

MARCOS NOBORU ARIMA

ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE
JATOS BI-DIMENSIONAIS CONFINADOS

São Paulo
2009

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

MARCOS NOBORU ARIMA

ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE
JATOS BI-DIMENSIONAIS CONFINADOS

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

São Paulo
2009

MARCOS NOBORU ARIMA

ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE
JATOS BI-DIMENSIONAIS CONFINADOS

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

Área de concentração:
Engenharia Mecânica.

Orientador:
Marcos de Mattos Pimenta.

São Paulo
2009

Este Exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com anuência de seu orientador.

São Paulo, 12 de março de 2009

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Arima, Marcos Noboru. Estudo teórico-experimental de jatos bi-dimensionais confinados / M.N. Arima. – ed.rev. – São Paulo, 2009. 347p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica. 1.Escoamento monofásico 2.Turbulência (Medição) 3.Mecânica dos fluidos 4.Velocidade do fluxo dos fluidos. I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

DEDICATÓRIA

À minha esposa

Elisa

e aos meus filhos

Pedro e João.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Eng. Prof. Dr. Marcos de Mattos Pimenta cuja estratégia de trabalho sempre priorizou a qualidade. Talvez, a principal lição aprendida seja sempre fazer o melhor com o que temos disponível, independentemente das mudanças nas condições de contorno, que não estão sob nosso controle. Foi uma estratégia arriscada, porém, justificada pelas possibilidades de ganhos. Esta estratégia resultou em uma tese da qual me orgulho, pois tive que trabalhar no meu limite. Se dependesse apenas de mim, eu teria escolhido caminhos menos arriscados, porém, com possibilidades de ganhos menores. O resultado seria apenas mais um trabalho, um relatório a mais. Acredito que esta lição será muito útil para as minhas próximas empreitadas.

Ao CNPq pela bolsa que financiou a maior parte do meu doutorado. Ao IPT que financiou o início do meu doutorado e manteve a permissão de uso de suas instalações mesmo após a minha saída do instituto. À ATS_4j que cedeu seus estagiários para auxiliar no desenvolvimento de minha tese.

Aos colegas que me auxiliaram nas atividades do doutorado, especialmente aqueles que continuavam me ajudando quando a situação ordenava o contrário. Não vou citar nomes para evitar injustiças.

À minha mãe Teruko, à minha irmã Márcia e à minha esposa Elisa que sempre mantiveram o apoio e o incentivo para eu continuar no Doutorado. Especialmente nos momentos mais difíceis, quando os recursos, o tempo, o dinheiro e a motivação estavam em baixa. Eu sei que a minha dedicação ao doutorado resultou em sacrifícios para todos nós. Sinceramente, MUITO OBRIGADO.

Ao meu pai Toshihiko (in memoriam) e aos meus filhos Pedro e João por terem sido minha fonte de inspiração e criatividade.

RESUMO

O principal objetivo desta tese é estudar os efeitos inerciais e de pressão do escoamento médio sobre o próprio escoamento médio de jatos bi-dimensionais confinados. Os escoamentos considerados no presente trabalho são turbulentos, isotérmicos, incompressíveis e compostos por fluidos simples.

A introdução e a revisão bibliográfica são feitas por meio da apresentação: das motivações tecnológicas e fundamentais para a escolha do tema da presente tese; do cenário no qual a abordagem adotada está inserida; dos parâmetros adimensionais usualmente adotados na literatura para caracterizar os jatos bi-dimensionais confinados (parâmetros clássicos); e dos dados experimentais levantados na literatura na forma de correlações semi-empíricas, e de perfis de propriedades do escoamento.

A presente tese desenvolve uma abordagem integral e adimensional para jatos confinados. As hipóteses adotadas nesta abordagem são aquelas relativas a escoamentos em camada fina cisalhante, e a escoamentos não dissipativos. A abordagem é baseada em balanços integrais de massa e quantidade de movimento. Os termos de quantidade de movimento são classificados como inerciais ou de pressão; e como fluxos, forças ou fontes. Esta classificação permite analisar os efeitos considerados pelos parâmetros adimensionais clássicos. Os parâmetros clássicos não satisfazem simultaneamente às seguintes condições: ser baseado em uma superfície de controle fechada; e ter os efeitos inerciais e de pressão separados em parâmetros distintos. Desta forma, são desenvolvidos dois parâmetros adimensionais novos. Estes parâmetros novos são usados na definição de variáveis adimensionais cuja finalidade é obter uma regra de escalonamento apropriada.

A regra de escalonamento desenvolvida é validada por meio de sua aplicação a três bancos de dados de literatura. Esta aplicação mostra a influência dos efeitos inerciais e de pressão sobre o escoamento. A qualidade dos dados experimentais de literatura e próprios também é avaliada pela aplicação desta mesma regra de escalonamento.

O túnel de vento construído para estudo de jatos confinados axi-simétricos é apresentado por meio: dos requisitos de projeto; dos critérios de projeto; e da descrição dos componentes. Este túnel possui seção de teste com 300 mm de diâmetro e 1500 mm de comprimento; contração com razão de área de 4 : 1 e lanças de ar com diâmetros de 10 mm , 40 mm , 75 mm e 150 mm .

Os procedimentos experimentais adotados na caracterização do escoamento do túnel de vento axi-simétrico incluem: a técnica de determinação do tensor das tensões de Reynolds e do vetor velocidade média em função de medições

de velocidade média e de tensão normal de Reynolds em 6 direções distintas; a validação desta técnica; e as correções de posicionamento e de direcionamento do instrumento de medição. O instrumento de medição utilizado foi um anemômetro a laser (LDV).

As principais contribuições da presente tese são as seguintes: redesenvolvimento dos parâmetros adimensionais clássicos de jatos confinados por meio de uma metodologia e nomenclatura unificada; proposição de dois parâmetros adimensionais para jatos confinados, um para efeitos inerciais e outro para efeitos de pressão; incremento do banco de dados experimentais referentes a jatos confinados; construção de um túnel de vento axi-simétrico para estudo de jatos confinados; e descoberta da existência de similaridade em jatos confinados com gradiente de pressão elevado.

Palavras-chave: Escoamento em jatos confinados. Análise integral e adimensional. Túnel de vento. LDV.

ABSTRACT

The main objective of this thesis is to study the mean flow inertial and pressure effects on the mean flow itself in two-dimensional confined jets. The flows considered in the present work are turbulent, isothermal, incompressible and single-fluid.

The introduction and the bibliographical review are done by the following presentations: technological and fundamental motivations for the choice of the thesis subject; the scene where the adopted approach is included; dimensionless parameters usually adopted in the literature for two-dimensional confined jets characterization (classic parameters); and experimental data found in literature as semi-empirical correlation, and as mean flow properties profiles.

This thesis develops an integral and dimensionless approach for confined jets. The hypotheses adopted in such approach are the thin shear layer approximation, and the non-dissipative flow assumption. The approach is based on mass and momentum integral balances. The terms are classified as inertial or as pressure; and as flux, as force, or as source. Such classification allows the analysis of the effects considered by the dimensionless classic parameters. The classic parameters do not satisfy the following conditions simultaneously: to be based on a closed control surface; and to separate the inertial and pressure effects in distinct parameters. Due to this, two new dimensionless parameters are developed. The new dimensionless parameters are used in dimensionless variables definition whose purpose is to obtain a proper scaling rule.

The developed scaling rule is validated applying it to three data banks from literature. This application shows the inertial and pressure effects on the flow. The quality of the literature and the own data bank is evaluated by this scaling rule application.

The wind tunnel built for axi-symmetric confined jets studies is presented by: project requirements; project criteria; and components description. This tunnel has a test section with 300 mm in diameter and 1500 mm in length; contraction area rate of $4 : 1$; and air guns with 10 mm , 40 mm , 75 mm and 150 mm in diameters.

The procedures adopted in the axi-symmetric wind tunnel flow characterization include: the scheme to determine the Reynolds stress tensor and the mean velocity vector from mean velocity and normal Reynolds stress measurements in six distinct directions; this scheme validation; and the positioning and directioning probe corrections. The instrument used was a laser Doppler velocimeter.

The main contributions of the present thesis are the following: redevelopment of the confined jets classic dimensionless parameters through an unified methodology and nomenclature; the proposition of two new confined jets dimensionless parameters, one for inertial effects and other for pressure effects. improvement of experimental data bank regarding confined jets; construction of an axi-symmetric wind tunnel for confined jet studies; and the discovery of the similarity existence in confined jets with high pressure gradient.

Key-words: Confined jet flows. Integral and dimensionless analysis. Wind tunnel. LDV.

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Grelhas de saída de um sistema de ventilação e ar condicionado. | 2 |
| 1.2 | Câmara de combustão e queimador de um gerador de vapor (WOODRUFF; LAMMERS; LAMMERS, 2004). | 2 |
| 1.3 | Queimador de parede de fornos de pirólise. | 3 |
| 1.4 | Banco de tubos de um trocador de calor. | 4 |
| 1.5 | Hierarquia dos modelos de turbulência segundo os limites de modelos dedutivos e modelos indutivos. | 9 |
| 1.6 | Esquema das zonas de escoamento existentes no caso <i>JAD</i> . | 17 |
| 1.7 | Esquema das zonas de escoamento existentes no caso <i>JSRD</i> . | 17 |
| 1.8 | Esquema das zonas de escoamento existentes no caso <i>JAC</i> . | 18 |
| 1.9 | Esquema das zonas de escoamento existentes no caso <i>JSRC</i> . | 18 |
| 2.1 | Figura esquemática das regiões e variáveis utilizadas no modelo de um jato confinado de Thring e Newby (1952). | 27 |
| 2.2 | Ilustração do jato confinado em uma câmara qualquer, utilizado para o desenvolvimento do parâmetro de similaridade C_t . | 36 |
| 2.3 | Oscilação de um jato plano em função do parâmetro de Curtet (Ref. (CURTET, 1958)). | 44 |
| 2.4 | Resultados experimentais dos pontos de separação e de recolamento para jatos confinados em dutos (Ref. (BARCHILON; CURTET, 1964)). | 45 |

| | | |
|------|--|----|
| 2.5 | Resultados numéricos dos pontos de separação e de recola- mento para jatos confinados em dutos (Ref. (FOSTER; MACIN- NES; SCHUBNELL, 2001)). | 46 |
| 2.6 | Recirculação (Ref. (SCHETZ, 1980)). | 47 |
| 2.7 | Perfis axiais para jato confinado bi-dimensional plano (CURTET, 1958) Ref. (CURTET, 1958)). | 48 |
| 2.8 | Proposta de escalonamento em função do parâmetro de Craya; Curtet (CURTET, 1958) (Ref. (CURTET; RICOU, 1964)). | 49 |
| 2.9 | Perfil da flutuação da velocidade axial adimensionalizada pelo excesso de velocidade do jato, $\sqrt{u'^2}/w_0$ (Ref. (BARCHILON; CURTET, 1964)). | 49 |
| 2.10 | Perfis de turbulência em jatos confinados axi-simétricos (Ref. (CURTET; RICOU, 1964)). | 51 |
| 2.11 | Perfis de turbulência em jatos confinados axi-simétricos adi- dimensionalizados em função da integral da energia cinética da turbulência do jato (Ref. (CURTET; RICOU, 1964)). | 52 |
| 2.12 | Perfis radiais de velocidade média axial e de propriedades tur- bulentas em jato confinado axi-simétrico. (Ref. (OOSTHUIZEN; WU, 1979) apud (SCHETZ, 1980)). | 55 |
| 2.13 | Perfis radiais de velocidade média axial em jato confinado axi- simétrico (Ref.(TENNANKORE; STEWARD, 1979) apud (SCHETZ, 1980)). | 56 |
| 2.14 | Perfil radial de fator de intermitência em jato confinado axi-simétrico (Ref.(YULE; DAMOU, 1991)). | 58 |
| 2.15 | Perfil radial do balanço de energia cinética da turbulência (Ref. (YULE; DAMOU, 1991)). | 58 |
| 3.1 | Idealização do escoamento de jato confinado bi-dimensional. | 67 |
| 3.2 | Ilustração de um volume de controle genérico. | 71 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3.3 | Superfície de controle da fonte. | 72 |
| 3.4 | Superfície de controle da expansão. | 75 |
| 3.5 | Superfície de controle da fonte e da expansão. | 79 |
| 4.1 | Definição das variáveis dimensionais de velocidade e largura usadas na definição das condições operacionais dos jatos. | 99 |
| 4.2 | Mapa das condições operacionais de literatura. | 100 |
| 4.3 | Mapa das condições operacionais de literatura e dos experimentos próprios. | 102 |
| 5.1 | Foto geral do túnel de vento. | 107 |
| 5.2 | Esquema geral dos componentes do túnel de vento. | 108 |
| 5.3 | Seção de teste do túnel de vento. | 110 |
| 5.4 | Contração do túnel de vento. | 112 |
| 5.5 | Voluta do túnel de vento | 115 |
| 5.6 | Esquema da voluta do túnel de vento. | 115 |
| 5.7 | Conjunto retificador do túnel de vento montado com a contração. | 117 |
| 5.8 | Componentes retificadores a montante da colméia. | 118 |
| 5.9 | Componentes retificadores a jusante da colméia. | 119 |
| 5.10 | Ilustração da colméia. | 122 |
| 5.11 | Caixa de fumaça: (a) interior; (b) conjunto caixa de fumaça e válvulas agulha; (c) máquina de fumaça. | 123 |
| 5.12 | Sistema de movimentação da sonda. | 124 |
| 5.13 | Suportes de sonda do LDV. | 125 |
| 5.14 | Linha de ar do túnel de vento. | 126 |

| | |
|--|-----|
| 5.15 Válvulas agulha. | 128 |
| 5.16 Curvas $\phi = 150mm$: (a) exterior; (b) defletores. | 129 |
| 5.17 Orifícios de controle da camada limite à jusante do tubo guia das lanças de ar. | 130 |
| 5.18 Grade para introdução de perda de carga na saída da seção de teste. | 131 |
| 5.19 Caixa de isolamento da sonda do ambiente externo. | 132 |
| 6.1 Sistema de coordenadas Cartesiano global do túnel de vento. | 134 |
| 6.2 Direção de medição do LDV (feixe azul: y' ; feixe verde: z') em relação ao eixo da sonda LDV (x'). | 135 |
| 6.3 Trajetória de uma partícula através das franjas do volume de medição do LDV. | 136 |
| 6.4 Direção de medição do LDV, i' , em relação à base global do túnel de vento. | 137 |
| 6.5 Nível bolha que emite um leque de laser na horizontal ou na vertical. | 142 |
| 6.6 Laser do nível bolha projetado sobre a seção de saída das grades retificadoras e lança de ar. | 142 |
| 6.7 Laser do nível bolha projetado no exterior da seção de teste e gabarito. | 143 |
| 6.8 Laser do nível bolha projetado no interior da contração, seção de teste e gabarito. | 143 |
| 6.9 Decomposição de um vetor \mathbf{V} nas direções de medição do LDV. | 144 |
| 6.10 Direção do plano definido pelas direções de medição i_{BLUE} i_{GREEN} do LDV em relação ao plano de medição do túnel de vento. | 145 |
| 6.11 Decomposição de um vetor \mathbf{V} nas direções de medição do LDV em função do ângulo β' | 145 |

| | |
|---|-----|
| 6.12 Equivalência entre o erro de direcionamento β e o erro de posicionamento $z = 0$ | 146 |
| 6.13 Esquema do ajuste de curva para a variável U_{BLUE}^* antes e após a correção da coordenada $y = 0$ | 147 |
| 6.14 Esquema do balanço de quantidade de movimento em um escoamento turbulento completamente desenvolvido em duto axissimétrico. | 149 |
| 6.15 Esquema do perfil de tensão de cisalhamento em um escoamento em duto completamente desenvolvido. | 150 |
| 6.16 valores de tensão de Reynolds $-\overline{u'_i u'_j}$ medidos e o perfil de tensão de cisalhamento calculado pelas equações 6.17 e 6.11. | 155 |
| 6.17 valores de velocidade axial calculados pela equação 6.13 e medidos pelo LDV. | 156 |
| 7.1 Velocidade média nas direções de medição do LDV. | 159 |
| 7.2 Velocidade média axial dos experimentos próprios. | 161 |
| 7.3 Adimensionalização e escalonamento do excesso de velocidade do jato, dados de Curtet (1958) e de Curtet e Ricou (1964). | 163 |
| 7.4 Adimensionalização e escalonamento do excesso de velocidade do jato, dados de Yule e Damou (1991) e próprio. | 164 |
| 7.5 Adimensionalização e escalonamento da largura volumétrica do jato, dados de Curtet (1958) e de Curtet e Ricou (1964).. | 165 |
| 7.6 Adimensionalização e escalonamento da largura volumétrica do jato, dados de Yule e Damou (1991) e próprio.. | 166 |
| 7.7 Escalonamento do excesso de velocidade do jato por meio dos parâmetros \mathcal{M}_C , \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I : pontos experimentais e curvas ajustadas. | 168 |
| 7.8 Adimensionalização sem escalonamento do excesso de velocidade do jato: pontos experimentais e curvas ajustadas. | 170 |

| | | |
|------|---|-----|
| 7.9 | Escalonamento da largura volumétrica do jato por meio dos parâmetros \mathcal{M}_C , \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I : pontos experimentais e curvas ajustadas. | 172 |
| 7.10 | Adimensionalização sem escalonamento da largura volumétrica do jato: pontos experimentais e curvas ajustadas. | 174 |
| 7.11 | Tensões normais de Reynolds nas direções de medição do LDV: $\mathcal{M}_C = 1,084$; $x = 0,6m$ | 176 |
| 7.12 | Tensões de cisalhamento, $-\overline{u'v'}$: $\mathcal{M}_C = 1,084$; $0,45m \leq x \leq 0,75m$ | 177 |
| A.1 | Sistema de coordenadas covariante e contravariante. | 198 |
| A.2 | Sistema de coordenadas Cartesiano $O - xyz$ | 204 |
| A.3 | Sistema de coordenadas Cartesiano global do túnel de vento. | 205 |
| A.4 | Sistema de Coordenadas cilíndrico do túnel de vento. | 206 |
| A.5 | Direção i' em relação ao sistema de coordenadas $O - xyz$ | 210 |
| A.6 | Vetor tensão τ_v e superfície associada dS | 212 |
| A.7 | Componentes dos vetores das tensões associadas às superfícies normais aos eixos da base. | 214 |
| B.1 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$ | 220 |
| B.2 | Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$ | 221 |
| B.3 | Tensões normais nas direções α | 222 |
| C.1 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 225 |
| C.2 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,675m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 226 |

| | | |
|------|--|-----|
| C.3 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,6m, \mathcal{M}_C = 0,242$. | 227 |
| C.4 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,525m, \mathcal{M}_C = 0,242$. | 228 |
| C.5 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,45m, \mathcal{M}_C = 0,242$. | 229 |
| C.6 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,375m, \mathcal{M}_C = 0,242$. | 230 |
| C.7 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,3m, \mathcal{M}_C = 0,242$. | 231 |
| C.8 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,75m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 232 |
| C.9 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,675m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 233 |
| C.10 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,6m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 234 |
| C.11 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,525m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 235 |
| C.12 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,45m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 236 |
| C.13 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,375m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 237 |
| C.14 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,3m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 238 |
| C.15 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,225m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 239 |
| C.16 | Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,15m, \mathcal{M}_C = 0,509$. | 240 |

| | |
|--|-----|
| C.17 Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,075 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 241 |
| C.18 Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 242 |
| C.19 Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 243 |
| C.20 Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 244 |
| C.21 Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 245 |
| C.22 Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 246 |
| C.23 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 247 |
| C.24 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,675 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 248 |
| C.25 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 249 |
| C.26 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 250 |
| C.27 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 251 |
| C.28 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,375 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 252 |
| C.29 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 253 |
| C.30 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 254 |

| | |
|--|-----|
| C.31 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,675 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 255 |
| C.32 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 256 |
| C.33 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 257 |
| C.34 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 258 |
| C.35 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,375 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 259 |
| C.36 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 260 |
| C.37 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,225 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 261 |
| C.38 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,15 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 262 |
| C.39 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,075 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 263 |
| C.40 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 264 |
| C.41 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 265 |
| C.42 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 266 |
| C.43 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 267 |
| C.44 Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 268 |

| | |
|--|-----|
| C.45 Velocidades médias na direção x , $0,6m \leq x \leq 0,75m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 269 |
| C.46 Velocidades médias na direção x , $0,3m \leq x \leq 0,525m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 270 |
| C.47 Velocidades médias na direção x , $0,6m \leq x \leq 0,75m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 272 |
| C.48 Velocidades médias na direção x , $0,3m \leq x \leq 0,525m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 273 |
| C.49 Velocidades médias na direção x , $0m \leq x \leq 0,225m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 274 |
| C.50 Velocidades médias na direção x , $0,3m \leq x \leq 0,75m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$. | 276 |
| C.51 Tensões normais nas direções α , $x = 0,75m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 278 |
| C.52 Tensões normais nas direções α , $x = 0,675m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 279 |
| C.53 Tensões normais nas direções α , $x = 0,6m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 280 |
| C.54 Tensões normais nas direções α , $x = 0,525m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 281 |
| C.55 Tensões normais nas direções α , $x = 0,45m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 282 |
| C.56 Tensões normais nas direções α , $x = 0,375m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 283 |
| C.57 Tensões normais nas direções α , $x = 0,3m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$. | 284 |
| C.58 Tensões normais nas direções α , $x = 0,75m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 285 |
| C.59 Tensões normais nas direções α , $x = 0,675m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 286 |
| C.60 Tensões normais nas direções α , $x = 0,6m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 287 |
| C.61 Tensões normais nas direções α , $x = 0,525m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 288 |
| C.62 Tensões normais nas direções α , $x = 0,45m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 289 |
| C.63 Tensões normais nas direções α , $x = 0,375m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 290 |
| C.64 Tensões normais nas direções α , $x = 0,3m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 291 |
| C.65 Tensões normais nas direções α , $x = 0,225m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 292 |
| C.66 Tensões normais nas direções α , $x = 0,15m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$. | 293 |

| | |
|---|-----|
| C.67 Tensões normais nas direções α , $x = 0,075 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 294 |
| C.68 Tensões normais nas direções α , $x = 0 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 295 |
| C.69 Tensões normais nas direções α , $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 296 |
| C.70 Tensões normais nas direções α , $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 297 |
| C.71 Tensões normais nas direções α , $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 298 |
| C.72 Tensões normais nas direções α , $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 299 |
| C.73 Tensões normais na direção x , $0,6 m \leq x \leq 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 300 |
| C.74 Tensões normais na direção x , $0,3 m \leq x \leq 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$ | 301 |
| C.75 Tensões normais na direção x , $0,6 m \leq x \leq 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 303 |
| C.76 Tensões normais na direção x , $0,3 m \leq x \leq 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 304 |
| C.77 Tensões normais na direção x , $0 m \leq x \leq 0,225 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$ | 305 |
| C.78 Tensões normais na direção x , $0,6 m \leq x \leq 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$ | 307 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|-----|--|-----|
| 2.1 | Sumário das condições operacionais dos experimentos de jatos confinados axi-simétricos de Razinsky; Brighton (RAZINSKY; BRIGHTON, 1971). | 53 |
| 2.2 | Sumário dos bancos de dados experimentais de jatos confinados bi-dimensionais. | 63 |
| 4.1 | Raio (ou altura) do duto e do bocal dos túneis de vento (ou água) usados na literatura. | 98 |
| 4.2 | Condições operacionais de literatura para jatos confinados. | 99 |
| 4.3 | Condições operacionais próprias para os jatos da presente tese. | 101 |
| 5.1 | Dimensões principais da contração do túnel de vento. | 112 |
| 6.1 | Expoente n da equação do perfil de velocidade em dutos desenvolvidos, eq. 6.13, ref. (SCHLICHTING, 1979). | 152 |
| 6.2 | Coeficiente C da equação do perfil de velocidade em dutos desenvolvidos, eq. 6.13, ref. (SCHLICHTING, 1979). | 152 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | | |
|--------------------|---|---------|
| a_1 | Comprimento da seção de baixa velocidade e área constante da contração do túnel de vento, | [m]. |
| a_2 | Comprimento da seção de alta velocidade e área constante da contração do túnel de vento, | [m]. |
| BL | Zona de camada limite. | |
| c_f | Coeficiente de atrito. | |
| CF | Zona de camada fina. | |
| CFN | Zona de camada fina não similar. | |
| CFS | Zona de camada fina similar. | |
| CR | Razão de contração. | |
| D | Diâmetro da contração em uma determinada posição x medida a partir do início da seção de transição suave, | [m]. |
| D_1 | Diâmetro da seção de baixa velocidade e área constante da contração do túnel de vento, | [m]. |
| D_2 | Diâmetro da seção de alta velocidade e área constante da contração do túnel de vento, | [m]. |
| EP | Zona potencial externa. | |
| EXP | Zona de expansão. | |
| f | Função de perfil da curvatura da contração. | |
| f_η | Função de perfil de excesso de velocidade do jato. | |
| FDF | Zona de escoamento completamente desenvolvido em duto. | |
| G | Força ou fluxo de quantidade de movimento, | [N]. |
| g^{ij} | Tensor métrico contravariante. | |
| g_{ij} | Tensor métrico covariante. | |
| \mathbf{g}^i | Vetor i da base contravariante de um sistema de coordenadas. | |
| \mathbf{g}_i | Vetor i da base covariante de um sistema de coordenadas. | |
| \mathbf{g}_{i^*} | Vetor da base vetorial principal. | |
| G_θ | Fluxo axial de momento da quantidade de movimento tangencial, | [N · m] |
| . | | |
| G_x | Fluxo axial de quantidade de movimento axial, | [N] . |
| $\mathbf{g}_{i'}$ | Vetor da base vetorial do LDV. | |

| | | |
|------------------------|--|---------------|
| J | Zona de jato. | |
| JAC | Escoamento do tipo jato axial em câmara. | |
| JAD | Escoamento do tipo jato axial em duto. | |
| $JSRC$ | Escoamento do tipo jato com “swirl” reduzido em câmara. | |
| $JSRD$ | Escoamento do tipo jato com “swirl” reduzido em duto. | |
| \mathbb{K} | Coeficiente de quantidade de movimento. | |
| k | Energia cinética da turbulência, | $[m^2/s^2]$. |
| L | Comprimento da seção de transição suave, | $[m]$. |
| L | Largura, | $[m]$. |
| \mathcal{L}_C | Largura adimensional inicial de Curtet. | |
| $\mathcal{L}_{C,X}$ | Largura adimensional local de Curtet local. | |
| $\mathcal{L}_{C,X}^*$ | Largura adimensional local de Curtet com pressão de referência P_{IN} . | |
| LDV | Anemômetro a laser (“Laser Doppler Velocimeter”) . | |
| \mathcal{L}_I | Largura adimensional inercial inicial do jato. | |
| $\mathcal{L}_{I,X}$ | Largura adimensional inercial local do jato. | |
| l | Comprimento de mistura de Prandtl. | |
| \mathcal{L}_P | Largura adimensional de pressão inicial do jato. | |
| \dot{m} | Fluxo de massa, | $[kg/s]$. |
| M | Fonte de quantidade de movimento na direção x , | $[N]$. |
| M_i | Fonte de quantidade de movimento na direção i . | |
| \mathcal{M}_B | Parâmetro de Becker, Hottel e Williams (1962) . | |
| \mathcal{M}_C | Parâmetro de Craya; Curtet (CURTET, 1958). | |
| \mathcal{M}_I | Parâmetro da razão inercial. | |
| \mathcal{M}_P | Parâmetro da razão pressão inercia. | |
| \mathcal{M}_T | Parâmetro de Thring e Newby (1952) . | |
| P | Pressão estática, | $[N/m^2]$. |
| REN | Zona de recirculação externa negativa. | |
| REP | Zona de recirculação externa positiva. | |
| S | Número de “Swirl”. | |
| U | Componente da velocidade na direção x , | $[m/s]$. |
| u^+ | Velocidade nas coordenadas de parede. | |
| \mathcal{U}_C | Excesso de velocidade adimensional inicial de Curtet. | |
| $\mathcal{U}_{C,X}$ | Excesso de velocidade adimensional local de Curtet. | |
| $\mathcal{U}_{C,X}^*$ | Excesso de velocidade local de Curtet com pressão de referência P_{IN} . | |
| \mathcal{U}_I | Excesso de velocidade adimensional inercial inicial do jato. | |
| $\mathcal{U}_{I,X}$ | Excesso de velocidade adimensional inercial local do jato. | |
| $\overline{u'_i u'_j}$ | Tensor das tensões de Reynolds, | $[m^2/s^2]$. |
| \mathcal{U}_P | Excesso de velocidade adimensional de pressão inicial do jato. | |

| | | |
|-----------|--|-------------|
| u_τ | Velocidade de cisalhamento. | |
| \dot{V} | Fluxo volumétrico, | $[m^3/s]$. |
| V | Velocidade volumétrica média, | $[m/s]$. |
| VF | Zona de vórtice forçado. | |
| VL | Zona de vórtice livre. | |
| WK | Zona de esteira. | |
| X | Coordenada adimensional do ponto de encontro da contração. | |
| x_m | Coordenada dimensional do ponto de encontro da contração, | $[m]$ |
| y^+ | Distância em relação à parede nas coordenadas de parede. | |

Subscritos

| | |
|--------------|-------------------------------------|
| 0 | Plano 0. |
| <i>BLUE</i> | Feixe azul do LDV. |
| <i>CL</i> | Linha de centro. |
| <i>EP</i> | Região potencial externa. |
| <i>GREEN</i> | Feixe verde do LDV. |
| <i>I</i> | Inercial. |
| <i>IN</i> | Plano <i>IN</i> . |
| <i>J</i> | Jato. |
| <i>N</i> | Bocal. |
| <i>P</i> | Pressão. |
| <i>X</i> | Grandeza em função da posição x . |

Símbolos Gregos

| | | |
|----------------|---|---------------|
| α | Ângulo definido pela projeção ortogonal da direção de medição sobre o plano xy e o eixo x , | $[^\circ]$. |
| β | Razão da área aberta da malha. | |
| β | Ângulo definido pela direção de medição e o plano de medição, | $[^\circ]$. |
| β' | Ângulo definido pela direção de medição e um vetor \mathbf{V} contido no plano de medição, | $[^\circ]$. |
| β_{ij}^j | Operador transformação de coordenadas. | |
| δ | $\delta = 0$, para os casos planos; e $\delta = 1$, para os casos axi-simétricos. | |
| δ_j^i | Delta de Kronecker em um sistema de coordenadas generalizado.. | |
| ε | Taxa de dissipação da energia cinética da turbulência, | $[m^2/s^3]$. |
| η | Coordenada adimensional na direção y . | |
| Γ | Difusividade turbulenta de quantidade de movimento, | $[m^2/s]$. |
| ∞ | Plano distante. | |
| ν | viscosidade cinemática, | $[m^2/s]$. |
| ρ | Massa específica, | $[kg/m^3]$. |

| | | |
|---------------|--|-------------|
| σ | Tensão normal, | $[N/m^2]$. |
| δ_{ij} | Delta de Kronecker. | |
| τ | Tensão de cisalhamento, | $[N/m^2]$. |
| τ_{ij} | Tensor das tensões. | |
| τ_{xy} | Tensão de cisalhamento no plano e direção xy , | $[N/m^2]$. |

Sobrescritos

- * Plano de referência IN .
- ★ Valor de medição corrigido.

SUMÁRIO

| | |
|---|-------------|
| RESUMO | i |
| ABSTRACT | iii |
| Lista de Figuras | v |
| Lista de Tabelas | xv |
| Lista de Símbolos | xvii |
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 Motivação | 1 |
| 1.1.1 Estudo aplicado | 2 |
| 1.1.2 Estudo Fundamental | 4 |
| 1.1.2.1 Modelos de turbulência | 7 |
| 1.1.2.2 Modelos dedutivos | 8 |
| 1.1.2.3 Modelos indutivos | 8 |
| 1.1.2.4 Modelos dedutivos × indutivos | 9 |
| 1.1.3 Histórico | 10 |
| 1.1.3.1 Análise de desempenho de um forno de refino de cobre | 10 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1.1.3.2 | Aplicação das abordagens integral e diferencial a um forno petroquímico | 12 |
| 1.2 | Tipos de Jatos Confinados | 15 |
| 1.2.1 | Classificação dos Escoamentos | 15 |
| 1.2.2 | Escoamentos de Interesse | 16 |
| 1.2.2.1 | Zona potencial externa (<i>EP</i>) | 20 |
| 1.2.2.2 | Zona de camada fina (<i>CF</i>) | 20 |
| 1.2.2.3 | Zona completamente desenvolvida em duto (<i>FDF</i>) | 21 |
| 1.2.2.4 | Zona de expansão (<i>EXP</i>) | 21 |
| 1.2.2.5 | Zona de recirculação externa | 21 |
| 1.2.2.6 | Zona de vórtice | 22 |
| 1.3 | Objetivos | 23 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 25 |
| 2.1 | Thring-Newby | 27 |
| 2.1.1 | Jatos livres isotérmicos | 27 |
| 2.1.2 | Jatos livres reativos | 29 |
| 2.1.3 | Jatos confinados isotérmicos | 31 |
| 2.1.4 | Jatos confinados reativos | 34 |
| 2.1.5 | Desvantagens | 34 |
| 2.2 | Craya-Curtet | 35 |
| 2.2.0.1 | Desvantagens | 35 |
| 2.3 | Becker-Hottel-Williams | 36 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.3.1 | Desvantagens | 39 |
| 2.4 | Correções e Correlações Semi-empíricas | 40 |
| 2.5 | Estudos Paramétricos | 44 |
| 2.5.1 | Características Globais | 44 |
| 2.5.2 | Perfis | 48 |
| 2.6 | Conclusões da Revisão Bibliográfica | 60 |
| 3 | ANÁLISE INTEGRAL E ADIMENSIONAL | 65 |
| 3.1 | Esquema | 67 |
| 3.2 | Balanço de Massa e Volume | 68 |
| 3.3 | Balanço de Quantidade de Movimento | 71 |
| 3.3.1 | Superfície de controle da fonte | 72 |
| 3.3.2 | Superfície de controle da expansão | 75 |
| 3.3.3 | Superfície de controle da fonte e da expansão | 79 |
| 3.3.4 | Superfície de controle do bocal | 79 |
| 3.4 | Craya-Curtet | 80 |
| 3.5 | Becker-Hottel-Williams | 83 |
| 3.6 | Thring-Newby | 84 |
| 3.7 | Razão Inercial | 85 |
| 3.8 | Razão Pressão Inércia | 86 |
| 3.9 | Similaridade Incompleta | 87 |
| 3.9.1 | Gradiente de pressão reduzido | 88 |
| 3.9.2 | Gradiente de pressão elevado | 91 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.10 | Interpretações para as Variáveis Adimensionais | 94 |
| 4 | CONDIÇÕES OPERACIONAIS | 97 |
| 4.1 | Condições Operacionais de Literatura | 97 |
| 4.2 | Condições Operacionais Próprias | 101 |
| 4.3 | Comentários Finais | 102 |
| 5 | TÚNEL DE VENTO | 105 |
| 5.1 | Características Gerais | 107 |
| 5.2 | Descrição dos Componentes | 110 |
| 5.2.1 | Seção de teste | 110 |
| 5.2.2 | Contração | 112 |
| 5.2.3 | Voluta | 115 |
| 5.2.4 | Conjunto retificador | 117 |
| 5.2.4.1 | Grades e estruturas suporte destas | 118 |
| 5.2.4.2 | Colméia | 122 |
| 5.2.5 | Caixa de fumaça | 123 |
| 5.2.6 | Lanças de ar dos jatos | 124 |
| 5.2.7 | Sistema de movimentação de sonda | 124 |
| 5.2.8 | Suportes para a sonda do LDV | 125 |
| 5.2.9 | Linha de ar | 126 |
| 5.2.9.1 | Luvas flexíveis | 127 |
| 5.2.9.2 | Venturis | 127 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.2.9.3 | Válvulas agulha | 128 |
| 5.2.9.4 | Curvas de $\phi = 150\text{mm}$ | 129 |
| 5.2.10 | Orifícios de controle da camada limite à jusante do tubo guia das lanças de ar | 130 |
| 5.2.11 | Grade na saída do túnel de vento | 131 |
| 5.2.12 | Caixa da sonda | 132 |
| 6 | PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS | 133 |
| 6.1 | Base Global do Túnel de Vento | 134 |
| 6.2 | Técnica de Medição | 135 |
| 6.2.1 | LDV | 135 |
| 6.2.2 | Direcionamento da sonda LDV | 138 |
| 6.3 | Execução das Medições | 139 |
| 6.3.1 | Coordenadas de medição | 139 |
| 6.4 | Alinhamento do Túnel e da Lança de Ar | 140 |
| 6.5 | Tratamento dos Dados Medidos | 143 |
| 6.5.1 | Correção do direcionamento β | 144 |
| 6.5.2 | Correção do posicionamento $y = 0$ | 146 |
| 6.5.3 | Correção do direcionamento α | 147 |
| 6.6 | Validação da Técnica de Medição | 148 |
| 6.6.1 | Escoamento axi-simétrico, turbulento e completamente desenvolvido em duto | 149 |
| 6.6.1.1 | Perfil da tensão de cisalhamento | 149 |

| | | |
|----------|---------------------------------------|------------|
| 6.6.1.2 | Perfil de velocidade média | 151 |
| 6.6.2 | Condição de Validação | 153 |
| 6.6.3 | Resultados da Validação | 154 |
| 7 | RESULTADOS E ANÁLISES | 157 |
| 7.1 | Grandezas Médias | 158 |
| 7.2 | Grandezas Turbulentas | 175 |
| 7.3 | Comentários Finais | 178 |
| 8 | CONCLUSÃO | 181 |
| 8.1 | Similaridade | 181 |
| 8.1.1 | Implicações teóricas | 182 |
| 8.1.2 | Implicações tecnológicas | 184 |
| 8.2 | Efeitos de Pressão e Inerciais | 185 |
| 8.2.1 | Gradiente de pressão reduzido | 185 |
| 8.2.2 | Gradiente de pressão elevado | 186 |
| 8.3 | Estudos Futuros | 187 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 195 |
| | Apêndice A – ÁLGEBRA TENSORIAL | 197 |
| A.1 | Vetores e Tensores | 198 |
| A.1.1 | Base vetorial | 198 |
| A.1.2 | Produto escalar | 199 |

| | | |
|--|--|------------|
| A.1.3 | Tensor métrico | 200 |
| A.1.4 | Elevação e rebaixamento de índices | 200 |
| A.1.5 | Transformação de coordenadas | 200 |
| A.2 | Sistema de Coordenadas do Túnel de Vento | 203 |
| A.2.1 | Sistema de coordenadas Cartesiano | 204 |
| A.2.1.1 | Base global | 205 |
| A.2.1.2 | Base principal | 206 |
| A.2.2 | Sistema de coordenadas cilíndrico | 206 |
| A.2.2.1 | Base covariante cilíndrica | 208 |
| A.2.2.2 | Base contravariante cilíndrica | 209 |
| A.2.3 | Sistema de coordenadas lineares não ortogonais | 210 |
| A.2.3.1 | Base do LDV | 210 |
| A.3 | Tensor das Tensões | 212 |
| A.3.1 | Tensão | 212 |
| A.3.2 | Tensões principais | 214 |
| A.3.2.1 | Operador transformação de coordenadas | 215 |
| A.3.2.2 | Tensor das tensões na base global | 217 |
| A.3.2.3 | Tensão normal | 217 |
| Apêndice B – RESULTADOS INTERMEDIÁRIOS DA VALIDAÇÃO | | 219 |
| Apêndice C – RESULTADOS INTERMEDIÁRIOS DO JATO | | 223 |
| C.1 | Perfis de Velocidade | 225 |

| | | |
|---------|---|-----|
| C.1.1 | Direções α sem correção da posição $y = 0$ | 225 |
| C.1.1.1 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$ | 225 |
| C.1.1.2 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$ | 232 |
| C.1.1.3 | Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$ | 243 |
| C.1.2 | Direções α com correção da posição $y = 0$ | 247 |
| C.1.2.1 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$ | 247 |
| C.1.2.2 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$ | 254 |
| C.1.2.3 | Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$ | 265 |
| C.1.3 | Direção x | 268 |
| C.1.3.1 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$ | 268 |
| C.1.3.2 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$ | 271 |
| C.1.3.3 | Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$ | 275 |
| C.2 | Perfis de Tensão | 278 |
| C.2.1 | Direções α | 278 |
| C.2.1.1 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$ | 278 |
| C.2.1.2 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$ | 285 |
| C.2.1.3 | Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$ | 296 |
| C.2.1.4 | Componente xy | 299 |
| C.2.1.5 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$ | 299 |
| C.2.1.6 | Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$ | 302 |
| C.2.1.7 | Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$ | 306 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

O tema escoamento em jatos confinados possui grande interesse tanto como estudo fundamental como estudo aplicado. Sob o ponto de vista de um estudo fundamental, este pode ser classificado conforme os efeitos físicos presentes, tais como,

- cisalhamento em camada fina,
- parede,
- curvatura de linha de corrente,
- deformações extras, e
- forças de campo.

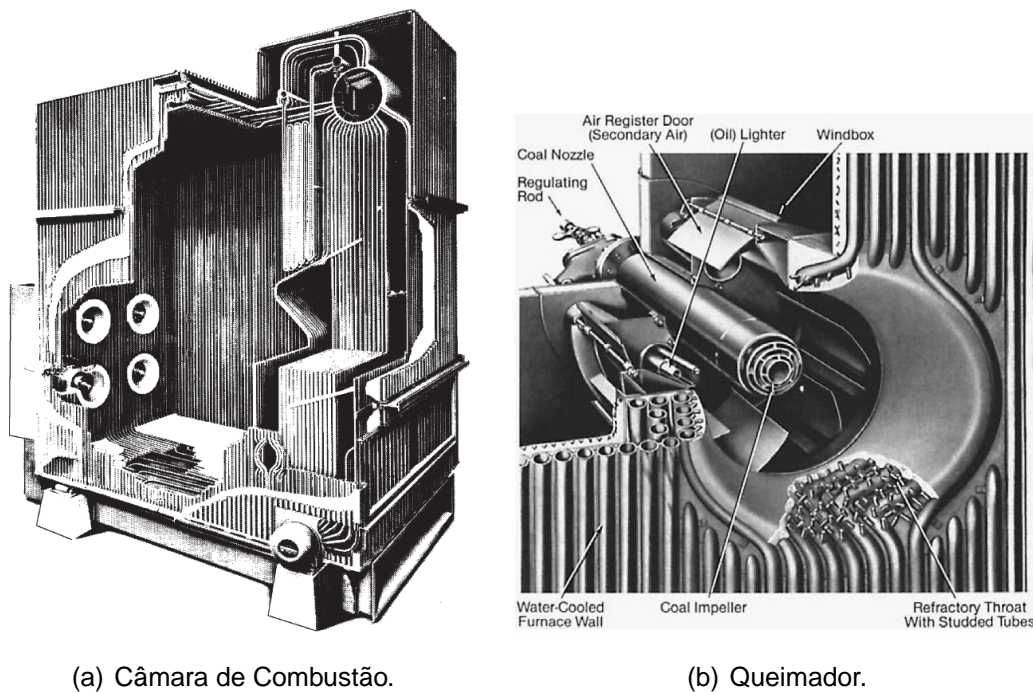
Sob o ponto de vista de um estudo aplicado, trata-se de um tipo de escoamento normalmente encontrado em queimadores, fornalhas, ejetores, misturadores, propulsores, e sistemas de ventilação e ar condicionado.

1.1.1 Estudo aplicado



Figura 1.1: Grelhas de saída de um sistema de ventilação e ar condicionado.

A Figura 1.1 apresenta as grelhas de saída de um sistema de ar condicionado. O ar, ao ser ejetado pelas grelhas, mistura-se com o ar ambiente formando um padrão de escoamento de jato confinado.



(a) Câmara de Combustão.

(b) Queimador.

Figura 1.2: Câmara de combustão e queimador de um gerador de vapor (WOODRUFF; LAMMERS; LAMMERS, 2004).

A Figura 1.2 apresenta a câmara de combustão e o queimador de um gerador

de vapor. A fronteira da câmara de combustão é definida pelas paredes de água. O queimador é o equipamento reponsável pela injeção de ar e combustível nas velocidades, posições e proporções adequadas à combustão. Os fluxos injetados pelo queimador no interior da câmara de combustão formam um padrão de escoamento do tipo jato confinado.

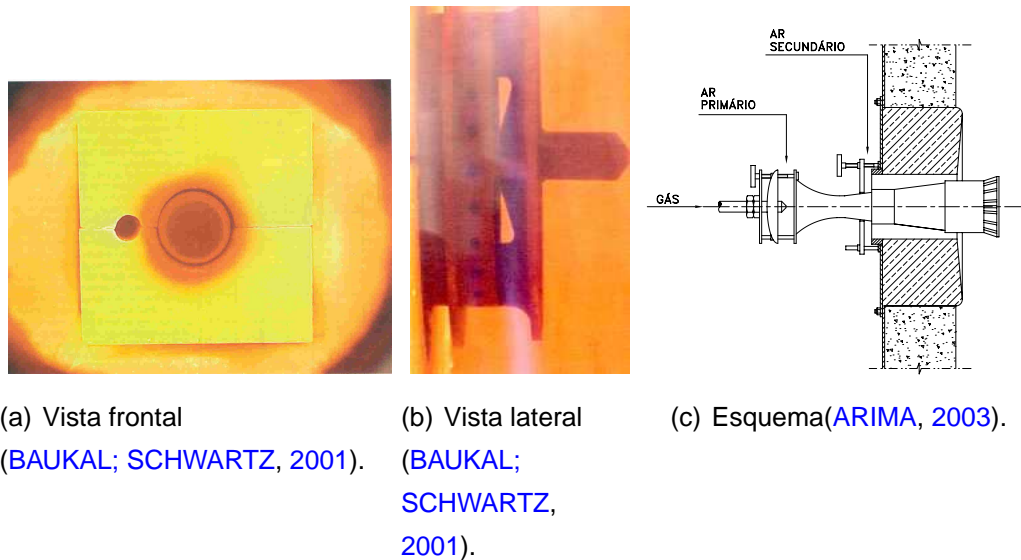
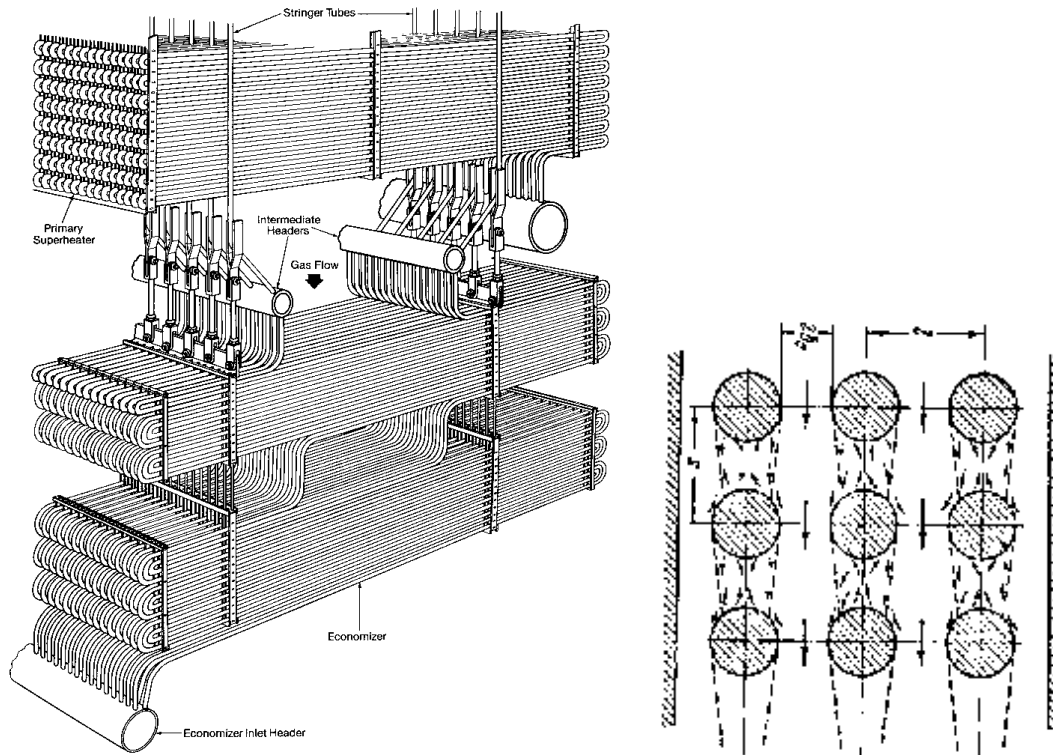


Figura 1.3: Queimador de parede de fornos de pirólise.

A Figura 1.3 apresenta as vistas frontal e lateral da chama de um queimador de parede, e o esquema deste queimador. O esquema mostra que este queimador é um ejetor no qual o fluido motor é o gás combustível e o fluido arrastado é o ar primário.

A Figura 1.4 mostra a vista isométrica do superaquecedor e do economizador de um gerador de vapor. Além disto, é apresentado um esquema do escoamento que cruza este banco de tubos. O escoamento mostrado neste esquema pode ser interpretado como uma matriz de jatos confinados.



(a) Superaquecedor e economizador de um gerador de vapor (STULTZ; KITTO, 1992).

(b) Esquema (ABRAMOVICH, 1963).

Figura 1.4: Banco de tubos de um trocador de calor.

1.1.2 Estudo Fundamental

O fenômeno físico de maior interesse nos escoamentos turbulentos de jatos confinados é a turbulência. Não existe uma definição precisa deste fenômeno.

De acordo com G.I. Taylor apud von Kármán (1937) apud [Cebeci, T. and Smith, A.M.O. \(1974\)](#), a definição de turbulência é:

(...) Turbulence is an irregular motion which in general makes its appearance in fluids, gaseous or liquid, when they flow past solid surfaces or even when neighboring streams of the same fluid flow past or over one another. (...)

O problema com esta definição é que diversos escoamentos irregulares não podem ser considerados turbulentos. Para ser turbulento, o escoamento deve

possuir propriedades estatisticamente estacionárias semelhantes ao das escalas moleculares dos fluidos. Com o intuito de melhorar esta definição, Hinze (1959) apud [Cebeci, T. and Smith, A.M.O. \(1974\)](#) apresentou:

(...) Turbulent fluid motion is an irregular condition of flow in which the various quantities show a random variation with time and space coordinates, so that statistically distinct average values can be discerned. (...)

[Bradshaw, P. \(1971\)](#) acrescenta a tri-dimensionalidade, a necessidade de existência de um amplo espectro de comprimentos de ondas, e a impossibilidade de haver turbulência a números de Reynolds reduzidos.

(...) Turbulence is a three-dimensional time-dependent motion in which vortex stretching causes velocity fluctuations to spread to all wavelengths between a minimum determined by viscous forces and a maximum determined by boundary conditions of the flow. It is the usual state of fluid motion except at low Reynolds numbers. (...)

Alternativamente a uma definição, [Tennekes, H. and Lumley, J.L. \(1997\)](#) descrevem as características dos escoamentos turbulentos. A seguir é apresentado o resumo das características fornecidas nesta referência.

Irregularidade Esta característica é a responsável pela impossibilidade de utilização de abordagens determinísticas que, alternativamente, implica abordagens estatísticas.

Difusividade A difusividade da turbulência é a responsável pela intensificação das taxas de transferência de massa, quantidade de movimento e energia. Esta é a característica mais importante da turbulência em termos de aplicações.

Número de Reynolds elevados Os escoamentos turbulentos sempre ocorrem a números de Reynolds elevados. A turbulência origina-se de instabilidades do escoamento laminar à medida que o número de Reynolds aumenta. Estas instabilidades estão relacionadas com os termos viscosos e inerciais da equação de quantidade de movimento.

Flutuações tridimensionais da vorticidade A turbulência é rotacional, tridimensional e caracterizada por altos níveis de flutuações de vorticidade. Por esta razão, a dinâmica da vorticidade é essencial na descrição dos escoamentos turbulentos. A flutuação randômica da vorticidade, que caracteriza a turbulência, não pode ser mantida se as flutuações de velocidade forem bidimensionais, pois o mecanismo de estiramento de vórtices não ocorre em escoamentos bidimensionais.

Dissipação Os escoamentos turbulentos sempre são dissipativos. As tensões viscosas realizam trabalhos de deformação que aumentam a energia interna do fluido às custas da energia cinética da turbulência. Portanto, a turbulência necessita de um fornecimento de energia para compensar as perdas viscosas. O principal mecanismo de fornecimento de energia ocorre através da transferência de energia cinética do escoamento médio para os vórtices maiores. Por sua vez, estes vórtices transferem energia para vórtices menores e, assim, sucessivamente até a escala de Kolmogorov, na qual ocorre a dissipação viscosa. Este processo é chamado de cascata de energia.

Fenômeno da mecânica dos meios contínuos A turbulência é um fenômeno dos meios contínuos, descrita pelas equações da mecânica dos fluidos. As menores escalas da turbulência possuem ordens de grandeza superiores ao das escalas moleculares.

A turbulência é uma característica do escoamento A turbulência não é uma característica do fluido, mas sim do escoamento. Se o número de Reynolds for suficientemente elevado, a maior parte das características dinâmicas da turbulência é a mesma, qualquer que seja o fluido (líquido ou gás); ou seja, as principais características do escoamento turbulento não são controladas por propriedades moleculares do fluido no qual a turbulência ocorre.

As atividades profissionais e acadêmicas do autor da presente tese demandam métodos de predição de propriedades de escoamentos turbulentos em um nível superior à compreensão deste em relação à turbulência. O presente autor possui dúvidas frequentes a respeito da validade e do significado das diversas hipóteses que se costuma adotar no estudo de escoamentos turbulentos, por exemplo: homogeneidade, isotropia e equilíbrio da turbulência. Em vista disto, o autor considera o comentário de Oliver Heaviside apud von

Kárman e Biot apud [Cebeci, T. and Smith, A.M.O. \(1974\)](#) extremamente consolador:

(...) Shall I refuse my dinner because I do not fully understand the process of digestion? (...)

1.1.2.1 Modelos de turbulência

Não existe um modelo de turbulência cuja solução é conhecida e que seja simultaneamente completo, preciso e geral. O significado de cada um destes termos é o seguinte.

Completo: que considera todas as variáveis e escalas da turbulência.

Preciso: que fornece valores precisos para as variáveis e escalas da turbulência modeladas;

Geral: que seja aplicável a qualquer tipo de escoamento.

A presente tese classifica os modelos de turbulência de acordo com suas respectivas filosofias de desenvolvimento e aplicação. Assim sendo, tem-se os modelos dedutivos e os indutivos. A principal diferença entre estes dois tipos de modelos está na forma como os seguintes princípios:

- invariância em relação ao sistema de coordenadas;
- condições de realização (“realizability”), ou fisicamente admissível; e
- detalhamento das escalas da turbulência;

são considerados no desenvolvimento e na aplicação destes. Portanto, é possível perceber que não existe um limite bem definido entre estes tipos de modelos.

1.1.2.2 Modelos dedutivos

Os modelos dedutivos buscam a universalidade e tentam considerar o maior número de efeitos possíveis. No limite, a filosofia de desenvolvimento destes modelos implica descrever a turbulência através da solução da equação de Navier-Stokes. Um modelo de turbulência é classificado como dedutivo quando este mantém os princípios descritos na seção 1.1.2.1, tanto no desenvolvimento quanto na aplicação. Os modelos DNS (“Direct Numerical Simulation”) são os que melhor se enquadram nesta classificação. Os modelos LES (“Large Eddies Simulation”) e de transporte de funções densidade de probabilidade, apesar de serem dependentes do número de Reynolds, também são classificados como dedutivos, devido à sua filosofia de desenvolvimento. Estes modelos são descritos através de equações diferenciais parciais, seu ajuste a dados experimentais é extremamente complexo e a sua utilização demanda recursos computacionais elevados.

1.1.2.3 Modelos indutivos

Os modelos indutivos são desenvolvidos e aplicáveis para padrões de escoamentos específicos. Os modelos baseados nas médias de Reynolds da equação de Navier-Stokes (RANS) são classificados como indutivos. Frequentemente, a aplicação dos modelos indutivos implica abandono dos princípios descritos na seção 1.1.2.1 a favor do pragmatismo. Os tipos de modelos indutivos mais simples são descritos por equações algébricas obtidas a partir da integração de perfis pré-estabelecidos (abordagem integral). O ajuste destas equações algébricas a dados experimentais costuma ser extremamente simples e preciso para determinados tipos de escoamentos. Atualmente, os modelos indutivos mais sofisticados são os de transporte das tensões de Reynolds ou DSM (“Differential Second-Moment”) e os modelos híbridos. Os modelos híbridos são modelos de 2 equações que possuem termos ou coeficientes de correção obtidos a partir da simplificação dos modelos DSM. O número de equações dos modelos de turbulência refere-se ao número de equações de transporte de grandezas turbulentas (por exemplo: k , ε , ℓ e $\overline{u_i' u_j'}$).

Figura 1.5 mostra a hierarquia dos modelos de turbulência segundo os limites de modelos dedutivos e modelos indutivos.

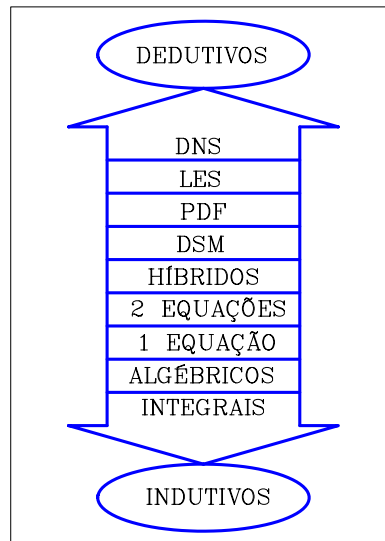


Figura 1.5: Hierarquia dos modelos de turbulência segundo os limites de modelos dedutivos e modelos indutivos.

1.1.2.4 Modelos dedutivos × indutivos

A polêmica a respeito deste tipo de classificação, ou estratégia de desenvolvimento, foi discutida na “Stanford Conference 1980-81” (KLINE, 1981). O fato dos modelos dedutivos serem mais completos em relação aos indutivos não significa que estes serão substituídos pelos primeiros, mesmo a longo prazo. Isto se deve ao espectro de aplicações existentes com diferentes requisitos de tempo de simulação, precisão e quantidade de informações. Os principais tipos de aplicações para os modelos de turbulência são:

- pesquisa fundamental;
- projeto de equipamentos;
- ante-projeto de sistemas; e
- controle de processos.

Os modelos dedutivos, desde que devidamente validados, são capazes de detalhar comportamentos físicos desconhecidos. Especialmente em relação à correlação pressão deformação, às estruturas vorticiais e às escalas da turbulência. Os modelos indutivos, ao contrário, são incapazes deste tipo de

detalhamento. Apenas, sintetizam o resultado final destes processos. O desenvolvimento de modelos indutivos necessita de informações provenientes de modelos mais sofisticados ou de experimentos. Por outro lado, estes modelos têm como vantagens tempos de simulação e demandas por recursos computacionais compatíveis com as atividades de projeto de equipamentos, e de ante-projeto de sistemas.

1.1.3 Histórico

O objetivo da presente seção é justificar a escolha do tema da presente tese. Esta justificativa é feita por meio da descrição de dois trabalhos:

- análise do desempenho de um forno de refino de cobre ([SOUSA; ARIMA, 1998](#); [ARIMA, 1998](#)); e
- aplicação das abordagens integral e diferencial a um forno petroquímico ([ARIMA, 2003](#); [ARIMA; FILHO, 2004](#)).

1.1.3.1 Análise de desempenho de um forno de refino de cobre

O tema do trabalho de formatura do autor da presente tese foi o seguinte: "APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ZONAS A UM FORNO DE REFINO DE COBRE"([ARIMA, 1998](#)).

Este tema foi escolhido em função de um trabalho do qual o autor participou na época em que este era estagiário do Laboratório de Combustão e Gaseificação do IPT. Parte deste trabalho foi publicado por [Sousa e Arima \(1998\)](#).

Neste trabalho, foi utilizada uma metodologia numérica e experimental para a análise do desempenho de um forno de refino de cobre. Esta metodologia foi dividida nas seguintes partes.

Caracterização do escoamento. Nesta parte, o escoamento foi caracterizado por meio de experimentos isotérmicos em escala reduzida. O critério

de similaridade adotado nestes experimentos foi o de [Thring e Newby \(1952\)](#). Este critério será apresentado nas seções 2.1 e 3.6.

Transferência de calor. As variáveis eficiência do forno, potência transferida para a carga e temperatura das superfícies refratárias foram determinadas pelo Método de Zonas de [Hottel e Sarofim \(1967\)](#).

A validação da metodologia foi feita em duas etapas:

etapa 1: condições antes do enriquecimento do ar de combustão com oxigênio; e

etapa 2: condições após o enriquecimento do ar de combustão com oxigênio.

As variáveis de processo avaliadas foram as seguintes:

- eficiência do forno;
- potência transferida para a carga; e
- temperatura das superfícies refratárias.

Os valores fornecidos pela metodologia e os valores medidos para estas variáveis nas condições de operação da etapa 1 foram muito bons. Desta forma, a metodologia foi aplicada às condições de operação da etapa 2. Os valores de eficiência, potência e temperaturas obtidos por esta metodologia permitiram a execução dos investimentos necessários ao enriquecimento do ar de combustão do forno (implantação de uma usina de oxigênio). As medições realizadas no forno após estas modificações confirmaram a validade da metodologia utilizada.

O inconveniente desta metodologia numérica e experimental é a etapa de caracterização do escoamento. Nesta etapa, foi necessário realizar experimentos isotérmicos cujas características foram definidas pelo critério de [Thring e Newby \(1952\)](#). Um dos problemas deste critério é a restrição imposta às dimensões do modelo isotérmico. Estas restrições implicam:

- banco de dados muito grande referentes à mais diversas dimensões; ou
- execução de experimentos em função do caso analisado.

1.1.3.2 Aplicação das abordagens integral e diferencial a um forno petroquímico

O tema da dissertação de mestrado do autor da presente tese foi o seguinte: "APLICAÇÃO DAS ABORDAGENS INTEGRAL E DIFERENCIAL À ANÁLISE DE DESEMPENHO DE QUEIMADORES DE FORNOS PETROQUÍMICOS" (ARIMA, 2003).

A escolha deste tema foi motivada pelas seguintes necessidades:

- redução da demanda por banco de dados referentes a diversas configurações de escoamentos; e/ou
- redução da demanda por experimentos referentes aos diversos tipos de queimadores, fornos e fornalhas existentes ou propostos.

O método integral é caracterizado pela utilização das equações de transporte de massa, quantidade de movimento e energia na forma integral. Normalmente, a solução destas equações envolve:

- um número pequeno de volumes e superfícies de controle;
- perfis pré-assumidos para as grandezas de interesse, tais como, velocidade, composição e temperatura;
- variáveis características (ou integrais), tais como,
 - espessura de deslocamento, de quantidade de movimento e de energia;
 - arrasto, sustentação e dissipação (perda de carga) total;
 - coeficiente de arrasto, de sustentação e de perda de carga;
 - fluxo de calor total (kW);

- coeficiente de película, área direta e área global de transferência de calor; e
- compensações de erros.

O método diferencial é caracterizado pela utilização das equações de transporte de massa, quantidade de movimento e energia na forma diferencial. Normalmente, a solução destas equações envolve:

- a discretização do domínio em um número elevado de volumes e superfícies de controle;
- solução de sistemas de equações referentes às equações de transporte discretizadas para a obtenção dos valores de campo das grandezas de interesse, tais como, velocidade, composição e temperatura; e
- propriedades de transporte, tais como,
 - difusividade de massa, de quantidade de movimento e de energia; e
 - coeficiente de absorvidade de radiação;

A dissertação de mestrado do autor da presente tese analisou o desempenho de um determinado conjunto queimador e forno petroquímico. Nesta dissertação, diversas condições de operação de um determinado conjunto queimador fornalha foram simuladas numericamente por meio das abordagens integral e diferencial. Estas abordagens foram baseadas, respectivamente, no modelo de 1 Zona de Gás de [Hottel \(1974\)](#) e no programa de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) FLUENT. As condições de operação simuladas incluíram variações de: potência fornecida, excesso de ar e número de “swirl” (vide equação 1.1). O fenômeno escoamento turbulento foi estudado à parte. O programa FLUENT foi usado para simular escoamentos isotérmicos similares ao dos casos reativos estudados. Os resultados das simulações diferenciais dos casos isotérmicos foram comparados com os dados experimentais fornecidos por [Beltagui, Moravec e Kenbar \(1999\)](#), [Beltagui, Fuggle e Ralston \(1988a\)](#), [Beltagui, Fuggle e Ralston \(1988b\)](#), [Kenbar, Beltagui e Maccallum \(1995\)](#), [Kenbar, Beltagui e Maccallum \(1993\)](#). Estas referências apresentam medições em escoamentos isotérmicos similares ao do forno estudado. O

critério de similaridade adotado nestas referências foi o de [Thring e Newby \(1952\)](#). Este critério é classificado como abordagem integral.

As principais constatações da dissertação de mestrado do autor da presente tese são as seguintes:

- o modelo integral representou a taxa de calor transferida para as paredes da fornalha de forma mais precisa do que o modelo diferencial;
- o modelo diferencial não foi capaz de representar o perfil de fluxo de calor transferido para a parede da fornalha; e
- as simulações diferenciais isotérmicas não foram capazes de prever o tamanho das zonas de recirculação e o perfil de velocidades nas regiões mais afastadas do queimador.

Deve-se considerar que na dissertação de mestrado do autor da presente tese:

- o desempenho superior do modelo integral deve-se a existência de uma metodologia de ajuste bem estabelecida;
- esta metodologia de ajuste não foi aplicada (ou não existe) para o modelo diferencial;
- o modelo integral não fornece valores de perfil de fluxo de calor; e
- os métodos de predição dos campos de concentração e temperatura necessitam da determinação do campo de velocidade.

Desta forma, tem-se a necessidade de estabelecer uma metodologia de ajuste e/ou modificação para os modelos de escoamentos isotérmicos típicos de fornalhas. A maior parte dos escoamentos típicos de fornalhas podem ser classificados como escoamentos de jatos confinados. Os capítulos [2](#) e [3](#) apresentam parâmetros adimensionais para jatos confinados desenvolvidos por outros pesquisadores e pelo autor da presente tese.

1.2 Tipos de Jatos Confinados

Durante a “Stanford Conference 1980-81” (KLINE, 1981) Kline defendeu uma abordagem de desenvolvimento de modelos de turbulência específicos para cada tipo de zona de escoamento. A defesa de Kline foi genérica, conceitual e baseada na experiência da época. Apesar desta idéia não ter sido nova, as opiniões a este respeito foram e continuam sendo muito polêmicas. Devido à experiência adquirida pelo autor da presente tese apresentada no item 1.1.3, este tornou-se partidário da abordagem por zonas. Assim sendo, a metodologia apresentada nesta seção pode ser considerada uma aplicação da abordagem por zonas ao estudo de escoamentos turbulentos de jatos confinados.

1.2.1 Classificação dos Escoamentos

Os escoamentos podem ser classificados por casos ou por zonas, conforme ilustrado nas Figuras 1.6 a 1.9. A classificação por casos pode ser considerada uma forma de agrupamento de escoamentos que possuem zonas em comum, ou seja, é possível descrever estes escoamentos de forma sucinta. Por outro lado, esta classificação possui os seguintes problemas:

- infinidade de casos que necessitam estudos;
- dificuldade de identificação de soluções válidas para diferentes casos que são parcialmente semelhantes; e
- dificuldade de identificação de erros que se compensam e/ou de efeitos dominantes.

Estes problemas inexistem na classificação por zonas, no entanto, esta classificação possui os seguintes problemas:

- inexistência de consenso sobre que tipos de zonas devem ser analisados;

- número reduzido de trabalhos que evidenciam a utilização desta classificação em suas análises (OOSTHUIZEN; WU, 1979; EXLEY; BRIGHTON, 1971);
- dificuldade de implementação numérica do acoplamento entre as diversas zonas de um determinado caso, principalmente se forem utilizados modelos de turbulência muito diferentes em cada zona.

1.2.2 Escoamentos de Interesse

Nesta seção, são apresentados 4 casos de escoamentos de jatos confinados bi-dimensionais. Estes casos não englobam todos os casos possíveis. No entanto, ilustram quanto os jatos confinados bi-dimensionais podem se tornar complexos.

Jato Axial em Duto (JAD) Escoamento induzido por um jato axial introduzido por um tubo posicionado na linha de centro de um duto cilíndrico. Dependendo das relações entre os diâmetros e as vazões da lança e do túnel pode, ou não, ocorrer a formação de uma zona de recirculação. Os adimensionais apresentados nos capítulos 2 e 3 são capazes de determinar a condição na qual esta zona se forma. A Figura 1.6 apresenta um esquema de escoamento no qual não ocorre a formação da zona de recirculação.

Jato com “Swirl” Reduzido em Duto (JSRD) Escoamento induzido por um jato com componentes axial e tangencial de forma que o número de “swirl” resultante esteja abaixo do valor limite de formação da recirculação interna. Este valor limite está em torno de 0,6 e a equação 1.1 define o número de swirl. Dependendo das relações entre os diâmetros e as vazões da lança e do túnel, e do número de “swirl” pode, ou não, ocorrer a formação de uma zona de recirculação externa. A Figura 1.7 apresenta um esquema de escoamento no qual não ocorre a formação de zonas de recirculação.

Jato Axial em Câmara (JAC) Escoamento formado por um jato axial introduzido por um tubo posicionado na linha de centro de uma câmara cilíndrica. Este tipo de escoamento possui uma região de recirculação externa, vide Figura 1.8.

Jato com “Swirl” Reduzido em Câmara (JSRC) Escoamento formado por um jato semelhante ao do caso *JSRD*, no entanto, posicionado em uma câmara. Este tipo de escoamento possui uma região de recirculação externa, vide Figura 1.9.

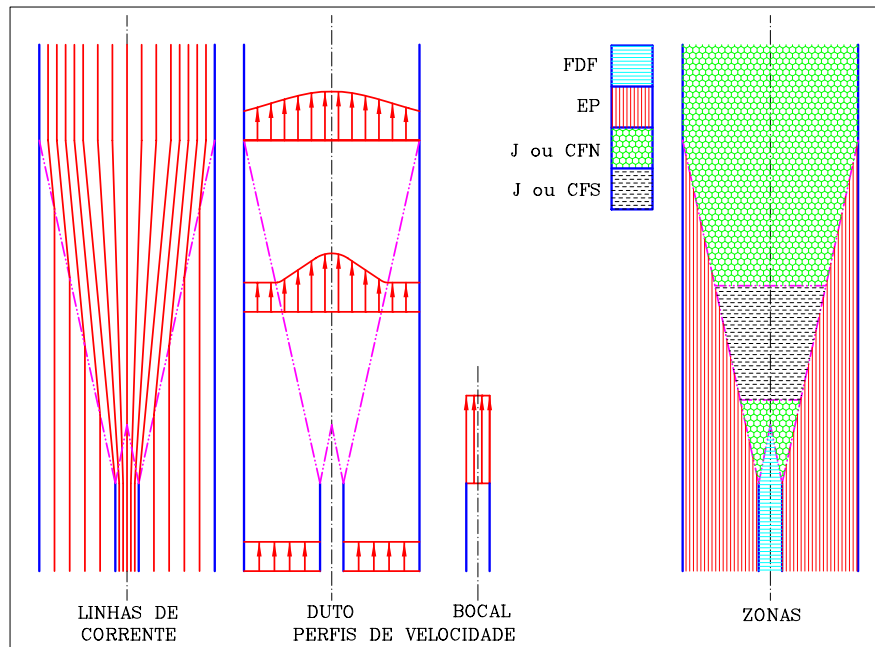


Figura 1.6: Esquema das zonas de escoamento existentes no caso *JAD*.

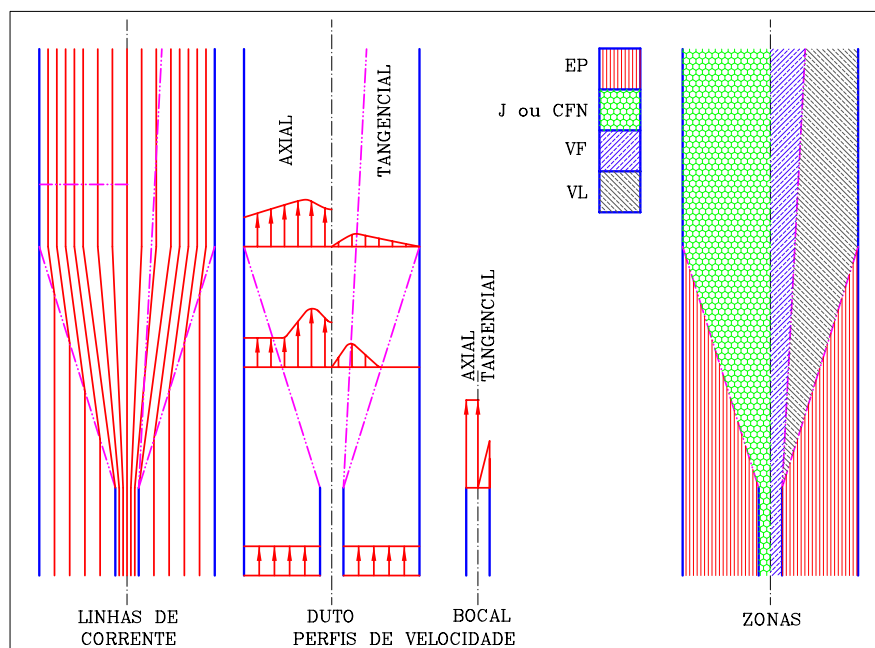


Figura 1.7: Esquema das zonas de escoamento existentes no caso *JSRD*.

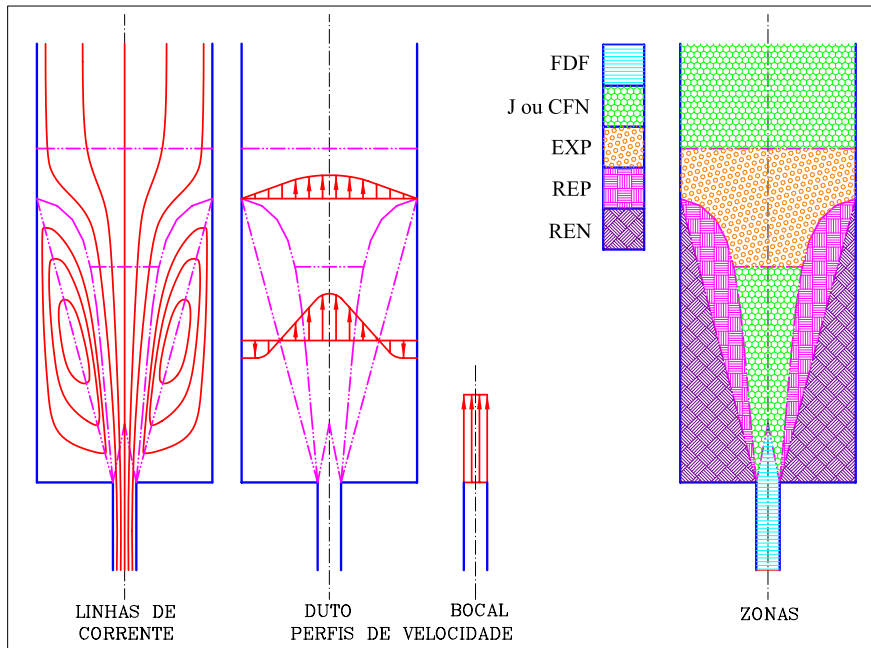


Figura 1.8: Esquema das zonas de escoamento existentes no caso *JAC*.

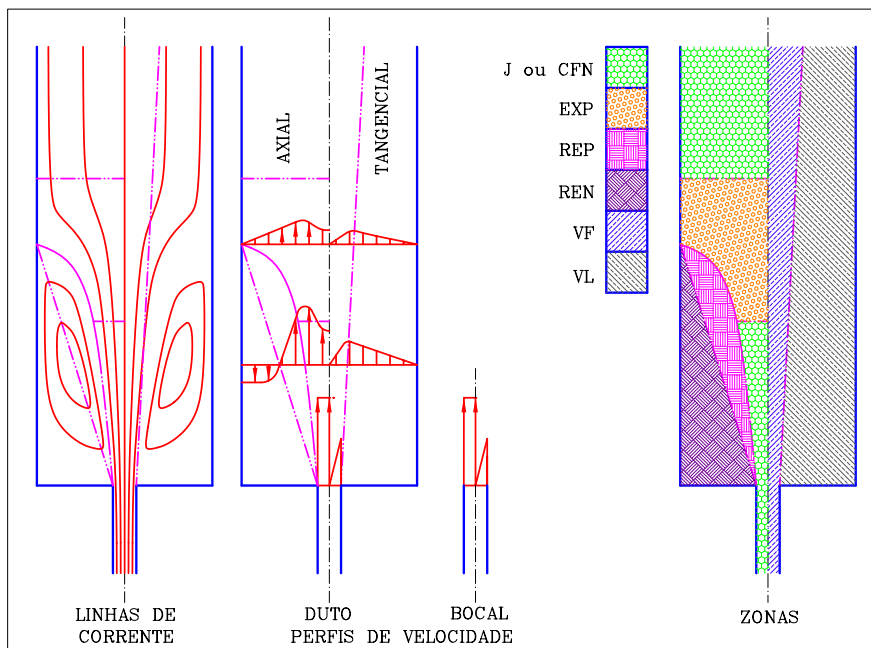


Figura 1.9: Esquema das zonas de escoamento existentes no caso *JSRC*.

O tubo que introduz o jato no domínio a ser estudado e o duto que confina o jato recebem, respectivamente, as denominações de lança e túnel; ou bocal e duto.

O “swirl” do escoamento refere-se à componente tangencial da velocidade. A intensidade do “swirl” é medida por meio do número de “swirl” que é definido pela seguinte equação.

$$S \triangleq \frac{G_\theta}{G_x R}; \quad (1.1)$$

Onde:

$$G_\theta \triangleq 2\pi \int_0^\infty (\rho U W + \rho \overline{u'w'}) r^2 dr, \quad (1.2)$$

é o fluxo axial de momento da quantidade de movimento tangencial;

$$G_x \triangleq 2\pi \int_0^\infty [\rho U^2 + \rho \overline{u'^2} + (p - p_\infty)] r dr, \quad (1.3)$$

é o fluxo axial de quantidade de movimento axial; e R é um raio característico.

A seqüência de casos apresentados nesta seção está em ordem crescente de complexidade. As zonas que compõem estes casos são as seguintes:

- potencial externa (*EP*);
- camada fina
 - similar (*CFS*);
 - não similar (*CFN*);
- expansão (*EXP*);
- recirculação externa
 - com velocidade axial positiva (*REP*);
 - com velocidade axial negativa (*REN*);
- vórtice:
 - forçado (*VF*);

- livre (VL);
- completamente desenvolvida em duto (FDF); e
- camada limite (BL).

A zona BL não está representada nas Figuras 1.6 à 1.9.

1.2.2.1 Zona potencial externa (EP)

A zona EP é caracterizada por gradientes transversais de velocidades nulos. Esta zona possibilita a simplificação das condições de contorno do domínio estudado.

1.2.2.2 Zona de camada fina (CF)

As zonas de camada fina são caracterizadas por linhas de corrente aproximadamente paralelas a uma determinada direção. Esta zona pode receber as seguintes denominações adicionais.

Zona de camada limite (BL): é a zona de camada fina adjacente à parede.

Zona do jato (J): é a zona de camada fina distante da parede e com excesso de velocidade em relação às zonas transversalmente adjacentes.

Zona de esteira (WK): é a zona de camada fina distante da parede e com déficit de velocidade em relação às zonas transversalmente adjacentes.

A zona de camada fina pode ser classificada como similar, quando existe uma regra de escalonamento apropriada; ou não similar, quando não existe esta regra. O problema desta classificação é o seguinte: o fato de não se conhecer a regra de escalonamento não significa que ela não exista.

Zona de camada fina similar (CFS) A regra de escalonamento para determinada propriedade do escoamento (por exemplo, velocidade) implica possibilidade de determinação desta propriedade independentemente da modelagem e resolução da história da turbulência.

Zona de camada fina não similar (CFN) A zona *CFN* não possui as propriedades de similaridade da zona *CFS*, portanto, necessita da modelagem e resolução da história da turbulência. Desde a condição inicial (ou de entrada) até a posição desejada.

1.2.2.3 Zona completamente desenvolvida em duto (*FDF*)

A zona completamente desenvolvida em duto (*FDF*) é formada após o colapso das camadas limites associadas a pontos opostos da parede interna de um duto. Após este colapso, o escoamento ajusta-se a uma condição de desenvolvimento completo. Esta condição é caracterizada por um perfil transversal de velocidade constante ao longo do comprimento do duto.

1.2.2.4 Zona de expansão (*EXP*)

A zona *EXP* é caracterizada por linhas de correntes divergentes e gradientes de pressão positivos na direção principal do escoamento médio. Os principais efeitos presentes nesta zona são os decorrentes das deformações rápidas que potencializam a importância dos termos de produção, de dissipação e de redistribuição das equações de transporte das tensões de Reynolds e da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.

1.2.2.5 Zona de recirculação externa

A zona de recirculação externa é caracterizada por linhas de corrente fechadas. Esta zona pode ser subdividida em zona com velocidade axial positiva (*REP*) e zona com velocidade axial negativa (*REN*). As superfícies de comunicação destas subdivisões são caracterizadas por velocidades axiais nulas.

As regiões próximas a estas superfícies de comunicação possuem curvaturas de linhas de corrente elevadas. Esta característica dificulta a determinação das condições de contorno destas superfícies de comunicação. Isto porque, o efeito destas curvaturas sobre os termos de produção, de dissipação e de redistribuição das equações de transporte das tensões de Reynolds e da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ainda é pouco conhecido.

1.2.2.6 Zona de vórtice

O nome desta zona faz referência ao vórtice formado pela introdução de uma componente tangencial no escoamento médio. A esta componente tangencial está associado um momento angular em torno do eixo de simetria. O perfil radial deste momento angular afeta sensivelmente os termos de produção, de dissipação e de redistribuição das equações de transporte das tensões de Reynolds e da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. Apesar dos mecanismos através dos quais estes termos são afetados não serem conhecidos, o comportamento líquido da energia cinética turbulenta nas seguintes zonas é conhecido.

Zona de vórtice forçado (VF) A zona VF é caracterizada por perfis de momento angular em torno do eixo axial crescentes com a direção radial. Esta característica é responsável pela diminuição da energia cinética turbulenta podendo, inclusive, levar à relaminarização.

Zona de vórtice livre (VL) A zona VL é caracterizada por perfis de momento angular em torno do eixo axial decrescentes com a direção radial. Esta característica é responsável por um aumento da energia cinética turbulenta.

Além dos gradientes radiais de momento angular existentes nestas zonas, o fato de existirem componentes tangenciais implica curvaturas de linhas de corrente que também afetam os termos de produção, de dissipação e de redistribuição das equações de transporte das tensões de Reynolds e da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. As zonas VF e VL sobrepõe-se sobre as demais zonas do escoamento.

1.3 Objetivos

O principal objetivo desta tese é avaliar os efeitos inerciais e de pressão do escoamento médio sobre o próprio escoamento médio de jatos axiais em dutos (*JAD*), vide Figura 1.6.

Os escoamentos turbulentos de jatos confinados considerados no presente trabalho são isotérmicos, incompressíveis e compostos por fluidos simples.

Os efeitos de pressão são mais pronunciados nas zonas de expansão (*EXP*). No entanto, a descrição dos tipos de escoamentos apresentada na seção 1.2.2 mostra que esta zona está acoplada com as zonas de recirculação (*REP* e *REN*). As zonas de recirculação são influenciadas pelos efeitos de curvatura da linha de corrente. Portanto, o isolamento dos efeitos de pressão só é possível se os casos estudados limitarem-se à condição imediatamente antes da formação das regiões de recirculação. Portanto, a presente tese limita-se a esta região.

Além do objetivo principal, a presente tese possui os seguintes objetivos intermediários.

1. Levantar na literatura
 - os parâmetros adimensionais que caracterizam os jatos bi-dimensionais confinados; e
 - os dados experimentais disponíveis para este tipo de escoamento.
2. Analisar os efeitos físicos considerados pelos parâmetros adimensionais usados na literatura.
3. Desenvolver parâmetros adimensionais que separem os efeitos inerciais dos de pressão.
4. Desenvolver regras de escalonamento para as propriedades do escoamento médio de jatos confinados por meio de análise integral e adimensional.
5. Avaliar a abrangência das condições operacionais dos dados de literatura disponíveis por meio da análise integral e adimensional desenvol-

- vida, e em função desta definir as condições experimentais a serem caracterizadas em experimentos próprios.
6. Projetar e construir um túnel de vento axi-simétrico para estudo de jatos confinados em dutos.
 7. Desenvolver os procedimentos experimentais de caracterização do escoamento do túnel de vento axi-simétrico da presente tese.
 8. Caracterizar experimentalmente o escoamento do túnel de vento em diversas condições operacionais.
 9. Validar as regras de escalonamento desenvolvidas por meio da aplicação destas aos dados de literatura disponíveis. Ou seja, verificar se as regras de escalonamento indicam existência de similaridades.
 10. Avaliar a qualidade dos dados experimentais de literatura e próprios por meio da aplicação das regras de escalonamento desenvolvidas.
 11. Apresentar correlações para os dados experimentais analisados.

O gradiente de pressão média não tem influência direta sobre a turbulência de acordo com as equações de transporte de k , ε e $\overline{u'_i u'_j}$. O gradiente de pressão médio deforma o campo de velocidade média e esta deformação modifica a turbulência.

Os escoamentos estudados na presente tese recebem a seguinte classificação adicional.

Gradiente de pressão reduzido: são os escoamentos nos quais os efeitos de pressão são pequenos em relação aos efeitos inerciais. Portanto, a turbulência é influenciada apenas por termos inerciais, e vice-versa.

Gradiente de pressão elevado: são os escoamentos nos quais os efeitos de pressão são comparáveis aos efeitos inerciais. Portanto, a turbulência é influenciada por termos inerciais e os termos inerciais são influenciados pela turbulência e pelo gradiente de pressão média.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo da presente seção é apresentar o levantamento feito na literatura sobre

- os parâmetros adimensionais que caracterizam os jatos bi-dimensionais confinados; e
- os dados experimentais disponíveis para este tipo de escoamento.

O primeiro passo de uma metodologia de ajuste de modelos integrais e/ou diferenciais para jatos confinados é a definição de um conjunto de parâmetros independentes que caracterizam o escoamento. A definição destes parâmetros envolve a identificação dos fenômenos dominantes e a sua organização na forma de parâmetros e variáveis adimensionais.

Na literatura referente à combustão industrial, os parâmetros adimensionais dos jatos confinados foram desenvolvidos para lidar com dois tipos de problemas: escalonamento (“scale-up” ou “scale-down”) de equipamentos; e determinação do perfil de reação das chamas por meio de analogias entre escoamentos isotérmicos e reativos (SOUSA; ARIMA, 1998).

A presente seção apresenta os seguintes parâmetros adimensionais:

- Thring e Newby (1952);
- Curtet (1958); e
- Becker, Hottel e Williams (1962).

Estes parâmetros foram desenvolvidos para caracterizar os jatos confinados. A presente tese classifica estes parâmetros como clássicos. A apresentação dos parâmetros clássicos feita na presente seção tem como objetivo mostrar a linha de desenvolvimento dos respectivos autores de cada parâmetro. Portanto, muitas das passagens intermediárias do desenvolvimento destes parâmetros serão remetidas aos trabalhos originais.

A presente seção apresenta também as seguintes informações.

- Correções e correlações semi-empíricas em função dos parâmetros adimensionais clássicos para jatos confinados, seção [2.4](#).

- Estudos paramétricos sobre jatos confinados:
 - para as características globais do escoamento, seção [2.5.1](#); e
 - para os perfis das variáveis que caracterizam o escoamento, seção [2.5.2](#).

- Conclusões da revisão bibliográfica, seção [2.6](#).

A nomenclatura utilizada nesta seção segue a utilizada pelos respectivos trabalhos referenciados na revisão bibliográfica. Esta nomenclatura não é apresentada na lista de nomenclatura da tese. Desta forma, evita-se confusões com o redesenvolvimento unificado feito na seção [3](#) da presente tese.

2.1 Thring-Newby

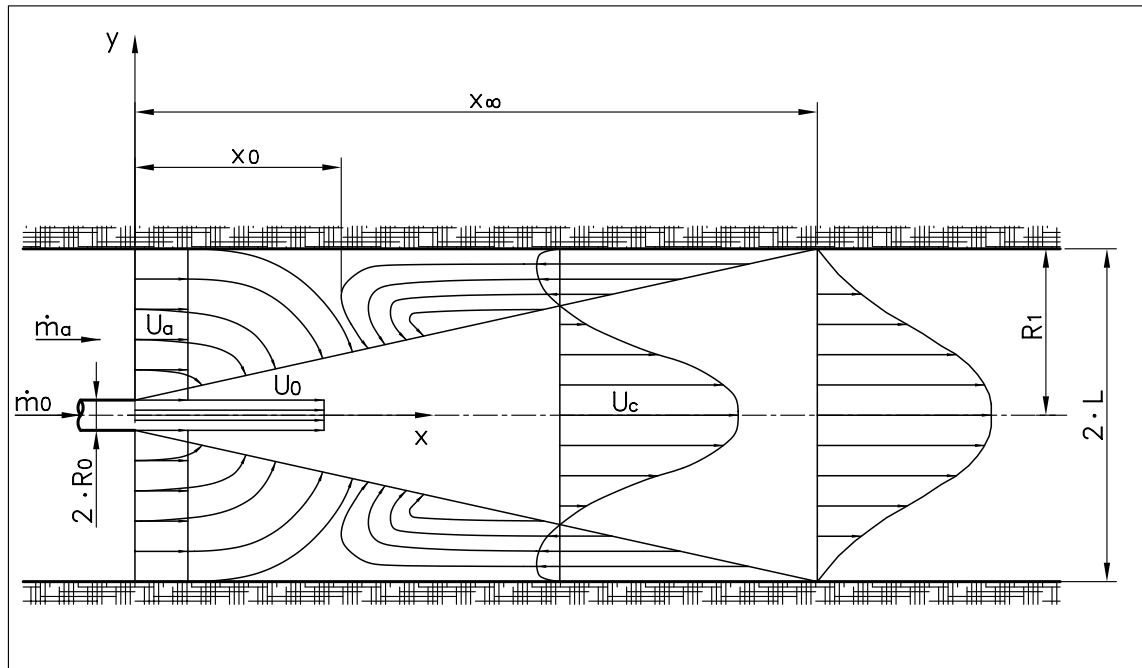


Figura 2.1: Figura esquemática das regiões e variáveis utilizadas no modelo de um jato confinado de [Thring e Newby \(1952\)](#)

A Figura 2.1 apresenta o jato confinado idealizado por [Thring e Newby \(1952\)](#) e as variáveis que caracterizam este escoamento.

[Thring e Newby \(1952\)](#) desenvolveram um parâmetro de similaridade (θ_r) entre jatos isotérmicos e reativos (chama de difusão turbulenta). Este parâmetro é baseado em fórmulas e adimensionais estabelecidos para jatos livres (isotérmicos e reativos) e em equações empíricas ajustadas para jatos confinados isotérmicos. Apesar desta similaridade não ser perfeita, este parâmetro permite realizar experimentos em modelos isotérmicos, para a partir destes resultados, prever o comportamento da fornalha real. Esta metodologia foi utilizada por [Arima \(1998\)](#) e [Sousa e Arima \(1998\)](#).

2.1.1 Jatos livres isotérmicos

As variáveis e funções definidas a seguir são utilizadas para descrever a similaridade existentes em jatos livres.

- Coordenada radial adimensionalizada (η):

$$\eta \triangleq \frac{r}{x}. \quad (2.1)$$

Onde:

- r = distância radial em relação ao eixo de simetria do jato axial;
- x = distância axial em relação à seção de saída do bocal.

- Função de distribuição radial da fração molar do fluido que sai do bocal ($f_1(\eta)$):

$$f_1(\eta) \triangleq \frac{Y}{Y_c}. \quad (2.2)$$

Onde:

- Y = fração molar média do fluido que sai do bocal nas coordenadas r e x ;
- Y_c = fração molar média do fluido que sai do bocal nas coordenadas $r = 0$ (eixo de simetria do jato) e x .

- Função de distribuição radial da velocidade axial ($f_2(\eta)$)

$$f_2(\eta) \triangleq \frac{U}{U_c}. \quad (2.3)$$

Onde:

- U = velocidade axial nas coordenadas r e x ;
- U_c = velocidade axial nas coordenadas $r = 0$ e x .

É possível observar que nas condições com número de Reynolds (Re) superior a um determinado valor e coordenada x superior a cerca de quinze raios do bocal ($15R_0$), todos os jatos livres apresentam funções de distribuição radial, $f_1(\eta)$ e $f_2(\eta)$, praticamente constantes em função de Re . Esta observação, juntamente com as leis de conservação da quantidade de movimento do jato e da conservação da massa de fluido que sai do bocal, induzem à utilização

das seguintes variáveis adimensionais:

$$\left(\frac{U_c}{U_0} \right) \left(\frac{L}{R_0} \right) ; Y_c \left(\frac{L}{R_0} \right) \quad (2.4)$$

Onde:

U_0 = média temporal da velocidade axial no centro da seção de saída do bocal;

L = comprimento característico do sistema.

Utilizando este formalismo é possível verificar que todos os jatos livres isotérmicos são dinamicamente similares.

2.1.2 Jatos livres reativos

No caso da chama de difusão turbulenta livre, pode-se propor um modelo isotérmico para descrevê-la. Este modelo deve ter como objetivo determinar a região na qual o contorno estequiométrico ocorre. Deve-se ressaltar que o modelo isotérmico difere da chama de difusão turbulenta nos seguintes aspectos:

- a massa específica da chama varia espacialmente devido às diferenças de temperatura e de massa molecular;
- reações químicas ocorrem na chama;
- no caso de chama de difusão turbulenta de combustível líquido nebulizado com fluido auxiliar, a pressão no bocal é consideravelmente maior que a do ambiente.

Para que o modelo isotérmico seja aproximadamente similar à chama de difusão turbulenta, é necessário adotar as seguintes hipóteses:

- a reação química afeta a mistura apenas através de seus efeitos sobre a temperatura e a massa específica;

- a região que mais contribui para o termo inercial da equação de quantidade de movimento, região com velocidades mais elevadas, possui massa específica (ρ_f) praticamente constante;
- as funções f_1 e f_2 são idênticas.

Com estas hipóteses, [Thring e Newby \(1952\)](#) relatam que é possível utilizar as equações da quantidade de movimento do jato e da conservação da massa de fluido que sai do bocal para obter as seguintes relações:

$$\frac{1}{X_c} = \frac{x}{R'_0} \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_0} \frac{K_{12}}{\sqrt{K_{22}}}} ; \quad (2.5)$$

$$\frac{U_0}{U_c} = \frac{x}{R'_0} \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_0} \sqrt{K_{22}}} . \quad (2.6)$$

Onde:

R'_0 = raio do bocal através do qual um jato isotérmico, de densidade ρ_f , emerge com a mesma vazão mássica e fluxo de quantidade de movimento que o jato reativo, de densidade ρ_0 ;

X_c = fração mássica do fluido que sai do bocal na linha de centro do jato;

$$K_{12} \triangleq \int_0^\infty 2\eta f_1(\eta) f_2(\eta) d\eta ; \quad (2.7)$$

$$K_{22} \triangleq \int_0^\infty 2\eta f_2^2(\eta) d\eta . \quad (2.8)$$

A dedução de R'_0 é obtida por meio:

- de um volume de controle definido pelas superfícies
 - a montante da seção de saída do bocal,
 - a jusante da seção de saída do bocal,
 - da parede interna do bocal; e

- das hipóteses
 - de regime permanente;
 - de efeitos viscosos e de forças de campo nulos;
 - de pressão estática na superfície de saída do volume de controle igual a do ambiente; e
 - de massa específica na superfície de saída do volume de controle igual a ρ_f (hipótese adotada anteriormente).

A equação da continuidade fornece a vazão mássica que sai do bocal.

$$\dot{m}_0 = \pi R_0^2 \rho_0 U_0 = \pi R_0'^2 \rho_f U_0' \quad . \quad (2.9)$$

O fluxo de quantidade de movimento na seção de saída do bocal é o seguinte,

$$G_0 \triangleq \pi R_0^2 (\rho_0 U_0^2 + p_0 - p_a) = \pi R_0'^2 \rho_f U_0'^2 \quad . \quad (2.10)$$

Recrevendo a equação acima de forma a colocar R_0' em evidência, obtém-se:

$$R_0' = \sqrt{\frac{G_0}{\pi \rho_f U_0'^2}} \quad . \quad (2.11)$$

Substituindo as equações 2.9 e 2.10 na equação 2.11, obtém-se:

$$R_0' = \sqrt{\frac{\dot{m}_0 U_0'}{\pi \rho_f U_0'^2}} = \frac{\dot{m}_0}{\sqrt{(\pi R_0'^2 \rho_f) (\pi \rho_f U_0'^2)}} = \frac{\dot{m}_0}{\sqrt{\pi \rho_f G_0}} \quad . \quad (2.12)$$

2.1.3 Jatos confinados isotérmicos

Os jatos confinados isotérmicos diferem dos jatos livres isotérmicos nos seguintes aspectos:

- as paredes da câmara de confinamento do jato interferem com a expansão deste;
- a quantidade de fluido proveniente do ambiente que entra no jato é limitada pela quantidade de fluido que entra no duto; e
- a quantidade de movimento do jato é convertida quase que totalmente em pressão após um determinado comprimento, devido ao perfil de velocidade plenamente desenvolvido que é atingido no interior do duto.

No caso da câmara de confinamento do jato ser um duto de seção circular, conforme mostrado na Figura 2.1, a distância axial em relação à seção de saída do bocal na qual o jato atinge a parede (x_∞) depende do raio deste. Portanto, para garantir a similaridade entre jatos deste tipo, o comprimento característico do sistema deverá ser o raio do duto ($L = R_1$). Segundo [Thring e Newby \(1952\)](#), x_∞ pode ser dado pela seguinte equação:

$$\frac{L}{\eta_\infty} = 4,5L \quad . \quad (2.13)$$

Ou, explicitando x_∞ e R_1 :

$$R_1 \left(\frac{x_\infty}{R_1} \right) = 4,5R_1 \quad . \quad (2.14)$$

Eliminando R_1 do primeiro membro, obtém-se:

$$x_\infty = 4,5R_1 \quad . \quad (2.15)$$

Devido à limitação de vazão mássica de fluido do ambiente, a fração mássica de fluido do bocal, após a mistura completa com o fluido do ambiente, é dado por:

$$X_\infty = \frac{\dot{m}_0}{\dot{m}_0 + \dot{m}_a} \quad . \quad (2.16)$$

Onde, \dot{m}_a é a vazão mássica do fluido do ambiente.

Para que dois jatos confinados sejam similares, é necessário que suas curvas $X_c L/R_0$ sejam idênticas. Se isto ocorrer, então $X_\infty L/R_0$ será idêntico nos dois jatos. Ou seja, pode-se adotar como parâmetro de similaridade o seguinte adimensional:

$$\theta_r \triangleq \frac{\dot{m}_0}{\dot{m}_0 + \dot{m}_a} \left(\frac{L}{R_0} \right) . \quad (2.17)$$

O adimensional θ_r , além de garantir concentrações similares, também garante recirculação similar. Isto pode ser comprovado através da caracterização da recirculação através da variável adimensional x_∞/x_0 , onde x_0 é a distância axial em relação à seção de saída do bocal na qual todo o fluido circundante proveniente do ambiente externo entrou no jato. Além deste ponto, todo fluido que entra no jato é proveniente do próprio jato.

Segundo Hinze apud [Thring e Newby \(1952\)](#), a vazão mássica de fluido circundante que entra no jato pode ser dada pela seguinte equação:

$$\dot{m} = \dot{m}_0 \left[0,2 \left(\frac{x}{R_0} \right) - 1 \right] . \quad (2.18)$$

A aplicação desta equação à coordenada x_0 fornece:

$$\dot{m}_a = \dot{m}_0 \left[0,2 \left(\frac{x_0}{R_0} \right) - 1 \right] . \quad (2.19)$$

Colocando x_0 em evidência, obtém-se:

$$x_0 = 5 \left(\frac{\dot{m}_0 + \dot{m}_a}{\dot{m}_0} \right) R_0 \quad (2.20)$$

Substituindo as equações (2.15) e (2.20) na variável adimensional x_∞/x_0 , obtém-se:

$$\frac{x_\infty}{x_0} = \frac{4,5R_1}{5 \left(\frac{\dot{m}_0 + \dot{m}_a}{\dot{m}_0} R_0 \right)} = \frac{4,5}{5} \left(\frac{\dot{m}_0}{\dot{m}_0 + \dot{m}_a} \right) \frac{R_1}{R_0} \quad (2.21)$$

O valor de x_∞/x_0 dado por esta equação é proporcional ao valor de θ_r , dado pela equação equação (2.17).

2.1.4 Jatos confinados reativos

A similaridade aproximada entre um jato confinado isotérmico e um reativo, é obtida por meio do parâmetro adimensional θ_r , dado pela equação (2.17), juntamente com a equação do raio equivalente, dado pela equação (2.12). Desta forma, é necessário que o modelo isotérmico e a fornalha real respeitem a seguinte igualdade:

$$\left[\frac{\dot{m}_0}{\dot{m}_0 + \dot{m}_a} \left(\frac{L}{R_0} \right) \right]_{Modelo} = \left[\frac{\sqrt{G_0 \rho_f \pi}}{\dot{m}_0 + \dot{m}_a} (L) \right]_{Fornalha} \quad (2.22)$$

2.1.5 Desvantagens

As desvantagens do desenvolvimento de [Thring e Newby \(1952\)](#) são as seguintes:

- são utilizadas correlações empíricas;
- não é baseado em uma fonte de quantidade de movimento, pois o balanço é feito em uma superfície de controle aberta (superfície de saída do bocal e plano no qual o jato atinge a parede, x_0 , ou plano no qual a recirculação acaba, x_∞).

2.2 Craya-Curtet

O parâmetro adimensional de [Curtet \(1958\)](#) foi desenvolvido por meio das seguintes etapas.

1. Apresentação das equações de transporte de massa e de quantidade de movimento na forma diferencial.
2. Parabolização da equação de transporte de quantidade de movimento em função das aproximações de camada fina cisalhante ([SCHLICHTING, 1979](#)) e da equação de transporte de massa.
3. Obtenção de uma equação diferencial parcial na direção x por meio da integração da equação obtida na etapa anterior na direção y . A direção y é a direção perpendicular ao plano (ou eixo) de simetria do jato. A integração é feita por meio da adoção de funções de perfil para o excesso de velocidade do jato.
4. Integração da equação de transporte de massa.
5. Adimensionalização da equação obtida na etapa 3 por meio da equação obtida na etapa 4.
6. Definição do termo fonte de quantidade de movimento adimensional (parâmetro de Craya-Curtet) por meio da integração da equação obtida na etapa 5 na direção x (direção axial) e entre os limites 0 e x .

2.2.0.1 Desvantagens

As desvantagens do desenvolvimento de [Curtet \(1958\)](#) são as seguintes:

- o volume e as superfícies de controle consideradas não são explicitados;
- a localização da fonte de quantidade de movimento não é explicitada;
- a fonte de quantidade de movimento engloba os efeitos inerciais e de pressão simultaneamente; e
- o significado do parâmetro adimensional obtido não é interpretado.

A apresentação das equações obtidas em cada etapa não são apresentadas pois o autor da presente tese as considera pouco esclarecedoras.

2.3 Becker-Hottel-Williams

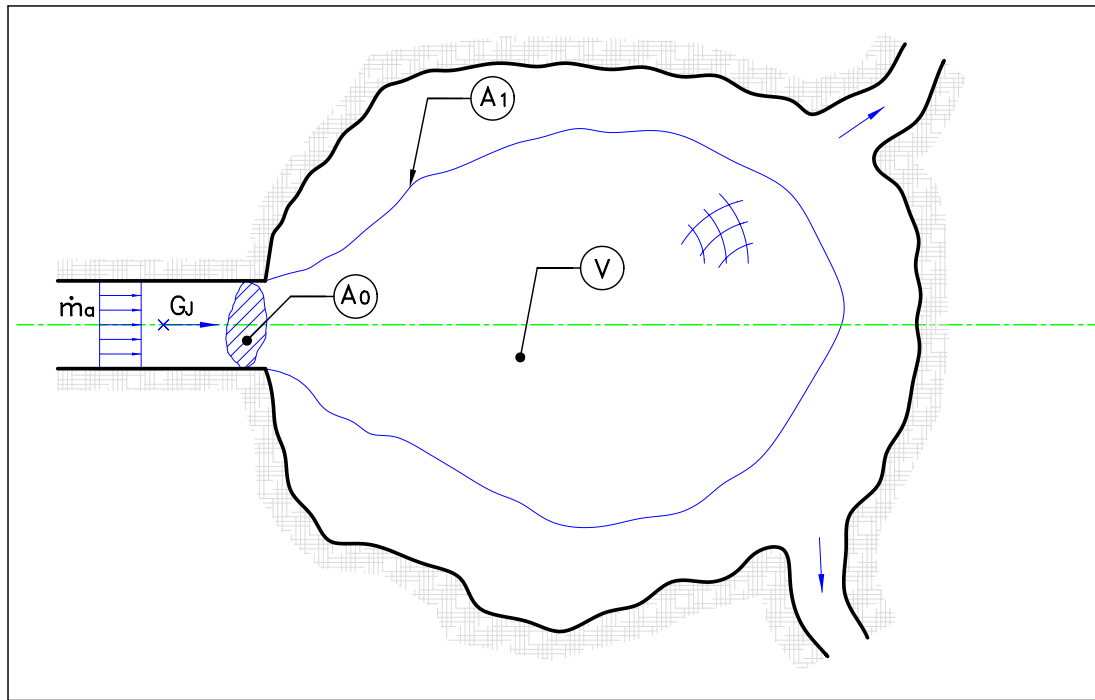


Figura 2.2: Ilustração do jato confinado em uma câmara qualquer, utilizado para o desenvolvimento do parâmetro de similaridade Ct .

Becker, Hottel e Williams (1962) desenvolveram um parâmetro de similaridade (Ct) para um jato confinado em uma câmara de geometria qualquer, com uma única entrada e diversas saídas. Este tipo de jato confinado é esquematizado através da Figura 2.2.

As equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento na forma integral são, respectivamente, as seguintes:

$$\partial_t \left(\int_V \rho dV \right) = \int_A \rho U_i dA_i \quad ; \quad (2.23)$$

$$\partial_t \left(\int_V \rho U_i dV \right) + \int_A \rho U_i U_j dA_j = \int_A \sigma_{ij} dA_j + \int_V B_i dV \quad . \quad (2.24)$$

Onde:

$$\int_A \sigma_{ij} dA_j = \int_A (-p \delta_{ij} + \tau_{ij}) dA_j \quad (2.25)$$

Aplicando as equações (2.23) e (2.24) ao volume ilustrado na Figura 2.2 e, adotando como hipóteses regime permanente e tensões de cisalhamento nulas nas bordas do volume, tem-se:

$$-\int_{A_0} \rho U_i d(A_0)_i = \int_{A_1} \rho U_i d(A_1)_i \quad ; \quad (2.26)$$

e

$$\int_{A_0} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij}) d(A_0)_j + \int_{A_1} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij}) d(A_1)_j = \int_V B_i dV \quad . \quad (2.27)$$

Transformando a integral de volume das forças de campo da equação (2.27) em uma integral de superfície das forças de campo, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \int_{A_0} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij}) d(A_0)_j + \int_{A_1} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij}) d(A_1)_j = \\ & = \int_{A_0} B_j x_j d(A_0)_j + \int_{A_1} B_j x_j d(A_1)_j \quad . \end{aligned} \quad (2.28)$$

Passando o segundo membro da equação anterior para o primeiro membro, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \int_{A_0} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij} - B_j x_j) d(A_0)_j + \\ & + \int_{A_1} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij} - B_j x_j) d(A_1)_j = 0 \quad . \end{aligned} \quad (2.29)$$

Definindo,

$$p_{f,0}^* \triangleq \left(p - B_j x_j + \frac{1}{2} \rho U_i U_i \right)_{f,0} \quad (2.30)$$

e, substituindo $p_{f,0}^*$ na equação 2.29, obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_{A_0} \left(\rho U_i U_j - \frac{1}{2} \rho U_i U_i + p_{f,0}^* \right) d(A_0)_j + \\ \int_{A_1} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij} - B_j x_j) d(A_1)_j = 0 \quad . \end{aligned} \quad (2.31)$$

Sendo $p_{f,0}^*$ um campo conservativo,

$$\int_{A_0} p_{f,0}^* d(A_0)_j = \int_{A_1} p_{f,0}^* d(A_1)_j \quad . \quad (2.32)$$

A equação 2.31 pode ser re-escrita na seguinte forma:

$$\begin{aligned} - \int_{A_0} \left(\rho U_i U_j - \frac{1}{2} \rho U_i U_i \right) d(A_0)_j = \\ = \int_{A_1} (\rho U_i U_j + p \delta_{ij} - p_{f,0}^* - B_j x_j) d(A_1)_j \end{aligned} \quad (2.33)$$

A análise do primeiro membro das equações (2.26) e (2.33) induz à definição das seguintes variáveis:

Velocidade cinética média (U_{cin})

$$U_{cin} \triangleq - \frac{1}{A_0} \int_{A_0} U_j d(A_0)_j \quad (2.34)$$

Velocidade dinâmica média (U_{din}^2)

$$U_{din}^2 \triangleq -\frac{1}{A_0} \left| \int_{A_0} \left(U_i U_j - \frac{1}{2} \rho U_i U_i \right) d(A_0)_j \right| \quad (2.35)$$

Estas variáveis, que são obtidas na seção de saída do bocal, caracterizam o comportamento do jato no interior de uma câmara de geometria qualquer. Portanto, o critério de similaridade entre dois jatos confinados em câmaras geometricamente semelhantes, deve ser função somente de U_{cin} e U_{din}^2 .

A diferença $U_{din}^2 - 0.5U_{cin}^2$ é uma medida da não uniformidade do perfil do fluxo axial da quantidade de movimento na entrada da câmara, sendo que esta diferença assume um valor nulo quando o perfil de velocidade na entrada da câmara é uniforme. Desta forma, é possível definir a velocidade característica na entrada da câmara da seguinte forma (U_0^*):

$$U_0^* \triangleq \sqrt{(U_{din}^2 - 0.5U_{cin}^2)} \quad . \quad (2.36)$$

O parâmetro de Becker-Hottel-Williams (C_t) é definido da seguinte forma:

$$C_t \triangleq \frac{U_0^*}{U_{cin}} \quad (2.37)$$

2.3.1 Desvantagens

As desvantagens do desenvolvimento de [Becker, Hottel e Williams \(1962\)](#) são as seguintes:

- o termo fonte de quantidade de movimento é evidenciado apenas na situação limite na qual o jato se torna uma fonte pontual de quantidade de movimento;
- o parâmetro adimensional obtido considera simultaneamente os efeitos inerciais e de pressão; e

- a interpretação do parâmetro adimensional obtido não induz ao desenvolvimento de regras de escalonamento.

2.4 Correções e Correlações Semi-empíricas

Rhine e Tucker (1991) apresentam um capítulo dedicado:

- aos critérios de similaridade de jatos confinados; e
- às correlações semi-empíricas para determinação de comprimento de chama e fluxos de recirculação.

Nesta referência, o parâmetro adimensional de Thring-Newby é apresentado em três formatos diferentes para atender a três condições de escoamento distintas.

1. Jato confinado de massa específica constante ou variável conforme mostrado para o caso *JAD*, Figura 1.6. A massa específica é constante quando o sistema é composto por um fluido simples; e é variável quando o fluido que sai do bocal é diferente do fluido que passa pelo espaço anular entre o bocal e o duto de confinamento (fluido secundário). O símbolo do parâmetro de Thring-Newby referente a esta condição é ϕ_1 .
2. Jato confinado não reativo ou reativo em uma configuração parecida com a do caso *JAC*, Figura 1.8. A diferença está no fato do bocal (lança) ser composto por dois tubos concêntricos, um dedicado ao ar e o outro ao combustível. O símbolo do parâmetro de Thring-Newby referente a esta condição é ϕ_2 .
3. Jato confinado não reativo ou reativo em uma configuração parecida com a do caso *JAD*, Figuras 1.6 e 2.1. As particularidades deste caso são as seguintes: o bocal fornece combustível; o escoamento periférico fornece ar de combustão; e ocorre recirculação. O símbolo do parâmetro de Thring-Newby referente a esta condição é ϕ_3 .

O parâmetro ϕ_1 é dado pela seguinte equação:

$$\phi_1 = \left(\frac{\dot{m}_0 + \dot{m}_a}{\dot{m}_0} \frac{d'_0}{2L} \right) . \quad (2.38)$$

Onde:

- \dot{m}_0 = vazão mássica do fluido que sai do bocal;
- \dot{m}_a = vazão mássica do fluido alimentado pelo espaço anular entre o bocal e o duto de confinamento, fluido secundário;
- L = dimensão característica do duto de confinamento (raio do duto);
- d'_0 = diâmetro do bocal para jatos com massa específica variável.

O diâmetro do bocal para jatos com massa específica variável é determinada pela seguinte equação:

$$d'_0 = \frac{2\dot{m}_0}{(G_0\pi\rho_e)^{1/2}} . \quad (2.39)$$

Onde:

$$G_0 = \dot{m}_0 U_0 \quad ; \quad (2.40)$$

- U_0 = velocidade na saída do bocal;
- ρ_e = massa específica do fluido secundário.

No caso de jato com massa específica constante, $d'_0 = d_0$. Onde d_0 é o diâmetro do bocal.

O parâmetro ϕ_2 é determinado pela seguinte equação:

$$\phi_2 = \begin{cases} \frac{d_{eq}}{2L} \left(\frac{\rho_0}{\rho_e} \right)^{1/2} & , \text{ não reativo;} \\ \frac{d'_{eq}}{2L} \left(\frac{\rho_0}{\rho_e} \right)^{1/2} & , \text{ reativo;} \end{cases} \quad (2.41)$$

Onde d_{eq} e d'_{eq} são os diâmetros equivalentes para jatos concêntricos não reativos e reativos respectivamente. Estes diâmetros são determinados pelas seguintes equações:

$$d_{eq} = \frac{2\dot{m}_t}{(G_t \pi \rho_e)^{1/2}} \quad ; \quad (2.42)$$

$$d'_{eq} = \frac{2\dot{m}_t}{(G_t \pi \rho_f)^{1/2}} \quad . \quad (2.43)$$

Onde \dot{m}_t e G_t são os fluxos mássicos e de quantidade de movimento totais do bocal concêntrico; e ρ_f é a massa específica da chama.

O parâmetro ϕ_3 é determinado pela seguinte equação:

$$\phi_3 = \begin{cases} \frac{\dot{m}_0 + \dot{m}_a}{\dot{m}_0} \frac{d_{eq}}{2L} \left(\frac{\rho_0}{\rho_e} \right)^{1/2} & , \text{ não reativo;} \\ \frac{\dot{m}_0 + \dot{m}_a}{\dot{m}_0} \frac{d'_{eq}}{2L} \left(\frac{\rho_0}{\rho_e} \right)^{1/2} & , \text{ reativo;} \end{cases} \quad (2.44)$$

O parâmetro ϕ_3 também é usado em correlações que caracterizam a zona de recirculação dos escoamentos tipo 3 não reativos.

A vazão de fluido recirculado, \dot{m}_r , é dada pela seguinte equação:

$$\frac{\dot{m}_r}{\dot{m}_0 + \dot{m}_a} = \frac{0,47}{\phi_3} - 0,5 \quad . \quad (2.45)$$

Os pontos de início (x_N) e de centro (x_C) da recirculação são determinados pelas seguintes equações:

$$x_N = 6,25 \phi_3 L \quad ; \quad (2.46)$$

$$x_C = 3,125 (\phi_3 + 0,94) L \quad . \quad (2.47)$$

[Rhine e Tucker \(1991\)](#) também apresenta a seguinte correlação para determinação do comprimento de chama.

$$\frac{L_f}{L_f^0} = \frac{0,32}{Ct} + 0,48 \quad . \quad (2.48)$$

Onde L_f e L_f^0 são, respectivamente, os comprimentos de chama confinada e livre.

2.5 Estudos Paramétricos

2.5.1 Características Globais

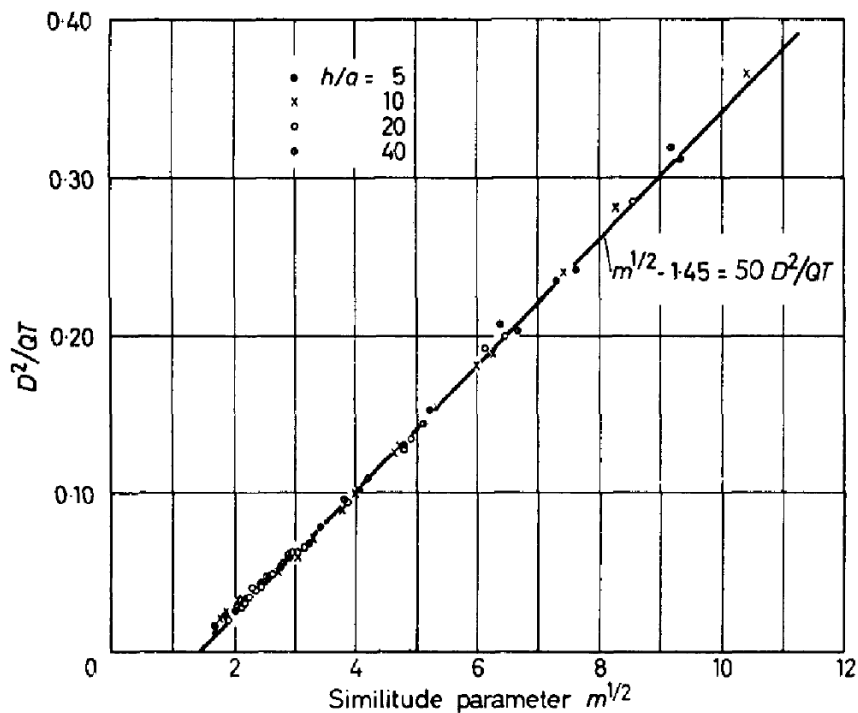


Figura 2.3: Oscilação de um jato plano em função do parâmetro de Curtet (Ref. (CURTET, 1958)).

A Figura 2.3, retirada de Curtet (1958), mostra a correlação existente entre o parâmetro de Curtet e o período de oscilação de um jato confinado. Nesta figura, m é o parâmetro de Craya-Curtet (na presente tese este parâmetro é representado pelo símbolo \mathcal{M}_C); D é uma dimensão característica da câmara; T é o período de oscilação do jato; e Q é a vazão volumétrica total do fluido que entra no duto. Aparentemente, o período de oscilação do jato correlaciona-se muito bem com m (ou \mathcal{M}_C).

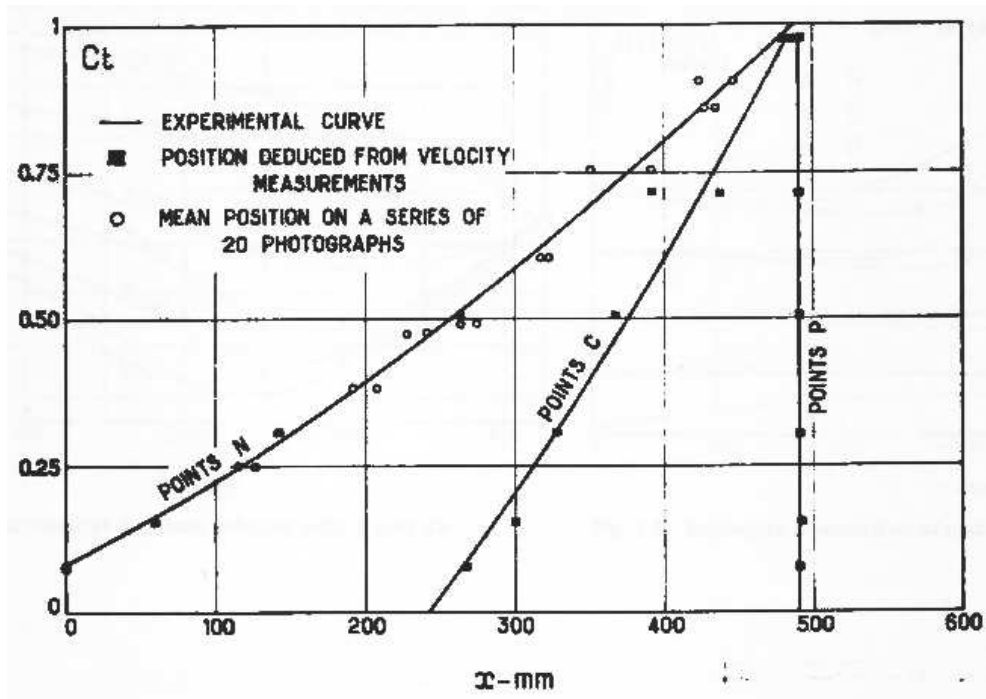


Figura 2.4: Resultados experimentais dos pontos de separação e de recolamento para jatos confinados em dutos (Ref. (BARCHILON; CURTET, 1964)).

A Figura 2.4, retirada de Barchilon e Curtet (1964), apresenta os pontos de separação (N), de centro da recirculação (C) e de recolamento (P) do jato em função do parâmetro de Becker, Hottel e Williams (1962) (C_t). Na presente tese, o parâmetro C_t é representado pelo símbolo \mathcal{M}_B . Os valores apresentados nesta figura foram obtidos experimentalmente.

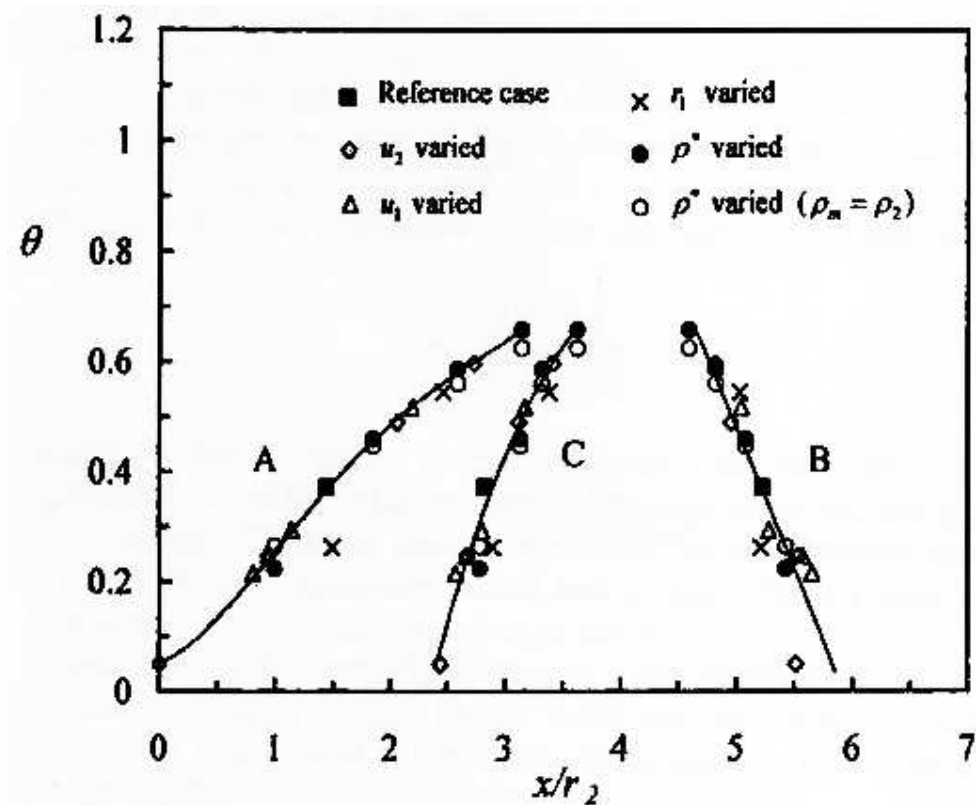


Figura 2.5: Resultados numéricos dos pontos de separação e de recolamento para jatos confinados em dutos (Ref. (FOSTER; MACINNES; SCHUBNELL, 2001)).

A Figura 2.5, retirada de Foster, MacInnes e Schubnell (2001), apresenta os pontos de separação (A), de centro da recirculação (C) e de recolamento (B) do jato em função do parâmetro de Thring e Newby (1952) (θ). Na presente tese, o parâmetro θ é representado pelo símbolo \mathcal{M}_T . Os valores mostrados nesta figura foram obtidos por meio de simulações numéricas diferenciais.

Considerando que a função que relaciona θ com Ct é bijetora, tem-se que os resultados numéricos apresentados na Figura 2.5 se comportam de forma diferente dos resultados experimentais apresentados na Figura 2.4. No estudo numérico, o ponto de recolamento depende do parâmetro θ ; no estudo experimental, o ponto de recolamento independe de Ct .

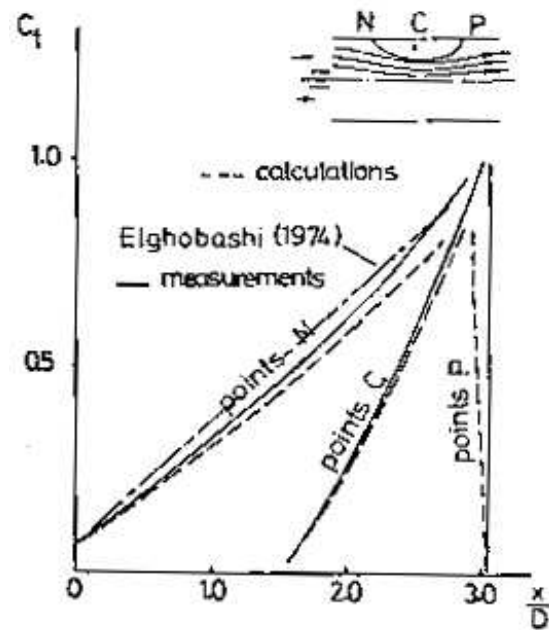
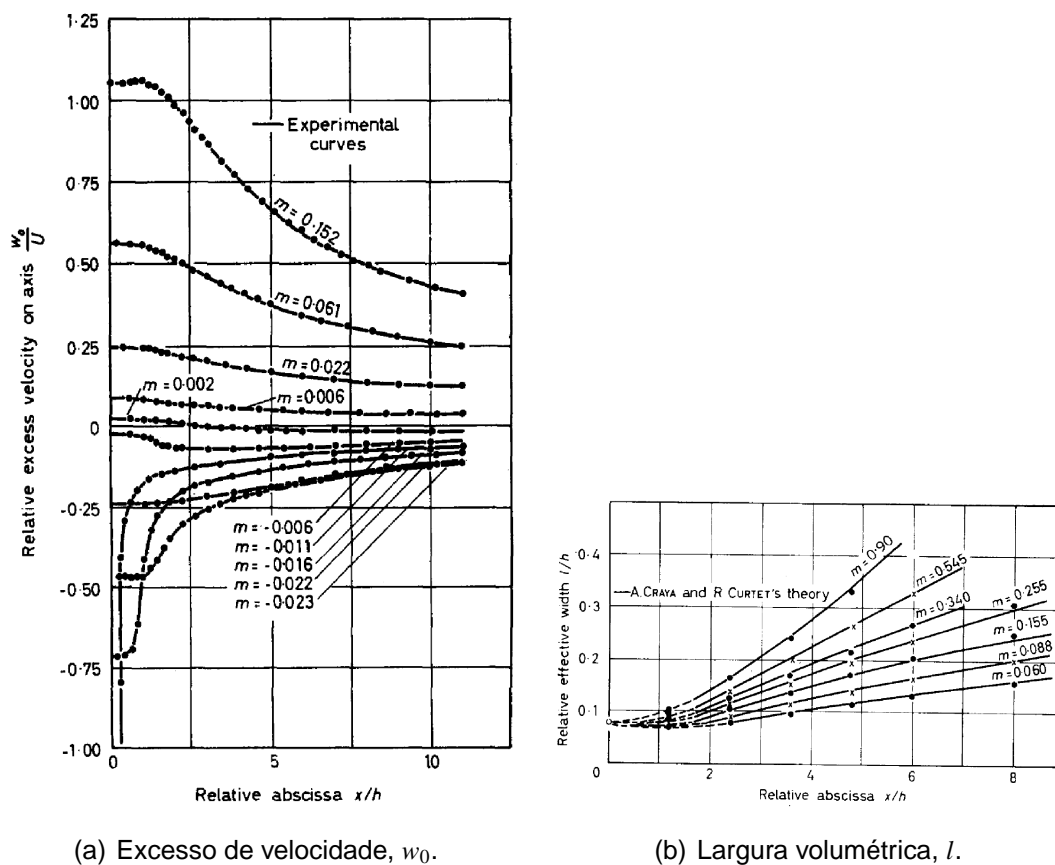


Figura 2.6: Recirculação (Ref. (SCHETZ, 1980)).

A Figura 2.6 apresenta curvas obtidas experimentalmente e numericamente referentes aos pontos de separação (N), de centro da recirculação (C) e de recolamento (P) do jato em função do parâmetro de Becker-Hottel-Williams (C_t). Na presente tese, o parâmetro C_t é representado pelo símbolo \mathcal{M}_B . Esta figura mostra que, além dos problemas em relação ao ponto de recolamento, também existem problemas em relação ao ponto de separação.

2.5.2 Perfis



(a) Excesso de velocidade, w_0 .

(b) Largura volumétrica, l .

Figura 2.7: Perfis axiais para jato confinado bi-dimensional plano (CURTET, 1958) Ref. (CURTET, 1958)).

A Figura 2.7, retirada de Curtet (1958), apresenta os perfis axiais de excesso de velocidade (w_0) e de largura volumétrica do jato (l) para jato confinado bi-dimensional plano. As curvas com $m < 0$ referem-se a escoamentos do tipo esteira confinada. Ou seja, a velocidade na seção de saída do bocal é menor que a velocidade do fluido secundário. As principais contribuições deste trabalho foram:

- a apresentação de um banco de dados experimental para jato confinado bi-dimensional plano em diversas condições de operação; e
- a parametrização das condições de operação em função do parâmetro adimensional de Craya-Curtet, m , vide seção 3.4.

A nomenclatura da presente tese utiliza o símbolo $U_{J,CL,X}$ para w_0 , $L_{J,X}$ para l , e \mathcal{M}_C para m .

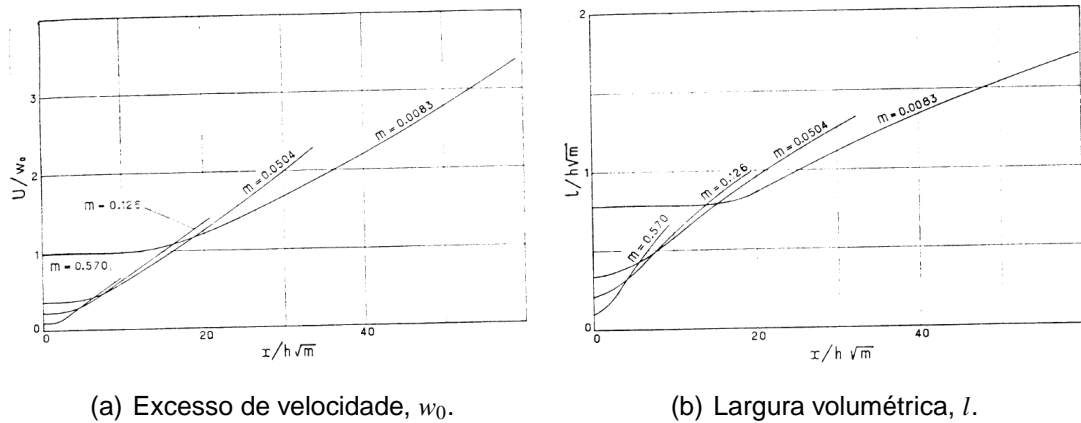


Figura 2.8: Proposta de escalonamento em função do parâmetro de Craya; Curtet (CURTET, 1958) (Ref. (CURTET; RICOU, 1964)).

A Figura 2.8, retirada de Curtet e Ricou (1964), mostra uma proposta de escalonamento para o excesso de velocidade do jato (w_0) e para a largura volumétrica do jato (l) em função do parâmetro de Curtet (m). Esta figura refere-se a jato confinado axi-simétrico. Este trabalho não apresenta o porquê da adoção deste tipo de escalonamento. A nomenclatura da presente tese utiliza o símbolo $U_{J,CL,X}$ para w_0 , $L_{J,X}$ para l , e \mathcal{M}_C para m .

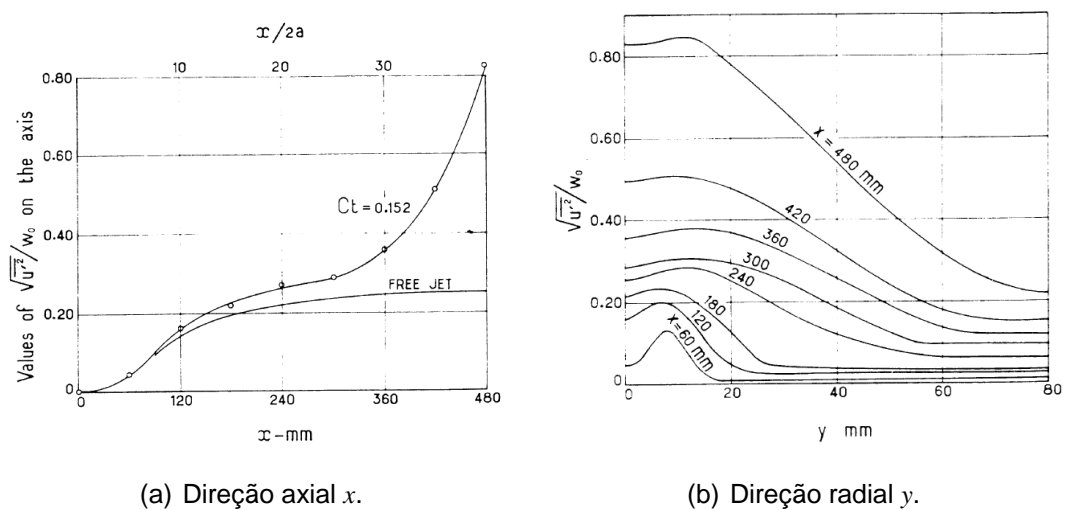
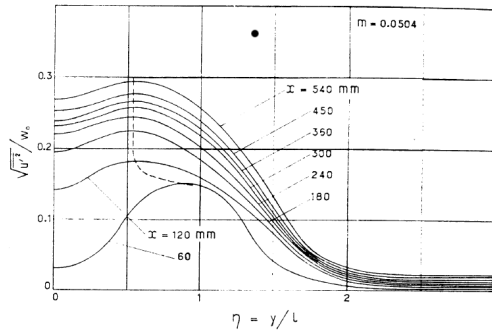


Figura 2.9: Perfil da flutuação da velocidade axial adimensionalizada pelo excesso de velocidade do jato, $\sqrt{u'^2}/w_0$ (Ref. (BARCHILON; CURTET, 1964)).

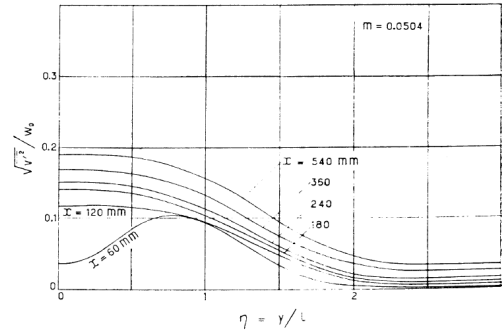
A Figura 2.9 apresenta perfis de flutuação da velocidade axial adimensionalizada pelo excesso de velocidade do jato, $\sqrt{u'^2}/w_0$, nas direções axial, x , e radial, y . Estes perfis foram levantados experimentalmente para um jato confinado axi-simétrico na condição $Ct = 0,152$. A Figura 2.9(a) também apresenta uma curva referente à condição de jato livre.

A curva $Ct = 0,152$ da Figura 2.9(a) apresenta um ponto de inflexão próximo à posição $x \approx 300\text{ mm}$. Este ponto de inflexão está relacionado com o centro da zona de recirculação. O afastamento da curva $Ct = 0,152$ em relação à curva do jato livre nas posições a montante da posição $x \approx 300\text{ mm}$ está relacionado com o início da zona de recirculação. Os efeitos de curvatura de linha de corrente aparecerão apenas após o ponto de separação. Os efeitos inerciais e de pressão não são explicitados separadamente no estudo apresentado nesta figura.

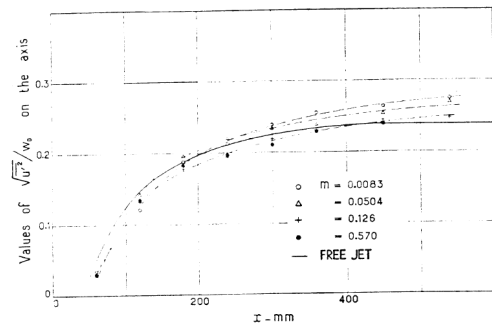
A Figura 2.9(b) mostra que os perfis radiais de flutuação da velocidade axial, $\sqrt{u'^2}$, adimensionalizados pelo excesso de velocidade do jato, w_0 , não indicam a existência de similaridade. Isto não significa que não exista similaridade destes perfis se for adotado outro esquema de adimensionalização e escalonamento.



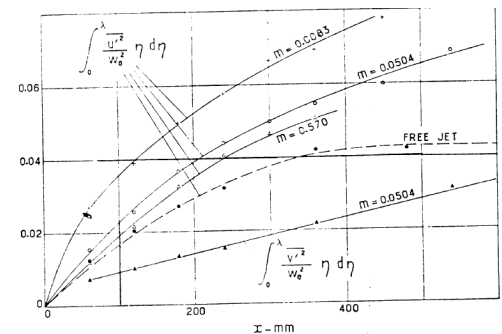
(a) Perfil radial da flutuação da velocidade axial, $\sqrt{u^2}$.



(b) Perfil radial da flutuação da velocidade radial, $\sqrt{v^2}$.



(c) Perfil axial da flutuação da velocidade axial, $\sqrt{u^2}$.



(d) Perfil axial da integral da energia cinética da turbulência do jato.

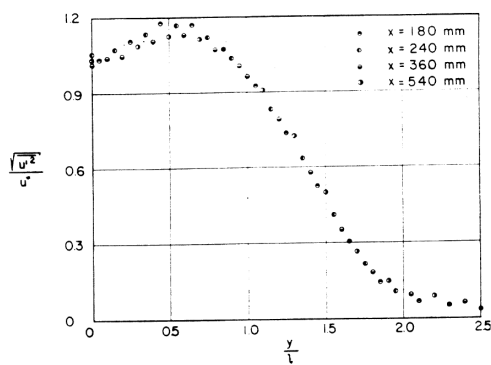
Figura 2.10: Perfis de turbulência em jatos confinados axi-simétricos (Ref. (CURTET; RICOU, 1964)).

A Figura 2.10, retirada de Curtet e Ricou (1964), apresenta perfis de turbulência medidos em um jato confinado axi-simétrico com $m = 0,054$ ($\mathcal{M}_C = 0,054$ na nomenclatura da presente tese). Estes perfis de turbulência são adimensionalizados em função do excesso de velocidade do jato, w_0 ($U_{J,CL,X}$ na nomenclatura da presente tese). As Figuras 2.10(a) e 2.10(b) apresentam os perfis radiais de flutuação de velocidade axial, $\sqrt{u^2}$, e radial, $\sqrt{v^2}$, respectivamente. A Figura 2.10(c) apresenta o perfil axial da flutuação da velocidade axial. A Figura 2.10(d) apresenta a integral da energia cinética da turbulência do jato associadas às direções axial e radial. Esta integral é dada pelas seguintes equações.

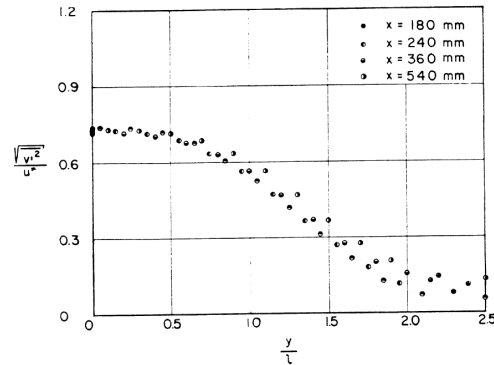
$$\langle \overline{u^2} \rangle = \int_0^\lambda \frac{\overline{u^2}}{w_0^2} \eta d\eta \quad , \text{ para flutuação axial; e} \quad (2.49)$$

$$\langle \overline{v'^2} \rangle = \int_0^\lambda \frac{\overline{v'^2}}{w_0^2} \eta d\eta \quad , \text{ para flutuação radial.} \quad (2.50)$$

Onde λ é a largura do jato definida como sendo o valor de η no qual $w_0 = 0$; $\eta = y/l$ é a coordenada radial adimensional do jato; y é a coordenada radial; e l é a largura volumétrica do jato. Os gráficos da Figura 2.10 não indicam existência de similaridades.



(a) Perfil radial da flutuação da velocidade axial, $\sqrt{u'^2}$.



(b) Perfil radial da flutuação da velocidade radial, $\sqrt{v'^2}$.

Figura 2.11: Perfis de turbulência em jatos confinados axi-simétricos adimensionalizados em função da integral da energia cinética da turbulência do jato (Ref. (CURTET; RICOU, 1964)).

A Figura 2.11 foi apresentada por E. Naudascher na seção de discussão do trabalho de Curtet e Ricou (1964). Esta figura apresenta as flutuações de velocidade adimensionalizadas por uma escala de velocidade u^* . Esta escala de velocidade é uma função da integral da energia cinética da turbulência do jato, vide Figura 2.10(d).

$$u^* = w_0 \left[\int_0^\lambda \frac{\overline{u'^2}}{w_0^2} \eta d\eta \right]^{1/2}. \quad (2.51)$$

A principal contribuição desta figura é a indicação de existência de auto-similaridade para as flutuações de velocidade do jato.

Tabela 2.1: Sumário das condições operacionais dos experimentos de jatos confinados axi-simétricos de Razinsky; Brighton (RAZINSKY; BRIGHTON, 1971).

| r_j/r_s | u_{j0}/u_{p0} | u_{CL0} [m/s] | u_{p0} [m/s] | Re [10^{-5}] | r_j [mm] | r_s [mm] | Grandezas Medidas |
|-----------|-----------------|--------------------|-------------------|-----------------------|---------------|---------------|--|
| 1/6 | 9 | 45,7 | 4,6 | 0,52 | 25,4 | 152,4 | $p, u, \overline{u'^2}, \overline{u'v'}$ |
| 1/6 | 5 | 45,7 | 7,6 | 0,79 | 25,4 | 152,4 | p |
| 1/6 | 2 | 45,7 | 15,2 | 1,47 | 25,4 | 152,4 | $p, u, \overline{u'^2}, \overline{u'v'}$ |
| 1/6 | 1 | 45,7 | 22,9 | 2,41 | 25,4 | 152,4 | p |
| 1/6 | 1/2 | 45,7 | 30,5 | 2,82 | 25,4 | 152,4 | p |
| 1/3 | 9 | 45,7 | 4,6 | 0,83 | 50,8 | 152,4 | $p, u, \overline{u'^2}, \overline{u'v'}$ |
| 1/3 | 5 | 45,7 | 7,6 | 1,08 | 50,8 | 152,4 | p |
| 1/3 | 2 | 45,7 | 15,2 | 1,70 | 50,8 | 152,4 | $p, u, \overline{u'^2}, \overline{u'v'}$ |
| 1/3 | 1 | 45,7 | 22,9 | 2,32 | 50,8 | 152,4 | p |
| 1/3 | 1/2 | 45,7 | 30,5 | 2,93 | 50,8 | 152,4 | p |

Nomenclatura:

- r_j raio do bocal;
- r_s raio do duto;
- u_{j0} excesso de velocidade inicial do jato;
- u_{p0} velocidade inicial do fluido secundário;
- u_{CL0} velocidade inicial na linha de centro;
- Re número de Reynolds, $Re = u_m 2r_s / \nu$;
- u_m velocidade volumétrica média do duto;
- p pressão estática na parede do duto;
- u velocidade média axial;
- $\overline{u'^2}$ quadrado da flutuação da velocidade média axial;
- $\overline{u'v'}$ tensão de Reynolds de cisalhamento;

A Tabela 2.1 apresenta o sumário das condições operacionais dos experimentos de jatos confinados axi-simétricos executados por Razinsky e Brighton (1971). As principais contribuições deste trabalho foram:

- o número de condições operacionais medidas;
- o comprimento da região investigada, desde a seção do bocal até a zona

de escoamento completamente desenvolvido em duto; e

- a completude das medições em termos de informações necessárias à validação de modelos RANS diferenciais (exceto flutuação de velocidade transversal).

Por outro lado, este trabalho

- não utilizou os parâmetros adimensionais clássicos para definir as condições operacionais dos escoamentos em jatos confinados;
- possui poucas medições de perfis radiais na região entre a seção do bocal e a seção na qual o jato colapsa com a camada limite;
- não possui medições de flutuação de velocidade transversal; e
- não indicou a existência de similaridades.

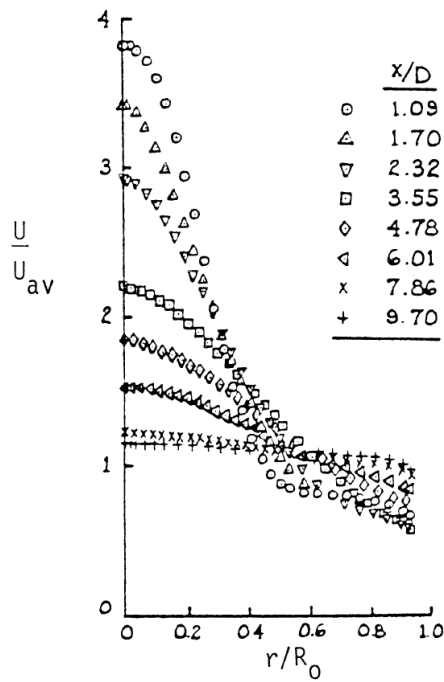
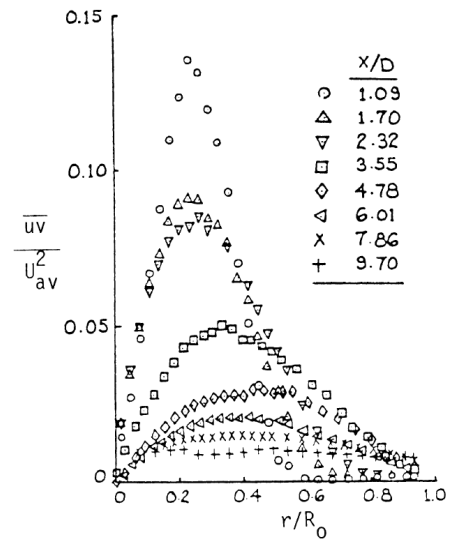
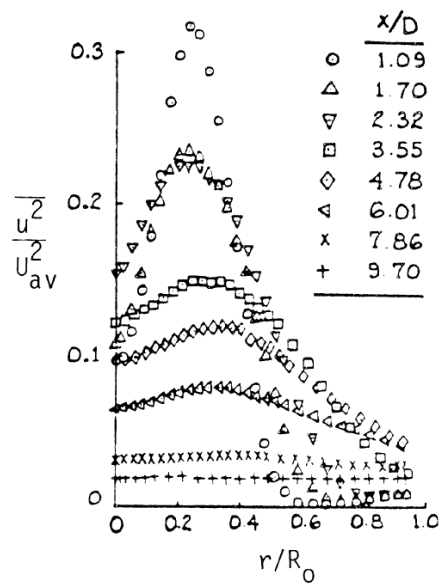
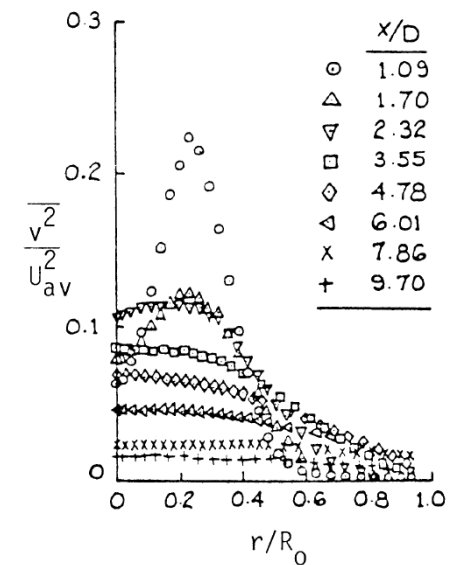
(a) Velocidade média axial, U .(b) Tensão de Reynolds, \overline{uv} .(c) Flutuação da velocidade axial, $\sqrt{u^2}$.(d) Flutuação da velocidade radial, $\sqrt{v^2}$.

Figura 2.12: Perfis radiais de velocidade média axial e de propriedades turbulentas em jato confinado axi-simétrico. (Ref. (OOSTHUIZEN; WU, 1979) apud (SCHETZ, 1980)).

A Figura 2.12 apresenta os perfis radiais de velocidade média axial, U ; tensão de Reynolds, \overline{uv} ; flutuação de velocidade axial, $\sqrt{u^2}$; e de flutuação de velocidade radial, $\sqrt{v^2}$; adimensionalizados pela velocidade média do duto de

confinamento, U_{av} . Estes perfis referem-se as seguintes condições: jato confinado axi-simétrico, velocidade no bocal de 60 m/s e velocidade de entrada do fluido secundário de 15 m/s . Faltam as seguintes informações no trabalho de (SCHETZ, 1980): valores dos parâmetros adimensionais que caracterizam este escoamento, diâmetro do bocal e diâmetro do duto. A adimensionalização usada nesta figura não indica a existência de similaridades.

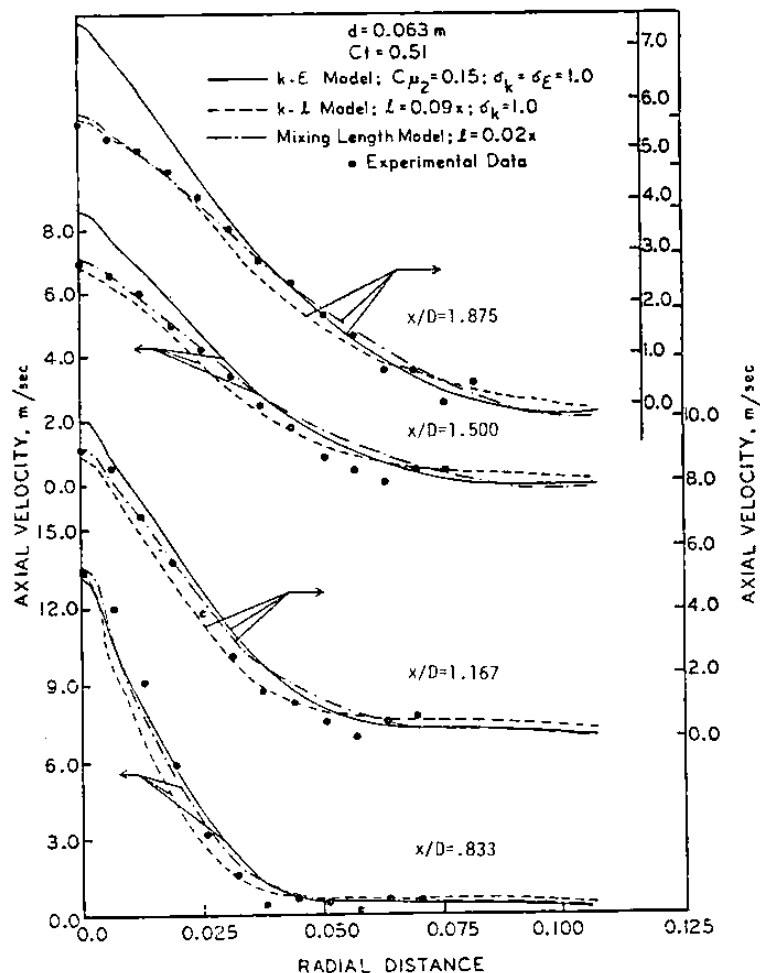


Figura 2.13: Perfis radiais de velocidade média axial em jato confinado axi-simétrico (Ref.(TENNANKORE; STEWARD, 1979) apud (SCHETZ, 1980)).

A Figura 2.13 apresenta perfis radiais de velocidade axial para um jato confinado. Os valores apresentados são experimentais e simulados pelos seguintes modelos de turbulência:

- $k - \varepsilon$ ($c_{\mu} = 0,15$ e $\sigma_k = \sigma_{\varepsilon} = 1,0$);

- $k - \ell$ ($\ell = 0,09x$ e $\sigma_k = 1,0$);
- Comprimento de mistura ($\ell = 0,02x$);

Os perfis radiais apresentados correspondem às seguintes posições axiais:

- posições a montante da zona de recirculação,: $x/D = 0,833$ e $x/D = 1,167$;
- posição próxima ao início da zona de recirculação, $x/D = 1,167$; e
- posições dentro da zona de recirculação: $x/D = 1,500$ e $x/D = 1,1875$.

A localização da zona de recirculação foi estimada com base:

- no valor do parâmetro de Becker-Hottel-Williams ($Ct = \mathcal{M}_B = 0,51$); e
- na Figura 2.6.

Aparentemente, os modelos que melhor se aproximam dos resultados experimentais são o de comprimento de mistura e o $k - \ell$. O modelo $k - \varepsilon$ apresenta bons resultados na posição $x/D = 0,833$. Esta posição é a condição de entrada dos resultados apresentados. No entanto, não é a condição de entrada do escoamento. Na posição $x/D = 1,167$ o modelo $k - \varepsilon$ começa a se desviar dos dados experimentais. Este desvio apenas aumenta para as posições mais a jusante. A falha do modelo $k - \varepsilon$ na posição a montante da zona de recirculação não pode ser atribuída aos efeitos de curvatura de linha de corrente. Esta falha deve-se aos efeitos de gradiente de pressão.

Quanto aos bons resultados dos modelos de comprimento de mistura e $k - \ell$. Estes não podem ser generalizados, pois foram testados apenas para uma condição ($Ct = \mathcal{M}_B = 0,51$). Seria necessário testar estes modelos para outros valores de Ct e para diversos valores de outros adimensionais que possam influenciar este tipo de escoamento.

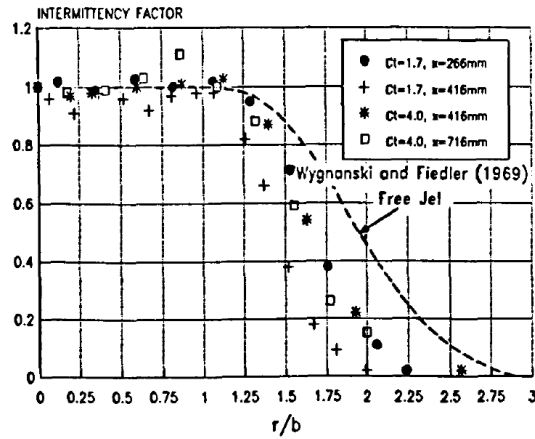


Figura 2.14: Perfil radial de fator de intermitência em jato confinado axi-simétrico (Ref.(YULE; DAMOU, 1991)).

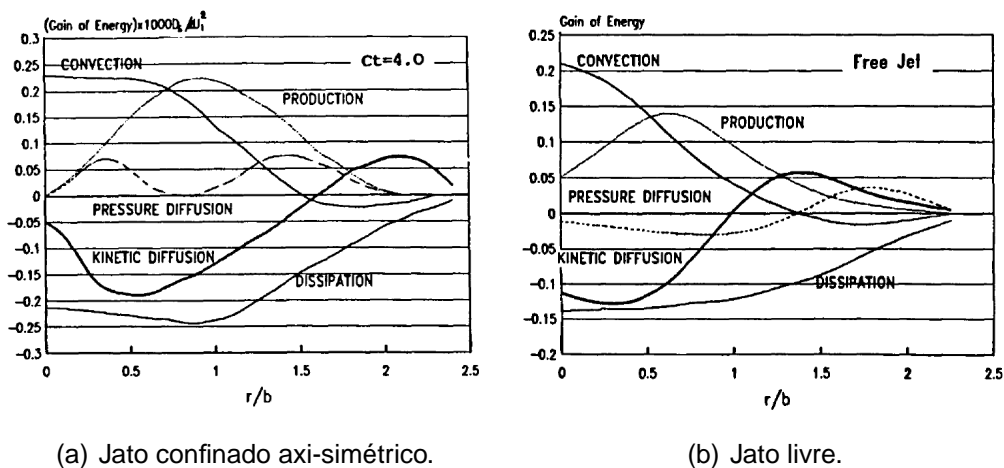


Figura 2.15: Perfil radial do balanço de energia cinética da turbulência (Ref. (YULE; DAMOU, 1991)).

A Figura 2.14, retirada de Yule e Damou (1991), apresenta o perfil radial do fator de intermitência em jato confinado axi-simétrico para duas condições de operação, e em jato livre. O fator de intermitência possui valor 1 no caso de totalmente turbulento, e valor 0 no caso de totalmente laminar. Os valores intermediários deste fator representam regiões do escoamento nas quais existe intermitência entre regime turbulento e laminar. O tipo de perfil das curvas de fator de intermitência para jato confinado e livre são idênticos. A diferença está na largura destes perfis.

A Figura 2.15, retirada de Yule e Damou (1991), apresenta o perfil radial do balanço de energia cinética da turbulência em jato confinado axi-simétrico, e em jato livre. As curvas que apresentam as maiores alterações entre as situações de jato confinado e livre são as de difusão de energia cinética da turbulência. Especialmente, a curva devida à flutuação de pressão (“pressure diffusion”).

Yule e Damou (1991) apresentam medições em jatos confinados axi-simétricos bem completas. Perfis radiais de velocidade média e de correlações duplas de flutuação de velocidade são apresentados. No entanto, as principais contribuições deste trabalho foram:

- medição de perfis radiais de correlações triplas de flutuação de velocidade; e
- determinação dos perfis de intermitência e de balanço de energia da turbulência em função das correlações de flutuação de velocidade medidas.

Ou seja, este trabalho contribui tanto para a validação de modelos de turbulência RANS diferenciais quanto para o desenvolvimento e compreensão destes. Por outro lado, este trabalho

- utiliza um parâmetro adimensional para jatos confinados que não está em um formato usual; e
- tenta obter indicações de existência de similaridades, porém, não obtém sucesso para o excesso de velocidade média e as flutuações de velocidade axial e radial.

Minh (1999) apresenta uma revisão sobre os modelos de turbulência. Dentre os tipos de modelos revisados estão os algébricos, os de 2 equações, os de tensões de Reynolds, os LES e os DNS. Uma das conclusões desta referência é que não existe modelo de turbulência capaz de modelar todas as regiões de um escoamento do tipo jato livre de forma precisa; ou seja, um modelo capaz de descrever o escoamento desde a seção de saída do bocal (condição de entrada do escoamento coincidente com a condição de entrada da simulação) até a zona considerada de auto-similaridade. Ou o modelo é ajustado para a

zona de similaridade, ou ele é ajustado para a zona a montante desta. Muitas vezes, este ajuste funciona apenas para determinadas variáveis, por exemplo:

- a posição na qual a zona similar começa é ajustada, porém a taxa de expansão desta apresenta erros, e vice-versa;
- A curva de decaimento de velocidade na linha de centro é ajustada, porém a taxa de expansão apresenta erros, e vice-versa; e
- Os perfis de velocidade são ajustados, porém os perfis turbulentos apresentam erros, e vice-versa.

Se o ajuste de modelos diferenciais de turbulência para jatos livres apresentam estas dificuldades, então, o ajuste de modelos diferenciais para escoamentos de jatos confinados deve ser ainda mais difícil.

2.6 Conclusões da Revisão Bibliográfica

De acordo com [Thring e Newby \(1952\)](#), dois jatos são considerados similares se:

- o perfil de fração mássica (curva $X_c L/R_0 \times x/L$); e
- o tamanho da região de recirculação, equação [2.21](#);

são similares.

Do ponto de vista da modelagem da turbulência, estas características não são adequadas. Os modelos de turbulência RANS têm incluído efeitos de gradiente de pressão, por exemplo, modelos de função de parede ([CRAWFORD; KAYS, 1976](#)); produto de quantidades turbulentas (k , ε e $\overline{u_i' u_j'}$) por gradientes de velocidade média, termos de produção ([Lauder, B.E. and Spalding, D.B., 1972](#)); produto de flutuação de pressão por gradientes das flutuações de velocidade, termos de redistribuição ([LAUNDER; REECE; RODI, 1975](#)); e

produtos de viscosidade por gradientes das flutuações de velocidade, termos de dissipação (Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1972).

Segundo as equações de transporte de k , ε e $\overline{u_i' u_j'}$, o gradiente de pressão média não tem influência direta sobre a turbulência. No entanto, este gradiente de pressão pode alterar o perfil de velocidade e, conseqüentemente, a turbulência. Justifica-se assim, o uso do gradiente de pressão nos modelos de função de parede.

O primeiro parâmetro adimensional desenvolvido para jatos confinados foi proposto por Thring e Newby (1952). Os engenheiros de combustão ainda adotam este adimensional devido à simplicidade em usá-lo nas analogias entre escoamentos isotérmicos e reativos. No entanto, este adimensional não considera um balanço de quantidade de movimento completo. Curtet (1958) e Becker, Hottel e Williams (1962) desenvolveram parâmetros adimensionais usando balanços de quantidade de movimento completos. Por outro lado, seus artigos são de difícil compreensão. Nenhum dos parâmetros adimensionais clássicos satisfaz simultaneamente as seguintes condições.

- Ser baseado em balanço de quantidade de movimento completo:
 - conter os termos inerciais e de pressão; e
 - utilizar uma superfície de controle fechada.
- Separar os efeitos inerciais e de pressão em parâmetros distintos.
- Ser usado em regras de escalonamento entre escoamentos caracterizados por valores de parâmetros adimensionais distintos.

Em vista disso, a seção 3 da presente tese:

- redesenvolve os parâmetros clássicos por meio de um formalismo e uma nomenclatura unificada; e
- apresenta
 - dois parâmetros adimensionais novos,
 - um conjunto de variáveis adimensionais novo, e

- uma regra de escalonamento apropriada para jatos bi-dimensionais confinados.

A Tabela 2.2 apresenta um sumário dos bancos de dados experimentais de jatos confinados bi-dimensionais. As condições operacionais de Curtet (1958) incluem esteira confinada; e o padrão de escoamento dos experimentos de Barchilon e Curtet (1964) é dominado por zonas de recirculação externa. A presente tese está focada na região entre a seção de saída do bocal e a seção na qual o jato colapsa com a camada limite, em escoamentos do tipo *JAD* sem recirculação externa (ou com recirculação externa pequena).

As medições dos trabalhos experimentais sobre jatos bi-dimensionais confinados evoluíram em termos de número de grandezas medidas. Os primeiros trabalhos (CURTET, 1958; CURTET; RICOU, 1964) apresentavam apenas grandezas globais (ponto de descolamento e recolamento) e algumas medições de perfis axiais e radiais de velocidade média. Em seguida, passaram a apresentar também:

- grandezas de interesse para a validação de modelos de turbulência RANS diferenciais (RAZINSKY; BRIGHTON, 1971), tais como, perfis radiais de flutuação de velocidade na direção axial, $\overline{u'^2}$, e de tensão de cisalhamento de Reynolds $\overline{u'v'}$; e
- grandezas de interesse para a compreensão e desenvolvimento de modelos de turbulência, tais como, correlações triplas de flutuação de velocidade (YULE; DAMOU, 1991).

Por outro lado,

- a análise adimensional e de similaridade; e
- o número de condições de operação analisadas;

não evoluíram no mesmo passo do número de grandezas medidas. O uso da análise adimensional e de similaridade de forma semi-empírica é bastante comum (RHINE; TUCKER, 1991; SOUSA, 1997; ARIMA, 1998; ARIMA, 2003).

Tabela 2.2: Sumário dos bancos de dados experimentais de jatos confinados bi-dimensionais.

| Referência | Ano | Número de Condições | Grandezas Medidas | | | | | | | | | | |
|--|------|---------------------|-----------------------------|---------------|------------------|-----|-----|------------------------|-----------------------------|-----|------------------------|-----------------------------|---|
| | | | Globais (^d) | Perfis Axiais | | | | | Perfis Radiais | | | | |
| | | | | $U_{J,CL,X}$ | $L_{J,X}$ | P | U | $\overline{u'_i u'_j}$ | $\overline{u'_i u'_j u'_k}$ | U | $\overline{u'_i u'_j}$ | $\overline{u'_i u'_j u'_k}$ | |
| Curtet (1958) | 1958 | 13 ^(a) | X | X | X | | | | | | | | |
| Curtet e Ricou (1964) | 1964 | 4 | X | X | X | | | | | | | X | |
| Barchilon e Curtet (1964) ^(b) | 1964 | 6 | X | | | X | | X | | | | X | |
| Razinsky e Brighton (1971) | 1971 | 10 | | | | X | | | | X | | X | |
| Yule e Damou (1991) | 1991 | 3 | | | X ^(c) | X | | | | X | | X | X |

Observações:

- (^a) inclui condições operacionais de esteira confinada;
(^b) padrão de escoamento dominado por recirculação externa;
(^c) largura 5% do excesso de velocidade;
(^d) grandezas do tipo ponto de descolamento e recolamento, período de oscilação do jato e vazão recirculada.

Nomenclatura:

- $U_{J,CL,X}$ excesso de velocidade na linha de centro do jato;
 $L_{J,X}$ largura volumétrica do jato;
 P pressão estática;
 U velocidade média axial;
 $\overline{u'_i u'_j}$ correlação dupla da flutuação de velocidade;
 $\overline{u'_i u'_j u'_k}$ correlação tripla da flutuação de velocidade.

Este uso é considerado como sendo uma prática de projeto. No entanto, o desenvolvimento desta de forma teoricamente rigorosa é raro (CURTET, 1958; CURTET; RICOU, 1964; BECKER; HOTTEL; WILLIAMS, 1962; ARIMA; PIMENTA, 2008). Os trabalhos recuperados na presente tese mostram que existe um intervalo de cerca de 44 anos entre a proposta de E. Naudascher, contida na seção de discussão de Curtet e Ricou (1964), e a proposta de Arima e Pimenta (2008), reapresentada na seção 3.9.1. Quanto ao número de condições de operação, estas diminuem à medida que o número de grandezas medidas aumenta. É compreensível que a limitação de tempo para execução e análise de experimentos implique nesta diminuição. No entanto, esta diminuição de condições de operação deve ser acompanhada por modelos válidos na região delimitada pelas condições de operação medidas. A revisão bibliográfica feita na presente tese não identificou estes tipos de modelos e/ou de validações.

3 ANÁLISE INTEGRAL E ADIMENSIONAL

Os objetivos da presente seção são os seguintes.

- Analisar os efeitos físicos considerados pelos parâmetros adimensionais clássicos de jatos bi-dimensionais confinados.
- Desenvolver parâmetros adimensionais que separem os efeitos inerciais dos de pressão.
- Desenvolver regras de escalonamento para as propriedades do escoamento médio de jatos confinados por meio de análise integral e adimensional.

As hipóteses adotadas na análise integral do presente trabalho são aquelas relativas a escoamentos em camada fina cisalhante, e a escoamentos não dissipativos. Esta análise é baseada em balanços integrais de massa e quantidade de movimento. Os termos da equação de conservação de quantidade de movimento são classificados como inerciais ou de pressão; e como fluxos, forças ou fontes.

Cada parâmetro adimensional clássico é definido por meio de um balanço de quantidade de movimento sobre um conjunto específico de superfícies de controle. A classificação dos termos da equação de conservação de quantidade de movimento juntamente com as superfícies de controle usadas nestas definições possibilitam a interpretação do respectivo parâmetro adimensional.

Os parâmetros adimensionais clássicos não satisfazem simultaneamente às seguintes condições:

- ser baseado em uma superfície de controle fechada; e
- ter os efeitos inerciais e de pressão separados em parâmetros distintos.

Portanto, dois parâmetros adimensionais novos foram desenvolvidos para satisfazer estas condições.

A verificação de similaridade é feita por meio da aplicação de metodologias de escalonamento. A presente tese analisa as seguintes metodologias de escalonamento.

- [Curtet e Ricou \(1964\)](#): válida para gradiente de pressão reduzido;
- [Arima e Pimenta \(2008\)](#): válida para gradiente de pressão reduzido; e
- [Arima, Pimenta e Silva \(2008\)](#): válida para gradiente de pressão elevado.

[Arima e Pimenta \(2008\)](#) desenvolveram uma metodologia de escalonamento baseada em dois critérios e na adimensionalização do excesso de velocidade e da largura do jato.

Os critérios de escalonamento adotados foram:

- proporcionalidade entre as razões de difusividade de quantidade de movimento; e
- linearidade da taxa de expansão do jato.

A adimensionalização do excesso de velocidade e da largura do jato foi feita por meio:

- de um parâmetro adimensional que considera apenas efeitos inerciais;
- da largura do duto; e
- da velocidade no plano 0, vide Figura [3.1](#).

A difusividade de quantidade de movimento foi modelada de duas formas:

- usando o modelo de comprimento de mistura de Prandtl; e
- usando uma análise dimensional baseada apenas nos termos inerciais do balanço integral de quantidade de movimento.

Para considerar os efeitos do gradiente de pressão, a adimensionalização de [Arima, Pimenta e Silva \(2008\)](#) utiliza parâmetros adimensionais que consideram:

- efeitos inerciais e de pressão simultaneamente; e
- efeitos de pressão isoladamente.

A seguir, os parâmetros adimensionais clássicos e os desenvolvidos nas referências ([ARIMA; PIMENTA, 2008](#); [ARIMA; PIMENTA; SILVA, 2008](#)) são re-desenvolvidos por meio de uma mesma metodologia e nomenclatura.

3.1 Esquema

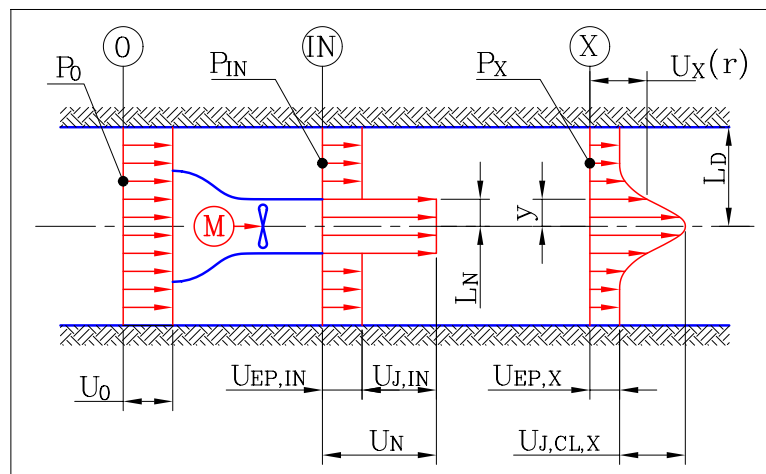


Figura 3.1: Idealização do escoamento de jato confinado bi-dimensional.

A Figura 3.1 mostra uma idealização de escoamento axi-simétrico axial (ou plano bi-simétrico) de um jato confinado. Este escoamento é confinado por

um duto de largura L_D (raio ou meia altura). No plano 0, o escoamento tem velocidade constante, U_0 , e pressão estática, P_0 . No plano IN , o escoamento tem pressão estática, P_{IN} , e é dividido em duas regiões de velocidades constantes e distintas: região potencial externa, na qual $U_{IN} = U_{EP,IN}$; e região do bocal, na qual $U_{IN} = U_N = U_{EP,IN} + U_{J,IN}$. No plano X , o escoamento tem pressão estática, P_X , e é dividido em duas regiões: região potencial externa de velocidade constante, $U_X = U_{EP,X}$; e região do jato cujo perfil de velocidade varia conforme as seguintes funções.

$$f_\eta(\eta) = \frac{U_{J,X}}{U_{J,CL,X}} \quad (3.1)$$

Onde:

$$\eta = \frac{y}{L_{J,X}} \quad ; \quad U_{J,X} = U_X - U_{EP,X} \quad . \quad (3.2)$$

A variável $L_{J,X}$ é a largura volumétrica do jato, definida pela equação 3.6. O plano X deve estar localizado em uma região a algumas larguras de bocal a jusante do plano IN e a algumas larguras de duto a montante do ponto no qual o jato encontra a parede. A função $f_\eta(\eta)$ representa o excesso de velocidade do jato, $U_{J,X}$, apenas na região de auto-similaridade.

3.2 Balanço de Massa e Volume

As equações a seguir fornecem, respectivamente, o fluxo de massa no plano 0, \dot{m}_0 ; na região do bocal, \dot{m}_N ; e na região potencial externa do plano IN , $\dot{m}_{EP,IN}$.

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_N + \dot{m}_{EP,IN} \quad ; \quad (3.3)$$

$$\dot{m}_N \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_N} \rho U_{Ny}^\delta dy = \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta+1} \right) \rho U_N L_N^{\delta+1} \quad ; \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{EP,IN} &\triangleq 2\pi^\delta \int_{L_N}^{L_D} \rho U_{EP,IN} y^\delta dy \\ &= \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta+1} \right) \rho U_{EP,IN} \left(L_D^{\delta+1} - L_N^{\delta+1} \right) \quad . \end{aligned} \quad (3.5)$$

Onde $\delta = 0$, para os casos planos; e $\delta = 1$, para os casos axi-simétricos.

O balanço de massa pode ser substituído pelo balanço volumétrico devido ao tipo de escoamento considerado: fluido simples, monofásico, isotérmico e incompressível. O excesso de vazão volumétrica é calculado por:

$$\dot{V}_{J,X} = 2\pi^\delta \int_0^{L_D} U_{J,X} y^\delta dy \triangleq \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta+1} \right) U_{J,CL,X} L_{J,X}^{\delta+1} \quad . \quad (3.6)$$

Onde $L_{J,X}$ é a largura volumétrica do jato.

A substituição da função de perfil do excesso de velocidade, equação 3.1, na equação de excesso de vazão volumétrica, equação 3.6, resulta

$$\begin{aligned} \dot{V}_J &= 2\pi^\delta \int_0^{L_D} U_{J,CL,X} f_\eta(\eta) y^\delta dy \\ &= U_{J,CL,X} 2\pi^\delta \int_0^{L_D} f_\eta(\eta) y^\delta dy \\ &= U_{J,CL,X} 2\pi^\delta \int_0^{\eta_D} f_\eta(\eta) (\eta L_{J,X})^\delta (L_{J,X} d\eta) \quad . \end{aligned} \quad (3.7)$$

Colocando os termos constantes para fora da integral, obtém-se:

$$\dot{V}_J = (2\pi^\delta) U_{J,CL,X} L_{J,X}^{\delta+1} \int_0^{\eta_D} f_\eta(\eta) \eta^\delta d\eta \quad . \quad (3.8)$$

A combinação da equação 3.6 com a equação 3.8 resulta

$$\int_0^{\eta_D} f_\eta(\eta) \eta^\delta d\eta = \frac{1}{\delta+1} \quad (3.9)$$

A vazão volumétrica total, \dot{V}_T , é igual à vazão volumétrica no plano 0, \dot{V}_0 :

$$\dot{V}_T = \dot{V}_0 = 2\pi^\delta \int_0^{L_D} U_0 y^\delta dy = \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta+1} \right) U_0 L_D^{\delta+1} \quad . \quad (3.10)$$

A velocidade na região potencial externa, U_{EP} , é obtida por meio da seguinte equação:

$$\dot{V}_0 - \dot{V}_J = \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta+1} \right) U_{EP} L_D^{\delta+1} \quad . \quad (3.11)$$

Colocando U_{EP} em evidência, obtém-se:

$$U_{EP} = \left(\frac{\delta+1}{2\pi^\delta} \right) \left(\frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_J}{L_D^{\delta+1}} \right) \quad . \quad (3.12)$$

3.3 Balanço de Quantidade de Movimento

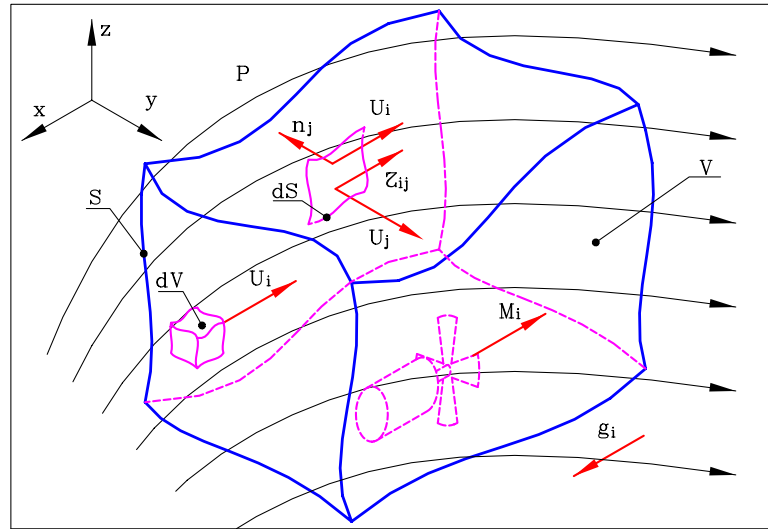


Figura 3.2: Ilustração de um volume de controle genérico.

A Figura 3.2 mostra um volume de controle genérico. A forma integral da equação de transporte de quantidade de movimento deste volume é

$$\begin{aligned} \partial_t \left(\int_V \rho U_i dV \right) + \oint_S \rho U_i U_j dS_j &= \\ &= \oint_S (-P \delta_{ij} + \tau_{ij}) dS_j + \int_V \rho g_i dV + M_i \quad . \end{aligned} \quad (3.13)$$

Onde M_i é a fonte de quantidade de movimento na direção i , $dS_j = dS n_j$, dS é o elemento de área de uma superfície fechada, S , e n_j é o versor normal ao elemento de superfície dS que aponta para a região externa da superfície fechada S .

Adotando as hipóteses de regime permanente, tensão de cisalhamento nula na superfície S , massa específica constante, e ausência de forças de campo, a equação integral de transporte de quantidade de movimento reduz-se a:

$$M_i = \oint_S (\rho U_i U_j + P \delta_{ij}) dS_j = M_{I,i} + M_{P,i} \quad . \quad (3.14)$$

Onde $M_{I,i}$ e $M_{P,i}$ são as fontes de quantidade de movimento inercial e de pressão na direção i , respectivamente.

$$M_{I,i} \triangleq \oint_S \rho U_i U_j dS_j \quad ; \quad (3.15)$$

$$M_{P,i} \triangleq \oint_S P \delta_{ij} dS_j \quad . \quad (3.16)$$

3.3.1 Superfície de controle da fonte

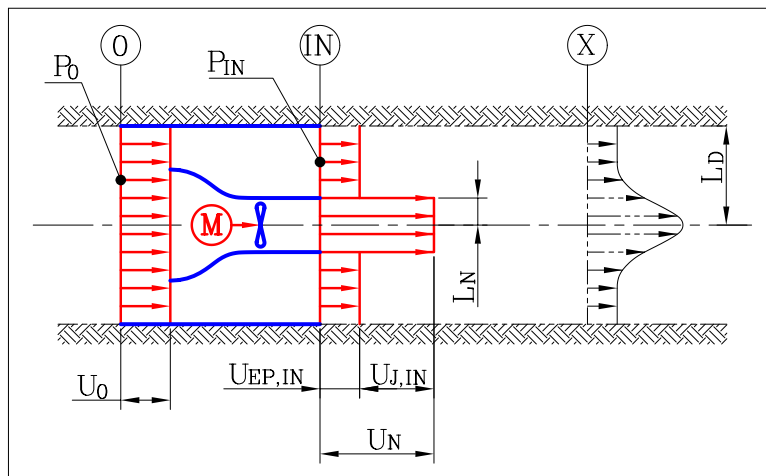


Figura 3.3: Superfície de controle da fonte.

A superfície de controle da fonte é definida pelos planos 0, IN e pela parede do duto, vide Figure 3.3. A diferença entre os valores dos perfis de velocidade e de pressão entre os planos 0 e IN deve-se à fonte de quantidade de movimento M .

As equações 3.14, 3.15 e 3.16 aplicadas à superfície de controle da fonte

resultam:

$$\begin{aligned}
 M &= \int_{\mathbb{S}_{IN}} (\rho U_{IN}^2 + P_{IN}) dS - \int_{\mathbb{S}_0} (\rho U_0^2 + P_0) dS \\
 &= 2\pi^\delta \int_0^{L_D} (\rho U_{IN}^2 + P_{IN}) y^\delta dy + \\
 &\quad - 2\pi^\delta \int_0^{L_D} (\rho U_0^2 + P_0) y^\delta dy \quad ;
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$M_I = \int_{\mathbb{S}_{IN}} (\rho U_{IN}^2) dS - \int_{\mathbb{S}_0} (\rho U_0^2) dS \quad ; \tag{3.18}$$

$$M_P = 2\pi^\delta \int_0^{L_D} P_{IN} y^\delta dy - 2\pi^\delta \int_0^{L_D} P_0 y^\delta dy \quad . \tag{3.19}$$

Estas equações permitem definir as seguintes variáveis:

- força total (inercial + pressão) no plano IN (G_{IN}),

$$G_{IN} \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} (\rho U_{IN}^2 + P_{IN}) y^\delta dy \quad ; \tag{3.20}$$

- fluxo de quantidade de movimento, ou força inercial, no plano IN ($G_{I,IN}$),

$$\begin{aligned}
 G_{I,IN} &\triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} \rho U_{IN}^2 y^\delta dy \\
 &= \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) \left[U_N^2 L_N^{\delta+1} + U_{EP,IN}^2 (L_D^{\delta+1} - L_N^{\delta+1}) \right] \quad ;
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

- força devido à pressão no plano IN ($G_{P,IN}$),

$$G_{P,IN} \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} P_{IN} y^\delta dy = \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta + 1} \right) P_{IN} L_D^{\delta+1} \quad ; \tag{3.22}$$

- força total (inercial + pressão) no plano 0 (G_0),

$$G_0 \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} (\rho U_0^2 + P_0) y^\delta dy \quad ; \quad (3.23)$$

- fluxo de quantidade de movimento, ou força inercial, no plano 0 ($G_{I,0}$),

$$G_{I,0} \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} \rho U_0^2 y^\delta dy = \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) U_0^2 L_D^{\delta+1} \quad ; \quad (3.24)$$

- força devido à pressão no plano 0 ($G_{P,0}$),

$$G_{P,0} \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} P_0 y^\delta dy = \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta + 1} \right) P_0 L_D^{\delta+1} \quad . \quad (3.25)$$

As equações 3.22 e 3.25 foram integradas invocando a hipótese de camada fina cisalhante (SCHLICHTING, 1979). Se a inclinação das linhas de corrente em relação a direção principal do escoamento médio é pequena, então é possível adotar pressão estática constante na direção perpendicular ao escoamento: $P_X(y) = P_{EP,X}$ ou $P_{IN}(y) = P_{EP,IN}$.

A substituição da equação 3.10 na equação 3.24 resulta,

$$G_{I,0} = \rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right) \left(\frac{\dot{V}_0^2}{L_D^{\delta+1}} \right) \quad . \quad (3.26)$$

As equações 3.17 e 3.18 reescritas em função das definições apresentadas por meio das equações 3.20 a 3.25, resultam:

$$M = G_{IN} - G_0 = (G_{I,IN} - G_{I,0}) + (G_{P,IN} - G_{P,0}) \quad ; \quad (3.27)$$

$$M_I = G_{I,IN} - G_{I,0} \quad . \quad (3.28)$$

3.3.2 Superfície de controle da expansão

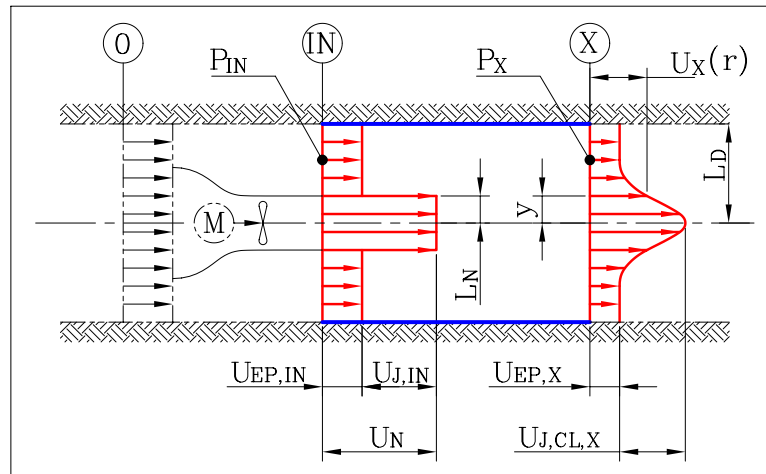


Figura 3.4: Superfície de controle da expansão.

A superfície de controle da expansão é definida pelos planos IN , X e pela parede do duto, vide Figura 3.4.

O plano X pode ser caracterizado por meio das seguintes definições:

- força total (inercial + pressão) no plano X (G_X),

$$G_X \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} (\rho U_X^2 + P_X) y^\delta dy \quad ; \quad (3.29)$$

- fluxo de quantidade de movimento, ou força inercial, no plano X ($G_{I,X}$),

$$G_{I,X} \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} \rho (U_{EP,X} + U_{J,X})^2 y^\delta dy \quad ; \quad (3.30)$$

- força devido à pressão no plano X ($G_{P,X}$),

$$G_{P,X} \triangleq 2\pi^\delta \int_0^{L_D} P_X y^\delta dy = \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta + 1} \right) P_{EP,X} L_D^{\delta+1} \quad . \quad (3.31)$$

A integração da equação 3.31 foi feita invocando a hipótese de camada fina cisalhante (SCHLICHTING, 1979).

A substituição das definições de forças e/ou fluxos (equações 3.20 à 3.22 e 3.29 a 3.31) nas equações 3.14, 3.15 e 3.16 aplicadas à superfície de controle de expansão resultam, respectivamente,

$$M = G_X - G_{IN} = (G_{I,X} - G_{I,IN}) + (G_{P,X} - G_{P,IN}) = 0 \quad ; \quad (3.32)$$

$$M_{I,X}^* = G_{I,X} - G_{I,IN} \quad ; \quad (3.33)$$

$$M_{P,X}^* = G_{P,X} - G_{P,IN} \quad . \quad (3.34)$$

Portanto,

$$M_{I,X}^* + M_{P,X}^* = 0 \quad . \quad (3.35)$$

A hipótese de tensão de cisalhamento nula na superfície de controle implica $G_X = G_{IN}$. A diferença dos perfis de velocidade e de pressão entre os planos IN e X deve-se:

- ao coeficiente de difusão de quantidade de movimento (difusividade turbulenta); e
- à condição de contorno imposta pela parede.

A equação a seguir define a difusividade turbulenta de quantidade de movimento Γ .

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} \triangleq \Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \quad . \quad (3.36)$$

A parede do duto limita a entrada de fluido para a região potencial externa do escoamento. A aplicação dos balanços de massa e de quantidade de movimento sobre este sistema resulta em um gradiente de pressão ao longo do eixo x (exceto nos casos nos quais o crescimento da camada limite compensa a taxa de expansão do jato).

O fluxo de quantidade de movimento inercial no plano X é determinado por meio das seguintes etapas.

1. Substituição dos valores do perfil de velocidade mostrados na Figura 3.4 na equação 3.30:

$$\begin{aligned} G_{I,X} &= 2\pi^\delta \int_0^{L_D} \rho (U_{EP,X} + U_{J,X})^2 y^\delta dy \\ &= 2\pi^\delta \int_0^{L_D} \rho (U_{EP,X}^2 + 2U_{EP,X}U_{J,X} + U_{J,X}^2) y^\delta dy \quad . \end{aligned} \quad (3.37)$$

2. Substituição das equações de perfil de excesso de velocidade e de balanço de massa e volume, equações 3.1 a 3.12, na equação da etapa anterior:

$$\begin{aligned} G_{I,X} &= 2\pi^\delta \rho \int_0^{L_D} \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right)^2 \left(\frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_{J,X}}{L_D^{\delta+1}} \right)^2 y^\delta dy + \\ &+ 2\pi^\delta \rho \int_0^{L_D} 2 \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right) \left(\frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_{J,X}}{L_D^{\delta+1}} \right) U_{J,CL,X} f_\eta y^\delta dy + \\ &+ 2\pi^\delta \rho \int_0^{L_D} (U_{J,CL,X} f_\eta)^2 y^\delta dy \quad ; \end{aligned} \quad (3.38)$$

- (a) expansão do termo elevado ao quadrado e retirada dos termos constantes para fora das integrais da equação da etapa anterior,

$$\begin{aligned} G_{I,X} &= \frac{(\delta + 1)^2 \rho}{2\pi^\delta} \left(\frac{\dot{V}_0^2 - 2\dot{V}_0 \dot{V}_{J,X} + \dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{2(\delta+1)}} \right) \int_0^{L_D} y^\delta dy + \\ &+ (\delta + 1) \rho \left(\frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_{J,X}}{L_D^{\delta+1}} \right) U_{J,CL,X} 2 \int_0^{L_D} f_\eta y^\delta dy + \\ &+ 2\pi^\delta \rho U_{J,CL,X}^2 \int_0^{L_D} f_\eta^2 y^\delta dy \quad ; \end{aligned} \quad (3.39)$$

- (b) integração do primeiro termo e introdução da variável η no segundo

membro da equação da etapa anterior,

$$\begin{aligned}
 G_{I,X} = & \frac{(\delta+1)^2 \rho}{2\pi^\delta} \left(\frac{\dot{V}_0^2 - 2\dot{V}_0\dot{V}_{J,X} + \dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{2(\delta+1)}} \right) \frac{L_D^{\delta+1}}{\delta+1} + \\
 & + (\delta+1)\rho \left(\frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_{J,X}}{L_D^{\delta+1}} \right) U_{J,CL,X} L_{J,X}^{\delta+1} 2 \int_0^{\eta_D} f_\eta \eta^\delta d\eta + \quad (3.40) \\
 & + 2\pi^\delta \rho U_{J,CL,X}^2 L_{J,X}^{\delta+1} \int_0^{\eta_D} f_\eta^2 \eta^\delta d\eta \quad ;
 \end{aligned}$$

(c) rearranjo do primeiro termo e integração do segundo termo do segundo membro da equação da etapa anterior,

$$\begin{aligned}
 G_{I,X} = & \left(\frac{\delta+1}{2\pi^\delta} \right) \rho \left(\frac{\dot{V}_0^2 - 2\dot{V}_0\dot{V}_{J,X} + \dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{\delta+1}} \right) + \\
 & + (\delta+1)\rho \left(\frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_{J,X}}{L_D^{\delta+1}} \right) U_{J,CL,X} L_{J,X}^{\delta+1} \left(\frac{2}{\delta+1} \right) + \quad (3.41) \\
 & + 2\pi^\delta \rho U_{J,CL,X}^2 L_{J,X}^{\delta+1} \int_0^{\eta_D} f_\eta^2 \eta^\delta d\eta \quad .
 \end{aligned}$$

3. Definição do coeficiente de quantidade de movimento (\mathbb{K}):

$$\mathbb{K} \triangleq (\delta+1) \int_0^{\eta_D} f_\eta^2 \eta^\delta d\eta \quad . \quad (3.42)$$

4. Substituição do coeficiente de quantidade de movimento (\mathbb{K}) na equação 3.41:

$$\begin{aligned}
 G_{I,X} = & \rho \left(\frac{\delta+1}{2\pi^\delta} \right) \left(\frac{\dot{V}_0^2 - 2\dot{V}_0\dot{V}_{J,X} + \dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{\delta+1}} \right) + \\
 & + \rho \left(\frac{\delta+1}{2\pi^\delta} \right) \left[2 \left(\frac{\dot{V}_0\dot{V}_{J,X} - \dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{\delta+1}} \right) + \mathbb{K} \frac{\dot{V}_{J,X}^2}{L_{J,X}^{\delta+1}} \right] \quad ; \quad (3.43)
 \end{aligned}$$

5. Rearranjo dos termos da equação da etapa anterior:

$$G_{I,X} = \rho \left(\frac{\delta+1}{2\pi^\delta} \right) \left[\left(\frac{\dot{V}_0^2 - \dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{\delta+1}} \right) + \mathbb{K} \frac{\dot{V}_{J,X}^2}{L_{J,X}^{\delta+1}} \right] \quad . \quad (3.44)$$

3.3.3 Superfície de controle da fonte e da expansão

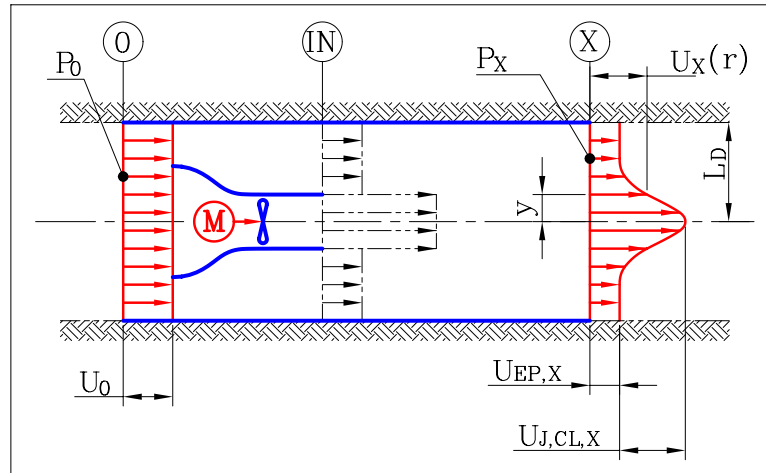


Figura 3.5: Superfície de controle da fonte e da expansão.

A superfície de controle da fonte e da expansão é definida pelos planos 0 e X; e pela parede do duto, vide Figura 3.5.

A substituição das definições de forças e/ou fluxos (equações 3.23 à 3.25 e 3.29 à 3.31) nas equações de balanço de quantidade de movimento equações (3.14, 3.15 e 3.16) aplicada à superfície de controle da fonte e da expansão resultam, respectivamente,

$$M = (G_{I,X} - G_{I,0}) + (G_{P,X} - G_{P,0}) = M_{I,X} + M_{P,X} \quad ; \quad (3.45)$$

$$M_{I,X} = G_{I,X} - G_{I,0} \quad ; \quad (3.46)$$

$$M_{P,X} = G_{P,X} - G_{P,0} \quad ; \quad (3.47)$$

3.3.4 Superfície de controle do bocal

A superfície de controle do bocal é definida pela seção de saída do bocal. Esta superfície é pertencente à superfície IN. A equação a seguir fornece o

fluxo de quantidade de movimento na seção de saída do bocal.

$$G_{I,N} = \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) U_N^2 L_N^{\delta+1} \quad . \quad (3.48)$$

É importante ressaltar que esta superfície de controle é aberta.

3.4 Craya-Curtet

O parâmetro de Craya-Curtet, \mathcal{M}_C , é definido como sendo a razão entre a fonte de quantidade de movimento total e o fluxo de quantidade de movimento inercial no plano 0.

$$\mathcal{M}_C \triangleq \frac{M}{G_{I,0}} \quad (3.49)$$

Esta definição é baseada na superfície de controle da fonte e da expansão. A fonte de quantidade de movimento total é determinada por meio das seguintes etapas.

1. Substituição das equações 3.26, 3.25, 3.44 e 3.31 na equação 3.45:

$$\begin{aligned} M = & \underbrace{\rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right) \left[\left(\frac{\dot{V}_0^2 - \dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{\delta+1}} \right) + \mathbb{K} \frac{\dot{V}_{J,X}^2}{L_{J,X}^{\delta+1}} \right]}_{G_{I,X}} + \\ & - \underbrace{\rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right) \left(\frac{\dot{V}_0^2}{L_D^{\delta+1}} \right)}_{G_{I,0}} + \\ & + \underbrace{\left(\frac{2\pi^\delta}{\delta + 1} \right) (P_{EP,X} - P_0) L_D^{\delta+1}}_{G_{PX} - G_{P0}} \quad . \end{aligned} \quad (3.50)$$

2. Rearranjo dos termos da equação da etapa anterior:

$$M = \rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right) \left(-\frac{\dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{\delta+1}} + \mathbb{K} \frac{\dot{V}_{J,X}^2}{L_{J,X}^{\delta+1}} \right) + \left(\frac{2\pi^\delta}{\delta + 1} \right) (P_{EP,X} - P_{0,X}) L_D^{\delta+1} . \quad (3.51)$$

3. Aplicação das hipóteses de escoamento não dissipativo ao longo de uma linha de corrente localizada na região potencial externa (equação de Bernoulli):

$$\rho \frac{U_0^2}{2} + P_0 = \rho \frac{U_{EP,X}^2}{2} + P_{EP,X} \quad ; \quad (3.52)$$

(a) separação dos termos de pressão no primeiro membro da equação,

$$P_{EP,X} - P_0 = \rho \left(\frac{U_0^2 - U_{EP,X}^2}{2} \right) \quad ; \quad (3.53)$$

(b) substituição das equações de conservação da vazão volumétrica (equações 3.6 à 3.12) na equação da etapa anterior,

$$P_{EP,X} - P_0 = \rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right)^2 \left(\frac{1}{L_D^{\delta+1}} \right)^2 \left[\left(\frac{\dot{V}_0}{2} \right)^2 - \left(\frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_{J,X}}{2} \right)^2 \right] ; \quad (3.54)$$

(c) expansão das expressões elevadas ao quadrado e rearranjo dos termos resultantes,

$$P_{EP,X} - P_0 = \rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right)^2 \left(\frac{1}{L_D^{\delta+1}} \right)^2 \left(\frac{2\dot{V}_0\dot{V}_{J,X} - \dot{V}_{J,X}^2}{2} \right) . \quad (3.55)$$

4. Substituição da equação da etapa anterior na equação 3.51:

$$M = \rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi^\delta} \right) \left[\left(-\frac{\dot{V}_{J,X}^2}{L_D^{\delta+1}} + \mathbb{K} \frac{\dot{V}_{J,X}^2}{L_{J,X}^{\delta+1}} \right) + \left(\frac{2\dot{V}_0\dot{V}_{J,X} - \dot{V}_{J,X}^2}{2L_D^{\delta+1}} \right) \right] . \quad (3.56)$$

5. Rearranjo dos termos da equação da etapa anterior:

$$M = \rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi\delta} \right) \frac{1}{L_D^{\delta+1}} \left(-\frac{3}{2} \dot{V}_{J,X}^2 + \dot{V}_0 \dot{V}_{J,X} \right) + \rho \left(\frac{\delta + 1}{2\pi\delta} \right) \frac{1}{L_{J,X}^{\delta+1}} \mathbb{K} \dot{V}_{J,X}^2 . \quad (3.57)$$

A substituição das equações 3.57 e 3.26 na equação 3.49 resulta

$$\mathcal{M}_C = \frac{\dot{V}_{J,X}}{\dot{V}_0} - \frac{3}{2} \left(\frac{\dot{V}_{J,X}}{\dot{V}_0} \right)^2 + \mathbb{K} \cdot \left(\frac{\dot{V}_{J,X}}{\dot{V}_0} \right)^2 \left(\frac{L_D}{L_{J,X}} \right)^{\delta+1} . \quad (3.58)$$

A equação acima determina o parâmetro de Craya-Curtet em função apenas:

- da razão entre o excesso de vazão do jato e a vazão no plano 0;
- da razão entre a largura do jato e a largura do duto; e
- do coeficiente de quantidade de movimento \mathbb{K} .

A equação 3.58 está no formato apresentado por Curtet (1958).

A substituição das equações 3.6 e 3.10 na equação 3.58 resulta

$$\mathcal{M}_C = \frac{U_{J,CL,X}}{U_0} \left(\frac{L_{J,X}}{L_D} \right)^{\delta+1} - \frac{3}{2} \left(\frac{U_{J,CL,X}}{U_0} \right)^2 \left(\frac{L_{J,X}}{L_D} \right)^{2(\delta+1)} + \mathbb{K} \cdot \left(\frac{U_{J,CL,X}}{U_0} \right)^2 \left(\frac{L_{J,X}}{L_D} \right)^{\delta+1} . \quad (3.59)$$

A equação acima determina o parâmetro de Craya-Curtet em função apenas:

- da razão entre o excesso de velocidade do jato na linha de centro e a velocidade no plano 0;

- da razão entre a largura do jato e a largura do duto; e
- do coeficiente de quantidade de movimento \mathbb{K} .

Esta equação é útil quando se deseja fazer uma verificação grosseira sobre a qualidade dos dados experimentais. Se as hipóteses adotadas no desenvolvimento da análise integral fossem absolutamente verdadeiras, o parâmetro de Craya; Curtet seria constante ao longo do jato (direção x). No caso real, este parâmetro deve decrescer devido à dissipação do escoamento.

3.5 Becker-Hottel-Williams

O parâmetro de Becker-Hottel-Williams, \mathcal{M}_B , é definido como sendo a raiz quadrada da razão entre o fluxo de quantidade de movimento inercial no plano 0 e a fonte de quantidade de movimento total.

$$\mathcal{M}_B \triangleq \left(\frac{G_{I,0}}{M} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{\mathcal{M}_C} \right)^{1/2} . \quad (3.60)$$

Esta definição é baseada na superfície de controle da fonte. A fonte de quantidade de movimento é determinada por meio das seguintes etapas.

1. Substituição das equações 3.24, 3.25, 3.21 e 3.22 na equação 3.27:

$$M = \underbrace{\left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) \left[U_N^2 L_N^{\delta+1} + U_{EP,IN}^2 (L_D^{\delta+1} - L_N^{\delta+1}) \right]}_{G_{I,IN}} + \underbrace{\left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) U_0^2 L_D^{\delta+1}}_{G_{I,0}} + \underbrace{\left(\frac{2\pi^\delta}{\delta + 1} \right) (P_{IN} - P_0) L_D^{\delta+1}}_{G_{P,IN} - G_{P,0}} . \quad (3.61)$$

2. Substituição da equação de Bernoulli na equação da etapa anterior:

$$M = \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) \left[U_N^2 L_N^{\delta+1} + U_{EP,IN}^2 (L_D^{\delta+1} - L_N^{\delta+1}) \right] + \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) U_0^2 L_D^{\delta+1} + \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) \left(\frac{U_0^2 - U_{EP,IN}^2}{2} \right) L_D^{\delta+1}. \quad (3.62)$$

3. Rearrajo dos termos da equação da etapa anterior:

$$M = \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) (U_N^2 - U_{EP,IN}^2) L_N^{\delta+1} + \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) \left(\frac{U_{EP,IN}^2}{2} - \frac{U_0^2}{2} \right) L_D^{\delta+1}. \quad (3.63)$$

A substituição das equações 3.24 e 3.63 na equação 3.60 resulta

$$\mathcal{M}_B = \frac{U_0}{\left[(U_N^2 - U_{EP,IN}^2) \left(\frac{L_N}{L_D} \right)^{\delta+1} + \frac{U_{EP,IN}^2}{2} - \frac{U_0^2}{2} \right]^{1/2}}. \quad (3.64)$$

A equação acima determina o parâmetro de [Becker, Hottel e Williams \(1962\)](#).

3.6 Thring-Newby

O parâmetro de [Thring e Newby \(1952\)](#), \mathcal{M}_T , foi originalmente desenvolvido usando:

- a similaridade imperfeita existente entre jatos livres isotérmicos e jatos livres reativos; e
- um modelo empírico que descreve a taxa de expansão em um jato confinado.

No presente trabalho, o parâmetro \mathcal{M}_T é redefinido como sendo a raiz quadrada da razão entre o fluxo de quantidade de movimento inercial no bocal e o fluxo de quantidade de movimento inercial no plano 0.

$$\mathcal{M}_T \triangleq \left(\frac{G_{I,N}}{G_{I,0}} \right)^{1/2} . \quad (3.65)$$

O parâmetro \mathcal{M}_T é determinado por meio das seguintes etapas.

1. Substituição das equações 3.24 e 3.48 na equação 3.65:

$$\mathcal{M}_T = \left[\left(\frac{2\pi^\delta}{\delta+1} \right) \left(\frac{\delta+1}{2\pi^\delta \rho} \right) \frac{\rho U_N^2 L_N^{\delta+1}}{U_0^2 L_D^{\delta+1}} \right]^{1/2} = \left(\frac{\rho U_N^2 L_N^{\delta+1}}{\rho U_0^2 L_D^{\delta+1}} \right)^{1/2} . \quad (3.66)$$

2. Substituição das equações 3.3 e 3.4 na equação da etapa anterior:

$$\mathcal{M}_T = \left(\frac{m_N^2 L_D^{\delta+1}}{m_0^2 L_N^{\delta+1}} \right)^{1/2} = \left(\frac{m_N}{m_N + m_{EP,IN}} \right) \left(\frac{L_D}{L_N} \right)^{\frac{\delta+1}{2}} . \quad (3.67)$$

A equação acima é o parâmetro de Thring-Newby conforme apresentado na referência (THRING; NEWBY, 1952). É importante notar que este parâmetro é definido em função de um balanço de quantidade de movimento sobre uma superfície aberta: plano 0 e seção de saída do bocal.

3.7 Razão Inercial

O parâmetro da razão inercial, \mathcal{M}_I , é definido como sendo a razão entre a fonte de quantidade de movimento inercial e o fluxo de quantidade de movimento inercial no plano 0.

$$\mathcal{M}_I \triangleq \frac{M_I}{G_{I,0}} . \quad (3.68)$$

Esta definição é baseada na superfície de controle da fonte. A fonte de quantidade de movimento inercial é determinada pela substituição das equações 3.21 e 3.24 na equação 3.28.

$$M_I = \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) U_N^2 L_N^{\delta+1} + \left(\frac{2\pi^\delta \rho}{\delta + 1} \right) \left[U_{EP,IN}^2 (L_D^{\delta+1} - L_N^{\delta+1}) - U_0^2 L_D^{\delta+1} \right] . \quad (3.69)$$

O parâmetro da razão inercial é determinado pela substituição das equações 3.69 e 3.24 na equação 3.68.

$$\mathcal{M}_I = \frac{\left(U_N^2 - U_{EP,IN}^2 \right) \left(\frac{L_N}{L_D} \right)^{\delta+1} + U_{EP,IN}^2 - U_0^2}{U_0^2} . \quad (3.70)$$

3.8 Razão Pressão Inércia

O parâmetro da razão pressão inércia, \mathcal{M}_P , é definido como a razão entre a fonte de pressão e o fluxo de quantidade de movimento inercial no plano 0.

$$\mathcal{M}_P \triangleq \frac{M_P}{G_{I,0}} = \mathcal{M}_C - \mathcal{M}_I . \quad (3.71)$$

Este parâmetro é baseado na superfície de controle da fonte e foi originalmente desenvolvido por [Arima, Pimenta e Silva \(2008\)](#).

3.9 Similaridade Incompleta

Segundo [Barenblatt \(2003\)](#), [Barenblatt, Chorin e Prostokishin \(2005\)](#) a similaridade pode receber as seguintes classificações.

Completa: quando independe das condições de entrada do escoamento, por exemplo, escoamentos de Couette e de Poiseuille.

Incompleta quando depende das condições de entrada do escoamento, por exemplo, escoamentos de jatos livres e de camada limite.

As características de um jato confinado podem ser descritas pelas seguintes grandezas dimensionais:

- velocidade no plano 0, U_0 ;
- excesso de velocidade do jato na linha de centro, $U_{J,CL,X}$;
- largura do jato, L_J ;
- largura do duto, L_D ;
- distância em relação a seção de saída do bocal (coordenada x);

A coordenada x tem origem no centro da seção de saída do bocal, e direção e sentido coincidentes com a do escoamento médio.

As curvas $U_{J,CL,X} \times x$ e $L_J \times x$ são denominadas, respectivamente, curva de decaimento da velocidade; e curva de expansão do jato.

[Curtet \(1958\)](#) apresenta a seguinte adimensionalização e escalonamento para estas curvas:

- $\left(\frac{U_0}{U_{J,CL,X} \cdot \mathcal{M}_C^{1/2}} \right) \times \left(\frac{x}{L_D} \right)$;
- $\left(\frac{L_{J,X}}{L_D \cdot \mathcal{M}_C^{1/2}} \right) \times \left(\frac{x}{L_D \cdot \mathcal{M}_C^{1/2}} \right)$.

As razões para a adoção desta adimensionalização não são apresentadas por Curtet (1958). No presente trabalho, são adotados critérios de escalonamento e, com base nestes critérios, as grandezas que caracterizam os jatos confinados são adimensionalizadas na forma de parâmetros e variáveis. Os parâmetros e variáveis adimensionais obtidos no presente trabalho dependem da largura do bocal ou do excesso de velocidade do jato no plano IN . Portanto, a similaridade obtida por meio do uso destes adimensionais é incompleta (BARENBLATT, 2003; BARENBLATT; CHORIN; PROSTOKISHIN, 2005).

Segundo as equações de transporte de k , ε e $\overline{u'_i u'_j}$, o gradiente de pressão média não tem influência direta sobre a turbulência. No entanto, este gradiente de pressão média pode alterar o perfil de velocidade e, conseqüentemente, a turbulência. Justifica-se assim, a introdução da pressão nas análises integrais apresentadas no presente trabalho.

3.9.1 Gradiente de pressão reduzido

Se o gradiente de pressão ao longo da direção média do escoamento for pequeno, então:

- o perfil de velocidade média evolui devido à difusividade turbulenta; e
- a turbulência evolui devido,
 - à turbulência, e
 - ao gradiente de velocidade média.

A difusividade turbulenta segundo o modelo $k - \varepsilon$ (JONES; LAUNDER, 1972) é dada pela seguinte equação:

$$\Gamma = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad . \quad (3.72)$$

Onde c_μ é uma constante empírica. Este modelo evidencia o caráter inercial da difusividade turbulenta. A análise integral e dimensional da difusividade turbulenta deve ser a seguinte:

$$[\Gamma]^1 = [G_I]^a \cdot [\rho]^b \quad ; \quad (3.73)$$

$$\left[\frac{L^2}{T} \right] = \left[\frac{M \cdot L}{T^2} \right]^a \cdot \left[\frac{M}{L^3} \right]^b \quad ; \quad (3.74)$$

$$\Gamma \propto G_I^{1/2} \cdot \rho^{-1/2} \quad . \quad (3.75)$$

Onde, G_I é o fluxo (ou fonte) de quantidade de movimento inercial.

A diferença entre os perfis de velocidade do plano 0 e do plano IN deve-se à fonte de quantidade de movimento inercial M_I ; e a diferença entre a pressão do plano 0 e do plano IN deve-se à fonte de pressão M_P . Portanto, a equação 3.75 aplicada ao plano IN fornece:

$$\Gamma_{IN} \propto M_I^{1/2} \cdot \rho^{-1/2} \quad . \quad (3.76)$$

Se em um plano distante ∞ o perfil de velocidade evoluir e tornar-se uniforme, então $G_{I,\infty}$ será igual a $G_{I,0}$. Neste caso, a equação 3.75 fornece:

$$\Gamma_{\infty,G} \propto G_{I,0}^{1/2} \cdot \rho^{-1/2} \quad . \quad (3.77)$$

O modelo de comprimento de mistura de Prandtl fornece a seguinte aproximação para Γ :

$$\Gamma \propto \ell_{mix}^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \propto \ell_{mix}^2 \left| \frac{\Delta U}{\Delta y} \right| \quad . \quad (3.78)$$

Estas aproximações estão na forma diferencial e consideram as dimensões apropriadas.

A aplicação da equação 3.78 à região do jato fornece

$$\Gamma_X \propto L_{J,X}^2 \cdot \left| \frac{\Delta U_J}{L_{J,X}} \right| \propto U_{J,CL,X} L_{J,X} \quad . \quad (3.79)$$

A aplicação da equação 3.78 ao plano distante ∞ , onde o perfil de velocidade é uniforme ($U_\infty = U_0$), fornece:

$$\Gamma_{\infty,\ell} \propto L_D^2 \cdot \left| \frac{\Delta U_T}{L_D} \right| \propto U_0 L_D \quad . \quad (3.80)$$

Os critérios de escalonamento para escoamentos com gradientes de pressão reduzidos são os seguintes:

- proporcionalidade entre as razões de diffusividade de quantidade de movimento,

$$\frac{\Gamma_{IN}}{\Gamma_{\infty,G}} \propto \frac{\Gamma_X}{\Gamma_{\infty,\ell}} \quad ; \text{ e} \quad (3.81)$$

- linearidade da taxa de expansão do jato,

$$L_{J,X} \propto x \quad ; \quad (3.82)$$

A substituição das equações 3.76, 3.77, 3.79, e 3.80 na equação 3.81 resulta:

$$\left(\frac{M_I}{G_{I,0}} \right)^{1/2} \propto \frac{U_{J,CL,X}}{U_0} \cdot \frac{L_{J,X}}{L_D} \quad . \quad (3.83)$$

Esta equação pode ser reescrita nas seguintes formas:

$$\mathcal{M}_I^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,CL,X}} \right) \propto \frac{L_{J,X}}{L_D} \quad ; \quad (3.84)$$

$$\mathcal{M}_I^{1/2} \frac{L_D}{L_{J,X}} \propto \left(\frac{U_{J,CL,X}}{U_0} \right) . \quad (3.85)$$

A substituição da equação 3.82 na equação 3.84 resulta:

$$\mathcal{M}_I^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,CL,X}} \right) \propto \frac{x}{L_D} . \quad (3.86)$$

As equações 3.84 e 3.85 são usadas para definir as seguintes variáveis adimensionais:

- largura adimensional inercial inicial do jato (\mathcal{L}_I),

$$\mathcal{L}_I \triangleq \mathcal{M}_I^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,IN}} \right) ; \quad (3.87)$$

- largura adimensional inercial local do jato ($\mathcal{L}_{I,X}$),

$$\mathcal{L}_{I,X} \triangleq \mathcal{M}_I^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,CL,X}} \right) ; \quad (3.88)$$

- excesso de velocidade adimensional inercial inicial do jato (\mathcal{U}_I),

$$\mathcal{U}_I \triangleq \mathcal{M}_I^{1/2} \left(\frac{L_D}{L_{J,0}} \right) ; \quad (3.89)$$

- excesso de velocidade adimensional inercial local do jato ($\mathcal{U}_{I,X}$).

$$\mathcal{U}_{I,X} \triangleq \mathcal{M}_I^{1/2} \left(\frac{L_D}{L_{J,X}} \right) . \quad (3.90)$$

3.9.2 Gradiente de pressão elevado

Se o gradiente de pressão ao longo da direção média do escoamento for elevado, então:

- o perfil de velocidade média evolui devido
 - ao gradiente de pressão, e
 - à difusividade turbulenta; e
- a turbulência evolui devido,
 - à turbulência, e
 - ao gradiente de velocidade média.

Portanto, o critério de escalonamento deve considerar os efeitos de gradiente de pressão. Estes efeitos são considerados por meio das seguintes variáveis adimensionais:

- largura adimensional inicial de Curtet (\mathcal{L}_C),

$$\mathcal{L}_C \triangleq \mathcal{M}_C^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,IN}} \right) ; \quad (3.91)$$

- largura adimensional local de Curtet ($\mathcal{L}_{C,X}$),

$$\mathcal{L}_{C,X} \triangleq \mathcal{M}_C^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,CL,X}} \right) ; \quad (3.92)$$

- excesso de velocidade adimensional inicial de Curtet (\mathcal{U}_C),

$$\mathcal{U}_C \triangleq \mathcal{M}_C^{1/2} \left(\frac{L_D}{L_{J,0}} \right) ; \quad (3.93)$$

- excesso de velocidade adimensional local de Curtet ($\mathcal{U}_{C,X}$),

$$\mathcal{U}_{C,X} \triangleq \mathcal{M}_C^{1/2} \left(\frac{L_D}{L_{J,X}} \right) ; \quad (3.94)$$

- largura adimensional de pressão inicial do jato (\mathcal{L}_P),

$$\mathcal{L}_P \triangleq \mathcal{M}_P^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,IN}} \right) ; \quad (3.95)$$

- excesso de velocidade adimensional de pressão inicial do jato (\mathcal{U}_P).

$$\mathcal{U}_P \triangleq \mathcal{M}_P^{1/2} \left(\frac{L_D}{L_{J,0}} \right) . \quad (3.96)$$

A largura adimensional inercial local e o excesso de velocidade adimensional inercial local do jato podem ser determinadas por meio das seguintes equações na posição $x = 0$:

$$(\mathcal{L}_{I,X})_{x=0} = \mathcal{L}_I = (\mathcal{L}_C^2 - \mathcal{L}_P^2)^{1/2} = \left((\mathcal{L}_{C,X}^2)_{x=0} - \mathcal{L}_P^2 \right)^{1/2} ; \quad (3.97)$$

$$(\mathcal{U}_{I,X})_{x=0} = \mathcal{U}_I = (\mathcal{U}_C^2 - \mathcal{U}_P^2)^{1/2} = \left((\mathcal{U}_{C,X}^2)_{x=0} - \mathcal{U}_P^2 \right)^{1/2} . \quad (3.98)$$

A hipótese de similaridade proposta no presente trabalho para a condição de gradiente de pressão elevado é a seguinte: as equações 3.97 e 3.98 podem ser extrapoladas para a região a algumas larguras de bocal a jusante do plano IN e a algumas larguras de duto a montante do ponto no qual o jato atinge a parede. Se isto for feito, estas variáveis adimensionais passam a representar, respectivamente:

- a largura adimensional local de Curtet com pressão de referência P_{IN} ($\mathcal{L}_{C,X}^*$),

$$\mathcal{L}_{C,X}^* \triangleq (\mathcal{L}_{C,X}^2 - \mathcal{L}_P^2)^{1/2} ; \quad (3.99)$$

- o excesso de velocidade local de Curtet com pressão de referência P_{IN} ($\mathcal{U}_{C,X}^*$),

$$(\mathcal{U}_{C,X}^*)^2 \triangleq (U_{C,X}^2 - U_P^2) . \quad (3.100)$$

3.10 Interpretações para as Variáveis Adimensionais

A interpretação dos parâmetros adimensionais \mathcal{M}_C , \mathcal{M}_B , \mathcal{M}_T , \mathcal{M}_I e \mathcal{M}_P pode ser obtida diretamente das respectivas definições.

A interpretação das variáveis adimensionais \mathcal{L}_I , $\mathcal{L}_{I,X}$, \mathcal{L}_C , $\mathcal{L}_{C,X}$, \mathcal{L}_P , \mathcal{U}_I , $\mathcal{U}_{I,X}$, \mathcal{U}_C , $\mathcal{U}_{C,X}$ e \mathcal{U}_P necessita das seguintes etapas adicionais:

1. definição da largura integral de quantidade de movimento;
2. definição da velocidade integral de quantidade de movimento; e
3. manipulação algébrica das variáveis adimensionais.

Estas variáveis adimensionais são baseadas na superfície de controle da fonte.

A interpretação das variáveis adimensionais $\mathcal{L}_{C,X}^*$ e $(\mathcal{U}_{C,X}^*)^2$ pode ser obtida diretamente das respectivas definições.

A largura integral de quantidade de movimento é definida por uma das seguintes equações:

$$L_M \triangleq \left(\frac{G}{\rho \cdot U_{max}^2} \right)^{1/2} \quad ; \text{ ou} \quad (3.101)$$

$$L_M \triangleq \left(\frac{M}{\rho \cdot U_{max}^2} \right)^{1/2} \quad . \quad (3.102)$$

Onde G é o fluxo de quantidade de movimento, M é a fonte de quantidade de movimento, U_{max} é a velocidade de pico do perfil de velocidade, e L_M é a largura de quantidade de movimento.

A velocidade integral de quantidade de movimento (U_M) é definida por uma das seguintes equações:

$$U_M \triangleq \left(\frac{G}{\rho \cdot L^2} \right)^{1/2} ; \text{ ou} \quad (3.103)$$

$$U_M \triangleq \left(\frac{M}{\rho \cdot L^2} \right)^{1/2} . \quad (3.104)$$

Onde L é uma largura característica do escoamento (por exemplo: largura volumétrica, largura do ponto de inflexão e largura integral de quantidade de movimento).

Substituindo a equação 3.68 na 3.87 obtém-se:

$$\mathcal{L}_I = \left(\frac{M_I}{G_{I,0}} \right)^{1/2} \left(\frac{U_0}{U_{J,IN}} \right) = \left(\frac{\frac{M_I}{U_{J,IN}^2}}{\frac{G_{I,0}}{U_0^2}} \right)^{1/2} = \frac{\left(\frac{M_I}{\rho U_{J,IN}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho U_0^2} \right)^{1/2}} \quad (3.105)$$

Se forem efetuados desenvolvimentos algébricos análogos ao da equação acima para as variáveis adimensionais $\mathcal{L}_{I,X}$, \mathcal{L}_C , $\mathcal{L}_{C,X}$ e \mathcal{L}_P , obtém-se:

$$\mathcal{L}_{I,X} = \frac{\left(\frac{M_I}{\rho U_{J,CL,X}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho U_0^2} \right)^{1/2}} ; \quad \mathcal{L}_C = \frac{\left(\frac{M}{\rho U_{J,IN}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho U_0^2} \right)^{1/2}} ;$$

$$\mathcal{L}_{C,X} = \frac{\left(\frac{M}{\rho U_{J,CL,X}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho U_0^2} \right)^{1/2}} ; \quad \mathcal{L}_P = \frac{\left(\frac{M_P}{\rho U_{J,IN}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho U_0^2} \right)^{1/2}} .$$

Substituindo a equação 3.68 na 3.89 obtém-se:

$$\mathcal{U}_I = \left(\frac{M_I}{G_{I,0}} \right)^{1/2} \left(\frac{L_D}{L_{J,0}} \right) = \left(\frac{M_I}{L_{J,0}^2} \right)^{1/2} \left(\frac{L_D}{G_{I,0}} \right) = \frac{\left(\frac{M_I}{\rho L_{J,0}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho L_D^2} \right)^{1/2}} \quad (3.106)$$

Se forem efetuados desenvolvimentos algébricos análogos ao da equação acima para as variáveis adimensionais $\mathcal{U}_{I,X}$, \mathcal{U}_C , $\mathcal{U}_{C,X}$ e \mathcal{U}_P , obtém-se:

$$\mathcal{U}_{I,X} = \frac{\left(\frac{M_I}{\rho L_{J,X}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho L_D^2} \right)^{1/2}} \quad ; \quad \mathcal{U}_C = \frac{\left(\frac{M}{\rho L_N^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho L_D^2} \right)^{1/2}} \quad ;$$

$$\mathcal{U}_{C,X} = \frac{\left(\frac{M}{\rho L_{J,X}^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho L_D^2} \right)^{1/2}} \quad ; \quad \mathcal{U}_P = \frac{\left(\frac{M_P}{\rho L_N^2} \right)^{1/2}}{\left(\frac{G_{I,0}}{\rho L_D^2} \right)^{1/2}} \quad .$$

As equações acima consideram a largura característica como sendo a largura volumétrica do jato. Esta largura foi adotada apenas para ficar coerente com a equação que determina \mathcal{M}_C , equação 3.58, e com o trabalho de Curtet (1958). Se a largura integral de quantidade de movimento for adotada como sendo a largura característica do escoamento, então as variáveis \mathcal{L}_I , $\mathcal{L}_{I,X}$, \mathcal{L}_C , $\mathcal{L}_{C,X}$ e \mathcal{L}_P podem ser obtidas a partir das variáveis \mathcal{U}_I , $\mathcal{U}_{I,X}$, \mathcal{U}_C , $\mathcal{U}_{C,X}$ e \mathcal{U}_P .

O desenvolvimento feito nesta seção permite interpretar as variáveis adimensionais \mathcal{L}_I , $\mathcal{L}_{I,X}$, \mathcal{L}_C , $\mathcal{L}_{C,X}$ e \mathcal{L}_P como sendo razões de larguras integrais de quantidade de movimento; e as variáveis adimensionais \mathcal{U}_I , $\mathcal{U}_{I,X}$, \mathcal{U}_C , $\mathcal{U}_{C,X}$ e \mathcal{U}_P como sendo razões de velocidades integrais de quantidade de movimento.

4 CONDIÇÕES OPERACIONAIS

O objetivo desta seção é apresentar e avaliar a abrangência das condições operacionais dos dados de literatura disponíveis por meio da análise integral e adimensional desenvolvida, seção 3, e em função desta definir as condições experimentais a serem caracterizadas em experimentos próprios.

As condições operacionais de literatura são apresentadas primeiro. Desta forma, a escolha das condições operacionais dos experimentos próprios é facilmente justificada.

4.1 Condições Operacionais de Literatura

As condições operacionais de literatura são compostas por três conjuntos de dados experimentais levantados por:

1. [Curtet \(1958\)](#);
2. [Curtet e Ricou \(1964\)](#); e
3. [Yule e Damou \(1991\)](#).

O primeiro conjunto é referente a jatos planos bi-simétricos e os experimentos foram executados em túnel de água. Os demais conjuntos são referentes a jatos axi-simétricos e os experimentos foram executados em túnel de vento.

[Curtet \(1958\)](#) e [Curtet e Ricou \(1964\)](#):

- usaram tubos de Pitot para a medição da velocidade média axial; e
- produziram perfis de velocidade uniformes e com baixa turbulência na região do bocal por meio do uso de bocais com contração.

Yule e Damou (1991):

- usaram anemômetros de fio quente DISA (Dantec) tanto para medição de velocidade média axial quanto para flutuações de velocidade; e
- produziram perfis de velocidade e de turbulência na região do bocal típicos de escoamentos turbulentos desenvolvidos em dutos devido ao uso de bocais sem contração (apenas um tubo longo e de seção constante).

As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram, respectivamente,

- as dimensões da largura do duto e do bocal; e
- as condições operacionais;

dos experimentos executados por Curtet (1958), Curtet e Ricou (1964), e Yule e Damou (1991). Os valores dos parâmetros \mathcal{M}_C mostrados na Tabela 4.2 foram calculados em função das velocidades e das dimensões fornecidas nas respectivas referências. Estes valores de \mathcal{M}_C diferem ligeiramente dos respectivos valores publicados .

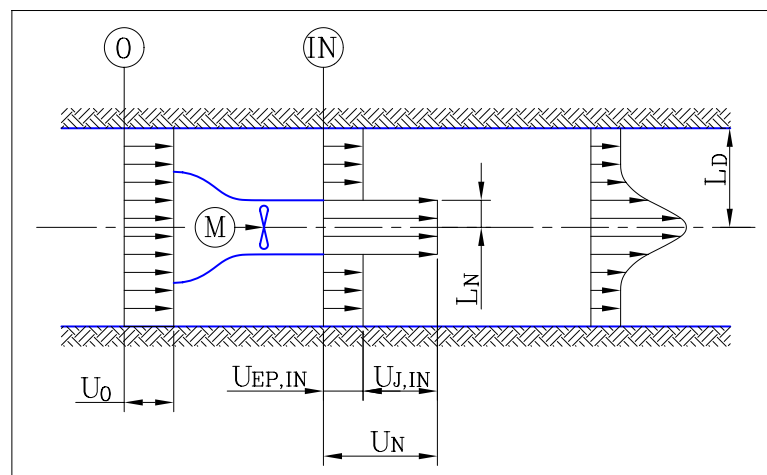
A Figura 4.1 apresenta a definição das variáveis de velocidade e de largura usadas nas Tabelas 4.1 e 4.2.

Tabela 4.1: Raio (ou altura) do duto e do bocal dos túneis de vento (ou água) usados na literatura.

| Referência | L_D [mm] | L_N [mm] | L_D/L_N [—] |
|-----------------------|---------------|---------------|------------------|
| Curtet (1958) | 25 | 1,9 | 13,2 |
| Curtet e Ricou (1964) | 81 | 6,0 | 13,5 |
| Yule e Damou (1991) | 97 | 4,4 | 22,3 |

Tabela 4.2: Condições operacionais de literatura para jatos confinados.

| M_C | M_I | M_P | M_I/M_C | $\frac{U_{EP,IN}}{U_0}$ | $\frac{U_{J,IN}}{U_0}$ |
|------------------------------|-------|-------|-----------|-------------------------|------------------------|
| Curtet (1958) | | | | | |
| 0,061 | 0,021 | 0,040 | 0,339 | 0,959 | 0,544 |
| 0,089 | 0,036 | 0,053 | 0,406 | 0,945 | 0,720 |
| 0,152 | 0,076 | 0,076 | 0,501 | 0,921 | 1,042 |
| 0,363 | 0,234 | 0,129 | 0,644 | 0,861 | 1,827 |
| 0,586 | 0,418 | 0,168 | 0,713 | 0,815 | 2,440 |
| 0,948 | 0,733 | 0,215 | 0,773 | 0,754 | 3,231 |
| Curtet e Ricou (1964) | | | | | |
| 0,011 | 0,006 | 0,005 | 0,565 | 0,994 | 1,021 |
| 0,053 | 0,037 | 0,016 | 0,687 | 0,985 | 2,682 |
| 0,131 | 0,105 | 0,026 | 0,787 | 0,975 | 4,466 |
| 0,575 | 0,519 | 0,056 | 0,889 | 0,946 | 9,866 |
| Yule e Damou (1991) | | | | | |
| 0,040 | 0,032 | 0,008 | 0,802 | 0,992 | 5,013 |
| 0,190 | 0,172 | 0,018 | 0,904 | 0,982 | 11,418 |
| 1,095 | 1,051 | 0,044 | 0,959 | 0,954 | 27,931 |

**Figura 4.1:** Definição das variáveis dimensionais de velocidade e largura usadas na definição das condições operacionais dos jatos.

A Figura 4.2 mostra as condições operacionais dos casos de literatura analisados. Esta figura fornece uma informação visual sobre o gradiente de pressão

da condição operacional do jato. O autor da presente tese arbitrou as seguintes faixas de gradiente de pressão.

- $\mathcal{M}_1/\mathcal{M}_C \geq 0,8$: gradiente de pressão reduzido;
- $\mathcal{M}_1/\mathcal{M}_C < 0,8$: gradiente de pressão elevado.

As condições operacionais de Curtet e Ricou (1964) estão em uma região entre os experimentos de Yule e Damou (1991) e de Curtet (1958), exceto a condição com $\mathcal{M}_C = 0,011$. Ou seja, cada condição de operação de Curtet e Ricou (1964) pertence ao interior de um polígono cujos vértices são os pontos de operação de Yule e Damou (1991) e de Curtet (1958). Os dados de Curtet e Ricou (1964) poderiam ser considerados redundantes se os experimentos de Curtet (1958) fossem axi-simétricos.

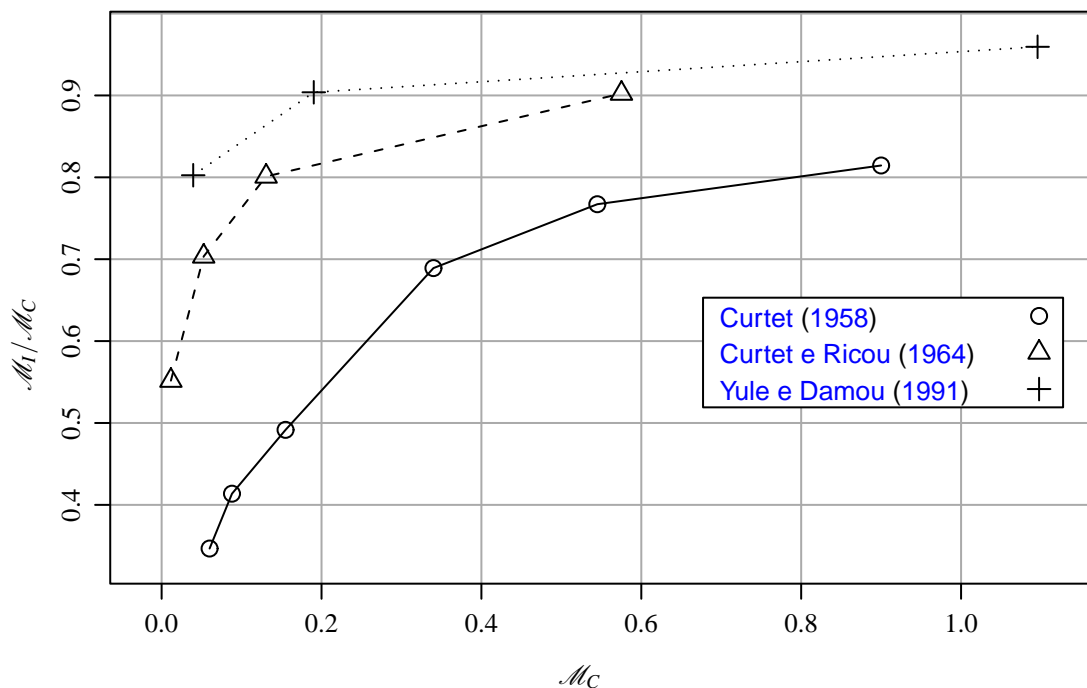


Figura 4.2: Mapa das condições operacionais de literatura.

O banco de dados de Yule e Damou (1991) é bem completo em termos de grandezas medidas e número de medições na região entre a seção de saída

do bocal e a seção na qual o jato colapsa com a camada limite. No entanto, as condições operacionais deste banco de dados possuem os menores gradientes de pressão dentre os bancos de dados de literatura.

4.2 Condições Operacionais Próprias

A Tabela 4.3 mostra as condições operacionais dos experimentos executados na presente tese. A razão entre a largura do duto e da lança usada nos experimentos foi $L_D/L_N = 7,5$. As características do túnel de vento e a descrição dos procedimentos experimentais são apresentados nos capítulos 5 e 6, respectivamente.

Tabela 4.3: Condições operacionais próprias para os jatos da presente tese.

| \mathcal{M}_C | \mathcal{M}_I | \mathcal{M}_P | $\mathcal{M}_I/\mathcal{M}_C$ | $\frac{U_{EP,IN}}{U_0}$ | $\frac{U_{J,IN}}{U_0}$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------|------------------------|
| 0,242 | 0,193 | 0,049 | 0,798 | 0,949 | 5,458 |
| 0,509 | 0,434 | 0,075 | 0,853 | 0,922 | 7,617 |
| 1,084 | 0,972 | 0,112 | 0,897 | 0,881 | 10,816 |

A Figura 4.3 mostra as condições operacionais de literatura e dos experimentos executados na presente tese. Estas condições operacionais foram escolhidas em função dos seguintes critérios:

- a zona de recirculação externa dos escoamentos produzidos não deve existir (ou deve ser muito pequena), ou seja, a faixa de \mathcal{M}_C a ser investigada deve estar entre 0 e $\sim 1,0$; e
- os valores da razão $\mathcal{M}_I/\mathcal{M}_C$ devem estar abaixo dos valores de literatura referentes aos jatos confinados axi-simétricos de Curtet e Ricou (1964) e de Yule e Damou (1991).

O objetivo destes critérios é ampliar as fronteiras das condições operacionais do banco de dados experimentais de jatos confinados axi-simétricos.

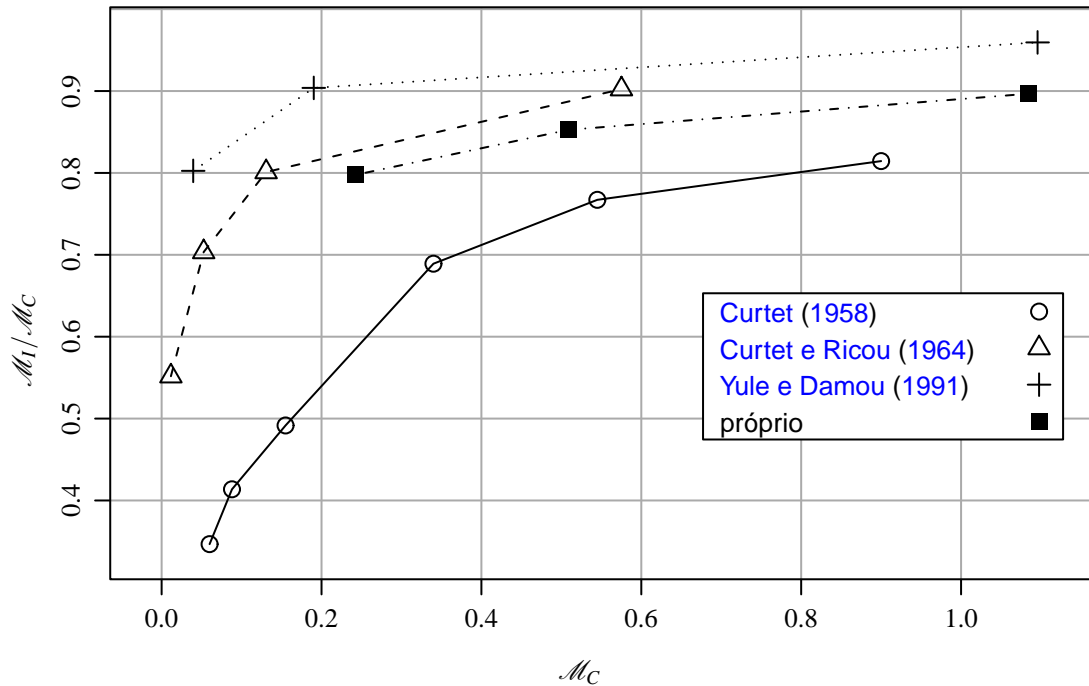


Figura 4.3: Mapa das condições operacionais de literatura e dos experimentos próprios.

Não houve a preocupação em reproduzir as condições operacionais dos experimentos de literatura para validação do túnel de vento. Esta validação é feita por meio de duas etapas.

1. Validação da técnica de medição do LDV por meio da medição de um escoamento turbulento completamente desenvolvido em duto, seção 6.6;
2. Execução da análise integral e adimensional da seção 3, cujos resultados são apresentados na seção 7.

4.3 Comentários Finais

A principal diferença entre os jatos planos e axi-simétricos implícita nas definições dos parâmetros M_C , M_I e M_P é a relação existente entre as forças

inerciais e de pressão, e as larguras do duto e da lança. As forças são calculadas por meio de integrais do quadrado da velocidade e da pressão sobre as áreas do duto, da lança e da região anular entre a lança e o duto. No caso plano, estas áreas são lineares com as dimensões do duto e da lança, no caso axi-simétrico, as áreas variam com o quadrado dessas dimensões. Portanto, para uma dada razão de larguras, L_D/L_N , e de velocidades, $U_{EP,IN}/U_{J,IN}$, tem-se que o caso plano possui razão $\mathcal{M}_I/\mathcal{M}_C$ inferior em relação ao caso axi-simétrico. Ou seja, é mais fácil produzir experimentos com gradiente de pressão elevado para o caso plano do que para o caso axi-simétrico.

O aumento de gradiente de pressão pode ser obtido por meio da diminuição da razão L_D/L_N . Nos experimentos próprios esta razão é 7,5, e nos casos de literatura é acima de 13,2. O problema em diminuir esta razão de forma muito intensa é o afastamento do padrão de escoamento de jato confinado, idealizado por meio da Figura 3.1. A medida que L_D/L_N diminui, L_N aproxima-se de L_D e o padrão de escoamento passa a ser dominado pelas camadas limites e pela esteira do duto e da lança.

5 TÚNEL DE VENTO

Este capítulo apresenta o túnel de vento axi-simétrico para estudo de jatos confinados usado nos experimentos da presente tese. O presente capítulo documenta o cumprimento do seguinte objetivo intermediário:

- Projetar e construir um túnel de vento axi-simétrico para estudo de jatos confinados em dutos.

Este capítulo descreve o túnel de vento e sua metodologia de projeto e construção, tais como:

- requisitos de projeto;
- critérios de projeto; e
- descrição dos componentes.

Apesar de existirem diversas referências sobre projeto e construção de túneis de vento, as regras de projeto não estão bem estabelecidas. Existem apenas sugestões de projeto e descrições sobre os aspectos contrutivos e de desempenho. Por exemplo:

- regras gerais de projeto para túneis de vento pequenos ([MEHTA; BRADSHAW, 1979](#));
- regras de projeto e caracterização de desempenho,
 - para contrações de túneis de vento ([BELL; MEHTA, 1989](#); [HUSSAIN; RAMJEE, 1976](#); [MOREL, 1977](#); [MOREL, 1975](#); [TULAPURKARA; BHALLA, 1988](#); [YAO-XI, 1991](#)), e

- para grades retificadoras (MEHTA, 1985);
- cálculo da perda de carga dos componentes (IDELCHIK, 2003);
- detalhes de um túnel de vento para estudo de jatos livres axi-simétricos e com “swirl” (MORSE, 1980);
- detalhes de um túnel de vento para estudo de jatos confinados planos (OSEBERG; KLINE, 1971);
- descrição sumária de um túnel de vento para estudo de jatos confinados axi-simétricos (CURTET, 1958).

Deve-se ressaltar que os túneis de vento são projetados para funções específicas, tais como:

- calibração de instrumentos de medição de velocidade;
- visualização de escoamento ao redor de modelos (por exemplo: carros, aviões e prédios);
- estudo de transição laminar-turbulento em camadas limites; e
- estudo de jatos confinados em dutos (presente tese).

Dependendo da função do túnel de vento, este deverá satisfazer determinados requisitos de desempenho.

5.1 Características Gerais

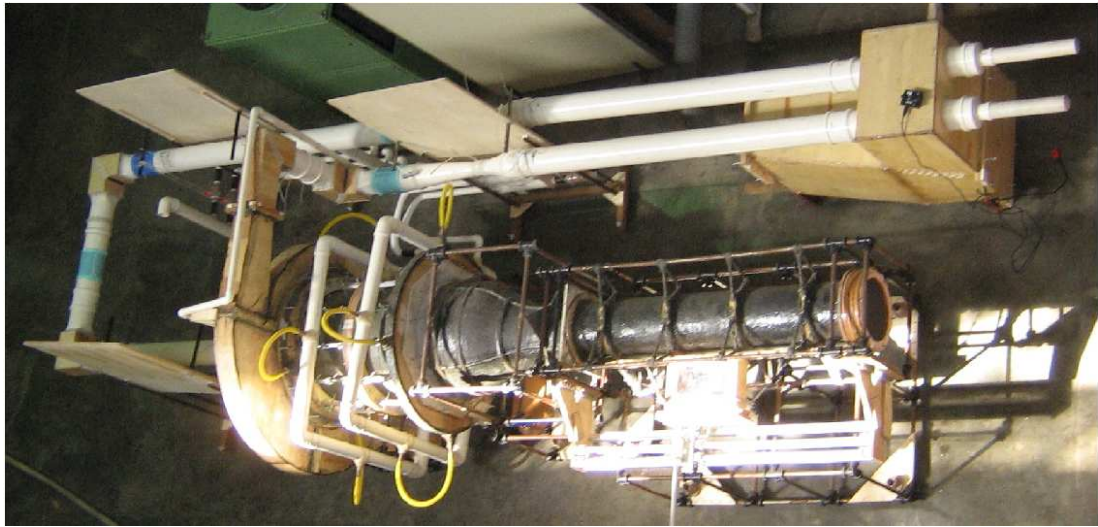


Figura 5.1: Foto geral do túnel de vento.

O túnel de vento axi-simétrico para estudo de jatos confinados em dutos possui as seguintes dimensões gerais:

- seção de teste:
 - diâmetro: 300 mm ;
 - comprimento: 1.500 mm ;
- diâmetros das lanças de ar: 10 mm , 40 mm , 75 mm e 150 mm ;
- razão de contração: 4.

A razão de contração é definida como sendo a razão entre a área de entrada e a área de saída da contração.

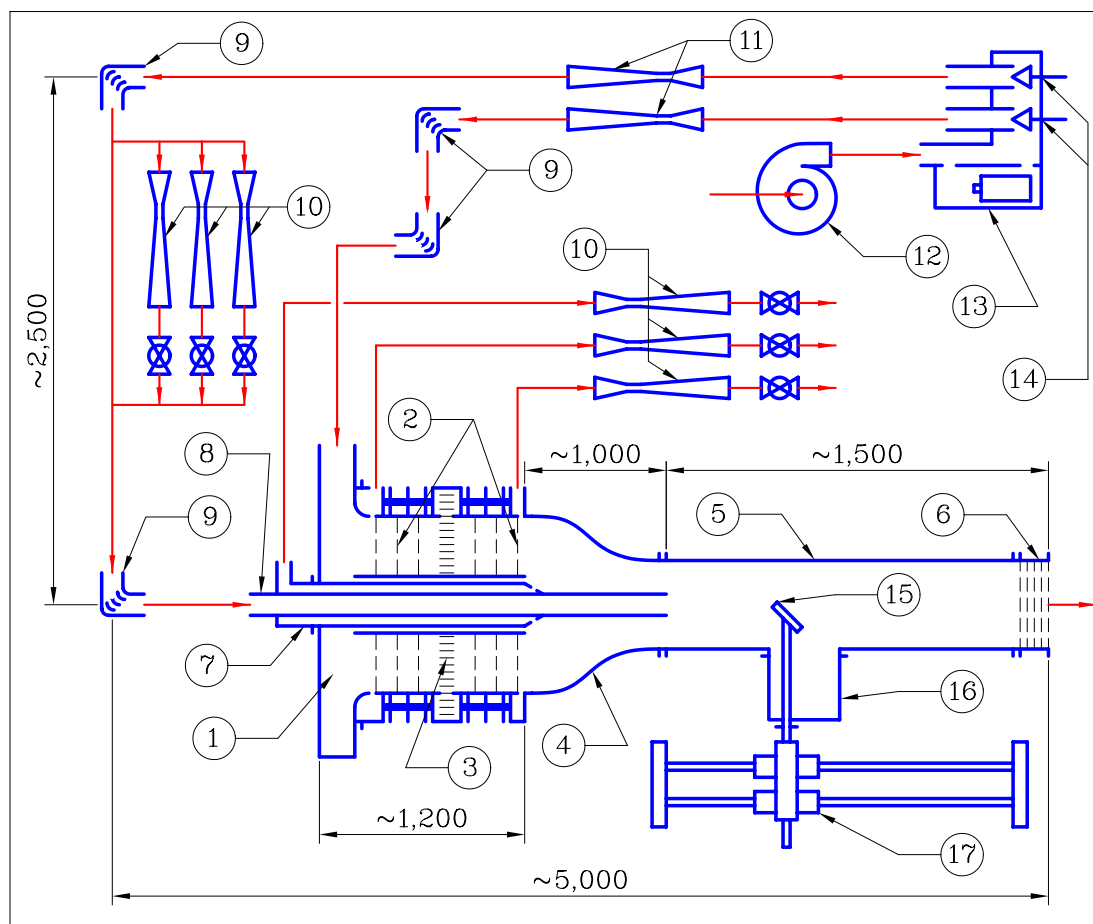


Figura 5.2: Esquema geral dos componentes do túnel de vento: (1) voluta; (2) grade; (3) colméia; (4) contração; (5) seção de teste; (6) grade de saída; (7) tubo guia das lanças de ar; (8) lança de ar; (9) curva com defletores; (10) Venturis de baixa vazão; (11) Venturis de alta vazão; (12) Ventilador centrífugo; (13) caixa de fumaça; (14) válvulas agulha; (15) suporte da sonda LDV; (16) caixa da sonda LDV; (17) sistema de movimentação da sonda.

As Figuras 5.1 e 5.2 mostram, respectivamente, a foto e o esquema geral do túnel de vento. A seção de teste deste túnel deve operar de forma pressurizada para evitar infiltrações de ar. Estas infiltrações perturbam o escoamento no interior do túnel de vento de forma muito mais intensa que os vazamentos. A pressurização do túnel é obtida por meio do fornecimento do ar de forma forçada e por um conjunto de grades instalado na saída da seção de teste. O ar é fornecido por um ventilador centrífugo que está conectado a uma válvula agulha de três vias. Esta válvula divide o fluxo de ar entre o escoamento periférico (região potencial externa do plano IN) e o jato, vide Figura 3.1. Conectada a esta válvula, existe também uma caixa de fumaça que é responsável pela sementeira do escoamento. Esta sementeira é necessária

ao funcionamento do LDV. O fluxo de ar que alimenta o jato sai da válvula agulha, passa por um conjunto de medição de vazão (Venturis e válvulas), entra na lança de ar, e é injetado na seção de teste. O fluxo de ar que alimenta o escoamento periférico sai da válvula agulha, passa por um medidor de vazão (Venturi), entra na voluta, passa por um conjunto retificador, é acelerado na contração, e é introduzido na seção de teste do túnel de vento. A seção de teste possui uma fresta lateral para inserção da sonda do LDV. A sonda do LDV é posicionada por meio de suportes e de um sistema de movimentação de sonda. O acoplamento da fresta da seção de teste com a sonda do LDV e seu suporte é feita por meio da caixa da sonda. A seção 5.2 apresenta uma descrição mais detalhada de cada um dos componentes do túnel de vento.

Os materiais usados na construção deste túnel de vento foram: fibra de vidro, madeira, aço, alumínio, PVC, EVA, polietileno, polionda®, tela verde, tecido tipo furadinho e barbante de algodão e de cisal. O processo de fabricação utilizado foi artesanal onde foram empregadas a mão de obra do próprio doutorando e ferramentas manuais da classe “hobby”. O tempo de fabricação deste túnel foi de dois anos com dedicação exclusiva do doutorando a esta atividade.

A meta de desempenho deste túnel de vento é a seguinte:

$$\begin{aligned}\Delta U / U_{EP,IN} &< 0,002 \\ \sqrt{\overline{u^2}} / U_{EP,IN} &< 0,001 \\ \sqrt{\overline{v^2}} / U_{EP,IN} = \sqrt{\overline{w^2}} / U_{EP,IN} &< 0,003\end{aligned}$$

Onde ΔU é a variação da velocidade axial na região potencial externa do plano IN , vide Figura 3.1; $\overline{u^2}$ é a média do quadrado da flutuação de velocidade na direção x e $\overline{v^2}$ é a média do quadrado da flutuação de velocidade na direção y (ou z).

Estas características de desempenho são as necessárias aos estudos de transição laminar-turbulento.

5.2 Descrição dos Componentes

5.2.1 Seção de teste



Figura 5.3: Seção de teste do túnel de vento.

A seção de teste foi construída com os seguintes materiais: fibra de vidro (parede); madeira (flanges); alumínio (batente da fresta de inserção de sondas); aço (estrutura de suporte). A Figura 5.3 mostra a seção de teste do túnel de vento.

O diâmetro da seção de teste é a primeira dimensão a ser definida no projeto de um túnel de vento, as demais dimensões são funções desta. Devido aos critérios econômicos, a dimensão da seção de teste deve ser a menor possível para uma dada qualidade de experimentos. No presente caso, foi adotado um diâmetro de 300 mm e um comprimento de 1.500 mm . Os fatores considerados nesta escolha foram os seguintes.

Razão entre a largura da seção de teste e a largura da lança. Foi estipulado que o valor para esta razão deve estar entre 2 e 30. Desta forma, pretende-se obter condições de operação que não foram testadas nas

referências (CURTET, 1958; CURTET; RICOU, 1964; YULE; DAMOU, 1991).

Razão entre a largura do jato e a resolução espacial do LDV. O valor estimado para esta razão foi 30. A resolução espacial do LDV é aproximadamente 1 mm . Portanto, os jatos produzidos pelas lanças de 150 mm e de 75 mm terão suas condições iniciais medidas; e os jatos produzidos pelas lanças de 40 mm e 10 mm terão suas condições medidas apenas a partir de certa distância à jusante do plano *IN*.

Razão entre os diâmetros da seção de teste e do suporte de sonda. O valor estimado para esta razão foi 10. Apesar deste valor ser extremamente pequeno para sondas intrusivas, o suporte da sonda do LDV não pode ser considerado completamente intrusivo. Este suporte estará localizado a cerca de 100 mm de distância do ponto de medição; e a restrição de área decorrente da presença do suporte localiza-se em um plano a jusante do volume de medição. O diâmetro do suporte da sonda é cerca de 30 mm .

Dificuldades de construção de componentes de grandes dimensões. Inicialmente, foi estimado uma dimensão de 1.500 mm como limite para a construção de peças por uma única pessoa que utiliza ferramentas manuais. Durante a construção do túnel notou-se que o limite deveria ser 1.000 mm . Peças com dimensões maiores que 1.000 mm perdem a qualidade e demandam muito mais tempo de construção.

Dificuldades de fornecimento de vazões elevadas. O limite superior do ponto de operação dos ventiladores utilizados em aplicações comerciais está em torno de $4.000\text{ m}^3/\text{h}$ de vazão a uma pressão estática de $250\text{ mmH}_2\text{O}$. Estes ventiladores são muito mais baratos que os ventiladores industriais e estão disponíveis para pronta entrega. Foi selecionado um ventilador de pás radiais com estas características.

5.2.2 Contração

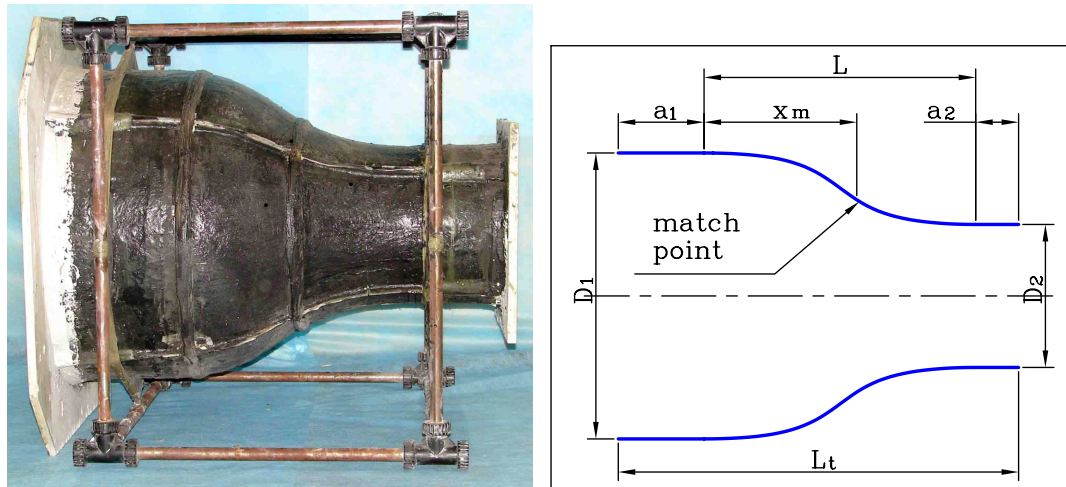


Figura 5.4: Contração do túnel de vento.

A Figura 5.4 mostra o esquema e a foto da contração. A Tabela 5.1 fornece as principais dimensões da contração do túnel de vento construído.

Tabela 5.1: Dimensões principais da contração do túnel de vento.

| D_1 | D_2 | a_1 | a_2 | x_m | L | L_t |
|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] |
| 600 | 300 | 180 | 90 | 251 | 570 | 840 |

A qualidade do escoamento na entrada da seção de teste depende da contração e dos componentes a montante desta, especialmente o retificador de escoamento e a voluta. A razão entre a área de entrada e a de saída da contração é denominada de razão de contração (CR). Para uma dada qualidade de escoamento, uma razão de contração pequena exige uma qualidade de escoamento elevada na saída do retificador; e uma razão de contração elevada não necessita de uma qualidade de escoamento elevada na saída do retificador. A seleção da razão de contração e o projeto dos retificadores e da voluta dependem do espaço e dos processos de fabricação disponíveis. Na presente tese, o processo de fabricação era a restrição mais importante: o tamanho de cada componente do túnel de vento deveria ser suficientemente pequeno para ser fabricado e montado por uma única pessoa. Foi escolhida uma razão de contração de 4. A faixa de valores recomendada está entre

$9 \leq CR \leq 16$ (MEHTA; BRADSHAW, 1979). Devido à adoção de uma razão de contração reduzida, o projeto do retificador e da voluta tornaram-se mais complexos (mais peças).

Foi utilizado o método de Morel (1975) para a determinação da curvatura da contração. Este método estabelece um critério para:

- determinar o limite para o início da separação do escoamento na região de pressão adversa da entrada da contração.
- determinar a não uniformidade do escoamento na seção de alta velocidade e área constante da contração.

A separação deve ser evitada pois ela aumenta a espessura da camada limite e provoca instabilidades no escoamento médio. A contração é composta por três seções, vide Figura 5.4:

- baixa velocidade e área constante;
- transição suave; e
- alta velocidade e área constante.

O comprimento total da contração, L_t , é dado por

$$L_t = a_1 + L + a_2. \quad (5.1)$$

Onde L , a_1 e a_2 são, respectivamente, os comprimentos da seção de transição, da seção de baixa velocidade e área constante, e da seção de alta velocidade e área constante.

O comprimento das seções de área constante são definidas usando as seguintes regras:

$$a_1 = 0.3D_1 \quad , \quad \text{and} \quad a_2 = 0.3D_2. \quad (5.2)$$

Onde D_1 e D_2 são, respectivamente, os diâmetros das seções de baixa e alta velocidades e áreas constantes.

O perfil da seção de transição suave é dada pelo encontro de duas cúbicas.

$$f = \begin{cases} 1 - \frac{1}{X} \left(\frac{x}{L} \right)^3, & \text{if } \frac{x}{L} \leq X \\ \frac{1}{(1-X)^2} \left(1 - \frac{x}{L} \right)^3, & \text{if } \frac{x}{L} > X, \end{cases} \quad (5.3)$$

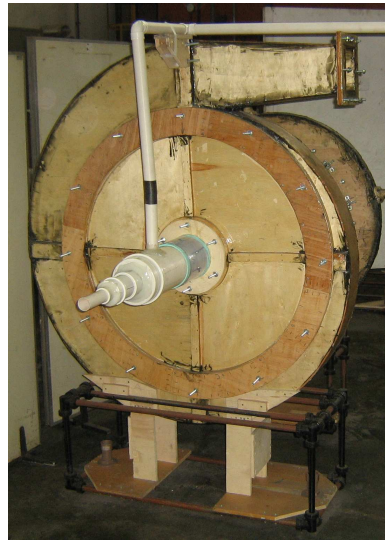
onde

$$f \left(\frac{x}{L} \right) = \frac{D - D_2}{D_1 - D_2}, \quad (5.4)$$

$X = x_m/L$ é o ponto de encontro adimensional, e x_m é o ponto de encontro dimensional (coordenada x).

Se a razão de contração (CR) já está definida, o método de [Morel \(1975\)](#) fornece o ponto de encontro X e o comprimento L da seção de transição suave.

5.2.3 Voluta



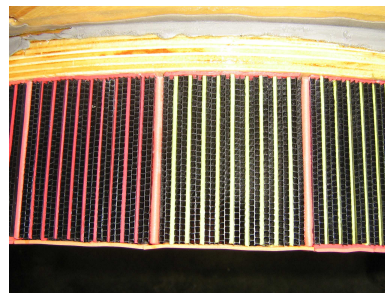
(a) com tampa



(b) sem tampa



(c) tampa



(d) defletores

Figura 5.5: Voluta do túnel da vento.

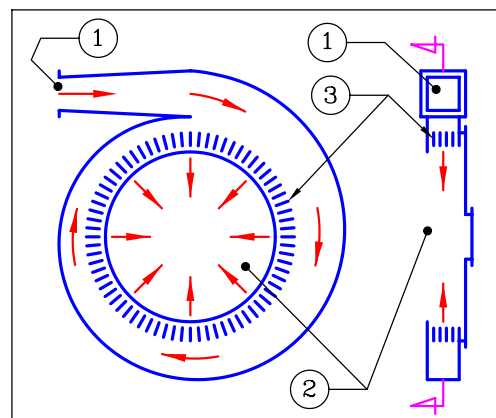


Figura 5.6: Esquema da voluta do túnel de vento: (1) entrada; (2) saída; (3) defletores.

As Figuras 5.5 e 5.6 mostram a voluta com tampa de suporte dos defletores, sem a tampa, somente a tampa com defletores, o detalhe dos defletores e o esquema da voluta, .

Normalmente, o componente que está imediatamente à montante do conjunto retificador de um túnel de vento é o difusor de ângulo elevado. Porém, o túnel de vento construído possui uma voluta no lugar deste difusor. Esta decisão de projeto foi tomada pelos seguintes motivos:

- a voluta é mais compacta que o difusor de ângulo elevado; e
- é mais fácil passar a lança de ar pelo centro da voluta do que pelo centro do difusor de ângulo elevado.

A voluta do túnel de vento foi construída em madeira. Esta voluta possui defletores para a mudança da direção do escoamento de tangencial para axial. Estes defletores foram construídos com tiras de polionda® (espessura: 3mm) coladas a tiras de EVA (espessura: 2mm). A cola utilizada é chamada de superciano e os defletores foram fixados em uma tampa para facilitar a manutenção e limpeza.

A geometria da voluta foi projetada para fornecer uma pressão estática uniforme, ou velocidade uniforme, ao longo da direção polar.

5.2.4 Conjunto retificador



Figura 5.7: Conjunto retificador do túnel de vento montado com a contração.

A Figura 5.7 mostra o conjunto retificador montado com a contração. Este conjunto é composto por:

- grades:
 - a montante da colméia e estrutura suporte destas,
 - a jusante da colméia e estrutura suporte destas; e

- colméia;

5.2.4.1 Grades e estruturas suporte destas

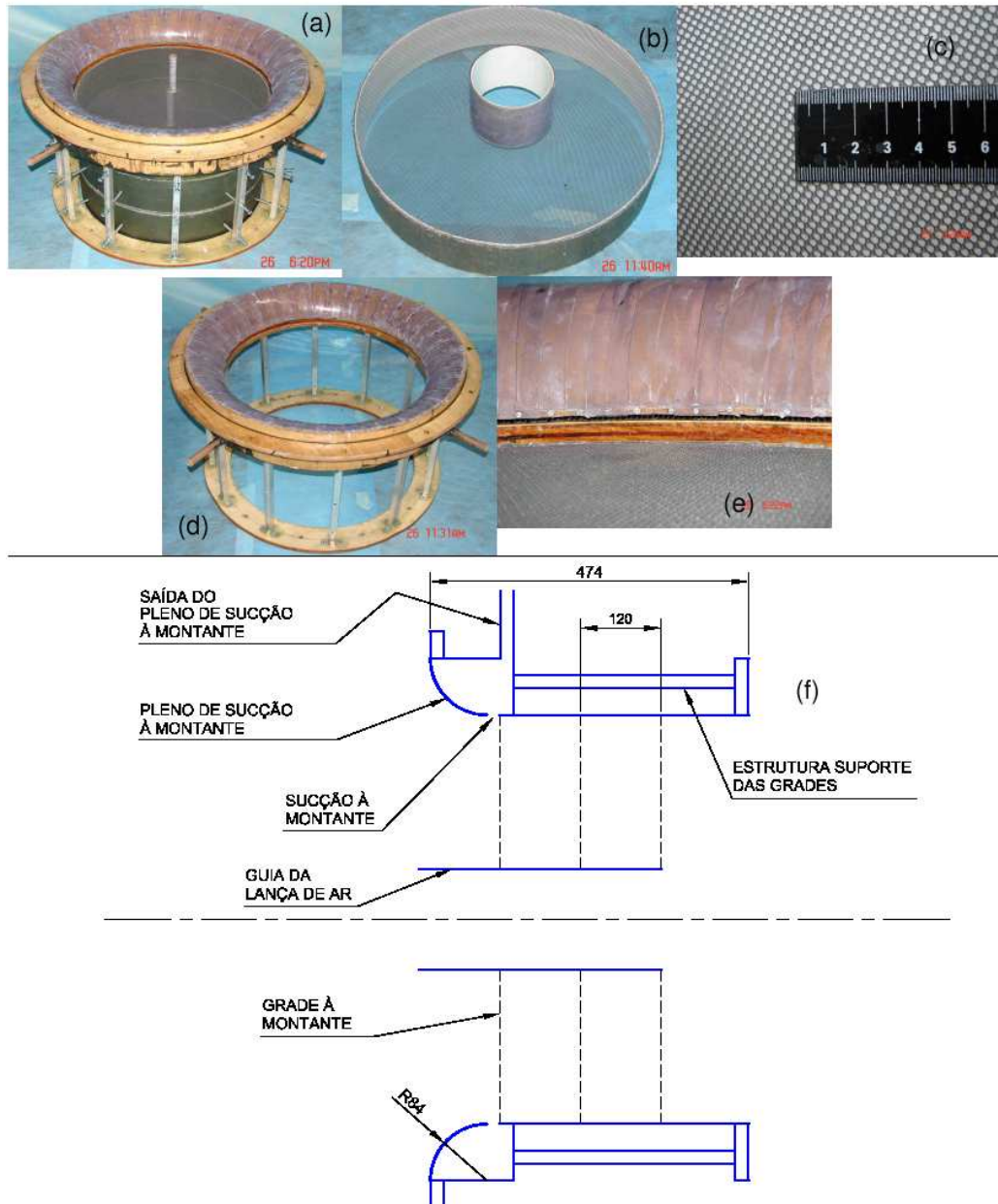


Figura 5.8: Componentes retificadores localizados a montante da colméia: (a) foto do conjunto com guia de lança de $\phi 16\text{ mm}$; (b) foto de uma grade com guia de lança $\phi 150\text{ mm}$; (c) foto da malha utilizada; (d) foto da estrutura suporte das grades retificadoras, do pleno de sucção e do arredondamento da aresta de entrada destas; (e) foto dos orifícios de sucção; (f) esquema dos componentes retificadores a montante da colméia.

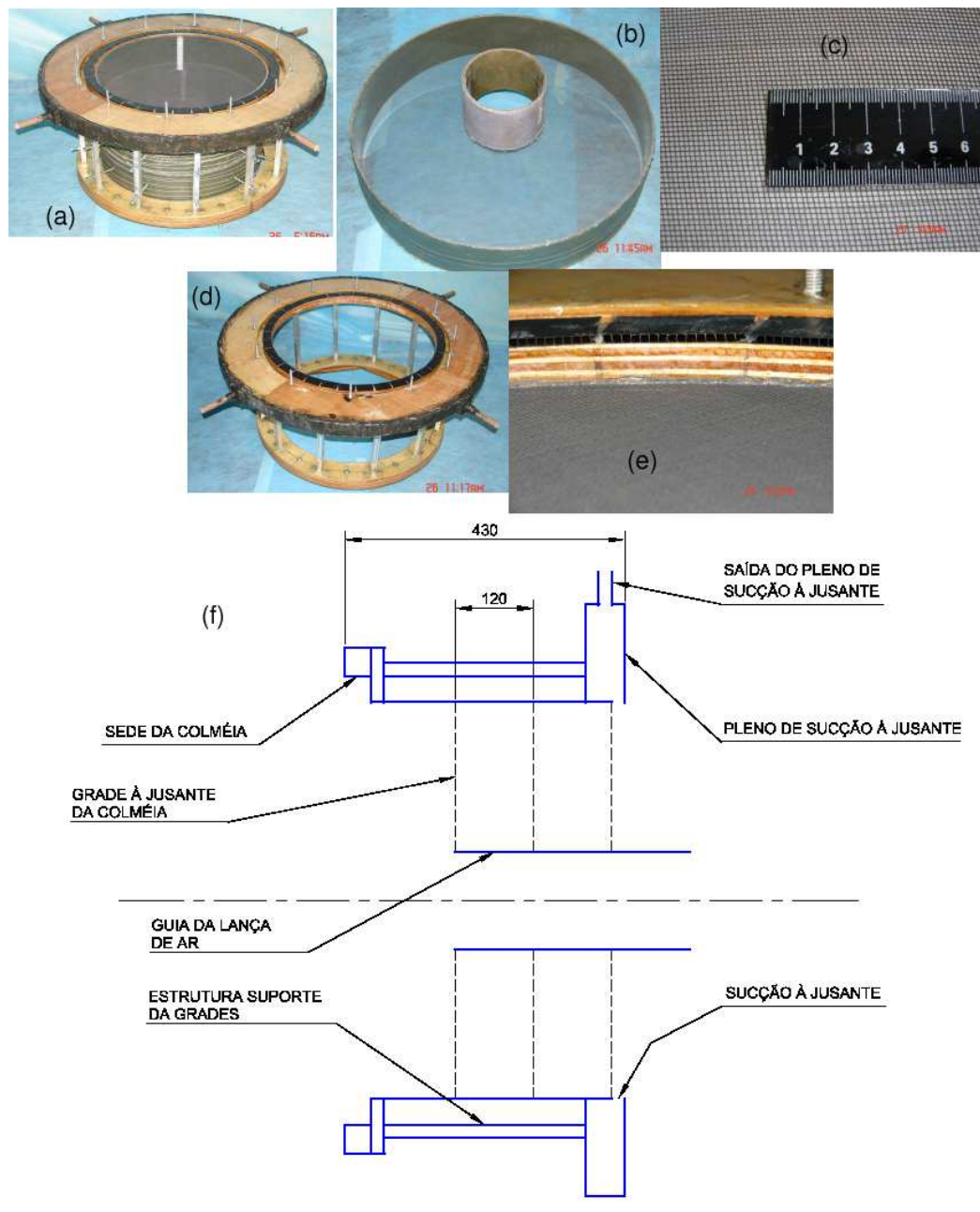


Figura 5.9: Componentes retificadores localizados a jusante da colméia: (a) foto do conjunto com guia de lança de $\phi 16\text{mm}$; (b) foto de uma grade com guia de lança $\phi 150\text{mm}$; (c) foto da malha utilizada; (d) foto da estrutura suporte das grades retificadoras e do pleno de sucção; (e) foto dos orifícios de sucção; (f) esquema dos componentes retificadores a jusante da colméia.

As Figuras 5.8 e 5.9 apresentam as grades a montante e a jusante da colméia e suas respectivas estruturas suporte.

As grades são compostas por:

- trecho de duto reto externo;
- trecho de duto reto interno; e
- malha esticada entre estes dutos.

Existem três grades à montante da colméia, e três à jusante. A razão de área aberta da malha, β , é definida como a razão entre a área aberta e a área total. As grades à montante da colméia possuem razão de área aberta menor, $\beta \approx 0.65$, que as das grades à jusante, $\beta \approx 0.85$. [Mehta e Bradshaw \(1979\)](#) recomendam $\beta > 0.57$ para evitar o colapso randômico de jatos e conseqüente formação de vórtices longitudinais. Os vórtices longitudinais persistem ao passarem pela contração. As grades à montante da colméia foram construídas com malhas de poliéster usadas em roupas esportivas. O nome comercial desta malha é tecido furadinho. As grades à jusante foram construídas com malhas de nylon® usadas para evitar a entrada de mosquitos através de janelas. O nome comercial desta malha é tela verde.

A adoção de grades a montante da colméia deve-se às seguintes recomendações de [Mehta e Bradshaw \(1979\)](#):

1. o ângulo de ataque do escoamento na entrada da colméia não deve ser superior a 10° , sob risco de ocorrer descolamento na entrada das células;
2. a razão de contração, razão entre a área na entrada e na saída da contração, deve estar entre 6 e 9.

Ou seja:

- deve-se retificar o escoamento que sai da voluta antes deste atravessar a colméia; e
- deve-se compensar a razão de contração 4 adotada.

O trecho de duto reto externo foi feito de fibra de vidro, possui diâmetro de 600mm e comprimento de 120mm . Este comprimento, L_g , determina o espa-

çamento entre as malhas e foi definido usando a recomendação de [Mehta e Bradshaw \(1979\)](#):

$$L_g = 0.2D_1. \quad (5.5)$$

O trecho de duto reto interno é usado para permitir a passagem das lanças de ar pelo centro das grades. Foram construídas grades com dois tipos de duto reto interno:

- duto reto interno $\phi_n 150$, usado para guiar
 - a lança de ar $\phi 150\text{mm}$, e o
 - tubo guia $\phi_n 150$;
- duto reto interno $\phi_n 20$, usado para guiar o tubo guia $\phi_n 20$.

O tubo guia $\phi_n 150$ guia as lanças de ar $\phi 75\text{mm}$ e $\phi 40\text{mm}$. O tubo guia $\phi_n 20$ guia a lança de ar $\phi 10\text{mm}$.

As estruturas suporte das grades foram feitas com madeira impermeabilizada com resina poliéster e perfis de alumínio. Estas estruturas possuem parafusos que possibilitam o ajuste da excentricidade e da circularidade das grades. Este sistema de ajuste demanda um tempo de montagem muito longo e não possibilita resultados satisfatórios. Portanto, é recomendável utilizar um conceito de projeto mais tradicional: as grades devem ser fixadas externamente em trechos de dutos flangeados, e o processo de fabricação deve ser suficientemente bom para evitar ajustes durante a montagem.

A Figura 5.8 mostra que a estrutura suporte das grades possui um arredondamento de arestas na entrada destas. Este arredondamento foi feito com placas de PVC rígido transparente e possui raio de cerca de 85mm . Esta figura mostra também orifícios de sucção localizados imediatamente à jusante do arredondamento. Estes orifícios foram montados com tiras de polionda® (espessura: 3mm). Os orifícios de sucção e o arredondamento da aresta na entrada das grades retificadoras foram introduzidos para evitar o descolamento do escoamento médio quando este muda sua direção de radial para axial.

Considerando que a contração do túnel de vento foi projetada adotando espessura de camada limite nula na sua entrada, tem-se o perigo de descolamento nas regiões de pressão adversa da contração caso haja degrau no acoplamento desta com a última grade retificadora. Como o processo de fabricação adotado para o túnel de vento foi artesanal, a probabilidade de existir este degrau é elevada. Portanto, foram introduzidos orifícios de sucção no acoplamento entre a última grade retificadora e a contração.

5.2.4.2 Colméia



Figura 5.10: Ilustração da colméia: (a) foto do conjunto com guia de lança de $\phi 16\text{mm}$; (b) foto da colméia assentada em sua sede com guia de lança $\phi 16\text{mm}$; (c) foto da colméia assentada em sua sede com guia de lança $\phi 150\text{mm}$; (d) foto da colméia assentada em sua sede sem guia de lança; (e) foto da colméia e guias de lança; (f) foto da sede da colméia.

A colméia mostrada na Figura 5.10 foi construída por meio do empilhamento de tiras de polionda® (espessura: 4mm) coladas com adesivo superciano. O número de células e o comprimento destas obedecem às recomendações de

Mehta e Bradshaw (1979). A geometria da célula é próxima a de um quadrado de lado 4 mm . Isto representa 150 células por diâmetro de duto externo. O comprimento da célula é de aproximadamente 30 mm . A faixa recomendada está entre 6 a 8 vezes o diâmetro da célula. Esta faixa existe pois o escoamento no interior das células se desenvolve no sentido da laminarização. Nos escoamentos laminares, a instabilidade da camada de cisalhamento na região próxima à esteira é proporcional à espessura desta camada. Desta forma, se as células forem muito compridas a razão entre a turbulência gerada e a suprimida aumenta.

5.2.5 Caixa de fumaça

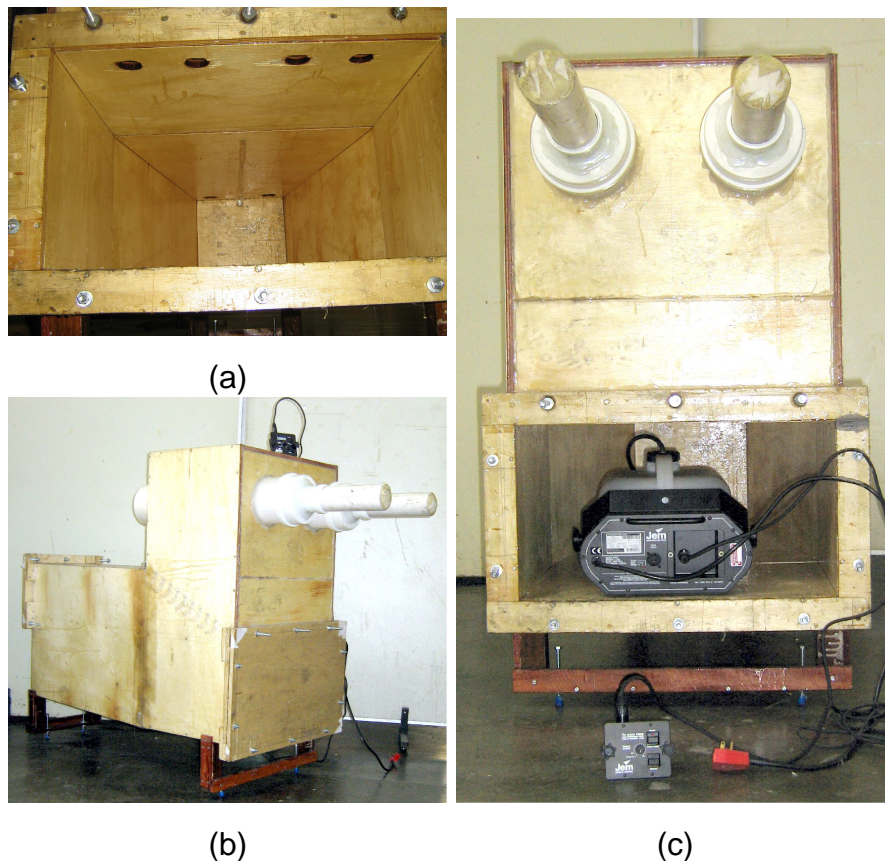


Figura 5.11: Caixa de fumaça: (a) interior; (b) conjunto caixa de fumaça e válvulas agulha; (c) máquina de fumaça.

A caixa de fumaça foi construída em madeira e está localizada sob o pleno de ar que alimenta o túnel de vento e a lança de ar. Vide Figura 5.11.

5.2.6 Lanças de ar dos jatos

Cada uma das lanças de ar dos jatos axiais é constituída por um único tubo de seção circular. Os diâmetros destas lanças são os seguintes: $\phi = 150\text{ mm}$; $\phi = 75\text{ mm}$; $\phi = 40\text{ mm}$; $\phi = 10\text{ mm}$. O material dos tubos das lanças é PVC para os tubos com $\phi = 150\text{ mm}$, $\phi = 75\text{ mm}$, $\phi = 40\text{ mm}$; e alumínio para os tubos com $\phi = 22\text{ mm}$ e $\phi = 10\text{ mm}$.

5.2.7 Sistema de movimentação de sonda

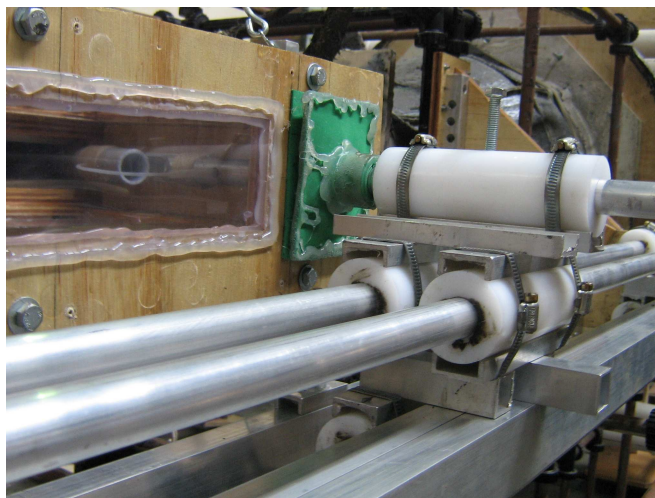


Figura 5.12: Sistema de movimentação da sonda.

Os principais graus de liberdade do sistema de movimentação de sondas são as direções axial e radial. Desta forma, é possível mapear o plano longitudinal da seção de teste. Este sistema é constituído por tubos de alumínio de $\phi = 22\text{ mm}$ e luvas de polietileno. Vide Figura 5.12.

5.2.8 Suportes para a sonda do LDV

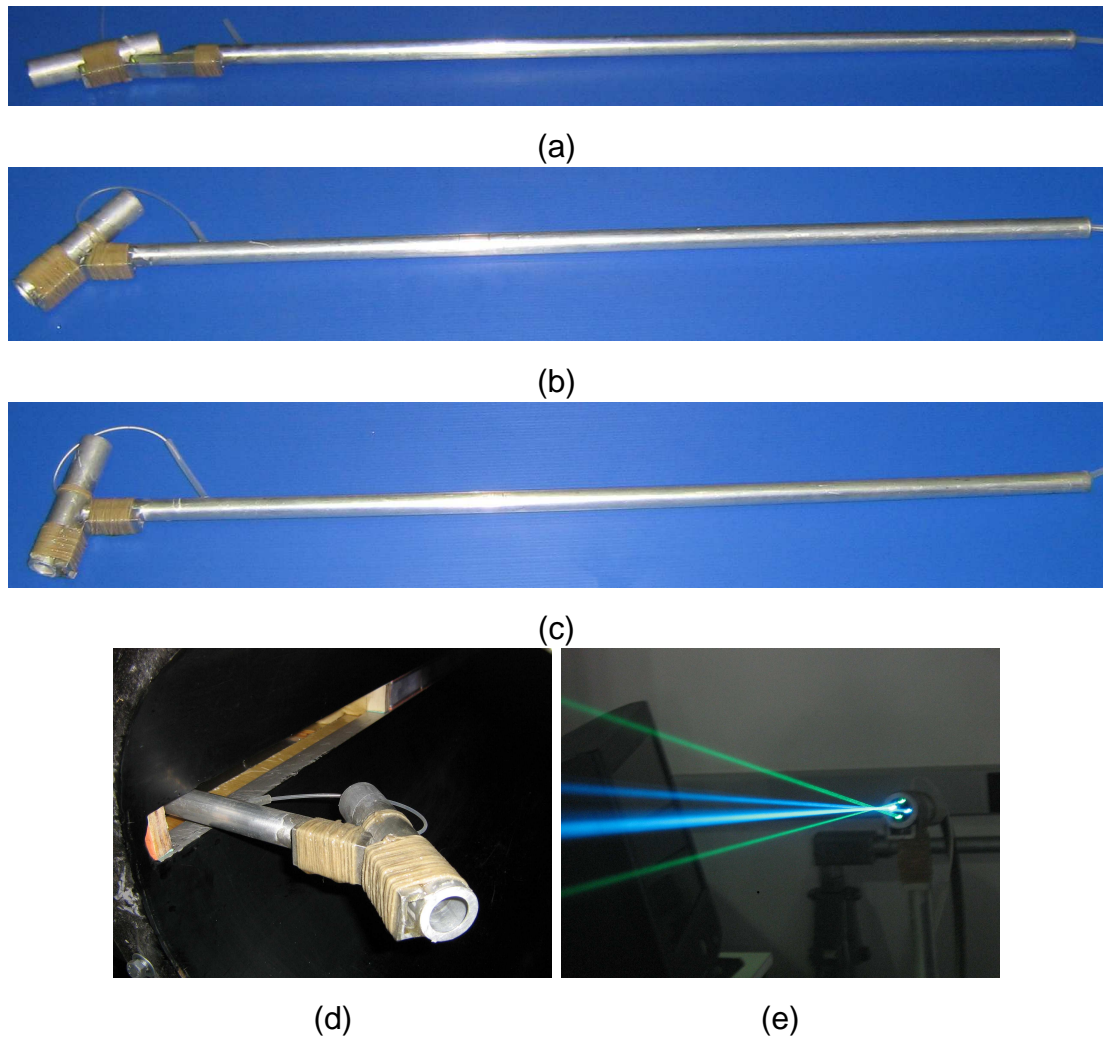


Figura 5.13: Suportes de sonda do LDV: (a) suporte de sonda $\alpha = 15^\circ$; (b) suporte de sonda $\alpha = 45^\circ$; (c) suporte de sonda $\alpha = 75^\circ$; (d) suporte de sonda no interior da seção de teste; (e) suporte de sonda com LDV.

A sonda do LDV disponível para a execução das medições é capaz de executar medições simultâneas de velocidade e de tensão de Reynolds em apenas dois planos. Desta forma, é necessário posicionar a sonda do LDV em três direções distintas para a medição de todas as componentes de vetor velocidade e do tensor de Reynolds. Portanto, foram construídos três suportes para as sondas do LDV com inclinações distintas. Vide Figura 5.13. Estes suportes de sonda possuem um sistema de injeção de ar cujo objetivo é manter a lente da sonda limpa.

5.2.9 Linha de ar

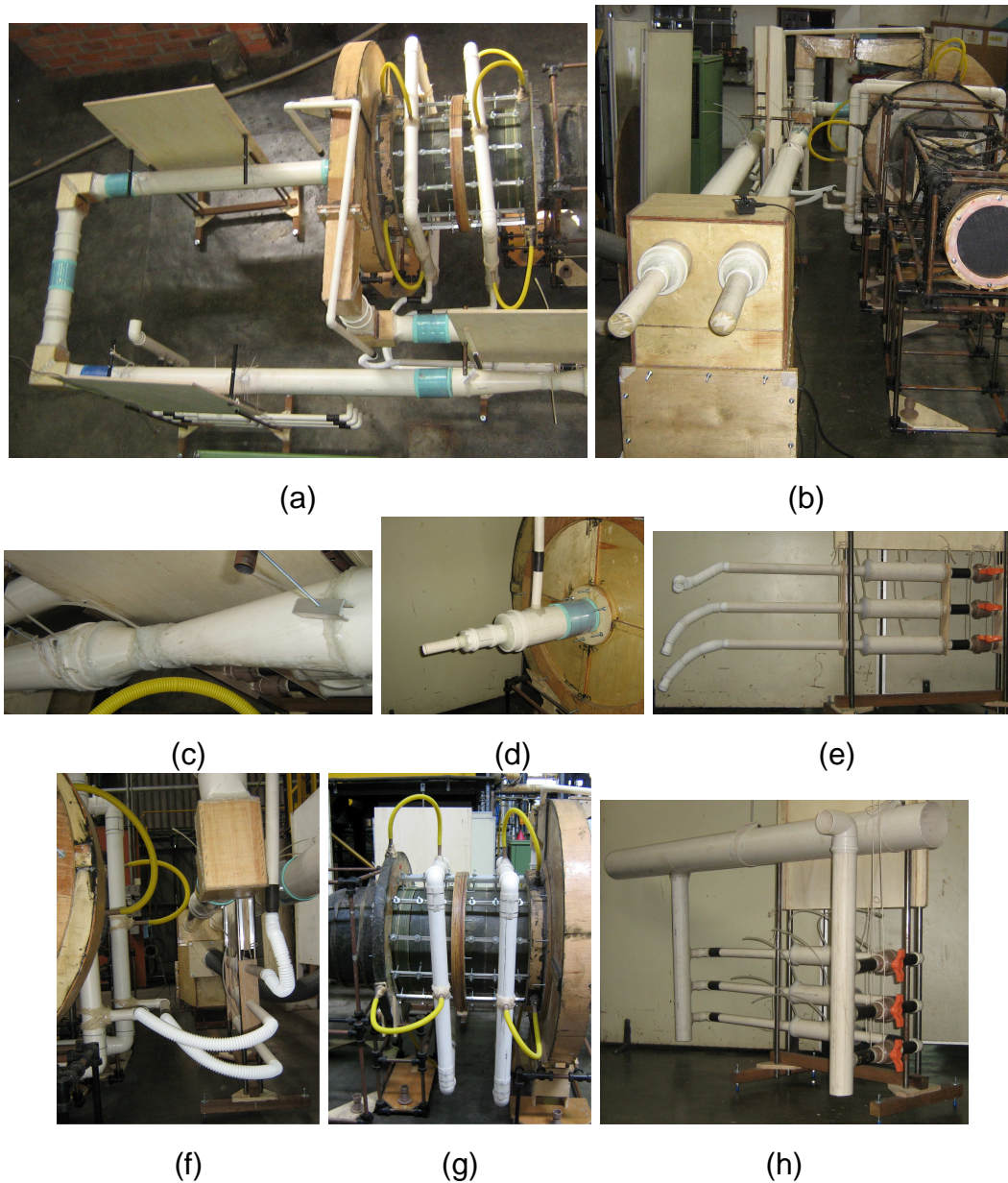


Figura 5.14: Linha de ar: (a) lança de ar e entrada da voluta; (b) caixa de fumaça, válvulas agulha, venturis de $\phi = 150\text{mm}$ e entrada da voluta; (c) Venturi de $\phi = 150\text{mm}$; (d) pleno de sucção dos orifícios de controle da camada limite à jusante do tubo guia das lanças de ar; (e) Venturis de $\phi = 40\text{mm}$ para medição da vazão dos orifícios de controle da camada limite; (f) conexões aos Venturis de medição da vazão de sucção dos orifícios de controle da camada limite; (g) anel de sucção dos orifícios de controle da camada limite à jusante da voluta e à montante da contração; (h) Venturis de $\phi = 40\text{mm}$ para medição da vazão das lanças de ar;.

A Figura 5.14 apresenta a linha de ar de alimentação do escoamento periférico do túnel de vento, da lança de ar e da sucção dos orifícios de controle da camada limite. Esta linha foi construída com tubos de PVC. A sustentação e as conexões entre os componentes desta linha são feitas por tirantes e por luvas flexíveis. Nas curvas de $\phi = 150\text{mm}$ foram introduzidos defletores a fim de minimizar a perturbação do escoamento. A regulação do ar de alimentação do túnel de vento e da lança de ar é feita por meio de duas válvulas agulha de $\phi = 150\text{mm}$. A medição da vazão dos diversos fluxos de entrada e de saída do túnel de vento é feita por meio de Venturis.

5.2.9.1 Luvas flexíveis

As luvas flexíveis de $\phi = 150\text{mm}$ foram construídas utilizando placas de EVA e de PVC, as de $\phi = 40\text{mm}$ foram construídas com câmara de bicicleta.

5.2.9.2 Venturis

Foram construídos dois Venturis de $\phi = 150\text{mm}$ e seis venturis de $\phi = 40\text{mm}$. Os Venturis de $\phi = 150\text{mm}$ serão usados para medir as vazões do túnel de vento e da lança de ar nas condições de vazão elevada. Três dos Venturis de $\phi = 40\text{mm}$ serão usados para medir as vazões da lança de ar nas condições de vazão baixa. Os outros três Venturis de $\phi = 40\text{mm}$ serão usados para medir as vazões de sucção dos orifícios de controle de camada limite localizados a jusante da voluta, a montante da contração e a jusante do tubo guia das lanças de ar. Os Venturis de $\phi = 150\text{mm}$ foram construídos utilizando tubos de PVC de $\phi = 150\text{mm}$ e $\phi = 75\text{mm}$. Os venturis de $\phi = 40\text{mm}$ foram construídos utilizando tubos de PVC de $\phi = 40\text{mm}$ e gargalos de garrafa de cerveja Cerpa. Vide Figura 5.14

5.2.9.3 Válvulas agulha

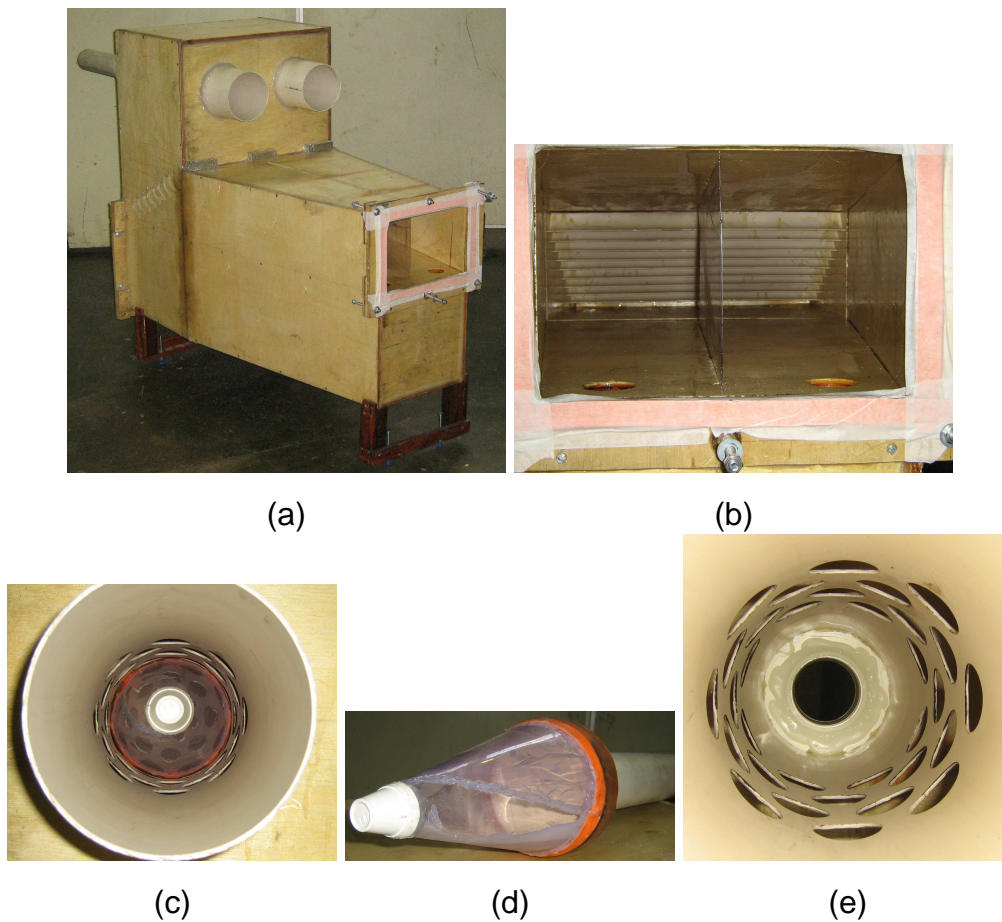


Figura 5.15: Válvulas agulha: (a) corpo da válvula agulha e caixa de ar; (b) defletores do corpo da válvula; (c) obturador e tubo guia do obturador; (d) obturador ; (e) tubo guia do obturador.

A sede e a guia do obturador das válvulas agulha é constituída por um único tubo de PVC de $\phi = 150\text{mm}$. A haste da válvula é constituída por um tubo de PVC de $\phi = 75\text{mm}$. O obturador da válvula é constituído por uma base de madeira, uma junta de EVA, e um cone moldado a partir de uma placa de PVC. O corpo da válvula foi feito de madeira e possui defletores para o direcionamento do ar. Vide Figura [5.14](#) e [5.15](#)

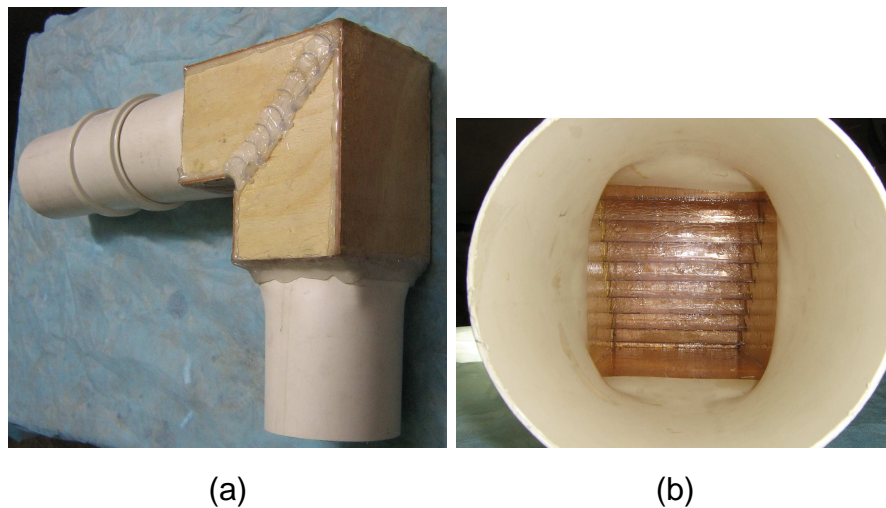
5.2.9.4 Curvas de $\phi = 150\text{mm}$ 

Figura 5.16: Curvas $\phi = 150\text{mm}$: (a) exterior; (b) defletores.

As extremidades das curvas $\phi = 150\text{mm}$ foram feitas com tubos de PVC de $\phi = 150\text{mm}$ moldados na forma de transição quadrado redondo. As defletores destas curvas foram instalados em uma curva de madeira de seção quadrada. Vide Figura 5.16.

5.2.10 Orifícios de controle da camada limite à jusante do tubo guia das lanças de ar

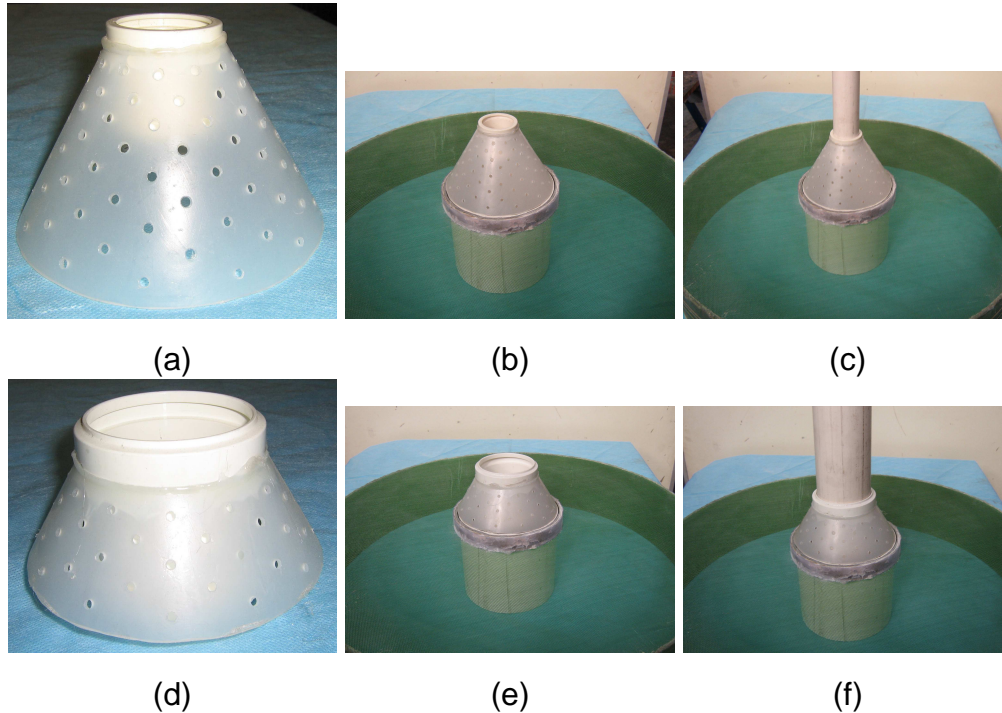


Figura 5.17: Orifícios de controle da camada limite à jusante do tubo guia das lanças de ar: (a) tronco de cone perfurado $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 75\text{ mm}$; (b) tronco de cone perfurado $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 75\text{ mm}$ e grade retificadora; (c) tronco de cone perfurado $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 75\text{ mm}$, grade retificadora e lança $\phi = 75\text{ mm}$; (d) tronco de cone perfurado $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 40\text{ mm}$; (e) tronco de cone perfurado $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 40\text{ mm}$ e grade retificadora; (f) tronco de cone perfurado $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 40\text{ mm}$, grade retificadora e lança $\phi = 40\text{ mm}$.

A lanças de ar de $\phi = 75\text{ mm}$ e $\phi = 40\text{ mm}$ utilizam um tubo guia $\phi_n 150$ para passar pelo centro da voluta, das grades e da colméia do túnel de vento. Portanto, existe um degrau entre este tubo guia e as lanças de $\phi = 75\text{ mm}$ e $\phi = 40\text{ mm}$. Para evitar o descolamento da camada limite neste degrau foram construídos dois troncos de cone perfurados, $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 75\text{ mm}$ e $\phi = 150\text{ mm} \times \phi = 40\text{ mm}$, vide Figura 5.17. Estes troncos de cone serão usados para succionar o ar. O semi-ângulo de revolução destes trocos de cone é aproximadamente 30° .

5.2.11 Grade na saída do túnel de vento

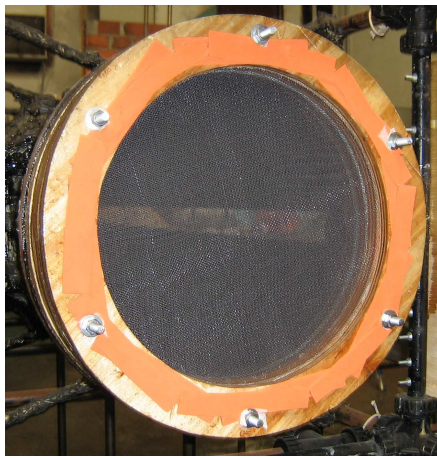


Figura 5.18: Grade para introdução de perda de carga na saída da seção de teste.

As velocidades na região próxima da seção de saída da lança de ar serão mais elevadas e, portanto, será uma região de baixa pressão. Para evitar que esta região possua pressão inferior a do ambiente externo foram construídas grades para serem instaladas na saída da seção de teste. Estas grades tem a função de introduzir perda de carga na saída da seção de teste. As infiltrações na seção de teste causam perturbações muito maiores que os vazamentos. Vide Figura [5.18](#).

5.2.12 Caixa da sonda

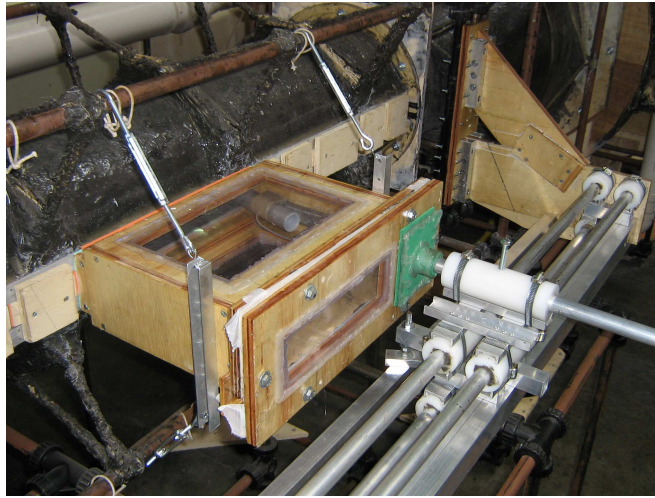


Figura 5.19: Caixa de isolamento da sonda do ambiente externo.

Devido à configuração dos suportes da sonda do LDV, não é possível manter toda a sonda do LDV no interior do túnel de vento durante as medições dos pontos próximos à linha de centro da seção de teste, em especial, aqueles localizados do lado do sistema de movimentação de sondas. Desta forma, foi construída uma caixa para o isolamento da sonda do ambiente externo durante as medições destes pontos. Esta caixa foi feita de madeira e possui visores feitos de placas de PVC transparente. Vide Figura 5.19.

6 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo apresenta os procedimentos experimentais adotados na caracterização do escoamento do túnel de vento axi-simétrico. Estes procedimentos são divididos em:

- execução das medições, seção 6.3;
- alinhamento do túnel e lança de ar, seção 6.4;
- tratamento dos dados medidos, seção 6.5; e
- validação da técnica de medição utilizada, seção 6.6.

O objetivo dos experimentos é obter os perfis:

- de excesso de velocidade axial do jato na linha de centro, $U_{J,CL,X}$;
- de largura volumétrica do jato, $L_{J,X}$; e
- de tensão de Reynolds, $-\overline{u'v'}$, ao longo do eixo y .

As condições operacionais dos experimentos são apresentadas na seção 4.

6.1 Base Global do Túnel de Vento

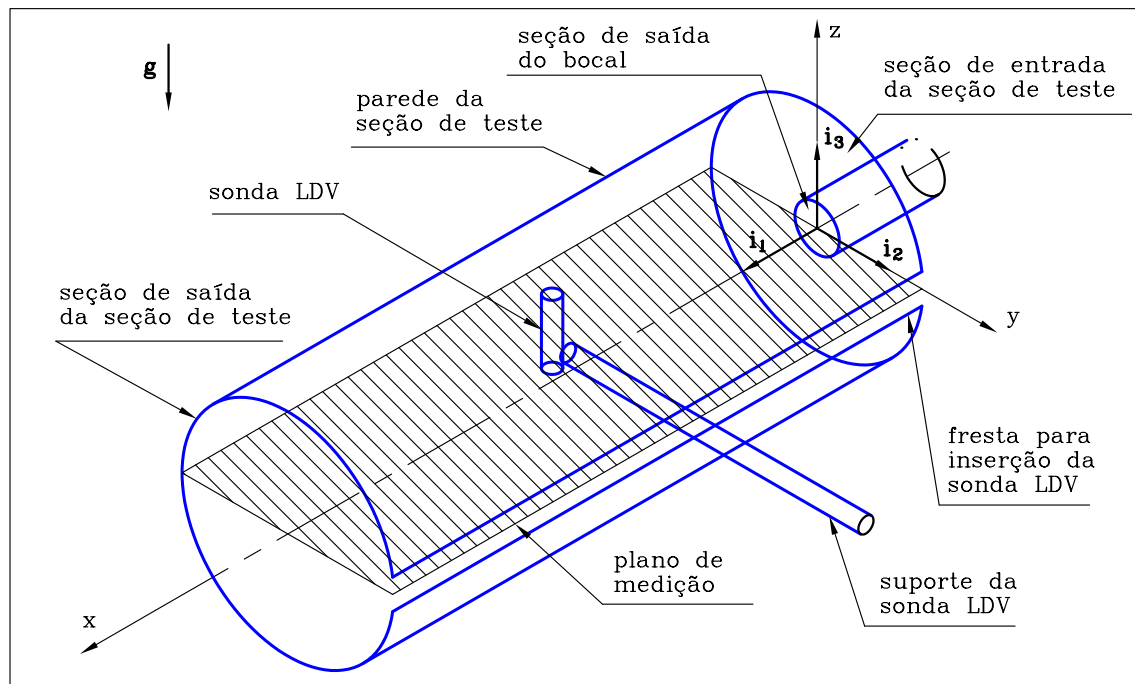


Figura 6.1: Sistema de coordenadas Cartesiano global do túnel de vento.

As posições no túnel de vento, por exemplo, posicionamento da sonda LDV ou do ponto de medição, são definidas em termos do sistema Cartesiano global do túnel de vento, Figura 6.1. Este sistema tem origem no centro da seção de saída do bocal e seus eixos têm as seguintes orientações:

- eixo x : direção do eixo de simetria do túnel e sentido do escoamento médio, definido pelo vetor unitário i_1 ;
- eixo y : direção horizontal e sentido para a fresta de inserção da sonda LDV, definido pelo vetor unitário i_2 ;
- eixo z : direção vertical ascendente, definido pelo vetor unitário i_3 .

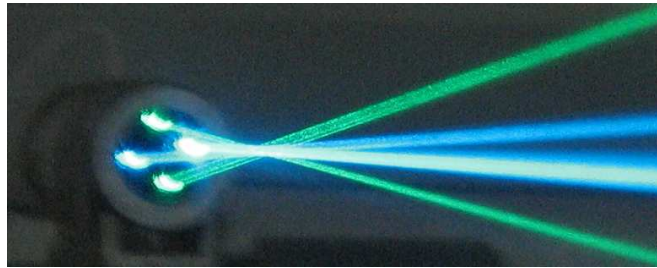
Os eixos xy do sistema Cartesiano global do túnel de vento definem o plano de medição.

A base Cartesiana global do túnel de vento, ou simplesmente base global ($\mathbf{g}_i = \mathbf{g}^i$) é definida da seguinte forma:

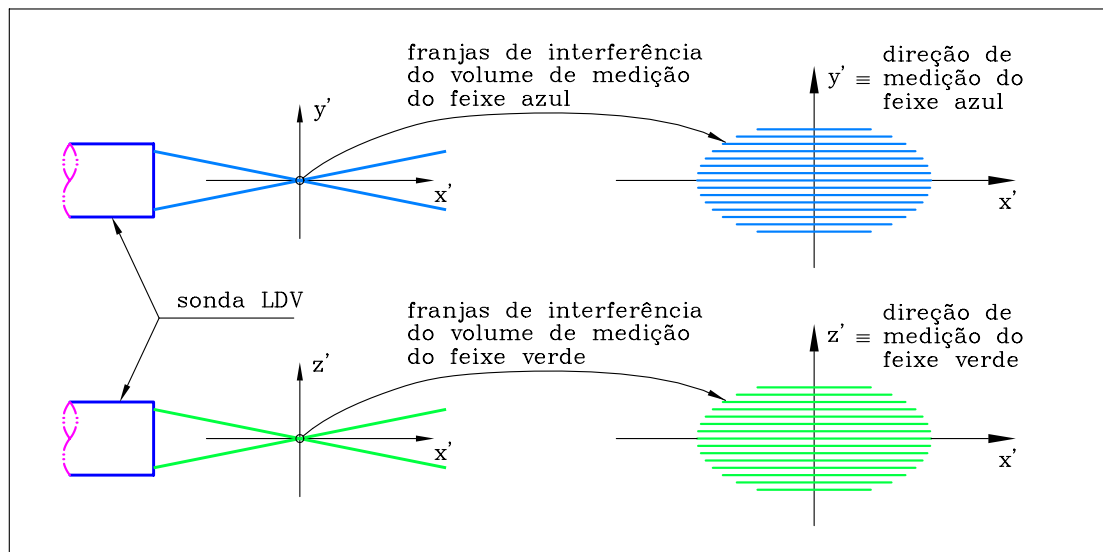
$$g_1 = g^1 = i_1 \quad ; \quad g_2 = g^2 = i_2 \quad ; \quad g_3 = g^3 = i_3. \quad (6.1)$$

6.2 Técnica de Medição

6.2.1 LDV



(a) foto



(b) esquema

Figura 6.2: Direção de medição do LDV (feixe azul: y' ; feixe verde: z') em relação ao eixo da sonda LDV (x').

A Figura 6.2 mostra as direções de medição em relação ao eixo da sonda LDV e às franjas de interferência do volume de medição. Na presente tese, o ponto de medição é definido como sendo a localização do centro do volume de medição do LDV. O eixo da sonda LDV e as direções de medição do feixe azul e do feixe verde são definidas, respectivamente, pelos eixos x' , y' e z' . As franjas

de interferência construtiva e destrutiva seccionam o volume de medição em regiões luminosas e não luminosas respectivamente. Estas seções são perpendiculares ao plano definido pelos pares de feixes laser que as formam, e são paralelas ao eixo da sonda (x'). Portanto, as direções de medição, eixos y' e z' , são perpendiculares ao eixo x' e pertencem, respectivamente, aos planos definidos pelos pares de feixes azul e verde do LDV.

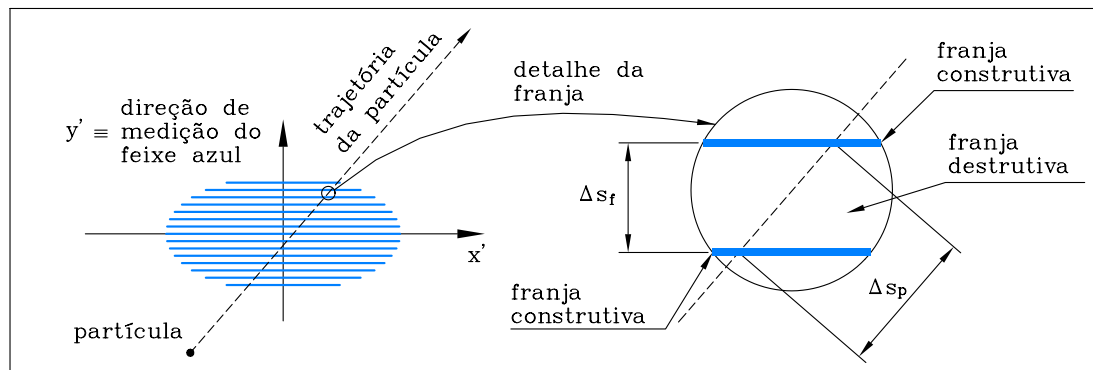


Figura 6.3: Trajetória de uma partícula através das franjas do volume de medição do LDV.

A Figura 6.3 apresenta a trajetória de uma partícula através das franjas de interferência do volume de medição. Onde Δs_f é o espaçamento entre franjas construtivas, e Δs_p é a distância percorrida pela partícula no espaço existente entre franjas construtivas. A velocidade da partícula, u_p , é determinada por meio da seguinte equação:

$$u_p = f \cdot \Delta s_f . \quad (6.2)$$

Onde f é a frequência de espalhamento das partículas. Esta frequência é detetada pelo foto-detetor e processada por meio de uma transformada rápida de Fourier. A Figura 6.3 e a equação 6.2 mostram que se a direção de medição for considerada uma direção covariante, então a componente de velocidade medida pelo LDV é do tipo covariante. A referência (Durst, F. and Melling, A. and Whitelaw, J.H., 1981) apresenta maiores detalhes sobre a técnica de medição do LDV.

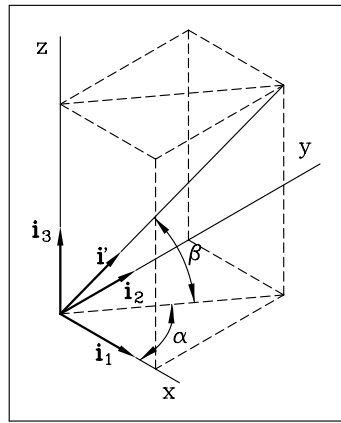


Figura 6.4: Direção de medição do LDV, i' , em relação à base global do túnel de vento.

A direção de medição da sonda LDV, eixo y' ou z' , pode ser definida por meio de um vetor unitário i' . A Figura 6.4 apresenta a direção de medição do LDV, i' , em função dos ângulos α e β definidos no sistema Cartesiano global do túnel de vento. O ângulo α é definido pela projeção ortogonal da direção de medição sobre o plano xy e o eixo x . O ângulo β é definido pela direção de medição e o plano de medição (plano xy).

As especificações do LDV utilizado nas medições são as seguintes:

- Fabricante: TSI Incorporated.
 - Fonte laser:
 - * fabricante, Coherent Laser Group;
 - * modelo, I-70C-5.
 - Sonda:
 - * modelo, 9251-102;
 - * comprimento do volume de medição, $1,1\text{ mm}$ ($\lambda = 514.5\text{ nm}$) e $1,0\text{ mm}$ ($\lambda = 488.0\text{ nm}$);
 - * distância focal: $101,1\text{ mm}$.
 - Processador de sinal: modelo FSA 3500.
 - Módulo foto-detetor: modelo PDM1000.

6.2.2 Direcionamento da sonda LDV

O vetor velocidade média necessita de três componentes linearmente independentes para ser definido. A sonda LDV utilizada é capaz de medir simultaneamente apenas duas direções ortogonais de velocidade e de tensão normal de Reynolds. Porém, não é capaz de medir a tensão de cisalhamento de Reynolds definida por estas direções. Portanto,

- a determinação do vetor velocidade média necessita de duas medições simultâneas e uma medição não simultânea de velocidade em uma direção não linearmente dependente das anteriores; e
- a determinação do tensor das tensões de Reynolds necessita ao todo de seis medições de tensão normal em direções distintas.

O apêndice [A](#) apresenta o desenvolvimento matemático que justifica os esquemas de direcionamento da sonda LDV apresentados nesta seção.

A determinação do tensor das tensões de Reynolds em função das medições das tensões normais em direções distintas é efetuada considerando as seguintes características:

- o tensor das tensões de Reynolds possui 3 tensões principais associadas a três direções principais (12 incógnitas);
- as direções principais são definidas por três vetores unitários ortogonais entre si (6 equações linearmente independentes); e
- a tensão normal em uma direção qualquer pode ser determinada em função do tensor das tensões principais e do vetor unitário que define esta direção (6 equações linearmente independentes).

As medições da velocidade média efetuadas juntamente com as medições das tensões normais constituem medições redundantes para a determinação do vetor velocidade média. As características decorrentes da axi-simetria do escoamento também são usadas como redundância na determinação dos componentes do tensor das tensões de Reynolds.

Devido às restrições de direcionamento e posicionamento da sonda LDV, e à necessidade de aproveitar a simetria do escoamento:

- as medições simultâneas são direcionadas em ângulos $\beta = +45^\circ$ e $\beta = -45^\circ$; e
- as medições não simultâneas são direcionadas em ângulos $\alpha = -15^\circ$, -45° e -75° .

Este esquema de direcionamento fornece bases vetoriais não ortogonais. Portanto, o vetor velocidade e o tensor das tensões são determinados utilizando alguns conceitos definidos pela álgebra tensorial generalizada (por exemplo, base e componentes covariantes e contravariantes, tensor métrico e operador mudança de base). O apêndice A apresenta um resumo das principais definições e equações da álgebra tensorial generalizada utilizadas na presente tese.

6.3 Execução das Medições

6.3.1 Coordenadas de medição

A determinação do excesso de velocidade do jato na linha de centro em uma determinada posição axial x , $U_{J,CL,X}$, necessita da determinação da velocidade axial na linha de centro, $U_{CL,X}$, e na zona potencial externa, $U_{EP,X}$, na mesma posição axial x , conforme apresentado na seção 3.1.

$$U_{J,CL,X} = U_{CL,X} - U_{EP,X} . \quad (6.3)$$

A determinação da largura volumétrica do jato necessita da integração do perfil de excesso de velocidade. Portanto, foram adotadas coordenadas y de medição com espaçamentos $\Delta y = 5\text{ mm}$ para $-10 \leq y \leq y_{EP}$. Onde y_{EP} é a coordenada y na qual está localizada o limite entre a zona do jato, J , e a potencial externa, EP . Além disto, os perfis de tensão de cisalhamento, $-\overline{u'v'}$ também necessitam destas coordenadas y de medição. Nas coordenadas

$y > y_{EP}$, foram efetuadas medições com espaçamentos $\Delta y \geq 5 \text{ mm}$. O objetivo destas medições foi determinar o valor da velocidade média na zona potencial externa, U_{EP} .

Devido às restrições de direcionamento e posicionamento da sonda LDV, a velocidade axial é determinada por meio de diversas medições de velocidade em direções distintas, vide seção 6.2. O ideal, seria efetuar as medições não simultâneas em posições coincidentes. No entanto, isto não é viável devido às dificuldades de fixação do suporte da sonda LDV em uma posição pré-definida. Além disto, a medição do posicionamento da sonda possui incertezas absolutas da ordem de $\pm 2 \text{ mm}$ nas direções xyz , e incertezas relativas da ordem de $\pm 0,5 \text{ mm}$ na direção y . O erro de posicionamento na direção x pode ser desprezado, pois os gradientes nesta direção são pequenos. O erro de posicionamento nas direções y e z devem ser tratados com mais cuidado. As medições nas coordenadas $y < 0 \text{ mm}$ foram efetuadas devido às incertezas de posicionamento na direção y , vide seção 6.5.2.

As coordenadas x de medição foram as seguintes:

- $x = 0,300 ; 0,375 ; 0,450 ; 0,525 ; 0,600 ; 0,675 ; 0,750 \text{ m}$; para $\mathcal{M}_C = 0,242$;
- $x = 0 ; 0,075 ; 0,150 ; 0,225 ; 0,300 ; 0,375 ; 0,450 ; 0,525 ; 0,600 ; 0,675 ; 0,750 \text{ m}$; para $\mathcal{M}_C = 0,509$;
- $x = 0,300 ; 0,450 ; 0,600 ; 0,750 \text{ m}$; para $\mathcal{M}_C = 1,084$;

O número mínimo de medições para cada par de feixes laser foi de 10.000 (dez mil) dados válidos para cada combinação de posicionamento e direcionamento da sonda LDV. Cada coordenada xy de medição necessita de três posicionamentos da sonda LDV, um posicionamento para cada direcionamento α .

6.4 Alinhamento do Túnel e da Lança de Ar

Os componentes do túnel de vento que necessitam de procedimentos especiais de alinhamento durante a montagem são os seguintes: grades, colméia,

contração, seção de teste e lança de ar, vide Figura 5.2. As seções de entrada e de saída de cada um destes componentes, possuem eixos horizontais (y) e verticais (z) com mesma orientação, porém com origem localizada no centro da respectiva seção. Para a montagem ser alinhada é necessário que:

- os eixos y das seções de entrada e de saída de cada componente estejam em um mesmo plano horizontal; e
- os eixos z das seções de entrada e de saída de cada componente estejam em um mesmo plano perpendicular ao eixo y ;

As marcações externas dos eixos y e z das seções de cada componente, assim como, a montagem dos componentes, foram feitas por meio de dois tipos de instrumentos:

- gabaritos com marcações dos eixos y e z que ajustavam-se às paredes internas dos componentes; e
- nível bolha que emite um leque de laser na horizontal ou na vertical, vide Figura 6.5.

Os gabaritos foram construídos de madeira e o nível bolha possui as seguintes especificações:

- fabricante: Skil;
- modelo: Nível a laser 500
- erro máximo: $\pm 1,2 \text{ mm/m}$



(a) Saída do laser.



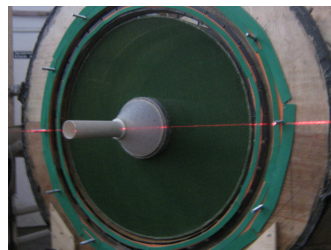
(b) Níveis bolha.

Figura 6.5: Nível bolha que emite um leque de laser na horizontal ou na vertical.

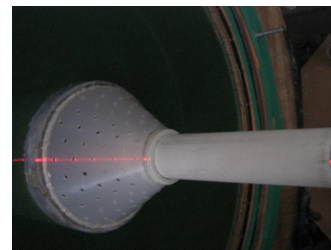
A Figura 6.6 mostra o laser do nível bolha projetado sobre a seção de saída das grades retificadoras e lança de ar. A Figura 6.7 mostra o laser do nível bolha projetado no exterior da seção de teste e gabarito da saída da seção de teste. Figura 6.8 mostra o laser do nível bolha projetado no interior da contração, seção de teste e gabarito. Estas figuras apresentam os conjuntos “grades + colméia + lança de ar” e “contração + seção de teste” na posição alinhada. A montagem destes dois conjuntos de forma alinhada foi feita utilizando o leque de laser do nível bolha e as marcações externas de cada conjunto.



(a) Projeção vertical do laser.

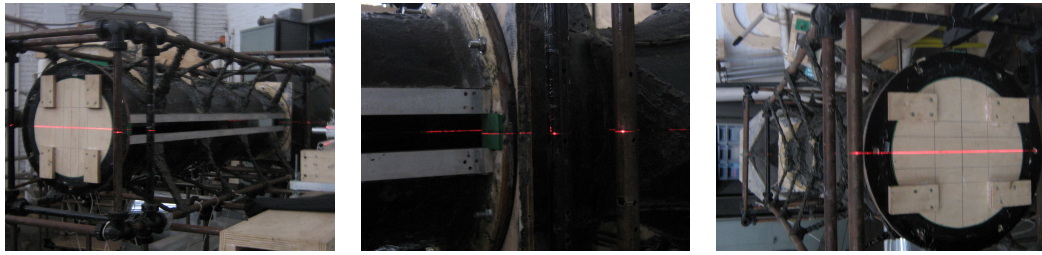


(b) Projeção horizontal do laser.



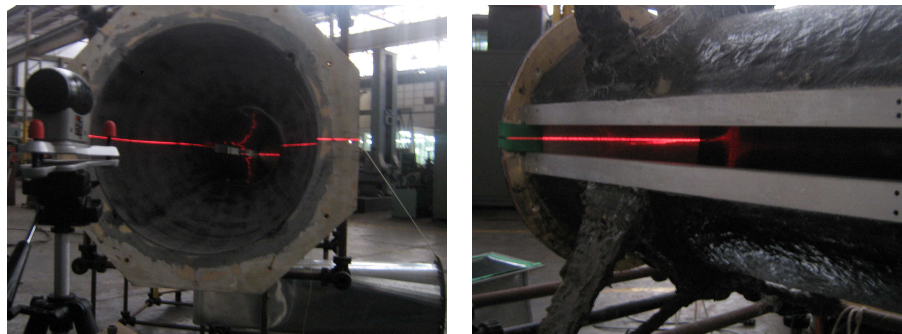
(c) Lança de ar.

Figura 6.6: Laser do nível bolha projetado sobre a seção de saída das grades retificadoras e lança de ar.



(a) Gabarito da saída da seção de teste. (b) Batente da fresta de inserção da sonda LDV. (c) Projeção vertical do laser.

Figura 6.7: Laser do nível bolha projetado no exterior da seção de teste e gabarito.



(a) Contração.

(b) Gabarito da saída da seção de teste visto pela fresta de inserção da sonda LDV.

Figura 6.8: Laser do nível bolha projetado no interior da contração, seção de teste e gabarito.

6.5 Tratamento dos Dados Medidos

Foram aplicados os seguintes tipos de tratamento de dados.

- Correção do direcionamento β .
- Correção do posicionamento $y = 0$.
- Correção do direcionamento α

A aplicação das correções foram aplicadas na sequência de apresentação destas.

6.5.1 Correção do direcionamento β

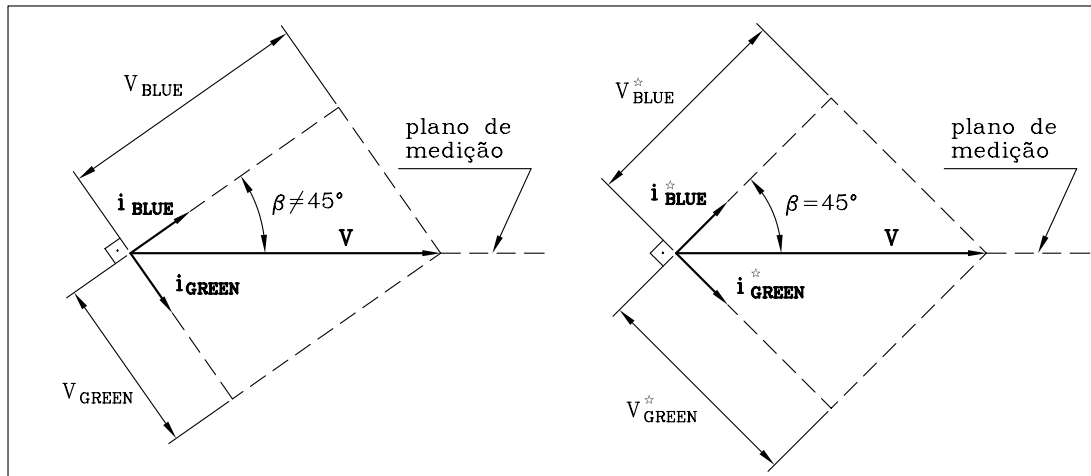


Figura 6.9: Decomposição de um vetor V nas direções de medição do LDV.

A Figura 6.9 mostra um vetor V decomposto em duas bases distintas: $i_{BLUE} i_{GREEN}$, e $i_{BLUE}^* i_{GREEN}^*$. Estas bases possuem o mesmo ângulo α . A base $i_{BLUE} i_{GREEN}$ representa uma medição com erro de posicionamento β e a base $i_{BLUE}^* i_{GREEN}^*$ representa uma medição sem este erro. A simetria do escoamento implica $V_{BLUE}^* = V_{GREEN}^*$. Portanto, a correção do direcionamento β é executada por meio das seguintes equações:

$$U_{BLUE}^* = U_{GREEN}^* = \left(\frac{U_{BLUE}^2 + U_{GREEN}^2}{2} \right)^{1/2}; \quad (6.4)$$

$$\sigma_{BLUE}^* = \sigma_{GREEN}^* = \left(\frac{\sigma_{BLUE}^2 + \sigma_{GREEN}^2}{2} \right)^{1/2}. \quad (6.5)$$

Onde o superescrito $*$ indica os valores corrigidos; e a ausência do superescrito $*$ indica valores primários do LDV.

As equações de correção do direcionamento β também corrigem os seguintes erros:

- de direcionamento de β devido a não perpendicularidade do plano definido pelas direções de medição i_{BLUE} i_{GREEN} do LDV em relação ao plano de medição; e
- de posicionamento $z = 0$.

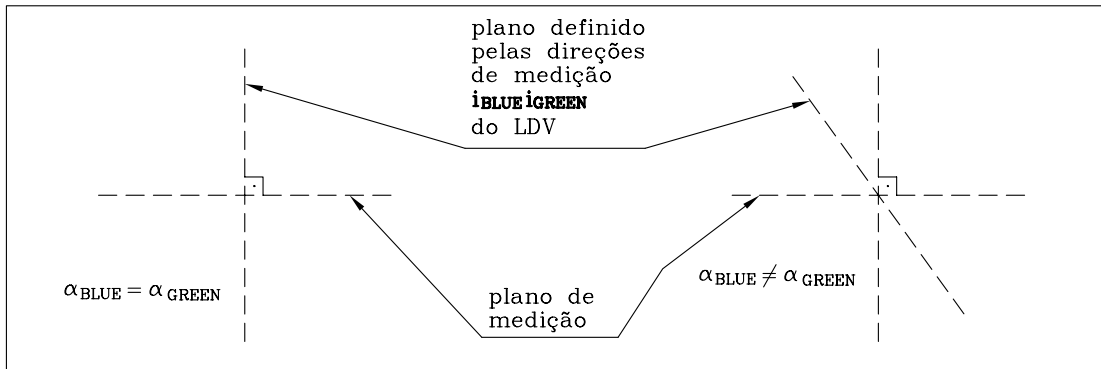


Figura 6.10: Direção do plano definido pelas direções de medição i_{BLUE} i_{GREEN} do LDV em relação ao plano de medição do túnel de vento.

A Figura 6.10 mostra que se a direção do plano definido pelas direções de medição i_{BLUE} i_{GREEN} do LDV for perpendicular ao plano de medição do túnel de vento, então o ângulo α_{BLUE} da direção de medição do feixe azul será igual ao ângulo α_{GREEN} da direção de medição do feixe verde. No caso do plano definido por i_{BLUE} i_{GREEN} não ser perpendicular ao plano de medição do túnel de vento, tem-se $\alpha_{BLUE} \neq \alpha_{GREEN}$, e ângulo β diferente de 45° .

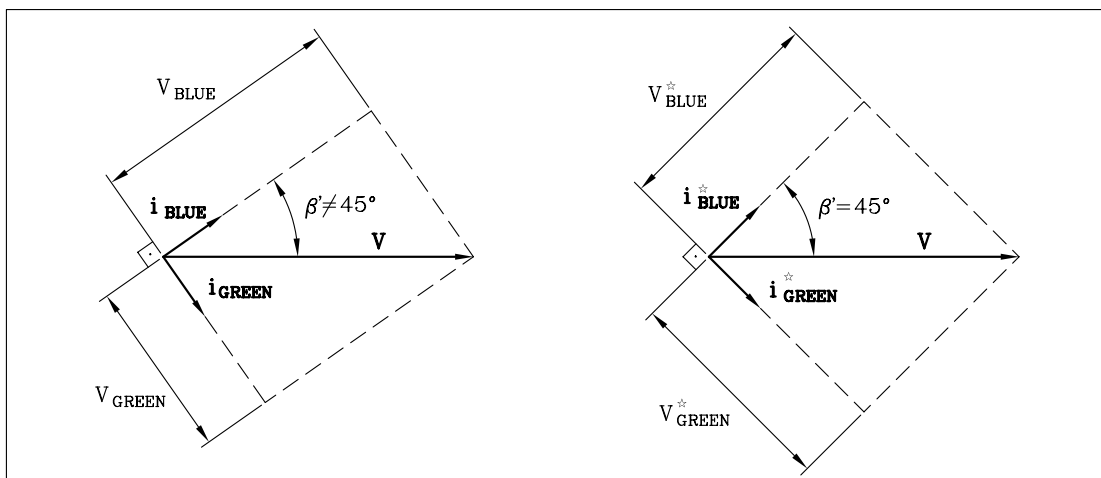


Figura 6.11: Decomposição de um vetor V nas direções de medição do LDV em função do ângulo β' .

A Figura 6.11 mostra a decomposição de um vetor V nas direções de medição do LDV em função do ângulo β' . Onde β' é definido pela direção de medição e o vetor V . Esta figura evidencia que as equações de correção do direcionamento β , equações 6.4 e 6.5, também são válidas quando o erro de β deve-se a não perpendicularidade mostrada na Figura 6.10.

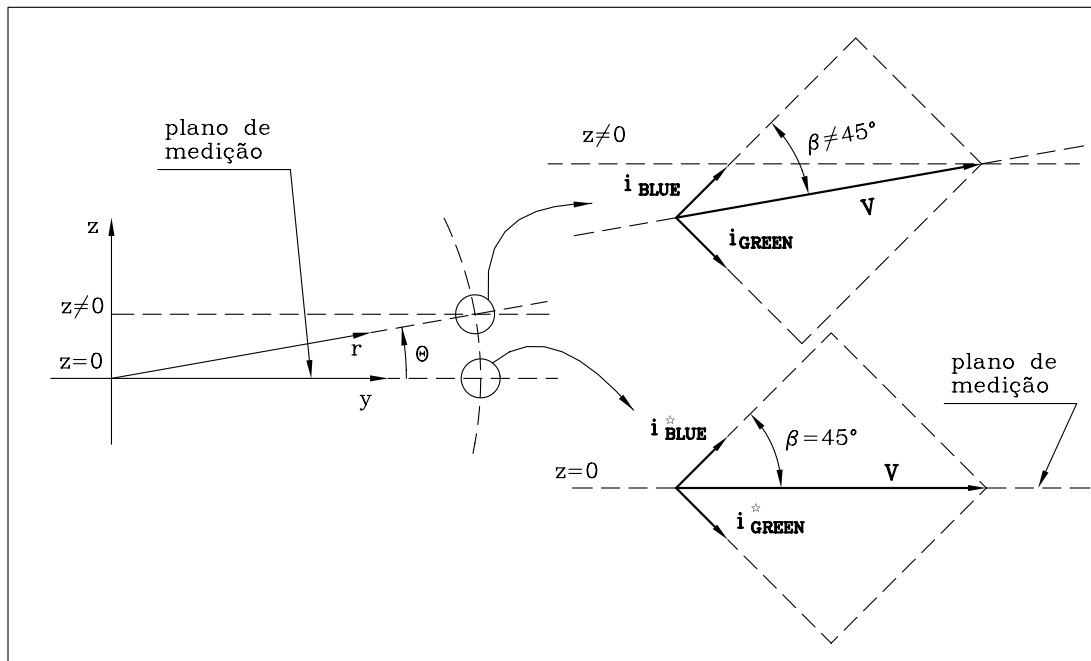


Figura 6.12: Equivalência entre o erro de direcionamento β e o erro de posicionamento $z = 0$.

A Figura 6.12 ilustra a equivalência entre o erro de direcionamento β e o erro de posicionamento $z = 0$. Esta equivalência ocorre devido à axi-simetria do escoamento. Uma pequena variação da coordenada z do sistema Cartesiano global do túnel de vento pode ser aproximada por uma variação da coordenada polar, θ , em um sistema de coordenadas cilíndrico, mantendo a coordenada radial, r , constante. Considerando a axi-simetria do escoamento, tem-se que as componentes dos vetores na base cilíndrica devem se manter constantes nesta variação de posicionamento.

6.5.2 Correção do posicionamento $y = 0$

A correção do posicionamento $y = 0$ é executado por meio das seguintes etapas.

1. Ajuste de curva da variável U_{BLUE}^* para os pontos de coordenadas $y = -10\text{ mm}, -5\text{ mm}, 0\text{ mm}, 5\text{ mm}$ e 10 mm .
2. Localização da coordenada y_{max} referente ao ponto de máximo da curva U_{BLUE}^* ajustada.
3. Correção das coordenadas y em função do valor y_{max} obtido. Ou seja, $y = -10\text{ mm} - y_{max}, -5\text{ mm} - y_{max}, 0\text{ mm} - y_{max}, 5\text{ mm} - y_{max}$ e $10\text{ mm} - y_{max}$.
4. Ajuste de curvas para as variáveis U_{BLUE}^* e σ_{BLUE}^* considerando as coordenadas y corrigidas.
5. Cálculo do valor de U_{BLUE}^* e σ_{BLUE}^* para $y = 0$ considerando as curvas ajustadas na etapa anterior.

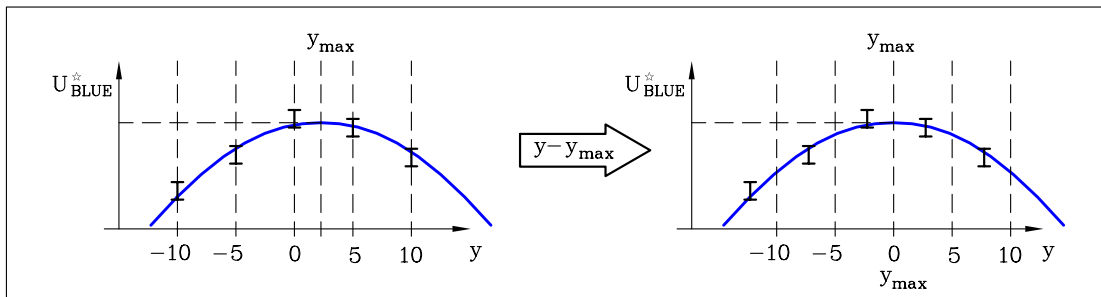


Figura 6.13: Esquema do ajuste de curva para a variável U_{BLUE}^* antes e após a correção da coordenada $y = 0$.

A Figura 6.13 apresenta um esquema do ajuste de curva para a variável U_{BLUE}^* antes e após a correção da coordenada $y = 0$.

6.5.3 Correção do direcionamento α

O vetor velocidade média, U , necessita da medição da velocidade em três direções linearmente independentes para ser determinado. No caso dos experimentos da presente tese, foram realizadas medições em 6 direções distintas. A combinação destas medições fornece 20 bases vetoriais,

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = 20, \quad (6.6)$$

denominadas g_1, g_2, \dots, g_{20} . Estas bases vetoriais podem ser escritas em função de três ângulos α : $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$; associados, respectivamente, aos ângulos nominais $\alpha = -15^\circ, -45^\circ$ e -75° . Com isto é possível definir a seguinte função objetivo:

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \sum_{k=1}^{20} \left[\left(\frac{U_1}{U} - 1 \right)^2 + \left(\frac{U_2}{U} \right)^2 + \left(\frac{U_3}{U} \right)^2 \right]_{g_k}. \quad (6.7)$$

Onde U_1, U_2 e U_3 são os componentes do vetor velocidade nas direções x, y e z respectivamente; U é o módulo do vetor velocidade; e o subscrito g_k indica que os componentes e o módulo do vetor velocidade foram calculados usando a base vetorial g_k que é função de α_1, α_2 e α_3 . A minimização desta função na posição $y = 0$, para a qual: $\frac{U_1}{U} = 1$ e $U_2 = U_3 = 0$, fornece os valores corrigidos para o direcionamento α .

6.6 Validação da Técnica de Medição

A validação da técnica de medição foi efetuada por meio da determinação do vetor velocidade e do componente $\overline{u'v'}$ do tensor de Reynolds em um escoamento turbulento, axi-simétrico e completamente desenvolvido em duto. Este escoamento foi escolhido por dois motivos:

- o perfil de $\overline{u'v'}$ é conhecido para este tipo de escoamento; e
- este escoamento é facilmente produzido com os recursos disponíveis no túnel de vento.

As características dos escoamentos turbulentos, axi-simétricos e completamente desenvolvidos em dutos usadas na validação da técnica de medição são apresentadas por [Kays e Crawford \(1993\)](#).

A técnica de determinação do vetor velocidade média e dos componentes do tensor de Reynolds baseia-se na medição da velocidade média e da tensão normal de Reynolds em 6 direções distintas.

6.6.1 Escoamento axi-simétrico, turbulento e completamente desenvolvido em duto

6.6.1.1 Perfil da tensão de cisalhamento

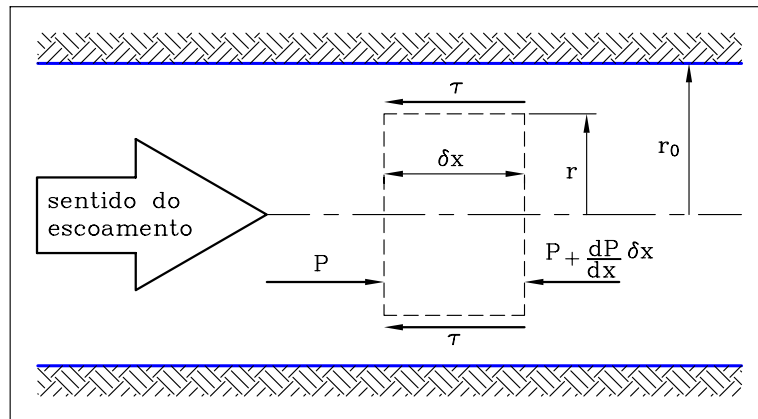


Figura 6.14: Esquema do balanço de quantidade de movimento em um escoamento turbulento completamente desenvolvido em duto axi-simétrico.

A Figura 6.14 apresenta o esquema do balanço de quantidade de movimento em um escoamento turbulento completamente desenvolvido em duto axi-simétrico. A linha tracejada define o volume de controle deste balanço. O termo completamente desenvolvido refere-se apenas ao perfil de velocidade. Este termo não se refere ao perfil de turbulência. Se o perfil de velocidade é constante, então:

- não há componente radial de velocidade, portanto, não há fluxo de quantidade de movimento através das superfícies de controle paralelas às paredes do duto; e
- o fluxo de quantidade de movimento que entra no volume de controle é igual ao que sai.

Desta forma, o balanço de quantidade de movimento é dado pelas seguinte equação.

$$\underbrace{0}_{\text{termo inercial}} = \underbrace{P\pi r^2 - \left(P + \frac{dP}{dx}\delta x\right)\pi r^2}_{\text{termo de pressão}} - \underbrace{\tau 2\pi r \delta x}_{\text{termo de cisalhamento}}. \quad (6.8)$$

Colocando a tensão de cisalhamento em evidência, obtém-se:

$$\tau = \frac{r}{2} \left(-\frac{dP}{dx} \right), \quad \text{para } r < r_0; \quad (6.9)$$

$$\tau_0 = \frac{r_0}{2} \left(-\frac{dP}{dx} \right), \quad \text{para } r = r_0. \quad (6.10)$$

Ou seja, o perfil da tensão de cisalhamento é linear, vide equação 6.11 e Figura 6.15.

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{r}{r_0}. \quad (6.11)$$

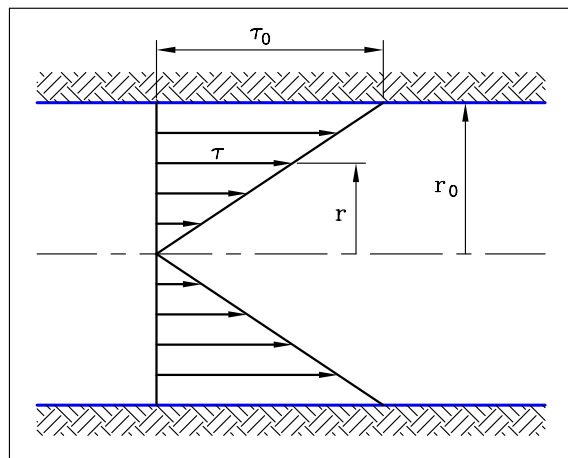


Figura 6.15: Esquema do perfil de tensão de cisalhamento em um escoamento em duto completamente desenvolvido.

Se a tensão de cisalhamento τ considerar as tensões viscosas e as de Reynolds, então o balanço de quantidade de movimento apresentado nesta seção é válido para os regimes laminar e turbulento de escoamento.

6.6.1.2 Perfil de velocidade média

A região de entrada de um escoamento em duto axi-simétrico é caracterizada pelo desenvolvimento da camada limite. A camada limite no interior de um duto cresce até a linha de centro deste. Neste ponto, tem-se o colapso das camadas limites associadas a pontos opostos da parede. O comprimento da região de entrada é definido como sendo a distância entre a seção de entrada do duto e o ponto no qual a camada limite atinge a linha de centro. Após a região de entrada, o escoamento ajusta-se a uma condição de desenvolvimento completo. O comprimento necessário para o escoamento ser considerado completamente desenvolvido é maior que o comprimento de entrada, porém, é da mesma ordem deste.

[Kays e Crawford \(1993\)](#) apresentam a seguinte equação para a determinação do comprimento de entrada.

$$\left(\frac{x}{D}\right)_{ent} = 0,623 Re^{0,25} . \quad (6.12)$$

Onde $(x/D)_{ent}$ é o número de diâmetros do comprimento de entrada e Re é o número de Reynolds baseado no diâmetro D do duto.

[Schlichting \(1979\)](#) apresenta a seguinte equação para o perfil de velocidade em escoamento axi-simétrico, turbulento e completamente desenvolvido em dutos.

$$u^+ = C \cdot (y^+)^{1/n} . \quad (6.13)$$

Tabela 6.1: Expoente n da equação do perfil de velocidade em dutos desenvolvidos, eq. 6.13, ref. (SCHLICHTING, 1979).

| | | | | | | |
|------|----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Re | $4 \cdot 10^3$ | $2,3 \cdot 10^4$ | $1,1 \cdot 10^5$ | $1,1 \cdot 10^6$ | $2,0 \cdot 10^6$ | $3,2 \cdot 10^6$ |
| n | 6,0 | 6,6 | 7,0 | 8,8 | 10 | 10 |

Tabela 6.2: Coeficiente C da equação do perfil de velocidade em dutos desenvolvidos, eq. 6.13, ref. (SCHLICHTING, 1979).

| | | | | |
|-----|------|------|------|------|
| n | 7 | 8 | 9 | 10 |
| C | 8,74 | 9,71 | 10,6 | 11,5 |

Onde u^+ e y^+ são, respectivamente, a velocidade e a distância em relação à parede na forma de coordenadas da parede. O coeficiente C e o expoente n são dados pelas tabelas 6.2 e 6.1. As coordenadas da parede são definidas por meio das seguintes equações.

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau}; \quad (6.14)$$

$$y^+ = \frac{(r_0 - r) u_\tau}{\nu}. \quad (6.15)$$

Onde u_τ é a velocidade de cisalhamento definida pela raiz quadrada da razão entre a tensão de cisalhamento na parede (τ_0) e a massa específica do fluido (ρ):

$$u_\tau \triangleq \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}. \quad (6.16)$$

Normalmente, a tensão de cisalhamento de escoamentos em dutos é correlacionada na forma do coeficiente de atrito c_f , cuja definição é a seguinte:

$$\tau_0 \triangleq c_f \frac{\rho V^2}{2}. \quad (6.17)$$

Onde V é a velocidade volumétrica média.

$$V = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} U r dr . \quad (6.18)$$

Kays e Crawford (1993) apresentam a seguinte correlação para c_f .

$$\frac{c_f}{2} = 0,039 Re^{-0,25} . \quad (6.19)$$

Esta correlação é válida para $10^4 < Re < 5 \cdot 10^4$.

6.6.2 Condição de Validação

A condição de operação de validação da técnica de medição é a seguinte:

- diâmetro do duto: $37,56\text{ mm}$;
- velocidade volumétrica média: $13,3\text{ m/s}$;
- comprimento do duto: $3,0\text{ m}$;
- fluido: ar;
- massa específica: $1,165\text{ kg/m}^3$;
- viscosidade cinemática: $1,5 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$.

Com estas informações é possível calcular as seguintes variáveis.

- Número de Reynolds (Re):

$$Re \triangleq \frac{VD}{\nu} = \frac{13,3 \cdot 0,03756}{1,5 \cdot 10^{-5}} = 31283 . \quad (6.20)$$

- Comprimento de entrada (x_{ent}):

$$\underbrace{x_{ent} = D_{ent} \cdot 0,623 Re^{0,25}}_{\text{eq. 6.12}} = 0,03756 \cdot 0,623 \cdot 31283^{0,25} = 0,311 m . \quad (6.21)$$

- Coeficiente de atrito (c_f):

$$\underbrace{c_f = 2 \cdot 0,039 Re^{-0,25}}_{\text{eq. 6.19}} = 2 \cdot 0,039 \cdot 31283^{-0,25} = 5,86 \cdot 10^{-3} . \quad (6.22)$$

- Tensão de cisalhamento na parede (τ_0):

$$\underbrace{\tau_0 \triangleq c_f \frac{\rho V^2}{2}}_{\text{eq. 6.17}} = 5,86 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1,165 \cdot 10^2}{2} = 0,604 N/m^2 . \quad (6.23)$$

- Tensão de cisalhamento específica na parede (τ_0/ρ):

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{0,604}{1,165} = 0,52 m^2/s^2 . \quad (6.24)$$

- Velocidade de cisalhamento (u_τ):

$$\underbrace{u_\tau \triangleq \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}}_{\text{eq. 6.16}} = \sqrt{\frac{0,604}{1,165}} = 0,72 m/s . \quad (6.25)$$

6.6.3 Resultados da Validação

A Figura 6.16 apresenta os valores de tensão de Reynolds $-\overline{u'_i u'_j}$ medidos e o perfil de tensão de cisalhamento calculado pelas equações 6.17 e 6.11. O ajuste da equação 6.11 aos valores de tensão medidos fornece o seguinte valor de tensão de cisalhamento na parede: $\tau_0^* = 0,51 N/m^2$. Ou seja, a diferença entre o valor de tensão medido e o calculado via correlação é de apenas 1,9%.

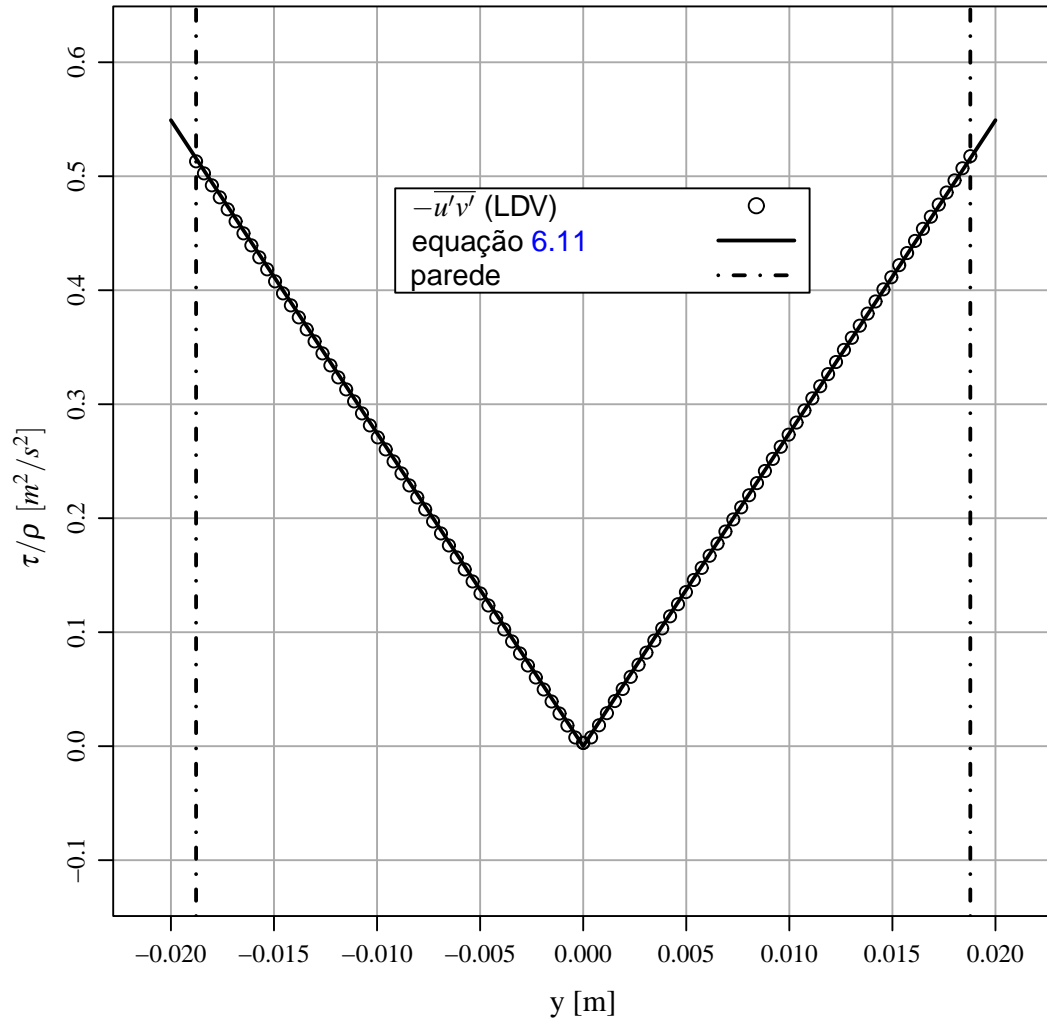


Figura 6.16: valores de tensão de Reynolds $-\overline{u'_i u'_j}$ medidos e o perfil de tensão de cisalhamento calculado pelas equações 6.17 e 6.11.

A Figura 6.17 apresenta os valores de velocidade axial calculados pela equação 6.13 e medidos pelo LDV.

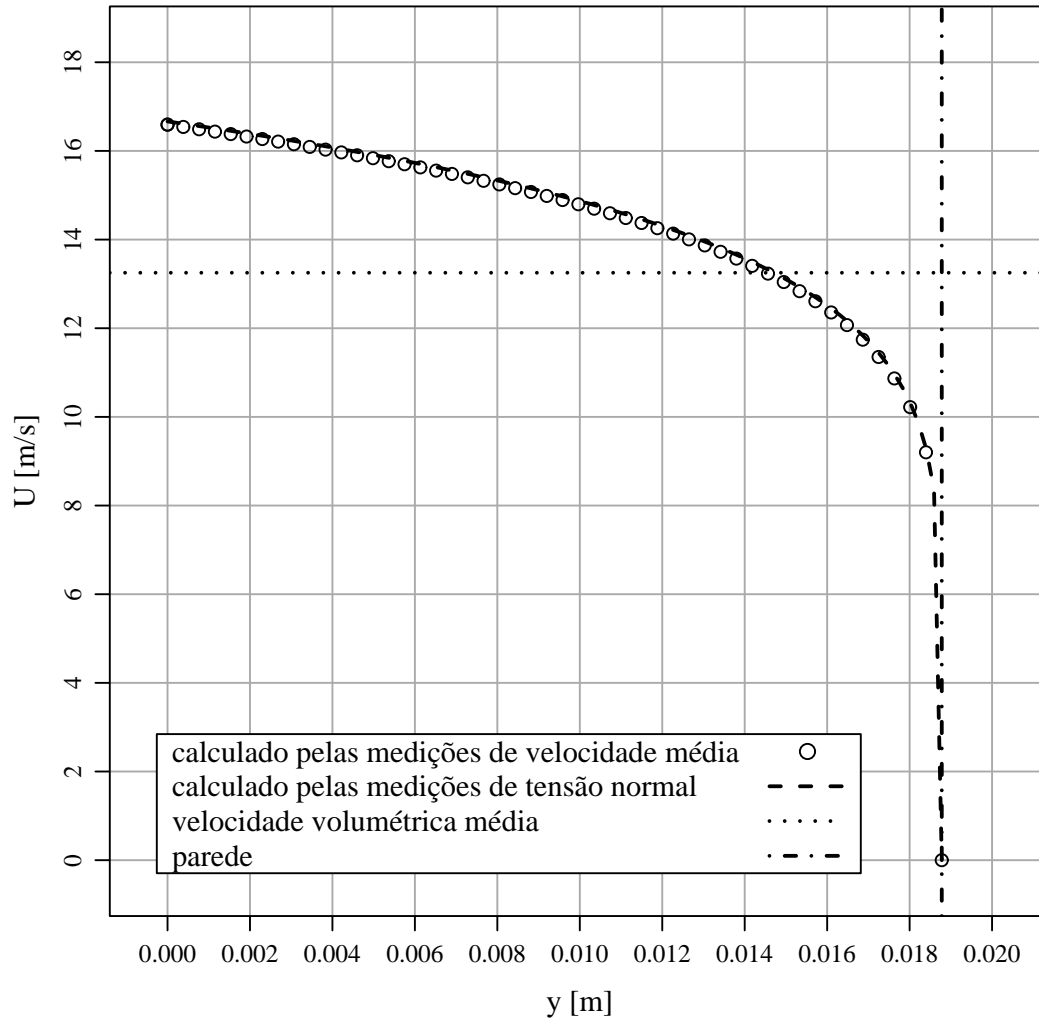


Figura 6.17: valores de velocidade axial calculados pela equação 6.13 e medidos pelo LDV.

As etapas intermediárias do tratamento de dados das medições do LDV referentes às Figuras 6.16 e 6.17 são apresentados no apêndice B.

7 RESULTADOS E ANÁLISES

Os resultados e análises apresentados nesta seção possibilitam:

- validar as regras de escalonamento desenvolvidas por meio da aplicação destas aos dados de literatura disponíveis (as regras de escalonamento são válidas quando elas indicam existência de similaridades).
- avaliar a qualidade dos dados experimentais de literatura e próprios por meio da aplicação das regras de escalonamento desenvolvidas;
- avaliar os efeitos inerciais e de pressão sobre os dados experimentais analisados;
- apresentar correlações para os dados experimentais analisados;
- apresentar os dados experimentais próprios para, assim, complementar o banco de dados referentes a jatos bi-dimensionais confinados; e
- avaliar a técnica de medição de tensões de Reynolds por meio da medição de tensões normais em 6 direções distintas.

Os resultados apresentados e analisados nesta seção são divididos em:

- grandezas médias, seção 7.1, incluem tanto os dados de literatura quanto os próprios;
- grandezas turbulentas, seção 7.2, incluem apenas os dados próprios.

As grandezas turbulentas de literatura são apresentadas apenas na revisão bibliográfica, seção 2, pois a presente tese não desenvolveu regras de escalonamento para estas grandezas. Este desenvolvimento será feito em um

estudo futuro o qual terá como ponto de partida os comentários feitos por E. Naudascher na seção de discussão do trabalho de [Curtet e Ricou \(1964\)](#). As grandezas turbulentas próprias serão apresentadas e analisadas apenas em relação à técnica de medição utilizada.

7.1 Grandezas Médias

A grandeza média medida nos experimentos próprios foi a velocidade média do escoamento em seis direções distintas ($\alpha = -15^\circ, -45^\circ, -75^\circ$ e $\beta = 45^\circ, -45^\circ$, vide seção 6). A velocidade média axial dos experimentos próprios, U , foi calculada a partir destas medições. O excesso de velocidade do jato, $U_{J,CL,X}$, e a largura volumétrica do jato, $L_{J,X}$, tanto nos experimentos próprios quanto nos de literatura, foram calculados por meio dos perfis radiais da velocidade média axial. A evolução do jato ao longo do eixo x pode ser descrita por meio da curva dimensional de decaimento de velocidade, $U_{J,CL,X} \times x$, ou da curva dimensional de expansão, $L_{J,X} \times U_{J,CL,X}$. As variáveis destas curvas foram adimensionalizadas em função da velocidade no plano 0, U_0 ; e da largura do duto de confinamento, L_D . As variáveis adimensionais resultantes foram escalonadas em função dos parâmetros adimensionais de Curtet, \mathcal{M}_C , razão inercial, \mathcal{M}_I , e razão pressão inércia, \mathcal{M}_P . O processo de adimensionalização e escalonamento utilizado é apresentado na seção 3.

A Figura 7.1 apresenta os perfis radiais de velocidade média nas direções de medição do LDV para $x = 0,45\text{ m}$ e $\mathcal{M}_C = 0,509$. Os pontos identificados como “GREEN” e “BLUE” referem-se às medições feitas com ângulos $\beta = 45^\circ$ e $\beta = -45^\circ$. Os pontos identificados como “STAR” referem à correção do direcionamento β , vide seção 6.5.1. As curvas ajustadas aos pontos experimentais são compostas por duas cúbicas na zona do jato, J , e por uma constante na zona potencial externa, EP . Foram impostas as seguintes restrições para o ajuste destas curvas:

- primeira derivada 0 nas coordenadas $y = 0$ e $y = y_{EP}$;
- segunda derivada 0 na coordenada $y = y_{IN}$ (ponto de inflexão); e
- valores coincidentes nos pontos de encontro das cúbicas e da constante.

As linhas identificadas com y_{IN} e y_{EP} referem-se, respectivamente, às coordenadas y nas quais ocorre o ponto de inflexão e o ponto limite entre as zonas potencial externa, EP , e do jato, J .

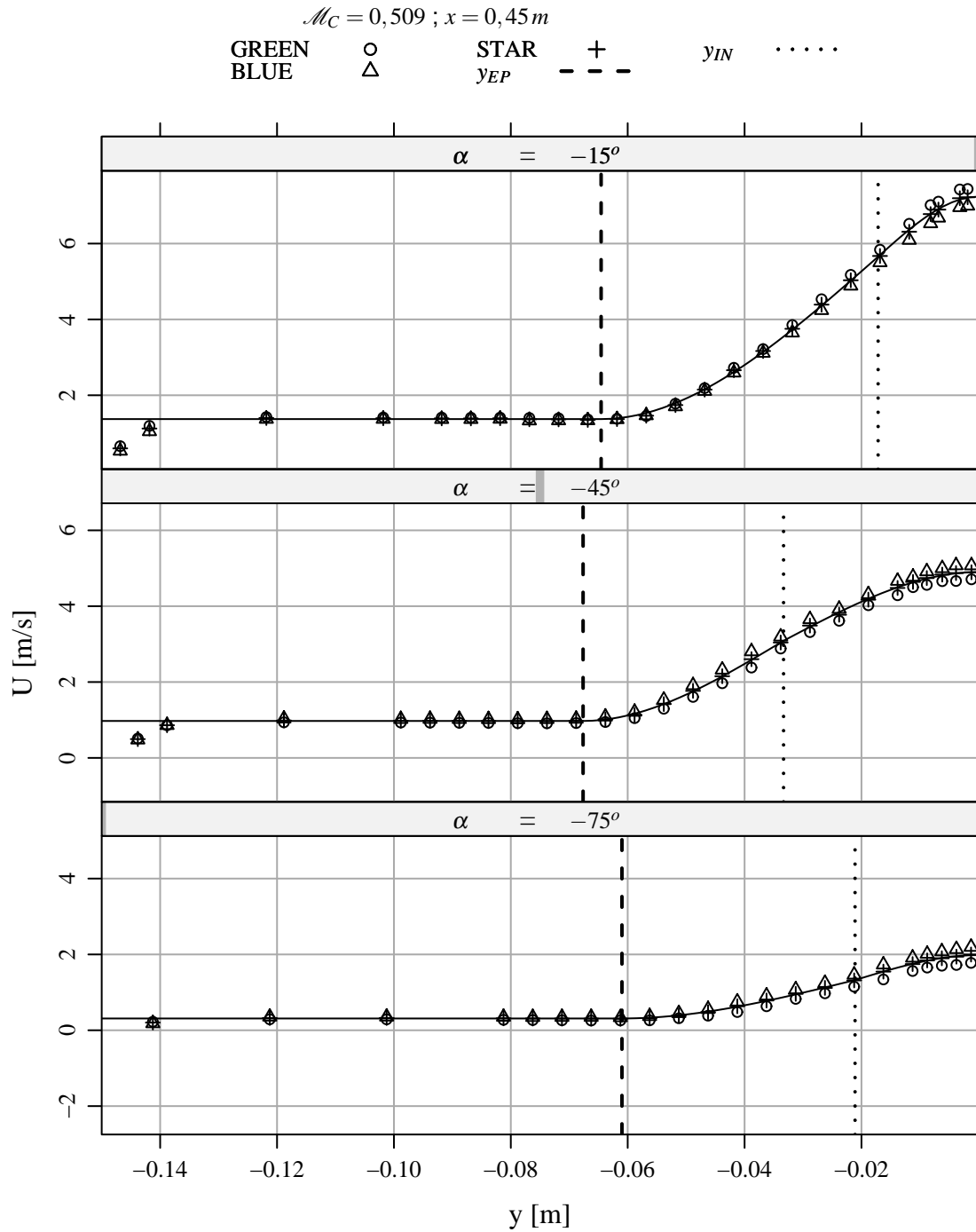


Figura 7.1: Velocidade média nas direções de medição do LDV.

A Figura 7.2 apresenta os perfis radiais de velocidade axial para as coordena-

das $x = 0,3m, 0,45m, 0,6m$ e $0,75m$; e para os valores de $\mathcal{M}_C = 0,242, 0,509$ e $1,084$. Estes perfis foram obtidos a partir das curvas ajustadas às velocidades médias nas direções de medição do LDV, exemplificadas pela Figura 7.1. As curvas identificadas por $L_{J,X}$ representam os valores da coordenada y iguais aos das larguras volumétricas do jato. A análise adimensional da seção 3 usou a variável $L_{J,X}$ como largura característica do jato. No entanto, esta largura característica também poderia ser representada por y_{EP} ou y_{IN} . A variável y_{EP} define a fronteira entre a região do jato, J , e a potencial externa, EP . Portanto, a largura volumétrica do jato é dependente de y_{EP} , pois depende da vazão volumétrica calculada pela integração do perfil de velocidade no intervalo $0 \leq y \leq y_{EP}$. A coordenada $y = y_{IN}$ é importante pois representa o ponto de inflexão, ou de gradiente máximo, do perfil de velocidade. Ou seja, representa o ponto onde a produção de turbulência é mais intensa segundo a equação de transporte de energia cinética da turbulência, k , termo P_k da equação 7.1. O apêndice C.1 apresenta todos os gráficos de velocidade medidos e tratados.

$$\underbrace{\partial_t k}_{L_k} + \underbrace{U_k \partial_k k}_{C_k} = \underbrace{-\overline{u'_i u'_k} \partial_k U_i}_{P_k} - \underbrace{\nu \overline{\partial_k u'_i \partial_k u'_i}}_{\varepsilon_k} + \partial_k \left[\underbrace{\nu \partial_k k}_{D_k^v} + \underbrace{\left(-\frac{1}{2} \overline{u'_k u'_i u'_i} - \frac{1}{2} \overline{p' u'_k} \right)}_{D_k^t} \right]. \quad (7.1)$$

Onde:

- L_k = termo transitório ou acumulação de k ;
- C_k = termo de convecção de k ;
- P_k = termo de produção de k ;
- ε_k = termo de dissipação de k ;
- D_k = termo de difusão de k ;
- D_k^v = termo de difusão molecular de k ;
- D_k^v = termo de difusão de k devido à flutuação de velocidade;
- D_k^p = termo de difusão de k devido à flutuação de pressão;
- D_k^t = termo de difusão turbulenta de k ;

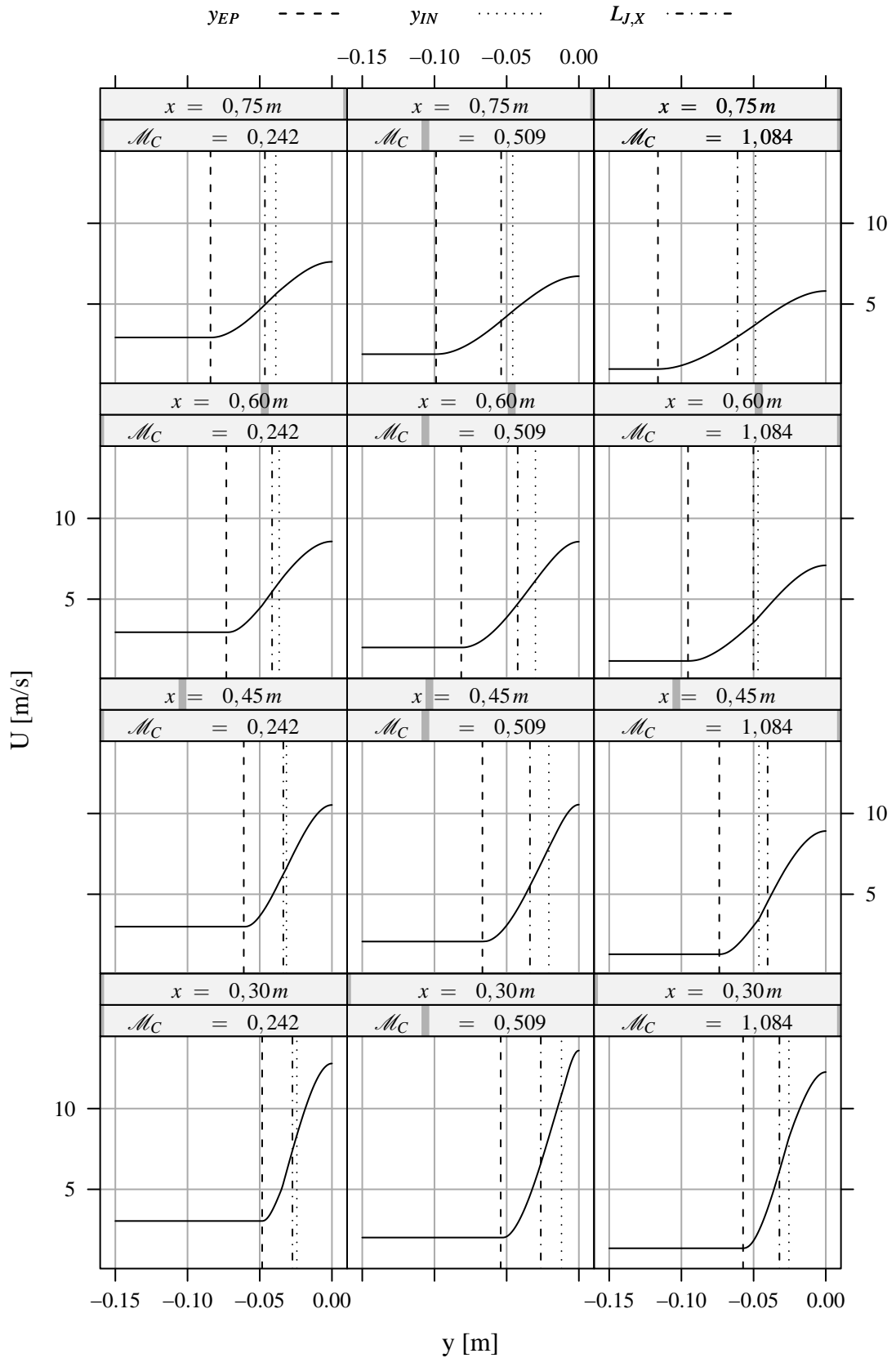


Figura 7.2: Velocidade média axial dos experimentos próprios.

A Figura 7.2 mostra qualitativamente que a largura do jato aumenta com o aumento de x e de \mathcal{M}_C , e que o excesso de velocidade diminui com o aumento de x e de \mathcal{M}_C . Este comportamento é visualizado mais facilmente nos gráficos adimensionais não escalonados $U_{J,CL,X}/U_0 \times x/L_D$ e $L_D/L_{J,X} \times U_0/U_{J,CL,X}$ das Figuras 7.3 à 7.6. Estas figuras apresentam os dados de literatura de Curtet (1958), Curtet e Ricou (1964), Yule e Damou (1991) e levantados na presente tese (próprio). As curvas dos gráficos adimensionais não escalonados apresentam origens e inclinações diferentes em função das condições operacionais (valor de \mathcal{M}_C).

As Figuras 7.3 à 7.6 também mostram as propostas de escalonamento de Curtet (1958) e de Arima e Pimenta (2008). A proposta de Curtet (1958) utiliza um escalonamento baseado em grandezas inerciais e de pressão representadas pelo parâmetro adimensional \mathcal{M}_C , desta forma, obtém-se as variáveis $\mathcal{L}_{C,X}$ e $\mathcal{U}_{C,X}$. A proposta de Arima e Pimenta (2008) utiliza um escalonamento baseado apenas em grandezas inerciais representadas pelo parâmetro adimensional \mathcal{M}_I , desta forma, obtém-se as variáveis $\mathcal{L}_{I,X}$ e $\mathcal{U}_{I,X}$.

As Figuras 7.3 e 7.4 mostram que as curvas de $\mathcal{L}_{C,X}$ e de $\mathcal{L}_{I,X}$ possuem níveis de colapso suficiente para indicar existência de similaridade nas condições operacionais com $\mathcal{M}_I/\mathcal{M}_C \gtrsim 0,8$ (gradiente de pressão reduzido). No entanto, nas condições com $\mathcal{M}_I/\mathcal{M}_C \lesssim 0,8$ (gradiente de pressão elevado), as curvas de $\mathcal{L}_{C,X}$ possuem origens diferentes, porém, mesma inclinação; e as curvas de $\mathcal{L}_{I,X}$ possuem mesma origem, porém, inclinações diferentes. A Figura 4.3 mostra que os dados de Curtet (1958) estão na região de gradiente de pressão elevado; e que os dados de Curtet e Ricou (1964), Yule e Damou (1991) e próprio estão na região de gradiente de pressão reduzido. Desta forma, é possível notar o efeito do gradiente de pressão médio sobre o escoamento médio.

As Figuras 7.5 e 7.6 mostram que as curvas $\mathcal{U}_{C,X}$ e $\mathcal{U}_{I,X}$ não possuem níveis de colapso suficiente para indicar a existência de similaridade. Portanto, as regras de escalonamento propostas por Curtet (1958) e por Arima e Pimenta (2008) não são apropriadas para a largura volumétrica do jato.

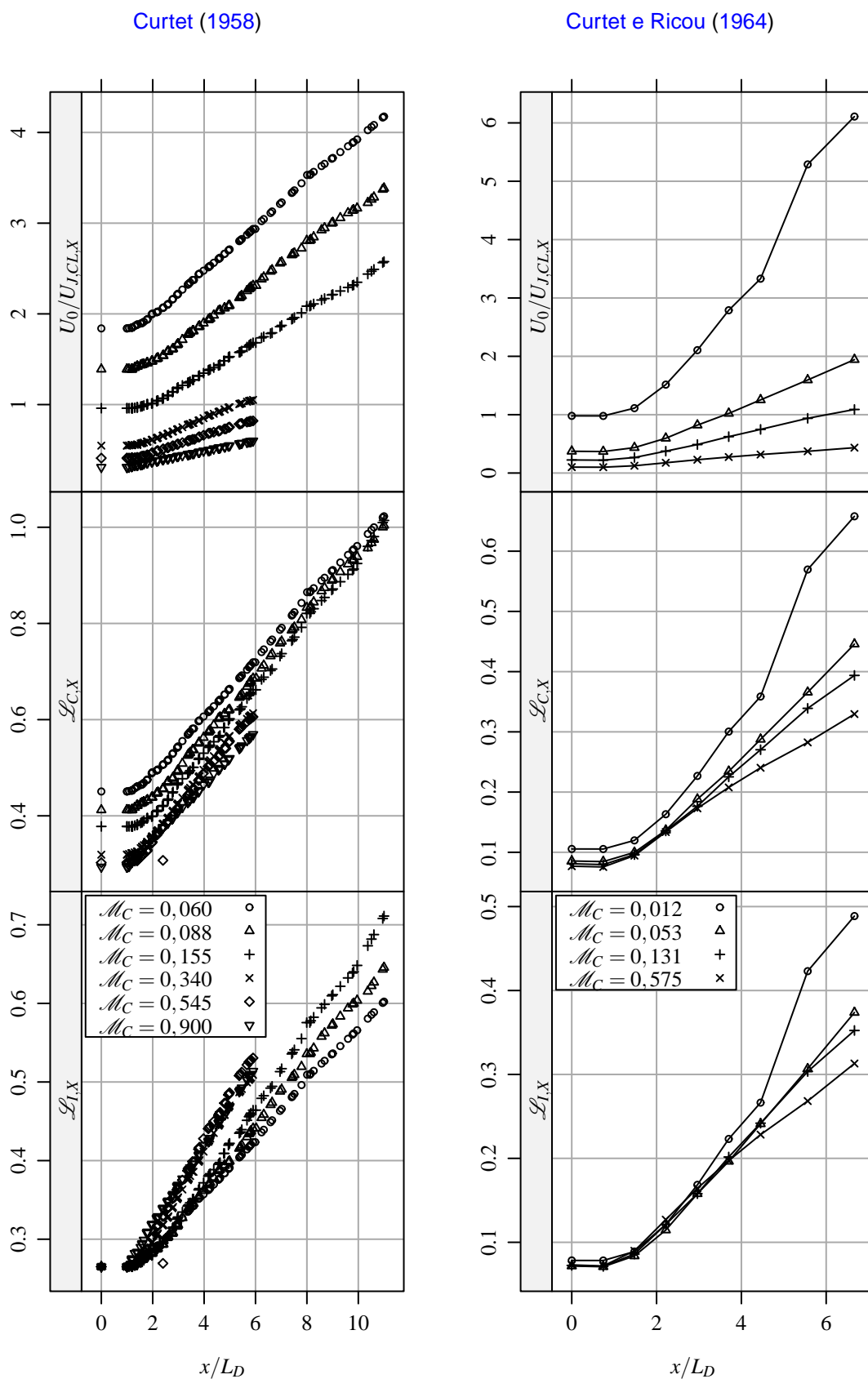


Figura 7.3: Adimensionalização e escalonamento do excesso de velocidade do jato, dados de Curtet (1958) e de Curtet e Ricou (1964).

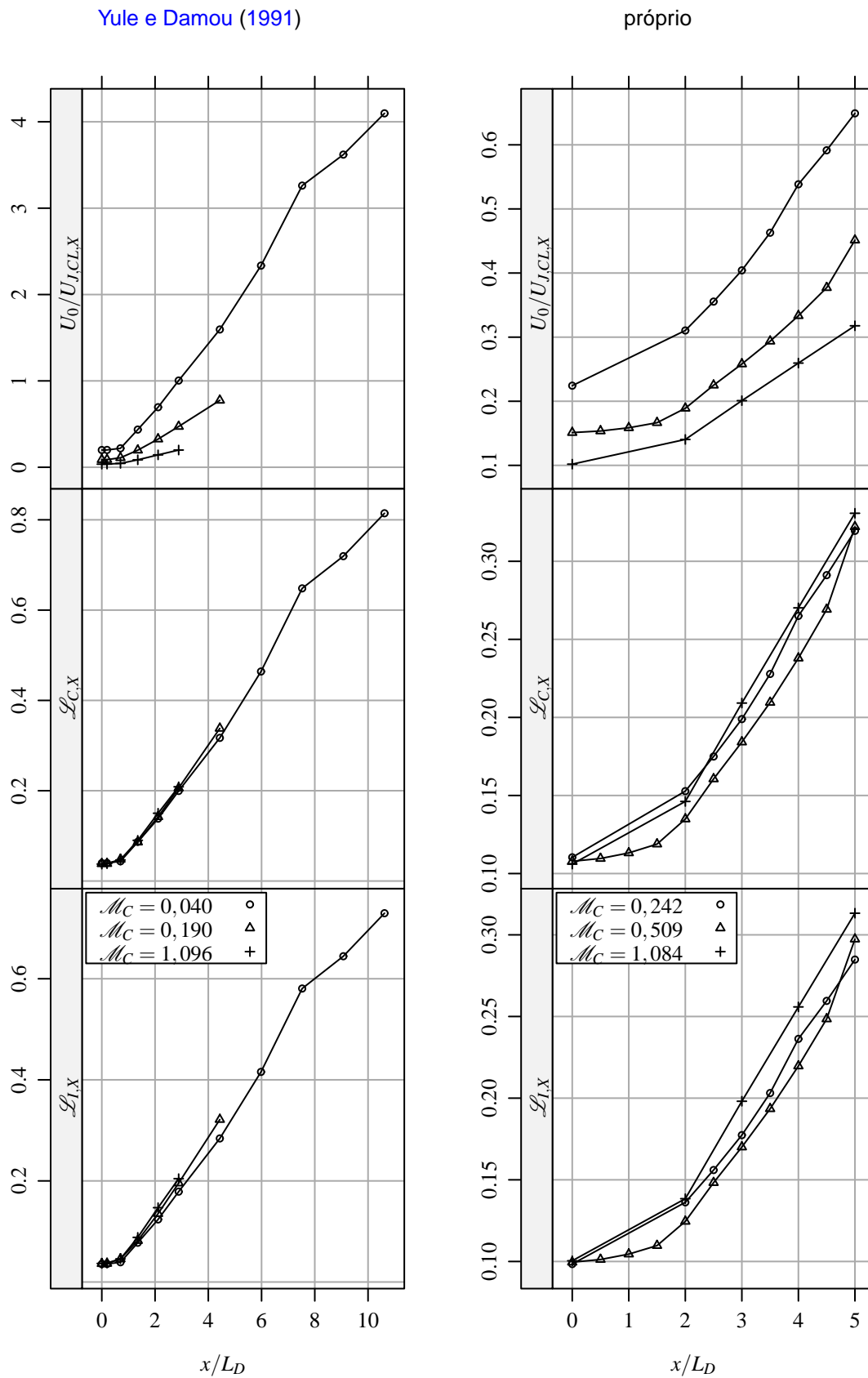


Figura 7.4: Adimensionalização e escalonamento do excesso de velocidade do jato, dados de Yule e Damou (1991) e próprio.

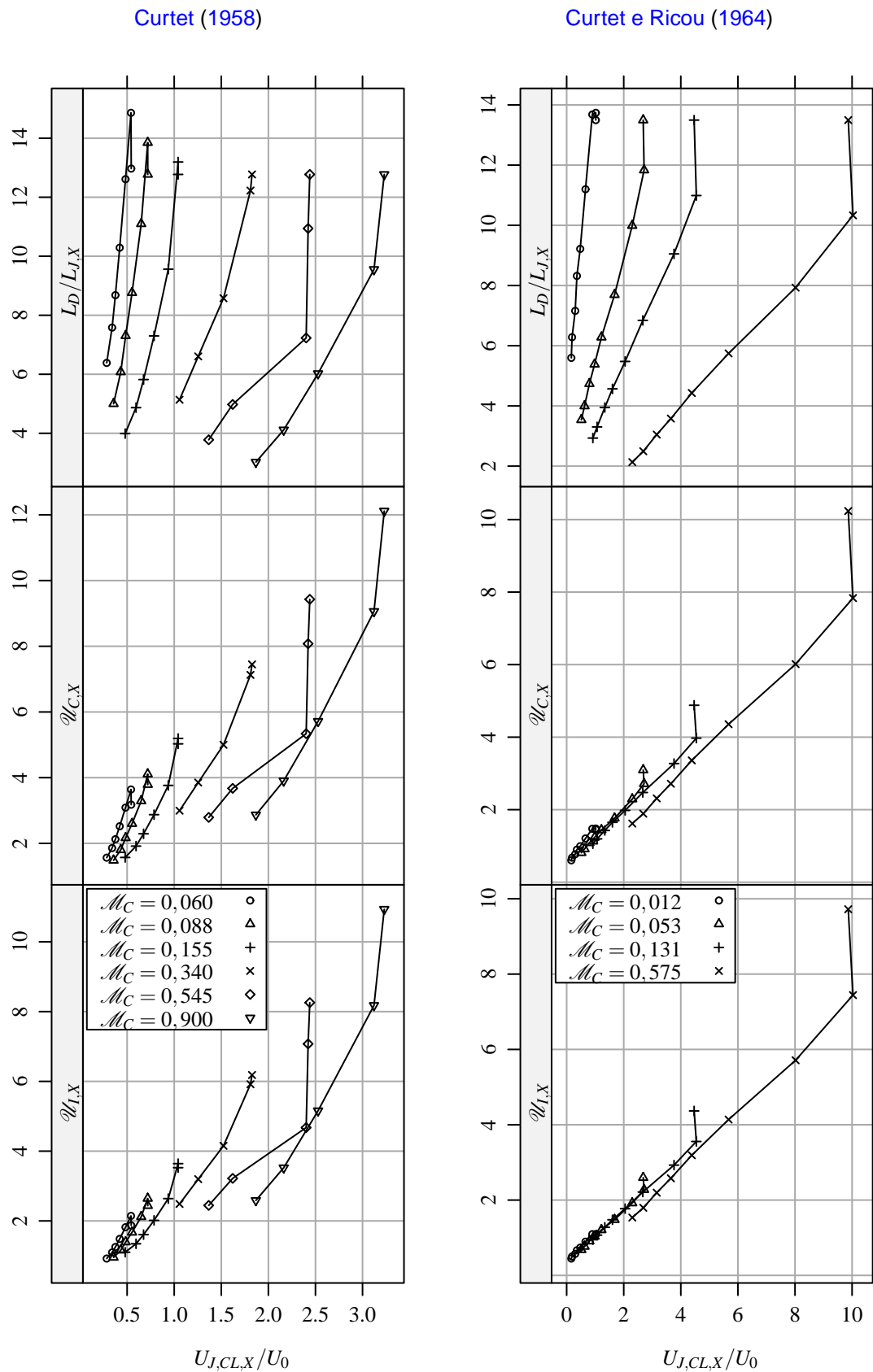


Figura 7.5: Adimensionalização e escalonamento da largura volumétrica do jato, dados de Curtet (1958) e de Curtet e Ricou (1964)..

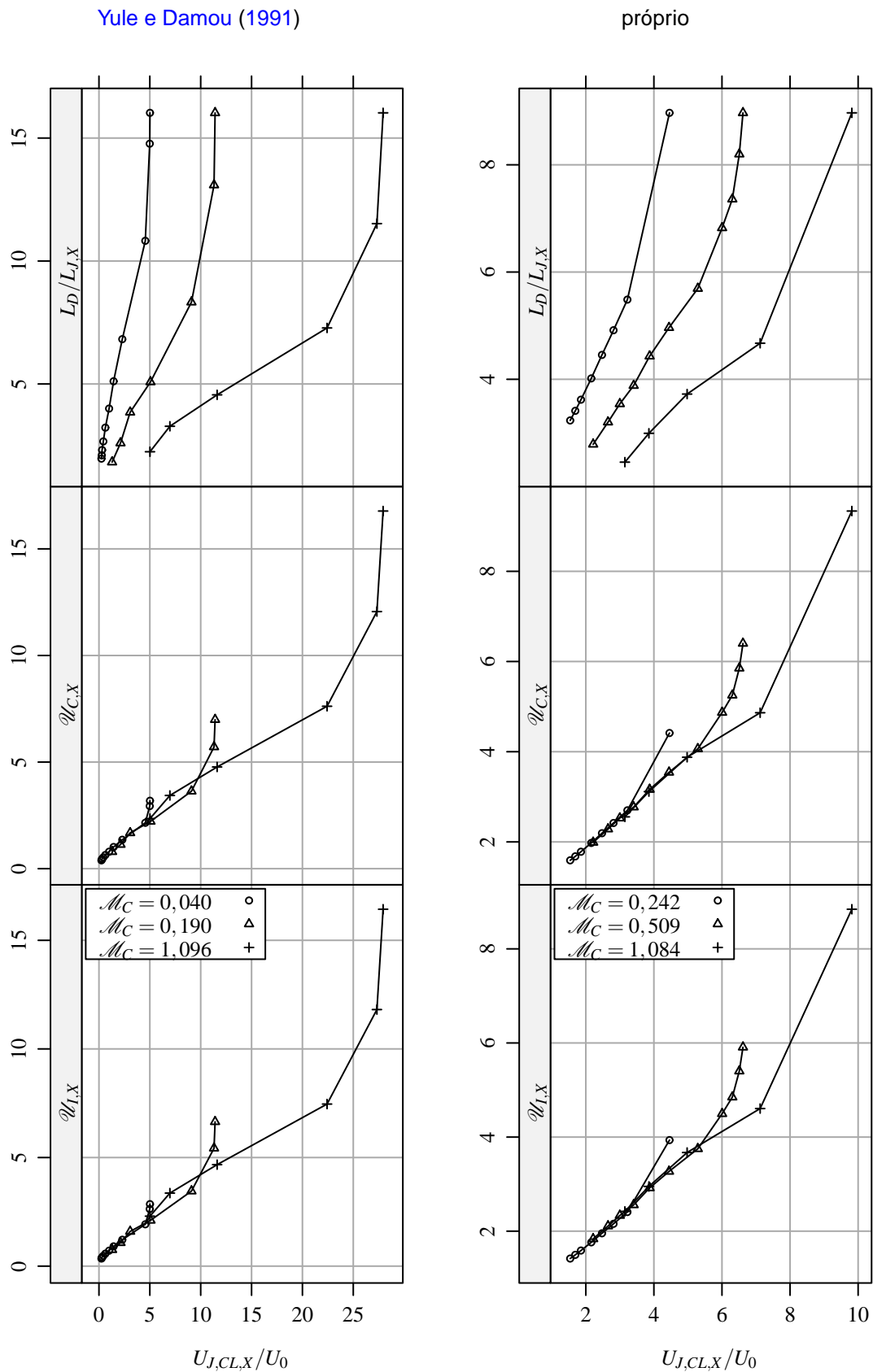


Figura 7.6: Adimensionalização e escalonamento da largura volumétrica do jato, dados de Yule e Damou (1991) e próprio..

A Figura 7.7 apresenta o excesso de velocidade do jato escalonado pelos parâmetros adimensionais \mathcal{M}_C , \mathcal{M}_I e \mathcal{M}_P : gráficos de coordenadas $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I \times (1/\mathcal{L}_I)(x/L_D)$. As retas de linha contínua foram ajustadas usando apenas os pontos contidos no respectivo gráfico, e as de linha tracejada foram ajustadas usando os dados de Curtet e Ricou (1964), Yule e Damou (1991) e próprio (casos axi-simétricos). Os dados de Curtet (1958) não foram usados no ajuste das retas de linha tracejada por serem referentes a jatos planos.

Na região dos gráficos referentes aos casos axi-simétricos com $(1/\mathcal{L}_I)(x/L_D) \lesssim 100$, tem-se que a reta tracejada e as respectivas retas de linha contínua são praticamente coincidentes. Isto indica a existência de similaridade para a curva de excesso de velocidade do jato quando escalonada na forma $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I \times (1/\mathcal{L}_I)(x/L_D)$. O pequeno espalhamento dos pontos experimentais dos jatos axi-simétricos em relação à reta de linha tracejada ajustada também indica a existência de similaridade. Os pontos que mais se afastam da reta de linha tracejada são os de $\mathcal{M}_C = 0,012$ e $0,040$. Isto indica que as condições operacionais de $\mathcal{M}_C = 0,012$ e $0,040$ são pouco confiáveis.

O gráfico referente ao caso plano, Curtet (1958), mostra que a reta de linha tracejada possui a mesma inclinação da respectiva reta de linha contínua, porém, o ponto de interceptação destas com a reta $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I = 1$ (linha pontilhada) são diferentes. Nos casos axi-simétricos esta interceptação ocorre em $(1/\mathcal{L}_I)(x/L_D) \approx 17$, e no caso plano ocorre em $(1/\mathcal{L}_I)(x/L_D) \approx 5$. As diferenças entre os experimentos indicam que a diferença em relação ao ponto de interceptação está relacionada com as simetrias plano e axi-simétrico. No entanto, a coincidência de inclinações entre as retas referentes aos jatos planos e axi-simétricos merece uma análise mais profunda devido à anomalia plano axi-simétrico. Esta anomalia é descrita por Pope (1978) da seguinte forma:

(...) Using the values of the constants appropriate to boundary-layer flows, the velocity field in a two dimensional plane jet is calculated quite accurately, but large errors occur for axisymmetric jets. Specifically, the spreading rate of the round jet is overestimated by about 40%. Experimental data indicate that the round jet spreads about 15% less rapidly than plane jet, while calculated spreading rate is 15% greater. (...)

Os cálculos aos quais Pope (1978) se refere são baseados em modelos de turbulência RANS de 2 equações.

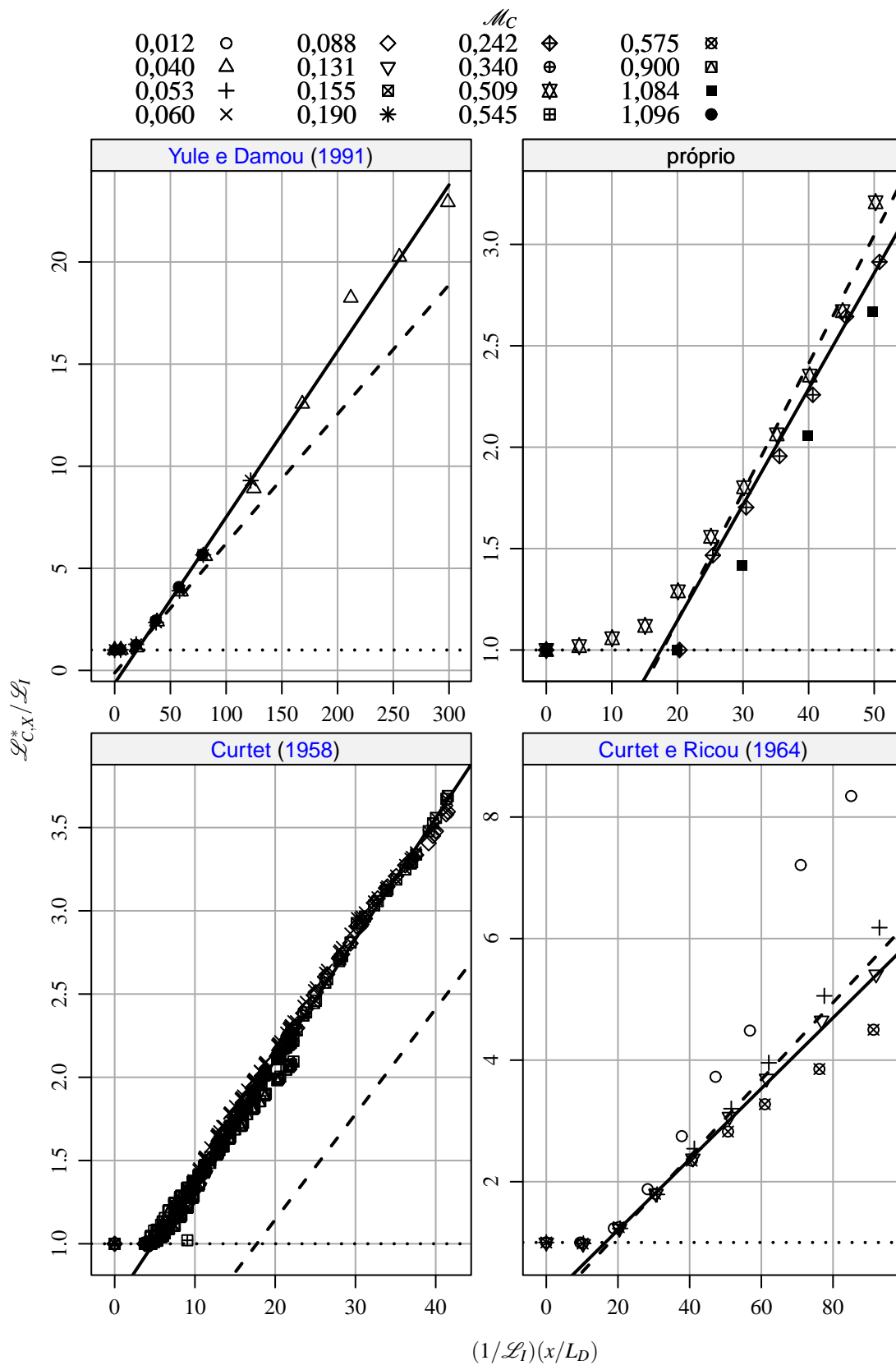


Figura 7.7: Escalonamento do excesso de velocidade do jato por meio dos parâmetros \mathcal{M}_C , \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I : pontos experimentais e curvas ajustadas.

Segundo Pope (1978) a vorticidade da escala turbulenta de maior energia tem um alinhamento próximo ao da vorticidade do escoamento médio. Portanto, a taxa de dissipação será maior nos escoamentos cujos tubos vorticais do escoamento médio sofrem estiramentos mais intensos. Nos jatos planos, os tubos vorticais do escoamento médio são perpendiculares ao plano do escoamento, portanto, não sofrem estiramento. Nos jatos axi-simétricos, os tubos vorticais do escoamento médio formam anéis que são estirados a medida que o jato expande. Desta forma, a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta dos jatos axi-simétricos é maior, e conseqüentemente, a sua viscosidade turbulenta é menor que a dos jatos planos. Estes argumentos justificam a correção da anomalia plano axi-simétrico adotada por Pope (1978). Esta correção é feita por meio de um termo de produção dependente da vorticidade média do escoamento na equação de transporte de dissipação da energia cinética da turbulência. Deve-se ressaltar que esta correção se enquadra como um modelo de turbulência de um ponto de fechamento.

A análise adimensional da presente tese adota um modelo de fechamento integral para a difusividade turbulenta, e utiliza apenas informações do escoamento médio. A justificativa para esta abordagem é a hipótese de que, para um dado padrão de escoamento, a turbulência deve se adaptar de forma a manter similaridade com o escoamento médio. Portanto, não houve a preocupação em descrever processos de transferência de energia entre o escoamento médio e as escalas da turbulência.

A coincidência de inclinação entre as retas referentes a jatos axi-simétricos e planos indica que a hipótese adotada na análise adimensional da presente tese é adequada. A diferença entre os pontos de intercepção destas retas com a reta $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I = 1$ (linha pontilhada) não desmerece a análise adimensional feita, pois a região entre o plano *IN* (seção de saída do bocal) e o ponto de intercepção deve ser interpretado como uma mistura de esteira e camada cisalhante, não como jato.

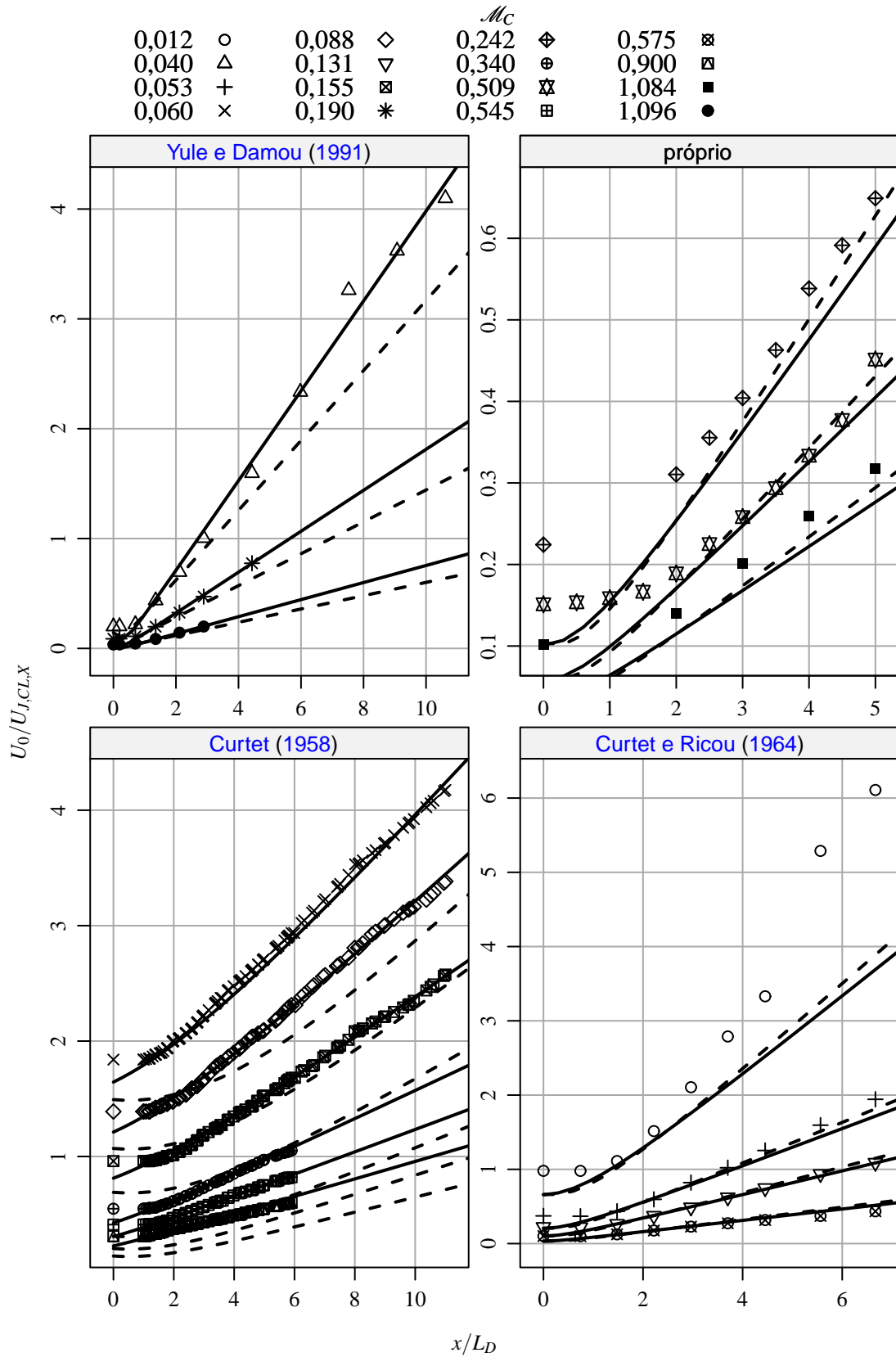


Figura 7.8: Adimensionalização sem escalonamento do excesso de velocidade do jato: pontos experimentais e curvas ajustadas.

A Figura 7.8 apresenta gráficos do excesso de velocidade do jato adimensionalizado e sem escalonamento, coordenadas $U_0/U_{J,CL,X} \times x/L_D$. Estes gráficos contêm pontos experimentais e curvas calculadas a partir das retas ajustadas nos gráficos da Figura 7.7, coordenadas $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I \times (1/\mathcal{L}_I)(x/L_D)$. O padrão de linha contínua associada aos pontos do gráfico específico e linha tracejada associada aos pontos dos casos axi-simétricos é mantido na Figura 7.8. A proximidade entre as curvas de linha contínua e tracejada com os respectivos pontos experimentais é mantida para todos as condições de operação de jatos axi-simétricos, apenas as condições com $\mathcal{M}_C = 0,012$ e $0,040$ apresentam afastamentos. No caso plano, as curvas de linha contínua praticamente coincidem com os pontos experimentais. No entanto, as curvas de linha tracejada apresentam um afastamento considerável em relação aos pontos experimentais. Ou seja, o comportamento observado nos gráficos de coordenadas $U_0/U_{J,CL,X} \times x/L_D$ é o mesmo daquele de coordenadas $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I \times (1/\mathcal{L}_I)(x/L_D)$. Assim sendo, é possível propor as seguintes correlações para descrever o excesso de velocidade em jatos confinados.

$$\frac{\mathcal{L}_{C,X}^*}{\mathcal{L}_I} = \begin{cases} -0,1225 + 0,0634 \left(\frac{1}{\mathcal{L}_I} \right) \left(\frac{x}{L_D} \right) & , \text{ para jato axi-simétrico;} \\ 0,6488 + 0,0727 \left(\frac{1}{\mathcal{L}_I} \right) \left(\frac{x}{L_D} \right) & , \text{ para jato plano.} \end{cases} \quad (7.2)$$

A Figura 7.9 apresenta gráficos da largura volumétrica do jato adimensionalizada e escalonada pelos parâmetros \mathcal{M}_C , \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I , coordenadas $(\mathcal{W}_{C,X}^*)^2/\mathcal{W}_I^2 \times U_{J,CL,X}/(\mathcal{W}_0 \cdot \mathcal{W}_I)$. As retas de linha contínua foram ajustadas usando apenas os pontos contidos no respectivo gráfico, e as de linha tracejada foram ajustadas usando os dados de Curtet e Ricou (1964) e próprio (casos axi-simétricos). Os dados de Curtet (1958) e de Yule e Damou (1991) não foram usados no ajuste das retas de linha tracejada por serem referentes, respectivamente, a jatos planos e à largura 5% do excesso de velocidade na linha de centro do jato. Os gráficos da Figura 7.9 mostram um espalhamento elevado dos pontos experimentais em relação às retas ajustadas. Ou seja, não foi possível obter similaridade para a largura volumétrica do jato.

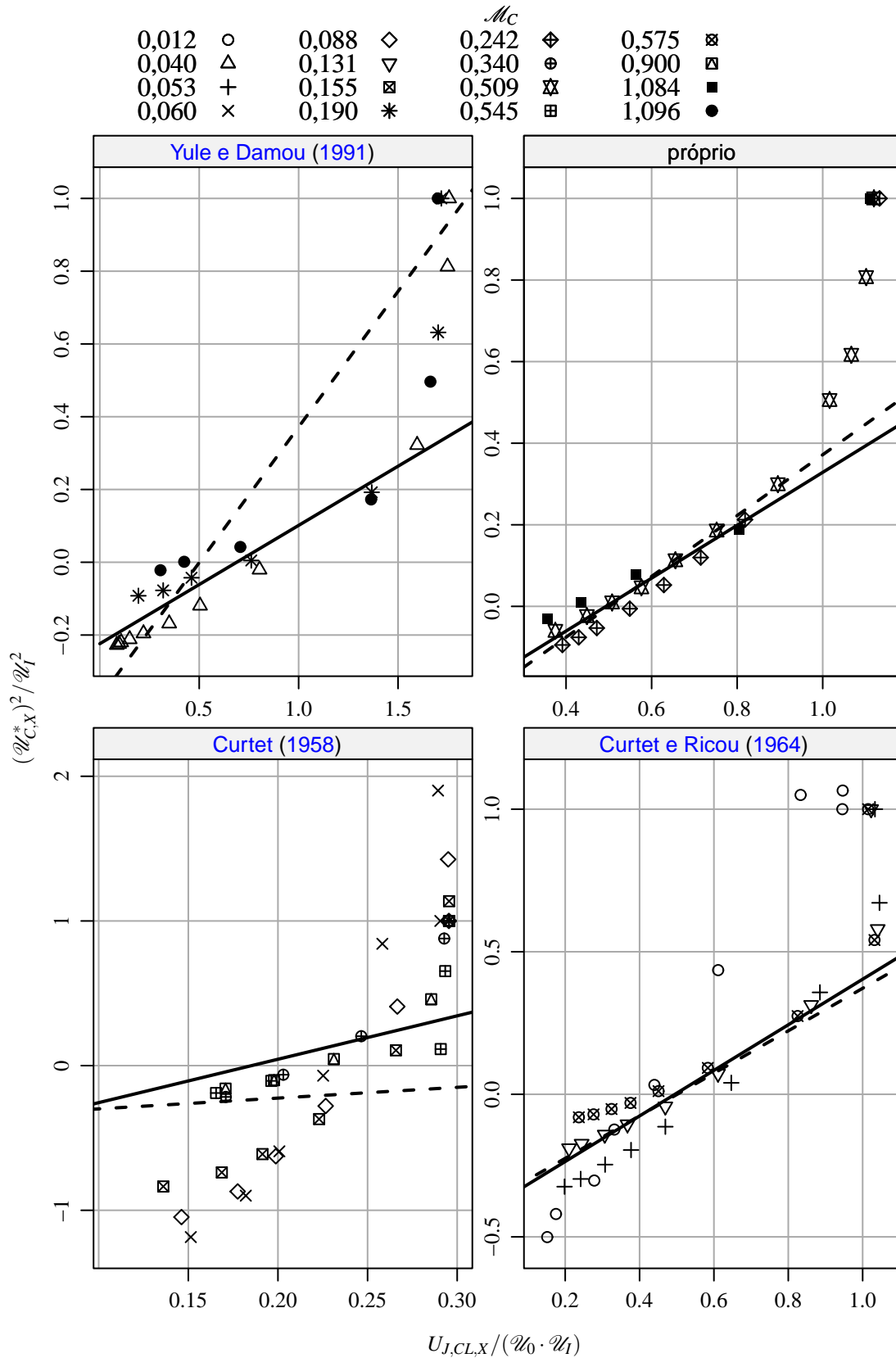


Figura 7.9: Escalonamento da largura volumétrica do jato por meio dos parâmetros \mathcal{M}_C , \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I : pontos experimentais e curvas ajustadas.

A Figura 7.10 apresenta gráficos da largura volumétrica do jato adimensionalizada e sem escalonamento, coordenadas $L_D/L_{J,X} \times U_{J,CL,X}/U_0$. Estes gráficos contêm pontos experimentais e curvas calculadas a partir das retas ajustadas nos gráficos da Figura 7.9, coordenadas $(\mathcal{W}_{C,X}^*)^2/\mathcal{W}_I^2 \times U_{J,CL,X}/(\mathcal{W}_0 \cdot \mathcal{W}_I)$. O padrão de linha contínua associada aos pontos do gráfico específico e linha tracejada associada aos pontos dos casos axi-simétricos é mantido na Figura 7.10. O afastamento entre as curvas e os pontos experimentais confirma que não foi possível obter similaridade para a largura volumétrica do jato.

A existência de similaridade para o excesso de velocidade na linha de centro do jato não implica similaridade para a largura volumétrica. A análise integral e adimensional desenvolvida na presente tese possibilita as seguintes especulações.

A aproximação da difusividade turbulenta por meio da equação 3.78,

$$\Gamma \propto \ell_{mix}^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \propto \ell_{mix}^2 \left| \frac{\Delta U}{\Delta y} \right| ,$$

implica que a razão $\ell_{mix}^2/\Delta y$ deve ajustar-se para que ΔU seja igual a $U_{J,CL,X}$. Portanto, a variável característica da largura do jato é função da escala turbulenta, ℓ_{mix} , e da escala do escoamento médio, Δy . Ou seja, a proporcionalidade dada pela equação 3.82,

$$L_{J,X} \propto x ,$$

é falsa; a proporcionalidade verdadeira deveria ser: $\ell_{mix}^2/\Delta y \propto x$.

As questões em aberto é se $\ell_{mix}^2/\Delta y$ pode ser representada por uma função do escoamento médio apenas e qual é esta função. A interpretação para as variáveis adimensionais, seção 3.10, sugere que $\ell_{mix}^2/\Delta y$ deva ser proporcional à largura de quantidade de movimento do jato, L_M . Este teste será executado em estudos futuros.

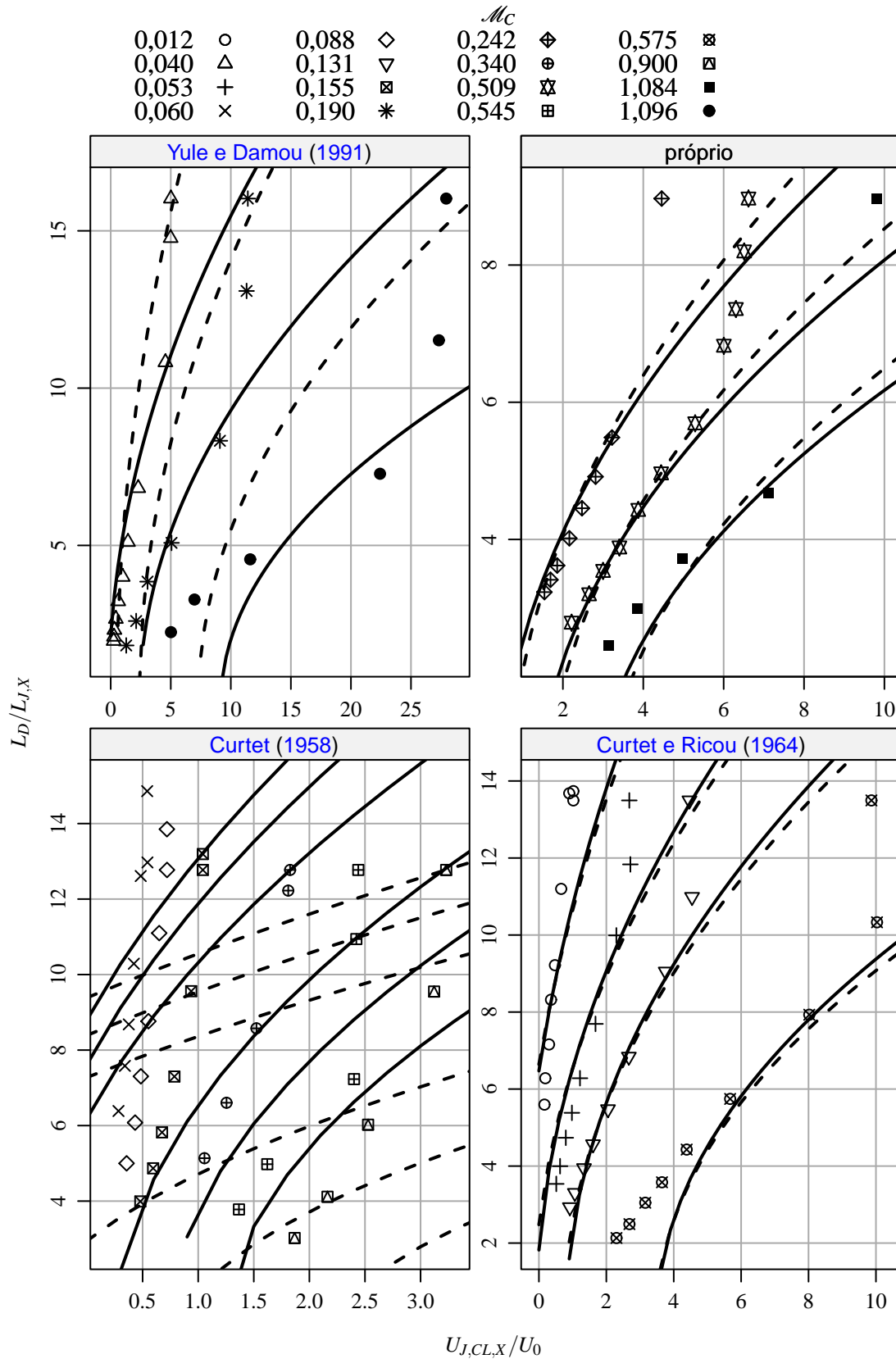


Figura 7.10: Adimensionalização sem escalonamento da largura volumétrica do jato: pontos experimentais e curvas ajustadas.

7.2 Grandezas Turbulentas

A grandeza turbulenta medida nos experimentos próprios foi a tensão normal de Reynolds em seis direções distintas ($\alpha = -15^\circ, -45^\circ, -75^\circ$ e $\beta = 45^\circ, -45^\circ$, vide seção 6). Estas medições de tensão foram usadas no cálculo do tensor de Reynolds no sistema de coordenadas global do túnel de vento, vide apêndice A.

A Figura 7.11 apresenta as tensões normais de Reynolds nas direções de medição do LDV para $\mathcal{M}_C = 1,084$ e $x = 0,6m$. As linhas tracejada e pontilhada, identificadas como y_{EP} e y_{IN} , representam as coordenadas y nas quais estão localizadas o limite entre as zonas do jato, J , e potencial externa, EP ; e o ponto de inflexão dos perfis de velocidade média das respectivas direções de medição. Cada uma das curvas ajustadas aos pontos experimentais de cada direção de medição do LDV são compostas por duas cúbicas e uma constante.

A Figura 7.12 apresenta as tensões de cisalhamento, $-\overline{u'v'}$, para $\mathcal{M}_C = 1,084$ e $0,3m \leq x \leq 0,75m$. Estas tensões foram calculadas usando curvas ajustadas para as direções de medição do LDV, conforme ilustrado pela Figura 7.11. As curvas de $-\overline{u'v'} \times y$ deveriam apresentar as seguintes características:

- apenas um ponto de máximo próximo à região do ponto de inflexão do respectivo perfil radial da velocidade axial média, reta de linha pontilhada y_{IN} ;
- valor do ponto de máximo decrescente em relação à coordenada x .
- valores nulos na região $y \lesssim y_{EP}$ e não nulos na região $y_{EP} \lesssim y < 0$;
- valor nulo no ponto $y = 0$;

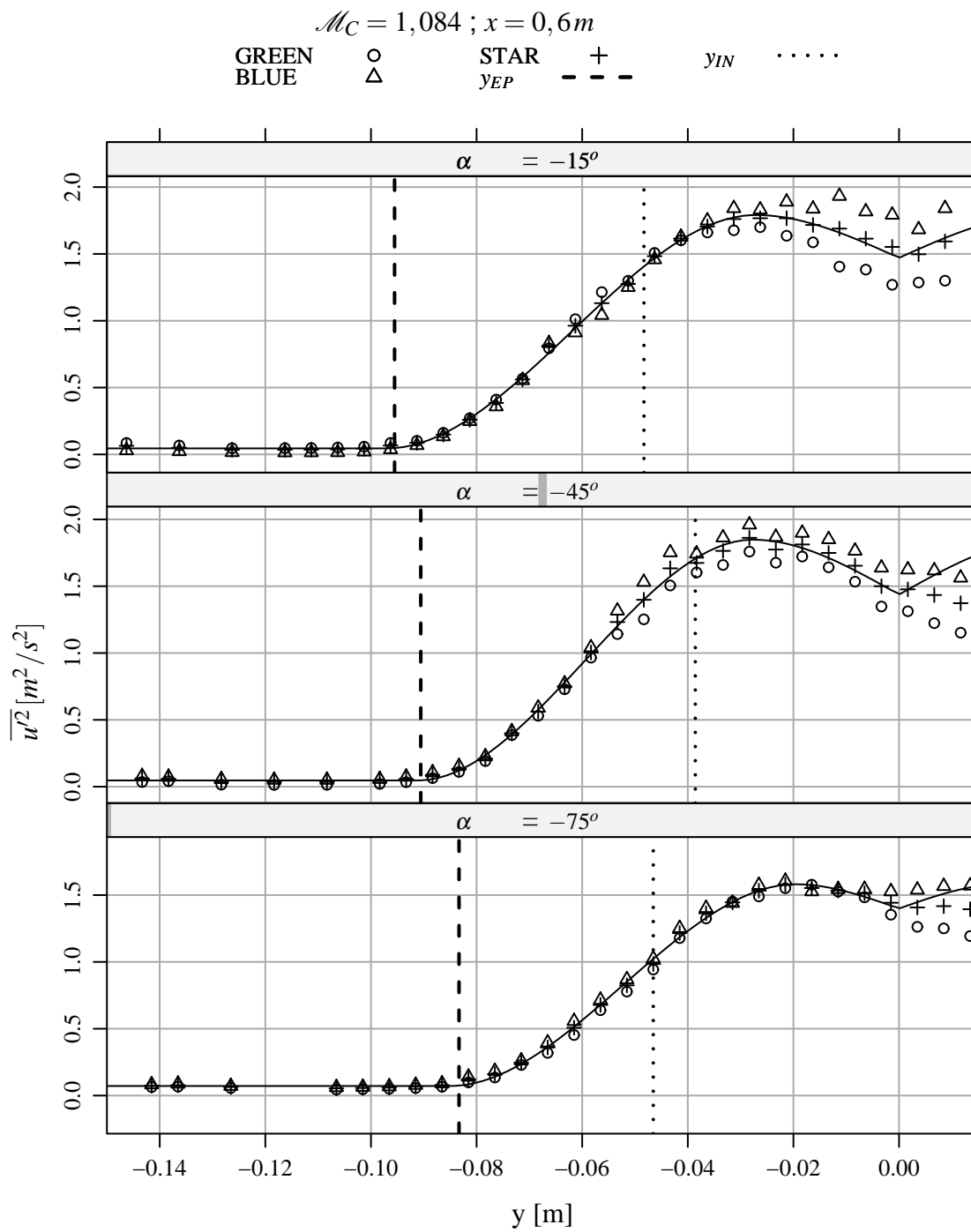


Figura 7.11: Tensões normais de Reynolds nas direções de medição do LDV: $\mathcal{M}_C = 1,084 ; x = 0,6m$.

$$\mathcal{M}_C = 1,084$$

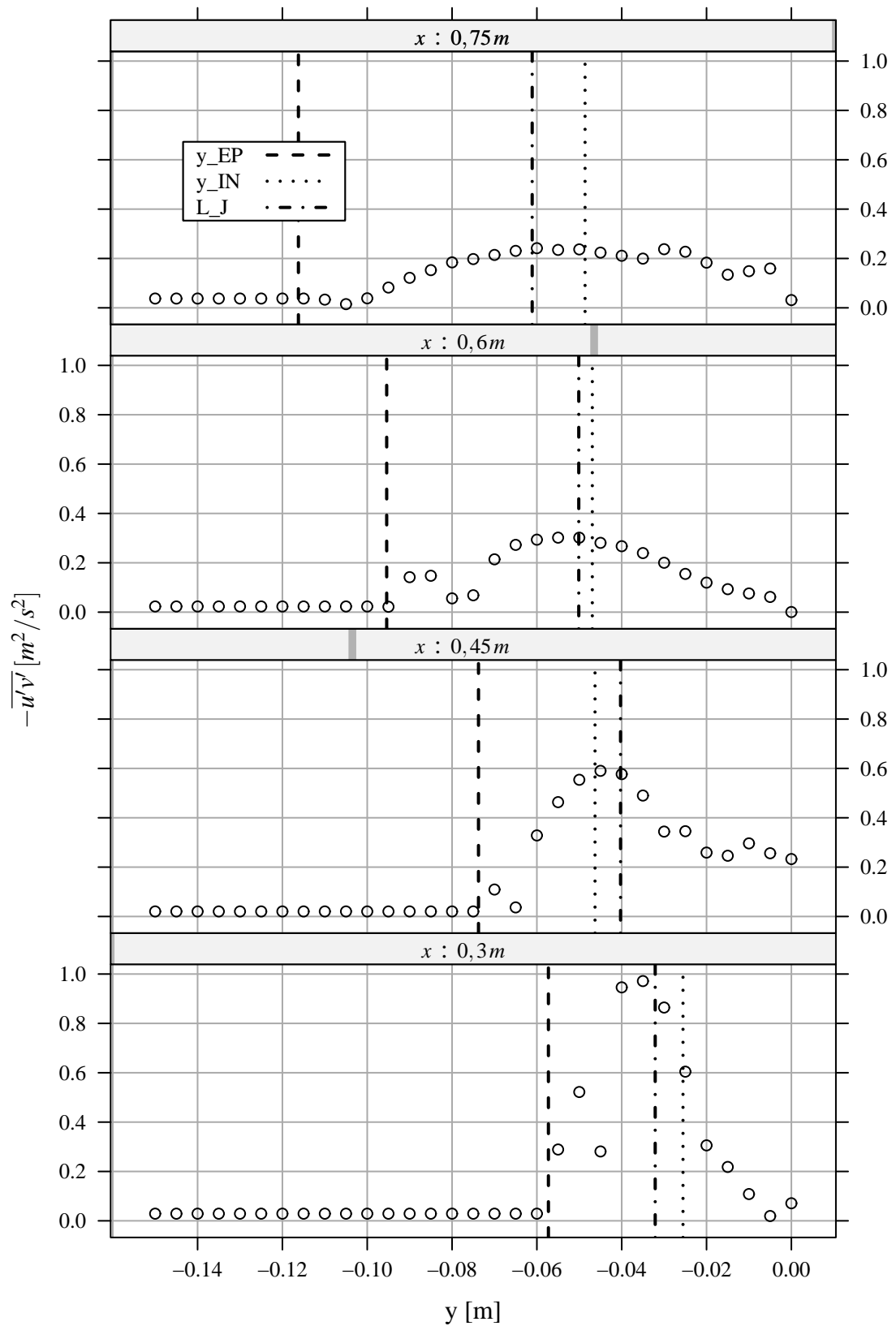


Figura 7.12: Tensões de cisalhamento, $-\overline{u'v'}$: $\mathcal{M}_C = 1,084$;

$$0,45\text{ m} \leq x \leq 0,75\text{ m} .$$

No entanto, devido aos erros de medição (por exemplo: sistema LDV, posicionamento e direcionamento da sonda, e instabilidade da operação do túnel) os pontos de $-\overline{u'v'}$ calculados apresentam certos desvios em relação as estas características, tais como.

- Pontos extras de máximo locais: apesar de existirem, eles não impedem a identificação das seguintes tendências para o ponto de máximo global:
 - localização próxima à coordenada $y = y_{IN}$;
 - valor decrescente em relação à coordenada x .
- Valores não nulos para $y = 0$: este desvio deve-se em grande parte às dificuldades de correção do posicionamento em relação à posição $z = 0$ e do direcionamento da sonda quando y está próximo de zero.
- Valores não nulos para $y \lesssim y_{EP}$: este desvio está relacionado com a acurácia do sistema LDV, pois o desvio apresenta uma característica de erro sistemático.

O apêndice C.2 apresenta todos os gráficos de tensão de Reynolds medidos e tratados.

7.3 Comentários Finais

Os resultados e análises apresentados para as grandezas médias são muito mais críticos e quantitativos do que para as grandezas turbulentas. Isto deve-se a dois fatores inter-relacionados.

- a grandeza média possui uma ordem de complexidade inferior ao da grandeza turbulenta; e
- foi desenvolvido um método de análise integral e adimensional para as grandezas médias, para as grandezas turbulentas este método ainda não foi desenvolvido.

A complexidade dos tipos de grandezas refere-se tanto à natureza física-matemática (vetorial para a velocidade média, e tensorial para a tensão de Reynolds) quanto para as incertezas de medição (média para a velocidade média, e média da flutuação para o tensor de Reynolds). Ou seja, a medição da velocidade média não é afetada por erros aleatórios, enquanto a medição de tensão é. Em relação aos erros provenientes de ruídos sistemáticos (deformação das franjas de interferência devido à sujeiras e/ou irregularidades nas superfícies do sistema ótico do LDV) e/ou amostras viciadas (amostra de partículas mais rápidas maior que a das partículas mais lentas), tem-se que o efeito sobre a velocidade média também é menor do que sobre a tensão de Reynolds. Em resumo, os valores de velocidade média medidos são mais confiáveis do que os valores de tensão de Reynolds medidos.

Considerando como boa prática iniciar a análise de um problema pelos aspectos mais simples, tem-se que o método de análise das grandezas médias, desenvolvimento da presente tese, deve ser desenvolvido antes do método de análise das grandezas turbulentas, a ser desenvolvido em estudos futuros.

8 CONCLUSÃO

A conclusão do presente trabalho é dividida em três partes.

Similaridades. Nesta parte, são apresentadas as conclusões finais referentes aos resultados obtidos na análise integral e adimensional aplicada aos dados de literatura e próprio.

Efeitos de Pressão e Inerciais. Nesta parte, é dado um parecer sobre o avanço em relação ao principal objetivo da presente tese.

Estudos Futuros. Nesta parte, são apresentadas propostas de continuidade do trabalho executado na presente tese.

8.1 Similaridade

No presente trabalho, foi constatada a existência de similaridade nos escoamentos turbulentos de jatos confinados em dutos com gradiente de pressão elevado. Esta constatação é notada pelo seguinte comportamento.

O escoamento médio se comporta de forma determinística em função apenas das condições de entrada e de contorno deste. É possível determinar o valor do excesso de velocidade do jato na linha de centro deste e em uma posição x apenas em função:

- da geometria do duto, L_N , L_D e da posição x ;
- das condições iniciais, perfis de velocidade no plano IN ($U_{EP,IN}$ e $U_{J,IN}$);
e

- da curva $U_0/U_{J,CL} \times x/L_D$ levantada para uma única condição de operação (combinação de L_N , L_D , $U_{EP,IN}$ e $U_{J,IN}$).

Ou seja, as curvas $U_0/U_{J,CL} \times x/L_D$ de qualquer condição de operação (combinações de L_N , L_D , $U_{EP,IN}$ e $U_{J,IN}$) colapsam em uma única curva $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I \times (1/\mathcal{L}_I)(x/L_D)$.

A similaridade de escoamentos turbulentos de jatos confinados em dutos com gradiente de pressão elevado representa um avanço em relação aos trabalhos de [Curtet e Ricou \(1964\)](#); de [Arima e Pimenta \(2008\)](#) e em relação à similaridade existente nos jatos livres. Esta última (similaridade em jatos livres) é amplamente conhecida, está na maioria dos livros que tratam de mecânica dos fluidos e de turbulência e **NÃO deve ser confundida com o que foi desenvolvido na presente tese**. A similaridade obtida no trabalho de [Arima e Pimenta \(2008\)](#) e de [Curtet e Ricou \(1964\)](#) é válida apenas para as condições de gradiente de pressão reduzido.

Deve-se ressaltar que a etapa mais difícil da análise integral e adimensional é a idealização do fenômeno. Detalhes sutis nesta idealização são responsáveis pelo sucesso ou insucesso da metodologia. Em termos de tempo para compreensão das sutilezas desta idealização, tem-se o exemplo do autor desta tese. A primeira vez que este teve contato com os trabalhos de [Thring e Newby \(1952\)](#), [Curtet \(1958\)](#), e [Becker, Hottel e Williams \(1962\)](#) foi em 1997. Em meados de 2007 o presente autor conseguiu identificar as diferenças entre estes trabalhos na forma de uma análise unificada de balanços de quantidade de movimento. Finalmente, no começo de 2008 o presente autor desenvolveu a metodologia para gradiente de pressão elevado. Ou seja, foram 10 anos para entender a idealização e menos de 1 ano para avançar um passo a mais.

A constatação da existência de similaridade em um determinado tipo de escoamento possui implicações teóricas e tecnológicas importantes. Estas implicações são expostas a seguir.

8.1.1 Implicações teóricas

Segundo [Barenblatt \(2003\)](#), se existe similaridade em uma determinada escala, esta deve também existir em outras escalas.

(...)

As with every art, constructing intermediate asymptotics and models has many practical devices and tricks. They should be assimilated. Moreover, they should enter the conscience and subconsciousness of a researcher who has decided to become an applied mathematician. One of them is the ability to extract from available evidence *scaling laws*. One may ask, why is it that scaling laws are of such distinguished importance? The answer is that *scaling laws never appear by accident*. They always manifest a property of a phenomenon of basic importance, 'self-similar' intermediate asymptotic behavior: the phenomenon, so to speak, repeats itself on changing scales. This behavior should be discovered, if it exist, and its absence should also be recognized. The discovery of scaling laws very often allows an increase, sometimes even a drastic change, in the understanding of not only a single phenomenon but a wide branch of science. The history of science of the last two centuries knows many such examples.

(...)

A similaridade constatada para a escala do escoamento médio, juntamente com o ponto de vista de [Barenblatt \(2003\)](#), indicam a existência de similaridades em outras escalas do escoamento turbulento de jatos confinados em dutos. A proposta de E. Naudascher contida na seção de discussão do trabalho de [Curtet e Ricou \(1964\)](#) também indica esta existência, vide Figura [2.11](#).

Existe um padrão nos processos de produção, dissipação, redistribuição e transporte de turbulência que permite a determinação da velocidade em uma determinada coordenada x sem se conhecer os detalhes da história do escoamento (médio e turbulento).

Deve-se ressaltar que tentar descrever ou explicar este fenômeno apenas por meio dos seguintes comentários:

- “isto é explicado pela equação de Navier-Stokes”;
- “isto ocorre devido ao equilíbrio da turbulência”;
- “isto ocorre devido à existência de atratores”; e
- “isto ocorre devido à minimização da geração de entropia”;

é, no máximo, equivalente ao aluno de graduação que resolve um exercício da prova de termodinâmica dizendo:

“A solução do problema é dada pela aplicação da primeira e da segunda lei da termodinâmica.” (UNKNOWN,).

A presente tese apenas constatou a existência de similaridade na escala do escoamento médio para um determinado tipo de escoamento. A contribuição da tese está no fato desta constatação não ter sido verificada anteriormente.

8.1.2 Implicações tecnológicas

As implicações tecnológicas que interferem com as atividades passadas, presentes e futuras do autor da presente tese são as seguintes.

Escalonamento de equipamentos A metodologia de escalonamento desenvolvida na presente tese permite transferir as características do escoamento de um equipamento definido pelos parâmetros \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I para um outro equipamento com valores de \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I diferentes. Os trabalhos de [Thring e Newby \(1952\)](#); [Curtet \(1958\)](#) e [Becker, Hottel e Williams \(1962\)](#) exigem que os dois equipamentos tenham os mesmos valores de \mathcal{M}_T , \mathcal{M}_C ou \mathcal{M}_B . Ou seja, a metodologia de escalonamento desenvolvida na presente tese demanda bancos de dados ou número de experimentos menores que as metodologias anteriores. Por outro lado, os escoamentos de jatos bi-dimensionais em dutos dependem de \mathcal{M}_P e \mathcal{M}_I , não apenas de \mathcal{M}_T , \mathcal{M}_C ou \mathcal{M}_B . Portanto, as correlações e estudos paramétricos apresentados nas seções [2.4](#) e [2.5](#) precisam ser reavaliados. Em resumo, os bancos de dados e as correlações existentes para jatos bi-dimensionais confinados precisam ser reorganizados.

Ante-projeto de sistemas As atividades de ante-projeto de sistemas exigem a execução de simulações multivariáveis devido ao grande número de fenômenos e de disciplinas envolvidas (por exemplo: termodinâmica, mecânica dos fluidos, dinâmica, arquitetura, conforto, logística e economia). Portanto, não é possível e nem desejável descrever cada um destes fenômenos e disciplinas de forma detalhada. Além disto, estas

atividades exigem frequências de simulação da ordem de milhares de casos por hora. Desta forma, a simplicidade matemática da regra de escalonamento desenvolvida na presente tese mostra-se adequada a este tipo de atividade. Como exemplo de “software” de ante-projeto tem-se o Phoenix Integration® (<http://www.phoenix-int.com>).

Alguns usuários iniciantes de modelos de turbulência partem do princípio de que para um modelo ser preciso, este precisa ser completo. Se este princípio for admitido como verdadeiro, a questão seguinte é sobre o grau de completude do modelo. Se o escoamento possuir similaridade, então um modelo preciso e econômico em termos de completude será aquele que parte da grandeza similar para obter a de interesse.

8.2 Efeitos de Pressão e Inerciais

Primeiramente, é necessário admitir que a curva de expansão do jato é equivalente à curva de decaimento do excesso de velocidade deste. Ou seja, os argumentos e conclusões referentes a um tipo de curva também servem para o outro tipo de curva. A comprovação teórica desta equivalência é apresentada na seção 3.10.

8.2.1 Gradiente de pressão reduzido

Nos casos de gradiente de pressão reduzido, tem-se que a expansão do jato deve-se à difusão turbulenta. O colapso das curvas $\mathcal{L}_{I,X} \times x/L_D$ indica que:

- a difusão turbulenta é função
 - da largura adimensional inercial e local, e
 - da escala de comprimento inercial e diferencial, representadas pelo comprimento de mistura de Prandtl (ℓ); e
- o efeito exclusivo das grandezas inerciais implica proporcionalidade entre a escala de comprimento da turbulência, ℓ , e a largura adimensional inercial e local, $\mathcal{L}_{I,X}$.

Esta implicação foi verificada para o escoamento estudado na presente tese e na condição de gradiente de pressão reduzido. Este escoamento e os escoamento de jatos livres possuem similaridade incompleta, porém, não possuem equilíbrio entre a produção e a dissipação de turbulência.

A condição de equilíbrio entre a produção e a dissipação de turbulência também leva a esta proporcionalidade. No entanto, esta hipótese é aplicável apenas a alguns tipos de escoamentos, por exemplo: escoamentos de Couette e de Poiseuille. Vale ressaltar que os escoamentos de Couette e de Poiseuille possuem similaridade completa, ou seja, não dependem das condições iniciais (BARENBLATT, 2003; BARENBLATT; CHORIN; PROSTOKISHIN, 2005).

O colapso das curvas $\mathcal{L}_{C,X} \times x/L_D$ para os casos de gradiente de pressão reduzido ocorre devido ao seguinte fato: $0 < \mathcal{M}_P \ll \mathcal{M}_1 \Rightarrow \mathcal{M}_C \gtrsim \mathcal{M}_1 \Rightarrow \mathcal{L}_{C,X} \gtrsim \mathcal{L}_{I,X}$.

8.2.2 Gradiente de pressão elevado

O comportamento das curvas $\mathcal{L}_{C,X} \times x/L_D$ para os casos com gradiente de pressão elevado mostra que:

- a taxa de expansão do jato (inclinação da curva) foi escalonada de forma apropriada; e
- a origem das curvas (plano IN) não foi escalonada de forma apropriada.

O resultado apropriado em relação à inclinação está coerente com o fato da taxa de expansão do jato depender da difusão e da pressão. O resultado não apropriado em relação ao ponto de origem indica a necessidade de correções.

O comportamento das curvas $\mathcal{L}_{I,X} \times x/L_D$ mostra que:

- a taxa de expansão do jato (inclinação da curva) não foi escalonada de forma apropriada; e
- a origem das curvas (plano IN) está escalonada de forma apropriada.

O resultado não apropriado em relação à inclinação está coerente com o fato da taxa de expansão do jato depender da difusão e da pressão.

O resultado apropriado em relação ao ponto de origem das curvas indica que a pressão de referência apropriada deve ser o plano IN .

O comportamento das curvas $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I \times (1/\mathcal{L}_I)(x/L_D)$ mostra que $\mathcal{L}_{C,X}^*/\mathcal{L}_I$ é função apenas de $(1/\mathcal{L}_I)(x/L_D)$. A equação 3.99 mostra a não linearidade da operação de adição (ou subtração) entre as larguras adimensionais inercial e de pressão usadas na interpretação (ou definição) da variável $\mathcal{L}_{C,X}^*$. Portanto, não é possível escalonar o comprimento da turbulência, ℓ , em função apenas de parâmetros inerciais.

O gradiente de pressão média não tem influência direta sobre a turbulência. Os parâmetros de pressão usados na presente tese refletem esta influência indireta por meio da equação de Bernoulli. Esta equação relaciona a variação de pressão com a variação de velocidade.

8.3 Estudos Futuros

Os estudos futuros podem ser classificados como imediatos e de médio e longo prazo. Como exemplo de estudos futuros imediatos tem-se os que foram citados ao longo da presente tese.

1. Desenvolvimento de regras de escalonamento para as propriedades turbulentas de jatos bi-dimensionais confinados análogas às desenvolvidas para o escoamento médio, seção 3.
2. Avaliação de alternativas para variável dimensional de largura usada na definição da variável adimensional escalonada de velocidade. As alternativas para esta variável dimensional são a largura de quantidade de movimento, de energia cinética, e do ponto de inflexão do perfil de excesso de velocidade do jato.

Os exemplos de estudos futuros de médio e longo prazo são os seguintes.

1. Estudo experimental, teórico e/ou numérico dos fenômenos de produção, dissipação, redistribuição e transporte de turbulência que justifique a existência das similaridades observadas na análise integral e adimensional executada. Ou seja, se existe similaridade, então deve existir um padrão de transferência de energia do escoamento médio para as estruturas turbulentas, e para as escalas de dissipação (cascata de energia). A idéia é tentar resolver um problema sabendo antecipadamente qual deve ser o seu resultado final.
2. Desenvolvimento de uma abordagem híbrida integral-diferencial aplicável a jatos confinados em dutos. A idéia é ajustar as constantes dos modelos RANS diferenciais (modelos de fechamento de um único ponto) em função das informações fornecidas pela análise integral e adimensional desenvolvida na presente tese. Desta forma, pretende-se calcular grandezas turbulentas em função de grandezas do escoamento médio determinadas de forma precisa. Os ganhos deste tipo de abordagem são os seguintes:
 - (a) estabelecimento de um simulador de escoamento que considera os efeitos de gradiente de pressão de forma teórica (sem coeficientes empíricos).
 - (b) estabelecimento de uma metodologia de ajuste de simuladores de escoamento que envolva experimento, modelo de turbulência diferencial, e análise integral e adimensional; e
 - (c) simulação do acoplamento reação-turbulência tendo certeza de que as grandezas médias estão corretas.
3. Reavaliação por meio da utilização dos parâmetros \mathcal{M}_I e \mathcal{M}_P dos trabalhos da HTFS (<http://www.aspentech.com/htfs/default.asp>) e da IFRF (<http://www.ifrf.net/>) que foram baseados nos parâmetros \mathcal{M}_T , \mathcal{M}_C e \mathcal{M}_B .
4. Aperfeiçoamento da análise integral e adimensional por meio da introdução dos seguintes efeitos:
 - (a) crescimento da camada limite da parede do duto;
 - (b) dissipação do escoamento;
 - (c) variação de área do duto de confinamento;
 - (d) bocais compostos por tubos concêntricos (variação dos perfis de velocidade do bocal);

- (e) recirculação;
 - (f) substituição da fonte de quantidade de movimento por um sorvedouro (esteira confinada);
 - (g) substituição da fonte (sorvedouro) de quantidade de movimento localizada entre os planos 0 e IN por fonte (sorvedouro) distribuída ao longo do volume localizado entre os planos IN e X . Ou seja, aplicação da metodologia à problemas de camada limite. A tensão de cisalhamento na parede, que é usada na adimensionalização das coordenadas de parede, pode ser interpretada como um sorvedouro de quantidade de movimento distribuído ($[\tau] = N/m^2$).
 - (h) separação em difusores;
 - (i) turbulência no plano IN ;
 - (j) fluidos com massas específicas diferentes e difusão de massa;
 - (k) forças de campo;
 - (l) rotação (“swirl”);
 - (m) reação;
 - (n) compressibilidade; e
 - (o) padrão de escoamento médio tri-dimensional;
5. Revisão bibliográfica dos trabalhos de E. Naudascher sobre similaridade da turbulência em jatos, por exemplo, referências ([NAUDASCHER, 1967](#); [NAUDASCHER, 1968](#)). Esta revisão não foi feita anteriormente pois a presente tese priorizou o estudo da similaridade do escoamento médio segundo a abordagem de Curtet ([CURTET, 1958](#); [CURTET](#); [RICOU, 1964](#); [BARCILON](#); [CURTET, 1964](#)).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMOVICH, G. *The Theory of Turbulent Jets*. [S.l.]: M.I.T. Press, 1963.
- ARIMA, M. *Application of the Zone Method to a Copper Refining Furnace*. dez. 1998. B.A. Thesis.
- ARIMA, M. *Application of the Integral and Differential Approaches to the Analysis of Performance of a Fired Furnace Burner*. Dissertação (Mestrado) — Polytechnic School - University of São Paulo, abr. 2003.
- ARIMA, M.; PIMENTA, M. An interpretation for dimensionless jet parameters: Three classics and one new. In: 2008. *46th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit*. Reno, Nevada, 2008. AIAA 2008-767.
- ARIMA, M.; PIMENTA, M.; SILVA, G. The similarity of ducted jets with low and high pressure gradients. In: ASME. *ASME Fluids Engineering Division Summer Conference*. Jacksonville, Fl. USA, 2008.
- ARIMA, M. N.; FILHO, G. C. K. APPLICATION OF THE INTEGRAL AND DIFFERENTIAL APPROACHES TO THE ANALYSIS OF PERFORMANCE OF A FIRED FURNACE BURNER. In: *10 th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences*. Rio de Janeiro, Brazil: [s.n.], 2004.
- BARCILON, M.; CURTET, R. Some details of the structure of an axisymmetric confined jet with backflow. *Journal of Basic Engineering*, 1964.
- BARENBLATT, G. *Scaling*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2003.
- BARENBLATT, G.; CHORIN, A.; PROSTOKISHIN, V. The turbulent wall jet: A triple-layered structure and incomplete similarity. *Applied Mathematics*, v. 102, n. 25, p. 8850–8853, June 2005.
- BAUKAL, C.; SCHWARTZ, R. (Ed.). *The John Zink Combustion Handbook*. [S.l.]: CRC Press, 2001.
- BECKER, H.; HOTTEL, H.; WILLIAMS, G. MIXING AND FLOW IN DUCTED TURBULENT JETS. *NINTH SYMPOSIUM (INTERNATIONAL) ON COMBUSTION*, p. 7–20, 1962.
- BELL, J.; MEHTA, R. Boundary-layer predictions for small low-speed contractions. *AIAA Journal*, v. 27, n. 3, p. 372–374, March 1989.
- BELTAGUI, S. A.; FUGGLE, R.; RALSTON, T. AERODYNAMICS AND MIXING WITHIN THE QUARL OF A VARIABLE-SWIRL BURNER. In: *First European Conference on Industrial Furnaces and Boilers*. Lisbon: [s.n.], 1988a.

BELTAGUI, S. A.; FUGGLE, R.; RALSTON, T. AN ISOTHERMAL STUDY OF THE AERODYNAMICS OF THE FLOW ISSUING FROM A VARIABLE-SWIRL BURNER. In: SHAH, R.; GANIK, E.; YANG, T. (Ed.). *First World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*. New York: Elsevier, 1988b. p. 1548–1555.

BELTAGUI, S. A.; MORAVEC, Z.; KENBAR, A. M. A. *PREDICTIONS OF FLOW COMBUSTION AND HEAT TRANSFER IN A NATURAL GAS FIRED FURNACE - VALIDATION OF COMBUSTION MODELS*. [S.I.], 1999.

Bradshaw, P. *An Introduction to Turbulence and its Measurement*. [S.I.]: Pergamon Press, 1971.

Cebeci, T. and Smith, A.M.O. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. [S.I.]: Academic Press, 1974.

COIMBRA, A. *Mecânica dos Meios Contínuos*. [S.I.]: Ao Livro Técnico S.A., 1967.

CRAWFORD, E.; KAYS, W. *STAN 5 - A PROGRAM FOR NUMERICAL COMPUTATION OF TWO-DIMENSIONAL INTERNAL AND EXTERNAL BOUNDARY LAYER FLOWS*. [S.I.], 1976.

CURTET, R. Confined Jets and Recirculation Phenomena with Cold Air. *Combustion and Flame*, p. 383–411, dez. 1958.

CURTET, R.; RICOU, F. On the tendency to self-preservation in axisymmetric ducted jets. *Journal of Basic Engineering*, 1964.

Durst, F. and Melling, A. and Whitelaw, J.H. *Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry*. [S.I.]: Academic Press, 1981.

EXLEY, J.; BRIGHTON, J. Flow separation and reattachment in confined jet mixing. *Journal of Basic Engineering*, p. 192–198, June 1971. Transactions of the ASME.

FLÜGGE, W. *Tensor Analysis and Continuum Mechanics*. [S.I.]: Springer-Verlag, 1972.

FOSTER, P.; MACINNES, J.; SCHUBNELL, F. Approximate similarity of confined turbulent coaxial jets. *Journal of Fluids Engineering*, 2001.

FUNG, Y. *A First Course In Continuum Mechanics*. [S.I.]: Prentice-Hall, Inc., 1977.

AFGAN, N.; BEÉR, J. (Ed.). *FIRST ESTIMATES OF INDUSTRIAL FURNACE PERFORMANCE - THE ONE-GAS-ZONE MODEL REXAMINED*. [S.I.]: Scripta Book Company, 1974. 5–28 p.

HOTTEL, H.; SAROFIM, A. *RADIATIVE TRANSFER*. [S.I.]: McGraw-Hill Book Company, 1967.

HUSSAIN, A.; RAMJEE, V. Effects of the axisymmetric contraction shape on incompressible turbulent flow. *Journal of Fluids Engineering*, p. 58–69, March 1976.

- IDELCHIK, I. *HANDBOOK OF HYDRAULIC RESISTENCE*. [S.I.]: Jaico Publishing House, 2003.
- JONES, W.; LAUNDER, B. The prediction of laminarization with a two-model of turbulence. *Int. Heat Mass Tran.*, v. 5, p. 301–314, 1972.
- KAYS, W.; CRAWFORD, M. *Convective Heat and Mass Transfer*. [S.I.]: McGraw-Hill, Inc, 1993.
- KENBAR, A. M. A.; BELTAGUI, S. A.; MACCALLUM. EFFECT OF FUEL INJECTION MODES ON THE COMBUSTION PATTERN AND POLLUTANT FORMATION IN A GAS FIRED FURNACE. In: *Second Int. Conf. on Comb. Tech. for Clean Enviroment*. Lisbon: [s.n.], 1993. v. 2, p. 19–28.
- KENBAR, A. M. A.; BELTAGUI, S. A.; MACCALLUM, N. R. L. Combustion Aerodynamics of a Gas-Fired Furnace with Peripheral Fuel Injection. *Experimental Thermal and fluid Sciece*, v. 10, p. 335–346, 1995.
- KLINE, S. UNIVERSAL OR ZONAL MODELING - THE ROAD AHEAD. In: *THE 1980-81 AFOSR-HTTMSTANFORD CONFERENCE ON COMPLEX TURBULENT FLOWS: COMPARISON OF COMPUTATION AND EXPERIMENT*. Stanford, California: [s.n.], 1981. v. 2, p. 991–1014.
- LAUNDER, B.; REECE, G.; RODI, W. Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 68, p. 537–566, 1975.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B. *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. [S.I.]: Academic Press, 1972.
- MEHTA, R. Turbulent boundary layer perturbed by a screen. *AIAA Journal*, v. 23, n. 9, p. 1335–1342, September 1985.
- MEHTA, R.; BRADSHAW, P. Design rules for small low speed wind tunnels. *The Aeronautical Journal of The Royal Aeronautical Society*, p. 443–449, November 1979.
- MINH, H. H. La modélisation statistique de la turbulence: ses capacités et ses limitations. *C.R. Acad. Sci. Paris*, v. 327, p. 343–458, 1999. Série II b.
- MOREL, T. Comprehensive design of axisymmetric wind tunnel contractions. *Journal of Fluids Engineering*, 1975.
- MOREL, T. Design of two-dimensional wind tunnel contractions. *Journal of Fluids Engineering*, p. 371–378, June 1977.
- MORSE, A. *Axisymetric Turbulent Shear Flows With and Without Swirl*. Tese (Doutorado) — London University, London, maio 1980.
- NAUDASCHER, E. *On a General Similarity Analysis for Turbulent Jet and Wake Flows*. [S.I.], Dec 1967.
- NAUDASCHER, E. *On the Distribution and Development of Mean-Flow and Turbulence Characteristics in Jet and Wake Flows*. [S.I.], Aug 1968.

- OOSTHUIZEN, P.; WU, M. Experimental and numerical study of constant diameter ducted jet mixing. In: DURST, F.; LAUNDER, B.; SCHMIDT, F.; WHITELOW, J. (Ed.). *Turbulent Shear Flows I*. [S.l.: s.n.], 1979.
- OSEBERG, Ö.; KLINE, S. *THE NEAR FIELD OF A PLANE JET WITH SEVERAL INITIAL CONDITIONS*. [S.l.], 1971.
- POPE, S. The Calculation of Turbulent Recirculating Flows in General Orthogonal Coordinates. *Journal of Computational Physics*, v. 26, p. 197–217, 1978.
- PRAGER, W. *Introduction to Mechanics of Continua*. [S.l.]: Dover Publications, Inc., 1961.
- RAZINSKY, E.; BRIGHTON, J. Confined jet mixing for nonseparating conditions. *Journal of Basic Engineering*, p. 333–349, September 1971. Transactions of the ASME.
- RHINE, J. M.; TUCKER, R. J. *Modelling of Gas Fired Furnaces and Boilers*. [S.l.]: British Gas, 1991.
- SCHETZ, J. *Injection and Mixing in Turbulent Flow*. [S.l.]: AIAA, 1980.
- SCHLICHTING, H. *Boundary-Layer Theory*. 7th. [S.l.]: McGraw-Hill, 1979.
- SOUSA, F. *Trocas de Calor entre Chamas e Superfícies*. [S.l.], ago. 1997.
- SOUSA, F.; ARIMA, M. Simulation of a Copper Refining Furnace Operation Using the Zone Method to Evaluate the Radiative Power Exchanged. In: 7th *Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences*. Rio de Janeiro: [s.n.], 1998. v. 1, p. 335–346.
- STULTZ, S.; KITTO, J. (Ed.). *Steam its generation and use*. [S.l.]: Babcock & Wilcox, 1992.
- TENNANKORE, K.; STEWARD, F. Comparison of several turbulence models for predictions flow patterns within confined jets. In: DURST, F.; LAUNDER, B.; SCHMIDT, F.; WHITELOW, J. (Ed.). *Turbulence Shear Flows I*. Berlin: Springer-Verlag, 1979.
- Tennekes, H. and Lumley, J.L. *A First Course in Turbulence*. [S.l.]: MIT Press, 1997.
- THRING, M.; NEWBY, M. COMBUSTION LENGTH ENCLOSED TURBULENT JET FLAMES. *FOURTH SYMPOSIUM (INTERNATIONAL) ON COMBUSTION*, p. 789–796, 1952.
- TULAPURKARA, E.; BHALLA, V. Experimental investigation of morel's method for wind tunnel contractions. *Journal of Fluids Engineering*, v. 110, p. 45–47, March 1988.
- UNKNOWN. Lendas da poli. EPUSP/PME.
- VOLPE, E. *Algebra Tensorial Generalizada*. 1994. Notas de Aula.
- WOODRUFF, E.; LAMMERS, H.; LAMMERS, T. *Steam Plant Operation*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2004.

YAO-XI, S. Flow analysis and design of three-dimensional wind tunnel contractions. *AIAA Journal*, v. 29, n. 11, p. 1912–1920, november 1991.

YULE, A.; DAMOU, M. Investigations of ducted jets. *Experimental Thermal and Fluids Science*, n. 4, p. 469–490, 1991.

APÊNDICE A – ÁLGEBRA TENSORIAL

O presente capítulo tem como objetivo apresentar as operações matemáticas necessárias à obtenção do vetor velocidade média e do tensor das tensões de Reynolds na base Cartesiana global do túnel de vento. Estas variáveis são obtidas por meio da medição das velocidades médias e das tensões normais em 6 (seis) direções distintas. Estas operações são agrupadas nas seguintes etapas.

1. Leitura dos valores das velocidades médias e das tensões normais de Reynolds em 6 direções distintas.
2. Cálculo do vetor velocidade média.
3. Cálculo das direções e das tensões principais do tensor das tensões de Reynolds.
4. Cálculo do tensor das tensões de Reynolds na base Cartesiana local do túnel de vento.

Os conceitos, definições, operações e convenções usadas nestas etapas são apresentadas nas seguintes seções:

- convenções e operações da álgebra tensorial, seção [A.1](#);
- bases vetoriais usadas no túnel de vento, seção [A.2](#);
- tensor das tensões, seção [A.3](#).

As seções [A.1](#) e [A.3](#) foram baseadas nas seguintes referências ([VOLPE, 1994](#); [FLÜGGE, 1972](#); [FUNG, 1977](#); [PRAGER, 1961](#); [COIMBRA, 1967](#)).

A.1 Vetores e Tensores

A.1.1 Base vetorial

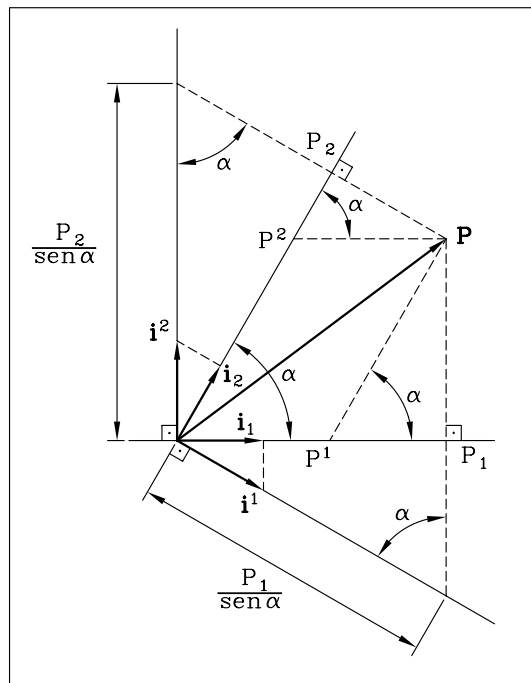


Figura A.1: Sistema de coordenadas covariante e contravariante.

Dados os sistemas de coordenadas apresentados na Figura A.1, define-se a base vetorial covariante como sendo formada pelos vetores:

$$\mathbf{g}_1 \triangleq \mathbf{i}_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{g}_2 \triangleq \mathbf{i}_2 \quad ; \quad (\text{A.1})$$

e define-se a base vetorial contravariante como sendo formada pelos vetores:

$$\mathbf{g}^1 \triangleq \frac{1}{\text{sen } \alpha} \mathbf{i}_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{g}^2 \triangleq \frac{1}{\text{sen } \alpha} \mathbf{i}_2 \quad . \quad (\text{A.2})$$

O vetor P pode ser definido na base covariante $(\mathbf{g}_1 \mathbf{g}_2)$ em termos de componentes contravariantes P^1 e P^2 ; ou na base contravariante $(\mathbf{g}^1 \mathbf{g}^2)$ em termos de componentes covariantes P_1 e P_2 . Os componentes covariantes são obtidos pela projeção ortogonal do vetor P sobre a direção dos vetores da base

covariante. Os componentes contravariantes são obtidos por meio da regra do paralelogramo, onde:

- os lados possuem a mesma direção e sentido da base covariante;
- o comprimento dos lados é igual ao valor dos componentes contravariantes; e
- a diagonal é o vetor \mathbf{P} .

Ou seja,

$$\mathbf{P} = P^1 \mathbf{g}_1 + P^2 \mathbf{g}_2 = P_1 \mathbf{g}^1 + P_2 \mathbf{g}^2 = P^i \mathbf{g}_i = P_i \mathbf{g}^i \quad . \quad (\text{A.3})$$

Onde \mathbf{g}_i e \mathbf{g}^i são chamados vetores da base.

A relação entre os componentes covariantes e contravariantes do vetor \mathbf{P} é dada pelas seguintes equações:

$$P_1 = P^1 + P^2 \cos \alpha \quad \text{e} \quad P_2 = P^2 + P^1 \cos \alpha \quad . \quad (\text{A.4})$$

A.1.2 Produto escalar

O produto escalar entre os vetores \mathbf{P} e \mathbf{u} segundo as convenções adotadas no item anterior é dado por:

$$\begin{aligned} \boxed{\mathbf{P} \cdot \mathbf{u}} &= P^i \mathbf{g}_i \cdot u_j \mathbf{g}^j = P^i u_j \mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}^j = P^i u_j \delta_i^j = \boxed{P^i u_i} \quad ; \\ \boxed{\mathbf{P} \cdot \mathbf{u}} &= P_i \mathbf{g}^i \cdot u^j \mathbf{g}_j = P_i u^j \mathbf{g}^i \cdot \mathbf{g}_j = P_i u^j \delta_j^i = \boxed{P_i u^i} \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Onde δ_j^i é o delta de Kronecker cuja definição é dada pela seguinte equação:

$$\delta_j^i \triangleq \mathbf{g}^i \cdot \mathbf{g}_j \quad (\text{A.6})$$

A.1.3 Tensor métrico

O tensor métrico em termos de suas componentes covariantes e contravariantes é definido respectivamente da seguinte forma:

$$\mathbf{g}_i \triangleq g_{ij} \mathbf{g}^j \quad \text{e} \quad \mathbf{g}^i \triangleq g^{ij} \mathbf{g}_j \quad . \quad (\text{A.7})$$

A obtenção deste tensor é obtida por meio das seguintes equações:

$$\boxed{\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}_j} = g_{ik} \mathbf{g}^k \cdot \mathbf{g}_j = \boxed{g_{ik} \delta_j^k} = g_{ij} = g_{ji} \quad ; \quad (\text{A.8})$$

$$\boxed{\mathbf{g}^i \cdot \mathbf{g}^j} = g^{ik} \mathbf{g}_k \cdot \mathbf{g}^j = \boxed{g^{ik} \delta_k^j} = g^{ij} = g^{ji} \quad ; \quad (\text{A.9})$$

$$\delta_i^j = \boxed{\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}^j} = g_{ik} \cdot \mathbf{g}^k \cdot g^{jl} \mathbf{g}_l = g_{ik} g^{jl} \delta_l^k = \boxed{g_{ik} g^{jk}} \quad . \quad (\text{A.10})$$

A.1.4 Elevação e rebaixamento de índices

O tensor métrico pode ser usado para expressar os componentes covariantes de um vetor em termos de seus componentes contravariantes e, vice-versa, conforme mostrado a seguir.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= u^i \mathbf{g}_i = u^i g_{ij} \mathbf{g}^j = u_j \mathbf{g}^j \\ \Rightarrow u^i g_{ij} \mathbf{g}^j \cdot \mathbf{g}_k &= u_j \mathbf{g}^j \cdot \mathbf{g}_k \Rightarrow u^i g_{ij} \delta_k^j = u_j \delta_k^j \\ \Rightarrow \boxed{u_k = u^i g_{ik}} \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

A.1.5 Transformação de coordenadas

O operador transformação de coordenadas é definido como aquele que relaciona os vetores da base de mesma variância de dois sistemas de coordenadas

distintos.

$$\mathbf{g}_i = \beta_i^{j'} \mathbf{g}_{j'} \quad \text{e} \quad \mathbf{g}^i = \beta_{j'}^i \mathbf{g}^{j'} . \quad (\text{A.12})$$

Este operador relaciona-se com o delta de Kronecker da seguinte forma.

$$\boxed{\delta_i^{k'}} = \mathbf{g}_{i'} \cdot \mathbf{g}^{k'} = \beta_i^j \mathbf{g}_j \cdot \beta_l^{k'} \mathbf{g}^l = \beta_i^j \beta_l^{k'} \mathbf{g}_j \cdot \mathbf{g}^l = \beta_i^j \beta_l^{k'} \delta_j^l = \boxed{\beta_i^j \beta_j^{k'}} . \quad (\text{A.13})$$

Desta forma, o operador transformação de coordenadas pode ser utilizado para relacionar os componentes de vetores e de tensores de dois sistemas de coordenadas distintos.

No caso dos vetores, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= u_i \mathbf{g}^i = u_i \beta_{j'}^i \mathbf{g}^{j'} = u_{j'} \mathbf{g}^{j'} \\ &\Rightarrow u_i \beta_{j'}^i \mathbf{g}^{j'} \cdot \mathbf{g}_{k'} = u_{j'} \mathbf{g}^{j'} \cdot \mathbf{g}_{k'} \Rightarrow u_i \beta_{j'}^i \delta_{k'}^{j'} = u_{j'} \delta_{k'}^{j'} \\ &\Rightarrow \boxed{u_{k'} = u_i \beta_{k'}^i} \Rightarrow u_{k'} \beta_j^{k'} = u_i \beta_{k'}^i \beta_j^{k'} \Rightarrow u_{k'} \beta_j^{k'} = u_i \delta_j^i \\ &\Rightarrow \boxed{u_j = u_{k'} \beta_j^{k'}} . \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Analogamente,

$$u^{j'} = u^i \beta_i^{j'} \quad \text{e} \quad u^j = u^{i'} \beta_{i'}^j . \quad (\text{A.15})$$

No caso de tensores, tem-se:

$$\begin{aligned} \boxed{c_{ij}} &= a_i b_j \Rightarrow a_{k'} \beta_i^{k'} b_{l'} \beta_j^{l'} = \boxed{c_{k'l'} \beta_i^{k'} \beta_j^{l'}} \\ \boxed{c_{i'j'}} &= a_{i'} b_{j'} \Rightarrow a_k \beta_{i'}^k b_l \beta_{j'}^l = \boxed{c_{kl} \beta_{i'}^k \beta_{j'}^l} . \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Analogamente,

$$\begin{aligned} c^{ij} &= c^{k'l'} \beta_{k'}^i \beta_{l'}^j & ; & & c^{i'j'} &= c^{kl} \beta_k^{i'} \beta_l^{j'} & ; \\ c_i^j &= c_{k'}^{l'} \beta_i^{k'} \beta_{l'}^j & \text{e} & & c_{i,j}^i &= c_{i,l'}^{k'} \beta_j^{l'} \beta_{k'}^i & . \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Um elemento infinitesimal de uma linha pode ser expresso da seguinte forma.

$$ds = \mathbf{g}_i dx^i = \beta_i^{k'} \mathbf{g}_{k'} dx^i = \mathbf{g}_{k'} dx^{k'} = \mathbf{g}_{k'} \frac{\partial x^{k'}}{\partial x_i} dx_i \quad . \quad (\text{A.18})$$

Comparando o terceiro membro com o quarto membro da equação acima, tem-se

$$\beta_i^{k'} \mathbf{g}_{k'} dx^i = \mathbf{g}_{k'} \frac{\partial x^{k'}}{\partial x_i} dx_i \quad . \quad (\text{A.19})$$

Considerando, separadamente, os casos particulares de ds nos quais os componentes de ds são $(dx^1, 0, 0)$; $(0, dx^2, 0)$ e $(0, 0, dx^3)$, tem-se.

$$\begin{aligned} \beta_i^{k'} \mathbf{g}_{k'} &= \mathbf{g}_{k'} \frac{\partial x^{k'}}{\partial x_i} \Rightarrow \beta_i^{k'} \mathbf{g}_{k'} \cdot \mathbf{g}^{j'} = \mathbf{g}_{k'} \frac{\partial x^{k'}}{\partial x_i} \cdot \mathbf{g}^{j'} \\ \Rightarrow \beta_i^{k'} \delta_{k'}^{j'} &= \frac{\partial x^{k'}}{\partial x_i} \delta_{k'}^{j'} \Rightarrow \beta_i^{j'} = \frac{\partial x^{j'}}{\partial x_i} \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Analogamente,

$$\beta_{i'}^j = \frac{\partial x^j}{\partial x_{i'}} \quad . \quad (\text{A.21})$$

A.2 Sistema de Coordenadas do Túnel de Vento

O sistema de coordenadas e a base vetorial mais adequada para a descrição do túnel de vento dependem da finalidade desta descrição. Por exemplo:

- análise da cinemática do escoamento;
- análise da dinâmica do escoamento;
- análise das direções principais das tensões; e
- localização de um ponto de medição.

No caso dos trabalhos executados e a serem executados no túnel de vento construído para a presente tese, tem-se os seguintes sistemas de coordenadas e bases vetoriais.

- Sistema de coordenadas Cartesiano:
 - base global, seção [A.2.1.1](#); e
 - base principal, seção [A.2.1.2](#).
- Sistema de coordenadas cilíndrico
 - base covariante cilíndrica, seção [A.2.2.1](#); e
 - base contravariante cilíndrica, seção [A.2.2.2](#).
- Sistema de coordenadas lineares não ortogonais:
 - base do LDV, seção [A.2.3.1](#).

A.2.1 Sistema de coordenadas Cartesiano

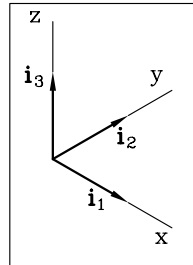


Figura A.2: Sistema de coordenadas Cartesiano $O - xyz$.

A Figura A.2 mostra um sistema de coordenadas Cartesiano. Este sistema é composto por três eixos retilíneos mutuamente ortogonais. As direções destes eixos são definidas pelos vetores unitários:

•direção x : i_1 ;

•direção y : i_2 ;

•direção z : i_3 .

A.2.1.1 Base global

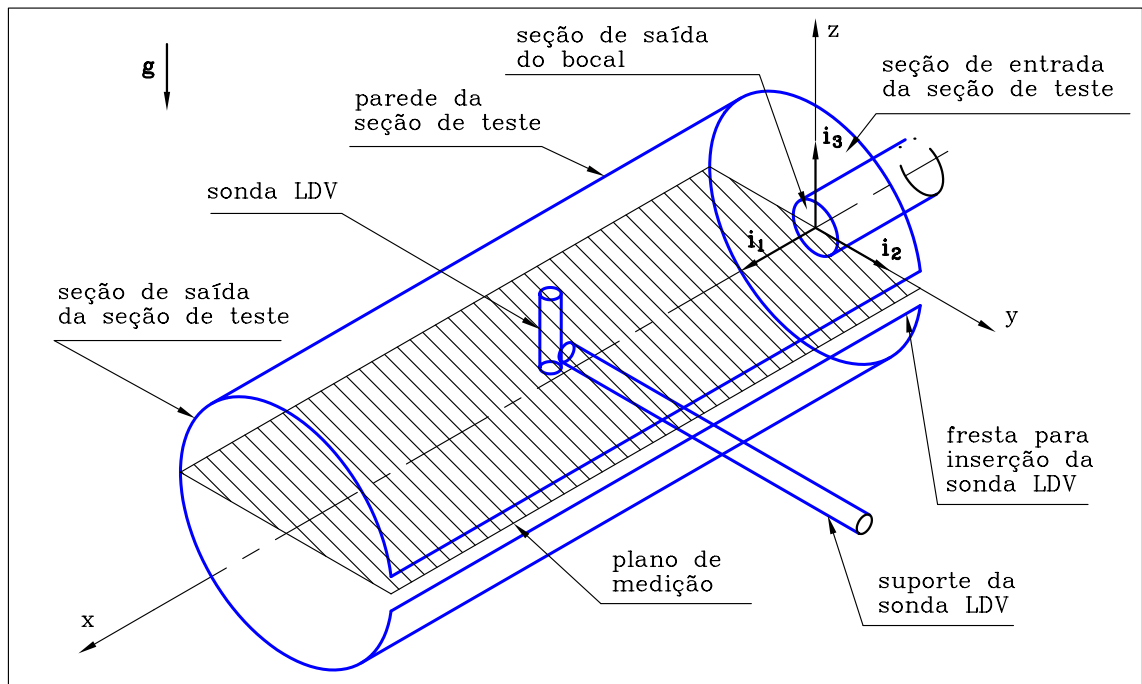


Figura A.3: Sistema de coordenadas Cartesiano global do túnel de vento.

A Figura A.3 mostra o sistema Cartesiano global do túnel de vento. Este sistema tem origem no centro da seção de saída do bocal e seus eixos têm as seguintes orientações:

- eixo x : direção do eixo de simetria do túnel e sentido do escoamento médio, definido pelo vetor unitário \mathbf{i}_1 ;
- eixo y : direção horizontal e sentido oposto ao da fresta de inserção da sonda LDV, definido pelo vetor unitário \mathbf{i}_2 ;
- eixo z : direção vertical ascendente, definido pelo vetor unitário \mathbf{i}_3 .

A base Cartesiana global do túnel de vento, ou simplesmente base global ($\mathbf{g}_i = \mathbf{g}^i$) é definida da seguinte forma:

$$\mathbf{g}_1 = \mathbf{g}^1 = \mathbf{i}_1 \quad ; \quad \mathbf{g}_2 = \mathbf{g}^2 = \mathbf{i}_2 \quad ; \quad \mathbf{g}_3 = \mathbf{g}^3 = \mathbf{i}_3. \quad (\text{A.22})$$

Esta base é útil para descrever posições no túnel de vento, por exemplo, posicionamento da sonda LDV ou do ponto de medição.

A.2.1.2 Base principal

A base principal, $\mathbf{g}_{j^*} = \mathbf{g}^{i^*}$, é definida pelas direções principais do tensor das tensões de Reynolds. Esta base é do tipo cartesiana e varia localmente em função das propriedades do escoamento. Esta base é útil:

- para caracterizar as direções de tensões normais mais elevadas; e
- para servir de ponto de partida para a obtenção do tensor das tensões de Reynolds em função de medições das tensões normais em 6 direções distintas, vide seção [A.3](#).

A.2.2 Sistema de coordenadas cilíndrico

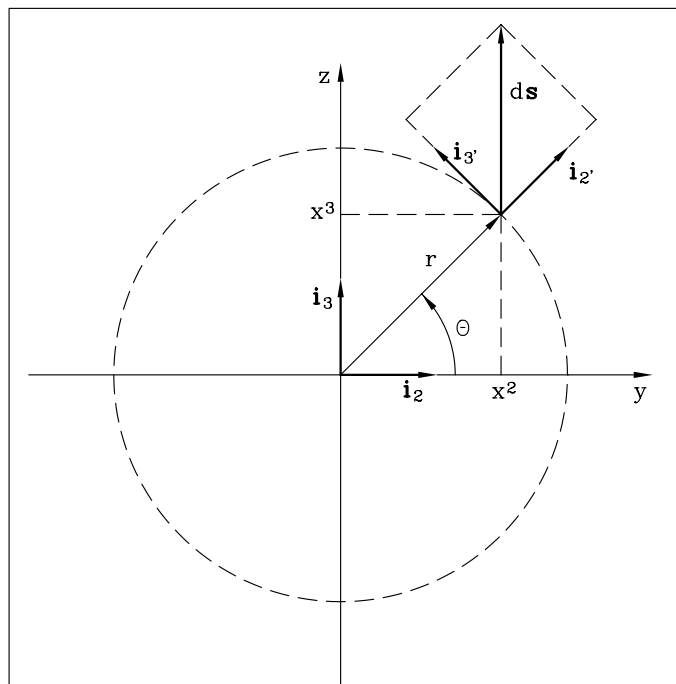


Figura A.4: Sistema de Coordenadas cilíndrico do túnel de vento.

A Figura A.4 mostra o plano $r - \theta$ do sistema de coordenadas cilíndrico do túnel de vento. As orientações dos eixos deste sistema de coordenadas são as seguintes:

- direção x : coincidente com o eixo x do sistema Cartesiano global, definido pelo vetor unitário $\mathbf{i}_{1'} = \mathbf{i}_1$;
- direção r : direção radial em relação ao eixo x , definido pelo vetor unitário $\mathbf{i}_{2'}$;
- direção θ : direção polar a partir do plano xy do sistema Cartesiano global, definido pelo vetor unitário $\mathbf{i}_{3'}$.

A origem deste sistema de coordenadas é coincidente com a origem do sistema cartesiano global do túnel de vento.

Os componentes contravariantes do sistema cilíndrico são os seguintes:

$$x^{1'} = x \quad ; \quad x^{2'} = r \quad ; \quad x^{3'} = \theta \quad . \quad (\text{A.23})$$

Os componentes contravariantes do sistema Cartesiano global são os seguintes:

$$x^1 = x \quad ; \quad x^2 = r \cos \theta \quad ; \quad x^3 = r \sin \theta \quad . \quad (\text{A.24})$$

O operador transformação de coordenadas $\beta_{j'}^i$ é dado por:

$$\beta_{j'}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x_{j'}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial x_{1'}} & \frac{\partial x^1}{\partial x_{2'}} & \frac{\partial x^1}{\partial x_{3'}} \\ \frac{\partial x^2}{\partial x_{1'}} & \frac{\partial x^2}{\partial x_{2'}} & \frac{\partial x^2}{\partial x_{3'}} \\ \frac{\partial x^3}{\partial x_{1'}} & \frac{\partial x^3}{\partial x_{2'}} & \frac{\partial x^3}{\partial x_{3'}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -r \operatorname{sen}\theta \\ 0 & \operatorname{sen}\theta & r \cos\theta \end{bmatrix}. \quad (\text{A.25})$$

No caso de $\theta = 0$, tem-se:

$$\beta_{j'}^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

A.2.2.1 Base covariante cilíndrica

A base covariante cilíndrica, $\mathbf{g}_{j'}$, é definida a partir do vetor deslocamento $d\mathbf{s}$.

$$d\mathbf{s} = dx^{j'} g_{j'} = \begin{bmatrix} dx & dr & d\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1'} \\ \mathbf{i}_{2'} \\ r\mathbf{i}_{3'} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

Ou seja, os componentes contravariantes do vetor deslocamento e a base covariante cilíndrica são, respectivamente:

$$dx^{j'} = \begin{bmatrix} dx & dr & d\theta \end{bmatrix} \quad ; \quad g_{j'} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1'} \\ \mathbf{i}_{2'} \\ r\mathbf{i}_{3'} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.28})$$

O vetor velocidade, \mathbf{u} , é definido da seguinte forma:

$$\mathbf{u} = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} (x^{i'} \mathbf{g}_{i'}) = \frac{dx^{i'}}{dt} \mathbf{g}_{i'} . \quad (\text{A.29})$$

Ou seja, os componentes contravariantes do vetor velocidade são os seguintes:

$$u^{j'} = \begin{bmatrix} u^x & u^r & \omega \end{bmatrix} . \quad (\text{A.30})$$

Onde u^x é a velocidade axial, u^r é a velocidade axial, e ω é a rotação.

A base covariante cilíndrica é útil quando se deseja analisar a cinemática do escoamento.

A.2.2.2 Base contravariante cilíndrica

A determinação da base contravariante cilíndrica, $\mathbf{g}^{i'}$, depende da obtenção dos tensores métricos $g_{i'j'}$ e $g^{j'k'}$. Estes tensores são obtidos respectivamente pelas seguintes equações:

$$g_{i'j'} = \mathbf{g}_{i'} \cdot \mathbf{g}_{j'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \end{bmatrix} ; \quad (\text{A.31})$$

$$g_{i'j'} g^{j'k'} = \delta_{i'}^{k'} \quad \Rightarrow \quad g^{j'k'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & r^{-2} \end{bmatrix} . \quad (\text{A.32})$$

A base contravariante cilíndrica, $\mathbf{g}^{j'}$, é determinada pela seguinte equação:

$$\mathbf{g}^{j'} = g^{j'k'} \mathbf{g}_{k'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & r^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1'} \\ \mathbf{i}_{2'} \\ r\mathbf{i}_{3'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1'} \\ \mathbf{i}_{2'} \\ r^{-1}\mathbf{i}_{3'} \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

Os componentes covariantes do vetor velocidade são os seguintes:

$$u_{i'} = g_{i'j'} u^{j'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^x \\ u^r \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u^x \\ u^r \\ l_\theta \end{bmatrix}. \quad (\text{A.34})$$

Onde l_θ é o momento angular.

A base contravariante é útil quando se deseja analisar a dinâmica do escoamento.

A.2.3 Sistema de coordenadas lineares não ortogonais

A.2.3.1 Base do LDV

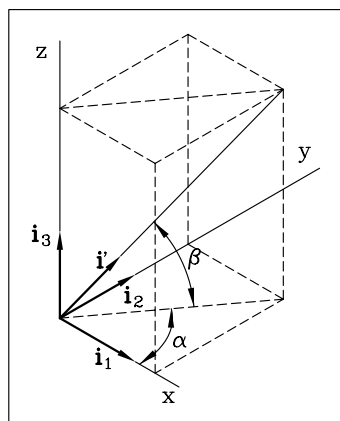


Figura A.5: Direção \mathbf{i}' em relação ao sistema de coordenadas $O - xyz$.

A Figura A.5 apresenta a direção de um vetor unitário \mathbf{i}' em um sistema de coordenadas cartesianas $O - xyz$. A direção do vetor \mathbf{i}' pode ser dada em fun-

ção do ângulo α em relação ao eixo x , e do ângulo β em relação ao plano xy . A base vetorial do LDV é formada por três vetores unitários linearmente independentes: $\mathbf{i}_{1'}$, $\mathbf{i}_{2'}$, $\mathbf{i}_{3'}$. Devido às restrições de posicionamento do LDV, estes vetores podem não ser ortogonais entre si. Portanto, define-se a base vetorial covariante do LDV da seguinte forma:

$$\mathbf{g}_{1'} = \mathbf{i}_{1'} \quad ; \quad \mathbf{g}_{2'} = \mathbf{i}_{2'} \quad ; \quad \mathbf{g}_{3'} = \mathbf{i}_{3'}. \quad (\text{A.35})$$

O operador $\beta_{i'}^j$ é definido pela seguinte equação:

$$\beta_{i'}^j \triangleq \begin{bmatrix} \beta_{1'}^1 & \beta_{1'}^2 & \beta_{1'}^3 \\ \beta_{2'}^1 & \beta_{2'}^2 & \beta_{2'}^3 \\ \beta_{3'}^1 & \beta_{3'}^2 & \beta_{3'}^3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \} \mathbf{g}_{1'} \\ \} \mathbf{g}_{2'} \\ \} \mathbf{g}_{3'} \end{matrix}. \quad (\text{A.36})$$

O operador $\beta_j^{k'}$ é determinado pela seguinte equação:

$$\beta_{i'}^j \beta_j^{k'} = \delta_{i'}^{k'} \quad (\text{A.37})$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{1'}^1 & \beta_{1'}^2 & \beta_{1'}^3 \\ \beta_{2'}^1 & \beta_{2'}^2 & \beta_{2'}^3 \\ \beta_{3'}^1 & \beta_{3'}^2 & \beta_{3'}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1'}^1 & \beta_{1'}^2 & \beta_{1'}^3 \\ \beta_{2'}^1 & \beta_{2'}^2 & \beta_{2'}^3 \\ \beta_{3'}^1 & \beta_{3'}^2 & \beta_{3'}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.38})$$

A velocidade na base principal em função das medições de velocidade na base do LDV é determinada pela seguinte equação.

$$u_j = u_{k'} \beta_j^{k'}. \quad (\text{A.39})$$

A.3 Tensor das Tensões

A.3.1 Tensão

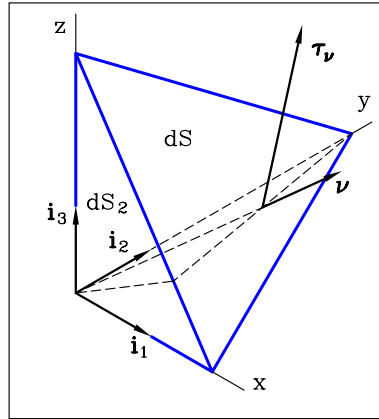


Figura A.6: Vetor tensão $\tau_{\mathbf{v}}$ e superfície associada dS .

A Figura A.6 mostra uma superfície infinitesimal dS e a base vetorial cartesiana $\mathbf{i}_1\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3$. O vetor unitário normal à superfície dS é chamado de \mathbf{v} . A projeção da superfície dS sobre os planos normais aos vetores da base cartesiana são dados por:

$$dS_1 = dS \cos(\mathbf{v}, \mathbf{i}_1) = dS \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}_1 = v_1 dS \quad , \text{ direção } \mathbf{i}_1 ; \quad (\text{A.40})$$

$$dS_2 = dS \cos(\mathbf{v}, \mathbf{i}_2) = dS \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}_2 = v_2 dS \quad , \text{ direção } \mathbf{i}_2 ; \quad (\text{A.41})$$

$$dS_3 = dS \cos(\mathbf{v}, \mathbf{i}_3) = dS \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}_3 = v_3 dS \quad , \text{ direção } \mathbf{i}_3 . \quad (\text{A.42})$$

Ou, em notação indicial:

$$dS_i = v_i dS . \quad (\text{A.43})$$

A tensão atuante sobre a superfície dS é representada pelo vetor $\tau_{\mathbf{v}}$. As tensões atuantes sobre as superfícies dS_1 , dS_2 e dS_3 são representadas respectivamente pelos vetores, τ_1 , τ_2 e τ_3 . A resultante \mathbf{R} das tensões atuantes no tetraedro formado pelas superfícies dS , dS_1 , dS_2 e dS_3 é dada pela seguinte

equação.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R} &= \boldsymbol{\tau}_v dS - \boldsymbol{\tau}_1 dS_1 - \boldsymbol{\tau}_2 dS_2 - \boldsymbol{\tau}_3 dS_3 \\
 &= (\boldsymbol{\tau}_v - \boldsymbol{\tau}_1 v_1 - \boldsymbol{\tau}_2 v_2 - \boldsymbol{\tau}_3 v_3) dS \\
 &= (\boldsymbol{\tau}_v - \boldsymbol{\tau}_i v_i) dS .
 \end{aligned} \tag{A.44}$$

A resultante das forças de campo que atuam neste tetraedro é proporcional ao volume. Se as dimensões lineares do tetraedro diminuïrem na mesma proporção, então a resultante das forças de campo tenderão a zero mais rapidamente que a resultante das forças de superfície (resultante das tensões). No limite, o equilíbrio do tetraedro implica:

$$\boldsymbol{\tau}_v = \boldsymbol{\tau}_i v_i . \tag{A.45}$$

Os vetores que representam as tensões atuantes nas superfícies perpendiculares aos eixos da base podem ser decompostos em vetores paralelos aos eixos da base.

$$\boldsymbol{\tau}_1 = (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \mathbf{i}_j) \mathbf{i}_j = \tau_{11} \mathbf{i}_1 + \tau_{12} \mathbf{i}_2 + \tau_{13} \mathbf{i}_3 ; \tag{A.46}$$

$$\boldsymbol{\tau}_2 = (\boldsymbol{\tau}_2 \cdot \mathbf{i}_j) \mathbf{i}_j = \tau_{21} \mathbf{i}_1 + \tau_{22} \mathbf{i}_2 + \tau_{23} \mathbf{i}_3 ; \tag{A.47}$$

$$\boldsymbol{\tau}_3 = (\boldsymbol{\tau}_3 \cdot \mathbf{i}_j) \mathbf{i}_j = \tau_{31} \mathbf{i}_1 + \tau_{32} \mathbf{i}_2 + \tau_{33} \mathbf{i}_3 . \tag{A.48}$$

A Figura A.7 apresenta a convenção normalmente usada nesta decomposição.

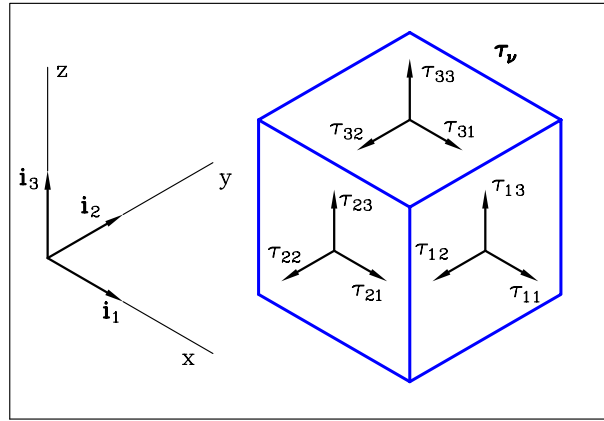


Figura A.7: Componentes dos vetores das tensões associadas às superfícies normais aos eixos da base.

O primeiro índice do componente do vetor tensão refere-se ao eixo normal à superfície associada a esta tensão. O segundo índice refere-se ao eixo paralelo à componente do vetor tensão. Desta forma, é possível definir o tensor das tensões τ_{ij} .

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \triangleq \boldsymbol{\tau}_i \cdot \mathbf{i}_j = \boldsymbol{\tau}_j \cdot \mathbf{i}_i = \tau_{ji} . \quad (\text{A.49})$$

A.3.2 Tensões principais

A definição do tensor das tensões, equação A.49, mostra que este tensor é simétrico. A simetria implica existência de apenas seis componentes independentes, e de direções e tensões principais.

A base vetorial coincidente com as direções principais será denominada base principal, \mathbf{g}_{j^*} , e os valores das respectivas tensões principais são dados por σ_{j^*} . Ou seja,

$$\tau_{i^*j^*} = \begin{bmatrix} \sigma_{1^*} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2^*} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3^*} \end{bmatrix} . \quad (\text{A.50})$$

Em relação ao objetivo do presente capítulo, o tensor das tensões principais possui 3 incógnitas: σ_1^* , σ_2^* e σ_3^* .

A.3.2.1 Operador transformação de coordenadas

O operador transformação de coordenadas, $\beta_{i^*}^j$, da base global, \mathbf{g}_j , para a base principal, \mathbf{g}_{i^*} , é definido da seguinte forma:

$$\mathbf{g}_{i^*} \triangleq \beta_{i^*}^j \mathbf{g}_j . \quad (\text{A.51})$$

Se este operador for representado por uma matriz na qual o índice inferior refere-se à linha e o superior à coluna, tem-se

$$\beta_{i^*}^j = \begin{bmatrix} \beta_{1^*}^1 & \beta_{1^*}^2 & \beta_{1^*}^3 \\ \beta_{2^*}^1 & \beta_{2^*}^2 & \beta_{2^*}^3 \\ \beta_{3^*}^1 & \beta_{3^*}^2 & \beta_{3^*}^3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \} \mathbf{g}_{1^*} \\ \} \mathbf{g}_{2^*} \\ \} \mathbf{g}_{3^*} \end{matrix} . \quad (\text{A.52})$$

O operador transformação de coordenadas, $\beta_j^{i^*}$, da base principal, \mathbf{g}_{i^*} , para a base global, \mathbf{g}_j , é definido da seguinte forma:

$$\mathbf{g}_j \triangleq \beta_j^{i^*} \mathbf{g}_{i^*} . \quad (\text{A.53})$$

A ortogonalidade e a linearidade das bases global e principal implicam:

$$\mathbf{g}^k = \mathbf{g}_k \quad (\text{A.54})$$

$$\mathbf{g}_{i^*} = \beta_{i^*}^j \mathbf{g}_j = \beta_j^{i^*} \mathbf{g}^j = \mathbf{g}^{i^*} ; \quad (\text{A.55})$$

Combinando estas duas equações, obtém-se

$$\begin{aligned}\beta_{i^*}^j \mathbf{g}_j \cdot \mathbf{g}^k &= \beta_j^{i^*} \mathbf{g}^j \cdot \mathbf{g}_k \\ \beta_{i^*}^j \delta_j^k &= \beta_j^{i^*} \delta_k^j \\ \beta_{i^*}^k &= \beta_k^{i^*} .\end{aligned}\tag{A.56}$$

Ou seja, a matriz que representa o operador transformação de coordenadas da base \mathbf{g}_{i^*} para a base \mathbf{g}_j é a transposta daquela que representa a transformação da base \mathbf{g}_j para a base \mathbf{g}_{i^*} .

A equação do operador transformação de coordenadas, equação A.52, mostra que este operador é formado pela base principal organizado na forma de uma matriz. Aplicando as propriedades da base Cartesiana a este operador, obtém-se

$$\begin{aligned}\beta_j^{i^*} \beta_{i^*}^k &= \delta_j^k \\ \begin{bmatrix} \beta_1^{1^*} & \beta_1^{2^*} & \beta_1^{3^*} \\ \beta_2^{1^*} & \beta_2^{2^*} & \beta_2^{3^*} \\ \beta_3^{1^*} & \beta_3^{2^*} & \beta_3^{3^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1^1 & \beta_1^2 & \beta_1^3 \\ \beta_2^1 & \beta_2^2 & \beta_2^3 \\ \beta_3^1 & \beta_3^2 & \beta_3^3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .\end{aligned}\tag{A.57}$$

As equações cujo resultado é 1 representam produtos escalares de um vetor da base por ele mesmo. As equações cujo resultado é nulo representam produtos escalares de um vetor da base por um outro da mesma base. Portanto, este sistema de equações é composto por 9 incógnitas e apenas seis equações linearmente independentes. Ou seja, o número líquido de incógnitas deste sistema é 3.

A.3.2.2 Tensor das tensões na base global

O tensor das tensões na base global, τ_{kl} , em função do tensor das tensões na base principal, $\tau_{i^*j^*}$, é determinado pela seguinte equação:

$$\tau_{kl} = \tau_{i^*j^*} \beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} . \quad (\text{A.58})$$

A.3.2.3 Tensão normal

A tensão normal na direção do vetor unitário \mathbf{v} é determinada pela seguinte equação:

$$\sigma_{\mathbf{v}} = \tau_{kl} v_k v_l . \quad (\text{A.59})$$

A substituição da equação A.58 na equação A.59 resulta:

$$\sigma_{\mathbf{v}} = \tau_{i^*j^*} (\beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} v_k v_l) . \quad (\text{A.60})$$

O tensor das tensões principais, $\tau_{i^*j^*}$, possui 3 incógnitas; o operador transformação de coordenadas possui um número líquido de 3 incógnitas. Portanto, a equação A.60 deve ser usada para produzir um sistema de 6 equações que satisfaçam as seguintes condições:

1. sejam linearmente independentes;
2. considerem todos os elementos da matriz que representa o operador transformação de coordenadas, $\beta_k^{i^*}$.

As 6 equações são obtidas por meio da medição das tensões normais em seis direções distintas dadas pelos vetores unitários \mathbf{v}^i . A primeira condição é satisfeita escolhendo vetores \mathbf{v}^i que não tenham produto escalar igual à 1 ou

-1 entre si. A segunda condição é satisfeita escolhendo ao menos um vetor \mathbf{v}^i não coplanar aos demais.

$$\sigma_1 = \tau_{i^*j^*} (\beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} v_k^1 v_l^1) ; \quad (\text{A.61})$$

$$\sigma_2 = \tau_{i^*j^*} (\beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} v_k^2 v_l^2) ; \quad (\text{A.62})$$

$$\sigma_3 = \tau_{i^*j^*} (\beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} v_k^3 v_l^3) ; \quad (\text{A.63})$$

$$\sigma_4 = \tau_{i^*j^*} (\beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} v_k^4 v_l^4) ; \quad (\text{A.64})$$

$$\sigma_5 = \tau_{i^*j^*} (\beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} v_k^5 v_l^5) ; \quad (\text{A.65})$$

$$\sigma_6 = \tau_{i^*j^*} (\beta_k^{i^*} \beta_l^{j^*} v_k^6 v_l^6) . \quad (\text{A.66})$$

APÊNDICE B – RESULTADOS INTERMEDIÁRIOS DA VALIDAÇÃO

Neste apêndice são apresentados os resultados intermediários da validação da técnica de medição usada na presente tese, vide seção [6.6.3](#). Esta técnica tem como objetivo fornecer o vetor velocidade média e o tensor das tensões de Reynolds por meio da medição da velocidade média e da tensão normal de Reynolds em 6 direções distintas, vide apêndice [A](#).

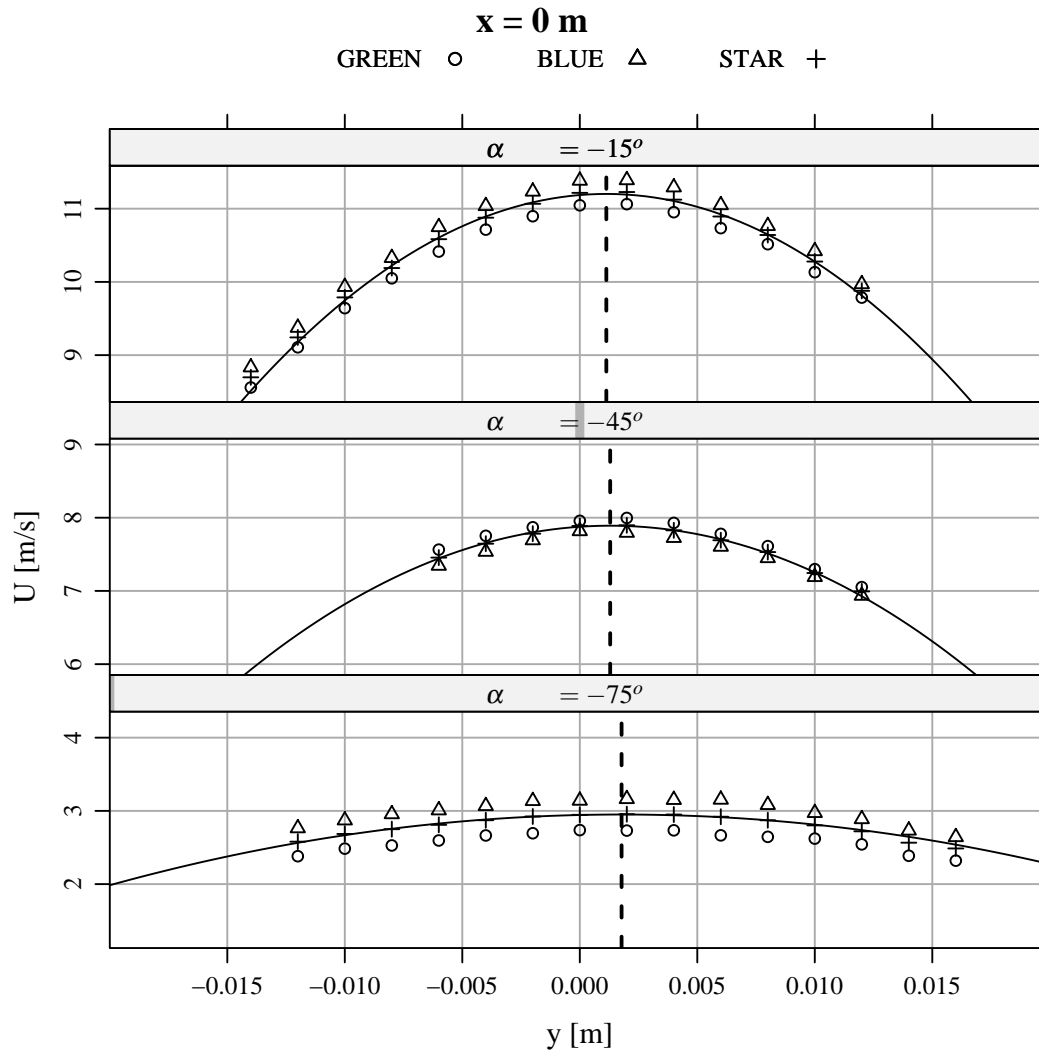


Figura B.1: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$.

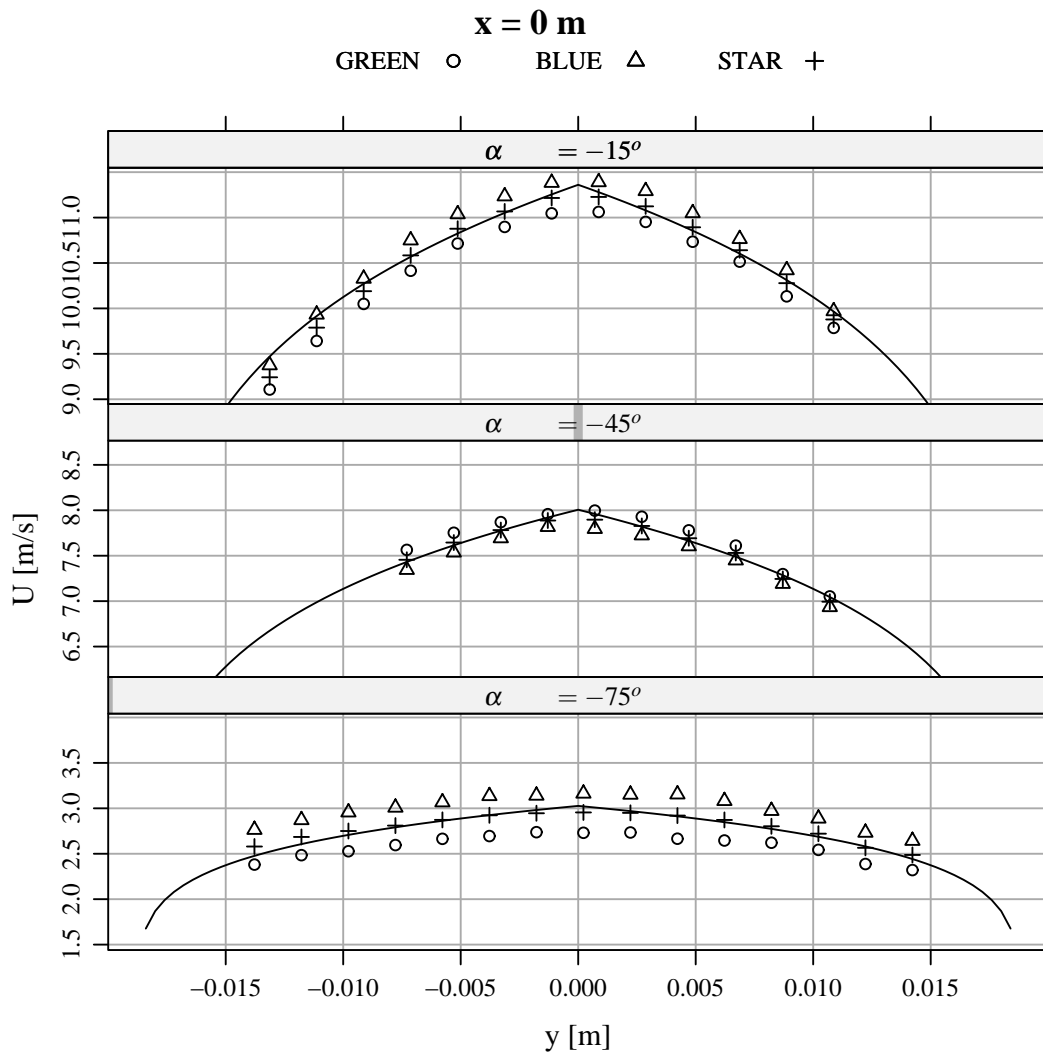


Figura B.2: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$.

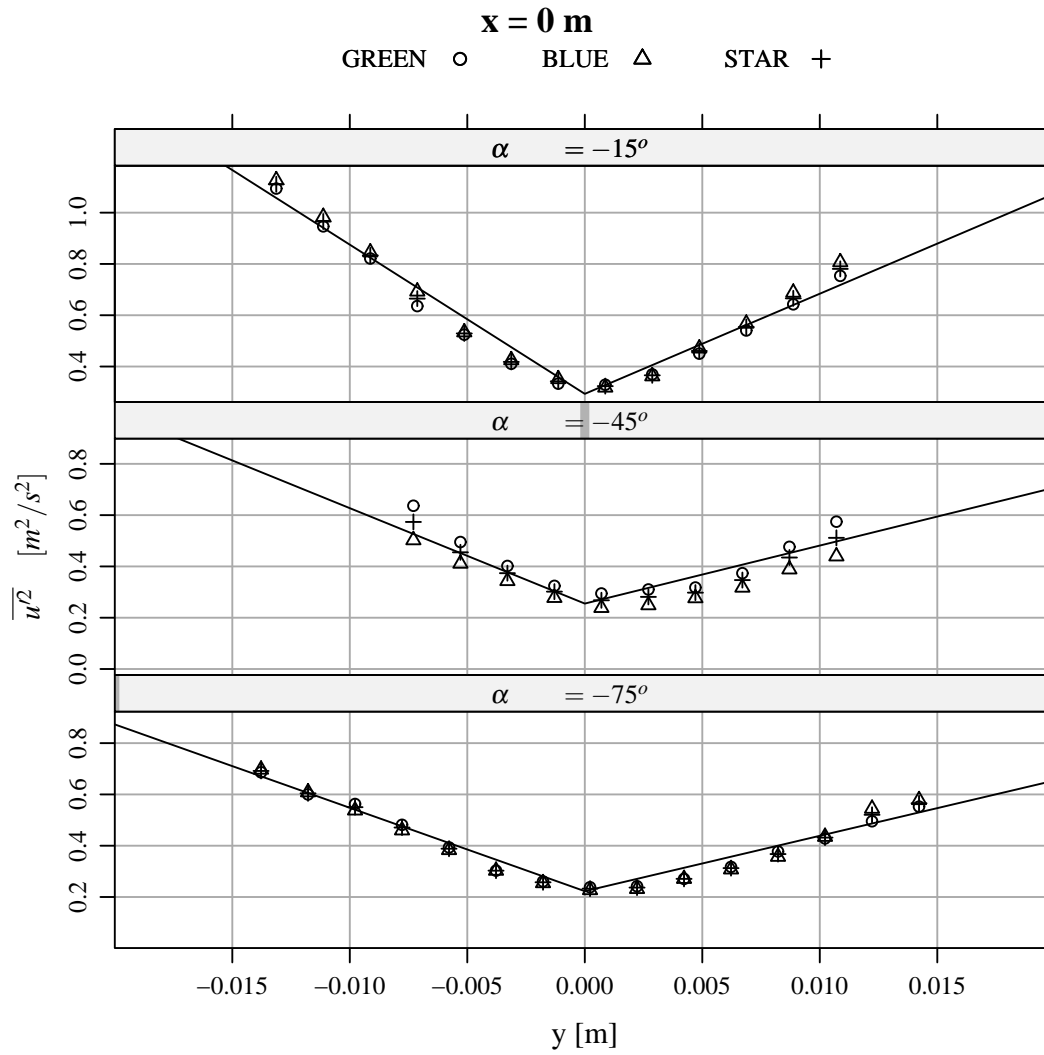


Figura B.3: Tensões normais nas direções α .

APÊNDICE C – RESULTADOS INTERMEDIÁRIOS DO JATO

Neste apêndice são apresentados os resultados intermediários da técnica de medição usada na caracterização dos experimentos de jatos confinados executados na presente tese. vide seção [7](#). Esta técnica tem como objetivo fornecer o vetor velocidade média e o tensor das tensões de Reynolds por meio da medição da velocidade média e da tensão normal de Reynolds em 6 direções distintas, vide apêndice [A](#).

C.1 Perfis de Velocidade

C.1.1 Direções α sem correção da posição $y = 0$

C.1.1.1 Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$

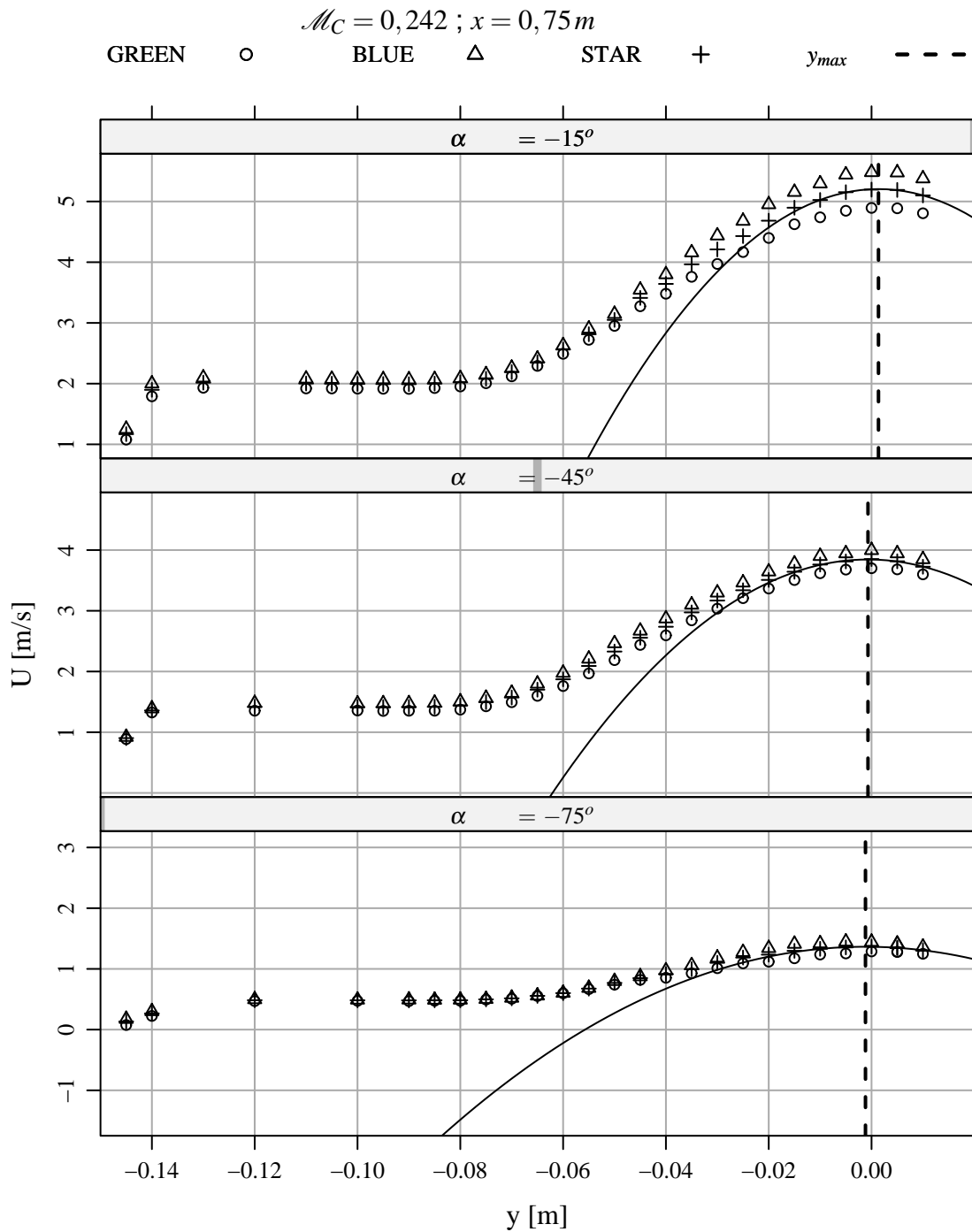


Figura C.1: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_c = 0,242$.

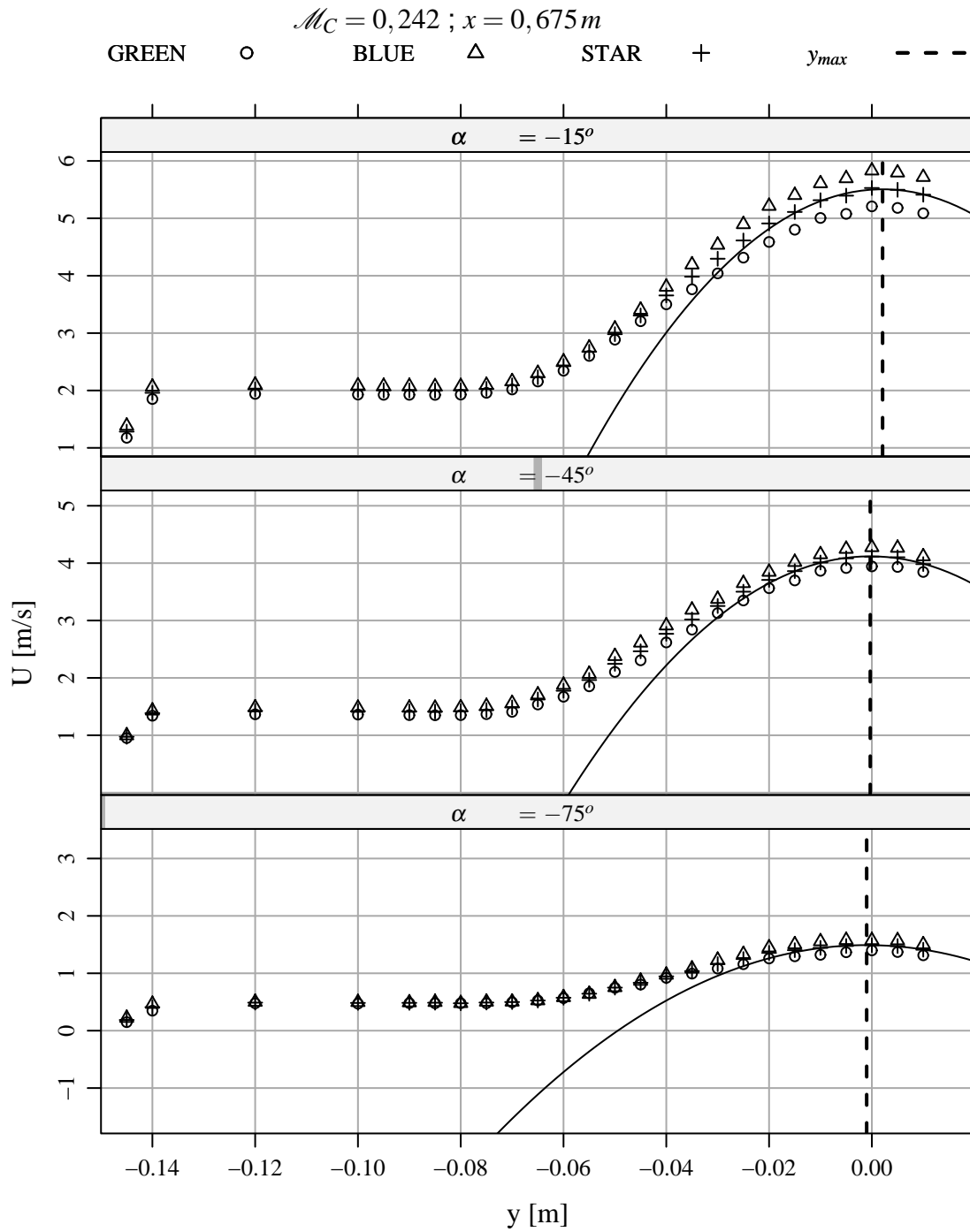


Figura C.2: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,675 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

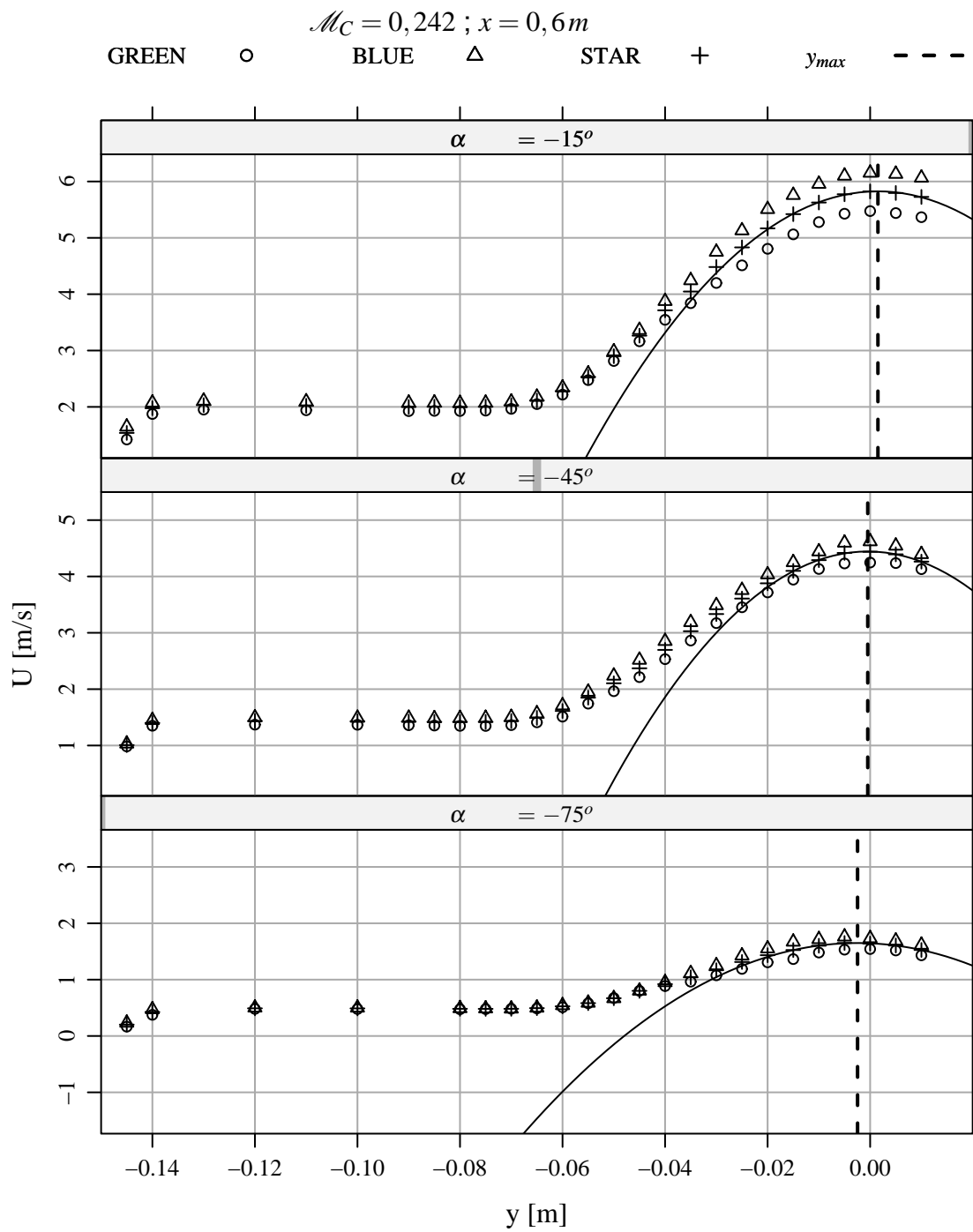


Figura C.3: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

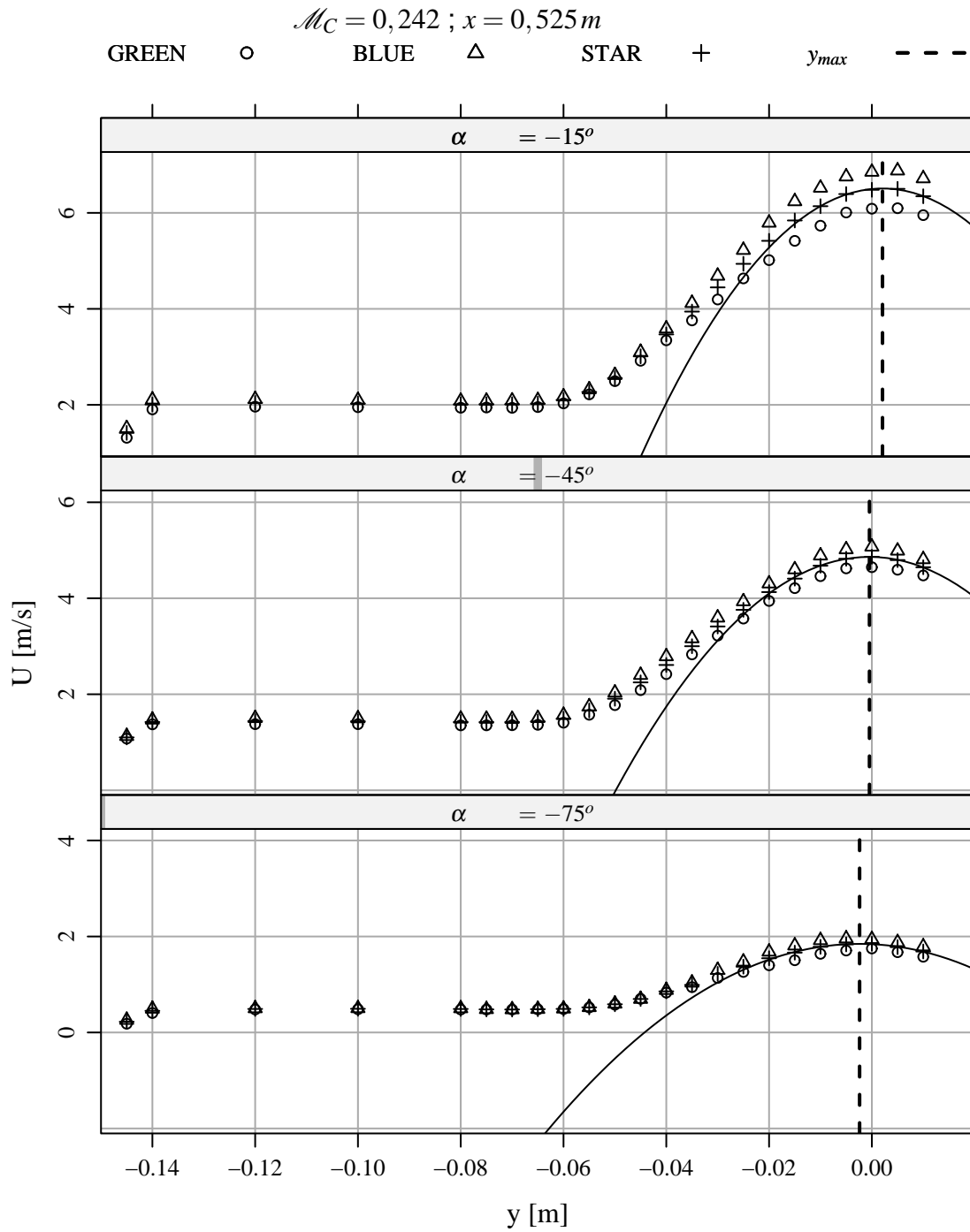


Figura C.4: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

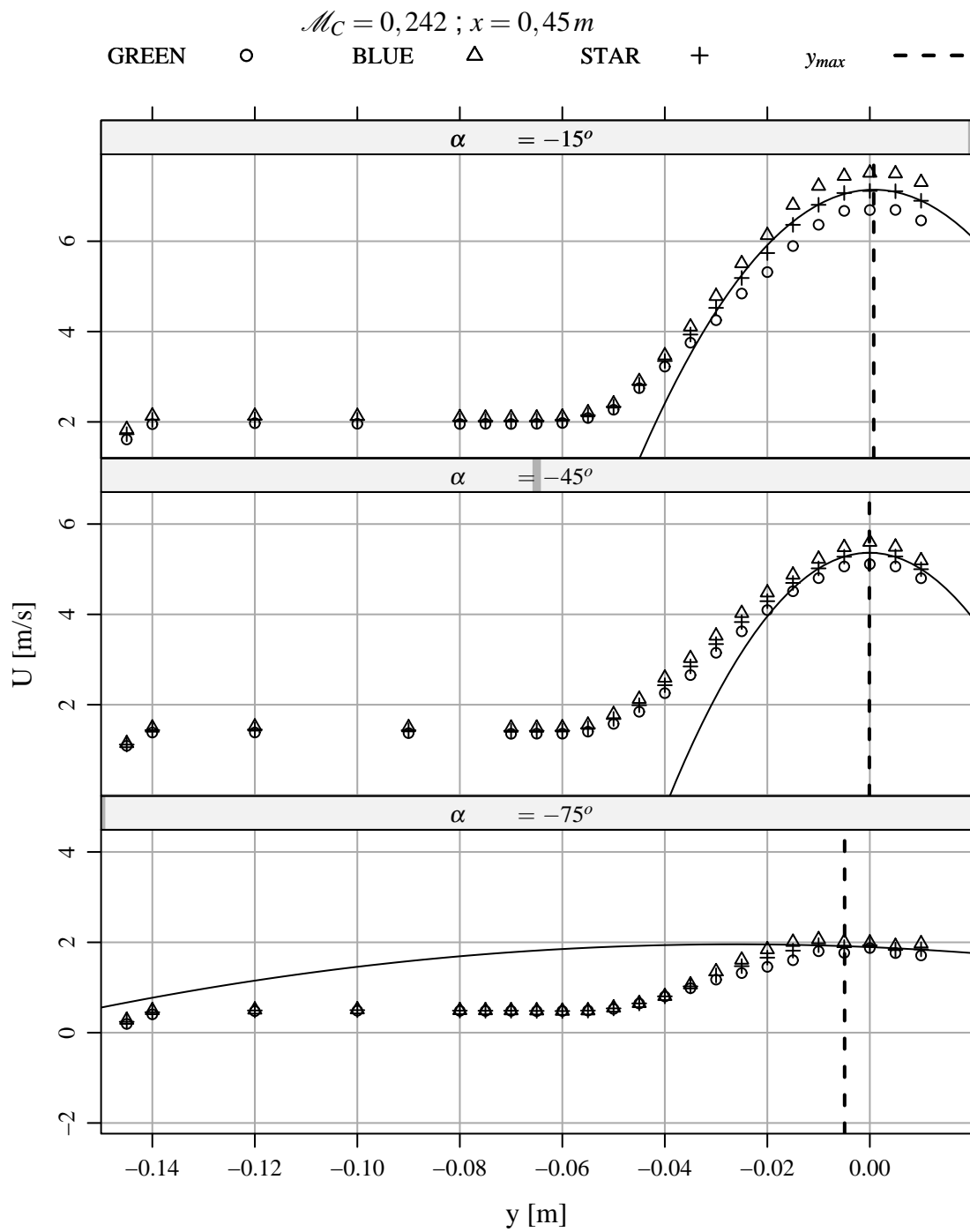


Figura C.5: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,45 m, \mathcal{M}_C = 0,242$.

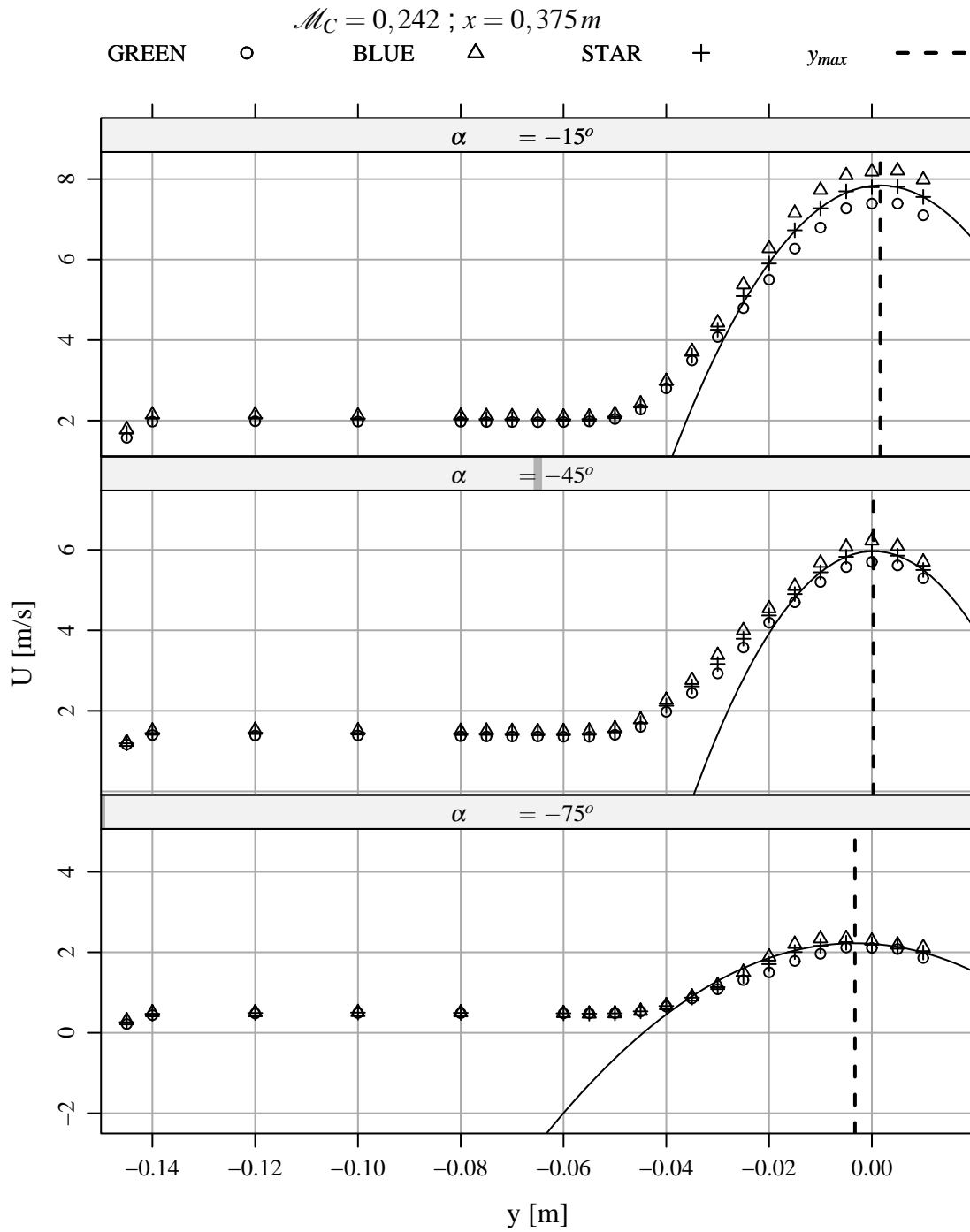


Figura C.6: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,375 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

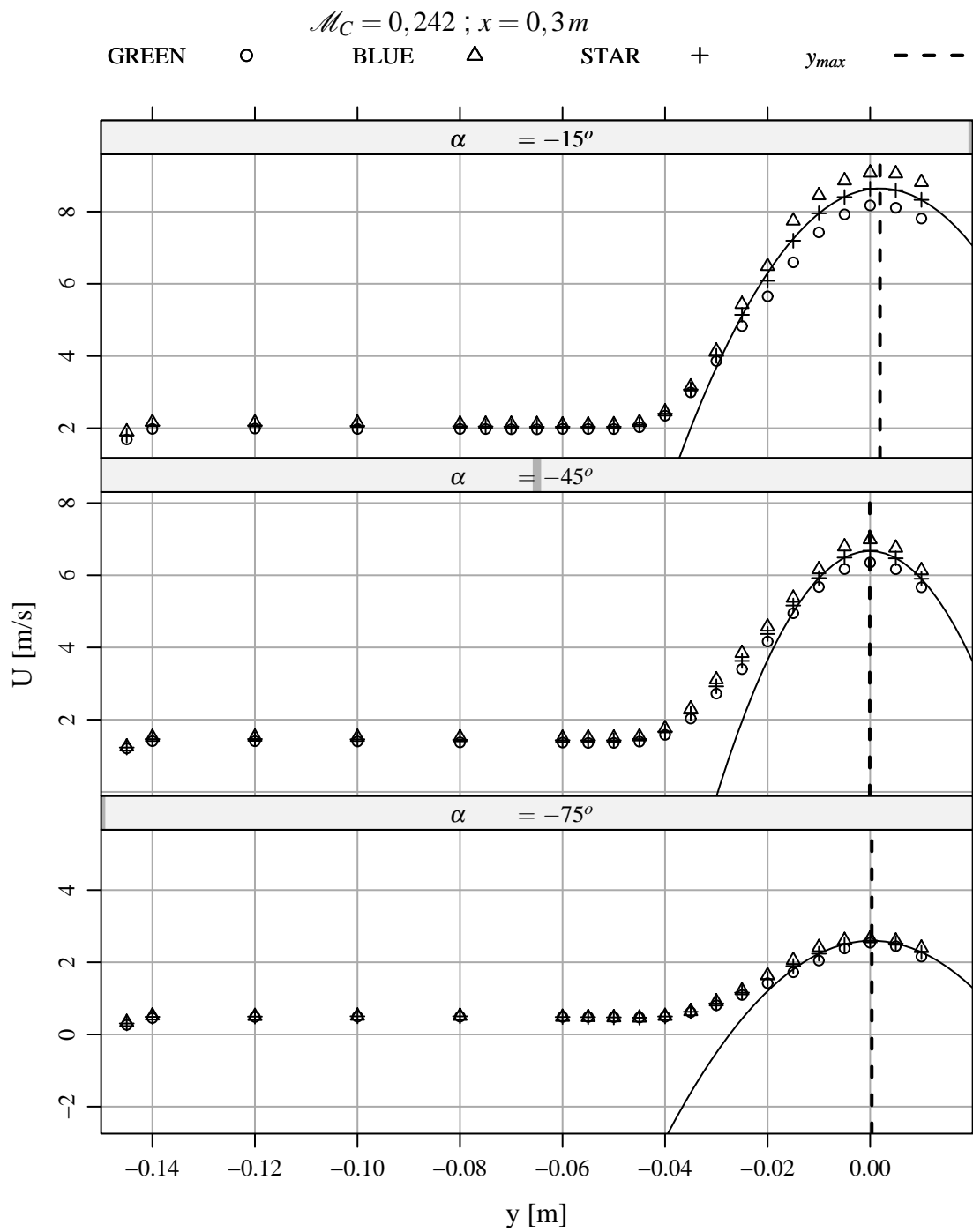


Figura C.7: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

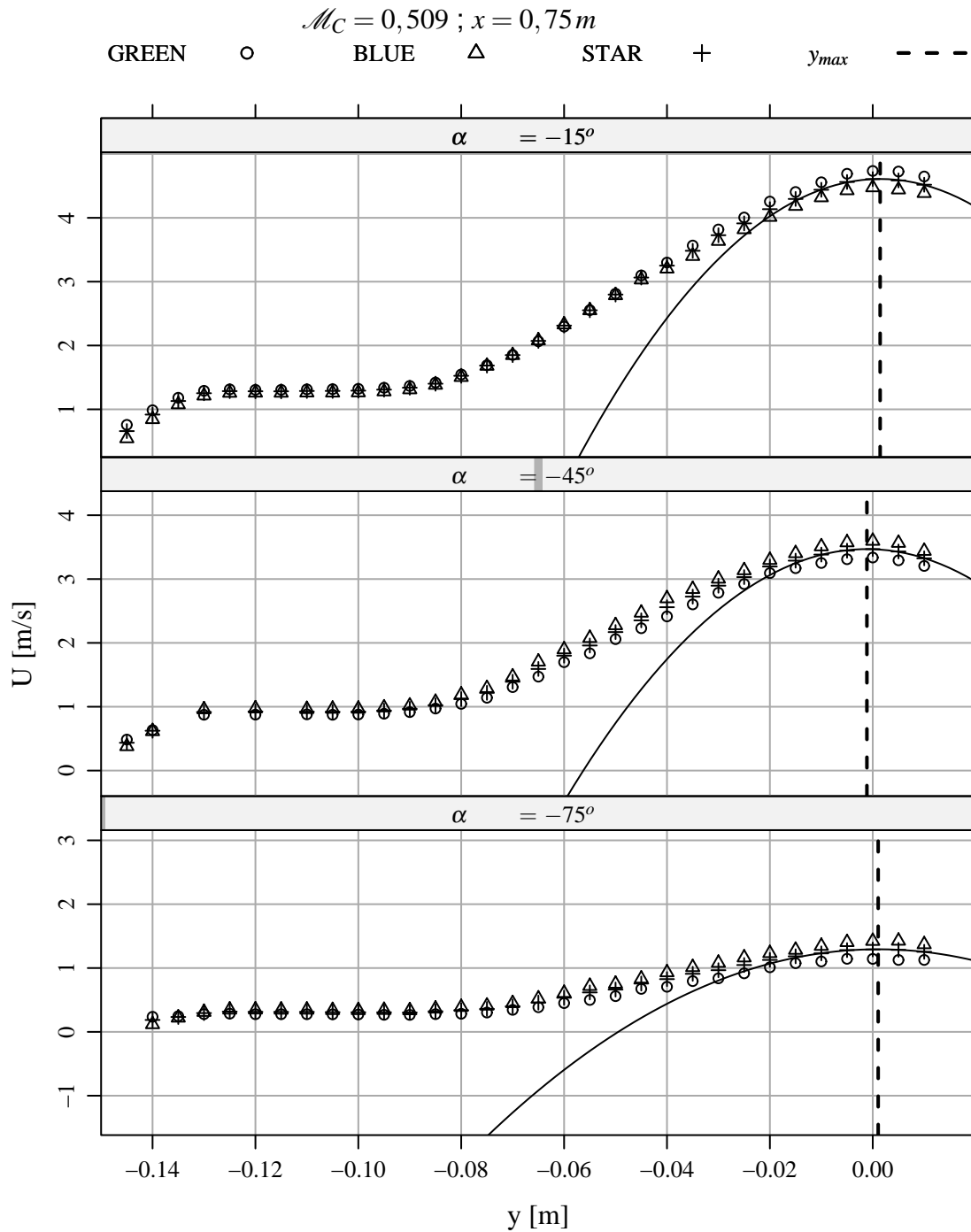
C.1.1.2 Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$ 

Figura C.8: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

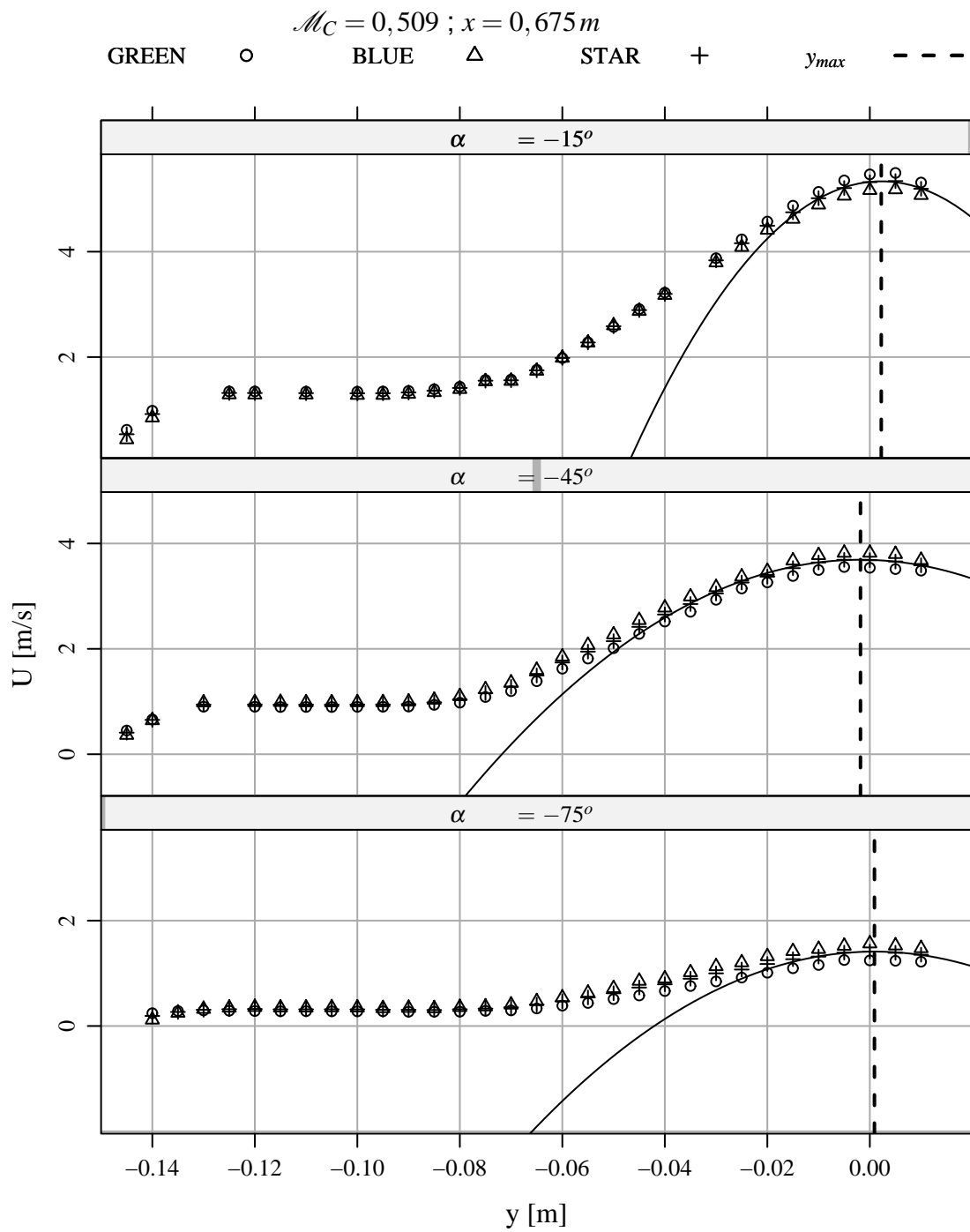


Figura C.9: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,675 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

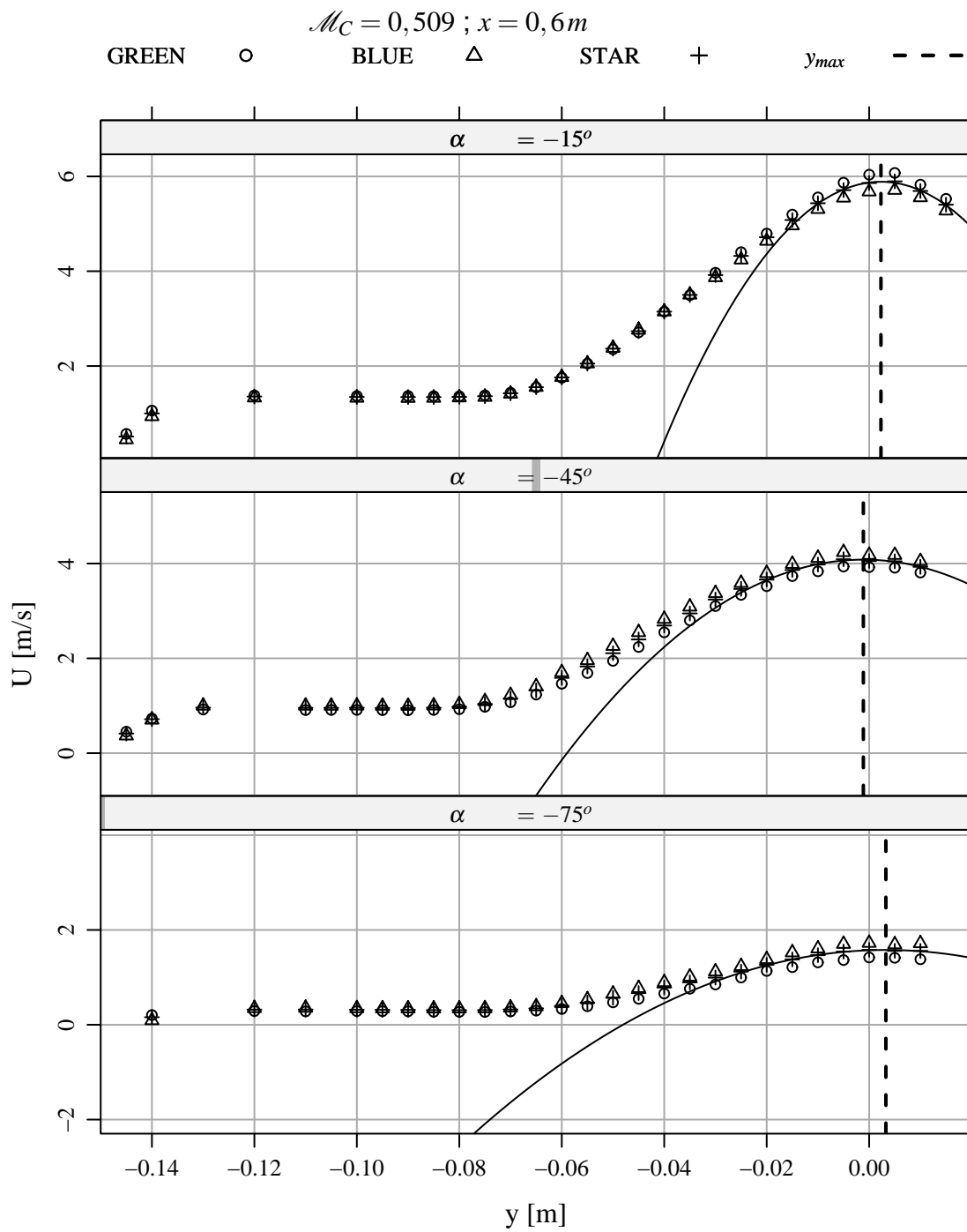


Figura C.10: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

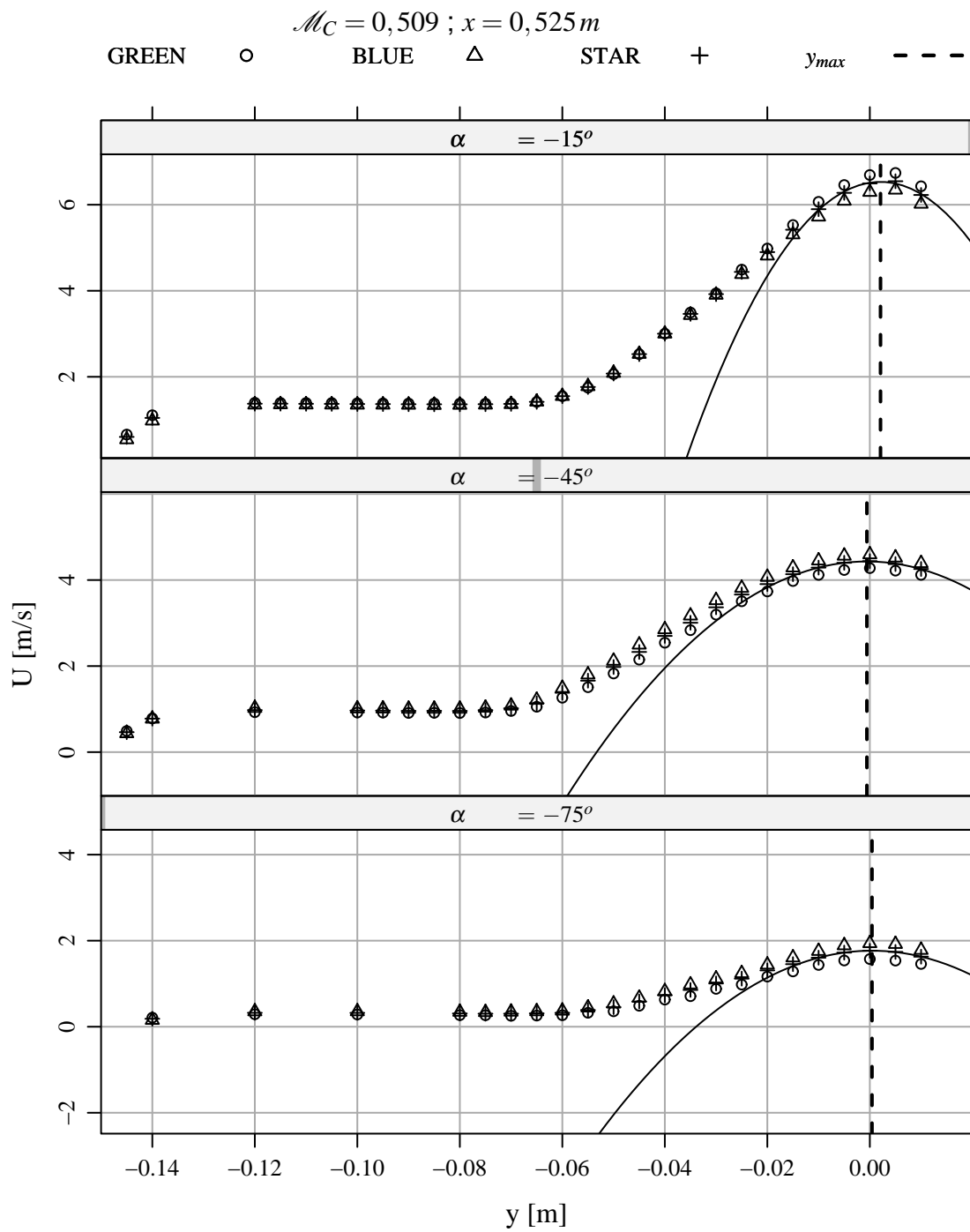


Figura C.11: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,525 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

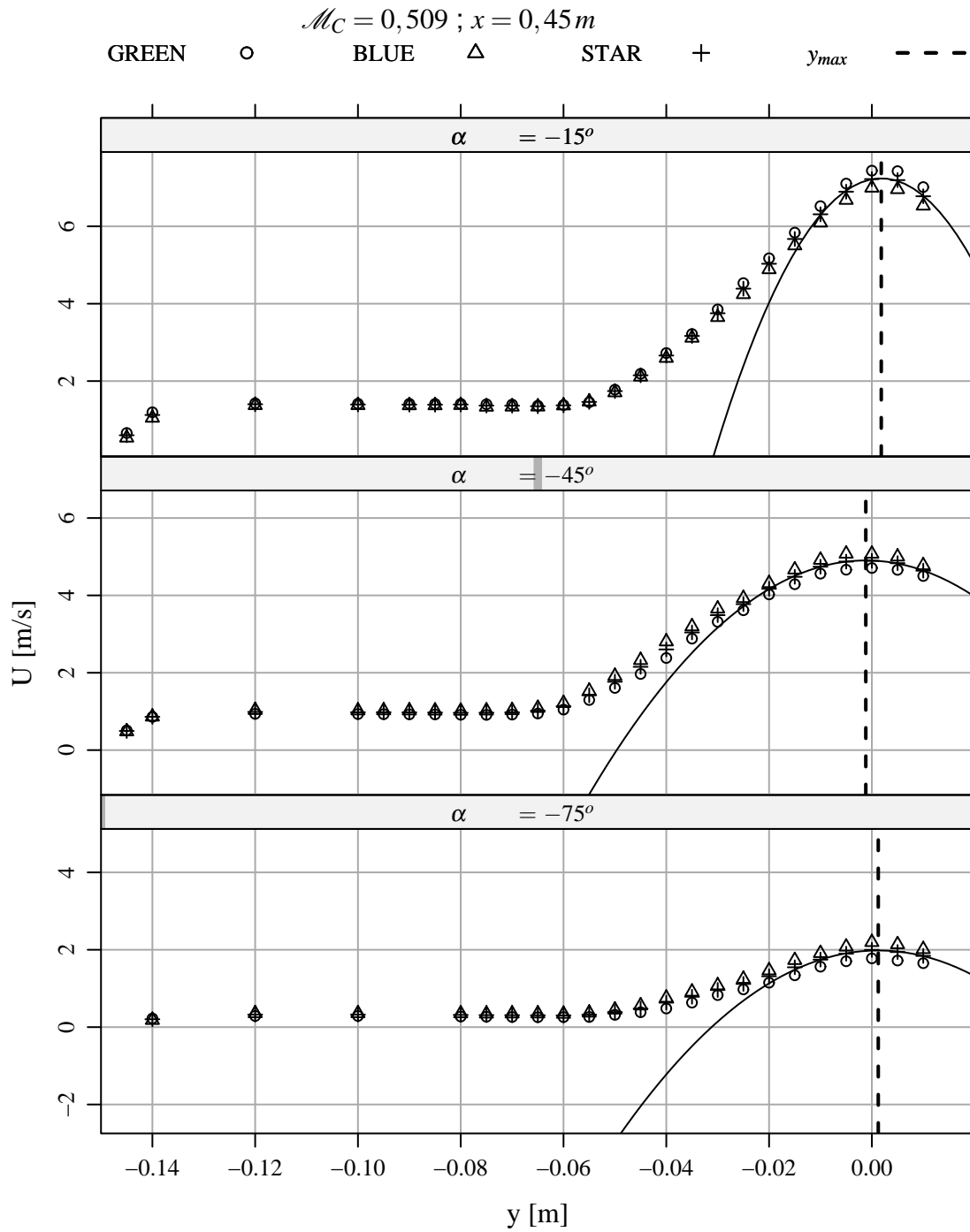


Figura C.12: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

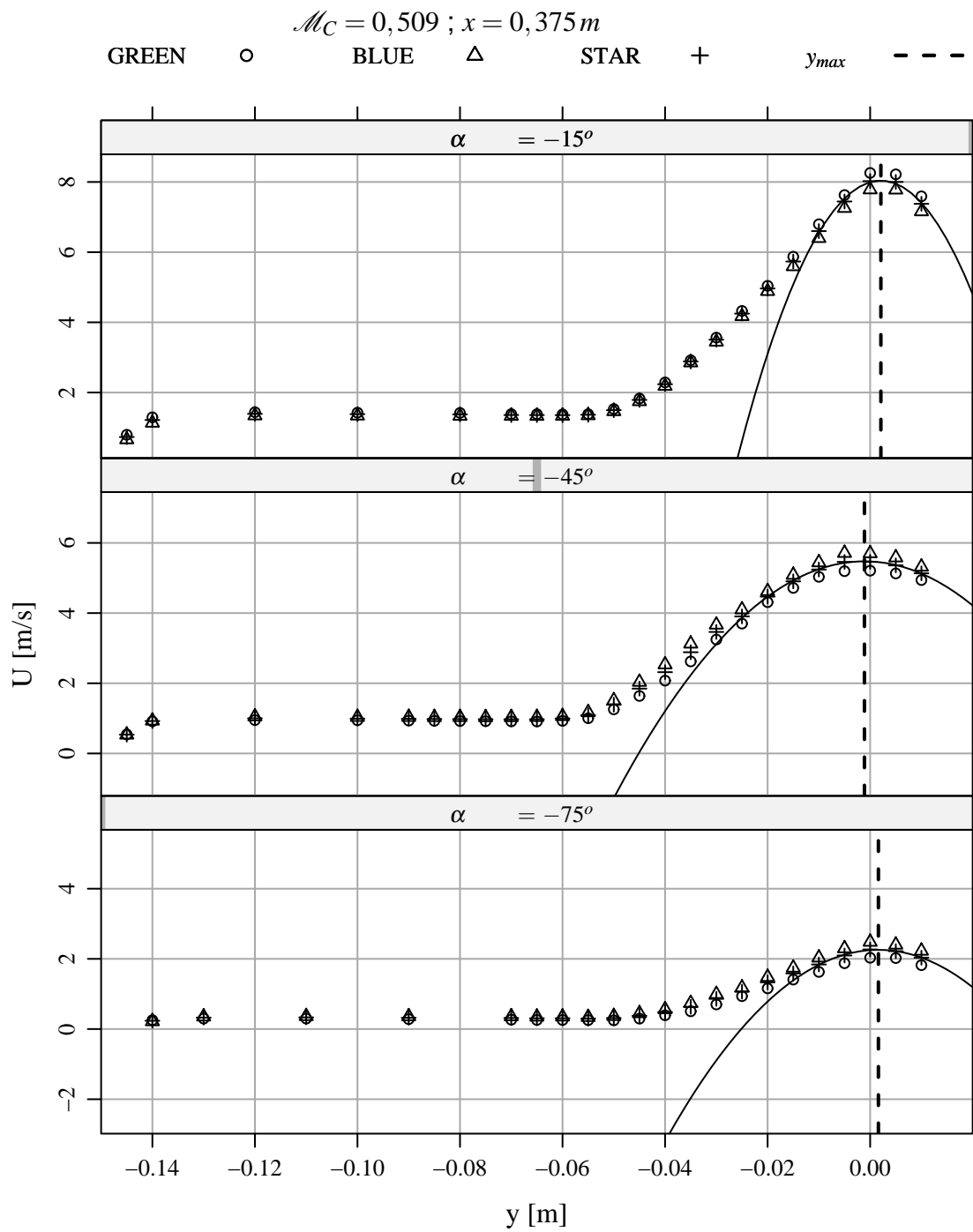


Figura C.13: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,375 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

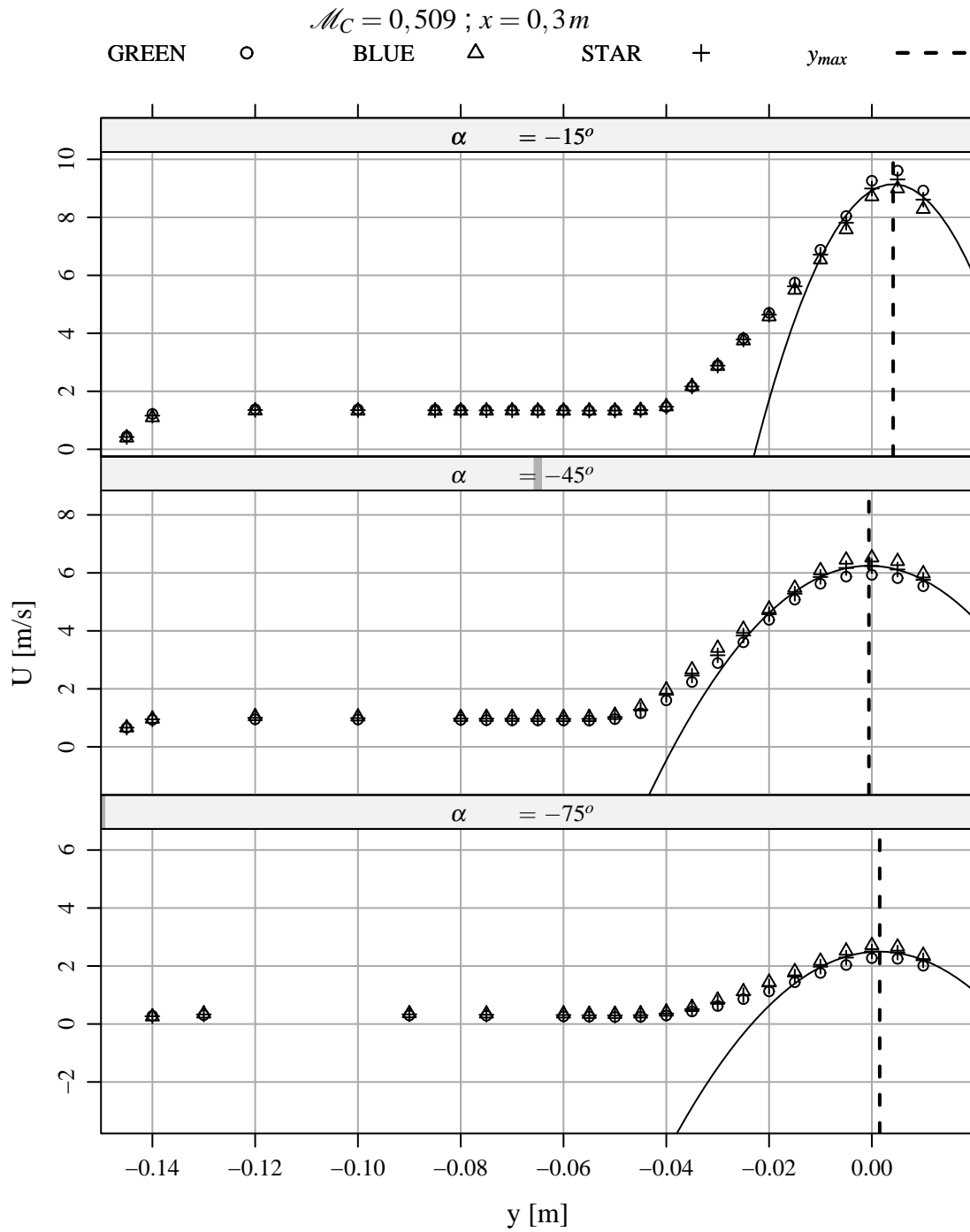


Figura C.14: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

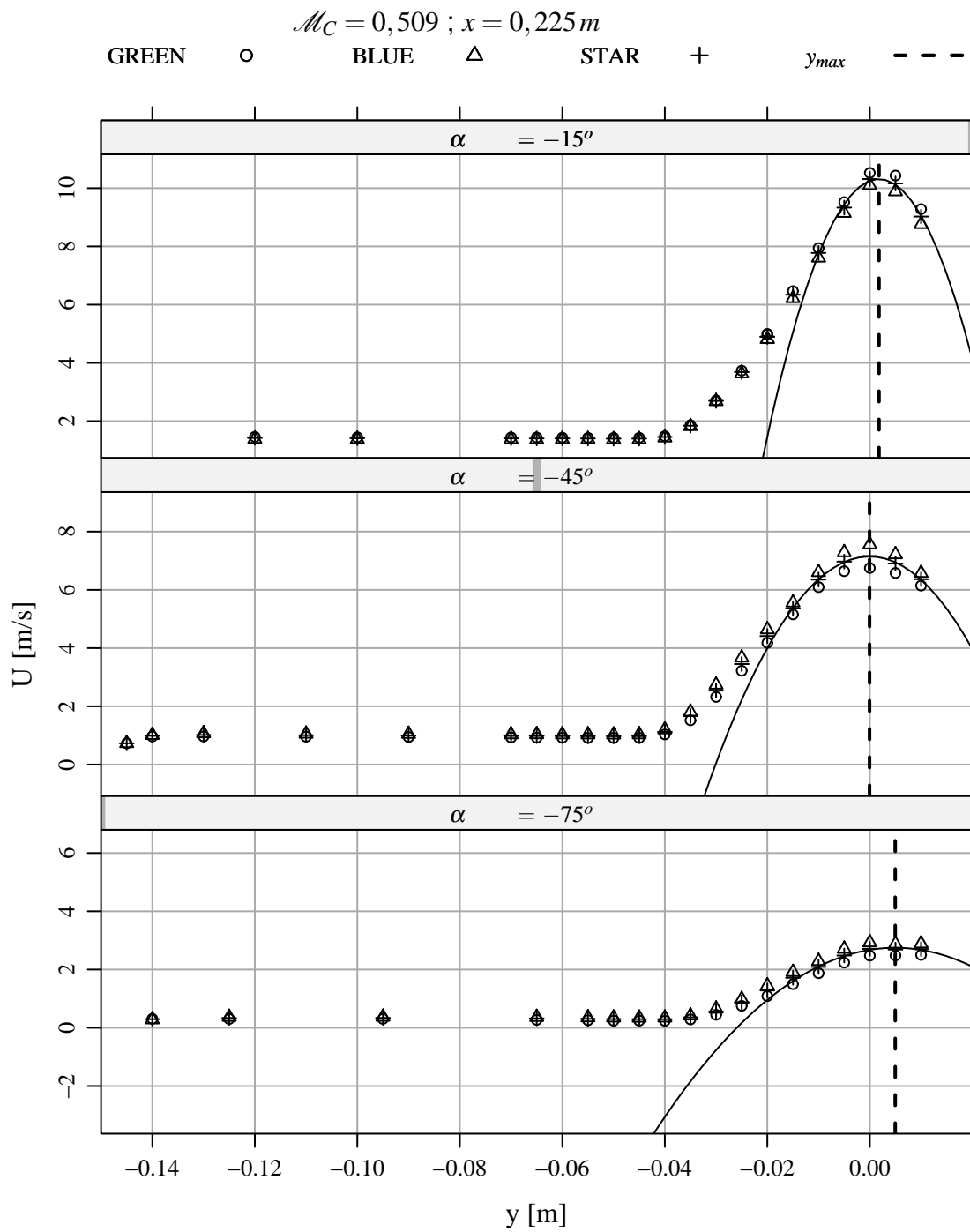


Figura C.15: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,225 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

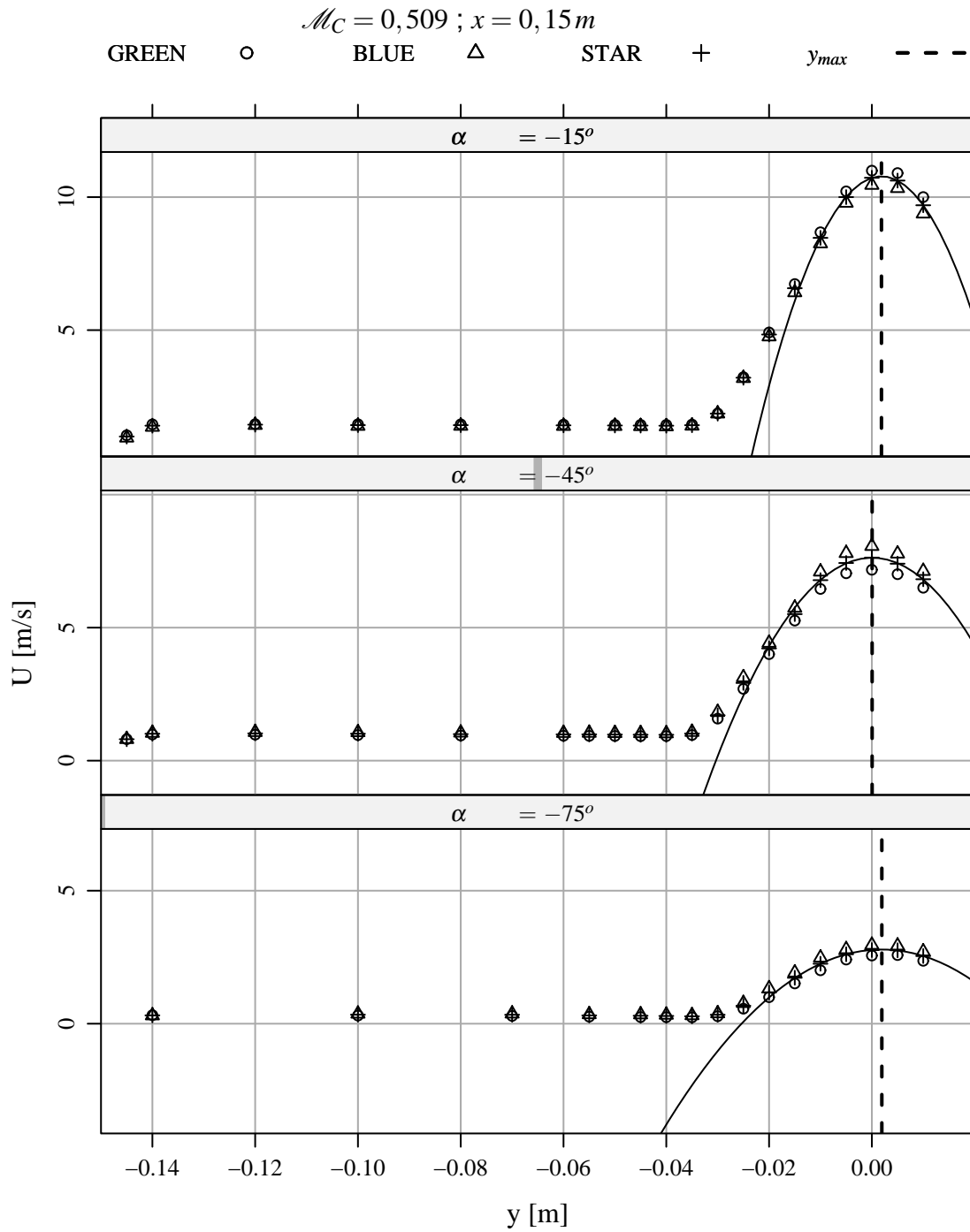


Figura C.16: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,15 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

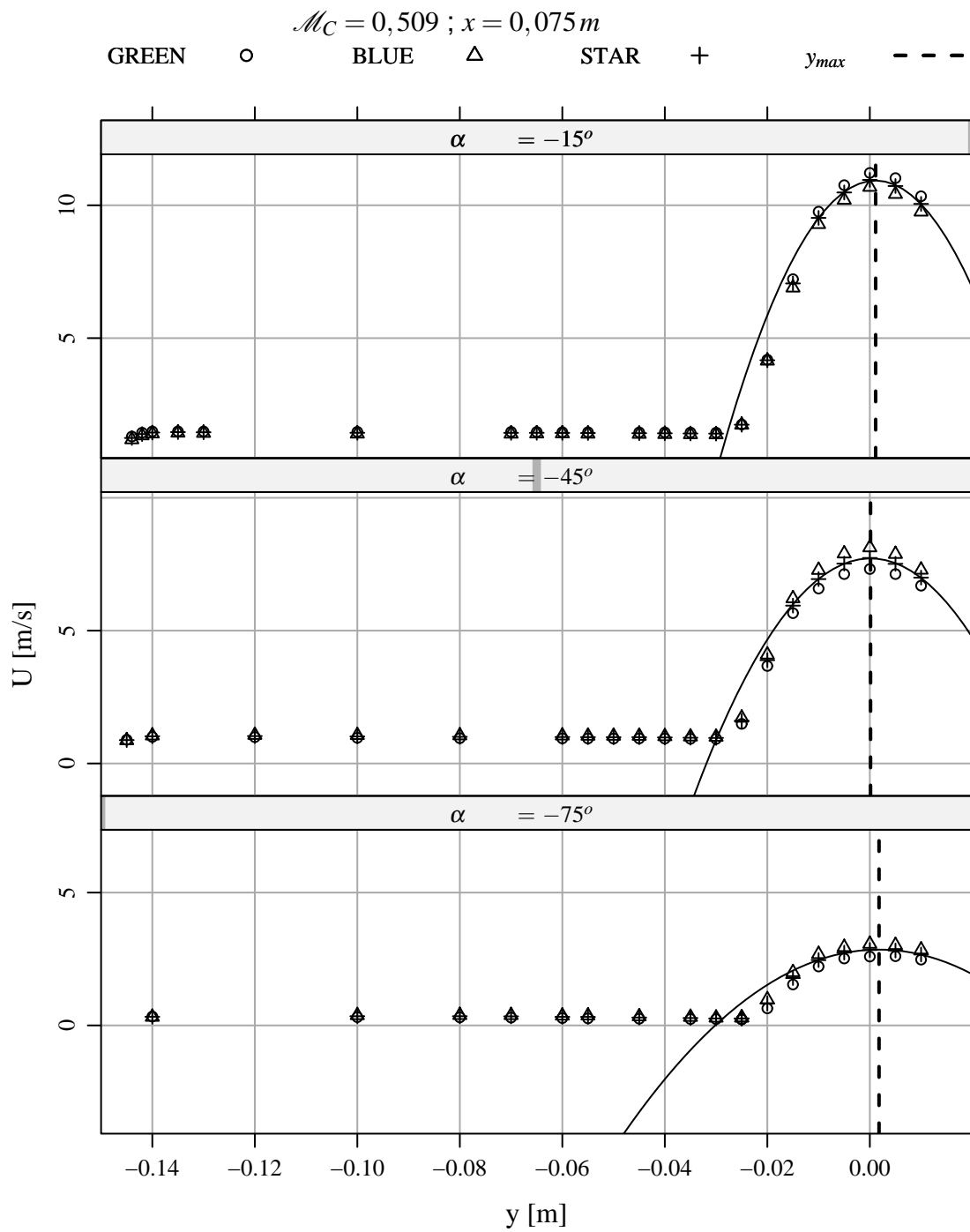


Figura C.17: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,075 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

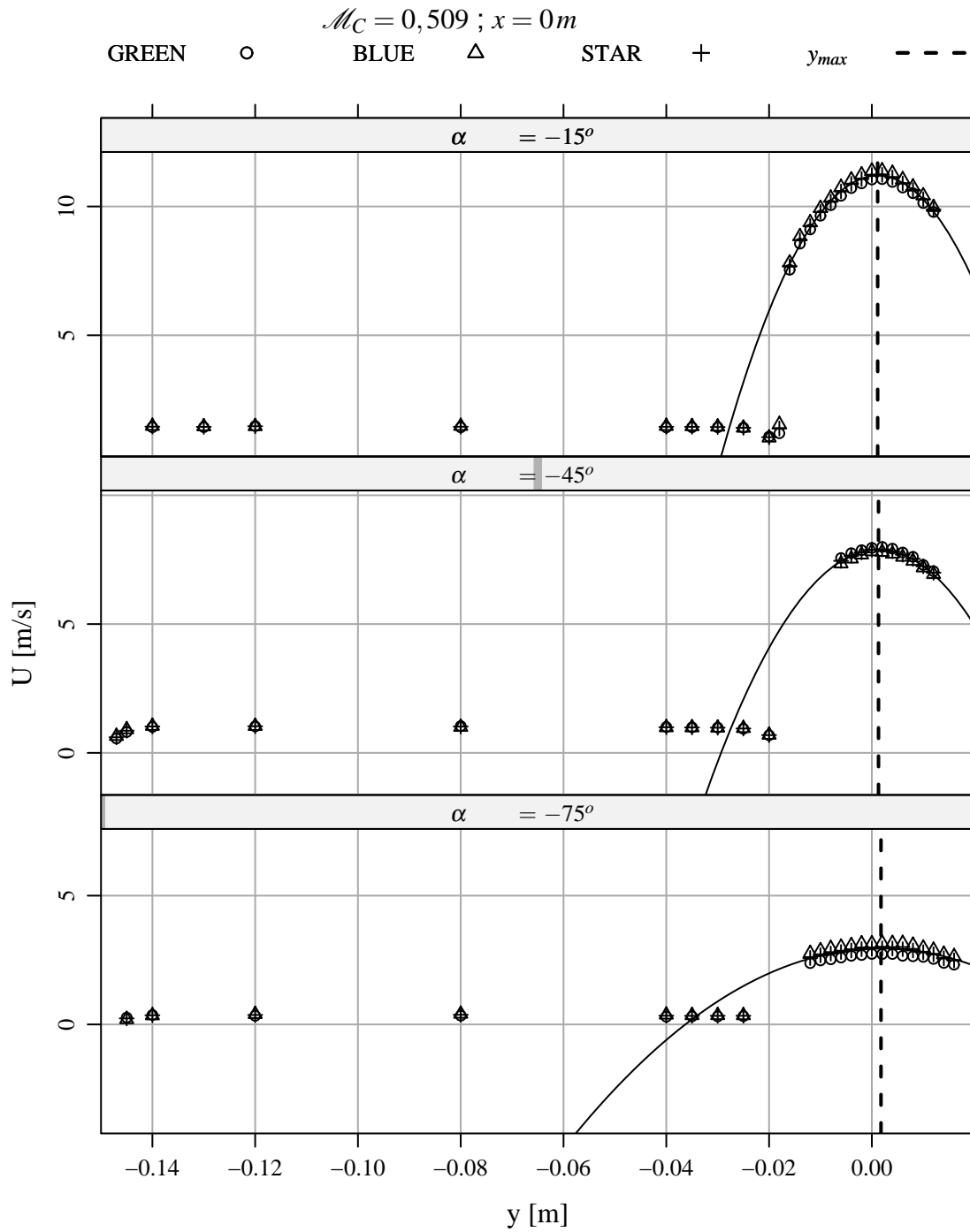


Figura C.18: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

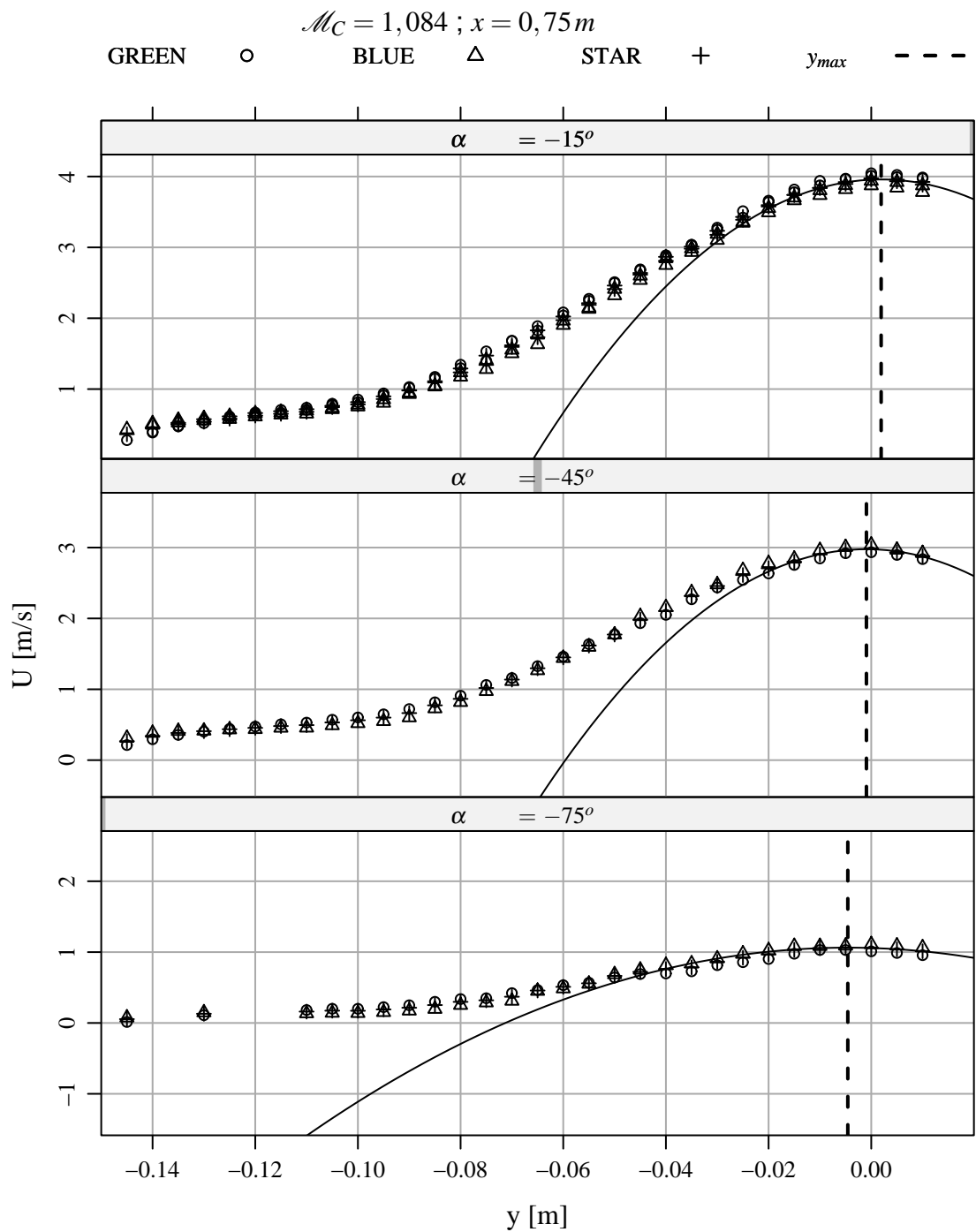
C.1.1.3 Caso $\mathcal{M}_C = 1,084$ 

Figura C.19: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

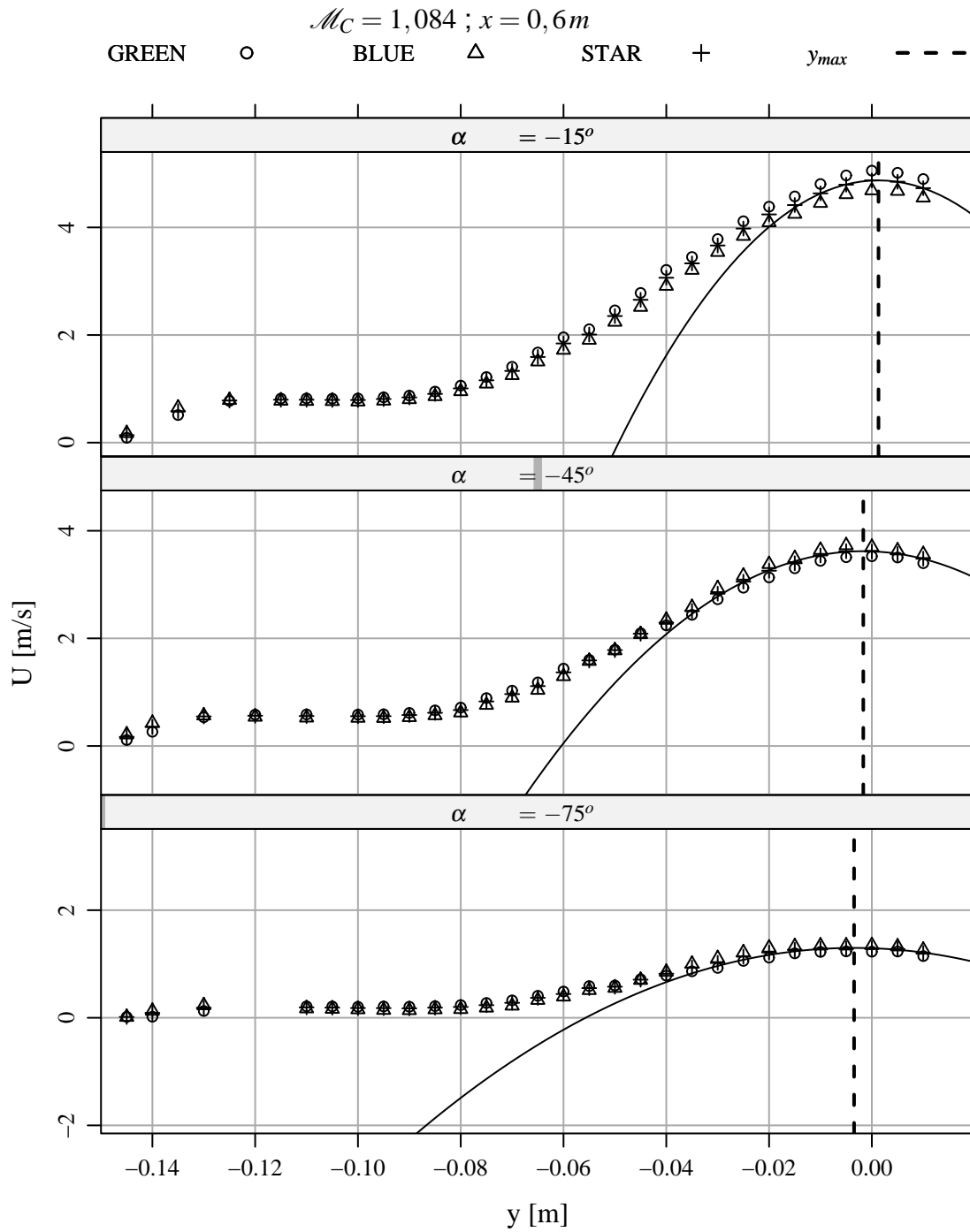


Figura C.20: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

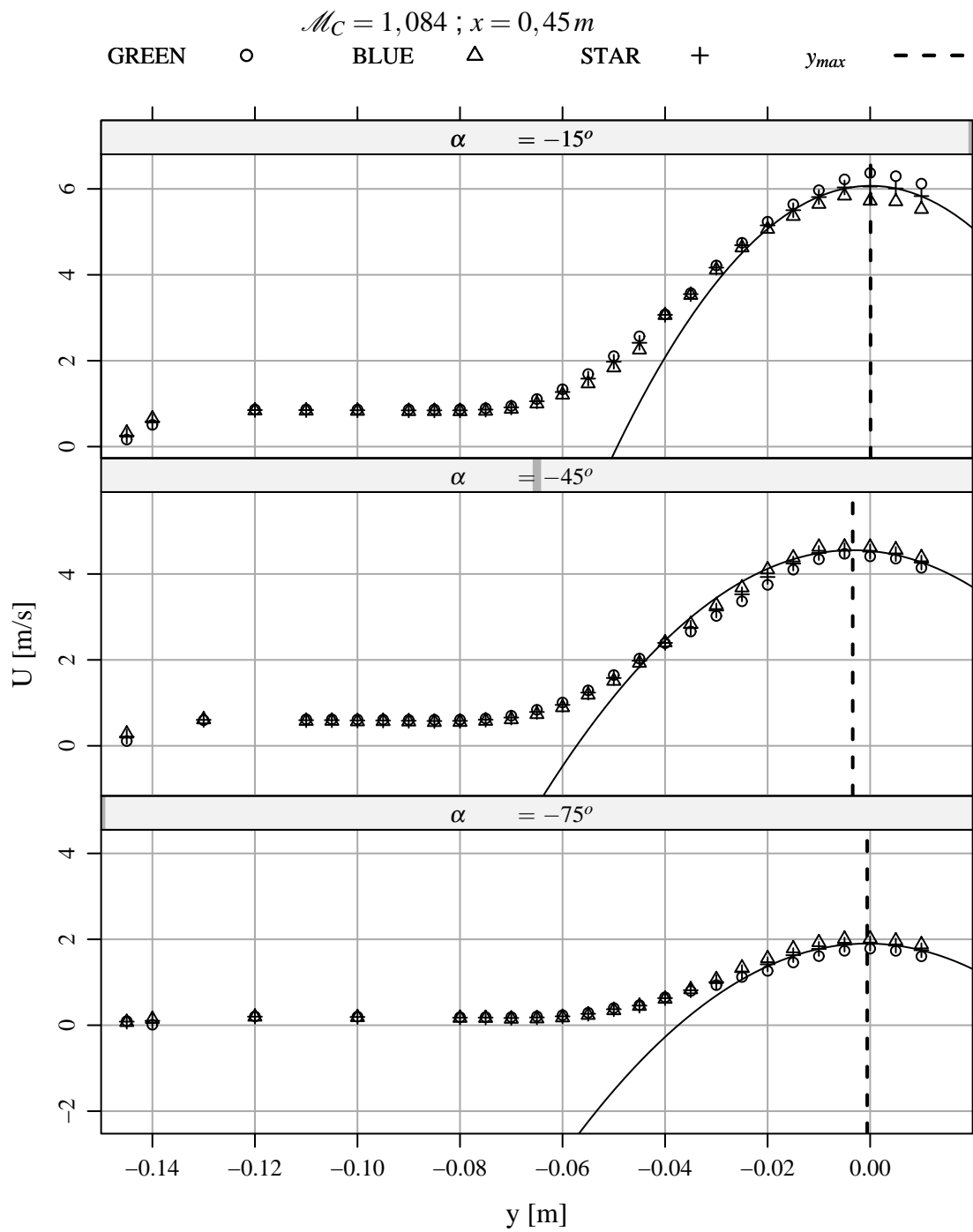


Figura C.21: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0, x = 0,45 m, \mathcal{M}_C = 1,084$.

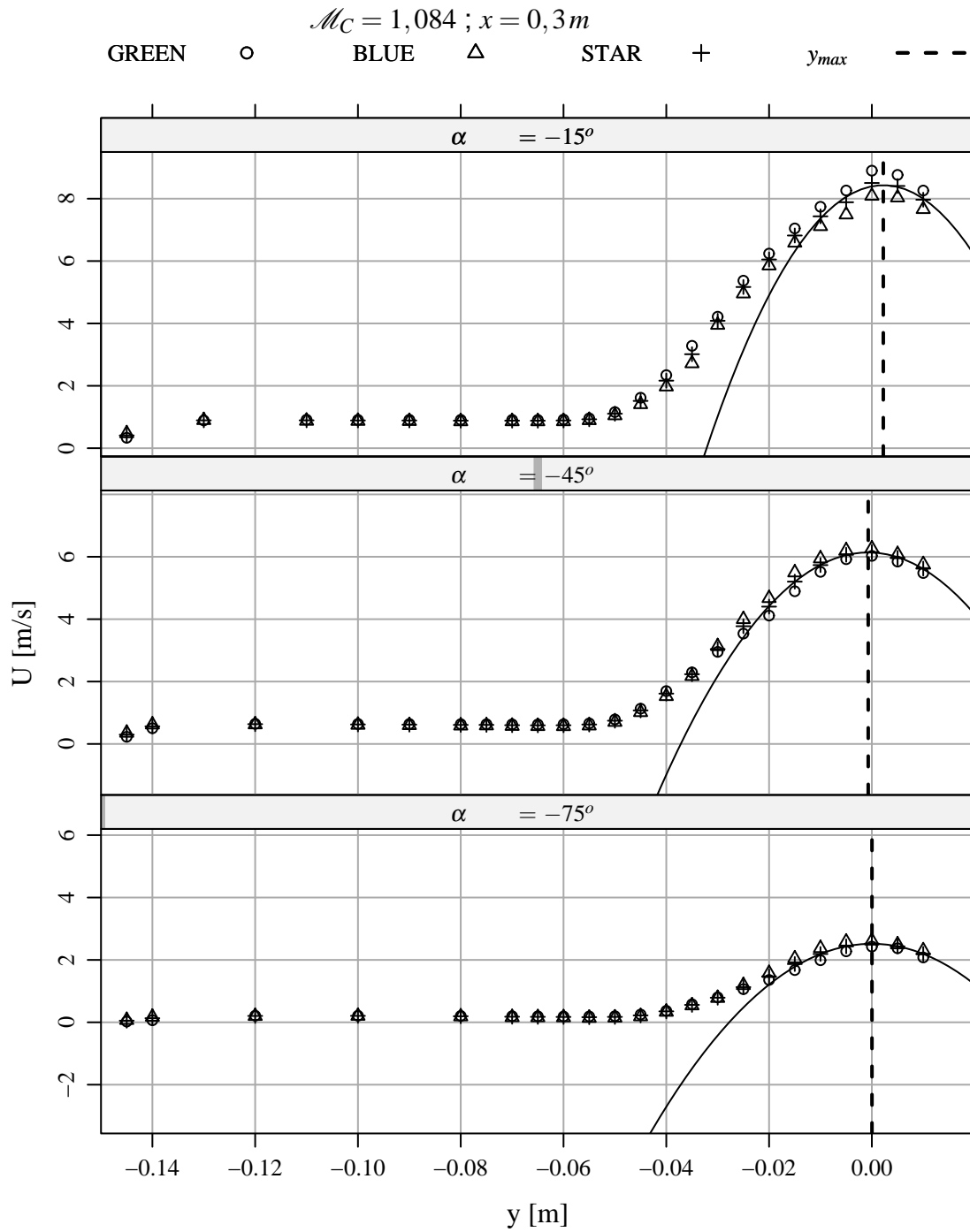


Figura C.22: Velocidades médias nas direções α sem correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

C.1.2 Direções α com correção da posição $y = 0$

C.1.2.1 Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$

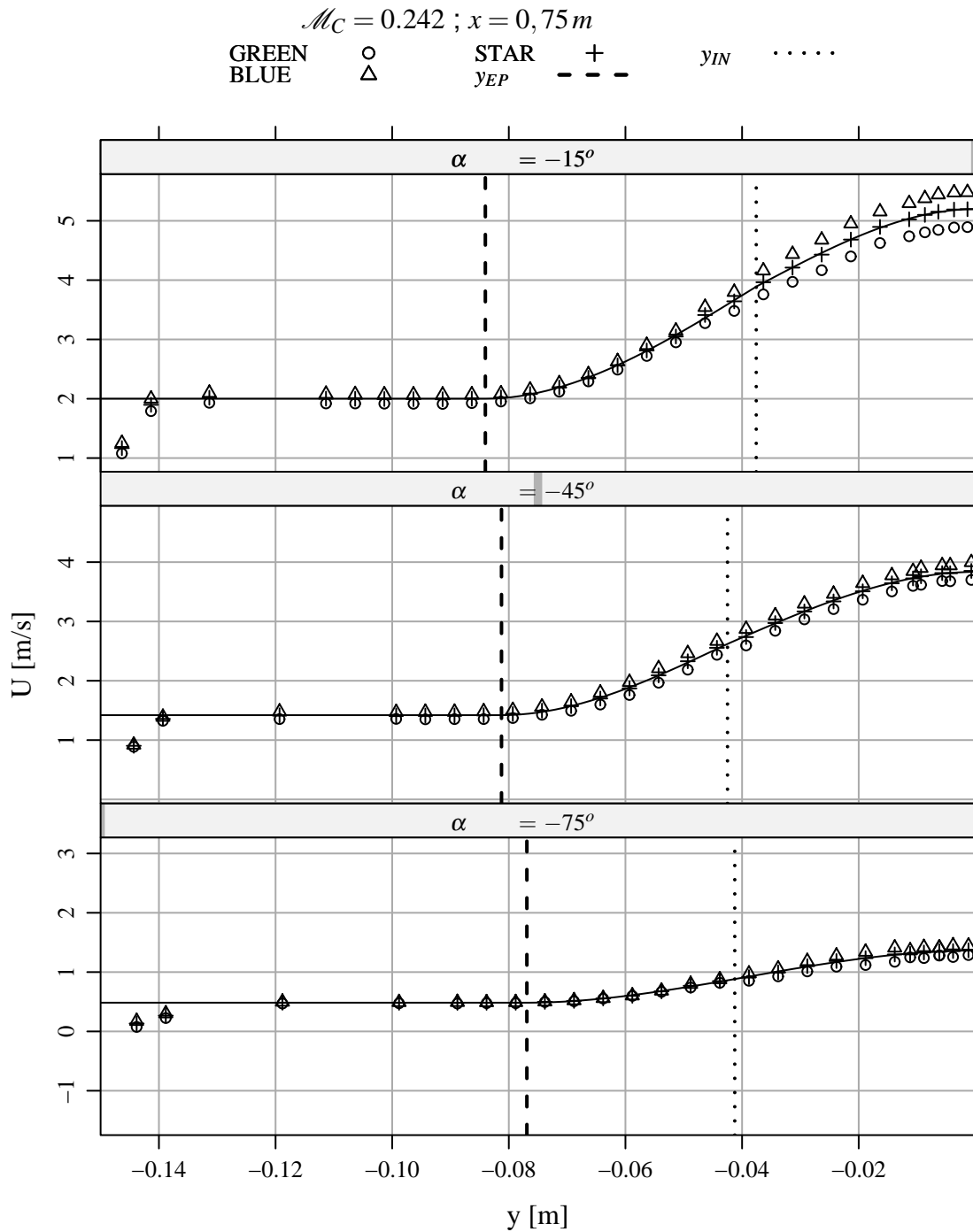


Figura C.23: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_c = 0,242$.

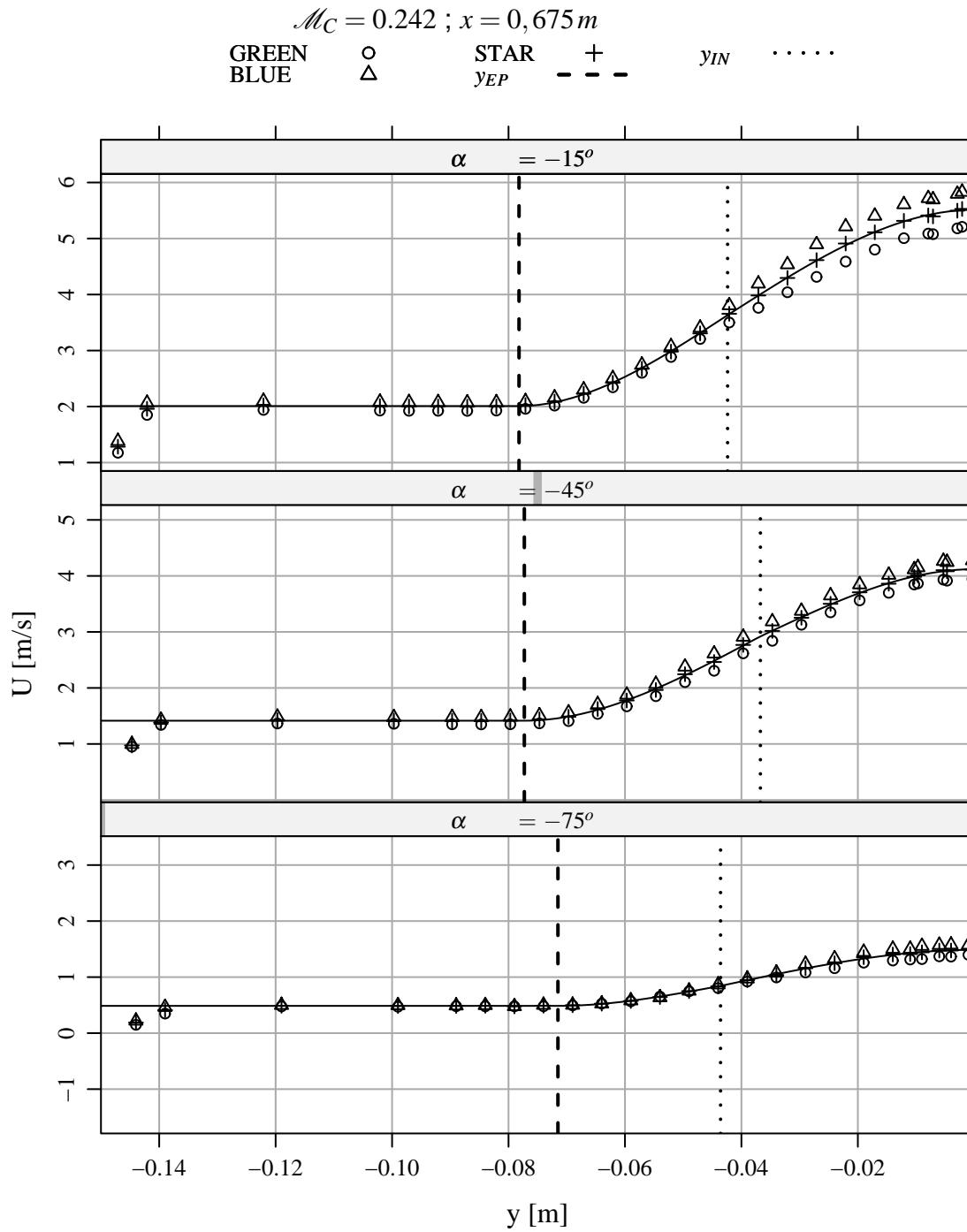


Figura C.24: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,675 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

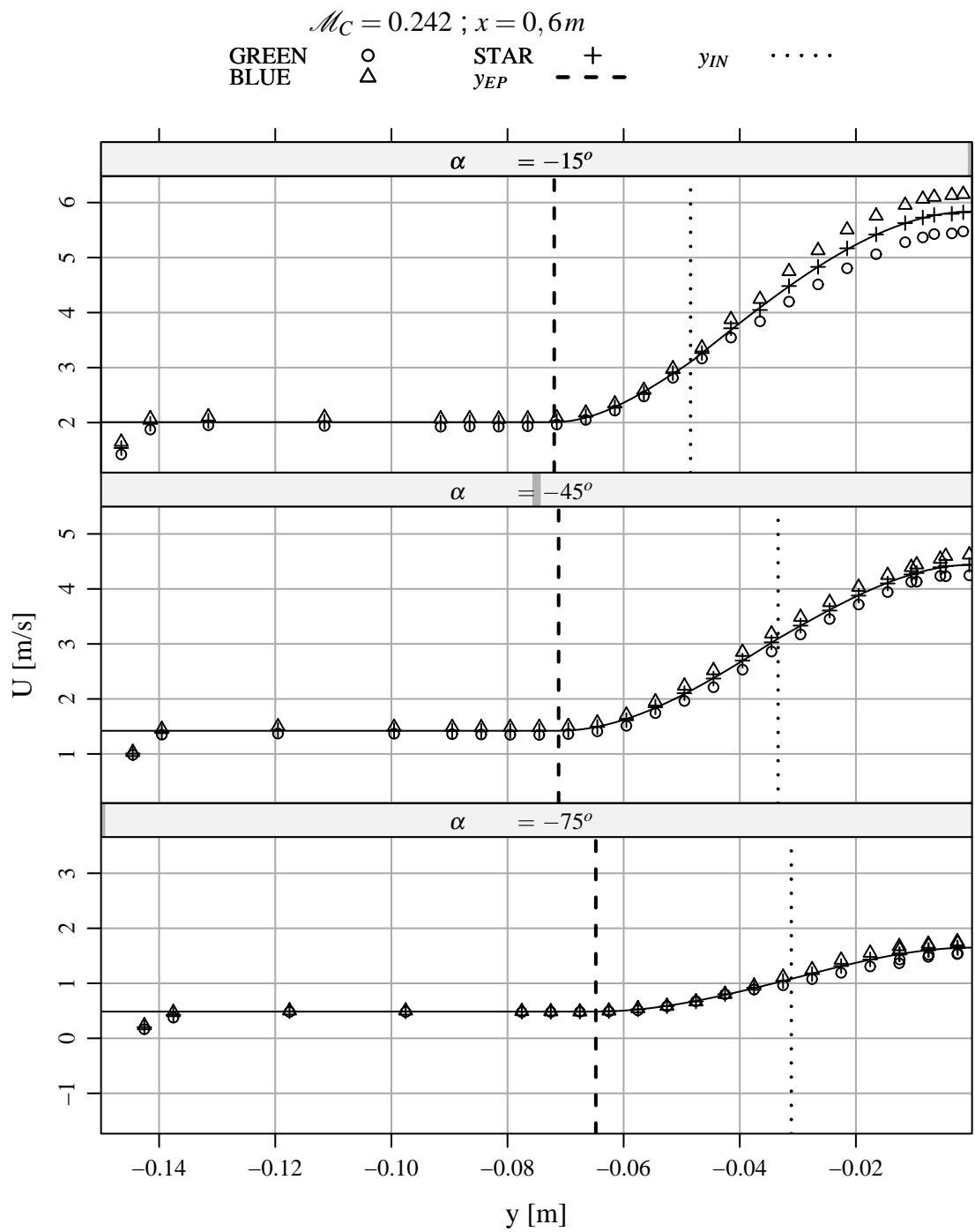


Figura C.25: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

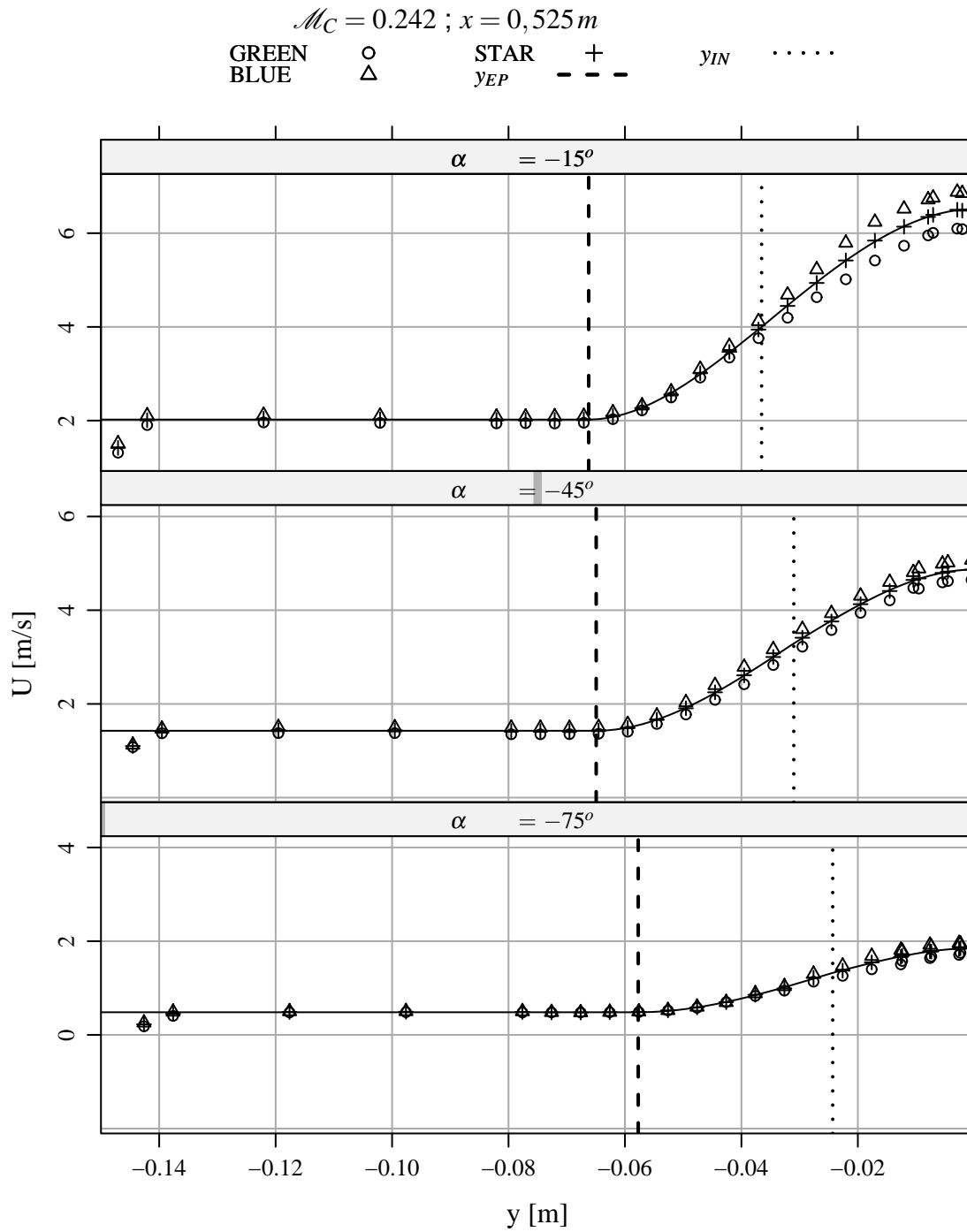


Figura C.26: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

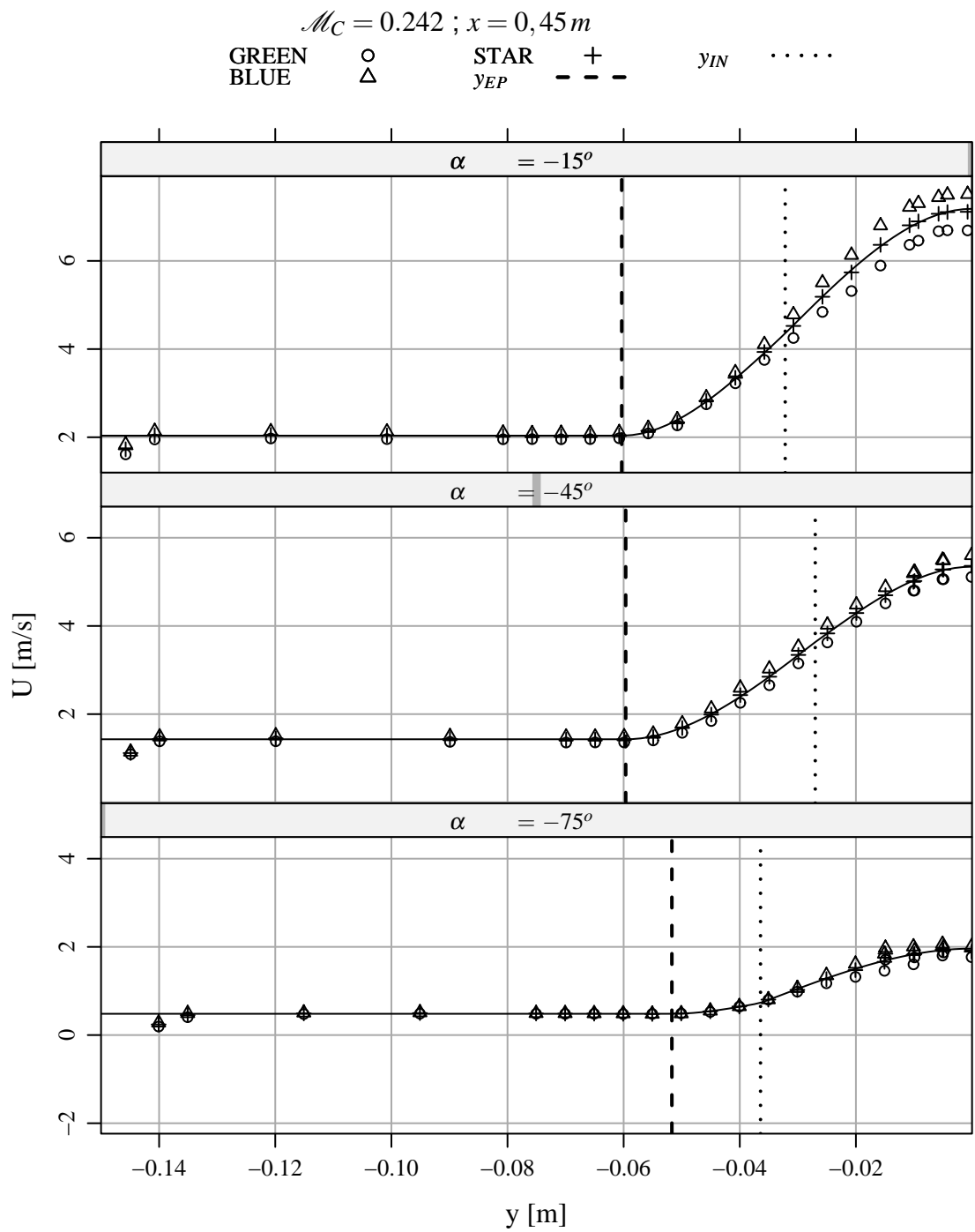


Figura C.27: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,45 m, \mathcal{M}_C = 0,242$.

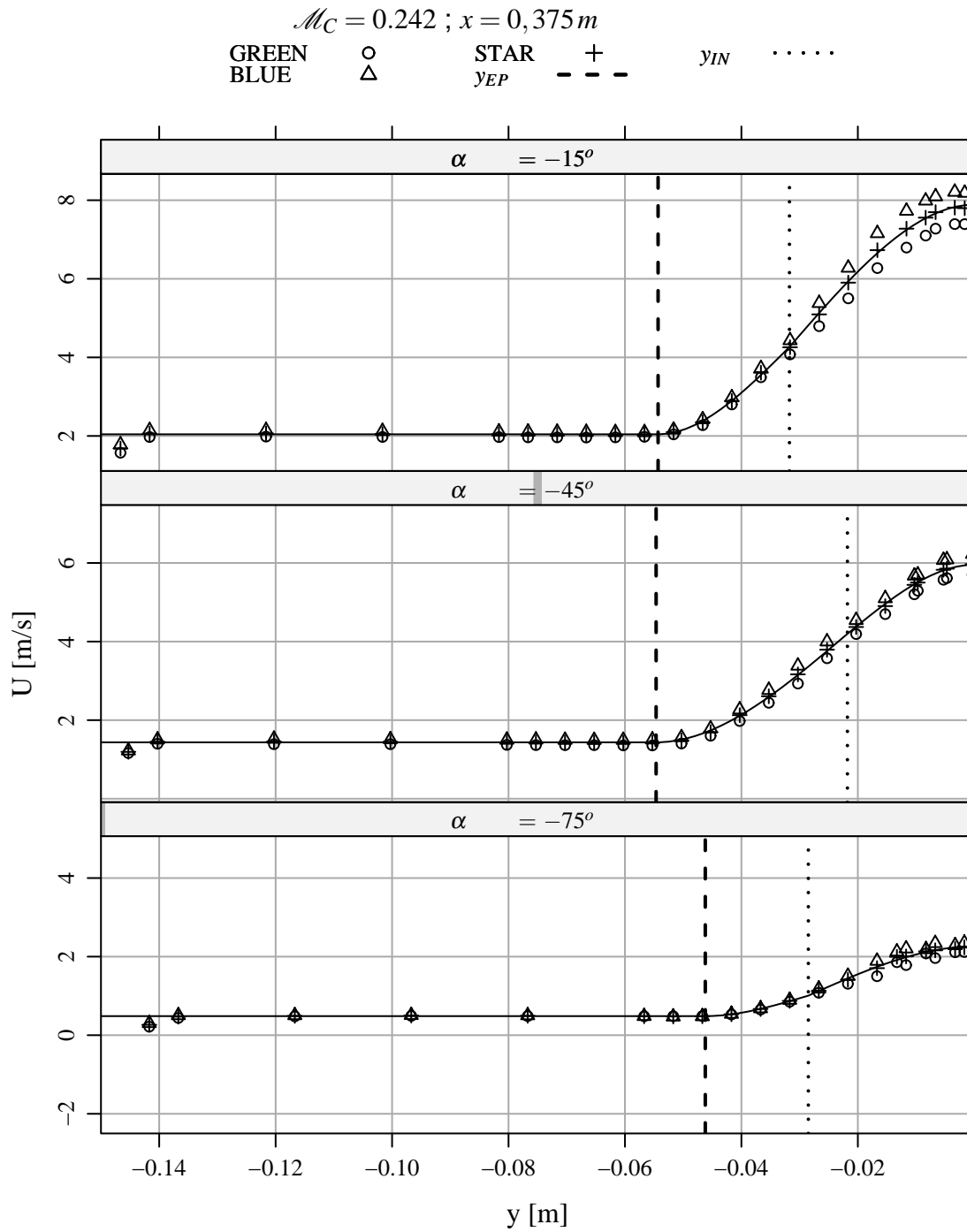


Figura C.28: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,375 m, \mathcal{M}_C = 0,242$.

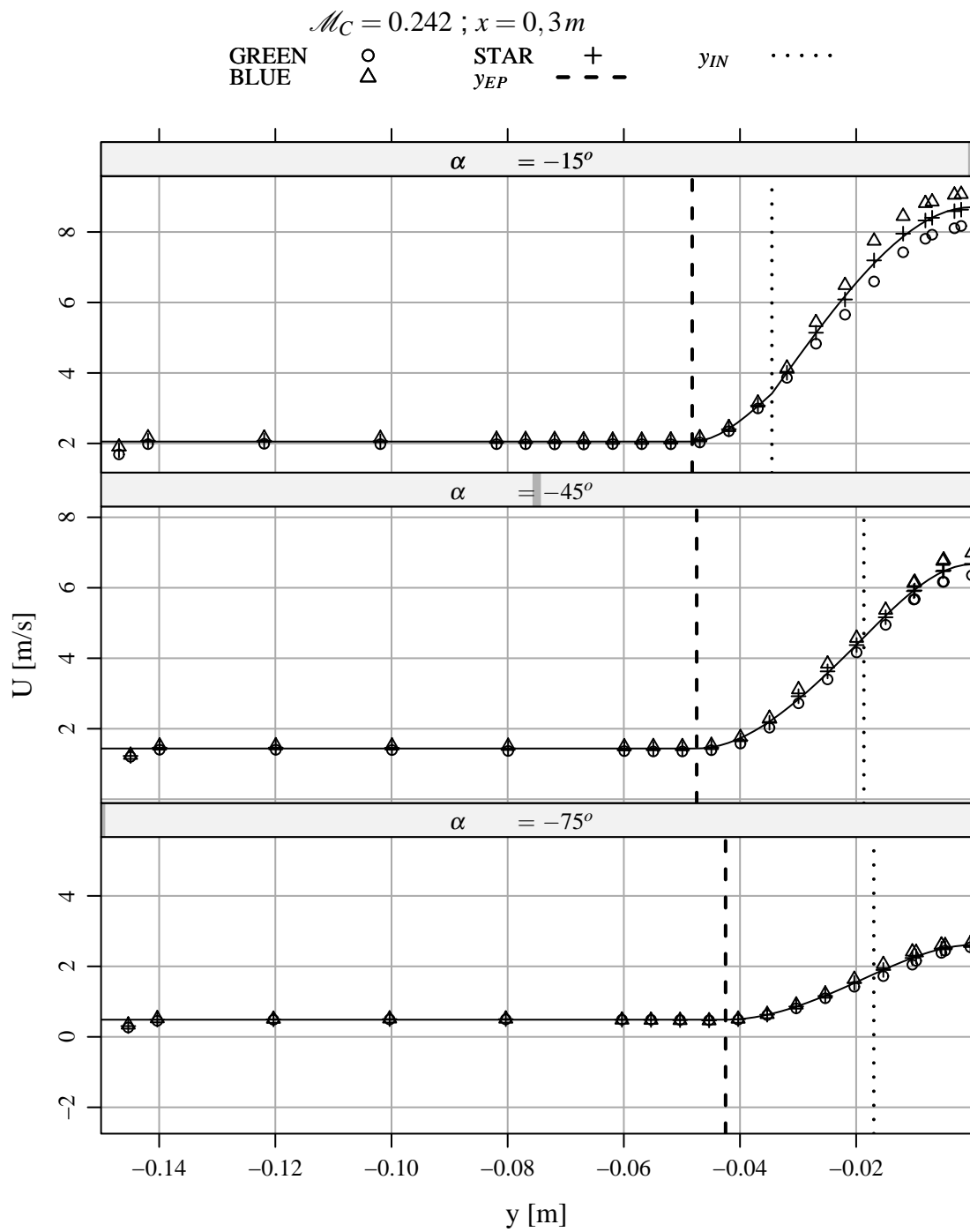


Figura C.29: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,3 m, \mathcal{M}_C = 0,242$.

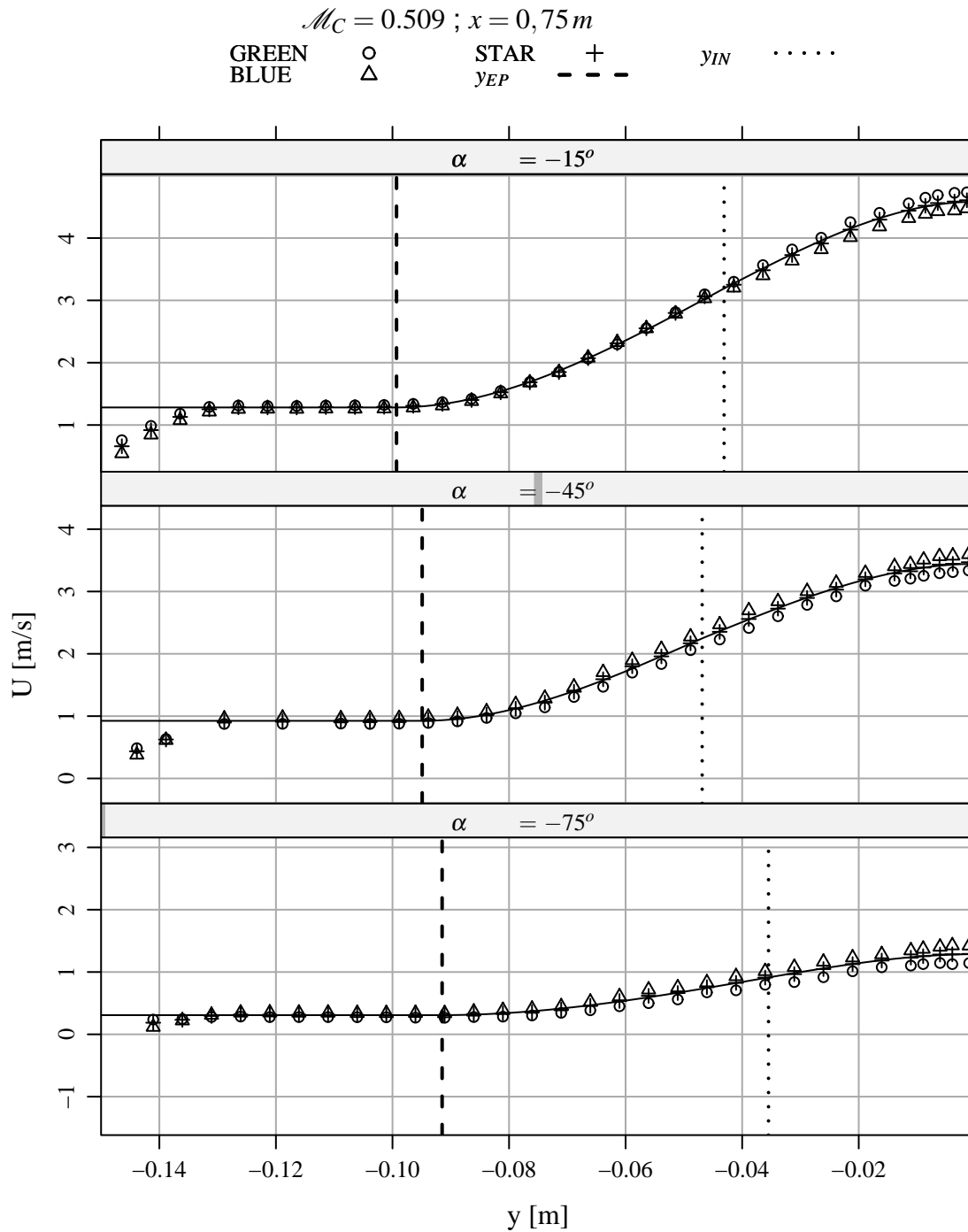
C.1.2.2 Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$ 

Figura C.30: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

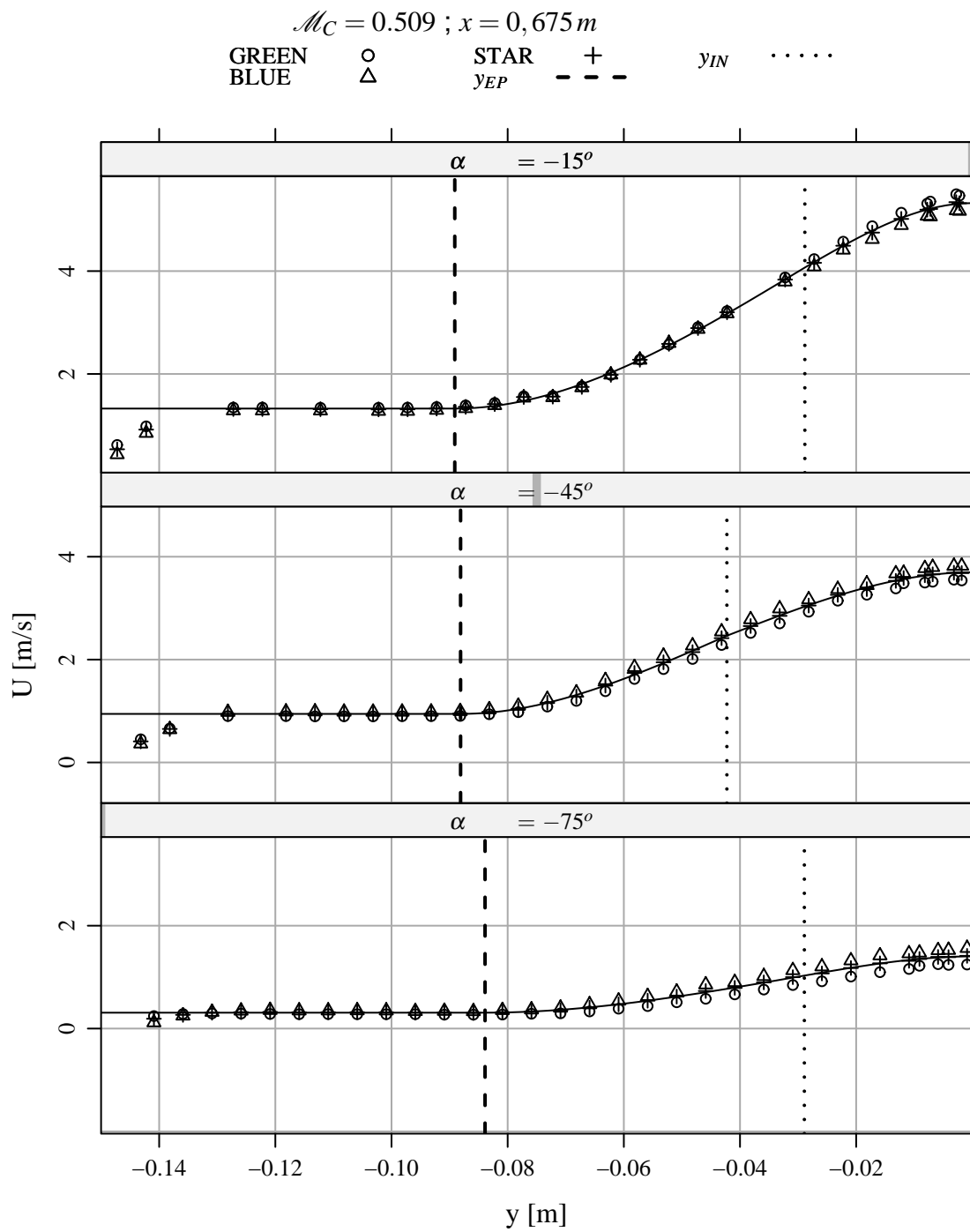


Figura C.31: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,675 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

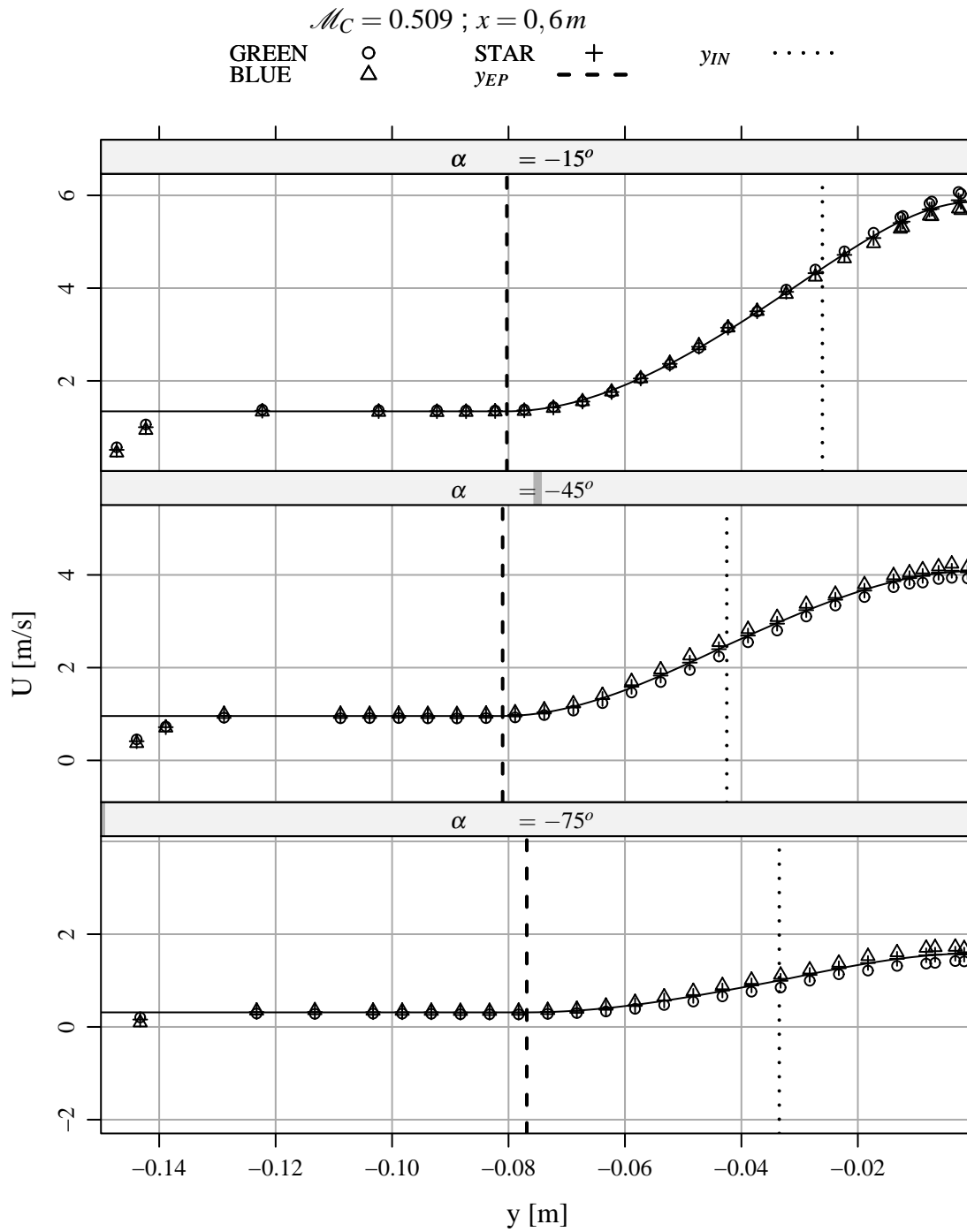


Figura C.32: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

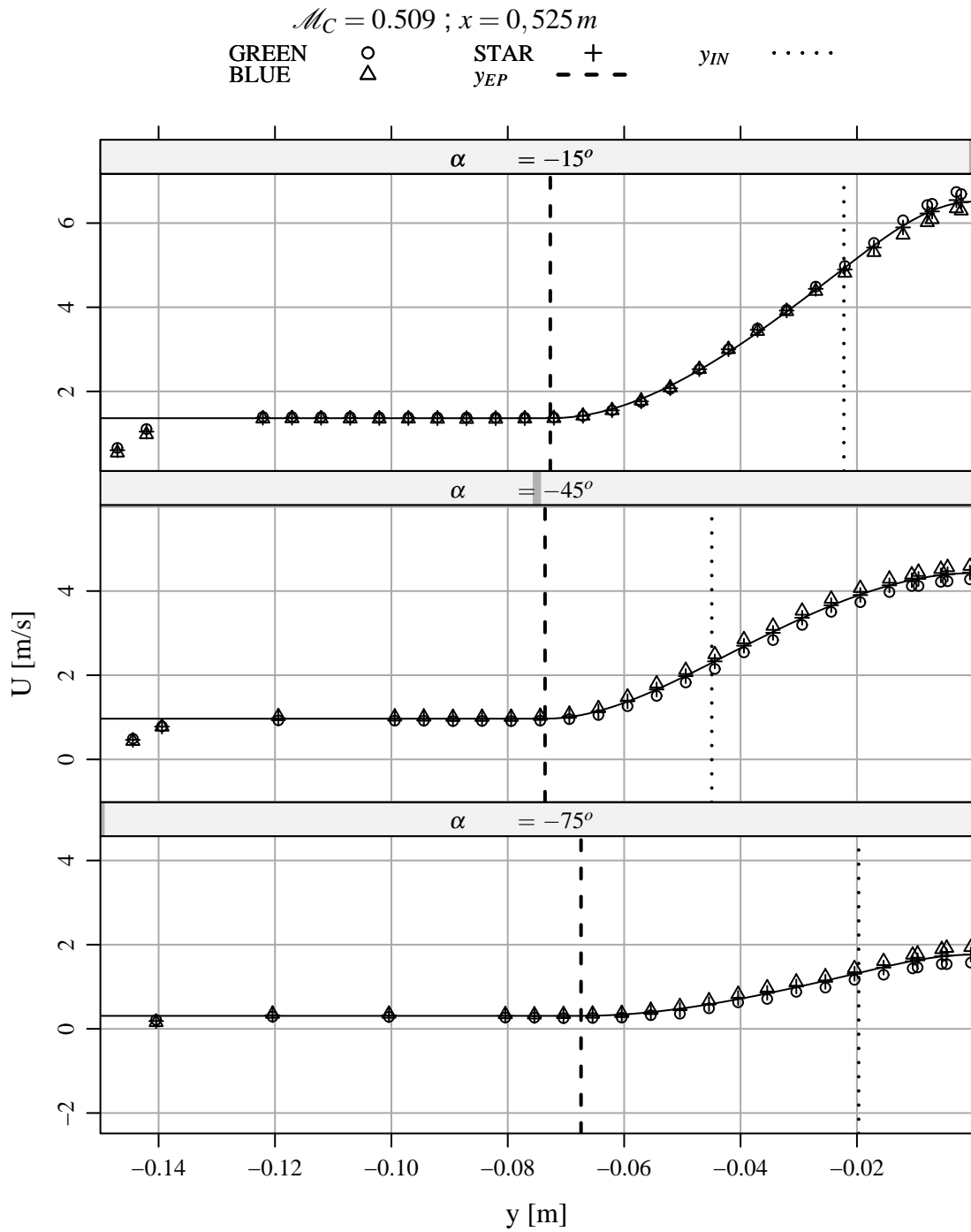


Figura C.33: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,525 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

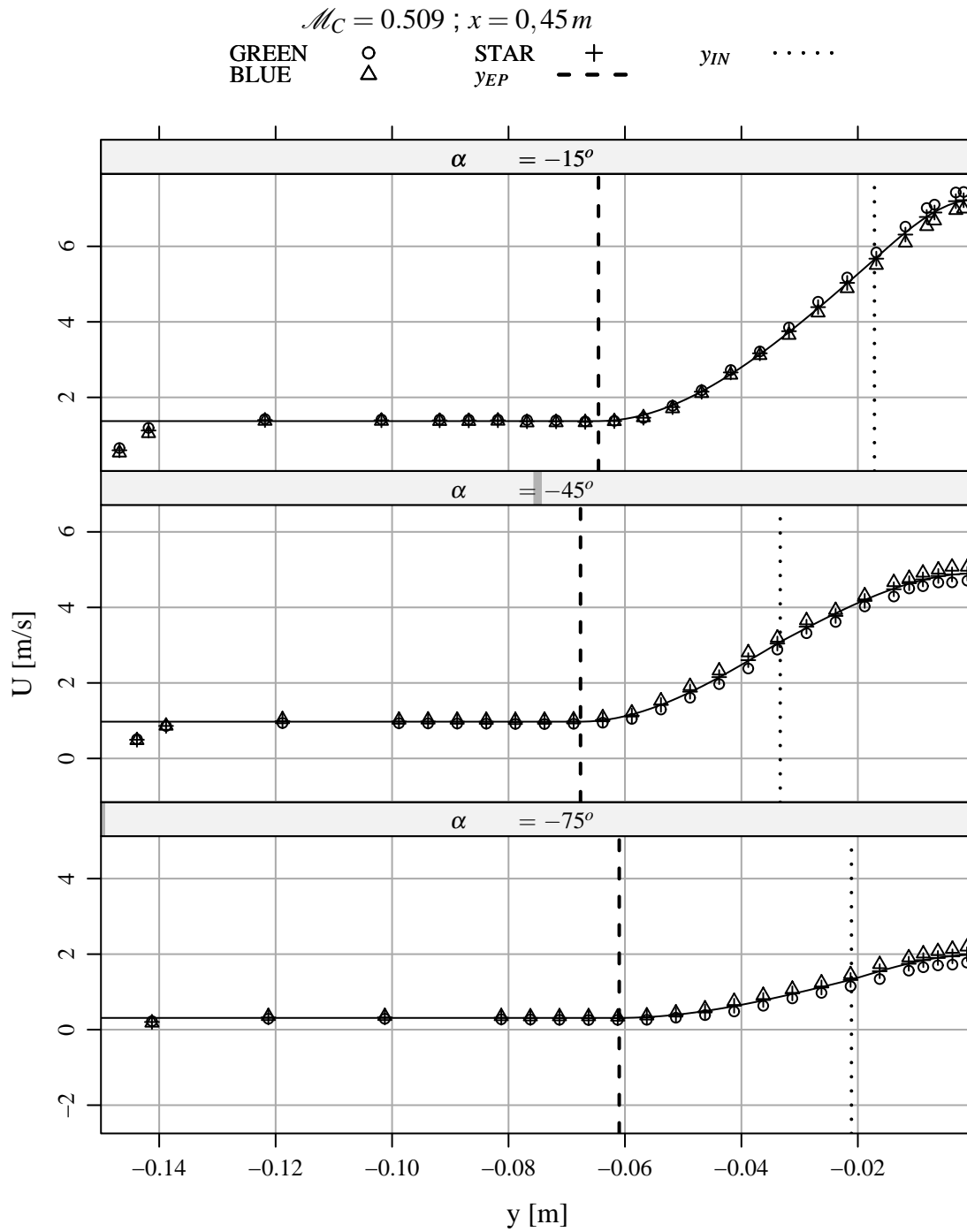


Figura C.34: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,45 \text{ m}$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

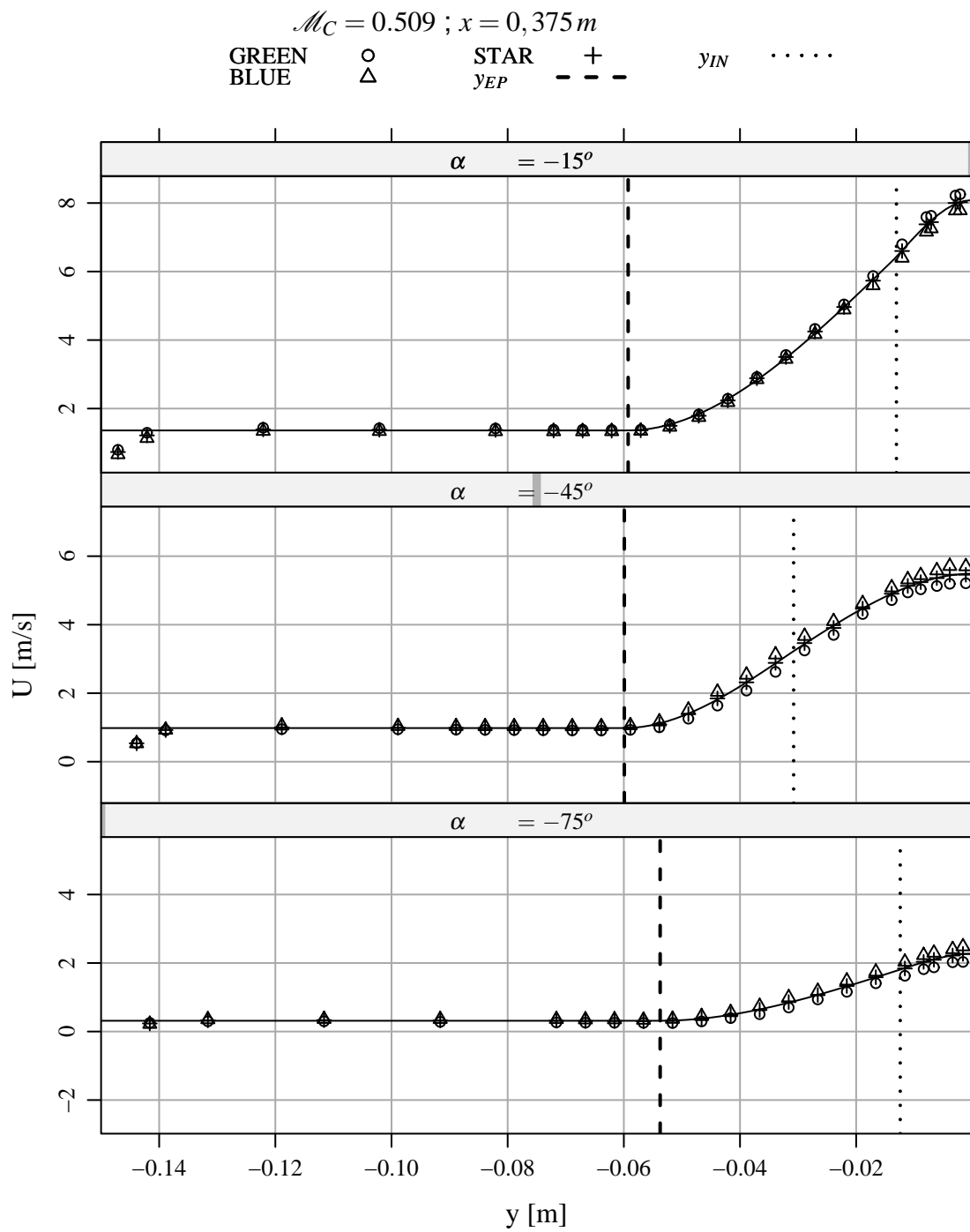


Figura C.35: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,375 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

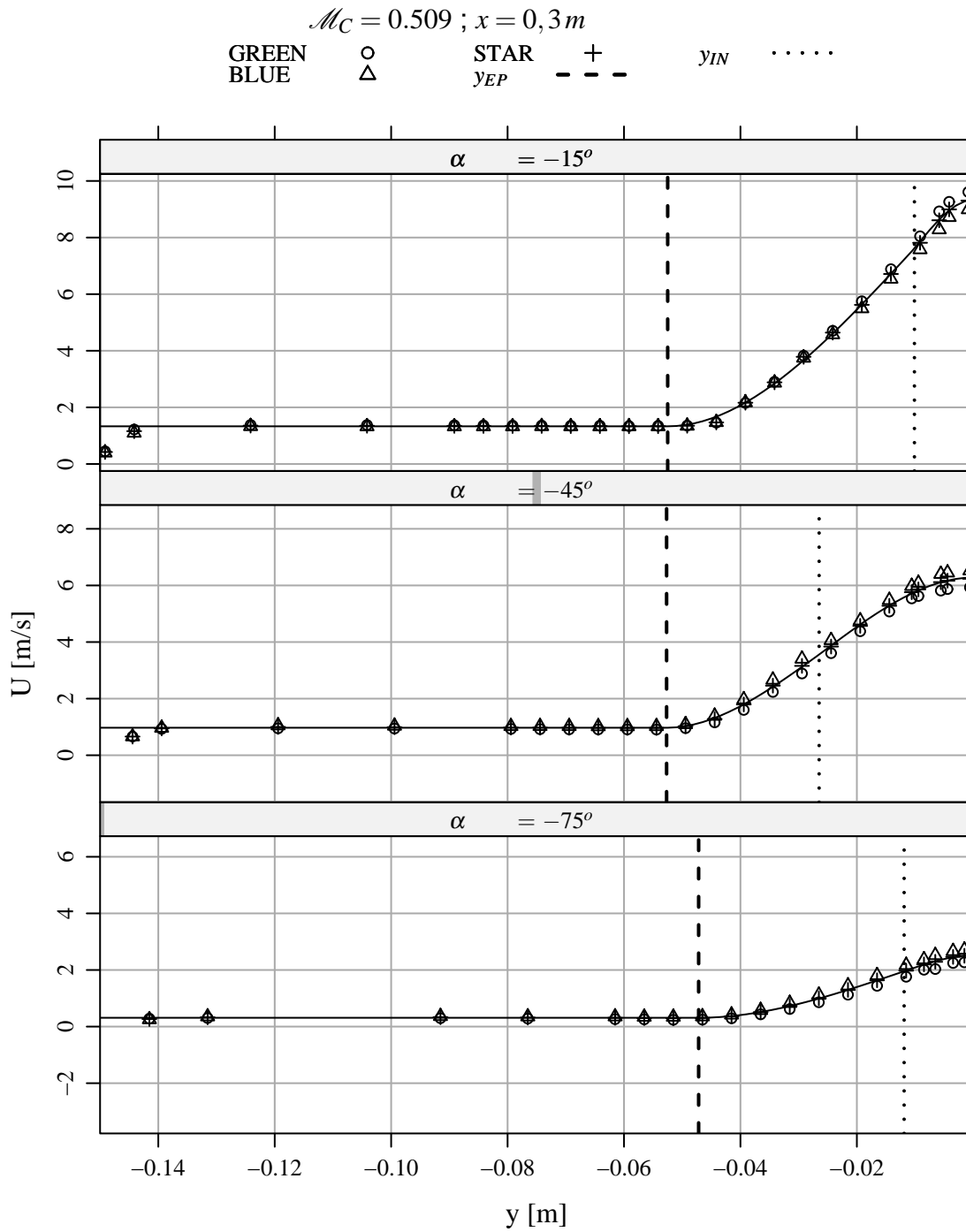


Figura C.36: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,3 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

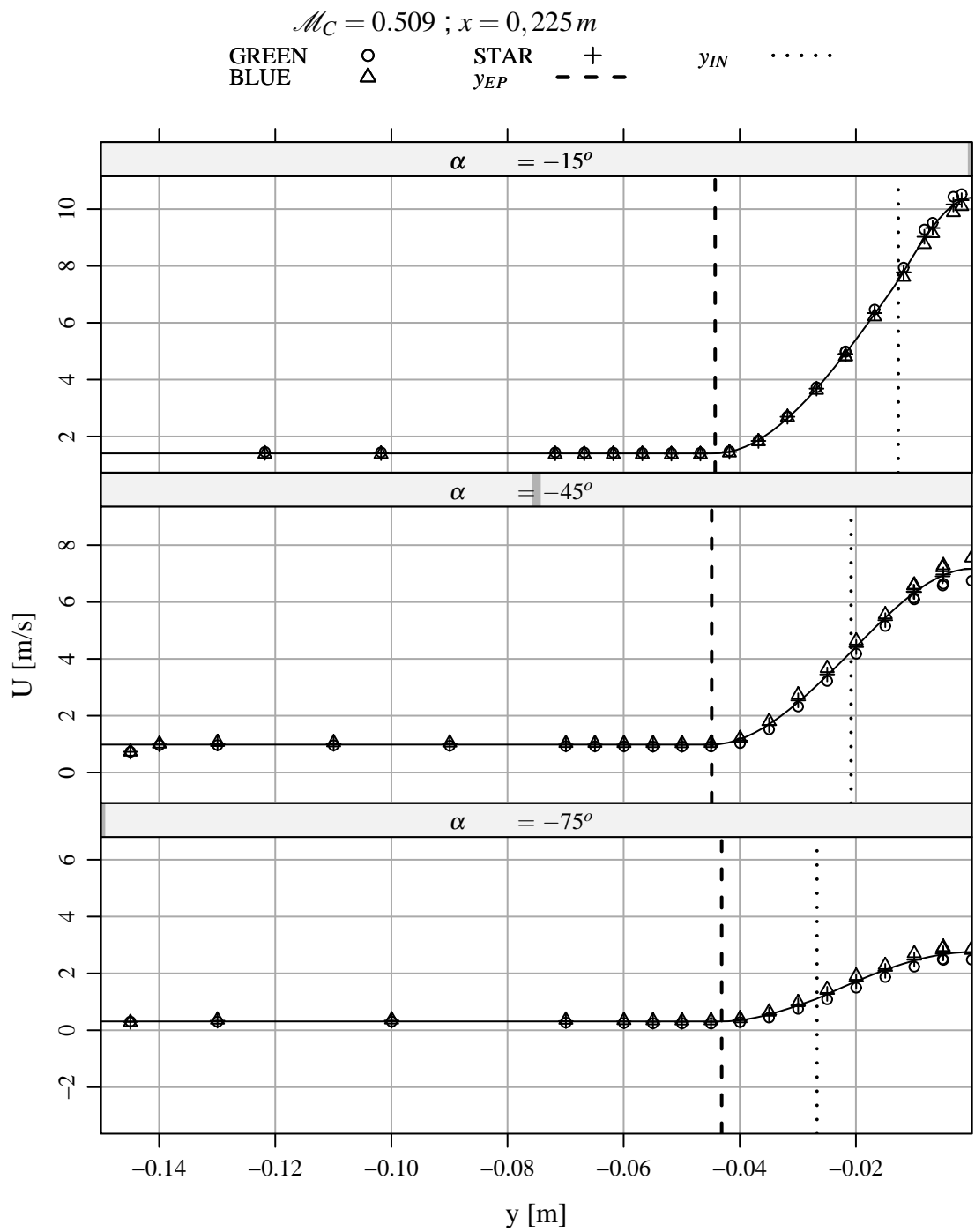


Figura C.37: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,225 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

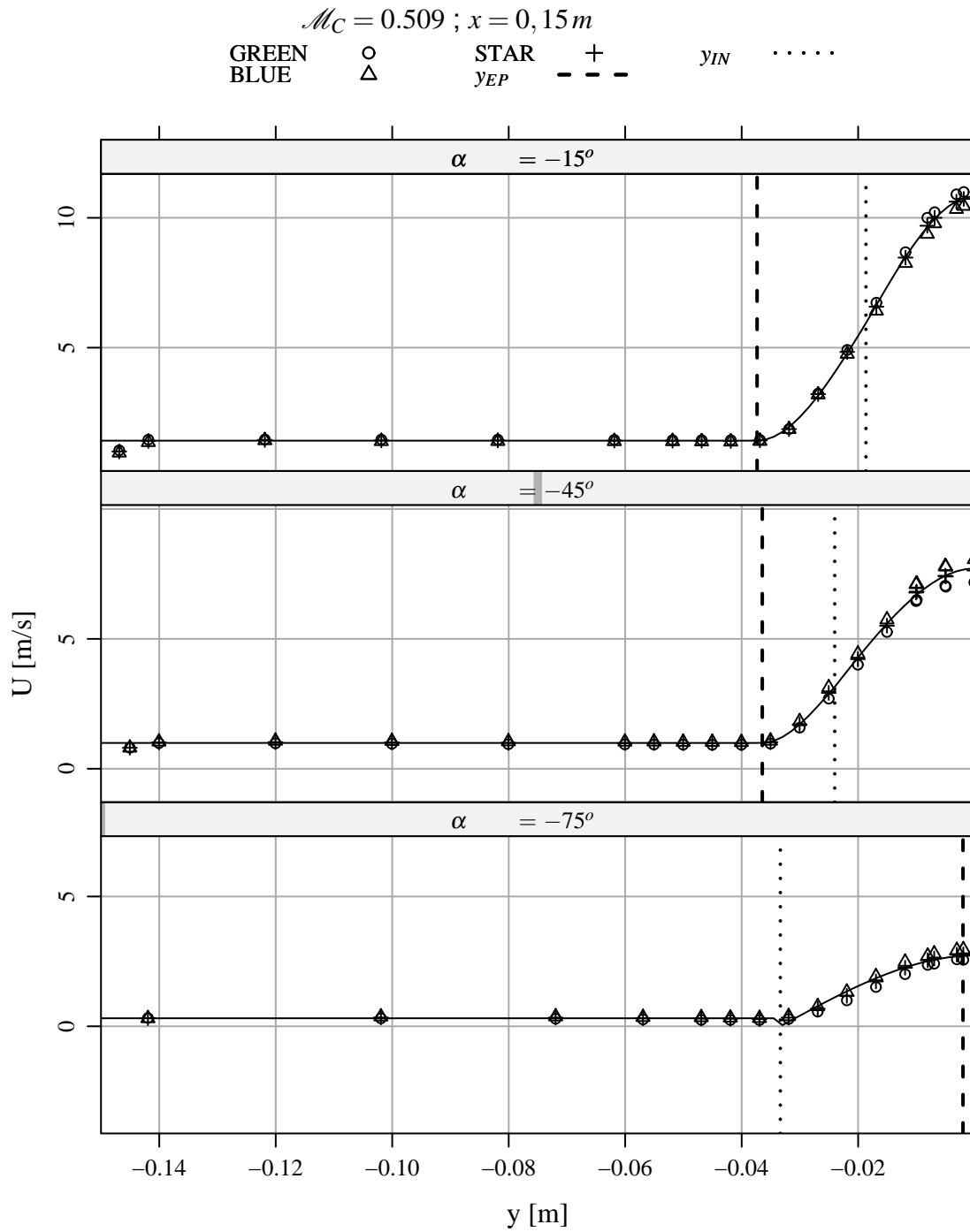


Figura C.38: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,15 \text{ m}$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

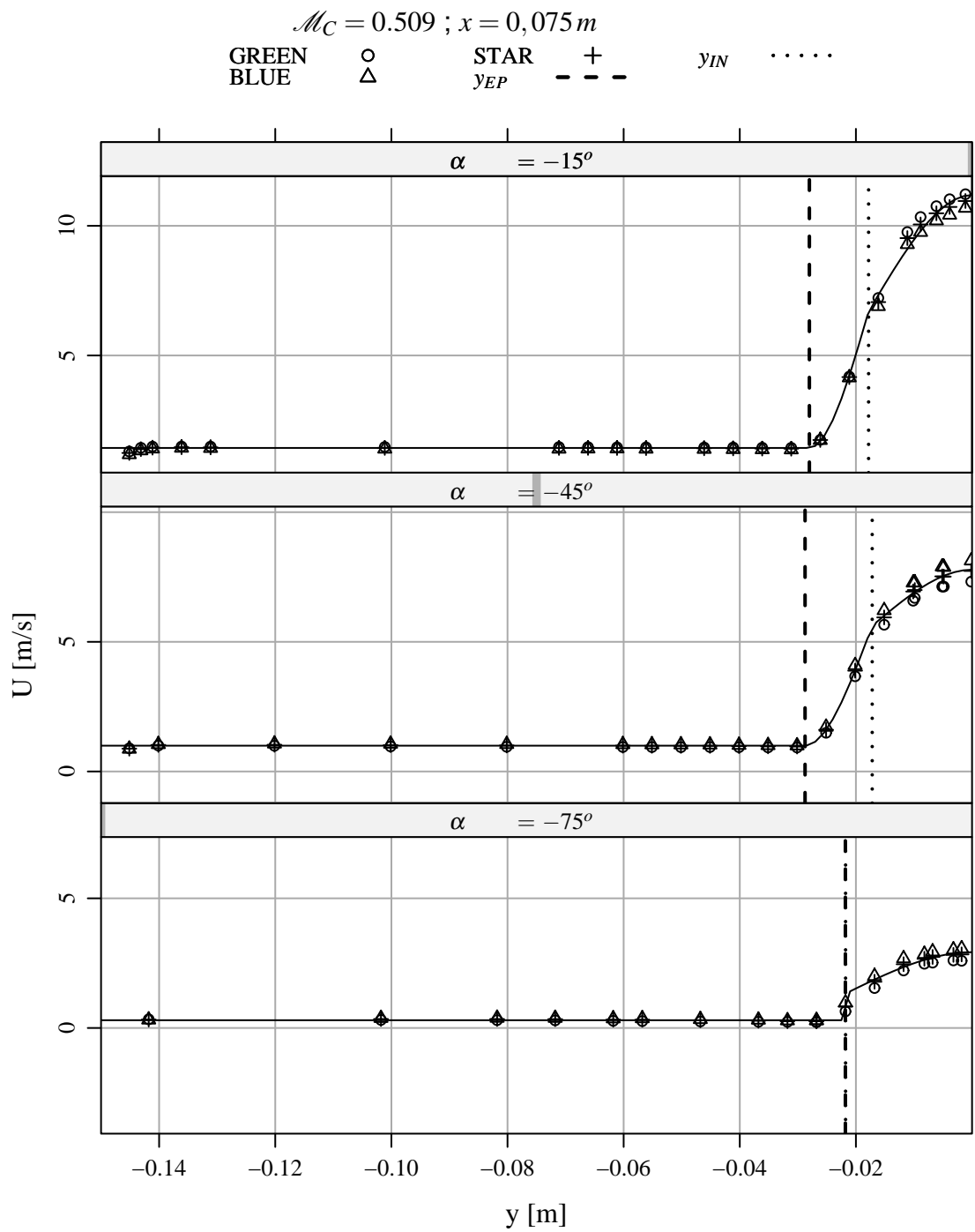


Figura C.39: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0, x = 0,075 m, \mathcal{M}_C = 0,509$.

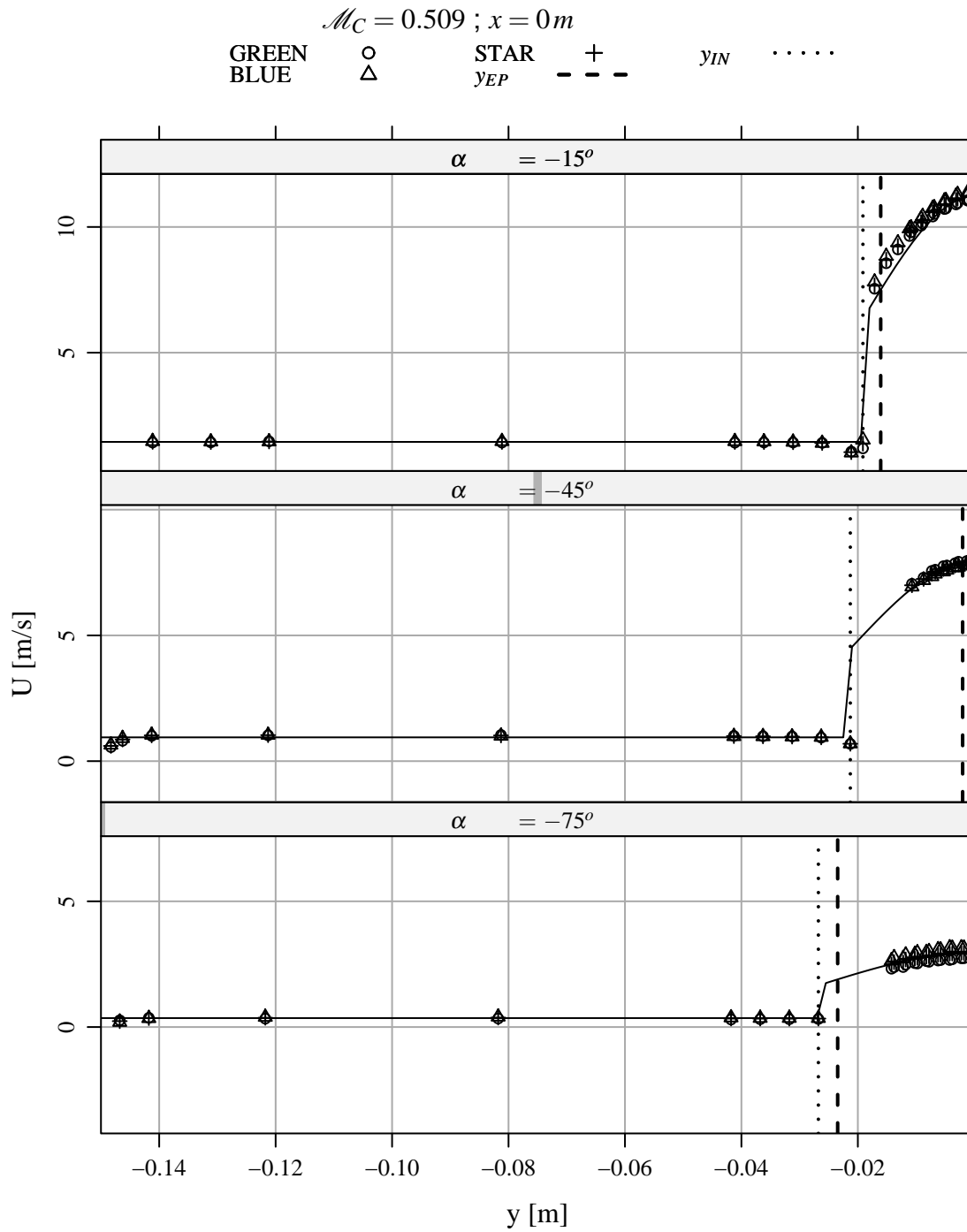


Figura C.40: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

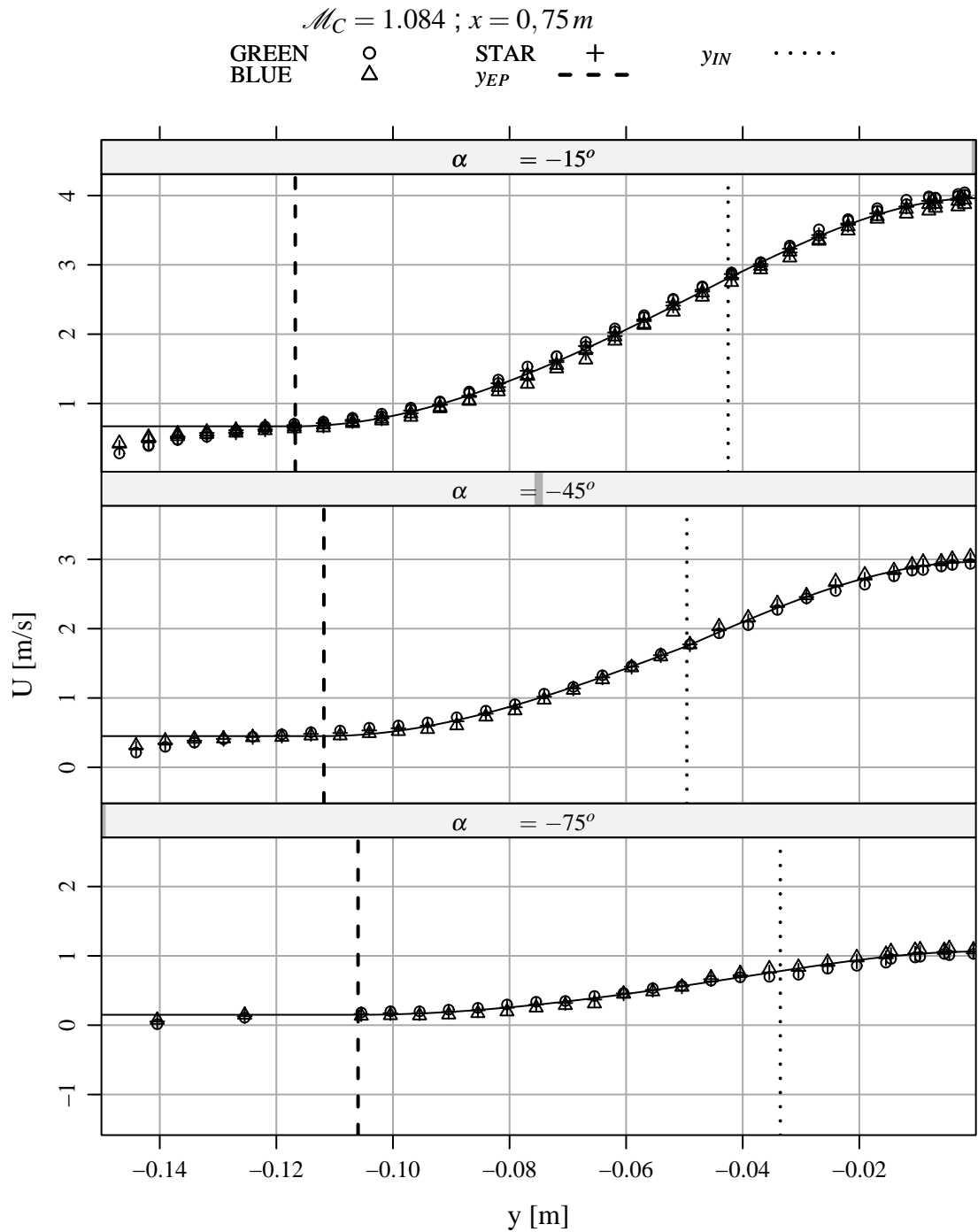
C.1.2.3 Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$ 

Figura C.41: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_c = 1,084$.

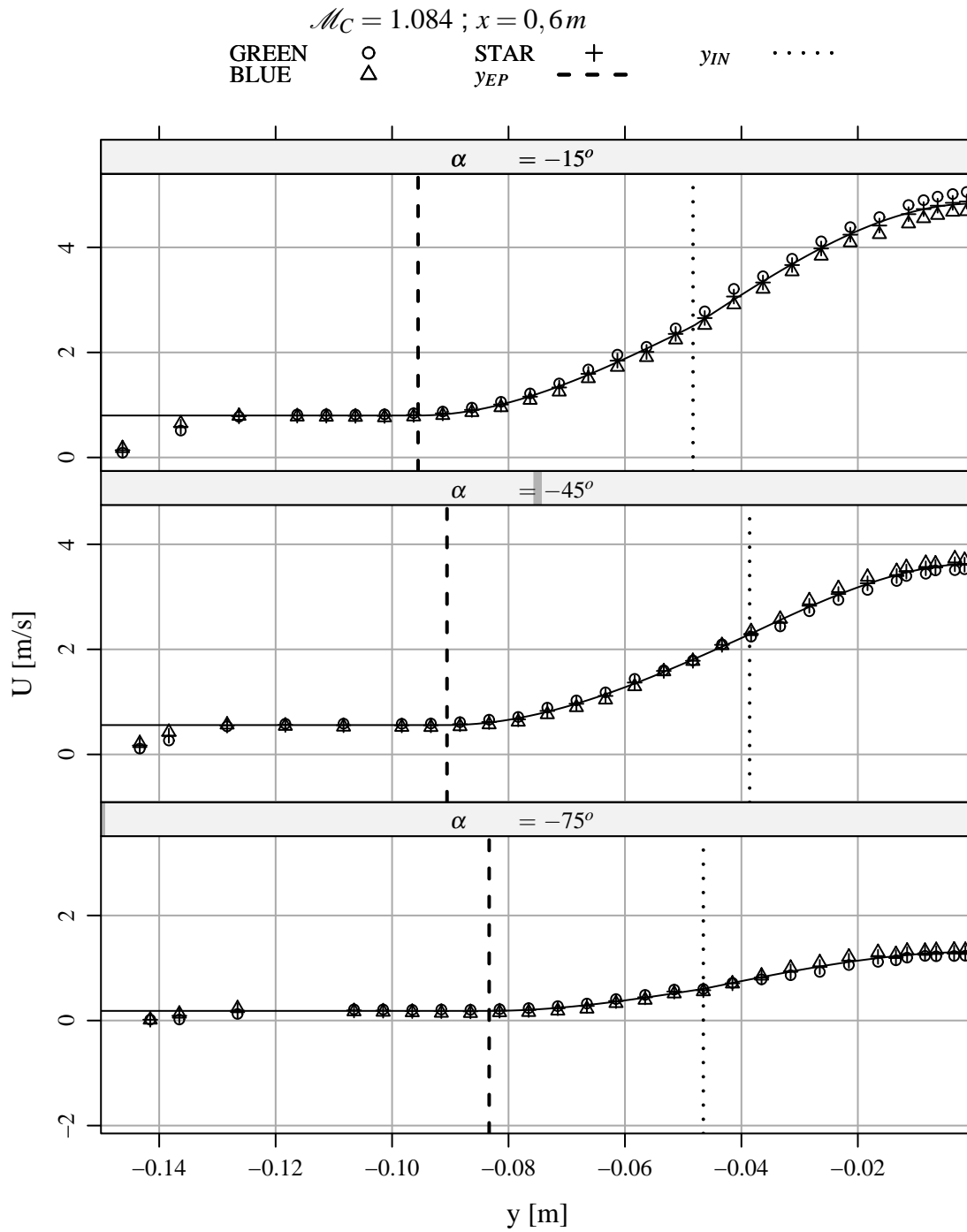


Figura C.42: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,6m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

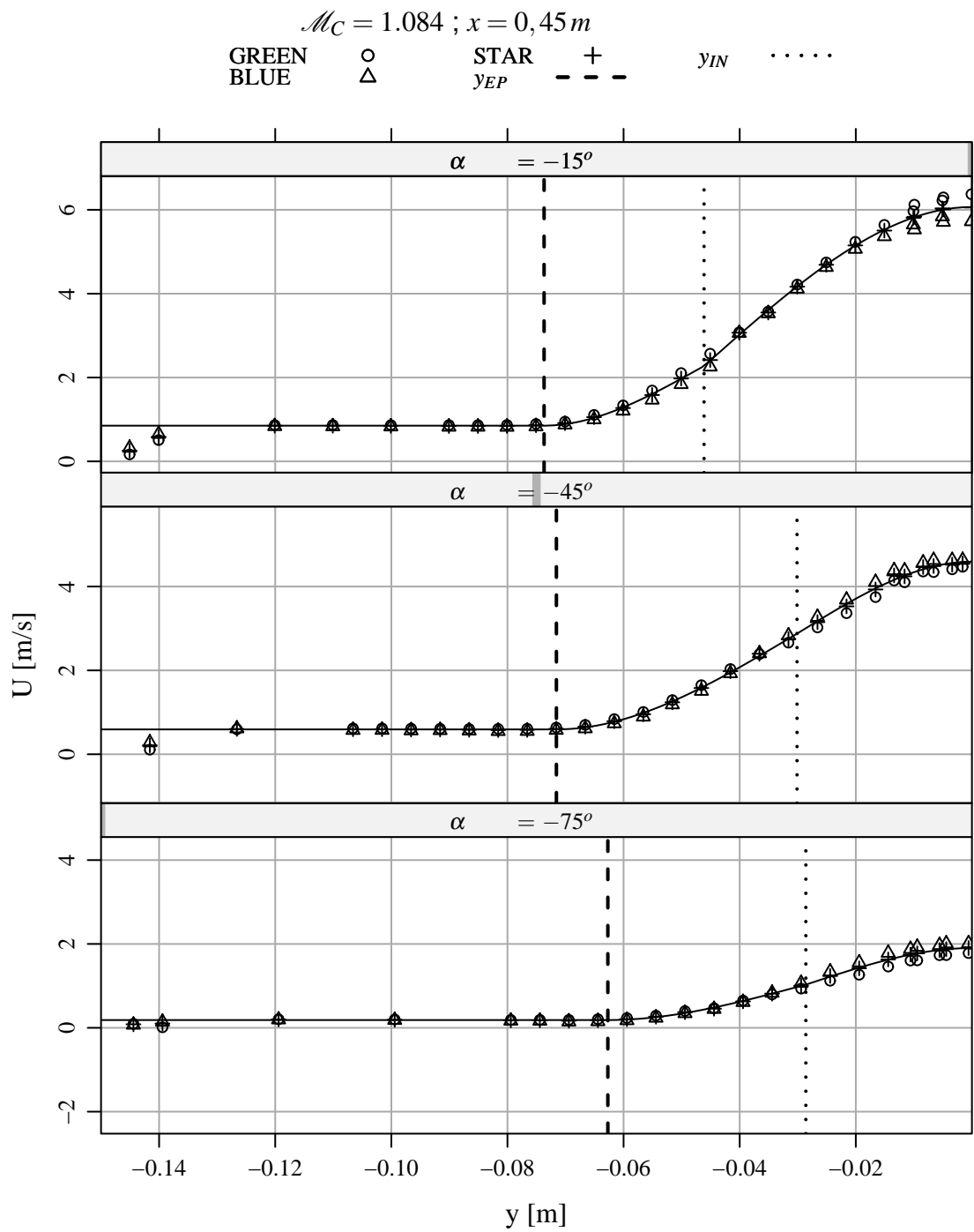


Figura C.43: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

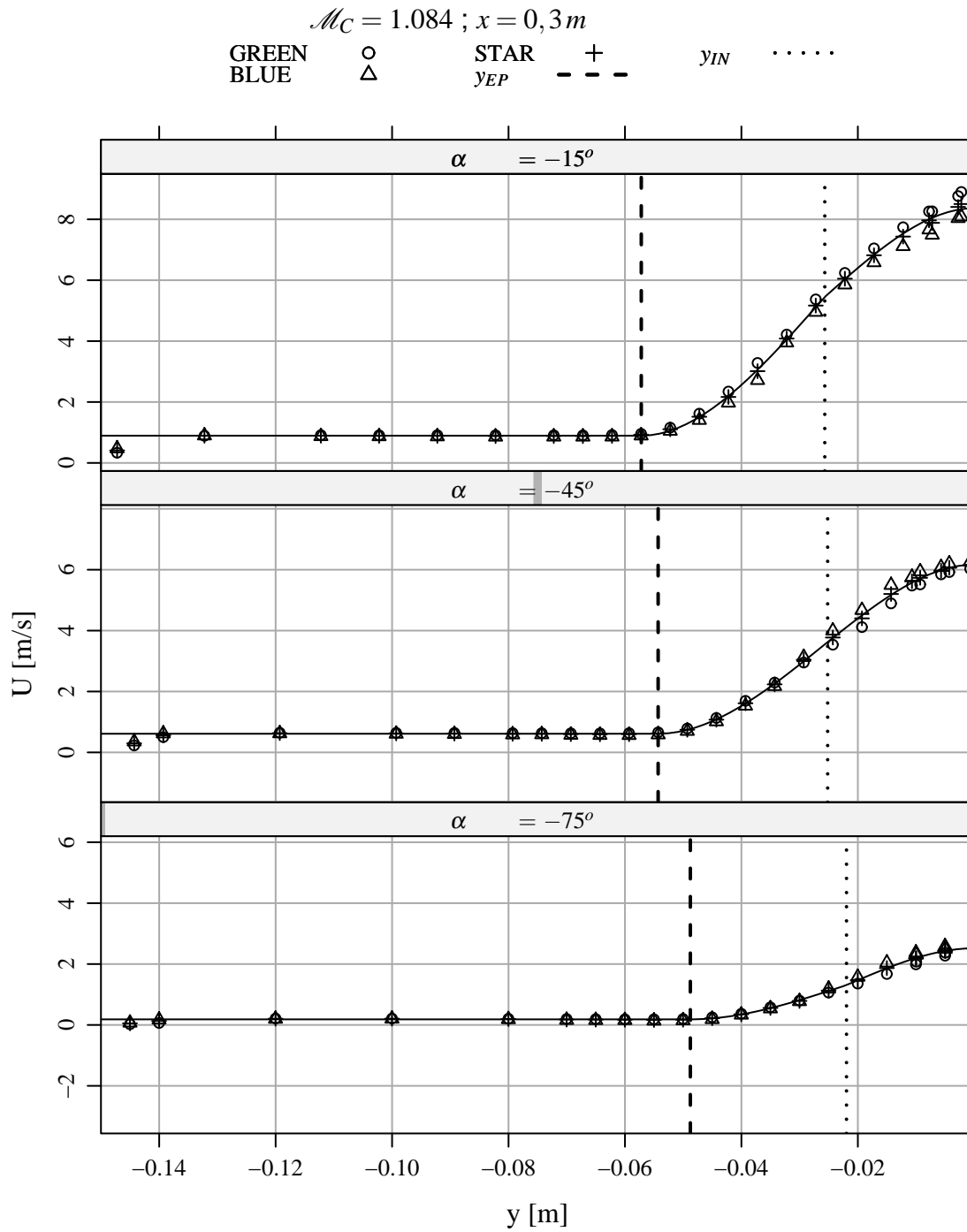


Figura C.44: Velocidades médias nas direções α com correção da coordenada $y = 0$, $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

C.1.3 Direção x

C.1.3.1 Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$

$$\mathcal{M}_C = 0,242$$

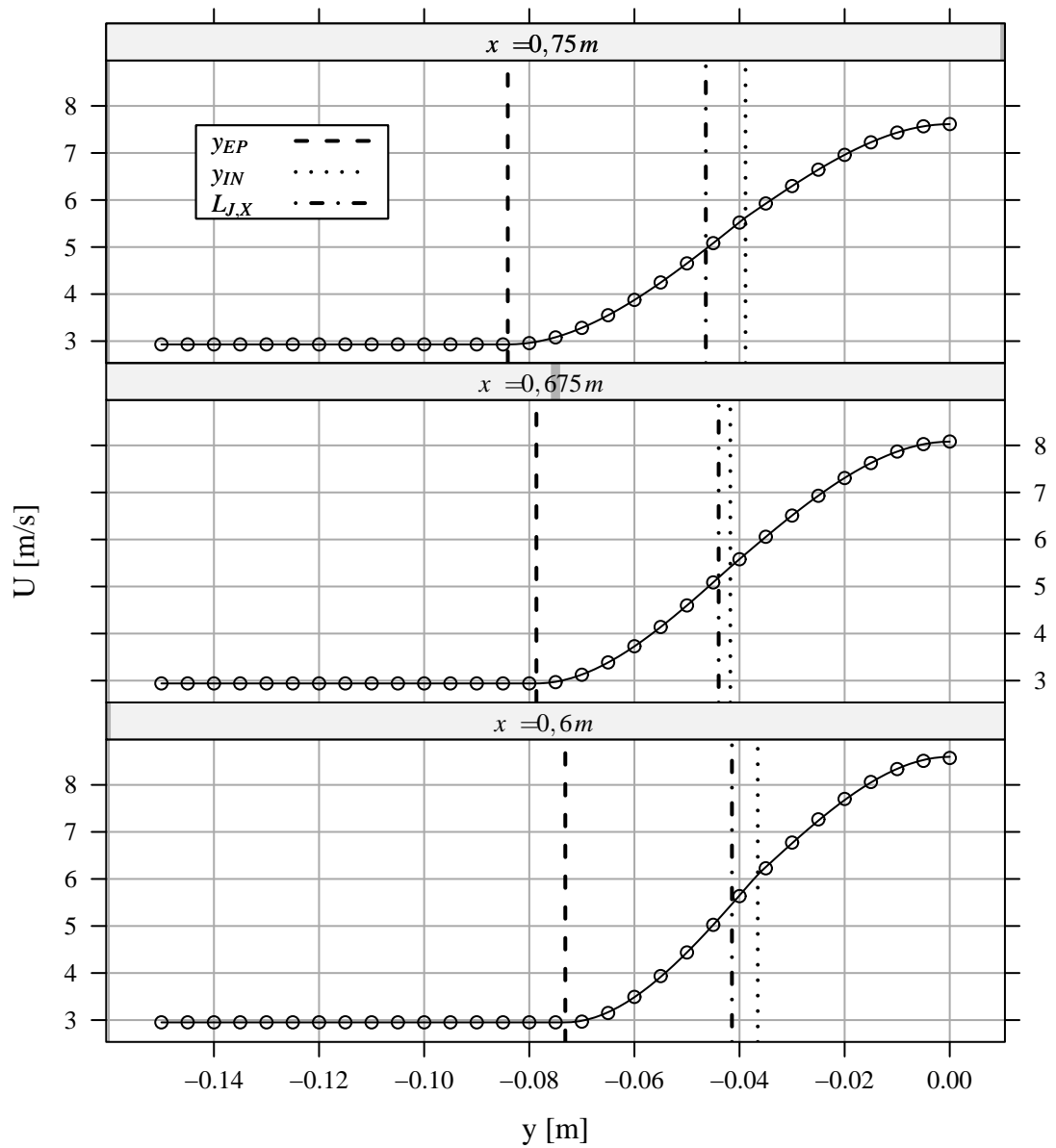


Figura C.45: Velocidades médias na direção x , $0,6\text{m} \leq x \leq 0,75\text{m}$,
 $\mathcal{M}_C = 0,242$.

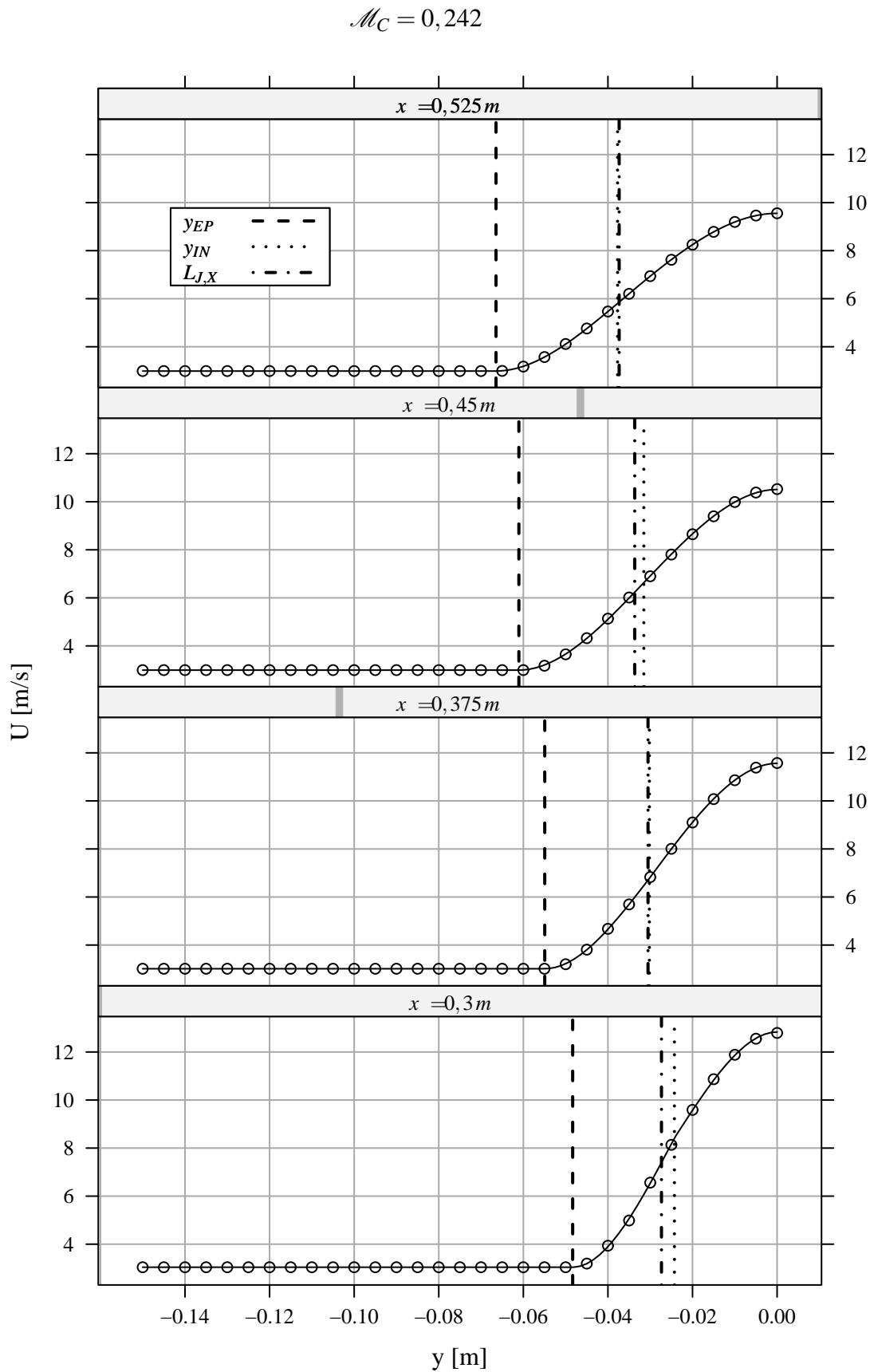


Figura C.46: Velocidades médias na direção x , $0,3\text{ m} \leq x \leq 0,525\text{ m}$,

$$\mathcal{M}_C = 0,242.$$

C.1.3.2 Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$

$$\mathcal{M}_C = 0,509$$

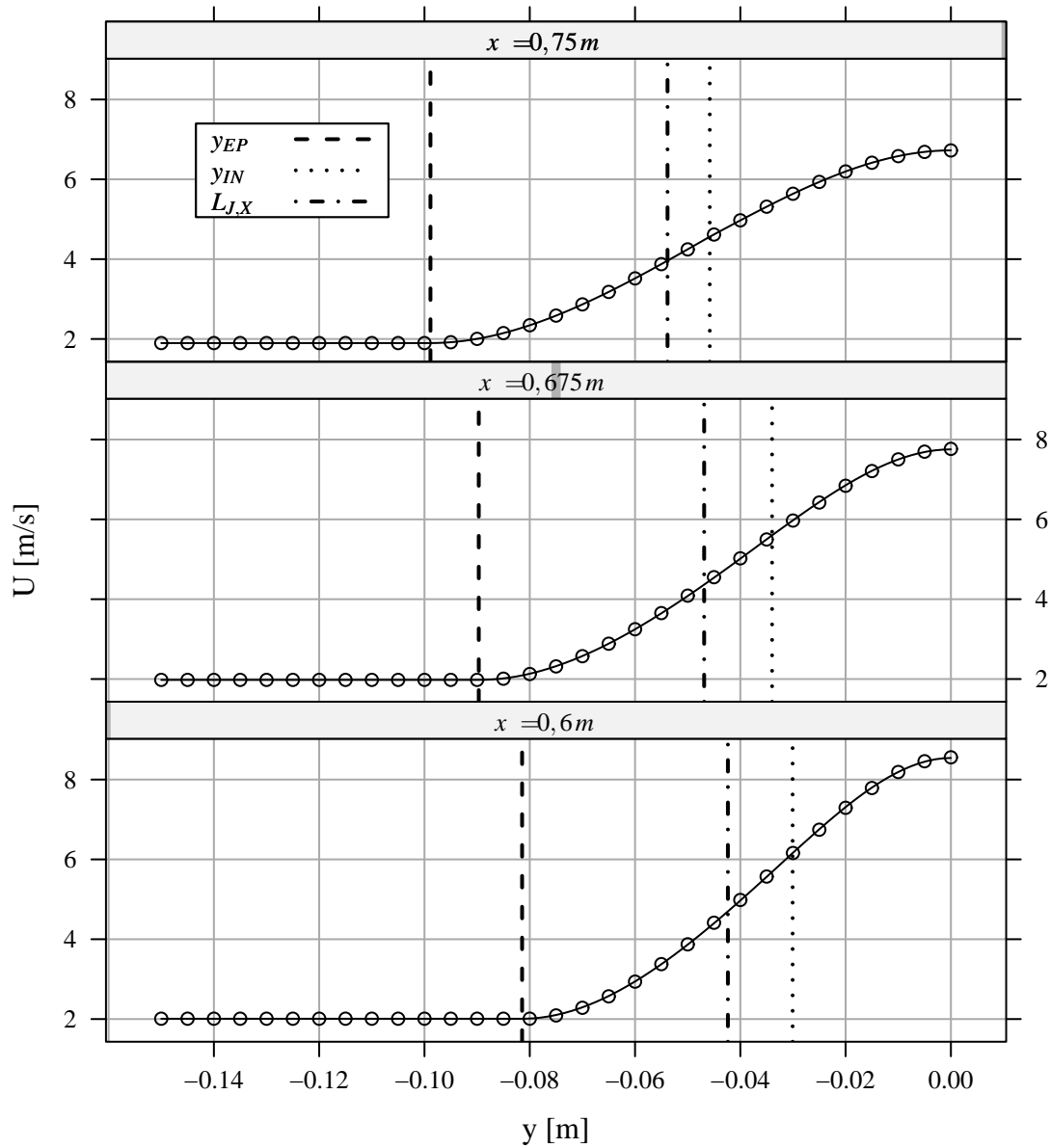


Figura C.47: Velocidades médias na direção x , $0,6\text{ m} \leq x \leq 0,75\text{ m}$,

$$\mathcal{M}_C = 0,509.$$

$$\mathcal{M}_C = 0,509$$

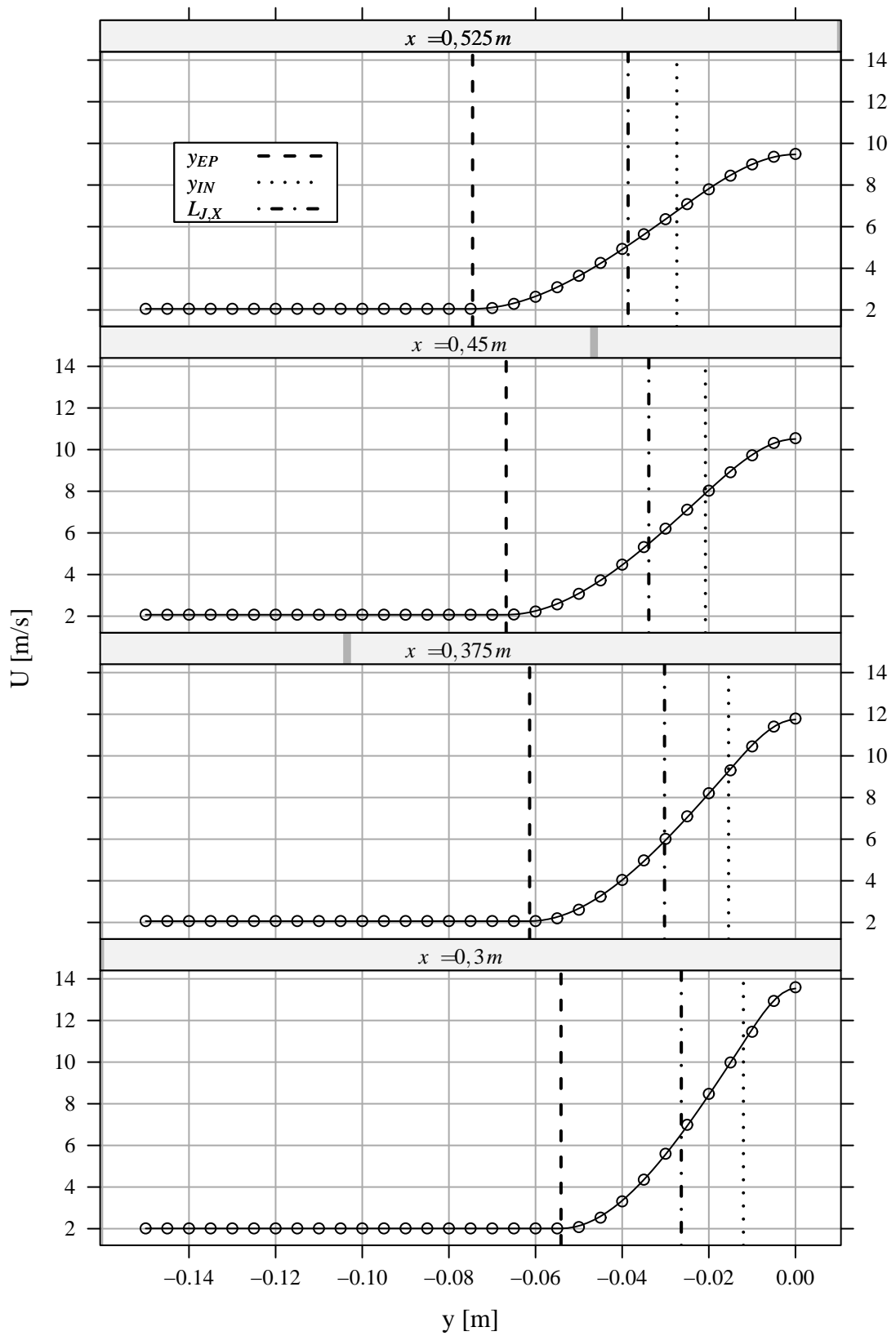


Figura C.48: Velocidades médias na direção x , $0,3\text{ m} \leq x \leq 0,525\text{ m}$,

$$\mathcal{M}_C = 0,509.$$

$$\mathcal{M}_C = 0,509$$

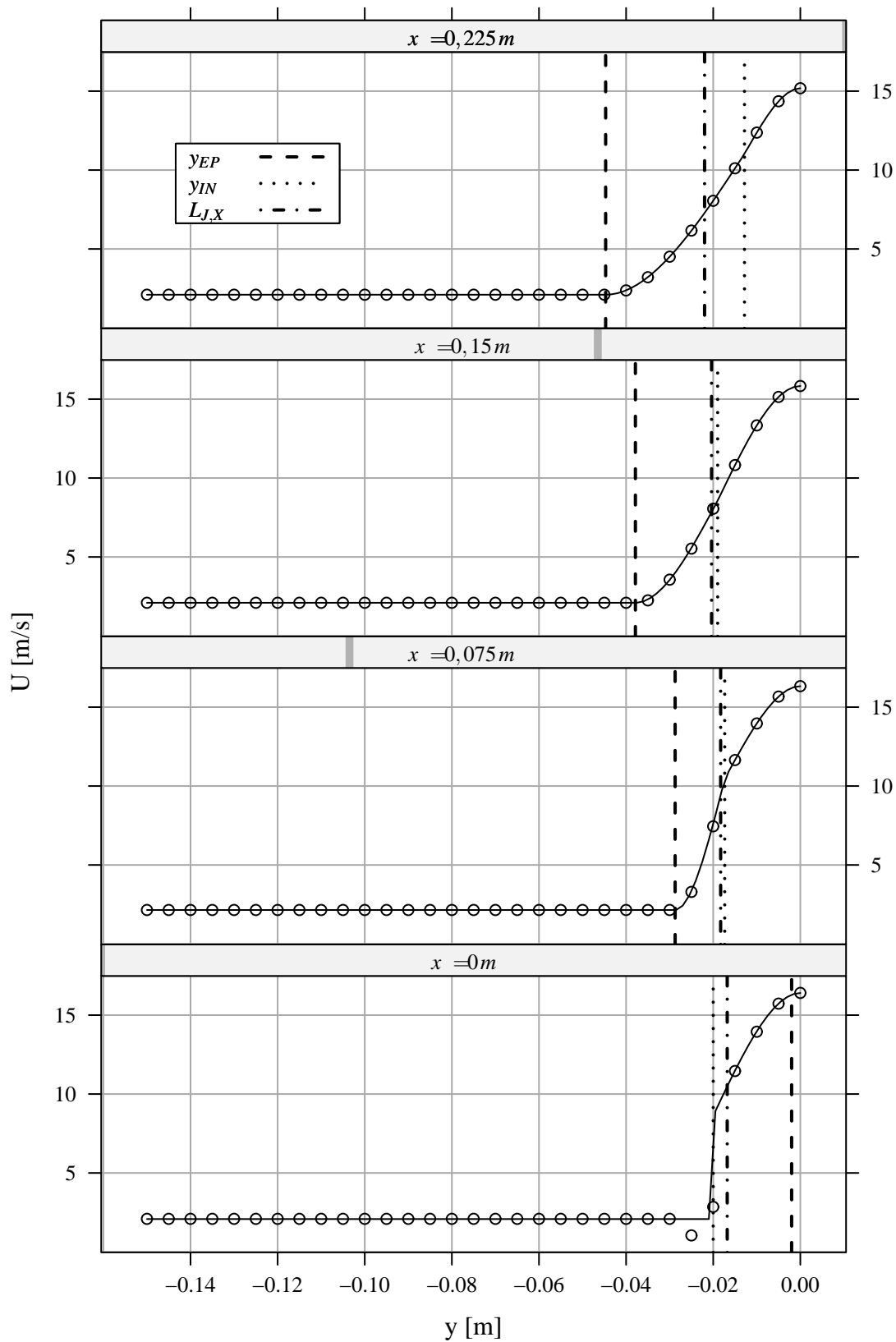


Figura C.49: Velocidades médias na direção x , $0\text{ m} \leq x \leq 0,225\text{ m}$,

$$\mathcal{M}_C = 0,509.$$

C.1.3.3 Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$

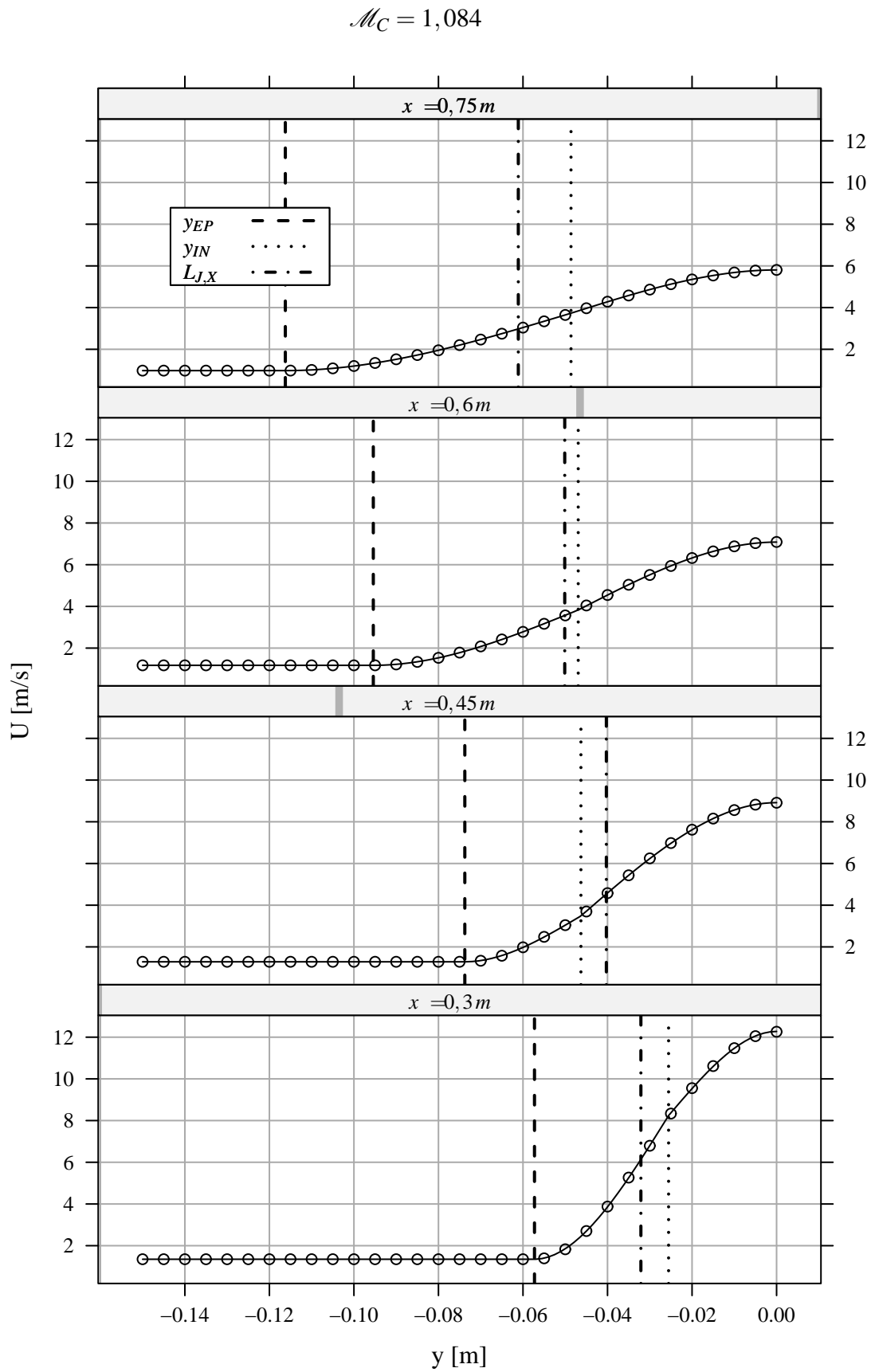


Figura C.50: Velocidades médias na direção x , $0,3\text{ m} \leq x \leq 0,75\text{ m}$,

$$\mathcal{M}_C = 1,084.$$

C.2 Perfis de Tensão

C.2.1 Direções α

C.2.1.1 Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$

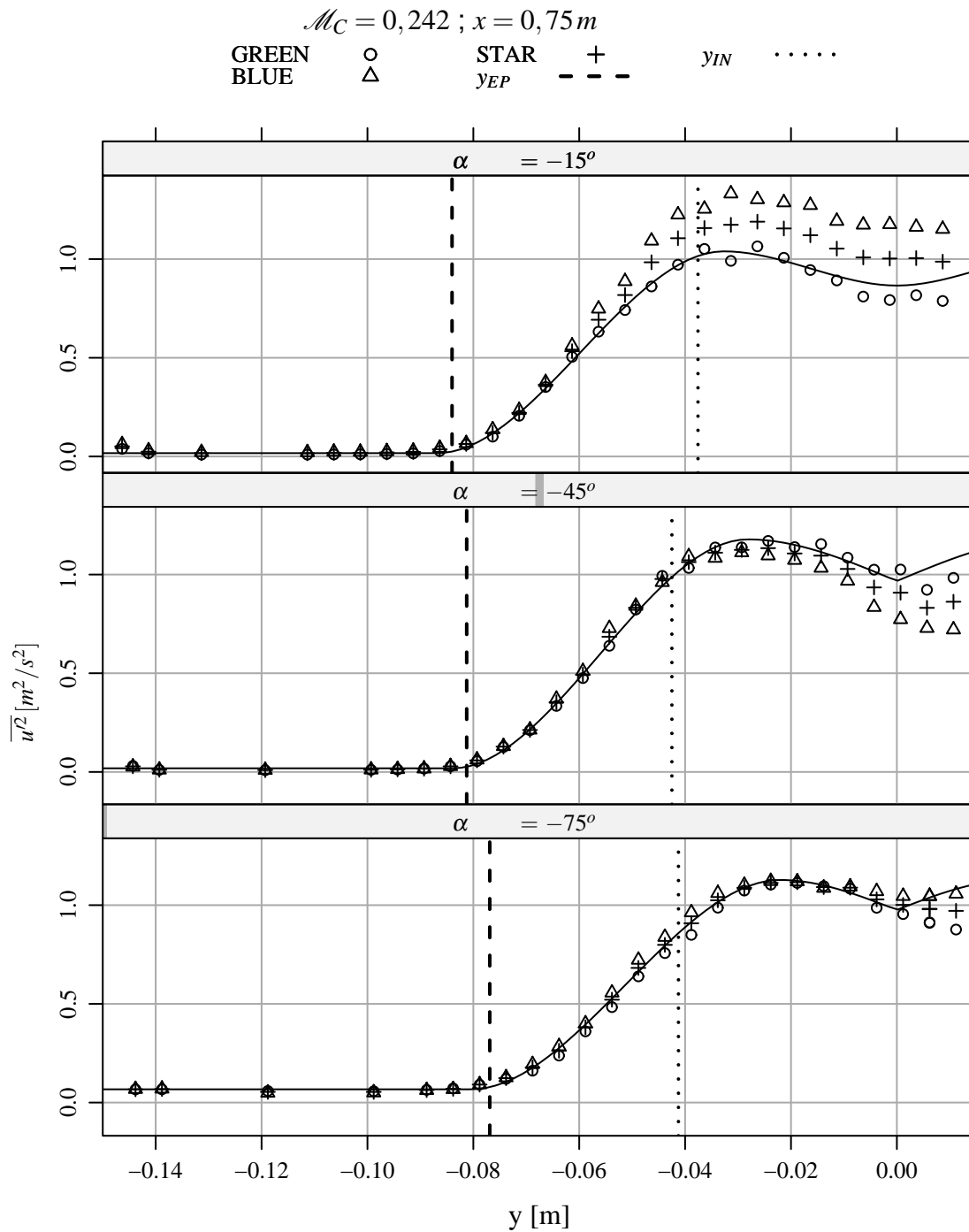


Figura C.51: Tensões normais nas direções α , $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_c = 0,242$.

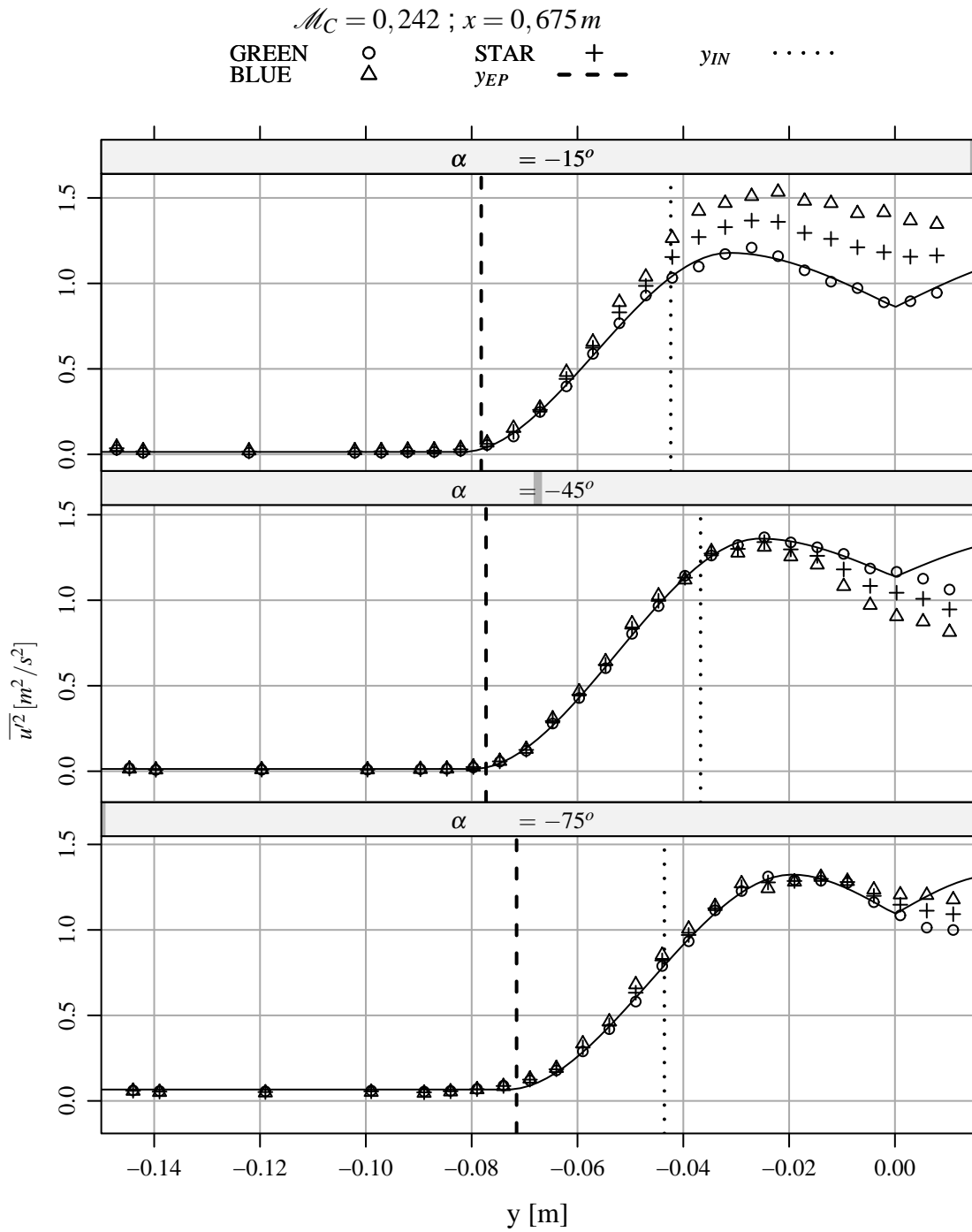


Figura C.52: Tensões normais nas direções α , $x = 0,675 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

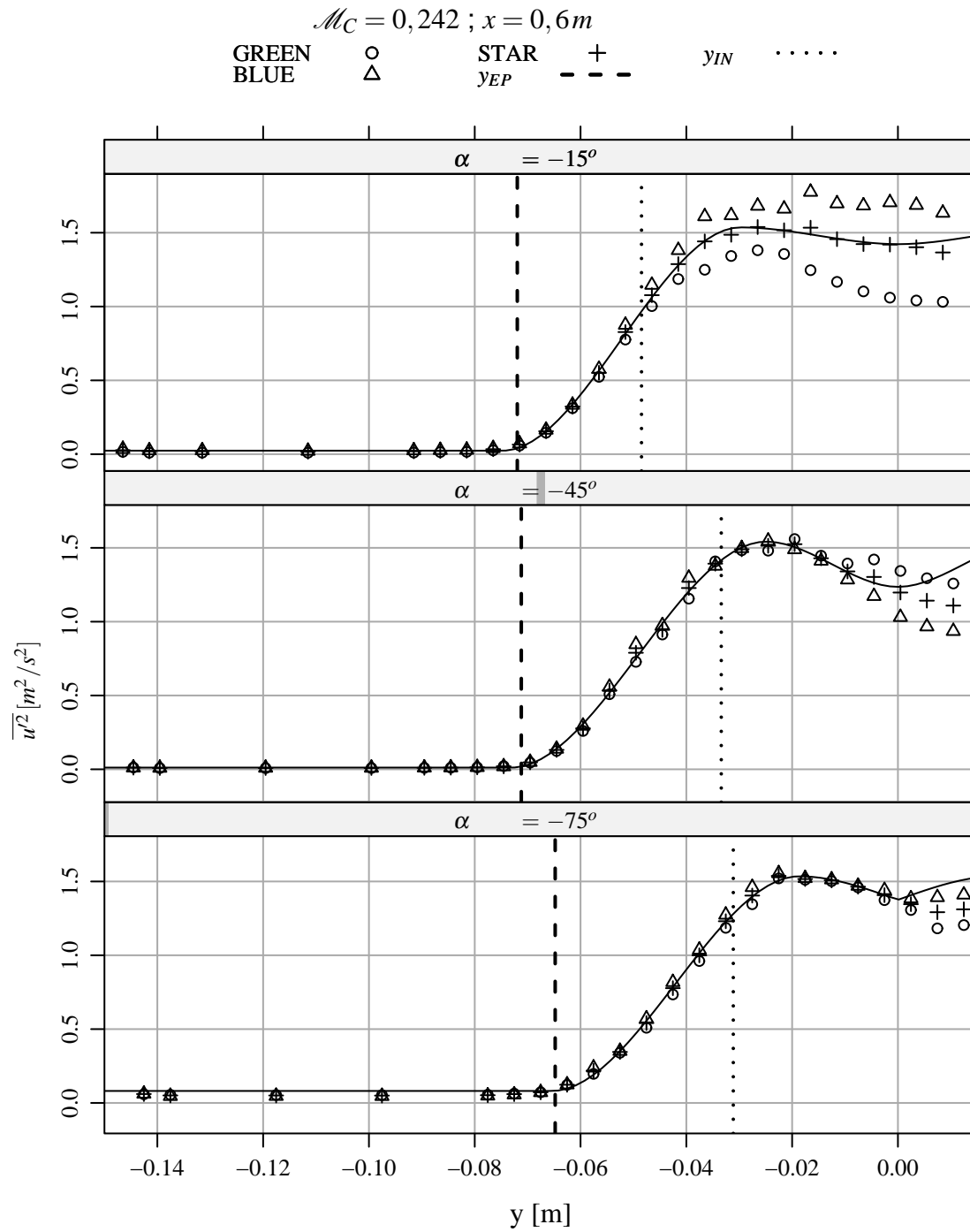


Figura C.53: Tensões normais nas direções α , $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

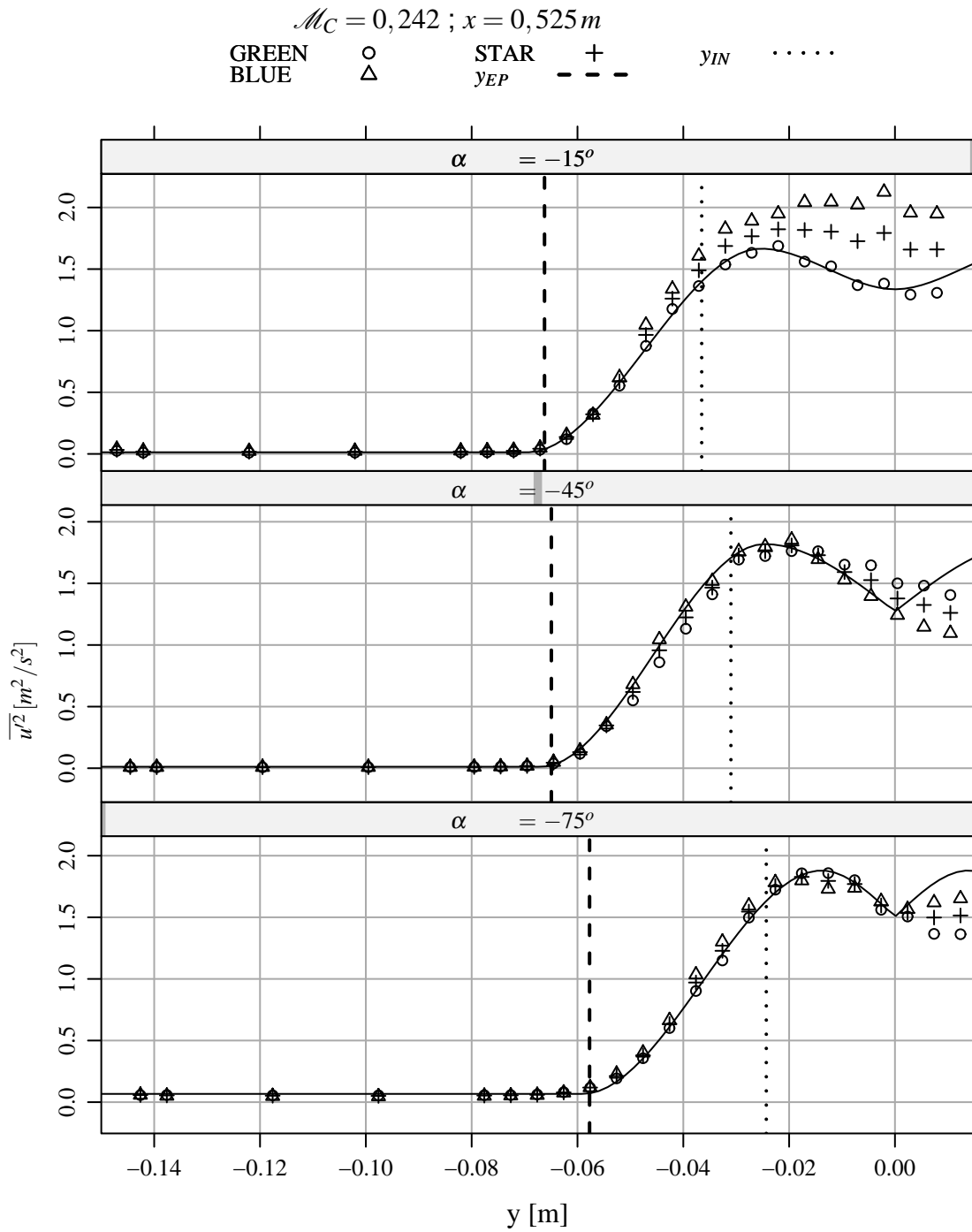


Figura C.54: Tensões normais nas direções α , $x = 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

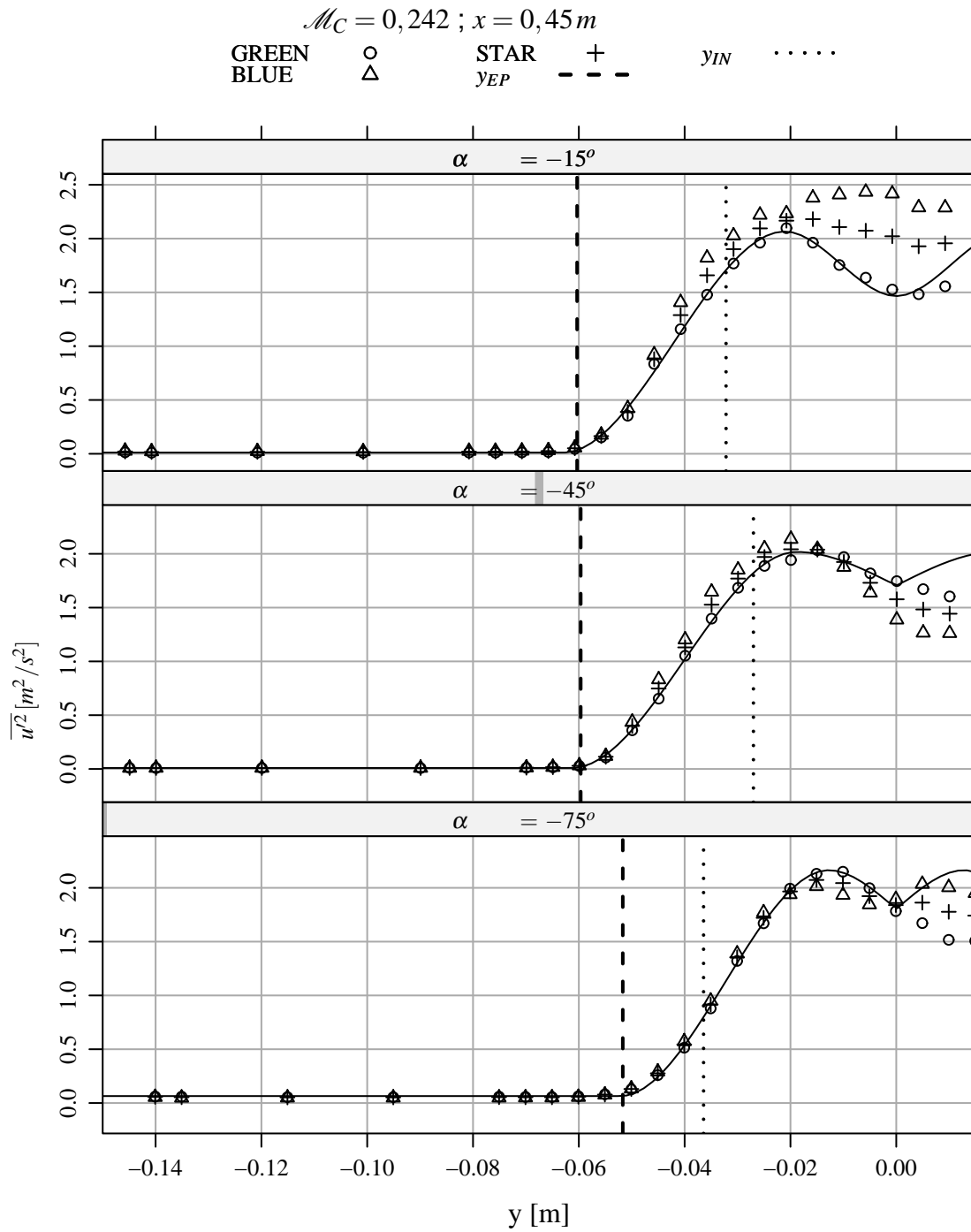


Figura C.55: Tensões normais nas direções α , $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

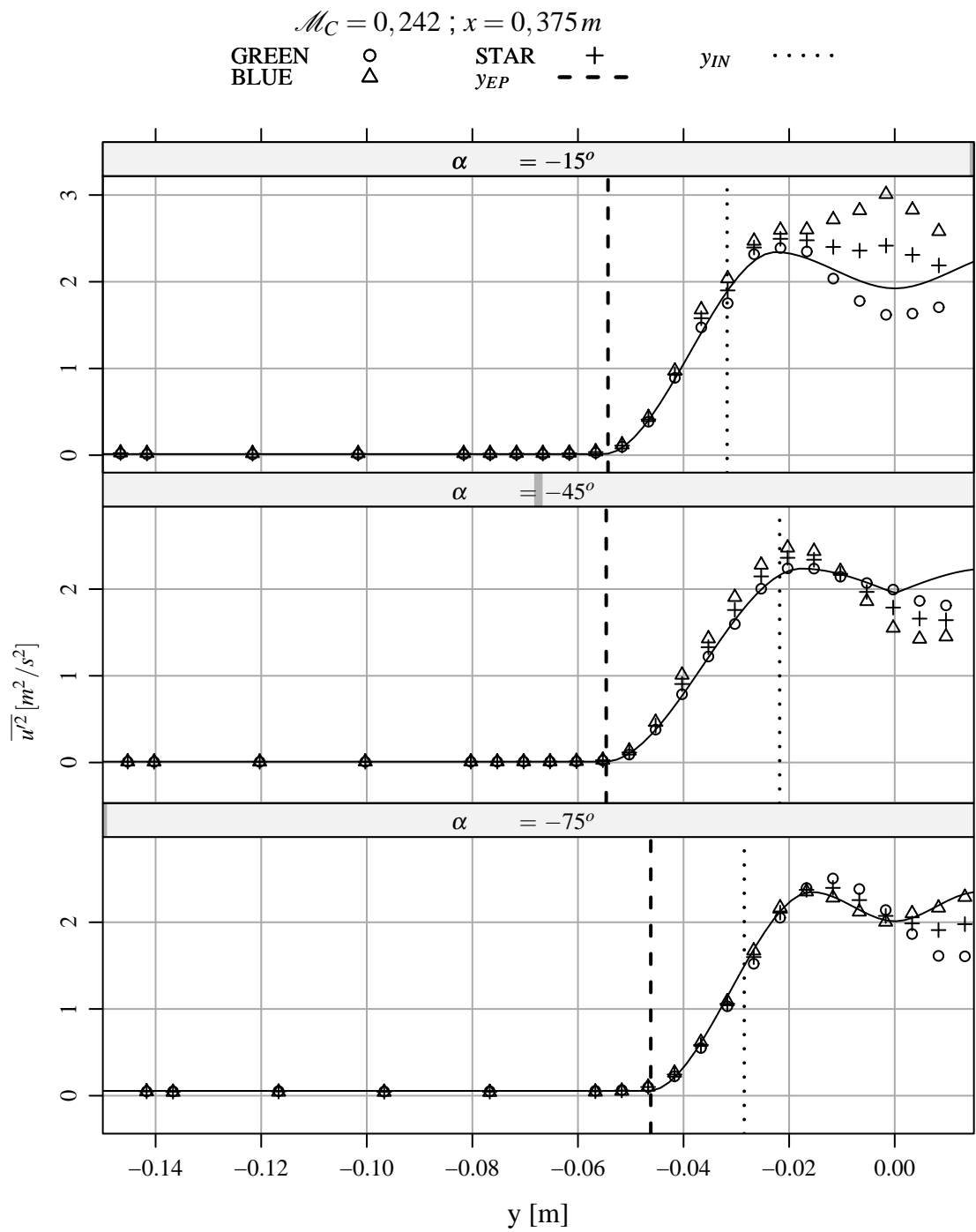


Figura C.56: Tensões normais nas direções α , $x = 0,375 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

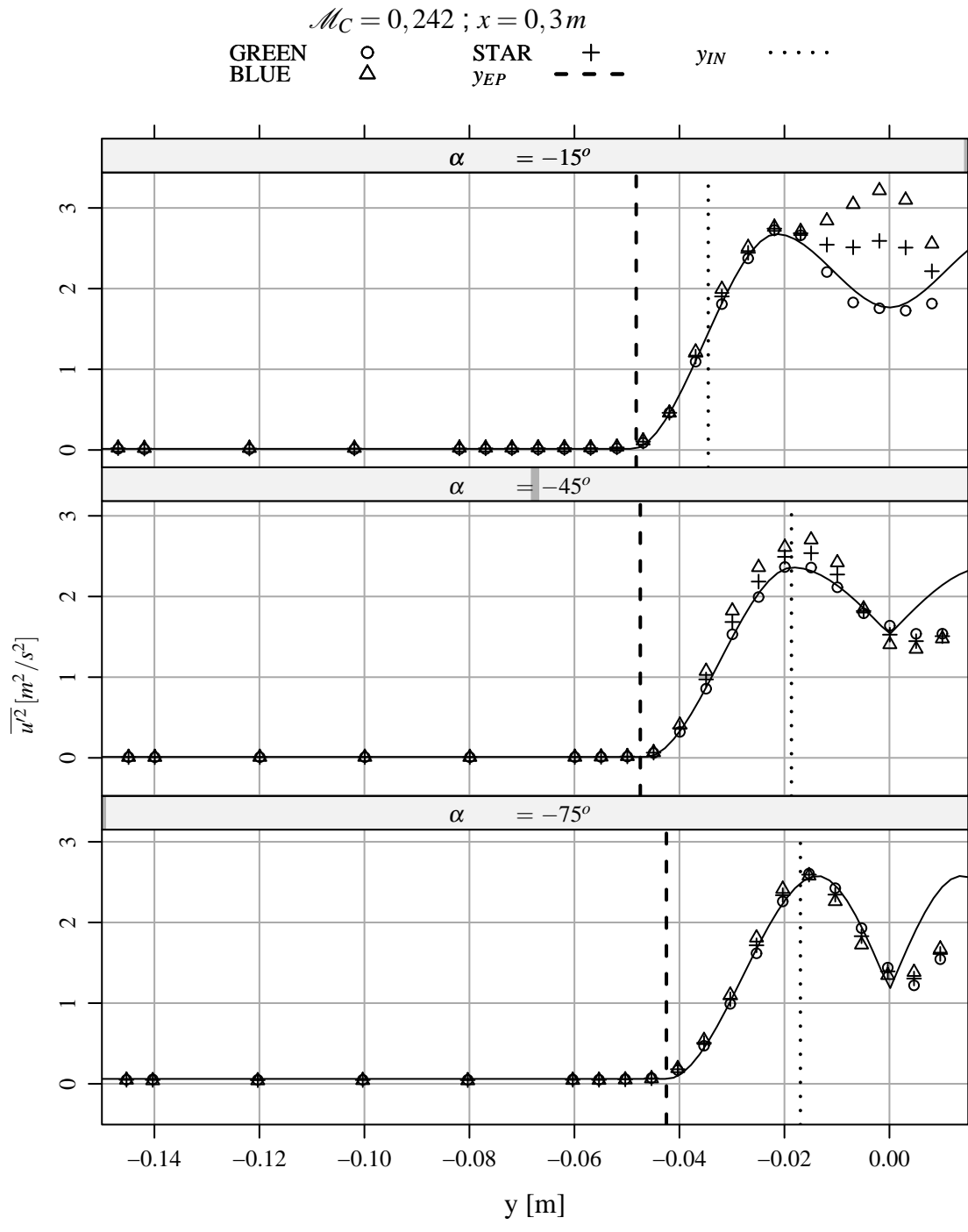


Figura C.57: Tensões normais nas direções α , $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

C.2.1.2 Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$

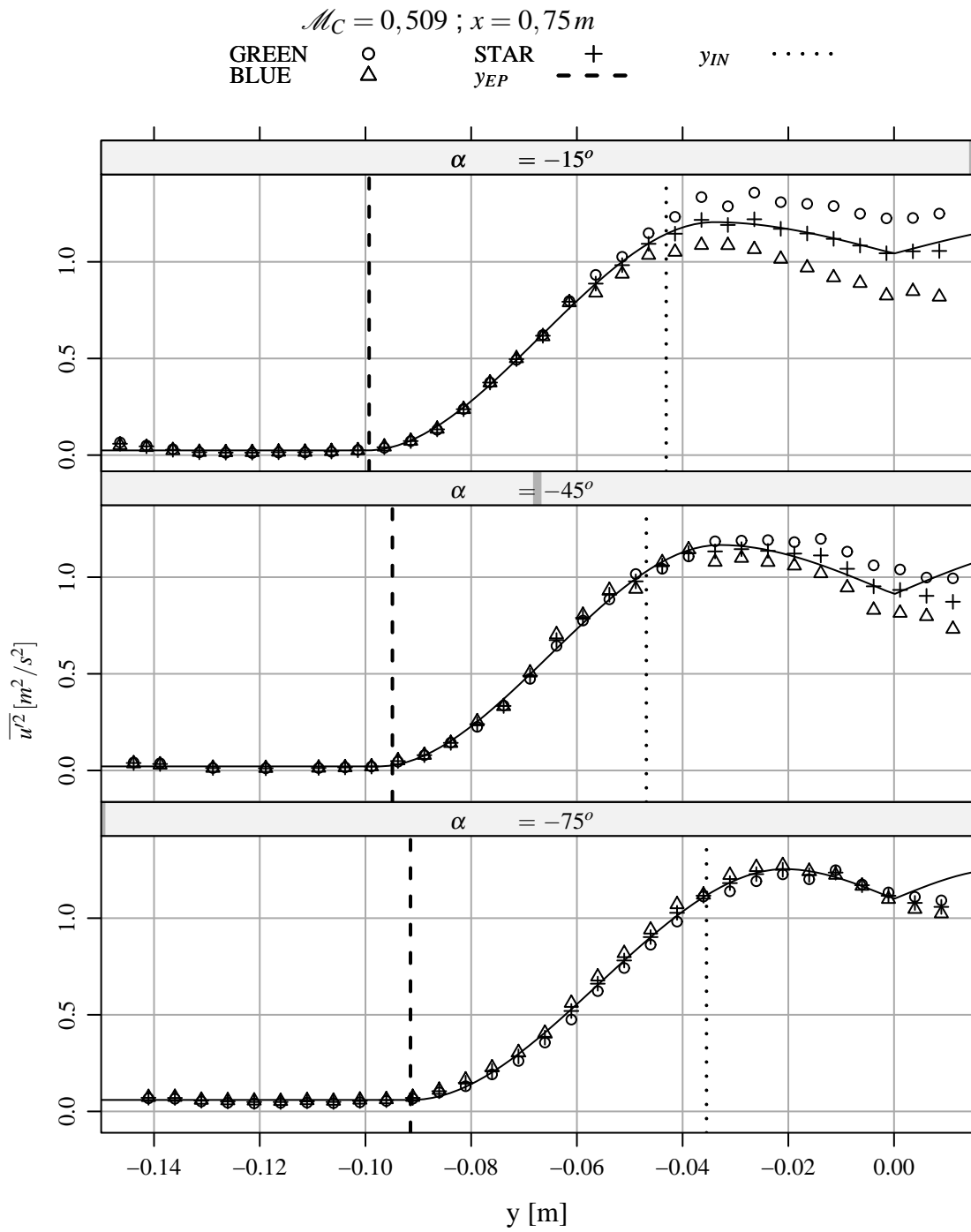


Figura C.58: Tensões normais nas direções α , $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_c = 0,509$.

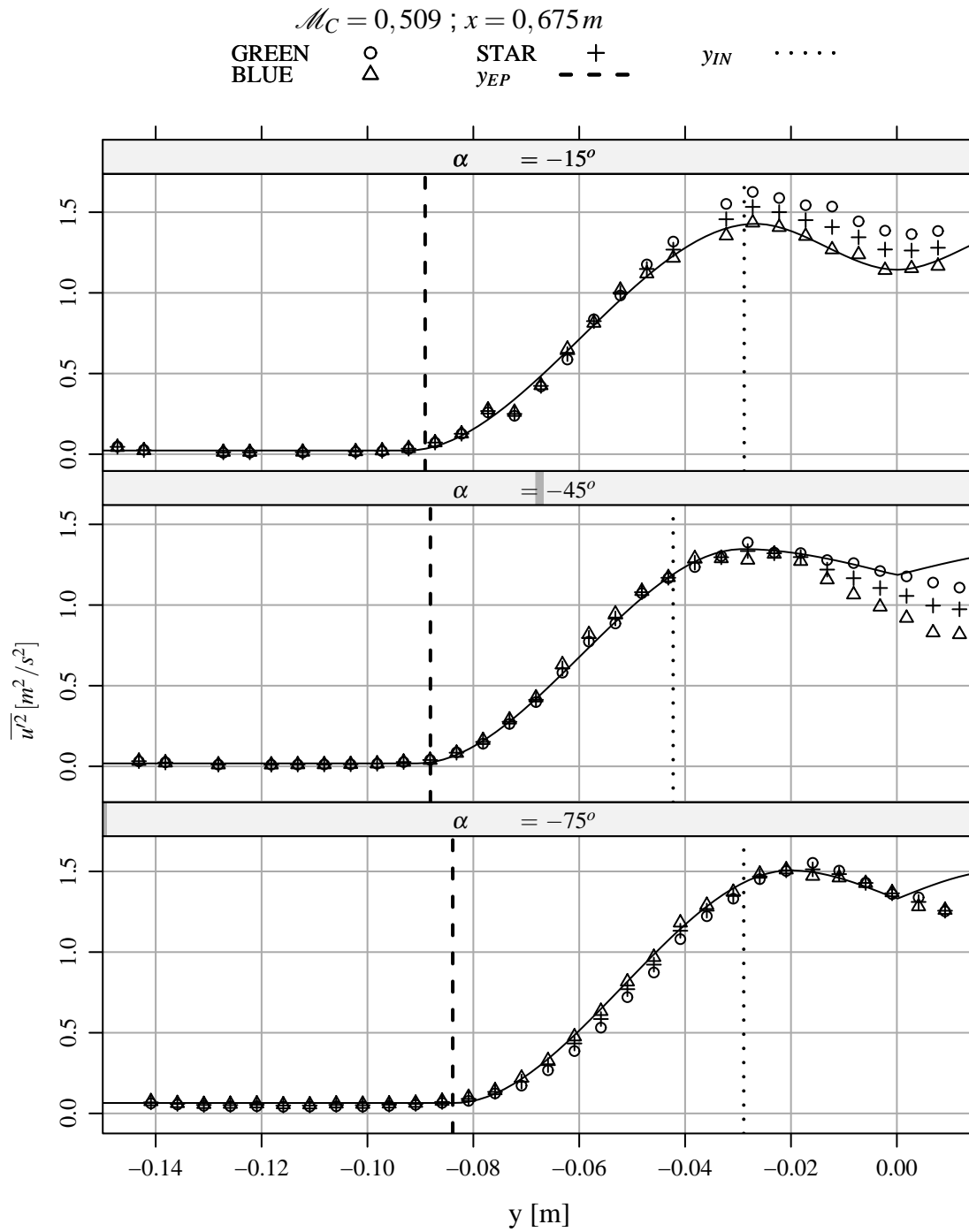


Figura C.59: Tensões normais nas direções α , $x = 0,675 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

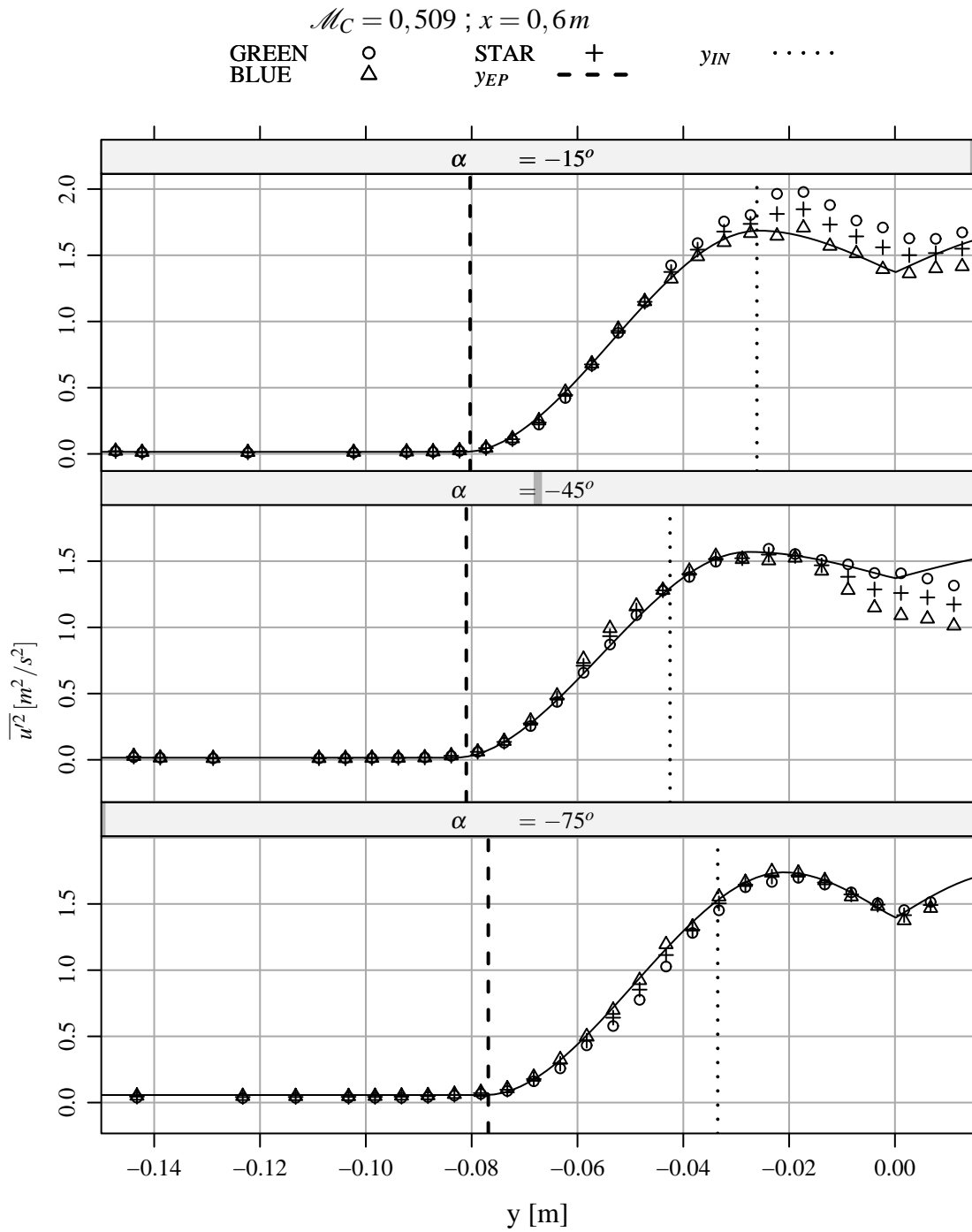


Figura C.60: Tensões normais nas direções α , $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

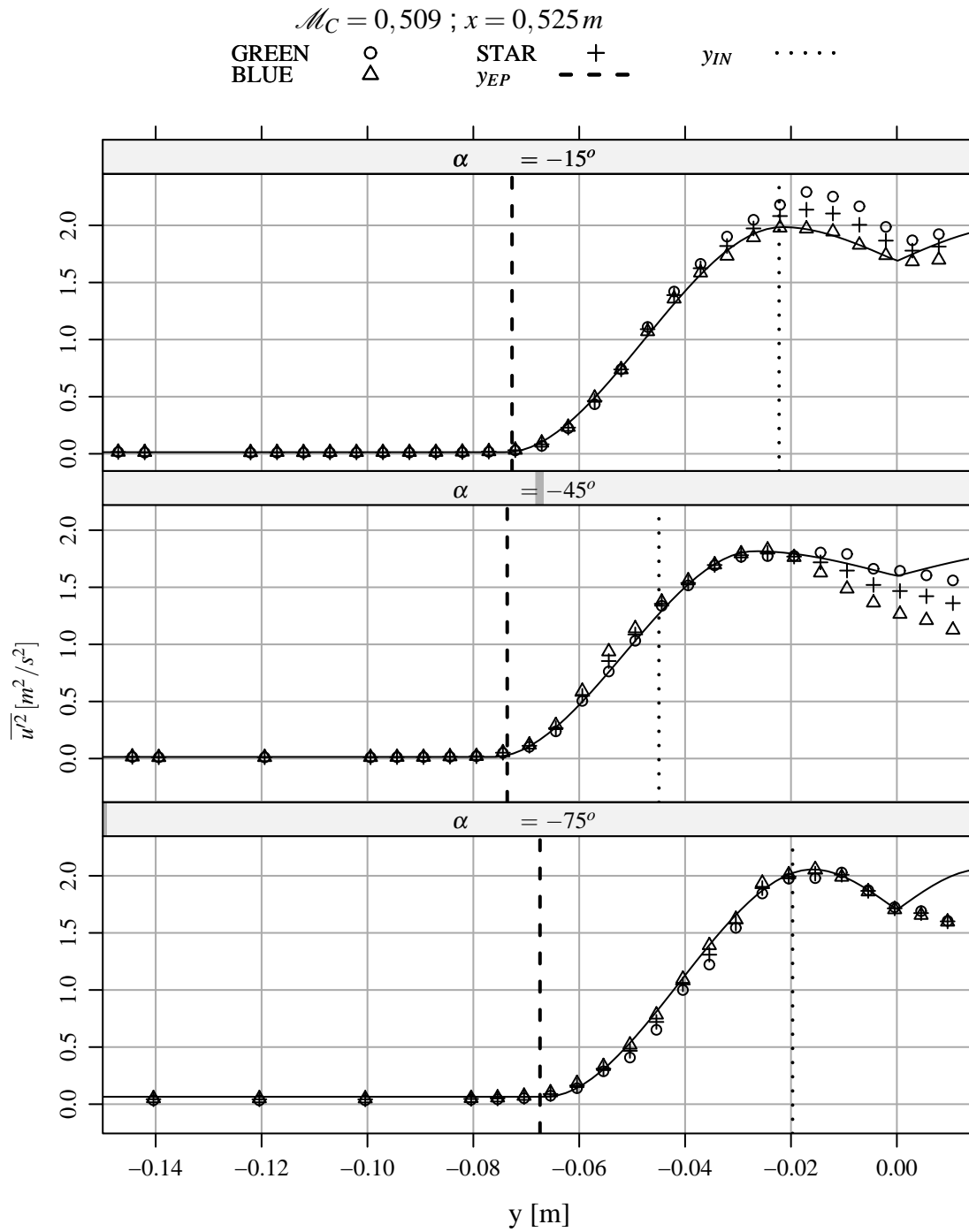


Figura C.61: Tensões normais nas direções α , $x = 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

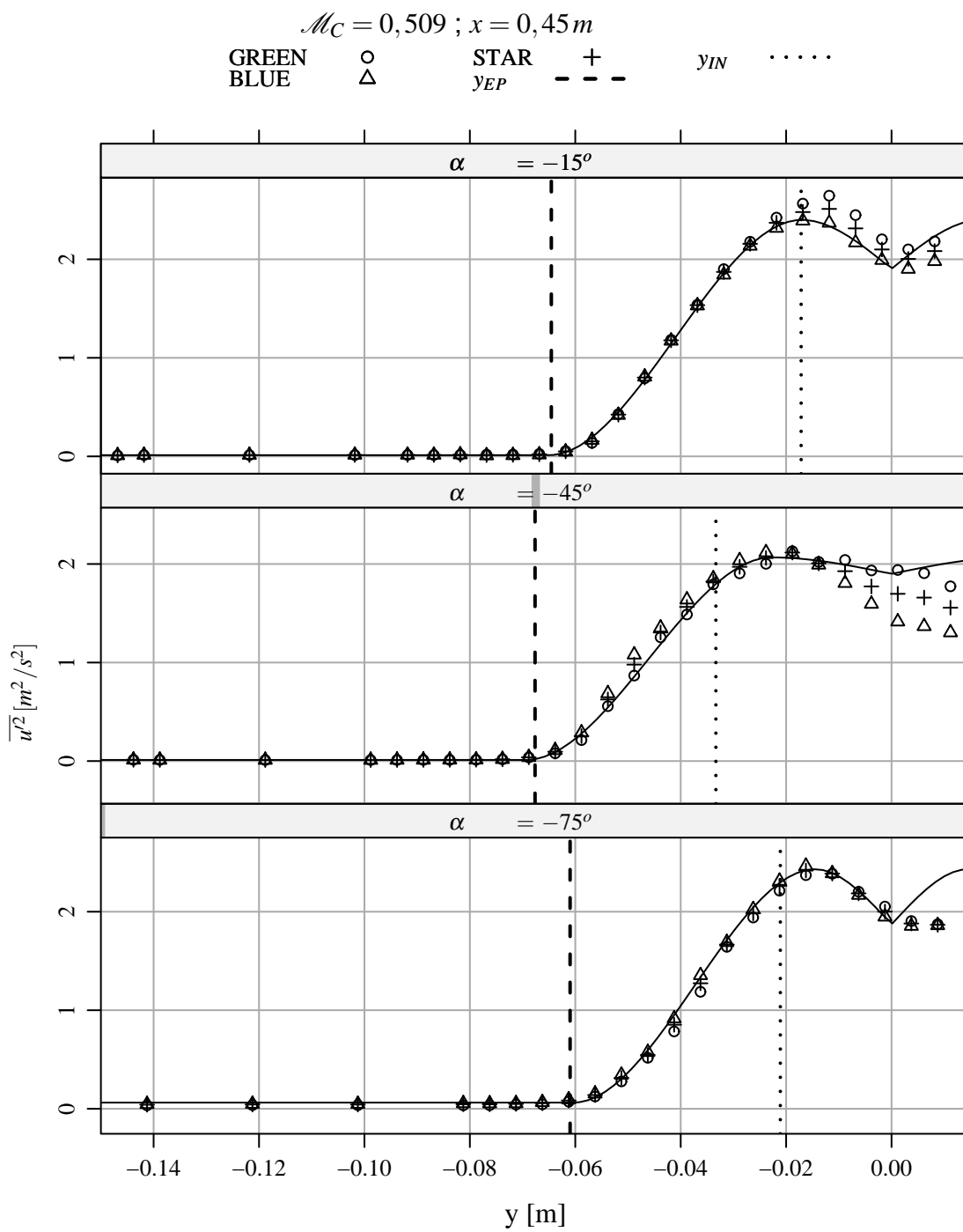


Figura C.62: Tensões normais nas direções α , $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

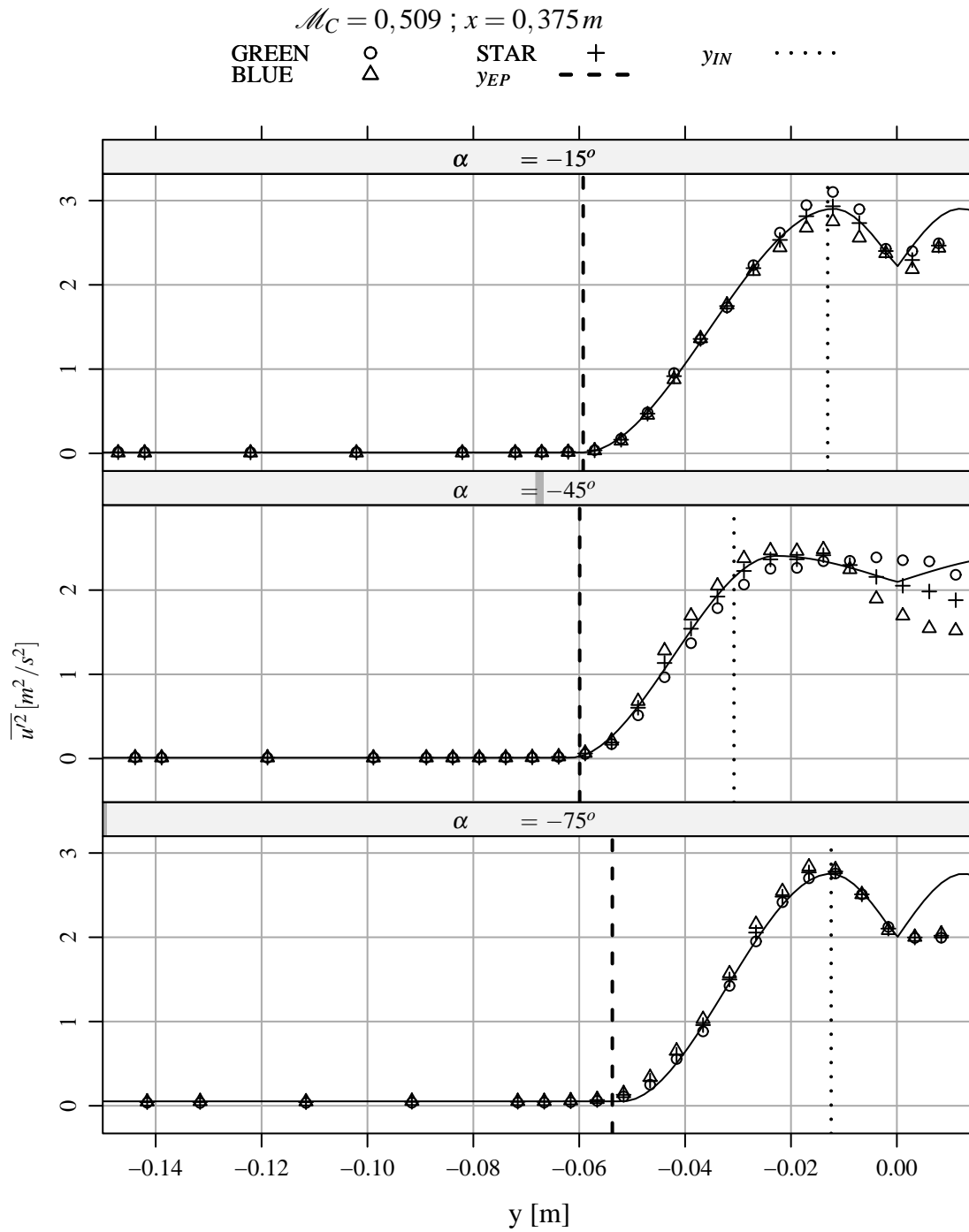


Figura C.63: Tensões normais nas direções α , $x = 0,375 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

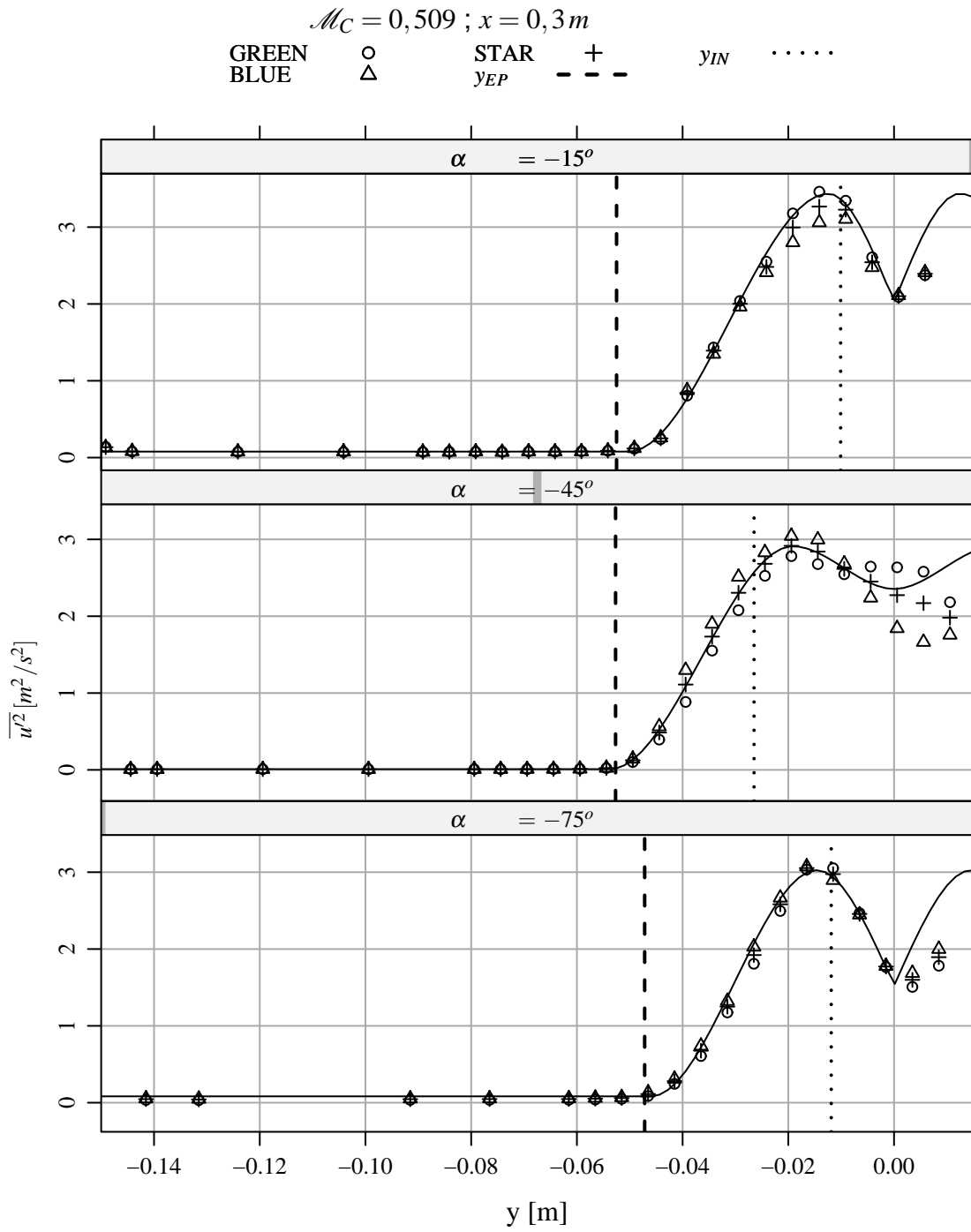


Figura C.64: Tensões normais nas direções α , $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

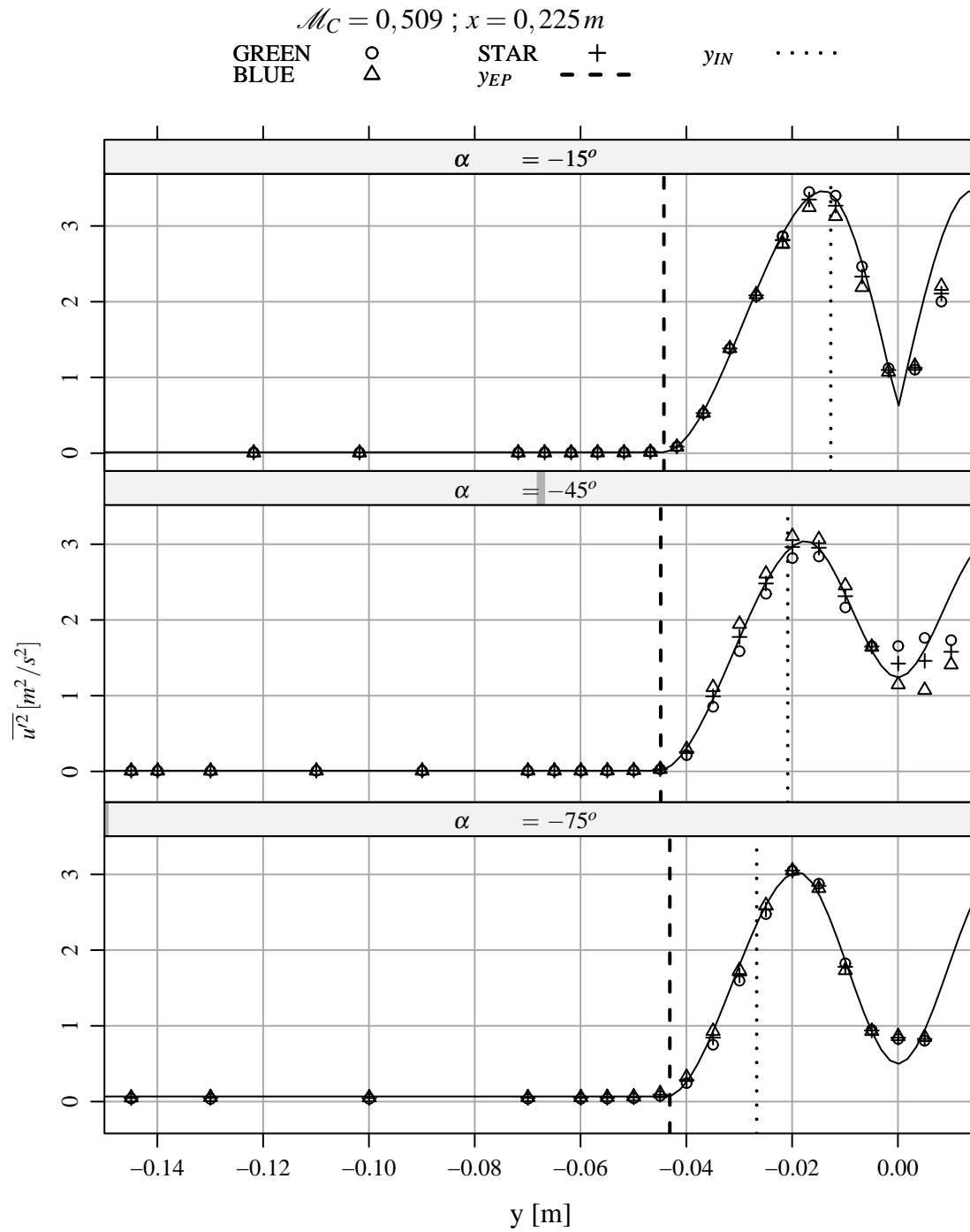


Figura C.65: Tensões normais nas direções α , $x = 0,225 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

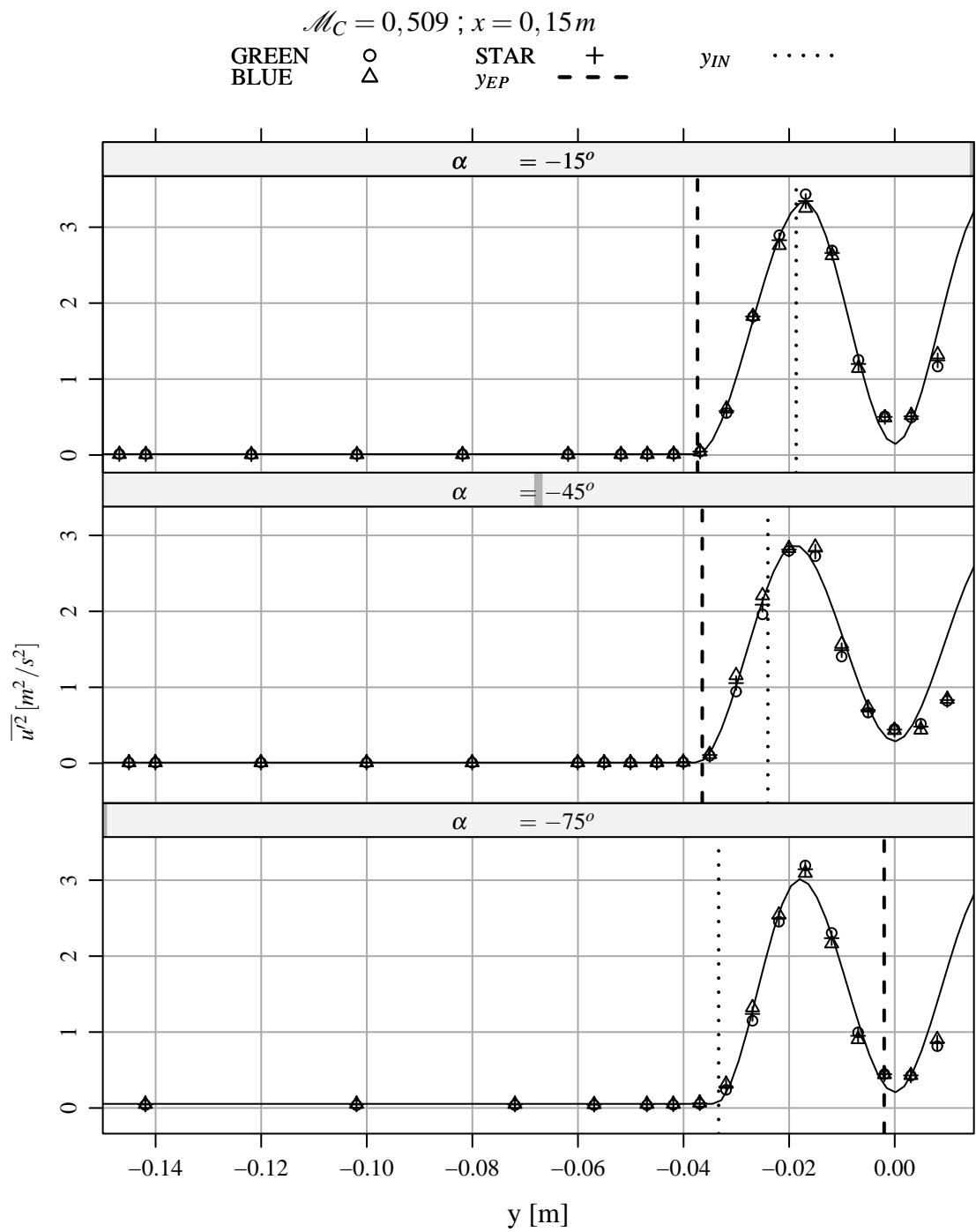


Figura C.66: Tensões normais nas direções α , $x = 0,15m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

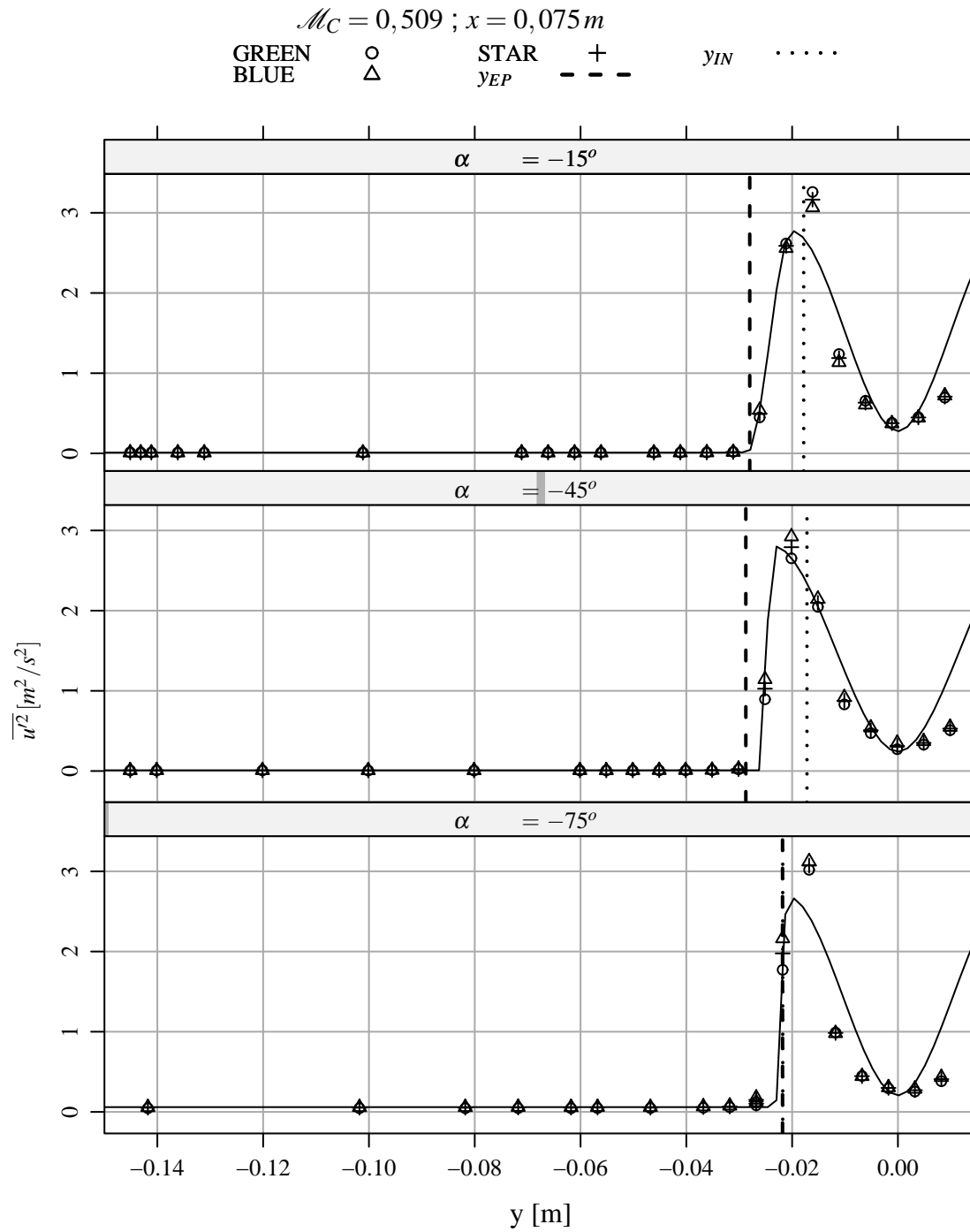


Figura C.67: Tensões normais nas direções α , $x = 0,075 m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

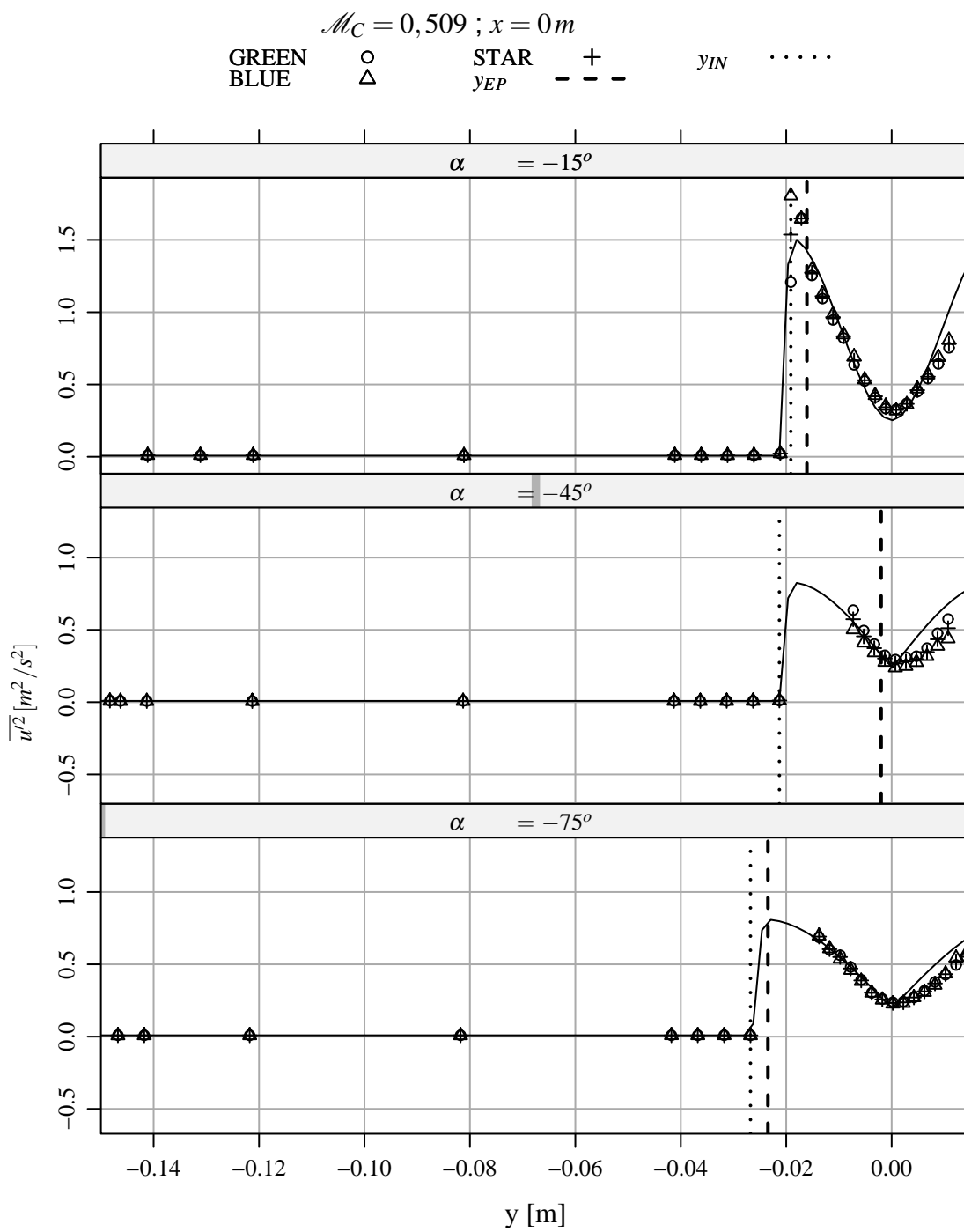


Figura C.68: Tensões normais nas direções α , $x = 0m$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

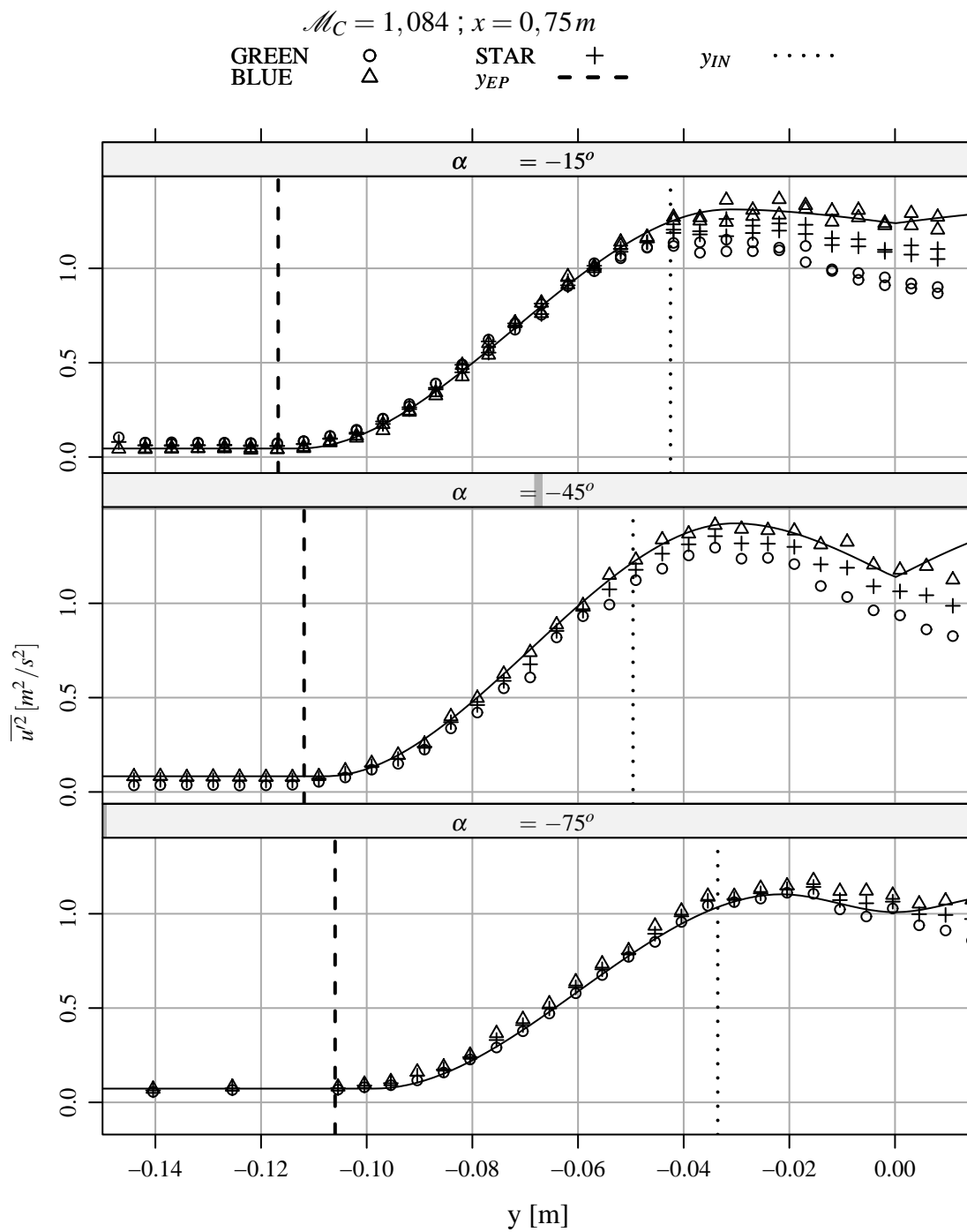
C.2.1.3 Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$ 

Figura C.69: Tensões normais nas direções α , $x = 0,75 m$, $\mathcal{M}_c = 1,084$.

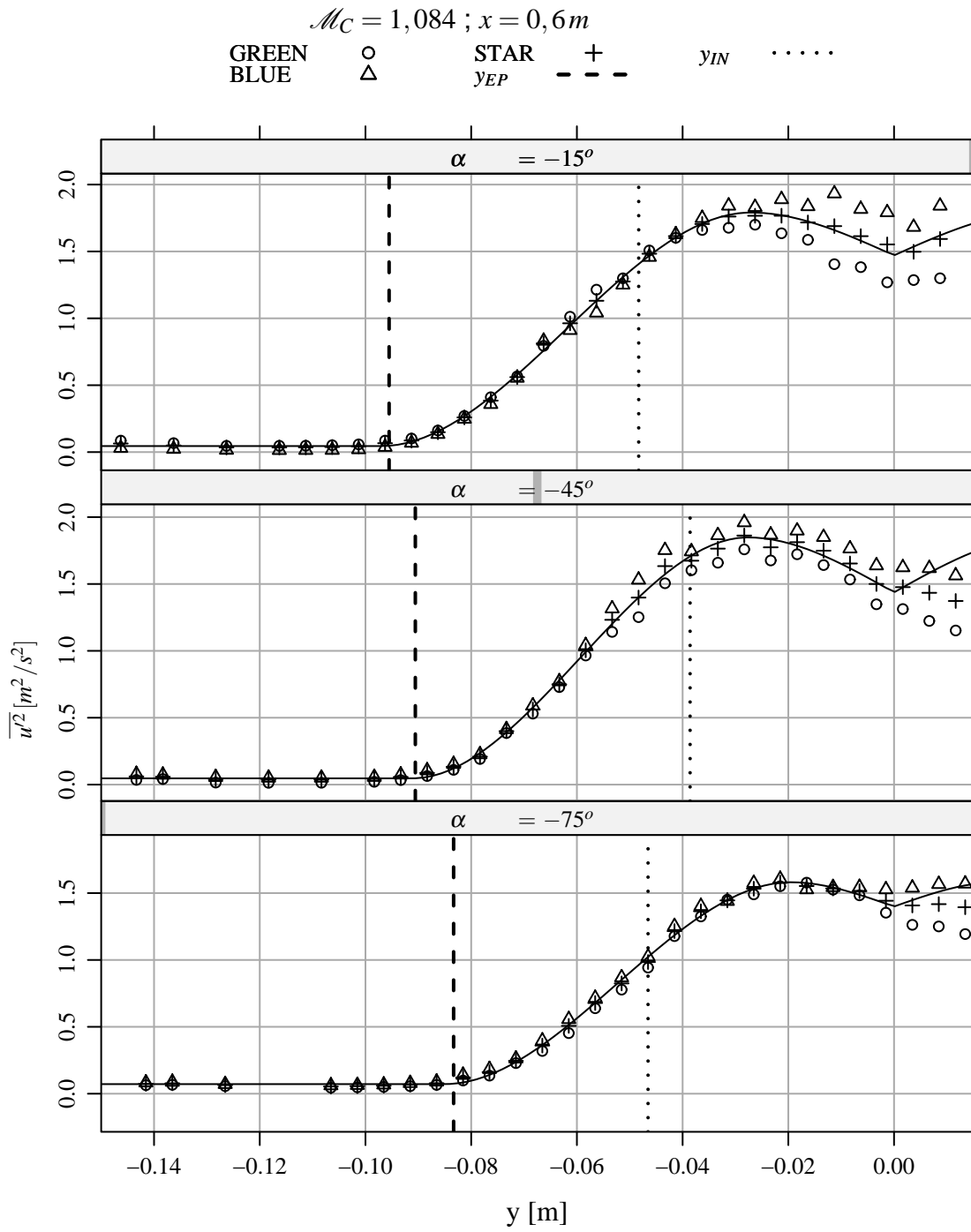


Figura C.70: Tensões normais nas direções α , $x = 0,6 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

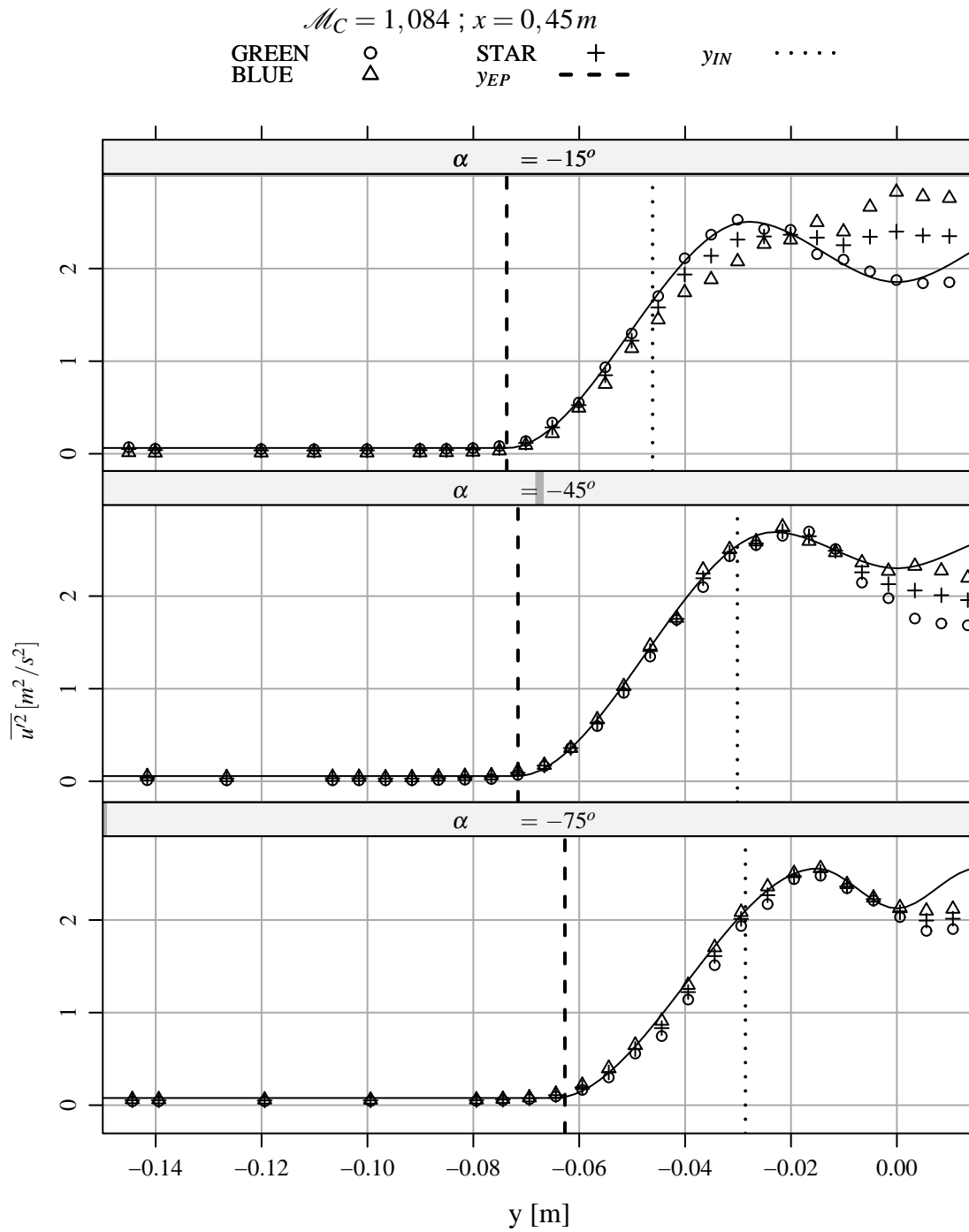


Figura C.71: Tensões normais nas direções α , $x = 0,45 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

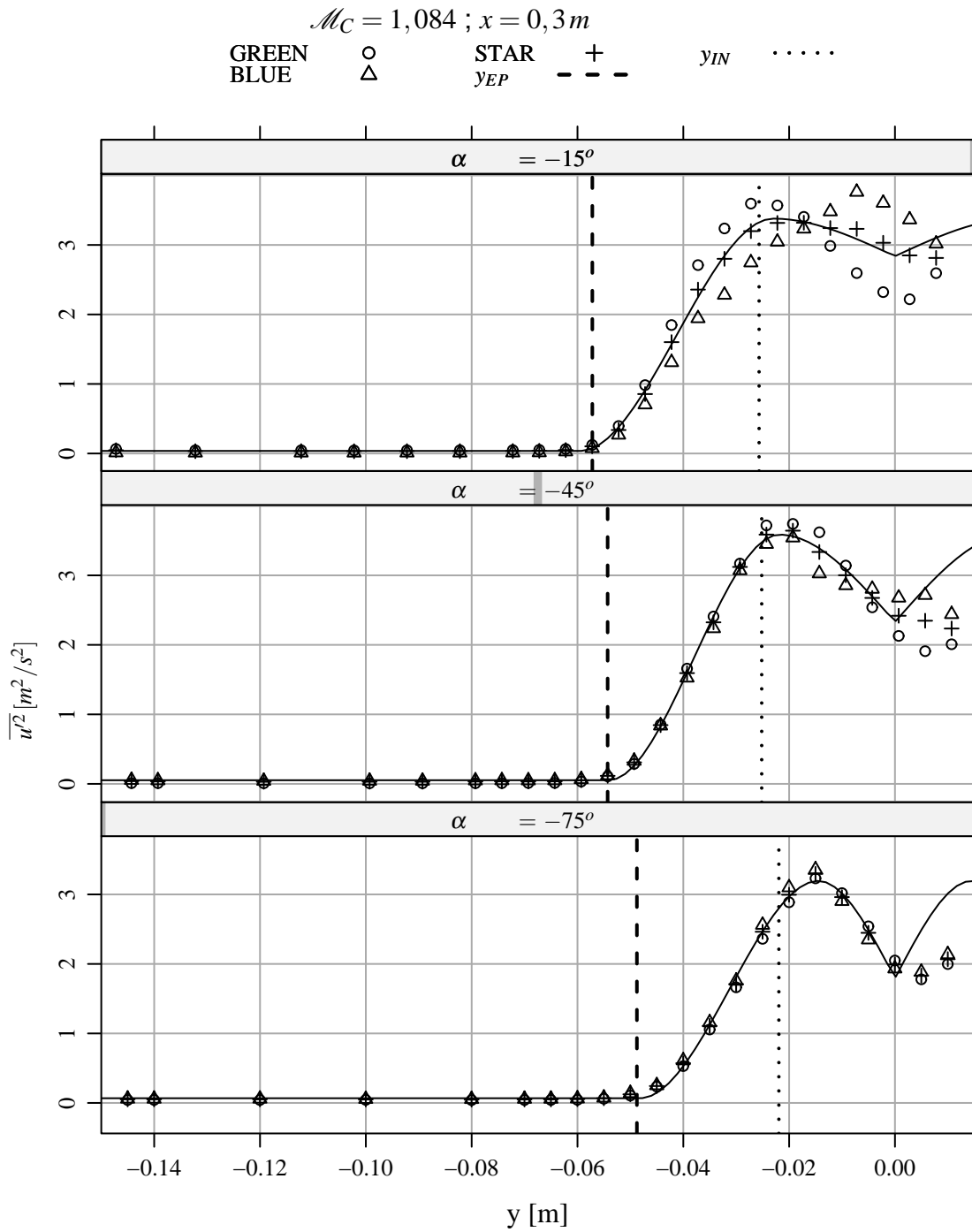


Figura C.72: Tensões normais nas direções α , $x = 0,3 m$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

C.2.1.4 Componente xy

C.2.1.5 Caso $\mathcal{M}_c = 0,242$

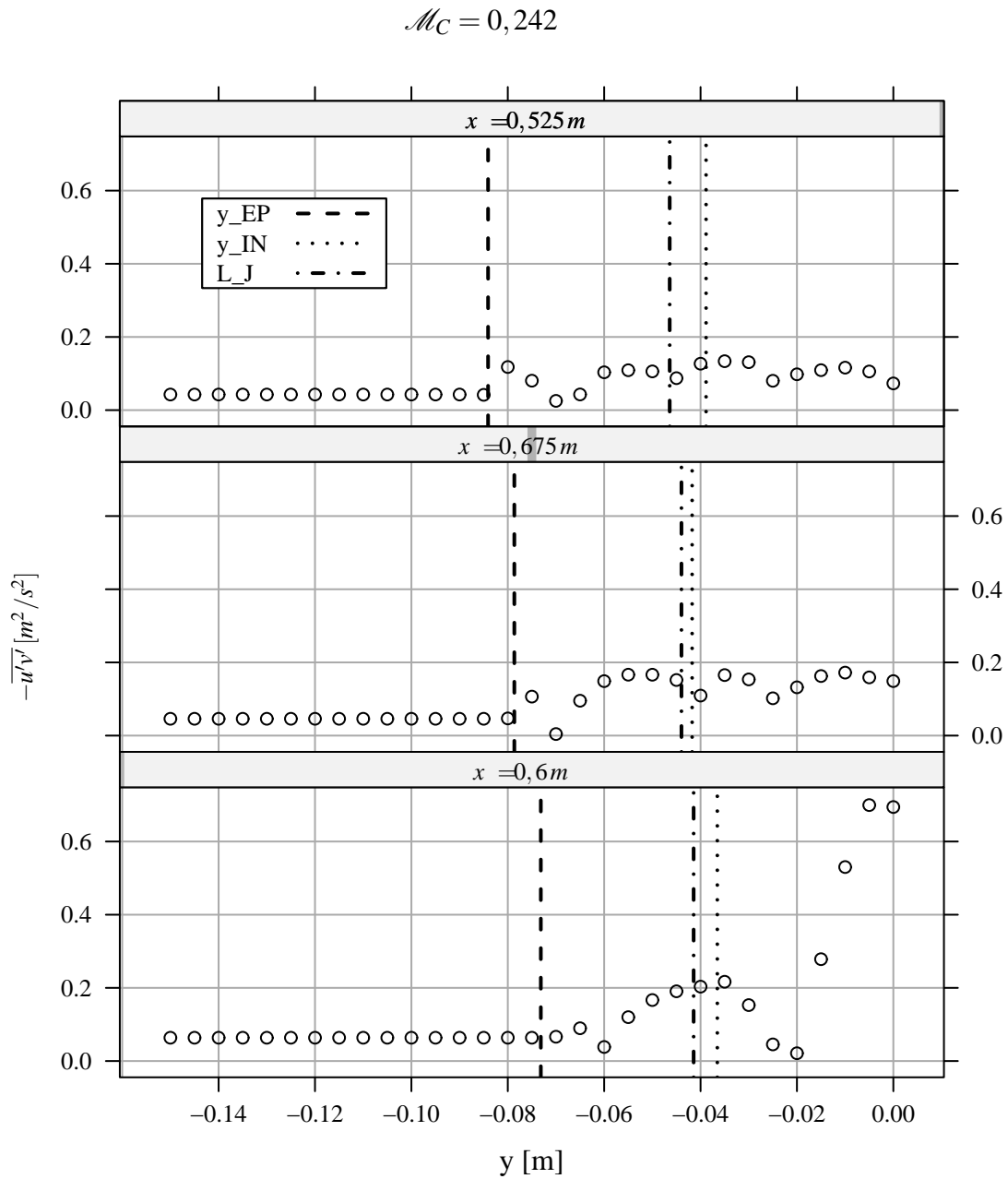


Figura C.73: Tensões normais na direção x , $0,6 \text{ m} \leq x \leq 0,75 \text{ m}$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

$$\mathcal{M}_C = 0,242$$

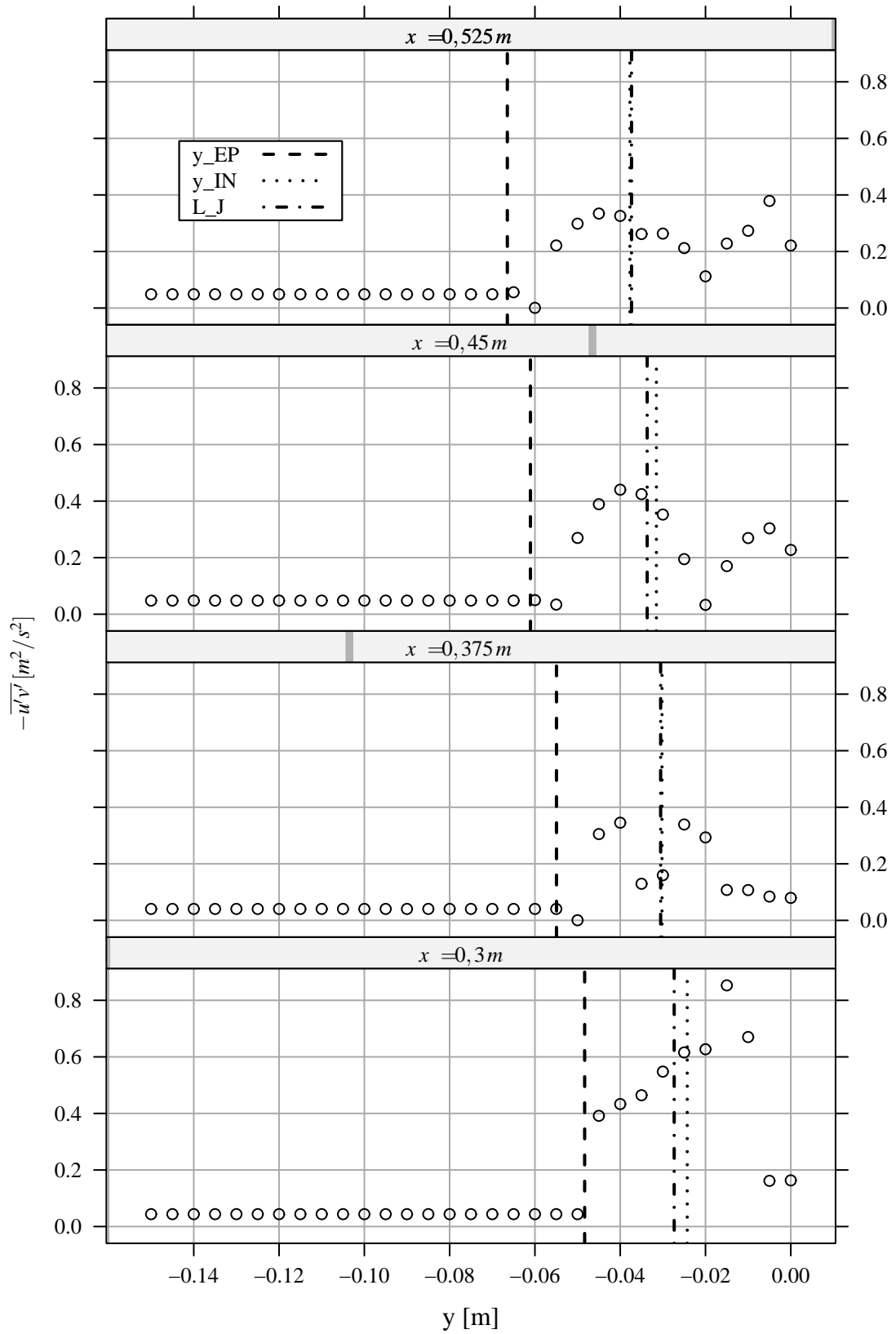


Figura C.74: Tensões normais na direção x , $0,3 m \leq x \leq 0,525 m$, $\mathcal{M}_C = 0,242$.

C.2.1.6 Caso $\mathcal{M}_c = 0,509$

$$\mathcal{M}_C = 0,509$$

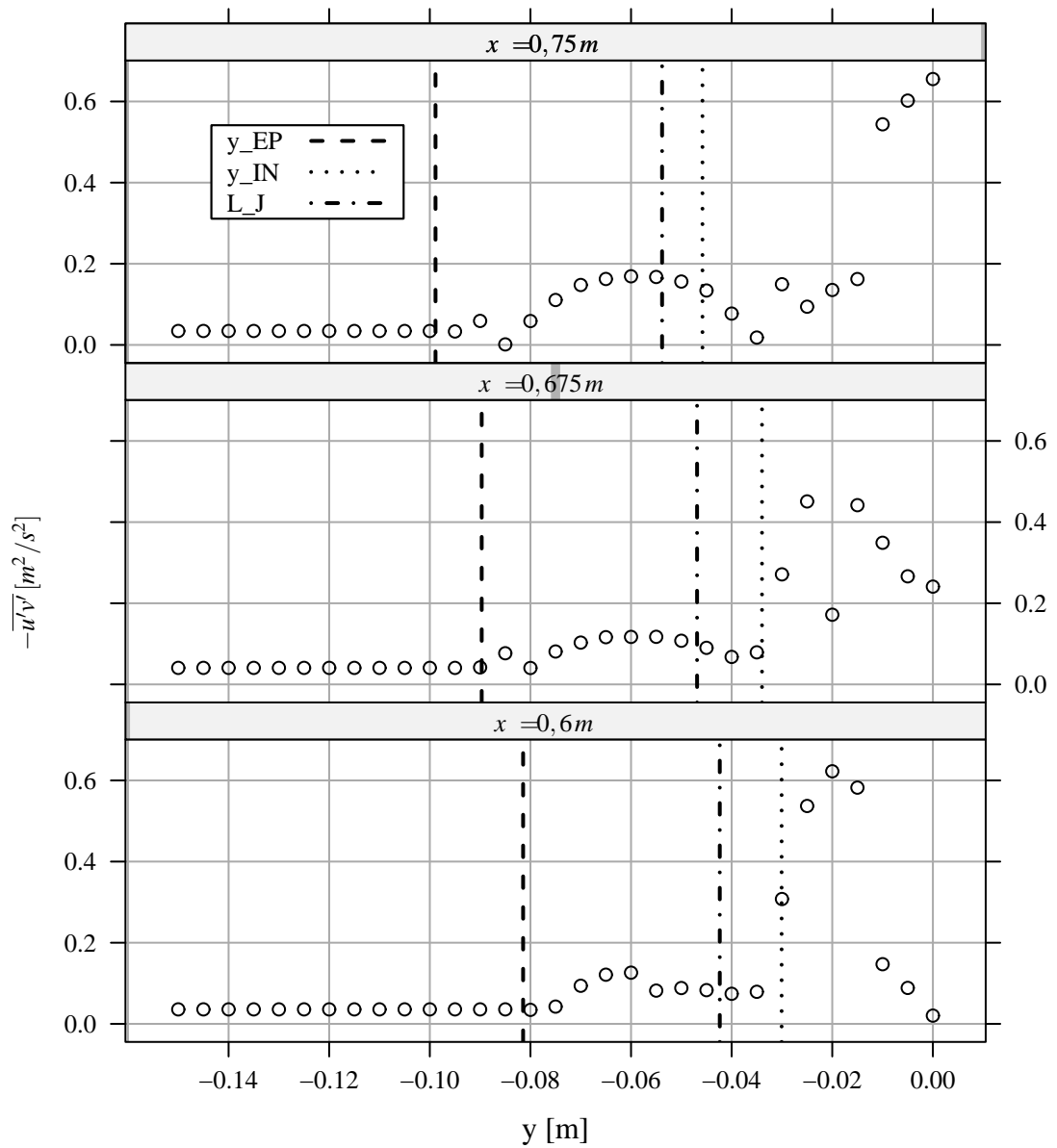


Figura C.75: Tensões normais na direção x , $0,6\text{m} \leq x \leq 0,75\text{m}$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

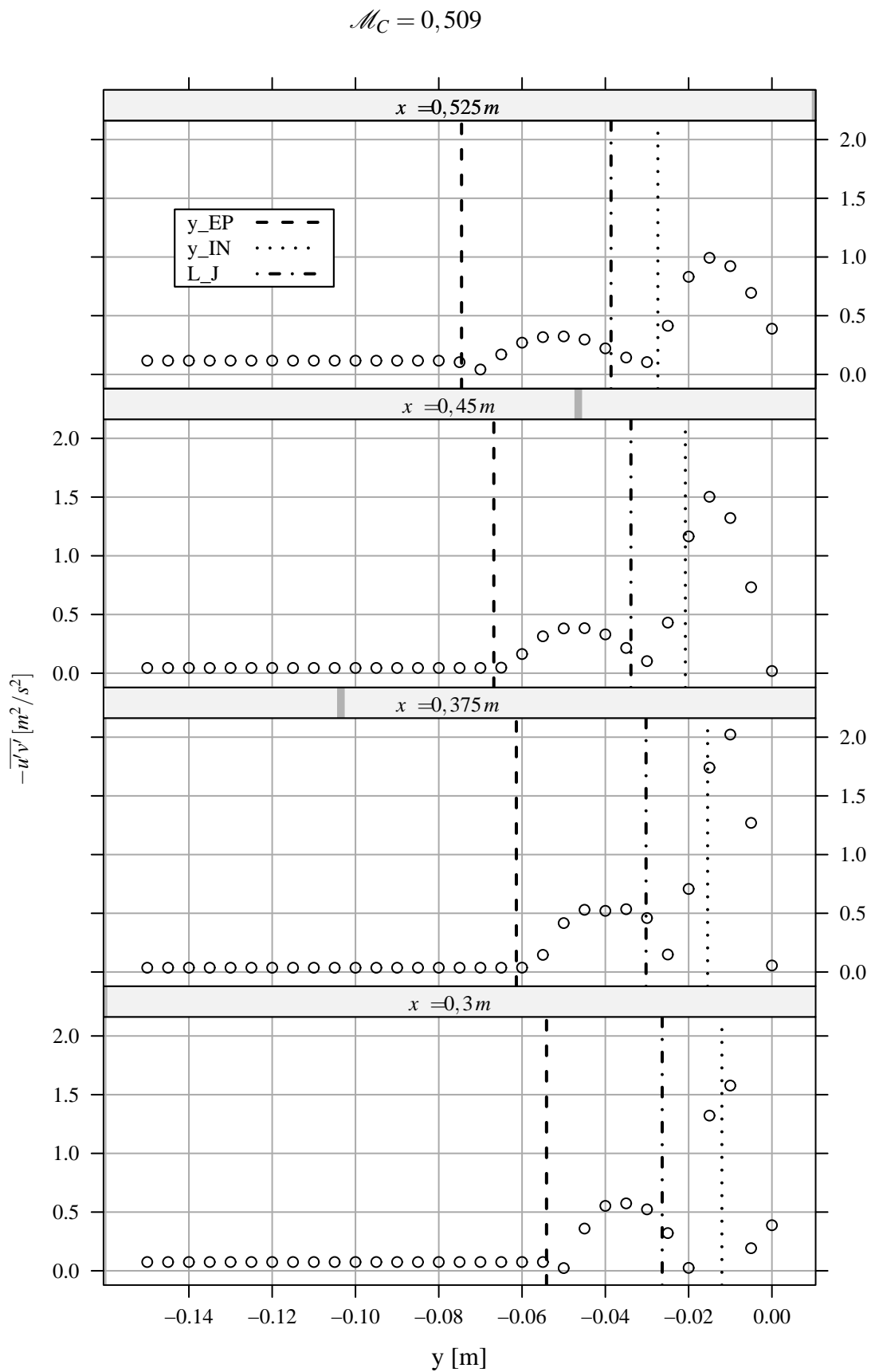


Figura C.76: Tensões normais na direção x , $0,3 \text{ m} \leq x \leq 0,525 \text{ m}$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

$$\mathcal{M}_C = 0,509$$

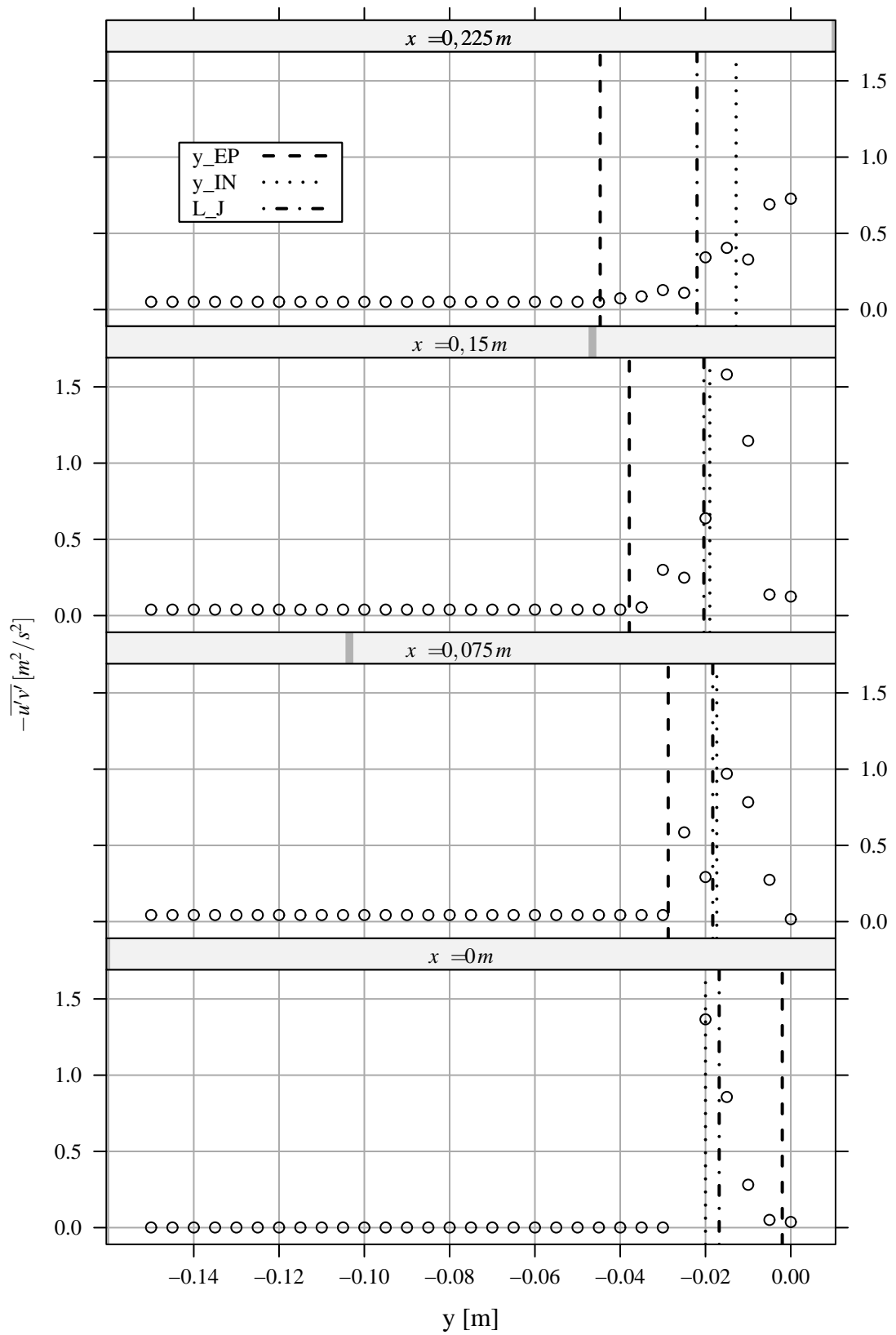


Figura C.77: Tensões normais na direção x , $0\text{ m} \leq x \leq 0,225\text{ m}$, $\mathcal{M}_C = 0,509$.

C.2.1.7 Caso $\mathcal{M}_c = 1,084$

$$\mathcal{M}_C = 1,084$$

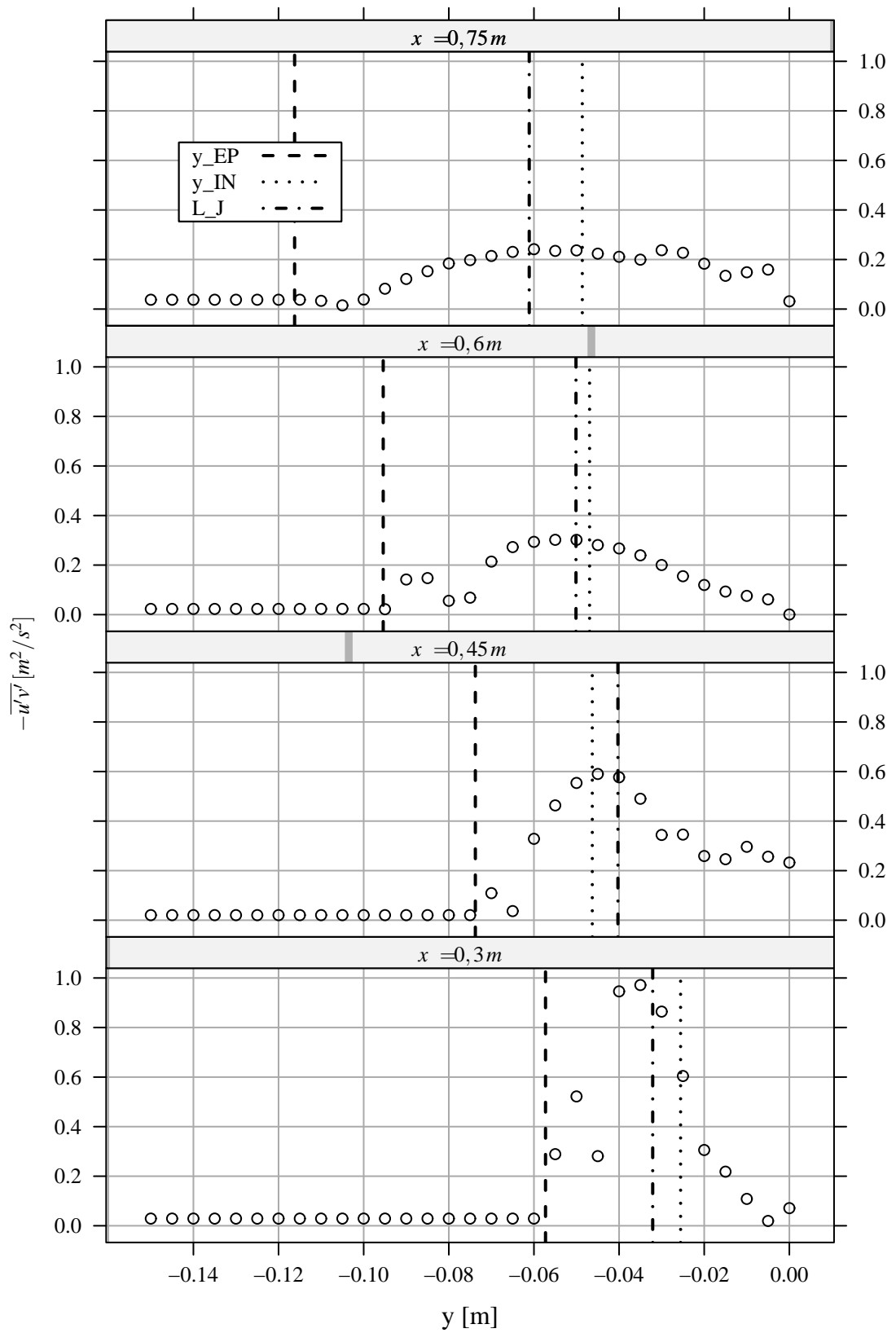


Figura C.78: Tensões normais na direção x , $0,6\text{m} \leq x \leq 0,75\text{m}$, $\mathcal{M}_C = 1,084$.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)