

**INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
ESCOLA NACIONAL DE CIÊNCIAS ESTATÍSTICAS
MESTRADO EM ESTUDOS POPULACIONAIS E PESQUISAS
SOCIAIS**

DISSERTAÇÃO

**TÁBUAS SELETAS DE MORTALIDADE:
COMPORTAMENTO DA MORTALIDADE DOS APOSENTADOS
POR INVALIDEZ DO REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA
SOCIAL**

TATIANA CUNHA E SILVA ARTEGA

Rio de Janeiro

Julho de 2009

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
ESCOLA NACIONAL DE CIÊNCIAS ESTATÍSTICAS**

Tatiana Cunha e Silva Arteaga

**TÁBUAS SELETAS DE MORTALIDADE:
COMPORTAMENTO DA MORTALIDADE DOS APOSENTADOS
POR INVALIDEZ DO REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA
SOCIAL**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Estudos Populacionais e Pesquisa Social da ENCE.

Orientador: Kaizô Iwakami Beltrão

Rio de Janeiro, julho de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Tatiana Cunha e Silva Arteaga

Graduou-se em Ciências Atuariais, em janeiro de 2006, na Universidade Federal de Minas Gerais. Em março de 2007 iniciou na Escola Nacional de Ciências Estatísticas seu mestrado na área de demografia, mortalidade.

Ficha Catalográfica

Arteaga, Tatiana Cunha e Silva

Tábuas Seletas de Mortalidade: Metodologia e Construção de tábua para o Brasil / Tatiana Cunha e Silva Arteaga; orientador: Kaizô Iwakami Beltrão. Rio de Janeiro: Escola Nacional de Ciências Estatísticas - IBGE

103 p.

Inclui Bibliografia

Dissertação (Mestrado) – Escola Nacional de Ciências Estatísticas – ENCE/ IBGE

Agradecimentos

À minha família, em especial aos meus pais: Carlos, inspiração nessa jornada acadêmica e Marilene, exemplo de dedicação. Obrigada pelo incentivo e apoio incondicional. À Cinthia pela grande paciência e à Janaína por torcer por mim. Ao Sandro, pelo carinho e compreensão. Todos foram essenciais ao longo deste trabalho.

Ao professor Kaizô Iwakami Beltrão, pela orientação, mas também pela dedicação, paciência e incentivo, fundamentais no desenvolvimento deste trabalho. Obrigada!

À ENCE, ao IBGE, e à Fundação José Bonifácio pelos auxílios concedidos, sem os quais esse trabalho não poderia se realizar.

À UFRJ, especialmente aos pesquisadores do projeto, no qual tive a oportunidade de participar.

A todos os meus amigos, pelos momentos de descontração. Especialmente ao Gabriel, à Flávia, ao Marcelo e à Petruska pelo apoio, carinho e amizade.

Esse trabalho recebeu apoio parcial do projeto FAPERJ.

Resumo

Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) são sistemas instituídos pela União, Estados, Distrito Federal ou municípios, que asseguram pelo menos aposentadorias e pensão por morte. Em geral, no passado, esses sistemas tinham como regime financeiro o de repartição simples. Com a possibilidade criada pela Constituição Federal de instituição de fundos de pensão específicos para os funcionários públicos, cria-se uma necessidade de cálculos atuariais considerando-se sistemas de capitalização. O regime de repartição simples pode ser ajustado *pari passu* num regime de capitalização, contudo os estudos prospectivos devem se basear em tábuas biométricas com grande aderência ao perfil de mortalidade das populações específicas de estudo. No Brasil, costuma-se usar tábuas que trazem a experiência de mortalidade de populações estrangeiras, contudo, tábuas de mortalidade brasileiras vêm sendo desenvolvidas nos últimos anos. Esta dissertação pretende contribuir para a maior precisão dos cálculos atuariais nos RPPS, mas também para a estimação dos gastos futuros com aposentadorias e pensões, sendo também importante para avaliar os custos futuros com invalidez e incapacidade. Este trabalho realizou um estudo sobre o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do RPPS, através de uma tábua seleta de mortalidade, ou seja, um estudo das taxas de mortalidade e da esperança de vida, por sexo, idade e duração do benefício. Além disso, foi feita uma comparação entre o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do RPPS, com a mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral de Previdência Social (RGPS), com a mortalidade a população como um todo e com a mortalidade de ativos e outros aposentados filiados ao RPPS (exceto os aposentados por invalidez). Os dados que permitiram esse estudo foram: os dados de servidores públicos civis do Poder Executivo Federal, reunidos no SIAPE (Sistema Integrado de Administração de Recursos Humanos), a tábua de mortalidade, IBGE - 2007 (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e o estudo do comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral de Previdência Social, desenvolvido por Ribeiro (2006). O método de construção da tábua seleta de mortalidade, aqui utilizado, se baseou, sobretudo, no método desenvolvido por Renshaw e Haberman (1996) e utilizou a proposta de Heligman e Pollard (1980) para a graduação das taxas de mortalidade. Poucos autores estudaram detalhadamente a mortalidade dos inválidos, tendo esta dissertação, as vantagens de ter sido elaborada com base em uma grande quantidade de dados e de se referir a uma experiência recente e relativa à população brasileira, ainda que não seja relativa a todos os seus setores.

Palavras-chave

Mortalidade; Invalidez, Tábua de mortalidade seleta e final; graduação.

Abstract

RPPS (Social Security Systems for Civil Servants) are System created by the Union, states, Federal District or Municipalities to ensure pensions to their employees. In general, in the past, these systems were constituted as PAYG. With the possibility, opened up by the 1988 Constitution, of creating Funds to hedge future expenditures the need of actuarially sound calculations for funded systems was created. As opposed to PAYG systems which can be adjusted while running, in a funded system, prospective studies should be done based on biometric tables. These tables should describe as close as possible the population under scrutiny. In Brazil, it is common to use tables created for foreign groups, though lately Brazilian tables have been also being considered. This dissertation intends to contribute to a higher precision in RPPS prospective studies, as well as to subsidize estimates of future expenditures with Invalidity. This text studies the mortality behavior of RPPS invalidity pensioners, constructing a select and ultimate table for this group. Besides, a comparison of similar tables is done: a select and ultimate table for the RGPS (Brazilian Social Security System for Private Employees), a mortality table for invalidity pensioners of RPPS and one for the Brazilian population as a whole. Data used originated from SIAPE (a Brazilian Government databank on civil servants), IBGE mortality table and a study on RGPS by Ribeiro (2006). The ultimate table was estimated using one of Heligman & Pollard (1980) formula and the estimation procedure for the select tables was based on Renshaw & Haberman (1996) proposal. Few authors have studied mortality of invalidity pensioners and this dissertation has the advantage of having used a fair amount of data and considering a very recent experience relative to the Brazilian population, though not representative of the society as a whole.

Keywords

Mortality; Invalidity; Life table; graduation; select and ultimate table.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	11
2. Construção de Tábuas de Mortalidade	18
2.1. Graduação da Curva de Mortalidade	23
2.2. Métodos de construção de tábuas seletas	26
2.2.1. Renshaw e Haberman (1997a)	26
2.2.2. Currie e Waters (1991)	31
2.2.3. Tenenbein e Vanderhoof (1980)	35
2.2.4. Benjamin e Pollard (1980)	38
2.2.5. Carriere (1994)	39
2.3. Conclusão	42
3 FONTE DE DADOS	43
4 METODOLOGIA	52
4.1. Método de Construção da Tábua Seleta de Mortalidade	52
4.2. Ajuste da curva de mortalidade - Heligman e Pollard (1980)	55
4.3. Modelo Demográfico - Lee e Carter (1992)	57
4.4. Funções da Tábua Seleta de Mortalidade	58
4.5. Conclusão	60
5. AJUSTES	61
5.1. Taxas Brutas de Mortalidade	61
5.2. Graduação das taxas de mortalidade por Helligman e Pollard (1980)	64
5.3. Ajuste das curvas de mortalidade referentes aos aposentados por invalidez que recebem o benefício há em média meio ano, há um ano e há dois anos.	67
5.4. Tábua Seleta de Mortalidade	69
6. RESULTADOS	74

6.1. Comparação do comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do RPPS por sexo.	74
6.2. Comparação entre a tábua do RPPS, aqui construída, com as tábuas do RGPS (Ribeiro, 2006) e do IBGE 2007	77
7. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	83
ANEXO I	86
EMENDAS CONSTITUCIONAIS	86
LEIS FEDERAIS	86
DECRETOS FEDERAIS	87
PORTARIAS MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA	88
RESOLUÇÕES CONSELHO MONETÁRIO NACIONAL	89
ORIENTAÇÃO NORMATIVA	89
MEDIDA PROVISÓRIA	89
ANEXO II	91
ANEXO III	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99

Lista de gráficos

Gráfico 1. População alvo do estudo da mortalidade	44
Gráfico 2. Número de expostos acumulados por ano de inatividade e sexo – aposentados por invalidez	45
Gráfico 3. Diagrama de Lexis	46
Gráfico 4. Distribuição etária da exposição por sexo no ano de inatividade	47
Gráfico 5. Pirâmide da população de aposentados por invalidez exposta ao risco de morte no período de 1991 a 2007 segundo período de seleção	48
Gráfico 6. Causas de cessação do benefício de aposentadoria por invalidez por idade na data de cessação	60
Gráfico 7. Taxas Brutas de Mortalidade por sexo, idade alcançada e duração do benefício	62
Gráfico 8. Taxas Brutas de Mortalidade por sexo, idade alcançada e duração do benefício	63
Gráfico 9. Ajuste das taxas brutas de mortalidade por idade e sexo para os aposentados que recebem benefício há três anos ou mais	67
Gráfico 10. Razão observada, R_x^d e razão ajustada, \hat{R}_x^d	68
Gráfico 11. Probabilidade de morte dos servidores públicos civis, aposentados por invalidez pelo Regime Próprio de Previdência Social, por idade, sexo e duração do benefício	71
Gráfico 12. Expectativa de vida dos servidores públicos civis, aposentados por invalidez pelo Regime Próprio de Previdência Social, por sexo, idade e duração do benefício	72
Gráfico 13. Mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS por sexo, idade e grau de instrução, médio e superior (Borges, 2009) e mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS, pertencentes ao período final de seleção (Arteaga, 2009)	75
Gráfico 14. Comparação da mortalidade por sexo, idade e período de seleção	77
Gráfico 15. Comparação do comportamento da mortalidade nas tábuas do RPPS (Arteaga, 2009), RGPS (Ribeiro, 2006) e IBGE 2007	78
Gráfico 16. Comparação da expectativa de vida nas tábuas do RGPS (Ribeiro, 2006), RPPS (Arteaga, 2009) e IBGE 2007	81

Lista de tabelas

Tabela 1. Causas de cessação do benefício de aposentadoria por invalidez	48
Tabela 2. Análise Descritiva da idade de invalidez	49
Tabela 3. Parâmetros Estimados – Helligman e Pollard (1980) – Modelo 1	65
Tabela 4. Parâmetros Estimados – Helligman e Pollard (1980) – Modelo 2	66

1.

INTRODUÇÃO

Regimes Próprios de Previdência são sistemas instituídos pela União, Estados, Distrito Federal ou municípios que asseguram pelo menos aposentadorias e pensão por morte, previstos no artigo 40 da Constituição Federal (ver Anexo I para lista de legislação pertinente a matéria). Esses regimes devem estabelecer um plano de benefícios que pode incluir além da cobertura obrigatória, outros benefícios como auxílio doença, salário-maternidade, salário família e auxílio reclusão. A existência desses fundos está condicionada à definição de um plano de custeio, que recebe um percentual mínimo de 11% da totalidade das remunerações dos ativos, que pode ser maior quando avaliações atuariais periódicas entenderem que um percentual maior é necessário. No passado, esses sistemas costumavam ter como regime financeiro o de repartição simples. Com a possibilidade de criação de fundos de pensão específicos para os funcionários públicos, cria-se uma necessidade de cálculos atuariais considerando-se sistemas de capitalização. O regime de repartição simples pode ser ajustado *pari passu* num regime de capitalização, contudo num regime de capitalização, os estudos prospectivos devem se basear em tábuas biométricas com grande aderência ao perfil de mortalidade das populações específicas de estudo. O benefício de aposentadoria por invalidez é devido ao segurado que, estando ou não em gozo de auxílio-doença, for considerado incapaz de readaptação para o exercício de seu cargo ou outro de atribuições e atividades compatíveis com a limitação que tenha sofrido, respeitada a habilitação exigida, e ser-lhe-á paga a partir da data do laudo médico-pericial que declarar a incapacidade e enquanto permanecer nessa condição. Em geral, aposentadoria por invalidez é “...precedida de licença para tratamento de saúde por período não excedente a 24 meses” (Brasil, lei 8.112/1990, artigo 188, § 1º). Os proventos da aposentadoria por invalidez são proporcionais ao tempo de contribuição, exceto “quando decorrentes de acidente em serviço, moléstia profissional ou doença grave, contagiosa ou incurável” (artigo 186, inciso I, lei 8.112/1990), hipóteses em que os proventos serão integrais. Segundo o artigo 186, § 1º da lei 8.112/1990, consideram-se doenças graves contagiosas ou incuráveis: tuberculose ativa, hanseníase, alienação mental; neoplasia maligna, cegueira, paralisia irreversível e incapacitante, cardiopatia grave, doença de Parkinson, espondiloartrose anquilosante, nefropatia grave, estado avançado da doença de Paget (osteíte deformante), síndrome da

deficiência imunológica adquirida – Aids, contaminação por radiação, com base em conclusão da medicina especializada, e hepatopatia).

A importância da construção de tábuas biométricas está na precisão dos cálculos atuariais, que levam em conta as probabilidades de morte da massa segurada, mas também na possibilidade de se estimar os gastos futuros com aposentadorias e pensões. Existe uma crescente preocupação com a Previdência Social, sendo importante também avaliar os custos futuros com invalidez e incapacidade.

O objetivo deste texto é estudar o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), enfatizando o estudo das taxas de mortalidade por sexo, idade e duração do benefício e do tempo vivido pelos aposentados por invalidez. Além disso, esta dissertação pretende comparar o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do RPPS, com a mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral de Previdência Social (RGPS) e com a mortalidade da população como um todo. Pretende comparar também os resultados obtidos com a mortalidade dos outros aposentados (exceto os aposentados por invalidez) e ativos do RPPS. Os dados que permitiram esse estudo foram os dados do SIAPE (Sistema Integrado de Administração de Recursos Humanos), a tábua de mortalidade, IBGE - 2007 (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o estudo do comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral de Previdência Social, desenvolvido por Ribeiro (2006) e o estudo da mortalidade dos ativos e outros aposentados, filiados ao RPPS, de autoria de Borges (2009).

Poucos autores estudaram detalhadamente a mortalidade dos inválidos, como realizado nesta dissertação, tendo como diferencial, o fato desta ter sido elaborada com base em uma grande quantidade de dados e de se referir a uma experiência recente e relativa à população brasileira, ainda que não seja relativa a todos os seus setores. Ribeiro (2006) já havia estudado a mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS, por duração do benefício, agora essa dissertação o faz para os aposentados por invalidez, filiados ao RPPS.

Beltrão e Sugahara (2002b) desenvolveram estudo sobre a mortalidade dos servidores públicos, civis do Poder Executivo Federal. Os autores construíram uma tábua de mortalidade a partir dos dados do SIAPE para os funcionários públicos civis federais no período de 1993 a 1999. Essas tábuas foram construídas desagregando-se os funcionários por sexo e nível educacional. Os autores encontraram taxas específicas de mortalidade

masculinas em torno de duas vezes as taxas femininas, com pequenas variações e uma possível tendência de decréscimo da diferença nas idades mais avançadas. Observaram também que as taxas de mortalidade, para os funcionários com nível superior eram inferiores às taxas dos funcionários com nível médio, para homens e mulheres, o que parece indicar que as condições socioeconômicas associadas à escolaridade também afetam as taxas de mortalidade de funcionários públicos brasileiros.

Borges (2009) estudou a transição entre diferentes estados relacionados ao mercado de trabalho e ao sistema previdenciário brasileiro no funcionalismo público civil do Poder Executivo Federal por sexo, idade e escolaridade. A partir das tábuas de mortalidade estimadas por sexo, idade e escolaridade, o autor percebeu que as probabilidades de morte de ativos e aposentados do sexo masculino eram maiores para ambos os níveis de escolaridade, médio e superior, do que as das mulheres correspondentes, bem como, as probabilidades de morte encontradas foram maiores para o grupo de nível médio em comparação com o grupo de nível superior para os dois sexos, corroborando os dados de Beltrão e Sugahara (2002b). Por uma tábua de múltiplo, decremento, baseada nos dados de exposição e do período de 2004 a 2007, o autor percebeu que a exoneração é o principal motivo de saída de atividade no funcionalismo público para as idades mais jovens e a aposentadoria é o fator mais representativo quando analisadas as saídas do funcionalismo público para as idades mais avançadas.

A indústria de seguros no Brasil tem utilizado tábuas bastante afastadas da realidade demográfica nacional e, ainda mais, da população potencialmente coberta pelos produtos de Previdência Complementar, e dos Regimes Próprios de Previdência Social. Havia e ainda há necessidade de se dispor de tábuas que se aproximem melhor da realidade, dada a expectativa de forte expansão do mercado, o que de fato vem ocorrendo. O envelhecimento da população também obrigou a Previdência Social a repensar sua forma de calcular os benefícios, calculados a partir das tábuas de mortalidade estimadas pelo IBGE¹, construídas para este fim. O instrumento legal utilizado foi a Lei Complementar 9876 de 1999, permitido pela abertura aprovada na Emenda Constitucional 20, de 1998.

As tábuas de mortalidade que vêm sendo utilizadas no Brasil são tábuas construídas com base na experiência de mortalidade de populações estrangeiras. Algumas dessas tábuas são resultantes de experiências obtidas por companhias antigas. Segundo Ferreira (1985),

¹ Ver artigo 2º do Decreto Presidencial 3.266 de 1999.

nos seguros de rendas, sobretudo nos de Previdência Privada, costumavam ser empregadas as tábuas: “The 1949 Individual Annuity Mortality Table” (AT-1949, masculina); Tábua de Mortalidade de Inválidos (IAPB-1957) e a Tábua de Entrada em Invalidez, (IAPB-1957). As tábuas mencionadas já tinham sido publicadas 30 anos antes. A resolução SUSEP 117/2004 permite que sejam utilizadas quaisquer tábuas reconhecidas pelo IBA² e apresenta uma lista de tábuas como referência para os cálculos atuariais. A Tábua Álvaro Vindas traz o limite mínimo para probabilidade de entrada em invalidez e a experiência do IAPC (Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Comerciantes) proporciona o limite máximo para taxa de mortalidade. “A tábua Álvaro Vindas foi construída em 1957 para o Departamento *Actuarial y Estadístico de la Caja Costarricense de Seguro Social*. A tábua IAPC foi construída utilizando dados dos segurados do antigo Instituto de Aposentadorias e Pensões dos Comerciantes.” (Ribeiro, 2006, p. 2).

Tábuas de mortalidade vêm sendo construídas a partir da experiência da população brasileira, para se alcançar a maior precisão dos cálculos atuariais. Além das tábuas de mortalidade do IBGE (IBGE 1980, IBGE 1991 e IBGE 2000), construídas a partir de dados do Censo e do Registro Civil³ da população brasileira, outras tábuas brasileiras vêm sendo construídas a partir de dados administrativos, como a tábua seleta, construída por Ribeiro (2006) para mensurar a mortalidade dos inválidos, a partir de dados dos registros administrativos do DATAPREV. Conde (1991, apud Beltrão e Sugahara, 2005) construiu uma tábua de vida para os funcionários da Fundação “Atílio Francisco Xavier Fontana” e Ribeiro e Pires (2001, apud Beltrão e Sugahara, 2005) estenderam essa tábua para incluir dados até 2000. Beltrão et al. (1995) construíram uma tábua de mortalidade para os funcionários do Banco do Brasil para o período de 1940 a 1990, a partir dos dados da Caixa de Previdência dos Funcionários. Beltrão e Sugahara (2002b) utilizaram dados do SIAPE

² IBA - Instituto Brasileiro de Atuária

³ Estima-se taxas de sub-registro para correções dos óbitos, que costumam ser muito elevadas no primeiro ano de vida. Estima-se também taxas de sub-registro de nascimentos (ocorridos no ano de referência da pesquisa e não registrados no próprio ano, ou até o fim no primeiro trimestre do ano seguinte) e registro tardio dos mesmos. Contudo, muitas vezes essas taxas não são utilizadas, já que em algumas regiões do Brasil, as altas taxas de sub-registro de nascimentos e óbitos infantis é tal, que impossibilita o cálculo direto de indicadores, como, por exemplo, a taxa de mortalidade infantil. Nesses casos, os estudiosos costumam utilizar métodos indiretos de estimação da mortalidade. (Estatísticas do Registro Civil, 2004)

para estimar a tábua de vida dos funcionários públicos ativos e inativos do executivo federal, desagregando a informação por sexo e nível educacional. Beltrão e Sugahara (2005) estimaram tábuas de mortalidade a partir de dados que as companhias de seguro enviam anualmente à Superintendência de Seguros Privados (SUSEP) por tipo de produto comercializado. Borges (2009) também utilizou dados do SIAPE para computar tábuas de mortalidade dos funcionários públicos, civis do Poder Executivo Federal. O autor construiu tábuas de mortalidade para os aposentados por invalidez e para os ativos e aposentados por outras causas, considerando a morte como único decremento possível e tábuas de múltiplos decrementos considerando as diferentes formas de saída do funcionalismo público, como a morte, aposentadoria (exceto invalidez), aposentadoria por invalidez e exoneração ou demissão.

O IBGE atualiza tábuas de mortalidade anualmente para a população brasileira, as quais são usadas principalmente para o cálculo do fator previdenciário (ver nota de pé de página 1), que visa definir as contribuições e benefícios dos segurados da Previdência Social. Apesar da existência dessas tábuas, o mercado segurador utiliza tábuas estrangeiras, como exposto anteriormente. Isso ocorre porque a experiência de mortalidade da população como um todo é diferente e superior a mortalidade da população consumidora de seguros privados e também servidores públicos. Em geral os servidores públicos têm melhores condições de trabalho, pois as entidades públicas de fato respeitam as leis de proteção ao trabalhador, além disso, esses servidores, em sua maioria passaram por um concurso público que, em geral, seleciona pessoas com maior grau de instrução, muitas vezes provenientes de classes sociais mais privilegiadas. Além disso, o tipo de atividade desempenhada pelos funcionários públicos são menos propensas a gerar invalidez do que aquelas desempenhadas por trabalhadores celetistas, uma vez que os funcionários públicos costumam desempenhar atividades mais seguras, enquanto os celetistas, muitas vezes desempenham atividades perigosas ou insalubres. Sendo assim, um percentual maior de pessoas se aposenta por invalidez no RGPS do que no RPPS. Ou seja, quanto maior as divergências entre as atividades desempenhadas pelos dois grupos e as diferenças sócio-econômicas entre os grupos, maiores serão as diferenças na mortalidade entre eles. A expectativa de vida da população brasileira em geral tende a ser menor do que a expectativa de vida da população dos servidores públicos.

Beltrão e Sugahara (2005) abordam como um dos problemas para a construção das tábuas de mortalidade, a existência de grupos específicos cuja mortalidade seja maior. Esse

tipo de seleção é conhecido como seleção adversa. Grys (1998) afirma que uma carteira de seguros precisa ser protegida de riscos muito elevados, grande quantidade de sinistros e da seleção adversa. Na época em que o conceito de resseguro ainda não existia, isso era alcançado pela seleção criteriosa dos segurados da carteira. Antes de 1850, um potencial segurado deveria se submeter a um comitê da seguradora que avaliaria sua saúde e o seu caráter de forma superficial. Essa avaliação era feita sem o acompanhamento de um médico, portanto a subscrição era baseada na aparência geral da pessoa. A necessidade de uma seleção mais aprimorada mudou o processo de subscrição de segurados, que passou a ser feito através de exames médicos e físicos. Essa prática tornou-se universal por volta de 1900 e os exames se tornaram mais científicos. Em 1893, a “Assurance Medical Society” era formada por um grupo de médicos que discutiam problemas relacionados à subscrição sob a ótica de suas experiências clínicas. O objetivo da subscrição era a exclusão de qualquer vida que não fosse considerada favorável e para garantir a eliminação da seleção adversa. Atualmente a seleção está relacionada ao valor do prêmio do seguro.

As tábuas de vida para o mercado de seguros deveriam levar em consideração a população específica envolvida. Algumas vezes o problema da seleção adversa pode ser inseparável, na sua caracterização, de problemas de recolhimento de informação. Pela teoria da seleção adversa, os benefícios de invalidez decorrentes de doenças mais letais têm grandes chances de serem cessados por morte nos primeiros anos de benefício. Se essa teoria de fato se confirmar para os aposentados por invalidez do Poder Executivo, a tábua seleta aqui construída poderá servir como parâmetro para a escolha da tábua de mortalidade usada nos cálculos atuariais dos regimes próprios de previdência. No Brasil, a legislação não menciona o uso das tábuas seletas, deixando possivelmente de modelar o fenômeno apresentado acima, empobrecendo os cálculos atuariais, à medida que esses se tornam menos precisos.

Na literatura atuarial, taxas obtidas de acordo com a idade e duração da apólice, contadas desde a entrada numa carteira de seguro ou fundo, são usualmente referidas com taxas de seleção. O período para o qual o efeito de seleção é significativo é conhecido como período de seleção, e se, por exemplo, esse período era de cinco anos, as taxas de seleção seriam obtidas para cada idade na entrada e nas durações 0, 1, 2, 3, 4, esses números denotando a duração exata no início do primeiro, segundo, terceiro, quarto e quinto anos respectivamente. Para durações acima de cinco anos, as taxas requeridas seriam somente de acordo com a idade, e elas são conhecidas como “taxas finais”, para indicar que essas taxas

são experimentadas além do período de seleção. Na prática o comprimento real do período de seleção é determinado experimentalmente, sendo o fator determinante, o efeito prático da diferenciação dos períodos de seleção nos valores das anuidades e dos prêmios. Não se costuma dar muita atenção a estimação precisa do efeito duração, ou seja, do período de seleção, pois o atuário geralmente foca suas funções nas conseqüências da seleção (BENJAMIM, 1980).

O método de construção da tábua seleta de mortalidade, resultado de uma cuidadosa revisão da literatura, e aqui desenvolvido, se baseou, sobretudo, no método proposto por Renshaw e Haberman (1997a). Esses autores apresentaram uma metodologia de construção de tábuas seletas de mortalidade, que envolve a graduação da experiência final e a modelagem do logaritmo das taxas brutas de mortalidade para experiências seletas individuais relativas à experiência final. Esse método gradua por idade e duração do período de seleção, o que, segundo esses autores, é melhor do que o método tradicional de se graduar por idade e duração separadamente. Essa aproximação faz uso mais eficiente dos dados disponíveis do que a aproximação tradicional porque permite inferir o tamanho da curva de graduação nas idades e durações onde os dados são faltosos, utilizando informação das células de idade-duração onde os dados são mais abundantes.

Este trabalho está dividido em oito capítulos. O primeiro capítulo que é esta introdução abordou os objetivos, importância e justificativas do trabalho. No segundo capítulo é estudada a construção de tábuas de mortalidade e revisados os métodos de construção de tábuas seletas de mortalidade. O terceiro capítulo apresenta uma descrição da base de dados utilizada para a construção da tábua. No quarto capítulo são desenvolvidas as técnicas utilizadas para a construção de tábuas seletas de mortalidade. O quinto capítulo trata dos ajustes e das tábuas construídas. O capítulo seis apresenta os resultados de uma comparação por sexo das tábuas seletas de mortalidade aqui construídas. Apresenta também uma comparação entre a tábua de mortalidade do IBGE-2007 com a tábua seleta de mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral de Previdência Social. O último capítulo expõe as conclusões e considerações finais.

CONSTRUÇÃO DE TÁBUAS DE MORTALIDADE

O conceito de tábua de mortalidade surgiu há 300 anos, pela publicação de Graunt (1662 apud Benjamin e Pollard, 1980), “Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality”, mas de acordo com Beltrão e Sugahara (2005), existem indícios de que na Roma antiga, no século III a.C. já se calculavam tábuas de vida. Graunt (1662 apud Benjamin e Pollard, 1980) apresentou a idéia de acompanhar um grupo de nascidos até que todos os indivíduos do grupo morressem (o que hoje denominamos de tábua de coorte). A primeira tábua de vida completa foi construída por Edmond Halley em 1693. Segundo Beltrão e Sugahara (2005), foi somente em 1815 que surgiu a primeira tábua de vida baseada em conceitos verdadeiramente atuariais, construída por Milne para a cidade de Carlisle, na Inglaterra.

As tábuas de mortalidade consistem, em sua forma mais elementar, em uma tabela que registra o número de pessoas que vão atingindo as diferentes idades, partindo de um grupo inicial, até a extinção completa desse grupo. Nessas condições, uma tábua de mortalidade poderia ser construída mediante a observação dos sobreviventes em um grupo de pessoas de mesma idade, às idades seguintes. A construção de uma tábua também pode ser feita acompanhando-se a sobrevivência de um grupo de crianças, a partir de registros de nascimento e óbito. Esses são os métodos diretos, ou métodos de coorte, para construção de tábuas de mortalidade, que se baseiam numa população fechada. Contudo, esses métodos apresentam problemas. Primeiramente, uma tábua de mortalidade só pode ter valor quando representa condições de vida que espelhem as condições num período de tempo futuro. O avanço da medicina, a melhoria das condições de trabalho, da qualidade da educação, do nível de segurança alimentar, entre outros, são fatores que influenciam a mudança das condições de vida da população. As tábuas de mortalidade construídas pelos métodos de coorte, a não ser quando por comparação com outras, não mensuram essa mudança. Soma-se a isso, o fato dos registros civis, usualmente, serem deficientes (ver nota de pé de página nº 3) e a necessidade de pelo menos um século de observação, durante os quais as migrações dificultariam bastante o acompanhamento da população, apresentando-se, assim, mais uma fonte de erros de difícil correção. Por essas razões, raramente são construídas tábuas pelo

método de coorte, utilizando-se com frequência o método de coorte sintética (FERREIRA, 1985).

Os métodos de coorte sintética partem de uma população aberta para o cálculo das funções biométricas da tábua, já que alguns indivíduos saíram do campo de observação e outros entrarão devido à migração, permitindo-se admitir que E_x , pessoas observadas de idade x , estiveram expostas ao risco de morte, durante o ano. Nesse intervalo de um ano, não é possível conhecer o número exato de óbitos, já que entram e saem pessoas dessa população por motivos que não a morte, não sendo possível quantificar aquelas que faleceram nesse período. Costuma-se corrigir este problema supondo-se que as entradas e saídas se distribuem uniformemente durante todo o ano, e assim, o número de pessoas que entraram e saíram fizeram expostos, em média, somente metade do ano. Partindo-se dessas suposições, podem-se calcular as probabilidades de morte para as diferentes idades, q_x e estabelecer uma coorte sintética que se extinguirá anualmente de acordo com essas probabilidades. As tábuas de mortalidade construídas por esses métodos também apresentam erros, oriundos de erro na coleta dos dados (provenientes de sub-registro nos dados de óbitos e nascimentos do Registro Civil – ver nota de pé de página nº 3) e dos diferentes graus de aproximação das probabilidades de morte, já que algumas idades apresentam grande quantidade de expostos e outras, um número muito reduzido. Essas irregularidades podem ser corrigidas pela graduação⁴ da curva de mortalidade, que visa eliminar erros, independentemente da sua origem.

A construção de uma tábua de mortalidade usualmente requer um processo de graduação à distribuição etária das probabilidades brutas de morte (\hat{q}_x), uma vez que estas geralmente apresentam mudanças bruscas, o que não corresponde à hipótese plausível de que as probabilidades de morte para duas idades consecutivas devam ser muito próximas. As funções da tábua de mortalidade são estimativas dos parâmetros verdadeiros (\tilde{q}_x), não observáveis. Na prática, a tábua é baseada numa amostra finita dos dados disponíveis, sendo que qualquer banco de dados deve ser considerado uma amostra, mesmo que todos os dados disponíveis da população sendo estudada tenham sido incluídos na investigação. Teoricamente, esta população observada é um subconjunto finito de uma meta-população infinita com aquela mortalidade (não observável). Estimativas realizadas a partir dos dados observados estarão então sujeitas a erros amostrais, contudo estes podem ser minimizados pela utilização de uma grande massa de dados. A graduação pode ser definida como um grupo de princípios e métodos pelos quais as probabilidades brutas

⁴ Graduação da Mortalidade, de autoria de Beltrão, Sugahara e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ, 2009. Restante da seção fortemente embasado nesse artigo.

observadas são suavizadas gerando uma função de mortalidade com as características desejáveis de monotonicidade por partes. (em fase de elaboração⁵)

Tenenbein e Vanderhoof (1980) criticam o uso da graduação da mortalidade, pois ela utiliza a tábua resultante desta técnica para prever o comportamento da mortalidade no futuro. Eles acreditam que não se sabe quando uma parte significativa dos dados foi deixada de lado e quando foi suavizada. Os autores exemplificam isso através da queda da mortalidade entre os anos de 1960 e 1980 (transição demográfica). O método da graduação não observa pequenas variações das taxas de mortalidade por idade (ex: jovens morrem mais por causas externas, recém-nascidos morrem mais por causas congênitas etc), ele simplesmente observa a próxima graduação. Os autores afirmam também que não se pode comparar uma tábua graduada com outra tábua, uma vez que as tábuas graduadas consistem somente de dados (pontos). Essas tábuas não são construídas baseadas num pequeno número de parâmetros com significado intrínseco. Para eles não se pode estender o método para outras idades que não as idades centrais.

Os métodos de construção de tábuas baseados na graduação não podem fazer previsões da mortalidade para um futuro distante, mas podem fazer previsões para os próximos anos, quando há conhecimento do comportamento da mortalidade da população em estudo. Há conhecimento suficiente da mortalidade da população brasileira para acreditar que o padrão da mortalidade não mudará muito nos próximos anos e nem rapidamente. As graduações costumam apresentar uma boa aproximação, sendo que mesmo apresentando problemas de previsão nas idades extremas, nas idades centrais, elas geram previsões boas.

Segundo Beltrão e Sugahara (2004) e Beltrão, Sugahara e Arteaga (2009)⁶, um modelo de tábua de vida deve ter três propriedades:

- Ser simples e fácil de usar como a família de tábuas de vida de Coale-Demeny, os modelos das Nações Unidas, o sistema logito de Brass e o sistema de Lederman;
- Captar toda a amplitude dos padrões de mortalidade para idades específicas encontradas em uma população real.

⁵ Graduação da Mortalidade, de autoria de Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ, 2009, p.15.

⁶ Graduação da Mortalidade, de autoria de Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ, 2009.

- Apresentar um ajuste o mais perfeito possível entre taxas de mortalidade preditas e taxas de mortalidade reais.

Beltrão, Sugahara e Arteaga (2009)⁷ acreditam que alguns critérios devem ser observados para a seleção de uma metodologia de construção de tábua de mortalidade, tais como: critério da parcimônia (escolha do método mais simples entre aqueles que levam a resultados semelhantes), critério da inteligibilidade (escolha do método de mais fácil compreensão e comunicação), critério da replicabilidade (escolha de métodos que possam ser aplicados por diferentes pesquisadores e que conduzam aos mesmos resultados), critério da estabilidade da metodologia (escolha de métodos que tenham como base, técnicas amplamente testadas e aceitas), critério da transparência (escolha de métodos que possam ser documentados em todos os detalhes) e critério da auto-suficiência (escolha de métodos que não dependam de softwares específicos). No caso de se considerar uma família de tábuas para diferentes instantes do tempo, precisa-se acrescentar também o critério de compatibilidade entre tábuas estáticas e tábuas dinâmicas – escolha de métodos que permitam uma compatibilização entre as tábuas estáticas anuais e as tábuas dinâmicas. (em fase de elaboração)⁸.

É possível a utilização de uma distribuição de probabilidade para modelar os óbitos ou as sobrevivências em uma tábua de mortalidade. Uma forma simples de se obter uma tábua seleta de mortalidade é assumindo-se que a distribuição das taxas de mortalidade por idade e período de seleção podem ser modeladas segundo uma distribuição de probabilidade. As distribuições mais freqüentes para esse tipo de modelagem são a Binomial e a Poisson. Quando se considera uma modelagem em tempo discreto e supondo-se os óbitos como variáveis independentes entre si, o número de mortes para uma dada idade x e um período de seleção d será uma variável aleatória binomial, $B(E_x^d, q_x^d)$, o que se estima é o q_x^d . A variável aleatória, O_x^d representa o número de mortes à idade x , no período de seleção i e E_x^d , a exposição inicial ao risco de morte à idade x e período de seleção d . Quando se considera uma modelagem em tempo contínuo, o número de mortes será uma variável aleatória Poisson e o que se estima é o μ_x^d ($\mu_x^d \approx E_x^d * q_x^d$). É importante enfatizar

⁷ Graduação da Mortalidade, de autoria de Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ, 2009.

⁸ Graduação da Mortalidade, de autoria de Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ, 2009.

que estas duas distribuições são equivalentes para combinação de valores altos de E_x^d e valores próximos de zero de q_x^d . Em populações finitas, isso não costuma ocorrer, principalmente nas altas idades, para as quais as populações são rarefeitas. Os estimadores pontuais de máxima verossimilhança destas duas distribuições seriam equivalentes, mas a distribuição de Poisson corresponde uma maior variância ($Var(O_x^d) = E_x^d * q_x^d$), do que a encontrada para uma Binomial ($Var(O_x^d) = E_x^d * q_x^d * (1 - q_x^d)$). Abaixo estão apresentados os estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV) para as duas distribuições. (em fase de elaboração)⁹.

A função de verossimilhança para a Binomial, dado E_x^d , a exposição e O_x^d , os óbitos, para um dado período de seleção, d e como taxa correspondente, q_x^d é:

$$\begin{aligned}
 L(\underline{q}) &= \prod_{x=0}^w \binom{E_x^d}{O_x^d} (q_x^d)^{O_x^d} (1 - q_x^d)^{E_x^d - O_x^d} \\
 L(\underline{q}) &= \prod_{x=0}^w \binom{E_x^d}{O_x^d} \left(\frac{q_x^d}{1 - q_x^d} \right)^{O_x^d} (1 - q_x^d)^{E_x^d} \\
 L(\underline{q}) &= \exp \left[\sum_{x=0}^w \ln \binom{E_x^d}{O_x^d} + O_x^d \ln \left(\frac{q_x^d}{1 - q_x^d} \right) + E_x^d \ln(1 - q_x^d) \right]
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

A função de verossimilhança para a Poisson, dado E_x^d , a exposição e O_x^d , os óbitos, para um dado período de seleção, d e como taxa correspondente, q_x^d é:

$$\begin{aligned}
 L(\underline{\mu}) &= \prod_{x=0}^w \frac{(\mu_x^d)^{O_x^d} e^{-\mu_x^d}}{O_x^d!} \\
 L(\underline{\mu}) &= \prod_{x=0}^w \frac{(E_x^d q_x^d)^{O_x^d} e^{-E_x^d q_x^d}}{O_x^d!} \\
 L(\underline{\mu}) &= \exp \left[O_x^d \ln E_x^d + O_x^d \ln q_x^d - E_x^d q_x^d - \ln O_x^d \right]
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Após a estimação das taxas brutas de mortalidade, por período de seleção, pode-se aplicar um método de graduação para essas curvas de mortalidade, uma vez que a estimação

⁹ Graduação da Mortalidade, de autoria de Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ, 2009.

do q_x^d pelo EMV¹⁰ $\left(\frac{O_x^d}{E_x^d}\right)$, ou por métodos numéricos não garantem a monotonicidade da função, e o método indireto para o cálculo das funções biométricas da tábua. Nas seções seguintes, serão expostos alguns métodos de graduação da curva de mortalidade, estudados de forma mais aprofundada em artigo a ser publicado, bem como outros métodos de construção de tábuas de mortalidade seletas e finais.

2.1. GRADUAÇÃO DA CURVA DE MORTALIDADE¹¹

Diversas técnicas vêm sendo desenvolvidas para suavizar padrões de mortalidade e essas técnicas podem ser agrupadas de diferentes formas, sendo uma delas a classificação em métodos paramétricos e não paramétricos. Os métodos paramétricos apresentam modelos eficientes quando se tem informação da distribuição que modela as variáveis e só resta determinar o número finito de parâmetros. Erros na especificação da família paramétrica podem levar a graduações inadequadas. Nesse caso, podem ser usados métodos não paramétricos que permitem graduar probabilidades brutas que não seguem uma fórmula paramétrica clara, podendo ser utilizados para proporcionar um diagnóstico dos modelos paramétricos ou simplesmente para extrapolar os dados. Os métodos não-paramétricos pretendem obter novos valores a partir dos dados observados, tendo-se eliminado qualquer influência não procedente da variável preditora. Os métodos paramétricos e não paramétricos podem se complementar em alguns casos, no sentido do resultado de uma regressão não paramétrica muitas vezes descrever de forma mais adequada a curva de mortalidade a ser ajustada. (DEBÓN, 2003).

O método não paramétrico mais antigo (primário) é o método gráfico que desenha um gráfico a partir dos valores brutos da função a ser suavizada, buscando minimizar alguma figura de mérito que garanta uma aparência suave, por exemplo, a soma dos quadrados dos valores das terceiras diferenças. Outros métodos não paramétricos surgiram, sendo um deles a suavização de Kernel que teve sua primeira aplicação, na literatura atuarial, para a graduação em Copas e Haberman (1983) e Ramlau-Hansen (1983). A ligação entre a suavização de Kernel e o método das médias móveis foi explorado em Gavin

¹⁰ Estimador de Máxima Verossimilhança

¹¹ Graduação da Mortalidade, de autoria Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ 2009. Esta seção (2.1) está fortemente embasada neste artigo a ser publicado.

et al. (1994, 1995). Silverman (1986), Scott (1992) e Wand e Jones (1995) também introduzem a suavização de Kernel.

O método da interpolação osculatória consiste na construção de uma função a mais próxima possível da função desconhecida, mas que coincida com a mesma em alguns pontos conhecidos. As fórmulas de interpolação baseadas em polinômios contínuos por partes são, em geral, não continuamente diferenciáveis nos pontos de transição. A necessidade de se obter interpolações “suaves” motivou o desenvolvimento de diversas técnicas de interpolação. Hermite publicou em 1878 uma solução para o problema de se encontrar um polinômio cujas primeiras derivadas também assumissem valores pré-especificados em determinados pontos. Birkoff, em 1906 generalizou ainda mais o problema: dado um conjunto qualquer de pontos, encontrar um polinômio que satisfizesse critérios pré-especificados em relação a valores e/ou valor de qualquer das derivadas para cada ponto individual. O método spline é uma variação do método de interpolação osculatória. Schoenberg publicou em 1946 dois artigos onde explora a necessidade de obter métodos práticos para a interpolação ou suavização de dados empíricos.

O método de modelos relacionais é um conjunto de modelos que utiliza a graduação referindo-se a uma tabela padrão. O trabalho de Brass (1975) é a referência dessa abordagem. Conhecido também como “logit system”, o modelo de Brass (1975, apud Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009) relaciona matematicamente duas tábuas de vida distintas. Kaneko (1987, apud Beltrão, Sugahara e Arteaga, 2009) propôs modelos relacionais na linha do trabalho de Brass, que são extensões do modelo logito convencional.

O método de equações de diferenças é um método tradicional, desenvolvido por Whittaker (1923, apud Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009) e Henderson (1953, apud Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009), que faz um “balanceamento entre a soma das distâncias quadráticas dos valores observados e dos ajustados e a soma dos quadrados das diferenças de terceira ordem dos valores ajustados” (Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009)¹². Esse método busca uma curva ajustada, a mais próxima possível dos valores originais que seja bem suave, daí o uso das diferenças terças que são a versão discreta da terceira derivada. “Existe um problema básico com este método que é a definição do peso relativo das duas

¹² Graduação da Mortalidade, de autoria Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ 2009, p.9.

funções a serem minimizadas. Como este peso relativo é uma escolha subjetiva, diferentes pesquisadores encontrariam resultados distintos” (em fase de elaboração)¹³.

Dentre os modelos paramétricos, encontram-se os modelos agora clássicos: De Moivre (1729), Gompertz (1825) e Makeham (1860), usados especialmente para idades adultas. De Moivre (1729) modelou a mortalidade da seguinte forma:

$$\mu(x) = \frac{1}{\omega - x}, \quad 0 \leq x \leq \omega \quad (2.3)$$

onde ω representa a idade máxima atingida pelo ser humano.

Gompertz (1825) propôs o modelo exponencial, exposto abaixo, que permite um bom ajuste para idades adultas.

$$\mu(x) = B \exp(\theta x) \quad (2.4)$$

As funções Gompertz-Makeham descritas em Forfar et al. (1988) generalizam o modelo original proposto por Gompertz e Makeham.

$$\mu(x) = A + B \exp(\theta x) \quad (2.5)$$

Modelo conhecido como Gompertz-Makeham, proposto por Makeham (1860):

$$GM_{\alpha}^{r,s} = \sum_{i=1}^r \alpha_i x^{i-1} + \exp \left\{ \sum_{i=r+1}^{r+s} \alpha_i x^{i-r+1} \right\} \quad (2.6)$$

O seu logito ficou conhecido como Logito Gompertz-Makeham:

$$LGM_{\alpha}^{r,s} = \frac{GM_{\alpha}^{r,s}}{1 + GM_{\alpha}^{r,s}} \quad (2.7)$$

As propostas desses autores deram bons resultados para dados do final do século XIX e início do século XX, contudo, posteriormente, outros autores propuseram modificações a esses modelos tais como aquelas propostas por:

i) Perks (1932, apud Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009), equação (2.8) e Beard (1963, apud Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009), equação(2.9), que propuseram modificações para o modelo de Gompertz visando permitir um ajuste para idades avançadas:

$$\mu(x) = \frac{A + B \exp(\theta x)}{1 + c \exp(\theta x)} \quad (2.8)$$

$$\mu(x) = \frac{B \exp(\theta x)}{1 + c \exp(\theta x)} \quad (2.9)$$

¹³ Graduação da Mortalidade, de autoria Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga , a ser publicado pela UFRJ 2009.

ii) Kannisto (1992, apud Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009) que propôs a adição de uma constante:

$$\mu(x) = c + \frac{a \exp(bx)}{1 + a \exp(bx)} \quad (2.10)$$

iii) Weibull (1951, apud Beltrão, Sugahara, Arteaga, 2009) usou um modelo de falha de sistemas técnicos devido ao uso:

$$\mu(x) = Ax^\theta \quad (2.11)$$

Com o passar do tempo, o padrão de mortalidade mudou, devido a um aumento na mortalidade entre os adultos jovens, principalmente do sexo masculino. Uma corcova entre os adultos jovens tornou difícil a obtenção de uma boa graduação com a fórmula de Makeham, o que incitou a introdução de um novo modelo por Heligman e Pollard (1980). Em Renshaw (1991) e Renshaw, Haberman e Hatzopoulos (1997), modelos lineares e não lineares generalizados foram usados para ajustar essas funções. (DEBÓN, MONTES, ALA, 2005 & VERRAL, 1996).

Existem métodos de graduação que incorporam a dimensão temporal, como os de Acevedo e Panjer (2005) e Lee e Carter (1992), contudo há indícios de que a taxa de melhora, ao se comparar a métodos que não incorporam a dimensão temporal, seja pequena. Segundo o Departamento de Atuária do governo inglês, entre 1961-2001, a taxa de melhora nas taxas de mortalidade foi da ordem de 1,4% para os homens e de 1,3% para mulheres. (em fase de elaboração)¹⁴.

2.2. MÉTODOS DE CONSTRUÇÃO DE TÁBUAS SELETAS

A seguir será apresentada uma revisão da literatura referente aos métodos de construção de Tábuas Seletas de Mortalidade.

2.2.1. RENSHAW E HABERMAN (1997A)

Renshaw e Haberman (1997a) propuseram uma metodologia de construção de tábuas seletas de mortalidade, envolvendo a graduação da experiência final juntamente com a modelagem da taxa bruta de mortalidade para experiências seletas individuais relativas à

¹⁴ Graduação da Mortalidade, de autoria de Beltrão, Sugahara, Frischtak, Oliveira e Arteaga, a ser publicado pela UFRJ, 2009.

experiência final. A modelagem do log da taxa bruta de mortalidade para um período de seleção, relativo à taxa bruta de mortalidade para a experiência final, analisado por idade, é o ponto central nessa aproximação. Os autores acreditam que esta estatística tem potencial para avaliar a efetividade do processo de seleção em operação. O objetivo de Renshaw e Haberman (1997a) foi sugerir um método compreensivo para a modelagem da idade e dos efeitos dos períodos de seleção (efeitos da duração). Os autores graduaram por idade e período de seleção, ao invés de graduar separadamente por idade para cada um desses períodos, como fazem as aproximações tradicionais. A aproximação de Renshaw e Haberman (1997a) faz uso mais eficiente dos dados disponíveis do que essas aproximações porque permite inferir o formato da curva graduada nas idades e durações onde os dados são esparsos, através das células de idade-duração onde os dados são mais abundantes.

Segue a notação adotada¹⁵:

x : idade

d : duração (período de seleção)

O_x^d : número de mortes reportadas a idade x e período de seleção d

E_x^d : variável aleatória que denota a exposição média ao risco de morte (número de apólices ou o número de segurados – questão abordada por Forfar, 1988) na idade x e período de seleção d

μ_x^d : força de mortalidade, ou taxa instantânea de mortalidade. Pode ser definida como uma taxa de morte no preciso momento em que se atinge a idade x , no período de seleção d , sendo essa medida de mortalidade expressa na forma de uma taxa anual.

O método de Renshaw e Haberman (1997a) foi motivado, num primeiro momento, pela realização do potencial da chamada aproximação da graduação por modelagem dual, na qual as exposições centrais são modeladas como variáveis aleatórias, condicionadas ao número de mortes reportadas. Renshaw, Haberman, Hatzopoulos (1997) descreveram como uma aproximação “convencional”, o método de graduação da força da mortalidade em que ela é graduada através do ajuste de uma fórmula parametrizada às taxas brutas de mortalidade, sob a hipótese de que o número de mortes é uma variável aleatória com

¹⁵ A notação adotada em Renshaw e Haberman (1997a) foi alterada para sua adequação à notação utilizada nesta dissertação.

distribuição Poisson, condicionada ao risco de morte nas exposições centrais. Sob essa aproximação, as hipóteses de Poisson embasam um estimador de máxima verossimilhança que é otimizado para prover estimativas dos parâmetros na fórmula de graduação. Gerber (1995, apud Renshaw, Haberman, Hatzopoulos, 1997) notou que a mesma expressão formal para os estimadores de máxima verossimilhança é encontrada sob a hipótese de que as exposições centrais ao risco de morte seguem uma distribuição Gama, condicionada ao número de mortes. Os autores investigaram as implicações de se adotar essa aproximação dual para o processo de graduação paramétrica. De acordo com Renshaw (1991), as duas aproximações são formuladas dentro da estrutura dos modelos lineares generalizados, enquanto as conclusões se estendem para incluir fórmulas de graduação não lineares parametrizadas.

Sendo assim, para um d fixo, condiciona-se E_x^d ao O_x^d , sendo:

$$Y_x^d = E_x^d | O_x^d \quad (2.12)$$

Então, sob as hipóteses da modelagem dual descritas por Renshaw, Haberman, Hatzopoulos (1997), segundo a qual a variável aleatória número de expostos ao risco de morte, condicionada a variável aleatória número de mortes é modelada pela distribuição Gama,

$$E(Y_x^d) = m_x^d = \frac{I}{(\mu_{x+1/2}^d)} \quad (2.13)$$

$$\text{Var}(Y_x^d) = \frac{\phi(m_x^d)^2}{O_x^d} \quad (2.14)$$

com a função de variância, $V(m_x^d) = (m_x^d)^2$, pesos a priori, O_x^d e o parâmetro de escala, ϕ .

Especificamente, se $\phi = 1$, então isto é consistente com a hipótese da modelagem,

$$E_x \sim \text{Gama}(O_x^d, \mu_{x+1/2}^d) \quad (2.15)$$

usada por Gerber (1995, apud Renshaw, Haberman, Hatzopoulos, 1997).

Em seguida é apresentada a transformação de estabilização da variância (função de ligação), para se atingir o valor de Z_x^d :

$$Q_x^d = \log Y_x^d \quad (2.16)$$

para qual

$$E(Q_x^d) \approx \log \frac{1}{(\mu_{x+1/2}^d)} \quad (2.17)$$

$$\text{Var}(Q_x^d) \approx \frac{\phi}{O_x^d} \quad (2.18)$$

onde O_x^d são pesos a priori e ϕ é o parâmetro de escala. Note que isso tem o efeito de garantir que a variância da variável aleatória Q_x^d seja independente de $E(Q_x^d)$, ou seja, a variância da variável aleatória Q_x^d seja igual a 1. A transformação de estabilização da variância é também útil em situações onde há falta de dados nos valores baixos de d , e uma variação grande no conjunto dos dados de suporte. Isso ocorreu no caso estudado por Renshaw e Haberman (1997a), para os dados das vidas dos homens segurados do Reino Unido em estudos de mortalidade para 1979-1982. O número total de mortes era de 1.795 no $d=0$ e 83.438 no $d=5+$.

Os autores apresentaram um método para a construção de uma tábua seleta de mortalidade passo a passo.

- Primeiro passo: Graduar os dados para a última duração $d+$. Denotar os valores dos resultados graduados por $\hat{\mu}_{x+1/2}^{d+}$. É importante enfatizar que os autores propuseram a graduação das taxas do último período de seleção por qualquer método julgado apropriado.

- Segundo passo: Para os períodos de seleção d ($\neq d+$), usar

$$Z_x^d = Q_x^{d+} - Q_x^d \quad (2.19)$$

como resposta independente, para qual

$$E(Z_x^d) \approx \log \mu_{x+1/2}^d - \log \mu_{x+1/2}^{d+} = \eta_x^d \quad (2.20)$$

$$\text{Var}(Z_x^d) = \phi \left(\frac{O_x^d + O_x^{d+}}{O_x^d O_x^{d+}} \right) \quad (2.21)$$

com pesos

$$W_x^d = \frac{O_x^d O_x^{d+}}{O_x^d + O_x^{d+}} \quad (2.22)$$

e construir uma escala de parâmetros ϕ , para atingir o preditor, η_x^d , chamando os valores resultantes de $\hat{\eta}_x^d$.

É válido definir Z_x^d , dado pela equação(2.19), juntamente com as equações (2.12) e (2.16) como¹⁶:

$$Z_x^d = \log \left(\frac{\text{taxa bruta de mortalidade em } d+}{\text{taxa bruta de mortalidade em } d} \right) \quad (2.23)$$

Intuitivamente, pode-se perceber que para cada d fixo, Z_x^d será negativo. Os autores anteciparam que qualquer padrão nas respostas empíricas Z_x^d a respeito da idade x , para cada d fixado, se ajustará num ranking monotônico de tais padrões, relacionado à duração d , e não à idade x . O passo 2 é desenhado para modelar tal padrão.

Análises gráficas exploratórias das respostas empíricas Z_x^d dão uma idéia da efetividade do processo de seleção das mortes assim como da natureza aparente da verossimilhança do preditor. Os autores focaram na estrutura do preditor linear paramétrico do tipo:

$$\eta_x^d = \sum_j v_{xj}^d \beta_j \quad (2.24)$$

com estrutura de covariadas (v_{xj}^d) e parâmetros desconhecidos β_j , mas a metodologia se estende a outros tipos de preditores, inclusive estruturas de preditores não lineares paramétricos.

Antes de fazer a modelagem, depois de provido o processo de seleção de mortalidade sob investigação, deve-se definir as limitações

$$\eta_x^{d=0} \leq \eta_x^{d=1} \leq \eta_x^{d=2} \leq \dots \leq 0, \forall x \quad (2.25)$$

garantindo, portanto, que μ_x^d seja monotônico não decrescente em d para valores fixos de x .

Os pesos definidos pela expressão (2.22), implicam que quando nenhuma morte ocorre em nenhum dos membros do par de células de dados (correspondendo a d e $d+$), então tais pareamentos não contribuem para a análise no passo 2. Tais pareamentos, na prática, invariavelmente ocorrem nas duas extremidades do intervalo etário.

- Terceiro Passo: Utilizar a expressão (2.20) e os valores graduados e ajustados dos dois passos anteriores para computar as graduações

$$\hat{\mu}_{x+1/2}^d = \hat{\mu}_{x+1/2}^{d+} \exp(\hat{\eta}_x^d) \quad (2.26)$$

para durações seletas individuais $d = 0, 1, \dots, <d+$.

¹⁶ Os autores parecem ter trocado o numerador pelo denominador no artigo original – fizemos aqui a correção necessária.

Segundo Renshaw e Haberman (1997a), existe uma restrição no método proposto, no que se refere ao comportamento da mortalidade para cada período de seleção. As curvas de mortalidade referentes aos primeiros períodos de seleção devem apresentar uma mortalidade mais pesada do que os períodos de seleção mais longos. Contudo, uma situação inversa pode ocorrer, requerendo um ato de balanceamento entre a imposição das limitações no padrão de mortalidade associado à seleção e o que pode realisticamente ser suportado pelos dados. O monitoramento cuidadoso dos diagnósticos gráficos, assim como a bateria de testes estatísticos usuais de uma graduação, é essencial nesse respeito. Os autores enfatizam que essas limitações impostas ou não, evitariam a possível necessidade de refúgio a um método adicional.

No caso de os períodos de seleção se encontrarem desordenados, os autores sugerem o seguinte ajuste:

$$\log \mu_{x+1/2}^d = g_1(x) + g_2(x, d) \quad (2.27)$$

sujeito à seguinte restrição

$$g_2(x, d = 0) \leq g_2(x, d = 1) \leq \dots \leq g_2(x, d = d+) = 0, \forall x \quad (2.28)$$

onde $d = 0, 1, \dots, d+$; enquanto as funções parametrizadas g_1 e g_2 , que possuem interpretações naturais em termos das relações

$$g_1(x) = \log \mu_{x+1/2}^{d+} \quad (2.29)$$

$$g_2(x, d) = \eta_x^d, \quad d \neq d+ \quad (2.30)$$

são ajustados separadamente aos dados como descrito acima. O caso especial derivado pela decomposição

$$g_2(x, d) = g_2^*(x) + g_2^{**}(d), \quad \forall d \neq d+ \quad (2.31)$$

Implica que a estrutura do modelo (2.27) comprime um grupo de curvas paralelas em x (na escala log), com a seguinte restrição

$$g_2^{**}(0) \leq g_2^{**}(1) \leq g_2^{**}(2) \leq \dots \leq g_2(x, d = d+) = 0, \quad \forall x, \quad (2.32)$$

garantindo uma ordenação monotônica nos efeito de d .

2.2.2. CURRIE E WATERS (1991)

Currie e Waters (1991) apresentaram uma metodologia de construção de tábua seleta de mortalidade, ilustrada pela graduação dos dados das mulheres seguradas no período de

1979 a 1982 e compararam quatro modelos construídos: dois modelos criados através da metodologia proposta pelo “Continuous Mortality Investigation Bureau” e dois modelos construídos pelo método proposto pelos autores. Os autores extraíram os dados do “Continuous Mortality Investigation Bureau” (CMIB)¹⁷. A proposta dos autores foi graduar os dados simultaneamente por idade e período de seleção, ao invés de graduar separadamente para cada duração. Esse método é semelhante àquele apresentado por Renshaw e Haberman (1997a) e apresenta as mesmas vantagens deste método, como tornar mais eficiente o uso dos dados disponíveis do que ao se utilizar o método tradicional e modelar o efeito da duração desde a seleção.

Os autores consideraram¹⁸:

$\theta(d, x)$: é o número de mortes a idade x e período de seleção d ,

$E(d, x)$: é a exposição central correspondente a idade x e período de seleção d ,

$$\theta(5+, x) = \sum_{d=5}^{\infty} \theta(d, x), \text{ para } x = 10, 11, \dots, 108,$$

$$E(5+, x) = \sum_{d=5}^{\infty} E(d, x), \text{ para } x = 10, 11, \dots, 108,$$

m_1 e m_2 : primeiro e segundo momento do número de apólices por indivíduo para cada idade x , $x = 20, 21, \dots, 110$, separadamente para durações 0, 1, 2, 3, 4, 5+.

Currie e Waters (1991) não tinham os dados agregados para as durações $d = 5, 6, \dots$, e por isso calcularam $D(x)$, uma função que representa para a idade x , a duração média da apólice para aqueles segurados cuja duração excedia 5 anos. Contudo, o elemento chave para graduar os dados da mortalidade seleta simultaneamente para idade e duração é o tratamento dos dados do período final, 5+. Os autores estimaram para cada idade, x , a duração média das apólices para aqueles segurados cuja duração excedia 5 anos. Assumiram que todas as mortes e todas as exposições para idade x e no período de seleção final se concentraram na duração média $D(x)$. Isso pode ser ilustrado pelo cálculo da taxa bruta de mortalidade para a idade exata, x e período de seleção, d , da seguinte forma $\frac{\theta(5+, x)}{E(5+, x)}$. Os

dados ajustados dessa forma foram posteriormente suavizados.

¹⁷ Publicado em CMIR 9 (1988)

¹⁸ A notação definida em Currie e Waters (1991) difere da notação adotada nesta dissertação, $O_x^d = \theta(d, x)$ e $E_x^d = E(d, x)$

Currie e Waters (1991) consideraram μ_{xd} , a força de mortalidade na idade exata x e duração exata, d . Os autores construíram um modelo monotônico crescente nas idades, exceto nas idades mais jovens e monotônico crescente para duração nas idades fixas, sendo que o efeito da duração tende ao infinito. Esse modelo também apresentaria um termo de interação simples, se necessário e que permitisse uma função de ligação em um modelo linear generalizado. O modelo foi descrito da seguinte forma: $\mu_{x,d} = \exp\{f_1^*(x) + f_2^*(d) + f_3^*(x,d)\}$, onde as funções f_1^* , f_2^* e f_3^* satisfazem as seguintes condições:

- O termo, $f_1^*(x)$, deve ser da forma GM(0,s), ou seja, $f_1^*(x) = p(x)$, onde $p(x)$ é um polinômio de grau $(s-1)$. Por razões técnicas, o efeito da idade foi ajustado usando um valor z transformado de x .
- $\exp\{f_2^*(d)\}$ é o termo de duração, onde $f_2^*(d) = q(d)$.
- $f_3^*(x,d)$ é um termo de interação simples.

Esse modelo foi criado para descrever a relação entre a força de mortalidade, μ_{xd} , a idade, x e a duração, d .

Os autores supuseram que θ_x , o número de mortes entre as idades x e $x+1$, apresentava uma distribuição de Poisson com média $E(d,x)\mu_{xd}$, onde μ_{xd} é dado pela equação do modelo acima. No caso de apólices simples, o modelo pode ser expresso em termos do log da verossimilhança da Poisson. Contudo, quando existem apólices duplas na base de dados, Currie e Waters (1991) optaram por utilizar o método da quase-verossimilhança e neste caso, a média e a variância do número de mortes são conhecidas, permitindo combinar ambas as partes da informação num único modelo para todas as durações.

Utilizando a função peso, $w = \frac{1}{r}$, onde r é a variância, o modelo de quase-verossimilhança será $l(\mu) = \frac{(\theta \log \mu - E\mu)}{r}$, onde $\hat{\mu} = \frac{\theta}{E}$ e a variância estimada é $\frac{r\theta}{E^2}$. Do ponto de vista computacional, essa aproximação possui uma vantagem maior, o modelo resultante ainda é um modelo linear generalizado e pode ser ajustado da forma usual.

Renshaw e Haberman (1997a) fizeram uma comparação de seu método com a metodologia proposta por Currie e Waters (1991). Currie e Waters (1991) ajustaram tais

estruturas em um único estágio, tendo primeiro aplicado considerável esforço na estimação do “centro de gravidade”, $D(x)$. Segundo Renshaw e Haberman (1997a), isso, então, dá a eles uma flexibilidade para modelar os efeitos da duração d como uma variação contínua (assim como um fator categórico) quando se especifica a natureza das funções parametrizadas f_2^* e f_3^* . Isso parece ser uma opção importante quando é necessário impor uma estrutura paramétrica monotônica nos efeitos de duração. Renshaw e Haberman (1997a) não se defrontaram com essa dificuldade, pois eles dão especial atenção à experiência final, $d+$, no passo 1, e tem recurso direto para a opção de modelar d como uma variação contínua ou como um fator categórico, quando está formulando a função paramétrica g_2 no passo 2 da metodologia sugerida.

Renshaw e Haberman (1997a) acreditam que seria ótimo graduar simultaneamente as taxas de mortalidade seletas e finais, desde que tal processo fizesse uso eficiente dos dados disponíveis. Contudo, a natureza dos dados finais faz essa aproximação ser problemática e as hipóteses intrínsecas tornam-se necessárias, como em Currie e Waters (1991). A aproximação lida com dados finais separadamente, mas depois gradua os efeitos da idade e duração dentro do período de seleção simultaneamente.

Segundo Renshaw e Haberman (1997a), o “Continuous Mortality Investigation Bureau” (CMIB Bureau) construiu suas tábuas publicadas através da graduação separada das taxas de mortalidade referentes à duração $d=0, 1, 2+$. Mas os autores notaram que o CMI Bureau utilizou ajustes “ad hoc” para ajustar as taxas de mortalidade, para mulheres, por exemplo, as taxas de mortalidade referentes à duração de dois ou mais anos foi usada como referência para o ajuste das taxas de mortalidade das idades mais jovens e para as idades mais avançadas foram usadas as taxas de mortalidade referentes à duração zero. Currie e Waters (1991) propuseram a graduação das curvas de mortalidade por uma função Gompertz e Makeham (0,7), modelando a idade e a duração simultaneamente, sendo que os autores colocam a possibilidade de o modelo descrever o efeito da duração na mortalidade através do produto entre a curva de mortalidade de duração zero e uma constante, através dos modelos possíveis, citados anteriormente.

2.2.3. TENENBEIN E VANDERHOOF (1980)

Tenenbein e Vanderhoof (1980) buscaram um método de construção de tábua seleta de mortalidade que ajustasse as taxas brutas de mortalidade através de um modelo de mortalidade que tivesse os seguintes requisitos:

- Ter ampla aplicação.
- Ser útil para propósitos de previsão. Os autores acreditam que para extrapolar o intervalo de dados disponíveis, os parâmetros do modelo de mortalidade devem ter significado objetivo intrínseco e que possam ser comparados.
- Ser consistente com outras ciências e disciplinas, que possam ser aplicadas. Restabelecer a relação com as ciências biológica (biologia celular e geriatria) possibilita o cálculo dos seus efeitos nas probabilidades estatísticas de mortalidade. Os autores acreditam que a maioria dos processos biológicos envolvidos na morte é entendida.
- Existir análises lógicas por trás do método, de forma que se possa ter confiança no entendimento de quais influências poderiam causar mudanças nos parâmetros cruciais. Deve ser possível julgar quando mudanças no ambiente acarretariam na necessidade de mudanças nos parâmetros da equação.

Esse modelo deveria enfatizar a importância dos efeitos do ambiente, uma vez que leis da mortalidade podem tomar forma especial e em ambientes especiais, isso de fato acontece. Por exemplo, a mortalidade dos soldados está altamente relacionada ao tempo gasto no combate. Contudo, os atuários geralmente se preocupam com mudanças nas taxas de mortalidade associados com a idade, sexo, raça ou nacionalidade. Tenenbein e Vanderhoof (1980) consideram o modelo original de Gompertz condizente com os critérios por eles definidos para a construção de um modelo que se ajuste ao comportamento da mortalidade. No modelo original de Gompertz, a mortalidade cresce como uma função exponencial:

$$\mu_x = Bc^x \quad (2.33)$$

O modelo de Gompertz tem grande aplicabilidade não somente para populações humanas, mas também para outras formas de vida, cumprindo o primeiro requisito. Como esse modelo tem sido usado para construção das tábuas de anuidade para muitos anos, com o propósito de previsão, por diversas seguradoras e obteve sucesso, pode-se inferir que esse modelo cumpre o requisito referente aos propósitos de previsão.

O terceiro requisito, relativo à consistência com outras áreas do conhecimento e entendimento das influências sofridas pelo ambiente nos parâmetros do modelo, segundo os autores, é o que mais tem deixado a desejar nos métodos propostos por outros autores. Para estudar essa questão, os autores fizeram uma revisão da literatura sobre as taxas de deterioração em vários sistemas do corpo humano e descobriram que a funcionalidade dos vários sistemas fisiológicos do corpo humano decresce linearmente com a idade e não exponencialmente como os autores pensavam, uma vez que a mortalidade cresce exponencialmente com a idade. A morte é resultado da falha de um dos sistemas do corpo necessários para a vida e a probabilidade de morte é a soma das probabilidades de falha de cada um desses sistemas individualmente.

Se um dos sistemas falha somente quando todos os seus componentes falham e se existem n componentes, cada uma com probabilidade de falha, f , então a probabilidade de falha do sistema, q é:

$$q_0 = f^n \quad (2.34)$$

Se num período de tempo, um número x de componentes são eliminados, então a nova probabilidade de falha do sistema modificado será:

$$q_x = f^{n-x} \quad (2.35)$$

Pela razão entre q_x e q_0 , obtém-se:

$$q_x = q_0 * \left(\frac{1}{f}\right)^x \quad (2.36)$$

que possui a forma de uma Gompertz, sendo que o x representa a perda linear da vitalidade dos sistemas biológicos.

Contudo se houverem três sistemas ou mais e a falha de qualquer um deles levar a morte:

$$q_x = B_1 \left(\frac{1}{f}\right)^x + B_2 \left(\frac{1}{f}\right)^{2x} \quad (2.37)$$

onde $B_1 = A_1 * q_0$ e $B_2 = A_2 * q_0$, sendo A_1 e A_2 constantes, decorrentes da razão entre q_x e q_0 .

É possível se pensar numa fórmula que considere que a falha de dois sistemas cruciais levará o indivíduo à morte, mas a falha de um sistema não tão crucial assim levará a uma probabilidade de morte. Não é possível saber de quantos sistemas os seres humanos são

compostos e nem quais são esses sistemas, contudo pode-se dizer que existem sistemas cuja falha causará uma probabilidade de morte e outros como o sistema imunológico que uma falha pode levar a morte. O modelo resultante é:

$$q_x = B_1 c^x + B_2 c^{2x} + B_3 c^{3x} \quad (2.38)$$

onde $c = \frac{1}{f}$. Percebe-se que o comportamento da probabilidade de morte está sempre relacionado ao modelo de Gompertz.

Para ajustar as probabilidades de morte de uma tábua seleta de mortalidade, os autores sugeriram selecionar um grupo de vidas seletas. Dentre essas vidas, uma parte delas sobreviverá e a outra morrerá no final do primeiro ano, de acordo com a lei de Gompertz. Dessas vidas, uma proporção, s morrerá e a outra parte, $(1-s)$ irá para o período de seleção final. No ano seguinte, o grupo de vidas referentes ao período de seleção final, permanecerá final e o grupo de vidas do período de seleção se repartirá novamente entre aqueles que permanecerão e as que vão para o período final. A mortalidade poderá, então, ser descrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} q_{x+t} &= s^t q_{x+t} + (1-s^t) q_{x+t} \\ \mu_{x+t} &= s^t \mu_{x+t} + (1-s^t) \mu_{x+t} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Com o uso do modelo de Gompertz, a equação acima fica:

$$\mu_{x+t} = s^t B_a c_a^{x+t} + (1-s^t) B_u c_u^{x+t} \quad (2.40)$$

Aplicando-se a média geométrica, o modelo se torna:

$$\mu_{x+t} = \left(B_a c_a^{x+t} \right)^{s^t} \left(B_u c_u^{x+t} \right)^{1-s^t} \quad (2.41)$$

Esse modelo foi reescrito de forma que tanto a mortalidade dos períodos de seleção, quanto a mortalidade do período final podem ser representadas por uma curva de Gompertz.

$$\mu_{x+t} = B c^{x+t} \left(B_3 c_3^{x+t} \right)^{s^t} \quad (2.42)$$

onde $B = B_u$, $c = c_u$, $B_3 = \frac{B_a}{B_u}$ e $c_3 = \frac{c_a}{c_u}$.

Outros modelos foram apresentados por Tenenbein e Vanderhoof (1980):

$$\mu_{x+t} = B_1 r_1^t c_1^{x+t} \quad (2.43)$$

$$\mu_{x+t} = B c^{x+t} \left(B_2 c_2^{x+t} \right)^{1/(t+1)} \quad (2.44)$$

Contudo, os autores consideraram o modelo (2.42) aquele que melhor se ajustou aos dados. O cálculo dos parâmetros, bem como explicações adicionais sobre o modelo proposto por Tenenbein e Vanderhoof (1980) não serão aqui apresentadas, contudo podem ser encontradas no artigo original.

2.2.4. BENJAMIN E POLLARD (1980)

Benjamín e Pollard (1980) apresentaram um modelo de graduação por referência a uma tábua básica. Quando os dados são escassos, mas são provenientes de uma experiência similar para a qual uma tábua resumo já existe, é possível utilizar essa tábua como uma curva para graduar os novos dados. Isso pode ser feito de várias formas. Uma das formas mais simples é calcular a razão entre as taxas brutas de mortalidade, \dot{q}_x , derivadas dos dados e as taxas de mortalidade, q_x^s , derivadas da tábua de referência. Qualquer método de graduação pode ser usado para esse propósito. Como a tábua de referência é muito parecida com aquela da experiência, nenhum valor da razão se afasta muito da unidade. A escolha das tábuas padronizadas é importante, porque qualquer mudança em sua graduação será reproduzida, até mesmo de forma exagerada, na graduação dos novos dados.

Lidstone (1892, apud Benjamin e Pollard, 1980) melhorou o método usando ao invés de $\frac{\dot{q}_x}{q_x^s}$, o $\log\left(\frac{p_x^s}{\dot{p}_x}\right)$. Essa função produz valores que não são somente menores do que $\frac{\dot{q}_x}{q_x^s}$, mas que costumam progredir de forma mais suave.

Vale notar que se a força de mortalidade desconhecida, μ_x e a força de mortalidade proveniente da tábua resumo, μ_x^s , são conectadas por uma relação linear: $\mu_x = \mu_x^s + c$, onde c é uma constante.

Apesar da transformação de Lidstone (1892 apud Benjamin e Pollard, 1980) ser originalmente usada com o método de graduação gráfico, essa transformação, $\log\left(\frac{p_x^s}{\dot{p}_x}\right)$, pode também ser graduada por formulações matemáticas. Algumas dessas fórmulas para graduação por referência a uma tábua padronizada são:

$$\begin{aligned}
q_x &= aq_x^s + b \\
\mu_x &= a\mu_{x+n}^s + b \\
q_x &= q_x^s(ax + b) \\
\mu_x &= \mu_{x+n}^s + k \\
q_x &= aq_x^{(1)} + bq_x^{(2)}
\end{aligned}
\tag{2.45}$$

sendo que a, b, K e n são constantes; $q_x^{(1)}$ se refere a uma tábua padronizada e $q_x^{(2)}$ a outra.

2.2.5. CARRIERE (1994)

Carriere (1994) apresentou um modelo de treze parâmetros que explicou o padrão da mortalidade masculino e feminino para tábuas seletas e finais referentes ao período de 1975 a 1980. Esse modelo paramétrico é útil porque pode prever as taxas de mortalidade seleta além do décimo quinto período de seleção e porque pode prever as taxas seletas para idades maiores que 70 anos. Além disso, os parâmetros neste modelo fornecem informações estatísticas sobre os dados.

Carriere (1994) comparou seu método a outros tais como Panjer e Russo (1990, apud Carriere, 1994)¹⁹. Usando dados canadenses, Panjer e Russo (1990, apud Carriere, 1994) fizeram uma graduação das taxas seletas que eles chamaram de “graduação paramétrica”. Para Carriere (1994), uma fórmula paramétrica verdadeira foi desenvolvida somente nas idades mais avançadas, o que também é verdade para as leis de mortalidade seleta desenvolvidas por Tenenbein e Vanderhoof (1980). Nos dois casos, as fórmulas se basearam nas leis de Gompertz ou generalizações, e em nenhum caso eles estavam aptos a desenvolver fórmulas que ajustassem o padrão de mortalidade a partir das crianças até as primeiras idades adultas. Em contraste, este método apresentava uma fórmula paramétrica que refletia a queda na mortalidade nas idades infantis, a corcova próxima da idade 20 e o padrão exponencial nas idades adultas.

Carriere (1994) sugeriu um método que utiliza uma tábua de referência e que as graduações futuras fossem feitas com fórmulas matemáticas por causa das muitas vantagens desta aproximação. Primeiro, as tábuas apresentavam taxas seletas para grupos de 5 anos, o que poderia ser inconveniente na prática, e então Paquin (1986, apud Carriere, 1994) teve

¹⁹ Apesar da relevância deste trabalho, Panjer e Russo, 1990, não foi possível encontrar sua publicação.

que estender as taxas seletas para as idades $x = 0, 1, \dots, 70$, enquanto garantia que a restrição da monotonicidade, suportava tal propósito. Uma vantagem da fórmula matemática é sua capacidade de prever ou estimar as taxas seletas nas idades acima de 70, o que é impossível com os métodos atuais. Outra vantagem de um modelo paramétrico é sua capacidade de estender os períodos de seleção além de 15 anos. Portanto, a fórmula matemática é o meio mais conveniente de se reescrever tábuas seletas.

Uma lei geral e matemática de mortalidade seleta e final, apresentada por Carriere (1994), pode ser definida da seguinte forma:

x é a idade de entrada, $x \geq 0$

$d + 1 \geq 1$ é o número de anos da apólice

$y = x + d$ é a idade no ano em questão

$s(y | \theta_d)$ é uma função de sobrevivência paramétrica com um vetor de parâmetro, θ_d , que converge para o valor finito θ_∞ ($d \rightarrow \infty$).

Dessa forma, as taxas de mortalidade podem ser definidas como:

$$q_{[x-d]+d} = 1 - \frac{s(y+1 | \theta_d)}{s(y | \theta_d)} \quad (2.46)$$

enquanto as taxas finais podem ser definidas como:

$$q_y = 1 - \frac{s(y+1 | \theta_\infty)}{s(y | \theta_\infty)} \quad (2.47)$$

O autor especificou a fórmula $s(y | \theta)$ como sendo uma mistura dos modelos de função de sobrevivência de Weibull(2.49), Weibull Invertida (2.50) e Gompertz(2.51). Isso é desenhado para encapsular o padrão de mortalidade infantil, a curva associada à mortalidade entre os adultos jovens e o padrão exponencial na mortalidade adulta avançada, todos remanescentes dos objetivos de Heligman e Pollard (1980). Essa metodologia demonstrou ser capaz de reproduzir o formato do padrão etário de mortalidade, mas quando aplicado, ele cai para produzir taxas finais graduadas aceitáveis. Neste modelo de oito parâmetros, a probabilidade de sobreviver à idade $y > 0$ é:

$$s(y | \theta) = \varphi_1 s_1(y) + \varphi_2 s_2(y) + \varphi_3 s_3(y) \quad (2.48)$$

onde,

$$s_1(y) = \exp \left\{ - \left(\frac{y}{m_1} \right)^{m_1 / \sigma_1} \right\} \quad (2.49)$$

$$s_2(y) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{y}{m_2} \right)^{m_2/\sigma_2} \right\} \quad (2.50)$$

$$s_3(y) = \exp \left\{ e^{-m_3/\sigma_3} - e^{(y-m_3)/\sigma_3} \right\} \quad (2.51)$$

$$\psi_3 = 1 - \psi_1 - \psi_2 \quad (2.52)$$

$$\theta_k = (\psi_{1,k}, \psi_{2,d}, \psi_3, m_{1,d}, m_{2,d}, m_{3,d}, \sigma_{1,d}, \sigma_{2,d}, \sigma_{3,d})', \text{ para } d \geq 0 \quad (2.53)$$

$$\theta_\infty = (\psi_{1,\infty}, \psi_{2,\infty}, \psi_{3,\infty}, m_{1,\infty}, m_{2,\infty}, m_{3,\infty}, \sigma_{1,\infty}, \sigma_{2,\infty}, \sigma_{3,\infty})', \text{ para } d \geq 0 \quad (2.54)$$

sendo que, m_i é aproximadamente o valor da média de $s_i(y)$, enquanto σ_i é proporcional ao desvio padrão de $s_i(y)$. Os parâmetros: $\psi_i \in [0,1]$, $m_i > 0$ e $\sigma_i > 0$, para $i=1,2,3$. O vetor, θ_∞ , denota os parâmetros finais. Pode-se definir θ_k como:

$$\theta_d = \theta_0 + (\theta_\infty - \theta_0) - (1 - \exp\{-ad^b\}) \quad (2.55)$$

onde $a > 0$ e $b > 0$. Outras fórmulas para θ_d com mais parâmetros poderiam ser construídos, contudo os autores consideraram esse o modelo mais apropriado para os dados que utilizaram. É importante enfatizar que os parâmetros podem ser restringidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \psi_{i,0} &= \psi_{i,\infty}, \quad i=1,2 \\ m_{i,0} &= m_{i,\infty}, \quad i=1,2 \\ \sigma_{1,0} &= \sigma_{1,\infty} \end{aligned} \quad (2.56)$$

tal que o modelo tenha treze parâmetros.

Renshaw e Haberman (1997a) notaram que a formulação do modelo de Carriere (1994), diferente do modelo de Panjer e Russo (1990), não garante a monotonicidade da duração.

Carriere (1994) considerou \hat{q}_x como sendo as taxas brutas de mortalidade, provenientes de uma tábua de referência e modelou uma função paramétrica, $q_x(\theta)$. Os autores consideraram a variância $Var(\hat{q}_x) = \sigma_x^2$ não constante em x (heterostadidade), podendo ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_x^2 = \frac{q_x(1-q_x) \sum_{i=1}^{n_x} b_{x,i}^2}{B_x^2} \quad (2.57)$$

sendo que algumas hipóteses, que podem ser vistas em Carriere (1994) devem ser assumidas para se efetivar o cálculo.

Esse modelo apresenta limitações e vantagens. O ajuste do modelo não funciona para todas as idades. Carriere (1994) afirma que o modelo subestima as taxas de mortalidade masculinas entre 36 e 53 e superestima as taxas de mortalidade masculinas entre 79 e 99. O autor afirma que essa é a penalidade por usar um método paramétrico que suaviza as taxas. Contudo considera esse método mais prático do que usar taxas de mortalidade. Não é possível extrapolar as taxas de mortalidade além do intervalo dos dados brutos. Contudo, o método é capaz de prever as taxas seletas nas idades acima de 70 e além dos 15 períodos de seleção.

2.3. CONCLUSÃO

Nesse capítulo foram estudados métodos de construção de tábuas de mortalidade e de tábuas seletas de mortalidade. A escolha dos métodos utilizados na construção das tábuas seletas de mortalidade está intimamente relacionada aos dados disponíveis. Através dessa revisão de literatura, pudemos ver que há uma necessidade de ajuste das taxas de mortalidade por uma técnica de graduação, o modelo proposto por Helligman e Pollard (1980) parece se adequar bem e será explicado mais detalhadamente no capítulo referente à metodologia desenvolvida neste trabalho. O método de construção da tábua seleta, utilizado para estimar uma tábua seleta de mortalidade para os aposentados por invalidez do Poder Executivo Federal, filiados ao RPPS se baseará nos métodos de Renshaw e Haberman (1997a) e Currie e Waters (1991), uma vez que o objetivo deste trabalho é justamente construir uma tábua com dados da população brasileira, impossibilitando o uso dos métodos propostos por Carriere (1994) e Benjamin e Pollard (1980), pois estes métodos utilizam uma tábua pré-existente para construir uma nova. O método proposto por Tenenbein e Vanderhoof (1980), apesar de bem elaborado e consistente, faz uso de informações não disponíveis, como a taxa de falha dos sistemas cruciais para a vida humana. Pode-se considerar o método da coorte sintética, explicitado acima, mais adequado aos dados disponíveis para este trabalho, na estimação das funções da tábua de mortalidade.

3

FONTE DE DADOS

Neste trabalho foram utilizados dados referentes aos registros administrativos do SIAPE – Sistema Integrado de Administração de Recursos Humanos. O SIAPE é um sistema integrado de banco de dados, onde são cadastrados todos os servidores civis da Administração Pública Federal direta, das autarquias e fundações públicas que recebem recursos provenientes do Tesouro Nacional. Foi instituído visando à administração de recursos humanos nas atividades de planejamento, coordenação, supervisão, controle e desenvolvimento de recursos humanos. (Decreto 99328/1990 e BORGES, 2009).

Ribeiro (2006) utilizou a base de dados do DATAPREV para construir uma tabela de mortalidade para os participantes do Regime Geral de Previdência Social. Os dados do SIAPE utilizados neste estudo se referem somente aos funcionários públicos civis do poder Executivo.

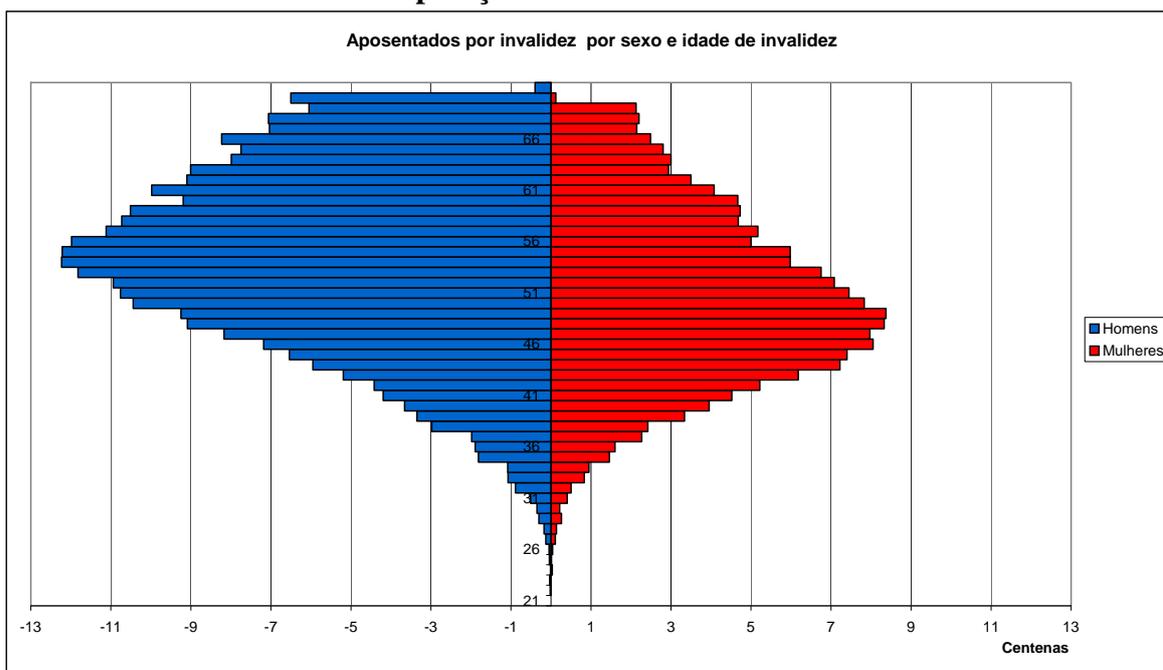
Segundo Beltrão e Sugahara (2002b), as principais vantagens de se utilizar os dados de registros administrativos, em particular, o SIAPE são: trabalhar com somente uma fonte de dados, não ter problemas de sub-registro, nem de dígito preferencial, além de uma maior fidedignidade dos dados, uma vez que o uso principal desse banco de dados é o pagamento dos funcionários. A DATAPREV, por exemplo, utiliza os dados dos aposentados por invalidez cujos dados encontram-se no SISOB²⁰, para ajudar a definir os segurados que tiveram seus benefícios suspensos por morte.

Os microdados do SIAPE, originalmente, continham 2.097.482 observações, extraídas em outubro de 2008, cada uma correspondente a um indivíduo ativo, aposentado ou excluído e que ainda fazia parte do cadastro. (BORGES, 2009). Contudo, para fins deste trabalho, foram selecionadas somente as observações referentes aos funcionários públicos estatutários que se aposentaram por invalidez no período de 1991 a 2007, totalizando 45.387 observações na base de dados - 38,01% mulheres e 61,99% homens (gráfico 1). Deve-se enfatizar que foram retiradas da base de dados informações inconsistentes, como,

²⁰ O SISOB - Sistema Informatizado de Controle de Óbitos - capta informação dos cartórios de registro civil. Estes são obrigados por lei a fornecer a Previdência Social o registro dos óbitos ocorridos no mês anterior. (Ribeiro, 2006).

por exemplo, com data de nascimento posterior à data de inatividade ou à data de saída e dados de indivíduos que se aposentaram por invalidez com mais de 70 anos de idade, uma vez que nessa idade a aposentadoria é compulsória para os servidores do Regime Jurídico Único.

Gráfico 1. População alvo do estudo da mortalidade.



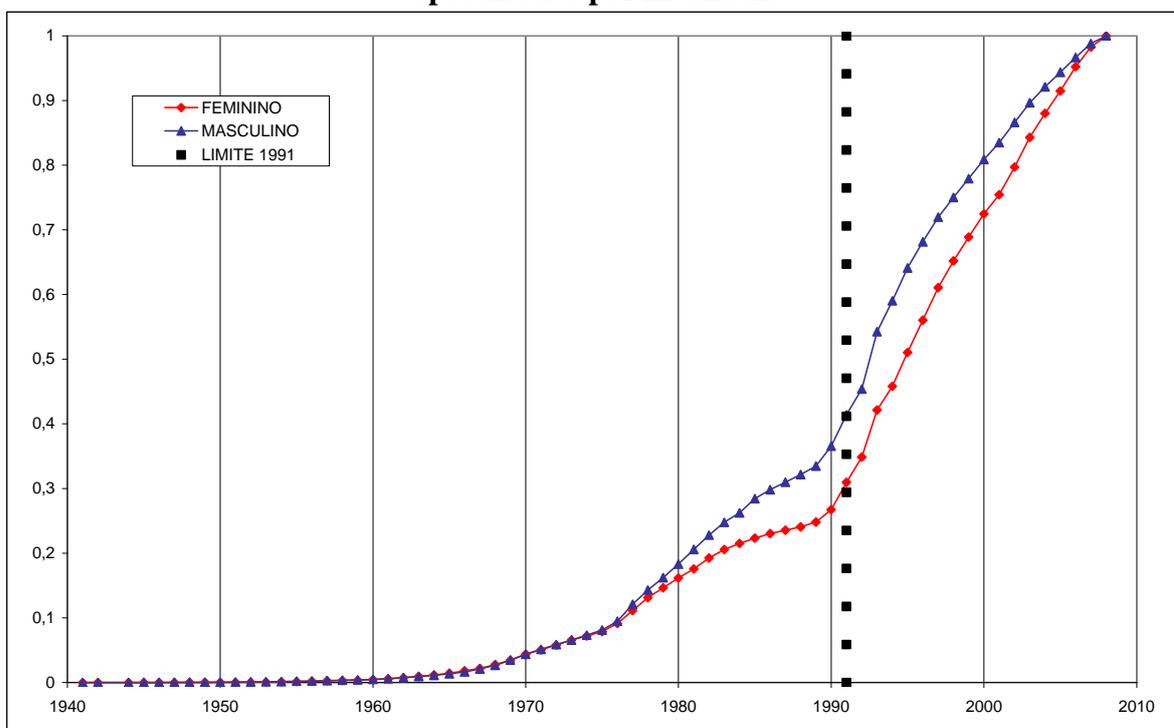
Fonte: Microdados do SIAPE 2008

As variáveis disponíveis nessa base de dados e relevantes para este trabalho foram: sexo, idade, data de nascimento, data de inatividade, data de óbito, código de inatividade, grupo de inatividade e situação. As variáveis, código de inatividade e grupo de inatividade, permitiram identificar as pessoas que se invalidaram e a variável situação permitiu identificar e filtrar somente os indivíduos que pertenciam ao Regime Jurídico Único, ou seja, os funcionários públicos estatutários.

A escolha do período dos dados utilizados na construção da tábua seleta se justificou por uma mudança na legislação, ocorrida com a aprovação do estatuto dos servidores públicos, lei 8.112 de 11 de dezembro de 1990. Ao observar o gráfico 2, percebe-se um desnível na distribuição acumulada do número de expostos ao risco de morte por ano, o que foi provocado pela mudança do regime jurídico dos funcionários públicos celetistas para estatutários, aumentando, conseqüentemente, o número de estatutários. Sendo assim, os dados utilizados neste trabalho se referem às aposentadorias por invalidez concedidas no

período de 1991 a 2007 (último ano com dados completos), pois a lei 8112/1990 foi aprovada no final de 1990. (artigo 243 e 245 da lei 8112/1990)

Gráfico 2. Número de expostos acumulados por ano de inatividade e sexo – aposentados por invalidez.



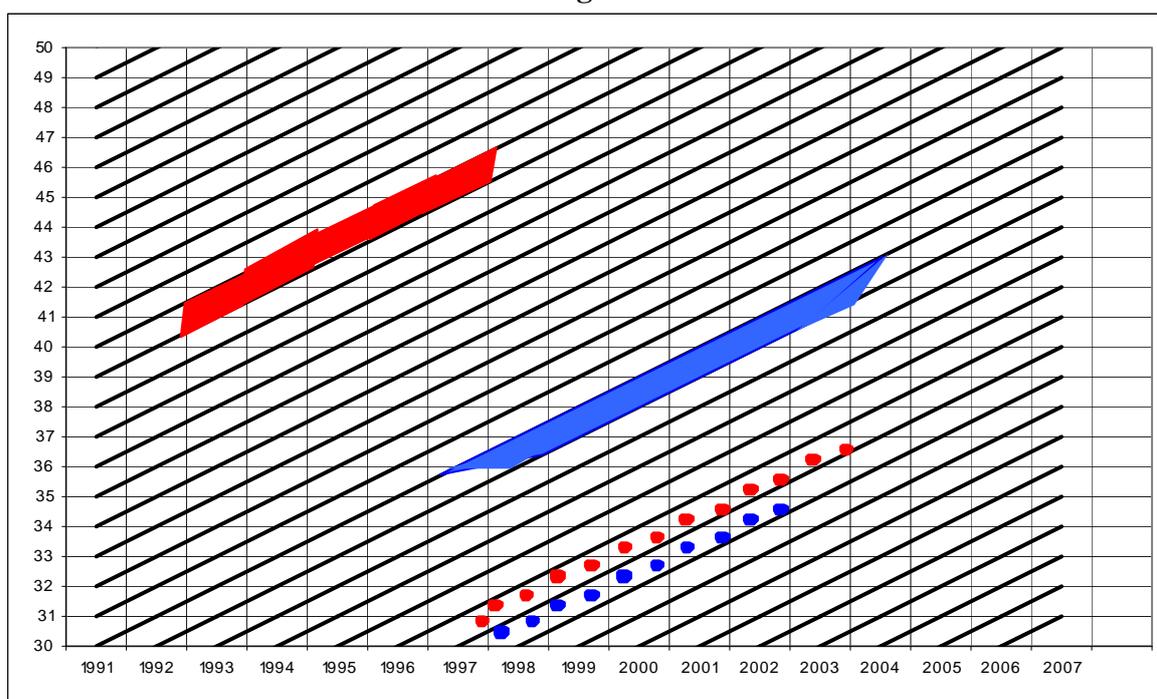
Fonte: Microdados do SIAPE 2008

A população de estudo, que juntamente às informações de óbito, gerou a tábua de mortalidade, foi definida pelo número de expostos ao risco de morte, ou seja, o número de aposentados por invalidez em cada ano calendário, 1996 a 2007, contados pela duração do benefício de invalidez, idade e sexo, através do pacote estatístico SPSS²¹ (Statistical Package for the Social Sciences), de forma que os resultados desta tábua sejam comparáveis aos resultados da tábua de Ribeiro (2006). Essa população está apresentada no gráfico 5 e os expostos por ano de inatividade está apresentado no gráfico 4. Foi utilizado o conceito de pessoas-ano para estimar o número de expostos pela data de inatividade (1991 a 2007). O tempo, contado em anos, entre a data que ocorreu a aposentadoria por invalidez e a data de óbito para aqueles que morreram antes de primeiro de janeiro de 2008, ou o tempo entre a

²¹ Toda a parte de manipulação dos dados (definição da população alvo e tabulação dos dados) foi feita através do pacote estatístico, SPSS.

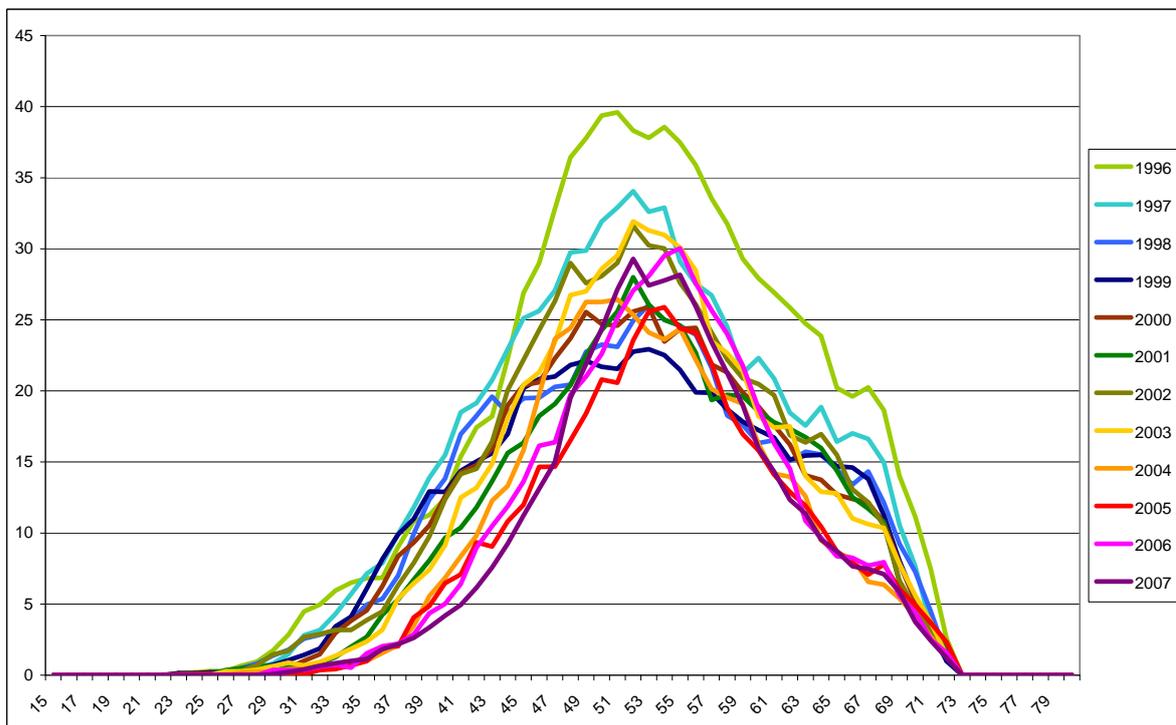
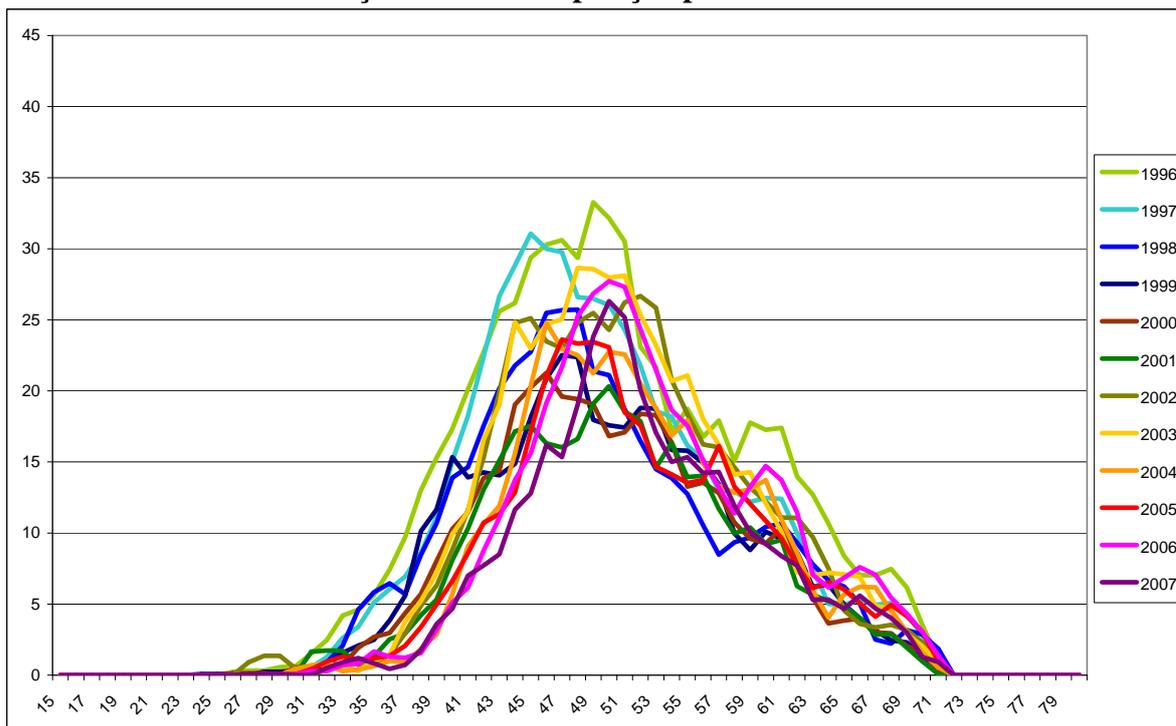
data de inatividade e 31 de dezembro de 2007, foram contados como número de expostos em cada ano. Isto é, cada ano completo de exposição foi contado como um aposentado por invalidez, exposto ao risco de morte. O tempo de exposição do segurado antes do aniversário foi contabilizado pela idade no primeiro dia de cada ano de exposição e o tempo de exposição do segurado depois do aniversário foi contabilizado pela idade no dia do aniversário em cada ano. Contudo, esse cálculo da exposição é uma aproximação, uma vez que ainda que o segurado não tenha ficado exposto um ano inteiro e sua exposição tendo passado por sete anos consecutivos, (observar área azul no gráfico 3), essa exposição é contada de forma que a parte da exposição que se refere ao último ano (2003) é contabilizada, em 2003, como exposto há menos de um ano e a parte da exposição referente a 2002 é contada como exposto há um ano, mesmo que o segurado tivesse ficado inválido em 2002. Para reduzir esse problema considerou-se mais apropriado que o primeiro período de seleção em 2003 fosse equivalente a seis meses, começando a contagem em julho de 2003 até janeiro, de 2004, no caso da área azul e cada ano fosse contado de julho de um ano a julho do ano subsequente. Os outros períodos de seleção continuariam equivalentes a um ano. Os óbitos ocorridos nessa população foram contabilizados pela idade na data do óbito. O algoritmo implementado para o cálculo da exposição e número de óbitos encontra-se no Anexo II deste trabalho.

Gráfico 3. Diagrama de Lexis.



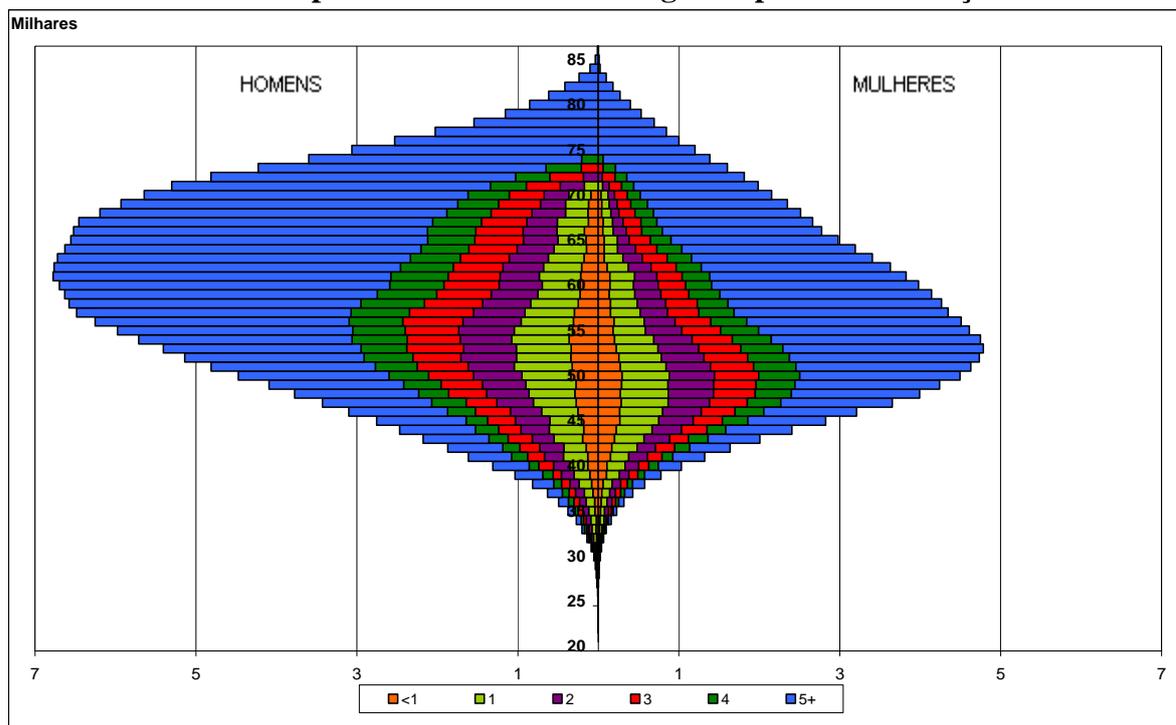
Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Gráfico 4. Distribuição etária da exposição por sexo no ano de inatividade



Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Gráfico 5. Pirâmide da população de aposentados por invalidez exposta ao risco de morte no período de 1991 a 2007 segundo período de seleção.



Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Os aposentados por invalidez que tiveram seus benefícios cessados foram enumerados na tabela 1 e exibidos no gráfico 6, sendo a causa modal, o óbito – 85,61% dos homens aposentados por invalidez e 86,08% das mulheres aposentadas por invalidez, que tiveram seu benefício cessado, decorreram da morte. Dentre as mulheres aposentadas por invalidez, 12,69% teve seu benefício cessado por recuperação da capacidade laborativa. Para os homens, esse percentual foi de 13,67%. Parte significativa dos aposentados por invalidez (11,33% das mulheres e 13,21% dos homens) teve seu benefício cessado por reforma administrativa, uma forma de recuperação da capacidade laborativa, decorrente da lei 8.112 de 11 de dezembro de 1990. Essa lei (artigo 188) regula a aposentadoria por invalidez, condicionando a concessão da aposentadoria por invalidez a uma licença para tratamento de saúde, por período não excedente a 24 (vinte e quatro) meses. Expirado o período de licença e não estando em condições de reassumir o cargo ou de ser readaptado, o servidor será aposentado. Esse artigo consta do texto original da lei 8.112/1990, época em que as cessações dos benefícios de invalidez por reforma administrativa começaram a aumentar. Pode-se ver no gráfico 6 que quanto mais jovens eram os beneficiários na data da cessação do benefício, mais esses beneficiários eram afetados pela reforma administrativa,

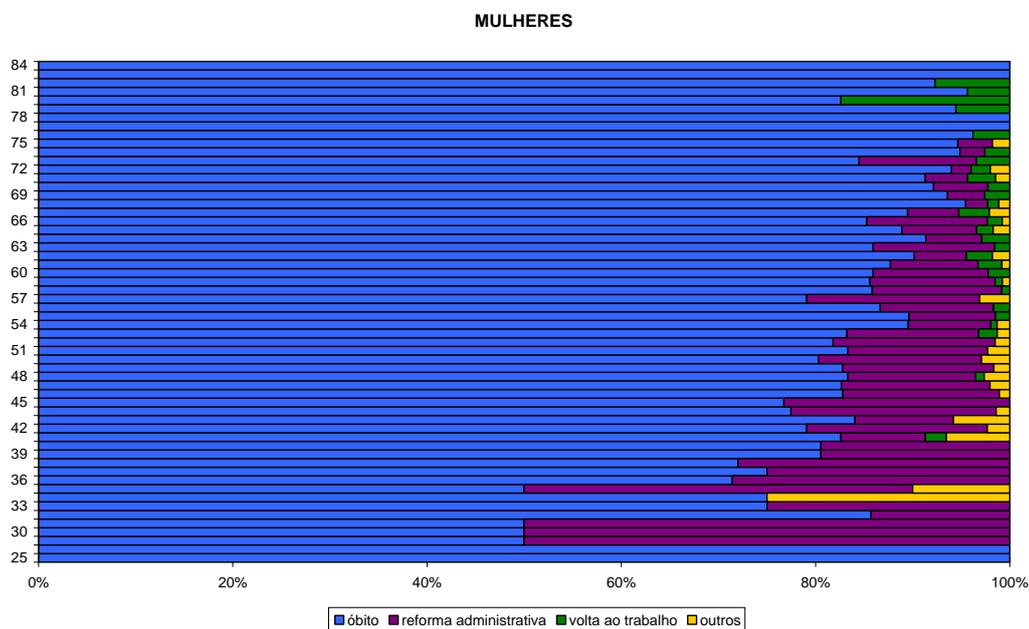
dada a possibilidade de readaptação. Outras medidas vieram, possivelmente aumentando as cessações de benefício por reforma administrativa, como a Medida Provisória 441 de 2008, que declarou a possibilidade do servidor em licença para tratamento de saúde ou aposentado por invalidez ser convocado a qualquer momento, para avaliação das condições que ensejaram o afastamento ou a aposentadoria. Essa regra foi posteriormente instituída pela lei 11.907 de 2009.

Tabela 1. Causas de cessação do benefício de aposentadoria por invalidez

Causas de cessação do benefício de aposentadoria por invalidez	Feminino		Masculino	
	n	%	n	%
Óbito	3.426	86,08%	9.419	85,61%
Reforma Administrativa	451	11,33%	1.453	13,21%
Recuperação da capacidade laborativa	54	1,36%	51	0,46%
Outros	49	1,23%	79	0,72%
Total	3.980	100,00%	11.002	100,00%

Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Gráfico 6. Causas de cessação do benefício de aposentadoria por invalidez por idade na data de cessação do benefício.





Fonte: Microdados do SIAPE 2008

As aposentadorias por invalidez cessam por várias razões, sendo as principais: morte e recuperação da capacidade laborativa. O ideal seria utilizar o modelo de múltiplo decremento para estudar o comportamento dessas cessações de aposentadoria. Contudo, a representatividade das causas de cessação de benefício atribuídas às causas diferentes de óbito é pequena, dificultando o estudo das taxas de cessação por causa e do tempo de duração do benefício de aposentadoria por invalidez. Não seria viável a construção de uma tábua seleta de múltiplo decremento e por essa razão, apenas o decremento de morte foi considerado e conseqüentemente, construída uma tábua seleta de mortalidade. As pessoas que tiveram seu benefício cessado por outra razão que não a morte foram excluídas na contagem de expostos em cada ano do período analisado.

É importante entender a distribuição dos aposentados por invalidez na idade de invalidez, o que pode ser observado na tabela 2, através de medidas de dispersão.

Tabela 2. Análise Descritiva da idade de invalidez

	Idade de Invalidez	
	Homens	Mulheres
Média	53,49	50,73
Mediana	54,00	50,00
Primeiro Quartil	47,00	45,00
Segundo Quartil	60,00	57,00

Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Pela análise da tabela 2, pode-se dizer que 50% dos homens aposentados por invalidez se aposentaram entre 47 e 60 anos e 50% das mulheres se aposentaram entre 45 e 57 anos. A idade média de aposentadoria dos homens é 53,49 anos enquanto a das mulheres é de 50,73 anos. Percebe-se assim, que em média os homens se aposentam por invalidez, em média em idade mais avançadas que as mulheres.

No capítulo seguinte será explicada a metodologia de estimação da tábua seleta de mortalidade, desenvolvida neste trabalho, utilizando-se os dados descritos neste capítulo.

4

METODOLOGIA

O desenvolvimento do método de construção da tábua seleta de mortalidade dos aposentados por invalidez, construída neste trabalho, se baseou nos métodos estudados anteriormente, a fim de selecionar aquele que melhor se adequava aos dados e aos objetivos propostos. O método aqui desenvolvido se baseou, sobretudo, na metodologia proposta por Renshaw e Haberman (1997a), apesar de ter utilizado também o modelo demográfico desenvolvido por Lee e Carter (1992).

Esta seção pretende descrever os métodos utilizados na construção da tábua seleta de mortalidade para os aposentados por invalidez do Regime Próprio de Previdência Social. As etapas do procedimento utilizado podem ser resumidas da seguinte forma

- 1- Identificação da população alvo: aposentados por invalidez do Regime Jurídico Único.
- 2- Tabulação dos dados da população exposta e os óbitos ocorridos por idade, sexo e ano em que se invalidou.
- 3- Cálculo das taxas de mortalidade por idade do segurado em cada ano do estudo (1996 a 2007) e ano que o segurado se invalidou.
- 4- Reconhecimento do período final de seleção ($d^+ = 3+$).
- 5- Ajuste da curva de mortalidade para aqueles que se aposentaram por invalidez há três anos ou mais (grupo homogêneo), através do modelo de Heligman e Pollard (1980).
- 6- Estimação das curvas de mortalidade por período de seleção.
- 7- Cálculo da expectativa de sobrevida por idade, sexo e período de seleção.

4.1. MÉTODO DE CONSTRUÇÃO DA TÁBUA SELETA DE MORTALIDADE

Os dados de quantidade de indivíduos da população exposta, referente às pessoas que se aposentaram por invalidez no período de 1991 a 2007, e do número de óbitos ocorridos dentre os aposentados por invalidez, foram tabulados por sexo, idade e ano de inatividade, através de um algoritmo, implementado no software estatístico SPSS. É importante enfatizar que o número de expostos e o número de óbitos foram calculados para cada ano do período acima, para em seguida se calcular o número de expostos que acabaram

de se aposentar, aqueles que se aposentaram há um ano, há dois anos, há três anos, há quatro anos e há cinco ou mais anos, sendo essas informações computadas por sexo e idade em cada ano desse período.

As taxas de mortalidade foram calculadas para cada período de seleção e para o período final, embasando-se no conceito de Estimador de Máxima Verossimilhança (EMV) e de médias móveis. O conceito de EMV foi utilizado para calcular as taxas de mortalidade e o conceito de médias móveis foi usado com o intuito de facilitar um posterior ajuste, trazendo uma suavização para essas curvas.

As taxas de mortalidade foram calculadas através da média das taxas de mortalidade das cinco idades mais próximas, como se pode ver abaixo:

$$q_x^d = \frac{\sum_{u=x-2}^{x+2} O_u^d}{\sum_{u=x-2}^{x+2} E_u^d + \frac{O_u^d}{2}} \quad (4.1)$$

onde O_x^d é o número de óbitos a idade x e período de seleção d e E_x^d é o número de expostos a idade x e período de seleção d , onde $d = 0, 1, 2, 3, 4 \dots d^+$ ou mais anos. Em geral, a partir do quinto período de seleção, o efeito dessa seleção na mortalidade não é mais significativo.

Calculadas as taxas de mortalidade e tendo como base os métodos de construção de tábuas seletas de Renshaw e Haberman (1997a) e Currie e Waters (1991), percebe-se duas opções viáveis para ajustar as taxas de mortalidade referentes aos períodos de seleção²², $d = 0, 1, 2$. Pode-se graduar primeiro a curva de mortalidade referente ao primeiro período de seleção, $d = 0$, para depois ajustar as curvas de mortalidade referentes aos outros períodos de seleção, com base nesta curva graduada; ou graduar primeiro a curva de mortalidade referente ao período final de seleção, $d = d^+$, também para posterior ajuste das outras curvas de mortalidade. Optou-se por ajustar a curva de mortalidade referente ao último período de seleção, referente àqueles que se aposentaram por invalidez há d ou mais anos (período de seleção homogêneo, no caso 3 anos e mais), uma vez que essas taxas brutas de mortalidade foram calculadas a partir de uma massa maior de aposentados por invalidez, do que a existente na população de aposentados por invalidez que recebem o benefício há menos de um ano.

²² É importante lembrar que o período de seleção 0 se refere à duração de em média meio ano, nesta dissertação.

O ajuste das curvas de mortalidade restantes foi feito pelo logaritmo da razão entre a taxa de mortalidade do período de seleção e a taxa de mortalidade ajustada do período final de seleção. O cálculo utilizado foi:

$$R_x^d = \ln \left(\frac{q_x^d}{\hat{q}_x^{d^+}} \right) \quad (4.2)$$

onde q_x^d se refere à taxa específica de mortalidade por idade, x e período de seleção, d , onde $d = 0, 1$ e 2 e $\hat{q}_x^{d^+}$ se refere à taxa específica de mortalidade ajustada pelo modelo de Heligman e Pollard (1980), para o último período de seleção.

Renshaw e Haberman (1997a) apresentaram um modelo para ajustar as taxas seletas de mortalidade que se baseia na diferença entre o logaritmo das taxas de cada período de duração do benefício e o logaritmo da taxa ajustada do período final de seleção, ponderada pelos pesos, provenientes do número de óbitos por idade e período de seleção. Contudo, esse modelo não apresentou uma suavização satisfatória para fins de cálculo das outras funções da tábua de mortalidade. Mas esse modelo possibilita o cálculo dos pesos que podem ser usados no ajuste das outras curvas de mortalidade.

Para ajustar a razão R^d , para $d \neq d^+$, foi utilizada uma transformação logito, para que as curvas R_x^d convergissem nas idades mais avançadas. A transformação logito utilizada foi limitada a dois valores, o mínimo (m) e o máximo (M), da seguinte forma,

$$\rho = a + bx = \text{logito}(R_x^d) = \ln \left(\frac{R_x^d - m}{M - R_x^d} \right) \quad (4.3)$$

$$e^\rho = \frac{R_x^d - m}{M - R_x^d} \quad (4.4)$$

$$(M - R_x^d) e^\rho = R_x^d - m \quad (4.5)$$

$$Me^\rho - R_x^d e^\rho = R_x^d - m \quad (4.6)$$

$$R_x^d (1 + e^\rho) = Me^\rho + m \quad (4.7)$$

$$R_x^d = \frac{Me^\rho - M + M + m}{(1 + e^\rho)} \quad (4.8)$$

$$R_x^d = \frac{Me^\rho + M}{(1 + e^\rho)} - \frac{M - m}{(1 + e^\rho)} \quad (4.9)$$

$$R_x^d = M - \frac{M - m}{(1 + e^\rho)} \quad (4.10)$$

para $d = 0, 1$ e 2 , $\forall x$.

Essa razão sofreu mais um ajuste, para que as razões ajustadas ficassem “paralelas” entre si. Utilizou-se a razão ajustada pela transformação logito que melhor se adequou aos dados brutos (neste trabalho optou-se por utilizar a \hat{R}_x^1) como base do ajuste seguinte²³:

$$\hat{R}_x^0 = 1 + (\hat{R}_x^1 - 1) * \frac{(c^0 - 1)}{(c^1 - 1)} \quad (4.11)$$

$$c^0 = \frac{\sum_{x=30}^{70} R_x^0}{40} \quad (4.12)$$

$$c^1 = \frac{\sum_{x=30}^{70} R_x^1}{40} \quad (4.13)$$

$$c^2 = \frac{\sum_{x=30}^{70} R_x^2}{40} \quad (4.14)$$

$$\hat{R}_x^2 = 1 + (\hat{R}_x^1 - 1) * \frac{(c^2 - 1)}{(c^1 - 1)} \quad (4.15)$$

Essa razão ajustada foi posteriormente utilizada para ajustar as curvas de mortalidade, referentes aos períodos de seleção, $d \neq d^+$.

$$\hat{q}_x^d = \hat{R}_x^d * \hat{q}_x^{d^+} \quad (4.16)$$

4.2. AJUSTE DA CURVA DE MORTALIDADE - HELIGMAN E POLLARD (1980)

O modelo proposto Heligman e Pollard (1980) foi usado para ajustar a curva de mortalidade referente ao último período de seleção, possibilitando o estudo dos níveis das taxas de mortalidade por duração do benefício e o ajuste relativo aos outros períodos de seleção.

²³ Ver pé de página número 20.

Esse modelo ajusta taxas de mortalidade, com a vantagem de refletir um padrão de mortalidade. Esse modelo inicialmente se ajustou bem às taxas de mortalidade australianas para todas as idades e posteriormente se ajustou bem aos padrões de mortalidade de outros países. A primeira componente reflete o comportamento da mortalidade na infância, decorrente dos parâmetros A, B e C, que se caracteriza pela queda das taxas. A segunda, ajusta a curva de mortalidade dos jovens e adultos, uma corcova, relacionada às mortes por causas externas, através dos parâmetros D, E e F. A última componente modela a mortalidade para as idades adultas através dos parâmetros G, H e K. (Beltrão e Sugahara, 2005)

$$\hat{q}_x = A(x+B)^C + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + \frac{GH^x}{(1+KGH^x)} \quad (4.17)$$

Esse modelo, composto de nove parâmetros para as três componentes, é muito flexível e consegue aproximar qualquer padrão de mortalidade conhecido de populações humanas. Essa característica garante que esta família seja densa na experiência de mortalidade de qualquer população humana. (Beltrão e Sugahara, 2005)

Como o modelo ajustado para as taxas de mortalidade do período final de seleção foi feito somente para as idades adultas, foram usadas somente a segunda e terceira componentes do modelo, sendo que o calombo característico das mortes dos jovens, decorrentes em sua maioria das causas externas não foi modelado, uma vez que ele não aparecia nas taxas brutas de mortalidade. Segue o modelo de fato ajustado às taxas de mortalidade.

$$\hat{q}_x = D + \frac{GH^x}{(1+KGH^x)} \quad (4.18)$$

É importante entender a sensibilidade do modelo a cada parâmetro. Nesse modelo, o parâmetro D está relacionado ao nível das taxas de mortalidade. Segundo Beltrão e Sugahara (2005), o parâmetro G pode ser entendido como uma translação de $(\ln G)$ na escala da idade. O parâmetro H regula as mudanças nas curvaturas, já que todas começam côncavas e passam a convexas. Quanto maior o H, mais cedo ocorrerá a inflexão. O parâmetro K, dependendo do seu sinal, regula a curvatura nas idades mais avançadas e define a assíntota do limite superior da curva. Quando o K é negativo, não há assíntota, ou seja, não há limite superior e as curvas são convexas. Quanto maior o K, mais côncava será a curva. (Beltrão e Sugahara, 2005)

4.3. MODELO DEMOGRÁFICO - LEE E CARTER (1992)

As curvas de mortalidade ajustadas segundo o método aqui proposto podem ser vistas como o modelo demográfico proposto por Lee e Carter (1992). Beltrão e Sugahara (2007) usaram o modelo demográfico de Lee e Carter (1992) juntamente com aquele proposto por Heligman e Pollard (1980) e novas descobertas de Li e Vaupel (1992) para descrever o formato da curva de mortalidade dos servidores públicos do período de 1993 a 2005.

O modelo demográfico proposto por Lee e Carter (1992) foi desenvolvido como parte de seu método de projeção de mortalidade. Esse modelo toma como base uma matriz de taxas centrais de mortalidade por idade e sexo, no ano t e as ajusta ao modelo abaixo:

$$\ln(m(x,t)) = a_x + b_x K_t + e_{x,t} \quad (4.19)$$

Contudo, o modelo demográfico original foi adaptado às necessidades do estudo das taxas seletas de mortalidade e agora apresenta o logaritmo da probabilidade de morte em função da idade e do tempo de duração do benefício, onde $d = 0, 1$ e 2 anos.

$$\ln(q(x,d)) = a_x + b_x K_d + e_{x,d} \quad (4.20)$$

O conjunto dos a_x 's descreve a forma geral do perfil, sendo $a_x = \ln(\hat{q}(x,d^+))$, lembrando que o $\hat{q}_x^{d^+}$ é o $q_x^{d^+}$ ajustado pelo modelo de Heligman e Pollard, 1980. A componente b_x descreve as mudanças nas taxas, em resposta às mudanças em k , k_d é o índice de nível da mortalidade no período d e $e_{x,d}$ reflete as flutuações ao redor de q_x^d . A componente $b_x K_d$ será a razão R_x^d calculada anteriormente, como se pode ver abaixo.

$$\begin{aligned} \ln(q(x,d)) &= a_x + b_x K_d \\ \ln(q(x,d)) &= \ln(q(x,d^+)) + b_x K_d \\ q(x,d) &= q(x,d^+) \exp(b_x K_d) \\ \frac{q(x,d)}{q(x,d^+)} &= \exp(b_x K_d) \Rightarrow R_x^d \end{aligned} \quad (4.21)$$

4.4. FUNÇÕES DA TÁBUA SELETA DE MORTALIDADE²⁴

O cálculo da expectativa de vida dos aposentados por invalidez, e_x é importante para analisar o tempo médio que uma pessoa sobrevive desde a invalidez, por sexo, idade e tempo de invalidez, ou seja, o tempo que ela permanece inválida por idade e período de seleção.

Para a estimação da expectativa de vida, é necessário calcular as outras funções da tábua de mortalidade para $d=d+$, uma vez que as pessoas ficam vários anos nessa tábua, ficando somente um ano nas tábuas relativas aos outros períodos de seleção.

A tábua de mortalidade aqui desenvolvida, para $d = d+$ foi construída como um modelo de população estacionária. Segundo Ortega (1987), uma população estacionária é um modelo teórico no qual a população total, assim como a distribuição por idade, não muda no tempo. Nesse modelo, a taxa de natalidade é igual a taxa de mortalidade e conseqüentemente, o crescimento natural é igual a zero. Tal população hipotética pode ser obtida supondo que o número de pessoas com 28 anos é constante e igual a l_{28}^d , para $d=0, 1, 2, d^+$, submetendo-os a lei da mortalidade invariável da tábua de vida. Dessa forma, a quantidade de pessoas na primeira idade, 28 anos, é igual ao número total de óbitos.

Uma vez obtidas as probabilidades de morte suavizadas referentes a cada período de seleção, calcula-se as funções restantes da tábua de mortalidade, fixando-se como raiz da tábua, $l_{28}^d = 100.000$, a coorte hipotética de pessoas com 28 anos, para cada período de seleção, d . O número de pessoas, pertencentes aos períodos de seleção $d=0, 1, 2, d^+$ que atingem a idade x a cada ano, ou seja, o número de sobreviventes a idade x é dado por:

$$l_{x+1}^d = l_x^d * (1 - q_x^d) \quad (4.22)$$

Numa coorte hipotética, d_x^d é o número de mortes entre as idades x e $x+1$ dos sobreviventes da coorte a idade x , para $d=0, 1, 2, d^+$. Na população estacionária, é o número de mortes que se verificam todos os anos entre as idades x e $x+1$, para cada período de seleção. O número de óbitos ocorridos na idade x , em cada ano, por período de seleção, d foi obtido a partir da seguinte equação:

$$d_x^d = l_x^d - l_{x+1}^d \quad (4.23)$$

²⁴ Os conceitos das funções da tábua de mortalidade foram fortemente embasados em Carvalho, Sawyer e Rodrigues, 1998 e em Ortega, 1987.

Numa população estacionária, L_x^d é o número de pessoas com idade entre x e $x+I$, no período de seleção d . Já numa coorte hipotética, é o tempo a ser vivido pelos sobreviventes da coorte à idade x , entre esta idade e o início do grupo etário seguinte para cada período de seleção. Também é conhecido como o número de pessoas-ano entre as idades x e $x+I$. O tempo vivido por cada geração entre as idade x e $x+I$ (para idades maiores que 5 anos) é dado por:

$$L_x^d = \frac{1}{2}(l_x^d + l_{x+1}^d) \quad (4.24)$$

Numa coorte hipotética, o tempo a ser vivido por cada geração, até que esta coorte se extinga, para o período de seleção d , é representado por T_x^d . Na população estacionária, T_x^d é o número de pessoas pertencentes ao período de seleção d com x anos ou mais e é dado por:

$$T_x^d = \sum_{a=x}^{w-1} L_a^d \quad (4.25)$$

O número esperado de anos a serem vividos quando se está na idade x e período de seleção d é chamado de expectativa de vida e foi obtido para o período final de seleção a partir da expressão(4.26).

$$e_x^{d+} = \frac{T_x^{d+}}{l_x^{d+}} \quad (4.26)$$

A partir da esperança de vida dos aposentados por invalidez que recebem o benefício há d ou mais anos e das probabilidades de morte por idade e sexo para cada período de seleção, é possível conhecer as expectativas de vida para cada período de seleção em relação ao período final. A estimação da expectativa de vida foi obtida, a partir da seguinte relação,

$$e_x^d = \frac{T_x^d}{l_x^d} = \frac{T_{x+1}^{d+1} + L_x^d}{l_x^{d+1}} = \frac{T_{x+1}^{d+1}}{l_x^{d+1}} + \frac{L_x^d}{l_x^{d+1}} \quad (4.27)$$

$$e_x^d = \frac{T_{x+1}^{d+1}}{l_{x+1}^{d+1}} * \frac{l_{x+1}^{d+1}}{l_x^{d+1}} + \left(\frac{l_x^d + l_{x+1}^{d+1}}{2l_x^d} \right) \quad (4.28)$$

$$e_x^d = \frac{T_{x+1}^{d+1}}{l_{x+1}^{d+1}} (1 - q_x^d) + \left(\frac{1 + q_x^d}{2} \right) \quad (4.29)$$

$$e_x^d = (1 - q_x^d) e_{x+1}^{d+1} + \left(1 + \frac{q_x^d}{2} \right) \quad (4.30)$$

para $d=0, 1$ e 2 . (Ver pé de página número 20).

4.5. CONCLUSÃO

O método aqui desenvolvido para construção de uma tábua seleta de mortalidade para o Brasil apresenta uma imprecisão na estimação das taxas de mortalidade para as idades mais avançadas, decorrente da legislação. Os segurados da Previdência Social só podem se aposentar por invalidez até os 70 anos, uma vez que depois dessa idade a aposentadoria é compulsória. Dessa forma as curvas de mortalidade referentes aos períodos de seleção, exceto o período final, não apresentam taxas de mortalidade para as idades mais avançadas, dificultando a estimação do comportamento da mortalidade para essas idades, sendo o seu comportamento definido pelas taxas de mortalidade referentes ao período de seleção final.

O método de construção de tábua seleta de mortalidade, aqui apresentado foi desenvolvido no capítulo seguinte, onde são apresentados os ajustes e a tábua seleta de mortalidade resultante.

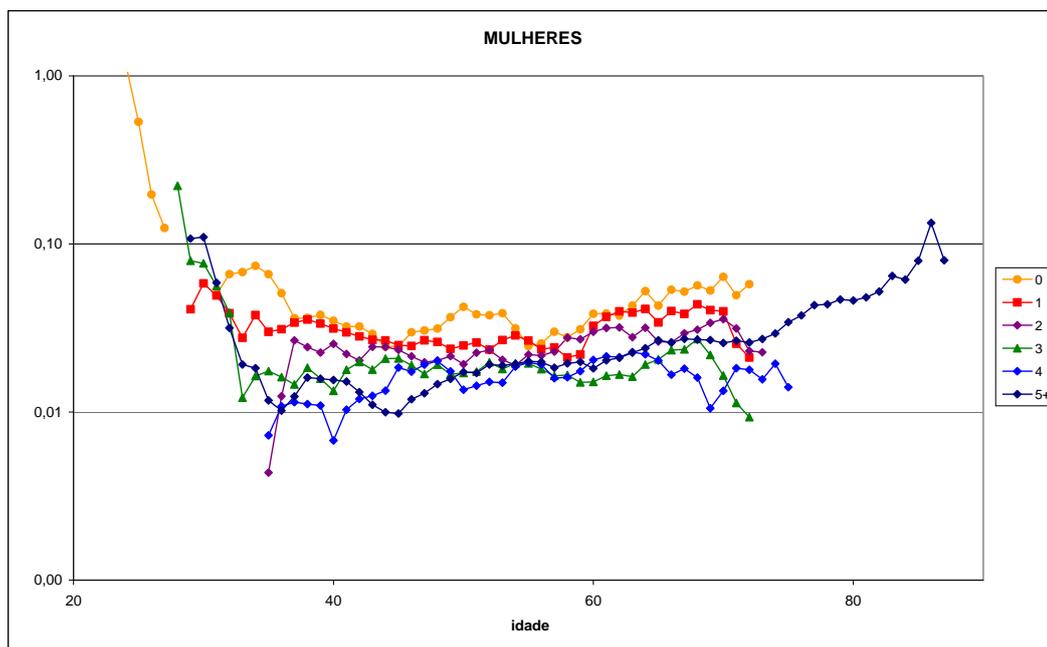
5. AJUSTES

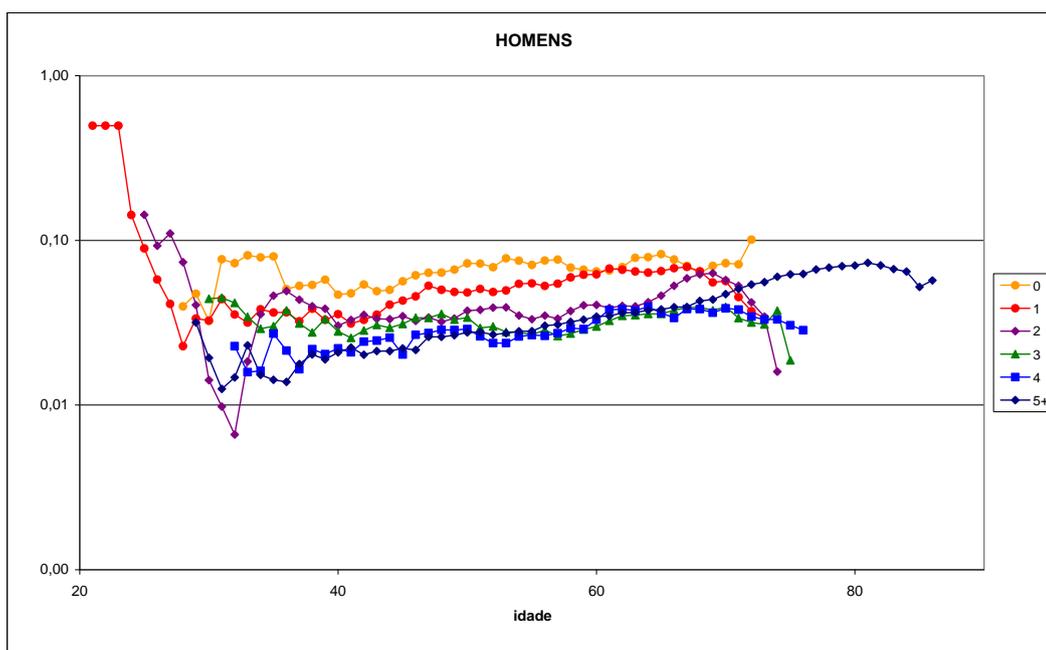
Este capítulo apresentará os ajustes feitos para a construção da tábua seleta de mortalidade. Aqui serão mostradas as taxas brutas de mortalidade, o ajuste de Heligman e Pollard (1980) para o último período de seleção, os ajustes feitos para as outras curvas de sobre mortalidade referentes aos demais períodos de seleção e a tábua seleta de mortalidade.

5.1.TAXAS BRUTAS DE MORTALIDADE

O logaritmo das taxas de mortalidade, segundo a idade de invalidez pelo beneficiário e duração do benefício de invalidez variando de em média meio ano até cinco ou mais anos de duração, foram calculadas para cada sexo, conforme se vê no gráfico 7.

Gráfico 7. Taxas Brutas de Mortalidade por sexo, idade alcançada e duração do benefício





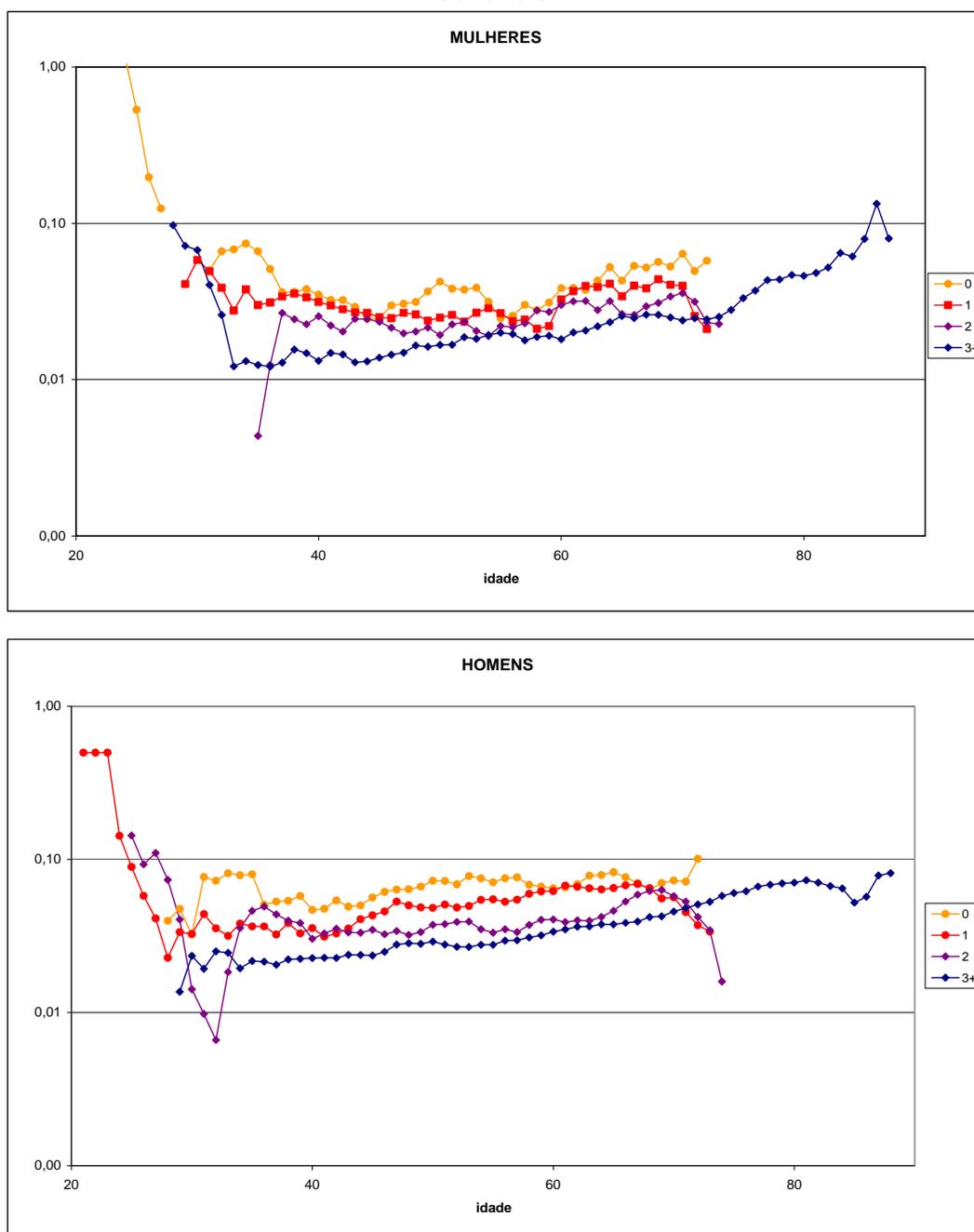
Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Pela análise do gráfico 7, percebe-se que para uma mesma idade, as taxas de mortalidade tendem a ser mais altas nos primeiros anos de duração do benefício de invalidez. Contudo, o período de seleção referente aos aposentados que recebem o benefício há cinco ou mais anos apresenta taxas de mortalidade mais altas que o esperado. Pode-se pensar que populações diferentes são encontradas em cada período de seleção. Dessa forma, devido ao decréscimo da mortalidade com o passar dos anos, decorrente das melhores condições de vida da população, há uma seleção mais rigorosa na população que recebe o benefício de invalidez há cinco ou mais anos do que naquela que recebe o benefício há três ou quatro anos. Disso decorre a maior mortalidade no período final de seleção, quando comparado a mortalidade do quarto e quinto períodos de seleção, que apresenta uma população composta principalmente dos beneficiários que ficaram inativos nos primeiros anos do estudo. Como a escolha do período de estudo foi feita através do ano de inatividade, a distribuição dos expostos e dos óbitos se sujeitou a esse tipo de problema.

Existem duas formas de proceder à estimação da tábua seleta de mortalidade, de forma a transpor este problema: a primeira seria reduzir através de algum ajuste a curva de mortalidade referente aos aposentados por invalidez que recebem o benefício há cinco anos ou mais; a segunda opção seria agregar as curvas de mortalidade referentes aos aposentados por invalidez que recebem o benefício há três anos ou mais. Essa segunda solução foi escolhida porque é difícil mensurar o nível exato da curva de mortalidade dos aposentados

por invalidez que recebem o benefício há cinco anos ou mais, isto é, exatamente em que nível abaixo da curva de mortalidade relativa aos aposentados que recebem o benefício há quatro anos essa curva se posicionaria. A tábua de mortalidade aqui construída apresentará quatro níveis, referentes aos aposentados por invalidez que estão nessa condição há menos de um ano, há um ano, há dois anos e há três anos ou mais, como se pode ver no gráfico 8.

Gráfico 8. Taxas Brutas de Mortalidade por sexo, idade alcançada e duração do benefício.



Fonte: Microdados do SIAPE 2008

5.2. GRADUAÇÃO DAS TAXAS DE MORTALIDADE POR HELLIGMAN E POLLARD (1980)

O modelo de Helligman e Pollard (1980), que foi ajustado às taxas brutas de mortalidade dos aposentados por invalidez que recebem o benefício há 3 anos ou mais, está resumido na tabela 3, onde se encontram as estimativas dos parâmetros e seus respectivos intervalos de confiança. O ajuste do modelo se deu a partir de um processo iterativo²⁵, feito no pacote estatístico, SPSS, através de um algoritmo para calcular o estimador de máxima verossimilhança numericamente. Esse procedimento no SPSS não permite a escolha da distribuição do número de óbitos, Binomial (n, q) onde n é a população em determinado grupo de idade, sexo e período de seleção e q é a probabilidade de óbito a ser estimada. O método de estimação utilizado foi o método de Levenberg-Marquardt, sendo que a convergência foi realizada pela soma de quadrados. O procedimento utilizado foi uma regressão não linear, no qual os parâmetros iniciais eram escolhidos arbitrariamente (baseado em experiências anteriores) e os pesos calculados como o inverso da variância estimada na etapa anterior. Na etapa inicial ($k=0$), o peso usado foi o inverso da população de mulheres e homens, aposentados por invalidez que recebem o benefício há três ou mais anos.

Os valores iniciais escolhidos para iniciar o processo iterativo para estimação dos parâmetros das mulheres foram: $D=0,0085054$ $G=3,03991E-06$ $H=1,1124727$ e $K=0$. Para os homens, os valores iniciais foram: $D=8,07E-03$ $G=0,00022$ e $H=1,63423$ e $K=3,39E-16$. O ajuste das taxas de mortalidade das mulheres foi feito para as idades de 33 a 86 anos e dos homens para as idades de 30 a 86 anos.

Tabela 3. Parâmetros Estimados – Helligman e Pollard (1980) – Modelo 1

Parâmetros	Estimativa	Mulheres		Desvio-padrão
		Intervalo de Confiança 95%		
		IC inferior	IC superior	
D	0,020982674	0,019138824	0,022826523	0,000917996
G	0,000039841	0,000039841	0,000039841	0,000000000
H	0,418004429	0,418004429	0,418004429	0,000000000
K	-163,319179674	-163,319179674	-163,319179674	0,000000000

²⁵ Esse processo iterativo foi o mesmo utilizado por Beltrão e Sugahara (2005) na construção de tábuas de mortalidade para cada tipo de produto do mercado de seguros (vida e previdência), para ajuste das probabilidades de morte. Borges (2009) também utilizou um processo iterativo como este.

Homens				
Parâmetros	Estimativa	Intervalo de Confiança 95%		Desvio-padrão
		IC inferior	IC superior	
D	0,019969271	0,017935467	0,022003075	0,001013989
G	0,000203704	0,000069016	0,000338392	0,000067151
H	1,071882414	1,063034596	1,080730233	0,004411236
K	0,000000000	0,000000000	0,000000000	0,000000000

Fonte: Dados do SIAPE 2008

Observa-se, na tabela 3, que o modelo masculino apresentou todos os parâmetros significativos, sendo que o parâmetro K não convergiu, já que apresentou desvio padrão zero. Contudo, esse modelo apresentou soma dos resíduos quadrados de 0,975, indicando um bom ajuste. Apesar do modelo se ajustar bem às taxas de mortalidade, preferiu-se ajustar um modelo excluindo-se o K, uma vez que ele não parece ser relevante para o modelo. No ajuste das taxas femininas, o modelo não convergiu, uma vez que as estimativas dos outros parâmetros apresentaram desvio padrão zero. Além disso, o parâmetro K apresentou estimativa negativa, o que não condiz com o esperado. Esse modelo não se ajustou às taxas de mortalidade, apresentando soma dos resíduos quadrados igual a zero. O parâmetro K modela a mortalidade nas idades avançadas, mas a curva de mortalidade aqui modelada foi estimada com base nos óbitos e expostos da população com até 70 anos, quando ocorre a aposentadoria compulsória. Dessa forma, outro ajuste foi feito, retirando-se o parâmetro K do modelo.

Tabela 4. Parâmetros Estimados – Helligman e Pollard (1980) – Modelo 2

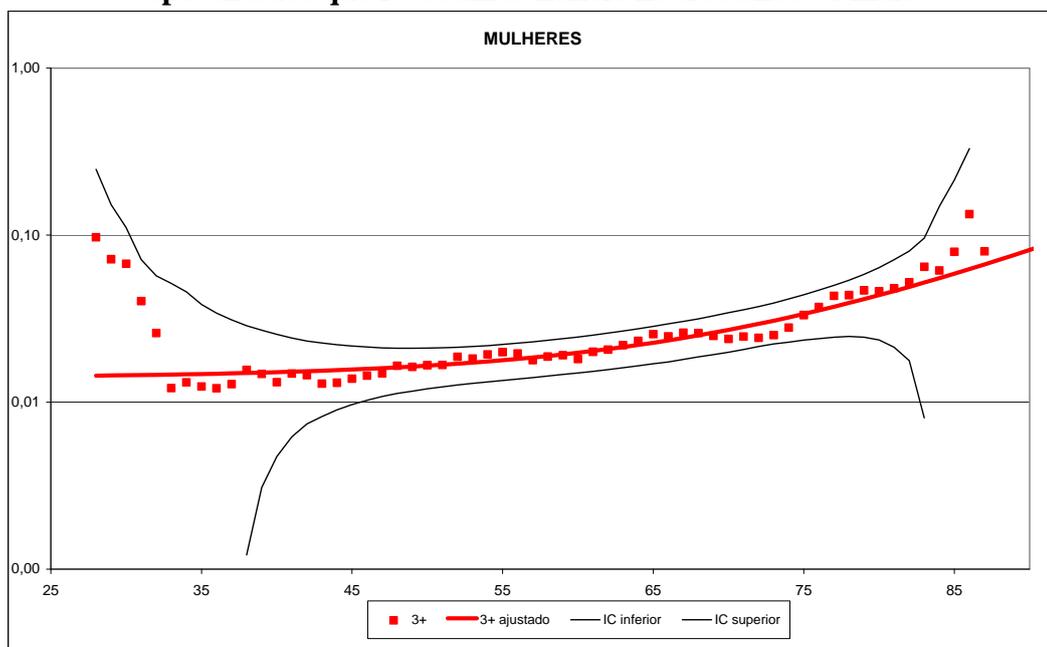
Mulheres				
Parâmetros	Estimativa	Intervalo de Confiança 95%		Desvio-padrão
		IC inferior	IC superior	
D	0,013987103	0,012189398	0,015784809	0,000895457
G	0,000042252	-0,000021805	0,000106309	3,19076E-05
H	1,085409543	1,064363852	1,106455234	0,010483095
Homens				
Parâmetros	Estimativa	Intervalo de Confiança 95%		Desvio-padrão
		IC inferior	IC superior	
D	0,019969271	0,017935467	0,022003075	0,001004556
G	0,000203704	0,000069016	0,000338392	0,000066526
H	1,071882414	1,063034596	1,080730233	0,004370200

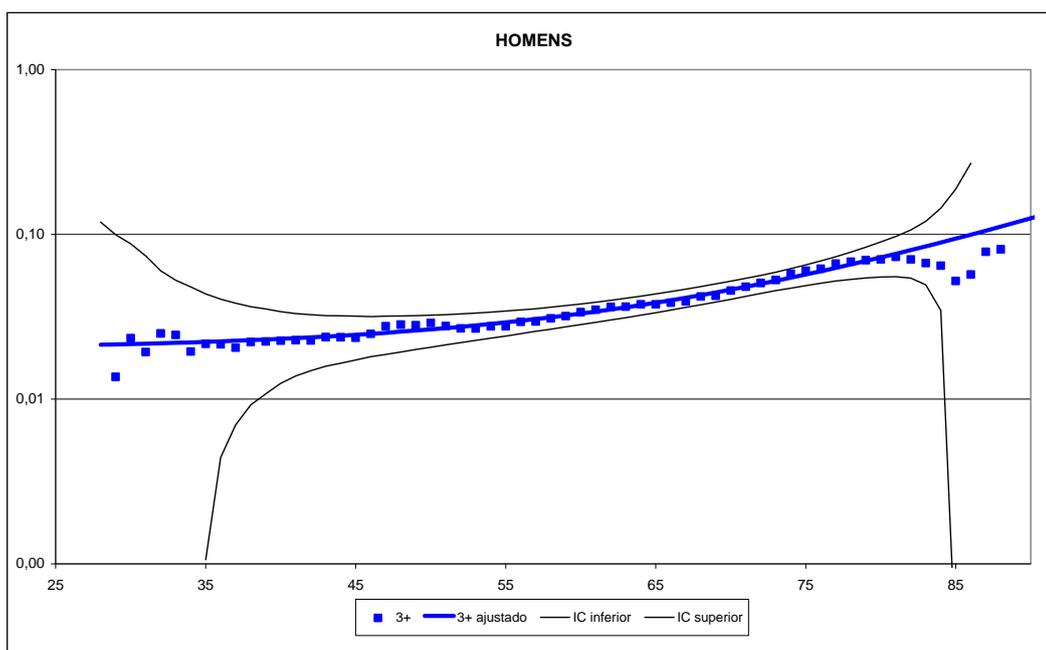
Fonte: Dados do SIAPE 2008

Partindo-se dos mesmos parâmetros iniciais, mas retirando-se o parâmetro K do modelo, foram estimados ajustes para as taxas de mortalidade feminina e masculina. Para o modelo feminino convergir, foram necessárias 6 rodadas do processo iterativo. Observa-se na tabela 4 que os parâmetros D e H são significativos, mas o parâmetro G apresenta o zero no intervalo de 95% de confiança. Apesar disso, o modelo se ajustou bem às taxas de mortalidade femininas, apresentando soma dos resíduos quadrados igual 0,883. Para o modelo masculino convergir foram necessárias 5 rodadas do processo iterativo, sendo que este modelo apresentou todos os parâmetros significativos e soma dos resíduos quadrados igual a 0,975. O modelo também se ajustou bem às taxas de mortalidade masculinas. (Observar tabela 4 e gráfico 9).

Pela análise do gráfico 9, percebe-se que os intervalos de confiança para as taxas masculinas e femininas são maiores nas idades extremas, o que se justifica pela pequena quantidade de dados nessas idades. É incomum pessoas se aposentarem por invalidez nas idades jovens e nas idades mais avançadas, as altas taxas de mortalidade reduzem bastante a população de estudo. Portanto as taxas de mortalidade ajustadas são mais precisas nas idades centrais (entre 45 e 75 anos aproximadamente).

Gráfico 9. Ajuste das taxas brutas de mortalidade por idade e sexo para os aposentados que recebem benefício há três anos ou mais.



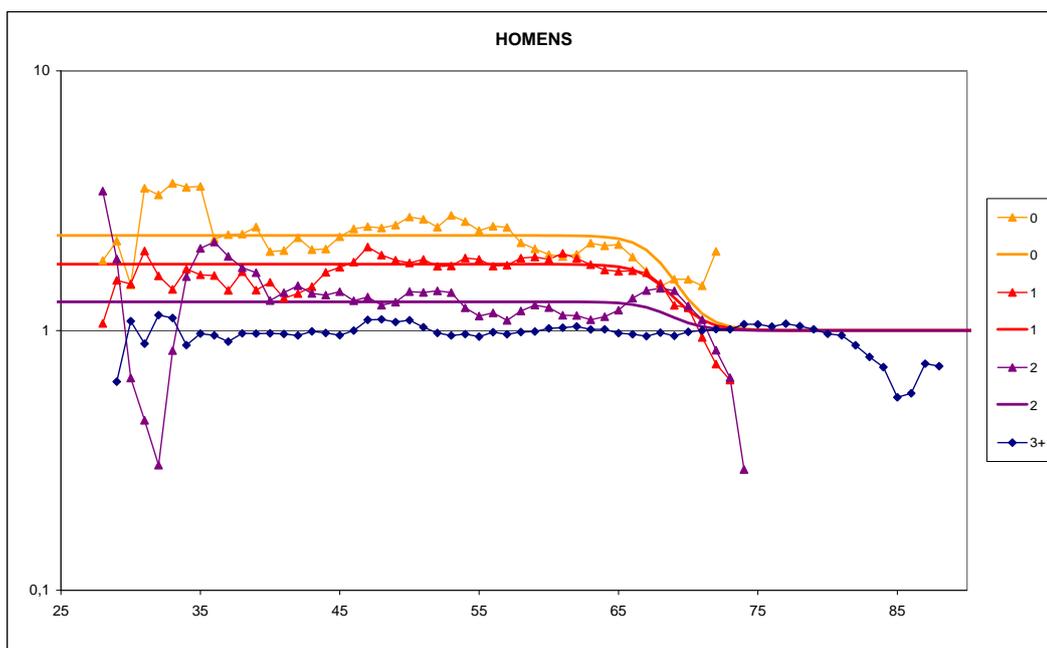
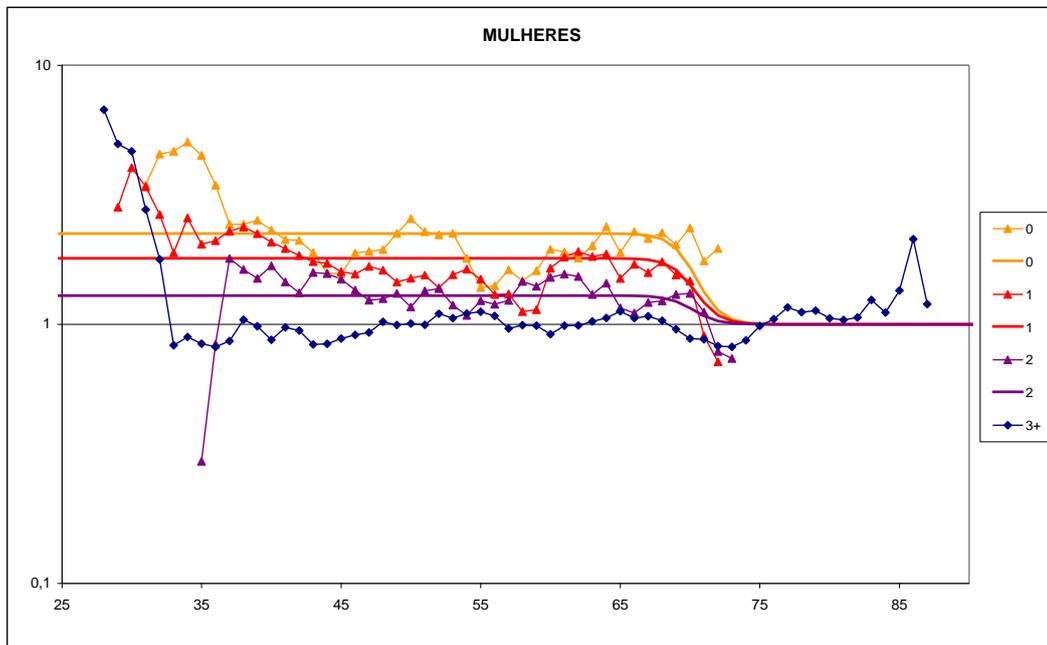


Fonte: Microdados do SIAPE 2008

5.3. AJUSTE DAS CURVAS DE MORTALIDADE REFERENTES AOS APOSENTADOS POR INVALIDEZ QUE RECEBEM O BENEFÍCIO HÁ EM MÉDIA MEIO ANO, HÁ UM ANO E HÁ DOIS ANOS.

As curvas de mortalidade dos aposentados por invalidez que recebem o benefício há em média meio ano, há um ano e há dois anos foram estimadas através das razões entre as taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez de cada período de seleção e as taxas de mortalidade ajustadas dos aposentados por invalidez do período final de seleção, três ou mais anos de aposentadoria por invalidez, neste texto denominado por \hat{R}_x^d . O gráfico 10 apresenta a razão observada, R_x^d e a razão ajustada, \hat{R}_x^d . O ajuste das razões \hat{R}_x^0 e \hat{R}_x^2 foram feitas através da razão \hat{R}_x^1 , que por sua vez foi ajustada pela transformação logito, de acordo com o que foi explicitado na metodologia.

Gráfico 10. Razão observada, R_x^d e razão ajustada, \hat{R}_x^d .



Fonte: Dados do SIAPE 2008

Observa-se no gráfico 10 que as curvas relativas às razões calculadas para cada período de seleção apresentam um comportamento linear até por volta dos 65 anos, para depois dessa idade acompanhar o comportamento da razão do período final de seleção. Nas primeiras idades, apesar das razões brutas não apresentarem um comportamento constante, o

ajuste foi feito segundo uma reta constante, já que nas primeiras idades os dados são mais escassos (não é comum aos jovens se aposentarem por invalidez).

5.4. TÁBUA SELETA DE MORTALIDADE

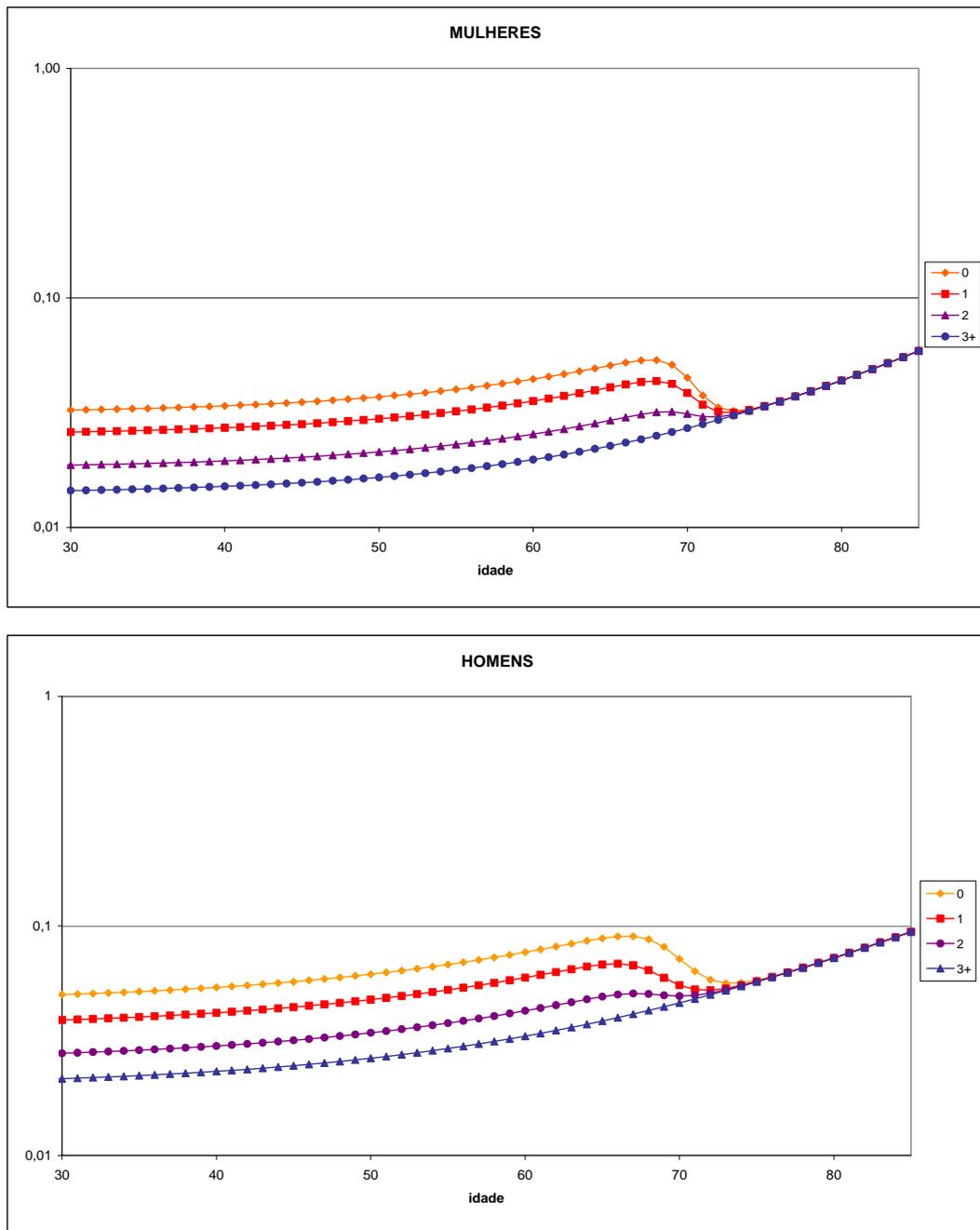
A tábua seleta de mortalidade construída para os aposentados por invalidez está exposta no gráfico 11. O produto entre a razão ajustada, \hat{R}_x^d e a curva de mortalidade referente ao período final de seleção foi usado para ajustar a curva de mortalidade dos períodos de seleção referentes a mortalidade dos aposentados por invalidez que recebem o benefício há um ano, há menos de um ano e há dois anos.

Observa-se no gráfico 11 que as curvas de mortalidade de homens e mulheres apresentam alto nível para mortalidade. As taxas de mortalidade de homens e mulheres, referentes aos aposentados por invalidez que recebem o benefício há em média meio ano, há um ano e há dois anos são paralelas entre si até por volta dos 70 anos e há um crescimento pequeno entre idades.

Percebe-se, pela análise do gráfico 11, que as taxas de mortalidade dos beneficiários que recebem a aposentadoria por invalidez há menos tempo são mais altas. Os homens e mulheres que se aposentaram há em média meio ano apresentaram as mais altas taxas de mortalidade verificadas. Essas taxas de mortalidade mais elevadas para os aposentados que recebem o benefício há em média meio ano acontecem porque a maioria das pessoas quando se aposenta por invalidez, o faz quando estão em um estágio avançado da doença ou porque sofreram algum acidente. Segundo Ribeiro (2006), a principal causa de aposentadoria por invalidez do RGPS no primeiro ano do benefício e que costumam levar à morte são as neoplasias, sendo os aposentados por essa causa, em geral, casos sem esperança de cura ou casos em que a doença causou seqüelas incapacitantes para o trabalho. Outras doenças tais como as que atingem o aparelho digestivo e o aparelho genito-urinário também estão entre as doenças incapacitantes para o trabalho que costumam levar o beneficiário à morte. Os sobreviventes ao primeiro ano de benefício costumam ter se aposentado por doenças incapacitantes para o trabalho, contudo menos letais, por deficiências físicas ou mentais ou por acidente de trabalho. Neste trabalho, as causas de invalidez no RPPS serão estudadas a partir da observação das causas de invalidez dos segurados filiados ao RGPS, uma vez que os segurados do RPPS são um subgrupo da população brasileira, que pode ser representada pela amostra dos segurados do RGPS.

No RPPS, antes de se aposentar por invalidez, as pessoas passam um período recebendo auxílio doença, decorrente de licença para tratamento de saúde, não superior a 24 meses. Quando a pessoa de fato se aposenta por invalidez, recebe o salário de benefício, sendo os proventos calculados obedecendo a proporcionalidade em razão do tempo de serviço. Nos casos de invalidez causada por acidente de serviço, moléstia profissional, doença grave, contagiosa ou incurável, o valor do benefício será 100% do salário de benefício, uma vez que não há regra que discipline isso. No RGPS, o benefício de invalidez é de 100% do salário de benefício e no caso de beneficiário de auxílio doença será reajustado pelos índices aplicados aos benefícios em geral. E se houver necessidade de assistência permanente de outra pessoa, atestada pela perícia médica, o valor de benefício será aumentado em 25% a partir da data do pedido. Esse adicional não existe para os beneficiários do RPPS. Para fins de cálculo dos gastos da Previdência Social com benefícios de invalidez são relevantes a probabilidade de morte por idade e período de seleção, o número de aposentados por invalidez em cada período de seleção, o valor médio dos benefícios de invalidez para cada idade e período de seleção e o índice de reajuste dos benefícios. Disso decorre a importância do entendimento da mortalidade dos aposentados por invalidez do RGPS e do RPPS e dos seus respectivos sistemas de concessão de benefícios. (Fundação ANFIP de Estudos da Seguridade Social, 2009)

Gráfico 11. Probabilidade de morte dos servidores públicos civis, aposentados por invalidez pelo Regime Próprio de Previdência Social, por idade, sexo e duração do benefício.



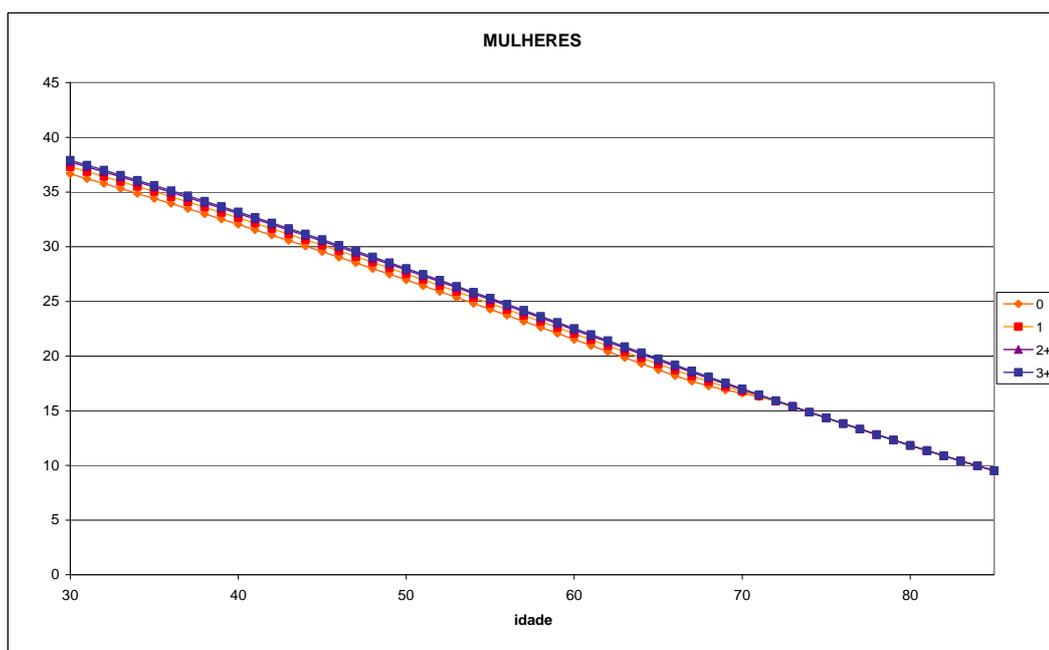
Fonte: Microdados do SIAPE 2008

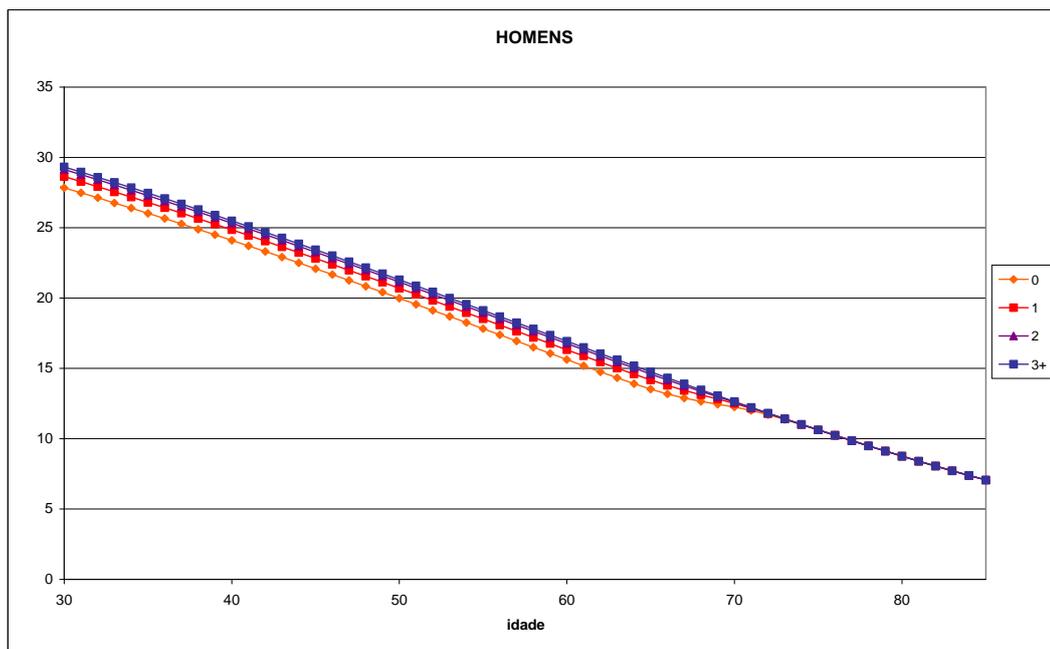
A esperança de vida dos aposentados por invalidez pode ser observada no gráfico 12. Percebe-se que a expectativa de vida dos aposentados por invalidez que se aposentaram há três anos ou mais, homens e mulheres, é maior do que aquelas referentes aos outros períodos de

seleção. Observa-se também o decréscimo da expectativa de vida com a idade, como esperado.

A expectativa de vida na idade de invalidez mediana dos aposentados por invalidez do sexo masculino, ou seja, aos 54 anos, é de aproximadamente 18,256, 18,519, 18,521 e 18,244 para os períodos de seleção 0, 1, 2 e 3+ anos, respectivamente. A expectativa de vida na idade de invalidez mediana dos aposentados por invalidez do sexo feminino, ou seja, aos 50 anos, será de aproximadamente 26,960, 26,979, 26,802 e 26,392 para os períodos de seleção 0,5, 1, 2 e 3+ anos, respectivamente. Percebe-se que a expectativa de vida feminina dos aposentados por invalidez, assim como para a população em geral, é maior do que a masculina.

Gráfico 12. Expectativa de vida dos servidores públicos civis, aposentados por invalidez pelo Regime Próprio de Previdência Social, por sexo, idade e duração do benefício.





Fonte: Microdados do SIAPE 2008

As tábuas de mortalidade aqui estimadas encontram-se no Anexo III. O capítulo a seguir apresentará algumas comparações relevantes para este trabalho.

6. RESULTADOS

O objetivo desta seção é discutir os resultados obtidos pela construção da tábua seleta e última de mortalidade para os aposentados por invalidez, filiados ao RPPS. Este capítulo apresentará uma comparação do comportamento da mortalidade por sexo dos aposentados por invalidez do RPPS e uma comparação destes resultados com aqueles obtidos por Ribeiro (2006) ao analisar o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do RGPS, através de uma tábua seleta e com a tábua de mortalidade do IBGE 2007.

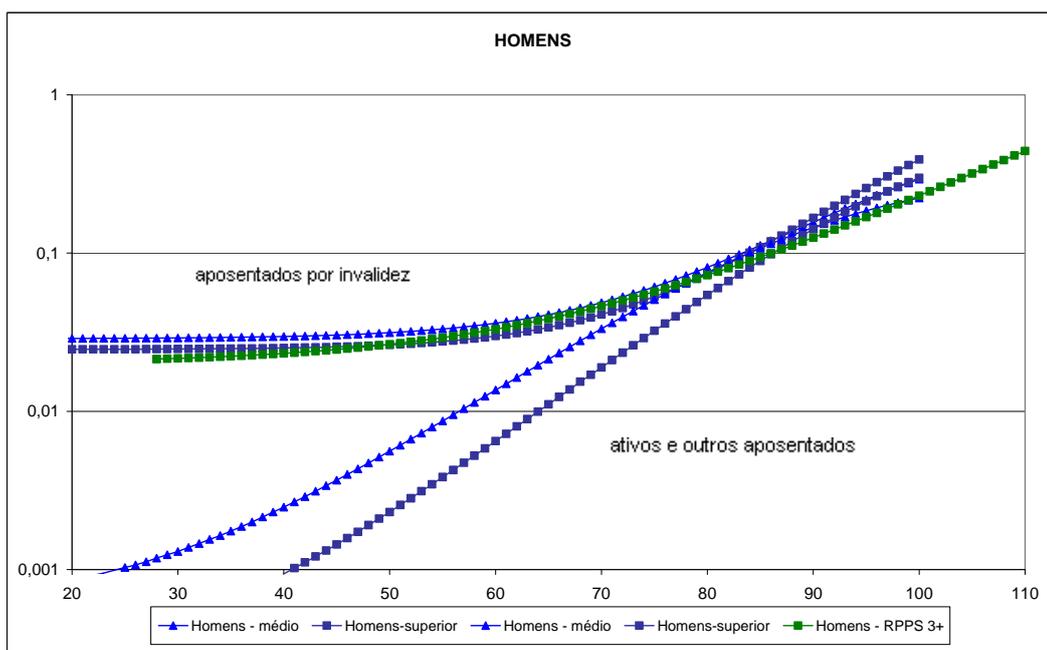
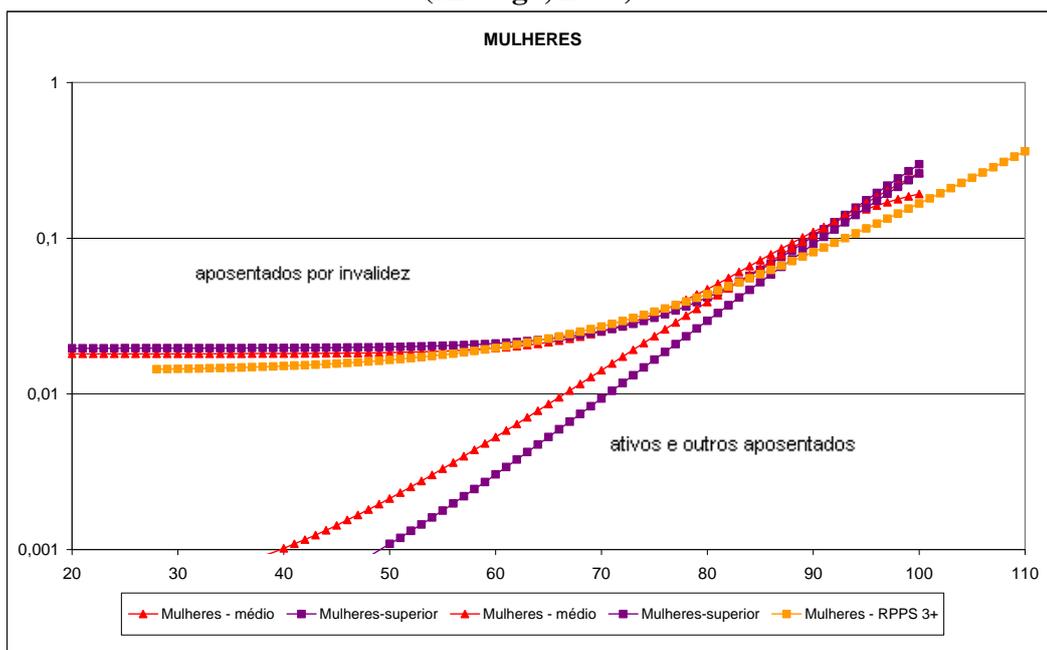
6.1. COMPARAÇÃO DO COMPORTAMENTO DA MORTALIDADE DOS APOSENTADOS POR INVALIDEZ DO RPPS POR SEXO.

Esta seção apresentará uma comparação do comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez por sexo, aproveitando informações e conclusões obtidas no trabalho desenvolvido por Borges (2009), para dar embasamento e enriquecer as conclusões deste trabalho.

Borges (2009) estudou o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do Poder Executivo, filiados ao RPPS, por sexo, idade e nível de escolaridade, médio ou superior, e observou uma mortalidade mais elevada dos aposentados por invalidez, se comparado à mortalidade dos outros aposentados, como se pode ver no gráfico 13. O autor observou que a diferença dos níveis de mortalidade era bastante alta para os servidores mais jovens, mas diminuía com a idade, até as curvas de mortalidade dos aposentados por invalidez e a curva referente à mortalidade dos outros aposentados convergirem nas idades mais avançadas. Além disso, a estrutura de mortalidade dos aposentados por invalidez é distinta daquela observada para o conjunto da população de servidores públicos. A primeira apresenta um platô entre os 30 e os 70 anos e um crescimento exponencial a partir dessa idade, enquanto a outra cresce dos 20 aos 100 anos. Outra característica que o autor observou para o padrão de mortalidade dos aposentados por invalidez foi uma taxa mais elevada entre os homens para todos os grupos de idade e escolaridade, sendo que até os 80 anos esta diferença foi maior entre os servidores de nível médio. Entre as mulheres, o autor percebeu que as servidoras aposentadas por invalidez de nível superior apresentaram uma

mortalidade maior que as de nível médio até aproximadamente os 70 anos, contudo essa diferença não era significativa. Com isso, percebe-se que, provavelmente, o grau de instrução não influencia as taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez.

Gráfico 13. Mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS por sexo, idade e grau de instrução, médio e superior (Borges, 2009) e mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS, pertencentes ao período final de seleção (Arteaga, 2009).



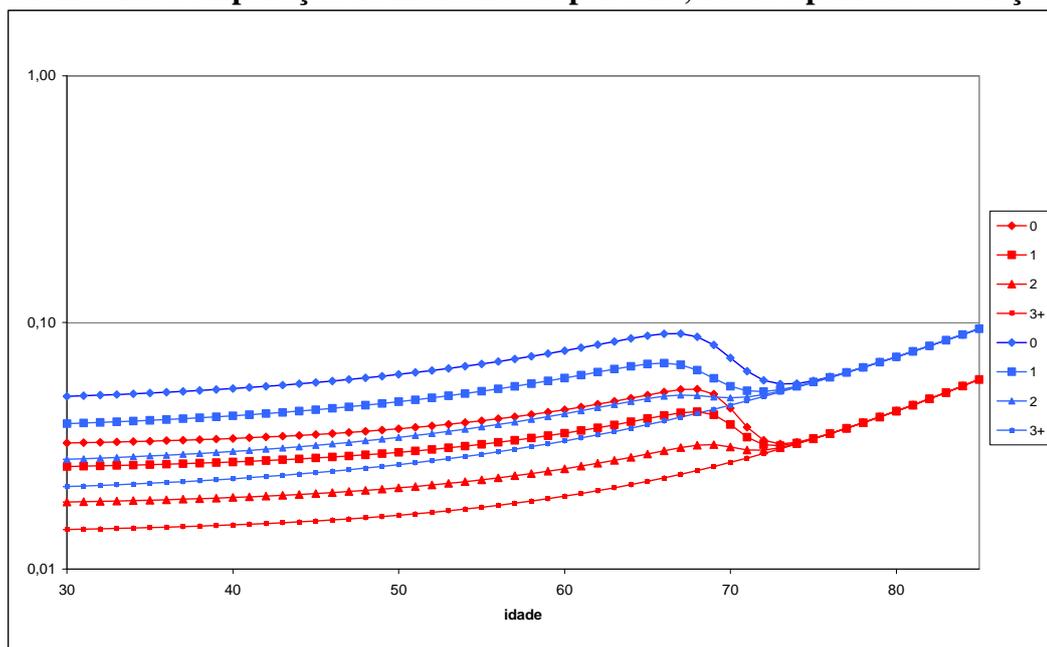
Fonte: Borges (2009) e microdados do SIAPE 2008.

Ribeiro (2006) chamou atenção para o fato de o diferencial por sexo da expectativa de vida entre os aposentados por invalidez do RGPS, ser maior do que o diferencial por sexo da expectativa de vida da população brasileira como um todo. O autor sugere que esse fato indica que dentre os aposentados por invalidez, sobreviventes ao período de seleção, os homens serem os que apresentem condições de saúde piores. É importante enfatizar que segundo Borges (2009), a diferença entre os sexos na mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS, por nível de escolaridade foi bem menor do que aquela observada na população de servidores ativos e aposentados (observar Borges (2009), gráfico 25). Não se pode afirmar, portanto, que os homens aposentados por invalidez pelo RPPS estão se aposentando em piores condições de saúde do que as mulheres, mas pode-se pensar que a possível influência do sexo sobre as condições de saúde ao se aposentar por invalidez seja bem reduzida, se comparadas ao que ocorre no RGPS.

O gráfico 14 apresenta uma comparação entre as curvas de mortalidade masculinas e femininas para cada período de seleção. Observa-se que as taxas masculinas são maiores do que as taxas femininas para todos os períodos de seleção. As taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez do sexo masculino que se aposentaram há dois anos têm comportamento similar ao das aposentadas por invalidez do sexo feminino que se aposentaram há menos de um ano, entre 50 e 70 anos. Percebe-se que as taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez do sexo masculino que recebem o benefício há em média meio ano são mais altas do que as taxas das mulheres aposentadas por invalidez que também recebem o benefício há em média meio ano, o que pode ser justificado, entre outras razões²⁶, pelos homens se aposentarem por invalidez em piores condições de saúde do que as mulheres e por realizarem atividades onde há maior risco de acidente de trabalho. As mulheres costumam procurar cuidados médicos com mais frequência e possivelmente começam a se tratar de eventuais lesões ou doenças mais cedo, se comparadas aos homens.

²⁶ Os homens na população brasileira como um todo apresentam taxas de mortalidade mais altas do que as mulheres ao longo da vida.

Gráfico 14. Comparação da mortalidade por sexo, idade e período de seleção.



Fonte: Microdados do SIAPE 2008

6.2. COMPARAÇÃO ENTRE A TÁBUA DO RPPS, AQUI CONSTRUÍDA, COM AS TÁBUAS DO RGPS (RIBEIRO, 2006) E DO IBGE 2007

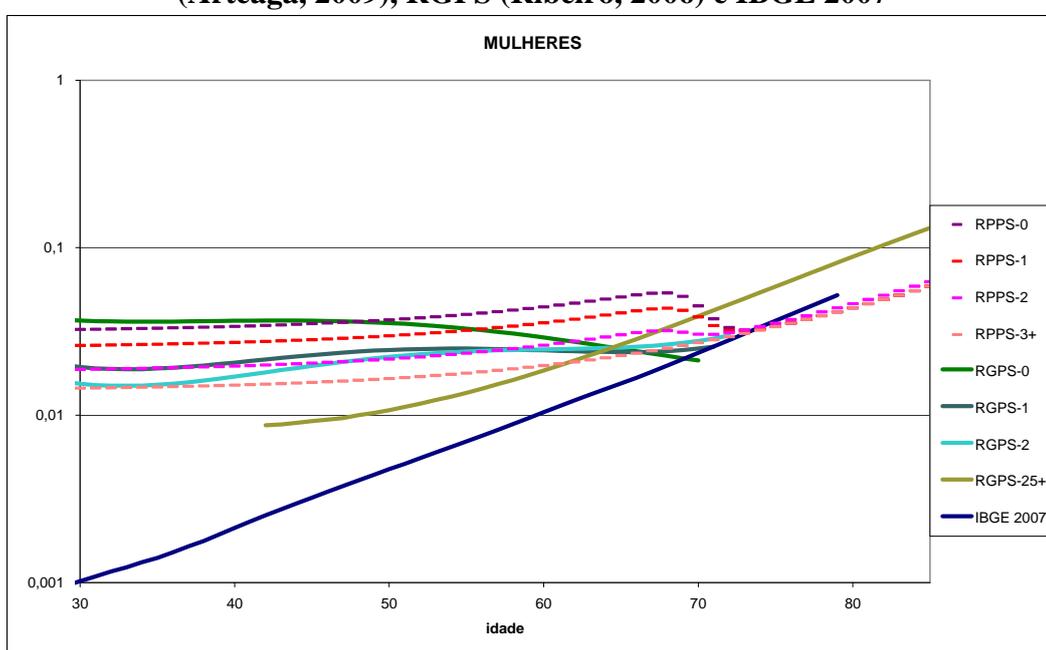
Esta seção compara o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS com os resultados obtidos por Ribeiro (2006) na análise do comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS e com a tábua de mortalidade do IBGE, 2007, através das probabilidades de morte e das expectativas de vida de homens e mulheres.

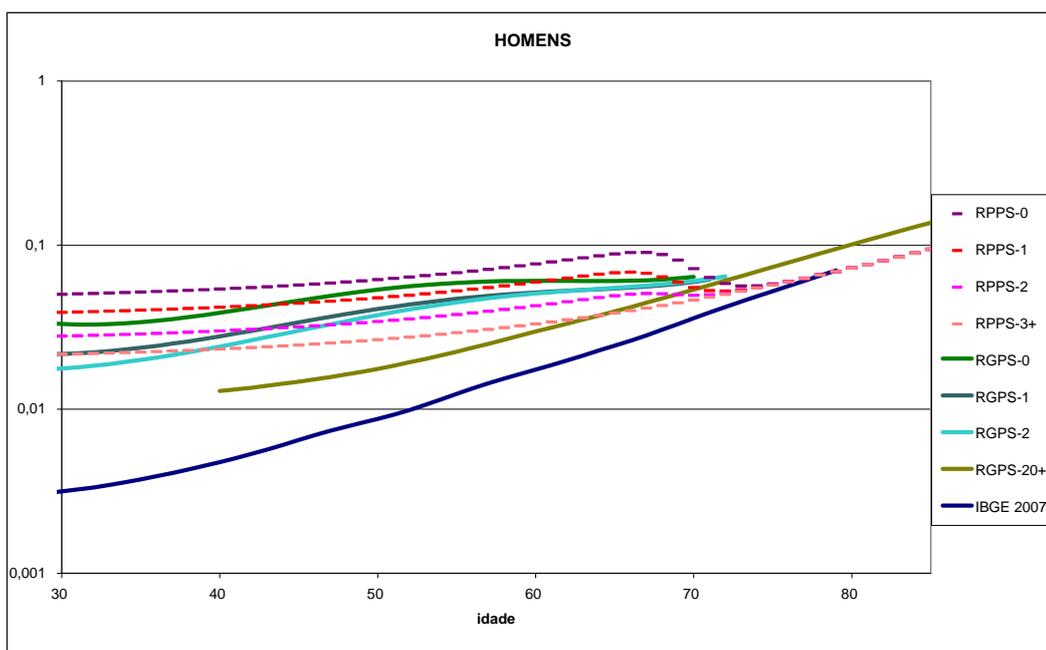
Pela análise do gráfico 15, percebe-se que as taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS e RPPS estão numa mesma região, entre 30 e 60 anos. As taxas de mortalidade dos expostos pertencentes ao período de seleção final, filiados ao RGPS são mais altas do que as taxas dos aposentados por invalidez que recebem o benefício há três anos ou mais²⁷, filiados ao RPPS, a partir dos 65 anos, seguidas das taxas de mortalidade da população como um todo, representadas pela tábua de mortalidade do IBGE, tanto para homens quanto para mulheres. Percebe-se também que o crescimento das curvas de mortalidade do RGPS ocorre mais rapidamente do que o verificado nas curvas de

²⁷ A maior parte dos expostos ao risco de morte, ou seja, os aposentados por invalidez do Poder Executivo Federal, filiados ao RPPS e os aposentados por invalidez, filiados ao RGPS estão concentrados no período final de seleção, como se pode ver no gráfico 4.

mortalidade do RPPS, para ambos os sexos, sendo que para as mulheres, a partir dos 73 anos, a mortalidade da população como um todo se torna mais alta que a dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS. Para os homens, aos 80 anos, o comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez do RPPS torna-se igual ao comportamento da mortalidade da população como um todo. Nas idades mais avançadas, a mortalidade da população de aposentados por invalidez se torna mais próxima da mortalidade da população brasileira como um todo.

Gráfico 15. Comparação do comportamento da mortalidade nas tábuas do RPPS (Arteaga, 2009), RGPS (Ribeiro, 2006) e IBGE 2007





Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Os aposentados por invalidez do RGPS são um subgrupo da população brasileira e as condições de saúde e segurança no trabalho da população como um todo tendem a ser piores. Entretanto, as taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS são maiores do que as taxas de mortalidade da população brasileira como um todo, uma vez que se está estudando a mortalidade dos aposentados por invalidez, ou seja, a mortalidade de pessoas que perderam a capacidade laboral por doenças ou acidentes, sendo que no caso de invalidez causada por doença, ocorrerá possivelmente uma maior probabilidade de morte e conseqüente redução na expectativa de vida.

Já os aposentados por invalidez do RPPS são um subconjunto privilegiado da população brasileira, do ponto de vista do tipo de atividade desempenhada no trabalho e por apresentarem melhores condições sócio-demográficas, segundo foi discutido no capítulo 1. Por isso, possivelmente, essa população apresenta taxas de mortalidade menores do que as taxas dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS, a partir dos 65 anos para homens e a partir dos 63 para mulheres. Contudo, essas taxas são maiores do que as taxas dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS até os 65 e 63 anos para homens e mulheres respectivamente. O percentual de segurados que se aposenta por invalidez no RGPS é maior do que o percentual de segurados que se aposenta por invalidez no RPPS, contudo, quando os segurados mais jovens, filiados ao RPPS se aposentam por invalidez o fazem por causas mais letais, possivelmente, neoplasias, doenças do sistema digestivo e gênito-urinário,

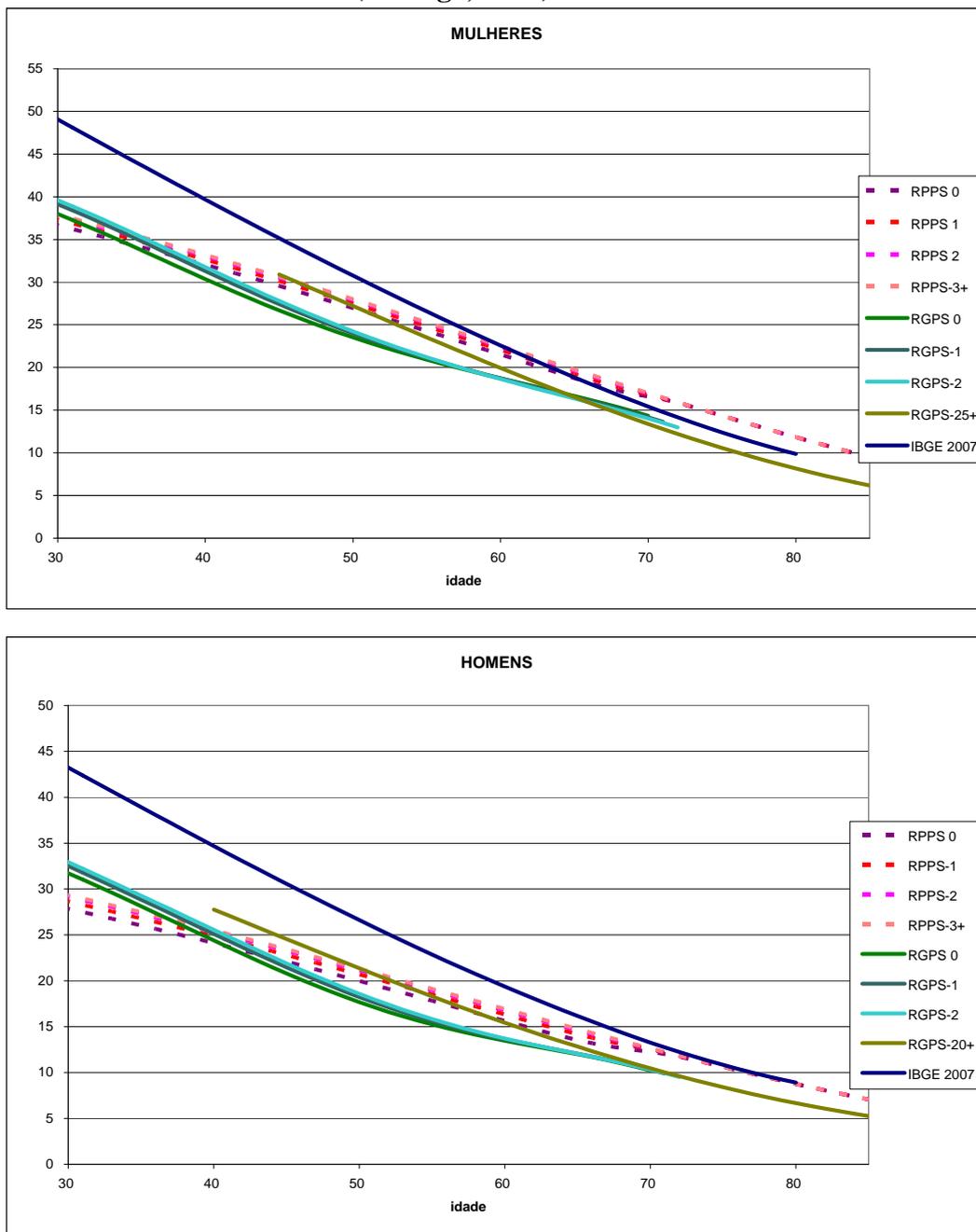
enquanto os segurados filiados ao RGPS aposentam-se por invalidez por causas como problemas motores, deficiências físicas e mentais ou por acidente de trabalho. Contudo, as taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS são maiores do que as taxas da população como um todo, representada pela curva de mortalidade do IBGE 2007.

Observa-se no gráfico 15, que a curva de mortalidade das mulheres aposentadas por invalidez que recebem o benefício há menos de um ano é pouco mais alta para os beneficiários filiados ao RGPS do que para os beneficiários filiados ao RPPS, até os 49 anos. Essa diferença se justifica pelas melhores condições sócio-demográficas da população filiada ao RPPS e pela maior letalidade das doenças que levam as mulheres jovens a invalidez. Contudo, após os 49 anos, a mortalidade é muito mais elevada para as mulheres aposentadas por invalidez, filiadas ao RPPS, o que pode ser explicado pela maior letalidade das doenças que levam os servidores públicos a invalidez, a partir dessa idade, quando comparado com os aposentados por invalidez do RGPS. Para os homens, o comportamento da mortalidade dos servidores públicos, aposentados por invalidez há um ano e filiados ao RPPS é semelhante ao comportamento da mortalidade dos aposentados por invalidez há meio ano, filiados ao RGPS, ou seja, estão em níveis bem próximos.

Pela análise do gráfico 15, percebe-se que existe um maior distanciamento entre as curvas de mortalidade referentes às probabilidades de morte dos aposentados por invalidez que recebem o benefício há menos de um ano e aqueles que recebem o benefício há um ano, para os aposentados por invalidez, filiados ao RGPS do que entre os aposentados filiados ao RPPS. Isso indica que os aposentados por invalidez do RPPS parecem ter acesso a diagnósticos e tratamentos mais adequados do que os aposentados por invalidez, filiados ao RGPS.

Entre os aposentados por invalidez do RPPS, as principais causas de invalidez são as doenças mais letais como as neoplasias e doenças do aparelho digestivo e gênito-urinário. São aquelas doenças explicitadas no capítulo anterior, e que se referiam às principais causas de aposentadoria por invalidez daqueles beneficiários que sobreviveram em média meio ano após a invalidez. Além disso, é esperado que o percentual de servidores públicos, filiados ao RPPS, que se aposenta por invalidez seja menor do que o percentual de trabalhadores ativos do RGPS que se aposenta por invalidez, devido à natureza da atividade desempenhada por esses dois grupos de trabalhadores. Em geral as atividades desempenhadas pelos trabalhadores, filiados ao RGPS apresentam maior risco de acidentes e doenças para os empregados.

Gráfico 16. Comparação da expectativa de vida nas tábuas do RGPS (Ribeiro, 2006), RPPS (Arteaga, 2009) e IBGE 2007



Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Observa-se no gráfico 16 que a esperança de vida, feminina e masculina, é maior para a população brasileira como um todo do que para a população de aposentados por invalidez, filiados ao RGPS e ao RPPS. A expectativa de vida das mulheres, a partir dos 63 anos, é maior para os aposentados por invalidez, filiados ao RPPS, seguida da expectativa de vida da população feminina brasileira e dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS. A

expectativa de vida dos homens, a partir dos 70 anos, para a população masculina brasileira, alcança a expectativa de vida da população dos aposentados por invalidez do RPPS, seguida da expectativa de vida dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS. Percebe-se que nas idades mais avançadas, há uma diminuição do “peso” da invalidez sobre a mortalidade, para ambos os sexos.

7. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Visando a maior precisão dos cálculos atuariais das contribuições, no que se refere aos regimes Próprios de Previdência Social e possivelmente, uma previsão de gastos com benefícios de aposentadoria por invalidez nos RPPSs, uma tábua seleta de mortalidade foi construída neste trabalho, para o estudo da mortalidade dos aposentados por invalidez, verificando-se, assim, a seleção adversa na mortalidade dos aposentados por invalidez. Ou seja, quanto menor a duração do benefício de invalidez recebido pelo segurado, maiores são as taxas de mortalidade. Como visto anteriormente, isso decorre da razão que levou o segurado a se aposentar por invalidez. Nos casos de acidente de trabalho, a probabilidade de morte logo depois que o segurado se aposentou por invalidez é reduzida, se comparada à probabilidade de morte dos segurados que se aposentaram por invalidez por doenças mais graves. No primeiro ano do benefício, as doenças que costumam levar à morte são as neoplasias, doenças que atingem o sistema digestivo e aparelho gênito-urinário. Nos anos seguintes a participação de aposentados por invalidez causada por doenças mais letais fica reduzida a cada período de seleção, dando lugar a uma maior participação dos segurados que se aposentaram por invalidez devido a acidentes, ou a doenças menos letais, ou por deficiências físicas ou mentais. Percebe-se, portanto, que maioria das pessoas quando se aposenta por invalidez, o faz quando já estão em um estágio avançado de alguma doença ou porque sofreram algum acidente de trabalho. Entre os homens, é mais comum a ocorrência de acidentes de trabalho, como causa de aposentadoria por invalidez do que entre as mulheres, devido ao maior risco nas atividades realizadas por eles.

Ao se fazer uma comparação do comportamento das taxas seletas de mortalidade por sexo, observou-se que os homens apresentavam taxas mais altas para todos os períodos de seleção. Pode-se pensar que os homens se aposentam em piores condições de saúde do que as mulheres, já que elas costumam procurar cuidados médicos com mais frequência do que os homens. Contudo, como o diferencial por sexo das taxas de mortalidade dos ativos e outros aposentados, é maior do que o diferencial por sexo dos aposentados por invalidez, essa afirmação não pode ser confirmada. Além disso, existem outros fatores que influenciam o comportamento da mortalidade, tal que a mortalidade masculina na população brasileira como um todo é mais alta do que a feminina. A mortalidade masculina nas idades jovens está fortemente relacionada à mortalidade por causa externas, sendo maior do que a

feminina. Na idade adulta, os homens continuam apresentando taxas de mortalidade superiores às das mulheres, devido ao maior cuidado com a saúde e segurança, por parte das mulheres.

Pela comparação das tábuas de mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS com as tábuas dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS, e com a tábua de mortalidade do IBGE 2007, percebemos que as taxas de mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS e RPPS são maiores do que as taxas de mortalidade da população brasileira como um todo, uma vez que se está estudando a mortalidade de pessoas que perderam a capacidade laboral. Observamos também que quando os segurados mais jovens, filiados ao RPPS se aposentam por invalidez o fazem por causas mais letais, possivelmente, neoplasias, doenças do sistema digestivo e gênito-urinário, enquanto os segurados filiados ao RGPS aposentam-se por invalidez por causas como problemas motores, deficiências físicas e mentais ou por acidente de trabalho. É importante enfatizar que o percentual de segurados que se aposenta por invalidez no RGPS é maior do que o percentual de segurados que se aposenta por invalidez no RPPS e em geral, as atividades desempenhadas pelos trabalhadores, filiados ao RGPS apresentam maior risco de acidentes e doenças para os empregados. Percebemos também que aparentemente, os aposentados por invalidez do RPPS têm acesso a diagnósticos e tratamentos mais adequados do que os aposentados por invalidez, filiados ao RGPS.

É interessante notar que não há indícios suficientes para se inferir que a variável grau de instrução, médio e superior, interfira na mortalidade dos aposentados por invalidez, ao contrário do que ocorre com os aposentados em geral, de acordo com o que foi observado por Beltrão e Sugahara (2002b), onde há indícios de que as condições sócio-econômicas associadas à escolaridade também afetam as taxas de mortalidade de funcionários públicos brasileiros. Porém, pode-se dizer que, pelo menos entre as mulheres, o grau de instrução não interfere na mortalidade das aposentadas por invalidez, filiadas ao RPPS, o que parece natural, uma vez que independente das condições sócio-econômicas, ainda que se tenha acesso a bons tratamentos, ao serem atingidas por doenças graves, nos estágios mais avançados da doença, o tempo de vida das pessoas de diferentes classes sociais não difere muito.

Poucos autores realizaram um estudo detalhado sobre a mortalidade dos aposentados por invalidez. Beltrão e Sugahara (2002b) e Borges (2009) estudaram a mortalidade dos aposentados por invalidez, contudo não analisaram a mortalidade por período de seleção.

Ribeiro (2006) estudou a mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RGPS, mas, ao contrário do que ocorreu neste trabalho, o autor delimitou os dados de clientela urbana, do RGPS, pelos benefícios de aposentadoria por invalidez que estiveram ativos entre 1999 e 2002. Portanto, o autor utilizou dados mais antigos, ou seja, dados de segurados que se aposentaram por invalidez há muito tempo. Além disso, esse trabalho tem a prerrogativa de ter construído uma tábua seleta de mortalidade com quatro períodos de seleção, o que enfatiza a seleção adversa na mortalidade dos aposentados por invalidez, filiados ao RPPS.

A tábua seleta de mortalidade, aqui construída, permite o estudo de custos com invalidez e incapacidade e permite o cálculo mais preciso de benefícios, contribuições e reservas, podendo ser usada nos Regimes Próprios de Previdência Social, uma vez que a Constituição Federal criou a possibilidade desses sistemas adotarem o regime de capitalização, mas também em outras carteiras, cuja massa segurada tenha boa aderência a essa tábua.

Muito ainda tem a ser estudado sobre a entrada e saída dos segurados do RPPS, da condição de invalidez. O estudo desenvolvido neste trabalho pode ser futuramente estendido através de atualizações periódicas da tábua seleta aqui construída, para que a probabilidade de morte dos inválidos fique sempre disponível e atualizada para a maior precisão dos cálculos atuariais. Seria interessante estudar também as probabilidades de entrada em invalidez, a fim de se projetar os beneficiários, permitindo avaliar com mais precisão os custos dos benefícios de invalidez. Outra questão relevante é o estudo das causas de mortalidade dos aposentados por invalidez, por período de seleção, visando à estruturação de programas sociais voltados para a melhoria da qualidade de vida dos aposentados por invalidez.

Espera-se que a contribuição deste texto seja útil para o esclarecimento de algumas questões relacionadas à invalidez, buscando incentivar o desenvolvimento de novos trabalhos nesta área, tão carente de estudos.

ANEXO I

LEGISLAÇÃO QUE REGE OS REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA – RPPS Disponível do site do Ministério da Previdência www.mpas.gov.br

CONSTITUIÇÃO DA REPÚBLICA FEDERATIVA DO BRASIL DE 1988

EMENDAS CONSTITUCIONAIS

- **Emenda Constitucional nº 47, de 06 de julho de 2005**

Altera os arts. 37, 40, 195 e 201 da Constituição Federal, para dispor sobre a previdência social, e dá outras providências.

- **Emenda Constitucional nº 41, de 19 de dezembro de 2003**

Modifica os arts. 37, 40, 42, 48, 96, 149 e 201 da Constituição Federal, revoga o inciso IX do § 3º do art. 142 da Constituição Federal e dispositivos da Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998, e dá outras providências.

- **Emenda Constitucional nº 25, de 14 de fevereiro de 2000**

Altera o inciso VI do art. 29 e acrescenta o art. 29-A à Constituição Federal, que dispõem sobre limites de despesas com o Poder Legislativo Municipal.

- **Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998**

Modifica o sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências.

- **Emenda Constitucional nº 19, de 1998**

Modifica o regime e dispõe sobre princípios e normas da Administração Pública, servidores e agentes políticos, controle de despesas e finanças públicas e custeio de atividades a cargo do Distrito Federal, e dá outras providências.

- **Emenda Constitucional nº 18, de 1998**

Dispõe sobre o regime constitucional dos militares.

LEIS FEDERAIS

- **Lei nº 10.887, de 18 de junho de 2004**

Dispõe sobre a aplicação de disposições da Emenda Constitucional no 41, de 19 de dezembro de 2003, altera dispositivos das Leis nos 9.717, de 27 de novembro de 1998, 8.213, de 24 de julho de 1991, 9.532, de 10 de dezembro de 1997, e dá outras providências.

- **Lei Complementar nº 101, de 04 de maio de 2000**

Estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências.

- **Lei nº 10.028, de 19 de outubro de 2000**

Altera o Decreto-Lei no 2.848, de 7 de dezembro de 1940 - Código Penal, a Lei no 1.079, de 10 de abril de 1950, e o Decreto-Lei no 201, de 27 de fevereiro de 1967.

- **Lei nº 9.796, de 05 de maio de 1999**

Dispõe sobre a compensação financeira entre o Regime Geral de Previdência Social e os regimes de previdência dos servidores da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, nos casos de contagem recíproca de tempo de contribuição para efeito de aposentadoria, e dá outras providências.

- **Lei nº 9.783, de 28 de janeiro de 1999**

Dispõe sobre a contribuição para o custeio da previdência social dos servidores públicos, ativos e inativos, e dos pensionistas dos três Poderes da União, e dá outras providências.

- **Lei nº 9.717, de 27 de novembro de 1998**

Dispõe sobre regras gerais para a organização e o funcionamento dos regimes próprios de previdência social dos servidores públicos da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, dos militares dos Estados e do Distrito Federal e dá outras providências.

- **Lei nº 8.213, de 24 de julho de 1991**

Dispõe sobre os Planos de Benefícios da Previdência Social e dá outras providências.

- **Lei nº 8.212, de 24 de julho de 1991**

Dispõe sobre a organização da Seguridade Social, institui Plano de Custeio, e dá outras providências.

- **Lei 8.112 de dezembro de 1990**

Dispõe sobre o regime jurídico dos servidores públicos civis da União, das autarquias e das fundações públicas federais.

DECRETOS FEDERAIS

- **Decreto nº 5.872 de 11 de agosto de 2006**

Dispõe sobre o aumento, a partir de 1º de agosto de 2006, dos benefícios mantidos pela Previdência Social com data de início igual ou anterior a 31 de março de 2006.

- **Decreto nº 5.756 de 13 de abril de 2006**

Dispõe sobre o reajuste dos benefícios mantidos pela previdência social, a partir de 1º de abril de 2006.

- **Decreto nº 3.788 de 11 de abril de 2001**

Institui, no âmbito da Administração Pública Federal, o Certificado de Regularidade Previdenciária – CRP.

- **Decreto nº 3.112 de 06 de julho de 1999**

Dispõe sobre a regulamentação da Lei nº 9.796, de 5 de maio de 1999, que versa sobre compensação financeira entre o Regime Geral de Previdência Social e os regimes

próprios de previdência dos servidores da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, na contagem recíproca de tempo de contribuição para efeito de aposentadoria, e dá outras providências.

- **Decreto nº 3.048 de 06 de maio de 1999**

Aprova o Regulamento da Previdência Social, e dá outras providências.

PORTARIAS MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA

- **Portaria MPS nº 064 de 24 de fevereiro de 2006**
- **Portaria MPS nº 449, de 06 de dezembro de 2006**
- **Portaria MPS nº 342, de 16 de agosto de 2006**
- **Portaria MPS nº 328, de 02 de agosto de 2006**
- **Portaria MPS nº 1.468, de 30 de agosto de 2005**
- **Portaria MPS nº 1.348, de 19 de julho de 2005**
- **Portaria nº 183, de 23 de junho de 2006**

Altera as Portarias nº 172, de 2005, 4.992, de 1999 e 916, de 2006.

- **Portaria nº 822, de 11 de maio de 2005.**

Dispõe sobre os reajustes dos benefícios do RGPS

- **Portaria nº 172, de 11 de fevereiro de 2005**

Dispõe sobre a emissão do Certificado de Regularidade Previdenciária - CRP

- **Portaria MPS nº 52, de 25 de janeiro 2005**
- **Portaria MPS nº 838, de 28 de julho 2004**
- **Portaria MPS nº 685, de 21 de junho 2004**
- **Portaria nº 1.768, de 22 de dezembro 2003**
- **Portaria nº 1.767, de 22 de dezembro 2003**
- **Portaria nº 898, de 04 de julho de 2003**
- **Portaria nº 460, de 28 de abril de 2003**
- **Portaria nº 298 de 01 de abril de 2003**
- **Portaria nº 43 de 22 de janeiro de 2003**
- **Portaria MPAS nº 1.317, de 30 de dezembro de 2002**
- **Portaria MPAS nº 951, de 27 de agosto de 2002**
- **Portaria MPAS nº 419, de 02 de maio de 2002**
- **Portaria MPAS nº 3.699 de 26 de novembro de 2001**
- **Portaria MPAS nº 2.346, de 10 de julho de 2001**

- **Portaria MPAS nº 6.209, de 16 de dezembro de 1999**
- **Portaria MPAS nº 4.992, de 05 de fevereiro de 1999**
- **Portaria MPAS nº 4.882, de 16 de dezembro de 1998**

RESOLUÇÕES CONSELHO MONETÁRIO NACIONAL

Resolução CMN nº 3.244, de 28 de outubro de 2004

Dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, pelos Estados, pelo Distrito Federal ou por Municípios

Resolução CMN nº 2.652, de 23 de setembro de 1999

Dispõe sobre as aplicações dos recursos dos fundos com finalidade previdenciária

Resolução CMN nº 2.651, de 23 de setembro de 1999

Dispõe sobre a aquisição de ações de empresas vinculadas a fundo com finalidade previdenciária de Estados, Distrito Federal ou Municípios por instituição financeira federal

ORIENTAÇÃO NORMATIVA

- **Orientação Normativa SPS nº 01, de 23 de janeiro de 2007**
- **Orientação Normativa SPS nº 04, de 8 de setembro de 2004**

Altera a Orientação Normativa nº 03/2004 - Dispõe sobre regras aplicáveis aos Regimes Próprios de Previdência Social

- **Orientação Normativa SPS nº 03, de 12 de agosto de 2004**

Atualizado em 09/08/04

- **Orientação Normativa SPS nº 01, de 06 de janeiro de 2004**
- **Orientação Normativa SPS nº 02, de 05 de setembro de 2002**
- **Orientação Normativa SPS nº 01, de 29 de maio de 2001**

Revogada pela Orientação Normativa nº 02, de 5 de setembro de 2002

- **Orientação Normativa SPS nº 21, de 21 de junho de 2000**

Revogada pela Orientação Normativa nº 01, de 29 de maio de 2001

- **Orientação Normativa SPS nº 10, de 29 de outubro de 1999**

Dispõe sobre a carência no Regime Geral de Previdência

- **Orientação Normativa SPS nº 09, de 02 de março de 1999**

MEDIDA PROVISÓRIA

- **Medida Provisória nº 167, de 19 de fevereiro de 2004**

Dispõe sobre a aplicação de disposições da Emenda Constitucional nº 41, de 19 de dezembro de 2003, altera dispositivos das Leis nos 9.717, de 27 de novembro de 1998, 9.783, de 28 de janeiro de 1999, 8.213, de 24 de julho de 1991, 9.532, de 10 de dezembro de 1997, e dá outras providências.

ANEXO II

ALGORÍTMO IMPLEMENTADO PARA O CÁLCULO DA EXPOSIÇÃO E NÚMERO DE ÓBITOS

O algoritmo implementado para o cálculo da exposição está subdividido em duas partes: o cálculo do tempo de exposição e o cálculo da exposição antes e depois do aniversário. As variáveis que se referem ao tempo de exposição e percentual de exposição antes e depois do aniversário foram criadas para cada ano do período de 1996 a 2007.

Definição das variáveis:

inv_07: indicador de que o segurado esteve aposentado por invalidez em 2007.

inv_08: indicador de que o segurado esteve aposentado por invalidez em 2008.

d_excl_m: data de exclusão, que compreende principalmente a cessação do benefício por morte e recuperação da capacidade laboral.

ob_07: variável indicadora de óbito em 2007

d_ob_: data de óbito

d_inat_: data de inatividade, causada por invalidez

niver2: tempo em dias até a data de aniversário, considerando cada mês com 31 dias.

inat2: tempo em dias até o dia e mês de inatividade, considerando cada mês com 31 dias.

obito2: tempo em dias até o dia e mês de óbito, considerando cada mês com 31 dias.

exclu2: tempo em dias até o dia e mês de exclusão, considerando cada mês com 31 dias.

aniversario: dia e mês de aniversário

aniver_obito: dia e mês de óbito

aniver_exclusao: dia e mês de exclusão

aniver_inat: dia e mês de inatividade

d_inat_a : ano da aposentadoria por invalidez

idob07: idade no data do óbito

exposição07: tempo de exposição de cada segurado em 2007

antes07: percentual de exposição antes do aniversário

depois07: percentual de exposição depois do aniversário

exp_antes07: exposição antes do aniversário

exp_depois07: exposição depois do aniversário

Cálculo do tempo de exposição de cada segurado em 2007

COMPUTE **exposição07** = \$SYSMIS.

- Se aposentado em 2007 e aposentado em 2008, tendo se invalidado antes de 2007 e excluído a partir de 01/01/2008 ou não ter sido excluído.

```
IF (inv_08 = 1 & inv_07 = 1 & (d_ob_ >= DATE.DMY(01,01,2008)| Missing
(d_ob_ )) & (d_excl_m >= DATE.DMY(01,01,2008)| Missing (d_excl_m) ) &
d_inat_ < DATE.DMY(01,01,2007)) exposição07 = 1.
```

- Se aposentado em 2007 e aposentado em 2008, tendo se invalidado em 2007 e excluído a partir de 01/01/2008 ou não ter sido excluído.

```
IF (inv_08 = 1 & inv_07 = 1 & (d_ob_ >= DATE.DMY(01,01,2008)| Missing
(d_ob_ )) & (d_excl_m >= DATE.DMY(01,01,2008)| Missing (d_excl_m) ) &
d_inat_ <= DATE.DMY(31,12,2007) & d_inat_ >= DATE.DMY(01,01,2007))
exposição07 = DATEDIFF(DATE.DMY(01,01,2008), d_inat_, "days")/365.
```

- Se aposentado em 2007 e excluído em 2007, tendo se invalidado antes de 01/01/2007.

```
IF (inv_08 = 0 & inv_07 = 1 & d_excl_m < DATE.DMY(01,01,2008) &
d_excl_m >= DATE.DMY(01,01,2007) & d_inat_ < DATE.DMY(01, 01, 2007))
exposição07 = DATEDIFF(DATE.DMY(01,01,2008), d_excl_m, "days")/365.
```

- Se aposentado por invalidez em 2007, tendo se invalidado em 2007, excluído após 31/12/2007, ou nunca excluído.

```
IF (inv_06 = 0 & inv_07 = 1 & d_inat_ <= DATE.DMY(31,12,2007) & d_inat_ >=
DATE.DMY(01,01,2007) & (d_ob_ > DATE.DMY(31,12,2007) | Missing(d_ob_)) &
(d_excl_m > DATE.DMY(31,12,2007) | Missing (d_excl_m)))
exposição07 = DATEDIFF(DATE.DMY(31,12,2007), d_inat_, "days")/365.
```

- Se aposentado por invalidez em 2007, tendo se invalidado em 2007 e excluído durante o ano de 2007.

```
IF (inv_06 = 0 & inv_07 = 1 & d_inat_ <= DATE.DMY(31,12,2007) & d_inat_ >=
DATE.DMY(01,01,2007) & ((d_ob_ > DATE.DMY(01,01,2007) &
d_ob_ <= DATE.DMY(31,12,2007)) | (d_excl_m > DATE.DMY(01,01,2007) &
d_excl_m <= DATE.DMY(31,12,2007))))
exposição07 = DATEDIFF(d_excl_m, d_inat_, "days")/365.
```

Cálculo do percentual de exposição antes e depois do aniversário

COMPUTE **antes07** = 0.

IF(inv_07=1 & ob_07=1 & d_inat<20070000 & (aniver_obito >= aniversario|
aniver_exclusao>= aniversario)) **antes07**= niver2/(obito2).

IF(inv_07=1 & ob_07=1 & d_inat<20070000 & (aniver_obito < aniversario|
aniver_exclusao < aniversario)) **antes07** = 1.

IF(inv_07=1 & ob_07=0 & d_inat<20070000 & (d_ob>20071231|
d_excl>20071231)) **antes07**= niver2/372.

IF(inv_07 =1 & ob_07=0 & d_inat_a=2007 & (d_ob>20071231| d_excl>20071231)
& aniver_inat>= aniversario) **antes07** = 0.

IF(inv_07=1 & ob_07=1 & d_inat_a=2007 & aniver_inat< aniversario &
(aniver_inat< aniver_exclusao | aniver_inat< aniver_obito) & (aniver_obito< aniversario |
aniver_exclusao< aniversario)) **antes07** = 1.

IF(inv_07 =1 & ob_07=0 & d_inat_a=2007 & (d_ob>20071231| d_excl>20071231)
& aniver_inat< aniversario) **antes07** = (niver2 - inat2)/(372-inat2).

IF(inv_07 =1 & ob_07=1 & d_inat_a=2007 & aniver_inat< aniversario &
(aniver_inat< aniver_obito | aniver_inat< aniver_exclusao) & (aniver_obito> aniversario |
aniver_exclusao> aniversario)) **antes07**= (niver2 - inat2)/(372-inat2).

IF(inv_07 =1 & ob_07=1 & d_inat_a=2007 & aniver_inat> aniversario &
(aniver_inat< aniver_obito| aniver_inat< aniver_exclusao) & (aniver_obito> aniversario |
aniver_exclusao> aniversario)) **antes07** = 0.

EXECUTE.

COMPUTE **depois07** = 1 - **antes07**.

EXECUTE.

Cálculo do tempo de exposição antes e depois do aniversário

COMPUTE **exp_antes07** = **exposição07** * **antes07**.

EXECUTE .

COMPUTE **exp_depois07** = **exposição07** * **depois07**.

EXECUTE .

Contagem da exposição por sexo, ano de inatividade e idade antes do aniversário e na data do aniversário

SUMMARIZE

/TABLES= exp_antes07 BY sexo BY d_inat_a BY idade_antes07

/FORMAT=NOLIST TOTAL

```
/TITLE='Case Summaries'  
/MISSING=VARIABLE  
/CELLS=SUM .
```

```
SUMMARIZE  
/TABLES=exp_depois07 BY sexo BY d_inat_a BY id_aniversario07  
/FORMAT=NOLIST TOTAL  
/TITLE='Case Summaries'  
/MISSING=VARIABLE  
/CELLS=SUM .
```

Contagem do número de óbitos por sexo, data de inatividade e idade na data de óbito

```
SUMMARIZE  
/TABLES=ob_07 BY sexo BY d_inat_a BY idob07  
/FORMAT=NOLIST TOTAL  
/TITLE='Case Summaries'  
/MISSING=VARIABLE  
/CELLS=SUM .
```

ANEXO III

Tábuas Seletas e Últimas de Mortalidade

Tábua 1: Brasil - Probabilidade de morrer no próximo ano para os sobreviventes à idade $[x]$, $q_{[x]+d}$ e expectativa de vida a idade $[x]$, $e_{[x]+d}$, para os aposentados por invalidez do Poder Executivo Federal, filiados ao RPPS, do sexo feminino, aposentados entre 1991 e 2007.

Mulheres								
idade	qx				ex			
	0	1	2	3+	0	1	2	3+
30	0,032305	0,025931	0,018608	0,014406	36,657868	37,316279	37,750442	37,910755
31	0,032386	0,025996	0,018654	0,014442	36,219092	36,871423	37,301610	37,460461
32	0,032473	0,026066	0,018704	0,014481	35,775250	36,421531	36,847760	37,005156
33	0,032567	0,026142	0,018759	0,014523	35,326351	35,966618	36,388913	36,544863
34	0,032670	0,026224	0,018818	0,014569	34,872408	35,506706	35,925095	36,079609
35	0,032782	0,026314	0,018882	0,014619	34,413440	35,041823	35,456340	35,609429
36	0,032903	0,026411	0,018952	0,014673	33,949473	34,572002	34,982687	35,134366
37	0,033034	0,026516	0,019027	0,014731	33,480538	34,097284	34,504182	34,654468
38	0,033176	0,026631	0,019109	0,014795	33,006673	33,617716	34,020880	34,169790
39	0,033331	0,026755	0,019198	0,014864	32,527922	33,133353	33,532841	33,680397
40	0,033499	0,026889	0,019295	0,014939	32,044339	32,644258	33,040136	33,186362
41	0,033681	0,027036	0,019400	0,015020	31,555983	32,150503	32,542843	32,687765
42	0,033879	0,027195	0,019514	0,015108	31,062924	31,652167	32,041049	32,184697
43	0,034094	0,027367	0,019638	0,015204	30,565239	31,149340	31,534853	31,677257
44	0,034327	0,027554	0,019772	0,015308	30,063013	30,642120	31,024360	31,165557
45	0,034580	0,027757	0,019918	0,015421	29,556343	30,130616	30,509688	30,649716
46	0,034854	0,027977	0,020076	0,015543	29,045335	29,614947	29,990965	30,129864
47	0,035152	0,028217	0,020247	0,015676	28,530106	29,095243	29,468329	29,606146
48	0,035476	0,028476	0,020434	0,015820	28,010783	28,571644	28,941932	29,078714
49	0,035827	0,028758	0,020636	0,015977	27,487504	28,044305	28,411935	28,547734
50	0,036208	0,029064	0,020855	0,016147	26,960420	27,513389	27,878513	28,013386
51	0,036621	0,029396	0,021094	0,016331	26,429694	26,979074	27,341854	27,475860
52	0,037070	0,029756	0,021352	0,016531	25,895502	26,441549	26,802158	26,935360
53	0,037557	0,030147	0,021633	0,016748	25,358032	25,901019	26,259639	26,392104
54	0,038086	0,030572	0,021938	0,016984	24,817485	25,357699	25,714522	25,846322
55	0,038660	0,031033	0,022268	0,017240	24,274078	24,811819	25,167050	25,298260
56	0,039283	0,031533	0,022627	0,017518	23,728040	24,263625	24,617476	24,748176
57	0,039960	0,032076	0,023017	0,017820	23,179615	23,713372	24,066069	24,196343
58	0,040694	0,032665	0,023439	0,018147	22,629064	23,161335	23,513112	23,643047
59	0,041490	0,033304	0,023898	0,018502	22,076663	22,607801	22,958901	23,088589
60	0,042355	0,033998	0,024396	0,018888	21,522710	22,053072	22,403749	22,533284
61	0,043294	0,034752	0,024937	0,019307	20,967538	21,497472	21,847979	21,977460
62	0,044312	0,035570	0,025524	0,019761	20,411558	20,941355	21,291936	21,421459
63	0,045418	0,036457	0,026161	0,020254	19,855386	20,385141	20,735985	20,865637
64	0,046616	0,037419	0,026852	0,020789	19,300230	19,829422	20,180530	20,310362
65	0,047913	0,038461	0,027601	0,021370	18,749046	19,275295	19,626079	19,756013
66	0,049307	0,039583	0,028410	0,022001	18,209611	18,725313	19,073411	19,202983
67	0,050780	0,040776	0,029280	0,022685	17,700654	18,185979	18,524083	18,651674
68	0,052251	0,041987	0,030194	0,023428	17,254841	17,672043	17,981604	18,102500
69	0,053455	0,043050	0,031093	0,024235	16,897715	17,204421	17,452570	17,555882
70	0,053635	0,043477	0,031806	0,025110	16,601117	16,782456	16,941188	17,012249

71	0,051193	0,042243	0,031959	0,026060	16,274441	16,358550	16,435780	16,472040
72	0,044929	0,038577	0,031278	0,027091	15,858584	15,890885	15,921173	15,935695
73	0,037609	0,034262	0,030416	0,028210	15,376643	15,387894	15,398524	15,403661
74	0,033315	0,031930	0,030338	0,029425	14,867310	14,871081	14,874655	14,876386
75	0,032167	0,031660	0,031078	0,030744	14,351314	14,352562	14,353746	14,354320
76	0,032671	0,032494	0,032291	0,032175	13,836920	13,837332	13,837722	13,837912
77	0,033899	0,033838	0,033768	0,033728	13,327279	13,327415	13,327543	13,327606
78	0,035473	0,035452	0,035428	0,035414	12,823735	12,823780	12,823822	12,823843
79	0,037264	0,037257	0,037249	0,037244	12,327022	12,327037	12,327051	12,327057
80	0,039238	0,039235	0,039232	0,039231	11,837662	11,837667	11,837671	11,837674
81	0,041389	0,041388	0,041387	0,041387	11,356101	11,356102	11,356104	11,356105
82	0,043728	0,043727	0,043727	0,043727	10,882749	10,882750	10,882750	10,882750
83	0,046267	0,046267	0,046267	0,046267	10,417994	10,417994	10,417994	10,417994
84	0,049024	0,049024	0,049024	0,049024	9,962201	9,962201	9,962201	9,962201
85	0,052017	0,052017	0,052017	0,052016	9,515716	9,515716	9,515716	9,515716
86	0,055265	0,055265	0,055265	0,055265	9,078857	9,078857	9,078857	9,078857
87	0,058790	0,058790	0,058790	0,058790	8,651920	8,651920	8,651920	8,651920
88	0,062617	0,062617	0,062617	0,062617	8,235168	8,235168	8,235168	8,235168
89	0,066770	0,066770	0,066770	0,066770	7,828832	7,828832	7,828832	7,828832
90	0,071278	0,071278	0,071278	0,071278	7,433109	7,433109	7,433109	7,433109
91	0,076171	0,076171	0,076171	0,076171	7,048152	7,048152	7,048152	7,048152
92	0,081483	0,081483	0,081483	0,081483	6,674071	6,674071	6,674071	6,674071
93	0,087247	0,087247	0,087247	0,087247	6,310923	6,310923	6,310923	6,310923
94	0,093504	0,093504	0,093504	0,093504	5,958705	5,958705	5,958705	5,958705
95	0,100296	0,100296	0,100296	0,100296	5,617346	5,617346	5,617346	5,617346
96	0,107668	0,107668	0,107668	0,107668	5,286685	5,286685	5,286685	5,286685
97	0,115669	0,115669	0,115669	0,115669	4,966458	4,966458	4,966458	4,966458
98	0,124353	0,124353	0,124353	0,124353	4,656261	4,656261	4,656261	4,656261
99	0,133780	0,133780	0,133780	0,133780	4,355509	4,355509	4,355509	4,355509
100	0,144011	0,144011	0,144011	0,144011	4,063362	4,063362	4,063362	4,063362
101	0,155117	0,155117	0,155117	0,155117	3,778621	3,778621	3,778621	3,778621
102	0,167170	0,167170	0,167170	0,167170	3,499555	3,499555	3,499555	3,499555
103	0,180254	0,180254	0,180254	0,180254	3,223631	3,223631	3,223631	3,223631
104	0,194454	0,194454	0,194454	0,194454	2,947059	2,947059	2,947059	2,947059
105	0,209868	0,209868	0,209868	0,209868	2,664020	2,664020	2,664020	2,664020
106	0,226598	0,226598	0,226598	0,226598	2,365329	2,365329	2,365329	2,365329
107	0,244757	0,244757	0,244757	0,244757	2,036024	2,036024	2,036024	2,036024
108	0,264467	0,264467	0,264467	0,264467	1,650874	1,650874	1,650874	1,650874
109	0,285860	0,285860	0,285860	0,285860	1,165715	1,165715	1,165715	1,165715
110	0,309081	0,309081	0,309081	0,309081	0,500000	0,500000	0,500000	0,500000

Fonte: Microdados do SIAPE 2008

Tábua 2: Brasil - Probabilidade de morrer no próximo ano para os sobreviventes à idade $[x]$, $q_{[x]+d}$ e expectativa de vida a idade $[x]$, $e_{[x]+d}$, para os aposentados por invalidez do Poder Executivo Federal, filiados ao RPPS, do sexo masculino, aposentados entre 1991 e 2007.

Homens									
idade	qx				ex				
	0	1	2	3+	0	1	2	3+	
30	0,049683	0,038506	0,027601	0,021392	27,838600	28,641329	29,142099	29,326851	
31	0,049920	0,038690	0,027733	0,021494	27,485907	28,282764	28,779938	28,963375	
32	0,050175	0,038887	0,027874	0,021604	27,128547	27,919605	28,413228	28,595366	
33	0,050448	0,039098	0,028026	0,021721	26,766563	27,551901	28,042025	28,222885	
34	0,050740	0,039325	0,028189	0,021847	26,400003	27,179710	27,666394	27,845995	
35	0,051054	0,039568	0,028363	0,021982	26,028921	26,803098	27,286405	27,464773	
36	0,051390	0,039829	0,028549	0,022127	25,653382	26,422138	26,902139	27,079299	
37	0,051750	0,040108	0,028750	0,022282	25,273456	26,036910	26,513682	26,689663	
38	0,052136	0,040407	0,028964	0,022448	24,889223	25,647504	26,121132	26,295964	
39	0,052550	0,040728	0,029194	0,022627	24,500769	25,254018	25,724592	25,898311	
40	0,052993	0,041072	0,029440	0,022818	24,108191	24,856558	25,324178	25,496819	
41	0,053469	0,041440	0,029705	0,023022	23,711594	24,455242	24,920012	25,091614	
42	0,053979	0,041835	0,029988	0,023242	23,311093	24,050194	24,512227	24,682833	
43	0,054525	0,042259	0,030291	0,023477	22,906812	23,641550	24,100965	24,270620	
44	0,055111	0,042713	0,030617	0,023729	22,498885	23,229453	23,686378	23,855131	
45	0,055738	0,043199	0,030965	0,023999	22,087454	22,814058	23,268629	23,436529	
46	0,056411	0,043721	0,031339	0,024289	21,672675	22,395530	22,847890	23,014991	
47	0,057132	0,044279	0,031740	0,024600	21,254712	21,974043	22,424342	22,590701	
48	0,057905	0,044879	0,032169	0,024933	20,833738	21,549783	21,998178	22,163855	
49	0,058734	0,045521	0,032630	0,025289	20,409940	21,122945	21,569601	21,734657	
50	0,059622	0,046209	0,033123	0,025672	19,983514	20,693733	21,138822	21,303324	
51	0,060574	0,046947	0,033652	0,026082	19,554667	20,262363	20,706064	20,870080	
52	0,061595	0,047738	0,034219	0,026521	19,123615	19,829062	20,271561	20,435162	
53	0,062688	0,048586	0,034826	0,026992	18,690590	19,394065	19,835554	19,998813	
54	0,063861	0,049494	0,035478	0,027497	18,255831	18,957620	19,398295	19,561289	
55	0,065117	0,050468	0,036176	0,028038	17,819594	18,519982	18,960046	19,122854	
56	0,066464	0,051512	0,036924	0,028618	17,382148	18,081423	18,521078	18,683779	
57	0,067908	0,052631	0,037726	0,029240	16,943791	17,642224	18,081672	18,244346	
58	0,069455	0,053830	0,038586	0,029906	16,504859	17,202692	17,642119	17,804844	
59	0,071114	0,055115	0,039507	0,030620	16,065772	16,763171	17,202725	17,365570	
60	0,072890	0,056490	0,040494	0,031386	15,627126	16,324077	16,763815	16,926826	
61	0,074792	0,057962	0,041551	0,032206	15,189892	15,885986	16,325754	16,488923	
62	0,076825	0,059532	0,042681	0,033086	14,755869	15,449821	15,888983	16,052177	
63	0,078993	0,061199	0,043887	0,034029	14,328589	15,017253	15,454103	15,616907	
64	0,081289	0,062948	0,045165	0,035040	13,914932	14,591523	15,022063	15,183439	
65	0,083685	0,064734	0,046504	0,036123	13,527005	14,178807	14,594499	14,752099	
66	0,086102	0,066446	0,047865	0,037284	13,181430	13,789425	14,174199	14,323218	
67	0,088346	0,067833	0,049161	0,038529	12,891298	13,435375	13,765030	13,897128	
68	0,089983	0,068391	0,050213	0,039863	12,654470	13,118985	13,369446	13,474160	
69	0,090145	0,067347	0,050746	0,041293	12,451814	12,819898	12,983528	13,054646	
70	0,087495	0,064118	0,050551	0,042826	12,249799	12,505495	12,597740	12,638914	

71	0,081018	0,059387	0,049881	0,044469	12,008262	12,159632	12,206195	12,227292
72	0,071869	0,055146	0,049465	0,046230	11,709407	11,788056	11,810058	11,820102
73	0,063459	0,052837	0,049830	0,048117	11,365289	11,403006	11,413056	11,417661
74	0,058271	0,052463	0,050983	0,050141	10,996335	11,013687	11,018206	11,020280
75	0,056315	0,053411	0,052709	0,052309	10,617490	10,625318	10,627335	10,628262
76	0,056536	0,055148	0,054820	0,054634	10,237091	10,240592	10,241490	10,241903
77	0,058014	0,057364	0,057212	0,057126	9,859344	9,860904	9,861303	9,861487
78	0,060208	0,059907	0,059837	0,059797	9,486334	9,487028	9,487205	9,487287
79	0,062850	0,062710	0,062678	0,062660	9,119142	9,119450	9,119529	9,119566
80	0,065816	0,065752	0,065737	0,065728	8,758382	8,758519	8,758554	8,758570
81	0,069058	0,069028	0,069022	0,069018	8,404452	8,404513	8,404528	8,404536
82	0,072562	0,072548	0,072545	0,072543	8,057642	8,057669	8,057676	8,057679
83	0,076331	0,076325	0,076323	0,076323	7,718187	7,718199	7,718202	7,718204
84	0,080377	0,080374	0,080374	0,080373	7,386286	7,386292	7,386293	7,386294
85	0,084717	0,084716	0,084716	0,084715	7,062112	7,062115	7,062115	7,062116
86	0,089370	0,089370	0,089370	0,089369	6,745815	6,745817	6,745817	6,745817
87	0,094358	0,094358	0,094358	0,094358	6,437524	6,437525	6,437525	6,437525
88	0,099706	0,099705	0,099705	0,099705	6,137346	6,137347	6,137347	6,137347
89	0,105437	0,105437	0,105437	0,105437	5,845366	5,845366	5,845366	5,845366
90	0,111581	0,111581	0,111581	0,111581	5,561646	5,561646	5,561646	5,561646
91	0,118166	0,118166	0,118166	0,118166	5,286222	5,286222	5,286222	5,286222
92	0,125224	0,125224	0,125224	0,125224	5,019106	5,019106	5,019106	5,019106
93	0,132790	0,132790	0,132790	0,132790	4,760281	4,760281	4,760281	4,760281
94	0,140900	0,140900	0,140900	0,140900	4,509697	4,509697	4,509697	4,509697
95	0,149593	0,149593	0,149593	0,149593	4,267267	4,267267	4,267267	4,267267
96	0,158911	0,158911	0,158911	0,158911	4,032859	4,032859	4,032859	4,032859
97	0,168898	0,168898	0,168898	0,168898	3,806283	3,806283	3,806283	3,806283
98	0,179604	0,179604	0,179604	0,179604	3,587273	3,587273	3,587273	3,587273
99	0,191078	0,191078	0,191078	0,191078	3,375456	3,375456	3,375456	3,375456
100	0,203378	0,203378	0,203378	0,203378	3,170305	3,170305	3,170305	3,170305
101	0,216562	0,216562	0,216562	0,216562	2,971055	2,971055	2,971055	2,971055
102	0,230694	0,230694	0,230694	0,230694	2,776571	2,776571	2,776571	2,776571
103	0,245841	0,245841	0,245841	0,245841	2,585107	2,585107	2,585107	2,585107
104	0,262077	0,262077	0,262077	0,262077	2,393895	2,393895	2,393895	2,393895
105	0,279481	0,279481	0,279481	0,279481	2,198374	2,198374	2,198374	2,198374
106	0,298135	0,298135	0,298135	0,298135	1,990759	1,990759	1,990759	1,990759
107	0,318130	0,318130	0,318130	0,318130	1,757230	1,757230	1,757230	1,757230
108	0,339563	0,339563	0,339563	0,339563	1,472237	1,472237	1,472237	1,472237
109	0,362536	0,362536	0,362536	0,362536	1,086445	1,086445	1,086445	1,086445
110	0,387160	0,387160	0,387160	0,387160	0,500000	0,500000	0,500000	0,500000

Fonte: Microdados do SIAPE 2008

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACEVEDO, Ligia; PANJER, Harry. *Modelling and Forecasting Mortality Improvement*, a SCOR research report from COR Group, 55p, 1999. Disponível em: <<http://www.scor.fr/pdf/LA-Esary.pdf>>. Acesso em 16 de abril de 2005.

BELTRÃO, et al. *Mortalidade por sexo e idade dos funcionários do Banco do Brasil, 1940-1990*, RT 02/95. Rio de Janeiro, ENCE/IBGE, setembro de 1995.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe. *Estimativas de mortalidade para a população coberta pelos seguros privados*. Texto para Discussão 868, IPEA, Rio de Janeiro, março de 2002a.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe. *Tábua de mortalidade para os funcionários públicos civis federais do poder executivo por sexo e escolaridade: comparação com tábuas do mercado*. Texto para Discussão 3, ENCE/IBGE, Rio de Janeiro, novembro de 2002b.

BELTRÃO et al. *Tábuas de mortalidade no mercado de seguros – uma comparação*. Texto para Discussão 1047. ENCE. Rio de Janeiro, 2004.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe. *Mortality Rates in the Brazilian Insurance Market: a Comparison*. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 19,2, December 2005.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe. *Taxas de mortalidade no Setor de Seguros– 1998-2000. Estimativas e Comparações com Tábuas de Mercado: Vida Individual, Vida em Grupo, previdência Privada, Acidentes Pessoais*. Fundação Escola Nacional de seguros – FUNENSEG. Rio de Janeiro, 2005.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe. *Differential changes in Brazilian Public servant's survival rates*. In: Proceedings of the Third Brazilian Conference on Statistical Modelling in Insurance and Finance. Maresias, March 25-30, 2007

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe; FRISCHTAK, Ricardo; OLIVEIRA, M.M.C. de; ARTEAGA, T.C.S, *Graduação da Mortalidade*. UFRJ, 2009 (mimeo).

BENJAMIM, B.; POLLARD, J.H.. *The analysis of mortality and other actuarial statis*. Published for the Institute of Actuaries and the faculty of Actuaries. Ed. Heinemann: London, 1980.

BORGES, G.M., *Funcionalismo Público: construção e aplicação de tábuas biométricas*. Dissertação de Mestrado. Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE/ IBGE). Rio de Janeiro, 2009. Orientador: Kaizô Iwakami Beltrão.

BOWERS et al. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, 1997.

BRASS, W. *Methods for Estimating Fertility and Mortality from Limited and Defective Data*. The University of North Carolina at Chapel Hill, International Program of Laboratories for Population Statistics, 1975.

BRASIL, *Constituição da República Federativa do Brasil*, de 05 de dezembro de 1988. Disponível em: <<http://www.senado.gov.br/sf/legislacao/>>. Acesso em: 22 de julho de 2009.

BRASIL, *Decreto do Executivo 99.328 de junho de 1990*. Institui o sistema Integrado de Administração de Recursos Humanos - SIAPE e dá outras providências. Disponível em: <[http://www.legislacao.planalto.gov.br/legisla/legislacao.nsf/Viw_Identificacao/DEC%2099_328-1990?OpenDocument&AutoFramedLei Complementar 11.907 de 2009](http://www.legislacao.planalto.gov.br/legisla/legislacao.nsf/Viw_Identificacao/DEC%2099_328-1990?OpenDocument&AutoFramedLei%20Complementar%2011.907%20de%202009)> Acesso em: 22 de julho de 2009.

BRASIL, *Lei 8112 de 11 de dezembro de 1990*. Dispõe sobre o regime jurídico dos servidores públicos civis da União, das autarquias e das fundações públicas federais. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br/CCIVIL/Leis/L8112cons.htm>> Acesso em: 22 de julho de 2009.

BRASIL, *Circular SUSEP 197, de agosto de 2002*. Dispõe sobre o envio de dados pelas sociedades seguradoras, entidades abertas de previdência complementar e Caixa Econômica Federal (CAIXA). Disponível em: <<http://www.susep.gov.br/menubiblioteca/biblioteca.asp>> Circular SUSEP – Superintendência de Seguros Privados – 197/2002. Acesso em: 22 de julho de 2009.

CARRIERE, J.F., *A select and ultimate parametric model*. Transactions of Society of Actuaries, v.46, p. 75-97, 1994.

CARVALHO, J.A.M.; SAWYER, D. O; RODRIGUES, R.N. *Introdução a alguns Conceitos Básicos e Medidas em Demografia*. Associação Brasileira de Estudos Populacionais. Segunda edição. ABEP 1994, reimpresso 1998.

CASTRO, L. G. e Silva. *Estudo da mortalidade dos servidores públicos civis do estado de São Paulo: tábua de mortalidade destinada aos regimes próprios de Previdência Social*. Dissertação de Mestrado. Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE/IBGE). Rio de Janeiro, agosto de 2008. Orientador: Kaizô Iwakami Beltrão.

COMPARAÇÃO entre o Regime Geral de Previdência Social e o Regime Próprio de Previdência Social da União. Fundação ANFIP de Estudos da Seguridade Social. Data da consulta: 16 de julho de 2009. Disponível em: <www.fundacaoanfip.org.br/arquivos/publicacoes/trabalhos/comparacao_regimeprevidenciaregimeproprio.pdf> Acesso em: 22 de julho de 2009.

CONDE, Newton Cezar. *Tábua de mortalidade destinada a entidades fechadas de previdência privada*. (Dissertação de Mestrado apresentada na PUC-SP, Pós-Graduação em Ciências Contábeis e Atuariais, São Paulo, maio de 1991.).

COPAS, J.B.; HABERMAN, M. A. (1983). Non-parametric graduation using kernel methods, *Journal of the Institute of Actuaries*, 110, 135-156.

CURRIE, I.D.; WATERS, M.A.. *On modeling select mortality*. Journal of Institute of Actuaries, 1991. 118 p. 453-481.

DOBSON, A.J. *An introduction to Generalized Linear Models*. Chapman & Hall/ CRC, Second Edition, 2002

DEBÓN A., *Graduación de tablas de mortalidad*. Aplicaciones actuariales. Lecture: Universidad de Valencia (España), 2004.

DEBÓN A.; MONTES, F.; ALA, R. *A comparison of parametric models for mortality graduation. Application to mortality data for the Valencia Region (Spain)*. SORT 29, julho-dezembro, 2005, 269-288

DEBON, Ana; MONTES, Francisco; and SALA, Ramon. *A Comparison of Nonparametric Methods in the Graduation of Mortality: Application to Data from the Valencia Region (Spain)*, International Statistical Review (2006), 74, 2, 215–233.

ESTATÍSTICAS do Registro Civil 2004 – IBGE. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/registrocivil/2004/default.shtm>>. Acesso em: 22 de julho de 2009.

FERREIRA, Weber J. *Coleção introdução à ciência atuarial*, Rio de Janeiro, IRB, 1985, vol. 3.

FORFAR, D.; McCutcheon, J.; WILKEI, A. (1988) On graduation by mathematical formula. *Journal of the Institute of Actuaries*, 115, 1-149

GAVIN, J.; HABERMAN, S.; and VERRAL, R. (1993). Moving weighted average graduation using Kernel estimation. *Insurance: Mathematics and Economics*, 12, 113-126.

GAVIN, J.; HAVERMAN S.; VERRALL, R. (1994). On the choice of bandwidth for kernel graduation, *Journal of the Institute of Actuaries*, 121, 119-134.

GAVIN, J.; HABERMAN, S.; VERRAL. R. (1995) Graduation by Kernel and adaptive Kernel methods with a boundary correction. *Transactions. Society of Actuaries*, XLVII, 173-209.

GERBER, H.U. *Life insurance Mathematics*. Springer Berlin, 1995.

GREEN, P.J.; SILVERMAN, B.W.; *Nonparametric Regression and Generalized Linear Models: A roughness penalty approach*. Monographs on Statistics and Applied Probability 58, Chapman & Hall, London–UK, 1994

LE GRYS, Desmond. *Life, death and money: actuaries and the creation of finance security*. Blackwell Publishers Inc. Institute of Actuaries, 1998.

HELIGMAN, Larry; POLLARD, J. H. The age pattern of mortality. *Readings in Population Research Methodology*, v.2, pp. 97-104, 1980.

HENDERSON, C.R. Estimation of variance and covariance components. *Biometrics*. V. 9, nº2, p. 226-252, 1953.

KANEKO, R. Development of new relational models for the age pattern of mortality. *Jinko Mondai Kenkyu*. V.183, pp.1-22, 1987.

LEE, Ronald D.; CARTER, Lawrence R. Modeling and forecasting the time series of US mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87: pp.659-71, 1992.

LI, Nan.; VAUPEL, James W. (1992) “Using the heterogeneity model and the Lee-Carter method to estimate mortality surfaces at old ages”, 1992.

MACDONALD, A.M.; DUKES, J. Pricing a select and ultimate annual renewable term product. *Transactions of Society of Actuaries*, 1980, vol. 82.

MAKEHAM, W. (1860). On the law of mortality. *Journal of the Institute of Actuaries*, 13, 325-358.

MODELO de projeto de lei para instituição/reestruturação de regime próprio de Previdência Social municipal (01/12/2005)– Disponível em: <www1.previdencia.gov.br/pg-secundarias/previdencia-servidor.asp> Acesso em: 22 de julho de 2009.

NICHOLAS, T. Longford, Randon Coefficient Models. *Oxford Science Publications*, 1993

ORTEGA, Antonio. *Tablas de mortalidad*, Centro Latino Americano de Demografia, San Jose, Costa Rica, 1987.

PAQUIN, C.Y. An Estension of the 1975-80 Basic Select and Ultimate Mortality Tables, Male and Female _Actuarial Note, *TSA XXXVIII* (1986): 205-27.

PANJER, H. H.; RUSSO, G. *Parametric graduation of Canadian individual mortality experience: 1982-1988*. Research Report 90 13 published by the Institute of Insurance and Pension Research, University of Waterloo, Canada, 1990.

PANJER, H. H.; RUSSO, G. Parametric graduation of Canadian individual insurance mortality experience: 1982-1988. *Proc. Can. Inst. of Act.* 23, 378-449, 1992.

RAMLAU-HANSEN, H. The choice of Kernel function in the graduation of counting process intensities. *Scand. Act. J.*, 165-182, 1983.

RENSHAW, A.E., Actuarial graduation practice and generalized linear and non-linear models. *Journal of Institute of actuaries* n° 118, p. 295-312, 1991.

RENSHAW, A.E.; HABERMAN, S.; HATZOPOULOS, P. On the duality of assumptions underpinning the construction of life tables. *Astin Bulletin*, vol.27, no1, p.5-22. London, 1997.

RENSHAW, A.E.; HABERMAN, S.. Dual modeling and select mortality. *Insurance: Mathematics and Economics* 19, p. 105 – 126, 1997a.

RIBEIRO, Elizabeth F.; PIRES, Valéria R. R.. *Construção de tábua de mortalidade: experiência Banco do Brasil* (trabalho de final de curso apresentada no curso de Pós-Graduação em Atuaria, ENCE/IBGE, agosto 2001).

RIBEIRO, A.J.F., *Um estudo sobre a mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral da Previdência Social (RGPS)*. Tese de Doutorado. Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional da Faculdade de Ciências Econômicas (Cedeplar/ UFMG) 2006. Orientadora: Moema Gonçalves Bueno Fígoli. Co-orientadores: Cibeli Comini César e Diana Oya Sawyer.

RIBEIRO, A.J.F.; FÍGOLI, M.G.B.; CÉSAR, C.C., Tábuas de mortalidade dos aposentados por invalidez pelo Regime Gerral da Previdência Social – 1999-2002. *Revista Brasileira de Estudos Populacionais*, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 91-108. jan/jun 2007.

SCOTT, D.W. *Multivariate Density Estimation: Theory, practice and Visualisation*. John Wiley and Sons, 1992.

SILVERAMN, B. W. *Density estimation for statistics and data analysis*. London: Chapman & Hall, 1986. 175p.

TENENBEIN, A.; VANDERHOOF, I. New mathematical laws of select and ultimate mortality. *Transactions of Society of Actuaries*, v. 32, p. 119-183, 1980.

VERRAL, R.J., *A unified framework for graduation*. Actuarial Research Paper n° 91. Department of Actuarial Science and Statistics. City University. London, 1996

VERRAL, R.J., Graduation by Dynamic Regression Methods. *Journal of Institute of Actuaries*, n° 120, p. 153-170, 1993.

WAND, M.P.; JONES, M.C. *Kernel smoothing. Monographs on Statistics and Applied Probability*, 60. New York, Chapman e Hall CRC, 1995.

WETTERSTRAND, W.H., Parametric models for life insurance mortality data: Gompertz's law over time. *Transactions of Society of Actuaries*, vol. 33, 1981.

WHITTAKER, E. T. (1923) *On a new method of graduation*. Proc. Edinburgh Math Soc., 41, 63-75.

WORKMAN, L. C. *Mathematical Foundations of Life Insurance*. FLMI Insurance Education Program, Life Management Institute LOMA (Atlanta, Ga.), 1982.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)