

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MINERAL**

**DIMENSIONAMENTO DE MALHAS DE FURAÇÃO
PARA DESMONTE DE ROCHAS COM ARGAMASSA
EXPANSIVA POR MECÂNICA DE FRATURA**

AUTOR: Eduardo da Cruz Reis

ORIENTADOR: Prof. Rodrigo Peluci de Figueiredo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral – Área de Concentração: Lavra de Minas.

Ouro Preto, junho de 2004.

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

“À memória de meu
pai, Gastão da Cruz
Reis”.

AGRADECIMENTOS.

Ao Prof. Orientador Rodrigo Peluci de Figueiredo, pelos ensinamentos, orientação e constante apoio e incentivo durante toda a realização deste trabalho.

Aos colegas e amigos que fiz em Ouro Preto, em especial a Alysson e Gleidson com quem tive o prazer de conviver.

Aos amigos da Rep. Diretoria pelo convívio e aprendizado no dia a dia... valeu “Diretores”.

Aos Profs. Carlos Alberto Pereira e Leonardo Godefroid pelo suporte em parte dos trabalhos experimentais e incentivo.

Aos professores do programa pelas oportunidades de aprendizagem.

À CAPES pelo apoio financeiro.

À minha família que sempre me apoiou e acreditou em mim.

RESUMO

O objetivo desta dissertação de mestrado foi estabelecer um critério racional de dimensionamento da malha de furação para desmontes com argamassas expansivas. Fundamenta-se o mesmo em conceitos da Mecânica de Fratura. Para tanto, foram desenvolvidas soluções analíticas para o Fator de Intensidade de Tensões (FIT) no modo I de propagação (K_I), com base nas técnicas de análises assintóticas de dipolos (interação entre os furos) e de vigas (interação fraturas x superfície livre). As soluções obtidas foram validadas por comparação com soluções computacionais fornecidas pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). O critério resultante pode ser incorporado facilmente em planilhas eletrônicas e, assim, ser utilizado amplamente na indústria.

Adicionalmente, houve também uma preocupação em se desenvolver técnicas expeditas de determinação da tenacidade à fratura no modo I (K_{IC}). Assim, correlações empíricas entre a mesma e índices obteníveis com equipamentos portáteis de fácil utilização em campo (esclerômetro de Schmidt e máquina de ensaio *Point Load*), bem como a densidade, foram estabelecidas. Alternativamente, um ábaco que torna possível avaliar K_{IC} e/ou G_{IC} (*Critical Strain Energy Release Rate*) das rochas, com base na medida da deformação radial e dos comprimentos das fraturas propagadas em furos carregados com argamassa, também foi desenvolvido.

ABSTRACT

The objective of this master's degree dissertation was to establish a rational design method of the drilling patterns for rock cutting operations with expansive mortar. It is based on Fracture Mechanics. In order to do this, analytical solutions for the Mode I Stress Intensity Factor (K_I) have been developed, based on the techniques of asymptotic analyses of dipoles (for the interaction between holes) and beams (for the interaction between cracks and free surface). The obtained solutions were validated by comparison with Finite Element Method (FEM) results. The resultant criterion can be incorporated easily in electronic spreadsheets and, thus, to be used widely in the industry.

Additionally, practical ways for evaluation of the Mode I Fracture Toughness (K_{IC}), it was a concern. Empirical correlations between K_{IC} and index properties of rocks, obtainable with portable equipments of easy use in field works (Schmidt hammer and Point Load test machine), as well as the density, has been established. Alternatively, an abacus which becomes possible to evaluate K_{IC} and/or G_{IC} (Critical Strain Energy Release Rate), on the basis of the field measured radial strain and in the length of the cracks propagated from the holes loaded with expansive mortar, also was developed.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	xiv
LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS.....	xv
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Conteúdo e Acapitulação.....	2
1.2. Objetivos.....	3
CAPÍTULO II – ARGAMASSA EXPANSIVA.....	4
2.1. Introdução.....	4
2.2. Desmonte de Rochas com Argamassa Expansiva.....	5
CAPÍTULO III – MECÂNICA DE FRATURA.....	10
3.1. Mecânica de Fratura Elástica Linear.....	10
3.1.1. Introdução.....	10
3.1.2. Concentração de tensão.....	13
3.1.3. Modo de separação da ponta da trinca.....	14
3.1.4. Aproximação pelo campo das tensões elásticas.....	15
3.1.5. Aproximação pelo balanço de energia.....	19
3.1.6. Relação entre K e G	22
3.2. Mecânica de Fratura Aplicada às Rochas.....	23
3.2.1. Introdução.....	23
3.2.2. Fraturamento por explosivos.....	24
3.2.3. Fraturamento hidráulico.....	29
3.2.4. Fraturamento por compressão.....	32
CAPÍTULO IV – MECÂNICA DE FRATURA APLICADA AO DESMONTE COM ARGAMASSA EXPANSIVA.....	36
4.1. Introdução.....	36

4.2. Propagação de Trincas Próximas a uma Face Livre.....	38
4.3. Interação entre Trincas Dispostas numa Linha Infinita.....	42
4.4. Adaptação ao Problema do Desmonte com Argamassa Expansiva.....	44
CAPÍTULO V – PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS EM	
MECÂNICA DE FRATURA.....	46
5.1. Introdução.....	46
5.2. Procedimentos Numéricos.....	46
5.2.1. Método dos Elementos Finitos.....	47
5.3. Procedimentos Experimentais.....	51
5.3.1. Ensaios por flexão com entalhe em <i>chevron</i>	52
5.3.2. Ensaios índices.....	56
5.3.2.1. Carga Puntiforme.....	56
5.3.2.2. Esclerômetro de <i>Schmidt</i>	59
CAPÍTULO VI – RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	62
6.1. Introdução.....	62
6.2. Determinação da Tenacidade à Fratura (K_{IC}).....	62
6.3. Determinação do Índice de Carga Puntiforme ($I_{S(50)}$).....	64
6.4. Determinação do Índice Esclerométrico (HR).....	65
6.5. Determinação da Densidade (ρ).....	66
6.6. Correlações.....	67
6.6.1. K_{IC} e $I_{S(50)}$	68
6.6.2. K_{IC} e ρ	69
6.6.3. K_{IC} e HR	70
6.6.4. ρ e HR	72
6.6.5. $I_{S(50)}$ e HR	74
6.6.6. $I_{S(50)}$ e ρ	75
6.6.7. Discussão dos resultados.....	76
CAPÍTULO VII – RESULTADOS NUMÉRICOS E ANALÍTICOS.....	79
7.1. Introdução.....	79

7.2. Resultados Numéricos.....	79
7.3. Resultados Analíticos.....	91
7.4. Comparação entre Resultados Numéricos e Analíticos.....	98
CAPÍTULO VIII – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	105
8.1. Conclusões.....	105
8.2. Sugestões.....	106
Referências Bibliográficas.....	108
Anexo 1.....	117
Derivada da Eq. (105).....	117
Anexo 2.....	121
Exemplo do Processo Iterativo de Obtenção do Espaçamento Ótimo ($S_{\text{ótimo}}$)...121	

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Linha de furos mostrando a direção preferencial de propagação das trincas (Kayati, 1994).....	6
Figura 2.2 - Variação do espaçamento com o diâmetro.....	7
Figura 2.3 - (a) Linha de ruptura devido à ação de forças, F , iguais e contrárias; (b) semicircunferência submetida à ação da pressão P da AE e aos esforços de reação $F/2$..	7
Figura 3.1 - Chapa com um furo elíptico sob tensão de tração uniforme (modificada de Rocha, 1994).....	11
Figura 3.2 - Trinca de comprimento $2a$, em uma placa sob tração uniaxial (geometria de Griffith) (modificada de Rocha, 1994).....	11
Figura 3.3 - Concentração de tensão em uma placa com um furo elíptico (modificada de Rocha, 1994).....	13
Figura 3.4 - Os três possíveis modos de abertura da ponta da trinca, (a) modo I, (b) modo II e (c) modo III (Freitas,1991).....	15
Figura 3.5 - Sólido de dimensões infinitas, com uma trinca interna de comprimento $2a$ e o estado de tensão em um ponto próximo da mesma (modificada de Rocha, 1994)....	16
Figura 3.6 - Sólido infinito com um furo elíptico submetido a uma tensão de tração uniforme distante (Shah et al.,1995).....	18
Figura 3.7 – Configurações dos carregamentos estudados por Ouchterlony (1974).....	26
Figura 3.8 – Comparação entre a trinca com e sem penetração do gás (modificada de Ouchterlony, 1974).....	27
Figura 3.9 – Linha de furos do pré-corte analisada por Jiang (1996): (a) caso desfavorável e (b) caso favorável	28

Figura 3.10 – Placa com furo interno pressurizado, do qual saem duas trincas diametralmente opostas, submetida a um campo de tensões de compressão remoto.....	31
Figura 3.11 – Superposição dos carregamentos para o FIT do fraturamento hidráulico.....	31
Figura 3.12 – Tipos de falhas macroscópicas devido à interação das trincas dos furos circulares, resultantes de várias condições de carregamento (Sammis & Ashby, 1986).....	33
Figura 3.13 - (a) Placa com furo interno e duas trincas diametralmente opostas submetida a um campo de tensões de compressão. (b) Efeito de flambagem, observado numa placa finita com um furo associado a trincas (Sammis & Ashby, 1986).....	33
Figura 4.1 - Placa com trinca interna inclinada, submetida a um campo de tensões de compressão, onde se observa a direção preferencial de propagação da ponta da mesma (modificada de Germanovich & Dyskin, 2000).....	37
Figura 4.2 – (a) Trinca muito menor que a distância da mesma à face livre, $l/A \ll 1$; (b) trinca muito maior que a distância da mesma à face livre, $l/A \gg 1$, com dipolo de forças concentradas e (c), com carga distribuída (modificada de Dyskin et al., 2000).....	38
Figura 4.3 – Influência da face livre: (1) tensões geradas pela trinca na face livre; (2) tensões “refletidas” pela face sobre o ponto central da trinca e distribuídas uniformemente (modificada de Germanovich & Dyskin, 2000).....	39
Figura 4.4 – (a) Problema real (trinca original); (b) aproximação por uma viga bi-engastada (modificada de Dyskin et al., 2000).....	40
Figura 4.5 – Série de trincas colineares igualmente espaçadas num meio infinito.....	42
Figura 4.6 – Trinca sob uma combinação de força concentrada (dipolo) e carga distribuída (tensão efetiva).....	43
Figura 5.1 - Malha de elementos finitos.....	47

Figura 5.2 – Malha em torno da ponta de uma trinca (em vermelho).....	51
Figura 5.3 – Elemento singular T6 <i>quarter-point</i>	51
Figura 5.4 – Forma da zona não-linear (FPZ) na frente da ponta da trinca.....	54
Figura 5.5 – Configuração do corpo de prova para ensaio de flexão (CN3BP).....	56
Figura 5.6 – Diagrama esquemático dos aparelhos de <i>point load</i> (modificada de Bearman, 1999).....	57
Figura 5.7 – Diagrama esquemático do funcionamento do esclerômetro (modificada de Basu & Aydin, 2004).....	59
Figura 6.1 – Máquina Servo-Hidráulica – MTS-810.....	62
Figura 6.2 – <i>Point Load</i>	64
Figura 6.3 – Esclerômetro de <i>Schmidt</i>	66
Figura 6.4 – Correlação entre a tenacidade à fratura (K_{IC}) e o índice do <i>point load</i> ($I_{S(50)}$).....	69
Figura 6.5 – Correlação entre a tenacidade à fratura (K_{IC}) e a densidade (ρ).....	70
Figura 6.6 – Correlação entre a tenacidade à fratura (K_{IC}) e a densidade (ρ).....	72
Figura 6.7 – Correlação entre a densidade (ρ) e o índice esclerométrico (HR).....	73
Figura 6.8 – Correlação entre o índice do <i>point load</i> ($I_{S(50)}$) e o índice esclerométrico (HR).....	75
Figura 6.9 – Correlação entre o índice do <i>point load</i> ($I_{S(50)}$) e a densidade (ρ).....	76
Figura 7.1 – Malha representando um furo isolado próximo a uma face livre.....	80
Figura 7.2 – Malha representando uma linha de furos igualmente espaçados, próximos a uma face livre.....	80

Figura 7.3 – Detalhes das malhas mostrando as trincas iniciais e finais; (a) trinca inicial saindo de um furo isolado; (b) trinca final que partiu de um furo isolado; (c) trincas iniciais saindo de furos, igualmente espaçados, dispostos numa linha infinita; (d) trincas finais que partiram de furos, igualmente espaçados, dispostos numa linha infinita.....	81
Figura 7.4 – Comparação entre os FITs numéricos de um furo isolado com os de uma linha infinita de furos, ambos os casos, próximos a uma face livre.....	82
Figura 7.5 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de pressão sem a existência de trinca (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.....	83
Figura 7.6 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de pressão com a (s) trinca (s) totalmente propagada (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.....	83
Figura 7.7 – Comparação entre os FITs, para os dois modelos de malha, com duas diferentes porcentagens de deformações (ϵ) aplicadas.....	85
Figura 7.8 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de deformação ($\epsilon = 5.00\%$) sem a existência de trinca (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.....	86
Figura 7.9 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de deformação ($\epsilon = 5.00\%$) com a (s) trinca (s) totalmente propagada (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.....	86
Figura 7.10 – Comparação entre os FITs resultantes das aplicações de pressão e de deformação para a malha que representa um furo isolado.....	87
Figura 7.11 – Comparação entre os FITs resultantes da aplicação de pressão e aplicação de deformação para o modelo de malha que representa uma linha de furos.....	88

Figura 7.12 – Ábaco para se estimar K_{IC} a partir da deformação e da relação l/A (para $E = 10$ GPa).....	90
Figura 7.13 – Ábaco para se estimar G_{IC} a partir da deformação e da relação l/A	91
Figura 7.14 – Efeito das tensões <i>in situ</i>	92
Figura 7.15 – Comportamento dos termos que compõem a Eq. (96).....	94
Figura 7.16 – Comportamento dos termos que compõem a Eq. (97).....	95
Figura 7.17 – Comportamento dos termos que compõem a Eq. (99).....	96
Figura 7.18 – Comparação do comportamento das Eqs. (96), (97) e (99).....	97
Figura 7.19 – Comparação entre a solução para um furo pressurizado e sua aproximação por um ponto com um par de forças concentradas (dipolo), num meio infinito e próximos a uma face livre.....	98
Figura 7.20 – Comparação entre um furo pressurizado e a sua aproximação por um ponto com um par de forças concentradas, próximos a uma face livre, e resultados numéricos de um furo isolado, para a aplicação de pressão.....	99
Figura 7.21 – Comparação entre um furo pressurizado e a sua aproximação por um ponto com um par de forças concentradas, próximos a uma face livre, e resultados numéricos de um furo isolado, para a aplicação de pressão e deformação.....	100
Figura 7.22 – Comparação entre os resultados numéricos para um furo pressurizado, representando uma linha infinita, com as Eqs. (96), (97) e (99).....	101
Figura 7.23 – Comparação entre os resultados numéricos com as interpolações, dadas pelas Eqs. (100), (101) e (102).....	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relação entre diâmetro e espaçamento(Kayati, 2004).....	6
Tabela 2.2 – Consumo por metro linear de argamassa expansiva (Kayati, 2004).....	9
Tabela 5.1 – Equações de correlação entre $I_{S(50)}$ e σ_c	59
Tabela 5.2 – Equações de correlação entre HR e σ_c	60
Tabela 5.3 – Outras equações de correlação entre propriedades e índices.....	61
Tabela 6.1 – Ensaio de Flexão com Entalhe em <i>Chevron</i> (CN3PB).....	63
Tabela 6.2 – Ensaio com <i>point load</i>	65
Tabela 6.3 – Ensaio com Esclerômetro de <i>Schmidt</i>	66
Tabela 6.4 – Ensaio de Densidade.....	67
Tabela 6.5 – K_{IC} versus $I_{S(50)}$	68
Tabela 6.6 – K_{IC} versus ρ	70
Tabela 6.7 – K_{IC} versus HR	71
Tabela 6.8 – ρ versus HR	73
Tabela 6.9 – $I_{S(50)}$ versus HR	74
Tabela 6.10 – $I_{S(50)}$ versus ρ	76
Tabela 6.11 – Equações de correlação.....	77
Tabela 6.12 – Comparação entre os valores de K_{IC}	77
Tabela 6.13 – Comparação entre as Eq. (79) e Eq. (86).....	78
Tabela 7.1 – Propriedades utilizadas no FRANC2D.....	81

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

AE = argamassa expansiva;

ASTM = *American Society for Testing and Materials*;

CB = *Chevron Bend Specimens*;

CN3PB = *Single Edge Chevron-Notched Rectangular Plate in Three-Point Bending*;

FCT = fator de concentração de tensão;

FIT = fator de intensidade de tensão;

FPZ = *Fracture Process Zone*;

FRANC2D = *Fracture Analysis Code 2D*;

ISRM = *International Society for Rock Mechanics*;

MEF = Método dos Elementos Finitos;

MF = Mecânica de Fratura;

MFR = Mecânica de Fratura de Rochas;

MFEL = Mecânica da Fratura Elástica Linear;

PPZ = *Plastic Process Zone*;

SR = *Short Rod Specimens*;

a = raio do furo;

A = afastamento;

B = espessura do corpo de prova;

d = diâmetro do furo;

D = distância entre as duas pontas de aplicação da força;

D_e = diâmetro equivalente;

$e = l + a$;

E = módulo de elasticidade do material;

$$f = \left(\frac{D}{50} \right)^{0.45} ;$$

F = dipolo de forças;

$F(\lambda, L)$ = equação obtida por cálculos numéricos;

F_r = força resistente;

F_t = força total resultante;

G = taxa de variação da energia potencial;
 G_C = taxa de liberação de energia crítica;
 G_{IC} = taxa de liberação de energia crítica (carregamento estático, condição de deformação plana);
 H = altura da parede que se deseja cortar;
 HR - *Hammer Rebound* = índice do esclerômetro de *Schmidt*;
 $I_{S(50)}$ = resistência do *point load* corrigida para testemunho de diâmetro de 50 mm;
 K_C = tenacidade à fratura (carregamento estático, condição de tensão plana);
 K_d = tenacidade à fratura (carregamento dinâmico, condição de tensão plana);
 K_I = fator de intensidade de tensão;
 K_{IC} = tenacidade à fratura (carregamento estático, condição de deformação plana);
 K_R = resistência ao crescimento estável da trinca;
 K_t = fator de concentração de tensão;
 l = comprimento da trinca;
 $L = l/a$;
 M = momento fletor;
 n = numero de trincas;
 N = esforço normal;
 p = tensão efetiva;
 P = pressão no interior do furo (argamassa expansiva ou gás);
 P_c = pressão crítica para iniciar a fratura;
 P_{co} = resistência à tração da rocha;
 P_l = pressão do fluido restrita às trincas;
 P_{max} = carga máxima aplicada;
 R = resistência ao crescimento da trinca
 r_{cm} = tamanho crítico máximo da FPZ;
 r, θ = coordenadas polares em relação à ponta da trinca;
 r^2 = coeficiente de correlação;
 S = espaçamento;
 $t = w/2$;
 T = esforço cortante;

U_0 = energia de deformação elástica da placa não trincada carregada (uma constante);
 U_a = variação na energia de deformação elástica, causada pela introdução da trinca na placa;
 U_γ = variação de energia superficial, causada pela formação das superfícies da trinca;
 V = volume;
 w = largura da placa ou do corpo de prova;
 W = trabalho realizado pelas forças externas;
 $\alpha = 0.6$, (constante);
 $\alpha_0 = a_0/w$;
 \mathcal{E} = deformação;
 γ = energia de superfície do material;
 γ_e = energia de superfície elástica do material;
 γ_p = trabalho plástico por unidade de área da superfície trincada;
 $\lambda = \sigma_3/\sigma_1$;
 $\lambda_p = l/S$;
 $\mu = (a + l)/a$;
 ν = coeficiente de *Poisson* do material;
 v_p = velocidade da onda compressiva;
 ρ = densidade;
 σ = tensão de tração uniforme;
 σ_1 = tensão de compressão principal maior;
 σ_3 = tensão de compressão principal menor;
 σ_c = resistência à compressão uniaxial;
 σ_{crit} = tensão crítica;
 σ_f = tensão de falha;
 σ_h = tensão principal horizontal menor remota ou *in situ*;
 σ_H = tensão principal horizontal maior remota ou *in situ*;
 σ_t = resistência à tração do material;
 σ_y = tensões segundo a direção y ;
 σ_{ys} = limite de escoamento do material;
 ψ = função de tensão de Airy;

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Quando se fala em desmonte de rochas ornamentais, logo se pensa no método apropriado para corte dos blocos: por fio diamantado, fio helicoidal, serras diamantadas de cinta ou de correntes, *jet flame* (maçarico), *water jet* (jato de água), explosivos ou argamassa expansiva (AE). Esta última, uma nova tecnologia que vem sendo utilizada nos últimos anos no Brasil.

Ao se optar entre a utilização de explosivos ou AE, o que vem à mente é o custo com a furação da malha de desmonte a ser utilizada. Isto faz com que a opção pela utilização de explosivos, aparentemente, saia na frente, pois hoje já existem métodos bem consolidados para a definição das respectivas malhas. Já para a AE, os métodos para definição de malhas de desmonte são indicados por seus próprios fabricantes. Constata-se que há divergência entre uns e outros. Isso acontece, em parte, devido à falta de um adequado embasamento teórico, para a elaboração dos seus respectivos métodos. Na verdade, como a motivação é exclusivamente comercial, não se tem uma compreensão do problema e nem sempre são obtidos resultados satisfatórios.

Este trabalho pretende, portanto, propor um método de dimensionamento de malhas de furação para o desmonte de rochas com argamassas expansivas fundamentado nos conceitos da Mecânica de Fratura (MF), em particular, na Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL).

O método consistirá de um modelo matemático de fácil aplicação, em que a propriedade do material necessária de incorporação ao mesmo, será obtida de ensaios índices, de baixo custo, realizáveis *in loco*, permitindo, assim, dimensionar adequadamente a malha de furação para o material ensaiado.

A obtenção deste modelo matemático de dimensionamento de malha de furação será apoiada na comparação com resultados fornecidos por métodos numéricos.

O método numérico a ser utilizado é o método dos elementos finitos, MEF, (Bathe, 1982). Bastante utilizado no estudo computacional de problemas de MF, o MEF

encontra-se implementado em diversos códigos comerciais e/ou acadêmicos. Utilizaremos nesta dissertação o programa denominado FRANC2D – *Fracture Analysis Code 2D* - (Wawrzynek & Ingraffea, 1993). Trata-se de um simulador de propagação de trincas a duas dimensões. Foi desenvolvido na Universidade de Cornell (EUA) e é distribuído livremente no endereço eletrônico www.cfg.cornell.edu . A versão que utilizaremos é a 3.1, de outubro de 2003.

Para se estimar o valor da propriedade do material, serão propostas duas maneiras alternativas. Uma, seria através de correlações empíricas com ensaios índices usuais em Mecânica das Rochas (MR). A outra, consiste em medir a deformação do furo carregado com AE e, utilizando ábacos obtidos numericamente, determinar um valor aproximado para a mesma propriedade.

1.1. Conteúdo e Acapitulação

Este trabalho será dividido em oito capítulos, que irão conter a descrição dos estudos relacionados ao tema, a metodologia a ser utilizada e também conclusões e sugestões.

No capítulo II comenta-se sobre a AE, suas características técnicas e utilização no desmonte de rochas.

O capítulo III é dividido em dois tópicos: no primeiro, faz-se um resumo dos conceitos mais importantes da MFEL, com destaque àqueles de maior interesse para a presente dissertação e, no segundo, faz-se uma revisão da sua aplicação ao desmonte de rochas.

No capítulo IV são aplicados os conceitos da Mecânica de Fratura ao problema do desmonte com argamassa expansiva.

No capítulo V são apresentados os procedimentos numéricos e experimentais a serem usados nesta dissertação.

Os resultados dos procedimentos experimentais, relatados no capítulo anterior, serão apresentados no capítulo VI.

Já os resultados dos procedimentos numéricos, descritos no capítulo V, e analíticos, descritos no capítulo IV, serão apresentados no capítulo VII.

Finalmente, no capítulo VIII, estarão contidas as conclusões deste trabalho, bem como sugestões para futuros outros.

1.2. Objetivos

Este trabalho tem por objetivo inicial aplicar os conceitos de MF ao problema de propagação de trincas em rochas, resultante da expansão da AE em um furo circular.

Entendido o fenômeno, o objetivo seguinte, e principal, será propor um método de dimensionamento da malha para desmontes de rocha com AE. O método deverá ser o mais simples e prático possível, pois o desejo é que o mesmo seja efetivamente usado pela indústria de mineração. Para tanto, pretende-se que o resultado seja passível de incorporação a uma planilha eletrônica e/ou programável em calculadora eletrônica, em geral, recursos disponíveis e de fácil utilização no dia a dia da mesma.

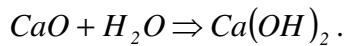
Vislumbra-se, com isso, uma economicidade otimizada da operação de desmonte e um melhor aproveitamento dos recursos minerais, possíveis, como relatados por Pinheiro (1999), com a utilização da AE. Além disso, também se minimizam os danos ambientais associados à utilização de explosivos (poluição sonora, vibrações, poeira, grandes volumes de rejeitos, etc.).

CAPITULO II

ARGAMASSA EXPANSIVA

2.1 Introdução

A AE é um produto em pó, com composição química definida em função da temperatura ambiente em que será utilizada, sendo mais de 98% dessa composição a cal inorgânica (CaO). Antes do uso, deve ser misturada com água, na proporção especificada pelo fabricante. Inserida em furos, expandir-se-á de modo progressivo e gradual, promovendo a ruptura do material rochoso. A reação química que resulta na expansão da AE é a seguinte:



Segundo os fabricantes da AE, depois de misturada com água, a expansão volumétrica pode chegar a 4 vezes, alcançando uma pressão na parede interna do furo de 80MPa. A ruptura do material trabalhado se dá, em média, em 24 horas, porém, a reação pode continuar por até 4 dias no verão e 8 dias no inverno (Caimex, 2004; Kayati, 2004).

Os fatores que podem influenciar no tempo de reação da AE, além da temperatura ambiente, são: tipo de argamassa, diâmetro do(s) furo(s), espaçamento entre furos, resistência do material a ser demolido e porcentagem de água.

Pode-se utilizá-la para romper, cortar e demolir rochas e concreto, em situações nas quais não é possível ou recomendável o uso de explosivos. No Brasil, sua maior aplicabilidade tem sido no corte de rochas ornamentais em pedreiras.

Como é mais cara que os explosivos, seu uso na mineração não é recomendado para materiais de baixo valor agregado ou quando se deseja um alto fraturamento do material. Porém tem grande aplicabilidade em desmonte de estruturas de concreto, onde as obras adjacentes não podem ser danificadas pelas vibrações geradas por explosivos.

Algumas das vantagens proporcionadas para a indústria de mineração pela utilização da AE são:

- maior seletividade na lavra, pois permite um maior controle dos desmontes no contato estéril-minério, resultando, por isso, em uma menor diluição;

- as operações de içamento de materiais são minimizadas, o que pode reduzir os custos com eletricidade e de manutenção;

- em minas onde se utiliza apenas a AE, não há necessidade de evacuação do pessoal das frentes de lavra antes do desmonte, o que resulta em uma maior produtividade da mão-de-obra.

Devido à economia proporcionada, principalmente com mão-de-obra, içamentos, manutenção, eletricidade e limpeza, muitas minas marginalmente viáveis podem evitar seu fechamento. Tem-se, naturalmente, uma maior segurança, pois não há riscos com eventuais falhas dos explosivos e cordéis detonantes. Não se têm ultralaçamentos ou vibrações, o que minimiza os danos às rochas ao redor das escavações, melhorando, assim, suas condições de estabilidade.

2.2 Desmonte de Rochas com Argamassa Expansiva

No desmonte de rocha com a argamassa expansiva, quando se deseja retirar blocos paralelepípedicos, Fig. 2.1, são feitas linhas de furos igualmente espaçados, nos quais se coloca a AE. Antes, porém, surgirão algumas perguntas, como por exemplo: qual a distância da frente de desmonte (afastamento, A)? Qual a distância ideal entre o centro de dois furos subseqüentes (espaçamento, S)? Quantas trincas surgirão em torno de cada furo? Qual a direção preferencial de propagação destas trincas?

As duas últimas perguntas podem ser respondidas observando-se o que acontece na prática, ou seja, surgirão apenas duas trincas diametralmente opostas, sendo a direção de propagação delas aquela da própria linha de furos (veja Fig. 2.1). O porquê disso e a resposta para as outras duas perguntas serão objetos de estudo deste trabalho. Para tanto, utilizaremos os conceitos da MF (Atkinson, 1989; Whittaker *et al.*, 1992).

Atualmente, como já mencionado no capítulo anterior, os métodos para cálculo do espaçamento, S , são pouco confiáveis. Muitos utilizam tabelas fornecidas pelos próprios fabricantes da AE, em que esse espaçamento é função apenas do diâmetro do furo, ou

seja, para certo diâmetro utiliza-se um dado espaçamento, não se levando em consideração mais nenhuma variável.

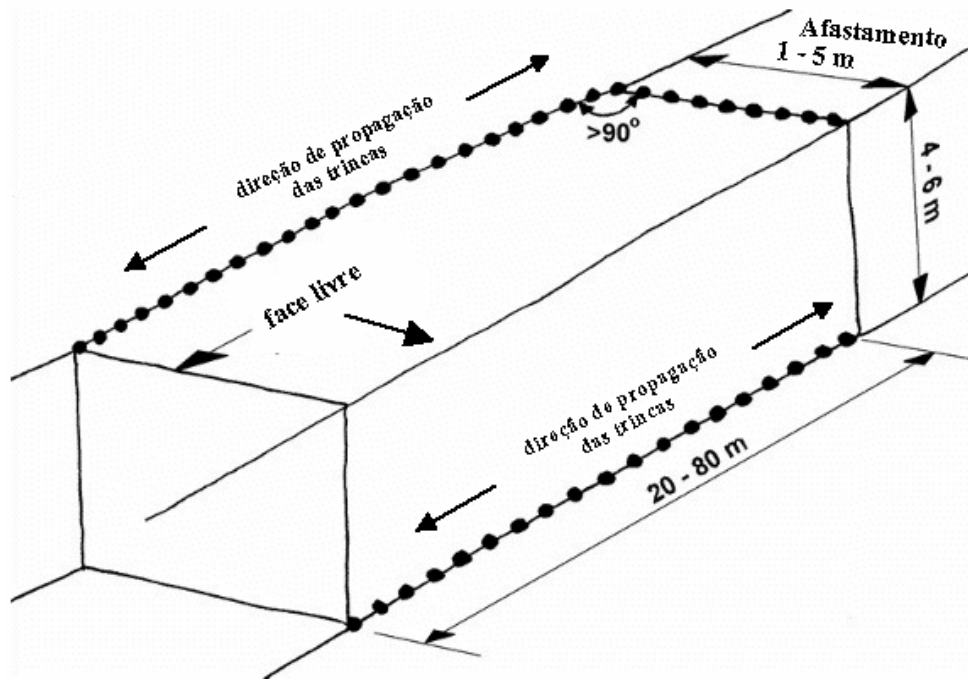


Figura 2.1 - Linha de furos mostrando a direção preferencial de propagação das trincas.

Em geral, os espaçamentos recomendados variam de 10 a 15 vezes o diâmetro dos furos, podendo chegar até a 20 vezes. Obviamente, quanto menor for este espaçamento, menor será o tempo de ruptura. Uma tabela típica utilizada para os cálculos está mostrada abaixo (Tab. 2.1).

Tabela 2.1 - Relação entre diâmetro e espaçamento (Kayati, 2004).

Diâmetro (mm)	32.0	35.0	40.0	45.0	50.0
Espaçamento (cm)	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0
Espaçamento/Diâmetro	12.5	14.3	15.0	15.6	16.0

A variação do espaçamento com diâmetro pode ser vista no gráfico da Fig. 2.2, no qual se pode observar uma não linearidade no estágio inicial.

Outro método utilizado é o fornecido pelos fabricantes da AE italiana *FRACT.AG*. Tal método foi proposto imaginando-se a seguinte situação: considere uma linha de furos devidamente espaçados e carregados com AE; a ruptura dar-se-á devido à presença de duas forças F , iguais e contrárias (dipolo de forças), Fig. 2.3(a).

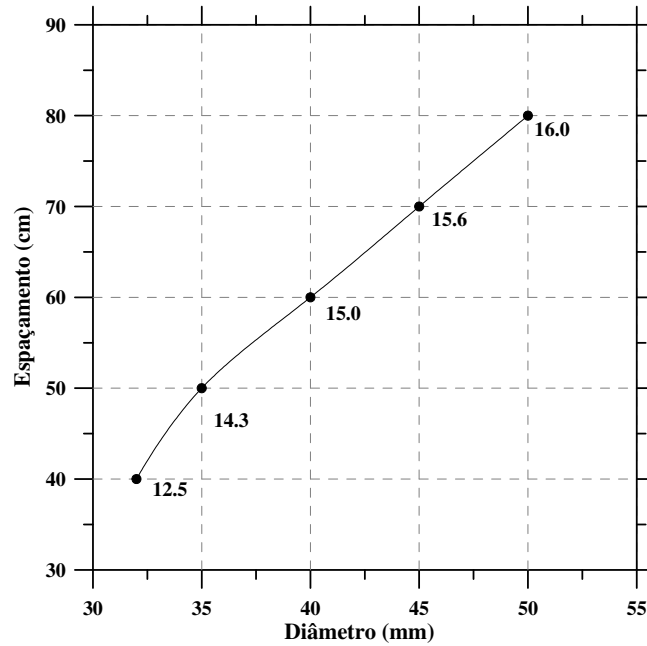


Figura 2.2 – Variação do espaçamento com o diâmetro.

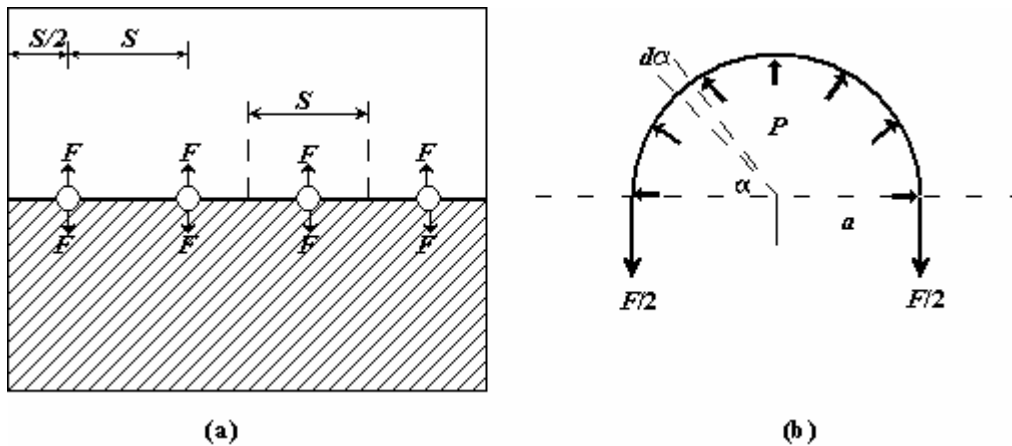


Figura 2.3- (a) Linha de ruptura devido à ação de forças, F , iguais e contrárias; (b) semicircunferência submetida à ação da pressão P da AE e aos esforços de reação $F/2$.

Para calcular essa força, toma-se a circunferência de um furo de comprimento unitário, dividindo-a ao meio por um plano diametral, isto é, supõe-se a retirada da parte hachurada da Fig. 2.3(a). A semicircunferência que permanece, está submetida à pressão P da AE e a dois esforços $F/2$, que substituem a metade retirada, Fig. 2.3(b). A força resultante F (por unidade de profundidade do furo), é obtida da equação que se segue:

$$F = \int_0^{\pi} P a \sin \alpha d\alpha, \quad (1)$$

na qual,

a = raio do furo;

P = pressão exercida pela argamassa expansiva;

$ad\alpha$ = comprimento do arco de circunferência de amplitude infinitesimal $d\alpha$
sobre o qual é aplicada a resultante descrita abaixo;

$Pa \sin \alpha d\alpha$ = componente de força devida a P , atuante sobre $d\alpha$, na direção de F ,
variável, dependente de α .

Resolvendo-se a integral, tem-se que:

$$F = 2Pa = Pd, \quad (d = \text{diâmetro do furo} = 2a). \quad (2)$$

Feito isso, a força F_t total resultante é obtida, simplesmente, multiplicando-se F pela profundidade, H , da seguinte forma:

$$F_t = FH. \quad (3)$$

Para se calcular o espaçamento, S , basta, então, impor a condição de equilíbrio entre a força F_t (aplicada pela AE) e a resistente, F_r (obtida multiplicando-se a área da parede que se deseja cortar pela resistência à tração do material). Sendo essa última escrita como:

$$F_r = (SH)\sigma_t, \quad (4)$$

onde,

H = altura da parede que se deseja cortar;

σ_t = resistência à tração do material.

Impondo agora a condição limite, o S será determinado como se segue:

$$F_r = F_t, \text{ de onde vem que,} \quad (5)$$

$$SH\sigma_t = PHd. \quad (6)$$

Rearranjando-se para S , tem-se:

$$S = \frac{Pd}{\sigma_t}. \quad (7)$$

Observa-se, claramente, que a metodologia acima, embora mais elaborada que a anterior, é bastante grosseira, pois não leva vários fatores importantes em consideração:

- a existência de concentrações de tensões em torno dos furos (como será visto no Cap. III);
- as tensões *in situ* atuantes no maciço;
- a proximidade da face livre, que implica eventuais efeitos de flexão e/ou flambagem;
- a iniciação/propagação das trincas, possivelmente influenciadas pelos fatores anteriores, bem como, o efeito da interação entre furos vizinhos.

Assim, justifica-se plenamente a busca por novos procedimentos de cálculo para malhas de furação. Idealmente, tais procedimentos deverão, por um lado, contemplar os fatores acima de uma maneira teoricamente consistente e, por outro, apresentar uma solução, o mais correta possível, que seja facilmente praticável pela indústria de mineração.

Após o cálculo do espaçamento, o próximo passo é calcular a quantidade de AE a ser consumida. Os fabricantes fornecem tabelas, Tab. 2.2, onde apresentam o consumo por metro linear (CML) de AE, em função do diâmetro dos furos. Então, para se calcular a quantidade de AE a ser utilizada em um desmonte, basta multiplicar o número de furos pela profundidade dos mesmos e pelo CML do seu respectivo diâmetro.

Tabela 2.2 - Consumo por metro linear de argamassa expansiva (Kayati, 2004).

Diâmetro (mm)	32.0	35.0	38.0	40.0	45.0	50.0	60.0	65.0	70.0
CML (kg /m.l.)	1.21	1.61	1.81	2.11	2.41	2.81	4.61	5.25	6.25

CAPITULO III

MECÂNICA DE FRATURA

3.1. Mecânica de Fratura Elástica Linear

3.1.1. Introdução

‘A Mecânica de Fratura (MF) consiste numa área da engenharia, que tem como objetivo fornecer respostas quantitativas para problemas específicos relacionados com a presença de trincas nas estruturas’ (Godefroid, 1995). Busca determinar como uma trinca pré-existente irá se propagar.

Inglis (1913) apresentou a primeira solução matemática aplicável a uma chapa com um furo elíptico, Fig. 3.1, sujeita a uma tensão de tração uniforme σ . O autor concluiu que a máxima concentração de tensão ocorre no ponto onde o raio de curvatura ($\rho=b^2/a$) é mínimo, isto é, no ápice do maior eixo, sendo esta tensão dada por:

$$\sigma_{\max} = \sigma \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right), \quad (8)$$

na qual

σ = tensão de tração uniforme;

a = semi-eixo maior;

b = semi-eixo menor.

Porém, isto não se aplica no caso em que $b = 0$, (trinca), Fig. 3.2, pois a concentração de tensão na ponta da elipse tornar-se-ia infinitamente grande. Assim, um corpo trincado não suportaria nenhuma aplicação de carga, já que o material é capaz de resistir apenas a tensões finitas.

Foi Griffith (1921) quem resolveu o problema das tensões infinitas na ponta da trinca. Realizando uma série de experiências com fios de fibra de vidro de diversos diâmetros, observou que quanto maior o diâmetro da fibra menor a sua resistência, ou

seja, quanto maior o material maior a probabilidade de existirem trincas no seu interior. Este efeito de escala foi interpretado como sendo um efeito de tamanho de trinca.

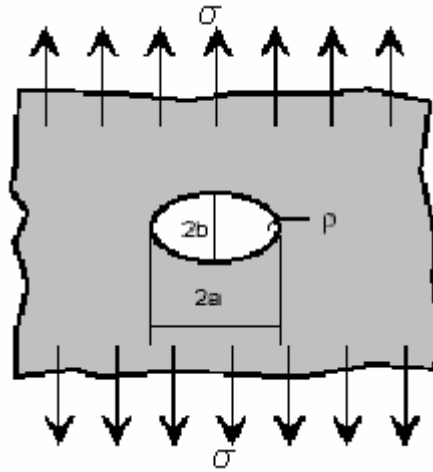


Figura 3.1 - Chapa com um furo elíptico sob tensão de tração uniforme (modificada de Rocha, 1994).

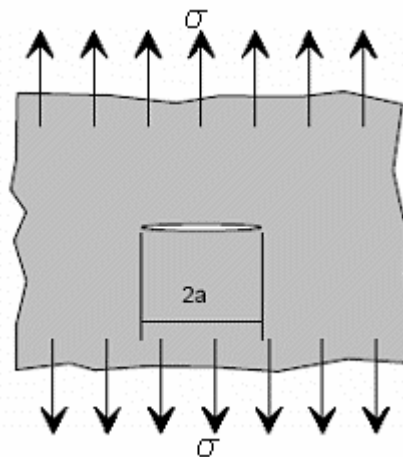


Figura 3.2 - Trinca de comprimento $2a$, em uma placa sob tração uniaxial (geometria de Griffith) (modificada de Rocha, 1994).

Utilizando-se de um critério termodinâmico, ao aplicar a solução de Inglis (1913) à propagação instável da trinca, Griffith (1921) formulou uma base teórica para a MF baseada num balanço de energia. Segundo esta teoria, quando ocorre o crescimento da trinca, há uma energia de deformação, dU , liberada pelo material que, por sua vez, pode ser consumida, totalmente ou em parte, pela energia de superfície, dS , necessária para provocar a ruptura do material (que envolve a geração de novas superfícies).

Sendo assim, mantendo-se o incremento de deslocamento das forças externas nulo (e daí o trabalho incremental realizado pelas mesmas), tem-se que:

$dU < dS$, a trinca não se estenderá, já que a energia liberada é menor que a energia necessária para a propagação, e se

$dU > dS$, a condição para extensão é atingida e ocorre a propagação da trinca; já na condição

$dU = dS$, ocorre uma situação de equilíbrio para a trinca, que pode inclusive ser instável.

Do critério de igualdade ($dU = dS$) para a configuração da Fig. 3.2, Griffith determinou a tensão nominal de falha ou tensão crítica, como sendo:

$$\sigma_{crit} = \left(\frac{2E\gamma}{a\pi} \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ tensão plana;} \quad (9)$$

$$\sigma_{crit} = \left(\frac{2E\gamma}{a\pi(1-\nu^2)} \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ deformação plana,} \quad (10)$$

onde

σ_{crit} = tensão crítica;

E = módulo de elasticidade do material;

γ = energia de superfície do material;

ν = coeficiente de *Poisson* do material;

a = dimensão característica da trinca (Fig. 3.2).

Devido a esta teoria, Griffith pode ser considerado o “pai” da MF. Porém, seus cálculos estão baseados no comportamento de um material isotrópico. Irwin (1948) foi quem estendeu a sua teoria para materiais anisotrópicos e em 1957 ligou a idéia de Griffith com a aproximação de Westergaard (1939) para mostrar que as tensões e os deslocamentos próximos à ponta da trinca poderiam ser descritos em função de uma

constante, relacionada com a taxa de liberação de energia. Este parâmetro ficou conhecido posteriormente como fator de intensidade de tensão (FIT).

Como estamos falando da MFEL, ou seja, os materiais têm comportamento linear elástico, as componentes de tensão, deformação e deslocamento podem ser somadas: é o chamado 'Princípio da Superposição'. Ressalta-se isso, porque terá grande relevância nos cálculos futuros, pois como será visto, fatores de intensidade de tensão que estiverem relacionados ao mesmo modo de carregamento também podem ser somados.

3.1.2. Concentração de tensão

Num processo de falha que o sólido venha a sofrer, o ponto de início está localizado onde o nível de sollicitação ultrapassa o de resistência. Isso pode ser devido à baixa resistência daquele ponto ou a um aumento local na sollicitação do material, podendo esta se dar na forma de deformação ou de tensão. Neste item iremos nos ater apenas ao aumento local na sollicitação, visto serem estes os pontos críticos, chamados de pontos de concentração de tensão.

Estes pontos surgem devido à alteração da geometria, causando uma redistribuição das tensões, ou seja, existem pontos onde se tem um aumento localizado de tensões. Como exemplo, na Fig. 3.3, após a introdução de um orifício elíptico, houve uma redistribuição das tensões, que se concentraram no ápice do maior eixo.

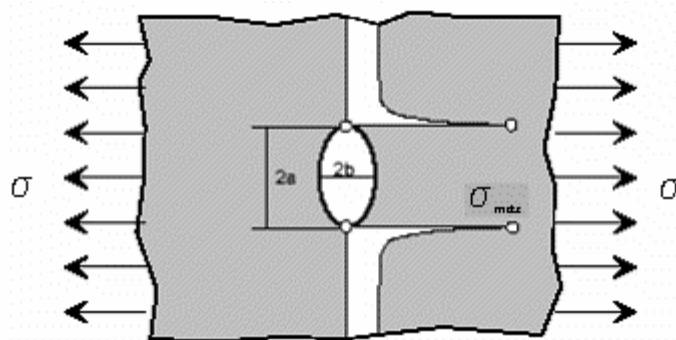


Figura 3.3 - Concentração de tensão em uma placa com um furo elíptico (modificada de Rocha, 1994).

Quando a mudança na geometria do sólido se dá dentro do regime elástico, a tensão máxima, σ_{max} , é proporcional à tensão nominal, σ , atuante. Este fator de

proporcionalidade é denominado de fator de concentração de tensão (FCT). O FCT, considerando que o material tenha um comportamento elástico linear, independe da intensidade de carregamento, mas dependerá do modo de carregamento e da geometria do meio, sendo dado como:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} . \quad (11)$$

Para a geometria da Fig. 3.3, o FCT é dado como:

$$K_t = 1 + 2\left(\frac{a}{b}\right) . \quad (12)$$

3.1.3. Modo de separação da ponta da trinca

Serão mostrados a seguir, os três possíveis modos de separação na ponta da trinca, Fig. 3.4, devido a esforços externos.

- MODO DE ABERTURA – MODO I – A trinca está localizada no plano x_1x_3 e suas superfícies se deslocam, segundo x_2 , em sentidos opostos, uma em relação à outra, sendo uma na direção de x_2 positivo e a outra no sentido de x_2 negativo, Fig. 3.4(a).

- MODO DE DESLIZAMENTO – MODO II – A trinca também está localizada no plano x_1x_3 e suas superfícies se deslocam, segundo x_1 , em sentidos opostos, uma em relação à outra, sendo uma na direção de x_1 positivo e a outra no sentido de x_1 negativo, Fig. 3.4(b).

- MODO DE RASGAMENTO – MODO III – A trinca permanece localizada no plano x_1x_3 e suas superfícies se deslocam, segundo x_3 , em sentidos opostos, uma em relação à outra, porém, uma na direção de x_3 positivo e a outra no sentido de x_3 negativo, Fig. 3.4(c).

Obviamente pode ocorrer a combinação dos modos, mas para o presente trabalho vamos nos concentrar apenas no modo I, pois é o fenômeno que ocorre mais comumente em desmontes com AE. Sendo assim, todas as demonstrações, cálculos e

definições que surgirem no texto, doravante, referem-se ao modo I, de separação na ponta da trinca.

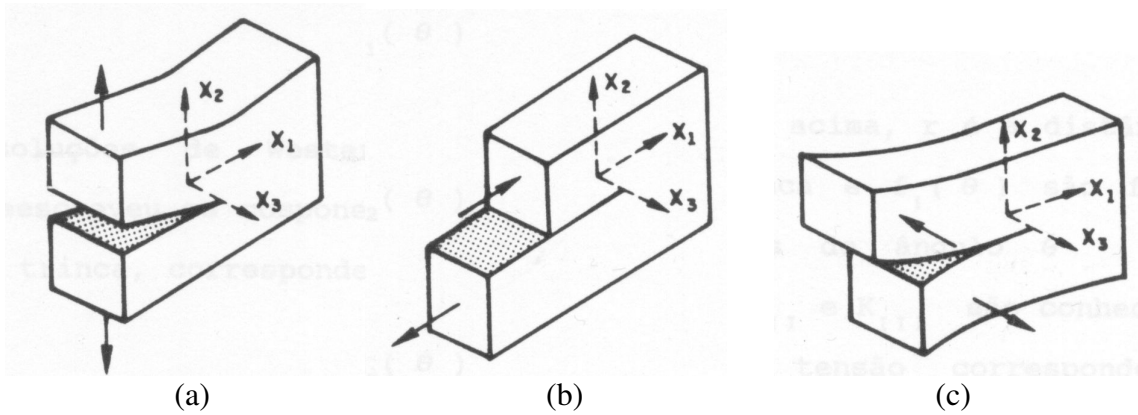


Figura 3.4 - Os três possíveis modos de abertura da ponta da trinca, (a) modo I, (b) modo II e (c) modo III (Freitas, 1991).

3.1.4. Aproximação pelo campo das tensões elásticas

Na aproximação pelo campo das tensões elásticas (Timoshenko & Goodier, 1980), vamos considerar um sólido de largura infinita, com uma trinca interna de tamanho $2a$, e submetida a uma tensão nominal remota de magnitude σ , como mostrado na Fig. 3.5. Tomemos a mesma figura, para visualizar o tensor de tensões σ_{ij} que atua na ponta da trinca de um problema plano de tensão. As condições de equilíbrio para o elemento infinitesimal ali ilustrado são (Jaeger & Cook, 1979):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \tag{13}$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0.$$

Tomando os deslocamentos nas direções x e y como sendo u e v , respectivamente, temos que as expressões para as deformações são (Jaeger & Cook, 1979):

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x},$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (14)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}.$$

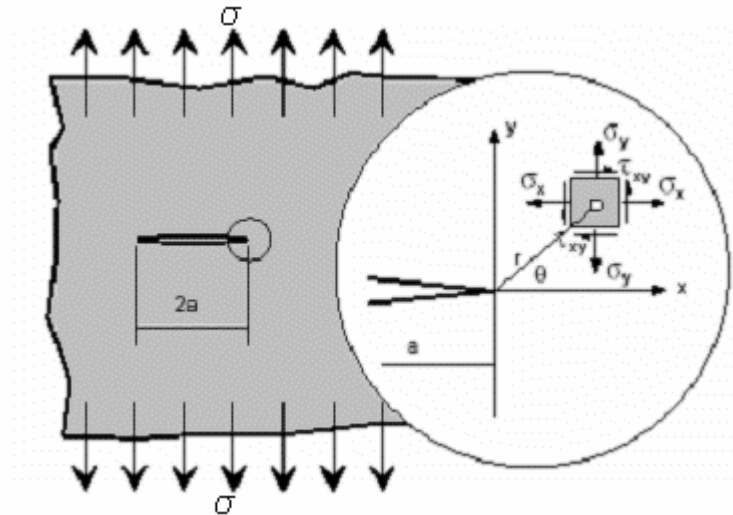


Figura 3.5 – Sólido de dimensões infinitas, com uma trinca interna de comprimento $2a$, e o estado de tensão em um ponto próximo da mesma (modificado de Rocha, 1994).

As relações tensão-deformação, por sua vez, sendo o material considerado elástico e isotrópico, em tensão plana, são (Jaeger & Cook, 1979):

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y),$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x), \quad (15)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}.$$

As equações de equilíbrio (13) são automaticamente satisfeitas pela introdução de:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2},$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}, \quad (16)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}.$$

Acima, ψ é chamada função de tensão de Airy (Timoshenko & Goodier, 1980).

Substituindo as equações (14) e (16) em (15) e derivando duas vezes, tem-se:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = 0. \quad (17)$$

Agora, o problema se resume a encontrar uma função de Airy ψ que satisfaça a Eq. (17) e as condições de contorno. Em seguida, substituindo esta função nas Eqs. (16), obtêm-se as tensões que atuam na ponta da trinca.

De acordo com a Fig. 3.6, considere que o sólido seja infinito, homogêneo, isotrópico, elástico e que a tensão de tração σ atua a uma distância infinita da ponta da trinca e na direção normal à mesma (modo I). As tensões em um ponto próximo à ponta da trinca encontradas por Westergaard (1939) são:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\sigma \sqrt{a\pi}}{\sqrt{2r\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\frac{3\theta}{2} \right], \\ \sigma_y &= \frac{\sigma \sqrt{a\pi}}{\sqrt{2r\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\frac{3\theta}{2} \right], \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma \sqrt{a\pi}}{\sqrt{2r\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\frac{3\theta}{2} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

sendo que:

r, θ são coordenadas polares em relação à ponta da trinca (Fig. 3.6);

$\sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$, para tensão plana;

$\sigma_{zz} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$, para deformação plana.

De um modo geral as Eqs. (18) podem ser reescritas como:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma\sqrt{a\pi}}{\sqrt{2r\pi}} f_{ij}(\theta). \quad (19)$$

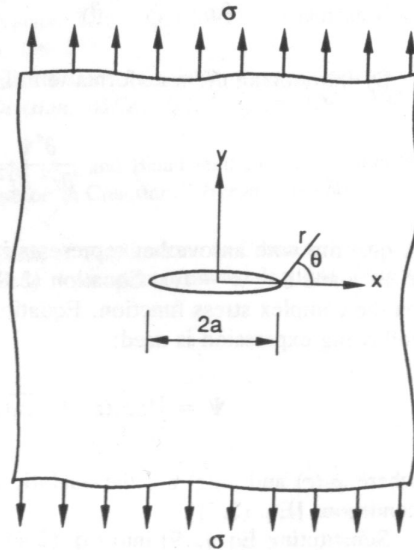


Figura 3.6 – Sólido infinito com um furo elíptico submetido a uma tensão de tração uniforme distante (Shah et al,1995).

O fator $\sigma\sqrt{a\pi}$ é uma combinação entre tensão aplicada e comprimento da trinca e os demais são fatores geométricos. Sendo assim, $\sigma\sqrt{a\pi}$ determina a magnitude das tensões elásticas na ponta da trinca e é este o FIT no modo I de carregamento, sendo dado como:

$$K_I = \sigma\sqrt{a\pi}. \quad (20)$$

Deve ser evidenciada a diferença entre K_I e K_t , pois enquanto K_I é adimensional, K_t tem como unidade $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, no Sistema Internacional.

De acordo com a Fig. 3.2, quando a tensão aplicada σ resulta numa falha do material, esta tensão fica conhecida como tensão de falha σ_f , ou tensão crítica σ_{crit} . Então o valor de K_I associado a σ_f e ao raio a pode ser determinado. Este valor de K_I crítico ou de falha seria uma propriedade do material, sendo denominado de tenacidade à fratura (*fracture toughness*).

Portanto, a tenacidade à fratura é um parâmetro constante para um dado material, que indica a sua habilidade de resistir à propagação da trinca.

A tenacidade de um material com comportamento linear elástico pode ser descrita em termos do FIT, K_I , nas seguintes condições (Godefroid, 1995):

K_C = carregamento estático, condição de tensão plana;

K_{IC} = carregamento estático, condição de deformação plana;

K_d = carregamento dinâmico, condição de tensão plana;

K_R = resistência ao crescimento estável da trinca.

Como a condição considerada para as análises a serem feitas é a de deformação plana, o critério de propagação da trinca é escrito como:

$$K_I \geq K_{IC} . \quad (21)$$

3.1.5. Aproximação pelo balanço de energia

Como mencionado anteriormente, Griffith (1921) utilizou o balanço de energia para prever a fratura de materiais na MFEL. Este método ficou conhecido como aproximação pelo balanço de energia. Agora, iremos aprofundar um pouco mais nesta teoria.

Considere que a placa da Fig. 3.2 seja infinita, de espessura unitária, a trinca interna tenha comprimento $2a$ e esteja submetida a uma tensão de tração, σ , remota. Então, a energia total desta placa pode ser escrita como (Godefroid, 1995):

$$U = U_0 + U_a + U_\gamma + (-W), \quad (22)$$

onde,

U_0 = energia de deformação elástica da placa não trincada carregada (uma constante);

U_a = variação na energia de deformação elástica, causada pela introdução da trinca na placa;

U_γ = variação de energia superficial, causada pela formação das superfícies da trinca;

W = trabalho realizado pelas forças externas (o sinal é de subtração, uma vez que não se trata de parte da energia potencial interna da placa – W = carga x deslocamento).

Quando a energia total U parar de crescer com o aumento da trinca, ocorrerá a instabilidade do crescimento da trinca, como mostrado abaixo:

$$\frac{dU}{da} \leq 0. \quad (23)$$

Sendo U_0 constante, tem-se:

$$\frac{d}{da}(U_a + U_\gamma - W) \leq 0, \quad (24)$$

$$\frac{d}{da}(W - U_a) \geq \frac{dU_\gamma}{da}. \quad (25)$$

O lado esquerdo da Eq. (25), $dW/da - dU_a/da$ representa a energia liberada, disponível para a propagação da trinca. dW/da , representa a energia fornecida pelo trabalho das forças externas por unidade de extensão da trinca e dU_a/da é o aumento da energia de deformação elástica relativo ao trabalho externo dW/da . Enquanto isso, o lado direito da Eq. (25), dU_γ/da , representa a energia de superfície necessária para provocar a ruptura do material.

Usando a solução de Inglis (1913), para a distribuição de tensões em torno de uma trinca elíptica, Griffith (1921) mostrou que o valor absoluto de U_a é dado por:

$$|U_a| = \frac{\sigma^2 a^2 \pi}{E}, \quad (26)$$

e que a energia U_γ é igual ao produto da energia de superfície elástica γ_e do material pela nova área superficial da trinca

$$U_\gamma = 2(2a\gamma_e). \quad (27)$$

Quando os deslocamentos são mantidos constantes, isto é, não existe trabalho realizado pelas forças externas, $W = \text{constante}$ ($dW = 0$), a introdução da trinca causa uma variação na energia elástica, U_a , negativa. A placa perde rigidez, o que provoca uma diminuição na sua energia de deformação elástica e o produto carga *versus* deslocamento fixo diminui. Assim, a energia total U da placa fica:

$$U = U_0 + U_a + U_\gamma = U_0 - \left(\frac{\sigma^2 a^2 \pi}{E} \right) + 4a\gamma_e. \quad (28)$$

Como U_0 é constante, dU_0/da é zero, e a condição de equilíbrio é obtida:

$$\frac{d}{da} \left(\left(- \frac{\sigma^2 a^2 \pi}{E} \right) + 4a\gamma_e \right) = 0. \quad (29)$$

Da Eq. (29) vem

$$\frac{2\sigma^2 a \pi}{E} = 4\gamma_e, \quad (30)$$

que pode ser rearranjada para fornecer o seguinte critério:

$$\sigma\sqrt{a} = \left(\frac{2E\gamma_e}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (31)$$

Feito isso, a equação indica que a propagação da trinca em um material frágil é governada pelo produto da tensão aplicada remotamente pela raiz quadrada do comprimento da trinca e, por outro lado, pelas propriedades do material. Sendo E e γ_e propriedades do material, o lado direito da Eq. (31) é um valor constante. Portanto, essa equação indica que a propagação da trinca para um dado material ocorrerá quando o fator $\sigma\sqrt{a}$ atingir um valor crítico constante, função de propriedades do mesmo.

Irwin (1948) e Orowan (1948), independentemente, fizeram uma modificação no modelo de Griffith para metais, obtendo a seguinte expressão:

$$\sigma_f = \left(\frac{2E(\gamma_e + \gamma_p)}{a\pi} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (32)$$

onde

γ_p = trabalho plástico por unidade de área da superfície trincada.

Já em 1957, Irwin propôs um modelo semelhante ao modelo energético de Griffith (1921) para a fratura de materiais, no qual representa a energia disponível para um incremento na extensão da trinca como sendo uma taxa de liberação de energia G . Tomando a Eq. (25), tem-se:

$$G = \frac{1}{2} \frac{d}{da} (W - U_a), \quad (33)$$

onde G representa a taxa de variação da energia potencial em relação à área trincada $2a$ (que também pode ser considerada como uma força induzindo o crescimento da trinca).

Novamente tomando a Eq. (25), a resistência ao crescimento da trinca é definida como:

$$R = \frac{d}{da} (U_\gamma). \quad (34)$$

Feito isso, o critério de propagação da trinca é reescrito como:

$$G \geq R. \quad (35)$$

De onde se retira que o valor crítico de G , ou seja, a taxa de liberação de energia crítica (*critical strain energy release rate*), uma propriedade de fratura do material, é dado por:

$$G_c = R. \quad (36)$$

3.1.6. Relação entre K e G

Para a MFEL os métodos de previsão de fratura dos materiais apresentados nos itens 3.1.4 e 3.1.5 são inter-relacionados. Isto será mais bem evidenciado pela relação direta existente entre K e G , mostrada a seguir.

Tomando como ponto de partida a Eq. (26) tem-se:

$$U_a = -\frac{\sigma^2 a^2 \pi}{E}, \text{ para um estado de tensão plana;} \quad (37)$$

$$U_a = -\frac{\sigma^2 a^2 \pi}{E} (1 - \nu^2), \text{ para um estado de deformação plana.} \quad (38)$$

Da definição de G , Eq. (33), tanto para carga constante como para deslocamento constante, tem-se:

$$-\frac{1}{2} \frac{dU_a}{da} = G = \frac{\sigma^2 a \pi}{E}, \text{ tensão plana;} \quad (39)$$

$$-\frac{1}{2} \frac{dU_a}{da} = G = \frac{\sigma^2 a \pi}{E} (1 - \nu^2), \text{ deformação plana.} \quad (40)$$

Das Eqs. (39) e (40), tomando $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$, temos:

$$G = \frac{K_I^2}{E}, \text{ tensão plana;} \quad (41)$$

$$G = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2), \text{ deformação plana.} \quad (42)$$

3.2. Mecânica de Fratura Aplicada às Rochas

3.2.1. Introdução

Pode-se dizer que a Mecânica de Fratura de Rochas (MFR) foi desenvolvida a partir da integração da MF à Mecânica de Rochas (MR). A MFR estuda a iniciação e propagação de uma ou várias trincas em rochas, sob um particular campo de tensões (Whittaker et al., 1992).

As fraturas em rochas podem surgir devido a vários fenômenos, como por exemplo: terremotos, *rockbursts*, desmonte com explosivos, ensaios de medida de resistência à tração indireta, medida da tensão *in situ* por fraturamento hidráulico, etc. Assim, as fraturas podem ser provocadas intencionalmente ou não. Por isso, o entendimento dos mecanismos de fratura em rochas é de grande importância na solução de muitos problemas de engenharia.

Os primeiros estudos de MFR surgiram na década de 60 do século XX, nos quais foram utilizados a teoria do balanço de energia de Griffith e os critérios de tensões e suas modificações. Bieniawski (1967a e b) utilizou os conceitos de Irwin (1948) para estudar os mecanismos de *rockbursts* e as primeiras medidas da tenacidade à fratura de rochas foram feitas por Schmidt (1975,1976).

Dentre os vários estudos de MFR da década de 60 até os dias atuais, serão descritos, abaixo, aqueles em que o processo que resultou na fratura da rocha se assemelha, de alguma forma, ao fenômeno que gera as fraturas em um furo circular, devido à expansão da argamassa expansiva.

3.2.2. Fraturamento por explosivo

Um estudo feito por Ouchterlony (1974), apresenta uma discussão sobre o surgimento e propagação de trincas radiais em um furo circular no desmonte com explosivos. As configurações dos carregamentos considerados estão ilustradas na Fig. 3.7.

Uma comparação direta dessas várias configurações mostrou a influência da presença de um furo circular nas tensões geradas nas pontas das trincas, ou seja, a diferença existente entre uma trinca estrela (*star crack*) e um furo circular com trincas radiais. Porém, esta influência é observada apenas para trincas pequenas, pois para tamanhos de trincas superiores a duas vezes o raio do furo tal influência pode ser desprezada. Isto ocorre porque um furo circular com trincas muito maiores do que o raio se assemelha a uma trinca estrela. Ouchterlony (1974) obteve equações para os FITs destas duas configurações, quais sejam:

$$K_I = \frac{2\sqrt{n-1}}{n} P \sqrt{\pi l} , \text{ trinca estrela;} \quad (43)$$

$$K_I = \frac{2\sqrt{n-1}}{n} P \sqrt{\pi \mu a} , \text{ furo circular com trincas radiais,} \quad (44)$$

nas quais,

n = numero de trincas;

P = pressão do gás;

l = comprimento da trinca;

a = raio do furo circular (Fig. 3.7,1b);

$$\mu = (a + l)/a .$$

Uma outra importante conclusão deste artigo é com relação à ação da pressão do gás. Ouchterlony (1974) mostrou que quando esta pressão não penetra nas trincas, as mesmas se propagam muito pouco, ou seja, a ação do gás nas trincas seria o principal fenômeno responsável por suas propagações. A Fig. 3.8 mostra esta diferença. Quando ocorre a penetração do gás nas trincas, o FIT (normalizado por $P \sqrt{\pi \mu a}$) é muito maior. Como é sabido, as trincas se propagam até que o FIT caia abaixo do valor da tenacidade à fratura do material e, de acordo com a figura citada, isso sucederá mais facilmente quando não ocorrer a penetração do gás nas trincas.

Quando não há penetração dos gases nas trincas e a relação (l/a) é muito grande, Ouchterlony (1974) mostrou que o efeito da pressão do gás entre as duas trincas adjacentes pode ser substituído por um dipolo de forças equivalente, Fig. 3.7 (1c), denominado de “forças de clivagem central” (*central splitting forces*), sendo dado como:

$$F = 2P a \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{n} \right). \quad (45)$$

Em todas as configurações analisadas, além da influência do gás na propagação das trincas, Ouchterlony (1974) verificou que, para uma mesma pressão, quanto maior o número de trincas, menor é o FIT. Daí se conclui que há uma tendência para a propagação de um número mínimo de trincas longas, ficando inibido o crescimento das mais curtas.

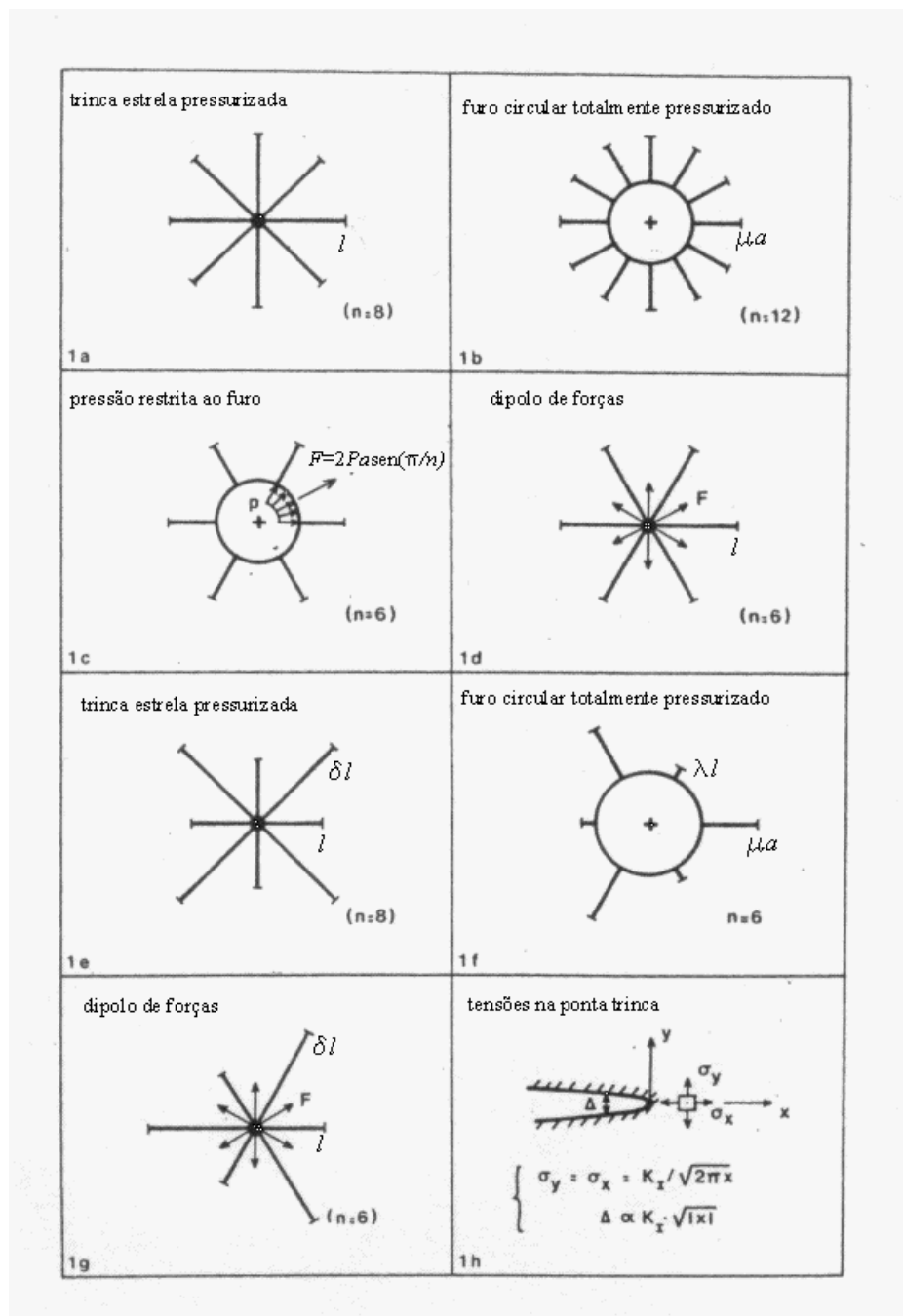


Figura 3.7 – Configurações dos carregamentos estudados por Ouchterlony (1974).

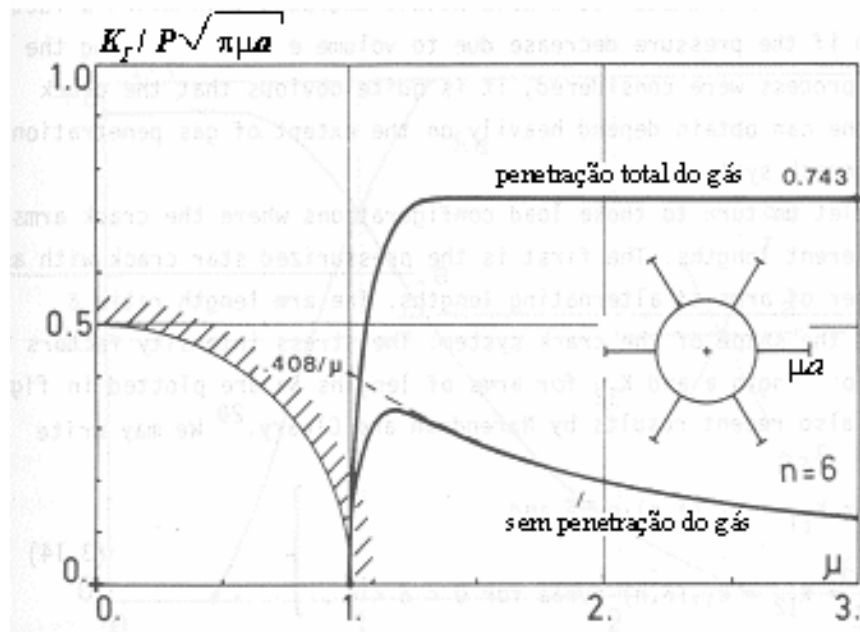


Figura 3.8 – Comparação entre trincas com e sem penetração do gás (modificado de Ouchterlony, 1974).

Posteriormente, Paine & Please (1993) obtiveram uma solução matemática completa para os campos de tensões e deslocamentos induzidos por um furo pressurizado, do qual emanam trincas radiais. Por uma análise assintótica, na qual o raio do furo é pequeno, é encontrado, como um caso particular, a expressão de K_I fornecida por Ouchterlony (1974) para o caso de uma trinca estrela com forças de clivagem central.

Outro estudo de interesse é o feito por Jiang (1996). Neste trabalho, Jiang usa os conceitos de MF para estudar a iniciação e propagação de trincas ao redor de um furo circular numa malha de pré-corte (Persson et al., 1994) e, daí, definir o espaçamento entre dois furos adjacentes. O pré-corte se constitui de uma linha de furos igualmente espaçados localizada atrás da malha do plano de fogo. É a primeira linha a ser detonada, o seu objetivo sendo criar um vazio para evitar danos à parede final, que eventualmente poderiam ser gerados pelas vibrações induzidas com as detonações do plano de fogo.

Jiang (1996) analisou duas diferentes situações. A primeira é definida como sendo o “caso desfavorável”: considera que apenas no furo circular central já existam duas trincas simétricas, mas não existe nenhuma trinca nos furos adjacentes, Fig. 3.9 (a).

Todos os furos são detonados simultaneamente e as trincas se propagam devido ao campo de tensão estático gerado pelos três furos. O FIT para esta configuração é dado por:

$$K_I = \frac{2Pa}{\sqrt{\pi e}} + \frac{4\sqrt{\pi e} a^2 P}{3\sqrt{3}e^2}, \quad (46)$$

na qual,

P = pressão do gás;

$e = l + a$;

a = raio do furo;

l = comprimento da trinca.

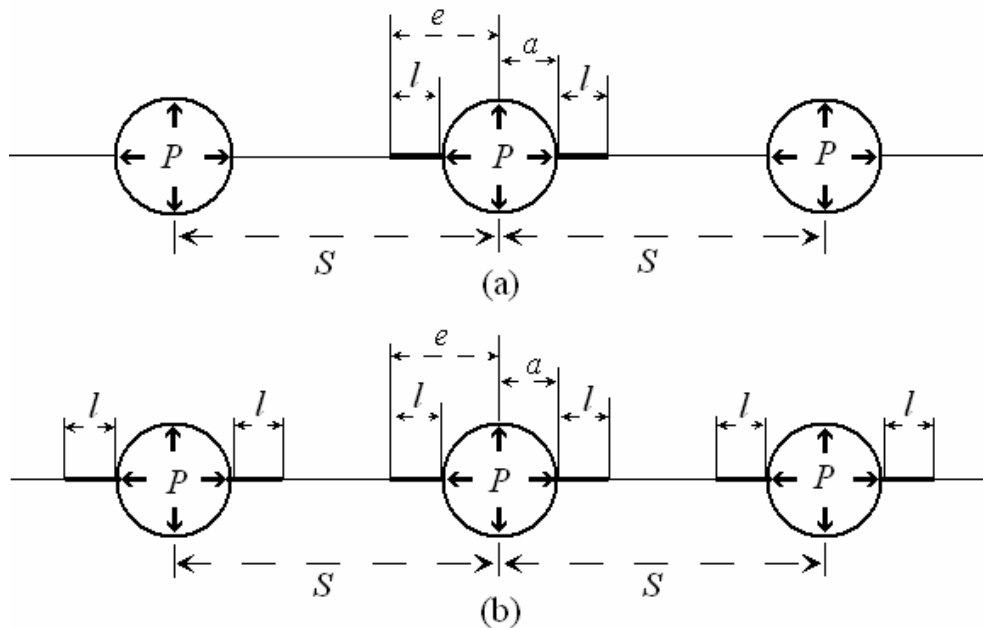


Figura 3.9 – Linha de furos do pré-corte analisada por Jiang (1996): (a) caso desfavorável e (b) caso favorável.

Quando K_I torna-se igual ao K_{IC} , o comprimento da trinca, $(l+a)$, pode ser definido como sendo a metade da distancia entre o centro de dois furos adjacentes, ou seja, a metade do espaçamento, S . Portanto, esse espaçamento pode ser obtido da Eq. (46) como sendo:

$$S = 2 \left[\sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{3}\right)^3}} - s \right]^2, \quad (47)$$

onde

$$q = \frac{27A^2C + 2B^3}{27A^3},$$

$$r = \frac{-B^2}{3A^2},$$

$$s = \frac{-B}{3A^3}, \text{ e}$$

$$A = 3\sqrt{3\pi}K_{IC}, \quad B = -6\sqrt{3}Pa, \quad C = -4\pi Pa^2.$$

A segunda situação analisada por Jiang (1996), que o autor define como “caso favorável”, ocorre quando existem duas trincas simétricas em todos os três furos, Fig. 3.9 (b), e estes furos são detonados simultaneamente. O FIT simplificado para estas trincas é dado por:

$$K_I = \frac{2}{\pi} P \sqrt{S \tan\left(\frac{\pi(a+l)}{S}\right)} \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi a}{S}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi(a+l)}{S}\right)} \right). \quad (48)$$

Segundo Jiang (1996), quando o comprimento da trinca l alcançar 25% de S , o K_I passa por um mínimo. Colocando-se então $K_I = K_{IC}$ para $l = 0.25S$, ou seja, na condição em que K_I é mínimo, pode-se obter o S a partir da Eq. (48).

3.2.3. Fraturamento hidráulico

O termo fraturamento hidráulico é usado em mecânica das rochas para designar as operações de injeção de fluido em furos para induzir e propagar fraturas por tração. É utilizado na indústria petrolífera para estimulação de poços, aumentando a permeabilidade das formações produtoras de óleo. Em mecânica das rochas serve como

uma técnica de determinação de tensões *in situ* em pontos remotos dos maciços rochosos. A fratura na parede do furo irá iniciar quando a pressão do fluido atuante no furo exceder a tensão tangencial mínima acrescida da resistência à tração do material, o que pode ser expresso pela relação (Hubbert & Willis, 1957):

$$P_c = 3\sigma_h - \sigma_H + P_{co} - P, \quad (49)$$

na qual

P_c = pressão crítica para iniciar a fratura;

σ_h = tensão principal horizontal menor remota ou *in situ*;

σ_H = tensão principal horizontal maior remota ou *in situ*;

P_{co} = resistência à tração da rocha;

P = pressão no interior do furo.

Tomamos uma placa e assumimos que a mesma seja infinita e intacta e esteja submetida a um campo de tensões de compressão σ_H e σ_h . De um furo circular central de raio a , saem duas trincas simétricas de comprimento l , paralelas à direção de atuação da tensão principal horizontal maior, σ_H , Fig. 3.10. A pressão do fluido, P , é aplicada na parede do furo e pode se transmitir pelas trincas. O FIT pode ser facilmente formulado usando o princípio da superposição de cada condição de carregamento, Fig. 3.11, como sendo:

$$K_I(\sigma_H, \sigma_h, P, P_l) = K_I(\sigma_H) + K_I(\sigma_h) + K_I(P) + K_I(P_l), \quad (50)$$

na qual;

P = pressão do fluido restrita ao furo;

P_l = pressão do fluido restrita às trincas.

Para o caso que nos interessa, da argamassa expansiva, não há pressão no interior das trincas, o FIT respectivo, $K_I(P_l)$, será desprezado. Sendo assim, temos:

$$K_I(\sigma_H, \sigma_h, P) = K_I(\sigma_H) + K_I(\sigma_h) + K_I(P). \quad (51)$$

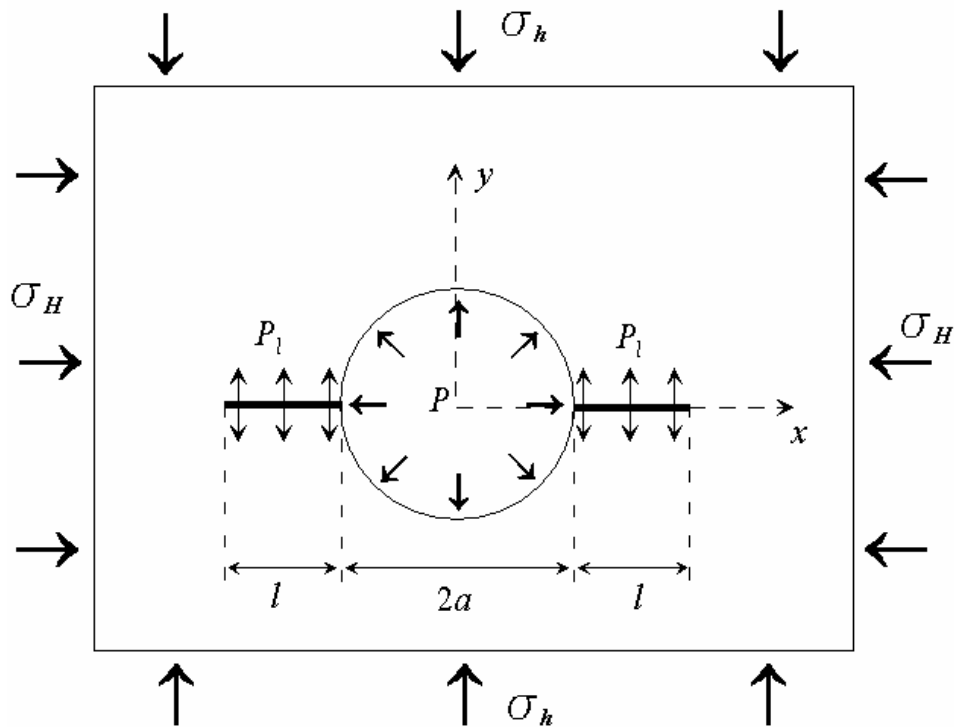


Figura 3.10 – Placa com um furo interno pressurizado, do qual saem duas trincas diametralmente opostas, submetida a um campo de tensões de compressão remoto.

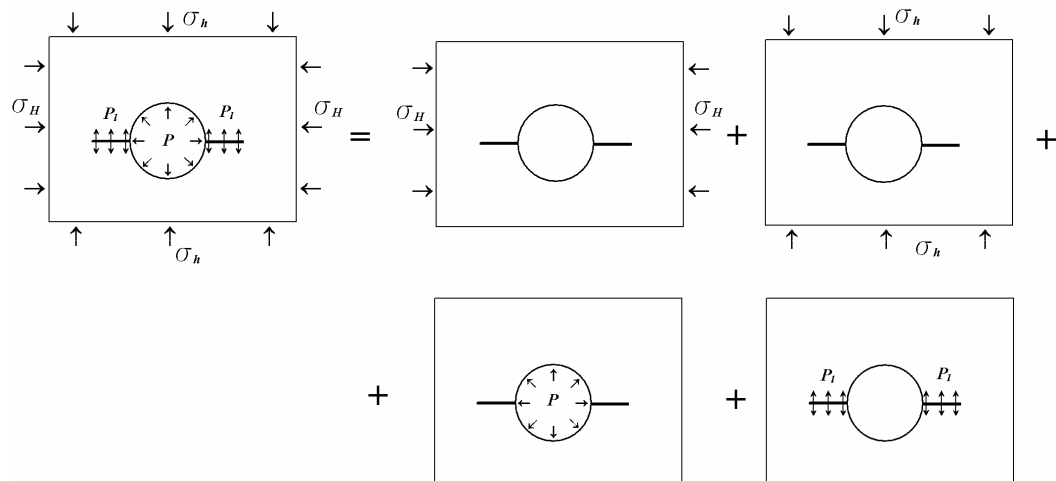


Figura 3.11 – Superposição dos carregamentos para o FIT do fraturamento hidráulico.

O FIT devido às tensões principais σ_H e σ_h foram obtidos a partir das soluções de Kirsch (1898) como sendo:

$$K_I(\sigma_H) = 2\sigma_H \sqrt{a \left(\frac{b^2 - 1}{\pi b^7} \right)}, \quad (52)$$

$$K_I(\sigma_h) = -\sigma_h \sqrt{a \left[(\pi b)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{1}{b} \right) \right) + 2(b^2 + 1) \left(\frac{b^2 - 1}{\pi b^7} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}, \quad (53)$$

nas quais,

$$b = 1 + \frac{l}{a}$$

a = raio do furo;

l = comprimento da trinca.

Já o FIT devido à pressão do fluido dentro do furo foi determinado numericamente por Newman (1969) e ajustado, posteriormente, a uma equação matemática por Rummell (1989), como sendo:

$$K_I(P) = P \sqrt{a} \left[1.3 \frac{b-1}{1+b^{\frac{3}{2}}} + 7.8 \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{b-1}{2} \right)}{2b^{\frac{5}{2}} - 1.7} \right]. \quad (54)$$

3.2.4. Fraturamento por compressão

É sabido que em sólidos frágeis sob compressão ocorre crescimento de pequenas trincas, emanadas dos seus poros e esse crescimento pode ser calculado em função do tamanho dos mesmos e da pressão confinante. Estas trincas se propagam numa direção mais ou menos paralela à direção de atuação da tensão de compressão principal maior e unir-se-ão formando vários tipos de falhas macroscópicas, Fig. 3.12.

Posto isso, Sammis & Ashby (1986) analisaram o crescimento axial de trincas, a partir de um furo circular em uma placa sob compressão, Fig. 3.13(a). Primeiramente, supuseram a placa infinita e que as tensões estivessem aplicadas remotamente. Em seguida supuseram a placa finita e, à medida que as trincas cresciam, notaram uma

interação das mesmas com as superfícies, onde se observou um efeito de flambagem, Fig. 3.13(b).

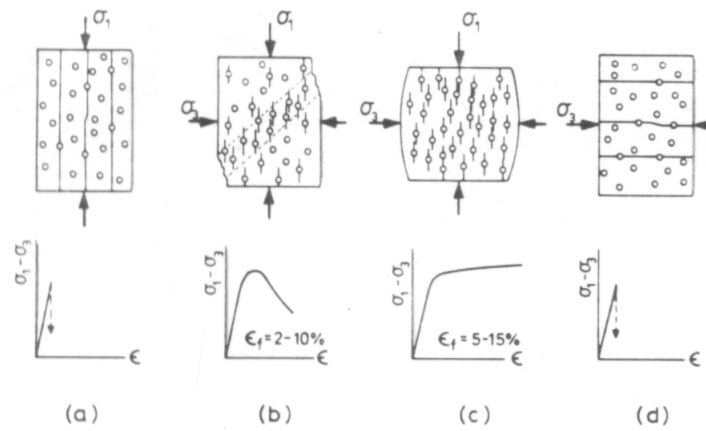


Figura 3.12 – Tipos de falhas macroscópicas devido à interação das trincas dos furos circulares, resultantes de várias condições de carregamento (Sammis & Ashby, 1986).

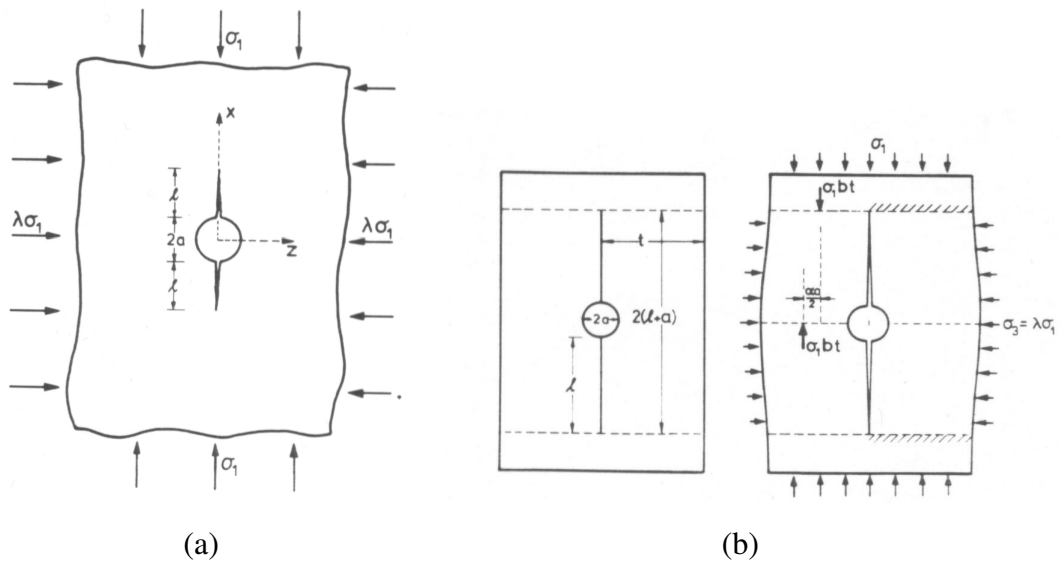


Figura 3.13 - (a) Placa com furo interno e duas trincas diametralmente opostas submetida a um campo de tensões de compressão. (b) Efeito de flambagem observado numa placa finita com um furo associado a trincas (Sammis & Ashby, 1986).

Para a situação da placa infinita, Fig. 3.13(a), supondo tensões de compressão positivas e de tração negativas, Sih (1973) obteve a seguinte equação para o FIT:

$$K_I = F(\lambda, L)\sigma_1\sqrt{\pi d}, \quad (55)$$

na qual,

σ_1 = tensão de compressão principal maior;

l = comprimento da trinca;

$\lambda = \sigma_3/\sigma_1$, (σ_3 = tensão de compressão principal menor);

$F(\lambda, L)$ = equação obtida por cálculos numéricos;

$L = l/a$.

No entanto, Sammis & Ashby (1986) obtiveram uma expressão analítica aproximada para $F(\lambda, L)$, a partir das funções de Green (Farlow, 1993), como sendo:

$$F(\lambda, L) \cong \frac{1.1(1 - 2.1\lambda)}{(1 + L)^{3.3}} - \lambda. \quad (56)$$

Sendo assim, o FIT fica:

$$K_I = L^{1/2} \left[\frac{1.1(1 - 2.1\lambda)}{(1 + L)^{3.3}} - \lambda \right] \sigma_1 \sqrt{\pi a}, \quad (57)$$

na qual,

a = raio do furo;

Os experimentos feitos por Sammis & Ashby (1986) mostraram que a tensão requerida para iniciar as trincas de um furo perfeitamente liso é muito grande e que, na prática, as mesmas se devem iniciar de irregularidades na superfície do furo. Para trincas menores que 10% do raio, o crescimento é, primeiramente, instável. Depois disso torna-se estável, sendo, para cada incremento do crescimento da trinca, necessário um aumento da tensão aplicada.

Para a situação da placa de dimensões finitas, Fig. 3.13(b), quando a trinca, l , atingir um comprimento equivalente à largura da placa ($w=2t$), a mesma será dividida em duas colunas ou vigas que, devido ao carregamento, sofrerão flambagem para fora. Essa

flambagem fornece uma contribuição extra ao FIT, da seguinte forma (Sammis & Ashby,1986):

$$K_I^F = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{a}{t}\right)^{1/2} \frac{\alpha^2}{(L+1)} \sigma_1 \sqrt{\pi a} \left[\frac{1 - \frac{2}{3} \frac{(L+1)^3}{\alpha^2} \frac{a}{t} \lambda}{1 + \frac{12}{\pi^2} \frac{\sigma_1}{E} \frac{a^2}{t^2} (L+1)^2} \right], \quad (58)$$

na qual,

$t = w/2$, (w = largura da placa);

$\alpha = 0.6$ (constante);

E = módulo de elasticidade do material.

O FIT total para a placa finita, que sofre o efeito da flambagem é, portanto, a soma das Eqs. (57) e (58).

CAPITULO IV

MECÂNICA DE FRATURA APLICADA AO DESMONTE COM ARGAMASSA EXPANSIVA

4.1. Introdução

Como já foi dito anteriormente, iremos usar os conceitos da MF para tentar propor métodos fisicamente mais consistentes dos que os citados no Cap. 2. Optou-se pela mecânica de fratura porque ela vem sendo utilizada, com relativo sucesso, para explicar vários outros fenômenos de fratura em rochas, como no caso do fraturamento em desmonte com explosivos (Kutter & Fairhurst, 1971; Ouchterlony, 1974; Jiang, 1996), fraturamento hidráulico (Atkinson, 1989; Whittaker et al., 1992) e fraturamento por compressão (Ashby & Hallam, 1986; Sammis & Ashby, 1986), discutidos no Cap. 3.

Nos fraturamentos com explosivo e hidráulico, têm-se furos circulares nos quais atua uma pressão uniforme na parede interna. Quando surgem as trincas, os fluídos, gás (originado pela combustão dos explosivos) e água, respectivamente, nos fraturamentos por explosivo e hidráulico, penetram nas mesmas, com as suas pressões ajudando a propagá-las.

No caso da AE, as diferenças são que o carregamento não é dinâmico, ou seja, o fraturamento é induzido por ações estáticas e, quando surgem as trincas, não haverá penetração de fluído sob pressão. Portanto, pode-se dizer que o fenômeno de fraturamento, ocasionado pela AE, é um caso particular dos outros dois citados, no qual a pressão no interior das trincas é nula.

Além do efeito da pressão interna, há situações em que deve ser considerado o efeito das tensões *in situ*. Por exemplo, nos estudos feitos por Ashby & Hallam (1986), em que se submeteu uma placa, com uma trinca interna, a tensões de compressão, Fig. 4.1, tensões essas que atuam analogamente às tensões *in situ*, chegou-se à conclusão de que tais tensões influenciam diretamente na direção de propagação, a saber: a trinca irá se estender paralelamente à tensão principal compressiva maior (σ_1).

Sendo assim, pode-se deduzir que para furos feitos em uma frente de desmonte e carregados com AE, as trincas que deles surgirem, irão se estender paralelamente à tensão *in situ* horizontal maior ($\sigma_1 = \sigma_H$). No caso, a tensão horizontal mínima ($\sigma_3 = \sigma_h$) é nula e perpendicular à face livre representada pela frente de desmonte. Portanto, σ_H será positiva (compressiva) e paralela à face, direção na qual se propagará a trinca.

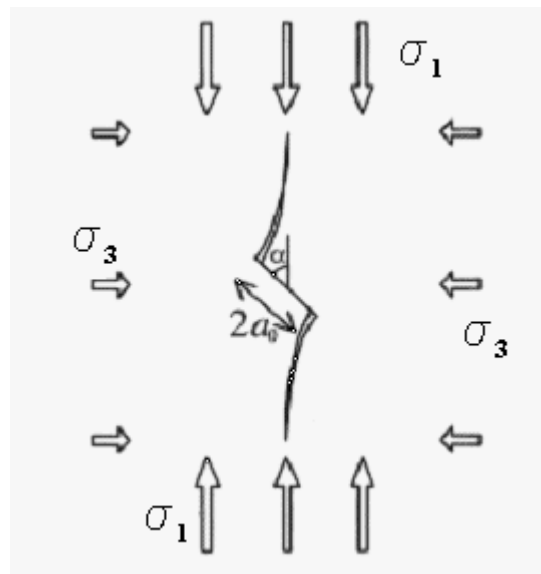


Figura 4.1 – Placa com trinca interna inclinada, submetida a um campo de tensões de compressão, onde se observa a direção preferencial de propagação da ponta da mesma (modificada de Germanovich & Dyskin, 2000).

Já Sammis & Ashby (1986), submeteram uma placa com um furo circular ao mesmo tipo de campo de tensões, Fig. 3.13 (a), e observaram idêntica tendência na direção de propagação das trincas. No mesmo trabalho, outro fenômeno observado foi o da flambagem. À medida que a trinca se propaga, a placa é dividida em duas vigas bi-engastadas, que devido à tensão de compressão se encurvam para fora, Fig. 3.13 (b). Essa deformação (flambagem) contribui, igualmente, para a propagação da trinca.

Portanto, se em uma frente de desmonte, σ_H for suficientemente grande, poderá induzir uma flambagem que poderá contribuir na propagação das trincas.

O que será feito na seqüência é tentar considerar todos os fenômenos citados, no problema de fraturamento causado pela AE e incorporá-los em um critério de dimensionamento de malhas.

Além destes fenômenos citados, outros que merecem um destaque em especial por apresentarem características que fazem com que sejam, pertinentemente, aplicáveis ao problema do fraturamento causado pela AE são: a interação entre trincas e dessas com a face livre. Sendo assim, serão detalhados na seqüência.

4.2. Propagação de Trincas Próximas a uma Face Livre

A interação de uma trinca com a face livre pode ser analisada de duas maneiras distintas. Quando a distância entre a trinca e a face livre (A = afastamento) é muito maior que o tamanho da trinca (l), isto é, $l/A \ll 1$, Fig. 4.2(a), o problema pode ser resolvido utilizando-se o método da assíntota de dipolos (Dyskin & Mühlhaus, 1995; Dyskin et al., 2000; Germanovich & Dyskin, 2000). Quando acontece o contrário, isto é, $l/A \gg 1$, Fig. 4.2(b), o problema pode ser resolvido utilizando-se o método da assíntota de vigas (Dyskin et al., 2000).

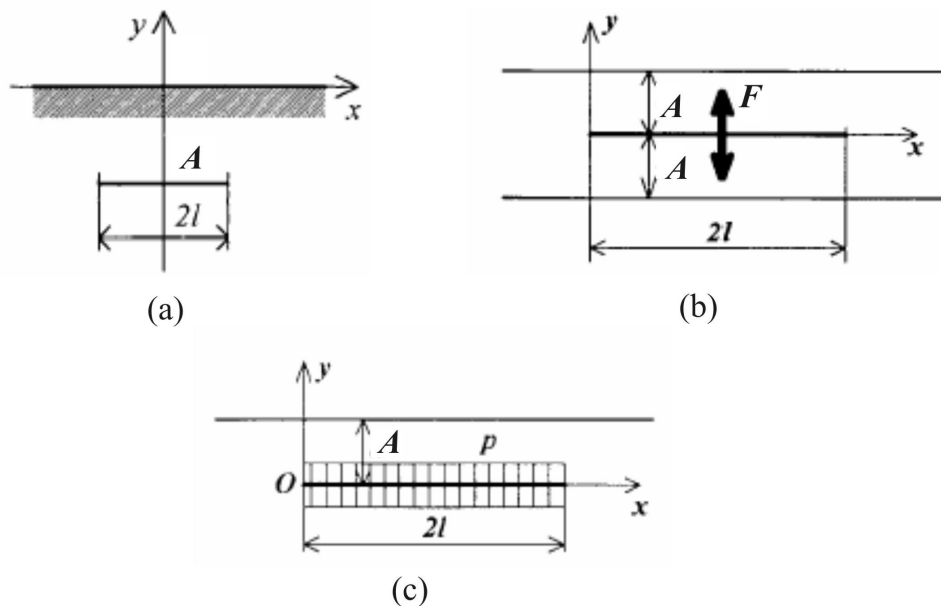


Figura 4.2 – (a) Trinca muito menor que a distância da mesma à face livre, $l/A \ll 1$; (b) trinca muito maior que a distância da mesma à face livre, $l/A \gg 1$, com dipolo de forças concentradas e (c), com carga distribuída (modificada de Dyskin et al., 2000).

O método da assíntota de dipolos consiste, basicamente, em se desenvolver, em séries de Taylor, as expressões para as tensões geradas por uma trinca presente em um meio infinito e preservar apenas os termos até o de segundo grau. No caso bi-

dimensional, as tensões produzidas pela trinca tendem a desaparecer no infinito, decaindo com $(l/x)^2$ (x representando a distância). Daí a justificativa de se preservar somente os termos abaixo do 2º grau.

A interação entre a trinca e a face livre, por sua vez, pode ser considerada por intermédio da solução para uma linha de carga concentrada na superfície ($x = 0$) de um semi-plano infinito $x > 0$ (Jaeger & Cook, 1979), Fig. 4.3. A influência da face livre é calculada, de uma maneira aproximada, da seguinte forma: primeiramente, são calculadas as tensões geradas pela trinca (suposta num meio infinito) na posição $x = 0$. Como se trata, na realidade, de uma face livre, as tensões ali aplicadas não estão equilibradas por ação-reação. Seu efeito será, portanto, equivalente a cargas aplicadas de sinais inversos àquelas produzidas pela trinca no meio infinito. Tais cargas, por outro lado, irão introduzir uma tensão adicional distribuída (não necessariamente de maneira uniforme) sobre o comprimento da própria trinca. Essa tensão “refletida” também pode, por sua vez, ser assintoticamente aproximada, por uma distribuição uniforme devida às tensões geradas pela carga de superfície, no ponto exato correspondente ao centro da trinca.

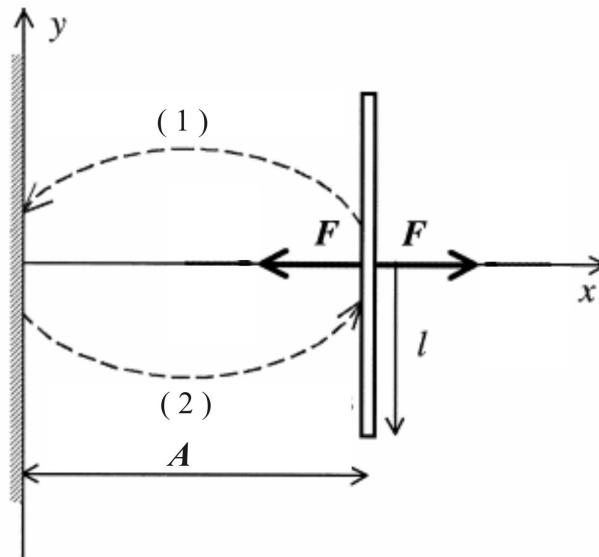


Figura 4.3 – Influência da face livre: (1) tensões geradas pela trinca na face livre; (2) tensões “refletidas” pela face sobre o ponto central da trinca e distribuídas uniformemente (modificada de Germanovich & Dyskin, 2000).

O decaimento com $(l/x)^2$ ocorre também para a variação das tensões geradas pela linha de cargas ao longo do comprimento da trinca (Dyskin & Mühlhaus, 1995; Dyskin et al., 2000; Germanovich & Dyskin, 2000). Se a trinca está a uma distância $A \gg l$ da face livre, o termo principal dessa tensão adicional tem ordem $(l/A)^2$, enquanto a variação na trinca tem ordem superior, $(l/A)^3$; sendo assim, termos com ordem superior a 2 são assintoticamente desprezíveis. Portanto, é suficiente calcular esta tensão adicional com a mesma precisão $(l/A)^2$ (Dyskin et al., 2000).

Os valores dessas tensões, assim aproximados por assíntota de dipolos, podem, então, ser calculados usando potenciais complexos de Muskhelishvili (Jaeger & Cook, 1979), a partir dos quais, pode-se obter uma expressão para o FIT de uma única trinca em um semi-plano, como sendo (Germanovich & Dyskin, 2000):

$$K_I = \frac{F}{\sqrt{\pi l}} + \frac{3Fl^{\frac{3}{2}}}{2A^2 \sqrt{\pi}}, \quad (59)$$

para o caso de um dipolo de forças (Fig. 4.2(b)) e

$$K_I = p\sqrt{\pi l} + \frac{3l^2}{4A^2} p\sqrt{\pi l}, \quad (60)$$

para uma carga distribuída (Fig. 4.2(c)).

O método da assíntota de vigas, válido quando $l/A \gg 1$, consiste essencialmente numa idealização pela qual o meio entre a trinca e a face livre é representado como uma viga bi-engastada, Fig. 4.4.

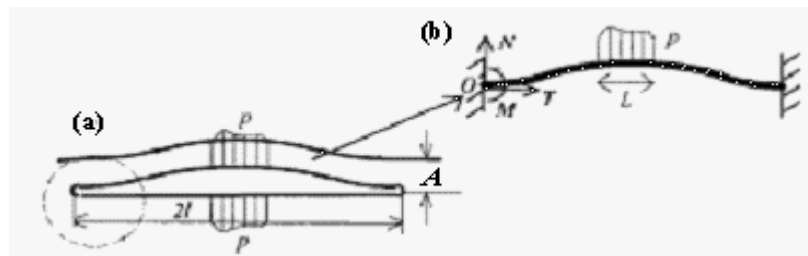


Figura 4.4 – (a) Problema real (trinca original); (b) aproximação por uma viga bi-engastada (modificada de Dyskin et al., 2000).

Dyskin et al. (2000), consideraram dois tipos de carregamentos simétricos internos a uma trinca de comprimento $2l$, paralela a uma face livre e situada a uma distância $A \ll l$ da mesma, a saber: um par de forças concentradas (dipolo), Fig. 4.2 (b) e um carregamento uniformemente distribuído, Fig. 4.2 (c).

Utilizando-se da teoria das vigas, Dyskin et al. (2000), puderam determinar os FITs, para as duas situações supracitadas, em função do momento fletor (M) e dos esforços normal (N) e cortante (T) na seção do engaste, como sendo, Fig. 4.4 (b):

$$K_I = F \frac{l}{A^{\frac{3}{2}}} \left[0.483 + 0.67 \frac{A}{l} \right], \quad (61)$$

para forças concentradas;

$$K_I = 0.644 p \frac{l^2}{A^{\frac{3}{2}}} \left[1 + 1.51 \frac{A}{l} \right], \quad (62)$$

para carregamento uniforme.

À medida que a trinca cresce próxima a uma face livre, ou seja, quando $l \ll A \Rightarrow A \ll l$, ocorrerá uma transição da validade da solução por assíntota de dipolos para aquela por assíntota de vigas. Para tanto, um esquema de transição entre os dois métodos foi proposto por Dyskin et al. (2000), com parâmetros ajustados numericamente, sendo dado pela seguinte fórmula de interpolação:

$$K_I = K_{I0} + \frac{K_I^{dip} + mK_I^{viga} l^n}{1 + ml^n}, \quad (63)$$

na qual,

K_{I0} = FIT para uma única trinca em um meio infinito (primeiros termos dos membros direitos das Eqs. (59) e (60), respectivamente, para forças concentradas e carga distribuída);

K_I^{dip} = FIT para a assíntota de dipolos (segundos termos dos membros direitos das Eqs. (59) e (60), respectivamente, para forças concentradas e carga distribuída);

$K_I^{viga} = \text{FIT}$ para o primeiro termo da assíntota de vigas (Eqs. (61) e (62), respectivamente, para forças concentradas e carga distribuída);

m e $n =$ parâmetros (1.78 e 3/2, respectivamente).

4.3. Interação entre Trincas Dispostas numa Linha Infinita

Para o efeito de interação entre trincas de comprimento $2l$, dispostas em uma série infinita, espaçadas de S , num meio infinito, Fig. 4.5, tem-se uma solução analítica exata, obtida por Koiter (1959, *apud* Sih, 1973), para o caso de forças concentradas, F , a saber:

$$K_I = \frac{\sqrt{2F}}{\sqrt{\pi S \text{sen}(2\pi l / S)}}. \quad (64)$$

O mesmo efeito foi determinado, de uma maneira aproximada, por Dyskin & Mühlhaus (1995), supondo que cada trinca está sujeita, simultaneamente, ao carregamento inicial, F , e a uma carga fictícia obtida por assíntota de dipolos, uniformemente distribuída pelo comprimento da mesma. Essa última seria igual ao efeito adicional total, gerado por todas as outras trincas da linha infinita, no ponto correspondente ao centro da trinca em questão. Denomina-se tensão efetiva.

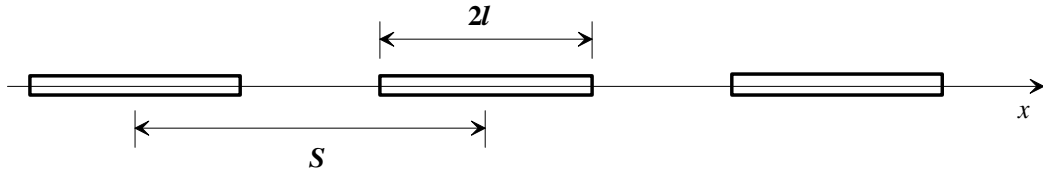


Figura 4.5 – Série de trincas colineares igualmente espaçadas num meio infinito.

Se, inicialmente, cada trinca está carregada por um par de forças concentradas (dipolo), F , Fig. 4.6, a tensão efetiva, p_m , gerada pelas trincas remanescentes, na trinca em questão, teria a forma (Dyskin & Mühlhaus, 1995):

$$p_m = \frac{l^2}{2S^2} \sum_{n \neq m} \frac{1}{(m-n)^2} \left[\frac{2F}{\pi l} + p_n \right], \quad (65)$$

onde o somatório é conduzido sobre todas as m trincas, exceto a trinca n em questão.

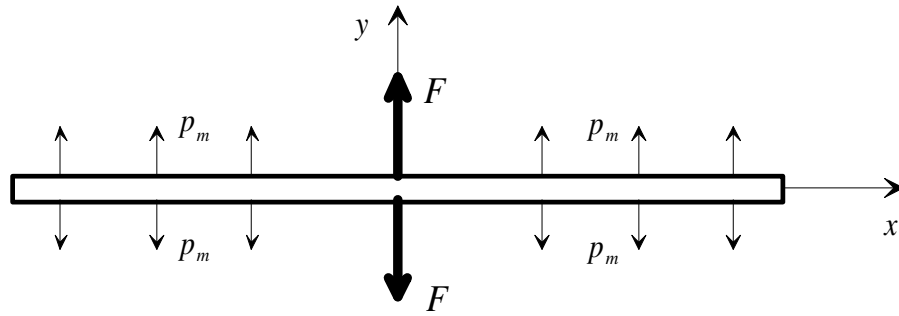


Figura 4.6 – Trinca sob uma combinação de força concentrada (dipolo) e carga distribuída (tensão efetiva).

Para uma série infinita de trincas é razoável assumir que todas as trincas estejam sob as mesmas condições e, a partir daí, pode-se supor que a tensão efetiva seja igual em cada trinca, $p_m = p$. Sendo assim, a Eq. (65) ficaria (Dyskin & Mühlhaus, 1995):

$$p = \frac{\lambda^2}{2} \left[\frac{2F}{\pi l} + p \right] \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq m}}^{\infty} \frac{1}{(m-n)}, \quad (66)$$

$$\text{com } \lambda_p = \frac{l}{S}.$$

Usando-se a seguinte fórmula (Spiegel, 1973),

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \quad (67)$$

a Eq. (66) pode ser reescrita como se segue:

$$p = \left[\frac{2F}{\pi l} \right] \frac{\frac{\pi^2}{6} \lambda_p^2}{1 - \frac{\pi^2}{6} \lambda_p^2}. \quad (68)$$

Finalmente, substituindo-se $\lambda_p = l/S$, na Eq. (68), a tensão efetiva seria dada como:

$$p = \frac{2F\pi l}{6S^2 - \pi^2 l^2}. \quad (69)$$

Conhecida a tensão efetiva, Dyskin & Mühlhaus (1995) obtiveram o FIT, aproximado, devido ao efeito de interação entre trincas, em um meio infinito, como sendo:

$$K_I = \frac{F}{\sqrt{\pi l}} + p\sqrt{\pi l}. \quad (70)$$

4.4. Adaptação ao Problema do Desmonte com Argamassa Expansiva

O problema do desmonte com AE envolve uma linha infinita de furos (dos quais emanam trincas diametralmente opostas), alinhada paralelamente com a face livre e afastada da mesma de certa distância finita, A .

Não há na literatura de nosso conhecimento, solução exata para o FIT de uma linha infinita de trincas disposta paralelamente a uma face livre, isto é, solução para o problema de uma linha infinita de trincas num semi-plano. Contudo, utilizando-se a solução aproximada por assíntota de dipolos, Eq. (70), e as soluções para interação com a face livre dadas pelas Eqs. (59) / (61) e (60) / (62), respectivamente, para forças concentradas e cargas distribuídas, podemos determinar uma solução aproximada para tal problema.

A solução se compõe de duas partes. A primeira, devida ao dipolo de forças, K_I^F , já considerada a interpolação dada pela Eq. (63), será:

$$K_I^F = \frac{F}{\sqrt{\pi l}} + \frac{\left[\frac{3Fl^{\frac{3}{2}}}{2A^2\sqrt{\pi}} + \frac{0.86Fl}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1+1.78(l/A)^{\frac{3}{2}}}. \quad (71)$$

A segunda, devida às tensões efetivas, K_I^p , escreve-se como:

$$K_I^p = p\sqrt{\pi l} + \frac{\left[\frac{3l^2}{4A^2} p\sqrt{\pi l} + 1.15p \frac{l^2}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1+1.78(l/A)^{\frac{3}{2}}}. \quad (72)$$

Finalmente, tem-se: $K_I = K_I^F + K_I^P$. A solução assim obtida será comparada, no Cap. VII, com uma solução numérica para uma linha infinita de furos, dos quais emanam trincas diametralmente opostas, paralelas à face livre. Percebe-se que os primeiros termos dos membros direitos das Eqs. (71) e (72) correspondem, conjuntamente, à solução aproximada de Dyskin & Mühlhaus (1995) para o meio infinito, Eq. (70), e podem, eventualmente, serem substituídos pela solução exata de Koiter, Eq. (64).

No desmorte, há um furo pressurizado pela argamassa, o que não está rigorosamente representado na solução acima proposta. O efeito do furo é ali “representado” pelo dipolo de forças no centro da trinca. Isso equivale à consideração de que o furo está reduzido a um ponto, o que só seria fisicamente razoável quando a trinca tivesse um comprimento “infinitamente” maior que o diâmetro do mesmo. No entanto, para o propósito de engenharia de se estabelecer um espaçamento ótimo entre furos, pode-se conjecturar que tal “representação” seja válida (consideração análoga foi também feita por Ouchterlony (1974) e esta expressa pelas Eqs. (43) e (44), Cap. III). Todavia, isso será verificado no Cap. VII, pela comparação dessa solução aproximada com uma solução numérica correspondente ao problema do desmorte. Mais além, será também avaliada a substituição da parcela da solução referente ao dipolo, pela Eq. (54), do Cap. III, para o problema do fraturamento hidráulico, que diz respeito exatamente às trincas que emanam de um furo pressurizado.

Finalmente, é interessante mencionar que, independentemente de qual seja a equação resultante para K_I , a mesma deverá passar sempre por um ponto de mínimo entre 0 e $0.5S$ (analogamente ao que foi discutido para a Eq. (48) do item 3.2.2). Conhecendo-se esse mínimo e impondo que ali $K_I = K_{IC}$, pode-se estabelecer qual o espaçamento máximo (ótimo) entre furos para um dado desmorte com AE, que é o objetivo principal da solução a ser proposta.

CAPITULO V

PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS EM MECÂNICA DE FRATURA

5.1. Introdução

Com vistas a se alcançar o objetivo proposto, que é dimensionar as malhas de furação para desmontes com AE, abordamos o problema, num primeiro instante, analiticamente (Caps. III e IV). Agora iremos abordá-lo de duas maneiras alternativas e complementares, quais sejam: numérica (computacional) e experimental.

A utilização de um programa computacional, ou seja, abordar o problema de dimensionamento da malha de desmonte também numericamente, tem por objetivo principal comparar seus resultados com aqueles fornecidos pela expressão analítica a ser desenvolvida. Nesse sentido, o que se pretende é validar a referida expressão contra um programa, cuja aptidão na modelagem de problemas referentes à MFEL é amplamente comprovada.

Os ensaios experimentais serão feitos com dois objetivos. O primeiro é a determinação da tenacidade à fratura da rocha. O segundo será a proposição de métodos expeditos de determinação da mesma, com a utilização de equipamentos portáteis e de fácil manuseio que possam, eventualmente, ser utilizados em campo.

5.2. Procedimentos Numéricos

Como já foi dito no Cap. I, será utilizado um programa computacional, denominado FRANC2D (Wawrzynek & Ingraffea, 1993), baseado no MEF (Bathe, 1982), que simula a propagação de trincas. O MEF é uma técnica de solução numérica das equações da mecânica de um meio contínuo (Jaeger & Cook, 1979), cujas idéias principais, extraídas de Figueiredo (2005), são apresentadas no subitem seguinte.

O FRANC2D foi e continua sendo desenvolvido pelo *Cornell Fracture Group* da Universidade de Cornell nos EUA, aonde vem sendo utilizado na modelagem de vários problemas de engenharia. Possui uma interface gráfica relativamente amigável, para pré e pós-processamento de dados e resultados, respectivamente.

Sua escolha deveu-se, principalmente, à sua adequação aos propósitos da presente pesquisa, sua aceitação no meio técnico e ao fato de ser distribuído gratuitamente (já que não dispúnhamos de recursos para aquisição de um software alternativo).

5.2.1. Método dos elementos finitos

Trata-se de um método numérico de solução das equações da mecânica de um meio contínuo. Baseia-se na sua divisão (discretização) em um certo número de elementos de forma geométrica simplificada (no caso 2D, triângulos e/ou quadriláteros), ditos elementos finitos, que constituem uma malha (Fig. 5.1), na qual os elementos vizinhos interagem entre si por suas arestas, atendendo simultaneamente aos requisitos de compatibilidade de deformações e de equilíbrio.

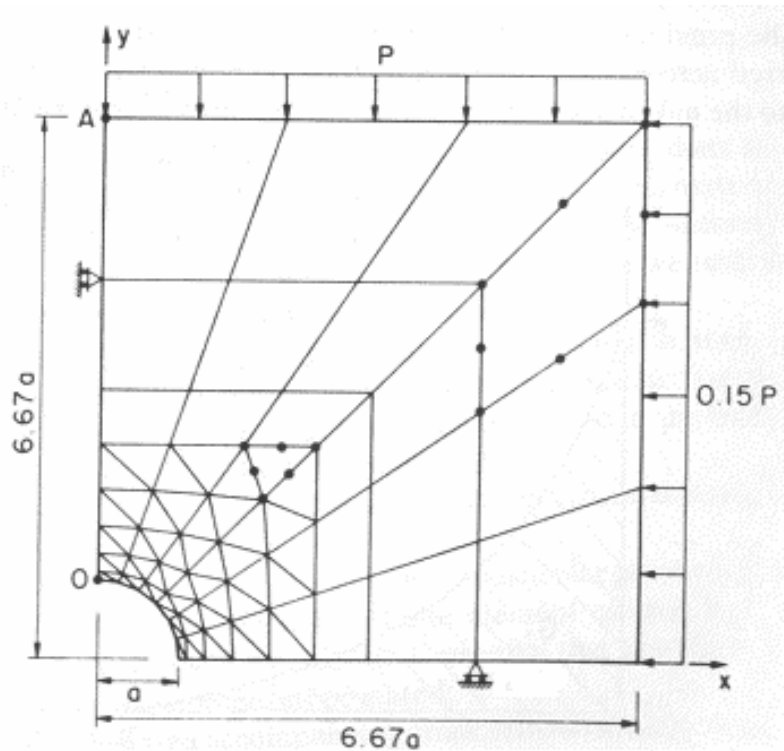


Figura 5.1 – Malha de elementos finitos.

A Fig. 5.1 mostra uma malha de elementos finitos para o problema de um furo em um meio infinito. Ali se observam as condições de contorno: o carregamento devido às tensões *in situ* (remotas), aplicado como forças de superfície nos limites externos e

deslocamentos prescritos (nulos) nas linhas de simetria do problema (no caso, horizontal e vertical passando pelo centro do furo).

Cada elemento possui um determinado número de nós ou pontos nodais distribuídos ao longo de suas arestas. No caso da Fig. 5.1, os elementos são ou triângulos com 6 (T6) ou quadriláteros com 8 nós (Q8), em que, além dos vértices, há nós situados nos pontos médios de cada uma das arestas. O código de elementos finitos FRANC2D utiliza justamente os elementos T6 e Q8 supracitados.

Conforme Jaeger & Cook (1976), é intrínseco à formulação em deslocamentos do MEF, que forças de massa e de superfície, atuantes em um elemento qualquer, possam ser substituídas, sempre, por um sistema de forças nodais estaticamente equivalentes. A idéia básica que fundamenta a mesma, é a de que as componentes de deslocamento $\{u\} = (u_x \ u_y)$ de um ponto qualquer no interior de um elemento, sejam definidas a partir de um grupo de funções de interpolação, em termos dos deslocamentos nodais. Expliquemos os princípios da formulação com referência a T6. Sejam 1, 2, 3, 4, 5 e 6 os seis pontos nodais de um elemento T6. Os deslocamentos respectivos serão: u_{x1} , u_{y1} , u_{x2} , u_{y2} ... u_{x6} e u_{y6} , que compõem, conjuntamente, um vetor $\{U\}_{12 \times 1}$. Assim, $\{u\} = [N]\{U\}$, na qual $[N]_{2 \times 12}$ é uma matriz cujos elementos são as funções de interpolação supra-referidas. No caso de T6 (assim como também de Q8), tais funções são quadráticas, significando que a distribuição (campo) de deslocamentos no interior do mesmo é aproximada por polinômios do segundo grau (Bathe, 1982).

As deformações, por sua vez, apresentam, no caso plano (Jaeger & Cook, 1979), as componentes $\varepsilon_x = \partial u_x / \partial x$, $\varepsilon_y = \partial u_y / \partial y$ e $\gamma_{xy} = \partial u_x / \partial y + \partial u_y / \partial x$. Pode-se expressá-las por um vetor $\{\varepsilon\}_{3 \times 1} = (\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy})$. A sua relação com os deslocamentos pode ser dada pela matriz de operadores diferenciais $[A]_{3 \times 2}$, tal que $\{\varepsilon\} = [A]\{u\}$. Daí vem que: $\{\varepsilon\} = [A][N]\{U\} = [B]\{U\}$, na qual $[B]_{3 \times 12}$ é, no caso de T6, uma matriz de funções lineares (derivadas parciais de primeira ordem das funções de interpolação quadráticas contidas em $[N]$ – Bathe, 1982).

De forma análoga, para as forças atuantes nos vértices dos triângulos, q_{x1} , q_{y1} , q_{x2} , q_{y2} ... q_{x6} e q_{y6} , representadas pelo vetor $\{q\}_{12 \times 1}$, demonstra-se, a partir do Princípio dos

Trabalhos Virtuais (Bathe, 1982), que se pode relacioná-las ao vetor de componentes de tensões 2D, $\{\sigma\}_{3 \times 1} = (\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy})$, pela expressão: $\{q\} = \int_{V_e} [B]^t \{\sigma\} dV_e$, onde V_e é o volume do elemento e o sobrescrito t indica transposição.

Considerando, então, a relação constitutiva $\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}$, na qual $[C]_{3 \times 3}$ é a matriz tensão-deformação, podemos combinar as equações anteriores e escrever as forças nodais $\{q\}$ em função dos respectivos deslocamentos, $\{u\}$, pela relação $\{q\} = \int_{V_e} [B]^t [C] [B] \{U\} dV_e = [k] \{U\}$, onde a matriz $[k] = \int_{V_e} [B]^t [C] [B] dV_e$ é uma matriz 12×12 , denominada matriz de rigidez do elemento triangular quadrático (T6).

Impondo a compatibilidade de forças e deslocamentos dos nós compartilhados por elementos vizinhos (Bathe, 1982), tem-se, finalmente, um sistema de equações algébricas simultâneas – que é justamente o resultado da discretização do meio por elementos finitos –, qual seja: $\{Q_g\} = [K_g] \{U_g\}$, onde $\{Q_g\}_{2n \times 1}$ $\{U_g\}_{2n \times 1}$ são os vetores globais (isso é, representativos de toda a malha) de cargas e deslocamentos nodais, respectivamente, e $[K_g]_{2n \times 2n}$ é a matriz de rigidez global; sendo n o número total de nós. Da solução do sistema, que representa a condição de equilíbrio entre as cargas (membro esquerdo), e as forças internas induzidas (membro direito), resultam os deslocamentos nodais incógnitos.

Conforme exposto inicialmente, admitindo que a transmissão das forças internas (e daí, também das tensões) entre os limites de elementos adjacentes possa ser representada pela interação entre os nós, com o estabelecimento das expressões acima para as forças nodais, o problema estará resolvido quando as cargas, inicialmente desbalanceadas, entrarem em equilíbrio, ou seja, quando o deslocamento de cada nó resultar em esforços iguais, mas de sentidos opostos, nos elementos que o compartilhem.

Finalmente, a deformação induzida uma vez determinada, a partir dos deslocamentos nodais ($\{\varepsilon\} = [B]\{U\}$), possibilitará calcular, pela relação constitutiva ($\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}$), o respectivo estado de tensão que, somado às eventuais tensões iniciais

existentes, permitirá a determinação do estado final de tensão existente em cada elemento.

A maior vantagem da aplicação desse método está na sua versatilidade, já que, ao considerar as características de cada elemento do modelo separadamente, permite trabalhar com geometrias realistas, materiais heterogêneos, anisotrópicos, forças de massa e de superfície variáveis, etc. Além disso, admite o tratamento de comportamentos não-lineares, o que, no entanto, requer técnicas computacionais bem mais sofisticadas. Particularmente nesse sentido, o FRANC2D utiliza um eficiente algoritmo de Relaxação Dinâmica (Figueiredo, 1990) para resolver o complexo sistema de equações não-lineares de equilíbrio estático ($\{Q_g\}=[K_g]\{U_g\}$). A Relaxação Dinâmica é uma técnica pseudo-dinâmica que permite obter uma solução numericamente convergente mesmo em situações fisicamente instáveis (Figueiredo, 1990), como é bastante comum ocorrer em problemas de Mecânica de Fratura.

Uma especificidade do MEF, no que tange às análises de problemas de Mecânica de Fratura, é a necessidade de uma discretização especial em torno da ponta de uma trinca (Fig. 5.2). Como foi discutido no Cap. III, há ali uma concentração de tensões infinita, ou seja, uma singularidade (Eqs. (18) e (19)). As tensões crescem com o inverso da raiz quadrada da distância à ponta. Portanto, quando a distância se anula, as tensões vão ao infinito. Para que esse inconveniente matemático seja incorporado no método numérico sem provocar divergência nem perda de precisão na solução, tipos especiais de elementos foram desenvolvidos (Whittaker et al., 1992). O tipo mais utilizado atualmente (empregado também no FRANC2D) é o *quarter-point*. Trata-se de uma variante dos elementos finitos convencionais T6 e Q8, na qual os nós centrais das arestas, que possuem vértice comum coincidente com a ponta da trinca, são deslocados da sua posição normal para uma nova, a uma distância daquela de um quarto do comprimento das respectivas arestas (a Fig. 5.3 ilustra um elemento T6 *quarter-point*).

Pode-se demonstrar que com essa alteração no posicionamento nodal, a interpolação dos deslocamentos não é mais quadrática. Obtém-se uma dependência da raiz quadrada das coordenadas dos pontos interiores ao elemento. Com isso, as tensões, determinadas conforme exposto acima, irão variar exatamente com o inverso da raiz quadrada da

distância, apresentando, portanto, a mesma singularidade discutida no Cap. III. Assim, podem ser obtidos excelentes resultados no cálculo dos FITs.

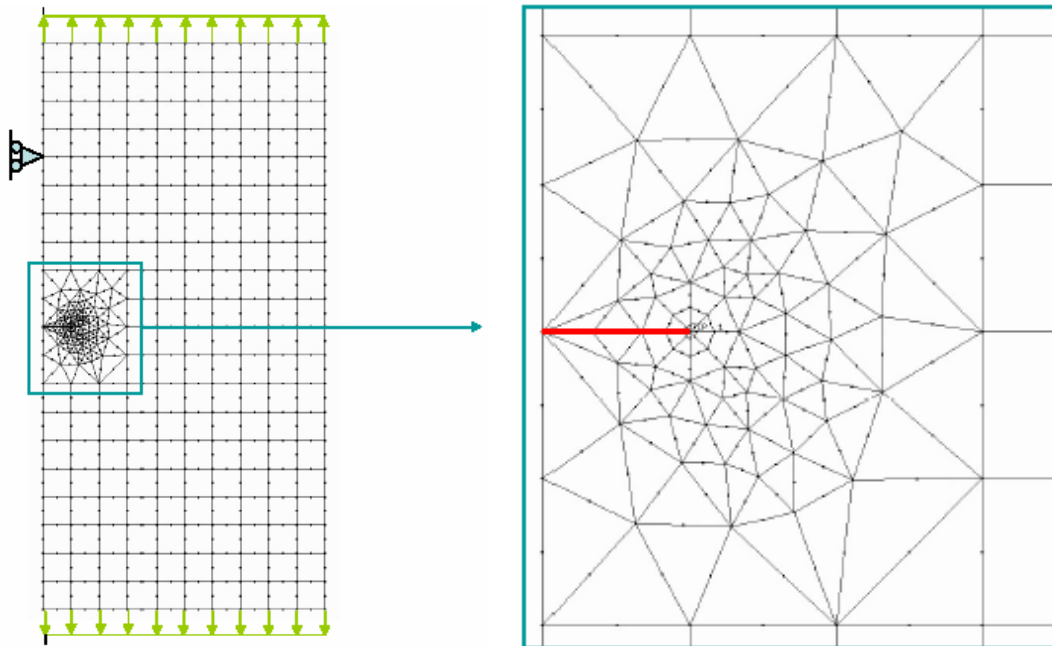


Figura 5.2 – Malha em torno da ponta de uma trinca (em vermelho).

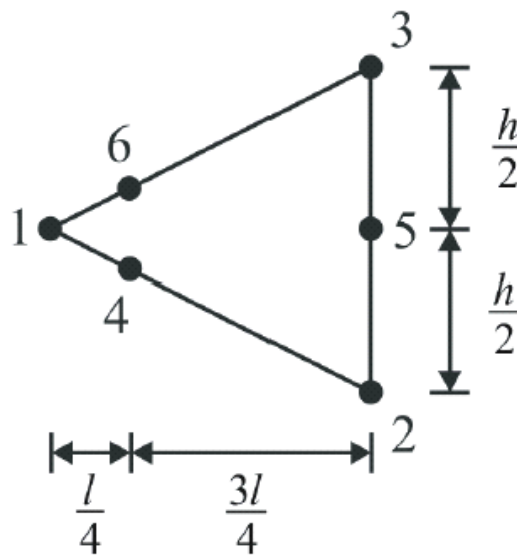


Figura 5.3 – Elemento singular T6 *quarter-point*.

5.3. Procedimentos Experimentais

Existem vários métodos laboratoriais para se medir a tenacidade à fratura de rochas (Whittaker *et al.*, 1992). Em geral, todos são bastante sofisticados. A *International*

Society for Rock Mechanics (ISRM), em um artigo publicado em 1988, sugere dois métodos principais: *Chevron Bend Specimens* (CB) e o *Short Rod Specimens* (SR) (ISRM, 1988). No subitem a seguir serão abordados os ensaios de laboratório realizados durante esta pesquisa.

Há, ainda, ensaios índices que, como uma alternativa, podem fornecer, por meio de correlações, uma indicação do valor da tenacidade. Esse é o caso dos ensaios de carga puntiforme (*point load* - ISRM, 1972; Bieniawski, 1975; ISMR, 1985; Brook, 1985) e esclerométrico (Deere & Miller, 1966; ISRM, 1978) a serem tratados na seqüência.

5.3.1. Ensaio por flexão com entalhe em *chevron*

O objetivo fundamental dos testes de MF é a obtenção de um reprodutível e representativo valor da tenacidade à fratura do material para o modo I, K_{IC} . Os testes requerem que os corpos de prova sejam preparados contendo uma trinca prévia (entalhe). Os primeiros testes de K_{IC} para rochas foram baseados no método padrão sugerido para metais, proposto pela *American Society for Testing and Materials* (ASTM) (Schmidt, 1975 e 1976; Ingraffea & Schmidt, 1978).

Esse método fornece bons resultados (Schmidt, 1975 e 1976), porém requer uma complicada preparação dos corpos de prova, gastando-se muito tempo e também se tendo um alto custo, além dos critérios de cálculos de K_{IC} não serem muito adequados para rochas (ISRM, 1988).

Em razão disso, vários procedimentos alternativos e técnicas de cálculo específicas vêm sendo usadas na obtenção de K_{IC} para rochas, resultando em valores diferentes, devido à variação de fatores, tais como: comprimento do entalhe, tamanho do corpo de prova, condições do teste, etc. (Whittaker et al., 1992).

As diferenças com relação às dimensões dos corpos de prova ocorrem, porque, diferentemente do que acontece para materiais metálicos, onde há formação de uma zona plástica (*Plastic Process Zone* – PPZ) na frente da ponta da trinca, para rochas ocorre a formação de uma zona de fratura (*Fracture Process Zone* – FPZ). Enquanto a PPZ é causada principalmente por cisalhamento intracristalino, a FPZ é causada mais por iniciação, propagação e interação de micro-trincas intergranulares, adjacentes à

ponta da trinca. Isso faz com que um mesmo critério utilizado na obtenção da tenacidade à fratura não seja direta e adequadamente aplicável aos dois tipos de materiais. Para uniformizar o problema, as duas zonas serão aqui chamadas de não-lineares, dentro das quais as tensões são dissipadas plasticamente.

Para metais, devido à PPZ, é necessário que prevaleça um estado de deformação plana durante o teste. Assim garante-se que o valor de K_{IC} obtido seja representativo. Para o estado de tensão plana, a PPZ é dependente da espessura do corpo de prova: à medida que a espessura diminui PPZ aumenta, fazendo com que a tenacidade à fratura, K_C , também aumente. Já para o estado de deformação plana, que é alcançado quando se tem uma espessura grande (teoricamente infinita), a PPZ não varia com a mesma, fazendo com que a tenacidade à fratura, K_{IC} , permaneça constante.

Para se assegurar que prevaleça o estado de deformação plana, a ASTM elaborou a norma E399-74 81, na qual se recomendam as dimensões requeridas para o corpo de prova, que devem satisfazer às seguintes desigualdades:

$$\left. \begin{array}{l} a \\ B \\ w-a \end{array} \right\} \geq 2,5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{ys}} \right)^2, \quad (73)$$

onde,

a = comprimento do entalhe (m);

B = espessura do corpo de prova (m);

w = largura do corpo de prova (m);

σ_{ys} = limite de escoamento do material.

Para rochas, a forma da zona não-linear, FPZ, foi descrita pelo critério da tensão normal máxima, sugerida por Schmidt (1980), sendo definida como simétrica em relação ao eixo x , Fig. 5.4. Isso se deve ao fato de que, para o modo I, o carregamento e a distribuição das tensões também são simétricos.

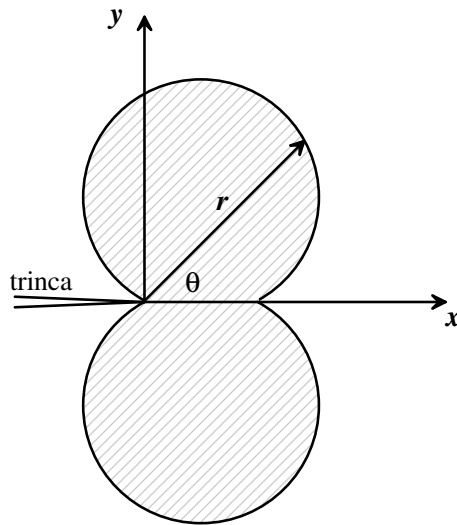


Figura 5.4 – Forma da zona não-linear (FPZ) na frente da ponta da trinca.

Como a tensão que atua fora do plano, que contém a trinca, não entra na expressão que define a forma da FPZ, a mesma independe de a trinca estar sob o estado de tensão plana ou deformação plana. Este fato implica que a tenacidade à fratura de rochas não será influenciada pela espessura do corpo de prova, diferentemente do que acontece para metais. Porém, o K_{IC} de rochas dependerá do comprimento do entalhe, semelhantemente ao que acontece com os metais. Portanto, para se obter um valor significativo de K_{IC} para rochas, será necessário satisfazer as seguintes desigualdades (Schmidt, 1980):

$$\left. \begin{array}{l} a \\ w-a \end{array} \right\} \geq 2.5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_t} \right)^2, \quad (74)$$

onde,

σ_t = resistência à tração da rocha (MPa) e o significado dos demais símbolos é o mesmo supracitado.

Porém, a espessura do corpo de prova não deverá ser menor do que a FPZ (Barton, 1983), ou seja:

$$B \geq r_{cm} = \frac{27}{32\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_t} \right)^2, \quad (75)$$

em que,

r_{cm} = tamanho crítico máximo da FPZ (máximo de r na Fig. 5.4).

Whittaker et al. (1992) cita, ainda, que a mínima dimensão do corpo de prova não deve ser menor que 20 vezes a dimensão média dos grãos cristalinos da rocha.

Com relação à forma do entalhe para um corpo de prova de rocha, o mais adequado é aquele que possui a forma em “V”, conhecido como *chevron*, pois o mesmo elimina a necessidade do processo maçante de pré-trincamento (Whittaker et al., 1992), recomendado para metais pela ASTM.

A idéia do método é a de que a forma em “V” faz com que o comprimento da frente da trinca seja gradualmente aumentado à medida que a mesma propaga. Assim, para cada incremento de extensão da trinca, será necessário um incremento da carga aplicada, o que torna a propagação estável, podendo ser facilmente controlada e também ativando um “auto-pré-trincamento”.

Uma das vantagens dos ensaios com esse entalhe é que o mesmo não requer nenhuma medida de deslocamento ou comprimento da trinca e nenhuma técnica complicada de cálculo da tenacidade à fratura. É requerido apenas que seja medido o valor máximo da carga aplicada.

Devido a essas vantagens, o ensaio realizado neste trabalho foi o de flexão de três pontos com entalhe em *chevron* (*Single Edge Chevron-Notched Rectangular Plate in Three-Point Bending* – CN3PB – Whittaker et al., 1992). A geometria e a configuração de carregamento estão representadas na Fig. 5.5. A expressão usada para calcular a tenacidade à fratura é dada por (Wu, 1984):

$$K_{IC} = \frac{P_{max}}{B\sqrt{w}} Y_{K_{min}}^C, \quad (76)$$

na qual,

P_{max} = carga máxima aplicada (N);

$$Y_{K_{\min}}^C = \begin{cases} 2.81 + 44.51\alpha_0 - 269.6(\alpha_0)^2 + 1338(\alpha_0)^3 - 2736(\alpha_0)^4 + 2242(\alpha_0)^5, & \text{para } \frac{w}{B} = 1.5 \\ 1.49 + 77.60\alpha_0 - 648.3(\alpha_0)^2 + 2848(\alpha_0)^3 - 5225(\alpha_0)^4 + 3592(\alpha_0)^5, & \text{para } \frac{w}{B} = 2 \end{cases}, \quad (77)$$

sendo que,

$$\alpha_0 = \frac{a_0}{w}.$$

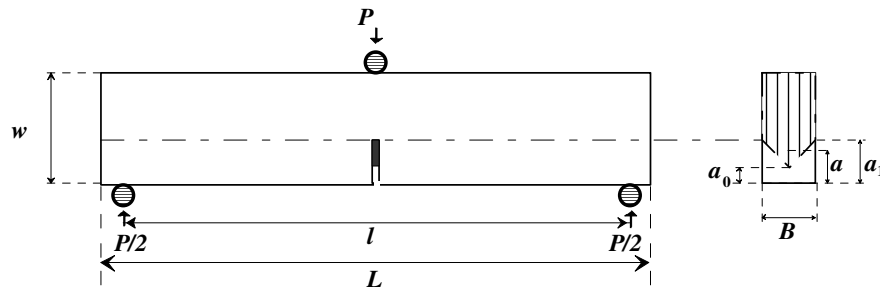


Figura 5.5 – Configuração do corpo de prova para ensaio de flexão (CN3BP).

5.3.2. Ensaio índices

5.3.2.1. Carga puntiforme

O *point load* foi desenvolvido para fazer medidas indiretas das resistências à compressão e tração de rochas (Broch & Franklin, 1972). Porém, alguns pesquisadores o tem utilizado também para determinar a tenacidade à fratura de rochas (Gunsallus & Kulhawy, 1984; Bearman, 1991 e 1999), justamente por meio de correlações empíricas. As vantagens de se usar o *point load* são que não há necessidade de grande preparação das amostras e o fato de se poder transportá-lo ao campo. Um diagrama esquemático do aparelho de *point load* está mostrado na Fig. 5.6.

Uma das fórmulas que fornecem uma correlação entre K_{IC} e o resultado do *point load*, adequada para amostras de formato irregular, foi obtida por Bearman (1999), a saber:

$$K_{IC} = \frac{26.56P}{(wD)^{3/4}}, \quad (78)$$

na qual,

P = força aplicada pelo aparelho (kN);

D = distância entre as duas pontas de aplicação da força (mm);

w = mínima largura da amostra ensaiada (mm).

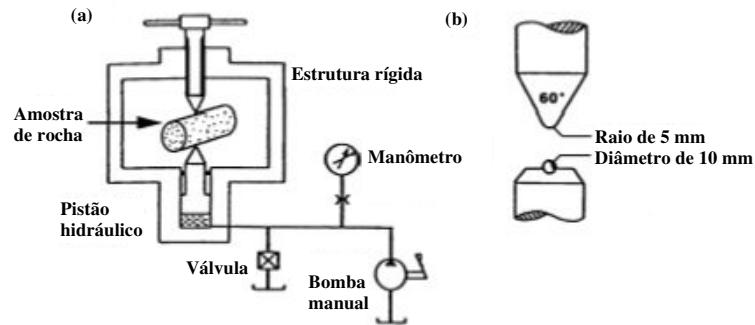


Figura 5.6 – Diagrama esquemático dos aparelhos de *point load* (modificada de Bearman, 1999).

Outra equação de correlação entre K_{IC} e o índice do *point load*, para amostras cilíndricas extraídas de testemunhos de sondagem, foi obtida por Gunsallus & Kulhawy (1984), como sendo:

$$K_{IC} = 0.0995I_{S(50)} + 1.11, \quad (79)$$

onde:

$I_{S(50)}$ = resistência do *point load* corrigida para testemunho de diâmetro de 50 mm (MPa).

Brook (1985) desenvolveu um fator de correção para o $I_{S(50)}$, sendo esse expresso como:

$$I_{S(50)} = f \frac{P}{D^2}. \quad (80)$$

O referido autor obteve uma expressão média para o f da Eq. (80) baseando-se em trabalhos anteriores (Brook, 1982; Greminger, 1982), como sendo:

$$f = \left(\frac{D}{50} \right)^{0.45}. \quad (81)$$

Para amostras irregulares, Brook (1985) sugere um conceito de diâmetro equivalente, D_e , expresso da seguinte maneira:

$$D_e = \left(\frac{4wD}{\pi} \right)^{0.5}, \quad (82)$$

de onde se pode concluir que a resistência do *point load* corrigida é dada por:

$$I_{S(50)} = \left(\frac{D}{50} \right)^{0.45} \left(\frac{P}{D^2} \right), \quad (83)$$

na qual se utiliza D para amostras de testemunhos testadas diametralmente ou D_e para amostras de formatos irregulares.

Por outro lado, há também correlações bem estabelecidas em mecânica das rochas, entre K_{IC} e a resistência à compressão uniaxial, σ_c , a saber (Gunsallus & Kulhawy, 1984):

$$K_{IC} = 0.0044\sigma_c + 1.04, \quad (84)$$

onde,

σ_c = é dada em MPa.

σ_c pode, por sua vez, também ser estimada por ensaios índices. O próprio *point load* é uma possibilidade, para o qual, na Tab.5.1, estão listadas várias equações de correlação entre o $I_{S(50)}$ e a σ_c . Vale ressaltar, que algumas destas equações de correlação são para um tipo específico de litologia, enquanto outras foram obtidas para uma gama maior, podendo, portanto, serem aplicadas para várias litologias. Uma outra possibilidade, cada dia mais aceita na prática de engenharia de rochas, é o esclerômetro de Schmidt (Katz et al., 2000; Kahraman, 2001b; Dinçer et al., 2004), que será detalhada no subitem seguinte.

Além da correlação apresentada entre $I_{S(50)}$ e K_{IC} , Eq. (79), será aqui proposta uma nova correlação, a partir dos resultados obtidos com os materiais ensaiados neste trabalho.

Tabela 5.1 - Equações de correlação entre $I_{S(50)}$ e σ_c .

Equação	Referência	Equação	Referência
$\sigma_c = 15.3I_{S(50)} + 16.3$	D'Andrea et al. (1964)	$\sigma_c = 16.5I_{S(50)} + 51.0$	Gunsallus & Kulhawy (1984)
$\sigma_c = 24I_{S(50)}$	Broch & Franklin (1972)	$\sigma_c = 20 \dots 25I_{S(50)}$	ISRM (1985)
$\sigma_c = 23I_{S(50)}$	Bieniawski (1975)	$\sigma_c = 23I_{S(50)} + 13.0$	Chargill & Shakoor (1990)
$\sigma_c = 29I_{S(50)}$	Hassani et al. (1980)	$\sigma_c = 9.3I_{S(50)} + 20.04$	Grasso et al. (1992)
$\sigma_c = 16I_{S(50)}$	Real et al. (1980)	$\sigma_c = 12.5I_{S(50)}$	Chau and Wong (1996)
	(1) Rochas sedimentares	$\sigma_c = 23.62I_{S(50)} - 2.69$	Kahraman (2001b)
$\sigma_c = 20I_{S(50)}$	(2) Basaltos		
$\sigma_c = 14.5I_{S(50)}$	Forster (1983)	$\sigma_c = 8.41I_{S(50)} + 9.51$	(1) Carvão (2) Outras rochas

σ_c e $I_{S(50)}$ em MPa.

5.3.2.2. Esclerômetro de Schmidt

O esclerômetro de Schmidt (Schmidt *Hammer*), Fig. 5.7, foi desenvolvido para medir a dureza do concreto de forma não destrutiva (Schmidt, 1951) e, posteriormente, foi utilizado para estimar a resistência de rochas a partir de equações de correlação e ábacos (Hucka, 1965; Deere & Miller, 1966; ISRM, 1978; Poole & Farmer, 1980).

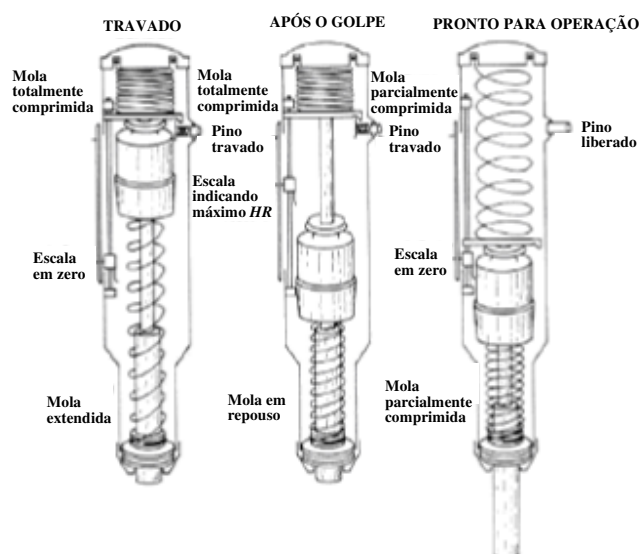


Figura 5.7 - Diagrama esquemático do funcionamento do esclerômetro (modificada de Basu & Aydin, 2004).

A Tab. 5.2 mostra algumas das várias equações de correlação entre o índice esclerométrico (HR - *Hammer Rebound*) e a σ_c . Como acontece para o *point load*, algumas das equações são para um tipo específico de litologia e outras se aplicam a várias.

Tabela 5.2 - Equações de correlação entre HR e σ_c .

Equação	Litologia	Referência Bibliográfica
$\sigma_c = 10^{(0.00014\rho HR+31.6)}$	3 tipos de rocha	Deere & Miller (1966)
$\sigma_c = 6.9 \times 10^{[1.348 \log(\rho HR)+3.16]}$	25 unidades litológicas	Aufmuth (1973)
$\sigma_c = 12.74 e^{(0.185\rho HR)}$	20 unidades litológicas	Beverly et al. (1979)
$\sigma_c = 0.477 e^{[0.045(HR+3.5)+\rho]}$	Carvão	Kidybinski (1981)
$\sigma_c = 2HR$	30 unidades sedimentares	Singh et al. (1983)
$\sigma_c = 0.4HR-3.6$	20 unidades litológicas	Shorey et al. (1984)
$\sigma_c = 0.994HR-0.386$	10 unidades litológicas	Haramy & DeMarco (1985)
$\sigma_c = 0.88HR-12.11$	Carvão	Ghose & Chakraborti (1986)
$\sigma_c = 702HR-11040$ (<i>psi</i>)	Arenito, siltito, calcário, anidrito	O'Rourke (1989)
$\sigma_c = e^{(aHR+b)}$	Mica-xisto, prasinito	Xu et al. (1990)
$HR = 0.2329\sigma_c - 15.7244$	33 unidades litológicas (mármore, calcário, dolomito)	Sachpazis (1990)
$\sigma_c = 1.31HR-2.52$	Gabro, basalto	Aggistalis (1996)
$\sigma_c = 0.0001HR^{3.2658}$	Marga	Gökçeoglu (1996)
$\sigma_c = 4.5 \times 10^{-4}(HR\rho)^{2.46}$	10 unidades litológicas	Kahraman (1996)
$\ln(\sigma_c) = 0.067HR+0.792$	7 tipos de rocha	Katz et al. (2000)
$\sigma_c = 69.7 e^{(0.014\rho HR)}$	Várias rochas	Kahraman (2001b)
$\sigma_c = e^{(0.818+0.059HR)}$	Gypso	Yilmaz & Sendir (2002)
$\sigma_c = 2.75HR+36.84$	Rochas ígneas	Dinçer et al. (2004)

σ_c em MPa; ρ em g/cm³; a e b coeficientes dependentes do tipo de rocha.

Sendo assim, pode-se obter uma estimativa de σ_c a partir de um grande número de determinações de campo de HR e daí, pela Eq. (84), calcular K_{JC} . A atratividade na utilização do esclerômetro de Schmidt está no seu baixo custo, uso simples, *in loco*, robustez, etc..

Além das correlações do HR com a σ_c , existem correlações do HR com o módulo de elasticidade E (Katz, 2000; Dinçer et al., 2004), com a densidade ρ (Katz et al., 2000) e com o índice de velocidade do som IVS (Kahraman, 2001a), que é a inclinação da reta num gráfico de velocidade da onda compressiva, v_p , pelo número de juntas. Por outro lado, há correlações entre K_{IC} e σ_c (Gunsallus & Kulhawy, 1984), entre K_{IC} e ρ (Bearman, 1991; Brown & Reddish, 1997; Albert & Brardt, 2003), entre K_{IC} e velocidade da onda compressiva, v_p (Huang & Wang, 1985; Albert & Brardt, 2003) e entre K_{IC} e a resistência à tração σ_t (Whittaker et al., 1992; Zhang et al., 1998; Zhang, 2002). Todas elas são apresentadas na Tab. 5.3, abaixo.

Tabela 5.3 - Outras equações de correlação entre propriedades e índices.

Equação	Referência
$K_{IC} = 0.65v_p - 1.68$	Huang & Wang (1985)
$K_{IC} = 3.35\rho - 6.87$	Bearman (1991)
$\sigma_t = 9.35K_{IC} - 2.53$	Whittaker et al. (1992)
$K_{IC} = 3.21\rho - 6.95$	Brown & Reddish (1997)
$\sigma_t = 8.88K_{IC}^{0.62}$	Zhang et al. (1998)
$\ln(E) = 3.091\ln(HR) - 8.967$	Katz et al. (2000)
$\rho = 1.308\ln(HR) - 2.874$	Katz et al. (2000)
$ISV = 0.11HR - 4413$	Kahraman (2001a)
$\sigma_t = 6.88K_{IC}$	Zhang (2002)
$K_{IC} = 0.0654e^{(0.681v_p)}$	Albert & Brardt (2003)
$K_{IC} = 0.015e^{(1.74\rho)}$	Albert & Brardt (2003)
$E = 0.47HR - 6.25$	Dinçer et al. (2004)

σ_t em MPa; ρ em g/cm^3 ; E em GPa; v_p em km/s; ISV em s/km e K_{IC} em $MPa\sqrt{m}$.

Daí se pode observar que há propriedades que são, ao mesmo tempo, correlacionadas tanto com HR quanto com K_{IC} (σ_c , ρ , v_p). Porém, até o momento não foi encontrada em literatura, uma correlação entre o HR e a K_{IC} . Portanto, devido à praticidade de utilização do esclerômetro de Schmidt, pretende-se aqui propor uma correlação entre os mesmos.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

6.1. Introdução

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados experimentais para se determinar o valor da tenacidade à fratura e também para a proposição de correlações para a obtenção da mesma.

Para a realização dos ensaios experimentais foram utilizados três tipos de rochas, quais sejam: granitos cinza, provenientes do município de Cachoeira do Itapemirim-ES; dois tipos de pedra-sabão, uma vinda do município de Acaiaca-MG e outra do município de Furquim-MG.

Como se utilizaram apenas três tipos de rochas, buscaram-se na literatura, valores adicionais das propriedades e índices necessários para a proposição das referidas correlações.

6.2. Determinação da Tenacidade à Fratura (K_{IC})

Os ensaios de tenacidade à fratura foram realizados no laboratório do GESFRAM/DEMET (Grupo de Estudo de Fratura de Materiais/Departamento de Metalurgia) da Escola de Minas (UFOP), cujas especificações técnicas são: Máquina Servo-Hidráulica MTS, modelo 810, com capacidade de aplicação de carga de 10 toneladas, Fig. 6.1.

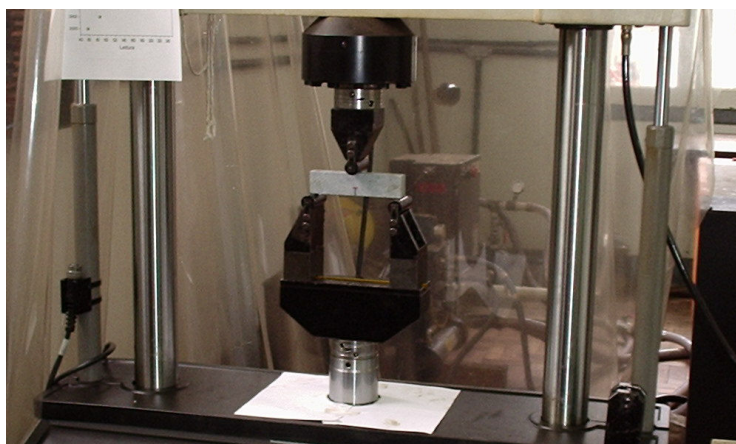


Figura 6.1 – Máquina Servo-Hidráulica – MTS-810.

As dimensões e a quantidade de corpos de prova utilizados de cada rocha, bem como os respectivos valores de K_{IC} , estão mostrados na Tab. 6.1. Os valores do comprimento (L), largura (w), espessura (B) e entalhe (a_0), para cada corpo de prova, foram medidos utilizando-se um paquímetro digital. O valor de L de cada corpo de prova foi obtido fazendo-se a média de duas leituras. Já os valores de w e B , foram obtidos fazendo-se a média de cinco leituras. Como a relação entre espessura e largura (w/B) dos corpos de prova ficou próxima de 1.5, a expressão utilizada para calcular K_{IC} foi (Eqs. 76 e 77):

$$K_Q = \frac{P_{\max}}{B\sqrt{w}} \left[2.81 + 44.51\alpha_0 - 269.6(\alpha_0)^2 + 1338(\alpha_0)^3 - 2736(\alpha_0)^4 + 2242(\alpha_0)^5 \right] \quad (85)$$

Tabela 6.1 - Ensaio de Flexão com Entalhe em *Chevron* (CN3PB)

CP	L (m)	B (m)	w (m)	a_0 (m)	P_{\max} (N)	K_{IC} - CP	K_{IC} - MF	K_{IC} - DP
GR-1	0.1286	0.0208	0.0298	0	643.73	0.504	0.624	0.086
GR-2	0.1295	0.0215	0.0302	0	919.26	0.691		
GR-3	0.1307	0.0211	0.0298	0	879.96	0.677		
GR-4	0.1281	0.0214	0.0302	0	974.98	0.738		
GR-5	0.1304	0.0214	0.0301	0	950.15	0.720		
GR-6	0.1303	0.0214	0.0302	0	799.15	0.606		
GR-8	0.1307	0.0226	0.0300	0	721.50	0.518		
GR-9	0.1307	0.0191	0.0300	0	694.48	0.589		
GR-10	0.1309	0.0193	0.0294	0	681.79	0.578		
PSF-12	0.1300	0.0214	0.0306	0	918.16	0.688		
PSF-13	0.1304	0.0214	0.0305	0	878.44	0.660		
PSF-14	0.1308	0.0213	0.0302	0	881.34	0.669		
PSA-15	0.1320	0.0215	0.0299	0.001	872.24	0.950	0.945	0.216
PSA-16	0.1305	0.0215	0.0305	0	887.41	0.665		
PSA-17	0.1318	0.0213	0.0300	0	868.38	0.661		
PSA-18	0.1314	0.0214	0.0300	0.0009	1182.11	1.258		
PSA-19	0.1320	0.0214	0.0300	0	1178.67	0.893		
PSA-20	0.1309	0.0213	0.0303	0	1496.13	1.133		
PSA-21	0.1320	0.0215	0.0300	0	1178.11	0.887		
PSA-22	0.1312	0.0214	0.0309	0	1491.99	1.115		

CP = Corpo de Prova; PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca;

GR =Granito; * = ensaios descartados; K_{IC} em $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$; MF = Média Final; DP = Desvio Padrão

Os ensaios com os corpos de prova de granito números 7 e 11, Tab. 6.1, foram descartados devido a uma má execução dos mesmos, que não permitiu medir o valor máximo da carga. Sendo assim, a média do valor da tenacidade à fratura foi obtida dos nove ensaios remanescentes.

Apesar de terem sido utilizados apenas três corpos de prova para a pedra-sabão de Furquim, pôde-se observar que os valores de K_{IC} variaram muito pouco.

6.3. Determinação do Índice de Carga Puntiforme ($I_{S(50)}$)

Os ensaios com o *point load* foram realizados no Laboratório de Geotecnia da Escola de Minas (UFOP), obedecendo às determinações sugeridas pela ISRM (1985).

As especificações do aparelho utilizado, Fig. 6.2, são: capacidade de carga de 55 kN; duas escalas de precisão de registro de carga, uma de 0-5.5 kN com divisões de 0.1 kN e outra de 0-55 kN com divisões de 1 kN; diâmetro máximo possível para o corpo de prova de 101 mm e mínimo recomendado de 25 mm; peso total do aparelho de 27 kg.

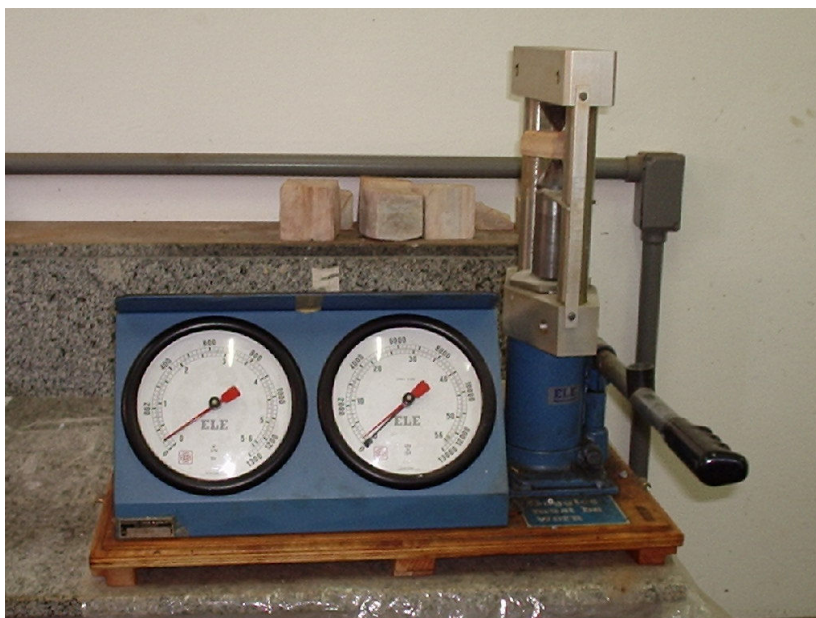


Figura 6.2 – *Point Load*.

Para cada tipo de rocha, obteve-se um valor médio de $I_{S(50)}$ para várias amostras, como sugerido pela ISRM (1985), isto é, descartaram-se os 20% valores maiores e os

20% menores, fazendo-se a média dos remanescentes. Finalmente, obteve-se o valor médio final, fazendo-se a média dos valores dos $I_{S(50)}$ médios amostrais de cada rocha, como mostrada na Tab. 6.2.

Tabela 6.2 – Ensaio com *point load*.

amostra	$I_{S(50)}$ - MA	$I_{S(50)}$ - MF	$I_{S(50)}$ - DP	Amostra	$I_{S(50)}$ - MA	$I_{S(50)}$ - MF	$I_{S(50)}$ - DP
PSF-1	2.743	3.817	0.602	PSA-1	5.762	5.173	0.427
PSF-2	4.308			PSA-2	5.467		
PSF-3	3.773			PSA-3	5.235		
PSF-4	4.25			PSA-4	4.566		
PSF-5	4.284			PSA-5	4.727		
PSF-6	3.499			PSA-6	5.018		
PSF-7	3.178			PSA-7	5.433		
PSF-8	4.578			GR-1	4.86	4.770	0.104
PSF-9	3.743			GR-2	4.793		
		GR-3	4.806				
		GR-4	4.619				

PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA= Pedra-Sabão de Acaiaca; GR= Granito; $I_{S(50)}$ em MPa; MA= Valor Médio Amostral; MF = Valor Médio Final; DP = Desvio Padrão.

6.4. Determinação do Índice Esclerométrico (*HR*)

Os ensaios com o esclerômetro de Schmidt foram realizados em placas dos três tipos de rochas, nas quais as dimensões para as pedras-sabão foram 200 x 200 x 30 mm e para o granito 200 x 200 x 20 mm. As superfícies das placas de pedras-sabão onde se mediu o *HR* foram polidas manualmente, enquanto as placas de granito foram polidas por máquinas.

O aparelho utilizado foi o esclerômetro do tipo L, com energia de impacto de 0.74 joules, Fig. 6.3. A medida do *HR* de cada amostra (placa) foi feita na posição vertical para baixo e seguiu as recomendações sugeridas pela ISRM (1978), isto é, obtiveram-se 20 valores de *HR* e se fez a média dos 50% maiores, obtendo-se assim, um único valor para cada amostra. O valor final do *HR* para cada rocha foi obtido fazendo-se a média dos *HRs* médios amostrais, como mostra a Tab 6.3.



Figura 6.3 – Esclerômetro de Schmidt.

Tabela 6.3 - Ensaio com Esclerômetro de Schmidt.

amostra	HR-MA	HR-MF	HR-DP	amostra	HR-MA	HR-MF	HR-DP
PSF - 1	30.6	31.85	1.78	GR-1	22.6	29.53	3.81
PSF - 2	33.8			GR-2	29.4		
PSF - 3	30.1			GR-3	32.6		
PSF - 4	32.9			GR-4	32.3		
PSA - 1	35	32.80	3.11	GR-5	32.0		
PSA - 2	30.6			GR-6	28.3		
PSA - 3	35.8						
PSA - 4	30.2						

PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito;
 MA = Valor Médio Amostral; MF = Valor Médio Final; DP = Desvio Padrão.

6.5. Determinação da Densidade (ρ)

Como também serão propostas correlações com a densidade, houve a necessidade de determinação da mesma para as três rochas.

Na determinação da densidade procedeu-se da seguinte forma: calculou-se o volume (V) e determinou-se o peso de cada corpo de prova antes de o mesmo ser entalhado para o ensaio de tenacidade à fratura (CN3PB). O volume foi calculado multiplicando-se os valores médios das dimensões dos corpos de prova (L , w , B), obtidos como descrito no

item 6.2 acima e apresentados na Tab. 6.1. Em seguida, dividiu-se o peso pelo volume, obtendo-se, assim, a densidade de cada corpo de prova e, finalmente, foi encontrado o valor da densidade de cada rocha fazendo-se a média dos seus respectivos corpos de prova, como mostra a Tab 6.4 abaixo.

Tabela 6.4 - Ensaio de Densidade.

CP	Peso(g)	L(cm)	w(cm)	B(cm)	V(cm ³)	ρ - CP	ρ - MF	ρ - DP
GR-1	220.9	12.86	2.08	2.98	79.76	2.770	2.759	0.013
GR-2	231.9	12.95	2.15	3.02	84.11	2.757		
GR-3	226	13.07	2.11	2.98	82.45	2.741		
GR-4	228.3	12.81	2.14	3.02	82.65	2.762		
GR-5	230.8	13.04	2.14	3.01	83.95	2.749		
GR-6	232.1	13.03	2.14	3.02	83.93	2.765		
GR-7	232.1	13.07	2.14	3.01	83.95	2.765		
GR-8	247.1	13.07	2.26	3.00	88.67	2.787		
GR-9	206.2	13.07	1.91	3.00	74.98	2.750		
GR-10	204.8	13.09	1.93	2.94	74.43	2.751		
GR-11	221.3	13.05	2.07	2.98	80.47	2.750		
PSF-12	250.8	13.00	2.14	3.06	85.34	2.939	2.937	0.002
PSF-13	249.8	13.04	2.14	3.05	85.07	2.936		
PSF-14	247	13.08	2.13	3.02	84.16	2.935		
PSA-15	252.3	13.20	2.15	2.99	84.75	2.977	2.984	0.010
PSA-16	254.4	13.05	2.15	3.05	85.43	2.978		
PSA-17	252.4	13.18	2.13	3.00	84.22	2.997		
PSA-18	250.7	13.14	2.14	3.00	84.17	2.979		
PSA-19	253.8	13.20	2.14	3.00	84.81	2.993		
PSA-20	252.8	13.09	2.13	3.03	84.61	2.988		
PSA-21	255.4	13.20	2.15	3.00	85.36	2.992		
PSA-22	257.3	13.12	2.14	3.09	86.73	2.967		

CP = Corpo de Prova; PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca;
GR = Granito; ρ em g / cm³; MF = Média Final; DP = Desvio Padrão.

6.6. Correlações

Serão apresentadas na seqüência três correlações para estimação da tenacidade à fratura, quais sejam: K_{IC} versus $I_{S(50)}$, K_{IC} versus ρ e K_{IC} versus HR . Apesar do objetivo principal da proposição das correlações ser a estimação de K_{IC} , outras três

correlações entre propriedades e índices também serão apresentados, visto serem as mesmas úteis na prática de engenharia, sendo elas: ρ versus HR , $I_{S(50)}$ versus HR e $I_{S(50)}$ versus ρ .

Para todas as seis correlações testaram-se os seguintes esquemas de equações: linear, linear passando pela origem, exponencial, polinomial e logarítmica. No entanto, a linear passando pela origem foi a que apresentou o melhor coeficiente de correlação em todas as seis correlações estudadas, sendo, portanto, a única adotada e apresentada.

6.6.1. Correlação entre K_{IC} e $I_{S(50)}$

Para esta correlação, além dos três valores obtidos neste trabalho, utilizaram-se mais oito retirados de Gunsallus & Kulhawy (1984), sendo, portanto, todos esses valores apresentados na Tab. 6.5 abaixo.

Tabela 6.5 - K_{IC} versus $I_{S(50)}$.

	rocha	$I_{S(50)}$ (MPa)	K_{IC} (MPa m ^{1/2})
Gunsallus & Kulhawy (1984)	dolomito	7.31	1.66
	dolomito	2.64	1.78
	dolomito	5.7	1.66
	dolomito	9.1	1.8
	dolomito	8.89	2.47
	calcário	3.68	1.36
	calcário	5.4	2.06
	arenito	6.06	1.47
ET	PSF	3.82	0.672
	PSA	5.173	0.945
	GR	4.77	0.625

ET = este trabalho; PSF = Pedra-Sabão de Furquim;
PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito.

A equação de correlação foi, portanto, obtida com os onze valores apresentados na Tab. 6.5, como mostra a Fig. 6.4, cujo coeficiente de correlação foi $r^2 = 0.90$, sendo a referida equação dada por:

$$K_{IC} = 0.251I_{S(50)}, \quad (86)$$

na qual,

K_{IC} = é dado em $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, e

$I_{S(50)}$ = é dado em MPa.

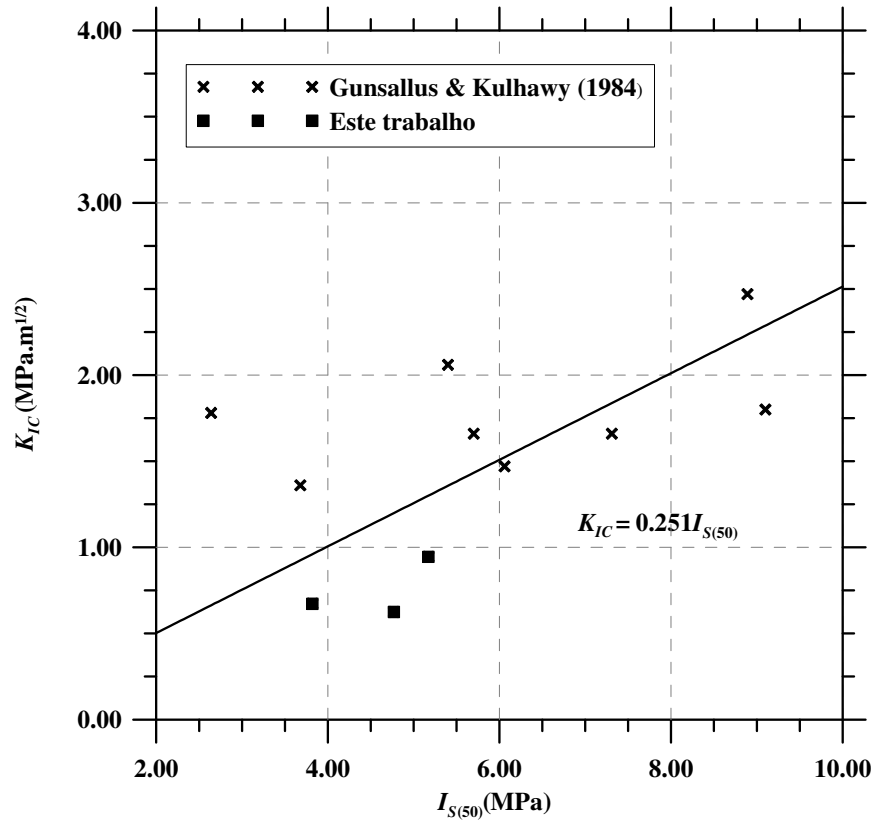


Figura 6.4 – Correlação entre a tenacidade à fratura (K_{IC}) e o índice do *point load* ($I_{S(50)}$).

6.6.2. Correlação entre K_{IC} e ρ

Para a proposição desta correlação, acrescentou-se aos três dados deste trabalho mais dezessete dados retirados de Brown & Reddish (1997), tendo-se um total de vinte pontos, sendo os mesmos, apresentados na Tab. 6.6 abaixo.

O gráfico do qual se obteve a correlação está mostrado na Fig. 6.5, cujo coeficiente de correlação foi $r^2 = 0.79$. A equação obtida é dada como:

$$K_{IC} = 0.535\rho, \quad (87)$$

sendo,

K_{IC} = dado em $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, e

ρ = dado em g/cm^3 .

Tabela 6.6 - K_{IC} versus ρ .

	rocha	ρ	K_{IC}	rocha	ρ	K_{IC}
Brown & Reddish (1997)	granito	2.631	1.52	arenito	2.307	0.49
	granito	2.629	1.63	arenito	2.238	0.39
	tonalito	2.946	2.2	siltito	2.412	0.5
	dolomito	2.928	2.53	sed. alterada	2.714	1.28
	anortosito	2.73	1.88	vul. alterada	2.673	1.58
	norito	3.002	3.0	quartzito	2.603	1.87
	basalto	2.869	2.16	mármore	2.841	0.67
	calcário	2.547	1.06	ardósia	2.759	2.79
	greda	2.308	0.4			
ET	PSF	2.938	0.672	GR	2.759	0.625
	PSA	2.984	0.945			

ET = este trabalho; PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito.

K_{IC} em $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$; ρ em g/cm^3 .

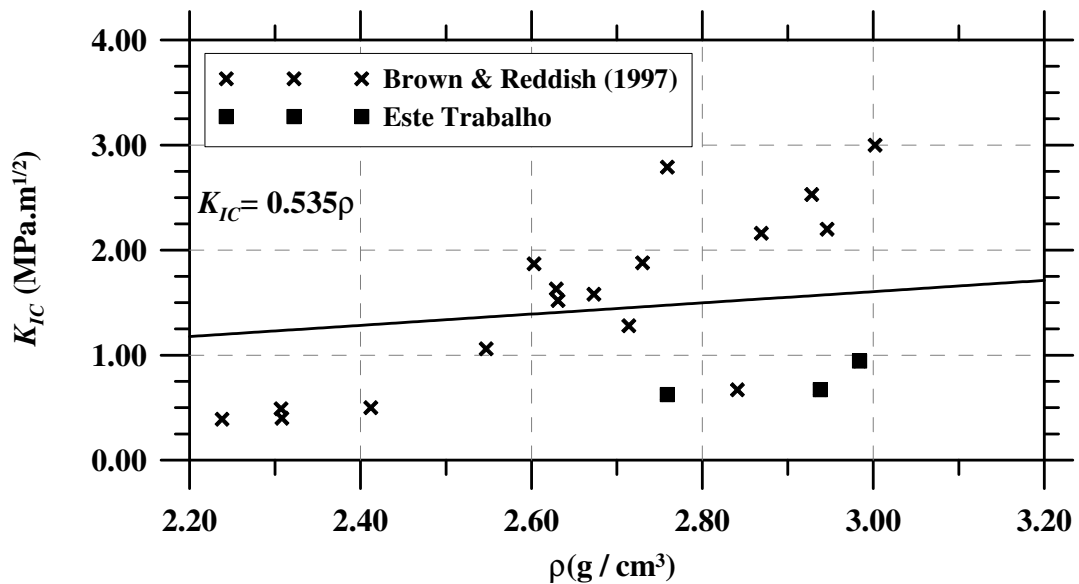


Figura 6.5 – Correlação entre a tenacidade à fratura (K_{IC}) e a densidade (ρ).

6.6.3. Correlação entre K_{IC} e HR

Como já mencionado no subitem 5.3.2.2, não é de nosso conhecimento literário a existência de uma correlação entre a tenacidade à fratura (K_{IC}) e o índice esclerométrico (HR), sendo, portanto, esta correlação, pela primeira vez, aqui apresentada.

Para a proposição da referida correlação foram utilizados, além dos nossos próprios resultados, dados de dois trabalhos distintos dos mesmos autores (Amaral et al. 1999a e b). Em um deles estavam disponíveis apenas valores de HR (Amaral et al., 1999a). No outro se encontravam valores de K_{IC} (Amaral et al., 1999b) para as mesmas rochas. Acrescentaram-se, então, os três valores deste trabalho, dando um total de nove pontos, sendo os mesmos apresentados na Tab. 6.7 abaixo.

Tabela 6.7 - K_{IC} versus HR .

	Rocha	K_{IC}	HR	$K_{IC} - DP$	$HR - DP$
Amaral et al. (1999a e b)	granito cinza	0.377	21.8	0.029	1.1
	granito cinza	0.434	27.8	0.03	0.9
	granito cinza	0.498	32.5	0.015	1.5
	granito rosa	0.434	20.9	0.025	1.2
	granito azul	0.529	29.9	0.018	1.8
	granito preto	0.607	39.2	0.031	1.4
ET	PSF	0.672	31.85	0.014	1.78
	PSA	0.945	32.8	0.216	3.11
	GR	0.625	29.53	0.086	3.81

ET = este trabalho; PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca;
GR = Granito; K_{IC} em $MPa\sqrt{m}$; DP = Desvio Padrão.

A equação de correlação foi obtida pelo gráfico mostrado na Fig. 6.6, na qual o coeficiente de correlação foi $r^2 = 0.95$, sendo a mesma dada por:

$$K_{IC} = 0.0192HR, \quad (88)$$

na qual,

$$K_{IC} = \text{dado em } MPa\sqrt{m}.$$

É interessante citar que, excluído o ponto correspondente à PSA, que é o mais distante da reta de correlação, a mesma teria a expressão $K_{IC} = 0.0177HR$ com um $r^2 = 0.98$. Como se pode observar na Tab. 6.1, essa rocha forneceu tenacidades, geralmente, bem mais elevadas que os demais materiais ensaiados.

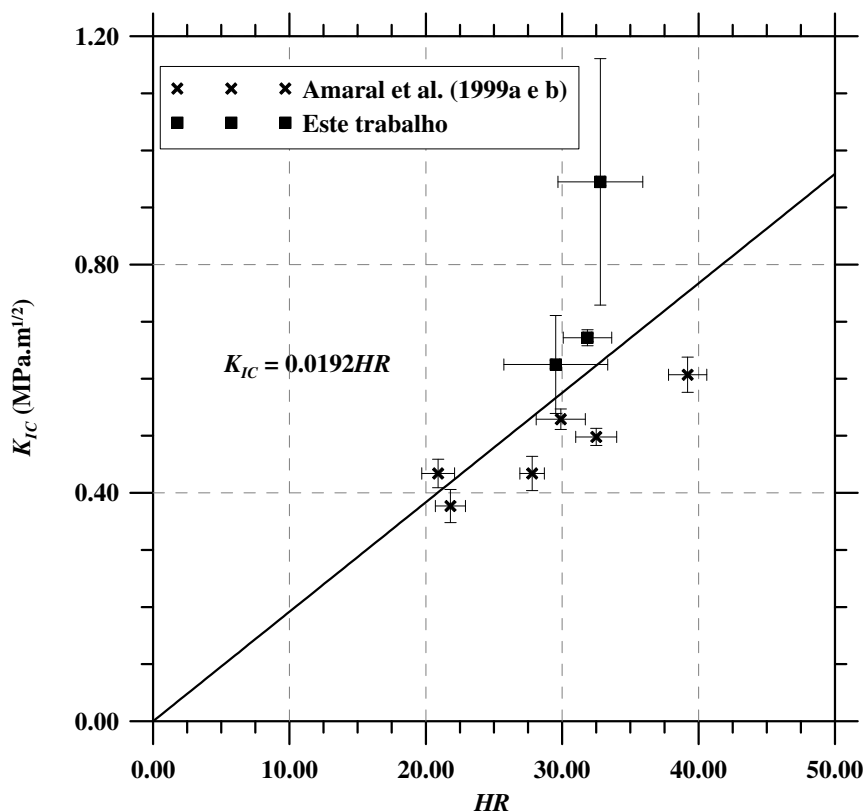


Figura 6.6 – Correlação entre a tenacidade à fratura (K_{IC}) e o índice esclerométrico (HR).

6.6.4. Correlação entre ρ e HR

Esta correlação foi proposta com o intuito de se estimar a densidade de forma simples e *in loco*, devido à praticidade no uso do esclerômetro de Schmidt.

Além dos três valores de ρ e de HR , obtidos neste trabalho, utilizaram-se mais vinte e dois, retirados de Kahraman (2001), sendo todos apresentados na Tab. 6.8 abaixo.

O gráfico gerado pelos pontos da Tab 6.8, do qual resultou a equação de correlação entre ρ e HR , está mostrado na Fig. 6.7, cujo coeficiente de correlação foi $r^2 = 0.95$. A referida equação é dada como:

$$\rho = 0.0509HR, \quad (89)$$

sendo,

ρ = dado em g/cm³.

Tabela 6.8 - ρ versus HR .

	Rocha	ρ	HR	rocha	ρ	HR
Kahraman (2001)	Dolomito	2.92	59	meta-arenito	2.73	54
	Arenito	3.0	70	serpentinito	2.63	59
	Arenito	2.77	53	calcário	1.86	42
	arenito alterado	2.55	36	calcário	2.71	68
	calcário	2.74	55	arenito	2.56	38
	mármore	2.2	56	calcário	2.71	58
	diabásio	2.96	64	dolomito	2.98	55
	serpentinito	2.88	62	calcário	2.66	51
	calcário	2.73	61	calcário	2.96	58
	calcário argiloso	2.42	58	brecha calcárea	2.61	47
	hematita	3.61	44	calcário	2.81	50
ET	PSF	2.94	31.85	GR	2.76	29.53
	PSA	2.98	32.8			

ET = este trabalho; PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito; ρ em g/cm³.

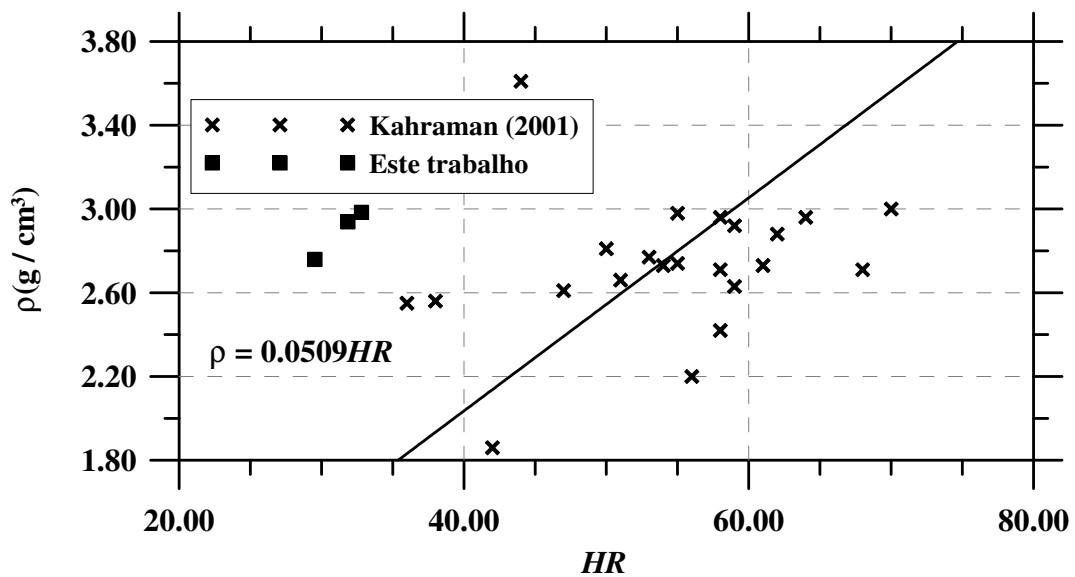


Figura 6. 7 – Correlação entre a densidade (ρ) e o índice esclerométrico (HR).

6.6.5. Correlação entre $I_{S(50)}$ e HR

Como foi mencionado no item anterior, a proposição desta correlação também se deve, principalmente, à praticidade do uso do esclerômetro de Schmidt. Isto é, poder-se-á estimar $I_{S(50)}$ a partir de HR e, em seguida, obter valores de propriedades, tais como resistência à compressão, resistência à tração e tenacidade à fratura, das inúmeras equações de correlação entre essas propriedades e o $I_{S(50)}$. Visto serem algumas dessas equações de correlação aplicáveis para um tipo específico de rocha, o que torna as mesmas mais precisas, devido a uma menor dispersão dos valores, pode ser eventualmente conveniente se dispor de tal correlação.

Tabela 6.9 - $I_{S(50)}$ versus HR .

	rocha	$I_{S(50)}$	HR	rocha	$I_{S(50)}$	HR
Kahraman (2001)	dolomito	4.32	59	meta-arenito	5.25	54
	arenito	13.83	70	serpentinito	16.21	59
	arenito	4.57	53	calcário	1.4	42
	arenito alterado	1.32	36	calcário	9.8	68
	calcário	5.61	55	arenito	7.75	38
	mármore	3.35	56	calcário	5.44	58
	diabásio	12.66	64	dolomito	12.01	55
	serpentinito	7.14	62	calcário	3.31	51
	calcário	6.65	61	calcário	8.82	58
	calcário argiloso	5.73	58	brecha calcárea	3.11	47
	hematita	8.26	44	calcário	7.0	50
ET	PSF	3.817	31.85	GR	4.77	29.53
	PSA	5.173	32.8			

ET = este trabalho; PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito; $I_{S(50)}$ em MPa.

Aos três valores de $I_{S(50)}$ e HR obtidos neste trabalho, acrescentaram-se mais vinte e dois, retirados de Kahraman (2001). Todos são apresentados na Tab. 6.9 acima. O gráfico do qual se obteve a correlação está mostrado na Fig. 6.8, cujo coeficiente de correlação foi $r^2 = 0.83$, sendo a equação dada por:

$$I_{S(50)} = 0.132HR, \quad (90)$$

na qual,

$I_{S(50)}$ = é dado em MPa.

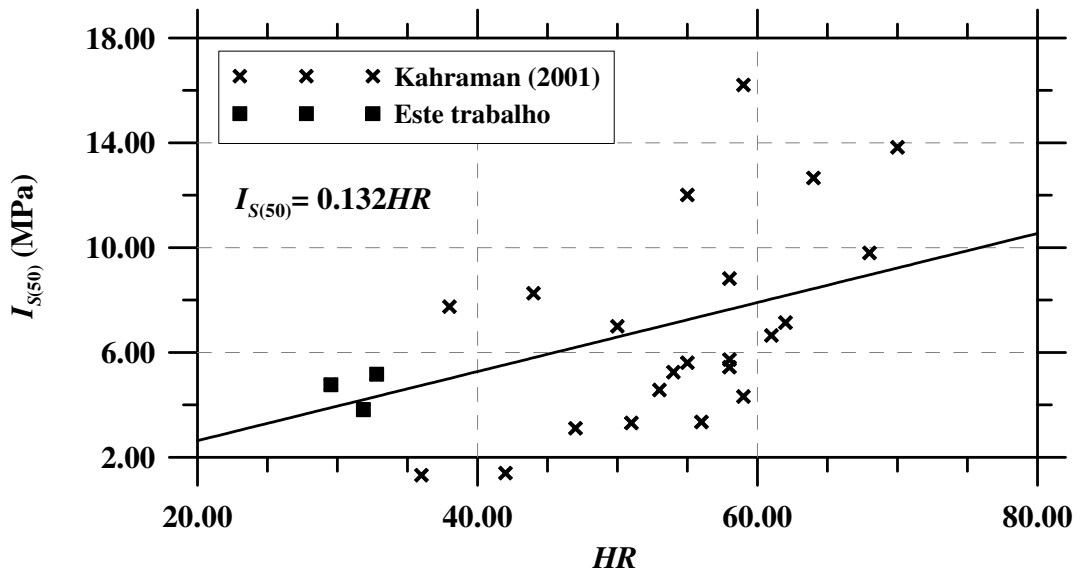


Figura 6.8 – Correlação entre o índice do *point load* ($I_{S(50)}$) e o índice esclerométrico (HR).

6.6.6. Correlação entre $I_{S(50)}$ e ρ

Para a proposição desta correlação, acrescentou-se aos três valores de $I_{S(50)}$ e ρ obtidos neste trabalho, mais vinte e dois valores retirados de Kahraman (2001). Todos os valores estão apresentados na Tab 6.10 abaixo.

A equação de correlação foi, portanto, obtida com vinte e cinco valores, como mostra a Fig. 6.9, onde se obteve um coeficiente de correlação de $r^2 = 0.79$, cuja equação é expressa da seguinte forma:

$$I_{S(50)} = 2.469\rho, \quad (91)$$

na qual,

$I_{S(50)}$ = é dado em MPa;

ρ = dado em g/cm^3 .

Tabela 6.10 - $I_{S(50)}$ versus ρ .

	rocha	$I_{S(50)}$	ρ	rocha	$I_{S(50)}$	ρ
Kahraman (2001)	dolomito	4.32	2.92	meta-arenito	5.25	2.73
	arenito	13.83	3.0	serpentinito	16.21	2.63
	arenito	4.57	2.77	calcário	1.4	1.86
	arenito alterado	1.32	2.55	calcário	9.8	2.71
	calcário	5.61	2.74	arenito	7.75	2.56
	mármore	3.35	2.2	calcário	5.44	2.71
	diabásio	12.66	2.96	dolomito	12.01	2.98
	serpentinito	7.14	2.88	calcário	3.31	2.66
	calcário	6.65	2.73	calcário	8.82	2.96
	calcário argiloso	5.73	2.42	brecha calcárea	3.11	2.61
	hematita	8.26	3.61	calcário	7.0	2.81
ET	PSF	3.817	2.94	GR	4.77	2.76
	PSA	5.173	2.98			

ET = este trabalho; PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito; $I_{S(50)}$ em MPa; ρ em g/cm^3 .

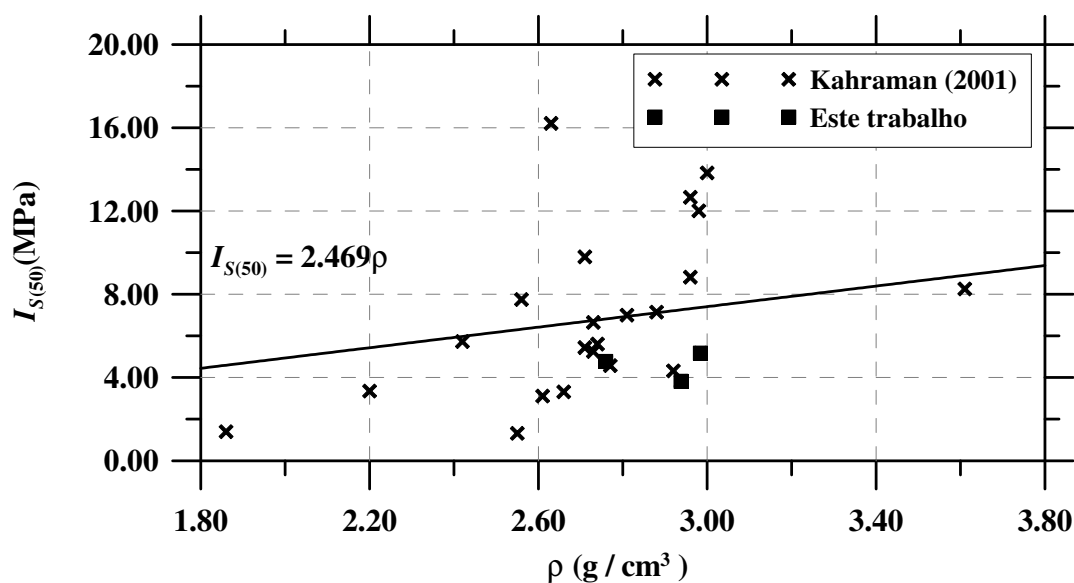


Figura 6.9 – Correlação entre o índice do *point load* ($I_{S(50)}$) e a densidade (ρ).

6.6.7. Discussão dos resultados

Pode-se observar que as equações de correlação apresentaram muito bons coeficientes de correlação. Um quadro com o resumo de todas as equações de correlação apresentadas neste capítulo está mostrado na Tab. 6.11 abaixo.

Tabela 6.11 - Equações de correlação.

Equação	r^2	número
$K_{IC} = 0.251I_{S(50)}$	0.90	(86)
$K_{IC} = 0.535\rho$	0.79	(87)
$K_{IC} = 0.0192HR$	0.95	(88)
$\rho = 0.0509HR$	0.95	(89)
$I_{S(50)} = 0.132HR$	0.83	(90)
$I_{S(50)} = 2.469\rho$	0.79	(91)

K_{IC} em MPa \sqrt{m} ; $I_{S(50)}$ em MPa; ρ em g/cm³.

Uma comparação entre os valores de K_{IC} obtido pelo CN3PB e as equações de correlação (Eqs. (86), (87) e (88)) está mostrada na Tab. 6.12 abaixo. Devido ao maior coeficiente de correlação, a Eq. (88) foi a que resultou em valores mais próximos aos obtidos pelo CN3PB, como era de se esperar. Isso mostra que uma correlação entre K_{IC} e HR , aqui proposta pela primeira vez, é não só bastante conveniente como também válida e apropriada.

Tabela 6.12 - Comparação entre os valores de K_{IC} .

Rocha	CN3PB	Eq. (86)	Eq. (87)	Eq. (88)
PSF	0.672	0.958	1.572	0.612
PSA	0.945	1.298	1.596	0.63
GR	0.625	1.197	1.476	0.567

PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito.

K_{IC} em MPa \sqrt{m} .

Apesar dos bons resultados obtidos com a Eq. (88), a mesma não deve ser utilizada para todo tipo de rocha. Tendo sido obtida apenas com granitos e pedras-sabão, é, portanto, recomendada apenas para esses materiais.

O ideal é que se proponha uma correlação para cada tipo de material. Portanto, para o material de uma dada pedreira, seria necessária, uma única vez, determinar-se o K_{IC} em laboratório. A partir daí, poder-se-ia estimar K_{IC} de maneira expedita, utilizando-se apenas o esclerômetro de Schmidt.

Uma comparação também pode ser feita entre os valores obtidos pela Eq. (79) (Gunsallus & Kulhawy, 1984) e pela Eq. (86), Tab. 6.13, a qual mostra que a última apresentou um resultado mais próximo dos laboratoriais. Isto pode ser devido ao esquema de correlação aqui utilizado, que foi o linear passando pela origem, diferentemente de Gunsallus & Kulhawy (1984), que foi uma correlação linear geral (sem tal prescrição). Outra possibilidade seria o maior número de pontos utilizados na obtenção da Eq. (86).

Tabela 6.13 - Comparação entre as Eq. (79) e Eq. (86).

rocha	CN3PB	Eq. (79)	Eq. (86)
PSF	0.672	1.49	0.958
PSA	0.945	1.625	1.298
GR	0.625	1.585	1.197

PSF = Pedra-Sabão de Furquim; PSA = Pedra-Sabão de Acaiaca; GR = Granito;

Apesar da Eq. (87) não ter tido um coeficiente de correlação muito alto (0.79), os resultados obtidos com a sua utilização, comparados com aqueles das correlações propostas por Brown & Reddish (1997) e Albert & Brardt (2003), *vide* Tab. 5.3, foram mais próximos dos laboratoriais. Os motivos de tal fato supõem-se serem os mesmos já citados no parágrafo anterior.

CAPÍTULO VII

RESULTADOS NUMÉRICOS E ANALÍTICOS

7.1. Introdução

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados numéricos e analíticos. As abordagens numérica e analítica foram adotadas, inicialmente, para melhor entender o fenômeno de iniciação e propagação de trincas a partir de furo (s) circular (es) carregado (s) com AE, e assim, permitir a proposição de um método mais adequado de dimensionamento da malha de desmorte. Tal método consistirá de uma expressão analítica, cuja validação será feita por comparação com análises numéricas.

Para melhor confrontar os estudos analíticos com os numéricos, utilizou-se, quando necessário, as mesmas propriedades do material (módulo de elasticidade, coeficiente de *Poisson* e tenacidade à fratura), bem como as dimensões características da malha (espaçamento e afastamento) e o valor teórico da pressão exercida pela AE.

Além das análises numéricas terem sido feitas com o objetivo primeiro de se compará-las com as expressões analíticas, as mesmas também foram utilizadas na proposição de um método alternativo para a estimação de K_{IC} e/ou G_{IC} . Nesse método serão utilizados ábacos, em que, a partir da medida da deformação diametral de um único furo circular carregado com AE e da relação l/A , pode-se determinar aquelas propriedades de fratura das rochas.

7.2. Resultados Numéricos

Dois modelos de malhas e duas condições de contorno foram analisados, o que resulta, portanto, em 4 diferentes situações simuladas. O primeiro modelo de malha é a representação de um furo isolado. Já o segundo, é a representação de uma linha infinita de furos. Ambos estão próximos a uma face livre. A primeira condição de contorno é a aplicação de pressão e a segunda a aplicação de deformação dentro dos furos, ambas para os dois modelos de malha.

Devido à simetria do problema, a malha contendo um furo isolado, tanto para aplicação de pressão como para aplicação de deformação, é representada apenas pela

metade do furo, Fig. 7.1. O comprimento da malha é de 0.60 m e a largura de 2.00 m, correspondendo a um afastamento, A , de 1.00 m. O diâmetro do furo é de 0.036 m. Os deslocamentos foram prescritos nulos em x e livres em y , nos limites direito e esquerdo da malha. O topo e a base são livres para se moverem, ou seja, representam faces livres.

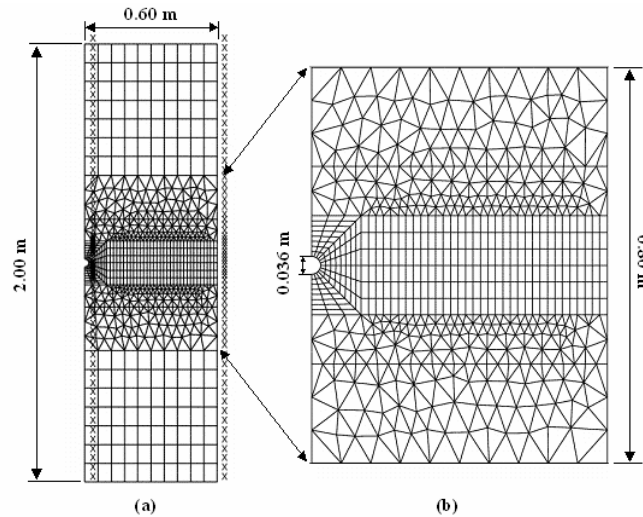


Figura 7.1 – Malha representando um furo isolado próximo a uma face livre.

Também devido à simetria do problema, a malha para uma linha infinita de furos é representada apenas pela metade de dois furos vizinhos, com espaçamento pré-definido, Fig. 7.2. As dimensões, bem como as condições de contorno são as mesmas da malha anterior.

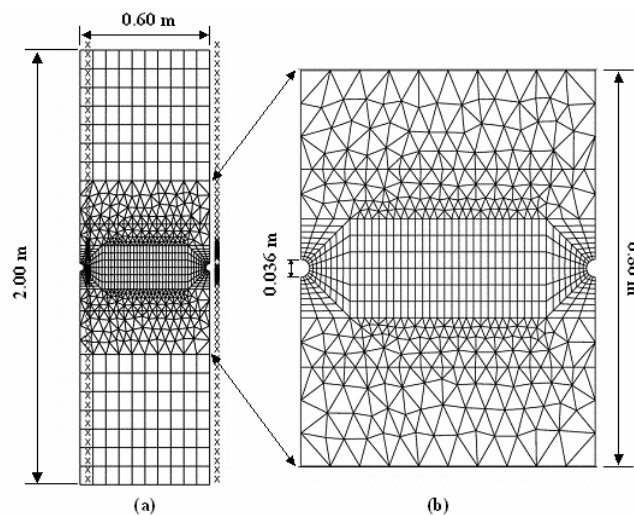


Figura 7.2 – Malha representando uma linha de furos igualmente espaçados, próximos a uma face livre.

Para a condição de aplicação de pressão dentro dos furos, utilizou-se apenas o valor teórico da AE (sugerido pelos fabricantes), sendo feita, portanto, uma única simulação para cada uma das malhas. O valor da pressão bem como as demais propriedades necessárias estão mostradas na Tab. 7.1 abaixo.

Tabela 7.1 - Propriedades utilizadas no FRANC2D.

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
P	70	ν	0.25
K_{IC}	0.672	E	10000

P e E em MPa; K_{IC} em $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Detalhes das malhas mostrando as trincas iniciais e finais resultantes para um furo isolado e para uma linha infinita de furos, ambas com aplicação de pressão, estão representadas na Fig. 7.3. Nessas malhas se pode observar que, em ambas as simulações, as trincas se propagaram em uma linha reta, paralela à face livre, como ocorre na prática.

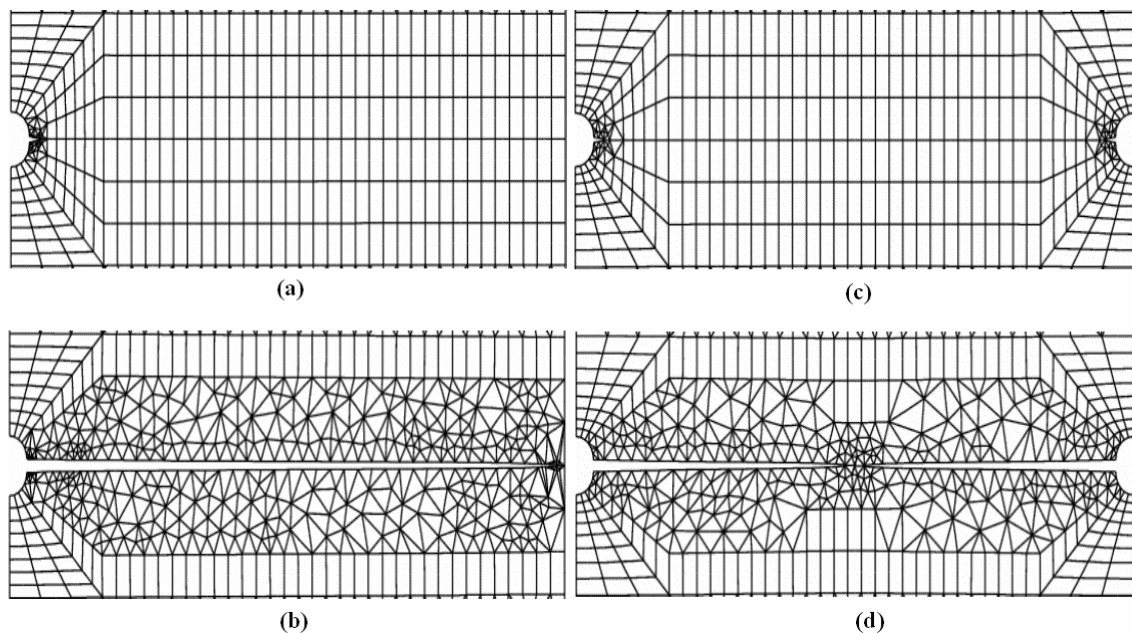


Figura 7.3 – Detalhes das malhas mostrando as trincas iniciais e finais; (a) trinca inicial saindo de um furo isolado; (b) trinca final que partiu de um furo isolado; (c) trincas iniciais saindo de furos, igualmente espaçados, dispostos numa linha infinita; (d) trincas finais que partiram de furos, igualmente espaçados, dispostos numa linha infinita.

Uma comparação entre o comportamento dos FITs durante a propagação das trincas para um furo isolado e para uma linha infinita de furos, ambos os casos, próximos a uma face livre e com aplicação de pressão, estão representados na Fig. 7.4 abaixo.

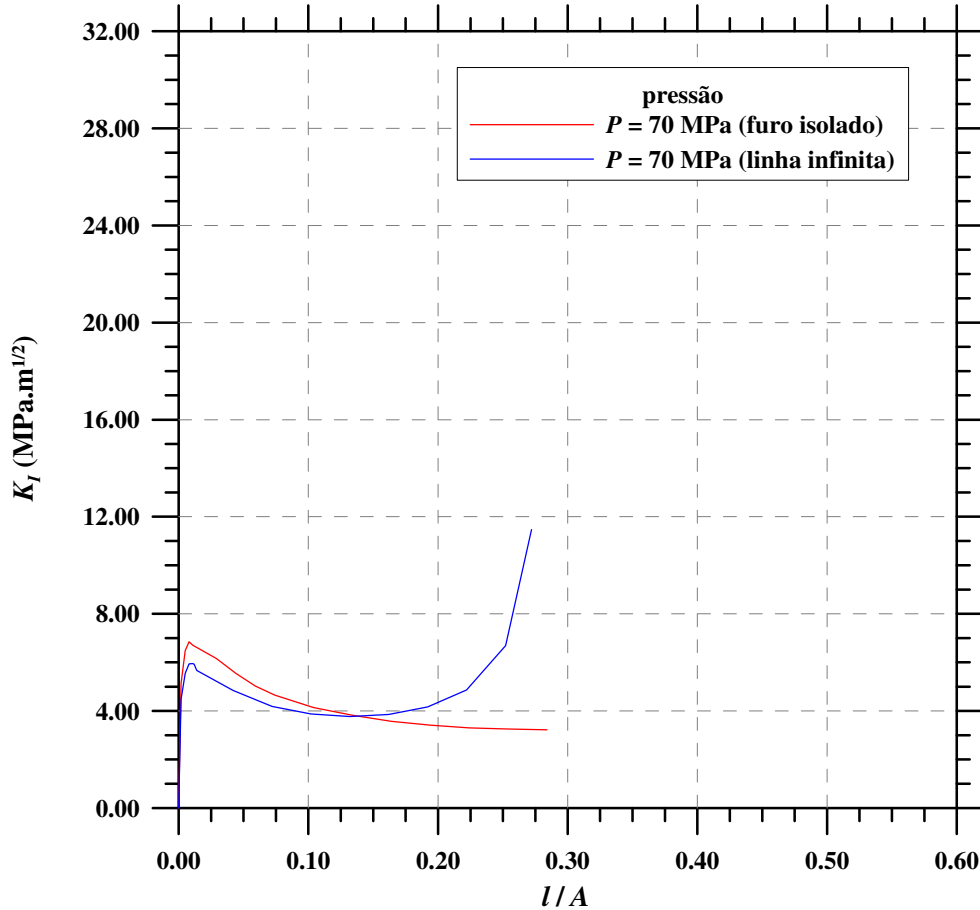


Figura 7.4 – Comparação entre os FITs numéricos de um furo isolado com os de uma linha infinita de furos, ambos os casos, próximos a uma face livre.

Observa-se claramente na Fig. 7.4 que, quando existem infinitos furos (linha azul), o FIT passa por um mínimo e depois começa a crescer, tendendo ao infinito ao se aproximar da metade do espaçamento. Pode-se concluir que isso é devido à aproximação (interação) das trincas que emanam dos furos. Já para o caso de um furo isolado (linha vermelha), como era de se esperar, tal fato não acontece, ou seja, à medida que a trinca cresce o FIT tende a zero.

Essa comparação também pode ser vista, alternativamente, em função das tensões segundo a direção σ_y , tanto para a situação inicial, quando ainda não existe trinca, mas

apenas o furo pressurizado, Fig. 7.5, como para a situação em que a (s) trinca (s) tenha (m) se propagado totalmente, Fig. 7.6. Nessas figuras, as tensões de tração são positivas e as de compressões negativas, sendo as mesmas dadas em MPa.

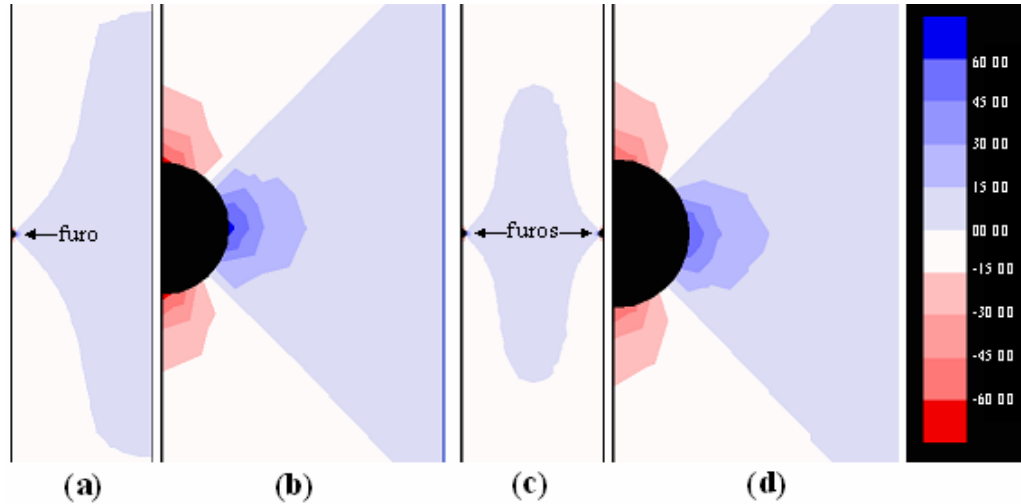


Figura 7.5 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de pressão sem a existência de trinca (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.

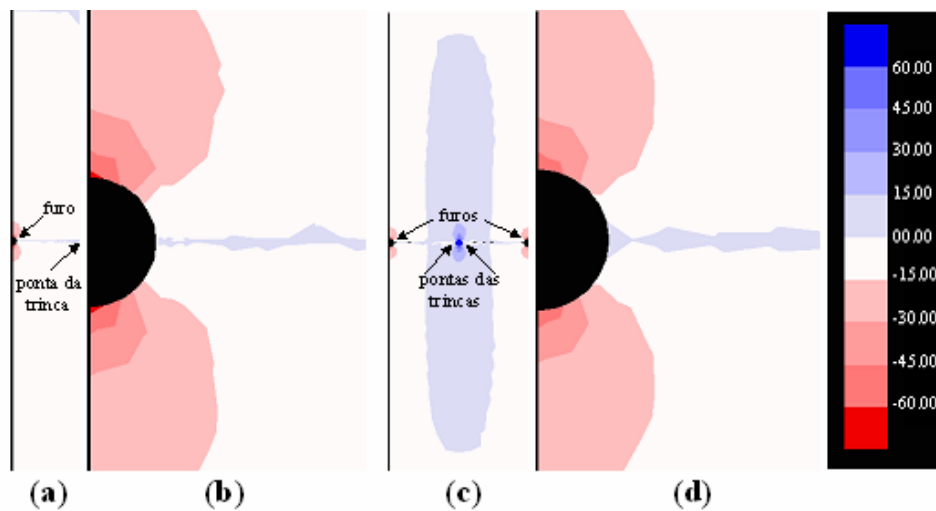


Figura 7.6 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de pressão com a (s) trinca (s) totalmente propagada (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.

Pelas Figs. 7.5(b) e 7.5(d) nota-se que não há grandes diferenças das tensões σ_y em torno dos furos quanto ainda não existem trincas e que as mesmas tendem a zero a grandes distâncias dos seus centros. Isso se deve ao fato de que para uma linha infinita de furos, os mesmos estão muito distante uns dos outros, não tendo influência recíproca. Portanto, antes das trincas se propagarem, tudo se passa como se os furos fossem isolados.

Outro fato importante, notado na Fig. 7.5, refere-se à localização da máxima concentração de tensão de tração (azul), sendo ali o local onde se dá o início de propagação da (s) trinca (s).

Para a trinca totalmente propagada, também não se percebe grandes diferenças em torno dos furos, Figs. 7.6(b) e 7.6(d). Porém, na ponta das trincas sim: nota-se que para uma linha infinita de furos, Fig. 7.6(c), há uma concentração maior das tensões de tração, resultante da interação das mesmas. Isto faz com que o FIT aumente, tendendo ao infinito, como mostrado no gráfico da Fig. 7.4. Já para um furo isolado, as tensões estão sempre diminuindo tendendo a zero, fazendo com que o FIT também diminua.

Para a aplicação da deformação utilizaram-se as mesmas propriedades da Tab 7.1 acima, ocorrendo somente a troca da pressão pela deformação. Diferentemente da condição de aplicação de pressão, onde se utilizou apenas um valor, nesta condição foram aplicadas várias porcentagens de deformação referentes ao diâmetro do furo, que variaram entre 0.50% e 5.00%, de 0.25%. Essa faixa de porcentagens de deformações adotada é uma faixa típica observada, em rochas, para os diâmetros dos furos carregados com argamassa expansiva durante seu processo de expansão.

Como as trincas se propagaram da mesma forma como para a aplicação de pressão, detalhes das malhas mostrando as trincas iniciais e finais são idênticos aos mostrados na Fig. 7.3 acima, tanto para um furo isolado como para uma linha infinita de furos.

O gráfico mostrado na Fig. 7.7 abaixo, compara os FITs para duas diferentes porcentagens de deformações aplicadas nos diâmetros dos furos, para um furo isolado e linha infinita de furos.

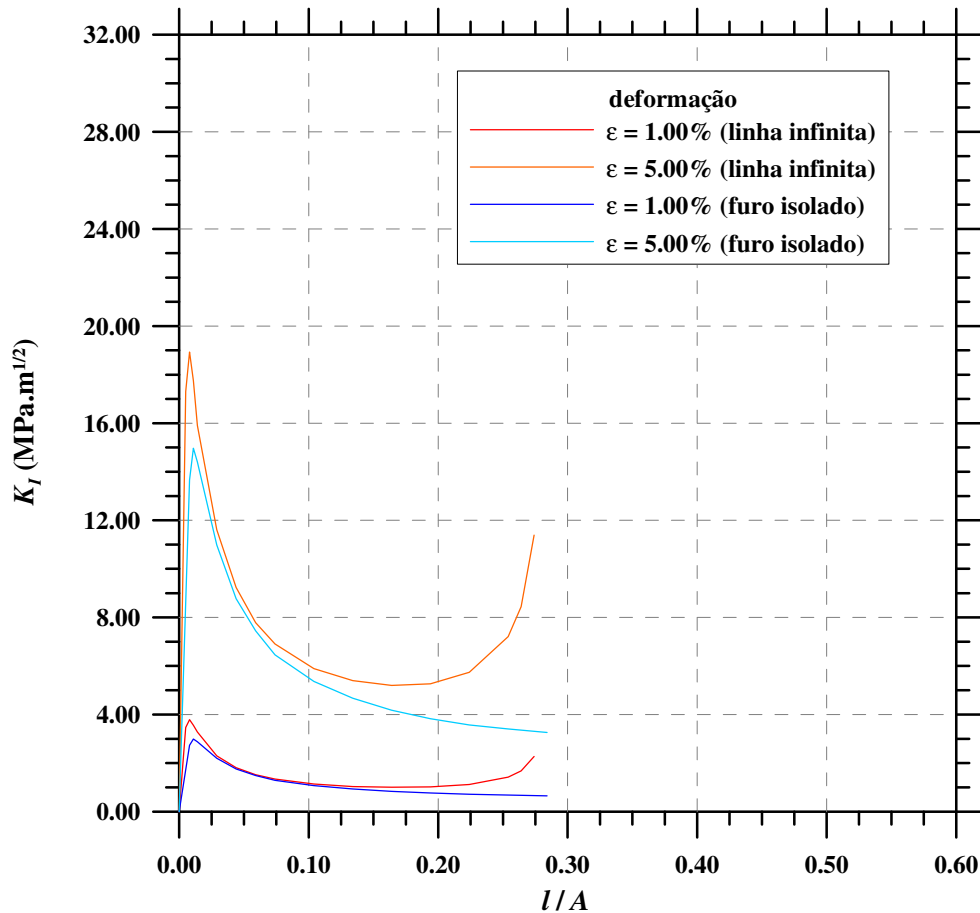


Figura 7.7 – Comparação entre os FITs, para os dois modelos de malha, com duas diferentes porcentagens de deformações (ϵ) aplicadas.

Como acontece na aplicação de pressão, Fig. 7.4, é observado o mesmo comportamento para os dois tipos de malha ao se aplicar deformação, Fig. 7.7. À medida que as trincas crescem, os FITs tendem a zero no caso de um furo isolado e ao infinito para uma linha infinita de furos igualmente espaçados, quando as trincas que deles emanam aproximam-se da metade do espaçamento. Nesse mesmo gráfico, Fig. 7.7, pode-se observar também que este comportamento independente do valor da deformação aplicada.

Uma comparação das distribuições das tensões, como a que se apresentou para a aplicação de pressão, também foi feita para a aplicação de deformação ($\epsilon = 5.00\%$) entre as duas malhas. Na Fig. 7.8 comparam-se os resultados quando ainda não existem trincas: somente deformação aplicada. Na Fig. 7.9 tem-se uma comparação quando as trincas já se propagaram totalmente.

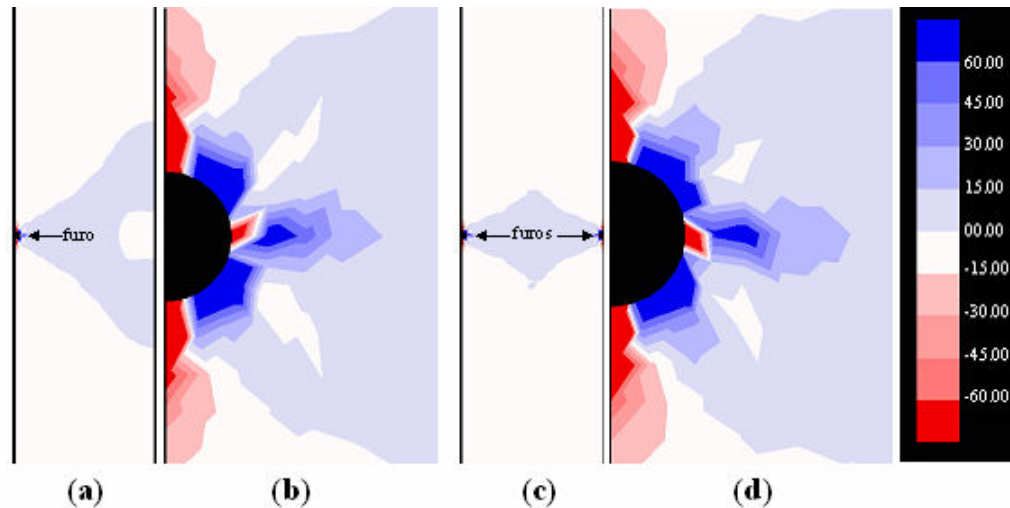


Figura 7.8 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de deformação ($\epsilon = 5.00\%$) sem a existência de trinca (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.

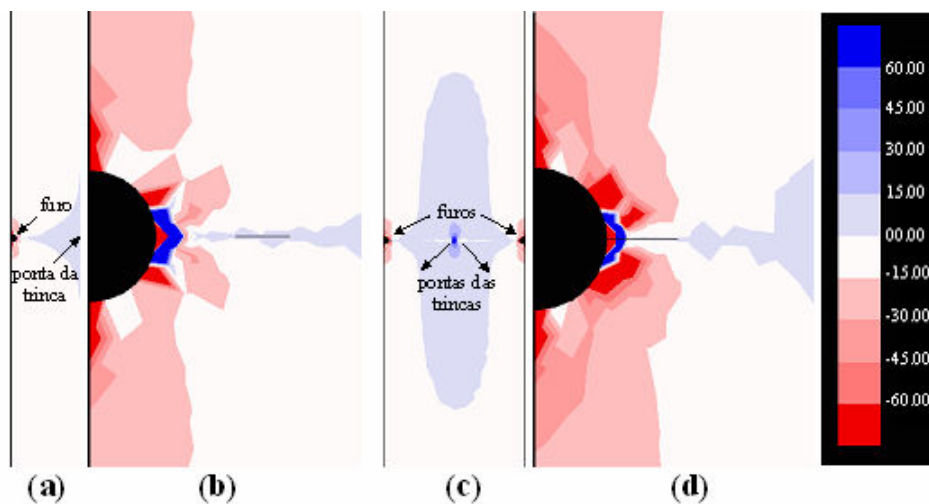


Figura 7.9 – Distribuição de tensões segundo σ_y para a aplicação de deformação ($\epsilon = 5.00\%$) com a (s) trinca (s) totalmente propagada (s); (a) furo isolado; (b) visão ampliada das tensões próximas ao furo isolado; (c) linha infinita de furos; (d) visão ampliada das tensões próximas a um dos furos da linha infinita.

Nas Figs. 7.8 e 7.9 acima, como aconteceu para a aplicação de pressão, também não se notam grandes diferenças nas distribuições de tensões em torno dos furos, devidas à aplicação de deformação, antes das trincas se propagarem. Somente após a propagação total das mesmas, a diferença para um furo isolado e uma linha infinita é percebida em

pontos distantes dos furos. Os motivos seriam os mesmos citados para a aplicação de pressão.

O que se nota na Fig. 7.9(c) é uma concentração alta das tensões de tração na ponta das trincas, fazendo com que o FIT tenda ao infinito, o que também está mostrado no gráfico da Fig. 7.7, ou seja, o mesmo resultado obtido pela aplicação de pressão, como já relatado em parágrafos acima.

A variação dos FITs em função da propagação das trincas, obtidos pela aplicação da pressão e pela aplicação das deformações serão comparados para um furo isolado, Fig. 7.10 , e para uma linha infinita de furos, Fig. 7.11. Serão mostrados somente os FITs daquelas deformações cujos efeitos equivalem aproximadamente àquele do único valor de pressão aplicada.

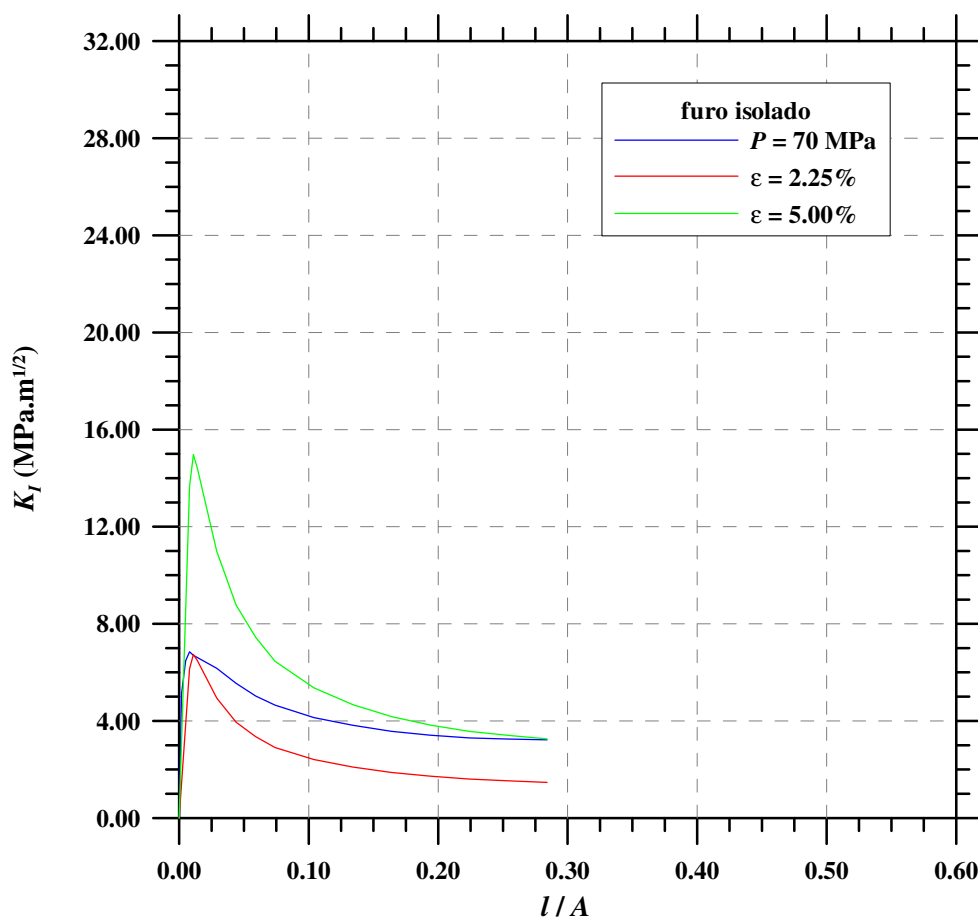


Figura 7.10 – Comparação entre os FITs resultantes das aplicações de pressão e de deformação para a malha que representa um furo isolado.

No gráfico acima, Fig. 7.10, observa-se que, nos estágios iniciais de propagação da trinca, a deformação que resulta em um FIT equivalente ao proporcionado pela pressão teórica da AE ($P = 70$ MPa) seria de 2.25%. Porém, o resultado de maior interesse aqui é o valor final do FIT, pois é o mesmo que indica quando a trinca irá, eventualmente, parar de propagar. Sendo assim, o valor da deformação “equivalente” à pressão da AE seria de 5.00%.

Posto isso, uma comparação entre a distribuição das tensões σ_y das duas condições de contorno ($P = 70$ MPa e $\varepsilon = 5.00\%$) para um furo isolado pode ser feita pelas Figs. 7.5(a) e 7.5(b) com as Figs. 7.8(a) e 7.8(b), quando ainda não existem trincas, e pelas Figs. 7.6(a) e 7.6(b) com as Figs. 7.9(a) e 7.9(b), quando as trincas já se propagaram totalmente.

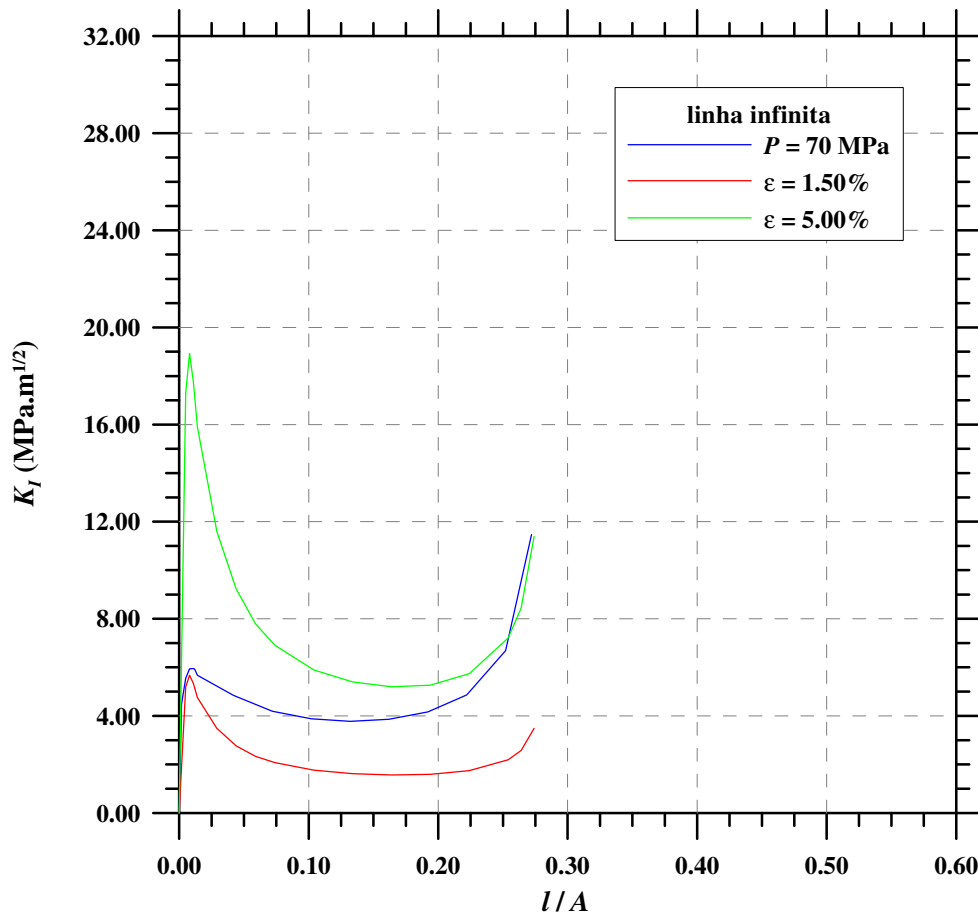


Figura 7.11 – Comparação entre os FITs resultantes da aplicação de pressão e aplicação de deformação para o modelo de malha que representa uma linha de furos.

Os resultados de duas deformações são comparados com o da pressão para uma linha infinita de furos na Fig. 7.11 acima. No início da propagação a deformação que proporciona um FIT equivalente ao da pressão exercida pela AE foi a de 1.50%. Porém, como no caso de um furo isolado, o maior interesse é no valor final do FIT. Sendo assim, a deformação que se equivaleria ao efeito da pressão da AE foi a mesma para um furo isolado, ou seja, 5.00%.

Portanto, é interessante também fazer uma comparação das distribuições de tensões para as duas condições de contorno ($P = 70$ MPa e $\varepsilon = 5.00\%$) para uma linha infinita de furos. Essa comparação pode ser feita pelas Figs. 7.5(c) e 7.5(d) com as Figs. 7.8(c) e 7.8(d), quando ainda não existem trincas e pelas Figs. 7.6(c) e 7.6(d) com as Figs. 7.9(c) e 7.9(d), quando as trincas já se propagaram totalmente.

Para a construção de ábacos que permitam estimar K_{IC} e/ou G_{IC} a partir da deformação diametral e da relação l/A , foram requeridas inúmeras simulações. Isso se deveu à necessidade de representar as várias possibilidades de deformação de um furo isolado.

Estão sendo propostos ábacos para estimação de K_{IC} e/ou G_{IC} , a partir do valor da deformação medida em um furo isolado, por três motivos: primeiro, é muito simples fazer um único furo e medir sua deformação diametral; segundo, esse furo poderia ser feito na própria frente de desmorte, a uma distância igual a do afastamento adotado, podendo, portanto, ser aproveitado na futura linha de desmorte; e, terceiro, a estimação de K_{IC} e/ou G_{IC} poderia ser uma prática rotineira das operações da mina e os valores dos mesmos seriam naturalmente mais representativos da frente de desmorte sendo perfurada.

O mais interessante seria a estimação direta de K_{IC} , pois a expressão matemática de dimensionamento de malha de furação (a ser apresentada na seqüência deste capítulo, no item 7.4) incorpora diretamente o mesmo. Todavia, como mostrado no item 3.1.6, K_{IC} e G_{IC} são relacionados por intermédio do valor do módulo de elasticidade, E , do material em questão.

O ábaco para se estimar K_{IC} , é aplicável apenas para E e ν específicos, quais sejam, aqueles fornecidos como dados de entrada nas análises realizadas com o FRANC2D (Tab. 7.1). Já o valor de G_{IC} será válido para quaisquer E e ν . Estimado G_{IC} , poder-se-á calcular K_{IC} pelas Eqs. (41) e (42). O valor de E necessário no cálculo pode, por sua vez, ser facilmente estimado por correlações como as apresentadas na Tab. 5.3 (Katz et al.,2000; Dinçer et al.,2004). Com relação a ν , pode-se apenas estimá-lo (por exemplo, 0.25). Os dois ábacos são apresentados na seqüência, Figs. 7.12 e 7.13.

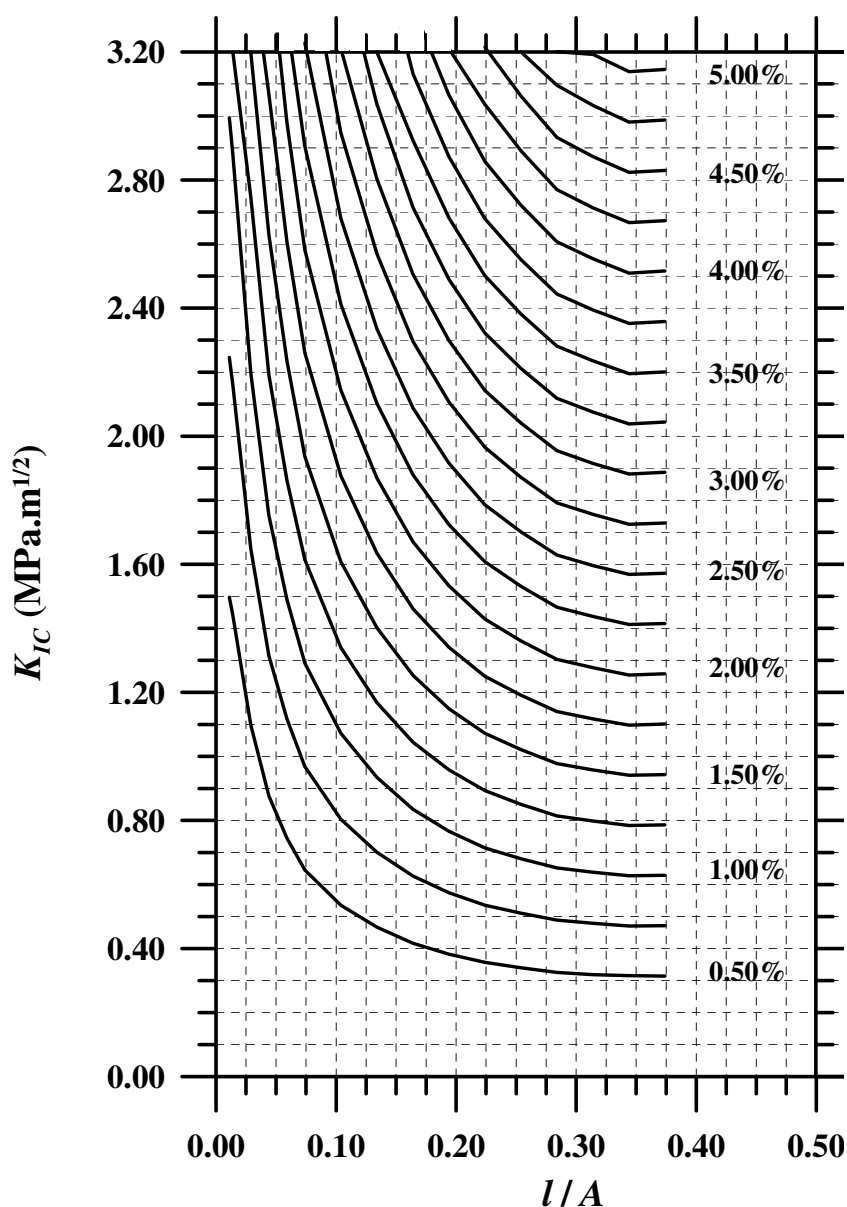


Figura 7.12 – Ábaco para se estimar K_{IC} a partir da deformação e da relação l/A (para $E = 10$ GPa).

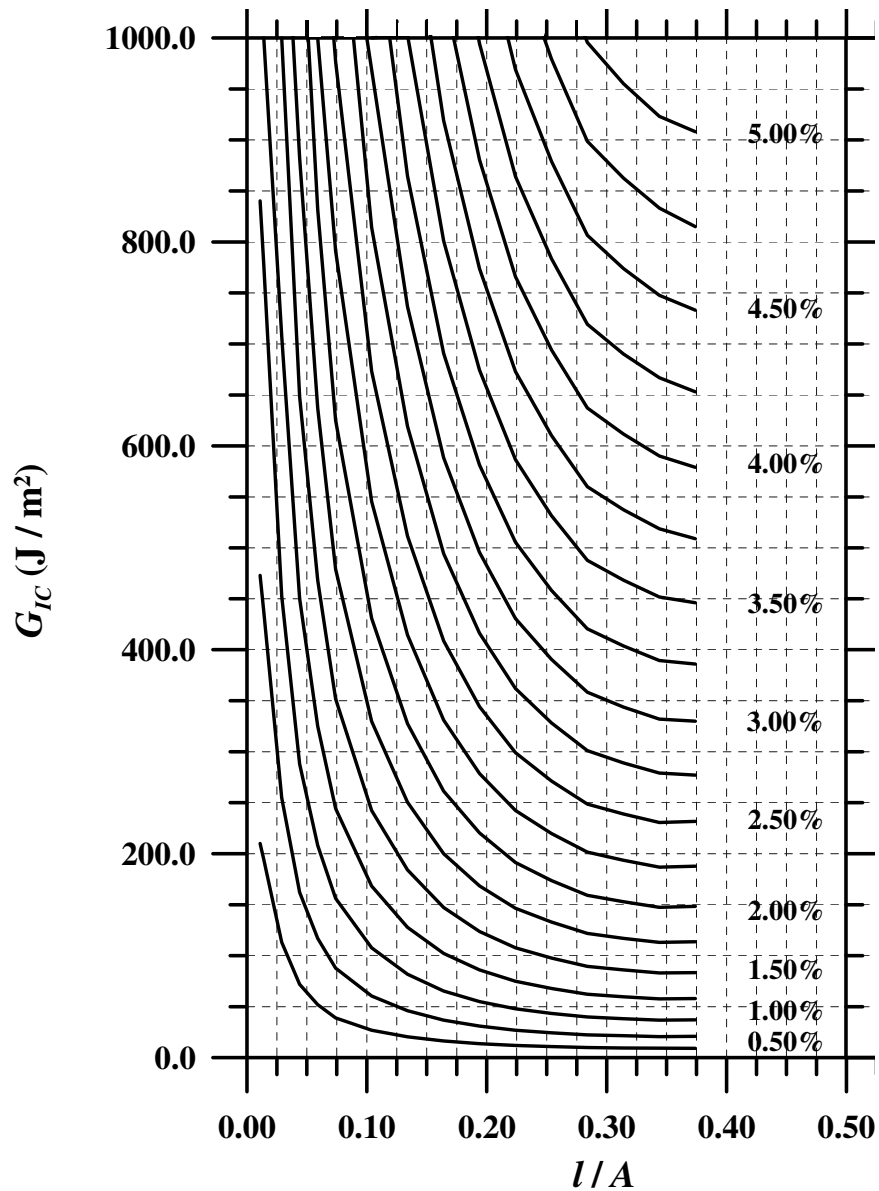


Figura 7.13 – Ábaco para se estimar G_{IC} a partir da deformação e da relação l/A .

7.3. Resultados Analíticos

Para a proposição da solução analítica, testaram-se separadamente os efeitos citados nos Caps. III e IV e superposição dos mesmos. Com isso, objetivou-se identificar quais fatores influenciam mais no desmonte com AE.

Ao se analisar o efeito das tensões *in situ*, descrito pelas Eqs. (52) e/ou (57) e um eventual efeito de flambagem descrito pela Eq. (58), conclui-se que os mesmos teriam pouca influência, pois as tensões *in situ* que se supõem existir na superfície do maciço

rochoso, ou seja, na frente de desmonte, são muito baixas (≈ 0.25 MPa). Sendo assim, tais efeitos serão desconsiderados nas análises seguintes. Os resultados obtidos pelas três equações são mostrados no gráfico apresentado na Fig. 7.14, abaixo.

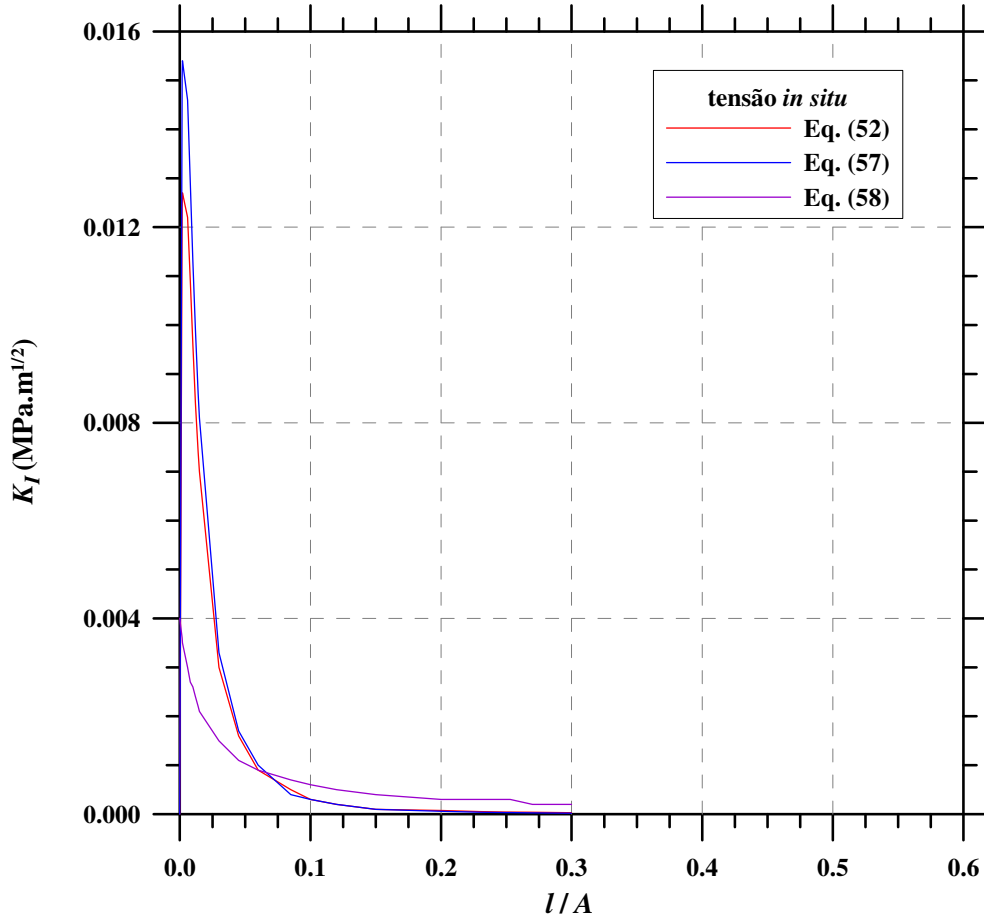


Figura 7.14 – Efeito das tensões *in situ*.

Os efeitos de interação entre trincas dispostas numa linha infinita e de interação entre trincas e face livre, representados pelas Eqs. (71) e (72), foram analisados separadamente, sendo as mesmas desmembradas da seguinte forma:

$${}^1K_I^F = \frac{F}{\sqrt{\pi l}}, \text{ efeito de dipolo (força concentrada);} \quad (92)$$

$${}^2K_I^F = \frac{\left[\frac{3Fl^2}{2A^2\sqrt{\pi}} + \frac{0.86Fl}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1+1.78(l/A)^{\frac{3}{2}}}, \text{ interação com a face livre (força concentrada);} \quad (93)$$

$${}^1K_I^p = p\sqrt{\pi l}, \text{ interação entre trincas (tensão efetiva = carga distribuída);} \quad (94)$$

$${}^2K_I^p = \frac{\left[\frac{3l^2}{4A^2} p\sqrt{\pi l} + 1.15p \frac{l^2}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1 + 1.78(l/A)^{\frac{3}{2}}}, \text{ interação com a face livre (carga distribuída).} \quad (95)$$

Nas equações acima:

$$F = 2Pa, \text{ Eq. (2) e}$$

$$p = \frac{2F\pi l}{6S^2 - \pi^2 l^2}, \text{ Eq. (69).}$$

Posto isso, a primeira solução proposta para representar, de forma aproximada, uma linha infinita próxima a uma face livre, é dada pela soma das Eqs. (71) e (72), da seguinte forma:

$$K_I = K_I^F + K_I^p. \quad (96)$$

$$\text{com: } K_I^F = {}^1K_I^F + {}^2K_I^F \text{ e } K_I^p = {}^1K_I^p + {}^2K_I^p.$$

A análise do comportamento dos quatro termos da Eq. (96), representados individualmente pelas Eqs. (92), (93), (94) e (95), bem como as Eqs. (71), (72) e a própria Eq. (96), pode ser feita no gráfico mostrado na Fig. 7.15.

Observa-se pelo gráfico da Fig. 7.15, que os termos de interação das trincas com a face livre (Eq. (93), Eq. (95)) resultaram em FITs muito baixos. O motivo foi o afastamento (A) adotado, grande se comparado ao tamanho das trincas.

Porém, a soma de todos os termos (linha marrom) mostra que o FIT tende ao infinito ao se aproximar da metade do espaçamento, como foi observado nas análises numéricas.

Uma segunda possibilidade para a solução proposta foi a substituição das Eqs. (92) e (94), que somadas, são uma solução aproximada para a interação entre trincas num meio infinito, pela correspondente solução exata de Koiter (1959, *apud* Sih, 1973), Eq. (64), ficando a equação da seguinte forma:

$$K_I = \frac{\sqrt{2F}}{\sqrt{\pi S \sin(2\pi l/S)}} + {}^2K_I^F + {}^2K_I^P. \quad (97)$$

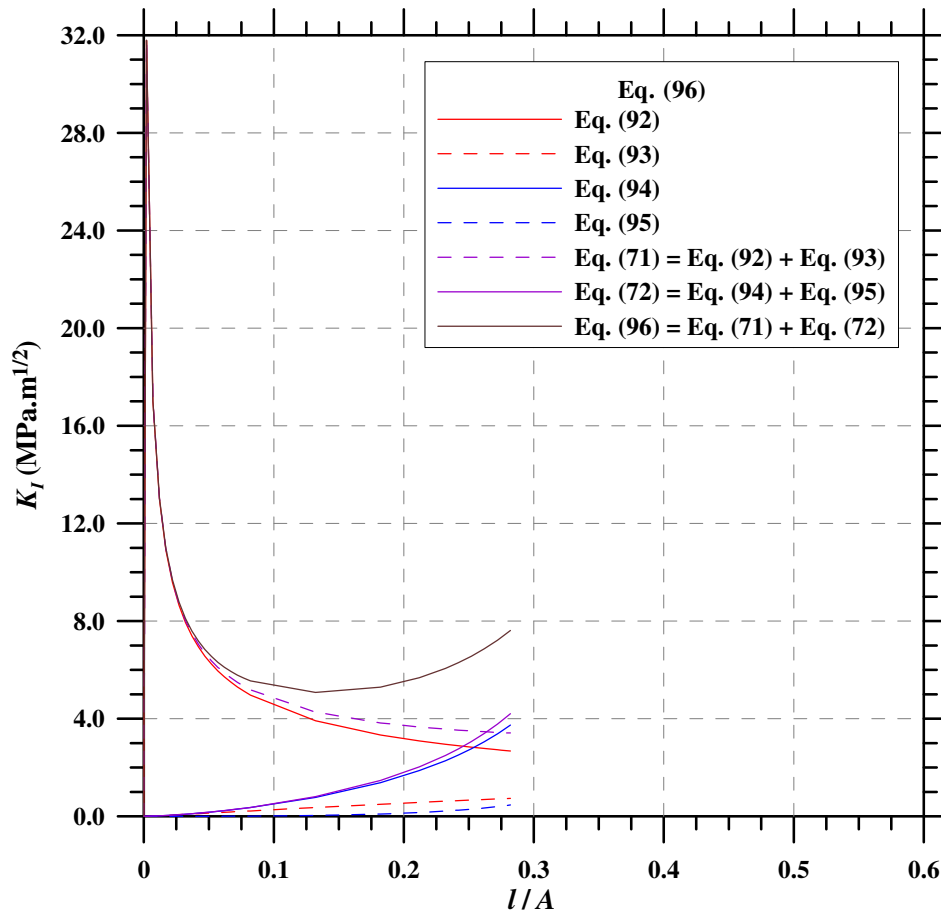


Figura 7.15 – Comportamento dos termos que compõem a Eq. (96).

Uma análise da variação dos três termos da Eq. (97) à medida que as trincas se propagam, pode ser feita na Fig. 7.16.

Como aconteceu para a Eq. (96), o FIT da Eq. (97) também tendeu ao infinito ao se aproximar da metade do afastamento.

Finalmente, a terceira possibilidade para a solução proposta, consiste em se substituir apenas a Eq. (92), que substitui o efeito do furo pressurizado por um dipolo, pela equação do fraturamento hidráulico, Eq. (54), que representa exatamente tal furo, do qual emanam as trincas. Portanto, a Eq. (71) seria reescrita como:

$$K_I^F = P\sqrt{a} \left[1.3 \frac{b-1}{1+b^2} + 7.8 \frac{\text{sen}[(b-1)/2]}{2b^2 - 1.7} \right] + {}^2K_I^F. \quad (98)$$

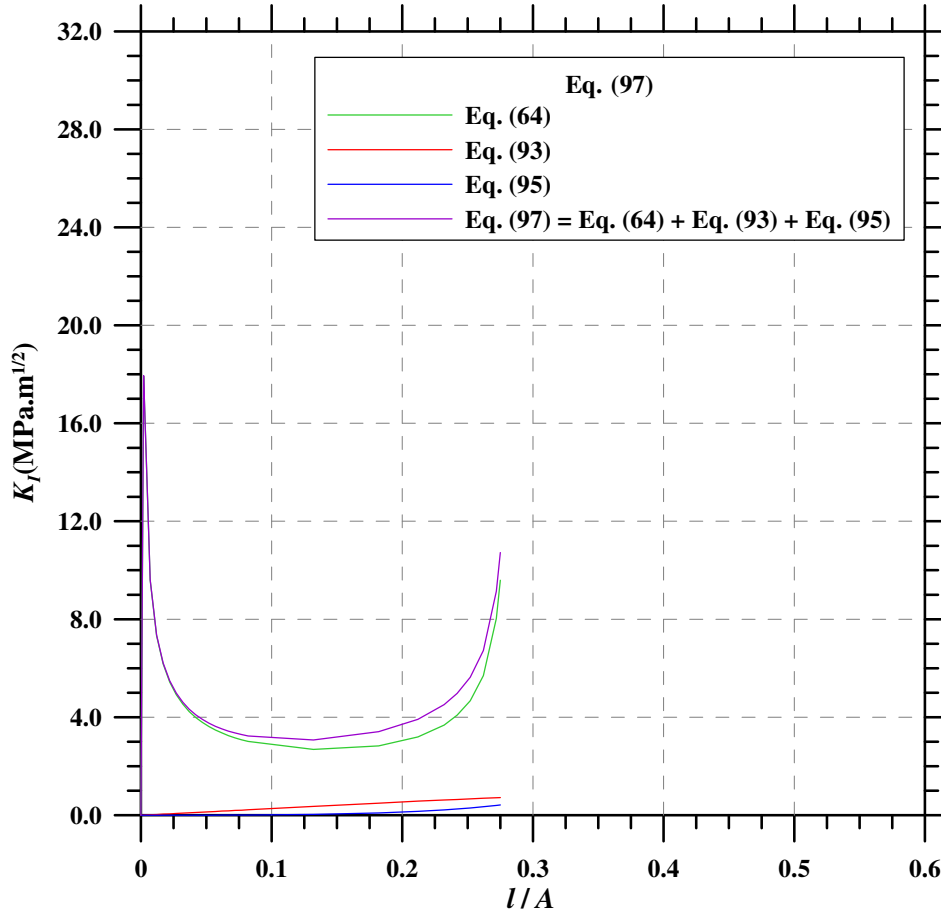


Figura 7.16 – Comportamento dos termos que compõem a Eq. (97).

Assim, a terceira solução proposta ficará sendo a soma da Eq. (98) com a Eq. (72):

$$K_I = P\sqrt{a} \left[1.3 \frac{b-1}{1+b^2} + 7.8 \frac{\text{sen}[(b-1)/2]}{2b^2 - 1.7} \right] + {}^2K_I^F + {}^1K_I^P + {}^2K_I^P. \quad (99)$$

A variação dos FITs da Eq. (99) devido à propagação das trincas, pode ser vista no gráfico mostrado na Fig. 7.17 abaixo.

Novamente, como ocorreu para as Eq. (96) e (97), o FIT da Eq. (99) também tendeu ao infinito ao se aproximar da metade do espaçamento. Além disso, para trincas com

pequena extensão, o FIT comporta-se de maneira semelhante ao que se notou na solução numérica da Fig. 7.4. Isso será discutido adiante.

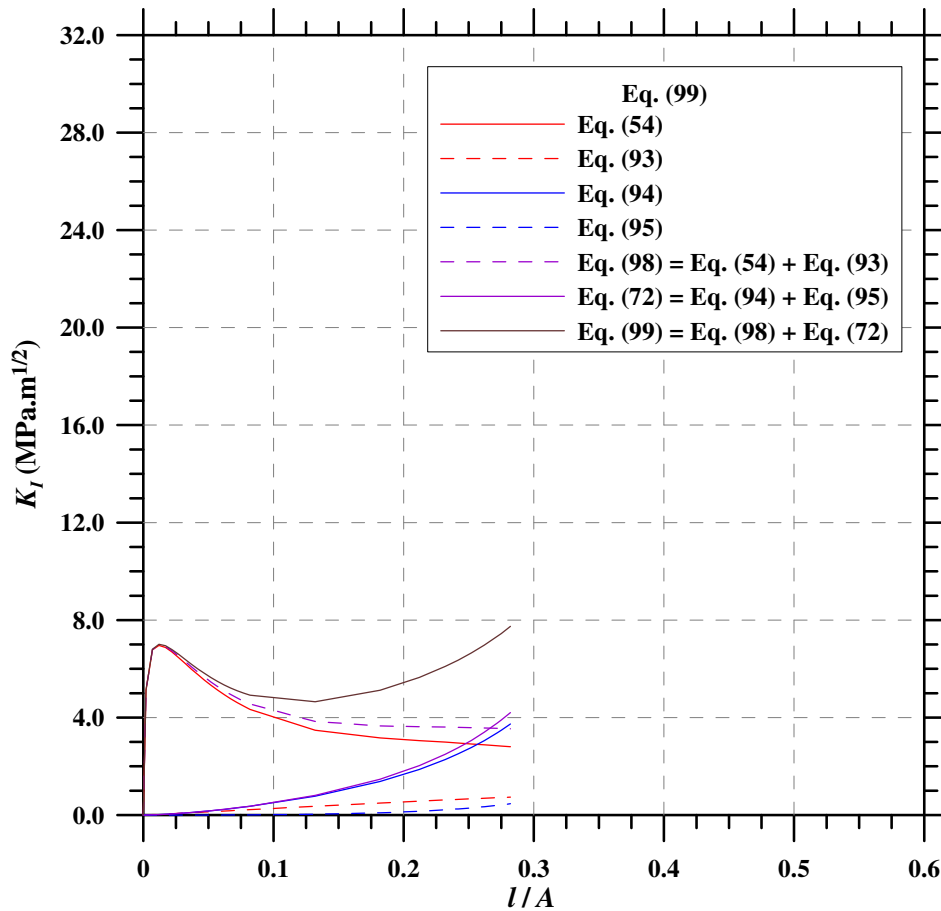


Figura 7.17 – Comportamento dos termos que compõem a Eq. (99).

Após uma análise individual das três equações propostas, uma comparação entre as mesmas é feita no gráfico da Fig. 7.18.

Nota-se pelo gráfico abaixo, Fig. 7.18, que nos estágios iniciais, as Eqs. (96) e (97) se comportam de maneira similar. Já no estágio final, são as Eqs. (96) e (99) que se aproximam uma da outra. Portanto, para se verificar qual a mais adequada para o problema em questão, as mesmas serão comparadas com os resultados numéricos anteriormente apresentados, no subitem 7.4, a seguir.

Antes, porém, uma comparação do FIT de um furo pressurizado com a aproximação de um furo por um ponto com um par de forças concentradas (dipolo) será aqui apresentada, Fig. 7.19. Considerando um meio infinito, as análises foram feitas pela Eq.

(54), para um furo pressurizado, e pela Eq. (92), para um ponto com um par de forças concentradas. Devido à existência de uma face livre, o efeito de interação com a mesma pôde ser considerado acrescentado-se a Eq. (93) a ambas as equações, (54) e (92). Isso corresponde, exatamente, às Eqs. (98) e (71), respectivamente, para um furo pressurizado e para um ponto com um par de forças concentradas.

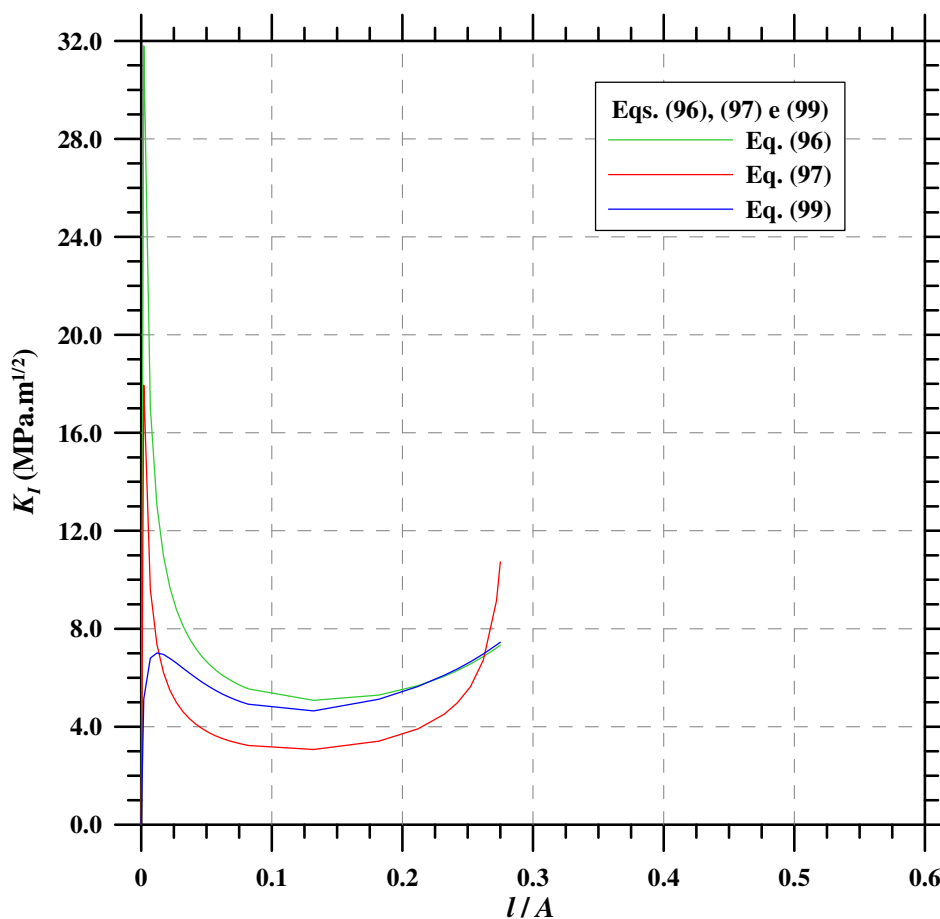


Figura 7.18 – Comparação do comportamento das Eqs. (96), (97) e (99).

Observa-se pelo gráfico abaixo, Fig. 7.19, que no estágio inicial há uma grande diferença entre as curvas, tanto para um meio infinito (linhas rocha e vermelha), como para aquelas com a existência de uma face livre (linhas verde e azul). Porém, à medida que as trincas vão se propagando, as soluções se equivalem nas duas situações. Isso permite constatar que, quando as trincas se tornam grandes comparadas com o diâmetro do furo pressurizado, o efeito da pressão pode ser substituído para efeitos práticos por um par de forças concentradas (dipolo), como já exposto por Ouchterlony (1974) e apresentado no item 3.2.2.

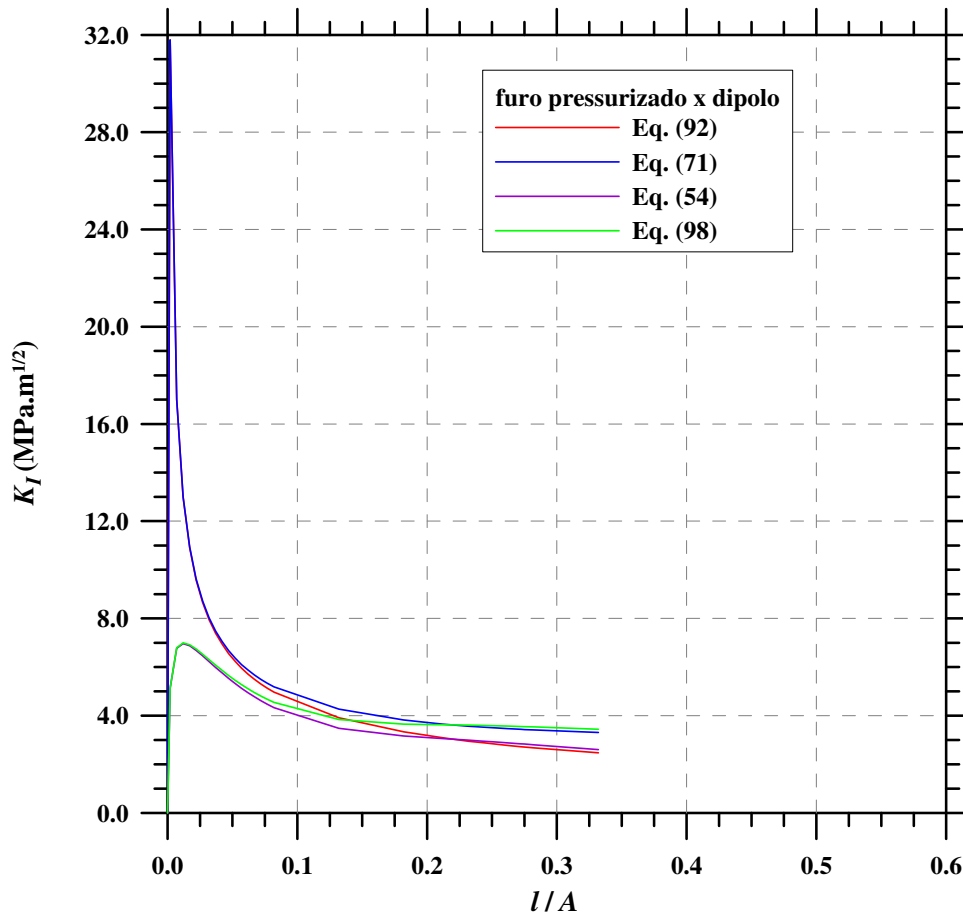


Figura 7.19 – Comparação entre a solução para um furo pressurizado e sua aproximação por um ponto com um par de forças concentradas (dipolo), num meio infinito e próximos a uma face livre.

7.4. Comparação entre Resultados Numéricos e Analíticos

Primeiramente, foram comparados resultados numéricos com analíticos para um único furo. Isto é, o resultado de um furo isolado, apresentado no gráfico da Fig. 7.4, com os resultados apresentados no gráfico da Fig. 7.19, devido à existência da face livre. Assim, estão comparados na Fig. 7.20 abaixo, os resultados analíticos das Eqs. (98) e (71) e numérico da Fig. 7.4.

Da Fig 7.20, abaixo, pode-se concluir que a Eq. (98) foi a que melhor se ajustou à curva numérica no estágio inicial e durante quase toda a propagação da trinca, ocorrendo um pequeno desvio no estágio final.

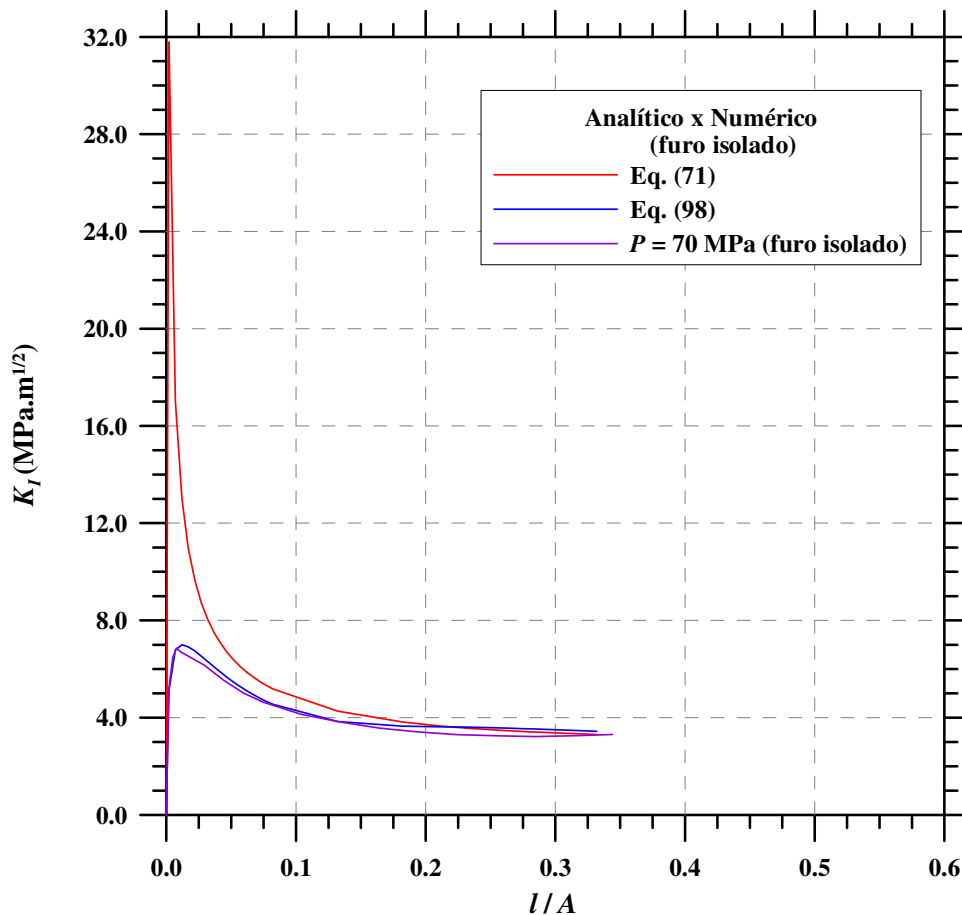


Figura 7.20 – Comparação entre um furo pressurizado, Eq. (98), e a sua aproximação por um ponto com um par de forças concentradas, Eq. (71), próximos a uma face livre, e resultados numéricos de um furo isolado (linha roxa), para a aplicação de pressão.

Outra conclusão importante refere-se à adição do termo que representa a face livre. Pelo gráfico mostrado na Fig. 7.19, pode-se observar que se o mesmo não fosse considerado, as curvas ficariam, no estágio final, situadas mais abaixo (implicando um K_I resultante inferior), o que ocasionaria uma divergência com relação ao resultado numérico apresentado no gráfico da Fig. 7.20. Sendo assim, a existência de uma face livre deve ser considerada.

Apesar de nenhuma das equações considerarem a aplicação de deformação dentro dos furos, uma comparação das equações para um único furo com os resultados numéricos para aplicação de deformação também foi feita, como mostra a Fig. 7.21.

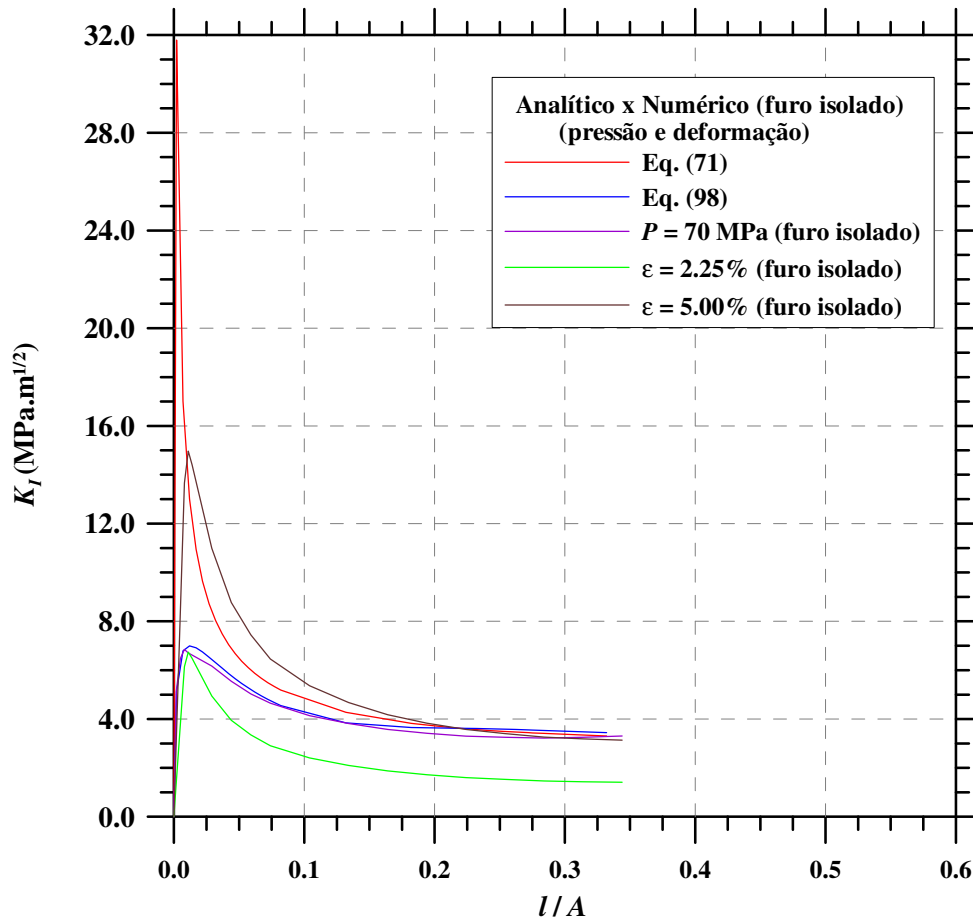


Figura 7.21 – Comparação entre um furo pressurizado, Eq. (98), e a sua aproximação por um ponto com um par de forças concentradas, Eq. (71), próximos a uma face livre, com resultados numéricos de um furo isolado, para a aplicação de pressão (linha roxa) e de deformação (linhas verde – 2.25% – e marrom – 5.00%).

Os resultados do gráfico acima, Fig. 7.21, mostram que analisar o problema, também por meio de aplicação de deformação, é pertinente e pode ser feito, como uma alternativa, chegando-se a resultados semelhantes.

Compara-se, a seguir, Fig. 7.22, os resultados numéricos com analíticos para uma linha infinita de furos, isto é, o resultado apresentado para uma linha infinita, mostrado na Fig. 7.4, com aqueles das Eqs. (96), (97) e (99), mostrados na Fig. 7.18.

Em comparação com a solução numérica, verifica-se pela Fig. 7.22, que dentre as equações listadas, a Eq. (97) representa melhor o comportamento para grandes valores de l ($\approx S/2$) e a Eq. (99) reproduz melhor a situação para l pequeno. A Eq. (97) é um

limite inferior e a Eq. (99) um limite superior para a solução numérica na faixa de valores interessantes (intermediários) de l . Assim, na tentativa de se obter uma transição ponderada entre as duas equações, foram propostos 3 esquemas de interpolação, a saber: uma simples média aritmética e duas interpolações lineares (gradativas), sendo dadas por:

$$K_I = \frac{K_I^{\text{Eq. (97)}} + K_I^{\text{Eq. (99)}}}{2}; \quad (100)$$

$$K_I = \frac{K_I^{\text{Eq. (97)}}(l/S) + [1 - 2(l/S)]K_I^{\text{Eq. (99)}}}{[1 - (l/S)]}; \quad (101)$$

$$K_I = 2(K_I^{\text{Eq. (97)}} - K_I^{\text{Eq. (99)}})(l/S) + K_I^{\text{Eq. (99)}}. \quad (102)$$

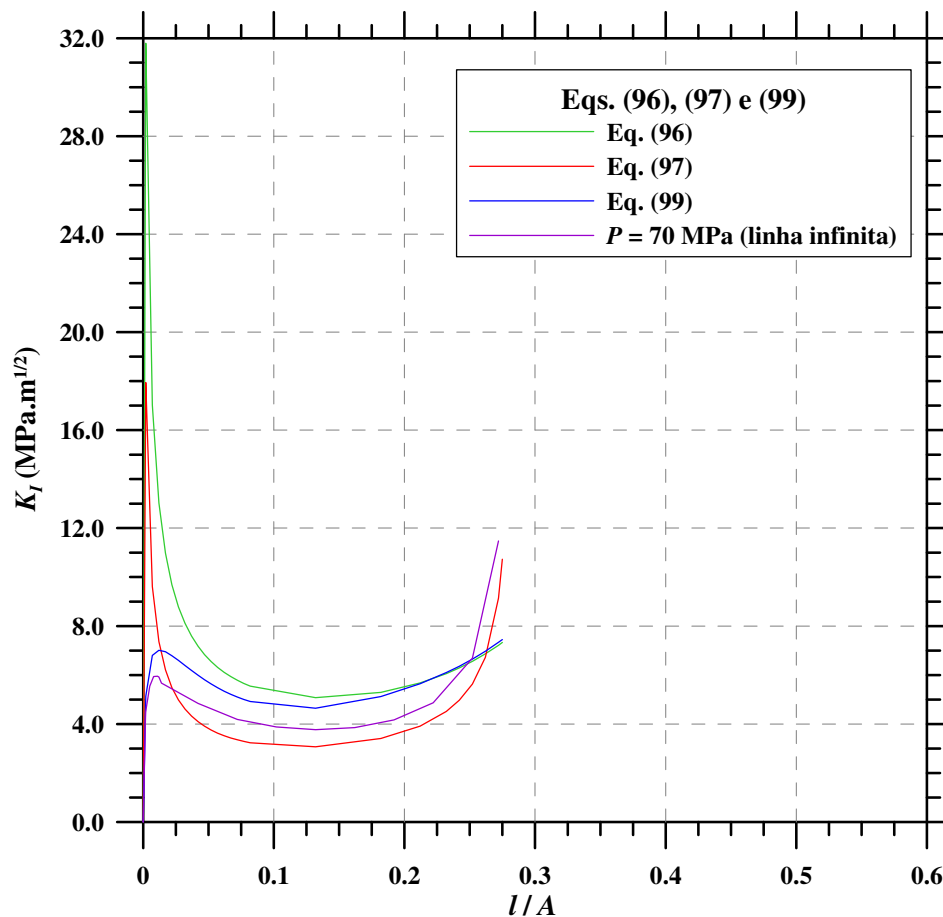


Figura 7.22 – Comparação entre os resultados numéricos para um furo pressurizado, representando uma linha infinita (linha roxa), com as Eqs. (96), (97) e (99).

Com o esquema de interpolação dado pela Eq. (101), tem-se $K_I = K_I^{\text{Eq. (99)}}$, para $l/S = 0$ e $K_I = K_I^{\text{Eq. (97)}}$, para $l/S = 0.5$.

Já com o esquema de interpolação (polinomial lagrangeano linear) dado pela Eq. (102), obtém-se a média dos K_I no ponto $l/S = 0.25$, além é claro, de se ter também $K_I = K_I^{\text{Eq. (99)}}$, para $l/S = 0$ e $K_I = K_I^{\text{Eq. (97)}}$, para $l/S = 0.5$.

A comparação dos 3 esquemas de interpolação sugeridos com o resultado numérico, está mostrada no gráfico da Fig. 7.23 abaixo.

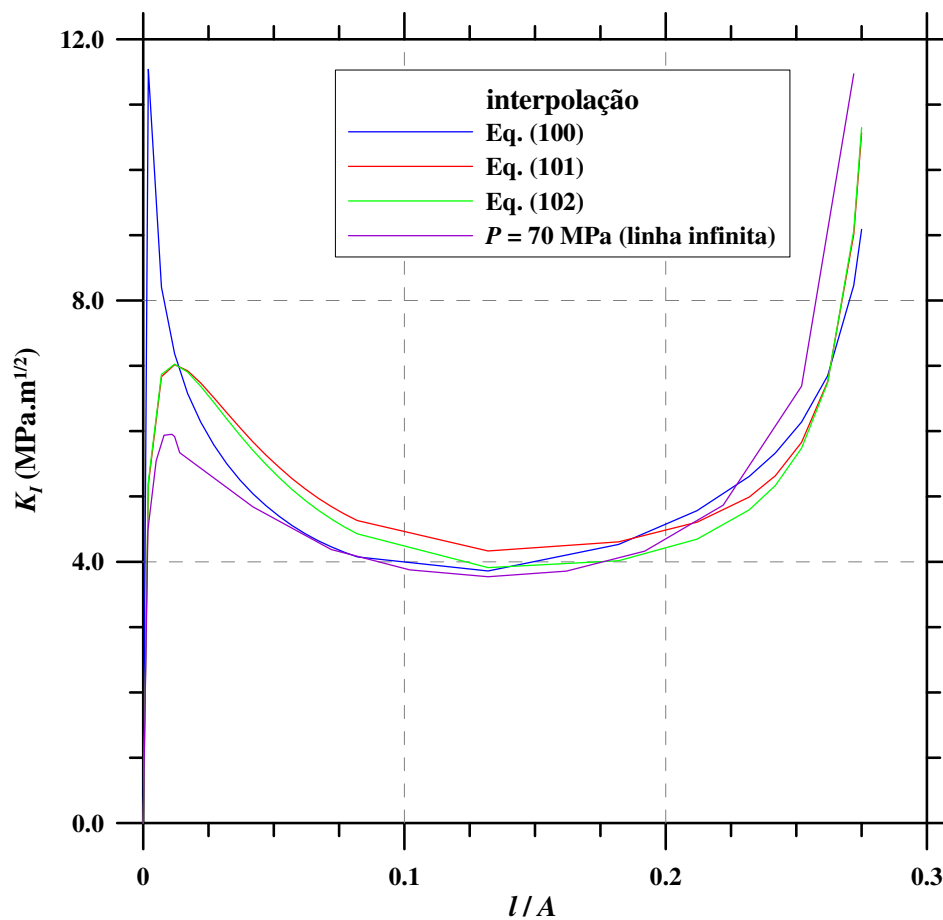


Figura 7.23 – Comparação dos resultados numéricos com as interpolações dadas pelas Eqs. (100), (101) e (102).

As interpolações das Eqs. (101) e (102) representam melhor os casos extremos de $(l/S) \rightarrow 0$ e $(l/S) \rightarrow 0.5$, enquanto que a simples média fornece um melhor ajuste para valores intermediários, que são os de maior interesse. Assim, em função dessa

constatação, optou-se pela utilização da média aritmética simples como esquema de interpolação das soluções, finalmente se chegando a:

$$K_I = \frac{[\text{Eq. (54)} + \text{Eq. (93)} + \text{Eq. (94)} + \text{Eq. (95)}] + [\text{Eq. (64)} + \text{Eq. (93)} + \text{Eq. (95)}]}{2}. \quad (103)$$

Rearranjando tem-se:

$$K_I = \frac{[\text{Eq. (54)} + \text{Eq. (64)} + \text{Eq. (94)}]}{2} + \text{Eq. (93)} + \text{Eq. (95)} \quad (104)$$

Sendo assim, a equação final fica sendo dada como:

$$K_I = \frac{P\sqrt{a} \left[1.3 \frac{b-1}{1+b^{\frac{3}{2}}} + 7.8 \frac{\text{sen}[(b-1)/2]}{2b^{\frac{5}{2}} - 1.7} \right] + \frac{\sqrt{2}F}{\sqrt{\pi S \text{sen}(2\pi l/S)}} + p\sqrt{\pi l}}{2} + \frac{\left[\frac{3Fl^{\frac{3}{2}}}{2A^2\sqrt{\pi}} + \frac{0.86Fl}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\left[\frac{3l^2}{4A^2} p\sqrt{\pi l} + 1.15 p \frac{l^2}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (105)$$

No gráfico mostrado na Fig. 7.23, observa-se que há um ponto de mínimo entre 0 e 0.5S (curva azul). Resultado análogo foi encontrado por Jiang (1996), tendo sido apresentado no item 3.2.2. Portanto, para se calcular o espaçamento ótimo (máximo), deve-se, primeiramente, obter o l correspondente ao ponto de mínimo, para o qual a derivada da Eq. (105) com relação a l é nula (Anexo 1). Em seguida, substitui-se o valor de l encontrado na própria Eq. (105), igualando-se $K_I = K_{IC}$. Com isso está se requerendo que no ponto em que K_I é mínimo, o mesmo tenha o menor valor necessário (K_{IC}) para que a trinca comece a propagar. Observe-se ainda que, a partir daí, K_I é crescente e a propagação será auto-sustentada (instável). Assim, pode-se obter na Eq. (105) o máximo valor de S para um dado problema de desmonte.

Percebe-se pela Fig. 7.23 que o mínimo de K_I se dá em algum ponto em torno de $S/4$. Porém uma relação exata entre l e S não pode ser determinada analiticamente a partir da derivada da Eq. (105), mesmo porque, tal relação seria também dependente dos

demais parâmetros do desmonte (P e A) e variaria de caso a caso. Assim, a alternativa é obter tal solução numericamente, por um processo iterativo, da seguinte forma:

- (i) atribui-se um valor arbitrário para S na derivada da Eq. (105) igualada a zero (Anexo 1), obtendo-se um preditor para l mínimo;
- (ii) em seguida, aplica-se tal valor na equação original, Eq. (105), com $K_I = K_{IC}$, obtendo-se um novo valor (revisado) de S ;
- (iii) se esse novo S estiver próximo ao valor do S anterior, ou seja, dentro de um limite de erro pré-estabelecido (por exemplo: 1% de diferença), o mesmo será adotado como S ótimo. Caso contrário, o processo deverá ser repetido, retornando-se à derivada da Eq. (105) (Anexo 1), passo (i), agora se adotando como valor S de entrada o obtido com a Eq. (105) no passo (ii).

Este processo iterativo deverá ser executado até que os sucessivos valores de S encontrados apresentem diferenças inferiores ao limite de erro estabelecido (por exemplo, 1%). O valor final será o S ótimo.

O Anexo 2 apresenta um exemplo ilustrativo do processo, bem como, da influência de algumas variáveis (a , A e P) sobre os resultados fornecidos pela Eq. (105).

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

8.1. Conclusões

De acordo com os objetivos que foram propostos e com aquilo que foi descrito nos capítulos anteriores, pudemos chegar às seguintes conclusões:

- a) A Mecânica de Fratura mostrou ser uma abordagem adequada e pertinentemente aplicável ao problema do desmonte com argamassa expansiva, proporcionando um melhor entendimento do problema, com o qual foi possível se estabelecer um critério racional de projeto das malhas de furação, devendo, pois, ser a mesma mais usada em análises de problemas similares de Mecânica das Rochas aplicada à mineração;
- b) Foi proposta uma fórmula matemática para o cálculo do espaçamento, S , teoricamente consistente, sendo a mesma, passível de incorporação em simples planilhas eletrônicas, o que torna sua utilização bastante factível pela indústria;
- c) A utilização da fórmula proposta mostra que não se pode recomendar dimensões para as malhas independentemente do tipo de material (como atualmente propõem os fabricantes da AE, usando como único “dado” o diâmetro do furo), já que as mesmas são função da tenacidade à fratura do mesmo;
- d) Por outro lado, ao se adotar a pressão teórica indicada pelos fabricantes (≈ 70 MPa) na fórmula proposta, verifica-se que os espaçamentos que se deveriam obter seriam muitíssimo maiores que os praticados. Assim, a pressão é, na realidade, bastante inferior à teoricamente indicada;
- e) Propuseram-se, também, maneiras de se estimar a propriedade do material necessária para a utilização da referida fórmula (K_{IC}), de uma forma simples e direta, através de correlações com índices de aparelhos de baixo custo, como são os casos do *point load* e do esclerômetro de Schmidt e, ainda, com outras

propriedades físicas do material facilmente determináveis, como a densidade. Particularmente a mais atrativa dessas correlações, aquela entre o índice esclerométrico e a tenacidade no modo I, é, tanto quanto é de nosso conhecimento, inédita na literatura e forneceu um coeficiente de correlação de 0.95;

- f) Alternativamente às correlações, foram propostos, também, ábacos para se estimar K_{IC} ou G_{IC} , a partir da deformação diametral dos furos e da extensão de propagação das trincas. A grande vantagem dessa proposta seria a obtenção de parâmetros em escala real de campo, sem a necessidade de operações adicionais às do próprio desmonte;
- g) O uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), através do FRANC2D, demonstrou ser uma ferramenta flexível e robusta para a análise da propagação de trincas em rochas em situações nas quais não se dispõe de soluções analíticas. Nesta dissertação, o MEF foi utilizado na confrontação com as soluções analíticas aproximadas, o que permitiu torná-las mais fidedignas e consistentes.

8.2. Sugestões

Durante a elaboração deste trabalho e o envolvimento com suas diferentes etapas, novos conhecimentos resultaram ou foram assimilados. Paralelamente, dúvidas e incertezas também apareceram, cujos esclarecimentos resultariam num melhoramento dos resultados desse trabalho. Algumas possibilidades são sugeridas na seqüência:

- a) Validação da expressão proposta para o cálculo do espaçamento, com experimentos de campo e/ou ensaios sobre modelos de laboratório em escala reduzida;
- b) Obtenção de um maior número de pontos experimentais para as correlações entre tenacidade e propriedades índices das rochas. Preferencialmente, essas correlações devem ser propostas para um tipo litológico específico, o que aumentaria sua confiabilidade;

- c) Confrontação dos ábacos com resultados experimentais, na busca de se estabelecer um procedimento de campo de estimação da tenacidade;
- d) Obtenção de expressões matemáticas para o cálculo dos FITs resultantes de uma deformação aplicada no interior de “defeitos” (trincas e/ou furos). Essa é uma linha corrente de estudos no DEMIN/EM/UFOP, através da utilização do método das inclusões de Eshelby (Mura, 1992), que facilitaria a implementação prática das soluções obtidas, já que uma das grandes dúvidas existentes reside justamente no valor da pressão aplicada pela argamassa;
- e) Determinar a pressão real exercida pela argamassa expansiva. Uma possibilidade seria a adaptação dos ensaios utilizados para se determinar a pressão de expansão de rochas expansivas (*swelling rocks*), já empregados atualmente em Mecânica das Rochas (ISRM, 1999);
- f) Testar outros esquemas de interpolação para a solução proposta, além dos que foram utilizados no Cap. VII (tipo *spline*);

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aggitalis, G.; Alivizatos, A.; Stomaulis, D. & Stournaras, G., (1996). *Correlating uniaxial compressive strength with Schmidt Hammer rebound number, point load index, Young's modulus, and mineralogy of gabbros and basalts*. Bull Eng. Geol., v. 54, p. 3-11.
- Alber, M. & Brardt, A., (2003). *Factors influencing fracture toughness K_{IC} from simple tests*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 40, p. 779-784.
- Amaral, P. M.; Rosa, G. L. & Fernandes, J. C., (1999a). *Determination of Schmidt rebound hardness consistency in granite*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 36, p. 833-837.
- Amaral, P. M.; Rosa, G. L. & Fernandes, J. C., (1999b). *Fracture toughness of different types of granite*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 36, p. 839-842.
- Ashby, M. F. & Hallam, S. D., (1986). *The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states*. Acta Metall, v. 34, p. 497-510.
- Atkinson, B. K. (ed.), (1989). *Fracture mechanics of rock*. Academic Press, San Diego, CA, 534 pp.
- Aufmuth, E. R., (1973). *A systematic determination of engineering criteria for rocks*. Bull Assoc. Eng. Geol., v. 11, p. 235-245.
- Basu, A. & Aydin, A., (2004). *A method for normalization of Schmidt hammer rebound values*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 41, p. 1211-1214.
- Bathe, K-J., (1982). *Finite element procedures in engineering analysis*. Prentice-Hall, New Jersey, 735 pp.
- Bearman, R. A., (1991). *The application of rock Mechanics parameters to the prediction of crusher performance*. Ph.D. Thesis, Camborne School of Mines.
- Bearman, R. A., (1999). *The use of the point load test for the rapid estimation of mode I fracture toughness*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 36, p. 257-263.

- Barton, C. C., (1983). *Variables in fracture energy and toughness of rock*. In: Proc. 24th US Symp. on Rock Mechanics, The Univ. of California, Berkeley, California, R. E. Goodman & F. E. Heuze (Eds.), p. 449-462.
- Beverly, B. E.; Schoenwolf, D. A. & Brierly, G. S., (1979). *Correlations of rocks index values with engineering properties and the classification of intact rocks*. [sl].
- Bieniawski, Z. T., (1967a). *Mechanics of brittle fracture of rock*. Parts I, II and III, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 4, p. 395-430.
- Bieniawski, Z. T., (1967b). *Stability concepts of brittle fracture propagation in rock*. Int. J. Eng. Geol., v. 2, p. 149-152.
- Bieniawski, Z. T., (1975). *The point-load test in geotechnical practice*. Engineering Geology, v. 9, p. 1-11.
- Broch, E. & Franklin, J. A., (1972). *Point load strength test*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 9, p. 669-697.
- Brook, N., (1982). *Small scale brittle model studies of mine roadway deformation*. Symp. on Strata Mech., Univ. of Newcastle Upon Tyne.
- Brook, N., (1985). *The equivalent core diameter method of size and shape correction in point load testing*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 22, p. 61-70.
- Brown, G. J. & Reddish, D. J., (1997). *Experimental relations between rock fracture toughness and density*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 34, p. 153-155.
- Caimex, (2004). Site - www.caimex.com.br. Acessado em 5 de abril de 2004.
- Cargill, J.S. & Shakoor, A., (1990). *Evaluation of empirical methods for measuring the uniaxial compressive strength*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 27, p. 495-503.
- Chau, K. T. & Wong, R. H. C., (1996). *Uniaxial compressive strength and point load strength*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 33, p. 183-188.

- Clements, D. L. & Widana, N., (2003). *An approximate formula for the stress intensity factor for the pressurized star crack*. Math. Comp. Model., v. 37, p. 689-694.
- D' Andrea, D.V., Fisher, R.L. & Fogelson, D. E., (1964). *Prediction of compression strength from other rock properties*. Colorado School of Mines Q., v. 59, p. 630-640.
- Deere, D.U. & Miller, R.P., (1966). *Engineering classification and index properties for intact rocks*. Tech. Rep. Air Force Weapons Lab., New Mexico, n AFNL-TR, p. 65-116.
- Dinçer, I.; Acar, A.; Çobanoğlu, I. & Uras, Y., (2004). *Correlation between Schmidt hardness, uniaxial compressive strength and Young's modulus for andesites, basalts and tuffs*. Bull Eng. Geol. Env., v. 63, p. 141-148.
- Dyskin, A. V. & Mühlhaus, H-B., (1995). *Equilibrium bifurcations in dipole asymptotic model of periodic crack arrays*. In : Mühlhaus, H-B. (Ed.), Continuum models for materials with micro-structure, Wiley, p. 69-104.
- Dyskin, A. V.; Germanovich, L. N. & Ustinov, K. B., (2000). *Asymptotic analysis of crack interaction with free boundary*. Int. J. Solids and Structure, v. 37, p. 857-886.
- Farlow, S. T., (1993). *Partial differential equations for scientists and engineers*. Dover Publications Inc., New York, 414 pp..
- Figueiredo, R. P. de, (1990). *Aplicação da técnica de Relaxação Dinâmica à solução de problemas geotécnicos*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil (Geotecnia), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 187 pp..
- Figueiredo, R. P. de, (2005). *Comunicação pessoal*.
- Forster, I.R., (1983). *The influence of core sample geometry on the axial point load test*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 20, p. 291-295.

- Freitas, M. S. R., (1991). *Modelos de análise da propagação de trincas em estruturas tridimensionais pelo método dos elementos finitos*. Tese de Mestrado em Eng. Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 98 pp..
- Germanovich, L. N. & Dyskin, A. V., (2000). *Fracture mechanics and instability of openings in compression*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 37, p. 263-284.
- Ghose, A. K. & Chakraborti, S., (1986). *Empirical strength indices of Indian coals – an investigation*. In: Proc. 27th US Symp. on Rock Mechanics, Balkema, Rotterdam, p. 59-61.
- Godefroid. L. B., (1995). *Fundamentos de mecânica de fratura*. 2^a ed, Imprensa Universitária da UFOP, Ouro Preto, MG, 281 pp.
- Gökçeoglu, C., (1996). *Schmidt sertlik çekici kullanılarak tahmin edilen tek eksenli basınç dayanımı verilerinin güvenilirliği üzerine bir değerlendirme*. Jeol Müh., v. 48, p. 78-81.
- Grasso, P., Xu, S. & Mahtab, A., (1992). *Problems and promises of index testing of rocks*. In: Tillerson, Wawersik (ed.). Rock Mechanics. Balkema, Rotterdam, ISBN 9054100451, p. 879-888.
- Greminger, M., (1982). *Experimental studies of the influence of rock anisotropy on size and shape effects in point load testing*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 19, p. 241-246.
- Griffith, A. A., (1921). *The phenomenon of rupture and flow in solids*. Phil. Trans. R. Soc. London, v. A221, p. 163-198.
- Gunsallus, K. L. & Kulhawy, F. H., (1984). *A comparative evolu of rock strength measures*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 24, p. 233-248.
- Haramy, K. Y. & DeMarco, M. J., (1985). *Use of Schmidt Hammer for rock and coal testing*. In: Proc. 26th US Symp. on Rock Mechanics, Rapid City, p. 549-555.

- Hassani, P. F., Scoble, M. J. & Wittaker, B. N., (1980). *Application of point load index test to strength determination of rock and proposals for new size-correction chart*. In: Proc. 21th US Symp. on Rock Mechanics, Rolla, p. 543-564.
- Huang, J-A. & Wang, S., (1985). *An experimental investigation concerning the comprehensive fracture toughness of some brittle rocks*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 22, p. 99-104.
- Hubbert, M. P. & Willis, D. G., (1957). *Mechanics of hydraulic fracturing*. Trans. AIME, v. 210, p. 153-163.
- Hucka, V., (1965). *A rapid method of determining the strength of rocks in situ*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 2, p. 127-134.
- Inglis, C. E., (1913). *Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners*. Trans. Institution Naval Architects, v. 55, p. 219-230.
- Ingraffea, A. R. & Schmidt, R. A., (1978). *Experimental verification of a fracture mechanics model for tensile strength prediction of Indiana Limestone*. In: Proc. 19th US Symp. on Rock Mechanics, p. 247-253.
- Irwin, G. R., (1948). *Fracture dynamics*. Fracture of Metals, American Society of Metals, p. 147-166.
- Irwin, G. R., (1957). *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate*. J. Appl. Mech., v. 24, p. 361-364.
- ISRM, (1972). *Suggested methods for determining the point load index*. Committee on Field Tests, Document No. 1, p. 8-12.
- ISRM, (1978). *Suggested methods for determining the hardness and abrasiveness of rocks*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 15, p. 89-98.
- ISRM, (1985). *Suggested methods for determining point load strength*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 22, p. 53-60.

- ISRM, (1988). *Suggested methods for determining the fracture toughness of rock*. F. Ouchterlony (Working Group Co-Ordinator), Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 25, p. 71-96.
- ISRM, (1999). *International Society for Rock Mechanics Suggested Methods for Laboratory Testing of Swelling Rocks*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., v. 36, p. 291-306.
- Jaeger, J. C. & Cook, N. G. W., (1979). *Fundamentals of rock mechanics*. 3rd ed., Chapman and Hall, London, 593 pp.
- Jiang, J. J., (1996). *Study of pre-split blasting using fracture mechanics*. In: Proc. 5th Int. Symp. on Rock Fragmentation by Blasting, Mohanty (ed.), Balkema, Rotterdam, p. 201-206,.
- Kahraman, S., (1996). *Basiñ direnci tahmininde Schmdit ve nokta yük indeksi kullanmanin güvenirligi*. In: Korkmaz ve S, Akçay M (eds) KTÜ Jeol. Müh. Bölümü 30. Yil Sempozyumu Bildiriler Kitabı, Trabzon, p. 362-369.
- Kahraman, S., (2001a). *A correlation between P-wave velocity, number of joints and Schmidt hammer rebound number*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 38, p. 729-733.
- Kahraman, S., (2001b). *Evaluation of simple methods for assessing the uniaxial compressive strength of rock*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 38, p. 981-994.
- Katz, O.; Reches, Z. & Roegiers, J.-C., (2000). *Evaluation of mechanical rock properties using a Schmidt hammer*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 37, p. 723-728.
- Kayati, (2004). Site - www.kayati.com. Acessado em 5 de abril de 2004.
- Kidybinski, A., (1981). *Bursting liability indices of coal*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 18, p. 295-304.
- Kirsch, (1898) apud. Jaeger & Cook (1979).

- Koiter, (1959) apud. Sih (1973).
- Kutter, H. K. & Fairhurst, C., (1971). *On the fracture process in blasting*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., v. 8, p. 181-202.
- Mubeen, A. & Kim, K., (1985). *Cylindrical specimens for K_{IC} of rocks*. Int. J. Mech. Sci., v. 27, n. 11/12, p. 711-715.
- Mura, T., (1992). *Micromechanics of defects in solids*. 2nd ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 586 pp.
- Newman, J. C., (1969). Master Thesis, Virginia Polytechnic Institute, Virginia.
- O'Rourke, J. E., (1989). *Rock index properties for geo-engineering in underground development*. Min. Eng., p. 106-110.
- Orowan, E., (1948). *Fracture and strength of solids*. Reports on Progress in Physics, v. 12, p. 183-232.
- Ouchterlony, F., (1974). *Fracture mechanics applied to rock blasting*. In: Proceedings 3rd Congress of the ISRM, v. 2B, p. 1377-1383, Denver, Co.
- Paine, A. S. & Please, C.P., (1993). *Asymptotic analysis of a star crack with a central hole*. Int. J. Eng. Sci., v. 31, n. 6, p. 893-898.
- Persson, P-A; Holmberg, R & Lee, J. (1994). *Rock blasting and explosives engineering*. CRC Press, Boca Raton (Fl., USA), 540 pp.
- Pinheiro. J. R., (1999). *O emprego da argamassa expansiva na extração de rochas ornamentais*. Rochas de Qualidade, v. 28, p. 96-108.
- Poole, R. W. & Farmer, I. W., (1980). *Consistency and repeatability of Schmidt Hammer rebound data during field testing*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 17, p. 167-171.
- Read, J.R.L., Thornton, P.N. & Regan, W. M., (1980). *A rational approach to the point load test*. In: Proc. Aust-N.Z. Geomechanics, v. 2, p. 35-39.

- Rocha, E. da, (1994). *Apostila mecânica de fratura e fadiga*. Disponível em: www-gmap.mecanica.ufrgs.br/sumulas/eng03022_download.html. Acessado em 5 de abril de 2004.
- Rummel, F., (1989). *Fracture mechanics approach to hydraulic fracturing stress measurements*. In: Atkinson, B. K. (Ed.), *Fracture mechanics of rock*, London, p. 217-240.
- Sachpazis, C. I., (1990). *Correlating Schmidt Hammer rebound number with compressive strength and Young's modulus of carbonate rocks*. Bull Assoc. Eng. Geol., v. 42, p. 75-83.
- Sammis, C. G. & Ashby, M. F., (1986). *The failure of brittle porous solids under compressive stress states*. Acta Metall, v. 34, p. 511-526.
- Schmidt, R. A., (1975). *Fracture toughness testing of rock*. Closed Loop, MTS System Corp. 5., v. 5, p. 3-12.
- Schmidt, R. A., (1976). *Fracture toughness testing of limestone*. Expl. Mech., v. 16, p. 161-167.
- Schmidt, R. A., (1980). *A microcrack model and its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing*. In: Proc. 21th US Symp. on Rock Mechanics, p. 581-590.
- Shah, S. P.; Swartz, S.E. & Ouyang. C., (1995). *Fracture mechanics of concrete: applications of fracture mechanics to concrete, rock and other quasi-brittle materials*. John Willy & Sons, New York, 552 pp.
- Shorey, P. R.; Barat, D.; Das, M. N.; Mukherjee, K. P. & Singh, B., (1984). *Schmidt Hammer rebound data for estimation of large scale in-situ coal strength*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., v. 21, p. 39-42.
- Sih, G. C., (1973). *Handbook of stress intensity factors*. Inst. of Fracture and Solid Mechanics, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, 800 pp.

- Singh, R. N., Hassani, F. P. & Elki, B. N., (1983). *The application of strength and deformation index testing to do stability assessment of coal measures excavations*. In: Proc. 24th US Symp. on Rock Mechanics, Texas A&M Univ., AEG, p. 543-564.
- Spiegel, M. R., (1973). *Manual de tabelas e fórmulas matemáticas*. McGraw-Hill, São Paulo, 270 pp.
- Timoshenko, S. & Goodier, J. N., (1980). *Teoria da elasticidade*. 3^a ed, Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, RJ, 545 p.
- Wawrzynek, P. & Ingraffea, A., (1993). *FRANC2D User's Guide (vesion 3.1)*. Disponível em: www.cfg.cornell.edu. Acessado em 10 de outubro de 2003.
- Westergaard, H. M., (1939). *Bearing Pressures and Cracks*. J. Appl. Mech., v. 6, p. A49-53.
- Whittaker, B. N.; Singh, R. N. and Sun, G., (1992). *Rock fracture mechanics – principles, design and applications*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, Netherlands, 570 pp.
- Wu, S. X., (1984). *Compliance and stress intensity factor of chevron-notched three-point bend specimen*. Chevron-Notched Specimens: Testing and Stress Analysis, ASTM STP 855, J. H. Underwood, S. W. Freiman & G. I. Baratta (Eds.), American Society Testing and Materials, Philadelphia, p. 176-192.
- Xu, S.; Grasso, P. & Mahtab, A., (1990). *Use of Schmidt Hammer for estimating mechanical properties of weak rock*. In: 6th Int IAEG Congress. Balkema, Rotterdam, p. 511-519.
- Yilmaz, I. & Sendir, H., (2002). *Correlation of Schmidt Hammers rebound number with unconfined compressive strength and Young's modulus in gypsum from Sivas (Turkey)*. Eng. Geol., v. 66, p. 211-219.
- Zhang, Z. X., (2002). *An empirical relation between mode I fracture toughness and tensile strength of rock*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci, v. 39, p. 401-406.

Zhang, Z. X.; Kou, S. Q.; Lindqvist, P. A. & Yu, Y., (1998). *The relationship between fracture toughness and tensile strength of rock*. In: Strength theories: applications, development & prospects for 21st century. Beijing/New York: Science Press, p. 215-219.

ANEXO 1

Derivada da Eq. (105).

$$\begin{aligned}
 K_I = & \frac{P\sqrt{a} \left[1.3 \frac{b-1}{1+b^2} + 7.8 \frac{\text{sen}[(b-1)/2]}{2b^2-1.7} \right] + \frac{\sqrt{2F}}{\sqrt{\pi S \text{sen}(2\pi l/S)}} + p\sqrt{\pi d}}{2} + \\
 & \frac{\left[\frac{3Fl^{\frac{3}{2}}}{2A^2\sqrt{\pi}} + \frac{0.86Fl}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1+1.78\left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\left[\frac{3l^2}{4A^2} p\sqrt{\pi d} + 1.15p\frac{l^2}{A^{\frac{3}{2}}} \right]}{1+1.78\left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (105)
 \end{aligned}$$

Primeiramente, substitui-se na Eq. (105) as Eqs. (68), (2) e $b = 1 + (l/a)$, resultando na seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 K_I(l) = & \frac{P\sqrt{a} \left[1.3 \frac{\left(\frac{l}{a}\right)}{1+\left(1+\frac{l}{a}\right)^{\frac{3}{2}}} + 7.8 \frac{\text{sen}\left(\frac{l}{2a}\right)}{2\left(1+\frac{l}{a}\right)^{\frac{5}{2}}-1.7} \right] + \frac{2\sqrt{2}Pa}{\sqrt{\pi S \text{sen}\left(\frac{2l\pi}{S}\right)}} + \frac{\left[\frac{4Pa\pi d}{6S^2 - \pi^2 l^2} \right] \sqrt{\pi d}}{2}}{2} + \\
 & + \frac{\left[\frac{3Pa\left(\frac{l}{A}\right)^2}{\sqrt{l\pi}} + \frac{1.72Pa\left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{l}} \right]}{1+1.78\left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\left[\frac{3}{4}\left(\frac{l}{A}\right)^2 \left[\frac{4Pa\pi d}{6S^2 - \pi^2 l^2} \right] \sqrt{\pi d} + 1.15 \left[\frac{4Pa\pi d}{6S^2 - \pi^2 l^2} \right] \sqrt{l} \left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}} \right]}{1+1.78\left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}}}
 \end{aligned}$$

Chamando-se os três primeiros termos do lado direito de $K_I^a(l)$ e os dois últimos de $K_I^b(l)$, os mesmos ficam sendo:

$$K_l^a(l) = \frac{P\sqrt{a} \left[1.3 \frac{\left(\frac{l}{a}\right)}{1 + \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{3}{2}}} + 7.8 \frac{\text{sen}\left(\frac{l}{2a}\right)}{2 \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{5}{2}} - 1.7} \right]}{2} + \frac{2\sqrt{2}Pa}{\sqrt{\pi S \text{sen}\left(\frac{2l\pi}{S}\right)}} + \frac{\left[\frac{4Pa\pi l}{6S^2 - \pi^2 l^2} \right] \sqrt{\pi l}}{2}$$

$$K_l^b(l) = \frac{\left[\frac{3Pa}{\sqrt{l\pi}} \left(\frac{l}{A}\right)^2 + \frac{1.72Pa}{\sqrt{l}} \left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}} \right]}{1 + 1.78 \left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\left[\frac{3}{4} \left(\frac{l}{A}\right)^2 \left[\frac{4Pa\pi l}{6S^2 - \pi^2 l^2} \right] \sqrt{\pi l} + 1.15 \left[\frac{4Pa\pi l}{6S^2 - \pi^2 l^2} \right] \sqrt{l} \left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}} \right]}{1 + 1.78 \left(\frac{l}{A}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Portanto, as derivadas dos dois termos acima com relação a l ficam sendo dadas como:

$$\frac{\partial}{\partial l} K_l^a(l) = \frac{1}{3} Pa \frac{\pi}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S}\right)^2 \right]} (\pi l)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{9} Pa \pi^3 \frac{l^2}{S^4 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S}\right)^2 \right]^2} (\pi l)^{\frac{1}{2}} +$$

$$\frac{1}{6} Pa \pi^2 \frac{l}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S}\right)^2 \right]} (\pi l)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} Pa^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1.3}{a \left[1 + \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{3}{2}} \right]} - 1.95 \frac{l}{a^2 \left[1 + \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{3}{2}} \right]^2} \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{1}{2}} + \right.$$

$$\left. \frac{3.90}{a \left[2 \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{5}{2}} - 1.7 \right]} - \frac{39.0}{\left[2 \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{5}{2}} - 1.7 \right]^2} \frac{\text{sen}\left(\frac{l}{2a}\right)}{a} \left(1 + \frac{l}{a}\right)^{\frac{3}{2}} \right] - \sqrt{2} P \frac{a}{\left[\pi S \text{sen}\left(\frac{2l\pi}{S}\right) \right]^{\frac{3}{2}}} \pi^2 \cos\left(\frac{2l\pi}{S}\right)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial l} K_l^b(l) = & \frac{\left[\frac{-3}{2} P \left(\frac{l}{A} \right)^2 \frac{\pi a}{(\pi l)^{\frac{3}{2}}} + 6P \frac{a}{(\pi l)^{\frac{1}{2}}} \frac{l}{A^2} - 0.86P \frac{a}{l^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} + 2.58 \frac{a}{l^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]} + \\
2.67 & \frac{\left[\frac{3P}{(l\pi)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{l}{A} \right)^2 + 1.72P \frac{a}{(l)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^2} + \frac{\left[\frac{3}{2} Pa\pi \frac{l^2}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]} \frac{(\pi l)^{\frac{1}{2}}}{A^2} \right]}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]} + \\
& \frac{\left[\frac{1}{6} Pa\pi^3 \frac{l^4}{S^4 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]^2} \frac{(\pi l)^{\frac{1}{2}}}{A^2} + \frac{1}{4} Pa\pi^2 \frac{l^3}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]} (\pi l)^{\frac{1}{2}} A^2 \right]}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]} + \\
& \frac{\left[1.15Pa\pi \frac{l^{\frac{1}{2}}}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]} \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} + 0.256Pa\pi^3 \frac{l^{\frac{5}{2}}}{S^4 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]^2} \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1.15Pa\pi \frac{l^{\frac{3}{2}}}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]} \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]} \right] - 2.67 \left[\frac{\frac{1}{2} Pa\pi \frac{l^3}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]} \frac{(\pi l)^{\frac{1}{2}}}{A^2}}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^2} \right] \frac{\left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{1}{2}}}{A} \\
& 2.67 \left[\frac{0.767Pa\pi \frac{l^{\frac{3}{2}}}{S^2 \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi l}{S} \right)^2 \right]} \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left[1 + 1.78 \left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^2} \right] \frac{\left(\frac{l}{A} \right)^{\frac{1}{2}}}{A}
\end{aligned}$$

Sendo assim, a derivada da Eq. (105) é a soma dos dois termos anteriores:

$$\frac{\partial}{\partial l}(\text{Eq.}(105)) = \frac{\partial}{\partial l} K_i^a(l) + \frac{\partial}{\partial l} K_i^b(l)$$

ANEXO 2

Exemplo do Processo Iterativo de Obtenção do Espaçamento Ótimo ($S_{\text{ótimo}}$)

Para este exemplo, implementou-se a Eq. (105), bem como sua derivada com respeito a l no *software* MATHCAD 2001. Os valores adotados foram: $P = 13$ MPa; $A = 1$ m; $a = 0.018$ m e $K_{IC} = 0.672$ MPa.m^{1/2}. Como mostra a Tab. A 2.1, inicialmente, atribuíram-se dois valores iniciais arbitrários a S e l (S_0, l_0) na derivada da Eq. (105) igualada a zero, obtendo-se, assim, um valor de l correspondente ao mínimo (l_1). Em seguida substituiu-se este valor de l_1 na Eq. (105), com $K_I = K_{IC}$, obtendo-se um novo valor para S (S_1), que seria considerado ótimo se estivesse próximo ao valor S de entrada (S_0), dentro de um limite de erro pré-estabelecido (por exemplo: 1% de diferença).

Como o valor de S obtido (S_1) não estava dentro do limite de erro aqui adotado (1%), o processo foi repetido. Utilizando-se agora, como S de entrada, na derivada da Eq. (105) igualada a zero, o valor de S_1 , obteve-se um novo l mínimo (l_2). O mesmo foi utilizado na Eq. (105), com $K_I = K_{IC}$, para se obter outro S (S_2), que, novamente, não ficou dentro do limite de erro pré-estabelecido de 1%.

Sendo assim, o processo foi repetido, utilizando-se S_2 na derivada da Eq. (105) igualada a zero e obtendo-se um novo l mínimo (l_3). Esse valor foi então utilizado para realimentar a Eq. (105) com $K_I = K_{IC}$ e assim se obter um novo valor para S (S_3). Como pode ser observado na Tab. A 2.1, o valor de S_3 foi exatamente o mesmo de S_2 . Portanto, esse é o valor ótimo do espaçamento a ser adotado, podendo ser visto na Eq. (A.1):

Tabela A 2.1 - Processo Iterativo.

		$l_0 =$	0.15
$S_0 =$	0.6	$l_1 =$	1.126
$S_1 =$	0.705	$l_2 =$	0.138
$S_2 =$	0.691	$l_3 =$	0.137
$S_3 =$	0.691		

$$|S_3 - S_2| < 0.01S_2 \Rightarrow S_{\text{ótimo}} = S_3 = 0.691 \quad (\text{A.1})$$

Em suma, o processo iterativo acima prosseguirá até que haja convergência para algum valor de S , o qual pode ser considerado o $S_{\text{ótimo}}$. É interessante ressaltar que, devido ao comportamento da expressão matemática que fornece K_I nas vizinhanças do ponto de mínimo (com um "vale" de forma bastante aplainada) a convergência do processo nem sempre é muito fácil.

O $S_{\text{ótimo}} = 0.691$ m aqui encontrado, se comparado àquele sugerido pelos fabricantes para um furo de raio similar (ver Tabela 2.1, Cap. 2), que é de 0.5 m, independentemente do material sendo desmontado, é cerca 38 % mais elevado. Portanto, para um material de $K_{IC} = 0.672 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ a recomendação dos fabricantes é bastante conservadora. Para materiais de tenacidade mais elevada, todavia, poderia muito bem suceder o contrário.

Um problema existente no dimensionamento da malha de furação utilizando o critério aqui proposto seria a situação em que, com espaçamentos razoáveis, não se consegue atingir o valor de K_{IC} no ponto de mínimo da derivada da Eq. (105), ou seja, quando K_I não igualar o valor de K_{IC} para o l de mínimo. Três alternativas são sugeridas na seqüência para resolver tal problema.

Uma primeira alternativa para se conseguir atingir o mínimo seria variar o diâmetro do furo. No gráfico da Fig. A 2.1, fornecido pelo MATHCAD 2001, é apresentada a variação do FIT em relação a l / A para vários diâmetros dos furos. Observa-se no mesmo, que quanto maior for o raio a , maior será o FIT e maior será o ponto de mínimo. Portanto, se o valor de K_{IC} do material para o qual se está dimensionando a malha for muito alto, uma maneira efetiva de atingir seu valor no ponto de mínimo seria aumentar o diâmetro do furo. A efetividade da variação do diâmetro está relacionada, na verdade, ao correspondente aumento provocado no valor da força de dipolo, dado pela Eq. (2).

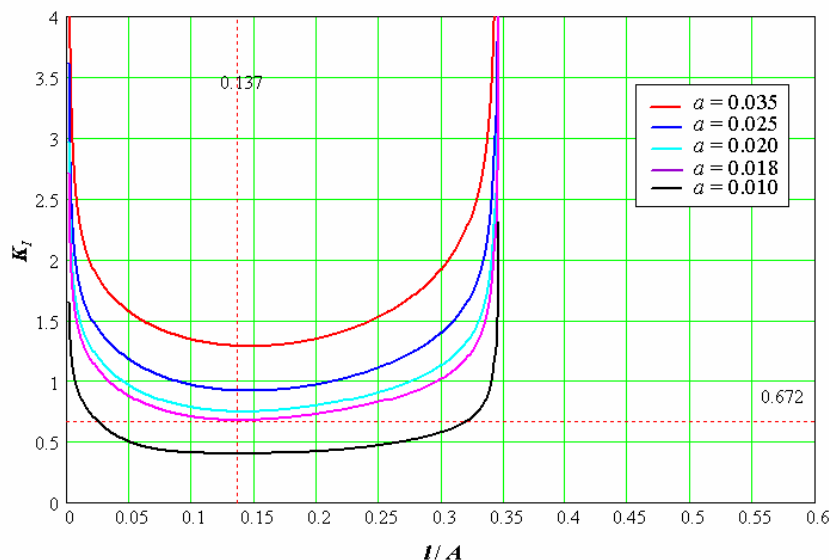


Figura A 2.1 – Variação do FIT em relação a (l/A) para vários diâmetros dos furos (indicado pela interseção das linhas tracejadas está o ponto correspondente à solução ótima obtida na Tabela A 2.1 acima).

Outra possibilidade seria, teoricamente, aumentar a pressão dentro do furo, como pode ser visualizado no gráfico da Fig. A 2.2, também gerado com o MATHCAD 2001. Porém, ressalta-se que esta não seria uma alternativa prática e nem a mais adequada, pois além de não ser viável alterar a pressão da AE, um outro problema seria o tempo necessário para a AE atingir a pressão que se deseja. Segundo os fabricantes de AE, a mesma pode expandir-se por até 8 dias, tempo após o qual, provavelmente, atingir-se-ia o seu valor máximo de pressão. Tal valor é indicado pelos fabricantes como sendo 70 MPa, mas, conforme mostraram as análises deste Anexo, deve ser na realidade bem inferior, já que com uma pressão de apenas 13 MPa pode-se obter um espaçamento 38 % maior que o recomendado (Tabela 2.1)!

A terceira alternativa seria variar o afastamento, A . Porém, como pode ser observado na Fig. A 2.3, também não parece ser uma boa estratégia, pois para se elevar, significativamente o valor do FIT, seria necessário diminuir muito o valor de A , sendo muitos vezes inviável para a industrial de mineração retirar blocos com tão pequenas espessuras.

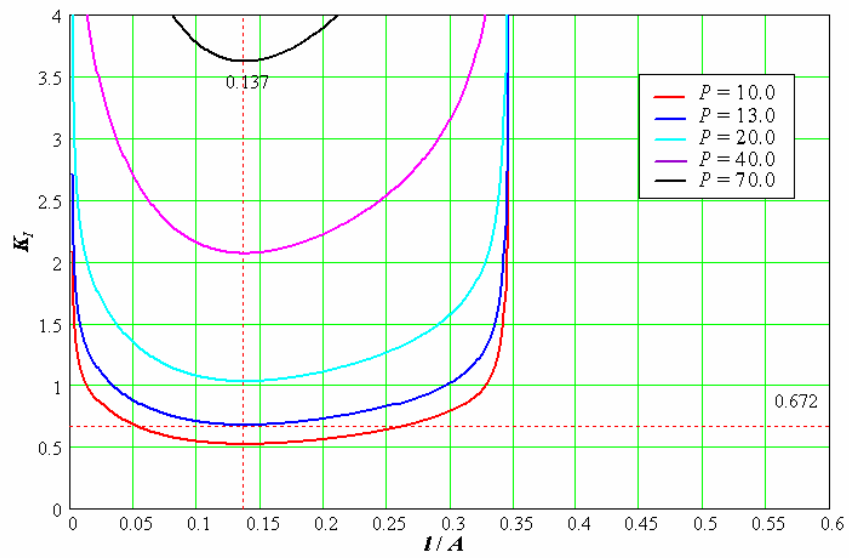


Figura A2.2 – Variação do FIT em relação a (l / A) para diferentes valores de pressão da AE.

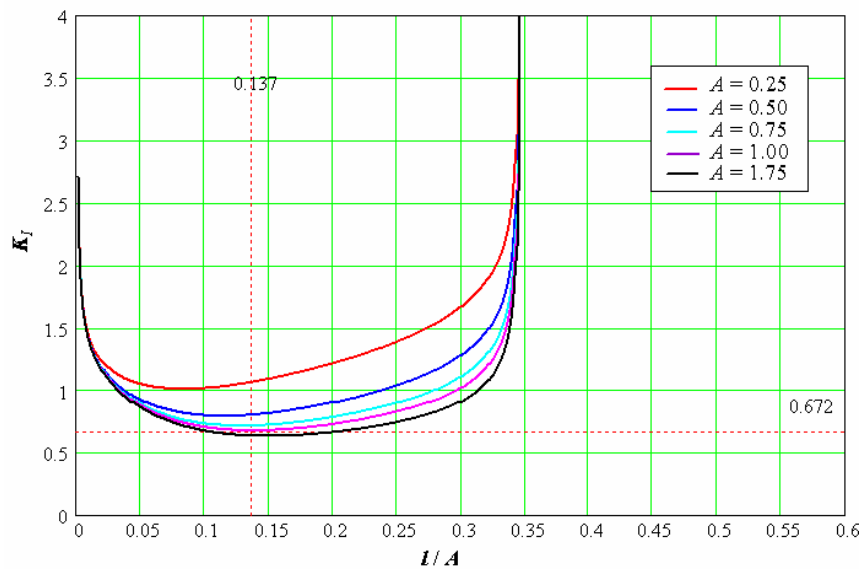


Figura A2.3 – Variação do FIT em relação a (l / A) para diferentes valores de A .

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)