

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Otimização de placas e cascas de materiais compósitos,  
utilizando algoritmos genéticos, redes neurais e  
elementos finitos

Sergio Daniel Cardozo López

Porto Alegre

2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Sergio Daniel Cardozo López

**Otimização de placas e cascas de materiais compósitos,  
utilizando algoritmos genéticos, redes neurais e  
elementos finitos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia. Orientação: Prof. Dr. Armando Miguel Awruch. Co-orientação: Prof. Dr. Inácio Benvegnu Morsch.

Porto Alegre

2009

L864o López, Sergio Daniel Cardozo  
Otimização de placas e cascas de materiais compósitos,  
utilizando algoritmos genéticos, redes neurais e elementos  
finitos / Sergio Daniel Cardozo López. - 2009.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande  
do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil. Porto Alegre, BR-RS, 2009

Orientador: Prof. Dr. Armando Miguel Awruch.

Co-orientador: Prof. Dr. Inácio Benvegnu Morsch.

1. Elementos finitos. 2. Algoritmos genéticos. 3. Estruturas  
(Engenharia). 4. Redes neurais artificiais. 5. Otimização  
matemática. 6. Materiais compósitos. I. I. Awruch, Armando  
Miguel, orient. II. Morsch, Inácio Benvegnu, co-orient. III. Título.

CDU-624.04(043)

Sergio Daniel Cardozo López

Otimização de placas e cascas de materiais compósitos,  
utilizando algoritmos genéticos, redes neurais e elementos finitos

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, na área de Concentração de ESTRUTURAS, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 4 de junho de 2009

Prof.Armando Miguel Awruch  
D.Sc. COPPE/UFRJ  
Orientador

Prof.Inácio Benvegnu Morsch  
Dr. PPGEC/UFRGS  
Co-orientador

Prof.Dr. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**Comissão Julgadora:**

Herbert Martins Gomes  
Dr. PPGEC/UFRGS

Denise Bernaud Maghous  
Dr. ENPC, Paris

Leonardo Dagnino Chiwiacowsky  
Dr. INPE

*Dedico este trabalho aos meus pais, Carmelo e Blanca*

# Agradecimentos

Aos Professores Armando M. Awruch e Inácio B. Morsh, pela orientação, dedicação e incentivo durante a realização deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior - CAPES e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela bolsa de estudos.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC/UFRGS, pelos ensinamentos transmitidos.

Aos colegas de Pós-Graduação pela convivência agradável.

Ao Felipe Almeida pela ajuda no trabalho.

Ao Luis Felipe (Uru) pela convivência e ajuda no trabalho.

Aos amigos paraguaios residentes em Porto Alegre por ter me acolhido como a um irmão.

À meu amigo Cristian Báez (†) pela convivência agradável no meu tempo em Porto Alegre.

# Resumo

Cardozo, S.D. **Otimização de placas e cascas de materiais compósitos, utilizando algoritmos genéticos, redes neurais e elementos finitos** . Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2009.

A otimização estrutural, utilizando ferramentas computacionais é um grande campo de pesquisa na atualidade. Os métodos utilizados, dependendo da complexidade do problema, demandam um grande custo computacional, e por isso vem sendo avaliadas várias técnicas para diminuí-lo. Uma delas é o emprego de técnicas de aproximação de análises, dentre as quais destacam-se as redes neurais, que combinadas aos métodos de otimização e de análises clássicos conseguem bons resultados e reduzem significativamente o tempo de processamento. O emprego dos compósitos laminados como material estrutural vem crescendo nos últimos tempos, incentivado pela suas excelentes propriedades mecânicas e baixo peso. Em consenso com todo o esforço científico dedicado a essa área, o presente trabalho visa a implementação de uma ferramenta computacional capaz de otimizar estruturas complexas fabricadas com tais materiais, a um baixo custo computacional. Com isto em mente, é desenvolvido um sistema de otimização, aproveitando módulos implementados previamente para a análise estática linear e não linear através do método dos elementos finitos (MEF), e o módulo de otimização por algoritmos genéticos. Serão desenvolvidos os módulos de análise modal, para otimizar também estruturas com critérios baseados em frequências e modos, e o módulo de redes neurais de tipo *perceptron* para aproximações das análises feitas através do MEF. Alguns exemplos são apresentados para demonstrar que bons resultados são obtidos com a utilização de redes neurais artificiais, cujo treinamento permite poupar tempo computacional proveniente do grande número de análises usualmente necessárias no processo de otimização.

Palavras-chave: Materiais Compósitos, Redes Neurais Artificiais, Otimização Estrutural, Algoritmos Genéticos, Elementos Finitos.

# Abstract

Cardozo, S.D. **Otimização de placas e cascas de materiais compósitos, utilizando algoritmos genéticos, redes neurais e elementos finitos** . Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2009.

## **Optimization of composites plates and shells using genetic algorithms, neural networks and finite elements**

Structural optimization using computational tools has become a major research field in recent years. Methods commonly used in structural analysis and optimization may demand considerable computational cost, depending on the problem complexity. Therefore, many techniques have been evaluated in order to diminish such impact. Among these various techniques, artificial neural networks may be considered as one of the main alternatives, when combined with classic analysis and optimization methods, to reduce the computational effort without affecting the final solution quality. Use of laminated composite structures has been continuously growing in the last decades due to the excellent mechanical properties and low weight characterizing these materials. Taken into account the increasing scientific effort in the different topics of this area, the aim of the present work is the formulation and implementation of a computational code to optimize manufactured complex laminated structures with a relatively low computational cost by combining the Finite Element Method (FEM) for structural analysis, Genetic Algorithms (GA) for structural optimization and Artificial Neural Networks (ANN) to approximate the finite element solutions. The modules for linear and geometrically non-linear static finite element analysis and for optimize laminated composite plates and shells, using GA, were previously implemented. Here, the finite element module is extended to analyze dynamic responses to optimize problems based in frequencies and modal criteria, and a module with perceptron ANN is added to approximate finite element analyses. Several examples are presented to show the effectiveness of ANN to approximate solutions obtained using the FEM and to reduce significantly the computational cost.

Keywords: Composite Materials, Artificial Neural Networks, Structural Optimization, Genetic Algorithms, Finite Elements.

---

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>9</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>10</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>12</b>
1.1 Apresentação do problema . . . . .	12
1.2 Justificativa . . . . .	14
1.3 Objetivo . . . . .	15
1.4 Pesquisa Bibliográfica . . . . .	15
1.5 Organização do trabalho . . . . .	17
<b>2 Otimização Estrutural</b>	<b>18</b>
2.1 Introdução . . . . .	18
2.2 Materiais Compósitos . . . . .	19
2.3 Elementos finitos . . . . .	22
2.4 Algoritmos Genéticos . . . . .	23
2.4.1 Processo do AG . . . . .	25
2.4.2 Codificação das estruturas . . . . .	26
2.4.3 Processo de seleção . . . . .	28
2.4.4 Operações . . . . .	28
2.4.4.1 Recombinação . . . . .	29
2.4.4.2 Mutação . . . . .	29
2.4.4.3 Permutação . . . . .	31
2.4.5 Formação de novas gerações . . . . .	31
2.4.6 Critérios de Parada do AG . . . . .	32
<b>3 Redes Neurais</b>	<b>34</b>
3.1 Introdução . . . . .	34
3.2 História . . . . .	34
3.3 Redes Perceptron de uma camada . . . . .	35
3.4 Redes Perceptron multi-camadas . . . . .	37
3.4.1 Algoritmo de retro-propagação . . . . .	38
3.4.1.1 Treinamento local ou em lote . . . . .	38
3.4.1.2 Critérios de parada . . . . .	39
3.4.1.3 Resumo do algoritmo de retro-propagação . . . . .	40
3.5 Redes Neurais e Algoritmos Genéticos . . . . .	42

---

<b>4</b>	<b>Exemplos</b>	<b>45</b>
4.1	Minimização de peso e deslocamento no ponto central numa placa de compósito laminado sujeita a carga transversal . . . . .	46
4.1.1	Algoritmos Genéticos . . . . .	48
4.1.2	Redes Neurais . . . . .	49
4.1.3	Resultados . . . . .	50
4.1.4	Comparação de AG-RNA com AG-MEF . . . . .	51
4.2	Minimização de peso e custo em placa de compósito laminado sujeita a carga no seu plano . . . . .	52
4.2.1	Algoritmos Genéticos . . . . .	54
4.2.2	Redes Neurais . . . . .	55
4.2.3	Resultados . . . . .	56
4.2.4	Comparação de AG-RNA com AG-MEF . . . . .	57
4.2.5	Modificação do exemplo 2 . . . . .	58
4.3	Maximização da rigidez numa casca de compósito laminado considerando efeitos de não-linearidade geométrica . . . . .	61
4.3.1	Algoritmos Genéticos . . . . .	63
4.3.2	Redes Neurais . . . . .	63
4.3.3	Resultados . . . . .	64
4.3.4	Comparação com AG e MEF . . . . .	65
4.4	Maximização de frequência de vibração em placa de compósito laminado . . . . .	67
4.4.1	Algoritmos Genéticos . . . . .	68
4.4.2	Redes Neurais . . . . .	69
4.4.3	Resultado . . . . .	69
4.4.4	Comparação com AG e MEF . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Conclusões e sugestões</b>	<b>71</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>73</b>
	<b>Appendices</b>	<b>75</b>
<b>A</b>	<b>Análise por Elementos Finitos</b>	<b>75</b>
A.1	Formulação do Elemento Finito . . . . .	75
A.1.1	Matriz de Rigidez . . . . .	76
A.1.2	Formulação considerando a não linearidade geométrica . . . . .	80
A.1.3	Matriz de Massa . . . . .	82
A.2	Critério de falha de Compósitos Laminados . . . . .	85
A.2.1	Critério de falha de Tsai-Wu para materiais compósitos . . . . .	86

---

# Lista de Figuras

2.1	Esquema de lâmina (Almeida,2006) . . . . .	20
2.2	Esquema de laminado simétrico . . . . .	21
2.3	Fluxograma básico do AG . . . . .	24
3.1	Esquema do neurônio . . . . .	36
3.2	Esquema de rede <i>perceptron</i> multi-camada . . . . .	37
3.3	Fluxograma do Sistema RNA e AG . . . . .	43
4.1	Esquema da placa, condições de contorno e carregamento - Exemplo 1 . . . . .	48
4.2	Esquema da placa, condições de contorno e carregamento - Exemplo 2 . . . . .	54
4.3	Esquema de malha do Exemplo 2 modificado . . . . .	59
4.4	Esquema de casca, condições de contorno e carregamento - Exemplo 3 . . . . .	61
4.5	Curva Nível de Carga - Deslocamento central . . . . .	66
4.6	Esquema de placa e condições de contorno - Exemplo 4 . . . . .	67
A.1	Graus de liberdade do elemento triangular plano para placa e casca (Almeida,2006) . . . . .	76
A.2	Lâminas formando o laminado e ângulo $\theta$ entre eixo principal do material 1-2 e sistema x-y do laminado (Jones,1999) . . . . .	77
A.3	Eixos locais do elemento . . . . .	83

---

# Lista de Tabelas

2.1	Exemplo 1 de alfabeto de codificação dos ângulos e materiais . . . . .	27
2.2	Exemplo 2 de alfabeto de codificação dos ângulos e materiais . . . . .	27
4.1	Propriedades do compósito Grafite-epoxy . . . . .	47
4.2	Alfabeto de codificação dos ângulos e espessuras do Exemplo 1 . . . . .	48
4.3	Parâmetros do AG do Exemplo 1 (Almeida e Awruch, 2009) . . . . .	49
4.4	Parâmetros das Redes Neurais Exemplo 1 . . . . .	49
4.5	Resultados do Exemplo 1 com AG-RNA . . . . .	50
4.6	Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 1 . . . . .	50
4.7	Resultados do Exemplo 1 com AG-MEF . . . . .	51
4.8	Tempos de execução (seg.) Exemplo 1 . . . . .	52
4.9	Tempo para $P = 80$ Exemplo 1 (seg.) . . . . .	52
4.10	Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 1 . . . . .	52
4.11	Propriedades dos Materiais do Exemplo 2 . . . . .	54
4.12	Alfabeto de codificação dos ângulos e materiais Exemplo 2 . . . . .	55
4.13	Parâmetros do AG do Exemplo 2 (Almeida e Awruch, 2009) . . . . .	55
4.14	Parâmetros das Redes Neurais do Exemplo 2 . . . . .	56
4.15	Resultados do Exemplo 2 com AG-RNA . . . . .	56
4.16	Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 2 . . . . .	57
4.17	Resultados do Exemplo 2 com AG-MEF . . . . .	57
4.18	Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 2 . . . . .	58
4.19	Tempos de execução (minutos) Exemplo 2 . . . . .	58
4.20	Resultados do Exemplo 2 modificado . . . . .	59
4.21	Diferenças entre RNA e MEF do Exemplo 2 modificado AG-RNA . . . . .	60
4.22	Resultados do Exemplo 2 modificado com AG-MEF . . . . .	60
4.23	Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 2 modificado . . . . .	60
4.24	Tempos de execução (horas) do Exemplo 2 modificado . . . . .	60
4.25	Propriedades do compósito Glass-epoxy . . . . .	62
4.26	Alfabeto de codificação dos ângulos do Exemplo 3 . . . . .	63
4.27	Parâmetros do AG do Exemplo 3 (Almeida e Awruch, 2009) . . . . .	63
4.28	Parâmetros das Redes Neurais do Exemplo 3 . . . . .	64
4.29	Resultados do Exemplo 3 com AG-RNA . . . . .	64
4.30	Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 3 . . . . .	64
4.31	Resultados do Exemplo 3 com AG-MEF . . . . .	65
4.32	Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 3 . . . . .	65
4.33	Tempos de execução (minutos) Exemplo 3 . . . . .	66
4.34	Propriedades do compósito Grafite-epoxy . . . . .	67
4.35	Alfabeto de codificação dos ângulos do Exemplo 4 . . . . .	68

---

---

4.36	Parâmetros do AG do Exemplo 4 . . . . .	68
4.37	Parâmetros da Rede Neural do Exemplo 4 . . . . .	69
4.38	Resultado do Exemplo 4 com AG-RNA . . . . .	69
4.39	Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 4 . . . . .	70
4.40	Tempos de execução (minutos) Exemplo 4 . . . . .	70

---

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Apresentação do problema

A necessidade de elementos estruturais ótimos não é um objetivo muito novo; Galileo em sua obra “*Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due Nuove Scienze*” (1638) aborda o problema de encontrar a forma de uma viga onde as tensões sejam as mesmas em qualquer seção transversal.

O processo tradicional da engenharia na busca dessa solução ótima é baseado em métodos experimentais de adequação entre as variáveis, desempenho estrutural e recursos utilizados, através de uma série de tentativas de erros e acertos, capaz de resultar em uma solução de máximo desempenho estrutural com o mínimo de recursos utilizados. Ainda que os avanços da computação científica, em termos de arquitetura de computadores e de algoritmos numéricos, tenham facilitado a tarefa dos engenheiros, o trabalho de refazer as análises das estruturas, que é o processo tradicional na busca da solução ótima, permanece demandando alto custo em tempo e energia. Sendo o tempo uma limitante no mundo real, quase sempre acaba-se adotando uma solução próxima do ótimo. Por outro lado, nos últimos anos tem-se destacado na engenharia os processos de otimização, nos quais os problemas de projeto são formulados com base em funções objetivos, as quais tem que se maximizar ou minimizar, quase sempre sujeitas a uma série de restrições. Essas técnicas podem ser aplicadas aos problemas estruturais através de processos sistemáticos bem definidos facilitando o trabalho dos projetistas. Deste modo, o desempenho da estrutura, a quantidade de material empregado, as restrições às quais a estrutura está sujeita,

---

---

são traduzidas em funções que estes métodos podem interpretar, e conseqüentemente manipular as variáveis com o objetivo de alcançar a melhor configuração.

Estas técnicas e ferramentas de otimização matemática aplicadas ao projeto estrutural, são de extrema importância para a otimização de estruturas fabricadas em materiais compósitos devido à complexidade do projeto das mesmas. O uso deste tipo de material estrutural vem crescendo nos últimos tempos devido as suas vantagens em relação aos materiais convencionais como alumínio, aço e outras ligas. Estes materiais apresentam características muito mais complexas, tanto na composição como no comportamento estrutural. Os materiais compósitos começaram a ser utilizados nas indústrias mais avançadas como a aeroespacial, mas vêm sendo utilizados também em indústrias tradicionais como a automotriz, a náutica, no transporte e armazenamento de fluidos, entre outras. As características mais atraentes deste tipo de material são sua alta rigidez específica (razão entre rigidez e peso) e resistência específica (razão entre resistência e peso); outra vantagem estrutural é que resulta possível modificar as características mecânicas destes materiais modificando as configurações das lâminas, independente da necessidade de alterar as dimensões da estrutura.

As técnicas envolvidas no processo de otimização são uma ferramenta muito recomendável para o projeto de estruturas em materiais compósitos, pois possibilitam a introdução de novas variáveis no processo de definição do projeto, passíveis de ajustes e que serão determinantes no desempenho da estrutura frente a distintas solicitações específicas do projeto. Entretanto, nem todos os métodos de otimização se mostram adequados para tratar problemas envolvendo esses tipos de materiais, sobretudo os compósitos laminados, que são temas deste trabalho. Isso ocorre porque a maior parte dos métodos foram desenvolvidos para otimizar estruturas convencionais, cujas variáveis de projetos são contínuas. No entanto, devido a questões de manufatura, as variáveis envolvidas no dimensionamento de materiais compósitos podem assumir apenas valores discretos. Além disso, os métodos matemáticos baseados em gradientes são mais apropriados para busca de soluções ótimas em espaços de resposta suaves e contínuos, o que também não ocorre nos problemas envolvendo compósitos laminados. Como alternativa aos métodos convencionais, partiu-se para a aplicação de técnicas de otimização com algoritmos genéticos (AG), que se baseiam nos mecanismos de evolução natural. Sua implantação

se mostrou bastante adequada no que diz respeito às exigências citadas acima, porém outros problemas surgiram, sobretudo os relacionados ao alto consumo de processamento computacional requerido.

Para reduzir o tempo de processamento e o custo computacional envolvido no processo de otimização por algoritmos genéticos, devido a demanda pela realização de muitas análises em cada etapa, observou-se a necessidade de um substituto das análises completas por elementos finitos; analisou-se diferentes alternativas tais como, superfícies de respostas e redes neurais artificiais, cada uma com suas características, mostrando-se mais adequada para o problema presente, a solução das redes neurais artificiais, devido a sua flexibilidade de aplicação, sendo a técnica da superfície de resposta restrita a um domínio de variação da estrutura muito pequeno comparado ao necessário no problema de otimização; por tudo isto, baseado na pesquisa bibliográfica, adotou-se as redes neurais artificiais.

Assim, como substituto das análises de elementos finitos completas devido ao tipo de problema abordado, são utilizadas redes neurais artificiais, que depois de treinadas, farão a aproximação dos resultados das análises por elementos finitos para a verificação das funções objetivo das otimizações. As redes neurais artificiais (RNA) são ferramentas matemáticas que imitam o processo de aprendizagem do cérebro humano. Tendo como base conjuntos de amostras e resultados esperados, elas são capazes de se adaptar para fornecer uma resposta para um caso não analisado. Compostas por várias unidades de processamento e armazenamento interconectadas entre si, a rede em seu conjunto, tem a habilidade de responder a estímulos com respostas correspondentes baseadas na experiência da rede, adquirida no treinamento da mesma.

## 1.2 Justificativa

O presente trabalho busca desenvolver um sistema de otimização de estruturas de compósitos laminados, capaz de tratar problemas complexos a um custo computacional relativamente reduzido.

Assim sendo, serão utilizadas técnicas apropriadas de otimização para este tipo de estruturas, que são, a dos algoritmos genéticos, levando em conta que no tratamento

de materiais compósitos, as variáveis são discretas devido a fatores de fabricação, e os algoritmos genéticos são muito adequados para este tipo de problema.

A utilização de algoritmos genéticos podem envolver altos custos computacionais e a necessidade de uma análise completa pelo MEF para cada indivíduo gerado, e dependendo da complexidade do problema, torna o processo muito demorado. Sendo assim, é implementada uma ferramenta de aproximação dos resultados das análises do MEF, que são as redes neurais, as quais uma vez treinadas adequadamente podem fornecer com boa aproximação os resultados do MEF, a um custo computacional mais baixo, possibilitando assim a abordagem de problemas mais complexos com um tempo menor de processamento.

### 1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho é implementar a técnica de otimização de estruturas de materiais compósitos laminados baseada na análise da estrutura por elementos finitos e redes neurais artificiais. O algoritmo é o seguinte: formulado o problema a otimizar, o algoritmo genético gera uma população inicial, o sistema de análise por elementos finitos calcula as respostas do sistema com as quais são treinadas as redes neurais para cada função objetivo, e então as seguintes gerações do algoritmo genético serão analisadas pelas redes neurais para avaliar sua aptidão em lugar de aplicar o método dos elementos finitos. O tamanho da amostra, e número de camadas da rede são objeto de pesquisa para obter o menor erro nas aproximações.

### 1.4 Pesquisa Bibliográfica

Na área de otimização de compósitos por algoritmos genéticos, Soremekun (1997) faz a otimização de compósitos com algoritmos genéticos com as análises estruturais dos compósitos feitas por métodos analíticos, modificando os algoritmos genéticos fazendo adaptações para serem utilizados para a otimização dos compósitos, assim como a codificação em dois genes, o que traz muitas vantagens ao processo. Seguindo a mesma linha de pesquisa, Almeida e Awruch (2009) fazem a otimização de estruturas de compósitos laminados com algoritmos genéticos com as adaptações para compósitos

---

e análises das estruturas com elementos finitos, o que dá uma maior aplicabilidade ao processo devido ao fato de não ser necessária a existência de uma solução analítica dos problemas a tratar. Estes autores fazem um estudo do custo computacional dos parâmetros da otimização para obter uma boa confiabilidade com a menor quantidade de análises requeridas. Almeida (2006) traz uma série de referências sobre otimização com algoritmos genéticos.

Sobre a abordagem de otimização usando algoritmos evolutivos e redes neurais com o objetivo de diminuir a quantidade de análises por elementos finitos, e assim, o tempo e custo de processamento das otimizações, Lagaros et al. (2005) fazem uma proposta de combinação das redes neurais artificiais e os algoritmos genéticos, fazendo um treinamento progressivo da rede conforme as gerações do algoritmo genético obtendo bons resultados na otimização de estruturas de barras; também Salajegheh e Gholizadeh (2005) abordam o problema dos algoritmos genéticos combinados com redes neurais para a otimização de estruturas de barras; estes autores utilizam duas estratégias para reduzir o custo computacional envolvido na otimização por algoritmos genéticos: a primeira é o uso de uma população reduzida nas gerações e a outra o uso de redes neurais para a predição das respostas do sistema. Estes autores testam três modelos de redes, a de base radial, a *Counter Propagation* e a *General Regression*, obtendo também bons resultados nas otimizações e diminuindo o tempo computacional necessário com respeito ao método tradicional.

A otimização de compósitos laminados, utilizando algoritmos genéticos e redes neurais são estudadas por Abouhamze e Shakeri (2007), fazendo uma otimização multi-objetivo, ponderando no objetivo a primeira frequência de vibração e a carga crítica de flambagem, de uma casca cilíndrica de compósitos laminados, usando como variáveis de projeto somente a orientação das fibras nas lâminas. Também, Bisagni e Lanzi (2002) fazem a otimização de um painel de baixa curvatura feito de compósitos laminados com reforços, sendo o objetivo uma rigidez máxima no pós-flambagem e minimização do peso da estrutura; as variáveis de projeto neste caso são o número de lâminas e as dimensões dos reforços, sendo que as orientações das fibras nas lâminas são fixas.

No tema de aproximação de respostas estruturais através de redes neurais artificiais e superfícies de resposta, Gomes (2001) utiliza estas ferramentas para aproximar análises

de elementos finitos para avaliar confiabilidade de estruturas de concreto armado.

Com estes antecedentes, seguindo a linha de pesquisa, no presente trabalho apresenta-se a otimização de placas e cascas de compósitos laminados, utilizando algoritmos genéticos, redes neurais artificiais e elementos finitos, com objetivos de maximizar a rigidez, a frequência de vibração, e minimização de peso e custo, usando como variáveis de projeto o número de lâminas, a espessura, os materiais das mesmas e a orientação das fibras de reforço. Foram analisados diferentes casos para avaliar a eficiência do método proposto.

## 1.5 Organização do trabalho

O trabalho divide-se em cinco capítulos principais os quais são descritos a seguir:

- Capítulo 1: apresenta-se uma introdução ao problema, sua justificativa, uma breve pesquisa bibliográfica e objetivos do trabalho.
- Capítulo 2: apresenta-se as teorias e as metodologias da otimização estrutural, dos materiais compósitos, uma referência ao método dos elementos finitos utilizado no trabalho, e os algoritmos genéticos a serem utilizados na otimização.
- Capítulo 3: neste capítulo é apresentada a teoria das redes neurais artificiais e o sistema de otimização utilizado no trabalho.
- Capítulo 4: são apresentados os exemplos de aplicação do sistema e discussão de cada um deles.
- Capítulo 5: são apresentadas as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros baseados neste trabalho.

Adicionalmente é incluído um apêndice com maiores detalhes sobre a metodologia de elementos finitos adotada.

---

# Capítulo 2

## Otimização Estrutural

### 2.1 Introdução

A otimização estrutural pode-se entender como o processo de busca de uma configuração da estrutura para a obtenção do melhor desempenho possível da estrutura, dentro de um certo critério, sujeito a certas restrições. Isto é formulado matematicamente como uma função objetivo, sujeita a certas restrições; as funções objetivo podem ser mono-objetivo ou multi-objetivo, as quais podem ser, por exemplo, a maximização da rigidez, minimização do custo, minimização do peso, entre outras, satisfazendo certas restrições como por exemplo a quantidade de material, integridade do material, deformação máxima, entre outras.

Para a resolução dos problemas de otimização existem muitas técnicas matemáticas, divididas em dois grandes grupos: as determinísticas e as estocásticas, cada uma adequada para diferentes tipos de problemas. A otimização de estruturas de materiais compósitos, devido a suas características, são de fácil formulação matemática para o segundo grupo de técnicas de otimização, ou seja as estocásticas no caso específico os algoritmos genéticos.

Na otimização de estruturas existem elementos básicos tais como:

1. Variáveis de projeto: que são as características que se podem mudar para obter o melhor desempenho; no caso dos compósitos são a quantidade de lâminas, o material e a espessura das lâminas, e a orientação das fibras de cada laminado.
-

2. Função objetivo: depende do problema e resulta numa expressão matemática que indica o que se quer maximizar ou minimizar. É função das variáveis de projeto tais como peso, custo, deslocamento, frequência de vibração, entre outras
3. Restrições de projeto: podem estabelecer que o material não falhe, que um deslocamento não ultrapasse um valor máximo, limitar o número de lâminas ou a espessura do compósito, ou o peso, entre outras, dependendo de cada problema.

Assim, mudando as variáveis de projeto, é calculada a função objetivo e avaliada a aptidão de cada configuração da estrutura sempre dentro das restrições do projeto. A técnica de otimização utilizada será a dos algoritmos genéticos, os quais já se mostraram eficientes para este tipo de problema (Almeida, 2006). Neste trabalho, esta técnica será potencializada com a utilização de redes neurais para diminuir o custo computacional. As redes neurais tem a propriedade de que uma vez treinadas podem fornecer respostas de um sistema estrutural muito próxima a de uma análise de elementos finitos e com um custo e tempo computacional menor.

## 2.2 Materiais Compósitos

Os materiais compósitos utilizados nas estruturas constituem um sistema de materiais com duas ou mais camadas numa escala macroscópica, cujo desempenho e propriedades mecânicas são projetadas para serem superiores às dos materiais constituintes atuando independentemente. Uma das fases é usualmente descontínua, mais rígida e mais resistente, sendo denominado reforço. A outra, denominada matriz, normalmente é contínua, com rigidez e resistência menor. Algumas vezes, devido a interações químicas ou outros processos, pode existir uma fase adicional, denominada interface, situada entre o reforço e a matriz (Figura 2.1). As propriedades de um compósito dependem das propriedades do material, geometria e distribuição de cada uma das fases (Jones, 1999).

Algumas das propriedades que podem ser melhoradas com o uso de materiais compósitos são: resistência, rigidez, densidade, resistência à fadiga, à corrosão e ao desgaste, além de isolamento, condutividade e estabilidade térmica. Evidentemente nem todas essas propriedades são melhoradas ao mesmo tempo. O que se busca é o aprimoramento

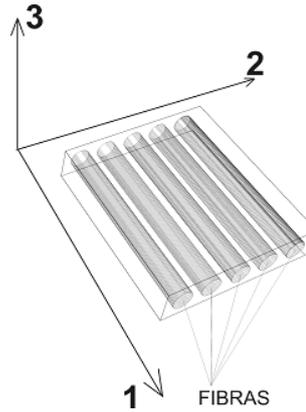


Figura 2.1: Esquema de lâmina (Almeida,2006)

das qualidades requeridas no projeto da estrutura em que o material será empregado. Embora apresentem muitas outras características desejáveis, a base de sua performance estrutural superior está na alta resistência específica e alta rigidez específica, além do caráter anisotrópico e heterogêneo do material conforme Daniel e Ishai (1994). Eles são amplamente empregados nas indústrias naval, automotiva, aeroespacial, esportiva, biomédica e demais segmentos que requerem alto desempenho mecânico e estabilidade ambiental acompanhados de baixo peso.

Os compósitos laminados são representados por uma notação que traz a sua seqüência de laminação, como é descrito a seguir. A seqüência de laminação mostra as características de cada lâmina, iniciando pela superior e seguindo até a inferior. Nela é indicado o ângulo de orientação das fibras, medido a partir do eixo de referência do laminado e tomando-se o sentido anti-horário como positivo. Normalmente todas as lâminas são constituídas do mesmo material e têm a mesma espessura, definida pelo processo de fabricação. Contudo, existem os casos de laminados híbridos (com diferentes materiais), ou lâminas fabricadas com diferentes espessuras. Por isso, na seqüência de laminação também podem constar informações a respeito do tipo de material constituinte e da espessura. Para um laminado de  $N$  lâminas, cada uma com um ângulo  $\theta$ , uma espessura  $t$  e um material  $m$ , a seqüência de laminação é representada na equação (2.1):

$$\left[ \theta_1^{(m1,t1)}, \theta_2^{(m2,t2)}, \theta_3^{(m3,t3)}, \dots, \theta_N^{(mN,tN)} \right] \quad (2.1)$$

Os laminados simétricos são representados pela seqüência de laminação da metade

superior, ficando as demais presumidas pela condição de simetria indicada por um subíndice S no final. Um exemplo de laminado simétrico é apresentado a seguir, na equação (2.2) e na Figura 2.2 .

$$[0^\circ, +45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 90^\circ, -45^\circ, 45^\circ, 0^\circ] = [0^\circ, +45^\circ, -45^\circ, 90^\circ]_S \quad (2.2)$$

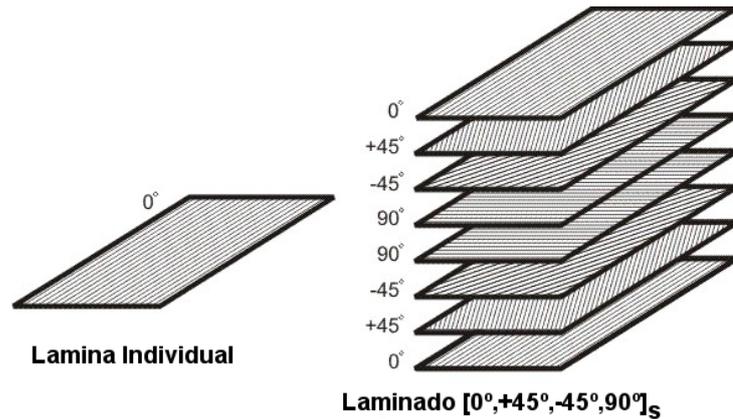


Figura 2.2: Esquema de laminado simétrico

Quando algumas lâminas com as mesmas características são adjacentes é comum agrupá-las, indicando o número de lâminas contíguas por um subíndice. Também ocorrem os casos em que um par de lâminas difere apenas no sinal do ângulo de orientação de suas fibras, sendo nestes casos utilizados os símbolos  $\pm$  e  $\mp$  para representá-las; no caso em que um grupo de lâminas se repete no laminado também pode haver uma compactação na notação da seqüência de laminação. Isso é realizado através da representação desse grupo entre parênteses e um subíndice que informa o número de repetições.

O comportamento mecânico de um compósito laminado é fortemente dependente da sua seqüência de laminação. Uma alteração de posição das lâminas acarreta em drásticas modificações na reação do material a solicitações externas. Existem mecanismos de resposta apresentados pelos compósitos laminados, que são bastante complexos e difíceis de serem previstos, a exemplo dos fenômenos de acoplamento extensão-flexão, acoplamento flexão-torção e acoplamento extensão-cisalhamento. Esses fenômenos ocorrem de maneira mais ou menos intensa na maioria dos laminados e são decorrentes da complexa distribuição de tensões entre as diversas lâminas, resultante da diferença de rigidez entre elas. Eles podem ser evitados apenas em casos muito específicos, como

---

nos laminados simétricos, que não apresentam acoplamento extensão-flexão e laminados balanceados, nos quais não se observa o acoplamento extensão-cisalhamento.

O comportamento complexo dos compósitos laminados faz com que o projeto das estruturas destes materiais seja uma tarefa complexa, devendo se levar em conta todos os fenômenos anteriormente descritos, assim como um critério de falha do material. A falha dos compósitos podem ser por:

- Falha do material: quando é ultrapassada a capacidade mecânica de uma lâmina ou conjunto de lâminas, este fenômeno é determinado neste trabalho por um critério de falha baseado em (Tsai e Wu, 1971), o qual é detalhado no Apêndice A.
- Falha por delaminação: fenômeno que acontece quando lâminas contíguas são separadas e o compósito perde muitas propriedades mecânicas devido a este fenômeno que é muito complexo e não é analisado no trabalho; só é levado em conta impondo restrições ao número de camadas contíguas com a mesma orientação das fibras.
- Quebra da matriz ou *Matrix cracking*: fenômeno que acontece quando ocorre uma quebra do material matriz do laminado na direção das fibras de reforço; normalmente acontece em várias lâminas contíguas do laminado, e está fortemente ligado às grandes espessuras das lâminas contendo fibras de reforço com a mesma orientação; como no caso anterior, não é estudado este fenômeno, mas no trabalho é levado em conta impondo restrições ao número de lâminas contíguas com a mesma orientação de fibras.

Maiores detalhes sobre a mecânica de materiais compósitos laminados podem ser encontrados em Jones (1999) e Daniel e Ishai (1994).

## 2.3 Elementos finitos

A análise de elementos finitos neste trabalho é feita utilizando elementos triangulares planos. A formulação dos mesmos consiste na superposição de um elemento de placa fina e um elemento de estado plano de tensões (não são consideradas deformações por corte).

---

Os elementos adotados são o elemento triangular de estado plano de tensões, *Constant Stress Triangular element* (CST) e o elemento triangular para placas finas *Discret Kirchhoff Triangular element* (DKT) (Batoz et al., 1980). O comportamento do elemento segue a teoria clássica de laminados (TCL).

A matriz de massa consistente para o elemento DKT é feita com a formulação de Luo e Hutton (2002). Para a abordagem de problemas com deslocamentos e rotações finitas é empregada a formulação lagrangeana atualizada (Bathe e Ho, 1981), para a solução nestas condições é utilizada a solução iterativa do Método do Controle por Deslocamentos Generalizados (MCDG)(Yang e Shieh, 1990).

O critério de falha adotado é a falha da primeira lâmina, e é empregado o critério de Tsai-Wu, descrito em Daniel e Ishai (1994).

Maiores detalhes sobre o elemento são descritos no Apêndice A.

## 2.4 Algoritmos Genéticos

A Computação Evolutiva foi introduzida em 1960 por I. Rechenberg com seu trabalho "Estratégias de Evolução"; sua idéia foi desenvolvida então por outros pesquisadores.

Seguindo essa linha de pesquisa, os algoritmos genéticos como técnica de otimização foram concebidos por John Holland na década de 70 quando empregou as leis de seleção natural no desenvolvimento de sistemas artificiais, publicadas no seu livro "Adaptation in Natural and Artificial Systems" publicado em 1975. Foram implementados posteriormente na forma de programas computacionais, e aplicados a diversas disciplinas, sobretudo naquelas com ênfase em otimização. Contudo, sua popularização se deu mais tarde através de Goldberg, aluno de Holland, através de seus trabalhos voltados ao campo da engenharia ou mesmo abordando temas teóricos sobre o assunto, que são referência na discussão de propriedades teóricas dos AG (Goldberg, 1989).

Como enunciado sucintamente por Goldberg, AG são "métodos (ou procedimentos) de busca baseados na mecânica da seleção natural e na genética natural". Quando uma população de organismos vivos evolui por sucessivas gerações as características úteis para

a sobrevivência tendem a serem transmitidas ao longo do tempo. Isso ocorre porque os indivíduos que as possuem têm mais chances de sobreviverem e se reproduzirem, originando descendentes com características semelhantes ou mesmo superiores às suas. São em estruturas biológicas denominadas cromossomos que estão armazenadas, na forma de genes, as informações determinantes das características de cada indivíduo. Os processos de reprodução ocorrem através da mecânica da genética natural, baseados em operações onde é realizada mescla de informação genética entre os cromossomos pertencentes a dois indivíduos, além de eventuais modificações sobre alguns genes. Essas operações são realizadas de forma aleatória, porém estruturada, resultando na evolução das espécies.

Um fluxograma básico do funcionamento dos algoritmos genéticos é apresentado na Figura 2.3.

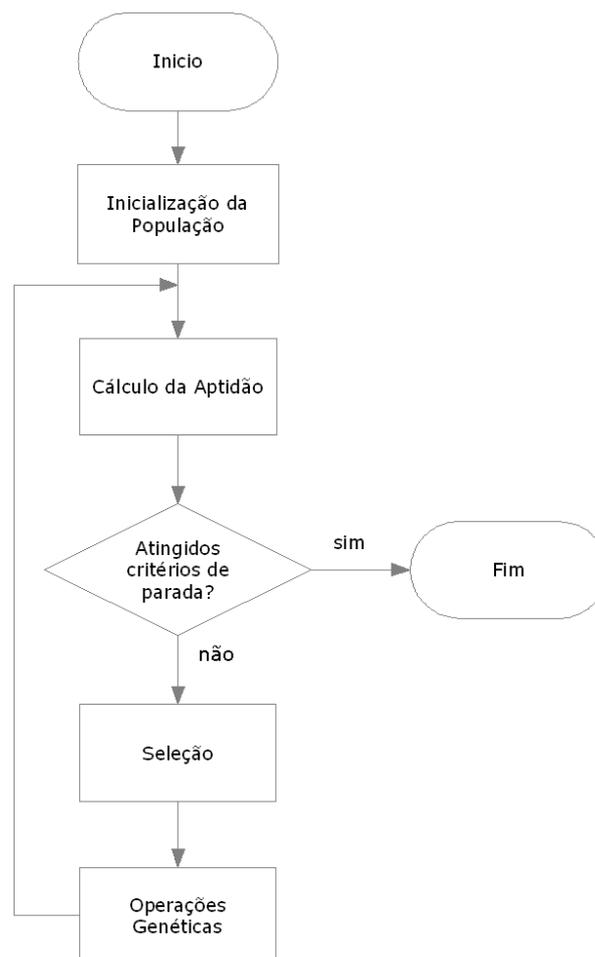


Figura 2.3: Fluxograma básico do AG

### 2.4.1 Processo do AG

A principal tarefa do AG é a busca de um ótimo, imitando, como foi dito, o processo de seleção natural, ou seja imitando matematica e computacionalmente uma espécie da natureza. É determinada a espécie, a população, as características e o nível de adaptação de cada indivíduo da população para uma determinada tarefa para a qual se está procurando o ótimo. Simulando a natureza, são reproduzidas varias gerações da espécie, utilizando para as gerações os indivíduos com maior aptidão, fazendo entre os genes dos pais operações genéticas, tais como o cruzamento, mutação, permutação, entre outras, para produzir a geração seguinte. Em seguida, novamente são avaliadas as características e o nível de adaptação dos indivíduos produzidos, assim como no processo de evolução das espécies; depois de um número determinado de gerações, dependendo da característica desejada, encontra-se o indivíduo ou indivíduos ótimos.

A analogia computacional é feita com base em certas características do problema a tratar; as características do AG como técnica de otimização, são diferentes das tradicionais técnicas baseadas em gradientes, conforme descrito a seguir:

- Trabalham com uma codificação dos parâmetros, e não com os próprios parâmetros.
- Trabalham com uma população de soluções, e não com uma única solução.
- Trabalham com informações de custo ou recompensa e não derivadas de outros conhecimentos auxiliares (gradiente).
- Utilizam regras de transição probabilísticas, e não determinísticas.

Conhecidas estas características do AG, é preciso definir a analogia de um problema estrutural com a natureza, as quais são apresentadas a seguir:

- Espécie: é o problema, determinado pela estrutura, carregamento, condições de contorno, e as possíveis variações topológicas da estrutura.
- Indivíduo: é uma estrutura com uma determinada configuração.

- População: é um conjunto de um determinado número de indivíduos, ou seja, estruturas com configurações diferentes, cada uma correspondente a uma codificação genética.
- Adaptação: é um valor atribuído a cada indivíduo da população, que depende do valor atingido pelo indivíduo na avaliação da função objetivo.

No que concerne ao tamanho da população, o número de gerações necessárias para achar o ótimo, é dependente do problema, do número de variáveis e os possíveis valores das mesmas, sendo esta questão ainda objeto de pesquisa. No presente trabalho serão utilizados os parâmetros estudados em Almeida (2006).

Para entender melhor o processo do AG são descritas a seguir os conceitos, critérios e operações que são utilizadas no presente trabalho.

## 2.4.2 Codificação das estruturas

Como foi descrito anteriormente, o AG não trabalha diretamente com os parâmetros a serem ajustados para obter o indivíduo ótimo, e sim com uma codificação dos mesmos; o conjunto destes códigos, que representam os parâmetros, são denominados cromossomos.

Neste caso, de estruturas de materiais compósitos laminados, os parâmetros a serem modificados para obter a estrutura ótima são: o número de lâminas, o material e a espessura das mesmas e a orientação das fibras de reforço em cada lâmina.

Neste trabalho são utilizados dois cromossomos, um chamado de cromossomo de ângulos, que indica a orientação das fibras para cada lâmina, e um de materiais, onde são indicados o material da lâmina e a espessura da mesma. Esta codificação pode ser por lâmina individual ou por grupo de lâminas; assim, cada código corresponde a uma ou mais lâminas contíguas, ou no caso de simetria, as lâminas ou grupo de lâminas simétricas com respeito ao centro do laminado. Para atribuir os valores dos parâmetros correspondentes a cada código existe o que é chamado de alfabeto de codificação, onde são atribuídos a cada número, neste caso, inteiros positivos, um valor de ângulo e material com as correspondentes características mecânicas e espessura determinada.

Um exemplo desta codificação é apresentado na equação (2.3), a qual representa um laminado com seis lâminas, com cada uma das lâminas com a orientação e o material especificado; o comprimento do cromossomo permite a descrição de um laminado com até oito lâminas. O alfabeto de codificação do exemplo está representado na tabela 2.1. Os cromossomos são preenchidos deixando as lâminas vazias à esquerda com código “0” e começando pelas lâminas superiores até as inferiores de esquerda a direita, ou no caso de laminados simétricos das lâminas exteriores até as centrais. O cromossomo superior corresponde aos ângulos e o inferior aos materiais.

$$\begin{array}{l} \text{ângulos} \rightarrow \\ \text{materiais} \rightarrow \end{array} \left[ \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right] = [0^{(ge)}, +90^{(ge)}, +45^{(ke)}, -45^{(ke)}, 90^{(ge)}, -45^{(ge)}] \quad (2.3)$$

Tabela 2.1: Exemplo 1 de alfabeto de codificação dos ângulos e materiais

Genes de ângulo		Genes de material	
código	ângulo	código	material
1	1 lâmina a $0^\circ$	1	Kevlar-epoxy (ke)
2	1 lâmina a $+45^\circ$	2	Grafite-epoxy (ge)
3	1 lâmina a $-45^\circ$		
4	1 lâmina a $90^\circ$		

Outro exemplo é apresentado na equação (2.4), a qual representa um laminado com 12 lâminas, a codificação adotada controla duas lâminas com cada gene, assim sendo; o comprimento do cromossomo permite a descrição de um laminado com até 14 lâminas. O alfabeto de codificação do exemplo está representado na tabela 2.2.

$$\left[ \begin{array}{cccccc} 0 & 2 & 1 & 4 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right] = [+45^{(ge;1,00)}, +0^{(ke;1,00)}, 90^{(ge;1,50)}, -45^{(ke;0,75)}, 0^{(ke;1,00)}] \quad (2.4)$$

Tabela 2.2: Exemplo 2 de alfabeto de codificação dos ângulos e materiais

Genes de ângulo		Genes de material	
código	ângulo	código	material e espessura
1	2 lâminas a $0^\circ$	1	Kevlar-epoxy (ke) 0,75 mm
2	2 lâminas a $+45^\circ$	2	Kevlar-epoxy (ke) 1,00 mm
3	2 lâminas a $-45^\circ$	3	Grafite-epoxy (ge) 1,00 mm
4	2 lâminas a $90^\circ$	4	Grafite-epoxy (ge) 1,50 mm

---

Estes são exemplos ilustrativos, ficando livre a escolha dos alfabetos e codificações, assim como condições de simetria e agrupamento de lâminas, comprimento dos cromossomos, dependendo de cada problema. Deve-se destacar que a complexidade da otimização é proporcional ao comprimento dos cromossomos e à extensão dos alfabetos de codificação.

### 2.4.3 Processo de seleção

O processo de seleção empregado nos AG imita o processo biológico, pois dá aos indivíduos mais adaptados às exigências, maiores chances de se reproduzirem e transmitirem seus genes às futuras gerações. Em consequência disto os AG precisam atribuir um nível de adaptação (*fitness*) aos indivíduos, utilizando essa informação para selecionar pares de pais. Estes pais então são envolvidos em processos de reprodução, originando novos indivíduos que formarão a população de filhos e provavelmente passarão para a próxima geração.

Neste processo de seleção é levado em conta a adaptação de cada indivíduo, sua probabilidade de ser escolhido como pai é proporcional à sua adaptação. Isto é levado em conta com o processo de seleção conhecido como roleta, onde todos os indivíduos tem chances de serem escolhidos proporcionais à sua adaptação.

A adaptação de um indivíduo é definida através de equações denominadas “função objetivo”. Estas equações contém todas as características relevantes das estruturas na otimização. Com isso são considerados os aspectos desejados, os indesejados e as restrições do problema, podendo-se então traduzir a adaptação num número derivado dessa função objetivo. Sua formulação é específica para cada problema abordado, pois não existe um método padrão, o que torna esse assunto tema de fortes debates e pesquisas, principalmente no que se refere à consideração de restrições.

### 2.4.4 Operações

As operações que são feitas sobre os cromossomos na aplicação do algoritmo genético para a obtenção de novas soluções e busca do indivíduo ótimo são descritas nesta seção; a cada uma das operações é atribuída uma probabilidade de ocorrência, às vezes sujeita à

aptidão do indivíduo; assim, os indivíduos menos aptos tendem a deixar a população sendo substituídos por filhos ou mutações dos indivíduos com maior aptidão, tal como ocorre na natureza. Na otimização de compósitos laminados as operações genéticas utilizadas são descritas à seguir.

#### 2.4.4.1 Recombinação

Recombinação (ou *crossover*) é o primeiro operador genético utilizado no processo de reprodução. Trata-se de um componente fundamental em qualquer AG. Na maioria dos casos esta operação é empregada segundo uma certa probabilidade de ocorrência. No entanto, por ser considerado de fundamental importância, neste trabalho a probabilidade de ocorrência adotada é de 100% para todas as aplicações. A primeira parte é sempre tomada do primeiro pai e a segunda do segundo pai, no caso com duplo ponto de quebra, a primeira e a terceira parte são tomadas do primeiro pai e a parte do meio do segundo pai. Os pontos de quebra são escolhidos na metade do cromossomo ou no ponto mais próximo no caso de um ponto de quebra, para o caso com dois pontos de quebra o cromossomo é dividido em três partes iguais ou próximo a isso dependendo do comprimento. A função desse operador é criar um indivíduo a partir de dois pais através da combinação de parte de seus cromossomos; um exemplo é apresentado na equação (2.5).

$$\begin{array}{l}
 \text{pai1} \rightarrow \left[ \begin{array}{cc|cccc} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \end{array} \right] \\
 \text{pai2} \rightarrow \left[ \begin{array}{cc|cccc} \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{4} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \end{array} \right]
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{recombinação}}
 \underbrace{\left[ \begin{array}{cccccccc} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{4} & \mathbf{4} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \end{array} \right]}_{\text{filho}} \quad (2.5)$$

#### 2.4.4.2 Mutação

A mutação, como o nome indica, têm o papel de introduzir novas características nos filhos previamente criados pela recombinação; isso favorece na busca de soluções distintas das presentes na população e também evitam perda de características desejáveis de indivíduos descartados na evolução. Esta operação atua fazendo operações aleatórias e ocasionais nos genes dos cromossomos. Este operador atua com uma probabilidade de ocorrência

pequena. Para o caso específico de otimização de materiais compósitos são adotados os seguintes operadores de mutação:

- **Mutação de Ângulos e de Materiais:** são trocas introduzidas nos cromossomos de ângulos e materiais, independentemente; assim sendo, podem-se definir probabilidades de ocorrência diferentes para a mutação de ângulo, e para a mutação de material. A posição das mutações e os novos valores para os genes são aleatórios. Um exemplo de mutação de ângulo e material é apresentado na equação (2.6).

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} & 4 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & \mathbf{2} & 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{mutação}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{2} & 4 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & \mathbf{4} & 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

- **Subtração e Adição de Camadas:** consistem na adição ou retirada de uma lâmina; a adição e a subtração tem probabilidades de ocorrência diferenciadas e ocorrem na zona central do laminado para que as modificações sejam mais sutis. Isso quer dizer que em laminados sem condição de simetria estas operações ocorrem na zona central do cromossomo, e em laminados com condição de simetria as modificações ocorrem no final do cromossomo; um exemplo da operação de subtração e posterior compactação é apresentado na equação (2.7).

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & \mathbf{3} & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & \mathbf{1} & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{subtração}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & \mathbf{0} & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & \mathbf{0} & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & \mathbf{0} & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & \mathbf{0} & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{compactação}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 & 4 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Na adição, é feita a retirada de uma camada vazia, os genes a partir do ponto a ser inserida a camada são movidos pra a esquerda e a camada nova é inserida no lugar determinado; um exemplo é apresentado na equação (2.8).

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} & 1 & 4 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & \mathbf{0} & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{adição}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 2 & \mathbf{4} & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & \mathbf{4} & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

### 2.4.4.3 Permutação

Essa classe de operadores tem como principal característica a capacidade de alterar a seqüência de laminação (posição das lâminas) do material sem modificar sua composição (característica das lâminas independentemente da posição). Dessa forma sua aplicação promove uma modificação nas características relativas à flexão mantendo inalterado o comportamento do material quanto a solicitações no seu plano. Um exemplo é apresentado na equação (2.9).

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{permutação}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

## 2.4.5 Formação de novas gerações

Para a formação de novas gerações, nos primeiros algoritmos genéticos a população de pais era totalmente substituída pela população de filhos; esse método tem muitas desvantagens para a convergência do algoritmo devido ao fato de não ser garantida a evolução da adaptação dos filhos, chegando inclusive a regredir o nível de evolução da população. Para evitar este problema, foi introduzida a idéia de elitismo na população, conservando o melhor indivíduo de uma geração para a seguinte, assim a evolução não é perdida. No entanto, esse procedimento também tem suas desvantagens devido ao fato de somente a informação genética de um indivíduo ser conservada, podendo ser perdida informação genética importante.

Levando em conta o descrito acima, criou-se o conceito de elitismo, o qual permite passar de uma geração à seguinte uma quantidade maior de informação genética importante, controlado pelo tipo de elitismo e os parâmetros do mesmo. Soremekun (1997) estudou diferentes métodos para a seleção de novas gerações, avaliando e comparando a influência de cada um sobre a confiabilidade e eficiência do algoritmo. Dentre estes métodos, adotou-se o de ME1 (*Multiple Elitist 1*), denominado neste trabalho de Elitismo Múltiplo (EM), o qual é um esquema que transfere mais de um indivíduo de uma geração para a seguinte, preservando maior quantidade de informação genética importante.

O sistema de EM implementado trabalha formando uma população com  $2P$  indivíduos, com  $P$  indivíduos da população de pais, e  $P$  indivíduos da população de filhos. Estes  $2P$  indivíduos são ordenados de melhor a pior, segundo o valor de adaptação dos mesmos; desta população são levados os  $Ne$  (número de indivíduos de elite) melhores indivíduos, para a população de filhos e o resto das posições são preenchidas com os restantes melhores indivíduos da população de filhos. O valor de  $Ne$  é definido no início do processo e se mantém constante durante todo o processo. A determinação deste número não tem uma regra determinada; a adoção de um número muito pequeno leva à perda de informação genética já identificada e a adoção de um número muito grande, faz com que o algoritmo perca a capacidade exploratória. Assim a última condição é menos desejável que a primeira, podendo levar para a não convergência do processo ao ponto ótimo.

Na equação (2.10) é apresentado um exemplo do EM adotado, onde o número  $P$  de indivíduos é de 6. No exemplo o  $Ne$  adotado é 3, passando para a nova população os indivíduos A e B da população de pais e os indivíduos G, H, I e J da população de filhos (Almeida, 2006).

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \text{População de pais} \\ \left. \begin{array}{l} A \quad 45 \\ B \quad 42 \\ C \quad 39 \\ D \quad 25 \\ E \quad 14 \\ F \quad 12 \end{array} \right\} P \\ \\ \left. \begin{array}{l} G \quad 43 \\ H \quad 40 \\ I \quad 37 \\ J \quad 26 \\ K \quad 13 \\ L \quad 13 \end{array} \right\} P \\ \text{População de filhos} \end{array} & \xrightarrow{2P} & \begin{array}{c} \text{Populações unidas e ordenadas} \\ \left. \begin{array}{l} A^* \quad 45^* \\ G^* \quad 43^* \\ B^* \quad 42^* \\ H \quad 40 \\ C \quad 39 \\ I \quad 37 \\ J \quad 26 \\ D \quad 25 \\ E \quad 14 \\ K \quad 13 \\ L \quad 13 \\ F \quad 12 \end{array} \right\} \end{array} & \xrightarrow{} & \begin{array}{c} \text{Nova Geração} \\ \left. \begin{array}{l} A^* \quad 45^* \\ G^* \quad 43^* \\ B^* \quad 42^* \\ H \quad 40 \\ I \quad 37 \\ J \quad 26 \end{array} \right\} \end{array} \quad (2.10)
 \end{array}$$

## 2.4.6 Critérios de Parada do AG

O processo até agora descrito leva à evolução iterativa dos indivíduos, não estabelecendo ainda o fim da otimização. Para a definição do fim da otimização existem várias técnicas

---

já que é impossível saber quando o algoritmo atinge o ótimo, devido ao desconhecimento do mesmo. Assim são adotados diversos critérios de parada da otimização. Não existe regra estabelecida para a adoção destes critérios e dos parâmetros dos mesmos, devido à natureza aleatória da técnica do AG. Dentre os critérios de parada, o mais simples é o estabelecimento de um número limite de gerações para a otimização ( $N_{LG}$ ); quando este número de gerações é atingido, o processo é encerrado e adota-se como o ótimo o melhor indivíduo da última geração. A escolha deste número é critério do usuário, baseado na sua experiência na utilização do algoritmo. Outro método consiste na adoção de um número limite de gerações sem alteração do indivíduo ótimo da população, ( $N_{MO}$ ) (número de gerações com o mesmo ótimo). Quando este número é atingido, a otimização acaba e o melhor indivíduo é considerado o ótimo. Este número, como no caso anterior, também não tem uma regra de escolha e fica a critério do usuário. Escolhas deste parâmetro com valores muito pequenos levam à finalização prematura do algoritmo podendo não chegar à solução ótima, já valores muito grandes, levam a otimização para custos computacionais muito elevados.

Devido às características apresentadas, implementou-se os dois critérios simultaneamente. Fazendo isto, consegue-se reduzir o custo computacional de otimizações com convergência acelerada, e limitá o custo computacional, nos demais casos, com o número limite de gerações (Almeida, 2006).

---

# Capítulo 3

## Redes Neurais

### 3.1 Introdução

Rede Neural Artificial, um termo raro há cerca de uma década atrás na literatura científica, representa hoje uma vigorosa área de pesquisa multidisciplinar. É frequentemente identificada como uma sub-especialidade de Inteligência Artificial, outras vezes como uma classe de modelos matemáticos para problemas de classificação e reconhecimento de padrões, ou ainda, como uma parte da teoria conexionista dos processos mentais, e finalmente, como uma categoria de modelo em ciência da cognição. Embora todas estas categorias sejam aplicáveis a redes neurais, tratá-las apenas em algum destes contextos seria severamente limitante. Hoje, redes neurais artificiais constituem genuinamente uma teoria para o estudo de fenômenos complexos (Kovacs, 1996).

### 3.2 História

O início da neuro computação data de 1943, num artigo de McCulloch (matemático) e Walter Pitts (neurofisiologista) publicado no “*Bulletin of Mathematical Biophysics*”, no qual sugere-se a construção de uma máquina baseada (ou inspirada) no cérebro humano.

Em 1949 Donald Hebb escreveu um livro intitulado “*The Organization of Behavior*” (A Organização do Comportamento). Neste trabalho mostra que a capacidade da aprendizagem em redes neurais vem da alteração da eficiência sináptica, isto é, a conexão somente é reforçada se tanto as células pré-sinápticas quanto as pós-sinápticas estiverem

---

---

excitadas. Foi o primeiro a propor uma lei de aprendizagem específica para as sinapses dos neurônios.

Em 1958, Roseblatt mostrou em seu livro “*Principles of Neurodynamics*” o modelo dos *Perceptrons*. Neste modelo os neurônios eram organizados em camada de entrada e saída, onde os pesos das conexões eram adaptados a fim de se atingir a eficiência sináptica. É considerado o criador da neuro computação moderna pela criação dos *Perceptron* cujo objetivo era o reconhecimento de padrões.

O modelo *Perceptron* teve sua validade provada com a elaboração do algoritmo de aprendizagem *backpropagation*, que possibilitou a implementação da terceira camada necessária para o aprendizado de funções complexas (Haykin, 1998).

### 3.3 Redes Perceptron de uma camada

Redes perceptron com uma camada são o tipo mais antigo de redes neurais. Estas redes são formadas por uma camada única de neurônios de saída, os quais estão conectados por pesos às entradas. Este é o exemplo mais simples de redes em avanço (*feed-forward*). A soma do produto entre pesos e entradas alimenta cada neurônio de saída, e se o resultado desta operação exceder um certo limiar (geralmente 0), o neurônio coloca o valor 1 na saída; se o resultado for inferior ao limiar, o neurônio coloca o valor -1 na saída. Neurônios com esse comportamento são chamados de neurônios de McCulloch-Pitts ou neurônios com limiar. Na literatura técnica o termo *Perceptron* diz respeito a redes com apenas um desses neurônios.

Após o modelo de McCulloch-Pitts, surgiram outras abordagens, dando flexibilidade aos pesos e maior capacidade à Rede Neural através dos neurônios com funções de ativação não-lineares, das arquiteturas com mais de uma camada e de algoritmos apropriados para alterar os pesos sinápticos. De forma geral, nos neurônios artificiais os seguintes elementos estão envolvidos (ver Figura 3.1):

Conjunto de sinapses ( $w_{ki}$ ): Ligações entre neurônios. Cada ligação possui um valor (peso), que representa a sua força; os estímulos de entrada são multiplicados pelos respectivos pesos de cada ligação, podendo gerar um sinal tanto positivo (excitatório)

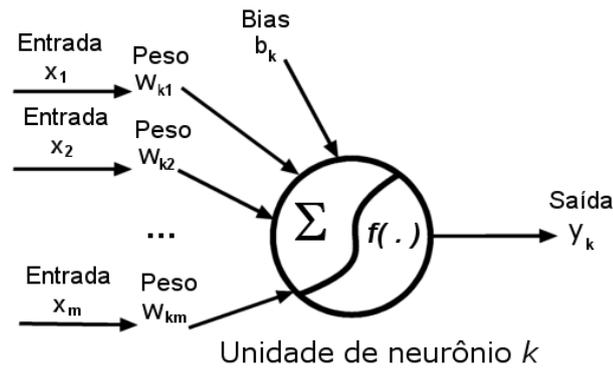


Figura 3.1: Esquema do neurônio

quanto negativo (inibitório).

Combinador Linear( $\Sigma$ ): Executa o somatório dos sinais produzidos pelo produto entre os pesos sinápticos e as entradas fornecidas ao neurônio. Em outras palavras, é o integrador dos sinais que chegam ao neurônio.

A saída do neurônio é calculada da seguinte forma:

$$v_k = \sum_{i=1}^m w_{ki}x_i + b_k \quad (3.1)$$

$$y_k = f(v_k) \quad (3.2)$$

Onde:

$v_k$ : é o valor de ativação do neurônio  $k$ ,

$w_{ki}$ : são os pesos das conexões do neurônio  $k$ , correspondentes à entrada  $i$ ,

$b_k$  é o valor do bias que será somado ao valor do combinador linear para compor o valor de ativação,

$f$ : é a função de ativação, que fornece o valor da saída de um neurônio; estas podem ser, função degrau, sigmóide ou tangente hiperbólica, entre outras.

$y_k$ : é o valor da saída do neurônio  $k$ .

### 3.4 Redes Perceptron multi-camadas

Este tipo de rede consiste de múltiplas camadas de unidades computacionais, geralmente interconectadas em uma forma *feed-forward*. Isso quer dizer que cada neurônio em uma camada tem conexões diretas com todos os neurônios da próxima camada, segundo o esquema mostrado na figura 3.2.

O teorema de aproximação universal dita que toda função contínua que mapeia um intervalo de números reais à algum outro intervalo de números reais de saída pode ser arbitrariamente aproximado com precisão por um *perceptron* multi-camadas com somente uma camada oculta, e uma função matemática qualquer pode ser aproximada com duas camadas ocultas (Cybenko, 1989), este resultado só é válido para classes restritas de funções de ativação, por exemplo funções sigmóides (logística) ou tangente hiperbólica.

As redes multi-camadas podem usar um grande número de técnicas de aprendizado, sendo que a mais popular é a propagação reversa ou retro-propagação (*backpropagation*). Neste caso os valores de saída são comparados com a resposta correta para computar o valor de alguma função-erro predefinida. Por alguma técnica o erro é então alimentado de volta na rede. Usando essa informação, o algoritmo ajusta os pesos de cada conexão para reduzir o valor da função erro. Este processo é repetido por um número suficiente de vezes até ser atingido um critério de parada do treinamento.

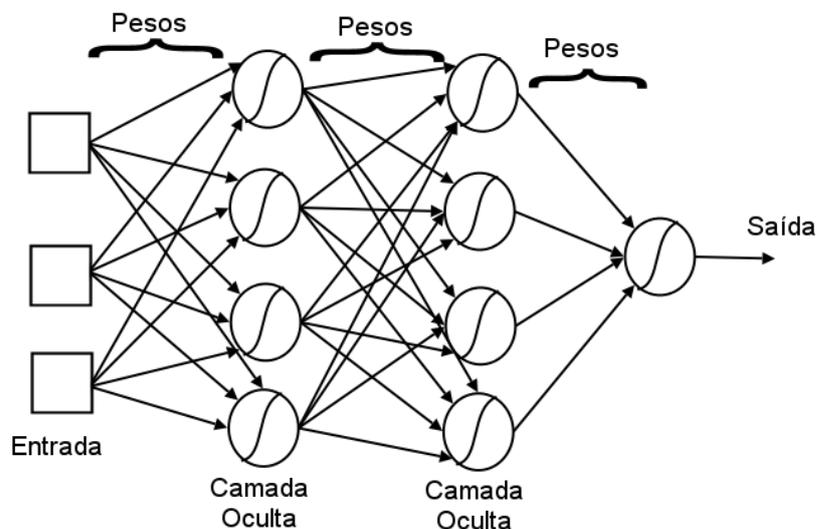


Figura 3.2: Esquema de rede *perceptron* multi-camada

### 3.4.1 Algoritmo de retro-propagação

O algoritmo de retro-propagação ou *backpropagation* é o algoritmo para treinamento de redes multi-camadas mais difundido. Baseia-se no aprendizado supervisionado por correção de erros e é constituído das seguintes etapas:

**Propagação:** Depois de apresentado o padrão de entrada, a resposta de uma unidade (neurônio) é propagada como entrada para as unidades na camada seguinte, até a camada de saída, onde é obtida a resposta da rede e o erro é calculado.

**Retro-propagação (*backpropagation*):** Desde a camada de saída até a camada de entrada, são feitas alterações nos pesos sinápticos. Durante a fase de treinamento deve-se apresentar um conjunto formado pelo par constituído pela entrada da rede e o valor desejado como resposta a esta entrada. A saída será comparada ao valor desejado e será computado o erro global da rede, que influenciará na correção dos pesos no passo de retro-propagação. Apesar de não haver garantias de que a rede forneça uma solução ótima para o problema, este processo de propagação e retro-propagação é muito utilizado por apresentar uma boa solução para o treinamento de redes *perceptron* multi-camadas (Haykin, 1998).

#### 3.4.1.1 Treinamento local ou em lote

Em redes *perceptron* multi-camadas treinadas com o algoritmo de propagação e retro-propagação, o aprendizado é resultado de apresentações repetidas de todas as amostras do conjunto de treinamento à rede. Cada apresentação de todo o conjunto de treinamento durante o processo de aprendizagem é chamada de *época*. O processo de aprendizagem é repetido *época* após *época*, até que o conjunto de pesos e bias estabilize e o erro quadrático médio do conjunto de treinamento convirja para um valor mínimo. É uma boa prática fazer com que a ordem de apresentação das amostras seja feita aleatoriamente de uma *época* para a outra. Esta aleatoriedade tende a fazer com que a busca no espaço de pesos tenha um caráter estocástico ao longo dos ciclos de treinamento. Para um dado conjunto de treinamento, o aprendizado por retro-propagação pode ser feito de duas maneiras básicas, que são indicadas a seguir:

**Atualização local:** neste método, a atualização dos pesos é feita imediatamente após a apresentação de cada amostra de treinamento. Especificamente, considere uma *época* consistindo de  $N$  padrões de treinamento (amostras) arbitrariamente ordenados; a primeira amostra da época é apresentada à rede, e são efetuados os passos da propagação e a retro-propagação do erro, resultando em um ajuste dos pesos das conexões. Em seguida, a próxima amostra é apresentada à rede e o passo positivo e a retro-propagação do erro são efetuados, resultando em mais um ajuste do conjunto de pesos. Este processo é repetido até que a última amostra seja apresentada à rede. Este método também é conhecido como método de atualização *on-line* ou padrão a padrão.

**Atualização em lote:** no método em lote, a atualização dos pesos só é feita após a apresentação de todas as amostras de treinamento que constituem uma *época*. O ajuste relativo a cada apresentação de um par de entrada e saída é acumulado e armazenado. Este método também é conhecido como método de atualização *off-line* ou *batch*.

Do ponto de vista operacional, o método local de treinamento é preferível, pois requer um menor armazenamento local para cada conexão. Como as amostras são apresentadas aleatoriamente, o uso da atualização padrão por padrão torna a busca no espaço de conexões estocástica por natureza, reduzindo a possibilidade do algoritmo ficar preso em um mínimo local. Por outro lado, a utilização do método em lote fornece uma estimativa mais precisa do vetor gradiente. Numa análise final, entretanto, a eficiência dos dois métodos depende do problema a ser tratado (Haykin, 1998).

#### 3.4.1.2 Critérios de parada

O processo de minimização do erro da rede, em geral, não tem convergência garantida e não possui um critério de parada bem definido. Um critério de parada não recomendável, por não levar em conta o estado do processo iterativo de treinamento, é interromper o treinamento após um número fixo (definido previamente) de iterações. Existem critérios de parada que levam em conta o estado do processo iterativo, tais como quando o vetor gradiente seja zero ou que o ganho a cada iteração seja muito pequeno; o problema desses critérios é que pode levar a um tempo de treinamento muito longo. Neste trabalho optou-se por utilizar o critério de parada quando o erro quadrático médio da rede atinja um valor

estabelecido suficientemente pequeno, tal que não comprometa a qualidade dos resultados.

### 3.4.1.3 Resumo do algoritmo de retro-propagação

Aqui é apresentado o resumo do algoritmo descrevendo as operações feitas em cada etapa. A descrição do processo foi extraída do livro de Haykin (1998). O esquema é para uma rede com  $L$  camadas, o conjunto de treinamento está composto por  $N$  amostras. As entradas estão compostas do conjunto de dados, os quais são acrescentados com uma componente a mais de entrada a qual tem o valor unitário. Esta entrada adicional é utilizada para determinar o bias (de peso  $w_o^{(l)}$  onde  $l$  é a camada).

1. **Inicialização:** Inicializar os pesos sinápticos e os bias aleatoriamente, com valores no intervalo  $[-1; 1]$ ; esta geração é feita com o gerador de números aleatórios da linguagem de programação, e os valores são transformados linearmente para o intervalo definido.
2. **Apresentação dos Exemplos de Treinamento:**
  - **Treinamento com atualização "on-line":** Para cada exemplo do conjunto de treinamento, efetuar os passos 3 e 4.
  - **Treinamento com atualização "off-line":** Para cada *época* do conjunto de treinamento, efetuar os passos 3 e 4.
3. **Computação para Frente (Propagação):** Depois de apresentado o conjunto de treinamento  $T = (x(n), d(n))$ , sendo  $x(n)$  a entrada apresentada à rede,  $d(n)$  a saída desejada e  $n$  o número de uma iteração determinada, calcular o valor da ativação  $v_j^{(l)}$  e a saída para a unidade  $j$  da camada  $l$ , da seguinte forma:

$$v_j^{(l)}(n) = \sum_{i=0}^{m_0} w_{ji}^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \quad (3.3)$$

onde:  $y_i^{(l-1)}(n)$  é a saída da função do neurônio  $i$  da camada anterior ( $l - 1$ ) na iteração  $n$  e  $w_{ji}^{(l)}(n)$  é o peso sináptico do neurônio  $j$  na camada  $l$ , conectado ao neurônio  $i$  na camada ( $l - 1$ ). Para  $i = 0$ , tem-se  $y_0^{(l-1)}(n) = +1$  e  $w_{j0}^{(l)}(n) = b_j^{(l)}(n)$

é o bias aplicado ao neurônio  $j$  na camada  $l$ . Sendo  $m_0$  o número de neurônios da camada.

Para o cálculo da saída  $y$  da unidade  $j$  na camada  $l$ , utilizando por exemplo a função tangente hiperbólica, ou uma outra função se necessário, se faz:

$$y_j^{(l)} = \varphi^{(l)}(v_j) \quad (3.4)$$

sendo  $\varphi$  a função de ativação do neurônio.

Utiliza-se a saída das unidades de uma camada como entradas para a seguinte, até a última camada. A saída das unidades da última camada será a resposta da rede.

4. **Calcular o Erro:** Fazendo a saída  $y_j = O_j(n)$ , onde  $O_j(n)$  é a resposta da rede, calcule o erro através da seguinte fórmula:

$$e_j(n) = d_j(n) - O_j(n), \quad (3.5)$$

onde  $d_j(n)$  é a saída desejada como resposta para cada unidade na interação  $(n)$ . Este erro será utilizado para computar os valores dos erros das camadas anteriores e fazer as correções necessárias nos pesos sinápticos.

5. **Computação para Trás (Retropropagação):** Calcular os erros locais, para cada unidade, desde a camada de saída até a de entrada. O gradiente local é definido na equação (Haykin, 1998):

$$\delta_j(n) = \begin{cases} e_j^{(L)}(n)\varphi'_j(v_j^{(L)}(n)) & \text{neurônio } j \text{ na camada de saída } L \\ \varphi'_j(v_j^{(l)}(n)) \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n)w_{kj}^{(l+1)}(n) & \text{neurônio } j \text{ na camada oculta } l \end{cases} \quad (3.6)$$

onde:

$\varphi'(\cdot)$  é a derivada da função de ativação em relação a seu argumento.

$\delta_k^{(l+1)}$  são os erros das unidades da camada posterior conectadas à unidade  $j$ .

$w_{kj}^{(l+1)}$  os pesos das conexões com a camada  $l + 1$ .

Após o cálculo dos erros de cada unidade, calcula-se o ajuste dos pesos de cada conexão segundo a regra delta generalizada e atualiza-se os pesos (Haykin, 1998):

$$w_{ji}^{(l)}(n+1) = w_{ji}^{(l)}(n) + \alpha \left[ w_{ji}^{(l)}(n-1) \right] + \eta \delta_j^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \quad (3.7)$$

onde:

$\alpha$ : é a constante de *momentun*, a qual é utilizada para conservar certa informação dos pesos anteriores, sendo muito útil para evitar oscilações do erro perto da convergência.

$\eta$ : é a taxa de aprendizado.

6. **Iteração:** Refazer os itens 3, 4 e 5 referentes à propagação, cálculo do erro e retro-propagação, apresentando outros estímulos de entrada, até que seja satisfeito o critério de parada.

### 3.5 Redes Neurais e Algoritmos Genéticos

A combinação de redes neurais artificiais (RNA) e algoritmos genéticos (AG) não é uma proposta nova; faz tempo os pesquisadores estão utilizando estas técnicas em conjunto para acelerar a convergência ou poupar o custo computacional dos algoritmos genéticos. Seguindo a mesma linha, neste trabalho é implementado um sistema de otimização de compósitos, utilizando ambas técnicas.

O sistema utilizado consiste na combinação dos AG e as RNA, para obter um melhor desempenho em tempo e custo computacional do problema da otimização das estruturas de compósito laminado, fazendo muitas provas de desempenho sobre a arquitetura e o esquema a ser utilizado para fazer as otimizações. Adotou-se um sistema cujo fluxograma está esquematizado na figura 3.3.

O processo é descrito a seguir:

1. **Geração do conjunto de treinamento:** para gerar o conjunto de treinamento é utilizado AG. A geração é feita fazendo 3 execuções do AG, cada uma com 2 gerações e acumulando as populações geradas. O tamanho da população adotado para este processo depende do tamanho do espaço de resposta, são utilizados valores para produzir entre 5% e 10% do espaço de resposta. Esta quantidade

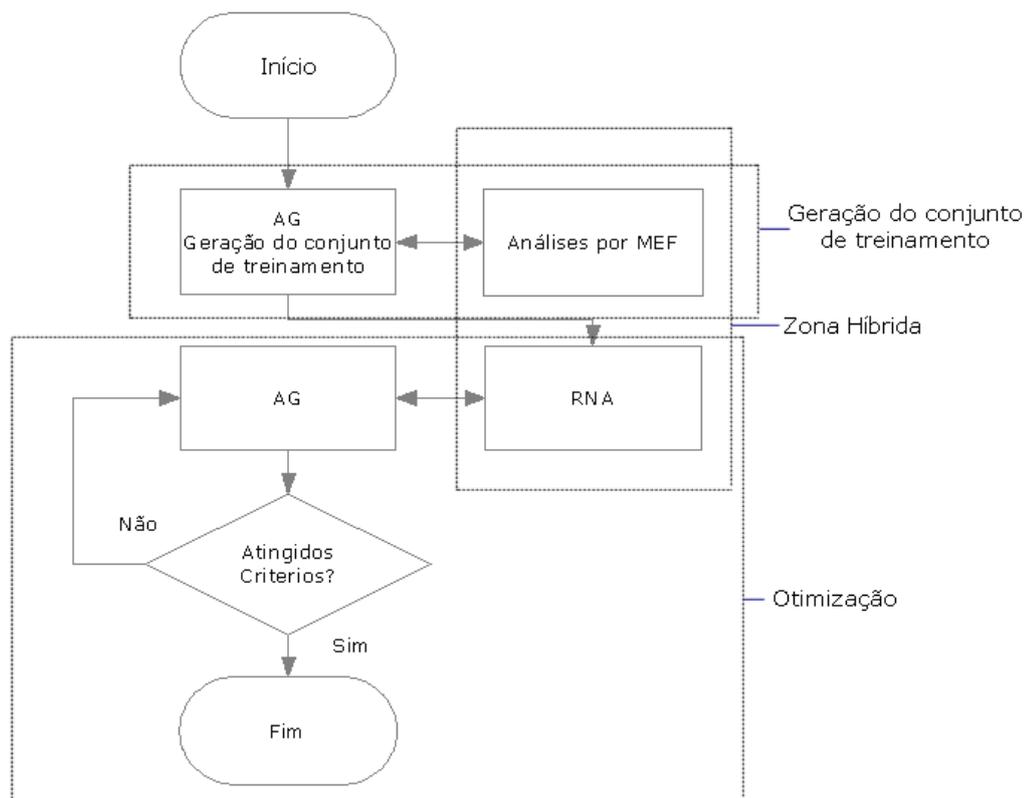


Figura 3.3: Fluxograma do Sistema RNA e AG

foi determinada em testes para cada problema para obter uma boa aproximação. Este esquema de geração garante que as populações sejam suficientemente aleatórias e também tenham certo nível de adaptação desejável. Para cada estrutura gerada neste processo é feita uma análise de elementos finitos para determinar as respostas estruturais necessárias para o cálculo da função objetivo.

2. **Treinamento das redes neurais:** são adotadas redes separadas para cada resposta estrutural necessário na função objetivo. Este critério foi adotado em base a testes onde redes separadas para cada parâmetro tiveram um tempo menor e uma maior qualidade de aproximação que somente uma rede para aproximar todos os parâmetros. As respostas estruturais que são aproximadas pelas redes neurais são aquelas derivadas das análises de elementos finitos, como por exemplo, deslocamento, frequência de vibração, fator de segurança a falha, entre outros. O peso e custo das estruturas são calculados diretamente da codificação genética não precisando de redes neurais para sua aproximação. A arquitetura adotada nas redes foi escolhida em base a testes. Não existe regra para a determinação da arquitetura

---

adequada, ficando a critério e experiência do usuário do método (Tulunay et al., 2004). As redes que se mostraram mais eficientes em qualidade de aproximação e tempo de treinamento foram de uma camada de entrada, duas camadas ocultas com função de ativação tangente hiperbólica e um neurônio de saída que faz uma combinação linear das saídas da última camada oculta. O número de neurônios por camada foi adotado também em base a testes e baseado no teorema de Hecht-Nielsen (1987) que dita que para uma aproximação de uma função com  $N$  entradas por uma rede de uma camada oculta são necessários  $2N + 1$  neurônios na camada oculta. Assim sendo, o número de entradas da rede é igual ao número total de genes, ou seja, o comprimento do cromossomo da estrutura, vezes o número de cromossomos. As camadas ocultas tem aproximadamente o dobro de neurônios que as entradas é um neurônio de saída. A taxa de aprendizado e a constante de *momentum* para as redes também foram escolhidas em base a testes, foram adotados valores que se mostraram mais eficientes no que a tempo de treinamento concerne.

3. **Otimização:** O processo de otimização do AG é executado, para a otimização são utilizados os parâmetros do AG estudados previamente por Almeida e Awruch (2009) para obter uma boa confiabilidade aparente nos três primeiros exemplos. No quarto exemplo os parâmetros foram escolhidos em base a testes. Neste processo do AG, não são feitas análises por elementos finitos, assim, para cada geração do AG, as respostas estruturais necessárias para o cálculo da função objetivo de cada problema são fornecidas pelas redes neurais anteriormente treinadas. Este processo é realizado até ser atingido um critério de parada do AG.

No capítulo seguinte são apresentados diversos exemplos de aplicação do sistema MEF-AG-RNA para determinar a aplicabilidade do mesmo, as limitações e as vantagens das diferentes aplicações na otimização de compósitos laminados.

---

# Capítulo 4

## Exemplos

Neste capítulo são apresentados os exemplos de aplicação e otimização estrutural, com uma descrição do processo adotado. Em cada caso são descritos o problema de elementos finitos, as características dos materiais e variáveis do problema, a função objetivo adotada, o sistema de redes neurais utilizado, os parâmetros do AG, uma análise dos resultados obtidos e uma comparação de resultados e tempos de processamento, utilizando o sistema com a otimização feita utilizando somente AG e elementos finitos, sem a utilização de redes neurais.

São apresentados diferentes exemplos para determinar as possibilidades do algoritmo, as vantagens e desvantagens do mesmo, assim como visualizar as possíveis aplicações, limitações e melhoras que possam ser propostas.

Os três primeiros exemplos são baseados e comparados com os exemplos apresentados por Almeida e Awruch (2009), dos quais são tomados os parâmetros do AG, as funções objetivo e os ótimos em cada caso.

No primeiro exemplo o deslocamento central e o peso de uma placa com carregamento lateral têm que ser minimizados; existe restrição de falha do material e da espessura de lâminas com a mesma orientação.

O segundo exemplo consiste na minimização do peso e do custo de uma placa com carregamento no seu plano. O custo e o peso podem variar adotando-se diferentes materiais para cada lâmina, cada um dos materiais com um peso específico e um custo unitário diferente. As restrições são a integridade do material e a estabilidade da estrutura,

---

determinada pela carga de flambagem. Neste exemplo são analisadas duas configurações da malha de elementos finitos com o objetivo de mostrar os ganhos possíveis utilizando redes neurais.

O terceiro exemplo consiste na otimização da orientação das fibras do laminado que constitui uma casca em forma de telha. Neste exemplo apenas a maximização da rigidez entra como objetivo do problema. Através da consideração da não-linearidade geométrica para a análise é possível detectar o comportamento complexo da estrutura frente ao carregamento de pressão externa na sua superfície. Além da restrição quanto à falha do material, também é determinado um número limite de lâminas consecutivas com a mesma orientação de fibras.

O quarto exemplo é a maximização da frequência fundamental de vibração de uma placa. A variável de projeto é a orientação das lâminas, sendo que o número de lâminas e o material constituinte são fixos no problema.

Todos os exemplos foram rodados num computador tipo Core 2 Quad de 2.4 GHz, com 4Gb de memória.

## **4.1 Minimização de peso e deslocamento no ponto central numa placa de compósito laminado sujeita a carga transversal**

Neste exemplo é otimizada uma placa quadrada fabricada em compósito laminado submetida a um carregamento de pressão uniformemente distribuído sob sua superfície. O enfoque da otimização é multiobjetivo e é analisado somente um caso de fator de ponderação para cada objetivo. As restrições são a integridade do material através da função de falha de Tsai-Wu (veja o Apêndice A) e a espessura de lâminas com a mesma orientação. As variáveis de projeto são a orientação das fibras e a espessura de cada lâmina. O número de lâminas e o material das mesmas são fixos.

A função de adaptação utilizada no problema é descrita na equação (4.1) (Almeida e Awruch, 2009).

$$\begin{cases} ADAPT = 1/(1 + T_v) [\phi Pt^* + (1 - \phi)W^*], & se FF \leq 1 \\ ADAPT = 1/FF (1 + T_v) [\phi Pt^* + (1 - \phi)W^*], & se FF > 1 \end{cases} \quad (4.1)$$

onde:

$T_v$ : é um fator que penaliza indivíduos com lâminas contíguas com a mesma orientação e superiores à um valor específico, no caso, 2mm.

$\phi$ : fator de ponderação entre objetivos (minimizar peso e deslocamento); no exemplo é tomado 0,5.

$FF$ : valor da função de falha. (Critério de Tsai-Wu, equação (A.66))

$Pt$ : peso total da estrutura.

$W$ : deslocamento central da placa

A normalização das variáveis é descrita na equação (4.2), onde é adicionado o valor um, para evitar valores nulos.

$$W^* = \frac{W - W_{min}}{W_{max} - W_{min}} + 1 \quad e \quad Pt^* = \frac{P - P_{min}}{P_{max} - P_{min}} + 1 \quad (4.2)$$

O esquema da estrutura, a malha de elementos finitos, o carregamento e as condições de contorno são apresentados na Figura 4.1. A malha utilizada foi de  $(12 \times 12) \times 2 = 288$  elementos, para modelar toda a placa e a carga de pressão é de 0,1 MPa. Alguns detalhes sobre o elemento finito utilizado são dados no Apêndice A. As propriedades do material constituinte das lâminas são apresentadas na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades do compósito Grafite-epoxy

Propriedades	Valores	Propriedades	Valores
$E_1$	181,0 GPa	$F_{1t}$	1500,0 MPa
$E_2$	10,3 GPa	$F_{1c}$	1500,0 MPa
$G_{12}$	7,17 GPa	$F_{2t}$	40,0 MPa
$\nu_{12}$	0,28	$F_{2c}$	246,0 MPa
$\rho$	15,7 KN/m <sup>3</sup>	$F_6$	68,0 MPa

onde  $E_1$  e  $E_2$  são os módulos de elasticidade nas direções das fibras e transversal a elas,  $G_{12}$  é o módulo de elasticidade transversal,  $\nu_{12}$  é o coeficiente de Poisson,  $\rho$  é a massa específica

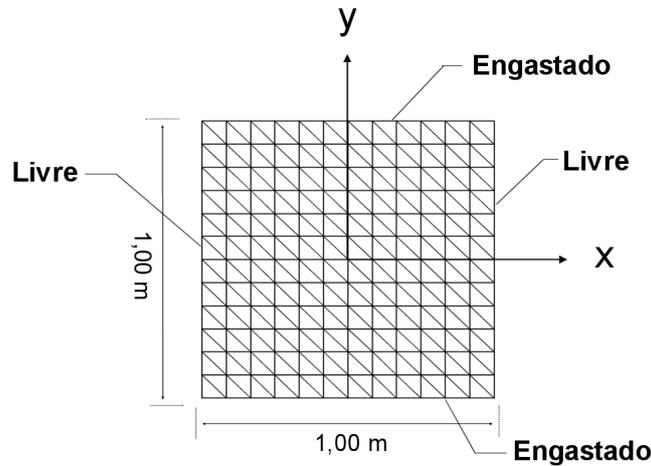


Figura 4.1: Esquema da placa, condições de contorno e carregamento - Exemplo 1

e o restante das propriedades são as resistências a tração ( $F_{1t}$  e  $F_{2t}$ ), e a compressão ( $F_{1c}$  e  $F_{2c}$ ) e a cisalhamento ( $F_6$ ) a serem utilizados no critério de Tsai-Wu (veja apêndice A).

#### 4.1.1 Algoritmos Genéticos

Para a otimização são manipuladas a orientação das fibras e a espessura das lâminas. O número de lâminas é fixado em 8, havendo sido imposta a condição de simetria; assim, cada seqüência de laminação diferente obtida pelo AG é definida por um par de cromossomos com 4 genes cada, um para cada lâmina localizada acima do plano médio. Os valores para as orientações e para as espessuras utilizadas no AG, são apresentadas na tabela 4.2. Neste exemplo na recombinação é utilizado um ponto de quebra. Existem  $4^4 * 4^4 = 65536$  configurações possíveis do laminado.

Tabela 4.2: Alfabeto de codificação dos ângulos e espessuras do Exemplo 1

Genes de ângulo		Genes de material	
código	ângulo	código	espessura
1	1 lâmina a $0^\circ$	1	0,75mm
2	1 lâmina a $-45^\circ$	2	1,00mm
3	1 lâmina a $+45^\circ$	3	1,50mm
4	1 lâmina a $90^\circ$	4	2,00mm

Os parâmetros do AG adotados para a otimização são apresentados na tabela 4.3, onde  $P$  é o número de indivíduos na população,  $N_e$  é o número de indivíduos de elite,  $N_{LG}$

é o número limite de gerações,  $N_{MO}$  é número máximo de gerações sem alteração da melhor solução,  $p_{ma}$  e  $p_{mm}$  são, respectivamente, a probabilidade de mutação de ângulo e material,  $p_{ac}$  e  $p_{sc}$  são, respectivamente, a probabilidade de adição e subtração de camadas e  $p_{per}$  é a probabilidade de permutação de genes.

Tabela 4.3: Parâmetros do AG do Exemplo 1 (Almeida e Awruch, 2009)

$P$	50	$N_{MO}$	50	$p_{ac}$	0%
$N_e$	5	$p_{ma}$	3%	$p_{sc}$	0%
$N_{LG}$	200	$p_{mm}$	3%	$p_{per}$	80%

### 4.1.2 Redes Neurais

A arquitetura adotada para as redes foi de 8-16-16-1 (8 entradas, duas camadas ocultas com 16 neurônios cada, e uma saída) sendo que a tangente hiperbólica é utilizada como função de ativação das camadas ocultas e camada de saída é uma combinação linear das saídas da segunda camada oculta. São feitas duas redes, uma para a predição do valor da função de falha ( $FF$ ) e outra para o deslocamento central ( $W$ ). O peso da estrutura é calculado diretamente da codificação genética não precisando uma rede, dependendo da área e das espessuras das lâminas. Para a geração do conjunto de treinamento foram feitas 3 execuções do AG sem elitismo, com uma população de 500 indivíduos e 2 gerações cada, gerando 3000 indivíduos para o treinamento das redes neurais. O tempo desse processo foi de 192 segundos. Os tempos, os erros, as épocas de treinamento, e os fatores das redes (que foram introduzidos na expressão (3.7) do capítulo anterior) utilizados são apresentados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Parâmetros das Redes Neurais Exemplo 1

Rede para predição do $FF$			
$\eta$	0,07	Épocas	195
$\alpha$	0,07	Tempo	33 seg.
		Erro	0,01
Rede para predição do $W$			
$\eta$	0,07	Épocas	109
$\alpha$	0,07	Tempo	18 seg.
		Erro	0,008

O limite de iterações foi fixado em um número bem elevado, 10.000, o qual garante que a convergência aconteça antes deste ser atingido; os valores dos erros mínimos a serem

atingidos para considerar a rede treinada, são calculados para o valor real da variável, não o valor normalizado utilizado para treinar as redes; sendo assim, é fixado um erro a ser atingido de acordo com a magnitude das variáveis para obter uma boa aproximação, e um de treinamento não muito demorado. O treinamento foi feito com o modo padrão a padrão (*on-line*).

### 4.1.3 Resultados

O indivíduo encontrado com o sistema AG-RNA é apresentado na tabela 4.5, onde estão descritos os resultados dos parâmetros utilizados na função objetivo para obter a adaptação do indivíduo; também é apresentada a quantidade de gerações do AG para atingir a solução e o tempo utilizado para o processo.

Tabela 4.5: Resultados do Exemplo 1 com AG-RNA

Resultados	
Laminado	$[90^{(2,00)}, -45^{(0,75)}, 90^{(1,50)}, 0^{(1,00)}]_S$
FF	0,501
W	-16,200mm
Pt	164,8N
Espessura	10,5 mm
Adaptação	0,765
Gerações	200
Tempo	7 seg.

O tempo indicado na tabela 4.5 não contabiliza a geração de amostras para o treinamento e o próprio treinamento das RNA.

Fazendo uma análise de elementos finitos sobre o laminado fornecido pelas redes obtém-se os valores exatos dos parâmetros do indivíduo obtido com RNA. Uma comparação é feita na tabela 4.6. O tempo levado pela análise de elementos finitos do laminado obtido foi de 0,06 seg.

Tabela 4.6: Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 1

	<b>FF</b>	<b>W</b>	<b>Adaptação</b>
<b>RNA</b>	0,501	-16,200	0,765
<b>MEF</b>	0,464	-17,387	0,751
<b>Erro</b>	7,98%	-6,83%	1,95%

#### 4.1.4 Comparação de AG-RNA com AG-MEF

Foi feita uma otimização sem utilizar as redes neurais para verificar os resultados obtidos, e fazer uma comparação da qualidade da otimização e do tempo de processamento necessário. O laminado ótimo com AG-MEF junto ao tempo e as gerações necessárias são apresentados na tabela 4.7.

Tabela 4.7: Resultados do Exemplo 1 com AG-MEF

Resultados	
Laminado	$[90^{(2,00)}, +45^{(0,75)}, 90^{(1,50)}, -45^{(1,00)}]_S$
FF	0,467
W	-17,292mm
Pt	164,8N
Espessura	10,5 mm
Adaptação	0,759
Gerações	165
Tempo	275 seg.

É importante notar que o indivíduo obtido pelo AG-MEF só é diferente na orientação da segunda e última lâmina; neste caso de laminado simétrico, as diferenças de orientação ocorrem na segunda lâmina de cada lado e nas lâminas centrais, sendo as espessuras das lâminas iguais em ambos indivíduos.

Os tempos, e as gerações do AG necessários para as otimizações com AG-RNA e AG-MEF são especificados na tabela 4.8, a qual mostra um ganho no tempo muito pequeno. Isso deve-se à boa escolha dos parâmetros para a otimização AG-MEF, já que eles foram tomados do estudo realizado por Almeida e Awruch (2009), para obter o menor custo computacional. Se os parâmetros não fossem os que surgem do estudo destes autores a otimização com AG-MEF demoraria muito mais; entretanto, este fato não modifica grandemente o tempo com o sistema AG-RNA; a pouca diferença de tempo é também devida à simplicidade da análise por elementos finitos a qual não demora muito o que faz que o sistema AG-MEF seja rápido.

Para verificar o descrito anteriormente, foi executada uma otimização com AG-MEF mudando o tamanho da população de busca passando de 50 para 80, e mantendo os demais parâmetros do AG como anteriormente descritos na tabela 4.3; os resultados e o

Tabela 4.8: Tempos de execução (seg.) Exemplo 1

	AG-RNA	AG-MEF
Geração conjunto de treinamento	192	-
Treinamento das Redes	51	-
Execução AG	7	275
Total	250	275

tempo utilizado são apresentados na tabela 4.9, sendo que em ambos casos as otimizações chegaram aos mesmos ótimos anteriores; com a mudança na população o tempo de execução do sistema AG-RNA passa de 7 para 8 segundos, enquanto o tempo de AG-MEF sobe de 275 segundos para 488 segundos.

Tabela 4.9: Tempo para  $P = 80$  Exemplo 1 (seg.)

	AG-MEF	AG-RNA
População	80	80
Gerações	156	142
Tempo (seg)	488	251

Na tabela 4.10, são apresentadas as diferenças reais dos indivíduos atingidos pelo AG-MEF e o AG-RNA, mostrando que apesar dos erros relativos nos cálculos dos parâmetros do indivíduo com redes neurais, ele não difere muito do ótimo real. As comparações são feitas com base numa análise de elementos finitos de cada indivíduo.

Tabela 4.10: Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 1

	Laminado	$FF$	$W$	Adaptação
AG-RNA	$[90^{(2,00)}, -45^{(0,75)}, 90^{(1,50)}, 0^{(1,00)}]_S$	0,464	-17,387	0,751
AG-MEF	$[90^{(2,00)}, +45^{(0,75)}, 90^{(1,50)}, -45^{(1,00)}]_S$	0,467	-17,292	0,759
Diferenças		-0,81%	0,56%	-1,17%

## 4.2 Minimização de peso e custo em placa de compósito laminado sujeita a carga no seu plano

O objetivo da otimização neste exemplo é reduzir o peso e o custo de uma placa de material compósito. A estrutura deve suportar um dado carregamento atuando no seu plano, com

restrições de não apresentar falha do material ou instabilidade devida a flambagem. Para atingir os objetivos o AG manipula as variáveis de projeto que são: o número total de camadas no laminado, a orientação das fibras e o tipo de material constituinte de cada camada; as quais combinadas adequadamente permitem a otimização do peso e custo simultaneamente. A espessura é resultado da soma das espessuras correspondentes a cada camada segundo o material obtido em cada caso para cada lâmina. O custo é calculado multiplicando o custo unitário de cada material pelo volume utilizado em cada configuração obtido ao multiplicar a área da placa pela espessura utilizada de cada material fazendo a soma das lâminas do mesmo material.

A função de adaptação utilizada na otimização é apresentada na equação (4.3) (Almeida e Awruch, 2009), a qual tem que ser minimizada, para obter a maior adaptação do indivíduo, já que a adaptação está definida como a inversa da função objetivo.

$$\begin{cases} ADAPT = 1/(10 - \sqrt{[\phi (Pt^*)^2]^2 + [(1 - \phi) (C^*)^2]^2 + 10^{-6} \lambda^*}) & , se \lambda^* \geq 1 \\ ADAPT = 1/(\lambda^*)^2 \left\{ 10 - \sqrt{[\phi (Pt^*)^2]^2 + [(1 - \phi) (C^*)^2]^2} \right\} & , se \lambda^* < 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

Onde:

$$C^* = \frac{C - C_{min}}{C_{max} - C_{min}} + 1 \quad Pt^* = \frac{P - P_{min}}{P_{max} - P_{min}} + 1 \quad \lambda^* = \min(\lambda_f, \lambda_b) \quad (4.4)$$

sendo  $C$  o custo,  $Pt$  o peso,  $\phi$  o fator de ponderação entre os dois objetivos, com valor 0,5 no exemplo,  $\lambda_f$  o fator de segurança à falha do material e  $\lambda_b$  o fator de segurança à flambagem.

A configuração do problema de elementos finitos, dimensões em planta, condições de contorno e carregamento, a malha de  $(18 \times 12) \times 2 = 432$  elementos utilizados relativos ao problema são apresentadas na Figura 4.2.

O laminado é simétrico com número total de lâminas variando de 12 a 24. Dois materiais compósitos podem ser empregados na fabricação da estrutura, Kevlar-epoxi e Grafite-epoxi, sendo que os mesmos apresentam diferentes propriedades, conforme mostra a

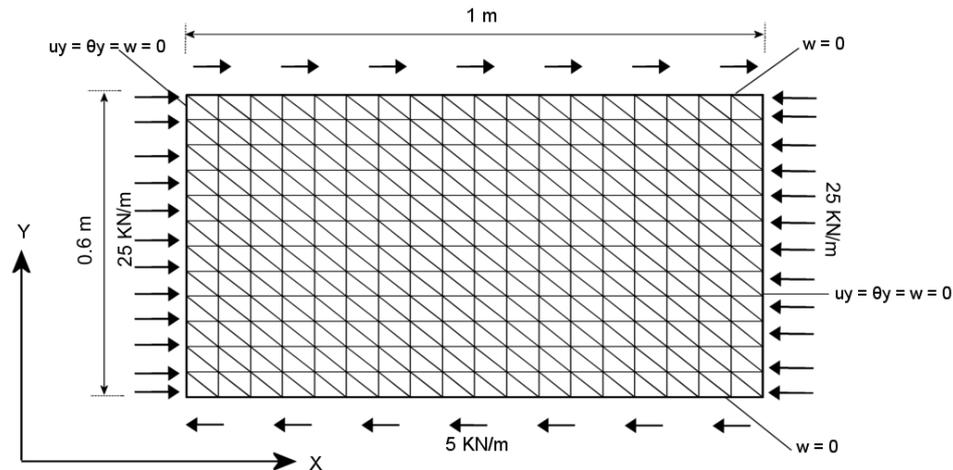


Figura 4.2: Esquema da placa, condições de contorno e carregamento - Exemplo 2

Tabela 4.11.

Tabela 4.11: Propriedades dos Materiais do Exemplo 2

Propriedades	Kevlar-epoxy	Grafite-epoxy
$E_1$	87,0 GPa	181,0 GPa
$E_2$	5,5 GPa	10,3 GPa
$G_{12}$	2,2 GPa	7,17 GPa
$\nu_{12}$	0,34	0,28
$t$	0,18 mm	0,13 mm
$\rho$	13,5 KN/m <sup>3</sup>	15,7 KN/m <sup>3</sup>
$C$	1,0 uc/N	3,0 uc/N
$F_{1t}$	1280,0 MPa	1500,0 MPa
$F_{1c}$	335,0 MPa	1500,0 MPa
$F_{2t}$	30,0 MPa	40,0 MPa
$F_{2c}$	158,0 MPa	246,0 MPa
$F_6$	49,0 MPa	68,0 MPa

Na tabela 4.11,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\rho$ ,  $F_{1t}$ ,  $F_{2t}$ ,  $F_{1c}$ ,  $F_{2c}$  e  $F_6$  tem o mesmo significado que no exemplo anterior, sendo  $t$  a espessura e  $C$  o custo por unidade de peso.

### 4.2.1 Algoritmos Genéticos

O alfabeto de codificação genética para o exemplo é apresentado na tabela 4.12; com a codificação e os possíveis valores para os genes, a população total do espaço de resposta é  $\sum_{i=3}^6 3^i * 2^i = 55944$  indivíduos. Neste exemplo na recombinação é utilizado um ponto de quebra.

Os parâmetros adotados para o algoritmo genético neste exemplo estão apresentados na

Tabela 4.12: Alfabeto de codificação dos ângulos e materiais Exemplo 2

Genes de ângulo		Genes de material	
código	ângulo	código	material
1	2 lâminas a $0^\circ$	1	Kevlar-epoxy
2	2 lâminas a $\pm 45^\circ$	2	Grafite-epoxy
3	2 lâminas a $90^\circ$		

tabela 4.13.

Tabela 4.13: Parâmetros do AG do Exemplo 2 (Almeida e Awruch, 2009)

$P$	30	$N_{MO}$	100	$p_{ac}$	4%
$N_e$	4	$p_{ma}$	4%	$p_{sc}$	8%
$N_{LG}$	300	$p_{mm}$	2%	$p_{per}$	80%

onde  $P$ ,  $N_e$ ,  $N_{LG}$ ,  $N_{MO}$ ,  $p_{ma}$ ,  $p_{mm}$ ,  $p_{ac}$ ,  $p_{sc}$  e  $p_{per}$  tem o mesmo significado que no exemplo anterior.

## 4.2.2 Redes Neurais

O esquema de redes adotado para este exemplo foi de duas redes para a predição dos valores de segurança a falha e a flambagem. Os pesos e custos são calculados diretamente dos genes dos indivíduos. O conjunto de treinamento foi gerado por 3 rodadas de algoritmos genéticos, cada uma de 2 gerações e uma população de 400 indivíduos, sem indivíduos de elite, com o qual é garantida a aleatoriedade dos indivíduos e uma concentração maior de indivíduos na zona do ótimo. Com esse processo foram gerados 2347 indivíduos diferentes. Este processo demorou 13,02 minutos. A arquitetura da rede escolhida em base aos testes foi de 12-18-18-1, com as camadas ocultas com função de ativação tipo tangente hiperbólica e na saída uma combinação linear das saídas da segunda camada oculta. Foram treinadas as redes para a previsão do fator de segurança a flambagem e a falha. Os erros, épocas e tempos de treinamento de cada uma das redes são apresentados na tabela 4.14. O método de treinamento utilizado é o de padrão a padrão (*on-line*).

Tabela 4.14: Parâmetros das Redes Neurais do Exemplo 2

Rede para predição do $\lambda_f$			
$\eta$	0,07	Épocas	399
$\alpha$	0,07	Tempo	1,81 min.
		Erro	0,05
Rede para predição do $\lambda_b$			
$\eta$	0,07	Épocas	248
$\alpha$	0,07	Tempo	1,15 min.
		Erro	0,03

### 4.2.3 Resultados

O indivíduo encontrado com o sistema AG-RNA é apresentado na tabela 4.15, onde são descritos os resultados dos parâmetros utilizados na função objetivo para obter a adaptação do indivíduo; também é apresentada a quantidade de gerações do AG para atingir a solução, e o tempo utilizado para o processo.

Tabela 4.15: Resultados do Exemplo 2 com AG-RNA

Resultados	
Laminado	$[\pm 45^{ge}, 90_2^{ge}, 0_6^{ke}]_S$
$\lambda_f$	31,13
$\lambda_b$	1,03
$Pt$	27,34 N
$C$	46,93 uc/N
Adaptação	9,790
Gerações	171
Tempo	0,08 min.

O tempo na tabela 4.15 não contabiliza o tempo que demanda a geração de amostras para o treinamento e o próprio treinamento.

Fazendo uma análise de elementos finitos sobre o laminado fornecido pela otimização feita com AG-RNA, obtém-se os valores exatos dos parâmetros do indivíduo. Uma comparação é feita na tabela 4.16. O tempo da análise de elementos finitos sobre o indivíduo obtido foi de 0,35 segundos.

Tabela 4.16: Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 2

	$\lambda_f$	$\lambda_b$	<b>Adaptação</b>
<b>RNA</b>	31,13	1,03	9,790
<b>MEF</b>	33,76	1,01	9,789
<b>Erro</b>	7,79%	-2,23%	-0,01%

#### 4.2.4 Comparação de AG-RNA com AG-MEF

Para comprovar os resultados e fazer uma comparação do tempo foi executado o exemplo com AG e elementos finitos sem a ajuda das redes neurais. Os resultados obtidos e o tempo necessário são apresentados na tabela 4.17.

Tabela 4.17: Resultados do Exemplo 2 com AG-MEF

Resultados	
Laminado	$[\pm 45^{ge}, 90_2^{ge}, 0_2^{ke}, \pm 45^{ke}, 90_2^{ke}]_S$
$\lambda_f$	18,00
$\lambda_b$	1,64
Pt	27,34 N
C	46,93 uc/N
Adaptação	9,789
Gerações	211
Tempo	42,23 min.

O laminado encontrado é o ótimo no espaço de resposta, segundo Almeida e Awruch (2009); o laminado encontrado com AG-RNA, só é diferente na orientação das fibras das 8 lâminas interiores. O material e as espessuras das lâminas são idênticas. Para avaliar a capacidade do sistema AG-RNA de encontrar um indivíduo perto do ótimo, uma comparação dos valores reais dos indivíduos é feita na tabela 4.18. Onde são comparados os valores obtidos das análises de elementos finitos sobre os indivíduos obtidos em cada método.

É importante notar que existem diferenças grandes nos valores dos parâmetros. O valor de  $\lambda_f$ , fator de segurança a falha tem uma diferença a favor do indivíduo atingido por AG-RNA, mas este fator não tem influência na adaptação devido à formulação da função objetivo, onde  $\lambda_f$  não é utilizado já que  $\lambda_f > \lambda_b$ . A influência do fator de segurança a flambagem  $\lambda_b$ , é levado em conta na função objetivo, mas como ele não é menor que 1 não tem penalidade. Assim os níveis de adaptação de ambos indivíduos não tem diferenças

	Laminado	$\lambda_f$	$\lambda_b$	Adaptação
AG-RNA	$[\pm 45^{ge}, 90_2^{ge}, 0_6^{ke}]_S$	33,76	1,01	9,7890
AG-MEF	$[\pm 45^{ge}, 90_2^{ge}, 0_2^{ke}, \pm 45^{ke}, 90_2^{ke}]_S$	18,00	1,64	9,7891
Diferenças		-87,58%	38,53%	0,00%

Tabela 4.18: Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 2

notórias, ficando o indivíduo obtido por AG-RNA como um quase-ótimo.

Uma comparação dos tempos levados pelos processos de AG-MEF e AG-RNA são apresentados na tabela 4.19.

Tabela 4.19: Tempos de execução (minutos) Exemplo 2

	AG-RNA	AG-MEF
Geração conjunto de treinamento	13,02	-
Treinamento das Redes	2,96	-
Execução AG	0,08	42,23
Total	16,06	42,23

Neste exemplo é possível notar um ganho de tempo alto, 61,97%, utilizando AG-RNA, com perda relativamente pequena de precisão na otimização.

#### 4.2.5 Modificação do exemplo 2

Para evidenciar o poder do AG-RNA, foi feita a mesma otimização com AG-MEF e AG-RNA, mudando a malha de elementos finitos; o carregamento e condições de contorno não foram modificados. O esquema da nova malha utilizada para modelar toda a placa com  $50 \times 30 \times 2 = 3000$  elementos é apresentado na figura 4.3.

Os resultados do indivíduo obtido com AG-RNA são apresentados na tabela 4.20.

Os valores aplicando MEF sobre o indivíduo obtido com AG-RNA, e a comparação dos valores dos parâmetros das análises são apresentados na tabela 4.21. O tempo para realizar esta análise foi de 2,87 min.

O indivíduo obtido com AG-MEF com os valores dos parâmetros da análise são

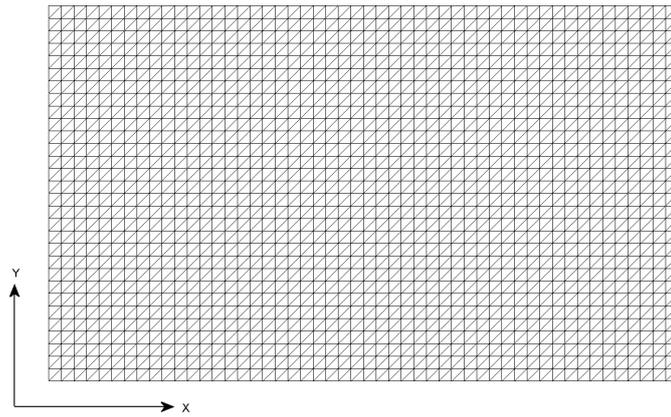


Figura 4.3: Esquema de malha do Exemplo 2 modificado

Tabela 4.20: Resultados do Exemplo 2 modificado

Resultados	
Laminado	$[\pm 45_4^{ge}, \pm 45^{ke}, 90^{ke}, 0^{ke}]_S$
$\lambda_f$	16,76
$\lambda_b$	1,39
Pt	27,34N
C	46,93N
Adaptação	9,790
Gerações	141
Tempo	5 seg.

apresentados na tabela 4.22.

Na tabela 4.23 são apresentadas as diferenças reais dos valores dos parâmetros dos indivíduos. É importante notar que os indivíduos só diferem na orientação das lâminas interiores.

Uma comparação dos tempos utilizados por AG-MEF e AG-RNA é apresentado na tabela 4.24. O tempo de treinamento das redes muda devido a aleatoriedade do processo.

A modificação do exemplo foi para fazer notar o ganho de tempo; neste caso foi de 57,37%, o que é possível nos processos nos quais as análises por elementos finitos demoram muito tempo. Devido a que o tempo de treinamento das redes neurais é independente da complexidade da análise de elementos finitos, o tempo de treinamento varia de acordo com o tamanho do conjunto de treinamento constituído pela geração das amostras aplicando um número determinado de vezes AG, e em cada caso especificando um certo número de gerações e tamanho da população, ou com a dispersão dos dados. Os indivíduos obtidos

Tabela 4.21: Diferenças entre RNA e MEF do Exemplo 2 modificado AG-RNA

	$\lambda_f$	$\lambda_b$	Adaptação
<b>RNA</b>	16,76	1,39	9,790
<b>MEF</b>	14,63	1,46	9,789
<b>Erro</b>	-14,56%	5,07%	-0,01%

Tabela 4.22: Resultados do Exemplo 2 modificado com AG-MEF

Resultados	
Laminado	$[\pm 45_4^{ge}, \pm 45^{ke}, 90_4^{ke}]_S$
$\lambda_f$	14,07
$\lambda_b$	1,54
Pt	27,34N
C	46,93N
Adaptação	9,789
Gerações	146
Tempo	264,73 horas.

Tabela 4.23: Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 2 modificado

	Laminado	$\lambda_f$	$\lambda_b$	Adaptação
AG-RNA	$[\pm 45_4^{ge}, \pm 45^{ke}, 90^{ke}, 0^{ke}]_S$	16,76	1,39	9,789
AG-MEF	$[\pm 45_4^{ge}, \pm 45^{ke}, 90_4^{ke}]_S$	14,07	1,54	9,789
Diferenças		3,80%	-5,76%	0,00%

Tabela 4.24: Tempos de execução (horas) do Exemplo 2 modificado

	AG-RNA	AG-MEF
Geração conjunto de treinamento	112,74	-
Treinamento das Redes	0,11	-
Execução AG	0,001	264,73
Total	112,851	264,73

no primeiro processo e no segundo diferem devido à precisão das análises por elementos finitos.

### 4.3 Maximização da rigidez numa casca de compósito laminado considerando efeitos de não-linearidade geométrica

Este exemplo aborda uma otimização mono-objetiva, tendo-se como objetivo a maximização da rigidez de uma casca em forma de telha, como esquematizada na figura 4.4, com um carregamento de compressão uniformemente distribuído sobre sua superfície externa. São considerados efeitos de não linearidade geométrica. O material, a espessura e o número de lâminas são fixos neste problema, restando como variável de projeto somente a orientação das fibras nas lâminas. As restrições são a integridade do material e um limite de lâminas contíguas com a mesma orientação, para evitar a falha por quebra da matriz. Os lados curvos da casca são livres e os lados retos estão rotulados, a carga de pressão aplicada é de 0,25 MPa com direção radial e sentido ao centro. O laminado é simétrico e balanceado, formado por 28 lâminas todas do mesmo material e com a mesma espessura. A restrição é de 4 lâminas contíguas com a mesma orientação. As propriedades do material utilizado são dadas na tabela 4.25. A malha utilizada na modelagem de toda a casca foi de  $20 \times 20 \times 2 = 800$  elementos, o parâmetro de incremento de carga inicial  $\lambda^1 = 0,05$  é utilizado no método de solução de sistemas não-lineares MCDG (Yang e Shieh, 1990).

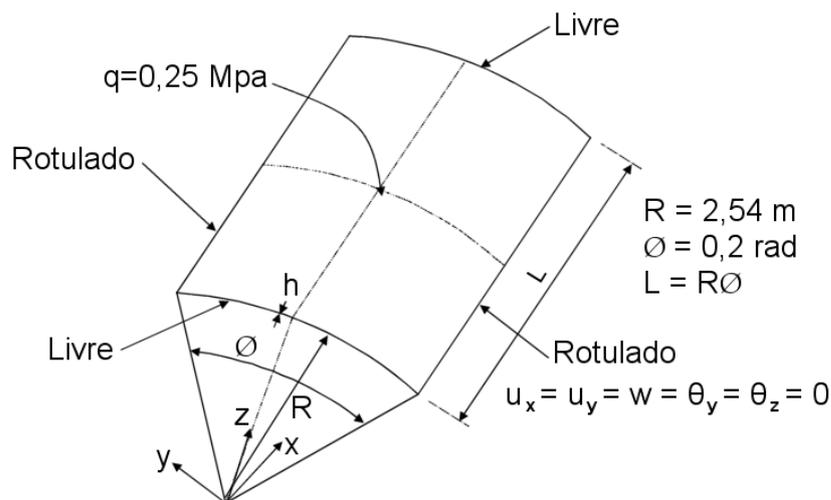


Figura 4.4: Esquema de casca, condições de contorno e carregamento - Exemplo 3

O significado de  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $t$ ,  $\rho$ ,  $F_{1t}$ ,  $F_{2t}$ ,  $F_{1c}$ ,  $F_{2c}$  e  $F_6$  é o mesmo que no exemplo anterior.

Tabela 4.25: Propriedades do compósito Glass-epoxy

Propriedades	Valores
$E_1$	39,0 GPa
$E_2$	8,6 GPa
$G_{12}$	3,8 GPa
$\nu_{12}$	0,28
$t$	0,45 mm
$\rho$	20,6 KN/m <sup>3</sup>
$F_{1t}$	1080,0 MPa
$F_{1c}$	620,0 MPa
$F_{2t}$	39,0 MPa
$F_{2c}$	128,0 MPa
$F_6$	89,0 MPa

Para a avaliação da rigidez da casca são utilizados dois parâmetros obtidos da análise estrutural, o nível de carga crítica, ( $NC_{crit}$ ), determinado quando a curva pressão-deslocamento central atinge o primeiro ponto de pico, e o deslocamento central ( $U_{max}$ ), dado no fim do carregamento ou quando se observa a falha do material. Na seção de comparação AG-RNA com AG-MEF na figura 4.5 apresenta-se a análise da casca da figura 4.4 com a configuração ótima obtida por Almeida e Awruch (2009) definida como a curva AG-MEF, e a obtida no presente trabalho (curva AG-RNA) onde são definidos ( $NC_{crit}$ ) e ( $U_{max}$ ). Adicionalmente, para considerar as restrições impostas são utilizados dois parâmetros mais: o primeiro é ( $NC_{max}$ ), o qual consiste no nível de carga máximo sem haver falha do material e o segundo é ( $V_{nlc}$ ), que se refere a violação do número de lâminas contíguas com a mesma orientação das fibras; para cada lâmina que viola a restrição imposta é somado 1,0 ao valor de ( $V_{nlc}$ ).

O objetivo da otimização é maximizar a rigidez, obtendo-se o maior ( $NC_{crit}$ ) associado ao menor ( $U_{max}$ ). A adaptação está definida na equação (4.5) (Almeida e Awruch, 2009); na formulação o ( $NC_{max}^2$ ) penaliza estruturas que falham antes de atingir a carga total, e ( $V_{nlc} + 1$ ) penaliza estruturas que excedem o número máximo de lâminas contíguas com a mesma orientação das fibras.

$$ADAPT = \left( \frac{(NC_{crit}) \cdot (NC_{max}^2)}{(U_{max}) \cdot (V_{nlc} + 1)} \right) \quad (4.5)$$

### 4.3.1 Algoritmos Genéticos

O alfabeto de codificação utilizado é apresentado na tabela 4.26; cada gene corresponde a duas lâminas, e, com a condição de simetria, cada gene corresponde então a 4 lâminas; assim os cromossomos com um comprimento de 7 genes definem as 28 lâminas do laminado.

Tabela 4.26: Alfabeto de codificação dos ângulos do Exemplo 3

Genes de ângulo	
código	ângulo
1	2 lâminas a $0^\circ$
2	2 lâminas a $\pm 45^\circ$
3	2 lâminas a $90^\circ$

Os parâmetros do AG utilizados na otimização são descritos na tabela 4.27. Com a codificação e as características do problema o número total de estruturas possíveis é de 2187. Devido à extensão dos cromossomos as operações são realizadas com duplo ponto de quebra.

Tabela 4.27: Parâmetros do AG do Exemplo 3 (Almeida e Awruch, 2009)

$P$	18	$N_{MO}$	36	$p_{ac}$	0%
$N_e$	3	$p_{ma}$	5%	$p_{sc}$	0%
$N_{LG}$	108	$p_{mm}$	0%	$p_{per}$	80%

O significado de  $P$ ,  $N_e$ ,  $N_{LG}$ ,  $N_{MO}$ ,  $p_{ma}$ ,  $p_{mm}$ ,  $p_{ac}$ ,  $p_{sc}$  e  $p_{per}$  é o mesmo que no exemplo anterior.

### 4.3.2 Redes Neurais

Neste exemplo são utilizadas 3 redes neurais para a predição dos 3 parâmetros ( $(NC_{max})$ ,  $(NC_{crit})$  e  $(U_{max})$ ); para o treinamento das mesmas foram utilizados 226 indivíduos diferentes, obtidos ao fazer 3 execuções do AG cada uma com 2 gerações e uma população de 40 indivíduos. O tempo levado para a geração do conjunto foi de 117,31 minutos. A arquitetura adotada para a rede é 7-15-15-1, com as camadas ocultas com funções de ativação tangente hiperbólica, e a camada de saída uma combinação linear das saídas da última camada oculta. O tipo de treinamento é padrão a padrão (*on-line*). Os parâmetros utilizados em cada rede, os erros e os tempos de treinamento são apresentados na tabela 4.28.

Rede para predição do ( $NC_{max}$ )			
$\eta$	0,07	Épocas	485
$\alpha$	0,07	Tempo	5 seg.
		Erro	0,001

Rede para predição do ( $NC_{crit}$ )			
$\eta$	0,07	Épocas	922
$\alpha$	0,07	Tempo	11 seg.
		Erro	0,001

Rede para predição do ( $U_{max}$ )			
$\eta$	0,07	Épocas	630
$\alpha$	0,07	Tempo	7 seg.
		Erro	0,001

Tabela 4.28: Parâmetros das Redes Neurais do Exemplo 3

### 4.3.3 Resultados

O indivíduo encontrado por AG-RNA e os parâmetros do mesmo são apresentados na tabela 4.29.

Tabela 4.29: Resultados do Exemplo 3 com AG-RNA

Resultados	
Laminado	$[90_4, \pm 45, (90_2, 0_2)_2]_S$
( $NC_{max}$ )	0,989
( $NC_{crit}$ )	0,637
( $U_{max}$ )	$26,6 \times 10^{-3}m$
Adaptação	23,42
Gerações	47
Tempo	0,01 min.

Os valores aplicando MEF sobre o indivíduo obtido com AG-RNA, e a comparação dos valores dos parâmetros das análises são apresentados na tabela 4.30. O tempo levado para a análise por elementos finitos foi de 31 seg.

Tabela 4.30: Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 3

	( $NC_{max}$ )	( $NC_{crit}$ )	( $U_{max}$ )	Adaptação
<b>RNA</b>	0,989	0,637	$26,6 \times 10^{-3}m$	23,42
<b>MEF</b>	1,000	0,495	$27,4 \times 10^{-3}m$	18,03
<b>Erro</b>	1,10%	-28,62%	3,18%	-29,94%

### 4.3.4 Comparação com AG e MEF

Para comprovar os resultados e fazer uma comparação do tempo foi executado o exemplo com AG e elementos finitos sem a ajuda das redes neurais. Os resultados obtidos e o tempo necessário são apresentados na tabela 4.31.

Tabela 4.31: Resultados do Exemplo 3 com AG-MEF

Resultados	
Laminado	$[(90_4, \pm 45)_2, 90_2]_S$
$(NC_{max})$	1,000
$(NC_{crit})$	0,560
$(U_{max})$	$27,2 \times 10^{-3}m$
Adaptação	20,60
Gerações	40
Tempo	239,72 min.

O laminado encontrado é o ótimo no espaço de resposta, segundo Almeida (2006). O laminado encontrado com AG-RNA, só é diferente na orientação das fibras das 12 lâminas interiores, devido à condição de simetria imposta ao problema. Para avaliar a capacidade do sistema AG-RNA de encontrar um indivíduo perto do ótimo, uma comparação dos valores reais dos indivíduos é feita na tabela 4.32.

Tabela 4.32: Diferenças reais entre ótimos atingidos Exemplo 3

	AG-RNA	AG-MEF	Diferenças
Laminado	$[90_4, \pm 45, (90_2, 0_2)_2]_S$	$[(90_4, \pm 45)_2, 90_2]_S$	
$(NC_{max})$	1,000	1,000	0,00%
$(NC_{crit})$	0,495	0,560	-13,03%
$(U_{max})$	$27,4 \times 10^{-3}m$	$27,2 \times 10^{-3}m$	1,08%
Adaptação	18,03	20,60	-14,26%

Na figura 4.5 apresenta-se uma comparação das curvas de nível de carga - deslocamento central dos ótimos obtidos por Almeida e Awruch (2009), e o obtido neste trabalho, estão indicados  $(NC_{crit})$  e  $(U_{max})$ .

Estas diferenças aparentemente muito altas entre os indivíduos obtidos pelos dois métodos,

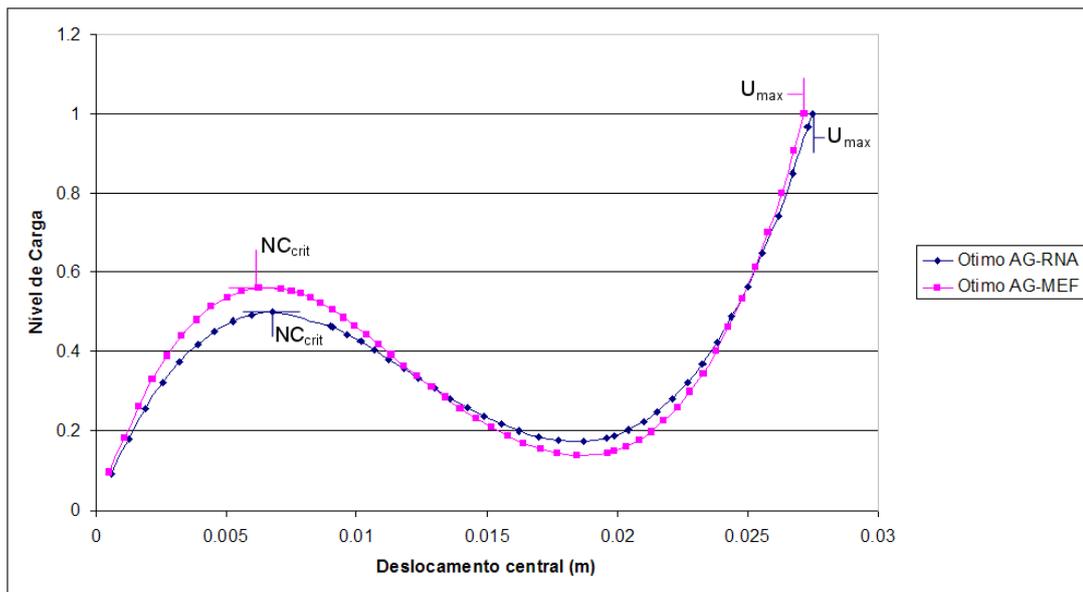


Figura 4.5: Curva Nível de Carga - Deslocamento central

não comprometem a qualidade da otimização. Fazendo uma análise do espaço de resposta do problema, o indivíduo encontrado por AG-RNA corresponde ao 9º melhor indivíduo do espaço de resposta obtidos na solução AG-MEF, e as diferenças são grandes devido à formulação do problema e da função objetivo.

Uma comparação dos tempos levados pelos processos de AG-MEF e AG-RNA estão apresentados na tabela 4.33.

Tabela 4.33: Tempos de execução (minutos) Exemplo 3

	AG-RNA	AG-MEF
Geração conjunto de treinamento	117,31	-
Treinamento das Redes	0,65	-
Execução AG	0,01	239,72
Total	117,97	239,72

Neste exemplo é possível notar um ganho de tempo alto, 50,79%, utilizando AG-RNA, com uma perda de qualidade pequena na precisão da otimização. Esta pode ser corrigida utilizando outra estratégia de treinamento das redes; como por exemplo, um treinamento com indivíduos mais elitizados, o qual pode ocasionar ganhos de tempo menores, porém com uma melhoria na precisão da otimização.

## 4.4 Maximização de frequência de vibração em placa de compósito laminado

Neste exemplo o objetivo da otimização é a maximização da frequência fundamental de vibração de uma placa de compósito laminado, simplesmente apoiada, com a geometria e malha apresentada na figura 4.6. A placa é feita de um material só, cujas propriedades são descritas na tabela 4.34. A malha de elementos finitos é constituída por  $16 \times 16 \times 2 = 256$  elementos. Não são impostas restrições ao problema.

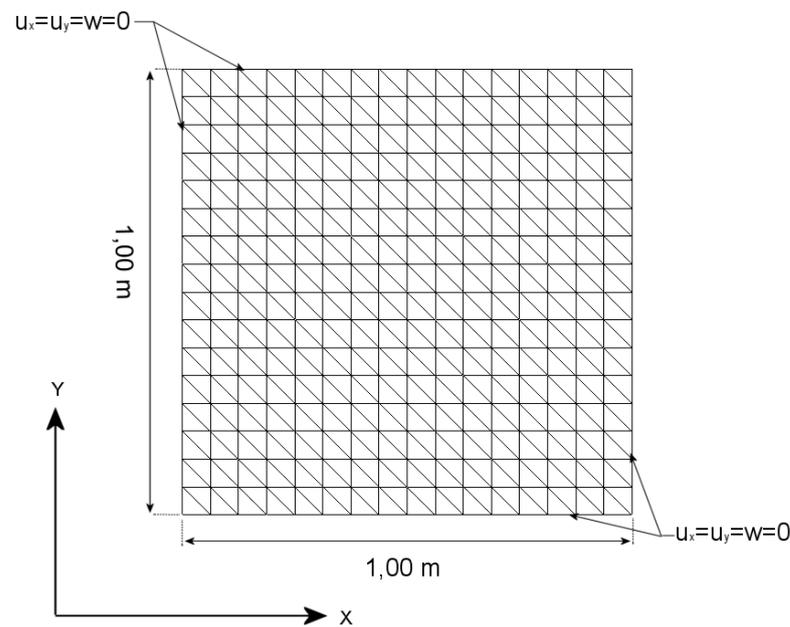


Figura 4.6: Esquema de placa e condições de contorno - Exemplo 4

Tabela 4.34: Propriedades do compósito Grafite-epoxy

Propriedades	Valores
$E_1$	181 GPa
$E_2$	10,3 GPa
$G_{12}$	7,17 GPa
$\nu_{12}$	0,28
$t$	2 mm
$\rho$	15,7 KN/m <sup>3</sup>
$F_{1t}$	1500,0 MPa
$F_{1c}$	1500,0 MPa
$F_{2t}$	40,0 MPa
$F_{2c}$	246,0 MPa
$F_6$	68,0 MPa

O significado de  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $t$ ,  $\rho$ ,  $F_{1t}$ ,  $F_{2t}$ ,  $F_{1c}$ ,  $F_{2c}$  e  $F_6$  são os mesmo que nos

exemplos anteriores.

Enquanto nos problemas anteriores, o processo de otimização envolvia a análise estática de estruturas, resolvendo o sistema de equações que governa o equilíbrio da estrutura ( $\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{P}$ ), neste caso é necessário calcular as frequências naturais de vibração da estrutura resolvendo o problema de autovalores  $(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\Phi = 0$ , onde  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{M}$  são a matriz de rigidez e a matriz de massa da estrutura respectivamente,  $\omega$  a frequência natural circular e  $\Phi$  o correspondente autovetor. As matrizes  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{M}$  são apresentadas no Apêndice A.

#### 4.4.1 Algoritmos Genéticos

O alfabeto de codificação genética utilizado no problema é apresentado na tabela 4.35. A placa está composta de 8 lâminas sem condição de simetria; o objetivo da otimização é determinar a orientação das fibras de reforço em cada lâmina para obter a maior frequência fundamental de vibração. O nível de adaptação dos indivíduos é diretamente sua frequência fundamental de vibração ( $\omega$ ). Devido à codificação genética do problema o número total de indivíduos do espaço de resposta é de  $3^8 = 6561$ .

Tabela 4.35: Alfabeto de codificação dos ângulos do Exemplo 4

Genes de ângulo	
código	ângulo
1	1 lâmina a $0^\circ$
2	1 lâmina a $45^\circ$
3	1 lâmina a $90^\circ$

Os parâmetros do algoritmo genético utilizado no problema são apresentados na tabela 4.36 estes parâmetros foram determinados experimentalmente neste trabalho. Devido à extensão dos cromossomos é utilizado duplo ponto de quebra.

Tabela 4.36: Parâmetros do AG do Exemplo 4

$P$	30	$N_{MO}$	100	$p_{ac}$	0%
$N_e$	3	$p_{ma}$	5%	$p_{sc}$	0%
$N_{LG}$	200	$p_{mm}$	0%	$p_{per}$	80%

Os significados de  $P$ ,  $N_e$ ,  $N_{LG}$ ,  $N_{MO}$ ,  $p_{ma}$ ,  $p_{mm}$ ,  $p_{ac}$ ,  $p_{sc}$  e  $p_{per}$  são os mesmos que nos exemplos anteriores.

## 4.4.2 Redes Neurais

Uma rede neural é treinada para a determinação da frequência de vibração da placa; a arquitetura da rede é de 8-17-17-1; 8 entradas devido à codificação genética do problema, duas camadas ocultas com 17 neurônios cada uma, cujas funções de ativação são tangentes hiperbólicas, e um neurônio de saída o qual é uma combinação linear das saídas da última camada oculta. O tipo de treinamento utilizado é padrão a padrão (*on-line*). O conjunto de treinamento do exemplo foi gerado com 3 execuções do AG com 2 gerações cada, com uma população de 70 indivíduos, totalizando 420 indivíduos para o treinamento. Este processo demorou 26,75 minutos.

Os parâmetros da rede, número de épocas e tempo de treinamento são apresentados na tabela 4.37.

Tabela 4.37: Parâmetros da Rede Neural do Exemplo 4

Rede para predição do $\omega$			
$\eta$	0,07	Épocas	2575
$\alpha$	0,07	Tempo	1,25 min.
		Erro	0,01

## 4.4.3 Resultado

O indivíduo encontrado por AG-RNA e o  $\omega$  do mesmo é apresentado na tabela 4.38.

Tabela 4.38: Resultado do Exemplo 4 com AG-RNA

Resultado	
Laminado	$[90,45,0_3,90,45_2]_S$
$\omega$	6,24 rad/s.
Gerações	182
Tempo	0,03 min.

Os valores aplicando MEF sobre o indivíduo obtido com AG-RNA, e a comparação do valor de  $\omega$ , são apresentados na tabela 4.39. O tempo da análise de elementos finitos sobre o indivíduo obtido foi de 3,86 seg.

	$\omega$
<b>RNA</b>	6,24
<b>MEF</b>	6,27
<b>Erro</b>	0,48%

Tabela 4.39: Diferenças entre RNA e MEF no Exemplo 4

#### 4.4.4 Comparação com AG e MEF

Fazendo uma otimização do mesmo problema com AG-MEF, o indivíduo encontrado é o mesmo que no AG-RNA, diferindo levemente só no valor de  $\omega$ , o qual já foi apresentado anteriormente na tabela 4.39. Fazendo uma análise sobre o espaço de resposta do problema, foi comprovado que o indivíduo obtido é realmente o ótimo. Uma comparação dos tempos necessários para AG-RNA e AG-MEF é apresentado na tabela 4.40.

Tabela 4.40: Tempos de execução (minutos) Exemplo 4

	AG-RNA	AG-MEF
Geração conjunto de treinamento	26,75	-
Treinamento das Redes	1,25	-
Execução AG	0,03	68,44
Total	28,03	68,44

Esta situação demonstra que em algumas situações a utilização de AG-RNA não leva à perda da qualidade da otimização, isso só acontece em determinados problemas como neste exemplo, no qual a função objetivo é diretamente a frequência fundamental de vibração da placa. Novamente nota-se um ganho de tempo importante de 59% de tempo na otimização.

---

# Capítulo 5

## Conclusões e sugestões

Neste capítulo são apresentadas as conclusões derivadas do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros. As conclusões são fundamentadas nos resultados obtidos através da execução dos exemplos de aplicação e dos parâmetros dos processos adotados, e são as seguintes:

É possível reduzir o tempo e o custo computacional do AG com a utilização de RNA para a predição dos valores dos parâmetros calculados com elementos finitos. Os erros derivados deste processo estão a um nível admissível devido aos ganhos de tempo possíveis com o método.

Os ganhos de tempo são maiores quando as análises de elementos finitos são mais demoradas; isto ocorre devido a que o treinamento das redes não é dependente da complexidade do problema sendo que o tempo dispendido no treinamento varia com a dispersão dos dados e com o tamanho do conjunto de treinamento.

Podem-se abordar problemas de otimização muito complexos usando AG-RNA com um custo computacional menor que com o sistema AG-MEF.

As sugestões estão baseadas nas conclusões e possíveis idéias para melhorar ou ampliar as possibilidades do método apresentado e são as seguintes:

Realização de um estudo mais aprofundado para analisar e sistematizar um esquema de treinamento adequado que proporcione resultados praticamente iguais a AG-MEF.

---

Paralelização do AG, o qual possibilitaria a abordagem de problemas mais complexos, com tempo de geração de conjuntos de treinamento menores que os atuais.

Ampliação das capacidades do AG para tratar com variáveis reais, o qual torna possível a otimização das dimensões da estrutura.

Paralelização do esquema de retro-propagação (*Backpropagation*), no presente trabalho não foi muito demorado o treinamento das redes por tratar-se de conjuntos pequenos, porém no caso em que se tratem problemas com AG com variáveis reais e problemas mais complexos, a paralelização da retro-propagação é desejável.

Implementação de outro tipo de redes neurais para a predição dos parâmetros tais como as redes de Base Radial, ou Mapas Auto Organizáveis (Haykin, 1998).

Implementação de um sistema misto de AG com métodos de otimização determinísticos para à aceleração do processo de otimização de determinados parâmetros.

---

# Referências Bibliográficas

- Abouhamze, M. e Shakeri, M. (2007). Multi-objective stacking sequence optimization of laminated cylindrical panels using a genetic algorithm and neural networks. *Composite Structures*, Vol. 81, No. 2, pp. 253 – 263.
- Almeida, F. e Awruch, A. (2009). Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis. *Composite Structures*, Vol. 88, No. 3, pp. 443 – 454.
- Almeida, F. S. (2006). Otimização de estruturas de materiais compósitos laminados utilizando algoritmos genéticos. Master's thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Bathe, K.-J. e Ho, L.-W. (1981). A simple and effective element for analysis of general shell structures. *Computers & Structures*, Vol. 13, No. 5-6, pp. 673 – 681.
- Batoz, J.-L., Bathe, K.-J., e Ho, L.-W. (1980). A study of three-node triangular plate bending elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15pp. 1771–1812.
- Bisagni, C. e Lanzi, L. (2002). Post-buckling optimisation of composite stiffened panels using neural networks. *Composite Structures*, Vol. 58, No. 2, pp. 237 – 247.
- Cybenko, G. (1989). Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals, and Systems (MCSS)*, Vol. 2, No. 4, pp. 303–314.
- Daniel, I. M. e Ishai, O. (1994). *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford Press.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional.
- Gomes, H. M. (2001). *Técnicas de avaliação da confiabilidade em estruturas de concreto armado*. PhD thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Haykin, S. (1998). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation (2nd Edition)*. Prentice Hall.
- Hecht-Nielsen, R. (1987). Kolmogorov's mapping neural network existence theorem. Em *Proceedings of IEEE First Annual International Conference on Neural Networks*, volume Vol. 3, pgs. III-11–III-14.
-

- 
- Jones, R. M. (1999). *Mechanics of composite materials*. Taylor & Francis, 2 nd. edition.
- Kovacs, L. Z. (1996). *Redes Neurais Artificiais*. Editora Collegium Cognitio, segunda edição edition.
- Lagaros, N. D., Charmpis, D. C., e Papadrakakis, M. (2005). An adaptive neural network strategy for improving the computational performance of evolutionary structural optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194, No. 30-33, pp. 3374 – 3393. Structural and Design Optimization.
- Luo, Z. e Hutton, S. G. (2002). Formulation of a three-node traveling triangular plate element subjected to gyroscopic and in-plane forces. *Computers & Structures*, Vol. 80, No. 26, pp. 1935 – 1944.
- Salajegheh, E. e Gholizadeh, S. (2005). Optimum design of structures by an improved genetic algorithm using neural networks. *Advances in Engineering Software*, Vol. 36, No. 11-12, pp. 757–767.
- Soremekun, G. A. E. (1997). Genetic algorithms for composite laminate design and optimization. Master's thesis, Department of Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburgh, Virginia.
- To, C. W. S. e Wang, B. (1998). Hybrid strain-based three-node flat triangular laminated composite shell elements for vibration analysis. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211, No. 2, pp. 277 – 291.
- Tsai, S. W. e Wu, E. M. (1971). A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of Composite Materials*, Vol. 5, No. 1, pp. 58–80.
- Tulunay, Y., Tulunay, E., e Senalp, E. T. (2004). The neural network technique-1: a general exposition. *Advances in Space Research*, Vol. 33, No. 6, pp. 983 – 987. Path Toward Improved Ionosphere Specification and Forecast Models.
- Yang, Y.-B. e Shieh, M.-S. (1990). Solution method for nonlinear problems with multiple critical points. *AIAA Journal*, Vol. 28pp. 2110–2116.

---

# Apêndice A

## Análise por Elementos Finitos

Neste apêndice são apresentados a formulação do elemento finito e o critério de falha adotado.

### A.1 Formulação do Elemento Finito

A formulação do elemento utilizado é feita pela superposição do elemento triangular de estado plano de tensões, *Constant Stress Triangular element* (CST) e do elemento triangular para a análise de flexão de placas finas *Discret Kirchhoff Triangular element* (DKT) (Batoz et al., 1980). As considerações adotadas para a análise das estruturas de materiais compósitos laminados são as seguintes (Daniel e Ishai, 1994):

- Cada lâmina é quase-homogênea e ortotrópica;
- O laminado é delgado se comparado às suas dimensões laterais e suas lâminas estão sob estado plano de tensões;
- Os deslocamentos são pequenos se comparados à espessura do laminado, consideração essa válida para teoria com linearidade geométrica;
- Os deslocamentos são contínuos no laminado;
- Deslocamentos no plano variam linearmente ao longo da espessura do laminado;
- Deformações transversais por cisalhamento são ignoradas. Essa consideração e a anterior implicam em que linhas retas normais à ao plano médio continuam retas e normais a este após a deformação;
- As relações deformação-deslocamento e tensão-deformação são lineares;
- Distâncias normais ao plano médio permanecem constantes, ou seja, a deformação normal na direção perpendicular ao plano médio  $\epsilon_z$  é ignorada.

O elemento tem em total 6 graus de liberdade por nó; totalizando 18 graus de liberdade, os quais são indicados na figura A.1.

---

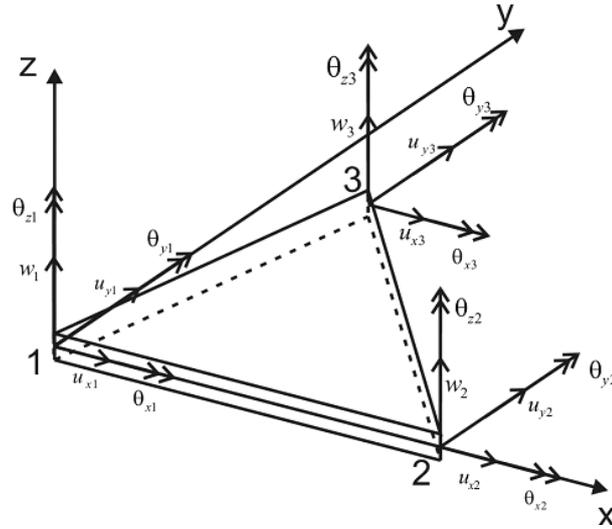


Figura A.1: Graus de liberdade do elemento triangular plano para placa e casca (Almeida,2006)

### A.1.1 Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez linear total é obtida pela sobreposição das matrizes de rigidez de membrana  $[K_m]$ , de flexão  $[K_b]$ , de acoplamento membrana-flexão  $[K_{mb}]$  e um termo, o qual é adicionado na diagonal da matriz correspondentes ao grau de liberdade de rotação perpendicular ao plano, que é  $10^{-4}$  vezes menor que o maior termo encontrado na matriz  $[K_b]$  (Bathe e Ho, 1981). As matrizes descritas são apresentadas a seguir.

$$[K_m] = [B_m]^T [D_m] [B_m] \quad (A.1)$$

$$[K_b] = 2A \int_0^1 \int_0^{1-\eta} [B_b]^T [D_b] [B_b] d\xi d\eta \quad (A.2)$$

$$[K_{mb}] = \int_A [B_m]^T [D_{mb}] [B_b] dA \quad (A.3)$$

As matrizes constitutivas dos laminados vêm dadas por:

$$[D_m] = \sum_{k=1}^{nlam} [\bar{Q}]_{(k)} \int_{z_{k-1}}^{z_k} dz, \text{ sendo } D_{m \ ij} = \sum_{k=1}^{nlam} \bar{Q}_{(k)ij} (z_k - z_{k-1}) \quad (A.4)$$

$$[D_{mb}] = \sum_{k=1}^{nlam} [\bar{Q}]_{(k)} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz, \text{ sendo } D_{mb \ ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{nlam} \bar{Q}_{(k)ij} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (A.5)$$

$$[D_b] = \sum_{k=1}^{nlam} [\bar{Q}]_{(k)} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 dz, \text{ sendo } D_{b \ ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{nlam} \bar{Q}_{(k)ij} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (\text{A.6})$$

sendo:

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T_e] \quad (\text{A.7})$$

As matrizes da equação (A.7) vêm dadas por:

$$[Q] = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2nm \\ n^2 & m^2 & -2nm \\ -nm & nm & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \text{ com } m = \cos \theta \text{ e } n = \text{sen} \theta \quad (\text{A.9})$$

$$[T_e] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & nm \\ n^2 & m^2 & -nm \\ -2nm & 2nm & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Onde  $\theta$  corresponde ao ângulo esquematizado na figura A.2.

Na equação (A.8)  $E_1$  e  $E_2$  são os módulos de elasticidade nas direções das fibras e transversal a elas,  $G_{12}$  é o módulo de cisalhamento,  $\nu_{12}$  e  $\nu_{21}$  os coeficientes de Poisson.

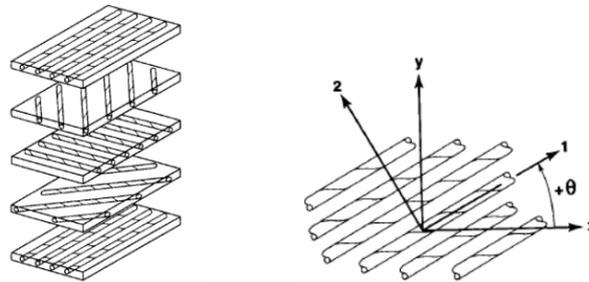


Figura A.2: Lâminas formando o laminado e ângulo  $\theta$  entre eixo principal do material 1-2 e sistema x-y do laminado (Jones,1999)

A matriz  $[B_{m_i}]$ , para  $i = 1, 2, 3$  que relaciona componentes de deformações específicas e componentes de deslocamentos correspondente a graus de liberdade de membrana, forma parte de  $[B_m]$  na equação (A.1) e (A.3), vem dada por:



$H_{x8}$ ,  $H_{x9}$ ,  $H_{y7}$ ,  $H_{y8}$  e  $H_{y9}$  são obtidas substituindo  $N_1$  por  $N_3$  e os índices 6 e 5 por 5 e 4, respectivamente. As outras variáveis que compõem as equações são:

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{-x_{ij}}{l_{ij}^2} \\
 b_k &= \frac{3x_{ij}y_{ij}}{4l_{ij}^2} \\
 c_k &= \frac{\left(\frac{1}{4}x_{ij}^2 - \frac{1}{2}y_{ij}^2\right)}{l_{ij}^2} \\
 d_k &= \frac{-y_{ij}}{l_{ij}^2} \\
 e_k &= \frac{\left(\frac{1}{4}y_{ij}^2 - \frac{1}{2}x_{ij}^2\right)}{l_{ij}^2}
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

onde  $k = 4, 5, 6$  são os nós intermediários dos lados  $ij = 23, 31$  e  $12$ , respectivamente. Também são utilizadas as constantes geométricas  $x_{ij} = x_i - x_j$  e  $y_{ij} = y_i - y_j$ , e  $l_{ij}$  é o comprimento do lado  $ij$ .

As derivadas de  $\{H_x\}$  e  $\{H_y\}$  em relação a  $\xi$  e  $\eta$  vem dadas por:

$$\{H_{x,\xi}\} = \left\{ \begin{array}{c} P_6(1 - 2\xi) + (P_5 - P_6)\eta \\ q_6(1 - 2\xi) - (q_5 + q_6)\eta \\ -4 + 6(\xi + \eta) + r_6(1 - 2\xi) - \eta(r_5 + r_6) \\ -P_6(1 - 2\xi) + \eta(P_4 + P_6) \\ q_6(1 - 2\xi) - \eta(q_6 - q_4) \\ -2 + 6\xi + r_6(1 - 2\xi) + \eta(r_4 - r_6) \\ -\eta(P_5 + P_4) \\ \eta(q_4 - q_5) \\ -\eta(r_5 - r_4) \end{array} \right\} \tag{A.17}$$

$$\{H_{y,\xi}\} = \left\{ \begin{array}{c} t_6(1 - 2\xi) + \eta(t_5 - t_6) \\ 1 + r_6(1 - 2\xi) - \eta(r_5 + r_6) \\ -q_6(1 - 2\xi) - \eta(q_5 + q_6) \\ -t_6(1 - 2\xi) + \eta(t_4 + t_6) \\ -1 + r_6(1 - 2\xi) + \eta(r_4 - r_6) \\ -q_6(1 - 2\xi) - \eta(q_4 - q_6) \\ -\eta(t_4 + t_5) \\ \eta(r_4 - r_5) \\ -\eta(q_4 - q_5) \end{array} \right\} \tag{A.18}$$

$$\{H_{x,\eta}\} = \left\{ \begin{array}{c} -P_5(1-2\eta) - \xi(P_6 - P_5) \\ q_5(1-2\eta) - \xi(q_5 + q_6) \\ -4 + 6(\xi + \eta) + r_5(1-2\eta) - \xi(r_5 + r_6) \\ \xi(P_4 + P_6) \\ \xi(q_4 - q_6) \\ -\xi(r_6 - r_4) \\ P_5(1-2\eta) - \xi(P_4 + P_5) \\ q_5(1-2\eta) + \xi(q_4 - q_5) \\ -2 + 6\eta + r_5(1-2\eta) + \xi(r_4 - r_5) \end{array} \right\} \quad (\text{A.19})$$

$$\{H_{y,\eta}\} = \left\{ \begin{array}{c} -t_5(1-2\eta) - \xi(t_6 - t_5) \\ 1 + r_5(1-2\eta) - \xi(r_5 + r_6) \\ -q_5(1-2\eta) + \xi(q_5 + q_6) \\ \xi(t_4 + t_6) \\ \xi(r_4 - r_6) \\ -\xi(q_4 - q_6) \\ t_5(1-2\eta) - \xi(t_4 + t_5) \\ -1 + r_5(1-2\eta) + \xi(r_4 - r_5) \\ -q_5(1-2\eta) - \xi(q_4 - q_5) \end{array} \right\} \quad (\text{A.20})$$

onde:

$$\begin{aligned} P_k &= -6x_{ij}/l_{ij}^2 = 6a_k & q_k &= -6y_{ij}/l_{ij}^2 = 6d_k \\ t_k &= 3x_{ij}y_{ij}/l_{ij}^2 = 4b_k & r_k &= 3y_{ij}^2/l_{ij}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

sendo  $k = 4, 5$  e  $6$  para  $ij = 23, 31$  e  $12$ , respectivamente

### A.1.2 Formulação considerando a não linearidade geométrica

Problemas com não linearidade geométrica são resolvidos usando um esquema incremental-iterativo, dado pela seguinte equação:

$$([\mathop{t}K_L] + [\mathop{t}K_{NL}]) \{\Delta U^{(i)}\} = \{t+\Delta t P\} - \{t+\Delta t F^{(i-1)}\} \quad (\text{A.22})$$

onde o superíndice direito indica o número de iteração que é utilizada a formulação Lagrangeana atualizada, sendo que a configuração de referência corresponde ao tempo em que as quantidades são calculadas, tempo representado pelo superíndice esquerdo (Bathe e Ho, 1981).

$K_L$  e  $K_{NL}$  são as matrizes de rigidez linear e não linear, respectivamente, e  $F$  é o vetor de forças internas.

O vetor de deslocamento para um instante  $t + \Delta t$  é obtido por:

$$\{^{t+\Delta t}U^{(i)}\} = \{^{t+\Delta t}U\} + \{\Delta U^{(i)}\} \quad (\text{A.23})$$

O sistema global de coordenadas é fixo; adicionalmente considera-se um sistema local fixo ao corpo, do qual são obtidas a matriz de rigidez e o vetor de forças que são transformados logo para o sistema global fixo.

A matriz de rigidez não linear é dada por (Bathe e Ho, 1981):

$$[{}^tK_{NL}] = \int_A [B_{NL}]^T [{}^t\hat{N}] [B_{NL}] dA \quad (\text{A.24})$$

sendo,

$$[{}^t\hat{N}] = \begin{bmatrix} [{}^tN^*] & & \\ & [{}^tN^*] & \\ & & [{}^tN^*] \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

$$[{}^tN^*] = \begin{bmatrix} {}^tN_{xx} & {}^tN_{xy} \\ {}^tN_{xy} & {}^tN_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

$$\{{}^tN\} = \begin{Bmatrix} {}^tN_{xx} \\ {}^tN_{yy} \\ {}^tN_{xy} \end{Bmatrix} = [D_m] \{{}^t\varepsilon^0\} + [D_{mb}] \{{}^t\kappa\} \quad (\text{A.27})$$

$$\{{}^t\varepsilon^0\} = [B_m] \{{}^t\bar{U}_m\} \quad (\text{A.28})$$

$$\{{}^t\kappa\} = [B_b] \{\Delta^t U_b\} + \{{}^{t-\Delta t}\kappa\} \quad (\text{A.29})$$

$$[B_{NL}] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

com  $b_i = y_j - y_k$  e  $c_i = x_k - x_j$  sendo  $i, j, k = 1, 2, 3$  com permutação cíclica.

O vetor de forças equivalentes referente às forças internas de membrana e as forças internas devido ao acoplamento membrana-flexão são dados por:

$$\{{}^tF_m^{(i)}\} = [K_m] \{{}^t\bar{U}_m^{(i)}\} + \{{}^tF_{mb}^{(i)}\} \quad (\text{A.31})$$

$$\{ {}^t F_{mb}^{(i)} \} = [K_b] \{ \Delta {}^t U_b^{(i)} \} + \{ {}^t F_{mb}^{(i-1)} \} \quad (\text{A.32})$$

O vetor de momentos é dado por:

$$\{ {}^t M \} = \begin{Bmatrix} {}^t M_{xx} \\ {}^t M_{yy} \\ {}^t M_{xy} \end{Bmatrix} = [D_{mb}]^T \{ {}^t \varepsilon^0 \} + [D_b] \{ {}^t \kappa \} \quad (\text{A.33})$$

O vetor de forças nodais equivalentes relativo aos graus de liberdade de flexão é dado por:

$$\{ {}^t F_b^{(i)} \} = \{ {}^t F_{bb}^{(i)} \} + \{ {}^t F_{bm}^{(i)} \} \quad (\text{A.34})$$

onde :

$$\{ {}^t F_{bb}^{(i)} \} = [K_b] \{ \Delta {}^t U_b^{(i)} \} + \{ {}^t F_{bb}^{(i-1)} \} \quad (\text{A.35})$$

$$\{ {}^t F_{bm}^{(i)} \} = [K_{mb}]^T \{ {}^t \bar{U}_m^{(i)} \} \quad (\text{A.36})$$

### A.1.3 Matriz de Massa

A matriz de massa do elemento também é composta pela superposição das matrizes de massa do CST, e do DKT; também é adicionado um termo de massa para a rotação perpendicular ao plano seguindo o mesmo critério da matriz de rigidez. O termo de rotação perpendicular ao plano é adotado (To e Wang, 1998).

$$J = \rho h A (r_2^2 + s_3^2 + r_3(r_3 - r_2)) / 18 \quad (\text{A.37})$$

para cada nó, sendo  $r_i$  e  $s_i$  as coordenadas do nó  $i$  no sistema local de coordenadas com centro no nó 1 e o eixo  $r$  coincidente com o lado 1 – 2 como mostrado na figura A.3.

A matriz de massa do elemento CST é a seguinte:

$$m_{CST} = \frac{\rho h A}{12} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.38})$$

A matriz de massa do DKT é apresentada a seguir (Luo e Hutton, 2002).

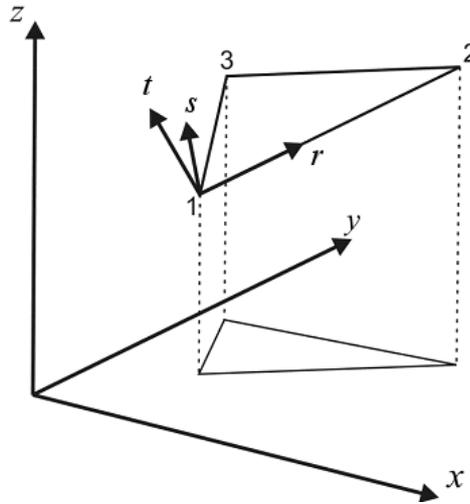


Figura A.3: Eixos locais do elemento

$$m_{DKT} = \rho h \int_A \left[ N_w N_w^T + \frac{h^2}{12} (N_x N_x^T + N_y N_y^T) \right] dA \quad (\text{A.39})$$

que também pode ser escrita da seguinte forma:

$$m_{DKT} = \rho h \left[ N_{wc} L_M N_{wc}^T + \frac{h^2}{12} (N_{xc} L_N N_{xc}^T + N_{yc} L_N N_{yc}^T) \right] \quad (\text{A.40})$$

onde  $L_M$  é obtida da seguinte equação:

$$L_M = \int_A L_w L_w^T dA \quad (\text{A.41})$$

Sendo:

$$L_w^T = \{1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_2^2 \quad L_2 L_3 \quad L_3^2 \quad L_2^3 \quad L_2^2 L_3 \quad L_2 L_3^2 \quad L_3^3\} \quad (\text{A.42})$$

onde  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  são as coordenadas triangulares.

As seguintes variáveis são obtidas com a permutação cíclica  $i = 1, 2, 3$  ;  $j = 2, 3, 1$  ;  $k = 3, 1, 2$

$$L_i = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x_i + c_i y_i) \quad (\text{A.43})$$

$$b_i = y_j - y_k, \quad c_i = x_k - x_j \quad (\text{A.44})$$

$$l_i = b_i^2 + c_i^2 \quad (\text{A.45})$$

$$b_{i+3} = 3b_i c_i / (4l_i) \quad (\text{A.46})$$

$$c_{i+3} = (2b_i^2 - c_i^2) / (4l_i), \quad c_{i+6} = (2c_i^2 - b_i^2) / (4l_i) \quad (\text{A.47})$$

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j, \quad a_{i+3} = c_i / l_i, \quad a_{i+6} = b_i / l_i \quad (\text{A.48})$$

$$b_{ij} = b_i b_j, \quad c_{ij} = c_i c_j, \quad e_{ij} = b_i c_j \quad (\text{A.49})$$

$$r_{3i-1} = (c_k - c_j) / 2, \quad r_{3i} = (b_j - b_k) / 2 \quad (\text{A.50})$$

$L_M$  e  $L_N$  são apresentadas a seguir:

$$L_M = \frac{A}{840} \begin{bmatrix} 840 & 280 & 280 & 140 & 70 & 140 & 84 & 28 & 28 & 84 \\ 280 & 140 & 70 & 84 & 28 & 28 & 56 & 14 & 28/3 & 14 \\ 280 & 70 & 140 & 28 & 28 & 84 & 14 & 28/3 & 14 & 56 \\ 140 & 84 & 28 & 56 & 14 & 28/3 & 40 & 8 & 4 & 4 \\ 70 & 28 & 28 & 14 & 28/3 & 14 & 8 & 4 & 4 & 8 \\ 140 & 28 & 84 & 28/3 & 40 & 56 & 4 & 4 & 8 & 40 \\ 84 & 56 & 14 & 40 & 8 & 4 & 30 & 5 & 2 & 3/2 \\ 28 & 14 & 28/3 & 8 & 4 & 4 & 5 & 2 & 3/2 & 2 \\ 28 & 28/3 & 14 & 4 & 4 & 8 & 2 & 3/2 & 2 & 5 \\ 84 & 14 & 56 & 4 & 8 & 40 & 3/2 & 2 & 5 & 30 \end{bmatrix} \quad (\text{A.51})$$

$$L_N = \frac{A}{90} \begin{bmatrix} 90 & 30 & 30 & 15 & 15/2 & 15 \\ 30 & 15 & 15/2 & 9 & 3 & 3 \\ 30 & 15/2 & 15 & 3 & 3 & 9 \\ 15 & 9 & 3 & 6 & 3/2 & 1 \\ 15/2 & 3 & 3 & 3/2 & 1 & 3/2 \\ 15 & 3 & 9 & 1 & 3/2 & 6 \end{bmatrix} \quad (\text{A.52})$$

Em função das variáveis definidas nas equações (A.43) até (A.50), apresentam-se as matrizes  $N_{wc}$ ,  $N_{xc}$  e  $N_{yc}$  a seguir:

$$N_{wc} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 & -4 & -3 & 2 & 4 & 4 & 2 \\ 0 & c_3 & -c_2 & -2c_3 & -3r_2 & 2c_2 & c_3 & c_3 + r_2 & r_2 - c_2 & -c_2 \\ 0 & -b_3 & b_2 & 2b_3 & -3r_3 & -2b_2 & -b_3 & r_3 - b_3 & b_2 + r_3 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & -2 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & r_5 & 0 & c_3 & c_1 + c_3 - r_5 & -r_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 & r_6 & 0 & -b_3 & -b_3 - b_1 - r_6 & -r_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & -2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_8 & c_2 & 0 & -r_8 & -c_1 - c_2 - r_8 & -c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_9 & -b_2 & 0 & -r_9 & b_1 + b_2 - r_9 & b_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.53})$$

$$N_{xc} = \begin{bmatrix} 0 & -6a_6 & 6a_5 & 6a_6 & 6(a_6 - a_5) & -6a_5 \\ 1 & -3 + 4c_6 & -3 + 4c_5 & 2 - 4c_6 & 4(1 - c_5 - c_6) & 2 - 4c_5 \\ 0 & 4b_6 & 4b_5 & -4b_6 & -4(b_5 + b_6) & -4b_5 \\ 0 & 6a_6 & 0 & -6a_6 & -6(a_4 + a_6) & 0 \\ 0 & -1 + 4c_6 & 0 & 2 - 4c_6 & 4(c_4 - c_6) & 0 \\ 0 & 4b_6 & 0 & -4b_6 & 4(b_4 - b_6) & 0 \\ 0 & 0 & -6a_5 & 0 & 6(a_4 + a_5) & 6a_5 \\ 0 & 0 & -1 + 4c_5 & 0 & 4(c_4 - c_5) & 2 - 4c_5 \\ 0 & 0 & 4b_5 & 0 & 4(b_4 - b_5) & -4b_5 \end{bmatrix} \quad (\text{A.54})$$

$$N_{yc} = \begin{bmatrix} 0 & 6a_9 & -6a_8 & -6a_9 & 6(a_8 - a_9) & 6a_8 \\ 0 & 4b_6 & 4b_5 & -4b_6 & -4(b_5 + b_6) & -4b_5 \\ 1 & -3 + 4c_9 & -3 + 4c_8 & 2 - 4c_9 & 4(1 - c_8 - c_9) & 2 - 4c_8 \\ 0 & -6a_9 & 0 & 6a_9 & 6(a_7 + a_9) & 0 \\ 0 & 4b_6 & 0 & -4b_6 & 4(b_4 - b_6) & 0 \\ 0 & -1 + 4c_9 & 0 & 2 - 4c_9 & 4(c_7 - c_9) & 0 \\ 0 & 0 & 6a_8 & 0 & -6(a_7 + a_8) & -6a_8 \\ 0 & 0 & 4b_5 & 0 & 4(b_4 - b_5) & -4b_5 \\ 0 & 0 & -1 + 4c_8 & 0 & 4(c_7 - c_8) & 2 - 4c_8 \end{bmatrix} \quad (\text{A.55})$$

Assim, com a matriz do DKT (9x9), CST (6x6) e J (3x3) é formada a matriz de massa consistente do sistema,  $M$  (18x18), com a qual é montado o sistema de autovalores:

$$[K]\Phi = \omega^2[M]\Phi \quad (\text{A.56})$$

de onde são obtidas as frequências  $\omega$  e modos  $\Phi$  de vibração da estrutura.

## A.2 Critério de falha de Compósitos Laminados

O critério adotado neste trabalho é o critério de Falha da Primeira Lâmina (FPL); quando é utilizado este critério, o fator de segurança global é dado pelo menor valor do fator de

segurança para falha de uma das lâminas. Este parâmetro pode-se entender como um multiplicador do vetor de tensões que leva à falha da lâmina.

Para a determinação do fator de segurança ou identificação de falha de um laminado é necessário fazer a análise de falha de cada uma das suas lâminas. O critério de falha para lâminas utilizado neste trabalho é descrito a seguir.

### A.2.1 Critério de falha de Tsai-Wu para materiais compósitos

A abordagem da resistência dos compósitos no presente trabalho é dado apenas na escala macromecânica. Apresentam-se a seguir os parâmetros de resistência dos compósitos laminados:

1. Tração longitudinal às fibras -  $F_{1t}$
2. Compressão longitudinal às fibras -  $F_{1c}$
3. Tração transversal às fibras -  $F_{2t}$
4. Compressão transversal às fibras -  $F_{2c}$
5. Cisalhamento no plano do laminado -  $F_{12}$  ou  $F_6$

Para o estado plano de tensões, a equação que representa o critério polinomial tensorial de Tsai-Wu pode ser expressa por:

$$f_1\sigma_1 + f_2\sigma_2 + f_6\tau_6 + f_{11}\sigma_1^2 + f_{22}\sigma_2^2 + f_{66}\tau_6^2 + 2f_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2f_{16}\sigma_1\tau_6 + 2f_{26}\sigma_2\tau_6 = 1 \quad (\text{A.57})$$

Onde  $f_i$  e  $f_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 6$  são as componentes de resistência do tensor de Tsai-Wu e a notação  $\tau_6$  foi adotada para a componente de cisalhamento  $\tau_{12}$ .

Uma vez que a resistência da lâmina sob cisalhamento puro segundo seus eixos principais é independente do sinal da tensão de cisalhamento, todos os termos lineares de  $\tau_6$  devem ser retirados. Consequentemente:

$$f_6 = f_{16} = f_{26} = 0 \quad (\text{A.58})$$

Os demais coeficientes de resistência do critério de Tsai-Wu são obtidos aplicando condições de carga elementares ao laminado (Daniel e Ishai, 1994). Dessas operações resultam:

$$f_1 = \frac{1}{F_{1t}} - \frac{1}{F_{1c}}, \quad f_{11} = \frac{1}{F_{1t}F_{1c}}, \quad f_2 = \frac{1}{F_{2t}} - \frac{1}{F_{2c}}, \quad f_{22} = \frac{1}{F_{2t}F_{2c}}, \quad f_{66} = \frac{1}{F_6^2} \quad (\text{A.59})$$

O coeficiente  $f_{12}$  deve ser obtido a partir de algum teste biaxial. Porém, em muitos casos este coeficiente de interação entre as tensões normais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  não é crítico e portanto uma aproximação de seu valor é suficiente. Dentre várias alternativas possíveis, a equação a seguir é considerada com uma boa aproximação.

$$f_{12} = -\frac{1}{2} (f_{11}f_{22})^{1/2} \quad (\text{A.60})$$

Esta relação é compatível com o critério de escoamento de von Misses, destinado a materiais isotrópicos onde:

$$f_{11} = f_{22} = \frac{1}{\sigma_y^2} \quad (\text{A.61})$$

sendo  $\sigma_y$  a tensão de escoamento.

Fica então a forma reduzida do critério de Tsai-Wu, que vem dado por:

$$f_1\sigma_1 + f_2\sigma_2 + f_{11}\sigma_1^2 + f_{22}\sigma_2^2 + f_{66}\tau_6^2 + 2f_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (\text{A.62})$$

A falha é atingida quando o lado esquerdo da equação é igual ou superior a 1, representando um ponto sobre ou fora da superfície de falha definida no espaço de tensões.

O fator de segurança para o laminado, aqui denominado  $S_f$ , é um multiplicador aplicado a todas as componentes de tensões. Então, substituindo na equação do critério de Tsai-Wu as componentes de tensão por  $S_f\sigma_1$ ,  $S_f\sigma_2$  e  $S_f\tau_6$  obtém-se:

$$aS_f^2 + bS_f - 1 = 0 \quad (\text{A.63})$$

onde:

$$a = f_{11}\sigma_1^2 + f_{22}\sigma_2^2 + f_{66}\tau_6^2 + 2f_{12}\sigma_1\sigma_2 \quad (\text{A.64})$$

$$b = f_1\sigma_1 + f_2\sigma_2 \quad (\text{A.65})$$

Assim o fator de segurança é obtido pela resolução da equação quadrática, levando a dois valores:

$$S_{fa} = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2a} \quad (\text{A.66})$$

$$S_{fr} = \left| \frac{-b - \sqrt{b^2 + 4a}}{2a} \right| \quad (\text{A.67})$$

onde  $S_{fa}$  é o valor do fator de segurança para o estado de tensões existente e  $S_{fr}$  é o valor do fator de segurança para o estado de tensões com sinal invertido, ou seja  $(-\sigma_1 \ -\sigma_2 \ -\tau_6)$  (Daniel e Ishai, 1994).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)