PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

GRAZIELE CRISTINE MORAES DA SILVA

O ENSINO E APRENDIZAGEM DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS PARA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL COM A UTILIZAÇÃO DO JOGO CONTIG 60®

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo
2009

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

GRAZIELE CRISTINE MORAES DA SILVA

O ENSINO E APRENDIZAGEM DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS PARA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL COM A UTILIZAÇÃO DO JOGO CONTIG 60®

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva.***

São Paulo
2009

Banca Examinadora

“Não há homens mais inteligentes do que aqueles que são capazes de inventar jogos. É aí que seu espírito se manifesta mais livremente. Seria desejável que existisse um curso inteiro de jogos tratados matematicamente.” (Leibniz, 1715)

Aos meus pais Gabriel e Conceição, pelo amor, cuidado, incentivo.

Ao meu esposo André, pela paciência, compreensão e apoio.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder paciência, perseverança e sabedoria para concluir este trabalho, que tanto desejei fazer.

Aos alunos sujeitos desta pesquisa, que me possibilitaram momentos preciosos de investigação.

Aos professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental que aceitaram fazer parte desta pesquisa.

À minha querida orientadora Professora Doutora Maria José (Zezé), pela presença constante e paciência, a qual direcionou essa pesquisa da melhor maneira possível.

Aos professores da PUC, por terem contribuído para minha formação.

Aos membros da banca de qualificação, Professora Doutora Regina Célia Grando e Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina, pela leitura detalhada, pelas brilhantes sugestões que contribuíram muito para a conclusão desta pesquisa.

Ao querido mestre e orientador da graduação Professor Doutor Hygino H. Domingues, que, com seu incentivo e apoio, despertou-me o interesse pelo mestrado.

À Secretária do Estado da Educação de São Paulo, pelo apoio financeiro.

A todos os membros da minha família, que sempre torceram e apoiaram-me para conclusão desta etapa.

Ao André, que desde o início, incentivou-me a fazer o mestrado, além de participar da realização da pesquisa com filmagens e observações.

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo investigar a apropriação da expressão numérica por alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, a partir de conversões de Registros de Representação Semiótica. Neste trabalho, serão abordados os registros: material, língua natural e numérico, com a realização do tratamento aritmético, tendo como ferramenta o jogo Contig 60®. Temos por referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e o Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval. A investigação foi qualitativa e, como método, adotou-se alguns pressupostos da Engenharia Didática. A seqüência didática foi elaborada para permitir a interação dos sujeitos com as atividades, sem ser necessário o uso de regras para a resolução das situações-problema. Para isso, utilizamos o jogo de estratégia Contig 60®, pois ele tem como característica desenvolver o raciocínio e estimular o questionamento. Ressaltamos a importância do ensino de Matemática com o uso de jogos, porque, ao jogar, o aluno não se preocupa com o erro e sim em participar da atividade, além disso, pode, muitas vezes, desempenhar o papel de pesquisador na construção do conhecimento. Após a intervenção com o jogo de estratégia Contig 60®, observamos que os sujeitos aprimoraram o conhecimento em relação às expressões numéricas e a passaram a utilizá-las como uma ferramenta para modelar as situações-problema, além de realizarem os tratamentos e conversões propostas de modo satisfatório.

Palavras-chave: Jogo. Contig 60®. Expressão Numérica. Registro de Representação Semiótica.

ABSTRACT

This research aims to investigate the ownership of the numerical expression for students in 5th grade of elementary school, from conversions of Semiotics Representation Registers which will be addressed in this paper the following records: material, natural language and numerical, with the completion of arithmetic processing, and using as a tool the game Contig 60 ®. We have as a theoretical framework of the Didactic Situations Theory from Guy Brousseau and Semiotics Representation Registers of Raymond Duval. The research was qualitative and as a method it was adopted some assumptions of Engineering Teaching. The teaching sequence was developed to allow students interaction with the activities without requiring the use of rules for the resolution of the problem-situations. To do so, we used the strategy of the game Contig 60®, because it has the characteristic to develop the thinking and stimulate discussion. We stressed the importance of teaching mathematics with the use of games, because playing the student is concerned not with the error, but to participate in the activity, moreover, he can often play the role of researcher in the construction of knowledge. After intervention with the strategy game Contig 60® it was observed that the students improved knowledge on the numerical expression and use as a tool for modeling the problem-situations, and perform the treatments and conversions proposed satisfactorily.

Keywords: Game. Contig 60 ®. Numeric expression. Semiotics Representation Registers.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: REGISTRO DO JOGO CONTIG 60® PELO G2 69

FIGURA 2: EXPRESSÃO COM RESULTADO ZERO DE CIBELE E MÁRCIA 71

FIGURA 3: DIVISÃO POR ZERO DA REBECA 72

FIGURA 4: REGISTRO DO JOGO DE BIANCA E CONCEIÇÃO 73

FIGURA 5: SITUAÇÃO-PROBLEMA (1) DA CONCEIÇÃO 76

FIGURA 6: SITUAÇÃO-PROBLEMA (2) DA CONCEIÇÃO 76

FIGURA 7: SITUAÇÃO-PROBLEMA (3) POR CONCEIÇÃO 77

FIGURA 8: SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) POR CONCEIÇÃO 78

FIGURA 9: SITUAÇÃO-PROBLEMA (1) DO FÁBIO 84

FIGURA 10: SITUAÇÃO-PROBLEMA (2) DO FÁBIO 85

FIGURA 11: SITUAÇÃO-PROBLEMA (3) DO FÁBIO 85

FIGURA 12: SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DO FÁBIO 86

FIGURA 13: SITUAÇÃO-PROBLEMA (2) DO GABRIEL 86

FIGURA 14: ITEM *D* DA SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DO GABRIEL 87

FIGURA 15: SITUAÇÃO-PROBLEMA (2) DO ANDRÉ 88

FIGURA 16: SITUAÇÃO-PROBLEMA (3) DO ANDRÉ 89

FIGURA 17: ITEM C DA SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DO ANDRÉ 89

FIGURA 18: ITEM D DA SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DO ANDRÉ 89

FIGURA 19: SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DA LIA 90

FIGURA 20: REGISTRO DA DUPLA LIA E ANDRÉ 93

FIGURA 21: MOMENTO DO JOGO DE FÁBIO E GABRIEL 94

FIGURA 22: MOMENTO DO JOGO DE GABRIEL E FÁBIO 95

FIGURA 23: MOMENTO DO JOGO DE ANDRÉ E LIA 95

FIGURA 24: SITUAÇÃO-PROBLEMA (1) DA LIA 97

FIGURA 25: SITUAÇÃO-PROBLEMA (2) DA LIA 98

FIGURA 26: SITUAÇÃO-PROBLEMA (3) DA LIA 98

FIGURA 27: SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DA LIA 98

FIGURA 28: SITUAÇÃO-PROBLEMA (6) DA LIA 99

FIGURA 29: SITUAÇÃO-PROBLEMA (1) DO FÁBIO 100

FIGURA 30: SITUAÇÃO-PROBLEMA (2) DO FÁBIO 100

FIGURA 31: SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DO FÁBIO 100

FIGURA 32: SITUAÇÃO-PROBLEMA (3) DO FÁBIO 101

FIGURA 33: SITUAÇÃO-PROBLEMA (6) DO FÁBIO 101

FIGURA 34: SITUAÇÃO-PROBLEMA (1) DO ANDRÉ 102

FIGURA 35: SITUAÇÃO-PROBLEMA (6) DO ANDRÉ 102

FIGURA 36: SITUAÇÃO-PROBLEMA (2) DO ANDRÉ 102

FIGURA 37: SITUAÇÃO-PROBLEMA (4) DO ANDRÉ 103

FIGURA 38: SITUAÇÃO-PROBLEMA (3) DO ANDRÉ 103

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **14**

CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS **20**

1.1 APROXIMAÇÃO COM PESQUISAS A RESPEITO DA TEMÁTICA 20
1.2 BASE TEÓRICA 24
1.2.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS *24*
1.2.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA *32*
1.3 A QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS 36
1.4 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS 38

CAPÍTULO II: ESTUDOS PRELIMINARES **42**

2.1 O JOGO E SUAS ORIGENS 42
2.2 O JOGO NO AMBIENTE ESCOLAR 46
2.3 SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 55
2.4 OBJETO MATEMÁTICO: EXPRESSÕES NUMÉRICAS 58
2.5 EXPRESSÃO NUMÉRICA E O LIVRO DIDÁTICO 62
2.6 O JOGO CONTIG 60® 64

CAPÍTULO III: A PESQUISA DE CAMPO **66**

3.1 ESTUDO EXPLORATÓRIO 66
3.1.1 DESCRIÇÃO DO ESTUDO *66*
3.1.2 ANÁLISE DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA DO ESTUDO EXPLORATÓRIO *67*
3.2 O TRABALHO COM OS ALUNOS 79
3.2.1 A ESCOLA E OS SUJEITOS *79*
3.2.2 APLICAÇÃO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA *80*
3.2.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS *81*

CONSIDERAÇÕES FINAIS **106**

REFERÊNCIAS **110**

ANEXO A: PERFIL DOS SUJEITOS DO ESTUDO EXPLORATÓRIO **114**

ANEXO B: TABULEIRO DO CONTIG 60® **115**

ANEXO C: ATIVIDADES REALIZADAS COM OS PROFESSORES **116**

ANEXO D: PRÉ-TESTE APLICADO NOS ALUNOS **117**

ANEXO E: PÓS-TESTE APLICADO NOS ALUNOS **118**

INTRODUÇÃO

Atualmente, um dos grandes desafios em ensinar Matemática é permitir que os alunos consigam atribuir significado aos objetos matemáticos tratados na escola. Como professora da rede pública do Estado de São Paulo, atuando no Ensino Fundamental e Ensino Médio, percebi a dificuldade de alguns alunos em atribuir significado para as operações aritméticas e para as expressões numéricas, o que despertou meu interesse em desenvolver uma pesquisa para abordar o ensino e aprendizagem de expressões numéricas.

O ensino e aprendizagem das expressões numéricas se faz presente no sistema educacional desde a década de 30, mas seu ensino deixou de ser proposto e recomendado desde a reforma curricular de 1986[1]. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo de Matemática (2008) não abordam o ensino de expressões numéricas, embora possamos constatar que ainda estão presentes no livro didático e que os professores continuam a ensiná-las, o que nos leva a concluir que elas fazem parte do sistema educacional.

Por outro lado, sabemos que a expressão numérica é uma ferramenta que ajuda a modelar situações-problema, tornando-as muito mais simples de resolver e compreender, ela permite maior economia de esforço e tempo na busca do resultado, além de minimizar a questão do erro.

Neste sentido, para fazer uso da calculadora, a expressão numérica se torna uma ferramenta importante, visto que, para resolver uma situação-problema com a calculadora, faz-se necessário saber a ordem das operações. Sem ela, torna-se difícil trabalhar. Por exemplo, ao resolver a expressão numérica 4 + 5 x 6, se o aluno digitar da maneira como foi apresentada, encontrará como resultado 54, mas na realidade a resposta correta é 34 (4 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6).

---

[1] Dados coletados da dissertação de Arrais (2006).

Embora a calculadora seja um instrumento que faz parte de nossa prática social, sua utilização em sala de aula ainda é motivo de discussão entre professores, pais, legisladores e alunos. Sabemos que a sociedade se organiza em função da tecnologia disponível e, desta forma, é clara a importância da calculadora, mas a escola insiste na realização de operações com uso do papel, lápis e tabuada.

Assim sendo, consideramos tão importante o ensino das expressões numéricas na 5ª série do Ensino Fundamental, como a busca por um instrumento que auxilie no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo. Em minha prática, como educadora do Ensino Fundamental e Ensino Médio, sempre procurei utilizar jogos para tratar de alguns conteúdos matemáticos e, nestas atividades, observei empiricamente, que o ensino, por meio do jogo, despertava o interesse e melhorava a aprendizagem dos educandos.

Resolvemos então pesquisar a influência do jogo no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, e seu papel como um instrumento para auxiliar o professor em sua prática. Neste trabalho, focamos as expressões numéricas tendo como instrumento o Contig 60®[2], por ser este um jogo que explora o cálculo mental e envolve as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Acreditamos que para desenvolver o cálculo mental é fundamental a compreensão das propriedades das operações e elas podem ser exploradas com o Contig 60®, durante a resolução das expressões numéricas.

Pesquisas na área de Educação Matemática apontam para a utilização do jogo como instrumento auxiliar nas aulas que pode contribuir para minimizar dificuldades que os alunos possam apresentar. Segundo D'Ambrosio (2001), existe a necessidade do ensino de Matemática tornar-se útil e integrado ao mundo atual, para não se tornar arcaico e desinteressante. Para o autor, a sociedade, os indivíduos e o conhecimento passam por constantes mudanças e, por isso, não é possível que o ensino de Matemática mantenha-se conservador,

[2] Jogo criado por John C. Del Regato, pertencente ao Mathematics Pentathion, do Pentathlon Institute (USA), composto basicamente por um tabuleiro e três dados.

fato que é apontado pelo autor como o maior fator de exclusão nos sistemas escolares.

O autor acredita ser necessária uma abordagem de novos conteúdos e métodos de trabalho, os quais permitam aos alunos estabelecer relação entre os conteúdos matemáticos aprendidos, e ainda compreender o valor e a importância da Matemática ensinada nas escolas, o que permitiria às novas gerações desenvolver a capacidade de utilizar os instrumentos comunicativos, analíticos e matérias do fazer matemático para enfrentar o mundo.

Neste sentido, o National Council of Teachers of Mathematics NCTM, (2000 apud RESEK et al, 2007) também aponta que a falta de conexões lógicas entre conceitos e procedimentos dificulta a aprendizagem da Matemática. De acordo com esse documento, a Aritmética e a Álgebra são abordadas de maneira muito ampla no sistema escolar, o que conduz os estudantes a compreenderem e aplicarem somente uma pequena parte dos conteúdos abordados no ensino.

Entendemos, de acordo com esses autores, que com a utilização do Contig 60®, podemos proporcionar uma abordagem diferenciada para o ensino das expressões numéricas, na tentativa de permitir aos alunos durante a aprendizagem fazerem relações e compreenderem o valor e a importância da expressão numérica durante a resolução de diversas situações-problema.

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1996), o jogo é considerado um instrumento que pode facilitar o aprendizado do aluno. Ao jogar, o aluno é estimulado a resolver situações-problema de maneira criativa e desafiadora, além de permitir ao professor analisar e avaliar os seguintes aspectos:

> - compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
> - facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora;
> - possibilidade de descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar;
> - estratégia utilizada: capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses. (PCN, 1998, p. 47).

Os autores que defendem a utilização do jogo em sala de aula mostram que com essa prática o professor insere as crianças em atividades de grupo, a qual representa um estímulo para o desenvolvimento, no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Grando (2000) acrescenta que a criança, ao utilizar o jogo na resolução de uma situação-problema, desenvolve um processo para levantar hipóteses e testar conjecturas, que percorre o caminho da imaginação à abstração de um conceito matemático, de forma natural.

Alguns autores que trabalham com a Educação Matemática (Grando 1995, 2000, 2004, Jesus 1999, Brenelli 2007, PCN 1998) trazem a utilização de jogos pedagógicos e de estratégia como uma ferramenta para ser usada nas aulas de Matemática. Embora esta prática esteja presente em algumas salas de aula, principalmente, no Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série, os professores, geralmente utilizam o jogo pelo jogo, descartando a Matemática que por ele poderia ser ensinada, privilegiando o caráter de entretenimento que ele proporciona.

Concordamos com as pesquisas que apontam os jogos como um instrumento facilitador no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente com as realizadas por Grando (1995, 2000), que apresenta o jogo como um instrumento que estimula o raciocínio e a criatividade dos alunos, e os fazem assumir o papel de pesquisador e protagonista na construção de seus próprios saberes matemáticos. Para Borin (2004) os alunos quando querem ganhar o jogo, podem ter uma postura semelhante à de um cientista na busca de uma solução para um problema.

Outro ponto de vista para o trabalho com jogos seria o dos Registros de Representação Semiótica[3], pois entendemos que durante o jogo o aluno já manipula um tipo de representação que chamaremos material, que deve ser transformado em outro tipo de registro (numérico, língua natural) para que o objeto matemático não seja confundido com suas representações e passe a ser reconhecidos em cada uma delas.

Assim decidimos trabalhar com o jogo de estratégia Contig 60® em uma dimensão didática, por ter como objetivo o processo de ensino e aprendizagem de

---

[3] Teoria desenvolvida por Duval, que será tratada no capítulo seguinte.

um conteúdo matemático em um contexto educacional. Para isso, pesquisaremos a construção do conhecimento de expressões numéricas por alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental, de uma escola da rede Estadual da cidade de São Paulo, a partir de uma intervenção de ensino que terá como principal ferramenta o jogo Contig 60®. A intenção é auxiliar o aluno a resolver as atividades propostas realizando tratamentos e conversões de Registros de Representação Semiótica de expressões numéricas, como proposto por Duval (2005), não enfatizando, assim, a simples utilização de regras.

No primeiro capítulo, mostraremos o que diferencia nosso trabalho de outras pesquisas realizadas que tratam do mesmo tema e apresentaremos as teorias que sustentam este trabalho: a Teoria das Situações Didática de Guy Brousseau e os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Ainda neste capítulo, apresentaremos a questão de pesquisa que norteou o trabalho, além da metodologia adotada.

No capítulo seguinte, discutiremos a importância do jogo e como este é abordado no âmbito escolar. Abordaremos ainda as expressões numéricas, associadas ao jogo Contig 60®.

No terceiro capítulo, abordaremos a elaboração de um estudo exploratório, bem como a aplicação e análise da seqüência didática para alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental.

Finalmente, apresentaremos nossas considerações finais, a resposta obtida para nossa questão de pesquisa, bem como algumas perspectivas futuras.

CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS

Neste capítulo, apresentaremos alguns trabalhos relacionados à nossa temática, a questão de pesquisa, o objetivo, as hipóteses e os procedimentos metodológicos que a delinearão.

1.1 APROXIMAÇÃO COM PESQUISAS A RESPEITO DA TEMÁTICA

Nesta parte do trabalho procuramos por pesquisas que abordassem o jogo como um instrumento auxiliador para o aprendizado em aulas de Matemática e também, por pesquisas que discutissem como os jogos podem ser usados para ensinar expressões numéricas.

Percebemos nessa busca que poucos autores se dedicam a estudar o uso do jogo em sala de aula, dentre eles destacamos Grando (1995, 2000), Jesus, M. (1999), Marco (2004) e Brenelli (2007). Quanto ao estudo das expressões numéricas, encontramos somente a pesquisa de Arrais (2006).

Grando (1995) realizou uma pesquisa bibliográfica sobre o papel metodológico do jogo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mostrou a variedade de concepções e definições em relação ao jogo, bem como as perspectivas diversas de análise filosófica, histórica, pedagógica e psicológica, na busca de compreender o significado do jogo na vida do ser humano. A autora propõe um trabalho que seja visto como subsídio à prática docente e permita que o professor reflita em suas próprias concepções com relação ao jogo matemático. Com este objetivo, a autora abordou diferentes concepções de jogo, sua importância pedagógica e como este pode ser inserido nas aulas de Matemática como um instrumento auxiliador na aprendizagem.

Em seu trabalho, Grando (1995) possibilitou aos educadores uma reflexão sobre as práticas pedagógicas que envolvem o uso do jogo no contexto escolar como um instrumento para o ensino e aprendizagem da Matemática, porém, não abordou um objeto matemático e nem um jogo específico, diferenciando, desta maneira, de nossa pesquisa, que abordará o ensino e aprendizagem de expressões numéricas, tendo como ferramenta um único jogo: Contig 60®.

Já Jesus (1999) conduziu um estudo com cento e quatro alunos de 5ª série do Ensino Fundamental com idades entre 11 e 13 anos, em escolas públicas da cidade de Santos e Praia Grande, ambas localizadas no Estado de São Paulo, com o objetivo de investigar de maneira quantitativa a atitude e o desempenho desses alunos em relação à Matemática na sala de aula. Para a pesquisa, o autor utilizou dois jogos: o Dominó e o Bingo para operações com Números Naturais, para verificar se os alunos submetidos à intervenção com jogos no ensino de conteúdos programáticos de Matemática apresentavam atitude mais positiva em relação à Matemática e melhor desempenho escolar em Matemática.

Para realização de sua pesquisa, Jesus (1999) dividiu os alunos em dois grupos: experimental e controle. Esta experiência permitiu ao autor concluir que, depois da intervenção com jogos, ocorreu um melhor desempenho dos alunos do grupo experimental em relação à prova de Matemática, o que indica que o uso de jogos pode auxiliar a aprendizagem em sala de aula. A pesquisa realizada por Jesus (1999) aborda a atitude e o desempenho dos alunos em situações Matemáticas após o uso de jogos nas aulas. Nós, porém, buscamos analisar a aprendizagem dos alunos em relação à expressão numérica com a intervenção do jogo Contig 60®.

Em sua tese, Grando (2000) realizou uma pesquisa com oito alunos, de idades entre 11 e 12 anos, estudantes da 6ª série do Ensino Fundamental, de uma escola particular, da cidade de Campinas (SP), com o objetivo de investigar os processos desencadeados na construção e/ou resgate de conceitos e habilidades matemáticas a partir da intervenção pedagógica com os jogos de regras: Contig 60® e Nim.

A autora se propôs a analisar as reflexões desenvolvidas pelos sujeitos e os procedimentos utilizados na elaboração de estratégias e resolução de situações-problema no momento do jogo. Ao analisar os resultados das aplicações do jogo Contig 60®, a autora mostrou que o cálculo mental era construído a partir de resoluções das situações-problema apresentadas no jogo, que envolviam: situações de previsão de jogadas, resolução dos problemas apresentados e argumentação entre parceiros na escolha da melhor jogada. Com o jogo Nim a autora identificou alguns conceitos trabalhados no Contig 60® como, por exemplo, o cálculo mental e a idéia de divisão, além do jogo permitir trabalhar com os alunos a questão do erro e suas análises.

A autora mostra, em seus resultados, a importância de se trabalhar com jogos de regras nas aulas de Matemática, quando estes são utilizados de maneira estruturada com objetivos delineados, não sendo o "jogo pelo jogo". O foco principal da tese de Grando (2000) foi como o jogo pode contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática se for usado como uma atividade bem definida e orientada pelo professor, mas não privilegiou um conteúdo especifico. Em nossa pesquisa, teremos o jogo Contig 60® como um instrumento para analisar o ensino e aprendizagem de um conteúdo especifico, as expressões numéricas, com base nos Registros de Representação Semiótica.

Marco (2004) desenvolveu um estudo no campo da resolução de problemas e teve como objetivo investigar as manifestações de pensar matematicamente e os processos de resolução de problemas durante a construção de um jogo computacional com dezesseis alunos de uma 6ª série do Ensino Fundamental.

A autora ressalta que o jogo, quando intencionalmente utilizado pelo professor, pode ser um contexto estimulador e desafiante para o movimento de formação matemática de resolução de problemas, além de ser um instrumento que auxilia a construção de conceitos matemáticos. Nos momentos da construção e exploração dos jogos computacionais e manipulativos, a autora observou que os alunos mudaram sua forma de resolver problemas, não se prendendo a algoritmos ou a procedimentos, mas utilizaram a criatividade na construção da solução. Esta pesquisa contribuirá para o desenvolvimento do nosso trabalho, sobretudo em relação a classificação de tipos de problemas e possibilidades de resolução desses problemas, apesar de a autora ter trabalhado a resolução de problemas em um ambiente computacional.

Brenelli (2007) pesquisou sujeitos da 3ª série do Ciclo I, com idades entre 8 e 11 anos, que apresentavam dificuldade de aprendizagem em Matemática. A autora buscou analisar se estes apresentavam progressos em seu desempenho em provas operatórias e provas de conhecimento aritmético, após a intervenção dos jogos de regras: Cilada e Quilles. Como resultado, Brenelli (2007) mostrou que houve um progresso significativo do grupo experimental quando comparado ao grupo de controle, o que leva à afirmação que a utilização de jogos de regras Cilada e Quilles propiciou às crianças que apresentavam dificuldade de aprendizagem em Matemática um espaço para pensar, além de desenvolver-lhes a autoconfiança. O resultado de pesquisa de Brenelli nos motivou, em nossa temática, a autora mostra que o ensino com o uso de jogos de regras, permite às crianças um melhor aprendizado.

Quanto a estudos que tratam de expressões numéricas, Arrais (2006) realizou um estudo descritivo em que identificou e analisou as crenças, concepções e competências de professores em relação às expressões numéricas. Os sujeitos dessa pesquisa foram setenta professores de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental, em quatro escolas da rede municipal de São Bernardo do Campo (SP). O autor fez uma abordagem histórica do ensino das expressões numéricas e investigou as diversas interpretações que são apresentadas no contexto escolar. O autor concluiu que os professores não compreendem as expressões numéricas como um modelo matemático que pode ser usado para representar uma situação-problema, mas sim como uma aplicação algorítmica, além de apresentarem dificuldades em desenvolver as estruturas aditivas e multiplicativas.

Assim, a relevância de nossa pesquisa para a área de Educação Matemática, apresenta-se por procurar avançar as discussões a respeito de dois temas que consideramos importantes para o ensino: jogos e expressões numéricas. Nosso trabalho se aproxima principalmente de Grando (2000) e Arrais (2006). Diferencia-se da primeira por utilizar o jogo Contig 60® para tratar de um conteúdo específico e, da segunda, por tratar do mesmo assunto matemático com alunos e não professores, além da inserção do jogo.

Na seqüência, apresentaremos a base teórica de nossa pesquisa, visto que ela é fator fundamental para a delimitação de nosso problema de pesquisa.

1.2 BASE TEÓRICA

Neste tópico, abordaremos as teorias que darão suporte para nossa pesquisa: a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2005).

1.2.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Para elaboração deste tópico, usamos as obras de Guy Brousseau de 1986 e 2008, além de outros autores, os quais serão citados quando descritas suas idéias.

Esta teoria foi desenvolvida por Brousseau (1986), pesquisador francês, doutor *honoris causa*[4] das universidades de Montreal (Canadá), Genebra (Suíça) e Córdoba (Espanha).

Para Brousseau (2008, p. 21):

> Uma “situação” é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. O recurso de que esse sujeito dispõe para alcançar ou conservar um estado favorável nesse meio é um leque de decisões que dependem do emprego de um conhecimento preciso. [...] Reservamos o termo *situações didáticas* para os modelos que descrevem as atividades do professor e aluno.

O objeto central da Teoria das Situações Didáticas não é o aluno, mas a situação didática que relaciona sala de aula, professor, aluno e saber matemático, com o objetivo de colaborar na formação matemática do aluno. Segundo Brousseau (Ibid, p. 53):

> Uma interação torna-se didática se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de

---

[4] Titulo atribuído à personalidade que se tenha distinguido pelo saber ou pela atuação em prol das artes, das ciências, da filosofia, das letras, além de contribuir com os preceitos de uma instituição oficial de ensino, não pertencente a seu quadro funcional.

> argumentação, as referências culturais. (BROUSSEAU, 2008, p.53).

Portanto, a situação didática proporciona ao aluno um conhecimento que esteja realmente vinculado ao processo da construção do saber matemático.

A Teoria das Situações Didáticas se apóia em três hipóteses:

1º) o aprendizado do aluno se adapta ao meio, por desequilíbrios, dificuldades, contradições e equilíbrio, mediante as situações-problema;

2º) para que ocorra a aprendizagem do conhecimento matemático, é necessário que o professor organize o meio com intenção didática, este sozinho não proporciona aprendizado;

3º) o meio e as situações didáticas necessitam estar engajados fortemente com os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Uma parte essencial da situação didática é a situação adidática, definida pelo fato do professor elaborar situações-problema que permitam ao aluno expressar, refletir e evoluir por iniciativa própria e, assim, adquirir novos conhecimentos. A situação adidática é uma situação que pode ser vivida pelo aluno como pesquisador de um problema matemático, independente, neste sentido, do professor.

A situação adidática ocorre, segundo Brousseau (2008, p.35), se:

> [...] Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que se produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional.

De acordo com a Teoria das Situações Didáticas, entenderemos o Contig 60® para o ensino de expressões numéricas como uma situação adidática, com o objetivo de encontrar uma melhor maneira para que o aluno aprenda e utilize os saberes matemáticos adquiridos, sem que o conteúdo a ser ensinado seja explicitado para o aluno.

O jogo na educação, de acordo com Grando (1995), é apresentado como uma alternativa capaz de solucionar problemas da prática pedagógica. Para essa autora, o jogo matemático no processo de ensino e aprendizagem pode prever a reflexão, o registro e a ação, a fim de que o aluno realize o processo de leitura, construção e elaboração de estratégias. De acordo com Grando (1995) a aprendizagem de Matemática não está no jogo, mas nas intervenções realizadas pelo professor como orientador da ação. O importante é que os objetivos do jogo estejam claros para o aluno e que seja adequado ao conteúdo que será trabalhado e, ainda, represente uma atividade desafiadora para proporcionar o desenvolvimento de sua aprendizagem.

É importante que o aluno interaja com o conhecimento a ser aprendido e, ao trabalharmos as expressões numéricas com o uso do jogo Contig 60®, criaremos uma situação didática que relacione sala de aula, professor, aluno e saber matemático, com o intuito de proporcionar uma aprendizagem mais significativa para os alunos.

Ao escolher o jogo Contig 60® para ensinar expressões numéricas, buscamos proporcionar uma situação adidática que apresente as seguintes características:

1º) as estratégias que o aluno usará para ganhar o jogo Contig 60®, é a situação-problema escolhida, que permite ao aluno pensar em uma resposta inicial (procedimento de base que é relativo aos saberes e conhecimentos anteriores), porém a resposta encontrada nem sempre será a desejada, proporcionando assim uma situação de aprendizagem;

2º) é um jogo que fornece os possíveis resultados das expressões numéricas, ao aluno cabe pensar com quais operações poderá trabalhar para alcançar esses resultados, na busca de diferentes formas de organizar as operações e os números apontados pelos dados. Com esta busca, é possível o aluno adquirir novos conhecimentos justificados pela lógica interna das situações, que são construídos por uma necessidade própria e não imposta pelo professor ou pela escola;

3º) o aluno é o principal ator da construção de seus conhecimentos, por meio de atividades propostas pelo professor.

A situação adidática é importante no processo de ensino e aprendizagem, pois permite que o aluno atue, fale, reflita e evolua em seus conhecimentos e esta é uma das características possíveis do jogo Contig 60® no ensino de expressões numéricas.

Depois de realizar e registrar as atividades desenvolvidas com o jogo Contig 60®, o professor necessita institucionalizar o conhecimento matemático trabalhado no momento do jogo, neste caso, as expressões numéricas.

O objetivo da institucionalização é organizar o saber matemático nos esquemas mentais dos alunos, o que torna o conhecimento disponível para posteriores utilizações na resolução de problemas matemáticos. O processo de institucionalização do conhecimento pode ser negociado em uma dialética que relaciona professor, aluno e saber matemático com uma sucessão (espontânea ou não) de novas perguntas e respostas. Esta dialética auxilia o professor a encontrar o momento certo da institucionalização, a qual, feita precocemente, poderá interromper a construção do conhecimento e, se feita tardiamente, poderá reforçar interpretações inexatas, atrasando a aprendizagem e dificultando as aplicações.

Neste sentido, Almouloud (2007) afirma que o processo de ensino e aprendizagem será impulsionado se for relacionado à resolução de problemas, mas é importante que os problemas sejam escolhidos adequadamente pelo professor para ser compatível com o nível de conhecimento dos alunos, visto que o conhecimento elaborado pelos alunos será diferente em cada caso.

A Teoria das Situações, para analisar o processo de ensino e aprendizagem matemática, observa-o em quatro situações, nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber, sendo elas:

1º) *Situação de Ação*: quando o aluno encontra-se realmente interessado na busca de soluções para o problema apresentado, e predomina o aspecto experimental do conhecimento, sem a preocupação com demonstrações teóricas que justifiquem o resultado. Nesta fase, o aluno expressa suas escolhas, toma decisões e trabalha com a troca de informações em seu meio;

2º) *Situação de Formulação*: o aluno não se preocupa com os "porquês". Tem como objetivo a troca de informações, que o conduz a explicar suas justificativas na língua natural ou matemática e realiza troca de informações, apresentando as ferramentas que utilizou na solução encontrada (emissor e receptor);

3º) *Situação de Validação:* nesta situação o aluno mostra a validade da solução do problema encontrado, tendo como objetivo principal a comunicação linguística, visando o debate com afirmações que lhe permitam organizar as interações estabelecidas com o meio.

4º) *Situação de Institucionalização:* é aquela em que o professor busca estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do conhecimento, uma vez construído e validado, o novo conhecimento passa a fazer parte do *milieu* do aluno. Na verdade, o professor torna esse saber oficial para que os alunos possam utilizá-lo na resolução de outros problemas.

A evolução dessas situações não é linear. Na realidade, elas estão entrelaçadas fortemente umas com as outras, fazendo com que o aluno tenha a responsabilidade de gerenciar sua relação com o saber nas situações de ação, formulação e validação e, o professor tenha responsabilidade pela situação de institucionalização do saber.

O jogo pode contribuir para diminuir bloqueios que os alunos apresentem em relação à Matemática, porque, segundo Grando (2000), no momento do jogo, o aluno não se preocupa com o erro e desenvolve o papel de pesquisador na construção do conhecimento. Além disso, o jogo pode ser usado para introduzir ou aprofundar determinado conteúdo matemático.

O uso do jogo proporciona uma mudança na rotina das aulas tradicionais de Matemática, geralmente, ministradas sem atividades lúdicas. Ao propormos o uso do Contig 60® para os sujeitos da nossa pesquisa, mudaremos essa rotina e esperamos provocar, tal como propõe Brousseau (2008), uma ruptura do Contrato Didático existente entre aluno e professor.

O Contrato Didático é um conjunto de regras, convenções e comportamentos que os professores esperam de seus alunos e os alunos esperam do professor, em relação ao processo de ensino e aprendizagem. Para Brousseau (2008, p. 74): *“[...] a ilusão de que existe um contrato é indispensável para que a relação aconteça e seja, eventualmente bem-sucedida”*.

Para Guy Brousseau (1986, apud SILVA, 2008, p. 50)

> Chama-se Contrato Didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor (...). Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.

De acordo com Almouloud (2007), o Contrato Didático é diferente do contrato pedagógico, visto que, o segundo não diz respeito à relação professor-aluno no processo de ensino e aprendizagem, mas trata de um conjunto de regras referente ao ambiente escolar e dificilmente muda. Por exemplo, o horário de funcionamento de uma escola.

Existem vários tipos de Contrato Didático, os quais dependem da estratégia adotada pelo professor, tais como: escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho solicitado aos alunos, os objetivos almejados, as condições de avaliações, dentre outros. O Contrato Didático administra as relações entre professor e aluno no processo de ensino-aprendizagem de um dado saber e tem como objetivo principal a aquisição de conhecimento pelos alunos. Em outras palavras, isso significa que no cotidiano da sala de aula há um conjunto de expectativas dos participantes, definidas a priori, que se traduzem como cláusulas do Contrato Didático estabelecido. Um Contrato Didático mal administrado pode causar obstáculos para a aquisição de novos conhecimentos matemáticos.

O Contrato Didático pode ser quebrado a qualquer momento no processo de ensino e aprendizagem, como, por exemplo, se ele for gerador de dificuldade. Neste caso, é necessário que tenha uma ruptura para uma nova negociação entre aluno – professor – saber, que pode provocar um avanço ou não no processo de ensino e aprendizagem.

Nesta dissertação, proporemos uma ruptura do Contrato Didático existente na relação dos alunos com o professor de Matemática, faremos uma abordagem do conceito de expressão numérica por meio do jogo Contig 60® e não por definições, propriedades, exemplos e lista de exercícios, como estão habituados[5]. Acreditamos que com a utilização do jogo Contig 60® seja possível aos alunos construírem ou reorganizarem o conhecimento de expressão numérica e, ao institucionalizarmos, almejamos um avanço no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

Com base na Teoria das Situações, acreditamos que a prática pedagógica que envolve o uso de jogos permite ao aluno progredir no saber. Nesta nova abordagem, o erro já não é mais encarado de maneira negativa, que precisa ser evitado a qualquer custo, mas se torna parte da construção do novo conhecimento.

Os problemas de Matemática propostos atualmente, conjectura Almouloud (2007), têm como característica apresentarem em seus enunciados somente os dados que os alunos utilizarão na resolução, envolvendo o uso de operações numéricas. Por isso, é comum que os alunos, ao se depararem com um determinado problema, procurem os números contidos no enunciado e façam operações matemáticas para encontrar a resposta. Este tipo de problema é classificado, de acordo com Stancanelli (2001), de problema convencional. Ou seja, trata-se de um problema no qual todos os dados que o aluno necessita para resolver o problema estão explícitos no enunciado de modo claro, na ordem em que devem ser usados e tem uma única resposta, que é numérica.

---

[5] Foi realizada uma entrevista semi-estruturada com o professor de Matemática dos alunos sujeitos da pesquisa e verificou-se que o mesmo, no decorrer do ano letivo, não trabalhou com o uso de jogos em suas aulas, sendo o livro didático o único recurso utilizado pelo professor.

Almouloud (2007) ainda destaca que se o professor oferecer aos alunos somente problemas como os citados acima, os alunos, ao se depararem com problemas que tenham excesso de dados, ou que não tenham solução ou não possam ser resolvidos por operações numéricas, provavelmente terão dificuldades de resolver ou não saberão resolver. Quando o professor muda o tipo de problema utilizado, pode-se considerar uma ruptura no Contrato Didático.

O uso do jogo nas aulas de Matemática propõe uma prática de resolução de problemas não convencionais, já que permite ao aluno produzir significados, noções e conceitos matemáticos. De acordo com Grando e Marco (2007), ao assumir um jogo como situação-problema, torna-se necessário verificar se este possibilita momentos de reflexão, resolução e formulação de problemas ao aluno, para não se ter o "jogo pelo jogo", uma vez que o conhecimento matemático está implícito na ação do jogo.

O educador que trabalha com jogos precisa ter uma proposta de ensino objetiva, além de posicionar-se como mediador do processo, para que o jogo seja encarado pelos alunos como um problema matemático e não somente uma atividade lúdica. Se os alunos não forem habituados à prática de problemas não convencionais, ao trabalhar com o jogo, o professor provocará uma ruptura no Contrato Didático estabelecido.

Moura (1992) faz um paralelo entre o jogo e as etapas de resolução de problemas, de grande importância para compreendermos o jogo como um problema matemático:

> Enquanto na resolução do problema temos a compreensão deste por parte do aluno, este, ao jogar, tem que ter conhecimento das regras e saber analisar as "ciladas" que lhes são apresentadas; enquanto na resolução do problema o aluno tem a necessidade de estabelecer um plano de solução, no jogo, ele precisa criar estratégias ou novos problemas para ganhá-lo; enquanto na resolução do problema há a execução do plano de ação para a solução, no jogo, o jogador "lança mão" das estratégias para atingir a vitória; enquanto na resolução do problema o aluno, embora não com freqüência, faz o retrospecto da solução encontrada para verificar se acertou ou errou, ao jogar, ele avalia sua vitória ou sua perda mediante a análise das estratégias utilizadas em sua jogada. (Ibid apud GRANDO e MARCO, 2007, p.99)

Portanto, o jogo e a resolução de problemas podem ser utilizados como produtores de conhecimento matemático. De acordo com Grando e Marco (2007), o aluno deixa de seguir sempre o mesmo método de resolução, por ser necessário cumprir regras, propor jogadas, aplicar conhecimentos anteriores, registrar e tomar decisões, explorando, desta forma, as noções matemáticas presentes no jogo, rompendo com o Contrato Didático presente no ensino da Matemática.

Ao trabalharmos com o uso Contig 60®, no momento do jogo, serão abordados problemas não convencionais, pois o Contig 60® estimula o desenvolvimento de estratégias variadas de resolução, diferentes modos de pensar, além de estimular o raciocínio lógico dedutivo no aprendizado de expressões numéricas. Também é gerador de uma atitude não passiva, por requerer uma postura diferenciada frente às diversas possibilidades de jogadas, além de gerar uma quebra do Contrato Didático estabelecido pelo professor da classe, com relação a problemas não convencionais.

Para analisar os registros das jogadas, o pré-teste e as situações-problema resolvidas pelos sujeitos da pesquisa, faremos um abordagem a Teoria de Registro de Representação Semiótica, de Raymond Duval, a qual nos auxiliará nas análises a *posteriori*, porque, a análise do conhecimento matemático é uma análise do sistema de produção das representações semióticas referentes ao conhecimento.

1.2.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Ao elaborarmos este tópico, usamos as definições de Registro de Representação Semiótica propostas por Duval (2005).

Raymond Duval, filósofo e psicólogo, desenvolveu a Teoria de Registro de Representação Semiótica com o objetivo de analisar o funcionamento do pensamento para a aquisição de conhecimento e a organização de situações de ensino e aprendizagem, sobretudo em atividades matemáticas. Ao invés de focar o erro dos alunos, faz uma abordagem cognitiva, procurando entender o funcionamento cognitivo do aluno, de modo que ele mesmo se conscientize, participe e dirija seu processo de aprendizagem.

Ensinar Matemática, sob o ponto de vista desse teórico, é, antes de tudo, possibilitar o desenvolvimento geral de capacidades de raciocínio, de análise e de visualização, visto que a atividade matemática se caracteriza pela articulação de Registros de Representações Semióticas, diferentes para o mesmo objeto matemático.

Para estudar a construção de conhecimentos matemáticos é necessário que ocorra, pelo menos, dois Registros de Representação Semiótica. Para o autor, um Registro de Representação Semiótica organiza-se por duas funções:

1ª) *cognitiva*: desenvolve o nível de funcionamento consciente em relação ao objeto observado e possibilita ao aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade de processos matemáticos que lhe são propostos. O sujeito trabalha as funções cognitivas de **comunicação,** que são funções verbais exteriorizadas pelo sujeito (produção para os outros); **objetivação,** que são funções mentais, o discurso interno do sujeito (produção para si); **tratamento,** função que envolve a comunicação e objetivação (produção do sujeito para si e para os outros);

2ª) *códigos*: desenvolvem o nível de funcionamento não consciente ao objeto observado, envolvem funções cognitivas de transmissão, signo, memorização ou categorização, sendo uma produção automática do sujeito, o código só funciona bem se for de modo automático.

Para ser um Registro de Representação Semiótica, é necessário que o sujeito realize o registro em nível de funcionamento consciente, organizado por funções cognitivas. Para Duval (2005), existe uma diversidade de representações semióticas que são agrupadas em quatro grandes registros: língua natural, escritas algébricas e formais, figuras geométricas e representações gráficas. Afim de que ocorra a compreensão em Matemática, faz-se necessária a coordenação de ao menos dois destes registros.

Neste trabalho, abordaremos ainda o registro material citado no trabalho de Jesus (2008). Nos trabalhos de Duval não se encontra essa classe de registro, porém o Contig 60® será considerado por nós como Registro de Representação

Semiótica Material, por ter as características que um Registro de Representação Semiótica exige. Ao jogar, os participantes realizam uma produção de nível de funcionamento consciente, por meio da qual podem ser observadas as funções cognitivas de comunicação, objetivação e tratamento.

Para ser Registro de Representação Semiótica, não é necessário que haja uma representação escrita, pois temos o registro da língua natural que pode ser representado oralmente. Um exemplo a ser citado do registro da língua natural realizado oralmente, refere-se aos procedimentos que um aluno utilizou na resolução de uma situação-problema, encontrada na tese de Brandt (2005, p.71):

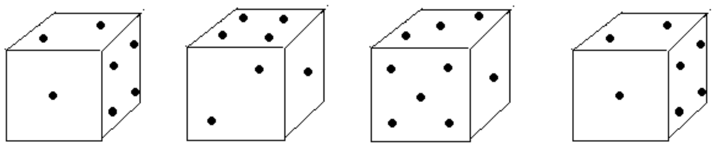
> A soma de dois números é 10 e a diferença entre eles é 2. Quais são os números?". Não conseguindo resolver o problema com a utilização de uma linguagem algébrica, utiliza um tratamento aritmético e encontra a solução explicando-a por meio da língua natural: "Se os números fossem iguais, cada um seria 5, mas como existe uma diferença de 2, somo 1 ao primeiro, portanto 6, e diminuo 1 do segundo, portanto 4. Os números são 4 e 6." A língua natural era o registro de representação que o sujeito possuía com mais significação para argumentar sobre a solução encontrada. O mesmo sujeito não sabia efetuar tratamentos com significação com utilização da linguagem algébrica que permitiria resolver o problema a partir da resolução do sistema de equações.

Portanto, conforme o exemplo, mesmo sendo o Contig 60® um registro que não possa ser revisitado da forma como foi apresentado na hora do jogo, o consideramos um Registro de Representação Semiótica, visto que, a partir do registro da expressão, é sempre possível voltar à situação do jogo.

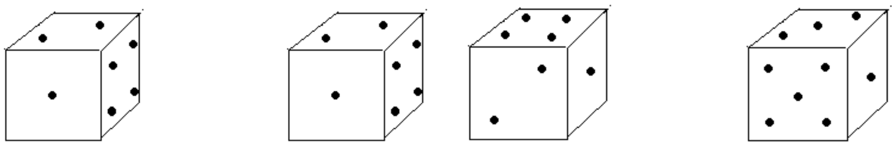
Um Registro de Representação Semiótica dependerá, segundo Duval (2004), de um sistema semiótico que não pode ser de qualquer natureza, pois deve permitir: a formação de uma representação identificável em dois tipos de transformação de registro, que são radicalmente diferentes:

1º) *tratamento*: refere-se às operações dentro de um mesmo sistema de registro de representação, por isso, é dita "interna a um registro", Assim o tratamento está ligado à forma e não ao conteúdo do objeto matemático, por exemplo, quando resolvemos uma expressão numérica, é realizado um tratamento aritmético, no registro numérico.

No momento do jogo, o sujeito pode agrupar os dados de diversas maneiras para encontrar a solução mais adequada para sua jogada, realizando um tratamento aritmético no registro material, ao manipular os dados. Por exemplo, ao lançar os dados, pode-se encontrar nas faces superiores:



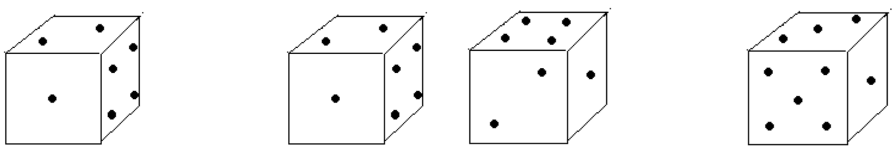
Os sujeitos podem agrupá-los de diferentes maneiras, enquanto pensa nas operações aritméticas que irá realizar:



2º) *conversão*: refere-se às operações que permitem transformar um registro inicial em outro registro. Por essa razão, é considerada como uma "transformação externa", por mudar o sistema de registro, mas conserva a referência aos mesmos objetos. Por exemplo, ao resolvermos uma situação-problema que envolva uma expressão numérica, é realizada uma conversão do registro da linguagem natural para o registro numérico.

Entendemos que, de acordo com Duval (2004), quando os participantes verbalizam as operações aritméticas que irão fazer, realizam uma conversão do registro material para o da língua natural. Ao escreverem os números obtidos nas faces superiores dos dados lançados, será realizada uma conversão do registro material para o registro dos números e; no momento em que utilizarem os parênteses, chaves e colchetes realizarão um registro simbólico, por exemplo:

Registro Material:



Registro da Língua Natural (falada):

Dois mais quatro, são *seis*. *Seis* dividido por três são *dois*. Duas vezes dois são *quatro*.

Registro Numérico e simbólico:

$2 \times \{(2 + 4) \div 3\} = 2 \times \{6 \div 3\} = 2 \times 2 = 4$

De acordo com Duval (2004) a distinção entre um objeto matemático e a representação que se faz dele, é de extrema importância no funcionamento cognitivo. No ambiente de ensino e aprendizagem, é necessário estar atento para esta diferenciação, investigando de que forma se constrói a compreensão dos objetos matemáticos ou das possíveis representações desses objetos a que se pode lançar mão para aplicá-las na resolução de problemas e articular a diversidade de Registros de Representação Semiótica.

Ao trabalharmos o jogo Contig 60®, para o ensino de expressões numéricas, temos por objetivo proporcionar aos alunos a utilização de diversos registros, tais como: material, língua natural, numérico e o simbólico. Isto, com a realização de conversões e tratamentos, para que ocorra a articulação entre estes registros, o que constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática.

Apresentaremos a seguir a nossa questão de pesquisa e objetivos com base no quadro teórico abordado.

1.3 A QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS

Acreditamos que nossa proposta permitirá aos alunos desenvolverem habilidades matemáticas para solucionar situações-problema apresentadas de maneira diferente das que geralmente estão habituados.

Nosso objetivo é investigar a apropriação da expressão numérica por alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental, a partir de uma intervenção de ensino que tem como principal ferramenta o jogo Contig 60® e; permitir que, ao resolver as atividades propostas, os alunos realizem tratamentos e conversões dos Registros de Representação Semiótica em relação ao objeto estudado, não sendo necessário utilizar regras para resolver as expressões numéricas.

Dessa forma, buscaremos responder nossa questão de pesquisa:

Alunos da 5ª série do Ensino Fundamental articulam diferentes Registros de Representação Semiótica para as expressões numéricas após intervenção com o jogo Contig 60®.

Partindo do pressuposto de que o jogo é uma ferramenta que contribui para o pensamento matemático, queremos compreender dentro da nossa questão de pesquisa, a contribuição do jogo de estratégia Contig 60®, para que os alunos aprendam expressões numéricas e atribuam significado, principalmente, às propriedades operatórias determinadas por parênteses, colchetes e chaves.

Esperamos que, ao usar o jogo Contig 60®, os alunos atuem no processo de construção de novos conhecimentos matemáticos e consigam articular os Registros de Representação Semiótica. De acordo com Duval (2005), a compreensão em Matemática supõe a coordenação de, pelo menos, dois registros de representações semióticas. Proporcionaremos situações-problema que envolvam a situação do jogo, além de problemas de natureza convencional e não convencional, para permitir aos alunos construírem a articulação entre os Registros de Representação Semiótica, realizando tratamentos e conversões, como, por exemplo:

Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte e seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus oitenta e três passageiros. Quantos passageiros estão em pé? (1)

(2) $83 - [(1 \times 7)+(2 \times 26)] =$

(3) $83 - [\ 7 + 26 + 26\ ] =$

(4) $83 - 59 = 24$

Ao observar a situação-problema apresentada, temos, segundo Duval (2005), o registro na língua natural (1), sendo representado depois pelo registro numérico (2), no qual foi realizado um tratamento (3) para chegar à solução da situação-problema (4).

Por meio das atividades elaboradas e estruturadas, permitiremos que o aluno assuma um papel de pesquisador na resolução das situações-problema e consiga articular os Registros de Representação Semiótica. De acordo com Duval (ibid) é essa articulação que constitui a compreensão em Matemática.

A seguir apresentaremos a metodologia e os procedimentos adotados em nossa pesquisa, com base nos pressupostos da Engenharia Didática.

1.4 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

Nossa proposta de pesquisa tem como instrumento o uso do jogo Contig 60® para o ensino de expressões numéricas. O método de investigação será a pesquisa qualitativa que, segundo Bicudo (2006), é o modo de pesquisar que:

> [...] é dado pela intenção de atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de método previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes. (BICUDO, 2006, p. 107).

A pesquisa qualitativa não busca enumerar ou medir eventos, seu foco de interesse é amplo, pois dela faz parte à obtenção de dados descritivos com contato direto e interativo do pesquisador com os sujeitos e objeto de estudo. Nas pesquisas qualitativas o pesquisador procura entender e estudar os fenômenos, segundo a perspectiva dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

A aplicação das atividades terá por base os pressupostos da Engenharia Didática que, como explica Michele Artigue (1996), faz uma analogia entre o trabalho do pesquisador em didática e o trabalho do engenheiro, no que diz respeito ao planejamento, concepção e execução de um projeto. Este método permite ao pesquisador realizar o estudo de caso e possui uma validação interna que se apóia na confrontação entre a análise a *priori* e a análise a *posteriori*. A Engenharia Didática inclui uma parte experimental caracterizada em nossa pesquisa pelas atividades realizadas com o uso do Contig 60® e situações-problema propostas, com seqüência de aulas organizadas em um tempo determinado, para realizar um projeto de aprendizagem para o ensino de expressões numéricas com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental.

A Engenharia Didática diferencia-se de outros métodos pelo tipo de registro das ações e pela validação. Em geral, outras metodologias realizam uma validação externa (confrontação/comparação entre grupos experimentais e grupos testemunhas), já esta metodologia faz estudo de caso e possui uma validação interna que se apóia na confrontação entre a análise a *priori* e a análise a *posteriori*.

O processo experimental da Engenharia Didática é composto por quatro fases:

a) *primeira fase:* as análises preliminares são feitas por meio de considerações sobre o quadro teórico didático geral, os conhecimentos didáticos já adquiridos, o assunto em questão, além da análise da epistemologia dos conteúdos abordados. Analisa-se, também, o ensino atual, seus efeitos e as dificuldades e obstáculos que contribuem para a evolução dos alunos;

b) *segunda fase:* concepção e análise a priori das situações didáticas. O pesquisador, com base nas análises preliminares, escolhe certo número de variáveis pertinentes ao sistema que está pesquisando, sendo retomadas e aprofundadas durante o desenvolvimento da pesquisa;

c) *terceira fase:* a experimentação ocorre na realização da engenharia com uma determinada população de alunos, ou, melhor dizendo, com a realização das seqüências e observações dos alunos sujeitos da investigação e do professor. Nesta fase, é importante respeitar ao máximo as escolhas feitas nas análises a priori, para evitar fracasso da engenharia. No entanto, passada cada sessão, tudo pode ser revisto e corrigido a partir de uma breve análise a *posteriori*. Cada nova mudança passa novamente por uma análise teórica ou a priori.

d) *quarta fase:* análise a *posteriori* e validação. Apóia-se em todos os dados colhidos durante a experimentação e nas produções dos alunos em classe ou não. Nesta fase, ocorre o tratamento dos dados coletados. É importante que a análise a *posteriori* e a validação sejam feitas a cada fase da aplicação, para corrigir possíveis erros da seqüência didática.

Pode-se distinguir na Engenharia Didática dois níveis que se completam:

1º) *micro engenharia:* são pesquisas que têm por objetivo o estudo de um determinado assunto e são localizadas principalmente em problemas relacionados à sala de aula.

2º) *macro engenharia:* são pesquisas que consideram e relacionam os resultados da *micro engenharia*, além de outros fenômenos ligados ao processo de ensino e aprendizagem.

O nível da Engenharia adotado em nossa pesquisa é o da *micro engenharia*, por termos como foco específico o ensino e aprendizagem das expressões numérica no contexto da sala de aula, com o auxílio do jogo Contig 60®.

A metodologia utilizada para o trabalho com os alunos, neste projeto, é a pesquisa qualitativa, pois ela valoriza o processo e não apenas o resultado, sendo possível trabalhar com uma amostra pequena de sujeitos. A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares, das quais não se pode quantificar, por isso utilizamos de pressupostos da Engenharia Didática, que permite construir e explorar situações de aprendizagem dos sujeitos. Ao elaborar as seqüências didáticas, criamos alternativas para que o conhecimento adquirido seja aplicado em situações variadas, a fim de confrontar as análises a *priori* e a *posteriori* que validam ou contestam as hipóteses levantadas no início da Engenharia.

A seqüência didática será realizada com vinte e quatro alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental, composta por quatro atividades: pré-teste; jogo Contig 60® com três e quatro dados (sem a necessidade do registro por parte dos sujeitos); jogo Contig 60® com cinco dados (com o registro das jogadas por parte dos sujeitos) e; seis situações-problema que envolvem expressões numéricas. As atividades serão videogravadas, audiogravadas e observadas, para realização da análise a *posteriori*.

O tabuleiro do Contig 60® foi elaborado para ser trabalhado com três dados. Em nosso trabalho, porém, optamos por aumentar o número de dados até cinco e manter o tabuleiro, na tentativa de "forçar" os sujeitos a utilizarem as operações de divisão e subtração mediante o fato destas operações quase não serem usadas pelos sujeitos no momento do jogo. Grando (2000) relata que esta resistência dos alunos pode ser considerada uma questão cultural vinculada ao jogo, uma vez que as operações de subtração e divisão com números naturais “diminuem” o resultado da conta e, perder no resultado, pode parecer “perder no jogo”. Outro aspecto é que efetuar cálculos mentais com multiplicação e adição seria mais fácil, uma das idéias associadas à multiplicação é a adição de parcelas iguais.

Definida nossa base teórica, o problema de pesquisa e os aspectos metodológicos adotados, apresentaremos, no capítulo seguinte, os estudos preliminares de nossa pesquisa que compões o processo da seqüência didática.

CAPÍTULO II: ESTUDOS PRELIMINARES

Neste capítulo, faremos um breve resumo do contexto histórico do jogo e como trabalhar situações-problema no ensino e aprendizagem de Matemática. Faremos uma abordagem das expressões numéricas e do tratamento que o livro didático dá para este assunto, além de relacionar o uso do jogo Contig 60® para o ensino e aprendizagem de expressões numéricas.

2.1 O JOGO E SUAS ORIGENS

As definições em relação ao jogo e os dados históricos apresentadas neste tópico foram baseados na obra Jogo e Educação, de Gilles Brougère de 2003.

O jogo é uma atividade primária do ser humano e, provavelmente, faz parte de sua vida desde a pré-história, mesmo que de forma intuitiva. A palavra jogo é definida de uma maneira geral como todo e qualquer tipo de competição que tenha regras, envolva um ou mais jogadores e, em linhas gerais, seja disputada como uma forma de lazer. Derivada de *jocus* (jogo de palavras, divertimento, gracejo, graça, escárnio, zombaria) que traduz *ludus* (atividade livre e espontânea, divertimento, recreação) está associada principalmente à educação infantil.

Dentro de cada cultura e época, o jogo pode ser definido em esferas diferentes, mas sempre apresenta um caráter útil, lúdico e, ao mesmo tempo, sério. Apresentaremos um breve estudo para descrever a função social do jogo desde a antiguidade (4000 a.C. a 476 d.C.) até os dias de hoje, na cultura romana, grega e asteca e em nossa cultura.

Na Grécia, a idéia principal do jogo era a competição (concurso). Relata D'Ambrosio (1993) que o Império Grego foi estabelecido por força de uma poderosa arma intelectual (saber e conhecimento), além da capacidade de pensar de modo abstrato e definir estratégias de ação, arma caracterizada pela atração, pelo intelectual, pelos jogos de pensamento, pela linguagem e respeito por todas as formas de pensar.

O povo grego, segundo D'Ambrosio (1993), era conduzido por deuses que moravam no monte Olimpo e, quando se fazia necessário, esses deuses desciam e participavam do espaço social e familiar do povo. Esses deuses, nos momentos de ócio, realizavam jogos intelectuais e aos homens não cabia mais que imitar. Os jogos eram de abstração, de palavras, de inferências e silogismo[6], que pouco tinha a ver com a realidade. Estruturar esses jogos intelectuais e organizá-los era a atividade de filósofos, que dessa maneira faziam uma ponte com os deuses.

Na Grécia, houve a criação dos Jogos Olímpicos em 776 a.C.. As celebrações dos Jogos Olímpicos eram realizadas de dois em dois anos, posteriormente, passaram a ocorrer a cada quatro anos. O povo em suas cerimônias celebrava a renovação da natureza, fonte de vida e poder real. Os jogos na Grécia eram realizados no estádio e os atletas tinham como objetivo competir e não proporcionar prazer aos espectadores, como no Império Romano. O jogo na Grécia era considerado como uma importante celebração e tributo aos deuses.

Os gregos utilizavam os espetáculos dos jogos para celebrar a morte de um herói, com a celebração eles acreditavam que seria renovado o poder da vida, além de trazer proteção à comunidade sobre a qual reinavam. Por meio do jogo, os gregos também buscavam a renovação da natureza, para eles, quando um atleta corre, ocorre a renovação das energias da natureza, pelo abalo que este impunha à terra.

---

[6] Argumento que consiste em três proposições: a primeira, chamada premissa maior, a segunda, chamada premissa menor, e a terceira, conclusão. Ex: Todos os homens são mortais (premissa maior), eu sou um homem (premissa menor), logo, eu sou mortal (conclusão).

No Império Romano, o jogo teve sua origem proveniente da antiga província italiana (atual Toscana). O foco do jogo era o espectador e não o participante, os jogadores faziam apresentações ao público. Eram abordados dois tipos de jogos: os de cena (*ludi scaeniri*), composto de teatro, mímica, dança, concursos de poesias; e os de circo (*ludi circenses*), compostos de corridas de biga[7], combates e encenações de animais, caças e jogos atléticos.

Já em Roma, o jogo tinha uma dimensão religiosa, os espetáculos eram oferendas aos deuses, além de trazer alegria e prazer aos homens. Piganiol (1923 apud Brougère 2003, p.39) define o jogo dentro desse aspecto como “um método e uma técnica mágica para rejuvenescer os mortos, os deuses, os vivos e o mundo inteiro”. Enfim, o jogo era envolvido por um mundo imaginário e duelos ilusórios, usado para representar, pelo lúdico, as realidades diversificadas da sociedade romana.

Segundo D’Ambrosio (1993), o Império Grego estava em pleno apogeu, quando os romanos instalados em uma península, que atualmente conhecemos como Itália, expandem para o império norte e conquistam inúmeras regiões da Europa. Em 212 a.C., os romanos, com seus jogos de Guerra, vencem os gregos com seus jogos Intelectuais em Siracusa, iniciando sua ascendência. Nesta ocasião, morre o filósofo Arquimedes, considerado um dos maiores matemáticos do mundo grego.

A sociedade asteca é conhecida por ter utilizado o jogo de forma sanguinária. Um jogo característico da Mesoamérica era o *Tlachtli*. Este jogo era realizado em um campo em forma de T, com dois orifícios que servem de gol, os atletas usavam uma bola de borracha dura e pesada com o objetivo de passá-la em um dos orifícios.

Os atletas astecas viviam com a imprevisibilidade de informações, pois tinham seus destinos traçados pós-partida, por uma oferenda de energia realizada com o sacrifício do capitão e de outros jogadores da equipe derrotada, escolhidos

[7] Entre os romanos, carro de duas ou quatro rodas, puxado por dois cavalos.

aleatoriamente. O jogo, nesta sociedade, não tinha um caráter lúdico, o vencer ou perder estava ligado ao direito de viver ou morrer.

Na Idade Média, o jogo continua relacionado à religião e se desenvolve na vida social do povo. O jogo passa a ter seu espaço no seio dos rituais carnavalescos e nos jogos de faz de conta (*make-believe*). O Papai Noel, por exemplo, integra às festas um elemento lúdico, simbólico, supondo a presença de recreação e divertimento, traduzindo os aspectos do jogo.

No Renascimento e períodos posteriores, o jogo passa a ter uma característica de superficialidade e o jogo de azar assume o papel principal na mudança do sentido da palavra jogo, o qual se aproxima do que conhecemos atualmente e mostra a idéia de futilidade, diversão, nocividade, aposta, em que, muitas vezes, perde-se o dinheiro e a honra, por causa de um jogo. Nesta época, passou a existir uma associação entre o jogo e os exercícios escolares.

A *Encyclopédie* de Direrot e d'Alembert (1780 apud Brougère 2003, p. 46) define o jogo, como parte da sociedade pode vê-lo atualmente: "O jogo ocupa e adula o espírito pelo uso fácil das faculdades; distrai pela expectativa do ganho. Para amá-lo com paixão, é preciso ser avarento ou estar morto de tédio; existem poucos homens que sentem uma sincera aversão pelo jogo".

Portanto, percebemos que cada sociedade em cada época atribui um sentido cultural e social ao jogo. As atividades que o envolvem podem ser realizadas de maneira prazerosa quando não impostas aos jogadores e estes têm a liberdade de expressão. Jogar, sem prazer, exige esforço do sujeito para alcançar o objetivo final.

De acordo com Brougère (2003) após a Segunda Guerra Mundial, o jogo passa a ser um conteúdo concreto nas salas de aula, atividade séria que se adapta as idades dos alunos, tornando-se um material necessário. Nessa perspectiva, o jogo ganhou espaço e finalmente em 1984 o jogo começa a ser visto como um poderoso instrumento pedagógico.

2.2 O JOGO NO AMBIENTE ESCOLAR

Existem três modos principais de estabelecer relações entre o jogo e a educação: em primeiro lugar, trata-se de recreação, pois permite que o aluno de uma maneira descontraída torne-se mais eficiente em seus exercícios e em sua atenção. Em segundo lugar, o interesse que o aluno apresenta pelo jogo pode ser usado de maneira favorável nos exercícios escolares, como um instrumento pedagógico. Em terceiro lugar, o jogo permite ao professor explorar a personalidade do aluno e auxiliá-lo no processo de ensino e aprendizagem.

O jogo permite ao aluno a liberdade de expressar suas idéias e usar sua criatividade na resolução de situações-problema, além de permitir que o conteúdo de cada disciplina se torne mais acessível aos alunos.

O trabalho com jogo no ambiente escolar, segundo Grando (1995), tem como objetivo contribuir na formação de cidadãos conscientes e éticos, preparados para enfrentar os desafios da vida, com consciência, responsabilidade, limite, além de favorecer a construção do conhecimento matemático. Por estimular e tornar a aprendizagem mais significativa, os jogos são ferramentas de grande influência no desenvolvimento da observação, análise de estratégia, atenção e disciplina por parte do aluno. Estas características são importantes no ambiente escolar, sobretudo para o desenvolvimento do aluno como cidadão.

Na concepção de Grando (1995), quando se utiliza jogos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, espera-se minimizar a utilização de listas de exercícios que os alunos se vêem obrigados a resolver. Por outro lado, espera-se que as aulas de Matemática se tornem mais atraentes e motivadoras, pois o jogo favorece a visualização e abstração dos conteúdos trabalhados.

De acordo com Grando (2000), o professor, ao trabalhar com o jogo, deve fazer um trabalho de explorar e aplicar conceitos matemáticos e mediar à elaboração de estratégias realizadas pelo aluno ao resolver situações problema. No processo de ensino e aprendizagem com o jogo, cabe ao professor o papel de mediador, a fim de permitir que o aluno questione as jogadas realizadas e as estratégias adotadas na resolução da situação-problema, para que o jogo não assuma um caráter mecânico.

As intervenções pedagógicas mais relevantes para a análise da inserção do jogo no ambiente escolar, de acordo com Grando (2000) são:

1ª) *familiarização com o material do jogo:* este é o momento em que o aluno se familiariza com o material do jogo, na construção ou simulações para possíveis jogadas;

2ª) *reconhecimento das regras:* esta intervenção pode ocorrer mediante explicação do professor, pela leitura ou pela observação das regularidades entre várias jogadas realizadas entre professor e alunos que já conheçam o jogo;

3ª) *jogar para garantir regras:* é o momento do "jogo pelo jogo", no qual o aluno explora as noções matemáticas presentes no jogo e compreende as regras;

4ª) *intervenção pedagógica verbal:* neste momento, o professor pode intervir com questões que permitam ao aluno refletir sobre suas jogadas, para tentar relacionar os procedimentos de resolução de problemas para os alunos com a formalização matemática;

5ª) *registro do jogo:* depende da natureza do jogo que é trabalhado e dos objetivos a serem alcançados com os registros, sendo visto como uma maneira dos alunos formalizarem, pelo uso de uma linguagem própria, os cálculos utilizados. Entretanto, o registro do jogo não pode ser imposto;

6ª) *intervenção escrita:* o professor ou os alunos criam situações-problema sobre o jogo para serem resolvidas pelos participantes, sendo que o registro do jogo faz parte deste momento;

7ª) *jogar com competência:* é trabalhar voltado para a situação real do jogo, com o objetivo de executar as estratégias definidas e analisadas durante a resolução das situações-problema, com o objetivo de atribuir um significado ao conhecimento desenvolvido: ganhar o jogo.

Para o jogo ser utilizado no âmbito escolar, além das intervenções pedagógicas propostas por Grando (2000), é necessário, de acordo com Krulik e Rudnik (1983 apud Borin, 2004, p.13-14), que ele tenha alguns critérios para ser considerado um instrumento auxiliador no aprendizado em Matemática, os quais se aproximam da Teoria das Situações:

> a) O jogo deve ser para dois ou mais jogadores, ou seja, não pode ser um jogo “solitário”;
> b) O jogo deve ter regras pré-estabelecidas que não podem ser modificadas no decorrer de uma rodada;
> c) As regras devem ser formuladas de modo que, ao final, só haja um vencedor;
> d) O jogo não deve ser apenas mecânico e sem significado para os alunos;
> e) O jogo deve permitir que cada jogador possa fazer a jogada dentro das regras. A sorte deve ter um papel secundário ou mesmo em nada interferir. (KRULIK e RUDNIK, 1983 apud BORIN, 2004, p.13-14).

Para que o jogo possa auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, de acordo com Grando (2004), é importante que os objetivos do jogo estejam claros; a metodologia a ser utilizada seja apropriada à idade dos alunos que irão desenvolver o trabalho e; que a atividade seja desafiadora para provocar no aluno uma ação que desperte nele o interesse para o aprendizado.

Para Grando (2004), é importante que o jogo represente sempre um desafio para os alunos, com o objetivo de gerar conflitos cognitivos na resolução das situações-problema apresentadas. Quando a criança tem como objetivo ganhar o jogo, usa sua inteligência para superar os obstáculos cognitivos e emocionais e torna-se mais ativa.

O jogo é citado ainda pela autora como um instrumento que permite desenvolver nos alunos a capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las, com autonomia e cooperação. Portanto, ensinar com o uso de jogos, é uma das maneiras de estimular a vontade e o prazer dos alunos pela aprendizagem, no intuito de que eles se tornem agentes no processo de ensino e aprendizagem.

Trabalhar com jogos em sala de aula, na concepção de Grando (2004) é tentar recuperar o caráter lúdico do ensino e aprendizagem, o qual tem sido deixado de lado cada vez mais cedo por se ignorar a importância da atividade lúdica.

De acordo com Brougère (2003), para o senso comum, o jogo deve ser restrito às crianças em faixa etária não escolar, pois a escola tem como proposta preparar o indivíduo para o futuro. Por este motivo trabalhar com atividades lúdicas em sala de aula, gera certa resistência, sobretudo quando não se compreende o jogo em sua grandeza dentro do contexto escolar.

Os jogos, dentro de um contexto social e didático metodológico, com base nas pesquisas realizadas por Grando (1995), podem ser classificados em jogos de:

a) *azar:* a possibilidade de ganhar ou perder não depende da habilidade do jogador, mas sim, exclusivamente, do azar do mesmo, não depende da elaboração de nenhuma estratégia;

b) *quebra cabeça:* o jogador, geralmente sozinho, resolve um problema que exige raciocínio, pois a solução é desconhecida do jogador;

c) *estratégia:* dependem do raciocínio lógico para a elaboração de estratégias por parte do jogador e não se conta com o fator sorte;

d) *fixação de conceitos ou treinamento:* usados para ajudar na fixação ou memorização de conceitos, fórmulas e técnicas, ligada a um determinado objeto matemático;

e) *pedagógicos:* podem ser usados no processo de ensino e aprendizagem;

f) *computacionais:* são projetados e utilizados em ambientes computacionais, com o objetivo de familiarizar a criança com o computador e fixar conceitos, estratégias e habilidades.

Para a autora, esta classificação não quer dizer que cada jogo inclui-se somente em uma categoria. Um jogo pode estabelecer uma intersecção entre elas. O jogo Contig 60®, por exemplo, pode ser classificado como jogo pedagógico e de estratégia.

O jogo de estratégia, segundo Grando (2000), é sempre realizado com mais de um jogador e depende, única e exclusivamente, dos jogadores para vencer. Ao jogador cabe elaborar uma estratégia para tentar vencer o jogo e o fator sorte e aleatoriedade podem ou não estar presentes. Neste tipo de jogo, é importante para o aluno encontrar a melhor estratégia para a solução do problema, aproveitando todo o processo de formulação até chegar à solução, cada jogada dependerá da jogada realizada pelo adversário e representará a necessidade de se resolver uma nova situação-problema para vencer.

O jogo pedagógico e de estratégia possibilita à criança construir relações quantitativas ou lógicas, que se caracterizam pela aprendizagem de raciocinar, demonstrar, questionar e aprender com os erros e acertos, assumindo a função de pesquisador, criando hipótese, estratégias para vencer, realizando a análise dos riscos e possibilidades de cada jogada, produzindo o conhecimento.

O jogo em sala de aula, de acordo com Grando (2000), tem a função de estabelecer a ordem e a disciplina, pois as “regras” são elaboradas pelo grupo de maneira conjunta. Para que isso ocorra, é necessário o professor estar disposto a correr riscos e deixar de lado o papel de “dono” do saber, recuperando o lúdico, em conjunto com seus alunos, e tornando a sala de aula um espaço de diálogo, de vivência e convivência.

Para Grando (2004), os jogos são um recurso pedagógico eficaz para a construção do conhecimento matemático e podem ser usados para introduzir ou aprofundar um determinado conteúdo matemático, no sentido de promover o exercício do pensamento crítico dos jogadores.

A teoria de Piaget, segundo Naville (1998), tem por base um sujeito ativo, integrado com o meio para adquirir conhecimento, além de relacionar o indivíduo com o desenvolvimento da inteligência e a construção do conhecimento. Para Piaget, o indivíduo atua no próprio desenvolvimento, o qual é fruto de um processo interno. O uso do jogo no contexto escolar implica em acompanhar o aluno na sua evolução, permite relacionar o conhecimento com o meio, sendo o jogo um exercício importante para o desenvolvimento social, afetivo, cognitivo e moral.

Segundo a teoria piagetiana, o desenvolvimento do indivíduo pode ocorrer por meio do jogo na escola quando revestido de seu significado funcional, não sendo usado como uma atividade de descanso ou apenas um objeto para as crianças gastarem suas energias. Com o uso de atividade lúdica, a criança assimila e interpreta a realidade. Para Brenelli (2007), a escola pode possibilitar atividades com jogos para que a criança assimile as realidades intelectuais e as interiorize.

Para Piaget (1978 apud Brenelli, 2007), o processo de adaptação é um movimento de equilíbrio contínuo entre a assimilação e a acomodação. Na atividade com jogo, de acordo com Brenelli (ibid), prevalece a assimilação que é o processo no qual o indivíduo transforma o meio para satisfação de suas necessidades.

O desenvolvimento do indivíduo é um processo contínuo de adaptação, no qual o sujeito modifica o meio e é modificado por ele, sendo organizado em quatro fatores: maturação, experiência, transmissão social e equilibração. As leis de equilibração ocorrem por meio de um conflito cognitivo com os conhecimentos já existentes no processo de assimilação e acomodação.

A assimilação é a incorporação da realidade aos esquemas de ação do indivíduo, ou seja, o processo no qual o indivíduo transforma o meio para a satisfação de suas necessidades, um mecanismo que o sujeito aplica para compreender o objeto e o conhecimento anterior. Acomodação é a reestruturação dos esquemas de assimilação, a partir de situações perturbadoras enfrentadas pelo sujeito. O sujeito transforma-se, acomodando-se ao objeto, ajustando-se por um esforço pessoal e espontâneo às resistências impostas pelo novo objeto, e o novo conhecimento representa a acomodação.

Só há aprendizagem quando os esquemas de assimilação sofrem acomodação. A assimilação e acomodação são processos indissociáveis e complementares, havendo equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, o sujeito é capaz de inventar uma solução própria para uma situação-problema.

Macedo, Petty, Passos (2008), com base na obra de Piaget (1945)[8] estruturam os jogos segundo três formas básicas de assimilação:

---

[8] A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. Tradução de Álvaro Cabral e Christiano Monteiro Oiticica. 1ª ed. Rio de Janeiro, Zahar, 1971.

1ª) *exercício*: nos jogos de exercício, a forma de assimilação é funcional ou repetitiva, correspondendo às primeiras manifestações lúdicas da criança e ela tem como finalidade vivenciar o prazer do funcionamento do jogo, na fase denominada por Piaget de sensório-motor[9]. Nesta etapa, ao repetir uma ação, a criança observa o que é regular e o que vai se alterando em cada repetição, sendo capaz de identificar as regularidades, tendo como conseqüência a formação de hábitos. No sistema escolar, os jogos de exercício permitem às crianças enfrentarem as tarefas escolares de produção de conhecimento, como fim e não como meio;

2ª) *símbolo*: os jogos simbólicos caracterizam-se pela assimilação deformante, porque, nesta situação, a realidade é assimilada por analogia, como a criança pode ou deseja. As fantasias ou mitos, por exemplo, que a criança inventa ou que escuta tantas vezes e que tanto a encantam, são expressões dessa assimilação. Segundo Macedo, Petty, Passos (2008), os jogos simbólicos são importantes, pois a criança assimilando o mundo como pode ou deseja, cria analogias, faz invenções, torna-se produtora de linguagens, cria acordos pela necessidade de explicar situações, dar respostas, ainda que provisórias. Estas construções simbólicas permitem às crianças se submeterem às regras de funcionamento da escola;

3ª) *regra*: os jogos de regra englobam os jogos de exercício e simbólico caracterizados pela assimilação recíproca, tendo como objetivo principal o respeito às regras. Pelo consentimento mútuo, elas podem ser transformadas conforme a necessidade do grupo. No jogo de regras, a criança abandona seu egocentrismo e seu interesse passa a ser social, porque a estrutura dos jogos de regra é de caráter coletivo. Os jogos de regra têm um caráter competitivo em que o desafio é superar a si mesmo ou ao outro, sendo importantes no ambiente escolar porque, para ganhar, são necessárias: a coordenação de diferentes pontos de vista, a antecipação, a recorrência e o raciocínio operatório. Segundo Macedo, Petty, Passos (2008, p. 137), “Quem conhece as regras e nunca vence

---

[9] Representa em média os dezoito primeiro meses de vida da criança.

não as conhece operatoriamente. Conhece o jogo em sentido simbólico, mas não operatório.”

Para os autores Fainguelernt e Gottlieb (2001), a criança, pelo prazer em dominar o que aprendeu no momento do jogo, utiliza o novo conhecimento repetidamente, independente da realidade na qual está inserida. Com isso, realiza um exercício de esquemas de ação importante em seu desenvolvimento, que traz o domínio necessário à construção de novas formas de ação.

Para teoria piagetiana, as leis de equilibração ocorrem pelo conflito cognitivo com os conhecimentos já existentes, para se atingir uma coerência com a regulação e compensação com os conhecimentos adquiridos no processo de assimilação e acomodação. Pelo equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, o sujeito é capaz de inventar uma solução própria para uma situação-problema. O sujeito acomoda-se à nova situação apresentada pela própria evolução interna e pouco a pouco a nova situação se transforma em construções adaptadas.

Ao usar o jogo pedagógico e de estratégia, a criança resolve uma determinada situação-problema, realiza abstrações pela análise de suas próprias jogadas e dos adversários. O jogo permite que o sujeito realize a análise dos erros cometidos. A teoria piagetiana aborda três tipos de abstrações:

1º) *empírica*: o sujeito abstrai os conhecimentos do objeto (forma, cor, peso, textura, entre outros) a partir da manipulação;

2º) *refletora*: o sujeito tira informações do objeto, não das propriedades simples, mas das coordenações das ações;

3º) *reflexiva*: o sujeito retira o conhecimento, não dos objetos, mas da coordenação das ações sobre os objetos e da abstração desse objeto.

As experiências matemáticas, segundo Brenelli (2007), têm por característica a abstração reflexiva, por ser construída pelo sujeito ao criar relacionamentos entre vários objetos e coordenar essas relações entre si. O uso do jogo no processo de ensino e aprendizagem de Matemática permite à criança ouvir o colega e discutir as soluções encontradas, identificar diferentes perspectivas e justificar-se. A criança, ao justificar-se, argumenta e reflete sobre os seus próprios procedimentos em um processo de abstração reflexiva, no qual estão envolvidas as abstrações exercidas sobre o objeto e as coordenações que ligam essas ações.

Para alcançar um resultado favorável, é necessário que a criança supere os desafios e as perturbações apresentadas pela situação-problema do jogo. Neste processo, a criança tem a oportunidade de trabalhar com o erro, além de favorecer a tomada de decisão e consciência necessárias na construção de novas estratégias para “ganhar” o jogo. Ao jogar, o aluno não se preocupa com o erro e, sim, em participar da atividade, podendo desenvolver o papel de pesquisador na construção do próprio conhecimento.

De acordo com Borin (2004), as atividades lúdicas como o jogo no âmbito escolar podem ser adotadas como metodologia, mas com muita cautela por parte do educador. Para o senso comum, o jogo assume uma característica de brincadeira e os alunos podem se envolver de tal maneira com a preocupação de ganhar o jogo, ao ponto de infringirem as regras se o adversário não estiver atento. Ao professor cabe o papel de mediador na busca da melhor forma para desenvolver o processo de ensino e aprendizagem ao proporcionar situações que permitam aos alunos refletirem sobre os saberes ensinados e vividos, na busca e construção do seu próprio conhecimento.

Para Piaget (1976 apud BRENELLI, 2007), ao jogar, a criança interpreta ou assimila a realidade por si própria. Por isso, conclui-se que a utilização do jogo no ambiente escolar pode proporcionar à criança assimilar as realidades intelectuais que estão distante delas, não permitindo que estas realidades permaneçam exteriores à inteligência delas.

Grando (2004) afirma que a Matemática existe no pensamento humano e, por isso, depende de muita imaginação para definir suas regularidades e conceitos, sendo o jogo um instrumento que proporciona para a criança momentos de atividade criadora.

A utilização de jogos é importante no ensino e de aprendizagem de Matemática, com eles, pode-se obter um processo de desenvolvimento cognitivo que é dinâmico e desafiador, que permita aos alunos aprimorarem o cálculo mental, além de serem protagonistas no processo de construção de novos conhecimentos.

Acreditamos que os jogos são importantes na escola, mas, antes disso, são importantes para a vida, pois concordamos com Macedo, Petty, Passos (2008, p. 139): “joga-se para não morrer, para não enlouquecer, para sobreviver, com poucos recursos pessoais, culturais, sociais, em um mundo difícil”. Para o ser humano, jogar passa a ser uma experiência fundamental, porque na vida utilizamos o jogo para não sofrer, para mentir, para fingir, para evitar o êxtase da vitória ou da derrota. Por isso, o jogo tem um sentido espiritual, filosófico, cognitivo, cultural e simbólico.

Neste trabalho, acreditamos que o jogo é um instrumento importante e relevante no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pois num jogar orientado pelo educador, o jogo é visto como fonte de desafios, capaz de promover a aprendizagem e auxiliar os educandos na solução de diversas situações-problemas.

2.3 SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

As reflexões propostas a seguir foram baseadas no texto *Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos*, tendo como autora Márcia Regina Ferreira de Brito (2006).

A solução de problemas refere-se a uma atividade mental que envolve o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução da situação-problema apresentada. Ao propor o jogo Contig 60® para o ensino de expressões numéricas, esperamos favorecer aspectos cognitivos que permitam a análise, exploração, criatividade, imaginação e memorização no momento do jogo.

Toda situação-problema pode ser inovadora e motivadora, proporcionando ao indivíduo a vontade e o entusiasmo de buscar a solução. Se a situação-problema apresentada, já for conhecida do aluno, não é considerada uma situação-problema, pois não permite a reflexão e a evolução dos procedimentos mentais do indivíduo. Para ser caracterizada uma situação-problema, são necessários que sejam envolvidos diversos mecanismos cognitivos, pessoais, no processo da busca de conhecimentos prévios (conceitos e princípios) e alternativas de solução.

Existem três pontos que são importantes para compor um problema, são eles: o enunciado; o processo de solução do problema e; a solução, ou seja, conseguir chegar ao resultado almejado.

Para apresentar o jogo Contig 60® como problema, tomaremos as regras e o objetivo do jogo como o enunciado; a busca pelos números existentes no tabuleiro e a reestruturação das tentativas de resolução das expressões numéricas, como o processo de solução do problema e, quando o estudante conseguir marcar um número no tabuleiro, após resolver a expressão numérica, a solução propriamente dita.

Após fazer uma revisão bibliográfica das etapas da solução de problemas, Brito (2006) conclui que vários autores, entre eles Bransford e Stein, 1993; Hayes, 1989; Stemberg, 1986 incluem os mesmos passos denominados de essenciais, que passam pelas seguintes fases:

> Identificação do problema; Definição e representação do problema; Formulação da estratégia; Organização da informação; Alocação de recursos; Monitoramento da estratégia; Avaliação da solução. (BRITO, 2006, p. 24).

Para que essas etapas façam parte da vida dos estudantes, acreditamos ser importante, desde os primeiros anos escolares, a realização de atividades, as quais contribuam para a leitura e compreensão dos enunciados dos problemas aritméticos. A autora afirma que essa prática permite ao aluno ter a atitude de refletir sobre a solução encontrada, pois só assim ele tentará elaborar uma representação do problema e formular uma estratégia para resolver a situação-problema apresentada.

Com a utilização do jogo Contig 60®, iremos criar situações em que os estudantes sintam-se motivados e desafiados a alcançarem os objetivos do jogo, formulem estratégias para a resolução da situação-problema apresentada, tenham uma atitude positiva frente aos erros e as diversas possibilidades de resolução.

Atualmente, no Currículo do Estado de São Paulo (2009), o caderno de Matemática traz as habilidades matemáticas que são importantes para serem desenvolvidas pelos alunos. Antes de falarmos com relação as habilidades matemáticas, vamos definir o que é habilidade:

> Habilidade significa fazer algo com qualidade, ter capacidade, inteligência, destreza, astúcia, ter manha... saber ver, ouvir, comunicar... saber ordenar as prioridades ou necessidades, saber passar as decisões de modo entusiasmado e convincente. Ter habilidade é fazer algo com destreza... Habilidade é o mesmo que dominar, encarnar um conteúdo, idéia, problema, no corpo, mãos, pernas, cabeça... Habilidade é uma conquista, implica no desenvolvimento de esquemas orais, corporais, mentais, verbais... Habilidade é a arte de ser competente... (MACEDO, 2008, p. 7-9)

O professor que deseja desenvolver as habilidades matemáticas em seus alunos precisa estar atento à compreensão do texto; representação e categorização do problema; estimativa e planejamento de solução; auto-avaliação do procedimento, cálculo e redação da resposta, para permitir ao aluno uma releitura do problema e melhor compreensão do texto.

As habilidades matemática e verbal são um dos fatores que influenciam na solução de problemas, acredita-se que a compreensão verbal do enunciado do problema é anterior à compreensão matemática do mesmo.

Para Macedo (2008), a escola, ao invés de procurar desenvolver essas habilidades, ocupa-se da memorização, ensinando fórmulas, algoritmos e modelos matemáticos, o que leva à não valorização e desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. A habilidade verbal é necessária para a compreensão do problema, na busca do melhor algoritmo a ser usado e quais resultados serão aceitos.

É importante que o conhecimento seja transferido da sala de aula para o cotidiano do aluno, e não o inverso. Sendo assim, as situações-problema trabalhadas no contexto escolar não podem ser apresentadas como um modelo de problemas a ser aplicável em outras situações. Com o uso do jogo Contig 60®, esperamos levar os alunos a justificar oralmente e, por escrito em algumas situações, os procedimentos de resolução utilizados, com o objetivo de levá-los a refletir sobre a melhor estratégia para solucionar a situação-problema apresentada.

As situações-problema apresentadas em sala de aula precisam ser significativas e desafiadoras, para permitir aos alunos compreenderem o significado dos conceitos aplicados. Para Brito (2006, p. 36), “apropriar-se dos conhecimentos matemáticos e lingüísticos implica adquirir conteúdos para o pensamento, transformando-os em ferramentas para o próprio pensar”.

Ao trabalharmos com o jogo Contig 60®, observaremos os processos de resolução dos problemas dos estudantes durante as partidas, ao se depararem com as situações desafiadoras e novas que o jogo proporciona, deverão desenvolver as habilidades matemáticas propostas para o aprendizado de expressões numéricas.

2.4 OBJETO MATEMÁTICO: EXPRESSÕES NUMÉRICAS

O sentido do número tem um significado primitivo e, para Henriques (2002), a contagem é a primeira atividade especificamente aritmética que pode ser observada no ser humano.

Para Lins e Gimenez (2006), é importante que a aritmética aborde as representações e significações diversas, análise do *porquê* dos algoritmos e divisibilidade, uso adequado e racional de regras e processos de raciocínio, deixando de lado a visão extremamente formal ou a puramente manipulativa.

Para um bom trabalho curricular aritmético, é importante ter alguns objetivos, dentre eles, citamos os que pretendemos abordar em nosso trabalho:

> - Buscar a compreensão da quantidade e a observação e a manipulação de processos operativos.
> - Fomentar a criatividade e a sensibilidade na busca de propriedades e relações.
> - Conhecer, assumir e usar uma metodologia heurística, motivando a intuição para ajudar a formulação de hipóteses, generalizações e, em alguns casos, estratégias indutivas. (LINS e GIMENEZ, 2006, p. 44).

O trabalho com números naturais aborda diversos tipos de dificuldades, entre elas, a falta de sentido no processo de contagem, dificuldades de agrupamentos, decomposições, problemas de interpretação simbólica, tarefas de ordenação, erros por não conseguirem dar significado à utilização dos algoritmos ensinados.

A construção do conhecimento aritmético relaciona-se, segundo Lins e Gimenez (2006), com diversos tipos de raciocínio, tais como:

a) *Raciocínio figurativo e intuitivo:* existe um raciocínio intuitivo no figurativo, sendo o figurativo referente ao reconhecimento da conservação de quantidades e o intuitivo envolve idéias mais complexas como, por exemplo, resolver uma situação-problema envolvendo expressão numérica.

b) *Raciocínio estruturado aditivo:* referente ao conjunto de estratégias e desenvolvimentos que um sujeito faz observando as propriedades de tipo aditivo.

Nas aulas de matemática, é importante utilizar situações-problema que envolvam questões abertas para permitir ao aluno uma investigação ao resolver tal situação, para auxiliar na produção de conceitos aritméticos com significado, promovendo experiências, reflexões e construção de justificativas, usando alguma forma de raciocínio ligado à aritmética.

O papel do cálculo é muito importante na construção do sentido numérico pelo aluno, tendo estes cinco aspectos:

> - o reconhecimento da existência de *distintos tipos de cálculos* e das importâncias relativa de cada um, atribuindo em cada momento o papel operativo procedimental ou conceitual correspondente;
> - a explicitação das *relações numéricas*, de modo a resolver situações problemáticas concretas (intervenção e significatividade na resolução de problemas);
> - instrumentalização de forma estruturada dos diversos cálculos, *integrando diversas relações gerais aritméticas* estudadas (estruturação);
> - promoção da criatividade e surgimento de *estratégias próprias* associadas a processos de generalização, análise, síntese, etc., identificando algumas *estratégias ou modelos de importância específica* (gestão);
> - reconhecimento da *adequação, da utilidade e do valor das estratégias propostas* por nós mesmos e pelos demais (controle de qualidade). (LINS e GIMENEZ, 2006, p. 76-77)

Dentre os cálculos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, é importante favorecer a utilização do cálculo mental. De acordo com

Grando (2000 e 2004), o cálculo mental facilita uma reflexão quanto ao significado do resultado e à ordem da grandeza obtida, além de levar o aluno à reflexão sobre o significado dos cálculos intermediários e facilitar a compreensão das regras dos algoritmos do cálculo escrito. O cálculo mental permite ao aluno fazer uma reflexão posterior sobre as estratégias utilizadas, por desenvolver nele a criatividade e formas diversificadas de pensamento.

Com a utilização do jogo Contig 60®, permitiremos que o aluno perceba técnicas e conceitos necessários para reconhecer o valor de quantidade, ordem, situação e operação, expressas pelos números. A estrutura escolar curricular desenvolve um conceito intuitivo com relação aos números, por isso, ao auxiliar o aluno no processo investigativo das expressões numéricas pelo raciocínio ligado à aritmética, tentaremos suprir as dificuldades e os erros dos alunos, que na maioria das vezes, encontra-se no papel operativo e na produção de significado das estruturas aritméticas na resolução de situações-problema. Sendo assim, o jogo Contig 60® permite ao aluno relacionar os números com as operações, encontrar maneiras criativas para resolver as situações-problema e compreender o sentido numérico das operações aritméticas.

Ao utilizarmos o Contig 60®, abordaremos o ensino e a aprendizagem de expressões numéricas. Expressão é o ato ou efeito de se expressar e, em Matemática, é a representação do valor de uma quantidade sobre forma algébrica, com ou sem pontuação.

As expressões numéricas são aquelas que apresentam como resultado um valor numérico que pertence ao conjunto dos números naturais, inteiros, racionais ou reais, com o uso das propriedades comutativa, associativa, distributiva e elemento neutro, seguindo as operações de potenciação e/ou radiciação, multiplicação e/ou divisão, adição e/ou subtração e o uso das pontuações parênteses, chaves e colchetes que servem para mudar a ordem de prioridade de execução das operações.

Em nossa pesquisa, entenderemos a expressão numérica como a representação do valor de uma quantidade obtida a partir de cálculos com as quatro operações básicas (adição, subtração, divisão e multiplicação) e as propriedades operatórias (comutativa, associativa, distributiva e elemento neutro) determinadas pela utilização de parênteses, chaves e colchetes.

Segundo pesquisa realizada por Arrais (2006), envolvendo o uso das expressões numéricas, observou-se que: ou elas são usadas em ambientes computacionais, nos quais não se tem uma preocupação com a relação ensino e aprendizagem; ou no ambiente educacional como um caminho para introduzir a construção do pensamento algébrico, sendo utilizadas como um modelo matemático capaz de representar uma situação-problema.

Na aritmética, é importante abordar as representações e significações diversas, permitir a análise dos algoritmos, uso adequado e racional de regras e processos de raciocínio, deixando de lado a visão extremamente formal ou a puramente manipulativa. Acreditamos que o jogo Contig 60® permite esse tipo de análise no ensino de expressões numéricas.

Ao trabalhar com este jogo no ensino de expressões numéricas como representação do valor de uma quantidade, nosso objetivo será permitir que o aluno compreenda as propriedades operatórias das expressões numéricas, as quais geralmente são ensinadas pelos professores da mesma forma que aparecem nos livros didáticos, como um conjunto de regras a serem seguidas.

O processo de ensino e aprendizagem da aritmética, nas escolas, cria uma distância entre a aritmética e outras áreas da matemática e do conhecimento, pois não realiza a integração da aritmética na resolução de diversas situações-problema. Acredita-se que o jogo seja auxiliar nessa integração. Muitas vezes ensina-se somente a técnica na resolução de problemas. Segundo Lins e Gimenez (2006), a aritmética é usada como uma arte de regras, técnicas e números e esse ensino algorítmico torna o processo de aprendizagem sem importância para os estudantes, como confirma pesquisa realizada por Arrais (2006) sobre o ensino de expressão numérica.

Com a utilização do jogo Contig 60®, permitiremos que o aluno compreenda técnicas e conceitos necessários para reconhecer o valor de quantidade, ordem, situação e operação, expressas pelos números.

De acordo com Resek et al (2007), o conceito de número é trabalhado de maneira intuitiva e manipulativa, com isso, de acordo com nossa questão de pesquisa, auxiliaremos o aluno no processo investigativo das expressões numéricas por meio do raciocínio ligado à aritmética. Tentaremos suprir as dificuldades e os erros dos alunos, que, na maioria das vezes, encontra-se no papel operativo e na produção de significado para as estruturas aritméticas na resolução de situações-problema.

Portanto, acreditamos que, com o uso do Contig 60®, o aluno irá resolver as atividades propostas, realizando os tratamentos e conversões propostos por Duval (2005), não sendo necessário utilizar as regras pré-estabelecidas apresentadas nos livros didáticos, para resolver as expressões numéricas.

2.5 EXPRESSÃO NUMÉRICA E O LIVRO DIDÁTICO

Não temos a pretensão de realizar uma análise dos livros didáticos e como abordam a expressão numérica, mas fazer um simples relato de como este assunto tem sido apresentado no decorrer de algumas décadas.

Sangiorgi (1966) apresenta as expressões numéricas como um conjunto de operações que devem obedecer regras para serem resolvidas e o uso de parênteses, chaves e colchetes são denominados de sinais de reunião, e servem para pontuar as expressões numéricas e determinar a ordem para que os cálculos sejam resolvidos.

Já Name (1975), descreve as expressões numéricas como um conjunto de regras para resolver as operações e o uso dos parênteses, chaves e colchetes é apresentado por uma série de exemplos.

Diferente dos autores citados, Bongiovanni, Leite e Laureano (1988) introduzem o ensino de expressões numéricas com o exemplo de uma situação-problema resolvida e, logo em seguida, descreve a ordem que deve ser seguida para resolvê-las e aborda somente o uso dos parênteses.

Andrini e Vasconcellos (2002) trazem uma definição diferente dos autores citados, pois abordam o significado de expressões numéricas com a realização de um paralelo de exemplos da Língua Portuguesa. Os autores relacionam o uso dos parênteses, chaves e colchetes com sinais de pontuação e, em seguida apresentam o conjunto de regras para resolver as operações e os sinais de pontuação.

O livro mais atual que encontramos sobre expressões numéricas é a Enciclopédia do Estudante (2008), a qual se propõe tornar a Matemática fácil e agradável aos estudantes. A enciclopédia traz as expressões numéricas com o nome de *Operações Combinadas* e ensina os alunos a resolvê-las como um conjunto de regras a se "obedecer". O autor do texto ignora que uma expressão numérica pode ser formada por colchetes e chaves e só descreve o uso dos parênteses. Este livro não contempla a idéia inicial proposta de tornar a Matemática fácil e agradável, pois não se diferencia dos demais, que sempre recorrem a uma série de regras para resolver as expressões numéricas.

O livro didático é um material de apoio para os professores, entretanto, muitas vezes tem sido o único material usado pelo professor na elaboração de aulas e atividades. Talvez este seja um dos fatores das expressões numéricas serem ensinadas durante tanto tempo de maneira mecânica como um conjunto de regras a serem seguidas.

Os problemas abordados nos livros didáticos, segundo Diniz (2001), são simples exercícios de aplicação ou fixação de técnicas ou regras e esse tipo de situação-problema, denominada de convencional, gera nos alunos atitudes inadequadas, frente ao que significa aprender e pensar em Matemática. Em outras palavras, a aprendizagem a partir de respostas corretas, na busca de modelos a serem seguidos.

Com a utilização do jogo Contig 60® para ensinar expressões numéricas, proporcionaremos um ensino diferenciado do apresentado nos livros didáticos, pois o jogo permite ao aluno construir as próprias expressões numéricas e resolvê-las, na busca de um resultado que seja favorável a ele.

2.6 O JOGO CONTIG 60®

O jogo Contig 60® foi criado pelo Dr. John C. Del Regato – Copyright 1980, 1986, pertencente ao *Mathematics Pentathlon do Pentathlon Institute* (USA) (in Grando 2004). Trata-se de um jogo de estratégia, o qual envolve o cálculo mental com as quatro operações básicas e os números naturais (adição, subtração, multiplicação e divisão) e para jogar é necessário operar aritmeticamente. O jogo é composto por um tabuleiro que segue no anexo B e três dados[10].

Segundo Grando (2000), ao jogar, o aluno irá trabalhar de maneira diferente da qual está habituado na escola. Geralmente, nas atividades de aritmética, são apresentadas as expressões com a operação já definida e ao aluno só cabe realizar cálculos. No Contig 60®, a ordem é inversa: são apresentados os possíveis resultados e os números a serem operados são sorteados, ao aluno cabe pensar com quais operações poderá trabalhar para alcançar os resultados possíveis ou desejados, buscando diferentes formas de cálculos para chegar ao resultado almejado, abrindo espaço para a análise de possibilidades no jogo e a construção de procedimentos diversos.

Para ganhar, cada jogador ou cada dupla tem que alcançar o número de pontos definidos antes da partida ou ser o primeiro a identificar cinco fichas da mesma cor em linha horizontal, vertical ou diagonal.

Os adversários jogam alternados, lançam a quantidade de dados permitidos e montam uma expressão numérica, a qual tem que envolver todos os números indicados nas faces dos dados. Depois, coloca a ficha sobre o resultado obtido, desde que o local não esteja ocupado.

Cada jogador inicia o jogo com 30 ou 40 pontos e, cada vez que coloca uma ficha de sua cor no tabuleiro, ele subtrai um ponto para cada casa ocupada, vizinha da casa que ele vai marcar.

---

[10] Em nossa dissertação, iremos utilizar o jogo com até cinco dados.

Se um jogador construir uma sentença errada, o adversário pode acusar o erro, ganhando com isso dois pontos dos quais serão subtraídos de seu total, o jogador que errou retira sua marca e perde a vez de jogar.

Se um jogador passar a vez, por acreditar que não pode construir nenhuma sentença com os valores obtidos nos dados e seu oponente conseguir fazê-lo, é este quem ganha o dobro dos pontos que seu adversário faria e, em seguida, pode fazer sua própria jogada.

Vence aquele que, em primeiro lugar, conseguir alinhar cinco de suas marcas na horizontal, vertical ou diagonal (sem marcas do oponente intercaladas) ou aquele que, em primeiro lugar, chegar a zero ponto.

Outro modo de jogar é, ao invés dos jogadores iniciarem a partida com trinta pontos e irem subtraindo os pontos ganhos em cada jogada até chegar ao resultado zero, pode ser feito o processo contrário, os jogadores iniciam com zero ponto e precisam alcançar os 30 pontos no decorrer das partidas.

Nesta pesquisa, propomos o Contig 60® como um instrumento para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de expressões numéricas.

A seguir será realizado um Estudo Exploratório com professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental e o trabalho com os alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, tendo como instrumento o jogo Contig 60®.

CAPÍTULO III: A PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo, apresentaremos um estudo exploratório, descreveremos os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa, a seqüência de atividades elaboradas com as análises a *priori* e as *posteriori* realizadas durante o trabalho com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, além de um breve relato do local onde foi realizada a pesquisa de campo.

3.1 ESTUDO EXPLORATÓRIO

Apresentaremos neste capítulo um estudo exploratório que foi realizado com professores de 1ª a 4ª série do Ciclo I, da rede Estadual da cidade de São Paulo, da escola em que estudam os nossos sujeitos da pesquisa.

3.1.1 DESCRIÇÃO DO ESTUDO

A partir das conclusões de Grando (2000) e Arrais (2006), e, frente à oportunidade de trabalhar com professores do Ciclo I (1ª à 4ª séries) da escola dos sujeitos da nossa pesquisa, resolvemos realizar um estudo exploratório para analisar o ensino e aprendizagem de expressões numéricas, tendo, como instrumento o Contig 60®, com o objetivo de nortear e modelar a nossa pesquisa.

O estudo exploratório foi realizado com dezesseis professores do Ciclo I, sendo que quatorze desses professores tem graduação em Pedagogia e os outros dois em Educação Física e Artes. As atividades foram divididas em três sessões, realizadas nos horários de HTPC, tendo duração de cinqüenta minutos cada. Dos professores que participaram, quatro deles não estiveram presentes em todas as seções, tendo suas atividades descartadas, dentre eles, o de Educação Física e o de Artes.

Durante a pesquisa foi proposta uma seqüência de atividades para permitir aos professores vivenciarem as quatro fases da Teoria das Situações Didáticas de Brosseau (1986): ação, formulação, validação (fases adidática) e institucionalização (fase didática).

A seguir, realizaremos a análise a *priori* e *posteriori* da seqüência didática realizada com os professores, que nelas serão identificados por nomes fictícios.

3.1.2 ANÁLISE DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA DO ESTUDO EXPLORATÓRIO

As análises serão realizadas com base nas atividades de doze professores que estiveram presentes durante todo o período da aplicação das atividades. Todas as sessões foram observadas e audiogravadas. Ao propor a seqüência didática, esperamos que os professores utilizem e articulem os Registros de Representação Semiótica de Duval (2005).

Apresentaremos, a seguir, a seqüência de atividades que foi elaborada e aplicada e as análises a *priori* e *posteriori*.

Análise da Seqüência Didática do Estudo Exploratório

Atividade 1: Familiarização com o Jogo Contig 60®

Esta atividade consiste em os participantes jogarem o Contig 60®, com três, quatro e cinco dados.

Análise a *Priori*

Ao usar o jogo Contig 60®, queremos que os professores elaborem estratégias para ganhar o jogo. No decorrer das partidas esperamos que os professores reflitam em suas jogadas, pois cabe a eles a escolha das operações básicas que utilizarão, visando a escolha do melhor resultado apresentado no tabuleiro.

Optamos por não discutir como organizar ou calcular as expressões numéricas na primeira atividade, visto que nossa intenção era que os professores procurassem o resultado almejado no tabuleiro, mobilizando seus conhecimentos a respeito desse conteúdo.

Análise a *Posteriori*

Os professores do Ciclo I foram divididos em quatro grupos denominados G1 (Cibele e Márcia, Luiza e Silvio), G2 (Rosana e Rafaela, Rebeca e Talita), G3

(Andrea e Gabriela, Jéssica e Mônica) e G4 (Bianca e Conceição, Tânia e Amanda), cada grupo formado por quatro sujeitos, divididos em duplas como descrito. No momento do jogo, foi entregue para cada grupo um tabuleiro, as regras do jogo, dados, folhas para registro e giz de cera para realizarem a marcação no tabuleiro. Após a distribuição do material, as regras foram lidas e discutidas pelos grupos e esclarecidas pela pesquisadora.

Nenhum dos participantes conhecia o Contig 60®. Eles começaram a jogar timidamente sem muito entusiasmo, mas, depois de algumas jogadas, estavam totalmente envolvidos e competindo, preocupados em “ganhar o jogo”, o que ocasionou discussão no grupo G2. De acordo com Huizinga (2007), o fato de ganhar o jogo, está intimamente ligado a uma decisão sagrada, que faz com que as pessoas deixem de ter consciência de seu caráter lúdico. Para o autor “[...] a competição (ou ordálio) é uma revelação da verdade e da justiça porque há uma divindade que dirige a queda dos dados ou o resultado da batalha”, (Huizinga, 2007, p. 93).

Ao iniciarem o jogo, os sujeitos trabalharam com três dados e as operações predominantes nas jogadas eram a adição, subtração e multiplicação, sendo a adição, a primeira operação abordada por eles. Nenhum dos grupos utilizou a divisão, nem quando a pesquisadora inseriu cinco dados para cada grupo. O grupo G4 não quis trabalhar com os cinco dados, acharam muito difícil. Além da dificuldade dos grupos em utilizar a operação de divisão, ficou claro durante as observações que existe a dificuldade de se trabalhar com uma expressão numérica que resulte zero, mesmo quando havia esta possibilidade na combinação dos dados.

No primeiro momento, como a pesquisadora não exigiu registro algum das expressões numéricas, nenhum dos grupos observados sentiu necessidade de registrá-las. Os sujeitos faziam as operações e as registravam de maneira não convencional, apenas para facilitar a procura do resultado mais conveniente. Os sujeitos escreviam do mesmo jeito que pensavam, por utilizar na realidade o cálculo mental, como podemos observar na figura 1 que mostra os registros do grupo G2. Embora o cálculo mental não exclua a utilização de papel e lápis para o registro de eventuais cálculos intermediários. Escrever 6 + 4 = 10 ÷ 2 = 5, matematicamente está incorreto, embora represente a seqüência de operações realizadas pelo sujeito. Além disso, a reprodução constante deste tipo de registro pode eventualmente não ser substituída pelo registro correto e provocar um obstáculo para aprendizagem de conteúdos mais complexos.

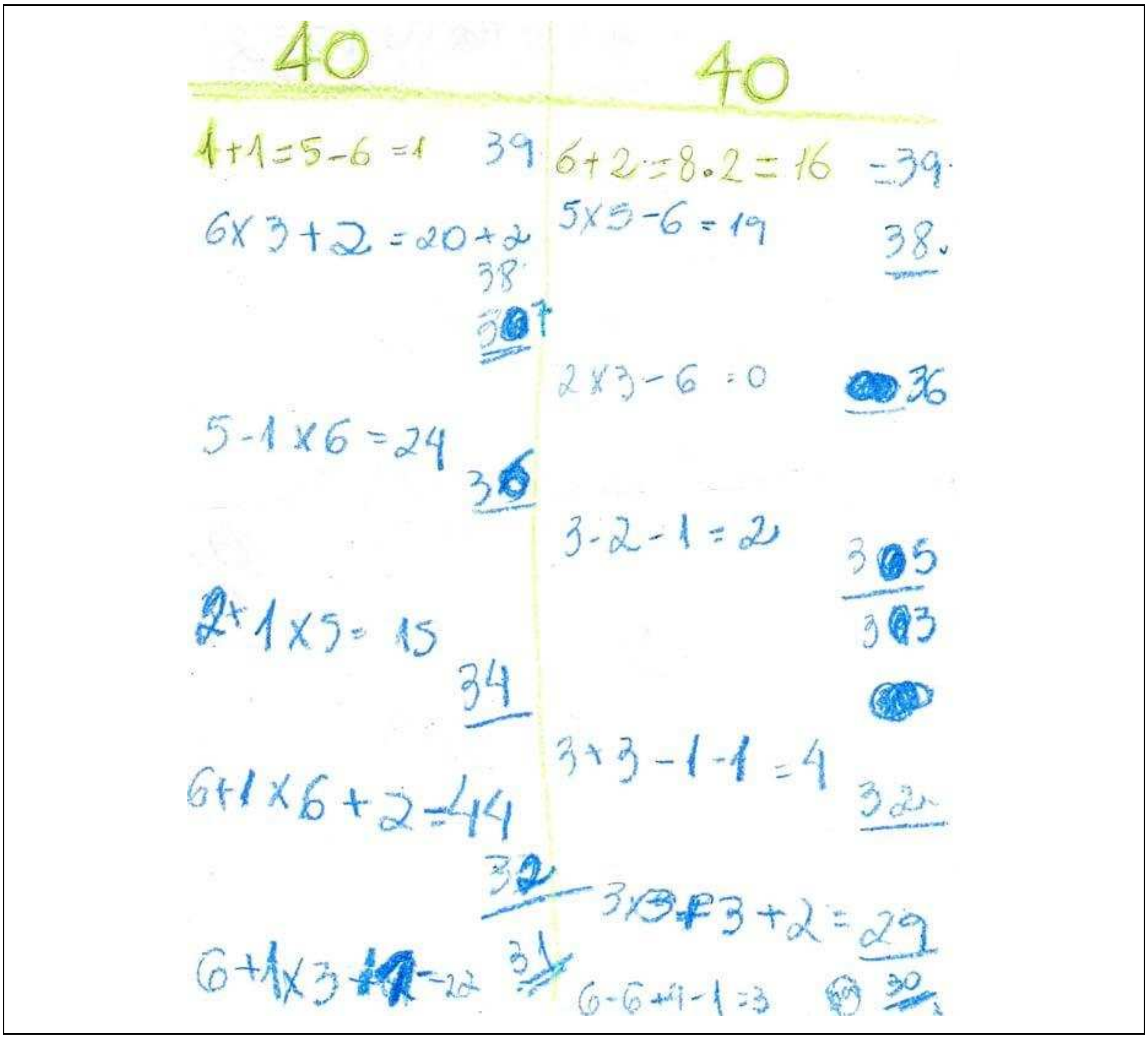


Figura 1: Registro do Jogo Contig 60® pelo G2

Nesta etapa, tínhamos o objetivo de realizar a familiarização dos sujeitos com o material do jogo, a construção de possíveis jogadas, o reconhecimento e compreensão das regras, além de permitir aos sujeitos explorarem as noções matemáticas nele presentes, sem a intervenção do pesquisador. De acordo com Grando (2000), estas são algumas das intervenções pedagógicas relevantes para a análise e inserção do jogo no ambiente escolar.

Atividade 2: Registro do Jogo Contig 60®

Nesta atividade, foi realizado o registro do jogo pelos participantes e estes jogaram com cinco dados.

Análise a *Priori*

No segundo encontro, os sujeitos foram divididos nos mesmos grupos da primeira atividade. Foi entregue o tabuleiro do Contig 60® com cinco dados para cada um dos grupos. Nosso objetivo era a partir do que propõe Grando (2000), realizar uma intervenção pedagógica verbal, para permitir ao professor refletir sobre o jogo e relacionar os procedimentos de resolução com a formalização matemática. Foi solicitado aos participantes que registrassem as jogadas, com o objetivo de fazer as análises dos registros.

A pesquisadora pediu para cada grupo representar suas jogadas com o uso das expressões numéricas, pelo menos, uma das expressões numéricas deveria conter a operação de divisão; o resultado de uma das expressões numéricas deveria ser o número zero. Os sujeitos não demonstraram interesse em atender à terceira condição, talvez por ser uma representação superficial, não se mostrando necessária no momento do jogo.

Análise a Posteriori

Nas observações, percebemos que cada grupo assumiu uma postura diferente em relação ao jogo e as condições impostas. Por exemplo, no grupo G1, a dupla Cibele e Márcia demoravam muito para conseguir realizar as operações, não discutiam entre si as expressões numéricas que encontravam, sempre preocupadas em encontrar um número perto do adversário. Esta dupla apresentou dificuldade em registrar os cálculos mentais que realizavam e algumas vezes a pesquisadora precisou intervir para que elas realizassem os registros. A dupla, algumas vezes, demonstrou certo nervosismo e ansiedade pela dificuldade de realizar os registros, mostraram-se bastante preocupadas com a questão do erro e ambas afirmaram que a dificuldade do jogo está em fazer os registros, talvez por não conseguirem trabalhar com expressões numéricas.

Luiza e Silvio a cada jogada discutem as possíveis soluções e entram num acordo antes de realizarem os registros e marcarem o resultado no tabuleiro, sempre preocupados em fazer mais pontos para ganharem o jogo.

Ambas as duplas ignoraram as condições impostas no início do jogo: ter uma expressão numérica que envolvesse a divisão e que uma das expressões numéricas resultasse zero. Por isso, a pesquisadora solicitou às duplas que continuassem o jogo até que satisfizessem pelo menos uma dessas condições. O grupo apresentou dificuldade para encontrar e registrar uma expressão que tivesse como resultado o número zero, como podemos observar na figura 2:

$$6 + 4 - 5 + 5 \times 5 = 0$$

Figura 2: Expressão com resultado zero de Cibele e Márcia

O grupo conseguiu encontrar o valor zero no momento em que realizavam o cálculo mental, mas ao fazer o registro numérico, não conseguiram obter o mesmo resultado. Se resolvermos a expressão numérica apresentada pelo grupo, encontraremos como resultado “trinta” e não “zero”, isto nos leva a conjecturar que os sujeitos não conseguem atribuir significado ao uso dos parênteses e chaves para resolver a expressão numérica. Pois, para encontrar o resultado indicado, o grupo deveria ter organizado a expressão numérica da seguinte maneira {(6 + 4) – (5 + 5)} x 5.

No grupo G2, o sujeito Talita faltou e Rosana não quis jogar, porém, pediu para registrar as jogadas de Rafaela e Rebeca, que jogaram individualmente.

Rafaela e Rebeca procuravam marcar no tabuleiro resultados próximos do adversário, estavam preocupadas em somar mais pontos e ambas usaram os parênteses ao registrarem as expressões numéricas.

No momento em que Rafaela usava a divisão, não se preocupava em marcar pontos, mas em conseguir registrar uma expressão numérica que envolvesse a operação de divisão. O grupo chegou a discutir, quando Rebeca encontrou a expressão numérica da figura 3.

Rebeca pergunta: “Divisão por zero dá zero?”

Rafaela responde: “Não, dá 80!”

Rebeca se lembra: “Não existe divisão por zero, pois existe uma regra!”

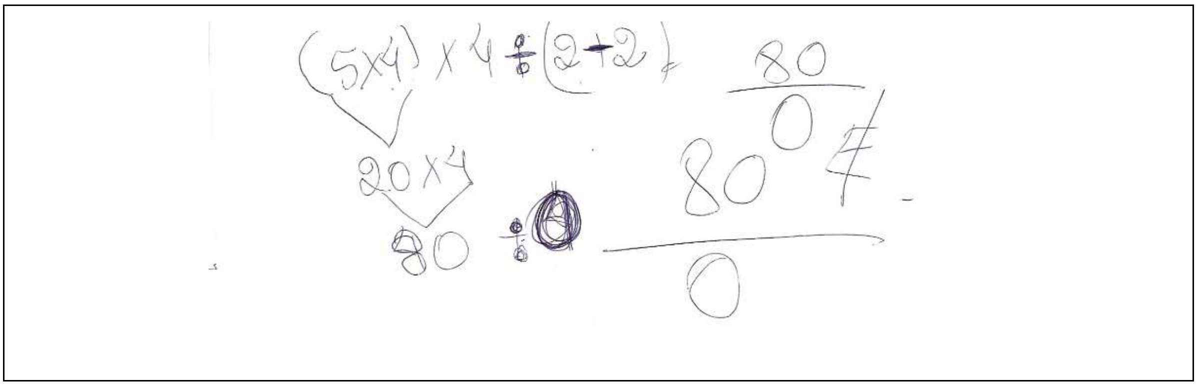


Figura 3: Divisão por zero da Rebeca

Rebeca, na busca de encontrar uma expressão numérica que resultasse zero, evitava usar a multiplicação, mas realizava várias vezes a operação de divisão. Na tentativa de encontrar o resultado almejado, Rafaela a auxiliava a usar adição e subtração, até que Rebeca conseguisse chegar a uma expressão correta com resultado zero.

Rafaela tinha sempre a preocupação de rascunhar na procura de um resultado que lhe fornecesse mais pontos, sem interagir com o grupo, se preocupava somente com os cálculos, na busca de uma melhor jogada.

O grupo G3, formado por Andréa e Gabriela, Jéssica e Mônica, discutia a ordem em que as operações deveriam ser realizadas e como deveriam usar os parênteses até que chegassem a um senso comum. Ao jogarem, sugeriam as operações e procuravam o resultado. Uma vez escolhido um resultado, se não fosse encontrado era logo descartado. As participantes demonstravam certo desconforto por estarem sendo observadas e argumentavam:

Jéssica: “Tenho trabalhado há dezesseis anos na 2ª série e esse assunto eu não sei mais.”

Mônica: **“**Gente eu não gosto de Matemática. Ensino, mas tenho pavor de Matemática.”

Jéssica: “Se eu tivesse que ensinar iria estudar. Deveria ter uma professora da 3ª ou 4ª série em cada grupo. Inclusive serviria como reciclagem. Uma atividade só dá prazer de jogar quando você está acertando. Eu me dou o luxo de errar porque já assinei os papéis da minha aposentadoria.”

Ao observarmos este grupo, percebemos o não envolvimento deles com a atividade, pois estavam mais preocupadas em acertar do que em jogar, com isso não vivenciaram o jogo. Como afirma Huizinga (2007), o Homem tem necessidade de desenvolver atividades lúdicas independentemente da idade, a fim de obter o prazer que a própria atividade pode oferecer, pois é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve.

As participantes do G4: Bianca e Conceição, Tânia e Amanda apresentaram dificuldade em organizar as expressões numéricas. Elas estavam preocupadas em lembrar regras e não conseguiam realizar os registros de expressões numéricas com a operação de divisão, talvez por terem dificuldade com a divisão.

Bianca e Conceição acharam o jogo difícil, pois não conseguiram organizar e representar as expressões numéricas no momento do jogo. Como podemos observar na figura 4, elas realizavam as operações de dois em dois números e depois somavam os resultados.

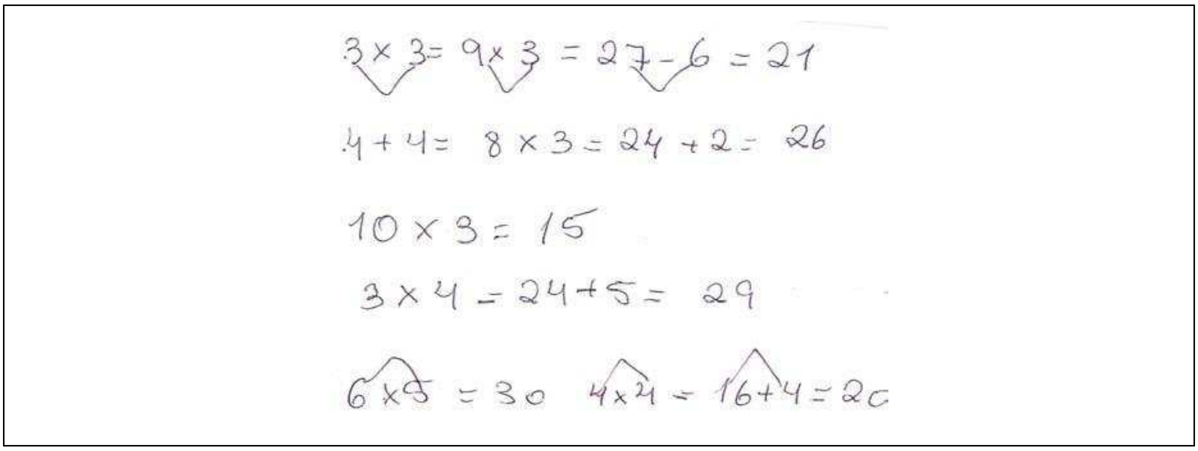


Figura 4: Registro do jogo de Bianca e Conceição

A dupla Tânia e Amanda estavam preocupadas em seguir as regras do jogo e mostravam grande entusiasmo ao jogar. As duas montavam e remontavam as expressões numéricas para observar as possibilidades dos resultados, tinham como objetivo fechar uma seqüência na horizontal. As participantes registraram todas as expressões numéricas sem o uso dos parênteses, não sentiram a necessidade de usá-los e justificaram: *“Nós sabemos a diferença entre usá-los ou não, mas estávamos com preguiça de colocar.”*

A participante Tânia apresentou facilidade em trabalhar com expressões numéricas e Amanda mostrou grande interesse no jogo para aplicá-lo com seus alunos.

Ao usar o jogo Contig 60®, alguns dos professores elaboraram estratégias e refletiram com relação às jogadas, mas outros simplesmente jogaram sem elaborar nenhuma estratégia, preocupavam-se somente em marcar qualquer casa do tabuleiro, sem analisar quais das operações básicas deveriam usar para “ganhar” o jogo. Fato este que nos leva a conjecturar que os professores jogaram por jogar, não sendo possível romper o Contrato Didático presente nesta ação, de encarar o jogo somente como uma atividade lúdica.

O jogo Contig 60® foi usado como um Registro de Representação Semiótica material. Ao jogar, os sujeitos realizaram uma produção de nível de funcionamento consciente, nas quais observamos as funções cognitivas de comunicação com o uso de interações verbais, objetivação na realização do discurso interior e o tratamento dos registros.

Os participantes, ao escreverem os números obtidos nas faces superiores dos dados lançados, realizavam, de acordo com Duval (2005), um tratamento do registro material para o registro numérico e; ao elaborarem as expressões numéricas utilizando os parênteses um registro simbólico.

Atividade 3: Situações-problema

Esta atividade é composta de quatro situações-problema, sendo que a atividade três foi realizada com doze professores, mas analisaremos somente a atividade da professora Conceição. Esta professora foi selecionada, pelo fato de ter iniciado na 4ª série do Ensino Fundamental no ano anterior ao de nossa pesquisa o ensino de expressões numéricas para os sujeitos foco de nossa pesquisa, alunos da 5ª série do Ensino Fundamental.

Descrição da Aplicação

Neste encontro, a pesquisadora proporcionou aos participantes trabalharem com situações-problema que envolvessem a situação do jogo, para que os sujeitos analisassem as estratégias usadas.

A princípio, a pesquisadora realizou a institucionalização por meio de discussão com as participantes sobre o objeto expressão numérica, mas as professoras estavam inibidas em falar, por medo de errar.

Foi entregue uma lista com quatro situações-problema para cada participante (anexo C). Inicialmente, elas ficaram tensas, preocupadas com o uso das regras, acreditavam que se lembrassem das regras, acertariam as situações-problema. As participantes demoraram em média trinta e cinco minutos para resolver as situações-problema propostas.

Alguns dos participantes acharam difíceis as situações-problema apresentadas e ficaram indignados por não conseguirem resolver todas. Uma das participantes disse: *"Essas expressões são simples. Nossa como eu esqueci!"*. Somente um dos professores da quarta série do Ciclo I demonstrou segurança e sentiu-se à vontade em resolver as situações-problema propostas.

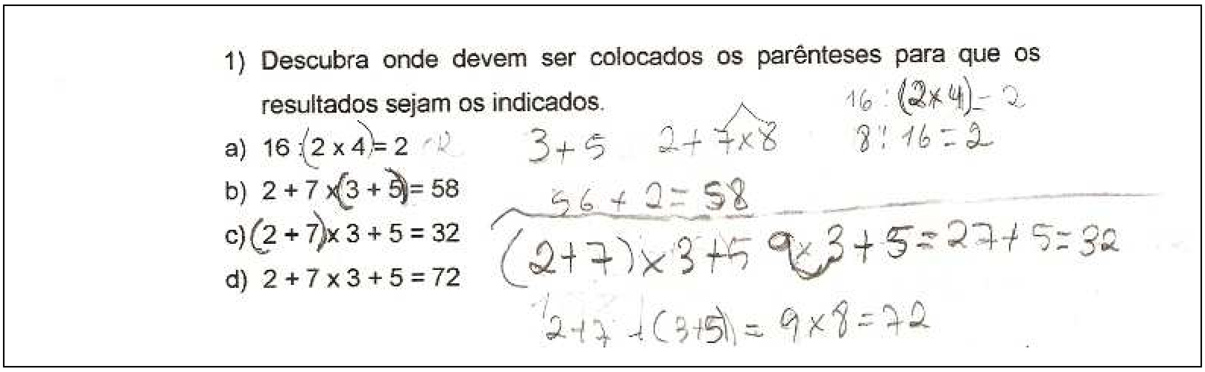
Situação-Problema um, do sujeito Conceição

Análise a *Priori*

Essa atividade tem como objetivo analisar se o sujeito consegue dar sentido às propriedades operatórias e operações aritméticas, com a realização de tratamento.

Análise a Posteriori

Ao resolver a primeira atividade, o sujeito não conseguiu atribuir o uso de parênteses em todos os itens, além de resolver as expressões numéricas como várias operações, agrupando-as de dois em dois, como podemos observar na figura 5.



1) Descubra onde devem ser colocados os parênteses para que os resultados sejam os indicados.

a) 16 : (2 x 4) = 2

b) 2 + 7 x (3 + 5) = 58

c) (2 + 7) x 3 + 5 = 32

d) 2 + 7 x 3 + 5 = 72

16 : (2x4) = 2

8 : 16 = 2

3+5   2+7x8

56 + 2 = 58

(2+7) x 3+5   9x3+5 = 27+5 = 32

(2+7) x (3+5) = 9x8 = 72

Figura 5: Situação-problema (1) da Conceição

Situação-Problema dois, do sujeito Conceição

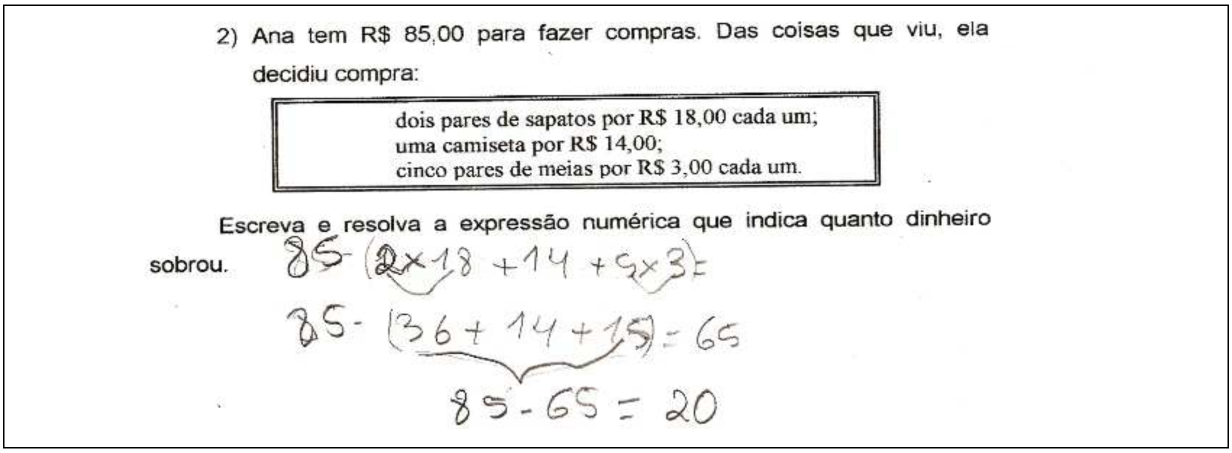
Análise a *Priori*

Essa atividade tem por objetivo permitir ao sujeito articular o registro da língua natural e o registro da escrita dos números, com a realização de um tratamento no registro dos números para encontrar a resposta da situação-problema apresentada.

Análise a Posteriori

De um modo geral, ao realizar as atividades, o sujeito apresentou dificuldades e pediu auxílio várias vezes, tanto para a pesquisadora, quanto para os outros participantes.

Ao resolver a atividade dois, o sujeito conseguiu realizar, como mostra a figura 6, a conversão do registro da língua natural para o registro da escrita dos números e realizou o tratamento do registro numérico para encontrar a solução da situação-problema apresentada.



2) Ana tem R$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu compra:

dois pares de sapatos por R$ 18,00 cada um;
uma camiseta por R$ 14,00;
cinco pares de meias por R$ 3,00 cada um.

Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou.

85 - (2x18 + 14 + 5x3) =

85 - (36 + 14 + 15) = 65

85 - 65 = 20

Figura 6: Situação-problema (2) da Conceição

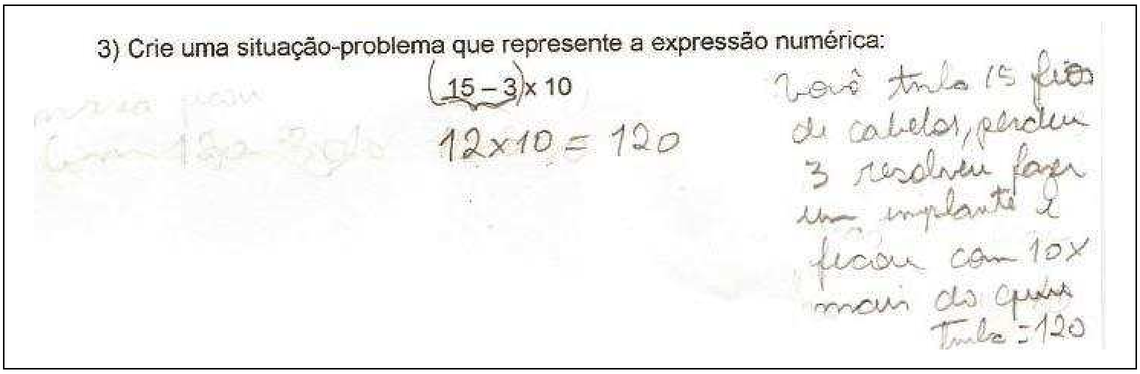
Situação-Problema três, do sujeito Conceição

Análise a *Priori*

Essa atividade tem a finalidade de permitir aos sujeitos articularem o registro numérico para o registro da língua natural. A articulação entre esses dois registros representa uma conversão não-congruente, que, de acordo com Duval (2005), indica que o sujeito está dominando o objeto matemático estudado.

Análise a Posteriori

O sujeito somente conseguiu realizar a atividade três depois da mediação realizada por um dos colegas. A manipulação entre o registro numérico para o da língua natural apresentado pelo sujeito, não apresentou uma situação-problema contextualizada e o mesmo misturou o registro da língua natural com o registro simbólico, ao realizar a conversão, como mostra a figura 7.


3) Crie uma situação-problema que represente a expressão numérica:

$(15 - 3) \times 10$

$12 \times 10 = 120$

Você tinha 15 fios de cabelos, perdeu 3 resolveu fazer um implante e ficou com 10x mais do que tinha = 120

Figura 7: Situação-problema (3) por Conceição

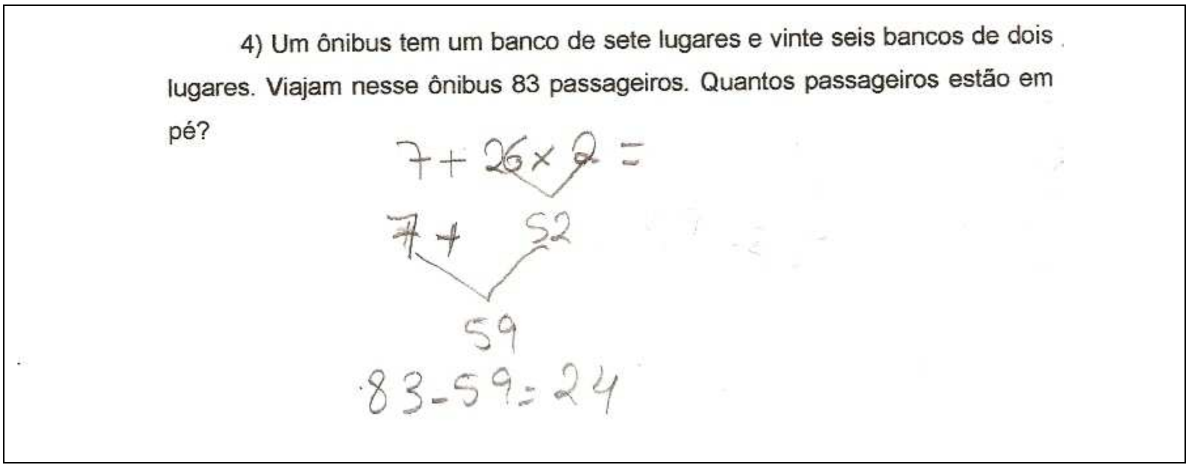
Situação-Problema quatro, do sujeito Conceição

Análise a *Priori*

Com essa atividade, vamos analisar quais Registros de Representação Semiótica os professores irão mobilizar para resolvê-lo, além de observar se eles vão utilizar as expressões numéricas para resolver a situação-problema apresentada.

Análise a Posteriori

Ao resolver a situação-problema (4), o sujeito organizou uma expressão numérica e não representou a multiplicação por um, como podemos observar na figura 8. Realizou a conversão do registro da língua natural para o registro da escrita numérica com a realização do tratamento dos números naturais.



4) Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 83 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

$7 + 26 \times 2 =$

$7 + 52$

59

$83 - 59 = 24$

Figura 8: Situação-problema (4) por Conceição

Com base na resolução das atividades propostas, o sujeito realizou em parte a compreensão Matemática das expressões numéricas, mas não conseguiu realizar as conversões entre os Registros de Representação Semiótica de maneira clara, por apresentar confusões nas representações. Consideramos que houve um enclausuramento de Registros de Representação Semiótica que impediu o sujeito de reconhecer as expressões numéricas em todas as situações-problema apresentadas na seqüência didática proposta.

Mediante o resultado do nosso estudo exploratório, concordamos com a pesquisa de Arrais (2006) em relação à dificuldade dos professores em enxergarem as expressões numéricas como um modelo matemático. Eles a enxergam como um aglomerado de regras que devem ser aplicadas, relacionadas a cálculos que devem "obedecer" uma hierarquia de operações.

Frente aos registros realizados da atividade com o jogo Contig 60®, observamos que os professores de 1ª a 4ª série usam os parênteses para se organizarem ao resolver as operações, o que não é errado, mas a dificuldade está no fato de não entenderem os parênteses como a colocação fora da ordem das operações.

Arrais (ibid) fez um diagnóstico em relação às crenças, concepções e competência dos professores de 1ª a 4ª série, em relação às expressões numéricas, e o resultado não foi satisfatório. Nós, porém, queríamos observar se os professores de 1ª a 4ª série conseguem resolver atividades que envolvam as expressões numéricas com a realização de tratamentos e conversões, sem a necessidade de recorrer a um conjunto de regras para resolver as situações-problema, tendo como um dos instrumentos o jogo Contig 60®.

Este não é o foco da nossa pesquisa, mas achamos interessante realizar o estudo exploratório e discutir o tema expressão numérica com o jogo Contig 60®, antes de trabalharmos com os alunos sujeitos da pesquisa.

Para complementar o estudo exploratório e o quadro teórico proposto, realizamos um estudo do papel social do jogo e sua importância no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, bem como das expressões numéricas.

3.2 O TRABALHO COM OS ALUNOS

A pesquisa de campo foi realizada com vinte e quatro alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual da região Centro Sul da cidade de São Paulo.

3.2.1 A ESCOLA E OS SUJEITOS

As atividades foram realizadas em uma Escola composta por Ensino Fundamental (Ciclo I e II) e Ensino Médio.

A escola está situada em uma região populosa e carente no âmbito sócio-político e econômico, com a existência de vários mutirões de casebres, além da construção de prédios populares por parte da prefeitura. Em 1996, foram instaladas mais de trezentas famílias nessas construções e os alunos da escola são de baixa renda.

Muitos alunos desta escola são de famílias desagregadas, por isso, os professores citam casos que podem interferir no processo de ensino e aprendizagem, tais como: a ausência dos pais em casa, na educação familiar; na orientação quanto à necessidade de organização de rotina de valores, disciplina e estudo dos filhos. Segundo os professores, esta ausência reflete-se na falta de acompanhamento e estímulo aos estudos; falta de orientação quanto aos valores humanísticos, tão essenciais para o convívio em sociedade; violência dentro das casas; descasos dos pais para com os filhos; abandono por envolvimento com drogas, entre outros.

Para o corpo docente desta escola, todos os fatos citados podem vir a contribuir de forma negativa, pois o adolescente com todas essas precariedades, imaturidade e abandono, apresenta muita dificuldade em sua aprendizagem.

Como reflexo da realidade citada, a escola apresentou um baixo rendimento no SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e no IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo), no ano de 2007. Em Matemática, setenta e três por cento dos oitenta e quatro alunos das sextas séries do Ensino Fundamental que fizeram a avaliação do SARESP apresentaram resultados abaixo do básico, o que representa domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série escolar em que se encontram. Somente seis por cento dos alunos citados encontram-se no nível adequado que, de acordo com o SARESP, são alunos que demonstram domínio dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série escolar em que se encontram.

Diante da realidade desta Unidade Escolar, resolvemos escolher esses alunos como sujeitos em nossa pesquisa. Pois, em conjunto com o docente de matemática da classe, almejamos obter um melhor resultado no processo de ensino e aprendizagem dos alunos com o uso do jogo Contig 60®, no que diz respeito às expressões numéricas.

3.2.2 APLICAÇÃO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

A pesquisa tem por objetivo investigar a construção do aprendizado das expressões numéricas pelos alunos de uma 5a série do Ensino Fundamental, a partir de uma intervenção de ensino que tenha como principal ferramenta o jogo Contig 60® e permitir que, ao resolver as atividades propostas, os alunos realizem tratamentos e conversões em relação ao objeto estudado, não sendo necessário utilizar regras para resolver as expressões numéricas.

Para a realização da seqüência didática, foi desenvolvido um trabalho com vinte e quatro alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental, com o uso de quatro aulas de cinqüenta minutos, divididas em três dias (duas, uma e uma). Os sujeitos foram separados em grupos com quatro participantes. Somente oito alunos (dois desses grupos) foram observados por filmagem e gravação de áudio e, desses dois grupos selecionamos, um para realizar as análises das atividades.

Analisaremos se o jogo Contig 60® contribui para o aluno aprender expressões numéricas com a realização de tratamentos e conversões de Registros de Representação Semiótica. Não queremos ensinar um conjunto de regras de resolução para o aluno aprender, mas permitir que, ao se depararem com uma situação-problema com expressões numéricas, consigam interpretá-las, resolvê-las e realizar os tratamentos e conversões em mais de um Registro de Representação Semiótica. De acordo com Duval (2005), agindo desta forma, o aprendizado das expressões numéricas ocorrerá.

3.2.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

As análises das atividades serão realizadas com base na teoria de Duval (2005), que estuda a compreensão de Registros de Representação Semiótica. Nossas seqüências de atividades têm como foco as conversões propostas pelo autor, queremos que os sujeitos articulem os Registros de Representação Semiótica, para que ocorra a compreensão em Matemática.

As nossas unidades de análise terão por base alguns dos Registros de Representação Semiótica propostos por Duval (2005), entre eles:

1º) *Registro da língua natural:* são associações verbais (conceituais). Em nossa pesquisa, serão caracterizadas pelo enunciado das situações-problema proposto ou os criados pelos sujeitos;

2º) *Registro das escritas algébricas e formais:* são sistemas de escritas numéricas (binária, decimal, fracionária,...), algébricas, simbólicas e os tratamentos são geralmente algoritmos. Em nosso trabalho, por exemplo, a resolução de uma situação-problema de forma numérica, com o uso de expressão numérica;

3º) *Registro material:* é realizado pelo processo de manipulação do jogo Contig 60®.

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a cada momento de Registro de Representação Semiótica. Em nosso trabalho, proporcionaremos a mobilização dos registros: material, língua natural, as escritas formais (números naturais e os símbolos) com a realização de conversões e tratamentos, não somente com o intuito de mudar os registros e tratamentos, mas explicar as propriedades ou os aspectos diferentes do mesmo objeto. Pois é a articulação entre esses registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática.

A seguir, será apresentada a seqüência das atividades elaboradas e aplicadas e as análises a *priori* e *posteriori.* Com as análises das atividades, observaremos se os sujeitos, depois da intervenção de um jogo de estratégia, conseguem ou não atribuir significado às propriedades operatórias e aritméticas das expressões numéricas, com conversões e tratamentos entre os Registros de Representação Semiótica.

As análises apresentadas são referentes a um grupo de quatro sujeitos da 5ª série do Ensino Fundamental, denominados de grupo G1, formado por Fábio, Gabriel, André e Lia, os quais foram alunos da professora Conceição quando cursaram a 4ª série do Ciclo I. Os nomes atribuídos aos sujeitos são fictícios.

Análise a priori do Pré-teste

Com a aplicação do pré-teste (anexo D), vamos analisar quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos nas resoluções das atividades, pois cada uma aborda aspectos diferentes na resolução das expressões numéricas, como segue:

Atividade 1: (OBMEP 2007) Quais das expressões abaixo têm o maior resultado:

a) (6 + 3) x 0 b) 6 x 3 x 0

c) 6 + 3 x 0 d) 6 x (3 + 0)

e) 6 + 3 + 0

Com esta primeira atividade pretendemos observar se os sujeitos conseguem dar sentido às propriedades operatórias e operações aritméticas, com o uso de tratamento do Registro de Representação Semiótica.

Atividade 2: (SARESP 2007) Na Mercearia da Esquina está afixada a tabela como segue abaixo. Maria comprou 5 quilos de arroz, 2 de feijão e 5 de açúcar. Quanto gastou?

OFERTA DA SEMANA	***PRODUTO PREÇO POR QUILO R$***
Arroz	*6*
Feijão	*2*
Açúcar	*1*

Represente em forma de expressão numérica sua solução.

Nesta atividade, vamos observar se os sujeitos compreendem e conseguem elaborar expressões numéricas que represente a situação-problema, atribuem significado às operações aritméticas e realizam conversão entre Registros de Representação Semiótica.

Atividade 3: Copie as expressões e encontre em que lugar podem ser colocados os parêntese para que os resultados sejam os indicados.

a) 16 : 2 x 4 = 2
b) 14 + 3 x 12 = 204
c) 4 x 3 + 6 x 7 = 252

Atividade 4: Calcule:

a) (12 + 2 x 5) – 8 =
b) 25 – (15 + 6 : 3) =
c) 60 – [8 + (10 – 2) : 2] =
d) 14 x {2 + [13 – (4 x 2) + 1] } =

Com estas atividades, queremos analisar se os sujeitos conseguem realizar tratamento com as propriedades operatórias das expressões numéricas.

Com a análise da resolução do pré-teste, junto com as análises das atividades propostas no decorrer da seqüência didática, almejamos conseguir responder à questão de pesquisa apresentada.

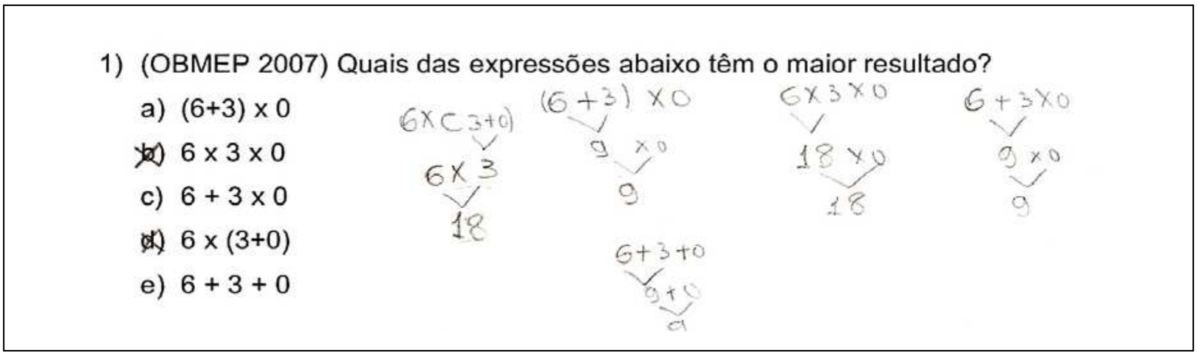
Análise a *Posteriori* do pré-teste

Realizamos as análises do grupo G1 com o anexo das resoluções de cada sujeito.

Sujeito Fábio

O sujeito Fábio, na primeira atividade, realizou o tratamento das expressões numéricas apresentadas, mas, ao resolvê-la, apresentou alguns erros, como podemos observar na figura 9. O zero na multiplicação é visto pelo sujeito como o elemento neutro, o que pode ser explicado como um obstáculo[11]. A associação do zero com "nada" cria um obstáculo epistemológico[12] e é a causa de numerosos erros, desde a antiguidade até a atualidade. Portanto, devido ao erro cometido em relação ao zero nas multiplicações, o sujeito demonstrou dúvida ao resolver a situação-problema.

Ao realizar as operações independentes de quais sejam, o sujeito as realizam na ordem da esquerda para direita e não consegue atribuir sentido às propriedades operatórias e operações aritméticas.


1) (OBMEP 2007) Quais das expressões abaixo têm o maior resultado?
a) (6+3) x 0
~~b)~~ 6 x 3 x 0
c) 6 + 3 x 0
~~d)~~ 6 x (3+0)
e) 6 + 3 + 0

6 x (3+0)
6 x 3
18

(6+3) x 0
9 x 0
9

6 x 3 x 0
18 x 0
18

6 + 3 x 0
9 x 0
9

6 + 3 + 0
9 + 0
9

Figura 9: Situação-problema (1) do Fábio

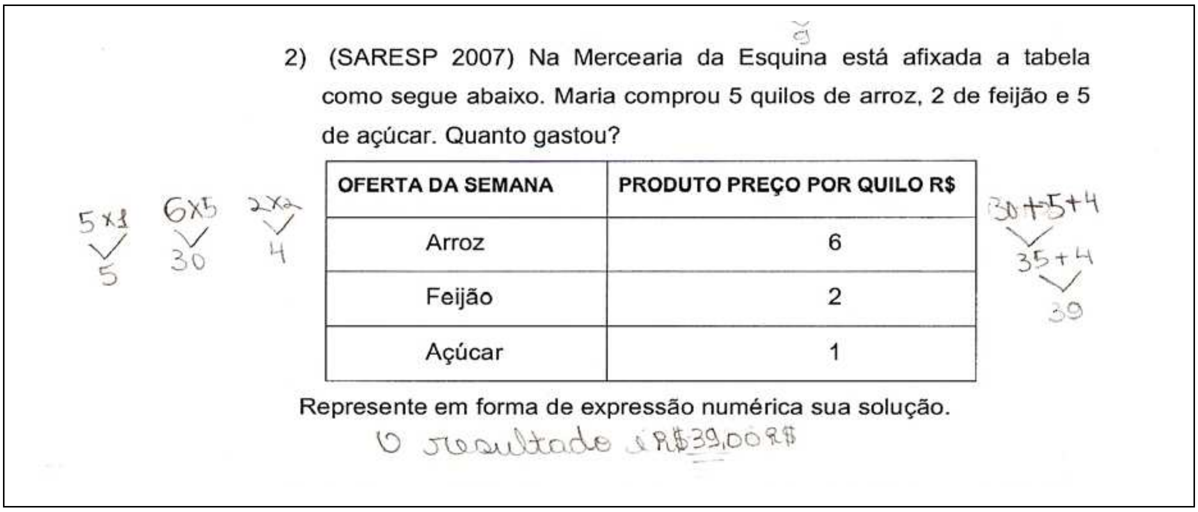
Na segunda atividade, o sujeito realizou a conversão entre o Registro de Representação Semiótica da língua natural para o da aritmética e organizou o resultado em quatro expressões numéricas distintas, como mostra a figura 10.

A nossa idéia era que o sujeito organizasse a solução em uma única expressão numérica como, por exemplo, (5 x 6) + (2 x 2) + (5 x 1). Porém, ele não sentiu necessidade e nossa pergunta permitia essa representação da solução da situação-problema. Essa situação mostra-nos a importância de uma situação-

[11] O obstáculo pode ser usado para analisar a evolução histórica de um conhecimento, como a evolução voluntária do aluno, sendo que cada conhecimento pode tornar-se um novo obstáculo para aquisição de um novo conhecimento.

[12] É com o uso dele que se analisam as condições psicológicas do progresso do conhecimento e sua evolução, por isso não se deve escapar e nem evitá-lo.

problema ser redigida de maneira clara, concisa, completa, precisa e objetiva, para não acarretar divergências nas possíveis soluções desejadas pelo pesquisador e apresentadas pelo sujeito.


2) (SARESP 2007) Na Mercearia da Esquina está afixada a tabela como segue abaixo. Maria comprou 5 quilos de arroz, 2 de feijão e 5 de açúcar. Quanto gastou?

OFERTA DA SEMANA	PRODUTO PREÇO POR QUILO R$
Arroz	6
Feijão	2
Açúcar	1

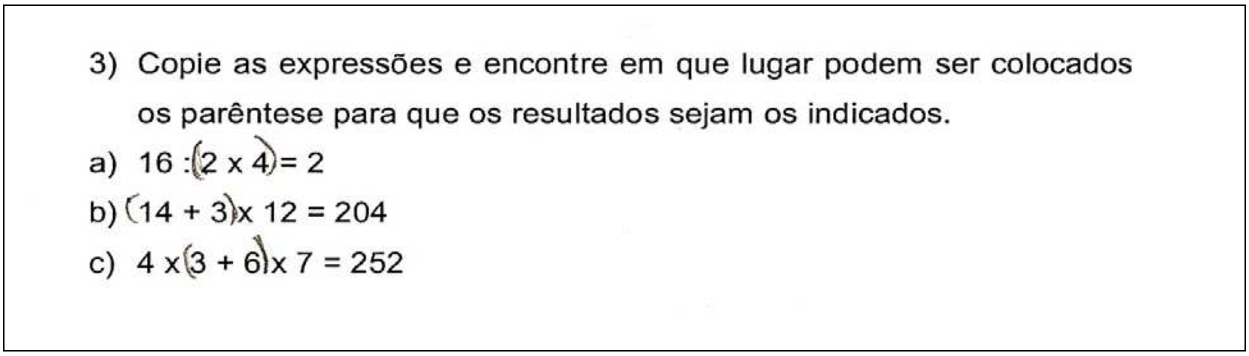
Represente em forma de expressão numérica sua solução.

5 x 1 = 5   6 x 5 = 30   2 x 2 = 4   30 + 5 + 4 = 35 + 4 = 39

O resultado é R$ 39,00 R$

Figura 10: Situação-problema (2) do Fábio

Fábio realizou a terceira atividade corretamente, como mostra a figura 11, com o uso de tratamento dos Registros de Representação Semiótica. Este fato nos permite concluir que o sujeito compreende as propriedades operatórias.


3) Copie as expressões e encontre em que lugar podem ser colocados os parêntese para que os resultados sejam os indicados.

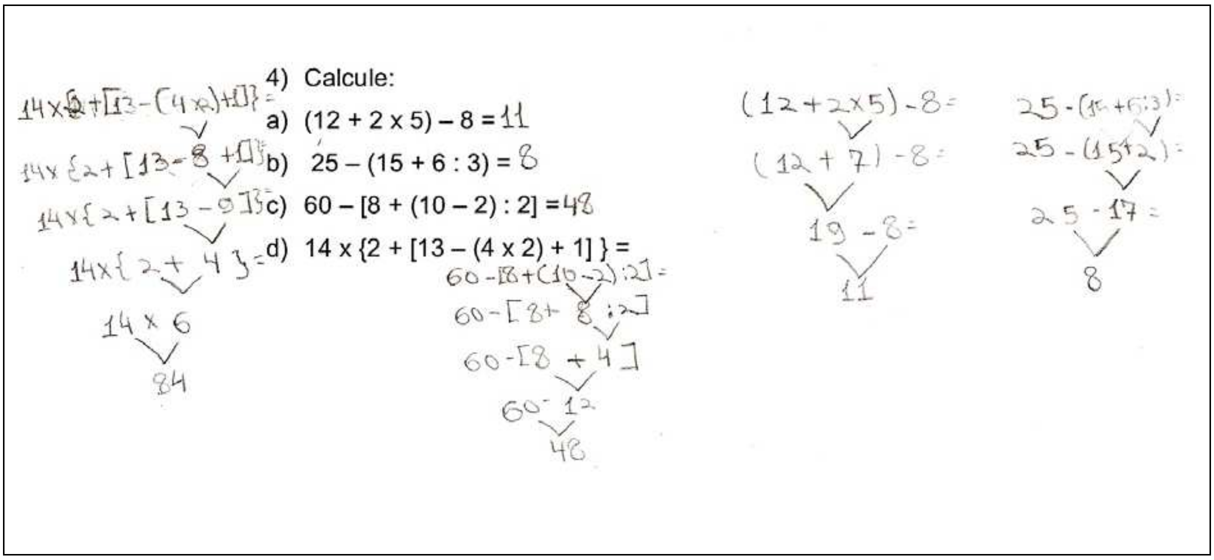
a) 16 : (2 x 4) = 2

b) (14 + 3) x 12 = 204

c) 4 x (3 + 6) x 7 = 252

Figura 11: Situação-problema (3) do Fábio

Ao realizar a quarta atividade, Fábio atribuiu significado às propriedades operatórias e ao uso dos parênteses. Nesta atividade, o sujeito realizou o tratamento com todas as expressões numéricas fornecidas, atribuiu significado às propriedades operatórias, mas, ao realizar os cálculos aritméticos, apresentou alguns erros na multiplicação e adição, como observamos na figura 12.



4) Calcule:

a) (12 + 2 x 5) – 8 = 11

b) 25 – (15 + 6 : 3) = 8

c) 60 – [8 + (10 – 2) : 2] = 48

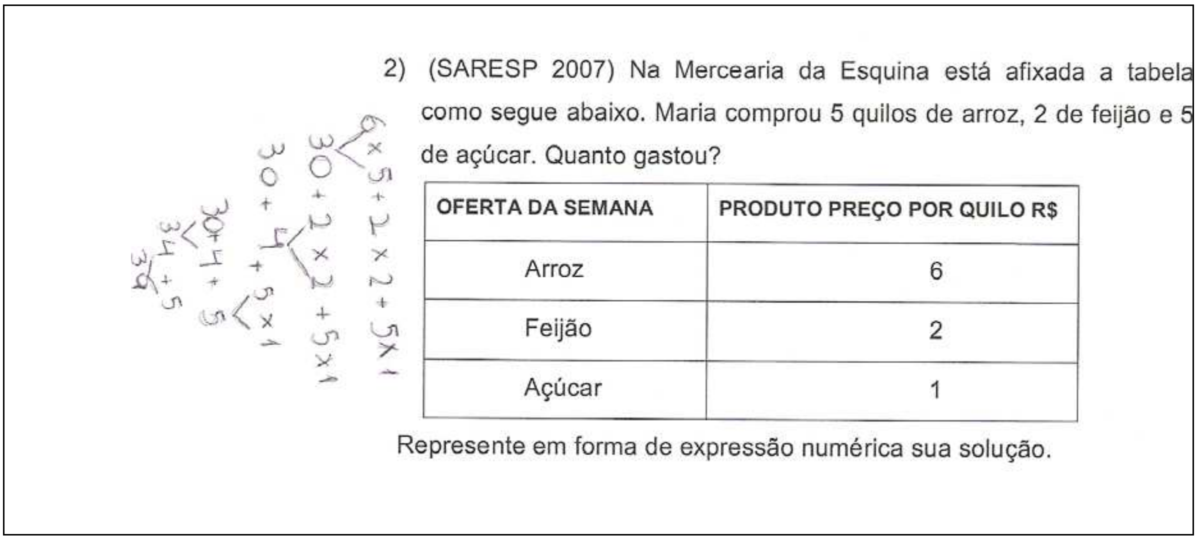
d) 14 x {2 + [13 – (4 x 2) + 1] } =

Figura 12: Situação-problema (4) do Fábio

Com base no pré-teste deste sujeito, podemos considerar que ele tem conhecimento das expressões numéricas e consegue atribuir parcialmente significado às mesmas.

Sujeito Gabriel

O sujeito Gabriel, ao realizar a atividade um, fez pouco uso de registros, porém resolveu corretamente a situação-problema proposta por cálculo mental. Na segunda atividade, o sujeito fez a conversão da linguagem natural para a numérica e organizou seu registro com o uso de expressão numérica, resolução que podemos observar na figura 13.



2) (SARESP 2007) Na Mercearia da Esquina está afixada a tabela como segue abaixo. Maria comprou 5 quilos de arroz, 2 de feijão e 5 de açúcar. Quanto gastou?

OFERTA DA SEMANA	PRODUTO PREÇO POR QUILO R$
Arroz	6
Feijão	2
Açúcar	1

Represente em forma de expressão numérica sua solução.

Figura 13: Situação-problema (2) do Gabriel

Na resolução da terceira atividade, o sujeito registrou alguns de seus cálculos aritméticos e resolveu corretamente a situação-problema, atribuindo significado às propriedades operatórias e ao uso de parênteses.

Na quarta atividade, nos itens *a*, *b* e *c*, o sujeito Gabriel resolve apenas por cálculo mental, mas, ao registrar os resultados dos itens *b* e *c*, usa o conjunto dos números inteiros, os quais não foram abordados na seqüência didática. No registro realizado pelo sujeito, como mostra a figura 14, podemos ver que as operações aritméticas em relação ao conjunto dos números naturais e inteiros não foram assimiladas por ele, gerando um conflito no momento da resolução das situações-problema.

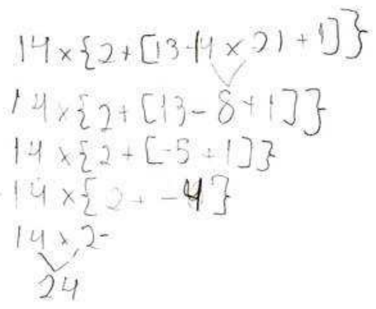


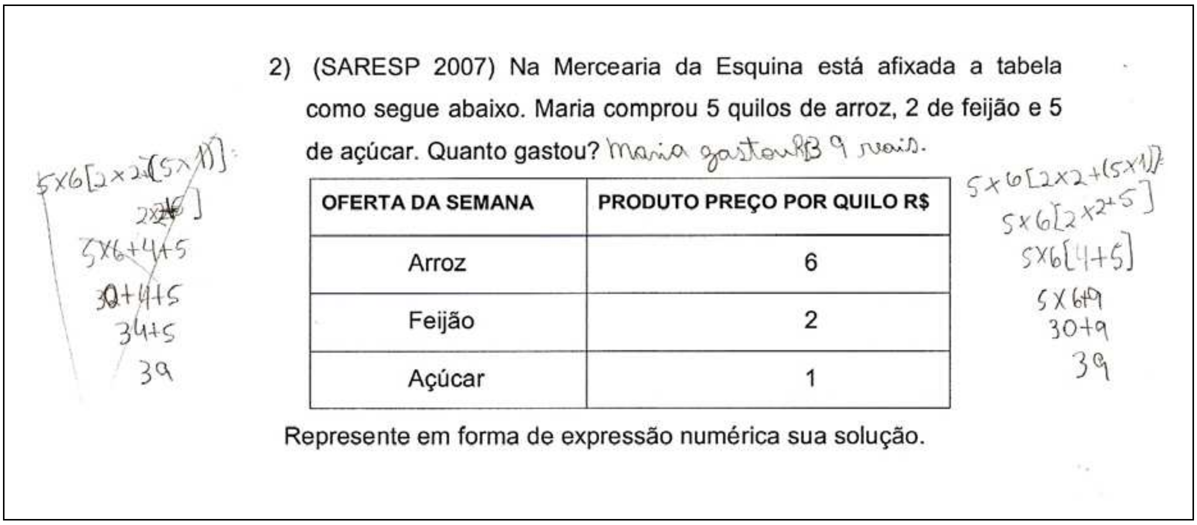
Figura 14: Item *d* da situação-problema (4) do Gabriel

Ao analisar as atividades realizadas por Gabriel, observamos que ele consegue atribuir significado às expressões numéricas e às propriedades operatórias, mas seus registros indicam que ele tem dificuldade ou evita usar a operação de subtração no conjunto dos números naturais e inteiros. Fato que pode ser caracterizado, de acordo com Almouloud (2007), como um obstáculo epistemológico, pois a noção de número foi elaborada num processo de enfrentamento de obstáculos, como, por exemplo, a conceituação dos números negativos.

A introdução dos números negativos a partir de uma escala de temperatura (negativa e positiva), extratos de contas bancárias ou jogo (ganhar e perder) permite ensinar a adição, mas constitui, de acordo com Almouloud (ibid) um obstáculo didático[13] para o uso correto dos sinais para a multiplicação e divisão.

Sujeito André

Na primeira atividade, André não realizou nenhum registro e assinalou duas das alternativas propostas, o que não nos permite fazer nenhuma observação em relação a esta situação-problema. Ao realizar a segunda atividade, o sujeito realizou a conversão esperada, fez os registros e os organizou em expressão numérica com o uso de parênteses e colchetes, como traz a figura 15.


2) (SARESP 2007) Na Mercearia da Esquina está afixada a tabela como segue abaixo. Maria comprou 5 quilos de arroz, 2 de feijão e 5 de açúcar. Quanto gastou? Maria gastou R$ 39 reais.

OFERTA DA SEMANA	PRODUTO PREÇO POR QUILO R$
Arroz	6
Feijão	2
Açúcar	1

Represente em forma de expressão numérica sua solução.

5x6[2x2+(5x1)]
2x2+5]
5x6+4+5
30+4+5
34+5
39

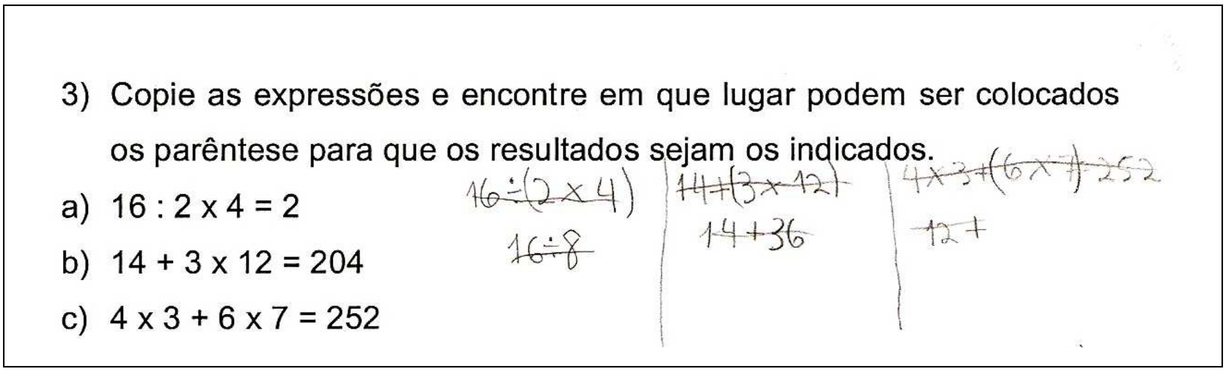
5x6[2x2+(5x1)]
5x6[2x2+5]
5x6[4+5]
5x6+9
30+9
39

Figura 15: Situação-problema (2) do André

André apresentou dificuldades em realizar a terceira atividade, pois não conseguiu atribuir significado ao uso dos parênteses nesta situação-problema. Como podemos ver na figura 16, com exceção do item *a*, nos demais o sujeito associou os parênteses na ordem em que devia resolver as operações aritméticas.

---

[13] Isto depende das escolhas realizadas para um sistema educativo juntamente com a escolha de estratégias de ensino que permita a construção no momento da aprendizagem, formado por conhecimentos locais, que mais tarde poderão revelar-se como obstáculo ao desenvolvimento conceitual.



3) Copie as expressões e encontre em que lugar podem ser colocados os parêntese para que os resultados sejam os indicados.

a) 16 : 2 x 4 = 2

b) 14 + 3 x 12 = 204

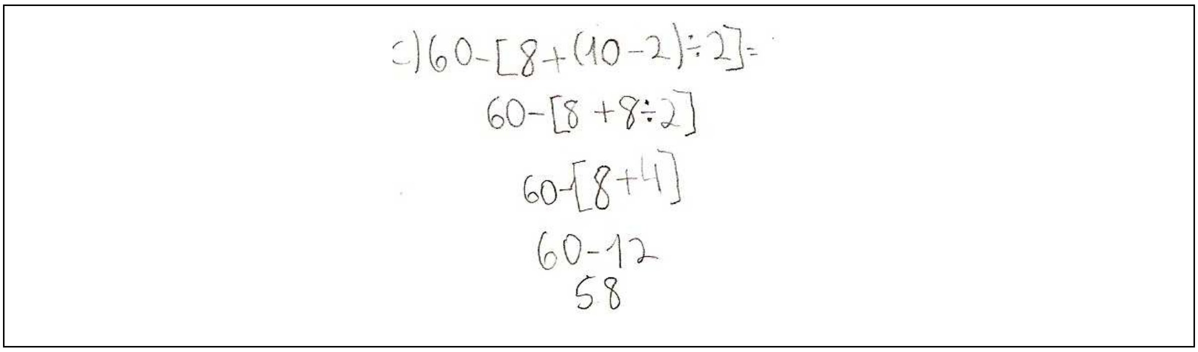
c) 4 x 3 + 6 x 7 = 252

$16 \div (2 \times 4)$ | $\cancel{14 + (3 \times 12)}$ | $\cancel{4 \times 3 + (6 \times 7) = 252}$

$\cancel{16 \div 8}$ | $14 + 36$ | $12 +$

Figura 16: Situação-problema (3) do André

Ao resolver a quarta atividade, André atribui significado às propriedades operatórias, mas não encontrou nos itens *c* e *d* a solução correta. Ele apresentou alguns erros relacionados às operações de adição e subtração, como mostram as figuras 17 e 18.



c) $60 - [8 + (10 - 2) \div 2] =$

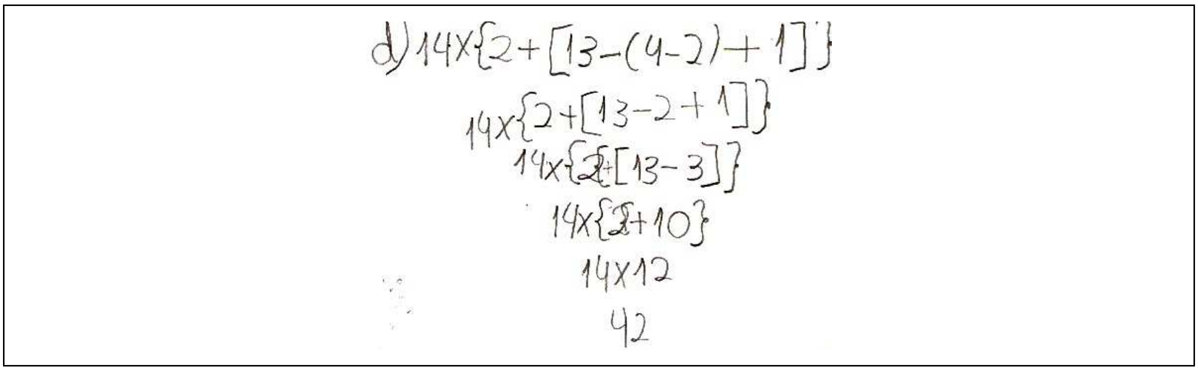
$60 - [8 + 8 \div 2]$

$60 - [8 + 4]$

$60 - 12$

58

Figura 17: Item c da situação-problema (4) do André



d) $14 \times \{2 + [13 - (4 - 2) + 1]\}$

$14 \times \{2 + [13 - 2 + 1]\}$

$14 \times \{2 + [13 - 3]\}$

$14 \times \{2 + 10\}$

14×12

42

Figura 18: Item d da situação-problema (4) do André

A análise das atividades realizadas por André nos leva a considerar que o sujeito não compreende as expressões numéricas e não consegue realizar os tratamentos e conversões em todas as situações-problema apresentadas.

Sujeito Lia

Lia, ao resolver as situações-problema um e dois, somente escreveu sua resposta, sem nenhum registro da resolução, mas ambas as respostas estavam erradas. Portanto, com base nesta atividade, inferimos que o sujeito não consegue resolver e nem compreende as expressões numéricas.

Na terceira atividade, Lia acertou alguns itens, contudo, por não haver registro, inferimos que possa ter sido ao acaso. Na quarta atividade, ela acertou alguns dos itens, todavia não conseguiu atribuir significado às propriedades operatórias, além de apresentar erros nas operações básicas de divisão, multiplicação, adição e subtração, como mostra a figura 19.

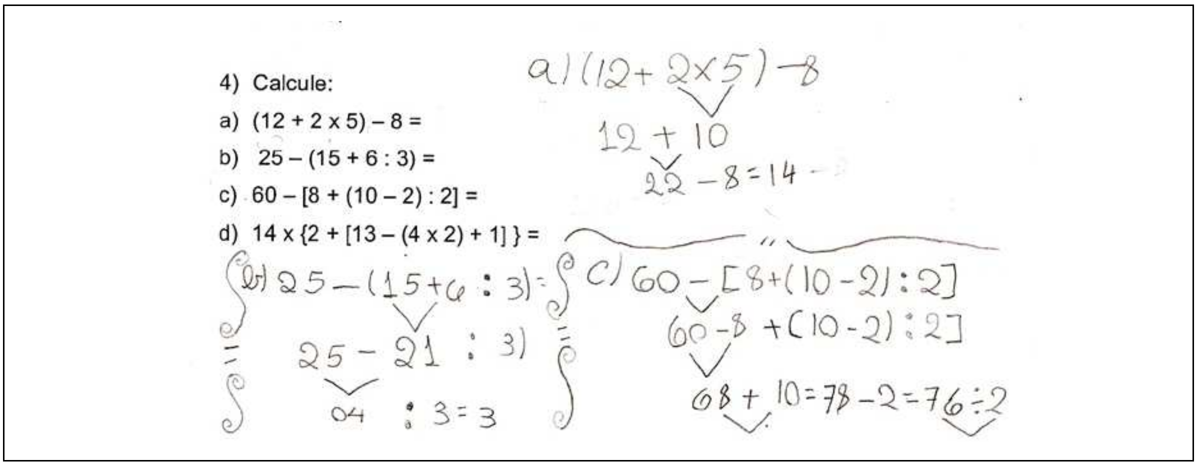


Figura 19: Situação-problema (4) da Lia

O sujeito, ao resolver as situações-problema do pré-teste, mostrou dificuldade em compreender as expressões numéricas, as propriedades operatórias e os cálculos aritméticos.

De um modo geral, durante a realização do pré-teste, observamos que os sujeitos já tinham conhecimento das expressões numéricas. Eles apresentaram alguma dificuldade na realização do tratamento aritmético para calcular o valor da expressão numérica e não conseguiram atribuir sentido às propriedades operatórias e operações aritméticas.

Análise da Seqüência Didática

Atividade 1: Jogo Contig 60® com três e quatro dados

Análise a *Priori*

Com o jogo Contig 60®, vamos criar situações por meio de desequilíbrios, dificuldades, contradições e equilíbrio, mediante a situação-problema do jogo, além de buscar relacionar pesquisadora, sujeitos e o aprendizado de expressões numéricas pelos alunos no ambiente de sala de aula. De acordo com Brousseau (1986), essa interação proposta tem o intuito de proporcionar uma aprendizagem mais significativa para os alunos.

Nesta atividade, a pesquisadora não irá intervir nas soluções apresentadas pelos sujeitos, queremos ao proporcionar as situações-problema propostas pelo jogo, que o aluno encontre soluções de maneira experimental, sem preocupar-se com justificativas para os resultados, mas fazendo o registro dos cálculos. No início, serão oferecidos três dados para que os sujeitos se familiarizem com o jogo, depois de algumas jogadas, a pesquisadora proporá que eles trabalhem com quatro dados, para observar se sentem a necessidade de organiza seus registros com as expressões numéricas.

Com esta atividade, iremos proporcionar a familiarização dos sujeitos com o material do jogo e a pesquisadora, junto com os sujeitos, realizará simulações de possíveis jogadas. Em seguida, a pesquisadora explicará as regras do jogo, os sujeitos irão jogar para compreender as regras e explorarem as noções de expressão numérica presente no Contig 60®.

Ao inserir o jogo Contig 60® no ambiente escolar, com base na Teoria das Situações Didáticas, nossa intenção foi permitir ao sujeito agir, formular, refletir, falar e evoluir por iniciativa própria, propiciando-lhe condições favoráveis para o questionamento e aprendizagem, isto é, estimulá-lo a ser protagonista da construção de seu conhecimento. De acordo com Grando (2000), estas são as primeiras intervenções pedagógicas relevantes para a inserção do jogo Contig 60® no ambiente escolar.

Análise a Posteriori

A princípio, os sujeitos do grupo observado discutem as regras e realizam jogadas aleatórias. Logo em seguida, chamam a pesquisadora para verificar se compreenderam as regras do jogo.

Os sujeitos se envolveram com o jogo e realizaram as jogadas com empolgação. Não demonstraram timidez e nem preocupação com a questão do erro e as duplas se corrigiam quando alguns dos sujeitos realizavam cálculos aritméticos errados. A dupla, Fábio e Gabriel, sempre procurava marcar a maior quantidade de pontos e fazia previsões dos possíveis números que poderiam marcar no tabuleiro, como, por exemplo:

Gabriel: “Fábio, Fábio se tirarmos dez vamos marcar mais pontos.”

(Lançam os dados)

Gabriel: “Fábio, Fábio, olha que “sorte” *três* e *três* dá seis, seis com *quatro* dá dez. Fábio: Nossa é muita ‘sorte’.”

A dupla, Gabriel e Fábio, sempre que possível, ajudava os adversários. Ao procurar resultados para marcar no tabuleiro, preocupavam-se em seguir as regras do jogo para ganhar mais pontos. Esta dupla não realizou o registro de suas jogadas, pois realizava os cálculos mentalmente, sempre discutindo os possíveis resultados, Para cada lançamento dos dados, os sujeitos realizavam várias possibilidades de soluções.

Fábio: “Vou te ajudar! *Três* vezes *cinco*?”

Lia: “Quinze.”

Fábio: “Mais *quatro*?”

Lia: “Dezessete.”

Fábio: “Mas é melhor não. *Três* vezes *quatro* é doze, doze mais *cinco* dá dezessete. Pronto, marca esse.”

Lia e André realizaram alguns registros dos números obtidos na face dos dados, tentaram registrar algumas expressões numéricas para representar as jogadas, articulando o registro do jogo (material) com o registro do cálculo no jogo (numérico), mas os registros não ficaram claros, como podemos observar na figura 20.

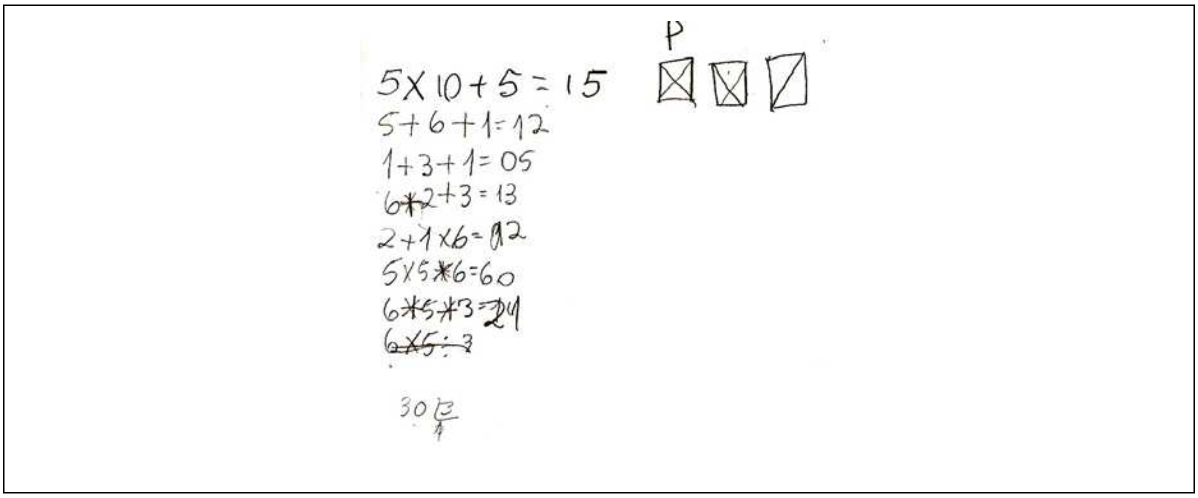


Figura 20: Registro da dupla Lia e André

André sempre procurava utilizar operações diferentes das que Lia propunha, como por exemplo:

Lia: "*Três* vezes *quatro* é doze; doze e *um* treze."

André: "Não vamos fazer outro tipo de conta. *Três* e *um* quatro, quatro dividido por *quatro* é um."

Ao discutir um dos lançamentos dos dados, a dupla encontrou o resultado zero com facilidade, mas descartou o mesmo, por não ser vantajoso na pontuação do jogo.

Gabriel: "Eu vou tentar marcar o zero."

André: "Eu também."

(André lança quatro dados e sai os números sorteados são: *um, dois, dois* e *cinco*).

André: "*Duas* vezes *dois* é quatro; quatro vezes *cinco* é vinte, vinte menos *um* dá dezenove. Não consegui."

Gabriel: "Se fosse ver mesmo ia dar o zero. *Cinco* tira *dois* dá três, três menos *dois* é um, um menos *um* dá zero."

Com a realização desta atividade, conseguimos proporcionar a familiarização dos sujeitos com o Jogo Contig 60®, a exploração das noções aritméticas presentes no jogo e noções de expressões numéricas, além de permitir aos sujeitos explorarem as possibilidades de jogadas, pois em cada lançamento dos dados, os participantes realizavam mais de uma possibilidade de resultado.

Atividade 2: Jogo Contig 60® com cinco dados

Análise a *Priori*

Na realização desta atividade, a pesquisadora realizará intervenções com questões que permitam aos sujeitos refletirem sobre suas jogadas, para relacionarem os procedimentos de resolução das situações-problema do jogo com a formalização matemática. Será proposto para os sujeitos o registro de suas jogadas. Estes, de acordo com Grando (2000), são momentos de intervenção pedagógica para a inserção do jogo no ambiente escolar.

Ao registrarem as jogadas, os sujeitos realizarão troca de informações que envolvem repertórios lingüísticos variados, com o objetivo de justificarem suas jogadas. De acordo com Brousseau (2008), neste momento, os sujeitos estarão inseridos na situação de formulação.

Análise a Posteriori

A dupla, Fábio e Gabriel, trabalhou com as quatro operações fundamentais, usou os parênteses e não cometeu erros nas resoluções das expressões numéricas, com exceção da expressão representada na figura 21, que envolveu uma operação com números inteiros.

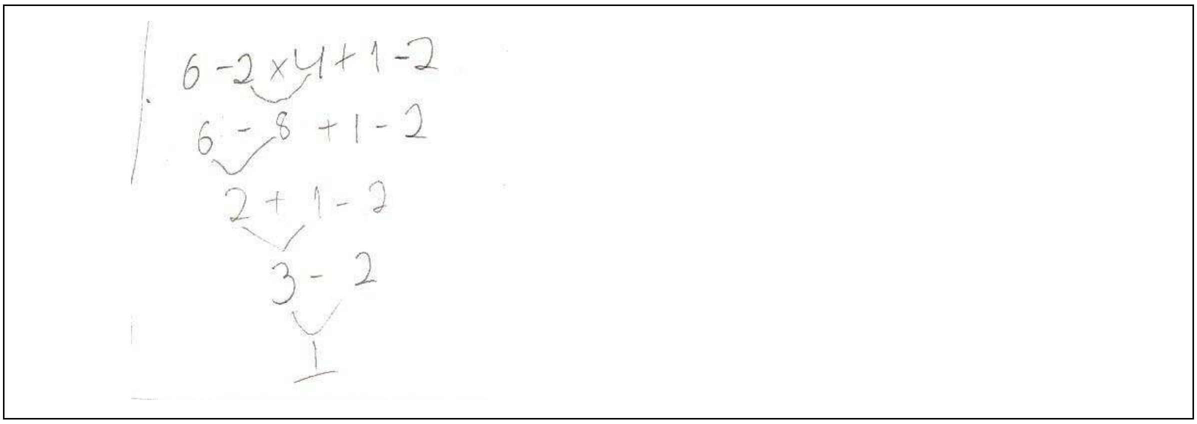


Figura 21: Momento do jogo de Fábio e Gabriel

No momento do jogo, os sujeitos Fábio e Gabriel conseguiram entender os parênteses como a colocação fora da ordem das operações, como mostra a figura 22, apesar de apresentarem erros na resolução, pois esta envolvia o conjunto dos números inteiros.

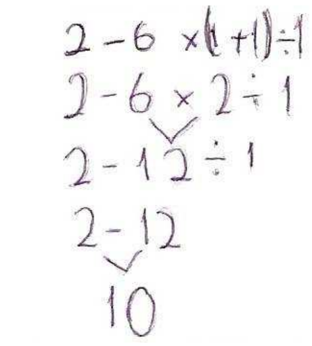


Figura 22: Momento do jogo de Gabriel e Fábio

André e Lia não trabalharam com a operação de divisão. Em algumas expressões numéricas, fizeram o uso de parênteses e cometeram alguns erros no momento de resolver as expressões, como na figura 23.

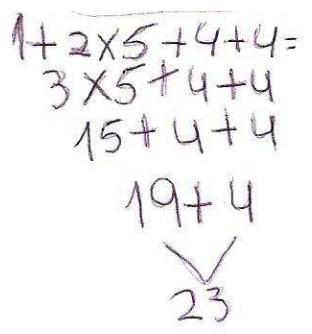


Figura 23: Momento do jogo de André e Lia

Ao compararmos a atividade (2) com a atividade (3), podemos perceber uma evolução na resolução das expressões numéricas por parte da dupla André e Lia, os quais, a principio, haviam resolvido expressões nas quais não conseguimos encontrar uma lógica nos registros apresentados.

Análise a Priori do Pós-teste

Com a aplicação das situações-problema como segue no anexo E, vamos analisar se após a intervenção com o jogo Contig 60®, os alunos aprimorarão seu aprendizado em relação às expressões numéricas, com a realização de pelo menos dois tipos de conversões de Registros de Representação Semiótica, propostos por Duval (2005). Cada uma das situações-problema aborda aspectos diferentes na resolução das expressões numéricas como, por exemplo:

1) Segundo as regras do jogo liste as possibilidades distintas de se conseguir o número 32 com o lançamento de cinco dados?

> 6) Um jogador já tirou 5 em um dos dados. Quantos ele precisa tirar nos outros dois e quais operações precisa fazer para que possa colocar sua peça na casa 28?

- *primeira e sexta situação-problema*: observar se os sujeitos conseguem dar sentido às regras do jogo, ao representarem a situação-problema da linguagem natural para a linguagem numérica, com o uso das propriedades operatórias e operações aritméticas, realizando as conversões entre os Registros de Representação Semiótica. Estas situações-problema propostas são classificadas como situação-problema de jogo, denominadas de não-convencionais, pois possuem mais de uma solução e permitem que o sujeito tenha uma atitude não passiva e assuma uma postura diferenciada frente à resolução.

> 2) Ana tem R$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu comprar:
>
> dois pares de sapatos por R$ 18,00 cada um;
> uma camiseta por R$ 14,00;
> cinco pares de meias por R$ 3,00 cada um.
>
> Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou.

> 4) Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 83 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

- *segunda e quarta situação-problema*: permitir que o sujeito articule o registro da língua natural para o registro numérico, com a realização de um tratamento para encontrar a resposta da situação-problema apresentada. Estas situações-problema são caracterizadas como convencionais, pois possuem uma única resposta.

> 3) Crie uma situação-problema que represente a expressão numérica:
>
> $(15 - 3) \times 10$

- *terceira situação-problema*: queremos que os sujeitos articulem o registro numérico com o registro da língua natural, esta articulação representa uma conversão não-congruente que, de acordo com Duval (2005), indica que o aluno está dominando o objeto matemático estudado. Esta situação-problema é denominada de não-convencional, pelo fato de possuir várias soluções possíveis.

Nesta situação-problema, o aluno deixa de ser um resolvedor para ser um propositor de situação-problema, vivenciando idéias matemáticas.

- *quinta situação-problema*: decidimos retirar esta situação-problema, pois, ao realizarmos as análises a *posteriori*, verificamos que ela não estava de acordo com o objetivo e as análises propostas nesta pesquisa.

Ao propormos esta atividade, vamos analisar quais Registros de Representação Semiótica que os sujeitos irão utilizar para resolver as situações-problema propostas, além de observar se eles vão usar as expressões numéricas para resolver as situações-problema.

Análise a *Posteriori* do Pós-teste

No dia em que esta atividade foi realizada, o sujeito Gabriel não estava presente, por isso só serão analisadas três atividades.

Análise da atividade quatro do sujeito Lia

Na atividade um, o sujeito não compreende o enunciado do problema. Ele faz uma representação dos dados, mas utiliza sete “dados” para conseguir chegar ao resultado esperado, como mostra a figura 24. Desconsiderando a condição de usar cinco dados, por outro lado, o sujeito realizou a conversão do registro natural, para o simbólico e aritmético e utilizou a operação de adição para encontrar o resultado fornecido.

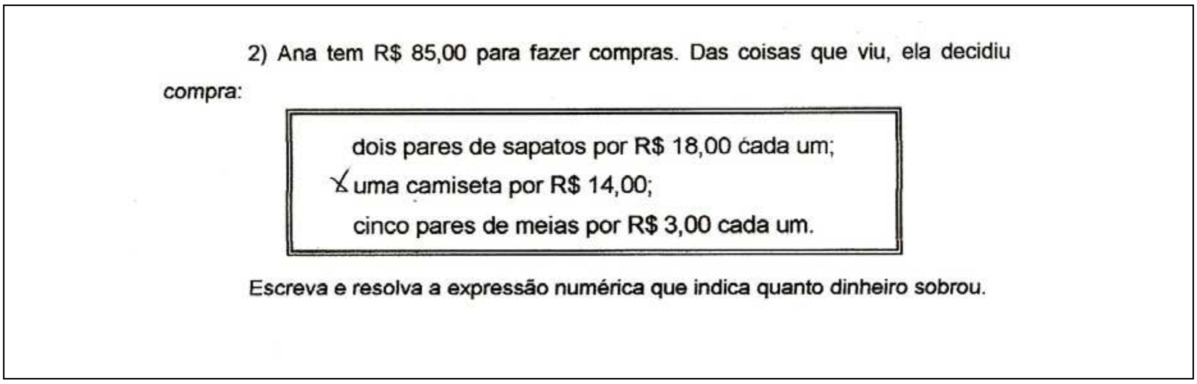
Portanto, o sujeito realizou a conversão do registro natural, para o simbólico e aritmético, mas desconsiderou a condição inicial do problema, o que nos leva a acreditar que não tem desenvolvida plenamente sua capacidade de leitura e análise da situação-problema apresentada.


1)Segundo às regras do jogo liste as possibilidades distintas de se conseguir o número 32 com o lançamento de cinco dados?

= 32

Figura 24: Situação-problema (1) da Lia

Como podemos ver na figura 25, Lia não resolveu a situação-problema dois e assinalou um dos itens do enunciado. Portanto, a aluna não compreendeu o registro da linguagem natural.

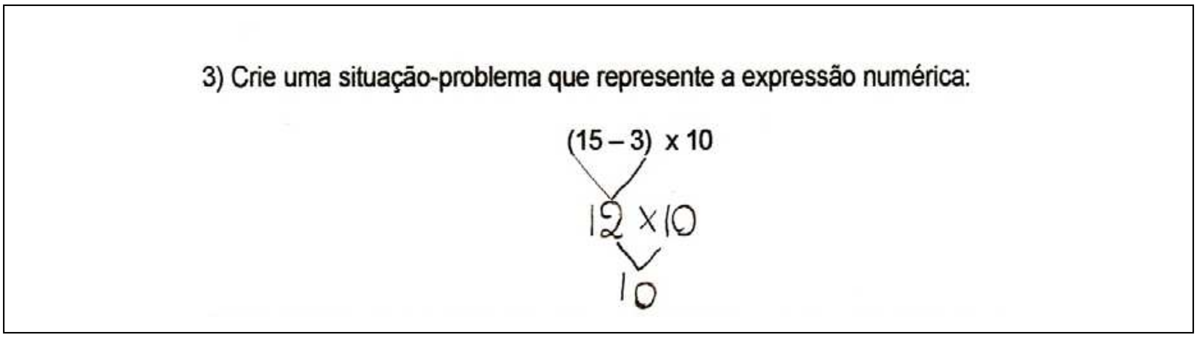

2) Ana tem R$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu compra:

dois pares de sapatos por R$ 18,00 cada um;
X uma camiseta por R$ 14,00;
cinco pares de meias por R$ 3,00 cada um.

Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou.

Figura 25: Situação-problema (2) da Lia

Na situação-problema três, como podemos ver na figura 26, Lia não faz a conversão do registro numérico para o registro da língua natural, mas realiza um tratamento da expressão numérica e apresenta erro ao resolver a multiplicação.


3) Crie uma situação-problema que represente a expressão numérica:

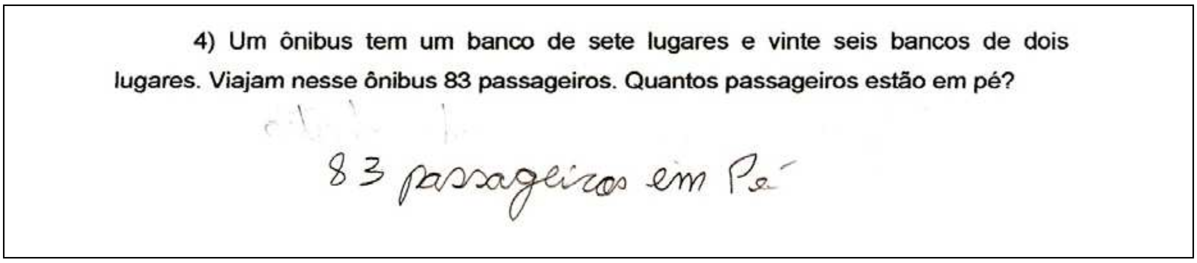
(15 – 3) x 10

12 x 10

10

Figura 26: Situação-problema (3) da Lia

Na situação-problema quatro, o sujeito somente coloca uma resposta que é o mesmo número do total de passageiros que estão no ônibus, fornecido pela situação-problema, o que não nos permite analisar a situação. Uma vez que não houve nenhum registro numérico, como mostra a figura 27, concluímos que o sujeito pode ter usado seu conhecimento social para conjecturar essa resposta.


4) Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 83 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

83 passageiros em Pé

Figura 27: Situação-problema (4) da Lia

Na resolução da situação-problema seis, o sujeito não consegue relacionar a situação vivida no momento do jogo com a atividade. Ele faz uma representação das faces dos dados, sendo que duas das faces representam o numeral oito, situação esta não presenciada no momento do jogo. Com a realização desta atividade, podemos observar que o sujeito não compreendeu a situação-problema proposta, pois não conseguiu fazer a representação da linguagem natural para a linguagem numérica, como podemos observar na figura 28.

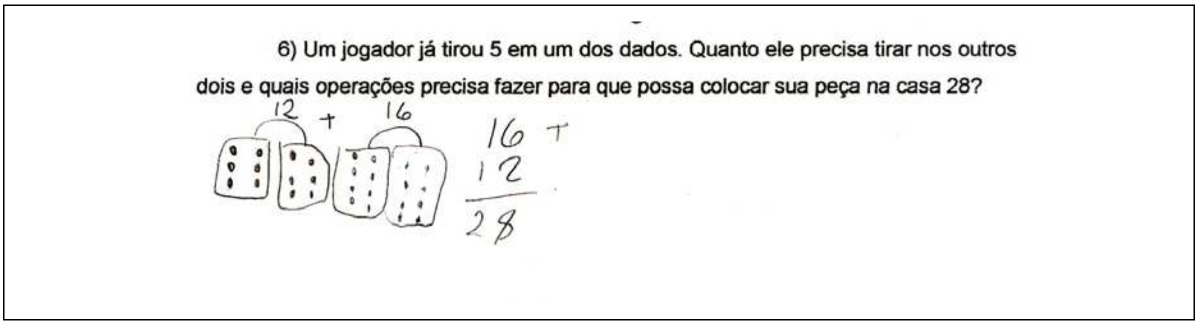
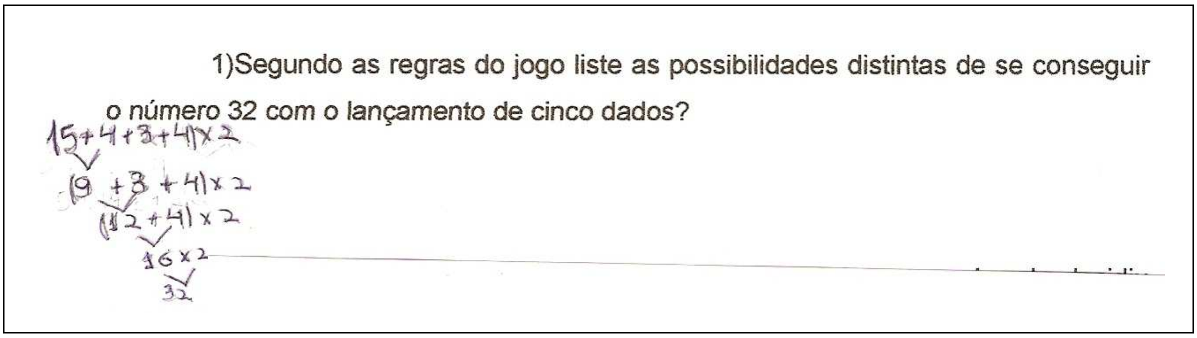


Figura 28: Situação-problema (6) da Lia

Ao resolver a atividade quatro, Lia mostrou-se mais segura do que em relação ao pré-teste. Mas, ao observarmos suas resoluções, concluímos que a aluna não conseguiu relacionar nenhum dos Registros de Representação Semiótica proposto na análise a *priori*, não atribuiu significado às expressões numéricas e nem às propriedades operatórias, além de cometer erros na operação de multiplicação.

Análise da atividade quatro do sujeito Fábio

O sujeito resolveu corretamente a situação-problema um, mas só conseguiu listar uma das possibilidades de solução do problema proposto, como mostra a figura 29, talvez por não conseguir romper com o Contrato Didático de que uma situação-problema pode ter mais de uma solução.

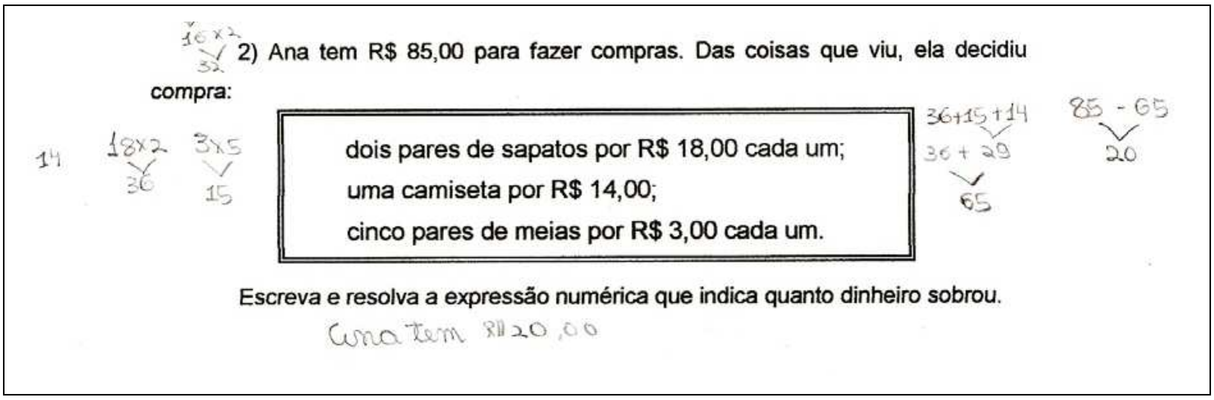


1)Segundo as regras do jogo liste as possibilidades distintas de se conseguir o número 32 com o lançamento de cinco dados?

(5+4+3+4)x2
(9+3+4)x2
(12+4)x2
16x2
32

Figura 29: Situação-problema (1) do Fábio

Na situação-problema dois e quatro, o sujeito consegue resolver o problema corretamente e articula o registro da língua natural para o registro da escrita dos números, com a realização de um tratamento do registro para encontrar a resposta da atividade. Porém, faz cálculos isolados e não consegue representar a situação proposta em uma expressão numérica, como observamos nas figuras 30 e 31.



2) Ana tem R$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu compra:

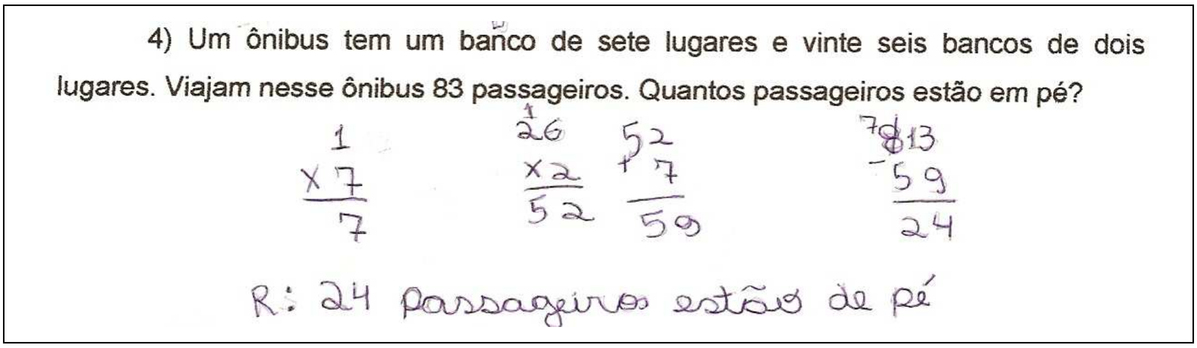
dois pares de sapatos por R$ 18,00 cada um;
uma camiseta por R$ 14,00;
cinco pares de meias por R$ 3,00 cada um.

Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou.

14 18x2 36 3x5 15 36+15+14 36+29 65 85-65 20

Ana tem R$ 20,00

Figura 30: Situação-problema (2) do Fábio



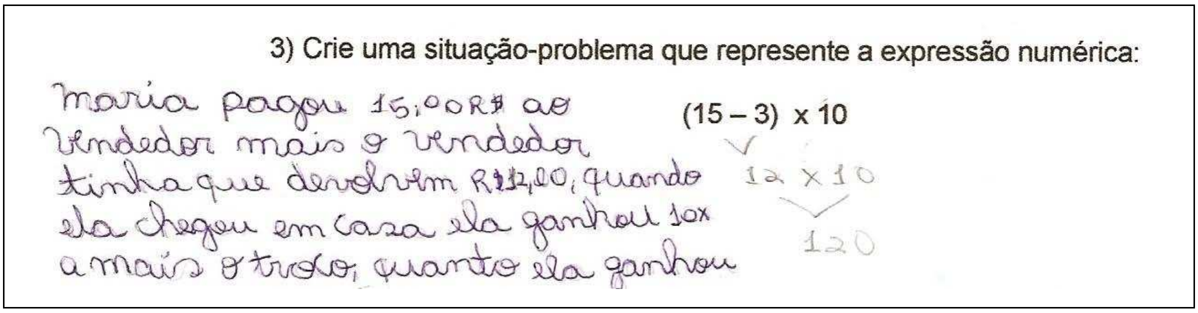
4) Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 83 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

1 x 7 = 7   26 x 2 = 52   52 + 7 = 59   83 - 59 = 24

R: 24 passageiros estão de pé

Figura 31: Situação-problema (4) do Fábio

Fábio tentou resolver a situação-problema três, mas não conseguiu realizar a conversão do Registro de Representação Semiótica da linguagem algébrica para a língua natural, o problema criado por ele não teve coerência com a expressão numérica apresentada, como observado na figura 32.


3) Crie uma situação-problema que represente a expressão numérica:

maria pagou 15,00R$ ao vendedor mais o vendedor tinha que devolvem R$12,00, quando ela chegou em casa ela ganhou 10x a mais o troco, quanto ela ganhou

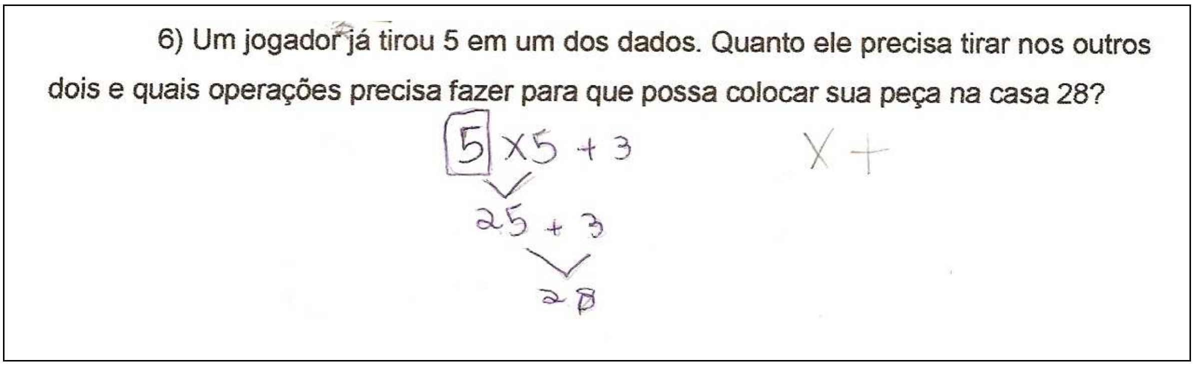
(15 – 3) x 10

12 x 10

120

Figura 32: Situação-problema (3) do Fábio

O sujeito não teve dificuldades ao resolver a situação-problema seis, realizou a conversão da linguagem natural para a linguagem numérica com o uso de tratamento da expressão numérica, como podemos ver na figura 33, para encontrar a resposta almejada.


6) Um jogador já tirou 5 em um dos dados. Quanto ele precisa tirar nos outros dois e quais operações precisa fazer para que possa colocar sua peça na casa 28?

5 x5 + 3

25 + 3

28

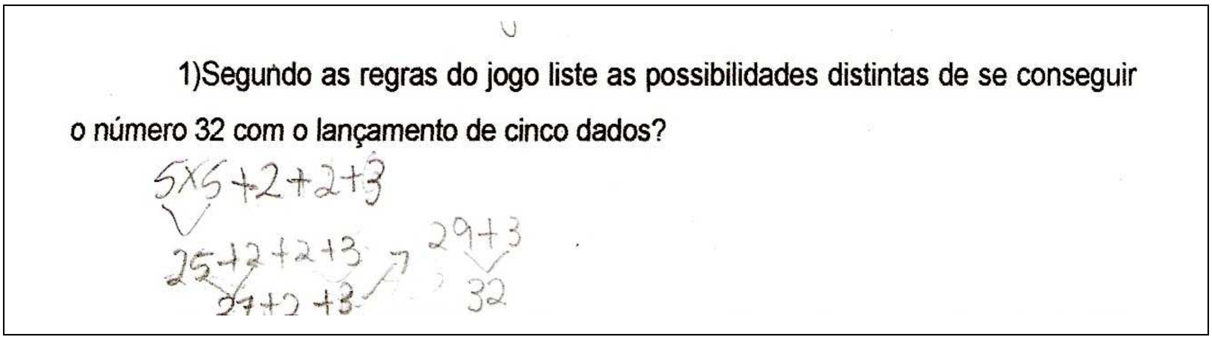
X +

Figura 33: Situação-problema (6) do Fábio

Fábio resolveu todas as situações-problema propostas, mas não conseguiu relacionar todos os Registros de Representação Semiótica propostos.

Análise da atividade quatro do sujeito André

André conseguiu relacionar as regras do jogo com as situações-problema propostas, realizou a conversão da linguagem natural para a aritmética. No entanto, encontrou somente uma das possibilidades de resolução em cada atividade representada nas figuras 34 e 35, o que nos leva a acreditar que ele talvez não esteja habituado a fornecer mais do que uma solução para uma situação-problema.



1)Segundo as regras do jogo liste as possibilidades distintas de se conseguir o número 32 com o lançamento de cinco dados?

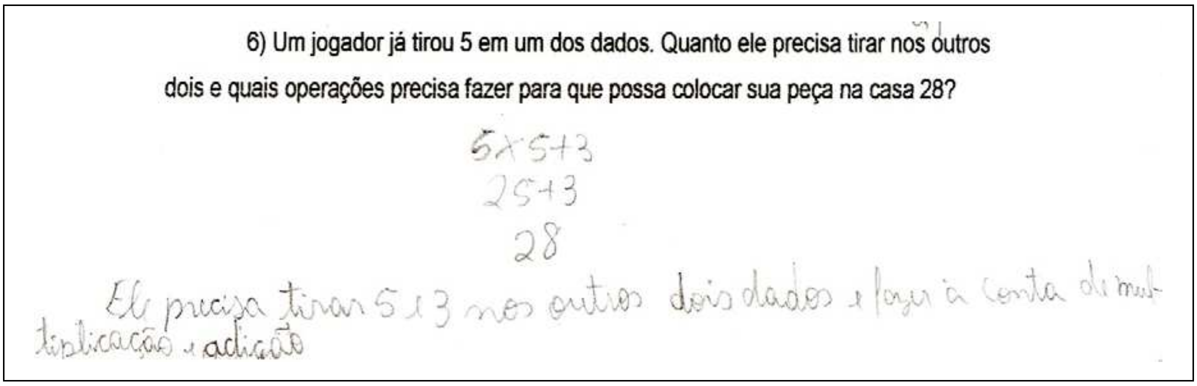
5x5+2+2+3

25+2+2+3 → 29+3

27+2+3

32

Figura 34: Situação-problema (1) do André



6) Um jogador já tirou 5 em um dos dados. Quanto ele precisa tirar nos outros dois e quais operações precisa fazer para que possa colocar sua peça na casa 28?

5x5+3

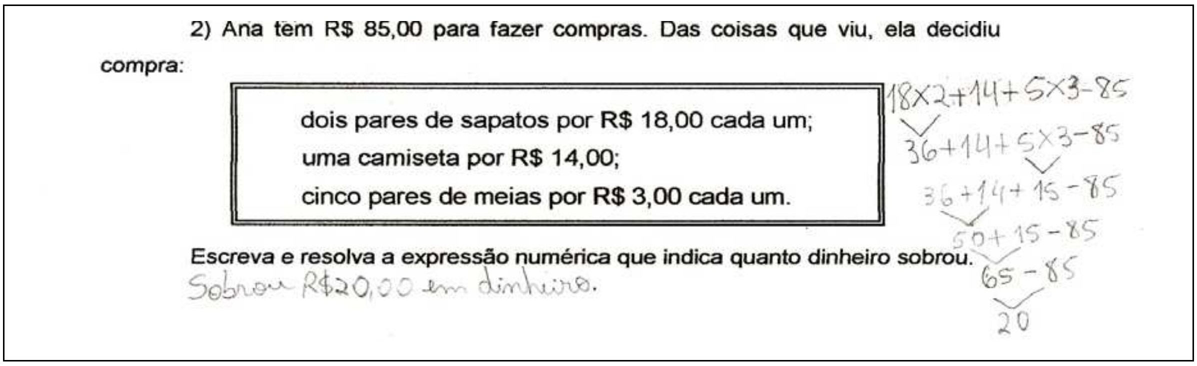
25+3

28

Ele precisa tirar 5 e 3 nos outros dois dados e fazer a conta de multiplicação e adição

Figura 35: Situação-problema (6) do André

Nestas situações-problema, o sujeito articulou o registro da língua natural com o registro numérico, mas, ao realizar o tratamento entre os registros, trabalhou com o conjunto dos números inteiros e de maneira errada, como podemos ver nas figuras 36 e 37.



2) Ana tem R$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu compra:

dois pares de sapatos por R$ 18,00 cada um;
uma camiseta por R$ 14,00;
cinco pares de meias por R$ 3,00 cada um.

Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou.

Sobrou R$20,00 em dinheiro.

18x2+14+5x3-85

36+14+5x3-85

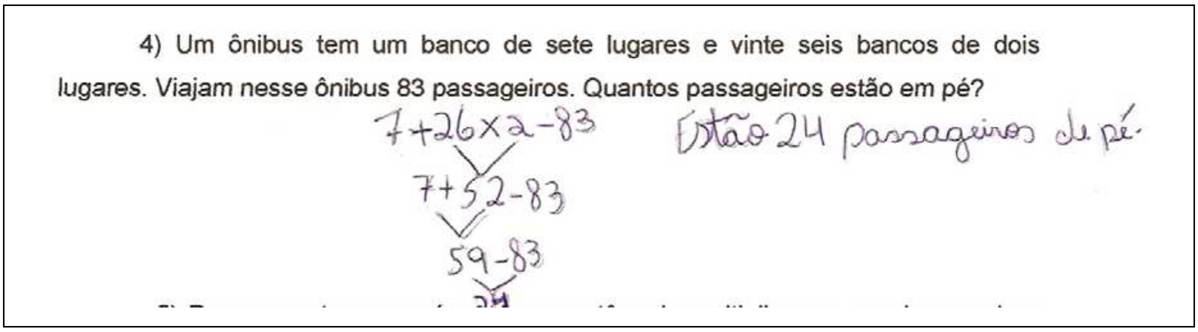
36+14+15-85

50+15-85

65-85

20

Figura 36: Situação-problema (2) do André



4) Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 83 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

7+26x2-83

7+52-83

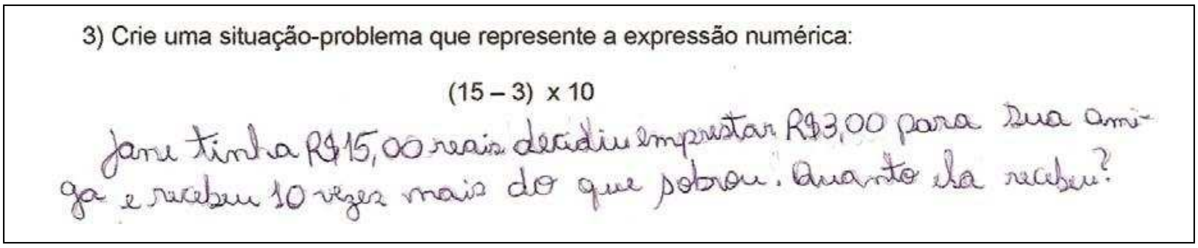
59-83

24

Estão 24 passageiros de pé.

Figura 37: Situação-problema (4) do André

O sujeito conseguiu realizar a artiulação entre o registro numérico e o registro da linguagem natural, com uma conversão denominada de não-congruente, como podemos ver na figura 38. De acordo com Duval (2005), uma conversão não-congruente indica que o aluno está dominando o objeto matemático estudado, portanto, podemos concluir que o sujeito tem condições de resolver diversas situações-problema que envolvam as expressões numéricas.



3) Crie uma situação-problema que represente a expressão numérica:

(15 – 3) x 10

Jane tinha R$15,00 reais decidiu emprestar R$3,00 para sua amiga e recebeu 10 vezes mais do que sobrou. Quanto ela recebeu?

Figura 38: Situação-problema (3) do André

O sujeito resolveu todas as situações-problema propostas e realizou os tratamentos e conversões esperados na análise a priori, com exceção da situação-problema dois e cinco. Na situação-problema dois, o sujeito trabalhou de maneira errada com o conjunto dos números naturais, apesar de ter articulado o registro da língua natural com o registro numérico, com a realização de um tratamento para encontrar a resposta da situação-problema apresentada, como proposto na análise a *priori*.

Com base na resolução das atividades, Fábio e André realizaram em parte a compreensão Matemática das expressões numérica. Os sujeitos não conseguiram realizar todas as conversões propostas entre os Registros de Representação Semiótica de maneira clara e apresentaram confusões nas representações. Este fato nos leva a acreditar que ocorreu um enclausuramento de registros, que impede o sujeito de reconhecer o mesmo objeto matemático em representações diferentes, pois os sujeitos não conseguiram reconhecer as expressões numéricas em todas as situações-problema propostas na seqüência didática.

Lia, aparentemente, não atribuiu significado às expressões numéricas e nem às propriedades operatórias, ao resolver a atividade quatro. Apesar de, no momento do jogo, conseguir trabalhar com as expressões numéricas com facilidade, o que nos leva a acreditar que ela tem um conhecimento situado em relação ao objeto matemático estudado. Talvez, tenha faltado por parte da pesquisadora, propor mais situações-problema de jogo, para que a aluna conseguisse buscar e relacionar as atividades do jogo com as outras atividades propostas.

Ao longo deste capítulo, descrevemos e analisamos a seqüência didática realizada pelos sujeitos envolvidos na pesquisa, tomando como ponto de referência as análises a *priori* e *posteriori* e os registros relacionados às atividades propostas.

Durante as etapas de aplicação das atividades, deparamo-nos com momentos de incertezas, não sabendo se conseguiríamos atender ao nosso objetivo e responder positivamente a questão de pesquisa proposta. A seguir, apresentaremos nossas considerações finais em relação ao estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se propôs a investigar a apropriação da expressão numérica por alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental, a partir de uma intervenção de ensino que tinha como principal ferramenta o jogo Contig 60®. De acordo com nossa hipótese inicial, isto é permitir que, ao resolver as atividades propostas, os alunos realizassem tratamentos e conversões propostos por Duval (2005), em relação ao objeto estudado, não sendo necessário utilizar regras para resolver as expressões numéricas.

Neste sentido, os aspectos metodológicos escolhidos contribuíram para que a experiência com os alunos se desenvolvesse de maneira efetiva e atendesse aos nossos anseios. Alguns pressupostos da Engenharia Didática contribuíram para a elaboração, aplicação e análise da seqüência de atividades que foram analisadas com base na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2005).

No decorrer da pesquisa, foram propostas diversas atividades, que, em sua grande maioria, exigiam tratamentos aritméticos e conversões que no momento do jogo eram do registro material, para o registro da língua natural (falada) e para o registro numérico. No momento de resolução das situações-problema apresentadas foram observadas as conversões do registro da língua natural (escrita) para o registro numérico, passando do enunciado da situação-problema (texto) à escrita das expressões numéricas e do registro numérico para o registro da língua natura (escrita).

Ao analisarmos as atividades do pré-teste realizado pelos sujeitos, observamos que eles têm conhecimento de expressões numéricas e conseguem calculá-las quando estas são apresentadas em exercícios do tipo “resolva e/ou calcule”, por meio da simples aplicação de regras. Quando erram, os erros referem-se às propriedades operatórias, mesmo seguindo a ordem de resolução de parênteses, chaves e colchetes e a ordem operatória (multiplicação e/ou divisão, adição e/ou subtração). No entanto, ao se depararem com situações-problema em que devam elaborar as expressões numéricas que as resolvam, não conseguem realizar conversões do registro da língua natural, em que foram propostas as situações-problema, para o registro numérico em que seriam representadas as expressões numéricas.

Observamos que algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos no pré-teste puderam ser observadas também nas atividades realizadas com os professores do Ciclo I. A professora Conceição foi quem introduziu as expressões numéricas para esses alunos e podemos observar semelhanças na resolução das situações-problema, tanto dela, quanto dos alunos. Por exemplo, a utilização de parênteses só é vista aqui como um símbolo que auxilia na orientação e organização para resolver as operações.

Durante a situação em que os alunos exploraram o jogo Contig 60®, foi possível notar que a interação entre os pares propiciou a construção de processos de resolução de problemas mediante a análise de idéias e pontos de vistas diferentes, para construírem as expressões numéricas convenientes para proporcionar a vitória no jogo. As análises e discussões ocorridas no grupo propiciaram aos alunos, na maioria das vezes, decidirem a melhor jogada a ser realizada, colocando os parênteses para mostrar a operação que queriam fazer primeiro, independente da ordem operatória (multiplicação e/ou divisão, adição e/ou subtração).

No momento do jogo, foi possível observar a conversão do registro material para o registro da língua natural (falada) e do registro material para o registro numérico, além do tratamento aritmético realizado pelos sujeitos.

Dessa forma, entendemos que a utilização de jogo em sala de aula pode ser um mecanismo para criar um ambiente desafiador que propicie a resolução de situações-problema. Além disso, pode conduzir o aluno a discutir, argumentar e tomar decisões.

Para resolver as situações-problema apresentadas depois da atividade com o Contig 60®, os sujeitos criaram estratégias parecidas de resolução e não conseguiram romper com o Contrato Didático de que cada situação-problema tem somente uma solução, mesmo quando o problema solicitava mais de uma solução. Os sujeitos, em sua maioria, conseguiram realizar as conversões do registro da língua natural para o registro numérico e do registro numérico para o da língua natural, com visível melhora no desenvolver de toda a seqüência de atividades.

Portanto, retomando nossa questão de pesquisa, observamos que os sujeitos aprimoraram seu conhecimento a respeito de expressões numéricas, passando a utilizá-las como uma ferramenta para modelar as situações-problema. Isto significa que tiveram mais facilidade para fazer a conversão do registro da língua natural para o registro da escrita numérica. Além disso, conseguimos também fazer as conversões do registro numérico para o registro da língua natural, bem como do registro material para o registro numérico. Os tratamentos necessários para o cálculo das expressões numéricas foram realizados sem problemas.

Acreditamos que, se as atividades forem retomadas e exploradas com mais tempo e maior número de situações-problema de jogo, conseguiríamos que os sujeitos relacionassem com mais clareza as atividades do jogo com as outras atividades propostas, o que, provavelmente, diminuiria algumas confusões apresentadas no momento do registro e do tratamento por um dos sujeitos pesquisados.

Enfim, acreditamos que a relevância da nossa pesquisa foi contribuir para uma reflexão a respeito da utilização do jogo no âmbito escolar para o ensino ou aprimoramento de um conteúdo matemático especifico, em nosso trabalho, o jogo usado foi o Contig 60®, para o ensino e aprendizado das expressões numéricas. Observamos que, após a intervenção do Contig 60®, os alunos conseguiram compreender e aprimorar o conhecimento que tinham em relação ao uso de expressões numéricas e a utilizaram como uma ferramenta para modelar situações-problemas. Por isso, acreditamos na importância de outras pesquisas buscarem jogos adequados e significativos para o ensino de outros conteúdos, encaminhando assim, as pesquisas a respeito de jogos para um contexto mais didático do que pedagógico.

Como perspectiva futura, tendo em vista os resultados do estudo exploratório, acreditamos que possa ser realizado um trabalho com professores de 1ª a 4ª série do Ciclo I, com base nas atividades e referencial teórico da nossa pesquisa e outras, para formar professores, com relação ao conteúdo de expressões numéricas. Acreditamos ser possível, com base nestas atividades, proporcionar aos professores a compreensão das expressões numéricas como uma ferramenta que os auxilie na modelagem de situações-problema.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Educação Matemática: Fundamentos da Didática da Matemática**. Paraná: Editora da UF de Paraná, 2007.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Novo Praticando Matemática (5ª série).** São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ARRAIS, U. B. **Expressões Aritméticas: crenças, concepções e competências no entendimento do professor polivalente***.* 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**, In: Brun, Jean (didática das matemáticas), instituto Piaget Port, 1996.

BICUDO, M. A. V., Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: Borba, M. C. e Araújo, J. L. (orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BONGIOVANNI, V.; LEITE, O. R. V.; LAUREANO, J. L. T. **Matemática Vida (Quinta série).** São Paulo: Ática, 1998.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: Uma estratégia para as aulas de Matemática***.* São Paulo, SP: IME-USP, 2004.

BRANDT, C. F. **Contribuições dos Registros de Representação Semiótica na Conceituação do Sistema de Numeração***.* 2005 Tese (Doutorado em Educação Científica) – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2005.

BRENELLI, R. P. **O jogo como espaço para pensar:** A construção de noções lógicas e aritméticas. 6.ed. Campinas: Papirus, 2007.

BRITO, M. R. F de, Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos. In Brito, M. R. F. de (org.) **A Solução de Problemas e a Matemática Escolar**. Campinas: Alínea, 2006.

BROUGÈRE, G. **Jogo e Educação**, trad. Patrícia Chittoni Ramos, Porto Alegre: Artes Médicas, 2003.

BROUSSEAU, G. **Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique de Mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 33 – 115, 1986.

____**Introdução ao estudo das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

COSTA, V. F. **Refletindo sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática. Cadernos FAPA** - n. 1 – 1º sem.2005, p. 154-157.

D´AMBROSIO, U. II A transdisciplinaridade como acesso a uma história holística. In: Weil, P.; D´Ambrosio, U; Crema, R. **Rumo à nova transdisciplinaridade: Sistemas Abertos de Conhecimento.** São Paulo: Summus Editorial, 1993.

____**Desafios da Educação Matemática no novo milênio, Educação Matemática em Revista***,* São Paulo, n. 11, ano 8, p. 14-17, dez. 2001.

DINIZ, M. I. Os Problemas Convencionais nos Livros Didáticos. In: Smole, K. S.; Diniz, M. I. (orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos u Aprendizajes Intelectuales**. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

____ Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: Machado, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática.** Campinas: Papirus, 2005.

FAINGUELERNT, E. K.; GOTTLIEB, F. C. **O jogo como metodologia no ensino de Matemática***,* Teoria e Prática da Educação, Universidade Estadual de Maringá, v. 4, n. 8, p. 141-149, mar. 2001.

FREITAS, J. L. M., Teoria das Situações Didáticas. In: Machado, S. D. A. (org.) **Educação Matemática: uma (nova) introdução.** 3.ed. São Paulo: educ, 2008.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1995.

____**O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2000.

____ **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

GRANDO, R. C.; MARCO, F. F. de, O movimento da resolução de problemas em situações com jogo na produção do conhecimento matemático. In: Mendes, J. R.; Grando, R. C. (orgs.) **Múltiplos Olhares: Matemática e produção de conhecimento.** São Paulo: Musa Editora, 2007, Musa educação matemática, v. 3.

HENRIQUES, A. C. **Jogar e Compreender.** 2.ed. Lisboa: Instituto Piaget, 2002.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens:** o jogo como elemento da cultura. Tradução João Paulo Monteiro. 5.ed. São Paulo: Perspectiva, 2007.

JESUS, G. B. de, **Construções Geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimento a cerca da demonstração em uma formação continuada.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

JESUS, M. A. S. de. **Jogos na Educação Matemática: Análise de uma proposta para 5 ª série do Ensino Fundamental.** 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1999.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. G., **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** 7.ed. Campinas: Papirus, 2006.

MACEDO, L. de; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **4 Cores, Senha e Dominó: Oficinas de Jogos em uma Perspectiva Construtivista e Psicopedagógica.** 6.ed. São Paulo: Casa do Psicólogo®, 2008.

MACEDO, L. de, **Competências na Educação**, São Paulo, 2008. Disponível em http://www.rededosaber.sp.gov.br/contents/SIGS-CURSO/sigsc/upload/br/site_25/File/competencias_na_educacao_cr.pdf. Acesso em 11/mar/08.

MARCELLINO, N. C. A sala de aula como espaço para o "Jogo do Saber". In: MORAES, R. de. **Sala de aula: que espaço é esse?** Campinas, SP: Papirus, 2002.

MARCO, F. F. de. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de Matemática no Ensino Fundamental.** 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2004.

MEC – Ministério da Educação – Secretaria de Educação Fundamental - PCN's **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

NAME, M. A. **Matemática Ensino Moderno (5ª série: Ensino de Primeiro Grau).** São Paulo: Editora Brasil S. A., 1975.

NAVILLE, D. **Piaget ou a Inteligência em Evolução**. Porto Alegre, RS: ARTMED, 1998.

PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática: para onde se orientam?** Campinas: Revista de Educação PUC, n. 18, junho 2005, p. 25-34.

Currículo do Estado de São Paulo: Matemática; Coord. Maria Inês Fini. São Paulo : SEE, 2009.

RESEK, D. et al. **Introductory Algebra III**, Gateway to a Technological Future editada por Victor J. Katz – University of the District of Columbia, 2007

SANGIORGI, O. **Matemática 1: Curso Moderno para cursos ginasiais.** São Paulo: São Paulo Editora S.A., 1966.

SHIGUEKIYO, C. T. **Enciclopédia do Estudante: matemática 1.** São Paulo: Moderna, 2008.

SILVA, B. A. da. Contrato Didático. In: Machado, S. D. A. (org.) **Educação Matemática: uma (nova) introdução.** São Paulo, SP: educ, 3ª ed., 2008.

STANCANELLI, R. Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. In: Smole, K. S.; Diniz, M. I. (orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre, RS: Artmed, 2001.

ANEXO A: PERFIL DOS SUJEITOS DO ESTUDO EXPLORATÓRIO

1) Qual sua formação acadêmica?

____

2) Que ano você se formou?

____

3) Em qual(is) rede de ensino você leciona?

( ) Estadual ( ) Municipal ( ) Particular

4) Há quanto tempo você leciona?

____

5) Em que séries você está trabalhando?

____

ANEXO B: TABULEIRO DO CONTIG 60®

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

ANEXO C: ATIVIDADES REALIZADAS COM OS PROFESSORES

1) Encontre onde devem ser colocados os parêntese para que os resultados sejam os indicados.
   a) 16 : 2 x 4 = 2
   b) 2 + 7 x 3 + 5 = 58
   c) 2 + 7 x 3 + 5 = 32
   d) 2 + 7 x 3 + 5 = 72

2) Ana tem R$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu compra:

dois pares de sapatos por R$ 18,00 cada um; uma camiseta por R$ 14,00; cinco pares de meias por R$ 3,00 cada um.

Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou.

3) Crie uma situação-problema que represente a expressão numérica:

(15 – 3) x 10

4) Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 83 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

ANEXO D: PRÉ-TESTE APLICADO NOS ALUNOS

1) (OBMEP 2007) Quais das expressões abaixo têm o maior resultado?
   a) (6+3) x 0
   b) 6 x 3 x 0
   c) 6 + 3 x 0
   d) 6 x (3+0)
   e) 6 + 3 + 0

2) (SARESP 2007) Na Mercearia da Esquina está afixada a tabela como segue abaixo. Maria comprou 5 quilos de arroz, 2 de feijão e 5 de açúcar. Quanto gastou?

OFERTA DA SEMANA	PRODUTO PREÇO POR QUILO R$
Arroz	6
Feijão	2
Açúcar	1

Represente em forma de expressão numérica sua solução.

3) Copie as expressões e encontre em que lugar podem ser colocados os parêntese para que os resultados sejam os indicados.

d) 16 : 2 x 4 = 2
e) 14 + 3 x 12 = 204
f) 4 x 3 + 6 x 7 = 252

4) Calcule:

e) (12 + 2 x 5) – 8 =
f) 25 – (15 + 6 : 3) =
g) 60 – [8 + (10 – 2) : 2] =
h) 14 x {2 + [13 – (4 x 2) + 1] } =

ANEXO E: PÓS-TESTE APLICADO NOS ALUNOS

1) Segundo as regras do jogo liste as possibilidades distintas de se conseguir o número 32 com o lançamento de cinco dados?

2)Ana tem R$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu compra:

> dois pares de sapatos por R$ 18,00 cada um;
> uma camiseta por R$ 14,00;
> cinco pares de meias por R$ 3,00 cada um.

Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou.

3) Crie uma situação-problema que represente a expressão numérica:

$$(15 - 3) \times 10$$

4) Um ônibus tem um banco de sete lugares e vinte seis bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 83 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

6) Um jogador já tirou 5 em um dos dados. Quantos ele precisa tirar nos outros dois e quais operações precisa fazer para que possa colocar sua peça na casa 28?