



COPPE/UFRJ

METODOLOGIA PARA ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE
ESTRUTURAS DE CONEXÃO DE RISERS

Felipe Alexander Vargas Bazán

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Edison Castro Prates de Lima

Luís Volnei Sudati Sagrilo

Rio de Janeiro
Dezembro de 2009

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

METODOLOGIA PARA ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE
ESTRUTURAS DE CONEXÃO DE RISERS

Felipe Alexander Vargas Bazán

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Edison Castro Prates de Lima, D.Sc.

Prof. Luís Volnei Sudati Sagrilo, D.Sc.

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

Prof. Murilo Augusto Vaz, Ph.D.

Prof. Celso Kazuyuki Morooka, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2009

Bazán, Felipe Alexander Vargas

Metodologia para Análise Estrutural e Otimização de Estruturas de Conexão de *Risers*/ Felipe Alexander Vargas Bazán. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XV, 133 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Edison Castro Prates de Lima

Luís Volnei Sudati Sagrilo

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2009.

Referências Bibliográficas: p. 117-125.

1. *Stress joint*. 2. *Bend stiffener*. 3. Otimização. 4. Análise de *riser*. I. Lima, Edison Castro Prates de, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*A minha esposa, Márcia, e a minha pequena
Silvinha.*

À memória de minha mãe, Silvia.

A meu pai, Felipe, e a meus irmãos, José e David.

À memória de minha tia Artemisa.

AGRADECIMENTOS

Ao professor e mestre Edison Castro Prates de Lima, pela orientação de alto nível, dedicação, incentivo e confiança depositada em mim. Ao professor Luís Volnei Sudati Sagrilo, pela orientação, incentivo e apoio desde a época do Mestrado.

Aos demais professores do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, pelos ensinamentos e dedicação, em especial a Gilberto Bruno Ellwanger, José Antonio Fontes Santiago, Roberto Fernandes de Oliveira e Luiz Fernando Taborda Garcia. Ao professor Marcos Queija de Siqueira, pelo acompanhamento e sugestões na primeira parte deste trabalho.

À PETROBRAS, por ter permitido a utilização do programa ANFLEX. À Dra. Elizabeth Frauches Netto Siqueira, do CENPES, que acompanhou parte do trabalho.

Ao CNPq pelo suporte financeiro, que possibilitou a realização deste trabalho.

A todos os colegas do Laboratório de Análise e Confiabilidade de Estruturas Offshore (LACEO), da COPPE/UFRJ, os que continuam e os que passaram por lá, pelo tempo de convivência, em especial a Moussa Mbaye, Pablo Lazzaroni, Ricardo Pereira e Weber Maciel, pela amizade.

Aos demais colegas da COPPE/UFRJ, de forma especial a João de Almeida Melo Filho, pela amizade e pela ajuda na elaboração de algumas figuras desta tese.

Aos demais amigos que fiz no Rio de Janeiro, especialmente a Jorge Cieza, Romeu Menezes, Gilberto da Silva, Vera dos Santos e Lúcia da Silva.

A meu pai, Felipe, e à memória da minha mãe, Silvia, por terem me dado a vida e terem me educado com muito esforço. Aos meus irmãos, José e David, pelos anos de convívio. A minha tia Artemisa, a Misha (em memória), que foi minha segunda mãe.

A todos meus familiares no Peru, pela sua preocupação comigo, de forma especial a meu tio Tato, minha tia Zena, meu avô José e meu primo Jorge Villatty.

A minha esposa, Márcia, pelo companheirismo e compreensão nos momentos em que estive ausente durante a realização deste trabalho. A Silvinha, cuja simples existência me motiva a seguir adiante.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

METODOLOGIA PARA ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONEXÃO DE RISERS

Felipe Alexander Vargas Bazán

Dezembro/2009

Orientadores: Edison Castro Prates de Lima

Luís Volnei Sudati Sagrilo

Programa: Engenharia Civil

Em sistemas de *risers*, a região na qual o *riser* é conectado à plataforma é crítica do ponto de vista estrutural, devido aos altos esforços que nela ocorrem. *Stress joints* e *bend stiffeners* são estruturas utilizadas nas terminações de *risers* rígidos e flexíveis para proporcionar uma transição gradual de rigidez entre o *riser* e a plataforma. No presente trabalho são tratados estes dois tipos de estruturas, denominadas estruturas de conexão de *risers*, propondo-se uma metodologia para análise estrutural e otimização das mesmas. É proposto um procedimento simplificado de análise de estruturas de conexão, baseado na teoria de viga esbelta, partindo de modelos disponíveis na literatura e realizando algumas extensões dos mesmos, cujo objetivo é reduzir o esforço computacional nas análises. Adicionalmente, é proposto um procedimento de otimização de estruturas de conexão, através de um algoritmo de otimização multi-objetivo baseado na técnica de Estratégias Evolutivas e adaptado ao projeto ótimo de tais estruturas. Desta forma, consegue-se com uma única ferramenta tratar de *stress joints* e *bend stiffeners*. São apresentados exemplos numéricos que mostram a eficiência e a robustez dos procedimentos sugeridos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

A METHODOLOGY FOR STRUCTURAL ANALYSIS AND OPTIMIZATION OF
CONNECTION STRUCTURES IN RISERS

Felipe Alexander Vargas Bazán

December/2009

Advisors: Edison Castro Prates de Lima

Luís Volnei Sudati Sagrilo

Department: Civil Engineering

In riser structural systems, the region where the riser is connected to the platform is a critical one, due to the development of high stresses. Stress joints and bend stiffeners are structures used in the endings of rigid and flexible risers in order to provide a gradual stiffness transition between the riser and the platform. In the present work it is proposed a methodology for structural analysis and optimization of these two types of connection structures in risers. A simplified analysis procedure of the connection structures is proposed, based on the slender beam theory, beginning with models available in literature and carrying out some extensions of them, whose purpose is to reduce the analysis computational cost. In addition, a procedure of optimization of connection structures is proposed, through a multi-objective optimization algorithm based on Evolution Strategies technique and adapted for the optimum design of such structures. In this way, we obtain a single tool which allows us to handle both stress joints and bend stiffeners. Numerical examples are presented, showing the efficiency and the robustness of the suggested procedures.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação	1
1.2 Estruturas de conexão em <i>risers</i> abordadas na tese.....	5
1.3 Objetivo e relevância do trabalho.....	7
1.4 Organização do texto	9

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONEXÃO DE *RISERS*

.....	11
2.1 Revisão bibliográfica.....	11
2.1.1 Alguns modelos de análise de <i>stress joint</i>	11
2.1.2 Alguns modelos de análise de <i>bend stiffener</i>	20
2.2 Procedimento proposto para análise de estruturas de conexão em <i>risers</i>	35
2.3 Formulação matemática considerando material linear elástico.....	38
2.4 Formulação considerando não linearidade do <i>riser</i> flexível em <i>bend stiffeners</i>	44
2.5 Formulação de análise de <i>stress joint</i> com apoio intermediário.....	46
2.5.1 Parte 1	47
2.5.2 Parte 2	47
2.5.3 Condições de continuidade.....	48
2.5.4 Procedimento iterativo.....	50
2.6 Observações finais.....	52

CAPÍTULO 3

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONEXÃO DE *RISERS*

.....	59
3.1 Introdução.....	59
3.2 Definição do Problema de Otimização Multi-objetivo.....	59
3.3 Algoritmos Evolutivos.....	65
3.4 Estratégias Evolutivas	66
3.5 Tratamento de problemas com restrições	68
3.6 Descrição do algoritmo utilizado no presente trabalho	70
3.7 Interpolação das respostas	76

3.8 Otimização de estruturas de conexão de <i>risers</i>	80
3.8.1 Breve revisão bibliográfica.....	80
3.8.2 Aspectos particulares da otimização de estruturas de conexão de <i>risers</i>	82
CAPÍTULO 4	
APLICAÇÕES.....	88
4.1 Análise e otimização de <i>bend stiffener</i>	88
4.1.1 Análise estrutural de <i>bend stiffener</i>	88
4.1.2 Otimização de <i>bend stiffener</i>	92
4.2 Análise e otimização de <i>stress joint</i>	98
4.2.1 Análise estrutural de <i>stress joint</i>	98
4.2.2 Otimização de <i>stress joint</i>	101
4.2.2.1 Otimização do volume da <i>stress joint</i>	102
4.2.2.2 Otimização do volume e do custo da <i>stress joint</i>	106
4.3 Análise de <i>stress joint</i> com apoio intermediário	111
CAPÍTULO 5	
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	114
5.1 Comentários e conclusões	114
5.2 Sugestões para trabalhos futuros	115
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
APÊNDICE A	
O MÉTODO <i>MULTIPLE SHOOTING</i>	126
APÊNDICE B	
ARQUIVO DE INTERFACE ENTRE PROGRAMA DE ANÁLISE E PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO	132

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Evolução das reservas nacionais comprovadas de petróleo, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).	1
Figura 1.2 – Evolução das reservas nacionais comprovadas de gás natural, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).	2
Figura 1.3 – Evolução da produção nacional de petróleo, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).	2
Figura 1.4 – Evolução da produção nacional de gás natural, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).	3
Figura 1.5 – Bacia de Campos (SOUSA, F. J. M., 2005).	3
Figura 1.6 – <i>Riser</i> flexível (SOUSA, J. R. M., 2005).	4
Figura 1.7 – <i>Riser</i> rígido de perfuração (FIGUEIREDO, 2001).	5
Figura 1.8 – <i>Bend stiffener</i> (LEMOS, 2005).	6
Figura 1.9 – <i>Stress joint</i> de aço (SOUSA, F. J. M., 2005).	7
Figura 2.1 – Modelo de <i>stress joint</i> com trecho de <i>riser</i> e correspondente diagrama de corpo livre considerados por GORDON e DAREING (2004).	12
Figura 2.2 – <i>Stepped stress joint</i> de trechos uniformes.	17
Figura 2.3 – Modelo global do <i>riser</i> e modelo local da <i>stress joint</i> empregados por LARSEN e VAN HOEKEN (1995).	20
Figura 2.4 – Esquema do trecho de <i>riser</i> flexível com <i>bend stiffener</i> , estudado por diferentes autores.	20
Figura 2.5 – Problema de viga esbelta não linear geométrica (BOEF e OUT, 1990). ...	22
Figura 2.6 – Elemento infinitesimal com deformação por cisalhamento (CAIRE, 2005).	24
Figura 2.7 – Geometria das seções transversais (CAIRE, 2005).	25
Figura 2.8 – Esquema de <i>riser</i> e <i>bend stiffener</i> considerado por VAZ e LEMOS (2004).	26
Figura 2.9 – Curva Tensão / Deformação para um poliuretano (VAZ e LEMOS, 2004).	27
Figura 2.10 – Seção transversal do sistema <i>riser</i> flexível / <i>bend stiffener</i> (CAIRE, 2005).	27
Figura 2.11 – Esquema do <i>bend stiffener</i> e trecho de <i>riser</i> flexível estudados (VAZ e LEMOS, 2004).	31

Figura 2.12 – Relação momento fletor / curvatura para diversas seções transversais do <i>bend stiffener</i> (VAZ e LEMOS, 2004).	32
Figura 2.13 – Relação bilinear momento fletor / curvatura (CAIRE e VAZ, 2007).	34
Figura 2.14 – Modelo isolado incluindo a <i>stress joint</i> de trechos tronco-cônicos e o trecho de <i>riser</i>	37
Figura 2.15 – Modelo isolado incluindo o <i>bend stiffener</i> e o trecho de <i>riser</i>	38
Figura 2.16 – Modelo de viga esbelta representando o sistema <i>riser</i> / estrutura de conexão, proposto para <i>stress joints</i> e <i>bend stiffeners</i>	39
Figura 2.17 – Elemento infinitesimal de viga esbelta.	40
Figura 2.18 – Modelo de <i>stress joint</i> com apoio intermediário.	46
Figura 2.19 – Forças atuantes na extremidade adjacente ao apoio da parte 1 do modelo de <i>stress joint</i> com apoio intermediário (BAZÁN <i>et al.</i> , 2008).	48
Figura 2.20 – Parte 1 do modelo para análise de <i>stress joint</i> com apoio intermediário (BAZÁN <i>et al.</i> , 2008).	50
Figura 2.21 – Método da posição falsa para obter a convergência interna do deslocamento do apoio, $\tilde{y}_1(L_1) \approx 0$	52
Figura 3.1 – Esquema de um procedimento ideal de otimização multi-objetivo (adaptado de DEB, 2001).	61
Figura 3.2 – Representação do espaço de decisão das variáveis de projeto e o correspondente espaço das funções objetivo (BARDANACHVILI, 2006).	63
Figura 3.3 – Soluções Pareto-ótimas para duas funções objetivo a serem minimizadas (BARDANACHVILI, 2006).	64
Figura 3.4 – Algoritmo evolutivo conceitual (CASTRO, 2001).	65
Figura 3.5 – Distância de Aglomeração (<i>Crowding Distance</i>).	75
Figura 3.6 – Interpolação <i>spline</i> cúbica ao longo do eixo z_i	77
Figura 3.7 – Malha de interpolação com três pontos por cada eixo, para duas variáveis de projeto.	78
Figura 3.8 – Raio de influência de um ponto, utilizado para refinamento da função de interpolação em uma região próxima a este ponto.	80
Figura 3.9 – Definição das variáveis de projeto na otimização de estruturas de conexão de <i>risers</i>	84
Figura 4.1 – Modelo isolado do <i>bend stiffener</i> considerado no exemplo de aplicação. ..	89

Figura 4.2 – Envoltórias de curvatura no <i>bend stiffener</i> do exemplo de aplicação, para o modelo isolado proposto e o modelo global do ANFLEX.	91
Figura 4.3 – Envoltórias de deformação no polímero do <i>bend stiffener</i> do exemplo de aplicação, para os modelos isolados.	91
Figura 4.4 – Variáveis de projeto e seções transversais consideradas na otimização do <i>bend stiffener</i> considerado no exemplo de aplicação.	93
Figura 4.5 – Configurações do <i>bend stiffener</i> ao longo do procedimento de otimização.	95
Figura 4.6 – Máximas curvaturas para as diferentes configurações do <i>bend stiffener</i> ao longo do processo de otimização.	96
Figura 4.7 – Máximas deformações no polímero para as diferentes configurações do <i>bend stiffener</i> ao longo do processo de otimização.	96
Figura 4.8 – Modelo isolado da <i>stress joint</i> considerado no exemplo de aplicação.	99
Figura 4.9 – Envoltórias de momento fletor na <i>stress joint</i> do exemplo de aplicação, para o modelo isolado proposto e o modelo global do ANFLEX.	100
Figura 4.10 – Envoltórias de tensão equivalente de Von Mises na parede externa da <i>stress joint</i> do exemplo de aplicação, para o modelo isolado proposto e o modelo global do ANFLEX.	101
Figura 4.11 – Variáveis de projeto e seções transversais consideradas na otimização da <i>stress joint</i> considerada no exemplo de aplicação.	102
Figura 4.12 – Configurações da <i>stress joint</i> ao longo do procedimento de otimização.	105
Figura 4.13 – Máximas tensões equivalentes de Von Mises na parede externa para as diferentes configurações da <i>stress joint</i> ao longo do processo de otimização.	105
Figura 4.14 – Conjunto de soluções ótimas encontrado pelo algoritmo de otimização.	108
Figura 4.15 – Configurações da <i>stress joint</i> ao longo do procedimento de otimização.	109
Figura 4.16 – Máximas tensões equivalentes de Von Mises na parede externa para diferentes configurações da <i>stress joint</i> ao longo do processo de otimização multi-objetivo.	110
Figura 4.17 – Modelo isolado de <i>stress joint</i> com apoio intermediário.	112
Figura 4.18 – Deformadas da <i>stress joint</i> com apoio intermediário, obtidas com o modelo proposto e com o modelo de elementos finitos.	113

Figura 4.19 – Tensões equivalentes de Von Mises na parede externa para a <i>stress joint</i> com apoio intermediário, obtidas com o modelo proposto e com o modelo de elementos finitos.....	113
Figura A.1 – O método <i>multiple shooting</i> (STOER e BULIRSCH, 1980).	128
Figura A.2 – Divisão em <i>shots</i> no método <i>multiple shooting</i> para o exemplo considerado.	129
Figura B.1 – Arquivo de interface entre o programa de análise e o programa de otimização, para estruturas de conexão de <i>risers</i>	132

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Configurações da estrutura de conexão, utilizadas no processo de otimização.....	85
Tabela 3.2 – Geração de configurações para a otimização de uma estrutura de conexão com seis variáveis de projeto.....	86
Tabela 3.3 – Cálculo das funções de restrição para as diferentes configurações da estrutura de conexão.	86
Tabela 4.1 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração inicial do <i>bend stiffener</i>	93
Tabela 4.2 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada do <i>bend stiffener</i>	94
Tabela 4.3 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada refinada do <i>bend stiffener</i>	94
Tabela 4.3b – Reprodução da Tabela 4.3.	97
Tabela 4.4 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrição para a configuração otimizada do <i>bend stiffener</i> , refinada em regiões próximas a dois pontos anteriormente otimizados.....	97
Tabela 4.5 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições no processo de otimização uni-objetivo para a configuração inicial da <i>stress joint</i>	103
Tabela 4.6 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada da <i>stress joint</i>	103
Tabela 4.7 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada refinada da <i>stress joint</i>	104
Tabela 4.8 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições no processo de otimização multi-objetivo para a configuração inicial da <i>stress joint</i>	107
Tabela 4.9 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada da <i>stress joint</i> com mínimo custo e máximo volume.....	108
Tabela 4.10 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada da <i>stress joint</i> com máximo custo e mínimo volume.....	108
Tabela 4.11 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada refinada da <i>stress joint</i> com mínimo custo e máximo volume.....	111
Tabela 4.12 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada refinada da <i>stress joint</i> com máximo custo e mínimo volume.....	111

Tabela 5.1 – Comparação dos tempos de processamento da análise isolada e da análise global, para o exemplo de aplicação da *stress joint* do item 4.2.1. 114

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Grandes esforços vêm sendo realizados nos últimos anos, principalmente pela PETROBRAS, para tornar o Brasil auto-suficiente na produção de petróleo e gás natural.

De acordo com a ANP (2008), as reservas nacionais provadas de petróleo no país em 2007 corresponderam a 12,6 bilhões de barris, estando 93% delas localizadas em mar, com destaque para o Rio de Janeiro (que detém 86,7% das reservas provadas *offshore*). A Figura 1.1 ilustra a evolução das reservas comprovadas de petróleo nos últimos 10 anos. Em relação ao gás natural, as reservas comprovadas chegaram a 365 bilhões m³ em 2007, encontrando-se 81,3% delas em reservatórios marítimos. A Figura 1.2 ilustra a evolução das reservas comprovadas de gás natural nos últimos 10 anos.

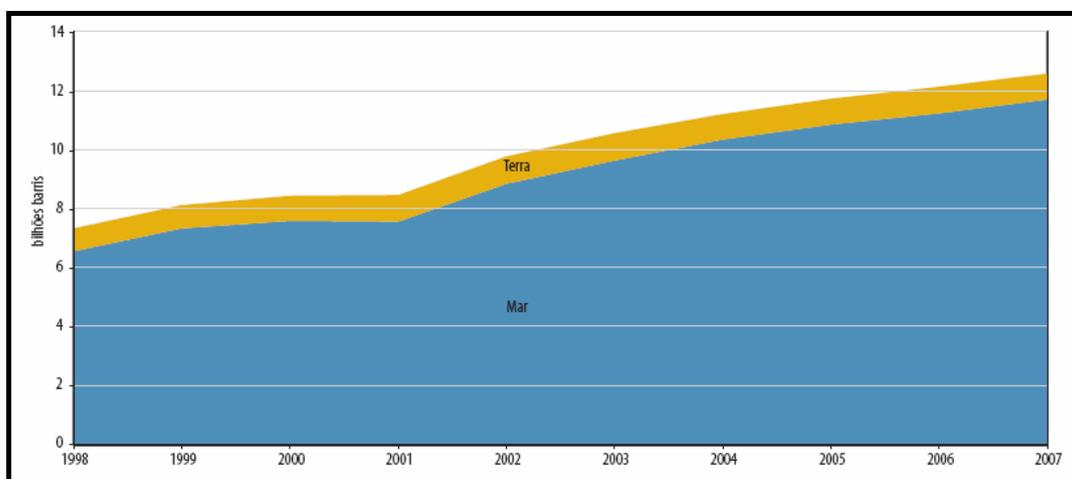


Figura 1.1 – Evolução das reservas nacionais comprovadas de petróleo, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).

Também segundo a ANP (2008), em 2007 a produção nacional de petróleo foi de 638 milhões de barris (média diária aproximada de 1,8 milhões de barris), dos quais 89% foram extraídos de campos marítimos (Figura 1.3); no mesmo ano, a produção nacional de gás natural atingiu 18,2 bilhões m³, sendo os campos marítimos responsáveis por 65,4% deste total (Figura 1.4).

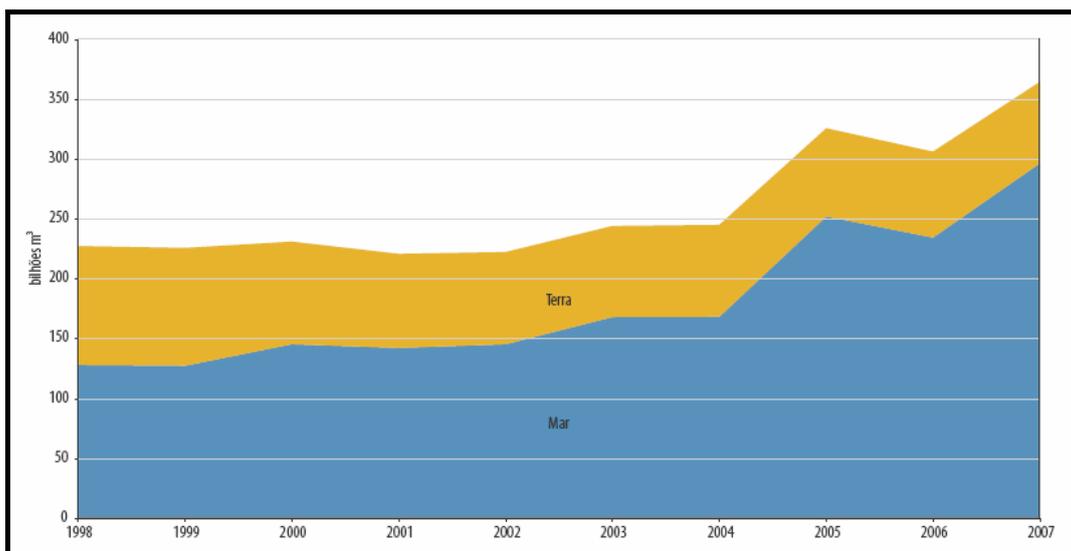


Figura 1.2 – Evolução das reservas nacionais comprovadas de gás natural, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).

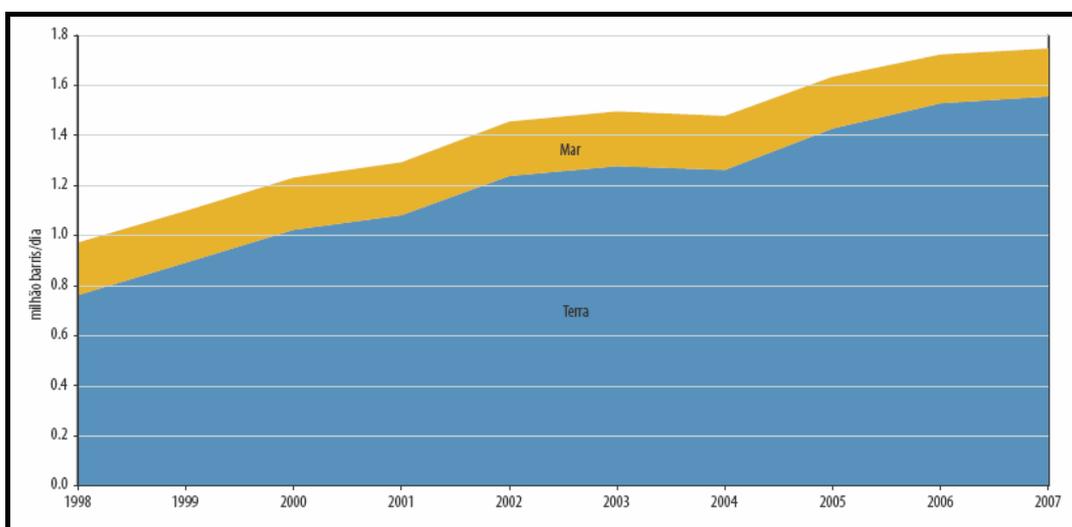


Figura 1.3 – Evolução da produção nacional de petróleo, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).

Todo este cenário de crescimento das reservas e da produção, tanto de petróleo quanto de gás natural, deve-se principalmente ao descobrimento e exploração de campos em águas profundas (profundidades entre 400 m e 1000 m) e ultraprofundas (profundidades superiores a 1000 m), principalmente na Bacia de Campos, no Estado do Rio de Janeiro (Figura 1.5).

Assim, nota-se que o presente e o futuro da indústria petrolífera nacional estão associados à exploração de petróleo no mar e, particularmente, a vencer os desafios impostos pelas grandes profundidades.

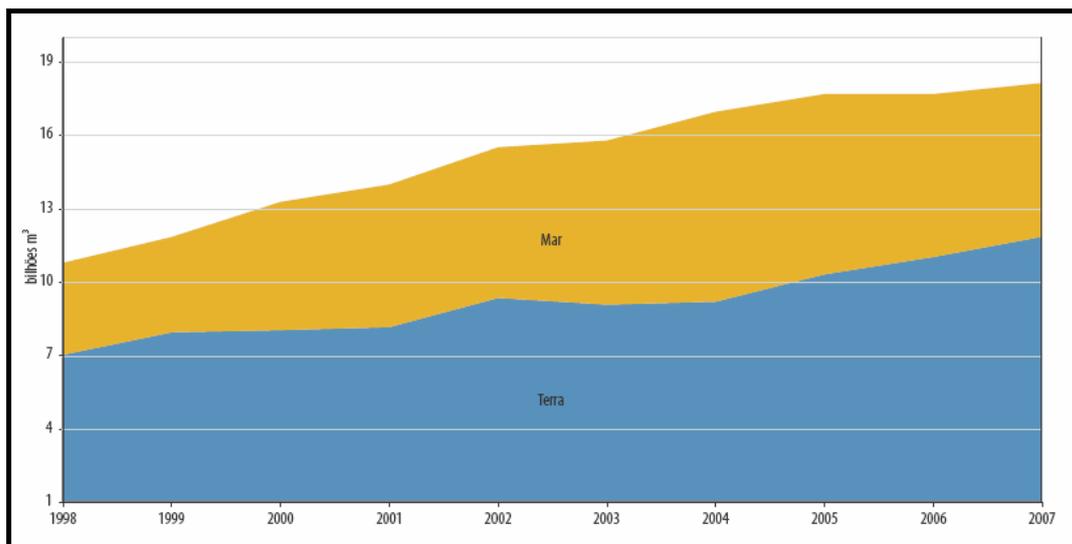


Figura 1.4 – Evolução da produção nacional de gás natural, por localização (terra e mar), 1998-2007 (ANP, 2008).

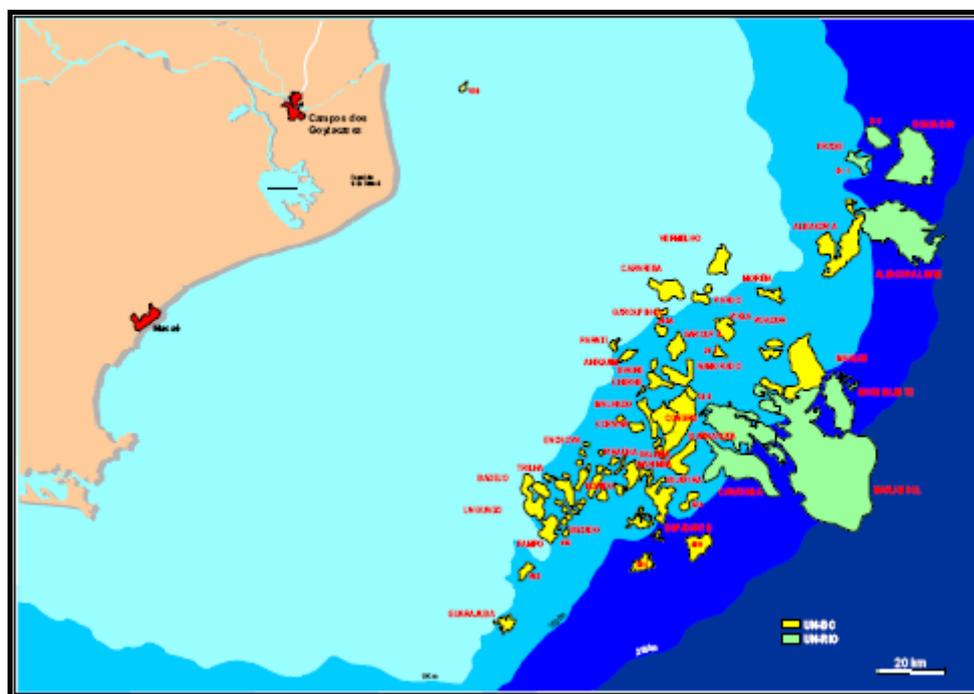


Figura 1.5 – Bacia de Campos (SOUSA, F. J. M., 2005).

Com o aumento da profundidade de instalação das plataformas petrolíferas, cresce a importância de alguns componentes estruturais, como é o caso dos dutos de produção, os quais representam um dos maiores desafios da indústria do petróleo. Existem dois tipos de dutos para o transporte de fluidos na indústria petrolífera (MUÑOZ, 2009): os dutos apoiados no fundo ou *flowlines*, os quais são assentados no fundo do mar para escoar óleo e/ou gás ou para injetar água no poço produtor; e os *risers*, que são amplamente utilizados no transporte de fluidos do fundo do mar até as unidades flutuantes de produção.

O *riser* pode ser definido como o trecho em ascensão do duto de escoamento entre o dispositivo de segurança no leito do mar e a unidade flutuante. PINHO (2001) menciona que os *risers* podem ser considerados como uma das partes críticas de um sistema de produção (ou perfuração) *offshore*, já que, estando continuamente sujeitos a severas condições ambientais e ações dinâmicas, podem ter o seu comportamento afetado pelo grande número de solicitações variáveis a que estão submetidos.

De acordo com o material empregado na sua fabricação, o *riser* pode ser classificado como rígido ou flexível.

Os *risers* flexíveis (Figura 1.6) são compostos por camadas intercaladas de diferentes materiais, como aço e polietileno, especialmente projetados para acomodar grandes movimentos (ÁVILA, 2005). As camadas de aço proporcionam flexibilidade ao *riser*, enquanto as camadas de polietileno proporcionam-lhe estanqueidade e proteção contra corrosão e evitam a abrasão das camadas metálicas (LIMA *et al.*, 2006). Os *risers* flexíveis representam sem dúvida um método adequado para o transporte entre o fundo do mar e a plataforma de diversos fluidos da indústria de petróleo. Possuem algumas vantagens em relação aos *risers* rígidos, como por exemplo (SOUSA, J. R. M., 2005): são pré-fabricados e de fácil transporte e instalação, pois grandes comprimentos podem ser armazenados em carretéis; podem ser facilmente desinstalados e reinstalados em outros campos de produção; são estruturas complacentes, isto é, capazes de absorver os grandes deslocamentos impostos pelas unidades flutuantes de produção; entre outras.

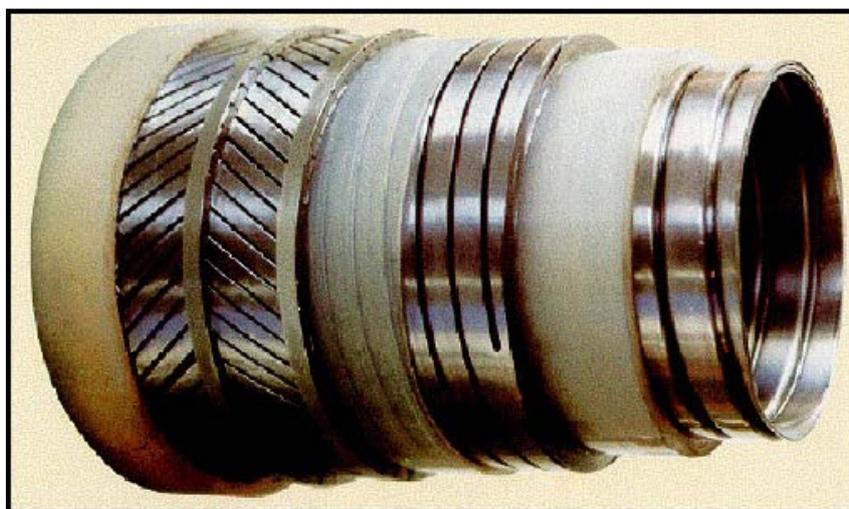


Figura 1.6 – *Riser* flexível (SOUSA, J. R. M., 2005).

Para a produção de óleo e gás em águas profundas e ultraprofundas, onde o emprego de *risers* flexíveis constitui uma limitação técnica e/ou econômica, a PETROBRAS vem investigando a utilização de *risers* rígidos de aço como uma alternativa viável (DANTAS, 2004). Os *risers* rígidos (Figura 1.7) são formados por tubos normalmente fabricados em aço, mas também podendo possuir trechos de titânio ou de materiais compósitos; podem ser instalados em diversas configurações como, por exemplo, em catenária livre ou na vertical.

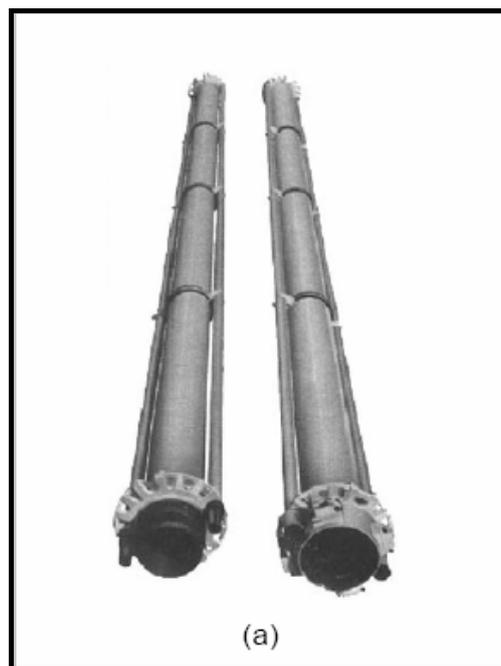


Figura 1.7 – *Riser* rígido de perfuração (FIGUEIREDO, 2001).

Quanto ao titânio, a sua utilização vem aumentando consistentemente na indústria *offshore* de petróleo, devido a características tais como: baixa relação peso / resistência; elevada resistência a ambientes agressivos; altas deformações no regime elástico, resultando em um módulo de elasticidade baixo combinado com alta tensão de escoamento; etc. Uma das principais aplicações do titânio são as *stress joints*, que constituem um dos tipos de estruturas a serem abordadas no presente trabalho.

1.2 Estruturas de conexão em *risers* abordadas na tese

Na presente tese, serão considerados dois tipos de estruturas de conexão empregadas em *risers*: os *bend stiffeners*, utilizados em *risers* flexíveis, e as *stress joints*, utilizadas em *risers* rígidos. A seguir, estas duas estruturas são definidas.

Os *bend stiffeners* (LEMOS, 2005) são estruturas poliméricas, normalmente feitas de poliuretano termoplástico poliéter, responsáveis pela transição suave de rigidez entre uma estrutura bastante complacente, o *riser* flexível, e outra extremamente rígida, que é a estrutura da plataforma. Os *bend stiffeners* consistem de uma seção cônica de material polimérico com o interior cilíndrico e são conectados à estrutura da plataforma através de uma interface estrutural metálica que é envolvida pelo polímero e aparafusada na posição final. De acordo com LEMOS (2005), a correta avaliação dos *bend stiffeners* pode significar a diferença entre uma operação segura de um *riser* flexível e sua falha. A Figura 1.8 ilustra um *bend stiffener*.

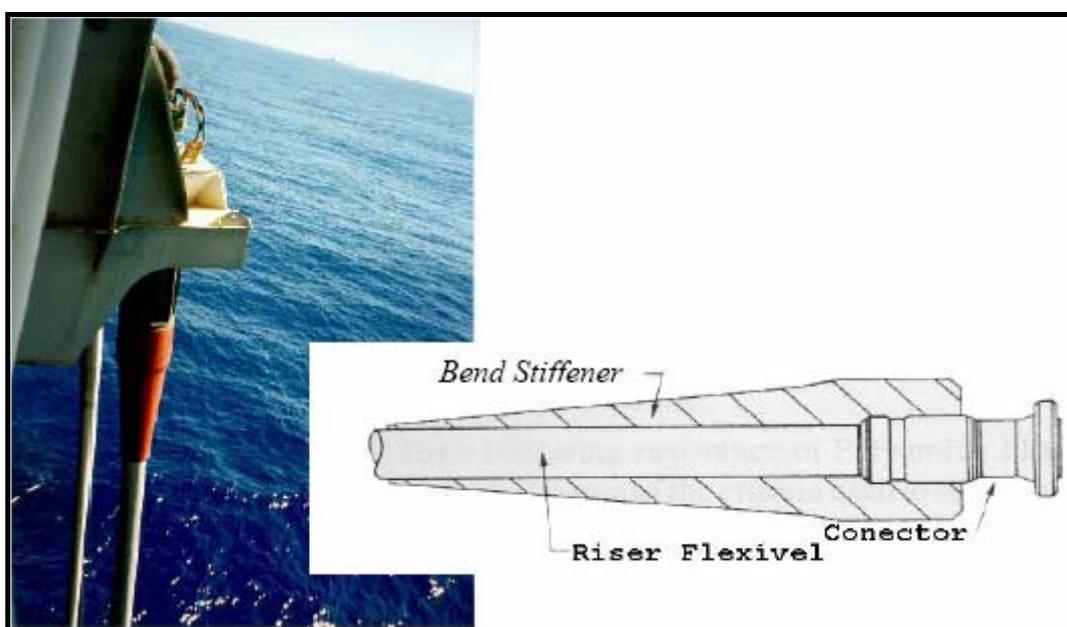


Figura 1.8 – *Bend stiffener* (LEMOS, 2005).

As *stress joints* (BAZÁN *et al.*, 2008, ANDRADE *et al.*, 2007) são estruturas monolíticas, facilmente inspecionáveis durante a manufatura ou em serviço, sendo utilizadas em projetos de *risers* rígidos em catenária livre (SCR) para efetuar as conexões entre o *riser* e o seu suporte junto à plataforma. O objetivo básico de uma *stress joint* é suportar os esforços axiais e de flexão gerados pela conexão do *riser* com a plataforma ou com qualquer outra estrutura muito mais rígida que o *riser*. Em geral, as *stress joints* podem estar localizadas tanto no topo como em qualquer outra parte do *riser* e podem ser utilizadas para efetuar conexões no topo de *risers* rígidos verticais, de perfuração ou de produção, em algumas partes ao longo do *riser* onde exista uma mudança brusca de rigidez, ou (LARSEN e VAN HOEKEN, 1995, HOLLOWAY,

1991) na conexão final próxima ao solo marinho. Na Figura 1.9, é mostrada uma *stress joint* de aço.



Figura 1.9 – *Stress joint* de aço (SOUSA, F. J. M., 2005).

1.3 Objetivo e relevância do trabalho

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia numérica de análise estrutural e otimização de estruturas de conexão utilizadas em *risers*.

Em primeiro lugar, o presente trabalho apresenta uma metodologia de análise estrutural de estruturas de conexão, sendo uma extensão à formulação de BOEF e OUT (1990), que propuseram um modelo baseado na teoria de viga esbelta com não linearidade geométrica para o dimensionamento de *bend stiffeners*. No presente trabalho, a metodologia é estendida para considerar também *stress joints* (BAZÁN *et al.*, 2008), dada a analogia existente entre a função de um *bend stiffener* em um *riser* flexível e a de uma *stress joint* em um *riser* rígido. Tanto para *bend stiffeners* quanto para *stress joints*, a metodologia proposta nesta tese apresenta diferenças em relação à dos referidos autores e às de outros trabalhos encontrados na literatura, como será detalhado no Capítulo 2.

Tipicamente, o dimensionamento de estruturas de conexão é analisado como parte de uma análise global de todo o *riser*, empregando métodos de elementos finitos. No projeto completo de um *riser*, é necessário que todo o seu comprimento satisfaça às normas internacionais e sendo a estrutura de conexão parte integrante do *riser*, muitas

vezes o seu dimensionamento exige que sejam refeitas análises para diversos casos de carregamento nos quais o restante do *riser* não apresenta problema. As análises estruturais de *risers* com a presença das estruturas de conexão são, geralmente, refeitas muitas vezes até que se consiga encontrar um modelo de estrutura de conexão viável, ou seja, que atenda aos critérios de projeto desejados e/ou necessários. Refazer uma análise global de *riser* significa um aumento de custo computacional e de tempo de trabalho do projetista.

O objetivo da metodologia de análise desenvolvida nesta tese é evitar esse trabalho adicional. Para isto, realiza-se o cálculo da estrutura de conexão de forma desacoplada da análise global de todo o *riser*, empregando para essa análise isolada um modelo matemático muito mais simplificado que os modelos baseados no método dos elementos finitos. Desta maneira, o esforço computacional é reduzido consideravelmente, tornando-se possível realizar, em um tempo relativamente curto, análises estruturais de um grande número de modelos de estruturas de conexão, submetidas a diversos casos de carregamento.

Por outro lado, o presente trabalho apresenta também uma metodologia de otimização multi-objetivo, baseada na técnica de Estratégias Evolutivas, para otimizar as estruturas de conexão utilizadas em *risers*. Parte-se de algoritmos de otimização disponíveis na literatura e são introduzidas algumas modificações e adaptações particulares às estruturas de conexão, como será descrito no Capítulo 3.

Sendo o propósito da otimização encontrar valores extremos (máximos ou mínimos) de determinados objetivos, os métodos de otimização possuem grande relevância e encontram aplicação em diversas áreas de conhecimento. Entre as inúmeras aplicações da otimização, ela é utilizada na busca das melhores soluções em projetos de engenharia em geral e em projetos da indústria *offshore* em particular. Neste contexto, a otimização estrutural multi-objetivo assume grande importância para o projetista, uma vez que a maioria dos problemas de otimização que ocorrem na prática envolve mais de um objetivo.

A metodologia de otimização multi-objetivo proposta no presente trabalho tem como finalidade obter estruturas de conexão otimizadas com relação a determinados

objetivos. Os casos de aplicação prática desenvolvidos na tese consideram, por exemplo, a otimização do volume do material de um *bend stiffener*; a otimização simultânea do volume e do custo dos materiais de uma *stress joint*; etc. Cabe observar que o procedimento de otimização proposto, embora aqui seja aplicado à otimização das estruturas de conexão em *risers*, poderia ser adaptado para a otimização de outros tipos de estruturas.

As metodologias de análise e de otimização estrutural foram implementadas em programas de computador desenvolvidos em linguagem Fortran (CHAPMAN, 2004).

1.4 Organização do texto

O Capítulo 2 começa apresentando uma revisão de alguns trabalhos disponíveis na literatura, relacionados à análise e dimensionamento de estruturas de conexão de *risers*. Em seguida, é apresentada a metodologia numérica não linear para a análise de estruturas de conexão em *risers*, sugerida na presente tese. A formulação matemática é descrita em detalhe, ressaltando-se as diferenças em relação aos outros procedimentos previamente existentes. É descrita também uma extensão da formulação para contemplar a possibilidade da presença de um apoio intermediário em uma *stress joint*, situação que tem aplicação prática.

No Capítulo 3, é realizada uma revisão da teoria dos problemas de otimização multi-objetivo e são mencionados alguns métodos e algoritmos de solução de tais problemas. São também descritas as principais características do algoritmo de otimização multi-objetivo, baseado em Estratégias Evolutivas, empregado no presente trabalho, ressaltando alguns aspectos específicos do problema de otimização de estruturas de conexão de *risers*. O procedimento proposto visa a obter uma geometria de uma estrutura de conexão otimizada com relação a um ou mais objetivos e que atenda aos critérios de aceitação da mesma formulados na forma de restrições.

O Capítulo 4 apresenta alguns casos de aplicação prática das metodologias propostas de análise e de otimização ao dimensionamento de estruturas reais de conexão em *risers*. O primeiro caso consiste na análise estrutural e na otimização de um *bend stiffener* em relação ao seu volume. O segundo caso consiste na análise estrutural e na

otimização de uma *stress joint*, tanto em relação unicamente ao seu volume, quanto em relação simultaneamente ao seu volume e ao seu custo. É apresentado como terceiro caso a análise estrutural de uma *stress joint* com a presença de um apoio intermediário.

Finalmente, no Capítulo 5, são apresentadas as conclusões do presente trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONEXÃO DE *RISERS*

2.1 Revisão bibliográfica

No contexto geral dos trabalhos em português sobre a teoria da elasticidade, pode ser mencionado o livro de GARCIA (2007). Este livro apresenta os fundamentos gerais da Elasticidade Não Linear e mostra em detalhe a dedução das equações diferenciais de equilíbrio estático no domínio do problema e das correspondentes condições de contorno estáticas, para o caso geral da Elasticidade Não Linear, tratando também do caso simplificado de pequenas deformações. Os conceitos da Elasticidade Não Linear são empregados, de alguma forma, nas formulações da maioria dos trabalhos descritos a seguir no presente item.

A seguir, é feita uma revisão de alguns trabalhos relacionados à análise de *stress joints* e *bend stiffeners*.

2.1.1 Alguns modelos de análise de *stress joint*

No presente item, serão descritos dois modelos encontrados na literatura para a análise de *stress joints* em *risers* rígidos.

GORDON e DAREING (2004) propuseram um procedimento analítico para determinar a configuração de uma *stress joint* localizada no topo de um *riser* rígido. Os autores aproximam uma *stress joint* tronco-cônica por outra cuja seção transversal tem um momento de inércia com variação parabólica ao longo da *stress joint*. Tal aproximação leva à equação diferencial clássica do tipo Euler, que possui uma solução analítica fechada.

A *stress joint* considerada no referido trabalho tem a forma de um tronco de cone, com variação linear do diâmetro externo ao longo do comprimento da estrutura, e diâmetro interno constante. Como o diâmetro externo varia linearmente com o

comprimento, o momento de inércia é na realidade uma função de quarto grau do comprimento. No entanto, conforme apontado no parágrafo anterior, os autores aproximam esta variação de quarto grau do momento de inércia por uma variação parabólica.

Nesta formulação, os autores assumem várias hipóteses simplificadoras, tais como: as deflexões transversais no *riser* podem ser analisadas com a teoria de pequenas deformações; a tração é constante ao longo de toda a *stress joint* e ao longo de um dado comprimento situado na parte superior do *riser* (no referido trabalho são considerados 400 ft); na seção transversal do *riser* correspondente a esse comprimento, o deslocamento transversal e a rotação são assumidos iguais a zero; etc. O objetivo é dimensionar o diâmetro externo da base (extremidade superior) da *stress joint* e escolher um comprimento de *stress joint* apropriado, de forma que o nível das tensões esteja mais ou menos balanceado e dentro dos limites de tensão admissível.

A Figura 2.1 ilustra a geometria da *stress joint* considerada por GORDON e DAREING (2004) e o correspondente diagrama de corpo livre, indicando os esforços atuantes na seção do topo da estrutura. Como pode ser observado, o modelo consiste na *stress joint* de comprimento l e mais um trecho superior de *riser*, totalizando um comprimento L (que corresponde aos 400 ft mencionados no parágrafo anterior). A formulação assume que o material da *stress joint* é o mesmo do *riser*.

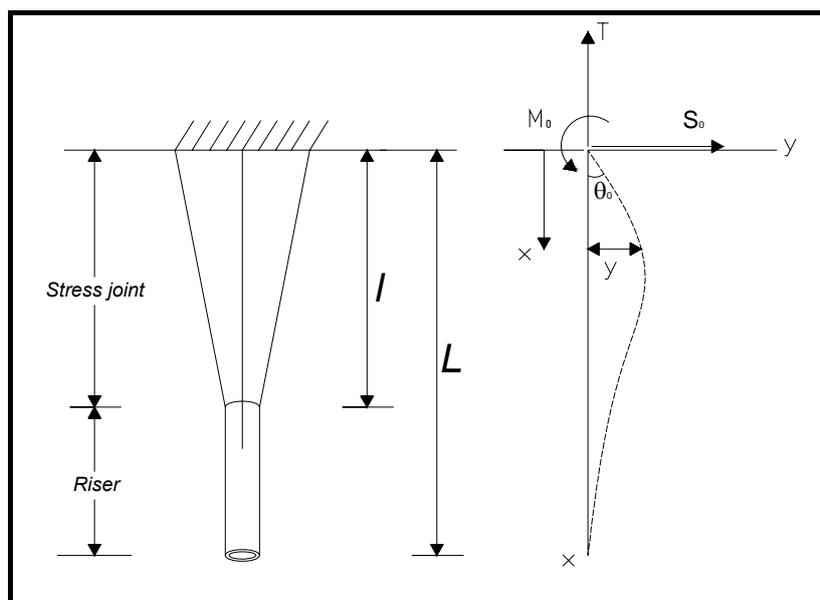


Figura 2.1 – Modelo de *stress joint* com trecho de *riser* e correspondente diagrama de corpo livre considerados por GORDON e DAREING (2004).

O problema é resolvido formulando equações separadamente para as duas partes do modelo, isto é, a *stress joint* e o trecho de tubo de *riser*. Da Figura 2.1, a equação diferencial de flexão considerada para a *stress joint* é:

$$EI(x)y''(x) = Ty - M_0 + S_0x \quad , \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.1)$$

De forma semelhante, a equação de flexão para o trecho de tubo é:

$$EI_p y_p''(x) = Ty_p - M_0 + S_0x \quad , \quad l \leq x \leq L \quad (2.2)$$

Nestas duas equações e na Figura 2.1, tem-se:

E = módulo de elasticidade;

I = momento de inércia da seção transversal da *stress joint*;

I_p = momento de inércia da seção transversal do tubo de *riser*;

M_0 = momento fletor em $x = 0$;

S_0 = força cortante em $x = 0$;

T = força de tração no topo do sistema de *riser*, assumida constante ao longo de todo o modelo (*stress joint* + trecho de *riser*);

x = variável independente na direção vertical;

y = deflexão lateral ao longo da *stress joint*;

y_p = deflexão lateral ao longo do tubo de *riser*.

A diferença fundamental entre as Eqs. (2.1) e (2.2) encontra-se no momento de inércia da seção transversal, que para o *riser* é constante, I_p , mas para a *stress joint* é variável com o comprimento, $I(x)$. Isto faz com que na Eq. (2.1) o coeficiente do termo da segunda derivada seja variável.

A Eq. (2.2) tem a seguinte solução:

$$y_p(x) = C_3 e^{\beta x} + C_4 e^{-\beta x} + \frac{M_0}{T} - \frac{S_0}{T} x \quad , \quad l \leq x \leq L \quad (2.3)$$

onde:

C_3, C_4 = constantes de integração;

$$\beta = \sqrt{T / EI_p} .$$

A solução da Eq. (2.1) em geral não é simples. No entanto, aproximando o momento de inércia por uma função parabólica de x , a equação de flexão torna-se uma equação diferencial do tipo Euler e pode ser resolvida analiticamente. Assim:

$$I(x) = I_p \left(\frac{h-x}{a} \right)^2, \quad (2.4)$$

onde:

$$h = \frac{l}{1 - \sqrt{\frac{I_p}{I_{SJ}}}};$$

$$a = h \sqrt{\frac{I_p}{I_{SJ}}};$$

I_{SJ} = momento de inércia da seção transversal na base da *stress joint*.

Devido à aproximação parabólica assumida para $I(x)$, GORDON e DAREING (2004) utilizam o termo “*stress joint* parabólica” para designar a *stress joint* em questão. Com tal aproximação, os autores chegam à seguinte solução fechada da Eq. (2.1):

$$y(x) = C_1(h-x)^{D_1} + C_2(h-x)^{D_2} + \frac{M_0}{T} - \frac{S_0}{T}x, \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.5)$$

onde:

C_1, C_2 = constantes de integração;

$$D_{1,2} = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{1 + 4\gamma^2});$$

$$\gamma^2 = \frac{a^2 T}{EI_p}.$$

As Eqs. (2.3) e (2.5) contêm 6 constantes desconhecidas, C_1, C_2, C_3, C_4, M_0 e S_0 , que são determinadas a partir de condições de contorno, apresentadas a seguir.

No topo do sistema de *riser*, a deflexão é tomada igual a zero, enquanto a rotação é igual à inclinação da plataforma em relação à horizontal, θ_0 . As condições de contorno no topo do modelo são

$$\begin{aligned} y(0) &= 0 \\ y'(0) &= \theta_0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Na interface entre a *stress joint* e o *riser*, tanto as deflexões quanto as rotações das duas seções separadas são iguais, devido à continuidade entre elas. As condições de contorno na interseção da *stress joint* e o tubo são

$$\begin{aligned} y(l) &= y_p(l) \\ y'(l) &= y'_p(l) \end{aligned} \quad (2.7)$$

A uma determinada profundidade do modelo ($L = 400$ ft de acordo com os autores), tanto a deflexão quanto a rotação são assumidas iguais a zero. Portanto, as condições de contorno na extremidade inferior do modelo são:

$$\begin{aligned} y_p(L) &= 0 \\ y'_p(L) &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Das condições de contorno, Eqs. (2.6), (2.7) e (2.8), obtém-se um sistema de seis equações lineares com seis incógnitas. A solução deste sistema de equações fornece os valores de C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , M_0 e S_0 , uma vez que a tração aplicada no topo da *stress joint* (T), a rotação no topo da *stress joint* (θ_0), a geometria do tubo e as propriedades físicas do tubo são supostas conhecidas. As deflexões na *stress joint* e no *riser* podem agora ser determinadas respectivamente pelas Eqs. (2.5) e (2.3).

A expressões para o cálculo do momento fletor na *stress joint* e no tubo de *riser* são, respectivamente:

$$\begin{aligned} M_b(x) &= Ty(x) + S_0x - M_0 \quad , \quad 0 \leq x \leq l, \quad e \\ M_{p,b}(x) &= Ty_p(x) + S_0x - M_0 \quad , \quad l \leq x \leq L \quad . \end{aligned} \quad (2.9)$$

A tensão de flexão na *stress joint* e no tubo é calculada, respectivamente, por

$$\sigma_b(x) = \frac{M_b(x)c(x)}{I(x)} \quad , \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.10)$$

e

$$\sigma_{p,b}(x) = \frac{M_{p,b}(x)c}{I_p} \quad , \quad l \leq x \leq L \quad (2.11)$$

onde:

$c(x)$ = raio externo da *stress joint*;

c = raio externo do tubo.

A tensão total no trabalho de GORDON e DAREING (2004) é determinada, para ambos os trechos do modelo, como a soma da tensão de flexão e a tensão axial. A tensão axial para cada trecho é calculada usando a área respectiva. A tensão total na *stress joint* e no tubo é então calculada, respectivamente, por

$$\sigma_T(x) = \frac{M_b(x)c(x)}{I(x)} + \frac{T}{A(x)} \quad , \quad 0 \leq x \leq l \quad (2.12)$$

e

$$\sigma_{p,T}(x) = \frac{M_{p,b}(x)c}{I_p} + \frac{T}{A_p} \quad , \quad l \leq x \leq L \quad (2.13)$$

onde:

$A(x)$ = área da seção transversal da *stress joint*;

A_p = área da seção transversal do tubo.

Os autores apresentam uma maneira de otimizar manualmente o dimensionamento de uma *stress joint*, realizando um procedimento iterativo em que a formulação acima descrita é seguida diversas vezes, para diferentes valores do comprimento l e do diâmetro externo da base da *stress joint*. Deve ser escolhida a

configuração de *stress joint* com menores dimensões que produza tensões dentro de níveis aceitáveis.

Cabe comentar que a Eq. (2.8), necessária para a solução do problema proposta pelos autores, representa uma simplificação do problema físico, uma vez que está baseada em uma deformada do modelo como a mostrada na Figura 2.1. Na realidade, intuitivamente, a deflexão lateral tende a aumentar com a profundidade e a tangente não é vertical em qualquer seção transversal do *riser*.

GORDON e DAREING (2004), adicionalmente, propõem um procedimento, que utiliza a formulação anterior, para o dimensionamento de *stepped stress joints*, que são *stress joints* constituídas por vários trechos curtos de tubo reto, isto é, trechos de seção transversal uniforme. Na Figura 2.2, é mostrada uma *stress joint* com quatro trechos uniformes mais o trecho adicional de *riser*.

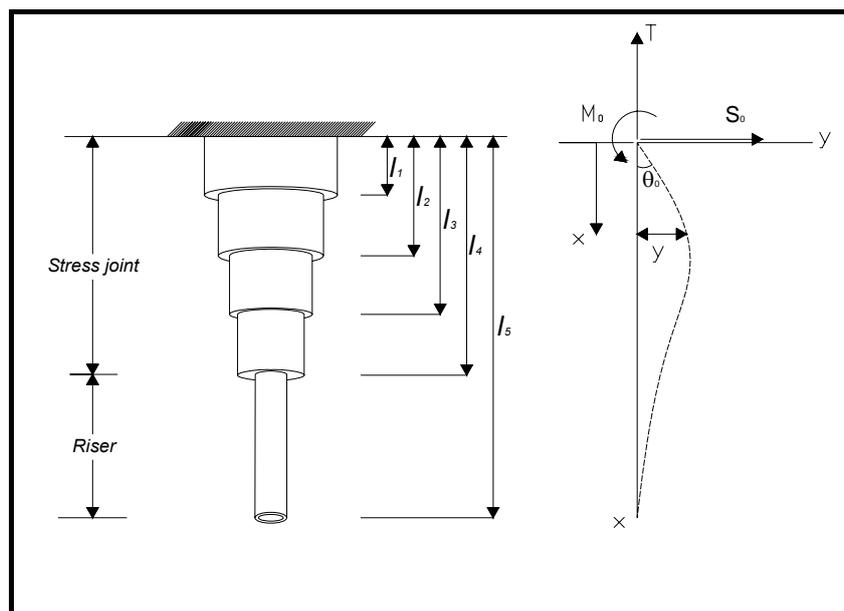


Figura 2.2 – *Stepped stress joint* de trechos uniformes.

Para uma *stress joint* com trechos retos, devem ser formuladas equações para cada um dos trechos do modelo. Para cada trecho, a equação de flexão é dada por

$$EI_i y_i'' = Ty_i - M_0 + S_0 x \quad (2.14)$$

onde I_i é o momento de inércia da seção transversal de cada trecho.

As deflexões transversais $y_i(x)$ para cada trecho, são, para o caso mostrado na Figura 2.2:

$$\begin{aligned}
y_1 &= C_{11}e^{\beta_1 x} + C_{12}e^{-\beta_1 x} + \frac{M_0}{T} - \frac{S_0}{T}x, & 0 \leq x \leq l_1 \\
y_2 &= C_{21}e^{\beta_2 x} + C_{22}e^{-\beta_2 x} + \frac{M_0}{T} - \frac{S_0}{T}x, & l_1 \leq x \leq l_2 \\
y_3 &= C_{31}e^{\beta_3 x} + C_{32}e^{-\beta_3 x} + \frac{M_0}{T} - \frac{S_0}{T}x, & l_2 \leq x \leq l_3 \\
y_4 &= C_{41}e^{\beta_4 x} + C_{42}e^{-\beta_4 x} + \frac{M_0}{T} - \frac{S_0}{T}x, & l_3 \leq x \leq l_4 \\
y_5 &= C_{51}e^{\beta_5 x} + C_{52}e^{-\beta_5 x} + \frac{M_0}{T} - \frac{S_0}{T}x, & l_4 \leq x \leq l_5
\end{aligned} \tag{2.15}$$

onde:

C_{ij} = constantes de integração;

$$\beta_i = \sqrt{T/EI_i}$$

As respectivas condições de contorno são as seguintes:

$$\begin{aligned}
y_1(0) &= 0, & y_1'(0) &= \theta_0 \\
y_1(l_1) &= y_2(l_1), & y_1'(l_1) &= y_2'(l_1) \\
y_2(l_2) &= y_3(l_2), & y_2'(l_2) &= y_3'(l_2) \\
y_3(l_3) &= y_4(l_3), & y_3'(l_3) &= y_4'(l_3) \\
y_4(l_4) &= y_5(l_4), & y_4'(l_4) &= y_5'(l_4) \\
y_5(l_5) &= 0, & y_5'(l_5) &= 0
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Estas condições de contorno produzem um sistema de doze equações lineares, que pode ser resolvido para obter as 10 constantes C_{ij} , mais S_0 e M_0 . A solução deste sistema de equações é dispendiosa. No entanto, GORDON e DAREING (2004) mostram que as tensões resultantes em uma *stepped stress joint* seguindo esta formulação são muito próximas às calculadas com a formulação anterior na correspondente “*stress joint* parabólica”. Portanto, a formulação de “*stress joint* parabólica” pode ser utilizada para dimensionar *stepped stress joints*. Cabe observar que para as condições de contorno na extremidade $x = l_5$ na Eq. (2.16), é válido o mesmo

comentário feito anteriormente para a Eq. (2.8) na formulação “parabólica”, referente à deformada que os autores assumem para o modelo.

Por outro lado, LARSEN e VAN HOEKEN (1995) estabeleceram um procedimento de projeto para uma *stress joint* localizada na conexão inferior de um *riser* rígido, isto é, na cabeça do poço no fundo do mar. A *stress joint* considerada por estes autores é constituída por trechos tronco-cônicos com variação linear do diâmetro externo dentro de cada trecho, e diâmetro interno constante ao longo da *stress joint*.

LARSEN e VAN HOEKEN (1995) explicam que, sendo a *stress joint* uma parte integrada ao *riser*, é normalmente incluída como parte do modelo de análise do *riser*. Contudo, como as tensões na *stress joint* terão grandes variações com o comprimento e a *stress joint* possui uma geometria mais complexa que a do *riser*, os autores empregam dois modelos diferentes para a análise de uma *stress joint*, ambos baseados no método dos elementos finitos (vide Figura 2.3):

- Um modelo global do *riser* onde a *stress joint* é representada de forma simplificada. Este modelo leva em conta todos os efeitos globais no *riser*, tais como, tração no topo, pressão, empuxo, *offset* estático, e forças originárias de onda e corrente. São empregados elementos de viga linear 2-D. Deste modelo, são obtidas as chamadas forças de ponta da *stress joint*.

- Um modelo local da *stress joint* empregando o mesmo tipo de elemento do modelo global, mas com uma discretização significativamente mais fina. O propósito deste modelo é descrever em detalhe as tensões na *stress joint*. As cargas presentes neste modelo são as forças de ponta obtidas do modelo global, além das pressões interna e externa.

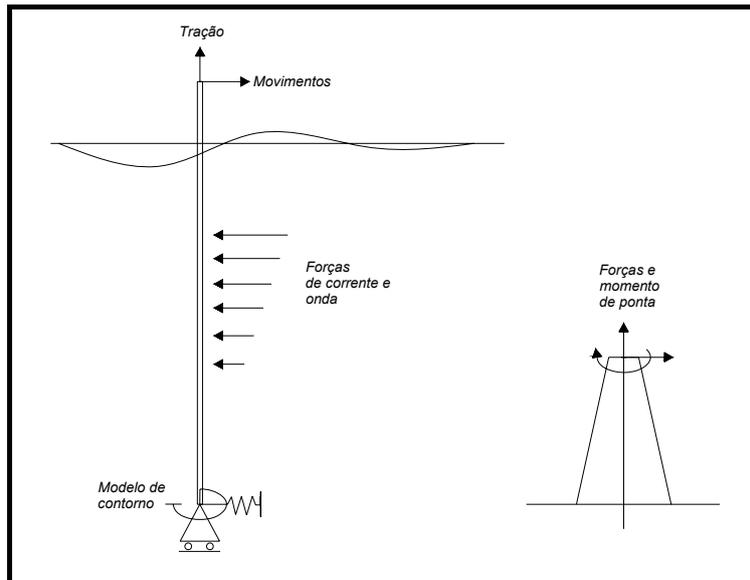


Figura 2.3 – Modelo global do *riser* e modelo local da *stress joint* empregados por LARSEN e VAN HOEKEN (1995).

2.1.2 Alguns modelos de análise de *bend stiffener*

A seguir, serão descritos alguns trabalhos que tratam da análise de *bend stiffeners* em *risers* flexíveis. A Figura 2.4 mostra o *bend stiffener* e o trecho de tubo flexível estudados nestes trabalhos.

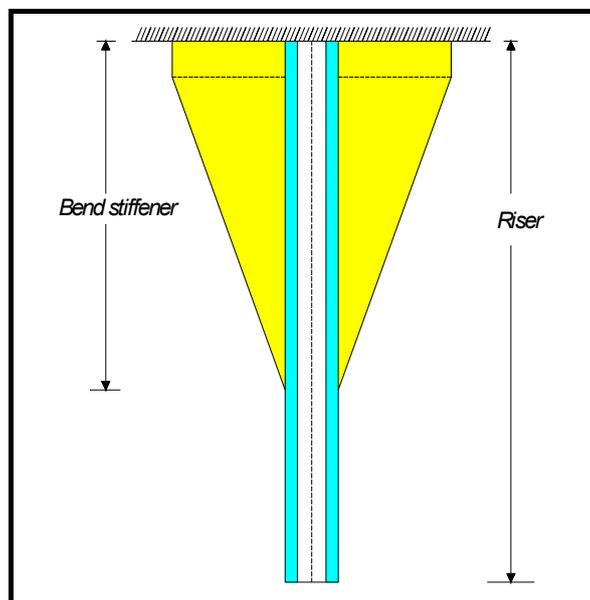


Figura 2.4 – Esquema do trecho de *riser* flexível com *bend stiffener*, estudado por diferentes autores.

No que diz respeito à análise de *bend stiffeners*, deve ser destacado o trabalho de BOEF e OUT (1990), que propuseram um modelo baseado na teoria de viga esbelta

(TIMOSHENKO e GERE, 1961, ARISTIZÁBAL-OCHOA, 2004, VEGA-POSADA *et al.*, 2007, entre outros) para a análise da conexão de topo entre um *riser* flexível com *bend stiffener* e a unidade flutuante. Esta formulação leva em consideração alguns aspectos, tais como: as seções sofrem grandes deslocamentos; o problema é de flexão, mas com tração dominante; a seção transversal é variável ao longo do comprimento devido à forma cônica do *bend stiffener*; o peso próprio e o carregamento externo distribuído são desconsiderados; e os materiais que constituem o *riser* e o *bend stiffener* apresentam comportamento linear elástico, isto é, a não linearidade é apenas geométrica.

Na Figura 2.5, é mostrado o modelo de viga esbelta da conexão de topo de um *riser* submetido a uma dada condição de carregamento (F, α, ϕ) , empregado por BOEF e OUT (1990). A partir das equações de equilíbrio estático para um elemento infinitesimal, levando em consideração os aspectos enumerados no parágrafo anterior, os autores chegam a um problema de valor de contorno unidimensional, constituído por um sistema de equações diferenciais e as correspondentes condições de contorno. O seguinte conjunto de equações forma o problema de valor de contorno:

$$\frac{dx}{ds} = \cos \phi \quad (2.17)$$

$$\frac{dy}{ds} = \text{sen} \phi \quad (2.18)$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \kappa \quad (2.19)$$

$$\frac{d\kappa}{ds} = -\frac{\kappa}{EI} \frac{d(EI(s))}{ds} - \frac{F}{EI(s)} \text{sen}(\phi_L + \alpha - \phi) \quad (2.20)$$

onde:

$$EI(s) = EI_{tubo} + EI_{bs}(s) \quad (2.21)$$

As condições de contorno consideradas são as seguintes:

$$\begin{aligned} s = 0 : x = 0 ; y = 0 ; \phi = 0 \\ s = L : \phi = \phi_L \end{aligned} \quad (2.22)$$

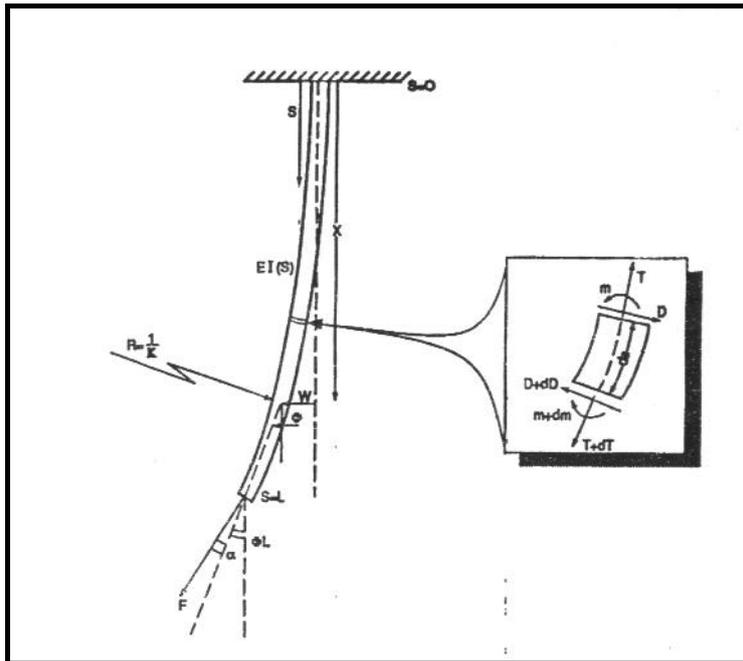


Figura 2.5 – Problema de viga esbelta não linear geométrica (BOEF e OUT, 1990).

Nas Eqs. (2.17) a (2.22) e na Figura 2.5, o significado dos símbolos é o seguinte:

EI : Rigidez à flexão;

EI_{bs} : Rigidez à flexão do *bend stiffener*;

EI_{tubo} : Rigidez à flexão do tubo de *riser* flexível;

F : Força total no tubo na extremidade $s = L$;

L : Comprimento total do modelo;

M : Momento fletor;

R : Raio de curvatura;

s : Coordenada curvilínea (comprimento de arco);

T : Força axial na seção transversal;

V : Força cortante na seção transversal;

x : Coordenada fixa (vertical);

y : Coordenada fixa (horizontal);

α : Ângulo entre a direção de F e o eixo do tubo;

κ : Curvatura;

ϕ : Ângulo entre o eixo do tubo e a vertical;

ϕ_L : ϕ na extremidade $s = L$;

Conforme destacado por BOEF e OUT (1990), não é possível derivar uma solução analítica explícita ou uma aproximação geral para o sistema de equações diferenciais, sendo possíveis apenas soluções analíticas para casos especiais, como o de uma viga com rigidez à flexão constante (sem *bend stiffener*). Os autores então resolvem o problema numericamente, utilizando o método conhecido como *multiple shooting* (STOER e BULIRSCH, 1980). Eles também realizaram uma análise de elementos finitos, o qual leva em consideração o comportamento não linear elástico do poliuretano que compõe o *bend stiffener* e o efeito da deformação cortante na resposta do sistema, e através de comparações chegaram à conclusão de que o modelo baseado na teoria de viga esbelta é uma ferramenta confiável para o projeto de um *bend stiffener*, mas a análise por elementos finitos é necessária se for requerido um conhecimento preciso e detalhado das tensões.

CAIRE (2005) desenvolve um modelo também linear elástico para análise de *bend stiffeners*, considerando entretanto de forma aproximada o efeito das deformações causadas pelo esforço cortante, formulação conhecida como viga de Timoshenko. O autor afirma que este efeito é relevante para os casos em que a viga possui uma relação diâmetro / comprimento elevada, ou seja, uma viga não esbelta. Neste modelo, os efeitos da tensão de cisalhamento são incluídos de modo aproximado introduzindo coeficientes de deformação por cisalhamento. Este modelo foi preliminarmente desenvolvido por Timoshenko que considerou este coeficiente (K_f) como a relação entre a tensão (ou deformação) de cisalhamento no eixo neutro e a tensão (ou deformação) média de cisalhamento da seção transversal. O valor deste coeficiente é utilizado para calcular a rigidez ao cisalhamento, definida como GA/K_f . Entretanto, empregando-se a teoria da elasticidade, determinações mais rigorosas da rigidez ao cisalhamento podem ser obtidas.

No modelo de CAIRE (2005), são consideradas as deflexões causadas, não só pela ação do momento fletor, mas também pela ação do cortante. À medida que a viga for se tornando mais delgada, maior será a predominância do momento fletor nas deflexões e menor a parcela dos efeitos do cortante. Em muitos casos práticos, o efeito do cortante nas deflexões é desconsiderado. Entretanto, de acordo com este autor, se a relação comprimento / largura for alta, este efeito pode não ser desprezível.

Na Figura 2.6, é apresentado um diagrama esquemático de um elemento infinitesimal incluindo as deformações angulares de cisalhamento devido ao esforço cortante, γ . A partir de relações trigonométricas e equações de equilíbrio, e considerando que tanto o *riser* flexível quanto o *bend stiffener* possuem materiais com comportamento linear elástico, o autor chega ao seguinte sistema de cinco equações diferenciais ordinárias não lineares:

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (2.23)$$

$$\frac{dy}{ds} = \text{sen} \theta \quad (2.24)$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \kappa \quad (2.25)$$

$$\frac{d\kappa}{ds} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{d(EI)}{ds} \kappa + F \text{sen}(\theta_L + \alpha - \theta) \right) \quad (2.26)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{K_f}{GA \cos(\theta - \phi)} \cdot \left(\begin{array}{l} \frac{d(GA/K_f)}{ds} \cdot \text{sen}(\theta - \phi) + F \cdot \cos(\theta_L + \alpha - \phi) \cdot \kappa \\ -\frac{GA}{K_f} \cdot \cos(\theta - \phi) \cdot \kappa \end{array} \right) \quad (2.27)$$

onde ϕ é o ângulo total de rotação da seção transversal, θ é o ângulo entre a tangente e o eixo horizontal e $\phi = \gamma + \theta$.

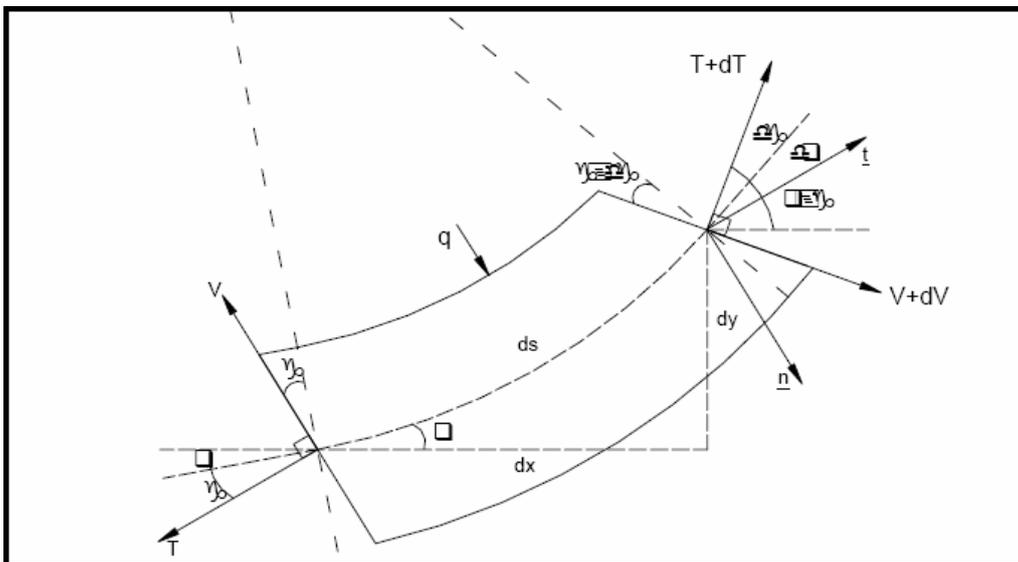


Figura 2.6 – Elemento infinitesimal com deformação por cisalhamento (CAIRE, 2005).

As condições de contorno consideradas para a resolução deste problema são as seguintes:

$$\begin{aligned} s = 0 : x = 0; y = 0; \phi = 0; \theta = 0 \\ s = L : \theta = \theta_L \end{aligned} \quad (2.28)$$

O coeficiente de cisalhamento K_f é uma quantidade adimensional, que depende da forma da seção transversal, sendo introduzida nas equações de viga de Timoshenko para levar em consideração o fato de que as tensões e deformações de cisalhamento não são distribuídas uniformemente sobre a seção transversal. CAIRE (2005) menciona que as seguintes equações podem ser usadas para uma seção circular e uma seção circular vazada, respectivamente:

$$K_{f1} = \frac{6(1+\nu_1)}{7+6\nu_1} \quad (2.29)$$

$$K_{f2} = \frac{6(1+\nu_2)(1+m^2)^2}{(7+6\nu_2)(1+m^2) + (20+12\nu_2)m^2} \quad (2.30)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson e $m = b/a$, onde b e a podem ser vistos na Figura 2.7, que ilustra a forma da seção transversal do *riser* flexível e do *bend stiffener*.

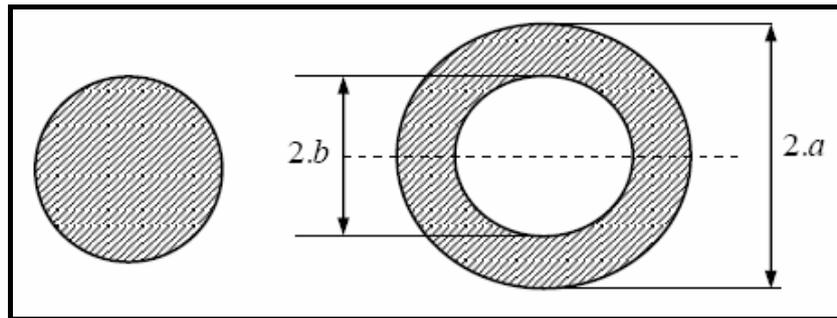


Figura 2.7 – Geometria das seções transversais (CAIRE, 2005).

Pode-se notar das Eqs. (2.29) e (2.30) que a geometria da seção transversal não influencia o fator de forma para o *riser*, sendo uma função somente do coeficiente de Poisson. Já o fator de forma para o *bend stiffener* varia ao longo do comprimento uma vez que o raio externo também é uma função da posição e, conseqüentemente, $m = f(s)$.

Retomando o modelo de viga esbelta de BOEF e OUT (1990), VAZ e LEMOS (2004) desenvolveram uma metodologia similar para a análise de *bend stiffeners*, porém considerando que o poliuretano que constitui o *bend stiffener* apresenta um comportamento não linear elástico e assimétrico em tração e compressão. O material do *riser* flexível é assumido com comportamento linear elástico. Esta metodologia também é descrita por LEMOS (2005) e CAIRE (2005). A Figura 2.8 ilustra o esquema utilizado por VAZ e LEMOS (2004).

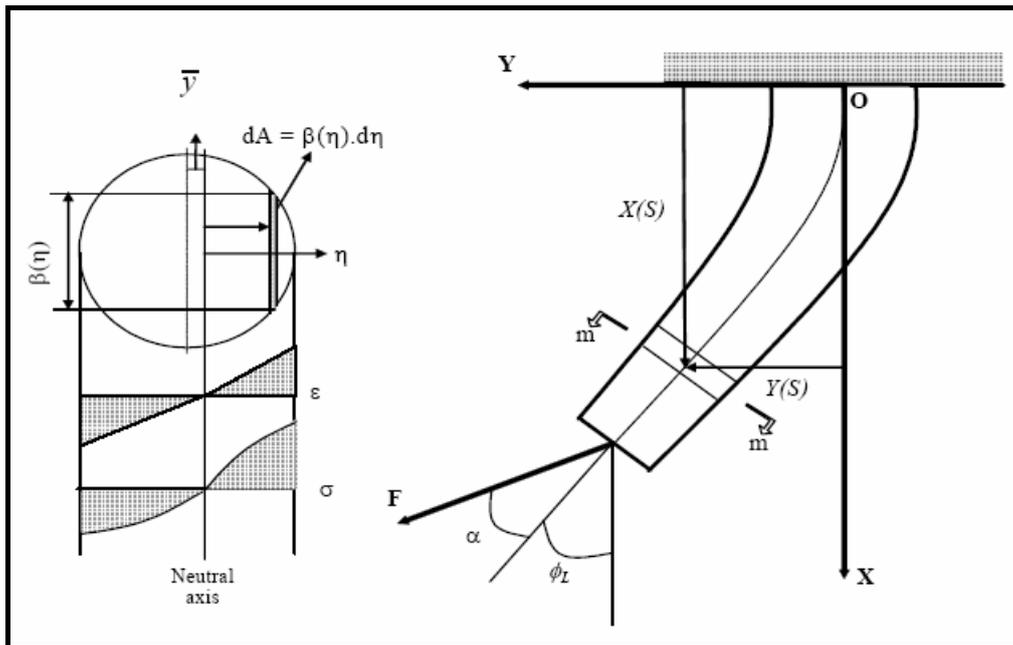


Figura 2.8 – Esquema de *riser* e *bend stiffener* considerado por VAZ e LEMOS (2004).

As Eqs. (2.17) a (2.19) continuam válidas independentemente do material. Como pode ser observado na Figura 2.8, para o caso assimétrico o eixo neutro não coincide necessariamente com o centróide de área da seção transversal. Estes autores consideram uma curva tensão–deformação ($\sigma - \epsilon$), obtida experimentalmente para o poliuretano que apresenta um comportamento assimétrico na tração e na compressão, isto é:

$$\sigma = f(\epsilon) \quad \text{onde} \quad f(\epsilon) \neq -f(-\epsilon) \quad (2.31)$$

Na Figura 2.9, é apresentada a curva assimétrica tensão / deformação do poliuretano empregada pelos autores. A curva foi extrapolada para uma deformação de $\pm 30\%$.

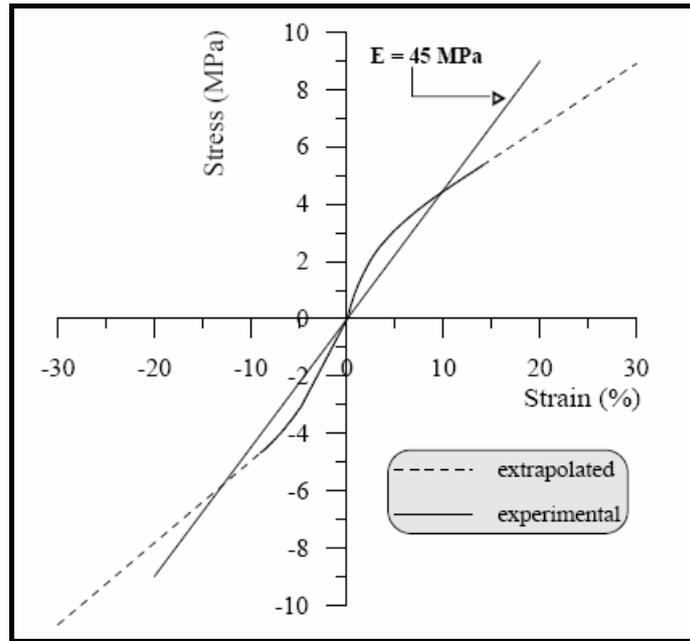


Figura 2.9 – Curva Tensão / Deformação para um poliuretano (VAZ e LEMOS, 2004).

Considerando a formulação de Bernoulli – Euler, a deformação ε a uma distância η do eixo neutro é dada por:

$$\varepsilon = \kappa \eta \quad (2.32)$$

A Figura 2.10, que é uma ampliação da parte esquerda da Figura 2.8, ilustra um corte da seção transversal do sistema *riser* flexível / *bend stiffener* com o eixo neutro a uma distância \bar{y} do centróide de área devido à assimetria da curva tensão / deformação do poliuretano. Na Figura 2.10, R_R e R_{BS} são, respectivamente, o raio externo do *riser* e o raio externo do *bend stiffener*.

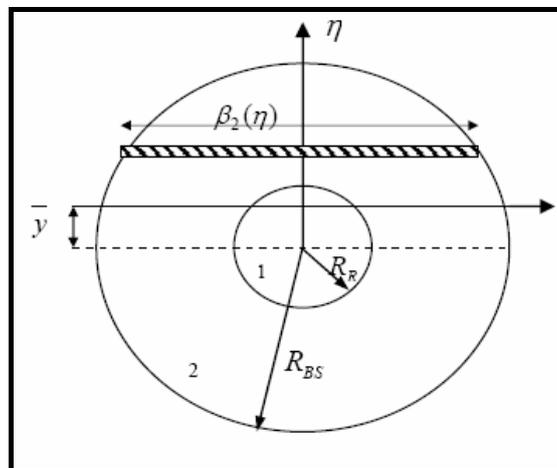


Figura 2.10 – Seção transversal do sistema *riser* flexível / *bend stiffener* (CAIRE, 2005).

Da Figura 2.8, se a largura do elemento infinitesimal de área dA , localizado a uma distância η do eixo neutro, é expressa por uma função $\beta(\eta)$, então:

$$dA = \beta(\eta)d\eta \quad (2.33)$$

A função $\beta(\eta)$ para a seção de tubo flexível e para a seção de *bend stiffener* é dada, respectivamente, pelas relações trigonométricas (CAIRE, 2005):

$$\beta_1(s, \eta) = 2\sqrt{R_R^2 - (\eta + \bar{y}(s))^2} \quad (2.34)$$

$$\beta_2(s, \eta) = 2\sqrt{R_{BS}^2(s) - (\eta + \bar{y}(s))^2} \quad (2.35)$$

onde o índice 1 refere-se ao *riser* e o índice 2 ao *bend stiffener*.

De acordo com VAZ e LEMOS (2004), a posição do eixo neutro deve ser obtida a partir do equilíbrio de forças na seção transversal, isto é:

$$\int \sigma dA = 0 \quad (2.36)$$

Expandindo a integral dada pela Eq. (2.36) para os dois materiais da seção transversal, substituindo a área do elemento infinitesimal pela Eq. (2.33) e definindo os limites de integração, chega-se à equação utilizada pelos autores para o cálculo numérico da posição do eixo neutro em função da curvatura para cada seção transversal (CAIRE, 2005):

$$\int_{-\kappa(R_R + \bar{y})}^{\kappa(R_R - \bar{y})} E_R \varepsilon \beta_1\left(\frac{\varepsilon}{\kappa}\right) d\varepsilon + \int_{-\kappa(R_{BS} + \bar{y})}^{\kappa(R_{BS} - \bar{y})} f(\varepsilon) \left(\beta_2\left(\frac{\varepsilon}{\kappa}\right) - \beta_1\left(\frac{\varepsilon}{\kappa}\right) \right) d\varepsilon = 0 \quad (2.37)$$

Na Eq. (2.37), cabe observar que o primeiro termo da soma refere-se à seção transversal de *riser* flexível, onde E_R é o módulo de elasticidade do material do tubo de *riser*, cujo comportamento é assumido linear elástico. O segundo termo da soma refere-se à seção transversal de *bend stiffener*, onde $\beta_1(\eta)$ e $\beta_2(\eta)$ são dados pelas Eqs. (2.34) e (2.35), respectivamente. Ressalva-se que a Eq. (2.34) é válida apenas no intervalo $\varepsilon \in [-\kappa(\bar{y} + R_R), \kappa(R_R - \bar{y})]$, isto é, dentro da circunferência menor da Figura 2.10.

Fora deste intervalo, a função $\beta_1(\eta)$ tem o valor zero. Desta maneira, é consistente subtrair $\beta_1(\eta)$ de $\beta_2(\eta)$ na Eq. (2.37).

O momento fletor pode ser expresso por:

$$M = \int n \sigma dA \quad (2.38)$$

Expandindo a integral dada pela Eq. (2.38) para os dois materiais da seção transversal, substituindo a área do elemento infinitesimal pela Eq. (2.33) e definindo os limites de integração, chega-se à equação do momento em função da curvatura para cada seção transversal (CAIRE, 2005):

$$M = \int_{-\kappa(R_R+\bar{y})}^{\kappa(R_R-\bar{y})} \frac{E_R \varepsilon^2 \beta_1\left(\frac{\varepsilon}{\kappa}\right)}{\kappa^2} d\varepsilon + \int_{-\kappa(R_{BS}+\bar{y})}^{\kappa(R_{BS}-\bar{y})} \frac{\varepsilon f(\varepsilon) \left(\beta_2\left(\frac{\varepsilon}{\kappa}\right) - \beta_1\left(\frac{\varepsilon}{\kappa}\right) \right)}{\kappa^2} d\varepsilon \quad (2.39)$$

Aplica-se à Eq. (2.39) o mesmo comentário realizado logo depois da Eq. (2.37).

Para este modelo, o eixo neutro e o momento fletor, em função da curvatura, devem ser calculados numericamente pelas Eqs. (2.37) e (2.39), respectivamente. Portanto, a posição do eixo neutro é uma função da curvatura. Entretanto VAZ e LEMOS (2004) observam que, normalmente para materiais moderadamente assimétricos, o eixo neutro encontra-se ligeiramente desviado do centroide da área da seção transversal (\bar{y} pequeno) e, se o material for simétrico, o eixo neutro coincide com o centroide da área ($\bar{y} = 0$).

De acordo com estes autores, em geral, o momento fletor pode ser aproximado por uma série de potências ajustada pelo método dos mínimos quadrados. Segundo CAIRE (2005), fazendo um estudo de sensibilidade, os autores optaram por utilizar um polinômio do terceiro grau, como mostrado a seguir:

$$M(s) = A(s) \kappa(s) + B(s) \kappa(s)^2 + C(s) \kappa(s)^3 \quad (2.40)$$

Nesta equação, $A(s)$, $B(s)$ e $C(s)$ são coeficientes interpolados que podem também ser expressos por um ajuste polinomial do terceiro grau:

$$A(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 \quad (2.41)$$

$$B(s) = b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3 \quad (2.42)$$

$$C(s) = c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + c_3 s^3 \quad (2.43)$$

Considerando a aproximação de terceiro grau para o momento fletor (isto é, derivando a Eq. (2.40) em relação a s) e utilizando as duas equações seguintes (que serão deduzidas no item 2.3), decorrentes do equilíbrio de forças e momentos:

$$\frac{dM}{ds} - V = 0 \quad (2.44)$$

$$V(s) = -F \text{sen}(\phi_L + \alpha - \phi) \quad (2.45)$$

chega-se à seguinte expressão:

$$\frac{d\kappa}{ds} = - \frac{\left[\frac{dA}{ds} \kappa + \frac{dB}{ds} \kappa^2 + \frac{dC}{ds} \kappa^3 + F \text{sen}(\phi_L + \alpha - \phi) \right]}{A + 2B\kappa + 3C\kappa^2} \quad (2.46)$$

Portanto, conforme apresentado por estes autores (VAZ e LEMOS, 2004, LEMOS, 2005, CAIRE, 2005), para o caso em que o material que constitui o *bend stiffener* apresenta um comportamento não linear elástico, o sistema de equações diferenciais que representa o problema de valor de contorno é dado pelas Eqs. (2.17), (2.18), (2.19) e (2.46), com as condições de contorno dadas pela Eq. (2.22). Na Figura 2.11, é ilustrado o *bend stiffener* apresentado como estudo de caso pelos autores, o qual tem características geométricas e rigidez à flexão do tubo de *riser* iguais às do caso estudado por BOEF e OUT (1990).

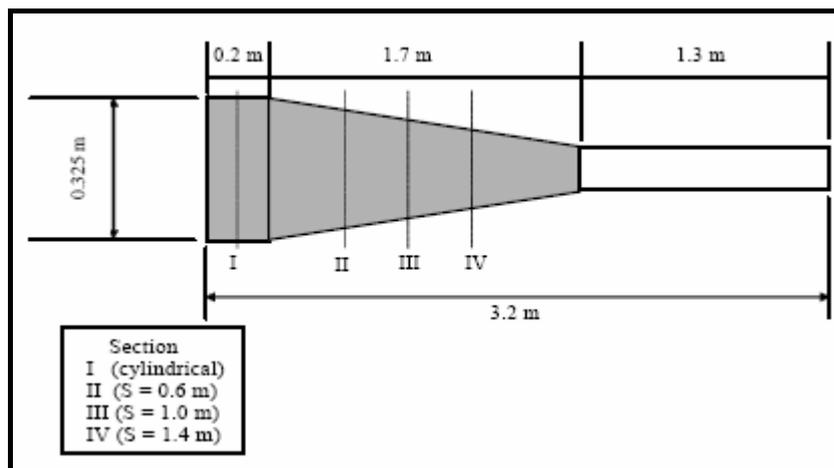


Figura 2.11 – Esquema do *bend stiffener* e trecho de *riser* flexível estudados (VAZ e LEMOS, 2004).

A metodologia de solução proposta pelos autores baseia-se, em primeiro lugar, em resolver numericamente a Eq. (2.37) para diversas seções transversais do modelo (os autores utilizam as quatro seções transversais indicadas na Figura 2.11), obtendo assim a posição do eixo neutro \bar{y} em função da curvatura para cada uma das seções. Posteriormente, pode ser realizada uma interpolação de coeficientes (de maneira semelhante às Eqs. (2.40) a (2.43) para o momento em função da curvatura) e obter a posição do eixo neutro \bar{y} como uma função da curvatura, κ , para uma seção transversal determinada (isto é, fixando s), de maneira semelhante à Eq. (2.40).

Uma vez obtida a posição do eixo neutro em função da curvatura, é possível resolver numericamente a equação do momento fletor, Eq. (2.39), para diversas seções transversais, obtendo a relação momento fletor / curvatura para cada uma das seções. No estudo de caso do *bend stiffener* da Figura 2.11, as curvas correspondentes às quatro seções indicadas são mostradas na Figura 2.12. São observadas discrepâncias consideráveis na relação momento / curvatura para as diversas seções. A seguir, podem ser calculados os coeficientes a_i , b_i e c_i das Eqs. (2.41), (2.42) e (2.43), sendo obtida uma interpolação para os coeficientes $A(s)$, $B(s)$ e $C(s)$. Conseqüentemente, o problema de valor de contorno pode ser resolvido, pois na Eq. (2.46) são conhecidos os coeficientes e as suas derivadas em relação a s . VAZ e LEMOS (2004) comentam que para resolver o sistema de equações (2.17), (2.18), (2.19) e (2.46) empregaram um método *shooting* de um parâmetro baseado em um esquema incremental-iterativo com ajuda do usuário.

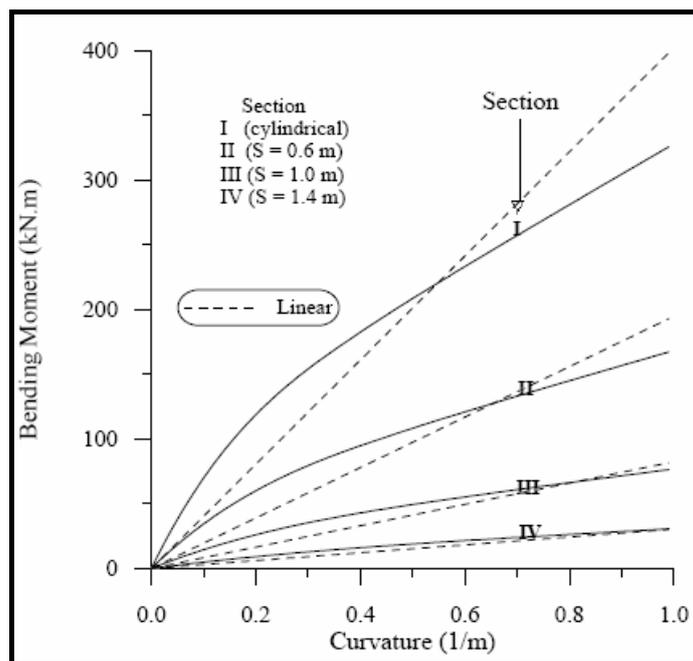


Figura 2.12 – Relação momento fletor / curvatura para diversas seções transversais do *bend stiffener* (VAZ e LEMOS, 2004).

Cabe observar que a Eq. (2.36), utilizada por VAZ e LEMOS (2004) para o cálculo da posição do eixo neutro em função da curvatura para cada seção transversal do *bend stiffener*, é baseada na hipótese de problema de flexão pura, assumida pelos autores. Entretanto, ressalva-se que o problema não é de flexão pura; ao contrário, é de “flexão com tração dominante”, como apontado por BOEF e OUT (1990). O estado de flexão pura (BEER e JOHNSTON JR., 1993) fica caracterizado quando um elemento estrutural está submetido unicamente a momentos iguais e opostos que atuam no mesmo plano longitudinal. Claramente não é este o caso do problema de viga esbelta, como pode ser visto nos esforços atuantes no elemento infinitesimal da Figura 2.5, onde além dos momentos atuam forças de tração e cortante. Ao contrário, a força de tração possui um valor grande e constitui-se no principal carregamento do problema.

Na realidade, a soma de forças internas na direção axial em uma seção transversal é igual à força de tração atuante naquela seção, a qual é dada pela expressão $T(s) = F \cos(\phi_L + \alpha - \phi)$, que será deduzida no item 2.3. Contudo, se fosse utilizada esta expressão no segundo membro da Eq. (2.36) e, por conseguinte, da Eq. (2.37), como seria correto, a equação não poderia ser resolvida numericamente para \bar{y} em função apenas da curvatura, pois surgiria a variável ϕ na expressão. Esta situação dificultaria o cálculo da posição do eixo neutro.

Observa-se também, conforme mostrado na Figura 2.12, que a relação entre o momento fletor e a curvatura apresenta grandes diferenças entre as diversas seções transversais. VAZ e LEMOS (2004) utilizam um polinômio de grau três para representar de forma geral a relação momento fletor / curvatura. Segundo CAIRE (2005), os autores optaram por tal aproximação depois de fazer um estudo de sensibilidade, como foi mencionado anteriormente. Outra observação a ser feita é que, quanto mais seções transversais forem escolhidas, mais dispendioso será o procedimento de ajuste de curvas proposto pelos autores, pois mais vezes será necessário resolver numericamente as integrais das Eqs. (2.37) e (2.39).

Finalmente, menciona-se o trabalho de CAIRE e VAZ (2007), que introduz o efeito do comportamento não linear do tubo de *riser* flexível na análise de *bend stiffeners*. O trabalho anterior, de VAZ e LEMOS (2004), tratava do comportamento não linear do poliuretano do *bend stiffener*, considerando o material do *riser* com comportamento linear elástico. O comportamento não linear do material do *riser* está relacionado às propriedades geométricas e físicas das suas diferentes camadas e à interação entre elas. No item 2.4, será feita uma breve explicação sobre este comportamento.

CAIRE e VAZ (2007) consideram uma relação bilinear entre o momento fletor e a curvatura, tal como mostra a Figura 2.13, onde EI_{ns} é a rigidez à flexão do tubo antes de escorregamento (*no-slip*) e EI_{fs} é a rigidez à flexão do tubo depois do escorregamento (*full-slip*). O ponto onde a curva muda de tangente corresponde à curvatura crítica κ_{cr} , a partir da qual ocorre escorregamento entre camadas adjacentes do *riser*. Normalmente, quando o *bend stiffener* é projetado considerando constante a rigidez à flexão do *riser* flexível, é utilizado o valor de rigidez à flexão *full-slip*, o que, de acordo com os autores, pode levar a um projeto conservador.

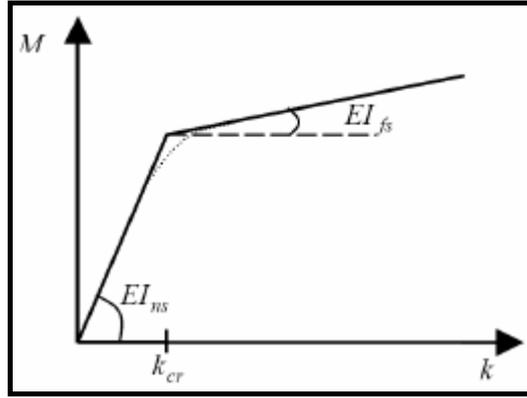


Figura 2.13 – Relação bilinear momento fletor / curvatura (CAIRE e VAZ, 2007).

Na formulação proposta por estes autores, o comportamento do poliuretano do *bend stiffener* é assumido linear elástico e simétrico em tração e compressão, e a curvatura crítica é assumida constante (na realidade, ela varia com as condições de carregamento). As três primeiras equações diferenciais não lineares que representam o problema são as Eqs. (2.17), (2.18) e (2.19), as mesmas apresentadas por BOEF e OUT (1990).

A relação bilinear momento fletor / curvatura utilizada por CAIRE e VAZ (2007) é dada pela seguinte função, antes e depois do esgarçamento entre camadas adjacentes, semelhante à proposta por alguns autores, por exemplo, WITZ e TAN (1992), incluindo, entretanto, a rigidez à flexão do *bend stiffener*:

$$\begin{aligned}
 M &= (EI_{ns} + EI_{bs}(s))\kappa & \kappa \leq \kappa_{cr} \\
 M &= (EI_{fs} + EI_{bs}(s))\kappa + (EI_{ns} - EI_{fs})\kappa_{cr} & \kappa > \kappa_{cr}
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

onde $EI_{bs}(s)$ é a rigidez à flexão do *bend stiffener*.

Derivando as equações constitutivas (2.47) em relação a s e utilizando as Eqs. (2.44) e (2.45), chega-se a:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\kappa}{ds} &= -\frac{1}{EI_{ns} + EI_{bs}(s)} \left(\frac{d(EI_{bs}(s))}{ds} \kappa + F \sin(\phi_L + \alpha - \phi) \right) & \kappa \leq \kappa_{cr} \\
 \frac{d\kappa}{ds} &= -\frac{1}{EI_{fs} + EI_{bs}(s)} \left(\frac{d(EI_{bs}(s))}{ds} \kappa + F \sin(\phi_L + \alpha - \phi) \right) & \kappa > \kappa_{cr}
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Portanto, as Eqs. (2.17), (2.18), (2.19) e (2.48) formam o sistema de quatro equações diferenciais não lineares que representa o problema de valor de contorno, na formulação proposta por CAIRE e VAZ (2007). As condições de contorno especificadas são dadas pela Eq. (2.22). De acordo com os autores, a solução numérica é mais uma vez obtida utilizando o método *shooting*, através de um procedimento de tentativa e erro com a utilização do pacote *Mathematica v5.1*. Os autores aplicam a formulação a um estudo de caso que mais uma vez tem características geométricas semelhantes às mostradas na Figura 2.11. Eles também implementaram um modelo de elementos finitos utilizando o programa *Abaqus v6.4* para avaliar a influência da folga existente entre o tubo de *riser* e o *bend stiffener*.

2.2 Procedimento proposto para análise de estruturas de conexão em *risers*

A formulação para análise de *stress joint* e *bend stiffener*, proposta no presente trabalho, foi desenvolvida considerando não linearidade geométrica e comportamento linear elástico dos materiais. No caso do *bend stiffener*, existe também a possibilidade de considerar um comportamento não linear do material do *riser* flexível e, no caso da *stress joint*, foi também desenvolvida a formulação para a análise da *stress joint* com apoio intermediário.

O projeto de uma *stress joint* (BAZÁN *et al.*, 2008) consiste em determinar suas dimensões de modo que as tensões máximas, desenvolvidas pelo carregamento mais desfavorável, atendam ao critério de projeto da estrutura, isto é, sejam inferiores a uma fração da tensão de escoamento dos materiais que compõem a *stress joint*.

Analogamente, o projeto de um *bend stiffener* consiste em determinar suas dimensões de modo que as curvaturas máximas (ou raios de flexão mínimos) desenvolvidas pelo carregamento mais desfavorável atendam ao critério de projeto da estrutura, isto é, sejam inferiores a uma fração da curvatura limite (inversa do raio de flexão mínimo). Outro critério de aceitação, utilizado para *bend stiffeners*, é o da máxima deformação no polímero, que deve ser inferior a um dado limite.

Conforme foi apontado no item 1.3, normalmente as *stress joints* e os *bend stiffeners* são analisados como parte de uma análise global de todo o *riser* empregando

modelos baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF) (BATHE, 2006, CRISFIELD, 1991, HUGHES, 2000, entre outros). No presente capítulo é desenvolvida uma metodologia de análise e dimensionamento destas estruturas de conexão, constituindo-se em uma extensão ao modelo exclusivo para *bend stiffeners* proposto por BOEF e OUT (1990). O objetivo desta metodologia é realizar o cálculo das estruturas de conexão de forma isolada da análise global de todo o *riser*, empregando um modelo matemático simplificado baseado na teoria de viga esbelta, com o qual o esforço computacional é reduzido e assim torna-se possível realizar, em um tempo relativamente curto, a análise estrutural de um número elevado de modelos submetidos a diversos casos de carregamento.

Na metodologia proposta nesta tese para a análise de estruturas de conexão, o primeiro passo consiste em realizar a análise estrutural global do *riser* sem a presença da estrutura de conexão, ou seja, considera-se o *riser* rotulado no topo. Desta análise deve ser extraído um conjunto de valores característicos, denominados esforços dimensionantes, necessários para realizar a análise isolada da estrutura de conexão. A análise global deve ser realizada utilizando um programa de análise não linear baseado no MEF dedicado a *risers*, como o ANFLEX (2008). Os esforços dimensionantes do modelo global necessários para a elaboração do modelo isolado são: (a) a tração no topo do *riser*; (b) a variação de ângulo de topo do *riser*, definida como a diferença entre o ângulo de instalação do *riser* e o ângulo que o topo do *riser* atinge na configuração deformada; e (c) o adernamento ou rotação da plataforma. Para cada caso de carregamento, deve ser extraído da análise global um conjunto de esforços dimensionantes por cada passo de tempo requerido para aquele caso. O procedimento permite considerar diversos casos de carregamento.

De posse dos esforços dimensionantes, deve ser realizada a análise isolada da estrutura de conexão, utilizando a formulação a ser descrita no item 2.3 baseada no modelo de viga esbelta. O modelo para esta análise isolada é formado pela estrutura de conexão mais um trecho adicional de *riser* até o denominado ponto de truncamento. O ponto de truncamento do modelo global define a distância, medida a partir do topo do *riser*, em que a presença da estrutura de conexão tenha pouca influência no comportamento estrutural ao longo do comprimento restante do *riser*. No item 2.3 será

feito um comentário referente ao comprimento adequado do trecho adicional de *riser* a ser incluído no modelo isolado.

Normalmente, uma *stress joint* tem seção transversal com momento de inércia variável. A configuração usual de uma *stress joint* consiste em um tubo cujo diâmetro externo varia linearmente ao longo do comprimento da estrutura, formando um tronco de cone, como no modelo considerado por GORDON e DAREING (2004), que foi ilustrado na Figura 2.1. A metodologia de análise isolada proposta no presente trabalho considera a possibilidade da presença de mais de um trecho tronco-cônico de tubo constituindo a *stress joint*; cada um destes trechos pode ter diferentes propriedades geométricas e físicas. O diâmetro externo varia linearmente em cada trecho, enquanto o diâmetro interno permanece constante ao longo de toda a *stress joint* e é igual ao diâmetro interno do *riser*. A Figura 2.14 mostra uma *stress joint* constituída por três trechos; observa-se a presença de um trecho adicional, correspondente à porção do *riser* até o ponto de truncamento. Nesta figura, R_e e R_i representam, respectivamente, o raio externo e o raio interno do *riser*.

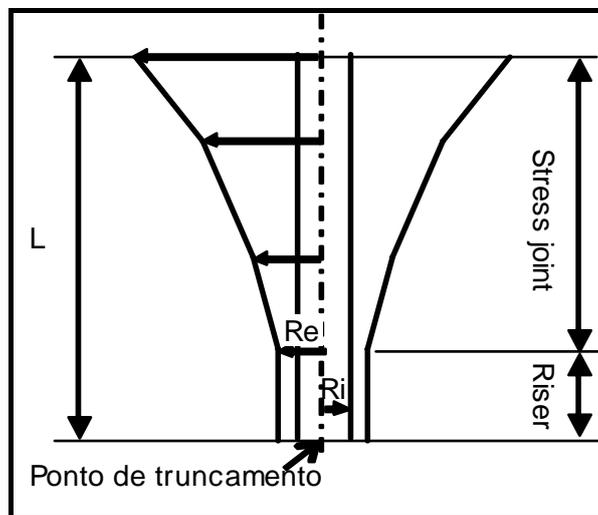


Figura 2.14 – Modelo isolado incluindo a *stress joint* de trechos tronco-cônicos e o trecho de *riser*.

Um *bend stiffener* normalmente possui forma cônica, podendo em alguns casos ser projetado com um trecho inicial cilíndrico. Na Figura 2.15, ilustra-se um modelo isolado que consta do *bend stiffener*, com um trecho cilíndrico e um trecho principal cônico, e do trecho de *riser* até o ponto de truncamento. Embora esta seja a configuração comum em um *bend stiffener*, ele pode ser projetado também com

diversos trechos tronco-cônicos, como a *stress joint* da Figura 2.14, dado que a metodologia proposta é geral e abrange os dois tipos de estruturas de conexão.

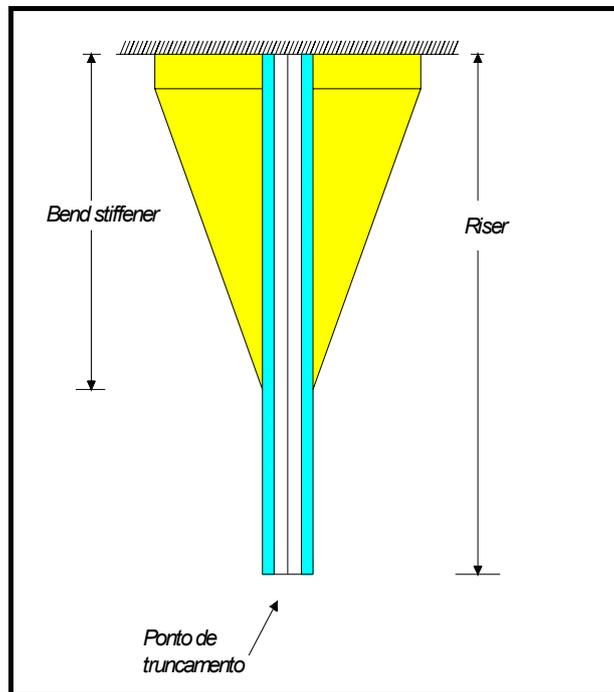


Figura 2.15 – Modelo isolado incluindo o *bend stiffener* e o trecho de *riser*.

Observa-se que uma diferença importante entre as respectivas geometrias dos dois modelos isolados, reside no fato de que o *riser* rígido na Figura 2.14 termina quando começa a *stress joint*, enquanto o *riser* flexível da Figura 2.15 chega até o topo do modelo sendo abraçado pelo *bend stiffener*. Na formulação, esta diferença incidirá no cálculo da rigidez à flexão da estrutura, conforme será mostrado no item 2.3.

Na formulação de viga esbelta, chega-se a um problema de valor de contorno constituído por um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares e as respectivas condições de contorno. A tração constitui o carregamento dominante do problema.

2.3 Formulação matemática considerando material linear elástico

No presente item, é descrita a formulação matemática proposta nesta tese para a análise isolada de *stress joints* e *bend stiffeners* considerando o material com comportamento linear elástico.

A Figura 2.16 ilustra o modelo de viga esbelta, engastado no topo, utilizado para a análise de estruturas de conexão localizadas junto ao topo de um *riser*, de maneira semelhante ao proposto por BOEF e OUT (1990) e já mostrado anteriormente na Figura 2.5. Os símbolos da Figura 2.16 têm o mesmo significado dos descritos no item 2.1.2.

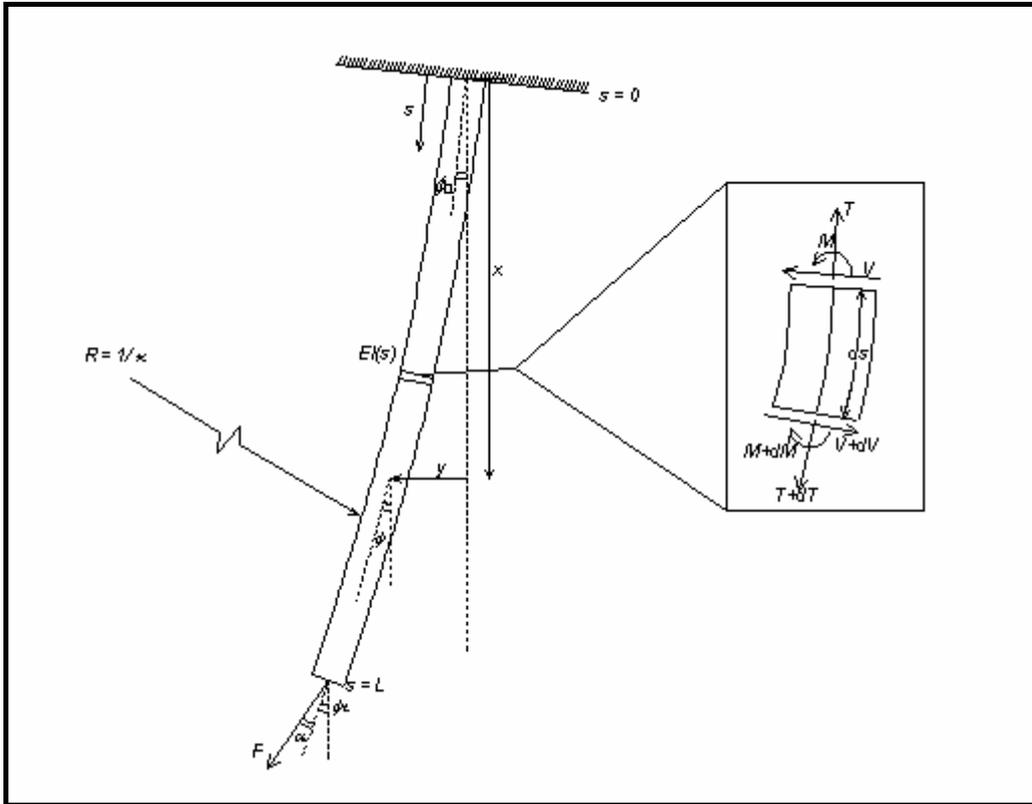


Figura 2.16 – Modelo de viga esbelta representando o sistema *riser* / estrutura de conexão, proposto para *stress joints* e *bend stiffeners*.

Para o elemento infinitesimal de linha ilustrado na Figura 2.17 (por simplicidade, é representado apenas o eixo do elemento), serão derivadas as equações de equilíbrio estático, ignorando peso próprio e carregamento externo distribuído.

A geometria do problema pode ser descrita pelas seguintes equações:

$$\frac{dx}{ds} = \cos \phi \tag{2.49}$$

$$\frac{dy}{ds} = \text{sen} \phi \tag{2.50}$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \kappa = \frac{1}{R} \tag{2.51}$$

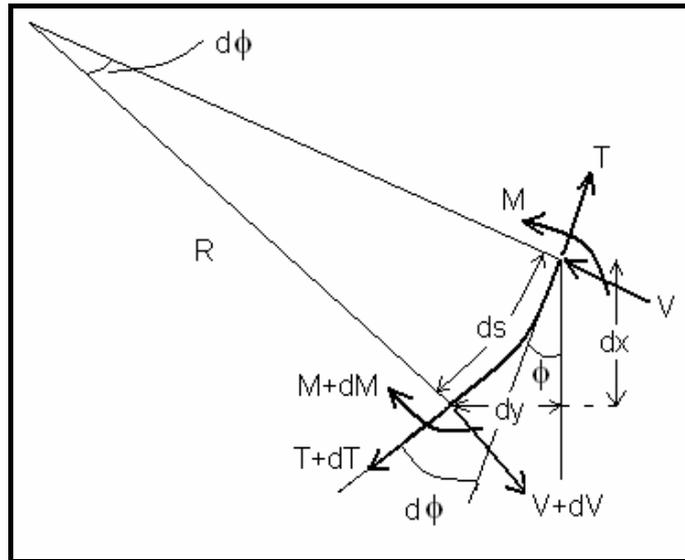


Figura 2.17 – Elemento infinitesimal de viga esbelta.

Da Figura 2.17, a condição de equilíbrio de forças na direção horizontal permite escrever:

$$\begin{aligned}
 &V \cos \phi - T \operatorname{sen} \phi + T \operatorname{sen}(\phi + d\phi) \\
 &+ dT \operatorname{sen}(\phi + d\phi) - V \cos(\phi + d\phi) - dV \cos(\phi + d\phi) = 0
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Desenvolvendo as funções trigonométricas *sen* e *cos* e fazendo uso das aproximações $\operatorname{sen}(d\phi) \approx d\phi$ e $\cos(d\phi) \approx 1$, válidas para o elemento infinitesimal, chega-se à seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 &T \cos \phi d\phi + dT \operatorname{sen} \phi + dT \cos \phi d\phi \\
 &+ V \operatorname{sen} \phi d\phi - dV \cos \phi + dV \operatorname{sen} \phi d\phi = 0
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

Desprezando-se os termos de ordem superior, obtém-se:

$$\left(\frac{dT}{ds} \operatorname{sen} \phi + T \cos \phi \frac{d\phi}{ds} \right) - \left(\frac{dV}{ds} \cos \phi - V \operatorname{sen} \phi \frac{d\phi}{ds} \right) = 0, \tag{2.54}$$

equação que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{d}{ds} (T \operatorname{sen} \phi - V \cos \phi) = 0 \tag{2.55}$$

Analogamente, a condição de equilíbrio de forças na direção vertical leva à seguinte equação:

$$\frac{d}{ds}(T \cos \phi + V \operatorname{sen} \phi) = 0 \quad (2.56)$$

A condição de equilíbrio de momentos (tomados em relação ao ponto extremo inferior do elemento da Figura 2.17) fornece a expressão seguinte:

$$dM - T \cos \phi dy + T \operatorname{sen} \phi dx - V \cos \phi dx - V \operatorname{sen} \phi dy = 0 \quad (2.57)$$

Utilizando as Eqs. (2.49) e (2.50) chega-se a:

$$\frac{dM}{ds} - V = 0 \quad (2.58)$$

Assumindo que o eixo da viga curva-se como um arco circular, permanecendo as seções transversais planas e normais às fibras longitudinais da viga (teoria de Bernoulli-Euler) e considerando que tanto o *riser* flexível quanto a estrutura de conexão possuem materiais isotrópicos com comportamento linear elástico, verifica-se a seguinte relação de compatibilidade:

$$M(s) = EI(s) / R(s) = EI(s) \cdot \kappa(s) \quad (2.59)$$

Integrando as Eqs. (2.55) e (2.56), resulta:

$$T \operatorname{sen} \phi - V \cos \phi = C_1 \quad (2.60)$$

$$T \cos \phi + V \operatorname{sen} \phi = C_2 \quad (2.61)$$

onde C_1 e C_2 são constantes.

Considerando que, em $s = L$, temos $T = F \cos \alpha$, $V = -F \operatorname{sen} \alpha$ e $\phi = \phi_L$, podem ser obtidos V e T das Eqs. (2.60) e (2.61):

$$V(s) = -F \text{sen}(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (2.62)$$

$$T(s) = F \cos(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (2.63)$$

Substituindo a Eq. (2.62) na Eq. (2.58), obtém-se:

$$\frac{d}{ds}(M(s)) + F \text{sen}(\phi_L + \alpha - \phi(s)) = 0 \quad (2.64)$$

Por outro lado, utilizando a Eq. (2.59), a Eq. (2.51) torna-se:

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{M(s)}{EI(s)} \quad (2.65)$$

Portanto, o problema de valor de contorno unidimensional é dado pelo seguinte sistema de quatro equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{dx}{ds} = \cos \phi \quad (2.66)$$

$$\frac{dy}{ds} = \text{sen} \phi \quad (2.67)$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{M}{EI(s)} \quad (2.68)$$

$$\frac{dM}{ds} = -F \text{sen}(\phi_L + \alpha - \phi) \quad (2.69)$$

No caso de análise de *stress joint* (vide Figura 2.14), a rigidez à flexão $EI(s)$ é calculada com as propriedades da *stress joint*, exceto para o último trecho inferior, em que é calculada com as propriedades correspondentes ao *riser* rígido e tem um valor constante. No caso de análise de *bend stiffener* (vide Figura 2.15), as rigidezes à flexão para o trecho em que o *riser* flexível está contido no *bend stiffener* e para o trecho de *riser* flexível fora do *bend stiffener* são dadas, respectivamente, por:

$$EI(s) = EI_{tubo} + EI_{bs}(s) \quad (2.70)$$

$$EI(s) = EI_{tubo} \quad (2.71)$$

Observa-se que devem ser especificadas as condições de contorno para resolver o sistema dado pelas Eqs. (2.66), (2.67), (2.68) e (2.69). No presente caso, são fornecidas as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} s = 0: x = 0; y = 0; \phi = \phi_0. \\ s = L: M = 0. \end{aligned} \tag{2.72}$$

Na nomenclatura utilizada nesta formulação para a análise isolada, os valores de interesse (esforços dimensionantes) a serem extraídos da análise global do *riser*, conforme explicação dada no item 2.2, são: a tração no topo do *riser*, $T(s = L)$; a variação de ângulo de topo do *riser*, ϕ_L ; e o adernamento da plataforma, ϕ_0 .

O comprimento do trecho adicional de *riser* a ser considerado no modelo isolado (vide Figuras 2.14 e 2.15), que se estende até o ponto de truncamento, deve ser grande o suficiente para garantir que, na solução do problema, a variação de ângulo de topo do *riser*, ϕ_L , seja atingida na extremidade livre $s = L$ do modelo. Desta forma, garante-se a inexistência de flexão nesta região, ou seja, somente a força F (vide Figura 2.16) estará presente. Verificou-se que normalmente, um comprimento adicional de *riser* entre duas a três vezes o comprimento da estrutura de conexão (*stress joint* ou *bend stiffener*) satisfaz esta condição.

O procedimento numérico utilizado para resolver o problema dado pelo sistema de equações diferenciais (2.66) a (2.69) com as condições de contorno (2.72) foi o método *multiple shooting*, descrito em detalhe por STOER e BULIRSCH (1980). A metodologia computacional de análise emprega a rotina de *multiple shooting* da biblioteca IMSL (1994) para problemas de valor de contorno. No Apêndice A, é dada uma breve explicação acerca do método *multiple shooting*.

A solução do problema de valor de contorno acima descrito fornecerá os valores de x , y , ϕ e M ao longo do comprimento do modelo isolado. De posse destes valores, a curvatura (Eq. (2.59)) e os esforços internos (Eqs. (2.62) e (2.63)) podem ser calculados na estrutura de conexão.

2.4 Formulação considerando não linearidade do *riser* flexível em *bend stiffeners*

Neste item, é apresentada uma extensão da formulação descrita no item 2.3 para contemplar, na análise de *bend stiffeners*, a não linearidade no comportamento em flexão do material do *riser* flexível.

Os tubos flexíveis (CAIRE e VAZ, 2007) são estruturas compostas e complexas constituídas por diversas camadas poliméricas e metálicas que cumprem funções específicas, tanto estruturais quanto funcionais. Esta estrutura em múltiplas camadas produz altas rigidezes axiais e à torção, garantindo ao mesmo tempo uma rigidez à flexão muito baixa.

A resposta constitutiva do tubo depende de um complexo mecanismo de interação entre suas camadas. A estrutura apresenta uma relação momento fletor / curvatura não linear histerética que provém do mecanismo de escorregamento devido ao atrito entre camadas adjacentes. Para curvaturas baixas, não há deslizamento relativo entre as camadas e a rigidez à flexão do tubo é alta (rigidez à flexão *no-slip*, EI_{ns}). Quando o momento fletor aumenta, os arames escorregam depois de um valor crítico da curvatura, κ_{cr} , e a rigidez à flexão diminui consideravelmente (rigidez à flexão *full-slip*, EI_{fs}), como foi mostrado na Figura 2.13. A curvatura crítica corresponde ao ponto no qual a fricção estática é superada e apenas a fricção cinemática passaria a atuar após o escorregamento. Normalmente, no projeto de *bend stiffeners*, é considerada uma rigidez à flexão constante do tubo igual a EI_{fs} , o que pode levar a resultados conservadores.

Na presente formulação, o poliuretano do *bend stiffener* é suposto com comportamento linear elástico simétrico na tração e compressão, e a curvatura crítica é suposta constante. Na realidade, a curvatura crítica é função das condições de carregamento, sendo afetada pela pressão resultante do contato entre camadas.

Lembre-se do item 2.1, que CAIRE e VAZ (2007) utilizam uma relação bilinear momento / curvatura para o *riser* flexível, dada pela Eq. (2.47). Na presente formulação, será utilizada a relação sugerida por KEBADZE e KRAINCANIC (1999) que propõem que o processo não linear ocorra de forma suave em vez de uma relação bilinear. Nesta

relação momento / curvatura, foi acrescentado o termo correspondente à rigidez à flexão do *bend stiffener*. A relação utilizada foi portanto a seguinte:

$$M(\kappa) = (EI_{pol} + EI_{arm_{ns}} + EI_{bs}(s)) \cdot \kappa, \quad \kappa \leq \kappa_{cr}$$

$$M(\kappa) = (EI_{pol} + EI_{bs}(s)) \cdot \kappa + EI_{arm_{ns}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \kappa \cdot \left[1 - \frac{2}{\pi} \cdot a \cos\left(\frac{\kappa_{cr}}{\kappa}\right) \right] + \\ \frac{2}{\pi} \cdot \kappa_{cr} \cdot \left[\ln\left(\left(\frac{\kappa}{\kappa_{cr}} + \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\kappa_{cr}}\right)^2 - 1}\right)^2\right) - \sqrt{1 - \left(\frac{\kappa_{cr}}{\kappa}\right)^2} \right] \end{array} \right\}, \quad \kappa > \kappa_{cr} \quad (2.73)$$

onde:

EI_{pol} = rigidez à flexão das camadas poliméricas;

$EI_{arm_{ns}}$ = rigidez à flexão das armaduras metálicas antes do escorregamento das camadas;

$EI_{bs}(s)$ = rigidez à flexão do *bend stiffener*;

κ_{cr} = curvatura crítica.

Como foi estabelecido no item 2.1, CAIRE e VAZ (2007), a partir da Eq. (2.47), chegam à Eq. (2.48), que passa a compor o sistema de equações diferenciais a ser resolvido, diferente daquele do caso linear elástico. Na presente formulação, o procedimento utilizado para resolver o problema de análise de *bend stiffener* com comportamento não linear do *riser* flexível consistiu em realizar uma análise iterativa dentro da própria metodologia que considera material linear elástico descrita no item 2.3, da forma explicada a seguir (BAZÁN *et al.*, 2009).

O problema de valor de contorno a ser resolvido em cada iteração continua sendo o das Eqs. (2.66) a (2.69) com condições de contorno (2.72), baseado na relação linear momento / curvatura da Eq. (2.59). Inicialmente, parte-se de uma dada rigidez à flexão do tubo (sugere-se iniciar com o valor $EI_{tubo} = EI_{pol}$, constante para todo o comprimento do tubo) e resolve-se o problema de valor de contorno. Desta solução, é obtido o momento, podendo a curvatura ser calculada pela relação linear (2.59). O valor

da rigidez à flexão $EI_{tubo}(s)$ é então corrigido para a próxima iteração, dividindo a expressão da Eq. (2.73), onde κ é a curvatura calculada, pela própria curvatura; $EI_{tubo}(s)$ é função da posição s . Com este valor da rigidez à flexão do tubo, resolve-se novamente o problema dado pelas Eqs. (2.66) a (2.69) e (2.72), e o processo iterativo continua. O critério de parada deste procedimento iterativo foi estabelecido quando a diferença entre as curvaturas calculadas em duas iterações consecutivas for menor que uma dada tolerância. Neste procedimento, o sistema de equações diferenciais não toma conhecimento da não linearidade do *riser* flexível. Apesar deste método iterativo implicar em um custo computacional adicional, foi observado que em geral o procedimento converge em um número pequeno de iterações (duas ou três).

2.5 Formulação de análise de *stress joint* com apoio intermediário

Este item apresenta uma extensão da formulação do item 2.3 para a consideração de um apoio intermediário em uma *stress joint* (BAZÁN *et al.*, 2008). Neste caso, o modelo de análise compreende duas partes ou vãos separados entre si por um apoio do primeiro gênero, conforme indicado na Figura 2.18. Este tipo de situação pode ser encontrado, por exemplo, em projetos de *risers* verticais para diferentes tipos de plataformas utilizadas na indústria *offshore*.

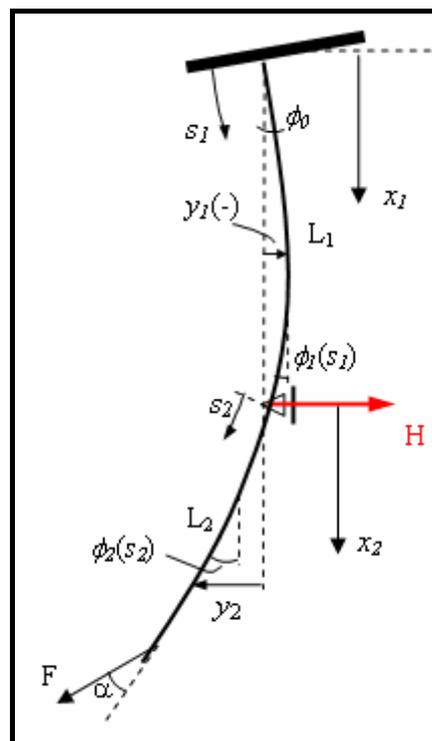


Figura 2.18 – Modelo de *stress joint* com apoio intermediário.

2.5.1 Parte 1

A parte 1 representa a parte da *stress joint* compreendida entre a extremidade fixa e o apoio intermediário, incluindo este apoio, representado pela força horizontal H . O problema de valor de contorno para esta parte fica definido pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias (vide Eqs. (2.66) a (2.69)):

$$\frac{dx_1}{ds_1} = \cos \phi_1 \quad (2.74)$$

$$\frac{dy_1}{ds_1} = \text{sen} \phi_1 \quad (2.75)$$

$$\frac{d\phi_1}{ds_1} = \frac{M_1}{EI(s_1)} \quad (2.76)$$

$$\frac{dM_1}{ds_1} = -F_1 \text{sen}(\phi_1(L_1) + \alpha_1 - \phi_1) \quad (2.77)$$

As condições de contorno da parte 1 são:

$$\begin{aligned} s_1 = 0 : x_1(0) = 0; y_1(0) = 0; \phi_1(0) = \phi_0. \\ s_1 = L_1 : M_1(L_1) = M_2(0). \end{aligned} \quad (2.78)$$

onde $M_2(0)$ representa o momento fletor proveniente da parte 2 da *stress joint*.

2.5.2 Parte 2

A parte 2 representa a parte da *stress joint* compreendida entre o apoio intermediário e a extremidade livre, logo após o apoio intermediário. O problema de valor de contorno para esta parte fica definido pelo seguinte sistema de equações diferenciais (vide Eqs. (2.66) a (2.69)):

$$\frac{dx_2}{ds_2} = \cos \phi_2 \quad (2.79)$$

$$\frac{dy_2}{ds_2} = \text{sen} \phi_2 \quad (2.80)$$

$$\frac{d\phi_2}{ds_2} = \frac{M_2}{EI(s_2)} \quad (2.81)$$

$$\frac{dM_2}{ds_2} = -F \text{sen}(\phi_2(L_2) + \alpha - \phi_2) \quad (2.82)$$

As condições de contorno da parte 2 são:

$$\begin{aligned} s_2 = 0 : x_2(0) = 0; y_2(0) = 0; \phi_2(0) = \phi_1(L_1) \text{ (valor inicial } \phi_2(0) = 0). \\ s_2 = L_2 : M_2(L_2) = 0. \end{aligned} \quad (2.83)$$

2.5.3 Condições de continuidade

As condições de continuidade entre as partes 1 e 2 são dadas pelas equações a seguir, considerando as forças atuantes na extremidade L_1 da parte 1, conforme indicado na Figura 2.19:

$$\begin{aligned} \phi_1(L_1) &= \phi_2(0) \\ M_1(L_1) &= M_2(0) \\ V_1(L_1) &= V_2(0) + H \cos(\phi_2(0)) \\ T_1(L_1) &= T_2(0) - H \text{sen}(\phi_2(0)) \end{aligned} \quad (2.84)$$

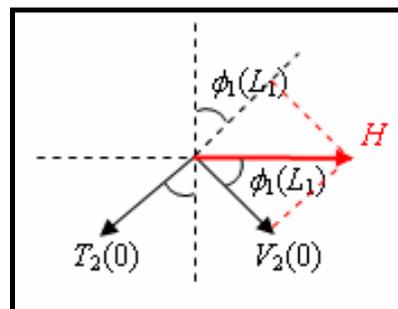


Figura 2.19 – Forças atuantes na extremidade adjacente ao apoio da parte 1 do modelo de *stress joint* com apoio intermediário (BAZÁN *et al.*, 2008).

As Eqs. (2.62) e (2.63) fornecem as expressões para o cálculo da força cortante V e a força normal T em uma seção da *stress joint*. Particularizando estas equações para $s_1 = L_1$, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} V_1(L_1) &= -F_1 \text{sen}(\alpha_1) \\ T_1(L_1) &= F_1 \text{cos}(\alpha_1) \end{aligned} \quad (2.85)$$

O ângulo α_1 pode ser calculado a partir das Eqs. (2.85), pela expressão:

$$\tan(\alpha_1) = -\frac{V_1(L_1)}{T_1(L_1)} \quad (2.86)$$

Substituindo $V_1(L_1)$ e $T_1(L_1)$ na Eq. (2.86) pelos valores definidos nas Eqs. (2.84), resulta:

$$\tan(\alpha_1) = \frac{-V_2(0) - H \text{cos}(\phi_2(0))}{T_2(0) - H \text{sen}(\phi_2(0))} \quad (2.87)$$

Utilizando na Eq. (2.87) as Eqs. (2.62) e (2.63) particularizadas para $s_2 = 0$, obtém-se:

$$\tan(\alpha_1) = \frac{F \text{sen}(\phi_2(L_2) + \alpha - \phi_2(0)) - H \text{cos}(\phi_2(0))}{F \text{cos}(\phi_2(L_2) + \alpha - \phi_2(0)) - H \text{sen}(\phi_2(0))} \quad (2.88)$$

Analogamente, a força F_1 é obtida a partir das Eqs. (2.85) utilizando as Eqs. (2.84), ou seja:

$$F_1 = \frac{T_1(L_1)}{\text{cos}(\alpha_1)} = \frac{T_2(0) - H \text{sen}(\phi_2(0))}{\text{cos}(\alpha_1)} = \frac{F \text{cos}(\phi_2(L_2) + \alpha - \phi_2(0)) - H \text{sen}(\phi_2(0))}{\text{cos}(\alpha_1)} \quad (2.89)$$

Finalmente, a força horizontal H pode ser calculada pela equação de equilíbrio de momentos em relação à extremidade fixa da parte 1 do modelo, de acordo com o indicado na Figura 2.20:

$$H = \frac{M_2(0) - M_1(0)}{x_1(L_1)} + T_2(0) \text{sen}(\phi_2(0)) - V_2(0) \text{cos}(\phi_2(0)) \quad (2.90)$$

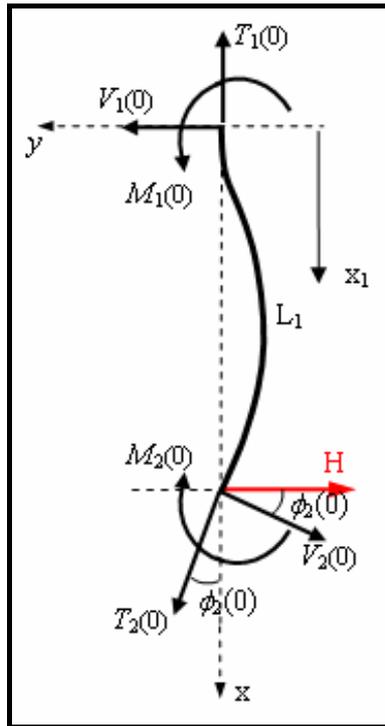


Figura 2.20 – Parte 1 do modelo para análise de *stress joint* com apoio intermediário (BAZÁN *et al.*, 2008).

2.5.4 Procedimento iterativo

O problema dado pelo sistema de equações diferenciais e as respectivas condições de contorno, para cada parte do modelo, é resolvido numericamente utilizando o método *multiple shooting*, como no caso sem apoio intermediário (item 2.3). Lembra-se que neste caso os dados iniciais, mostrados na Figura 2.18, são F , α , $\phi_2(L_2)$ e ϕ_0 , além de ser conhecido que o deslocamento horizontal do apoio é nulo, $y_1(L_1) = 0$.

Para garantir a continuidade entre as duas partes do modelo de *stress joint* com apoio intermediário, é realizado um procedimento iterativo que utiliza diretamente o método do ponto fixo (RUGGIERO e LOPES, 1996), de acordo com o procedimento detalhado a seguir:

- 1) Fazer inicialmente $\phi_2(0) = \phi_1(L_1) = 0$.
- 2) Aplicar o método *multiple shooting* na parte 2 (Eqs. (2.79) a (2.83)). Da solução é obtido diretamente $M_2(0)$ e podem ser calculados $V_2(0)$ e $T_2(0)$ com as Eqs. (2.62) e (2.63) particularizadas para $s_2 = 0$.

- 3) Fazer inicialmente $M_1(0) = 0$ e $x_1(L_1) = L_1$.
- 4) Calcular a reação H utilizando a Eq. (2.90).
- 5) Com as condições de continuidade das Eqs. (2.84), obter $\phi_1(L_1)$, $M_1(L_1)$, $V_1(L_1)$ e $T_1(L_1)$. Calcular α_1 e F_1 com as Eqs. (2.86) e (2.89), respectivamente.
- 6) Aplicar o método *multiple shooting* na parte 1 (Eqs. (2.74) a (2.78)). Da solução é obtido diretamente $y_1(L_1)$.
- 7) Se $y_1(L_1) > 0$, aumentar H (por exemplo, $\hat{H} = 1.2 H$); se $y_1(L_1) < 0$, diminuir H (por exemplo, $\hat{H} = 0.8 H$).
- 8) Com \hat{H} , calcular $\hat{V}_1(L_1)$ e $\hat{T}_1(L_1)$ das duas últimas equações (2.84)), e $\hat{\alpha}_1$ e \hat{F}_1 das Eqs. (2.86) e (2.89), respectivamente.
- 9) Aplicar o método *multiple shooting* na parte 1 (Eqs. (2.74) a (2.78)). Da solução é obtido diretamente $\hat{y}_1(L_1)$. Se $y_1(L_1)$ do passo 6 e $\hat{y}_1(L_1)$ tiverem sinais contrários, ir ao passo 10; caso contrário, repetir os passos 7 a 9 até que esta condição seja cumprida.

- 10) Calcular $\tilde{H} = H - y_1(L_1) \cdot \left[\frac{\hat{H} - H}{\hat{y}_1(L_1) - y_1(L_1)} \right]$.

- 11) Com \tilde{H} , calcular $\tilde{V}_1(L_1)$ e $\tilde{T}_1(L_1)$ das duas últimas equações (2.84)), e $\hat{\alpha}_1$ e \hat{F}_1 das Eqs. (2.86) e (2.89), respectivamente.

- 12) Aplicar o método *multiple shooting* na parte 1 (Eqs. (2.74) a (2.78)). Da solução são obtidos diretamente $\tilde{x}_1(L_1)$, $\tilde{y}_1(L_1)$, $\tilde{\phi}_1(L_1)$ e $\tilde{M}_1(0)$.

- 13) Fazer $\phi_2(0) = 0.5 \cdot (\tilde{\phi}_1(L_1) + \phi_1(L_1))$. Verificou-se que em geral este valor produz uma convergência mais rápida do que simplesmente fazer $\phi_2(0) = \tilde{\phi}_1(L_1)$.

- 14) Aplicar o método *multiple shooting* na parte 2 (Eqs. (2.79) a (2.83)). Da solução é obtido diretamente $\tilde{M}_2(0)$ e podem ser calculados $V_2(0)$ e $T_2(0)$ com as Eqs. (2.62) e (2.63) particularizadas para $s_2 = 0$.

- 15) Se $\left| \frac{\tilde{M}_2(0) - M_2(0)}{M_2(0)} \right| \leq 10^{-3}$ e $|\tilde{y}_1(L_1)| \leq 5 \text{ mm}$, parar. Caso contrário, fazer

$x_1(L_1) = \tilde{x}_1(L_1)$, $M_1(0) = \tilde{M}_1(0)$, $M_2(0) = \tilde{M}_2(0)$ e retornar ao passo 4.

Neste procedimento, observa-se que nos passos 4 a 12 é realizado um processo iterativo interno que tem como objetivo obter, na parte 1 do modelo, um valor de

$\tilde{y}_1(L_1)$ próximo de zero, que é o valor correto, pois não há deslocamento do apoio. Neste processo interno, o passo 10 permite calcular \tilde{H} a partir de dois pontos anteriores, isto é, H com o respectivo $y_1(L_1)$ e \hat{H} com o respectivo $\hat{y}_1(L_1)$, desde que $y_1(L_1)$ e $\hat{y}_1(L_1)$ possuam sinais contrários. A expressão do passo 10, ilustrada na Figura 2.21, corresponde a uma iteração do denominado método da posição falsa ou *regula falsi* (PRESS *et al.*, 1992, RUGGIERO e LOPES, 1996, STOER e BULIRSCH, 1980, VERZENHASSI, 2008). Somente depois de obtido $\tilde{y}_1(L_1)$ próximo de zero, passa-se à parte 2 do modelo (passos 13 e subseqüentes). Isto faz com que a convergência do procedimento iterativo global seja mais rápida do que ocorreria indo diretamente do passo 6 ao passo 14, ou seja, sem realizar esta convergência interna do deslocamento do apoio.

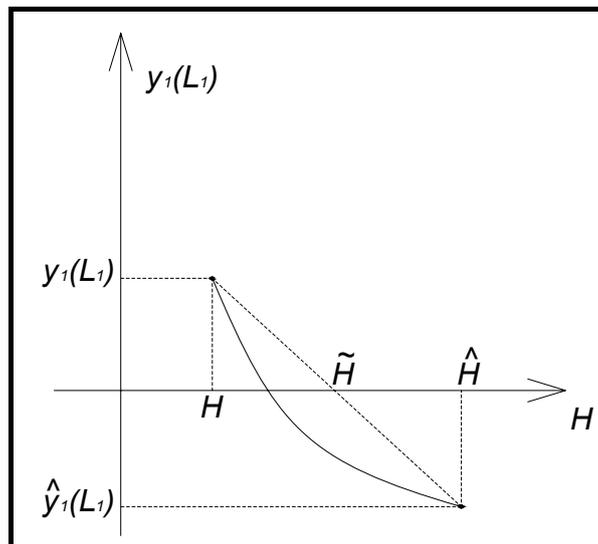


Figura 2.21 – Método da posição falsa para obter a convergência interna do deslocamento do apoio, $\tilde{y}_1(L_1) \approx 0$.

2.6 Observações finais

No presente item, são realizadas algumas observações finais relativas ao procedimento de análise de estruturas de conexão proposto no presente capítulo.

Em primeiro lugar, cabe ressaltar que os procedimentos propostos neste trabalho de análise simplificada de estruturas de conexão não têm por objetivo substituir os métodos numéricos consagrados na análise estrutural, principalmente o MEF. Conforme foi apontado no item 1.3, muitas vezes o dimensionamento de uma estrutura de conexão

exige que sejam refeitas diversas análises estruturais para casos em que o restante do *riser* não apresenta problema. O objetivo da metodologia de análise isolada de uma estrutura de conexão é evitar esse trabalho adicional que, normalmente, tem um custo computacional alto, dado que o MEF é uma ferramenta cara. Para isto, na análise isolada é empregado um modelo matemático simplificado que, a partir de esforços obtidos da análise global do *riser* realizada via MEF, permite realizar diversas análises em um tempo relativamente curto.

No modelo proposto no presente trabalho, destaca-se o fato de que em uma mesma ferramenta de análise são incluídos dois tipos de estruturas: *stress joint* e *bend stiffener*. A maioria dos trabalhos é dedicada a um único tipo de estrutura de conexão.

Quanto ao conjunto de equações diferenciais empregado no presente trabalho, observa-se que o sistema dado pelas Eqs. (2.66) a (2.69) considera x , y , ϕ e M como as variáveis dependentes do problema. Cabe destacar que este sistema é diferente do sistema apresentado por BOEF e OUT (1990) e estudado também em alguns dos trabalhos descritos no item 2.1 (VAZ e LEMOS, 2004, CAIRE e VAZ, 2007), dedicados a *bend stiffeners*. Eles consideram κ (curvatura) em vez de M (momento fletor). Conforme mencionado no item 2.2, o desenvolvimento proposto no presente trabalho considera a possibilidade de existirem trechos de tubo com diferentes propriedades geométricas e físicas, podendo haver uma descontinuidade na rigidez à flexão, EI , entre dois trechos adjacentes. Nos casos em que ocorre tal descontinuidade, a curvatura, κ , cujo valor depende de EI (vide Eq. (2.59)), não é bem definida na interface entre os dois trechos, e a solução do sistema de equações diferenciais fornece resultados incorretos nas suas proximidades quando é usado κ como variável do problema. Por esta razão, no presente trabalho, considera-se M e não κ como variável dependente do problema.

A descontinuidade na rigidez à flexão, mencionada no parágrafo anterior, pode surgir devido a uma descontinuidade no módulo de elasticidade, E (trechos adjacentes de materiais diferentes) e/ou a uma descontinuidade no momento de inércia da seção transversal, I . Esta última situação pode ocorrer, por exemplo, em uma *stress joint* constituída por trechos retos (*stepped stress joint*), estrutura que foi ilustrada na Figura 2.2 e que portanto é contemplada pela metodologia de análise proposta neste trabalho.

Observa-se, por outro lado, que o conjunto de condições de contorno dadas na Eq. (2.72) é diferente das condições apresentadas na Eq. (2.22), que foram as utilizadas por BOEF e OUT (1990) e por outros trabalhos relativos a *bend stiffener* descritos no item 2.1.

Na Eq. (2.72), na extremidade $s = 0$ o ângulo ϕ entre o eixo do tubo e o eixo X (vertical) não é necessariamente igual a zero, tendo um valor ϕ_0 que, como já foi mencionado, corresponde ao adernamento da plataforma. Entretanto, se da análise global for extraído um valor de variação de ângulo de topo, ϕ_L , do qual já tenha sido descontada a rotação da plataforma, pode ser fornecido $\phi = 0$ em $s = 0$, como na Eq. (2.22).

Outra diferença entre as condições de contorno (2.72) e (2.22) refere-se ao fornecimento, na extremidade $s = L$, do momento $M = 0$ em vez do ângulo $\phi = \phi_L$. Estas duas maneiras de especificar a condição de contorno na extremidade livre são equivalentes. Para a formulação proposta neste trabalho, o comprimento adicional de *riser*, como foi destacado anteriormente, deve ser suficientemente grande para garantir a obtenção da variação angular na extremidade livre. Se for especificado $\phi = \phi_L$ em $s = L$, como na Eq. (2.22), a obtenção da variação angular estará diretamente assegurada; neste caso, o comprimento adicional de *riser* deverá ser suficientemente grande para garantir $M = 0$ (ou $\kappa = 0$) na extremidade livre.

As condições de contorno da Eq. (2.72), mais gerais que as da Eq. (2.22), são de interesse para o caso de apoio intermediário em uma *stress joint*, que foi descrito no item 2.5, em que é necessário fornecer algumas condições de contorno com valores de ϕ e M diferentes de zero.

Na análise de *stress joints*, o trabalho de GORDON e DAREING (2004) é bastante interessante por possuir solução analítica fechada, independentemente do questionamento apontado no item 2.1 em relação a uma das hipóteses assumidas pelos autores.

Na análise de *bend stiffeners*, conforme foi descrito no item 2.1, após o trabalho de BOEF e OUT (1990), alguns outros trabalhos estenderam a formulação para

considerar situações como comportamento não linear e assimétrico do poliuretano do *bend stiffener* (VAZ e LEMOS, 2004) e comportamento não linear do *riser* flexível (CAIRE e VAZ, 2007). CAIRE (2005) apresenta um modelo de viga de Timoshenko que considera de forma aproximada a deformação por cortante em um modelo com material linear elástico. Todos estes trabalhos são de grande interesse. No entanto, todas estas condições são consideradas em modelos separados e não simultaneamente em um mesmo modelo, pois isso complicaria muito a formulação matemática. Para representar todos estes comportamentos em um único modelo, certamente um modelo baseado no MEF fornecerá resultados mais corretos e realistas.

Na formulação proposta no presente trabalho, é apresentado um modelo com comportamento linear elástico dos materiais, para *stress joint* e *bend stiffener* (item 2.3). No caso de *bend stiffener*, é considerada também a possibilidade de comportamento não linear do material do *riser* flexível (item 2.4), de uma forma diferente da considerada por CAIRE e VAZ (2007). Estes autores empregam a relação momento / curvatura (2.47) e, a partir dela, deduzem as equações diferenciais (2.48). No presente trabalho, foi utilizado um procedimento iterativo, descrito no item 2.4; este procedimento utiliza a relação momento / curvatura (2.73), proposta por KEBADZE e KRAINCANIC (1999). A partir desta relação, não seria tão simples deduzir equações análogas às Eqs (2.48), devido a que a Eq. (2.73) é mais complicada que a Eq. (2.47). Esta foi uma das razões para optar por um procedimento iterativo no presente trabalho. Além disso, este procedimento iterativo possui um caráter mais geral, sendo possível adaptar facilmente o processo para que a curva momento / curvatura passe a ser fornecida pelo usuário; ou seja, não seria necessário assumir *a priori* nenhuma relação específica entre momento e curvatura.

Como já foi apontado, em geral existe dificuldade para desenvolver um único modelo simplificado que considere simultaneamente diversos aspectos do comportamento não linear dos materiais, principalmente para *bend stiffeners*, em que a não linearidade física é mais relevante. É feito aqui um comentário em relação a como poderiam ser levadas em conta simultaneamente as não linearidades do material do tubo de *riser* flexível e do poliuretano do *bend stiffener*. Na Eq. (2.39), utilizada por VAZ e LEMOS (2004), o primeiro termo do membro da direita, relativo à seção transversal de *riser* flexível, poderia ser substituído pela relação momento / curvatura desejada para o

tubo flexível, por exemplo, pela Eq. (2.47) ou (2.73). No segundo termo do membro da direita da Eq. (2.39) poderia ser feito $\bar{y} = 0$ (comportamento simétrico em tração e compressão). Desta forma, teríamos uma relação momento / curvatura semelhante à (2.39). Logo, poderia ser seguido um procedimento análogo ao realizado por VAZ e LEMOS (2004), calculando a relação momento / curvatura para diferentes seções transversais e ajustando alguma curva apropriada para esta relação, de forma semelhante à mostrada nas Eqs. (2.40) a (2.43). A partir disto, poderia ser encontrada uma equação diferencial como a Eq. (2.46), que passaria a compor o problema de valor de contorno a ser resolvido.

Outra observação que pode ser feita diz respeito à folga que na realidade existe entre o *riser* flexível e o *bend stiffener*. Nos modelos simplificados para análise de *bend stiffener*, inclusive no presente trabalho, esta folga é desconsiderada. CAIRE e VAZ (2007) levam em conta a referida folga, mas dentro de um modelo de elementos finitos. Os autores concluem que para carregamentos típicos de análises de fadiga, a presença da folga pode ser relevante.

Por outro lado, na formulação proposta na tese para análise de estruturas de conexão, descrita no item 2.3, observa-se que a presença do ângulo α (vide Eq. (2.69)), formado pela força aplicada F e o eixo do tubo, gera uma componente de força cortante na extremidade. Para casos de estruturas de conexão no topo de *risers*, a magnitude desta componente normalmente é pequena ($\alpha \approx 0$). No entanto, a formulação contempla a presença da força cortante.

No último parágrafo do item 2.3, foi explicado que, depois de resolvido o problema de valor de contorno e obtidos os valores de x , y , ϕ e M ao longo do comprimento do modelo, podem ser obtidos a curvatura e os esforços internos na estrutura de conexão. Acrescenta-se que, para o caso de *stress joint*, o procedimento computacional implementado calcula adicionalmente as tensões nas diferentes seções transversais, empregando a formulação de parede espessa, de maneira semelhante ao programa ANFLEX (2008). A pressão interna é levada em conta no cálculo das tensões. São calculados os diversos componentes de tensão: tensão devida à força axial, tensão devida ao momento fletor, tensão circunferencial (*hoop stress*) e tensão radial, além da tensão combinada de Von Mises (*stress intensity*). Estas tensões são calculadas na

parede interna, na parede externa e na parede média da estrutura. Para o caso de *bend stiffener*, o procedimento implementado calcula as máximas deformações no polímero nas diferentes seções transversais, assumindo comportamento simétrico em tração e compressão, isto é, multiplicando a curvatura pelo raio externo em uma dada seção transversal (caso particular da Eq. (2.32)).

Dado que um conjunto de valores de entrada do procedimento de análise isolada (item 2.2) corresponde a um passo de tempo de um determinado caso de carregamento, os resultados são calculados em forma de séries temporais e envoltórias das diversas variáveis (deslocamentos, esforços internos, tensões, deformações, etc.).

Adicionalmente, para *stress joint*, é possível considerar para os trechos desejados, uma redução de espessura devido à corrosão, a exemplo do programa ANFLEX (2008). Esta redução de espessura será levada em conta exclusivamente no cálculo das tensões, na forma de um aumento do diâmetro interno do *riser / stress joint*, não tendo influência no cálculo da rigidez.

No caso de *stress joint*, os resultados das séries temporais de tensões combinadas de Von Mises na parede interna, externa e média, podem ser utilizados para uma análise posterior de fadiga com um programa para esta finalidade, como, por exemplo, o POSFAL (2007). Analogamente, no caso de *bend stiffener*, os resultados de séries temporais de tração e momento fletor podem ser utilizados para uma análise posterior de fadiga com um programa para esta finalidade, como por exemplo o FADFLEX, de propriedade da PETROBRAS.

Observa-se também que o modelo de viga esbelta não considera a deformação axial (assim como a deformação por cortante), apenas a deformação devida ao momento fletor. Para considerar a deformação axial, na formulação deduzida no item 2.3 (vide Figura 2.17), o termo ds , que aparece nas equações, deveria ser substituído por $\overline{ds} = (1 + \varepsilon)ds$, o comprimento deformado do elemento infinitesimal, onde ε é a deformação axial. No entanto, se isto fosse feito, a formulação matemática tornar-se-ia muito mais complexa, não sendo possível expressar facilmente um sistema de equações diferenciais tal como o dado pelas Eqs. (2.66) a (2.69), resultando difícil a aplicação de uma formulação simplificada nesse caso.

Na maioria dos trabalhos descritos no item 2.1, relativos à análise de *stress joint* e *bend stiffener*, as formulações foram aplicadas a estudos de caso em que os parâmetros de entrada (esforços dimensionantes) necessários para a análise isolada são supostos conhecidos, sendo utilizado um único conjunto estático de parâmetros. No Capítulo 4, em alguns dos casos apresentados, a metodologia será aplicada a estudos de casos completos, em que os esforços dimensionantes são obtidos de cada passo de tempo de análises dinâmicas globais realizadas com o programa ANFLEX.

CAPÍTULO 3

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONEXÃO DE *RISERS*

3.1 Introdução

A otimização multi-objetivo refere-se à busca de soluções viáveis Pareto-ótimas num dado problema de otimização com vários objetivos e com restrições impostas ou inerentes ao mesmo. Como exemplo de um problema de otimização multi-objetivo, pode-se citar o projeto de um componente estrutural visando à otimização simultânea do volume, do custo de fabricação, da confiabilidade, etc. Deste modo, observa-se que os métodos de otimização possuem grande importância na prática, particularmente em projetos de engenharia, experimentos científicos, tomadas de decisões em negócios, etc.

A necessidade e a conveniência da utilização de ferramentas de otimização para auxiliar o projetista de estruturas *offshore* na busca de soluções que utilizem os recursos da melhor maneira possível, são justificadas pela grande variedade de formas e concepções estruturais alternativas e dos níveis de detalhe que devem ser atingidos nestes projetos.

A função que se deseja otimizar num problema de otimização é denominada função objetivo ou função de avaliação (CASTRO, 2001). Quando um problema de otimização que representa um determinado sistema físico envolve somente uma função objetivo, a tarefa de encontrar a solução ótima é denominada otimização uni-objetivo. Quando um problema de otimização envolve mais de uma função objetivo, a tarefa de encontrar uma ou mais soluções ótimas é conhecida como otimização multi-objetivo.

No presente trabalho, é utilizado um algoritmo de otimização baseado na técnica de Estratégias Evolutivas, cujas principais características serão explicadas no item 3.6.

3.2 Definição do Problema de Otimização Multi-objetivo

Um problema de otimização, na sua formulação, pode ser representado por uma única função objetivo, SOOP (*single-objective optimization problem*) ou por várias

funções objetivo, MOOP (*multi-objective optimization problem*). Para um SOOP, o objetivo do processo de otimização é encontrar a solução viável (*feasible*) que represente o mínimo ou o máximo global da função objetivo dentro do domínio permitido pelas restrições impostas ao problema.

Em um problema de otimização multi-objetivo (MOOP), no caso geral em que pode haver objetivos conflitantes, uma solução pode ser a melhor do ponto de vista de um objetivo, mas não em relação aos demais objetivos, ou seja, a melhoria de algum(uns) objetivo(s) pode causar a deterioração de outro(s). Portanto, não se conseguirá uma única solução e sim um conjunto de soluções viáveis ótimas (soluções de compromisso). Deste modo, para adotar-se uma determinada solução ótima viável, será necessário recorrer a informações adicionais que irão contribuir para caracterizar a escolha de uma solução de compromisso. Tais informações são denominadas informações subjetivas de nível mais alto (*higher-level information*).

Os chamados métodos clássicos para abordar um problema de otimização multi-objetivo, consistem em formar uma única função objetivo composta pela soma ponderada dos objetivos, onde o peso para um dado objetivo é proporcional a um fator de preferência atribuído àquele objetivo particular. Desta forma, o problema de otimização multi-objetivo é transformado em um problema de otimização uni-objetivo.

Apesar de sua aparente simplicidade, os métodos de otimização multi-objetivo baseados na soma ponderada dos objetivos, apresentam inúmeros problemas bem documentados na literatura (DEB, 2001), tais como a necessidade de normalizar as diferentes funções objetivo, a dificuldade de encontrar soluções da fronteira de Pareto no caso de problemas que possuem um espaço não convexo de funções objetivas, etc.

Adicionalmente a estas dificuldades, observa-se que a tarefa de encontrar um vetor de preferência relativa aos diferentes objetivos é altamente subjetiva, envolvendo a consideração de aspectos não-técnicos, qualitativos e baseados na experiência do usuário.

Para evitar as dificuldades apresentadas pelos métodos clássicos, foi desenvolvida outra forma de abordagem dos problemas de otimização multi-objetivo,

denominada por DEB (2001) de procedimento ideal de otimização multi-objetivo (*ideal multi-objective optimization procedure*). A Figura 3.1 ilustra de forma esquemática os princípios presentes em tal procedimento ideal. Inicialmente, através da utilização de um algoritmo de otimização multi-objetivo, são encontradas múltiplas soluções de compromisso. Posteriormente, é utilizada a informação de alto nível para escolher uma destas soluções. Observando este procedimento, é possível perceber que a otimização uni-objetivo é um caso particular da otimização multi-objetivo.

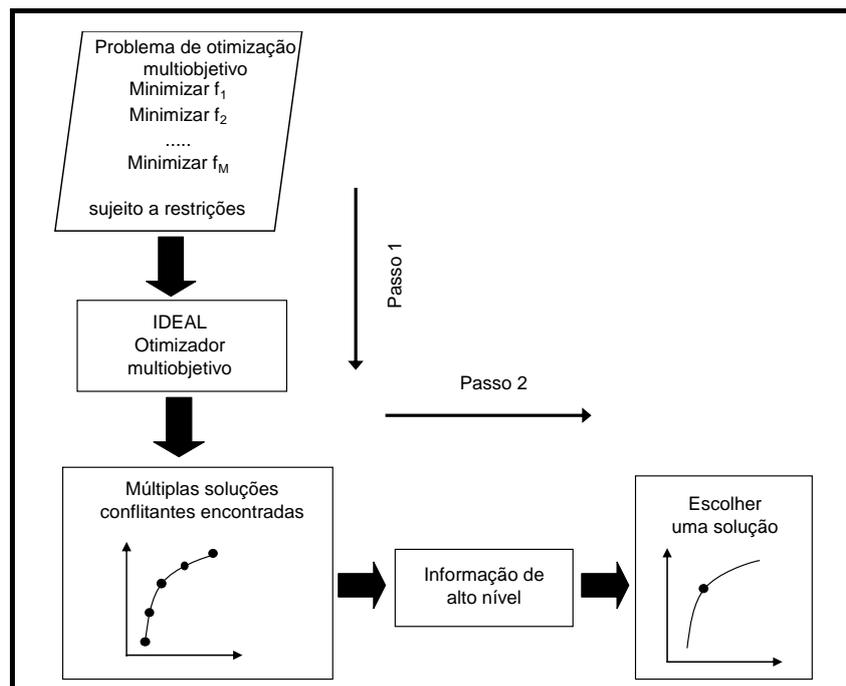


Figura 3.1 – Esquema de um procedimento ideal de otimização multi-objetivo (adaptado de DEB, 2001).

Existe uma diferença fundamental entre as duas formas de abordagem para problemas de otimização multi-objetivo. Na abordagem baseada em preferência, é preciso fornecer um vetor de preferências sem nenhum conhecimento prévio das possíveis conseqüências. Ao contrário, na abordagem ideal (Figura 3.1), a informação subjetiva sobre o problema é usada apenas na última etapa, não para buscar uma nova solução, mas para escolher uma solução dentre o conjunto de soluções de compromisso previamente obtidas. Desta forma, a abordagem ideal é menos subjetiva que a abordagem baseada em preferências.

A formulação geral do problema de otimização multi-objetivo envolve a minimização ou a maximização de certo número de funções objetivo das variáveis de

projeto, atendendo às restrições impostas ao problema. O princípio de dualidade (DEB, 1995, RAO, 1984, REKLAITIS *et al.*, 1983), no contexto da otimização, sugere que é possível converter um problema de maximização em um problema de minimização, multiplicando a função objetivo por -1 . Desta forma, só se trabalhará aqui com a minimização.

A forma geral do problema de otimização multi-objetivo pode ser representada pela seguinte expressão (DEB, 2001):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar } f_m(\mathbf{x}), && m = 1, 2, \dots, M; \\
 &\text{sujeito a } g_j(\mathbf{x}) \leq 0, && j = 1, 2, \dots, J; \\
 &h_k(\mathbf{x}) = 0, && k = 1, 2, \dots, K; \\
 &x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, && i = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Uma solução da Eq. (3.1) é um vetor de n variáveis de projeto $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. O vetor \mathbf{x} é denominado viável (*feasible*) se ele atender a todas as restrições na Eq. (3.1); caso contrário, ele será considerado inviável (*infeasible*). O terceiro conjunto de restrições representa a delimitação do intervalo de validade das variáveis de projeto, formando o domínio ou espaço de decisão dessas variáveis. As expressões para as restrições devem ser colocadas na forma das expressões para $g_j(\mathbf{x})$ e $h_k(\mathbf{x})$. As diferentes funções objetivo formam um espaço multidimensional e, portanto, pode ser feito o mapeamento entre um vetor de soluções n -dimensional das variáveis de projeto e um vetor de soluções M -dimensional das funções objetivo. A Figura 3.2 ilustra estes dois espaços e o mapeamento entre eles.

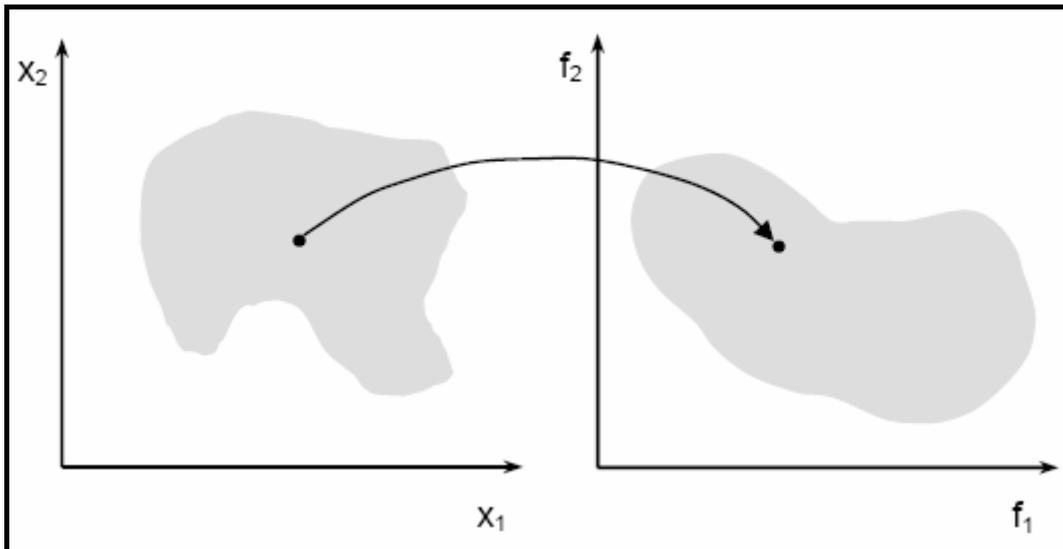


Figura 3.2 – Representação do espaço de decisão das variáveis de projeto e o correspondente espaço das funções objetivo (BARDANACHVILI, 2006).

Quando uma solução $\mathbf{x}^{(1)}$, comparada com outra solução $\mathbf{x}^{(2)}$, é melhor ou igual em relação a todas as funções objetivo, ou $f_m(\mathbf{x}^{(1)}) \leq f_m(\mathbf{x}^{(2)})$ para todo $m = 1, 2, \dots, M$, e é estritamente melhor em relação a pelo menos uma função objetivo, ou $f_{\bar{m}}(\mathbf{x}^{(1)}) < f_{\bar{m}}(\mathbf{x}^{(2)})$ para ao menos um $\bar{m} \in \{1, 2, \dots, M\}$, diz-se que a solução $\mathbf{x}^{(1)}$ domina a solução $\mathbf{x}^{(2)}$, ou $\mathbf{x}^{(1)} \prec \mathbf{x}^{(2)}$.

Quando uma solução é estritamente melhor do que outra em relação a pelo menos uma das funções objetivo, mas é estritamente pior em relação a pelo menos uma das demais funções objetivo, diz-se que elas são soluções não-dominadas.

De um conjunto de soluções P , o conjunto de soluções não-dominadas P' é aquele formado pelas soluções que não são dominadas por elemento algum do conjunto P . Então, quaisquer duas soluções de P' são não-dominadas entre si e toda solução de P que não pertence a P' é dominada por pelo menos uma solução de P' . Se o conjunto P for o próprio espaço de busca S , então o conjunto não-dominado P' é chamado de conjunto de soluções Pareto-ótimas. Trabalhando somente com funções a serem minimizadas, as soluções Pareto-ótimas para o caso de dois objetivos tomam o aspecto da fronteira mostrada na Figura 3.3.

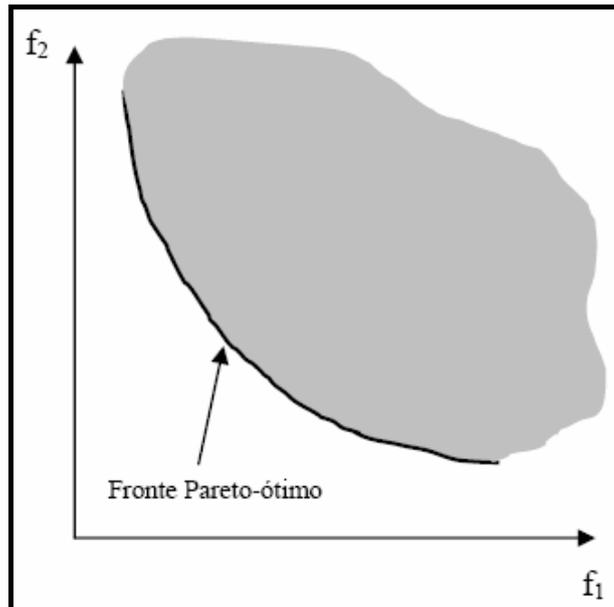


Figura 3.3 – Soluções Pareto-ótimas para duas funções objetivo a serem minimizadas (BARDANACHVILI, 2006).

No caso de objetivos conflitantes, normalmente o conjunto de soluções ótimas contém mais de uma solução. Na Figura 3.3, foi mostrada a fronteira Pareto-ótima para um problema de otimização de dois objetivos. Sobre a fronteira de Pareto não há, em princípio, preferência por nenhuma das soluções obtidas, sendo necessário utilizar, conforme mencionado anteriormente, informações subjetivas de alto nível, que forneçam relações entre as funções objetivo, para se escolher uma determinada solução da fronteira de Pareto. Na ausência de tais informações, todas as soluções Pareto-ótimas são igualmente importantes.

Um aspecto interessante relacionado à abordagem ideal, consistiria em entender a necessidade da obtenção prévia de vários pontos da fronteira de Pareto para, ao final, utilizar no projeto apenas um único ponto da fronteira. A principal razão reside em que é muito mais fácil escolher o ponto de projeto quando se tem a possibilidade de analisar o conjunto de soluções possíveis da fronteira de Pareto e de estabelecer correspondência entre os espaços das variáveis de projeto e das funções objetivo. Neste caso, o projetista terá mais condições para avaliar o impacto das informações subjetivas adicionais na escolha da solução final, do que teria *a priori* sem essas informações.

3.3 Algoritmos Evolutivos

Os algoritmos evolutivos (*evolutionary algorithms* – EAs) imitam princípios da evolução natural das espécies para constituir procedimentos de busca e otimização. A aplicação dos EAs aos problemas de otimização multi-objetivo pode ser entendida como uma extensão ao funcionamento dos mesmos em problemas de otimização uni-objetivo.

CASTRO (2001) apresenta o algoritmo básico utilizado pelas técnicas evolutivas de otimização, o qual é reproduzido na Figura 3.4.

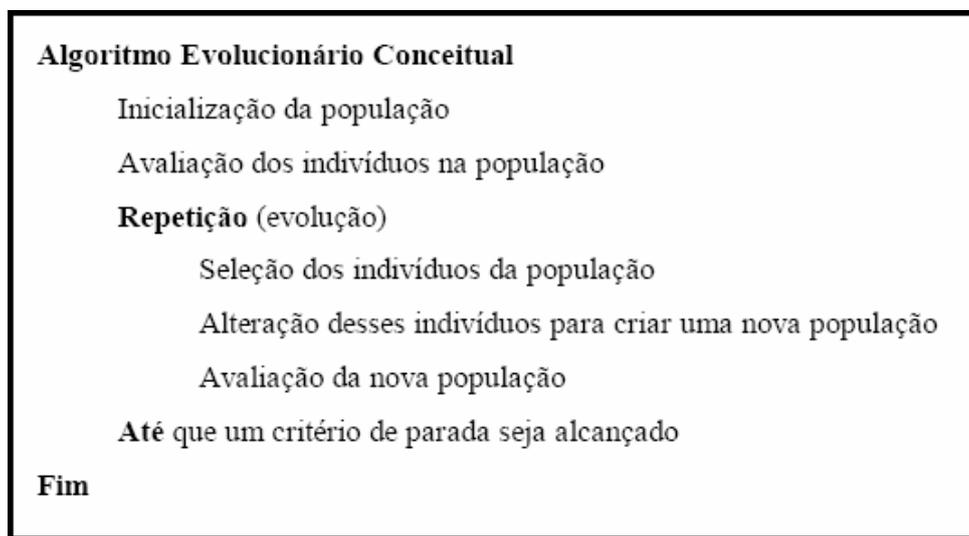


Figura 3.4 – Algoritmo evolutivo conceitual (CASTRO, 2001).

Os algoritmos de otimização que empregam processos evolutivos podem seguir diferentes linhas, entre as quais podem ser mencionadas as seguintes: Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms* – GA) (HOLLAND, 1975, GOLDBERG, 1989, MICHALEWICZ, 1996, RENNER e EKÁRT, 2003); Estratégias Evolutivas (*Evolution Strategies* – ES) (SCHWEFEL, 1995, BÄCK, 1996); Programação Evolutiva (*Evolutionary Programming* – EP) (FOGEL, 1962, FOGEL, 1988); Programação Genética (*Genetic Programming* – GP) (KOZA, 1992, KOZA, 1994, BANZHAF *et al.*, 1998); entre outras.

Cabe mencionar a existência de um algoritmo de otimização denominado Recozimento Simulado (*Simulated Annealing* – SA) (KIRKPATRICK *et al.*, 1983), que é considerado normalmente em uma classificação intermediária entre os algoritmos clássicos e os evolutivos. Esta técnica é inspirada também por um processo natural, que

é o recozimento de um metal, no qual o metal é lentamente esfriado de maneira que possa ser formada uma estrutura cristalina estável. Esta estrutura representa um mínimo de energia potencial, o que explica a analogia com um problema de otimização.

3.4 Estratégias Evolutivas

As Estratégias Evolutivas foram concebidas para tratar problemas técnicos de otimização numérica. Operam com cromossomos na forma de vetores de números reais (*floating-point*) e originalmente na proporção (1+1), isto é, cada progenitor gera um descendente por geração, normalmente por mutações distribuídas. Caso este descendente seja melhor que seu progenitor ele lhe toma o lugar. Posteriormente, estas estratégias foram estendidas para as proporções (m+1) e (m+ n).

Nas Estratégias Evolutivas, cada indivíduo da população é representado por $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$, onde \mathbf{x} é um ponto no espaço de busca, que deverá otimizar uma ou mais funções objetivo no domínio do problema, e $\boldsymbol{\sigma}$ é um vetor de desvios padrões com a dimensão de \mathbf{x} . Cada nova geração pode ser obtida por operações de recombinação (*crossover*) e de mutação.

A recombinação não é essencial nas Estratégias Evolutivas. Já a mutação é um elemento crucial das Estratégias Evolutivas. No caso de não haver recombinação, a mutação deve dar conta tanto do aspecto de busca (convergência) quanto de diversidade. No caso mais simples, ela é aplicada sobre o(s) indivíduos progenitores, em cada geração (iteração), de acordo com a seguinte expressão:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + N(0, \boldsymbol{\sigma}), \quad (3.2)$$

onde:

\mathbf{x} = progenitor;

\mathbf{x}' = descendente (*offspring*);

$N(0, \boldsymbol{\sigma})$ = vetor de números aleatórios independentes que seguem a distribuição

Normal (Gaussiana) com média 0 (zero) e desvio padrão $\boldsymbol{\sigma}$.

A idéia de criar novos indivíduos aleatoriamente segundo a distribuição Normal está em concordância com a observação biológica de que as pequenas mudanças são mais freqüentes.

O algoritmo mais simples das Estratégias Evolutivas, com notação (1+1)-ES, utiliza somente operações de mutação aplicadas em um único indivíduo, podendo ser descrito da seguinte maneira para o caso de um único objetivo:

- 1) Escolher uma solução inicial \mathbf{x} e um desvio padrão σ .
- 2) Criar uma solução por mutação: $\mathbf{y} = \mathbf{x} + N(0, \sigma)$.
- 3) Se $f(\mathbf{y}) < f(\mathbf{x})$ e \mathbf{y} satisfizer a todas as restrições, substituir \mathbf{x} por \mathbf{y} .
- 4) Se uma condição de finalização for satisfeita, parar. Caso contrário, ir a 2.

Neste processo, é removido o indivíduo menos apto da população intermediária de $1 + 1 = 2$ indivíduos. No presente trabalho, foi utilizado o algoritmo (1+1)-ES, estendido para o algoritmo de otimização multi-objetivo escolhido, a ser detalhado no item 3.6.

O vetor de desvios padrões pode sofrer ajustes ao longo do processo. Neste trabalho, é adotada a forma de atualização denominada auto-adaptativa não-isotrópica (*Non-Isotropic Self-Adaptation*) (DEB, 2001), onde cada variável está associada a um desvio padrão específico. Portanto, além das n variáveis x_i são incluídos outros n parâmetros σ_i . As regras para atualização das variáveis x_i e dos parâmetros σ_i são as seguintes (os índices t e $t+1$ indicam duas iterações consecutivas):

$$\sigma_i^{(t+1)} = \sigma_i^{(t)} \exp(a \cdot N(0,1) + b \cdot N_i(0,1)) \quad (3.3)$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + \sigma_i^{(t+1)} \cdot N_i(0,1) \quad (3.4)$$

onde:

$$a = \frac{0.4}{\sqrt{2n}};$$

$$b = \frac{0.3}{\sqrt{2\sqrt{n}}}.$$

Esta regra de atualização requer que sejam fornecidos valores iniciais para os parâmetros σ_i , como, por exemplo:

$$\sigma_i^{(0)} = \frac{x_i^{(U)} - x_i^{(L)}}{\sqrt{12}}, \quad (3.5)$$

onde o numerador representa o intervalo de validade da variável x_i .

Como será detalhado no item 3.6, no presente trabalho são utilizados dois níveis de desvio padrão para mutação: um global e um local.

3.5 Tratamento de problemas com restrições

Em um problema geral de otimização, as restrições são contempladas pelas inequações $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$ e pelas igualdades $h_k(\mathbf{x}) = 0$, de acordo com a expressão geral da Eq. (3.1).

Existem três enfoques básicos para abordar os problemas com restrições no processo de otimização: no primeiro, são utilizadas apenas soluções viáveis (*feasible*) que respeitem rigorosamente as funções de restrição; no segundo, são utilizadas funções de penalidade adicionadas às funções objetivo; e no terceiro, as funções objetivo são substituídas por funções de aptidão (*fitness*) que assumem o valor da respectiva função objetivo para as soluções viáveis e o valor da soma das restrições violadas para as soluções inviáveis.

No segundo enfoque, as funções de penalidade são adicionadas às funções objetivo (HOMAIFAR *et al.*, 1994, MICHALEWICZ e ATTIA, 1994), como mostra a seguinte expressão:

$$F_m(\mathbf{x}) = f_m(\mathbf{x}) + R_m \left[\sum_{j=1}^J \begin{cases} g_j(\mathbf{x}), & g_j(\mathbf{x}) > 0 \\ 0, & g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} + \sum_{k=1}^K (|h_k(\mathbf{x})|) \right] \quad (3.6)$$

Observa-se que, para a utilização da Eq. (3.6), é essencial que as funções de restrição sejam inicialmente normalizadas. Os valores dos parâmetros de penalidade R_m são então ajustados de forma que o somatório das restrições tenha a mesma ordem de grandeza da respectiva função objetivo $f_m(\mathbf{x})$ num problema multi-objetivo. Como as funções objetivo podem ser de diferentes ordens de magnitude, o parâmetro de penalidade deve também ser diferente para cada função objetivo.

Na prática, dependendo dos tipos de funções $f_m(\mathbf{x})$, é bastante difícil conseguir o ajuste dos parâmetros de penalidade. A função objetivo penalizada $F_m(\mathbf{x})$ é, em geral, altamente sensível aos valores dos parâmetros R_m , tornando-se necessária a realização de várias rodadas para realizar o ajuste fino dos mesmos.

No terceiro enfoque, proposto por MEZURA-MONTES e COELLO (2005) para problemas de otimização uni-objetivo, a função objetivo é substituída por uma função de aptidão (*fitness*), que assume o valor da própria função objetivo para as soluções viáveis e o valor da soma das restrições violadas para as soluções inviáveis.

No presente trabalho, foi realizada a extensão deste enfoque para problemas de otimização multi-objetivo, conforme mostrado na expressão seguinte, particularizada para o problema de minimização de todos os objetivos:

$$\text{Fitness}(\mathbf{x}) = \begin{cases} f_m(\mathbf{x}), & m = 1, 2, \dots, M & \text{se } \mathbf{x} \text{ é viável} \\ \sum_{j=1}^J \begin{cases} g_j(\mathbf{x}), & g_j(\mathbf{x}) > 0 \\ 0, & g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} + \sum_{k=1}^K |h_k(\mathbf{x})| & \text{se } \mathbf{x} \text{ é inviável} \end{cases} \quad (3.7)$$

A função de aptidão da Eq. (3.7) deve ser utilizada em conjunto com os seguintes critérios de comparação entre o progenitor e o descendente, em cada iteração:

- 1) Entre duas soluções viáveis, a que tiver menor valor vence;

- 2) Se uma solução for viável e a outra, inviável, a solução viável vence;
- 3) Caso ambas as soluções sejam inviáveis, a que tiver a menor soma dos valores das funções de restrições violadas vence.

Observa-se que este enfoque, por não misturar os valores das funções de restrições com os valores das funções objetivo, evita os principais inconvenientes do segundo enfoque, que utiliza as funções de penalização.

Cabe notar que a definição da função de aptidão na Eq. (3.7) é diferente da proposta de DEB (2000), em que, no caso de \mathbf{x} ser inviável, o valor da função objetivo da pior solução viável, $f_{pior}(\mathbf{x})$, é adicionado ao somatório das funções de restrições violadas. Esta definição possui os mesmos problemas de normalização e ajuste para que o somatório das restrições fique com a mesma ordem de grandeza da respectiva função objetiva $f_{pior}(\mathbf{x})$, que os observados no segundo enfoque. Também é diferente da proposta de POWELL e SKOLNICK (1993), de mapear soluções viáveis e inviáveis em seqüência, de forma tal que as soluções viáveis sejam sempre melhores que as inviáveis.

O trabalho de MEZURA-MONTES e COELLO (2005) baseou-se em Estratégias Evolutivas do tipo multimembro $(\mu + \lambda)$ -ES, onde foi adotado um mecanismo de preservação de diversidade para admitir que permaneçam algumas soluções ligeiramente inviáveis (baixa violação do somatório das restrições e com relativamente boa aptidão) na população para a próxima geração. No presente trabalho, a utilização de dois níveis de desvio padrão proporciona a diversidade na busca de soluções.

3.6 Descrição do algoritmo utilizado no presente trabalho

Os algoritmos evolutivos tornaram-se uma ferramenta importante na solução de problemas de otimização multi-objetivo, para obter os pontos da fronteira de soluções Pareto-ótimas com boa convergência e diversidade de soluções. Existem diversos algoritmos evolutivos propostos na literatura para implementação de otimizadores multi-objetivo com diferentes graus de sucesso e eficiência. Vários destes algoritmos são apresentados por DEB (2001).

No presente trabalho, foi implementado um algoritmo de otimização multi-objetivo baseado no método (1+1)-PAES (Estratégia Evolutiva com Pareto Arquivado) (KNOWLES e CORNE, 2000), que gera um arquivo de referência para armazenar as soluções previamente encontradas da fronteira de Pareto. Este arquivo é utilizado para estabelecer o *ranking* de dominância aproximado entre a solução atual e a solução candidata gerada. No procedimento aqui implementado, foram introduzidas algumas modificações no método (1+1)-PAES original, sugeridas por BARDANACHVILI (2006). A seguir são resumidas as principais características do procedimento implementado:

- 1) Possui um algoritmo de Estratégia Evolutiva (1+1)-ES de pesquisa global, através da utilização de dois níveis de desvio padrão para mutação: um global e um local;
- 2) O algoritmo (1+1)-ES permite que as restrições sejam tratadas de forma *hard* ou *soft* sem o emprego de funções de penalização;
- 3) A avaliação da diversidade das soluções ao longo da fronteira de Pareto é obtida através de uma métrica baseada na distância de aglomeração (*crowding distance metric*).

A escolha de um algoritmo do tipo Estratégias Evolutivas (ES) foi motivada pelo fato de que os mais recentes e competitivos algoritmos para resolver problemas de otimização global não linear com grande número de restrições, tanto do tipo inequação quanto do tipo igualdade, são baseados em ES, tais como, por exemplo: *Stochastic Ranking (SR)* (RUNARSSON e YAO, 2000), *Adaptive Segregational Constraint Handling Evolutionary Algorithm (ASCHEA)* (HAMIDA e SCHOENAUER, 2002), e *Simple Multimembered Evolution Strategy (SMES)* (MEZURA-MONTES e COELLO, 2005).

Uma das maiores críticas ao algoritmo de Estratégias Evolutivas (1+1)-ES reside no fato de ele ser considerado um algoritmo com estratégia de busca local, uma vez que utiliza somente a operação de mutação em um único progenitor para criar um único descendente. Porém, observa-se que o caráter de busca local pode ser expandido pela

utilização de dois níveis de desvio padrão para mutação: um global e um local. No presente trabalho, os valores iniciais para os parâmetros σ_i são considerados como níveis de desvio padrão globais e são reinicializados cerca de 10 a 20 vezes durante o processo de otimização para tornar o algoritmo de Estratégias Evolutivas (1+1)-ES com características mais próximas de uma estratégia de busca global.

O algoritmo (1+1)-ES é utilizado para gerar as soluções candidatas a participar da fronteira de Pareto, através do procedimento proposto (1+1)-PAES. O principal motivo da escolha de um algoritmo de otimização multi-objetivo do tipo (1+1)-PAES é não somente a sua simplicidade computacional e a sua eficiência, quando comparado com outros algoritmos GA (Algoritmos Genéticos) e ES do tipo $(\mu+\lambda)$, mas, principalmente, a sua confiabilidade. O algoritmo (1+1)-PAES funciona bem devido aos mesmos motivos pelos quais ele é um algoritmo computacionalmente simples: é um algoritmo agressivo, testando cada solução candidata de uma forma direta e não gastando muitos recursos nas soluções candidatas que não passaram no teste. BARDANACHVILI (2006) mostrou para diversos problemas de teste (*bench-mark*) o bom desempenho deste algoritmo na comparação com outros algoritmos evolutivos tais como o NSGA-II, sugerido por DEB *et al.* (2002).

O principal inconveniente do algoritmo (1+1)-PAES, segundo seus idealizadores KNOWLES e CORNE (2000), é que ele pode ficar trancado em um ponto de máximo (mínimo) local, quando as mutações produzidas no progenitor não forem suficientemente grandes para atravessar o espaço existente entre o ponto de máximo global e os diversos pontos de máximos locais. Este inconveniente foi contornado no algoritmo implementado no presente trabalho, através da utilização do algoritmo de Estratégias Evolutivas (1+1)-ES com características de busca global, onde a diversidade da busca de soluções é obtida pela utilização de dois níveis de desvio padrão. Acredita-se que esta estratégia permite varrer adequadamente o espaço das variáveis de projeto.

As principais características do método de otimização multi-objetivo (1+1)-PAES, são descritas a seguir. Este método mantém um arquivo A com as melhores soluções encontradas até o momento. Ele começa vazio e é preenchido e atualizado ao longo do processo; porém, nunca pode ultrapassar um número máximo de elementos pré-fixado.

O método (1+1)-PAES consiste essencialmente dos seguintes passos:

- Inicialmente, adota-se como progenitor, p_0 , uma solução aleatória dentro do intervalo de validade das variáveis de projeto.

- Gera-se a seguir c_0 , descendente de p_0 , obtido pelo método de Estratégias Evolutivas (1+1)-ES.

- O descendente c_0 é comparado com o progenitor p_0 e o vencedor torna-se o progenitor da próxima geração. A questão central é a forma como o vencedor é escolhido e como a fronteira é atualizada em um processo de otimização multi-objetivo, o que é apresentado na literatura com algumas alternativas, tendo sido implementado como descrito a seguir.

- Em cada geração t , o progenitor p_t é comparado com o descendente c_t , em termos de relação de dominação, resultando três cenários possíveis:

- 1) Se p_t domina c_t , o descendente c_t não é aceito e o processo continua com a geração de uma nova solução pelo método (1+1)-ES, a partir do mesmo progenitor p_t .

- 2) Se c_t domina p_t , então c_t é aceito como o progenitor da próxima geração. É realizada a comparação de c_t com o arquivo A_t , resultando em três cenários:

- 2.1. Se c_t é dominado por qualquer dos membros do arquivo A_t , então A_t não é atualizado.

- 2.2. Se c_t domina um ou mais membros do arquivo A_t , os elementos dominados são removidos de A_t , deslocando uma ou mais soluções previamente armazenadas no mesmo. Deste modo, o arquivo A fica composto somente por soluções não dominadas.

2.3. Os elementos de A_t e c_t formam, dois a dois, soluções não-dominadas. Neste caso, o descendente c_t pertence à fronteira de soluções não-dominadas. Se o arquivo A_t não estiver preenchido com o número máximo de elementos, uma cópia de c_t é enviada diretamente para A_t . Porém, se A_t já estiver preenchido, c_t só será incorporado ao arquivo se estiver situado em uma região menos densa de A_t , deslocando automaticamente uma solução situada em uma região mais densamente povoada de A_t .

3) Se p_t e c_t são soluções mutuamente não-dominadas, o descendente c_t é comparado com as soluções armazenadas no arquivo A_t , resultando em três situações possíveis:

3.1. Se c_t é dominado por qualquer dos membros do arquivo A_t , segue passo 2.1.

3.2. Se c_t domina um ou mais membros do arquivo A_t , segue passo 2.2 e c_t é aceito como o progenitor da próxima geração.

3.3. Se os elementos de A_t e c_t formam, dois a dois, soluções não-dominadas, segue passo 2.3. O descendente c_t somente será escolhido como novo progenitor se estiver situado em uma região menos densa de A_t que o atual progenitor p_t .

A densidade das soluções da fronteira de Pareto, armazenadas no arquivo A , pode ser determinada de várias formas.

No método PAES original, o espaço das funções objetivo é dividido em um determinado número de hipercubos de tamanhos iguais. Calcula-se então o número de soluções situadas em cada hipercubo. Caso o descendente esteja situado em um hipercubo com menor número de soluções em relação ao hipercubo do progenitor atual, o descendente será escolhido como progenitor para a próxima geração.

Observa-se que, nessa técnica, adotada pelo método PAES original, o cálculo da densidade das soluções da fronteira de Pareto fica dependente do tamanho escolhido para os hipercubos, que é fornecido através da criação de um novo parâmetro d . O número de hipercubos varia exponencialmente com esse parâmetro. Além disso, o comprimento de cada hipercubo depende do conhecimento dos valores máximos e mínimos possíveis para as funções objetivo, o que é difícil de se conhecer *a priori*.

Para evitar a introdução de mais um parâmetro no problema de otimização multi-objetivo, foi adotada neste trabalho uma forma diferente de avaliação da densidade das soluções da fronteira de Pareto, baseada no conceito de distância de aglomeração (*crowding distance*), semelhante à utilizada pelo método de otimização multi-objetivo através de Algoritmos Genéticos denominado NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*) (DEB *et al.*, 2002). A seguir, é definida a distância de aglomeração.

Para estimar a densidade das soluções da fronteira de Pareto, armazenadas no arquivo A , que estão próximas a uma dada solução i , é calculada a distância média d_i de duas soluções, uma de cada lado da solução i ao longo de cada uma das funções objetivo. A distância d_i serve para avaliar o perímetro de um hipercubo cujos vértices são constituídos pelas soluções vizinhas mais próximas à solução i . O perímetro deste hipercubo é denominado Distância de Aglomeração (*Crowding Distance*), como indica a Figura 3.5.

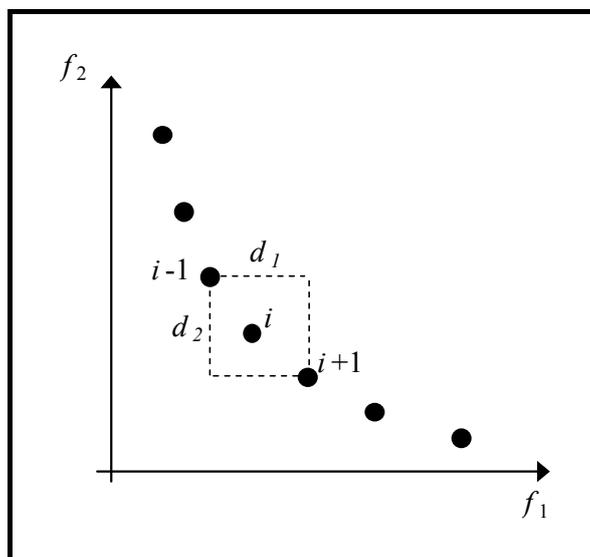


Figura 3.5 – Distância de Aglomeração (*Crowding Distance*).

A Distância de Aglomeração é calculada pelo seguinte algoritmo:

1) Seja N o número de soluções da fronteira de Pareto armazenadas em um dado instante no arquivo A ;

2) Para cada solução i do arquivo A , é atribuída inicialmente uma distância $d_i = 0$;

3) Para cada função objetivo f_m , $m = 1, 2, \dots, M$, determinar o vetor dos índices das soluções i da fronteira de Pareto ordenadas em forma crescente, I_i^m ;

4) Atribuir valores infinitos (∞) às distâncias das soluções situadas nos limites do intervalo de cada função objetivo: $d_{I_1^m} = d_{I_N^m} = \infty$, $m = 1, 2, \dots, M$;

5) Para as demais soluções $j = 2, 3, \dots, N - 1$, calcular:

$$d_{I_j^m} = d_{I_j^m} + \frac{f_m^{I_{j+1}^m} - f_m^{I_{j-1}^m}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} ;$$

6) O elemento I_j^m do vetor dos índices das soluções indica o valor do índice do membro j na lista ordenada das soluções da função objetivo f_m ;

7) Observa-se que esta métrica fornece, na realidade, o semi-perímetro do retângulo apresentado na Figura 3.5.

3.7 Interpolação das respostas

Para contemplar os casos de problemas de otimização para os quais a obtenção dos valores das funções objetivo e das funções restritivas demande longo tempo de processamento nos programas de análise, foi implementada uma técnica de interpolação de respostas no espaço multidimensional das variáveis do problema, com o objetivo principal de se trabalhar com uma malha adaptativa a partir de poucos pontos.

A interpolação empregada no presente trabalho é baseada em superposição de *splines* cúbicas por variável de projeto. A seguir, é feita uma breve explicação do procedimento de interpolação utilizado.

Suponha-se que temos valores tabulados de uma função, $\varphi_i = \varphi(z_i)$, $i = 1, \dots, p$, e desejamos conhecer o valor desta função em um ponto arbitrário. A interpolação *spline* cúbica (PRESS *et al.*, 1992), em uma dimensão, está baseada na seguinte fórmula, válida para um intervalo particular, entre z_j e z_{j+1} (vide Figura 3.6):

$$\varphi(z) = A\varphi_j + B\varphi_{j+1} + C\varphi_j'' + D\varphi_{j+1}'' \quad (3.8)$$

onde os coeficientes A , B , C e D são dados pelas seguintes expressões:

$$A = \frac{z_{j+1} - z}{z_{j+1} - z_j}; \quad B = \frac{z - z_j}{z_{j+1} - z_j}; \quad (3.9)$$

$$C = \frac{1}{6}(A^3 - A)(z_{j+1} - z_j)^2; \quad e \quad D = \frac{1}{6}(B^3 - B)(z_{j+1} - z_j)^2$$

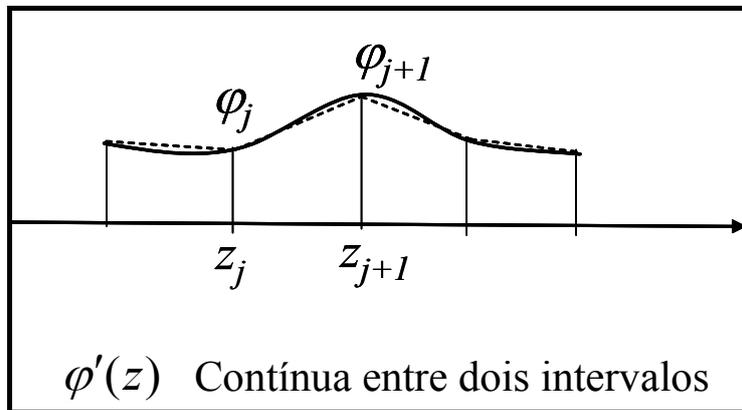


Figura 3.6 – Interpolação *spline* cúbica ao longo do eixo z_i .

O objetivo da interpolação *spline* cúbica é fornecer uma fórmula de interpolação que tenha a primeira derivada suave e a segunda derivada contínua, tanto no interior quanto nos limites do intervalo entre z_j e z_{j+1} . Como pode ser visto da Eq. (3.8), esta técnica de interpolação requer o cálculo dos valores da segunda derivada da função nos limites do intervalo. O requerimento de continuidade da primeira derivada no limite entre dois intervalos consecutivos permite calcular as segundas derivadas.

Na aplicação considerada no presente trabalho, conforme será abordado no item 3.8, será considerada uma malha de interpolação com todos os pontos situados sobre os eixos. Particularmente, consideram-se três pontos por eixo ou variável de projeto ($p = 3$). Na Figura 3.7, é ilustrada uma malha de interpolação para o caso de duas variáveis de projeto. Nesta figura, z_i representa uma versão normalizada da variável de projeto x_i correspondente, e φ_i representa uma função de interpolação ao longo de z_i . Em geral, para n variáveis e p pontos por eixo, teremos um total de $(p - 1)n + 1$ pontos na malha de interpolação. No exemplo da Figura 3.7, tem-se uma malha com 5 pontos.

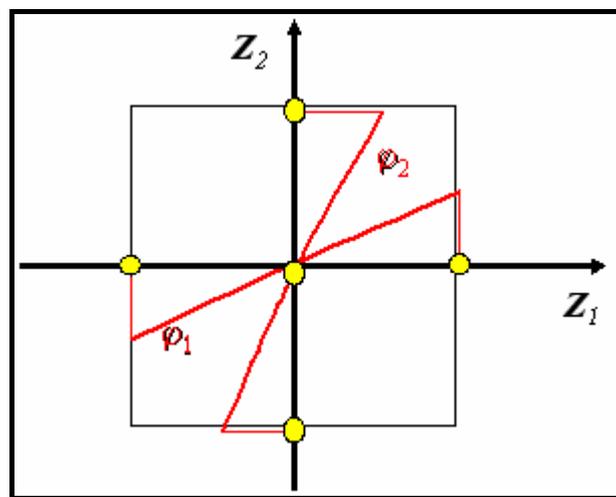


Figura 3.7 – Malha de interpolação com três pontos por cada eixo, para duas variáveis de projeto.

Depois de realizada a interpolação *spline* cúbica em cada uma das variáveis de projeto, é feita uma superposição para a obtenção da resposta no ponto desejado. Por exemplo, para duas variáveis de projeto, aplica-se a seguinte expressão:

$$G(z_1, z_2) = G(0,0) + \varphi_1(z_1) + \varphi_2(z_2) \quad (3.10)$$

onde $G(z_1, z_2)$ é a função de resposta que se deseja obter, e $G(0,0)$ é o valor exato da função na origem de coordenadas.

Adicionalmente, depois de se obter uma solução ótima ou um conjunto de soluções Pareto-ótimas através do procedimento de otimização, pode ser realizado um refinamento do procedimento de interpolação ao redor de um determinado ponto. Seja $G(z_1, z_2)$ a função originalmente interpolada, dada pela Eq. (3.10) e suponhamos que

queremos realizar um refinamento da função em uma região próxima a um ponto com coordenadas P_j , $j = 1, \dots, n$, o qual pode ser, por exemplo, um ponto obtido anteriormente através do procedimento de otimização. Para este ponto, deve ser obtido o valor correto da função, através do programa de análise.

Para o caso de duas variáveis de projeto, por exemplo, o refinamento ao redor de um determinado ponto pode ser realizado utilizando a seguinte expressão:

$$\bar{G}(z_1, z_2) = G(z_1, z_2) + \Delta \cdot \varepsilon(z_1, z_2) \quad (3.11)$$

onde:

Δ = erro na interpolação, isto é, a diferença entre o valor correto da função e o valor interpolado, para o ponto de coordenadas P_j , $j = 1, \dots, n$;

ε = função definida pela seguinte expressão, em geral para n variáveis de projeto:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varepsilon = 1 - \left(\frac{r(\mathbf{z})}{R} \right)^2 & r(\mathbf{z}) \leq R \\ \varepsilon = 0 & r(\mathbf{z}) > R \end{array} \right\} \quad (3.12)$$

onde:

$$r(\mathbf{z}) = \sqrt{\sum_{j=1}^n (z_j - P_j)^2} ;$$

R = raio de influência do ponto de coordenadas P_j , $j = 1, \dots, n$, definido como a distância deste ponto ao ponto da malha de interpolação mais próximo dele.

Para duas variáveis de projeto, a Figura 3.8 ilustra o raio de influência de um ponto, utilizado neste trabalho para o refinamento da função de interpolação em uma região próxima a tal ponto.

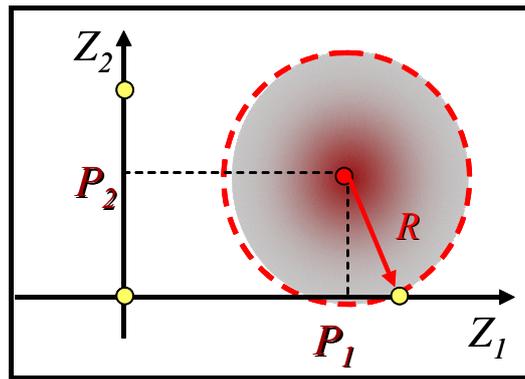


Figura 3.8 – Raio de influência de um ponto, utilizado para refinamento da função de interpolação em uma região próxima a este ponto.

3.8 Otimização de estruturas de conexão de *risers*

3.8.1 Breve revisão bibliográfica

Alguns trabalhos disponíveis na literatura empregam técnicas de otimização aplicadas a problemas de projeto de sistemas de *risers* em geral. Alguns destes trabalhos abordam os problemas utilizando algoritmos clássicos de otimização, tais como, por exemplo, LARSEN e HANSON (1998), LARSEN e HANSON (1999), FYLLING (1997), e RIGGS e LERAAND (1991). Estes autores formulam um problema de otimização uni-objetivo que consiste na minimização do custo da estrutura.

Outros trabalhos, mais recentes, aplicam técnicas evolutivas à otimização do projeto de *risers*. Do ponto de vista da análise estrutural do problema, estes trabalhos variam em grau de complexidade, em relação, por exemplo, aos casos de carregamento considerados, tipos de análise realizadas (estáticas / dinâmicas), configurações de *riser* contempladas, etc. Entretanto, do ponto de vista da otimização, eles têm em comum a abordagem do problema como um problema de otimização uni-objetivo. Na maioria destes trabalhos, a função objetivo a ser minimizada é o custo do *riser* (VIEIRA *et al.*, 2003, CUNLIFFE *et al.*, 2004, RODRIGUES, 2004, TANAKA e MARTINS, 2006), enquanto outros consideram como função objetivo a máxima amplitude de tensão dinâmica ao longo do *riser*, com a idéia de que minimizando essa tensão a vida à fadiga será maximizada (TANAKA e MARTINS, 2007, TANAKA e MARTINS, 2008). As restrições consideradas no problema de otimização diferem levemente entre os trabalhos e estão baseadas em normas de projeto existentes.

Todos os trabalhos mencionados no parágrafo anterior utilizam Algoritmos Genéticos (GA) para resolver o problema de otimização de *risers*, sendo num deles (TANAKA e MARTINS, 2008) utilizado adicionalmente o Recozimento Simulado (SA). Este último trabalho também utiliza versões de códigos paralelos das técnicas GA e SA, com o objetivo de diminuir o tempo de processamento das simulações de análise. Nenhum dos trabalhos referidos acima utiliza interpolação das respostas de análise.

A seguir, é realizada uma descrição breve de alguns trabalhos encontrados na literatura relacionados especificamente à otimização de estruturas de conexão de *risers*.

LARSEN e VAN HOEKEN (1995) abordam a otimização de uma *stress joint* localizada na cabeça do poço, isto é, na terminação inferior de um *riser*. Estes autores formulam um problema de otimização uni-objetivo, em que a função objetivo a minimizar é o volume da *stress joint*, as variáveis de projeto são alguns parâmetros que definem a geometria da estrutura, e as restrições são determinadas pelas tensões máximas admissíveis. Eles utilizam um esquema de programação quadrática seqüencial para a otimização. Lembre-se do Capítulo 2 que os autores realizam a análise estrutural da *stress joint* utilizando um modelo de elementos finitos. Durante o processo de otimização, para cada passo da iteração (isto é, para cada conjunto simulado das variáveis de projeto), os valores das restrições $g_j(\mathbf{x})$ são calculados chamando o programa de análise. Desta forma, estes cálculos são realizados muitas vezes. Por esta razão, os autores recomendam que o modelo de elementos finitos não deve ser muito refinado. LARSEN e VAN HOEKEN (1995) otimizaram uma *stress joint* de aço e uma *stress joint* de titânio, e as compararam, chegando à conclusão que as *stress joints* de titânio serão significativamente menores e mais leves que as de aço.

CUNLIFFE *et al.* (2003) apresentam um procedimento de otimização de uma *stress joint* utilizando a ferramenta *Solver* do Microsoft Excel. Esta ferramenta emprega um código denominado otimização não linear de gradiente reduzido genérico (GRG2). Os autores buscam igualmente minimizar o volume da estrutura. Assim como no trabalho descrito no parágrafo anterior, este trabalho compara a utilização dos materiais aço e titânio em uma *stress joint*, corroborando as vantagens do titânio neste tipo de estrutura.

TANAKA *et al.* (2009) aplicam um algoritmo de otimização baseado em Algoritmos Genéticos ao projeto de *bend stiffener*. Os autores consideram o volume do *bend stiffener* como função objetivo a minimizar; parâmetros de geometria como variáveis de projeto; e diversos critérios como restrições, tais como, máxima curvatura admissível, máxima deformação no polímero do *bend stiffener* e máximo momento fletor no topo.

BAZÁN *et al.* (2009) apresentam a otimização de *stress joints* e *bend stiffeners* utilizando o mesmo algoritmo baseado na técnica de Estratégias Evolutivas a ser utilizado na presente tese. No trabalho destes autores, o volume da estrutura de conexão é a função objetivo a minimizar; alguns parâmetros da geometria da estrutura representam as variáveis de projeto; e as máximas tensões admissíveis (*stress joints*) ou as máximas curvaturas admissíveis (*bend stiffeners*) determinam as restrições ao problema de otimização. Diferentemente dos trabalhos anteriormente citados, estes autores sugerem um procedimento de interpolação das respostas, que foi descrito no item 3.7.

Assim como na otimização de *risers*, observa-se que na otimização de estruturas de conexão de *risers* os trabalhos disponíveis abordam a otimização como um problema de minimização uni-objetivo, onde a função objetivo é dada pelo volume da estrutura. O mínimo volume em geral corresponderá ao mínimo custo, pois as estruturas são constituídas de um único material, normalmente aço ou titânio em *stress joints* e poliuretano em *bend stiffeners*. Entretanto, no item 4.2.2.2 da presente tese será apresentado um caso de aplicação em que a tarefa de minimizar simultaneamente o volume e o custo de uma *stress joint* constitui-se em um problema de otimização multi-objetivo.

3.8.2 Aspectos particulares da otimização de estruturas de conexão de *risers*

O projeto de uma estrutura de conexão em *risers* não é uma tarefa simples. Tradicionalmente, tem sido usado o método de tentativa e erro (*trial and error*), implicando em grande número de análises estruturais e modificações na geometria da estrutura. Mesmo que se encontre um projeto aceitável, este não necessariamente

corresponderá à solução ótima. Esta situação motiva a utilização de algoritmos de otimização como ferramenta para projetar estas estruturas.

No presente trabalho, o problema de determinar as dimensões de uma estrutura de conexão de *riser* é tratado como um problema de otimização. No Capítulo 4, serão apresentados casos de aplicação que ilustram a metodologia de otimização descrita no presente capítulo. No presente item, são destacados alguns aspectos relacionados particularmente ao procedimento utilizado na presente tese para otimização de estruturas de conexão de *risers*.

A forma geral do problema de otimização multi-objetivo foi apresentada na Eq. (3.1), onde pode ser observado que as variáveis de projeto, as funções objetivo e as restrições definem o problema de otimização.

As variáveis de projeto consideradas no presente trabalho definem completamente a geometria da estrutura de conexão e estão ilustradas na Figura 3.9. Estas variáveis são os raios externos (índices pares) e os comprimentos (índices ímpares) de cada trecho da estrutura de conexão. Note-se que o comprimento total do modelo isolado (L), o raio externo do *riser* (R) e o raio interno do *riser* (r) permanecem inalterados ao longo do processo de otimização, isto é, não são variáveis de projeto. No exemplo mostrado na Figura 3.9, existem $n = 6$ variáveis de projeto. Lembre-se do item 2.2 que o trecho inferior do modelo isolado, aqui identificado pelo comprimento x_1 , corresponde ao trecho adicional de *riser* até o ponto de truncamento. Portanto, embora o comprimento do modelo isolado, L , seja fixo, o comprimento da estrutura de conexão, $L - x_1$, é variável.

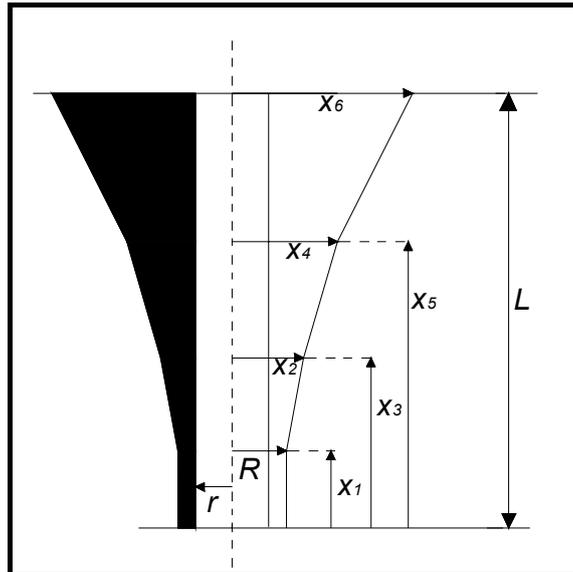


Figura 3.9 – Definição das variáveis de projeto na otimização de estruturas de conexão de risers.

As funções objetivo a minimizar podem ser o volume da estrutura, o custo da estrutura, o peso da estrutura, etc., enquanto que as restrições devem estar baseadas em critérios padronizados de projeto, tais como, máximas tensões admissíveis, máximas curvaturas admissíveis, máximas deformações admissíveis, etc. No Capítulo 4, itens 4.1 e 4.2, para cada caso de aplicação serão identificadas as funções objetivo, $f_m(\mathbf{x})$, e as funções que representam as restrições do tipo inequação, $g_j(\mathbf{x})$. Nas nossas aplicações, não haverá restrições do tipo igualdade $h_k(\mathbf{x})$. Poderemos escrever as restrições na seguinte forma geral (vide Eq. (3.1)):

$$g_j(\mathbf{x}) = \frac{\sigma_j(\mathbf{x})}{\sigma_{adm.j}(\mathbf{x})} - 1 \leq 0, j = 1, 2, \dots, J \quad (3.13)$$

onde:

$\sigma_j(\mathbf{x})$: valor máximo verificado de determinada grandeza física, em uma dada seção transversal;

$\sigma_{adm.j}(\mathbf{x})$: valor máximo admissível da grandeza física na mesma seção transversal, normalmente estabelecido em normas de projeto, já incluindo, se for o caso, um coeficiente de segurança.

O número J de restrições é arbitrário. Nas aplicações desta tese, as restrições $g_j(\mathbf{x})$ são calculadas nas seções correspondentes às transições entre trechos cônicos. Por exemplo, na Figura 3.9, estas transições ocorrem em $x = x_1$, $x = x_3$, $x = x_5$ e $x = L$. Para cada transição, são efetivamente calculadas as restrições em duas seções, uma imediatamente abaixo e outra, imediatamente acima, da transição. Isto é feito para levar em consideração a possível existência de materiais diferentes em cada trecho cônico, com possíveis valores diferentes de restrições.

No presente trabalho, o programa de análise e o programa de otimização são mantidos independentes. Foi elaborado um programa que serve como interface entre os programas de análise e otimização, gerando diferentes configurações da estrutura de conexão e executando para cada uma delas o programa de análise para calcular os valores de interesse para o procedimento de otimização, como será explicado a seguir.

Para iniciar o procedimento de otimização, é necessária uma configuração inicial da estrutura de conexão, definida pelo vetor das n variáveis de projeto $\mathbf{x}^{(1)} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. A partir da configuração inicial, são definidas $(2n + 1)$ configurações da estrutura, indicadas na Tabela 3.1, onde $\pm \Delta x_i$ representa um acréscimo ou uma diminuição no valor da variável x_i .

Tabela 3.1 – Configurações da estrutura de conexão, utilizadas no processo de otimização.

(1)	x_1	x_2	\dots	x_n
(2)	$x_1 - \Delta x_1$	x_2	\dots	x_n
(3)	$x_1 + \Delta x_1$	x_2	\dots	x_n
(4)	x_1	$x_2 - \Delta x_2$	\dots	x_n
(5)	x_1	$x_2 + \Delta x_2$	\dots	x_n
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
(2n)	x_1	x_2	\dots	$x_n - \Delta x_n$
(2n + 1)	x_1	x_2	\dots	$x_n + \Delta x_n$

Na geração das configurações da estrutura de conexão para a utilização no processo de otimização, foi estabelecida uma regra para definir os valores de Δx_i , de

acordo com o ilustrado na Tabela 3.2 para uma estrutura de conexão definida por seis variáveis de projeto.

Tabela 3.2 – Geração de configurações para a otimização de uma estrutura de conexão com seis variáveis de projeto.

(1)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
(2)	$0.5(3x_1 - x_3)$	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
(3)	$0.5(x_1 + x_3)$	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
(4)	x_1	R	x_3	x_4	x_5	x_6
(5)	x_1	$x_2 + R/4$	x_3	x_4	x_5	x_6
(6)	x_1	x_2	$0.5(x_1 + x_3)$	x_4	x_5	x_6
(7)	x_1	x_2	$0.5(x_3 + x_5)$	x_4	x_5	x_6
(8)	x_1	x_2	x_3	R	x_5	x_6
(9)	x_1	x_2	x_3	$x_4 + R/4$	x_5	x_6
(10)	x_1	x_2	x_3	x_4	$0.5(x_3 + x_5)$	x_6
(11)	x_1	x_2	x_3	x_4	$0.5(x_5 + L)$	x_6
(12)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
(13)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$x_6 + R/4$

Para cada uma das configurações da estrutura de conexão da Tabela 3.1, é executado o programa de análise estrutural e são calculados os valores das funções de restrição $g_j(\mathbf{x})$ em todas as seções transversais de interesse J , conforme ilustrado na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Cálculo das funções de restrição para as diferentes configurações da estrutura de conexão.

(1)	x_1	x_2	\dots	x_n	$g_1(\mathbf{x}^{(1)})$	$g_2(\mathbf{x}^{(1)})$	\dots	$g_J(\mathbf{x}^{(1)})$
(2)	$x_1 - \Delta x_1$	x_2	\dots	x_n	$g_1(\mathbf{x}^{(2)})$	$g_2(\mathbf{x}^{(2)})$	\dots	$g_J(\mathbf{x}^{(2)})$
(3)	$x_1 + \Delta x_1$	x_2	\dots	x_n	$g_1(\mathbf{x}^{(3)})$	$g_2(\mathbf{x}^{(3)})$	\dots	$g_J(\mathbf{x}^{(3)})$
(4)	x_1	$x_2 - \Delta x_2$	\dots	x_n	$g_1(\mathbf{x}^{(4)})$	$g_2(\mathbf{x}^{(4)})$	\dots	$g_J(\mathbf{x}^{(4)})$
(5)	x_1	$x_2 + \Delta x_2$	\dots	x_n	$g_1(\mathbf{x}^{(5)})$	$g_2(\mathbf{x}^{(5)})$	\dots	$g_J(\mathbf{x}^{(5)})$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
(2n)	x_1	x_2	\dots	$x_n - \Delta x_n$	$g_1(\mathbf{x}^{(2n)})$	$g_2(\mathbf{x}^{(2n)})$	\dots	$g_J(\mathbf{x}^{(2n)})$
(2n+1)	x_1	x_2	\dots	$x_n + \Delta x_n$	$g_1(\mathbf{x}^{(2n+1)})$	$g_2(\mathbf{x}^{(2n+1)})$	\dots	$g_J(\mathbf{x}^{(2n+1)})$

A partir dos valores da Tabela 3.3, o algoritmo de otimização implementado utiliza o procedimento de interpolação descrito no item 3.7 a fim de determinar, para as diversas soluções simuladas em cada iteração do processo evolutivo, os valores das

funções que representam as restrições para todas as seções de interesse J da estrutura de conexão, em função das variáveis de projeto. Observa-se que nas aplicações da presente tese apenas as restrições serão interpoladas, não sendo necessário interpolar os valores das funções objetivo porque, conforme será mostrado no Capítulo 4, o cálculo das funções objetivo é facilmente realizado a partir das variáveis de projeto. Em geral, em outros tipos de problemas, o cálculo das funções objetivo pode depender da análise estrutural; nestes casos, o procedimento de interpolação pode ser aplicado também para o cálculo destas funções durante o processo de otimização.

Nas Tabelas 3.1 e 3.2, foi ilustrada a geração de geometrias da malha de interpolação para o procedimento de otimização. Nesta malha, são definidos os limites inferior e superior do intervalo de validade para cada variável de projeto, $[x_i^{(L)}, x_i^{(U)}] = [x_i - \Delta x_i, x_i + \Delta x_i]$, para $i = 1, 2, \dots, n$. Portanto, o procedimento de otimização deverá em cada iteração simular as variáveis de projeto (Eq. (3.2)) levando em conta estes limites. Desta forma, o valor simulado \mathbf{x}' na Eq. (3.2) deve respeitar os intervalos de validade das variáveis de projeto.

Em relação ao exemplo com seis variáveis de projeto ilustrado na Figura 3.9, os limites de validade da Tabela 3.2 para as variáveis que representam os comprimentos, garantem que a seguinte relação será satisfeita, para qualquer solução simulada \mathbf{x}^* : $x_1^* < x_3^* < x_5^* < L$. Adicionalmente, o diâmetro externo da estrutura de conexão deve sempre abrir-se ou manter-se reto, a partir da extremidade livre do modelo. Esta exigência implica que em cada iteração deve ser satisfeita a expressão seguinte, para qualquer solução simulada \mathbf{x}^* : $R \leq x_2^* \leq x_4^* \leq x_6^*$.

No Apêndice B, é mostrado um exemplo de um arquivo de saída do programa que serve de interface entre o programa de análise e o programa de otimização, contendo os dados da Tabela 3.3, necessários para o início do procedimento de otimização.

CAPÍTULO 4

APLICAÇÕES

Neste capítulo, serão apresentados os casos de aplicação dos procedimentos de análise e otimização de estruturas de conexão de *risers*. Observa-se que neste capítulo as figuras representando os modelos de estruturas de conexão (Figuras 4.1, 4.4, 4.5, 4.8, 4.11, 4.12, 4.15 e 4.16) possuem uma escala horizontal diferente da escala vertical, com o objetivo visualizar melhor os diâmetros das estruturas. Com as escalas horizontal e vertical iguais, uma vez que tratamos com estruturas esbeltas, a comparação entre dimensões de diferentes estruturas em uma mesma figura (como é o caso de algumas das figuras acima referidas) não seria facilmente visualizada.

4.1 Análise e otimização de *bend stiffener*

4.1.1 Análise estrutural de *bend stiffener*

No presente item, será apresentado o procedimento completo de análise de um *bend stiffener*, na maneira proposta no Capítulo 2.

Em primeiro lugar, foi realizada a análise dinâmica global de um *riser* flexível rotulado no topo, ou seja, sem a presença do *bend stiffener*, utilizando o programa ANFLEX. O *riser* foi modelado em catenária livre supondo-o conectado a uma plataforma *offshore* do tipo semi-submersível ancorada em lâmina d'água de 770 m. A seguir são dadas algumas características referentes ao tubo de *riser* considerado: rigidez à flexão (EI) de $3,95 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$; rigidez axial (EA) de 130000 kN; rigidez à torção (GJ) de $350 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$; diâmetro externo de 0,1563 m (6,15 polegadas); diâmetro interno de 0,1016 m (4 polegadas); e fluido interno com peso específico de $8,72 \text{ kN/m}^3$. O *riser* está submetido a um carregamento constituído por um *offset* estático de 231 m aplicado na direção de aproamento da plataforma e pela ação dinâmica de uma onda centenária e uma corrente decenária sobre a plataforma. O *riser* foi modelado com comprimento total de 1600 m, sendo utilizados 3579 elementos do tipo pórtico espacial não linear geométrico co-rotacionado, disponível no ANFLEX e descrito por MOURELLE (1993).

A partir dos resultados da análise global, foram levantados os esforços dimensionantes necessários para a elaboração do modelo isolado, para cada passo de tempo da análise dinâmica, conforme foi explicado no item 2.2. De posse destes valores, foi realizada a análise do modelo isolado empregando a formulação que considera comportamento linear elástico dos materiais, descrita no item 2.3.

O *bend stiffener* estudado está localizado na conexão de topo do *riser* acima descrito e tem comprimento de 0,815 m. Considera-se no modelo que o diâmetro interno do *bend stiffener* é igual ao diâmetro externo do *riser*; desta forma, o *bend stiffener* é suposto perfeitamente aderido ao *riser*, desconsiderando qualquer folga entre eles. O material que constitui o *bend stiffener* tem módulo de elasticidade de 70000 kN/m². O modelo isolado é ilustrado na Figura 4.1 e inclui um trecho adicional de *riser* de 1 m de comprimento. Nesta figura também são mostradas as propriedades geométricas e físicas do modelo.

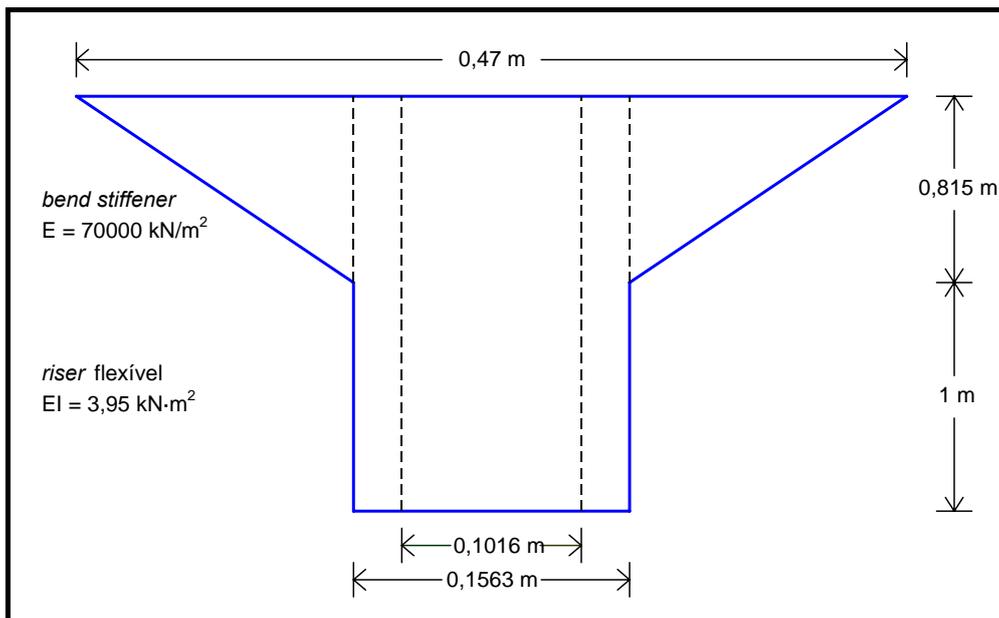


Figura 4.1 – Modelo isolado do *bend stiffener* considerado no exemplo de aplicação.

Adicionalmente, foi realizada uma análise do modelo isolado empregando a formulação que considera o comportamento não linear do material do *riser* flexível, descrita no item 2.4. Nesta análise isolada, foram assumidos os seguintes parâmetros necessários na Eq. (2.73): $EI_{pol} = 3,71 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$; $EI_{arm_{ns}} = 229,529 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$; e $\kappa_{cr} = 0,0005997 \text{ m}^{-1}$. Estes parâmetros foram escolhidos para obter aproximadamente, após o escorregamento associado à curvatura crítica, uma rigidez à flexão do *riser* (tangente da

relação não linear momento / curvatura da Eq. (2.73) para $\kappa > \kappa_{cr}$) de $3,95 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$, que foi o valor constante utilizado no modelo isolado que considera materiais lineares elásticos. No entanto, observa-se que a Eq. (2.73) não possui um parâmetro que possa ser tomado diretamente como sendo equivalente à rigidez à flexão do caso linear elástico; assim, a comparação entre os dois modelos isolados é apenas referencial.

A fim de validar a formulação proposta, foi realizada a análise dinâmica global do *riser* flexível com a presença do *bend stiffener*, engastado no topo, utilizando o ANFLEX. A modelagem do *riser* foi realizada da forma anteriormente descrita. O *bend stiffener* nesta análise global foi modelado utilizando 50 elementos de pórtico espacial não linear geométrico co-rotacionado, cada um com comprimento de 0,016 m.

A Figura 4.2 ilustra os resultados obtidos para as envoltórias de curvatura ao longo do *bend stiffener*, correspondentes às seguintes análises: modelo global de elementos finitos do *riser* com *bend stiffener*, engastado no topo; modelo isolado considerando comportamento linear elástico dos materiais; e modelo isolado considerando comportamento não linear do tubo flexível. Assumindo um raio mínimo de 2 m e um coeficiente de segurança de 1 para curvatura, tem-se uma curvatura máxima admissível de $0,5 \text{ m}^{-1}$. Desta forma, o *bend stiffener* da Figura 4.2 satisfaz com folga ao critério de curvatura.

Observa-se na Figura 4.2 uma excelente correspondência entre os resultados do modelo isolado do *bend stiffener* com linearidade física e os do modelo global de elementos finitos. Comparando os dois modelos isolados entre si, eles apresentam maiores diferenças na região inferior do *bend stiffener* (lado esquerdo da figura); no entanto, esta comparação é apenas referencial, como explicado acima.

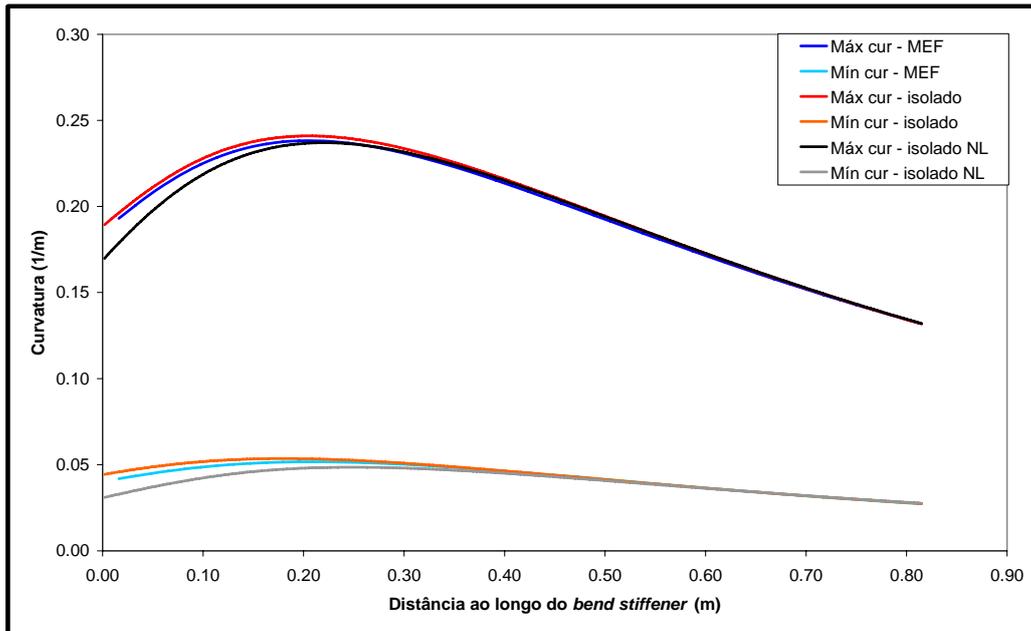


Figura 4.2 – Envoltórias de curvatura no *bend stiffener* do exemplo de aplicação, para o modelo isolado proposto e o modelo global do ANFLEX.

De forma semelhante, foi realizada a comparação em termos de envoltórias de deformação no polímero do *bend stiffener*, entre os dois modelos isolados considerados. Lembre-se do item 2.4 que as deformações são calculadas considerando comportamento simétrico do poliuretano em tração e compressão. Esta comparação é mostrada na Figura 4.3, onde é observada também uma boa correlação, com diferenças na região inferior do *bend stiffener* similares às verificadas para a curvatura.

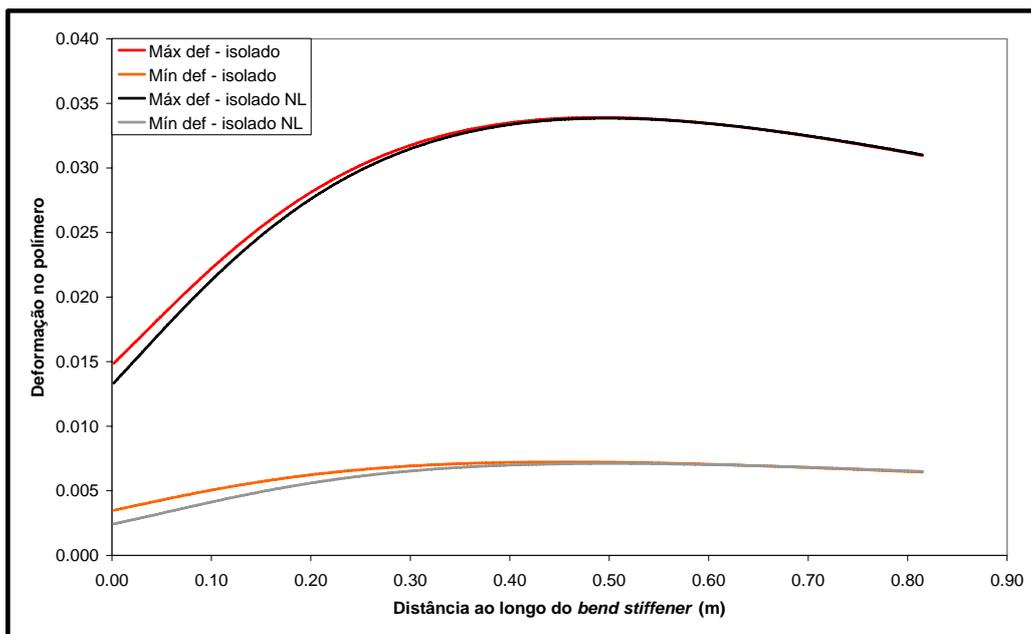


Figura 4.3 – Envoltórias de deformação no polímero do *bend stiffener* do exemplo de aplicação, para os modelos isolados.

4.1.2 Otimização de *bend stiffener*

No presente item, será apresentado o procedimento de otimização de um *bend stiffener*, na maneira proposta no Capítulo 3.

Na presente aplicação, consideramos como função objetivo $f(\mathbf{x})$ o volume do *bend stiffener*, o qual se deseja minimizar; trata-se, portanto, de um problema de otimização uni-objetivo. As restrições $g_j(\mathbf{x})$ consideradas nesta aplicação são dadas pelos critérios de máxima curvatura admissível e máxima deformação admissível no polímero que constitui o *bend stiffener*.

Optou-se por utilizar o modelo isolado que considera materiais lineares elásticos, visto que o objetivo aqui é ilustrar a metodologia de otimização. A estrutura da Figura 4.1 é tomada como ponto de partida do processo de otimização. Na notação do item 3.8.2 (Figura 3.9), tem-se: $L = 1,815$ m; $r = 0,0508$ m; e $R = 0,07815$ m. Na Figura 4.4 estão identificados estes parâmetros e as variáveis de projeto que participam da otimização.

As seções transversais para o cálculo das restrições foram escolhidas muito próximas à transição entre o trecho reto (*riser*) e o trecho cônico (*bend stiffener*), conforme indicado na Figura 4.4 (S_1 , S_2 e S_3). No total teremos $J = 5$ valores de funções de restrição, pois as restrições referentes a curvatura são calculadas nas três seções indicadas, enquanto as restrições referentes a deformação no polímero são calculadas nas seções S_2 e S_3 , que correspondem efetivamente ao *bend stiffener* (a seção S_1 pertence ao *riser*).

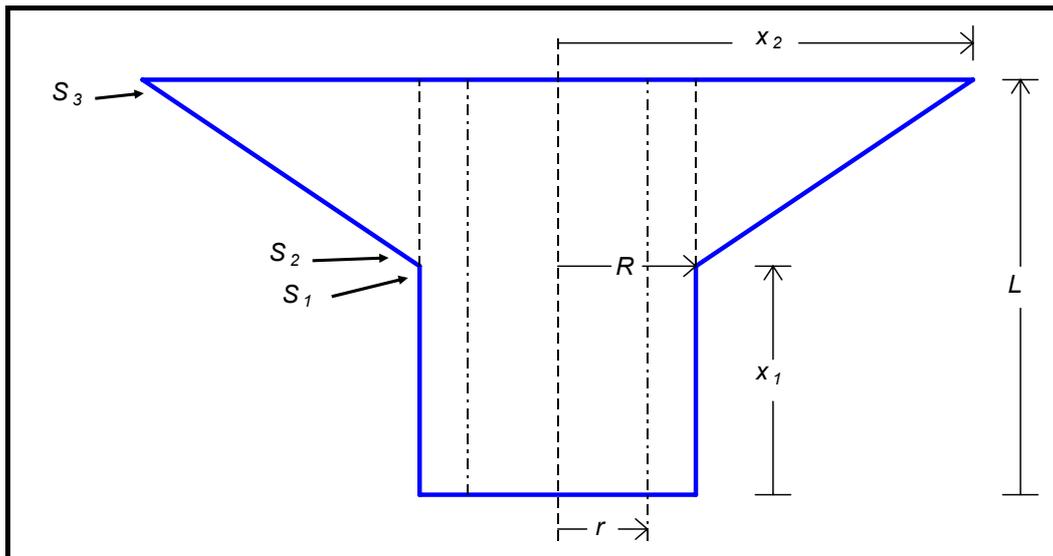


Figura 4.4 – Variáveis de projeto e seções transversais consideradas na otimização do *bend stiffener* considerado no exemplo de aplicação.

A Tabela 4.1 indica as variáveis de projeto, o volume do *bend stiffener* e os índices de restrições para a configuração de partida do processo de otimização. Os índices de restrições Q_j correspondem ao quociente $\sigma_j(\mathbf{x})/\sigma_{adm,j}(\mathbf{x})$ na Eq. (3.13) e devem portanto ser menores que 1. Neste caso, para $j = 1, 2$ e 3 , Q_j representa índice de curvatura, enquanto para $j = 4$ e 5 , Q_j representa índice de deformação no polímero.

Tabela 4.1 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração inicial do *bend stiffener*.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições
$x_1 = 1,0000$ m	Vol = 0,05238 m ³	$Q_1 = 0,371771$
$x_2 = 0,235000$ m		$Q_2 = 0,378693$
		$Q_3 = 0,263518$
		$Q_4 = 0,148660$
		$Q_5 = 0,309634$

Foi realizada a seguir a otimização da estrutura através do algoritmo de otimização proposto no presente trabalho, utilizando o procedimento de interpolação para calcular os valores dos índices de restrições. Assim, foi obtida uma solução ótima com relação ao volume do *bend stiffener*. Na Tabela 4.2 são apresentados, para a solução ótima encontrada, os valores das variáveis de projeto; o volume do *bend stiffener*; os índices de restrições calculados pelo procedimento de interpolação; e os índices de restrições “reais” calculados pelo procedimento de análise isolada.

Tabela 4.2 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada do *bend stiffener*.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 1,40742$ m	Vol = 0,01207 m ³	$Q_1 = 0,926082$	$Q_1 = 0,660043$
		$Q_2 = 0,944086$	$Q_2 = 0,674885$
		$Q_3 = 0,979913$	$Q_3 = 0,579961$
$x_2 = 0,165887$ m		$Q_4 = 0,370463$	$Q_4 = 0,264452$
		$Q_5 = 0,512904$	$Q_5 = 0,481040$

A solução obtida da otimização foi utilizada para realizar um refinamento da interpolação em uma região próxima a este ponto, conforme foi explicado no item 3.7. Espera-se com isto obter um novo ponto otimizado mais correto do que o ponto ótimo anterior. Na Tabela 4.3 são apresentados, para a solução ótima encontrada com o refinamento da interpolação, os valores das variáveis de projeto; o volume do *bend stiffener*; os índices de restrições calculados pelo procedimento de interpolação; e os índices de restrições “reais” calculados pelo procedimento de análise isolada.

Tabela 4.3 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada refinada do *bend stiffener*.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 1,40749$ m	Vol = 0,00873 m ³	$Q_1 = 0,640329$	$Q_1 = 0,509718$
		$Q_2 = 0,654595$	$Q_2 = 0,522037$
		$Q_3 = 0,979921$	$Q_3 = 0,829893$
$x_2 = 0,145883$ m		$Q_4 = 0,256526$	$Q_4 = 0,204398$
		$Q_5 = 0,594625$	$Q_5 = 0,605336$

Conforme pode ser observado dos valores dos índices de restrições “reais” nas Tabelas 4.2 e 4.3, as configurações otimizadas obtidas para a estrutura (sem e com refinamento) satisfazem a todas as restrições impostas, dadas neste caso pelas curvaturas máximas admissíveis e pelas deformações máximas admissíveis no polímero.

Na Tabela 4.2, observam-se consideráveis diferenças entre os índices de restrições obtidos por interpolação e os índices de restrições “reais”, principalmente para os três primeiros índices, relacionados à curvatura. Esta situação, no entanto, mudou depois de refinar a interpolação, como pode ser visto na Tabela 4.3, em que há melhor correspondência entre os índices de restrições interpolados e “reais”, o que

significa que as funções de interpolação refinadas conseguem representar melhor a forma das verdadeiras funções.

A Figura 4.5 ilustra três diferentes configurações do *bend stiffener*: inicial, otimizada e otimizada com refinamento.

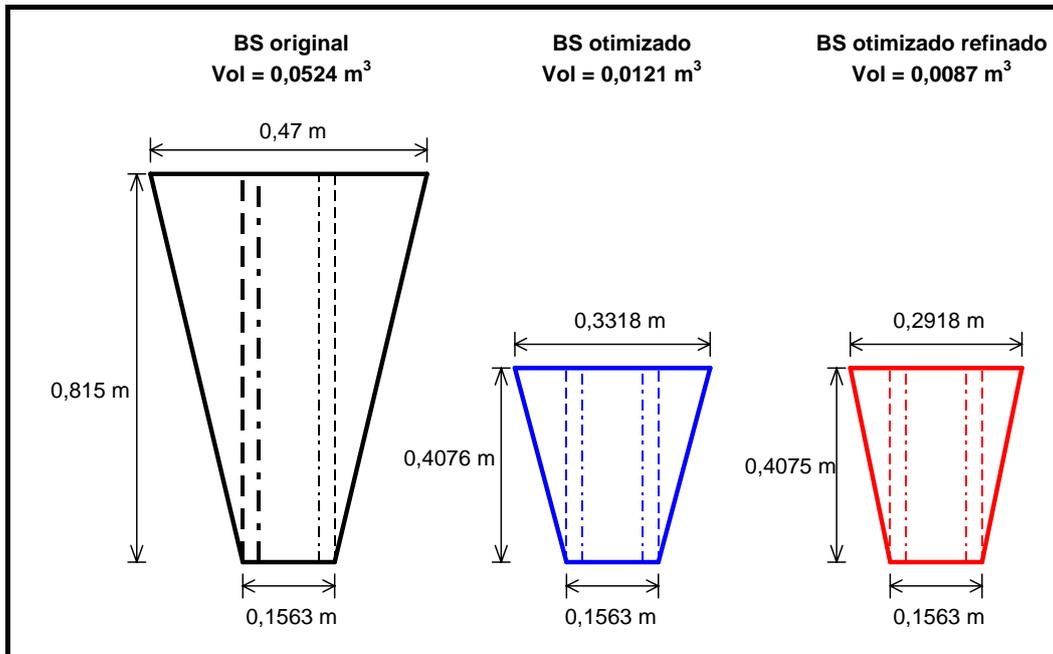


Figura 4.5 – Configurações do *bend stiffener* ao longo do procedimento de otimização.

A Figura 4.6 ilustra os valores máximos das curvaturas para as três diferentes configurações de *bend stiffener* ilustradas na Figura 4.5, indicando também o valor da máxima curvatura admissível. É possível perceber que no *bend stiffener* otimizado são verificadas curvaturas maiores do que no original; isto deve-se a que o procedimento de otimização tenta tirar o máximo proveito da estrutura, obtendo o mínimo volume que satisfaça às restrições.

De forma similar, na Figura 4.7 são ilustrados os valores máximos das deformações no polímero para as três diferentes configurações de *bend stiffener* da Figura 4.5, indicando o valor da máxima deformação admissível. Aplica-se aqui, em relação à deformação, o mesmo comentário do parágrafo anterior referente à curvatura.

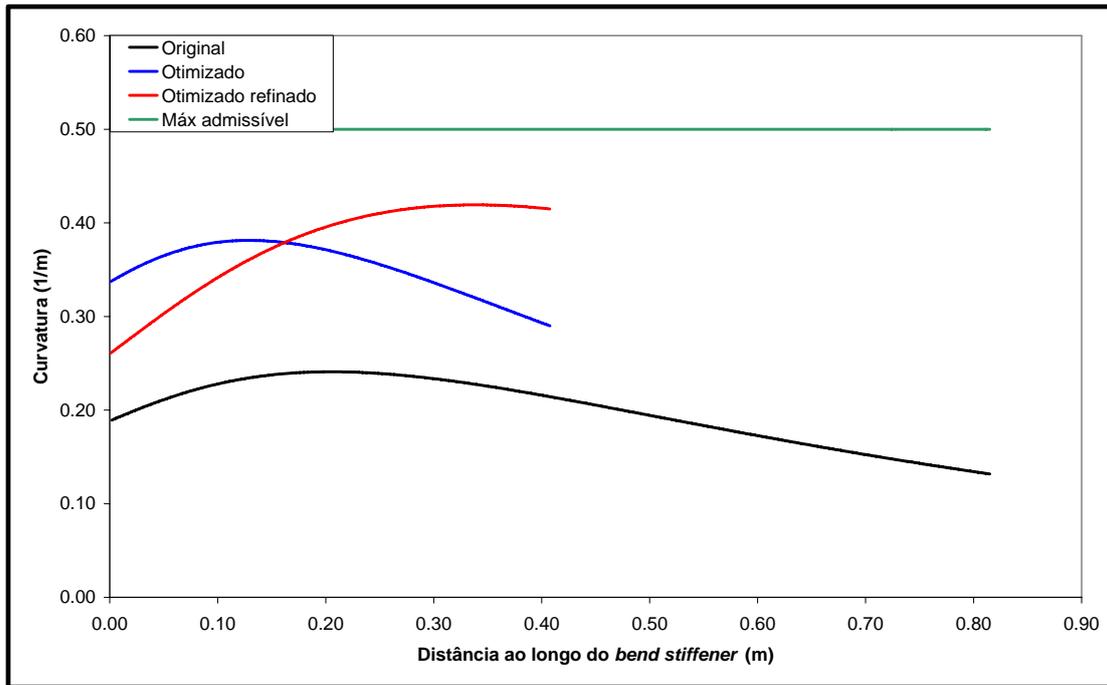


Figura 4.6 – Máximas curvaturas para as diferentes configurações do *bend stiffener* ao longo do processo de otimização.

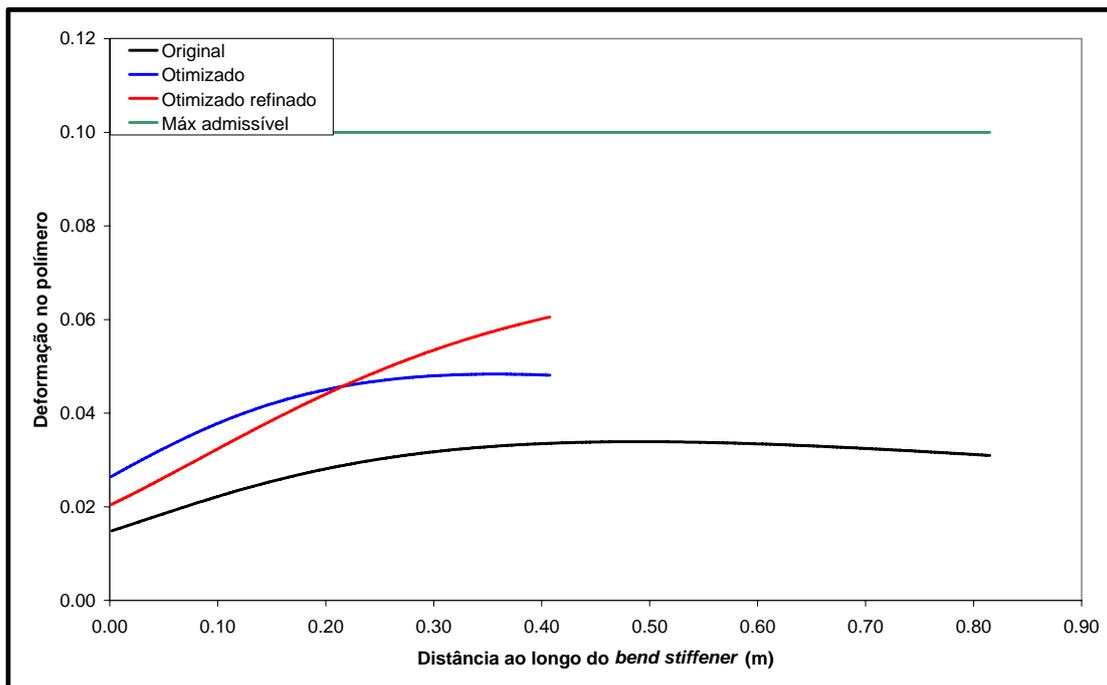


Figura 4.7 – Máximas deformações no polímero para as diferentes configurações do *bend stiffener* ao longo do processo de otimização.

Das Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 e da Figura 4.5, observa-se que o primeiro processo de otimização modifica significativamente a configuração do *bend stiffener*, tanto o comprimento quanto o diâmetro externo. A primeira otimização ocasionou uma diminuição no volume do *bend stiffener* de aproximadamente 77%. O refinamento,

conforme era esperado, não modificou de forma tão grande a configuração da estrutura. Todo o processo de otimização representou uma diminuição no volume do *bend stiffener* de aproximadamente 83,3%.

A fim de ilustrar que a estrutura otimizada não seria significativamente modificada ao ser realizado mais um processo de refinamento, foi executada mais uma etapa, acrescentando à malha de interpolação o último ponto otimizado obtido, indicado na Tabela 4.3, além do ponto já utilizado no refinamento anterior indicado na Tabela 4.2. A Tabela 4.4 apresenta os valores das variáveis de projeto, o volume do *bend stiffener* e os índices de restrições calculados pelo procedimento de interpolação, da nova solução ótima encontrada, além dos índices de restrições “reais” calculados diretamente pela análise da estrutura do *bend stiffener* com a nova geometria otimizada. Observa-se que a solução da Tabela 4.4 encontra-se muito próxima à solução da Tabela 4.3b, anteriormente encontrada.

Tabela 4.3b – Reprodução da Tabela 4.3.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 1,40749$ m	Vol = 0,00873 m ³	$Q_1 = 0,640329$	$Q_1 = 0,509718$
$x_2 = 0,145883$ m		$Q_2 = 0,654595$	$Q_2 = 0,522037$
		$Q_3 = 0,979921$	$Q_3 = 0,829893$
		$Q_4 = 0,256526$	$Q_4 = 0,204398$
		$Q_5 = 0,594625$	$Q_5 = 0,605336$

Tabela 4.4 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrição para a configuração otimizada do *bend stiffener*, refinada em regiões próximas a dois pontos anteriormente otimizados.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 1,40743$ m	Vol = 0,00783 m ³	$Q_1 = 0,524449$	$Q_1 = 0,467016$
$x_2 = 0,140054$ m		$Q_2 = 0,536868$	$Q_2 = 0,478361$
		$Q_3 = 0,979984$	$Q_3 = 0,924322$
		$Q_4 = 0,210253$	$Q_4 = 0,187286$
		$Q_5 = 0,640226$	$Q_5 = 0,647275$

4.2 Análise e otimização de *stress joint*

4.2.1 Análise estrutural de *stress joint*

No presente item, será apresentado o procedimento completo de análise de uma *stress joint*, na maneira proposta no Capítulo 2.

Em primeiro lugar, foi realizada a análise dinâmica global de um *riser* rígido rotulado no topo, ou seja, sem a presença da *stress joint*, utilizando o programa ANFLEX. O *riser* foi modelado em catenária livre supondo-o conectado a uma plataforma *offshore* do tipo semi-submersível ancorada em lâmina d'água de 1000 m. A seguir são dadas algumas características referentes ao *riser* considerado: módulo de elasticidade (E) de $2,1 \cdot 10^8$ kN/m²; peso específico (γ) de 77 kN/m³; diâmetro externo de 0,2032 m (8 polegadas); espessura de 0,0254 m (1 polegada); fluido interno com peso específico de 9 kN/m³ (óleo de produção); e pressão interna no topo de 20000 kN/m². O *riser* está submetido a um carregamento originário da ação de uma onda sobre a plataforma, definido na forma de movimentos prescritos no ponto de conexão. O *riser* foi modelado com comprimento total de 1700 m, sendo utilizados 2116 elementos do tipo pórtico espacial não linear geométrico co-rotacionado, disponível no ANFLEX.

A partir dos resultados da análise global, foram levantados os esforços dimensionantes necessários para a elaboração do modelo isolado, para cada passo de tempo da análise dinâmica, conforme foi explicado no item 2.2. De posse destes valores, foi realizada a análise do modelo isolado empregando a formulação descrita no item 2.3.

A *stress joint* estudada é uma estrutura mista, constituída de um trecho de aço e um trecho de titânio, estando localizada na conexão de topo do *riser* acima descrito. O comprimento total da *stress joint* é de 7,5 m. O modelo isolado é ilustrado na Figura 4.8 e inclui um trecho adicional de *riser* de 20 m de comprimento. Nesta figura também são mostradas as propriedades geométricas e físicas do modelo.

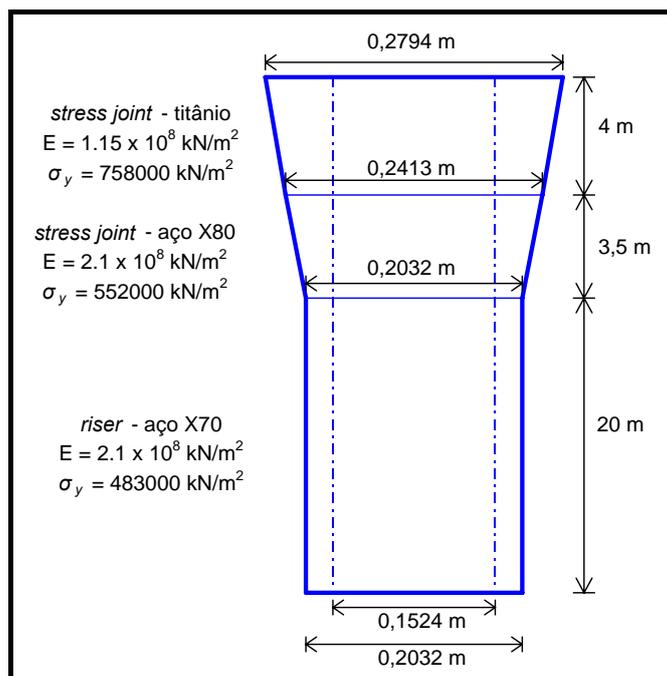


Figura 4.8 – Modelo isolado da *stress joint* considerado no exemplo de aplicação.

A fim de validar a formulação proposta, foi realizada a análise dinâmica global do *riser* rígido com a presença da *stress joint*, engastado no topo, utilizando o ANFLEX. A modelagem do *riser* foi realizada da forma anteriormente descrita. A *stress joint* nesta análise global foi modelada utilizando 163 elementos de pórtico espacial não linear geométrico co-rotacionado, cada um com comprimento de 0,046 m.

A Figura 4.9 ilustra os resultados obtidos para as envoltórias de momento fletor ao longo da *stress joint*, correspondentes às análises com o modelo global de elementos finitos do *riser* com *stress joint*, engastado no topo, e com o modelo isolado.

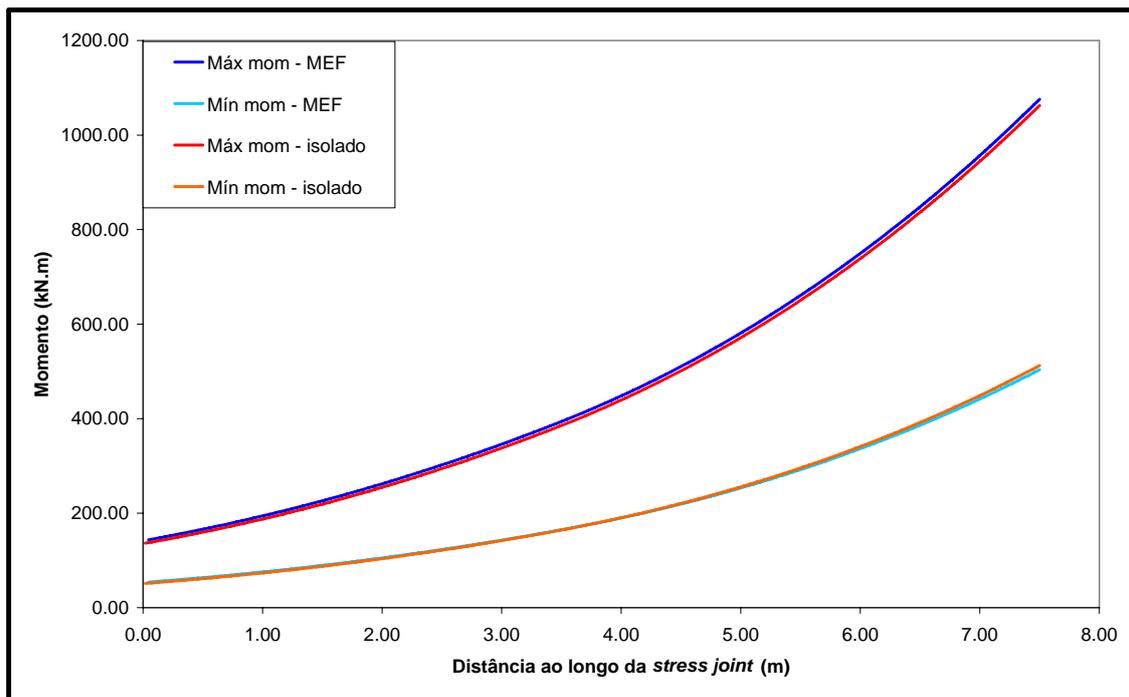


Figura 4.9 – Envoltórias de momento fletor na *stress joint* do exemplo de aplicação, para o modelo isolado proposto e o modelo global do ANFLEX.

De forma semelhante, foi realizada a comparação entre o modelo isolado e o modelo global, em termos das envoltórias de tensão equivalente de Von Mises na parede externa ao longo da *stress joint*. Esta comparação é mostrada na Figura 4.10. Assumindo que o carregamento acima descrito corresponde a uma condição extrema, o coeficiente de segurança para tensão (fração da tensão de escoamento) deve ser igual a 0,8. Na Figura 4.10 também é indicado o valor da máxima tensão admissível para cada trecho da *stress joint*, calculado como o produto da tensão de escoamento do material pelo coeficiente de segurança. Observa-se desta figura que a *stress joint* satisfaz às restrições de tensões máximas ao longo de todo o seu comprimento.

Observa-se nas Figuras 4.9 e 4.10 uma excelente correspondência entre os resultados do modelo isolado de *stress joint* e os do modelo global de elementos finitos.

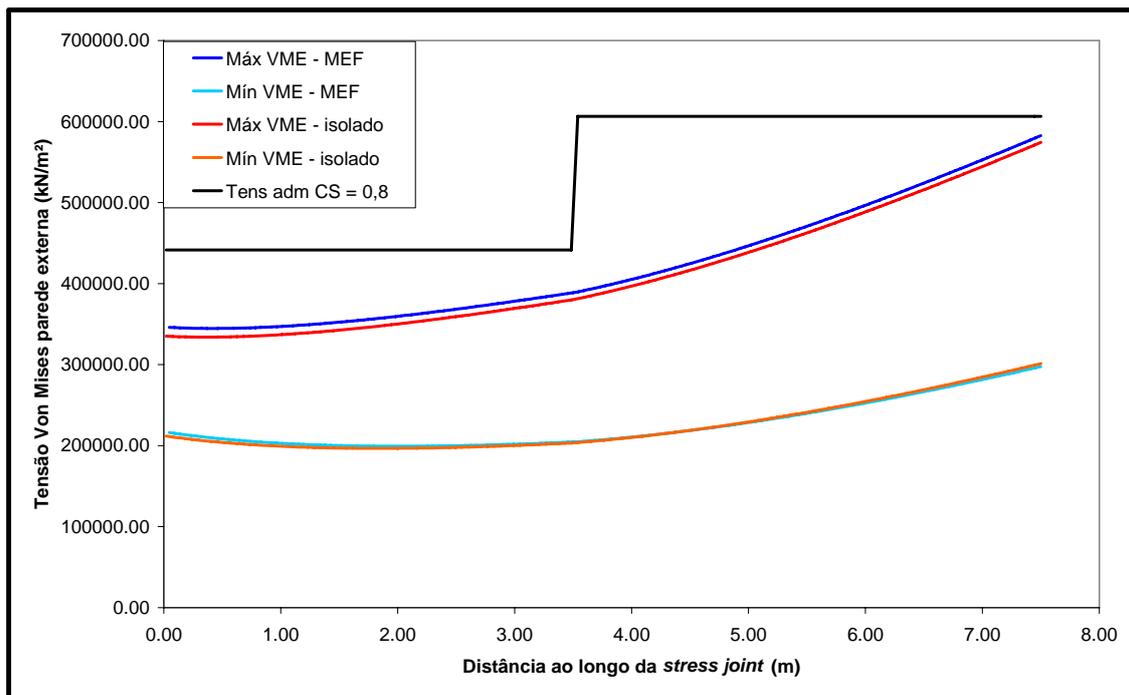


Figura 4.10 – Envolatórias de tensão equivalente de Von Mises na parede externa da *stress joint* do exemplo de aplicação, para o modelo isolado proposto e o modelo global do ANFLEX.

4.2.2 Otimização de *stress joint*

No presente item, será apresentado o procedimento de otimização de uma *stress joint*, na maneira proposta no Capítulo 3.

Daremos ao problema de otimização de *stress joint* duas abordagens diferentes. Em primeiro lugar, consideraremos a otimização de uma *stress joint* como um problema de otimização uni-objetivo, na forma proposta por BAZÁN *et al.* (2009), em que a função objetivo $f(\mathbf{x})$ é o volume da *stress joint*, o qual se deseja minimizar. Posteriormente, abordaremos o problema de otimização multi-objetivo de uma *stress joint*, considerando como funções objetivo $f_m(\mathbf{x})$, $m = 1$ e 2 , o volume e o custo da *stress joint*, os quais desejamos minimizar.

As restrições $g_j(\mathbf{x})$ consideradas nesta aplicação são dadas pelo critério de máxima tensão admissível.

A estrutura da Figura 4.8 é tomada como ponto de partida do processo de otimização. Entretanto, para permitir que o algoritmo de otimização trabalhe com um

maior número de variáveis de projeto, dividimos cada um dos dois trechos da *stress joint* da referida figura, em dois subtrechos. Na notação do item 3.8.2 (Figura 3.9), tem-se: $L = 27,5$ m; $r = 0,0762$ m; e $R = 0,1016$ m. Na Figura 4.11 estão identificados estes parâmetros e as variáveis de projeto que participam da otimização.

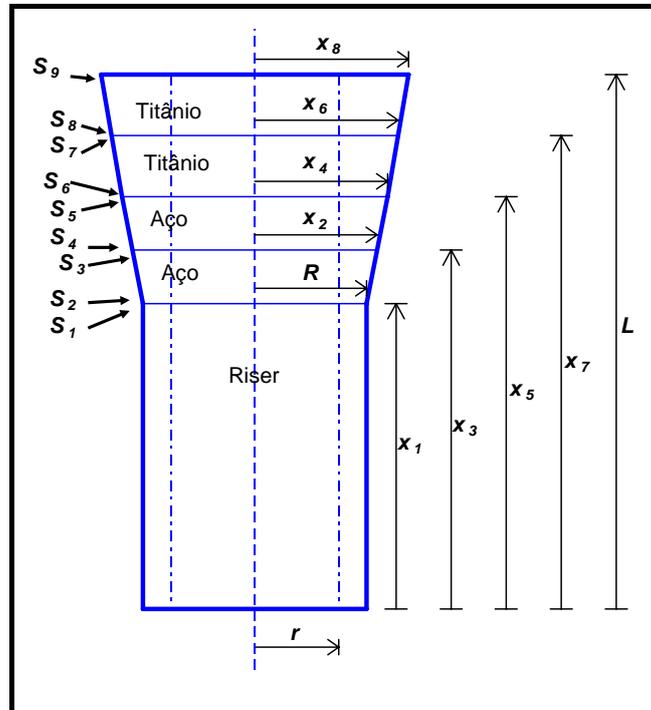


Figura 4.11 – Variáveis de projeto e seções transversais consideradas na otimização da *stress joint* considerada no exemplo de aplicação.

As seções transversais para o cálculo das restrições foram escolhidas muito próximas às transições entre trechos, conforme indicado na Figura 4.11 (S_1 a S_9). No total teremos $J = 9$ valores de funções de restrição, correspondentes às nove seções transversais escolhidas.

4.2.2.1 Otimização do volume da *stress joint*

Neste item é apresentado o procedimento de otimização do volume da *stress joint*, que constitui um problema de otimização uni-objetivo.

A Tabela 4.5 indica as variáveis de projeto, o volume da *stress joint* e os índices de restrições para a configuração de partida do processo de otimização. Os índices de

restrições Q_j correspondem ao quociente $\sigma_j(\mathbf{x})/\sigma_{adm-j}(\mathbf{x})$ na Eq. (3.13) e devem portanto ser menores que 1. Neste caso, Q_j representa índice de tensão.

Tabela 4.5 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições no processo de otimização uni-objetivo para a configuração inicial da *stress joint*.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições
$x_1 = 20,0000$ m	Vol = 0,21263 m ³	$Q_1 = 0,860439$
$x_2 = 0,111125$ m		$Q_2 = 0,758748$
$x_3 = 21,7500$ m		$Q_3 = 0,782966$
$x_4 = 0,120650$ m		$Q_4 = 0,784873$
$x_5 = 23,5000$ m		$Q_5 = 0,860140$
$x_6 = 0,130175$ m		$Q_6 = 0,628942$
$x_7 = 25,5000$ m		$Q_7 = 0,760054$
$x_8 = 0,139700$ m		$Q_8 = 0,764588$
		$Q_9 = 0,947228$

Foi realizada a seguir a otimização da estrutura através do algoritmo de otimização proposto no presente trabalho, utilizando o procedimento de interpolação para calcular os valores dos índices de restrições. Assim, foi obtida uma solução ótima com relação ao volume da *stress joint*. Na Tabela 4.6 são apresentados, para a solução ótima encontrada, os valores das variáveis de projeto; o volume da *stress joint*; os índices de restrições calculados pelo procedimento de interpolação; e os índices de restrições “reais” calculados pelo procedimento de análise isolada.

Tabela 4.6 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada da *stress joint*.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 20,8744$ m	Vol = 0,13121 m ³	$Q_1 = 0,592496$	$Q_1 = 0,617978$
$x_2 = 0,101600$ m		$Q_2 = 0,519000$	$Q_2 = 0,546536$
$x_3 = 22,6075$ m		$Q_3 = 0,843738$	$Q_3 = 0,791489$
$x_4 = 0,101600$ m		$Q_4 = 0,836517$	$Q_4 = 0,801948$
$x_5 = 22,7665$ m		$Q_5 = 0,976847$	$Q_5 = 0,812600$
$x_6 = 0,110640$ m		$Q_6 = 0,703115$	$Q_6 = 0,599314$
$x_7 = 25,3248$ m		$Q_7 = 0,968601$	$Q_7 = 0,888599$
$x_8 = 0,131185$ m		$Q_8 = 0,979797$	$Q_8 = 0,892336$
		$Q_9 = 0,979362$	$Q_9 = 0,923233$

A solução obtida da otimização foi utilizada para realizar um refinamento da interpolação em uma região próxima a este ponto, conforme foi explicado no item 3.7.

Espera-se com isto obter um novo ponto otimizado mais correto do que o ponto ótimo anterior. Na Tabela 4.7 são apresentados, para a solução ótima encontrada com o refinamento da interpolação, os valores das variáveis de projeto; o volume da *stress joint*; os índices de restrições calculados pelo procedimento de interpolação; e os índices de restrições “reais” calculados pelo procedimento de análise isolada.

Tabela 4.7 – Variáveis de projeto, função objetivo e índices de restrições para a configuração otimizada refinada da *stress joint*.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 20,8716$ m	Vol = 0,12210 m ³	$Q_1 = 0,571366$	$Q_1 = 0,580147$
$x_2 = 0,101600$ m		$Q_2 = 0,505100$	$Q_2 = 0,512815$
$x_3 = 22,6042$ m		$Q_3 = 0,745023$	$Q_3 = 0,722623$
$x_4 = 0,101600$ m		$Q_4 = 0,755940$	$Q_4 = 0,731808$
$x_5 = 22,9645$ m		$Q_5 = 0,793659$	$Q_5 = 0,790601$
$x_6 = 0,106080$ m		$Q_6 = 0,585958$	$Q_6 = 0,581985$
$x_7 = 25,2431$ m		$Q_7 = 0,972758$	$Q_7 = 0,939128$
$x_8 = 0,128622$ m		$Q_8 = 0,979512$	$Q_8 = 0,952106$
		$Q_9 = 0,979922$	$Q_9 = 0,941586$

Conforme pode ser observado dos valores dos índices de restrições “reais” nas Tabelas 4.5 e 4.6, as configurações otimizadas obtidas para a estrutura (sem e com refinamento) satisfazem a todas as restrições impostas, dadas neste caso pelas tensões máximas admissíveis. Observando os valores interpolados e “reais” dos índices de restrições na Tabela 4.7, percebe-se que há boa correspondência entre eles, o que mostra uma boa qualidade do procedimento de interpolação realizado, incluindo o refinamento.

A Figura 4.12 ilustra três diferentes configurações da *stress joint*: inicial, otimizada e otimizada com refinamento. Observa-se que, embora a *stress joint* tenha sido dividida em quatro trechos, dois de aço e dois de titânio (vide Figura 4.11), o procedimento de otimização obteve uma configuração com um trecho reto de aço e dois trechos cônicos de titânio.

A Figura 4.13 ilustra os valores máximos das tensões equivalentes de Von Mises na parede externa, para as três diferentes configurações de *stress joint* ilustradas na Figura 4.12, indicando também o valor da máxima tensão admissível. Assim como no caso da otimização do *bend stiffener* (item 4.1.2), é possível perceber que na *stress joint* otimizada são verificadas tensões maiores do que na original; isto deve-se a que o

procedimento de otimização tenta tirar o máximo proveito da estrutura, obtendo o mínimo volume que satisfaça às restrições.

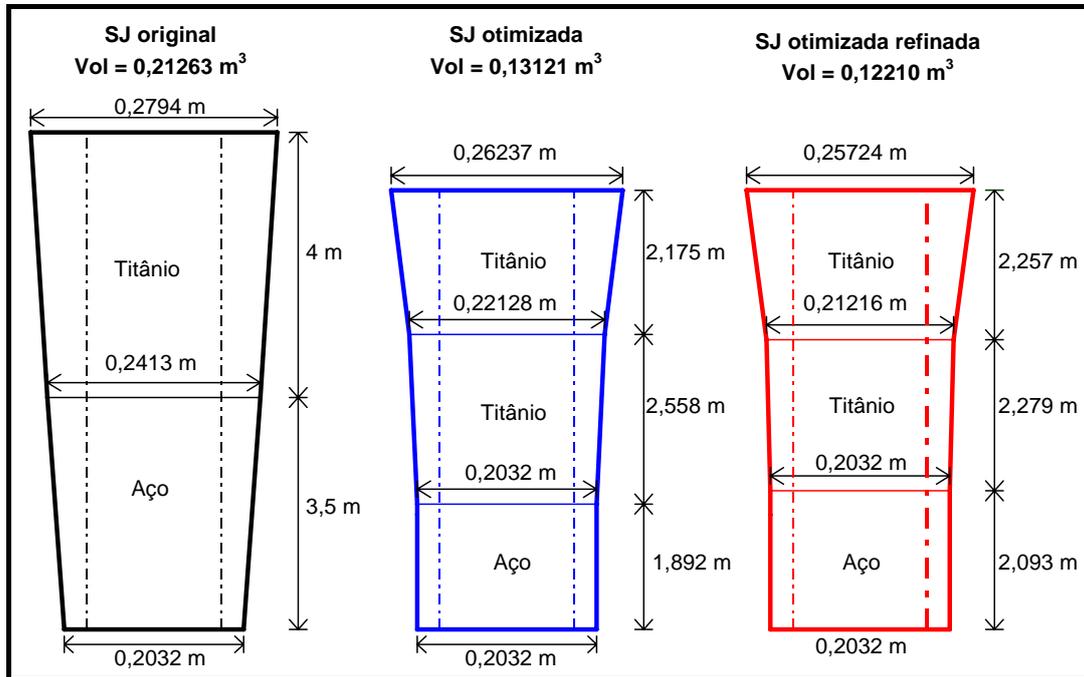


Figura 4.12 – Configurações da *stress joint* ao longo do procedimento de otimização.

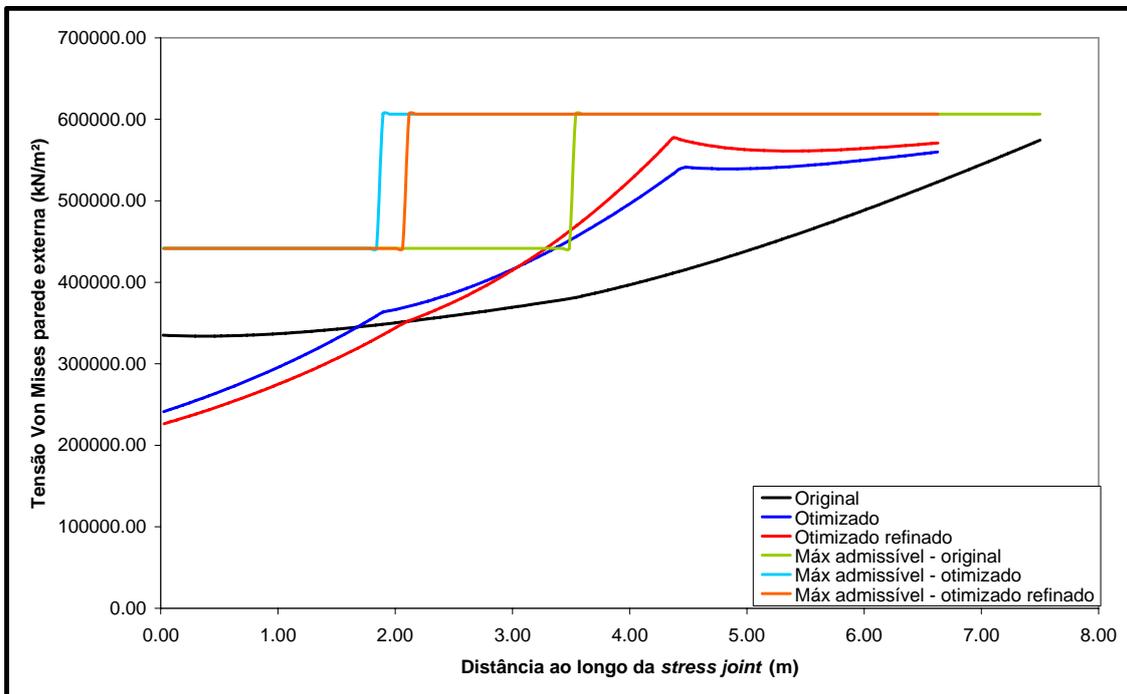


Figura 4.13 – Máximas tensões equivalentes de Von Mises na parede externa para as diferentes configurações da *stress joint* ao longo do processo de otimização.

Das Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 e da Figura 4.12, é possível concluir que a primeira otimização ocasionou uma diminuição no volume da *stress joint* de aproximadamente

38,3%, enquanto todo o processo de otimização, incluindo o refinamento, representou uma diminuição no volume da *stress joint* de aproximadamente 42,6%.

4.2.2.2 Otimização do volume e do custo da *stress joint*

Neste item é apresentado o procedimento de otimização simultânea do volume e do custo da *stress joint*. A estrutura considerada, conforme já mostrado (vide Figura 4.8), é uma *stress joint* mista, constituída de aço e titânio. Lembre-se do item 1.1 que o titânio apresenta diversas vantagens em relação ao aço. Entretanto, por outro lado o custo do titânio é consideravelmente maior que o do aço. Na presente aplicação, considera-se uma relação entre os custos unitários (por m³) do titânio e do aço igual a 9, o que está de acordo com a realidade. Observa-se que esta relação deve ser tomada entre custos equivalentes dos materiais, levando em conta os diversos componentes do custo total, tais como: matéria prima, fabricação, etc.

Devido ao maior custo do titânio, ao minimizar o volume de uma *stress joint* como a da Figura 4.8, não se está minimizando o custo desta estrutura. Ao contrário, neste caso a minimização do custo e a minimização do volume passam a ser objetivos conflitantes. Desta forma, este problema de otimização representa um problema de otimização multi-objetivo.

Nesta aplicação serão considerados valores adimensionais para os custos unitários dos materiais: 1 por m³ para o aço e 9 por m³ para o titânio, uma vez que o que interessa para o problema é o custo relativo entre eles. O custo total da *stress joint* é calculado da seguinte forma:

$$Custo = Custo_aço \cdot Volume_aço + Custo_titânio \cdot Volume_titânio \quad (4.1)$$

onde:

Custo_aço é o custo unitário do aço, assumido igual a 1 (por m³);

Custo_titânio é o custo unitário do titânio, assumido igual a 9 (por m³);

Volume_aço é o volume da parte de aço da *stress joint* (m³); e

Volume_titânio é o volume da parte de titânio da *stress joint* (m³).

A Tabela 4.8 indica as variáveis de projeto, o volume e o custo da *stress joint*, e os índices de restrições, para a configuração de partida do processo de otimização. Os índices de restrições Q_j representam novamente índices de tensão. Como nesta aplicação escolhemos como ponto de partida da otimização a mesma configuração de *stress joint* utilizada como ponto de partida no exemplo do item 4.2.2.1, os dados mostrados na Tabela 4.8 são os mesmos da Tabela 4.5, unicamente acrescentando agora o custo da *stress joint*.

Tabela 4.8 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições no processo de otimização multi-objetivo para a configuração inicial da *stress joint*.

Variáveis de projeto	Funções objetivo	Índices de restrições
$x_1 = 20,0000$ m	Vol = 0,21263 m ³ Custo = 1,3355	$Q_1 = 0,860439$
$x_2 = 0,111125$ m		$Q_2 = 0,758748$
$x_3 = 21,7500$ m		$Q_3 = 0,782966$
$x_4 = 0,120650$ m		$Q_4 = 0,784873$
$x_5 = 23,5000$ m		$Q_5 = 0,860140$
$x_6 = 0,130175$ m		$Q_6 = 0,628942$
$x_7 = 25,5000$ m		$Q_7 = 0,760054$
$x_8 = 0,139700$ m		$Q_8 = 0,764588$
		$Q_9 = 0,947228$

Foi realizada a seguir a otimização da estrutura através do algoritmo de otimização proposto no presente trabalho, utilizando o procedimento de interpolação para calcular os valores dos índices de restrições. Como se trata de otimização multi-objetivo de objetivos conflitantes, foi obtido um conjunto de soluções ótimas, formando a fronteira Pareto-ótima, em relação ao custo e ao volume da *stress joint*. Neste caso, foram solicitados ao algoritmo dez pontos na fronteira de Pareto. Este conjunto ótimo, ilustrado na Figura 4.14 no espaço das funções objetivo, apresenta soluções com diferentes valores de custo e volume.

A título de ilustração, foram escolhidas as duas soluções extremas obtidas, isto é, as soluções correspondentes ao mínimo custo / máximo volume e ao máximo custo / mínimo volume. Para estas duas soluções, as Tabelas 4.8 e 4.9 apresentam, respectivamente, os valores das variáveis de projeto; o volume e o custo da *stress joint*; os índices de restrições calculados pelo procedimento de interpolação; e os índices de restrições “reais” calculados pelo procedimento de análise isolada.

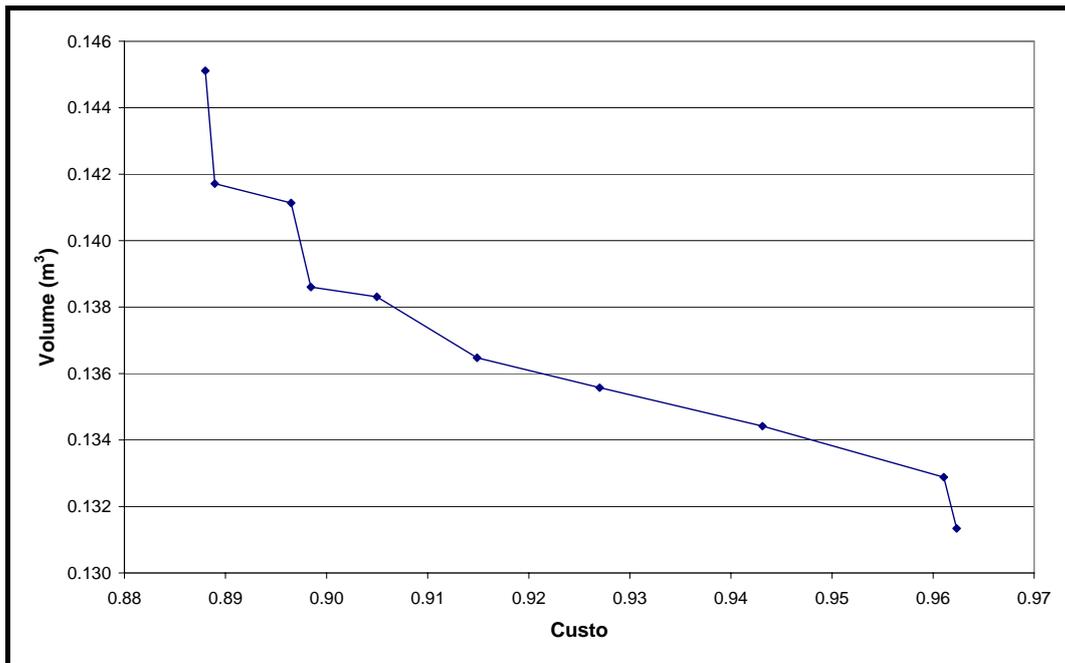


Figura 4.14 – Conjunto de soluções ótimas encontrado pelo algoritmo de otimização.

Tabela 4.9 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada da *stress joint* com mínimo custo e máximo volume.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 20,8727$ m	Vol = 0,14511 m ³ Custo = 0,8880	$Q_1 = 0,762708$	$Q_1 = 0,762762$
$x_2 = 0,101600$ m		$Q_2 = 0,669748$	$Q_2 = 0,675579$
$x_3 = 22,3545$ m		$Q_3 = 0,965922$	$Q_3 = 0,949966$
$x_4 = 0,112962$ m		$Q_4 = 0,962356$	$Q_4 = 0,954376$
$x_5 = 24,0943$ m		$Q_5 = 0,977300$	$Q_5 = 0,944994$
$x_6 = 0,116354$ m		$Q_6 = 0,711642$	$Q_6 = 0,694481$
$x_7 = 25,6809$ m		$Q_7 = 0,970262$	$Q_7 = 0,930391$
$x_8 = 0,133669$ m		$Q_8 = 0,978397$	$Q_8 = 0,940239$
		$Q_9 = 0,979052$	$Q_9 = 0,936111$

Tabela 4.10 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada da *stress joint* com máximo custo e mínimo volume.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 20,8674$ m	Vol = 0,13134 m ³ Custo = 0,9623	$Q_1 = 0,588352$	$Q_1 = 0,618646$
$x_2 = 0,101600$ m		$Q_2 = 0,515392$	$Q_2 = 0,547131$
$x_3 = 22,6075$ m		$Q_3 = 0,841052$	$Q_3 = 0,792541$
$x_4 = 0,101600$ m		$Q_4 = 0,834067$	$Q_4 = 0,803019$
$x_5 = 22,8033$ m		$Q_5 = 0,979622$	$Q_5 = 0,824561$
$x_6 = 0,109595$ m		$Q_6 = 0,704809$	$Q_6 = 0,606430$
$x_7 = 25,1443$ m		$Q_7 = 0,968301$	$Q_7 = 0,875153$
$x_8 = 0,131130$ m		$Q_8 = 0,979750$	$Q_8 = 0,876099$
		$Q_9 = 0,978324$	$Q_9 = 0,926005$

Observa-se da última coluna das Tabelas 4.8 e 4.9 que as duas soluções mostradas satisfazem a todas as restrições impostas, dadas neste caso pelas máximas tensões admissíveis. A Figura 4.15 ilustra a configuração original da *stress joint* e as duas configurações ótimas descritas acima.

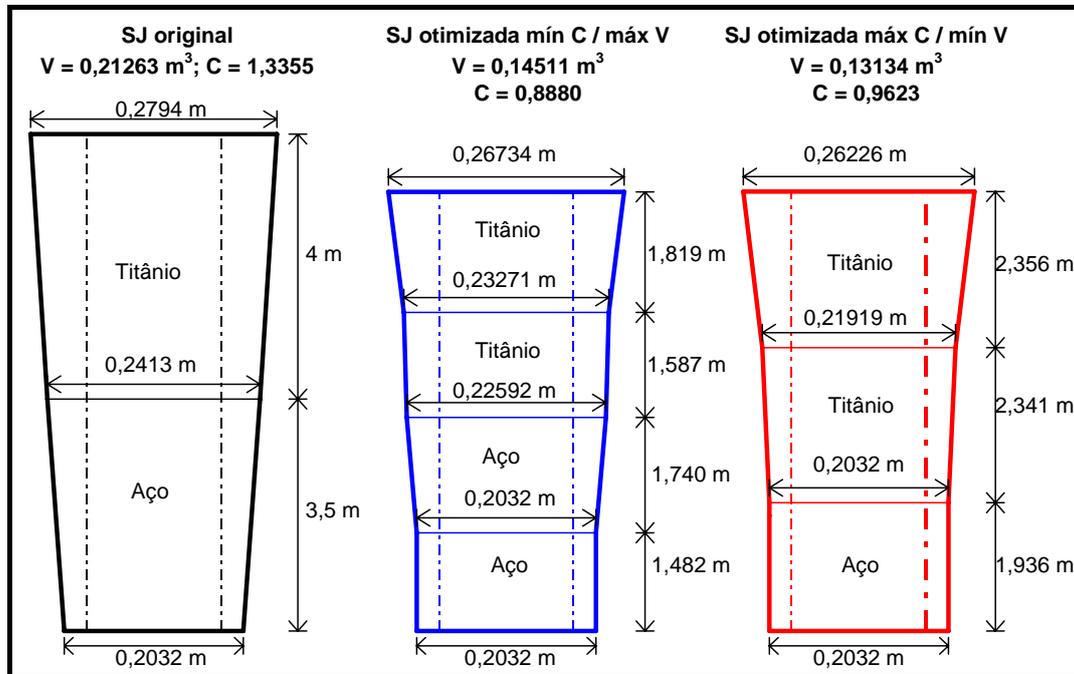


Figura 4.15 – Configurações da *stress joint* ao longo do procedimento de otimização.

A Figura 4.16 ilustra os valores máximos das tensões equivalentes de Von Mises na parede externa, para as três diferentes configurações de *stress joint* ilustradas na Figura 4.15, indicando também o valor da máxima tensão admissível. Neste exemplo, assim como nos anteriores, é possível perceber que nas estruturas otimizadas são verificadas tensões maiores do que na original, devido a que o procedimento de otimização tenta tirar o máximo proveito da estrutura, desde que esta satisfaça às restrições.

Das Tabelas 4.7, 4.8 e 4.9 e da Figura 4.15, é possível observar que a solução ótima com mínimo custo e máximo volume representou, em relação à *stress joint* original, uma diminuição no volume de aproximadamente 31,8% e uma diminuição no custo de aproximadamente 33,5%; enquanto a solução ótima com máximo custo e mínimo volume representou, em relação à *stress joint* original, uma diminuição no volume de aproximadamente 38,2% e uma diminuição no custo de aproximadamente 27,9%.

Tabela 4.11 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada refinada da *stress joint* com mínimo custo e máximo volume.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 20,8693$ m	Vol = 0,12112 m ³ Custo = 0,7755	$Q_1 = 0,585946$	$Q_1 = 0,602039$
$x_2 = 0,101676$ m		$Q_2 = 0,519573$	$Q_2 = 0,532295$
$x_3 = 22,5517$ m		$Q_3 = 0,762225$	$Q_3 = 0,753758$
$x_4 = 0,101676$ m		$Q_4 = 0,775200$	$Q_4 = 0,763523$
$x_5 = 23,6341$ m		$Q_5 = 0,979415$	$Q_5 = 0,973528$
$x_6 = 0,107619$ m		$Q_6 = 0,719916$	$Q_6 = 0,717306$
$x_7 = 25,4903$ m		$Q_7 = 0,973367$	$Q_7 = 0,976899$
$x_8 = 0,128774$ m		$Q_8 = 0,979896$	$Q_8 = 0,979678$
			$Q_9 = 0,979791$

Tabela 4.12 – Variáveis de projeto, funções objetivo e índices de restrições para solução otimizada refinada da *stress joint* com máximo custo e mínimo volume.

Variáveis de projeto	Função objetivo	Índices de restrições interpolados	Índices de restrições "reais"
$x_1 = 20,8735$ m	Vol = 0,12069 m ³ Custo = 0,7901	$Q_1 = 0,583091$	$Q_1 = 0,594000$
$x_2 = 0,101600$ m		$Q_2 = 0,516796$	$Q_2 = 0,525164$
$x_3 = 22,5097$ m		$Q_3 = 0,745585$	$Q_3 = 0,734679$
$x_4 = 0,101600$ m		$Q_4 = 0,759174$	$Q_4 = 0,744087$
$x_5 = 23,4827$ m		$Q_5 = 0,930377$	$Q_5 = 0,920604$
$x_6 = 0,107015$ m		$Q_6 = 0,685015$	$Q_6 = 0,679562$
$x_7 = 25,4476$ m		$Q_7 = 0,974009$	$Q_7 = 0,974732$
$x_8 = 0,128652$ m		$Q_8 = 0,979890$	$Q_8 = 0,981618$
			$Q_9 = 0,979508$

4.3 Análise de *stress joint* com apoio intermediário

No presente item, será mostrado um exemplo que consiste na análise estrutural de uma *stress joint* numa estrutura com apoio intermediário. O mesmo modelo é analisado pelo procedimento de análise descrito no item 2.5 e pelo programa de elementos finitos ANFLEX.

Considerou-se um modelo inicialmente em posição vertical, conforme ilustrado na Figura 4.17. Nesta figura, está indicado o diâmetro interno do *riser*, bem como os diâmetros externos e comprimentos de cada trecho do modelo. O material considerado para todo o modelo é aço ($E = 2,1 \cdot 10^8$ kN/m²). Lembrando a notação utilizada no item 2.5, a Parte 1 estende-se da extremidade fixa (topo) do modelo até o apoio

intermediário, enquanto a Parte 2 inicia-se neste apoio indo até o extremo livre do modelo ou ponto de truncamento.

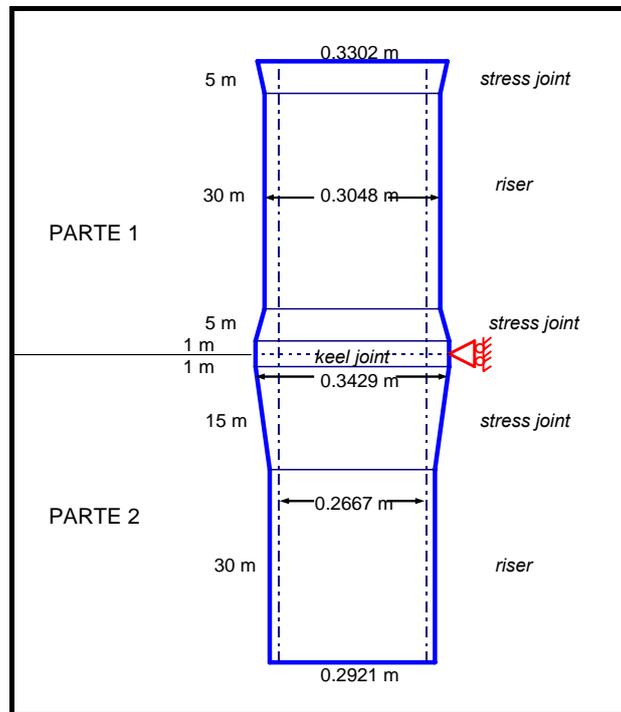


Figura 4.17 – Modelo isolado de *stress joint* com apoio intermediário.

Como carregamento atuante, foi considerado um conjunto de esforços, especificado a seguir:

Força aplicada no extremo inferior do modelo: $F = 400 \text{ kN}$;

Ângulo entre a direção de aplicação da força e o eixo do tubo: $\alpha = 0^\circ$;

Ângulo entre o eixo do tubo e a vertical na extremidade do engaste: $\phi_0 = 0^\circ$;

Ângulo entre o eixo do tubo e a vertical na extremidade livre: $\phi_L = 45^\circ$.

No modelo de elementos finitos no ANFLEX, a estrutura foi discretizada com uma malha uniforme constituída por 348 elementos do tipo pórtico não linear geométrico co-rotacionado, cada um com comprimento de 0,25 m.

A seguir, são apresentadas as comparações entre os resultados da análise com o modelo isolado e os encontrados mediante análise estática de elementos finitos. A Figura 4.18 ilustra as deformadas e a Figura 4.19, as tensões equivalentes de Von Mises na parede externa. É observada excelente correspondência entre os resultados dos modelos.

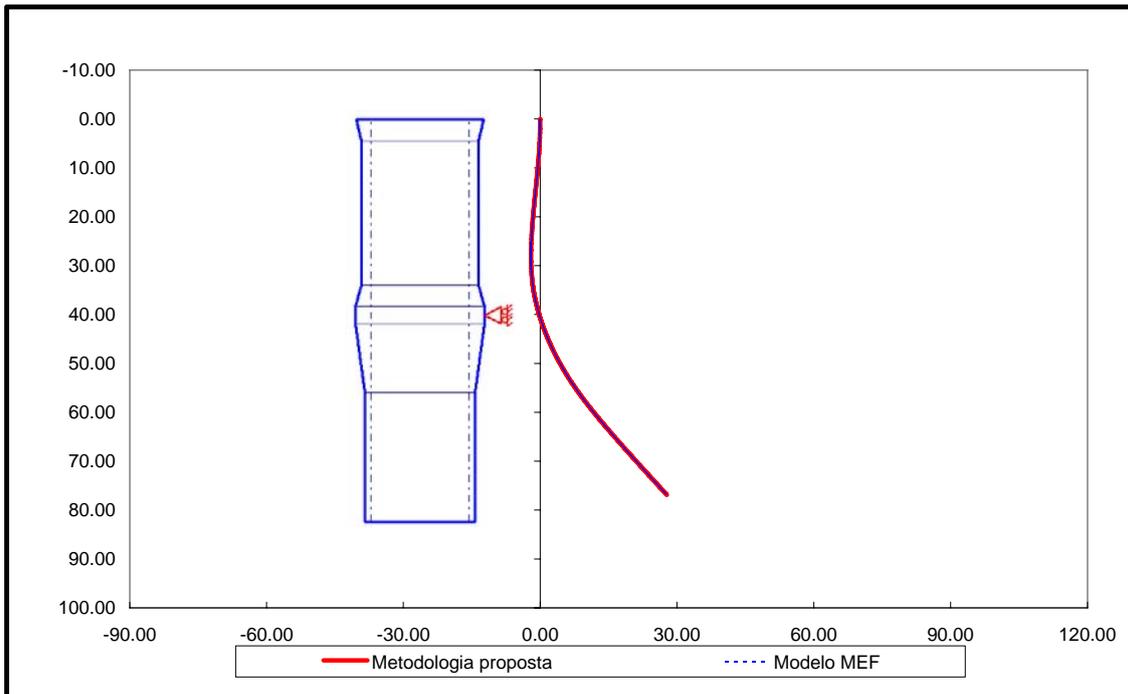


Figura 4.18 – Deformadas da *stress joint* com apoio intermediário, obtidas com o modelo proposto e com o modelo de elementos finitos.

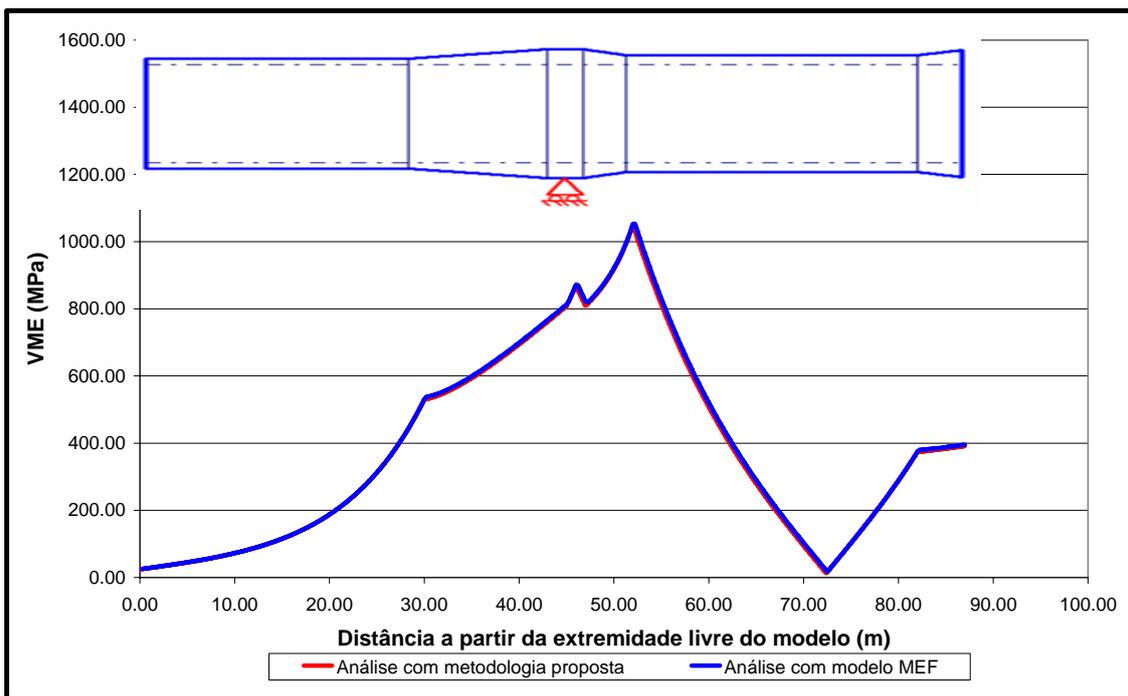


Figura 4.19 – Tensões equivalentes de Von Mises na parede externa para a *stress joint* com apoio intermediário, obtidas com o modelo proposto e com o modelo de elementos finitos.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Comentários e conclusões

No presente trabalho, foram propostos procedimentos para análise estrutural e otimização de estruturas de conexão utilizadas em *risers* rígidos e flexíveis, os quais foram descritos nos três primeiros capítulos. Os resultados dos casos de aplicação do Capítulo 4 mostraram-se satisfatórios.

Os resultados para o procedimento de análise isolada de estruturas de conexão mostraram excelente concordância com os resultados de modelos de análise global de *risers* baseados no método dos elementos finitos. Dessa forma, consegue-se o principal objetivo da metodologia de análise sugerida, que é reduzir o esforço computacional e realizar, em um tempo relativamente curto, análises estruturais de um grande número de modelos de estruturas de conexão, submetidas a diversos casos de carregamento.

A fim de ilustrar o ganho em tempo de computador com a metodologia isolada de análise, mostram-se na Tabela 5.1 os tempos aproximados de processamento das análises do modelo isolado de uma *stress joint* e do modelo global de elementos finitos de todo o *riser*, para o exemplo de aplicação do item 4.2.1. Neste exemplo, o tempo de processamento da análise isolada representou aproximadamente apenas 2% do tempo de processamento da análise global. Esta diferença naturalmente torna-se mais relevante quanto maior for o número de casos de carregamento e a complexidade dos modelos globais.

Tabela 5.1 – Comparação dos tempos de processamento da análise isolada e da análise global, para o exemplo de aplicação da *stress joint* do item 4.2.1.

Modelo de análise	Tempo de processamento
Modelo global MEF	3 min 48 s
Modelo isolado	5 s

Por outro lado, também foi mostrada a validade da extensão da metodologia de análise isolada para o caso de *stress joint* com apoio intermediário, através da

comparação com um modelo de elementos finitos. Esta situação encontra aplicações na prática da indústria *offshore*.

O procedimento proposto para otimização de estruturas de conexão provou ser robusto e eficiente, tanto para *stress joints* quanto para *bend stiffeners*.

O algoritmo de otimização foi aqui aplicado às estruturas de conexão de *risers*. Entretanto, o mesmo poderia ser adaptado a outros tipos de estruturas. Por exemplo, a própria estrutura de todo o *riser* poderia ser otimizada; neste sentido, existem alguns trabalhos na literatura dedicados a esta finalidade, os quais empregam algoritmos de otimização diferentes do utilizado na presente tese (vide item 3.8.1).

Observa-se que a utilização de um algoritmo de otimização sem um procedimento de interpolação requer que o cálculo das funções objetivo e das funções de restrições seja realizado um grande número de vezes. O procedimento de interpolação aqui proposto tem a vantagem de reduzir o tempo de processamento das análises de otimização. Esta redução de tempo será ainda mais significativa em problemas em que a análise estrutural é realizada, por exemplo, através de elementos finitos.

Foi proposta adicionalmente uma forma de refinar o procedimento de interpolação, baseada no conceito de raio de influência.

Destaca-se, finalmente, o fato de que no presente trabalho conseguiu-se reunir numa ferramenta, dois tipos de estruturas de conexão, *stress joints* e *bend stiffeners*, que do ponto de vista físico são utilizadas em estruturas de comportamentos completamente diferentes (*risers* rígidos em um caso e *risers* flexíveis no outro).

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Podem ser mencionadas as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- 1) Otimização de *stress joint* com apoio intermediário e de *stress joint* de trechos uniformes (*stepped stress joint*). Estas tarefas provavelmente não irão causar

modificações importantes na essência do algoritmo de otimização, mas sim na definição das variáveis de projeto e no tratamento dos intervalos de validade destas variáveis.

2) Otimização de outros tipos de estruturas, tais como, por exemplo, *risers* e linhas de ancoragem, verificando se o algoritmo de otimização proposto nesta tese comporta-se de forma satisfatória no estudo destas estruturas. Neste sentido, lembre-se do item 3.8.1 que os trabalhos na literatura empregam algoritmos diferentes das ES e abordam a otimização como um problema uni-objetivo. Na prática, pode-se ter interesse em otimizar a geometria de um *riser* ou outra estrutura em relação a mais de um objetivo simultaneamente.

3) Investigação de outras formas de interpolação de respostas. No presente trabalho, foi utilizado uma superposição de *splines* cúbicas, que teve resultados satisfatórios para as aplicações de estruturas de conexão de *risers*. É de interesse o estudo de diferentes formas de interpolação, principalmente em outras aplicações, devido ao longo tempo de processamento normalmente envolvido nas análises estruturais.

4) Estudo de alterações no algoritmo de otimização proposto, para incorporar as vantagens da computação paralela.

5) Estudo de métodos alternativos de solução ao problema de valor de contorno considerado no procedimento de análise isolada sugerido nesta tese, para comparação com o método *multiple shooting* aqui utilizado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, E. Q., SIQUEIRA, E. F. N., MOURELLE, M. M., CALDWELL, C., 2007, “Titanium Stressjoint Design for the Top Connection of a SCR in HPHD”. In: *Proceedings of the 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE 2007-29058, San Diego, California, USA, 10-15 June.
- ANFLEX, 2008, *Programa para Análise Não Linear de Risers e Linhas de Ancoragem. Manual de Entrada de Dados*. Versão 7.0. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, CENPES/PETROBRAS.
- ANP, 2008, *Anuário Estatístico Brasileiro do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis.
- ARISTIZÁBAL-OCHOA, J. D., 2004, “Large Deflection Stability of Slender Beam-Columns with Semirigid Connections: Elastica Approach”, *Journal of Engineering Mechanics*, v. 130, n. 3 (Mar), pp. 274-282.
- ÁVILA, G. G., 2005, *Cálculo de Fadiga de Risers Rígidos Através da Mecânica da Fratura*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- BÄCK, T., 1996, *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*. New York, USA, Oxford University Press, Inc.
- BARDANACHVILI, C. A., 2006, *Otimização Multiobjetivo com Estratégias Evolutivas Aplicada a Projetos Estruturais*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- BANZHAF, W., NORDIN, P., KELLER, R. E., FRANCONI, F. D., 1998, *Genetic Programming – An Introduction: On the Automatic Evolution of Computer Programs and Its Applications*. San Francisco, California, USA, Morgan Kaufmann Publishers, Inc.

- BATHE, K. J., 2006, *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, Prentice-Hall, Inc.
- BAZÁN, F. A. V., LIMA, E. C. P., SIQUEIRA, M. Q., SIQUEIRA, E. F. N., 2009, “Optimization of Stress Joints and Bend Stiffeners for Riser Design”. In: *Proceedings of the XXX Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, 1407, Búzios, RJ, Brazil, 8-11 November.
- BAZÁN, F. A. V., SIQUEIRA, M. Q., LIMA, E. C. P., SIQUEIRA, E. F. N., 2008, “Metodologia de Análise de Stress Joint para Risers de Aço”. In: *Proceedings of the XXIX Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, PAP0115, Maceió, AL, Brazil, 4-7 November.
- BEER, F. P., JOHNSTON JR., E. R., 1993, *Mecánica de Materiales*. 2ª ed. Santafé de Bogotá, Colombia, McGraw-Hill.
- BOEF, W. J. C., OUT, J. M. M., 1990, “Analysis of a Flexible-Riser Top Connection With Bend Restrictor”. In: *Proceedings of the 22nd Annual Offshore Technology Conference (OTC)*, OTC 6436, pp. 131-142, Houston, Texas, USA, 7-10 May.
- CAIRE, M., 2005, *Análise de Enrijecedores à Flexão*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CAIRE, M., VAZ, M. A., 2007, “The Effect of Flexible Pipe Non-Linear Bending Stiffness Behavior on Bend Stiffener Analysis”. In: *Proceedings of the 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE2007-29108, San Diego, California, USA, 10-15 June.
- CASTRO, R. E., 2001, *Otimização de Estruturas com Multi-objetivos Via Algoritmos Genéticos de Pareto*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CHAPMAN, S. J., 2004, *Fortran 90/95 for Scientists and Engineers*. 2nd ed. New York, USA, McGraw-Hill.

- CRISFIELD, M. A., 1991, *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Volume 1: Essentials*. Chichester, England, John Wiley & Sons.
- CUNLIFFE, N., BAXTER, C., MCCARTHY, T. J., TRIM, A. D., 2004, “Evolutionary Design of Marine Riser Systems”. In: *Proceedings of the 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE2004-51415, Vancouver, British Columbia, Canada, 20-25 June.
- CUNLIFFE, N., MCCARTHY, T. J., TRIM, A. D., 2003, “Optimisation of tapered stress joints for offshore catenary risers”, *The Structural Engineer*, v. 81, n. 20 (Oct), pp. 35-40.
- DANTAS, C. M. S., 2004, *Metodologia de Análise de Fadiga de Risers Rígidos no Domínio da Freqüência com Utilização de Modelos Hidrodinâmicos Tridimensionais Linearizados*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- DEB, K., 1995, *Optimization for Engineering Design: Algorithms and Examples*. New Delhi, India, Prentice-Hall, Inc.
- DEB, K., 2000, “An efficient constraint handling method for genetic algorithms”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 186, n. 2-4 (Jun), pp. 311-338.
- DEB, K., 2001, *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. 1st ed. Chichester, England, John Wiley & Sons.
- DEB, K., PRATAP, A., AGARWAL, S., MEYARIVAN, T., 2002, “A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 2 (Apr), pp. 182-197.
- FIGUEIREDO, M. W., 2001, *Estudo de Cargas em Cabeça de Poço Submarino em Operações de Completação*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- FOGEL, D. B., 1988, “An evolutionary approach to the traveling salesman problem”, *Biological Cybernetics*, v. 60, n. 2 (Dec), pp. 139-144.
- FOGEL, L. J., 1962, “Autonomus automata”, *Industrial Research*, v. 4, n. 2 (Feb), pp. 14-19.
- FYLLING, I. V., 1997, “Automated Optimization of Deepwater Mooring System Design”. In: *Proceedings of the 16th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, v. 1, part A, Yokohama, Japan, 13-17 April.
- GARCIA, L. F. T., 2007, *Elasticidade Não Linear: Teoria Geral e Aplicações*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Letra Capital Editora.
- GOLDBERG, D. E., 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Reading, Massachusetts, USA, Addison-Wesley.
- GORDON, C. C., DAREING, D. W., 2004, “Configuring Marine Riser Tapered Stress Joints Used in Top-Supported Applications”, *Journal of Energy Resources Technology*, v. 126, n. 3 (Sep), pp. 201-207.
- HAMIDA, S. B., SCHOENAUER, M., 2002, “ASCHEA: New Results Using Adaptive Segregational Constraint Handling”. In: *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*, v. 1, pp. 884-889, Honolulu, Hawaii, USA, 12-17 May.
- HOLLAND, J. H., 1975, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor, Michigan, USA, MIT Press.
- HOLLOWAY, G. L., 1991, “Diamond Coring System – Seafloor Component Hardware”. In: Storms, M. A., Natland, J. H., et al. (eds), *Proceedings of the Ocean Drilling Program, Initial Reports*, v. 132, chapter 7, College Station, Texas, USA, Ocean Drilling Program.

- HOMAIFAR, A., QI, C. X., LAI, S. H., 1994, “Constrained Optimization via Genetic Algorithms”, *Simulation*, v. 62, n. 4 (Apr), pp. 242-253.
- HUGHES, T. J. R., 2000, *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Mineola, New York, USA, Dover Publications, Inc.
- IMSL, 1994, *IMSL MATH/LIBRARY User's Manual*. Version 3.0. Houston, Texas, USA, Visual Numerics, Inc.
- KEBADZE, E., KRAINCANIC, I., 1999, “Non-Linear Bending Behaviour of Offshore Flexible Pipes”. In: *Proceedings of the Ninth International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE)*, v. II, pp. 226-233, Brest, France, 30 May - 4 June.
- KIRKPATRICK, S., GELATT JR., C. D., VECCHI, M. P., 1983, “Optimization by Simulated Annealing”, *Science*, v. 220, n. 4598 (13 May), pp. 671-680.
- KNOWLES, J. D., CORNE, D. W., 2000, “Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy”, *Evolutionary Computation*, v. 8, n. 2 (Summer), pp. 149-172.
- KOZA, J. R., 1992, *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. Cambridge, Massachusetts, USA, MIT Press.
- KOZA, J. R., 1994, *Genetic Programming II: Automatic Discovery of Reusable Programs*. Cambridge, Massachusetts, USA, MIT Press.
- LARSEN, C. M., HANSON, T., 1998, “Optimisation of Catenary Risers”. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE98-0323, Lisbon, Portugal, 5-9 July.
- LARSEN, C. M., HANSON, T., 1999, “Optimization of Catenary Risers”, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v. 121, n. 2 (May), pp. 90-94.

- LARSEN, C. M., VAN HOEKEN, A. P., 1995, "Optimization of Steel and Titanium Stressjoints for Marine Risers". In: *Proceedings of the Fifth International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE)*, v. IV, pp. 320-326, The Hague, The Netherlands, 11-16 June.
- LEMOS, C. A. D., 2005, *Análise de Fadiga em Risers Flexíveis*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- LIMA, E. C. P., ELLWANGER, G. B., JACOB, B. P., et al., 2006, *Apostila de MBP (Pós-Graduação Executiva em Petróleo): Tecnologias de Exploração de Petróleo*. 17ª turma, Agosto. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, COPPE/UFRJ.
- MEZURA-MONTES, E., COELLO, C. A. C., 2005, "A Simple Multimembered Evolution Strategy to Solve Constrained Optimization Problems", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 9, n. 1 (Feb), pp. 1-17.
- MICHALEWICZ, Z., 1996, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. 3rd ed. Berlin, Germany, Springer-Verlag.
- MICHALEWICZ, Z., ATTIA, N. F., 1994, "Evolutionary Optimization of Constrained Problems". In: *Proceedings of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming*, pp. 98-108, San Diego, California, USA, 24-26 February.
- MOURELLE, M. M., 1993, *Análise Dinâmica de Sistemas Estruturais Constituídos por Linhas Marítimas*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- MUÑOZ, H. E. M., 2009, *Correlação Numérica – Experimental de Dutos Flexíveis Submetidos a Cargas de Tração e Torção*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PINHO, A. L. S., 2001, *Redução de Tensões em Risers Rígidos de Plataformas TLP*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- POSFAL, 2007, *Programa para Análise Aleatória de Fadiga. Manual de Entrada de Dados*. Versão 15. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, CENPES/PETROBRAS.

- POWELL, D., SKOLNICK, M. M., 1993, "Using Genetic Algorithms in Engineering Design Optimization with Non-Linear Constraints". In: *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 424-431, Urbana-Champaign, Illinois, USA, 17-21 July.
- PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T., FLANNERY, B. P., 1992, *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing*. 2nd ed. Cambridge, Massachusetts, USA, Cambridge University Press.
- RAO, S. S., 1984, *Optimization: Theory and Applications*. New York, USA, John Wiley & Sons.
- REKLAITIS, G. V., RAVINDRAN, A., RAGSDELL, K. M., 1983, *Engineering Optimization Methods and Applications*. New York, USA, John Wiley & Sons.
- RENNER, G., EKÁRT, A., 2003, "Genetic algorithms in computer aided design", *Computer-Aided Design*, v. 35, n. 8 (Jul), pp. 709-726.
- RIGGS, H. R., LERAAND, T., 1991, "Efficient static analysis and design of flexible risers", *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v. 113, n. 3 (Aug), pp. 235-240.
- RODRIGUES, G. J. O., 2004, *Ferramentas Computacionais para Otimização e Síntese de Sistemas Híbridos de Risers Baseados no Conceito de Bóia de Subsuperfície*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- RUGGIERO, M. A. G., LOPES, V. L. R., 1996, *Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais*. 2^a ed. São Paulo, SP, Brasil, Makron Books.
- RUNARSSON, T. P., YAO, X., 2000, "Stochastic Ranking for Constrained Evolutionary Optimization", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 4, n. 3 (Sep), pp. 284-294.
- SCHWEFEL, H.-P., 1995, *Evolution and Optimum Seeking*. New York, USA, John Wiley & Sons.

- SOUSA, F. J. M., 2005, *Estatística de Longo Prazo da Resposta Aplicada à Análise de Risers Metálicos*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- SOUSA, J. R. M., 2005, *Análise Local de Linhas Flexíveis pelo Método dos Elementos Finitos*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- STOER, J., BULIRSCH, R., 1980, *Introduction to Numerical Analysis*. New York, USA, Springer-Verlag.
- TANAKA, R. L., MARTINS, C. A., 2006, “A Genetic Algorithm Approach to Steel Riser Optimization”. In: *Proceedings of the 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE2006-92257, Hamburg, Germany, 4-9 June.
- TANAKA, R. L., MARTINS, C. A., 2007, “Dynamic Optimization of Steel Risers”. In: *Proceedings of the Seventeenth International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE)*, v. II, pp. 859-863, Lisbon, Portugal, 1-6 July.
- TANAKA, R. L., MARTINS, C. A., 2008, “Parallel Dynamic Optimization of Steel Risers”. In: *Proceedings of the ASME 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE2008-57568, Estoril, Portugal, 15-20 June.
- TANAKA, R. L., SILVEIRA, L. M. Y., NOVAES, J. P. Z., BARROS, E. E., MARTINS, C. A., 2009, “Bending Stiffener Design through Structural Optimization”. In: *Proceedings of the ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE2009-79505, Honolulu, Hawaii, USA, 31 May - 5 June.
- TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M., 1961, *Theory of Elastic Stability*. 2nd ed. New York, USA, McGraw-Hill.

- VAZ, M. A., LEMOS, C. A. D., 2004, “Geometrical and Material Non-Linear Formulation for Bend Stiffeners”. In: *Proceedings of the 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE2004-51366, Vancouver, British Columbia, Canada, 20-25 June.
- VEGA-POSADA, C., AREIZA-HURTADO, M., ARISTIZÁBAL-OCHOA, J. D., 2007, “Large Deflection Stability of Slender Beam-Columns with Both Ends Partially Restrained against Rotation”, *Journal of Engineering Mechanics*, v. 133, n. 12 (Dec), pp. 1394-1400.
- VERZENHASSI, C. C., 2008, *Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade*. Dissertação de M.Sc., EESC/USP, São Carlos, SP, Brasil.
- VIEIRA, L. T., LIMA, B. S. L. P., EVSUKOFF, A. G., JACOB, B. P., 2003, “Application of Genetic Algorithms to the Synthesis of Riser Configurations”. In: *Proceedings of the 22nd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, OMAE2003-37231, Cancun, Mexico, 8-13 June.
- WITZ, J. A., TAN, Z., 1992, “On the Flexural Structural Behaviour of Flexible Pipes, Umbilicals and Marine Cables”, *Marine Structures*, v. 5, n. 2-3, pp. 229-249.

APÊNDICE A

O MÉTODO *MULTIPLE SHOOTING*

O presente item é reservado para uma breve explicação acerca do método *multiple shooting*, utilizado neste trabalho para a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias que regem o problema de valor de contorno no modelo de viga esbelta. Não é o objetivo aqui mostrar em detalhe a implementação computacional do método, mas simplesmente fornecer uma idéia geral sobre o mesmo.

Em primeiro lugar, para efeitos da discussão do presente item, um problema de valor inicial é dado por um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{aligned} Y_1'(X) &= f_1(X, Y_1(X), \dots, Y_n(X)), \\ Y_2'(X) &= f_2(X, Y_1(x), \dots, Y_n(X)), \\ &\vdots \\ Y_n'(X) &= f_n(X, Y_1(x), \dots, Y_n(x)) \end{aligned} \tag{A.1}$$

para n funções reais desconhecidas $Y_i(X)$, $i = 1, \dots, n$, de variável real. Tal sistema pode ser escrito na seguinte forma vetorial:

$$Y' = f(X, Y), \quad Y' = \begin{bmatrix} Y_1' \\ \vdots \\ Y_n' \end{bmatrix}, \quad f(X, Y) = \begin{bmatrix} f_1(X, Y_1, \dots, Y_n) \\ \vdots \\ f_n(X, Y_1, \dots, Y_n) \end{bmatrix}. \tag{A.2}$$

Para caracterizar o problema de valor inicial, é necessário fornecer condições iniciais num ponto, da seguinte forma:

$$Y(X_0) = Y_0 = \begin{bmatrix} Y_{10} \\ \vdots \\ Y_{n0} \end{bmatrix}. \tag{A.3}$$

Para a solução de problemas de valor inicial, existem diversos métodos numéricos, entre eles (STOER e BULIRSCH, 1990) os métodos de Runge-Kutta de diversas ordens, o método de Adam-Moulton, etc.

Além dos problemas de valor inicial, existe outro tipo de problemas que também ocorre na prática, os denominados problemas de valor de contorno. Neste caso, a solução desejada $Y(X)$ da equação diferencial (A.2) deve satisfazer uma condição de contorno da forma:

$$AY(a) + BY(b) = c \quad (\text{A.4})$$

onde $a \neq b$ são valores dados, A e B são matrizes quadradas de ordem n , e c é um vetor em R^n . As condições de contorno (A.4) são lineares em $Y(a)$, $Y(b)$.

As condições de contorno podem ser não lineares, como mostrado a seguir:

$$r(Y(a), Y(b)) = 0, \quad (\text{A.5})$$

que são construídas através de um vetor r de n funções r_i , $i = 1, \dots, n$, de $2n$ variáveis:

$$r(u, v) = \begin{bmatrix} r_1(u_1, \dots, u_n, v_1, \dots, v_n) \\ \vdots \\ r_n(u_1, \dots, u_n, v_1, \dots, v_n) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Para resolver o problema de valor de contorno é empregado no presente trabalho o método *multiple shooting* (STOER e BULIRSCH, 1980). Neste método, os valores $\bar{S}_k = Y(X_k)$, $k = 1, 2, \dots, m$, da solução exata $Y(X)$ do problema de valor de contorno dado pelas Eqs. (A.2) e (A.5), em diversos pontos $a = X_1 < X_2 < \dots < X_m = b$, são calculados simultaneamente por iteração. O intervalo $[a, b]$ é dividido em $m-1$ partes ou *shots* (m é o número de pontos *shooting*). Dentro de cada um destes *shots*, seja $Y(X; X_k, S_k)$ a solução do seguinte problema de valor inicial:

$$Y' = f(X, Y), \quad Y(X_k) = S_k. \quad (\text{A.7})$$

Assim, em cada *shot* deve ser resolvido um problema de valor inicial, resultando em um sistema de $n \cdot m$ equações simultâneas não lineares (vide Figura A.1):

$$\begin{aligned}
 Y(X_2; X_1, S_1) &= S_2 \\
 Y(X_3; X_2, S_2) &= S_3 \\
 &\vdots \\
 Y(X_m; X_{m-1}, S_{m-1}) &= S_m \\
 r(S_1, S_m) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A.8}$$

onde a última equação corresponde às condições de contorno em a e b .

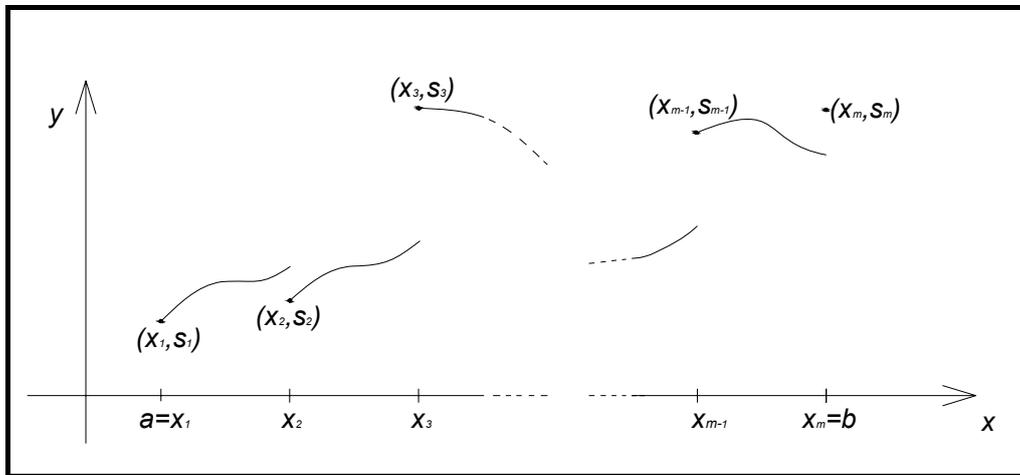


Figura A.1 – O método *multiple shooting* (STOER e BULIRSCH, 1980).

Este sistema de equações pode ser escrito da seguinte forma:

$$F(S) = \begin{bmatrix} F_1(S_1, S_2) \\ F_2(S_2, S_3) \\ \vdots \\ F_{m-1}(S_{m-1}, S_m) \\ F_m(S_1, S_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(X_2; X_1, S_1) - S_2 \\ Y(X_3; X_2, S_2) - S_3 \\ \vdots \\ Y(X_m; X_{m-1}, S_{m-1}) - S_m \\ r(S_1, S_m) \end{bmatrix} = 0
 \tag{A.9}$$

onde o problema consiste em obter os vetores $S = \begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_m \end{bmatrix}$.

Assim, partindo de um vetor inicial $S^{(0)}$, pode ser aplicado iterativamente o método de Newton, da seguinte maneira:

$$S^{(i+1)} = S^{(i)} - [J(S^{(i)})]^{-1} F(S^{(i)}), \quad i = 0, 1, \dots \quad (\text{A.10})$$

onde $J(S^{(i)})$ é a matriz Jacobiana de $S^{(i)}$.

Em cada passo ou iteração do método, devem ser calculados $F(S)$ e $J(S)$ para $S = S^{(i)}$. Para calcular $F(S)$ devem ser determinados os valores $Y(X_{k+1}; X_k, S_k)$ para $k = 1, 2, \dots, m - 1$, resolvendo os problemas de valor inicial dados pela Eq. (A.7), e calcular $F(S)$ de acordo com a Eq. (A.9). Os problemas de valor inicial são resolvidos por um método de Runge-Kutta de sexta ordem.

A matriz Jacobiana é dada por

$$J(S) = \left[\frac{\partial}{\partial S_k} F_i(S) \right]_{i,k=1,\dots,m} \quad (\text{A.11})$$

Na prática, as derivadas parciais da Eq. (A.11) são aproximadas por quocientes de diferenças.

Para ilustrar brevemente o método *multiple shooting*, consideremos o problema de valor de contorno dado pelas Eqs. (2.66) a (2.69) e pelas condições de contorno (2.72). Neste caso, temos $n = 4$, o número de equações, e suponhamos $m = 3$, o número de pontos *shooting*. Na realidade, três pontos não são suficientes para a convergência do método, sendo considerados aqui apenas para efeito desta ilustração.

Dividimos então o comprimento L em duas $(m - 1)$ partes ou *shots*, como ilustrado na Figura A.2.

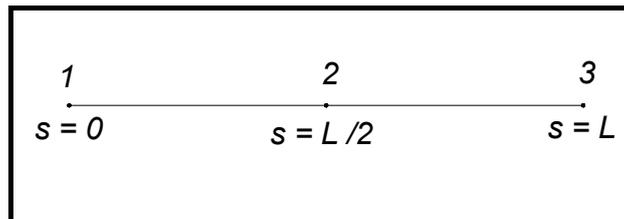


Figura A.2 – Divisão em *shots* no método *multiple shooting* para o exemplo considerado.

Consideremos em geral os vetores S_k , dados pelas componentes σ_{kj} ; $j = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, m$:

$$S_k = [\sigma_{k1}, \sigma_{k2}, \dots, \sigma_{kn}]^T \quad (\text{A.12})$$

Neste caso como $n = 4$ e $m = 3$, temos os vetores:

$$S_1 = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{14} \end{Bmatrix}, \quad S_2 = \begin{Bmatrix} \sigma_{21} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{24} \end{Bmatrix}, \quad S_3 = \begin{Bmatrix} \sigma_{31} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{34} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Temos assim para o intervalo $s \in [0, L/2[$ o seguinte problema de valor inicial a ser resolvido em cada iteração (i):

$$\frac{dx}{ds} = \cos \phi \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{dy}{ds} = \text{sen} \phi \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{M}{EI(s)} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{dM}{ds} = -F \text{sen}(\phi_L + \alpha - \phi) \quad (\text{A.17})$$

com as seguintes condições iniciais:

$$x^{(i)}(0) = \sigma_{11}^{(i)}, \quad y^{(i)}(0) = \sigma_{12}^{(i)}, \quad \phi^{(i)}(0) = \sigma_{13}^{(i)}, \quad M^{(i)}(0) = \sigma_{14}^{(i)} \quad (\text{A.18})$$

Resolvendo este problema de valor inicial, são obtidos os valores $x^{(i)}(L/2)$, $y^{(i)}(L/2)$, $\phi^{(i)}(L/2)$ e $M^{(i)}(L/2)$, para a iteração (i).

Analogamente, para o intervalo $s \in [L/2, L[$ temos o problema de valor inicial dado pelas mesmas Eqs. (A.14) a (A.17) e pelas seguintes condições iniciais:

$$x^{(i)}(L/2) = \sigma_{21}^{(i)}, \quad y^{(i)}(L/2) = \sigma_{22}^{(i)}, \quad \phi^{(i)}(L/2) = \sigma_{23}^{(i)}, \quad M^{(i)}(L/2) = \sigma_{24}^{(i)} \quad (\text{A.19})$$

Resolvendo este problema de valor inicial, são obtidos os valores $x^{(i)}(L)$, $y^{(i)}(L)$, $\phi^{(i)}(L)$ e $M^{(i)}(L)$, para a iteração (i) .

Por outro lado, pelas condições de contorno do problema original, Eqs. (2.72), temos que:

$$\left. \begin{array}{l} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \\ \phi(0) = \phi_0 \\ M(L) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_{11}^{(i)} = 0 \\ \sigma_{12}^{(i)} = 0 \\ \sigma_{13}^{(i)} = \phi_0 \\ \sigma_{34}^{(i)} = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{A.20})$$

Para poder resolver iterativamente o problema com a Eq. (A.10), devem ser calculados $F(S^{(i)})$ e a matriz Jacobiana $J(S^{(i)})$. O cálculo desta última é um pouco mais complicado e está explicado em STOER e BULIRSCH (1980). O valor de $F(S^{(i)})$ é dado pela seguinte expressão, de acordo com a Eq. (A.9):

$$F(S^{(i)}) = \begin{bmatrix} x^{(i)}(L/2) - \sigma_{21}^{(i)} \\ y^{(i)}(L/2) - \sigma_{22}^{(i)} \\ \phi^{(i)}(L/2) - \sigma_{23}^{(i)} \\ M^{(i)}(L/2) - \sigma_{24}^{(i)} \\ x^{(i)}(L) - \sigma_{31}^{(i)} \\ y^{(i)}(L) - \sigma_{32}^{(i)} \\ \phi^{(i)}(L) - \sigma_{33}^{(i)} \\ M^{(i)}(L) - \sigma_{34}^{(i)} \\ \sigma_{11}^{(i)} \\ \sigma_{12}^{(i)} \\ \sigma_{13}^{(i)} - \phi_0 \\ \sigma_{34}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

Uma vez obtido $S^{(i+1)}$ com a Eq. (A.10), repete-se o processo até que a diferença entre $S^{(i)}$ e $S^{(i+1)}$ esteja dentro de uma determinada tolerância.

APÊNDICE B

ARQUIVO DE INTERFACE ENTRE PROGRAMA DE ANÁLISE E PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO

Na Figura B.1 é mostrado um exemplo de arquivo de interface entre o programa de análise estrutural de estruturas de conexão de *risers* e o programa de otimização de tais estruturas.

```
$ Título da Análise
exemplo
$ ND,NFU,NFR,NPBF,NFP
  4  2  5  0  10
$ Raio interno (r) Raio externo (R) Comp. total (L)
  0.0762          0.1016          27.5
$ Índice de Custo dos Trechos
  1.          9.
$ Valores das variáveis e tensões de Von Mises (Tabela 2)
$   x1      x2      x3      x4      Q1      Q2      Q3      Q4      Q5
  20.000  0.111125  21.750  0.12065  0.86044  0.75875  0.78297  0.78487  0.86014
  19.125  0.111125  21.750  0.12065  0.72393  0.63934  0.79216  0.79515  0.86550
  20.875  0.111125  21.750  0.12065  1.03649  0.90786  0.77257  0.77094  0.85287
  20.000  0.101600  21.750  0.12065  0.78913  0.69908  1.06082  1.05987  0.82439
  20.000  0.136525  21.750  0.12065  0.98629  0.85860  0.42453  0.42722  0.92014
  20.000  0.111125  20.875  0.12065  0.89234  0.78303  0.66007  0.65875  0.87396
  20.000  0.111125  22.625  0.12065  0.82972  0.73275  0.93551  0.93265  0.84329
  20.000  0.111125  21.750  0.10160  0.71480  0.62963  0.63159  0.64023  1.40809
  20.000  0.111125  21.750  0.14605  0.99164  0.87506  0.91911  0.90727  0.52282
$ Pontos Fora dos Eixos das Variáveis
```

Figura B.1 – Arquivo de interface entre o programa de análise e o programa de otimização, para estruturas de conexão de *risers*.

Nesta figura, os significados dos dados de entrada para o programa de otimização são indicados a seguir:

ND: número de variáveis de projeto;

NFU: número de funções objetivo;

NFR: número de funções representado as restrições;

NPBF: número de pontos fora dos eixos das variáveis (para o refinamento da interpolação);

NFP: número de pontos solicitados na fronteira de Pareto ótima.

r: Raio interno da estrutura de conexão;

R: Raio externo da estrutura de conexão;

L: Comprimento total do modelo isolado que compreende estrutura de conexão e trecho de *riser*;

x1, x2, etc.: Valores das variáveis de projeto;

Q1, Q2, etc.: Valores das funções de restrição.

Adicionalmente, como se observa na Figura B.1, devem ser fornecidos, se $NFU > 0$, os índices relativos de custo dos trechos, começando da parte inferior da estrutura de conexão. No exemplo mostrado da figura, a estrutura de conexão possui dois trechos (sem considerar o trecho de *riser*); ao material do trecho inferior foi atribuído custo unitário de 1 e ao material do trecho superior foi atribuído um custo unitário de 9.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)