

AdS/QCD : Uma abordagem para as interações fortes via Teoria de Cordas

Carlos Alfonso Martín Ballón Bayona

Orientador: Nelson Ricardo de Freitas Braga
Co-orientador: Henrique Boschi-Filho

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



UFRJ

AdS/QCD : Uma abordagem para as interações fortes via Teoria de Cordas

Carlos Alfonso Martín Ballón Bayona

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências (Física)

Orientador: Nelson Ricardo de Freitas Braga
Co-orientador: Henrique Boschi-Filho

Rio de Janeiro
Março de 2009

ADS/QCD : UMA ABORDAGEM PARA AS INTERAÇÕES FORTES VIA
TEORIA DE CORDAS

Carlos Alfonso Martín Ballón Bayona

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências Físicas.

Orientador: Nelson Ricardo de Freitas Braga

Co-orientador: Henrique Boschi-Filho

Tese aprovada por:

Dr. Nelson Ricardo de Freitas Braga

Dr. Henrique Boschi-Filho

Dr. Víctor de Oliveira Rivelles

Dr. Fernando Silveira Navarra

Dr. Silvio Paolo Sorella

Dr. Eduardo Souza Fraga

Rio de Janeiro
Março de 2009

Ballón Bayona, Carlos Alfonso Martín.

B193a AdS/QCD : Uma abordagem para as interações fortes
via Teoria de Cordas / Carlos Alfonso Martín Ballón
Bayona. Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2009.

xi, 93f.: il. ; 30cm.

Orientador: Nelson Ricardo de Freitas Braga.

Co-orientador: Henrique Boschi-Filho.

Tese (Doutorado) - UFRJ / Instituto de Física / Pro-
grama de Pós-graduação em Física, 2009.

Referências Bibliográficas: f. 109-115.

1. Correspondência AdS/CFT. 2. Teoria de Campos.
3. Teoria de Cordas. 4. Cromodinâmica Quântica.
5. Física Hadrônica. 6. Gravitação. I. Braga, Nelson Ri-
cardo de Freitas. Boschi-Filho, Henrique II. Universidade
Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Física. Programa de
Pós-graduação em Física. III. Título.

Esta tese é dedicada à memória do meu pai.

Agradecimentos

Esta Tese é a consequência de um longo projeto iniciado em 2005 em colaboração com os meus orientadores Nelson R. F. Braga e Henrique Boschi-Filho. Na época em que defendi a minha Tese de Mestrado intitulada “Um estudo da Correspondência AdS/CFT ” (Março de 2005), eu já estava bastante envolvido no estudo da Teoria de Cordas e da Correspondência AdS/CFT ao mesmo tempo que Nelson e Henrique estavam cada vez mais envolvidos no estudo de modelos de Teoria de Cordas que possam descrever a fenomenologia das interações fortes. Motivados pelos excelentes resultados obtidos por J. Polchinski e M. Strassler para amplitudes de espalhamento hadrônicas, demos início ao estudo do espalhamento profundamente inelástico no contexto dos modelos de Teoria de Cordas denominados *modelos AdS/QCD*. No segundo ano do projeto, o surgimento do trabalho de C. Herzog chamou muito a nossa atenção devido a que fazia uso dos modelos AdS/QCD para descrever a transição confinamento/desconfinamento em Teorias de Calibre fortemente acopladas. Com a importante colaboração do pesquisador Leopoldo Pando Zayas da Universidade de Michigan, obtivemos resultados importantes para essa transição usando o método denominado de renormalização holográfica. No terceiro e quarto ano de Doutorado, como consequência do estudo iniciado no primeiro ano, conseguimos obter importantes resultados para o espalhamento profundamente inelástico em diversos regimes de energia.

Esta Tese é a conclusão de uma etapa importante da minha carreira em que aprendi a pesquisar seriamente em áreas de fronteira da Física Teórica, sabendo superar obstáculos, indo e voltando quando for necessário a fim de chegar naqueles preciosos momentos em que encontramos respostas e surgem novas perguntas. Gostaria de agradecer a Nelson e Henrique pela excelente orientação que recebi, ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro por ter apostado no meu trabalho e a pessoas tais como Eduardo, Kodama, Edmond, Cristine, Helayel, Víctor, Alex, Marcus, Cristian, Letícia, Bruno, Ana, Felipe, Gabriel, Elmer, Andre, etc. Finalmente, gostaria de agradecer a minha esposa pelo amor e infinita paciência e a minha família (Norma, Héctor, Angie) por sempre ter acreditado em mim.

Resumo

AdS/QCD : Uma abordagem para as interações fortes via Teoria de Cordas

Nesta tese é feito um estudo de alguns problemas da física hadrônica usando modelos AdS/QCD. Os modelos AdS/QCD são modelos holográficos inspirados na Correspondência AdS/CFT que capturam diversas propriedades da Cromodinâmica Quântica (QCD) tais como gap de massa, confinamento e quebra de simetria quiral.

Na sua forma original, a correspondência AdS/CFT relaciona uma Teoria Yang-Mills $SU(N_c)$ definida em $\mathbb{R}^{1,3}$ com N_c grande e Supersimetria $\mathcal{N} = 4$ a uma Teoria de Supercordas ou Supergravidade definida em $AdS_5 \times S^5$. AdS significa espaço-tempo Anti-de-Sitter enquanto CFT significa Teoria de Campos Conforme. Os modelos AdS/QCD quebram a invariância conforme da Teoria Super Yang-Mills através de modificações do espaço $AdS_5 \times S^5$. Essas modificações introduzem uma escala infra-vermelha de massa que possibilita o estudo de vários problemas interessantes da física hadrônica.

Os problemas abordados nesta tese são o espalhamento profundamente inelástico e a transição confinamento/desconfinamento. Usamos na nossa abordagem o modelo de parede rígida (*hard wall model*), o modelo de parede macia (*soft wall model*) e o modelo D3/D7. Os resultados mais importantes são o cálculo de funções de estrutura no espalhamento profundamente inelástico e o cálculo de quantidades termodinâmicas na transição confinamento desconfinamento.

Palavras-chave: Correspondência AdS/CFT, Teoria de Campos, Teoria de Cordas, Cromodinâmica Quântica, Física Hadrônica, Gravitação

Abstract

ADS/QCD: A string theory approach to strong interactions

In this thesis we study some problems of hadronic physics using AdS/QCD models. The AdS/QCD models are holographic models inspired on the AdS/CFT Correspondence that capture several properties of Quantum Chromodynamics like mass gap, confinement and chiral symmetry breaking.

In its original form, the AdS/CFT Correspondence relates a Yang-Mills Theory $SU(N_c)$ in $\mathbb{R}^{1,3}$ with large N_c and supersymmetry $\mathcal{N} = 4$ to a Superstring Theory or Supergravity in $AdS_5 \times S^5$. AdS means Anti-de-Sitter space-time while CFT means Conformal Field Theory. The AdS/QCD models break the Super Yang-Mills conformal invariance through modifications of the $AdS_5 \times S^5$ space. These modifications introduce an infrared mass scale that makes it possible to study many interesting problems of hadronic physics.

The problems considered in this thesis are : Deep Inelastic Scattering (DIS) and the Confinement/Deconfinement Transition. We use in our approach the hard wall model, the soft wall model and the D3/D7 model. The most important results are the calculus of the DIS structure functions and the thermodynamical quantities in the Confinement/Deconfinement Transition.

Key-words: AdS/CFT Correspondence, Field Theory, String Theory, Quantum Chromodynamics, Hadronic Physics, Gravitation.

Índice

1	Introdução	1
2	Modelos AdS/QCD	6
2.1	Um pouco de história : Teoria de Cordas vs QCD	6
2.2	O espaço Anti-de-Sitter e a Correspondência AdS/CFT	8
2.2.1	O dicionário holográfico	9
2.2.2	Soluções de campos no Anti-de-Sitter	10
2.3	O modelo de parede rígida	11
2.3.1	Espalhamento de hádrons	12
2.3.2	Massas de hádrons	15
2.3.3	Campos vetoriais e quebra de simetria quiral	16
2.3.4	Fatores de forma hadrônicos	19
2.3.5	Confinamento	20
2.4	O modelo de parede macia	22
2.4.1	Campos vetoriais	24
2.4.2	Campos escalares	25
2.4.3	Campos de spin grande	26
2.4.4	Fatores de forma hadrônicos	27
2.5	O modelo D3/D7	28
2.5.1	Massas de mésons escalares	31
2.5.2	Massas de mésons vetoriais	33
2.5.3	Fatores de forma hadrônicos	34
2.6	Outros modelos AdS/QCD	35
3	O espalhamento profundamente inelástico via AdS/QCD	37
3.1	Breve revisão do espalhamento profundamente inelástico	38
3.2	DIS no modelo de parede rígida	39
3.2.1	Regime I : Aproximação de Supergravidade	40

3.2.2	Regime II : Estados massivos da Teoria de Cordas	45
3.2.3	Regimes III e IV : Contribuição de termos não locais	47
3.3	DIS no modelo de parede macia	47
3.3.1	Regime I : Aproximação de Supergravidade	48
3.3.2	Regime II : Estados massivos de Teoria de Cordas	54
3.4	DIS no modelo D3/D7	55
3.4.1	Caso A : Campo de calibre no bulk	58
3.4.2	Caso B : Campo de calibre na D7-brana	60
3.4.3	Resultados Numéricos	62
3.4.4	Fatores de forma de mésons escalares	64
3.5	Análise dos resultados para as funções de estrutura	65
3.6	Estados hadrônicos compostos	68
3.6.1	$\Delta' = \Delta$ e a transversalidade do tensor $T^{\mu\nu}$	69
3.6.2	Funções de estrutura escalares com $\Delta' > \Delta$	71
3.6.3	Regime de x pequeno e <i>scaling</i> na seção de choque fóton-hádron	74
4	Transição confinamento/desconfinamento	76
4.1	Transição confinamento/desconfinamento em $S^3 \times S^1$	77
4.2	Transição confinamento/desconfinamento em $\mathbb{R}^3 \times S^1$ via AdS/QCD	82
4.2.1	Transição confinamento/desconfinamento no modelo de parede rígida	84
4.2.2	Transição confinamento/desconfinamento no modelo de parede macia	89
	Conclusões	92
	Apêndices	96
A	A Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$	96
B	Um modelo híbrido para férmions	98
C	Cálculo de funções de estrutura e fatores de forma no D3/D7	101
C.1	Caso A : Campo de calibre no bulk	101
C.2	Caso B: Campo de calibre na D7-brana	103
D	Cálculo das primeiras contribuições de estados hadrônicos compostos ($\Delta' > \Delta$)	106
E	Sistemas de coordenadas para o AdS_{n+1}	108
E.1	Coordenadas globais	108

E.2 Coordenadas de Poincaré 109

Capítulo 1

Introdução

O entendimento das interações fortes é um dos grandes desafios das últimas décadas. A descoberta da Cromodinâmica Quântica (QCD) [1, 2] na década de 1970 como sendo a Teoria capaz de descrever as interações fortes significou um importante avanço, já que na sua versão perturbativa ela reproduz com muita precisão a física hadrônica em termos de partículas elementares (quarks e glúons). Porém, no regime não perturbativo a QCD é de difícil trato sendo em muitos casos substituída por modelos efetivos, fenomenológicos ou simulações computacionais (QCD na rede).

A descoberta da Correspondência AdS/CFT em 1997 [3] constituiu uma revolução na Física Teórica porque estabeleceu uma conexão entre as interações fortes e as interações gravitacionais. Essa conexão acontece num cenário de Teoria de Cordas com Supersimetria. As Teorias de Supercordas [4, 5, 6, 7] são teorias de unificação onde os constituintes fundamentais são objetos unidimensionais (cordas) que “moram” num espaço-tempo de 10 dimensões com Supersimetria. O espectro da Teoria inclui partículas de spin inteiro (bosônicas) e semi-inteiro (fermiônicas). A família de partículas bosônicas inclui por exemplo o fóton (spin 1) correspondente à interação eletromagnética e o gráviton (spin 2) que é o mediador da interação gravitacional.

A inclusão de N_c D3-branas [8] coincidentes numa Teoria de Supercordas permite acrescentar ao espectro campos de calibre não abelianos (glúons) com simetria $SU(N_c)$ restritos a

um espaço-tempo de 4 dimensões. Esses campos surgem como estados não massivos de cordas abertas com as pontas presas em hipersuperfícies de 4 dimensões (D3-branas). No limite de baixas energias esses campos de calibre podem ser descritos por uma Teoria Yang-Mills $SU(N_c)$ com Supersimetria $\mathcal{N} = 4$. As Teorias Yang-Mills $SU(N_c)$, descobertas em 1954 [9], são Teorias de Calibre fundamentais na física de partículas, em especial na física de interações fortes porque no caso $N_c = 3$ (e sem Supersimetria) descrevem a parte gluônica da QCD.

Por outro lado, uma configuração de N_c D3-branas coincidentes geram na Teoria de Supercordas um espaço-tempo com geometria $AdS_5 \times S^5$. AdS_5 significa espaço-tempo Anti-de-Sitter de 5 dimensões que é um espaço de curvatura negativa e constante que envolve as 4 coordenadas do espaço-tempo das D3-branas mais uma quinta coordenada espacial. S^5 significa esfera de 5 dimensões que corresponde às dimensões extras compactificadas.

A Correspondência AdS/CFT conjectura a existência de uma dualidade entre uma Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ definida em 4 dimensões a uma Teoria de Supercordas definida no espaço $AdS_5 \times S^5$. A constante de acoplamento da Teoria de Supercordas g_s é identificada com a constante de acoplamento da Teoria Super Yang-Mills g_{YM} via a relação $g_s = g_{YM}^2$. Na versão forte da Correspondência AdS/CFT a dualidade entre a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ e a Teoria de Supercordas é válida para quaisquer valores de g_{YM} e N_c . No entanto, na maioria dos casos é conveniente considerar as seguintes condições :

i) O numero de cores N_c da Teoria Super Yang-Mills deve ser muito grande e a constante g_{YM} muito pequena mantendo o produto $g_{YM}^2 N_c$ fixo.

ii) A constante de acoplamento efetiva $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ (constante de 't Hooft) deve ser grande.

A condição (i) garante que a Teoria de Supercordas seja perturbativa enquanto a condição (ii) garante que o raio de espaço Anti-de-Sitter $R = (4\pi\lambda)^{1/4} \sqrt{\alpha'}$ seja grande em comparação ao tamanho característico de uma corda fechada $\ell_s \sim \sqrt{\alpha'}$ de forma que a Teoria de Supercordas possa ser em muitos casos descrita pela Teoria de Supergravidade.

Devido ao fato de que na Correspondência AdS/CFT a Teoria de Calibre é definida na fronteira do espaço Anti-de-Sitter, a Correspondência AdS/CFT é interpretada como uma realização do princípio holográfico [10]. O exemplo mais importante é aquele em que a fronteira é o

espaço tempo $\mathbb{R}^{1,3}$, no qual escolhe-se trabalhar com as coordenadas de Poincaré que definem um retalho do espaço Anti-de-Sitter com fronteira $\mathbb{R}^{1,3}$. Trabalhos de revisão sobre a Correspondência AdS/CFT podem ser encontrados em [11, 12].

A Teoria Super Yang-Mills $SU(N_c)$ com N_c grande e Supersimetria $\mathcal{N} = 4$ definida em $\mathbb{R}^{1,3}$ possui os grupos de simetria $SO(4, 2)$ (simetria conforme) e $SU(4) \approx SO(6)$ (simetria R). Além dos glúons essa Teoria possui 4 gauginos e 6 partículas escalares reais. Os campos que descrevem essas partículas são definidos na representação adjunta do grupo $SU(N_c)$ ¹. Como consequência da simetria conforme, a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ possui uma constante de acoplamento independente da escala de energia. Essa situação é bem diferente do que acontece na QCD onde a constante de acoplamento muda com a energia (*running coupling*). A altas energias a constante de acoplamento g_{QCD} é pequena (liberdade assintótica) e a Teoria possui aproximadamente simetria conforme e simetria quiral. Conforme a energia diminui a constante de acoplamento aumenta, as massas de quarks e hádrons quebram a simetria conforme e a simetria quiral e surge o complexo mecanismo de confinamento entre quarks e glúons.

As quebras das simetrias conforme e quiral e o surgimento do confinamento são fenômenos de difícil entendimento na QCD devido a que no regime de baixas energias a constante de acoplamento grande não permite um tratamento perturbativo. O fato de que a Correspondência AdS/CFT permitiu estabelecer uma conexão entre Teorias de Calibre não perturbativas e Teorias de Cordas ou Supergravidade perturbativas motivou o surgimento dos denominados modelos AdS/QCD que têm como objetivo descever holograficamente o regime não perturbativo da QCD usando a Teoria de Supercordas ou Supergravidade. Para esse fim é necessário implementar quebras da supersimetria, da simetria conforme e da simetria quiral presentes na Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$. Essas quebras podem ser implementadas através de modificações da geometria original $AdS_5 \times S^5$ que permitem introduzir de maneira simples elementos da QCD necessários para o estudo da física hadrônica.

Os modelos AdS/QCD podem ser classificados em dois tipos :

i) Modelos *bottom-up* : são aqueles em que as modificações do espaço Anti-de-Sitter não

¹A densidade lagrangeana da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ e as simetrias dela são descritas no apêndice A .

surgem da Teoria de Cordas, elas são fenomenológicas no sentido que são construídas para incluir propriedades da QCD que a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ não possui. Os exemplos mais importantes desse tipo são o modelo de parede rígida (hard wall model) [13] e o modelo de parede macia (soft wall model)[14].

ii) Modelos *top-down* : esses modelos surgem como soluções da Teoria de Cordas e descrevem formalmente a quebra de Supersimetria mas em compensação introduzem modificações na geometria em alguns casos pouco intuitivas devido a que as soluções para os campos e a métrica não são analíticas. Os exemplos mais importantes desse tipo são o modelo D3/D7 [15] e o modelo D4/D8 [16].

Nesta tese abordamos holograficamente dois problemas importantes da física hadrônica : o espalhamento profundamente inelástico e a transição confinamento/desconfinamento. Na nossa abordagem fazemos uso de três modelos AdS/QCD: o modelo de parede rígida, o modelo de parede macia e o modelo D3/D7.

O capítulo 2 consiste numa revisão dos modelos AdS/QCD . Primeiramente lembramos a relação entre a física de hádrons e o surgimento da Teoria de Cordas e fazemos uma breve revisão da Correspondência AdS/CFT. Depois discutimos as motivações fenomenológicas e teóricas do modelo de parede rígida, o modelo de parede macia, o modelo D3/D7 e revisamos alguns resultados importantes de espectroscopia e espalhamento de hádrons provenientes desses modelos holográficos.

No capítulo 3 abordamos o problema de espalhamento profundamente inelástico (DIS). Discutimos os diferentes regimes de energia descobertos no modelo de parede rígida [17]. Mostramos nesse capítulo a nossa abordagem para o DIS usando os modelos de parede macia [18] e o modelo D3/D7 [19]. Comparamos os resultados obtidos para a função de estrutura nos diversos modelos. Também discutimos a possibilidade de incluir estados hadrônicos com mais constituintes no modelo de parede rígida e como essa inclusão pode levar a um resultado bem diferente para as funções de estrutura [20].

O capítulo 4 trata a transição confinamento/desconfinamento em Teorias de Calibre. Essa transição foi holograficamente mapeada a uma transição gravitacional conhecida como transição

Hawking-Page no caso em que a Teoria de Calibre é definida em $S^3 \times S^1$ [21]. Veremos que quando a geometria é $\mathbb{R}^3 \times S^1$ essa transição pode ser prevista usando os modelos de parede rígida e parede macia [22] onde é possível calcular quantidades termodinâmicas [23].

Finalizamos a tese com algumas conclusões e perspectivas de futuros trabalhos.

Capítulo 2

Modelos AdS/QCD

Este capítulo consiste numa revisão de três modelos AdS/QCD que tiveram muito sucesso na descrição de vários aspectos da física hadrônica: o modelo de parede rígida, o modelo de parede macia e o modelo D3/D7. Começamos este capítulo com um pouco de história da física de hádrons e uma breve revisão do espaço Anti-de-Sitter e a Correspondência AdS/CFT. Depois revisamos o modelo de parede rígida, lembrando a motivação original no espalhamento de hádrons e mostrando alguns resultados obtidos na espectroscopia de hádrons, quebra de simetria quiral, fatores de forma e confinamento. Revisamos também as motivações e os resultados do modelo de parede macia, dando ênfase ao cálculo de trajetórias hadrônicas. Finalizamos o capítulo revisando as motivações e resultados do modelo D3/D7, que introduz sabor na Correspondência AdS/CFT, e citando outros modelos AdS/QCD.

2.1 Um pouco de história : Teoria de Cordas vs QCD

A Teoria de Cordas surgiu no final da década de 1960 com o objetivo de descrever as interações fortes. O enorme número de hádrons descobertos experimentalmente sugeria que eles poderiam ser modos de excitação de uma corda. Além disso, o espectro de hádrons podia ser classificado em trajetórias onde o momento angular e o quadrado da massa satisfazem uma relação aproximadamente linear : $J \approx \bar{\alpha}' m^2 + \bar{\alpha}_0$. Esse tipo de relação é satisfeito por uma corda relativística

girando o que sugere que os hádrons poderiam ser descritos por cordas.

Outra motivação da Teoria de Cordas foi a simetria (ou dualidade) $s \leftrightarrow t$ observada aproximadamente nas amplitudes de espalhamento hadrônicas (s e t são as denominadas variáveis de Mandelstam). Essa simetria é satisfeita pela amplitude de espalhamento proposta por Veneziano [24]:

$$A_{\text{Ven}}(s, t) = \frac{\Gamma(-\alpha(s))\Gamma(-\alpha(t))}{\Gamma(-\alpha(s) - \alpha(t))}, \quad (2.1)$$

onde Γ é a função gamma e $\alpha(s) = \bar{\alpha}'s + \bar{\alpha}_0$, $\alpha(t) = \bar{\alpha}'t + \bar{\alpha}_0$. Essa amplitude é naturalmente obtida a partir do espalhamento de cordas [4] e no regime de energias altas e momento transferido suave ($s \rightarrow \infty$, t fixo) possui o comportamento $A_{\text{Ven}} \sim s^{\alpha(t)}$ que descreve corretamente o espalhamento hadrônico observado experimentalmente. Esse comportamento é conhecido como comportamento de Regge.

Posteriormente verificou-se que a amplitude de Veneziano (2.1) não descrevia corretamente os resultados experimentais de espalhamento de hádrons no limite de ângulos fixos ($s \rightarrow \infty$, s/t fixo). Nesse limite a amplitude de espalhamento observada experimentalmente apresenta uma dependência forte na energia \sqrt{s} que é bem descrita pela lei de potência obtida na QCD [25, 26]:

$$A_{\text{QCD}}(s, t) \sim (\sqrt{s})^{4-\tau} \quad (2.2)$$

onde $\tau = \sum_i \tau_i$ é a soma dos mínimos *twist* τ_i (dimensão menos spin) de operadores de criação hadrônicos que equivale à soma dos números mínimos de constituintes n_i de cada hádron ($\tau_i = n_i$). Os constituintes de cada hádron são chamados de párons e são interpretados como sendo os quarks ou glúons na QCD. O resultado (2.2) difere significativamente da amplitude de Veneziano que no limite de ângulos fixos possui o comportamento suave $A_{\text{Ven}} \sim \exp(-\alpha' s f(s/t))$.

O conflito entre o comportamento rígido da amplitude de espalhamento (2.2) e o comportamento suave das amplitudes de espalhamento de cordas foi um dos motivos que levaram a descartar inicialmente a Teoria de Cordas como possível candidata a descrever as interações fortes em todos os regimes de energia. A QCD perturbativa descreve com muita precisão

o espalhamento rígido de hádrons porque envolve escalas de energia e transferência de momento altas. Em compensação o comportamento de Regge é melhor descrito pela amplitude de Veneziano (naturalmente obtida na Teoria de Cordas) devido a que nesse regime as contribuições não perturbativas da QCD são relevantes.

2.2 O espaço Anti-de-Sitter e a Correspondência AdS/CFT

Como vimos na Introdução, a Correspondência AdS/CFT é baseada na descoberta de que uma Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ em 4 dimensões é dual a uma Teoria de Supercordas num espaço $AdS_5 \times S^5$. No caso em que a Teoria Super Yang-Mills é definida em $\mathbb{R}^{1,3}$ a métrica do espaço Anti-de-Sitter deve ser definida no sistema de coordenadas de Poincaré¹. A métrica $AdS_5 \times S^5$ nessas coordenadas é

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{r^2} dr^2 + R^2 d\Omega_5^2 \quad (2.3)$$

onde $R = (4\pi\lambda)^{1/4} \sqrt{\alpha'}$ é o raio do espaço Anti-de-Sitter, $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-, +, +, +)$ e $d\Omega_5^2$ representa a métrica de uma esfera unitária S^5 . As coordenadas x^μ são interpretadas como as coordenadas do interior das D3-branas e portanto da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$. A quinta dimensão r é definida no domínio $0 < r < \infty$. A fronteira $\mathbb{R}^{1,3}$ corresponde ao limite $r \rightarrow \infty$ enquanto o horizonte é definido em $r \rightarrow 0$. A métrica (2.3) surge como solução da Teoria de Supercordas IIB no limite de baixas energias na presença de N_c D3-branas coincidentes [11, 12]. O espaço Anti-de-Sitter em 5 dimensões presente em (2.3) é um espaço de curvatura $\mathcal{R} = -20/R^2$ e grupo de isometrias $SO(4, 2)$. Ele possui um fator de escala r^2/R^2 que relaciona as coordenadas da Teoria de Calibre x^μ às coordenadas inerciais da Teoria de Cordas \tilde{x}^μ :

$$\tilde{x}^\mu = \frac{r}{R} x^\mu \quad \rightarrow \quad p_\mu = -i \frac{\partial}{\partial x^\mu} = -i \frac{r}{R} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}^\mu} = \frac{r}{R} \tilde{p}_\mu. \quad (2.4)$$

¹A rigor, as coordenadas de Poincaré representam apenas um retalho do espaço Anti-de-Sitter tradicional [27] (vide Ap. E).

A segunda relação em (2.4) nos diz que uma vez fixado o momento no referencial inercial da Teoria de Cordas \tilde{p}_μ , o momento da Teoria de Calibre p_μ varia com a quinta dimensão r . Em particular, escalas de massa ou energia baixas na Teoria de Calibre correspondem a r pequeno enquanto escalas de massa ou energia altas são dadas por r grande. Essa interpretação holográfica foi estudada formalmente na ref. [28] através do estudo de campos no $AdS_5 \times S^5$ e pode ser escrita na seguinte forma

$$m_4 = \sqrt{-p^2} \sim \frac{r}{R^2} \quad (2.5)$$

Na Correspondência AdS/CFT a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ é definida na fronteira do espaço Anti-de-Sitter onde o grupo de isometrias $SO(4, 2)$ torna-se o grupo de simetria conforme [11, 12, 29].

2.2.1 O dicionário holográfico

Na Correspondência AdS/CFT campos φ da Teoria de Supergravidade² interagem na fronteira com operadores conformes \mathcal{O} da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ na forma $\int d^4x \varphi_0(x)\mathcal{O}(x)$ onde $\varphi_0(x)$ é o valor do campo φ na fronteira a menos de um fator divergente. A dimensão conforme Δ do operador \mathcal{O} é determinada pela massa efetiva em 5 dimensões m_5 do campo φ . No caso particular de um campo escalar a relação é $\Delta = 2 + \sqrt{4 + m_5^2 R^2}$.

No dicionário holográfico da Correspondência AdS/CFT o funcional gerador das funções de correlação conexas de operadores \mathcal{O} é identificado com a ação de Supergravidade avaliada na solução clássica para o campo φ (ação na camada de massa) [10, 30]:

$$W_{\text{CFT}}[\varphi_0] \approx S_{\text{SG}}[\varphi^{cl}]. \quad (2.6)$$

A ação na camada de massa é essencialmente um termo de fronteira. Devido a que a métrica do espaço Anti-de-Sitter diverge na fronteira $r \rightarrow \infty$ é necessário em muitos casos definir um

²O campo φ representa campos de spin 0, 1/2, 1, 3/2, 2

cut-off na geometria r_{\max} fazendo o limite $r_{\max} \rightarrow \infty$ no final dos cálculos. Segundo a relação (2.5) o *cut-off* r_{\max} é interpretado na Teoria de Calibre como um corte ultravioleta.

2.2.2 Soluções de campos no Anti-de-Sitter

Como um primeiro passo para testar a Correspondência AdS/CFT, foram calculadas as equações de movimento para campos escalares [10, 30, 31, 32], vetoriais [31, 34] e espinoriais [33, 34] no espaço Anti-de-Sitter. Essas equações possuem soluções analíticas que envolvem funções de Bessel e são fundamentais no cálculo de funções de correlação. Aqui vamos revisar o exemplo do campo escalar, nos outros casos a análise é semelhante diferindo em detalhes técnicos.

A fim de resolver as equações de movimento, é útil definir uma nova coordenada radial $z \equiv R^2/r$. A métrica do espaço Anti-de-Sitter em 5d ganha a seguinte forma :

$$ds^2 = g_{mn} dx^m dx^n = \frac{R^2}{z^2} \left[\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dz^2 \right] \quad (2.7)$$

onde $0 < z < \infty$, $m = \{z, \mu\}$ e o fator de escala agora é R^2/z^2 . A equação de movimento de um campo escalar morando nesse espaço é

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \partial_n (\sqrt{g} \partial^n \phi) + m_5^2 \phi = \frac{z^5}{R^2} \partial_z (z^{-3} \partial_z \phi) + \frac{z^2}{R^2} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \phi + m_5^2 \phi = 0. \quad (2.8)$$

Uma partícula livre na Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ pode ser descrita por uma onda plana o que motiva o *ansatz* $\phi(x, z) = \exp(ip \cdot x) f(z)$. Substituindo esse *ansatz* em (2.8), duas classes de soluções surgem dependendo do sinal de p^2 :

$$\text{i) } \phi^{(I)}(x, z) = e^{ip \cdot x} z^2 [a(p) K_{\Delta-2}(\sqrt{p^2} z) + b(p) I_{\Delta-2}(\sqrt{p^2} z)] \quad \text{quando } p^2 > 0$$

$$\text{ii) } \phi^{(II)}(x, z) = e^{ip \cdot x} z^2 [c(p) J_{\Delta-2}(\sqrt{-p^2} z) + d(p) Y_{\Delta-2}(\sqrt{-p^2} z)] \quad \text{quando } p^2 < 0$$

onde $K_\nu(w)$, $I_\nu(w)$ são as funções de Bessel modificadas e $J_\nu(w)$, $Y_\nu(w)$ são funções de Bessel usuais. Usualmente as soluções $I_{\Delta-2}(\sqrt{p^2} z)$ e $Y_{\Delta-2}(\sqrt{-p^2} z)$ são descartadas, a primeira porque diverge exponencialmente no horizonte e a segunda porque em poucos casos é normalizável [36]. A solução $\phi^{(I)} = e^{ip \cdot x} z^2 a(p) K_{\Delta-2}(\sqrt{p^2} z)$ aproxima-se da fronteira $z = 0$

na forma $z^{4-\Delta}\phi_0$ onde ϕ_0 é a parte não divergente de $\phi^{(I)}$ que acopla com o operador \mathcal{O} na fronteira. Portanto, a solução $\phi^{(I)}$ é relevante no cálculo de funções de correlação da Teoria de Calibre dual ³. A solução $\phi^{(II)} = e^{ip \cdot x} z^2 c(p) J_{\Delta-2}(\sqrt{-p^2} z)$ representa estados hadrônicos da Teoria Super Yang-Mills criados pelo operador \mathcal{O} de dimensão Δ . Essa solução aproxima-se da fronteira na forma $z^\Delta \langle \mathcal{O} \rangle$ onde $\langle \mathcal{O} \rangle$ é o valor esperado do operador \mathcal{O} na Teoria de Calibre [36]. No caso $\Delta = 4$ o operador \mathcal{O} é identificado com $\text{Tr } F^2$ [30], operador comumente associado a partículas denominadas de *glueballs* [37]. Na seção seguinte veremos que a solução do tipo $\phi^{(II)}$ pode ser muito importante no cálculo de espectroscopia e amplitudes de espalhamento hadrônicas.

2.3 O modelo de parede rígida

A Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ definida em $\mathbb{R}^{1,3}$ possui um espectro contínuo de partículas devido à simetria conforme. Somente através da quebra de simetria conforme é possível gerar na Teoria um espectro discreto com *gap* de massa. Além disso, a quebra da simetria conforme permite definir uma matriz S de interações hadrônicas.

Após a descoberta da Correspondência AdS/CFT, surgiram vários modelos de Teoria de Cordas duais a Teorias Yang-Mills com menor grau de Supersimetria (veja por exemplo [21, 38, 39, 40, 41]). Na maioria desses modelos a simetria conforme é quebrada a baixas energias através de deformações da geometria original (o espaço $AdS_5 \times S^5$). Esses modelos possuem propriedades em comum tais como a existência de um *gap* de massa e o fato de que as Teorias de Calibre duais são fortemente acopladas em qualquer regime de energias (incluindo aquele em que a simetria conforme é recuperada). Essa situação é bem diferente da QCD que possui liberdade assintótica e portanto é fracamente acoplada no regime de altas energias onde a Teoria possui aproximadamente simetria conforme.

Inspirado nesses modelos, foi proposto em [13] o bem sucedido *modelo de parede rígida* que consiste em implementar a quebra da simetria conforme da maneira mais simples possível:

³De fato essas funções de correlação são bons testes da Correspondência AdS/CFT (vide por exemplo [35])

através da imposição de um *gap* de massa. Numa Teoria de Calibre um *gap* de massa Λ é um corte infravermelho para as escalas de massa : $\sqrt{-p^2} \geq \Lambda$. A relação holográfica (2.5) sugere que um corte infravermelho na escala de massa deveria estar relacionado a um *cut-off* geométrico no espaço Anti-de-Sitter: $r \geq r_{\min}$. Essa observação é a essência do modelo de parede rígida. A relação entre o *cut-off* geométrico r_{\min} e o *gap* de massa Λ é aproximadamente $r_{\min} \approx R^2 \Lambda$.

O modelo de parede rígida consiste em definir no espaço $AdS_5 \times S^5$ com métrica

$$ds^2 = \left[\frac{r^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{r^2} dr^2 \right] + R^2 d\Omega_5^2 \quad (2.9)$$

um corte geométrico na forma de uma parede rígida : $r \geq r_{\min} = R^2 \Lambda$. Como consequência desse corte e da relação holográfica (2.4) obtemos a desigualdade

$$\tilde{p}_\mu = \frac{R}{r} p_\mu = \frac{1}{\Lambda(4\pi\lambda)^{1/4}\sqrt{\alpha'}} \left(\frac{r_{\min}}{r} \right) p_\mu = \frac{\sqrt{\alpha'}}{\alpha'} \left(\frac{r_{\min}}{r} \right) p_\mu \leq \frac{\sqrt{\alpha'}}{\alpha'} p_\mu, \quad (2.10)$$

onde $\bar{\alpha}' = (4\pi\lambda)^{-1/2} \Lambda^{-2}$ é uma escala de energia típica de uma Teoria de Calibre com $N_c \gg 1$. A última relação em (2.10) pode ser interpretada da seguinte forma: *no modelo de parede rígida fixar uma escala de energia na Teoria de Calibre equivale a determinar um intervalo de energias da Teoria de Cordas*. A relação (2.10) foi obtida em [13] no contexto de espalhamento de hádrons. Nas subseções seguintes revisaremos os resultados do modelo de parede rígida para o espalhamento de hádrons, espectroscopia de hádrons, quebra de simetria quiral e confinamento.

2.3.1 Espalhamento de hádrons

A maneira mais simples de representar hádrons no modelo de parede rígida é como estados de cordas fechadas. Em particular, um estado hadrônico escalar na Teoria de Calibre (glueball por exemplo) corresponde um estado de spin zero na Teoria de Cordas. Esse estado pode ser

interpretado como a flutuação do campo de dÍlaton no espaço $AdS_5 \times S^5$ com solução

$$\Phi(x, r, \Omega) \equiv e^{ip \cdot x} \psi(r, \Omega) = \phi^{(II)} = e^{ip \cdot x} \frac{C}{r^2} J_{\Delta-2}(m_4 R^2/r) Y(\Omega) \quad (2.11)$$

onde Ω representa as coordenadas no espaço transverso S^5 e $m_4 = \sqrt{-p^2}$  a massa do estado hadrônico escalar em 4d (em geral $m_4 \sim \Lambda$). A condição de normalização para $\psi(r, \Omega)$ [13]

$$R^4 \int dr d^5 \Omega r |\psi(r, \Omega)|^2 = 1, \quad (2.12)$$

permite obter a constante $C \sim (m_4 r_{\min}/R^2)^{1/2}$. Como vimos na seção 2.1, o comportamento rÍgido da amplitude de espalhamento de hádrons no limite de ângulos fixos ($s \rightarrow \infty$, s/t fixo)  bem descrita pela QCD. No caso do espalhamento $2 \rightarrow 2$ de hádrons escalares, essa amplitude pode ser escrita como [25, 26]

$$\mathcal{A}_{QCD}(s) \sim \frac{(g_{YM}^2 N_c)^{\frac{1}{2}(\Delta-2)}}{N_c^2} \left(\frac{\Lambda}{\sqrt{s}} \right)^{\Delta-4} \quad (2.13)$$

onde $\Delta = \sum_{i=1}^4 \Delta_i$ sendo Δ_i a dimensão dos operadores de criação hadrônicos. As amplitudes de interação entre cordas definidas num espaço chato não possuem uma dependência forte na energia. No entanto, essa dependência pode surgir da métrica do espaço Anti-de-Sitter. Na ref. [13] a amplitude de interação de hádrons escalares na Teoria de Calibre  mapeada a uma amplitude de interação de cordas fechadas no espaço Anti-de-Sitter. Uma constante de 't Hooft grande garante que o raio do espaço Anti-de-Sitter seja grande em comparação com o tamanho de uma corda : $R \gg \sqrt{\alpha'}$. Como consequência, a amplitude de interação de 4 dÍlatons pode ser calculada a partir da integral no espaço $AdS_5 \times S^5$ da amplitude de interação local de cordas $\mathcal{A}_{\text{string}}$ (amplitude de Virasoro-Shapiro). A relação holográfica entre a amplitude hadrônica em 4d e a amplitude dilatnica em 10d 

$$(2\pi)^4 \delta^4 \left(\sum_{i=1}^4 p_i \right) \mathcal{A}_{gauge}(s, t) = \int dr d^4 x d^5 \Omega \sqrt{-g} \prod_{i=1}^4 \Phi_i(r, \Omega) \mathcal{A}_{\text{string}}(\tilde{s}, \tilde{t}), \quad (2.14)$$

onde

$$\mathcal{A}_{\text{string}}(\tilde{s}, \tilde{t}) = g^2 \alpha'^3 K(\tilde{p}\sqrt{\alpha'}) \prod_{x=s,t,u} \frac{\Gamma(-\alpha'\tilde{x}/4)}{\Gamma(1 + \alpha'\tilde{x}/4)}, \quad (2.15)$$

sendo K é um fator cinemático da ordem \tilde{p}^8 [4]. A amplitude $\mathcal{A}_{\text{string}}$ depende de quantidades inerciais \tilde{s}, \tilde{t} que satisfazem a relação holográfica (2.10). A contribuição dominante para a integral (2.15) é dada pelo raio $r_{\text{scatt}} \sim (\sqrt{\alpha'}s)r_{\text{min}}$ onde a variável \tilde{s} é da ordem $1/\sqrt{\alpha'}$. As contribuições de raios menores que r_{scatt} correspondem a energias grandes onde a amplitude de cordas é muito pequena enquanto as contribuições de raios maiores que r_{scatt} são amortecidas pelo comportamento das soluções $\Phi(x, r, \Omega)$. Escalas de energia \sqrt{s} grandes garantem um raio r_{scatt} grande o suficiente para poder aproximar a função de Bessel $J_\nu(w)$ em (2.11) pelo limite assintótico w^ν . No raio r_{scatt} a amplitude $\mathcal{A}_{\text{string}}$ é aproximadamente $g^2 \alpha'^3$. Juntando as peças, concluímos que a contribuição dominante para a integral (2.15) leva ao seguinte resultado para a amplitude de espalhamento hadrônica :

$$\mathcal{A}_{\text{gauge}}(s) \sim \frac{(g_{YM}^2 N_c)^{\frac{1}{4}(\Delta-2)}}{N_c^2} \left(\frac{\Lambda}{\sqrt{s}} \right)^{\Delta-4}, \quad (2.16)$$

onde $g_s = g_{YM}^2$ é a constante de acoplamento da Teoria de Cordas. Vemos então que o modelo de parede rígida permite obter um comportamento rígido para as amplitudes de espalhamento hadrônicas no limite de ângulos fixos semelhante ao obtido pela QCD (eq. 2.13) aproximando dessa forma a Teoria de Cordas da QCD num regime de energias que antigamente só podia ser explicado pela QCD. No entanto, é importante observar que as amplitudes (2.13) e (2.16) diferem na potência de $g_{YM}^2 N_c$. Essa diferença pode ser explicada pelo fato de que no regime de altas energias a Teoria de Calibre considerada no modelo de parede rígida possui acoplamento forte enquanto a QCD é perturbativa. É bom observar que a simetria conforme em 4d foi fundamental na obtenção de (2.16) sendo representada pela geometria do espaço Anti-de-Sitter em 5d ⁴.

⁴O resultado (2.16) foi obtido também em [42] usando um mapeamento entre espaços de Fock de um campo escalar no Anti-de-Sitter e operadores na fronteira.

2.3.2 Massas de hádrons

Ao introduzir uma parede rígida no espaço Anti-de-Sitter é necessário impor condições de contorno nela para os campos escalares, vetoriais ou espinoriais. Como consequência, surge um conjunto discreto de autofunções normalizáveis com autovalores relacionados a massas na Teoria de Calibre. Por exemplo, um campo φ possui um conjunto de autovalores que é identificado com o espectro de massa de partículas criadas pelo operador dual \mathcal{O} . Nesta subseção vamos revisar o caso de campos escalares duais a operadores de criação de *glueballs* [43, 44].

Os *glueballs* podem ser representados como estados criados pelo operador $\mathcal{O} \sim \text{Tr } F^2$ de dimensão $\Delta = 4$ dual a um campo escalar ϕ não massivo. No modelo de parede rígida, na coordenada $z = R^2/r$, a métrica relevante é

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} \left[\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dz^2 \right] \quad (2.17)$$

com a restrição $0 < z < z_{\text{max}}$ ⁵.

A solução do campo escalar nessas coordenadas é (eq. (2.11) com $\Delta = 4$)

$$\Phi(x, z) = e^{ip \cdot x} C \frac{z^2}{R^4} J_2(mz) \quad (2.18)$$

onde $m \equiv m_4$ é a massa do glueball em 4 dimensões. Escolhendo como condição de contorno para o campo Φ na parede rígida $z = z_{\text{max}}$ a condição de Dirichlet, chegamos à relação

$$J_2(m_n z_{\text{max}}) = 0 \quad \rightarrow \quad m_n z_{\text{max}} = \chi_{2,n} \quad (2.19)$$

onde $\chi_{2,n}$ são os zeros da função de Bessel $J_2(w)$ ($n = 1, 2, \dots$). Como consequência da relação (2.19) surge um espectro discreto de *glueballs* m_n onde o quociente de massas é relacionado ao quociente de zeros da função de Bessel :

$$\frac{m_n}{m_1} = \frac{\chi_{2,n}}{\chi_{2,1}} \quad (2.20)$$

⁵Estamos omitindo por simplicidade o *cut-off* ultravioleta $z = \epsilon$.

Nas ref. [43, 44] foram estimadas massas de estados de *glueballs* 0^{++} (paridade e conjugação de carga positivas) usando a relação (2.20) e tomando como *input* para m_1 o resultado obtido pela QCD na rede [45]. A tabela 2.1 mostra os resultados para o modelo de parede rígida comparando com os resultados de QCD na rede e os resultados de outro modelo de Supergravidade.

<i>glueballs</i>	QCD na rede	Modelo de parede rígida	Modelo de Witten
0^{++}	1.61 ± 0.15	1.61 (input)	1.61 (input)
0^{++*}	2.8	2.64	2.38
0^{+++}	-	3.64	3.11
0^{++++}	-	4.64	3.82
0^{++++*}	-	5.63	4.52
0^{++++**}	-	6.62	5.21

Tabela 2.1: Estimativas de massas (em GeV) de *glueballs* 0^{++} na QCD na rede, [45], no modelo de parede rígida [43, 44] e no modelo de Witten [46]

É interessante observar que definindo $\Lambda \equiv m_1/\chi_{2,1} \approx 316\text{MeV}$ vemos que $z_{\max} = 1/\Lambda \approx 1/316 \text{ MeV}^{-1}$. Lembrando que $z_{\max} = R^2/r_{\min}$ obtemos a relação $r_{\min} = R^2\Lambda$.

Massas de mésons vetoriais e bárions foram calculadas em [47] introduzindo operadores hadrônicos do tipo $\mathcal{O}_{3+S}^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu D_{\{\ell_1 \dots \ell_m\}}\psi$ e $\mathcal{O}_{(9/2)+S} = \psi D_{\{\ell_1 \dots \ell_q\}}\psi D_{\ell_{q+1}} \dots D_{\ell_m}\psi$ onde $S = \sum_{i=1}^m \ell_i$. Nessa referência foi proposta uma relação entre o spin S dos operadores na fronteira e a massa m_5 dos campos no bulk ⁶. Essa relação permite estimar de maneira simples trajetórias hadrônicas de spin S versus m^2 [47, 48].

2.3.3 Campos vetoriais e quebra de simetria quiral

É possível introduzir no modelo de parede rígida uma propriedade importante da QCD que é a quebra de simetria quiral [49, 50] Os operadores relevantes na quebra de simetria quiral são as correntes $j_L^\mu = \bar{q}_L\gamma^\mu t^a q_L$ e $j_R^\mu = \bar{q}_R\gamma^\mu t^a q_R$ do grupo de simetria $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ além do operador $\bar{q}_R^\alpha q_L^\beta$. Os dois primeiros operadores são duais a campos vetoriais no espaço Anti-de-Sitter enquanto o último operador vai ser dual a um campo escalar. Vamos considerar o caso $N_f = 2$ da ref. [49]. Na Correspondência AdS/CFT a dimensão Δ de um operador $\mathcal{O}(x)$ com

⁶A rigor, hádrõns de spin grande deveriam ser estudados usando cordas.

spin $S = 0, 1$ é relacionada à massa m_5 do campo dual $\phi(x, z)$ via $m_5^2 R^2 = (\Delta - S)(\Delta + S - 4)$. A Tabela 2.2 mostra o mapa entre operadores quirais e campos.

A ação efetiva em 5 dimensões é

$$S = \int d^5x \sqrt{g} \text{Tr} \left\{ |DX|^2 - 3|X|^2 - \frac{1}{4g_5^2} (F_L^2 + F_R^2) \right\} \quad (2.21)$$

onde $D_\mu X = \partial_\mu X - iA_{L\mu}X + iXA_{R\mu}$, $A_{L,R} = A_{L,R}^a t^a$, e $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - i[A_\mu, A_\nu]$. É bom frizar que a lagrangeana em (2.21) é postulada e não deduzida a partir da Teoria de Super-cordas IIB que é a Teoria relevante na Correspondência AdS/CFT. As condições de contorno na parede rígida escolhidas em [49] são $(F_L)_{z\mu} = (F_R)_{z\mu} = 0$. A solução clássica das equações de movimento para o campo X é

$$X_0(z) = \frac{1}{2}Mz + \frac{1}{2}\Sigma z^3, \quad (2.22)$$

onde $M = m_q \mathbf{1}$ é a matriz de massa e $\Sigma = \sigma \mathbf{1}$ o condensado quiral.

O setor vetorial surge da definição $V_\mu = (A_{L\mu} + A_{R\mu})/2$ enquanto o setor axial surge das definições $A = (A_L - A_R)/2$ e $X = X_0 \exp(i2\pi^a t^a)$ ($t^a \in SU(2)$). No calibre $V_z(x, z) = 0$, o ansatz

$$V_\mu^a(x, z) = \exp(iq \cdot x) V(q, z) \eta_\mu,$$

leva à equação

$$\partial_z \left(\frac{1}{z} \partial_z V(q, z) \right) - \frac{q^2}{z} V(q, z) = 0. \quad (2.23)$$

onde η_μ é um vetor constante de polarização. A função $V(q, z)$ satisfaz a condição de Neumann

4D: $\mathcal{O}(x)$	5D: $\varphi(x, z)$	p	Δ	m_5^2
$\bar{q}_L \gamma^{\mu t^a} q_L$	$A_{L\mu}^a$	1	3	0
$\bar{q}_R \gamma^{\mu t^a} q_R$	$A_{R\mu}^a$	1	3	0
$\bar{q}_R^\alpha q_L^\beta$	$(2/z) X^{\alpha\beta}$	0	3	-3

Tabela 2.2: Mapa de operadores e campos no modelo de parede rígida

na parede rígida e a condição de Dirichlet na fronteira $z = \epsilon$. As soluções são :

$$\begin{aligned} V^{(I)}(q, z) &= \sqrt{q^2} z \left[K_1(\sqrt{q^2} z) + I_1(\sqrt{q^2} z) \frac{K_0(\sqrt{q^2} z_{\max})}{I_0(\sqrt{q^2} z_{\max})} \right] \\ &\approx \sqrt{q^2} z K_1(\sqrt{q^2} z) \quad \text{quando } q^2 > 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} V_n^{(II)}(q, z) &\equiv \psi_n(m_n, z) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{z_{\max} J_1(\chi_{0,n})} z J_1(m_n z) \quad \text{quando } q^2 = -m_n^2 < 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde $\chi_{0,n}$ são os zeros da função de Bessel $J_0(w)$ que determinam as massas m_n . A solução não normalizável $V^{(I)}(q, z)$ é dual à corrente vetorial $J_\mu^a(x) = \bar{q}(x) \gamma_\mu t^a q(x)$ enquanto os modos normalizáveis $V_n^{(II)}(q, z)$ correspondem a estados hadrônicos criados pela corrente J_μ^a . Fazendo uso do ansatz (2.6) para a solução com $q^2 > 0$ é possível obter a função de correlação de correntes vetoriais :

$$\int d^4 x e^{iqx} \langle J_\mu^a(x) J_\nu^b(0) \rangle = \delta^{ab} (\eta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) \Pi_V(q^2), \quad (2.26a)$$

$$\Pi_V(q^2) = - \frac{1}{g_5^2} \frac{\partial_z V(q, z)}{z} \Big|_{z=\epsilon} \approx - \frac{q^2}{2g_5^2} \ln q^2. \quad (2.26b)$$

que comparada com o resultado obtido na QCD [51]

$$\Pi_V(q^2) \approx - \frac{N_c q^2}{24\pi^2} \ln q^2. \quad (2.27)$$

leva a uma relação entre a constante efetiva g_5 e o número de cores N_c : $g_5^2 = \frac{12\pi^2}{N_c}$. Os parâmetros M, Σ e z_{\max} são fixados pela massa do pión m_π , a constante de decaimento f_π (calculados no setor axial) e a massa do méson vetorial m_ρ (o caso $n = 1$ de m_n). Dados esses parâmetros o modelo quiral proposto em [49, 50] permite estimar massas e constantes de decaimentos. A tabela 2.3 compara algumas previsões do modelo quiral com resultados experimentais

Parâmetros	Resultado experimental (MeV)	Ajuste A (MeV)	Ajuste B (MeV)
m_π	139.6 ± 0.0004	139.6^*	141
m_ρ	775.8 ± 0.5	775.8^*	832
m_{a_1}	1230 ± 40	1363	1220
f_π	92.4 ± 0.35	92.4^*	84.0
$F_\rho^{1/2}$	345 ± 8	329	353
$F_{a_1}^{1/2}$	433 ± 13	486	440
$g_{\rho\pi\pi}$	6.03 ± 0.07	4.48	5.29

Tabela 2.3: Resultados para o modelo quiral obtidos em [49]. O ajuste A é um ajuste de 3 parâmetros (marcados com *). O ajuste B é um ajuste de 7 parâmetros

2.3.4 Fatores de forma hadrônicos

No modelo de parede rígida é possível calcular fatores de forma hadrônicos na Teoria de Calibre a partir de termos de interação na Supergravidade [52, 53, 54]. Consideremos o exemplo de partículas escalares discutido em [54]. O fator de forma elástico para estados hadrônicos escalares (méson π por exemplo) é definido pelo vértice de interação eletromagnética $F(q^2)$:

$$\langle P' | J_\mu^{em}(0) | P \rangle = 2(P + P')_\mu F(q^2), \quad (2.28)$$

onde q_μ o momentum do fóton, P_μ e $P'_\mu = (P + q)_\mu$ são os momentos inicial e final dos hádrons escalares satisfazendo a condição $(P')^2 = P^2$. O vértice (2.28) representa a interação de um fóton com duas partículas escalares. No modelo de parede rígida, esse vértice é identificado (a menos de uma função delta de conservação de momentum) com o termo de interação :

$$i g_5 \int d^4x dz \sqrt{g} g^{mn} A_m(x, z) \Phi_{P'}^*(x, z) \overleftrightarrow{\partial}_n \Phi_P(x, z), \quad (2.29)$$

onde A_m é uma solução vetorial não normalizável (eq. 2.24), Φ_P , e $\Phi_{P'}$ são soluções escalares normalizáveis (eq. 2.18). A contribuição dominante para q^2 grande é

$$F(q^2) \sim \left(\frac{1}{q^2} \right)^{\Delta-1}. \quad (2.30)$$

Veremos nesta tese que essa lei de potência é uma característica universal de modelos AdS/QCD nos quais o espaço-tempo onde a Teoria de Supercordas reside é assintoticamente Anti-de-Sitter.

Terminamos esta subseção comentando uma importante decomposição de fatores de forma estudada em [52, 53] :

$$F_{ab}(q^2) = \sum_n \frac{f_n g_{nab}}{q^2 + m_n^2} \quad (2.31)$$

onde f_n é a constante de decaimento de um estado hadrônico vetorial ψ_n de massa m_n e g_{nab} é o acoplamento entre esse estado hadrônico os estados inicial e final a e b (veja Fig. 2.1). Essa decomposição surge da decomposição de soluções vetoriais não normalizáveis em termos de soluções vetoriais normalizáveis.

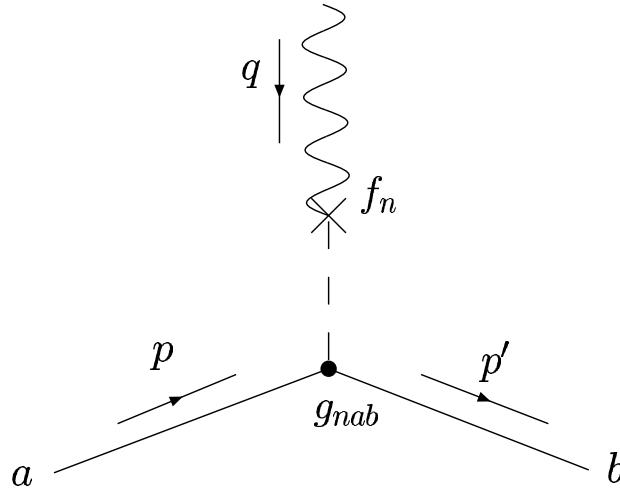


Figura 2.1: Decomposição do fator de forma em estados hadrônicos vetoriais [52] .

2.3.5 Confinamento

Nesta subseção discutimos o surgimento do confinamento no modelo de parede rígida no contexto do cálculo holográfico de loops de Wilson. Logo após o surgimento da Correspondência AdS/CFT, foi proposta em [55] uma relação holográfica entre um loop de Wilson na Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ definida no espaço euclidiano \mathbb{R}^4 e a área da folha de mundo gerada por uma corda estática definida na versão euclidiana ⁷ do espaço $AdS_5 \times S^5$. A relação pode

⁷A versão euclidiana de $AdS_5 \times S^5$ consiste simplesmente em trocar $\eta_{\mu\nu}$ por $\delta_{\mu\nu}$ em (2.3)

ser escrita na seguinte forma :

$$\langle W(\mathcal{C}) \rangle \sim \exp(-S_{NG}) \quad (2.32)$$

onde $\langle W(\mathcal{C}) \rangle$ é o valor esperado do operador loop de Wilson definido no laço \mathcal{C} e

$$S_{NG} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{\det P[g]_{ab}}, \quad P[g]_{ab} = g_{MN} \frac{dX^M}{d\sigma^a} \frac{dX^N}{d\sigma^b}. \quad (2.33)$$

é a ação de Nambu-Goto de uma corda relativística que é proporcional à área da folha de mundo que ela gera. Essa área tem como condição de fronteira descrever o laço \mathcal{C} . As coordenadas da folha de mundo são representadas por $\sigma^a = (\tau, \sigma)$ enquanto X^M representam as coordenadas do espaço $AdS_5 \times S^5$ com métrica g_{MN} . Considere por exemplo um loop retangular definido por $0 \leq t \leq \beta$, $-L/2 \leq x \leq L/2$ onde t é o tempo euclideo e x uma coordenada espacial. A corda estática dual a esse loop é uma corda aberta se estendendo na direção temporal e com as pontas presas na fronteira e localizadas em $x = -L/2$ e $x = L/2$. As coordenadas da folha de mundo apropriadas para descrever essa corda são $\tau = t$ e $\sigma = x$. As pontas da corda são interpretadas como um par quark anti-quark de massa infinita devido a que eles moram numa brana localizada na fronteira. Essa interpretação é consistente com o fato de que o valor esperado de um loop de Wilson é usado para estimar a energia de interação de um par quark anti-quark [55]

$$\langle W(\mathcal{C}) \rangle \sim \exp(-\beta E(L)) \quad \text{quando } \beta \rightarrow \infty. \quad (2.34)$$

Dessa maneira o cálculo da área da folha de mundo gerada por uma corda estática no espaço euclideo $AdS_5 \times S^5$ permite estimar a energia potencial de um par quark anti-quark na Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$. O resultado é o potencial coulombiano [55]

$$E = -\frac{4\pi^2(2g_{YM}^2 N)^{1/2}}{\Gamma(1/4)^4 L}. \quad (2.35)$$

Esse potencial não é confinante porque vai a zero quando a separação entre quark anti-quark L é muito grande. Isso é consistente com o fato que a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ possui simetria conforme. Os modelos AdS/QCD quebram a simetria conforme através da geração de

um *gap* de massa. Esse *gap* de massa se traduz num mínimo para a coordenada radial r e para o fator de escala r^2/R^2 . Na ref. [56] generalizou-se o cálculo de [55] para métricas diagonais com a condição de depender unicamente de uma coordenada radial u . Nesse caso a ação de Nambu-Goto é da forma

$$S = \frac{\beta}{2\pi\alpha'} \int_{-L/2}^{L/2} dx \sqrt{f(u)^2 + g(u)^2 (\partial_x u)^2} \quad (2.36)$$

onde $f(u) = \sqrt{-g_{tt} g_{xx}}$ e $g(u) = \sqrt{-g_{tt} g_{uu}}$. O critério de confinamento descoberto em [56] estabelece que o potencial de interação de um quark anti-quark definido na fronteira do espaço com métrica g_{MN} é confinante quando a função $f(u) = \sqrt{-g_{tt} g_{xx}}$ possui um mínimo maior que zero. O modelo de parede rígida satisfaz esse critério devido que a função $f(r)$ possui um mínimo $f_{\min} = r_{\min}^2/R^2 > 0$, portanto *o modelo de parede rígida descreve uma Teoria de Calibre confinante*. Uma maneira de visualizar o surgimento do confinamento no potencial quark anti-quark para o modelo de parede rígida é a seguinte : quando a distância L entre o par quark anti-quark aumenta a corda estática se aproxima cada vez mais da parede rígida, ao chegar nela a energia da corda começa a aumentar proporcionalmente com a distância L . Detalhes do cálculo do potencial quark anti-quark no modelo de parede rígida podem ser encontrados em [57].

2.4 O modelo de parede macia

Como vimos na seção anterior, o modelo de parede rígida introduz na Correspondência AdS/CFT uma escala mínima de massa via a presença de uma parede rígida no espaço Anti-de-Sitter. Além disso, a parede rígida gera um conjunto discreto de autofunções no espaço Anti-de-Sitter com autovalores interpretados como sendo massas na Teoria de Calibre. Para partículas com spin fixo, essas massas são proporcionais a zeros de funções de Bessel $\chi_{i,n}$ e portanto os quadrados das massas apresentam uma dependência aproximadamente quadrática no número de excitação radial n : $m_n^2 \sim n^2$. Por outro lado, o cálculo feito nas refs. [47, 48, 58] sugere

que no modelo de parede rígida os quadrados das massas apresentam também uma dependência quadrática no spin : $m_S^2 \sim S^2$.

Dados experimentais de espectros de massas hadrônicas [59] sugerem que os quadrados de massas m^2 apresentam uma dependência aproximadamente linear nos parâmetros n e S : $m_n^2 \sim n$, $m_S^2 \sim S$ (veja Fig. 2 por exemplo). O comportamento $m_n^2 \sim n$ é explicado na QCD usando

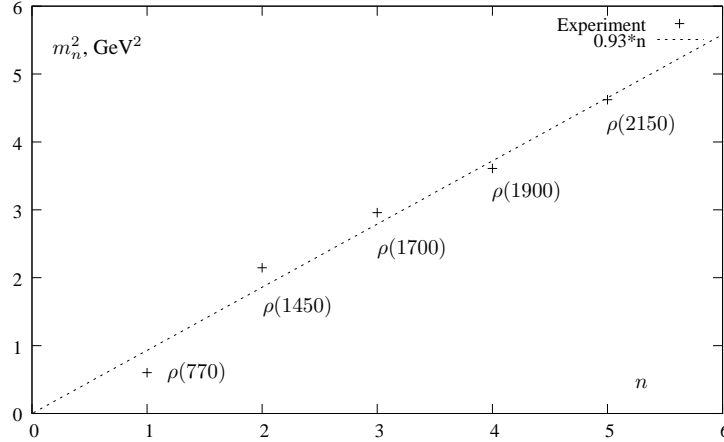


Figura 2.2: Os quadrados de massas de mésons vetoriais ρ vs n [59]. A linha reta é o ajuste $m_n^2 \sim n$.

argumentos semiclássicos que incluem a hipótese de um potencial de confinamento linear [60] enquanto o comportamento $m_S^2 \sim S$ pode ser explicado considerando cordas relativísticas em rotação.

Na ref. [14] foi proposto um modelo AdS/QCD que resolve o problema das trajetórias hadrônicas. Esse modelo parte da observação de que o espectro de massas na Teoria de Calibre depende da região infravermelha que corresponde ao interior do espaço Anti-de-Sitter (z grande). A idéia é basicamente substituir um corte rígido por um corte macio no espaço Anti-de-Sitter. Esse corte macio é possível através da presença de um campo escalar de fundo conhecido como dílton. No referencial usual da Teoria de Cordas (*string frame*) ações efetivas em 5 dimensões na presença de um campo escalar de fundo (dílton) possuem a seguinte forma

$$I = \int d^5x \sqrt{g} e^{-\Phi} \mathcal{L}, \quad (2.37)$$

onde \mathcal{L} é uma densidade de Lagrangeana, Φ é o campo escalar de fundo e g é o determinante

da métrica do espaço Anti-de-Sitter :

$$ds^2 = g_{mn} dx^m dx^n = e^{2A(z)}(dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu), \quad (2.38)$$

com $A(z) = \ln(R/z)$ e $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. A coordenada z desta vez não possui um corte no infravermelho como acontecia no modelo de parede rígida ($0 < z < \infty$).

Analisando o espectro de partículas vetoriais, foram encontrados em [14] restrições para o campo escalar Φ no infravermelho e ultravioleta. A solução mais simples satisfazendo essas restrições é

$$\Phi = \Phi(z) = c z^2, \quad (2.39)$$

onde c é uma constante com dimensão de massa ao quadrado que vai estar associada a uma escala mínima de massa Λ na Teoria de Calibre : $c \sim \Lambda^2$.

Veremos nesta seção que a métrica (2.38) e o campo de fundo (2.39) levam a um espectro de partículas bosônicas da forma $m_{n,S}^2 = 4(n + S)$. Por outro lado, partículas fermiônicas não enxergam o campo de fundo $\Phi(z)$ e portanto não possuem um espectro discreto no modelo de parede macia como é discutido no apêndice B onde estudamos o caso fermiônico do espalhamento profundamente inelástico.

2.4.1 Campos vetoriais

A equação para um campo vetorial normalizável no espaço Anti-de-Sitter (no calibre $V_z(x, z) = 0$ e fazendo o ansatz $V_\mu^a(x, z) = \exp(iq \cdot x) \psi_n(m_n, z) \eta_\mu$) na presença de um campo de fundo $\Phi(z)$ é :

$$\partial_z [e^{A(z)-\Phi(z)} \partial_z \psi_n(m_n, z)] + m_n^2 e^{A(z)-\Phi(z)} \psi_n(m_n, z) = 0. \quad (2.40)$$

onde $m_n^2 = -q^2$ são os quadrados de massas das partículas vetoriais na Teoria de Calibre. Redefinindo os campos na seguinte forma :

$$\psi_n = \exp\left[\frac{1}{2}(\Phi(z) - A(z))\right] \varphi_n, \quad (2.41)$$

e definindo uma nova coordenada radial $\tilde{z} = \sqrt{c} z$ obtemos a equação tipo Schrödinger

$$[-\partial_{\tilde{z}}^2 + V(\tilde{z})]\varphi_n = \tilde{m}_n^2 \varphi_n, \quad (2.42)$$

$$V(\tilde{z}) = \tilde{z}^2 + \frac{3}{4\tilde{z}^2} \quad (2.43)$$

onde $\tilde{m}_n^2 = m_n^2/c$. A eq. (2.42) possui autovalores

$$\tilde{m}_n^2 = 4(n+1), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.44)$$

e autofunções

$$\varphi_n(\tilde{z}) \sim e^{-\frac{\tilde{z}^2}{2}} \tilde{z}^{3/2} L_n^1(\tilde{z}^2). \quad (2.45)$$

onde L_n^m são os polinômios associados de Laguerre. A eq. (2.44) é a condição de linearidade no espectro de partículas vetoriais ($m_n^2 \sim n$) que é a principal motivação da escolha $\Phi(z) = cz^2$ para o campo de fundo. Substituindo (2.45) em (2.41) obtemos as soluções vetoriais

$$\psi_n(z) \sim z^2 L_n^1(cz^2). \quad (2.46)$$

Essas soluções podem ser usadas para calcular constantes de decaimento e fatores de forma.

2.4.2 Campos escalares

Um campo escalar X no modelo de parede macia é descrito pela ação

$$S = -\frac{1}{2} \int d^5x \sqrt{-g} e^{-cz^2} \left[g^{MN} \partial_M X \partial_N X + m_5^2 X^2 \right]. \quad (2.47)$$

Fazendo o ansatz

$$X_n = \exp(iq \cdot x) \exp\left[\frac{1}{2}(\Phi(z) - 3A(z))\right] \varphi_n \quad (2.48)$$

e definindo $\tilde{z} = \sqrt{c} z$, $\tilde{m}_n^2 = m_n^2/c$ obtemos a eq. de Schrödinger (2.42) com potencial

$$V(\tilde{z}) = \tilde{z}^2 + \frac{15}{4\tilde{z}^2} + 2. \quad (2.49)$$

As autofunções e autovalores da eq. de Schrödinger para esse potencial são [61]

$$\varphi_n(\tilde{z}) \sim e^{-\tilde{z}^2/2} \tilde{z}^{\Delta-3/2} {}_1F_1(-n, \Delta-1, \tilde{z}^2), \quad (2.50)$$

$$\tilde{m}_n^2 = 4n + 2\Delta \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.51)$$

onde ${}_1F_1$ é a função hipergeométrica confluyente de Kummer [62] e usamos a relação $m_n^2 R^2 = \Delta(\Delta-4)$. No caso dos *glueballs* em que $\Delta = 4$ obtemos a relação $m_n^2 = 4c(n+2)$.

2.4.3 Campos de spin grande

Um campo de calibre de spin S pode ser representado por um tensor totalmente simétrico de *rank* S : $\psi_{M_1 \dots M_S}$. Escolhendo o calibre $\psi_{z \dots} = 0$ e redefinindo o campo da seguinte forma

$$\psi_{\dots} = e^{2(S-1)A} \tilde{\psi}_{\dots} \quad (2.52)$$

é possível escrever a ação em termos de campos transversos e de traço nulo $\tilde{\psi}_{\dots}$:

$$I = \frac{1}{2} \int d^5x e^{5A} e^{-\Phi} \left\{ e^{4(S-1)A} e^{-2A(1+S)} \partial_N \tilde{\psi}_{\mu_1 \dots \mu_S} \partial_N \tilde{\psi}_{\mu_1 \dots \mu_S} \right\}. \quad (2.53)$$

A equação de movimento para os modos normalizáveis $\tilde{\psi}_n$ é

$$\partial_z \left(e^{(2S-1)A} e^{-\Phi} \partial_z \tilde{\psi}_n \right) + m_n^2 e^{(2S-1)A} e^{-\Phi} \tilde{\psi}_n = 0 \quad (2.54)$$

A transformação $\tilde{\psi}_n = \exp[\frac{1}{2}(\Phi(z) - (2S + 1)A(z))] \tilde{\varphi}_n$ converte essa equação na forma de uma equação de Schrödinger com potencial

$$V(\tilde{z}) = \tilde{z}^2 + 2(S - 1) + \frac{S^2 - 1/4}{\tilde{z}^2} \quad (2.55)$$

e autovalores

$$\tilde{m}_{n,S}^2 = 4(n + S). \quad (2.56)$$

A relação (2.56) é a generalização da relação (2.44) para o caso de spin grande. Desta forma, como foi prometido, vemos que o modelo de parede macia permite obter trajetórias lineares nos quadrados das massas versus o número de excitação radial n ou o spin S .

2.4.4 Fatores de forma hadrônicos

Finalizamos esta seção citando o cálculo de fatores de forma para o modelo de parede macia [54, 69]. No caso de partículas escalares o termo de interação em 5 dimensões é

$$ig_5 \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-cz^2} g^{mn} A_m(x, z) \Phi_{P'}^*(x, z) \overleftrightarrow{\partial}_n \Phi_P(x, z), \quad (2.57)$$

que é o análogo à eq. (2.29) incluindo desta vez o campo de fundo $\Phi(z) = cz^2$. O fator de forma é obtido identificando a ação (2.57) ao vértice de interação eletromagnética de um fóton com duas partículas escalares (a menos de uma função delta de conservação de momento). Resolvendo a integral acima para o caso de um fóton virtual, obtemos o seguinte resultado para o fator de forma *space like* de uma partícula escalar [54] :

$$F(q^2) = \Gamma(\Delta) \frac{\Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right)}{\Gamma\left(\Delta + \frac{q^2}{4c}\right)}. \quad (2.58)$$

O comportamento dominante para $q^2 \gg c$ é $F(q^2) \sim (q^2)^{1-\Delta}$ que é o mesmo obtido no modelo de parede rígida 2.30. Essa coincidência pode ser entendida lembrando a relação holográfica $q^2 \sim 1/z^2$ com $z = R^2/r$ discutida na seção 2.2. Momentos transferidos grandes correspon-

dem a regiões próximas da fronteira $z \rightarrow 0$, onde as soluções do modelo de parede rígida e o modelo de parede macia possuem o mesmo comportamento. A Fig. 2.3 mostra uma comparação do modelo de parede rígida e o modelo de parede macia com dados experimentais para um amplo regime de q^2 no caso $\Delta = 2$.

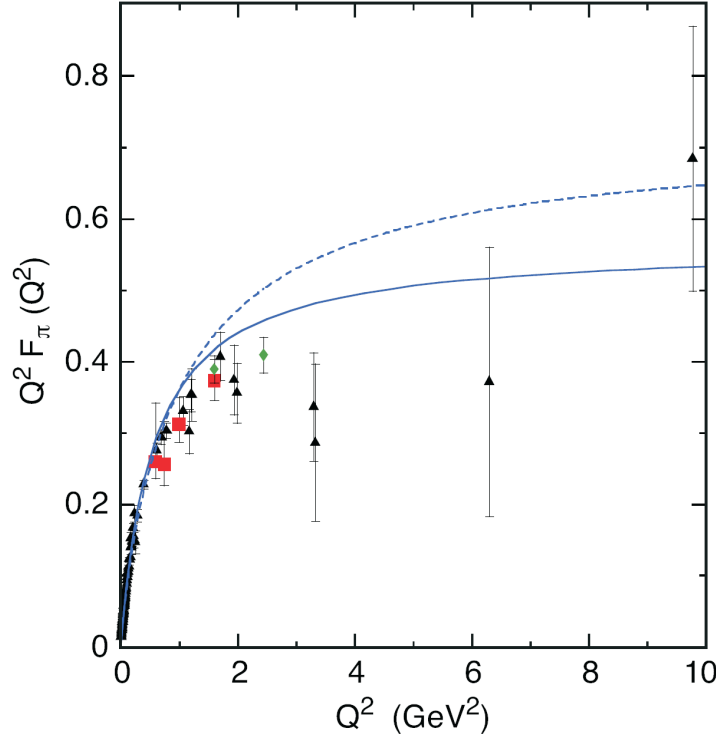


Figura 2.3: Gráfico de $Q^2 F_\pi(Q^2)$ como função de $Q^2 = q^2 > 0$ [54]. A linha contínua é a previsão do modelo de parede macia para $\sqrt{c} = 0.375$. A linha entrecortada é a previsão do modelo de parede rígida para $z_{\max} = 1/0.22$. Os triângulos, quadrados e diamantes são compilações de dados experimentais [63, 64, 65]

2.5 O modelo D3/D7

Uma das críticas que podem ser feitas aos modelos de parede rígida e parede macia, denominados de modelos *bottom-up*, é que as geometrias relevantes e o conteúdo de campos não surgem como soluções de Teoria de Cordas. Como consequência disso, é muito difícil dizer exatamente qual é o conteúdo de operadores e estados das Teorias de Calibre duais. Por outro lado, os modelos *top-down* consideram soluções de Teoria de Cordas onde o conteúdo de campos é

bem estabelecido e portanto é possível prever o conteúdo de operadores das Teorias de Calibre duais. Um dos exemplos mais interessantes do ponto de vista da QCD é o modelo D3/D7 [15] que introduz sabor na Correspondência AdS/CFT. Nesta seção revisaremos brevemente o surgimento do modelo D3/D7 e alguns resultados obtidos dele para espectroscopia e espalhamento hadrônico. O leitor pode encontrar na ref. [70] uma revisão mais detalhada .

A geometria original de Teoria de Cordas que deu origem à Correspondência AdS/CFT consiste num conjunto de N_c D3-branas coincidentes com $N_c \gg 1$. Nessa configuração cada D3-brana representa uma cor na Teoria de Calibre. Em consequência, todos os campos da Teoria de Calibre são definidos na representação adjunta do grupo $SU(N_c)$ porque correspondem a estados de cordas abertas com as duas pontas presas nas branas de cor. Por outro lado, quarks são espinores definidos na representação fundamental do grupo $SU(N_c)$. Eles possuem um índice de cor e um índice de sabor. A maneira mais simples de introduzir sabor na Teoria de Cordas e acrescentando à configuração de N_c D3-branas um conjunto N_f de Dp-branas onde N_f é o número de sabores. Dessa forma, cordas abertas com uma ponta localizada numa brana de cor e a outra ponta numa brana de sabor geram matéria na representação fundamental. Na Teoria de Supercordas IIB (onde foi descoberta a Correspondência AdS/CFT) somente é possível construir Dp-branas com $p = 1, 3, 5, 7$. A escolha mais simples e ao mesmo tempo mais realista é $p = 7$ [15].

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D3	X	X	X	X						
D7	X	X	X	X	X	X	X	X		

Tabela 2.4: Interseção D3/D7 num espaço chato de 10 dimensões

Considere a interseção de N_c D3-branas coincidentes com N_f D7 branas coincidentes representada na Tabela 2.4. As coordenadas das D3-branas (0123) fazem parte das coordenadas (01234567) das D7-branas. A interseção D3/D7 quebra a metade de supersimetrias da geometria original portanto a Teoria Super Yang-Mills de Supersimetria $\mathcal{N} = 4$ é agora uma Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 2$. A maneira mais simples de introduzir um conjunto de N_f D7-branas sem modificar radicalmente a geometria original $AdS_5 \times S^5$ é fazendo o limite $(N_f/N_c) \rightarrow 0$.

Nesse limite as cordas 7-7 desacoplam das cordas 3-7 e 3-3. Em consequência, a Teoria efetiva é definida em $3 + 1$ dimensões onde o grupo de simetria das D7-branas $SU(N_f)$ é interpretado como uma simetria global da Teoria em $3 + 1$. O conteúdo dessa nova Teoria inclui além dos campos da Teoria $\mathcal{N} = 4$ (provenientes de cordas 3-3) um conjunto de N_f hipermultipletos (provenientes de cordas 3-7) contendo espinores ψ (quarks) e escalares q (squarks). A antiga simetria global $SO(6)$ da Teoria $\mathcal{N} = 4$ transforma-se agora numa simetria $SO(4) \times SO(2)$ sendo $SO(2)$ o grupo de rotação das coordenadas transversas X^8, X^9 . Se as D7-branas se afastam das D3-branas uma distância L nas direções X^8, X^9 o grupo $SO(2)$ é quebrado e surgem termos de massas para os quarks com $m_q = L/(2\pi\alpha')$. Esses termos de massa quebram a simetria conforme e introduzem uma escala de massa mínima na Teoria.

Do ponto de vista da Teoria de Calibre o limite $(N_f/N_c) \rightarrow 0$ pode ser interpretado como um limite de *quenching* onde os efeitos de loops de quarks são desprezíveis. Do ponto de vista da Supergravidade o limite $(N_f/N_c) \rightarrow 0$ permite considerar as D7-branas como branas teste no sentido em que não alteram a geometria de fundo $AdS_5 \times S^5$ gerada pela configuração de D3-branas. Em outras palavras, as D7 branas de teste estão localizadas numa região do espaço $AdS_5 \times S^5$ sem modificá-lo. Cada D7 brana é descritas pela ação de Dirac-Born-Infeld

$$S_{D7} = -\mu_7 \int d^8\xi \sqrt{-\det(P[G]_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab})} + \frac{(2\pi\alpha')^2}{2} \mu_7 \int P[C^{(4)}] \wedge F \wedge F, \quad (2.59)$$

onde $\mu_7 = [(2\pi)^7 g_s \alpha'^4]^{-1}$ é a tensão da D7-brana, $P[G]_{ab} = g_{MN} \frac{dX^M}{dx^a} \frac{dX^N}{dx^b}$ é a métrica induzida, $C^{(4)}$ é o termo de Wess Zumino [66] e $F_{ab} = \partial_a A_b - \partial_b A_a$ sendo A_a um campo de calibre de fundo na D7-brana. A fim de resolver as eqs. provenientes da ação de Dirac-Born-Infeld é conveniente reescrever a métrica do espaço de fundo $AdS_5 \times S^5$ em coordenadas esféricas

$$ds_{10}^2 = \frac{r^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{r^2} \left[dr^2 + r^2 [d\tilde{\theta}_1^2 + \sin^2 \tilde{\theta}_1 d\tilde{\theta}_2^2 + \sin^2 \tilde{\theta}_1 \sin^2 \tilde{\theta}_2 (d\theta_1^2 + \sin^2 \theta_1 d\theta_2^2 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 d\varphi^2)] \right]. \quad (2.60)$$

Definindo as novas coordenadas

$$\rho \equiv r \sin \tilde{\theta}_1 \sin \tilde{\theta}_2, \quad w_5 \equiv r \sin \tilde{\theta}_1 \cos \tilde{\theta}_2, \quad w_6 \equiv r \cos \tilde{\theta}_1,$$

a métrica pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} ds_{10}^2 &\equiv g_{MN} dx^M dx^N \\ &= \frac{\rho^2 + w_5^2 + w_6^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{\rho^2 + w_5^2 + w_6^2} \left[dw_5^2 + dw_6^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\Omega_3^2 \right] \end{aligned} \quad (2.61)$$

onde $0 < \rho < \infty$ e $d\Omega_3^2 = d\theta_1^2 + \sin^2 \theta_1 d\theta_2^2 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 d\varphi^2$ é a métrica de uma esfera S^3 embutida na esfera S^5 . Substituindo (2.61) em (2.59) e considerando $A_a = 0$ obtemos as equações

$$\frac{d}{d\rho} \left[\frac{\rho^3}{\sqrt{1 + \dot{w}_5^2 + \dot{w}_6^2}} \frac{dw}{d\rho} \right] = 0, \quad w = \{w_5, w_6\} \quad (2.62)$$

com solução regular $w = \text{constante}$. As coordenadas w_5, w_6 correspondem às coordenadas transversas X^8, X^9 da Tabela 2.4. Usualmente faz-se a escolha $w_5 = 0, w_6 = L$, portanto a métrica induzida na D7-brana é

$$ds_8^2 = G_{ab} dx^a dx^b = \frac{\rho^2 + L^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{\rho^2 + L^2} (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega_3^2). \quad (2.63)$$

Observe que $\rho^2 + L^2 = r^2$ o que significa que a coordenada radial r na D7-brana é restrita à região $L \leq r < \infty$. Dessa forma, o modelo D3/D7 gera um mínimo r_{\min} no espaço correspondendo a um *cut-off* infravermelho m_h para a Teoria de Calibre ($m_h = L/R^2 \sim \Lambda$). A métrica (2.63) aproxima-se de $AdS_5 \times S^3$ quando $r \rightarrow \infty$ recuperando assim a simetria conforme a energias altas.

2.5.1 Massas de mésons escalares

Cordas abertas com as duas pontas presas nas D7 branas de sabor descrevem naturalmente estados mesônicos (cordas 7-7). Esses estados descrevem flutuações das D7 branas que podem

ser escalares, vetoriais ou espinoriais. O caso escalar e vetorial foi estudado em [66] e caso espinorial foi abordado em [67].

Revisaremos aqui o caso escalar. Por simplicidade fazemos $N_f = 1$. Considere flutuações do tipo

$$w_5 = 0 + \delta w_5, \quad w_6 = L + \delta w_6. \quad (2.64)$$

As flutuações (2.64) substituídas na ação (2.59) dão origem a ações escalares efetivas do tipo

$$S_\phi = -2\mu_7(R\pi\alpha')^2 \int d^8x \sqrt{-G} \frac{G^{ab}}{\rho^2 + L^2} \partial_a \phi^{(A)} \partial_b \phi^{(A)}, \quad (2.65)$$

onde $A = 1, 2$ corresponde às flutuações de w_5 e w_6 respectivamente. É conveniente reescalar os campos escalares na forma $\Phi^{(A)} = \sqrt{2\mu_7} R\pi\alpha' \phi^{(A)}$. A equação de movimento para Φ é

$$\frac{R^4}{(\rho^2 + L^2)^2} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \Phi^{(A)} + \frac{1}{\rho^3} \partial_\rho (\rho^3 \partial_\rho \Phi^{(A)}) + \frac{1}{\rho^2} \nabla^\alpha \nabla_\alpha \Phi^{(A)} = 0, \quad (2.66)$$

onde $\nabla^\alpha \nabla_\alpha$ é o operador laplaciano nas coordenadas angulares Ω_α . Fazendo o ansatz $\Phi^{(A)} \sim \exp(i p \cdot x) f^{(A)}(\rho) \mathcal{Y}(\Omega)$, encontramos soluções do tipo

$$\Phi^{(A)}(\rho) \sim e^{i p \cdot x} \rho^\ell (\rho^2 + L^2)^{-\bar{\alpha}} F(-\bar{\alpha}, -\bar{\alpha} + \ell + 1; \ell + 2; -\rho^2/L^2) \mathcal{Y}^\ell(\Omega). \quad (2.67)$$

onde

$$\bar{\alpha} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{p^2}{m_h^2}}, \quad (2.68)$$

$\mathcal{Y}^\ell(\Omega)$ é a solução da equação angular $\nabla^\alpha \nabla_\alpha \mathcal{Y}^\ell(\Omega) = -\ell(\ell + 2) \mathcal{Y}^\ell(\Omega)$ e $F(a, b; c; w)$ é a função hipergeométrica.

A normalizabilidade da solução (2.67) é garantida exigindo a condição

$$-\bar{\alpha} + \ell + 1 = -n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.69)$$

A solução então pode ser escrita como

$$\Phi_{n,\ell}^{(A)} = C_{n,\ell} e^{ip \cdot y} \mathcal{Y}^\ell(\Omega) \frac{(\rho/L)^\ell}{[1 + \frac{\rho^2}{L^2}]^{n+\ell+1}} F(-n - \ell - 1, -n; \ell + 2; -\frac{\rho^2}{L^2}), \quad (2.70)$$

onde $C_{n,\ell}$ é uma constante de normalização. De (2.68) e (2.69) obtemos o espectro de partículas escalares

$$-p^2 = m^2 = 4m_h^2[(n + \ell + 1)(n + \ell + 2)]. \quad (2.71)$$

As duas soluções escalares $\Phi_\ell^{(A)}$ são duais a operadores escalares de dimensão $\Delta = \ell + 3$ [66].

Esses operadores mesônicos são da forma [70]

$$\mathcal{O}^{(A)\ell} = \bar{\psi}_m \sigma_{mn}^{(A)} X^\ell \psi_n + \bar{q}^m X_V^{(A)} X^\ell q^m \quad (m, n = 1, 2), \quad (2.72)$$

onde $X_V^{(A)} = \{X^8, X^9\}$, $\sigma^{(A)} = \{\sigma^1, \sigma^2\}$ e $X^\ell = X^{\{i_1 \dots i_\ell\}}$ com $i = \{4, 5, 6, 7\}$.

No modelo D3/D7 existem também outras 3 partículas escalares provenientes de soluções do campo de calibre da forma $A_\mu = A_\rho = 0$, $A_\alpha^\ell \neq 0$ com $\ell = 1, 2, \dots$. Essas soluções são chamadas de tipo I^- [66] e são duais a operadores de dimensão $\Delta = \ell + 1$ da forma $\mathcal{O}^{(I)\ell} = \bar{q}^m \sigma_{mn}^{(I)} X^{\ell-1} q^n$ $I = 1, 2, 3$.

2.5.2 Massas de mésons vetoriais

As eqs. do campo de calibre na D7-brana provenientes da ação de Dirac-Born-Infeld são

$$\partial_\alpha(\sqrt{-G} G^{ac} G^{bd} F^{cd}) - \frac{4\rho(\rho^2 + L^2)}{R^4} \varepsilon^{b\alpha\beta} \partial_\alpha A_\beta = 0, \quad (2.73)$$

onde $\varepsilon^{b\alpha\beta}$ é o termo de Chern-Simons válido somente quando b é um índice angular da esfera S^3 . As soluções vetoriais mais importantes são conhecidos como soluções tipo II e possuem a seguinte forma :

$$A_\mu = \zeta_\mu \phi_{II}(\rho) e^{iq \cdot x} \mathcal{Y}^\ell(S^3), \quad q \cdot \zeta = 0, \quad A_\rho = 0, \quad A_\alpha = 0; \quad (2.74)$$

onde $\phi_{II}(\varrho)$ satisfaz a equação

$$-\frac{q^2}{m_h^2} \frac{1}{(1 + \varrho^2)^2} \phi_{II}(\varrho) + \frac{1}{\varrho^3} \partial_\varrho (\varrho^3 \partial_\varrho \phi_{II}(\varrho)) - \ell(\ell + 2) \frac{1}{\varrho^2} \phi_{II}(\varrho) = 0, \quad \varrho \equiv \rho/L, \quad (2.75)$$

com solução normalizável

$$\phi_{II}^{\ell,n} = C_{II}^{\ell n} \varrho^\ell (1 + \varrho^2)^{-1-n-\ell} F(-n, -1 - n - \ell; \ell + 2; -\varrho^2), \quad (2.76)$$

onde $F(a, b; c; w)$ é a função hipergeométrica e $C_{II}^{\ell n}$ uma constante de normalização. O espectro de massas neste caso é

$$m_{II}^2 = 4m_h^2(n + \ell + 1)(n + \ell + 2), \quad (2.77)$$

que é idêntico ao obtido para mésons escalares. As soluções A_μ são duais a operadores de dimensão $\Delta = \ell + 3$ do tipo

$$\mathcal{J}^{\mu\ell} = \bar{\psi}_i \gamma^\mu X^\ell \psi_i + i \bar{q}^m X^\ell D^\mu q^m - i \bar{D}^\mu \bar{q}^m X^\ell q^m \quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$$

. O caso $\ell = 0$ corresponde à corrente de sabor $U(N_f = 1)$.

2.5.3 Fatores de forma hadrônicos

Na ref. [68] foram calculados fatores de forma escalares e vetoriais usando o modelo D3/D7. Considere por exemplo o fator de forma generalizado definido pela interação de um fóton com duas partículas escalares de índices do grupo $U(N_f)$ e massas diferentes :

$$\langle a; \ell, n_2; p' | J_f^{b\mu}(q) | c; \ell, n_1; p \rangle = i f^{abc} (p + p')_\nu (\eta^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / q^2) (2\pi)^4 \delta^4 \left(\sum_i p_i \right) F_{n_1, n_2}^\ell(q^2), \quad (2.78)$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura do grupo $U(N_f)$. Esse vértice de interação pode ser identificado com o seguinte termo de interação da ação de Dirac-Born-Infeld :

$$S_{\text{Int}} \sim \int d^8x \sqrt{-G} G^{\alpha\beta} G^{\mu\nu} f^{abc} A_\mu^a A_\alpha^b \partial_\nu A_\beta^c, \quad (2.79)$$

onde A_α são as soluções do tipo I^- duais a operadores escalares e $A_\mu = \zeta_\mu \phi_{II}(\rho) e^{iq \cdot x}$ é a solução não normalizável da equação (2.75) com $\ell = 0$. O resultado obtido em [68] satisfaz a decomposição descrita na Fig. (2.1). Para grandes momentos transferidos : $q^2 \gg m_h^2$ o resultado é

$$F_{n_1, n_2}^\ell(q^2) \sim \frac{1}{(q^2)^\ell} = \frac{1}{(q^2)^{\Delta-1}},$$

que coincide com os resultados dos modelos de parede rígida e parede macia mostrando a universalidade desse resultado.

2.6 Outros modelos AdS/QCD

Finalizamos este capítulo citando outros modelos AdS/QCD existentes. Como foi mencionado na introdução os modelos AdS/QCD podem ser classificados em modelos bottom-up e modelos top-down.

Os modelos *bottom-up* são modelos efetivos onde a geometria não surge de Teoria de Cordas mas é construída para incluir algumas propriedades da QCD. Além do modelo de parede rígida e modelo de parede macia que foram discutidos aqui podemos citar os modelos do tipo *deformed AdS* onde a métrica do espaço Anti-de-Sitter é deformada a fim de incluir propriedades tais como o potencial de Cornell [71], trajetórias de Regge [72, 74] ou liberdade assintótica [73]. Vale a pena mencionar que nas refs. [73] e [74] a métrica é obtida como solução das eqs. de Einstein em 5d na presença de campos de fundo.

Os modelos *top-down* surgem como soluções da Teoria de Cordas e descrevem formalmente a quebra de Supersimetria. Os exemplos mais importantes, além do modelo D3/D7, são o modelo de Witten [21], os modelos Conifold [38, 40], o modelo de Polchinski-Strassler [39],

o modelo de Maldacena-Nunez [41] e o modelo D4/D8 [16]. Vale a pena destacar entre esses modelos, o modelo D4/D8 que gera uma quebra total de Supersimetria, descreve a quebra de simetria quiral e inclui mésons e bárions no espectro.

Capítulo 3

O espalhamento profundamente inelástico via AdS/QCD

Um dos processos mais importantes na física hadrônica é o espalhamento profundamente inelástico (Deep Inelastic Scattering ou DIS) porque permite obter informação da estrutura hadrônica. Esse processo teve um papel importante na história da Física de partículas porque legitimou o modelo de pártons através da confirmação experimental do *Bjorken scaling* [75].

Neste capítulo veremos como é possível descrever o espalhamento profundamente inelástico usando diversos modelos AdS/QCD (Revisões sobre DIS na QCD podem ser encontradas em [2, 76, 77]). Os modelos AdS/QCD descrevem Teorias de Calibre com algumas propriedades em comum com a QCD tais como a simetria conforme a altas energias, porém diferem no número de cores e no valor da constante de acoplamento. O número de cores nas Teorias de Calibre que surgem dos modelos AdS/QCD em geral é muito grande e a constante de acoplamento efetiva (constante de 't Hooft) é grande mesmo no regime de altas energias onde a constante de acoplamento da QCD é pequena.

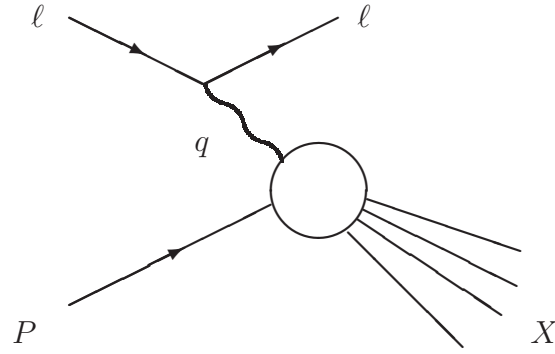


Figura 3.1:

Diagrama do espalhamento profundamente inelástico. Um lépton ℓ troca um fóton virtual com um hádron de momento P .

3.1 Breve revisão do espalhamento profundamente inelástico

O espalhamento profundamente inelástico consiste no espalhamento de um lépton por um hádron através da troca de um fóton virtual. O fóton virtual de momento q^μ é produzido pelo lépton e interage com o hádron de momento P^μ (veja Fig. 3.1). Na abordagem usual do DIS os possíveis estados hadrônicos finais não são observados experimentalmente e portanto são denotados por X . O DIS é considerado um processo inclusivo porque a amplitude de espalhamento envolve a soma de todos os possíveis estados finais X . Existem dois parâmetros relevantes no DIS :

- i) A virtualidade do fóton definida como $q^2 = q_\mu q_\nu \eta^{\mu\nu}$ onde $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(-, +, +, +)$
- ii) A variável de Bjorken definida por $x \equiv -q^2/2P \cdot q$.

Outros parâmetros úteis são a massa do hádron inicial definida por $M^2 = -P^2$ e a variável de Mandelstam $s = -P_X^2 = -(P + q)^2$. A condição $s \geq M^2$ define a região física do parâmetro $x : 0 < x \leq 1$.

O espalhamento profundamente inelástico é definido usualmente pelo limite de Bjorken : $\frac{q^2}{M^2} \rightarrow \infty$ com x fixo. A inelasticidade do espalhamento é caracterizada pelo parâmetro de Bjorken x (menores valores de x correspondem a maior inelasticidade).

No espalhamento profundamente inelástico a quantidade relevante é o tensor hadrônico

definido por

$$W^{\mu\nu} = i \int d^4y e^{iq \cdot y} \langle P, \mathcal{Q} | [J^\mu(y), J^\nu(0)] | P, \mathcal{Q} \rangle, \quad (3.1)$$

onde $J^\mu(y)$ é a corrente hadrônica eletromagnética e \mathcal{Q} é a carga elétrica do hádron inicial. Usando as simetrias da QCD, o tensor hadrônico $W^{\mu\nu}$ pode ser decomposto em duas funções de estrutura $F_1(x, q^2)$ and $F_2(x, q^2)$ da seguinte forma [76] :

$$W^{\mu\nu} = F_1(x, q^2) \left(\eta^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{2x}{q^2} F_2(x, q^2) \left(P^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right) \left(P^\nu + \frac{q^\nu}{2x} \right), \quad (3.2)$$

onde fizemos a hipótese que o hádron inicial não é polarizado ¹. O teorema ótico relaciona a seção de choque total do espalhamento fóton-hádron à amplitude de espalhamento Compton *forward* (fóton-hádron \rightarrow fóton-hádron) definida pelo tensor [76]

$$T^{\mu\nu} = i \int d^4y e^{iq \cdot y} \langle P, \mathcal{Q} | \mathcal{T} \left(J^\mu(y) J^\nu(0) \right) | P, \mathcal{Q} \rangle, \quad (3.3)$$

O tensor $T^{\mu\nu}$ possui a mesma decomposição (3.2) substituindo $F_1(x, q^2)$, $F_2(x, q^2)$ por $\tilde{F}_1(x, q^2)$, $\tilde{F}_2(x, q^2)$. Como consequência do teorema ótico as funções de estrutura F_1 , F_2 estão relacionadas a \tilde{F}_1, \tilde{F}_2 por

$$F_{1,2}(x, q^2) \equiv 2\pi \text{Im} \tilde{F}_{1,2}(x, q^2). \quad (3.4)$$

3.2 DIS no modelo de parede rígida

A primeira abordagem do espalhamento profundamente inelástico via Teoria de Cordas foi feita por Polchinski e Strassler no contexto do modelo de parede rígida [17]. As funções de estrutura $F_1(x, q^2)$ e $F_2(x, q^2)$ foram calculados em 4 diferentes regimes de energia definidos

¹No caso polarizado surgem outras constantes G_1 e G_2 .

pela variável de Bjorken x :

$$\begin{aligned}
\text{Regime I} & : (\sqrt{g_{YM}^2 N_c})^{-1} \ll x < 1 \\
\text{Regime II} & : \exp(-\sqrt{g_{YM}^2 N_c}) \ll x \ll (\sqrt{g_{YM}^2 N_c})^{-1} \\
\text{Regime III} & : x \sim \exp(-\sqrt{g_{YM}^2 N_c}) \\
\text{Regime IV} & : x \rightarrow 0
\end{aligned} \tag{3.5}$$

O regime I é o regime em que o DIS pode ser descrito pela Supergravidade no qual contribuem somente estados não massivos da Teoria de Cordas. Os regimes II, III e IV são regimes nos quais devem ser levados em conta estados massivos de Teoria de Cordas. O regime II consiste numa aproximação local para o espalhamento de cordas. No regime III e IV são incluídas contribuições não locais sendo que o regime IV é um limite assintótico.

3.2.1 Regime I : Aproximação de Supergravidade

A parte imaginária do tensor $T^{\mu\nu}$ pode ser expressa como uma soma sobre estados intermediários X produzidos na colisão fóton-hádron :

$$\text{Im}T^{\mu\nu} = 2\pi^2 \sum_X \delta(M_X^2 + (P+q)^2) \langle P, \mathcal{Q} | J^\nu(0) | P+q, X \rangle \langle P+q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle, \tag{3.6}$$

onde M_X são as massas dos estados X . O elemento de matriz $\langle P+q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle$ representa o vértice de interação do fóton virtual de momentum q com o hádrón inicial de momentum P e o hádrón final (ou intermediário) de momentum $P_X = P + q$. Como vimos anteriormente, vértices de interação podem ser mapeados a termos de interação na ação de Supergravidade. No caso de hádróns escalares, o termo de interação relevante em Supergravidade envolve um campo de calibre $A_m = (A_z, A_\mu)$ e dois campos escalares Φ_i e Φ_X . A relação entre o elemento

de matriz da Teoria de Calibre e o termo de interação de Supergravidade é dada por [17] :

$$(2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - q) \eta_\mu \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle = \int d^{10}x \sqrt{-g} g^{mn} A_m j_n = i Q \int d^{10}x \sqrt{-g} g^{mn} A_m \left(\Phi_i \partial_n \Phi_X^* - \Phi_X^* \partial_n \Phi_i \right), \quad (3.7)$$

onde η_μ é a polarização do fóton. O surgimento do campo de calibre e o termo de interação em (3.7) pode ser explicado a partir de uma perturbação gravitacional de Kaluza-Klein ² na forma $\delta g_{m\alpha} = A_m v_\alpha$ sendo v_α os vetores de Killing nas direções da esfera S^5 . Os campos Φ_i e Φ_X são estados escalares de Teoria de Cordas que na aproximação de Supergravidade não têm massa e são denominados de dÍlatons. Logo veremos como o limite dessa aproximação está determinado pela escala de energia do processo hadrônico em 4d através da relação holográfica $\tilde{p} = p z/R$ (vide eq. 2.10).

No modelo de parede rígida os campos A_m , Φ_i e Φ_X moram no espaço $AdS_5 \times S^5$ com a restrição $0 < z < z_{\max}$ onde $z_{\max} = 1/\Lambda$ é o corte geométrico (parede rígida) no espaço Anti-de-Sitter e Λ é a escala mínima de massa hadrônica na Teoria de Calibre. A seguir revisaremos as soluções clássicas desses campos .

Campo de calibre

As componentes do campo de calibre A_z e A_μ satisfazem as eqs. de movimento

$$\square A_z - \partial_z \partial_\mu \left(\eta^{\mu\nu} A_\nu \right) = 0, \quad (3.8)$$

$$z \partial_z \left(\frac{1}{z} \partial_z (\eta^{\mu\nu} A_\nu) \right) + \square (\eta^{\mu\nu} A_\nu) - \eta^{\mu\nu} \partial_\nu \left(z \partial_z \left(\frac{1}{z} A_z \right) + \partial_\lambda (\eta^{\lambda\gamma} A_\gamma) \right) = 0, \quad (3.9)$$

onde $\lambda, \gamma, \mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ e usamos a notação $A^\mu \equiv \eta^{\mu\nu} A_\nu$, $\square \equiv \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu$. As componentes A_μ possuem a condição de fronteira $A_\mu(z = 0, y) = \eta_\mu \exp(iq \cdot y)$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) a fim de descrever um fóton com momentum q^μ e polarização η^μ . A polarização pode ser decomposta

²Uma boa revisão das Teorias de Kaluza-Klein pode ser encontrada em [78].

em componentes longitudinal e transversa : $\eta_\mu = \eta_\mu^L + \eta_\mu^T$ onde

$$\eta_\mu^L = \frac{\eta \cdot q}{q^2} q_\mu \quad , \quad \eta_\mu^T = \eta_\mu - \frac{\eta \cdot q}{q^2} q_\mu .$$

A condição de contorno motiva o *ansatz* $A_\mu(z, y) = \left(\eta_\mu^L f_L(z) + \eta_\mu^T f_T(z) \right) \exp(iq \cdot y)$, onde $f_L(z)$ and $f_T(z)$ satisfazem as condições $f_T(0) = f_L(0) = 1$. Substituindo esse *ansatz* nas eqs de movimento obtemos as eqs :

$$A_z = -\frac{i}{q^2} (q \cdot \eta^L) e^{iq \cdot y} \partial_z f_L(z) = -\frac{i}{q^2} q^\mu \partial_z A_\mu , \quad (3.10)$$

$$\eta_\mu^T \left[z \partial_z \left(\frac{1}{z} \partial_z f_T(z) \right) - q^2 f_T(z) \right] = 0 . \quad (3.11)$$

A eq. (3.11) tem solução $f_T(z) = qz K_1(qz)$, onde $K_1(w)$ é a solução de Bessel modificada e $q = \sqrt{q^2}$ sendo q^2 a virtualidade do fóton. Como vimos anteriormente esse tipo de solução não normalizável para o campo de calibre surge devido a que $q^2 > 0$.

A parte longitudinal $f_L(z)$ depende do calibre. Na ref. [17] foi escolhido o calibre

$$\eta^{\mu\nu} \partial_\mu A_\nu + z \partial_z \left(\frac{1}{z} A_z \right) = 0 , \quad (3.12)$$

que leva a $f_L(z) = f_T(z)$ e como consequência

$$\begin{aligned} A_\mu &= \eta_\mu e^{iq \cdot y} qz K_1(qz) , \\ A_z &= -iq \cdot \eta e^{iq \cdot y} z K_0(qz) . \end{aligned} \quad (3.13)$$

Outro possível calibre é $q_\mu A^\mu = 0$ que equivale a $A_z = 0$ e corresponde a um fóton transverso ($\eta_\mu^L = 0$). É interessante comentar a semelhança observada em [79] entre as soluções do campo de calibre (3.13) e as funções de onda que descrevem a dissociação do fóton virtual num dipolo $q\bar{q}$ de tamanho d indicando uma possível correspondência entre a coordenada radial do espaço Anti-de-Sitter z e o tamanho do dipolo d .

Campos escalares

Como vimos anteriormente a eq. de movimento de um campo escalar no modelo de parede rígida é

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_m \left(\sqrt{-g} \partial^m \Phi \right) - m_5^2 \Phi = 0, \quad (3.14)$$

onde $m_5^2 = \Delta(\Delta - 4)/R^2$ sendo Δ a dimensão do operador hadrônico dual. As soluções normalizáveis representando os estados inicial e final são

$$\begin{aligned} \Phi_i &= e^{iP \cdot y} \frac{C_i}{R^4} \Lambda z^2 J_{\Delta-2}(\Lambda z) Y(\Omega), \\ \Phi_X &= e^{iP_X \cdot y} \frac{C_X}{R^4} \Lambda^{1/2} s^{1/4} z^2 J_{\Delta'-2}(s^{1/2} z) Y(\Omega), \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde $s = -P_X^2$, $P^2 = -\Lambda^2$, C_i e C_X são constantes de normalização e $Y(\Omega)$ é a parte angular das soluções (autoestados do laplaceano angular em S^5) Δ e Δ' são as dimensões dos operadores que criam os estados inicial e final, respectivamente. No caso de spin zero as dimensões Δ e Δ' podem ser identificadas com os números de constituintes dos estados hadrônicos inicial e final (veja seção 2.1). Na ref. [17] foi considerado o caso em que $\Delta' = \Delta$ que corresponde a um espalhamento profundamente inelástico onde o número de constituintes hadrônico é preservado.

Funções de estrutura

Substituindo (3.13) e (3.15) em (3.7) obtemos o elemento de matriz da corrente

$$\langle P+q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle = 2^\Delta \mathcal{Q} C_i C_X \Gamma(\Delta) \left(P^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right) \Lambda^{\Delta-1/2} \frac{s^{\Delta/2-3/4} q^2}{(s+q^2)^\Delta}, \quad (3.16)$$

onde

$$s = -(P+q)^2 = \Lambda^2 + q^2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right)$$

. Por outro lado, o espectro de massas no modelo de parede rígida é aproximadamente quadrático

no índice radial :

$$M_n = \frac{\chi_{2,n}}{\chi_{2,1}} \Lambda \approx n\pi \Lambda$$

, de forma que

$$\sum_n \delta(M_n^2 + (P + q)^2) = \sum_n \delta(M_n^2 - s) \approx (2\pi s^{1/2} \Lambda)^{-1}, \quad (3.17)$$

onde a soma foi aproximada por uma integral. Substituindo (3.16) e (3.17) em (3.6) obtemos as funções de estrutura escalares no modelo de parede rígida

$$F_1(x, q^2) = 0 ; F_2(x, q^2) = \pi C_0 \mathcal{Q}^2 \left(\frac{\Lambda^2}{q^2} \right)^{\Delta-1} x^{\Delta+1} (1-x)^{\Delta-2}, \quad (3.18)$$

onde $C_0 = 2^{2\Delta} \pi |C_i|^2 |C_X|^2 \Gamma^2(\Delta)$.

Validade da aproximação de Supergravidade

A escala de energia do DIS é determinada pela variável de Mandelstam $s = -(P + q)^2 = \Lambda^2 + q^2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right)$. A relação holográfica entre momentos na Teoria de Cordas e momentos na Teoria de Calibre ($\tilde{p} = pz/R$) permite obter a seguinte relação :

$$\alpha' \tilde{s} = \alpha' s \frac{z^2}{R^2} + \alpha' \nabla_z^2 + \alpha' \nabla_\alpha \nabla^\alpha \lesssim \frac{q^2}{x} \frac{z^2}{(4\pi g_{YM}^2 N_c)^{1/2}}, \quad (3.19)$$

onde \tilde{s} é a escala de energia no referencial de Teoria de Cordas. Por outro lado, além do corte geométrico z_{\max} do modelo de parede rígida existe outro máximo z_{int} para a coordenada z que surge do termo de interação ³. analisando as soluções do campo de calibre vemos que elas decaem exponencialmente quando $qz > 1$. A energias moderadas esse decaimento exponencial domina sobre os outros termos na integral de interação de modo que é possível desprezar completamente a região $qz > 1$. Podemos dizer então que a interação efetivamente acontece na região $0 < z < z_{\text{int}}$ onde $z_{\text{int}} = 1/q$. Incluindo essa informação na relação (3.19) chegamos à

³Esse máximo é restrito ao problema em questão.

dessigualdade

$$\alpha' \tilde{s} \lesssim \frac{(\sqrt{4\pi g_{YM}^2 N_c})^{-1}}{x} . \quad (3.20)$$

Essa relação nos diz que a escala de energia do DIS no referencial da Teoria de Cordas \tilde{s} possui um máximo determinado pela variável de Bjorken x . No Regime I em que $x \gg (\sqrt{g_{YM}^2 N_c})^{-1}$ obtemos $\alpha' \tilde{s} \ll 1$ o que significa que só contribuem estados não massivos da Teoria de Cordas⁴ de tal forma que a aproximação de Supergravidade é válida.

3.2.2 Regime II : Estados massivos da Teoria de Cordas

No Regime II a condição $x \ll (\sqrt{g_{YM}^2 N_c})^{-1}$ e a eq. (3.20) indicam que devemos incluir no DIS estados escalares massivos. Em vez de somar explicitamente os estados intermediários X na amplitude de espalhamento Compton *forward* (fóton-hádron no limite $t \rightarrow 0$), na ref. [17] esses estados foram incluídos considerando o espalhamento gráviton-dílaton em Teoria de Cordas onde o gráviton e dílaton inicial representam o fóton e o hádron escalar, respectivamente. Os propagadores da interação são grávitons representando *pomerons* na Teoria de Calibre⁵. A contribuição dominante a altas energias para a amplitude de espalhamento é [17] :

$$S_{\text{string}} = \frac{1}{2} \int d^{10}x \sqrt{-g} v^a v_a F^{\mu n}(-q') F_n^\nu(q) \partial_\mu \Phi^* \partial_\nu \Phi G|_{t=0} , \quad (3.21)$$

onde $F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m$ e G é o fator de Virasoro-Shapiro para cordas fechadas num espaço de Minkowski de 10d :

$$G = \frac{\alpha'^3 \tilde{s}^2}{64} \prod_{\tilde{\xi}=\tilde{s}, \tilde{t}, \tilde{u}} \frac{\Gamma(-\alpha' \tilde{\xi}/4)}{\Gamma(1 + \alpha' \tilde{\xi}/4)} . \quad (3.22)$$

A amplitude de espalhamento de cordas em 10d (3.21) é identificada com a amplitude de espalhamento Compton *forward* em 4d na seguinte forma :

$$[\eta_\mu \eta_\nu T_{\mu\nu}] (2\pi)^4 \delta^4(q - q') = S_{\text{string}} . \quad (3.23)$$

⁴Os estados massivos possuem massa da ordem $1/\alpha'$.

⁵A dualidade gráviton-*pomeron* surge nos modelos AdS/QCD motivada nas trajetórias de Regge M^2 vs J .

A parte imaginária de S_{string} é determinada pela parte imaginária de $G|_{t=0}$ [17] :

$$\text{Im } G|_{t=0} = \frac{\pi\alpha'}{4} \sum_{\ell=1}^{\infty} \delta\left(\ell - \frac{\alpha'\tilde{s}}{4}\right) (\ell)^{\alpha'\tilde{t}/2} \approx (\alpha'\tilde{s})^{\alpha'\tilde{t}/2}. \quad (3.24)$$

A diferença do espalhamento fóton-hádron, o espalhamento gráviton-dílaton não é *forward* porque

$$\alpha'\tilde{t} = \alpha'\nabla_z^2 + \alpha'\nabla_\alpha \nabla^\alpha \sim \frac{\alpha'}{R^2} \sim (\sqrt{g_{YM}^2 N_c})^{-1}. \quad (3.25)$$

Das eqs. (3.20) e (3.25) podemos concluir que a segunda condição do regime II : $x \gg \exp(-\sqrt{gN})$ permite aproximar a potência $(\alpha'\tilde{s})^{\alpha'\tilde{t}/2}$ por 1. Em consequência a parte imágimária do tensor $T^{\mu\nu}$ é obtida da integral

$$[\eta_\mu\eta_\nu \text{Im } T_{\mu\nu}] (2\pi)^4 \delta^4(q - q') = \frac{\pi\alpha'}{8} \int d^{10}x \sqrt{-g} v^a v_a F^{\mu n}(-q') F_n^\nu(q) \partial_\mu \Phi^* \partial_\nu \Phi. \quad (3.26)$$

Substituindo as soluções (3.13) e (3.15) achamos as funções de estrutura onde

$$F_1 \approx \frac{1}{x^2} \left(\frac{\Lambda^2}{q^2}\right)^{\Delta-1} \frac{\pi^2 \rho |C_i|^2}{4(4\pi g_{YM}^2 N)^{1/2}} \mathcal{I}_{1,2\Delta+3} \quad F_2 = 2x \frac{2\Delta+3}{\Delta+2} F_1, \quad (3.27)$$

onde $\rho \equiv 1/R^2 \int d^5\Omega \sqrt{\hat{g}_\Omega} v^a v_a |Y|^2$ e

$$\mathcal{I}_{j,n} \equiv \int_0^\infty d\omega \omega^n K_j^2(\omega) = 2^{n-2} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2} + j) \Gamma(\frac{n+1}{2} - j) \Gamma^2(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(n+1)}. \quad (3.28)$$

Como veremos na seção 3.5, a dependência das funções de estrutura na variável x é coerente com a hipótese de troca de *pomerons* com trajetórias de Regge lineares enquanto a dependência na variável q^2 reflete uma propriedade universal das Teorias de Calibre com acoplamento forte.

3.2.3 Regimes III e IV : Contribuição de termos não locais

Nos regimes III e IV são incluídos termos não locais provenientes de $\alpha'\tilde{t}$ através de um operador de difusão ∇^2 agindo no termo cinético $\partial_\mu\Phi^*\partial_\nu\Phi$. O regime IV é o limite assintótico $x \rightarrow 0$ onde são obtidas funções de estrutura independentes de q^2 que é o comportamento análogo ao *Bjorken scaling* obtido na QCD e observado experimentalmente na região $0.1 < x < 1$.

Finalizamos esta seção comentando que na abordagem feita em [17] é feito o limite $N_c \rightarrow \infty$ com a constante de 't Hooft $g_{YM}^2 N_c$ fixa. Nesse limite os estados hadrônicos finais no DIS não incluem estados compostos de mais de um hádron devido a que a produção de novos hádrons é desprezível. A possibilidade de incluir estados compostos no DIS, ainda no regime de Supergravidade, será discutida no final deste capítulo. Efeitos de N_c finito no DIS no regime de Teoria de Cordas foram estudados na ref. [79], onde é abordado o problema de saturação. Nas seções seguintes descrevemos em detalhe a nossa abordagem para o cálculo de funções de estrutura usando o modelo de parede macia e o modelo D3/D7.

3.3 DIS no modelo de parede macia

Como vimos no capítulo 2, a espectroscopia prevista pelo modelo de parede macia difere da previsão obtida no modelo de parede rígida. No modelo de parede macia as trajetórias hadrônicas escalares e vetoriais são lineares enquanto no modelo de parede rígida elas são quadráticas. No DIS a quantidade relevante é a parte imaginária do tensor de amplitude Compton *forward* $T^{\mu\nu}$ que pode ser decomposta na forma

$$\text{Im}T^{\mu\nu} = 2\pi^2 \sum_X \delta\left(M_X^2 + (P+q)^2\right) \langle P, Q | J^\nu(0) | P+q, X \rangle \langle P+q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle. \quad (3.29)$$

No modelo de parede macia as trajetórias lineares para hádrons escalares têm como consequência

$$\sum_X \delta\left(M_X^2 + (P+q)^2\right) = \frac{1}{4c}. \quad (3.30)$$

Esse resultado difere significativamente do resultado obtido no modelo de parede rígida

$$\sum_X \delta\left(M_X^2 + (P + q)^2\right) = \frac{1}{2\pi s^{1/2} \Lambda}. \quad (3.31)$$

Motivados por essa observação, na ref. [18] abordamos o problema do espalhamento profundamente inelástico lépton-hádron no modelo de parede macia para o caso escalar nos regimes I e II descritos na seção anterior. Nessa referência discutimos também o caso espinorial no qual o dÍlton de fundo do modelo de parede macia não é suficiente para normalizar os campos e introduzir massa. Esse caso é apresentado no apêndice B.

3.3.1 Regime I : Aproximação de Supergravidade

Como vimos anteriormente, o modelo de parede macia é um modelo fenomenológico de 5 dimensões que consiste no espaço AdS_5 na presença de um campo de fundo $\varphi = cz^2$ onde z é a coordenada radial de AdS_5 . Nesse modelo não existe corte rígido : $0 \leq z < \infty$. A escala mínima de massa na Teoria de Calibre é identificada com \sqrt{c} . Propusemos na ref. [18] uma extensão desse modelo para 10d consistindo em ações da forma

$$I = \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-\varphi} \mathcal{L}, \quad (3.32)$$

onde \mathcal{L} é uma densidade da lagrangeana em 10d, g_{MN} é a métrica $AdS_5 \times S^5$ e $\varphi = cz^2$ é o dÍlton de fundo. Então, em vez da eq. (3.7), adotamos a seguinte prescrição para o elemento de matriz da corrente hadrônica escalar :

$$\begin{aligned} \eta_\mu \langle P_X, X | \tilde{J}^\mu(q) | P, Q \rangle &= (2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - q) \eta_\mu \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle \\ &= iQ \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-cz^2} A^m \left(\Phi_i \partial_m \Phi_X^* - \Phi_X^* \partial_m \Phi_i \right). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Os campos A^m and Φ na integral não são os mesmos do modelo de parede rígida. A presença do dÍlton de fundo $\varphi = cz^2$ modifica as equações de movimento de campos vetoriais e escalares. Em consequência, no modelo de parede macia as soluções envolvem funções hipergeométricas

confluentes da forma $\mathcal{U}(a; b; w)$ e $\mathcal{M}(a; b; w)$ em vez de funções de Bessel $K_\nu(v)$ e $J_\nu(v)$.

Campo de calibre

A ação de um campo de calibre no modelo de parede macia é

$$I = - \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-cz^2} \frac{1}{4} F_{mn} F^{mn}, \quad (3.34)$$

que leva às equações de movimento

$$\begin{aligned} \square A^\mu + ze^{cz^2} \partial_z \left(e^{-cz^2} \frac{1}{z} \partial_z A^\mu \right) - \eta^{\mu\nu} \partial_\nu \left(ze^{cz^2} \partial_z \left(e^{-cz^2} \frac{1}{z} A_z \right) + \partial_\rho A^\rho \right) &= 0, \\ \square A_z - \partial_z \left(\partial_\mu A^\mu \right) &= 0, \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde usamos a notação $A^\mu \equiv \eta^{\mu\nu} A_\nu$ e $\square \equiv \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu$. Escolhendo a condição de calibre

$$\partial_\rho A^\rho + ze^{cz^2} \partial_z \left(e^{-cz^2} \frac{1}{z} A_z \right) = 0,$$

e impondo a condição de contorno $A_\mu(z, y)|_{z \rightarrow 0} = \eta_\mu e^{iq \cdot y}$, obtemos as soluções

$$\begin{aligned} A_\mu(z, y) &= \eta_\mu e^{iq \cdot y} c \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) z^2 \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 2; cz^2\right), \\ A_z(z, y) &= \frac{i}{2} \eta \cdot q e^{iq \cdot y} \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) z \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 1; cz^2\right), \end{aligned} \quad (3.36)$$

onde $\mathcal{U}(a; b; w)$ são funções hipergeométricas confluentes de segunda classe (funções de Tricomi). Observando que os produtos $\mathcal{U}(a; 2; w) w \Gamma(a)$ e $\mathcal{U}(a; 1; w) \sqrt{w} \Gamma(a)$ decrescem rapidamente quando $aw > 1$, é natural definir um máximo efetivo para a coordenada radial z :

$$z_{\text{int}} \approx \frac{1}{\sqrt{c(1 + \frac{q^2}{4c})}} \sim \frac{1}{q}, \quad (3.37)$$

que é independente da escala de corte c . Quando $z > z_{\text{int}}$ o termo de interação entre o campo de calibre e os campos escalares (eq. (3.33)) é desprezível. A condição $z < z_{\text{int}}$ garante a relação

$\alpha' \tilde{s} \lesssim (\sqrt{4\pi g_{YM}^2 N_c})^{-1}/x$ (eq. 3.20), que define a validade do regime de Supergravidade : $(\sqrt{g_{YM}^2 N_c})^{-1} \ll x < 1$ onde a energia não é suficientemente grande para excitar estados massivos de cordas .

Campos escalares

A equação de um campo escalar no modelo de parede macia é

$$z^3 e^{cz^2} \partial_z \left(e^{-cz^2} \frac{1}{z^3} \partial_z \Phi \right) + \square \Phi - \frac{R^2}{z^2} m_5^2 \Phi = 0 . \quad (3.38)$$

A massa m_5 está relacionada à dimensão conforme Δ do operador que cria estados hadrônicos escalares : $m_5^2 R^2 = \Delta(\Delta - 4)$. Impondo a condição de normalização

$$\int dz d^5 \Omega \frac{R^8}{z^3} \sqrt{g_W} e^{-cz^2} |\Phi|^2 = 1 , \quad (3.39)$$

obtemos as soluções normalizáveis

$$\Phi_n(y, z, \Omega) = \left[\frac{2c^{\Delta-1} \Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\Delta-1)} \right]^{1/2} \frac{1}{R^4} e^{ip \cdot y} z^\Delta L_n^{\Delta-2}(cz^2) Y(\Omega) , \quad (3.40)$$

onde usamos a normalização angular $\int d^5 \Omega \sqrt{g_W} |Y(\Omega)|^2 = 1$ e n é um número inteiro não negativo definido pela relação

$$\frac{p^2}{4c} + \frac{\Delta}{2} = -n . \quad (3.41)$$

Identificando $p^2 = -m_n^2$ vemos como no modelo de parede macia o espectro de massas possui trajetórias hadrônicas lineares $m_n^2 = 4c \left(n + \frac{\Delta}{2} \right)$, que levam ao resultado (3.30). Assumindo que o hádron inicial de momento P possui massa mínima do espectro igual a $\sqrt{2c\Delta}$ ($n = 0$) ele é representado pela solução

$$\Phi_i \equiv \Phi_i(y, z, \Omega) = \left[\frac{2c^{\Delta-1}}{\Gamma(\Delta-1)} \right]^{1/2} \frac{1}{R^4} e^{iP \cdot y} z^\Delta Y(\Omega) . \quad (3.42)$$

O estado final de momento P_X pode ser representado pela solução

$$\Phi_X \equiv \Phi_X(y, z, \Omega) = \left[\frac{2c^{\Delta-1} \Gamma(\frac{s}{4c} - \frac{\Delta}{2} + 1)}{\Gamma(\frac{s}{4c} + \frac{\Delta}{2} - 1)} \right]^{1/2} \frac{1}{R^4} e^{iP_X \cdot y} z^\Delta L_{n_X}^{\Delta-2}(cz^2) Y(\Omega), \quad (3.43)$$

sendo

$$n_X = -\frac{P_X^2}{4c} - \frac{\Delta}{2} = \frac{s}{4c} - \frac{\Delta}{2}, \quad (3.44)$$

onde foi usada a conservação de momento $P_X = P + q$.

Funções de estrutura

Usando as soluções (3.36), (3.42) e (3.43) chegamos ao resultado

$$\begin{aligned} i \quad & \mathcal{Q} \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-\varphi} A^m \left(\Phi_i \partial_m \Phi_X^* - \Phi_X^* \partial_m \Phi_i \right) \\ &= \mathcal{Q} (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X) 2 \eta_\mu \left[P^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right] \left(\frac{\Gamma(\frac{s}{4c} - \frac{\Delta}{2} + 1)}{\Gamma(\Delta - 1) \Gamma(\frac{s}{4c} + \frac{\Delta}{2} - 1)} \right)^{1/2} \times \\ & \quad \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) \int_0^\infty dw w^{\Delta-1} e^{-w} \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 2; w\right) L_{n_X}^{\Delta-2}(w) \\ &= (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X) 2 \mathcal{Q} \eta_\mu \left[P^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right] \frac{q^2}{4c} (\Delta - 1) \left[\Gamma(\Delta - 1) \right]^{1/2} f(q, s), \end{aligned} \quad (3.45)$$

onde $w = cz^2$ e

$$f(q, s) \equiv \left[\frac{\Gamma(\frac{s}{4c} + \frac{\Delta}{2} - 1)}{\Gamma(\frac{s}{4c} - \frac{\Delta}{2} + 1)} \right]^{1/2} \frac{\Gamma(\frac{q^2}{4c} + \frac{s}{4c} - \frac{\Delta}{2})}{\Gamma(\frac{q^2}{4c} + \frac{s}{4c} + \frac{\Delta}{2})}. \quad (3.46)$$

A integral em w foi calculada usando a representação integral da função hipergeométrica confluyente $\mathcal{U}(a, b, w)$. Substituindo esse resultado em (3.33) encontramos o resultado para o elemento de matriz

$$\langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle = 2 \mathcal{Q} \left[P^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right] \frac{q^2}{4c} (\Delta - 1) \left[\Gamma(\Delta - 1) \right]^{1/2} f(q, s). \quad (3.47)$$

Usando as eqs. (3.47), (3.30), (3.73) e a relação

$$\frac{s}{4c} = -\frac{p^2}{4c} + \frac{q^2}{4cx} - \frac{q^2}{4c} = \frac{\Delta}{2} + \frac{q^2}{4c} \left(\frac{1}{x} - 1 \right),$$

obtemos

$$F_1 = 0, \quad F_2 = 8\pi^3 \frac{Q^2}{x} (\Delta - 1) \Gamma(\Delta) \left(\frac{q^2}{4c} \right)^3 \frac{\Gamma\left(\frac{q^2}{4c} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \Delta - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{q^2}{4c} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + 1\right)} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{q^2}{4cx}\right)}{\Gamma\left(\frac{q^2}{4cx} + \Delta\right)} \right]^2. \quad (3.48)$$

Essa é a nossa previsão para funções de estrutura de hádrons escalares a partir do modelo de parede macia na aproximação de Supergravidade. Esse resultado difere do modelo de parede rígida (eq. (3.18)). Porém, no limite de Bjorken de alta virtualidade : $q^2/4c \gg 1$ com x fixo podemos usar a aproximação

$$\frac{q^2}{4c} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \gg 1, \quad (3.49)$$

de forma que

$$\frac{\Gamma\left(\frac{q^2}{4c} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \Delta - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{q^2}{4c} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + 1\right)} \approx \left[\frac{q^2}{4c} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \right]^{\Delta-2}; \quad \frac{\Gamma\left(\frac{q^2}{4cx}\right)}{\Gamma\left(\frac{q^2}{4cx} + \Delta\right)} \approx \left[\frac{q^2}{4cx} \right]^{-\Delta}, \quad (3.50)$$

obtendo para F_2 o resultado

$$F_2 \approx 8\pi^3 Q^2 (\Delta - 1) \Gamma(\Delta) \left(\frac{4c}{q^2} \right)^{\Delta-1} (1-x)^{\Delta-2} x^{\Delta+1}. \quad (3.51)$$

que coincide (a menos de fatores numéricos) com o resultado obtido para o modelo de parede rígida (eq. 3.18), onde identificamos a escala de corte do modelo de parede macia com a escala de corte do modelo de parede rígida $\sqrt{c} \approx \Lambda$. Pode parecer estranha essa coincidência devido à observação feita no começo desta seção a respeito da diferença significativa das eqs. (3.30) e (3.31). Além disso, as soluções de campos escalares e vetoriais no modelo de parede macia diferem das obtidas no modelo de parede rígida. O que acontece é que no limite de Bjorken

($q^2/4c \gg 1$ com x fixo) os elementos de matriz do modelo de parede rígida e modelo de parede macia são proporcionais :

$$\langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle_{HW} \sim \Lambda^{-1/2} s^{1/4} \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle_{SW}, \quad (3.52)$$

sendo que o fator de proporcionalidade compensa a diferença entre as somas de massas (3.30) e (3.31). Essa compensação não trivial entre vértices de interação e espectro de massas explica porque as funções de estrutura do modelo de parede macia coincidem com as obtidas no modelo de parede rígida no limite de Bjorken.

Fatores de forma escalares

É interessante observar que o elemento de matriz obtido em (3.47) é válido para qualquer valor de q^2 and x (dentro do regime I). Em particular, no limite $x \rightarrow 1$ esse elemento de matriz é relacionado com o fator de forma escalar :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle = 2(2P + q)^\mu F(q^2). \quad (3.53)$$

Por tanto, fazendo o limite $x \rightarrow 1$ na eq. (3.47) nós achamos o fator de forma escalar no modelo de parede macia :

$$F(q^2) = \frac{\mathcal{Q}}{2} \Gamma(\Delta) \frac{\Gamma(\frac{q^2}{4c} + 1)}{\Gamma(\frac{q^2}{4c} + \Delta)}, \quad (3.54)$$

que é mesmo obtido na ref. [54] (eq. (2.58)).

3.3.2 Regime II : Estados massivos de Teoria de Cordas

No Regime II a abordagem consiste em incluir o dÍlaton de fundo $\varphi = cz^2$ na relação holográfica (3.26). A prescrição natural  

$$[\eta_\mu \eta_\nu \text{Im } T_{\mu\nu}] (2\pi)^4 \delta^4(q - q') = \frac{\pi\alpha'}{8} \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-cz^2} v^a v_a F^{\mu n}(-q') F_n^\nu(q) \partial_\mu \Phi^* \partial_\nu \Phi, \quad (3.55)$$

onde

$$\begin{aligned} F_{0\mu}(q) &= \frac{z}{2} e^{iq \cdot y} \left[q_\mu (q \cdot \eta) - \eta_\mu q^2 \right] \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 1; cz^2\right) \\ F_{\mu\nu}(q) &= i cz^2 e^{iq \cdot y} \left[q_\mu \eta_\nu - q_\nu \eta_\mu \right] \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 2; cz^2\right), \end{aligned} \quad (3.56)$$

e o campo escalar Φ   a soluo obtida em (3.42) . Substituindo (3.42) e (3.56) obtemos

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\pi^2 \rho c^{\Delta-1}}{8(4\pi g_{YM}^2 N_c)^{1/2} \Gamma(\Delta - 1)} \frac{(q^2)^2}{x^2} \mathcal{A}_2, \\ F_2 &= \frac{\pi^2 \rho c^{\Delta-1}}{4(4\pi g_{YM}^2 N_c)^{1/2} \Gamma(\Delta - 1)} \frac{(q^2)^3}{x} \left(\mathcal{A}_1 + \frac{\mathcal{A}_2}{q^2} \right), \end{aligned} \quad (3.57)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1 &\equiv \frac{1}{4} \Gamma^2(a) \int_0^\infty dz e^{-cz^2} z^{2\Delta+2} \mathcal{U}^2(a; 1; cz^2), \\ \mathcal{A}_2 &\equiv c^2 \Gamma^2(a) \int_0^\infty dz e^{-cz^2} z^{2\Delta+4} \mathcal{U}^2(a; 2; cz^2), \end{aligned} \quad (3.58)$$

com $a = 1 + \frac{q^2}{4c}$. As integrais (3.58) não possuem solução analítica para qualquer valor de q^2 . Porém no limite de Bjorken podemos simplificar o problema. Definindo $\zeta \equiv (a - 1)cz^2$ vemos que

$$\zeta = (a - 1)cz^2 = \frac{q^2}{4} z^2 < q^2 z_{int}^2 \approx 1.$$

Então podemos considerar a variável ζ restrita à região $0 < \zeta < 1$ e portanto o limite de Bjorken é realizado através dos limites [62]

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \mathcal{U}(a; b; \frac{\zeta}{a-1}) = \frac{2}{\Gamma(1+a-b)} \zeta^{(1-b)/2} K_{b-1}(2\sqrt{\zeta})$$

e

$$\lim_{a \rightarrow \infty} e^{-cz^2} = \lim_{a \rightarrow \infty} e^{-\frac{\zeta}{a-1}} = 1,$$

onde $b = 1, 2$ e $a = 1 + \frac{q^2}{4c}$. Usando essa aproximação obtemos o resultado

$$\begin{aligned} F_1 &\approx \frac{\pi^2 \rho}{8(4\pi gN)^{1/2} \Gamma(\Delta-1)} \frac{1}{x^2} \left(\frac{c}{q^2}\right)^{\Delta-1} \mathcal{I}_{1,2\Delta+3}, \\ F_2 &\approx 2x F_1 \frac{\mathcal{I}_{0,2\Delta+3} + \mathcal{I}_{1,2\Delta+3}}{\mathcal{I}_{1,2\Delta+3}} = 2x \frac{2\Delta+3}{\Delta+2} F_1, \end{aligned} \quad (3.59)$$

onde

$$\mathcal{I}_{j,n} = 2^{n-2} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2} + j) \Gamma(\frac{n+1}{2} - j) \Gamma^2(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(n+1)}.$$

que coincide com aquele obtido em [17] para o modelo de parede rígida.

3.4 DIS no modelo D3/D7

Como vimos no capítulo 2 o modelo D3/D7 incorpora matéria na representação fundamental do grupo de calibre $SU(N_c)$ através da inclusão de N_f D7-branas coincidentes satisfazendo a simetria $SU(N_f)$. No limite $N_f \ll N_c$ (*quenching limit*) as D7-branas não alteram a geometria gerada pela configuração de N_c D3-branas. No modelo D3/D7 os mésons escalares e vetoriais na Teoria de Calibre são representados por flutuações das D7-branas no background gerado pelas N_c D3-branas. Nesta seção discutimos a nossa abordagem para o espalhamento profundamente inelástico no caso de mésons escalares usando o modelo D3/D7 [19] na aproximação de Supergravidade (Regime I das seções anteriores).

Soluções para mésons escalares no modelo D3/D7

O cenário do modelo D3-D7 consiste no espaço $AdS_5 \times S^5$ com métrica

$$ds_{10}^2 \equiv g_{MN} dx^M dx^N = \frac{r^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{r^2} \left[dr^2 + r^2 d\Omega_5^2 \right], \quad (3.60)$$

($0 < r < \infty$) na presença de N_f D7-branas coincidentes com métrica

$$ds_8^2 = G_{ab} dx^a dx^b = \frac{\rho^2 + L^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{\rho^2 + L^2} (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega_3^2), \quad (3.61)$$

onde $0 < \rho < \infty$. As coordenadas ρ e r estão relacionadas através de $\rho^2 + L^2 = r^2$ portanto na D7-brana a coordenada está restrita à região $L \leq r < \infty$. A constante L determina uma escala mínima de energia na Teoria de calibre m_h onde $m_h = L/R^2$. Mésons escalares surgem como flutuações de D7-branas nas direções transversas à brana. Por simplicidade consideramos o caso $N_f = 1$. Como vimos no capítulo 2, a equação de movimento para campos escalares na D7-brana é

$$\begin{aligned} \partial_a \left[\frac{\sqrt{-G}}{\rho^2 + L^2} G^{ab} \partial_b \Phi \right] &= 0 \quad \text{ou} \\ \frac{R^4}{(\rho^2 + L^2)^2} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \Phi + \frac{1}{\rho^3} \partial_\rho (\rho^3 \partial_\rho \Phi) + \frac{1}{\rho^2} \nabla^\alpha \nabla_\alpha \Phi &= 0. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Usando a condição de normalização

$$R \int d\rho d^3\Omega \frac{\sqrt{-G}}{(\rho^2 + L^2)^2} |\Phi|^2 = 1,$$

obtemos as soluções

$$\Phi_{n,\ell} = C_{n,\ell} e^{ip \cdot y} \mathcal{Y}^\ell(\Omega) \frac{(\rho/L)^\ell}{\left[1 + \frac{\rho^2}{L^2}\right]^{n+\ell+1}} F(-n - \ell - 1, -n; \ell + 2; -\frac{\rho^2}{L^2}), \quad (3.63)$$

onde

$$C_{n,\ell} = \frac{1}{\sqrt{R}} \sqrt{\frac{2(2n+2\ell+3)\Gamma(n+2\ell+3)}{\Gamma(n+1)\Gamma^2(\ell+2)}}, \quad (3.64)$$

$F(a, b; c; w)$ é a função hipergeométrica, Ω representa as coordenadas de S^3 e $\mathcal{Y}^\ell(\Omega)$ são autofunções do laplaceano angular $\nabla^\alpha \nabla_\alpha$ com autovalores $\ell(\ell+2)$. O índice ℓ é relacionado à dimensão conforme Δ do operador hadrônico escalar via $\Delta = \ell + 3$. O parâmetro n é definido pela relação $-p^2 = 4m_h^2[(n+\ell+1)(n+\ell+2)]$. O campo escalar representando o estado inicial corresponde a $n = 0$ e $p = P$ com massa $2m_h\sqrt{(\ell+1)(\ell+2)}$. Para o estado final $p = P_X$ and $n = n_X$ onde

$$4m_h^2[(n_X + \ell + 1)(n_X + \ell + 2)] = s = -P_X^2 = -P^2 + q^2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right). \quad (3.65)$$

Explicitamente, as soluções para o hádron inicial e final são respectivamente

$$\begin{aligned} \Phi_i &= C_{0,\ell} e^{ip \cdot y} \mathcal{Y}^\ell(\Omega) \frac{(\rho/L)^\ell}{[1 + \frac{\rho^2}{L^2}]^{\ell+1}}, \\ \Phi_X &= C_{n_X,\ell} e^{ip \cdot y} \mathcal{Y}^\ell(\Omega) \frac{(\rho/L)^\ell}{[1 + \frac{\rho^2}{L^2}]^{n_X+\ell+1}} F(-n_X - \ell - 1, -n_X; \ell + 2; -\frac{\rho^2}{L^2}). \end{aligned} \quad (3.66)$$

Finalmente, usando a eq.(3.65) obtemos a soma de massas de estados finais ⁶

$$\sum_X \delta\left(M_X^2 + (P+q)^2\right) \approx \frac{1}{4m_h^2(2n_X + 2\ell + 3)} = \frac{1}{4m_h\sqrt{s + m_h^2}}. \quad (3.67)$$

A seguir vamos estudar duas possibilidades que surgem no modelo D3/D7 para o campo de calibre. A primeira opção é considerar a solução para o campo de calibre no AdS_5 que é dual a uma corrente hadrônica que surge do grupo $U(1) \subset SO(4)$ da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 2$. A segunda opção é considerar um campo de calibre morando na D7-brana que no modelo D3/D7 é dual à corrente de sabor $U(N_f = 1)$

⁶Observe a semelhança desse resultado com aquele obtido no modelo de parede rígida (3.17).

3.4.1 Caso A : Campo de calibre no bulk

A interação de um méson escalar com um fóton virtual pode ser representada em Supergravidade pela interação de um campo de calibre A_m morando em AdS_5 com um campo escalar morando na D7-brana. O campo de calibre A_m , que satisfaz as eqs. de Maxwell no AdS_5 , surge de uma perturbação da métrica $AdS_5 \times S^5$ na forma $\delta g_{m\alpha} = A_m v_\alpha$, onde v_α são vetores de Killing nas direções de $S^3 \subset S^5$. Essa perturbação induz uma perturbação na métrica da D7-brana na forma $\delta G_{\tilde{m}\alpha} = A_{\tilde{m}} v_\alpha$ onde $\tilde{m} = (\rho, \mu)$ e $A_\rho = \rho/r A_r$. Essa perturbação leva ao seguinte termo de interação

$$S_{int} = \int d^8x \sqrt{-G} \frac{v^\alpha A^{\tilde{m}}}{\rho^2 + L^2} \left(\partial_\alpha \Phi^* \partial_{\tilde{m}} \Phi + \partial_{\tilde{m}} \Phi^* \partial_\alpha \Phi \right). \quad (3.68)$$

Usando a relação $R v^\alpha \partial_\alpha \Phi = i \mathcal{Q} \Phi$ chegamos à ação efetiva para a interação de um fóton virtual com dois mésons escalares

$$S_{int} = \frac{i \mathcal{Q}}{R} \int d^8x \sqrt{-G} A^{\tilde{m}} j_{\tilde{m}} = \frac{i \mathcal{Q}}{R} \int d^8x \sqrt{-G} A^{\tilde{m}} \frac{1}{\rho^2 + L^2} \left(\Phi_i \partial_{\tilde{m}} \Phi_X^* - \Phi_X^* \partial_{\tilde{m}} \Phi_i \right), \quad (3.69)$$

que é identificada com o elemento de matriz

$$(2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - q) \eta_\mu \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle.$$

A solução não normalizável para o campo de calibre no AdS_5 representando um fóton virtual de momento q_μ e polarização η_μ é [19]

$$A_\mu = \eta_\mu e^{iq \cdot y} q \frac{R^2}{r} K_1\left(q \frac{R^2}{r}\right), \quad A_\rho = -\frac{i}{q^2} \eta^{\mu\nu} q_\mu \partial_\rho A_\nu, \quad (3.70)$$

onde $q = \sqrt{q^2}$ e $r = \sqrt{\rho^2 + L^2}$. Substituindo as soluções (3.66) e (3.70) em (3.69) obtemos o elemento de matriz da corrente hadrônica

$$\langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle = 2 \mathcal{Q} R C_{0,\ell} C_{n_X,\ell} \frac{q}{m_h} \left[p^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right] \mathcal{I}_{bulk}, \quad (3.71)$$

onde

$$\mathcal{I}_{bulk} = \int_0^1 dv v^2 (1-v^2)^{\ell+1} K_1\left(\frac{qv}{m_h}\right) F(-n_X - \ell - 1, n_X + \ell + 2; \ell + 2; 1 - v^2) \quad (3.72)$$

e $v = \frac{L}{\sqrt{\rho^2 + L^2}}$. Usando o resultado (3.71), o resultado de soma de massas (3.67) e lembrando a decomposição da parte imaginária tensor de Compton *forward*

$$\text{Im}T^{\mu\nu} = 2\pi^2 \sum_X \delta\left(M_X^2 + (P+q)^2\right) \langle P, Q | J^\nu(0) | P+q, X \rangle \langle P+q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle, \quad (3.73)$$

achamos as funções de estrutura

$$F_1 = 0; \quad F_2 = 8\pi^3 Q^2 \frac{\Gamma(2\ell + 4)}{\Gamma^4(\ell + 2)} \frac{\Gamma(n_X + 2\ell + 3)}{\Gamma(n_X + 1)} \left(\frac{q^2}{m_h^2}\right)^2 \frac{\mathcal{I}_{bulk}^2}{x}, \quad (3.74)$$

em função da integral \mathcal{I}_{bulk} definida em (3.72). Essa integral não possui solução analítica para qualquer regime de q^2 e x . No apêndice C encontramos um resultado analítico para essa integral perto do limite elástico $x \rightarrow 1$ e para $q^2 \gg m_h^2$. Aqui citamos o resultado para a função de estrutura :

$$F_2 \sim \left(\frac{4m_h^2}{q^2}\right)^{\ell+2} (1-x)^{\ell+1} = \left(\frac{4m_h^2}{q^2}\right)^{\Delta-1} (1-x)^{\Delta-2}, \quad (3.75)$$

que coincide com o resultado obtido no modelo de parede rígida e modelo de parede macia identificando m_h com Λ e \sqrt{c} .

Fizemos um cálculo numérico em MAPLE 12 para a integral (3.72) a fim de investigar a dependência da função de estrutura F_2 nas variáveis q^2 e x . Na subseção 3.4.3 mostramos os resultados numéricos obtidos para a função de estrutura F_2 comparando-os com os resultados do modelo de parede rígida e do modelo de parede macia.

3.4.2 Caso B : Campo de calibre na D7-brana

Como vimos no capítulo 2, além de flutuações escalares na D7-brana existem flutuações vetoriais descritas pela ação de Dirac-Born-Infeld da D7 brana. Na ref. [66], foram obtidas diversas soluções para o campo de calibre A_a morando na D7-brana. Estamos interessados em soluções do tipo II sem dependência angular :

$$A_\mu = \eta_\mu e^{iq \cdot y} f(\rho) ; q \cdot \eta = 0 ; A_\rho = 0 ; A_\alpha = 0 ,$$

onde $f(\rho)$ satisfaz a equação

$$-\frac{q^2}{m_h^2} \frac{1}{(\varrho^2 + 1)^2} f + \frac{1}{\varrho^3} \partial_\varrho (\varrho^3 \partial_\varrho f) = 0, \quad \varrho \equiv \rho/L. \quad (3.76)$$

A eq. (3.76) é o caso $\ell = 0$ de (2.75) e as soluções descrevem um fóton de momento transverso q_μ e polarização η_μ . A condição $q^2 > 0$ para o fóton virtual leva à solução não normalizável

$$f(w) = C_q F(-\alpha, 1 + \alpha; 2; w), \quad w = \frac{\rho^2}{\rho^2 + L^2}, \quad \alpha = -\frac{1}{2} + \frac{i}{2} \sqrt{\frac{q^2}{m_h^2} - 1}, \quad (3.77)$$

$$C_q = \Gamma(2 + \alpha) \Gamma(1 - \alpha) = \frac{\pi q^2}{4m_h^2 \cosh(\pi \sqrt{\frac{q^2}{4m_h^2} - \frac{1}{4}})}, \quad (3.78)$$

dual à corrente de sabor $U(N_f = 1)$. A constante C_q é determinada pela condição de fronteira $A_\mu(w \rightarrow 1) = \eta_\mu e^{iq \cdot y}$. Embora o parâmetro α seja complexo a solução do campo de calibre é real porque depende unicamente da combinação $\alpha(\alpha + 1) = -q^2/4m_h^2$.

A interação fóton-méson-méson pode ser obtida neste caso impondo invariância de calibre na ação do campo escalar introduzindo derivadas covariantes :

$$S_\Phi = - \int d^8 x \sqrt{-G} \frac{G^{ab}}{\rho^2 + L^2} \nabla_a \Phi^* \nabla_b \Phi, \quad (3.79)$$

onde $\nabla_a = \partial_a - i\frac{\mathcal{Q}}{R}A_a$. Desta ação encontramos o termo de interação

$$S_{int} = i\frac{\mathcal{Q}}{R} \int d^8x \sqrt{-G} G^{\mu\nu} A_\mu \frac{1}{\rho^2 + L^2} \left(\Phi_i \partial_\nu \Phi_X^* - \Phi_X^* \partial_\nu \Phi_i \right), \quad (3.80)$$

que é identificado com o vértice $(2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - q) \eta_\mu \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle$. Substituindo as soluções do campo de calibre e escalar chegamos ao resultado

$$\langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle = \mathcal{Q} R C_{0,\ell} C_{n_X,\ell} C_q \mathcal{I}_{brane} P^\mu, \quad (3.81)$$

$$\mathcal{I}_{brane} = \int_0^1 dw w^{\ell+1} F(-\alpha, 1 + \alpha; 2; w) F(-n_X - \ell - 1, n_X + \ell + 2; \ell + 2; w), \quad (3.82)$$

onde $C_{n_X,\ell}$ e C_q foram definidos em (3.64) e (3.78). De (3.81) vemos que $F_1 = 0$. O resultado para F_2 pode ser escrito na seguinte forma (apêndice C):

$$F_2 = 8\pi^5 \mathcal{Q}^2 \frac{\Gamma(2\ell + 4) \Gamma(n_X + 2\ell + 3)}{\Gamma^2(\ell + 2) \Gamma(n_X + 1)} \frac{1}{x} \left(\frac{q^2}{4m_h^2} \right)^3 \frac{1}{\cosh^2 \left(\pi \sqrt{\frac{q^2}{4m_h^2} - \frac{1}{4}} \right)} \\ \times \left\{ \sum_{j=n_X}^{\infty} \frac{\Gamma(\ell + 2 + j) \Gamma(j + 1)}{(j + 1) \Gamma(n_X + 2\ell + 4 + j) \Gamma(j + 1 - n_X)} \prod_{k=1}^j \left[\frac{q^2}{4m_h^2 k^2} + \frac{k - 1}{k} \right] \right\}^2. \quad (3.83)$$

No regime $x \ll 1$ essa expressão se reduz a

$$F_2|_{x \ll 1} \approx \pi^5 \mathcal{Q}^2 \frac{(1.27)^2}{2} \Gamma(2\ell + 4) (\ell + 2)^2 \left(\frac{4m_h^2}{q^2} \right)^{\ell+2} x^{\ell+4}. \quad (3.84)$$

Lembrando que $\Delta = \ell + 3$, vemos que o nosso resultado reproduz a mesma dependência q^2 e x do modelo de parede rígida e parede macia no regime $x \ll 1$. Usando MAPLE 12, fizemos um cálculo numérico de F_2 para diferentes regimes de x e q^2 . Na subseção seguinte mostramos os nossos resultados.

3.4.3 Resultados Numéricos

Nesta subseção apresentamos os nossos resultados numéricos para a função de estrutura F_2 no modelo D3-D7 no limite de Bjorken $q^2 \gg m_h^2$ para o caso A do campo de calibre no bulk, eq. (3.74), e o caso B do campo de calibre na brana, eq. (3.83). Comparamos graficamente esses resultados com aqueles obtidos para o modelo de parede rígida, eq. (3.18), e o modelo de parede macia, eq. (3.51), no regime de Supergravidade (Regime I). Devido a que esses modelos possuem diferentes parâmetros representando a escala mínima de massa é conveniente introduzir a variável adimensional Q identificada com $q/2m_h$ no modelo D3-D7, q/Λ no modelo de parede rígida e $q/2\sqrt{c}$ no modelo de parede macia.

Dependência de F_2 em x

Na Fig. 3.2 mostramos a dependência da função de estrutura F_2 com o parâmetro de Bjorken x para $Q = 75$, $0.25 \leq x < 1$, $\ell = 0, 1, 2, 3$. Para outros valores de Q os resultados são semelhantes sempre que $Q \gg 1$. Em cada gráfico a linha azul corresponde aos resultados coincidentes do modelo de parede rígida, modelo de parede macia e o caso A do D3/D7. A linha vermelha representa o caso B do D3/D7 que difere dos outros resultados. Todas as funções de estrutura foram normalizadas fixando o valor máximo a 1. Podemos observar que em todos os casos a função de estrutura F_2 apresenta uma dependência em x na forma de uma gaussiana. Ela vai a zero quando nos aproximamos muito ou nos afastamos muito do limite elástico e possui um máximo para um determinado valor de $x = \tilde{x}$. Conforme aumentamos o valor de ℓ , a localização do máximo \tilde{x} diminui tanto para a linha azul (A do D3/D7, parede rígida e parede macia) como para a linha vermelha (B do D3/D7).

Na Fig. 3.3 ilustramos o comportamento de F_2 vs x para valores pequenos de x . O primeiro gráfico mostra o comportamento singular do caso A do D3/D7. No segundo gráfico comparamos a função de estrutura F_2 para o caso B do D3/D7 (linha vermelha) com o modelo de parede rígida e parede macia (linha preta). Esses gráficos foram feitos para $Q = 75$ mas não diferem significativamente para outros valores de $Q \gg 1$.

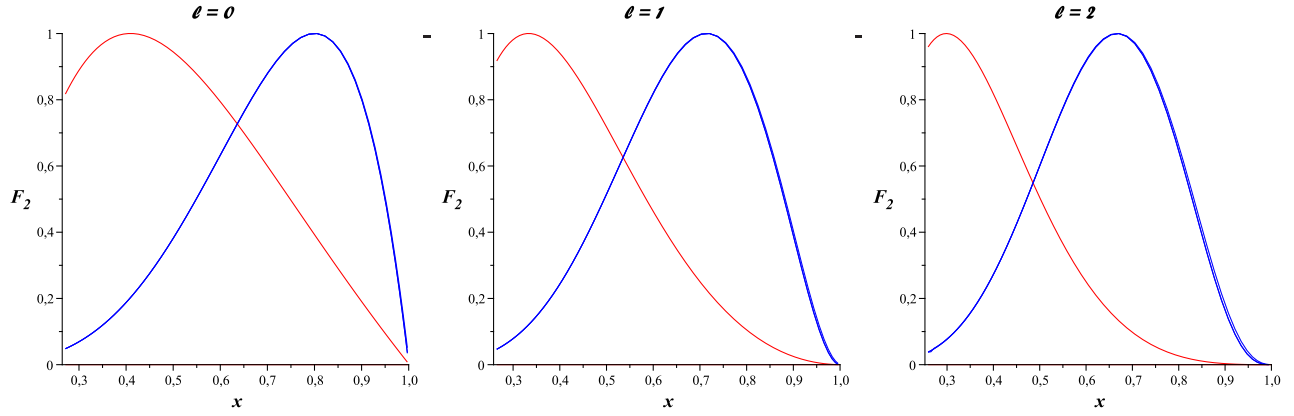


Figura 3.2: F_2 vs x para $\ell = 0, 1, 2$ e $Q = 75$. A linha vermelha representa o caso B do D3/D7. A linha azul representa o caso A do D3/D7 e os modelos de parede rígida e parede macia.

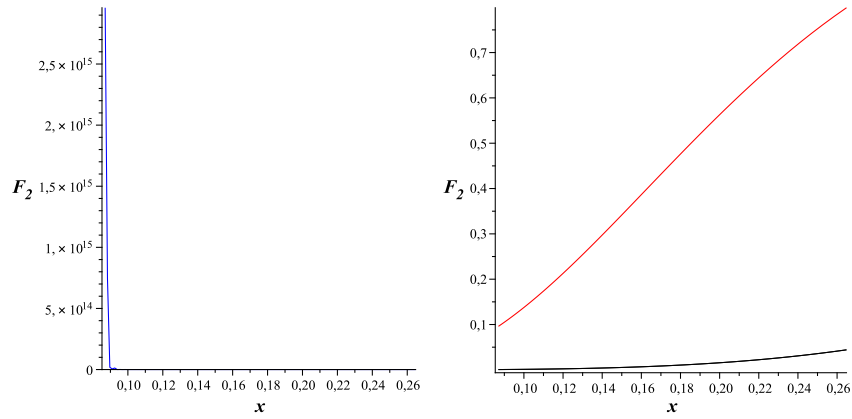


Figura 3.3: F_2 vs x para x pequeno no caso $\ell = 0$ e $Q = 75$. O primeiro gráfico corresponde ao caso A do D3/D7 (linha azul). No segundo gráfico a linha vermelha representa o caso B do D3/D7 e a linha preta corresponde aos modelos de parede rígida e parede macia

Dependência de F_2 em Q^2

Nós analisamos também a dependência de F_2 em Q^2 para diversos valores de x . Na Figura 3.4 representamos gráficos de $-\ln(F_2(Q)/F_2(Q_0))$ como função de $\ln(Q^2/Q_0^2)$, para vários valores de x e ℓ . No primeiro gráfico $x = 0.5$, $Q_0 = 45$, $\ell = 0, 1, 2$ onde as funções de estrutura dos 4 modelos coincidem. Cada linha representa um valor diferente de ℓ . Desse gráfico podemos deduzir a dependência $Q^{-2(\ell+2)} = Q^{2(1-\Delta)}$ da função de estrutura F_2 . Essa dependência nos diz que, para valores fixos de x , a função de estrutura diminui quando aumentamos a virtualidade Q^2 . Veremos na próxima seção que essa dependência é universal para modelos AdS/QCD onde a Teoria de calibre dual possui constante de acoplamento $g_{YM}^2 N_c$ grande.

O segundo gráfico corresponde a $x = 0.9$, $Q_0 = 12$, $\ell = 0$. Nesse gráfico a linha vermelha representa o caso B do D3/D7 enquanto a linha azul representa o caso A do D3/D7 e os modelos de parede rígida e parede macia. Esse gráfico mostra um pequeno desvio do comportamento Q^{-4} no caso B do D3/D7 para valores de x perto de 1. Para valores pequenos de x é o caso A do D3/D7 que se desvia dos outros como é evidente no terceiro gráfico onde $x = 0.25$ e $Q_0 = 39$.

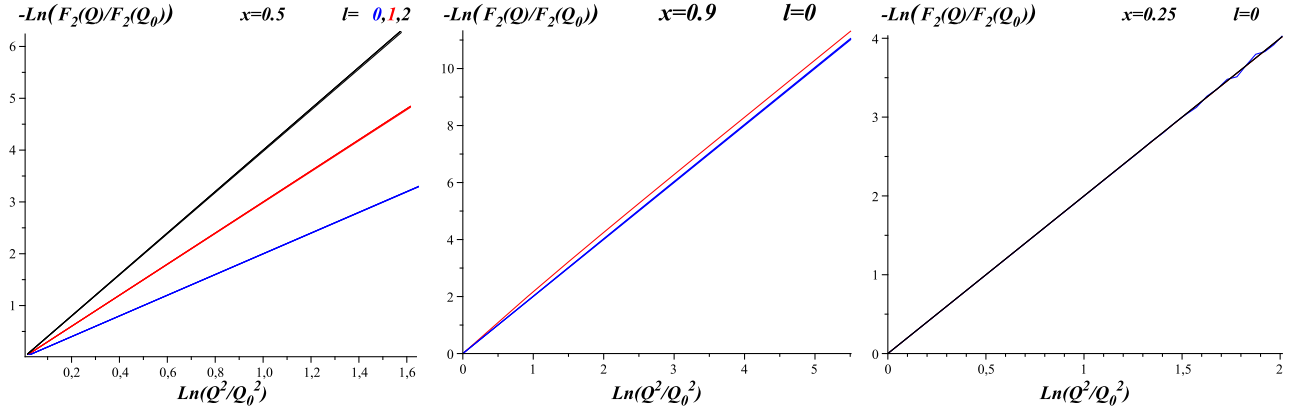


Figura 3.4: $-\ln(F_2(Q)/F_2(Q_0))$ vs $\ln(Q^2/Q_0^2)$ para os 4 modelos considerados. No primeiro gráfico, $x = 0.5$ e $Q_0 = 45$. Cada linha no gráfico representa os resultados coincidentes para os 4 modelos nos casos $\ell = 0, 1, 2$. No segundo gráfico $x = 0.9$, $\ell = 0$ e a linha vermelha representa o caso B do D3/D7 enquanto a linha azul representa os outros modelos. No terceiro gráfico, com $x = 0.25$ e $\ell = 0$, todas as funções de estrutura coincidem (linha preta) a exceção do caso A do D3/D7 que oscila para valores grandes de Q (linha azul).

3.4.4 Fatores de forma de mésons escalares

É possível calcular fatores de forma de mésons escalares $F(q^2)$ para os casos A e B do modelo D3/D7 a partir da relação

$$\langle P + q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle = 2 F(q^2) [2P^\mu + q^\mu]. \quad (3.85)$$

O limite elástico $x = 1$ é garantido pela condição $n_X = 0$. Para o caso do campo de calibre no bulk (caso A), usando as eqs. (C.4) e (3.71) encontramos para q^2 grande

$$\begin{aligned} F(q^2) &= \frac{Q}{2} \Gamma(2\ell + 4)(\ell + 2) \left(\frac{4m_h^2}{q^2} \right)^{\ell+2} \\ &= \frac{Q}{2} \Gamma(2\Delta - 2)(\Delta - 1) \left(\frac{4m_h^2}{q^2} \right)^{\Delta-1}. \end{aligned} \quad (3.86)$$

No caso do campo de calibre na D7-brana (caso B) obtemos o mesmo resultado (apêndice C). Esse resultado foi obtido anteriormente na ref. [68] usando diferentes soluções escalares. O comportamento em (3.86) é o mesmo obtido no modelo de parede rígida e parede macia para q^2 grande.

3.5 Análise dos resultados para as funções de estrutura

Nesta seção comparamos as previsões para as funções de estrutura via AdS/QCD com as previsões da QCD no limite de Bjorken $q^2 \gg \Lambda^2$. É natural que esses resultados sejam diferentes porque as Teorias de Calibre envolvidas nos modelos AdS/QCD possuem constante de acoplamento grande em qualquer regime de energia enquanto a QCD possui liberdade assintótica. A análise feita aqui se restringe ao limite $N_c \gg 1$. Efeitos de N_c finito são considerados na ref. [79] no contexto do problema de saturação e na ref. [20] onde são incluídos estados hadrônicos compostos.

Dependência em q^2

Para poder comparar a dependência em q^2 é conveniente introduzir os momentos

$$M_n^{(s)}(q^2) \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} (2x)^{1-s} F_s(x, q^2) \quad (n = 0, 2, 4 \dots, s = 1, 2). \quad (3.87)$$

No limite de Bjorken, esses momentos podem ser expandidos na seguinte forma [17]

$$M_n^{(s)}(q^2) \approx \frac{1}{4} \sum_j C_{n,j}^{(s)} A_{n,j} \left(\frac{\Lambda^2}{q^2} \right)^{\frac{1}{2} \tau_{n,j} - 1}, \quad (3.88)$$

onde a soma denota contribuições de operadores hadrônicos de spin n e *twist* $\tau_{n,j}$. Essa expansão é obtida a partir de uma expansão em produto de operadores (OPE) do produto das duas correntes hadrônicas que aparecem no tensor Compton *forward* $T^{\mu\nu}$. Numa Teoria de Calibre com $N_c \gg 1$ a constante efetiva é a constante de 't Hooft $\lambda = g_{YM}^2 N_c$. Quando $\lambda \ll 1$ os operadores hadrônicos adquirem uma dimensão anômala muito pequena e a soma em (3.88) é dominada pelos operadores de mínimo *twist* $\tau_{n,j} = 2$. Nesse caso os momentos $M_n^{(s)}(q^2)$ e as funções de estrutura F_1 e F_2 são aproximadamente independentes de q^2 (*Bjorken scaling*). Esse comportamento é observado aproximadamente nos dados experimentais para valores grandes de q^2 e $x > 0.1$ e indica a existência de pártons no interior do hádron (vide Fig 3.5). Na QCD os operadores hadrônicos adquirem dimensões anômalas e o *Bjorken scaling* é quebrado.

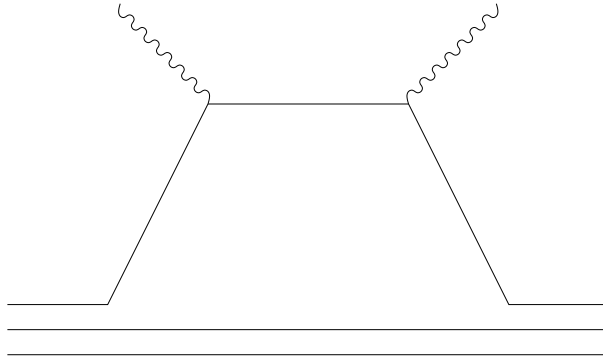


Figura 3.5: Espalhamento Compton *forward* para $g_{YM}^2 N_c \ll 1$ [17] (contribuição de pártons).

Por outro lado quando $\lambda \gg 1$ a Teoria de Calibre é não perturbativa e os modelos AdS/QCD sugerem para as funções de estrutura e os momentos $M_n^{(s)}(q^2)$ o comportamento $(\Lambda^2/q^2)^{\tau-1}$. Esse comportamento pode ser interpretado como a contribuição de operadores com *twist* igual a 2τ na expansão (3.88). Segundo a ref. [17] esses operadores possuem dimensão *protegida* no sentido que a dimensão não muda significativamente quando $\lambda \gg 1$. Esse tipo de comportamento é bem diferente ao *Bjorken scaling* e pode ser interpretado como a contribuição do hádron inteiro para o espalhamento profundamente *inelástico* (vide Fig 3.6). De qualquer

forma, é importante observar que a violação do *Bjorken scaling* obtida nos modelos AdS/QCD é semelhante à observada experimentalmente para valores de x perto de regime elástico [80].

É interessante comentar o pequeno desvio do comportamento $(\Lambda^2/q^2)^{\tau-1}$ observado no caso B do momento D3/D7. Nesse caso a corrente hadrônica dual ao campo de calibre na D7-brana é uma corrente de sabor da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 2$. É possível que na expansão em produto de operadores para esse tipo de correntes possam surgir correções devido à dependência da escala de massa na constante de acoplamento $\lambda = g_{YM}^2 N_c$.

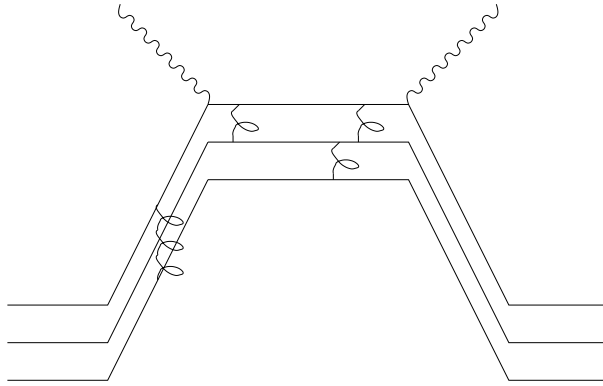


Figura 3.6: Espalhamento Compton *forward* para $g_{YM}^2 N_c \gg 1$ [17] (contribuição do hádron).

Dependência em x

É interessante comparar a dependência em x das funções de estrutura perto do regime elástico. Fazendo o limite $q^2 \rightarrow \infty$ com s fixo (de forma que $x \rightarrow 1$) e usando o resultado para o fator de forma hadrônico vemos que a função de estrutura F_2 é proporcional a $q^{6-4\tau} g(s)$ onde $g(s)$ é uma função de $s \approx q^2(1-x)$. Para Teorias de Calibre com $\lambda \ll 1$ o *Bjorken scaling* equivale à condição $g(s) \sim s^{2\tau-3}$ enquanto para Teorias com $\lambda \gg 1$ a dependência $(q^2)^{1-\tau}$ leva à condição $g(s) \sim s^{\tau-2}$. A última condição é consistente com a dependência $(1-x)^{\tau-2}$ de F_2 perto do regime elástico encontrada usando modelos AdS/QCD que contrasta com o comportamento $(1-x)^{2\tau-3}$ esperado na QCD. Quando x se afasta um pouco do regime elástico mas ainda no regime de Supergravidade (Regime I), os modelos AdS/QCD apresentam um comportamento para as funções de estrutura na forma de funções gaussianas com máximos

em x dependentes na dimensão $\Delta = \ell + 3$ do operador hadrônico inicial. Esse comportamento é muito interessante devido à semelhança com o comportamento observado em dados experimentais para as funções de estrutura no regime de q^2 pequeno e $0.1 < x < 1$ [80]. Isso pode indicar que *os resultados para as funções de estrutura obtidos através dos modelos AdS/QCD, embora calculados no regime de q^2 grande, podem dar informação a respeito do regime de q^2 pequeno.* O regime de q^2 pequeno é um regime não perturbativo da QCD (e portanto de difícil acesso). Desta forma, os modelos AdS/QCD surgem como uma alternativa interessante para nos aproximarmos desse regime. Ainda no Regime I, observamos também a coincidência do caso A do modelo D3/D7 com os modelos de parede rígida e parede macia (linha azul da Fig. 3.2). Essa coincidência se deve provavelmente a que a solução para o campo de calibre é a mesma. Porém, conforme diminuimos x a função de estrutura F_2 do caso A do D3/D7 começa a divergir de uma maneira nada intuitiva.

No Regime II dos modelos de parede rígida e parede macia o comportamento x^{-1} da função de estrutura F_2 pode ser interpretado como a contribuição $x^{1-\bar{\alpha}_0}$ de *pomerons* com trajetórias de Regge lineares de intercepto $\bar{\alpha}_0 = 2$. Esse intercepto é o mesmo obtido para grávitons e portanto a dependência x^{-1} pode ser vista como uma consequência da dualidade gráviton-*pomeron* em modelos AdS/QCD. Por outro lado, cálculos baseados na QCD perturbativa mostram um comportamento $x^{1-\bar{\alpha}_0}$ com $\bar{\alpha}_0 \sim 1.4$.

3.6 Estados hadrônicos compostos

Como vimos nas seções anteriores, nos cálculos das refs. [17, 18, 19], foi feita a hipótese que o estado final hadrônico é criado por um operador de dimensão Δ' igual à dimensão do operador que cria o estado hadrônico inicial Δ . Por outro lado, a dimensão de um operador hadrônico pode ser identificada com o número de constituintes do estado hadrônico [13], portanto o caso $\Delta' = \Delta$ representa um processo de espalhamento onde o estado hadrônico final possui o mesmo número de constituintes que o estado inicial.

No DIS, quando x é muito pequeno a energia centro de massa \sqrt{s} é muito maior que a escala

de massa do hádron inicial, de forma que é possível encontrar mais de um hádron no estado final. Esse aumento de hádrons produzidos no estado final deveria estar associado a um incremento do número de constituintes do estado final. Na ref. [20] abordamos esse problema da maneira mais simples possível, representando o estado final por um campo de Supergravidade Φ dual a um operador \mathcal{O} de dimensão $\Delta' > \Delta$. O estado criado pelo operador \mathcal{O} representa um estado hadrônico com mais constituintes que o estado inicial. Na nossa abordagem fazemos a hipótese de que o estado hadrônico com Δ' constituintes pode evoluir em N estados hadrônicos onde a relação entre N e Δ depende do tipo de estado hadrônico considerado.

Nesta seção revisamos o cálculo feito na ref. [20], dentro da aproximação de Supergravidade, das contribuições para as funções de estrutura provenientes de estados hadrônicos finais com $\Delta' > \Delta$. Esse cálculo, feito no contexto do modelo de parede rígida, mostra que no regime de x pequeno as contribuições de estados com $\Delta' > \Delta$ são relevantes e modificam significativamente a dependência das funções de estrutura nos parâmetros q^2 e x .

3.6.1 $\Delta' = \Delta$ e a transversalidade do tensor $T^{\mu\nu}$

No caso de hádrons escalares, o dicionário entre o vértice de interação fóton-hádron-hádronX e a interação de campos em Supergravidade para o modelo de parede rígida é da forma

$$(2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - q) \eta_\mu \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle = \int d^{10}x \sqrt{-g} A^m j_m, \quad (3.89)$$

$$j_m = i \mathcal{Q} \left(\Phi_i \partial_m \Phi_X^* - \Phi_X^* \partial_m \Phi_i \right), \quad (3.90)$$

válida sempre que $x \gg (gN_c)^{-1/2}$. As soluções relevantes para o campo de calibre e os campos escalares são

$$A_\mu = \eta_\mu e^{iq \cdot y} qz K_1(qz) \quad , \quad A_z = -iq \cdot \eta e^{iq \cdot y} z K_0(qz) \quad (3.91)$$

$$\Phi_i = e^{iP \cdot y} \frac{C_i}{R^4} \Lambda z^2 J_{\Delta-2}(\Lambda z) Y(\Omega) \quad , \quad \Phi_X = e^{iP_X \cdot y} \frac{C_X}{R^4} \Lambda^{1/2} s^{1/4} z^2 J_{\Delta'-2}(s^{1/2} z) Y(\Omega), \quad (3.92)$$

onde P e P_X são os momentos dos estados hadrônicos inicial e final, q é o momento do fóton virtual e $s = -P_X^2 = -(P + q)^2$, $P^2 = -\Lambda^2$, . C_i e C_X são constantes de normalização e $Y(\Omega)$ é um autoestado do laplaceano angular em S^5

A condição $\Delta' = \Delta$ implica na conservação da corrente $j_m = (j_z, j_\mu)$ definida em (3.90):

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_m (\sqrt{-g} j^m) = 0.$$

Essa propriedade permite escrever a interação entre A^m e j_m na forma

$$\int d^{10}x \sqrt{-g} A^m j_m = \int d^{10}x \sqrt{-g} A^\mu \left(j_\mu - \frac{i}{q^2} q_\mu \eta^{\nu\alpha} \partial_\nu j_\alpha \right) \equiv \int d^{10}x \sqrt{-g} A^\mu j_\mu^{eff}, \quad (3.93)$$

onde $\partial_\mu j_{eff}^\mu = 0$. A conservação de j_{eff}^μ tem como consequência a transversalidade da parte imaginária do tensor $T^{\mu\nu}$: $q_\mu \text{Im}T^{\mu\nu} = 0 = q_\nu \text{Im}T^{\mu\nu}$, onde

$$\text{Im}T^{\mu\nu} = 2\pi^2 \sum_X \delta\left((P+q)^2 - P_X^2\right) \langle P, Q | J^\nu(0) | P+q, X \rangle \langle P+q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle. \quad (3.94)$$

As funções de estrutura para $\Delta' = \Delta$ são [17]

$$F_1^{\Delta'=\Delta}(x, q^2) = 0; \quad F_2^{\Delta'=\Delta}(x, q^2) = \pi C_0 Q^2 \left(\frac{\Lambda^2}{q^2}\right)^{\Delta-1} x^{\Delta+1} (1-x)^{\Delta-2}, \quad (3.95)$$

onde $C_0 = 2^{2\Delta} \pi |C_i|^2 |C_X|^2 \Gamma^2(\Delta)$.

É interessante observar que essas funções de estrutura são independentes de q^2 para $\Delta = 1$ (um tipo de *Bjorken scaling*), correspondendo ao caso em que o hádron possui um único constituinte. No limite de x pequeno a função de estrutura F_2 em (3.95) possui o comportamento

$$\frac{F_2^{\Delta'=\Delta}(x, q^2)}{q^2} \sim \left(q^2 x^\lambda\right)^{\gamma_s-1}, \quad \lambda = -\frac{\Delta+1}{\Delta}, \quad \gamma_s = 1 - \Delta. \quad (3.96)$$

3.6.2 Funções de estrutura escalares com $\Delta' > \Delta$

No espalhamento profundamente inelástico para x pequeno, a energia $\sqrt{s} \approx \sqrt{q^2/x}$ é suficientemente grande para produzir mais de um hádron no estado final. Numa Teoria de Calibre a probabilidade de produção de extra hádrons é determinada pela constante de acoplamento $g_{YM}^2 \sim 1/N_c$, portanto esse fenômeno é necessariamente uma consequência do fato de que na QCD o número de cores é finito. Uma completa descrição desse fenômeno na aproximação de Supergravidade deveria envolver a construção de novos campos e termos de interação que representem os novos vértices de interação que surgem na produção de hádrons extra. Em vez disso, na ref. [20] nós abordamos o problema em termos do número de constituintes hadrônicos. Um estado final com um número de constituintes hadrônicos Δ' maior que o número de constituintes Δ do estado hadrônico inicial eventualmente pode evoluir em mais de um hádron. No caso escalar, esse estado pode ser representado por um campo escalar Φ_X dual a um operador de dimensão $\Delta' > \Delta$.

Cabe ressaltar que efeitos de N_c finito também podem ser estudados nos regimes puramente de Teoria de Cordas (regimes II, III e IV da seção 3.2). Isso foi feito na ref. [79], onde foi estudado o problema de saturação no DIS.

Um problema que encontramos ao considerar $\Delta' > \Delta$ é o fato de a corrente definida em (3.90) não ser mais conservada :

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_m \left(\sqrt{-g} j^m \right) = \frac{i\mathcal{Q}}{R^2} \Phi_i \Phi_X^* [\Delta'(\Delta' - 4) - \Delta(\Delta - 4)] \neq 0 .$$

É necessário modificar o dicionário (3.89) pela prescrição

$$(2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - q) \eta_\mu \langle P + q, X | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q} \rangle = \int d^{10}x \sqrt{-g} A^m \tilde{j}_m, \quad (3.97)$$

onde

$$\begin{aligned}\tilde{j}_m &\equiv j_m - v_m \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_n (\sqrt{-g} j^n), \\ v_z &= 0 \quad ; \quad v_\mu = i \frac{(P_X - P)_\mu R^2}{(P_X - P)^2 z^2},\end{aligned}\tag{3.98}$$

é uma nova corrente definida a fim de garantir a transversalidade da parte imaginária do tensor $T^{\mu\nu}$ ⁷. O elemento de matriz neste caso é

$$\langle P + q, X | J^\mu(0) | P, Q \rangle = 2QC_i C_X s^{1/4} \Lambda^{\Delta-1/2} q \left(p^\mu + \frac{q^\mu}{2x} \right) \mathcal{I},\tag{3.99}$$

onde

$$\mathcal{I} \approx \int_0^{1/\Lambda} dz z^\Delta J_{\Delta'-2}(s^{1/2}z) K_1(qz) \approx \int_0^\infty dz z^\Delta J_{\Delta'-2}(s^{1/2}z) K_1(qz).\tag{3.100}$$

O resultado para essa integral é

$$\begin{aligned}\mathcal{I} &= 2^{\Delta-1} \frac{\Gamma(\frac{\Delta'+\Delta}{2})\Gamma(\frac{\Delta'+\Delta}{2}-1)}{\Gamma(\Delta'-1)} \left(\frac{s}{q^2}\right)^{\Delta'/2-1} (q^2)^{-(\Delta+1)/2} \\ &\times F\left(\frac{\Delta'+\Delta}{2}, \frac{\Delta'+\Delta}{2}-1; \Delta'-1; -\frac{s}{q^2}\right),\end{aligned}\tag{3.101}$$

onde $F(a, b; c; \omega)$ é a função hipergeométrica de Gauss. Usando esses resultados em (3.94) e lembrando a relação

$$\sum_X \delta\left((P+q)^2 - P_X^2\right) = \frac{1}{2\pi s^{1/2} \Lambda},\tag{3.102}$$

obtemos as contribuições de estados com dimensão Δ' para as funções de estrutura escalares

$$\begin{aligned}F_1^{\Delta'}(x, q^2) &= 0 \\ F_2^{\Delta'}(x, q^2) &= \pi^2 2^{2\Delta} |C_i|^2 |C_X|^2 Q^2 \left(\frac{\Lambda^2}{q^2}\right)^{\Delta-1} x^{1-\Delta'} (1-x)^{\Delta'-2} \left[\frac{\Gamma(\frac{\Delta'+\Delta}{2})\Gamma(\frac{\Delta'+\Delta}{2}-1)}{\Gamma(\Delta'-1)}\right]^2 \\ &\times \left[F\left(\frac{\Delta'+\Delta}{2}, \frac{\Delta'+\Delta}{2}-1; \Delta'-1; -\frac{1-x}{x}\right)\right]^2.\end{aligned}\tag{3.103}$$

⁷Outra possibilidade é trabalhar desde o começo no calibre $\partial_\mu A^\mu = 0$ que representa fótons transversos.

As funções de estrutura devem envolver a soma de todas as contribuições de estados com dimensão Δ' :

$$F_2(x, q^2) = F_2^{\Delta'=\Delta}(x, q^2) + \sum_{\Delta'>\Delta} F_2^{\Delta'}(x, q^2). \quad (3.104)$$

Para calcular essa soma é conveniente definir a variável $\rho \equiv (\Delta' - \Delta)/2$ que representa o número de hádrons extra que podem ser eventualmente produzidos pelo estado final. Nesta definição fizemos a hipótese de que os novos hádrons produzidos possuem somente um par de constituintes como é o caso de dipolos formados por um quark e anti-quark. A função de estrutura em termos de ρ é

$$F_2(x, q^2) = F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) + \sum_{\rho=1}^{N_{max}-1} F_2^\rho(x, q^2), \quad (3.105)$$

onde

$$\begin{aligned} F_2^\rho(x, q^2) &= \pi^2 2^{2\Delta} |C_i|^2 |C_X|^2 \mathcal{Q}^2 \left(\frac{\Lambda^2}{q^2}\right)^{\Delta-1} x^{1-\Delta} (1-x)^{\Delta-2} \left(\frac{1-x}{x}\right)^{2\rho} \\ &\times \left[\frac{\Gamma(\Delta + \rho)\Gamma(\Delta + \rho - 1)}{\Gamma(\Delta + 2\rho - 1)}\right]^2 \left[F(\Delta + \rho, \Delta + \rho - 1; \Delta + 2\rho - 1; -\frac{1-x}{x})\right]^2, \end{aligned} \quad (3.106)$$

e N_{max} é o número máximo de hádrons nos quais o estado final pode evoluir. Usando a propriedade [62]

$$F(a, b; c; \omega) = (1 - \omega)^{-a} F(a, c - b; c; \frac{\omega}{\omega - 1}),$$

obtemos

$$F_2^\rho(x, q^2) = F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) \left[\frac{\Gamma(\Delta + \rho)\Gamma(\Delta + \rho - 1)}{\Gamma(\Delta)\Gamma(\Delta + 2\rho - 1)}\right]^2 (1-x)^{2\rho} \left[F(\Delta + \rho, \rho; \Delta + 2\rho - 1; 1-x)\right]^2, \quad (3.107)$$

onde $F_2^{(\rho=0)}(x, q^2)$ é a função de estrutura obtida em (3.95) para o caso $\Delta' = \Delta$. No apêndice D mostramos explicitamente resultados para os primeiros valores de ρ .

3.6.3 Regime de x pequeno e *scaling* na seção de choque fóton-hádrón

A aproximação de Supergravidade é válida sempre que $x > (g_{YM}^2 N_c)^{-1/2}$ (Regime I da seção 3.2), portanto se a constante de 't Hooft $g_{YM}^2 N_c$ for grande o suficiente é possível usar ainda essa aproximação em regiões de $x \ll 1$. Como discutimos anteriormente, nesse regime a energia é suficientemente grande para produzir um número grande de hádróns no estado final. No referencial centro de massa o estado final está em repouso e possui energia \sqrt{s} . O número máximo de hádróns nesse referencial acontece quando todos os hádróns produzidos estão em repouso e possuem massa mínima $M_{\min} \approx \Lambda$, portanto

$$N_{max} \approx \frac{\sqrt{s}}{\Lambda} \approx \left(\frac{q^2}{x\Lambda^2} \right)^{1/2}. \quad (3.108)$$

Por outro lado, no regime $x \ll 1$ as contribuições $F_2^{\rho>0}$ dominam :

$$F_2^{\rho>0}(x \ll 1, q^2) \approx F_2^{(\rho=0)}(x \ll 1, q^2) \frac{1}{x^2} \left[\frac{(\Delta)_{\rho-1}}{(\rho-1)!} \right]^2, \quad (3.109)$$

sendo a soma

$$\sum_{\rho=1}^{N_{max}-1} F_2^{\rho}(x \ll 1, q^2) \approx F_2^{(\rho=0)}(x \ll 1, q^2) \frac{1}{x^2} N_{max}^{(2\Delta-1)}. \quad (3.110)$$

Usando esses resultados e a eq. (3.95), obtemos o comportamento da função de estrutura para $x \ll 1$:

$$F_2(x \ll 1, q^2) \approx \pi C_0 Q^2 \left(\frac{q^2}{\Lambda^2} \right)^{1/2} x^{-1/2}. \quad (3.111)$$

É conveniente reescrever nosso resultado em termos da seção de choque total do espalhamento fóton-hádrón $\sigma_{\gamma^* H}$:

$$\sigma(q^2, x) = 4\pi^2 \alpha_{EM} \frac{F_2(x, q^2)}{q^2}, \sim (q^2 x^\lambda)^{\gamma_s-1}, \quad \lambda = 1, \gamma_s = 0.5. \quad (3.112)$$

Esse comportamento é da forma de um *scaling* que é semelhante ao bem conhecido *geometric scaling*. Este é um comportamento observado experimentalmente no regime $x < 0.01$ e $0.045 < q^2 < 450 \text{ GeV}^2$ e consiste na dependência da seção de choque $\sigma_{\gamma^* H}$ na combinação $q^2 x^\lambda$ com $\lambda \sim 0.3$ [81]. Modelos efetivos para a QCD perturbativa descrevem esse comportamento com valores $\lambda \sim 0.3$ e $\gamma_s \sim 0.37$.

É interessante comparar esse resultado com o resultado obtido na ref. [79] onde foi feito o cálculo de funções de estrutura escalares no regime $x < \exp(-\sqrt{g_{YM}^2 N_c})$ (regime III da seção 3.2) para N_c grande porém finito. Nesse artigo foi obtido um comportamento semelhante ao *geometric scaling* (eq. 3.112) com $\lambda = 1$ e $\gamma_s = -1$ numa região de x perto da denominada *linha de saturação*.

Capítulo 4

Transição confinamento/desconfinamento

A QCD a temperatura finita mora no espaço $\mathbb{R}^3 \times S^1$ onde S^1 representa a coordenada temporal imaginária com período β identificado com o inverso da temperatura T . A baixas temperaturas (e baixas energias), quarks e glúons são confinados dentro de hádrons que são singletos de cor. Por outro lado, existem muitas evidências experimentais e teóricas de que a altas temperaturas a QCD deveria atingir uma fase desconfinante onde quarks e glúons formam um plasma [82]. Na ausência de quarks, a transição confinamento/desconfinamento pode ser descrita pela Teoria Yang-Mills $SU(3)$. Essa Teoria sofre uma transição de primeira ordem sendo o parâmetro de ordem o valor esperado do loop de Polyakov¹. Na presença de quarks a transição confinamento/desconfinamento torna-se uma transição *crossover* [83].

Como foi discutido nos primeiros capítulos, a descoberta da Correspondência AdS/CFT foi um importante avanço na tentativa de estudar o regime não perturbativo de Teorias de Calibre $SU(N_c)$ com $N_c \gg 1$. No trabalho original de J. Maldacena [3] a Teoria de Calibre é definida no espaço $\mathbb{R}^{3,1}$ que é a fronteira do espaço AdS_5 definido nas coordenadas de Poincaré. Podemos nos perguntar se existe algum espaço que possua fronteira $\mathbb{R}^3 \times S^1$ de forma que possamos estudar Teorias de Calibre semelhantes à QCD a temperatura finita. Veremos neste capítulo que existem dois espaços que são soluções das eqs. de Einstein em 5d com constante cosmológica negativa e possuem como fronteira $\mathbb{R}^3 \times S^1$, e mais, veremos que usando os modelos de parede

¹O loop de Polyakov é um loop de Wilson na direção do tempo imaginário.

rígida e parede macia é possível estudar a transição confinamento/desconfinamento para Teorias de Calibre fortemente acopladas definidas em $\mathbb{R}^3 \times S^1$.

4.1 Transição confinamento/desconfinamento em $S^3 \times S^1$

O primeiro estudo holográfico da transição confinamento/desconfinamento foi desenvolvido por E. Witten [10, 21] para uma Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ com N_c grande definida no espaço $S^3 \times S^1$. O critério de confinamento para Teorias de Calibre em $S^3 \times S^1$ é o comportamento da energia livre : a baixas temperaturas a contribuição de singletos de cor (*glueballs* por exemplo) para a energia livre não depende de N_c enquanto a altas temperaturas as contribuições de glúons se manifestam num comportamento da ordem N_c^2 . Por outro lado, a energia do vácuo depende também de N_c^2 e portanto no limite $N_c \gg 1$ a contribuição dela para a energia livre é muito maior que as contribuições de singletos de cor. É por isso que a transição confinamento/desconfinamento estudada em [10, 21] pode ser vista como uma transição de energia entre o vácuo e um plasma de glúons (*Super Yang-Mills plasma*). Nessa transição a entropia muda de zero (vácuo) a um valor que depende de N_c^2 e da temperatura (plasma). A mudança na entropia será o critério mais importante considerado neste capítulo.

AdS₅ global e AdS₅ global com buraco negro de Schwarzschild

O espaço $S^3 \times S^1$ é a fronteira de dois espaços satisfazendo as eqs. de Einstein em 5d com constante cosmológica negativa. O primeiro deles é a versão euclideana do AdS_5 definido em coordenadas globais

$$ds^2 = \left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right) d\tau^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right)} + r^2 d\Omega_3^2 \quad (4.1)$$

onde $0 < r < \infty$, $d\Omega_3^2$ é a métrica de uma esfera S^3 e a coordenada temporal τ é compactificada numa esfera S^1 de período β : $0 \leq \tau \leq \beta$. Em princípio β é arbitrário, mas em geral é escolhido de forma que na fronteira represente o inverso da temperatura.

O segundo espaço com fronteira $S^3 \times S^1$ é o buraco negro de Schwarzschild no AdS_5 global

$$ds^2 = \left(1 + \frac{\bar{r}^2}{R^2} - \frac{w_4 M}{\bar{r}^2}\right) d\bar{r}^2 + \frac{d\bar{r}^2}{\left(1 + \frac{\bar{r}^2}{R^2} - \frac{w_4 M}{\bar{r}^2}\right)} + \bar{r}^2 d\Omega_3^2, \quad (4.2)$$

onde $0 \leq \bar{r} \leq \bar{\beta}$, $w_4 = 16\pi G_5/(6\pi^2)$ e M é a massa do buraco negro. A coordenada radial possui um mínimo $\bar{r} \geq \bar{r}_+$ sendo \bar{r}_+ denominado de horizonte do buraco negro que é a maior solução da equação

$$1 + \frac{\bar{r}^2}{R^2} - \frac{w_4 M}{\bar{r}^2} = 0.$$

A condição de regularidade no horizonte implica na relação entre a temperatura do buraco negro e o horizonte

$$\frac{1}{\bar{T}} = \bar{\beta} = \frac{4\pi R^2 \bar{r}_+}{4\bar{r}_+^2 + 2R^2}. \quad (4.3)$$

Essa relação mostra que a temperatura de um buraco negro de Schwarzschild no AdS_5 global possui um mínimo quando $\bar{r}_+ = \bar{r}_+^c = R/\sqrt{2}$. Para buracos negros grandes com $\bar{r}_+ > \bar{r}_+^c$ a temperatura aumenta com o horizonte enquanto buracos negros pequenos com $\bar{r}_+ < \bar{r}_+^c$ possuem comportamento contrário.

Transição Hawking-Page

Os dois espaços definidos em (4.1) e (4.2) surgem como soluções das eqs. de Einstein com constante cosmológica negativa $\Lambda = -12/R^2$:

$$\mathcal{R}_{mn} - \frac{1}{2}g_{mn} \mathcal{R} = -\frac{1}{2}\Lambda g_{mn}, \quad (4.4)$$

onde \mathcal{R}_{mn} e \mathcal{R} são o tensor e o escalar de Ricci respectivamente [84]. Essas eqs. surgem da ação gravitacional de Einstein-Hilbert:

$$S_{bulk} = -\frac{1}{16\pi G_5} \int_{\mathcal{M}} d^5x \sqrt{g} (\mathcal{R} - \Lambda). \quad (4.5)$$

Soluções da eq. (4.4) satisfazem $\mathcal{R} = 5\Lambda/3 = -20/R^2$. Substituindo esse resultado em (4.5) obtemos uma ação clássica,

$$S_{bulk} = \frac{1}{2\pi G_5 R^2} \int_{\mathcal{M}} d^5x \sqrt{g}, \quad (4.6)$$

que é proporcional ao volume do espaço solução da eq.(4.4). Para as duas métricas definidas em (4.1) e (4.2) $\sqrt{g} = r^3$ e obtemos as ações

$$S_{bulk}^{AdS} = \frac{1}{2\pi G_5 R^2} (2\pi^2) \int_0^\beta d\tau \int_0^{r_{\max}} dr r^3 = \frac{\pi^2}{4\pi G_5 R^2} \beta r_{\max}^4, \quad (4.7)$$

$$S_{bulk}^{BH} = \frac{1}{2\pi G_5 R^2} (2\pi^2) \int_0^{\bar{\beta}} d\bar{\tau} \int_{\bar{r}_+}^{\bar{r}_{\max}} d\bar{r} \bar{r}^3 = \frac{\pi^2}{4\pi G_5 R^2} \bar{\beta} (\bar{r}_{\max}^4 - \bar{r}_+^4), \quad (4.8)$$

onde r_{\max} e \bar{r}_{\max} são cortes ultravioletas que são usados para tratar com as divergências presentes nos volumes do AdS_5 global e AdS_5 global com buraco negro de Schwarzschild (no final são feitos os limites $r_{\max} \rightarrow \infty$ e $\bar{r}_{\max} \rightarrow \infty$). Existem duas maneiras de abordar as divergências ultravioletas em espaços assintoticamente Anti-de-Sitter. No caso de estarmos interessados unicamente na diferença das ações, é suficiente identificar as “fronteiras” r_{\max} com \bar{r}_{\max} e os tempos próprios das métricas (4.1) e (4.2) :

$$\sqrt{1 + \frac{r_{\max}^2}{R^2}} d\tau = \sqrt{1 + \frac{r_{\max}^2}{R^2} - \frac{w_4 M}{r_{\max}^2}} d\bar{\tau}, \quad (4.9)$$

que implica na relação

$$\beta \approx \left[1 - \frac{w_4 M R^2}{2 r_{\max}^4}\right] \bar{\beta} = \left[1 - \frac{\bar{r}_+^4 + R^2 \bar{r}_+^2}{2 r_{\max}^4}\right] \bar{\beta}, \quad (4.10)$$

de forma que a diferença das ações é

$$\Delta S = S_{bulk}^{BH} - S_{bulk}^{AdS} = \frac{2\pi^2}{4G_5} \frac{\bar{r}_+^3 (R^2 - \bar{r}_+^2)}{4\bar{r}_+^2 + 2R^2}. \quad (4.11)$$

Essa diferença é positiva quando $\bar{r}_+ < R$ indicando instabilidade da solução de buraco negro em

relação ao AdS_5 global². Por outro lado, quando $\bar{r}_+ > R$ o sinal negativo da diferença de ações indica que a solução de buraco negro é estável. Portanto, concluímos que existe uma transição gravitacional entre o espaço AdS_5 global e o AdS_5 global com buraco negro de Schwarzschild. Essa transição foi descoberta em 1982 por Hawking e Page [85] no caso de 4 dimensões. É interessante observar que o horizonte crítico $\bar{r}_+^c = R/\sqrt{2}$ que divide os dois tipos de solução de buraco negro (grande e pequeno) é sempre menor que R , portanto segundo o critério de Hawking-Page um buraco negro pequeno é necessariamente instável.

A seguir veremos porque podemos associar a transição de Hawking-Page a uma transição confinamento/desconfinamento. Antes disso lembramos que existe uma segunda maneira de resolver as divergências ultravioletas em espaços assintoticamente Anti-de-Sitter que consiste num método baseado na Correspondência AdS/CFT denominado de renormalização holográfica [86, 87]. Esse método será considerado quando estudarmos o caso $\mathbb{R}^3 \times S^1$.

Quantidades termodinâmicas e a transição confinamento/desconfinamento

Quando identificamos o espaço $S^3 \times S^1$ com a fronteira do AdS_5 global ou do AdS_5 global com buraco negro de Schwarzschild, descobrimos que o quociente dos raios de S^3 e S^1 é igual a

$$\frac{r_{\max}}{\left(\frac{\bar{\beta}}{2\pi}\right) \left(\frac{r_{\max}}{R}\right)} = \frac{2\pi R}{\bar{\beta}}.$$

Ao identificar $\bar{\beta}$ com o inverso da temperatura de uma Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ definida em $S^3 \times S^1$ identificamos também o raio de S^3 com o raio do AdS R ³. A identificação $\bar{\beta} = 1/T$ nos diz que a temperatura do buraco negro pode ser interpretada como temperatura do plasma de glúons. Considerando o espaço AdS_5 global como um espaço referencial, a partir de (4.11)

²Numa aproximação semiclássica da gravitação quântica euclideana a contribuição dominante vem da solução clássica com mínima ação.

³Na verdade, devido a que a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ possui simetria conforme o parâmetro relevante é o quociente dos raios [21].

podemos calcular a energia média do buraco negro

$$E_{BH} = \frac{\partial \Delta S}{\partial \beta} = \frac{6\pi^2}{16\pi G_5} \left[\bar{r}_+^2 + \frac{\bar{r}_+^4}{R^2} \right] = M, \quad (4.12)$$

e a entropia

$$\mathcal{S}_{BH} = \bar{\beta} E_{BH} - \Delta S = \frac{1}{4G_5} 2\pi^2 \bar{r}_+^3 = \frac{1}{4G_5} A_{\text{horizon}}. \quad (4.13)$$

Esse último resultado para a entropia é uma propriedade geral de buracos negros descoberta por Bekenstein e Hawking na década de 1970. Quando a temperatura do buraco negro é grande, temos que $\bar{r}_+ \approx \pi R^2 \bar{T}$ e obtemos a entropia por unidade de volume

$$\frac{\mathcal{S}_{BH}}{2\pi^2 R^3} \approx \frac{\pi^3 R^3}{4G_5} T^3 = \frac{\pi^2 N_c^2}{2} T^3, \quad (4.14)$$

onde usamos as relações $G_5 R^5 = 8\pi^3 g_{YM}^4 \alpha'^4$ e $R^4 = 4\pi g_{YM}^2 N_c \alpha'^2$. Essa entropia é a mesma obtida numa Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ em $S^3 \times S^1$ no limite de temperaturas muito altas. Por outro lado, devido a que a ação (4.7) é linear em β podemos deduzir que a entropia para o espaço AdS_5 global é zero. Concluimos que a mudança da entropia entre o espaço AdS_5 global e o AdS_5 global com buraco negro de Schwarzschild quando vamos de baixas a altas temperaturas é a mesma mudança de entropia encontrada na Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ em $S^3 \times S^1$ para $N_c \gg 1$ ao ir de uma fase confinante a uma fase desconfinante. Portanto a *transição gravitacional de Hawking-Page é interpretada holograficamente como uma transição confinamento/desconfinamento*. Essa interpretação holográfica foi testada calculando a energia livre de um par quark anti-quark numa Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ via cordas estáticas no AdS_5 global e AdS_5 global com buraco negro de Schwarzschild [88, 89].

Finalmente, lembramos a possibilidade de calcular outras quantidades termodinâmicas tais como a energia livre e o calor específico do buraco negro. Um resultado interessante é que a instabilidade do buraco negro pequeno é associada a um sinal negativo para o calor específico.

4.2 Transição confinamento/desconfinamento em $\mathbb{R}^3 \times S^1$ via AdS/QCD

No capítulo 2 revisamos os modelos de parede rígida e de parede macia dando ênfase ao cálculo de massas de hádrons e amplitudes de espalhamento. Para o modelo de parede rígida comentamos brevemente a propriedade de confinamento considerando o exemplo do potencial de um par quark anti-quark calculado a partir de uma corda estática. Sem parede rígida, esse potencial não é confinante, a parede rígida introduz um mínimo para a função $f(u) = \sqrt{-g_{tt}g_{xx}}$ satisfazendo assim o critério de confinamento [56]. No modelo de parede macia o critério de confinamento deve ser modificado a fim de incluir o dÍlton de fundo mas o espectro discreto de *glueballs* e mésons sugere que a Teoria de Calibre dual seja confinante. Nesta seção veremos como a generalização dos modelos de parede rígida e parede macia para o caso de temperatura finita leva a uma transição Hawking-Page semelhante à transição discutida na seção anterior para o AdS_5 global e AdS_5 global com buraco negro de Schwarzschild. Essa transição foi descoberta por C. Herzog [22] usando um método semelhante ao discutido na seção anterior e na ref. [23] calculamos quantidades termodinâmicas relevantes nessa transição usando o método de renormalização holográfica.

O plasma Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$

Na Correspondência AdS/CFT uma Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ fortemente acoplada definida em $\mathbb{R}^{3,1}$ é dual a uma Teoria de Supercordas ou Supergravidade definida em $AdS_5 \times S^5$ onde AdS_5 é definido nas coordenadas de Poincaré com métrica :

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2}(dz^2 - dt^2 + d\vec{x}^2). \quad (4.15)$$

Considerando o tempo imaginário $t = i\tau$ e compactificando τ numa esfera S^1 ($0 \leq \tau \leq \beta$)

obtemos a métrica

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2}(dz^2 + d\tau^2 + d\vec{x}^2). \quad (4.16)$$

que possui fronteira $\mathbb{R}^3 \times S^1$ (fazendo o limite $z \rightarrow 0$). O período β pode ser identificado com o inverso da temperatura T da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$. Essa métrica é usualmente denominada de AdS_5 térmico, nesta seção vamos denominá-la de AdS_5 Poincaré. Por outro lado, a presença de um buraco negro nesse espaço é expressa na seguinte métrica :

$$ds^2 = \frac{R^2}{\bar{z}^2} \left(\frac{d\bar{z}^2}{f(\bar{z})} + f(\bar{z})d\bar{\tau}^2 + d\bar{x}^2 \right). \quad (4.17)$$

onde $0 \leq \bar{\tau} \leq \bar{\beta}$, $f(\bar{z}) \equiv 1 - \frac{\bar{z}^4}{\bar{z}_h^4}$, $0 < \bar{z} < \bar{z}_h$ sendo \bar{z}_h a posição do horizonte do buraco negro. A condição de não singularidade no horizonte leva a relacionar o período $\bar{\beta}$ à posição do horizonte :

$$\frac{1}{T} = \bar{\beta} = \pi \bar{z}_h. \quad (4.18)$$

Esse espaço possui também fronteira $\mathbb{R}^3 \times S^1$. Os dois espaços AdS_5 Poincaré e buraco negro em AdS_5 Poincaré (eqs. (4.16) e (4.17)) são bem distintos dos espaços AdS_5 global e buraco negro de Schwarzschild em AdS_5 global (eqs. (4.1) e (4.2))⁴. No entanto, é interessante observar que ao fazer os limites $r^2 \gg R^2$ e $R \gg 1$ e definir $z = R^2/r$ nas métricas (4.1) e (4.2) obtemos as métricas (4.16) e (4.17). O limite $R \gg 1$ pode ser interpretado como a transformação da esfera S^3 num espaço R^3 . Usando esses limites na relação (4.11) vemos que a diferença de ações por unidade de volume é aproximadamente

$$\frac{\Delta S}{2\pi^2 R^3} = \frac{1}{2\pi^2 R^3} [S_{bulk}^{BH} - S_{bulk}^{AdS}] \approx -\frac{1}{16G_5} \frac{\bar{r}_+^3}{R^3} \approx -\frac{\pi^3 R^3}{16G_5} T^3 = -\frac{\pi^2 N_c^2}{8} T^3. \quad (4.19)$$

O sinal negativo sugere que a métrica do buraco negro no AdS_5 Poincaré (eq. (4.17)) possui uma ação gravitacional menor que a ação gravitacional do AdS_5 Poincaré (eq.(4.16)) para qualquer valor da temperatura, portanto o buraco negro no AdS_5 Poincaré deveria ser o espaço

⁴Essa diferença entre coordenadas é discutida na ref. [27] para o caso de temperatura zero e brevemente no apêndice E.

termodinamicamente preferido. Veremos na seção seguinte que esse resultado surge de fato ao calcularmos a diferença de ações para as métricas (4.16) e (4.17). Isso quer dizer que não existe transição de Hawking-Page entre o AdS_5 Poincaré e o buraco negro no AdS_5 Poincaré. Isso é consistente com o fato de que numa Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ definida em $\mathbb{R}^3 \times S^1$ não existe transição confinamento/desconfinamento, a Teoria sempre está na fase desconfinante (plasma Super Yang-Mills).

O Super Yang-Mills plasma $\mathcal{N} = 4$ em $\mathbb{R}^3 \times S^1$ fortemente acoplado foi estudado por vários autores sendo o resultado mais interessante a previsão *aparentemente universal* da razão entre a viscosidade de cisalhamento e a densidade de entropia [90, 91]. O valor previsto para essa razão é bem pequeno o que parece estar de acordo com dados experimentais do RHIC que indicam que o quark-gluon plasma poderia ser descrito por um fluido ideal.

4.2.1 Transição confinamento/desconfinamento no modelo de parede rígida

O modelo de parede rígida a temperatura finita consiste em introduzir cortes geométricos z_0 e \bar{z}_0 nas métricas do AdS_5 Poincaré (4.16) e buraco negro no AdS_5 Poincaré (4.17). Esses cortes podem ser interpretados como gaps de massa na Teoria de Calibre. No caso da métrica de buraco negro existem duas possibilidades para o corte \bar{z}_0 : $\bar{z}_0 \leq \bar{z}_h$ ou $\bar{z}_0 \geq \bar{z}_h$. No primeiro caso a coordenada radial é restrita ao domínio $0 < z' \leq z'_0$ enquanto no segundo caso a coordenada radial não percebe a existência do corte: $0 < \bar{z} \leq z_h$. Portanto, em geral temos que $0 < \bar{z} \leq \tilde{z}$ com $\tilde{z} = \min(\bar{z}_0, \bar{z}_h)$.

De maneira semelhante à seção anterior as métricas (4.16) e (4.17) são soluções das eqs. de Einstein satisfazendo a relação $\mathcal{R} = 5\Lambda/3 = -20/R^2$, portanto

$$S_{bulk} = -\frac{1}{16\pi G_5} \int_{\mathcal{M}} d^5x \sqrt{g} (\mathcal{R} - \Lambda) = \frac{1}{2\pi G_5 R^2} \int_{\mathcal{M}} d^5x \sqrt{g}. \quad (4.20)$$

Como as métricas do AdS_5 Poincaré e AdS_5 Poincaré com buraco negro dependem unicamente

da coordenada radial podemos colocar em evidência a integral nas coordenadas x^i ($i = 1, 2, 3$) que definimos por V_x . A diferença do caso anterior o volume agora é infinito porque estamos interessados numa Teoria de Calibre definida em $\mathbb{R}^3 \times S^1$. A integral na coordenada radial também diverge, portanto é conveniente introduzir reguladores ultravioletas $z = \epsilon$ e $\bar{z} = \bar{\epsilon}$. Substituindo (4.16) e (4.17) em (4.20) obtemos

$$S_{bulk}^{AdS} = V_x \frac{R^3}{2\pi G_5} \int_0^\beta d\tau \int_\epsilon^{z_0} dz z^{-5} = V_x \frac{R^3}{8\pi G_5} \beta \left(\frac{1}{\epsilon^4} - \frac{1}{z_0^4} \right), \quad (4.21)$$

$$S_{bulk}^{BH} = V_x \frac{R^3}{2\pi G_5} \int_0^{\beta'} d\tau \int_{\bar{\epsilon}}^{\bar{z}} d\bar{z} \bar{z}^{-5} = V_x \frac{R^3}{8\pi G_5} \bar{\beta} \left(\frac{1}{\bar{\epsilon}^4} - \frac{1}{\bar{z}^4} \right), \quad (4.22)$$

onde $\bar{z} = \min(\bar{z}_0, \bar{z}_h)$. Na ref. [22] calculou-se a diferença de termos de bulk para o AdS_5 Poincaré e AdS_5 Poincaré com buraco negro identificando os cortes ultravioleta $\epsilon = \bar{\epsilon}$ e infravermelho $z_0 = \bar{z}_0$ além de igualar os períodos próprios na “fronteira” $\beta = \bar{\beta} \sqrt{f(\epsilon)}$. O resultado é

$$\frac{\Delta S_{bulk}}{V_x} = \frac{1}{V_x} [S_{bulk}^{BH} - S_{bulk}^{AdS}] = \begin{cases} \frac{R^3}{8\pi G_5} \beta \left(\frac{1}{2\bar{z}_h^4} \right) & (z_0 < \bar{z}_h) \\ -\frac{R^3}{8\pi G_5} \beta \left(\frac{1}{2\bar{z}_h^4} - \frac{1}{z_0^4} \right) & (z_0 > \bar{z}_h) \end{cases}. \quad (4.23)$$

Esse resultado indica que existe uma transição Hawking-Page quando $z_0^4 = 2\bar{z}_h^4$, que corresponde a uma temperatura crítica $T_C = 2^{1/4}/\pi z_0$. A temperaturas abaixo de T_C o espaço AdS_5 Poincaré com corte em $z = z_0$ é estável (domina na função de partição) enquanto a temperaturas acima de T_C o buraco negro em AdS_5 Poincaré é termodinamicamente preferido. No limite de $z_0 \rightarrow \infty$ (sem *cut-off*) recuperamos o resultado (4.19) que indica que o buraco negro em AdS_5 Poincaré é sempre estável na ausência de um corte.

A seguir, faremos uma abordagem mais cuidadosa dessa transição onde incluímos termos de superfície nas ações gravitacionais e usamos o método de renormalização holográfica para lidar com as divergências ultravioleta [23]. Dessa forma é possível calcular quantidades termodinâmicas que permitem identificar a transição de Hawking-Page com uma transição confinamento/desconfinamento.

Termos de superfície e renormalização holográfica

Além da ação de Einstein-Hilbert (4.20) existe um termo de superfície proveniente do princípio gravitacional introduzido por Gibbons e Hawking [92] :

$$S_{surface} = -\frac{1}{8\pi G_5} \int_{\partial\mathcal{M}} d^4x \sqrt{h} K, \quad (4.24)$$

onde h é o determinante da métrica induzida na fronteira $h_{\mu\nu}$ e K é o traço da curvatura extrínseca na fronteira definido como [93]

$$K = \nabla_m \eta^m = \frac{1}{\sqrt{g}} \partial_m (\sqrt{g} \eta^m), \quad (4.25)$$

onde η^m é um vetor unitário normal à fronteira. É razoável supor que os cortes geométricos $z = z_0$ and $\bar{z} = \bar{z}_0$ não fazem parte da fronteira⁵. Portanto, a “fronteira” do espaço AdS_5 Poincaré é a região $z = \epsilon$ o que significa que $\sqrt{h_{AdS}} = R^4/z^4$ e $\eta_{AdS}^m = (-z/R, 0, 0, 0, 0)$, enquanto a “fronteira” do AdS_5 Poincaré com buraco negro é $\bar{z} = \bar{\epsilon}$ portanto $\sqrt{h_{BH}} = R^4 \sqrt{f(\bar{z})}/\bar{z}^4$ e $\eta_{BH}^m = (-\bar{z} \sqrt{f(\bar{z})}/R, 0, 0, 0, 0)$. Dessa forma obtemos

$$S_{surface}^{AdS} = -V_x \frac{R^3}{2\pi G_5} \frac{\beta}{\epsilon^4}, \quad (4.26)$$

$$S_{surface}^{BH} = -V_x \frac{R^3}{2\pi G_5} \bar{\beta} \left(\frac{1}{\bar{\epsilon}^4} - \frac{1}{2\bar{z}_h^4} \right). \quad (4.27)$$

Tanto o termo de Einstein-Hilbert como o termo de Gibbons-Hawking são tipicamente divergentes quando avaliados nas métricas de AdS_5 Poincaré e AdS_5 Poincaré com buraco negro. Uma abordagem rigorosa para tratar divergências ultravioleta é possível para o caso especial de métricas assintoticamente Anti-de-Sitter. O procedimento, denominado de renormalização holográfica [86, 87], é motivado pela Correspondência AdS/CFT e consiste em interpretar as divergências ultravioleta da Teoria de Gravitação como divergências ultravioleta da Teo-

⁵Em modelos *top-down* tais como o de Klebanov-Strassler [40] a região onde a simetria conforme é quebrada não faz parte da fronteira do espaço.

ria Quântica de Campos dual. Portanto, de maneira semelhante ao que acontece numa Teoria Quântica de Campos divergências ultravioletas são removidas acrescentando contratermos na ação. Esses contratermos são em geral da forma [87]:

$$S_{ct} = \frac{1}{8\pi G_5} \int_{\partial\mathcal{M}} d^4x \sqrt{h} F(R, \tilde{\mathcal{R}}, \nabla\tilde{\mathcal{R}}), \quad (4.28)$$

onde F é uma série finita de invariantes por difeomorfismo construídos a partir do raio do AdS R e o escalar de curvatura na fronteira $\tilde{\mathcal{R}}$. Os termos em F são fixados pelo requerimento de que ação gravitacional total $S_{total} = S_{bulk} + S_{surface} + S_{ct}$ seja finita.

Das eqs.(4.21), (4.22),(4.26) e (4.26) podemos deduzir que a soma de termos divergentes do termo de bulk e termo de superfície é $-(3V_x R^3 \beta / 8\pi G_5) \epsilon^{-4}$ para o AdS_5 Poincaré e $-(3V_x R^3 \bar{\beta} / 8\pi G_5) \bar{\epsilon}^{-4}$ para o AdS_5 Poincaré com buraco negro. Essas divergências devem ser canceladas por contratermos da forma eq. (4.28). Essa condição determina unicamente a função $F(R) = 3/R$. Explicitamente, os contratermos são

$$S_{ct}^{AdS} = \frac{1}{8\pi G_5} \int_{\partial\mathcal{M}} d^4x \sqrt{h_{AdS}} \frac{3}{R} = \frac{3V_x R^3 \beta}{8\pi G_5 \epsilon^4}, \quad (4.29)$$

$$S_{ct}^{BH} = \frac{1}{8\pi G_5} \int_{\partial\mathcal{M}} d^4x \sqrt{h_{BH}} \frac{3}{R} \approx \frac{3V_x R^3}{8\pi G_5} \beta' \left(\frac{1}{\epsilon'^4} - \frac{1}{2z_h^4} \right), \quad (4.30)$$

de forma que as ações gravitacionais totais são finitas :

$$S_{total}^{AdS} = -V_x \frac{R^3}{8\pi G_5} \frac{\beta}{z_0^4}, \quad (4.31)$$

$$S_{total}^{BH} = -V_x \frac{R^3}{8\pi G_5} \bar{\beta} \left(\frac{1}{\tilde{z}^4} - \frac{1}{2\tilde{z}_h^4} \right), \quad (4.32)$$

onde $\tilde{z} = \min(\tilde{z}_0, \tilde{z}_h)$. Identificando z_0 com \tilde{z}_0 e β com $\bar{\beta}$ podemos calcular a diferença de ações regularizadas por unidade de volume [23] :

$$\frac{\Delta S_{total}}{V_x} = \frac{1}{V_x} [S_{total}^{BH} - S_{total}^{AdS}] = \begin{cases} \frac{R^3}{8\pi G_5} \beta \left(\frac{1}{2\tilde{z}_h^4} \right) & (z_0 < \tilde{z}_h) \\ -\frac{R^3}{8\pi G_5} \beta \left(\frac{1}{2\tilde{z}_h^4} - \frac{1}{z_0^4} \right) & (z_0 > \tilde{z}_h) \end{cases}, \quad (4.33)$$

que é a mesma diferença de ações obtida em [22] considerando unicamente termos de bulk (eq. 4.23). Concluimos que formalmente existe uma transição de transição Hawking-Page entre os espaços AdS_5 Poincaré e AdS_5 Poincaré com buraco negro na presença de um corte infravermelho. Essa transição acontece quando $z_0^4 = 2z_h^4$, que corresponde a uma temperatura crítica $T_C = 2^{1/4}/\pi z_0$. Como vimos no capítulo 2, z_0 pode ser identificado com a escala mínima Λ na Teoria de Calibre via $z_0 = 1/\Lambda$. Considerando massas de *glueballs* nós vimos que $\Lambda \approx 316\text{Mev}$ portanto no modelo de parede rígida a transição Hawking-Page acontece para $T_C \approx 120\text{Mev}$ [22]. A seguir veremos como o cálculo de quantidades termodinâmicas feito em [23] permite identificar a transição Hawking-Page como uma transição confinamento/desconfinamento.

Quantidades termodinâmicas e a Transição confinamento/desconfinamento

Começamos calculando a energia livre definida na aproximação semiclássica por $F = T S_{total}$:

$$F_{AdS} = -\frac{R^3}{8\pi G_5 z_0^4} \sim -\frac{N_c^2}{z_0 R^3} \quad (T < T_C), \quad (4.34)$$

$$F_{BH} = -\frac{R^3}{16G_5} \pi^3 T^4 = -\frac{N_c^2 \pi^2}{8} T^4 \quad (T > T_C), \quad (4.35)$$

onde usamos as relações exatas $G_5 R^5 = 8\pi^3 g_{YM}^4 \alpha'^4$, $R^4 = 4\pi g_{YM}^2 N_c \alpha'^2$ e a relação aproximada $G_5 z_0^3 R^2 \sim g_{YM}^4 \alpha'^4$ que é inspirada em modelos *top-down* tais como o de Klebanov-Strassler [23]. O resultado (4.35) para a energia livre de um buraco negro no AdS_5 Poincaré é interpretado como a energia livre de um plasma Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ em $\mathbb{R}^3 \times S^1$ que descreve glúons deconfinados ⁶. Por outro lado, cálculos de espectroscopia e potencial quark anti-quark sugerem que z_0 é independente de N_c o que significa que a energia livre do AdS_5 Poincaré com corte é da ordem de N_c^2 e pode ser interpretada como a energia de vácuo da Teoria Super Yang-Mills na presença de um mass gap da ordem $1/z_0$.

⁶No regime $T > T_C$ não existe corte portanto a Teoria é desconfinante

De maneira semelhante podemos calcular a energia média $E = \frac{\partial}{\partial \beta} S_{total}$:

$$E_{AdS} = F_{AdS} \sim N_C^2 \quad (T < T_C), \quad (4.36)$$

$$E_{BH} = \frac{3R^3}{16G_5} \pi^3 T^4 = \frac{3N_C^2 \pi^2}{8} T^4 \quad (T > T_C), \quad (4.37)$$

e a entropia $S = \beta E - S_{total}$:

$$S_{AdS} = 0 \quad (T < T_C), \quad (4.38)$$

$$S_{BH} = \frac{R^3 \pi^3}{4G_5} T^3 = \frac{\pi^2 N_C^2}{2} T^3 \quad (T > T_C). \quad (4.39)$$

Observe que a entropia sofre um salto abrupto representando a mudança nos graus de liberdade. A baixas temperaturas somente existe o vácuo e singletos de cor (que não contribuem no limite de $N_c \gg 1$) enquanto a altas temperaturas os glúons desconfinados contribuem para a entropia com um fator da ordem N_c^2 . Concluímos então que *a transição Hawking-Page no modelo de parede rígida é dual a uma transição confinamento/desconfinamento em $\mathbb{R}^3 \times S^1$ para teorias de calibre no limite de $N_c \gg 1$* . Essa transição é de primeira ordem como pode ser constatado analisando a variação do espectro de *glueballs* ou mésons vetoriais ou o comportamento de loops de Polyakov ou loops de Wilson espaciais.

4.2.2 Transição confinamento/desconfinamento no modelo de parede macia

No modelo de parede macia a temperatura finita além dos espaços AdS_5 Poincaré ou AdS_5 Poincaré com um buraco negro existe um campo escalar de fundo da forma $\varphi = cz^2$ que faz o papel de um corte infravermelho suave onde \sqrt{c} é proporcional à escala mínima de massa. A

ação de Einstein-Hilbert na presença desse campo escalar é

$$S_{bulk} = \frac{1}{2\pi G_5 R^2} \int_{\mathcal{M}} d^5x \sqrt{g} e^{-\varphi}. \quad (4.40)$$

Substituindo as métricas (4.16) e (4.17) obtemos

$$S_{bulk}^{AdS} = V_x \frac{R^3 \beta}{8\pi G_5} \left[c^2 \left(\frac{3}{2} - \gamma \right) + \frac{1}{\epsilon^4} - \frac{2c}{\epsilon^2} - c^2 \ln(c\epsilon^2) \right], \quad (4.41)$$

$$S_{bulk}^{BH} = V_x \frac{R^3 \bar{\beta}}{8\pi G_5} \left[c^2 \left(\frac{3}{2} - \gamma \right) - c^2 Ei(c\bar{z}_h^2) + e^{-c\bar{z}_h^2} \left(\frac{c}{\bar{z}_h^2} - \frac{1}{\bar{z}_h^4} \right) + \frac{1}{\bar{\epsilon}^4} - \frac{2c}{\bar{\epsilon}^2} - c^2 \ln(c\bar{\epsilon}^2) \right], \quad (4.42)$$

onde $\gamma \sim 0.5772$ é a constante de Euler-Mascheroni e $Ei(u) \equiv \int_u^\infty \exp(-t)/t dt$. Observe-mos que, além das divergências $1/\epsilon^4$, surgem novas divergências $1/\epsilon^2$ e $\ln(c\epsilon^2)$. Existe uma aparente ambiguidade no modelo de parede macia quando queremos construir termos de superfície devido a que eles deveriam surgir das equações de Einstein envolvendo a métrica e o campo escalar φ (*backreaction* do dÍlaton) que podem envolver soluções diferentes de $\varphi = cz^2$. Aqui adotamos a prescrição que os termos de superfície e os contratermos são tais que a combinação deles deve cancelar as singularidades dos termos de bulk. Essa condição leva a

$$S_{surface} + S_{ct} = \frac{1}{8\pi G_5 R} \int_{\partial\mathcal{M}} d^4x \sqrt{h} \left[-1 + 2\varphi + \varphi^2 \ln\varphi \right], \quad (4.43)$$

ou explicitamente

$$S_{surface}^{AdS} + S_{ct}^{AdS} = \frac{V_x R^3 \beta}{8\pi G_5} \left[-\frac{1}{\epsilon^4} + \frac{2c}{\epsilon^2} + c^2 \ln(c\epsilon^2) \right], \quad (4.44)$$

$$S_{surface}^{BH} + S_{ct}^{BH} = \frac{V_x R^3 \bar{\beta}}{8\pi G_5} \left[-\frac{1}{\bar{\epsilon}^4} + \frac{2c}{\bar{\epsilon}^2} + c^2 \ln(c\bar{\epsilon}^2) + \frac{1}{2\bar{z}_h^4} \right], \quad (4.45)$$

de forma que

$$S_{total}^{AdS} = \frac{V_x R^3 \beta}{8\pi G_5} \left[c^2 \left(\frac{3}{2} - \gamma \right) \right], \quad (4.46)$$

$$S_{total}^{BH} = \frac{V_x R^3 \bar{\beta}}{8\pi G_5} \left[c^2 \left(\frac{3}{2} - \gamma \right) - c^2 Ei(c \bar{z}_h^2) + e^{-c \bar{z}_h^2} \left(\frac{c}{\bar{z}_h^2} - \frac{1}{\bar{z}_h^4} \right) + \frac{1}{2\bar{z}_h^4} \right]. \quad (4.47)$$

A diferença de ações por unidade de volume é

$$\frac{\Delta S}{V_x} = \frac{R^3 \bar{\beta}}{8\pi G_5} \left[-c^2 Ei(c \bar{z}_h^2) + e^{-c \bar{z}_h^2} \left(\frac{c}{\bar{z}_h^2} - \frac{1}{\bar{z}_h^4} \right) + \frac{1}{2\bar{z}_h^4} \right]. \quad (4.48)$$

Numericamente é possível achar que a transição Hawking-Page acontece para $c \bar{z}_h^2 \approx 0.419$ correspondendo a uma temperatura $T_C \approx 0.492\sqrt{c}$. Fixando o parâmetro c pela menor massa do méson ρ obtemos $\sqrt{c} \approx 338\text{MeV}$ e portanto $T_C \approx 191\text{MeV}$ [22].

Devido a que a ação (4.46) é linear em β a entropia para o AdS_5 no modelo de parede macia é zero que é interpretado como a contribuição do vácuo para Teorias de Calibre no limite de $N_c \gg 1$. Por outro lado, assumindo que o parâmetro c é independente de N_c vemos que a entropia obtida da ação (4.47) é proporcional a N_c^2 indicando a presença de glúons desconfina- dos. Portanto concluímos que no modelo de parede macia a transição Hawking-Page pode ser interpretada como uma transição confinamento/desconfinamento acontecendo na temperatura $T_C \approx 191\text{MeV}$.

Conclusões

Nesta tese abordamos holograficamente dois problemas interessantes da física hadrônica : o espalhamento profundamente inelástico e a transição confinamento/desconfinamento. Usamos na nossa abordagem três modelos AdS/QCD : o modelo de parede rígida, o modelo de parede macia e o modelo D3/D7. Os modelos AdS/QCD são modelos de Teoria de Cordas inspirados na Correspondência AdS/CFT que tentam descrever Teorias de Calibre semelhantes à QCD. A característica em comum dos modelos considerados na tese é que as Teorias de Calibre descritas por eles possuem número de cores e constante de acoplamento grandes.

No espalhamento profundamente inelástico, discutido no capítulo 3, encontramos no limite $N_c \rightarrow \infty$ um comportamento universal para a dependência das funções de estrutura hadrônicas com a virtualidade q^2 no limite de Bjorken ($q^2 \gg \Lambda^2$ com x não muito pequeno). Esse comportamento, analisado na seção 3.6, reflete o caráter não perturbativo das Teorias de Calibre descritas pelos modelos AdS/QCD e difere significativamente do comportamento previsto pela QCD no mesmo regime. Encontramos também um comportamento universal para fatores de forma hadrônicos no regime $q^2 \gg \Lambda^2$ que parece estar em acordo com dados experimentais.

Na aproximação de Supergravidade (Regime I) obtivemos a mesma dependência em x para funções de estrutura no modelo de parede rígida, modelo de parede macia e o caso A do modelo D3/D7. Os resultados para a função de estrutura obtida no caso B do modelo D3/D7, onde a corrente hadrônica é uma corrente de sabor da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 2$, diferem significativamente e merecem uma análise mais detalhada. No regime II dos modelos de parede rígida e parede macia encontramos contribuições para as funções de estrutura provenientes de

estados massivos de Teoria de Cordas que podem ser interpretadas em termos da dualidade gráviton/*pomeron*. Uma questão importante a ser resolvida é a inclusão de *pomerons* no modelo D3/D7.

Mostramos também que efeitos de N_c finito tais como a inclusão de estados hadrônicos compostos muda significativamente o comportamento das funções de estrutura. Em particular, encontramos na aproximação de Supergravidade e no limite de x muito pequeno um *scaling* para a seção de choque $\sigma_{\gamma^* H}$ que é semelhante ao denominado *geometric scaling*, um comportamento observado experimentalmente para $x < 0.01$ e no amplo regime $0.045 < q^2 < 450 \text{ GeV}^2$. Na QCD, apesar da constante de acoplamento ser pequena para altas energias, o comportamento de *geometric scaling* é obtido a partir de métodos não perturbativos porque a alta densidade de glúons dentro do hádron amplifica a intensidade das interações [77]. Essa observação somada ao fato que o regime de q^2 no qual é observado o *geometric scaling* parece incluir regiões de acoplamento forte sugere que as contribuições não perturbativas provenientes dos modelos AdS/QCD possam ser relevantes para o entendimento do espalhamento profundamente inelástico. Um desafio atual é poder compatibilizar os nossos resultados para as funções de estrutura com aqueles obtidos na ref. [79] para o DIS no modelo de parede rígida num regime perto da denominada *linha de saturação* definida pela curva $q_s^2(x)$ onde a amplitude de espalhamento dipolo-hádron é da ordem de 1 sendo o dipolo a “flutuação” do fóton virtual. É possível atingir essa linha fixando q^2 e diminuindo x ou fixando x e diminuindo q^2 . Na linha de saturação a densidade gluônica no interior do hádron satura no sentido que cresce muito lentamente para regimes de q^2 e x que ultrapassam essa linha (regime de saturação). Na QCD perturbativa existe um modelo denominado *color glass condensate* que descreve o espalhamento profundamente inelástico no regime de saturação. Poderíamos nos perguntar se é possível descrever um *color glass condensate* numa teoria não perturbativa via modelos AdS/QCD.

No contexto geral de espalhamento de hádrons e espectroscopia estamos também interessados em explorar outros modelos AdS/QCD tais como o D4/D8, que quebra totalmente a Supersimetria e introduz bárions na Teoria de Calibre, os modelos *conifold* que são de certa forma mais próximos do modelo de parede rígida, e modelos onde o número de cores é igual

ao número de sabores (vide por exemplo [94]). Um fenômeno muito interessante que gostaríamos de incluir na nossa abordagem é a aparente conexão entre loops de Wilson e amplitudes de espalhamento [95].

Nesta tese abordamos também a transição confinamento/desconfinamento para Teorias de Calibre $SU(N_c)$ com $N_c \gg 1$ definidas em $\mathbb{R}^3 \times S^1$ no regime de acoplamento forte ($g_{YM}^2 N_c \gg 1$). Usando os modelos de parede rígida e parede macia, a transição confinamento/desconfinamento foi mapeada em uma transição gravitacional de Hawking-Page entre os espaços AdS_5 Poincaré e AdS_5 Poincaré com buraco negro. As quantidades termodinâmicas calculadas na transição Hawking-Page foram interpretadas em termos das Teorias de Calibre e sugerem uma mudança abrupta nos graus de liberdade típica de uma transição confinamento/desconfinamento. É importante observar que a previsão para a temperatura crítica onde acontece essa transição depende do modelo em questão. No modelo de parede rígida o valor previsto foi de aproximadamente 120MeVs enquanto no modelo de parede macia 191MeVs. Estudando loops de Polyakov ou loops de Wilson espaciais é possível confirmar que a transição confinamento/desconfinamento prevista nos modelos de parede rígida e parede macia é uma transição de primeira ordem. Um desafio atual é poder calcular correções em $1/N_c$ para a transição confinamento/desconfinamento. A implementação dessas correções deve envolver provavelmente o estudo da radiação de Hawking e da física de *glueballs* e mésons a temperatura finita. Um estudo detalhado do espectro de mésons e *glueballs* nos modelos AdS/QCD a temperatura finita pode ser muito importante para o entendimento da transição confinamento/desconfinamento.

Os modelos AdS/QCD podem ser também muito úteis no estudo da física do *quark-gluon plasma*. Essa afirmação é motivada no fato que dados experimentais do RHIC indicam que o quark-gluon plasma corresponderia a um regime não perturbativo da QCD. Fenômenos como evolução de *jets* e *quarkoniums* podem ser estudados de uma maneira simples usando modelos AdS/QCD devido à possibilidade de incluir tempo real e temperatura. Projetos futuros incluem o estudo de *jets* e *quarkoniums* através de cordas abertas, um estudo profundo da transição quiral, a implementação de potenciais bariônicos ou de isospin e o efeito de campos magnéticos.

Finalmente, gostaria de comentar um assunto que chamou muito a nossa atenção. Recentemente surgiram trabalhos que sugerem o uso do espalhamento profundamente inelástico para estudar fenômenos de dissipação no plasma Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ [96, 97]. A idéia é imaginar um processo de espalhamento entre um fóton virtual e um plasma. Devido a que o fóton virtual se dissocia num dipolo de cor, as funções de estrutura do plasma podem dar informação da evolução desse dipolo. Estamos interessados numa extensão dessa análise para o caso em que a teoria possua graus de liberdade hadrônicos.

Apêndice A

A Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$

O conteúdo de campos da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ é denominado multiplete de calibre $(A_\mu \lambda_\alpha^a X^i)$, onde A_μ é um campo de calibre, λ_α^a , $a = 1, \dots, 4$ são férmions de Weyl (gauginos) e X^i , $i = 1, \dots, 6$ são escalares reais. Todos esses campos se transformam na representação adjunta de $SU(N_c)$. Além da simetria $SU(N_c)$ a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ possui a simetria conforme $SO(4, 2)$ e a simetria $SU(4)_R \sim SO(6)_R$.

A lagrangeana da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \text{Tr} \left\{ -\frac{1}{2g_{YM}^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{\theta_I}{8\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} - \sum_a i \bar{\lambda}^a \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda_a - \sum_i D_\mu X^i D^\mu X^i \right. \\ \left. + \sum_{a,b,i} g_{YM} C_i^{ab} \lambda_a [X^i, \lambda_b] + \sum_{a,b,i} g_{YM} \tilde{C}_{iab} \bar{\lambda}^a [X^i, \bar{\lambda}^b] + \frac{g_{YM}^2}{2} \sum_{i,j} [X^i, X^j]^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

onde g_{YM} é a constante de acoplamento da Teoria e θ_I é o denominado ângulo de íntanton. As constantes C_i^{ab} e \tilde{C}_{iab} estão relacionadas às matrizes de Clifford do grupo $SO(6)_R \sim SU(4)_R$.

A lagrangeana (A.1) é invariante sobre as transformações de Supersimetria

$$\begin{aligned} \delta X^i &= [Q_\alpha^a, X^i] = C^{iab} \lambda_{\alpha b}, \quad \delta \lambda_b = \{Q_\alpha^a, \lambda_{\beta b}\} = F_{\mu\nu}^+ (\sigma^{\mu\nu})^\alpha_\beta \delta_b^a + [X^i, X^j] \epsilon_{\alpha\beta} (C_{ij})^a_b \\ \delta \bar{\lambda}_\beta^b &= \{Q_\alpha^a, \bar{\lambda}_\beta^b\} = C_i^{ab} \bar{\sigma}^\mu_{\alpha\beta} D_\mu X^i, \quad \delta A_\mu = [Q_\alpha^a, A_\mu] = (\sigma_\mu)_\alpha^\beta \bar{\lambda}_\beta^a \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

e sobre as transformações do grupo conforme $SO(4, 2)$:

$$\begin{aligned} \delta x^\mu &= a^\mu \quad (\text{translações}), & \delta x^\mu &= \omega_{\mu\nu} x^\nu \quad (\text{Lorentz}) \\ \delta x^\mu &= \lambda x^\mu \quad (\text{dilatações}), & \delta x^\mu &= 2c_\nu x^\nu x_\mu - x_\nu x^\nu c_\mu \quad (\text{conformes especiais}) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

A Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ não possui divergências ultravioleta e como consequência a constante de acoplamento não muda com a energia (a função beta é zero) e a simetria conforme é preservada no nível quântico. No limite $N_c \gg 1$ o regime não perturbativo da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ é acessível através da Correspondência AdS/CFT.

Apêndice B

Um modelo híbrido para férmions

O modelo de parede macia não pode ser usado em férmions. Isso acontece devido a que o dÍlaton de fundo não modifica significativamente as eqs. de movimento para espiniores. Porém, a presença do dÍlaton muda a solução do campo de calibre portanto é interessante ver o efeito do dÍlaton no espalhamento profundamente inelástico no caso fermiônico. Com esse intuito consideramos aqui um modelo híbrido consistindo na combinação do corte rígido no AdS_5 com o dÍlaton de fundo $\varphi = cz^2$. A solução não normalizável para o campo de calibre é a mesma obtida para o modelo de parede macia :

$$\begin{aligned} A_\mu(z, y) &= \eta_\mu e^{iq \cdot y} c \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) z^2 \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 2; cz^2\right) \\ A_z(z, y) &= \frac{i}{2} \eta \cdot q e^{iq \cdot y} \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) z \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 1; cz^2\right), \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

A ação efetiva para um campo fermiônico no AdS_5 na presença do dÍlaton de fundo φ é

$$\int d^5x \sqrt{g_5} e^{-\varphi} \bar{\psi} \left(\frac{D}{2} - \frac{\overleftarrow{D}}{2} - m_5 \right) \psi \quad (\text{B.2})$$

onde

$$D \equiv \frac{z}{R} \hat{\gamma}^m \partial_m - \frac{2}{R} \hat{\gamma}^z, \quad \overleftarrow{D} \equiv \overleftarrow{\partial}_m \frac{z}{R} \hat{\gamma}^m - \frac{2}{R} \hat{\gamma}^z$$

e $\hat{\gamma}^m = \frac{R}{z}\gamma^m$ sendo γ^m são matrizes gamma no AdS_5 . A eq. de movimento é

$$\left(D - m_5 - \frac{z}{2R}\partial_z\varphi\hat{\gamma}^z\right)\psi = 0. \quad (\text{B.3})$$

com solução

$$\psi = C e^{ip\cdot y} e^{\varphi/2} z^{5/2} \left[J_{m_5 R - 1/2}(\sqrt{-p^2}z) P_+ + J_{m_5 R + 1/2}(\sqrt{-p^2}z) P_- \right] u_\sigma \quad (\text{B.4})$$

onde u_σ satisfaz $\not{p}u_\sigma = \sqrt{-p^2}u_\sigma$, $P_\pm \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \hat{\gamma}^z)$ e C é uma constante de normalização. A solução (B.4) é análoga à obtida no modelo de parede rígida [17]. O dÍlaton surge como um fator multiplicativo que cancela na ação e em termos de interação contendo dois campos fermiônicos. Como o dÍlaton é cancelado na condição de normalização é necessário impor o corte rígido no espaço Anti-de-Sitter $z = z_{max} = 1/\Lambda$:

$$R^{10} \int_0^{1/\Lambda} \frac{dz}{z^5} e^{-\varphi} \bar{\psi} \gamma^1 \psi = 1. \quad (\text{B.5})$$

obtendo $C = \tilde{C} \frac{\Lambda^{1/2}}{R^{9/2}} (-p^2)^{1/4}$ com \tilde{C} uma constante adimensional. A solução (B.4) faz parte de uma solução fermiônica em 10d: $\lambda = \psi(z, y) \otimes \eta(\Omega)$ com normalização angular $\int d^5\Omega \sqrt{g_\Omega} \bar{\eta}(\Omega) \eta(\Omega) = 1$. No DIS os estados fermiônicos inicial e final podem ser representados pelas soluções

$$\begin{aligned} \psi_i &= \tilde{C}_i \left(\frac{\Lambda}{R^9}\right)^{1/2} \Lambda^{1/2} e^{iP\cdot y} e^{\varphi/2} z^{5/2} \left[J_{\tau-2}(\Lambda z) P_+ + J_{\tau-1}(\Lambda z) P_- \right] u_{i\sigma} \\ \psi_X &= \tilde{C}_X \left(\frac{\Lambda}{R^9}\right)^{1/2} s^{1/4} e^{iP_X\cdot y} e^{\varphi/2} z^{5/2} \left[J_{\tau-2}(s^{1/2}z) P_+ + J_{\tau-1}(s^{1/2}z) P_- \right] u_{X\sigma} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

onde $\tau = \Delta - 1/2$ e $\Delta = m_5 R + 2$. O termo de interação do campo de calibre com dois férmions em Supergravidade é da forma

$$S_{int} = i \mathcal{Q} \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-\varphi} A_m \bar{\lambda}_X \gamma^m \lambda_i. \quad (\text{B.7})$$

Por simplicidade escolhemos fótons transversos ($A_z = 0$) Nesse caso, o termo de interação se reduz a

$$\begin{aligned} S_{int} &= i \mathcal{Q} \int d^4y dz d^5\Omega \sqrt{-g} e^{-\varphi} A_\mu \bar{\lambda}_X \gamma^\mu \lambda_i \\ &= i \mathcal{Q} (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X) \tilde{C}_i \tilde{C}_X \Lambda^{\tau-1/2} s^{1/4} c \eta_\mu \bar{u}_{X\sigma'} \hat{\gamma}^\mu P_+ u_{i\sigma} \mathcal{I} , \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= \Gamma\left(1 + \frac{q^2}{4c}\right) \int_0^{1/\Lambda} dz z^{\tau+1} \mathcal{U}\left(1 + \frac{q^2}{4c}; 2; cz^2\right) J_{\tau-2}(s^{1/2}z) . \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{q}\right)^{\tau+2} \int_0^{c(a-1)/\Lambda^2} d\zeta \zeta^{\tau/2} \Gamma(a) \mathcal{U}\left(a; 2; \frac{\zeta}{a-1}\right) J_{\tau-2}\left(2\zeta^{1/2} \sqrt{\frac{1}{x} - 1}\right) . \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

onde $\zeta = (qz)^2/4$ e $a = 1 + q^2/4c$. Nessa integral o dÍlaton cancela e portanto não é difícil mostrar que no limite de Bjorken ($q^2 \rightarrow \infty$ com x fixo) a integral se reduz a

$$\mathcal{I} \approx \frac{\Gamma(\tau)}{2c} \left(\frac{2x}{q}\right)^\tau \left(\frac{1}{x} - 1\right)^{\frac{\tau}{2}-1} . \quad (\text{B.10})$$

e obtemos o elemento de matriz da corrente hadrônica

$$\begin{aligned} \eta_\mu \langle P_X, X, \sigma' | J^\mu(0) | P, \mathcal{Q}, \sigma \rangle &= i \mathcal{Q} \tilde{C}_i \tilde{C}_X \Lambda^{\tau-1/2} s^{1/4} c \eta_\mu \bar{u}_{X\sigma'} \hat{\gamma}^\mu P_+ u_{i\sigma} \\ &\quad \times \frac{\Gamma(\tau)}{2c} \left(\frac{2x}{q}\right)^\tau \left(\frac{1}{x} - 1\right)^{\frac{\tau}{2}-1} \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Lembrando que o espectro de massas fermiônicas é aproximadamente quadrático $m_n \sim n\pi\Lambda$ encontramos o resultado para as funções de estrutura fermiônicas

$$F_2 = 2F_1 = \pi \mathcal{Q}^2 C' \left(\frac{\Lambda^2}{q^2}\right)^{\tau-1} x^{\tau+1} (1-x)^{\tau-2} , \quad (\text{B.12})$$

onde $C' = 2^{2\tau-1} [\tilde{C}_i \tilde{C}_X \Gamma(\tau)]^2$. que é o mesmo obtido no modelo de parede rígida.

Apêndice C

Cálculo de funções de estrutura e fatores de forma no D3/D7

C.1 Caso A : Campo de calibre no bulk

Presentamos nesta seção uma aproximação para a integral \mathcal{I}_{bulk} definida na eq. (3.72) :

$$\mathcal{I}_{bulk} = \int_0^1 dv v^2 (1-v^2)^{\ell+1} K_1\left(\frac{qv}{m_h}\right) F(-n_X - \ell - 1, n_X + \ell + 2; \ell + 2; 1 - v^2)$$

. A aproximação que faremos é válida para $x \rightarrow 1$ e $q^2 \gg m_h^2$. Usando a propriedade

$$F(-n_X - \ell - 1, -n_X + \ell + 2; \ell + 2; 1 - v^2) = v^{2(n_X + \ell + 1)} F(-n_X - \ell - 1, -n_X; \ell + 2; 1 - \frac{1}{v^2})$$

e expandindo a função hipergeométrica encontramos

$$\mathcal{I}_{bulk} = \sum_{i=0}^{n_X} \frac{(-n_X - \ell - 1)_i (-n_X)_i}{(\ell + 2)_i i!} (-1)^i \mathcal{I}_i, \quad (\text{C.1})$$

onde $(a)_i$ é o símbolo de Pochhammer e

$$\mathcal{I}_i = \int_0^1 dv v^{2(n_X + \ell + 2 - i)} (1 - v^2)^{\ell + 1 + i} K_1\left(\frac{q}{m_h} v\right). \quad (\text{C.2})$$

No regime $x \rightarrow 1$ e $q^2 \gg m_h^2$ temos que $q^2/m_h^2 \gg n_X^2$. Nesse caso o integrando decresce rapidamente devido a presenca da funco de Bessel modificada K_1 , e a contribuico relevante para integral vem da regio $0 \leq v \leq m_h/q$: Ento podemos usar a aproximaco $(1-v^2)^{\ell+1+i} \approx 1$ no integrando e o domnio da integral pode ser estendido a $0 \leq v < \infty$:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_i &\approx \int_0^\infty dv v^{2(n_X+\ell+2-i)} K_1\left(\frac{q}{m_h}v\right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{2m_h}{q}\right)^{2n_X+2\ell+5-2i} \Gamma(n_X+\ell+3-i)\Gamma(n_X+\ell+2-i). \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Substituindo esse resultado em \mathcal{I}_{bulk} e usando a propriedade

$$(-a)_i = (-1)^i \frac{\Gamma(a+1)}{\Gamma(a+1-i)}$$

encontramos

$$\mathcal{I}_{bulk} = \left(\frac{2m_h}{q}\right)^{2n_X+2\ell+5} \frac{\Gamma(n_X+\ell+3)}{4} \Gamma(n_X+\ell+2) {}_1F_2(-n_X; \ell+2, -n_X-\ell-2; -\frac{q^2}{4m_h^2}), \quad (\text{C.4})$$

onde ${}_1F_2(a; b, c; z)$ e uma funco hipergeomtrica que ao ser expandida contm a no numerador e b e c no denominador. Usando esse resultado na eq. (3.74) encontramos a aproximaco para funces de estrutura perto do limite elstico:

$$\begin{aligned} F_2 &= 8\pi^3 \mathcal{Q}^2 \frac{\Gamma(2\ell+4)}{\Gamma^4(\ell+2)} \frac{\Gamma(n_X+2\ell+3)}{\Gamma(n_X+1)} \left(\frac{q^2}{4m_h^2}\right)^{-2n_X-2\ell-3} \frac{1}{x} \cdot \\ &\cdot \left(\Gamma(n_X+\ell+3) \Gamma(n_X+\ell+2) {}_1F_2(-n_X; \ell+2, -n_X-\ell-2; -\frac{q^2}{4m_h^2})\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

O termo dominante dessa expresso e

$$F_2 \sim \left(\frac{4m_h^2}{q^2}\right)^{\ell+2} (1-x)^{\ell+1} = \left(\frac{4m_h^2}{q^2}\right)^{\Delta-1} (1-x)^{\Delta-2}. \quad (\text{C.6})$$

C.2 Caso B: Campo de calibre na D7-brana

Usando as eqs. (3.78), (3.81) e (3.82) as funções de estrutura podem ser escritas como

$$F_1 = 0 ; F_2 = 8\pi^5 \mathcal{Q}^2 \frac{\Gamma(2\ell + 4) \Gamma(n_X + 2\ell + 3)}{\Gamma^4(\ell + 2) \Gamma(n_X + 1)} \left(\frac{q^2}{4m_h^2} \right)^3 \frac{1}{\cosh^2 \left(\pi \sqrt{\frac{q^2}{4m_h^2} - \frac{1}{4}} \right)} \frac{\mathcal{I}_{brane}^2}{x}. \quad (\text{C.7})$$

A fim de calcular \mathcal{I}_{brane} usamos a identidade

$$F(n_X - \ell - 1, n_X + \ell + 2; \ell + 2; w) = (1 - w)^{n_X + \ell + 1} F(n_X - \ell - 1, -n_X; \ell + 2; \frac{w}{w - 1}) \quad (\text{C.8})$$

e expandimos as funções hipergeométricas. Integrando os termos da expansão obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{brane} &= \Gamma(n_X + \ell + 2) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-\alpha)_j (1 + \alpha)_j \Gamma(\ell + 2 + j)}{(2)_j j! \Gamma(n_X + 2\ell + 4 + j)} \sum_{i=0}^{n_X} \frac{(-n_X)_i (\ell + 2 + j)_i}{(\ell + 2)_i i!} \\ &= (-1)^{n_X} \Gamma(\ell + 2) \sum_{j=n_X}^{\infty} \frac{(-\alpha)_j (1 + \alpha)_j \Gamma(\ell + 2 + j) \Gamma(j + 1)}{(j!)^2 (j + 1) \Gamma(n_X + 2\ell + 4 + j) \Gamma(j + 1 - n_X)} \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Essa soma pode ser expressada em termos de variáveis reais usando a relação

$$\frac{(-\alpha)_j (1 + \alpha)_j}{(j!)^2} = \prod_{k=1}^j \left[\frac{(-\alpha)(1 + \alpha)}{k^2} + \frac{k - 1}{k} \right] = \prod_{k=1}^j \left[\frac{q^2}{4m_h^2 k^2} + \frac{k - 1}{k} \right]. \quad (\text{C.10})$$

As funções de estrutura são

$$\begin{aligned} F_2 &= 8\pi^5 \mathcal{Q}^2 \frac{\Gamma(2\ell + 4) \Gamma(n_X + 2\ell + 3)}{\Gamma^2(\ell + 2) \Gamma(n_X + 1)} \frac{1}{x} \left(\frac{q^2}{4m_h^2} \right)^3 \frac{1}{\cosh^2 \left(\pi \sqrt{\frac{q^2}{4m_h^2} - \frac{1}{4}} \right)} \\ &\times \left\{ \sum_{j=n_X}^{\infty} \frac{\Gamma(\ell + 2 + j) \Gamma(j + 1)}{(j + 1) \Gamma(n_X + 2\ell + 4 + j) \Gamma(j + 1 - n_X)} \prod_{k=1}^j \left[\frac{q^2}{4m_h^2 k^2} + \frac{k - 1}{k} \right] \right\}^2. \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

Aproximação para $x \ll 1$

É possível aproximar a soma obtida acima no regime $n_X^2 \gg q^2/4m_h^2$, que equivale a

$x \ll 1$. Nesse caso temos a simplificação

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^j \left[\frac{q^2}{4m_h^2 k^2} + \frac{k-1}{k} \right] &\approx \frac{1}{4j} \prod_{k=2}^j \left[\frac{(2k-1)^2}{4k(k-1)} \right] \prod_{k'=1}^j \left[1 + \frac{q^2}{m_h^2 (2k'-1)^2} \right] \\ &\approx \frac{1.27}{4j} \cosh \left(\frac{\pi q}{2m_h} \right), \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

que é válida porque $j \geq n_X$ é muito grande. Substituindo esse resultado na eq. (C.9), encontramos

$$\mathcal{I}_{brane} \approx (-1)^{n_X} \frac{1.27}{4} \Gamma(\ell+2) \Gamma(\ell+3) \frac{\Gamma(n_X-1)}{\Gamma(n_X+2\ell+5)} \cosh \left(\frac{\pi q}{2m_h} \right), \quad (\text{C.13})$$

que leva às funções de estrutura

$$F_2|_{x \ll 1} \approx \pi^5 Q^2 \frac{(1.27)^2}{2} \Gamma(2\ell+4) (\ell+2)^2 \left(\frac{4m_h^2}{q^2} \right)^{\ell+2} x^{\ell+4}. \quad (\text{C.14})$$

Fator de forma elástico

Precisamos trabalhar a soma da eq. (C.9) para o caso $n_X = 0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{brane}^{(n_X=0)} &= \frac{\Gamma(\ell+2)}{\Gamma(2\ell+4)} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-\alpha)_j (1+\alpha)_j (j+2)_\ell}{j! (2\ell+4)_j} \\ &= \frac{\Gamma(\ell+2)}{\Gamma(2\ell+4)} \left\{ \frac{d^\ell}{dt^\ell} [F(-\alpha, 1+\alpha; 2\ell+4; t) t^{\ell+1}] \right\}_{t=1}. \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

Usando a propriedade

$$\frac{d^\ell}{dt^\ell} F(a, b; c; t) = \frac{(a)_\ell (b)_\ell}{(c)_\ell} F(a+\ell, b+\ell; c+\ell; t), \quad (\text{C.16})$$

encontramos

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}_{brane}^{(n_X=0)} &= \frac{\Gamma^2(\ell+2)\Gamma(\ell+1)}{\Gamma(2\ell+4)} \sum_{k=0}^{\ell} \left[\frac{1}{k! \Gamma(\ell+1-k) \Gamma(\ell+2-k)} \frac{(-\alpha)_{\ell-k} (1+\alpha)_{\ell-k}}{(2\ell+4)_{\ell-k}} \right. \\
&\times \left. F(-\alpha+\ell-k, 1+\alpha+\ell-k; 3\ell+4-k; 1) \right] \\
&= \frac{\Gamma^2(\ell+2)\Gamma(\ell+1)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(1+\alpha)} \sum_{k=0}^{\ell} \frac{\Gamma(\ell+3+k)}{k! \Gamma(\ell+1-k) \Gamma(\ell+2-k)} \left[\prod_{k'=\ell+1-k}^{2\ell+3} \left[\frac{q^2}{4m_h^2} + k'(k'-1) \right] \right]^{-1}.
\end{aligned} \tag{C.17}$$

O termo relevante na soma, para $q^2 \gg m_h^2$ é $k=0$. Usando a eq. (3.81) encontramos

$$\begin{aligned}
F(q^2) &= \frac{Q}{2} \Gamma(2\ell+4)(\ell+2) \left(\frac{4m_h^2}{q^2} \right)^{\ell+2} \\
&= \frac{Q}{2} \Gamma(2\Delta-2)(\Delta-1) \left(\frac{4m_h^2}{q^2} \right)^{\Delta-1}.
\end{aligned} \tag{C.18}$$

Apêndice D

Cálculo das primeiras contribuições de estados hadrônicos compostos ($\Delta' > \Delta$)

As contribuições para a função de estrutura F_2 de estados hadrônicos com dimensão $\Delta' = \Delta + 2\rho$ são

$$F_2^\rho(x, q^2) = F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) \left[\frac{\Gamma(\Delta + \rho)\Gamma(\Delta + \rho - 1)}{\Gamma(\Delta)\Gamma(\Delta + 2\rho - 1)} \right]^2 (1-x)^{2\rho} [F(\Delta + \rho, \rho; \Delta + 2\rho - 1; 1-x)]^2, \quad (\text{D.1})$$

onde $\rho = 1, 2, \dots$ é o número de hádrons adicionais e a função hipergeométrica $F(a, b; c; \omega)$ é definida pela expansão

$$F(a, b; c; \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{(c)_n} \frac{\omega^n}{n!}, \quad (\text{D.2})$$

com $(a)_n = \Gamma(a + n)/\Gamma(a)$. Neste apêndice vamos calcular os casos $\rho = 1$ e $\rho = 2$. O caso $\rho = 1$ é simples de calcular porque nesse caso o primeiro e terceiro argumento da função hipergeométrica são iguais e cancelam na série (D.2). Dessa forma encontramos

$$F_2^{(\rho=1)}(x, q^2) = F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) x^{-2} (1-x)^2. \quad (\text{D.3})$$

O cálculo do caso $\rho = 2$ é mais sutil. Das eqs. (D.1) e (D.2) obtemos

$$\begin{aligned} F_2^{(\rho=2)}(x, q^2) &= F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) \left(\frac{\Delta}{\Delta+2}\right)^2 (1-x)^4 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\Delta+2)_n (2)_n}{(\Delta+3)_n} \frac{(1-x)^n}{n!} \right]^2 \\ &= F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) \Delta^2 (1-x)^4 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2)_n}{n!} \frac{y^n}{(\Delta+2+n)} \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

onde $y \equiv 1 - x$. A serie acima pode ser reescrita como uma integral :

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2)_n}{n!} \frac{y^n}{(\Delta+2+n)} &= \frac{1}{y^{\Delta+2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2)_n}{n!} \int_0^y dy' (y')^{\Delta+1+n} \\ &= \frac{1}{y^{\Delta+2}} \int_0^y dy' (y')^{\Delta+1} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2)_n}{n!} (y')^n \right] \\ &= \frac{1}{y^{\Delta+2}} \int_0^y dy' (y')^{\Delta+1} (1-y')^{-2}. \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

Definindo $x' \equiv 1 - y'$ e substituindo (D.5) em (D.4) obtemos

$$\begin{aligned} F_2^{(\rho=2)}(x, q^2) &= F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) \Delta^2 (1-x)^{-2\Delta} \left[\int_x^1 dx' (x')^{-2} (1-x')^{\Delta+1} \right]^2 \\ &= F_2^{(\rho=0)}(x, q^2) \Delta^2 (1-x)^{-2\Delta} \mathcal{S}^2 \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

onde

$$\mathcal{S} \equiv -1 + \frac{1}{x} + (\Delta+1) \ln x + \sum_{n=2}^{\Delta+1} \frac{(\Delta+1)!}{n! (\Delta+1-n)!} \frac{(-1)^n}{(n-1)} [1 - x^{n+1}]. \quad (\text{D.7})$$

Os casos $\rho \geq 3$ podem ser calculados de maneira semelhante. É interessante observar o que acontece no limite $x \rightarrow 1$. Nesse limite, todas as contribuições para F_2 vão a zero (inclusive o caso $\rho = 0$). Definindo $\epsilon = 1 - x \rightarrow 0$ não é difícil mostrar que nos casos $\rho = 1, 2$ (eqs. (D.3) e (D.6)), as contribuições para a função de estrutura envolvem potências de ϵ maiores que no caso $\rho = 0$. Portanto, as contribuições provenientes de extra hádrons são desprezíveis e a função de estrutura pode ser aproximada pela contribuição dominante $\Delta' = \Delta$. Isso é consistente como o fato que o limite $x \rightarrow 1$ é um limite de espalhamento elástico onde o estado final não deve possuir extra hádrons.

Apêndice E

Sistemas de coordenadas para o AdS_{n+1}

E.1 Coordenadas globais

O espaço Anti-de-Sitter em $n + 1$ dimensões consiste num hiperbolóide de raio R com equação

$$X_0^2 + X_{n+1}^2 - \sum_{i=1}^n X_i^2 = R^2, \quad (\text{E.1})$$

imerso num espaço chato de $n + 2$ dimensões com métrica

$$ds^2 = -dX_0^2 - dX_{n+1}^2 + \sum_{i=1}^n dX_i^2. \quad (\text{E.2})$$

As coordenadas X_m com $m = 0, \dots, n + 1$ são denominadas coordenadas de imersão. Uma maneira simples de parametrizar o hiperbolóide é introduzindo as relações

$$\begin{aligned} X_0 &= R \sec \rho \cos \tau, \\ X_i &= R \tan \rho \Omega_i, \quad i = 1, \dots, n, \\ X_{n+1} &= R \sec \rho \sin \tau, \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

onde $0 \leq \rho < \pi/2$ é uma coordenada radial, $-\pi < \tau \leq \pi$ uma coordenada temporal e $-1 \leq \Omega_i \leq 1$ são coordenadas de uma esfera unitária S^{n-1} satisfazendo a relação $\sum_{i=1}^n \Omega_i^2 = 1$. As coordenadas ρ, τ e Ω_i representa o hiperbolóide inteiro e são denominadas de *coordenadas*

globais . A métrica do AdS_{n+1} expressa nesse sistema de coordenadas é

$$ds^2 = \frac{R^2}{\cos^2 \rho} (-d\tau^2 + d\rho^2 + \sin^2 \rho d\Omega_{n-1}^2). \quad (\text{E.4})$$

onde $d\Omega_{n-1}^2 = \sum_{i=1}^n d\Omega_i^2$. A fronteira do espaço Anti-de-Sitter nessas coordenadas e a hipersuperfície $\rho = \pi/2$ que corresponde à infinidade espacial nas coordenadas de imersão. É muitas vezes conveniente redefinir as coordenadas radial e temporal $r \equiv R \tan \rho$, $t \equiv R \tau$, de forma que a métrica do AdS_{n+1} global pode ser escrita como

$$ds^2 = \left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right) d\tau^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right)} + r^2 d\Omega_{n-1}^2 \quad (\text{E.5})$$

onde $0 < r < \infty$ e $-R\pi < t < R\pi$.

E.2 Coordenadas de Poincaré

Para chegar ao sistema de coordenadas de Poincaré é conveniente definir as coordenadas cone de luz :

$$r \equiv X_0 - X_n, \quad s \equiv X_0 + X_n. \quad (\text{E.6})$$

Essa mudança de coordenadas permite absorber uma das coordenadas de imersão temporais (a coordenada X_0). Redefinindo as outras coordenadas como

$$x_i \equiv \frac{R X_i}{r} \quad (\text{espacial}), \quad t \equiv \frac{R X_{n+1}}{r} \quad (\text{temporal}), \quad (\text{E.7})$$

vemos que a equação do hiperbolóide (E.1) pode ser escrita como $r s + \frac{r^2}{R^2} (t^2 - \bar{x}^2) = R^2$, onde $\bar{x}^2 \equiv \sum_{i=1}^{n-1} (x_i)^2$. A partir dessa equação podemos eliminar uma das coordenadas cone de luz. Escolhendo a coordenada r como dependente das outras encontramos as relações

$$\begin{aligned}
X_0 &= \frac{R^2}{2r} \left(1 + \frac{r^2}{R^4} (R^2 + \bar{x}^2 - t^2)\right) , & X_n &= \frac{R^2}{2r} \left(1 + \frac{r^2}{R^4} (-R^2 + \bar{x}^2 - t^2)\right) , \\
X_i &= \frac{r}{R} x_i \quad i = 1, \dots, n-1 , & X_{n+1} &= \frac{r}{R} t .
\end{aligned} \tag{E.8}$$

As coordenadas r , t e x_i formam o sistema de *coordenadas de Poincaré*. A métrica do AdS_{n+1} escrita nesse novo sistema fica na seguinte forma :

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2} (-dt^2 + d\bar{x}^2) + \frac{R^2}{r^2} dr^2 . \tag{E.9}$$

onde $d\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n-1} dx_i^2$ representa a métrica do espaço euclidiano \mathbb{R}^{n-1} . É importante ressaltar que a coordenada radial r corta o espaço AdS_{n+1} em dois retalhos :

- Retalho I : consiste na região $r > 0$, que significa $X_0 > X_n$ e corresponde a uma metade do hiperbolóide. Em coordenadas globais essa região é obtida impondo a condição $\cos \tau > \Omega_n \sin \rho$.

- Retalho II : consiste na região $r < 0$ que corresponde à outra metade do hiperbolóide $X_0 < X_n$. Em coordenadas globais essa região é definida pela condição $\cos \tau < \Omega_n \sin \rho$.

O espaço AdS_{n+1} Poincaré é definido em geral para $r > 0$ (retalho I). O horizonte desse espaço, definido pelo limite $r \rightarrow 0$, é na verdade o hiperplano $X_0 = X_n$ que corta o hiperbolóide em dois (Vide Fig. E.1)

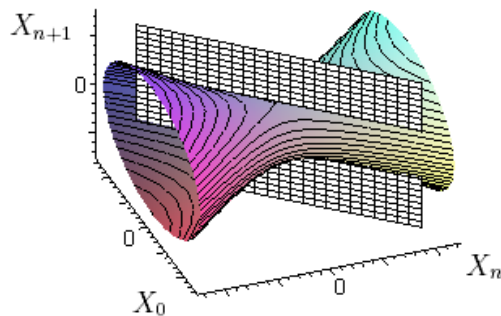


Figura E.1: O espaço AdS_{n+1} sendo cortado pelo hiperplano $X_0 = X_n$ [27] (coordenadas X_i fixas para $i = 1, \dots, n-1$).

Referências

- [1] F. J. Yndurain “Quantum Chromodynamics: An Introduction to the Theory of Quarks and Gluons ” Texts and Monographs in Physics Springer-Verlag (1983)
- [2] J. R. Forshaw and D. A. Ross, “Quantum chromodynamics and the pomeron,” Cambridge Lect. Notes Phys. **9**, 1 (1997).
- [3] J. M. Maldacena, “The large N limit of superconformal field theories and supergravity,” Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231 (1998) [Int. J. Theor. Phys. **38**, 1113 (1999)] [arXiv:hep-th/9711200].
- [4] M. B. Green, J. H. Schwarz and E. Witten, “Superstring Theory. Vol. 1: Introduction,” *Cambridge, Uk: Univ. Pr. (1987) 469 P. (Cambridge Monographs On Mathematical Physics)*
- [5] M. B. Green, J. H. Schwarz and E. Witten, “Superstring Theory. Vol. 2: Loop Amplitudes, Anomalies And Phenomenology,” *Cambridge, Uk: Univ. Pr. (1987) 596 P. (Cambridge Monographs On Mathematical Physics)*
- [6] J. Polchinski, “String theory. Vol. 1: An introduction to the bosonic string,” *Cambridge, UK: Univ. Pr. (1998) 402 p*
- [7] J. Polchinski, “String theory. Vol. 2: Superstring theory and beyond,” *Cambridge, UK: Univ. Pr. (1998) 531 p*
- [8] J. Polchinski, “Dirichlet-Branes and Ramond-Ramond Charges,” Phys. Rev. Lett. **75**, 4724 (1995) [arXiv:hep-th/9510017].
- [9] C. N. Yang and R. L. Mills, “Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance,” Phys. Rev. **96**, 191 (1954).
- [10] E. Witten, “Anti-de Sitter space and holography,” Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 253 (1998) [arXiv:hep-th/9802150].

-
- [11] O. Aharony, S. S. Gubser, J. M. Maldacena, H. Ooguri and Y. Oz, “Large N field theories, string theory and gravity,” *Phys. Rept.* **323**, 183 (2000) [arXiv:hep-th/9905111].
- [12] E. D’Hoker and D. Z. Freedman, “Supersymmetric gauge theories and the AdS/CFT correspondence,” arXiv:hep-th/0201253.
- [13] J. Polchinski and M. J. Strassler, “Hard scattering and gauge/string duality,” *Phys. Rev. Lett.* **88**, 031601 (2002) [arXiv:hep-th/0109174].
- [14] A. Karch, E. Katz, D. T. Son and M. A. Stephanov, “Linear confinement and AdS/QCD,” *Phys. Rev. D* **74**, 015005 (2006) [arXiv:hep-ph/0602229].
- [15] A. Karch and E. Katz, “Adding flavor to AdS/CFT,” *JHEP* **0206**, 043 (2002) [arXiv:hep-th/0205236].
- [16] T. Sakai and S. Sugimoto, *Prog. Theor. Phys.* **113**, 843 (2005) [arXiv:hep-th/0412141].
- [17] J. Polchinski and M. J. Strassler, “Deep inelastic scattering and gauge/string duality,” *JHEP* **0305**, 012 (2003) [arXiv:hep-th/0209211].
- [18] C. A. Ballon Bayona, H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, “Deep inelastic scattering from gauge string duality in the soft wall model,” *JHEP* **0803**, 064 (2008) [arXiv:0711.0221 [hep-th]].
- [19] C. A. Ballon Bayona, H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, “Deep inelastic scattering from gauge string duality in D3-D7 brane model,” *JHEP* **0809**, 114 (2008) [arXiv:0807.1917 [hep-th]].
- [20] C. A. Ballon Bayona, H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, “Deep inelastic structure functions from supergravity at small x,” *JHEP* **0810**, 088 (2008) [arXiv:0712.3530 [hep-th]].
- [21] E. Witten, “Anti-de Sitter space, thermal phase transition, and confinement in gauge theories,” *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 505 (1998) [arXiv:hep-th/9803131].
- [22] C. P. Herzog, “A holographic prediction of the deconfinement temperature,” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 091601 (2007) [arXiv:hep-th/0608151].
- [23] C. A. Ballon Bayona, H. Boschi-Filho, N. R. F. Braga and L. A. Pando Zayas, “On a holographic model for confinement / deconfinement,” *Phys. Rev. D* **77**, 046002 (2008) [arXiv:0705.1529 [hep-th]].
- [24] G. Veneziano, “Construction of a crossing - symmetric, Regge behaved amplitude for *Nuovo Cim. A* **57** (1968) 190.

-
- [25] V. A. Matveev, R. M. Muradian and A. N. Tavkhelidze, “Automodellism in the large - angle elastic scattering and structure of hadrons,” *Lett. Nuovo Cim.* **7**, 719 (1973).
- [26] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, “Scaling Laws At Large Transverse Momentum,” *Phys. Rev. Lett.* **31**, 1153 (1973).
- [27] C. A. Bayona and N. R. F. Braga, “Anti-de Sitter boundary in Poincare coordinates,” *Gen. Rel. Grav.* **39**, 1367 (2007) [arXiv:hep-th/0512182].
- [28] A. W. Peet and J. Polchinski, “UV/IR relations in AdS dynamics,” *Phys. Rev. D* **59**, 065011 (1999) [arXiv:hep-th/9809022].
- [29] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, “Isometries of a D3-brane space,” *Class. Quant. Grav.* **21**, 2427 (2004) [arXiv:hep-th/0311012].
- [30] S. S. Gubser, I. R. Klebanov and A. M. Polyakov, “Gauge theory correlators from non-critical string theory,” *Phys. Lett. B* **428**, 105 (1998) [arXiv:hep-th/9802109].
- [31] D. Z. Freedman, S. D. Mathur, A. Matusis and L. Rastelli, “Correlation functions in the $CFT(d)/AdS(d + 1)$ correspondence,” *Nucl. Phys. B* **546**, 96 (1999) [arXiv:hep-th/9804058].
- [32] W. Mueck and K. S. Viswanathan, “Conformal field theory correlators from classical scalar field theory on $AdS(d+1)$,” *Phys. Rev. D* **58**, 041901 (1998) [arXiv:hep-th/9804035].
- [33] M. Henningson and K. Sfetsos, “Spinors and the AdS/CFT correspondence,” *Phys. Lett. B* **431**, 63 (1998) [arXiv:hep-th/9803251].
- [34] W. Mueck and K. S. Viswanathan, “Conformal field theory correlators from classical field theory on anti-de Sitter space. II: Vector and spinor fields,” *Phys. Rev. D* **58**, 106006 (1998) [arXiv:hep-th/9805145].
- [35] C. A. Ballon Bayona, “Um estudo da Correspondência AdS/CFT” Tese de Mestrado em Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Março 2005 <http://omnis.if.ufrj.br/pos/teseonline.html>
- [36] V. Balasubramanian, P. Kraus and A. E. Lawrence, “Bulk vs. boundary dynamics in anti-de Sitter spacetime,” *Phys. Rev. D* **59**, 046003 (1999) [arXiv:hep-th/9805171].
- [37] V. A. Novikov, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, “Are All Hadrons Alike?,” *Nucl. Phys. B* **191**, 301 (1981).

-
- [38] I. R. Klebanov and E. Witten, “Superconformal field theory on threebranes at a Calabi-Yau singularity,” *Nucl. Phys. B* **536**, 199 (1998) [arXiv:hep-th/9807080].
- [39] J. Polchinski and M. J. Strassler, “The string dual of a confining four-dimensional gauge theory,” arXiv:hep-th/0003136.
- [40] I. R. Klebanov and M. J. Strassler, “Supergravity and a confining gauge theory: Duality cascades and chiSB-resolution of naked singularities,” *JHEP* **0008**, 052 (2000) [arXiv:hep-th/0007191].
- [41] J. M. Maldacena and C. Nunez, “Towards the large N limit of pure N = 1 super Yang Mills,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 588 (2001) [arXiv:hep-th/0008001].
- [42] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, “Bulk versus boundary quantum states,” *Phys. Lett. B* **525**, 164 (2002) [arXiv:hep-th/0106108].
- [43] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, “Gauge/string duality and scalar glueball mass ratios,” *JHEP* **0305**, 009 (2003) [arXiv:hep-th/0212207].
- [44] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, “QCD/String holographic mapping and glueball mass spectrum,” *Eur. Phys. J. C* **32**, 529 (2004) [arXiv:hep-th/0209080].
- [45] M. J. Teper, “Physics from the lattice: Glueballs in QCD, topology, SU(N) for all N,” arXiv:hep-lat/9711011.
- [46] C. Csaki, H. Ooguri, Y. Oz and J. Terning, “Glueball mass spectrum from supergravity,” *JHEP* **9901**, 017 (1999) [arXiv:hep-th/9806021].
- [47] G. F. de Teramond and S. J. Brodsky, “The hadronic spectrum of a holographic dual of QCD,” *Phys. Rev. Lett.* **94**, 201601 (2005) [arXiv:hep-th/0501022].
- [48] H. Boschi-Filho, N. R. F. Braga and H. L. Carrion, “Glueball Regge trajectories from gauge/string duality and the Pomeron,” *Phys. Rev. D* **73**, 047901 (2006) [arXiv:hep-th/0507063].
- [49] J. Erlich, E. Katz, D. T. Son and M. A. Stephanov, “QCD and a Holographic Model of Hadrons,” *Phys. Rev. Lett.* **95**, 261602 (2005) [arXiv:hep-ph/0501128].
- [50] L. Da Rold and A. Pomarol, *Nucl. Phys. B* **721**, 79 (2005) [arXiv:hep-ph/0501218].
- [51] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, “QCD And Resonance Physics. Sum Rules,” *Nucl. Phys. B* **147**, 385 (1979).
- [52] S. Hong, S. Yoon and M. J. Strassler, *JHEP* **0604**, 003 (2006) [arXiv:hep-th/0409118].

-
- [53] H. R. Grigoryan and A. V. Radyushkin, “Form Factors and Wave Functions of Vector Mesons in Holographic QCD,” *Phys. Lett. B* **650**, 421 (2007) [arXiv:hep-ph/0703069].
- [54] S. J. Brodsky and G. F. de Teramond, “Light-Front Dynamics and AdS/QCD: The Pion Form Factor in the Space- and Time-Like Regions,” arXiv:0707.3859 [hep-ph].
- [55] J. M. Maldacena, “Wilson loops in large N field theories,” *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4859 (1998) [arXiv:hep-th/9803002].
- [56] Y. Kinar, E. Schreiber and J. Sonnenschein, “Q anti-Q potential from strings in curved spacetime: Classical results,” *Nucl. Phys. B* **566**, 103 (2000) [arXiv:hep-th/9811192].
- [57] H. Boschi-Filho, N. R. F. Braga and C. N. Ferreira, “Static strings in Randall-Sundrum scenarios and the quark anti-quark potential,” *Phys. Rev. D* **73**, 106006 (2006) [Erratum-ibid. *D* **74**, 089903 (2006)] [arXiv:hep-th/0512295].
- [58] E. Katz, A. Lewandowski, and M. D. Schwartz, “Tensor mesons in AdS/QCD,” arXiv:hep-ph/0510388.
- [59] S. Eidelman *et al.* [Particle Data Group Collaboration], “Review of particle physics,” *Phys. Lett. B* **592**, 1 (2004).
- [60] M. Shifman, “Highly excited hadrons in QCD and beyond,” arXiv:hep-ph/0507246.
- [61] P. Colangelo, F. De Fazio, F. Jugeau and S. Nicotri, “On the light glueball spectrum in a holographic description of QCD,” *Phys. Lett. B* **652**, 73 (2007) [arXiv:hep-ph/0703316].
- [62] M. Abramowitz, I.A. Stegun, “Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables” (Dover, New York, 1972).
- [63] R. Baldini, S. Dubnicka, P. Gauzzi, S. Pacetti, E. Pasqualucci and Y. Srivastava, “Nucleon time-like form factors below the N anti-N threshold,” *Eur. Phys. J. C* **11**, 709 (1999).
- [64] V. Tadevosyan *et al.* [Jefferson Lab F(pi) Collaboration], “Determination of the pion charge form factor for $Q^2=0.60-1.60 \text{ GeV}^2$,” *Phys. Rev. C* **75**, 055205 (2007) [arXiv:nucl-ex/0607007].
- [65] T. Horn *et al.* [Fpi2 Collaboration], “Determination of the charged pion form factor at $Q^{*2} = 1.60-(\text{GeV}/c)^{*2}$ and $2.45-(\text{GeV}/c)^{*2}$,” *Phys. Rev. Lett.* **97**, 192001 (2006) [arXiv:nucl-ex/0607005].
- [66] M. Kruczenski, D. Mateos, R. C. Myers and D. J. Winters, “Meson spectroscopy in AdS/CFT with flavour,” *JHEP* **0307**, 049 (2003) [arXiv:hep-th/0304032].

-
- [67] I. Kirsch, “Spectroscopy of fermionic operators in AdS/CFT,” JHEP **0609**, 052 (2006) [arXiv:hep-th/0607205].
- [68] S. Hong, S. Yoon and M. J. Strassler, “Quarkonium from the fifth dimension,” JHEP **0404**, 046 (2004) [arXiv:hep-th/0312071].
- [69] H. R. Grigoryan and A. V. Radyushkin, “Structure of Vector Mesons in Holographic Model with Linear Confinement,” Phys. Rev. D **76**, 095007 (2007) [arXiv:0706.1543 [hep-ph]].
- [70] J. Erdmenger, N. Evans, I. Kirsch and E. Threlfall, “Mesons in Gauge/Gravity Duals - A Review,” Eur. Phys. J. A **35**, 81 (2008) [arXiv:0711.4467 [hep-th]].
- [71] O. Andreev and V. I. Zakharov, “Heavy-quark potentials and AdS/QCD,” Phys. Rev. D **74**, 025023 (2006) [arXiv:hep-ph/0604204].
- [72] H. Forkel, M. Beyer and T. Frederico, “Linear square-mass trajectories of radially and orbitally excited hadrons in holographic QCD,” JHEP **0707**, 077 (2007) [arXiv:0705.1857 [hep-ph]].
- [73] U. Gursoy and E. Kiritsis, “Exploring improved holographic theories for QCD: Part I,” JHEP **0802**, 032 (2008) [arXiv:0707.1324 [hep-th]].
- [74] W. de Paula, T. Frederico, H. Forkel and M. Beyer, “Dynamical AdS/QCD with area-law confinement and linear Regge trajectories,” arXiv:0806.3830 [hep-ph].
- [75] J. D. Bjorken, “Asymptotic Sum Rules At Infinite Momentum,” Phys. Rev. **179**, 1547 (1969).
- [76] A. V. Manohar, “An introduction to spin dependent deep inelastic scattering,” arXiv:hep-ph/9204208.
- [77] E. Iancu and R. Venugopalan, “The color glass condensate and high energy scattering in QCD,” arXiv:hep-ph/0303204.
- [78] T. Appelquist, A. Chodos and P. Freund, “MODERN KALUZA-KLEIN THEORIES,” *READING, USA: ADDISON-WESLEY (1987) 619 P. (FRONTIERS IN PHYSICS, 65)*
- [79] Y. Hatta, E. Iancu and A. H. Mueller, “Deep inelastic scattering at strong coupling from gauge/string duality : the saturation line,” JHEP **0801**, 026 (2008) [arXiv:0710.2148 [hep-th]].
- [80] F. E. Close, “An Introduction To Quarks And Partons,” *Academic Press/london 1979, 481p*

-
- [81] A. M. Stasto, K. J. Golec-Biernat and J. Kwiecinski, “Geometric scaling for the total gamma* p cross-section in the low x region,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 596 (2001) [arXiv:hep-ph/0007192].
- [82] M. Gyulassy and L. McLerran, “New forms of QCD matter discovered at RHIC,” *Nucl. Phys. A* **750**, 30 (2005) [arXiv:nucl-th/0405013].
- [83] M. Cheng *et al.*, “The QCD Equation of State with almost Physical Quark Masses,” *Phys. Rev. D* **77**, 014511 (2008) [arXiv:0710.0354 [hep-lat]].
- [84] S. Weinberg, “Gravitation and Cosmology”, (John Wiley and Sons, N.York, Toronto, 1972) .
- [85] S. W. Hawking and D. N. Page, “Thermodynamics Of Black Holes In Anti-De Sitter Space,” *Commun. Math. Phys.* **87** (1983) 577.
- [86] V. Balasubramanian and P. Kraus, “A stress tensor for anti-de Sitter gravity,” *Commun. Math. Phys.* **208**, 413 (1999) [arXiv:hep-th/9902121].
- [87] R. Emparan, C. V. Johnson and R. C. Myers, “Surface terms as counterterms in the AdS/CFT correspondence,” *Phys. Rev. D* **60**, 104001 (1999) [arXiv:hep-th/9903238].
- [88] K. Landsteiner and E. Lopez, “Probing the strong coupling limit of large N SYM on curved backgrounds,” *JHEP* **9909**, 006 (1999) [arXiv:hep-th/9908010].
- [89] C. A. Ballon Bayona and C. N. Ferreira, “Static strings in global AdS space and quark anti-quark potential,” *Phys. Rev. D* **78**, 026004 (2008) [arXiv:0801.0305 [hep-th]].
- [90] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, “The shear viscosity of strongly coupled N = 4 supersymmetric Yang-Mills plasma,” *Phys. Rev. Lett.* **87**, 081601 (2001) [arXiv:hep-th/0104066].
- [91] D. T. Son and A. O. Starinets, “Viscosity, Black Holes, and Quantum Field Theory,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **57**, 95 (2007) [arXiv:0704.0240 [hep-th]].
- [92] G. W. Gibbons and S. W. Hawking, “Action Integrals And Partition Functions In Quantum Gravity,” *Phys. Rev. D* **15**, 2752 (1977).
- [93] G. E. Arutyunov and S. A. Frolov, “On the origin of supergravity boundary terms in the AdS/CFT correspondence,” *Nucl. Phys. B* **544**, 576 (1999) [arXiv:hep-th/9806216].
- [94] F. Benini, F. Canoura, S. Cremonesi, C. Nunez and A. V. Ramallo, “Unquenched flavors in the Klebanov-Witten model,” *JHEP* **0702**, 090 (2007) [arXiv:hep-th/0612118].

-
- [95] L. F. Alday and J. M. Maldacena, “Gluon scattering amplitudes at strong coupling,” JHEP **0706**, 064 (2007) [arXiv:0705.0303 [hep-th]].
- [96] Y. Hatta, E. Iancu and A. H. Mueller, “Deep inelastic scattering off a N=4 SYM plasma at strong coupling,” JHEP **0801**, 063 (2008) [arXiv:0710.5297 [hep-th]].
- [97] Y. Hatta, E. Iancu and A. H. Mueller, “Jet evolution in the N=4 SYM plasma at strong coupling,” JHEP **0805**, 037 (2008) [arXiv:0803.2481 [hep-th]].

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)