1 do denominador de $\Pi_{\mu\nu}^{(D)fen}$:

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}^{(D)fen}(M, M') = \frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^* D \rho}^{(D)}(q^2)}{(m_D^2 - q^2)} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_\rho^2/M'^2} + \dots \quad (1.120)$$

1.3.2 Caso ρ fora da camada de massa

Para o caso ρ fora da camada de massa, diagrama da fig. 14, a função correlação do espaço das configurações é:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)fen}(x,y) = \langle 0|T\{j_0^{D^0}(x)j_\mu^{\rho-\dagger}(y)j_\nu^{D^{*+}}(0)\}|0\rangle \quad (1.121)$$

No caso da função correlação da eq.(1.121), a eq.(D.30) pode ser escrita como:

$$\Pi_{\mu\nu}^{fen}(p',p) = \sum_{\lambda,\lambda'} \frac{\langle 0|j_0|D^0(p')\rangle \langle \rho^-(q,\lambda')|j_\mu^\dagger|0\rangle \langle D^{*+}(p,\lambda)|j_\nu^\dagger|0\rangle \Gamma(p,p')}{(p^2 - m_{D^*}^2)(p'^2 - m_D^2)(q^2 - m_\rho^2)} + e.e. \quad (1.122)$$

lembrando que $\Gamma = \frac{\mathfrak{M}}{i}$, onde \mathfrak{M} é a amplitude de Feynman referente ao diagrama da figura 14.

Para obter \mathfrak{M} , é conveniente utilizar a Lagrangeana da interação, que no caso do vértice $D^*D\rho$ é dada pela eq. (1.108):

$$\mathcal{L}_{D^*D\rho} = g_{D^*D\rho} \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} \left(D\partial_\lambda \rho_\delta \partial_\Delta \bar{D}_\beta^* + \partial_\lambda D_\delta^* \partial_\Delta \rho_\beta \bar{D} \right)$$

Novamente, nota-se que somente o segundo termo de $\mathcal{L}_{D^*D\rho}$ representa o vértice $D^*D\rho$ com ρ fora da camada de massa, pois segundo a figura 14, ocorre a aniquilação de D^{*+} e ρ^- e a criação de D^0 .

Usando as regras de Feynman (ver apêndice D.1) e $\mathcal{L}_{D^*D\rho}$ para o diagrama da figura 14, obtém-se:

$$\mathfrak{M} = iF_{D^*D\rho}^{(\rho)}(q^2) \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} (-ip_\lambda)(-iq_\Delta) \varepsilon_\delta(p,\lambda) \varepsilon_\beta(q,\lambda') \quad (1.123)$$

onde $F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(q^2)$ é o fator de forma do vértice $D^*D\rho$ para o caso ρ fora da camada de massa e lembrando novamente que sua unidade é dada em GeV^{-1} .

Portanto:

$$\Gamma = -F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(q^2) \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda q_\Delta \varepsilon_\delta(p,\lambda) \varepsilon_\beta(q,\lambda') \quad (1.124)$$

Abrindo $q = p' - p$:

$$\Gamma = -F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(q^2) \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda (p'_\Delta - p_\Delta) \varepsilon_\delta(p,\lambda) \varepsilon_\beta(q,\lambda')$$

$$\boxed{\Gamma = -F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(q^2) \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \varepsilon_\delta(p,\lambda) \varepsilon_\beta(q,\lambda')} \quad (1.125)$$

Uma vez que o termo $\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p_\Delta = 0$ por simetria.

Para dar continuidade ao cálculo de $\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)fen}$, são necessários os valores de $\langle 0|j_0|D^0(p')\rangle$, $\langle \rho^-(q, \lambda')|j_\mu^\dagger|0\rangle$ e $\langle D^{*+}(p, \lambda)|j_\nu^\dagger|0\rangle$. Usando as eq. (16), obtém-se:

$$\begin{aligned}\langle \rho^-(q, \lambda')|j_\mu^\dagger|0\rangle &= f_\rho m_\rho \varepsilon_\mu^*(q, \lambda') \\ \langle D^{*+}(p, \lambda)|j_\nu^\dagger|0\rangle &= f_{D^*} m_{D^*} \varepsilon_\nu^*(p, \lambda) \\ \langle 0|j_0|D^0(p')\rangle &= f_D \frac{m_D^2}{m_c}\end{aligned}\quad (1.126)$$

Usando as eq.(1.126) e a eq.(1.125) na eq. (1.122):

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)fen} = B \sum_{\lambda, \lambda'} \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \varepsilon_\nu^*(p, \lambda) \varepsilon_\delta(p, \lambda) \varepsilon_\mu^*(q, \lambda') \varepsilon_\beta(q, \lambda') + \text{estados excitados} \quad (1.127)$$

$$\text{onde } B = \frac{-f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^* D \rho}^{(\rho)}(q^2)}{(p^2 - m_{D^*}^2)(p'^2 - m_D^2)(q^2 - m_\rho^2)}.$$

Usando novamente a propriedade dos vetores de polarização, dada pela eq. 1.113, obtém-se:

$$\Pi_{\mu\nu_0}^{(\rho)fen} = B \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \left(-g_{\mu\beta} + \frac{q_\mu q_\beta}{m_\rho^2} \right) \left(-g_{\nu\delta} + \frac{p_\nu p_\delta}{m_{D^*}^2} \right) \quad (1.128)$$

$$= B \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \left(g_{\mu\beta} g_{\nu\delta} - g_{\nu\delta} \frac{q_\mu q_\beta}{m_\rho^2} - g_{\mu\beta} \frac{p_\nu p_\delta}{m_{D^*}^2} + \frac{q_\mu q_\beta}{m_\rho^2} \frac{p_\nu p_\delta}{m_{D^*}^2} \right) \quad (1.129)$$

onde $\Pi_{\mu\nu_0}^{(\rho)fen} = \Pi_{\mu\nu}^{(\rho)fen} - \text{estados excitados}$.

Por simetria, $\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p_\delta = \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p'_\Delta p'_\beta = 0$, logo, somente o primeiro dos quatro termos de $\Pi_{\mu\nu_0}^{fen}$ será não nulo (lembrando que deve-se abrir $q = p' - p$ para conferir que o termo $q_\mu q_\beta$ será zero):

$$\Pi_{\mu\nu_0}^{(\rho)fen} = B \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta g_{\mu\beta} g_{\nu\delta} \quad (1.130)$$

$$= B \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} g_{\mu\beta} g_{\nu\delta} g_{\lambda\lambda} g_{\Delta\Delta} p^\lambda p'^\Delta \quad (1.131)$$

Como $\varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} g_{\mu\beta} g_{\nu\delta} g_{\lambda\lambda} g_{\Delta\Delta} = \varepsilon_{\lambda\nu\Delta\mu}$, tem-se finalmente (escrevendo explicitamente o valor de B):

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)fen} = \frac{-f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^* D \rho}^{(\rho)}(q^2)}{(p^2 - m_{D^*}^2)(p'^2 - m_D^2)(q^2 - m_\rho^2)} \varepsilon_{\lambda\nu\Delta\mu} p^\lambda p'^\Delta + \text{estados excitados} \quad (1.132)$$

Como $\varepsilon_{\lambda\nu\Delta\mu} = \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}$, escreve-se a eq.1.132 usando $\varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta}$, de modo que a estrutura tensorial fique igual a utilizada no cálculo da função correlação pelo lado da QCD. Usando a eq. (C.2), aplica-se a dupla transformada de Borel para as variáveis p e p' na eq. (1.132). Colocando

em evidência -1 do denominador de $\Pi_{\mu\nu}^{fen}$:

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}^{(\rho)fen}(M, M') = \frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^* D \rho}^{(\rho)}(q^2)}{(m_\rho^2 - q^2)} \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_D^2/M'^2} + \dots$$

(1.133)

onde ... são os estados excitados após a transformada de Borel.

1.4 Obtenção do Fator de Forma por intermédio das RSQCD

De posse das funções correlação fenomenológicas e do lado da QCD para cada um dos diagramas fora da camada de massa, é possível, de acordo com a eq. 1, aplicar as RSQCD e assim obter o fator de forma de cada um dos dois diagramas estudados bem como a constante de acoplamento do vértice $D^*D\rho$.

1.4.1 Caso ρ fora da camada de massa

Utilizando as eq. 1.104 e 1.133 na eq. 1 obtém-se:

$$-\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M^2} dsdu = \frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(q^2)}{(m_\rho^2 - q^2)} \times \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_D^2/M^2} + \dots \quad (1.134)$$

lembrando que ... são os estados excitados do lado fenomenológico após a transformada de Borel. Estando o interesse somente no estado fundamental, é possível eliminar os estados excitados fazendo a seguinte modelagem:

$$-\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{sup}}^{\infty} \int_{u_{sup}}^{\infty} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M^2} dsdu = \dots \quad (1.135)$$

i.e., está sendo considerado que os estados excitados no lado da QCD são todos aqueles onde $s > s_{sup}$ e $u > u_{sup}$. s_{sup} e u_{sup} são portanto os parâmetros de corte do estado fundamental, também chamado de polo. De maneira análoga, o polo é a região compreendida por $s_{inf} < s < s_{sup}$ e $u_{inf} < u < u_{sup}$, o que leva à seguinte Regra de Soma para o estado fundamental:

$$-\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{s_{sup}} \int_{u_{inf}}^{u_{sup}} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(\rho)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M^2} dsdu = \frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(q^2)}{(m_\rho^2 - q^2)} \times \varepsilon_{\nu\lambda\mu\Delta} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_D^2/M^2} \quad (1.136)$$

Os parâmetros de corte s_{sup} e u_{sup} possuirão valores acima da massa ao quadrado do estado fundamental dos mésons aos quais estão relacionados. Neste caso ρ fora da camada de massa, pode-se dizer que:

$$s_{sup} = (m_{D^*} + \Delta_s) \cdot (m_{D^*} + \Delta_s) \quad (1.137)$$

$$u_{sup} = (m_D + \Delta_u) \cdot (m_D + \Delta_u) \quad (1.138)$$

onde Δ_s e Δ_u podem assumir valores reais positivos. Como não é desejada a inclusão dos estados excitados nesta integral, $\sqrt{s_{sup}}$ e $\sqrt{u_{sup}}$ devem ser no máximo, menores ou iguais à massa do primeiro estado excitado dos seus respectivos mésons. Isso limitará superiormente os valores que Δ_s e Δ_u podem assumir quando esta informação está disponível. Usualmente, Δ_s e Δ_u são valores próximos de 0.5GeV (7, 13, 31–33), mas será visto adiante como os mesmos serão determinados.

Como só há uma estrutura tensorial na função correlação estudada, para se obter o fator de forma, basta isolá-lo na eq. 1.136, de modo a se obter:

$$F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(Q^2) = \frac{-\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{s_{sup}} \int_{u_{inf}}^{u_{sup}} DD[\Pi^{(\rho)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M^2} dsdu}{\frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c}}{(m_\rho^2 + Q^2)} e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_D^2/M^2}} \quad (1.139)$$

onde foi feita a transformação para o espaço Euclidiano, i.e., $q^2 \rightarrow -Q^2$ e mais uma vez lembrando que $DD[\Pi^{(\rho)pert}]$ é dada pela eq. 1.103.

A dupla integração, que aparece no fator de forma da eq. 1.139 e que também aparecerá no fator de forma para o caso D fora da camada de massa, será resolvida numericamente usando a função DTWODQ da biblioteca IMSL. Para mais detalhes, ver os programas do apêndice E.

1.4.2 Caso D fora da camada de massa

Utilizando as eq. 1.71 e 1.120 na eq. 1 obtém-se para o estado fundamental:

$$-\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{s_{sup}} \int_{u_{inf}}^{u_{sup}} DD[\Pi_{\mu\nu}^{(D)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M^2} dsdu - \langle d\bar{d} \rangle \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_c^2/M^2} = \frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c} F_{D^*D\rho}^{(D)}(q^2)}{(m_D^2 - q^2)} \varepsilon_{\lambda\mu\Delta\nu} p^\lambda p'^\Delta e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_D^2/M^2} \quad (1.140)$$

onde os limites superiores de integração são dados por:

$$s_{sup} = (m_{D^*} + \Delta_s) \cdot (m_{D^*} + \Delta_s) \quad (1.141)$$

$$u_{sup} = (m_\rho + \Delta_u) \cdot (m_\rho + \Delta_u) \quad (1.142)$$

De modo análogo ao caso ρ fora da camada de massa, o fator de forma será:

$$F_{D^*D\rho}^{(D)}(Q^2) = \frac{-\frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{s_{sup}} \int_{u_{inf}}^{u_{sup}} DD[\Pi^{(D)pert}] e^{-s/M^2} e^{-u/M^2} dsdu - \langle d\bar{d} \rangle e^{-m_c^2/M^2}}{\frac{f_\rho f_{D^*} f_D m_\rho m_{D^*} \frac{m_D^2}{m_c}}{(m_D^2 + Q^2)} e^{-m_{D^*}^2/M^2} e^{-m_D^2/M^2}} \quad (1.143)$$

onde mais uma vez foi feita a transformação $q^2 \rightarrow -Q^2$.

Como é sabido, fatores de forma possuem como parâmetro o momento transferido (Q^2), mas uma observação atenta dos fatores de forma obtidos com as RSQCD (eq. 1.139 e 1.143) permite notar que estes possuem certas dependências extras que gostaríamos que não tivessem: dependem do quadrado das massas de Borel (M^2 e M'^2) e dependem dos parâmetros de corte do contínuo (Δ_s e Δ_u), ou seja, $F_{\rho D^* D} = F_{D^* D \rho}(Q^2, M^2, M'^2, \Delta_s, \Delta_u)$. Estas dependências aparecem devido ao método das RSQCD.

A determinação destes parâmetros é de idéia muito clara, vide trabalhos anteriores, mas a execução pode ser um tanto trabalhosa. A seguir, será apresentada a idéia geral de como fixar os seus valores, cuja execução de fato se deu por intermédio dos algoritmos desenvolvidos neste trabalho e que são apresentados no final desta dissertação no apêndice E.

1.4.3 Determinando os parâmetros “livres” dos Fatores de Forma

O primeiro passo na determinação dos parâmetros necessários para se obter os fatores de forma é estar ciente de que a massa de Borel ao quadrado não pode assumir qualquer valor real positivo como um primeiro pensamento pode sugerir. A massa de Borel quadrada pode assumir apenas os valores contidos dentro da janela de Borel, a qual garante no mínimo a estabilidade do fator de forma com relação a M^2 .

Como a função correlação no lado da QCD é nada mais do que uma série numérica, como toda série útil, espera-se que ela seja convergente. Para isso, é preciso que o último termo da série truncada seja consideravelmente menor do que o primeiro termo da série. Em outras palavras, é exigido que o termo referente ao condensado de quarks contribua bem menos para a função correlação total do que o termo perturbativo. Quantitativamente, fixa-se que a contribuição do condensado de quarks seja no máximo 30% da contribuição da função correlação total, ou seja, menor que 1/3 da contribuição do termo perturbativo. Isso limitará inferiormente o valor que a massa de Borel quadrada pode ter, pois quanto menor a massa de Borel, maior é contribuição do condensado de quarks.

Por outro lado, quanto maior é o valor da massa de Borel, menor é a contribuição do Polo. Como estão sendo estudados os mésons em seus estados fundamentais, será exigido que a contribuição do polo seja sempre maior do que a do contínuo. Em termos quantitativos, isso significa que a contribuição do polo deva ser maior do que 50% da contribuição do total. Este será o limite superior da massa de Borel.

Esta região compreendida entre o limite inferior e superior de M^2 é a chamada *janela de*

Borel (20). O conhecimento da janela de Borel é extremamente importante, pois ela auxiliará na determinação dos parâmetros de corte Δ_s e Δ_u utilizando o algoritmo que será aqui apresentado.

Vale destacar que as contribuições do polo e do condensado não precisam necessariamente serem limitadas pelos valores 50% e 30% respectivamente. Há uma certa arbitrariedade para estas contribuições, o que contribui para as incertezas de erros do método. Poderia, por exemplo, ser utilizada a contribuição do polo não menor do que 60% e a do condensado não maior do que 20% por exemplo. Mas ser mais rigoroso na contribuição de cada termo significa diminuir a largura da janela de Borel que se terá disponível para trabalhar. É interessante que a janela de Borel não seja extremamente estreita, como será justificado mais adiante. E além de estreitar a janela de Borel, ser mais rigoroso com os valores limites das contribuições aumenta a probabilidade de serem encontrados limites superiores da janela de Borel que tenham valores menores do que os respectivos limites inferiores, o que indica que não é possível usar as RSQCD nestes casos.

Para o diagrama ρ fora da camada de massa, aonde não há contribuição do condensado de quarks, o limite inferior da janela de Borel foi considerado como aquele aonde a contribuição do polo à função correlação total é de no máximo 90%.

Como dito no final da subseção anterior, o fator de forma depende de M^2 nas RSQCD. Isso significa, que independente do valor que seja usado para M^2 (valor este que deve estar dentro da janela de Borel), o fator de forma deveria se manter estável. Mas como consequência do método e de todas as aproximações feitas até agora, os fatores de forma dados pelas eq. 1.139 e 1.143 de fato variam com as massas de Borel ao quadrado. O que se faz é encontrar a combinação de valores Δ_s e Δ_u que minimizem esta variação, ou em outras palavras, levem à janela de Borel mais estável possível.

Uma pequena diferença no método utilizado nesta dissertação para o utilizado em outros trabalhos de RSQCD (7, 13, 14, 23, 24, 31–33) é que ao invés de se determinar um valor *ótimo* da massa de Borel dentro da janela de Borel afim de poder obter o valor numérico para o fator de forma, o que é feito neste trabalho é tirar a média do fator de forma dentro da janela de Borel em relação a M^2 . Isso se justifica pelo fato de que o fator de forma deveria ser independente da massa de Borel e portanto, seu valor médio seria igual ou bem próximo ao seu valor em qualquer ponto da janela de Borel.

Utilizando o valor médio do fator de forma ganha-se duas coisas:

- Não será necessário *procurar à mão* um valor para a massa de Borel, afim de obter um resultado numérico para o fator de forma.

- Pode-se utilizar as ferramentas estatísticas, no caso, o desvio padrão, como parâmetro para a estabilidade da janela de Borel. Quanto menor o desvio padrão do fator de forma, mais estável será a janela de Borel.

Uma grande vantagem de se utilizar o desvio padrão como indicador da estabilidade da janela de Borel é que com ele se tem uma ferramenta de fácil implementação para a criação de um programa automatizado que buscará dentre as mais variadas combinações de Δ_s e Δ_u , aquela que leva à janela de Borel mais estável. Por isso é importante que a janela de Borel não seja muito estreita, para que se possa ter uma maior faixa de valores para os cálculos da média e do desvio padrão e obter assim uma melhor idéia sobre a estabilidade da curva do fator de forma dentro desta janela. No entanto, este procedimento pode levar à valores não físicos de Δ_s e Δ_u , de modo que é preciso sempre analisar com atenção os resultados obtidos.

O método utilizado em outros trabalhos consiste em variar manualmente os parâmetros de corte e por intermédio de gráficos, verificar qual curva é a mais estável. Apesar deste método funcionar perfeitamente, vide trabalhos do grupo, foi implementada nesta dissertação, um programa autoconsistente que visa automatizar esta tarefa.

Juntando todas as informações apresentadas nesta subseção e as escrevendo de forma diagramática, tem-se o fluxograma da fig. 17, onde está ali representado de maneira esquemática e resumida, o algoritmo utilizado para a obtenção dos parâmetros Δ_s , Δ_u e da janela de Borel. O algoritmo descrito na fig. 17 foi implementado neste trabalho em Fortran 90 sob o nome *BestFF* (ver código fonte E.1 no apêndice E). Ao rodar este programa e aguardar seu término, tem-se dois arquivos de saída: *borel.txt* e *fator.txt*. No arquivo *borel.txt*, estão armazenadas todas as informações sobre as janelas de Borel, fatores de forma médio e desvios padrão para cada combinação Δ_s , Δ_u dentro da janela de Q^2 estudada. O arquivo *fator.txt* irá armazenar somente estes valores, referentes à combinação Δ_s e Δ_u que levaram ao menor desvio padrão para um determinado valor de Q^2 .

De posse destes dois arquivos, é possível obter os valores de Δ_s e Δ_u que levem à janela de Borel mais estável possível dentro de uma janela de Q^2 . No capítulo seguinte, onde serão apresentados os resultados, ficará mais claro como é o conteúdo dos arquivos de saída do programa *BestFF* e como os mesmos são utilizados para obter as informações necessárias aos cálculos dos fatores de forma de cada diagrama *off-shell*. Como o fluxograma da figura 17 mostra somente a idéia geral, é indispensável a leitura do código fonte E.1 para aqueles que desejam saber todas as minúcias de seu funcionamento.

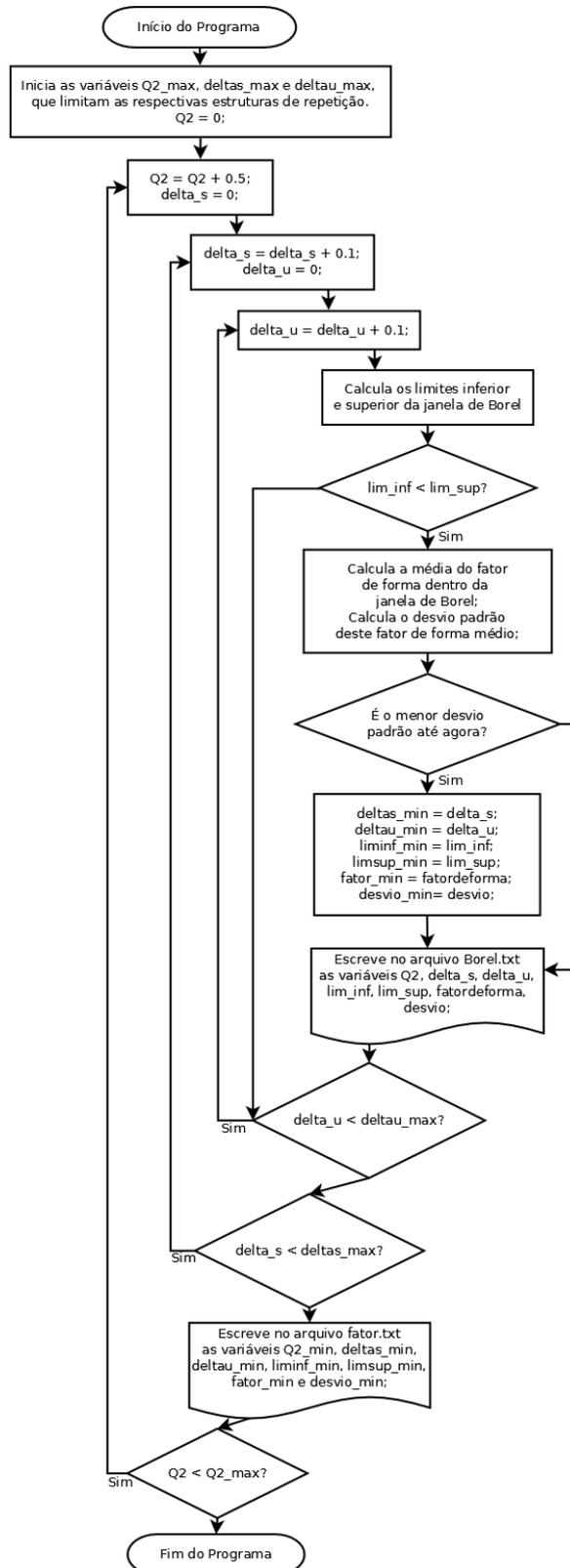


Figura 17: Fluxograma representativo do programa BestFF, código fonte E.1.

2 RESULTADOS

Para ser possível a obtenção dos valores numéricos dos fatores de forma apresentados nas eq. 1.139 e 1.143, é preciso conhecer também o valor numérico de todas as constantes envolvidas, além dos valores dos parâmetros de corte e de M^2 e M'^2 . Os valores das massas dos mésons ρ , D^* e D já foram apresentados na tabela 2. Os valores das demais constantes necessárias estão apresentados na tabela 3 junto com suas devidas referências.

Tabela 3: Valores numéricos para as constantes de decaimento e massa do quark c .

	$m_c(8)$	$f_\rho(34)$	$f_{D^*}(35)$	$f_D(35)$
(GeV)	1.27	0.162	0.240	0.170

Para simplificar o problema, M'^2 não será usada como uma variável independente, ela estará ligada ao valor de M^2 admitindo que a razão entre M'^2 e M^2 é igual a razão das massas ao quadrado de seus respectivos mésons on-shell. No caso do diagrama D fora da camada de massa:

$$\frac{M'^2}{M^2} = \frac{M_\rho^2}{M_{D^*}^2} \quad (2.1)$$

E no caso do diagrama ρ fora da camada de massa:

$$\frac{M'^2}{M^2} = \frac{M_D^2}{M_{D^*}^2} \quad (2.2)$$

Este tipo de relação para obter M'^2 em função de M^2 já foi utilizada com sucesso em diversos trabalhos do grupo (7, 24, 31).

Nas próximas seções, serão apresentados os resultados obtidos para o fator de forma de cada um dos dois diagramas *off-shell* estudados neste trabalho.

2.1 Caso ρ fora da camada de massa

Para dar início ao processo de obtenção do valor numérico para o fator de forma no caso ρ fora da camada de massa, será usado o já citado programa *BestFF*. É preciso iniciar as variáveis deste programa com os valores dados pela tabela 4.

Tabela 4: Valores iniciais para o programa BestFF - Caso ρ fora da camada de massa.

Variável	Valor Inicial
imsl	= .false.
temcond	= .false.
deltas_inicial	= 0.0d0
deltau_inicial	= 0.0d0
deltau_final	= 0.9d0
deltas_final	= 0.9d0
ccond_max	= 0.30d0
cpolo_max	= 0.90d0
cpolo_min	= 0.50d0
mb2limite	= 60.0d0
largura_mb2	= 1.0d0
q2	= 0.75d0
q2_final	= 3.0d0
passo_q2	= 0.25d0

As informações da tabela 4 indicam que a estabilidade da janela de Borel será testada para todas as combinações de $\Delta_s = \Delta_u = [0.1, 1.0] GeV$ dentro da janela de $Q^2 = [1.0, 3.0] GeV^2$, exigindo que a janela de Borel encontrada tenha uma largura mínima de $1 GeV^2$. Ao rodar o programa *BestFF* usando o módulo *mrhooff.f90* com estes parâmetros, é obtido um arquivo *fator.txt* cujos dados estão na tabela 5.

Tabela 5: Dados do arquivo *fator.txt* para o caso ρ fora da camada de massa.

$Q^2 (GeV^2)$	Janela de Borel (GeV^2)	$\Delta_s (GeV)$	$\Delta_u (GeV)$	$\bar{F}(Q^2) (GeV^{-1})$	$\frac{\sigma_F}{(\bar{F}/100)}$
1.00	[1.12, 3.53]	0.5	0.4	3.5828	4.0516
1.25	[0.80, 2.70]	0.2	0.6	3.0045	4.4298
1.50	[0.82, 1.92]	0.5	0.2	2.2187	3.2953
1.75	[0.84, 1.94]	0.2	0.5	2.1966	8.8887
2.00	[0.80, 1.83]	0.3	0.4	1.9676	15.7388
2.25	[0.76, 1.96]	0.3	0.5	2.0432	25.7718
2.50	[0.75, 2.05]	0.5	0.4	2.1049	33.8857
2.75	[1.90, 5.90]	1.0	0.9	8.4509	38.5989
3.00	[2.00, 6.30]	1.0	1.0	9.4346	40.3277

A quantidade $\frac{\sigma_F}{(\bar{F}/100)}$ que aparece na tabela 5 é o desvio padrão do fator de forma em termos percentuais em relação ao fator de forma médio. Esta quantidade está sendo utilizada

ao invés do desvio padrão do fator de forma para tornar mais clara a noção sobre o quão estável (ou instável) é a janela de Borel. Isto significa que para $Q^2 = 3\text{GeV}^2$, o fator de forma varia $\approx \pm 40\%$ dentro de sua respectiva janela de Borel, ou seja, a melhor janela de Borel encontrada não é muito estável. Como a tabela 5 sugere que a estabilidade diminui com o aumento de Q^2 , será utilizada a janela de $Q^2 = [1.0, 2.5]\text{GeV}^2$, onde $\Delta_s = 0.5\text{GeV}$ e $\Delta_u = 0.4\text{GeV}$. Note que foram utilizados os valores de Δ_s e Δ_u referentes a $Q^2 = 2.5\text{GeV}^2$. A utilização de outros possíveis valores diferentes destes, leva a uma pior estabilidade neste limite superior da janela de Q^2 .

Para obter a janela de Borel válida dentro da já mencionada janela de Q^2 , é preciso obter a intercessão das janelas de Borel para todos os valores de Q^2 entre $[1.0, 2.5]\text{GeV}^2$. Para isso, é necessário analisar o arquivo *borel.txt*, onde nota-se ser suficiente obter a intercessão da janela de Borel para os pontos $Q^2 = 1\text{GeV}^2$ e $Q^2 = 2.5\text{GeV}^2$. Os dados relevantes do arquivo *borel.txt* estão apresentados na tabela 6.

Tabela 6: Dados do arquivo *borel.txt* para o caso ρ fora da camada de massa.

$Q^2(\text{GeV}^2)$	Janela de Borel(GeV^2)	$\Delta_s(\text{GeV})$	$\Delta_u(\text{GeV})$	$\frac{\sigma_F}{(\bar{F}/100)}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.00	[1.12, 3.53]	0.5	0.4	4.0516
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

De acordo com as tabelas 5 e 6, a intercessão dessas duas janelas de Borel corresponde a $[1.12, 2.05]\text{GeV}^2$, intervalo este que garante as condições já mencionadas da contribuição do polo para toda a janela de $Q^2 = [1.0, 2.5]\text{GeV}^2$. Os dados gerados pelo programa *BestFF* permitiram definir todos os parâmetros necessários para o cálculo numérico do fator de forma ρ fora da camada de massa, estes parâmetros estão apresentados na tabela 7.

Tabela 7: Parâmetros necessários ao cálculo do fator de forma para o caso ρ fora da camada de massa.

$Q^2(\text{GeV}^2)$	Janela de Borel(GeV^2)	$\Delta_s(\text{GeV})$	$\Delta_u(\text{GeV})$
[1.0, 2.5]	[1.12, 2.05]	0.5	0.4

Utilizando o programa *fatormedio.f90* com o módulo *mrhooff.f90* e os parâmetros da tabela 7, obtém-se os valores de $\bar{F}^{(\rho)}$ dentro da janela de Q^2 já mencionada. Estes valores do fator de forma obtidos estão representados no gráfico da figura 18.

Na figura 19 é possível ver a estabilidade do fator de forma dentro da janela de Borel $[1.12, 2.05]\text{GeV}^2$ para $Q^2 = 1\text{GeV}^2$, enquanto na figura 20, é possível conferir que a contribuição do polo é de fato sempre maior do que a do contínuo também dentro da janela de Borel. Estas duas figuras confirmam o bom funcionamento do programa *BestFF*.

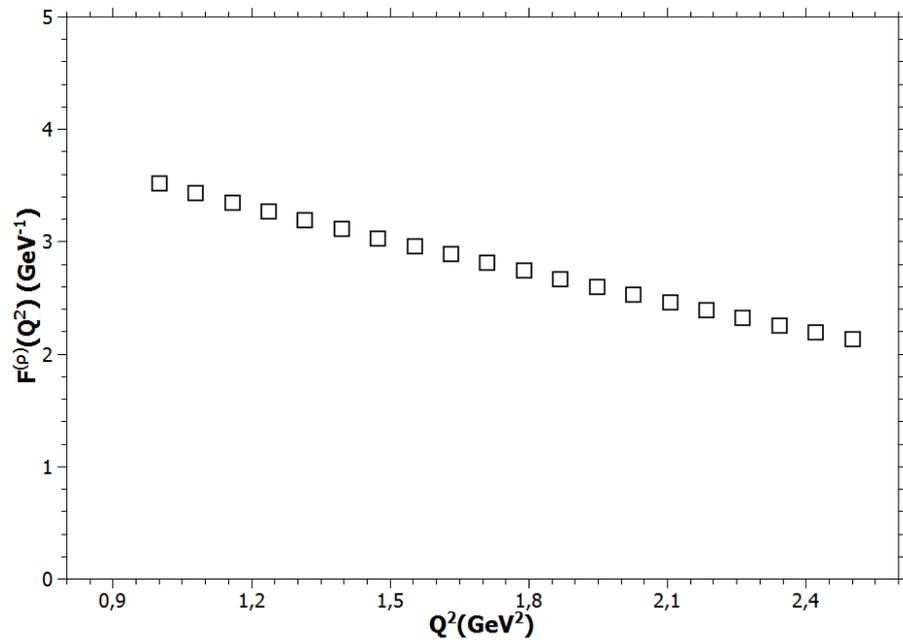


Figura 18: Fator de Forma $\times Q^2$ para o caso ρ fora da camada de massa.

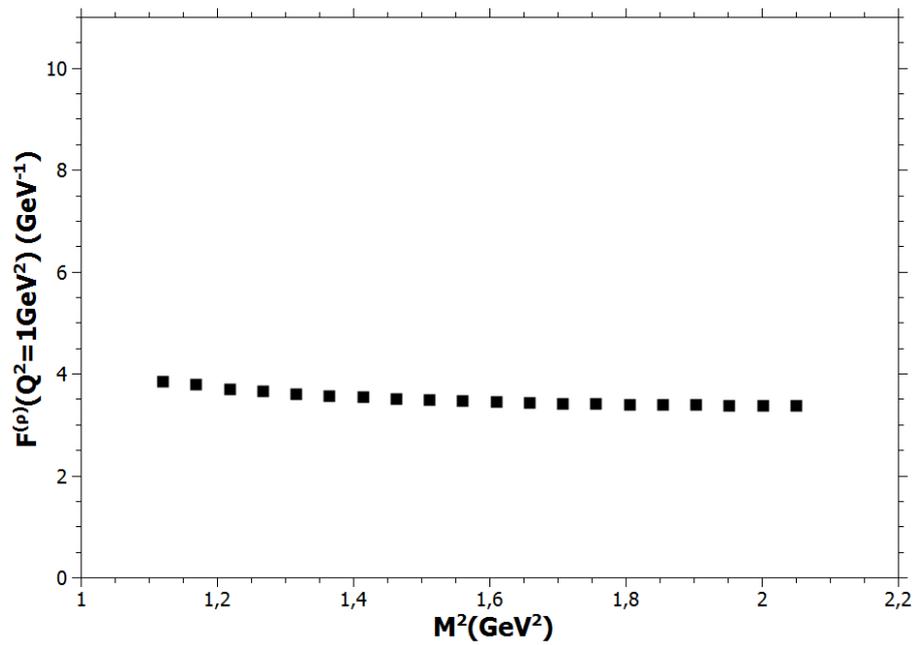


Figura 19: Estabilidade do Fator de Forma em relação a M^2 para $Q^2 = 1\text{GeV}^2$.

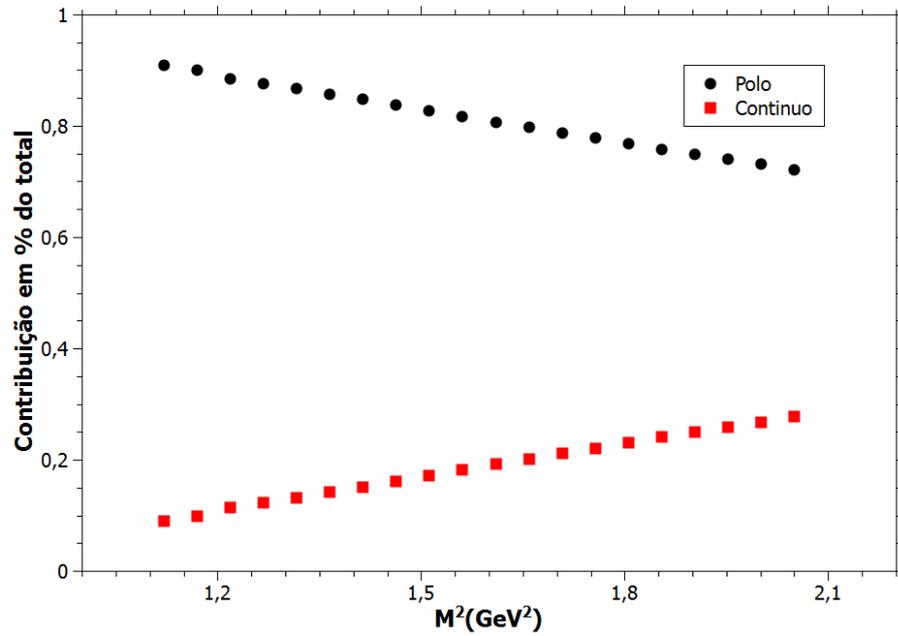


Figura 20: Contribuição Polo \times Contínuo para o caso ρ fora da camada de massa com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$.

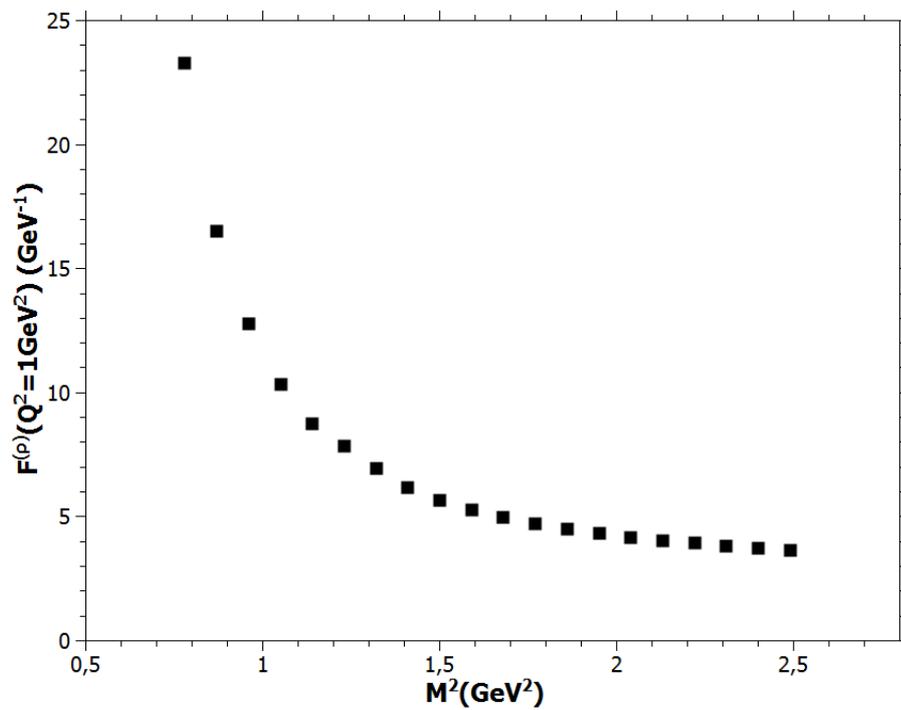


Figura 21: Estabilidade do Fator de Forma em relação a M^2 para $Q^2 = 1\text{GeV}^2$ e $\Delta_s = \Delta_u = 0,3\text{GeV}$.

Na figura 21, pode-se ver a estabilidade na janela de Borel para os parâmetros de corte $\Delta_s = \Delta_u = 0.3\text{GeV}$. Estes parâmetros levam a uma janela bem menos estável do que aquela encontrada pelo programa *BestFF* para os parâmetros $\Delta_s = 0.5$ e $\Delta_u = 0.4$.

Como é necessário ter informações sobre toda a região fora da janela de Q^2 estudada, dada a definição da constante de acoplamento (eq. D.32), o fator de forma da figura 18 pode ser fitado de modo a levar a expressões analíticas de $F^{(\rho)}(Q^2)$. As curvas monopulares e exponenciais, usualmente utilizadas para representar os fatores de forma, puderam ser ajustadas com sucesso à $F^{(\rho)}(Q^2)$.

O ajuste monopolar leva à eq.2.3:

$$F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(Q^2) = \frac{8.664}{Q^2 + 1.416} \quad (2.3)$$

onde χ^2 é da ordem de 10^{-3} e $R^2 = 0.991$ é o chamado coeficiente de correlação¹.

Enquanto que o ajuste exponencial leva à eq.2.4:

$$F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(Q^2) = 4.917e^{-\frac{Q^2}{3.026}} \quad (2.4)$$

onde χ^2 é da ordem de 10^{-4} e $R^2 = 0.999$.

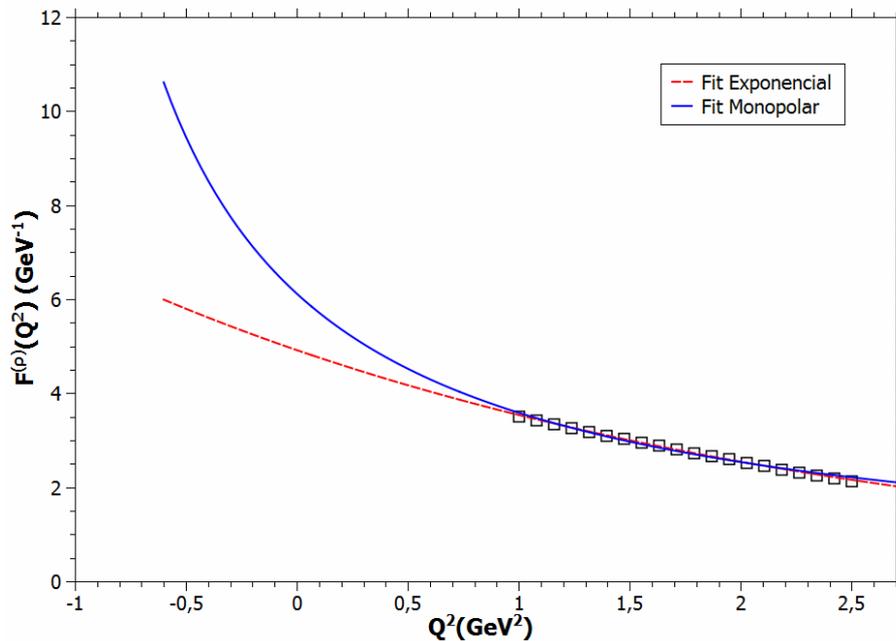


Figura 22: Ajustes monopolar e exponencial para $F^{(\rho)}(Q^2)$.

Estes ajustes estão plotados no gráfico da figura 22. Como a definição da constante de

¹Quanto mais próximo R^2 for de 1, mais próxima é a curva ajustada de representar bem os pontos.

acoplamento (eq.D.32) diz que $g = \lim_{q^2 \rightarrow m_{off}^2} F(q^2)$, onde m_{off} é a massa do méson fora da camada de massa, os ajustes são plotados partindo-se do ponto $Q^2 = -q^2 = -m_{off}^2$. Ambas as curvas se ajustam bem aos pontos, mas levam à constantes de acoplamento bem diferentes, como sugere a figura 22.

Para obter o valor da constante de acoplamento, não será simplesmente utilizada a eq.D.32 nas eq. 2.3 e 2.4, pois sua simples aplicação não permitirá estimar o seu erro associado. O que será feito é calcular a média de todas as constantes de acoplamento (usando obviamente a eq.D.32 para o cálculo de cada uma) quando Δ_s e Δ_u são variados em $\pm 0.1 GeV$. Deste modo, é possível estimar o erro da constante de acoplamento associado aos cortes do contínuo, que será portanto o desvio padrão de g . Rodando o programa *FatorMedio.f90* para cada uma das combinações de Δ_s e Δ_u possíveis dos pontos $\Delta_s = 0.5 \pm 0.1 GeV$ e $\Delta_u = 0.4 \pm 0.1 GeV$, é obtida a tabela 8, com os seus respectivos valores para as constantes de acoplamento para os ajustes monopolar e exponencial.

Tabela 8: Valores para as constantes de acoplamento do caso ρ fora da camada de massa para variações de $\pm 0.1 GeV$ em torno dos pontos $\Delta_s = 0.5 GeV$ e $\Delta_u = 0.4 GeV$.

$\Delta_s (GeV)$	$\Delta_u (GeV)$	Janela de Borel (GeV^2)	$Q^2 (GeV^2)$	$g^{exp} (GeV^{-1})$	$g^{mon} (GeV^{-1})$
0.5	0.5	[1.30,2.45]	[1.00,2.50]	5.56	5.01
0.6	0.5	[1.40,2.75]	[1.00,2.50]	5.38	5.95
0.6	0.4	[1.20,2.25]	[1.00,2.50]	5.62	7.58
0.4	0.4	[1.03,1.96]	[1.00,2.25]	6.31	Diverge
0.4	0.3	[1.00,1.74]	[1.00,2.00]	6.86	Diverge
0.5	0.3	[1.00,1.95]	[1.00,2.00]	6.22	15.84

onde os valores da janela de Borel e da janela de Q^2 foram obtidos consultando o arquivo *borel.txt*.

Pela tabela 8 é possível notar algo muito interessante: o ajuste monopolar não se aplica muito bem ao caso ρ fora da camada de massa, pois pequenas variações no corte do contínuo fazem a constante de acoplamento divergir. Dito isso, só nos resta trabalhar com o ajuste exponencial, dado pela eq.2.4, que era na verdade a curva que melhor se ajustou aos pontos, como sugerem os valores de χ^2 e R^2 dos ajustes feitos.

Usando então os valores de g^{exp} da tabela 8 em conjunto com o valor $g_{D^*+D^0\rho^-} = F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(-m_\rho^2) = 6.00 GeV^{-1}$, é possível calcular o valor médio da constante de acoplamento e seu desvio padrão para o caso ρ fora da camada de massa, dados pela eq.2.5.

$$\boxed{g_{D^*+D^0\rho^-} = 6.0 \pm 0.5 GeV^{-1}} \quad (2.5)$$

Além da constante de acoplamento, os ajustes feitos para o fator de forma permitem ob-

ter outra quantidade importante para o estudos teóricos dos processos da QCD: o *cutoff* (Λ). Definindo os fatores de forma monopolar e exponencial em termos dos *cutoffs*:

$$F_{mon}(Q^2) = \frac{\Lambda_1^2}{Q^2 + \Lambda_2^2} \quad (2.6)$$

$$F_{exp}(Q^2) = \Lambda_1^2 e^{-\frac{Q^2}{\Lambda_2^2}} \quad (2.7)$$

os cutoffs são obtidos de maneira direta da eq. 2.4 e estão apresentados na tabela 9.

Tabela 9: *Cutoffs* para o ajuste exponencial do fator de forma do caso ρ off-shell

Ajuste	$\Lambda_1(GeV)$	$\Lambda_2(GeV)$
Exponencial	2.22	1.74

2.2 Caso D fora da camada de massa

Para o caso D fora da camada de massa, inicia-se as variáveis do programa *BestFF* com os valores apresentados na tabela 10.

Tabela 10: Valores iniciais para o programa BestFF - Caso D fora da camada de massa.

Variável	Valor Inicial
imsl	= .false.
temcond	= .true.
deltas_inicial	= 0.0d0
deltau_inicial	= 0.0d0
deltau_final	= 1.5d0
deltas_final	= 1.5d0
ccond_max	= 0.30d0
cpolo_max	= 0.90d0
cpolo_min	= 0.50d0
mb2limite	= 60.0d0
largura_mb2	= 1.0d0
q2	= 0.75d0
q2_final	= 2.75d0
passo_q2	= 0.25d0

Ao rodar o programa BestFF usando o módulo *mdoff.f90* com estes parâmetros, é obtido um arquivo *fator.txt* cujos dados estão na tabela 11.

Tabela 11: Dados do arquivo *fator.txt* para o caso D fora da camada de massa.

$Q^2(GeV^2)$	Janela de Borel(GeV^2)	$\Delta_s(GeV)$	$\Delta_u(GeV)$	$\bar{F}(Q^2)(GeV^{-1})$	$\frac{\sigma_F}{(\bar{F}/100)}$
1.00	[33.0, 35.0]	0.1	1.3	7.1660	1.3746
1.25	[33.0, 34.5]	1.0	1.1	7.5537	1.0656
1.50	[32.0, 34.0]	0.3	1.2	8.0554	1.5720
1.75	[32.0, 34.0]	0.5	1.2	8.4713	1.6884
2.00	[36.0, 38.0]	1.1	1.2	8.6091	1.4292
2.25	[36.0, 37.8]	0.4	1.3	9.0063	1.4119
2.50	[36.0, 37.7]	0.6	1.3	9.4380	1.4153
2.75	[35.0, 37.9]	0.5	1.4	10.0142	2.5580

Como a janela de Borel é bastante estável em todos os pontos Q^2 da tabela 11, será utilizada a janela de $Q^2 = [1.0, 2.75]GeV^2$, com $\Delta_s = 0.5GeV$, como no caso ρ fora da camada de massa e $\Delta_u = 1.4GeV$. Analisando os dados do arquivo *borel.txt*, apresentados na tabela 12, obtém-se a janela de Borel válida em toda a região de Q^2 estudada para os valores dos parâmetros de corte já mencionados. Esta janela será dada pelo intervalo $[35.0, 37.9]GeV^2$.

Tabela 12: Dados do arquivo *borel.txt* para o caso D fora da camada de massa.

$Q^2(GeV^2)$	Janela de Borel(GeV^2)	$\Delta_s(GeV)$	$\Delta_u(GeV)$	$\frac{\sigma_F}{(\bar{F}/100)}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
1.0	[19.0, 45.9]	0.5	1.4	15.7556
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

A tabela 13 resume portanto os parâmetros necessários para o cálculo do fator de forma determinados pelo programa *BestFF*.

Tabela 13: Parâmetros necessários ao cálculo do fator de forma para o caso D fora da camada de massa.

$Q^2(GeV^2)$	Janela de Borel(GeV^2)	$\Delta_s(GeV)$	$\Delta_u(GeV)$
[1.0, 2.75]	[35.0, 37.9]	0.5	1.4

Rodando o programa *FatorMedio.f90* usando o módulo *mdoff.f90* e os valores da tabela 13, obtém-se o fator de forma do vértice $D^*D\rho$ para o caso D fora da camada de massa, representado pela figura 23.

A estabilidade do fator de forma dentro da janela de Borel $[35.0, 37.9]GeV^2$ e a contribuição Polo/Contínuo para $Q^2 = 1GeV^2$ podem ser verificadas nas figuras 24 e 25 respectivamente.

Também pode ser verificado que a contribuição do condensado de quarks se mantém menor do que a do termo perturbativo em toda a janela de Borel estudada, como mostra a figura 26.

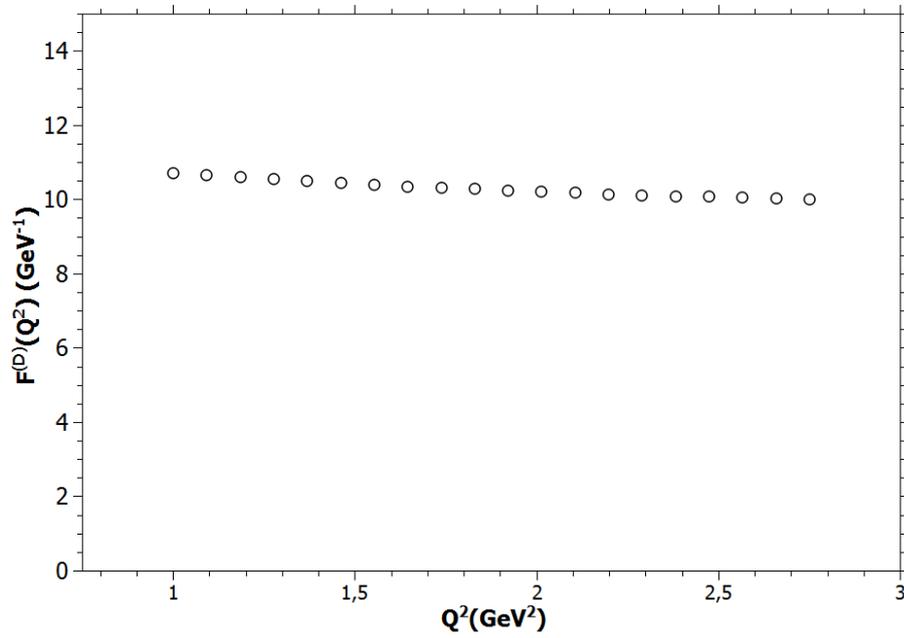


Figura 23: Fator de Forma $\times Q^2$ para o caso D fora da camada de massa.

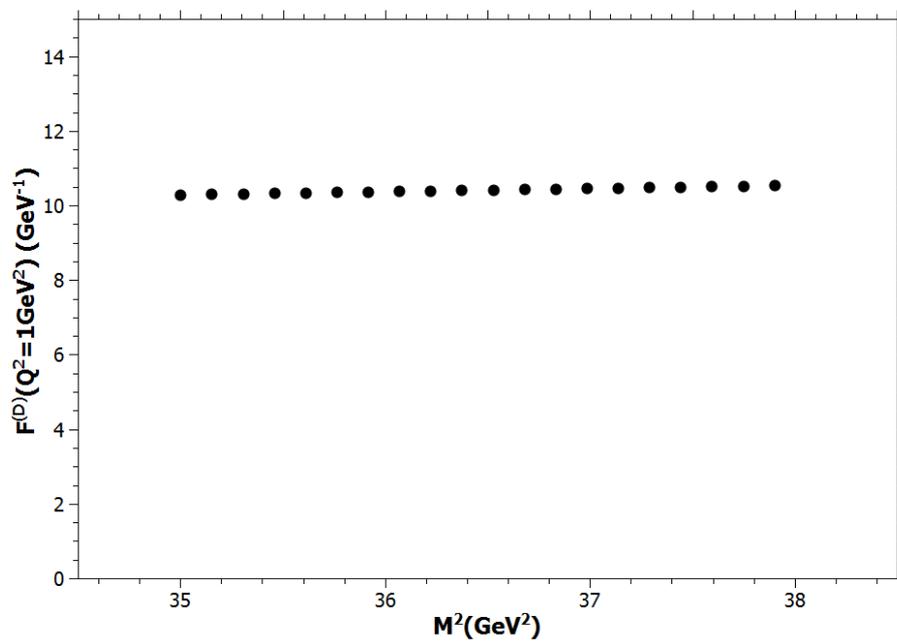


Figura 24: Estabilidade do Fator de Forma em relação a M^2 com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$.

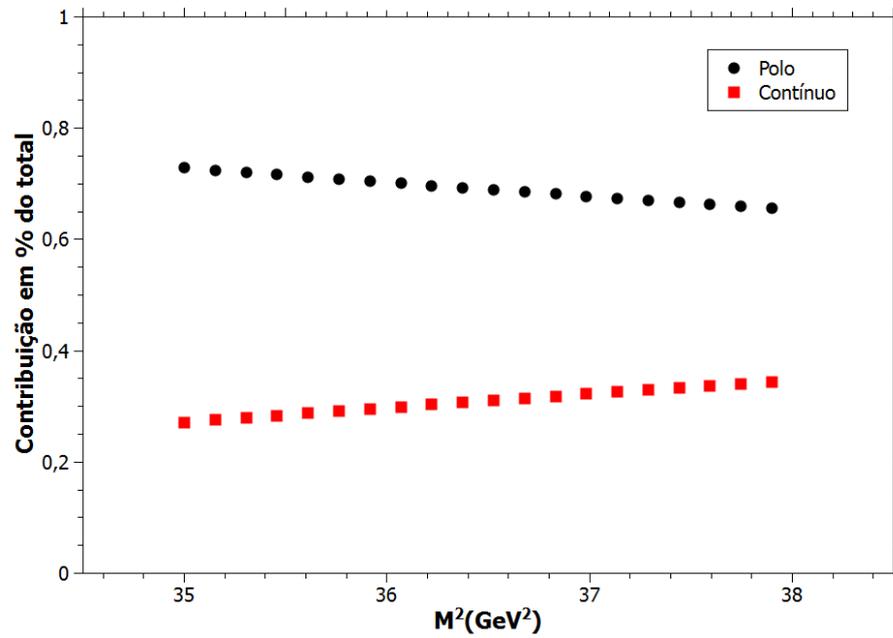


Figura 25: Contribuição Polo/Contínuo para o caso D fora da camada de massa com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$.

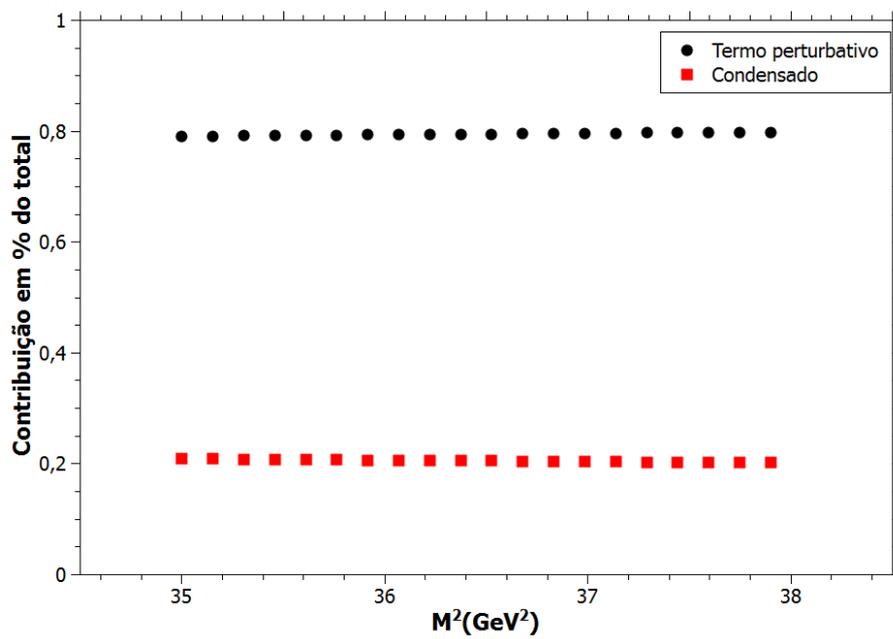


Figura 26: Contribuição dos termos perturbativo e de condensado de quarks com $Q^2 = 1\text{GeV}^2$.

Fazendo um ajuste monopolar nos dados da figura 23, obtém-se o fator de forma:

$$F_{D^*D\rho}^{(D)}(Q^2) = \frac{264.344}{Q^2 + 23.794} \quad (2.8)$$

onde χ^2 é da ordem de 10^{-3} e $R^2 = 0.981$.

E o ajuste exponencial leva ao fator de forma:

$$F_{D^*D\rho}^{(D)}(Q^2) = 11.079e^{-\frac{Q^2}{25.720}} \quad (2.9)$$

onde χ^2 é da ordem de 10^{-3} e $R^2 = 0.978$.

Na figura 27, é possível ver estes ajustes graficados junto com os dados obtidos para o fator de forma do diagrama D fora da camada de massa.

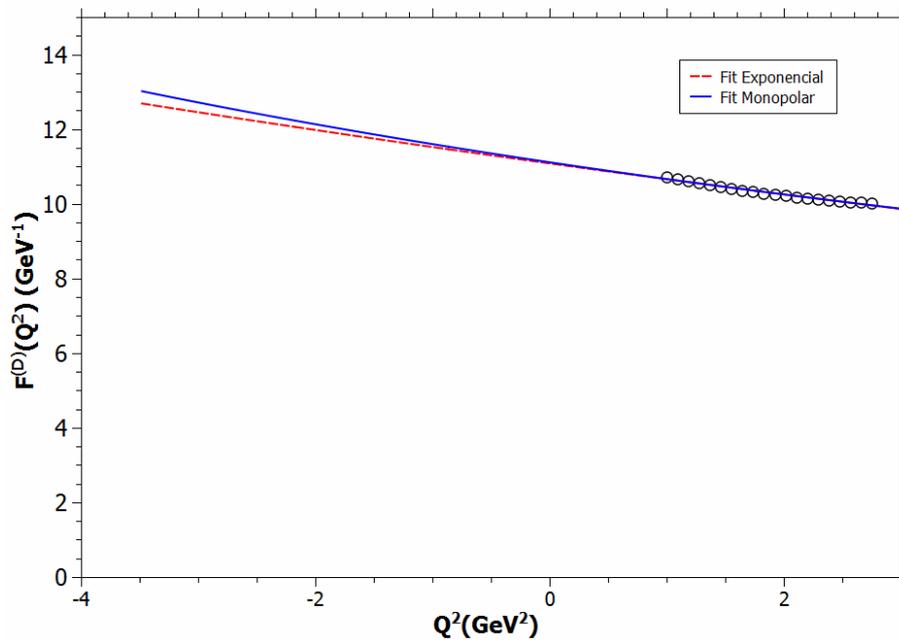


Figura 27: Ajustes monopolar e exponencial para $F^{(D)}(Q^2)$.

Mais uma vez, para obter a constante de acoplamento, será tirada a média das constantes de acoplamento obtidas para pequenas variações do corte do contínuo. Os dados obtidos estão apresentados na tabela 14.

Usando a eq. D.32 para o ajuste monopolar, é possível obter, da eq.2.8: $g_{D^*\bar{D}\rho^+} = F_{D^*D\rho}^{(D)}(-m_D^2) = 13.01 GeV^{-1}$. Tirando a média deste valor com os valores de g^{mon} da tabela 14, obtém-se a seguinte constante de acoplamento para o ajuste monopolar do diagrama D fora

Tabela 14: Valores para as constantes de acoplamento do caso D fora da camada de massa para variações de $\pm 0.1 GeV$ em torno dos pontos $\Delta_s = 0.5 GeV$ e $\Delta_u = 1.4 GeV$.

$\Delta_s (GeV)$	$\Delta_u (GeV)$	Janela de Borel (GeV^2)	$Q^2 (GeV^2)$	$g^{exp} (GeV^{-1})$	$g^{mon} (GeV^{-1})$
0.6	1.5	[27.0,42.0]	[1.0,2.50]	16.02	16.85
0.6	1.4	[33.0,38.7]	[1.00,2.75]	13.16	13.49
0.4	1.3	[36.0,37.8]	[1.00,2.25]	11.58	11.94
0.4	1.4	[34.0,38.0]	[1.00,2.50]	12.25	12.55
0.5	1.3	[34.0,38.6]	[1.00,2.25]	12.20	12.62
0.5	1.5	[31.0,40.0]	[1.00,2.75]	14.77	15.38

da camada de massa:

$$g_{D^{*+}\bar{D}^0\rho^+} = 13.3 \pm 1.5 GeV^{-1} \quad (2.10)$$

Para o ajuste exponencial, a eq.2.9 leva à: $g_{D^{*+}\bar{D}^0\rho^+} = F_{D^{*+}\bar{D}^0\rho^+}^{(D)}(-m_D^2) = 12.68 GeV^{-1}$. Portanto, a constante de acoplamento média referente ao ajuste exponencial do diagrama D fora da camada de massa será:

$$g_{D^{*+}\bar{D}^0\rho^+} = 13.6 \pm 1.7 GeV^{-1} \quad (2.11)$$

Os *cutoffs* referentes a cada um dos dois ajustes estão apresentados na tabela 15.

Tabela 15: *Cutoffs* para os ajustes monopolar e exponencial do fator de forma do caso D fora da camada de massa.

Ajuste	$\Lambda_1 (GeV)$	$\Lambda_2 (GeV)$
Monopolar	16.26	4.88
Exponencial	3.33	5.07

3 DISCUSSÃO

Normalmente, de posse dos resultados para os fatores de forma, apresentados nas eq. 2.4, 2.8 e 2.9 e de posse dos respectivos valores para a constante de acoplamento, dados pelas eq. 2.5, 2.10 e 2.11, o próximo passo seria apresentar as conclusões, indicando quais seriam as melhores curvas que representariam o fator de forma de cada um dos dois diagramas *off-shell* e as respectivas constantes de acoplamento para o vértice em estudo.

No entanto, é preciso chamar atenção para um detalhe que talvez tenha passado despercebido até o presente ponto. Enquanto que os valores dos parâmetros de corte do contínuo para o caso ρ fora da camada de massa estão dentro do usual, isto é próximos a 0.5GeV , no caso D fora da camada de massa, foi obtido um parâmetro de corte quase três vezes maior, mais especificamente, foi obtido o valor $\Delta_u = 1.4\text{GeV}$.

Apesar de alto, este valor não apresentaria problemas se estivesse de fato promovendo o corte do contínuo. No entanto, ele está permitindo a inclusão do primeiro estado excitado do méson ρ ao polo e não somente o seu estado fundamental, como deveria. Para que esta constatação fique mais evidente, é necessário recordar a definição do limite superior de integração da variável u da dupla relação de dispersão do caso D fora da camada de massa dada pela eq. 1.142:

$$u_{sup} = (m_\rho + \Delta_u) \cdot (m_\rho + \Delta_u)$$

Usando os valores $m_\rho = 0.775\text{GeV}$ e $\Delta_u = 1.4\text{GeV}$, obtém-se:

$$u_{sup} = 4.73\text{GeV}^2 \tag{3.1}$$

Segundo o PDG (8), a massa do primeiro estado excitado de ρ é $m_{\rho(1450)} \approx 1.465\text{GeV}$, ou seja, $u_{sup} > m_{\rho(1450)}^2$, indicando claramente que o corte do contínuo não está excluindo a ressonância $\rho(1450)$.

A pergunta é, por que o programa *BestFF*, de acordo com a tabela 11, indica como Δ_u ideal, valores acima de 1GeV ?

Plotando o gráfico da contribuição do termo perturbativo e do termo de condensado para $\Delta_s = 0.5 GeV$ e $\Delta_u = 0.7 GeV$, teremos a figura 28.

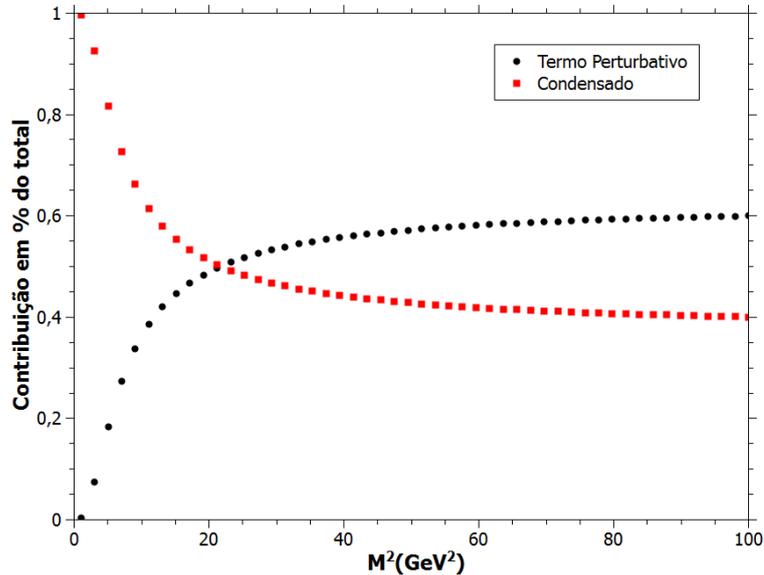


Figura 28: Contribuição dos termos perturbativo e de condensado de quarks com $Q^2 = 1 GeV^2$ e $\Delta_u = 0.7 GeV$.

Analisando a figura 28, é possível notar que mesmo para altos valores de M^2 , a contribuição do termo de condensado de quarks é maior do que se gostaria, estando da ordem de 40% para o alto valor $M^2 = 100 GeV^2$. E esta é uma possível causa do problema no caso D fora da camada de massa: a série da função correlação no lado da QCD com apenas um termo de condensado não converge tão rapidamente quanto o esperado, mesmo para valores de Q^2 onde o polo/contínuo não é respeitado. O termo referente ao condensado de quarks cresce com Q^2 na eq. 1.143 do fator de forma e este crescimento é muito abrupto comparado ao do termo perturbativo, de modo que nada acaba por cancelar este termo.

Neste ponto, poderia-se pensar em calcular mais um termo da série, contando com a possibilidade de que este termo seguinte compensasse o crescimento do termo referente ao condensado de quarks. Mas devido a experiência de trabalhos anteriores do grupo, acredita-se que isto não acontecerá, pois como já dito, os condensados de glúons costumam ter contribuição quase nula à função correlação.

Na figura 29, onde é plotado o gráfico da contribuição dos termos perturbativos e do condensado para $Q^2 = 2 GeV^2$, é possível observar o comportamento descrito acima.

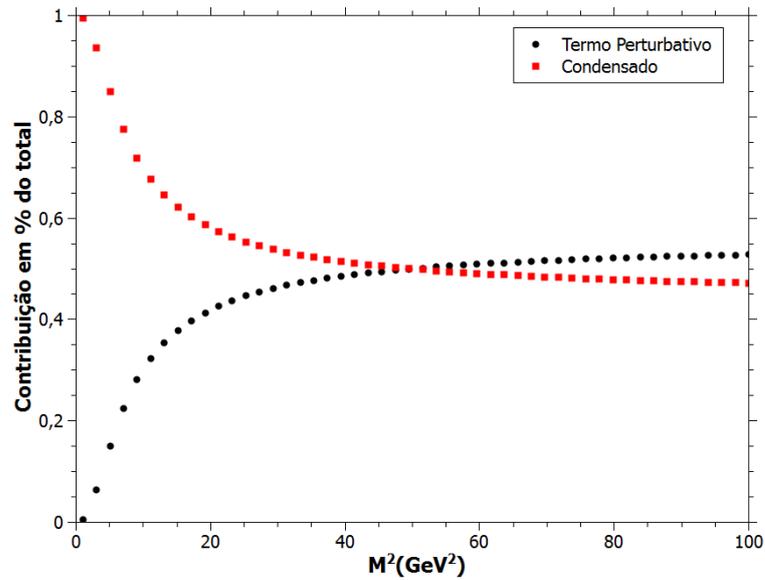


Figura 29: Contribuição dos termos perturbativo e de condensado de quarks com $Q^2 = 2\text{GeV}^2$ e $\Delta_u = 0.7\text{GeV}$.

Para resolver este impasse e tentar salvar as RSQCD aqui utilizadas, seria possível tentar as seguintes abordagens:

1. Trabalhar em regiões de Q^2 pequenos, menores até do que $Q^2 = 1\text{GeV}^2$.
2. Trabalhar com valores maiores de M^2 .
3. Tentar outros valores para os parâmetros de corte.

A primeira opção, trabalhar em regiões menores de Q^2 , deixará uma pequena janela de Q^2 para se trabalhar o fator de forma. Isto não é o ideal, mas seria uma possibilidade. Mas mesmo para valores bem pequenos de Q^2 , como $Q^2 = 0.1\text{GeV}^2$, a contribuição do condensado de quarks insiste em ser grande, maior do que os 30% arbitrados neste trabalho.

A segunda sugestão, trabalhar com valores maiores de M^2 , esbarra na condição do Polo/Contínuo. Se forem utilizados valores de M^2 maiores do que os da janela de Borel, as contas estarão sendo feitas em uma região aonde o polo não é o responsável pela maior parte da contribuição. A princípio gostaríamos que esta contribuição seja respeitada, mas é preciso ter em consideração que quando nos referimos ao polo da partícula, fica clara a idéia de massa da partícula, ou seja, se está trabalhando com a massa do estado considerado, deixando de fora todas as possíveis ressonâncias deste estado. Mas quando se trata de um fator de forma, respeitar o polo contínuo não tem o mesmo significado físico. Neste ponto, *afrouxar* a condição do polo contínuo passa a ser aceitável para se obter uma regra de soma válida. Mas mesmo se esta

condição for “afrouxada”, não se exigindo que seja respeitado polo/contínuo, as figuras 28 e 29 sugerem que mesmo para valores muito grandes de M^2 (em relação aos usuais), continuará não havendo uma boa convergência para a função correlação do lado da QCD.

A terceira sugestão foi aquela que o programa *BestFF* acabou por encontrar sozinho: utilizar valores maiores para o parâmetro de corte do contínuo, Δ_u . Somente assim se consegue uma boa convergência da série da função correlação ao mesmo tempo em que se respeita Polo/Contínuo, mas ao custo de se deixar a física do problema de lado, não tratando mais de um processo predominantemente entre mésons no estado fundamental, pois como já dito, o valor $\Delta_u = 1.4\text{GeV}$ permite a inclusão do primeiro estado excitado de ρ no polo. É importante ressaltar aqui que os valores de Δ_s e Δ_u que deveriam ser usados são os obtidos da função correlação dois pontos, a qual é utilizada para calcular a massa dos mésons e as constantes de decaimento dos mesmos.

Sendo assim, este vértice não tem uma regra de soma bem comportada para o caso D fora da camada de massa, tendo ainda a infelicidade de não possuir outras estruturas tensoriais que poderiam levar a regras de soma melhores para este caso.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram aplicadas as Regras de Soma da QCD ao vértice de interação mesônico $D^*D\rho$ de modo a obter a sua constante de acoplamento bem como os fatores de forma para os dois diagrama *off-shell* estudados: com ρ fora da camada de massa e D fora da camada de massa. Enquanto para o diagrama ρ fora da camada de massa as RSQCD foram aplicadas com sucesso, levando a resultados consistentes com o que se esperava, para o diagrama D fora da camada de massa, as RSQCD não levaram a bons resultados.

No caso do diagrama D fora da camada de massa, foram ajustados valores para a constante de acoplamento, mas utilizando um valor de Δ_u não compatível com as regras de soma de massa (aonde este parâmetro gira em torno de 0.5GeV). Sendo assim, será preciso deixar de lado este resultado, seguindo a discussão feita no capítulo 3.

O valor do parâmetro de corte $\Delta_u = 1.4\text{GeV}$ obtido para o caso D fora da camada de massa não está excluindo do polo o primeiro estado excitado do méson ρ . Como discutido no capítulo 3, valores menores de Δ_u , que permitem a exclusão deste estado excitado do polo, levam à funções correlação do lado da QCD que não tem uma boa convergência, de modo que impedem a aplicação das RSQCD para estes casos.

Não tendo então resultados sobre um dos diagramas fora da camada de massa, não é possível aplicar o método desenvolvido pelo grupo. E ainda seria difícil determinar qual ajuste usar para o fator de forma do caso ρ fora da camada de massa. Felizmente, dos dois ajustes realizados para o fator de forma do caso ρ fora da camada de massa, somente o exponencial, dado pela eq.2.4, pode-se dizer que se aplica bem a este diagrama. O ajuste monopolar, dado pela eq.2.3, leva à constantes de acoplamento divergentes quando são feitas pequenas variações nos limites de corte do contínuo. É interessante observar que é justamente o ajuste exponencial aquele que tem se encontrado nos diversos trabalhos do grupo (14, 24, 31, 32) para representar o fator de forma para os diagramas em que a partícula mais leve é a que está sendo considerada fora da camada de massa, portanto, o resultado aqui obtido está consistente com a física esperada para o diagrama ρ fora da camada de massa.

A tabela 16 mostra de maneira resumida todos os resultados obtidos neste trabalho referentes ao diagrama ρ fora da camada de massa.

Tabela 16: Resultados obtidos para o diagrama ρ fora da camada de massa do vértice $D^*D\rho$.

$$F_{D^*D\rho}^{(\rho)}(Q^2) = 4.917e^{-\frac{Q^2}{3.026}} \text{ (eq. 2.4)}$$

$$g_{D^*+D^0\rho^-} = 6.0 \pm 0.5 GeV^{-1} \text{ (eq. 2.5)}$$

$$\Lambda_1 = 2.22 GeV \text{ e } \Lambda_2 = 1.74 GeV \text{ (tabela 9)}$$

Para comparar o valor da constante de acoplamento obtida neste trabalho (tabela 16) com valores encontrados na literatura, é necessário relacioná-la com as constantes de acoplamento dos diferentes estados carregados por intermédio da simetria de isospin (10, 31, 35):

$$g_{D^*D\rho} \equiv \frac{g_{D^*+D^0\rho^-}}{\sqrt{2}} = g_{D^*0D^0\rho^0} \quad (4.1)$$

Portanto, usando o valor apresentado na tabela 16:

$$g_{D^*D\rho} = 4.2 \pm 0.4 GeV^{-1} \quad (4.2)$$

Na tabela 17, é possível encontrar alguns dos valores para a constante de acoplamento $g_{D^*D\rho}$ encontrados na literatura. onde LCSR é a sigla para *Light-Cone QCD Sum Rules* e VMD

Tabela 17: Resultados obtidos para o diagrama ρ fora da camada de massa do vértice $D^*D\rho$.

$g_{D^*D\rho}(GeV^{-1})$	Método e Referência
3.56 ± 0.6	LCSR(36)
4.17 ± 1.04	LCSR(37)
2.82	VMD (38)

é a sigla para *Vector Meson Dominance*.

E ainda, da teoria efetiva dos quarks pesados e da simetria chiral (36), é possível estivar o valor de $g_{D^*D\rho}$ pela seguinte relação:

$$g_{D^*D\rho} = \frac{g_{D^*D^*\rho}}{m_{D^*}} \quad (4.3)$$

Sabendo das RSQCD (31) que $g_{D^*D^*\rho} = 6.6 \pm 0.3$ e substituindo este valor na eq.4.3, usando

$m_{D^*} = 2.01$:

$$g_{D^*D\rho} \approx 3.28 \pm 0.15 \text{GeV}^{-1} \quad (4.4)$$

De acordo com a tabela 17, a constante de acoplamento obtida neste trabalho, dada pela eq.4.2, está de pleno acordo com aquelas obtidas pelos métodos da Regra de Soma da QCD no Cone de Luz dentro de uma faixa de confiança de 1σ . A constante de acoplamento aqui obtida também está de acordo com a estimativa dada pela eq.4.4 dentro de uma faixa de confiança de 2σ . Apenas o resultado obtido através da VMD não está de acordo diferindo em quase 70% com o obtido neste trabalho.

Apesar do resultado aqui obtido estar de acordo com os valores de $g_{D^*D\rho}$ encontrados em outros trabalhos, mais uma vez, é preciso ressaltar que neste trabalho não foi possível utilizar o método desenvolvido pelo grupo, uma vez que não há disponíveis informações sobre o fator de forma do diagrama D fora da camada de massa. Mesmo utilizando apenas um dos diagramas, foi possível obter o valor para a constante de acoplamento do vértice $D^*D\rho$, valor este que evidentemente possui mais incertezas do que se tivesse sido possível utilizar as informações dos dois diagramas *off-shell* disponíveis. Tendo em vista este fato, como passos futuros, serão continuadas as análises de modificações que possam ser feitas ao programa *BestFF* e ao método das RSQCD a fim de permitirem a obtenção de uma constante de acoplamento válida para o diagrama D fora da camada de massa e assim verificar a validade da constante de acoplamento obtida com ρ fora da camada de massa.

A título de curiosidade, o diagrama D^* fora da camada de massa também foi analisado, mas apresentou resultados semelhantes ao do caso D fora da camada de massa. Por isso, todas as contas e resultados para este diagrama foram suprimidas deste trabalho por supérfluas.

REFERÊNCIAS

- 1 ABE, K.; for the Belle Collaboration. *Evidence for $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$ and the sub-threshold decay $X(3872) \rightarrow \omega J/\psi$* . 2005. Disponível em: <oi:arXiv.org:hep-ex/0505037>.
- 2 The BABAR Collaboration; AUBERT, B. *Search for an $X(3872)$ charged partner in the decay mode $X^- \rightarrow J/\psi \pi^- \pi^0$ in the B meson decays $B^0 \rightarrow X^- K^+$ and $B^- \rightarrow X^- K_s$* . 2004. Disponível em: <oi:arXiv.org:hep-ex/0408083>.
- 3 LIU, X.; ZHANG, B.; ZHU, S.-L. The Hidden Charm Decay of $X(3872)$, $Y(3940)$ and Final State Interaction Effects. *Physics Letters B*, v. 645, p. 185.
- 4 DONG, Y. et al. Estimate for the $x(3872)$ to gamma J/ψ decay width. *Physical Review D*, v. 77, p. 094013.
- 5 LIU, Y.-R. et al. Is $X(3872)$ really a molecular state? *European Physical Journal C*, v. 56, p. 63.
- 6 MAIANI, L. et al. X & Y . 2005. Disponível em: <<http://www.citebase.org/abstract?id=oi:arXiv.org:hep-ph/0512082>>.
- 7 NAVARRA, F. et al. $D^* D \pi$ and $B^* B \pi$ form factors from QCD Sum Rules. *Physics Letters B*, v. 489, p. 319.
- 8 Particle DATA GROUP. *Particle Physics Booklet*. July 2008.
- 9 BRODSKY, S. J.; KARLINER, M. Intrinsic charm of vector mesons: A possible solution of the “ $\rho\pi$ puzzle”. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 78, n. 25, p. 4682–4685, Jun 1997.
- 10 GRIFFITHS, D. *Introduction to Elementary Particles*. New York: John Wiley & Sons, 1987.
- 11 MO, X. H.; YUAN, C. Z.; WANG, P. *Study of the Rho-pi Puzzle in Charmonium Decays*. 2007. Disponível em: <<http://www.citebase.org/abstract?id=oi:arXiv.org:hep-ph/0611214>>.
- 12 LI, G.; ZHAO, Q. Hadronic loop contributions to J/ψ and ψ' radiative decays into $\gamma\eta_c$ or $\gamma\eta_c'$. *Physics Letters B*, v. 670, p. 55.
- 13 MATHEUS, R. et al. The $J/\psi DD$ vertex in QCD Sum Rules. *Physics Letters B*, v. 541, p. 265.

- 14 NAVARRA, F.; NIELSEN, M.; BRACCO, M. $D^*D\pi$ form factor revisited. *Physical Review D*, v. 65, p. 037502.
- 15 LIU, X.; WEI, Z.-T.; LI, X.-Q. Contribution of final state interaction to the branching ratio of $B \rightarrow J/\psi D$. *European Physical Journal C*, v. 59, p. 683.
- 16 ZHANG, Y.-J.; ZHAO, Q. The lineshape of $\psi(3770)$ and low-lying vector charmonium resonance parameters in $e^+e^- \rightarrow D\bar{D}$. 2009. Disponível em: <arXiv.org:hep-ph/0911.5651>.
- 17 SHIFMAN, M. A.; VAINSHTEIN, A. I.; ZAKHAROV, V. I. QCD and resonance physics. theoretical foundations. *Nuclear Physics B*, v. 147, p. 385–447, 1979.
- 18 SHIFMAN, M. A.; VAINSHTEIN, A. I.; ZAKHAROV, V. I. QCD and Resonance Physics: Applications. *Nuclear Physics B*, v. 147, p. 448–518, 1979.
- 19 KHODJAMIRIAN, A. QCD sum rules - a working tool for hadronic physics. september 2002. Disponível em: <http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:hep-ph/0209166>.
- 20 COLANGELO, P.; KHODJAMIRIAN, A. QCD sum rules, a modern perspective. october 2000. Disponível em: <http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:hep-ph/0010175>.
- 21 REINDERS, H. R. L.; YASAKI, S. Hadron properties from QCD sum rules. *Physics Reports (review section of Physics Letters)*, v. 127, n. 1, p. 1–97, 1985.
- 22 MANDL, F.; SHAW, G. *Quantum Field Theory*. Brisbane: John Wiley and Sons, 1986.
- 23 MATHEUS, R. D. et al. J/ψ couplings to open charm mesons from QCD sum rules. 2003. Disponível em: <http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:hep-ph/0310280>.
- 24 BRACCO, M. E. et al. $d_s^* d_s k$ and $d_s k^* d k$ vertices in a QCD sum rule approach. *Physics Letters B*, v. 641, p. 286.
- 25 RADYUSHKIN, A. V. Introduction to QCD sum rule approach. january 2001. Disponível em: <http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:hep-ph/0101227>.
- 26 BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-Energy particle diffraction*. Berlin: Springer, 2002.
- 27 JR, A. C. da C. *Análise do vértice KD_s^*D usando as Regras de Soma da QCD*. Dissertação (Mestrado).
- 28 SOARES, A. L. F. *Massas de mésons escalares charmosos e análise dos vértices $D_s D^* K$, $D_s^* DK$ usando as Regras de Soma da QCD*. Tese (Doutorado).
- 29 SILVA, R. R. da. *Constantes de Acoplamento a partir das Regras de Soma da QCD*. Tese (Doutorado).
- 30 GREINER, W.; REINHARDT, J. *Field Quantization*. Berlin: Springer, 1996.
- 31 BRACCO, M. et al. $\rho D^* D^*$ vertex from QCD sum rules. *Physics Letters B*, v. 659, p. 559.
- 32 BRACCO, M. et al. D and rho mesons: Who resolves whom? *Physics Letters B*, v. 521, p. 1.

- 33 BRACCO, M. E. et al. $J/\psi D^* D^*$ vertex from QCD sum rules. *Physics Letters B*, v. 605, p. 326.
- 34 EIDELMAN, S. et al. Review of particle physics. *Phys. Lett.*, B592, p. 1, 2004.
- 35 BELYAEV, V. M. et al. $D^* D\pi$ and $B^* B\pi$ couplings in QCD. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 51, n. 11, p. 6177–6195, Jun 1995.
- 36 WANG, Z.-G. Analysis of the vertices $D^* D^* P$, $D^* DV$ and DDV with light-cone QCD sum rules. *Nuclear Physics A*, v. 796, p. 61.
- 37 LI, Z.-H. et al. Strong couplings of heavy mesons to a light vector meson in QCD. *Physical Review D*, v. 65, p. 076005.
- 38 OH, Y.; SONG, T.; LEE, S. H. J/ψ absorption by π and ρ mesons in a meson exchange model with anomalous parity interactions. *Physical Review C*, v. 63, p. 034901.
- 39 PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. E. *An introduction to Quantum Field Theory*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1995.
- 40 KINOSHITA, T. *Quantum Electrodynamics*. Singapore: World Scientific, 1990.
- 41 BELLAC, M. L. *Quantum and statistical field theory*. New York: Oxford University Press, 1991.
- 42 KNIEHL, B. A. Dispersion relations in loop calculations. *ACTA PHYS.POLON.B*, v. 27, p. 3631.
- 43 LEINWEBER, D. B. *QCD Sum Rule Analysis of Spin-Orbit Splitting in Baryons*. Tese (Doutorado) — McMaster University, December 1988.

APÊNDICE A – Matrizes γ e suas propriedades

As matrizes γ são matrizes 4×4 propostas por Dirac quando este estudava a sua equação homônima para campos fermiônicos dentro da teoria quântica do campo eletromagnético (QED). Elas são em 4 e podem ser definidas como:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \quad e \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

onde $i = 1, 2, 3$, $\mathbb{1}$ é a matriz unitária 2×2 , 0 é uma matriz 2×2 de zeros e σ^i são as matrizes de Pauli.

É possível ainda construir uma quinta matriz a partir destas 4 matrizes:

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

A seguir, serão apresentadas uma série de propriedades envolvendo as matrizes γ , tudo o que está escrito aqui está baseado no livro introdutório de partículas de *David Griffiths*(10).

As cinco matrizes γ obedecem às seguintes relações de anti-comutação:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \mathbb{1} \quad (\text{A.3})$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \quad (\text{A.4})$$

onde $g^{\mu\nu}$ é a métrica de Minkowski cujas componentes são dadas pela eq. A.5.

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Das relações de anti-comutação, é possível obter as seguintes relações úteis:

$$(\gamma^0)^2 = \mathbb{1} \quad (\text{A.6})$$

$$(\gamma^i)^2 = -\mathbb{1} \quad (\text{A.7})$$

$$\gamma^\mu \gamma^5 = -\gamma^5 \gamma^\mu \quad (\text{A.8})$$

E usando a notação de Einstein¹, é possível obter as relações abaixo:

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4\mathbb{1} \quad (\text{A.9})$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu \quad (\text{A.10})$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda} \mathbb{1} \quad (\text{A.11})$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\mu = -2\gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^\nu \quad (\text{A.12})$$

O conjugado hermitiano das matrizes γ obedecem às propriedades:

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0 \quad (\text{A.13})$$

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \quad (\text{A.14})$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \quad (\text{A.15})$$

Neste trabalho, aparecem traços envolvendo as matrizes γ , por isso, as seguintes propriedades dos traços serão bastante úteis:

$$Tr(A + B) = Tr(A) + Tr(B) \quad (\text{A.16})$$

$$Tr(\alpha A) = \alpha Tr(A) \quad (\text{A.17})$$

$$Tr(ABC) = Tr(BCA) = Tr(CAB) \quad (\text{A.18})$$

$$\text{O traço de um número ímpar de matrizes } \gamma \text{ será zero.} \quad (\text{A.19})$$

$$Tr(\mathbb{1}) = 4 \quad (\text{A.20})$$

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad (\text{A.21})$$

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}) \quad (\text{A.22})$$

$$Tr(\gamma^5) = 0 \quad (\text{A.23})$$

$$Tr(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = 0 \quad (\text{A.24})$$

$$Tr(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \quad (\text{A.25})$$

¹Na notação de Einstein, dados quaisquer quadrivetores a^μ e b^μ , teremos: $a^\mu b_\mu = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$. No caso das matrizes γ : $\gamma^\mu \gamma_\mu = (\gamma^0)^2 - (\gamma^1)^2 - (\gamma^2)^2 - (\gamma^3)^2$.

onde A , B e C são matrizes, α é um número e $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$ é o tensor totalmente antissimétrico definido pela eq.A.26.

$$\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} = \begin{cases} -1, & \text{se } \mu\nu\lambda\sigma \text{ é uma permutação par de } 0123; \\ +1, & \text{se } \mu\nu\lambda\sigma \text{ é uma permutação ímpar de } 0123; \\ 0, & \text{se dois ou mais índices são iguais;} \end{cases} \quad (\text{A.26})$$

APÊNDICE B – Regra de Cutkosky e as Relações de Dispersão

B.1 Regra de Cutkosky

A regra de Cutkosky permite obter facilmente a parte imaginária de uma função de Green. Aplicando a regra de Cutkosky em um gráfico de Loop ($\Pi(s)$ por exemplo), o que se obtém é (39)(Página 232):

$$\boxed{D[\Pi(s)] = 2i\text{Im}(\Pi(s))} \quad (\text{B.1})$$

onde $D[\Pi(s)]$ é a descontinuidade de $\Pi(s)$.

Para aprender como usar a regra de Cutkosky, pode-se utilizar como exemplo o diagrama abaixo:

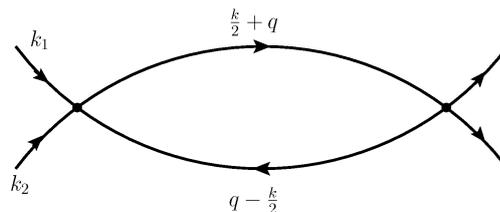


Figura 30: Loop que será usado para exemplificar a regra de Cutkosky.

onde $k = k_1 + k_2$ e o loop é representado pela integral:

$$\Pi \propto \int \frac{1}{(k/2 + q)^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{1}{(q - k/2)^2 - m^2 + i\epsilon} d^4q \quad (\text{B.2})$$

Agora segue-se os seguintes passos (40)(Página 191) (41)(Página 381):

1. Desenha-se um sol do lado esquerdo do gráfico (o lado no qual começa a correr o tempo)

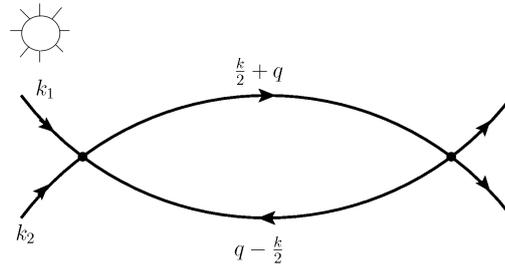


Figura 31: O sol deve ser desenhado no lado aonde o tempo tem início.

2. Faz-se um corte no loop:

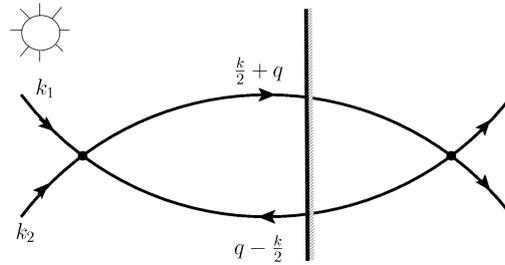


Figura 32: O corte atravessa os dois propagadores.

O lado esquerdo do corte é o chamado lado “ensolarado”.

3. Segundo a regra de Cutkosky, pode-se obter $D[\Pi(s)]$ ao substituir os propagadores cortados por:

- $\frac{1}{p^2 - m^2} \rightarrow -2\pi i \delta(p^2 - m^2) \Theta(p_0)$, se o propagador estiver **entrando** pelo lado “ensolarado” do corte.
- $\frac{1}{p^2 - m^2} \rightarrow -2\pi i \delta(p^2 - m^2) \Theta(-p_0)$, se o propagador estiver **saindo** pelo lado “ensolarado” do corte.

Seguindo estes passos, obtém-se:

$$D[\Pi] \propto \int (-2\pi i) \delta((k/2 + q)^2 - m^2) \Theta(k_0/2 + q_0) \times (-2\pi i) \delta((q - k/2)^2 - m^2) \Theta(k_0/2 - q_0) d^4 q \quad (\text{B.3})$$

E como $D[\Pi] = 2i \text{Im}(\Pi)$, obtemos, por meio da regra de Cutkosky, a parte imaginária de Π .

No caso desta dissertação, aparecem gráficos do tipo:

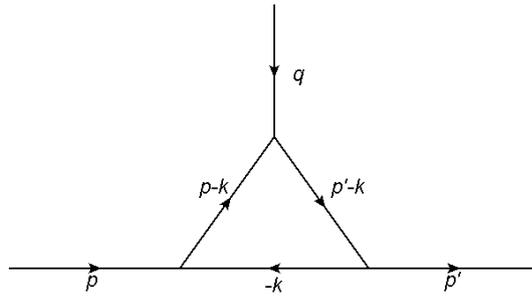


Figura 33: Gráfico de polarização do vácuo bastante utilizado nesta dissertação.

Aplicando Cutkosky duas vezes, isto é, fazendo dois cortes no gráfico, é possível obter a dupla descontinuidade de $\Pi (DD [\Pi])$:

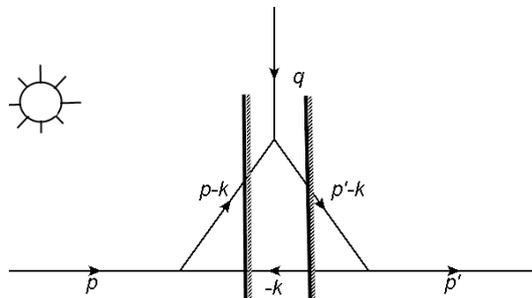


Figura 34: Gráfico de polarização do vácuo cortado duas vezes pela regra de Cutkosky

Seguindo os passos apresentados neste apêndice, será necessário fazer as seguintes substituições na função correlação Π da figura 33 para obter a dupla descontinuidade:

$$\frac{1}{(-k)^2 - m_1^2} \rightarrow -2\pi i \delta(k^2 - m_1^2) \Theta(-(-k_0)) \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{1}{(p-k)^2 - m_2^2} \rightarrow -2\pi i \delta((p-k)^2 - m_2^2) \Theta(p_0 - k_0) \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{1}{(p'-k)^2 - m_3^2} \rightarrow -2\pi i \delta((p'-k)^2 - m_3^2) \Theta(p'_0 - k_0) \quad (\text{B.6})$$

E assim tem-se:

$$\boxed{DD [\Pi] = 2i \cdot 2i \text{Im}(\Pi) = -4 \text{Im}(\Pi)} \quad (\text{B.7})$$

As regras de Cutkosky se tornam especialmente úteis neste trabalho graças as relações de dispersão, que permitirão obter o valor de Π tendo somente a sua parte imaginária (esta última, obtida via Cutkosky).

Além das já citadas referências, é possível saber mais sobre a regra de Cutkosky procurando sobre *Teorema Ótico* em livros de teoria de campos.

B.2 Relações de Dispersão

Sendo $\Pi(s)$ uma função complexa, com argumento complexo s e assumindo que $\Pi(s)$:

- é real para $s < s_0$;
- possui descontinuidades para $s > s_0$;
- é analítica para qualquer s exceto na descontinuidade;

É possível obter $\Pi(q^2)$ pelo teorema de Cauchy se Π é analítica em qualquer ponto q^2 dentro de um contorno ζ :

$$\Pi(q^2) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\zeta} \frac{\Pi(s)}{s - q^2} ds \quad (\text{B.8})$$

onde o contorno ζ que será usado, para um caso com $\Pi(s)$ sem polos, é dado pela figura abaixo:

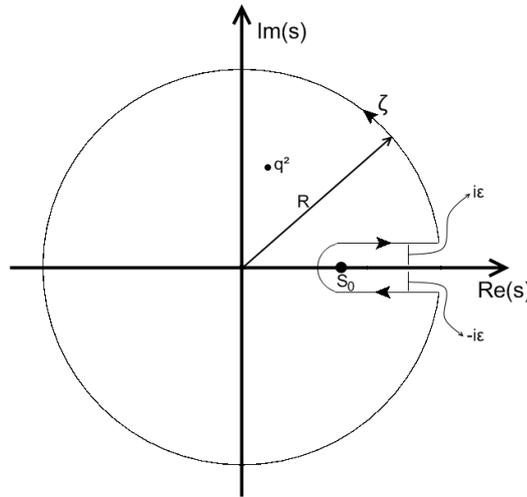


Figura 35: Contorno utilizado no teorema de Cauchy da eq.(B.8)

De acordo com o contorno ζ dado pela figura 35, pode-se abrir a eq.(B.8) como:

$$\Pi(q^2) = \frac{1}{2\pi i} \left[\oint_{|s|=R} \frac{\Pi(s)}{s - q^2} ds + \int_{s_0}^R \frac{\Pi(s + i\epsilon)}{s - q^2} ds - \int_{s_0}^R \frac{\Pi(s - i\epsilon)}{s - q^2} ds \right] \quad (\text{B.9})$$

Como pode-se escrever $\Pi(s + i\epsilon) = \mathbf{Re}(\Pi(s)) + i\mathbf{Im}(\Pi(s))$, utiliza-se o princípio de reflexão de Schwartz:

$$\begin{aligned} \Pi(s + i\epsilon) - \Pi(s - i\epsilon) &= \mathbf{Re}(\Pi(s)) + i\mathbf{Im}(\Pi(s)) - (\mathbf{Re}(\Pi(s)) - i\mathbf{Im}(\Pi(s))) \\ &= 2i\mathbf{Im}(\Pi(s)) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Usando a eq.(B.10) na eq.(B.9):

$$\begin{aligned}\Pi(q^2) &= \frac{1}{2\pi i} \left[\oint_{|s|=R} \frac{\Pi(s)}{s-q^2} ds + \int_{s_0}^R \frac{2i\mathbf{Im}(\Pi(s))}{s-q^2} ds \right] \\ &= \frac{1}{2\pi i} \oint_{|s|=R} \frac{\Pi(s)}{s-q^2} ds + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^R \frac{\mathbf{Im}(\Pi(s))}{s-q^2} ds\end{aligned}\quad (\text{B.11})$$

Se quando aplicado o limite $R \rightarrow \infty$, o primeiro termo da eq.(B.11) for zero, ter-se-á a chamada *relação de dispersão não subtraída*:

$$\boxed{\Pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{\mathbf{Im}(\Pi(s))}{s-q^2} ds}\quad (\text{B.12})$$

Mas nem sempre a primeira integral da eq.(B.11) é zero no já citado limite. Quando isso acontece, expande-se $\Pi(q^2)$ em série de Taylor entorno de um ponto $q_0^2 < s_0$ e obtém-se:

$$\begin{aligned}\Pi(q^2) &= \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{\mathbf{Im}(\Pi(s))}{s-q_0^2} ds + \frac{1}{2\pi i} \oint_{|s|=R} \frac{\Pi(s)}{s-q_0^2} ds + \\ &\quad \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{(q^2-q_0^2)\mathbf{Im}(\Pi(s))}{s-q_0^2} ds + \frac{1}{2\pi i} \oint_{|s|=R} \frac{(q^2-q_0^2)\Pi(s)}{s-q_0^2} ds + \dots\end{aligned}\quad (\text{B.13})$$

onde ... são os demais termos da série de Taylor e os dois primeiros termos da eq.(B.13) são $\Pi(q_0^2)$.

O procedimento seguinte é ver qual a ordem da série de Taylor para a qual a integral \oint será zero. Supondo que a integral \oint zera somente no n-ésimo termo da expansão:

$$\begin{aligned}\Pi(q^2) &= \sum_{k=0}^{n-1} a(k)(q^2-q_0^2)^k + \sum_{k=n}^{\infty} \left[\frac{1}{\pi} \int_{s_0}^R \frac{(q^2-q_0^2)^k \mathbf{Im}(\Pi(s))}{(s-q_0^2)^{k+1}} ds \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2\pi i} \oint_{|s|=R} \frac{(q^2-q_0^2)^k \Pi(s)}{(s-q_0^2)^{k+1}} ds \right]\end{aligned}\quad (\text{B.14})$$

onde o primeiro somatório se refere a todas as ordens da expansão de Π em que a integral \oint não é nula, ou seja, aqueles em que $k < n$.

Como a integral \oint é zero para $k \geq n$ quando $R \rightarrow \infty$:

$$\Pi(q^2) = \sum_{k=0}^{n-1} a(k)(q^2-q_0^2)^k + \sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{(q^2-q_0^2)^k \mathbf{Im}(\Pi(s))}{(s-q_0^2)^{k+1}} ds\quad (\text{B.15})$$

O segundo termo da eq.(B.15) pode ser reescrito como:

$$\sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{(q^2-q_0^2)^k \mathbf{Im}(\Pi(s))}{(s-q_0^2)^{k+1}} ds = \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{(q^2-q_0^2)^n \mathbf{Im}(\Pi(s))}{(s-q_0^2)^n (s-q^2)} ds\quad (\text{B.16})$$

onde o lado esquerdo é nada mais do que a expansão em série de Taylor do termo $\frac{1}{s-q^2}$ presente no lado direito da equação.

Usando a eq.(B.16) para reescrever a eq.(B.15):

$$\Pi(q^2) = \sum_{k=0}^{n-1} a(k)(q^2 - q_0^2)^k + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{(q^2 - q_0^2)^n \mathbf{Im}(\Pi(s))}{(s - q_0^2)^n (s - q^2)} ds \quad (\text{B.17})$$

Como q_0 é um número arbitrário, contanto que seja menor do que s_0 , é possível fazer $q_0 = 0$ e obtém-se finalmente a *relação de dispersão subtraída n-vezes*:

$$\boxed{\Pi(q^2) = \sum_{k=0}^{n-1} a(k)(q^2)^k + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{(q^2)^n \mathbf{Im}(\Pi(s))}{(s)^n (s - q^2)} ds} \quad (\text{B.18})$$

No caso $n = 0$, obtém-se relação de dispersão não subtraída. No caso $n = 1$, é obtida a *relação de dispersão subtraída 1 vez*:

$$\Pi(q^2) = \Pi(0) + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} \frac{q^2 \mathbf{Im}(\Pi(s))}{s(s - q^2)} ds \quad (\text{B.19})$$

Usar a relação de dispersão subtraída 1 vez será suficiente para este trabalho (20). Mas, como será utilizada a regra de Cutkosky duas vezes em $\Pi(s, u)$, será necessário utilizar uma dupla relação de dispersão subtraída 1 vez para obter $\Pi(q^2)$. Definindo $s_0 = s_{inf}$ e $u_0 = u_{inf}$, a dupla relação de dispersão subtraída 1 vez pode ser escrita como:

$$\Pi(q^2) = \Pi(0) + \frac{1}{\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} \frac{q_1^2 q_2^2 \mathbf{Im}(\Pi(s, u))}{s \cdot u (s - q_1^2) (u - q_2^2)} ds du \quad (\text{B.20})$$

Reescrevendo a eq.(B.20) em função da dupla descontinuidade (usando a eq.(B.7)):

$$\boxed{\Pi(q^2) = \Pi(0) - \frac{1}{4\pi^2} \int_{s_{inf}}^{\infty} \int_{u_{inf}}^{\infty} \frac{q_1^2 q_2^2 DD [\Pi(s, u)]}{s \cdot u (s - q_1^2) (u - q_2^2)} ds du} \quad (\text{B.21})$$

Pela eq.(B.21) fica clara então a grande utilidade que a regra de Cutkosky tem neste trabalho. Usando a regra de Cutkosky, é possível, de maneira fácil, obter $\mathbf{Im}(\Pi(s, u))$ e apenas com esta quantidade, utilizando as relações de dispersão, obtém-se $\Pi(q^2)$, a quantidade desejada.

Note que subtraindo $\Pi(0)$ de $\Pi(q^2)$, encontra-se uma nova função correlação regularizada:

$$\bar{\Pi}(q^2) = \Pi(q^2) - \Pi(0)$$

de onde vem o termo *relação de dispersão subtraída uma vez*. No entanto, apesar de $\bar{\Pi}(q^2)$ ser bem definida, o objeto de trabalho desta dissertação é $\Pi(q^2)$. Portanto, é necessária uma

maneira de “sumir” com o termo $\Pi(0)$.

Para mais informações sobre as relações de dispersão, ver as referências (42) e (26)¹, nas quais este apêndice foi baseado.

¹Página 70

APÊNDICE C – Exemplos de transformadas de Borel

Neste apêndice, serão apresentadas alguns exemplos de transformadas de Borel importantes para este trabalho:

Exemplo 1

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{B}_{M^2} \left[\frac{1}{-q^2} \right] &= \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{d}{dq^2} \right)^n \frac{1}{-q^2} \\
 &= \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{n+1}}{n!} n! \left(\frac{1}{-q^2} \right)^{n+1} \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Exemplo 2

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{B}_{M^2} \left[\frac{1}{m^2 - q^2} \right] &= \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{d}{dq^2} \right)^n \frac{1}{m^2 - q^2} \\
 &= \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{n+1}}{n!} n! \left(\frac{1}{m^2 - q^2} \right)^{n+1} \\
 &= \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \left(\frac{-q^2}{m^2 - q^2} \right)^{n+1} = \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \left(\frac{m^2 - q^2}{-q^2} \right)^{-(n+1)} \\
 &= \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \left(1 - \frac{m^2}{q^2} \right)^{-(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{m^2}{nM^2} \right)^{-(n+1)}
 \end{aligned}$$

onde foi utilizado $-q^2 = nM^2$. Por série de Taylor, sabe-se que $e^x \approx 1 + x$ quando $x \ll 1$. Este

é o caso, uma vez que $n \rightarrow \infty$. O que tem-se então é a exponencial:

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_{M^2} \left[\frac{1}{m^2 - q^2} \right] &= \lim_{n \rightarrow \infty} (e^{m^2/nM^2})^{-(n+1)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-m^2/M^2} e^{-m^2/nM^2} \\ &= e^{-m^2/M^2} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Exemplo 3

$$\mathfrak{B}_{M^2} \left[(q^2)^k \right] = 0 \quad (\text{C.3})$$

Pois qualquer polinômio de q^2 será nulo após as n derivadas da transformada de Borel.

Exemplo 4

$$\mathfrak{B}_{M^2} \left[\frac{q^2}{s(s - q^2)} \right] = \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{d}{dq^2} \right)^n \frac{q^2}{s(s - q^2)}$$

Usando $q^2 = x$, somente para não carregar muito a notação:

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_{M^2} \left[\frac{x}{s(s - x)} \right] &= \lim_{\substack{-x, n \rightarrow \infty \\ -x/n = M^2}} \frac{(-x)^{n+1} n!}{n!} \frac{1}{s} \left(\frac{x}{(s - x)^{n+1}} + \frac{1}{(s - x)^n} \right) \\ &= \lim_{\substack{-x, n \rightarrow \infty \\ -x/n = M^2}} (-x)^{n+1} \frac{x}{s} \left(\frac{1}{(s - x)^{n+1}} + \frac{1}{x(s - x)^n} \right) \\ &= \lim_{\substack{-x, n \rightarrow \infty \\ -x/n = M^2}} \frac{x}{s} \left(\left(\frac{-x}{s - x} \right)^{n+1} - \left(\frac{-x}{s - x} \right)^n \right) \\ &= \lim_{\substack{-x, n \rightarrow \infty \\ -x/n = M^2}} \frac{x}{s} \left(\frac{-x}{s - x} \right)^n \left(\frac{-x}{s - x} - 1 \right) \\ &= \lim_{\substack{-x, n \rightarrow \infty \\ -x/n = M^2}} -\frac{x}{s} \left(\frac{-x}{s - x} \right)^n \left(\frac{s}{s - x} \right) \\ &= \lim_{\substack{-x, n \rightarrow \infty \\ -x/n = M^2}} -\frac{x}{s} \left(\frac{s - x}{-x} \right)^{-n} \left(\frac{s}{s - x} \right) \end{aligned}$$

Mas $\frac{s-x}{-x} = 1 - \frac{s}{x} \approx e^{-s/x}$ (lembrando que esta aproximação é justificada uma vez que $-x \rightarrow \infty$):

$$\mathfrak{B}_{M^2} \left[\frac{x}{s(s - x)} \right] = \lim_{\substack{-x, n \rightarrow \infty \\ -x/n = M^2}} -x \left(e^{-s/x} \right)^{-n} \left(\frac{1}{s - x} \right)$$

Voltando com $q^2 = x$ e fazendo a substituição $-q^2 = nM^2$:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{B}_{M^2} \left[\frac{q^2}{s(s-q^2)} \right] &= \lim_{n \rightarrow \infty} nM^2 \left(e^{s/(nM^2)} \right)^{-n} \left(\frac{1}{s+nM^2} \right) \\
 &= e^{-s/M^2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{nM^2}{s+nM^2} \\
 &= e^{-s/M^2}
 \end{aligned} \tag{C.4}$$

APÊNDICE D – Função correlação fenomenológica de 3 pontos

Assim como no lado da QCD, o ponto de partida é a definição da função correlação no espaço de configuração para o diagrama da figura 36:

$$\Pi^{ph}(x, y) = \langle 0 | T \{ j_3(x) j_2^\dagger(y) j_1^\dagger(0) \} | 0 \rangle \quad (\text{D.1})$$

onde $|0\rangle$ é o vácuo perturbativo.

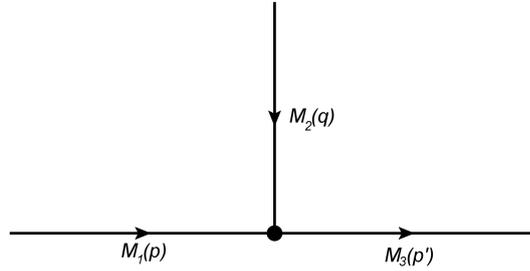


Figura 36: Diagrama de interação entre três mésons (1, 2 e 3).

Abrindo o operador ordenação temporal:

$$\begin{aligned} \Pi^{ph}(x, y) = & \langle 0 | j_3(x) j_2^\dagger(y) j_1^\dagger(0) | 0 \rangle \Theta(x_0 - y_0) \Theta(y_0) + \langle 0 | j_1^\dagger(0) j_2^\dagger(y) j_3(x) | 0 \rangle \Theta(y_0 - x_0) \Theta(-y_0) \\ & + \langle 0 | j_1^\dagger(0) j_3(x) j_2^\dagger(y) | 0 \rangle \Theta(-x_0) \Theta(x_0 - y_0) + \langle 0 | j_2^\dagger(y) j_3(x) j_1^\dagger(0) | 0 \rangle \Theta(y_0 - x_0) \Theta(x_0) \\ & + \langle 0 | j_2^\dagger(y) j_1^\dagger(0) j_3(x) | 0 \rangle \Theta(y_0) \Theta(-x_0) + \langle 0 | j_3(x) j_1^\dagger(0) j_2^\dagger(y) | 0 \rangle \Theta(x_0) \Theta(-y_0) \quad (\text{D.2}) \end{aligned}$$

Usando a representação de Heisenberg para a evolução espaço-temporal de um operador¹

¹Na representação de Heisenberg, pode-se escrever: $j(x) = e^{i\hat{p}x} j(0) e^{-i\hat{p}x}$, onde $\hat{p} = \hat{p}_\mu$ é o operador quadrimomento ($\hat{p}_\mu |k\rangle = k_\mu |k\rangle$) e $x = x^\mu$ é um quadrivetor, de modo que o $\hat{p}x$ é um escalar. Para simplificar a notação, não será usado explicitamente o índice nos quadrivetores neste apêndice.

para as correntes, pode-se reescrever a função correlação como:

$$\begin{aligned}
\Pi^{ph}(x,y) = & \langle 0|e^{i0x}j_3(0)e^{-i\hat{p}x}e^{i\hat{p}y}j_2^\dagger(0)e^{-i\hat{p}y}j_1^\dagger(0)|0\rangle\Theta(x_0-y_0)\Theta(y_0) \\
& + \langle 0|j_1^\dagger(0)e^{i\hat{p}y}j_2^\dagger(0)e^{-i\hat{p}y}e^{i\hat{p}x}j_3(0)e^{-i0x}|0\rangle\Theta(y_0-x_0)\Theta(-y_0) \\
& + \langle 0|j_1^\dagger(0)e^{i\hat{p}x}j_3(0)e^{-i\hat{p}x}e^{i\hat{p}y}j_2^\dagger(0)e^{-i0y}|0\rangle\Theta(-x_0)\Theta(x_0-y_0) \\
& + \langle 0|e^{i0y}j_2^\dagger(0)e^{-i\hat{p}y}e^{i\hat{p}x}j_3(0)e^{-i\hat{p}x}j_1^\dagger(0)|0\rangle\Theta(y_0-x_0)\Theta(x_0) \\
& + \langle 0|e^{i0y}j_2^\dagger(0)e^{-i\hat{p}y}j_1^\dagger(0)e^{i\hat{p}x}j_3(0)e^{-i0x}|0\rangle\Theta(y_0)\Theta(-x_0) \\
& + \langle 0|e^{i0x}j_3(0)e^{-i\hat{p}x}j_1^\dagger(0)e^{i\hat{p}y}j_2^\dagger(0)e^{-i0y}|0\rangle\Theta(x_0)\Theta(-y_0)
\end{aligned} \tag{D.3}$$

Fazendo a devida arrumação nas exponenciais e escrevendo $j_n(0) = j_n$ afim de simplificar a notação:

$$\begin{aligned}
\Pi^{ph}(x,y) = & \langle 0|j_3e^{i\hat{p}(y-x)}j_2^\dagger e^{-i\hat{p}y}j_1^\dagger|0\rangle\Theta(x_0-y_0)\Theta(y_0) \\
& + \langle 0|j_1^\dagger e^{i\hat{p}y}j_2^\dagger e^{-i\hat{p}(y-x)}j_3|0\rangle\Theta(y_0-x_0)\Theta(-y_0) \\
& + \langle 0|j_1^\dagger e^{i\hat{p}x}j_3e^{i\hat{p}(y-x)}j_2^\dagger|0\rangle\Theta(-x_0)\Theta(x_0-y_0) \\
& + \langle 0|j_2^\dagger e^{-i\hat{p}(y-x)}e^{i\hat{p}x}j_3e^{-i\hat{p}x}j_1^\dagger|0\rangle\Theta(y_0-x_0)\Theta(x_0) \\
& + \langle 0|j_2^\dagger e^{-i\hat{p}y}j_1^\dagger e^{i\hat{p}x}j_3|0\rangle\Theta(y_0)\Theta(-x_0) \\
& + \langle 0|j_3e^{-i\hat{p}x}j_1^\dagger e^{i\hat{p}y}j_2^\dagger|0\rangle\Theta(x_0)\Theta(-y_0)
\end{aligned} \tag{D.4}$$

A relação de completeza para um estado mesônico pode ser escrita como (43)²:

$$1 = \int \sum_{M\varepsilon\lambda} |qM\varepsilon\lambda\rangle\langle qM\varepsilon\lambda| \frac{d^3\vec{q}}{2q_0(2\pi)^3} \tag{D.5}$$

onde M representa um estado mesônico, sendo o somatório de M a soma de todos os estados do Méson M (desde o fundamental até os excitados), q é o quadrimomento de M , λ é a polarização (este somatório irá existir somente no caso de M ser um méson vetorial) e $\varepsilon = \pm 1$ permite selecionar entre partículas e antipartículas.

Para simplificar a notação, será escrita a forma abaixo até que seja necessário voltar a forma completa:

$$1 = \int |q\varepsilon\rangle\langle q\varepsilon|D^3\vec{q} \tag{D.6}$$

Usando a relação de completeza 2 vezes em cada um dos 6 termos de Π^{ph} e escolhendo

²página 29

convenientemente $\varepsilon = 1$ ou $\varepsilon = -1$:

$$\begin{aligned}
\Pi^{ph}(x,y) = & \int \int \langle 0|j_3|p_3\rangle \langle p_3|e^{ip_3(y-x)} j_2^\dagger e^{-ip_1y}|p_1\rangle \langle p_1|j_1^\dagger|0\rangle \Theta(x_0-y_0)\Theta(y_0)D^3\vec{p}_1D^3\vec{p}_3 \\
& + \int \int \langle 0|j_1^\dagger|-p_1\rangle \langle -p_1|e^{-ip_1y} j_2^\dagger e^{ip_3(y-x)}|-p_3\rangle \langle -p_3|j_3|0\rangle \Theta(y_0-x_0)\Theta(-y_0)D^3\vec{p}_1D^3\vec{p}_3 \\
& + \int \int \langle 0|j_1^\dagger|-p_1\rangle \langle -p_1|e^{-ip_1x} j_3 e^{ip_2(y-x)}|p_2\rangle \langle p_2|j_2^\dagger|0\rangle \Theta(-x_0)\Theta(x_0-y_0)D^3\vec{p}_1D^3\vec{p}_2 \\
& + \int \int \langle 0|j_2^\dagger|-p_2\rangle \langle -p_2|e^{ip_2(y-x)} e^{i\hat{p}x} j_3 e^{-ip_1x}|p_1\rangle \langle p_1|j_1^\dagger|0\rangle \Theta(y_0-x_0)\Theta(x_0)D^3\vec{p}_1D^3\vec{p}_2 \\
& + \int \int \langle 0|j_2^\dagger|-p_2\rangle \langle -p_2|e^{ip_2y} j_1^\dagger e^{-ip_3x}|-p_3\rangle \langle -p_3|j_3|0\rangle \Theta(y_0)\Theta(-x_0)D^3\vec{p}_2D^3\vec{p}_3 \\
& + \int \int \langle 0|j_3|p_3\rangle \langle p_3|e^{-ip_3x} j_1^\dagger e^{ip_2y}|p_2\rangle \langle p_2|j_2^\dagger|0\rangle \Theta(x_0)\Theta(-y_0)D^3\vec{p}_2D^3\vec{p}_3 \tag{D.7}
\end{aligned}$$

Pela propriedade de “crossing symetry”, tem-se que (26)³:

$$\langle p|j|q\rangle = \langle p-q|j|0\rangle$$

Usando esta propriedade, pode-se somar os termos 1 e 2, 3 e 4, 5 e 6 da eq.(D.7), obtendo-se:

$$\begin{aligned}
\Pi^{ph}(x,y) = & \int \int \rho_{12}(p_1,p_3) e^{ip_3(y-x)} e^{-ip_1y} [\Theta(x_0-y_0)\Theta(y_0) + \Theta(y_0-x_0)\Theta(-y_0)] D^3\vec{p}_1D^3\vec{p}_3 \\
& + \int \int \rho_{34}(p_1,p_2) e^{-ip_1x} e^{ip_2(y-x)} [\Theta(-x_0)\Theta(x_0-y_0) + \Theta(y_0-x_0)\Theta(x_0)] D^3\vec{p}_1D^3\vec{p}_2 \\
& + \int \int \rho_{56}(p_2,p_3) e^{-ip_3x} e^{ip_2y} [\Theta(x_0)\Theta(-y_0) + \Theta(y_0)\Theta(-x_0)] D^3\vec{p}_2D^3\vec{p}_3 \tag{D.8}
\end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned}
\rho_{12}(p_1,p_3) &= \langle 0|j_3|p_3\rangle \langle p_3|j_2^\dagger|p_1\rangle \langle p_1|j_1^\dagger|0\rangle \\
\rho_{34}(p_1,p_2) &= \langle 0|j_1^\dagger|-p_1\rangle \langle -p_1|j_3|p_2\rangle \langle p_2|j_2^\dagger|0\rangle \\
\rho_{56}(p_2,p_3) &= \langle 0|j_3|p_3\rangle \langle p_3|j_1^\dagger|p_2\rangle \langle p_2|j_2^\dagger|0\rangle
\end{aligned}$$

Da figura 36, tem-se a conservação de momento $p_2 = p_3 - p_1$ e com isso pode-se reescrever $\rho_{34}(p_1,p_2)$ como:

$$\begin{aligned}
\rho_{34}(p_1,p_2) &= \rho_{34}(p_1,p_3-p_1) = \langle 0|j_1^\dagger|-p_1\rangle \langle -p_1|j_3|p_3-p_1\rangle \langle p_3-p_1|j_2^\dagger|0\rangle \\
&= \langle 0|j_1^\dagger|-p_1\rangle \langle 0|j_3|p_3\rangle \langle p_3|j_2^\dagger|p_1\rangle = \rho_{12}(p_1,p_3)
\end{aligned}$$

³página 67

Desenvolvimento análogo mostrará que $\rho_{56}(p_2, p_3) = \rho_{12}(p_1, p_3)$. Portanto:

$$\rho(p_1, p_3) = \rho_{12}(p_1, p_3) = \rho_{34}(p_1, p_2) = \rho_{56}(p_2, p_3) = \langle 0 | j_3 | p_3 \rangle \langle p_3 | j_2^\dagger | p_1 \rangle \langle p_1 | j_1^\dagger | 0 \rangle \quad (D.9)$$

É possível simplificar ainda mais a eq. (D.7) usando:

$$\begin{aligned} \Theta(y_0 - x_0)\Theta(y_0) &= \Theta(-x_0)\Theta(y_0) + \Theta(x_0)\Theta(y_0 - x_0) \\ \Theta(x_0 - y_0)\Theta(-y_0) &= \Theta(x_0)\Theta(-y_0) + \Theta(-x_0)\Theta(x_0 - y_0) \end{aligned} \quad (D.10)$$

Usando as eq.(D.10), eq.(D.9) e $p_2 = p_3 - p_1$, reescreve-se o terceiro termo da eq.(D.8):

$$\begin{aligned} eq.(D.8.3) &= \int \int \rho(p_1, p_3) e^{ip_3(y-x)} e^{-ip_1 y} [\Theta(x_0 - y_0)\Theta(-y_0) - \Theta(-x_0)\Theta(x_0 - y_0) + \\ &\quad \Theta(y_0 - x_0)\Theta(y_0) - \Theta(x_0)\Theta(y_0 - x_0)] D^3 \vec{p}_1 D^3 \vec{p}_3 \end{aligned} \quad (D.11)$$

Somando a eq.(D.11) com o segundo termo da eq.(D.8):

$$\begin{aligned} eq.(D.11) + eq.(D.8.2) &= \int \int \rho(p_1, p_3) e^{ip_3(y-x)} e^{-ip_1 y} [\Theta(x_0 - y_0)\Theta(-y_0) + \\ &\quad \Theta(y_0 - x_0)\Theta(y_0)] D^3 \vec{p}_1 D^3 \vec{p}_3 \end{aligned} \quad (D.12)$$

E finalmente, somando eq.(D.12) com a eq.(D.8.1):

$$\begin{aligned} \Pi^{ph}(x, y) &= \int \int \rho(p_1, p_3) e^{ip_3(y-x)} e^{-ip_1 y} [\Theta(x_0 - y_0)\Theta(-y_0) + \Theta(y_0 - x_0)\Theta(y_0) \\ &\quad + \Theta(x_0 - y_0)\Theta(y_0) + \Theta(y_0 - x_0)\Theta(-y_0)] D^3 \vec{p}_1 D^3 \vec{p}_3 \end{aligned} \quad (D.13)$$

Mas, é fácil perceber que:

$$\begin{aligned} [\Theta(y_0) + \Theta(-y_0)] [\Theta(y_0 - x_0) + \Theta(x_0 - y_0)] &= [1] [1] = 1 = \\ \Theta(x_0 - y_0)\Theta(-y_0) + \Theta(y_0 - x_0)\Theta(y_0) + \Theta(x_0 - y_0)\Theta(y_0) + \Theta(y_0 - x_0)\Theta(-y_0) \end{aligned} \quad (D.14)$$

Supondo $\rho(p_1, p_3) = F_1(p_1)F_3(p_3)$ e usando a eq.(D.14), escreve-se $\Pi^{ph}(x, y)$ como:

$$\Pi^{ph}(x, y) = \int F_1(p_1) e^{-ip_1 y} D^3 \vec{p}_1 \times \int F_3(p_3) e^{ip_3(y-x)} D^3 \vec{p}_3 \quad (D.15)$$

É conveniente escrever a eq.(D.15) em termos de uma integração nos quadrimomentos.

Para isso, utiliza-se a relação abaixo (30)⁴:

$$\int (e^{-iqx}\Theta(x_0) + e^{iqx}\Theta(-x_0)) D^3\vec{q} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} i \int \frac{e^{-iqx}}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \quad (\text{D.16})$$

No caso especial $x = (0, \vec{0})$ (este caso), obtém-se a importante relação (43):

$$\int D^3\vec{q} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} i \int \frac{1}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \quad (\text{D.17})$$

Não escrevendo mais o termo ε , apenas para não carregar mais a notação, usa-se a eq.(D.17) para reescrever a eq.(D.15):

$$\Pi^{ph}(x, y) = \int F_1(p_1) e^{-ip_1 y} \frac{i}{p_1^2 - m_1^2} \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \times \int F_3(p_3) e^{ip_3(y-x)} \frac{i}{p_3^2 - m_3^2} \frac{d^4p_3}{(2\pi)^4} \quad (\text{D.18})$$

Usando novamente $\rho(p_1, p_3) = F_1(p_1)F_3(p_3)$:

$$\Pi^{ph}(x, y) = - \int \int \frac{\rho(p_1, p_3) e^{-ip_1 y} e^{ip_3(y-x)}}{(p_1^2 - m_1^2)(p_3^2 - m_3^2)} \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_3}{(2\pi)^4} \quad (\text{D.19})$$

Rearrmando as exponenciais:

$$\Pi^{ph}(x, y) = - \int \int \frac{\rho(p_1, p_3) e^{-ip_3 x} e^{i(p_3 - p_1)y}}{(p_1^2 - m_1^2)(p_3^2 - m_3^2)} \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_3}{(2\pi)^4} \quad (\text{D.20})$$

Definindo $p_2 = p_3 - p_1 = q$, $p_1 = p$ e $p_3 = p'$ (notação usada neste trabalho):

$$\Pi^{ph}(x, y) = - \int \int \frac{\rho(p, p') e^{-ip'x} e^{iqy}}{(p_1^2 - m_1^2)(p_3^2 - m_3^2)} \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_3}{(2\pi)^4} \quad (\text{D.21})$$

Sabendo que a transformada de Fourier de $\Pi^{ph}(x, y)$ é:

$$\Pi^{ph}(p', p) = \int \int \Pi^{ph}(x, y) e^{ip'x} e^{-iqy} d^4x d^4y \quad (\text{D.22})$$

Fica claro que a eq.(D.21) é a transformada inversa de Fourier. Logo:

$$\Pi^{ph}(p', p) = - \frac{\rho(p, p')}{(p^2 - m_1^2)(p'^2 - m_3^2)} \quad (\text{D.23})$$

onde $\rho(p, p') = \langle 0 | j_3 | p' \rangle \langle p' | j_2^\dagger | p \rangle \langle p | j_1^\dagger | 0 \rangle$.

Os elementos $\langle 0 | j_3 | p' \rangle$ e $\langle p | j_1^\dagger | 0 \rangle$ são conhecidos e relacionados às constantes de decaimento. O elemento $\langle p' | j_2^\dagger | p \rangle$ deve ser trabalhado para obtermos seu valor. Pela “crossing

⁴página 107

symetry”:

$$\langle p' | j_2^\dagger | p \rangle = \langle p' - p | j_2^\dagger | 0 \rangle$$

Usando a relação de completeza:

$$\langle p' - p | j_2^\dagger | 0 \rangle = \int \langle p' - p | q \rangle \langle q | j_2^\dagger | 0 \rangle D^3 \vec{q}$$

Usando mais uma vez a eq.(D.17):

$$\langle p' - p | j_2^\dagger | 0 \rangle = i \int \frac{\langle p' - p | q \rangle \langle q | j_2^\dagger | 0 \rangle d^4 q}{q^2 - m_2^2} \frac{1}{(2\pi)^4} \quad (\text{D.24})$$

Dos estudos de espalhamento, obtém-se a seguinte relação (22)⁵:

$$\langle p' - p | q \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(q - (p' - p)) i\Gamma(p, p') \quad (\text{D.25})$$

Onde $i\Gamma(p, p') = \mathfrak{M}$, sendo \mathfrak{M} a amplitude de Feynman referente ao processo de interação representado na figura 36.

Usando a eq.(D.25) na eq.(D.24):

$$\langle p' | j_2^\dagger | p \rangle = - \int \frac{\langle q | j_2^\dagger | 0 \rangle}{q^2 - m_2^2} \delta^4(q - (p' - p)) \Gamma(p, p') d^4 q = - \frac{\langle p' - p | j_2^\dagger | 0 \rangle \Gamma(p, p')}{(p' - p)^2 - m_2^2} \quad (\text{D.26})$$

Lembrando que $p' - p = q$:

$$\langle p' | j_2^\dagger | p \rangle = - \frac{\langle q | j_2^\dagger | 0 \rangle \Gamma(p, p')}{q^2 - m_2^2} \quad (\text{D.27})$$

Substituindo este resultado na eq.(D.23):

$$\Pi^{ph}(p', p) = \frac{\langle 0 | j_3 | p' \rangle \langle q | j_2^\dagger | 0 \rangle \langle p | j_1^\dagger | 0 \rangle \Gamma(p, p')}{(p^2 - m_1^2)(p'^2 - m_3^2)(q^2 - m_2^2)} \quad (\text{D.28})$$

Lembrando de voltar com os somatórios provenientes da relação de completeza (eq.D.5) que haviam sido omitidos para simplificar a notação:

$$\Pi^{ph}(p', p) = \sum_{M_1, M_2, M_3} \frac{\langle 0 | j_3 | M_3(p') \rangle \langle M_2(q) | j_2^\dagger | 0 \rangle \langle M_1(p) | j_1^\dagger | 0 \rangle \Gamma(p, p')}{(p^2 - m_1^2)(p'^2 - m_3^2)(q^2 - m_2^2)} \quad (\text{D.29})$$

No caso deste trabalho, o interesse reside somente no estado fundamental, então, será con-

⁵página 122

veniente abrir o somatório e escrever a função correlação como:

$$\Pi^{ph}(p', p) = \frac{\langle 0 | j_3 | M_3(p') \rangle \langle M_2(q) | j_2^\dagger | 0 \rangle \langle M_1(p) | j_1^\dagger | 0 \rangle \Gamma(p, p')}{(p^2 - m_1^2)(p'^2 - m_3^2)(q^2 - m_2^2)} + \text{estados excitados} \quad (\text{D.30})$$

Lembrando que $\Gamma = \frac{\mathfrak{M}}{i}$, onde \mathfrak{M} é facilmente obtida usando as regras de Feynman e lembrando que, da relação de completeza da eq.(D.5), deve-se realizar o somatório das polarizações (λ) para cada méson vetorial presente na função correlação.

O desenvolvimento da função correlação fenomenológica aqui apresentado neste apêndice foi baseado no apresentado nos trabalhos (28, 29).

D.1 Amplitude de Feynman para o vértice do diagrama da figura 36

Aqui será apresentada a regra prática para obtenção da amplitude de Feynman (\mathfrak{M}) para um diagrama como o da figura 36 (interação de três partículas, tendo apenas um vértice), onde no caso específico deste trabalho, dois dos mésons envolvidos são vetoriais (os mésons ρ e D^* são campos vetoriais massivos de spin 1) e um é pseudo-escalar (D).

Usando as regras de Feynman, podemos obter a amplitude \mathfrak{M} seguindo os seguintes passos:

1. Todos os termos constantes (que não dependem dos campos) da Lagrangeana contribuem para \mathfrak{M} ;
2. Os termos com derivadas dos campos (ex: $\partial_\mu \phi_\nu$) contribuem com um fator:
 - $-ip_\mu$ caso o campo esteja entrando no vértice;
 - ip_μ caso o campo esteja saindo do vértice;

Onde p_μ é o quadrimomento associado ao campo em questão.

3. Cada campo vetorial massivo de quadrimomento p contribui com um fator:
 - $\varepsilon_\mu(p, \lambda)$ caso o campo esteja entrando no vértice;
 - $\varepsilon_\mu^*(p, \lambda)$ caso o campo esteja saindo do vértice;
4. Acrescentar o fator i devido ao vértice;

A amplitude \mathfrak{M} é obtida ao se multiplicar as contribuições dos itens 1, 2, 3 e 4:

$$\boxed{\mathfrak{M} = i \times \text{item 1} \times \text{item 2} \times \text{item 3}} \quad (\text{D.31})$$

A amplitude da eq.(D.31) é válida quando as partículas envolvidas são pontuais. Quando se deseja a amplitude \mathfrak{M} para um vértice de interação entre partículas não pontuais, deve-se ainda realizar um quinto passo que é trocar a constante de acoplamento g que irá aparecer na eq.(D.31) pelo fator de forma $F(q^2)$. No limite em que não há momento \vec{q}^2 transferido, ou seja, quando $q^2 = m_M^2$, onde M é o méson de quadrimomento q , o fator de forma deve tender à constante de acoplamento para o processo pontual:

$$\boxed{\lim_{q^2 \rightarrow m_M^2} F(q^2) = g} \quad (\text{D.32})$$

D.1.1 Exemplo de obtenção de \mathfrak{M}

Para ilustrar a obtenção de \mathfrak{M} , considere o diagrama da figura 9 (vértice $D^*D\rho$ com D fora da camada de massa), onde os campos $D^{*+}(p)$ e $\bar{D}^0(q)$ estão entrando no vértice e o campo $\rho^+(p')$ está saindo do vértice, e cuja Lagrangeana de interação é dada pela eq.(1.108):

$$\mathcal{L}_{D^*D\rho} = g_{D^*D\rho} \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} (\partial_\lambda D_\delta^* \partial_\Delta \rho_\beta \bar{D}) + h.c. \quad (\text{D.33})$$

Seguindo os passos apresentados no início deste apêndice, tem-se:

1. Termos constantes na Lagrangeana: $g_{D^*D\rho} \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta}$;
2. O termo $\partial_\Delta \rho_\beta$ contribuirá com ip'_Δ e o termo $\partial_\lambda D_\delta^*$ contribuirá com $-ip_\lambda$;
3. O campo vetorial ρ , como está saindo do vértice, contribui com $\varepsilon_\beta^*(p')$ enquanto que o campo vetorial D^* , entrando no vértice, contribui com $\varepsilon_\delta(p)$

Segundo a eq.(D.31), a amplitude de Feynman para este processo é dada por:

$$\mathfrak{M} = i \times g_{D^*D\rho} \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} \times (-ip_\lambda)(ip'_\Delta) \times \varepsilon_\delta(p) \varepsilon_\beta^*(p') \quad (\text{D.34})$$

Mas como já dito, esta amplitude descreve uma interação entre partículas pontuais. Para o

caso de partículas com estrutura não pontual, é preciso substituir $g_{D^*D\rho}$ por $F_{D^*D\rho}^D(q^2)$:

$$\mathfrak{M} = iF(q^2)_{D^*D\rho}^D \varepsilon^{\lambda\delta\Delta\beta} p_\lambda p'_\Delta \varepsilon_\delta(p) \varepsilon_\beta^*(p') \quad (\text{D.35})$$

onde é importante frizar que o o superíndice de $F(q^2)$ se refere à partícula fora da camada de massa do diagrama estudado. Isso ajuda a diferenciar os fatores de forma, pois este poderá ser diferente para cada diagrama *off-shell* distinto.

APÊNDICE E – Códigos fonte dos programas utilizados nesta dissertação

Todos os programas aqui apresentados estão escritos na linguagem Fortran 90 e puderam ser compilados com sucesso na plataforma Windows (XP/Vista) usando os seguintes compiladores:

- Microsoft Fortran PowerStation 4.0 Professional - Não é necessária nenhuma configuração especial no compilador para que possa compilar os códigos deste apêndice.
- Silverfrost FTN95 Personal Edition - Compilador gratuito para uso pessoal. Para poder compilar o código aqui apresentado, é preciso ir na opção *Project* → *Properties*, no campo *Configuration* escolher a opção *Release* e em *Compiler Options* → *Source*, marcar a opção *Allow wide source*.

Os programas *BestFF* (código E.1), *BorelPoloCond* (código E.2) e *FatorMedio* (código E.3) são programas de uso geral, isto é, podem ser utilizados para inúmeros diagramas fora da camada de massa. Todas as informações específicas referentes aos diagramas fora da camada de massa, tais como as funções correlação do lado da QCD e fenomenológicas, valor de constantes, limites de integração da dupla relação de dispersão e etc ficam armazenadas em módulos externos. No caso desta dissertação, cada um dos programas já mencionado pôde utilizar-se dos módulos *mDOff* (código E.4), referente ao diagrama D fora da camada de massa e *mRhoOff* (código E.5), referente ao diagrama ρ fora da camada de massa.

A dupla integral da função correlação do lado da QCD foi resolvida utilizando-se a função DTWODQ da biblioteca IMSL, a qual não temos acesso ao código fonte e também utilizando-se a função DBLIN de uma versão mais antiga da biblioteca IMSL e a qual temos acesso ao código fonte. Como a função DBLIN não é de autoria de nenhum dos autores desta dissertação, seu código fonte está suprimido deste trabalho, mas pode ser encontrado na rede.

Informações específicas de cada programa podem ser encontradas nos diversos comentários presentes em cada um dos códigos fonte aqui apresentados.

Código E.1: BestFF.f90

```

1 program bestformfactor
2 !*****
3 !*****
4 !Proposito: Encontrar os melhores valores de delta_s
5 !, delta_u, janela de borel e fator de forma dado um
6 !Q^2. Por melhor, quero dizer os valores para os
7 !quais o fator de forma é mais estável dentro da
8 !janela de borel (isto é, o desvio padrão é o menor).
9 !*****
10 !Arquivo: BestFF.f90 UERJ-Instituto de Fisica
11 !Autor: Bruno Osório
12 !Revisor: Bruno Osório
13 !Data: 29/11/09 Atualizado em: 29/11/09
14 !
15 !Changelog:
16 !*****
17 !Usa os módulos:
18 !*****
19 use msimlmd !**Comente esta linha se for usar a função DBLIN para integração**!
20 use mdoff !Este é o módulo que contém as informações referentes ao vértice d off
21 !use mrhooff !Este é o módulo que contém as informações referentes ao vértice rho off
22 !*****
23
24
25 implicit none
26
27 !*****
28 !Declaração de Variáveis e Constantes
29 !*****
30 integer :: i !Variáveis para controle de loop
31 logical :: imsl, & !Determinará se é ou não para usar as rotinas IMSL
32 temcond; !Há contribuição de condensados ao diagrama?
33 double precision :: rhoer, & !Erro da integral
34 ier, & !Código de erro gerado pela função dmlin
35 q2, & !Q^2
36 qed, & !Lado da QCD
37 qed2, & !Lado da QCD com os limites superiores do termo perturbativo = \infty
38 ffmed, & !Fator de Forma médio
39 ffmed2, & !Fator de Forma quadrático médio
40 deltafator, & !Desvio Padrão percentual do Fator de Forma dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100)
41 fen, & !Lado fenomenológico
42 polo, & !Contribuição do Polo
43 mb2passo, & !Passo utilizado para percorrer a variável mb2
44 ffmedmin, & !Melhor valor para o fator de forma médio
45 deltas_min, & !Melhor valor para delta_s
46 deltau_min, & !Melhor valor para delta_u
47 mb2min, & !Valor para o limite inferior de mb2 dado um delta_s, delta_u e q2
48 mb2_min, & !Melhor valor para limite inferior de mb2
49 mb2max, & !Valor para o limite superior de mb2 dado um delta_s, delta_u e q2
50 mb2_max, & !Melhor valor para o limite superior de mb2
51 mb2limite, & !Valor máximo que mb2 pode atingir. Serve para limitar o número máximo de
52 !iterações dos loops referentes à janela de Borel
53 largura_mb2, & !Largura mínima da Janela de Borel
54 ccond_max, & !Contribuição máxima do Condensado
55 cpolo_min, & !Contribuição mínima do Polo
56 cpolo_max, & !Contribuição máxima do Polo
57 deltas_inicial, & !Valor inicial da variável delta_s
58 deltau_inicial, & !Valor inicial da variável delta_u
59 deltas_final, & !Valor final da variável delta_s
60 deltau_final, & !Valor final da variável delta_u
61 q2_final, & !Valor final da variável Q^2
62 passo_q2, & !Valor do passo de Q^2
63 contribcond, & !Contribuição do condensado de quarks
64 contribcondant; !Contribuição do condensado de quarks na iteração anterior
65 !mb2, mb2l, delta_s, delta_u, t e pi2 são variáveis globais definidas no módulo mdoff.
66
67 double precision, EXTERNAL :: dmlin; !Função de dupla integração definida no arquivo dmlin.for
68
69
70 !*****
71 !Início do programa
72 !*****
73
74 !*****
75 ! Determine os valores das variáveis deste bloco ANTES
76 ! de compilar o programa.
77 ! Não modificar o programa fora deste bloco.
78 !*****
79 ! Escolha aqui IMSL = .TRUE. caso queira usar a integração do IMSL ou .FALSE. se quiser usar a função DBLIN.
80 ! Não esqueça de comentar a linha USE IMSL caso não queira usar a mesma e vice-versa.
81 imsl = .false.;
82
83 ! Este caso off-shell tem contribuição de condensados?
84 temcond = .true.;
85
86 ! Abre os arquivos para escrita. No arquivo borel.txt serão guardados todos os passos das conta,
87 ! enquanto que no arquivo fatordeforma.txt serão guardados os resultados.
88 ! Quantidades escritas no arquivo borel: q2, mb2min, mb2max, delta_s, delta_u, contribcond, &
89 dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100);
90 ! Quantidades escritas no arquivo fatordeforma: q2, mb2_min, mb2_max, deltas_min, deltau_min, ffmedmin, deltafator;
91 open(unit=44, file="boreldoff.txt", status="replace", action="write");

```

```

92  open(unit=55, file="fatorloff.txt", status="replace", action="write");
93
94  !Valores iniciais e finais de delta_s e delta_u
95  deltas_inicial = 0.0d0;
96  deltau_inicial = 0.0d0;
97  deltau_final = 1.5d0;
98  deltas_final = 1.5d0;
99
100 !Contribuições máximas e mínimas do condensado e do polo (em porcentos)
101 ccond_max = 0.30d0;
102 cpolo_max = 0.90d0;
103 cpolo_min = 0.50d0;
104
105 !Limita o valor máximo que mb2 pode atingir dentro das iterações
106 mb2limite = 60.0d0;
107
108 !Largura mínima da janela de Borel
109 largura_mb2 = 1.0d0;
110
111 !Inicia a variável Q2, determina seu valor final e o passo em que se irá percorrer Q^2
112 q2 = 0.75d0;
113 q2_final = 3.0d0;
114 passo_q2 = 0.25d0;
115 !*****
116
117
118 !Loop que irá percorrer diversos valores de Q2
119 do while (q2 < q2_final)
120     q2 = q2 + passo_q2;
121     t = -q2;
122
123     !Inicia as variáveis que guardarão os valores ótimos para delta_s, delta_u, mb2 e fator de forma médio
124     deltas_min = 0.0d0;
125     deltau_min = 0.0d0;
126     deltafator = 1000.0d0;
127     fmedmin = 1000.0d0;
128     mb2_min = 0.0d0;
129     mb2_max = 0.0d0;
130
131     !Inicia a variável delta_u
132     delta_u = deltau_inicial;
133
134     !Loop que irá percorrer diversos valores de delta_u
135     do while (delta_u < deltau_final)
136
137         delta_u = delta_u + 0.1d0;
138
139         !Inicia a variável delta_s
140         delta_s = deltas_inicial;
141
142         !Inicia a variável de contribuição do condensado de quarks da iteração anterior
143         contribcondant = 10.0d0;
144
145         !Loop que irá percorrer diversos valores de delta_s
146         do while(delta_s < deltas_final)
147
148             delta_s = delta_s + 0.1d0;
149
150             !Determina o passo inicial de mb2 a ser usado
151             mb2passo = 1.0d0;
152
153             !Determina o valor inicial de mb2 - 1
154             mb2 = 0.0d0;
155
156             !Dependendo se há ou não contribuição de condensados, a maneira de se calcular o limite
157             !inferior da janela de Borel é diferente.
158             if (temcond) then
159
160                 !Este loop encontrará o limite inferior da janela de Borel, onde a
161                 !contribuição do condensado de quarks é menor do que a contribuição do termo perturbativo.
162                 do
163                     mb2 = mb2 + mb2passo;
164                     mb12 = fmb12(mb2);
165
166                     if (ims1) then
167                         call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd, RHOER);
168                     else
169                         qcd = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, ier, rhoer);
170                     end if;
171
172                     qcd = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd + condqq(q2);
173
174                     !Contribuição do condensado. O termo qcd/fen é o fator de forma e o termo
175                     !condqq/fen é o fator de forma usando somente o termo do condensado.
176                     contribcond = (condqq(q2))/qcd;
177
178                     !Verifica se com o passo mb2passo que está sendo usado, a contribuição do condensado
179                     !está aumentando ou diminuindo e verifica se há a necessidade de se alterar o valor
180                     !do passo
181                     if (((contribcond < ccond_max) .and. (mb2passo > 0.0d0)) .or. &
182                         ((contribcond > (ccond_max + 0.01d0)) .and. (mb2passo < 0.0d0))) then
183                         mb2passo = -mb2passo/10.0d0;
184                     end if;
185
186                     !Determina se o valor de MB2 usado permite que o condensado contribua com ~30%.
187                     !Caso positivo, sai do loop. Caso contrário, continua procurando pelo valor de mb2
188                     !que dê tal contribuição.
189                     if(((mb2 > mb2limite) .or. (mb2 < 0.1d0)) .or. ((contribcond < (ccond_max + 0.01d0)) &
190                         .and. (contribcond > ccond_max)) .or. (abs(mb2passo) < 0.01d0)) then

```

```

191         exit;
192     end if;
193 end do;
194 else
195     !Este loop encontrará o limite inferior da janela de Borel, onde a contribuição do polo é
196     ! ~ cpolo_max
197     do
198         mb2 = mb2 + mb2passo;
199         mbl2 = fmb12(mb2);
200
201         if (ims1) then
202             call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd, RHOER);
203         else
204             qcd = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, ier, rhoer);
205         end if;
206
207         qcd = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd + condqq(q2);
208
209         if (ims1) then
210             call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), 50.0d0, u_inf, u_supinf, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd2, RHOER);
211         else
212             qcd2 = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), 50.0d0, u_inf, u_supinf, 0.0001D0, ier, rhoer);
213         end if;
214
215         qcd2 = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd2 + condqq(q2);
216
217         polo = qcd/qcd2;
218
219         !Verifica se com o passo mb2passo que está sendo usado, a contribuição do polo está
220         !aumentando ou diminuindo e verifica se há a necessidade de se alterar o valor do passo
221         if (((polo < cpolo_max) .and. (mb2passo > 0.0d0)) .or. ((polo > cpolo_max + 0.01d0) &
222         .and. (mb2passo < 0.0d0))) then
223             mb2passo = -mb2passo/10.0d0;
224         end if;
225
226         !Determina se o valor de MB2 usado permite que o polo contribua com ~cpolo_max.
227         !Caso positivo, sai do loop. Caso contrário, continua procurando pelo valor de mb2
228         ! que dê tal contribuição.
229         if ((mb2 > mb2limite) .or. (mb2 < 0.1)) .or. ((polo < cpolo_max + 0.01d0) .and. &
230         (polo > cpolo_max)) .or. (abs(mb2passo) < 0.01d0)) then
231             exit;
232         end if;
233     end do;
234
235     !Apesar de estarmos no caso sem contribuição de condensados, é necessário atribuir um valor
236     ! ~ ccond_max a variável contribcond.
237     contribcond = ccond_max + 0.005d0;
238 end if
239
240
241 !Armazena o limite inferior de MB2 encontrado
242 mb2min = mb2;
243
244 !Este loop encontrará o limite superior da janela de Borel, onde o polo represente
245 !aproximadamente cpolo_min do total
246 mb2passo = 1.0d0;
247 do
248     mb2 = mb2 + mb2passo;
249     mbl2 = fmb12(mb2);
250
251     if (ims1) then
252         call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd, RHOER);
253     else
254         qcd = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, ier, rhoer);
255     end if;
256
257     qcd = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd + condqq(q2);
258
259     if (ims1) then
260         call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), 50.0d0, u_inf, u_supinf, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd2, RHOER);
261     else
262         qcd2 = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), 50.0d0, u_inf, u_supinf, 0.0001D0, ier, rhoer);
263     end if;
264
265     qcd2 = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd2 + condqq(q2);
266
267     polo = qcd/qcd2;
268
269     !Verifica se com o passo mb2passo que está sendo usado, a contribuição do polo está
270     !aumentando ou diminuindo e verifica se há a necessidade de se alterar o valor do passo
271     if (((polo < cpolo_min) .and. (mb2passo > 0.0d0)) .or. ((polo > (cpolo_min+0.01d0)) &
272     .and. (mb2passo < 0.0d0))) then
273         mb2passo = -mb2passo/10.0d0;
274     end if;
275
276     !Determina se o valor de MB2 usado permite que o polo contribua com ~cpolo_min.
277     !Caso positivo, sai do loop. Caso contrário, continua procurando pelo valor de mb2
278     ! que dê tal contribuição.
279     if ((mb2 > mb2limite) .or. (mb2 < (mb2min+largura_mb2-0.1d0))) .or. &
280     ((polo < (cpolo_min+0.01d0)) .and. (polo > cpolo_min)) .or. (abs(mb2passo) < 0.01d0)) then
281         exit;
282     end if;
283 end do;
284
285 !Limite Superior da Janela de Borel
286 mb2max = mb2;
287
288
289 !Se o limite superior da janela de borel for maior que o inferior com uma largura de polo

```

```

290      ! menos largura_mb2:
291      if ((mb2max > mb2min+largura_mb2) .and. (mb2 < mb2limite) .and. ((polo < (cpolo_min+0.01d0)) &
292      .and. (polo > cpolo_min)) .and. ((contribeond < (ccond_max+0.01d0)) .and. &
293      (contribeond > ccond_max)) ) then
294      mb2passo = (mb2max - mb2min)/10.0d0;
295      mb2 = mb2min;
296      ffmed = 0.0d0;
297      ffmed2 = 0.0d0;
298
299      !Ao final deste Loop, será calculado o valor médio do fator de forma dentro de uma janela
300      !de Borel usando 11 pontos de MB2 entre os limites superior e inferior desta janela.
301      do i = 0, 10
302
303          mb2 = mb2+i*mb2passo;
304          mb12 = fmb12(mb2);
305
306          fen = fenomenologico(q2);
307
308          if (ims1) then
309              call DIWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd, RHOER);
310          else
311              qcd = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, ier, rhoer);
312          end if;
313
314          qcd = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd + condqq(q2);
315
316          ffmed = ffmed + qcd/fen;
317          ffmed2 = ffmed2 + (qcd/fen)*(qcd/fen);
318      end do
319
320      ffmed = ffmed/11.0d0;
321      ffmed2 = ffmed2/11.0d0;
322
323      !Se o desvio padrão deste fator de forma for o menor encontrado até agora, significa que
324      !esta janela de borel é mais estável do que as anteriores e portanto, armazenará os valores
325      !de delta_s, delta_u, mb2 e ffmed referentes a este melhor resultado.
326      if (dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100) < deltafator) then
327          deltas_min = delta_s;
328          deltau_min = delta_u;
329          mb2_min = mb2min;
330          mb2_max = mb2max;
331          ffmedmin = ffmed;
332          deltafator = dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100);
333      end if;
334
335      !Escreve no arquivo borel.txt os resultados obtidos nesta iteração
336      write(unit=44, fmt="(7f10.4)") q2, mb2min, mb2max, delta_s, delta_u, contribeond, &
337      dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100);
338
339      !Dá um feedback ao usuário para que saiba em que parte das contas o programa está
340      print "(7f10.4)", q2, mb2min, mb2max, delta_s, delta_u, contribeond, &
341      dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100);
342      end if;
343
344      end do;
345
346      end do;
347
348      !Escreve no arquivo fatordeforma.txt os melhores valores obtidos para este q2.
349      write(unit=55, fmt="(7f10.4)") q2, mb2_min, mb2_max, deltas_min, deltau_min, ffmedmin, deltafator;
350
351      !Informa ao usuário os valores que serão escritos no arquivo fatordeforma.txt
352      print *, "Resultado_para_Q2=", q2;
353      print "(7f10.4)", q2, mb2_min, mb2_max, deltas_min, deltau_min, ffmedmin, deltafator;
354
355      end do
356
357      !Informa ao usuário que o programa já terminou.
358      print *, "ACABOU!!!!"
359
360      !Fecha os arquivos .txt utilizados.
361      close(unit=44);
362      close(unit=55);
363
364      end program bestformfactor

```

Código E.2: BorelPoloCond.f90

```

1  program borelcondpolo
2  !*****
3  !Proposito: Fornecer os dados necessário para fazer
4  !os gráficos da Estabilidade da Massa de Borel, da
5  !Contribuição do polo/contínuo e da contribuição do
6  !condensado e do termo perturbativo.
7  !*****
8  !Arquivo: Borel Polo Cond.f90 UERJ
9  !Autor: Bruno Osório
10 !Revisor: Bruno Osorio
11 !Data: 10/11/09      Atualizado em: 10/11/09
12 !*****
13 !Usa os módulos:
14 !*****
15 use msimslmd !***Comente esta linha se for usar a função DBLIN para integração***!
16 use mrhooff !Este é o módulo que contém as informações
17             !referentes ao vértice que está sendo calculado.
18 !*****
19
20 implicit none

```

```

21
22 !*****
23 !Declaração de Variáveis e Constantes
24 !*****
25 integer :: i,j, imax !Variáveis para controle do loop
26 logical :: imsl; !Determinará ser é ou não para usar as rotinas IMSL
27 double precision :: rhoer,& !Erro da integral
28 ier, & !Código de erro gerado pela função dblin
29 delm,& !passo de M^2
30 q2,& !Q^2
31 mb2min,& !Limite inferior da janela de Borel
32 mb2max,& !Limite superior da janela de Borel
33 mb2passo,& !Passo utilizado para percorrer a janela de Borel
34 fator,& !Fator de Forma
35 qcd,& !Lado da QCD
36 qcd2,& !Lado da QCD com os limites superiores = infinito
37 pert,& !Termo Perturbativo
38 cond,& !Contribuição do Condensado
39 polo,& !Contribuição do Polo
40 cont,& !Contribuição do Contínuo
41 fen; !Lado fenomenológico
42 !mb2, mb2l, delta_s, delta_u, t e pi2 são variáveis globais definidas no módulo do vértice.
43 double precision, EXTERNAL :: dblin; !Função de dupla integração definida no arquivo dblin.for
44
45 !*****
46 !Início do programa
47 !*****
48
49 !*****
50 ! Determine os valores das variáveis deste bloco ANTES
51 ! de compilar o programa.
52 ! Não modificar o programa fora deste bloco.
53 !*****
54 !Escolha aqui IMSL = .TRUE. caso queira usar a integração do IMSL ou .FALSE. se quiser usar a função DBLIN.
55 !Não esqueça de comentar a linha USE IMSL caso não queira usar a mesma e vice-versa.
56 imsl = .FALSE.;
57
58 !Abre o arquivo que guardará os seguintes dados: mb2, fator, polo, cont, pert, cond
59 open(unit=44, file="estborelpccond_-.d.txt", status="replace", action="write");
60
61 !Valor de Q^2 em que será calculado o fator de forma
62 Q2 = 0.1;
63 t = -Q2;
64
65 !Valores de delta_s e delta_u
66 delta_s = 0.3d0;
67 delta_u = 0.3d0;
68
69 !Limites inferior e superior da janela de Borel
70 mb2min = 0.78d0;
71 mb2max = 2.49d0;
72
73 imax = 20; !número de iterações
74 delm = (mb2max-mb2min)/(IMAX-1); !Acréscimo a M^2 para cada i
75 !*****
76
77
78 !Este loop irá calcular o fator de forma para cada valor de M^2 entre M2min e M2max
79 do i = 1, imax
80 mb2 = mb2min+(i-1)*delm;
81
82 mb12 = fmb12(mb2); !fmb12 é uma função definida no módulo externo
83
84 !Lado Fenomenológico
85 fen = fenomenologico(q2);
86
87 !Lado da QCD
88 if (imsl) then
89 call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, pert, RHOER);
90 else
91 pert = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, ier, rhoer);
92 end if;
93 pert = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*pert;
94 qcd = pert + condqq(q2);
95
96 !Lado da QCD com os limites superiores = infinito
97 if (imsl) then
98 call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), 50.0d0, u_inf, u_supinf, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd2, RHOER);
99 else
100 qcd2 = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), 50.0d0, u_inf, u_supinf, 0.0001D0, ier, rhoer);
101 end if;
102
103 qcd2 = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd2 + condqq(q2);
104
105 !Contribuição do Polo
106 polo = qcd/qcd2;
107
108 !Contribuição do Contínuo
109 cont = 1.0d0 - polo;
110
111 !Contribuição do Condensado
112 cond = (condqq(q2))/qcd;
113
114 !Contribuição do termo perturbativo
115 pert = pert/qcd;
116
117 !Fator de Forma
118 fator = qcd/fen;
119

```

```

120      !Escrever os resultados no arquivo e na tela
121      write(unit=44,fmt="(f10.4)") mb2, fator , polo , cont , pert , cond;
122      print "(f10.4)", mb2, fator , polo , cont , pert , cond;
123
124      end do;
125
126      !Fecha o arquivo onde são guardados os dados
127      close(unit=44);
128
129 end program borelcondpolo

```

Código E.3: FatorMedio.f90

```

1  program avrgformfactor
2  !*****
3  !Proposito: Calcula o Fator de Forma Médio de um
4  !vertice dentro de uma janela de Borel.
5  !*****
6  !Arquivo: Fator Medio.f90  UERJ-Instituto de Fisica
7  !Autor: Bruno Osório
8  !Revisor: Bruno Osorio
9  !Data: 02/11/09      Atualizado em: 28/11/09
10 !
11 !Changelog:
12 !28/11/09 - Adicionado código para permitir o usuário
13 !escolher entre a função de integração do IMSL e a
14 !DBLIN, fornecida pelo professor Marcelo Chiapparini.
15 !
16 !*****
17
18 !Usa os módulos:
19 !*****
20 use msimslmd !***Comente esta linha se for usar a função DBLIN para integração***!
21 use mdoff    !Este é o módulo que contém as informações
22             !referentes ao vértice que está sendo calculado.
23
24 implicit none
25
26 !*****
27 !Declaração de Variáveis e Constantes
28 !*****
29
30 integer :: i,j, imax; !Variáveis para controle do loop
31 logical :: imsl; !Determinará ser é ou não para usar as rotinas IMSL
32 double precision :: rhoer,&      !Erro da integral
33                  ier , &      !Código de erro gerado pela função dblink
34                  q2min,&      !Valor mínimo de Q^2
35                  q2max,&      !Valor máximo de Q^2
36                  delq,&      !passo de Q^2
37                  q2,&      !Q^2
38                  mb2min,&      !Limite inferior da janela de Borel
39                  mb2max,&      !Limite superior da janela de Borel
40                  mb2passo,&    !Passo utilizado para percorrer a janela de Borel
41                  ffmed,&      !Fator de Forma médio
42                  ffmed2,&     !Fator de forma médio quadrático
43                  qcd,&      !Lado da QCD
44                  fen;      !Lado fenomenologico
45                  !mb2, mb2l, delta_s , delta_u , t e pi2 são variáveis globais definidas no módulo do vértice.
46 double precision , EXTERNAL :: dblink; !Função de dupla integração definida no arquivo dblink.for
47
48 !*****
49 !Início do programa
50 !*****
51
52 !*****
53 ! Determine os valores das variáveis deste bloco ANTES
54 ! de compilar o programa.
55 ! Não modificar o programa fora deste bloco.
56 !*****
57 !Escolha aqui IMSL = .TRUE. caso queira usar a integração do IMSL ou .FALSE. se quiser usar a função DBLIN.
58 !Não esqueça de comentar a linha USE IMSL caso não queira usar a mesma e vice-versa.
59 imsl = .FALSE.;
60
61 !Abre o arquivo que guardará os dados fator de forma x Q^2 para escrita
62 open(unit=44, file="doff.txt", status="replace", action="write");
63
64 !Janela de Q^2 em que será calculado o fator de forma
65 Q2min = 1.0d0; !menor valor de Q^2
66 Q2max = 2.75d0; !maior valor de Q^2
67
68 !Valores de delta_s e delta_u
69 delta_s = 0.5d0;
70 delta_u = 1.4d0;
71
72 !Limites inferior e superior da janela de Borel
73 mb2min = 35.0d0;
74 mb2max = 37.9d0;
75
76 imax = 20; !número de iterações
77 delq = (q2max-Q2min)/(IMAX-1); !Acréscimo a Q^2 para cada i
78 !*****
79
80
81 !Este loop irá calcular o fator de forma médio para cada valor de Q^2 entre Q2min e Q2max
82 do i = 1, imax
83     Q2 = Q2min+(i-1)*delq;
84

```

```

85      t = -Q2;
86
87      !Determina o valor de mb2passo e inicia a variável mb2
88      mb2passo = (mb2max - mb2min)/10.0d0;
89      mb2 = mb2min;
90
91      !Inicia as variáveis
92      ffmed = 0.0d0;
93      ffmed2 = 0.0d0;
94
95      !Ao final deste Loop, será calculado o valor médio do fator de forma dentro de uma janela de Borel usando
96      !11 pontos de MB2 entre os limites superior e inferior desta janela.
97      do j = 0, 10
98          mb2 = mb2+j*mb2passo;
99          mbl2 = fmb12(mb2); !fmb12 é uma função definida no módulo externo
100
101          !Lado Fenomenológico
102          fen = fenomenologico(q2);
103
104          !Lado da QCD
105          if (ims1) then
106              call DTWODQ(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, 0.0001D0, 1, qcd, RHOER);
107          else
108              qcd = dblin(ddpi, s_inf(0.0d0), s_sup(0.0d0), u_inf, u_sup, 0.0001D0, ier, rhoer);
109          end if;
110          qcd = (-1.0d0/(4.0d0*pi2))*qcd + condqq(q2);
111
112          !Fator de Forma
113          ffmed = ffmed + qcd/fen;
114          ffmed2 = ffmed2 + (qcd/fen)*(qcd/fen);
115      end do
116
117      !Tira a média e a média quadrática do fator de forma
118      ffmed = ffmed/11.0d0;
119      ffmed2 = ffmed2/11.0d0;
120
121      !Escrever os resultados no arquivo e na tela
122      write(unit=44, fmt="(6f10.4)") q2, ffmed;
123      print "(6f10.4)", q2, ffmed, dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed), dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100);
124      !A quantidade dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed) é o desvio padrão do fator de forma enquanto que
125      !dsqrt(ffmed2-ffmed*ffmed)/(ffmed/100) é o valor percentual do desvio padrão em relação
126      !ao valor médio do fator de forma.
127      end do;
128
129      !Fecha o arquivo onde são guardados os dados
130      close(unit=44);
131
132
133 end program avrgformfactor

```

Código E.4: mdoff.f90

```

1  module mdoff
2  !*****
3  !Proposito: Módulo com as informações pertinentes
4  !ao cálculo do fator de forma do vértice  $\langle \rho D D^* \rangle$ 
5  !referentes ao caso D Off Shell
6  !*****
7  !Arquivo: mdoff.f90 UERJ-Instituto de Física
8  !Autor: Bruno Osório
9  !Revisor: Bruno Osório
10 !Data: 26/10/09      Atualizado em: 27/10/09
11 !*****
12
13 implicit none;
14
15 !*****
16 !Declaração de Variáveis e Constantes (GLOBAIS)
17 !*****
18
19 !Constantes
20 double precision, public, parameter :: &
21     mc = 1.27d0,&
22     mc2 = mc*mc,&
23     mrho = 0.775d0,&
24     mrho2 = mrho*mrho,&
25     md = 2.01d0,&
26     md2 = md*md,&
27     md0 = 1.865d0,&
28     md02 = md0*md0,&
29     grho = 4.79d0,&
30     frho = mrho/grho,&
31     fd = 0.24d0,&
32     fd0 = 0.179d0,&
33     pi = 3.14159265d0,&
34     pi2 = pi*pi;
35
36 !Variáveis
37 double precision, public :: &
38     mb2,&      !M^2 - Massa de Borel
39     mbl2,&    !M'^2 - Massa de Borel'
40     t,&      !t = -Q^2 = q^2
41     delta_s,&
42     delta_u;
43
44 contains
45

```

```

46      !Função que calcula MB'^2 dado o valor de MB^2
47      double precision function fmb12(varmb2)
48      double precision, intent(in) :: varmb2;
49      fmb12 = varmb2*(mrho2/md2);
50      end function fmb12;
51
52      !Limite inferior de s
53      double precision function s_inf(s)
54      double precision, intent(in) :: s;
55      s_inf = mc2 + 0.00001d0;
56      end function s_inf;
57
58      !Limite inferior de u
59      double precision function u_inf(s)
60      double precision, intent(in) :: s;
61      u_inf = t-mc2 + 0.00001d0;
62      end function u_inf;
63
64      !Limite superior de s
65      double precision function s_sup(s)
66      double precision, intent(in) :: s;
67      s_sup = (md+delta_s)*(md+delta_s);
68      end function s_sup;
69
70      !Limite superior de u
71      double precision function u_sup(s)
72      double precision, intent(in) :: s;
73      u_sup = (mrho+delta_u)*(mrho+delta_u);
74      end function u_sup;
75
76      !Limite superior de u -> inf
77      double precision function u_supinf(s)
78      double precision, intent(in) :: s;
79      u_supinf = 50.0d0;
80      end function u_supinf;
81
82
83      !Função Lambda
84      function flamb(s,u,t) result(resp)
85      double precision, intent(in) :: s, u, t;
86      double precision :: resp;
87      resp = s*s+u*u+t*t-2*s*u-2*s*t-2*u*t;
88      end function flamb;
89
90      !Dupla descontinuidade da função correção Pi
91      double precision function DDPi(s,u)
92      double precision, intent(in) :: s, u;
93      double precision :: absac, apl, apl0, ak0, ak, ac, dfl;
94      dfl = dsqrt(FLAMB(s,u,t)); !def do sqrt(\lambda)
95      apl = dfl/2.0d0/dsqrt(s); !def p'
96      apl0 = (u+s-t)/2.0d0/dsqrt(s); !def p'_0
97      ak0 = (s-mc2)/(2.0d0*dsqrt(s)); !def k_0
98      ak = ak0; !def \vec k
99      ac = (2.0d0*apl0*ak0-u)/2.0d0/apl/ak; !def cos(theta)
100
101      !O cos(x) tem que ser maior que 1, se nao for
102      !tem que ser descartado. Isso acontece neste IF a seguir
103      absac = ABS(ac);
104
105      if (absac > 1) then
106          ddpi = 0.0d0;
107      else
108          ddpi = -3.0d0*mc*ak0*(1.0d0/dsqrt(s)-ac*apl0/apl/dsqrt(s))/DFL*exp(-s/mb2)*exp(-u/mb12);
109      end if;
110      end function ddpi;
111
112      !Lado Fenomenológico
113      double precision function fenomenologico(q2)
114      double precision, intent(in) :: q2;
115      fenomenologico = (mrho*(md02/mc)*md*fd*fd0*frho/(q2+md02))*exp(-mrho2/mb12)*exp(-md2/mb2);
116      end function fenomenologico;
117
118      !Condensado de Quarks
119      double precision function condqq(q2)
120      double precision, intent(in) :: q2;
121      condqq = 0.228d0*0.228d0*0.228d0*exp(-mc2/mb2);
122      end function condqq;
123
124      end module mdoff

```

Código E.5: mrhooff.f90

```

1  module mrhooff
2  !*****
3  !Proposito: Módulo com as informações pertinentes
4  !ao cálculo do fator de forma do vértice \rho D D*
5  !referentes ao caso \rho Off Shell
6  !*****
7  !Arquivo: mrhooff.f90 UERJ-Instituto de Física
8  !Autor: Bruno Osório
9  !Revisor: Bruno Osório
10 !Data: 28/10/09      Atualizado em: 28/10/09
11 !*****
12
13 implicit none;
14
15 !*****

```

```

16 !Declaração de Variáveis e Constantes (GLOBAIS)
17 !*****
18
19 !Constantes
20 double precision, public, parameter :: &
21     mc = 1.27d0,&
22     mc2 = mc*mc,&
23     mrho = 0.775d0,&
24     mrho2 = mrho*mrho,&
25     md = 2.01d0,&
26     md2 = md*md,&
27     md0 = 1.865d0,&
28     md02 = md0*md0,&
29     grho = 4.79d0,&
30     frho = mrho/grho,&
31     fd = 0.24d0,&
32     fd0 = 0.179d0,&
33     pi = 3.14159265d0,&
34     pi2 = pi*pi;
35 !Variáveis
36 double precision, public :: &
37     mb2,& !M^2 - Massa de Borel
38     mbl2,& !M'^2 - Massa de Borel'
39     t,& !t = -Q^2 = q^2
40     delta_s,&
41     delta_u;
42
43
44 contains
45
46     !Função que calcula MB'^2 dado o valor de MB^2
47     double precision function fmb12(varmb2)
48     double precision, intent(in) :: varmb2;
49     fmb12 = varmb2*md02/md2;
50     end function fmb12;
51
52     !Limite inferior de s
53     double precision function s_inf(s)
54     double precision, intent(in) :: s;
55     s_inf = mc2 + 0.00001d0;
56     end function s_inf;
57
58     !Limite inferior de u
59     double precision function u_inf(s)
60     double precision, intent(in) :: s;
61     u_inf = t+mc2 + 0.00001d0;
62     end function u_inf;
63
64     !Limite superior de s
65     double precision function s_sup(s)
66     double precision, intent(in) :: s;
67     s_sup = (md+delta_s)*(md+delta_s);
68     end function s_sup;
69
70     !Limite superior de u
71     double precision function u_sup(s)
72     double precision, intent(in) :: s;
73     u_sup = (md0+delta_u)*(md0+delta_u);
74     end function u_sup;
75
76     !Limite superior de u -> inf
77     double precision function u_supinf(s)
78     double precision, intent(in) :: s;
79     u_supinf = 50.0d0;
80     end function u_supinf;
81
82
83     !Função Lambda
84     function flamb(s,u,t) result(resp)
85     double precision, intent(in) :: s, u, t;
86     double precision :: resp;
87     resp = s*s+u*u+t*t-2*s*u-2*s*t-2*u*t;
88     end function flamb;
89
90     !Dupla descontinuidade da função correção Pi
91     double precision function DDPI(s,u)
92     double precision, intent(in) :: s, u;
93     double precision :: absac, apl, ap10, ak0, ak, ac, dfl;
94     dfl = dsqrt(FLAMB(s,u,t)); !def do sqrt(\lambda)
95     apl = dfl/2.0d0/dsqrt(s); !def p'
96     ap10 = (u+s-t)/2.0d0/dsqrt(s); !def p'_0
97     ak0 = (s+mc2)/(2.0d0*dsqrt(s)); !def k_0
98     ak = abs(s-mc2)/2.0d0/dsqrt(s); !def \vec k
99     ac = (2.0d0*ap10*ak0-u-mc2)/2.0d0/ap1/ak; !def cos(theta)
100
101     !O cos(x) tem que ser maior que 1, se não for
102     !tem que ser descartado. Isso acontece neste IF a seguir
103     absac = ABS(ac);
104
105     if (absac > 1) then
106         ddpi = 0.0d0;
107     else
108         ddpi = -3.0d0*mc*(1.0d0 - ak0/dsqrt(s) + ap10*ac*ak/ap1/dsqrt(s) - ac*ak/ap1)*exp(-s/mb2)*exp(-u/mbl2)/dfl;
109     end if;
110     end function ddpi;
111
112     !Lado Fenomenológico
113     double precision function fenomenologico(q2)
114     double precision, intent(in) :: q2;

```

```
115         fenomenologico = (mrho*(md02/mc)*md*fd*fd0*frho/(q2+mrho2))*exp(-md02/mb12)*exp(-md2/mb2);
116     end function fenomenologico;
117
118     !Condensado de Quarks
119     double precision function condqq(q2)
120     double precision, intent(in) :: q2;
121         condqq = 0.0d0;
122     end function condqq;
123
124 end module mrhooff
```

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)