

**Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira**

**Departamento de Engenharia Civil**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**“ANÁLISE NUMÉRICA DE LAJES TRELIÇADAS PRÉ-  
MOLDADAS COM ADIÇÃO DE RESÍDUO DE BORRACHA”**

**Eng<sup>o</sup> Marcos Rebuá dos Santos**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Orientador:** Prof. Dr. Jorge Luís Akasaki

**Co-orientador:** Prof. Dr. José Luiz Pinheiro Melges

Ilha Solteira

2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

## FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

S237a Santos, Marcos Rebuá dos.  
Análise numérica de lajes treliçadas pré-moldadas com adição de resíduo de borracha / Marcos Rebuá dos Santos. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2009.  
122 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Estruturas, 2009

Orientador: Jorge Luís Akasaki  
Co-orientador: José Luiz Pinheiro Melges  
Bibliografia: p. 84-88

1. Lajes treliçadas pré-moldadas. 2. Análise numérica. 3. Resíduo de borracha.

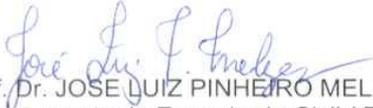
**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO:** Análise numérica de lajes treliçadas pré-moldadas com adição de residuo de borracha

**AUTOR:** MARCOS REBUÁ DOS SANTOS

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. JOSE LUIZ PINHEIRO MELGES

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA CIVIL , Área: ESTRUTURAS, pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. JOSE LUIZ PINHEIRO MELGES

Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. RENATO BERTOLINO JUNIOR

Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. ROBERTO CHUST CARVALHO

Departamento de Engenharia Civil / Universidade Federal de São Carlos

Data da realização: 13 de abril de 2009.

## DECICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Eduardo Francisco dos Santos Filho e Marta Rebuá dos Santos, pelo amor, carinho e apoio demonstrados.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais Eduardo e Marta, ao meu irmão Marcelo, pelo carinho e apoio.

Ao professor Dr. Jorge Luís Akasaki pela orientação, e ao professor Dr. José Luiz Pinheiro Melges pela grande ajuda para a realização deste trabalho.

Aos amigos da UNESP, Camilo, Liane, Tassy, Pamela, Roberto, Alexsandro, Netúlio, Pedro, Leandro, Everton, Antonio Rogério, Marcos, Bruno, Ivan e Patrícia agradeço pelas boas conversas e pela amizade.

A Ana Paula M. Trigo agradeço pelo fornecimento dos dados de seu trabalho.

Aos professores Dr. Renato Bertolino Junior e Dr. Roberto Chust Carvalho, pelas valiosas contribuições.

A CAPES – Coordenação de aperfeiçoamento de pessoal de nível superior, pelo apoio financeiro concedido.

SANTOS, M. R. **Análise numérica de lajes treliçadas pré-moldadas com adição de resíduo de borracha de pneu.** 2009. 123f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2009.

## RESUMO

Neste trabalho, resultados experimentais relacionados a flechas imediatas de protótipos de lajes pré-moldadas treliçadas biapoiadas, com concreto com e sem resíduo de borracha de pneu, são comparados com resultados numéricos obtidos com base nas recomendações da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT, 2003) e do CEB-90 (COMITÊ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON - CEB, 1993). Foram feitas as seguintes análises. Na primeira, aplicaram-se as recomendações dos códigos ao elemento estrutural como um todo visando avaliar a sua rigidez; em seguida, com a expressão procedente da resistência dos materiais, foi calculada a flecha imediata. Estas modelagens numéricas estão referenciadas no texto como Branson, que representa a modelagem adotada pela NBR 6118:2003, e CEB-90. Na segunda, com o auxílio do sistema computacional ANSYS<sup>®</sup>, as expressões para o cálculo da rigidez segundo os códigos foram aplicadas aos elementos finitos que compunham os protótipos e não mais aos protótipos como um todo. Levou-se em consideração o carregamento incremental e este tipo de análise não linear gerou os resultados referenciados no texto como Branson discretizado e CEB-90 discretizado. Em uma terceira análise, com o auxílio do ANSYS<sup>®</sup>, utilizando-se o modo de carregamento incremental, aplicou-se, para cada elemento finito, a expressão do momento de inércia relativa aos estádios I ou II, dependendo do máximo momento fletor atuante no elemento e do momento de fissuração do protótipo. Os resultados obtidos foram referenciados no texto como Ansys - Estádios I e II. Para as análises mencionadas, foram utilizados os momentos de fissuração calculados, bem como os momentos de fissuração observados experimentalmente. Também foi analisado o comportamento da linha neutra. Considerando-se o Estado Limite de Serviço, os métodos de Branson, do CEB-90, do CEB-90 discretizado e do Ansys Estádios I e II apresentaram resultados satisfatórios, a favor da segurança, desde que se utilize o momento de fissuração calculado. Já quando se usa o momento de fissuração experimental, somente o CEB-90 apresentou resultados a favor da segurança. O método Branson discretizado apresentou resultado contrário à segurança, em função da grande rigidez conferida à estrutura por este tipo de modelagem numérica.

Palavras-chave: Concreto armado. Laje pré-moldada treliçada. Resíduo de pneu. Flecha imediata. Análise numérica.

SANTOS, M. R. **Numerical analysis of lattice joist precast slabs with tire rubber residue addition.** 2009. 123f. Dissertation (Master in Civil Engineering) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2009.

### ABSTRACT

In this work, experimental results related the immediate displacements of bi-supported lattice joist precast slab prototypes, with and without tire rubber residue in the concrete, are compared with numerical results obtained by the expressions of Branson, which is used by the brazilian standard NBR 6118 (ABNT, 2003), and by the method of CEB-90 (1993). The following analyses were made. In the first analysis, the expressions of the codes were applied for the whole structural element, obtaining its stiffness; so, with the use of the expression from the strength of materials, the immediate displacement was determined, called in this work of Branson and CEB-90. In the second analysis, with the help of the computational system ANSYS®, the expressions for the calculation of the stiffness according to the codes were applied to the finite elements that were composing the prototypes and not more to the prototypes as a whole. The load was applied in an incremental mode, and this type of non-linear analysis produced the results called in the text of Branson discretized and CEB-90 discretized. In the third analysis, with the help of the ANSYS®, and using the incremental load, for each finite element, the expressions of the stiffness associated to the states I and II, that depends on the cracking moment and the maximum bending moment that acts in each finite element, were applied. These results were called in the text of Ansys States I and II. For the mentioned analyses, both the calculated and the experimentally observed cracking moment values were used. Also there was analysed the behavior of the neuter line. Considering the Service Limit State, the methods of Branson, of the CEB-90, the CEB-90 discretized and of Ansys States I and II presented satisfactory results, on behalf of the security, since the calculated cracking moment is used. But when the experimentally cracking moment is used, only the CEB-90 presented safe results. The method Branson discretized presented result against the security, in function of the great stiffness checked to the structure for this type of numerical modeling.

Keywords: Reinforced concrete. Lattice joist. Precast slabs. Tire rubber residue. Immediate displacement. Numerical analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Elementos estruturais de concreto armado.....	17
Figura 2: Zonas de transição “pasta de cimento-borracha” e “pasta de cimento-areia”. ..	20
Figura 3: (a) e (b) Superfície do concreto e (c) vista lateral dos corpos-de-prova submetidos ao fogo. ....	21
Figura 4: (a) laje treliçada unidirecional e (b) laje treliçada bidirecional. ....	23
Figura 5: Seção transversal de uma laje com vigotas pré-moldadas treliçadas unidirecional.....	23
Figura 6: Armadura treliçada.....	24
Figura 7: Vigota treliçada. ....	25
Figura 8: Elementos de enchimento (a) cerâmico e (b) EPS.....	26
Figura 9: Seção transversal dos protótipos – Un: cm.....	29
Figura 10: Posição dos relógios comparadores na região do vão central do protótipo. .	31
Figura 11: Esquema geral de ensaio dos protótipos – Vista lateral – Un.: cm.....	31
Figura 12: Esquema estático do ensaio experimental realizado.....	33
Figura 13: Momento x curvatura. ....	37
Figura 14: Comportamento das fissuras nos três estádios.....	39
Figura 15: Tension stiffening. ....	40
Figura 16: Comportamento de um elemento estrutural quando solicitado à flexão simples.....	43
Figura 17: Diagrama de carga x deslocamento. ....	44
Figura 18: Fluxograma da modelagem realizada, usando-se a linguagem APDL. ....	47
Figura 19: Beam3 - 2D.....	48
Figura 20: Esquema da divisão da viga em elementos lineares finitos. ....	48
Figura 21: Momento fletor x relação flecha/vão do modelo P3_SR.....	51
Figura 22: Comparação entre os resultados experimentais dos protótipos P1, P2 e P3, com resíduo (CR) e sem resíduo (SR).....	52
Figura 23: Branson com $M_a$ somado e $M_r$ subtraído ambos com o momento permanente (a) P1_SR, (b) P2_SR e (c) P3_SR.....	54

Figura 24: Branson com $M_a$ somado e $M_r$ subtraído ambos com o momento permanente (a) P1_CR, (b) P2_CR e (c) P3_CR.....	54
Figura 25: Seção transversal dos protótipos (unidades em cm). .....	55
Figura 26: Tempo x deslocamento (P1_SR).....	56
Figura 27: $M_r$ calculado P1_SR.....	59
Figura 28: $M_r$ calculado P2_SR.....	59
Figura 29: $M_r$ calculado P3_SR.....	60
Figura 30: $M_r$ experimental P1_SR. ....	61
Figura 31: $M_r$ experimental P2_SR. ....	61
Figura 32: $M_r$ experimental P3_SR. ....	62
Figura 33: CEB-90 e Deformação experimental P3_SR.....	63
Figura 34: Deformação experimental e resultado experimental P3_SR.....	63
Figura 35: $M_r$ calculado P1_CR. ....	66
Figura 36: $M_r$ calculado P2_CR. ....	66
Figura 37: $M_r$ calculado P3_CR. ....	67
Figura 38: $M_r$ experimental P1_CR.....	68
Figura 39: $M_r$ experimental P2_CR.....	68
Figura 40: $M_r$ experimental P3_CR.....	69
Figura 41: CEB-90 e Deformação experimental P3_CR.....	70
Figura 42: Deformação experimental e resultado experimental P3_CR.....	71
Figura 43: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da perturbação (P3_SR). ....	76
Figura 44: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da perturbação (P3_CR). ....	76
Figura 45: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da diminuição sensível da L.N. (P3_SR). ....	77
Figura 46: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da diminuição sensível da L.N. (P3_CR). ....	78
Figura 47: Linha neutra NBR 6118 e CEB-90, (a) P3_SR e (b) P3_CR.....	79
Figura 48: Comparação das médias da linha neutra dos protótipos P3_SR e P3_CR....	80
Figura 49: Diagrama tensão x deformação do concreto.....	90

Figura 50: Diagrama tensão x deformação do aço classe A.....	91
Figura 51: Diagrama tensão x deformação do aço classe B.....	92
Figura 52: escoamento ou plastificação - seção retangular.....	94
Figura 53: Localização da posição de Rcc.....	95
Figura 54: Escoamento ou plastificação - seção T.....	96
Figura 55: Determinação da resultante do concreto para seção T.....	96
Figura 56: Sub-domínio 2 <sup>a</sup> .....	100
Figura 57: Sub-domínio 2b.....	102
Figura 58: Localização da posição de Rcc.....	103
Figura 59: Localização da posição Rccf.....	104
Figura 60: Domínio 3.....	105
Figura 61: Localização da posição de Rcc.....	106
Figura 62: Localização da posição de Rccf.....	107
Figura 63: Domínio 4.....	108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Ensaio dos traços de concreto utilizados nos protótipos.....	30
Tabela 2: Características geométricas dos protótipos.....	55
Tabela 3: Características mecânicas utilizadas no método CEB-90.....	57
Tabela 4 : Características mecânicas utilizadas no método de Branson.....	57
Tabela 5: Características mecânicas método CEB-90.....	64
Tabela 6: Características mecânicas método de Branson.....	64
Tabela 7: Resultados dos métodos propostos.....	72
Tabela 8: Resultados percentuais dos métodos propostos.....	73
Tabela 9: Linha neutra NBR6118 e CEB-90.....	74
Tabela 10: Valores dos momentos de fissuração da NBR 6118, CEB-90 e experimental. .....	75
Tabela 11: Valores dos momentos de fissuração e L.N. das nervuras 1, 2 e média, através da análise do início da perturbação.....	75
Tabela 12: Valores dos momentos de fissuração e L.N. das nervuras 1, 2 e média, através da análise do início da diminuição sensível da L.N.....	77
Tabela 13: Valores dos momentos e deslocamentos P1_SR $M_r$ calculado. ....	119
Tabela 14: Valores dos momentos e deslocamentos P1_SR $M_r$ experimental.....	119
Tabela 15: Valores dos momentos e deslocamentos P1_CR $M_r$ calculado.....	120
Tabela 16: Valores dos momentos e deslocamentos P1_CR $M_r$ experimental. ....	120
Tabela 17: Valores dos momentos e deslocamentos P2_SR $M_r$ calculado. ....	120
Tabela 18: Valores dos momentos e deslocamentos P2_SR $M_r$ experimental.....	121
Tabela 19: Valores dos momentos e deslocamentos P2_CR $M_r$ calculado.....	121
Tabela 20: Valores dos momentos e deslocamentos P2_CR $M_r$ experimental. ....	121
Tabela 21: Valores dos momentos e deslocamentos P3_SR $M_r$ calculado. ....	122
Tabela 22: Valores dos momentos e deslocamentos P3_SR $M_r$ experimental.....	122
Tabela 23: Valores dos momentos e deslocamentos P3_CR $M_r$ calculado.....	123
Tabela 24: Valores dos momentos e deslocamentos P3_CR $M_r$ experimental. ....	123

## SUMÁRIO

<b><u>1</u></b>	<b><u>INTRODUÇÃO</u></b>	<b><u>14</u></b>
1.1	OBJETIVOS	15
1.2	JUSTIFICATIVAS	15
1.3	APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	15
<b><u>2</u></b>	<b><u>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</u></b>	<b><u>17</u></b>
2.1	CONCRETO ARMADO	17
2.2	RESÍDUO DE PNEU	18
2.2.1	DISPOSIÇÃO DOS RESÍDUOS	18
2.2.2	ESTUDOS DOS RESÍDUOS DE PNEU EM BASES CIMENTÍCIAS	19
2.3	LAJE COM VIGOTAS PRÉ-MOLDADAS TRELICADAS	22
2.3.1	DEFINIÇÃO	22
2.3.2	CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO	27
2.4	ANÁLISE ESTRUTURAL EXPERIMENTAL DE LAJE TRELICADA COM ADIÇÃO DE RESÍDUO DE BORRACHA	28
<b><u>3</u></b>	<b><u>TIPOS DE ANÁLISES E MÉTODOS</u></b>	<b><u>33</u></b>
3.1	ANÁLISE LINEAR	34
3.2	ANÁLISE NÃO-LINEAR	34
3.3	CEB-90	35
3.3.1	DESLOCAMENTO ATRAVÉS DA DEFORMAÇÃO EXPERIMENTAL	42
3.4	BRANSON	42
3.5	CARREGAMENTO INCREMENTAL	44
3.6	ANSYS	45
3.6.1	LINGUAGEM APDL COM O MÉTODO CEB-90	45
3.6.2	LINGUAGEM APDL COM A FORMULAÇÃO DE BRANSON	49
3.6.3	LINGUAGEM APDL COM A FORMULAÇÃO DOS MOMENTOS DE INÉRCIA $I_I$ E $I_{II}$	50
<b><u>4</u></b>	<b><u>APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS</u></b>	<b><u>51</u></b>
4.1	PROTÓTIPOS DE LAJES SEM RESÍDUO DE BORRACHA DE PNEU	57
4.1.1	ANÁLISE UTILIZANDO-SE O VALOR DO $M_R$ CALCULADO	58
4.1.2	ANÁLISE UTILIZANDO-SE O VALOR DO $M_R$ EXPERIMENTAL	60
4.1.3	DESLOCAMENTO ATRAVÉS DA DEFORMAÇÃO EXPERIMENTAL	62
4.2	PROTÓTIPOS DE LAJES COM RESÍDUO DE BORRACHA DE PNEU	64
4.2.1	ANÁLISE UTILIZANDO-SE O VALOR DO $M_R$ CALCULADO	65
4.2.2	ANÁLISE UTILIZANDO-SE O VALOR DO $M_R$ EXPERIMENTAL	67
4.2.3	DESLOCAMENTO ATRAVÉS DA DEFORMAÇÃO EXPERIMENTAL	69

<b>4.3</b>	<b>COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS .....</b>	<b>71</b>
<b>4.4</b>	<b>COMPORTAMENTO DA LINHA NEUTRA .....</b>	<b>74</b>
4.4.1	COMPARAÇÃO DAS LINHAS NEUTRAS ENTRE OS PROTÓTIPOS P3_SR E P3_CR .....	79
<b>5</b>	<b><u>CONCLUSÕES .....</u></b>	<b><u>81</u></b>
<b>6</b>	<b><u>SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS .....</u></b>	<b><u>84</u></b>
	<b><u>REFERÊNCIAS.....</u></b>	<b><u>85</u></b>
	<b><u>ANEXO A .....</u></b>	<b><u>90</u></b>
<b>A.1</b>	<b>DETERMINAÇÃO DO VALOR DA RIGIDEZ À FLEXÃO NO ESTÁDIO II.....</b>	<b>90</b>
A.1.1	MOMENTO DE ESCOAMENTO DO AÇO ( $M_y$ ) E CURVATURAS.....	93
A.1.2	MOMENTO DE PLASTIFICAÇÃO DO CONCRETO ( $M_y$ ) E CURVATURAS .....	96
<b>A.2</b>	<b>DETERMINAÇÃO DO VALOR DA RIGIDEZ À FLEXÃO NO ESTÁDIO III.....</b>	<b>98</b>
	<b><u>ANEXO B.....</u></b>	<b><u>110</u></b>
	<b><u>ANEXO C .....</u></b>	<b><u>119</u></b>

## 1 Introdução

A evolução da informática e dos materiais usados na construção civil possibilitou o uso de novas técnicas construtivas e de novos concretos. Como exemplo, têm-se as lajes treliçadas, que, para determinadas situações, substituem a laje maciça com as seguintes vantagens: capacidade para vencer vãos maiores com um menor volume de concreto, menor volume de fôrmas, redução do peso próprio e do tempo de execução.

A maior parte do concreto utilizado na laje treliçada é adicionado no local definitivo da mesma, chamado de concreto complementar. O melhoramento dos concretos através dos métodos de dosagem e cimentos com capacidade de melhorar suas propriedades possibilitou valores de resistências bem elevados, contribuindo para a maior esbeltez dos elementos estruturais, e, conseqüentemente menor volume de concreto.

Com a melhora das propriedades do concreto, novas pesquisas de adições de resíduos industriais em matrizes cimentícias estão sendo realizadas, visando diminuir o custo do concreto e o impacto ambiental provocado por esses resíduos. Além disso, essa substituição evitaria também o consumo excessivo de componentes de fontes naturais.

A adição de resíduos de borracha de pneu em concretos é feita através da substituição parcial dos agregados miúdos, diminuindo a densidade, a micro-fissuração e contribuindo com a resistência ao fogo.

O estudo de uma laje pré-moldada treliçada com concreto complementar, com e sem adição de resíduo de borracha de pneu, foi realizado por Trigo (2008), que analisou os deslocamentos do vão central, comparando-os com os limites propostos pela NBR 6118 (ABNT, 2003).

Os resultados obtidos por Trigo (2008) mostram a necessidade de um ajuste na formulação de Branson, recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2003), para a determinação das flechas das lajes com adição de resíduo, ou mesmo a utilização de outro método que represente de modo mais adequado os resultados do modelo analisado.

## **1.1 Objetivos**

Este trabalho teve como objetivo comparar métodos para a determinação da flecha, no Estado Limite de Serviço (ou de Utilização), em lajes pré-moldadas treliçadas, com e sem adição de resíduo de borracha de pneu, com a análise experimental desenvolvida por Trigo (2008), através do software de análise numérica ANSYS®. Além disso, com relação ao Estado Limite Último, verificar se a inclusão do resíduo de borracha de pneu no concreto pode provocar uma diminuição de resistência a ponto de gerar uma estrutura contrária à segurança.

## **1.2 Justificativas**

O uso de resíduos industriais em concretos é motivado por diminuir o impacto ambiental. Geralmente depositados em locais impróprios, os resíduos podem substituir parcialmente a matéria prima retirada de fontes naturais; conseqüentemente, obtém-se uma diminuição do custo da produção do concreto.

A utilização do concreto complementar com resíduo de borracha de pneu na laje pré-moldada treliçada originou um comportamento diferente, quando comparado com o do concreto sem resíduo, obtendo-se flechas maiores (TRIGO, 2008). Com isso, um estudo sobre diferentes métodos para avaliar a flecha dos protótipos ensaiados por Trigo (2008), para lajes com e sem adição de resíduo, é apresentado nesta dissertação.

## **1.3 Apresentação do trabalho**

Esta dissertação é dividida em 5 capítulos:

O capítulo 1 apresenta uma pequena introdução, bem como os objetivos e a justificativa do trabalho.

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica realizada, e também os conceitos e estudos necessários para o desenvolvimento da metodologia.

O capítulo 3 apresenta os tipos de análise e métodos utilizados para desenvolver a pesquisa e obter os resultados.

O capítulo 4 contém a apresentação e a análise dos resultados, comparando os resultados experimentais com os resultados numéricos.

O capítulo 5 apresenta as conclusões baseadas na análise dos resultados obtidos.

O capítulo 6 apresenta algumas sugestões para futuros trabalhos.

## 2 Revisão bibliográfica

### 2.1 Concreto armado

O concreto é um material composto basicamente por cimento Portland, agregados miúdo e graúdo, água e aditivos. Ele apresenta comportamentos distintos no estado fresco e no estado endurecido. No estado fresco, interessa conhecer as seguintes propriedades: a consistência, a trabalhabilidade e a homogeneidade, podendo ser transportado e moldado de acordo com a geometria da fôrma. No estado endurecido, o foco de interesse principal são suas características mecânicas.

O concreto em seu estado endurecido possui uma grande resistência à compressão e uma baixa resistência à tração. No caso de uma viga que trabalha à flexão, é necessário combater os esforços à tração utilizando-se barras de aço, introduzidas na parte tracionada do concreto, de acordo com os critérios da NBR 6118 (ABNT, 2003). Em função da aderência, que permite uma solidarização do concreto à armadura, este conjunto passa então a ser denominado de concreto armado.

O concreto armado tem uma grande aceitação na construção civil por ser moldável, resistir esforços de compressão e tração, poder ser executado com mão-de-obra de baixa qualificação. Além disso, atualmente ele tem permitido a incorporação de resíduos em sua constituição, contribuindo, deste modo, com o equilíbrio sustentável do meio ambiente. A sua utilização é normalmente destinada à construção de elementos estruturais, como lajes, vigas, pilares e blocos, conforme apresentado na Figura 1.

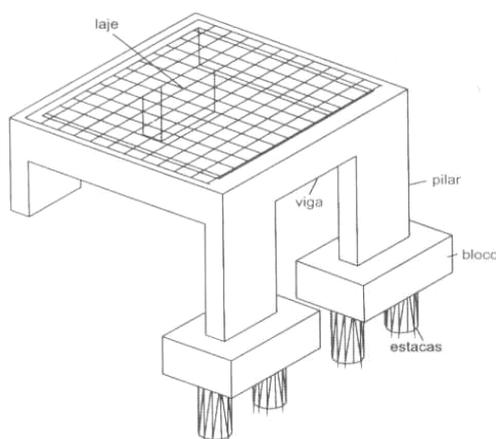


Figura 1: Elementos estruturais de concreto armado.  
Fonte: Carvalho e Figueiredo, 2007 pág. 22.

Um parâmetro bastante importante do concreto armado é a rigidez do elemento estrutural, que é o produto do momento de inércia, que está relacionado à geometria da seção transversal do elemento, pelo módulo de elasticidade, que está relacionado com o material que o compõe.

A rigidez do concreto armado está bastante ligada com o problema da fissuração do concreto, a qual tem influência sobre o momento de inércia da seção transversal. Determinar o grau de fissuração de uma peça é uma tarefa difícil. A fissuração ocorre quando os momentos solicitantes excedem o valor do momento de fissuração, causando uma redução da rigidez à flexão. Quando a fissuração ocorre em uma determinada região, os momentos são redistribuídos para as regiões adjacentes não-fissuradas; essa redistribuição de momentos provoca mais fissuração e nova redistribuição (SILVANY; PINHEIRO, 2005).

Neste trabalho foi analisado somente o elemento estrutural laje.

## **2.2 Resíduo de Pneu**

### **2.2.1 Disposição dos resíduos**

A resolução 258, de 26 de agosto de 1999, do CONAMA, trata do destino final de pneumáticos e determinou que, a partir de 2002, para cada quatro pneus, fabricados no país ou importados, os fabricantes deveriam recolher um pneu inservível. Em 2003, essa proporção subiu para um pneu inservível para cada dois fabricados; em 2004, a proporção passou a ser de um para um. Em 2005, para cada quatro pneus fabricados, devem ser retirados cinco usados (CONSELHO NACIONAL DO MEIO AMBIENTE - CONAMA, 1999).

Segundo Reciclagem (2001) uma forma encontrada para amenizar esse impacto foi à utilização das metodologias de reciclagem e de reaproveitamento. Entre elas, a recauchutagem tem sido um mecanismo bastante utilizado para conter o descarte de pneus usados. O Brasil ocupa o 2º lugar no ranking mundial de recauchutagem de pneus, permitindo que o recauchutador, adicione novas camadas de borracha nos pneus

velhos, aumentando, desta forma, a vida útil do pneu em 100% e proporcionando uma economia de cerca de 80% de energia e matéria-prima em relação à produção de pneus novos.

Trigo (2008) realça que o emprego da borracha originada de pneus é muito amplo, pois as características e propriedades que os elastômeros reúnem fazem com que alcancem praticamente todos os setores da economia: automobilístico, calçadista, construção civil, plásticos, materiais hospitalares e outros também de grande importância no dia-a-dia da sociedade. O setor da construção civil vem contribuindo para a reciclagem de resíduos prejudiciais ao meio ambiente através da possibilidade de incorporação destes resíduos em misturas à base de cimento.

## **2.2.2 Estudos dos resíduos de Pneu em bases cimentícias**

Estudos sobre a adição do resíduo de borracha de pneu em concretos demonstram a possibilidade deste resíduo substituir, parcial ou totalmente, agregados de origem natural, contribuindo para o meio ambiente em função de utilizar um resíduo poluente e substituí-lo por materiais de fontes naturais finitas. Foram observadas, no entanto, modificações do comportamento do concreto nos estados fresco e endurecido, em relação ao concreto sem adição.

Eldin e Senouce (1993, p.74), Akasaki et al. (2003, p.15), Fattuhi e Clark (1996, p.236) estudaram a substituição dos agregados graúdo e miúdo pelo resíduo de borracha de diferentes granulometrias, observando que a incorporação do resíduo diminui a trabalhabilidade, as resistências à compressão e à tração, sendo que esta diminuição é maior para os concretos com substituição dos agregados graúdos e com resíduos de granulometria maior.

Akasaki et al. (2003, p.15) observaram uma diminuição da densidade e da absorção de água, que sofre interferência com o tamanho do agregado, pois para a borracha com granulometria mais fina, a absorção de água encontrada foi menor.

Bonnet (2003, p.59) concluiu que a implementação de borracha na composição de materiais à base de cimento contribui para o aumento da resistência à microfissuração, resultando numa ampliação da durabilidade.

Fattuhi e Clark (1996, p.236), Topçu e Avcular (1997, p.1137), Santos (2005, p.62) estudaram a capacidade de resistência ao impacto dos concretos com e sem adição do resíduo, obtendo resultados praticamente iguais.

Huynh e Raghavan (1997, p.142) estudaram a durabilidade, em meios altamente alcalinos, de dois tipos de granulometria de resíduos de borracha: menores que 4,75mm e menores que 2,36mm. Os resíduos foram mantidos em diversas soluções químicas, como, por exemplo, hidróxido de sódio (NaOH) de pH 10, hidróxido de cálcio ( $\text{Ca(OH)}_2$ ) de pH 12,5, cimento de pH 13 e água de pH 7, durante quatro meses.

Por meio de ensaios de perda de massa, resistência à tração, análise da microestrutura e determinação da variação de pH, pode-se constatar que as propriedades iniciais dos resíduos foram conservadas. Não foi observada uma diminuição da resistência da borracha; sendo assim, considera-se que a mesma pode ser utilizada em misturas cimentícias, por ser um material inerte quimicamente.

A Figura 2 mostra um estudo da microestrutura do concreto com adição de resíduo de borracha, realizado por Turatsinze, Bonnet e Granju (2004, p.226), onde foi observada uma zona de transição “pasta de cimento-borracha” fraca, quando comparada com a “pasta de cimento-areia”, associando-se, deste modo, a perda de resistência à compressão a este fator.

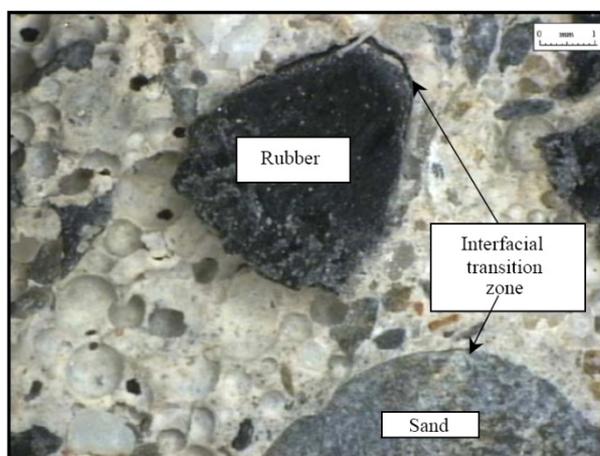


Figura 2: Zonas de transição “pasta de cimento-borracha” e “pasta de cimento-areia”.  
Fonte: Turatsinze, Bonnet e Granju (2004, p.226).

Olivares e Barluenga (2004) realizam ensaios de corpos-de-prova submetidos ao fogo, na temperatura de 500 °C, e puderam observar a diminuição dos danos na profundidade, a curvatura e o lascamento, quando aumentada a porcentagem de borracha no concreto, conforme a Figura 3.

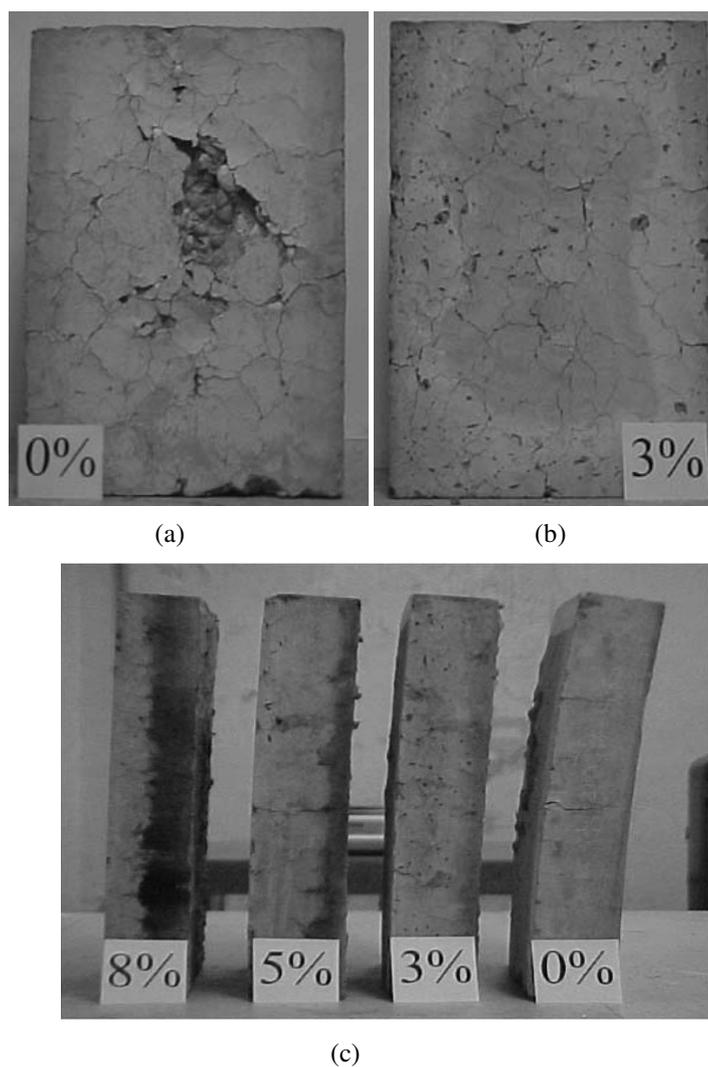


Figura 3: (a) e (b) Superfície do concreto e (c) vista lateral dos corpos-de-prova submetidos ao fogo.  
Fonte: Olivares e Barluenga (2004, p.116).

De acordo com os autores citados, a utilização do resíduo de borracha em substituição ao agregado miúdo é viável, por ser considerado um material quimicamente inerte. Apesar de representar uma perda em relação aos fatores mecânicos, o resíduo

ajuda a diminuir a densidade do concreto, a micro-fissuração e aumenta a resistência ao fogo, contribuindo para a durabilidade do concreto.

## **2.3 Laje com vigotas pré-moldadas treliçadas**

### **2.3.1 Definição**

A NBR 6118 (ABNT, 2003) define laje nervurada como sendo laje moldada no local ou com nervuras pré-moldadas, cujos esforços de tração estão localizados nas nervuras, onde podem ser colocados materiais inertes. A nervura pré-moldada é composta por vigota pré-moldada e concreto moldado no local. A NBR 14859-1 (ABNT, 2002) destaca três tipos de vigotas pré-moldadas de concreto armado (VC), de concreto protendido (VP) e de treliça (VT). Neste trabalho, foi estudada somente a laje com vigota pré-moldada treliçada.

A laje com vigotas pré-moldadas treliçadas é uma laje nervurada constituída de componentes pré-fabricados e moldados no local, que aumenta a produtividade de execução e que substitui parte do concreto abaixo da linha neutra por materiais inertes de enchimento leves; conseqüentemente, observa-se uma diminuição do peso específico da laje, bem como dos consumos de concreto e de fôrma.

Esse sistema tem a principal função de racionalizar a execução e diminuir o consumo de materiais. A estrutura pode ser considerada monolítica, devido à solidarização da armadura com o concreto moldado no local, tendo-se, basicamente, o mesmo funcionamento estrutural de uma laje projetada da forma convencional (DROPPA JÚNIOR, 1999).

A NBR 14859-1 (ABNT, 2002) e a NBR 14859-2 (ABNT, 2002) classificam as lajes pré-moldadas em unidirecionais, mostrada na Figura 4a, como sendo lajes nervuradas constituídas por nervuras longitudinais dispostas em uma única direção, podendo ser empregadas nervuras transversais perpendiculares às nervuras principais, e bidirecionais, mostrada na Figura 4b, como sendo lajes nervuradas constituídas por nervuras principais nas duas direções. Neste trabalho foi estudada apenas a laje nervurada unidirecional.



Figura 4: (a) laje treliçada unidirecional e (b) laje treliçada bidirecional.

Fonte: Lajes & Painéis São Tomé <http://www.lajessaotome.com.br/> acesso em 19 Março de 2008.

A Figura 5 representa a seção transversal de uma laje treliçada unidirecional com vigotas pré-moldadas, usualmente chamada de laje treliçada, que é composta por vigota treliçada, elemento de enchimento e concreto complementar moldado no local.

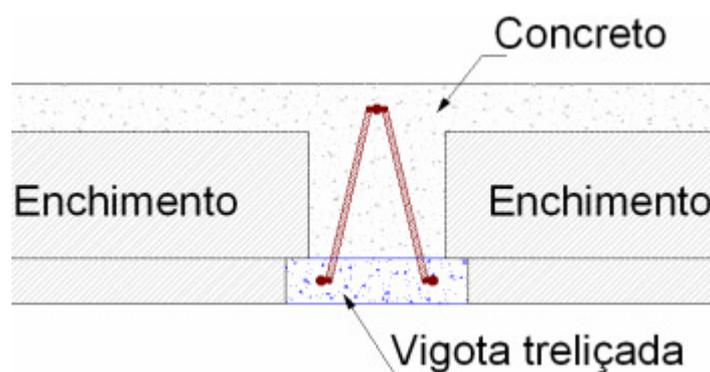


Figura 5: Seção transversal de uma laje com vigotas pré-moldadas treliçadas unidirecional.

Fonte: <http://www.altoqi.com.br> acessado em 20 Março de 2008.

As principais vantagens da laje treliçada em relação à laje maciça são:

- diminuição do peso próprio da laje;
- alívio das tensões nas fundações;

- redução no tempo de execução, concreto, fôrma e conseqüentemente no desperdício de materiais;
- facilidade de moldar nervuras perpendiculares à direção das vigotas;
- diminuição de escoramentos.

### **Vigota treliçada**

A vigota treliçada é executada industrialmente ou em canteiros de obras, fora do local de utilização definitivo da estrutura. A sua função é a de resistir aos esforços de tração pelo banzo inferior, aos esforços de compressão pelo banzo superior, quando a linha neutra estiver entre os banzos, e servir de base para o apoio do elemento de enchimento, conforme a Figura 7.

A vigota treliçada, segundo a NBR14859-1 (ABNT, 2002), é constituída por uma armadura treliçada cujos fios inferiores estão envolvidos por uma “sapata” de concreto. Nesta “sapata” podem ser adicionadas armaduras de tração complementares, quando necessário.

A armadura treliçada é composta por aço em forma de estrutura espacial prismática, constituída por dois fios de aço paralelos na base (banzo inferior) e um fio de aço no topo (banzo superior), interligados por eletrofusão a dois fios de aço diagonais (sinusóides), com espaçamento regular NBR 14862 (ABNT, 2002). A Figura 6 representa a armadura treliçada.

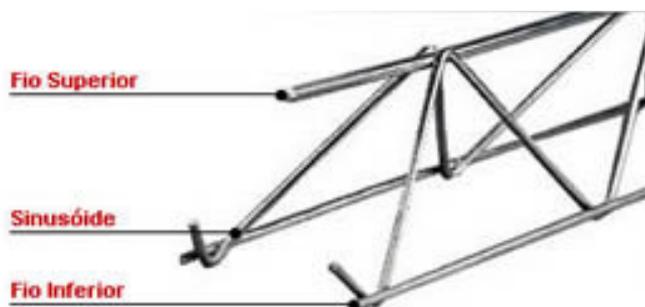


Figura 6: Armadura treliçada.

Fonte: [http://www.3dlajes.com.br/armacao\\_trelicada\\_1.asp](http://www.3dlajes.com.br/armacao_trelicada_1.asp) acesso em 20 Março de 2008.

Magalhães (2001) destaca algumas vantagens das sinusóides, como, por exemplo:

- oferece rigidez ao conjunto na fase transitória, podendo-se também conseguir montar um pavimento com pouco escoamento;
- proporciona adequadas condições de transporte e manuseio;
- auxilia a ligação entre o concreto moldado no local e o concreto usado na sapata de concreto da vigota;
- podem ser utilizadas como armaduras transversais para combater tensões de cisalhamento, desde que o fio superior esteja localizado na região de concreto comprimido.



Figura 7: Vigota treliçada.

Fonte: <http://www.constructalia.com/> acessado em 20 de Março de 2008.

### **Elemento de enchimento**

O elemento de enchimento pré-fabricado é constituído por materiais inertes, maciços ou vazados (cerâmico, concreto ou poliestireno expandido EPS), intercalados entre as vigotas com a função de substituir parte do concreto da região tracionada e servir como fôrma para o concreto complementar fresco, diminuindo o peso próprio da laje e o volume de concreto NBR 14859-1 (ABNT, 2002). A Figura 8 mostra o elemento de enchimento cerâmico e de EPS.

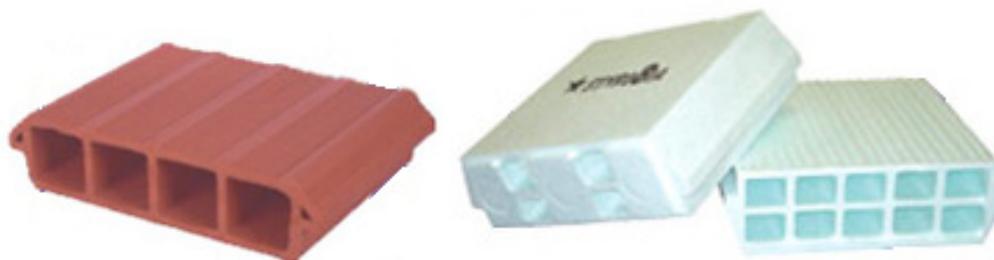


Figura 8: Elementos de enchimento (a) cerâmico e (b) EPS.  
Fonte: <http://www.styrobria.com.br> acessado em 20 Março de 2008.

### **Armadura complementar**

A armadura complementar é adicionada na obra de acordo com o projeto da laje. Ela pode ser longitudinal, de distribuição, ou superior. A armadura longitudinal é disposta na direção das nervuras e possui a finalidade de aumentar a área de armadura tracionada; a armadura de distribuição é posicionada na capa e disposta nas duas direções, longitudinal e transversal, com a finalidade de controlar a fissuração e distribuir as tensões originadas pela aplicação de ações concentradas; por fim, a armadura superior também é posicionada na capa, na direção longitudinal, e possui como finalidade combater as fissuras e garantir a resistência ao momento fletor negativo NBR 14859-1 (ABNT, 2002).

### **Concreto complementar**

O concreto complementar é moldado no local definitivo da estrutura, formando a placa superior da laje (capa) e complementa as vigotas treliçadas, com a função de distribuir os esforços atuantes, proporcionar maior rigidez ao conjunto, resistir os esforços de compressão, nivelar o piso e preencher a alma das nervuras.

### 2.3.2 Critérios de dimensionamento

Uma estrutura, quando devidamente projetada, deve garantir que ela suporte, de forma segura, estável e sem deformações excessivas, todas as solicitações a que estará sendo submetida durante a sua execução e sua vida útil, possibilitando, deste modo, o seu uso de modo satisfatório em relação às finalidades para as quais foi projetada.

O dimensionamento, a verificação e o detalhamento são necessários para garantir a segurança e o bom funcionamento de uma estrutura como um todo e também em relação a cada uma de suas partes. Deste modo, verificam-se o Estado Limite Último (ELU) e o Estado Limite de Serviço (ELS), também conhecido como de Utilização. Para a segurança da estrutura, deve ser respeitada a condição  $S_d \leq R_d$ , onde a resistência de cálculo tem que ser maior ou igual à solicitação de cálculo.

O ELS é respeitado quando as fissuras, deformações e vibrações de uma estrutura estão dentro das limitações exigidas pela NBR 6118 (ABNT, 2003), que relaciona a durabilidade à aparência, ao conforto do usuário e à boa utilização funcional das mesmas em relação aos usuários, às máquinas ou aos equipamentos utilizados. No caso das lajes pré-moldadas treliçadas geralmente é este o estado limite determinante.

A verificação da estrutura no ELU garante a segurança adequada, relacionada a uma pequena probabilidade de ruína estrutural, no todo ou em parte da estrutura. Também é recomendável que a estrutura apresente certa ductilidade, de modo que uma eventual ruína ocorra após a estrutura sofrer grandes deformações, alertando os usuários.

Santine (2005) realça que, para o dimensionamento de uma laje, sempre se têm mais incógnitas do que equações, tendo-se que escolher previamente alguns parâmetros, como, por exemplo, a largura ( $b$ ), altura útil ( $d$ ), altura ( $h$ ) e a profundidade da linha neutra ( $x$ ), para determinar a área de aço ( $A_s$ ). Neste caso ( $x$ ) é determinado pela equação de equilíbrio, havendo uma única solução, e, para as demais incógnitas auxiliares, têm-se as equações de compatibilidade que determinam as deformações nos materiais ( $\epsilon$ ), e as equações constitutivas, que determinam as tensões  $\sigma$  em função das deformações  $\epsilon$ .

### **Deslocamentos limites**

Os deslocamentos limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura, que são classificados em quatro grupos básicos: aceitabilidade sensorial, efeitos específicos, efeitos em elementos não-estruturais e efeitos em elementos estruturais item 13.3, NBR 6118 (ABNT, 2003).

Os efeitos de relevantes deslocamentos em elementos estruturais podem provocar o afastamento do comportamento do elemento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Neste caso, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado item 13.3, NBR 6118 (ABNT, 2003).

O limite de deslocamento total utilizado para um efeito de aceitabilidade visual nesse trabalho é de  $l/250$ , onde o  $l$  é o vão do elemento, para o Estado Limite de Serviço, de acordo com a tabela 13.2 da NBR 6118 (ABNT, 2003). Muitas vezes, a condição mais crítica no projeto é justamente a verificação dos deslocamentos limites, principalmente, em função do efeito da fluência. Têm-se um exemplo desta situação apresentado em Carvalho (2007, p.202).

## **2.4 Análise estrutural experimental de laje treliçada com adição de resíduo de borracha**

Trigo (2008) estudou os deslocamentos de lajes unidirecionais com dois tipos de concreto complementar: o concreto padrão, sem resíduo de borracha (CSR), e o concreto com adição de resíduo de borracha (CCR). O cimento utilizado foi o CII E 32. Os dados mostrados neste item foram obtidos do trabalho apresentado por Trigo (2008).

O concreto usado para a confecção das vigotas treliçadas foi elaborado com o cimento CPV ARI Plus, sem a adição do resíduo de borracha. A escolha deste tipo de

cimento foi visou à obtenção de uma alta resistência para o concreto nos primeiros dias, de modo a poder realizar o transporte das vigotas o mais rápido possível. Trigo (2008) designou este concreto como CSR-ARI.

Os concretos CSR, CCR e CSR-ARI foram dosados mantendo-se uma resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) mínima de 20 MPa, aos 28 dias, e um abatimento de  $7 \pm 1$  cm.

A adição do resíduo de borracha no concreto provocou um aumento do consumo de cimento em 15,4%, para manter sua resistência próxima à do concreto sem adição, embora esta ainda tenha ficado superior àquela.

O estudo das lajes começou inicialmente com uma laje unidirecional, com o comprimento de 100 cm, e, após os ensaios, houve a necessidade de estudar um modelo com menor rigidez, aumentando-se o comprimento da mesma para 210 cm.

Foram analisados seis protótipos com comprimento de 210 cm, 86 cm de largura e 9,5 cm de altura, denominados, neste trabalho, como P1\_SR, P2\_SR e P3\_SR, com concreto sem resíduo de borracha de pneu, e P1\_CR, P2\_CR e P3\_CR, com concreto com resíduo. A seção transversal está representada na Figura 9.

A Tabela 1 mostra os resultados dos ensaios físicos dos concretos utilizados para a confecção dos protótipos das lajes treliçadas.

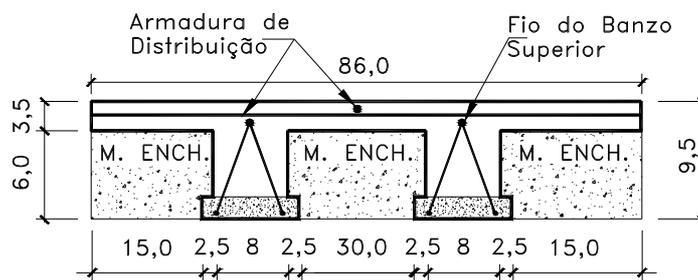


Figura 9: Seção transversal dos protótipos – Un: cm.

Tabela 1: Ensaios dos traços de concreto utilizados nos protótipos.

Ensaio Traço	Resistência à Compressão (MPa)		Resistência à Tração (MPa)		Módulo de Elasticidade (GPa)		Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )	Teor de Ar Incorporado (%)
	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias		
P1_SR	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	2389,31	3,9
	15,58	21,68	2,29	3,12	22,37	26,37		
P1_CR	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	2302,86	6,3
	16,23	22,01	2,15	3,01	19,96	21,51		
P2_SR e P3_SR	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	2382,74	4,1
	18,33	27,57	2,47	3,44	26,57	30,95		
P2_CR e P3_CR	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	7 Dias	28 Dias	2299,48	6,5
	16,37	22,54	2,54	3,14	22,84	27,77		

Fonte: TRIGO, 2008 pág. 67 e 68.

Os protótipos P1\_SR e P1\_CR foram instrumentados com relógios comparadores para prever as dificuldades que seriam encontradas e obter uma estimativa das cargas e dos deslocamentos verticais máximos (flechas), para a realização do ensaio de outros protótipos. No ensaio dos protótipos P2\_SR e P2\_CR, além do uso de relógios comparadores, foram utilizados extensômetros no concreto da parte superior e inferior das nervuras das lajes. Por fim, para os protótipos P3\_SR e P3\_CR, além da instrumentação mencionada anteriormente, foram colocados extensômetros na armadura.

Para apoiar os relógios comparadores, foram fixados dois suportes acrílicos posicionados nas bordas das lajes, na região do vão central, conforme mostrado na Figura 10.

A utilização do resíduo de borracha de pneu no concreto dos protótipos foi de 12% de resíduo em volume.



Antes dos protótipos serem ensaiados até a ruptura, na velocidade de 5 kgf/s, foram feitos dois ciclos de pré-carga visando a acomodação dos mesmos, aplicando-se, aos protótipos, uma ação correspondente a 10% da carga de ruptura e descarregando-se na mesma velocidade.

Os ensaios realizados por Trigo (2008) forneceram os seguintes resultados:

- para os protótipos P1\_SR e P1\_CR, resultados de carga e deslocamento vertical;
- para os protótipos P2\_SR e P2\_CR, resultados de carga, deslocamento vertical, deformações no concreto.
- para os protótipos P3\_SR e P3\_CR, resultados de carga, deslocamento vertical, deformações no concreto e no aço.

### 3 Tipos de análises e métodos

Este capítulo apresenta os métodos e tipos de análises usados para a determinação das flechas e comparação do modelo experimental com o modelo computacional das lajes estudadas.

A análise estrutural, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2003), item 14.5, pode ser feita por meio das seguintes análises: linear, linear com redistribuição, plástica, e não-linear, que são diferenciadas pelo comportamento admitido para os materiais constituintes da estrutura, conforme as limitações de cada caso. Neste trabalho serão utilizadas a análise linear e a análise não-linear.

Para a consideração destas análises, o modelo estrutural deve ser realista, permitindo representar todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura e a resposta não-linear dos materiais NBR 6118, item 14.2.2, (ABNT, 2003).

O cálculo do deslocamento no vão central da laje é realizado pela Equação 1, utilizando a teoria da Resistência dos Materiais, de acordo com o esquema estático representado na Figura 12.

$$U_{max} = \frac{(P)a(3l^2 - 4a^2)}{24EI} \quad (1)$$

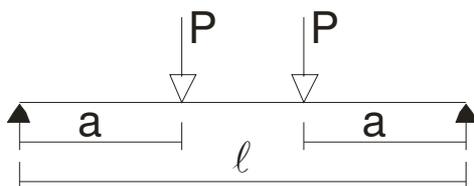


Figura 12: Esquema estático do ensaio experimental realizado.

Para calcular os deslocamentos através dos métodos apresentados a seguir e compará-los com os obtidos experimentalmente, foram utilizados, como referência, apenas alguns dos pontos obtidos experimentalmente, mas que representassem adequadamente o comportamento do elemento estrutural.

### 3.1 Análise linear

A análise linear considera que o elemento estrutural é constituído de material isotrópico, homogêneo, elástico, fisicamente linear e tem pequenos deslocamentos. Sabendo-se que o concreto armado é composto por materiais heterogêneos e não apresenta comportamento elástico e isotrópico, a consideração da linearidade física torna a relação tensão *versus* deformação linear inadequada, pois não considera a fissuração e a plastificação do material.

Segundo a NBR 6118, item 14.5.2 (ABNT, 2003), as características geométricas podem ser determinadas pela seção bruta de concreto dos elementos estruturais, adotando o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a 0,2 e a recomendação da utilização do módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ).

### 3.2 Análise não-linear

Neste trabalho, a consideração do modelo não-linear é realizada através da relação momento-curvatura do CEB-90 (COMITÊ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON - CEB, 1993) e o carregamento incremental, em relação à fissuração do concreto e as equações constitutivas do concreto e do aço.

A análise não-linear deve satisfazer as condições de equilíbrio, de compatibilidade e de ductilidade, onde sua geometria e todas as armaduras devem ser conhecidas, pois a resposta da estrutura depende de como ela foi armada NBR 6118, item 14.5.5, (ABNT, 2003). O item 14.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2003) recomenda a análise não-linear em elementos de concreto armado nas regiões fissuradas para a avaliação das flechas.

Em uma etapa inicial de carregamento, quando o concreto armado é solicitado, o mesmo apresenta um comportamento linear e rigidez constante, denominado de estágio I, desde que já não se encontre fissurado. Com o aumento da carga solicitante, o momento atuante fica maior que o momento de fissuração; sendo assim, o concreto armado passa a se comportar conforme as hipóteses assumidas para o estágio II, que

caracteriza o surgimento de fissuras no concreto e um comportamento não-linear; nesta etapa, a rigidez do elemento estrutural irá variar de acordo com a magnitude das solicitações, que provocam novas fissuras e um aumento da abertura das já existentes.

Segundo Droppa e El Debs (2001), a avaliação dos deslocamentos e esforços solicitantes em uma estrutura torna-se mais confiável ou segura na medida em que se estimam melhor os parâmetros de rigidez do concreto armado, pois este material apresenta rigidez diferente conforme o nível de solicitações.

Carvalho (1994) realça que o funcionamento de uma estrutura em concreto armado depende principalmente do grau de fissuração de seus elementos e a principal vantagem em considerar-se a não linearidade na análise física do elemento de concreto, é investigar, o mais próximo do possível, o que ocorre com a estrutura em serviço.

Sabe-se que para pavimentos de edifícios, normalmente, a carga acidental é menor que as permanentes e desta maneira, mesmo para cargas de serviço, pode ocorrer a não linearidade física do concreto, uma vez que os esforços necessários para alcançar o momento de fissuração, são, em geral, relativamente de baixa intensidade (CARVALHO, 1994).

### 3.3 CEB-90

Neste item, a metodologia foi seguida de acordo com o trabalho desenvolvido por Droppa Junior. (1999), com algumas modificações em relação à nova NBR 6118 (ABNT, 2003) e o CEB-90 (1993).

O método apresentado pelo CEB-90 (1993) relaciona a curvatura de uma viga sob flexão simples pura ao momento fletor atuante (M), conforme mostra a Equação 2. Essa relação é chamada de momento-curvatura.

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_c I}$$

(2)

Segundo Silvany e Pinheiro (2005), um ponto muito importante é a determinação da rigidez, que está bastante ligada ao problema da fissuração do concreto. Determinar o grau de fissuração da peça é uma tarefa difícil, uma vez que este fenômeno ocorre progressivamente, dependendo dos momentos fletores, e à medida que ocorre, provoca uma redistribuição de momentos em estruturas hiperestáticas.

Leonhardt (1979) também destaca que no caso de vigas de concreto armado, a dificuldade para a determinação da curvatura reside no fato de que a rigidez ( $EI$ ) não pode ser admitida constante, exceto no estágio I, dependendo do grau de solicitação e da disposição da armadura.

O método do CEB-90 considera que o elemento de concreto armado trabalha em três estádios. A Figura 13 representa os três estádios através da relação momento ( $M$ ) curvatura ( $1/r$ ):

- Estádio I: o concreto armado abaixo da linha neutra encontra-se íntegro, mantendo a sua rigidez constante, e o elemento estrutural apresenta um comportamento linear, onde a deformação do concreto é igual a do aço; esse estágio termina quando o momento atuante atinge o valor correspondente ao produto do momento de fissuração com a raiz quadrada do coeficiente  $\beta_b$  ( $M_f \cdot \sqrt{\beta_b}$ );
- Estádio II: ocorre quando o momento que atua na seção transversal ultrapassa o valor  $M_f \cdot \sqrt{\beta_b}$ ; neste estágio, inicia-se o processo de formação das fissuras, até que ocorra a sua estabilização. Com o acréscimo de carregamento, as fissuras ampliam suas aberturas, fazendo com que a estrutura não apresente mais um comportamento linear. Neste estágio, a rigidez é diminuída por causa das fissuras até atingir o momento de escoamento do aço ou plastificação do concreto ( $M_y$ ). Carvalho (1994) destaca que no estágio II a distribuição da tensão de compressão no concreto é triangular e o esforço à tração é resistido apenas pela armadura abaixo da linha neutra. Sendo assim, neste estágio não se considera a resistência do concreto à tração e nem o concreto e nem a armadura estão plastificando ou escoando, respectivamente.
- Estádio III: após o momento atuante ultrapassar o valor do momento de escoamento ou plastificação ( $M_y$ ), há uma variação sensível da rigidez; o

elemento praticamente pára de absorver os esforços e escoa até atingir o momento último ( $M_u$ ), chegando à ruína.

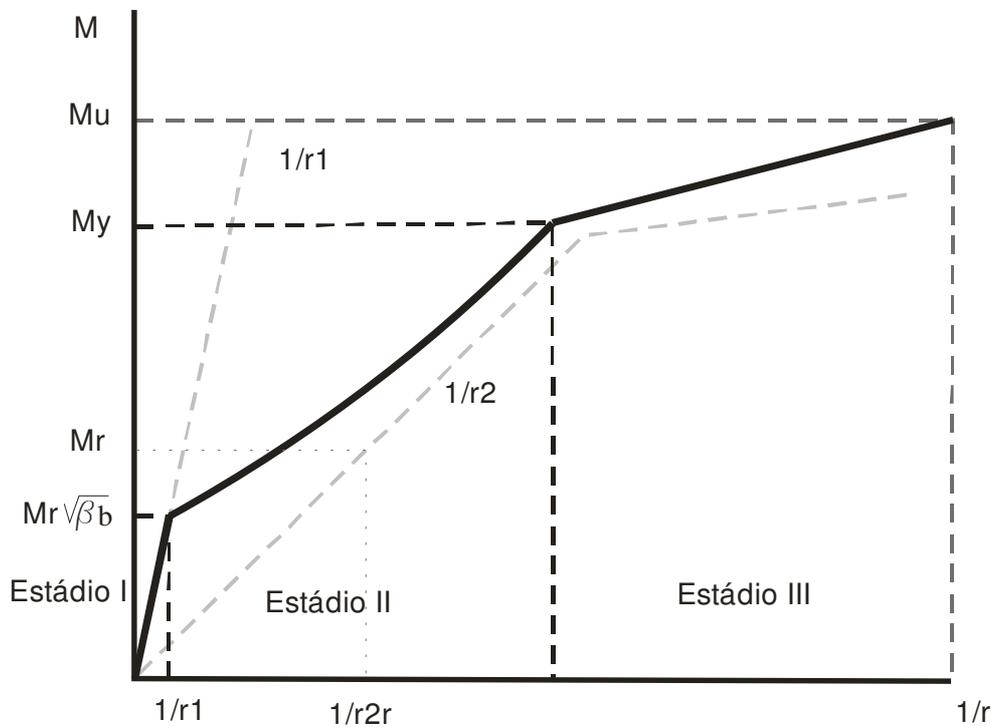


Figura 13: Momento x curvatura.  
Fonte: CEB-90, 1999, pág.203.

No estágio I, a curvatura é determinada através da Equação 3, que está relacionada ao momento de fissuração ( $M_r$ ) e à raiz quadrada do produto de coeficientes que levam em conta a aderência das barras de aço e a repetição dos carregamentos ( $\beta_b$ ). O valor de  $M_r$  é determinado pela Equação 4.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} = \frac{M_r \sqrt{\beta_b}}{E_c I_f}$$

para  $M < M_r \sqrt{\beta_b}$  (3)

$$M_r = \frac{f_{ctm} \cdot I_1}{y} \quad (4)$$

onde:

$f_{ctm}$  = resistência média à tração axial do concreto.

$$f_{ctm} = f_{ctko,m} (f_{cm}/f_{cko})^{2/3}$$

$f_{cm}$  = resistência média à compressão do concreto.

$$f_{ctko,m} = 0,14 \text{ kN/cm}^2.$$

$$f_{cko} = 1 \text{ kN/cm}^2.$$

$E_c$  = módulo de elasticidade tangente do concreto.

$I_1$  = momento de inércia do Estádio I.

$y$  = centro de gravidade inferior (tração) do Estádio I.

$\beta_b$  = produto de coeficientes que levam em conta a aderência das barras de aço e a repetição dos carregamentos

$$\beta_b = \beta_1 \cdot \beta_2$$

$\beta_1$  = 0,5 para barras de má aderência e 1,0 caso contrário.

$\beta_2$  = 0,5 para cargas repetitivas ou 0,8 para primeiro carregamento.

Quando o momento fletor que atua no elemento ultrapassa o valor de  $M_r \sqrt{\beta_b}$ , as fissuras começam a ser formadas sob influência da carga crescente aplicada, até haver uma estabilização das fissuras, denominado de estágio II, onde a rigidez do elemento diminui sensivelmente, embora a curvatura também seja influenciada pelo “tension stiffening”, que são regiões integras de concretos entre fissuras (CEB-90, 1999).

A Figura 14 representa os três estádios de comportamento das fissuras do elemento quando solicitado a flexão simples pura: estágio I, onde concreto ainda não

fissurou; estágio II, onde se dá a formação e a estabilização das fissuras; e estágio III, onde as fissuras são ampliadas, até o elemento atingir a ruína.

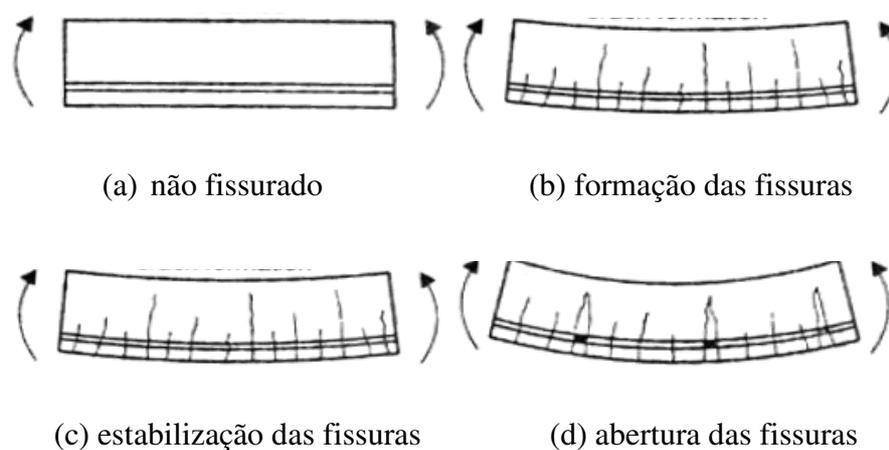


Figura 14: Comportamento das fissuras nos três estádios.  
Fonte: CEB-90, 1999, pág.198.

Com o aumento das fissuras, a relação momento-curvatura aproxima-se da linha pontilhada, conforme a Figura 15, que é a relação momento-curvatura sem a contribuição do “tension stiffening”, o que corresponde ao comportamento do modelo no estágio II.

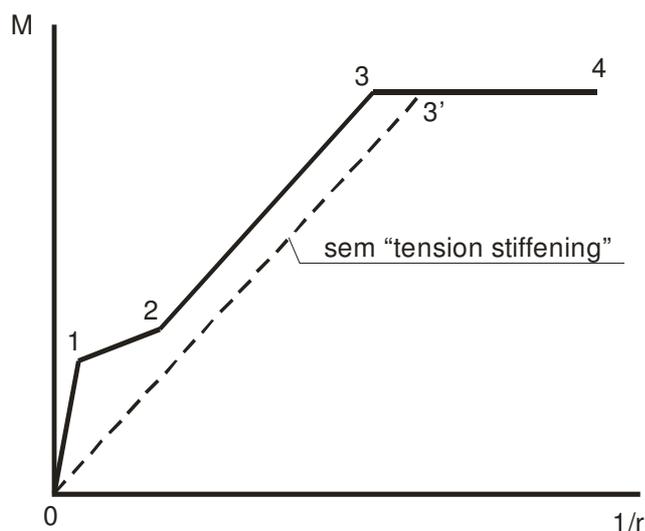


Figura 15: Tension stiffening.  
Fonte: CEB-90, 1999, pág.198.

Conforme o CEB-90 (1993), o módulo de elasticidade tangente ( $E_c$ ) pode ser determinado em função da resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) ou em função da resistência média ( $f_{cm}$ ), caso esta seja conhecida. Neste trabalho, adotou-se a expressão associada ao valor de  $f_{cm}$ :

$$E_{cs} = E_{co} \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{1/3}$$

onde :

$$E_{co} = 2,15 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$$f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$$

O CEB-90 (1999) determina que, para o elemento de concreto armado fissurado, o módulo de elasticidade do concreto sofra uma redução para levar em conta o início da plastificação do concreto (Equação 5).

$$E_{cs} = 0,85.E_c \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto}) \quad (5)$$

A Equação 6 determina a curvatura no estágio II.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{ts}} \quad \text{para } M_r \cdot \sqrt{\beta_b} < M < M_y \quad (6)$$

sendo:

$$\frac{1}{r_{ts}} = \left( \frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \cdot \left( \frac{M_r}{M} \right)$$

$\frac{1}{r_{ts}}$  = rigidez do concreto à tração "tension stiffening".

$$\frac{1}{r_2} = \frac{M}{E_{cs}I_{II}} \quad \frac{1}{r_{2r}} = \frac{M_r}{E_{cs}I_{II}} \quad \frac{1}{r_{1r}} = \frac{M_r}{E_c I_I}$$

Para o estágio III a curvatura é determinada pela Equação 7.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_y} - \left( \frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \cdot \left( \frac{M_r}{M_y} \right) + \frac{(M - M_y)}{2K_{III}} \quad \text{para } M > M_y \quad (7)$$

sendo:

$$K_{III} = \frac{M_u - M_y}{\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r_y}}$$

As formulações usadas para a determinação dos momentos e das curvaturas, nos estádios II e III, estão disponibilizadas no ANEXO A.

### 3.3.1 Deslocamento através da deformação experimental

Carvalho (1994) apresenta, em sua dissertação, a Equação 8, que considera a deformação específica média do aço e do concreto no cálculo da curvatura. Esta equação foi utilizada somente para os protótipos P3\_SR e P3\_CR, por terem sido instrumentados com extensômetros colados na armadura e na superfície do concreto, na seção transversal com maior solicitação. Neste trabalho este método é denominado de Deformação experimental.

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}}{d} \quad (8)$$

## 3.4 Branson

A NBR 6118 (ABNT, 2003) apresenta a formulação de Branson para a avaliação da flecha imediata de elementos estruturais tipo vigas (Equação 9), determinada pela interpolação direta das rigidezes entre os estádios I e II puro, conforme Santine (2005). Têm-se, deste modo, uma rigidez equivalente e constante ao longo de todo o elemento estrutural. A laje pré-moldada treliçada é considerada como uma viga de seção “T”, em função da existência da nervura e da capa de concreto.

Na Figura 16 observa-se o surgimento de fissuras quando o momento atuante ( $M_a$ ) da seção mais solicitada é maior que o momento de fissuração ( $M_f$ ).

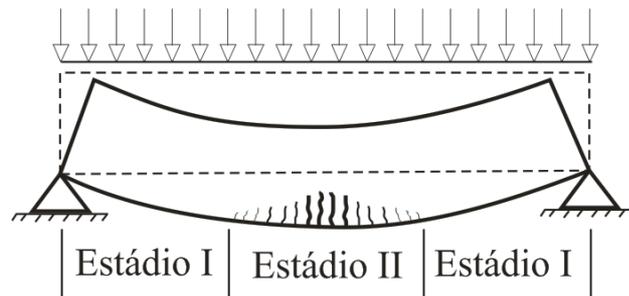


Figura 16: Comportamento de um elemento estrutural quando solicitado à flexão simples.

$$EI_{eq} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (9)$$

onde:

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_{II}$  = momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

$M_a$  = momento fletor máximo na seção analisada;

$M_r$  = momento de fissuração do elemento estrutural;

$E_{cs}$  = módulo de elasticidade secante do concreto.

O momento de fissuração ( $M_r$ ) e o momento de inércia ( $I_{II}$ ) relativo a seções retangulares, ou a seções T quando a linha neutra corta a mesa, são calculados pelas Equações 10 e 11, respectivamente.

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (10)$$

$$I_{II} = b_f \frac{x^3}{12} + b_f \frac{x^3}{4} + \alpha_s \sum A_{s,i} (d_i - x)^2 \quad (11)$$

onde:

$\alpha = 1,5$  para seções retangulares ou  $1,2$  para seções T ou duplo T;

$y_t$  = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$f_{ct}$  = resistência à tração direta do concreto;

$A_s$  = área de aço;

$$\alpha_s = \frac{E_s}{E_{cs}}.$$

### 3.5 Carregamento incremental

A consideração do comportamento não-linear é feita, neste trabalho, através da técnica do carregamento incremental, que considera que em cada etapa de carga, há linearidade entre esforços e deslocamentos. Deste modo, com certo número mínimo de etapas de carregamento, torna-se o problema não-linear em uma soma de parcelas lineares.

A rigidez da seção analisada é atualizada a cada etapa de incremento de carga, sendo função do momento fletor, que está relacionado ao nível de solicitações da etapa anterior. Quando aumentam os números de etapas de carregamento, a avaliação torna-se mais precisa.

A Figura 17 representa a relação carga x deslocamento de certo elemento, mostrando a diminuição da rigidez a partir do terceiro incremento de carga, onde o momento de fissuração foi ultrapassado pelo momento atuante. Pode-se observar uma maior perda de rigidez nos incrementos subsequentes.

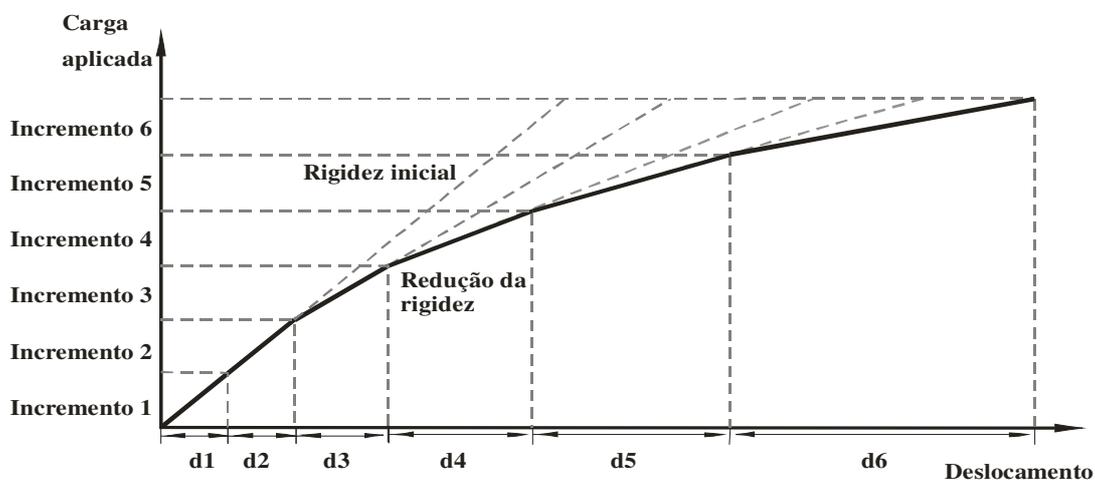


Figura 17: Diagrama de carga x deslocamento.

## **3.6 ANSYS**

O procedimento utilizado neste trabalho para avaliar o deslocamento, utilizando o carregamento incremental, que simula o comportamento não linear das lajes, foi realizado através do software de análise numérica ANSYS<sup>®</sup> (versão 11.0), que é uma ferramenta de análise numérica que trabalha com o método dos elementos finitos.

O primeiro passo foi estudar os principais recursos deste programa, que é dividido em três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento. Foram observadas duas maneiras diferentes para a realização da modelagem dos protótipos: por programação através da linguagem APDL e pela modelagem em 3D com as dimensões reais das lajes. Neste trabalho, a opção adotada foi a de se usar a linguagem APDL.

### **3.6.1 Linguagem APDL com o método CEB-90**

Inicialmente houve uma grande dificuldade para desenvolver a simulação dos modelos, pois dificilmente encontra-se na literatura um roteiro para a modelagem de elementos estruturais constituídos de concreto armado e que leve em consideração a diminuição da rigidez desse elemento decorrente da fissuração.

Sendo assim, encontra-se disponível, no ANEXO B, um exemplo com a linguagem APDL utilizada, a fim de registrar a formulação adotada nas etapas de programação realizadas.

A linguagem APDL segue o padrão da linguagem de programação, com a vantagem de automatizar a modelagem e com a capacidade de variar os parâmetros. O arquivo de dados associado a esta linguagem foi gerado por um processador de texto, no formato ASCII.

A simulação dos modelos de laje através da linguagem APDL foi realizada de acordo com o método do CEB-90, que determina os limites e a formulação da rigidez de cada estádio.

O CEB-90 fornece, por meio de expressões matemáticas, uma curvatura que é o momento atuante dividido pela rigidez, sendo esta igual ao produto do módulo de elasticidade pelo momento de inércia. A determinação do momento de inércia para cada momento fletor que atua na seção transversal, conforme os estádios II e III, é complexa, por não conseguir determinar o tamanho da profundidade das fissuras e conseqüentemente a diminuição da rigidez da seção transversal no local analisado.

Em função da dificuldade de se poder atualizar o valor do momento de inércia, intervindo diretamente na matriz de rigidez, a proposta adotada foi a consideração de que o elemento mantém a sua seção transversal constante, mantendo-se, deste modo, o valor do momento de inércia constante, e variando-se o módulo de elasticidade, conforme a Equação 12 mostrada abaixo. Este procedimento possibilitou uma melhor condição de atualização da rigidez no ANSYS®.

$$E_c = \frac{M}{\frac{1}{r} I_{Ic}}$$

(12)

A modelagem através da linguagem APDL é dividida em cinco partes:

- 1) entrada de dados;
- 2) definição de parâmetros relacionados ao CEB-90;
- 3) aplicação das características geométricas da seção transversal e das características mecânicas do material, bem como a geração das tabelas;
- 4) aplicação do carregamento inicial;
- 5) aplicação do carregamento incremental.

A Figura 18 mostra o fluxograma que representa a modelagem realizada utilizando-se a linguagem APDL.

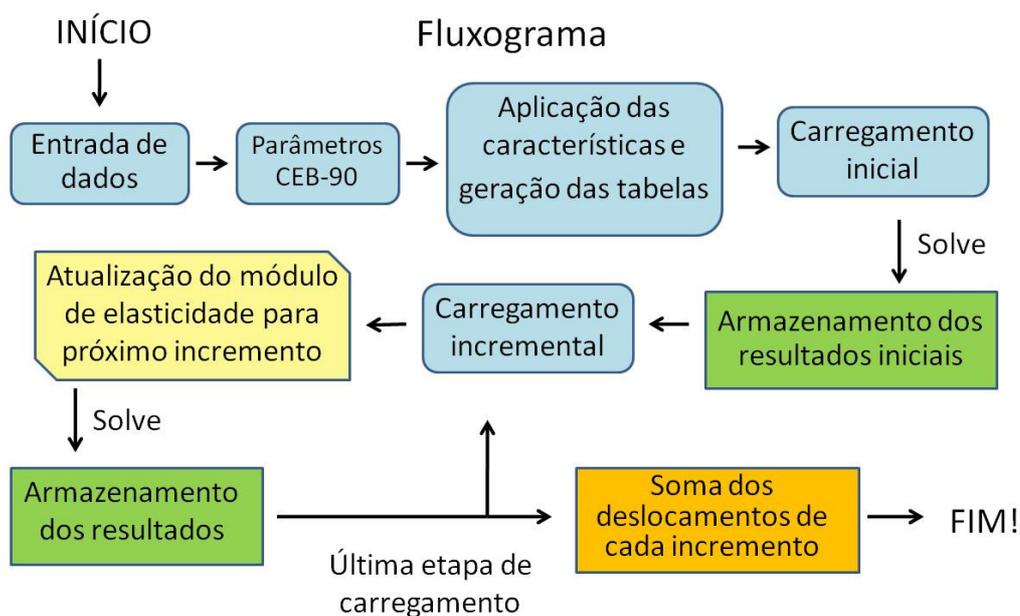


Figura 18: Fluxograma da modelagem realizada, usando-se a linguagem APDL.

A fase correspondente à entrada de dados representa a definição das seguintes informações: dimensões da laje e do vão; definição do elemento estrutural da biblioteca do ANSYS®; valores dos momentos limites de cada estágio, de acordo com o CEB-90, do coeficiente  $\beta_b$ , do módulo de elasticidade inicial do concreto, do carregamento permanente, do carregamento aplicado pelos macacos hidráulicos, do peso próprio, do número de elementos finitos em relação ao vão da laje e da quantidade de etapas de incremento de carga.

O carregamento permanente está relacionado às ações oriundas do peso dos perfis posicionados em cima da laje antes da instrumentação, usados para transferir os esforços das células de carga para a laje, provocando uma carga distribuída em linha.

O tipo de elemento usado para simular a laje foi o BEAM3-2D, mostrado na Figura 19, que é bidimensional, com três graus de liberdade em cada nó, com translação em X e Y, e rotação em torno do eixo Z. Para definir as características da seção transversal são necessários apenas os valores da área, do momento de inércia e da altura da laje.

Na figura 20, tem-se a divisão da laje em 20 elementos lineares finitos apenas como um exemplo para facilitar a visualização da figura, pois, na modelagem, foram discretizados em 40 elementos finitos.

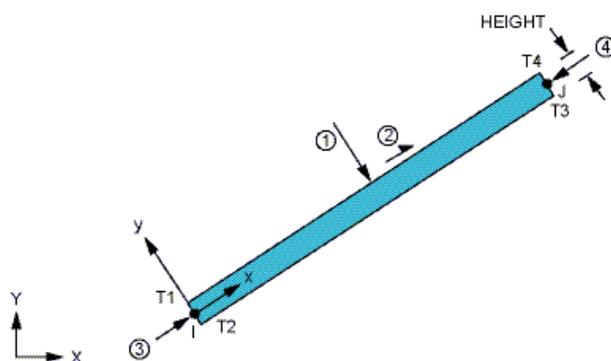


Figura 19: Beam3 - 2D.  
Fonte: ANSYS 11.0.

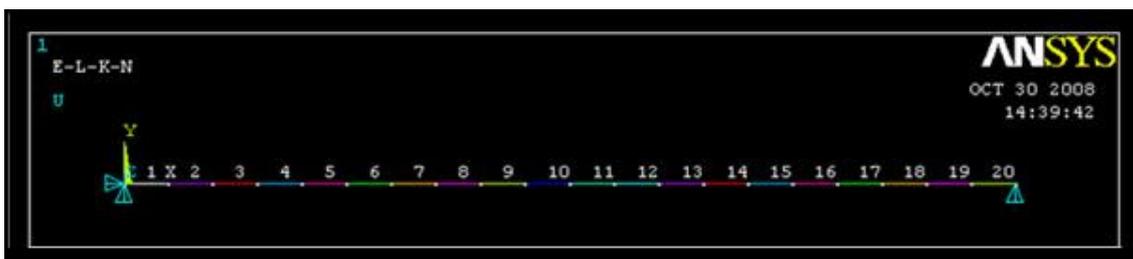


Figura 20: Esquema da divisão da viga em elementos lineares finitos.

Os parâmetros relacionados ao CEB-90 que foram usados são: o momento limite entre os estádios I e II, as curvaturas em relação aos três estádios e os termos usados nas fórmulas do cálculo da rigidez em cada estádio.

Em uma primeira etapa, o programa define a geometria e as características mecânicas do elemento de laje, como, por exemplo, o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade inicial. Também são informadas as restrições dos apoios. São geradas tabelas para o armazenamento de deslocamentos (parciais e totais), momentos fletores e módulo de elasticidade, para cada incremento de carga.

A modelagem das restrições de apoio da laje foi definida em Y para uma extremidade e em X e Y para a outra, considerando-se, portanto, o modelo como estando simplesmente apoiado.

Inicialmente, é aplicada uma pequena parcela do carregamento incremental, para que uma primeira análise linear forneça resultados iniciais, que são armazenados em tabelas e que servem para a atualização do módulo de elasticidade para a próxima etapa de carregamento.

O carregamento incremental é a principal parte da modelagem que representa o desenvolvimento do comportamento não linear do concreto armado. No final de cada etapa de carregamento, o módulo de elasticidade é recalculado em função do momento fletor que atua na seção, decorrente do carregamento aplicado, somado com o momento gerado pelas cargas permanentes e pelo peso próprio. Esse momento fletor “total” é então comparado os valores dos momentos limites para cada estágio.

Com o módulo de elasticidade atualizado, a laje é calculada novamente, determinando novos momentos, que são armazenados para o próximo incremento de carga e atualização do módulo de elasticidade.

Os deslocamentos de cada incremento de carga são armazenados em uma tabela e são posteriormente somados para determinar o deslocamento total, transformando várias análises lineares em uma análise não-linear.

### **3.6.2 Linguagem APDL com a formulação de Branson**

A análise incremental, realizada com o auxílio da linguagem APDL, do ANSYS<sup>®</sup>, utilizando-se a formulação de Branson, segue o mesmo procedimento adotado no item 3.6.1, sendo que, neste caso, o processo foi dividido em quatro partes:

- 1) entrada de dados;
- 2) aplicação das características geométricas da seção transversal e das características mecânicas do material, bem como a geração das tabelas;
- 3) aplicação do carregamento inicial;
- 4) aplicação do carregamento incremental.

Para a atualização do módulo de elasticidade é utilizada a Equação 13, que está em função do momento máximo que atua em cada elemento de discretizado da laje, com a condição de ser menor ou igual do módulo de elasticidade secante do concreto.

$$E_{sq} = \frac{E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^2 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^2 \right] I_{II} \right\}}{I_c} \leq E_{cs} \quad (13)$$

### 3.6.3 Linguagem APDL com a formulação dos momentos de inércia $I_I$ e $I_{II}$

O elemento estrutural, inicialmente, tem um comportamento linear, onde a rigidez de cada seção transversal permanece constante. Com o início da fissuração de algumas seções, decorrente ao aumento dos esforços solicitantes, há uma diminuição do momento de inércia dessas seções fissuradas.

O cálculo do momento de fissuração ( $M_r$ ) e do momento de inércia da seção fissurada ( $I_{II}$ ) são determinados através das Equações 14 e 11, respectivamente. Deste modo, utilizou-se novamente a linguagem APDL, para simular o comportamento da laje na seguinte condição: quando o momento atuante em um determinado elemento for maior que o momento de fissuração, adota-se, para este elemento, o momento de inércia fissurado ( $I_{II}$ ); caso contrário, adota-se o momento de inércia da seção bruta de concreto. Para calcular o módulo de elasticidade, temos a Equação 15. Este método é denominado, neste trabalho, de Ansys - Estádios I e II.

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (14)$$

$$E_c = \frac{E_{cs} I_{II}}{I} \quad (15)$$

## 4 Apresentação e análise dos resultados

Trigo (2008) estudou a adição de resíduos de pneus no concreto usado na capa de protótipos de lajes pré-moldadas treliçadas, com o intuito de comparar o seu desempenho com protótipos sem adição de resíduo. Foram comparados os momentos últimos resistentes e as flechas obtidas experimentalmente.

Trigo (2008) comparou também os resultados experimentais com resultados teóricos, obtidos por meio da formulação de Branson, que, por sua vez, é o método adotado pela NBR 6118 (ABNT, 2003). Os resultados teóricos foram obtidos por meio de duas considerações diferentes: na primeira, o valor do momento de inércia média fornecido conforme a formulação de Branson foi calculado considerando-se o parâmetro  $\alpha_e$  como sendo igual a 15; na segunda, este parâmetro foi considerado como sendo igual ao quociente da divisão do módulo de elasticidade do aço pelo módulo de elasticidade secante do concreto ( $\alpha_e = E_s/E_{cs}$ ). Na Figura 21, é apresentada a comparação mencionada.

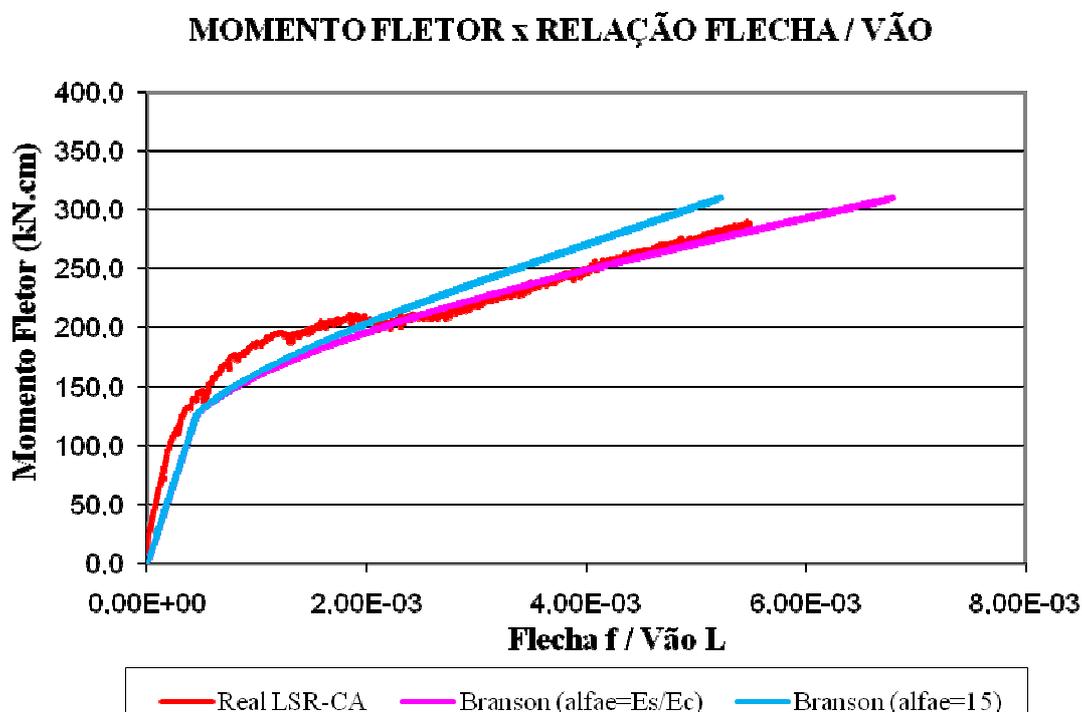


Figura 21: Momento fletor x relação flecha/vão do modelo P3\_SR.  
Fonte: TRIGO, 2008, adaptado do acervo da autora.

A adição do resíduo de borracha nos protótipos ensaiados não alterou o comportamento dos mesmos, ocorrendo uma semelhança entre suas curvas e as curvas relativas aos protótipos sem resíduos, diferenciando-os, apenas, em relação à resistência última apresentada pelos modelos, como mostrado na Figura 21.

Para os protótipos P2 e P3, o valor do momento fletor último foi menor, quando adicionado o resíduo, e, para os protótipos P1 observou-se um comportamento inverso. Isto também foi observado por Trigo (2008).

Trigo (2008), com base nos resultados comparativos das deformações do concreto e da armadura entre os protótipos P3\_SR e P3\_CR, apresentados na Figura 22, concluiu que os valores de deformação estão próximos, e, independente da presença ou não do resíduo de borracha de pneu nos protótipos P3, ambos exibem fissuras igualmente espaçadas ao longo das nervuras, em quantidade e abertura semelhantes.

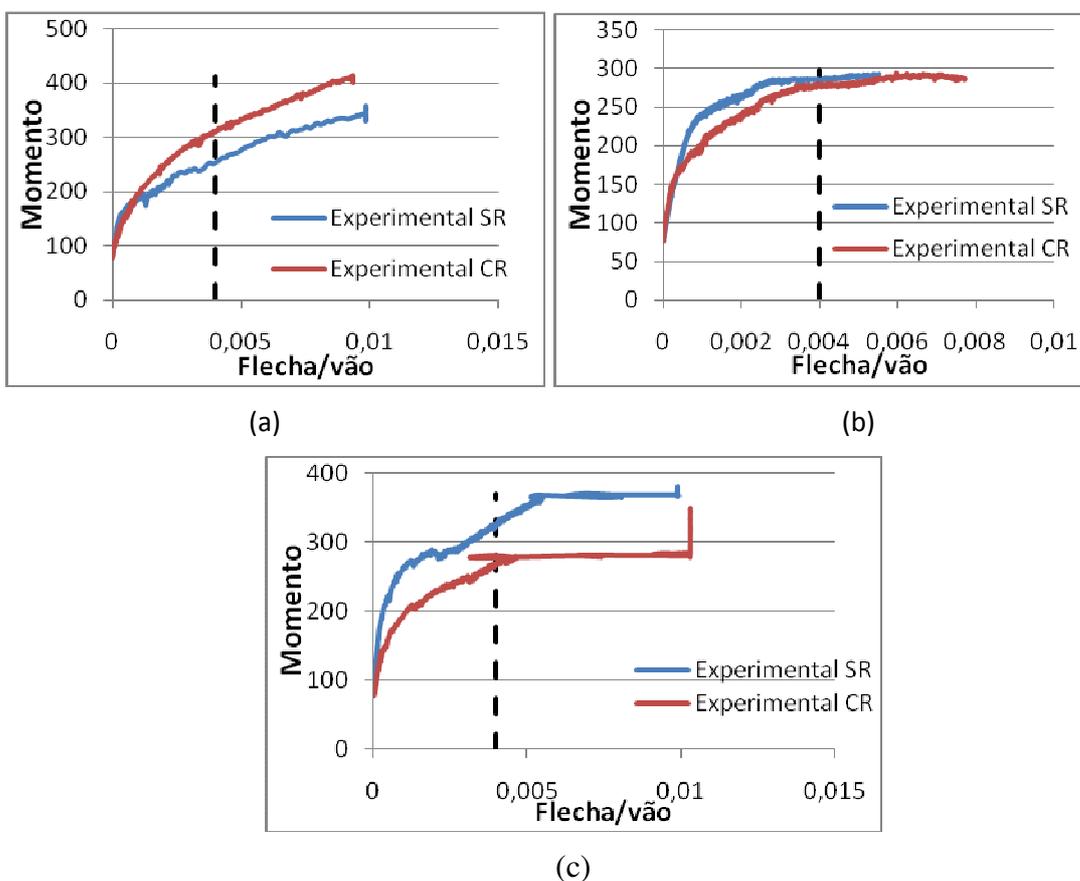


Figura 22: Comparação entre os resultados experimentais dos protótipos P1, P2 e P3, com resíduo (CR) e sem resíduo (SR).

Os resultados obtidos da análise experimental das lajes foram: carga aplicada e deslocamento vertical. Como a laje foi instrumentada com relógios comparadores após a colocação dos perfis metálicos usados para transferir a carga aplicada pelos macacos hidráulicos à laje, os deslocamentos obtidos estão relacionados somente com a carga aplicada pelos macacos, não considerando as flechas provocadas pelo peso dos perfis e pelo peso próprio da laje. Deste modo, nos gráficos apresentados a seguir, poderá ser observado que o momento começa com um valor acumulado de 77,02 kN.cm, que é justamente referente ao peso próprio do protótipo e do peso dos perfis.

No método de Branson, a rigidez está diretamente ligada ao momento atuante na seção transversal e ao momento de fissuração. Para levar em consideração os efeitos do peso dos perfis e do peso próprio das lajes existem duas alternativas que geram resultados completamente diferentes: subtrair esses momentos fletores permanentes do momento de fissuração ou somá-los aos momentos atuantes provocados pela aplicação da força pelos macacos hidráulicos.

Concluiu-se que o mais coerente seria a soma dos momentos permanentes ao momento gerado pela aplicação do carregamento realizado pelos macacos hidráulicos do que subtraí-los do momento de fissuração, que é uma característica do material usado no elemento estrutural. As Figuras 23 e 24 mostram que a hipótese adotada apresenta um comportamento mais próximo do resultado experimental, no Estado Limite em Serviço, quando a flecha máxima permitida pela NBR 6118:2003 é atingida, ou seja, quando a relação flecha/vão é igual a 0,004.

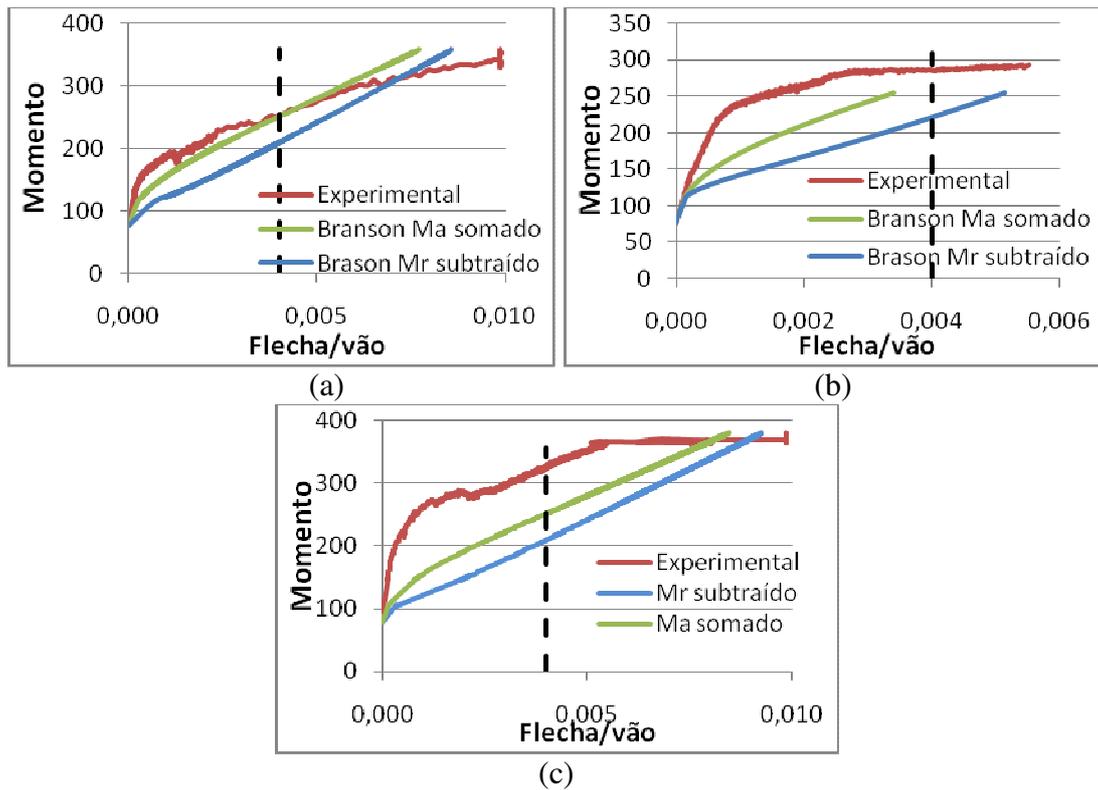


Figura 23: Branson com  $M_a$  somado e  $M_r$  subtraído ambos com o momento permanente (a) P1\_SR, (b) P2\_SR e (c) P3\_SR.

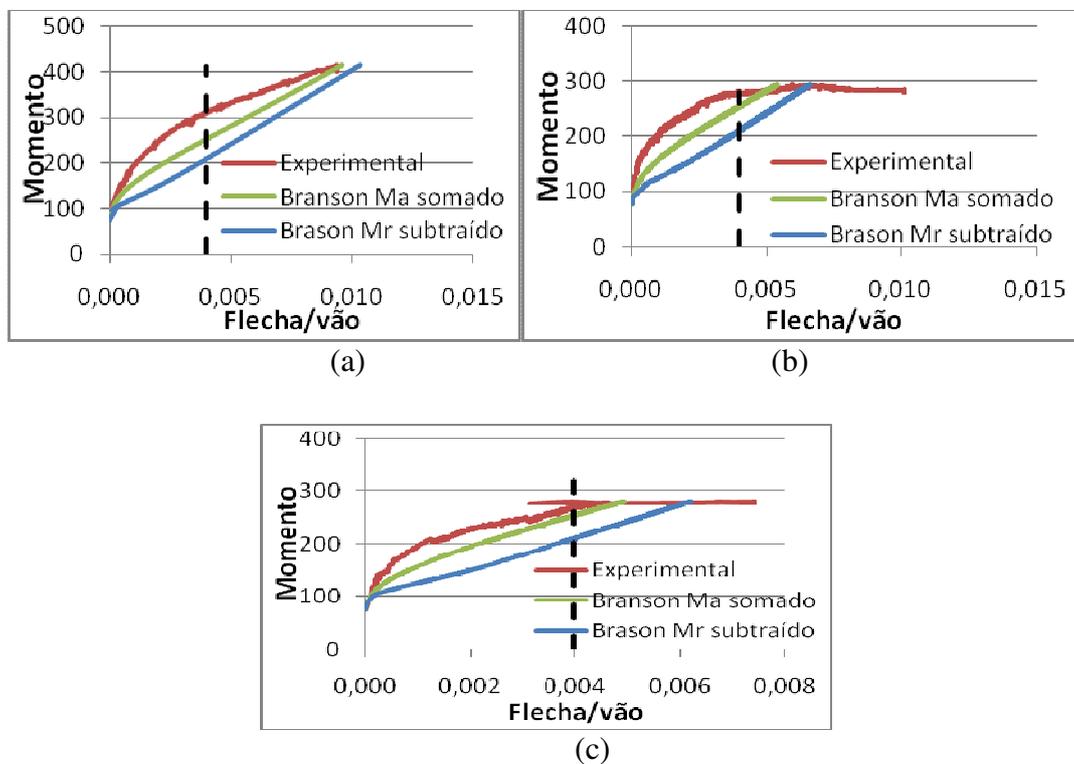


Figura 24: Branson com  $M_a$  somado e  $M_r$  subtraído ambos com o momento permanente (a) P1\_CR, (b) P2\_CR e (c) P3\_CR.

Os protótipos de laje possuem a mesma seção transversal, conforme mostrado na Figura 25, cujas características geométricas estão apresentadas na Tabela 2. O vão teórico foi adotado como sendo igual a 200 cm.

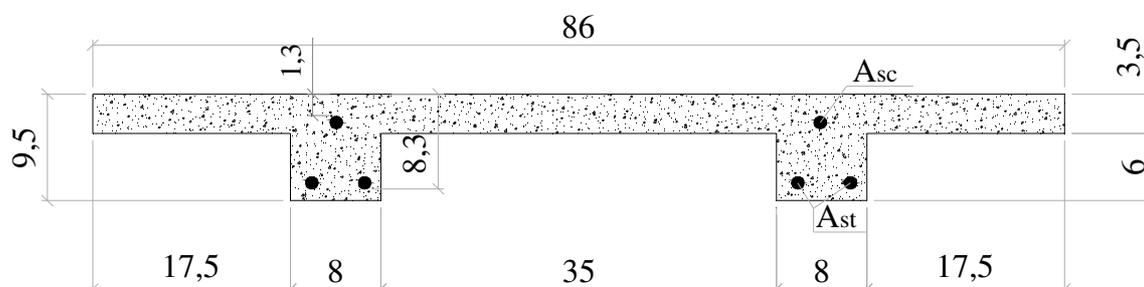


Figura 25: Seção transversal dos protótipos (unidades em cm).

Tabela 2: Características geométricas dos protótipos.

Características geométricas			
Área	$A_g$	397	cm <sup>2</sup>
Altura	$h$	9,5	cm
Altura útil	$d$	8,3	cm
Altura da mesa	$h_f$	3,5	cm
Distância da borda comprimida ao C.G. do fio superior	$d'$	1,6	cm
Largura	$b$	86	cm
Largura da nervura	$b_w$	8	cm
Centro geométrico em $y$	$y_{cg}$	2,9	cm
Momento de inércia	$I_c$	2237,5	cm <sup>4</sup>
Área de aço total na tração	$A_{st}$	0,55	cm <sup>2</sup>
Área de aço total na compressão	$A_{sc}$	0,56	cm <sup>2</sup>

O foco principal da análise dos resultados é a comparação das flechas experimentais dos protótipos, com e sem resíduo, com as obtidas por diferentes métodos, como, por exemplo, o do CEB-90 e o de Branson, e, em certas análises, com a utilização do software ANSYS<sup>®</sup>. As comparações são feitas tendo-se, como referência, o deslocamento limite de  $l/250$ , correspondente à aceitabilidade sensorial na limitação visual, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2003). Essa flecha, corresponde, nos gráficos, a uma relação flecha/vão igual a 0,004.

As análises são divididas considerando-se os momentos de fissuração calculados e os momentos de fissuração experimentais. Os momentos de fissuração calculados

foram obtidos de acordo com os métodos de cálculo analisados, como, por exemplo, o método de Branson, preconizado pela NBR 6118 (ABNT, 2003), o método do CEB-FIP 90 (1993) e o método Ansys - Estádios I e II. Nesse último método, foi feita uma discretização dos elementos da laje e, em função do maior momento fletor que atuava em cada elemento, calculada uma rigidez associada aos estádios I ou II.

O valor do momento de fissuração experimental e a definição do instante em que os relógios comparadores foram retirados podem ser obtidos por meio do gráfico tempo x deslocamento, após uma adaptação necessária decorrente do fato de que, no ensaio experimental, geralmente são feitas pequenas interrupções para avaliar o comportamento do protótipo e marcar a posição das fissuras. Nas duas situações, observam-se mudanças bruscas na inclinação da curva, conforme mostrado na Figura 26. Já o instante em que os protótipos alcançam a ruína é definido quando, mesmo acionando-se os macacos hidráulicos, observa-se uma diminuição das leituras da carga aplicada aos protótipos.

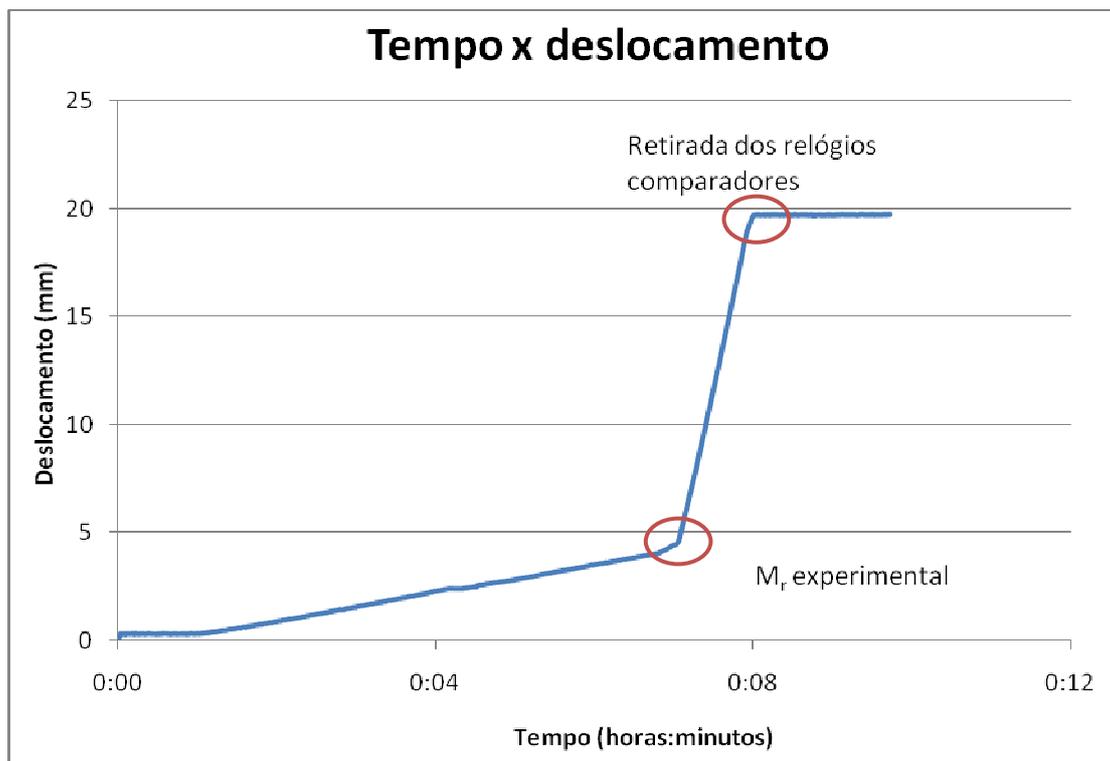


Figura 26: Tempo x deslocamento (P1\_SR).

#### 4.1 Protótipos de lajes sem resíduo de borracha de pneu

As Tabelas 3 e 4 mostram as características mecânicas dos protótipos P1\_SR, P2\_SR e P3\_SR, sem resíduo de borracha de pneu, determinados pelos métodos CEB-90 e Branson, respectivamente.

Tabela 3: Características mecânicas utilizadas no método CEB-90.

Características mecânicas CEB-90					
Protótipo		P1_SR	P2_SR	P3_SR	Unid.
Resistência média à compressão	$f_{cm}$	2,168	2,757	2,757	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência média à tração	$f_{ctm}$	0,235	0,275	0,275	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade concreto	$E_c$	2782,6	3014,7	3014,7	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade secante	$E_{cs}$	2365,2	2562,5	2562,5	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade aço	$E_s$	20000	20000	20000	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência característica do aço	$f_{ym}$	60	60	60	kN/cm <sup>2</sup>
Momento de inércia estágio II	$I_{II}$	277,79	258,11	258,11	cm <sup>4</sup>
Momento de fissuração	$M_r$	79,49	93,30	93,30	kN.cm
Momento de fissuração . $\sqrt{\beta_b}$	$M_r \cdot \sqrt{\beta_b}$	71,10	83,45	83,45	kN.cm
Momento de escoamento do aço ou plastificação do concreto	$M_y$	267,56	268,13	268,13	kN.cm
Momento último	$M_u$	284,93	287,46	287,46	kN.cm
Curvatura em $M_y$	$1/r_y$	4,07E-04	4,05E-04	4,05E-04	cm <sup>-1</sup>
Curvatura em $M_u$	$1/r_u$	1,31E-03	1,30E-03	1,30E-03	cm <sup>-1</sup>
Domínio		2a	2a	2a	

Tabela 4 : Características mecânicas utilizadas no método de Branson.

Características mecânicas Branson					
Protótipo		P1_SR	P2_SR	P3_SR	Unid.
Resistência média à compressão	$f_{cm}$	2,168	2,757	2,757	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência à tração axial	$f_{ct,m}$	0,233	0,273	0,273	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade concreto	$E_c$	2607,46	2940,40	2940,40	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade secante	$E_{cs}$	2216,34	2499,34	2499,34	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade aço	$E_s$	21000	21000	21000	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência característica do aço	$f_{ym}$	60	60	60	kN/cm <sup>2</sup>
Momento de inércia	$I_c$	2237,5	2237,5	2237,5	cm <sup>4</sup>
Momento de inércia estágio II	$I_{II}$	308,25	276,18	276,18	cm <sup>4</sup>
Momento de fissuração	$M_r$	94,87	111,36	111,36	kN.cm
Domínio		2a	2a	2a	

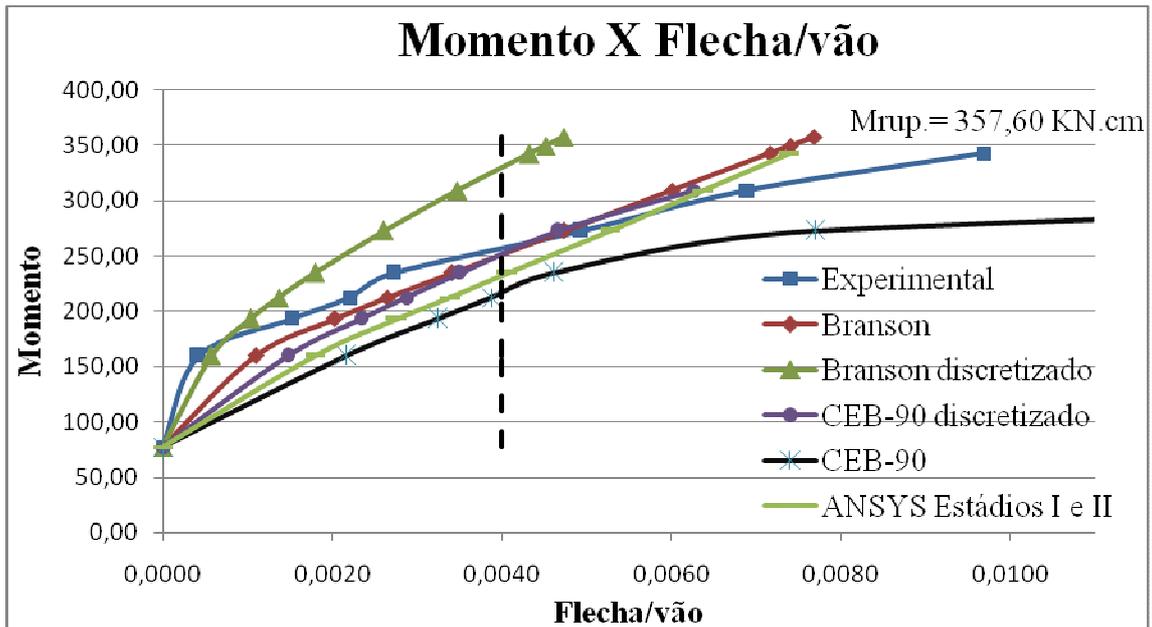
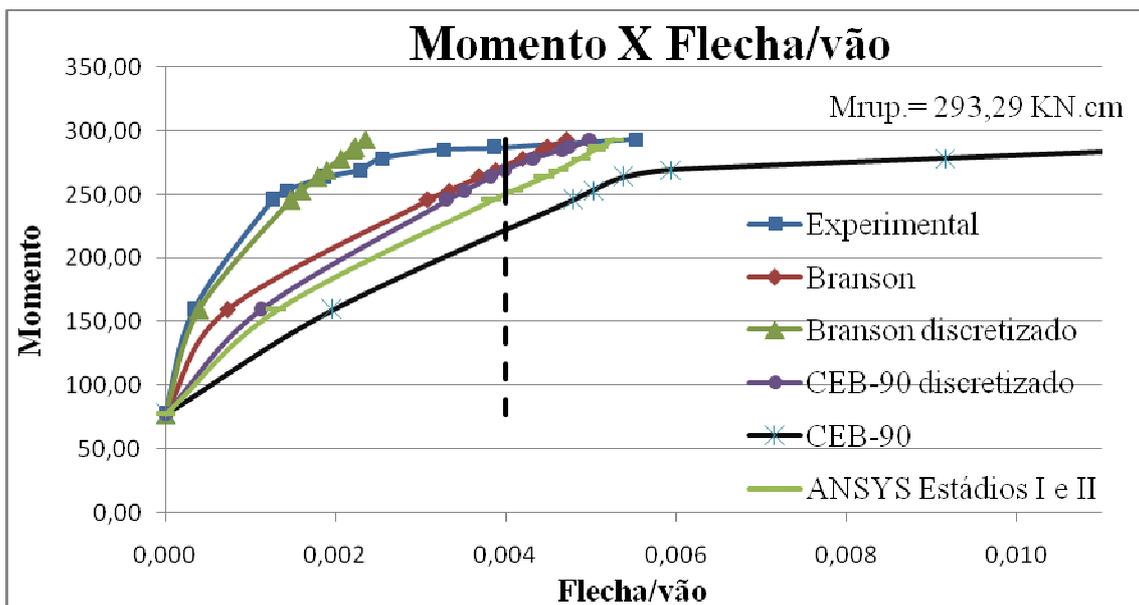
#### 4.1.1 Análise utilizando-se o valor do $M_r$ calculado

Considerando-se o valor do momento de fissuração calculado, nas Figuras 27, 28 e 29, os métodos de Branson, do CEB-90, do CEB-90 discretizado e do Ansys - Estádios I e II forneceram resultados adequados, uma vez que o este Estado Limite de Serviço foi atingido para cargas menores que as observadas no ensaio experimental. Já o método Branson discretizado não apresentou resultados adequados.

Tomando-se como referência os momentos experimentais obtidos para o Estado Limite de Serviço, o método de Branson aplicado aos protótipos P1\_SR, P2\_SR e P3\_SR apresentou valores inferiores, sendo essas diferenças percentuais iguais a 2%, 5% e 16%, respectivamente. Para o CEB-90, essas diferenças foram iguais a 16%, 23% e 32%, respectivamente. Para o CEB-90 discretizado, essas diferenças foram iguais a 2%, 6% e 17%. Já para o Ansys - Estádios I e II, essas diferenças foram de 9%, 13% e 23%, respectivamente.

O método de Branson discretizado apresentou valores maiores que os experimentais, sendo estas diferenças percentuais da ordem de 28% e 13% para os protótipos P1\_SR e P3\_SR. Para o método de Branson discretizado, no protótipo P2\_SR, estas análises percentuais não puderam ser feitas porque a laje somente atingiria o estado limite em serviço quando momentos muito elevados estivessem atuando.

Para os modelos P1\_SR e P2\_SR, o método de Branson, do CEB-90 discretizado e do Ansys - Estádio I e II apresentaram uma inclinação da curva momento x flecha/vão maior que os valores experimentais; já para o modelo P3\_SR, os métodos apresentaram inclinações semelhantes ao resultado experimental. Apenas o CEB-90, para todos os modelos, é que após atingido o Estado Limite de Serviço, apresentou uma inclinação menor que a curva referente aos valores experimentais.

Figura 27:  $M_r$  calculado P1\_SR.Figura 28:  $M_r$  calculado P2\_SR.

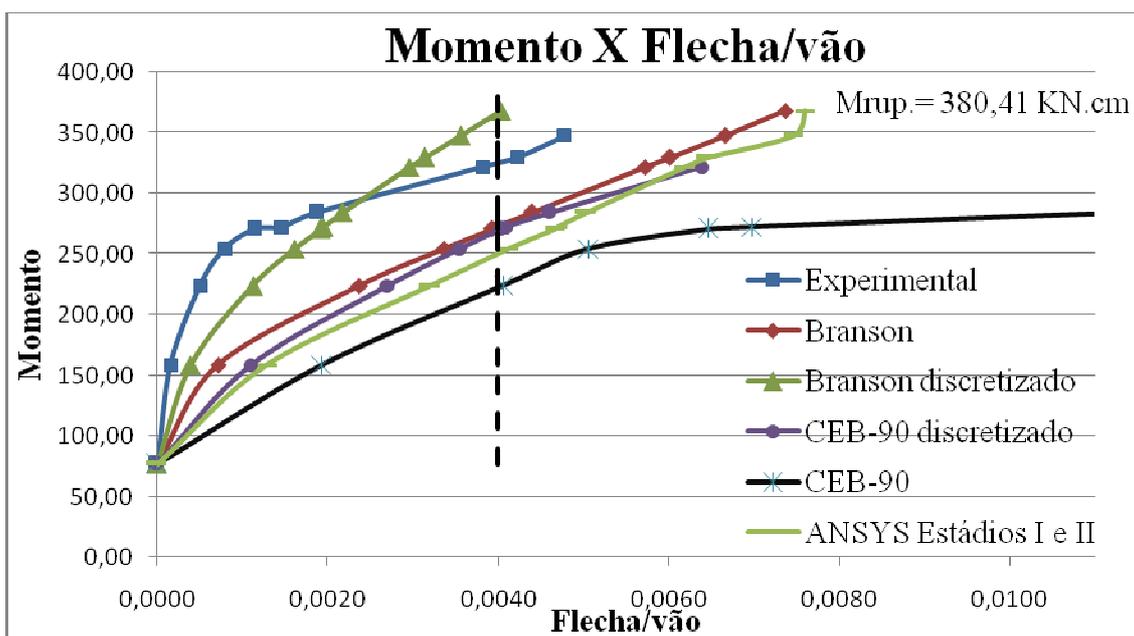


Figura 29:  $M_r$  calculado P3\_SR.

As tabelas com os valores dos momentos e deslocamentos, relacionadas às Figuras 27, 28 e 29 encontram-se no Anexo C.

#### 4.1.2 Análise utilizando-se o valor do $M_r$ experimental

Nas Figuras 30, 31 e 32, mostram-se os resultados obtidos considerando-se os valores dos momentos de fissuração experimental, para os protótipos P1\_SR, P2\_SR e P3\_SR. Tendo-se como referência o Estado Limite de Serviço, o método do CEB-90 teve a melhor representação em relação ao ensaio experimental, pois, apresentou um momento fletor menor que os resultados experimentais, com valores iguais a 6%, 6% e 17%, respectivamente.

Para o método do Ansys - Estádios I e II apresentou momentos fletores 6% e 1% acima do valor experimental, enquanto que para o método de Branson, esses valores foram ainda maiores iguais a 13% e 10%, para os protótipos P1\_SR e P3\_SR, respectivamente. Destaca-se que o método de Branson discretizado não é apresentado neste gráfico em função de seu desempenho inadequado já observado nas Figuras 24, 25 e 26.

O método CEB-90 discretizado não forneceu resultados adequados, pois, quando os três protótipos atingiram o Estado Limite de Serviço, a laje apresentou um momento fletor muito elevado. Para o protótipo P2\_SR, tanto o método do Ansys - Estádios I e II como o de Branson, não chegaram fornecer resultados que permitissem a comparação com o resultado experimental.

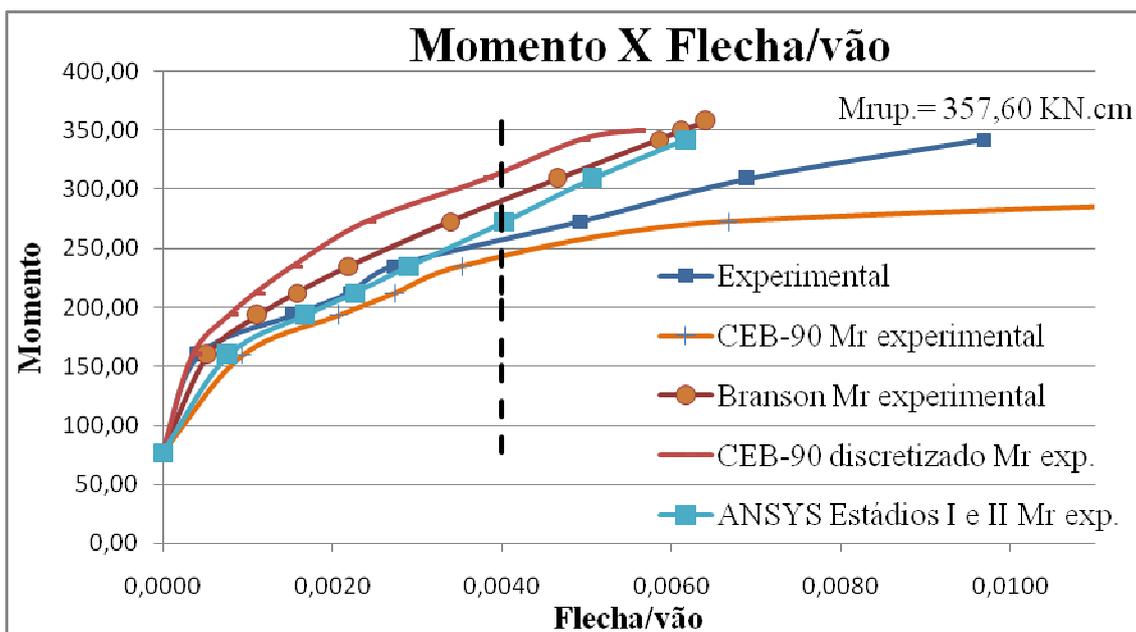


Figura 30:  $M_r$  experimental P1\_SR.

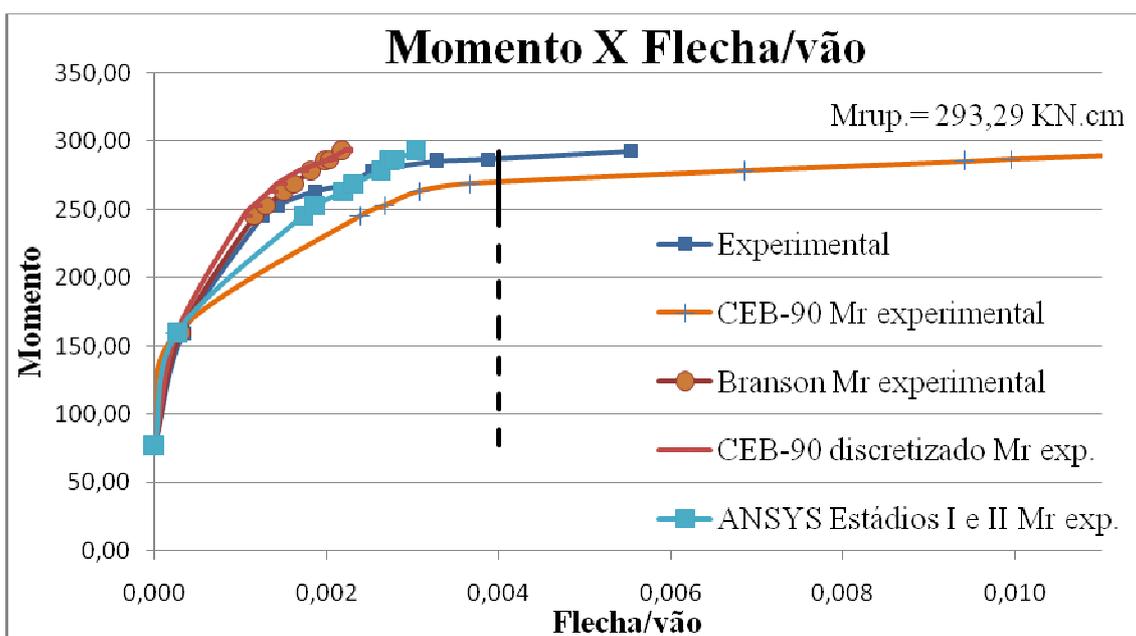


Figura 31:  $M_r$  experimental P2\_SR.

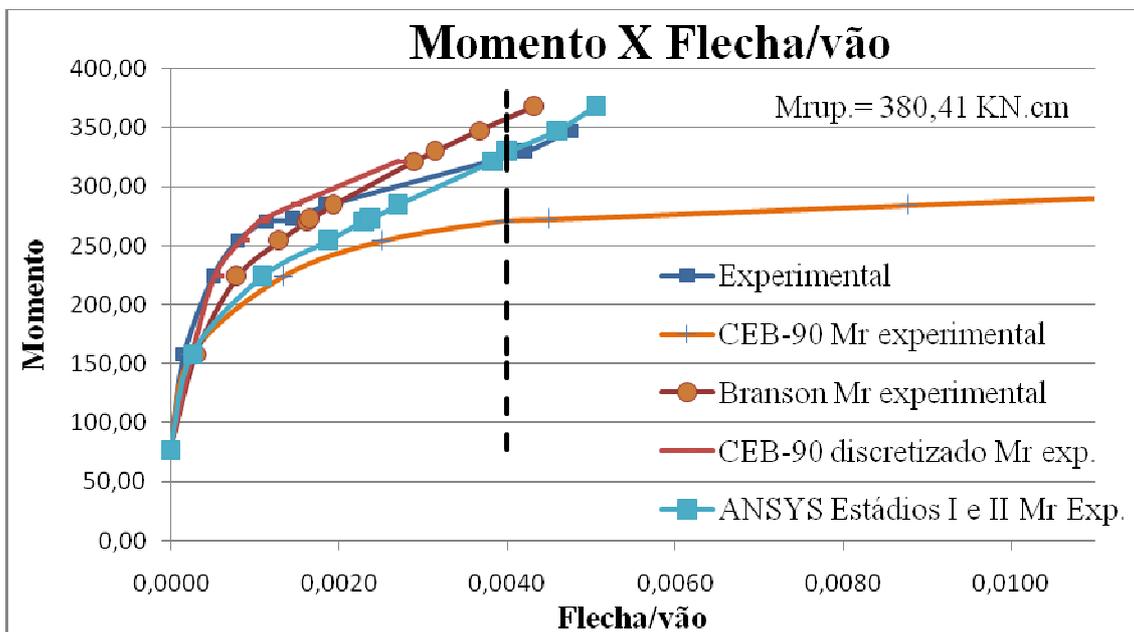


Figura 32:  $M_r$  experimental P3\_SR.

As tabelas com os valores dos momentos e deslocamentos, relacionadas às Figuras 30, 31 e 32 encontram-se no Anexo C.

#### 4.1.3 Deslocamento através da deformação experimental

A Figura 33 mostra a comparação das curvas, através da relação momento x curvatura, dos métodos CEB-90 e Deformação experimental.

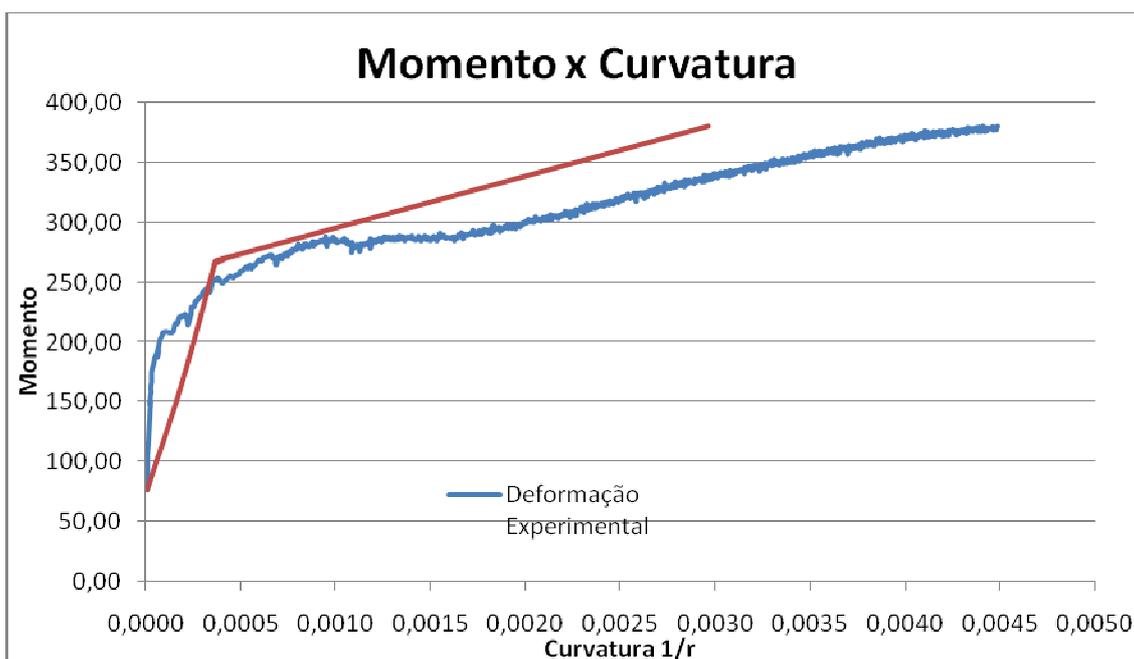


Figura 33: CEB-90 e Deformação experimental P3\_SR.

O método Deformação experimental apresenta uma menor rigidez quando comparado com o CEB-90, uma vez em que apresenta uma curvatura maior para o mesmo momento, e, conseqüentemente um deslocamento maior.

Comparando os deslocamentos da Deformação experimental com os resultados experimentais, o resultado do método Deformação experimental apresentou um deslocamento muito maior que o experimental, como mostra na Figura 34.

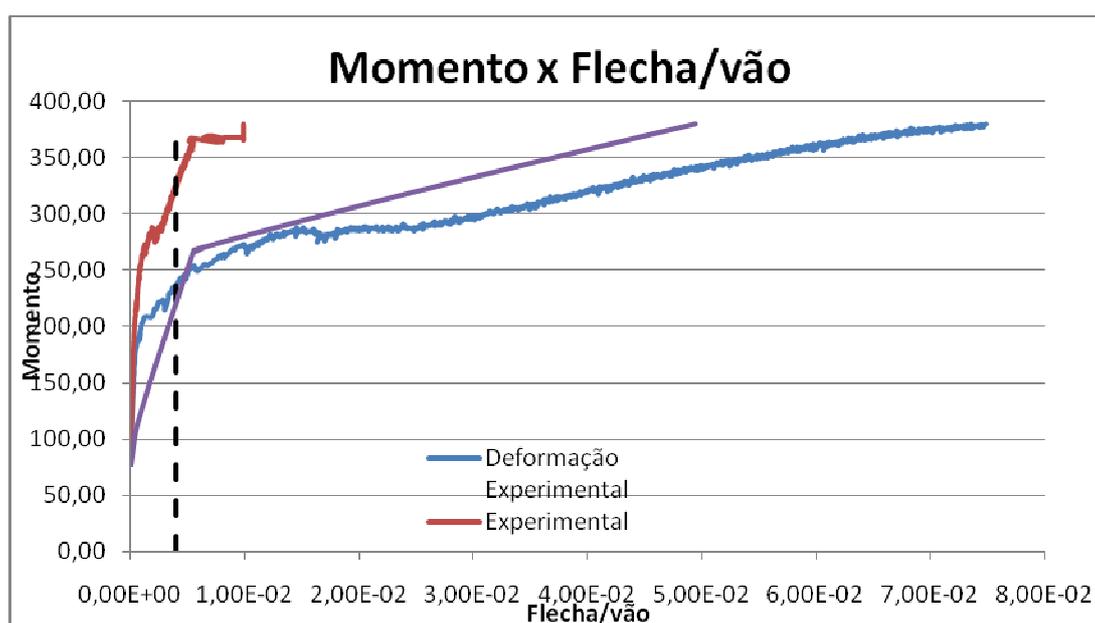


Figura 34: Deformação experimental e resultado experimental P3\_SR.

## 4.2 Protótipos de lajes com resíduo de borracha de pneu

As Tabelas 5 e 6 mostram as características mecânicas dos protótipos P1\_CR, P2\_CR e P3\_CR, com concreto com resíduo de borracha de pneu, determinados pelos métodos CEB-90 e Branson, respectivamente.

Tabela 5: Características mecânicas método CEB-90.

Características mecânicas CEB-90					
Protótipo		P1_CR	P2_CR	P3_CR	Unid.
Resistência média à compressão	$f_{cm}$	2,201	2,254	2,254	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência média à tração	$f_{ctm}$	0,237	0,241	0,241	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade concreto	$E_c$	2796,7	2819,0	2819,0	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade secante	$E_{cs}$	2377,2	2396,1	2396,1	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade aço	$E_s$	20000	20000	20000	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência característica do aço	$f_{ym}$	60	60	60	kN/cm <sup>2</sup>
Momento de inércia estágio II	$I_{II}$	276,51	274,51	274,51	cm <sup>4</sup>
Momento de fissuração	$M_r$	80,29	81,58	81,58	kN.cm
Momento de fissuração . $\sqrt{\beta b}$	$M_r \cdot \sqrt{\beta b}$	71,81	72,96	72,96	kN.cm
Momento de escoamento do aço ou plastificação do concreto	$M_y$	267,60	267,65	267,65	kN.cm
Momento último	$M_u$	285,07	285,37	285,37	kN.cm
Curvatura em $M_y$	$1/r_y$	4,07E-04	4,07E-04	4,07E-04	cm <sup>-1</sup>
Curvatura em $M_u$	$1/r_u$	1,31E-03	1,31E-03	1,31E-03	cm <sup>-1</sup>
Domínio		2a	2a	2a	

Tabela 6: Características mecânicas método de Branson.

Características mecânicas Branson					
Protótipo		P1_CR	P2_CR	P3_CR	Unid.
Resistência média à compressão	$f_{cm}$	2,201	2,254	2,254	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência à tração axial	$f_{ct,m}$	0,236	0,239	0,239	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade concreto	$E_c$	2627,23	2658,67	2658,67	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade secante	$E_{cs}$	2233,15	2259,87	2259,87	kN/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade aço	$E_s$	21000	21000	21000	kN/cm <sup>2</sup>
Resistência característica do aço	$f_{ym}$	60	60	60	kN/cm <sup>2</sup>
Momento de inércia	$I_c$	2237,50	2237,50	2237,50	cm <sup>4</sup>
Momento de inércia estágio II	$I_{II}$	306,14	302,83	302,83	cm <sup>4</sup>
Momento de fissuração	$M_r$	95,83	97,36	97,36	kN.cm
Domínio		2a	2a	2a	

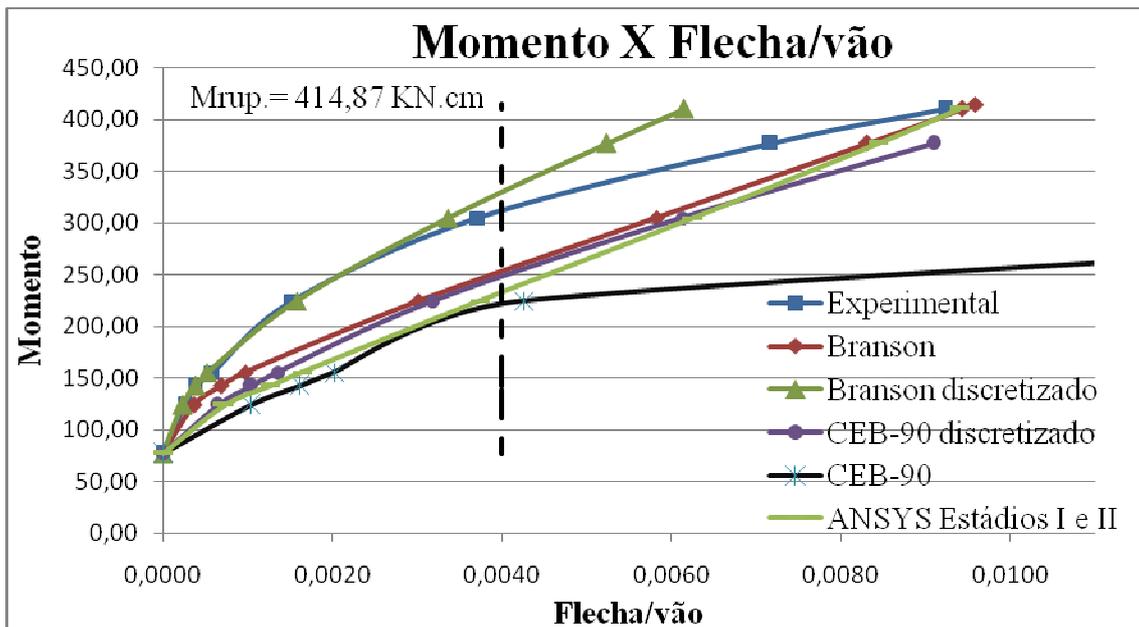
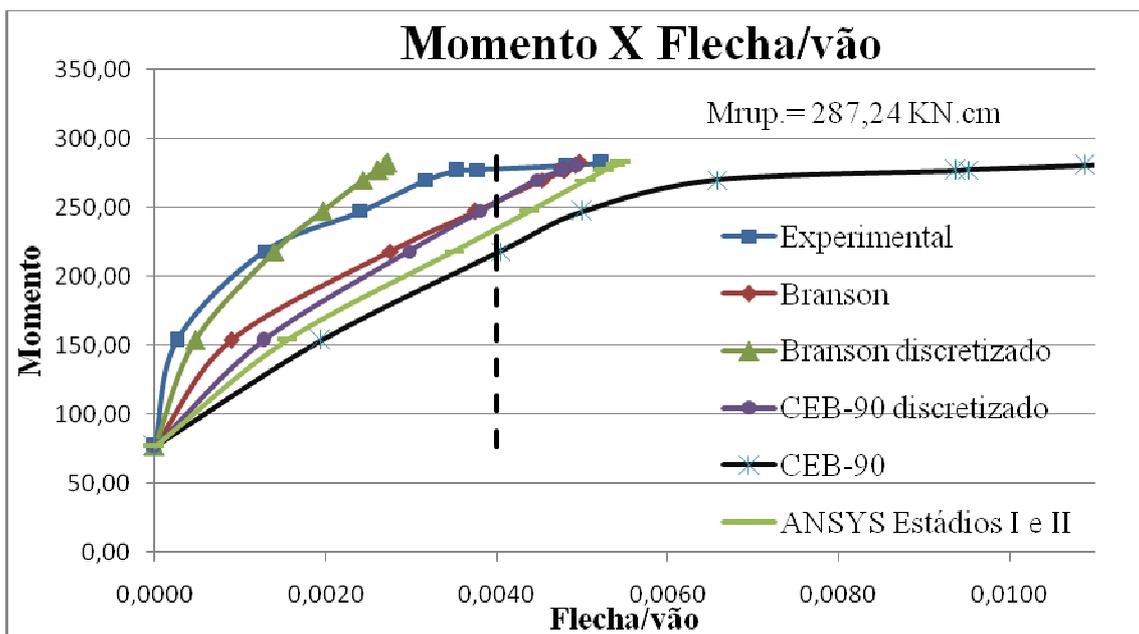
#### 4.2.1 Análise utilizando-se o valor do $M_f$ calculado

Destaca-se, inicialmente, que o protótipo P1\_CR apresentou um valor de ruptura incoerente com a resistência do concreto. Será feita a comparação, mas seguida do sinal de interrogação para indicar que o resultado da análise deste modelo não é confiável, mas apenas ilustrativa.

Nas Figuras 35, 36 e 37, têm-se os resultados com o momento de fissuração calculado dos protótipos P1\_CR, P2\_CR e P3\_CR, respectivamente. Os métodos de Branson, do CEB-90, do CEB-90 discretizado, e do Ansys - Estádios I e II, apresentaram resultados adequados, pois, para atingir o Estado Limite de Serviço, necessitam de um momento fletor menor que o experimental.

Para os protótipos P1\_CR, P2\_CR e P3\_CR, os valores percentuais dos momentos fletores foram menores, comparando-se com os valores dos resultados experimentais. Para o método de Branson estas diferenças percentuais são de 19%, 8% e 5%, para o método CEB-90 são de 30%, 22% e 19%, para o método CEB-90 discretizado são de 21%, 9% e 5%, e, para o método Ansys - Estádios I e II, são de 25%, 16% e 13%, respectivamente.

O valor percentual do resultado do método de Branson discretizado para o protótipo P1\_CR é 6% maior que o resultado experimental. Para o método de Branson nos protótipos P2\_CR e P3\_CR, as análises percentuais não puderam ser feitas, por atingir momentos muito elevados quando o Estado Limite de Serviço fosse alcançado.

Figura 35:  $M_r$  calculado P1\_CR.Figura 36:  $M_r$  calculado P2\_CR.

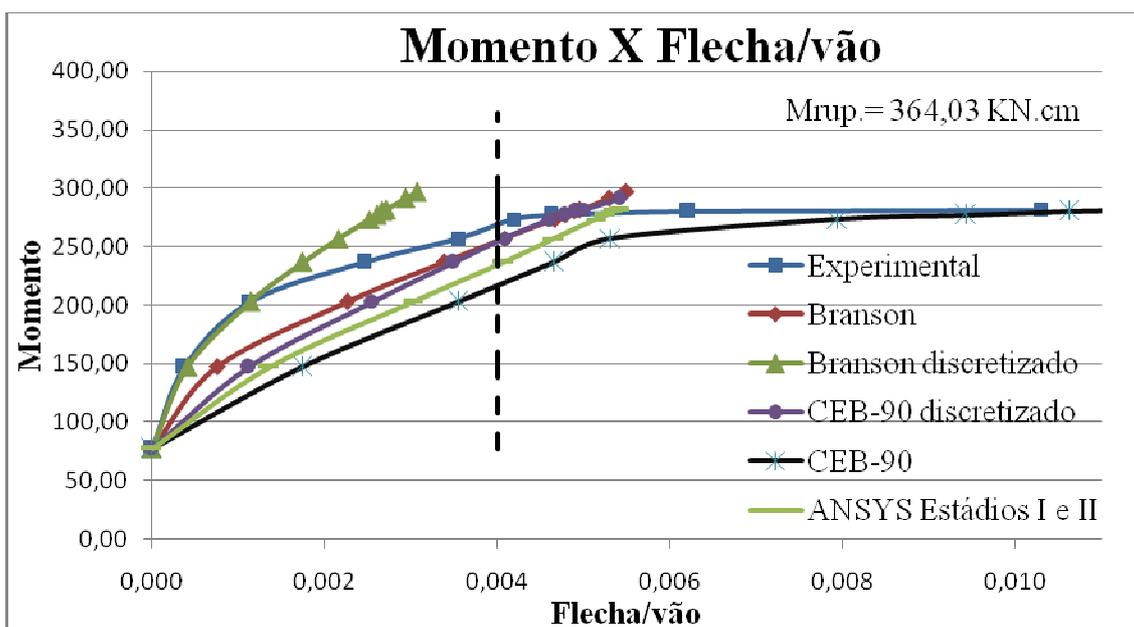


Figura 37:  $M_r$  calculado P3\_CR.

As tabelas com os valores dos momentos e deslocamentos relacionadas às Figuras 35, 36 e 37 encontram-se no Anexo C.

#### 4.2.2 Análise utilizando-se o valor do $M_r$ experimental

Nas Figuras 38, 39 e 40, mostram-se os resultados obtidos considerando-se os valores dos momentos de fissuração experimental, para os protótipos P1\_CR, P2\_CR e P3\_CR. O método CEB-90 teve a melhor representação em relação ao ensaio experimental, como observado nos protótipos com concreto sem resíduo, que apresentou um momento fletor menor que os resultados experimentais, com valores iguais a 29%, 7% e 1%, respectivamente.

Observa-se que, no protótipo P3\_CR, o método CEB-90 apresenta valores de momentos fletores maiores que os experimentais até um determinado ponto antes de atingir o Estado Limite de Serviço. A partir deste ponto, quando há uma igualdade de valores, inverte-se o comportamento do gráfico, tendo-se assim, momentos fletores com valores menores que os experimentais.

No protótipo P1\_CR, os métodos de Branson, do CEB-90 discretizado e do Ansys - Estádios I e II apresentam momentos fletores 24%, 18% e 30% menores que os

valores experimentais, respectivamente. Enquanto, para os protótipos P2\_CR e P3\_CR estes métodos não apresentaram resultados adequados, pois, quando os dois protótipos atingem o Estado Limite de Serviço, a laje apresenta um momento fletor muito elevado. Destaca-se que o método de Branson discretizado não é apresentado neste gráfico em função de seu desempenho inadequado, já observado nas Figuras 29, 30 e 31 e também nos protótipos com concreto sem resíduo.

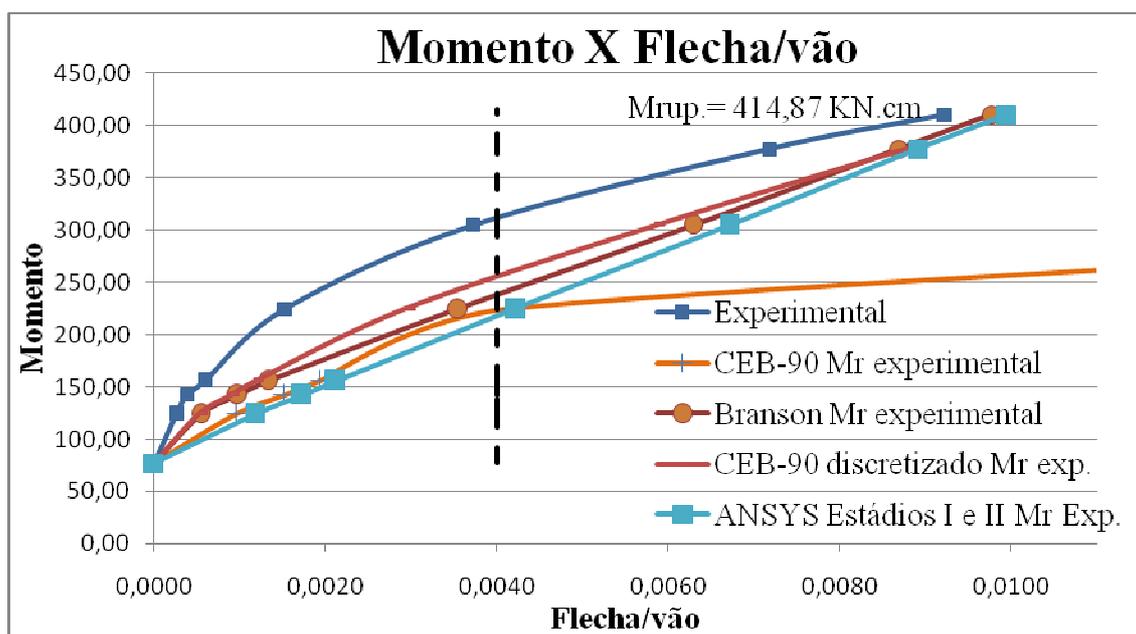


Figura 38:  $M_r$  experimental P1\_CR.

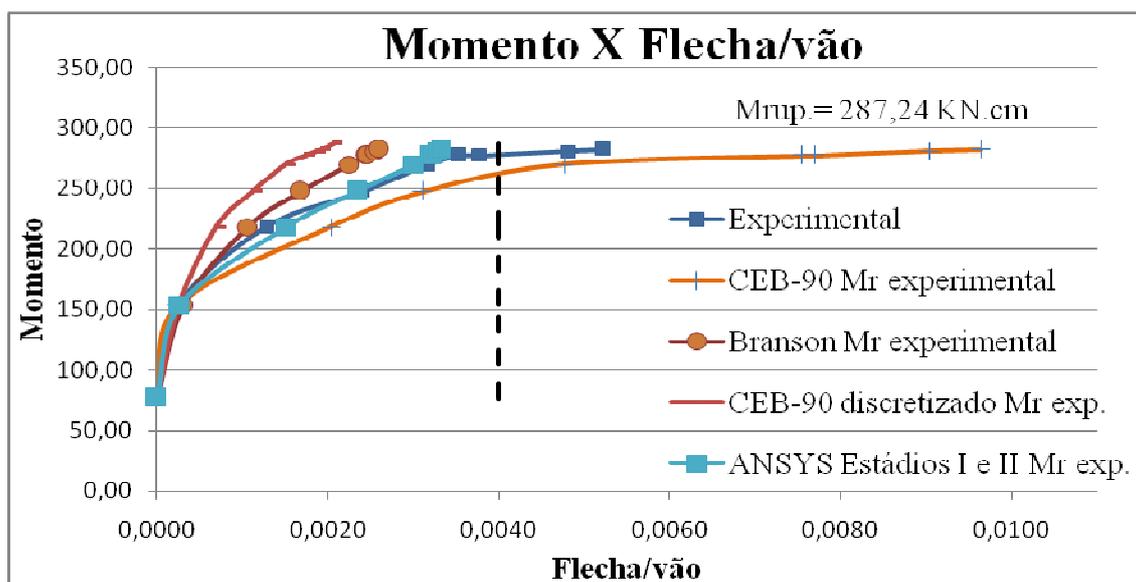


Figura 39:  $M_r$  experimental P2\_CR.

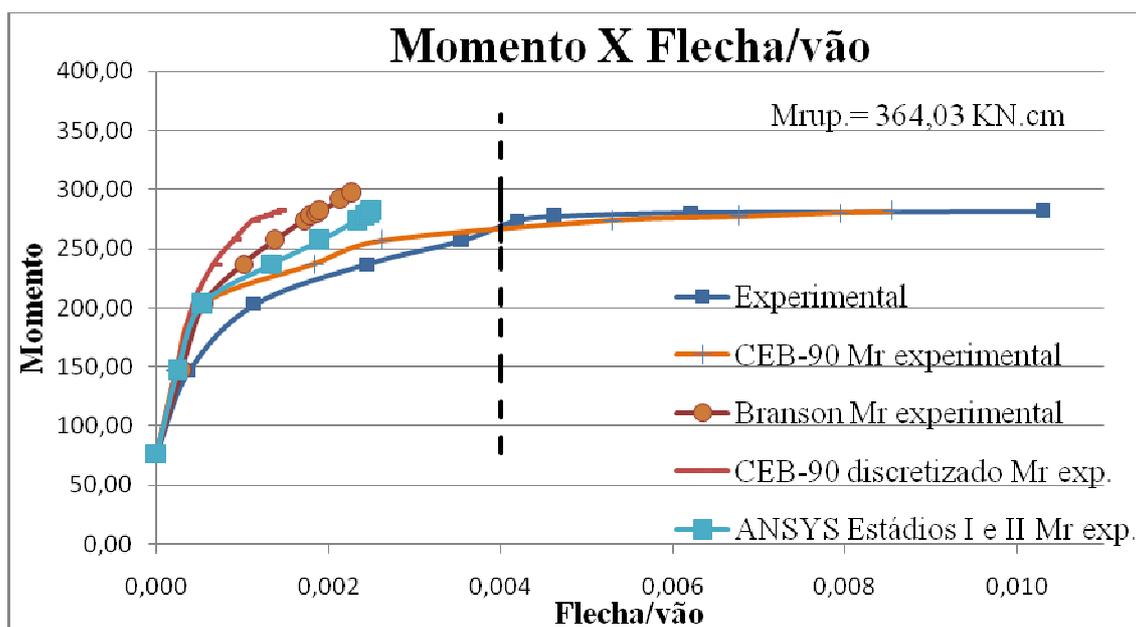


Figura 40:  $M_r$  experimental P3\_CR.

As tabelas com os valores dos momentos e deslocamentos relacionadas às Figuras 38, 39 e 40 encontram-se no Anexo C.

#### 4.2.3 Deslocamento através da deformação experimental

A comparação das curvas relativas à relação momento x curvatura, dos métodos do CEB-90 com o Deformação experimental, é apresentada na Figura 41.

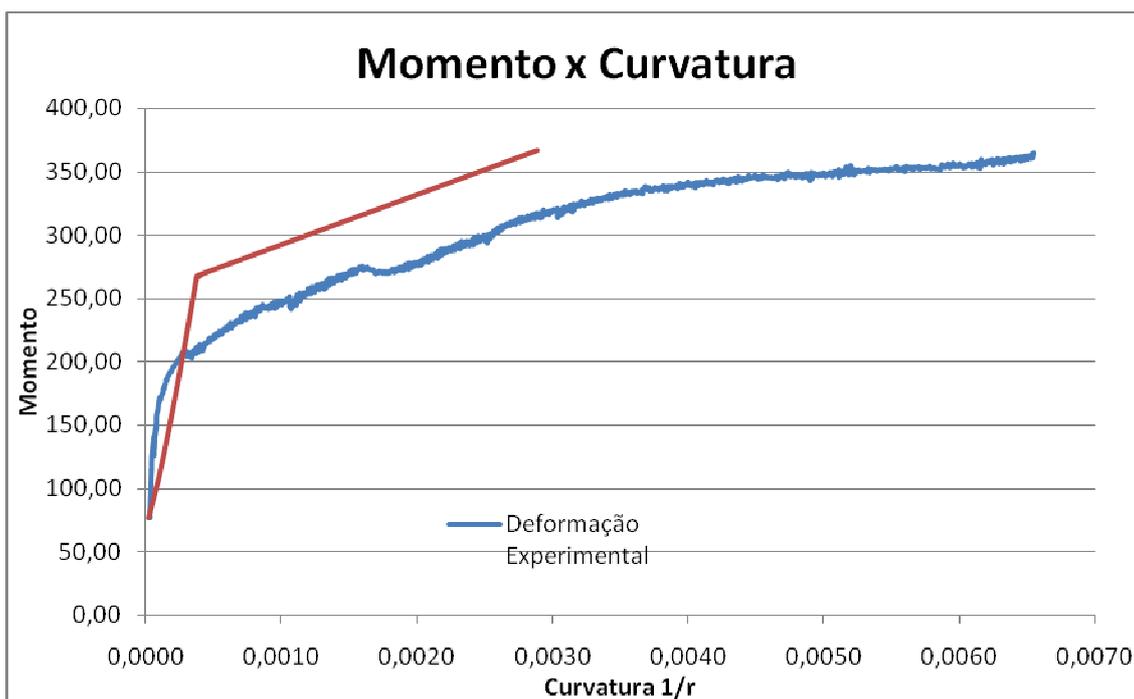


Figura 41: CEB-90 e Deformação experimental P3\_CR.

O método Deformação experimental apresenta uma menor rigidez quando comparado com o CEB-90, uma vez que apresenta uma curvatura maior para o mesmo momento fletor, e, conseqüentemente, um deslocamento maior.

A Figura 42 mostra a comparação dos deslocamentos da Deformação experimental com o resultado experimental. O método Deformação experimental apresentou um deslocamento muito maior que o experimental, como observado para o protótipo sem resíduo de borracha de pneu.

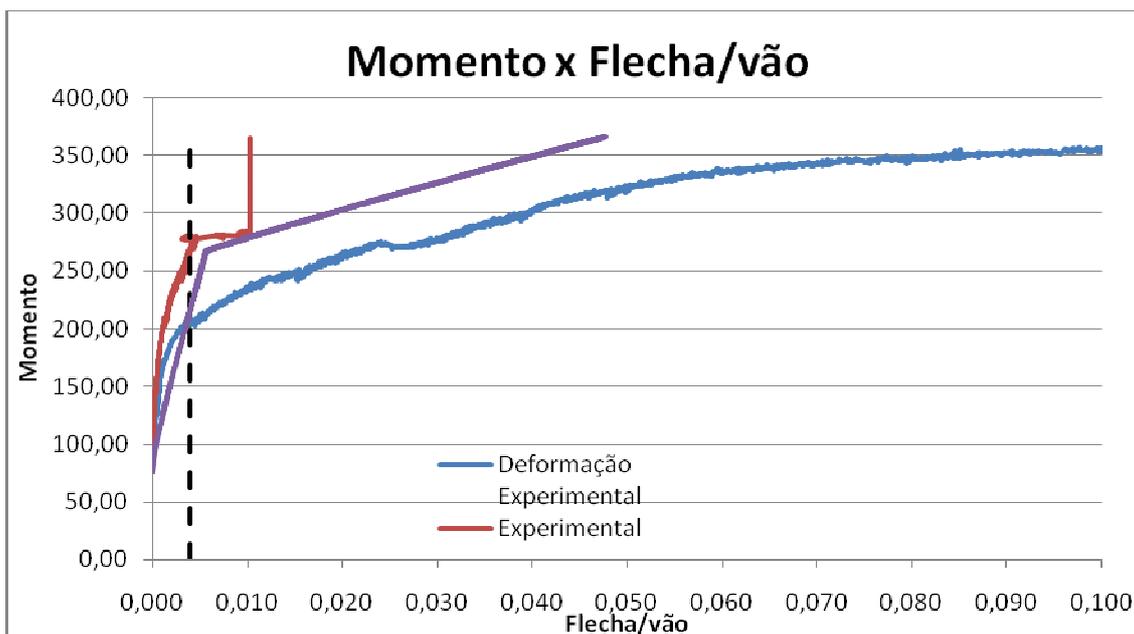


Figura 42: Deformação experimental e resultado experimental P3\_CR.

### 4.3 Comparação entre métodos

Com base nas Tabelas 7 e 8, e tomando-se como valor de referência os valores experimentais dos momentos fletores correspondentes ao Estado Limite de Serviço, são feitas as seguintes observações:

a) Considerando-se o momento de fissuração ( $M_r$ ) calculado com base na recomendação das normas:

- para modelos com e sem resíduo: Branson é mais exato, seguido de perto pelo CEB-90 discretizado, pelo Ansys – Estádios I e II e pelo CEB-90.

- o método Branson discretizado forneceram resultados contrários à segurança uma vez que o Estado Limite de Serviço somente seria atingido quando a seção estivesse submetida a momentos muito elevados.

b) Considerando-se o momento de fissuração ( $M_r$ ) obtido experimentalmente:

- para modelos sem e com resíduo: o único método que acompanhou os resultados experimentais foi o método CEB-90, fornecendo resultados seguros.

Tabela 7: Resultados dos métodos propostos.

Resultados dos métodos propostos (kN.cm)						
Sem resíduo				Com resíduo		
Exper.	P1_SR	256,62		P1_CR	310,68***	
	P2_SR	287,42		P2_CR	278,21	
	P3_SR	325,37		P3_CR	268,72	
Método	Protótipos	Mr calculado	Mr experimental	Protótipos	Mr calculado	Mr experimental
CEB-90	P1_SR	216,13	240,43	P1_CR	216,40***	219,04***
	P2_SR	221,83	270,30	P2_CR	216,97	259,56
	P3_SR	221,97	271,00	P3_CR	216,98	265,58
Branson	P1_SR	251,45	290,14	P1_CR	252,41***	237,67***
	P2_SR	272,78	---- *	P2_CR	254,61	---- *
	P3_SR	272,79	357,73	P3_CR	254,62	---- *
ANSYS	P1_SR	232,38	271,26	P1_CR	232,68***	217,18***
	P2_SR	250,49	---- *	P2_CR	234,92	---- *
	P3_SR	250,21	329,37	P3_CR	234,59	---- *
Branson incred.	P1_SR	329,34	---- **	P1_CR	329,27***	---- **
	P2_SR	---- *	---- **	P2_CR	---- *	---- **
	P3_SR	366,54	---- **	P3_CR	---- *	---- **
CEB-90 incred.	P1_SR	250,90	315,00	P1_CR	246,60***	253,85***
	P2_SR	269,90	---- *	P2_CR	254,20	---- *
	P3_SR	269,80	---- *	P3_CR	254,30	---- *
* resultados que atingem o Estado Limite de Serviço com um momento fletor muito elevado em relação ao momento fletor experimental.						
** método não desenvolvido.						
*** resultados não confiáveis.						

Tabela 8: Resultados percentuais dos métodos propostos.

Resultados percentuais dos métodos propostos						
Método	Sem resíduo			Com resíduo		
	Protótipos	Mr calculado	Mr experimental	Protótipos	Mr calculado	Mr experimental
CEB-90	P1_SR	-16%	-6%	P1_CR	-30%***	-29%***
	P2_SR	-23%	-6%	P2_CR	-22%	-7%
	P3_SR	-32%	-17%	P3_CR	-19%	-1%
Branson	P1_SR	-2%	13%	P1_CR	-19%***	-24%***
	P2_SR	-5%	---- *	P2_CR	-8%	---- *
	P3_SR	-16%	10%	P3_CR	-5%	---- *
ANSYS	P1_SR	-9%	6%	P1_CR	-25%***	-30%***
	P2_SR	-13%	---- *	P2_CR	-16%	---- *
	P3_SR	-23%	1%	P3_CR	-13%	---- *
Branson íncrem.	P1_SR	28%	---- **	P1_CR	6%***	---- **
	P2_SR	---- *	---- **	P2_CR	---- *	---- **
	P3_SR	13%	---- **	P3_CR	---- *	---- **
CEB-90 íncrem.	P1_SR	-2%	23%	P1_CR	-21%***	-18%***
	P2_SR	-6%	---- *	P2_CR	-9%	---- *
	P3_SR	-17%	---- *	P3_CR	-5%	---- *
* resultados que atingem o Estado Limite de Serviço com um momento fletor muito elevado em relação ao momento fletor experimental.						
** método não desenvolvido.						
*** resultados não confiáveis.						

Os métodos de Branson, CEB-90 discretizado e Ansys - Estádios I e II com  $M_r$  calculado, apresentaram resultados percentuais satisfatórios em relação ao Estado Limite de Serviço, para os protótipos com e sem resíduo. Já a substituição do  $M_r$  calculado pelo  $M_r$  experimental, para estes dois métodos, com exceção do P1\_CR, não forneceram resultados adequados, que resultaram em momentos fletores maiores que os experimentais.

Os métodos de Branson discretizado, com  $M_r$  calculado, e CEB-90 discretizado, com  $M_r$  experimental, não acompanharam de modo adequado os resultados experimentais, com exceção do método CEB-90 discretizado com  $M_r$  experimental para o protótipo P1\_CR.

As flechas determinadas através dos métodos CEB-90, Branson, Ansys - Estádios I e II, Branson discretizado e CEB-90 discretizado, para o protótipo P1\_CR, quando utilizado o  $M_r$  experimental, apresentou um momento fletor menor que o experimental, tendo-se como referência, o Estado Limite de Serviço.

#### 4.4 Comportamento da Linha Neutra

Nos protótipos P3\_SR e P3\_CR, a utilização de extensômetros no concreto e na armadura, nas duas nervuras, possibilitou a análise do comportamento da profundidade da linha neutra referente à seção transversal mais solicitada, como mostrado na Figura 43 e 44. Conforme já mencionado anteriormente, observa-se que o valor do momento já começa em 77,02 KN.cm, que é referente ao valor do peso próprio do protótipo e do peso dos perfis.

O cálculo da linha neutra está mostrado na Equação 16, considerando-se a hipótese da seção plana:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \rightarrow x = \frac{\varepsilon_c \cdot d}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad (16)$$

A Tabela 9 apresenta os valores da linha neutra determinados pela NBR 6118 (ABNT, 2003) e CEB-90 (1999), para os protótipos P3\_SR e P3\_CR. Já os valores dos momentos usados nesta análise são mostrados na Tabela 10.

Tabela 9: Linha neutra NBR6118 e CEB-90.

Linha Neutra (cm)		
Protótipo	P3_SR	P3_CR
NBR 6118 Estádio I	2,90	2,90
NBR 6118 Estádio II	0,93	0,97
NBR 6118 Ruptura	0,71	0,79
CEB-90 Estádio I	2,90	2,90
CEB-90 Estádio II	0,90	0,93
CEB-90 Ruptura	0,60	0,66

Tabela 10: Valores dos momentos de fissuração da NBR 6118, CEB-90 e experimental.

Momentos (kN.cm)		
Protótipo	P3_SR	P3_CR
M <sub>r</sub> calculado Branson	111,36	97,36
M <sub>r</sub> calculado CEB-90	93,30	81,58
M <sub>r</sub> experimental	193,78	200,24
M ruptura experimental	380,41	364,03

O momento de fissuração também pode ser obtido por meio do gráfico linha neutra x momento. Sendo assim, houve duas maneiras de obtê-lo: quando ocorre o início da perturbação, conforme as Figuras 43 e 44, e quando ocorre o início de uma diminuição sensível da linha neutra, conforme as Figuras 45 e 46.

Analisando a profundidade da média das linhas neutras, correspondentes a cada uma das nervuras, e tendo como referência os valores da Tabela 11, determinados pelo início da perturbação da linha neutra, as diferenças percentuais para os momentos de fissuração determinados através do gráfico tempo x deslocamento e dos métodos de Branson e do CEB-90, são de -23%, 34% e -24%, respectivamente, para o protótipo P3\_SR, como mostrado na Figura 43. Já para o protótipo P3\_CR as diferenças são de -38%, 28% e -29%, respectivamente, como mostrado na Figura 44.

Tabela 11: Valores dos momentos de fissuração e L.N. das nervuras 1, 2 e média, através da análise do início da perturbação.

Início da perturbação						
Protótipos	Nervura 1		Nervura 2		Média das nerv.	
	Momento (kN.cm)	L.N. (cm)	Momento (kN.cm)	L.N. (cm)	Momento (kN.cm)	L.N. (cm)
P3_SR	149,00	3,45	149,00	3,01	149,00	3,23
P3_CR	125,00	2,70	116,00	2,96	125,00	2,88

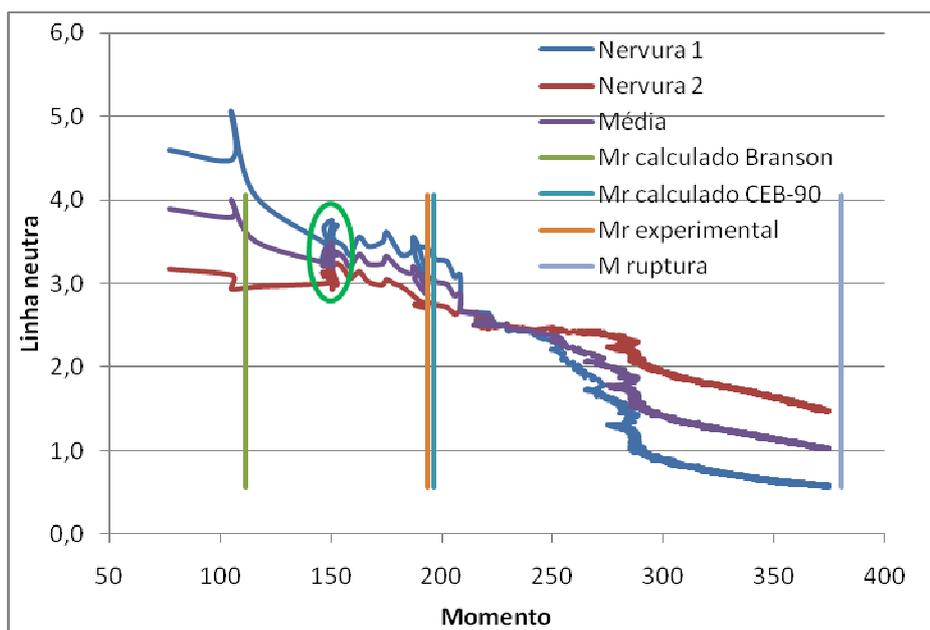


Figura 43: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da perturbação (P3\_SR).

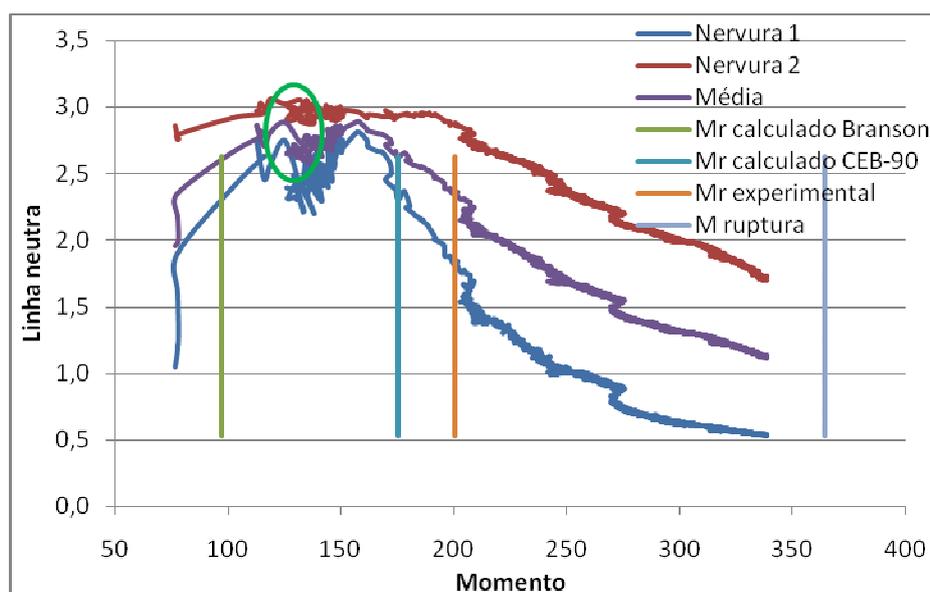


Figura 44: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da perturbação (P3\_CR).

A Tabela 12 mostra os valores dos momentos de fissuração e suas respectivas linhas neutras, determinadas pelo início de uma diminuição sensível da linha neutra. Quando estes valores são comparados os valores determinados pelos valores experimentais através do gráfico tempo x deslocamento e os valores dos métodos de Branson e do CEB-90, as diferenças percentuais, para o protótipo P3\_SR, são de -11%, 55% e -12%, respectivamente, como mostra a Figura 45. Já para o protótipo P3\_CR são de -22%, 61% e -10%, respectivamente, como mostra a Figura 46.

Tabela 12: Valores dos momentos de fissuração e L.N. das nervuras 1, 2 e média, através da análise do início da diminuição sensível da L.N.

Início da diminuição sensível da L.N						
Protótipos	Nervura 1		Nervura 2		Média das nerv.	
	Momento (kN.cm)	L.N. (cm)	Momento (kN.cm)	L.N. (cm)	Momento (kN.cm)	L.N. (cm)
P3_SR	188,00	3,38	163,00	3,14	173,00	3,24
P3_CR	157,00	2,81	189,00	2,95	157,00	2,89

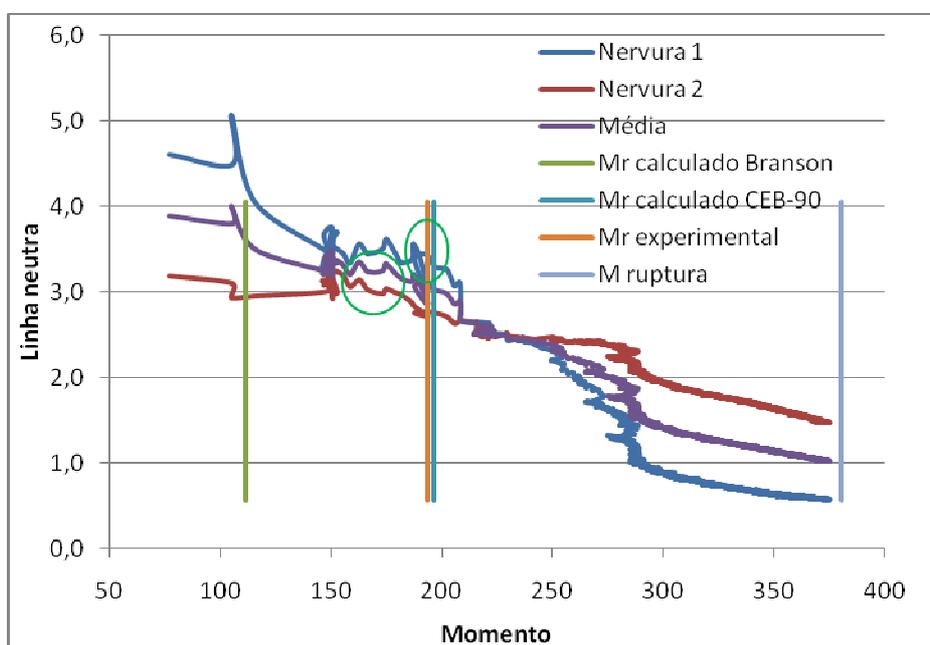


Figura 45: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da diminuição sensível da L.N. (P3\_SR).

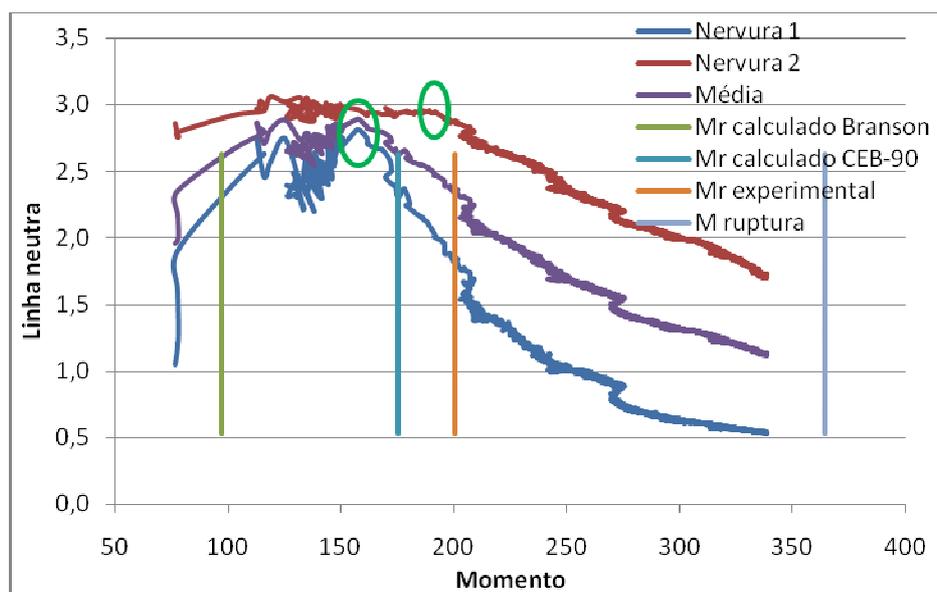


Figura 46: Linha neutra das nervuras 1, 2 e média, análise início da diminuição sensível da L.N. (P3\_CR).

O comportamento da profundidade da linha neutra é satisfatório para os dois protótipos, sem e com resíduo, por apresentarem uma diminuição da mesma, após o momento de fissuração, enquanto o carregamento é aumentado. Na fase inicial da curva há uma variação em seu comportamento, que é desprezado neste trabalho.

Tanto para o P3\_SR como para o P3\_CR, a nervura 2 apresenta um comportamento mais coerente com o comportamento da profundidade da linha neutra da seção transversal: praticamente constante nas fases iniciais, correspondentes a solicitações inferiores ao momento de fissuração, e, após a fissuração, percebe-se uma diminuição dessa profundidade, decorrente da necessidade de um “maior braço de alavanca” para a armadura equilibrar o esforço solicitante na seção transversal.

Destaca-se ainda que o protótipo P3\_CR tem um comportamento diferente em comparação com o protótipo sem resíduo, onde a nervura 2 tem uma altura da linha neutra maior que a nervura 1 em todo o carregamento. A média das profundidades das nervuras aumenta até atingir um momento em torno de 160 KN.cm, e, posteriormente este valor, a profundidade diminui até atingir a ruptura. Este fato não apresenta coerência com o que se espera do comportamento do protótipo podendo talvez estar associado a algum problema na precisão do equipamento para pequenas leituras.

A Figura 47 mostra a média da profundidade da linha neutra das nervuras 1 e 2, e as determinadas através da NBR 6118 (ABNT, 2003), considerando-se o comportamento da seção no estágio I, estágio II e no instante da ruptura.

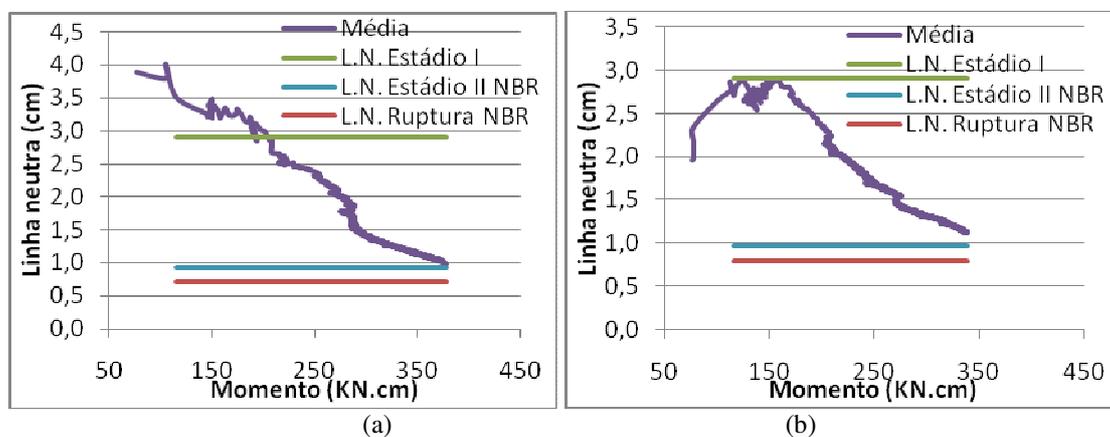


Figura 47: Linha neutra NBR 6118 e CEB-90, (a) P3\_SR e (b) P3\_CR.

Excetuando-se o início do carregamento, onde a linha neutra deveria permanecer constante (estádio I), e observa-se, experimentalmente, um valor alto para o modelo sem resíduo e um aumento da profundidade da linha neutra para o modelo com resíduo, no restante do ensaio observa-se a confirmação do resultado teórico com o resultado experimental: uma diminuição gradual em função da fissuração do elemento estrutural, de modo a garantir à armadura um maior “braço de alavanca”. Observa-se que os valores experimentais estão bem próximos à profundidade da linha neutra no estágio II, na proximidade da ruptura.

#### 4.4.1 Comparação das linhas neutras entre os protótipos P3\_SR e P3\_CR

Na figura 48, tem-se a representação da linha neutra calculado por meio da instrumentação do concreto e da armadura, para os modelos com e sem resíduo. Com exceção da região localizada no início do carregamento, o comportamento das curvas é semelhante. Sendo assim, tem-se mais indicação que o modelo teórico de cálculo também pode ser aplicado às lajes com resíduo de borracha.

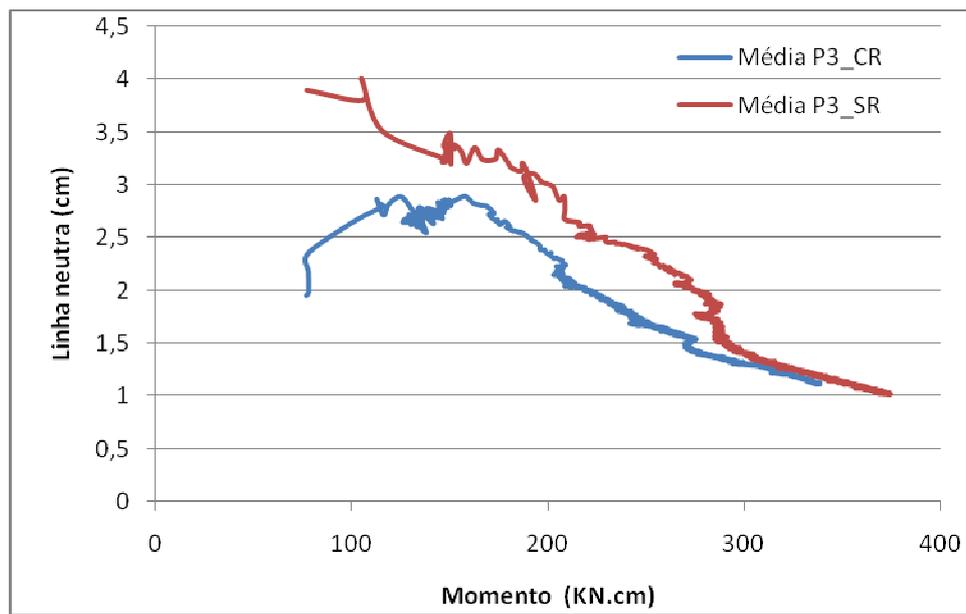


Figura 48: Comparação das médias da linha neutra dos protótipos P3\_SR e P3\_CR.

## 5 Conclusões

Com base nos resultados experimentais obtidos, pode ser constatada uma semelhança entre o comportamento dos modelos sem resíduo e os modelos com resíduo, onde a diferença principal foi com relação às resistências últimas, que para os protótipos com resíduo foram menores, com uma exceção para os protótipos P1, que ocorreu um comportamento inverso e cujo resultado não nos pareceu confiável.

Com relação ao cálculo da rigidez da seção transversal, a consideração de se somar o valor do momento de 77,02 kN.cm, referente aos pesos próprios do protótipo e dos perfis, ao valor do momento atuante, apresentou um melhor comportamento em relação as curvas dos resultados experimentais, do que subtraí-lo do momento de fissuração.

A determinação do valor do momento de fissuração e o instante da retirados dos relógios comparadores através do gráfico tempo x deslocamento parece ser um bom método para definir estes pontos.

O método Deformação experimental apresenta uma rigidez menor, em relação ao CEB-90, e, conseqüentemente, um deslocamento maior. Sabendo-se que o CEB-90 apresenta um comportamento a favor da segurança para os protótipos com e sem resíduo, o método Deformação experimental pode ser usado, por ser a favor da segurança, tornando, porém, a estrutura menos econômica.

Tomando-se como valor de referência os valores experimentais dos momentos fletores correspondentes ao Estado Limite de Serviço, são feitas as seguintes observações:

a) Protótipos sem resíduo:

- utilizando-se o momento de fissuração  $M_f$  calculado: Branson tem uma melhor representação, com boa precisão dos resultados, seguido pelo CEB-90 discretizado, pelo Ansys – Estádios I e II e pelo CEB-90;

- utilizando-se o  $M_f$  experimental: Branson e Ansys – Estádios I e II são contrários à segurança, enquanto que o CEB-90 foi o único a favor da segurança, sem perda de precisão, se comparado com o  $M_f$  calculado.

- os métodos CEB-90 discretizado e Branson discretizado forneceram resultados contrários à segurança uma vez que o Estado Limite de Serviço somente seria atingido quando a seção estivesse submetida a momentos muito elevados.

b) Protótipos com resíduo:

- utilizando-se o  $M_r$  calculado: Branson tem uma melhor representação, com boa precisão dos resultados, seguido pelo CEB-90 discretizado, pelo Ansys – Estádios I e II e pelo CEB-90;

- utilizando-se o  $M_r$  experimental: somente o CEB-90 apresenta resultados a favor da segurança, com uma melhor representação, quando comparado com os valores correspondentes obtidos com o  $M_r$  calculado. Destaca-se que os métodos de Branson e Ansys – Estádios I e II forneceram resultados contrários à segurança;

- os métodos CEB-90 discretizado e Branson discretizado forneceram resultados contrários à segurança uma vez que o Estado Limite de Serviço somente seria atingido quando a seção estivesse submetida a momentos muito elevados;

- o protótipo P1\_CR apresentou um valor de ruptura incoerente com a resistência do concreto.

Portanto, conclui-se que, utilizando o  $M_r$  experimental, os métodos de Branson e Ansys – Estádios I e II, não são satisfatórios, por apresentarem resultados contrários à segurança. Para o CEB-90, os resultados apresentam conformidade à segurança, e quando adicionado o resíduo tem um melhor desempenho.

Os métodos de Branson, do CEB-90, do CEB-90 discretizado e do Ansys – Estádios I e II, para os protótipos analisados, podem ser usados para prever os deslocamentos, utilizando-se o momento de fissuração  $M_r$  calculado, embora o CEB-90 também permita o cálculo utilizando-se o  $M_r$  experimental.

Com relação à previsão das flechas no Estado Limite de Serviço, o método incremental foi satisfatório para o método do Ansys – Estádios I e II e do CEB-90 discretizado. Já para o método incremental aplicado à formulação de Branson, obteve-se uma estrutura excessivamente rígida, com resultados contrários à segurança. Para estes

resultados, era esperado uma melhor representação em relação aos resultados experimentais.

Os valores da profundidade da linha neutra que foram calculados corresponderam ao comportamento experimental dos protótipos, uma vez que foi observada uma diminuição da profundidade, quando o carregamento era aumentado, caracterizando bem o instante em que ocorria a fissuração, tanto para os protótipos sem como para os protótipos com resíduo de borracha.

As comparações entre os valores dos momentos de fissuração determinados pelo início da perturbação da linha neutra e os valores dos momentos de fissuração experimentais, de Branson e do CEB-90, não foram satisfatórias, por apresentarem grandes diferenças percentuais. Já quando se comparam os momentos de fissuração determinados pelo início da diminuição sensível da linha neutra, os resultados ficam mais próximos em relação aos momentos de fissuração experimental e CEB-90, no caso do protótipo P3\_CR, e somente o CEB-90, no caso do protótipo P3\_SR.

Por fim, Carvalho (1994) realça que a determinante de projeto pode ser a deformação limite e não o estado limite último. Foi esta a situação observada nos ensaios experimentais, e pôde-se observar que os métodos numéricos conseguiram prever, de modo adequado, o valor dos deslocamentos imediatos, mesmo com a inclusão do resíduo de borracha de pneu no concreto da capa da laje.

## **6 Sugestões para futuros trabalhos**

Sugere-se, para futuras pesquisas, incluir aditivos plastificantes na dosagem do concreto, visando padronizar a resistência, e, assim, poder realizar uma comparação direta entre protótipos com e sem resíduo.

Em termos de análises experimentais, sugere-se a elaboração de protótipos nos domínios 2b e 3, para verificar se os métodos de determinação de flechas imediatas também podem ser utilizados nos protótipos com resíduo de pneu.

Também é sugerida a elaboração de uma estrutura hiperestática, para analisar o comportamento da adição de resíduo de borracha de pneu no concreto, quando o protótipo estiver sujeito aos efeitos de momentos negativos sobre os apoios. Como referência para esta sugestão podem ser utilizados os trabalhos de Takaoka (2005), Magalhães (2001) Droppa Junior. (1999).

O estudo da fluência também é necessário para avaliar o comportamento a longo prazo da inclusão do resíduo no concreto da capa das lajes pré-moldadas. Como referência podem ser utilizados os trabalhos de Takaoka (2005), Flório (2004), Figueiredo (2003).

Santine (2005) propôs novo tipo de laje nervura, formada por nervuras pré-fabricadas e tijolos cerâmicos. Pode-se sugerir a substituição dos tijolos cerâmicos pela utilização do pneu bruto neste tipo de laje.

Por fim, sugere-se a elaboração de novas análises numéricas através do ANSYS®, utilizando os recursos 3D, e também através do sistema computacional TQS.

## Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-1**: laje pré-fabricada - requisitos - parte 1: lajes unidirecionais. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-2**: laje pré-fabricada - requisitos - parte 2: lajes bidirecionais. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14862**: armaduras treliçadas eletrossoldadas – requisitos. Rio de Janeiro: ABNT, 2002. 10p.

AKASAKI, J. L.; SERNA ROS, P.; REYES, B.; TRIGO, A. P.M. Avaliação da resistência à flexão do concreto com borracha de pneu com relação ao concreto convencional. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 45, 2003, Vitória. **Anais...** Vitória: IBRACON, 2003. CD-ROM.

BONNET, S. Effet de l'incorporation des granulats caoutchouc sur la résistance à la fissuration des mortiers. In: RENCONTRES UNIVERSITAIRES DE GENIE CIVIL, 21, 2003, La Rochelle. **Rencontres...** La Rochelle: AUCG, 2003. p. 59-70.

CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto armado através da analogia de grelha**. 1994. p. 208. Dissertação (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. F. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: segundo a NBR 6118:2003. 3.ed. São Carlos: EdUFSCar, 2007.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1990). **CEB-FIP model code 1990**: desing code. London: Published by Thomas Telford, 1993. p. 437.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP model code 1990**: structural concrete, textbook on behavior, desing and performance. London: Published by Thomas Telford, , 1999. v.1, p. 244.

BRASIL. Ministério do Meio Ambiente: Conselho Nacional do Meio Ambiente – CONAMA.. **RESOLUÇÃO CONAMA Nº 258/99**, de 1999. Disponível em: <<http://www.mma.gov.br/port/conama/res/res99/res25899.html>>. Acesso em: 19 Mar. 2008.

DROPPA JÚNIOR, A. **Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada**. 1999. 176f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

DROPPA JÚNIOR, A; EL DEBS, M. K. **Análise não-linear de lajes pré-moldadas com armação treliçada: comparação de valores teóricos com experimentais e simulações numéricas em painéis isolados**. São Carlos: USP, 2001. p. 105-120. (Cadernos de Engenharia de Estruturas, 17).

ELDIN, N. N.; SENOUCE, A. B. Observations on rubberized concrete behavior. **Cement, Concrete and Aggregates**, Oregon, v. 15, n. 1, p. 74-84, 1993.

FATTUHI, N. I.; CLARK, L.A. Cement-based materials containing shredded scrap truck tyre rubber. **Construction and Building Materials**, Guildford, v. 10, n. 4, p. 229-236, 1996.

FIGEUIREDO, J. R. F.; CARVALHO R. C.; FURLAN Jr., S.; TIRINTAN, M. R.; ROGGE, A. C. Deformação devida à fluência do concreto em lajes com vigotas pré-moldadas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 45, 2003, Vitória. **Anais...** Vitória: IBRACON, 2003. CD-ROM.

FLÓRIO, MÁRCIO CARDOZO. **Projeto e execução de lajes unidirecionais com vigotas em concreto armado**. 2004. 240 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia das Estruturas) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

HUYNH, H.; RAGHAVAN, D. Durability of simulated shredded rubber tire in highly alkaline environments. **Advanced Cement Based Materials**, New York, v. 6, n. 1, p. 138-143, 1997.

KATAOKA, L. T. **Estudo experimental da deformação ao longo do tempo de lajes contínuas e simplesmente apoiadas executadas com vigotas pré-moldadas de concreto**. 2005, 189f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1979. v.4, p.

MAGALHÃES, F.L. **Estudo dos momentos fletores negativos nos apoios de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada**. 2001.

174 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)-Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

OLIVARES, F.H.; BARLUENGA, G. Fire performance of recycled rubber-filled high-strength concrete. **Cement and Concrete Research**, Elmsford, v. 34, n. 4, p. 109-117, 2004.

RECICLAGEM de pneus. **Boletim informativo da bolsa de reciclagem sistema FIEP**, Curitiba, v.1, n.3, 2001. Disponível em: <<http://www.ambientebrasil.com.br>>. Acesso em: 19 Mar. 2008.

SANTINE, C.R. **Projeto e construção de lajes pré-fabricadas de concreto armado**. 2005, 165f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

SANTOS, A. C. **Avaliação do comportamento do concreto com adição de borracha obtida a partir da reciclagem de pneus com aplicação em placas pré-moldadas**. 2005. 75f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2005.

SILVANY,T.T;PINEIRO,L.M. **Deslocamentos transversais em lajes cogumelo**. São Carlos: USP, 2005. p. 95-120. (Cadernos de Engenharia de Estruturas, 23).

TRIGO, A. P. M. **Estudo de lajes com adição de resíduo de pneu**. 2008. 110f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.

TOPÇU, I. B.; AVCULAR, N. Analysis of rubberized concrete as a composite material. **Cement Concrete and Research**, Elmsford, v. 27, n. 2, p. 1135-1139, 1997.

TURATSINZE, A.; BONNET, S.; GRANJU, J. L. Mechanical characterisation of cement based mortar incorporating rubber aggregates from recycled worn tyres. **Building and Environment**, Oxford, v. 40, n. 1, p. 221-226, 2004.

## ANEXO A

### A.1 Determinação do valor da rigidez à flexão no estágio II

A determinação dos momentos e curvaturas é realizada através das equações de equilíbrio e constitutivas do material concreto e aço.

O estágio II está entre o limite dos valores de  $M_r \cdot \sqrt{\beta_b}$  e de  $M_y$ , onde o segundo é determinado pela plastificação do concreto ou pelo escoamento do aço, prevalecendo o menor valor entre as duas situações. Para a determinação do  $M_y$  têm-se formulações diferentes para seção retangular e seção “T”.

Os valores considerados nos diagramas tensão-deformação do concreto e do aço são valores médios do concreto  $f_{cm}$  (resistência média à compressão) e do aço  $f_{ym}$  (resistência média à tração).

A Figura 49 mostra o diagrama tensão-deformação adotado pela NBR6118 (2003). Para se obter o valor da tensão no concreto ( $\sigma_c$ ) para valores menores que os correspondentes a uma deformação ( $\epsilon_c$ ) igual a 2‰, pode ser utilizada a Equação 17, vista em Droppa Jr. (1999).

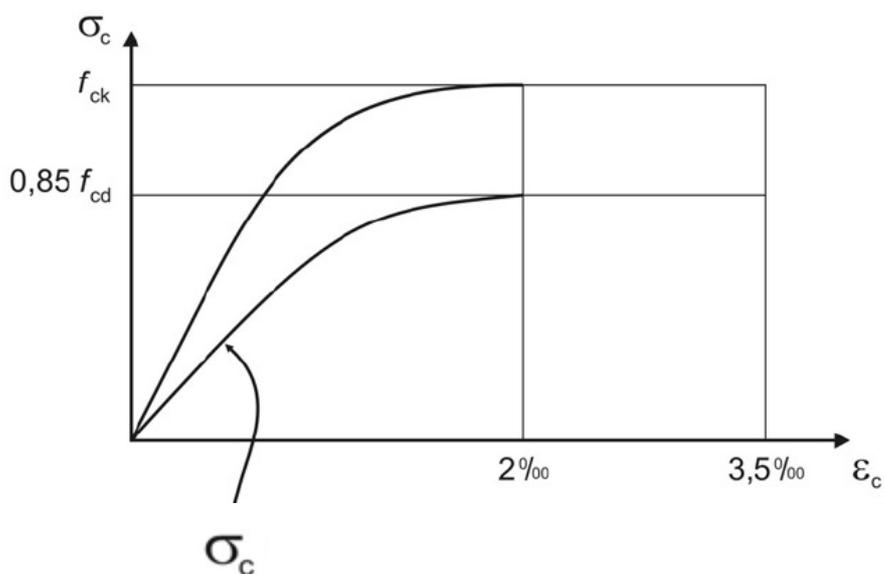


Figura 49: Diagrama tensão x deformação do concreto.  
Fonte: NBR6118, 2003, pág.22.

$$\sigma_c = f_{cm} \left( \varepsilon_c - \frac{\varepsilon_c^2}{4} \right)$$

(17)

A NBR6118 (2003) simplifica o diagrama do aço para as classes A e B, de acordo com a Figura 50 e 51, respectivamente. Na Figura 51, para o aço classe B, observa-se um diagrama com três trechos: um trecho linear, um trecho curvo, que começa a partir de uma tensão igual a  $0,7 f_{ym}$ , e um patamar que se inicia a partir do ponto correspondente à resistência de escoamento convencional  $f_{ym}$ .

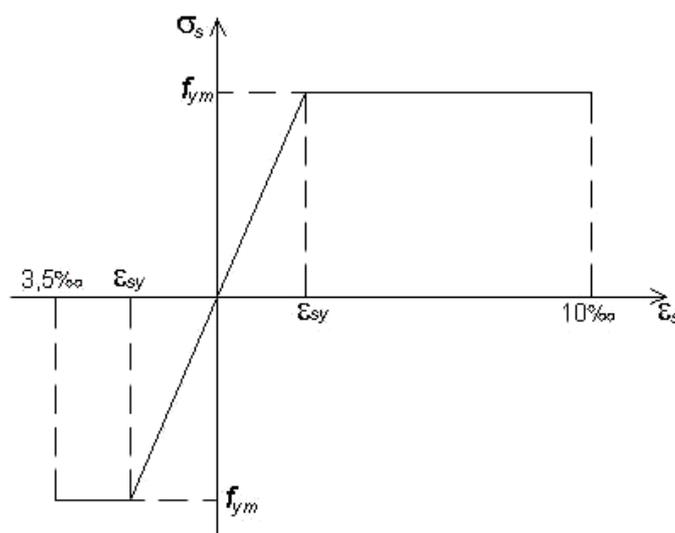


Figura 50: Diagrama tensão x deformação do aço classe A.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.151.

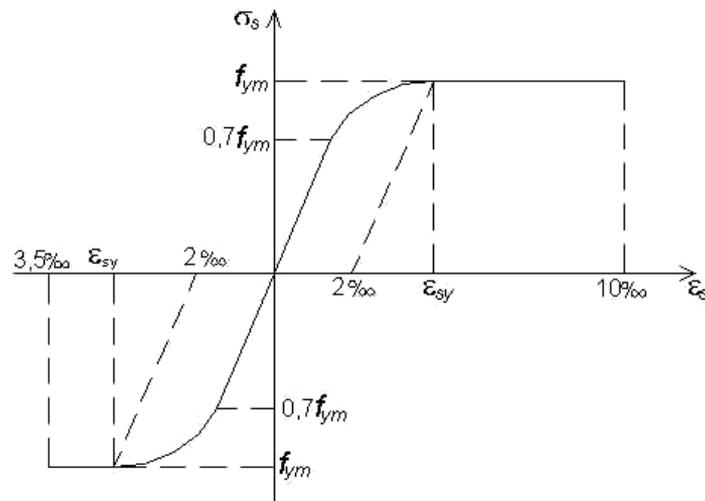


Figura 51: Diagrama tensão x deformação do aço classe B.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.151.

A tensão no aço ( $\sigma_s$ ) para valores menores que a tensão de escoamento convencional ( $f_{ym}$ ) é obtida pela Equação 18 e a deformação convencional ( $\epsilon_{sy}$ ) é obtida por meio da Equação 19.

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s \quad (18)$$

$$\epsilon_{sy} = \frac{f_{ym}}{E_s} \quad (19)$$

Para o aço classe B, a tensão menor que  $0,7 f_{ym}$  é calculada mediante a Equação 18; já quando a tensão estiver entre  $0,7 f_{ym}$  e  $f_{ym}$ , a deformação pode ser obtida pela Equação 20. A deformação convencional pode ser obtida através da Equação 21.

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \frac{1}{45} \left( \frac{\sigma_s}{f_{ym}} - 0,7 \right)^2$$
(20)

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{ym}}{E_s} + 2\text{‰}$$
(21)

### A.1.1 Momento de escoamento do aço ( $M_y$ ) e curvaturas

A determinação da curvatura ( $1/r_y$ ) através da Equação 22 é feita em função da linha neutra ( $x$ ), e está relacionada à atuação do momento que causa o escoamento da armadura.

$$\frac{1}{r_y} = \frac{\varepsilon_{sy}}{d - x}$$
(22)

As deformações do concreto e do aço são obtidas de acordo com a compatibilidade de deformações, mostrada abaixo.

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_{sy}}{d - x} = \frac{\varepsilon_{sc}}{x - d'}$$

### Seção retangular

O  $M_y$  é calculado pela Equação 23, respeitando a Equação (24) de equilíbrio, de acordo com as Figuras 52 e 53.

$$M_y = R_{cc}(d - Z_g) + R_{sc}(d - d')$$

(23)

$$R_{cc} + R_{sc} - R_{st} = 0$$

(24)

Sendo:

$$R_{st} = A_s \sigma_s$$

$$R_{sc} = A'_s \sigma_{sc}$$

$$R_{cc} = b \cdot f_{cm} \left( \frac{\varepsilon_c x}{2} - \frac{\varepsilon_c^2 x}{12} \right)$$

$$z_g = x - \frac{x(16 - 3\varepsilon_c)}{24 - 4\varepsilon_c}$$

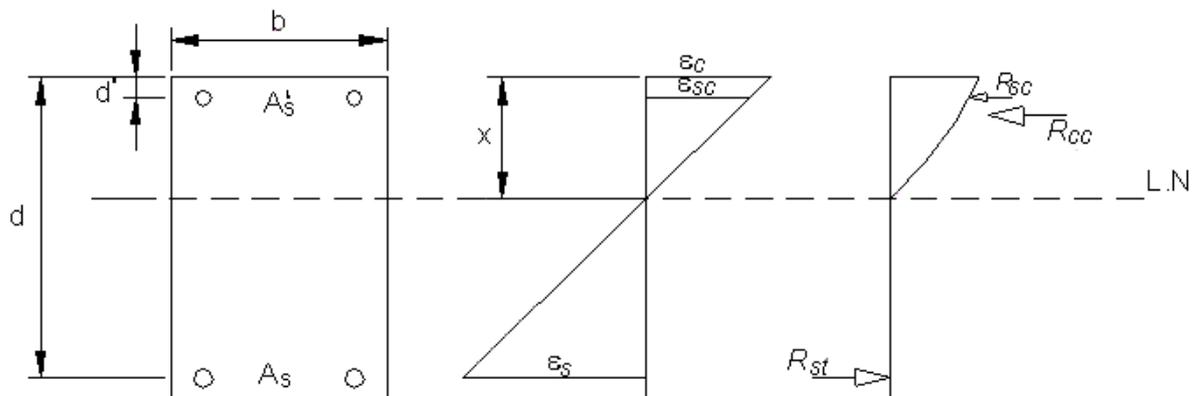


Figura 52: escoamento ou plastificação - seção retangular.

Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.152.

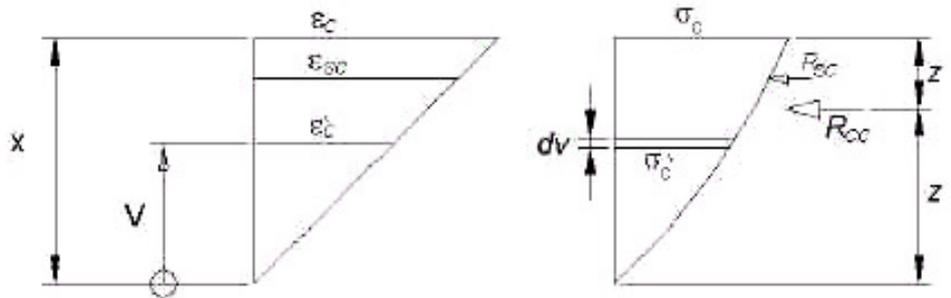


Figura 53: Localização da posição de  $R_{cc}$ .  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.153.

### Seção “T”

O valor do  $M_y$  para a seção “T” é calculado pela Equação 25, através da Equação (26) de equilíbrio, de acordo com as Figuras 54 e 55.

$$M_y = R_{cc}(d - Z_g) + R_{sc}(d - d') - R_{ccf}(d - Z_{gf}) \quad (25)$$

$$R_{cc} + R_{sc} - R_{ccf} - R_{st} = 0 \quad (26)$$

Sendo:

$$R_{cc} = b \cdot f_{cm} \left( \frac{\varepsilon_c x}{2} - \frac{\varepsilon_c^2 x}{12} \right)$$

$$R_{ccf} = (b - b_w) f_{cm} \left[ \frac{\varepsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2} \right]$$

$$z_{gf} = x - \frac{\frac{\varepsilon_c(x - h_f)^3}{3x} - \frac{\varepsilon_c^2(x - h_f)^4}{16x^2}}{\frac{\varepsilon_c(x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_c^2(x - h_f)^3}{12x^2}}$$

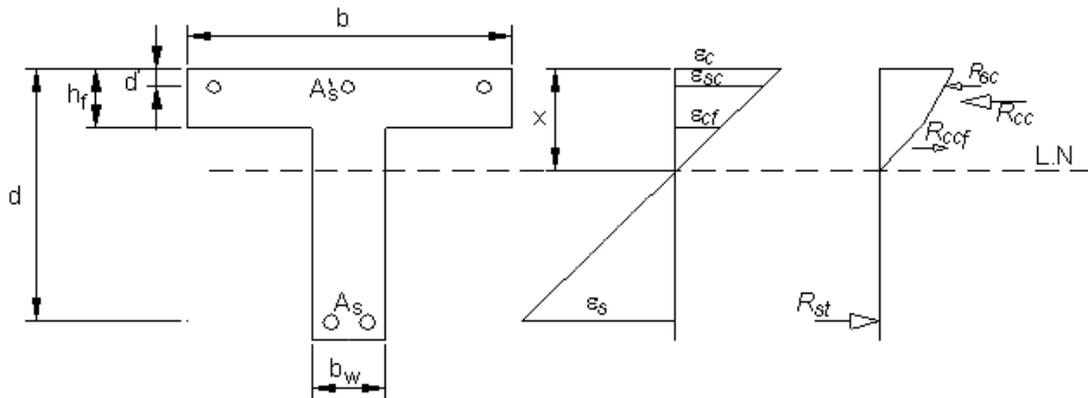


Figura 54: Escoamento ou plastificação - seção T.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.154.

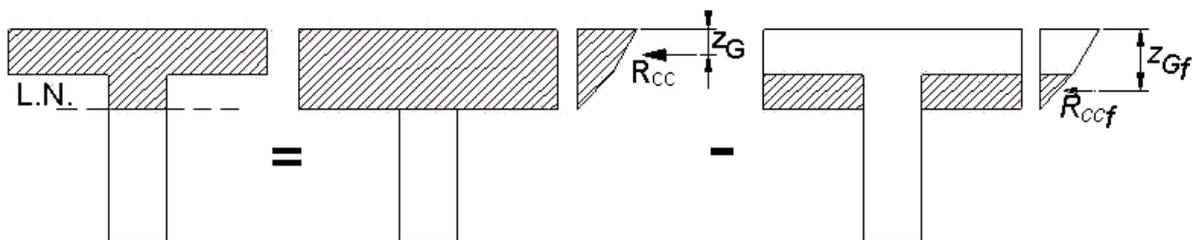


Figura 55: Determinação da resultante do concreto para seção T  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.154.

### A.1.2 Momento de plastificação do concreto ( $M_y$ ) e curvaturas

A Figura 54 mostra que o concreto se encontra no patamar de plastificação no valor acima de 2‰, ao adotar este valor como referente ao início do escoamento está desconsiderando a perda da rigidez que ocorre para valores de tensão a partir de  $0,5 f_{cm}$ . Sendo assim, a deformação do início de plastificação será variável com a escolha

peçoal. Deste modo, a tensão no concreto ( $\sigma_c$ ) está de acordo com a deformação escolhida para a plastificação ( $\varepsilon_{cp}$ ) (DROPPA JR., 1999).

A determinação da curvatura ( $1/r_y$ ) através da Equação 27 é feita em função da linha neutra ( $x$ ), em relação à atuação do momento que causa a plastificação do concreto.

$$\frac{1}{r_y} = \frac{\varepsilon_{cp}}{x} \quad (27)$$

As deformações do concreto e do aço são obtidas de acordo com a equação de compatibilidade de deformações, mostrada abaixo.

$$\frac{\varepsilon_{cp}}{x} = \frac{\varepsilon_{sy}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{sc}}{x-d'}$$

### Seção retangular

O  $M_y$  é calculado pela Equação 23, respeitando a Equação (24) de equilíbrio, de acordo com as Figuras 52 e 53.

Sendo:

$$R_{cc} = b \cdot f_{cm} \left( \frac{\varepsilon_{cp} x}{2} - \frac{\varepsilon_{cp}^2 x}{12} \right)$$

$$z_g = x - \frac{x(16 - 3\varepsilon_{cp})}{24 - 4\varepsilon_{cp}}$$

### Seção “T”

O valor do  $M_y$  para a seção “T” é calculado pela Equação 25, através da Equação (26) de equilíbrio, de acordo com as Figuras 54 e 55.

Sendo:

$$R_{ccf} = (b - b_w) f_{cm} \left[ \frac{\varepsilon_{cp}(x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_{cp}^2(x - h_f)^3}{12x^2} \right]$$

$$z_{gf} = x - \frac{\frac{\varepsilon_{cp}(x - h_f)^3}{3x} - \frac{\varepsilon_{cp}^2(x - h_f)^4}{16x^2}}{\frac{\varepsilon_{cp}(x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_{cp}^2(x - h_f)^3}{12x^2}}$$

## A.2 Determinação do valor da rigidez à flexão no estágio III

O estágio II está entre o limite do momento de escoamento  $M_y$  e do momento último  $M_u$ , onde o momento último é determinado pelo domínio em que o elemento estrutural se encontra.

A determinação do domínio de um elemento estrutural depende das características geométricas da seção transversal, da área de aço, resistências do aço e do concreto, satisfazendo as equações de equilíbrio.

Com o domínio definido calcula-se o momento último da seção analisada e a curvatura. Os domínios são limitados pela posição da linha neutra ( $x_{lim}$ ), que está em função da altura útil ( $d$ ). Para o limite do domínio 3, a deformação convencional ( $\varepsilon_{sy}$ ) também faz parte da função, conforme mostrado abaixo.

$$x_{2a,lim} = 0,1667.d \quad \Rightarrow \text{limite entre o domínio 2}^a \text{ e 2b.}$$

$$x_{2b,lim} = 0,259.d \quad \Rightarrow \text{limite entre o domínio 2b e 3.}$$

$$x_{3,lim} = \frac{3,5.d}{3,5 + \varepsilon_{sy}} \quad \Rightarrow \text{limite entre o domínio 3 e 4.}$$

O momento último para a seção retangular e para a seção “T” é determinado de acordo com as Equações 28 e 29, respectivamente.

$$M_u = R_{cc}(d - Z_g) + R_{sc}(d - d') \quad (28)$$

$$M_u = R_{cc}(d - Z_g) + R_{sc}(d - d') - R_{ccf}(d - Z_{gf}) \quad (29)$$

#### A.2.1 Sub-domínio 2a ( $\varepsilon_c \leq 2\text{‰}$ ; $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ )

A curvatura ( $1/r_u$ ) é determinada pela Equação 30, que está em função do valor da linha neutra ( $x$ ).

$$\frac{1}{r_u} = \frac{10\text{‰}_o}{d - x} \quad (30)$$

As deformações relacionadas às equações de equilíbrio são mostradas abaixo, de acordo com a Figura 56.

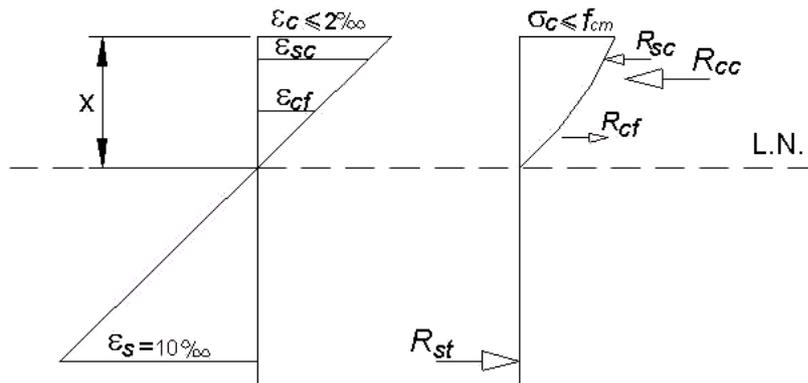


Figura 56: Sub-domínio 2ª.  
 Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.159.

$$\varepsilon_s = 10\text{‰}$$

$$\varepsilon_c = \frac{x \cdot 10\text{‰}}{d - x}$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot 10\text{‰}}{d - x}$$

$$\varepsilon_{cf} = \frac{(x - h_f) \cdot 10\text{‰}}{d - x}$$

### Seção retangular

$$R_{cc} = b \cdot f_{cm} \left( \frac{\varepsilon_c x}{2} - \frac{\varepsilon_c^2 x}{12} \right)$$

$$z_g = x - \frac{x(16 - 3\varepsilon_c)}{24 - 4\varepsilon_c}$$

### Seção “T”

$$R_{ccf} = (b - b_w) f_{cm} \left[ \frac{\varepsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2} \right]$$

$$z_{gf} = x - \frac{\frac{\varepsilon_c (x - h_f)^3}{3x} - \frac{\varepsilon_c^2 (x - h_f)^4}{16x^2}}{\frac{\varepsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2}}$$

#### A.2.2 Sub-domínio 2b (2%o < $\varepsilon_c$ < 3,5%o ; $\varepsilon_s = 10$ %o)

A curvatura ( $1/r_u$ ) é determinada pela Equação 30, que está em função do valor da linha neutra ( $x$ ).

As deformações para validar as equações de equilíbrio são mostradas abaixo, de acordo com a Figura 57.

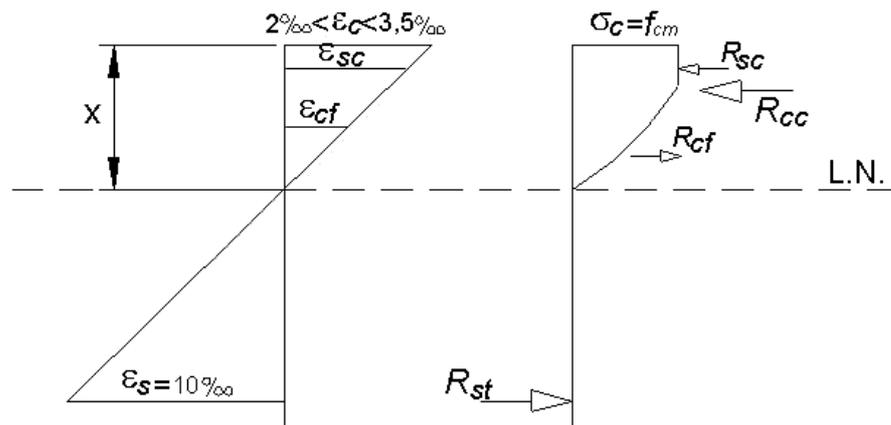


Figura 57: Sub-domínio 2b.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.161.

$$\varepsilon_s = 10\text{‰} \qquad \varepsilon_c = \frac{x \cdot 10\text{‰}}{d - x}$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot 10\text{‰}}{d - x} \qquad \varepsilon_{cf} = \frac{(x - h_f) \cdot 10\text{‰}}{d - x}$$

### Seção retangular

$$R_{cc} = b \cdot f_{cm} \cdot x' + b \cdot \frac{2}{3} \cdot f_{cm} \cdot a$$

$$z_g = \frac{\left[ f_{cm} \frac{b \cdot x'^2}{2} + b \cdot f_{cm} \frac{2}{3} a \left( \frac{3}{8} a + x' \right) \right]}{R_{cc}}$$

$$x' = \frac{(6x - d)}{5}$$

$$a = \frac{(d - x)}{5}$$

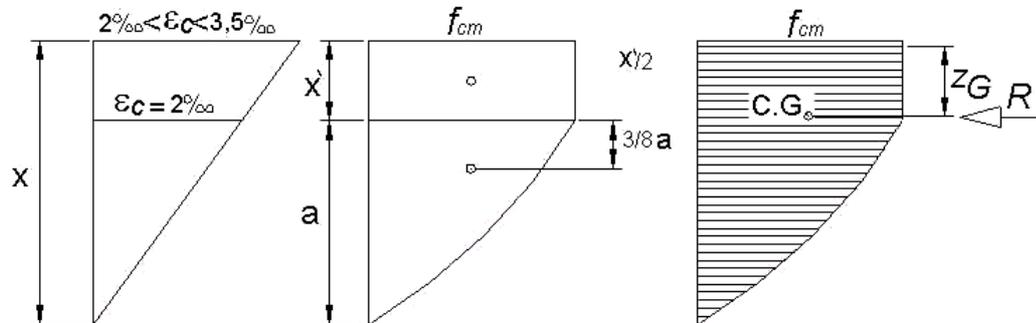


Figura 58: Localização da posição de  $R_{cc}$ .  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.161.

### Seção “T”

Na seção “T” duas situações ocorrem.

- Para  $\epsilon_{cf} \leq 2\text{‰}$ :

$$R_{ccf} = (b - b_w) f_{cm} \left[ \frac{\epsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\epsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2} \right]$$

$$z_{gf} = x - \frac{\frac{\epsilon_c (x - h_f)^3}{3x} - \frac{\epsilon_c^2 (x - h_f)^4}{16x^2}}{\frac{\epsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\epsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2}}$$

- Para  $\epsilon_{cf} > 2\text{‰}$ :

$$R_{cc} = (b - b_w) \cdot f_{cm} \cdot x' + (b - b_w) \cdot \frac{2}{3} \cdot f_{cm} \cdot a$$

$$z_g = \frac{\left[ f_{cm} \frac{(b - b_w) \cdot x'^2}{2} + (b - b_w) \cdot f_{cm} \frac{2}{3} a \left( \frac{3}{8} a + x' + h_f \right) \right]}{R_{ccf}}$$

$$x' = \frac{(6x - d - h_f)}{5}$$

$$a = \frac{(d - x)}{5}$$

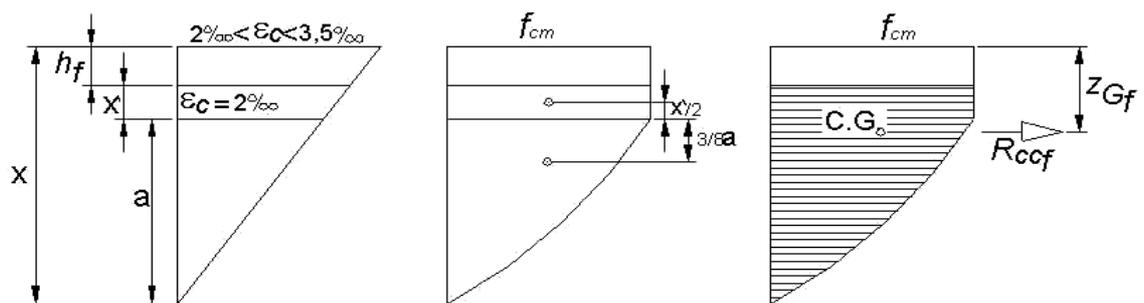


Figura 59: Localização da posição Rccf.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.162.

### A.2.3 Domínio 3 ( $\epsilon_c=3,5\text{‰}$ ; $\epsilon_{sy} \leq \epsilon_s \leq 10\text{‰}$ )

A curvatura ( $1/r_u$ ) é determinada pela Equação 31, que está em função do valor da linha neutra ( $x$ ).

$$\frac{1}{r_u} = \frac{3,5\text{‰}}{x}$$

(31)

As deformações para validar as equações de equilíbrio são mostradas abaixo, de acordo com a Figura 60.

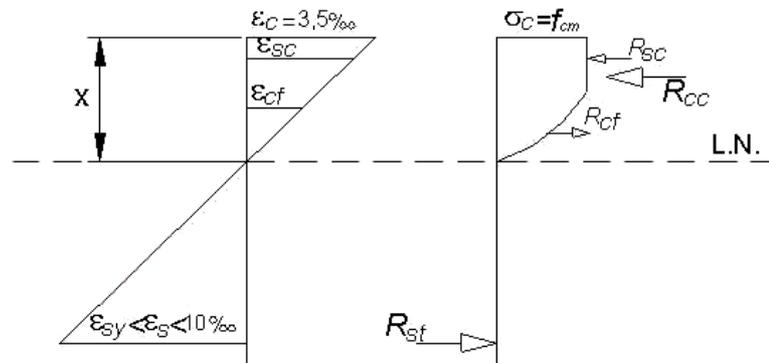


Figura 60: Domínio 3.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.163.

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$$

$$\varepsilon_s = \frac{(d - x) \cdot 3,5\text{‰}}{x}$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot 3,5\text{‰}}{x}$$

$$\varepsilon_{cf} = \frac{(x - h_f) \cdot 3,5\text{‰}}{x}$$

### Seção retangular

$$R_{cc} = b \cdot f_{cm} \cdot x' + b \cdot \frac{2}{3} \cdot f_{cm} \cdot a$$

$$z_g = \frac{\left[ f_{cm} \frac{b \cdot x'^2}{2} + b \cdot f_{cm} \frac{2}{3} a \left( \frac{3}{8} a + x' \right) \right]}{R_{cc}}$$

$$a = \frac{4}{7} x$$

$$x' = \frac{3}{7} \cdot x$$

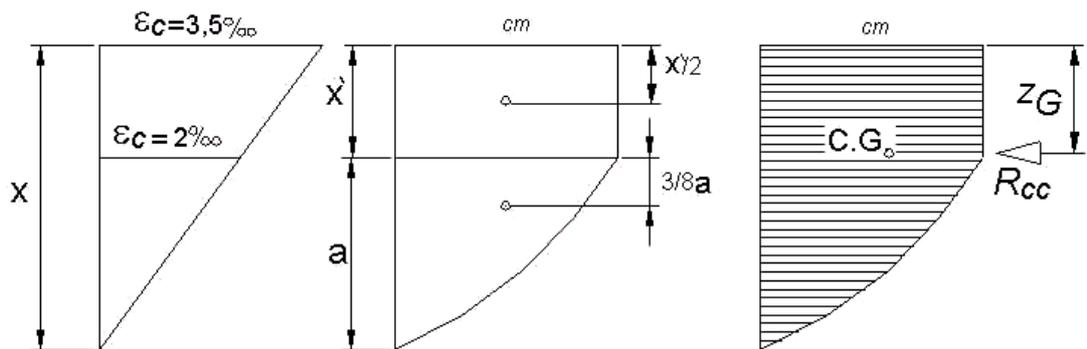


Figura 61: Localização da posição de Rcc.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.164.

### Seção “T”

- Para  $\epsilon_{cf} \leq 2\text{‰}$ :

$$R_{ccf} = (b - b_w) f_{cm} \left[ \frac{\epsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\epsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2} \right]$$

$$z_{gff} = x - \frac{\frac{\epsilon_c (x - h_f)^3}{3x} - \frac{\epsilon_c^2 (x - h_f)^4}{16x^2}}{\frac{\epsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\epsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2}}$$

- Para  $\epsilon_{cf} > 2\text{‰}$ :

$$R_{cc} = (b - b_w) \cdot f_{cm} \cdot x' + (b - b_w) \cdot \frac{2}{3} \cdot f_{cm} \cdot a$$

$$z_g = \frac{\left[ f_{cm} \frac{(b - b_w) \cdot x'^2}{2} + (b - b_w) \cdot f_{cm} \frac{2}{3} a \left( \frac{3}{8} a + x' + h_f \right) \right]}{R_{ccf}}$$

$$a = \frac{4}{7} x$$

$$x' = \frac{3}{7} \cdot x - h_f$$

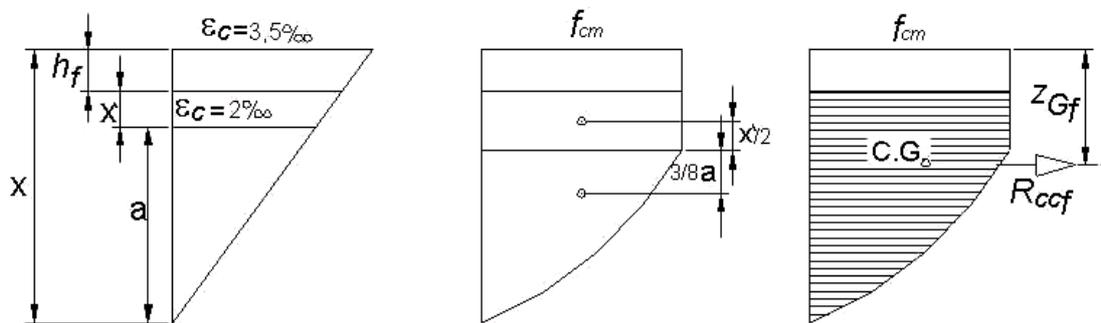


Figura 62: Localização da posição de Rccf.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.165.

#### A.2.4 Domínio 4 ( $\epsilon_c=3,5\text{‰}$ ; $\epsilon_s < \epsilon_{sy}$ )

A curvatura ( $1/r_u$ ) é determinada pela Equação 31, que está em função do valor da linha neutra ( $x$ ).

As deformações para validar as equações de equilíbrio são mostradas abaixo, de acordo com a Figura 63.

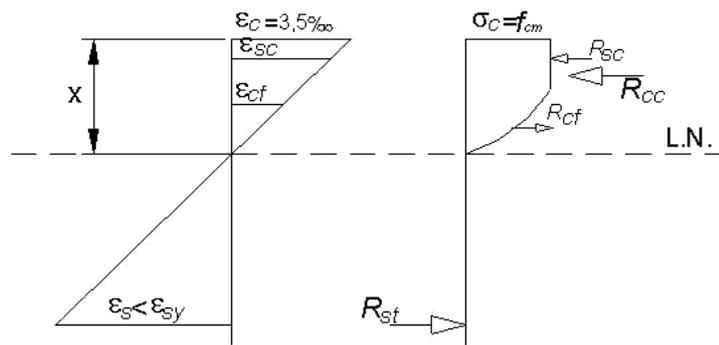


Figura 63: Domínio 4.  
Fonte: Droppa Jr, 1999, pág.165.

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰} \qquad \varepsilon_s = \frac{(d - x) \cdot 3,5\text{‰}}{x}$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot 3,5\text{‰}}{x} \qquad \varepsilon_{cf} = \frac{(x - h_f) \cdot 3,5\text{‰}}{x}$$

### Seção retangular

$$R_{cc} = b \cdot f_{cm} \cdot x' + b \cdot \frac{2}{3} \cdot f_{cm} \cdot a$$

$$z_g = \frac{\left[ f_{cm} \frac{b \cdot x'^2}{2} + b \cdot f_{cm} \frac{2}{3} a \left( \frac{3}{8} a + x' \right) \right]}{R_{cc}}$$

$$a = \frac{4}{7} x$$

$$x' = \frac{3}{7} \cdot x$$

### Seção “T”

- Para  $\varepsilon_{cf} \leq 2\%$ :

$$R_{ccf} = (b - b_w) f_{cm} \left[ \frac{\varepsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2} \right]$$

$$z_{gf} = x - \frac{\frac{\varepsilon_c (x - h_f)^3}{3x} - \frac{\varepsilon_c^2 (x - h_f)^4}{16x^2}}{\frac{\varepsilon_c (x - h_f)^2}{2x} - \frac{\varepsilon_c^2 (x - h_f)^3}{12x^2}}$$

- Para  $\varepsilon_{cf} > 2\%$ :

$$R_{cc} = (b - b_w) \cdot f_{cm} \cdot x' + (b - b_w) \cdot \frac{2}{3} \cdot f_{cm} \cdot a$$

$$z_g = \frac{\left[ f_{cm} \frac{(b - b_w) \cdot x'^2}{2} + (b - b_w) \cdot f_{cm} \frac{2}{3} a \left( \frac{3}{8} a + x' + h_f \right) \right]}{R_{ccf}}$$

$$a = \frac{4}{7} x$$

$$x' = \frac{3}{7} \cdot x - h_f$$

## ANEXO B

```

FINISH
/CLEAN
!
! *****
! ***** PREFERÊNCIAS *****
! *****
/NOPR
/PMETH,OFF,0
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_ELMAG,0
KEYW,MAGNOD,0
KEYW,MAGEDG,0
KEYW,MAGHFE,0
KEYW,MAGELC,0
KEYW,PR_MULTI,0
KEYW,PR_CFD,0
/GO
!*
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural
!*
!
! *****
! ***** Entrada de dados: CEB-90 e características elasticas do material *****
! *****
!
/PREP7
!*
!
ET,1,BEAM3          ! Comando do Element Type
!
!
!
vao=200             ! Comprimento da viga
loop=41             ! Quantidade de keypoints, que está relacionado com o nº d elementos - pode ser
!                   alterado, com restricoes a seguir
!                   Calculo do espacamento (nº de elementos) = vao / (loop-1)
!                   O espacamento tem que ser divisor de 10 para coincidir com os keypoints onde carga
!                   é aplicada.
!                   (NAO MODIFICAR ESSES VALORES SEM VERIFICAR ALTERACOES NO
!                   PROGRAMA)
!                   (AFETA NUMERACAO DOS KEYPOINTS)
!
!
!                   Momento de Inercia da secao bruta
Inercia=2237.5
!
!
R,1,397,Inercia,9.5, , , ,      ! Comando do Real Constants (nº,área,inercia,altura da secao transversal)
!
!
!
!                   Parametros usados pelo CEB

```

```

!           Construcao de algumas constantes usadas
!
!           Momento de Fissuracao
Mrc=93.3
!           Coeficiente usado pelo CEB para definir inicio da fissuracao
!           antes que a primeira fissura consiga ser visualizada
BetaB=0.8
!           Modulo de Elasticidade (valor tangente)
EcTan=3014.75
!           Modulo de Elasticidade (valor secante)
EcSec=0.85*EcTan
!
!
!           Momento de Inercia no Estádio II
InerII=258.10
!
!           Momento de escoamento do aço ou plastificação do concreto
My=268.13
!           Momento último
Mu=287.46
!
!           1/ry
Cury=4.054e-4
!
!           1/ru
Curu=1.289e-3
!
!
!           Definição do carregamento total de cada célula de carga que será aplicado
FVERTTOT=-1.117
!
!           Definição da quantidade de etapas (incremento) de carregamento
ETAPAS=20
!
!           Peso de cada perfil
perfil=0.2485
!
!           Peso próprio do elemento
PP=1.1925E-2
!           calculo da reação de apoio
!
REACT=PP*VAO/2
!
!
!*****
!* ***** Parâmetros CEB *****
!* *****
!
!           Valor da Curvatura e parâmetros associados ao Estádio I

```

```

!
Cur1=Mrc*SQRT(BetaB)/(EcTan*Inercia)
!
!           Momento de fissuração inicial (limite entre os Estádios I e II)
MEstI=SQRT(BetaB)*Mrc
!
!           Curvaturas e parametros associados ao Estádio II
!
!           1/r1r
Cur1r=Mrc/(EcTan*Inercia)
!
!           1/r2r
Cur2r=Mrc/(EcSec*InerII)
!
!
TERMO1=EcSec*InerII
!
TERMO2=(Cur2r-Cur1r)*BetaB*Mrc
!
!
!           Curvaturas e parametros associados ao Estadio III
!
TERMO3=Cury-(Cur2r-Cur1r)*BetaB*(Mrc/My)
!
!
KIII=(Mu-My)/(Curu-Cury)
!
!
!*****
!***** Aplicação das características e geração das tabelas (array)*****
!*****
!
!           Coordenadas dos Keypoints
!
K,1,0,0,0,
AUX=0
*do,i,2,loop
K,i,AUX+vao/(loop-1),0,0,
AUX=AUX+vao/(loop-1)
*enddo
!
!           Definição das linhas
*do,i,1,loop-1
LSTR,  i,  i+1
*enddo
!
!           Entrando com o modulo inicial de cada barra para análise elástica

*do,i,1,loop-1
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,i,,EcTan
MPDATA,PRXY,i,,0.2
*enddo
!
!           Atribuindo Elme. Type, Real const. e Material Model, para cada barra.

```

```

!
*do,i,1,loop-1
CM,_Y,LINE
LSEL,, , , i
CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y
!*
!*
CMSEL,S,_Y1
LATT,i,1,1, , , ,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
*enddo
!*
!           Divisao das linhas com mesma distancia entre keypoints.
!           (todos os nós coincidem com os keypoints)
LESIZE,ALL, , ,1, ,1, , ,1
!*
!           Mesh das linhas
FLST,2,(loop-1),4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-(loop-1)
LMESH,P51X
!
!           Aplicação das restricoes nos keypoints
FINISH
/SOL
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,UX,UY, , , , ,
!
!
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,loop
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,UY, , , , ,
!
!
!           Inicializacao do deslocamento total para o processo iterativo
DESLOCTOT=0
!
!
!           Geração da planilha para obtenção das parcelas dos deslocamentos para cada etapa
!
!
*dim,Parciais,array,ETAPAS,1,0
!
!
!           Geração da planilha do Momento total no no i, para futura analise da rigidez do tramo
*dim,MomITOT,array,(loop-1),1,0
!
!
!           Geração da planilha do Momento total no no J, para futura analise da rigidez do
tramo

```

```

!
*dim,MomJTOT,array,(loop-1),1,0
!
!
!           Geração e armazenamento da planilha do Valor do Modulo de Elasticidade
!
*dim,Elast,array,(loop-1),1,0
*do,i,1,(loop-1)
Elast(i,1)=EcTan
*enddo
!
!           Geração e armazenamento da planilha do Valor do cOEF. pOISON
!
*dim,Poison1,array,(loop-1),1,0
*do,i,1,(loop-1)
Poison1(i,1)=0.2
*enddo
!
!
!           Armazenamento da posicao
!
*dim,Posicao,array,loop,1,0
*vget,Posicao(1),node,all,loc,x
!
!
!           Geração da planilha do deslocamento
!
*dim,Desloc,array,loop,1,0
!
!
!           Geração da planilha do Momento permanente (peso próprio), no nó i
*dim,MppI,array,(loop-1),1,0
!
!
*do,i,1,(loop-1)
MppI(i,1)=Posicao(i,1)*REACT-PP*Posicao(i,1)*Posicao(i,1)/2
*enddo
!
!
!           Geração da planilha e armazenamento do Momento permanente (peso próprio), no nó
j
*dim,MppJ,array,(loop-1),1,0
!
!
*do,i,1,(loop-1)
MppJ(i,1)=Posicao(i+1,1)*REACT-PP*Posicao(i+1,1)*Posicao(i+1,1)/2
*enddo
!
!
!           Geração e armazenamento da planilha do Momento devido ao peso dos perfis
*dim,MPerfil,array,(loop-1),1,0
!
*do,i,1,0.35*(loop-1)
MPerfil(i,1)=perfil*Posicao(i+1,1)

```

```

*enddo
*do,i,0.35*(loop-1)+1,0.65*(loop-1)+1
MPerfil(i,1)=MPerfil(0.35*(loop-1),1)
*enddo
*do,i,0.65*(loop-1)+1+1,(loop-1)
MPerfil(i,1)=perfil*(vao-Posicao(i,1))
*enddo
!
!
!      Geração e armazenamento da planilha do Módulo de elasticidade para cada etapa de carregamento
*dim,Elast2,array,(loop-1),etapas,0
*do,i,1,(loop-1)
Elast2(i,1)=Elast(i,1)
*enddo
!
!
!      Geração e armazenamento da planilha do Momento para cada etapa de carregamento
*dim,Moment2,array,(loop-1),etapas,0
*do,i,1,(loop-1)
Moment2(i,1)=0
*enddo
!
!
!
FINISH
!
!*****
!***** CARREGAMENTO INICAL (SUPOSICAO COMPORTAMENTO ELASTICO) *****
!*****
!
!      Aplicação das cargas nos keypoints
/SOL
KPLOT
FLST,2,2,3,ORDE,2
FITEM,2,((loop-1)*.35)+1
FITEM,2,((loop-1)*.65)+1
!*
/GO
FK,P51X,FY,FVERTTOT/ETAPAS
!
!      Solve calculo linear
/STATUS,SOLU
SOLVE
!
!
!
FINISH
!
!
!
!      Armazenamento dos momentos nos nós i e j, respect.
!
/POST1
AVPRIN,0,0,
ETABLE,IMoment,SMISC, 6
!*
AVPRIN,0,0,
ETABLE,JMoment,SMISC, 12
!

```

```

!           Geração e armazenamento na planilha do momento no nó i em relação ao momento
!           dessa etapa de carregamento
!
!
*dim,MomI,array,(loop-1),1,0
!
*VGET,MomI(1),ELEM,all,ETAB,IMOMENT, ,2
!
!           Geração e armazenamento na planilha do momento no nó j em relação ao momento
!           dessa etapa de carregamento
!
!
*dim,MomJ,array,(loop-1),1,0
!
*VGET,MomJ(1),ELEM,all,ETAB,JMOMENT, ,2
!
!
!           Atualização do valor dos momentos totais
!
!
*do,i,1,(loop-1)
MomITOT(i,1)=MomITOT(i,1)+MomI(i,1)+MPerfil(i,1)+MPPI(i,1)
MomJTOT(i,1)=MomJTOT(i,1)+MomJ(i,1)+MPerfil(i,1)+MPPJ(i,1)
*enddo
!
!
!
!
*****
***** CARREGAMENTO INCREMENTAL *****
*****
!
!
*DO,ITERA,1,ETAPAS
!
!
!
!
!           Atualização do módulo de elasticidade para cada etapa de carregamento
*do,i,1,(loop-1)
MAXIMO=MomITOT(i,1)
*if,MAXIMO,le,MomJTOT(i,1),then
MAXIMO=MomJTOT(i,1)
*endif
*if,MAXIMO,le,MEstI,then
Elast(i,1)=EcTan
*else
*if,MAXIMO,le,My,then
Elast(i,1)=(MAXIMO)/(((MAXIMO)/TERMO1-TERMO2/(MAXIMO))*Inercia)
*else
*if,MAXIMO,le,Mu,then
Elast(i,1)=(MAXIMO)/((TERMO3+(MAXIMO-My)/(2*KIII))*Inercia)
*endif
*endif
*endif
!
Moment2(i,itera)=Maximo
!
*enddo
!
FINISH
!

```



```
*VGET,MomJ(1),ELEM,all,ETAB,JMOMENT, ,2
!
!
!           Atualização do valor dos momentos totais
!
*do,i2,1,(loop-1)
MomITOT(i2,1)=MomITOT(i2,1)+MomI(i2,1)
MomJTOT(i2,1)=MomJTOT(i2,1)+MomJ(i2,1)
*enddo
!
!
!           Atualização do valor do deslocamento total
!
DESLOCTOT=DESLOCTOT+Desloc((loop-1)/2+1,1)
!
!
Parciais(ITERA,1)=Desloc((loop-1)/2+1,1)
!
!
*do,i,1,(loop-1)
Elast2(i,itera)=Elast(i,1)
*enddo
!
!
!
*ENDDO
```

## ANEXO C

Tabela 13: Valores dos momentos e deslocamentos P1\_SR M<sub>r</sub> calculado.

P1_SR M <sub>r</sub> calculado						
Momento atuante (kN.cm)	Experimental (cm)	Branson (cm)	CEB-90 (cm)	ANSYS Estádios I e II (cm)	Branson discretizado (cm)	CEB-90 discretizado (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000
159,649	0,084	0,219	0,433	0,359	0,115	0,2950
192,938	0,305	0,407	0,648	0,553	0,207	0,4680
212,353	0,441	0,532	0,775	0,679	0,273	0,5750
234,801	0,545	0,684	0,922	0,815	0,359	0,7020
272,611	0,987	0,948	1,539	1,056	0,523	0,9320
308,963	1,381	1,202	4,579	1,277	0,696	1,2550
342,271	1,938	1,433		1,481	0,866	
349,359	1,975	1,482			0,903	
357,603	1,974	1,538			0,947	

Tabela 14: Valores dos momentos e deslocamentos P1\_SR M<sub>r</sub> experimental.

P1_SR M <sub>r</sub> experimental				
Momento atuante (kN.cm)	CEB-90 Mr experimental (cm)	Branson Mr experimental (cm)	ANSYS Estádios I e II Mr exp. (cm)	CEB-90 discretizado Mr exper. (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000
159,649	0,174	0,105	0,153	0,071
192,938	0,385	0,225	0,334	0,155
212,353	0,512	0,316	0,454	0,220
234,801	0,659	0,439	0,582	0,307
272,611	1,304	0,678	0,808	0,481
308,963	4,479	0,931	1,014	0,759
342,271	7,570	1,171	1,236	0,986
349,359	8,245	1,223		1,117
357,603	9,037	1,283		

Tabela 15: Valores dos momentos e deslocamentos P1\_CR M<sub>r</sub> calculado.

P1_CR M <sub>r</sub> calculado						
Momento atuante (kN.cm)	Experimental (cm)	Branson (cm)	CEB-90 (cm)	ANSYS Estádios I e II (cm)	Branson discretizado (cm)	CEB-90 discretizado (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
123,754	0,052	0,073	0,208	0,145	0,047	0,129
142,499	0,076	0,137	0,322	0,253	0,077	0,209
155,615	0,118	0,194	0,405	0,329	0,105	0,271
224,399	0,306	0,605	0,852	0,748	0,317	0,637
304,879	0,744	1,166	4,202	1,252	0,673	1,227
377,038	1,435	1,664	10,678	1,688	1,048	
410,356	1,846	1,888		1,880	1,231	
414,867	1,869	1,918			1,256	

Tabela 16: Valores dos momentos e deslocamentos P1\_CR M<sub>r</sub> experimental.

P1_CR M <sub>r</sub> experimental				
Momento atuante (kN.cm)	CEB-90 Mr experimental (cm)	Branson Mr experimental (cm)	ANSYS Estádios I e II Mr exp. (cm)	CEB-90 discretizado Mr exper. (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000
123,754	0,177	0,109	0,236	0,104
142,499	0,283	0,195	0,345	0,177
155,615	0,361	0,265	0,424	0,235
224,399	0,781	0,710	0,844	0,587
304,879	4,265	1,258	1,343	1,169
377,038	11,042	1,737	1,782	
410,356	14,337	1,953	1,991	
414,867	14,789	1,982		

Tabela 17: Valores dos momentos e deslocamentos P2\_SR M<sub>r</sub> calculado.

P2_SR M <sub>r</sub> calculado						
Momento atuante (kN.cm)	Experimental (cm)	Branson (cm)	CEB-90 (cm)	ANSYS Estádios I e II (cm)	Branson discretizado (cm)	CEB-90 discretizado (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000
159,387	0,067	0,146	0,392	0,262	0,080	0,2234
245,798	0,252	0,616	0,957	0,767	0,294	0,6623
253,294	0,285	0,666	1,006	0,820	0,320	0,7039
263,774	0,373	0,738	1,075	0,891	0,357	0,7630
269,345	0,457	0,776	1,189	0,925	0,378	0,7959
278,328	0,508	0,839	1,832	0,975	0,412	0,8652
285,406	0,654	0,888	2,348	1,012	0,440	0,9342
286,903	0,773	0,899	2,459	1,019	0,446	0,9494
293,291	1,106	0,944	2,933	1,054	0,472	0,9979

Tabela 18: Valores dos momentos e deslocamentos P2\_SR M<sub>r</sub> experimental.

P2_SR M <sub>r</sub> experimental				
Momento atuante (kN.cm)	CEB-90 Mr experimental (cm)	Branson Mr experimental (cm)	ANSYS Estádios I e II Mr exp. (cm)	CEB-90 discretizado Mr exper. (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000
159,387	0,047	0,062	0,052	0,051
245,798	0,447	0,232	0,345	0,207
253,294	0,501	0,260	0,373	0,230
263,774	0,576	0,302	0,439	0,266
269,345	0,723	0,325	0,464	0,286
278,328	1,381	0,365	0,524	0,337
285,406	1,910	0,398	0,547	0,391
286,903	2,023	0,405	0,560	0,403
293,291	2,509	0,437	0,606	0,439

Tabela 19: Valores dos momentos e deslocamentos P2\_CR M<sub>r</sub> calculado.

P2_CR M <sub>r</sub> calculado						
Momento atuante (kN.cm)	Experimental (cm)	Branson (cm)	CEB-90 (cm)	ANSYS Estádios I e II (cm)	Branson discretizado (cm)	CEB-90 discretizado (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000
153,709	0,052	0,179	0,389	0,309	0,095	0,2550
218,420	0,257	0,552	0,809	0,701	0,281	0,5950
247,606	0,483	0,751	1,001	0,876	0,393	0,7610
270,025	0,637	0,908	1,316	1,010	0,489	0,8940
277,133	0,708	0,958	1,876	1,051	0,521	0,9530
277,512	0,757	0,961	1,906	1,052	0,522	0,9560
280,885	0,965	0,984	2,175	1,077	0,537	0,9890
282,383	1,046	0,995	2,296	1,091	0,544	0,0000
287,244	1,081	1,029	2,689		0,567	

Tabela 20: Valores dos momentos e deslocamentos P2\_CR M<sub>r</sub> experimental.

P2_CR M <sub>r</sub> experimental				
Momento atuante (kN.cm)	CEB-90 Mr experimental (cm)	Branson Mr experimental (cm)	ANSYS Estádios I e II Mr exp. (cm)	CEB-90 discretizado Mr exper. (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000
153,709	0,046	0,063	0,054	0,051
218,420	0,380	0,214	0,305	0,140
247,606	0,582	0,338	0,468	0,224
270,025	0,925	0,452	0,603	0,303
277,133	1,506	0,491	0,642	0,346
277,512	1,537	0,493	0,643	0,348
280,885	1,817	0,513	0,656	0,374
282,383	1,942	0,521	0,664	0,386
287,244	2,350	0,550		0,412

Tabela 21: Valores dos momentos e deslocamentos P3\_SR M<sub>r</sub> calculado.

P3_SR M <sub>r</sub> calculado						
Momento atuante (kN.cm)	Experimental (cm)	Branson (cm)	CEB-90 (cm)	ANSYS Estádios I e II (cm)	Branson discretizado (cm)	CEB-90 discretizado (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000
158,509	0,032	0,143	0,387	0,257	0,078	0,2194
223,629	0,101	0,473	0,811	0,640	0,225	0,5411
254,302	0,158	0,673	1,012	0,825	0,324	0,7098
270,801	0,227	0,786	1,292	0,932	0,383	0,8059
272,269	0,293	0,796	1,396	0,940	0,389	0,8169
284,208	0,373	0,880	2,260	1,006	0,435	0,9219
321,638	0,763	1,145	5,108	1,239	0,592	1,2777
329,874	0,844	1,204		1,291	0,628	
347,830	0,954	1,331		1,492	0,711	
368,053	1,579	1,474		1,520	0,807	
380,409	1,974	1,561		1,586	0,867	

Tabela 22: Valores dos momentos e deslocamentos P3\_SR M<sub>r</sub> experimental.

P3_SR M <sub>r</sub> experimental				
Momento atuante (kN.cm)	CEB-90 M <sub>r</sub> experimental (cm)	Branson M <sub>r</sub> experimental (cm)	ANSYS Estádios I e II M <sub>r</sub> exp. (cm)	CEB-90 discretizado M <sub>r</sub> exper. (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000
158,509	0,046	0,061	0,052	0,051
223,629	0,249	0,158	0,217	0,104
254,302	0,471	0,259	0,373	0,165
270,801	0,793	0,326	0,461	0,211
272,269	0,900	0,332	0,477	0,218
284,208	1,783	0,386	0,540	0,289
321,638	4,701	0,581	0,768	0,541
329,874		0,628	0,802	
347,830		0,737	0,921	
368,053		0,866	1,012	
380,409		0,948		

Tabela 23: Valores dos momentos e deslocamentos P3\_CR M<sub>r</sub> calculado.

P3_CR M <sub>r</sub> calculado						
Momento atuante (kN.cm)	Experimental (cm)	Branson (cm)	CEB-90 (cm)	ANSYS Estádios I e II (cm)	Branson discretizado (cm)	CEB-90 discretizado (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000
147,030	0,075	0,150	0,347	0,272	0,082	0,2240
203,137	0,227	0,453	0,709	0,605	0,228	0,5102
236,844	0,490	0,677	0,930	0,814	0,350	0,6988
257,027	0,710	0,817	1,062	0,932	0,433	0,8157
273,506	0,837	0,932	1,589	1,028	0,504	0,9224
277,259	0,925	0,959	1,886	1,051	0,521	0,9541
280,244	1,242	0,980	2,124	1,067	0,534	0,9820
281,751	2,059	0,990	2,245	1,082	0,541	0,9979
291,483	2,061	1,059	3,035		0,587	
297,073	2,060	1,098	3,496		0,613	
364,030	2,061	1,563	9,340		0,950	

Tabela 24: Valores dos momentos e deslocamentos P3\_CR M<sub>r</sub> experimental.

P3_CR M <sub>r</sub> experimental				
Momento atuante (kN.cm)	CEB-90 M <sub>r</sub> experimental (cm)	Branson M <sub>r</sub> experimental (cm)	ANSYS Estádios I e II M <sub>r</sub> exp. (cm)	CEB-90 discretizado M <sub>r</sub> exper. (cm)
77,020	0,000	0,000	0,000	0,000
147,030	0,042	0,058	0,049	0,046
203,137	0,095	0,108	0,107	0,084
236,844	0,340	0,201	0,269	0,132
257,027	0,486	0,274	0,380	0,177
273,506	1,051	0,342	0,465	0,221
277,259	1,358	0,359	0,484	0,251
280,244	1,605	0,373	0,496	0,270
281,751	1,730	0,380	0,500	0,281
291,483	2,549	0,427		
297,073	3,027	0,455		
364,030	9,098	0,850		

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)