

UFMT

Instituto de Física

---

---

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



*Walter Pereira da Silva*

— Março 2009 —

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

# Efeitos das Aleatoriedades dos Campos Cristalino e Magnético no Modelo de Blume-Capel

Dissertação apresentada ao Curso de  
Pós-graduação em Física na Universi-  
dade Federal de Mato Grosso como re-  
quisitos necessários a obtenção do tí-  
tulo de Mestre em Física

Orientador:

*Prof. Dr. Alberto Sebastião de Arruda*

Co-orientador:

*Prof. Dr. José Ricardo de Sousa*

*Vida: fonte de todas nossas realizações*

*Porque o SENHOR dá a sabedoria, e da sua boca vem o  
conhecimento e o entendimento*

*Proverbios: cap. 02, vec. 06*

## Agradecimentos

- Acima de tudo, agradeço fielmente ao meu DEUS.
- Agradeço a todos os professores, que contribuíram diretamente ou indiretamente, para a realização deste trabalho
- Sou grato, a paciência e incentivo dos meus familiares.
- Meus agradecimentos aos amigos de jornada, obrigado pelo apoio nas horas difíceis.
- Obrigado, Prof. Alberto Arruda, pela insistência, para ter um trabalho conclusivo.

# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b>	<b>vi</b>
<b>Resumo</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>x</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Magnetismo: Aspectos Históricos . . . . .	1
1.2 Breve histórico do modelo de Blume-Capel . . . . .	3
1.3 Alguns Resultados do Modelo de Blume-Capel . . . . .	6
<b>2 Teoria de Campo Médio de Weiss</b>	<b>9</b>
2.1 Introdução . . . . .	9
2.2 Modelo de Curie-Weiss . . . . .	11
<b>3 Efeitos das Aleatoriedades dos Campos Cristalino e Magnético no Modelo de Blume-Capel</b>	<b>14</b>
3.1 Introdução . . . . .	14
3.2 Modelo e Cálculos . . . . .	15
<b>4 Resultados e Discussões</b>	<b>23</b>
4.1 Introdução . . . . .	23
4.2 Diagrama de fase no plano $T/J$ versus $D/J$ . . . . .	25
4.3 Diagrama de fase no plano $T/J$ versus $H/J$ . . . . .	29
4.4 Propriedades Termodinâmicas do modelo de Blume-Capel . . . . .	31
<b>5 Conclusões e Perspectivas</b>	<b>49</b>

**Bibliografía**

**53**



# Lista de Figuras

- 4.1 Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória, na ausência de campo magnético. As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada. . . . . 34
- 4.2 Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0, 1$  com  $H = 0, 2$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada. . . . . 35
- 4.3 Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0, 1$  com  $q = 0, 0$  e com diversos valores de  $H$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos. . . . 36
- 4.4 Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0, 0$  com  $q = 0, 0$  e com diversos valores de  $H$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos. . . . 37

- 4.5 Diagrama de fase no plano  $T/J - q$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 1, 0$  e com diversos valores de  $D/JH$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem. . . . . 38
- 4.6 Diagrama de fase no plano  $T/J - H/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 1, 0$  e com diversos valores de  $p$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos. . . . . 39
- 4.7 Diagrama de fase no plano  $T/J - H/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0, 0$  com  $q = 0, 0$  e com diversos valores de  $D/J$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos. . . . 40
- 4.8 Diagrama de fase no plano  $T/J - H/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0, 0$  com  $D = 0, 1$  e com diversos valores de  $q$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos. . . . 41
- 4.9 Diagrama de fase no plano  $T/J - p$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 1, 0$  e com diversos valores de  $H$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem. . . . . 42
- 4.10 Diagrama da magnetização versus temperatura para  $p = 1$  e  $D/J = 0, 1$ . As curvas "a, b, c, d" indicam a queda da magnetização com o crescimento da temperatura para valores de " $q = 0, 0$ ,  $q = 0, 3$ ,  $q = 0, 6$  e  $q = 0, 9$  respectivamente. . . . . 43
- 4.11 Diagrama da magnetização versus temperatura para  $p = 1$  e  $q = 0, 1$ . Com diversos valores da  $D/J$ , as linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem. . . . . 44

- 
- 4.12 Diagrama da magnetização versus temperatura para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para os casos com as variações de:  $p, D/J$  e  $H/J$ . . . . . 45
- 4.13 Diagrama da magnetização versus temperatura para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 1, 0$  com  $H/J = 0, 1$  e com diversos valores de  $p$ . . . . . 46
- 4.14 Diagrama da magnetização versus temperatura para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0$  com  $q = 1, 0$  e com diversos valores de  $H/J$ . . . . . 47
- 4.15 Diagrama da magnetização versus  $D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 0$  com  $H/J = 0, 4$  para dois valores de  $p$  e  $T/J$ . . . . . 48

## Resumo

Nesta dissertação apresentamos o estudo dos diagramas de fases e as propriedades termodinâmicas do modelo de Blume-Capel  $S = 3/2$  com anisotropia de campo cristalino aleatória acrescido de um campo magnético aleatório através da aproximação de campo médio via modelo de Curie-Weiss. Os diagramas de fases foram construídos nos espaços temperatura versus campo cristalino, temperatura versus campo magnético, e as dependências da magnetização foram plotadas versus temperatura, campo cristalino e campo magnético. Estes diagramas mostram que, no espaço  $T/J$  versus  $D/J$ , o caráter (segunda ou primeira ordem) das transições de fases entre a fase ferromagnética e a fase paramagnética é dependente dos valores assumidos pelos parâmetros das aleatoriedades. Portanto, dentro dessas condições o modelo apresenta comportamento tricrítico. Para valores maiores do que um certo valor crítico dos parâmetros de aleatoriedade a transição de fase é somente de segunda ordem, porém apresenta uma transição de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada, entre a fase  $m = 1/2$  e  $m = 3/2$ , a qual termina em um ponto crítico terminal.

# Abstract

This thesis we presents the study of the phases diagrams and the thermodynamic properties of the Blume-Capel model of  $S = 3/2$  with Crystal Field Anisotropy plus a Random magnetic field in the mean field approximation through Curie-Weiss model. The phase diagrams were built in space temperature versus crystalline field, temperature versus magnetic field, and dependencies of magnetization were plotted versus temperature, field crystalline and magnetic field. These diagrams show that in the space  $T/J$  versus  $D/J$ , the character (second or first order) of the phase transitions between the ferromagnetic phase and paramagnetic phase is dependent on the values given by the parameters of randomness. Therefore, within these conditions the model presents tricritical behavior. For larger values than a certain critical value of the parameters of randomness, the phase transition is only the second order, but it is a transition phase of first order within the ordered phase, between the phase with  $m = 1/2$  and  $m = 3/2$  the which ends in a critical terminal.

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Magnetismo: Aspectos Históricos

A tecnologia envolvida pelo magnetismo tem proporcionado um imenso bem estar para todas as camadas da sociedade. É difícil imaginar um mundo sem os avanços tecnológicos proporcionados pelos fenômenos magnéticos. Graças a larga utilização das propriedades magnéticas, hoje é possível obter tais comodidades para as nossas vidas, pois a tecnologia desenvolvida vai da produção de energia elétrica, telecomunicações, armazenamentos de informações, utilidades bancárias, transporte, computação, medicina e uma imensa lista de aplicabilidades.

Magnetismo é um fenômeno conhecido desde muitos séculos antes de Cristo. Os efeitos de campos magnéticos já eram conhecidos na China antiga, a qual criou o primeiro aparato tecnológico que indicava a direção nortesul, e pode ter dado origem a primeira bússola de agulha, equipamento que proporcionou a exploração do mundo através da viabilização das grandes navegações.

Atualmente, os materiais magnéticos ganharam uma importância muito grande na nossa civilização. A gama de aplicabilidade vai desde ímãs permanentes, dínamos, modernos motores elétricos automotivos, com alta eficiência, ligas especiais para núcleos de transformadores ou transdutores de alta frequência, filmes finos magnéticos ou magnéticos-ópticos utilizados em gravações magnéticas-ópticas como em unidades de discos rígidos. Tais

materiais ainda estão sendo enriquecidos constantemente com novos ingredientes adicionados nas suas propriedades físicas, tudo isso através de novos conhecimentos adquiridos nas pesquisas científicas.

Os elementos mais frequentemente utilizados são: ferro, cobalto e níquel. E, uma vez que eles mostram um elevado momento magnéticos intinerante. Extraordinárias propriedades magnéticas são alcançadas, acrescentando outros componentes, por exemplo, elementos terras raras (Gd, Nd, etc) ou mesmo elementos não ferromagnéticos, como o alumínio ou o carbono.

A história do magnetismo remonta de muitos séculos atrás, pois foi observado na região da Magnésia, que uma determinada rocha tinha o poder de atrair o ferro. Apesar de antigo, até muitos séculos depois de Cristo os conhecimentos sobre os fenômenos magnéticos não tiveram quase nenhum avanço científico, mesmo com os trabalhos de Gilbert, o qual foi o primeiro a chamar de pólos as extremidades de uma agulha que ficam dirigidas para o norte e para o sul da terra, além de definir como magnéticos os corpos que se atraem, e descobriu as afinidades e as diferenças entre corpos elétricos e corpos magnéticos. Na realidade, Gilbert não teve o seu brilhantismo como um grande cientista, pois na época faltou-lhe equipamentos para dá vazão às suas idéias.

O acúmulo de conhecimento sobre o magnetismo passou a ganhar um certo impulso com vários estudiosos, em especial com o inglês Michael Faraday, o qual com apenas 13 anos de idade foi obrigado a abandonar os estudos e teve que trabalhar cedo. Trabalhando como livreiro, seu primeiro emprego, veio amenizar o abandono da escola facilitando o seu ingresso no mundo científico da época.

Naquele tempo (tempo de Faraday) algumas descobertas foram feitas, entre as quais, a de que corrente elétrica produzia efeitos magnéticos (Oersted). Assim, era natural indagar se o magnetismo poderia produzir corrente elétrica. Essa indagação foi resolvida por Faraday através de cuidadosos experimentos, onde mostrou que para um ímã produzir corrente elétrica ele teria que se deslocar onde estava localizado o fio condutor. Ele observou ainda que uma corrente variável em uma bobina provoca uma corrente em uma bobina na vizinhança, este é a famosa "indução eletromagnética".

As contribuições de Faraday para o eletromagnetismo foram baseadas

apenas em dados experimentais, pois esse não tinha conhecimento profundo da matemática, possuindo no entanto uma intuição genial. Por outro lado, o cientista escocês James Clark Maxwell publicou um trabalho teórico com uma combinação de equações que descreviam os vários efeitos da eletricidade e do magnetismo. Este trabalho dava um caráter teórico aos resultados experimentais antes desenvolvidos. As equações deduzidas por Maxwell são fundamentais para o estudo do eletromagnetismo. Ele havia notado que os fenômenos elétricos e magnéticos que ocorrem na natureza, podem ser descritos por um conjunto de quatro equações. Os fenômenos elétricos produzem os efeitos magnéticos e vice-versa, e é por essa razão, que a junção desses dois fenômenos passa a ser tratada como uma teoria chamada "eletromagnetismo".

A história do magnetismo é bonita e longa, assim vamos deixar como indicação a leitura do artigo do Bassalo [1] e passar para o tema de interesse desta dissertação, a qual tem o objetivo de estudar o diagrama de fase e as propriedades termodinâmicas do modelo de Blume-Capel com anisotropia aleatória de campo cristalino (MBDA) em um campo magnético aleatório.

## 1.2 Breve histórico do modelo de Blume-Capel

Esta seção está escrita baseada inteiramente no trabalho de Blume, Emery e Griffiths [2], onde estamos fazendo uma transcrição. O modelo de Blume-Capel é frequentemente utilizado para descrever o magnetismo de sólidos em que as interações básicas são as interações dipolares entre momentos magnéticos e a interação desses momentos com o campo cristalino da rede.

O hamiltoniano do modelo é dado por:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j + D \sum_i S_i^2, \quad (1.1)$$

onde o  $J$  é a interação ferromagnética entre um spin e seus vizinhos, e  $D$  é a interação entre o momento magnético e o campo cristalino.

Neste trabalho o principal objetivo é o de estudar a transição de fase entre as fases ferromagnética e paramagnética (Ferro-Para), isto é, transição



de uma fase caracterizada pelos momentos magnéticos de spin ordenados em uma direção dando origem a magnetização espontânea (parâmetro de ordem), a chamada fase ferromagnética, para uma fase paramagnética onde os momentos magnéticos de spins estão totalmente desordenados, estabelecendo uma magnetização zero.

O modelo de Blume-Capel é uma particularidade do modelo de Blume-Emery-Griffiths (BEG), que originalmente teve como motivação explicar algumas propriedades termodinâmicas bem como a transição de fase que ocorre na mistura  $He^3 - He^4$ . Apesar dos resultados deste modelo não ser fiel na sua totalidade ao obtidos experimentalmente, se mostrou eficaz em reproduzir qualitativamente certas características do sistema como, por exemplo, o diagrama de fase para a transição superfluida e separação de fase.

Inicialmente, o modelo considera que a mistura  $He^3 - He^4$  consiste de uma rede com variáveis de spins fictícios  $S_i$ , assumindo valores 0 e  $\pm 1$  associada a cada sítio da rede. O átomo de  $He^3$  no sítio  $i$  corresponde a  $S_i = 0$  e o átomo de  $He^4$ ,  $S_i = \pm 1$ . Cada sítio corresponde apenas um único átomo ( $He^3$  ou  $He^4$ ). O grau de liberdade adicional atribuído ao átomo de  $He^4$  (o sinal de  $S_i = \pm 1$ ) é introduzido com o propósito de dar ao sistema um parâmetro de ordem.

A média térmica do total de spins é definida por

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle S_i \rangle, \quad (1.2)$$

que no modelo corresponde ao parâmetro de ordem superfluido do hélio líquido. É claro,  $M$  tem duas possíveis fases, positiva e negativa. A inclusão deste parâmetro de ordem para uma das espécies ( $He^4$ ) é por si só o bastante para considerar várias características do diagrama de fase observado, apesar de não corresponder a realidade física de que para o Hélio líquido  $M$  pode variar de forma contínua entre essas duas fases.

O número de átomos de  $He^3$  e  $He^4$  é dado, respectivamente, por:

$$N_3 = \sum_{\langle i \rangle}^N (1 - S_i^2) \quad (1.3)$$

$$N_4 = \sum_{\langle i \rangle}^N S_i^2, \quad (1.4)$$

com  $N_3 + N_4 = N$  o número total de sítios. A concentração de  $He^3$  pode ser definida por:

$$x = \frac{\langle N_3 \rangle}{N}, \quad (1.5)$$

e corresponde a um parâmetro de ordem adicional que reflete a possibilidade de separação de fase.

Para um sistema invariante translacionalmente, temos

$$M = \langle S_i \rangle, \quad (1.6)$$

e

$$x = 1 - \langle S_i^2 \rangle. \quad (1.7)$$

Neste caso  $\langle S_i \rangle$  e  $\langle S_i^2 \rangle$  são, respectivamente, a magnetização e o momento de quadripolo médio do sistema fictício de spins. O ordenamento superfluido e a separação de fase na mistura é simulado pelo ordenamento magnético e pelo ordenamento quadrupolar no modelo.

O Hamiltoniano do modelo consiste de dois termos, o primeiro representa a interação na rede

$$\mathcal{H}_S = -J \sum_{\langle i,j \rangle}^N S_i S_j, \quad (1.8)$$

onde a soma é feita sobre os pares de primeiros vizinhos. Este termo é responsável pelo ordenamento superfluido já que conduz a uma transição de segunda ordem num valor de  $M$  diferente de zero a uma temperatura crítica  $T_c$ .

Como numa mistura de fluidos clássicos, temos também a existência de interação entre os componentes. Por essa razão, um termo de interação

$$\begin{aligned} H_I = & -K_{33} \sum_{\langle i,j \rangle}^N (1 - S_i^2)(1 - S_j^2) - K_{44} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i^2 S_j^2 \\ & - K_{34} \sum_{\langle i,j \rangle} [S_i^2(1 - S_j^2) + S_j^2(1 - S_i^2)], \end{aligned} \quad (1.9)$$

será incluído no Hamiltoniano. Aqui, novamente a soma é feita sobre os pares de primeiros vizinhos, e como  $S_i^2$  é zero para o  $He^3$  e uma unidade para o

$He^4$ ,  $-K_{\alpha\beta}$  é a interação efetiva  $He^\alpha-He^\beta$ . Os termos da equação 1.9 podem ser rearranjados do modo a seguir

$$\begin{aligned} H_I &= -(K_{33} + K_{44} - 2K_{34}) \sum_{\langle i,j \rangle}^N S_i^2 S_j^2 \\ &\quad - 2z(K_{34} - K_{33}) \sum_{\langle i \rangle}^N S_i^2 - zNK_{33}, \end{aligned} \quad (1.10)$$

onde  $z$  é o número de primeiros vizinhos para a rede considerada.

Como  $\langle \hat{N}_3 \rangle$  e  $\langle \hat{N}_4 \rangle$  são conhecidos, então é necessário introduzir o potencial químico  $\mu_3$  e  $\mu_4$  para  $He^3$  e  $He^4$ , respectivamente de modo a ser incorporados no Hamiltoniano total, ou seja,

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_S + \mathcal{H}_I - \mu_3 N_3 - \mu_4 N_4, \quad (1.11)$$

que pode ser reescrito na forma

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle}^N S_i S_j - K \sum_{\langle i,j \rangle}^N S_i^2 S_j^2 + D \sum_i^N S_i^2 - N(zK_{33} + \mu_3), \quad (1.12)$$

sendo:

$$K = K_{33} + K_{44} - 2K_{34}, \quad (1.13)$$

e

$$D = \mu_3 - \mu_4 + 2z(K_{33} - K_{44}). \quad (1.14)$$

O Hamiltoniano  $\mathcal{H}$  representa o modelo de Ising de spin 1 com interações de troca biquadrática  $K$  e interação de campo cristalino  $D$ , que ficou conhecido como o Hamiltoniano de BEG.

### 1.3 Alguns Resultados do Modelo de Blume-Capel

O modelo de Blume Capel (BC) foi introduzido na década de setenta, para descrever o comportamento da mistura  $He^3 - He^4$  ao longo da linha  $\lambda$

e próximo do ponto crítico da mistura. Do ponto de vista teórico, o modelo BC tem um interesse intrínseco, uma vez que ele é uma generalização do modelo de Ising ( $S = 1/2$ ) exibindo um rico diagrama de fase com linhas de primeira e segunda ordem com presença de um ponto tricrítico. Pontos tricríticos aparecem na mistura de  $He^3 - He^4$  tais que, quando uma pequena concentração de  $He^3$  é adicionada ao substrato formado por  $He^4$ , onde a linha crítica (transição de fase de segunda ordem) termina numa concentração  $X(He^3 \simeq 0,67)$ . Este modelo BC, ou sua generalização, conhecida como BEG (Blume-Emery-Griffiths), foi estudado por uma variedade de métodos (campo médio [3-11], grupo de renormalização [12-21], etc) que dependendo do valor do spin  $S > 1/2$ , valores dos parâmetros envolvidos no Hamiltoniano do modelo apresentam diagramas diversos.

A aproximação de campo médio, nas suas mais variadas formas (Currie-Weiss, interação de longo alcance, desigualdade de Bogoliubov), é adequada numa primeira análise para descrever sistemas interagentes em alta dimensionalidade. Por ser uma metodologia que leva em consideração todas as interações do sistema (longo alcance), um sistema, por exemplo, unidimensional composto por spins interagentes apresenta erroneamente uma transição de fase em temperaturas finitas ( $T_c \neq 0$ ). Por outro lado, a medida que a dimensão do sistema aumenta, a teoria de campo médio torna-se uma teoria cada vez mais exata, de tal modo que para  $d \rightarrow \infty$  os valores das grandezas termodinâmicas e diagramas de fases são exatos. Assim sendo, devemos esperar que em três dimensões ( $d = 3$ ) a aproximação de campo médio encontre resultados qualitativos corretos em comparação com os métodos mais rigorosos (exemplos de Monte Carlo e expansão em séries) e isso tem ocorrido com frequência na literatura.

Nesta dissertação um dos objetivos é o de estudar a influência de uma anisotropia aleatória de campo cristalino nas propriedades magnéticas do modelo de Blume-Capel. No entanto, este tema já tem sido estudado por diversos autores em diferentes modelos, por exemplo, para modelo de Ising  $S = 1$  [8-11], modelo BEG [22], modelo de Ising ferrimagnético decorado [23], modelo de spins mistos [24-28].

Recentemente Bahmad e colaboradores [29] estudaram o modelo de Blume-Capel com anisotropia aleatória de íon único via aproximação de

campo médio com princípio variacional de Gibbs-Bogoliubov. Os resultados por ele obtidos correspondeu a um caso especial desta dissertação e concordam qualitativamente com os nossos resultados. Também recentemente, Liang [30] e colaboradores abordaram este mesmo tema com anisotropia constante e campo magnético aleatório, e também constitui um caso especial desta dissertação.

Nos capítulos subsequentes seguiremos a seguinte abordagem: no capítulo 2 será feito um rápido estudo de revisão do campo médio de Curie-Weiss, uma vez que utilizaremos essa aproximação para os cálculos do nosso modelo. No capítulo 3 executaremos todos os cálculos necessários para o estudo do diagrama de fase e das propriedades termodinâmicas do modelo estudado. No capítulo 4 serão exibidos e discutidos os diagramas de fase e discutidos as propriedades termodinâmicas do modelo. E finalmente no capítulo 5 apresentaremos as conclusões e as perspectivas futuras.

# Capítulo 2

## Teoria de Campo Médio de Weiss

### 2.1 Introdução

As equações de Maxwell, as quais descrevem matematicamente o comportamento do campo eletromagnético, permitiuram a unificação da ótica, eletricidade e magnetismo em uma única teoria, além de chegar ao entendimento de alguns aspectos microscópicos do magnetismo da matéria, porém permanecendo o desconhecimento da origem de tal fenômeno.

O entendimento parcial das origens do magnetismo só foi possível graças aos trabalhos pioneiros de Pierre Curie, Paul Langevin, Leon Brillouin, Pierre Weiss, dentre outros, como também devido ao advento da mecânica quântica no final do primeiro quarto do século XX.

No fim do século XIX, Pierre Curie mostrou que algumas substâncias sofriam transições de fase, em certas temperaturas, as quais ficaram conhecidas como temperaturas de Curie. Já no início do século XX, Paul Langevin apresentou seus trabalhos, no ano de 1905, sobre a "Teoria Atômica do Paramagnetismo".

Pierre-Ernest Weiss (1907) apresentou seus estudos sobre ferromagnetismo no qual explicou, entre outros fenômenos, a diferença entre materiais paramagnéticos e ferromagnéticos. Nas medidas de Pierre Curie, os materiais ferromagnéticos se mantinham magnetizados, mesmo após o campo magnético externo ser desligado, a tal magnetização resmanescente foi dado o nome de magnetização espontânea. Ao contrário, nos materiais param-

agnéticos a magnetização desaparecia imediatamente após o desligamento do campo magnético externo. Para explicar a magnetização espontânea, Weiss argumentou que tais materiais eram formados por moléculas magnéticas (pequenos ímãs) que produziam um campo magnético interno, assim cada molécula se alinhava com o campo magnético externo e com o campo magnético médio produzido pelas demais moléculas da amostra. Portanto, quando o campo magnético externo fosse desligado, as moléculas magnéticas permaneciam alinhadas com o campo magnético interno, dessa forma a amostra permanecia magnetizada. Esses argumentos de Weiss ficaram conhecidos como a teoria do campo molecular. A teoria do campo molecular é uma teoria fenomenológica, pois a origem microscópica do campo molecular não é explicada. Até por volta do final da década de vinte, a teoria do campo molecular era a teoria do magnetismo mais bem sucedida.

A teoria do campo molecular constituía uma boa idéia, pois sugeriam que as partículas constituintes do material interagiam com os seus vizinhos através do campo molecular. Seguindo nessa linha Lenz, no começo da década de vinte, propôs um modelo no qual cada partícula (dipolos magnéticos) interagiam com os seus vizinhos mais próximos, tal modelo ficou conhecido como modelo de Ising, o qual resolveu o modelo em uma dimensão como sua tese de doutoramento. A solução exata mostrou que o modelo em uma dimensão não explicava o ferromagnetismo, pois a magnetização ia a zero quando o campo magnético externo fosse zero, isto é, nessa dimensão o modelo não apresentava transição de fase. Mais tarde, esse resultado se mostrou correto e podia ser explicado com argumentos bastante simples. Já no final da década de vinte, como um problema de mecânica quântica, Heisenberg e Dirac mostraram que a origem do campo molecular, agora acoplamento de troca, era devido a repulsão coulombiana entre elétrons associada com o princípio de exclusão de Pauli.

Nesse trabalho estamos interessados em analisar sistemas de spins  $S = 3/2$ , onde o objetivo é estudar os efeitos das aleatoriedades dos campos cristalinos e magnéticos nas propriedades magnéticas do modelo de Blume-Capel, via aproximação de campo médio de Curie-Weiss. Portanto, na próxima seção descreveremos a aproximação de campo médio de Curie-Weiss, como uma pequena modificação no modelo de Ising, considerando agora que cada

spin interage com todos os outros spins da rede. Este capítulo foi escrito baseado em livros textos muito populares [31-35].

## 2.2 Modelo de Curie-Weiss

Weiss, ao invés de realizar uma aproximação no cálculo da função de partição, preferiu implementar uma modificação na Hamiltoniana, mudando o nome do modelo de modelo de Ising [36] para modelo de Curie-Weiss, o qual é representado pela Hamiltoniana:

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - H \sum_i S_i. \quad (2.1)$$

Aqui cada spins interagem com todos os outros através de uma interação  $J$  fraca, porém de longo alcance e igual entre quaisquer pares de spins. A soma é realizada sobre todos pares de spins, e a divisão por  $N$  garante que exista o limite termodinâmico. Devido a interação ser de longo alcance, pode-se considerar que  $S_i = S_j$ , então a Hamiltoniana pode ser reescrita como:

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2N} \left( \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \right)^2 - H \sum_i S_i, \quad (2.2)$$

a qual possibilita o cálculo exato da função de partição.

A função de partição é dada por:

$$\mathcal{Z} = \sum_{S_i} \exp(-\beta\mathcal{H}). \quad (2.3)$$

Com a substituição da Hamiltoniana eq. 2.2 na expressão 2.3, tem-se que:

$$\mathcal{Z} = \sum_{S_i} \exp \left\{ \left[ \left( \frac{\beta J}{2N} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_i S_i \right) \right]^2 + \beta H \sum_i S_i \right\}. \quad (2.4)$$

Usando a identidade gaussiana dada por:

$$\exp(a_1^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2 + 2a_1 x) dx, \quad (2.5)$$

e fazendo

$$a_1 = \left( \frac{\beta J}{2N} \right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i,$$



a qual é substituída na expressão 2.5, ganhando-se:

$$\exp\left(\left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-x^2 + 2\left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i x\right) dx. \quad (2.6)$$

Para se adequar ao modelo, é necessário uma troca de variáveis:

$$2\left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} x = \beta J m$$

$$x = \sqrt{\frac{\beta J N}{2}} m, \quad (2.7)$$

onde temos que:

$$dx = \sqrt{\frac{\beta J N}{2}} dm. \quad (2.8)$$

Usando essas novas variáveis na expressão (2.4) e realizando as devidas simplificações, a função de partição é reescrita como:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \exp\left(-\frac{\beta J N m^2}{2}\right) \left[2\cosh\left(\frac{\beta J m + H}{2}\right)\right]^N, \quad (2.9)$$

onde reescrevendo  $\mathcal{Z}$  de forma mais conveniente, resulta em:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \exp\left\{-\frac{\beta J N m^2}{2} + N \ln\left[2\cosh\left(\frac{\beta J m + H}{2}\right)\right]\right\} \quad (2.10)$$

Na aproximação de Curie-Weiss, a função de partição é representada da seguinte maneira:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dm \exp\{-\beta N g(T, D, m, H)\}, \quad (2.11)$$

onde  $g$  é a energia livre de Gibbs, assim teremos que:

$$g = \frac{Jm^2}{2} - \frac{1}{\beta} \ln\left[2\cosh\left(\frac{1}{2}\beta(Jm + H)\right)\right]. \quad (2.12)$$

A energia livre é a equação fundamental, e de acordo com a teoria da mecânica estatística, contém todas as informações termodinâmicas do

sistema. Assim, todas as equações de estados são derivadas dela. Portanto, minimizando a energia livre em relação a magnetização, isto é:

$$\frac{\partial g}{\partial m} = 0,$$

e resolvendo para  $m$ , obtemos a magnetização:

$$m = \frac{1}{2} \tanh \frac{1}{2} \beta (Jm + H). \quad (2.13)$$

É fácil ver que para  $m \rightarrow 0$  e  $H = 0$ , a temperatura crítica é dada por:

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2} \tanh(0,5\beta(Jm)), \\ m &= \frac{1}{2} 0,5\beta(Jm), \\ 1 &= \frac{1}{4} \beta J, \end{aligned}$$

isto é,

$$K_B T_c = 0,25J,$$

porém a temperatura crítica nas outras versões de campo médio é dada por:

$$K_B T_c = 2dJ,$$

na aproximação de Bragg-Williams, a qual prevê erroneamente uma transição de fase mesmo no caso unidimensional. Na versão de Bethe-Peierls

$$K_B T_c = 2J \left[ \ln \frac{q}{q-2} \right]^{-1},$$

onde para uma rede quadrada  $q = 4$ ,  $T_c = 2.885J$ , resultado menor que da aproximação de Bragg-Williams  $T_c = 4J$ , porém ainda maior que o resultado exato de Onsager [37]  $T_c = 2.269J$ .

# Capítulo 3

## Efeitos das Aleatoriedades dos Campos Cristalino e Magnético no Modelo de Blume-Capel

### 3.1 Introdução

O modelo de Blume-Capel foi originalmente introduzido por Blume [38] e independentemente por Capel [39] como uma generalização do modelo de Ising. Inicialmente o modelo foi proposto como um modelo de Ising com spin  $S = 1$  e com uma anisotropia de íon único. Este modelo apresenta comportamento tricrítico, pois seu diagrama de fase apresenta linha de segunda ordem separada de outra linha de primeira ordem por um ponto tricrítico. Uma diversidade de métodos (tais como, cluster com dois spins [40], métodos variacionais [41], simulação de monte carlo [42-44], etc) foram usados para estudar as propriedades deste modelo.

Mais tarde o modelo de Blume-Capel também foi generalizado por Blume, Emery e Griffiths [2] para estudar a mistura  ${}^3He - {}^4He$ , na qual o estado  $S = 0$  representa um átomo de  ${}^3He$  e os estados  $S = \pm 1$  representam os átomos de  ${}^4He$ .

Recentemente, modelos de spin  $S = 3/2$  tem sido propostos para explicar a transição de fase no sistema conhecido como  $DyVO_4$  [45-49] e comportamento tricrítico em misturas fluidas[50]. Diversas aproximações

(campo médio [50-54], teoria de campo efetivo [55-58], grupo de renormalização [59], simulação de monte Carlo [60], etc) foram utilizadas para estudar propriedades de equilíbrio desses modelos.

Em particular, o diagrama de fase no estado fundamental do modelo de Ising de spin-3/2 também foi estudado detalhadamente [61]. O resultado mais interessante destes estudos refere-se ao fato que este modelo sofre duas transições de fase, uma de segunda ordem sem nenhum ponto tricrítico e outra de primeira ordem a qual termina em um ponto multicrítico isolado. Esses resultados têm sido contestados por estudos baseados em grupo de renormalização [62, 63, 64], os quais predizem que esse modelo em duas dimensões a transição de fase é somente uma linha de primeira ordem em baixas temperaturas a qual termina em uma linha de transição de segunda ordem em um ponto tetracrítico.

Um outro problema que tem sido muito estudado diz respeito a influência do campo cristalino aleatório no diagrama de fase, e das propriedades termodinâmicas de diversos modelos( Ising de spin-1, Blume-Emery-Griffiths, Ising de spins mistos, etc). Nesse trabalho estamos interessados em estudar sistemas de spins 3/2, cujo objetivo é o de investigar os efeitos das aleatoriedades dos campos cristalinos e magnéticos nas propriedades magnéticas do modelo de Blume-Capel, via aproximação de campo médio de Curie-Weiss.

Como resultados parciais, apresentaremos diversos diagramas de fases nos espaços T-D, T-H e curvas da magnetização versus T, D. Como caso particular, obtemos os diagramas de fases do modelo Blume-Capel já conhecidos da literatura.

## 3.2 Modelo e Cálculos

O modelo de Blume-Capel generalizado é representado pela seguinte hamiltoniana:

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j + \sum_i D_i S_i^2 - \sum_i H_i S_i, \quad (3.1)$$

onde  $J$  é a energia de interação entre spins (constante de acoplamento ou de troca), a qual conecta todos os spins da rede,  $D_i$  é a interação aleatória de

campo cristalino (anisotropia aleatória) presente em todos os pontos da rede e  $H_i$  é um campo magnético externo aleatório. As variáveis  $S_i$  representam os spins da rede, e podem assumir quatro estados  $S_i = \pm 3/2$  e  $S_i = \pm 1/2$ . Neste modelo que está sendo considerado a interação de acoplamento  $J$  é de longo alcance, isto é, cada sítio  $S_i$  interage com todos os outros spins da rede. A anisotropia aleatória de íon único agindo em cada spin da rede, induz os spins assumirem os estados  $S = \pm 3/2$  quando  $D < D_c$  e no limite de  $D \rightarrow -\infty$  o modelo torna-se de dois estados. Por outro lado, quando  $D > D_c$  favorece os estados  $S = \pm 1/2$  e em  $D \rightarrow +\infty$  o modelo de Blume-Capel recai no modelo de Ising de dois estados  $S = \pm 1/2$ . A primeira soma é realizada sobre todos pares de spins da rede, portanto as interações com diferentes spins são iguais ( $J_{ij} = J_{im}$ ). O fator  $1/N$  é para garantir o limite termodinâmico. A segunda e a terceira soma são realizadas sobre todos os  $N$  spins da rede.

Aqui, o interesse é o de estudar o diagrama de fase e as propriedades termodinâmicas do modelo, dessa forma será necessário calcular a energia livre, que no formalismo canônico da mecânica estatística é a grandeza que faz a conexão com a termodinâmica. Outra quantidade de interesse é a magnetização. De acordo com os preceitos da mecânica estatística todas as grandezas físicas são obtidas a partir da função de partição. Portanto, a função de partição canônica é dada pela seguinte forma:

$$\mathcal{Z} = \sum_{S_i} \exp(-\beta\mathcal{H}). \quad (3.2)$$

A função de partição é a soma do fator de Boltzmann sobre todos os estados, onde  $\beta = (K_B T)^{-1}$  e  $K_B$  é a constante de Boltzmann,  $T$  a temperatura absoluta.

A substituição da equação 3.1 na 3.2, resulta em:

$$\mathcal{Z} = \sum_{S_i} \exp \left[ \frac{\beta J}{2N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - \beta \sum_i D_i S_i^2 + \beta \sum_i H_i S_i \right]. \quad (3.3)$$

A interação de troca é de longo alcance, assim podemos considerar  $S_i = S_j$ , e levando na expressão de  $Z$ , obtem-se:

$$\mathcal{Z} = \sum_{S_i} \exp \left\{ \left[ \left( \frac{\beta J}{2N} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_{S_i} S_i \right) \right]^2 - \beta \sum_i D_i S_i^2 + \beta \sum_i H_i S_i \right\}. \quad (3.4)$$

O termo ao quadrado na equação 3.4 pode ser reescrito através da identidade gaussiana, conforme a expressão:

$$\exp(a_1^2) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2 + 2a_1x) dx. \quad (3.5)$$

Com base na equação 3.4, faremos a seguinte mudança de variável:

$$a_1 = \left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i,$$

a qual é substituída na expressão 3.5 ganhando-se:

$$\exp\left[\left(\left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i\right)^2\right] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-x^2 + 2\left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i x\right) dx. \quad (3.6)$$

Para se adequar ao modelo, é necessário uma troca de variáveis:

$$2\left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} x = \beta J m,$$

$$x = \sqrt{\frac{\beta J N}{2}} m, \quad (3.7)$$

E ainda:

$$dx = \sqrt{\frac{\beta J N}{2}} dm. \quad (3.8)$$

Agora substituindo as novas variáveis na 3.6, resulta em:

$$\exp\left[\left(\left(\frac{\beta J}{2N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i\right)^2\right] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\beta J N}{2} m^2\right) \times \exp\left\{2\left(\frac{\beta J N}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \sum S_i \sqrt{\frac{\beta J N}{2}} m \sqrt{\frac{\beta J N}{2}}\right\} dm. \quad (3.9)$$

Efetuada as simplificações devidas na eq. 3.9 e substituindo na eq. 3.4, e levando em consideração que a soma é para todos os spins iguais, obtemos a seguinte expressão:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \left[ \sum e^{\beta N \left(-\frac{Jm^2}{2} + JmS_i - D_i S_i^2 + H_i S_i\right)} \right],$$

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \left\{ e^{\left(-\frac{\beta J N m^2}{2}\right)} \sum e^{N\beta[JmS_i - D_i S_i^2 + H_i S_i]} \right\},$$

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \left\{ e^{\left(-\frac{\beta J N m^2}{2}\right)} \prod [\sum e^{\beta(JmS_i - D_i S_i^2 + H_i S_i)}] \right\}. \quad (3.10)$$

Para facilitar as operações na eq. 3.10 faremos a seguinte substituição:

$$Jm + H_i = W_i. \quad (3.11)$$

Atribuindo os valores de  $S_i = \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}$ ,

$$A = \left[ \exp\left(\frac{3\beta W_i}{2}\right) + \exp\left(-\frac{3\beta W_i}{2}\right) \right] \quad (3.12)$$

$$B = \left[ \exp\left(\frac{\beta W_i}{2}\right) + \exp\left(-\frac{\beta W_i}{2}\right) \right],$$

fazendo as substituições na eq. 3.10, teremos a função de partição:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \exp\left(-\frac{\beta J N m^2}{2}\right) \times \left\{ \exp\left(-\frac{9\beta D_i}{4}\right) A + \exp\left(\frac{-\beta D_i}{4}\right) B \right\}^N. \quad (3.13)$$

Usando a definição de cosseno hiperbólico:

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

e fazendo as devidas simplificações, teremos que:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \exp\left(-\frac{\beta J N m^2}{2}\right) \times \exp\left(-\frac{9\beta N D_i}{4}\right) \left[ 2\exp(2\beta D_i) \cosh\left(\frac{\beta W_i}{2}\right) + 2\cosh\left(\frac{3\beta W_i}{2}\right) \right]^N$$

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \exp\left(-\frac{\beta J N m^2}{2}\right) \exp\left(\frac{-9\beta N D_i}{4}\right) \times \exp\left\{ \ln \left[ 2\exp(2\beta D_i) \cosh\left(\frac{\beta W_i}{2}\right) + 2\cosh\left(\frac{3\beta W_i}{2}\right) \right]^N \right\}.$$

Definindo:

$$C = \left[ 2 \exp(2\beta D_i) \cosh\left(\frac{\beta W_i}{2}\right) + 2 \cosh\left(\frac{3\beta W_i}{2}\right) \right],$$

substituindo em  $\mathcal{Z}$ , vem que:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \exp\left\{-\frac{\beta J N m^2}{2} - \frac{9\beta N D_i}{4} + N \ln C\right\}. \quad (3.14)$$

Lembrando do valor de  $W_i$  e tomando o  $\ln C$  e fazendo os ajustes para obter:

$$R = \frac{1}{\beta} \ln \left[ 2 \exp(2\beta D_i) \cosh\left(\frac{\beta(Jm + H_i)}{2}\right) + 2 \cosh\left(\frac{3\beta(Jm + H_i)}{2}\right) \right].$$

E substituindo em  $\mathcal{Z}$  para obter:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dm \exp\left\{-\beta N \left\{ \frac{Jm^2}{2} + \frac{9D_i}{4} - R \right\}\right\}.$$

Na aproximação de Curie Weiss a função de partição é representada da seguinte maneira:

$$\mathcal{Z} = \sqrt{\frac{\beta J N}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dm \exp\{-\beta N g(T, D, m, H)\}, \quad (3.15)$$

onde  $g$  é a energia livre de Gibbs, portanto para o modelo proposto:

$$\begin{aligned} g &= -\frac{1}{\beta} \ln \left[ 2 \cosh\left(\frac{3}{2}\beta(Jm + H_i)\right) + 2e^{2\beta D_i} \cosh\left(\frac{1}{2}\beta(Jm + H_i)\right) \right] \\ &+ \frac{Jm^2}{2} + \frac{9}{4}D_i. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Para observar os efeitos da aleatoriedade do campo cristalino no diagrama de fase e nas propriedades magnéticas do modelo é necessário fazer uma nova média sobre a desordem. A anisotropia de íon único é governada por uma distribuição binária de probabilidades, relacionando as variáveis aleatórias dada por:

$$P(D_i) = q\delta(D_i) + (1 - q)\delta(D_i - D), \quad (3.17)$$

indicando que no primeiro termo  $q\delta(D_i)$  indica que há uma parcela  $q$  de spins que permanecem fora da ação da anisotropia, ou seja,  $D_i = 0$ . O segundo



termo  $(1 - q)\delta(D_i - D)$  uma parcela  $1 - q$  está sob a ação da anisotropia aleatória com magnitude igual a  $D$ ), a qual dá origem a uma transição de fase, dentro da fase ordenada ferromagnética. A média sobre a desordem do campo cristalino é dada por:

$$g_1 = \int g P(D_i) dD_i. \quad (3.18)$$

Realizando a médio sobre a desordem obtém-se que:

$$\begin{aligned} g_1 &= -\frac{q}{\beta} \ln \left[ 2 \cosh \left( \frac{3}{2} \beta (Jm + H_i) \right) + 2 \cosh \left( \frac{1}{2} \beta (Jm + H_i) \right) \right] \\ &- \frac{(1 - q)}{\beta} \ln \left[ 2 \cosh \left( \frac{3}{2} \beta (Jm + H_i) \right) + 2e^{2\beta D} \cosh \left( \frac{1}{2} \beta (Jm + H_i) \right) \right] \\ &+ \frac{Jm^2}{2} + \frac{9}{4} D(1 - q). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Objetivamos também verificar os efeitos da desordem provocada pelo campo magnético externo aleatório. Portanto, o campo magnético aleatório externo é governado por uma distribuição trimodal:

$$P(H_i) = p\delta(H_i) + \frac{(1 - p)}{2} [\delta(H_i + H) + \delta(H_i - H)]. \quad (3.20)$$

Em cada ponto da rede os campos aleatórios externos são distribuídos da seguinte forma: uma quantidade de spins têm probabilidade  $p$  de ficar fora da ação desse campo ( $H = 0$ ). Uma parcela dos spins tem probabilidade  $(1 - p)/2$  de ter campo magnético externo apontando na direção de  $+H$ , e finalmente outra parcela, com o mesmo valor percentual, ou seja,  $(1 - p)/2$  de apontar na direção de  $-H$ . Em síntese, a distribuição trimodal indica um percentual  $p$  de spins que não sofre a ação do campo aleatório externo, e duas partes representadas por  $(1 - p)/2$  que sofrem a ação do campo externo aleatório  $+H$  e  $-H$ , respectivamente. Então a média sobre o campo magnético desordenado é dado por:

$$g_2 = \int g_1 P(H_i) dH_i.$$

Após a realização dos cálculo da média sobre os campos magnéticos aleatórios, a energia livre, em função dos parâmetro da Hamiltoniana além dos parâmetros das aleatoriedades da anisotropia de íon único  $q$  e do campo magnético

$p$ , é escrita como:

$$\begin{aligned}
g_2 = & -\frac{pq}{\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta Jm) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta Jm)] \\
& -\frac{(1-q)p}{\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta Jm) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta Jm)] \\
& -\frac{(1-p)q}{2\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm-H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm-H))] \\
& -\frac{(1-p)q}{2\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm+H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm+H))] \\
& -\frac{(1-p)(1-q)}{2\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm-H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm-H))] \\
& -\frac{(1-p)(1-q)}{2\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm+H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm+H))] \\
& + \frac{1}{2}Jm^2 + \frac{9}{4}D(1-q), \tag{3.21}
\end{aligned}$$

a qual é energia livre na forma completa do modelo proposto.

A magnetização, equação de estado do modelo, é obtida pela minimização da energia livre da eq. 3.21 em relação a magnetização, assim teremos que:

$$\frac{\partial g_2}{\partial m} = 0, \tag{3.22}$$

de onde se obtém a magnetização em função dos parâmetro da Hamiltoniana, além dos parâmetros das aleatoriedades, da anisotropia de íon único  $q$  e do campo magnético  $p$ , a qual é dada por:

$$\begin{aligned}
m = & pq \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}Km + \sinh\frac{1}{2}Km}{2\cosh\frac{3}{2}Km + 2\cosh\frac{1}{2}Km} \right\} \\
& + p(1-q) \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}Km + e^{2\beta D}\sinh\frac{1}{2}Km}{2\cosh\frac{3}{2}Km + 2e^{-2\beta D}\cosh\frac{1}{2}Km} \right\} \\
& + \frac{(1-p)(1-q)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km+h) + e^{2\beta D}\sinh\frac{1}{2}(Km+h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km+h) + 2e^{-2\beta D}\cosh\frac{1}{2}(Km+h)} \right\} \\
& + \frac{(1-p)(1-q)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km-h) + e^{2\beta D}\sinh\frac{1}{2}(Km-h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km-h) + 2e^{2\beta D}\cosh\frac{1}{2}(Km-h)} \right\} \\
& + \frac{q(1-p)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km+h) + \sinh\frac{1}{2}(Km+h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km+h) + 2\cosh\frac{1}{2}(Km+h)} \right\} \\
& + \frac{q(1-p)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km-h) + \sinh\frac{1}{2}(Km-h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km-h) + 2\cosh\frac{1}{2}(Km-h)} \right\} \tag{3.23}
\end{aligned}$$

---

Onde, consideraremos:  $T = \frac{K_B T_e}{J}$ ,  $h = \beta H$  e  $K = \beta J$ .

# Capítulo 4

## Resultados e Discussões

### 4.1 Introdução

Neste capítulo serão mostrados e discutidos os diagramas de fases e as propriedades termodinâmicas do modelo Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com aleatoriedade na anisotropia de íon único e no campo magnético. Para atingir estes objetivos analisaremos as expressões da energia livre e da magnetização obtidas no capítulo anterior e listadas abaixo.

Após realização dos cálculos das médias sobre o ensemble canônico (média térmica), das médias sobre as desordens dos campos magnéticos e da anisotropia de íon único, a energia livre e a magnetização, em função dos parâmetros da Hamiltoniana além dos parâmetros das aleatoriedades, são escritas como:

$$\begin{aligned} g_2 = & -\frac{pq}{\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta Jm) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta Jm)] \\ & -\frac{(1-q)p}{\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta Jm) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta Jm)] \\ & -\frac{(1-p)q}{2\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm-H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm-H))] \\ & -\frac{(1-p)q}{2\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm+H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm+H))] \\ & -\frac{(1-p)(1-q)}{2\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm-H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm-H))] \\ & -\frac{(1-p)(1-q)}{2\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm+H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm+H))] \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2}Jm^2 + \frac{9}{4}D(1 - q), \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} m &= pq \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}Km + \sinh\frac{1}{2}Km}{2\cosh\frac{3}{2}Km + 2\cosh\frac{1}{2}Km} \right\} \\ &+ p(1 - q) \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}Km + e^{2\beta D}\sinh\frac{1}{2}Km}{2\cosh\frac{3}{2}Km + 2e^{2\beta D}\cosh\frac{1}{2}Km} \right\} \\ &+ \frac{(1 - p)(1 - q)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km + h) + e^{2\beta D}\sinh\frac{1}{2}(Km + h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km + h) + 2e^{2\beta D}\cosh\frac{1}{2}(Km + h)} \right\} \\ &+ \frac{(1 - p)(1 - q)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km - h) + e^{2\beta D}\sinh\frac{1}{2}(Km - h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km - h) + 2e^{2\beta D}\cosh\frac{1}{2}(Km - h)} \right\} \\ &+ \frac{q(1 - p)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km + h) + \sinh\frac{1}{2}(Km + h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km + h) + 2\cosh\frac{1}{2}(Km + h)} \right\} \\ &+ \frac{q(1 - p)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km - h) + \sinh\frac{1}{2}(Km - h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km - h) + 2\cosh\frac{1}{2}(Km - h)} \right\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Um caso especial da magnetização, para  $p = q = 1$ , o qual corresponde ao modelo puro de spin  $S = 3/2$  é dado por:

$$m = \frac{\left[ \sinh\left(\frac{m}{2T}\right) + 3\sinh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]}{\left[ 2\cosh\left(\frac{m}{2T}\right) + 2\cosh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]}, \quad (4.3)$$

cuja temperatura crítica é obtida fazendo  $m \rightarrow 0$

$$m = \frac{m/2T + 9m/2T}{2 + 2} \rightarrow 1 = \frac{10}{8T} \rightarrow T_c = 1,25 \frac{J}{K_B}.$$

Um outro caso especial é dado por  $p = 1$  (campo magnético zero) e  $q = 0$ , correspondendo ao caso do modelo de Blume-Capel

$$g = \frac{1}{\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta Jm) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta Jm)] + \frac{1}{2}Jm^2 - \frac{9}{4}D, \quad (4.4)$$

$$m = \frac{\left[ e^{\left(\frac{2}{T} \frac{D}{J}\right)} \sinh\left(\frac{m}{2T}\right) + 3\sinh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]}{\left[ 2e^{\frac{2}{T} \frac{D}{J}} \cosh\left(\frac{m}{2T}\right) + 2\cosh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]}, \quad (4.5)$$

as quais correspondem as equações obtidas por Sousa e colaboradores [65].

## 4.2 Diagrama de fase no plano $T/J$ versus $D/J$

Inicialmente vamos considerar o caso  $p = 1$  ( onde o campo magnético aleatório é zero para todos os spins do sistema) e  $q \neq 0$ , indicando que a medida que  $q$  cresce uma quantidade crescente de spins fica livre da ação do campo cristalino aleatório. Nestas condições, a magnetização é dada por:

$$m = q \frac{\left[ \sinh\left(\frac{m}{2T}\right) + 3\sinh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]}{\left[ 2\cosh\left(\frac{m}{2T}\right) + 2\cosh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]} + (1 - q) \frac{\left[ e^{\frac{2}{T} \frac{D}{J}} \sinh\left(\frac{m}{2T}\right) + 3\sinh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]}{\left[ 2e^{\frac{2}{T} \frac{D}{J}} \cosh\left(\frac{m}{2T}\right) + 2\cosh\left(\frac{3m}{2T}\right) \right]} \quad (4.6)$$

Para obter a temperatura crítica em função da anisotropia, basta considerar  $q = 0$  e expandir a eq. (4.6) para  $m \rightarrow 0$ , onde se obtém:

$$\frac{D}{J} = -\frac{T}{2} \ln \frac{(1 - 4T)}{(4T - 9)}. \quad (4.7)$$

Resolvendo a eq. (4.7) numericamente obtemos as linhas de segunda ordem do diagrama  $T/J$  versus  $D/J$ .

O diagrama de fase mostrado na figura 4.1 exhibe somente linhas de segunda ordem separando a fase ferromagnética da paramagnética, portanto não exhibe comportamento tricrítico. Aqui quando  $D$  cresce, a temperatura crítica diminui e no limite para  $D$  muito grande a temperatura tende a um valor constante. Para  $q = 1$  obtemos a temperatura crítica do modelo puro  $T_c = 1.25$ . Para o caso  $0 < q \leq 1$ , recuperamos os resultados obtidos por Sousa e colaboradores [65] e está de acordo com os diagramas obtidos por aproximações mais sofisticadas. Os resultados para  $q \neq 0$  são inéditos e representam as nossas contribuições para o estudo do modelo de Blume-Capel.

O diagrama completo mostra linhas de primeira ordem dentro da fase ordenada, separando as fases ferromagnética  $F(3/2)$  e  $F(1/2)$ , as quais são obtidas considerando as energias livres e as magnetizações para  $S = 3/2$  e  $S = 1/2$  escritas por:

$$g_{\frac{3}{2}} = -\frac{pq}{\beta} \ln \left[ 2\cosh\left(\frac{1}{2}\beta J m_1\right) + 2\cosh\left(\frac{3}{2}\beta J m_2\right) \right] - \frac{(1-q)p}{\beta} \ln \left[ 2e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{1}{2}\beta J m_1\right) + 2\cosh\left(\frac{3}{2}\beta J m_2\right) \right]$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{(1-p)q}{2\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm_1 - H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm_2 - H))] \\
& -\frac{(1-p)q}{2\beta} \ln[2\cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm_1 + H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm_2 + H))] \\
& -\frac{(1-p)(1-q)}{2\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm_1 - H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm_2 - H))] \\
& -\frac{(1-p)(1-q)}{2\beta} \ln[2e^{2\beta D} \cosh(\frac{1}{2}\beta(Jm_1 + H)) + 2\cosh(\frac{3}{2}\beta(Jm_2 + H))] \\
& + \frac{1}{2}Jm_2^2 + \frac{9}{4}D(1-q), \tag{4.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_{\frac{1}{2}} & = -pq \ln[2\cosh(0,5(Km_1 + h))] - p(1-q) \ln[2\cosh(0,5(Km_1 + h))] \\
& - q(1-p) \ln[2\cosh(0,5(Km_1 + h))][2\cosh(0,5(Km_1 - h))] + 0,5Jm_1^2 \\
& - (1-p)(1-q) \ln[2\cosh(0,5(Km_1 + h))][2\cosh(0,5(Km_1 - h))] + 0,25D(1-q) \tag{4.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_1 & = 0,5p(1-q) \tanh(0,5Km_1) + 0,25(1-p)(1-q) \tanh(0,5(Km_1 + h)) \\
& + 0,25(1-p)(1-q) \tanh(0,5(Km_1 - h)) + 0,25q(1-p) \tanh(0,5(Km_1 - h)) \\
& + 0,25q(1-p) \tanh(0,5(Km_1 + h)) + 0,5pqt \tanh(0,5(Km_1)) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 & = pq \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}Km_2 + \sinh\frac{1}{2}Km_1}{2\cosh\frac{3}{2}Km_2 + 2\cosh\frac{1}{2}Km_1} \right\} \\
& + p(1-q) \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}Km_2 + e^{2\beta D} \sinh\frac{1}{2}Km_1}{2\cosh\frac{3}{2}Km_2 + 2e^{-2\beta D} \cosh\frac{1}{2}Km_1} \right\} \\
& + \frac{(1-p)(1-q)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km_2 + h) + e^{2\beta D} \sinh\frac{1}{2}(Km_1 + h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km_2 + h) + 2e^{-2\beta D} \cosh\frac{1}{2}(Km_1 + h)} \right\} \\
& + \frac{(1-p)(1-q)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km_2 - h) + e^{2\beta D} \sinh\frac{1}{2}(Km_1 - h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km_2 - h) + 2e^{2\beta D} \cosh\frac{1}{2}(Km_1 - h)} \right\} \\
& + \frac{q(1-p)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km_2 + h) + \sinh\frac{1}{2}(Km_1 + h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km_2 + h) + 2\cosh\frac{1}{2}(Km_1 + h)} \right\} \\
& + \frac{q(1-p)}{2} \left\{ \frac{3\sinh\frac{3}{2}(Km_2 - h) + \sinh\frac{1}{2}(Km_1 - h)}{2\cosh\frac{3}{2}(Km_2 - h) + 2\cosh\frac{1}{2}(Km_1 - h)} \right\}. \tag{4.11}
\end{aligned}$$

Agora igualando as energias livres  $g(3/2) = g(1/2)$  e resolvendo-a numericamente juntamente com as duas expressões para as magnetizações, associadas com  $S = 3/2$  e  $S = 1/2$ , obtemos as linhas de transições de fases de primeira ordem, entre a fase ordenada com magnetização  $m_2 = 3/2$  e a fase ordenada com magnetização  $m_1 = 1/2$ . Para cada linha de primeira ordem (representadas pelas linhas pontilhadas) há um valor crítico  $D_c$  onde a temperatura é zero, por exemplo, para a linha referente a  $p = 1$ , o anisotropia crítica é  $D_c = 0,5$ . A medida que  $q$  cresce o tamanho da linha de primeira ordem diminui, e vai à zero no limite de  $q \rightarrow 1$ . Estes resultados estão exibidos no diagrama de fase da figura 4.1. Essas linhas de primeira ordem começam em  $T = 0$  e acabam em um ponto crítico terminal, indicados pelos pontos cheios no diagrama de fase.

Estes resultados são esperados visto que os valores positivos de  $D$  favorecem os estados com  $S = 1/2$  e quando  $D \rightarrow \infty$  o sistema torna-se de dois estados com  $S = \pm 1/2$ , isto é, nesse limite o sistema terá somente uma fase ordenada com magnetização  $m = 1/2$ , e conseqüentemente a fase com magnetização  $m = 3/2$  é suprimida.

O diagrama de fase, representado pela figura 4.2, mostra a transição de fase entre as fases ferromagnética e paramagnética do modelo de Blume-Capel com anisotropia aleatória, para o caso em que uma parcela  $p = 0,1$  (cerca de dez por cento) dos spins estão livres da ação do campo magnético e a parcela restante (cerca de noventa por cento) está exposta ao campo magnético de magnitude  $H = 0,2$ . O diagrama de fase mostra que o campo magnético aleatório faz a temperatura crítica diminuir, como mostrado em  $D = 0$  ou na linha para  $q = 1$ . Novamente, o sistema não apresenta comportamento tricrítico uma vez que as transições de fases entre as fases ordenadas e desordenadas são de segunda ordem, as quais são representadas pelas linhas contínuas.

Do mesmo modo, neste caso ( $p = 0,1$  e  $h = 0,2$ ) o modelo de Blume-Capel apresenta transição de fase dentro da fase ordenada separando uma região com magnetização  $m_2 = 3/2$  da região com magnetização  $m_1 = 1/2$ . Qualitativamente o diagrama de fase da figura 4.2 é semelhante ao apresentado no diagrama da figura 4.1, apresentando somente uma diminuição na temperatura crítica.



O diagrama de fase mostrado na figura 4.3 representa as transições de fases do modelo de Blume-Capel com anisotropia aleatória e campo magnéticos aleatórios, onde é fixado  $p = 0,1$  (noventa por cento os spins do sistema estão expostos ao campo magnético) e  $q = 0$  indicando que todos os spins do sistema estão sob ação da anisotropia de campo cristalino de magnitude  $D$ . Para  $0 \leq H < 0,261$  o modelo não apresenta comportamento tricrítico, isto é, as transições de fases entre as fases ordenadas e as desordenadas são de segunda ordem, representadas pelas linhas contínuas no diagrama de fase da figura 4.3. As transições de fases entre as fases ordenadas com  $m_2 = 3/2$  e  $m_1 = 1/2$  ocorrem nessas regiões e têm os mesmos comportamentos qualitativos mostrados nos diagramas 4.1 e 4.2. Estas transições não estão exibidas no diagrama 4.3. Por outro lado, para  $H \geq 0,261$  o modelo apresenta um comportamento tricrítico, as transições entre as fases ordenadas das desordenadas são de segunda ordem (linhas contínuas) no regime de altas temperaturas com valores menores de  $D$  e de primeira ordem (linhas pontilhadas) nas regiões de baixas temperaturas com valores grandes de  $D$ . As linhas de primeira ordem com diferentes valores de  $H$  terminam em  $T_c = 0$  e  $D_c = 0,5$ . Os pontos tricríticos separam as linhas de segunda ordem das linhas de primeira ordem e são representados pelos pontos cheios da figura 4.3.

Este diagrama de fase enfatiza o papel do campo magnético aleatório, o qual contribui para desordenar o sistema magnético. Como pode ser visto neste diagrama (4.3), o campo magnético aleatório tende a desordenar o sistema mais rapidamente, assim perto de  $T_c$  a magnetização vai a zero de modo descontínuo. Este resultado é novo para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  em uma campo magnético aleatório e com anisotropia de íon único aleatório, e representa a nossa contribuição no estudo do modelo.

No diagrama de fase da figura 4.4 são mostradas as linhas de transições de fases no plano  $T/J$  versus  $D/J$  para valores dos parâmetros das aleatoriedades  $p = 0$ , indicando que em todos os pontos da rede o campo magnético tem a mesma probabilidade de ser  $+H$  ou  $-H$ , e também  $q = 0$ , caso em que todos os spins da rede sofrem a ação da anisotropia de magnitude  $D$ , onde os valores da magnitude do campo magnético são variados. Como vimos no diagrama 4.3, para  $H \geq 0,261$  o comportamento tricrítico

aparece, porém esse comportamento persiste até  $H \leq 0,623$ . Acima deste valor  $H > 0,623$  a transição da fase ferromagnética para a paramagnética é somente de primeira ordem, a qual está relacionada com a região de baixa temperatura. Esta linha de primeira ordem começa em  $D = 0$  com temperatura um pouco maior que 0,52, e termina em  $D = 0,5$  na temperatura zero. Este comportamento pode ser justificado pelo fato que com  $D \neq 0$  e com  $H$  grande a competição para ordenar e desordenar o sistema é muito grande, assim a transição ocorre em baixas temperaturas e de maneira mais brusca, isto é, a transição é somente de primeira ordem.

Na figura 4.5 é mostrado um diagrama que mostra a variação da temperatura crítica em função do parâmetro da aleatoriedade do campo cristalino  $q$ . Aqui o campo magnético foi fixado em zero ( $p = 1$ ) e a temperatura crítica é mostrada para diversos valores de  $D/J$ . Para grandes valores de  $D/J$  e pequenos valores de  $q$  (grande influência da anisotropia de campo cristalino) a transição de fase dá início em região de baixas temperaturas. Com a diminuição de  $D/J$  a transição de fase se realiza em região de altas temperaturas. Para  $D/J \rightarrow 0$  e  $q \rightarrow 1$ , a temperatura crítica tende ao valor do caso puro.

### 4.3 Diagrama de fase no plano $T/J$ versus $H/J$

Nesta seção apresentaremos os diagramas de fase no plano  $T/J$  versus  $H/J$ , onde inicialmente vamos considerar  $q = 1$ , o qual representa o caso onde todos os spins do sistemas estão fora da ação da anisotropia de íon único. O diagrama 4.6 representa as transições de fases entre as fases ordenadas (ferromagnéticas) e as fases desordenadas (paramagnéticas). O diagrama mostra duas regiões distintas, a primeira indica que para  $p$  pequeno, o modelo apresenta comportamento tricrítico, transição de segunda ordem (linha contínua) separada da transição de primeira ordem (linha pontilhada) por um ponto tricrítico (ponto cheio). No caso particular  $p = 0$ , o qual indica que todos os spins têm probabilidades iguais de estarem num campo magnético  $+H$  ou  $-H$ , a transição de fase é de segunda ordem para altas temperaturas e pequenos campos magnéticos, e por outro lado, quando o campo magnético cresce induz uma transição de fase de primeira ordem, na região de baixa

temperatura. O crescimento do campo magnético faz com que a temperatura crítica diminua e vai a zero em  $H_c = 0,75$ . Este resultado é esperado, pois o campo magnético aleatório tende a favorecer a desordem do sistema, assim faz a transição de fase ocorrer em temperaturas críticas menores.

Por outro lado, na segunda região  $p > 0,1$ , o modelo apresenta somente transição de fase de segunda ordem indicando que o comportamento tricrítico é suprimido. Este fato pode ser explicado considerando que quando  $p$  cresce o número de spins livres da ação do campo magnético cresce, e assim o sistema tende a ser ordenar com mais facilidade, suprimindo a transição de primeira ordem. O sistema tende ao modelo de Blume=Capel de  $S = 3/2$ , onde não se observa comportamento tricrítico. No caso particular  $p = 0,2$ , indica que uma parcela dos spins (por volta de vinte por cento) está fora da ação do campo magnético aleatório. Esta quantidade de spins livres do campo magnético já é suficiente para suprimir a transição de fase de primeira ordem, portanto acima de  $p_c = 0,14$ , o comportamento tricrítico do modelo é suprimido. Portanto, no diagrama de fase 4.6, as linhas de segunda ordem estão representadas pelas linhas contínuas, as de primeiras ordem estão representadas pelas linhas pontilhadas e os pontos tricríticos são representados pelos pontos cheios.

No diagrama de fase da figura 4.7 são mostradas as curvas descrevendo a variação da temperatura em função do campo magnético para o caso  $p = 0$  e  $q = 0$ , com diversos valores de  $D/J$ . As linhas cheias representam transições de fases de segunda ordem, as pontilhadas as de primeira ordem e os pontos cheios indicam os pontos tricríticos. A curva com  $D/J = 0$  mostra que o sistema passa da fase ferromagnética para a fase paramagnética em uma transição de fase de segunda ordem, a qual tem início em  $T_c = 1,25, H/J = 0$  (caso puro) e se estende até um ponto tricrítico (PTC) em  $(T = 0,84, H = 0,61)$ . O PTC separa as transições de segunda da primeira ordem, a qual toma lugar na região de baixa temperatura. O aumento do campo magnético faz o sistema desordenar em temperaturas menores, pois o caráter aleatório favorece o desordenamento do sistema. As demais curvas  $D/J = 0,2$  e  $D/J = 0,5$  apresentam o mesmo comportamento, e elas mostram que o campo cristalino (D) contribui também para o desordenamento do sistema, levando as transições de fases em temperaturas menores. Assim para  $H \rightarrow 0$

e  $D \rightarrow \infty$  o sistema não apresenta ordem magnética, isto é, a transição da fase ordenada para a desordenada tende a se realizar em temperatura zero.

Na figura 4.8 a variação da temperatura em função do campo magnético é mostrada para o caso  $p = 0$ ,  $D/J = 0,1$  e para diversos valores de  $q$ . O diagrama de fase mostra dois comportamentos, um para os casos onde a anisotropia de campo cristalino atua na maioria dos spins ( $q = 0$  e  $q = 0,2$ , nesta faixa de valores o sistema apresenta comportamento tricrítico, isto é, a transição da fase ferromagnética para a fase paramagnética é de segunda ordem (linhas contínuas) na região de altas temperaturas e baixos valores do campo magnético. À medida que o campo magnético cresce a temperatura decresce até atingir um ponto tricrítico (representados por pontos cheios) onde dá início a uma transição de primeira ordem na região de baixa temperatura e alto campo magnético. No caso de  $q > 0,212$ , o sistema só apresenta transição de fase de segunda ordem. Neste caso, para  $H = 0$  a transição, devido ao anisotropia de campo cristalino  $D/J = 0,1$ , começa em uma temperatura crítica menor do que a do modelo puro, confirmando que a anisotropia favorece a desordem.

A figura 4.9 resume o comportamento da temperatura crítica em função do parâmetro da aleatoriedade do campo magnético para o caso,  $q = 1$  e diversos valores do campo magnético. Para campo magnético grande e  $p$  pequeno a transição de fase da ferromagnética para a paramagnética toma lugar em baixas temperaturas. Este comportamento explicita o fato que o campo magnético aleatório favorece a desordem, assim em baixa temperatura dá início a transição de fase. Em campos magnéticos pequenos a transição ocorre em altas temperaturas.

## 4.4 Propriedades Termodinâmicas do modelo de Blume-Capel

O campo cristalino exerce um papel muito importante para as magnetizações de sistemas do tipo Ising. A dependência da temperatura e do campo cristalino da magnetização no modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  é calculada pela solução numérica da equação 4.2. Vamos restringir a nossa

investigação ao comportamento da magnetização em alguns casos (valores) previamente escolhidos de  $D$ ,  $q$ ,  $p$  e  $H$ . Lembrando que no caso particular,  $p = 1$  e  $q = 1$ , o qual corresponde ao modelo puro, a magnetização começa em  $m = 1,5$  e vai continuamente a zero em  $(T = 1,25)$ , a qual corresponde a uma região de transição de fase de segunda ordem.

Primeiramente, vamos considerar o caso  $p=1$  (campo magnético zero),  $D = 0,1$  com valores de  $q$  variando de  $q = 0$  até  $q = 0,9$ . Portanto, a figura 4.10 mostra a dependência da magnetização na temperatura. Neste caso, somente a interação de troca tende a manter a ordem magnética, e por outro lado a temperatura e a anisotropia aleatória de campo cristalino favorecem o desordenamento do sistema. No caso da linha "d", indicando o parâmetro da aleatoriedade  $q = 0,9$ , (uma grande parcela dos spins (90%) não sofre a ação do campo cristalino), a temperatura crítica tende ao valor da temperatura crítica do caso puro ( $T_c = 1,25$ ). Quando a quantidade dos spins sujeitos a ação do campo cristalino aumenta, o sistema tende a desordenar em temperaturas menores, como no caso mostrado na curva "a" ( $q = 0,0$ ), onde todos os spins estão sob ação dessa anisotropia aleatória.

Na figura 4.11 é mostrado um panorama do comportamento da magnetização em função da temperatura para o caso  $p = 1$  ( $H = 0$ ) e com  $q = 0$  (todos os spins do sistema estão sob ação do campo cristalino de magnitude  $D$ ) e tomando diversos valores de  $D/J$ . A curva para  $D/J = 0$  corresponde ao caso do modelo puro, onde a magnetização é  $m = 3/2$  em  $T/J = 0$  e vai a zero na temperatura crítica  $T_c = 1,25$ . Quando os valores de  $D/J$  crescem induz uma diminuição no valor da magnetização em  $T = 0$  e levando-a a zero em uma temperatura crítica menor. Este comportamento persiste para os valores crescentes de  $D/J$  e no limite de  $D/J \rightarrow \infty$ , a magnetização tende a zero em temperatura também tendendo a zero, em outras palavras, o sistema não apresenta ordem magnética.

No diagrama 4.12 são dois comportamentos típicos da magnetização, o primeiro é o da curva "a" correspondendo ao caso puro ( $p = 1$  e  $q = 1$ ), já discutido anteriormente. A curva "b" mostra o caso  $p = 0$  em que o campo magnético, com magnitude  $H/J = 0,1$ , tem igual probabilidade ( $1/2$ ) de ser  $+H$  e  $-H$ , e  $q = 1$  onde todos os spins estão livres da ação da anisotropia de campo cristalino. Esta curva mostra que o campo magnético aleatório

favorece a desordem, baixando a temperatura crítica do sistema.

A figura 4.13 exibe a variação da magnetização em função da temperatura com o campo magnético de magnitude  $H = 0,1$  e com todos os spins livres da ação da anisotropia aleatória de campo cristalino. As curvas das magnetizações, na figura, mostram que o campo magnético aleatório favorece a desordem, isto é, a temperatura crítica, onde a magnetização é zero, aumenta quando o parâmetro  $p$  também aumenta. O crescimento de  $p$  diminui a influência do campo magnético, indicando que há um número menor de spins sob a ação desse campo, e quando  $p = 1$  voltamos ao modelo puro. Este comportamento é típico de uma região onde a transição de fase é de segunda ordem.

Na figura 4.14 são fixados os valores dos parâmetros  $q = 1$  (spins livres da anisotropia de campo cristalino) e  $p = 0$  (onde o campo magnético tem igual probabilidade de ser  $+H$  e  $-H$ ) e são mostradas as variações da magnetização em função da temperatura para diversos valores de  $H/J$ . A curva com  $H/J = 0$  corresponde ao modelo puro. O aumento do campo magnético faz a temperatura crítica diminuir. O sistema mostra o fenômeno da re-entrância quando o campo magnético assume valores  $H/J \geq 0,623$ , mostrando que para uma dada temperatura o sistema apresenta dois diferentes valores da magnetização. Este novo fenômeno é típico de sistemas magnéticos com diversas interações competindo para ordenar e desordenar o sistema.

Agora vamos olhar a variação da magnetização em função de  $D$  quando são fixados  $q = 0$  ( $H = 0,4$ ). A curva de  $p = 0$  e  $T = 0,01$  no diagrama da figura 4.15 apresenta três distintos valores da magnetização correspondendo os valores das transições de fases de primeira ordem dentro da fase ordenada, a qual indica que há três regiões distintas com  $m = 3/2$ ,  $m = 1$  e  $m = 1/2$ . Este comportamento não foi verificado nos diagramas de fases nos planos  $T/J$  versus  $D/J$ , porque não estudamos naquela escala de temperatura.

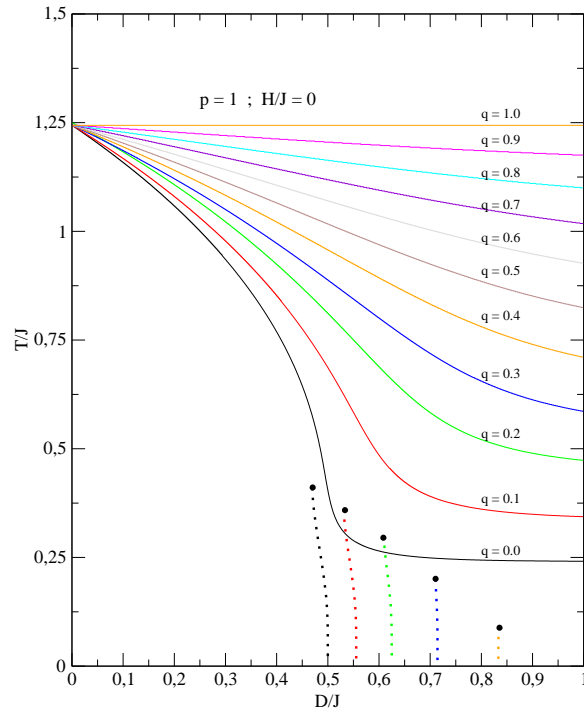


Figura 4.1: Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória, na ausência de campo magnético. As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada.

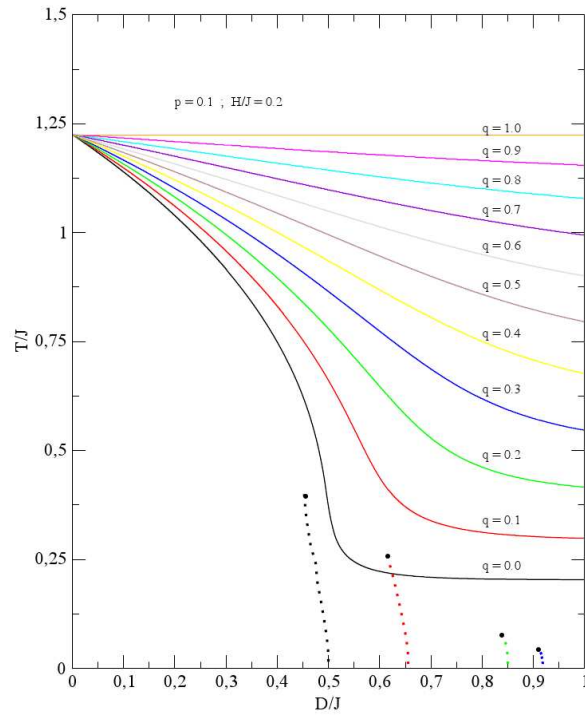


Figura 4.2: Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0, 1$  com  $H = 0, 2$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada.



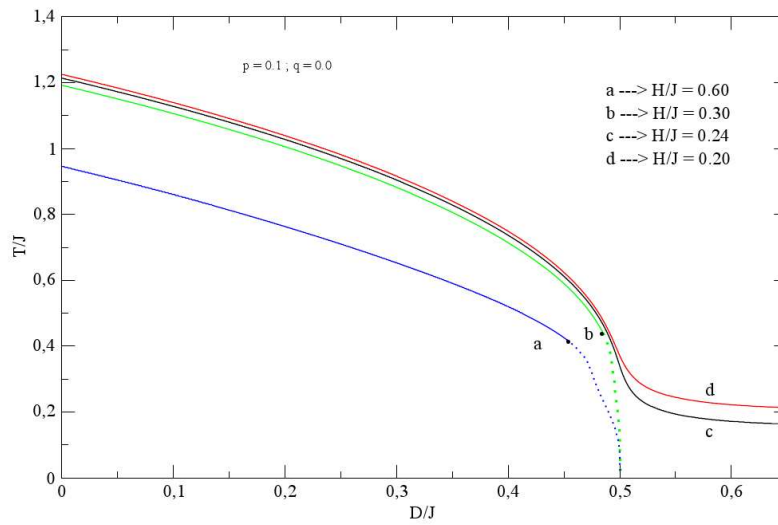


Figura 4.3: Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0,1$  com  $q = 0,0$  e com diversos valores de  $H$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos.

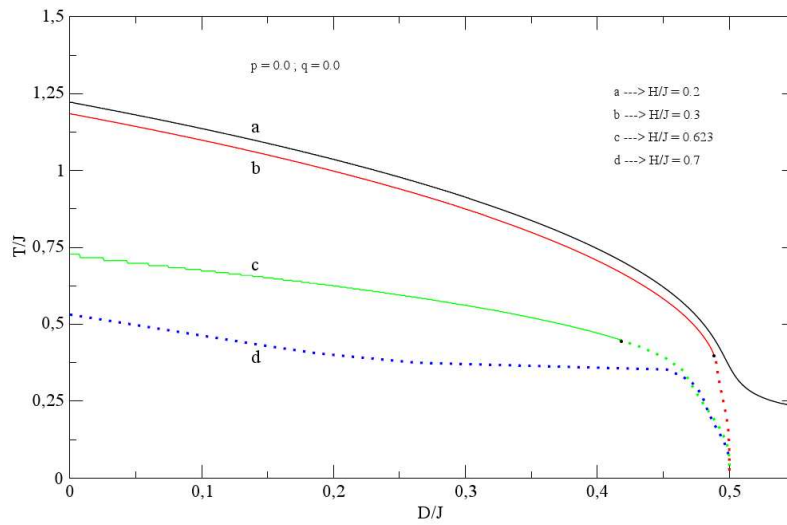


Figura 4.4: Diagrama de fase no plano  $T/J - D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0,0$  com  $q = 0,0$  e com diversos valores de  $H$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos.

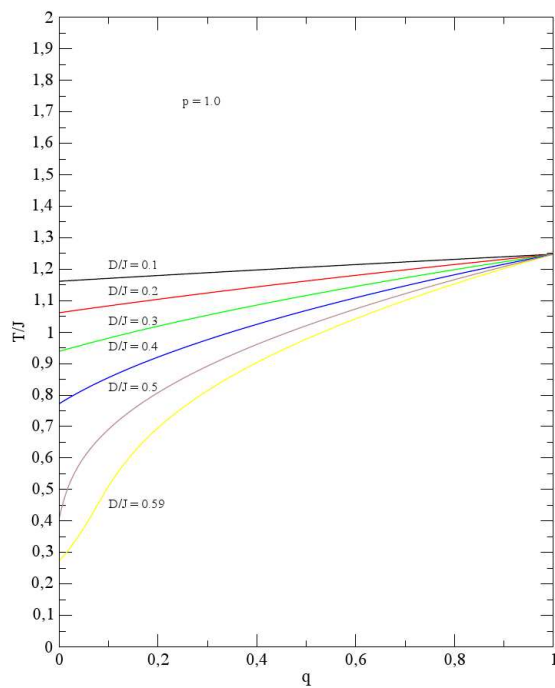


Figura 4.5: Diagrama de fase no plano  $T/J - q$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 1,0$  e com diversos valores de  $D/JH$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem.

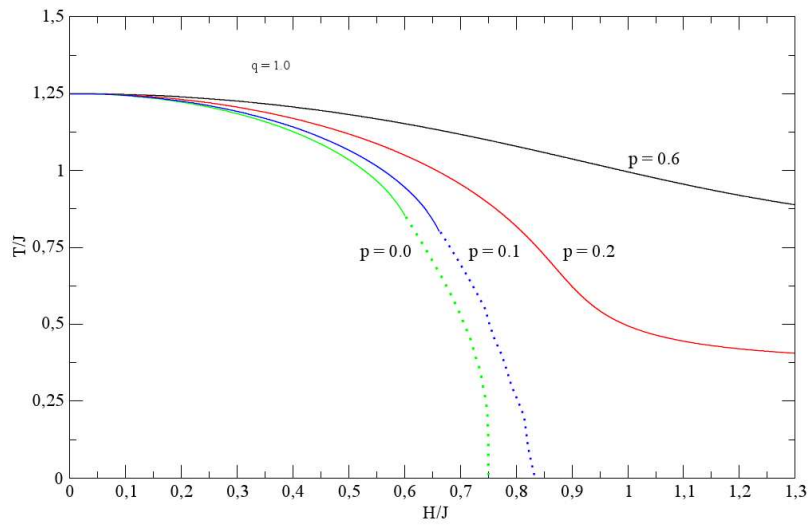


Figura 4.6: Diagrama de fase no plano  $T/J - H/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 1,0$  e com diversos valores de  $p$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos.

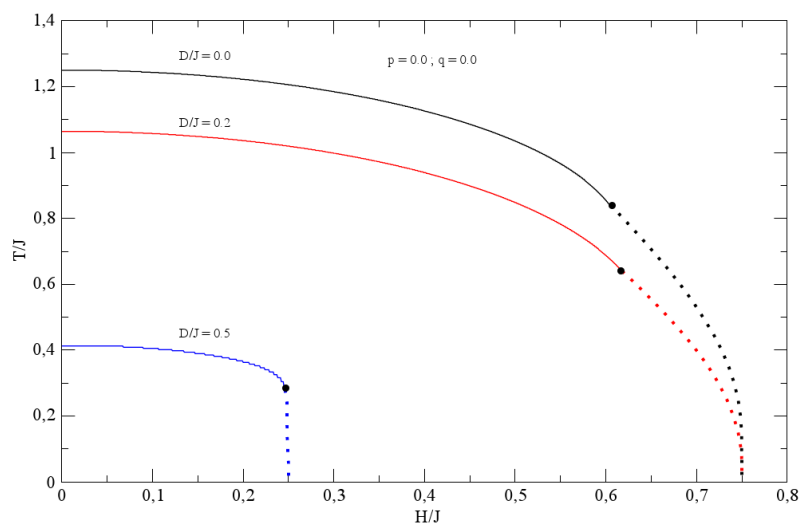


Figura 4.7: Diagrama de fase no plano  $T/J - H/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0.0$  com  $q = 0.0$  e com diversos valores de  $D/J$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos.

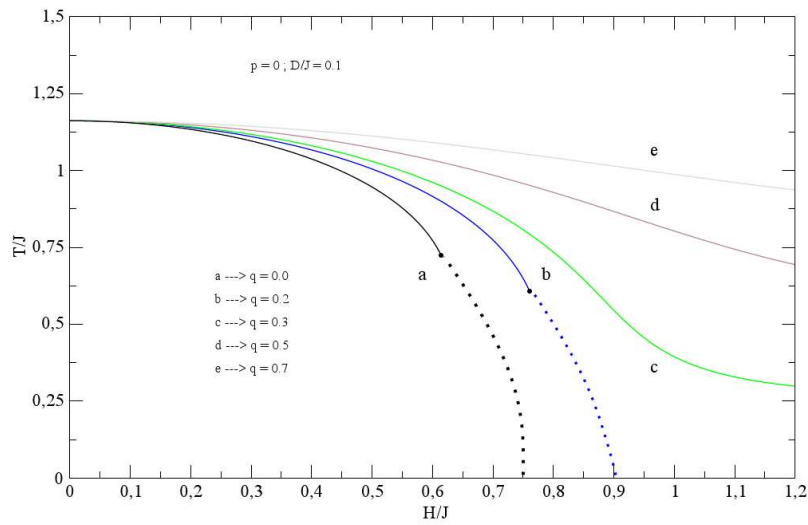


Figura 4.8: Diagrama de fase no plano  $T/J - H/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0, 0$  com  $D = 0, 1$  e com diversos valores de  $q$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem, e as linhas pontilhadas representam as linhas de transições de fase de primeira ordem dentro da fase ordenada e os pontos escuros representam os pontos tricríticos.

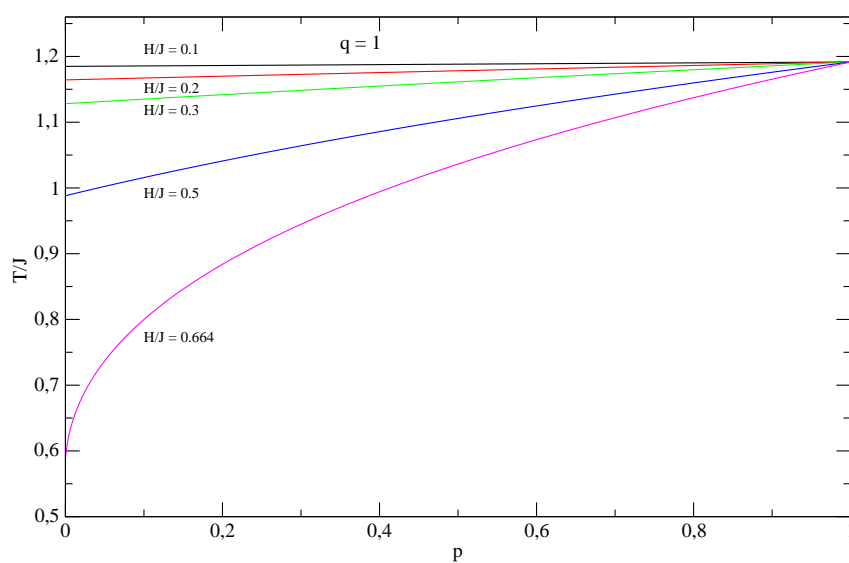


Figura 4.9: Diagrama de fase no plano  $T/J - p$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 1,0$  e com diversos valores de  $H$ . As linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem.

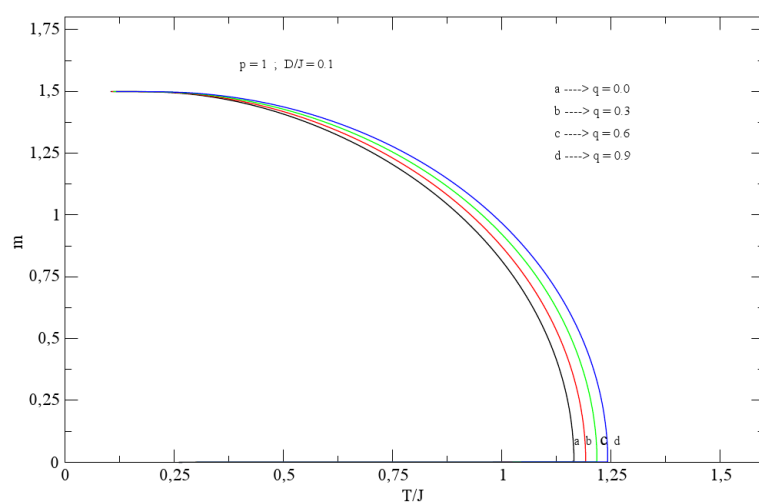


Figura 4.10: Diagrama da magnetização versus temperatura para  $p = 1$  e  $D/J = 0,1$ . As curvas "a, b, c, d" indicam a queda da magnetização com o crescimento da temperatura para valores de " $q = 0,0$ ,  $q = 0,3$ ,  $q = 0,6$  e  $q = 0,9$  respectivamente.



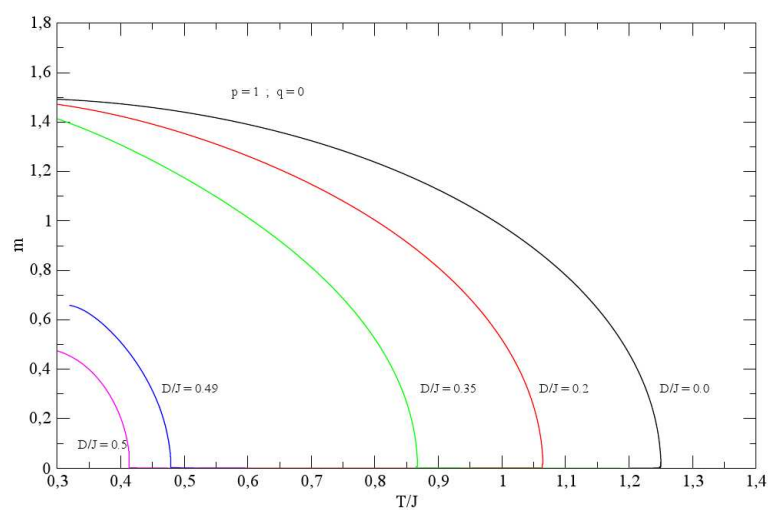


Figura 4.11: Diagrama da magnetização versus temperatura para  $p = 1$  e  $q = 0, 1$ . Com diversos valores da  $D/J$ , as linhas contínuas representam as transições de fase de segunda ordem.

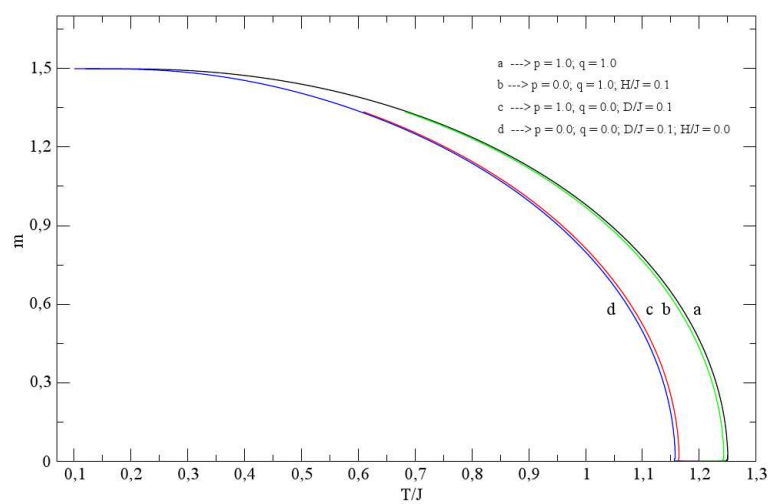


Figura 4.12: Diagrama da magnetização versus temperatura para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para os casos com as variações de:  $p, q, D/J$  e  $H/J$ .

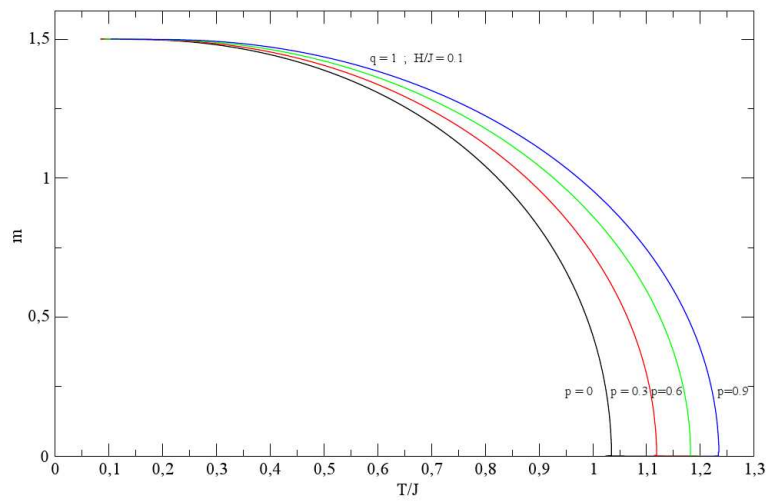


Figura 4.13: Diagrama da magnetização versus temperatura para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 1,0$  com  $H/J = 0,1$  e com diversos valores de  $p$ .

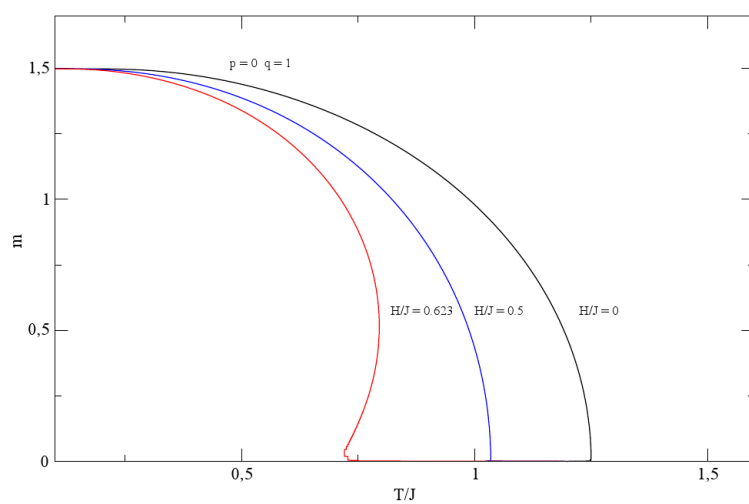


Figura 4.14: Diagrama da magnetização versus temperatura para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $p = 0$  com  $q = 1,0$  e com diversos valores de  $H/J$ .

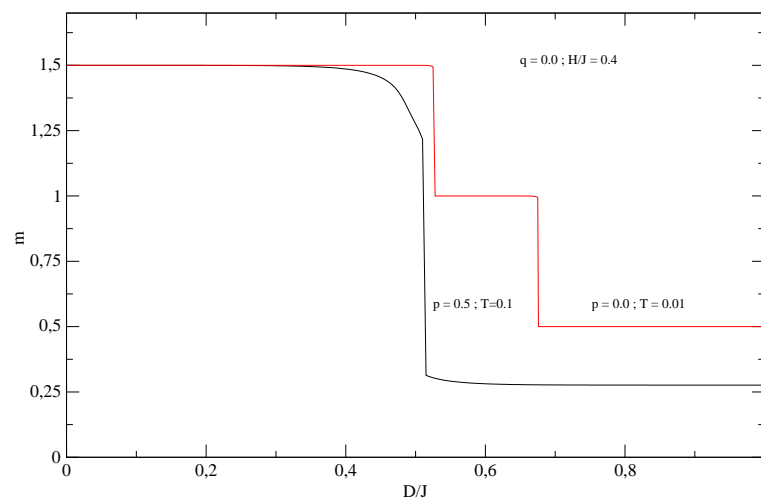


Figura 4.15: Diagrama da magnetização versus  $D/J$  para o modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  com anisotropia de íon único aleatória para o caso  $q = 0$  com  $H/J = 0,4$  para dois valores de  $p$  e  $T/J$ .

# Capítulo 5

## Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação o objetivo principal foi o de estudar o diagrama de fase e propriedades termodinâmicas do modelo de Blume-Capel  $S = 3/2$ , com desordens associadas com a anisotropia aleatória de campo cristalino e com um campo magnético aleatório. Este estudo foi realizado utilizando a aproximação de campo médio de Curie-Weiss para calcular a energia livre e a equação de estado, a qual neste modelo é representada pela magnetização.

As desordens do modelo estão associados a três ingredientes do sistema físico, o primeiro é a temperatura que induz transição de fase ordem-desordem devido à agitação térmica da rede. O segundo ingrediente está associado à anisotropia aleatória de campo cristalino a qual favorece os estados  $S = \pm 1/2$  quando positiva e  $S = \pm 3/2$  quando negativa. Esta anisotropia é governada por uma função de probabilidade do tipo duas deltas ou desordem quenched. Em cada sítio da rede a anisotropia tem probabilidade  $q$  de ser zero ou  $(1 - q)$  de ter magnitude  $D$ . Assim,  $q = 0$  indica que todos os spins do sistema estão sob ação dessa anisotropia, por outro lado quando  $q$  assume valores crescentes os efeitos da anisotropia estão sendo amenizados. Finalmente, o campo magnético aleatório completa esse conjunto de parâmetros que favorecem o sistema migrar para um estado desordenado. Este campo é também governado por uma função de distribuição de probabilidade do tipo trimodal ou três deltas. Para  $p = 1$  tem-se caso puro, isto é, o campo magnético está desligado. Para  $p \neq 0$  o campo magnético tem probabilidade  $p$  de ser zero e probabilidades  $(1 - p)/2$  de estar ligado na direção  $+H$  ou

– $H$ . Portanto, temos quatro (J, T, D, H) parâmetros competindo entre si para manter o sistema ordenado ou desordenado.

Inicialmente foi estudado o diagrama de fase no plano  $T/J$  versus  $D/J$  da transição da fase ferromagnética para a fase paramagnética. Considerando o caso  $p = 1$  e  $q \neq 0$ , o diagrama de fase foi mostrado na figura 4.1 exibindo somente linhas de segunda ordem separando as fases ferromagnética da paramagnética, portanto não exibe comportamento tricrítico. Aqui quando  $D$  cresce, a temperatura crítica diminui e no limite para  $D$  muito grande a temperatura tende a um valor constante. Para  $q = 1$  obtemos a temperatura crítica do modelo puro  $T_c = 1,25$ . Para o caso  $q = 0$ , recuperamos os resultados obtidos por Sousa e colaboradores [65] e está de acordo com os diagramas obtidos por aproximações mais sofisticadas e trabalhos mais recentes [29]. Os resultados para  $q \neq 0$  são inéditos e representam as nossas contribuições para o estudo do modelo de Blume-Capel. O diagrama também mostra linhas de primeira ordem dentro da fase ordenada, separando as fases ferromagnética  $F(3/2)$  e  $F(1/2)$ . Para cada linha de primeira ordem (representadas pelas linhas pontilhadas) há um valor crítico  $D_c$  onde a temperatura é zero. À medida que  $q$  cresce o tamanho da linha de primeira ordem diminui, e vai à zero no limite de  $q \rightarrow 1$ . Essas linhas de primeira ordem começam em  $T = 0$  e acabam em um ponto crítico terminal, indicados pelos pontos cheios no diagrama de fase. Estes resultados são esperados visto que os valores positivos de  $D$  favorecem os estados com  $S = 3/2$  e quando  $D \rightarrow \infty$  o sistema torna-se de dois estados com  $S = \pm 3/2$ , isto é, nesse limite o sistema terá somente uma fase ordenada com magnetização  $m = 3/2$ , e conseqüentemente a fase com magnetização  $m = 1/2$  é suprimida.

O diagrama de fase para o caso em que uma parcela  $p = 0,1$  e campo magnético de magnitude  $H = 0,2$  mostra que o campo magnético aleatório faz a temperatura crítica diminuir, como mostrado em  $D = 0$  ou para  $q = 1$ . Novamente, o sistema não apresenta comportamento tricrítico uma vez que as transições de fases entre as fases ordenadas e desordenadas são de segunda ordem, as quais são representadas pelas linhas contínuas. Do mesmo modo, o modelo de Blume-Capel apresenta transição de fase dentro da fase ordenada separando uma região com magnetização  $m_2 = 3/2$  da região com magnetização  $m_1 = 1/2$ .

Também mostramos linhas de transições de fases para valores dos parâmetros das aleatoriedades  $p = 0$ , e  $q = 0$ , aqui os valores da magnitude do campo magnético são variados. Para  $H \geq 0,261$  o comportamento tricrítico aparece, porém esse comportamento persiste até  $H \leq 0,623$ . Acima deste valor  $H > 0,623$  a transição da fase ferromagnética para a paramagnética é somente de primeira ordem, a qual está relacionada com a região de baixa temperatura.

Por outro lado, no plano  $T/J$  versus  $H/J$ , foi considerado  $q = 1$ , onde o diagrama mostra duas regiões distintas. A primeira indica que para  $p$  pequeno, o modelo apresenta comportamento tricrítico, transição de segunda ordem (linha contínua) separada da transição de primeira ordem (linha pontilhada) por um ponto tricrítico (ponto cheio). No caso particular  $p = 0$ , a transição de fase é de segunda ordem para altas temperaturas e pequenos campos magnéticos, e por outro lado, quando o campo magnético cresce induz uma transição de fase de primeira ordem, na região de baixa temperatura. O crescimento do campo magnético faz com que a temperatura crítica diminua e vai a zero. Este resultado é esperado, pois o campo magnético aleatório tende a favorecer a desordem do sistema, assim faz a transição de fase ocorrer em temperaturas críticas menores. Na segunda região  $p > 0,1$ , o modelo apresenta somente transição de fase de segunda ordem indicando que o comportamento tricrítico é suprimido. O caso particular  $p = 0,2$ , já é suficiente para suprimir a transição de fase de primeira ordem, portanto acima de  $p_c = 0,14$ , o comportamento tricrítico do modelo é suprimido. Também exibido diagrama de fase mostrando as curvas descrevendo a variação da temperatura em função do campo magnético para o caso  $p = 0$  e  $q = 0$ , com diversos valores de  $D/J$ . Para  $D/J = 0$  o sistema passa da fase ferromagnética para a fase paramagnética em uma transição de fase de segunda ordem, a qual tem início em  $T_c = 1,25, H/J = 0$  (caso puro) e se estende até um ponto tricrítico. O PTC separa as transições de segunda da primeira ordem, a qual toma lugar na região de baixa temperatura. O aumento do campo magnético faz o sistema desordenar em temperaturas menores, pois o caráter aleatório favorece o desordenamento do sistema. O campo cristalino ( $D$ ) contribui também para o desordenamento do sistema, levando as transições de fases em temperaturas menores. Assim para  $H \rightarrow 0$  e  $D \rightarrow \infty$  o



sistema não apresenta ordem magnética, isto é, a transição da fase ordenada para a desordenada tende a se realizar em temperatura zero.

Resumindo, para campo magnético grande e  $p$  pequeno a transição de fase da ferromagnética para a paramagnética toma lugar em baixas temperaturas. Este comportamento explicita o fato que o campo magnético aleatório favorece a desordem, assim a transição de fase ocorre a baixas temperaturas. Em campos magnéticos pequenos a transição ocorre em altas temperaturas.

No caso do comportamento termodinâmico, o campo cristalino exerce um papel muito importante para as magnetizações de sistemas do tipo Ising. A dependência da temperatura e do campo cristalino da magnetização no modelo de Blume-Capel de spin  $S = 3/2$  é considerada o caso  $p=1$  (campo magnético zero),  $D = 0, 1$  com valores de  $q$  variando de  $q = 0$  até  $q = 0, 9$ . Portanto, mostramos a dependência da magnetização com a temperatura crítica. Quando  $q$  cresce  $T_c$  tende ao valor do caso puro ( $T_c = 1, 25$ ). Para o caso  $p = 1$ , com  $q = 0$  e tomando diversos valores de  $D/J$  a magnetização é  $m = 3/2$  em  $T/J = 0$  e vai a zero na temperatura crítica  $T_c = 1, 25$ . Quando os valores de  $D/J$  cresce induz uma diminuição no valor da magnetização em  $T = 0$  e levando-a a zero em uma temperatura crítica menor. Este comportamento persiste para os valores crescentes de  $D/J$  e no limite de  $D/J \rightarrow \infty$ , a magnetização tende a zero em temperatura também tendendo a zero, em outras palavras, o sistema não apresenta ordem magnética.

Como perspectiva para o futuro este problema pode ser tratado, ainda classicamente, utilizando uma aproximação mais sofisticada através da simulação de monte carlo, grupo de renormalização ou mesmo em uma aproximação de campo médio mais bem elaborada, tal como a de Beth-Pierls, aproximação de pares. Do ponto de vista de um modelo mais realista, uma abordagem pode ser tratar o modelo quanticamente através da introdução de anisotropia de campo cristalino transversa e campo magnético aleatório transverso.

# Bibliografia

- [1] J.M. F. Bassalo, Revista Brasileira de Ensino de Física, 16, 76 (1994).
- [2] M. Blume, V.J. Emery, R.B. Griffiths, Phys. Rev. A 4 (1971) 1071.
- [3] J. Sivardiere, M. Blume, Phys. Rev. B 5 (1972) 1126.
- [4] S. Krinsky, D. Mukamel, Phys. Rev. B 11 (1975) 399.
- [5] F.C. Sa Barreto, O.F. de Alcantara Bonfimm, Physica A 172 (1991) 378.
- [6] A. Bakchich, S. Bekhechi, A. Benyoussef, Physica A 210 (1994) 415.
- [7] O. Ozsoy, M. Keskin, Physica A 319 (2003) 404.
- [8] A. Benyoussef, T. Biaz, M. Saber, M. Touzani, J. Phys. C 20 (1987) 5349.
- [9] N.S. Branco, B.M. Boechat, Rev. B 56 (1997) 11673.
- [10] T. Kaneyoshi, J. Phys. C 21 (1988) L469.
- [11] N. Boccara, A. El Kenz, M. Saber, J. Phys. 1 (1989) 5721.
- [12] A. Bakchich, A. Bassir, A. Benyoussef, Physica A 195 (1993) 118.
- [13] P.M.C. de Oliveira, Euro. Phys. Lett. 20 (1992) 621.
- [14] S.M. de Oliveira, P.M.C. de Olivera, F.C. de Sa Barreto, J. Stat. Phys. 78 (1995) 1619.
- [15] S. Bekhechi, A. Benyoussef, Phys. Rev. B 56 (1997) 13954.

- 
- [16] J.C. Xavier, F.C. Alcaraz, D.P. Lara, J.A. Plascak, Phys. Rev. B 57 (1998) 11575.
- [17] A. Bakchich, A. Bassir, A. Benyoussef, Physica A 195 (1993) 118.
- [18] N. Tsushima, T. Horuguchi, J. Phys. Soc. Jpn. 67 (1998) 1574.
- [19] W.J. Song, C.Z. Yang, Solid State Commun. 91 (1994) 145.
- [20] G. Refael, S. Kehrein, D. Fisher, Phys. Rev. B 66 (2002) 060402.1.
- [21] A. Saguia, B. Boechat, M.A. Continentino, Phys. Rev. B 68 (2003) 020403.
- [22] V. Urumov, J. Phys. 1 (1989) 7037.
- [23] A. Benyoussef, A. El Kenz, M. El Yadari, Physica B 393 (2007) 204.
- [24] T. Kaneyoshi, Physica A 153 (1988) 556.
- [25] L. Bahmad, A. Benyoussef, A. El Kenz,
- [26] J. M. Coelho, Modelo de Ising de Spins Mistos com Interação Aleatória de Campo Cristalino, Dissertação de Mestrado, Instituto de Física, UFMT, Cuiabá (2007).
- [27] I. J. de Souza, Efeitos das Aleatóriedades das Anisotropia de Campos Cristalinos no Modelo de Ising de Spin Mistos  $S = 1$  e  $S = 3/2$ , Dissertação de Mestrado, Instituto de Física, UFMT, Cuiabá (2009).
- [28] D. M. de Moraes, Modelo van Hemmen com Anisotropia com Anisotropia Aleatória de Campo Cristalino, Dissertação de Mestrado, Instituto de Física, UFMT, Cuiabá (2009).
- [29] L. Bahmad, A. Benyoussef, A. El Kenz, J.M.M.M., 320, 397-402 (2008).
- [30] Ya-Qiu Liang, Guo-Zhu Ei, Qi Zhang, Zi-Hua Xin, J. M.M.M. 267, 275-280 (2003).
- [31] L. E. Reichl, "A Modern Course in Statistical Physics". University of Texas. Press, Austin, 1980.

- [32] H. E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Oxford University Press, New York, 1971).
- [33] S. R. Salinas, *Introdução a Física Estatística*, (EDUSP, São Paulo, 1997).
- [34] R.K. Pathria, *Statistical Mechanics*, International Series in Natural Philosophy (Pergamon Press 1988), v. 45.
- [35] Kerson Huang, *Statistical Mechanics* (Wiley International Edition).
- [36] E. Ising, *Z. Physik* 31, 253 (1925).
- [37] L. Onsager, *Phys. Rev.* 65, 117 (1944).
- [38] M. Blume, *Phys. Rev.* 141 (1966) 517.
- [39] H.W. Capel, *Physica* 32 (1966) 966.
- [40] S.L. Lock, B.S. Lee, *Phys. Stat. Sol. B* 124 (1984) 593.
- [41] W. Man Ng, J.H. Barry, *Phys. Rev. B* 17 (1978) 3675.
- [42] A.K. Jain, D.P. Landau, *Phys. Rev. B* 22 (1980) 445.
- [43] O.F. de Alcantara Bonfim, C.H. Obcemea, *Z. Phys. B* 64 (1986) 469.
- [44] N.B. Wilding, P. Nielaba, *Phys. Rev. E* 53 (1996) 926.
- [45] J. Sivardiere, M. Blume, *Phys. Rev. B* 5 (1972) 1126.
- [46] A.H. Cooke, D.M. Martin, M.R. Wells, *J. Phys. (Paris). Colloq.* 32 (1971) C1.
- [47] A.H. Cooke, C.J. Ellis, K.A. Gehring, M.I.M. Leask, D.M. Martin, B.M. Wanklyn, M.R. Wells, R.L. White, *Solid State Commun.* 8 (1970) 689.
- [48] A.H. Cooke, D.M. Martin, M.R. Wells, *Solid State Commun.* 9 (1971) 519.
- [49] F. Sayetat, J.X. Boucherbe, M. Belakhovsky, A. Kallal, F. Tcheou, H. Fuess, *Phys. Lett.* 34A (1971) 361.

- [50] S. Krinsky, D. Mukamel, Phys. Rev. B 11 (1975) 399.
- [51] J. Sivardiere, M. Blume, Phys. Rev. B 5 (1972) 1126.
- [52] F.C. Sa Barreto, O.F. de Alcantara Bonfim, Physica A 172 (1991) 378.
- [53] A. Bakchich, S. Bekhechi, A. Benyoussef, Physica A 210 (1994) 415.
- [54] O. Ozsoy, M. Keskin, Physica A 319 (2003) 404.
- [55] T. Kaneyoshi, M. Jascur, Phys. Lett. A 177 (1993) 172.
- [56] L. Peliti, M. Saber, Phys. Stat. Sol. B 195 (1996) 537.
- [57] W. Jiang, G.Z. Wei, Z.H. Xin, Phys. Stat. Sol. (B) 219 (2000) 157.
- [58] Y.Q. Liang, G.Z. Wei, Q. Zhang, Z.H. Xin, J. Magn. Mater. 267 (2003) 275.
- [59] A. Saguia, B. Boechat, M.A. Continentino, Phys. Rev. B 68 (2003) 020403.
- [60] J.C. Xavier, F.C. Alcaraz, D.P. Lara, J.A. Plascak, Phys. Rev. B 57 (1998) 11575.
- [61] O. Canko, M. Keskin, Phys. Lett. A 320 (2003) 22.
- [62] S.M. de Oliveira, P.M.C. de Olivera, F.C. de Sa Barreto, J. Stat. Phys. 78 (1995) 1619.
- [63] A. Bakchich, A. Bassir, A. Benyoussef, Physica A 195 (1993) 118.
- [64] P.M.C. de Oliveira, Euro. Phys. Lett. 20 (1992) 621.
- [65] J. N. da Silva, Modelo van Hemmen anisotrópico de spin 3/2, Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Exatas, UFAM, Manaus (2007).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)