

Tese de Doutorado

Localização de campos em membranas deformadas

Wilami Teixeira da Cruz

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
Fortaleza, 4 de novembro de 2009

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Tese de doutorado

Wilami Teixeira da Cruz

Tese submetida ao Departamento de Física
como requisito para obtenção do grau
de Doutor em Física.

Orientador
Carlos Alberto Santos de Almeida

*Dedico este trabalho
à minha família, a
fonte de toda minha
motivação.*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos que contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Ao professor Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida pela orientação e pelos grandes conselhos.

Toda minha família pelo apoio permanente e incondicional.

Aos meus pais por mesmo depois de muito tempo terem aceitado minha escolha profissional.

Agradeço à minha noiva Joelma pela paciência.

Ao professor Dr. Ricardo Renan Landim pelas discussões.

Ao professor Dr. Adalto Gomes pela ajuda na parte computacional.

Ao professor Dr. Makarius Oliveira Tahim pelas discussões e importante colaboração durante o curso.

Aos colegas do LASSCO, Ivan (brother), Victor, Alex, Diego, Luis, Hudson, Wagner, Luciana, Mário, Gonzaga e Euclides.

Ao professor Dr. Juscelino Silva pelas conversas e exemplo de vida.

Aos professores do Departamento de Física da UFC.

Aos funcionários do departamento de Física da Universidade Federal do Ceará.

À coordenação do curso de pós-graduação em Física da UFC.

À pró-reitoria de Pesquisa e Inovação do IFCE.

Agradeço também à FUNCAP e ao CNPQ pelo apoio financeiro.

Resumo

Analisamos o comportamento de campos de vários *ranks* em modelos de dimensões extras e cenários de membranas com estrutura interna. Trabalhamos em um espaço-tempo AdS (anti de Sitter) de cinco dimensões onde o fator de warp é definido em termos de uma função suave da quinta coordenada.

O fator de warp, assim como o background, são obtidos a partir da deformação de modelos de membrana grossa. Tal cenário imita os modelos de Randall-Sundrum (RS), que podem ser obtidos sob certo limite. No entanto, a vantagem de modelos de membrana grossa é que representam versões não-singulares de cenários RS (Randall-Sundrum).

A partir da ação de acoplamento de um campo escalar real com gravidade descrevemos a geometria do cenário a partir das equações de Einstein. Encontramos então, a partir de um potencial $\lambda\phi^4$, soluções do tipo kink para o campo escalar que representa a própria membrana. Nesse caso, a solução interpola assintoticamente dois espaços *AdS*, como uma parede de domínio.

A partir de um procedimento de deformação no potencial, podemos obter uma classe de soluções de membrana. A vantagem desses novos modelos é que apresentam uma estrutura interna. As soluções também interpolam dois espaços *AdS* com uma nova estrutura de transição entre os domínios onde o campo escalar assume valor nulo. Essas estruturas têm influência na geometria do cenário e conseqüentemente nos métodos de localização.

Nesse cenário de membrana, obtivemos novos resultados sobre a localização de modos zero para o campo escalar e para campos fermiônicos. Quando tomamos os modos massivos resultantes das componentes dos campos na quinta dimensão, encontramos novas estruturas de ressonância. Tais estruturas nos auxiliam a entender a relação dos modos massivos com a membrana.

Novos resultados também foram obtidos quando tomamos os campos vetorial e tensorial de gauge. Nesses casos, para garantir a localização dos campos tivemos que introduzir no cenário um novo campo escalar, o dilaton. Neste ponto procedemos com uma nova análise sobre a interação do dilaton com a estrutura deformada. O mecanismo de localização dos campos de gauge e de Kalb-Ramond são diretamente afetados pela estrutura interna da membrana. Novamente, analisando o espectro massivo, detectamos significativas alterações nos potenciais da equação de Schroedinger resultante quando os comparamos com modelos de membrana grossa usuais. Detectamos estruturas de ressonância no espectro massivo para o campo de gauge. Estruturas semelhantes aparecem no estudo do campo de Kalb-Ramond nos dois métodos de detecção adotados.

Abstract

We analyze the behavior of fields of various ranks in models of extra dimensions and scenarios containing membranes with internal structures. For this purpose we start from a five dimensions AdS space-time where the warp factor is defined in terms of a smooth function of the fifth coordinate.

The warp factor, as well as the background, are obtained from the deformation of thick brane models. This scenario mimics the Randall-Sundrum scenario (RS), which can be obtained under certain limit. However, the advantage of thick brane models is that they represent a non-singular version of RS (Randall-sundrum) scenarios.

Starting from the action with the coupling of a real scalar field and gravity we describe the space-time geometry from the Einstein's equation. Choosing a $\lambda\phi^4$ potential, we find kink-like solutions for the scalar field that represents the membrane itself. In this case, the solution interpolates two asymptotically AdS spaces, such as a domain wall.

From a deformation procedure of the potential, we obtain a class of brane solutions. The advantage of these new models is that they host internal structures. The solutions also interpolate two AdS spaces with a new transition structure where the scalar field has zero value between the domains. These structures have influence on the scenario's geometry and therefore the localization methods.

In this brane scenario we obtained new results on the location of zero modes for the scalar and fermionic fields. Taking the massive modes resulting from the fifth dimension components of the fields, we find new resonance structures. These structures help us to understand the relationship of massive modes with the membrane.

New results were also obtained when we take the vector and tensor gauge fields. In such cases, to ensure the location of these fields, we had to introduce a scalar field on the scenario, the Dilaton field. At this point we proceed with a new analysis of the dilaton interaction with the deformed structure. The localization mechanisms of

gauge and Kalb-Ramond fields are directly affected by the brane's internal structure. Again, analyzing the massive spectrum, we detected significant changes in the potential of the resulting Schroedinger's equation when compared with models of usual branes. Resonance structures are detected in the spectrum for the massive gauge field. Similar structures appear in the study of the Kalb-Ramond field by the two detection methods adopted.

Conteúdo

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iv
Conteúdo	1
Introdução	4
1 Interação gravitacional	14
1.1 Campo escalar	16
1.2 Espinor de Dirac	18
2 Membrana gerada por kink	21
2.1 Introdução	21
2.2 A membrana como kink	22
3 A estrutura de membrana deformada	30
3.1 Motivação	30
3.2 O procedimento de deformação	31
4 Localização de campo escalar	36
4.1 Modo zero de campo escalar	36
4.2 Modo massivo de campo escalar	40

4.3	Ressonâncias	43
5	Férmions	47
5.1	Motivação	47
5.2	Modo zero	48
5.3	Modos massivos	53
5.4	Ressonâncias	60
5.4.1	Quiralidade direita	61
5.4.2	Quiralidade esquerda.	67
5.5	Discussão de resultados	69
6	Membrana deformada dilatônica	71
6.1	Motivação	72
6.2	Adicionando o dilaton ao cenário	73
6.3	Método superpotencial	75
7	Campo de gauge	78
7.1	Motivação	78
7.2	Localização na membrana deformada	80
7.3	Modo zero na membrana dilatônica	82
7.4	Modos massivos	86
7.5	Ressonâncias	90
7.6	Discussão dos resultados	93
8	Campo de Kalb-Ramond	96
8.1	Motivação	97
8.2	Modo zero na membrana deformada	97
8.3	Modo massivo na membrana deformada	99

8.4	Modo zero na membrana deformada dilatônica	99
8.5	Modo massivo na membrana deformada dilatônica	103
8.6	Discussão dos resultados	106
Conclusões e Perspectivas		109
Bibliografia		113

Introdução

Apesar de não existir nenhuma evidência experimental de que o nosso universo possui mais do que quatro dimensões, teorias de dimensões extras têm sido cada vez mais usadas para resolver problemas em física de altas energias. Um universo quadridimensional possui características importantes como a renormalizabilidade de teorias de gauge para as interações fraca, forte e eletromagnética. No entanto, é possível e bastante instrutivo construir tais teorias em modelos de universo com mais ou menos do que o padrão quadridimensional. Podemos citar por exemplo o estudo de vórtices em sistemas planares (2+1)D e suas aplicações em física da matéria condensada, especificamente em supercondutividade [1]. Por outro lado, considerar a existência de dimensões extras tem sido uma importante ferramenta teórica para a solução de problemas em teorias com quatro dimensões. Na mesma medida, o interesse na realização de experimentos capazes de revelar a existência dessas dimensões adicionais tem aumentado nos últimos anos. Em física de altas energias, a principal motivação para o estudo desses tópicos resulta da procura por uma teoria capaz de unificar gravidade com as outras forças fundamentais.

O primeiro esforço no contexto de unificação de gravidade com eletromagnetismo via dimensões extras foi executado por Kaluza [2] e Klein [3]. A idéia adotada foi considerar um espaço plano com cinco dimensões, sendo quatro espaciais e uma temporal, com um campo gravitacional de 15 componentes. No espaço-tempo quadridimensional (3+1), esses 15 graus de liberdade foram decompostos entre um tensor de rank 2 associado ao campo gravitacional padrão $g_{\mu\nu}$, um vetor representando o potencial eletromagnético A_μ

e um escalar. Para explicar o fato de não existir nenhum efeito detectado da existência de mais dimensões, o modelo de Kaluza-Klein (KK) considera a idéia de dimensões extras compactas sendo representadas por uma esfera S^1 de raio microscópico. Esta escolha promove a discretização dos auto-modos da teoria cujas massas são relacionadas com o raio de compactificação, os quais são os chamados modos KK. Neste modelo, estes estados excitados são tão pesados que ultrapassam os limites de energia alcançados pelos aceleradores atuais.

Uma outra vertente de pesquisas considerando universos multidimensionais surgiu nos anos 60 a partir do estudo de espalhamento de hádrons. Neste cenário, um modelo de ressonância dupla foi descrito [4], sendo que o espectro dos estados no modelo foi verificado ser reproduzido pelo espectro de uma corda vibrante. A motivação referente a dimensões extras é devido ao fato de o modelo ser consistente com 26 dimensões se bosônico ou 10 se supersimétrico. Conhecida atualmente como teoria de cordas, foi inicialmente estabelecida para descrever interações fortes tendo uma escala hadrônica da ordem de GeV, escala esta definida pela tensão da corda. Neste ponto a presença de um modo não massivo de spin 2, sem partícula hadrônica equivalente conhecida, mostrava-se inconsistente. Foi então que se propôs relacionar tal modo com o gráviton, substituindo, então, a escala hadrônica pela escala de Planck gravitacional $M_{PL} = 10^{19} \text{GeV}$. A partir desta substituição, a teoria de cordas foi então reformulada dando origem à primeira fusão da teoria gravitacional com a mecânica quântica. As dimensões adicionais são regularmente microscópicas devido a escala natural de comprimento ser da ordem da escala de Planck de 10^{-33}cm . Outro ponto importante é que as massas dos estados excitados são da ordem da escala de Planck M_{PL} , o que infelizmente impossibilita a teoria de ser testada experimentalmente. No entanto, com os desdobramentos da teoria de Kaluza-Klein aplicadas à inclusão de teorias de Yang-Mills em supergravidade, os desenvolvimentos recentes de teorias de supercordas podem levar à unificação de todas

as teorias multidimensionais.

Em outra linha de idéias, modelos de dimensões extras surgiram num contexto de quebra espontânea de simetria por campo de Higgs em teorias de gauge não abelianas. Nesse caso, a dependência espacial do valor esperado para o campo de Higgs demanda por defeitos topológicos para modelar partículas elementares [5, 6]. Tal motivação foi resultado do surgimento de modelos em que o universo quadridimensional é descrito por um defeito tipo parede de domínio o qual está contido em um mundo multidimensional [7]. Nesse caso toda a matéria do modelo padrão é confinada à parede de domínio, o que oculta a dimensão complementar para as forças forte, fraca e eletromagnética. O mesmo não pôde ser feito para gravidade, o que nesse caso, restringe qualquer dimensão extra à uma escala microscópica. Esta é a idéia primordial do que conhecemos sobre modelos de mundos de membranas ou “brane-worlds”. Posteriormente um tipo similar de parede de domínio foi considerado em teorias de supercordas sendo adotada como o local onde terminam as cordas [8]. Os referidos defeitos ficaram conhecidos nessa conjectura como “D-branes”, onde o D diz respeito às condições de contorno de Dirichlet. Nesse caso o tamanho da dimensão extra também é considerado microscópico.

O conceito de dimensões extras microscópicas foi inicialmente violado com as idéias de Arkani-Hamed, Dimopoulos e Dvali (ADD) [9] sobre as vantagens de considerar dimensões complementares de tamanho considerável. O modelo especula inclusive sobre o tamanho permitido para tais dimensões, tendo como principal propósito solucionar o problema de hierarquia. O referido problema diz respeito à grande discrepância entre as escalas gravitacionais de massa eletrofraca $M_{EF} = 10^3 GeV$ e de Planck $M_{PL} = 10^{19} GeV$. A escala de Planck é definida pela equivalência entre massa e energia a partir da massa de Planck, que por sua vez é representada pela unidade de massa no sistema natural de unidades. Mais precisamente esse valor de massa é dado por $m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 1,2209 \times 10^{19} GeV/c^2$, onde c é a velocidade da luz no vácuo, G é a constante gravitacional e \hbar é a constante

de Planck reduzida. A escala eletrofraca por sua vez é determinada por $v = (G_F\sqrt{2})^{1/2}$ onde G_F é a constante de Fermi.

Um aspecto interessante do modelo ADD é que apesar de serem compactificadas, as n dimensões espaciais extras possuem um raio comum não necessariamente microscópico. Outro ponto importante é que neste cenário de mundo com $(4 + n)$ dimensões, a gravidade é controlada pela escala eletrofraca ao invés da escala de Planck, obviamente com intenção de unificar as interações gravitacional e eletrofraca. As linhas de fluxo gravitacional podem potencialmente ficar confinadas ao nosso mundo quadridimensional, sendo que o potencial gravitacional em $M(3 + n, 1)$ entre dois corpos estáticos de massas m_1 e m_2 , $V(r) = m_1m_2/M_{PL(4+n)}^{n+2}r^{n+1}$ é convertido em $V(r) = m_1m_2/M_{PL(4+n)}^{n+2}rR^n$ com $M(3, 1) \times S_n$. Isto resulta em um acoplamento gravitacional quadridimensional dado por $M_{PL}^2 = M_{PL(4+n)}^{n+2}R^n$, onde devemos ter $M_{PL(4+n)} \sim M_{EF}$. Como M_{PL} é da ordem de $10^{19}GeV$, o valor $n = 1$, que resulta em $R \sim 10^{13}cm$, deve ser descartado para não haver discordância com o observado experimentalmente na gravidade de Newton nessa escala de distância. No entanto, R assume valores da ordem de milímetros para $n = 2$, o que é importante porque nesta escala de comprimento, a gravidade nunca tinha sido testada. As linhas de fluxo gravitacional podem em princípio vazar para dimensões extras manifestando-se como modificações em escala milimétrica para gravidade em 4 dimensões. Com os grávitons propagando-se nas dimensões adicionais, os campos do modelo padrão devem ser localizados em uma variedade quadridimensional. Estes fatos fizeram surgir a possibilidade de detectar em aceleradores de partículas, no caso de duas dimensões extras, modificações na lei de gravidade Newtoniana em nível milimétrico. As idéias acima foram posteriormente estendidas ao conceito de membranas originário de teorias de cordas a partir do trabalho [10] de Antoniadis, Arkani - Hamed, Dimopoulos e Dvali em (1998), e ganharam assim mais abrangência. O setor gravitacional consiste neste caso de cordas fechadas propagando-se no volume ultra-dimensional enquanto que

a matéria consiste de cordas abertas vivendo em uma membrana D3. As novas dimensões podem teoricamente ser testadas pela perda de energia levada pelos grávitons para fora da membrana. Apesar de até 2003 [11] não terem sido detectadas discrepâncias a nível milimétrico ou sub-milimétrico na teoria Newtoniana de gravidade, o trabalho de Arkani-Hamed, Dimopoulos e Dvali fez surgir, pelo menos teoricamente, a possibilidade de experimentar evidências de dimensões extras em níveis de energia e distância alcançáveis atualmente. Infelizmente, apesar do formalismo ADD solucionar a hierarquia entre as escala de Planck e eletrofraca, introduz uma nova hierarquia entre as escalas eletrofraca e de compactificação.

Uma solução mais completa para o problema de hierarquia foi apresentada por Lisa Randall e Raman Sundrum em 1999 (RS-I) [12], e podemos citar como aspectos mais importantes do modelo:

1. existência de apenas uma dimensão extra não microscópica compactificada, uma variedade de simetria Z_2 , na qual pontos opostos da quinta dimensão são identificados;
2. duas membranas localizadas em pontos diametralmente opostos dessa variedade;
3. a geometria do volume multidimensional não é mais considerada plana. Ao invés disso adota-se uma geometria de cinco dimensões anti-de Sitter;
4. uma hierarquia exponencial, gerada pela métrica, determina a escala fraca a partir da escala de Planck.

A métrica utilizada não é fatorizável e a parte quadridimensional é multiplicada por um fator de “warp”, que é função da dimensão adicional, $ds^2 = e^{-2kr_c\phi}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + r_c^2 d\phi^2$, onde x^μ são as coordenadas em quatro dimensões, k é uma escala da ordem massa Planck e $0 \leq \phi \leq \pi$ é a coordenada para a quinta dimensão de tamanho determinado por r_c .

Resumidamente, um importante resultado deste modelo é a relação

$$M_{PL}^2 = \frac{M^3}{k} [1 - e^{-2kr_c\pi}], \quad (1)$$

onde M é a escala fundamental em $5D$. O valor de M_{PL} , no limite quando kr_c é grande, depende muito pouco de r_c . Dessa forma, a exponencial tem muito pouco efeito na determinação da escala de Planck e teremos $M_{PL} \sim M \sim k$. Ao invés da supressão ser regulada pelo tamanho da dimensão extra como no formalismo ADD, neste cenário, a supressão é dada pela curvatura do espaço fora da membrana que atua como um meio refrativo para o campo gravitacional. Outro ponto importante é que a partir da análise da teoria efetiva para o campo de Higgs com a métrica não fatorizável chega-se a escala TeV com $kr_c \approx 10$ e sem grandes hierarquias entre outros parâmetros fundamentais.

A configuração de duas membranas do cenário de Randall Sundrum (RS-II) foi alterada em [13] introduzindo-se a idéia de uma dimensão extra de tamanho infinito. A gravidade quadridimensional Newtoniana bem como da relatividade geral puderam ser reproduzidas nesse contexto. Para entender melhor o cenário RS-II (Randall Sundrum II), podemos relembrar o cenário ADD, onde a precaução para evitar conflitos com a observação em cenário de dimensão extra foi confinar todos os campos do modelo padrão a uma membrana subespaço de um espaço com cinco dimensões. Esta idéia é incompatível com a gravidade, que sendo constituinte da própria estrutura do espaço-tempo, deve propagar-se em todas as dimensões [13]. De fato, se não queremos ir de encontro a validade experimental da lei de Newton e da relatividade geral, devemos considerar somente dimensões adicionais compactas e milimétricas. No entanto, no modelo RS-II [13], o uso de uma métrica não fatorizável foi o ponto chave para resolver essa incompatibilidade. O conceito de duas membranas, uma oculta e outra visível, onde a função de onda para o modo zero do gráviton é mais forte na membrana oculta [12], é invertido quando se faz $r_c \rightarrow \infty$. Dessa forma, no cenário RS-II, a segunda membrana no "orbifold", denominada oculta, é descartada e o gráviton é localizado na membrana visível. Outro ponto

importante é que mesmo no limite $r_c \rightarrow \infty$ o valor da escala de Planck é bem definido, o que mantém a utilidade da teoria na solução do problema de hierarquia.

A principal constatação do modelo RS-II vem da forma do potencial gravitacional não-relativístico entre duas partículas de massas m_1 e m_2 na membrana

$$V(r) = G \frac{m_1 m_2}{r} \left(1 + \frac{1}{kr} \right), \quad (2)$$

onde observamos claramente que com k da ordem da escala de Planck, a correção $\frac{1}{kr}$ é extremamente suprimida, dando lugar ao potencial Newtoniano usual. Dessa forma é possível considerar a dimensão extra de tamanho infinito, sendo que a sua presença é ocultada pela supressão exponencial de toda troca de informação gravitacional entre a membrana e o espaço fora dela.

Como definido no modelo de Randall Sundrum todos os campos do modelo padrão devem ficar confinados à membrana. Então, é natural surgir o seguinte questionamento: poderão os campos dos mais variados ranks ser efetivamente localizados na membrana descrita nesse modelo? Tomando-se essa pergunta como motivação, vários trabalhos, procuraram testar o comportamento dos mais variados campos no cenário RS. Resumidamente, podemos citar o trabalho [14], mostrando a localização de um campo escalar na membrana visível e os artigos [15], sobre localização de campos fermiônicos não massivos com a ajuda de um acoplamento Yukawa. Apesar do modelo de Randall Sundrum apresentar uma solução para problema de hierarquia, não suporta localização na membrana de modos zeros para o campo de gauge [16].

Diante dessas dificuldades, outros modelos, como aqueles que apresentam cenários de membranas modeladas por defeitos topológicos, foram apresentados como alternativa para o problema da não localização do campo de gauge. Em tais modelos o número de dimensões extras determina o tipo de defeito mais adequado para moldar a estrutura. Por exemplo, se consideramos apenas uma dimensão extra podemos modelar o universo como uma parede de domínio. Seguindo essas idéias, alguns trabalhos consideraram o

acoplamento de gravidade em 5 dimensões com um campo escalar, o qual modela a parede de domínio [17, 18, 19]. Estas membranas não são infinitamente finas sob ponto de vista de dimensão extra, o que resulta em um cenário livre de singularidades. Neste caso, a condição de ajuste fino é resultado da própria teoria de membrana induzida. O fator de warp é uma função suave e determinado pela forma do potencial escalar. Denominadas espessas, estas membranas mimetizam um cenário de Randall Sundrum e podem sob certo limite voltar a ser infinitamente finas.

Membrana geradas por kinks não suportam naturalmente localização de modos zeros para os campos vetoriais e tensoriais de gauge. O campo tensorial ao qual nos referimos é o campo de Kalb-Ramond (KR). Uma alternativa para contornar esse problema é introduzir um campo do "bulk". Como mostrado em [19] num contexto de membrana modelada por kink, o acoplamento com o dilaton possibilita a localização de modos zeros para o campo de gauge. Este tipo de acoplamento também foi usado em diversos modelos como mecanismo de localização do campo de gauge [20, 21], inclusive em paredes de domínio. A localização de modos zeros para o campo de KR [22] também foi alcançada pelo mesmo mecanismo num cenário de membrana gerada por kink.

Como podemos notar, um importante problema no estudo de modelos de dimensões extras atualmente consiste em determinar, entre os diversos cenários de membrana, aqueles capazes de localizar os campos do modelo padrão. No nosso, caso dedicamos atenção ao estudo de campos de vários ranks em um tipo bastante peculiar de membrana gerada por um campo escalar real. Como veremos, a partir de um procedimento de deformação de um potencial ϕ^4 , obteremos uma classe de soluções classificadas como two-kink [23]. Como mostrado em [24], este tipo de modelo de membrana suporta localização de modos zeros obtidos de flutuações no setor transversal de traço nulo (TT) da métrica. Estes defeitos fazem surgir uma estrutura interna na membrana, tendo implicações na distribuição de densidade de matéria e energia ao longo da dimensão extra [24]. O in-

teresse no estudo desses defeitos é devido a suas aplicações em física de altas energias e matéria condensada. Podemos citar como exemplo um caso de acoplamento de campo escalar complexo com gravidade onde uma transição de fase gera um "splitting" na membrana espessa [25]. Em matéria condensada este fenômeno é conhecido como "complete wetting".

Podemos definir nosso objetivo como sendo analisar o comportamento dos modos zeros e massivos para campos escalares, fermiônicos, de gauge, e de Kalb-Ramond nessas estruturas de membranas deformadas. Como veremos, o parâmetro resultante do procedimento de deformação terá implicações nos métodos de localização, assim como na característica do acoplamento dos modos de Kaluza-Klein com a membrana. O método utilizado para afirmar que os modos zero (massa zero) dos campos são localizados, consiste em analisar, na ação efetiva, o resultado das soluções das equações de movimento. Para soluções normalizáveis (ação efetiva finita) dizemos que os modos são localizados. Transportando nosso problema para um cenário de mecânica quântica, obteremos importantes interpretações a respeito dos modos KK que nos auxiliaram na busca de estados ressonantes. Como descrito em [17], no estudo de localização de gravidade em paredes de domínio, a existência dessas estruturas pode nos fornecer um espectro de modos KK com acoplamento não suprimido com a matéria da membrana.

A tese é apresentada na seguinte sequência; no capítulo 1, descrevemos o acoplamento de férmions e o campo escalar com gravidade; no capítulo 2, mostramos os detalhes de um cenário de membrana grossa; no passo seguinte, apresentado no capítulo 3, apresentamos a estrutura de membrana deformada; nos dois capítulos seguintes mostramos os resultados de localização dos campos escalar e fermiônicos. No capítulo 6, analisamos os efeitos da introdução do campo escalar dilaton ao cenário. Nos dois capítulos seguintes, analisamos os detalhes da localização dos campos vetorial e tensorial de gauge na membrana dilatônica. Ao final, apresentamos um resumo geral dos resultados com perspectivas

futuras. A análise da localização dos campos citados acima em modelos de membranas com estrutura interna é nova na literatura. Um caso particular de nossos resultados sobre ressonâncias no espectro massivo do campo de gauge foi publicado no trabalho [22], de nossa autoria. O método numérico utilizado na análise dos modos massivos e detecção de ressonâncias também representa uma novidade no cenário de membranas grossas.

Capítulo 1

Interação gravitacional

Neste capítulo, apresentamos tópicos básicos ao desenvolvimento dos modelos de mundo com cinco dimensões. Mostraremos como deve ser feito o acoplamento de um campo escalar com a gravidade, o que será importante na descrição dos modelos de membrana. Também mostramos como ocorre o acoplamento de férmions com gravidade, o que será útil no estudo da localização destes campos.

A partir do conceito matemático de ação, podemos construir todas as leis fundamentais da Física Clássica. Podemos, então, a partir da análise da invariância das equações de movimento, definir quantidades conservadas. O conceito de ação pode ser estendido ao estudo de Física Quântica a partir da introdução das integrais de caminho de Feynman. Essa ferramenta matemática nos revela uma linguagem para descrever a transição entre Mecânica Clássica e Quântica [26].

Para obtermos as leis de conservação da Relatividade Especial, precisamos ter invariância sobre transformações de Lorentz globais e translações. Se queremos incluir gravidade ao nosso cenário, devemos realizar a transição da Relatividade Especial para a Geral, assim o princípio da equivalência deve então ser considerado. De uma maneira geral, este princípio nos diz que um referencial em que uma partícula é submetida a um campo gravitacional é equivalente àquele em que o referencial é correspondentemente

acelerado.

Inicialmente, consideremos uma partícula em um campo gravitacional constante. A partir das leis de Newton temos

$$m_I \vec{a} = m_G \vec{g}. \quad (1.1)$$

Qualquer força externa atuando na partícula é igual ao produto da sua aceleração pela massa da própria partícula, denominada massa inercial m_I . Uma força gravitacional externa é proporcional a quantidade m_G , que chamamos de massa gravitacional de partícula. As duas massas definidas acima são, com uma grande precisão, numericamente iguais, embora pertençam a cenários diferentes. Dessa forma, considerando $m_I = m_G = m$, podemos reescrever a equação (1.1) da seguinte forma

$$m \frac{d^2}{dt^2} \left[\vec{r}(t) - \frac{\vec{g} t^2}{2} \right] = 0. \quad (1.2)$$

Podemos interpretar que o campo gravitacional externo pode ser gerado a partir de uma mudança de referencial

$$\vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \vec{r} - \frac{\vec{g} t^2}{2}. \quad (1.3)$$

Assim, vista de um referencial em queda livre ($g = \text{constante}$), a partícula estaria livre de gravidade. Chegamos a esta conclusão tomando um campo gravitacional constante, mas geralmente o campo gravitacional varia em todos os pontos do espaço. No entanto, de acordo com Einstein, o campo gravitacional é tal que em todos os pontos do espaço-tempo existe um sistema de coordenadas ξ_a no qual a gravidade parece não existir. É claro que, de ponto a ponto, esse sistema de coordenadas varia. Dessa forma, dado um sistema de coordenadas privilegiado ξ_a em um ponto do espaço-tempo, podemos relacioná-lo com um sistema de coordenadas arbitrário de modo que a Física em termos de ξ_a , independe da escolha do sistema arbitrário. Assim, usaremos os índices $a, b, c, d...$ para o sistema plano e $\mu, \nu, \lambda, \sigma...$ para o sistema arbitrário.

1.1 Campo escalar

Inicialmente, na ausência de gravidade tomemos a ação para um campo escalar em 4D sujeito a um potencial $V(\phi)$

$$S = \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + V(\phi) \right]. \quad (1.4)$$

O elemento de volume é dado por

$$d^4x = dx^1 dx^2 dx^3 dx^4. \quad (1.5)$$

Pelo princípio da equivalência, para incluir o campo escalar num campo gravitacional, devemos reescrever as coordenadas x^μ , assim como suas derivadas, como um sistema de coordenadas planas, como se estivessem no referencial de queda livre que usamos para exemplificar no início. Devemos então tomar a seguinte transformação,

$$x^\mu \rightarrow \xi^a, \quad (1.6)$$

onde ξ^a será o sistema de coordenadas planas, com $a = 1, 2, 3, 4$. O elemento de linha nesse sistema será dado por

$$ds^2 = \eta_{ab} d\xi^a d\xi^b, \quad (1.7)$$

onde η_{ab} é a métrica de Minkowski. A nova ação, incluindo a gravidade, será

$$S = \int d^4\xi \left[\frac{1}{2} \eta^{ab} \partial_a \phi \partial_b \phi - V(\phi) \right], \quad (1.8)$$

com as derivadas em relação às coordenadas planas

$$\partial_a \equiv \frac{\partial}{\partial \xi^a}. \quad (1.9)$$

O elemento de volume também deve ser escrito em termos das coordenadas planas

$$d^4\xi = d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3 d\xi^4. \quad (1.10)$$

A informação sobre o campo gravitacional surge da variação das coordenadas planas ponto a ponto no espaço. As coordenadas ξ^a devem ser descritas como funções locais de um sistema de coordenadas não-inercial x^μ da seguinte forma

$$d\xi^a(x) = \frac{\partial \xi^a}{\partial x^\mu} dx^\mu. \quad (1.11)$$

As matrizes de transformação do sistema de coordenadas planas para um sistema arbitrário são chamadas tetradas e dadas por

$$e_\mu^a = \frac{\partial \xi^a}{\partial x^\mu}. \quad (1.12)$$

A tetrada carrega índices do sistema plano a e curvo μ . Também temos a transformação inversa

$$dx^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^a} d\xi^a \equiv e_a^\mu d\xi^a, \quad (1.13)$$

de onde podemos escrever a seguinte relação

$$d\xi^a = e_\mu^a dx^\mu = e_\mu^a e_b^\mu d\xi^b. \quad (1.14)$$

Logo

$$e_\mu^a e_b^\mu = \delta_b^a, \quad e_a^\mu e_\nu^a = \delta_\nu^\mu. \quad (1.15)$$

As derivadas devem ser escritas em termos das tetradas como

$$\frac{\partial}{\partial \xi^a} = \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^a} \frac{\partial}{\partial x^\mu} = e_a^\mu \partial_\mu. \quad (1.16)$$

A lagrangeana da ação (1.8) poderá ser reescrita em termos do sistema de coordenadas x^μ como

$$L = \frac{1}{2} \eta^{ab} e_a^\mu e_b^\nu \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi), \quad (1.17)$$

onde identificamos a métrica inversa

$$g^{\mu\nu} = \eta^{ab} e_a^\mu e_b^\nu. \quad (1.18)$$

O tensor da métrica pode ser obtido escrevendo-se o elemento de linha em um sistema de coordenadas arbitrárias

$$ds^2 = \eta_{ab} d\xi^a d\xi^b = \eta_{ab} e_\mu^a e_\nu^b dx^\mu dx^\nu = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.19)$$

$$\text{onde } g_{\mu\nu} = \eta_{ab} e_\mu^a e_\nu^b$$

Para escrever a ação (1.8) no sistema de coordenadas x^μ , devemos relacionar o elemento de volume $d^4\xi$ com d^4x . Usando (1.11), obtemos a seguinte relação

$$d^4\xi = d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3 d\xi^4 = (\det e_\mu^a) dx^1 dx^2 dx^3 dx^4. \quad (1.20)$$

O termo $\det e_\mu^a$ é conhecido como o jacobiano da transformação. Aplicando o determinante à métrica $g_{\mu\nu}$, definida em (1.19), obtemos o jacobiano

$$(\det e_\mu^a)^2 = -\det g_{\mu\nu}. \quad (1.21)$$

Dessa forma, os elementos de volume relacionam-se da seguinte maneira

$$d^4\xi = \sqrt{-\det g_{\mu\nu}} d^4x. \quad (1.22)$$

Finalmente, poderemos reescrever a ação para o campo escalar (1.8) num cenário com gravidade como,

$$S = \int d^4x \sqrt{-\det g_{\mu\nu}} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right]. \quad (1.23)$$

1.2 Espinor de Dirac

O grupo de Lorentz em representação espinorial $(\frac{1}{2}, 0)$ e $(0, \frac{1}{2})$ é descrito pelos espinores complexos ψ_L e ψ_R respectivamente. Na ausência de gravidade, o invariante de Lorentz usado para termo cinético espinorial na ação é dado por,

$$L_{Dirac} = \frac{1}{2} \overline{\Psi} \gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \Psi, \quad (1.24)$$

onde Ψ é chamado espinor de Dirac

$$\Psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

O objeto $\bar{\Psi}$ representa o adjunto de Ψ dado pela relação

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0, \quad (1.26)$$

onde

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Os termos σ^i são as matrizes de Pauli dadas por

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.28)$$

Poderíamos montar uma ação invariante envolvendo campos espinoriais da forma $\partial_\mu \bar{\Psi} \partial^\mu \Psi$. No entanto, termos desse tipo não levam a teorias consistentes tendo em vista que violam a relação entre spin e estatística e não são renormalizáveis perturbativamente.

Para incluir a interação gravitacional ao espinor de Dirac devemos, como fizemos com o campo escalar, aplicar o princípio da equivalência. A diferença em relação ao campo escalar é que o campo de Dirac transforma-se como um espinor sob a transformação de Lorentz

$$\Psi \rightarrow e^{\left(\frac{i}{2}\epsilon^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\right)}\Psi, \quad (1.29)$$

onde $\epsilon^{\mu\nu}$ são os parâmetros da transformação e $\sigma_{\mu\nu}$ representam os geradores da transformação de Lorentz no espinor. Em termos das matrizes γ^μ , temos

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]. \quad (1.30)$$

De acordo com o princípio da equivalência, em cada ponto do espaço, o campo gravitacional é tal que, existe um sistema de coordenadas privilegiado em que a invariância

da equação de Dirac em relatividade especial é satisfeita. Dessa forma o sistema de coordenadas favorecido deve mudar de ponto a ponto no espaço. De uma forma geral, para generalizar a equação de Dirac em um campo gravitacional, devemos preservar a invariância local sob as transformações de Lorentz.

Definimos uma nova derivada de modo que, quando atuando no espinor, transforme-se da mesma forma que a derivada na ausência de gravidade

$$D_a \equiv e_a^\mu (\partial_\mu + i\omega_\mu). \quad (1.31)$$

Escrevendo ω_μ em termos da conexão de spin, teremos a derivada covariante atuando no espinor de Dirac na forma

$$D_a \equiv e_a^\mu (\partial_\mu + \frac{i}{2} \omega_\mu^{cd} \sigma_{cd}). \quad (1.32)$$

A nova lagrangeana de Dirac no campo gravitacional será

$$L_{Dirac} = \frac{1}{2} \bar{\Psi} \gamma^a e_a^\mu (\partial_\mu + \frac{i}{2} \omega_\mu^{cd} \sigma_{cd}) \Psi. \quad (1.33)$$

Capítulo 2

Membrana gerada por kink

2.1 Introdução

A idéia de considerar uma estrutura adicional de campo no “bulk” 5-dimensional foi proposta por vários trabalhos [17, 18, 27] sendo que em todos os modelos o cenário de Randall-Sundrum pode ser reestabelecido em um limite apropriado. As estruturas de membrana apresentadas nesses modelos não são infinitamente finas em relação à quinta dimensão. Dessa forma, o que chamaremos estruturas de membranas grossas são semelhantes a paredes de domínio ferromagnéticas, podendo se espalhar pela dimensão extra.

Uma estrutura de parede de domínio é caracterizada pela existência de um parâmetro que assume valores diferentes em cada domínio e que transita gradualmente entre os domínios adjacentes. Dessa forma, o que podemos chamar de “espessura” da parede de domínio é o tamanho da região onde esse parâmetro sofre a transição. Uma estrutura análoga à parede de domínio pode ser concebida em teorias de campos a partir de um campo escalar cujo potencial apresenta diferentes mínimos em diferentes domínios. Assim, o campo escalar atravessa a parede de domínio, alternando-se entre os diferentes mínimos do potencial, os quais correspondem a diferentes domínios. Como deve variar

em relação ao espaço, o campo escalar possui uma energia de gradiente diferente de zero. Dessa forma, além da energia potencial, a energia de gradiente do campo escalar também contribui para o tensor momento-energia estabelecendo uma fonte de gravidade dependente do espaço-tempo, diferente dos casos de parede de domínio em que o campo escalar é constante no espaço, permanecendo apenas em um dos mínimos do potencial.

O espaço anti de Sitter (AdS) pode ser caracterizado como uma variedade Lorentziana de simetria máxima com curvatura escalar negativa e constante. Nos casos em que o campo escalar varia no espaço, a geometria gerada nas equações de Einstein pela fonte não é exatamente de simetria AdS_5 do espaço-tempo, como aquela gerada por uma configuração de campo escalar constante. Como veremos, assim como o campo escalar, a própria curvatura escalar varia espacialmente em regiões próximas à parede de domínio, tendendo a valores constantes e negativos longe dela. A solução pode ser interpretada como uma parede de domínio grossa que alterna entre dois espaços AdS_5 , o que caracteriza uma versão sem singularidades do cenário RS.

2.2 A membrana como kink

Para descrever nosso cenário usaremos a métrica

$$ds^2 = e^{2A(y)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + dy^2, \quad (2.1)$$

onde o fator de warp é gerado pela função $A(y)$ da dimensão extra y . O tensor $\eta_{\mu\nu}$ é a métrica de Minkowski e os índices μ e ν variam de 0 a 3. Para gerar nossa estrutura de membrana, introduzimos uma ação com acoplamento entre gravidade 5-dimensional e um campo escalar da seguinte forma

$$\mathcal{S} = \int d^4x dy \sqrt{-G} \left(-\frac{1}{4}R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - V(\phi) \right) \quad (2.2)$$

na qual, o campo ϕ constitui a própria membrana e R é a curvatura escalar. É possível obtermos, a partir do modelo descrito pela ação acima, soluções do tipo kink para o campo ϕ que dependem apenas da dimensão extra.

As equações de movimento resultantes da ação (2.2) serão extraídas da equação de Einstein

$$R_{MN} - \frac{1}{2}G_{MN}R + G_{MN}\Lambda = \frac{8\pi g}{c^4}T_{MN}, \quad (2.3)$$

e da equação de Euler-Lagrange

$$\partial_M \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_M \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0, \quad (2.4)$$

onde índices com letras maiúsculas $M = 1, 2, 3, 4, 5$, e a constante cosmológica $\Lambda = 0$. O tensor energia-momento é dado por

$$T_{MN} = 2 \frac{\delta \mathcal{L}_{\text{mat}}}{\delta G^{MN}} + G_{MN} \mathcal{L}_{\text{mat}}, \quad (2.5)$$

que como havíamos dito terá contribuições tanto da energia de gradiente como da energia potencial do campo escalar. Calculando o valor de T_{MN} a partir da ação (2.2) e substituindo na equação de Einstein, teremos as seguintes equações de movimento

$$R_{MN} - \frac{1}{2}G_{MN}R = 2 \left[\partial_M \phi \partial_N \phi - G_{MN} \left(\frac{1}{2} \partial_P \phi \partial^P \phi + V(\phi) \right) \right], \quad (2.6)$$

$$\partial_P [\sqrt{-G} G^{PN} \partial_N \phi] = \sqrt{-G} \frac{\partial V}{\partial \phi}. \quad (2.7)$$

Dessa forma, precisamos conhecer o tensor de Ricci R_{MN} e a curvatura escalar R . O tensor de Ricci é obtido pela contração do tensor de curvatura da seguinte forma

$$R_{MN} = R_{MPN}^P, \quad (2.8)$$

onde

$$R^P{}_{MQN} = \partial_Q \Gamma_{MN}^P - \partial_N \Gamma_{MQ}^P + \Gamma_{MN}^R \Gamma_{RQ}^P - \Gamma_{MQ}^R \Gamma_{RN}^P. \quad (2.9)$$

A curvatura escalar é obtida do tensor de Ricci pela contração

$$R = G^{MN} R_{MN}. \quad (2.10)$$

Precisaremos também da conexão da métrica

$$\Gamma_{MN}^P = \frac{1}{2} G^{PQ} (\partial_M G_{QN} + \partial_N G_{QM} - \partial_Q G_{MN}). \quad (2.11)$$

A partir da métrica

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} -e^{2A(y)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{2A(y)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{2A(y)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{2A(y)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

onde

$$\sqrt{-G} = \sqrt{-(-e^{8A(y)})} = e^{4A(y)} \quad (2.13)$$

chegamos aos seguintes resultados

$$\Gamma_{51}^1 = \Gamma_{52}^2 = \Gamma_{53}^3 = \Gamma_{54}^4 = A'(y) \quad , \quad A'(y) = \frac{dA(y)}{dy}, \quad (2.14)$$

$$\Gamma_{22}^5 = \Gamma_{33}^5 = \Gamma_{44}^5 = -\Gamma_{11}^5 = -e^{2A} A'(y),$$

$$R_{22} = R_{33} = R_{44} = -R_{11} = -e^{2A} [4A'(y)^2 + A''(y)] \quad (2.15)$$

$$R_{55} = -4[A'(y)^2 + A''(y)],$$

$$R = -4[5A'(y)^2 + 2A''(y)]. \quad (2.16)$$

Com o campo escalar dependendo apenas de y , substituímos as relações (2.15) e (2.16) na equação de movimento (2.6) e obtemos, para $M = N = 5$

$$6A'^2 = \phi'^2 - 2V(\phi), \quad (2.17)$$

e para $M = N = 1, 2, 3, 4$

$$-3A'' - 6A'^2 = 2V(\phi) + \phi'^2. \quad (2.18)$$

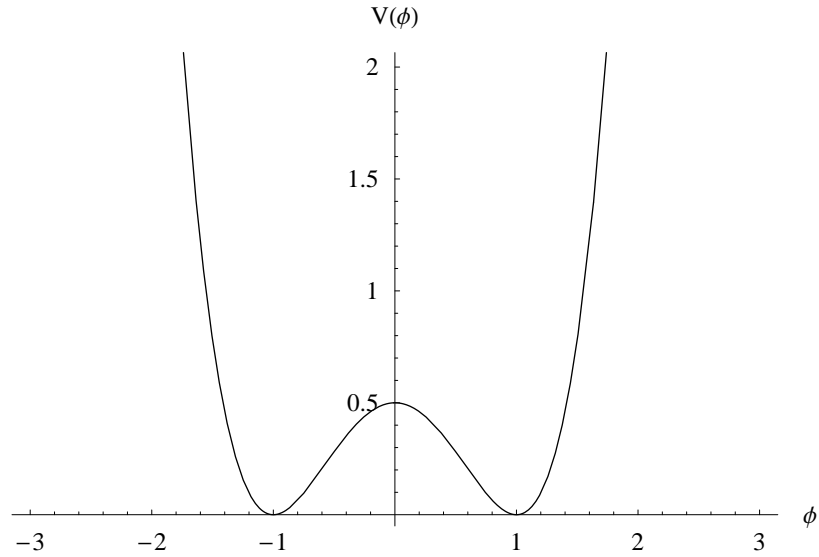


Figura 2-1: Potencial $V(\phi) = (1 - \phi^2)^2$.

Finalmente, para completar as equações de movimento, obtemos da equação de Euler-Lagrange (2.4) com a métrica G_{MN}

$$4A'\phi' + \phi'' = \frac{\partial V}{\partial \phi}. \quad (2.19)$$

Neste ponto é importante notar que poderemos encontrar a forma do fator de warp a partir da solução para o campo escalar. Se queremos uma solução tipo parede de domínio, a função $\phi(y)$ deve tender assintoticamente para os mínimos do potencial quando $y \rightarrow \pm\infty$. No caso sem gravidade o potencial $(1 - \phi^2)^2$, mostrado na figura (2-1), suporta solução tipo kink

$$\phi(y) = \tanh(y), \quad (2.20)$$

que traçamos na figura 2-2.

Somando as equações (2.17) e (2.18) teremos,

$$A'' = -\frac{2}{3}\phi'^2, \quad (2.21)$$

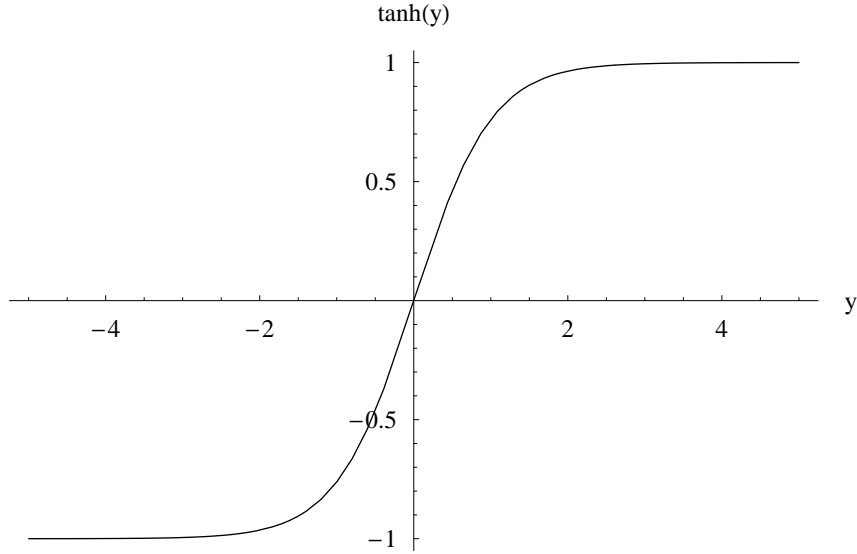


Figura 2-2: Função $\phi = \tanh(y)$.

e integrando duas vezes $A(y)$ e substituindo a solução $\phi(y) = \tanh(y)$, teremos

$$\begin{aligned}
 A''(y) &= -\frac{2}{3} [\operatorname{sech}^2(y)]^2 & (2.22) \\
 A'(y) &= -\frac{2}{9} [(2 + \operatorname{sech}^2(y)) \tanh(y)] \\
 A(y) &= -\frac{4}{9} \ln[\cosh(y)] - \frac{1}{9} \tanh^2(y)
 \end{aligned}$$

Podemos notar que a função $A(y)$ é suave e representa um fator de warp localizado, ou seja

$$e^{2A(y)} \propto e^{-|y|} \quad (y \rightarrow \infty), \quad (2.23)$$

tendo a forma do fator de warp do modelo Randall-Sundrum para regiões distantes da membrana. Na figura (2-3) plotamos o fator de warp gerado pela função $A(y)$ juntamente com aquele do modelo RS.

É interessante também comparar o escalar de curvatura gerado pela função $A(y)$ com o do modelo RS. Para isto traçamos $R = -4[5A'(y)^2 + 2A''(y)]$ na figura (2-4), onde $A(y)$ é dado pela equação (2.22).

Como observamos, a curvatura varia espacialmente como função de y nas regiões

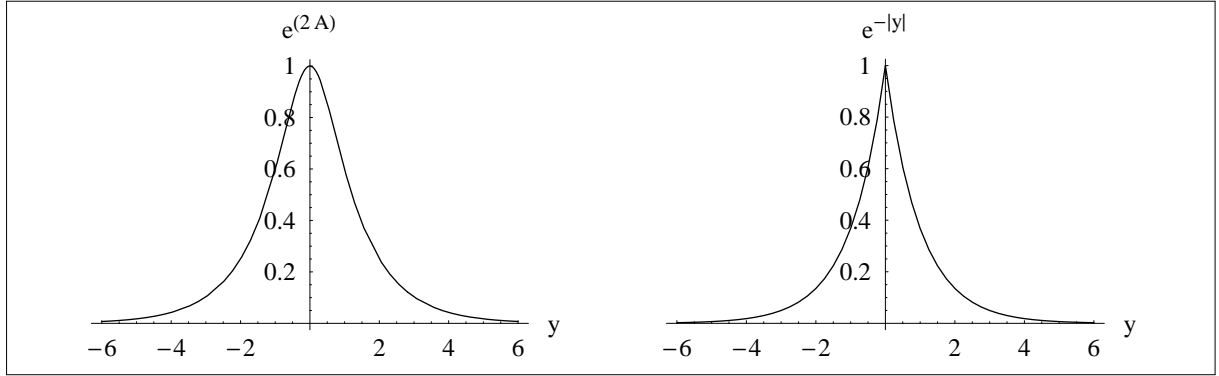


Figura 2-3: Fator de warp para $A(y)$ (esquerda) e $-|y|$ (direita) .

próximas ao salto do campo escalar tendendo assintoticamente quando $y \rightarrow \pm\infty$ a um valor constante e negativo. Dessa forma podemos concluir que nas regiões distantes da membrana ($y \rightarrow \infty$), a geometria do espaço-tempo adquire a mesma estrutura AdS_5 do modelo Randall-Sundrum. A espessura da membrana encurva o espaço-tempo facilitando a localização de campos. Comparando com o modelo RS com a função $A(y) = -k|y|$, a curvatura teria valor constante em todo *bulk*.

Uma forma alternativa de obter soluções para as equações de movimento consiste no método de superpotencial [18, 28]. Com esse método derivamos o potencial para o campo escalar a partir de uma função denominada superpotencial $W(\phi)$, definida como $\frac{\partial W}{\partial \phi} = \phi'$. Para isso, escrevemos o potencial escalar em termos da função W como

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi} \right)^2 - \frac{1}{3} W(\phi)^2, \quad (2.24)$$

que comparando com (2.17), obtemos as equações de primeira ordem

$$\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi} = \phi', \quad (2.25)$$

$$W(\phi) = -3A'. \quad (2.26)$$

No caso do espaço-tempo plano, onde o potencial é escrito em função do superpotencial como

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi} \right)^2, \quad (2.27)$$

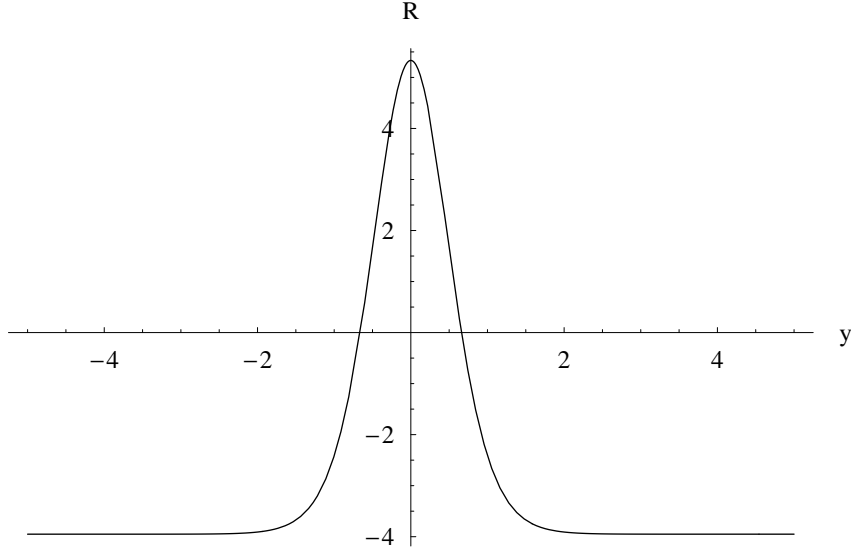


Figura 2-4: Curvatura escalar para $A(y)$.

a função $W(\phi) = \phi - \frac{\phi^3}{3}$ caracteriza o potencial $1/2(1 - \phi^2)^2$. Com esta escolha para W , usando a relação (2.25) obtemos novamente a solução $\phi = \tanh(y)$, ou seja

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi} \right)^2 &= \frac{1}{2}(1 - \phi^2)^2, \\ \frac{\partial W}{\partial \phi} &= 1 - \phi^2 = \phi', \\ 1 - \tanh^2(y) &= \text{sech}^2(y). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Com este método podemos alternativamente obter a função $A(y)$, que compõe o fator de warp, a partir da escolha para $W(\phi) = \phi - \frac{\phi^3}{3}$ substituída na relação (2.26)

$$A(y) = -\frac{1}{3} \int W(\phi) dy = -\frac{1}{3} \int \left(\phi - \frac{\phi^3}{3} \right) dy = -\frac{4}{9} \ln[\cosh(y)] - \frac{1}{9} \tanh^2(y). \quad (2.29)$$

Voltando ao caso com gravidade, onde o potencial é dado por (2.24) obtemos

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \phi^2)^2 - \frac{1}{3} \left(\phi - \frac{\phi^3}{3} \right)^2, \quad (2.30)$$

que é traçado na figura 2-5. Ao invés de um potencial quádruplo usado no modelo sem gravidade, precisaremos de um potencial sêxtuplo para obter a solução tipo kink. O

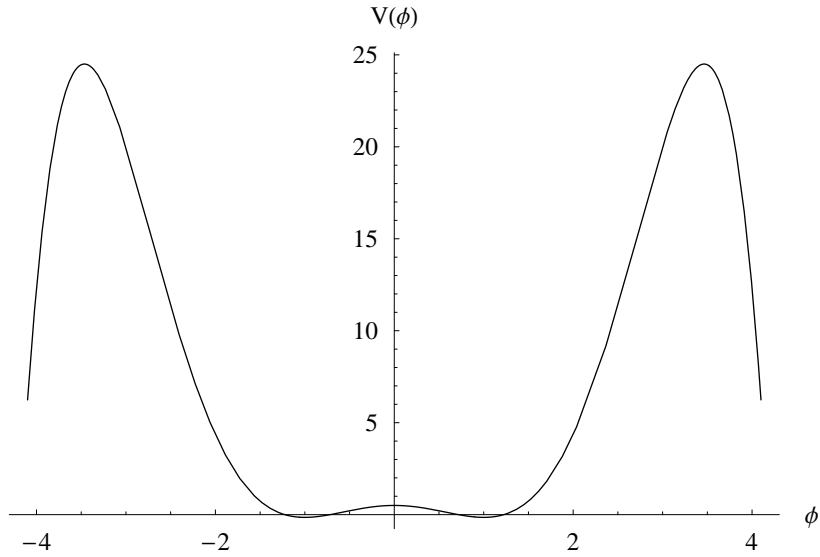


Figura 2-5: Potencial $V(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \phi^2)^2 - \frac{1}{3}(\phi - \frac{\phi^3}{3})^2$.

potencial resultante possui dois mínimos degenerados em $\phi = \pm 1$ onde assume o valor

$$V(\pm 1) = -\frac{4}{27}, \quad (2.31)$$

com a solução $\phi = \tanh(y)$ interpolando entre os dois mínimos de acordo com $\phi(+\infty) = 1$, $\phi(-\infty) = -1$. Devido a essa interpolação $\phi(y)$ é uma função ímpar de y , o que com a forma das equações de movimento levam à função par $A(y)$. Também é devido à estrutura de kink que a função $A(y)$ determina um fator de warp de simetria Z_2 necessária para o cenário de membrana. Podemos dizer que essa simetria é gerada dinamicamente, uma vantagem em relação ao cenário RS onde a simetria é imposta. Além disso, a forma do fator de warp não só varia espacialmente como apresenta somente um pico em $y = 0$ caindo monotonicamente a zero quando $y \rightarrow \infty$, como observamos na figura (2-3). Isto representa localização da geometria em torno da parede de domínio.

Capítulo 3

A estrutura de membrana deformada

3.1 Motivação

Atualmente existe grande interesse em estudar campos escalares acoplados com gravidade. O número de dimensões extras que se usa para descrever o mundo como membrana define o tipo de defeito que se deve abordar. Se consideramos uma membrana quadridimensional com apenas uma dimensão extra devemos montar nosso modelo baseado em kinks. Normalmente descrevemos esses defeitos a partir de campos escalares em modelos do tipo $\lambda\phi^4$ ou sine-Gordon. No nosso caso, obteremos uma classe especial de defeitos a partir de uma deformação do potencial $\lambda\phi^4$ [29]. Mais especificamente, introduzimos um potencial para o campo escalar dependente de números inteiros ímpares [23]. Este procedimento é muito interessante sendo que além de fazer surgir uma estrutura interna na membrana tem implicações na distribuição de densidade de energia e matéria ao longo da dimensão extra [24]. Algumas características desses defeitos também foram consideradas no estudo de transições de fase na geometria "warped" [25]. Como mostraremos, o background resultante apresenta um "splitting" na curvatura do espaço.

Dessa forma poderemos analisar a localização de campos de ranks variados de forma mais completa, tomando tais deformações que sugerem a existência de estruturas internas

na membrana.

Como veremos mais adiante esta escolha também nos previne do aparecimento de singularidades no espaço-tempo como em cenários tipo Randall-Sundrum.

3.2 O procedimento de deformação

Inicialmente, tomamos novamente a ação de onde obtivemos a estrutura de membrana grossa e que consiste do acoplamento entre um campo escalar real e a gravidade em cinco dimensões

$$\mathcal{S} = \int d^4x dy \sqrt{-G} \left(-\frac{1}{4}R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - V(\phi) \right). \quad (3.1)$$

Com a métrica

$$ds^2 = e^{2A(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dy^2, \quad (3.2)$$

encontramos as equações de movimento

$$6A'^2 = \phi'^2 - 2V(\phi), \quad (3.3)$$

$$-3A'' - 6A'^2 = 2V(\phi) + \phi'^2. \quad (3.4)$$

Usaremos novamente o método superpotencial [18, 28] onde o potencial é escrito como,

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi} \right)^2 - \frac{1}{3} W(\phi)^2, \quad (3.5)$$

de onde obtemos as equações de primeira ordem

$$\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi} = \phi', \quad (3.6)$$

$$W(\phi) = -3A'. \quad (3.7)$$

Em um cenário de espaço-tempo plano e com a escolha da função superpotencial

$$\widetilde{W}(\phi) = \phi - \frac{\phi^3}{3}, \quad (3.8)$$

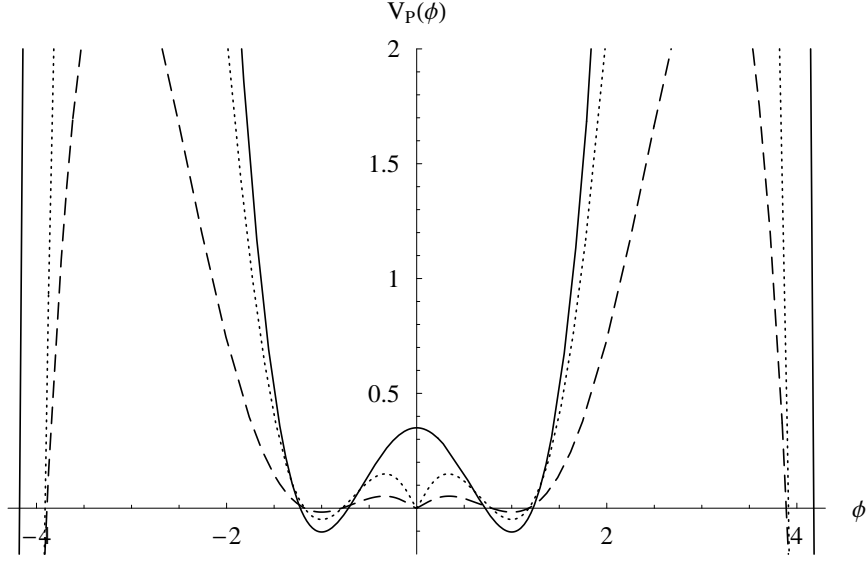


Figura 3-1: $V_p(\phi)$ para $p = 1$ (linha s331da), $p = 3$ (linha pontilhada) e $p = 5$ (linha tracejada).

obtemos o potencial $1/2(1 - \phi^2)^2$ que determina a solu3313o $\phi = \tanh(y)$.

Neste ponto usaremos o procedimento de deforma3313o encontrado em [29, 23, 24] baseado na fun33133o $f(\phi) = \phi^{\frac{1}{p}}$, bem definida para qualquer ϕ , com p inteiro 3313mpar. Dessa forma, encontraremos uma nova fun33133o $\widetilde{W}_p(\phi)$ a partir da rela33133o

$$\frac{d\widetilde{W}_p}{d\phi} = \frac{\frac{d\widetilde{W}}{d\phi}[\phi \rightarrow f(\phi)]}{\frac{df}{d\phi}}, \quad (3.9)$$

de onde obtemos

$$\frac{d\widetilde{W}_p}{d\phi} = p \left(\phi^{\frac{p-1}{p}} - \phi^{\frac{p+1}{p}} \right). \quad (3.10)$$

Integrando em rela33133o a ϕ chegamos 33133o fun33133o $\widetilde{W}_p(\phi) = pW_p(\phi)$ onde

$$W_p(\phi) = \frac{p}{2p-1} \phi^{\frac{2p-1}{p}} - \frac{p}{2p+1} \phi^{\frac{2p+1}{p}}. \quad (3.11)$$

A fun33133o deformada $W_p(\phi)$ define o potencial do nosso background dado pela equa33133o (3.5), que tra33133amos na figura (3-1). Conserva-se os dois m33133imos em $\phi = \pm 1$ com uma nova regi33133o de transi33133o entre eles. A forma da fun33133o W_p juntamente com o

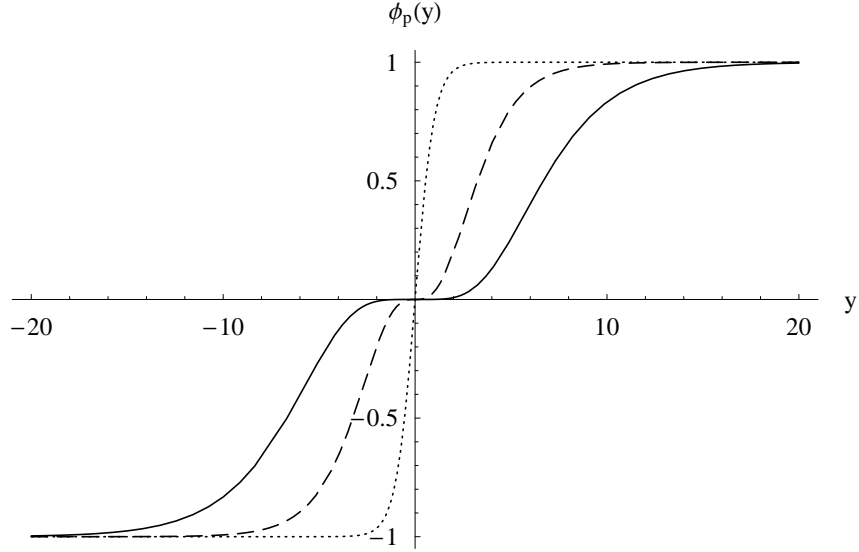


Figura 3-2: $\phi_p(y) = \tanh^p(\frac{y}{p})$ para $p = 1$ (linha pontilhada), $p = 3$ (linha tracejada) e $p = 5$ (linha sólida).

potencial resultante V_p caracterizam um novo cenário de membrana mais rico do que aquele gerado por uma solução tipo kink padrão. O aparecimento da transição entre os mínimos do potencial terá reflexos na geometria da região.

A solução para o campo escalar é obtida da equação $\frac{\partial W_p(\phi)}{\partial \phi} = \phi'$ onde usaremos a solução deformada $W_p(\phi)$, logo

$$\frac{\partial W_p(\phi)}{\partial \phi} = \phi^{\frac{p-1}{p}} - \phi^{\frac{p+1}{p}} = \phi'(y), \quad (3.12)$$

e o resultado será

$$\phi_p(y) = \tanh^p\left(\frac{y}{p}\right). \quad (3.13)$$

Como observamos na solução, que é traçada na figura (3-2) para $p = 1, 3, 5$, a mesma tende para $\phi = \pm 1$ quando $y \rightarrow \infty$, que corresponde aos dois mínimos do potencial. Verificamos também uma região de derivada nula em $\phi = 0$ cuja espessura aumenta com p . Esta nova estrutura é denominada duplo salto ou "two-kink" por ser composta de duas estruturas de kink [23]. Para $p = 1$, recuperamos a solução tipo kink padrão.

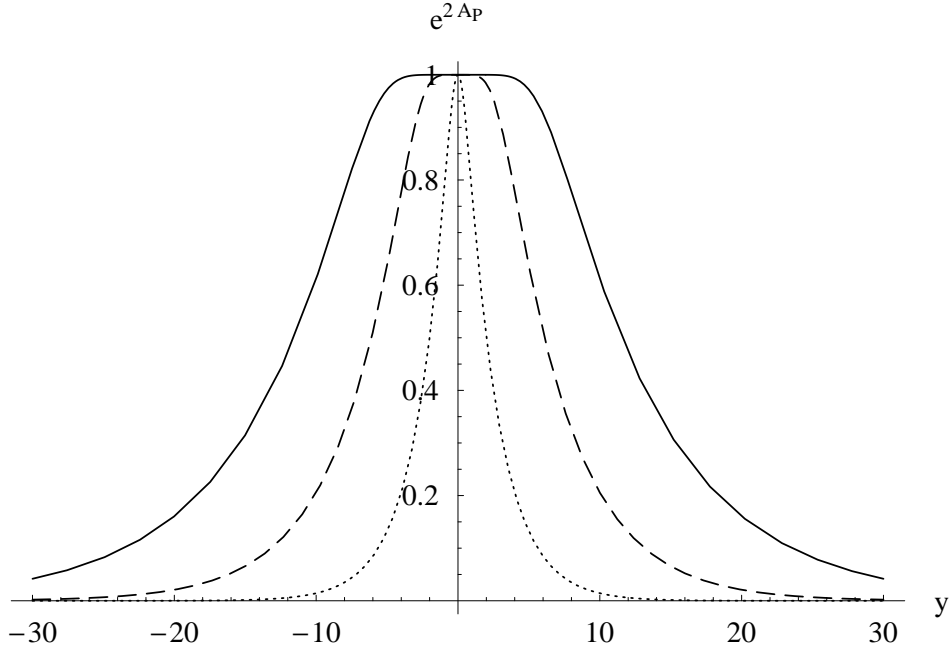


Figura 3-3: $e^{2A_p(y)}$ para $p = 1$ (linha pontilhada), $p = 3$ (linha tracejada) e $p = 5$ (linha sólida).

A partir da equação de primeira ordem $W_p = -3A'_p(y)$, encontra-se analiticamente a solução para $A_p(y)$ [24],

$$A_p(y) = -\frac{1}{3} \frac{p}{2p+1} \tanh^{2p} \left(\frac{y}{p} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{p^2}{2p-1} - \frac{p^2}{2p+1} \right) \left\{ \ln \left[\cosh \left(\frac{y}{p} \right) \right] - \sum_{n=1}^{p-1} \frac{1}{2n} \tanh^{2n} \left(\frac{y}{p} \right) \right\}. \quad (3.14)$$

A função $A_p(y)$ compõe o fator de warp da métrica $e^{2A_p(y)}$, que mostramos na figura (3-3). Dessa forma, a função $A_p(y)$ continua representando uma geometria localizada em torno de $y = 0$. Apesar do aparecimento de uma região onde permanece constante, a função $e^{2A_p(y)}$ é suave, o que nos previne de singularidades, assumindo o mesmo comportamento do fator de warp do modelo Randall-Sundrum para regiões distantes da membrana.

A partir da solução para $A_p(y)$ podemos determinar a curvatura escalar para background

$$R_p(y) = -[8A''_p + 20(A'_p)^2]. \quad (3.15)$$

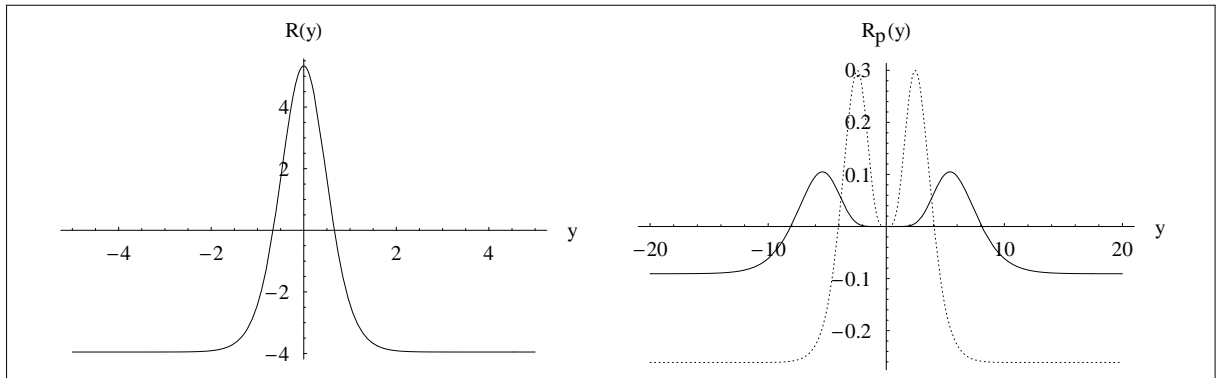


Figura 3-4: Curvatura escalar $R_p(y)$ lado esquerdo para $p = 1$ e lado direito para $p = 3$ (linha pontilhada) e $p = 5$ (linha sólida).

Podemos perceber uma característica importante da estrutura deformada em comparação aos modelos de membranas grossas geradas por kink. Observando a figura (3-4), para $p = 1$, temos o escalar de curvatura para um modelo não-deformado. Neste caso a curvatura apresenta um máximo em $y = 0$ tendendo a um valor negativo quando $y \rightarrow \infty$. No entanto, quando consideramos as deformações, fazendo $p = 3, 5$ em $R_p(y)$, obtemos um split com o surgimento de uma região de curvatura escalar zero entre dois máximos.

Capítulo 4

Localização de campo escalar

4.1 Modo zero de campo escalar

A partir da estrutura de membrana descrita na seção anterior analisaremos a localização de um campo de spin nulo que denominamos Φ . É importante lembrar que a membrana é estruturada a partir de um defeito do tipo two-kink que denominamos ϕ_p . Uma análise semelhante de localização de campos escalares pode ser encontrada no trabalho [14], onde se obtém um modo-zero localizado em um cenário Randall-Sundrum.

Como veremos, os mecanismos de localização na estrutura deformada serão diretamente afetados tendo em vista que modificamos o regime de interação do background com os campos via warp factor. Dessa forma, o mecanismo de deformação nos fornecerá novos detalhes especialmente na localização de modos-zero.

Inicialmente tomemos a ação para Φ acoplado com a gravidade,

$$\frac{1}{2} \int d^A x dy \sqrt{-G} G^{MN} \partial_M \Phi \partial_N \Phi, \quad (4.1)$$

onde os índices MN variam de 1 a 5.

As equações de movimento resultantes serão

$$\partial_M [\sqrt{-G} G^{MN} \partial_N \Phi] = 0, \quad (4.2)$$

onde separando a dimensão extra das demais teremos

$$\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\Phi + e^{-2A_p(y)}\partial_y[e^{4A_p(y)}\partial_y\Phi] = 0, \quad (4.3)$$

Como estamos interessados na contribuição da componente do campo escalar na dimensão extra, usaremos a seguinte separação de variáveis na equação de movimento (4.3),

$$\Phi(x, y) = \chi(x)\psi(y), \quad (4.4)$$

onde denotamos por $x = 1, 2, 3, 4$, as coordenadas na membrana. Escrevendo Φ na forma acima chegamos à seguinte equação para $\psi(y)$.

$$4A'_p \frac{d\psi}{dy} + \frac{d^2\psi}{dy^2} = -m^2 e^{-2A_p} \psi, \quad (4.5)$$

onde m é uma constante com dimensão de massa. Para massa zero encontramos uma solução $\psi(y) = c$, onde c é uma constante. Aparentemente a solução $\psi(y)$ não pode ser localizada tendo em vista que não é suprimida para regiões fora da membrana. Dessa forma, energia para o campo escalar na membrana teria contribuições da dimensão adicional. No entanto o pressuposto básico de modelos de membrana em $5D$ e geometria warp é que todos os campos, com exceção da gravidade, devem ficar confinados na membrana. Dessa forma, voltamos novamente nossa atenção para a ação (4.1), onde decompos as componentes de espaço-tempo μ e ν , da dimensão extra y . Novamente de posse da relação (4.4) e do resultado $\psi(y) = c$ teremos

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \psi^2 e^{2A_p} \int d^4x \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi. \quad (4.6)$$

A parte dependente da dimensão extra na ação acima será determinada pelo comportamento do fator de warp, que é resultante do tipo de defeito modelando a membrana. Para $p = 1$ a ação efetiva é finita devido à supressão exponencial em função de y gerada pelo fator de warp. Dessa forma podemos garantir que temos um modo-zero localizado para o campo escalar.

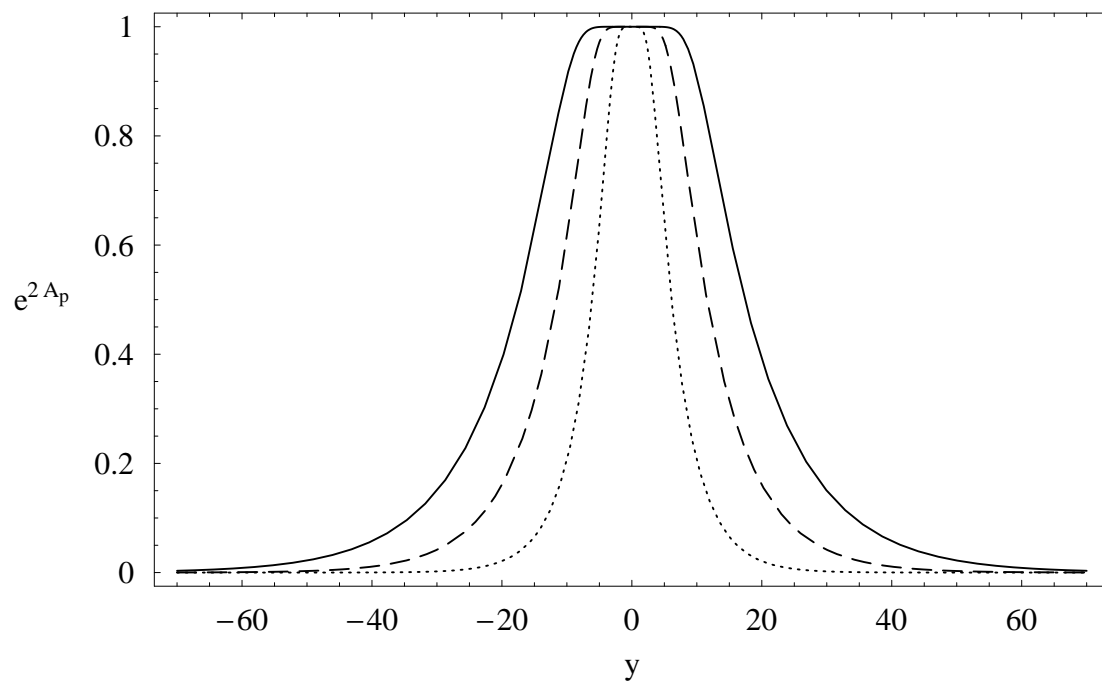


Figura 4-1: $\psi^2 e^{2A_p}$ para $p=3$ (linha pontilhada), $p=5$ (linha tracejada) e $p=7$ (linha sólida).

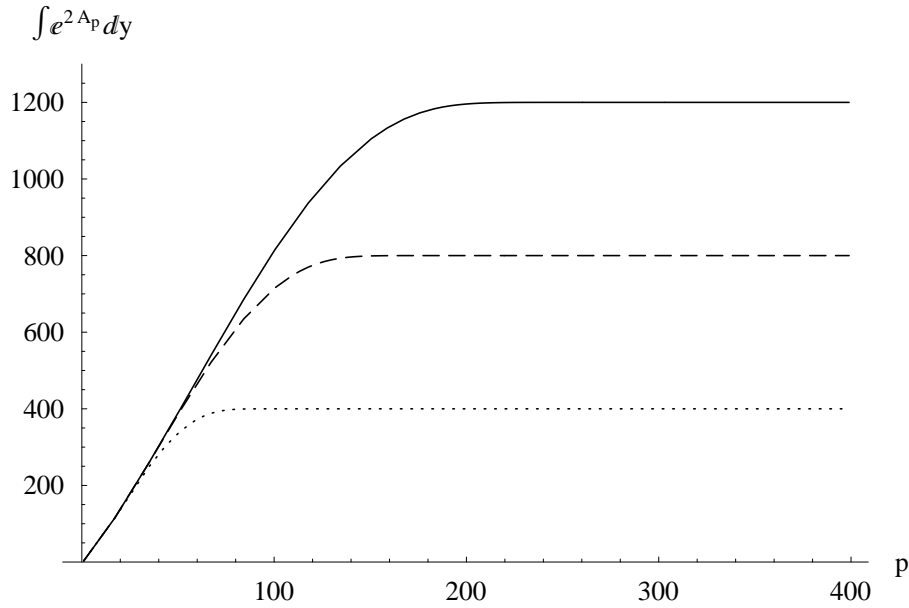


Figura 4-2: $\int e^{2A_p} dy$ para $-200 < y < 200$ (linha pontilhada), $-400 < y < 400$ (linha tracejada) e $-600 < y < 600$ (linha sólida).

Na figura (4-1) plotamos a forma do integrando em y da ação efetiva para vários valores da função A_p , $p = 1, 3, 5$. A solução $\psi(y) = c$, para os valores de p considerados também possibilita a existência de modos-zero de $\chi(x)$ na membrana. No entanto, surge o seguinte questionamento: a integral em y é finita para todos os valores de p ? Pelo que observamos na figura (4-1), o seu valor aumenta a medida que aumentamos p . Se houver convergência dos valores da integral em função de p , garantimos a existência de um modo zero localizado para qualquer uma das funções A_p .

Uma importante característica que devemos conhecer é como varia a integral em y na ação (4-1) em função de p . Para isto calculamos numericamente o valor dessa integral em três intervalos de y para uma sequência de valores de p e plotamos o resultado na figura (4-2) tomando a solução $\psi = 1$.

Como podemos observar, o valor da integral cresce com p sempre tendendo a um valor constante para os três intervalos analisados. Os valores constantes para os quais tendem

os gráficos são determinados pelos intervalos de integração. A medida que evoluímos o valor de p a região de integração sempre torna-se uma caixa limitada pelo valor máximo de y . Quando $p \rightarrow \infty$ o warp factor delocaliza o modo-zero. Uma característica semelhante ocorre no estudo do *splitting* de membranas espessas devido a transições de fase [25]. Neste caso o *splitting* delocaliza o modo-zero do gráviton.

4.2 Modo massivo de campo escalar

Nesta seção dedicamos nossos estudos aos modos massivos de Kaluza Klein levando nosso modelo a um problema de mecânica quântica. Dessa forma estaremos acrescentando interpretações que nos auxiliaram a entender as soluções das equações para o campo escalar resultantes da redução dimensional. Daremos atenção especial à busca de estados ressonantes que podem resultar em modos com acoplamento não suprimido com a matéria na membrana. Para estudar o espectro massivo do campo escalar devemos escrever sua equação de movimento (4.5), em uma equação do tipo Schroedinger.

Para isto reescrevemos (4.5) da seguinte forma,

$$\left\{ \frac{d^2}{dy^2} + 4A' \frac{d}{dy} \right\} \psi = -m^2 e^{-2A} \psi. \quad (4.7)$$

Para transformar a equação acima na forma da equação tipo Schroedinger devemos realizar o seguinte mapeamento,

$$y \rightarrow z = f(y), \quad \psi = \Omega \bar{\psi}. \quad (4.8)$$

As condições para termos uma equação do tipo Schroedinger devem indicar a forma da função Ω . Dessa forma, não podemos ter termos de derivadas de primeira ordem, e o lado direito da equação deve conter a constante m^2 . Teremos então,

$$\Omega = e^{-\frac{3}{2}A_p}, \quad \frac{dz}{dy} = e^{-A_p}. \quad (4.9)$$

E finalmente obteremos a partir das transformações (5.20) a equação de Schroedinger,

$$\left\{ -\frac{d^2}{dz^2} + \bar{V}_p(z) \right\} \bar{\psi} = m^2 \bar{\psi}, \quad (4.10)$$

onde o potencial $\bar{V}_p(z)$ assume a forma,

$$\bar{V}_p(z) = e^{2A_p} \left[\frac{15}{4} (A'_p)^2 + \frac{3}{2} A''_p \right]. \quad (4.11)$$

Também podemos escrever o potencial em função das derivadas em z ,

$$\bar{V}_p(z) = \left[\frac{9}{4} (\dot{A}_p)^2 + \frac{3}{2} \ddot{A}_p \right] \quad (4.12)$$

A mudança de variáveis $y \rightarrow z = f(y)$ não muda qualitativamente a forma do fator de warp, no entanto, a relação $z = \int^y dy e^{-A_p}$ não é analiticamente integrável, o que nos impede de obtermos uma forma analítica para $A_p(z)$ assim como $\bar{V}_p(z)$.

Um ponto interessante a ser notado é que podemos obter a solução numérica para $\bar{\psi}$ para $m = 0$ e comparar com os nossos resultados antes das transformações (5.20). Para massa zero obtivemos uma solução $\psi = \text{constante}$ da equação (4.5). Resolvendo numericamente a equação (4.10) para $m = 0$ obtemos a solução apresentada na figura (4-3)

Como observamos, a equação (8.23) nos mostra de forma melhor a localização dos modos zero.

Integrando numericamente, plotamos o potencial na figura (4-4), o que sugere pela sua forma, a possibilidade da presença de ressonâncias no espectro massivo. Obviamente para $p = 1$ obtemos a mesma estrutura de potencial vulcão. Detalhes mais interessantes ocorrem quando $p = 3, 5, 7 \dots$ onde podemos observar claramente a presença de estruturas internas [24]. Mais especificamente, para $p = 1$ temos somente um mínimo em $z = 0$. A medida que evoluímos os valores de p , o mínimo do potencial divide-se em dois, o que interpretamos como o surgimento da estrutura interna.

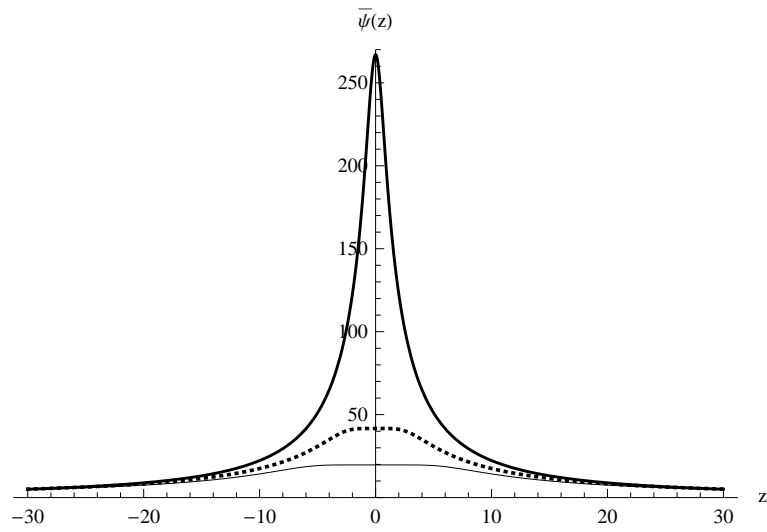


Figura 4-3: Gráfico de $\bar{\psi}(z)$ para $p = 1$ (linha grossa), $p = 3$ (pontos) e $p = 5$ (linha fina).

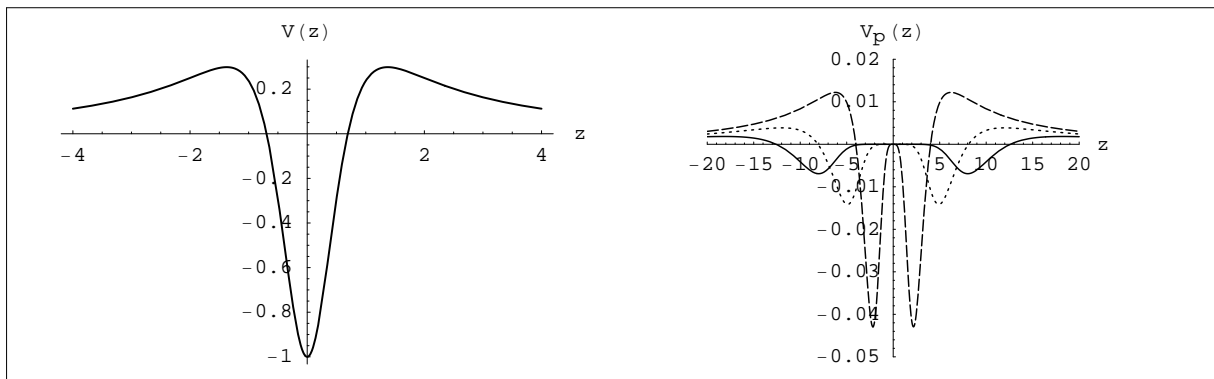


Figura 4-4: $\bar{V}_p(z)$ a esquerda para $p = 1$ e a direita para $p = 3$ (linha tracejada), $p = 5$ (linha pontilhada) e $p = 7$ (linha sólida) .

A característica assintótica do potencial nos fornece informações a respeito da presença de gaps no espectro. Como podemos observar no potencial, $\overline{V}_p(z) \rightarrow 0$ quando $z \rightarrow \infty$. Isto exclui a possibilidade de gaps no espectro contínuo.

É fácil notar que a equação de Schroedinger (4.10) pode ser escrita num cenário de mecânica quântica supersimétrica da seguinte forma,

$$Q^\dagger Q \overline{\psi}(z) = \left\{ -\frac{d}{dz} - \frac{3}{2} \dot{A}_p \right\} \left\{ \frac{d}{dz} - \frac{3}{2} \dot{A}_p \right\} \overline{\psi}(z) = m^2 \overline{\psi}(z). \quad (4.13)$$

Dessa forma, como o produto $Q^\dagger Q$ é positivo definido, excluimos a possibilidade da existência de modos de energia negativa normalizáveis. De outra forma, podemos dizer que evitamos a possibilidade da presença de modos taquiônicos, condição necessária para manter a estabilidade do background gravitacional.

4.3 Ressonâncias

Como mencionado em [27] e [17] para modos com massas muito grandes em relação a $\overline{V}(z)_{max}$, o potencial representa apenas uma pequena perturbação. No entanto, é possível que modos da função $\overline{U}(z)$ os quais $m^2 \leq \overline{V}(z)_{max}$ possam entrar em ressonância com o potencial. Para investigar essa possibilidade é fundamental estudar a forma da função de onda $\overline{\psi}$, em termos dos autovalores m^2 , a partir da equação (4.10). No entanto não encontramos solução exata da função de onda para modos massivos ($m^2 > 0$) da equação de Schroedinger. Poderemos então analisar a solução para $\overline{\psi}$ resolvendo numericamente esta equação.

Dada a estrutura de potencial devemos atentar para o aparecimento de modos ressonantes quando $m^2 \leq \overline{V}_p(z)_{max}$. De posse da forma da função $A_p(z)$ e conseqüentemente do potencial, plotamos na figura (4-5) várias soluções numéricas da equação (4.10) para diferentes valores de m^2 e p .

Como podemos observar, a função de onda oscila rapidamente para um valor mode-

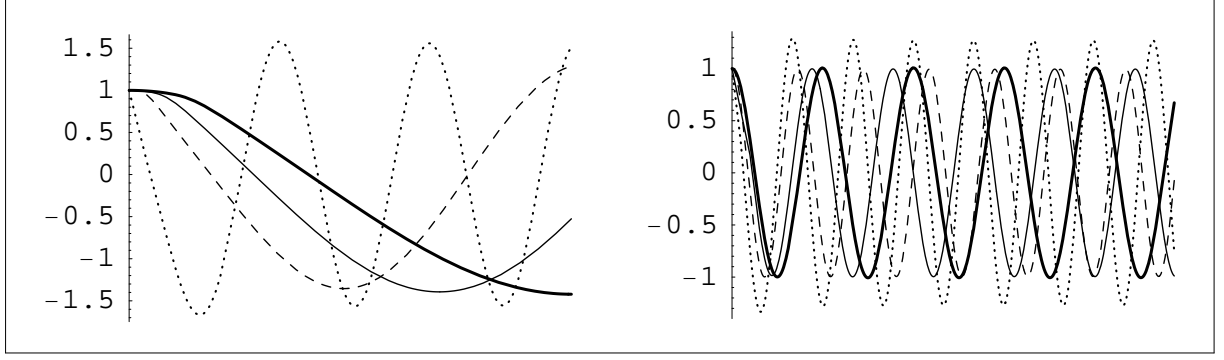


Figura 4-5: $\bar{U}(z)$ para $p = 1$ (linha pontilhada), $p = 3$ (linha tracejada), $p = 5$ (linha sólida) and $p = 7$ (linha escura). A esquerda para $m^2 \leq \bar{V}_p(z)_{max}$ e a direita para $m^2 > \bar{V}_p(z)_{max}$.

rado de m^2 e reduz seu período para valores pequenos de m^2 . Observando as soluções das funções de onda não encontramos nenhuma evidência de ressonâncias no espectro contínuo. O comportamento da função de onda nos sugere liberdade de movimento no bulk sem aprisionamento na membrana.

Para incrementar o nosso entendimento sobre o acoplamento dos modos massivos com a matéria na membrana retornamos à equação 4.13. A quantidade $|\chi \bar{\psi}_p(z)|^2$ pode ser interpretada como a probabilidade de encontrar o modo na posição z , onde χ é uma constante de normalização. Dessa forma, determinando $|\chi \bar{\psi}_p(0)|^2$ saberemos a probabilidade de encontrar o modo na membrana. Para isto, resolvemos novamente (4.10) numericamente, de onde extraímos apenas os valores de $\bar{\psi}_p(0)$ em função da massa. Nos limitamos a solucionar (4.10) para $0 < m < 1$ tendo em vista que se $m^2 \gg V_{max}$ o potencial representa apenas uma pequena perturbação [17]. Para normalizar essa função de onda plana limitamos as soluções de cada modo à região $-100 < z < 100$ e extraímos uma constante de normalização χ para cada valor de massa correspondente. De posse desses dados montamos a função $N_p(m) = |\chi \bar{\psi}_p(m)|^2$ que nos fornece a probabilidade de encontrar os modos em $z = 0$ como função de m para cada solução $A_p(z)$ e $\bar{\psi}_p$.

Na figura (4-6) plotamos a função $N_p(m)$ onde observamos, para $p = 1$, um pico de ressonância em $m = 0,0009$, a estrutura é semelhante à obtida em [30] no estudo de modos massivos de gráviton. Na figura (4-7) aproximamos o gráfico para a região da ressonância. A ressonância para $m = 0,0009$. é consistente com os resultados da seção 3.1 onde obtivemos via ação efetiva, um modo zero localizado para $p = 1$. Como o pico de ressonância é muito próximo de $m = 0$ o valor da função $N_p(0) = 0,3287$ também é semelhante ao valor de $N_p(0,0009) = 0,3291$. Isto acontece por que para $m = 0$ temos o estado ligado, ou seja, a solução de modo zero.

Em termos da equação de Schrodinger (4.10), o acoplamento dos modos com a matéria na membrana está relacionado com a amplitude da função de onda plana normalizada em $z = 0$ [17], no nosso caso atribuiremos essa relação ao valor da função $N_p(m)$. A ressonância para $p = 1$ nos mostra que os modos massivos acoplam com a membrana muito fracamente em comparação aos modo leves. No entanto, observando as soluções de $N_p(m)$ para $p = 3, 5, 7$ ainda na figura (4-6) verificamos que a estrutura de ressonância em $m = 0,0009$ tende a desfazer-se a medida que aumentamos o valor de p . Isto está relacionado ao fato de que só podemos garantir a existência de um modo zero localizado para p finito.

O método utilizado para analisar os modos massivos e detectar estruturas de ressonância foi utilizado com sucesso no estudo do campo de Kalb-Ramond no caso $p = 1$ tendo sido publicado no trabalho [22] de nossa autoria.

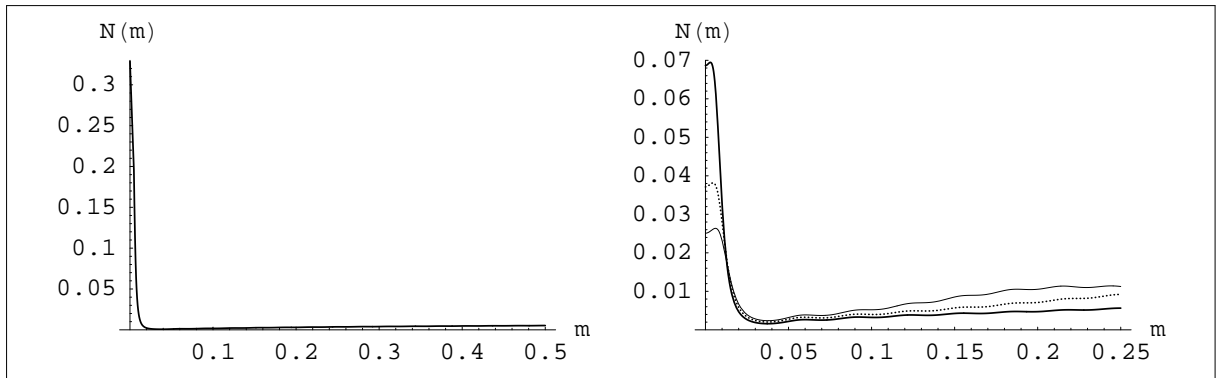


Figura 4-6: $N_p(m)$ a esquerda para $p = 1$ e a direita para $p = 3$ (linha grossa), $p = 5$ (linha pontilhada) e $p = 7$ (linha fina).

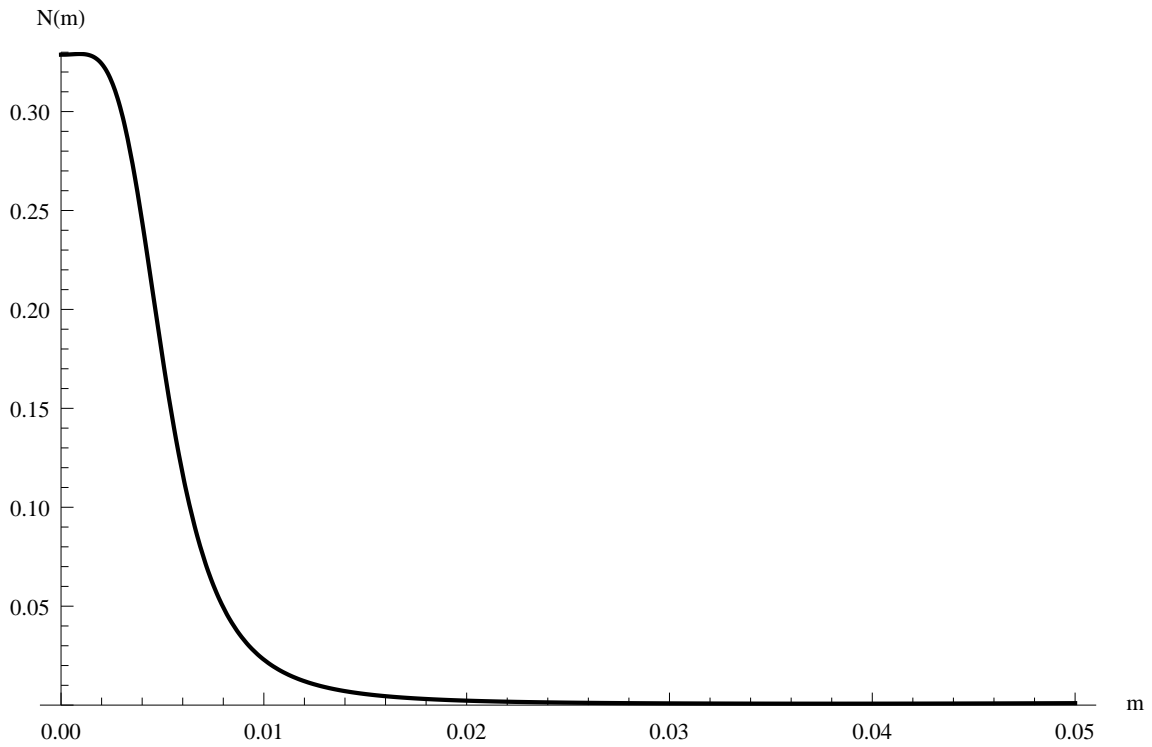


Figura 4-7: $N_p(m)$ para $p = 1$.

Capítulo 5

Férmions

5.1 Motivação

Revisando trabalhos sobre férmions em modelos de dimensões extras observamos que num cenário RS-I, férmions de spins $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, são localizados apenas na membrana de tensão negativa. No entanto, não satisfazem às condições de localização no modelo RS-II. Nestes dois modelos, a localização de modos zero quirais de férmions somente é obtida devido a introdução de um acoplamento tipo Yukawa [31]. Este acoplamento consiste em introduzir uma interação dos férmions com um bulk scalar field. A solução para este campo escalar pode ser, por exemplo, tipo kink. Dessa forma, os resultados com modelo de RS nos indicam os cenários de membrana grossa como mais adequados para localizar férmions. Os modelos de membrana grossa podem ser obtidos de campos escalares com soluções tipo kink. Assim, o acoplamento de Yukawa seria com o próprio campo escalar do qual a membrana é constituída.

Considerando um cenário de mundo como parede de domínio de 4D mergulhadas num espaço-tempo de 5D, podemos localizar uma das quiralidades para modos zero de férmions. Neste caso, no acoplamento Yukawa, a interação dos férmions é com a própria estrutura de membrana. Logo, se consideramos uma estrutura de membrana deformada,

deveremos obter novos detalhes a respeito da localização de campos de spin 1/2. O estudo de férmions em 5D e membranas com estrutura interna também foi descrito no trabalho [32]. Nesse caso, foram considerados dois campos para moldar a estrutura onde os campos do modelo padrão devem ser localizados.

No nosso caso, estudaremos o comportamento dos férmions em uma membrana com estrutura interna gerada por um procedimento de deformação, assim como descrevemos no capítulo 3. Baseados em métodos de detecção de ressonâncias [22, 32], buscaremos nos modos massivos resultantes da redução dimensional, funções com grandes amplitudes em cima da membrana. Tais estruturas podem nos revelar detalhes sobre o acoplamento dos modos com a membrana.

5.2 Modo zero

A ação para férmions de spin $\frac{1}{2}$ acoplados com um campo escalar e gravidade em 5D será

$$S = \int d^5x \sqrt{-G} [\bar{\Psi} \Gamma^M D_M \Psi - f \bar{\Psi} \phi_p \Psi]. \quad (5.1)$$

O campo escalar ϕ_p constitui a membrana e f é o acoplamento e Yukawa em cinco dimensões. O campo Ψ é o espinor de Dirac, que definimos como

$$\Psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Então, para analisar a existência de modos zero fermiônicos localizados na membrana descrita na seção anterior devemos partir da equação de Dirac

$$[\Gamma^M D_M + f \phi_p] \Psi(x, y) = 0. \quad (5.3)$$

Será útil decompor a equação de movimento acima com relação à dimensão extra da seguinte forma,

$$(\Gamma^\mu D_\mu + \Gamma^5 D_5 + f \phi_p) \Psi(x, y) = 0. \quad (5.4)$$

Assim como discutimos no capítulo 1, a derivada spin covariante num cenário com gravidade deve assumir a forma

$$D_M = \partial_M + \frac{1}{4} \omega_A^{BM} \Gamma_B \Gamma_M. \quad (5.5)$$

As matrizes gama obedecem a relação

$$\Gamma^M = e_{M'}^M \Gamma^{M'}, \quad (5.6)$$

onde o índice M' refere-se a um sistema de coordenadas plano.

Usaremos novamente a métrica

$$ds^2 = e^{2A_p(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dy^2, \quad (5.7)$$

onde os $A_p(y)$ carregam a informação sobre as deformações na membrana e foram apresentados no capítulo 3.

A partir da métrica acima encontramos a relação das matrizes Γ_M com as usuais planas γ_M

$$\Gamma^\mu = e^{-A_p} \gamma^\mu, \quad \Gamma^5 = \gamma^5. \quad (5.8)$$

A derivada covariante resultante será

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{1}{2} \partial_5(A_p) \gamma_\mu \gamma_5. \quad (5.9)$$

A nossa equação de movimento (5.4) resultará em

$$[e^{-A_p} \gamma^\mu \partial_\mu + 2\partial_5(A_p) \gamma^5 + \gamma^5 \partial_5 + f\phi_p] \Psi = 0 \quad (5.10)$$

Com o objetivo de descrever a dinâmica do espinor na dimensão extra, iremos decompô-lo da seguinte forma,

$$\Psi(x, y) = \psi(x) \alpha(y). \quad (5.11)$$

Com a separação de variáveis acima, a partir da equação de movimento (5.10), para massa zero, obtemos para o fermion ψ a seguinte equação,

$$\Gamma^\mu D_\mu \psi = 0. \quad (5.12)$$

Para nosso estudo, é interessante o comportamento de α , assim devemos encontrar a parte dependente de y da equação de movimento (5.10). Inicialmente, tomando a quiralidade esquerda $\Gamma^5\psi_L = -\psi_L$, obteremos então, para modo zero, a seguinte equação de movimento para $\alpha(y)$,

$$2A'_p\alpha_L(y) + \alpha'_L(y) + f\phi_p\alpha_L(y) = 0. \quad (5.13)$$

Encontramos uma série de soluções para a equação de movimento acima,

$$\alpha_L(y) = e^{-\int dy f\phi_p - 2A_p(y)} \quad (5.14)$$

onde devemos lembrar que tanto ϕ_p como A_p são dependentes de números inteiros ímpares. Na solução acima observamos claramente a contribuição da estrutura interna presente na membrana do nosso modelo. O valor de p será determinante para obtermos uma solução localizada, como veremos a seguir.

Precisamos entender melhor a relação entre a solução (5.14) e o tipo de estrutura de membrana. Como descrevemos na seção anterior, obtivemos uma série de soluções que denominamos two-kink de onde esperamos obter novos resultados na localização de campos de spin 1/2. Nos resta então verificar se nesse cenário obteremos novos detalhes a respeito da existência de férmions. Para isto escrevemos abaixo a solução obtida para α_L quando $p = 3$,

$$e^{-\frac{3}{2}f \operatorname{sech}(\frac{y}{3})^2 + \frac{2}{35} \operatorname{tanh}(\frac{y}{3})^2 [-6 - 3 \operatorname{tanh}(\frac{y}{3})^2 + 5 \operatorname{tanh}(\frac{y}{3})^4]} \operatorname{cosh}\left(\frac{y}{3}\right)^{\frac{24}{35} - 3f} \quad (5.15)$$

É fácil observar na solução acima que existe uma relação entre a constante f e o valor de p para que a solução para α seja finita. Com um pouco de paciência podemos montar outras soluções para p de onde concluímos que,

$$f > \frac{8p}{-3 + 12p^2}. \quad (5.16)$$

Respeitada a relação acima [19] obtemos soluções de férmions localizadas, as quais plotamos na figura (5-1) para $p = 1, 3$ e 5 . A relação entre f e p foi resultado do

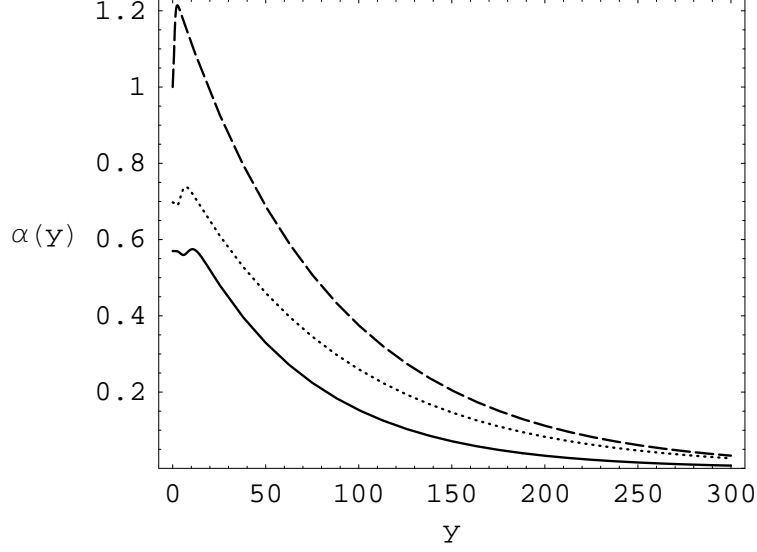


Figura 5-1: Gráfico de α com $p = 1$ (traços), $p = 3$ (pontos) e $p = 5$ (linha). $\Gamma^5\psi_L = -\psi_L$

acoplamento do férmion Ψ com o tipo de solução de membrana, introduzido na ação como $f\phi\bar{\Psi}\Psi$. Entendemos melhor a relação entre f e p a partir do gráfico (5-2), que mostra o menor valor que a constante f pode assumir em função de p para garantir a localização. Notamos que quando p cresce, o valor mínimo que f pode assumir cai abruptamente. Isso nos garante, para a quiralidade esquerda, a existência de um modo zero localizado para qualquer solução deformada de p finito. Não podemos estender essa conclusão para quando $p \rightarrow \infty$ já que nesse caso, o fator de warp assume valor constante em toda dimensão extra.

Para quiralidade direita ($\Gamma^5\psi_R = \psi_R$) teremos a seguinte equação de movimento para α ,

$$2A'_p\alpha_R(y) + \alpha'_R(y) - f\phi_p\alpha_R(y) = 0, \quad (5.17)$$

cujas soluções serão,

$$\alpha_R(y) = e^{\int dy f\phi_p(y) - 2A_p(y)}. \quad (5.18)$$

A partir das soluções acima concluímos que não temos, para quiralidade direita, um

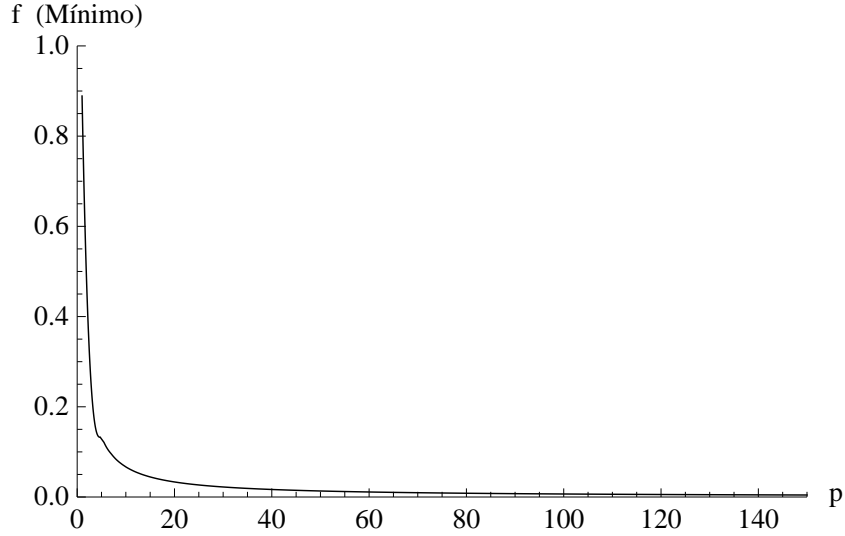


Figura 5-2: Gráfico do valor mínimo de f em função de p .

modo zero de férmion localizado. Isto pode ser observado claramente a partir da figura (5-3) onde plotamos a solução acima.

Para completar nossa análise dos modos-zero quirais buscamos verificar a normalizabilidade das nossas soluções. Decompondo a parte dependente de y da ação do nosso modelos obteremos,

$$\int d^4x \int_{-\infty}^{+\infty} dy \sqrt{g} \bar{\Psi}(x, y) \Gamma^A D_A \Psi(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{3A_p(y)} |\alpha(y)|^2 \int d^4x \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi(x). \quad (5.19)$$

Para que o férmion ψ possa ser normalizável, a solução para α deve levar a integral $\int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{3A_p(y)} |\alpha|^2$ a um valor finito. Dessa forma, respeitada a relação (5.16), somente para quiralidade esquerda as soluções para α podem ser normalizadas permitindo assim a existência do férmion ψ na membrana deformada. Nesta última análise reafirmamos a importância da estrutura de membrana grossa que adotamos para nossa análise. Como observamos, para obtermos modos-zero de férmions quirais localizados e normalizáveis tivemos que atentar para a relação entre a constante f e a solução de kink ϕ_p .

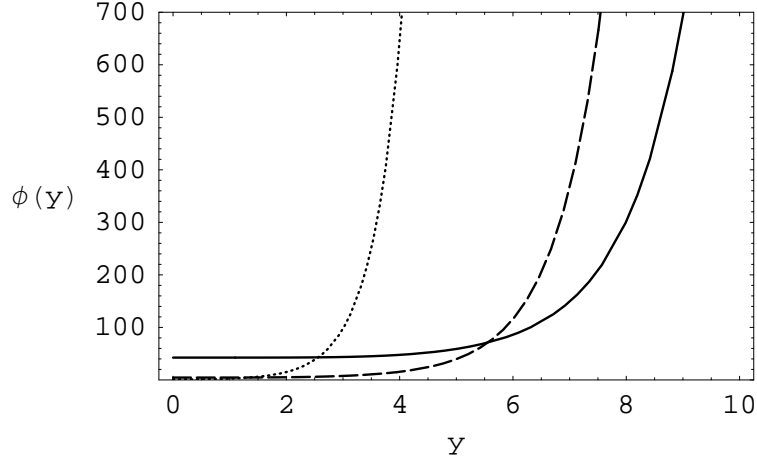


Figura 5-3: Gráfico de α com $p = 1$ (traços), $p = 3$ (pontos) e $p = 5$ (linha). $\Gamma^5\psi_R = \psi_R$

5.3 Modos massivos

Para completar nossa investigação sobre a presença de campos espinoriais na membrana quadridimensional, consideramos agora a equação de Dirac massiva. Para saber se nossa estrutura de parede deformada é capaz de localizar férmions massivos transformamos a equação de Dirac em uma equação tipo Schoedinger, dessa forma poderemos interpretar melhor nossas soluções. Uma análise semelhante foi apresentada na referência [33] para uma parede de domínio convencional. Na referência [15] também encontramos estudos sobre modos massivos de campos fermiônicos em espaço-tempo tipo double walls.

Seguindo as referências acima, primeiramente realizamos o seguinte mapeamento entre coordenadas,

$$y \rightarrow z = f(y), \quad \frac{dz}{dy} = e^{-A_p}. \quad (5.20)$$

Dessa forma mudamos nossa métrica (5.7) para uma conformalmente plana onde poderemos obter, para os modos quirais, equações de segunda ordem tipo Schroedinger. Estas equações apresentam potenciais dependentes de p com mínimos onde os modos massivos podem ficar confinados. Com a nova métrica, as matrizes gama ficam

$\Gamma^\mu = e^{-A_p}\gamma^\mu$, $\Gamma^5 = e^{-A_p}\gamma^5$ e as derivadas covariantes,

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{\partial_z A_p}{2}\gamma_\mu\gamma^5, \quad D_5 = \partial_5. \quad (5.21)$$

Teremos a seguinte equação de movimento,

$$[\gamma^\mu\partial_\mu + \gamma^5(\partial_z + 2\partial_z A_p) + f\phi_p e^{A_p}]\Psi(x, z) = 0. \quad (5.22)$$

Na equação acima decompomos o espinor Ψ em cinco dimensões em termos das duas quiralidades,

$$\Psi(x, z) = \psi_L(x)\alpha_L(z) + \psi_R(x)\alpha_R(z) \quad (5.23)$$

Os modos massivos do férmion Ψ vivendo na membrana devem conectar as duas quiralidades, logo, precisam satisfazer às seguintes equações,

$$\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L(x) = m\psi_R(x), \quad \gamma^\mu\partial_\mu\psi_R(x) = m\psi_L(x). \quad (5.24)$$

De posse das relações $\gamma^5\psi_L(x) = -\psi_L(x)$ e $\gamma^5\psi_R(x) = \psi_R(x)$, encontramos duas equações acopladas para $\alpha_\pm(z)$,

$$[\partial_z + 2\partial_z A_p + f\phi_p e^{A_p}]\alpha_L(z) = m\alpha_R \quad (5.25)$$

$$[\partial_z + 2\partial_z A_p - f\phi_p e^{A_p}]\alpha_R(z) = -m\alpha_L$$

Para proceder com nossa análise devemos escrever cada uma das equações acima em equações tipo Schrodinger. Para isto, realizamos a transformação $\alpha(z) = \bar{\alpha}(z)e^{-2A_p}$, de onde teremos,

$$[-\partial_z^2 + V_p^L]\bar{\alpha}_L(z) = m^2\bar{\alpha}_L(z) \quad (5.26)$$

$$[-\partial_z^2 + V_p^R]\bar{\alpha}_R(z) = m^2\bar{\alpha}_R(z)$$

onde os potenciais serão dados por,

$$V_p^L = -f\partial_z\phi_p e^{A_p} - f\phi_p e^{A_p}\partial_z A_p + f^2\phi_p^2 e^{2A_p} \quad (5.27)$$

$$V_p^R = +f\partial_z\phi_p e^{A_p} + f\phi_p e^{A_p}\partial_z A_p + f^2\phi_p^2 e^{2A_p}$$

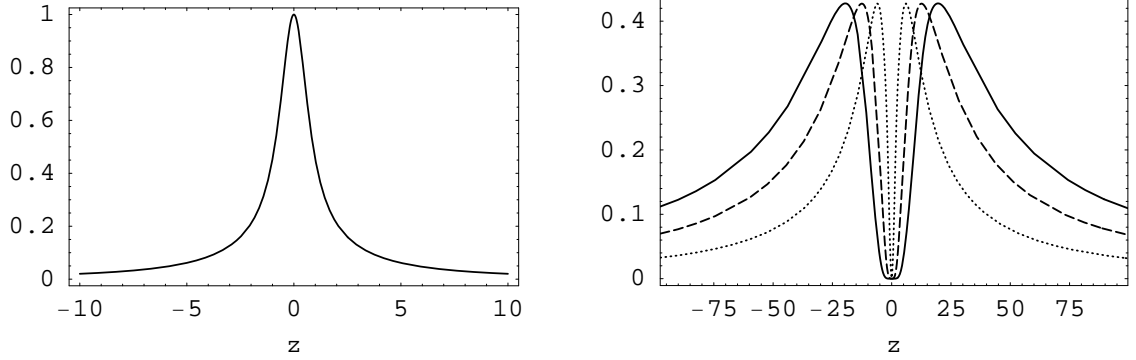


Figura 5-4: Plots of $V_p^R(z)$ with $p = 1$ on the left, and $p = 3$ (points), 5 (dashed line), 7 (solid line) on the right. We put $f = 2$

Devido à transformação $y \rightarrow z = f(y)$ não podemos obter uma forma analítica para os potenciais V_p . No entanto, integrando numericamente (5.20) podemos construir uma tabela com os valores (y, z, ϕ_p, A_p) de onde obteremos a partir de interpolações, soluções numéricas para as funções $\phi(z)$ e $A_p(z)$. De posse dessas funções interpolação calculamos suas respectivas derivadas e finalmente chegamos às soluções numéricas para os potenciais, o que será suficiente para nossa análise. Na figura (5-4), a partir de uma escolha para a constante f , plotamos o potencial V_p^R para $p = 1, 3, 5$. Como podemos observar para $p = 1$, o potencial não apresenta valor nulo na membrana, no entanto para p igual a 3 e 5, surge um mínimo em $z = 0$ consequência da estrutura interna. Na figura (5-5) mostramos a forma do potencial V_p^R onde observamos a existência de um mínimo profundo somente para $p = 1$. Quando evoluímos os valores de p , o mínimo localizado na membrana divide-se em dois que tendem a se afastar. Em [25] no estudo do potencial da equação de schroedinger do setor TT de flutuações da métrica, o aparecimento dessas características são atribuídos a uma transição de fase.

Um outro ponto importante a ser discutido é a respeito da característica assintótica

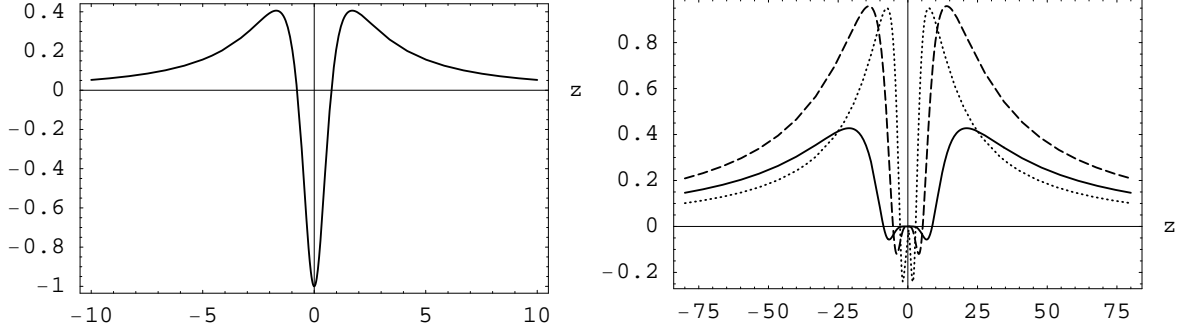


Figura 5-5: Gráfico de $V_p^L(z)$ com $p = 1$ à esquerda, e $p = 3$ (pontos), 5 (traços), 7 (linha) à direita. Usamos $f = 0.1$

dos potenciais. Pelo que observamos nas figuras (5-4) e (5-5),

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \{V_p^{L,R}(z)\} = 0. \quad (5.28)$$

Dessa forma garantimos que o espectro contínuo é livre de gaps.

Como mostramos acima, o comportamento dos potenciais de ambas as quiralidades sofre mudanças significativas quando transitamos de $p = 1$ para valores mais altos. Este é um ponto chave do nosso trabalho ainda não explorado em modelos de localização férmions em membranas grossas. A estrutura interna nos fornece novas configurações de potenciais de onde esperamos obter novos detalhes sobre comportamento dos férmions.

Para saber se os modos massivos quirais ficarão confinados em alguma das configurações de potencial acima devemos buscar suas soluções nas equações (5.26). É fácil ver que para os modos massivos, cada uma dessas equações podem ser escritas como

$$\begin{aligned} QQ^+ \bar{\alpha}_R &= [\partial_z + f\phi_p e^{A_p}] [-\partial_z + f\phi_p e^{A_p}] \bar{\alpha}_R = m^2 \bar{\alpha}_R, \\ Q^+ Q \bar{\alpha}_L &= [-\partial_z + f\phi_p e^{A_p}] [\partial_z + f\phi_p e^{A_p}] \bar{\alpha}_L = m^2 \bar{\alpha}_L, \end{aligned} \quad (5.29)$$

correspondendo a um cenário de mecânica quântica SUSY. Escritas na forma acima as equações de movimento nos previnem da existência de estados taquiônicos.

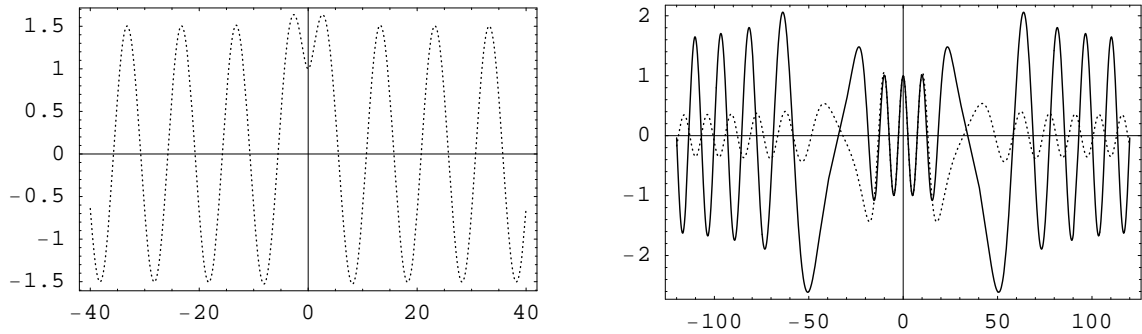


Figure 5-6: Plots of $\bar{\alpha}_L$ for $p = 1$ on the left. On the right for $p = 9$ (dotted line) and $p = 11$ (solid line). We put $f = 1$ and $m = 0.4$.

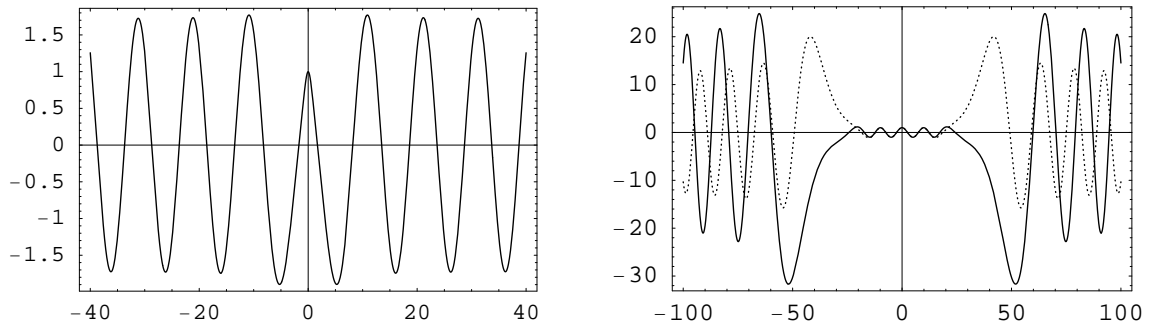


Figure 5-7: Plots of $\bar{\alpha}_R$ for $p = 1$ on the left. On the right for $p = 9$ (dotted line) and $p = 11$ (solid line). We put $f = 1$ and $m = 0.4$.

Resolvendo numericamente as equações (5.26) plotamos as soluções de $\bar{\alpha}_L$ e $\bar{\alpha}_R$ nas figuras (5-6) e (5-7) respectivamente. Em cada gráfico mostramos as soluções em $p = 1$ a esquerda representando modelos tipo kink já considerados [33, 15], enquanto que a direita mostramos as soluções na parede deformada. Note que para incrementar o efeito das deformações nas soluções consideramos $p = 9, 11$ onde torna-se clara a diferença entre nosso background e os demais. Duas regiões onde as soluções apresentam comportamentos distintos separados por uma região de transição em ambas quiralidades. Observamos uma oscilação nas proximidades da membrana que tende a um valor máximo na região que coincide com a transição entre mínimo e máximo de cada potencial correspondente. Fora da região de transição a solução perde amplitude e adquire característica de onda livre para altos valores de z .

Para concluir nossa análise sobre os modos massivos devemos checar a normalizabilidade dos férmions na dimensão extra assim como procedemos para os modos zero. Dessa forma, para que os férmions $\psi(x)$ possam existir na membrana, nossas soluções para $\alpha(y)$ devem satisfazer à seguinte condição:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{4A_p(z)} |\alpha|^2 < \infty. \quad (5.30)$$

Para testar se as soluções analisadas nas figuras (5-6) e (5-7) satisfazem à condição acima devemos conhecer a forma da função $e^{4A_p(z)} |\alpha|^2$ correspondente às duas quiralidades. A partir da característica assintótica dessa função saberemos se (5.30) assume valor finito. Para isto, plotamos na figura (5-8) a forma do integrando da condição de normalizabilidade onde escolhemos arbitrariamente os valores para m e f . Nas duas situações mostradas na figura (5-8) as soluções são normalizadas, no entanto, este resultado pode facilmente reverter para uma escolha apropriada de f . Analisamos o comportamento de várias soluções com relação à constante f e observamos que são altamente dependentes da intensidade do acoplamento entre os espinores e a estrutura deformada. Apesar da supressão exponencial $e^{4A_p(z)}$ em (5.30), para certos valores de f , as soluções α não

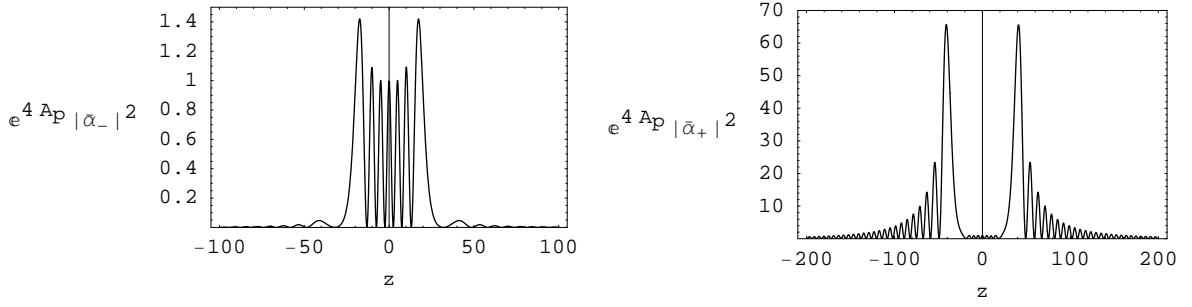


Figura 5-8: Plots of $e^{4A_P} |\bar{\alpha}_L|^2$ (left) and $e^{4A_P} |\bar{\alpha}_R|^2$ (right) for $p = 9$. We put $f = 1$ and $m = 0.4$.

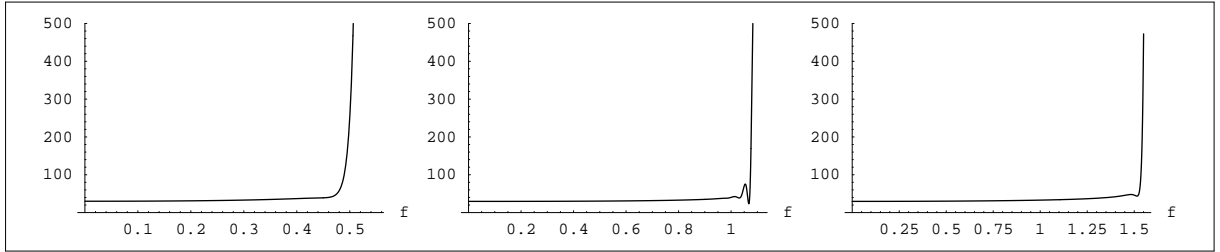


Figura 5-9: Função $N(f)$ para $m = 0, 1$ (esquerda), $m = 0, 5$ (centro) e $m = 1$ (direita). Usamos $p = 9$

satisfazem à condição de normalizabilidade.

Para estimar como o valor da constante de acoplamento de Yukawa torna possível a existência de modos adotamos o seguinte procedimento: escolhemos uma caixa com $-200 < z < 200$ onde calculamos o valor de $\int e^{4A_P} |\bar{\alpha}_L|^2$ em função de f , que chamaremos de $N(f)$. Dessa forma, para modos não normalizáveis, $N(f)$ deve assumir valores desproporcionalmente grandes. Na figura (5-9) plotamos $N(f)$ para três valores de m . Pelo que observamos, existe um valor limite de f para que possamos garantir a existência dos férmions ψ . Observamos um comportamento semelhante para as soluções de quiralidade negativa.

5.4 Ressonâncias

Escritas numa forma tipo Schroedinger como em (5.29), as equações de movimento nos habilitam a adotar interpretações de mecânica quântica. Como mencionado em [17], soluções de onda plana de equações tipo de Schroedinger obtidas do setor TT de perturbações da métrica podem apresentar modos ressonantes. Tais estruturas foram obtidas em [27, 30] no estudo de localização de gravidade.

A importância do estudo das ressonâncias é que podem nos fornecer detalhes sobre o acoplamento dos modos massivos com a membrana. Tal estrutura é caracterizada por uma amplitude da função de onda, solução de (5.26), desproporcionalmente grande em cima da membrana [17]. Se a amplitude da função de onda normalizada é interpretada como o acoplamento de um modo com a matéria na membrana, a busca por estruturas de ressonâncias pode detectar no espectro modos altamente acoplados.

Inicialmente as soluções da equação (5.26) não nos revelaram estados ressonantes. Isso por que apenas analisamos alguns valores de massa, o que torna improvável encontrar estruturas especiais. Nossa estratégia será analisar, em cima da membrana, o valor da função de onda normalizada em função da massa. Dessa forma, se existir algum modo com amplitude muito grande, será encontrado.

No nosso caso, cada uma das equações em (5.29) nos permite interpretar a quantidade $|\chi\bar{\alpha}_{L,R}(z)|^2$ como a probabilidade de encontrar o modo na posição z , onde χ é uma constante de normalização. Dessa forma, calculando $|\chi\bar{\alpha}_{L,R}(0)|^2$ como função da massa, que chamaremos simplesmente de $P(m)$, poderemos detectar modos ressonantes, tendo em vista que estes apresentam grandes amplitudes em cima da membrana.

Procedendo como em [32] limitamos as soluções de cada modo à região $-100 < z < 100$ em seguida, interpolamos nosso banco de dados e montamos a função $P(m)$ que nos fornece a probabilidade de encontrar os modos em $z = 0$ como função de m para cada

quiralidade correspondente. A função $P(m)$ é dada por

$$\frac{|\bar{\alpha}_m(0)|^2}{\int_{-100}^{100} |\bar{\alpha}_m(z)|^2 dz} \quad (5.31)$$

5.4.1 Quiralidade direita

Inicialmente investigamos a quiralidade direita. Dessa forma plotamos na figura (5-10) a função $P(m)$ obtida a partir de (8.23) para V_p^R .

Como observamos na figura (5-10), a quiralidade direita não apresenta nenhuma ressonância para a solução de membrana $p = 1$, onde usamos para a constante de acoplamento de Yukawa $f = 1$. Neste ponto vale lembrar que o comportamento das soluções dos modos é afetado tanto pela solução de membrana escolhida (valor de p) como pela interação dos férmions com a própria membrana (acoplamento de Yukawa), logo, o valor da função $P(m)$ e conseqüentemente da estrutura de ressonância devem mudar com a variação desses parâmetros.

No segundo caso, analisado na figura (5-11), observamos claramente um pico característico de ressonância em $m = 0.480$ onde fizemos $p = 3$. Para confirmar se realmente este ponto representa um modo ressonante, devemos verificar na própria equação (5.26) o comportamento da solução de α_R com os parâmetros indicados pela função $P(m)$. Assim, mostramos na figura (5-12), a solução de α_R para $m = 0.480$. Confirmamos a suspeita da existência da estrutura de ressonância. A solução apresentada na figura (5-12) realmente apresenta amplitude maior na membrana que em pontos distantes dela. Logo, para os parâmetros $p = 3$ e $f = 1$, de todo espectro, o modo $m = 0.480$ apresenta-se altamente acoplado com a membrana.

Estendendo nossa análise à solução de membrana $p = 5$, encontramos novamente uma ressonância, dessa vez em $m = 0.632$. Mostramos a estrutura da ressonância na figura (5-13) e a solução correspondente à massa $m = 0.632$ na figura (5-14). O pico é menos pronunciado que para $p = 3$ e o resultado disso é que a amplitude da solução em $z = 0$

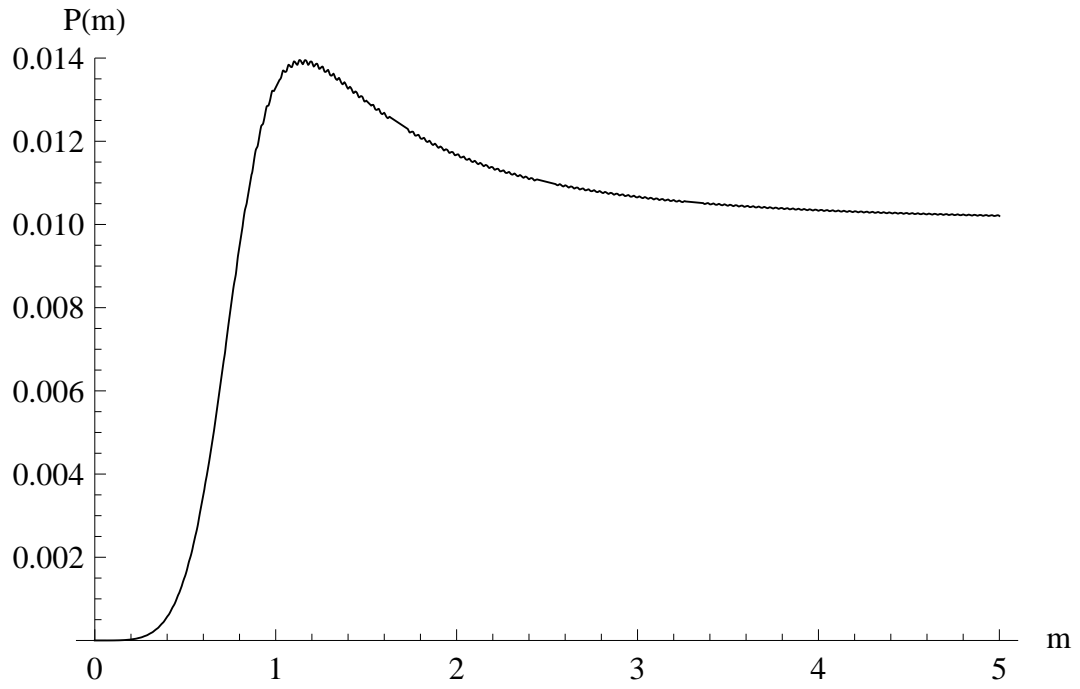


Figura 5-10: Gráfico de $P(m)$ com $f = 1$ e $p = 1$. Quiralidade direita.

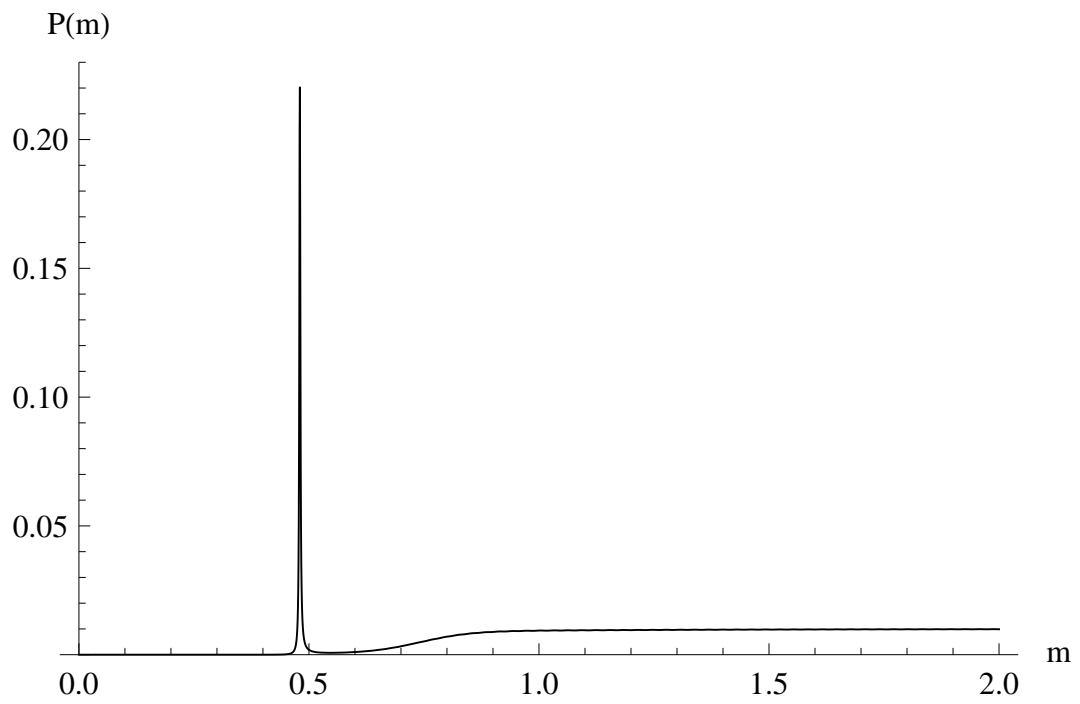


Figura 5-11: Gráfico de $P(m)$ com $f = 1$ e $p = 3$. Quiralidade direita.

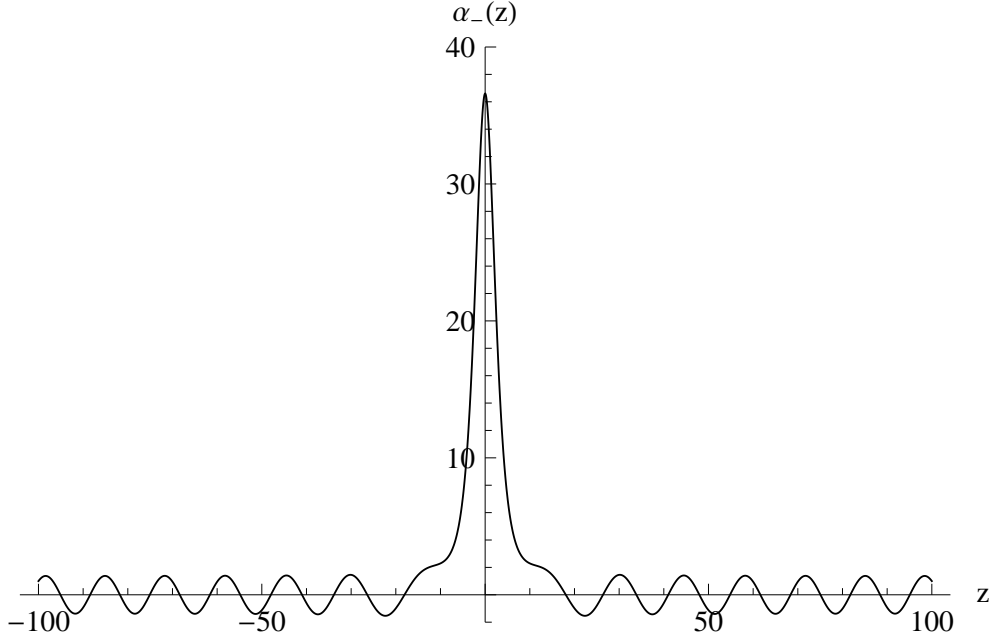


Figura 5-12: Gráfico de $\alpha_-(z)$ com $f = 1$, $p = 3$ e massa $m = 0.480$. Quiralidade direita.

(figura 5-14) não é muito maior que longe desse ponto.

Em todos os casos observamos uma característica em comum, quando $m \rightarrow 0$ a função $P(m)$ tende a zero em todas as situações. Isto é importante e muito consistente por que o acoplamento dos modos com a matéria na membrana está relacionado com a amplitude da função de onda plana normalizada em $z = 0$ [17]. No nosso caso atribuímos esta característica à função $P(m)$. Como esperávamos, modos não-massivos apresentam valor nulo para $P(m)$ tendo em vista que não são localizados na membrana para quiralidade direita, como mostramos na seção exterior.

Analisando o comportamento das funções $P(m)$ em relação às deformações da membrana, chegamos a uma importante conclusão. Incrementando o valor de p , as alturas dos picos em $P(m)$ são reduzidas ocorrendo uma descaracterização das ressonâncias nas soluções. Para ilustrar essa situação, mostramos na figura (5-15) as soluções de $\alpha_R(z)$ correspondentes a três picos de $P(m)$. Como observamos, as soluções perdem totalmente a característica de modos ressonantes com os acréscimos de p . Nesses casos, a amplitude

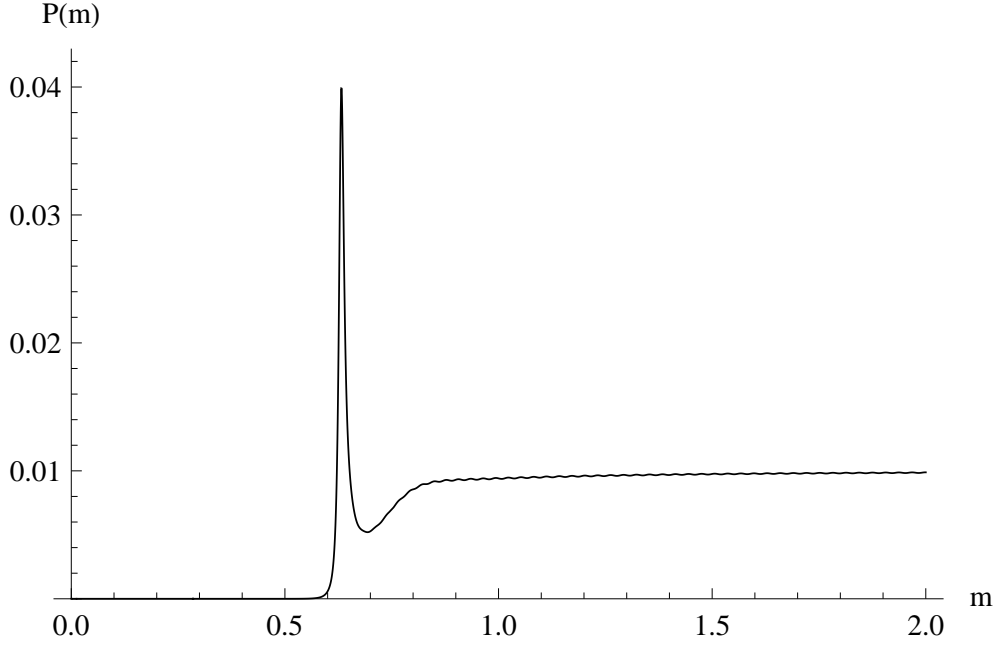


Figura 5-13: Gráfico de $P(m)$ com $f = 1$ e $p = 5$. Quiralidade direita.

das oscilações em $z = 0$ não mais supera a das regiões em torno desse ponto.

Uma interessante característica surge quando analisamos novamente o espectro aumentando o valor de f . Como observamos na figura 5-16, encontramos mais picos de ressonância, para $p = 3$ em $m = 0.62830, 1.262$ e para $p = 5$ em $m = 0.8408, 1.158, 1.347$.

Para completar nossa análise, podemos considerar outro método [32, 34] na detecção de ressonâncias. A técnica consiste em tomar a integral da quantidade $|\chi\bar{\alpha}_{L,R}(z)|^2$ em uma pequena região em torno de $z = 0$. Dessa forma, para detectar modos com grandes amplitudes na membrana devemos tomar a função

$$T(m) = \frac{\int_{-z_b}^{z_b} |\bar{\alpha}_m(z)|^2 dz}{\int_{-100}^{100} |\bar{\alpha}_m(z)|^2 dz}. \quad (5.32)$$

O valor da quantidade z_b deve ser pequeno em termos do valor da caixa que usamos para normalizar nossa função, no nosso caso usamos $z_b = 10$. A desvantagem desse método é que temos que trabalhar com mais um parâmetro arbitrário, o valor de z_b . Mostramos os resultados dessa técnica na figura (5-17)

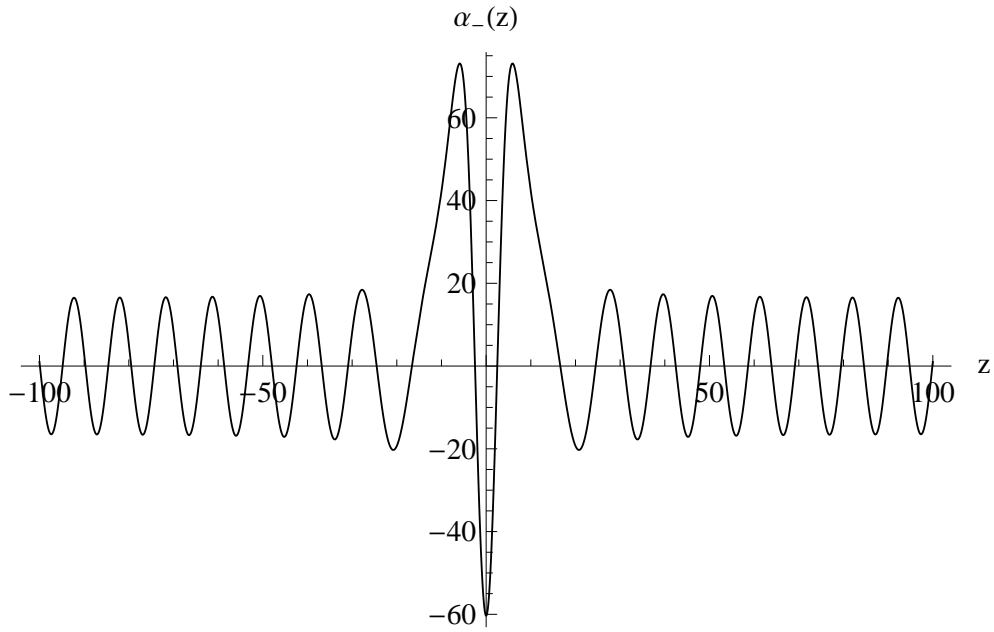


Figura 5-14: Gráfico de $\alpha_R(z)$ com $f = 1$, $p = 5$ e massa $m = 0.632$. Quiralidade direita.

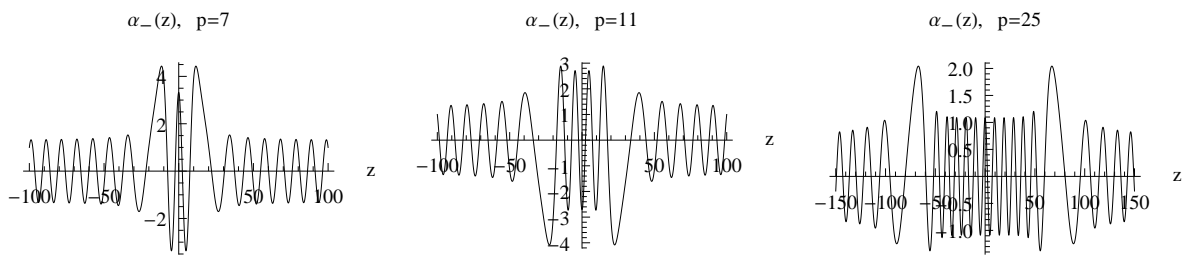


Figura 5-15: Gráfico de $\alpha_R(z)$ com $f = 1$ e $p = 7, 11, 25$. Quiralidade direita.

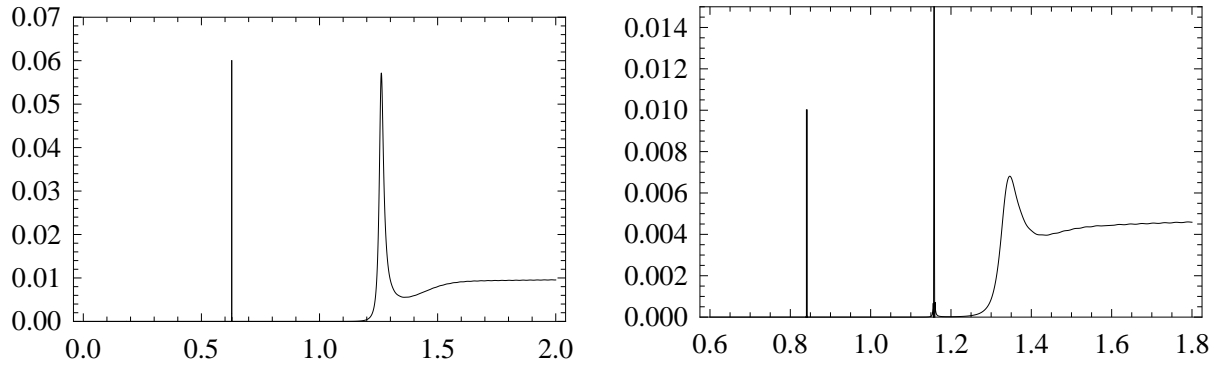


Figura 5-16: Gráfico de $P(m)$ com $f = 2$ e $p = 3$ (esquerda), $p = 5$ (direita). Quiralidade direita.

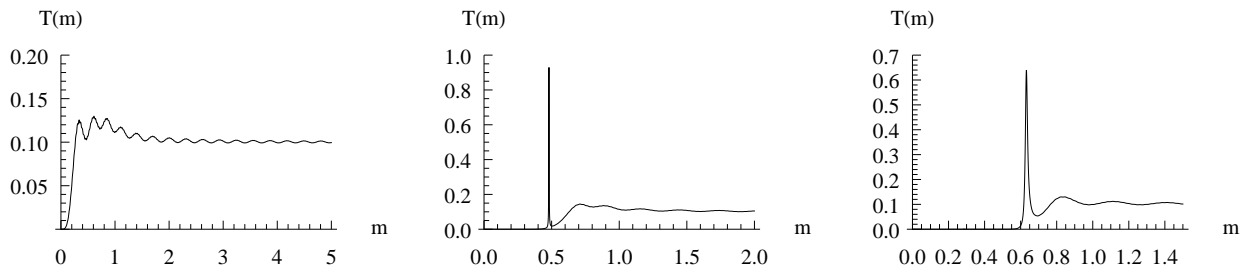


Figura 5-17: Gráfico de $T(m)$ para $p = 1$ (esquerda), $p = 3$ (centro) e $p = 5$ (direita). Usamos $f = 1$. Quiralidade direita.

5.4.2 Quiralidade esquerda.

Continuamos utilizando o mesmo método na procura de ressonâncias para a quiralidade esquerda. Calculamos então novamente a função $P(m)$, como definimos em (5.31), a partir de (8.23) agora para V_p^L . Esperamos obter mudanças significativas com relação à quiralidade direita tendo em vista que obtivemos modos zero localizados para quiralidade esquerda. Em todos os casos a seguir devemos atentar para a condição de localização dos modos zero dada por (5.16). Da mesma forma, não podemos escolher f muito grande por que resultaria em uma supressão em $P(m)$ das ressonâncias correspondentes aos modos zero .

A primeira diferença surge quando calculamos $P(m)$ para $p = 1$ (figura 5-18), logo observamos um pico característico de ressonância localizado em $m = 0.0001$. A estrutura identifica o modo zero localizado, tendo em vista que para $m = 0$ a função $P(m)$ assume um valor muito próximo ao do pico de ressonância. Esse resultado já era esperado tendo em vista que a quiralidade esquerda localiza um modo zero, assim como estudamos na primeira seção.

Outras soluções de $P(m)$ são mostradas na figura (5-19) onde tomamos o cuidado de escolher, para cada solução deformada, um valor de f adequado. Dessa forma possibilitamos a detecção dos modos ressonantes. Analisando o gráfico (5-19) para $p = 3, 5, 7$, encontramos picos em $m = 0.001$ em todos os casos.

A característica mais interessante surge quando verificamos novamente $P(m)$ com $f = 2$. Mostramos o resultado na figura (5-20) onde identificamos ressonâncias para $p = 3$ em $m = 0.062, 1.042$ e $p = 5$ em $m = 1.01424, 1.268$.

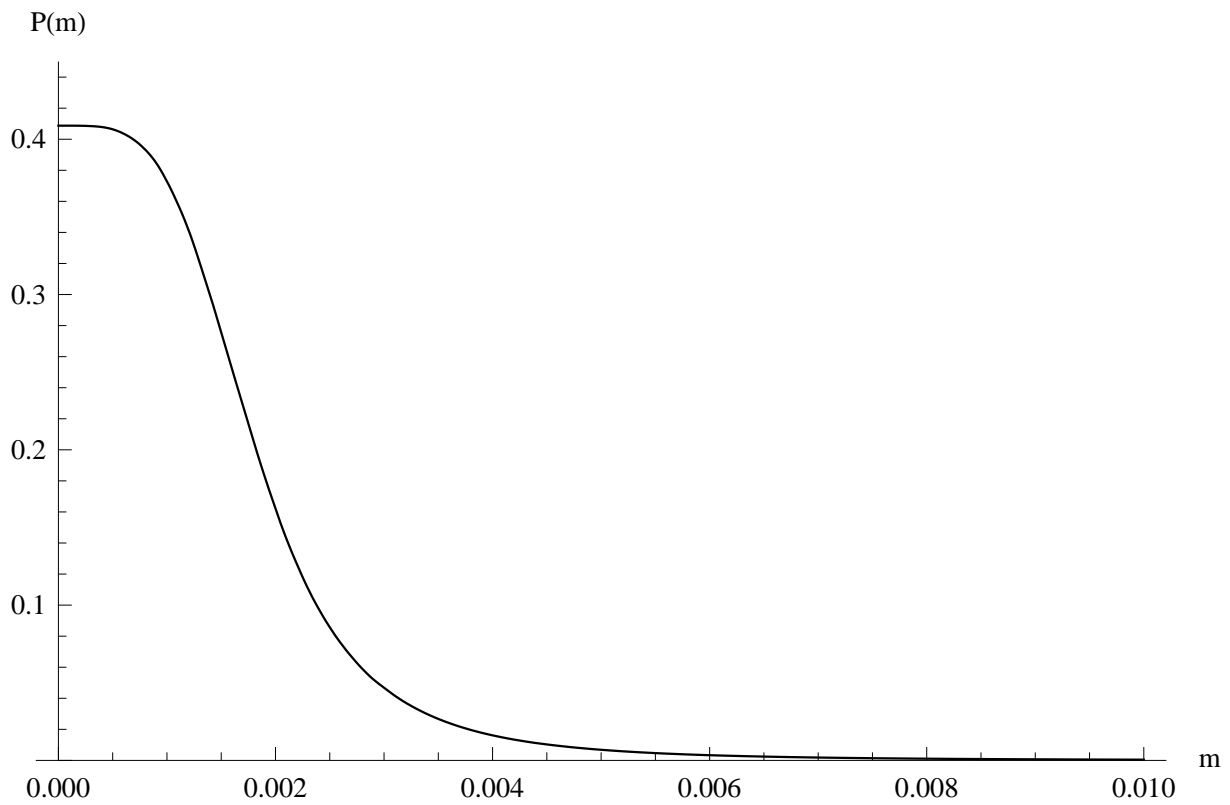


Figura 5-18: Gráfico de $P(m)$ com $f = 1$ e $p = 1$ (quiralidade esquerda).

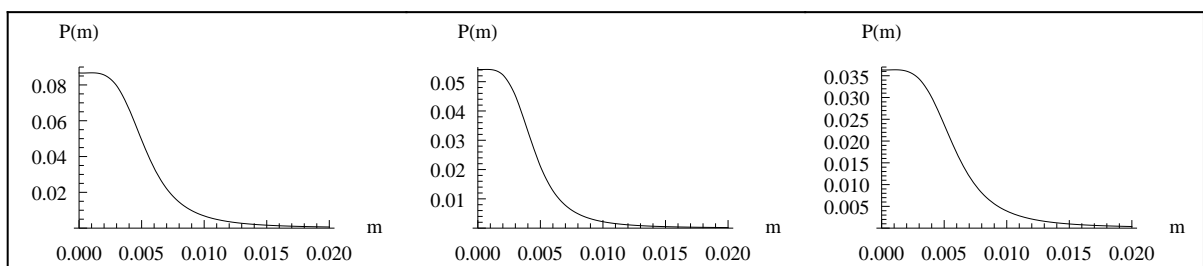


Figura 5-19: Gráfico de $P(m)$ com $[f = 0,25, p = 3]$ (esquerda), $[f = 0,2, p = 5]$ (centro) e $[f = 0,15, p = 7]$ (direita).

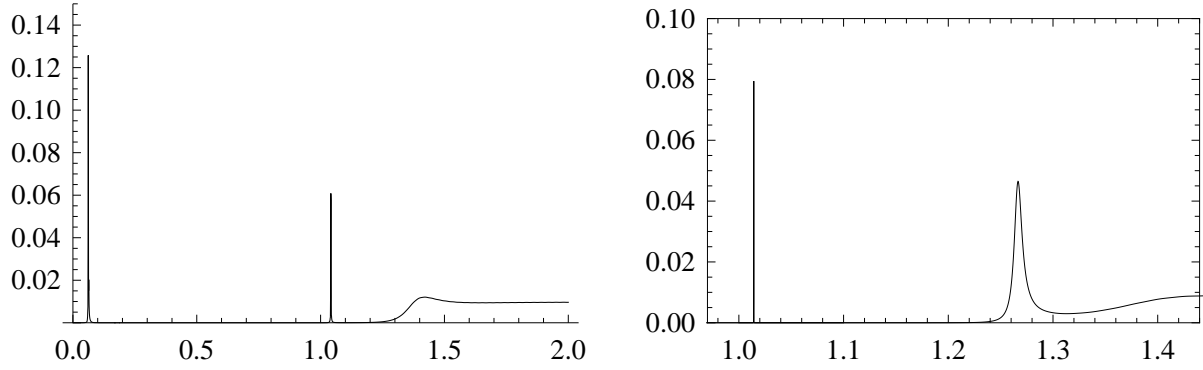


Figura 5-20: Gráfico de $P(m)$ com $f = 2$ e $p = 3, 5$ (quiralidade esquerda).

5.5 Discussão de resultados

A estrutura deformada apresenta características importantes como controle na espessura da membrana, distribuição de densidade de matéria e energia. Por meio do acoplamento de Yukawa a estrutura deformada influenciou diretamente os resultados em modos zero e massivos.

Com relação aos modos zero obtivemos uma restrição em relação as deformações à localização para quiralidade positiva. No entanto para qualquer solução deformada podemos garantir a existência de um modo zero localizado para quiralidade esquerda. Esta relação foi definida analiticamente como uma função da constante de acoplamento de Yukawa e o parâmetro controlador das deformações. Neste ponto pudemos perceber claramente a importância das deformações na localização dos modo zero.

O modo zero da quiralidade direita é sempre não-localizado. A ação efetiva é sempre divergente.

A partir da estrutura da equação de Schroedinger obtida da equação de movimento para os modos massivos nos livramos da presença de táquions no espectro. A influência da estrutura de membrana apareceu nesse caso quando obtivemos potenciais que apresentam splitting causado pelas deformações.

Resolvendo numericamente a equação de Schroedinger plotamos as soluções dos modos massivos. A característica das soluções são bastante influenciadas pelo splitting dos potenciais causado pelas deformações (ver detalhes no texto).

A normalizabilidade das soluções dos modos massivos são altamente sensíveis ao valor da constante de acoplamento de Yukawa (acoplamento dos férmios com a membrana). Existe um valor limite para esta constante para o qual a ação efetiva é finita.

Encontramos estruturas de ressonância na função de probabilidade de encontrar o modo na membrana para ambas as quiralidades. As ressonâncias encontradas na quiralidade direita nos confirmam os resultados para modos zero, eles não são localizados. A função obtida numericamente que nos indica a probabilidade de ter o modo na membrana sempre assume valor nulo para $m = 0$ na quiralidade direita. Quando aumentamos o valor de f , aumentamos a quantidade de picos de ressonância.

A mesma análise para quiralidade esquerda nos revela que os modos zero acoplam com a membrana muito mais intensamente que os massivos. Observamos ressonâncias com picos muito próximos de $m = 0$. Tais estruturas correspondem aos modos zero localizados para quiralidade esquerda. Confirmamos a existência desses modos localizados quando analisamos as soluções correspondentes para massa zero. Novamente verificamos um aumento no número de picos de ressonância aumentando o valor de f .

Capítulo 6

Membrana deformada dilatônica

Neste capítulo apresentaremos um modelo de membrana inédito na literatura. O cenário é semelhante em alguns aspectos aquele utilizado na localização de campos de spin nulo e spin $1/2$. Como mostraremos, a estrutura de parede de domínio deformada que mostrou-se suficiente para garantir a localização de férmions (spin $1/2$) e do campo escalar não é capaz de aprisionar os campo vetorial e tensorial de gauge.

Como observamos na literatura, em modelos de mundo como membrana em 5D, um alternativa para obter localização de campos de gauge é adicionar ao espaço-tempo mais um campo escalar, além daquele que nos fornece a solução tipo salto duplo. Este mecanismo se mostrou eficaz na localização do campo de gauge em um tipo de parede modelada por kink, logo como veremos, a mesma técnica nos auxiliará na análise da localização dos campos vetorial e tensorial quando tomamos uma membrana com estrutura interna.

Os passos necessários para montar o cenário descrito acima são: encontrar as equações de Einstein a partir de um ansatz de métrica e ação contendo um campo escalar que constitui a membrana ϕ e o campo dílton π , analisar a curvatura do espaço, encontrar a forma do fator de warp.

6.1 Motivação

Um campo escalar sem massa chamado dilaton é sempre incluído no espectro de teorias de supercordas fornecendo o acoplamento de gauge. Sob efeitos não-perturbativos o dilaton poderá ter massa, que dependendo da natureza destes efeitos será determinada pela escala de quebra de supersimetria. O valor da massa esperada é pequeno ou é fixado à escala de Planck, dessa forma, o dilaton não aparece no espectro de baixas energias da teoria. Normalmente o superpotencial resultante aparece na forma [35, 36]

$$W = \Sigma_i A_i e^{a_i \pi}. \quad (6.1)$$

Os desenvolvimentos recentes em teorias de supercordas têm motivado modelos de mundo como membrana [37]. Ainda no contexto de teorias de cordas o dilaton é incluído como parceiro do gráviton. Logo, quando sobrevida na membrana como parceiro escalar sem massa do gráviton obtemos problemas experimentais com o princípio da equivalência [38]. Quando aparece como um escalar massivo em 4D, sua massa não deve ser maior que a constante cosmológica em 4D a fim de ser aprisionado [39]. Então, pode-se estimar a magnitude da massa sendo que o acoplamento com fótons é da ordem de $1/M_{pl}$ [40]. Nesse caso o dilaton pode ser considerado como candidato para matéria escura [41].

A principal diferença entre as soluções D-branes e as paredes de domínio que adotamos é que nas D-branes existem campos de gauge em seu volume de mundo. Os campos de gauge emergem de cordas abertas terminando nas D-branes [19]. Como veremos, em modelos de mundo modelados por paredes do domínio, assim como consideramos, não temos campos de gauge localizados naturalmente na membrana. Uma alternativa para obter localização para o campo de gauge é introduzir um campo escalar na parede de domínio além daquele que modela a própria estrutura. A mesma estrutura também servirá de base para o estudo da localização do campo de Kalb-Ramond. Dessa forma, assim como o campo de gauge pode depositar modos zero na parede, construindo assim

seu setor quadridimensional [19], esperamos obter resultados semelhantes em uma parede com estrutura interna para os campos vetorial e tensorial.

Apresentamos a seguir um estudo pioneiro no cenário de membranas introduzindo o que denominamos de membrana deformada dilatônica.

6.2 Adicionando o dÍlaton ao cenÁrio

Como primeiro passo para nossa análise devemos encontrar as equações de Einstein para o acoplamento *scalar-dilaton-gravity* que compõem nosso background. Tomemos então a seguinte ação,

$$\mathcal{S} = \int d^4x dy \sqrt{-G} \left(-\frac{1}{4}R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}(\partial\pi)^2 - V(\phi, \pi) \right) \quad (6.2)$$

onde ϕ é o campo escalar do qual a membrana é constituída e de onde obteremos as soluções tipo two-kink. O outro campo escalar é denotado por π e representa o dÍlaton, que acoplará com os campo vetorial e tensorial de gauge auxiliando na sua localização. R é o escalar de curvatura. Um background de membrana de grossa semelhante foi considerado em [19] onde obteve-se um modo zero localizado para o setor TT de perturbações da métrica.

Usaremos o novo ansatz para a métrica

$$ds^2 = e^{2A(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + e^{2B(y)} dy^2. \quad (6.3)$$

As equações de movimento serão

$$R_{MN} - \frac{1}{2}G_{MN}R = 2 \left[\partial_M \phi \partial_N \phi + \partial_M \pi \partial_N \pi - G_{MN} \left(\frac{1}{2} \partial_P \phi \partial^P \phi + \frac{1}{2} \partial_P \pi \partial^P \pi + V(\phi, \pi) \right) \right], \quad (6.4)$$

$$\partial_P [\sqrt{-G} G^{PN} \partial_N \phi] = \sqrt{-G} \frac{\partial V}{\partial \phi}, \quad (6.5)$$

$$\partial_P [\sqrt{-G} G^{PN} \partial_N \pi] = \sqrt{-G} \frac{\partial V}{\partial \pi},$$

onde índices com letras maiúsculas $M = 1, 2, 3, 4, 5$.

Dessa forma, precisamos calcular novamente o tensor de Ricci R_{MN} e a curvatura escalar R . O tensor de Ricci é obtido pela contração do tensor de curvatura da seguinte forma

$$R_{MN} = R_{MPN}^P, \quad (6.6)$$

onde

$$R^P{}_{MQN} = \partial_Q \Gamma_{MN}^P - \partial_N \Gamma_{MQ}^P + \Gamma_{MN}^R \Gamma_{RQ}^P - \Gamma_{MQ}^R \Gamma_{RN}^P. \quad (6.7)$$

A curvatura escalar é obtida do tensor de Ricci pela contração

$$R = G^{MN} R_{MN}. \quad (6.8)$$

Precisaremos também da conexão da métrica

$$\Gamma_{MN}^P = \frac{1}{2} G^{PQ} (\partial_M G_{QN} + \partial_N G_{QM} - \partial_Q G_{MN}). \quad (6.9)$$

A partir da métrica

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} -e^{2A(y)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{2A(y)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{2A(y)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{2A(y)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{2B(y)} \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

onde

$$\sqrt{-G} = \sqrt{-(-e^{8A+2B})} = e^{4A+B} \quad (6.11)$$

chegamos aos seguintes resultados,

$$\begin{aligned} \Gamma_{51}^1 = \Gamma_{52}^2 = \Gamma_{53}^3 = \Gamma_{54}^4 = A'(y) \quad , \quad A'(y) &= \frac{dA(y)}{dy}, \\ \Gamma_{22}^5 = \Gamma_{33}^5 = \Gamma_{44}^5 = -\Gamma_{11}^5 &= -e^{2A-2B} A'(y), \\ \Gamma_{55}^5 &= B'(y) \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$R_{11} = R_{22} = R_{33} = -R_{44} = e^{2A-2B}[4A'(y)^2 - A'(y)B'(y) + A''(y)] \quad (6.13)$$

$$R_{55} = -4[A'(y)^2 - A'(y)B'(y) + A''(y)].$$

$$R = -4e^{-2B(y)}[5A'(y)^2 - 2A'(y)B'(y) + 2A''(y)]. \quad (6.14)$$

Com os campos escalares dependendo apenas de y , substituímos as relações (6.13) e (6.14) na equação de movimento (6.4) e obtemos, para $M = N = 5$

$$6A'^2 = \phi'^2 + \pi'^2 - 2e^{2B}V(\phi), \quad (6.15)$$

e para $M = N = 1, 2, 3, 4$

$$-3A'' + 3A'B' - 6A'^2 = 2e^{2B}V(\phi) + \phi'^2 + \pi'^2. \quad (6.16)$$

Para completar as equações de movimento, obtemos da equação de Euler-Lagrange com a métrica G_{MN}

$$4A'\phi' + \phi'' = \frac{\partial V}{\partial \phi}. \quad (6.17)$$

6.3 Método superpotencial

Usaremos novamente método de superpotencial [18, 28] para obter soluções para as equações de movimento. Escrevemos o potencial para o campo escalar a partir de uma função denominada superpotencial $W(\phi)$, definida como $\frac{\partial W}{\partial \phi} = \phi'$. A solução particular que consideramos corresponde ao potencial escalar em termos da função W como [19]

$$V(\phi) = e^{\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi} \right)^2 - \frac{5}{16} W(\phi)^2 \right], \quad (6.18)$$

o que comparando com o potencial das equações de movimento

$$V(\phi) = e^{-2B} \left(\frac{1}{2} \phi'^2 + \frac{1}{2} \pi'^2 - 3A' \right), \quad (6.19)$$

teremos as soluções

$$\begin{aligned}\pi &= -\sqrt{\frac{3}{8}}A, \\ B &= -\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{A}{4}, \\ A' &= -\frac{W(\phi)}{3}.\end{aligned}\tag{6.20}$$

De posse da mesma função superpotencial deformada que caracteriza as soluções two-kink

$$W_p(\phi) = \frac{p}{2p-1}\phi^{\frac{2p-1}{p}} - \frac{p}{2p+1}\phi^{\frac{2p+1}{p}}.\tag{6.21}$$

A solução para o campo escalar é obtida da equação $\frac{\partial W_p(\phi)}{\partial \phi} = \phi'$ onde usaremos a solução deformada $W_p(\phi)$, logo

$$\phi_p(y) = \tanh^p\left(\frac{y}{p}\right).\tag{6.22}$$

A partir da equação de primeira ordem $W_p = -3A'_p(y)$, encontra-se analiticamente a solução para $A_p(y)$ [24],

$$\begin{aligned}A_p(y) &= -\frac{1}{3}\frac{p}{2p+1}\tanh^{2p}\left(\frac{y}{p}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{p^2}{2p-1} - \frac{p^2}{2p+1}\right) \\ &\quad \left\{ \ln\left[\cosh\left(\frac{y}{p}\right)\right] - \sum_{n=1}^{p-1}\frac{1}{2n}\tanh^{2n}\left(\frac{y}{p}\right) \right\}.\end{aligned}\tag{6.23}$$

Infelizmente, como podemos observar na equação (6.20) a solução para o dílaton é divergente. A adição do dílaton ao background tornou o espaço-tempo singular. A curvatura escalar para esta nova geometria será dada por

$$R = -[8A_p'' + 18(A_p')^2]e^{-\frac{A_p}{2}}\tag{6.24}$$

Como podemos observar na figura 6-1, existe uma região nas proximidades da membrana onde o escalar de Ricci é nulo. A medida que evoluímos os valores de p , a largura dessa região sofre acréscimos em conseqüência das deformações introduzidas. Por outro lado, resultado da introdução do dílaton, o escalar de curvatura decresce indefinidamente quando nos afastamos da membrana.

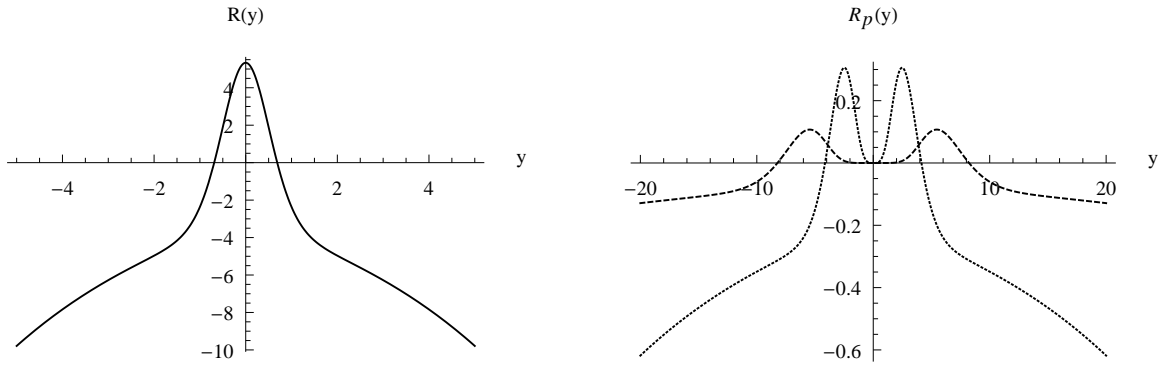


Figura 6-1: Curvatura escalar $R_p(y)$ lado esquerdo para $p = 1$ e lado direito para $p = 3$ (linha pontilhada) e $p = 5$ (linha s30lida).

No entanto, este tipo de singularidade 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000

Capítulo 7

Campo de gauge

Neste capítulo descrevemos os aspectos da localização do campo vetorial de gauge em dois tipos de membranas. Inicialmente, mostraremos os problemas com a utilização de uma membrana grossa deformada assim como utilizamos para estudar a localização dos campos escalares e fermiônicos. Na sequência, usaremos pela primeira vez o tipo específico de membrana introduzido no capítulo anterior o qual esperamos ser capaz de localizar campos de gauge.

7.1 Motivação

Um importante problema no estudo de modelos de dimensões extras consiste em determinar, entre os diversos cenários de membrana, àqueles capazes de localizar os campos do modelo padrão. A idéia central desses modelos é considerar o universo como uma hipersuperfície (membrana) mergulhada em uma variedade multidimensional. O interesse no estudo desses tópicos surge de suas aplicações na solução de problemas de hierarquia e constante cosmológica [12, 9].

Apesar do modelo de Randall Sundrum apresentar uma solução para problema de hierarquia não suporta localização na membrana de modos zero para o campo de gauge

[16]. A localização de campos fermiônicos não massivos só é possível com a ajuda de um acoplamento Yukawa com um campo escalar do bulk.

Diante dessas dificuldades, outros modelos como aqueles que apresentam cenários de membranas modeladas por defeitos topológicos foram apresentados como alternativa para o problema da não localização do campo de gauge. Em tais modelos o número de dimensões extras determina o tipo de defeito mais adequado para moldar a estrutura. Por exemplo, se consideramos apenas uma dimensão extra podemos modelar o universo como uma parede de domínio. Seguindo essa idéia, alguns trabalhos consideraram o acoplamento de gravidade em 5 dimensões com um campo escalar o qual modela a parede de domínio [17, 18, 19]. Este tipo de membranas não são infinitamente finas sob ponto de vista de dimensão extra, o que resulta em um cenário livre de singularidades. Neste caso, a condição de ajuste fino é resultado da própria teoria de membrana induzida. O fator de warp é uma função suave e determinado pela forma do potencial escalar. Denominadas espessas, estas membranas mimetizam um cenário de Randall Sundrum e podem sob certo limite voltar a ser infinitamente finas.

Membranas geradas por kinks não suportam naturalmente localização de modos zero para o campo vetorial de gauge. Uma alternativa para contornar esse problema é introduzir um campo do bulk. Como mostrado em [19] num contexto de membrana modelada por kink, o acoplamento com o dilaton possibilita a localização de modos zero para o campo de gauge. Este tipo de acoplamento também foi usado em diversos modelos como mecanismo de localização do campo de gauge [20, 21] inclusive em paredes de domínio.

Neste trabalho dedicamos nossa atenção ao estudo do campo de gauge em um tipo bastante peculiar de membrana gerada por um campo escalar real. No nosso caso estamos interessados em analisar o comportamento dos modos zero e massivos para o campo de gauge nessas estruturas de membranas deformadas. Como veremos, o parâmetro resultante do procedimento de deformação terá implicações nos métodos de localização assim

como na característica do acoplamento dos modos de Kaluza-Klein com a membrana. Transportando nosso problema para um cenário de mecânica quântica obteremos importantes interpretações a respeito dos modos KK que nos auxiliaram na busca de estados ressonantes. No estudo de localização de gravidade em paredes de domínio [17], a existência dessas estruturas pode nos fornecer um espectro de modos KK com acoplamento não suprimido com a matéria da membrana.

7.2 Localização na membrana deformada

Antes de analisar o cenário de membrana dilatônica, usaremos como motivação o estudo da localização do campo de gauge em um cenário de membrana grossa deformada assim como introduzimos no capítulo 3.

Inicialmente tomemos a ação para F_{MN} acoplado com a gravidade,

$$S \sim \int d^5x \sqrt{-G} F_{MN} F^{MN}, \quad (7.1)$$

onde os índices MN variam de 1 a 5 e $\mu\nu$ de 1 a 4. O tensor intensidade de campo é dado por $F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$.

As equações de movimento resultantes serão

$$\partial_Q [\sqrt{-G} G^{QM} G^{RN} F_{MN}] = 0. \quad (7.2)$$

Com o gauge $\partial_\mu A^\mu = A_y = 0$, a equação de movimento para A_μ resulta em

$$\partial^2 A_\mu + \partial_y [e^{2A} \partial_y A_\mu] = 0. \quad (7.3)$$

Para conhecer a contribuição da dimensão extra usaremos o seguinte ansatz

$$A_\mu(x, y) = a_\mu(0) e^{ip \cdot x} U(y), \quad \text{onde } p^2 = -m^2. \quad (7.4)$$

Denotamos por $x = 1, 2, 3, 4$, as coordenadas na membrana. Escrevendo A_μ na forma acima chegamos à seguinte equação para $U(y)$

$$-\frac{d^2 U(y)}{dy^2} - 2A'(y) \frac{dU(y)}{dy} = m^2 e^{A(y)} U(y). \quad (7.5)$$

Para modo zero, a equação acima tem uma solução $U = \text{constante}$. Este resultado torna-se interessante quando verificamos a ação efetiva do modelo. De posse novamente da relação (8.3) podemos escrever a ação efetiva como

$$S \sim \int d^5x \sqrt{-G} (F_{MN} F^{MN}) = \int dy U(y)^2 e \int d^4x f_{\mu\nu}(x) f^{\mu\nu}(x). \quad (7.6)$$

Para a solução $U = \text{constante}$ observamos que a ação efetiva é divergente, o que nos leva à conclusão de que não podemos garantir a existência de um modo zero localizado para o campo de gauge.

Para fechar nossa análise podemos considerar um caso mais geral a partir de outra solução da equação de movimento (7.3). Realizando a transformação

$$\frac{dU(y)}{dy} = g(y), \quad (7.7)$$

obtemos uma solução para a função $g(y)$ como

$$g(y) = k e^{-2A} \quad \text{onde} \quad k = g(0) e^{A(0)}. \quad (7.8)$$

Teremos então a seguinte solução para $U(y)$:

$$U(y) = k \int_{y_0}^y e^{-2A} dy'. \quad (7.9)$$

De posse da solução acima devemos saber sua contribuição para a ação efetiva. Para isto plotamos na figura (7-1) o comportamento de $U(y)^2$ para três valores de $A(y)$ extraídos de (6.23).

Como observamos na figura (7-1) a nova solução para $U(y)$ (7.18) também torna a ação efetiva divergente tendo em vista que aparece como $\int dy U(y)^2$. Com essa solução também não podemos garantir a existência de um modo zero localizado para o campo de gauge.

Com base na análise das duas soluções concluímos que a estrutura de membrana deformada como apresentamos no capítulo 3 não é capaz de localizar modos zero do

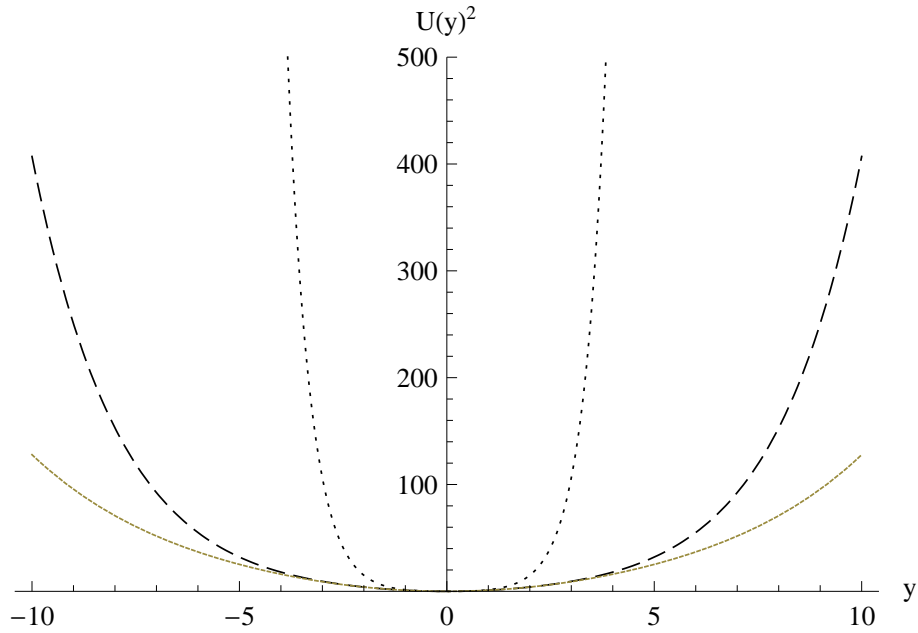


Figura 7-1: Gráfico de $U(y)^2$, para $p = 1$ (pontos), $p = 3$ (traços) e $p = 5$ (linha).

campo de gauge. Na seção seguinte usaremos a nova estrutura de membrana apresentada no capítulo 6. Esperamos obter dessa forma um modo zero localizado para o campo de gauge.

7.3 Modo zero na membrana dilatônica

Incluimos o acoplamento do dilaton em nosso background no intuito de obter localização para o campo de gauge. Como sabemos, num cenário de membrana gerada apenas pelo acoplamento campo escalar-gravidade, a ação efetiva para o campo de gauge é sempre divergente. A forma do fator de warp na métrica não importa nesse caso por que o termo cinético do campo de gauge cancela sua contribuição. Como veremos o dilaton trará de volta o fator de warp à ação efetiva. O acoplamento com o dilaton é introduzido da seguinte forma, [42, 43]:

$$S \sim \int d^5x \sqrt{-G} (e^{-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} F_{MN} F^{MN}), \quad (7.10)$$

onde λ controla o acoplamento do dÍlaton.

Usando a métrica

$$ds^2 = e^{2A_p(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + e^{2B(y)} dy^2, \quad (7.11)$$

as equações de movimento resultantes serão

$$\partial_Q [\sqrt{-G} G^{QM} G^{RN} e^{-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} F_{MN}] = 0. \quad (7.12)$$

Com o gauge $\partial_\mu A^\mu = A_y = 0$, a equação de movimento toma a forma

$$\partial^2 A_\mu + e^{-B+2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{\partial}{\partial y} \left[e^{2A_p-B} e^{-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{\partial}{\partial y} A_\mu \right] = 0. \quad (7.13)$$

usando novamente o ansatz $A_\mu(x, y) = a^\mu(0) e^{ip \cdot x} U(y)$ com $p^2 = -m^2$ obtemos a equação para $U(y)$.

$$-\frac{d^2 U(y)}{dy^2} - \left[2A' - B' - 2\lambda\pi' \sqrt{\frac{2}{3}} \right] \frac{dU(y)}{dy} = m^2 e^{2(B-A)} U(y), \quad (7.14)$$

$$A' = \frac{dA(y)}{dy} \quad B' = \frac{dB(y)}{dy} \quad \pi' = \frac{d\pi(y)}{dy}$$

A função $U(y)$ porta toda informação do campo de gauge na dimensão extra e possui uma solução $U_0(y) = \text{constante}$ para modo zero na equação (7.14). Como vimos na seção anterior, este modo zero não é normalizável na ausência do dÍlaton, consequentemente não existe um fóton não-massivo localizável naquele cenário.

Para verificar a normalizabilidade da solução $U_0(y) = \text{constante}$, no background com dÍlaton, decompomos a ação para o campo de gauge da seguinte forma

$$S \sim \int d^5 x \sqrt{-G} (e^{-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} F_{MN} F^{MN}) = \int dy U(y)^2 e^{A_p(y)(\frac{1}{4}+\lambda)} \int d^4 x f_{\mu\nu}(x) f^{\mu\nu}(x), \quad (7.15)$$

onde usamos as relações obtidas no capítulo anterior

$$\pi = -\sqrt{\frac{3}{8}} A, \quad (7.16)$$

$$B = -\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{A}{4}.$$

Como podemos observar acima a supressão exponencial foi novamente introduzida à ação efetiva. A ação efetiva é finita e graças à presença do dÍlaton, o modo zero do campo de gauge é agora localizável.

Observando o modo zero resultante da redução dimensional na ação acima, podemos identificar facilmente a influência do acoplamento do dÍlaton e das deformações na localização do campo de gauge. Em uma mão, temos a constante λ que define a magnitude da supressão exponencial fornecida pelo fator de warp fora da membrana. Na outra temos o valor do parâmetro p , que representa as deformações na estrutura da membrana, e define a própria natureza do fator de warp. Devemos então considerar essas duas contribuições para estabelecer quando o modo zero poderá ser localizado.

O acoplamento do dÍlaton sempre atuará limitando o alcance da parte dependente da dimensão extra do campo de gauge fora da membrana. Esta foi a motivação que nos levou a incluir o dÍlaton no background. Por outro lado, a série de soluções A_p controlam diretamente a normalizabilidade da ação para o campo de gauge. Dessa forma devemos analisar como este mecanismo funciona.

Uma importante característica que devemos conhecer é como varia a integral em y na ação (7.15) em função de p . Para isto calculamos numericamente o valor dessa integral em três intervalos de y para uma sequência de valores de p e plotamos o resultado na figura (7-2). Tomamos a solução $U(y) = \text{constante}$ e o valor para a constante de acoplamento $\lambda = 1$.

Como podemos observar, o valor da integral cresce com p sempre tendendo a um valor constante para os três intervalos analisados. Os valores constantes para os quais tendem os gráficos são determinados pelos intervalos de integração. A medida que evoluímos o valor de p a região de integração sempre torna-se uma caixa limitada pelo valor máximo de y .

Com base nos resultados acima podemos concluir que as deformações deslocalizam o

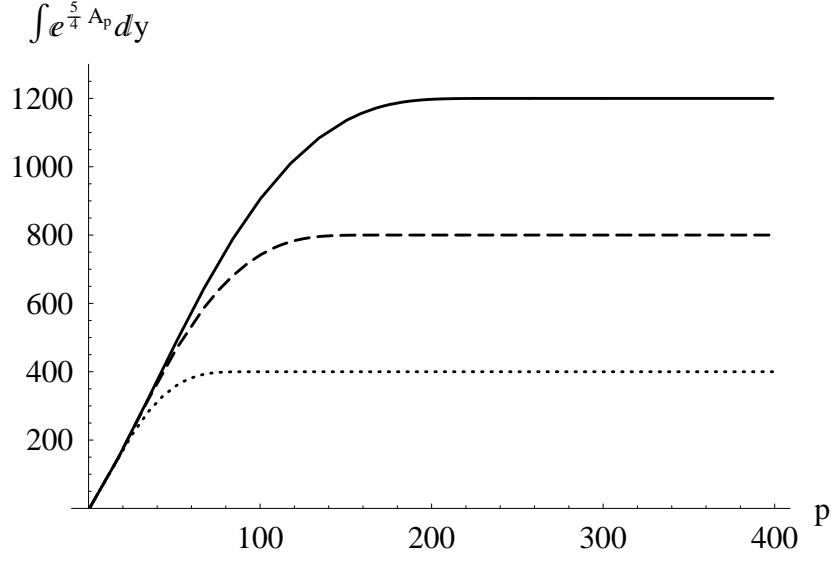


Figura 7-2: Plots of $\int dy e^{\frac{5}{4}A_p(y)}$, for $-200 < y < 200$ (points), $-400 < y < 400$ (dashed line) and $-600 < y < 600$ (solid line).

modo zero do campo de gauge.

Podemos ainda buscar outro modo zero localizado a partir da equação de movimento (7.14). Procedendo novamente com uma transformação

$$\frac{dU(y)}{dy} = g(y), \quad (7.17)$$

obtemos da equação (7.14) uma solução para a função $g(y)$ como

$$g(y) = ke^{-[2A-B-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}]}, \quad \text{onde } k = g(0)e^{[2A(0)-B(0)-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}]}. \quad (7.18)$$

Substituindo esse resultado na relação com $U(y)$ teremos a seguinte solução

$$U(y) = k \int_{y_0}^y e^{-(2A(y')-B(y')-2\lambda\pi(y')\sqrt{\frac{2}{3}})} dy'. \quad (7.19)$$

De posse das relações (7.16), a solução acima se resume a

$$U(y) = k \int_{y_0}^y e^{-(\lambda+\frac{7}{4})A(y')} dy'. \quad (7.20)$$

Como observamos acima, a solução de $U(y)$ diverge para qualquer λ . O comportamento

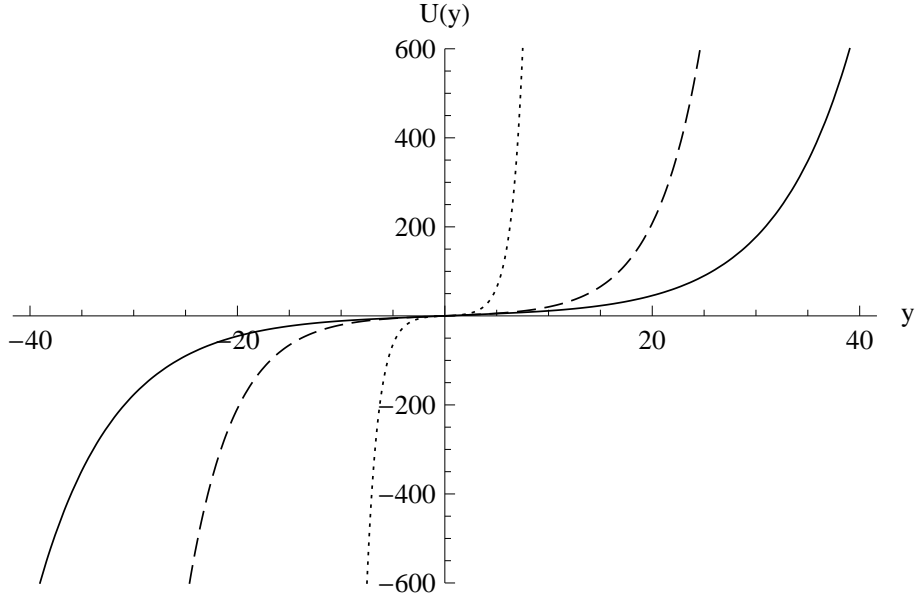


Figura 7-3: Gráfico de $U(y)$, para $p = 1$ (pontos), $p = 3$ (traços) e $p = 5$ (linha). Usamos $\lambda = 11/4$.

da solução é mostrado na figura (7-3). O modo zero do campo de gauge, nesse caso, tende assintoticamente a $\pm\infty$ nos dois lados da membrana com uma região de transição próxima de $y(0)$. Acréscimos no valor do acoplamento com o dilaton estreitam a região de transição, mas não alteram a estrutura da solução.

Com respeito à normalizabilidade dessa solução, sua influência na ação efetiva será combinada com a supressão exponencial do fator de warp no termo $\int dy U(y)^2 e^{A_p(y)(\frac{1}{4}+\lambda)}$. Combinando o valor de $U(y)^2$ com o termo $e^{A_p(y)(\frac{1}{4}+\lambda)}$, a ação efetiva será sempre infinita e não podemos garantir a existência de outro modo zero do campo de gauge localizável.

7.4 Modos massivos

Nesta seção dedicamos nossos estudos aos modos massivos de Kaluza Klein levando nosso modelo a um problema de mecânica quântica. Dessa forma estaremos acrescentando interpretações que nos auxiliaram a entender as soluções das equações para o campo de

gauge resultantes da redução dimensional. Daremos atenção especial à busca de estados ressonantes que podem resultar em modos com acoplamento não suprimido com a matéria na membrana. Baseados nos resultados de localização de modos zero, procedemos nossa análise no background de membrana com acoplamento do dÍlaton.

Para estudar o espectro massivo do campo de gauge devemos escrever sua equação de movimento (7.14), em uma equação do tipo Schroedinger.

Usando novamente as relações (7.16) reescrevemos (7.14) da seguinte forma,

$$-\frac{d^2U(y)}{dy^2} - \left(\frac{7}{4} + \lambda\right) A'_p \frac{dU(y)}{dy} = m^2 e^{-\frac{3}{2}A} U(y), \quad (7.21)$$

Para transformar a equação acima na forma da equação de Schroedinger devemos realizar o seguinte mapeamento,

$$y \rightarrow z = f(y), \quad U = \Omega \bar{U}. \quad (7.22)$$

As condições para termos uma equação do tipo Schroedinger devem indicar a forma da função Ω . Dessa forma, não podemos ter termos de derivadas de primeira ordem, e o lado direito da equação deve conter a constante m^2 . Teremos então,

$$\Omega = e^{-\gamma A_p}, \quad \frac{dz}{dy} = e^{-\frac{3}{4}A_p}, \quad (7.23)$$

as transformações (7.22) serão

$$y \rightarrow z = f(y), \quad f'(y) = e^{-\frac{3}{4}A_p} \quad U(y) = e^{-\gamma A_p} \bar{U}(z), \quad (7.24)$$

onde $\gamma = (\lambda + 1)/2$. Dessa forma chegamos à seguinte equação tipo Schroedinger

$$\left\{ \frac{d^2}{dz^2} + V_p(z) \right\} \bar{U}(z) = -m^2 \bar{U}(z), \quad (7.25)$$

onde temos o potencial $V_p(z) = \gamma(\gamma \dot{A}_p + \ddot{A}_p)$. As funções \dot{A} e \ddot{A} representam as derivadas primeira e segunda de A respectivamente.

A mudança de variáveis nos impede de obter uma forma analítica para esta função e conseqüentemente para o potencial. Dessa forma, na figura (7-4), a partir de uma

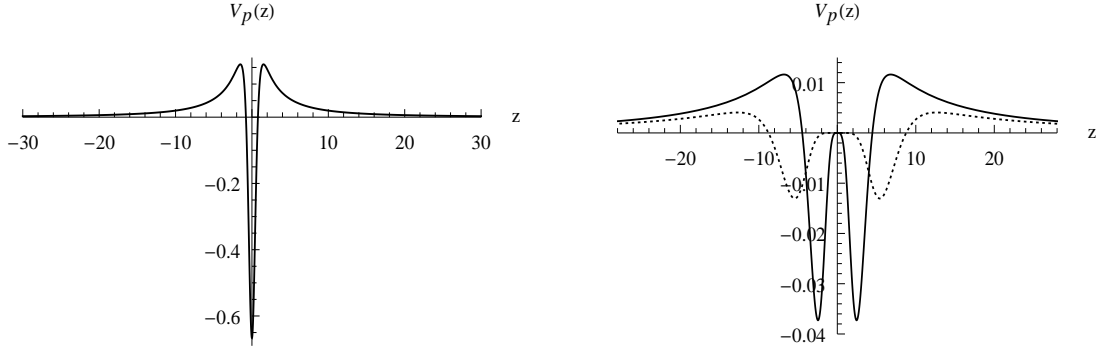


Figura 7-4: $V_p(z)$ com $p = 1$ (esquerda) e $p = 3, 5$ (direita), onde $\lambda = 1$

escolha para a constante λ , plotamos a forma do potencial $V_p(z)$ obtido numericamente para $p = 1, 3, 5$.

Como podemos ver, existe um mínimo profundo somente para $p = 1$. Quando evoluímos os valores de p , o mínimo localizado na membrana divide-se em dois que tendem a se afastar. Em [25] no estudo do potencial da equação de schroedinger do setor TT de flutuações da métrica, o aparecimento dessas características são atribuídos a uma transição de fase. No nosso caso esta característica é consequência da estrutura interna da membrana.

Um outro ponto importante a ser discutido é a respeito da característica assintótica dos potenciais. Pelo que observamos na figura (7-4),

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \{V_p(z)\} = 0. \quad (7.26)$$

Dessa forma garantimos que o espectro contínuo é livre de gaps.

Como mostramos acima, o comportamento dos potenciais sofre mudanças significativas quando transitamos de $p = 1$ para valores mais altos. Este é um ponto chave onde podemos determinar a influencia das deformações sobre as soluções dos modos KK. Resolvemos numericamente a equação (8.8) para os modos massivos e plotamos os resultados na figura (7-5) para uma série de parâmetros.

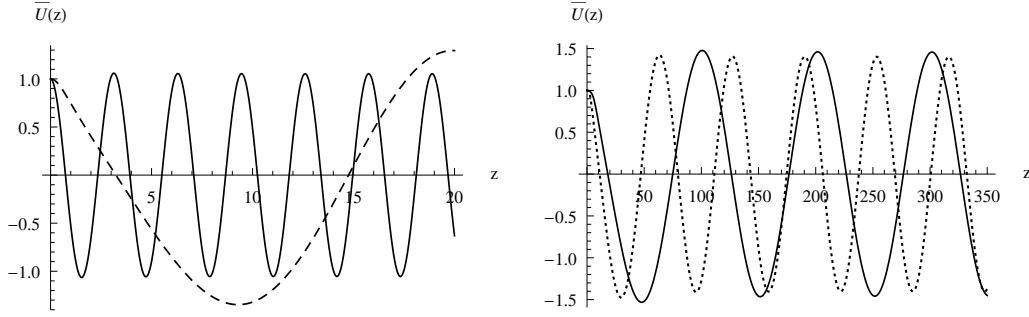


Figura 7-5: $\bar{U}(z)$ à esquerda com $p = 1$, $m^2 = 0.1$ (linha tracejada), $m^2 = 4$ (linha sólida). A direita com $p = 3$, $m^2 = 0.01$ (pontos), $p = 5$, $m^2 = 0.004$ (linha sólida). Usamos $\lambda = 1$.

Como podemos observar, a função de onda oscila rapidamente para valores moderados de m^2 e reduz o período para pequenos valores de m^2 . Quando aumentamos o valor de p temos um incremento na amplitude das oscilações fora da membrana. Esta influência da estrutura deformada torna-se mais visível se consideramos o efeito do acoplamento do dÍlaton sobre as soluções de onda plana. Como mostramos no capítulo 6 a dinâmica do dÍlaton é determinada pelas funções A_p . Para investigar como a intensidade do acoplamento do dÍlaton pode interferir nos padrões de solução dos modos resolvemos novamente a equação (7.25) elevando o valor da constante de acoplamento λ . Plotamos na figura (7-6) a função $\bar{U}(z)$, dessa vez para $\lambda = 10$. Notamos uma supressão na oscilação dos modos nas regiões próximas à membrana devido ao aumento de λ . Por outro lado, nas regiões mais distantes de $z = 0$ os modos têm acréscimos na amplitude de suas oscilações.

Podemos obter interpretações físicas adicionais a partir da equação (8.8) escrita como

$$Q^\dagger Q \bar{U}(z) = \left\{ \frac{d}{dz} - \gamma \dot{A}_p \right\} \left\{ \frac{d}{dz} + \gamma \dot{A}_p \right\} \bar{U}(z) = -m^2 \bar{U}(z), \quad (7.27)$$

que corresponde à equação de Schroedinger num cenário de mecânica quântica supersimétrica e nos previne da existência de estados taquiônicos.

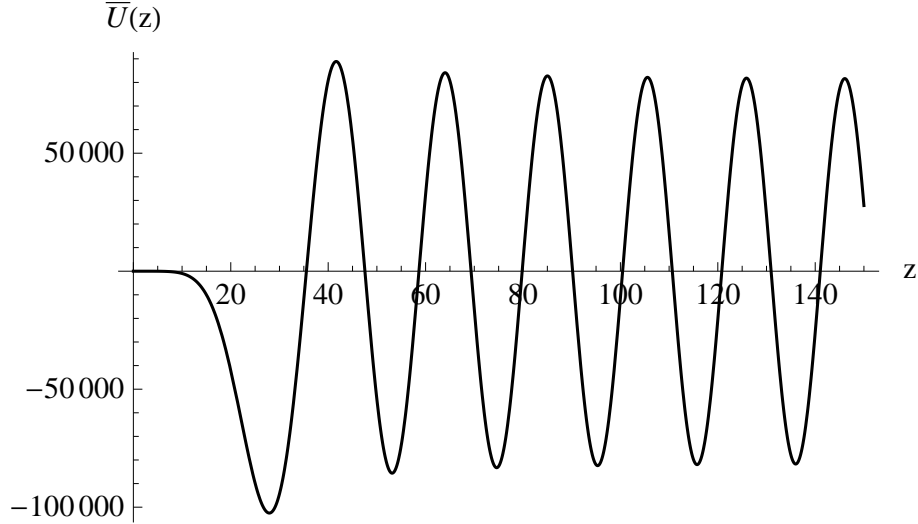


Figura 7-6: Plots of $\bar{U}(z)$ for $p = 1$. Were we put $m = 0.1$, $\lambda = 10$.

7.5 Ressonâncias

É possível extrair informações fenomenológicas sobre os modos KK a partir das suas equações na forma (7.27). Para este propósito, dedicamos atenção especial à quantidade $|\chi\bar{U}(z)|^2$, que pode ser interpretada como a probabilidade de encontrar o modo na posição z , onde χ é uma constante de normalização [32]. Como mencionado em [17], soluções de onda plana de equações tipo Schroedinger obtidas do setor TT de perturbações da métrica podem apresentar modos ressonantes. No nosso caso, calculando $|\chi\bar{U}(0)|^2$ como função da massa, que chamaremos simplesmente de $P(m)$, poderemos detectar a existência de tais estruturas ressonantes tendo em vista que estas devem apresentar grandes amplitudes em cima da membrana.

Uma interpretação semelhante foi adotada em [27, 30] no estudo de localização de gravidade. A busca dessas ressonâncias é importante por que podem nos fornecer modos KK com acoplamento não suprimido com a membrana.

Procedendo como em [32], limitamos nosso cálculo à região $-100 < z < 100$ e interpolamos nosso banco de dados e montamos a função $P(m)$ que nos fornece a probabilidade

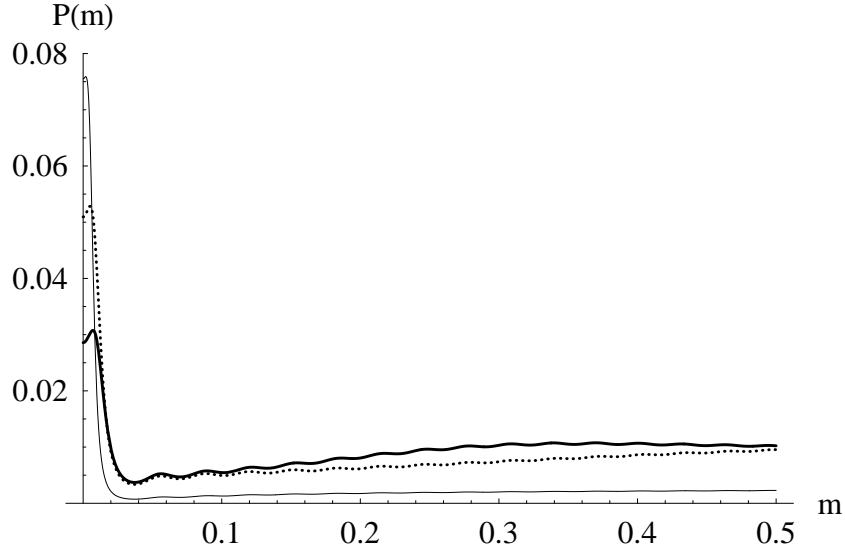


Figura 7-7: $P(m)$ para $p = 1$ (linha fina), $p = 3$ (pontos) e $p = 5$ (linha sólida). Traçamos $1/3$ de $P(m)$ for $p=1$. Em todos os casos $\lambda = 1$.

de encontrar os modos em $z = 0$ como função de m . Então, a função $P(m)$ será dada por,

$$\frac{|\bar{U}_m(0)|^2}{\int_{-100}^{100} |\bar{U}_m(z)|^2 dz} \quad (7.28)$$

Em seguida, . Plotamos então o resultado na figura (7-7), onde observamos para $p = 1$, um pico de ressonância muito próximo de $m = 0$. A estrutura é semelhante à obtida em [22] no estudo de modos massivos do tensor gauge field.

A relação das estruturas de ressonância com as deformações na membrana mostraram-se consistentes com nossos resultados para modo zero. Quando analisamos a ação efetiva do modelo constatamos que o aumento de p deslocaliza os modos zero. Por outro lado, como o acoplamento dos modos com a matéria na membrana é dado pela amplitude da função de onda plana normalizada em $z = 0$ [17], podemos relacionar esta característica com a função $P(m)$. Dessa forma, na figura (7-7) notamos que o aumento de p reduz o acoplamento com a membrana dos modos muito leves e modos zero.

Outra importante constatação que a figura (7-7) nos tras é que para $p = 3$ e 5 a

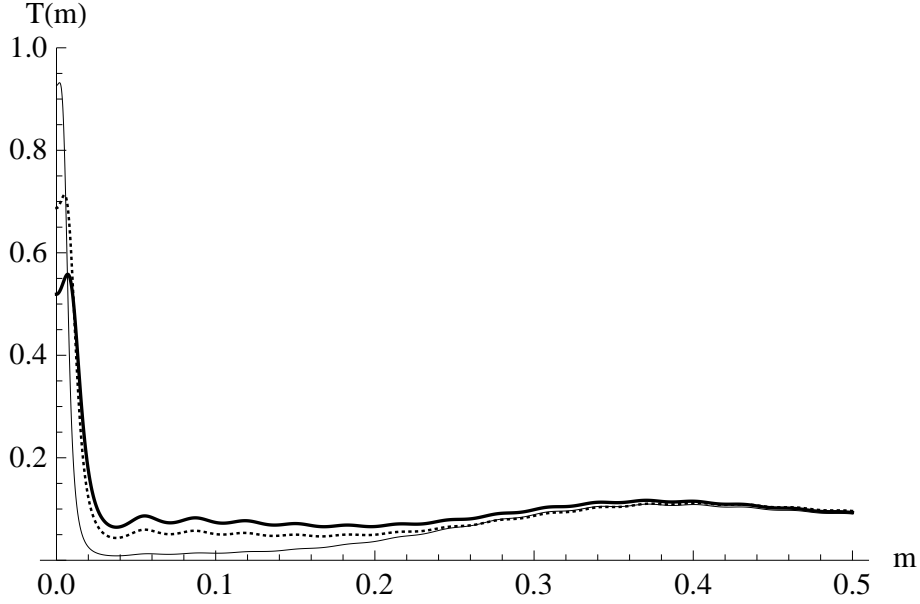


Figura 7-8: $T(m)$ para $p = 1$ (linha fina), $p = 3$ (pontos) e $p = 5$ (linha sólida). Traçamos $1/3$ de $P(m)$ for $p=1$. Em todos os casos $\lambda = 1$.

estrutura de ressonância tende a desfazer-se a medida que aumentamos o valor de p . Isto está diretamente relacionado com a dinâmica da estrutura interna da membrana, que é controlada por p . O mesmo mecanismo causou o *splitting* no potencial. Em todos os casos, o acoplamento do contínuo de modos KK com a membrana é altamente suprimido com exceção daqueles muito leves. Esta característica está de acordo com o que foi mencionado em [17] a respeito de estruturas de ressonância.

Uma forma alternativa de detectar a presença de ressonâncias, consiste substituir o valor da função de onda normalizada $|\chi\bar{U}(0)|^2$, como a probabilidade de encontrar os modos massivos na membrana, pela integral $\int_{-z_b}^{z_b} |\chi\bar{U}(z)|^2 dz$ [32, 34]. A motivação para isso é que, como membranas são objetos espalhados ao longo da dimensão extra, devemos considerar a presença dos modos não somente em $z = 0$ e sim em uma pequena região em torno desse ponto. O valor da quantidade z_b deve ser uma pequena porcentagem do valor da caixa que usamos para normalizar nossa função, no nosso caso usamos $z_b = 10$.

Assim, para aplicar esse método ao nosso caso, devemos substituir a função $P(m)$ (7.28) por

$$T(m) = \frac{\int_{-z_b}^{z_b} |\bar{U}_m(z)|^2 dz}{\int_{-100}^{100} |\bar{U}_m(z)|^2 dz}. \quad (7.29)$$

A estrutura da função $T(m)$ é mostrada na figura (7-8). Como observamos, a partir desse segundo método, não podemos extrair informações adicionais a respeito das estruturas de ressonância. As informações obtidos a partir da função $P(m)$ mostrados na figura (7-7) permanecem inalteradas.

Pelo que observamos, nos dois métodos utilizados para detectar ressonâncias, ambos apresentam a mesma característica: modos massivos com acoplamento suprimido na membrana e ressonâncias localizadas próximo de $m = 0$. Um interessante ponto a se considerar seria obter a forma das soluções $\bar{U}(z)$ nessas duas situações. Para isso mostramos na figura (7-9) duas soluções de $\bar{U}(z)$, para $m = 0$ e $m = 0, 1$. A característica dos modos descritas pelas funções $P(m)$ e $T(m)$ são consistentes com a forma das soluções. Já havíamos mostrado a existência de um modo localizado não-massivo, que é reafirmada pela forma da solução de $\bar{U}(z)$ para $m = 0$. No entanto, a solução muda drasticamente quando consideramos uma massa $m = 0, 1$, os modos passam a ter característica de onda plana o que nos sugere não-localização.

7.6 Discussão dos resultados

Num cenário que denominamos membrana deformada dilatônica analisamos sob vários aspectos as características de modos zero e modos KK do campo vetorial de gauge. A localização do modo zero resultante da redução dimensional é dependente de uma mistura de características determinadas de um lado pela da dinâmica do fator de warp e do outro pelo acoplamento do dílaton. Como as deformações na membrana definem o warp factor, cujo comportamento é definido pelo parâmetro p , os modos zero podem ser deslocalizados a partir desta quantidade. Constatamos isso quando analisamos a evolução

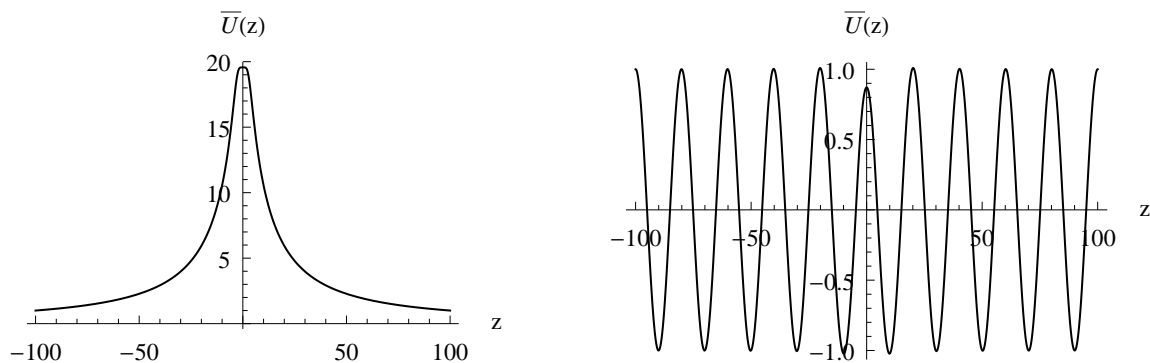


Figura 7-9: $\bar{U}(z)$ para $m = 0$ (esquerda) e $m = 0, 1$ (direita). Nos dois casos fizemos $p = 3$.

da ação efetiva em termos de p mantendo constante a intensidade do acoplamento com o dÍlaton.

Posteriormente passamos a analisar os modos massivos em uma equação resultante da separação de variáveis na equação de movimento para o campo de gauge. Para enlargar nossa análise transportamos nosso problema para um cenário de mecânica quântica. No potencial retirado da equação de Schroedinger obtivemos um splitting causado pela estrutura interna da membrana. Esta característica é semelhante àquela obtida em [25] onde surge quando o valor da temperatura aproxima-se de um valor crítico.

Ainda analisando as soluções de onda plana da equação de Schroedinger caracterizamos o efeito combinado do acoplamento do dÍlaton com a estrutura interna. Identificamos uma supressão na oscilação das soluções dos modos em regiões próximas à membrana devido ao aumento no valor da constante de acoplamento. Isto nos mostra que apesar do acoplamento com o dÍlaton prover a localização do modo zero, pode resultar em uma supressão dos modos massivos na membrana. Observamos isto quando aumentamos o valor da constante de acoplamento.

Como passo final, buscamos por ressonâncias no espectro dos modos massivos. De fato

encontramos tais estruturas semelhantes às obtidas nos trabalhos [27, 22]. Os picos de intensidade na função de probabilidade nos revelaram a existência de modos muito leves com acoplamento não suprimido com a membrana. Esta possibilidade foi notada em [17]. Variando o valor do parâmetro controlador da estrutura deformada reafirmamos nossos resultados com modos não massivos. No cenário de mecânica quântica que usamos para analisar os modos KK o resultado das deformações induzidas na membrana manifestam-se desfazendo as estruturas de ressonância. Esta característica surge como o mesmo processo que deslocaliza os modos zero e cria um *splitting* no potencial. Utilizando um segundo método na detecção de ressonâncias, reafirmamos nossos resultados.

Capítulo 8

Campo de Kalb-Ramond

Neste capítulo analisaremos os aspectos da localização de um campo tensorial gauge anti-simétrico de rank 2 conhecido como campo de Kalb-Ramond. Com base nos resultados da localização do campo de gauge, esperamos obter um modo zero localizado para o campo de Kalb-Ramond na membrana deformada dilatônica. Para contextualizar o problema, inicialmente estudamos o comportamento do campo tensorial de gauge no mesmo tipo de membrana que usamos para estudar localização de campos de spin 0 e $\frac{1}{2}$. Posteriormente, motivados pelos novos aspectos de interação da estrutura interna de membrana e suas implicações na localização de campos, buscamos analisar o comportamento de um campo de rank 2 no tipo de membrana deformada como apresentamos no capítulo 6. Neste cenário estudamos os mecanismos de localização e normalizabilidade para modos-zero bem como para modos massivos de Kaluza-Klein. Com argumentos de mecânica quântica supersimétrica seremos capazes de analisar os modos massivos de forma mais simples. Neste ponto nos auxiliaram também as soluções numéricas das equações de movimento.

8.1 Motivação

O tensor intensidade do campo de Kalb-Ramond H_{MNQ} é geralmente relacionado à torção no espaço-tempo, enquanto que o próprio campo de Kalb-Ramond é relacionado com o potencial da torção [44].

Estudos recentes [45] sobre espaço-tempos com torção em um cenário Randall-Sundrum têm associado a existência da torção com o campo de Kalb-Ramond, o qual pode existir juntamente com a gravidade inclusive fora da membrana. Nesse caso, tanto a interação graviton com a torção são controladas pela massa de Planck. No entanto, num cenário Randall-Sundrum, o modo zero resultante da torção é suprimido na membrana visível pelo fator de warp [46]. Deste modo, com a supressão do modo zero da torção frente ao gráviton, pode-se explicar a fraqueza dos efeitos da torção perante os da curvatura na membrana.

No nosso caso, não iremos incluir o campo KR ao background e sim analisar os aspectos de localização em uma membrana tipo kink onde incluímos o acoplamento do dílaton. A estrutura de deformações que incluímos também serão levadas em consideração na localização do campo KR. Dessa forma, obteremos detalhes do comportamento de um tensor de rank 2 no modelo de mundo objeto de nosso estudo.

8.2 Modo zero na membrana deformada

Inicialmente introduzimos, na ação da membrana deformada, o campo de Kalb-Ramond da seguinte forma,

$$\int d^5x \sqrt{-G} [H_{MNL} H^{MNL}]. \quad (8.1)$$

onde $H_{MNL} = \partial_{[M} B_{NL]}$ é o tensor intensidade de campo para o campo KR. Faremos a escolha do gauge $B_{\alpha 5} = 0$ de modo que as únicas componentes não nulas do campo KR estejam na membrana.

Encontramos as equações de movimento para B_{MN} , onde explicitamos a parte dependente da dimensão extra, como segue:

$$e^{-2A_p} \partial_\mu H^{\mu\gamma\theta} - \partial_y H^{y\gamma\theta} = 0. \quad (8.2)$$

Realizaremos agora uma separação de variáveis com o objetivo de trabalhar com a parte do campo na dimensão extra,

$$B^{\mu\nu}(x^\alpha, y) = b^{\mu\nu}(x^\alpha)U(y) = b^{\mu\nu}(0)e^{ip_\alpha x^\alpha}U(y), \quad (8.3)$$

onde $p^2 = -m^2$. Torna-se então conveniente escrever H^{MNL} como $h^{\mu\nu\lambda}U(y)$. A equação de movimento ficará então como:

$$\partial_\mu h^{\mu\nu\lambda}U(y) - e^{2A_p} \frac{d^2U(y)}{dy^2} b^{\nu\lambda} e^{ip_\alpha x^\alpha} = 0. \quad (8.4)$$

A função $U(y)$ porta todas as informações a respeito da dimensão extra e obedece a seguinte equação

$$\frac{d^2U(y)}{dy^2} = -m^2 e^{-2A_p(y)} U(y). \quad (8.5)$$

Quando $m^2 = 0$ temos as soluções: $U(y) = cy + d$, e $U(y) = c$ com c e d constantes.

De posse dessas soluções, buscamos sinais da existência de um modo-zero localizado na membrana deformada. Assim como procedemos anteriormente, tomemos a ação efetiva para o campo tensorial onde decompos a parte dependente da dimensão extra,

$$S \sim \int d^5x \sqrt{-G} (H_{MNL} H^{MNL}) = \int dy U(y)^2 e^{-2A_p(y)} \int d^4x (h_{\mu\nu\lambda} h^{\mu\nu\lambda}). \quad (8.6)$$

Observamos claramente que a função $U(y)^2 e^{-2A_p(y)}$ na ação efetiva tende ao infinito para as duas soluções de $U(y)$ e qualquer valor de p . Dessa forma, as soluções de $U(y)$ não são normalizáveis na dimensão extra, inviabilizando a existência do modo-zero para campo de Kalb-Ramond no tipo de membrana em que estamos trabalhando.

8.3 Modo massivo na membrana deformada

Para incrementar nossa análise do comportamento do campo tensorial de gauge para este background podemos tomar soluções para $m \neq 0$ na equação (8.5). Inicialmente realizamos a seguinte transformação,

$$y \rightarrow z = f(y), \quad f'(y) = e^{-A_p} \quad U(y) = e^{\frac{1}{2}A_p} \bar{U}(z). \quad (8.7)$$

de onde obtemos a seguinte equação,

$$\left\{ -\frac{d^2}{dz^2} + \bar{V}_p(z) \right\} \bar{U}(z) = m^2 \bar{U}(z), \quad (8.8)$$

onde

$$\bar{V}_p(z) = e^{2A_p} \left[\frac{1}{4}(A'_p)^2 + \frac{1}{2}(A''_p) \right]. \quad (8.9)$$

Não podemos escrever a equação acima na forma da equação de Schroedinger em mecânica quântica supersimétrica. Logo, não podemos excluir a existência de estados taquiônicos.

Por outro lado, podemos encontrar uma solução numérica para a função $\bar{U}(y)$ diretamente da equação (8.5), plotamos seu comportamento na figura (8-1). Aparentemente a solução é localizada na membrana, no entanto, não é normalizável, logo não podemos garantir a existência de modos massivos para o campo de Kalb-Ramond localizados neste tipo de membrana.

8.4 Modo zero na membrana deformada dilatônica

Agora tentamos novamente obter localização para o campo tensorial de gauge considerando o novo tipo de membrana descrito na seção anterior. Nosso objetivo é verificar se o acoplamento como campo dílaton será suficiente para obtermos localização para o campo de Kalb-Ramond na estrutura de membrana deformada. O acoplamento com o

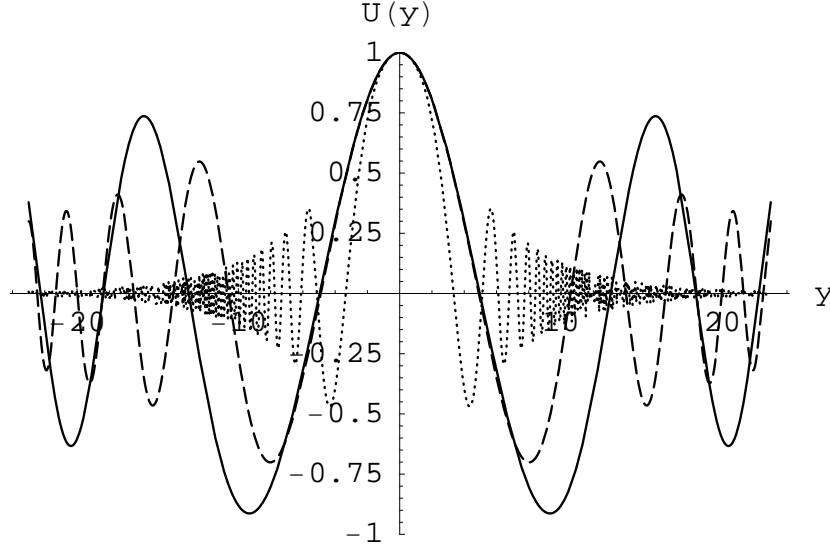


Figura 8-1: Gráfico de $U_p(y)$, para $p = 1$ (pontos), $p = 3$ (traços) e $p = 5$ (linha).

dílaton é introduzido na ação da seguinte forma, [42, 43]:

$$S \sim \int d^5x \sqrt{-G} (e^{-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} H_{MNL} H^{MNL}). \quad (8.10)$$

Dessa forma, devemos analisar as equações de movimento do campo tensorial de gauge no background do dílaton. As novas equações serão:

$$\partial_M (\sqrt{-g} g^{MP} g^{NQ} g^{LR} e^{-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} H_{PQR}) = 0. \quad (8.11)$$

Com a escolha do gauge $B_{\alpha 5} = \partial_\mu B^{\mu\nu} = 0$ e (8.3), obtemos a equação diferencial que nos fornece informações sobre a dimensão extra,

$$\frac{d^2 U(y)}{dy^2} - \left[2\lambda\pi'(y)\sqrt{\frac{2}{3}} + B'(y) \right] \frac{dU(y)}{dy} = -m^2 e^{2[B(y)-A(y)]} U(y). \quad (8.12)$$

Para modo zero, $m = 0$, uma solução particular da equação acima é simplesmente $U(y) \equiv cte$. Isso é suficiente para a seguinte discussão. A ação efetiva para o modo zero em $D = 5$ será

$$S \sim \int d^5x (e^{-2\lambda\pi\sqrt{\frac{2}{3}}} H_{MNL} H^{MNL}) = \int dy U(y)^2 e^{[-2A_p(y)+B(y)-2\lambda\pi(y)\sqrt{\frac{2}{3}}]} \int d^4x (h_{\mu\nu\alpha} h^{\mu\nu\alpha}). \quad (8.13)$$

Dada a solução $U(y)$ constante, e levando em consideração as soluções para $A_p(y)$, $B(y)$ e $\pi(y)$ dadas por

$$\begin{aligned}\pi &= -\sqrt{\frac{3}{8}}A, \\ B &= -\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{A}{4},\end{aligned}\tag{8.14}$$

a ação efetiva será controlada pela integral

$$\int dy e^{A_p(y)(\lambda - \frac{7}{4})}.\tag{8.15}$$

Podemos ver facilmente que a integral na variável y acima é finita se $\lambda > \frac{7}{4}$, e para p finito. Conseqüentemente, a partir da introdução do dílaton ao background, para um determinado valor para a constante de acoplamento λ é possível obtermos um modo zero localizado para o campo de Kalb-Ramond.

A busca por soluções mais gerais para $U(y)$ podem completar nosso entendimento a respeito da localização de modos zero. A partir da equação de movimento (8.12), procedendo com uma transformação

$$\frac{dU(y)}{dy} = g(y),\tag{8.16}$$

obtemos uma solução para a função $g(y)$ como

$$g(y) = ke^{[2\lambda\pi(y)\sqrt{\frac{2}{3}}+B(y)]}, \text{ onde } k = g(0)e^{-[2\lambda\pi(0)\sqrt{\frac{2}{3}}+B(0)]}.\tag{8.17}$$

Substituindo esse resultado na relação com $U(y)$ teremos a seguinte solução

$$U(y) = k \int_{y_0}^y e^{[2\lambda\pi(y')\sqrt{\frac{2}{3}}+B(y')]} dy'.\tag{8.18}$$

De posse das relações (8.14), a solução acima se resume a

$$U(y) = k \int_{y_0}^y e^{(\frac{1}{4}-\lambda)A(y')} dy'.\tag{8.19}$$

Como observamos, a nova solução de $U(y)$ mostrada na figura (8-2), finita apenas quando $\lambda < \frac{1}{4}$, interpola entre dois valores constantes quando $y \rightarrow \pm\infty$ nos dois lados da

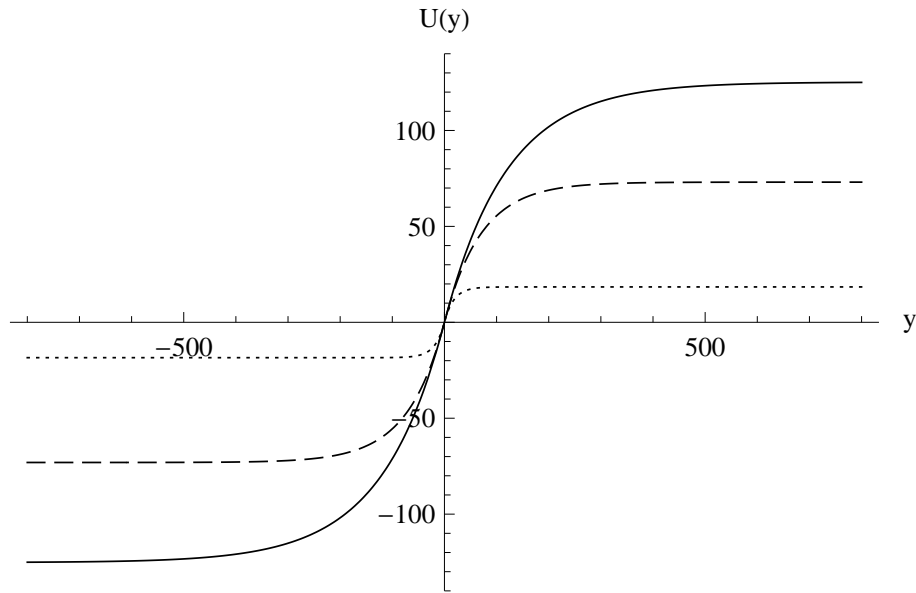


Figura 8-2: Gráfico de $U(y)$, para $p = 1$ (pontos), $p = 3$ (traços) e $p = 5$ (linha). Usamos $\lambda = 1/8$.

membrana. Uma região de transição separa os dois domínios em que a solução assume valores constantes. Esta característica determina uma solução tipo kink assim como a utilizada para modelar a membrana.

Apesar de obtermos uma solução finita, devemos avaliar o seu comportamento na ação efetiva. A solução mostrada acima é finita quando $\lambda < \frac{1}{4}$, nesse caso, tende a valores constantes nos dois lados da membrana. O valor $U(y)^2$ presente na ação efetiva deve também tender a valores constantes, dessa forma a ação efetiva será controlada pelo termo $\int dy e^{A_p(y)(\lambda - \frac{7}{4})}$. No entanto, a condição $\lambda < \frac{1}{4}$ necessária para obtermos uma solução finita, torna este termo infinito. Dessa forma, não podemos garantir a normalizabilidade dessa nova solução.

8.5 Modo massivo na membrana deformada dilatônica

Para completar nossa análise a respeito do comportamento do campo tensorial de gauge na membrana dilatônica devemos considerar novamente a equação de movimento (8.12) para valores de $m \neq 0$ (modos massivos). Procuramos escrever essa equação na forma da equação de Schroedinger realizando a seguinte mudança de variáveis,

$$y \rightarrow z = f(y), \quad U(y) = \Omega \bar{U}(z). \quad (8.20)$$

Devemos evitar a presença de termos com derivadas primeiras assim como o lado direito da equação deve conter uma constante m^2 . Essas condições são satisfeitas se

$$\Omega = e^{(\frac{\alpha}{2} + \frac{3}{8})A_p}, \quad \frac{dz}{dy} = e^{-\frac{3}{4}A_p}, \quad (8.21)$$

onde,

$$\alpha = \frac{1}{4} - \lambda. \quad (8.22)$$

Realizando as transformações (8.20) na equação de movimento (8.12) e escrevendo as funções $\pi(y)$ and $B(y)$ em termos de $A_p(y)$ e suas derivadas, encontramos a seguinte equação do tipo Schroedinger,

$$\left\{ -\frac{d^2}{dz^2} + \bar{V}_p(z) \right\} \bar{U} = m^2 \bar{U}. \quad (8.23)$$

onde o potencial $\bar{V}_p(z)$ assume a forma,

$$\bar{V}_p(z) = e^{\frac{3}{2}A_p} \left[\left(\frac{\alpha^2}{4} - \frac{9}{64} \right) (A'_p)^2 - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{3}{8} \right) A''_p \right]. \quad (8.24)$$

Podemos escrever o potencial em função das derivadas em z ,

$$\bar{V}_p(z) = \left[\beta^2 (\dot{A}_p)^2 - \beta \ddot{A}_p \right] \quad (8.25)$$

onde,

$$\beta = \frac{\alpha}{2} + \frac{3}{8} \quad (8.26)$$

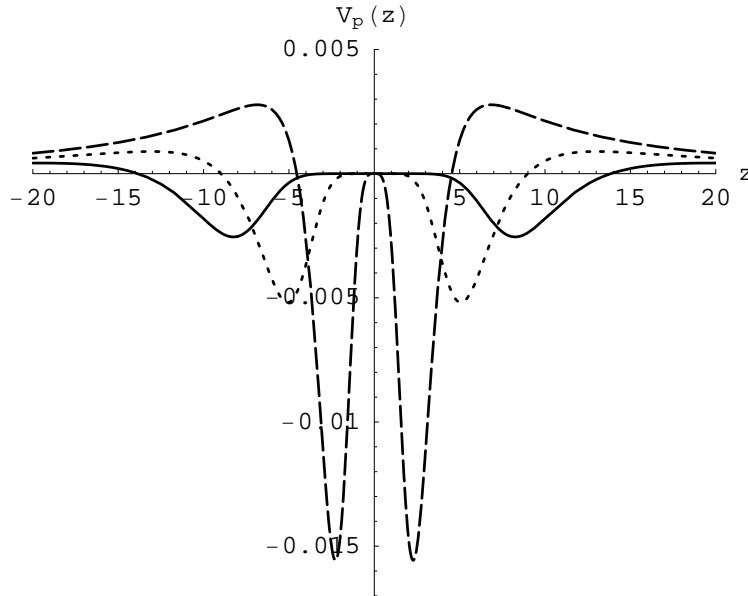


Figura 8-3: Gráfico do potencial $\bar{V}_p(z)$ para $p = 3$ (traços), $p = 5$ (pontos) e $p = 7$ (linha). Usamos $\lambda = 2$.

Podemos observar na figura (8-3) que o potencial é afetado pela presença da estrutura de deformações da membrana. Identificamos a presença de dois mínimos que se afastam a medida que aumentamos os valores de p . A forma do potencial também é diretamente afetada pela presença do acoplamento do dílaton tendo em vista que, para obter o comportamento acima, fizemos uma escolha para a constante de acoplamento ($\lambda = 2$).

É interessante notar que a equação tipo Schroedinger (8.23) pode ser escrita como em um cenário de mecânica quântica supersimétrica da seguinte forma,

$$Q^\dagger Q \bar{U}_p(z) = \left\{ \frac{d}{dz} - \beta \dot{A}_p \right\} \left\{ \frac{d}{dz} + \beta \dot{A}_p \right\} \bar{U}_p(z) = -m^2 \bar{U}_p(z) \quad (8.27)$$

A partir da equação (8.27), podemos excluir a possibilidade de existência de modos de energia negativa normalizáveis. De outra forma, podemos dizer que excluimos a presença de modos taquiônicos, o que é necessário para manter a estabilidade do background.

Não podemos obter soluções analíticas para os modos massivos das funções de onda

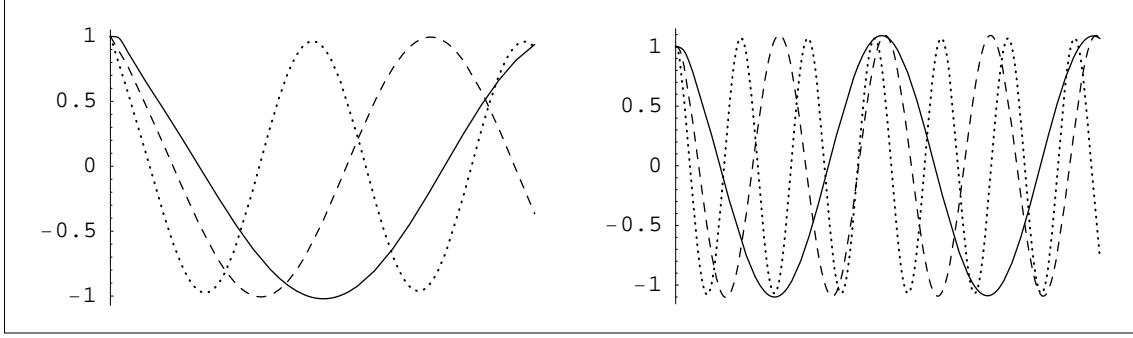


Figura 8-4: Gráfico de $\bar{U}_p(z)$, para $p = 1$ (pontos), $p = 3$ (traços), $p = 5$ (linha) e $p = 7$ (linha grossa). Usamos $m^2 \leq \bar{V}_p(z)_{max}$ (esquerda) e $m^2 > \bar{V}_p(z)_{max}$ (direita).

na equação de Schroedinger. No entanto, somos capazes de analisar as soluções para \bar{U}_p resolvendo numericamente a equação (8.23). Mostramos na figura (8-4) a função de onda obtida para dois valores de m^2 . Notamos inicialmente que, a medida que aumentamos p , reduzimos a frequência de oscilação das soluções \bar{U}_p .

Como mencionado em [47], a característica da função de onda nos sugere movimento livre no espaço, sem aprisionamento na membrana.

Um ponto interessante a ser investigado é como a intensidade do acoplamento do dilaton pode interferir nos padrões de solução observados na figura (8-4). Para este propósito, resolvemos novamente a equação (8.23) elevando o valor da constante de acoplamento λ . Plotamos na figura (8-5) a função $\bar{U}_p(z)$, dessa vez para $\lambda = 20$ à esquerda e $\lambda = 40$ à direita. Notamos uma supressão na oscilação dos modos nas regiões próximas à membrana devido ao aumento de λ . Por outro lado, nas regiões mais distantes de $z = 0$ os modos têm acréscimos na amplitude de suas oscilações.

Para entender melhor o acoplamento dos modos massivos com a matéria na membrana devemos conhecer, a partir de (8.27), a amplitude da função de onda plana normalizada $\bar{U}_p(z)$ em $z = 0$. A quantidade $|\zeta \bar{U}_p(0)|^2$, sendo ζ uma constante de normalização, deve nos informar a probabilidade de encontrar um modo de massa m em $z = 0$.

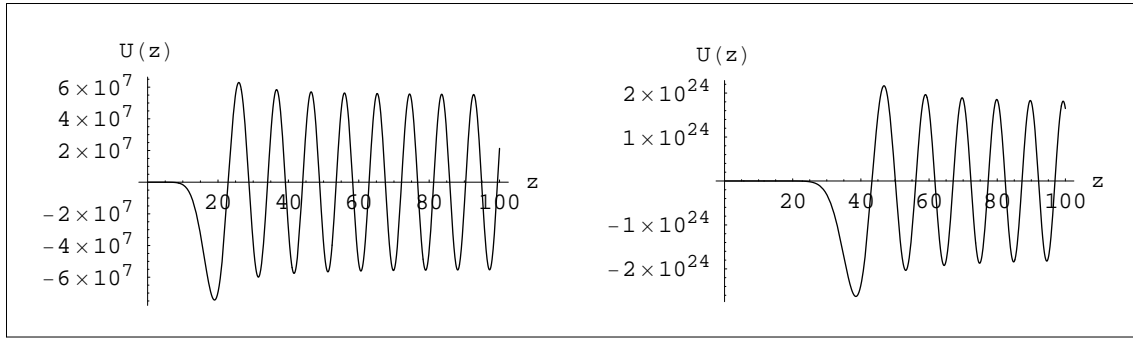


Figura 8-5: Gráfico de $\overline{U}_p(z)^2$, para $p = 1$ onde $m = 0, 5$, $\lambda = 20$ (esquerda) e $\lambda = 40$ (direita).

Na figura (8-6) plotamos $M_p(m) = |\zeta \overline{U}_p(0)|^2$ onde identificamos com $p = 1$, um pico de ressonância muito próximo de $m = 0$, precisamente em $m = 9 \times 10^{-3}$. Podemos entender que neste caso a probabilidade de encontrar modos muito leves ou sem massa acoplados com a membrana é bem maior do que para modos pesados. Esta característica desaparece quando evoluímos o valor de p . Como observamos na figura (8-6), a estrutura de ressonância tende a desaparecer. Isto está em acordo com os resultados de localização para modo zero.

Podemos ainda testar a consistência dos resultados acima considerando novamente nosso modelo de membrana sem o acoplamento do dÍlaton, seções 4.1 e 4.2. Neste contexto não obtivemos indÍcios de localização para o campo de Kalb-Ramond. Dessa forma extraímos a função $M_p(m)$ da equação (8.8) realizando os mesmos procedimentos, plotamos o resultado na figura (8-7). Como esperÁvamos, a estrutura de ressonância desaparece e o acoplamento dos modos zero é altamente suprimido.

8.6 Discussão dos resultados

Neste capítulo analisamos sob vários aspectos a localização do campo tensorial de Kalb-Ramond num tipo específico de membrana.

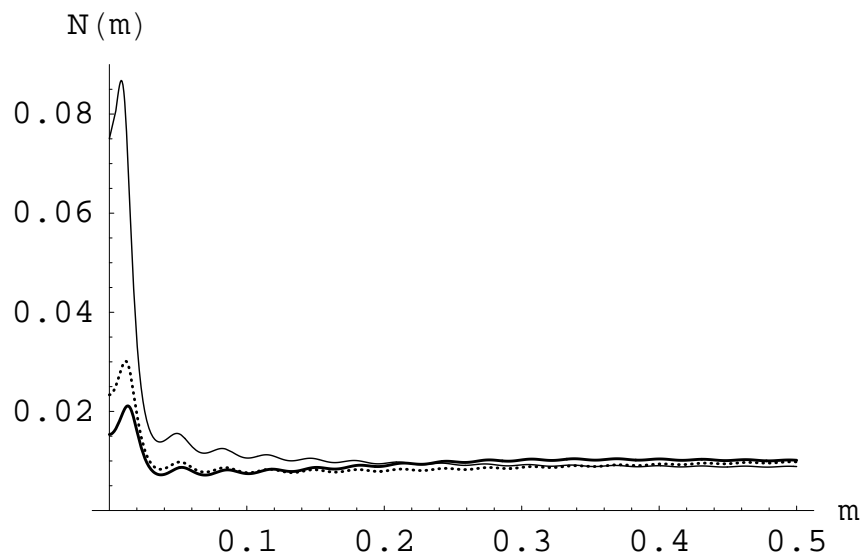


Figura 8-6: Gráfico de $M_p(m)$, para $p = 1$ (linha fina), $p = 3$ (pontos) e $p = 5$ (linha grossa).

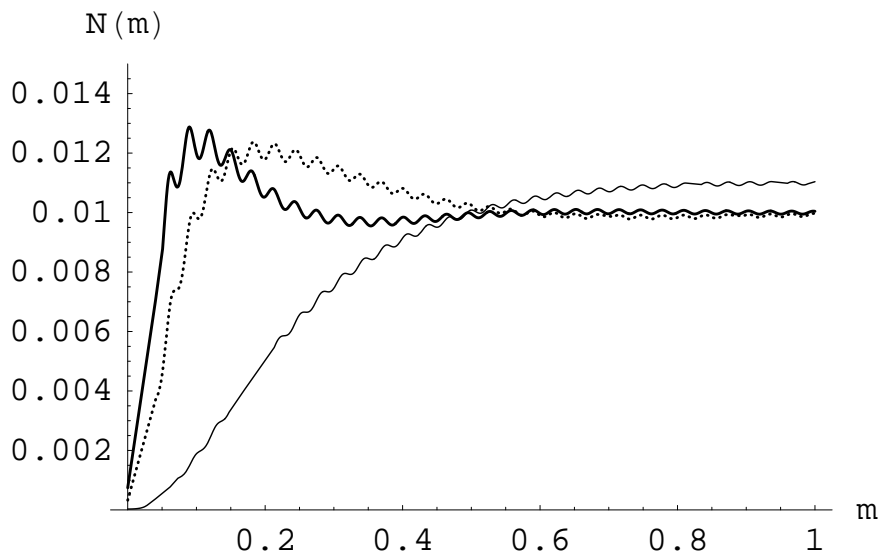


Figura 8-7: Gráfico de $M_p(m)$, para $p = 1$ (linha fina), $p = 3$ (pontos) e $p = 5$ (linha grossa).

Inicialmente quando consideramos estrutura de membrana grossa, na qual incluímos deformações, a relação do campo de Kalb-Ramond com esta membrana não fornece localização para modos zero. Esta conclusão foi obtida tendo em vista que a ação efetiva para o modelo não é normalizável. A equação de movimento resultante para os modos massivos, ainda neste cenário preliminar, não pôde ser escrita como uma equação tipo Schroedinger, conseqüentemente não obtivemos a interpretação de mecânica quântica que a mesma nos fornece.

Quando introduzimos o acoplamento do dÍlaton na estrutura de membrana conseguimos, sob certas condições identificar um modo zero localizado a partir de uma solução constante. Quando buscamos uma solução mais geral, a condição para manter finita esta solução é conflitante com a finitude da ação efetiva. Acabamos por obter uma solução não-normalizável.

Na análise dos modos massivos, escrevemos novamente a equação de movimento para o campo de Kalb-Ramond na forma da equação de Schroedinger, obtendo então toda interpretação que esta equação nos fornece. O potencial obtido da equação de Schroedinger é afetado pela presença da estrutura de deformações da membrana. Analisando numericamente o espectro massivo da equação de movimento do campo de Kalb-Ramond, obtivemos soluções de onda plana que nos sugerem liberdade de propagação fora da membrana. O acoplamento do dÍlaton interfere na característica das soluções aumentando a amplitude da oscilação dos modos fora da membrana a medida que elevamos o valor da constante de acoplamento. Ao analisar o acoplamento dos modos, com a matéria obtivemos uma estrutura de ressonância na função de probabilidade de encontrar o modo na membrana. Os modos zero acoplam com a matéria muito mais intensamente que os massivos. A estrutura de ressonância desaparece sob o efeito das deformações. Testamos a consistência dos resultados com os obtidos sem o acoplamento do dÍlaton. Os resultados deste capítulo foram aceitos para publicação de revista *European Physics Letters*.

Conclusões e Perspectivas

Na análise preliminar de um campo escalar mostramos facilmente a localização de modos zero para qualquer solução de membrana deformada. A única restrição na localização desses modos ocorre quando tomamos o parâmetro das deformações $p \rightarrow \infty$, nesse caso o efeito da geometria das deformações sobre o fator de warp causa divergência na ação efetiva. Um efeito semelhante foi obtido no estudo de localização de gravidade [25]. No estudo do espectro massivo para o campo escalar, a estrutura do potencial resultante da equação tipo Schroedinger é também é afetada pelas deformações na membrana. Na mesma linha, detectamos modos ressonantes indicando uma maior amplitude de oscilação na membrana dos modos leves.

Analisando campos fermiônicos a relação da estrutura interna torna-se mais efetiva pelo acoplamento Yukawa que introduzimos na ação. Esta relação é verificada quando analisamos o modo zero para quiralidade esquerda. Obtemos uma expressão analítica que relaciona o valor da constante de acoplamento de Yukawa e a magnitude das deformações para que possamos garantir a localização. O modo zero da quiralidade direita é sempre não-localizado. Os modos massivos apresentaram estruturas de ressonâncias nas duas quiralidades. Nessa análise, usamos dois métodos para localização de ressonâncias, os resultados são confirmados nos dois casos. A característica mais importante no estudo das ressonâncias é que, aumentando o valor da constante do acoplamento Yukawa f , aumentamos o número de picos de ressonância. Na quiralidade esquerda, sempre encontramos ressonâncias muito próximas de $m = 0$, nesses casos o valor da função de probabilidade de

encontrar o modo na membrana, é sempre diferente de zero, o que confirma a existência de modos zero normalizáveis para quiralidade esquerda.

Analisando o campo de gauge na membrana deformada dilatônica, observamos que localização do modo zero resultante da redução dimensional é dependente de uma mistura das dinâmicas do fator de warp e do acoplamento do dÍlaton. Os modos zero também podem ser delocalizados no limite em que $p \rightarrow \infty$. Analisando nos modos massivos os efeitos combinados do acoplamento do dÍlaton com a estrutura interna, identificamos uma supressão dos modos em regiões próximas à membrana devido ao aumento no valor da constante de acoplamento. O acoplamento com o dÍlaton nesse caso, apesar de prover a localização do modo zero, pode resultar em uma supressão dos modos massivos na membrana. No cenário de mecânica quântica onde analisamos os modos massivos, o resultado das deformações na membrana manifestam-se desfazendo as estruturas de ressonância. Característica semelhante ocorreu no processo que deslocaliza os modos zero e cria um splitting no potencial.

O estudo do campo de Kalb-Ramond no caso particular onde excluimos o efeitos das deformações foi publicado no trabalho [22]. O caso geral foi aceito para publicação na *European Physics Letters*. Introduzindo o acoplamento do dÍlaton na estrutura de membrana, obtemos um modo zero localizado a partir de uma solução constante da equação de movimento resultante da redução dimensional. Considerando uma solução mais geral obtemos uma divergência na ação efetiva. Ao analisando numericamente o espectro massivo da equação de movimento do campo de kalb-Ramond, obtivemos soluções de onda plana, que nos sugerem liberdade de propagação fora da membrana. Ao analisar as estruturas de ressonância obtidas, concluimos que os modos zero acoplam com a matéria muito mais intensamente que os massivos. As estruturas de ressonância são consistentes no caso em que minimizamos o acoplamento do dÍlaton. Nessa caso todos os picos de ressonância nos modos zero desaparecem, indicando um acoplamento altamente suprimido.

De fato, sem o acoplamento do dÍlaton, não temos modos zero localizados.

Um passo lógico no estudo da localização de campos é considerar um cenário com duas dimensões extras. Nesse caso devemos considerar soluções de defeitos topológicos tipo vórtices.

Para garantir a localização dos campos vetorial e tensorial de gauge tivemos que introduzir um novo campo escalar ao cenário. No entanto, seria interessante buscar um cenário em que esses campos pudessem ser localizados somente pela interação gravitacional. Assim poderíamos também tentar resolver o problema do escalar de curvatura divergente quando introduzimos o dÍlaton.

Pelo que observamos na literatura e em nossos resultados para localização de férmions, tivemos recorrer a um acoplamento tipo Yukawa para garantir localização de uma das quiralidades. Também seria interessante buscar um cenário em que pudessemos garantir a localização de férmions naturalmente.

Um modelo bastante promissor para resolver os problemas acima é baseado em soluções tipo vórtices. Nesse caso consideramos duas dimensões extras e o universo de 4D fica limitado a uma corda. Este tipo de defeito foi considerado no trabalho [48] e mostrou-se eficiente na localização de gravidade, campos escalares e fermiônicos. Para férmions inclusive, nenhum acoplamento extra foi necessário para garantir localização. O campo de gauge também foi considerado ainda no mesmo trabalho, onde obteve-se um modo zero localizado sem auxílio do dÍlaton.

Quando analisamos a localização do campo de Kalb-Ramond no capítulo 8 o dÍlaton tornou a curvatura escalar divergente. Esperamos que em um cenário de defeito tipo corda nenhum outro campo, como o dÍlaton, seja necessário para garantir a localização. O problema da divergência seria então solucionado no cenário de 6D. Baseados nos resultados com o campo vetorial de gauge, temos como perspectiva analisar os métodos de localização para o campo de Kalb-Ramond em defeitos tipo vórtices.

Outro importante t3pico a ser estudado s3o os modos massivos de todos os campos citados acima tamb3m em cen3rios de duas dimens3es extras. A busca de modos ressonantes nas solu33es dos campos para a coordenada que representa o raio da dimens3o extra ainda 3 um cen3rio a ser explorado.

Bibliografia

- [1] A. A. Abrikosov, Soviet Physics **JETP** **5**, 1174 (1957).
- [2] T. Kaluza, Zum unitatsproblem der physik, Sztz. Preuss. Akad. Wzss. **K1**, 966-972 (1921).
- [3] O. Klein, Quantentheorie und funfdimensionale relativitats theorie, Zeit. Phys. **37**, 895-906 (1926).
- [4] G. Veneziano, Nuovo. Czm. **A 57**, 190-197 (1968).
- [5] C. Rebbi, and G. Soliani, Solitons and particles, World Scientific Press, Singapore (1984).
- [6] S. Coleman, Aspects of symmetry, Cambridge University Press, Cambridge, U. K (1985).
- [7] V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, Phys. Lett. **B 125**, 136-138 (1983).
- [8] J. Dai, R. G. Leigh and J Polchinski, Mod. Phys. Lett. **A 4**, 2703-2083 (1989).
- [9] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, Phys. Lett. **B 429**, 263-272 (1998).
- [10] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, e G. Dvali, Phys. Lett. **B 436**, 257-263 (1998).

- [11] E. G. Adelberger, B. R. Heckel e A. E. Nelson, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **53**, 77-121 (2003).
- [12] L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3370-3373 (1999).
- [13] L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 4690-4693 (1999).
- [14] Borut Bajc, Gregory Gabadadze, *Phys. Lett.* **B474**, 282-291 (2000).
- [15] S. L. Dubovsky, V. A. Rubakov and P. G. Tinyakov, *Phys. Rev.* **D 62**, 105011 (2000); Y. Grossman and M. Neubert, *Phys. Lett.* **B 474**, 361 (2000); S. Mouslopoulos, *JHEP* **0105**, 038 (2001); A. Kehagias, K. Tamvakis, *Phys. Lett.* **B504** 38 (2001). Ichinose, *Phys. Rev.* **D 66**, 104015 (2002); S. Randjbar-Daemi and M. E. Shaposhnikov, *Phys. Lett.* **B 492**, 361 (2000); A. Melfo, N. Pantoja and J. D. Tempo, *Phys. Rev.* **D 73**, 044033 (2006); T. R. Slatyer and R. R. Volkas, *JHEP* **0704**, 062 (2007); G. Gibbons, K. i. Maeda and Y. i. Takamizu, *Phys. Lett.* **B 647**, 1 (2007); R. Davies and D. P. George, *Phys. Rev.* **D 76**, 104010 (2007); Y. X. Liu, L. Zhao and Y. S. Duan, *JHEP* **0704**, 097 (2007).
- [16] H. Davoudiasl, J. L. Hewett, T. G. Rizzo, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2084 (2000).
- [17] M. Gremm, *Phys. Lett.* **B 478**, 434 (2000).
- [18] O. Dewolfe, D.Z. Freedman, S.S. Gubser, and A. Karch, *Phys. Rev. D* **62**, 046008 (2000).
- [19] A. Kehagias, K. Tamvakis, *Phys. Lett.* **B 504**, 38 (2001).
- [20] K. Ghoroku, M. Tachibana, N. Uekusa, *Phys.Rev.* **D68**, 125002 (2003).
- [21] D. Youm, *Nucl.Phys.* **B589**, 315-336 (2000).
- [22] M. O. Tahim, W. T. Cruz, C. A. S. Almeida, *Phys. Rev.* **D79**, 085022 (2009).

- [23] D. Bazeia, R.F. Ribeiro, and R. Menezes, Phys. Rev. Lett. **91**, 241601 (2003).
- [24] D. Bazeia, C. Furtado, A.R. Gomes, JCAP **0402**, 002 (2004).
- [25] A. Campos, Phys. Rev. Lett. **88**, (2002) 141602.
- [26] P.Ramond, Field Teory: A Modern Primer, Westview Press, 2001.
- [27] C. Csaki, J. Erlich, T. J. Hollowood, Y. Shirman, Nucl. Phys. **B 581**, 309 (2000).
- [28] K. Skenderis, P.K. Townsend, Phys. Lett. **B 468**, 46 (1999).
- [29] D. Bazeia, L. LosanoDo we live inside a domain wall?, , Phys. Rev. **D 73**, 025016 (2006).
- [30] C. Csaki, J. Erlich, T. J. Hollowood, Phys. Rev. Lett **84**, 5932-5935 (2000).
- [31] R. Jackiw, C. Rebbi, Phys. Rev. **D13**, 3398 (1976).
- [32] C. A. S. Almeida, R. Casana, M. M. Ferreira, Jr., and A. R. Gomes³, Phys. Rev. **D 79**, 125022 (2009).
- [33] C. Ringeval, P. Peter and J.P. Uzan, Phys. Rev. D **65**, (2002) 044016.
- [34] Y. Liu, J. Yang, Z. Zhao, C. Fu and Y. Duan, arXiv: 0904.1785 [hep-th].
- [35] B. de Carlos, J.A.Casas and C.Muñoz, Nucl. Phys. **B 399**, (1993) 623.
- [36] N.V.Krasnikov, Phys. Lett. **B 193**, (1987) 370.
- [37] P. Horava and E. Witten, Nucl. Phys. **B 460**, (1996) 506.
- [38] T. Damour, F. Piazza, and G. Veneziano, Phys. Rev. Lett. **89**, 081601 (2002) .
- [39] D. Langlois and M. Sasaki, Phys. Rev. **D 68**, 064012 (2003) ; K. Ghoroku and M. Yahiro, Class. Quantum Grav. **20**, 3717 (2003).

- [40] K. Ghoroku, M. Tachibana and N. Uekusa, Phys. Rev. **D 68**, 125002 (2003).
- [41] B. de Carlos, J. A. Casas, F. Quevedo, and E. Roulet, Phys. Lett. **B 318**, 447 (1993).
- [42] K. Sfetsos and A. A. Tseytlin, Phys. Rev. **D 49**, 2933 (1994).
- [43] B. Kleihaus, J. Kunz, K. Myklevoll, Phys. Lett. **B 605**, 151 (2005).
- [44] M. Vasilic and M. Vojinovic, arXiv: 0812.4694 [hep-th].
- [45] B. Mukhopadhyaya, S. Sen, S. SenGupta, Phys.Rev.Lett. **89**, 121101 (2002).
- [46] B. Mukhopadhyaya, Siddhartha Sen, Somasri Sen, S. SenGupta, Phys. Rev **D 70**, 066009 (2004).
- [47] D. Bazeia, A. R. Gomes, JHEP **0405**, 012 (2004).
- [48] I. Oda, Phys. Lett. **B 480**, 305 (2000).

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)