

**PROPOSIÇÃO DE PROCEDIMENTO PARA A DETERMINAÇÃO  
DA RIGIDEZ ROTACIONAL DE VIGAS MISTAS CONTÍNUAS E  
SEMICONTÍNUAS COM PERFIS DE ALMA SENOIDAL**

**Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"PROPOSIÇÃO DE PROCEDIMENTO PARA A DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ  
ROTACIONAL DE VIGAS MISTAS CONTÍNUAS E SEMICONTÍNUAS COM  
PERFIS DE ALMA SENOIDAL"**

Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Doutor em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury  
DEES - UFMG - (Orientador)

---

Prof. Dr. Fernando Amorim de Paula  
DEES - UFMG - (Co-orientador)

---

Prof. Dr. Gilson Queiroz  
DEES-UFMG

---

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall  
DEES - UFMG

---

Prof. Dr. Eduardo de Miranda Batista  
COPPE - UFRJ

---

Prof. Dr. Luciano Mendes Bezerra  
UnB

Belo Horizonte, 29 de abril de 2008

À minha mãe Leancir

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Ricardo Hallal Fakury pelo exemplo como profissional, pela orientação competente, dedicação e apoio técnico. Mas, sobretudo, pela amizade, confiança e incentivo.

Ao professor Fernando Amorim de Paula, pela co-orientação de grande valor e competência.

Ao professor Francisco Carlos Rodrigues, pela valorosa contribuição na análise experimental.

Aos funcionários do LAEES, Erik e Geraldo, que tanto trabalharam na realização dos ensaios experimentais. Aos alunos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Alexandro, Danielle, Gustavo, Janaína, Josie, Lourdiane, Marylane, Rodrigo e Vitor que dispuseram do seu próprio tempo para ajudar nas leituras da instrumentação. Em especial ao Alessandro que participou de todos os ensaios.

Aos colegas da CODEME Engenharia, Roberval e Alexander, pelas sugestões e discussões a respeito desse trabalho.

À minha família pelo amor e carinho que sempre demonstraram para comigo. Ao meu pai, Adahir, referência de força e perseverança que sempre procurei seguir. À minha mãe, Leancir, a quem dedico este trabalho e tenho um imensurável amor.

Ao meu amor, Lauro, pelo companheirismo e dedicação empenhados e por todos os momentos difíceis que superamos juntos na realização deste trabalho.

Ao Preu, pelo apoio profissional e amizade. A Cybelle, Paul, Sophie e Nathalie, que foram como uma família para mim em BH e também as grandes amigas que cultivei nesse período, Adriana, Eliene, Danielle, Edna, entre outras.

Aos funcionários e professores do DEES pela inestimável ajuda. Em especial à Inês pela amizade e dedicação para com os alunos.

À CAPES, à CODEME Engenharia, ao CNPQ e à FAPEMIG, que tornaram possível a execução deste trabalho.

## RESUMO

Em vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas, nas regiões de momento negativo contíguas aos apoios internos, o estado limite último de flambagem lateral com distorção (FLD) deve ser verificado. O projeto de revisão da norma brasileira de projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto, PR-NBR 8800 (2007), fornece um procedimento aproximado para verificação desse estado limite, com base no comportamento do mecanismo “U” invertido, pelo qual se obtém o momento fletor resistente à FLD a partir do momento crítico elástico da região de momentos negativos. Uma grandeza fundamental para se chegar ao valor do momento crítico elástico é a rigidez rotacional da viga mista, sendo que, para determiná-la, a formulação do PR-NBR (2007) parte das rigidezes isoladas da laje e da alma do perfil de aço do mecanismo “U” invertido. Em seguida, as rigidezes isoladas são consideradas associadas em série para se chegar à rigidez rotacional da viga mista. Entretanto, essa formulação se restringe somente às vigas mistas com perfis de aço de alma plana.

Neste trabalho foi desenvolvido um procedimento para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal. Para isso, foi proposta e implementada uma metodologia experimental utilizando protótipos representativos do mecanismo “U”, tendo sido realizados quatro ensaios de laboratório. Uma modelagem numérica via MEF dos protótipos foi desenvolvida, usando na sua aferição os resultados da análise experimental. Com essa modelagem, foram processados sessenta e oito modelos numéricos diferentes para avaliação dos parâmetros que contribuem para as rigidezes da laje, da alma senoidal e da conexão de cisalhamento, esta última desprezada nas vigas de alma plana. Finalmente, a análise dos resultados numéricos possibilitou a proposição do procedimento, similar ao do PR-NBR 8800 (2007), para a obtenção da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal.

**Palavras-chave:** estruturas mistas de aço e concreto; vigas mistas de aço e concreto; vigas mistas contínuas e semicontínuas; flambagem lateral com distorção.

## ABSTRACT

In continuous and semicontinuous composite steel and concrete beams, in the hogging bending moment regions near the internal supports, the ultimate limit state of distortional lateral buckling must be verified. The Brazilian Standard revision project of the steel and steel-concrete structures, PR-NBR 8800 (2007), provides an approximate procedure for verification of such limit state, based on the inverted U-frame mechanism, where the resistant bending moment is derived from the elastic critical moment. A fundamental component to elastic critical moment is the composite beam rotational stiffness. To obtain the value of this rotational stiffness, the PR-NBR 8800 (2007) uses the isolated stiffness of the slab and the isolated stiffness of the steel profile web, which are associate in serial. However, this formulation is limited to composite beams with plan web steel profiles.

In this work, it was developed a procedure for determining the rotational stiffness composite beams with sinusoidal web steel profiles. Therefore, an experimental methodology was proposed and implemented, and four prototypes of the U-frame mechanism have been tested. A numerical modeling through FEM of these prototypes was developed, using the experimental results to verify and to improve its accuracy. With this modeling, it was processed sixty eight different numerical models for evaluation of the parameters that contribute to the stiffness of the slab, of the sinusoidal web and of the shear connection (this last one is not considered in the beams with plan web). Finally, the analysis of the numerical results allowed the proposition of a procedure, similar to the PR-NBR 8800 (2007), to determine the rotational stiffness of composite beams with sinusoidal web steel profiles.

**Key-words:** composite steel and concrete structures; composite steel and concrete beams; continuous and semicontinuous composite beams; distortional lateral buckling.

## SUMÁRIO

### 1. INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades .....	1
1.2 Flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto .....	2
1.2.1 Definição do fenômeno .....	2
1.2.2 Mecanismo “U” invertido .....	4
1.2.3 Rigidez rotacional da viga mista .....	5
1.2.3.1 Definição e expressão geral.....	5
1.2.3.2 Forma simplificada de obtenção do valor .....	6
1.3 Vigas de aço com alma senoidal .....	10
1.3.1 Considerações básicas.....	10
1.3.2 Vantagens e desvantagens das vigas de alma corrugada .....	13
1.3.3 Dimensões e materiais das peças de aço com alma senoidal .....	15
1.4 Objetivos .....	16
1.4.1 Objetivo geral.....	16
1.4.2 Objetivos específicos .....	17
1.5 Justificativa .....	17
1.6 Formatação deste trabalho .....	19

### 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução .....	20
2.1.1 Considerações gerais .....	20
2.1.2 Mecanismos “U” invertido contínuo e discreto .....	21
2.2 Métodos para determinação do momento crítico elástico na região de momento negativo .....	22
2.2.1 Importância do momento crítico elástico.....	22
2.2.2 Cálculo por aproximação de energia .....	23
2.2.3 Cálculo por analogia com a barra comprimida em fundação elástica .....	29
2.3 Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção (FLD).....	36
2.3.1 Perfis de alma plana não-enrijecida.....	36



2.3.1.1 Método de cálculo do PR-NBR 8800 (2007) .....	36
2.3.1.2 Método de cálculo do EN 1994-1-1 (2004) .....	38
2.3.1.3 Método de cálculo da BS 5400-3 (2000) .....	40
2.3.1.4 Método de cálculo de GOLTERMANN e SVENSSON (1988) .....	44
2.3.1.5 Método de cálculo de WESTON <i>et al.</i> (1991) .....	51
2.3.1.6 Método de cálculo de GALAMBOS (1998) e PARK <i>et al.</i> (2004) .....	55
2.3.2 Perfis de alma plana enrijecida.....	58
2.3.2.1 Método de cálculo da BS 5400-3 (2000) .....	58
2.3.2.2 Método de cálculo de CHEN (1992) .....	60
2.4 Trabalhos experimentais sobre flambagem lateral com distorção de vigas mistas de alma plana .....	62
2.4.1 Trabalhos de FAN (1990) .....	62
2.4.1.1 Generalidades .....	62
2.4.1.2 Ensaio dos modelos S2, U1, U2 e U3 .....	63
2.4.2 Trabalhos experimentais de CHEN (1992).....	69
2.4.2.1 Generalidades .....	69
2.4.2.2 Ensaio com o mecanismo “U” contínuo (modelo U4) e com o mecanismo “U” discreto (modelo U5).....	69
2.4.2.3 Ensaio em estruturas “U” isoladas para investigar a ação mecanismo “U” discreto (modelos I-US e I-UD).....	74
2.5 Flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas de alma senoidal.....	77
3. ANÁLISE EXPERIMENTAL	
3.1 Introdução .....	79
3.2 Escolha dos protótipos .....	80
3.3 Descrição dos protótipos.....	81
3.3.1 Protótipo U1-P.....	81
3.3.2 Protótipo U2-P.....	83
3.3.3 Protótipo U1-M .....	83
3.3.4 Protótipo U2-M .....	85
3.4 Construção dos protótipos.....	86
3.5 Montagem dos ensaios.....	87

3.6 Sistema de aplicação de força .....	90
3.7 Instrumentação dos protótipos e processos de medição .....	92
3.8 Ensaios auxiliares .....	96
3.8.1 Ensaios de caracterização dos materiais .....	96
3.8.2 Aferição da célula de carga .....	98
3.8.3 Dimensões geométricas dos protótipos.....	99
3.9 Procedimentos de ensaio .....	101
3.9.1 Antes dos ensaios .....	101
3.9.2 Durante os ensaios .....	102
3.9.3 Após os ensaios .....	103
3.10 Resultados dos ensaios.....	103
3.10.1 Protótipo U1-P.....	103
3.10.2 Protótipo U2-P.....	108
3.10.3 Protótipo U1-M .....	112
3.10.4 Protótipo U2-M .....	115
4. DEFINIÇÃO E AFERIÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA	
4.1.Considerações gerais .....	118
4.1.1.Introdução .....	118
4.1.2.Sobre o programa utilizado .....	119
4.2.Modelos numéricos .....	119
4.2.1.Elementos utilizados.....	119
4.2.2.Relações constitutivas e propriedades dos materiais .....	123
4.2.3.Malha de elementos finitos .....	126
4.2.4.Condições de contorno e carregamento aplicado .....	131
4.2.5. Formulação da Análise Numérica, Técnicas de Solução e Tempo Computacional .....	132
4.3.Resultados numéricos e primeiras comparações com os resultados experimentais .....	134
4.3.1.Modelo U1-P.....	134
4.3.2.Modelo U2-P.....	138
4.3.3.Modelo U1-M.....	139

4.3.4.Modelo U2-M.....	143
4.4.Aferição da modelagem numérica.....	144
4.4.1.Generalidades .....	144
4.4.2.Modelo U1-P .....	145
4.4.3.Modelo U2-P .....	149
4.4.4.Modelo U1-M.....	152
4.4.5.Modelo U2-M.....	155
4.4.6.Conclusões da aferição numérica .....	158
5. PROPOSIÇÃO DE FORMULAÇÃO PARA A RIGIDEZ ROTACIONAL	
5.1.Introdução .....	159
5.2.Definição dos modelos numéricos .....	160
5.3.Procedimento de obtenção das rigidezes isoladas .....	164
5.4.Proposição de formulação para a rigidez da laje.....	171
5.4.1.Avaliação dos resultados numéricos de rigidez da laje .....	171
5.4.2.Expressão analítica de rigidez da laje .....	174
5.4.3.Fórmula proposta de rigidez da laje e comparação com os resultados numéricos .....	174
5.5.Proposição de formulação para a rigidez da alma.....	176
5.5.1.Avaliação dos resultados numéricos de rigidez da alma .....	176
5.5.2.Expressão analítica de rigidez da alma .....	180
5.5.3.Procedimento de obtenção do coeficiente de redução $\alpha_{red}$ .....	182
5.5.3.1Regressão linear multivariável pelo método dos mínimos quadrados.....	182
5.5.3.2Expressão do coeficiente de redução $\alpha_{red}$ .....	183
5.5.4.Fórmula proposta de rigidez do perfil de aço e comparação com os resultados numéricos .....	185
5.6.Proposição de formulação para a rigidez da conexão de cisalhamento.....	190
5.6.1.Avaliação dos resultados numéricos de rigidez da conexão de cisalhamento .....	190
5.6.2.Expressão analítica de rigidez da conexão de cisalhamento.....	195
5.6.3.Tabelas propostas para a rigidez da conexão de cisalhamento e comparação com os resultados numéricos.....	195
5.7.Avaliação final da formulação da rigidez rotacional.....	198

6. CONCLUSÕES	
6.1. Sobre o trabalho realizado .....	203
6.2. Avaliação global e sugestões para trabalhos futuros.....	206
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	209

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1	Deformação típica da mesa inferior na FLD .....	3
FIGURA 1.2	Flambagem local da mesa.....	4
FIGURA 1.3	Mecanismo “U” invertido.....	5
FIGURA 1.4	Rigidez rotacional de uma viga mista .....	6
FIGURA 1.5	Rigidez à flexão da laje fissurada.....	7
FIGURA 1.6	Rigidez à distorção da alma do perfil de aço .....	8
FIGURA 1.7	Rigidez da conexão de cisalhamento .....	9
FIGURA 1.8	Vigas com alma corrugada .....	10
FIGURA 1.9	Esquema de fabricação dos perfis de alma senoidal .....	11
FIGURA 1.10	Etapas de trabalho para corrugação da chapa da alma .....	12
FIGURA 1.11	Etapas de soldagem .....	12
FIGURA 1.12	Soldas de composição dos perfis de almas plana e senoidal .....	13
FIGURA 1.13	Vigas de aço com alma senoidal .....	15
FIGURA 1.14	Dimensões dos perfis e geometria das almas senoidais .....	16
FIGURA 2.1	Mecanismos “U” contínuo e discreto.....	23
FIGURA 2.2	Viga mista com mecanismo “U” contínuo .....	24
FIGURA 2.3	Sistema equivalente de ROIK et al. (1990) .....	25
FIGURA 2.4	Sistema equivalente de HANSWILLE (2002).....	31
FIGURA 2.5	Carga crítica elástica $N_{cr}$ (momento crítico elástico $M_{cr}$ ) em função de $\eta_K$ ( $\eta_B$ ). .....	34
FIGURA 2.6	Coeficiente de flambagem $\beta_B$ para vigas com momentos de extremidade e carga uniformemente distribuída.....	35
FIGURA 2.7	Coeficiente de flambagem $\beta_B$ para vigas com momentos de extremidade e carga concentrada no meio do vão .....	36
FIGURA 2.8	Curvas de resistência à compressão .....	38
FIGURA 2.9	Vigas mistas com restrição contínua dada pela laje. ....	42
FIGURA 2.10	Momento fletor resistente à FLD de perfis soldados .....	44
FIGURA 2.11	Momento fletor resistente à FLD de outros tipos de perfis .....	45
FIGURA 2.12	Modelo de uma barra comprimida em fundação elástica .....	46
FIGURA 2.13	Variações da força axial .....	48

FIGURA 2.14 Modelo aproximado usado por WESTON <i>et al.</i> (1991).....	52
FIGURA 2.15 Modelo numérico de WESTON <i>et al.</i> (1991).....	53
FIGURA 2.16 Tensão de compressão resistente $\sigma_i$ .....	55
FIGURA 2.17 Modelo numérico de PARK <i>et al.</i> (2003).....	58
FIGURA 2.18 Vigas mistas com restrição discreta dada pela laje. ....	60
FIGURA 2.19 Viga mista típica de edifício comercial, origem do modelo U1 .....	64
FIGURA 2.20 Elevação e seção transversal do modelo U1 .....	65
FIGURA 2.21 Geometria do modelo U2.....	67
FIGURA 2.22 Seção transversal do modelo U2 .....	67
FIGURA 2.23 Geometria do modelo U3.....	68
FIGURA 2.24 Seção transversal do modelo U3 .....	68
FIGURA 2.25 Geometria e seção transversal do modelo U4.....	71
FIGURA 2.26 Geometria e seção transversal do modelo U5.....	72
FIGURA 2.27 Modos de flambagem lateral com distorção .....	74
FIGURA 2.28 Ensaio nas estruturas “U” isoladas.....	76
FIGURA 2.29 Analogia semi-empírica da flexibilidade da conexão de cisalhamento..	77
FIGURA 3.1 Protótipo U1-P .....	82
FIGURA 3.2 Seção transversal do protótipo U2-P.....	83
FIGURA 3.3 Protótipo U1-M.....	84
FIGURA 3.4 Seção transversal do protótipo U2-M.....	85
FIGURA 3.5 Escoramento dos protótipos na fabricação .....	86
FIGURA 3.6 Formas de madeira usadas na fabricação das lajes maciça e mista.....	86
FIGURA 3.7 CPs moldados do concreto de cada protótipo para ensaio de compressão	87
FIGURA 3.8 Entrada dos protótipos no LAEES .....	88
FIGURA 3.9 Colocação dos protótipos na posição de ensaio .....	88
FIGURA 3.10 Arranjo geral dos ensaios.....	89
FIGURA 3.11 Montagem completa do ensaio .....	90
FIGURA 3.12 Sistema de aplicação de carga.....	91
FIGURA 3.13 Vista do ponto de aplicação da força na mesa do perfil de aço .....	91
FIGURA 3.14 Dimensões das chapas e pinos fixados no perfil de aço para aplicação da força.....	92
FIGURA 3.15 Instalação dos extensômetros elétricos.....	93

FIGURA 3.16 Posicionamento dos relógios comparadores na seção transversal .....	94
FIGURA 3.17 Ajuste nas leituras dos relógios 2 e 3 .....	96
FIGURA 3.18 Calibração da célula de carga .....	99
FIGURA 3.19 Nivelamento das hastes .....	103
FIGURA 3.20 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U1-P .....	104
FIGURA 3.21 Descolamento das mesas e fissuras diagonais da laje .....	105
FIGURA 3.22 Deformações dos perfis de aço do protótipo U1-P no final do ensaio ..	106
FIGURA 3.23 Curvas momento versus rotação do protótipo U1-P .....	107
FIGURA 3.24 Fissuras de flexão na laje do protótipo U2-P .....	108
FIGURA 3.25 Fissuras diagonais nas extremidades da laje do protótipo U2-P .....	109
FIGURA 3.26 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U2-P .....	110
FIGURA 3.27 Deformação da viga U2A-P no final do ensaio com plastificação local na alma .....	110
FIGURA 3.28 Curvas momento versus rotação do protótipo U2-P .....	111
FIGURA 3.29 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U1-M .....	112
FIGURA 3.30 Curvas momento versus rotação do protótipo U1-M .....	114
FIGURA 3.31 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U2-M .....	115
FIGURA 3.32 Deformações dos perfis de aço do protótipo U2-M no final do ensaio ..	116
FIGURA 3.33 Curvas momento versus rotação do protótipo U2-M .....	117
FIGURA 4.1 Elementos sólidos .....	120
FIGURA 4.2 Elementos de casca e de barra .....	121
FIGURA 4.3 Elementos de contato .....	122
FIGURA 4.4 Tipos de elementos .....	123
FIGURA 4.5 Comportamento uniaxial dos aços e do concreto .....	125
FIGURA 4.6 Malha do modelo U1-P .....	127
FIGURA 4.7 Malha do modelo U2-P .....	128
FIGURA 4.8 Malha do modelo U1-M .....	129
FIGURA 4.9 Malha do modelo U2-M .....	130
FIGURA 4.10 Condições de contorno do modelo U1-P .....	132
FIGURA 4.11 Posições inicial e deformada do modelo U1-P .....	135
FIGURA 4.12 deslocamentos horizontais $U_y$ do modelo U1-P .....	135
FIGURA 4.13 Tensões de Von Mises no perfil de aço do modelo U1-P .....	136

FIGURA 4.14 Fissuração e esmagamento na laje de concreto do modelo U1-P .....	137
FIGURA 4.15 Posições inicial e deformada do modelo U2-P .....	138
FIGURA 4.16 Deslocamentos horizontais $U_y$ do modelo U2-P .....	138
FIGURA 4.17 Tensões de Von Mises no perfil de aço do modelo U2-P, subintervalo 53 .....	139
FIGURA 4.18 Posições inicial e deformada do modelo U1-M .....	140
FIGURA 4.19 Deslocamentos horizontais $U_y$ do modelo U1-M .....	141
FIGURA 4.20 Tensões de Von Mises no perfil de aço do modelo U1-M .....	141
FIGURA 4.21 Fissuração e esmagamento da laje de concreto do modelo U1-M .....	142
FIGURA 4.22 deslocamentos horizontais $U_y$ do modelo U2-M .....	143
FIGURA 4.23 Tensões de Von Mises no perfil de aço do modelo U2-M, subintervalo 48 .....	144
FIGURA 4.24 Determinação experimental e numérica dos deslocamentos .....	145
FIGURA 4.25 Curvas momento versus rotação total do modelo U1-P .....	146
FIGURA 4.26 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U1-P .....	146
FIGURA 4.27 Curvas momento versus rotação isolada do modelo U1-P .....	148
FIGURA 4.28 Curvas momento versus rotação total do modelo U2-P .....	149
FIGURA 4.29 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U2-P .....	150
FIGURA 4.30 Curvas momento versus rotação isolada do modelo U2-P .....	151
FIGURA 4.31 Curvas momento versus rotação total do modelo U1-M .....	152
FIGURA 4.32 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U1-M .....	152
FIGURA 4.33 Curvas momento versus rotação isolada do modelo U1-M .....	154
FIGURA 4.34 Curvas momento versus rotação total do modelo U2-M .....	155
FIGURA 4.35 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U2-M .....	155
FIGURA 4.36 Curvas momento versus rotação do modelo U2-M .....	157
FIGURA 5.1 Determinação numérica das rotações .....	165
FIGURA 5.2 Determinação numérica das rigidezes do modelo U5-P .....	167
FIGURA 5.3 Determinação numérica das rigidezes do modelo U21-P .....	168



FIGURA 5.4 Determinação numérica das rigidezes do modelo U3-M .....	169
FIGURA 5.5 Determinação numérica das rigidezes do modelo U22-M .....	170
FIGURA 5.6 Conexão de cisalhamento usual nas regiões de momento negativo.....	176
FIGURA 5.7 Rotação da mesa conectada à laje .....	181
FIGURA 5.8 Variação do coeficiente $\alpha_{red}$ com as variáveis independentes.....	184
FIGURA 5.9 Gráfico da linha de ajuste perfeito do coeficiente $\alpha_{red}$ .....	186
FIGURA 5.10 Histograma dos desvios do coeficiente $\alpha_{red}$ .....	187
FIGURA 5.11 Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do coeficiente $\alpha_{red}$ .....	187
FIGURA 5.12 Gráfico da linha de ajuste perfeito da rigidez do perfil de aço $k_2$ .....	189
FIGURA 5.13 Histograma dos resíduos da rigidez do perfil de aço $k_2$ .....	189
FIGURA 5.14 Gráfico de probabilidade normal dos resíduos da rigidez do perfil de aço.....	190
FIGURA 5.15 Variação da rigidez rotacional com as rigidezes isoladas .....	200
FIGURA 5.16 Gráfico da linha de ajuste perfeito da rigidez rotacional $k_r$ .....	201
FIGURA 5.17 Histograma dos resíduos da rigidez rotacional $k_r$ .....	202
FIGURA 5.18 Gráfico de probabilidade normal dos resíduos da rigidez rotacional $k_r$	202

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 Valores do coeficiente $C_{dist}$ para vãos com cargas transversais .....	28
TABELA 2.2 Valores do coeficiente $C_{dist}$ para vãos sem cargas transversais .....	29
TABELA 2.3 Coeficiente $C_{dist}$ para vigas semicontínuas submetidas a carregamento uniformemente distribuído.....	29
TABELA 2.4 Analogia entre a barra comprimida em fundação elástica e o problema da FLD .....	33
TABELA 2.5 Altura máxima $d$ (mm) da viga de aço .....	41
TABELA 2.6 Fator de esbeltez para vigas de seção uniforme .....	43
TABELA 2.7 Valores de $\overline{K}_1\lambda$ para os casos de carregamento 1-3.....	50
TABELA 2.8 Valores de $\overline{K}_1\lambda$ para os casos de carregamento 4-6.....	51
TABELA 2.9 Valores de $\overline{K}_1\lambda$ para os casos de carregamento 7-8.....	51
TABELA 2.10 Resumo dos resultados obtidos por CHEN (1992) .....	72
TABELA 3.1 Ensaio de compressão do concreto.....	97
TABELA 3.2 Ensaio de tração do concreto .....	97
TABELA 3.3 Ensaio de módulo de elasticidade do concreto .....	98
TABELA 3.4 Ensaio de tração das chapas da alma do perfil de aço .....	98
TABELA 3.5 Dimensões geométricas dos protótipos .....	100
TABELA 4.1 Número de elementos dos modelos numéricos.....	126
TABELA 5.1 Propriedades mecânicas dos materiais .....	162
TABELA 5.2 Modelos numéricos de laje plana .....	163
TABELA 5.3 Modelos numéricos de laje mista.....	164
TABELA 5.4 Rigidez e flexibilidade da laje.....	171
TABELA 5.5 Influência da altura da laje.....	172
TABELA 5.6 Influências da área de aço inferior e da fôrma de aço incorporada.....	173
TABELA 5.7 Influência da distância entre vigas paralelas.....	173
TABELA 5.8 Comparação entre as rigidezes da laje numérica e proposta .....	175
TABELA 5.9 Rigidez e flexibilidade da alma.....	177
TABELA 5.10 Influência da altura da alma .....	178
TABELA 5.11 Influência da espessura da alma .....	178

TABELA 5.12 Influência da espessura da mesa conectada à laje .....	179
TABELA 5.13 Comparação entre as rigidezes do perfil de aço numérica e proposta..	188
TABELA 5.14 Rigidez e flexibilidade da conexão de cisalhamento.....	191
TABELA 5.15 Influência do número de conectores e espaçamento longitudinal na rigidez da conexão de cisalhamento.....	192
TABELA 5.16 Influência da espessura da mesa conectada à laje na rigidez da conexão de cisalhamento.....	194
TABELA 5.17 Influência da largura da mesa conectada à laje na rigidez da conexão de cisalhamento .....	194
TABELA 5.18 Valores propostos para a rigidez da conexão, $k_{3,p}$ , de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes planas.....	196
TABELA 5.19 – Valores propostos para a rigidez da conexão, $k_{3,p}$ , de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes mistas.....	196
TABELA 5.20 Comparação entre as rigidezes da conexão de cisalhamento numérica e proposta .....	197
TABELA 5.21 Comparação entre as rigidezes rotacionais numérica e proposta.....	199

## LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas minúsculas

$a$  – distância entre vigas

$b_f$  – largura da mesa do perfil de aço

$b_{fc}$  – largura da mesa comprimida do perfil de aço

$b_{ft}$  – largura da mesa tracionada do perfil de aço

$b_s$  – largura do enrijecedor da alma

$b_w$  – altura da corrugação senoidal

$e$  – excentricidade da força axial do perfil de aço

$n$  – número de conectores

$f_y$  – resistência ao escoamento do aço

$f_1$  – flexibilidade rotacional da laje fissurada, por unidade de comprimento da viga

$f_2$  – flexibilidade rotacional da alma, por unidade de comprimento da viga

$f_3$  – flexibilidade da conexão de cisalhamento, por unidade de comprimento da viga

$f_{c,j}$  – resistência do concreto à compressão

$h_o$  – distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço

$h_d$  – altura total do conector de cisalhamento

$k_r$  – rigidez rotacional da viga mista

$k_1$  – rigidez à flexão da laje, por unidade de comprimento da viga

$k_2$  – rigidez à flexão da alma do perfil de aço, por unidade de comprimento da viga

$k_3$  – rigidez da conexão de cisalhamento, por unidade de comprimento da viga

$l_R$  – espaçamento entre enrijecedores

$\bar{y}$  – distância do centro geométrico da seção mista ao centro geométrico da seção do perfil de aço

$y_c$  – distância do centro geométrico do perfil de aço à metade da altura da laje de concreto

$y_s$  – distância do centro geométrico ao centro de cisalhamento do perfil de aço, positiva quando o centro de cisalhamento e a mesa comprimida pelo momento negativo estão do mesmo lado do centro geométrico

$r_{fc}$  – raio de giração da mesa comprimida

$r_p$  – raio de giração polar da seção do perfil de aço

$t_f$  – espessura da mesa do perfil de aço  
 $t_{fc}$  – espessura da mesa comprimida do perfil de aço  
 $t_{ft}$  – espessura da mesa tracionada do perfil de aço  
 $t_w$  – espessura da alma do perfil de aço  
 $t_c$  – espessura da laje de concreto  
 $t_s$  – espessura do enrijecedor  
 $w$  - período da onda senoidal

#### Letras romanas maiúsculas

$A$  – área da seção mista na região de momento negativo (perfil de aço mais armadura da laje)  
 $A_a$  – área da seção do perfil de aço  
 $C_w$  – constante de empenamento da seção de aço  
 $C_{dist}$  – coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento  $L$   
 $C_b$  – fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme  
 $D$  – rigidez à flexão da placa, por unidade de comprimento  
 $E_a$  – módulo de elasticidade do aço  
 $E_c$  – módulo de elasticidade do concreto  
 $(EI)_2$  - rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje por unidade de comprimento da viga  
 $(EI)_2'$  - rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje em relação ao eixo longitudinal da viga enrijecida  
 $G_a$  - módulo de elasticidade transversal do aço  
 $I_x$  – momento de inércia da seção mista na região de momento negativo (perfil de aço mais armadura da laje) com relação ao eixo  $x$   
 $I_{ax}$  e  $I_{ay}$  – momentos de inércia da seção de aço em relação aos seus eixos baricêntricos  
 $I_{af,y}$  – momento de inércia da mesa inferior em relação ao eixo  $y$   
 $I_{fc}$  – momento de inércia da mesa comprimida em relação ao eixo paralelo à alma  
 $I_{ft}$  – momento de inércia da mesa tracionada em relação ao eixo paralelo à alma  
 $I_w$  – momento de inércia da alma em relação ao eixo longitudinal da viga  
 $I_w'$  – momento de inércia da alma enrijecida em relação ao eixo longitudinal da viga

$J$  – constante de torção da seção do perfil de aço

$L$  – comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios)

$M_a$  – momento fletor do perfil de aço

$M_{pl}$  – momento fletor de plastificação do perfil de aço

$M_{cr}$  – momento crítico elástico

$M_y$  – momento de escoamento do perfil de aço

$M_{Rk}^-$  - momento fletor resistente na região de momentos negativos

$M_{Rk,dist}^-$  - momento fletor resistente na região de momentos negativos, para o estado limite de flambagem lateral com distorção da seção transversal

$M_{Rd,pl}$  – momento fletor resistente de plastificação da seção mista

$N_a$  – força axial de compressão do perfil de aço

$W_{xc}$  – módulo elástico da seção do perfil de aço em relação à fibra externa comprimida em relação ao eixo  $x$

$W_{xt}$  – módulo elástico da seção do perfil de aço em relação à fibra externa tracionada em relação ao eixo  $x$

$W_{xw}$  – módulo elástico mínimo da seção do perfil de aço em relação à alma em relação ao eixo  $x$

$Z_x$  – Módulo plástico da seção do perfil de aço em relação ao eixo  $x$

Letras gregas minúsculas

$\alpha_g$  – fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista

$\alpha_{red}$  – coeficiente de redução para rigidez à flexão da alma

$\delta$  – deslocamento lateral

$\lambda_{dist}$  - parâmetro de esbeltez para o estado limite de flambagem lateral com distorção

$\chi_{dist}$  - fator de redução para flambagem lateral com distorção da seção transversal

$\nu_a$  - coeficiente de Poisson do aço

$\sigma_{cr}$  - tensão crítica de flambagem

$\sigma_e$  - tensão de flambagem de Euler

$\phi$  - diâmetro das barras da armadura

$\theta$  - rotação

$\sigma_{yc}$  - resistência ao escoamento da mesa comprimida

$\sigma_{yt}$  - resistência ao escoamento da mesa tracionada

$\sigma_{yw}$  - resistência ao escoamento da alma

$\sigma_{li}$  - tensão de compressão resistente da mesa inferior

# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Generalidades

Segundo o projeto de revisão da norma brasileira de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto, PR-NBR 8800 (2007), vigas mistas de aço e concreto de alma cheia consistem de um perfil I, caixão ou tubular retangular de aço, simétrico em relação ao plano de flexão, com uma laje de concreto acima de sua face superior. Entre o perfil de aço e a laje deve haver ligação mecânica proporcionada por conectores de cisalhamento, de tal modo que ambos trabalhem em conjunto na resistência aos esforços advindos da flexão. Evidentemente, a flexão ocorrerá no plano de simetria do perfil de aço.

As vigas mistas de alma cheia podem ser biapoiadas, semicontínuas ou contínuas. As biapoiadas são aquelas em que as ligações nos apoios podem ser consideradas como rótulas, as semicontínuas são aquelas que possuem ligação de rigidez parcial nos apoios internos e as contínuas são aquelas em que o perfil de aço e a armadura da laje têm continuidade total nos apoios internos.

As vigas mistas semicontínuas e contínuas, principalmente estas últimas, possuem uma distribuição mais favorável de momentos fletores ao longo de seu comprimento,



permitindo a utilização de perfis de aço de menores dimensões, todavia com momentos negativos nos apoios internos. A laje de concreto fornece restrição completa ao deslocamento lateral da mesa superior do perfil de aço, porém nas regiões de momento negativo, a mesa comprimida, que no caso é a mesa inferior, pode flambar em um modo formado por flexão lateral e torção. Essa flambagem da mesa se processa com a alma do perfil fletindo lateralmente, o que provoca uma mudança de forma da seção transversal, sendo por isso denominada flambagem lateral com distorção, representada pela sigla FLD.

Este trabalho trata da flambagem lateral com distorção (FLD) de vigas mistas semicontínuas e contínuas com perfil I de aço, no qual a alma é constituída por uma chapa fina com corrugação senoidal.

Para o perfeito entendimento do assunto abordado, no subitem 1.2 deste capítulo são dados os princípios básicos que norteiam a flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto. No subitem 1.3, são apresentados detalhes relevantes relacionados ao projeto, à fabricação e ao comportamento estrutural das vigas de aço de alma senoidal. Nos subitens 1.4 e 1.5, são dados respectivamente, os objetivos e as justificativas desta investigação. Finalmente, no subitem 1.6 é apresentada a formatação completa do presente trabalho.

## **1.2 Flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto**

### **1.2.1 Definição do fenômeno**

A flambagem lateral com torção, um modo de colapso bastante conhecido e bem estudado, normalmente não ocorre em vigas mistas durante a fase de construção. Após a cura do concreto, nas vigas projetadas como biapoiadas, os conectores de cisalhamento que unem a laje de concreto ao perfil de aço impedem o fenômeno, já que a mesa superior comprimida do perfil fica totalmente impedida de se deslocar lateralmente.

Em vigas mistas contínuas e semicontínuas, nas regiões de momento negativo contíguas aos apoios internos, a mesa inferior fica comprimida, o que faz com que a mesma tenha a tendência a flambar em relação ao seu eixo de maior inércia, já que a flambagem em relação ao seu eixo de menor inércia é impedida pela alma. Caso a alma não tenha rigidez suficiente à flexão lateral, ela flete (distorce) e a mesa comprimida sofre um deslocamento lateral acompanhado de uma torção (FIG. 1.1), em um estado limite último denominado flambagem lateral com distorção (FLD), como já foi explicitado no item 1.1. Facilitam a manifestação desse fenômeno a flexão da laje e a deformação da conexão da laje com a face superior do perfil de aço (conexão de cisalhamento), que possibilitam a torção da seção de aço praticamente como corpo rígido.

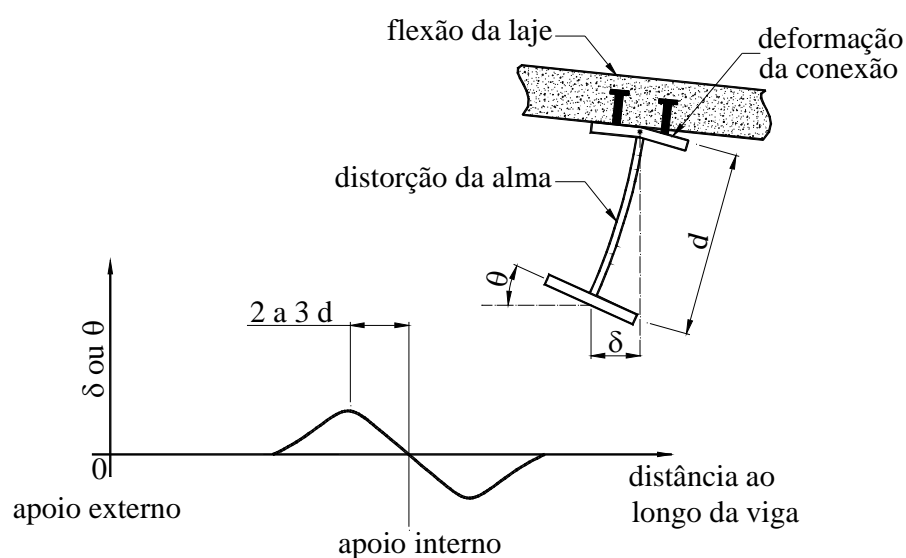


FIGURA 1.1 Deformação típica da mesa inferior na FLD (adaptada de JOHNSON, 2004)

Na FLD, o deslocamento lateral e o giro da mesa comprimida assumem a forma de uma semi-onda de cada lado do apoio interno, que se estende sobre grande parte do comprimento da região de momento negativo. O ponto de deslocamento lateral e giro máximos fica distante desse apoio de duas a três vezes a altura da viga (JOHNSON, 2004). Salienta-se que o projeto da viga deve prever, obrigatoriamente, elementos para impedir o deslocamento lateral no apoio interno.

Há muitos fatores que influenciam a flambagem lateral com distorção, por isso a derivação de soluções fechadas não é direta como no caso da flambagem lateral com torção. Por análises numéricas e métodos aproximados, verifica-se que, entre esses

fatores, destacam-se o momento fletor de plastificação da seção mista sob momentos negativos, a geometria da seção transversal da viga mista, a distribuição de momento fletor ao longo do comprimento da viga, o tipo e a localização do carregamento atuante, as esbeltezes da alma e da mesa inferior, a razão entre o comprimento da região de momento negativo e a largura da mesa inferior, as imperfeições iniciais e a rigidez transversal fornecida pelo conjunto formado pela laje de concreto, alma do perfil de aço e conexão de cisalhamento.

A flambagem lateral com distorção (FIG. 1.1) é diferente da flambagem local da mesa (FIG. 1.2), na qual o deslocamento é essencialmente vertical, não lateral, e onde a seção transversal de máximo deslocamento está afastada do apoio de uma distância igual à largura da mesa, JOHNSON (2004). Segundo FAN (1990), há alguns indícios experimentais de que a flambagem local pode dar início à flambagem lateral com distorção, mas em projeto esses dois modos de colapso são considerados separadamente e de diferentes formas. Deve-se notar que a flambagem local tem maior probabilidade de ocorrer quando a relação entre largura e espessura da mesa inferior ( $b_f/t_f$ ) é grande e a flambagem lateral com distorção quando esta relação é pequena.

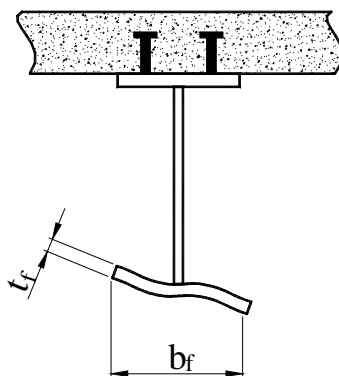


FIGURA 1.2 Flambagem local da mesa

### 1.2.2 Mecanismo “U” invertido

O PR-NBR 8800 (2007) fornece um procedimento aproximado para verificação da FLD, similar ao da norma europeia EN 1994-1-1 (2004), aplicável apenas a vigas mistas com perfis de aço de alma plana, que consiste na determinação do momento crítico

elástico,  $M_{cr}$ , como passo inicial para obtenção do momento fletor resistente de cálculo. O cálculo de  $M_{cr}$  é feito tendo como base o comportamento do mecanismo “U” invertido, formado por duas ou mais vigas adjacentes e da laje na qual os perfis de aço dessas vigas são fixados (FIG. 1.3).

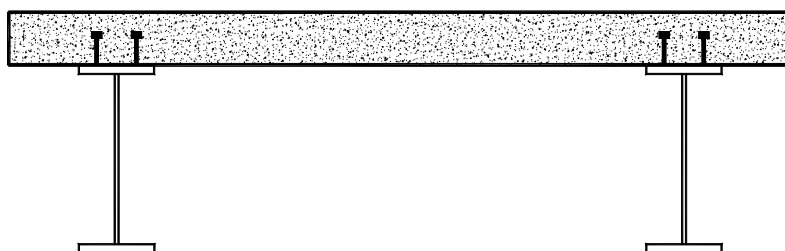


FIGURA 1.3 Mecanismo “U” invertido

Considera-se que o mecanismo “U” invertido seja adequado para representar o comportamento de uma viga mista à FLD, porque consegue retratar de forma bastante realística as restrições ao deslocamento lateral e à torção impostas à mesa inferior do perfil de aço pela sua alma, laje de concreto e conexão de cisalhamento. Adicionalmente, a consideração desse mecanismo tem grande relação com a prática, uma vez que, em boa parte das construções, sistemas de pisos compostos por vigas de aço paralelas e laje de concreto sobreposta são utilizados.

### 1.2.3 Rigidez rotacional da viga mista

#### 1.2.3.1 Definição e expressão geral

Uma grandeza fundamental para o valor do momento crítico elástico,  $M_{cr}$ , é a rigidez rotacional da viga mista, também tratada como rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido. Essa rigidez, aplicada a uma mola de rotação situada na mesa superior de uma viga, permite reproduzir a influência do mecanismo “U” na resistência à FLD dessa viga (FIG. 1.4). A rigidez rotacional, representada por  $k_r$ , conforme JOHNSON (2004), é obtida por unidade de comprimento da viga, relacionando o momento no ponto A, situado no centro geométrico da mesa superior, causado por forças de perturbação  $F$  de

sentidos opostos aplicadas nas mesas inferiores das vigas paralelas do mecanismo “U” invertido, com a rotação correspondente  $\theta$  dessas mesas. Tomando-se uma das vigas, a rotação em A é  $\delta/h_o$ , onde  $\delta$  é o deslocamento lateral da mesa inferior, e o momento em A é dado pelo produto  $F h_o$ . Logo, chega-se à seguinte expressão geral para a rigidez rotacional:

$$k_r = \frac{F h_o}{\delta / h_o} \quad (1.1)$$

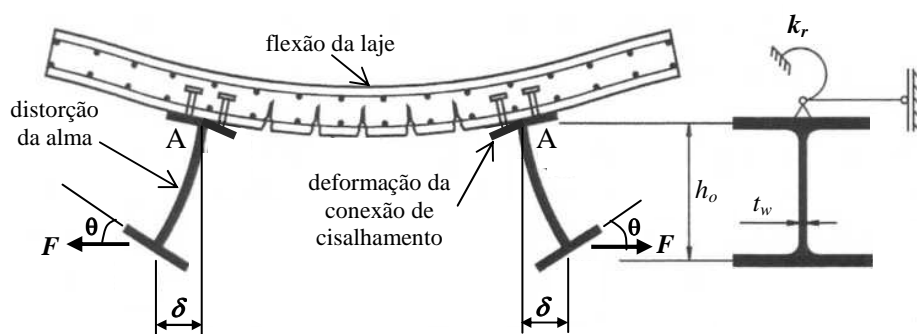


FIGURA 1.4 Rigidez rotacional de uma viga mista (adaptada do EN 1994-1-1, 2004)

### 1.2.3.2 Forma simplificada

A determinação do valor da rigidez rotacional  $k_r$  diretamente pela Eq. (1.1) não é simples, pois depende de análises experimentais ou numéricas complexas. Uma maneira simplificada, prática e confiável de resolver o problema, indicada pelo PR-NBR 8800 (2007), consiste em obter as rotações isoladas proporcionadas pela flexão transversal da laje de concreto, pela distorção da alma e pela deformação da conexão de cisalhamento provocadas pelas forças de perturbação  $F$ , mostradas na FIG. 1.4. Assim, pode-se chegar ao valor da rigidez rotacional em função da rigidez à flexão da laje fissurada,  $k_1$ , da rigidez à flexão transversal da alma,  $k_2$  e da rigidez da conexão de cisalhamento,  $k_3$ , conforme a conhecida expressão da resultante de molas ligadas em série:

$$k_r = \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right)^{-1} \quad (1.2)$$

Para a rigidez à flexão da laje fissurada na direção do eixo longitudinal dos perfis de aço,  $k_1$ , pode-se considerar a laje como uma viga engastada nos perfis de aço. Aplicando rotações unitárias nos engastes, os momentos que surgem são a rigidez procurada, conforme mostra a FIG. 1.5.

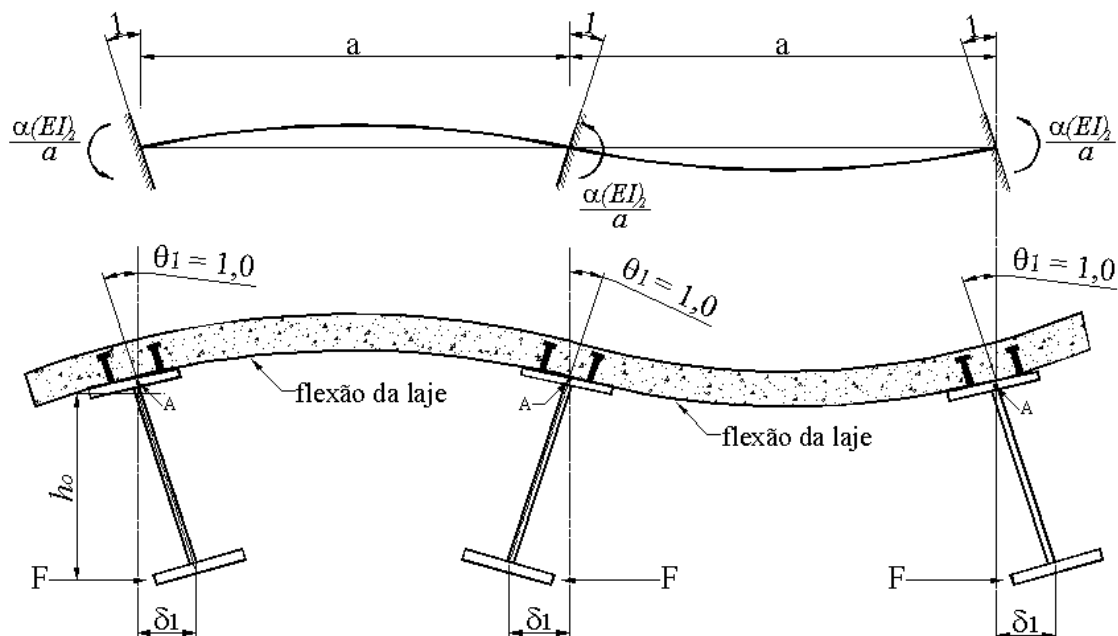


FIGURA 1.5 Rigidez à flexão da laje fissurada

Generalizando, tem-se que:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (1.3)$$

onde  $\alpha$  é um coeficiente que depende da posição da viga em consideração. Se a viga situa-se na extremidade da laje,  $\alpha$  é igual a 2 e se a viga é interna,  $\alpha$  é igual a 4 (ver FIG. 1.5). Entretanto, o PR-NBR 8800 (2007) recomenda adotar conservadoramente  $\alpha$  igual a 3, para o caso de vigas internas com somente três vigas compondo o mecanismo “U”. O termo  $(EI)_2$  é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto tracionado, por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno, e  $a$  é a distância entre as vigas paralelas.

A rigidez à distorção da alma do perfil de aço pode ser determinada considerando a alma como uma placa engastada no centro geométrico da mesa superior e livre no centro geométrico da mesa inferior, onde atua uma força horizontal  $F$ , conforme a FIG. 1.6. A força  $F$  relaciona-se com o deslocamento  $\delta_2$  pela expressão:

$$\frac{F}{\delta_2} = \frac{3D}{h_0^3} \quad (1.4)$$

onde  $D$  é a rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento.

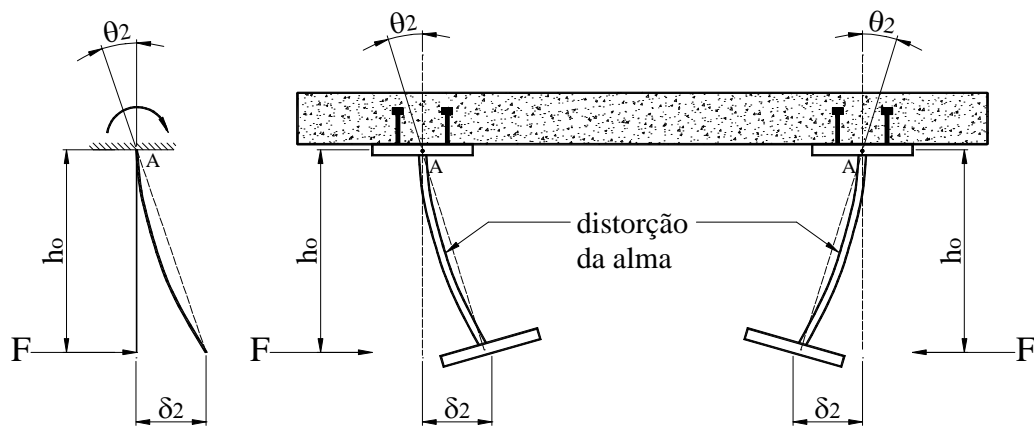


FIGURA 1.6 Rigidez à distorção da alma do perfil de aço

De acordo com a EQ. 1.1, a rigidez à distorção da alma fica:

$$k_2 = \frac{3D}{h_0} \quad (1.5)$$

O valor da rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento, segundo TIMOSHENKO e GERE (1961) é:

$$D = \frac{E_a t_w^3}{12(1 - \nu_a^2)} \quad (1.6)$$

onde  $t_w$  é a espessura da alma,  $E_a$  e  $\nu_a$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do aço. Substituindo a EQ. (1.6) na Eq. (1.5), tem-se finalmente que:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4h_o(1-\nu_a^2)} \quad (1.7)$$

A rigidez da conexão de cisalhamento,  $k_3$ , ou seja, o momento atuante no centro geométrico da mesa superior quando se impõe uma rotação unitária para a ligação entre o perfil de aço e a laje, FIG. 1.7, depende de um grande número de fatores e é praticamente impossível de ser obtida analiticamente. Essa rigidez, no entanto, costuma ser muito elevada, e geralmente é desprezada nos cálculos, como indica o procedimento do PR-NBR 8800 (2007). Segundo JOHNSON e MOLENSTRA (1990), ensaios mostram que para uma viga mista típica de pisos de pontes, portanto uma viga com grande altura, o valor da rigidez rotacional  $k_r$  é influenciado em cerca de 90% pela rigidez da alma,  $k_2$ , e em menos que 1% pela rigidez da conexão,  $k_3$ .

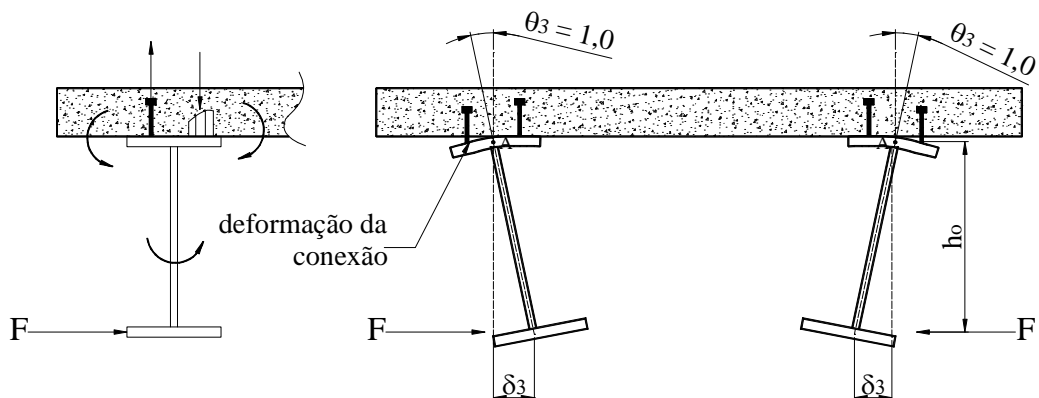


FIGURA 1.7 Rigidez da conexão de cisalhamento

A rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido,  $k_r$ , levando-se em conta as Eqs. (1.2), (1.3) e (1.7), é dada por:

$$k_r = \left( \frac{a}{\alpha(EI)_2} + \frac{4h_o(1-\nu_a^2)}{E_a t_w^3} + \frac{1}{k_3} \right)^{-1} \quad (1.8)$$



## 1.3 Vigas de aço com alma senoidal

### 1.3.1 Considerações básicas

Nos últimos anos, o avanço do estudo do comportamento estrutural e da tecnologia de fabricação permitiu o desenvolvimento e o uso de peças com seção I, nas quais as mesas normalmente são constituídas por chapas planas e a alma por uma chapa fina corrugada. A corrugação da chapa da alma pode ser trapezoidal ou senoidal, conforme FIG. 1.8.

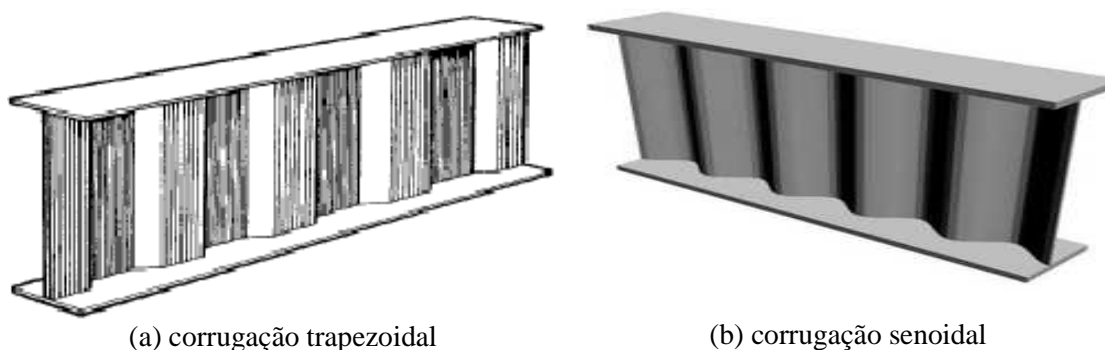


FIGURA 1.8 Vigas com alma corrugada

As peças de alma corrugada têm sido usadas em diversas aplicações estruturais, principalmente em alguns países da Europa, nos Estados Unidos e no Japão, em especial quando a solicitação ao momento fletor é predominante em relação à solicitação à força normal. O emprego dessas peças em vigas mistas, no entanto, tem-se limitado apenas a pontes e mesmo assim, com as vigas projetadas como biapoiadas.

O processo de fabricação das peças de alma senoidal, cujo esquema geral é mostrado na FIG. 1.9, é completamente automatizado e permite a produção de perfis de várias alturas a partir de uma mesma bobina.



FIGURA 1.9 Esquema de fabricação dos perfis de alma senoidal. Fonte: SIOKOLA (1997)

Inicialmente, as chapas da alma são fornecidas pelo desbobinador hidráulico (FIG. 1.10a), em seguida, são aplainadas e transportadas pelos retificadores, que garantem a centralização das mesmas na linha de produção (FIG. 1.10b). Após a retificação, as chapas são cortadas de acordo com as dimensões especificadas em projeto na estação de corte (FIG. 1.10c). Na estação de conformação (FIG. 1.10d), as chapas ganham a corrugação senoidal.

Após a conformação, as chapas das almas, juntamente com as das mesas já preparadas e armazenadas nas laterais de linha de produção, são levadas à estação de montagem. Garras hidráulicas conduzem e pressionam as mesas contra as faces laterais da alma corrugada (FIG. 1.11a), para início do processo de soldagem. A linha de soldagem entre a alma e as mesas é obtida por medição a laser, feita por dois robôs, que se movimentam de uma extremidade à outra, em ambos os lados da viga. Após a medição, os robôs executam a soldagem da alma nas duas mesas simultaneamente, a uma velocidade superior a um metro por minuto (FIG. 1.11b). A solda é de filete contínuo em apenas um dos lados da alma e, para que fique com a qualidade exigida, o sistema utiliza o processo de soldagem MAG de alto desempenho (processo semi ou totalmente automático no qual um arco elétrico é aberto entre o eletrodo e a peça protegido por uma cortina de gases).

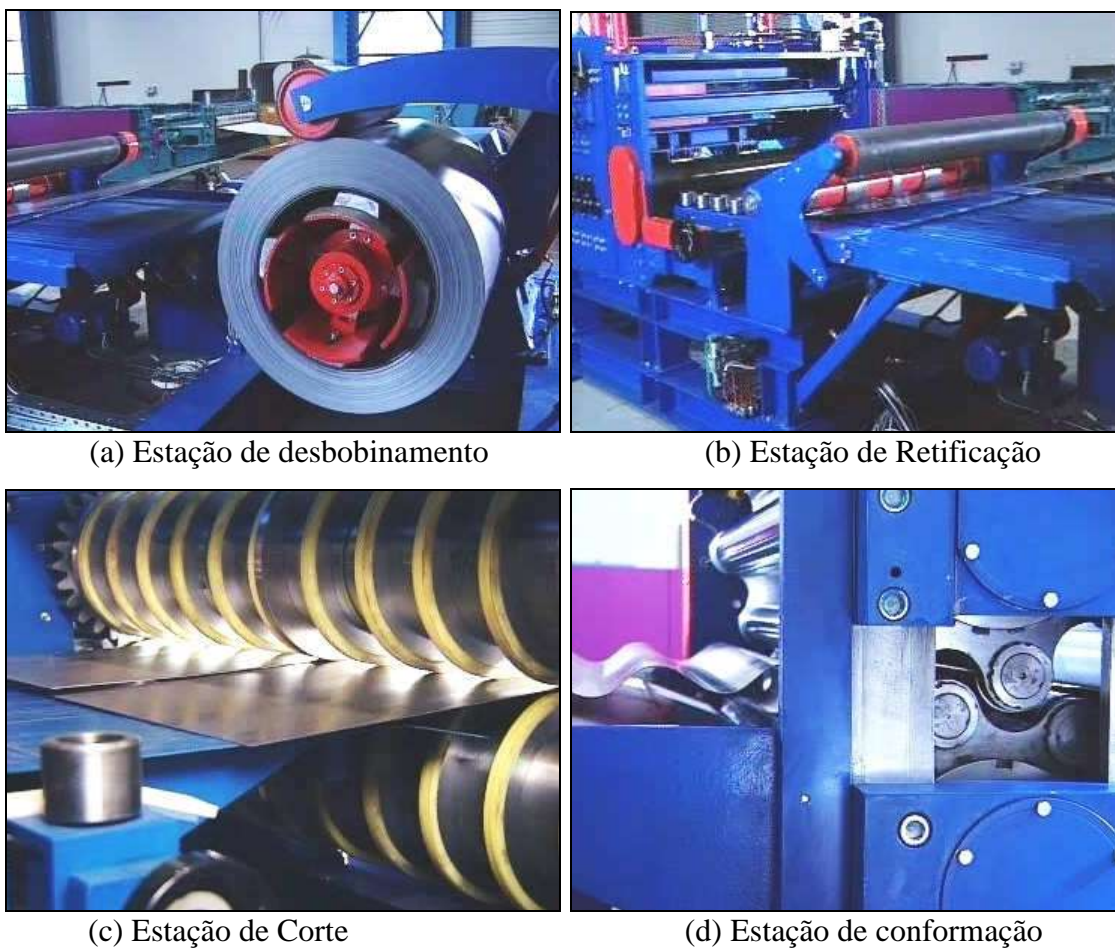


FIGURA 1.10 Etapas de trabalho para corrugação da chapa da alma. Fonte: SIOKOLA (1997)

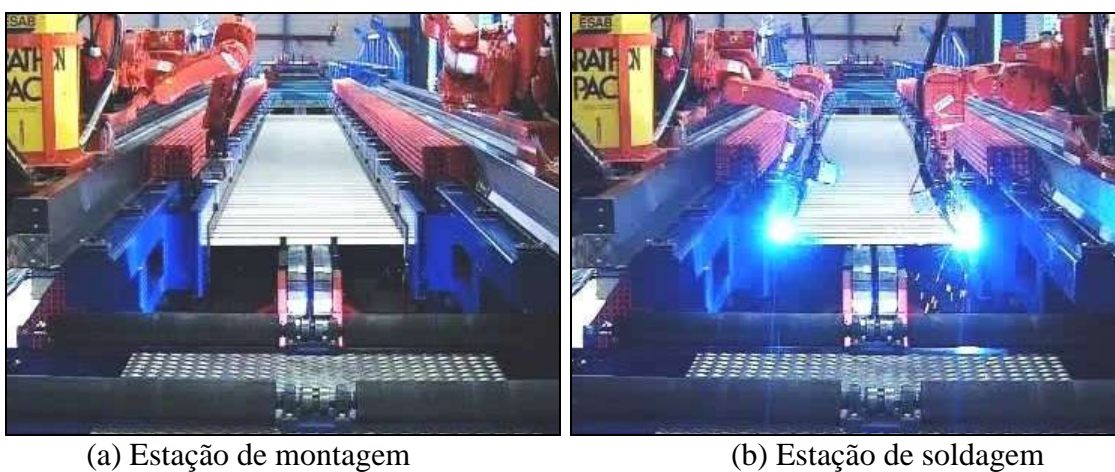
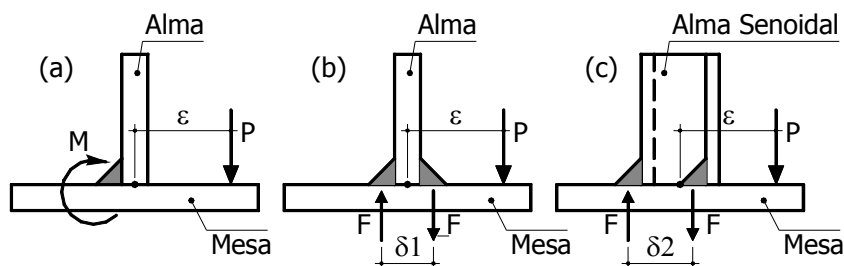


FIGURA 1.11 Etapas de soldagem. Fonte: SIOKOLA (1997)

Deve-se notar que, no caso de peças de alma plana, a ligação da alma às mesas usualmente é feita por meio de filetes contínuos de solda em ambos lados da alma (FIG. 1.12b), para que os momentos transversais sejam resistidos por meio do binário  $F \delta_1$ . Caso se utilize um único filete de solda, como ilustra a FIG. 1.12a, os momentos devem ser absorvidos pela ligação, gerando tensões extremamente elevadas na interface entre os elementos. Ao contrário, nas peças de alma senoidal, a ligação feita por um único filete de solda contínuo permite o surgimento dos binários  $F \delta_2$  pelos quais os momentos transversais são resistidos, em virtude da amplitude das corrugações (FIG. 1.12c). Além disso, as tensões produzidas na ligação são, em geral, inferiores às resultantes nas peças de alma plana, pois o braço de alavanca  $\delta_2$  é superior ao braço de alavanca  $\delta_1$ .



(a) alma plana- 1 filete (b) alma plana- 2 filetes (c) alma senoidal- 1 filete

FIGURA 1.12 Soldas de composição dos perfis de almas plana e senoidal

### 1.3.2 Vantagens e desvantagens das vigas de alma corrugada

As vigas de alma corrugada de seção I apresentam grande resistência à flambagem local da alma por tensões de cisalhamento, facilitando o alcance do esforço cortante resistente plástico. Esse fato permite economia, pois favorece a eliminação de enrijecedores transversais que encarecem a estrutura e que, possivelmente, seriam usados nas vigas de alma plana. Além disso, as espessuras das almas corrugadas são muito menores que as das almas planas.

HAMADA *et al.* apud WANG (2003) apresentaram um estudo mostrando que as vigas de alma corrugada pesam entre 9% e 13% menos que as vigas de alma plana. Por causa

da alta relação entre resistência e peso próprio, as vigas de alma corrugada permitem que maiores vãos sejam vencidos, diminuindo o número de pilares da obra e, conseqüentemente, de elementos de fundação, proporcionando maior velocidade e menor custo de montagem.

RESENDE (2006) mostrou um estudo comparando as massas de uma tesoura de cobertura com perfil de alma senoidal, perfil de alma plana e treliça. Essa tesoura possuía vão de 20 m, largura de influência de 10 m, recebia terças espaçadas de 1,5 m, e resistia uma carga permanente característica de 1,0 kN/m e sobrecarga característica de 2,5 kN/m. No final, chegou a uma massa de 37 kg/m no perfil de alma senoidal, 49 kg/m no perfil de alma plana e 42 kg/m na treliça. Esses valores indicam uma economia de 25% em material proporcionada pelo perfil de alma senoidal em relação ao de alma plana e de 12% em relação à treliça. RESENDE (2006) acrescenta ainda que, em relação à treliça, o perfil de alma senoidal possui custo de mão-de-obra 20% menor e a fabricação é quatro vezes mais rápida.

Em comparação com as peças de alma corrugada trapezoidal, as peças de alma senoidal possuem alguns aspectos favoráveis, como uma fabricação mais otimizada, menor susceptibilidade à flambagem local da alma, por não haver partes planas, e uma melhor aplicabilidade em estruturas sujeitas à fadiga, por não haver arestas.

Apesar das vantagens, em termos mundiais as peças de alma corrugada ainda apresentam uso aquém de suas potencialidades, principalmente por não constarem da maioria das normas de projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto, da falta de programas para o dimensionamento estrutural e de serem desconhecidas da maioria dos projetistas. Voltando à questão das normas de projeto, na verdade, o EN 1993-1-5 (2006) aborda alguns aspectos do comportamento dessas peças sob flexão, funcionando como elemento puramente de aço, em um anexo de caráter informativo, pouco esclarecedor. No Brasil, somente a partir de 2005 as peças de alma corrugada começaram a ser utilizadas, mas apenas com alma senoidal.

Entre as desvantagens, talvez a principal encontra-se relacionada ao projeto e à execução de ligações. Por exemplo, é necessário substituir, nas ligações onde a alma tenha a função de transmitir tensões normais, a alma corrugada por uma alma plana nas extremidades da peça. Uma opção seria efetuar ligações sem a participação da alma, mas isto muitas vezes leva a soluções pouco convencionais. Outra desvantagem refere-se ao comportamento em situações de incêndio, onde a reduzida espessura da alma pode causar aquecimento mais rápido da peça. Cita-se ainda o aspecto estético, que pode desagradar alguns observadores.

### 1.3.3 Dimensões e materiais das peças de aço com alma senoidal

Conforme explicitado no subitem 1.1, este trabalho irá tratar somente de vigas mistas com perfil de aço de alma senoidal, ou seja, perfil com a forma de I constituído por mesas de chapas planas e alma de chapa fina com corrugação senoidal (FIG. 1.13).



FIGURA 1.13 Vigas de aço com alma senoidal

As dimensões dos perfis de aço e a geometria das almas senoidais são mostradas na FIG. 1.14, conforme a empresa CODEME (2005).

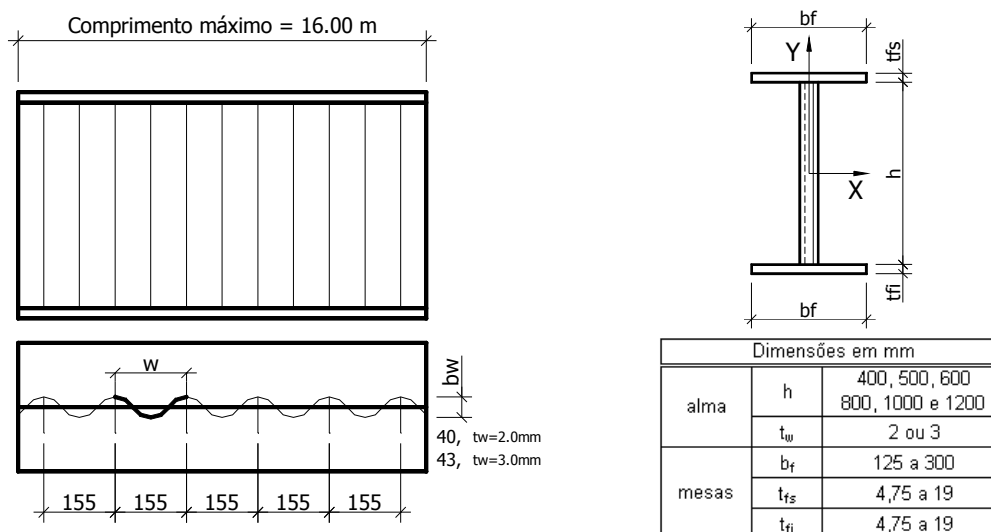


FIGURA 1.14 Dimensões dos perfis e geometria das almas senoidais. Fonte: CODEME (2005)

A altura da onda  $b_w$  é de 40 mm quando a espessura da alma  $t_w$  é igual a 2 mm, e de 43 mm quando a espessura da alma é de 3 mm. O período da onda  $w$  é sempre igual a 155 mm. Na Europa, a empresa austríaca Zeman fabrica perfis com essas mesmas dimensões e mesma geometria da alma senoidal, mas com a altura da alma atingindo 1500 mm. Além disso, essa empresa produz peças com altura da seção transversal variável ao longo do comprimento.

No Brasil, em decorrência da disponibilidade de produtos no mercado, os aços estruturais USI CIVIL 350 e USI CIVIL 300, ambos da Usiminas, estão sendo utilizados respectivamente na fabricação das mesas e da alma. As resistências ao escoamento e à ruptura são de 350 MPa e 500 MPa, respectivamente, para o aço USI CIVIL 350 e de 300 MPa e 410 MPa para o aço USI CIVIL 300.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo geral

Este trabalho de pesquisa tem como objetivo geral propor um procedimento para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal.

### 1.4.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos consistem em:

- propor uma metodologia experimental para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas utilizando protótipos representativos do mecanismo “U” invertido;
- avaliar fenômenos tais como plastificação da alma do perfil de aço, fissuração da laje, deformações locais da mesa superior e da conexão de cisalhamento, ocorridos nos protótipos “U” experimentais;
- propor modelos numéricos que representem fielmente os protótipos “U” experimentais visando à utilização desses em estudos paramétricos de avaliação da rigidez rotacional;
- avaliar a contribuição da rigidez da laje no valor da rigidez rotacional da viga mista, seja a laje do tipo maciça em concreto armado ou do tipo mista com fôrma de aço incorporada;
- avaliar a contribuição da rigidez da alma senoidal no valor da rigidez rotacional da viga mista;
- avaliar a contribuição da rigidez da conexão de cisalhamento no valor da rigidez rotacional da viga mista, seja a conexão composta por apenas um conector tipo pino com cabeça soldado na linha de centro da mesa superior do perfil ou composta por dois conectores soldados simetricamente em relação à essa linha;
- propor fórmulas e procedimentos, compatíveis com os do PR-NBR 8800 (2007) para vigas mistas com perfil de alma plana, que possam ser utilizados na determinação das rigidezes isoladas da laje, da alma senoidal e da conexão de cisalhamento e, conseqüentemente, da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal.

### 1.5 Justificativa

A busca por racionalização e otimização no projeto de estruturas de aço e mistas de aço e concreto tem levado à utilização de soluções estruturais que proporcionem



continuidade entre os elementos. Em particular, vigas mistas semicontínuas e contínuas conduzem a uma melhor distribuição de momento fletor, permitindo a utilização de peças com menores dimensões, todavia o estado limite último de flambagem lateral com distorção deve ser verificado.

A investigação da flambagem lateral com distorção de vigas mistas com perfis de alma senoidal é algo ainda inédito. Não foram encontradas publicações ou prescrições normativas sobre esse assunto nas literaturas científicas nacional e internacional. Nesse contexto, a presente pesquisa contribui para o desenvolvimento de uma metodologia que trate do estado limite de flambagem lateral com distorção em vigas mistas com perfis de alma senoidal.

Algumas vantagens das vigas de aço com alma corrugada foram discutidas no subitem 1.3.2, como por exemplo, a redução de peso dessas vigas em relação às de alma plana. Acoplando a tecnologia das estruturas mistas, que tira proveito dos dois materiais, aço e concreto, com a tecnologia de fabricação de perfis de aço cada vez mais leves, os resultados em relação à economia podem vir a ser promissores.

Vigas de aço com almas corrugadas foram fabricadas e usadas em diversos países, principalmente do chamado primeiro mundo. A partir de 2005, no Brasil, perfis de aço com alma senoidal começaram a ser produzidos, o que justifica ainda mais a necessidade de pesquisas, não somente sobre o estado limite de flambagem lateral com distorção, mas também sobre outros aspectos do comportamento dos mesmos, necessários ao projeto de edifícios e pontes.

Com base no exposto, conclui-se que esta investigação pode contribuir de forma expressiva para consolidação do uso de vigas mistas de aço e concreto mais leves. É necessário destacar, ainda, que a mesma é parte de um amplo projeto de pesquisa, em desenvolvimento no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas e no Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG, sobre vigas de aço e vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço de alma senoidal.

## **1.6 Formatação deste trabalho**

Neste trabalho, o próximo capítulo apresenta uma revisão da literatura sobre a flambagem lateral com distorção, que serve também como instrumento para o conhecimento dos procedimentos de projeto atualmente empregados para tratar esse tipo de fenômeno e das pesquisas realizadas sobre o mesmo, que praticamente se limitam às vigas de aço de alma plana.

O capítulo 3 apresenta a análise experimental utilizada na determinação da rigidez rotacional das vigas mistas com perfis de alma senoidal. Uma metodologia inédita é proposta e implementada para avaliação experimental da ação do mecanismo “U” na restrição rotacional das vigas mistas. Quatro protótipos “U” são projetados, com base em vigas mistas frequentemente utilizadas na construção civil, e ensaiados em laboratório de acordo com a metodologia proposta. Os procedimentos utilizados nos ensaios e os resultados para cada um dos protótipos “U” são relatados.

O capítulo 4 apresenta uma modelagem numérica desenvolvida para os protótipos experimentais, que utiliza o programa de elementos finitos ANSYS 9.0 (2004). Os protótipos “U” são representados por malhas de elementos finitos e análises não-lineares são implementadas visando obter uma reprodução fiel das condições de ensaio. Os resultados numéricos são confrontados com os resultados experimentais, permitindo a validação da modelagem numérica utilizada.

No capítulo 5, a modelagem numérica descrita no capítulo 4 é usada em uma análise paramétrica com o objetivo de estudar a influência de diversos parâmetros no valor da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal. Com os resultados dessa análise, são estabelecidos procedimentos consistentes de determinação das rigidezes isoladas da laje, da alma senoidal e da conexão de cisalhamento e, conseqüentemente, da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para estudos futuros.

# 2

## REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Introdução

#### 2.1.1 Considerações gerais

Neste capítulo, no subitem 2.2 são apresentados dois métodos para o cálculo do momento crítico elástico à FLD, ambos considerando o mecanismo “U” invertido, um por aproximação de energia com base em ROIK *et al.* (1990) e outro por analogia com o problema de uma barra comprimida em fundação elástica, devido à HANSWILLE (2002).

Pesquisas teóricas sobre a flambagem lateral com distorção, incluindo os estudos que conduziram aos métodos de projeto existentes, são discutidos no subitem 2.3. Os métodos de projeto abordados para vigas mistas com perfis de alma plana não-enrijecida (ver subitem 2.1.2) são o método do PR-NBR 8800 (2007), o método do EN 1994-1-1 (2004), o método da BS 5400-3 (2000), o método de GOLTERMANN e SVENSSON (1988), o método de WESTON *et al.* (1991) e o método apresentado por GALAMBOS (1998) e PARK *et al.* (2004). Os métodos de projeto abordados para vigas mistas com perfis de alma plana enrijecida (ver subitem 2.1.2) são o método da BS 5400-3 (2000) e o método de CHEN (1992).

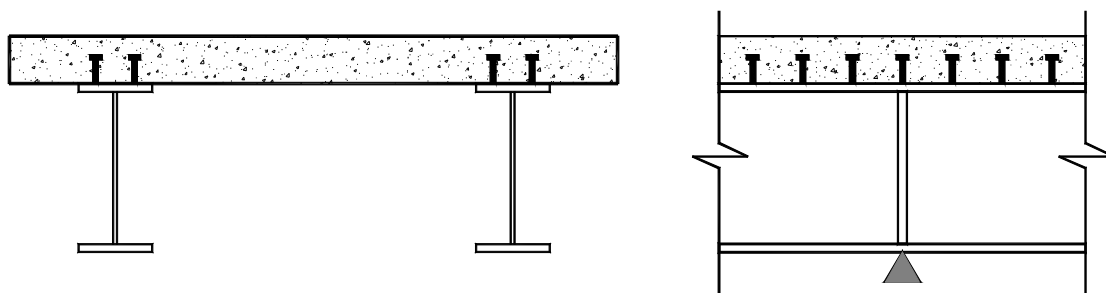
Há uma escassez de trabalhos experimentais sobre flambagem lateral com distorção de vigas mistas, possivelmente porque esse tipo de trabalho é oneroso e de difícil execução, devido à necessidade de se trabalhar em escala real para obtenção de resultados mais consistentes. Apenas dois trabalhos foram feitos, ambos na Inglaterra, o primeiro de FAN (1990) e o segundo de CHEN (1992), abordando aspectos de resistência e comportamento de vigas mistas de alma plana na região de momento negativo. Esses trabalhos são relatados em detalhes no subitem 2.4.

Deve-se notar que nos subitens 2.2 a 2.4, são tratadas somente vigas mistas de alma plana. Evidentemente, a apresentação de toda a literatura sobre a viga mista de alma plana se justifica por haver uma analogia entre o comportamento desta e o da viga mista de alma senoidal. Não foram encontrados na literatura estudos sobre a flambagem lateral com distorção de vigas mistas com perfis de alma senoidal.

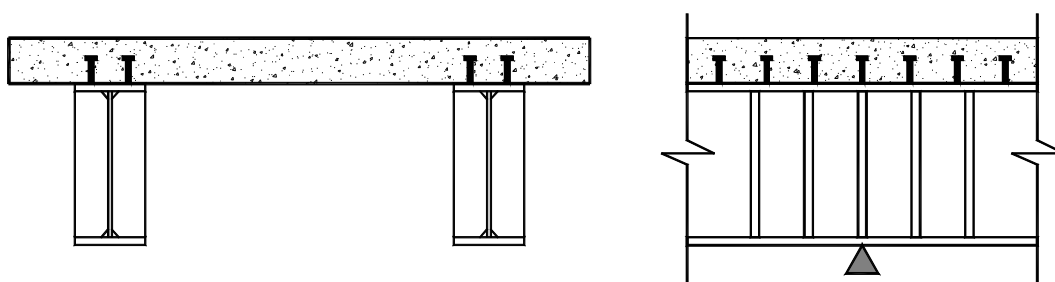
No subitem 2.5 são relatadas duas publicações, originadas da pesquisa desenvolvida neste trabalho, referentes à FLD de vigas mistas de alma senoidal, mais especificamente sobre a determinação da rigidez rotacional dessas vigas.

### **2.1.2 Mecanismos “U” invertido contínuo e discreto**

É necessário destacar que na literatura científica existem dois tipos de mecanismo “U” invertido, o mecanismo “U” contínuo e o mecanismo “U” discreto, conforme a FIG. 2.1. O mecanismo “U” contínuo é caracterizado por vigas mistas com enrijecedores verticais e contraventamentos laterais somente nos apoios internos. Uma restrição contínua é fornecida à mesa comprimida apenas por meio da laje de concreto e da alma das vigas de aço não-enrijecidas. O mecanismo “U” discreto existe em vigas mistas com vários enrijecedores transversais soldados à alma na região de momento negativo perto dos apoios internos. Uma restrição localizada é fornecida à mesa comprimida pelos enrijecedores verticais que agem como uma parte do mecanismo “U” discreto.



(a) Mecanismo “U” contínuo com duas vigas



(b) Mecanismo “U” discreto com duas vigas

FIGURA 2.1 Mecanismos “U” contínuo e discreto

No que se refere ao presente trabalho, o interesse maior é para o comportamento do mecanismo “U” contínuo, uma vez que usualmente não se colocam enrijecedores transversais nas almas corrugadas. Por essa razão, a revisão bibliográfica destaca com mais detalhes e informações esse mecanismo. Adicionalmente, ressalta-se que a determinação da rigidez rotacional feita no subitem 1.2 do capítulo 1 baseou-se no mecanismo “U” contínuo.

## 2.2 Métodos para determinação do momento crítico elástico na região de momento negativo

### 2.2.1 Importância do momento crítico elástico

A maioria dos métodos de projeto de vigas mistas semicontínuas e contínuas requer o conhecimento do momento crítico elástico na região de momento negativo para determinação do momento fletor resistente dessas vigas. Como já foi explicitado no

capítulo 1, a rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido é fundamental para o cálculo desse momento crítico.

### 2.2.2 Cálculo por aproximação de energia

O cálculo do momento crítico elástico por aproximação de energia, dado a seguir, baseia-se em ROIK *et al.* (1990). A Fig. 2.2 mostra uma viga mista de vão  $L$  sujeita a momentos de extremidade de sentidos opostos, ocasionando, portanto, um diagrama de momento fletor constante ao longo do vão. O cálculo do momento crítico elástico,  $M_{cr}$ , ou seja, o momento de bifurcação da posição de equilíbrio é feito considerando a resposta de um único mecanismo “U” contínuo à FLD.

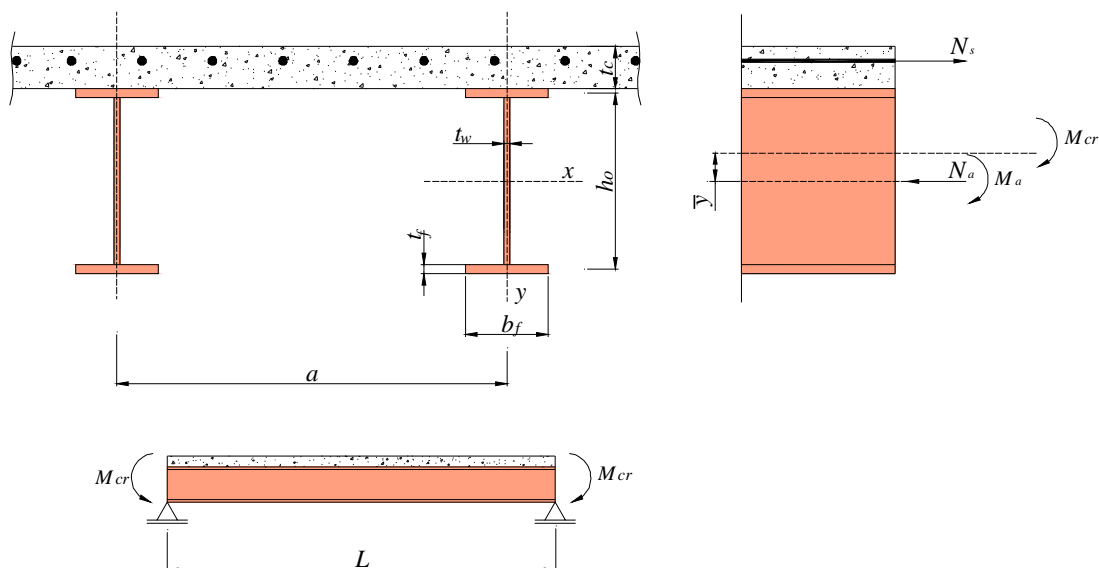


FIGURA 2.2 Viga mista com mecanismo “U” contínuo

Os esforços internos no perfil de aço, força axial de compressão e momento fletor,  $N_a$  e  $M_a$ , respectivamente, se relacionam com o momento crítico elástico, conforme as equações:

$$M_a = M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} \quad (2.1)$$

$$N_a = -M_{cr} \frac{\bar{y}A_a}{I_x} \quad (2.2)$$

onde  $I_{ax}$  e  $I_x$  são os momentos de inércia em relação ao eixo  $x$  da seção do perfil de aço e da seção mista, tomada como a seção do perfil de aço mais a seção da armadura negativa, respectivamente e  $\bar{y}$  é a distância do centro de gravidade da seção mista ao centro de gravidade da seção do perfil de aço. A excentricidade da força axial no perfil de aço,  $e$ , pode ser definida como:

$$e = \frac{M_a}{N_a} = \frac{I_{ax}}{\bar{y} A_a} \quad (2.3)$$

Um sistema equivalente ao da FIG. 2.2, mostrado na FIG. 2.3, é utilizado para representar o comportamento do mecanismo “U” na flambagem lateral com distorção. Nesse sistema, a laje de concreto é substituída por um apoio rígido, que impede o deslocamento lateral da mesa superior ao longo do vão. Um apoio elástico que impede parcialmente o giro da seção do perfil de aço é aplicado no ponto A da mesa superior. Esse apoio é contínuo ao longo do vão e sua rigidez é tomada como a rigidez rotacional do mecanismo “U”,  $k_r$ , definida no subitem 1.2. do capítulo 1.

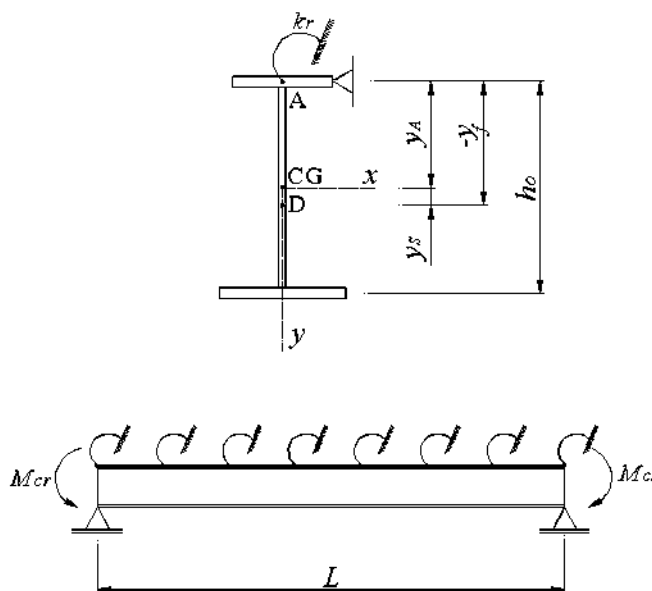


FIGURA 2.3 Sistema equivalente de ROIK *et al.* (1990)

O método da energia aplicado às condições de contorno mostradas na Fig. 2.3 fornece a seguinte expressão para a variação do potencial:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ \left( E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w \right) \phi'^2 + G_a J \phi'^2 + k_r \phi^2 + M_a r_{my} \phi'^2 \right] dz \quad (2.4)$$

$$- 2M_a y_f \phi \phi'' + N_a (y_f^2 + r_D^2) \phi'^2 + 2N_a y_s y_f \phi \phi''$$

onde:

$E_a$  e  $G_a$  são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do aço, respectivamente;

$I_{ay}$ ,  $J$  e  $C_w$  são o momento de inércia em relação ao eixo  $y$ , a constante de torção e a constante de empenamento, relativos à seção do perfil de aço;

$y_f$  é a distância entre o centro de rotação (ponto A) e o centro de cisalhamento (ponto D) da seção do perfil de aço;

$L$  é o comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios);

$r_D$  é o raio de giração polar da seção do perfil de aço em relação ao centro de cisalhamento,  $r_D^2 = y_D^2 + r_p^2$ ;

$r_p$  é o raio de giração polar da seção do perfil de aço,  $r_p^2 = (I_{ax} + I_{ay}) / A_a$ ;

$A_a$  é a área da seção do perfil de aço;

$k_r$  é a rigidez rotacional da viga mista, dada pela EQ. 1.8 do capítulo 1;

$y_s$  é a distância do centro geométrico ao centro de cisalhamento do perfil de aço, positiva quando o centro de cisalhamento e a mesa comprimida pelo momento negativo estão do mesmo lado do centro geométrico;

e  $r_{my}$  é igual a  $-2 y_j$ , sendo  $y_j = y_s - \int \frac{y(x^2 + y^2)}{2I_{ax}} dA$ .

Com a solução  $\phi = \phi_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi z}{L}\right)$  e os esforços internos  $N_a$  e  $M_a$  dados pelas EQs. (2.1) e

(2.2), tem-se:

$$M_{cr} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{\alpha_g}{h_o} \left\{ E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w + \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \left[ G_a J + k_r \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \right] \right\} \quad (2.5)$$



onde  $\alpha_g$  é um fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista, dado por:

$$\alpha_g = \frac{h_o I_x / I_{ax}}{\frac{(y_f - y_s)^2 + r_p^2}{e} + 2(y_f - y_j)} \quad (2.6)$$

A expressão  $(E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w)$  é a rigidez ao empenamento do perfil de aço em relação ao centro de rotação. Pode-se denominar  $C_{w,A}$  de constante de empenamento do perfil de aço em relação ao centro de rotação, sendo seu valor dado por:

$$C_{w,A} = C_w + y_f^2 I_{ay} = I_{af,y} h_o^2 \quad (2.7)$$

onde  $I_{af,y}$  é o momento de inércia da mesa inferior com relação ao eixo  $y$ . Após algumas operações matemáticas, obtém-se:

$$M_{cr} = \frac{C_{dist} \alpha_g}{L} \sqrt{\left( G_a J + k_r \frac{L^2}{\pi^2} \right) E_a I_{afy}} \quad (2.8)$$

O coeficiente  $C_{dist}$  considera a influência da forma do diagrama de momento fletor em função do parâmetro  $\gamma$ , dado por:

$$\gamma = \frac{E_a I_{af,y} h_o^2}{\left( G_a J + k_r \frac{L^2}{\pi^2} \right) L^2} \quad (2.9)$$

Portanto, o parâmetro  $\gamma$  depende das propriedades geométricas e mecânicas do perfil de aço. Para diagrama de momento fletor constante, tem-se:

$$C_{dist} = \pi^2 \sqrt{\gamma} + \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \quad (2.10)$$

A solução segundo a Eq. (2.8) pode ser utilizada para outras formas de diagrama de momento fletor. Casos práticos de vigas mistas solicitadas a momento fletor variável ao

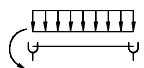
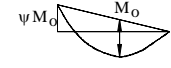
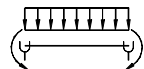
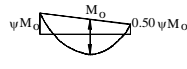
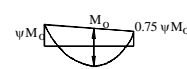
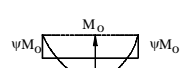
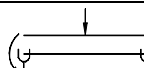

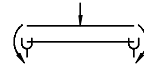
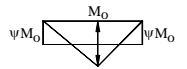
longo do vão foram resolvidos pelo Método dos Elementos Finitos e pelo processo de Ritz, no qual para o estabelecimento dos deslocamentos foram usadas funções polinomiais de interpolação de terceira ordem de Hermite. O cálculo do momento crítico elástico (menor autovalor) foi efetuado com auxílio do método da biseção e seguido da iteração da secante.

Foi demonstrado que existe apenas uma leve dependência dos valores de  $C_{dist}$  com o perfil de aço escolhido. Então, a favor da segurança, pode-se adotar o valor de  $C_{dist}$  dado nas TABs. 2.1 a 2.3.

Na Eq. (2.8) o termo  $G_a J$  fornece a contribuição da rigidez à torção uniforme do perfil de aço. Essa rigidez é pequena quando comparada com  $k_r L^2 / \pi^2$ , podendo ser desprezada no cálculo do momento crítico elástico sem perda de precisão considerável, JOHNSON (2004). A Eq. (2.8) torna-se então independente do vão  $L$ :

$$M_{cr} = \frac{C_{dist} \alpha_g}{\pi} \sqrt{k_r E_a I_{afy}} \quad (2.11)$$

TABELA 2.1 Valores de  $C_{dist}$  para vãos com cargas transversais. Fonte: ROIK *et al.* (1990)

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor <sup>1)</sup>	$C_{dist}$								
		$\psi=0,50$	$\psi=0,75$	$\psi=1,00$	$\psi=1,25$	$\psi=1,50$	$\psi=1,75$	$\psi=2,00$	$\psi=2,25$	$\psi=2,50$
		41,5	30,2	24,5	21,1	19,0	17,5	16,5	15,7	15,2
		33,9	22,7	17,3	14,1	13,0	12,0	11,4	10,9	10,6
		28,2	18,0	13,7	11,7	10,6	10,0	9,5	9,1	8,9
		21,9	13,9	11,0	9,6	8,8	8,3	8,0	7,8	7,6
		28,4	21,8	18,6	16,7	15,6	14,8	14,2	13,8	13,5
		12,7	9,89	8,6	8,0	7,7	7,4	7,2	7,1	7,0

NOTA:  
<sup>1)</sup>  $M_o$  é o momento máximo solicitante de cálculo, considerando o tramo analisado como biapoiado.

TABELA 2.2 Valores de  $C_{dist}$  para vãos sem cargas transversais. Fonte: ROIK *et al.* (1990)

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor <sup>1)</sup>	$C_{dist}$				
		$\psi=0,00$	$\psi=0,25$	$\psi=0,50$	$\psi=0,75$	$\psi=1,00$
		11,1	9,5	8,2	7,1	6,2
		11,1	12,8	14,6	16,3	18,1

NOTA:  
<sup>1)</sup> M é o maior momento negativo solicitante de cálculo, em módulo, no trecho analisado, sendo que valores de  $\psi$  maiores que 1,00 devem ser tomados iguais a 1,00.

TABELA 2.3 Coeficiente  $C_{dist}$  para vigas semicontínuas submetidas a carregamento uniformemente distribuído. Fonte: ROIK *et al.* (1990)

$\psi_1 = \frac{M_{pd,b}}{M_{ppd}}$ $\psi_2 = \frac{M_{pd,a}}{M_{pd,b}}$ <sup>1)</sup>	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
1,00	21,9	24,0	26,7	29,5	32,7	34,2
0,75	26,5	29,0	32,0	35,0	38,0	39,8
0,50	30,5	33,9	37,0	40,4	44,3	45,7
0	32,4	36,5	42,6	47,6	51,8	53,5

$M_{pd,a} = M_{pd,b}$

$M_{pd,a} < M_{pd,b}$

NOTA:  
<sup>1)</sup>  $M_{ppd}$  é o momento plástico positivo resistente;  $M_{pd,a}$  é o menor momento plástico resistente de cálculo, em módulo, nas extremidades do tramo considerado;  $M_{pd,b}$  é o maior momento plástico resistente de cálculo, em módulo, nas extremidades do tramo considerado.

Sendo  $y_f = \frac{I_{af,y}}{I_{ay}} h_o$ , o cálculo do fator  $\alpha_g$  pela EQ. (2.6) pode ser simplificado para o caso de  $I_{af,y} > 0,5 I_{ay}$ , já que, nesta condição, o parâmetro  $y_j$  pode ser tomado com boa precisão como:

$$y_j = 0,4 \left( 2 \frac{I_{af,y}}{I_{ay}} - 1 \right) h_o \quad (2.12)$$

Como  $y_f + y_s = y_A$ , a expressão para o fator  $\alpha_g$  fica:

$$\alpha_g = \frac{h_o I_x / I_{ax}}{\frac{y_A^2 + r_p^2}{e} + 2 \frac{I_{af,y}}{I_{ay}} h_o - 0,8 \left( 2 \frac{I_{af,y}}{I_{ay}} - 1 \right) h_o} \quad (2.13)$$

Se a seção do perfil de aço for duplamente simétrica, tem-se  $I_{af,y}/I_{ay} = 0,5$  e  $y_A = 0,5 h_o$ , o que leva a um fator  $\alpha_g$  dado por:

$$\alpha_g = \frac{h_o I_x / I_{ax}}{\frac{h_o^2/4 + r_p^2}{e} + h_o} \quad (2.14)$$

### 2.2.3 Cálculo por analogia com a barra comprimida em fundação elástica

A analogia entre as equações diferenciais da FLD e as da flambagem lateral de uma barra comprimida em fundação elástica foi estudada por HANSWILLE (2002) visando a obtenção do momento crítico elástico de uma viga mista sujeita a carga vertical e momento de torção distribuídos ao longo do vão, além dos momentos de extremidade.

Assim como o sistema equivalente de ROIK *et al.* (1990), o sistema equivalente de HANSWILLE (2002) mostrado na FIG. 2.4, é composto pelo perfil de aço, um apoio rígido que impede o deslocamento lateral da mesa superior e um apoio elástico que restringe parcialmente o giro da seção do perfil de aço. A diferença entre esses sistemas está no carregamento que a viga de aço está sujeita.

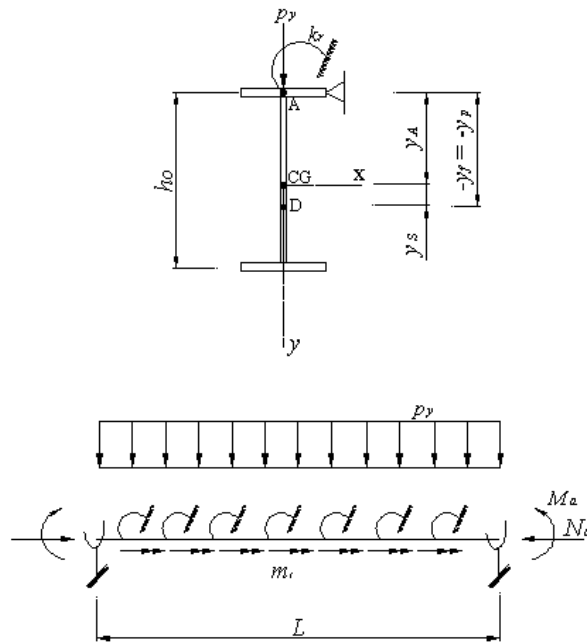


FIGURA 2.4 Sistema equivalente de HANSWILLE (2002)

No sistema equivalente mostrado na FIG. 2.4, os esforços internos no perfil de aço,  $N_a$  e  $M_a$ , também podem ser expressos em função do momento crítico elástico da seção mista  $M_{cr}$ , conforme as EQs. (2.1) a (2.3).

A equação diferencial de equilíbrio para o problema da FIG. 2.4 é dada por:

$$E_a C_{w,A} \phi'''' - G_a J \phi'' + \left[ M_a (2y_f - r_{my}) \right] + N_a \left[ (y_f + y_s)^2 + r_p^2 \right] \phi' + \left[ P_y (y_p - y_f) + k_r \right] \phi = m_t \quad (2.15)$$

onde  $y_p$  é a posição da carga distribuída em relação ao centro de cisalhamento. Como já foi exposto no subitem anterior,  $C_{w,A}$  é a constante de empenamento do perfil de aço em relação ao centro de rotação A, dada pela EQ. (2.7). A definição das outras variáveis da EQ. (2.15) é a idêntica à dada no subitem anterior.

Substituindo os esforços,  $N_a$  e  $M_a$ , na Eq. (2.15) e considerando que  $y_p = y_f$ , tem-se:

$$E_a C_{w,A} \phi'''' + \left[ (k_y M_{cr} - G_a J) \phi' \right] + k_r \phi = m_T \quad (2.16)$$

onde  $k_y$  é dado por

$$k_y = \left[ \frac{(y_f + y_s)^2 + i_p^2}{e} + 2y_f - r_{my} \right] \frac{I_{ax}}{I_x} \quad (2.17)$$

A equação diferencial de equilíbrio dada pela Eq.(2.16) tem a mesma estrutura da equação diferencial de equilíbrio do problema da coluna comprimida sobre fundação elástica, Eq. (2.18), adicionando uma força de tração  $H$ :

$$E_a I_x w'''' + [(N(z) - |H|)w'] + C_s w = p_y \quad (2.18)$$

A analogia mostrada na TAB 2.4 pode ser usada para resolver o problema da FLD. No caso de força axial constante na barra comprimida em fundação elástica e momentos de extremidade iguais no caso da FLD, as seguintes equações diferenciais são derivadas das Eqs. (2.18) e (2.16):

$$w'''' + \left(\frac{\varepsilon_k}{L}\right)^2 w'' + \left(\frac{\eta_k}{L^2}\right)^2 w = 0 \quad \phi'''' + \left(\frac{\varepsilon_B}{L}\right)^2 \phi'' + \left(\frac{\eta_B}{L^2}\right)^2 \phi = 0 \quad (2.19)$$

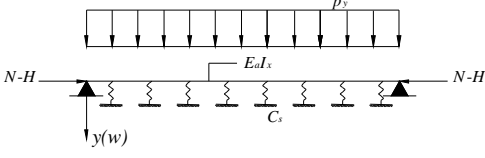
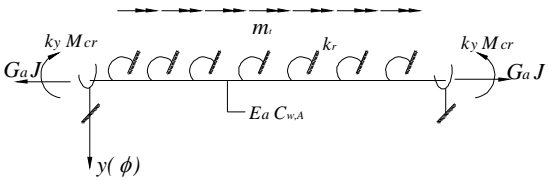
$$\varepsilon_k = L\sqrt{(N - |H|)/E_a I_x} \quad \varepsilon_B = L\sqrt{(k_y M_{cr} - G_a J)/E_a C_{w,A}} \quad (2.20)$$

$$\eta_k = \sqrt{C_s L^4 / (E_a I_x)} \quad \eta_B = \sqrt{k_r L^4 / (E_a C_{w,A})} \quad (2.21)$$

A carga crítica  $N_{cr}$  da barra comprimida em fundação elástica e o momento crítico elástico  $M_{cr}$  da viga mista na região de momento negativo resultam das Eqs. (2.19) com soluções gerais  $w(z) = C \text{sen}(n\pi z/L)$  e  $\phi(z) = \phi_0 \text{sen}(n\pi z/L)$ , respectivamente, onde  $n$  é o número de ondas desconhecido,

$$N_{cr} = \frac{E_a I_x}{L^2} \left| (n\pi)^2 + \left(\frac{\eta_k}{n\pi}\right)^2 \right| + H \quad M_{cr} = \frac{1}{k_y} \frac{E_a C_{w,A}}{L^2} \left| (n\pi)^2 + \left(\frac{\eta_B}{n\pi}\right)^2 \right| + G_a J \quad (2.22)$$

TABELA 2.4 Analogia entre a barra comprimida em fundação elástica e o problema da FLD.  
Fonte: HANSWILLE (2002)

Equações diferenciais de equilíbrio	
<p>Flambagem lateral de uma barra comprimida em fundação elástica</p> 	<p>Flambagem lateral com distorção de uma viga com apoio lateral na mesa superior e restrição elástica a torção</p> 
$E_a I_y w'''' + [(N(z) -  H )w'] + C_s w = p_y$	$E_a C_{w,A} \phi'''' + [(k_y M_{cr} - G_a J)\phi'] + k_r \phi = m_T$
Deslocamento $w$	Rotação $\phi$
Módulo de fundação $C_s$	Rigidez rotacional da viga mista $k_r$
Força normal $H$	Rigidez à torção uniforme $G_a J$
Rigidez à flexão $E_a I_y$	Rigidez ao empenamento $E_a C_{w,A}$
Força normal $N(z)$	Momento de flexão $k_y M_{cr}(z)$
Carregamento	
Carga uniformemente distribuída $p_y$	Momento de torção distribuído $m_T$
Carga concentrada $P_y$	Momento de torção concentrado $M_T$
Momento de flexão $M_x$	Bimomento $M_w$
Condições de contorno	
Apoio simples $w = 0$ e $w'' = 0$	$\phi = 0$ e $\phi'' = 0$
Apoio engastado $w = 0$ e $w' = 0$	Empenamento restringido $\phi = 0$ e $\phi' = 0$
Esforços internos	
Momento de flexão $M_x = -E_a I_x w''$	Bimomento $M_w = -E_a C_{w,A} \phi''$
Cortante vertical $V_y = -E_a I_x w'''$	Momento de torção $M_{zs} = -E_a C_{w,A} \phi'''$

A FIG. 2.5 mostra que o número de ondas  $n$  depende do fator de rigidez  $\sqrt{\eta} / \pi$ . Os valores mínimos de carga e momento críticos podem ser determinados das seguintes condições:

$$\frac{dN_{cr}}{dn} = 0 \Rightarrow n = \frac{\sqrt{\eta_k}}{\pi} \qquad \frac{dM_{cr}}{dn} = 0 \Rightarrow n = \frac{\sqrt{\eta_B}}{\pi} \quad (2.23)$$

Substituindo o número de ondas  $n$  de acordo com a EQ. (2.23) na EQ. (2.22), tem-se:

$$N_{cr,min} = 2\sqrt{E_a I_x C_s} + H \quad M_{cr,min} = \frac{1}{k_y} \left| 2\sqrt{E_a C_{w,A} k_r} + G_a J \right| \quad (2.24)$$

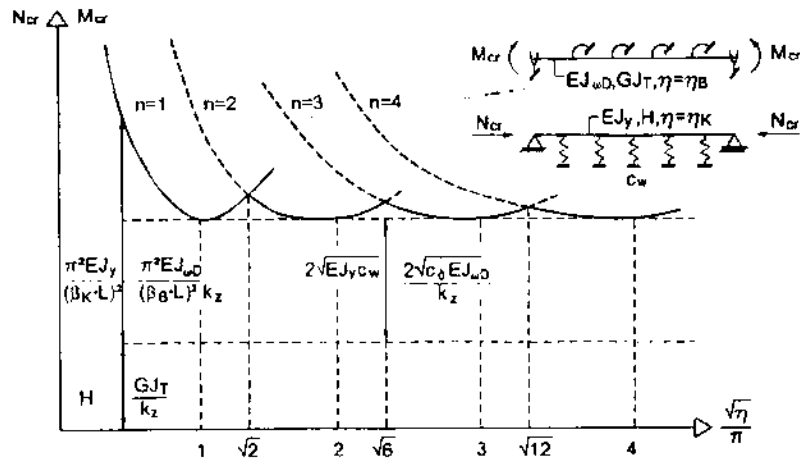


FIGURA 2.5 Carga crítica elástica  $N_{cr}$  (momento crítico elástico  $M_{cr}$ ) em função de  $\eta_K$  ( $\eta_B$ )  
Fonte: HANSWILLE (2002)

Para o método proposto, um coeficiente de flambagem  $\beta_B$  é introduzido para a flambagem lateral com distorção, que correspondente a um coeficiente de flambagem  $\beta_k$  para a barra comprimida. Esses coeficientes de flambagem se referem ao momento crítico elástico  $M_{cr}$  ou, na analogia, à carga crítica  $N_{cr}$ , desprezando-se a rigidez à torção uniforme ou, na analogia, a força de tração  $H$ . Comparando-se os resultados para  $M_{cr}$  e  $N_{cr}$  com a carga de flambagem de Euler de uma coluna simplesmente apoiada, tem-se:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E_a I_x}{(\beta_k L)^2} + |H| \quad M_{cr} = \frac{1}{k_y} \left( \frac{\pi^2 E C_{w,A}}{(\beta_B L)^2} + G_a J \right) \quad (2.25)$$

onde os coeficientes de flambagem são dados pela EQ. (2.26) e o número de ondas tomado da FIG. 2.5.

$$\beta_k = \sqrt{\frac{1}{n^2 + \left(\frac{1}{n\pi}\right)^2 \left(\frac{\eta_k}{\pi}\right)^2}} \quad \beta_B = \sqrt{\frac{1}{n^2 + \left(\frac{1}{n\pi}\right)^2 \left(\frac{\eta_B}{\pi}\right)^2}} \quad (2.26)$$



Com base na analogia descrita acima, o coeficiente de flambagem para FLD,  $\beta_B$ , pode ser calculado com a ajuda de programas de computador para vigas com diagrama de momento fletor não-uniforme. Coeficientes de flambagem são mostrados nas FIGS. 2.6 e 2.7 para vigas com cargas distribuída e concentrada em conjunto com momentos desiguais nas extremidades.

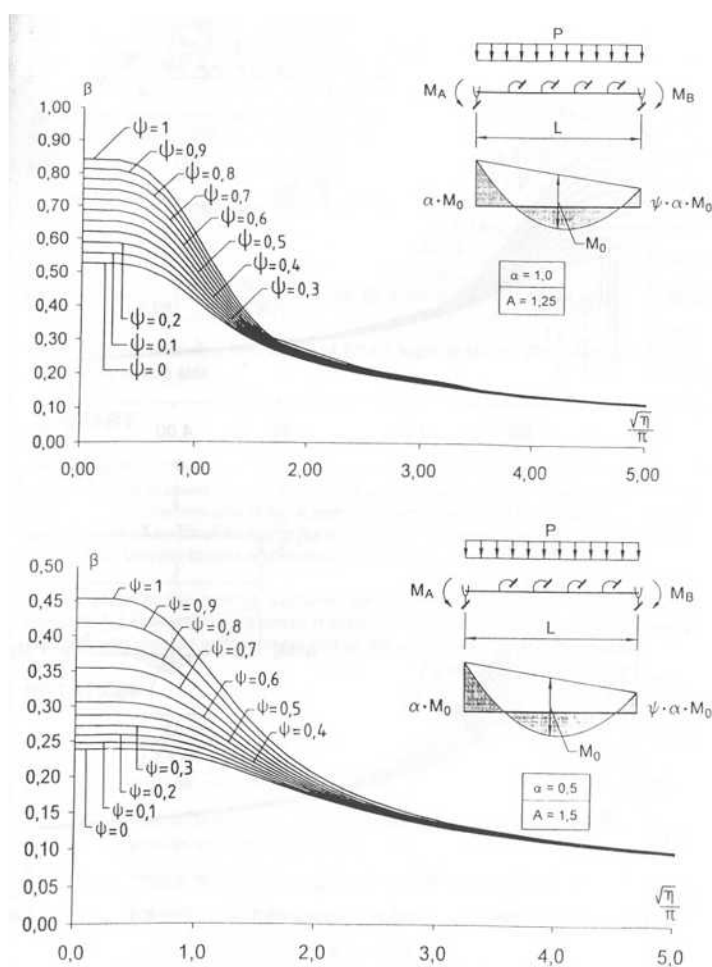


FIGURA 2.6 Coeficiente de flambagem  $\beta_B$  para vigas com momentos de extremidade e carga uniformemente distribuída. Fonte: HANSWILLE (2002)

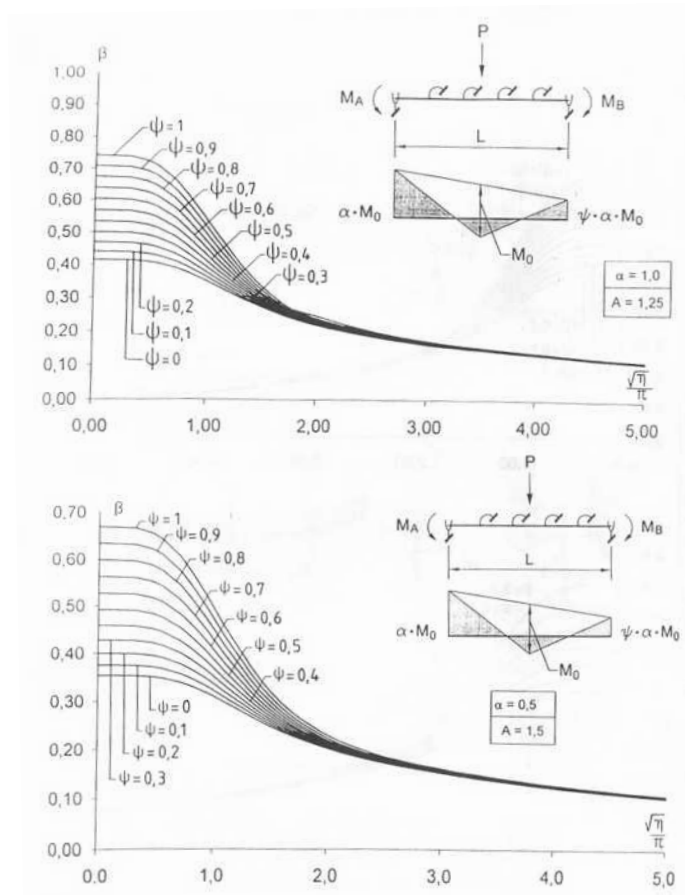


FIGURA 2.7 Coeficiente de flambagem  $\beta_B$  para vigas com momentos de extremidade e carga concentrada no meio do vão. Fonte: HANSWILLE (2002)

Se a força axial  $N$  (na analogia, momento fletor) não é constante ao longo do comprimento da viga, a força de tração  $H$  (na analogia, a rigidez à torção uniforme) influencia o comprimento de flambagem, que depende da distribuição da força axial,  $N(x) - |H|$ . Isso pode ser levado em conta pela consideração de um rigidez à torção uniforme efetiva  $(G_a J)_{ef}$ , que depende da razão entre os momentos de extremidade  $\psi$  e o fator  $A$ , dado nas FIGs. 2.6 e 2.7. A eq. (2.25) pode ser reescrita como:

$$M_{cr} = \frac{1}{k_y} \left( \frac{\pi^2 E_a C_{w,A}}{(\beta_B L)^2} + (G_a J)_{ef} \right) \quad (G_a J)_{ef} = A(1,5 - 0,5\psi)G_a J \quad (2.27)$$

O momento crítico elástico de vigas mistas contínuas de alma plana foi calculado pelo método da analogia da barra comprimida em fundação elástica para vãos variando entre

10 e 25 vezes a altura do perfil de aço. Momentos críticos correspondentes também foram calculados pela aproximação de energia dada no subitem 2.2.2. Esses valores de momento foram comparados com valores obtidos pelo M.E.F. A comparação demonstrou que a aproximação de energia pode conduzir a resultados contrários a segurança no caso de vigas com momentos de extremidade desiguais e no caso de vãos extremos de vigas contínuas. Como exemplo, HANSWILLE (2002) obteve para um vão extremo de viga mista de comprimento 20 m e perfil de aço HEA 800 A um momento crítico elástico de 10974 kN.m pela analogia da barra comprimida e de 15063 kN.m pela aproximação de energia. Esses resultados, quando comparados com o valor obtido pela análise numérica (10995 kN.m), mostraram que a aproximação de energia ficou 37% contrária a segurança e que a análise da barra comprimida ficou 0,2% a favor da segurança.

## **2.3 Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção (FLD)**

### **2.3.1 Perfis de alma plana não-enrijecida**

Muitas pesquisas tentaram explorar o benefício potencial da ação do mecanismo “U” contínuo na estabilidade de vigas mistas não-enrijecidas, esperando que sistemas de contraventamentos e enrijecedores verticais pudessem ser completa ou parcialmente evitados em estruturas de edifícios e pontes. Essas pesquisas resultaram em uma grande variedade de métodos para o cálculo do momento fletor resistente à FLD de vigas mistas não-enrijecidas, dos quais, seis métodos, descritos nos subitens 2.3.1.1 a 2.3.1.6 são abordados nesta pesquisa.

#### **2.3.1.1 Método de cálculo do PR-NBR 8800 (2007)**

O PR-NBR 8800 (2007) adotou um método de cálculo para o momento fletor resistente à FLD de vigas mistas contínuas e semicontínuas similar ao do EN 1994-1-1 (2004), onde o momento fletor resistente à FLD,  $M_{Rk, dist}^-$ , é obtido em função do momento fletor resistente da seção mista (seção do perfil de aço mais seção da armadura) na

região de momento negativo,  $M_{Rk}^-$ , que pode ser tomado como o momento de plastificação da seção mista na região de momento negativo, quando não houver ocorrência de instabilidade local:

$$M_{Rk,dist}^- = \chi_{dist} M_{Rk}^- \quad (2.28)$$

sendo  $\chi_{dist}$  o fator de redução para flambagem lateral com distorção. Existem poucos trabalhos sobre a influência das imperfeições iniciais, tensões residuais e escoamento do aço na flambagem lateral com distorção. Assim, as curvas de resistência à compressão de barras comprimidas (FIG. 2.8) são utilizadas na obtenção do fator de redução  $\chi_{dist}$  em função do parâmetro de esbeltez,  $\lambda_{dist}$ . A curva *a* é utilizada para os perfis laminados e soldados fabricados por deposição de metal de solda com chapas cortadas a maçarico, e a curva *c* para os demais perfis soldados.

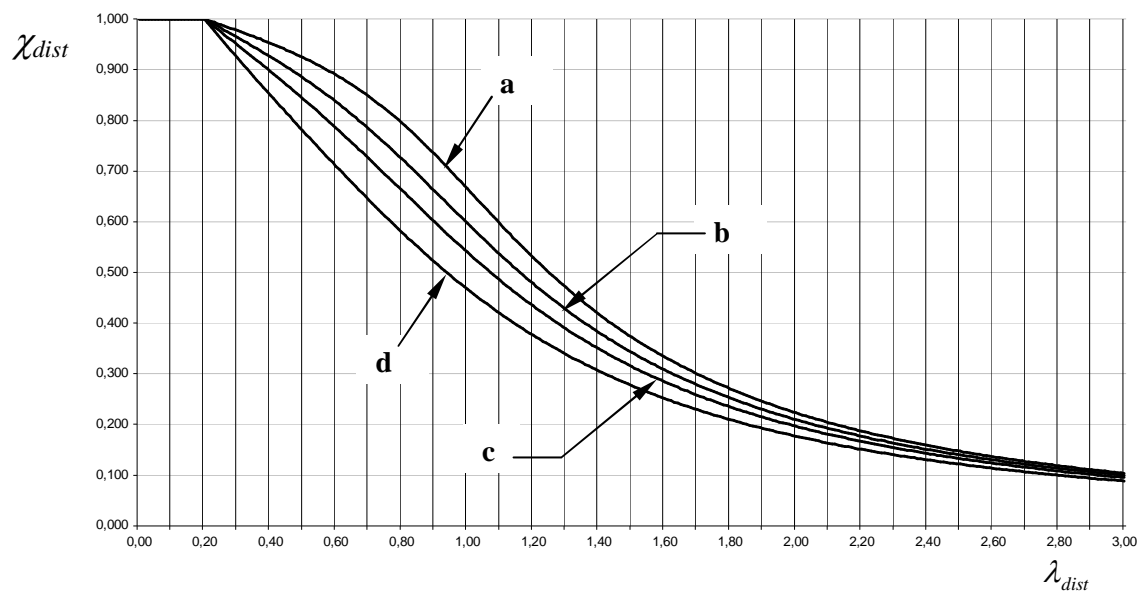


FIGURA 2.8 Curvas de resistência à compressão

O parâmetro de esbeltez,  $\lambda_{dist}$ , é dado pela expressão:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (2.29)$$

onde  $M_{cr}$  é o momento crítico elástico na região de momento negativo, estimado por aproximação de energia, conforme a EQ. 2.8.

Para o cálculo da rigidez rotacional da viga mista,  $k_r$ , o PR-NBR 8800 (2007) ignora a influência da flexibilidade da conexão de cisalhamento, pelas razões já descritas no subitem 1.2.2 do capítulo 1.

Resultados de ensaios mostram que a flambagem lateral com distorção não reduz o momento fletor resistente da seção mista se  $\lambda_{dist}$  é inferior a 0,4, então pode-se adotar  $\chi_{dist} = 1$  quando  $\lambda_{dist} \leq 0,4$ .

Uma equação alternativa para o parâmetro de esbelteza pode ser utilizada em perfis com seção duplamente simétrica:

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left( 1 + \frac{t_w h_o}{4b_f t_f} \right) \left[ \left( \frac{f_y}{E_a C_{dist}} \right)^2 \left( \frac{h_o}{t_w} \right)^3 \left( \frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad (2.30)$$

Essa equação foi obtida por meio de várias simplificações a favor da segurança descritas em JOHNSON e ANDERSON (2004). Sua utilização fornece um cálculo muito mais simples e rápido sem que haja perda considerável de economia no dimensionamento de vigas mistas, JOHNSON (2004).

### 2.3.1.2 Método de cálculo do EN 1994-1-1 (2004)

O método de cálculo do EN 1994-1-1 (2004) originou o procedimento do PR-NBR 8800 (2007) descrito no subitem anterior. O uso do mecanismo “U” é recomendado pelo EN 1994-1-1 (2004) no cálculo do momento crítico elástico sempre que a laje estiver apoiada em uma ou mais vigas paralelas à viga mista considerada, entretanto, o EN 1994-1-1 (2004) não fornece a expressão para o momento crítico elástico na região de momento negativo. Para a rigidez rotacional do mecanismo “U”, uma expressão é fornecida desprezando também a flexibilidade da conexão de cisalhamento.

Adicionalmente, o EN 1994-1-1 (2004) permite uma verificação do estado limite de FLD sem cálculo direto em determinados casos. Esta verificação não consta no PR-NBR 8800 (2007) e é direcionada aos perfis europeus. De acordo com o EN 1994-1-1 (2004), uma viga mista contínua de seção transversal de classe 1, 2 ou 3, ou seja, que não sofre flambagem local em regime elástico, está isenta da verificação do estado limite de FLD desde que satisfaça as seguintes condições:

- a) Os vãos adjacentes não apresentam uma diferença de comprimento superior a 20% do vão menor. No caso de balanço, o seu comprimento não excede 15% do comprimento do vão adjacente.
- b) O carregamento em cada vão é uniformemente distribuído e o valor da carga permanente de cálculo representa mais que 40% da carga total de cálculo.
- c) A mesa superior do perfil de aço está ligada a uma laje mista ou de concreto armado por meio de conectores de cisalhamento.
- d) A mesma laje também está ligada a outro elemento de apoio aproximadamente paralelo à viga mista considerada, de modo a formar um mecanismo “U” invertido de largura  $a$ .
- e) Se a laje for mista tem a capacidade de vencer o vão entre os dois elementos de apoio do mecanismo “U” invertido considerado.
- f) Em cada apoio da viga de aço, a sua mesa inferior está restringida ao deslocamento lateral e a sua alma possui enrijecedor transversal.
- g) Se a viga de aço é um perfil IPE ou HE, sua altura  $h$  não excede os limites dados na TAB. 2.5.

TABELA 2.5 Altura máxima  $d$  (mm) da viga de aço. Fonte: EN 1994-1-1 (2004)

Viga de aço	Tipo de aço			
	S 235	S 275	S 355	S 420 e S 460
IPE	600	550	400	270
HE	800	700	650	500

### 2.3.1.3 Método de cálculo da BS 5400-3 (2000)

Neste método, a mesa inferior é idealizada como uma barra comprimida em fundação elástica de rigidez  $1/\delta$ , sendo  $\delta$  a flexibilidade lateral do mecanismo “U” contínuo. Como não é difícil deduzir, a flexibilidade lateral do mecanismo “U” contínuo, desprezando a deformação da conexão de cisalhamento, é dada por:

$$\delta = \frac{h_o^2 a}{\alpha(EI)_2} + \frac{h_o^3}{3D} \quad (2.31)$$

onde o primeiro termo do segundo membro é o deslocamento lateral da mesa inferior do perfil proporcionado pela flexão da laje de concreto quando atua no centro geométrico dessa mesa uma força  $F$  unitária (ver FIG. 1.5) e o segundo termo é o deslocamento proporcionado pela distorção da alma (ver FIG. 1.6). As demais variáveis já foram definidas no subitem 1.2.2 do capítulo 1. A BS 5400-3 (2000) propõe uma expressão para  $\delta$  levemente diferente da EQ. (2.31), mostrada a seguir:

$$\delta = \frac{u d_2^2 a}{(EI)_2} + \frac{d_1^3}{3E_a I_w} \quad (2.32)$$

onde  $u$  é um fator equivalente ao inverso de  $\alpha$ , igual a 0,5 para vigas extremas e 0,33 para vigas internas. Para cálculo da flexibilidade da alma, utilizam-se a rigidez à flexão de uma barra,  $E_a I_w$ , no lugar da rigidez à flexão de uma placa,  $D$ , e a distância  $d_1$  do centro geométrico da mesa comprimida à face inferior da laje. A flexibilidade da laje é calculada com a distância  $d_2$  do centro geométrico da mesa comprimida ao centro geométrico da laje, conforme FIG. 2.9. A flexibilidade lateral devido à deformação da conexão de cisalhamento,  $\delta_s$ , também não é considerada.

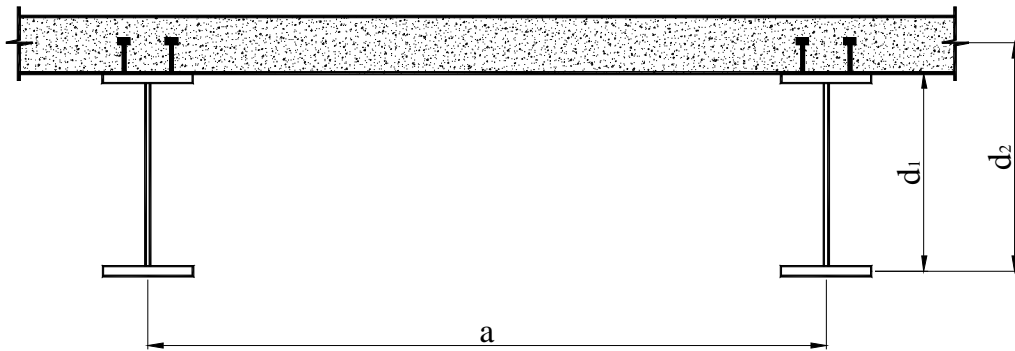


FIGURA 2.9 Vigas mistas com restrição contínua. Adaptada da BS 5400-3 (2000)

Quando a restrição à mesa comprimida é fornecida pela laje e pela alma não-enrijecida ao longo do comprimento da viga, o efeito dessa restrição é considerado assumindo que a laje e as almas das vigas de aço compõem uma série de mecanismos “U” contínuos de comprimento longitudinal unitário. O comprimento de flambagem efetivo  $l_e$  deve ser calculado conforme EQ. (2.33):

$$l_e = 2,22 k_2 k_3 (E_a I_{afc} \delta)^{0,25} \quad (2.33)$$

onde  $I_{afc}$  é o momento de inércia da mesa comprimida em relação ao eixo paralelo à alma,  $k_2$  é igual a 1,0 ou 1,2 se a carga é aplicada na mesa superior e ambas, carga e mesa, estão livres para se mover lateralmente,  $k_3$  é igual a 1,0, mas, quando a mesa comprimida está impedida de girar no plano dos apoios um valor menor de  $k_3$  pode ser usado.

A verificação da flambagem lateral com distorção da BS 5400-3 (2000) requer o cálculo do parâmetro de esbeltez  $\lambda_{LT}$ , que é similar ao parâmetro de esbeltez para uma barra comprimida, definido como:

$$\lambda_{LT} = \frac{l_e}{r_y} k_4 \eta \nu \quad (2.34)$$

onde  $r_y$  é o raio de giração da seção de aço em relação ao seu eixo de menor inércia,  $k_4$  é um parâmetro de flambagem que leva em consideração o efeito da torção em diferentes tipos de seção transversal, igual a 1,0 para vigas mistas,  $\eta$  é um fator que considera a



forma do diagrama de momento fletor, e  $\nu$  é um fator de esbeltez da seção transversal dependente da forma da viga. Para vigas de seção uniforme,  $\nu$  pode ser obtido da TAB 2.6.

TABELA 2.6 Fator de esbeltez para vigas de seção uniforme. Fonte: BS 5400-3 (2000)

$i$	1.0	0.8	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
$\lambda_F$									
0.0	0.791	0.842	0.932	1.000	1.119	1.291	1.582	2.237	$\infty$
1.0	0.784	0.834	0.922	0.988	1.102	1.266	1.535	2.110	6.364
2.0	0.764	0.813	0.895	0.956	1.057	1.200	1.421	1.840	3.237
3.0	0.737	0.784	0.859	0.912	0.998	1.116	1.287	1.573	2.214
4.0	0.708	0.752	0.818	0.864	0.936	1.031	1.162	1.359	1.711
5.0	0.679	0.719	0.778	0.817	0.878	0.954	1.055	1.196	1.415
6.0	0.651	0.688	0.740	0.774	0.824	0.887	0.966	1.071	1.219
7.0	0.626	0.660	0.705	0.734	0.777	0.829	0.892	0.973	1.080
8.0	0.602	0.633	0.674	0.699	0.736	0.779	0.831	0.895	0.977
9.0	0.581	0.609	0.645	0.668	0.699	0.736	0.780	0.832	0.896
10.0	0.562	0.587	0.620	0.639	0.667	0.699	0.736	0.779	0.831
11.0	0.544	0.567	0.597	0.614	0.639	0.666	0.698	0.735	0.778
12.0	0.528	0.549	0.576	0.591	0.613	0.638	0.665	0.697	0.733
13.0	0.512	0.533	0.557	0.571	0.590	0.612	0.636	0.664	0.695
14.0	0.499	0.517	0.539	0.552	0.570	0.589	0.611	0.635	0.662
15.0	0.486	0.503	0.523	0.535	0.551	0.568	0.588	0.609	0.633
16.0	0.474	0.490	0.509	0.519	0.534	0.550	0.567	0.586	0.607
17.0	0.463	0.478	0.495	0.505	0.518	0.533	0.548	0.566	0.585
18.0	0.452	0.466	0.482	0.492	0.504	0.517	0.531	0.547	0.564
19.0	0.442	0.456	0.471	0.479	0.491	0.503	0.516	0.530	0.546
20.0	0.433	0.446	0.460	0.468	0.478	0.489	0.502	0.515	0.529

NOTE 1  $\lambda_F = \frac{e_0 t_f}{r_y D}$ ,  $i = \frac{I_c}{I_c + I_t}$ ,  $i = 0.5$  when flanges are equal.

NOTE 2 Intermediate values to the right of the stepped line should be determined from the formula given in note 3 rather than by interpolation between the tabulated values.

NOTE 3  $\nu = [4i(1-i) + 0.05\lambda_F^2 + \psi_1^{2i} + \psi_2]^{-0.5}$

where

$\psi_1 = 0.8(2i - 1)$ , when  $I_c \geq I_t$

$\psi_2 = 2i - 1$ , when  $I_c < I_t$

O momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção,  $M_{Rk,dist}^-$ , é obtido com base no valor de  $\lambda_{LT}$  por meio da FIG. 2.10 para perfis de aço soldados e da FIG. 2.11 para outros tipos de perfis de aço. Essas figuras têm como ordenadas valores de  $\chi_{dist}$ , ou seja,  $M_{Rk,dist}^- / M_{Rk}^-$  e como abscissas valores de  $\lambda_{LT} \sqrt{(\sigma_{yc} / 355) (M_{Rk}^- / M_{pe}^-)}$ , onde  $M_{Rk}^-$  é o momento resistente da seção mista na região de momento negativo tomado como o momento resistente de plastificação da seção efetiva,  $M_{pe}$ , para seções compactas e como:

$$M_{Rk}^- = \text{menor dos valores} \begin{cases} W_{xc} \sigma_{yc} \\ W_{xt} \sigma_{yt} \\ W_{xw} \sigma_{yw} \end{cases} \quad (2.35)$$

para seções não-compactas, onde  $\sigma_{yc}$ ,  $\sigma_{yt}$  e  $\sigma_{yw}$  são as resistências ao escoamento da mesa comprimida, da mesa tracionada e da alma, respectivamente,  $W_{xc}$  e  $W_{xt}$  são os módulos elásticos da seção em relação às fibras extremas comprimida e tracionada, respectivamente,  $W_{xw}$  é o módulo elástico mínimo da seção em relação à alma.  $W_{xc}$ ,  $W_{xt}$  e  $W_{xw}$  devem ser calculados para a seção efetiva homogeneizada, desprezando-se o concreto tracionado. Três curvas são apresentadas nas FIGs. 2.10 e 2.11, permitindo a utilização dos valores 0,5; 0,75 e 1,0 para o cociente  $l_e/l_w$ , onde  $l_e$  é o comprimento efetivo, calculado pela EQ. 2.33 e  $l_w$  é o comprimento da meia onda de flambagem. Quando as restrições intermediárias são totalmente efetivas,  $l_w = l_e$ . Quando não há restrições intermediárias ou essas não são totalmente efetivas,  $l_w$  é determinado tomando  $L/l_w$  como o primeiro inteiro menor que  $L/l_e$ , porém não menor que a unidade.

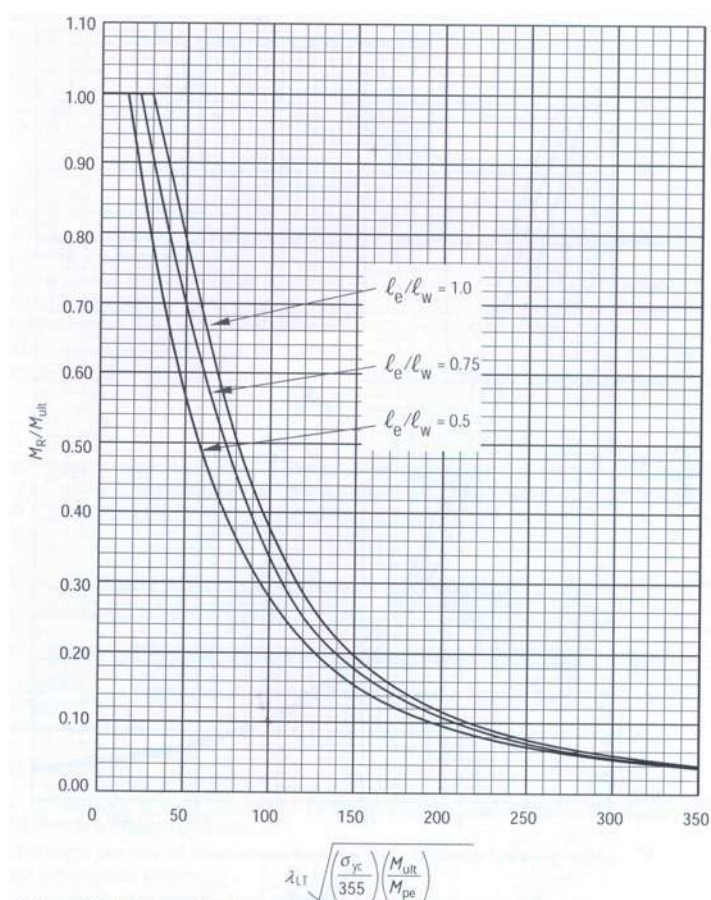


FIGURA 2.10 Momento fletor resistente à FLD de perfis soldados. Fonte: BS 5400-3 (2000)

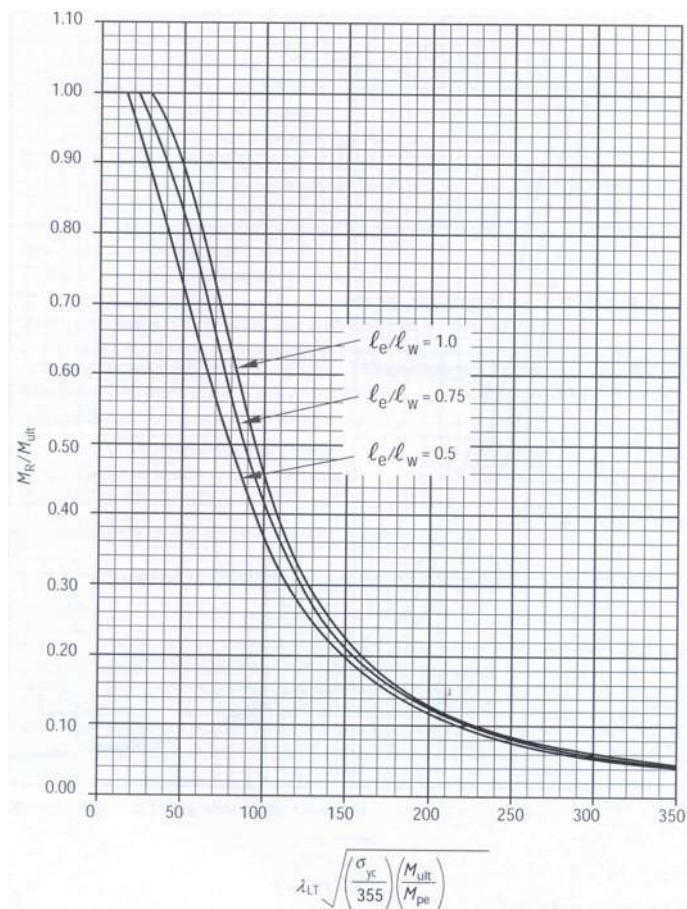


FIGURA 2.11 Momento fletor resistente à FLD de outros tipos de perfis.

Fonte: BS 5400-3 (2000)

#### 2.3.1.4 Método de cálculo de GOLTERMANN e SVENSSON (1988)

GOLTERMANN e SVENSSON (1988) propuseram uma aproximação analítica clássica para examinar a flambagem lateral com distorção em vigas mistas e em vigas de aço que apóiam lajes ou chapas de piso. Nessa aproximação, a mesa inferior e 15% da área da alma do perfil de aço, conforme a FIG. 2.12, são idealizadas como uma coluna apoiada em uma fundação elástica de rigidez equivalente  $k_{eq}$ , sujeita a uma força axial de compressão variável, decorrente da distribuição do momento fletor ao longo da barra. Determina-se então a tensão crítica de flambagem na mesa inferior, e, utilizando alguma norma de projeto de estruturas de aço, determina-se a tensão de compressão resistente dessa mesa.

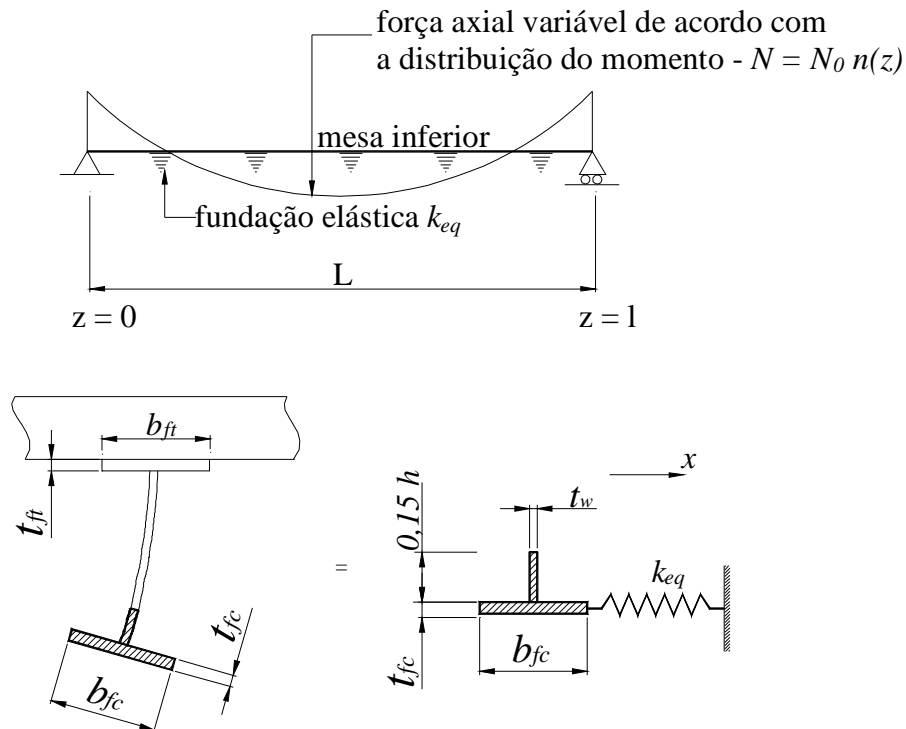


FIGURA 2.12 Modelo de uma barra comprimida em fundação elástica

A rigidez equivalente  $k_{eq}$  é expressa por:

$$\frac{1}{k_{eq}} = h_o^2 \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) \quad (2.36)$$

onde  $k_1$  é a rigidez à flexão da laje ou da chapa de piso por unidade de comprimento da viga. No caso de viga mista,  $k_1$  foi definida no subitem 1.2.2 do capítulo 1 pela EQ. (1.3). Para vigas de aço que apóiam lajes sem a ação mista ou chapas de piso, o valor de  $k_1$  deve ser avaliado pelo projetista.  $k_2$  é a rigidez à flexão da alma por unidade de comprimento, definida também no subitem 1.2.2 pela EQ. (1.7).

O valor da tensão crítica elástica de flambagem  $\sigma_{cr}$  é determinado pelo menor autovalor não negativo  $\lambda$  da equação diferencial:

$$\frac{d^4 x}{dz^4} + \pi^2 \bar{K}_1 \lambda \frac{d}{dz} \left[ \left( n(z) - \frac{\bar{K}_2}{\bar{K}_1 \lambda} \right) \frac{dx}{dz} \right] + (\beta L)^4 x = 0 \quad (2.37)$$

onde  $x$  representa o deslocamento lateral da mesa inferior e  $n(z)$  descreve a variação da força axial. O produto  $\beta L$  é a rigidez da fundação adimensional, dada por:

$$\beta L = \sqrt[4]{k_{eq} L^4 / E_a I_{fc}} \quad (2.38)$$

onde  $I_{fc}$  é o momento de inércia da mesa comprimida em relação ao eixo paralelo à alma.  $\bar{K}_1$  e  $\bar{K}_2$  representam a contribuição de parte da alma (15% de sua área) na seção da coluna equivalente e a contribuição da rigidez à torção uniforme, respectivamente:

$$\begin{aligned} \bar{K}_1 = 1 + \left( \frac{A_w}{A_{fc}} \right) & \left[ \frac{2\phi^2}{105} - \frac{7\phi}{60} + \frac{1}{3} - (1-\alpha) \left( \frac{\phi^2}{96} - \frac{\phi}{20} + \frac{1}{12} \right) \right] + \\ & + (r_{fc} / h_s)^2 \left[ \alpha(1-\phi)^2 \frac{I_{ft}}{I_{fc}} + (2,5\phi - 1)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\bar{K}_2 = \left( \frac{1}{\pi^2} \right) \left( \frac{G_a J^*}{E I_{fc}} \right) \left( \frac{1}{h_o} \right)^2 = 3,897 \cdot 10^{-2} \left( \frac{J^*}{I_{fc}} \right) \left( \frac{l}{h_o} \right)^2 \quad (2.40)$$

onde  $I_{ft}$  é o momento de inércia da mesa tracionada em relação ao eixo paralelo à alma,  $r_{fc}$  é o raio de giração da mesa comprimida,  $\alpha$  é a razão entre as tensões nas mesas superior e inferior e  $\phi$  é igual a:

$$\phi = \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} \quad (2.41)$$

O valor de  $J^*$  é dado por:

$$J^* = J_{ft}(1-\phi)^2 + J_{fc} \left( 1 + \frac{\phi}{2} \right)^2 + J_w \left[ \frac{2\phi^2}{7} - \frac{3\phi}{14} + 1 \right] \quad (2.42)$$

Pode-se notar que  $J^*$  difere levemente da constante de torção da seção do perfil de aço,  $J$ , que é dada pela soma das constantes de torção das mesas comprimida e tracionada e da alma, ou seja,  $J_{ft} + J_{fc} + J_w$ . A tensão crítica de flambagem  $\sigma_{cr}$  é então determinada por:

$$\sigma_{cr} = \lambda \sigma_E \quad (2.43)$$

onde  $\sigma_E$  é a tensão de flambagem de Euler para a mesa inferior, igual a:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E_a}{(L/r_{fc})^2} \quad (2.44)$$

A solução para o problema de autovalor da Eq. (2.37) foi obtida para uma classe de problemas caracterizados por uma variação parabólica do momento fletor e, conseqüentemente, da força axial na mesa inferior, FIG. 2.13. Então, a força axial pode ser expressa por  $N(z) = N_0 n(z)$ , onde  $N_0$  é o valor máximo da força de compressão na mesa inferior e  $n(z) = a + bz + cz^2$ . Uma expansão de Fourier combinada com o procedimento de Galerkin determina os valores de  $\bar{K}_1 \lambda$ , dados nas TABs. 2.7, 2.8 ou 2.9, conforme o carregamento, sendo então possível determinar os autovalores  $\lambda$  para oito combinações de  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

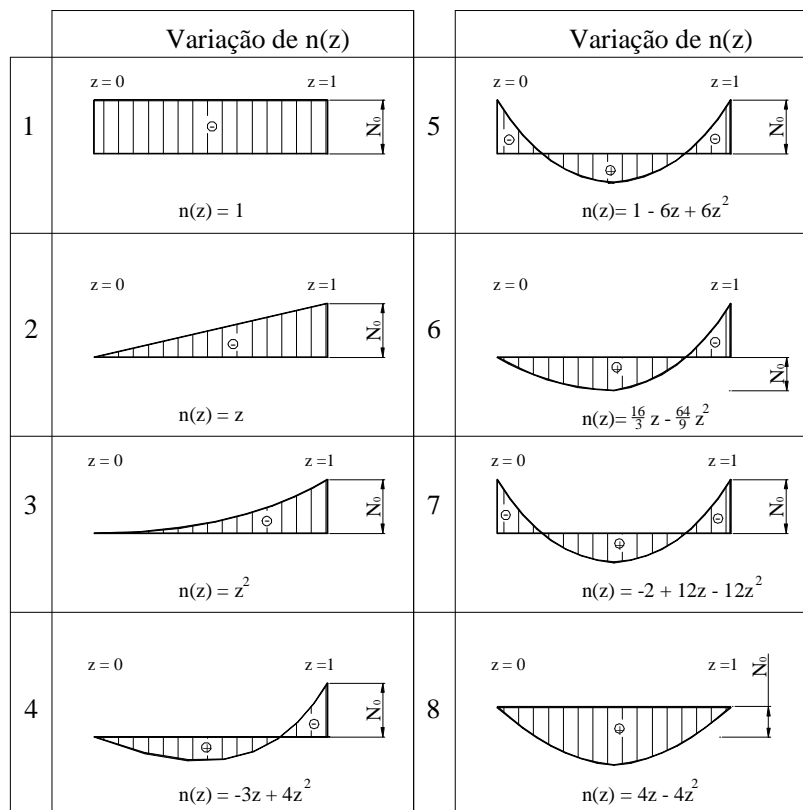


FIGURA 2.13 Variações da força axial  $N(z)$

Resumindo, a determinação do momento fletor resistente à FLD de vigas mistas, proposta por GOLTERMANN e SVENSSON (1988), pode ser feita seguindo as etapas enumeradas a seguir:

1. Cálculo de  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_{eq}$ ;
2. Cálculo de  $\beta L$  conforme a EQ. (2.38);
3. Cálculo de  $\phi$  conforme a EQ. (2.41);
4. Cálculo de  $\bar{K}_1$  conforme a EQ. (2.39);
5. Cálculo de  $I_{ft}$ ,  $I_{fc}$ ,  $I_{tw}$  e  $J^*$ ;
6. Cálculo de  $\bar{K}_2$  conforme a EQ. (2.40);
7. Identificação do caso da FIG. 2.13 em que o carregamento se enquadra e determinação de  $\bar{K}_1 \lambda$  pelas TABs. 2.7, 2.8 e 2.9;
8. Determinação da tensão crítica de flambagem  $\sigma_{cr}$  pelas EQs. (2.43) e (2.44);
9. Definição de parâmetro de esbeltez adimensional dado por:

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (2.45)$$

10. Obtenção da tensão de compressão da mesa inferior  $\sigma_{li}$  utilizando alguma norma de projeto de estruturas de aço, como por exemplo, o EN 1993-1-1 (1984), em vigência quando esse método foi desenvolvido, que especificava a seguinte expressão:

$$\frac{\sigma_{li}}{f_y} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda_{LT}^4}} \quad (2.46)$$

TABELA 2.7 Valores de  $\bar{K}_1 \lambda$  para os casos de carregamento 1-3

$\beta l$	$\bar{K}_2$						
	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
(a) Caso 1							
0	1,000	1,400	2,200	3,400	5,000	7,000	9,400
1	1,010	1,410	2,210	3,410	5,010	7,010	9,410
2	1,164	1,564	2,364	3,564	5,164	7,164	9,564
3	1,832	2,232	3,032	4,232	5,832	7,832	10,232
4	3,628	4,028	4,828	6,028	7,628	9,628	12,028
5	5,604	6,004	6,804	8,004	9,604	11,600	14,000
6	7,326	7,726	8,526	9,726	11,33	13,33	15,73
7	10,16	10,56	11,36	12,56	14,16	16,16	18,56
8	13,67	14,07	14,87	16,07	17,67	19,67	22,07
9	16,48	16,88	17,68	18,88	20,48	22,48	24,88
10	20,41	20,81	21,61	22,81	24,41	26,41	28,81
12,5	31,67	32,07	32,87	34,07	35,67	37,67	40,07
15,0	45,79	46,19	46,99	48,19	49,79	51,79	54,19
17,5	62,75	63,15	63,95	65,15	66,75	68,75	71,15
20,0	81,63	82,03	82,83	84,03	85,63	87,63	90,03
(b) Caso 2							
0	1,881	2,579	3,254	3,908	4,545	5,167	5,777
1	1,899	2,597	3,270	3,923	4,560	5,182	5,791
2	2,166	2,850	3,512	4,155	4,782	5,395	5,997
3	3,240	3,872	4,487	5,089	6,679	6,260	6,832
4	5,472	6,011	6,546	7,077	7,606	8,131	8,654
5	8,110	8,623	9,132	9,639	10,15	10,65	11,15
6	10,91	11,42	11,93	12,44	12,95	13,45	13,96
7	14,24	14,74	15,24	15,74	16,24	16,73	17,22
8	18,06	18,55	19,04	19,53	20,01	20,50	20,98
9	22,28	22,76	23,25	23,73	24,21	24,69	25,17
10	26,92	27,40	27,87	28,35	28,83	29,30	29,78
12,5	40,41	40,88	41,35	41,81	42,28	42,74	43,21
15,0	56,56	57,02	57,48	57,94	58,40	58,85	59,31
17,5	75,36	75,81	76,26	76,71	77,17	77,62	78,07
20,0	96,78	97,23	97,68	98,13	98,57	99,02	99,47
(c) Caso 3							
0	2,355	3,193	3,990	4,756	5,495	6,212	6,911
1	2,376	3,213	4,009	4,773	5,511	6,228	6,926
2	2,694	3,509	4,287	5,036	5,761	6,466	7,154
3	3,944	4,679	5,390	6,081	6,757	7,419	8,070
4	6,450	7,067	7,678	8,283	8,883	9,478	10,07
5	9,537	10,11	10,68	11,24	11,81	12,37	12,92
6	12,86	13,43	13,99	14,55	15,11	15,66	16,21
7	16,64	17,20	17,75	18,30	18,84	19,39	19,93
8	20,91	21,45	21,99	22,52	23,06	23,59	24,12
9	25,61	26,14	26,67	27,19	27,72	28,24	28,77
10	30,75	31,27	31,79	32,31	32,82	33,34	33,86
12,5	45,51	46,02	46,52	47,02	47,53	48,03	48,53
15,0	63,01	63,50	63,99	64,48	64,97	65,46	65,95
17,5	83,20	83,68	84,16	84,65	85,13	85,61	86,09
20,0	106,1	106,6	107,0	107,5	108,0	108,5	108,9



TABELA 2.8 Valores de  $\bar{K}_1 \lambda$  para os casos de carregamento 4-6

$\beta l$	$\bar{K}_2$						
	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
(d) Caso 4							
0	5,824	7,129	8,306	9,397	10,43	11,41	12,36
1	5,856	7,156	8,330	9,419	10,45	11,43	12,37
2	6,309	7,545	8,676	9,734	10,74	11,70	12,63
3	7,952	9,007	10,01	10,97	11,89	12,79	13,67
4	11,06	11,92	12,76	13,59	14,40	15,20	15,98
5	15,24	15,98	16,72	17,45	18,17	18,89	19,60
6	20,060	20,750	21,430	22,120	22,79	23,47	24,14
7	25,32	25,99	26,65	27,31	27,96	28,61	29,26
8	30,99	31,64	32,29	32,93	33,57	34,21	34,84
9	37,09	37,72	38,35	38,98	39,61	40,24	40,86
10	43,62	44,24	44,86	45,48	46,09	46,71	47,32
12,5	61,89	62,49	63,08	63,67	64,26	64,85	65,44
15,0	82,97	83,54	84,11	84,68	85,25	85,82	86,39
17,5	106,8	107,4	108,0	108,5	109,1	109,6	110,2
20,0	133,5	134,0	134,6	135,1	135,7	136,2	136,7
(e) Caso 5							
0	2,835	3,808	4,726	5,603	6,445	7,261	8,053
1	2,860	3,831	4,748	5,624	6,465	7,280	8,072
2	3,235	4,180	5,077	5,936	6,764	7,567	8,348
3	4,732	5,589	6,414	7,213	7,991	8,750	9,493
4	8,044	8,768	9,479	10,18	10,87	11,55	12,22
5	13,17	13,78	14,40	15,01	15,62	16,23	16,83
6	19,48	20,06	20,64	21,21	21,79	22,36	22,93
7	26,28	26,87	27,46	28,04	28,62	29,20	29,78
8	33,16	33,78	34,39	35,00	35,60	36,20	36,80
9	40,09	40,72	41,35	41,98	42,60	43,22	43,83
10	47,21	47,85	48,48	49,11	49,74	50,37	50,99
12,5	66,65	67,26	67,88	68,49	69,11	69,72	70,33
15,0	88,86	89,45	90,04	90,63	91,23	91,82	92,40
17,5	113,9	114,4	115,0	113,6	116,2	116,7	117,3
20,0	141,7	142,2	142,8	143,3	143,9	144,5	145,0
(f) Caso 6							
0	4,518	5,437	6,287	7,092	7,865	8,612	9,338
1	4,538	5,456	6,303	7,107	7,878	8,624	9,350
2	4,827	5,707	6,532	7,318	8,075	8,810	9,527
3	5,884	6,663	7,414	8,144	8,856	9,553	10,24
4	7,875	8,551	9,218	9,875	10,53	11,17	11,80
5	10,41	11,03	11,65	12,27	12,88	13,48	14,08
6	13,20	13,79	14,38	14,97	15,55	16,13	16,70
7	16,45	17,01	17,56	18,12	18,67	19,22	19,77
8	20,28	20,81	21,34	21,87	22,39	22,92	23,44
9	24,58	25,10	25,61	26,12	26,63	27,14	27,64
10	29,27	29,77	30,27	30,77	31,26	31,76	32,26
12,5	42,74	43,21	43,68	44,16	44,63	45,10	45,58
15,0	58,73	59,19	59,65	60,11	60,56	61,02	61,48
17,5	77,21	77,66	78,10	78,55	79,00	79,45	79,90
20,0	98,18	98,62	99,06	99,50	99,94	100,4	100,8

TABELA 2.9 Valores de  $\bar{K}_1 \lambda$  para os casos de carregamento 7-8

$\beta l$	$\bar{K}_2$						
	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
(g) Caso 7							
0	10,83	11,64	12,43	13,18	13,92	14,64	15,34
1	10,84	11,66	12,44	13,19	13,93	14,65	15,35
2	11,02	11,82	12,59	13,34	14,06	14,78	15,47
3	11,72	12,47	13,20	13,92	14,62	15,31	15,99
4	13,26	13,94	14,61	15,27	15,92	16,57	17,21
5	15,65	16,27	16,88	17,48	18,05	18,68	19,28
6	18,67	19,24	19,81	20,38	20,92	21,51	22,09
7	21,68	22,27	22,86	23,44	24,00	24,60	25,18
8	25,23	25,78	26,33	26,88	27,43	27,98	28,52
9	29,43	29,96	30,48	31,01	31,53	32,05	32,57
10	34,17	34,68	35,19	35,69	36,19	36,70	37,21
12,5	47,85	48,34	48,83	49,32	49,81	50,29	50,78
15,0	64,10	64,57	65,04	65,51	65,98	66,45	66,92
17,5	82,96	83,42	83,88	84,34	84,80	85,26	85,72
20,0	104,4	104,8	105,3	105,7	106,2	106,6	107,1
(h) Caso 8							
0	2,076	2,864	3,631	4,378	5,106	5,816	6,510
1	2,096	2,884	3,651	4,397	5,124	5,834	6,527
2	2,400	3,179	3,936	4,673	5,391	6,092	6,778
3	3,668	4,403	5,119	5,816	6,496	7,161	7,812
4	6,615	7,239	7,849	8,448	9,035	9,613	10,18
5	8,539	9,113	9,68	10,25	10,81	11,37	11,93
6	10,89	11,44	11,98	12,53	13,07	13,61	14,14
7	14,39	14,91	15,42	15,93	16,43	16,94	17,44
8	18,64	19,13	19,63	20,12	20,62	21,11	21,60
9	22,19	22,68	23,17	23,66	24,14	24,63	25,11
10	26,63	27,10	27,58	28,05	28,52	28,99	29,46
12,5	39,71	40,16	40,62	41,07	41,53	41,98	42,44
15,0	55,29	55,73	56,17	56,61	57,06	57,50	57,94
17,5	73,13	73,57	74,00	74,43	74,87	75,30	75,73
20,0	93,57	94,00	94,43	94,86	95,29	95,72	96,15

### 2.3.1.5 Método de cálculo de WESTON *et al.* (1991)

Uma forma mais elaborada de investigar a flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas, bem como sua interação com a flambagem local da alma, foi desenvolvida por WESTON *et al.* (1991). Esses autores utilizaram uma versão modificada do programa de elementos finitos de CRISFIELD (1973) *apud* WESTON *et al.* (1991) em análises elasto-plásticas com grandes deslocamentos de vigas mistas contínuas para obtenção da resposta carga versus deformação. O critério de escoamento de Ivanov foi usado no lugar do critério de Von Mises. Somente vigas de extremidades engastadas sujeitas a cargas distribuídas foram estudadas. As seções transversais mistas nas regiões de momento negativo e positivo foram transformadas em dois tipos de seções transversais de aço, de tal forma que a posição da linha neutra elástica do modelo coincidissem com a posição da linha neutra elástica da viga mista real (FIG. 2.14).

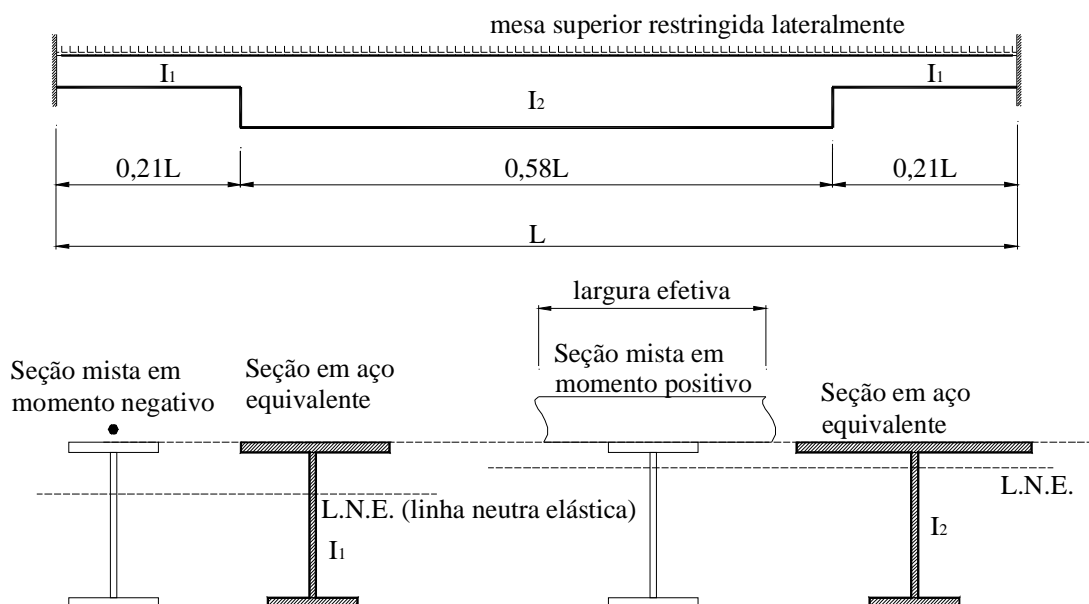
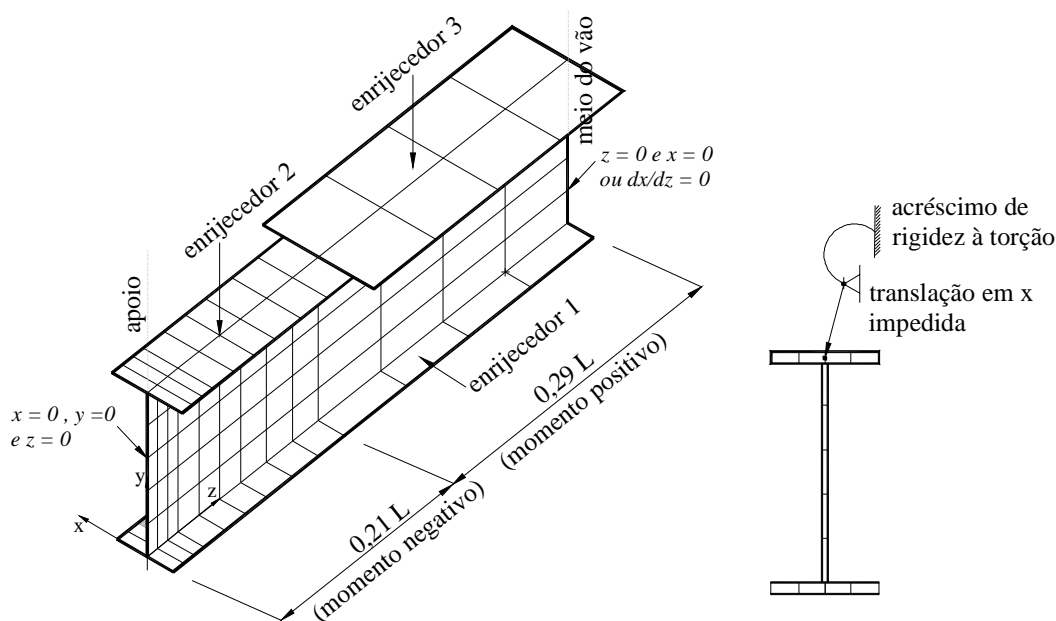


FIGURA 2.14 Modelo aproximado usado por WESTON *et al.* (1991)

Na análise pelo Método dos Elementos Finitos, a alma da viga, onde se esperava ocorrer deformações mais complexas, foi modelada por um sistema reticulado de elementos de placa retangulares com oito nós. A mesa inferior e a mesa superior, juntamente com a laje de concreto, foram tratadas como enrijecedores, portanto, qualquer efeito possível de flambagem local dessas mesas foi excluído da análise (FIG. 2.15a).

Apenas a metade do comprimento da viga foi modelada, já que a mesma é simetria em relação ao plano vertical que passa pelo meio do vão. O deslocamento lateral e o giro da seção do apoio foram impedidos, assim como o deslocamento lateral da mesa superior ao longo do vão. A restrição à torção fornecida pela laje à mesa superior foi modelada de forma conservadora por um aumento adequado na rigidez à torção da mesa superior equivalente (FIG. 2.15b).



(a) Malha de elementos finitos (b) Restrições ao longo da viga

FIGURA 2.15 Modelo numérico de WESTON et al. (1991)

O programa permitiu estudar os efeitos das imperfeições geométricas, das tensões residuais e da rigidez à torção da mesa superior. Porém, esta última foi considerada elástica durante toda a análise, o que pode não ser conservador, porque o espriamento de plasticidade perto do apoio aumentaria as deformações.

WESTON *et al.* (1991) efetuaram estudos preliminares para examinar os efeitos de variações nas imperfeições geométricas, tensões residuais e nos valores assumidos de rigidez à torção da mesa superior. Era necessário descobrir qual era a configuração inicial em cada um das vigas que provavelmente ocasionaria a menor resistência à flambagem. O estudo preliminar considerou variações sistemáticas nos seguintes parâmetros:

- forma e magnitude das imperfeições iniciais. A imperfeição analisada foi o deslocamento lateral inicial da mesa inferior  $\delta_i$ ;
- padrão e magnitude das tensões residuais;
- rigidez à torção da mesa superior.

O aumento do número de semi-ondas na direção longitudinal do deslocamento lateral inicial da mesa ocasionou reduções na resistência da viga a um valor mínimo, a partir do qual o aumento adicional no número de semi-ondas produziu resistências maiores. Variando a forma do arco longitudinal inicial da mesa inferior entre uma e seis semi-ondas, a influência na carga de colapso é muito pequena, menos que 5% geralmente. Isso devido ao fato que a região desestabilizante é sempre próxima do apoio. O arranjo que forneceu o valor mínimo de resistência foi usado por WESTON *et al.* (1991) na análise principal. Variações em  $\delta_i$  influenciaram a razão na qual as deformações laterais se desenvolveram, mas não a resistência última. Comportamento similar foi observado para variações nas tensões residuais, enquanto as variações na rigidez à torção da mesa superior tiveram efeito desprezável.

O estudo paramétrico foi feito em 19 vigas com vãos entre 23 e 33 m. Os resultados indicaram que a esbeltez da alma e a esbeltez da mesa inferior são parâmetros importantes para determinar a carga crítica de flambagem lateral com distorção. Geralmente para vigas com um vão fixo, a capacidade última aumenta quando a esbeltez da mesa aumenta, mantendo-se a esbeltez da alma inalterada.

As resistências últimas obtidas nas análises numéricas foram convertidas em valores equivalentes de esbeltez  $\beta$  usando a curva de projeto da FIG. 2.16, reproduzida da BS 5400-3 (1982), em vigência quando esse estudo foi realizado. Nesta curva, a tensão de compressão resistente na mesa inferior  $\sigma_{ri}$  é determinada em função da tensão de escoamento dessa mesa  $\sigma_{yc}$  e do parâmetro de esbeltez  $\lambda_{LT}$ , considerando a mesa como uma barra comprimida.

Algumas observações sobre a influência das propriedades geométricas na resistência última das vigas conduziram a descoberta de uma relação linear entre  $\beta$  e a função

$(L/r_{afy})^{1/2}(h_w/t_w)^{1/3}$ . Uma equação de projeto para  $\beta$  foi derivada da linha reta que representa o limite inferior aproximado de todos os resultados:

$$\beta = 1,28\left[(L/r_{afy})^{1/2}(h_w/t_w)^{1/3}\right] - 29 \quad (2.47)$$

onde  $L$  é o comprimento da viga entre apoios verticais,  $r_{afy} = \sqrt{I_{afy}/A_{afy}}$  é o raio de giração da mesa inferior em relação ao eixo de menor inércia da seção,  $h_w$  é altura da alma e  $t_w$  a espessura da alma. Essa equação foi proposta para uso no projeto de pontes mistas contínuas nas quais as vigas são de aço grau 43 ou 50. Seu uso em pontes construídas com aço de resistência superior não é aconselhável, a menos que evidências de sua adaptabilidade sejam disponíveis.

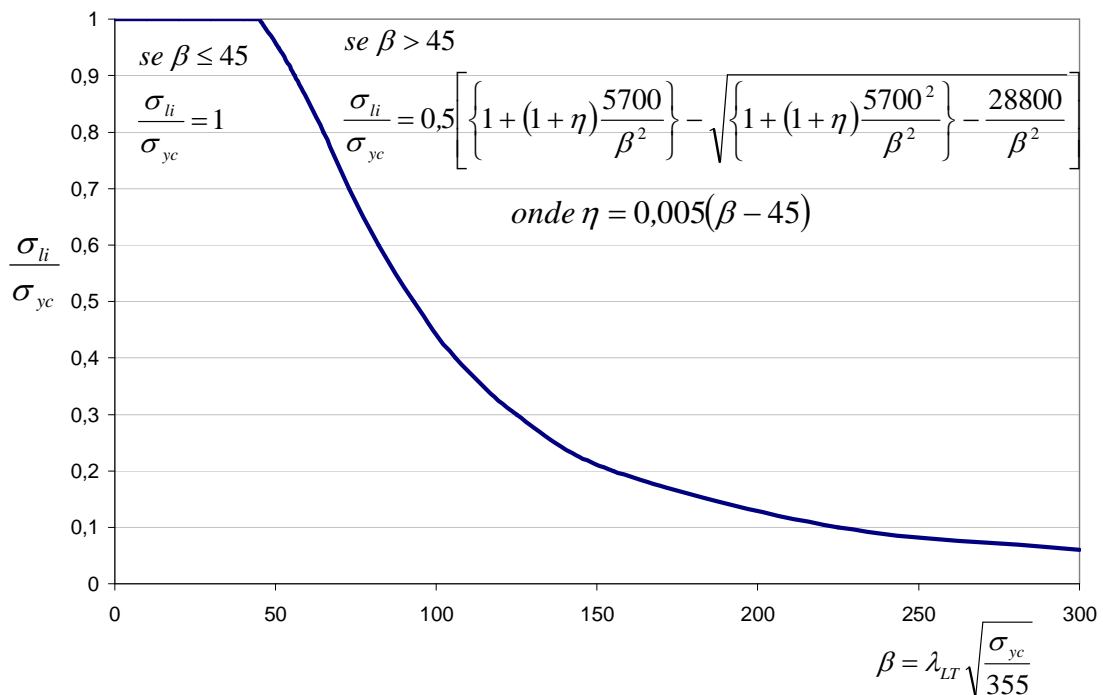


FIGURA 2.16 Tensão de compressão resistente  $\sigma_{li}$ . Fonte: BS 5400-3 (1982)

Resumindo, a determinação do momento fletor resistente à FLD de vigas mistas, proposta por WESTON *et al.* (1991) com base na norma BS 5400-3 (1982), pode ser feita seguindo as etapas enumeradas a seguir:

1. Cálculo do parâmetro de esbeltez  $\beta$  da Eq. (2.47);
2. Determinação da tensão de compressão resistente,  $\sigma_{li}$ , da curva da FIG. 2.16;

3. Cálculo do momento fletor resistente à FLD por meio da expressão:

$$M_{Rk,dist}^- = Z_x \sigma_{li} \quad (2.48)$$

para seções compactas, onde  $Z_x$  é o módulo plástico da seção do perfil de aço.  
Para seções não compactas:

$$M_{Rk,dist}^- = \text{menor dos valores} \begin{cases} Z_x \sigma_{li} \\ W_{xc} \sigma_{yc} \\ W_{xt} \sigma_{yt} \end{cases} \quad (2.49)$$

onde:

$\sigma_{yc}$  e  $\sigma_{yt}$  são as resistências ao escoamento da mesa comprimida e da mesa tracionada, respectivamente,  $W_{xc}$  e  $W_{xt}$  são os módulos elásticos da seção em relação às fibras extremas comprimida e tracionada, respectivamente, calculados para a seção efetiva homogeneizada, desprezando-se o concreto tracionado.

Exceto pela etapa 1, esse método é igual ao proposto para vigas mistas da BS 5400-3 (1982), com a vantagem de ser mais simples e menos propenso a erros aritméticos, fornecendo resistências confiáveis para o estado limite de flambagem lateral com distorção.

#### 2.3.1.6 Método de cálculo de GALAMBOS (1998) e PARK *et al.* (2004)

GALAMBOS (1998) propôs um método simples para verificação da flambagem global de vigas de aço com uma mesa com contenção lateral contínua tracionada em pelo menos uma extremidade do comprimento destravado. Esta pesquisa não se refere explicitamente à flambagem lateral com distorção de vigas mistas, mas a situação se enquadra também nesse modo de flambagem, porém com resultados conservadores. Por esse método, devem ser usadas as mesmas expressões que fornecem o momento fletor resistente à flambagem lateral com torção, mas com o fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme dado por:

$$C_b = 3,0 - \frac{2}{3} \left( \frac{M_1}{M_0} \right) - \frac{8}{3} \frac{M_2}{(M_0 + M_1)} \quad (2.50)$$

onde:

$M_0$  é o valor do maior momento fletor solicitante de cálculo, tomado com sinal negativo, que comprime a mesa livre nas extremidades do comprimento destravado;

$M_1$  é o valor do momento fletor solicitante de cálculo na outra extremidade do comprimento destravado. Se esse momento comprimir a mesa livre, deve ser tomado com sinal negativo nos segundo e terceiro termos da equação. Se tracionar a mesa livre, deve ser tomado com sinal positivo no segundo termo da equação e igual a zero no terceiro termo;

$M_2$  é o momento fletor solicitante de cálculo na seção central do comprimento destravado, com sinal positivo se tracionar a mesa livre e sinal negativo se tracionar a mesa com contenção lateral contínua.

Essa fórmula de GALAMBOS (1998) para  $C_b$  foi determinada após uma série de análises numéricas elásticas pelo método dos elementos finitos em vigas com o carregamento atuante na mesa superior, extremidades engastadas e restrição contínua ao deslocamento lateral dessa mesa, porém nenhuma restrição ao giro da seção transversal foi considerada.

O PR-NBR 8800 (2007) prescreve o uso da EQ. (2.50) para verificação do estado limite de flambagem lateral com torção de vigas de aço. A sua aplicabilidade é para vigas com seções I, H e U fletidas em torno do eixo central de maior inércia e vigas com seções caixão e tubulares retangulares fletidas em torno de qualquer um dos eixos centrais de inércia, em um comprimento destravado no qual uma das mesas encontra-se livre para se deslocar lateralmente e a outra mesa possui contenção lateral contínua contra esse tipo de deslocamento.

PARK *et al.* (2004) conduziram análises numéricas elásticas pelo método dos elementos finitos em vigas de seção I biapoiadas com restrição contínua ao deslocamento lateral na mesa superior sujeitas à carga uniformemente distribuída ao longo do vão ou à carga concentrada no meio do vão, ambas com momentos nas extremidades. A FIG. 2.17a mostra o carregamento e as condições de contorno adotadas. Vários tipos de diagramas de momento fletor foram tratados nas análises, cada um deles obtido por uma combinação diferente da carga distribuída ou da carga concentrada com os momentos de extremidades. O modo de flambagem típico obtido é mostrado na FIG. 2.17b.

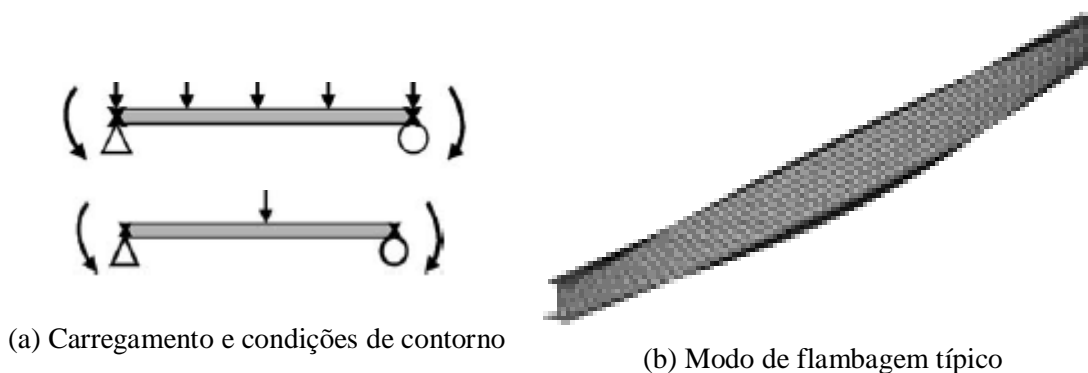


FIGURA 2.17 Modelo numérico de PARK *et al.* (2003)

Os resultados numéricos de PARK *et al.* (2004) foram transformados em valores de  $C_b$  e comparados com os resultados da EQ. (2.50). Chegou-se a conclusão que esta última fornece resultados contrários à segurança para os casos de carga concentrada no meio do vão e momentos nas extremidades. Então, uma nova equação para fator de modificação para momento não-uniforme  $C_b$  foi proposta para vigas com restrição contínua ao deslocamento lateral na mesa superior sujeitas a uma carga concentrada no meio do vão:

$$C_b = 2,5 - \frac{2}{3} \left( \frac{M_1}{M_0} \right) - \frac{5}{3} \frac{M_2}{(M_0 + M_1)} \quad (2.51)$$

Deve-se salientar que os métodos de avaliação do momento fletor resistente de GALAMBOS (1998) e PARK *et al.* (2004), apesar de serem muito práticos para utilização em projeto, quando aplicados ao problema da FLD, não consideram a influência dos diversos fatores importantes nesse modo de colapso, ou seja, todos os



casos de vigas mistas contínuas seriam tratados com a mesma equação, independentemente da esbeltez da alma, da esbeltez da mesa inferior, da rigidez rotacional do mecanismo “U”, entre outros. Além disso, seus resultados são muito conservadores, entre outras razões pelo fato de a restrição à torção na mesa superior da viga fornecida pela laje não ser considerada.

### 2.3.2 Perfis de alma plana enrijecida

Em vigas mistas com enrijecedores transversais soldados à alma na região de momento negativo, perto dos apoios internos, uma restrição localizada é fornecida à mesa comprimida por esses enrijecedores, que agem como uma parte do mecanismo “U”. Entretanto, momentos concentrados atuam na conexão de cisalhamento, acima dos enrijecedores. Portanto, além da determinação do momento fletor resistente para a verificação da flambagem lateral com distorção, a rigidez e a resistência da ligação da mesa superior à laje via conectores de cisalhamento devem ser asseguradas para que não ocorra falha.

As pesquisas sobre a flambagem lateral com distorção em vigas mistas com alma plana enrijecida se resumem aos dois métodos de projeto descritos neste trabalho, o método da BS 5400-3 (2000) e o método proposto por CHEN (1992), nos subitens 2.3.2.1 e 2.3.2.2, respectivamente.

#### 2.3.2.1 Método de cálculo da BS 5400-3 (2000)

De forma similar ao caso do mecanismo “U” contínuo, o momento fletor resistente à FLD em vigas mistas contínuas com alma plana enrijecida é determinado considerando-se a mesa inferior como uma barra comprimida em fundação elástica de rigidez  $1/\delta$ , sendo  $\delta$  a flexibilidade lateral do mecanismo “U” discreto, dada por:

$$\delta = \frac{uad_2^2}{(EI)_2} + \frac{d_1^3}{3E_a I_w'} + f_3 d_2^2 \quad (2.52)$$

onde  $d_1$  e  $d_2$  são as distâncias mostradas na FIG. 2.18,  $I_w'$  é o momento de inércia da alma enrijecida em relação ao eixo longitudinal da viga, incluindo uma largura de alma de até dezesseis vezes a espessura da alma ( $16 t_w$ ) para cada lado do enrijecedor e o produto  $(EI)_2'$  é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje fissurada em relação ao eixo longitudinal da viga enrijecida, calculada para um comprimento igual ao menor valor entre a metade do espaçamento entre conectores ( $0,5 l_R$ ) e um oitavo da distância entre as vigas paralelas ( $0,125 a$ ). Novamente,  $u$  é igual a 0,5 para uma viga extrema e 0,33 para uma viga interna e  $E_a$  é o módulo de elasticidade do aço. A flexibilidade da conexão de cisalhamento é dada por  $f_3$ , em radianos por unidade de momento.

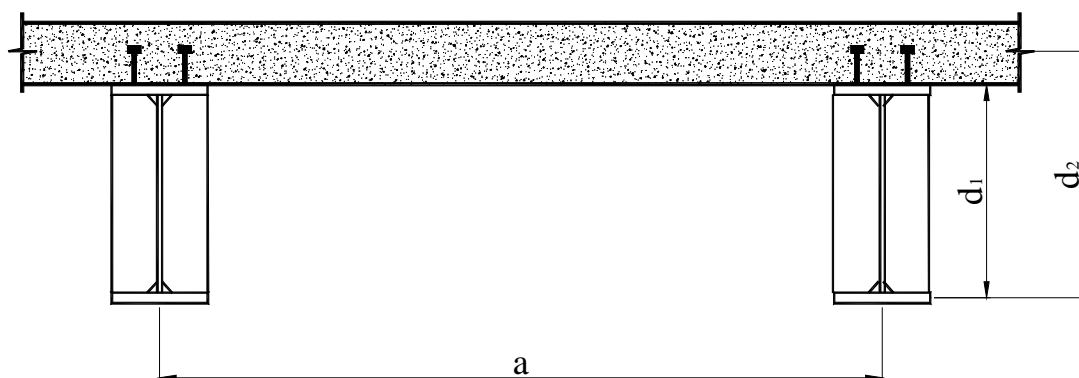


FIGURA 2.18 Vigas mistas com restrição discreta dada pela laje.

Os valores de  $f_3$  dados pela BS 5400-3 (2000) correspondem somente a mecanismos “U” totalmente em aço, ou seja, são dadas flexibilidades de ligações viga com viga em aço, o que não interessa ao mecanismo “U” discreto de vigas mistas. A avaliação da flexibilidade rotacional da conexão de cisalhamento  $f_3$  de mecanismos “U” discretos em vigas mistas é complexa, necessitando em muitos casos de estudos experimentais.

A estimativa do comprimento efetivo de flambagem é idêntica à apresentada no subitem 2.3.1.3 para o mecanismo “U” contínuo, exceto o comprimento  $l_R$  que agora assume o valor da distância entre os enrijecedores. Para cálculos do parâmetro de esbeltez e do momento fletor resistente à FLD, segue-se também o mesmo procedimento do subitem 2.3.1.3.

### 2.3.2.2 Método de cálculo de CHEN (1992)

Segundo CHEN (1992), o método do cálculo do momento fletor resistente à FLD do EN 1994-1-1 (1991) é mais racional e versátil no tratamento da flambagem lateral de vigas mistas do que quaisquer outros métodos de projeto existentes. Entretanto, ele ainda exclui vigas mistas com mecanismo “U” discreto. Por isso, CHEN (1992) propõe uma extensão do método do EN 1994-1-1 (1991) para considerar também o mecanismo “U” discreto.

O método proposto por CHEN (1992) é direcionado às vigas mistas de seções uniformes com enrijecedores verticais soldados à alma. O vão a ser analisado pode ser o de uma viga contínua, com deslocamento lateral impedido nas duas extremidades, ou o de uma viga em balanço, com deslocamento lateral impedido somente no apoio. Os mecanismos “U” discretos devem ser igualmente espaçados ao longo do comprimento do vão, e a razão  $L/l_R$  deve ser maior que 10, onde  $L$  é o vão da viga e  $l_R$  é o espaçamento entre os mecanismos. Os enrijecedores, que compõem o mecanismo “U” discreto, podem estar dos dois lados da alma ou de apenas um dos lados.

O dimensionamento de vigas mistas com perfis de alma plana enrijecida à FLD, proposto por CHEN (1992), pode ser feito seguindo as etapas enumeradas a seguir.

1. Escolha da seção transversal de acordo com a máxima tensão de compressão resistente,  $\sigma_{ti}$ , esperada na mesa inferior.
2. Escolha do parâmetro de esbeltez  $\lambda_{dist}$ , levando em conta a classe da seção, usando as curvas de projeto para flambagem de barras comprimidas:

$$\begin{aligned} \lambda_{dist} &= \left( M_{pl}^- / M_{cr} \right)^{1/2} \text{ para seções de classe 1 e 2} \\ \lambda_{dist} &= \left( M_y^- / M_{cr} \right)^{1/2} \text{ para seções de classe 3 e 4} \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde  $M_{pl}^-$  e  $M_y^-$  são respectivamente o momento de plastificação e o momento correspondente ao início do escoamento do perfil de aço na região de momento negativo.

3. Uso do momento crítico elástico  $M_{cr}$  para determinar  $k_r'$ . Como simplificação, pode-se utilizar a expressão:

$$M_{cr} \approx \frac{C_{dist} k_c}{\pi} \sqrt{k_r' E_a I_{afz}} \quad (2.54)$$

onde toda a simbologia está explicada no subitem 2.2.3.

4. Cálculo do valor de  $k_r$  da seção transversal. Os detalhes do mecanismo “U” discreto, espaçamento  $l_R$  e magnitude dos enrijecedores, devem ser escolhidos adequadamente para que  $k_r > k_r'$ . A rigidez rotacional,  $k_r$ , é definida como:

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad (2.55)$$

sendo  $k_1$ , a rigidez à flexão da laje fissurada,  $k_2$ , a rigidez da alma e  $k_3$ , a rigidez da conexão de cisalhamento, dadas por:

$$k_1 = \frac{\alpha (EI)_2'}{a l_R} \quad (2.56)$$

$$k_2 = \frac{3E_a I_w'}{h_o l_R} \quad (2.57)$$

$$k_3 = \frac{1}{f_3 l_R} = \frac{b_s b_f h_d E_c N}{300 l_R} \quad (2.58)$$

onde o produto  $(EI)_2'$  é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje fissurada em relação ao eixo longitudinal da viga enrijecida, calculada para um comprimento igual ao menor valor entre a metade do espaçamento entre conectores ( $0,5 l_R$ ) e um oitavo da distância entre as vigas paralelas ( $0,125 a$ ),  $E_a$

e  $E_c$  são os módulos de elasticidade para o aço e o concreto, respectivamente e  $I_w'$  é o momento de inércia da alma enrijecida em relação ao eixo longitudinal da viga, incluindo uma largura da alma de até dezesseis vezes a espessura da alma para cada lado do enrijecedor.

A rigidez da conexão de cisalhamento  $k_3$  é expressa em função da flexibilidade da conexão de cisalhamento  $f_3$ . CHEN (1992), com base no seu trabalho experimental, deduziu uma fórmula semi-empírica para a flexibilidade da conexão  $f_3$  de mecanismos “U” discretos, EQ. (2.64) do subitem 2.4.2.3, que é utilizada na expressão de  $k_3$ , EQ. (2.58). Nesta última,  $b_s$  é a largura do enrijecedor da alma,  $b_f$  é a largura da mesa superior,  $h_d$  é a altura total do conector de cisalhamento e  $N$  é o número de conectores dentro de uma distância efetiva. A distância efetiva é denominada  $2l_n$  e seu valor é dado por:

$$2l_n = 56b_f \left( \frac{t_f}{b_f} \right)^{1,4} \quad (2.59)$$

sendo  $t_f$  a espessura da mesa superior.

5. Caso necessário, deve-se mudar a seção transversal e repetir o procedimento.

## **2.4 Trabalhos experimentais sobre flambagem lateral com distorção de vigas mistas de alma plana**

### **2.4.1 Trabalhos de FAN (1990)**

#### 2.4.1.1 Generalidades

FAN (1990), em sua tese de doutorado, realizou quatro ensaios com modelos em escala real: dois deles em vigas mistas de seção transversal “T”, chamados de S2 e U1 e outros dois em vigas mistas com mecanismo “U” contínuo, chamados de U2 e U3. Em cada

ensaio as vigas foram construídas com dois vãos e um apoio central. O comprimento dos vãos representou o comprimento de uma viga mista contínua entre um apoio intermediário e um ponto de inflexão, sujeito a momento negativo.

#### 2.4.1.2 Ensaio dos modelos S2, U1, U2 e U3

O ensaio S2 foi um ensaio piloto, executado para avaliar a instrumentação, o sistema de apoio e os procedimentos de ensaios. O ensaio U1 foi projetado para representar uma viga mista contínua secundária típica de um piso de edifício comercial, com modulação entre pilares de 6 m x 10 m. Essa viga mista tem três tramos de 10 m, com os tramos extremos submetidos apenas à carga permanente e o interno às cargas permanente e acidental, havendo formação de uma rótula plástica nos apoios internos, FIG. 2.19.

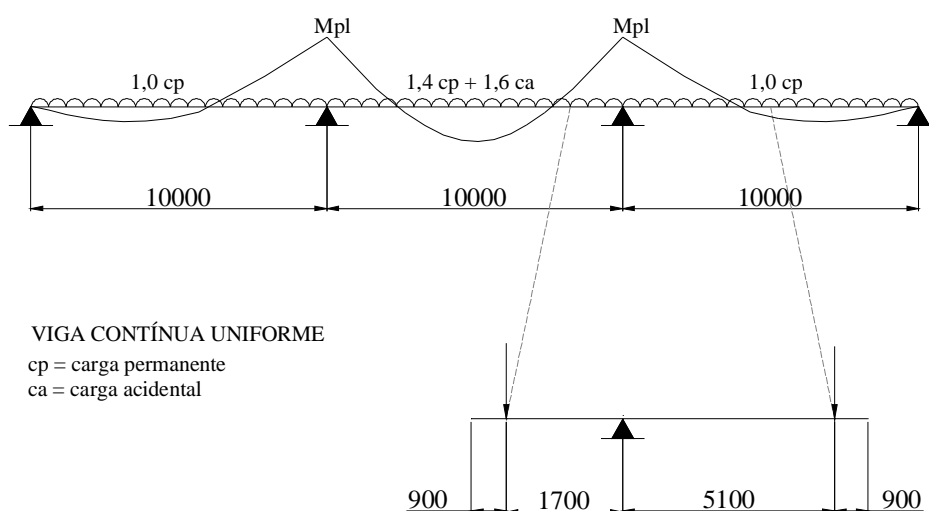


FIGURA 2.19 Viga mista típica de edifício comercial, origem do modelo U1

O modelo U1 foi fabricado com perfil de aço UB 39, uma linha simples de conectores de cisalhamento e laje de concreto mista com forma de aço incorporada. Todas as dimensões são indicadas na FIG. 2.20.

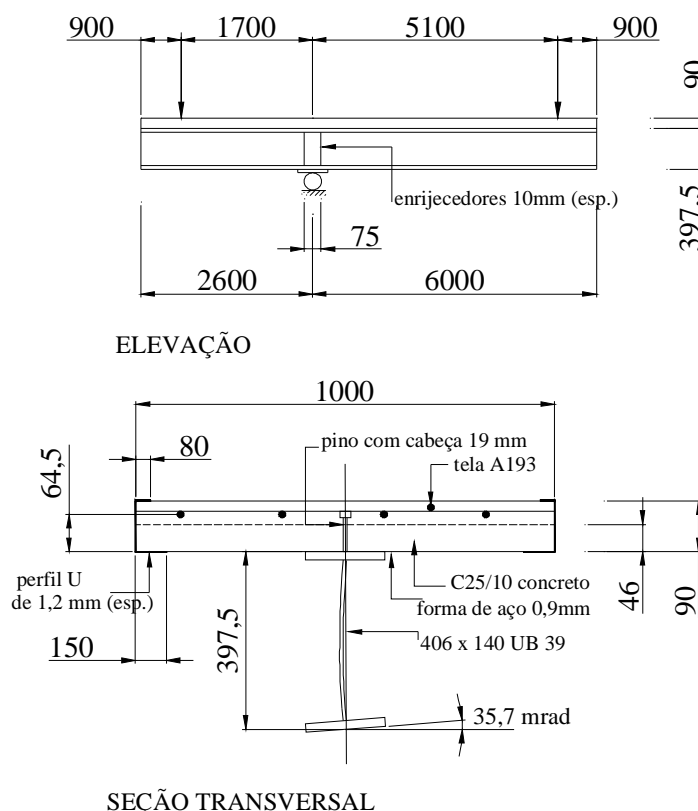


FIGURA 2.20 Elevação e seção transversal do modelo U1

As medidas de deformação, movimento lateral e rotação transversal mostraram que a distorção da alma para ambos os modelos, S2 e U1, foi grande especialmente depois de iniciar o escoamento nas seções de apoio interno. Em geral o comportamento carga versus deformação pode ser descrito em dois estágios, antes e depois do início do escoamento. Assim, antes do início do escoamento, a taxa de aumento das deformações com o carregamento era pequena. Depois disso, essa taxa começou a acelerar e cresceu rapidamente quando a viga aproximou-se da falha. Os resultados indicam que para a viga mista de seção transversal em “T”, a rigidez rotacional da seção mista não foi suficiente para impedir o giro significativo da mesa de concreto e para restringir a mesa inferior contra deslocamento lateral.

Dos resultados dos ensaios dos modelos S2 e U1, ficou evidente que as condições de contorno não permitiram à laje de concreto, que certamente ajudaria a estabilizar a viga de aço em uma estrutura de piso real, restringir a mesa inferior contra movimento lateral, como ocorreria em uma estrutura real. Conseqüentemente os ensaios S2 e U1 produziram resultados conservadores. Para investigar o efeito da restrição da laje contra

a flambagem lateral da mesa inferior de aço, foi necessário conduzir ensaios de vigas mistas com o mecanismo “U” invertido, U2 e U3.

Cada viga de aço dos modelos U2 e U3 representou uma viga de extremidade em um sistema de piso de múltiplas vigas, que é mais vulnerável à flambagem lateral que as vigas internas. Seções laminadas foram utilizadas nas vigas de aço dos modelos. A laje de concreto armado foi mista para o modelo U2 e convencional para o modelo U3. De acordo com o EN 1994-1-1 (1985), a seção mista foi classificada como classe 3. Além de todas as características presentes no ensaio U2, o ensaio U3 incorporou uma linha de carregamento aplicada em um dos seus vãos, que simulou a sobrecarga no piso. Esse arranjo foi propositadamente escolhido para investigar se a estabilidade da viga seria prejudicada pela flexão transversal da laje devido à presença do carregamento accidental.

O modelo U2 era idêntico ao U1, mesma seção laminada para a viga de aço, mesmo tipo de laje e armadura, exceto o posicionamento do perfil de aço em relação à laje. Para simular o mecanismo “U” invertido e alcançar a rigidez rotacional confiável da viga mista, o perfil de aço do meio da seção transversal (caso do modelo U1) foi substituído por dois perfis de aço localizados próximos as extremidade da laje.

O modelo U2 foi composto de duas vigas, isto é U2A e U2B, FIG. 2.21. Contraventamentos internos horizontais e diagonais foram executados nos dois planos do apoio central, para impedir o movimento lateral e a elevação de cada viga, mas não para restringir a rotação em relação ao eixo vertical, conforme FIG. 2.22.



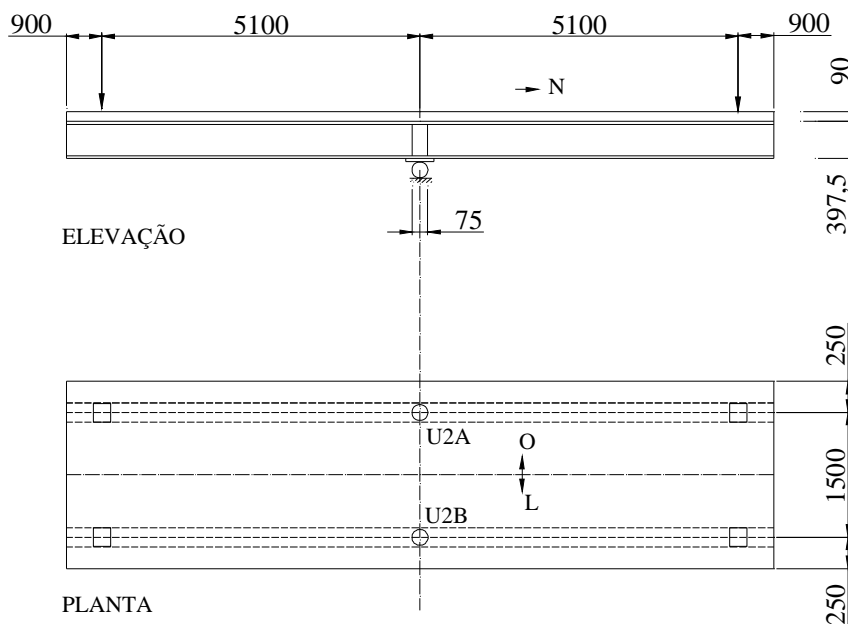


FIGURA 2.21 Geometria do modelo U2

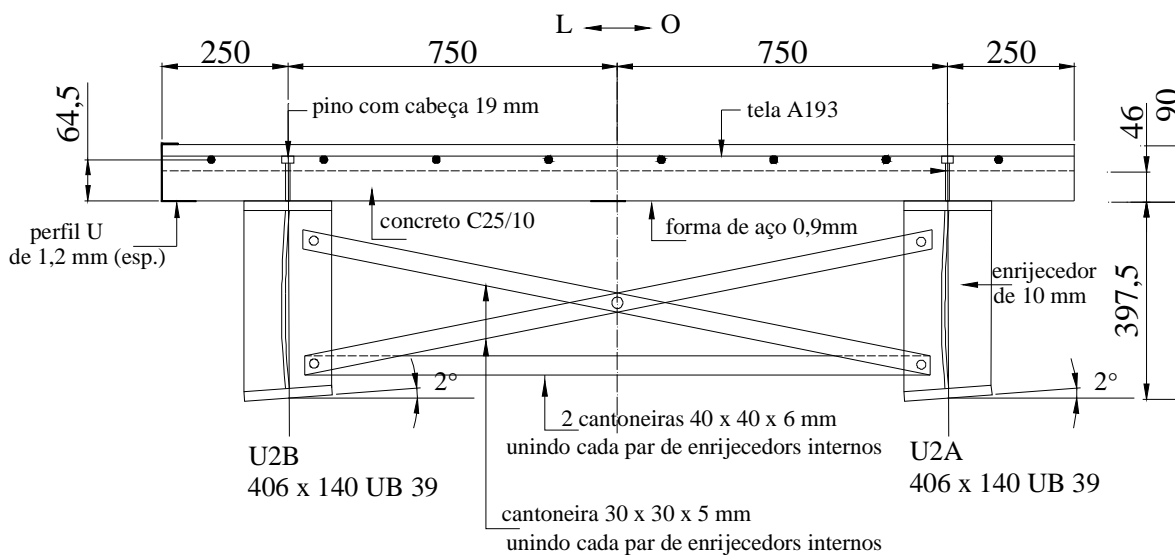


FIGURA 2.22 Seção transversal do modelo U2

O modelo U3 foi similar ao U2, porém haviam duas camadas de armaduras longitudinais na laje e a seção do perfil de aço era diferente, tendo sido escolhida para representar uma viga mista de ponte ou viaduto no lugar de uma viga mista de edifício. Para uma ponte contínua de altura uniforme, o momento negativo crítico usualmente ocorre quando o veículo passa o primeiro apoio interno. Os pontos de inflexão são localizados a uma distância do apoio de aproximadamente 0,21 vezes o comprimento do

vão. Estruturas de ponte usando vigas laminadas raramente possuem vãos acima de 20 m. A região de momento negativo no modelo U3 foi então feita levemente menor (4,25 m), para representar melhor as situações práticas.

O modelo U3 também foi composto de duas vigas, isto é U3A e U3B, FIG. 2.23. Duas camadas de tela de aço foram usadas para construir a laje. Uma camada adicional de armadura transversal inferior foi inserida para aumentar a resistência à flexão da laje, FIG. 2.24.

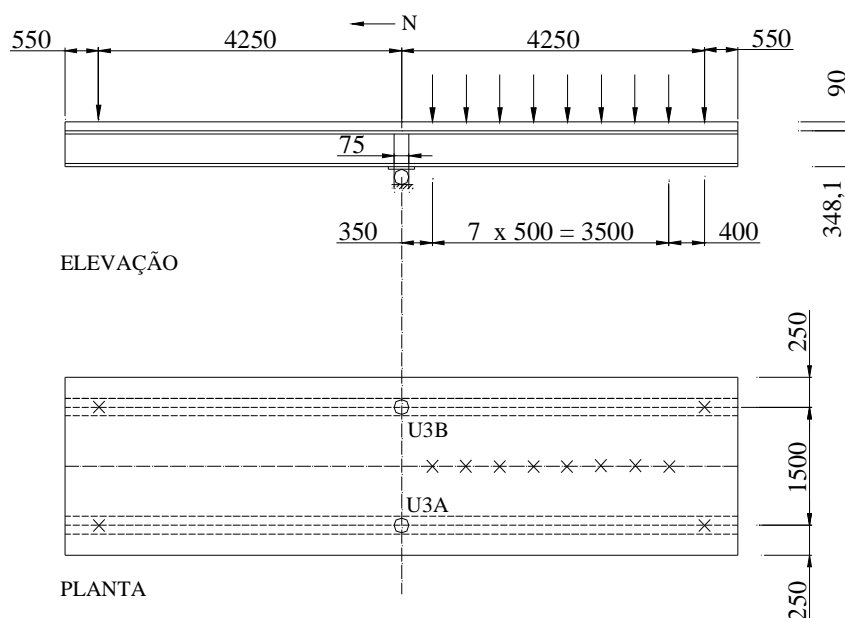


FIGURA 2.23 Geometria do modelo U3

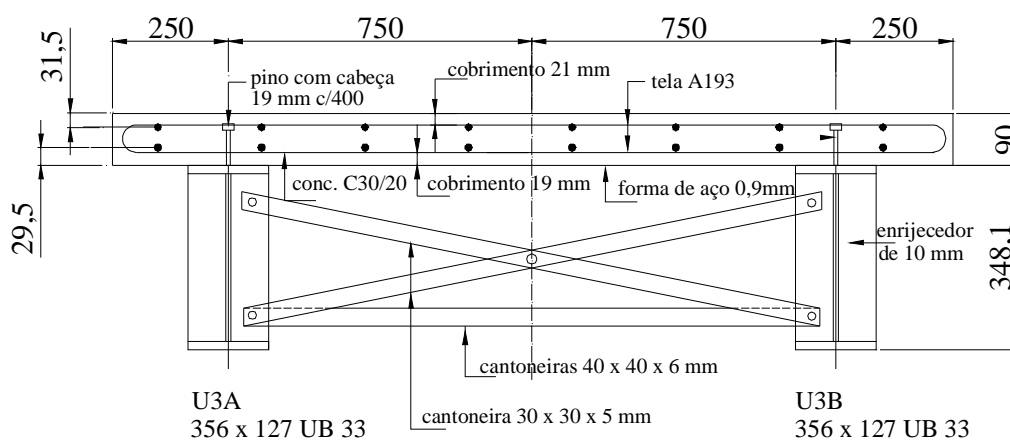


FIGURA 2.24 Seção transversal do modelo U3

Nos estágios iniciais de carga, os deslocamentos laterais das mesas inferiores seguiram aproximadamente a forma das imperfeições laterais iniciais, mas as magnitudes eram pequenas, enquanto os modelos estavam ainda no regime elástico. A resistência última de cada uma das quatro vigas dos modelos U2 e U3 foi governada por uma interação complexa entre flambagem local e flambagem lateral com distorção, fortemente influenciada pelas imperfeições iniciais da mesa inferior. A relação carga versus deformação pôde ser generalizada em três estágios: (1) elástico com deformações pequenas; (2) pré-flambagem local com escoamento em seções do apoio e um aumento gradual da taxa de deformação, e; (3) pós-flambagem local com um aumento rápido da taxa de deformação.

Os resultados dos ensaios mostraram que o declínio da resistência à flexão depois de se alcançar o momento máximo para ambos os modelos foi devido à combinação da flambagem local e a flambagem lateral com distorção da mesa inferior. Os resultados experimentais, em particular do modelo U3, mostraram que os deslocamentos laterais das mesas inferiores foram uma característica inerente ao comportamento mesmo em níveis baixos de carga, mas as magnitudes registradas antes da flambagem local provavelmente não pareceram afetar significativamente a resistência à flexão. O carregamento na laje no modelo U3 causou maiores deslocamentos laterais e rotações transversais à mesa inferior no lado carregado do que no outro, e isso possivelmente fez com que a flambagem local se iniciasse em um nível mais baixo de carga. Os momentos resistentes últimos para ambos os modelos foram levemente superiores aos seus momentos plásticos. A incapacidade das vigas de alcançarem maiores resistências (efeito de endurecimento) parece ser devido às proporções de suas seções transversais, e não devido ao comprimento destravado sujeito a momento negativo.

Os deslocamentos laterais e as rotações transversais da laje de concreto para ambos os modelos foram pequenas nos ensaios, e para a geometria e magnitude das vigas ensaiadas, o efeito da restrição da laje à mesa inferior por meio da alma foi grande o suficiente para reduzir os deslocamentos laterais excessivos antes da flambagem local da mesa inferior. Pode ser considerado que a laje de concreto forneceu restrição total ao

deslocamento lateral à mesa superior de aço, e também restrição parcial ao giro em relação ao eixo longitudinal.

Quando comparadas com as vigas mistas de seção transversal “T”, as vigas mistas com mecanismo “U” invertido tiveram sua estabilidade lateral aumentada consideravelmente. Então é recomendado utilizar a previsão teórica da resistência última dessas vigas no lugar das vigas de seção transversal “T”. Mas nos apoios internos é necessário fornecer restrição lateral para eliminar o deslocamento lateral da mesa inferior, tal que um modo de flambagem na forma de *S* seja obrigatório.

## **2.4.2 Trabalhos experimentais de CHEN (1992)**

### 2.4.2.1 Generalidades

CHEN (1992), em sua tese de doutorado, realizou quatro ensaios com modelos em escala real: dois deles em vigas mistas com mecanismos “U” contínuo e discreto, chamados de U4 e U5 respectivamente e os outros dois em estruturas isoladas com mecanismos “U” discretos, chamados de I-US e I-UD. Primeiramente, a FLD de uma viga mista com mecanismo “U” contínuo é avaliada no ensaio do modelo U4, e depois, a FLD de uma viga mista com mecanismo “U” discreto é avaliada no ensaio do modelo U5, e finalmente, a resistência e a rigidez de mecanismos “U” discretos são avaliadas com base em uma série de ensaios em estruturas “U” isoladas.

### 2.4.2.2 Ensaio com o mecanismo “U” contínuo (modelo U4) e com o mecanismo “U” discreto (modelo U5)

O modelo U4 consistia de duas vigas soldadas, nomeadas U4A e U4B, FIG. 2.25. A classificação da seção transversal foi feita na classe 4, ou seja, que não sofre flambagem local em regime elástico, de acordo com o EN 1994-1-1 (1991). Para cada uma das vigas, U4A e U4B, enrijecedores duplos de 10 mm de espessura foram soldados na seção do apoio. Contraventamentos internos foram fornecidos na seção do apoio para

impedir movimento lateral e vertical diferencial entre as vigas, mas não para restringir a rotação em relação ao eixo vertical. Em duas seções transversais, distantes 1,2 m e 1,6 m de cada lado do apoio, contraventamentos laterais foram instalados durante a segunda parte do ensaio somente. Eles eram idênticos ao contraventamento da seção do apoio, porém sem a barra horizontal.

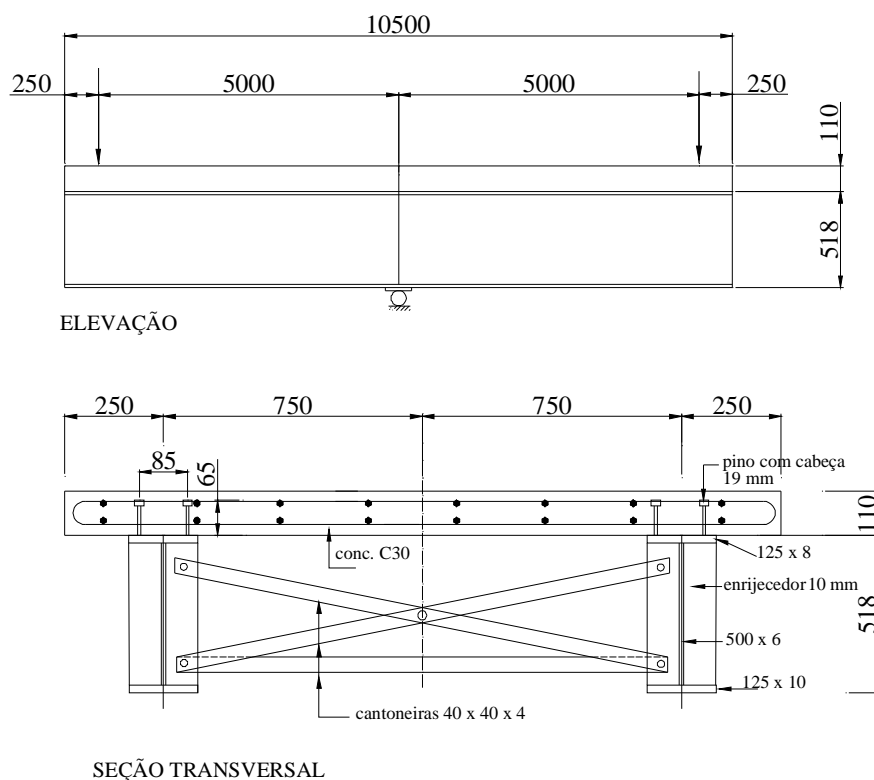


FIGURA 2.25 Geometria e seção transversal do modelo U4

Similarmente ao modelo U4, o modelo U5 também consistia de duas vigas soldadas, U5A e U5B, FIG. 2.26. Suas seções transversais foram idênticas as de U4A e U4B. Dois tipos de enrijecedores foram usados. Em uma metade do comprimento da viga, os enrijecedores foram projetados como duplos, espaçados a cada 1200 mm, e na outra metade, os enrijecedores foram projetados somente de um lado espaçados a cada 600 mm. Esses enrijecedores foram projetados para terem o mesmo momento de inércia em relação ao eixo paralelo à alma sobre uma largura de até 16 vezes a espessura da alma em cada lado da linha de centro de sua conexão. Os painéis da alma perto da seção central foram enrijecidos por cantoneiras 25 x 25 x 5 mm para impedir a flambagem local da alma na segunda parte do ensaio.

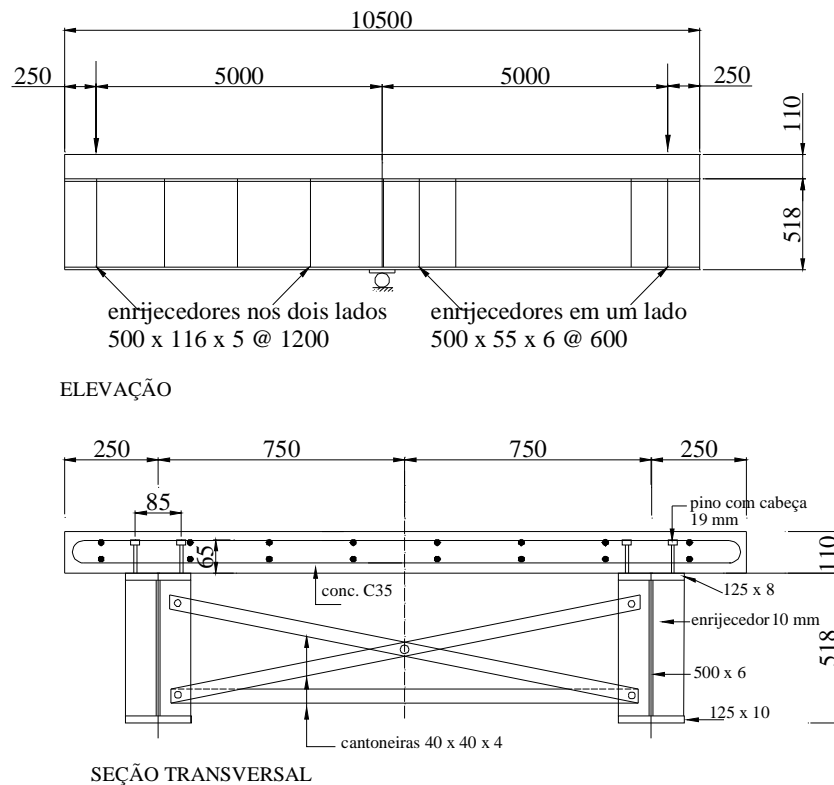


FIGURA 2.26 Geometria e seção transversal do modelo U5

A TAB. 2.10 fornece os momentos nos apoios, obtidos experimentalmente, para o estágio inicial da flambagem lateral com distorção  $M_{ini}$  e para o estágio final de carregamento  $M_{max}$ . Também é fornecido o momento fletor de escoamento dos modelos  $M_y$ , a previsão teórica do EN 1994-1-1 (1991) para o momento fletor resistente à FLD  $M_{EC4}$  e a razão em relação a  $M_y$ .

TABELA 2.10 Resumo dos resultados obtidos por CHEN (1992)

Modelo	$M_y$	Valores experimentais		Previsão do EC4	Razões em relação a $M_y$			Descrição
		$M_{ini}$	$M_{max}$		$M_{ini}/M_y$	$M_{max}/M_y$	$M_{EC4}/M_y$	
U4A	362	218,4	317,9	192	0,60	0,88	0,53	mecanismo "U" contínuo sem contraventamento
U4B	356	217,7	316,8	189	0,61	0,89	0,53	
U4A	362	382,6	405,7	256	1,06	1,12	0,71	mecanismo "U" contínuo com contraventamento
U4B	352	377,7	405,4	253	1,07	1,15	0,72	
U5A	362	*	362			1,00		mecanismo "U" discreto
U5B	351	315,9	358,7		0,90	1,02		
U5A	362	412,7	434,4		1,14	1,20		mecanismo "U" discreto com cantoneiras nos painéis da alma
U5B	351	315,9	407,2		0,90	1,16		

Momentos em kN.m  
 \* neste ensaio não ocorreu flambagem lateral com distorção na viga U5A

As curvas de momento no apoio versus rotação do ensaio 1 (mecanismo “U” contínuo) do modelo U4 mostraram que as rotações nas mesas superiores e na laje são muito menores do que as das mesas inferiores. O momento fletor em que teve início a FLD foi bem inferior ao momento de escoamento da seção para as duas vigas ( $0,60 M_y$  para U4A e  $0,61 M_y$  para U4B). As deformações laterais neste ensaio mostraram os modos óbvios de FLD, que são aproximadamente simétricos em relação à seção central.

No ensaio 2 (mecanismo “U” contínuo com contraventamento) do modelo U4, as vigas foram estabilizadas por contraventamentos em duas seções, uma de cada lado do apoio central. A resistência última das vigas foi governada por uma complexa interação entre FLD e flambagem local da alma. O momento fletor em que teve início a FLD foi levemente superior ao momento de escoamento para as duas vigas ( $1,06 M_y$  para U4A e  $1,07 M_y$  para U4B). Foi observada a ocorrência de flambagem local da alma perto da região dos apoios nas vigas após o início da FLD.

No ensaio 1 do modelo U5 (mecanismo “U” discreto), a FLD na viga U5B iniciou quando o momento no apoio era igual a  $0,87 M_y$ . As vigas foram carregadas até o momento no apoio atingir  $M_y$  em U5A e  $1,02 M_y$  em U5B, onde flambagem local da alma perto do apoio foi observada em ambas as vigas. Entretanto, não foi observada a FLD em U5A nesse ensaio.

No ensaio 2 do modelo U5 (mecanismo “U” discreto com cantoneiras nos painéis da alma), devido ao enrijecimento adicional dos painéis da alma com cantoneiras, a resistência à flambagem local na alma foi aumentada, e as vigas foram carregadas até o escoamento ocorrer nas seções perto do apoio central. A FLD iniciou-se aproximadamente no mesmo valor do momento de antes em U5B, acompanhada por uma severa deformação fora do plano do painel da alma enrijecido perto do apoio. Foi observada a flambagem local da mesa em U5A, perto do apoio, que envolveu uma interação com a flambagem lateral da mesa.

Em resumo, três formas de flambagem lateral das mesas inferiores foram encontradas nos ensaios:

- Forma senoidal sobre todo o comprimento da região de momento negativo observada nas vigas sem contraventamentos e sem enrijecedores (primeiro ensaio no modelo U4), FIG. 27a.
- Quatro regiões de deformação lateral separada por três seções contraventadas observada nas vigas com contraventamentos e sem enrijecedores (segundo ensaio no modelo U4), FIG. 27b.
- Deformações laterais concentradas próximas à região do apoio observadas nas vigas sem contraventamentos e com enrijecedores (primeiro e segundo ensaios no modelo U5). O deslocamento lateral concentrou-se dentro da região de um a dois mecanismos “U” discretos com enrijecedor duplo e dentro da região de dois a três mecanismos “U” discretos com enrijecedor único, FIG. 27c.

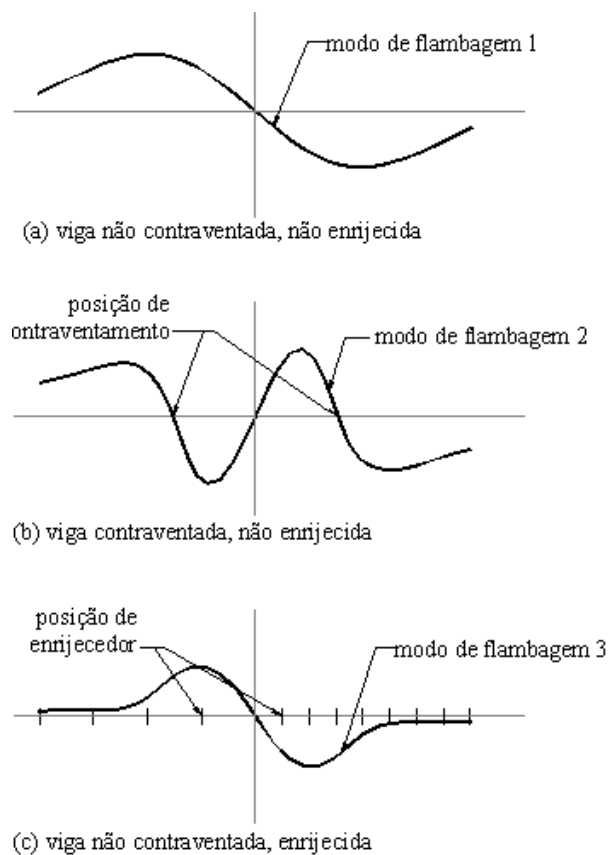


FIGURA 2.27 Modos de flambagem lateral com distorção



A distorção da alma em cada um dos modelos U4 e U5 foi definida como a diferença de deformações de um par de extensômetros elétricos colados em cada lado da alma, posicionados a 40 mm da mesa superior e 800 mm e 2000 mm do apoio central, onde o efeito da flambagem local foi eliminado nesta posição. Foi observado que a mais alta distorção no modelo U4 iniciou-se aproximadamente nos mesmos estágios em que a flambagem lateral ocorreu. Os resultados do modelo U5 mostraram que as distorções da alma também foram acompanhadas pela flambagem lateral, e os enrijecedores verticais reduziram a distorção da alma em comparação com o modelo U4, particularmente nas regiões afastadas da seção central, e que conseqüentemente aumentou a resistência à flambagem lateral com distorção.

Fissuras iniciais da laje apareceram perto do apoio central no modelo U4, nos primeiros estágios do ensaio 1, e fissuras subseqüentes paralelas desenvolveram-se com um espaçamento de cerca de 150 mm, justamente o espaçamento da armadura transversal. Isso revelou que a formação e a posição das fissuras estão relacionadas ao arranjo da armadura. Além das fissuras transversais, fissuras longitudinais ocorreram no modelo U5 em localizações acima dos duplos enrijecedores mais próximos dos apoios. Isso revela que momentos concentrados induzidos pelas forças do mecanismo “U” ocorreram nas posições dos enrijecedores.

#### 2.4.2.3 Ensaio em estruturas “U” isoladas para investigar a ação mecanismo “U” discreto (modelos I-US e I-UD)

Os ensaios no modelo U5 mostraram que forças no mecanismo “U” foram induzidas quando a FLD ocorreu e falha de cisalhamento nas conexões laje-mesa superior foram observadas depois do estágio último de carga. Para avaliar a ação do mecanismo “U” discreto na FLD, ensaios em estruturas “U” isoladas foram feitos, conforme a FIG. 2.28. Os modelos dos ensaios, conhecidos como estruturas “U” isoladas, foram cortados do modelo U5. A rigidez e a resistência do mecanismo “U” discreto foram investigadas. As forças últimas do mecanismo “U” nos ensaios do modelo U5 foram avaliadas com base nos resultados dos ensaios das estruturas “U” isoladas.

O modelo I-UD foi cortado do modelo U5 no lado com enrijecedores duplos. Primeiramente, o modelo foi ensaiado com um comprimento longitudinal de 1 m, em carga pequena, então o modelo foi cortado e teve o comprimento reduzido para 0,4 m. O outro modelo, I-US foi cortado do modelo U5 no lado com enrijecedores únicos com um comprimento de 0,4 m.

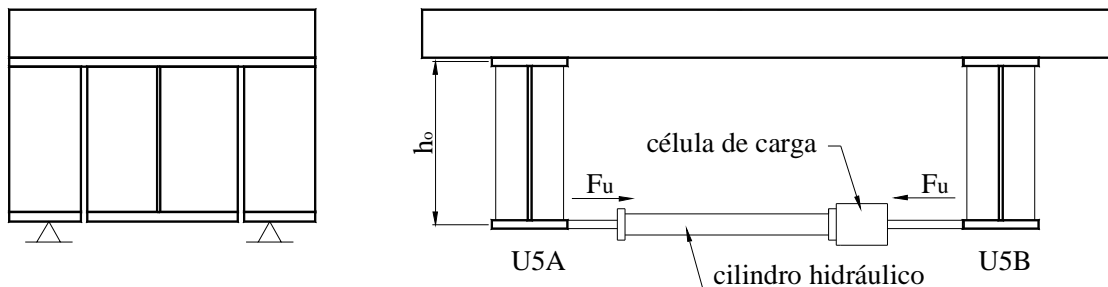


FIGURA 2.28 Ensaio nas estruturas “U” isoladas. Fonte: CHEN (1992)

A flexibilidade rotacional da conexão de cisalhamento foi obtida dividindo-se a rotação relativa pelo momento de torção atuante no mecanismo “U” discreto:

$$f_3 = \frac{\theta_3}{M_t} \quad (2.60)$$

onde  $\theta_3$  é a rotação transversal relativa entre a laje e a mesa superior nas localidades acima dos enrijecedores e  $M_t$  é o produto da força transversal pela distância  $h_o$ .

$$M_t = F_u h_o \quad (2.61)$$

A rotação transversal da conexão desenvolveu-se mais ou menos na proporção do momento aplicado até a falha da conexão ocorrer, seja devido às fissuras internas na laje ou por deformações excessivas nas mesas superiores.

Uma analogia semi-empírica para a flexibilidade rotacional da conexão de cisalhamento é mostrada na FIG. 2.29. O momento de torção  $M_t$  é transmitido para laje por meio dos conectores que estão acima dos enrijecedores. Assume-se que a deformação típica no cone de concreto, envolvendo os conectores, é dada por:

$$\varepsilon_c \propto \frac{T}{h_d^2 E_c} \quad (2.62)$$

onde  $h_d$  é a altura dos conectores,  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto e  $T$  é a força do binário correspondente ao momento  $M_t$ , atuante no par de conectores.

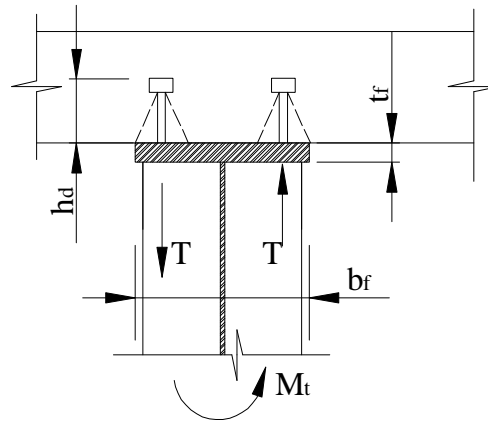


FIGURA 2.29 Analogia semi-empírica da flexibilidade da conexão de cisalhamento

Como o momento de torção  $M_t$  é proporcional a  $T \cdot b_f$  e a rotação transversal  $\theta_3$  é proporcional a  $T / b_f \cdot h_d \cdot E_c$ , utilizando a EQ. (2.60) a flexibilidade rotacional da conexão do mecanismo “U” discreto fica:

$$f_3 \propto \frac{I}{b_f b_s h_d E_c N} \quad (2.63)$$

Comparando com as estruturas “U” isoladas com duplo enrijecedor, um parâmetro  $b_s$  é introduzido para incluir as conexões com único enrijecedor. Usando os resultados dos ensaios, uma fórmula semi-empírica pode ser escrita:

$$f_3 = \frac{300}{b_f b_s h_d E_c N} \quad (2.64)$$

onde  $b_f$  é a largura da mesa superior de aço,  $b_s$  é a largura do enrijecedor e  $N$  é o número de conectores efetivos na conexão, igual ao número de conectores existentes no comprimento  $2 l_n$ , dado por

$$2l_n = 56b_f \left( \frac{t_f}{b_f} \right)^{1,4} \quad (2.65)$$

Os ensaios nas estruturas “U” isoladas mostraram que a flexibilidade da conexão de cisalhamento  $f_3$  contribui em 46% para a flexibilidade rotacional da estrutura I-UD e em 61% para a flexibilidade rotacional da estrutura I-US. Portanto não é possível desprezar a contribuição da conexão de cisalhamento no cálculo da rigidez rotacional  $k_r$  de vigas mistas com mecanismo “U” discreto.

## **2.5 Flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas de alma senoidal**

CALENZANI *et al.* (2006) determinaram numericamente, usando o método dos elementos finitos via programa ANSYS 9.0 (2004), a rigidez rotacional de modelos representativos do mecanismo “U” com perfis de aço de alma plana. Para avaliação da consistência da modelagem numérica utilizada, os resultados obtidos foram comparados com os do PR-NBR 8800 (2006). Comprovada a eficiência dos modelos numéricos, modelos representativos do mecanismo “U” com perfis de aço de alma senoidal foram simulados, também no programa ANSYS 9.0 (2004), e a rigidez rotacional das vigas mistas foi determinada.

Com base nos resultados numéricos, CALENZANI *et al.* (2006) avaliaram quantitativamente as contribuições da flexão da laje, da distorção da alma e da deformação da conexão de cisalhamento no valor da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal.

CALENZANI *et al.* (2007) realizaram dois experimentos em modelos representativos do mecanismo “U” de vigas mistas com perfis de alma senoidal e laje maciça. Foi então definida uma modelagem numérica e feita a aferição da mesma pelo processamento, via programa ANSYS 9.0 (2004), dos modelos experimentais. Após a aferição, 20 modelos numéricos, contemplando uma variação sistemática nos parâmetros que influenciam a

rigidez rotacional do mecanismo “U” foram processados. Com base nesses resultados, foram propostos critérios para determinação das rigidezes isoladas da laje, da alma senoidal e da conexão de cisalhamento e, conseqüentemente, da rigidez rotacional das vigas mistas com perfis de alma senoidal.

# 3

## ANÁLISE EXPERIMENTAL

### 3.1 Introdução

Conforme descrito no capítulo 2, o PR-NBR 8800 (2007) e o EN 1994-1-1 (2004) limitam-se ao cálculo da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma plana, o que inviabiliza a sua utilização na verificação do estado limite de FLD de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal. Neste trabalho, uma análise experimental foi feita, utilizando para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal, uma metodologia especialmente desenvolvida para a avaliação experimental dessa rigidez.

A análise experimental consistiu de ensaios com protótipos que simulam o mecanismo “U” invertido de vigas mistas com perfis de alma senoidal. Os protótipos foram solicitados por momentos transversais causados por forças horizontais aplicadas na mesa inferior das vigas. Em uma estrutura real, esse momento transversal seria induzido pelas imperfeições iniciais e pela tendência de flambagem lateral da mesa comprimida. Como resultado dos ensaios, curvas momento versus rotação foram traçadas para a laje, para a alma e para a conexão de cisalhamento, o que possibilitou a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal. Os resultados experimentais serviram como subsídios para a fase de análise numérica, descrita no

capítulo seguinte, principalmente na aferição e na avaliação da consistência da modelagem utilizada nesta análise.

A escolha dos protótipos “U”, de suas propriedades geométricas e mecânicas e a etapa de fabricação dos mesmos estão descritos nos itens 3.2 a 3.4. O item 3.5 descreve a etapa de montagem dos ensaios. Na seqüência, os itens 3.6 e 3.7 mostram em detalhes o sistema de aplicação de força e a instrumentação utilizada. No item 3.8, são apresentados ensaios auxiliares, tais como os de calibração da célula de carga e os de caracterização dos materiais dos protótipos “U”. No item 3.9, os procedimentos adotados na realização dos ensaios são descritos. Finalmente, no item 3.10, os resultados experimentais para cada protótipo são apresentados e discutidos.

### **3.2 Escolha dos protótipos**

Os protótipos experimentais foram escolhidos para serem representativos de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal na região de momento negativo, agindo como um mecanismo “U” invertido. Portanto, cada protótipo foi constituído por duas vigas de aço sobrepostas por laje de concreto armado com ligação mecânica por meio de conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça. No total, quatro protótipos, denominados U1-P, U2-P, U1-M e U2-M, foram ensaiados no LAEES<sup>1</sup>.

Dois tipos de laje de concreto armado foram empregados, laje maciça e laje mista com fôrma de aço incorporada. Também, dois tipos de conexão de cisalhamento foram utilizados, conexão composta por apenas um conector tipo pino com cabeça soldado na linha de centro da mesa superior do perfil de aço e conexão composta por dois conectores soldados simetricamente em relação à linha de centro da mesa superior do perfil.

Todos os protótipos possuíam o mesmo perfil de aço. As dimensões da seção transversal foram escolhidas com base em vigas usuais de edifícios em aço. A altura da

---

<sup>1</sup> Laboratório de Análise Experimental de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais

alma senoidal foi de 600 mm e a espessura de 2 mm. As mesas eram chapas planas com largura igual a 150 mm e espessura igual a 8 mm.

A distância entre os perfis de aço, que define a largura dos protótipos, foi de 2000 mm, procurando retratar pisos reais de edifícios compostos por vigas mistas paralelas espaçadas a 2000 mm. O comprimento dos protótipos não era um parâmetro importante na avaliação experimental da rigidez rotacional; por isso, o comprimento foi definido em função da distância mínima necessária à colocação de três filas de conectores de cisalhamento, resultando em um comprimento de 512 mm para os protótipos com laje maciça e 636 mm para os protótipos com laje mista. O comprimento dos protótipos com laje mista foi levemente superior ao dos protótipos com laje maciça porque as reentrâncias da fôrma de aço incorporada exigiram uma maior distância entre os conectores.

### **3.3 Descrição dos protótipos**

#### **3.3.1 Protótipo U1-P**

As vigas de aço do protótipo U1-P foram chamadas de U1A-P e U1B-P. O perfil das vigas é um PSS<sup>2</sup> 600 x 150 x 8 x 2, FIG. 3.1a. Pela FIG. 3.1b, nota-se que a chapa da alma tem a sua ondulação simétrica em relação ao eixo central do protótipo, eixo 1-1.

Foi utilizado nas mesas aço estrutural USI CIVIL 350 e na alma USI CIVIL 300, da Usiminas, que possuem resistências características ao escoamento de 350 MPa e 300 MPa, respectivamente.

A laje é maciça em concreto armado com 100 mm de espessura, tendo um cobrimento de 30 mm para as armaduras positiva e negativa. O diâmetro e a disposição das armaduras, que possuem aço CA-50, com resistência característica ao escoamento de 500 MPa, estão mostrados na FIG. 3.1c. O fornecimento do concreto foi feito por usina

---

<sup>2</sup> PSS é a simbologia utilizada neste trabalho para perfis de aço de alma senoidal, que é sucedida pelas dimensões da seção transversal na seguinte ordem: altura da alma, largura das mesas, espessura das mesas e espessura da alma, em milímetro.



especializada, sendo que a resistência característica à compressão solicitada foi de 20 MPa.

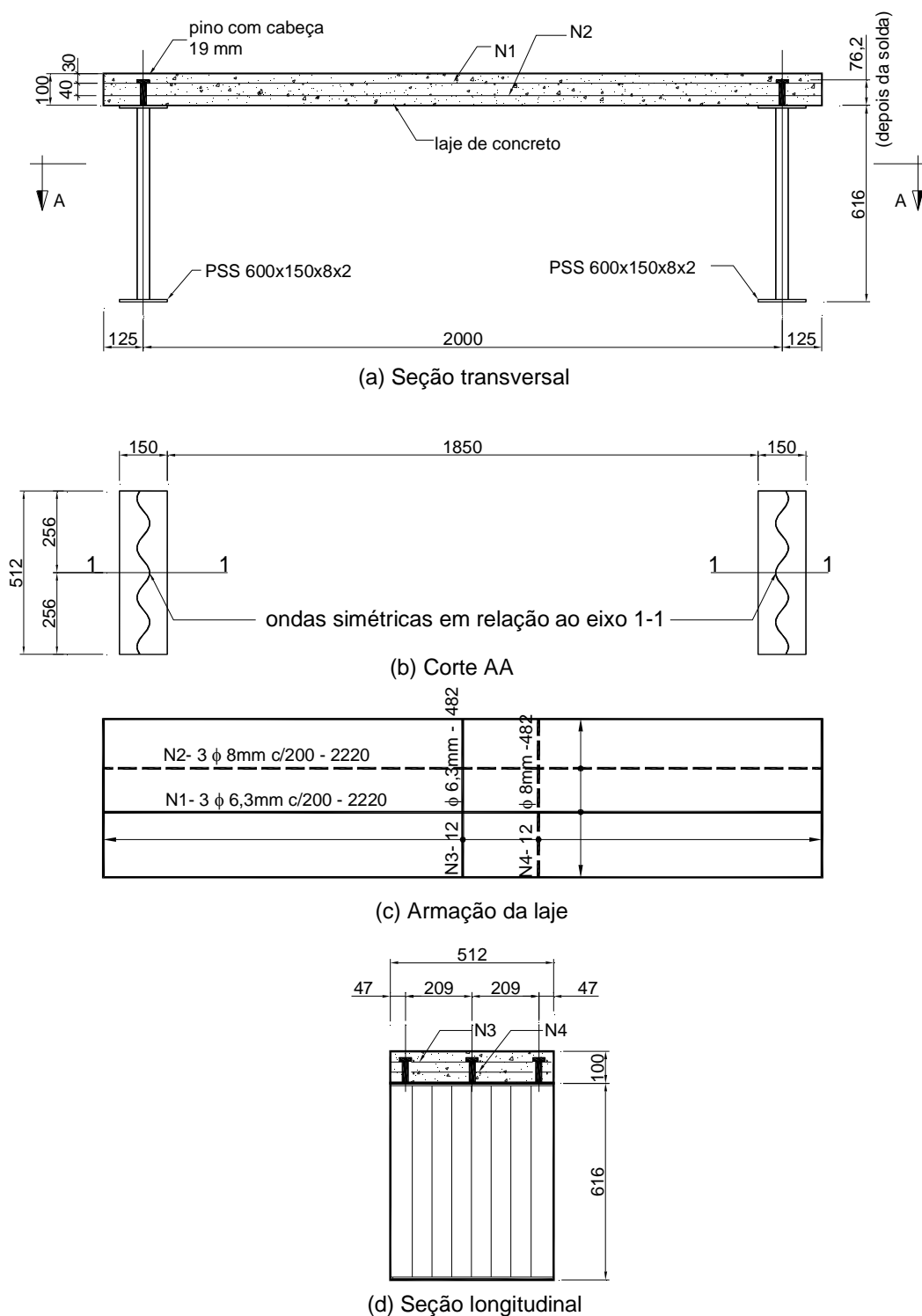


FIGURA 3.1 Protótipo U1-P

A conexão de cisalhamento foi feita por meio de conectores tipo pino com cabeça, cujo arranjo está mostrado na FIG. 3.1. Um conector foi soldado na seção transversal, na linha de centro da mesa superior do perfil de aço. O espaçamento longitudinal entre conectores foi de 209 mm, FIG. 3.1d. Todos os conectores têm diâmetro de 19 mm e altura depois da solda de aproximadamente 76,2 mm, tendo sido fabricados em aço ASTM A108, com resistência ao escoamento de 345 MPa e resistência à ruptura de 415 MPa.

### 3.3.2 Protótipo U2-P

O protótipo U2-P apresenta as mesmas dimensões geométricas e propriedades mecânicas que o protótipo U1-P, com exceção do arranjo dos conectores tipo pino com cabeça. Conforme se pode ver na seção transversal do protótipo U2-P, FIG. 3.2, dois conectores foram soldados simetricamente em relação à linha de centro da mesa superior com um espaçamento de 80 mm. As vigas de aço do protótipo U2-P foram chamadas de U2A-P e U2B-P.

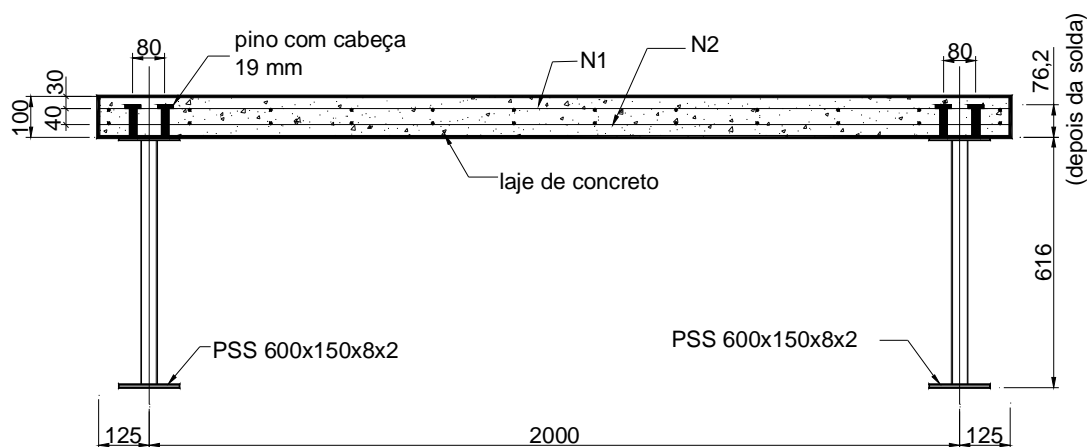
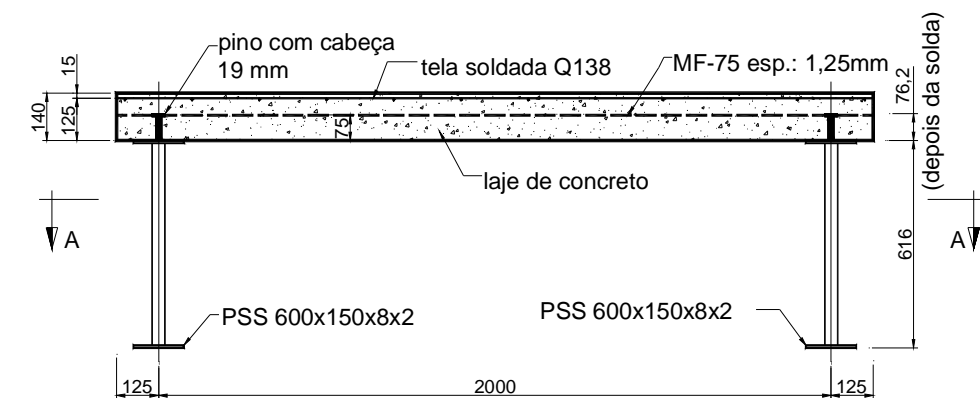


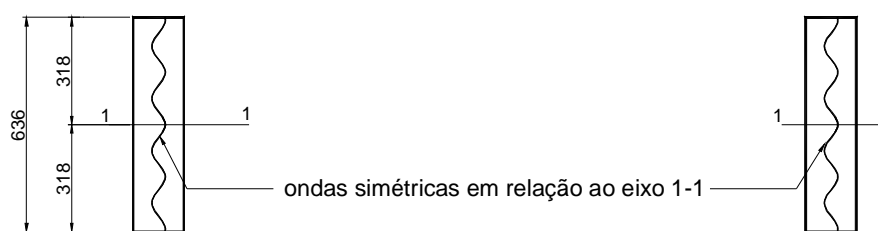
FIGURA 3.2 Seção transversal do protótipo U2-P

### 3.3.3 Protótipo U1-M

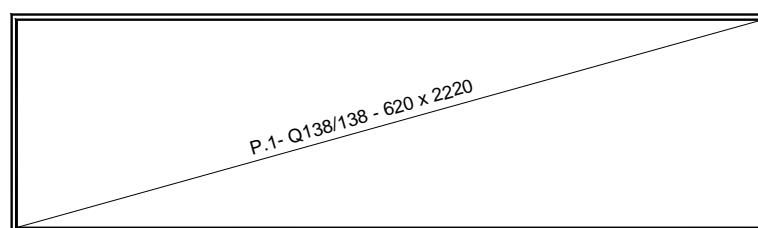
As vigas de aço do protótipo U1-M foram chamadas de U1A-M e U1B-M. O perfil das vigas é o mesmo PSS 600 x 150 x 8 x 2 dos demais protótipos, com as mesmas propriedades mecânicas, FIG. 3.3a. Pela FIG. 3.3b, nota-se que a chapa da alma tem a sua ondulação simétrica em relação ao eixo central do protótipo, eixo 1-1.



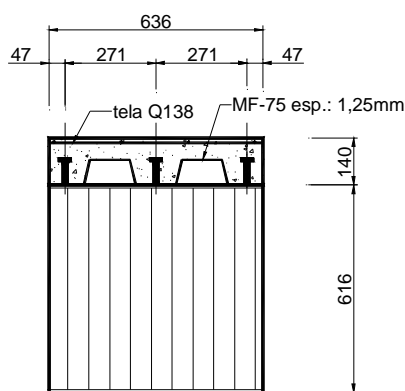
(a) Seção transversal



(b) Corte AA



(c) Armação da laje



(d) Seção longitudinal

FIGURA 3.3 Protótipo U1-M

A laje é mista de aço e concreto, com fôrma de aço incorporada, e altura total de 140 mm. A fôrma de aço tem espessura de 1,25 mm e altura de 75 mm. A armadura positiva é constituída apenas pela própria fôrma de aço incorporada e a armadura

negativa por um painel de tela soldada com malha quadrada de 100 mm x 100 mm, com diâmetro das barras de 4,2 mm, aço com resistência característica ao escoamento de 600 MPa e cobertura de 15 mm, FIG. 3.3c. O fornecimento do concreto foi feito por usina especializada, sendo que a resistência característica à compressão solicitada foi de 20 MPa .

A conexão de cisalhamento foi feita por meio de conectores tipo pino com cabeça, cujo arranjo está mostrado na FIG. 3.3. Um conector foi soldado na seção transversal na linha de centro da mesa superior do perfil de aço. O espaçamento longitudinal entre conectores foi de 271 mm, FIG. 3.3d. Todos os conectores têm diâmetro de 19 mm e altura depois da solda de aproximadamente 76,2 mm, tendo sido fabricados no mesmo tipo de aço dos demais protótipos.

### 3.3.4 Protótipo U2-M

O protótipo U2-M apresenta as mesmas dimensões geométricas e propriedades mecânicas que o protótipo U1-M, com exceção do arranjo dos conectores tipo pino com cabeça. Conforme se pode ver na sua seção transversal, FIG. 3.4, dois conectores foram soldados simetricamente em relação à linha de centro da mesa superior, com um espaçamento de 80 mm. As vigas de aço do protótipo U2-M foram chamadas de U2A-M e U2B-M.

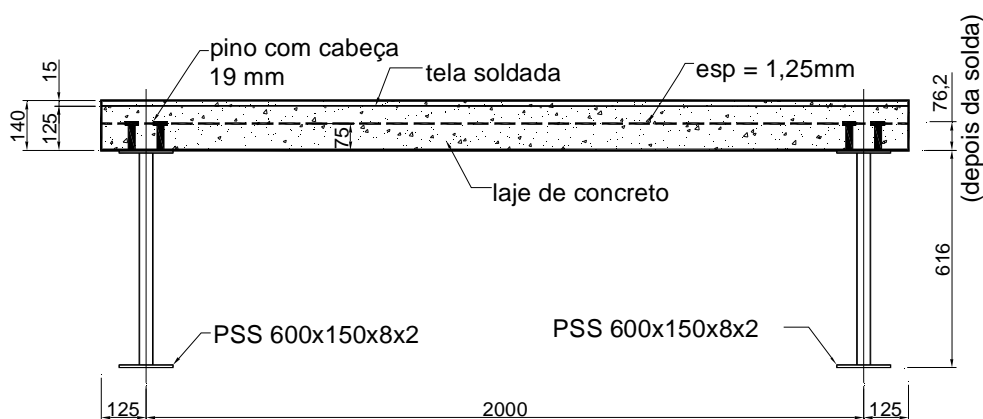


FIGURA 3.4 Seção transversal do protótipo U2-M

### 3.4 Construção dos protótipos

A construção dos protótipos foi executada pela empresa CODEME Engenharia em Betim, Minas Gerais. A fabricação das vigas de aço seguiu o processo automatizado descrito no capítulo 1. Quatro corpos de prova foram cortados de chapas do mesmo lote utilizado na fabricação das almas para determinação das resistências ao escoamento e à ruptura do aço em ensaios de tração.

Durante a construção, os protótipos foram escorados por perfis de aço, conforme ilustra a FIG. 3.5. Fôrmas de madeira, mostradas na FIG. 3.6, foram usadas como paredes laterais e de fundo na construção das lajes maciças, e, como paredes laterais na construção das lajes mistas.



FIGURA 3.5 Escoramento dos protótipos na fabricação



FIGURA 3.6 Formas de madeira usadas na fabricação das lajes maciça e mista

A concretagem das lajes de todos os protótipos foi feita em um único dia, com o mesmo lote de concreto fabricado em usina especializada. Corpos de prova cilíndricos de 10 cm

de diâmetro e 20 cm de altura foram preparados para ensaios de caracterização do concreto. Três corpos de prova foram moldados do concreto de cada protótipo para determinação da resistência à compressão, FIG. 3.7. Três corpos de prova foram moldados do lote de concreto para determinação do módulo de elasticidade, seis para ensaios de compressão aos 14 e 28 dias e três para ensaio de tração, totalizando 24 corpos de prova.



FIGURA 3.7 CPs moldados do concreto de cada protótipo para ensaio de compressão

Os protótipos foram inspecionados antes da concretagem, e, algumas não-conformidades em relação ao projeto foram corrigidas. Entretanto, no perfil metálico, a simetria da ondulação da chapa da alma em relação ao eixo central dos protótipos, eixo 1-1 das FIGs. 3.1 e 3.3, não foi completamente respeitada, pelo fato de isto ser extremamente difícil de ser conseguido.

### **3.5 Montagem dos ensaios**

Todo o trabalho de montagem dos ensaios foi executado por uma equipe de técnicos do LAEES, sob supervisão e acompanhamento da autora deste trabalho. Os trabalhos eram iniciados com a colocação dos protótipos na posição de ensaio. Tendo em vista as dimensões relativamente grandes dos protótipos, maiores que as portas de entrada do laboratório, os mesmos entravam por uma das janelas com o auxílio do guindaste do

caminhão utilizado no transporte. Em seguida, os protótipos eram transportados por uma ponte rolante até a devida posição de ensaio, como se pode ver na seqüência das FIGs. 3.8 e 3.9.



FIGURA 3.8 Entrada dos protótipos no LAEES



FIGURA 3.9 Colocação dos protótipos na posição de ensaio

A FIG. 3.10 mostra o arranjo geral dos ensaios, destacando a posição do protótipo “U” em relação ao pórtico de reação. Os protótipos foram ensaiados com a laje na parte inferior da montagem, apoiada em blocos de concreto dispostos diretamente sobre a laje de reação.

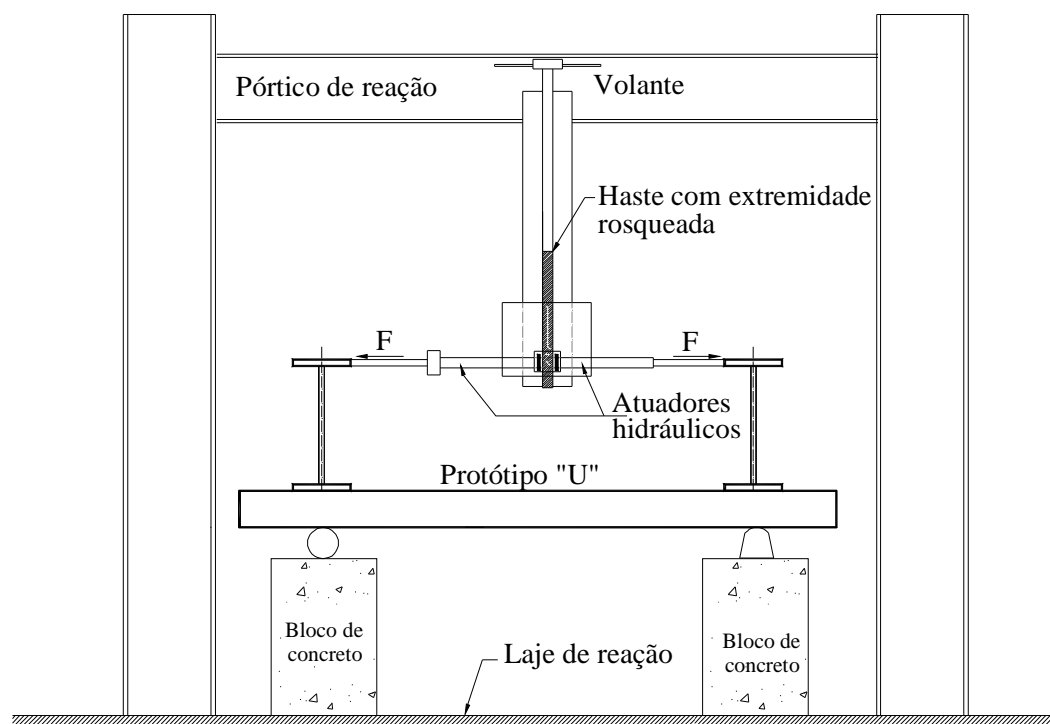


FIGURA 3.10 Arranjo geral dos ensaios

Na FIG. 3.11 tem-se a montagem completa de um ensaio, onde se pode ver o protótipo já posicionado e com a devida instrumentação, o sistema de aplicação de força, o sistema de aquisição de dados, SAD, o micro-computador e alguns pilaretes auxiliares utilizados na fixação das bases magnéticas dos relógios comparadores. O sistema de aplicação de força e a instrumentação dos protótipos estão descritos detalhadamente nos subitens 3.6 e 3.7, respectivamente.

O sistema de aquisição de dados utilizado foi o ADS-2000 da LYNX com módulo AI-2160 e placa A/D AC2120, que converte os sinais analógicos em digitais. O módulo AI-2160 possui 16 canais independentes para condicionamento dos sinais analógicos. O micro-computador utilizado foi um Pentium 133 Hz e o programa de computador foi o AQDADOS versão 4.



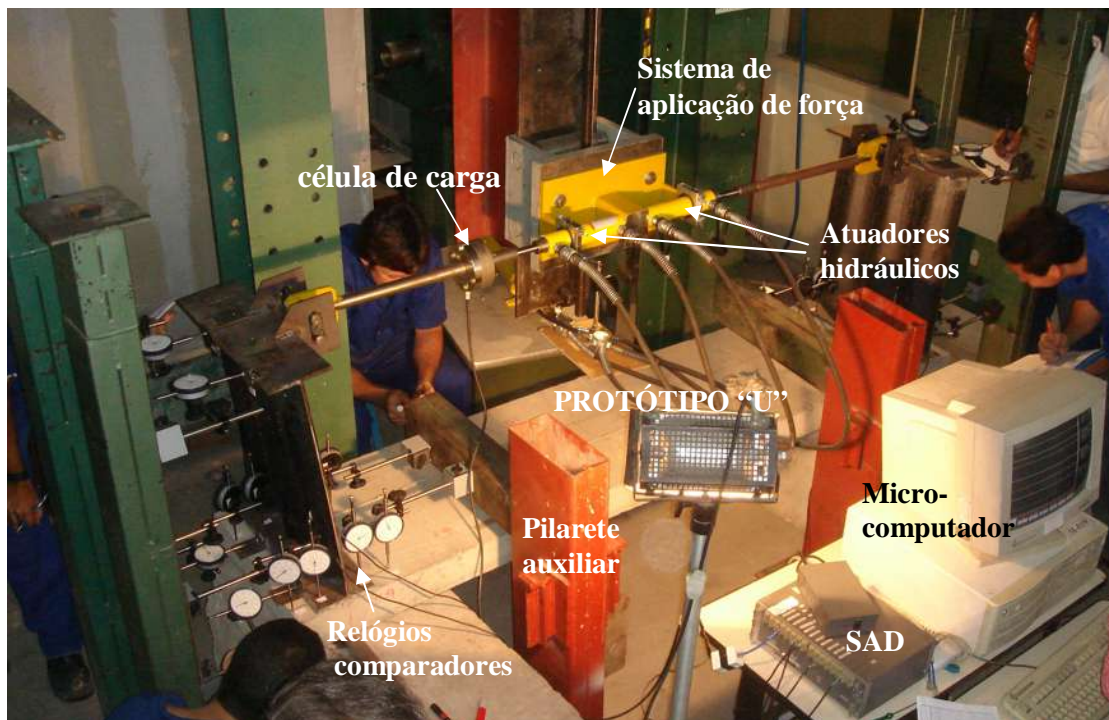


FIGURA 3.11 Montagem completa do ensaio

### 3.6 Sistema de aplicação de força

Para medir a rigidez rotacional do mecanismo “U” foi necessário projetar um sistema de aplicação de força que dirigisse simultaneamente forças horizontais de mesma intensidade e sentidos opostos às mesas das duas vigas. Esse sistema foi composto por dois atuadores hidráulicos idênticos dispostos na posição horizontal, de capacidade igual a 46 kN. As forças horizontais foram direcionadas no sentido de empurrar os protótipos (movimentação da haste do atuador para fora), causando assim tração na face da laje de concreto em contato com o perfil de aço e compressão na face oposta.

Com a evolução do ensaio, a deformação do protótipo alterava o nível da mesa carregada verticalmente. Para manter as forças corretamente aplicadas nesta mesa, sem inclinação dos atuadores hidráulicos, foi usado um sistema de ajuste, controlado por um volante e formado por um carrinho e uma haste rosqueada, conforme FIG 3.12. Este carrinho é preso aos atuadores e se desloca verticalmente conforme se gira o volante da haste rosqueada.



FIGURA 3.12 Sistema de aplicação de carga

As FIG. 3.13 e 3.14 mostram um detalhe do ponto de aplicação da força no perfil metálico. Duas chapas contendo um furo alongado (34 x 80 mm) foram soldadas na mesa inferior de cada viga de aço. A haste horizontal que aplicava a força proveniente do atuador hidráulico foi conectada às chapas soldadas na mesa inferior por meio de pinos de aço de 32 mm de diâmetro.

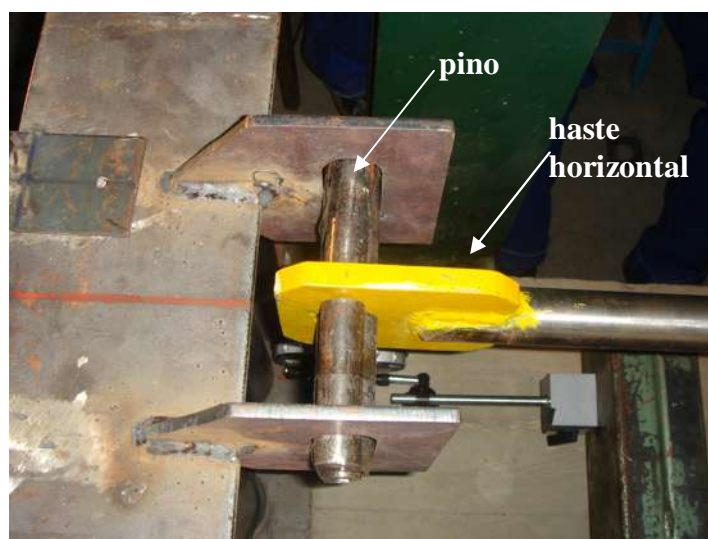


FIGURA 3.13 Vista do ponto de aplicação da força na mesa do perfil de aço

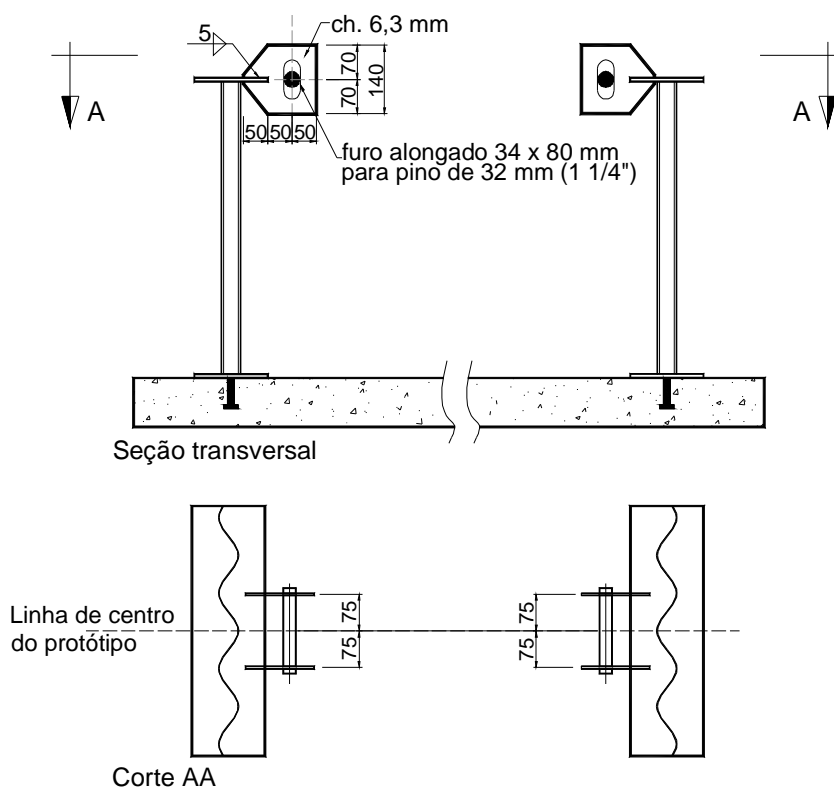


FIGURA 3.14 Dimensões das chapas e pinos fixados no perfil de aço para aplicação da força

### 3.7 Instrumentação dos protótipos e processos de medição

Uma única célula de carga de capacidade 30 kN foi usada para medir as forças aplicadas pelos atuadores hidráulicos, uma vez que essas forças eram idênticas. A célula foi posicionada entre uma das hastes horizontais e um dos atuadores hidráulicos, conforme pode ser visto nas FIGS. 3.11 e 3.12.

Extensômetros elétricos foram colados em ambos os lados da alma das vigas dos protótipos “U” visando detectar o momento fletor transversal correspondente ao início do escoamento da alma. Os extensômetros foram posicionados nos pontos de máxima amplitude da onda senoidal na seção transversal mais próxima do centro do protótipo. A distância dos extensômetros à mesa do perfil conectada à laje foi de aproximadamente 30 mm, viabilizando sua instalação, de forma que esses instrumentos fossem submetidos ao maior momento transversal, ver FIG. 3.15.



FIGURA 3.15 Instalação dos extensômetros elétricos

Relógios comparadores analógicos foram utilizados para medir os deslocamentos verticais da laje e da mesa superior e os deslocamentos horizontais da alma. Com esses deslocamentos foram calculadas as rotações da laje, da conexão de cisalhamento e da alma em cada estágio de carregamento. Foram traçadas curvas do momento transversal em função de cada uma dessas rotações.

Quatro seções transversais foram escolhidas para cálculo das rotações, duas em cada viga do protótipo. Dessa forma, as curvas momento versus rotação foram traçadas com rotações médias correspondentes à média aritmética das rotações de cada seção transversal. Esse procedimento foi útil para levar em consideração a variação das rotações ao longo do comprimento dos protótipos. Embora a variação da rotação total do mecanismo “U” ao longo do comprimento seja muito pequena e desprezável, quando se trata, das rotações isoladas dos componentes do mecanismo “U”, a variação da rotação da alma e da laje é desprezável, porém a variação da rotação da conexão de cisalhamento ao longo do comprimento é significativa.

Como em cada seção transversal eram necessários seis relógios comparadores, no total, foram utilizados 24 desses aparelhos. Quatro leitores, um em cada seção transversal, efetuaram as leituras dos relógios comparadores analógicos. Algumas poucas seções transversais apresentaram resultados incoerentes, provavelmente devido a erros de leitura. Esses resultados foram desprezados no cálculo das rotações médias.

A FIG. 3.16 mostra o posicionamento dos relógios comparadores em uma das seções transversais. Os relógios 1 e 4 foram posicionados na face inferior da laje de concreto, os relógios 2 e 3 na face inferior da mesa superior do perfil de aço e os relógios 5 e 6 na espessura das mesas superior e inferior do perfil, respectivamente. Nos protótipos U1-P e U2-P, os relógios 2 e 3 foram instalados diretamente na mesa superior do perfil (FIG. 3.16a). Já nos protótipos U1-M e U2-M, esses relógios foram instalados em cantoneiras soldadas na mesa superior (FIG. 3.16b). A utilização das cantoneiras teve como objetivo minimizar o erro no cálculo da rotação da conexão de cisalhamento, já que as rotações do mecanismo “U” foram definidas em relação ao centro de gravidade da mesa superior, por isso, quanto mais próximos da alma estivessem os relógios, menor seria o erro no cálculo dessa rotação.

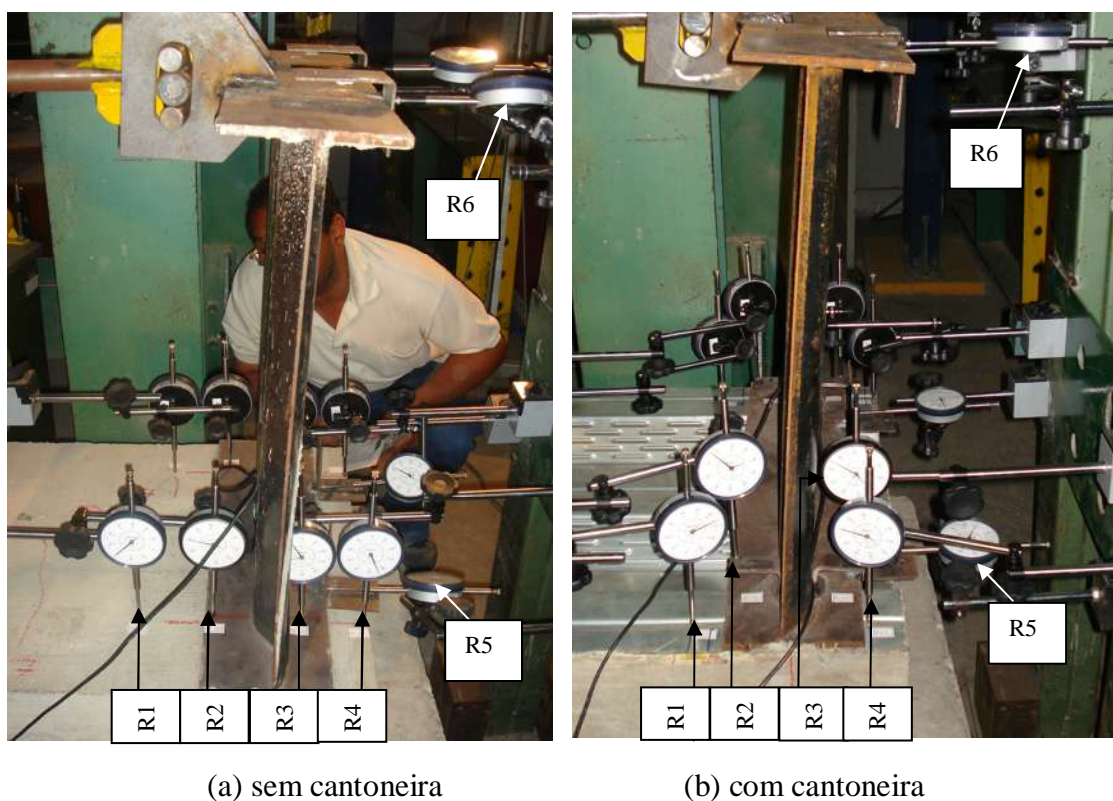


FIGURA 3.16 Posicionamento dos relógios comparadores na seção transversal

A rotação da laje  $\theta_1$  foi calculada em cada estágio de carregamento conforme:

$$\theta_1 = \frac{|L_{R1} + L_{R4}|}{b_1} \quad (3.1)$$

onde  $L_{R1}$  é a leitura no relógio 1,  $L_{R4}$  é a leitura no relógio 4 e  $b_1$  é igual à distância horizontal entre os relógios 1 e 4.

As leituras dos relógios comparadores 2 e 3 fornecem a soma das rotações da laje e da conexão de cisalhamento,  $(\theta_1 + \theta_3)$ . Para o caso dos protótipos U1-P e U2-P, o valor da rotação da conexão  $\theta_3$  foi determinado diretamente por:

$$\theta_3 = \frac{|L_{R2} + L_{R3}|}{b_2} - \theta_1 \quad (3.2)$$

onde  $L_{R2}$  é a leitura no relógio 2,  $L_{R3}$  é a leitura no relógio 3 e  $b_2$  é igual à distância horizontal entre os relógios 2 e 3.

Para o caso dos protótipos U1-M e U2-M, as leituras dos relógios comparadores 2 e 3, posicionados nas cantoneiras, foram tratadas analiticamente para fornecerem valores de deslocamentos nas bases das cantoneiras, FIG. 3.17. O valor da rotação da conexão  $\theta_3$  foi determinado por:

$$\theta_3 = \frac{|L'_{R2} + L'_{R3}|}{2A} - \theta_1 \quad (3.3)$$

onde  $L'_{R2}$  é a leitura corrigida do relógio 2,  $L'_{R3}$  é a leitura corrigida do relógio 3 e  $2A$  é a distância entre as cantoneiras, FIG. 3.17. As leituras corrigidas dos relógios 2 e 3 foram determinadas em função do seno do ângulo de rotação  $\theta$  da mesa superior.

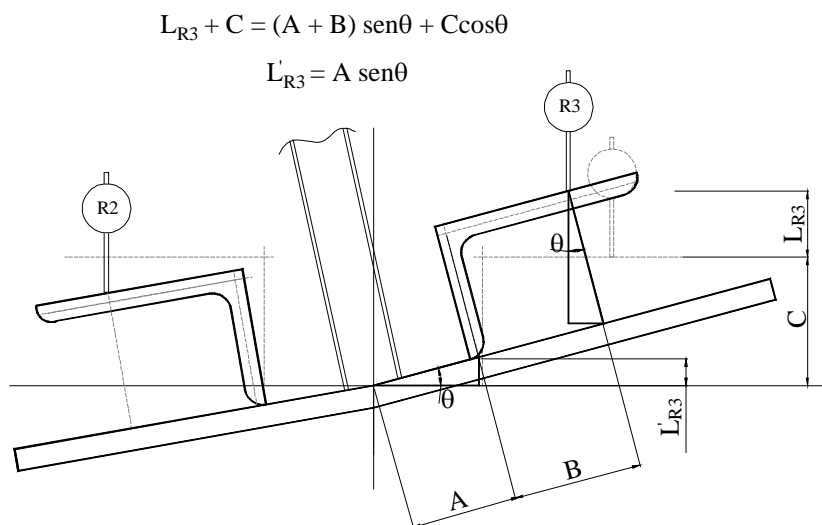


FIGURA 3.17 Ajuste nas leituras dos relógios 2 e 3

As leituras dos relógios comparadores 5 e 6 fornecem a rotação total do mecanismo “U”, ( $\theta_r = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$ ). Então, o valor da rotação da alma  $\theta_2$  foi determinado por:

$$\theta_2 = \frac{|L_{R6} - L_{R5}|}{h} - \theta_1 - \theta_3 \quad (3.3)$$

onde  $L_{R5}$  é a leitura no relógio 5,  $L_{R6}$  é a leitura no relógio 6 e  $h$  é igual à distância vertical entre os relógios 5 e 6, que coincide com a distância entre os centros de gravidade das mesas inferior e superior, pois os relógios 5 e 6 foram instalados aproximadamente na meia espessura das mesas inferior e superior, respectivamente.

### 3.8 Ensaios auxiliares

#### 3.8.1 Ensaios de caracterização dos materiais

Corpos de prova de concreto foram ensaiados à compressão, conforme a norma brasileira ABNT NBR 5739 (1994), usando uma máquina universal PC 200 de capacidade 2000 kN do LAEES. Três corpos de prova relativos à idade de 14 dias e três relativos à idade de 28 dias foram rompidos para avaliação da evolução da resistência à compressão com a idade. Nos dias específicos de ensaio, três corpos de prova de cada protótipo foram rompidos para a determinação da resistência à compressão. A TAB. 3.1

fornece os valores das resistências à compressão dos corpos de prova supracitados, bem como o valor médio dessa resistência.

TABELA 3.1 Ensaio de compressão do concreto

Ensaio de compressão do concreto					
Idade ou Protótipo	CP Nº	Dimensões D x L (cm)	Força máxima (kN)	Tensão máxima $f_{c,j}$ (MPa)	Tensão média $f_{c,j}$ (MPa)
Idade 14 dias	1	10 x 20	148,27	18,88	19,642
	2	10 x 20	154,39	19,66	
	3	10 x 20	160,14	20,39	
Idade 28 dias	1	10 x 20	167,56	21,33	22,019
	2	10 x 20	164,77	20,98	
	3	10 x 20	186,48	23,74	
U1-P	1	10 x 20	190,12	24,21	25,963
	2	10 x 20	210,84	26,84	
	3	10 x 20	210,84	26,84	
U2-P	1	10 x 20	221,72	27,67	25,293
	2	10 x 20	182,02	22,72	
	3	10 x 20	203,42	25,49	
U1-M	1	10 x 20	176,892	22,07	21,467
	2	10 x 20	166,134	21,19	
	3	10 x 20	168,174	21,14	
U2-M	1	10 x 20	194,82	24,47	23,793
	2	10 x 20	183,94	23,37	
	3	10 x 20	186,35	23,54	

Corpos de prova de concreto foram ensaiados também à tração usando a mesma máquina dos ensaios de compressão. O ensaio de tração foi o de compressão diametral conforme a norma brasileira ABNT NBR 7222 (1994). Três corpos de prova com idade posterior à data do primeiro ensaio foram rompidos para a determinação da resistência à tração. A TAB. 3.2 fornece os valores das resistências à tração dos corpos de prova supracitados, e também o valor médio dessa resistência.

TABELA 3.2 Ensaio de tração do concreto

Ensaio de tração do concreto (compressão diametral)						
Idade ou Protótipo	CP Nº	Dimensões D x L (cm)	Força máxima (kN)	Tensão máxima $f_{t,j}$ (MPa)	Tensão média indireta (MPa)	Tensão média direta (MPa)
Idade 8 meses e 24 dias	1	10 x 20	103,377	3,291	3,076	2,769
	2	10 x 20	98,555	3,137		
	3	10 x 20	87,982	2,801		

Três corpos de prova de concreto foram ensaiados à compressão para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal, conforme a norma brasileira ABNT NBR 8522 (2003), usando uma máquina universal DL 30000 de capacidade 300 kN do LAEES. A seguir, esses corpos de prova foram ensaiados à compressão até a ruptura. A TAB. 3.3



fornece os valores das resistências à compressão e do módulo de elasticidade e ainda o valor médio do módulo de elasticidade.

TABELA 3.3 Ensaio de módulo de elasticidade do concreto

Ensaio de módulo de elasticidade do concreto							
Idade ou Protótipo	CP Nº	Dimensões D x L (cm)	$f_{c,j}$ (MPa)	Deformação ( $\mu$ strain)	Tensão (MPa)	Módulo de elasticidade (MPa)	Módulo de elasticidade médio (MPa)
Idade 8 meses e 27 dias	1	10 x 20	21,09	1,580E-05	0,503	19363,2	21601,7
				3,160E-04	6,313		
	2	10 x 20	22,83	1,724E-05	0,501	21331,9	
				3,146E-04	6,843		
	3	10 x 20	27,12	1,580E-05	0,503	24109,9	
				3,318E-04	8,122		

Quatro corpos de prova extraídos das chapas da alma dos perfis de aço foram ensaiados à tração em uma empresa especializada para a determinação das resistências ao escoamento e à ruptura. A TAB. 3.4 fornece os valores dessas resistências e também o valor médio da resistência ao escoamento.

TABELA 3.4 Ensaio de tração das chapas da alma do perfil de aço

Ensaio de tração das chapas da alma do perfil de aço					
CP Nº	Dimensões e x b x l (mm)	Resistência ao escoamento (MPa)	Valores médios no escoamento		Resistência à ruptura (MPa)
			tensão (MPa)	deformação ( $\mu$ strain)	
1	2 x 50 x 610	349	349,8	1706	470
2	2 x 50 x 610	352			475
3	2 x 50 x 610	349			468
4	2 x 50 x 610	349			467

### 3.8.2 Aferição da célula de carga

Um ensaio de compressão foi feito com a máquina universal DL 3000 de capacidade 30 kN para a aferição da célula de carga, FIG. 3.18. A obtenção dos limites de fundo de escala foi feita por regressão linear. Nesse método, um conjunto de pontos de tensão na entrada do canal de conversão A/D e os respectivos valores na unidade de engenharia são fornecidos. O último ponto fornecido correspondeu à uma força de aproximadamente o dobro do valor previsto para a força última de ensaio. Com esses pontos, o programa AQDADOS determinou, por regressão linear, a melhor reta que passa por esses pontos e conseqüentemente calculou os limites de fundo de escala do canal, ou seja, determinou os valores em unidade de força correspondentes aos limites de entrada do conversor A/D.



FIGURA 3.18 Calibração da célula de carga

Na especificação da célula de carga, os limites de voltagem eram -10V e 10V. A aferição da célula determinou limites de fundo de escala iguais a 10323,07 kgf e -10600 kgf.

### 3.8.3 Dimensões geométricas dos protótipos

As medidas das dimensões dos protótipos foram feitas com paquímetro e trena. Para os perfis de aço, as grandezas medidas foram larguras e espessuras das mesas e altura e espessura da alma. Para a laje de concreto, espessura, largura e o comprimento. Todas essas grandezas foram medidas em três pontos ao longo do comprimento do protótipo. A TAB. 3.5 mostra as dimensões lidas e as médias dessas dimensões. Pode-se notar que as dimensões dos protótipos ensaiados foram aproximadamente iguais às dimensões originais previstas no projeto dos protótipos, conforme FIGs. 3.1 a 3.4, portanto, para a análise numérica as dimensões originais puderam ser utilizadas sem maiores problemas.

TABELA 3.5 Dimensões geométricas dos protótipos

	Dimensão	Protótipo							
		U1-P	U2-P	U1-M	U2-M				
Laje de concreto	h	97,18	99,98	142,45	142,48				
		101,93	101,49	144,50	139,87				
		101,50	103,07	143,78	142,22				
	l	514,00	515,00	639,00	634,00				
		513,00	517,00	633,00	636,00				
		514,00	516,00	635,00	639,00				
	b	2257,00	2252,00	2261,00	2251,00				
		2256,00	2253,00	2254,00	2248,00				
	Médias das dimensões								
	h	100,20	101,51	143,58	141,52				
l	513,67	516,00	635,67	636,33					
b	2256,50	2252,50	2257,50	2249,50					
	Dimensão	Vigas dos protótipos							
		U1A-P	U1B-P	U2A-P	U2B-P	U1A-M	U1B-M	U2A-M	U2B-M
Perfil de aço	t <sub>fs</sub>	7,93	7,63	8,80	7,98	8,52	8,29	8,19	8,29
		8,05	7,57	8,11	8,04	8,25	8,60	8,32	8,23
		7,98	7,83	8,42	8,02	8,78	8,60	8,16	8,23
	b <sub>fs</sub>	149,81	149,63	149,04	149,48	150,11	150,42	149,90	150,15
		149,79	149,57	149,73	149,06	150,13	150,18	150,24	149,91
		149,73	149,73	149,28	149,20			149,94	149,77
	t <sub>fi</sub>	7,97	8,13	8,65	8,59	9,00	9,05	8,20	8,63
		8,02	7,23	8,08	8,63	9,08	8,94	8,24	8,37
		7,87	7,63	8,47	8,82	9,09	8,75	8,41	8,46
	b <sub>fi</sub>	149,99	149,21	149,32	149,17	150,01	149,79	150,15	150,16
		150,17	149,52	149,65	149,20	149,79	150,01	150,24	150,23
	t <sub>w</sub>	2,44	2,22	2,30	2,37	2,17	2,41	1,94	2,07
		2,57	2,25	2,48	2,07	2,39	2,18	2,32	2,48
		2,73	2,30	2,23	2,11	2,28	2,48	1,95	2,38
	h <sub>w</sub>	594,00	601,00	593,00	593,00	591,00	594,00	593,00	593,00
		592,00	603,00	592,00	593,00	591,00	592,00	595,00	593,00
		592,50	604,00	592,00	593,00	593,00	593,00	593,00	594,00
	Média das dimensões								
	t <sub>fs</sub>	7,99	7,68	8,44	8,01	8,52	8,50	8,22	8,25
	b <sub>fs</sub>	149,78	149,64	149,35	149,25	150,12	150,30	150,03	149,94
t <sub>fi</sub>	7,95	7,66	8,40	8,68	9,06	8,91	8,28	8,49	
b <sub>fi</sub>	150,08	149,37	149,49	149,19	149,90	149,90	150,20	150,20	
t <sub>w</sub>	2,58	2,25	2,34	2,18	2,28	2,36	2,07	2,31	
h <sub>w</sub>	592,83	602,67	592,33	593,00	591,67	593,00	593,67	593,33	
Notas: 1) dimensões em mm									
2) h, b e l são a altura, largura e comprimento da laje de concreto, respectivamente;									
t <sub>fs</sub> e b <sub>fs</sub> são a espessura e a largura respectivamente da mesa superior do perfil de aço;									
t <sub>fi</sub> e b <sub>fi</sub> são a espessura e a largura respectivamente da mesa inferior do perfil de aço;									
t <sub>w</sub> e h <sub>w</sub> são a espessura e a altura respectivamente da alma do perfil de aço									

## 3.9 Procedimentos de ensaio

### 3.9.1 Antes dos ensaios

Durante a montagem dos ensaios, os protótipos foram posicionados perfeitamente centrados em relação aos atuadores hidráulicos. Para isso, fez-se com que o centro da laje dos protótipos coincidissem com o centro dos atuadores hidráulicos com o auxílio de um prumo na direção vertical.

Nenhum relógio comparador foi instalado próximo demais das vigas do protótipo. Geralmente uma distância superior a 10 mm era mantida para evitar a colisão dos relógios com o protótipo na sua posição deformada. Os relógios que seriam tracionados com a deformação do protótipo tiveram seu curso comprimido, ou seja, uma leitura inicial foi deixada, maior que a previsão numérica de deslocamento do relógio. Esse cuidado foi tomado para que nenhum relógio escapasse de sua posição.

As hastes aplicadoras da força foram posicionadas horizontalmente, alinhadas aos atuadores hidráulicos. O nivelamento das hastes foi verificado com o auxílio de um nível de bolha.

O sistema de aquisição de dados foi devidamente configurado para a realização dos ensaios. O canal da célula de carga calibrado em um ensaio preliminar, subitem 3.8.2, teve ligação em ponte completa. Os demais canais, dos extensômetros elétricos, tiveram ligação em 1/4 de ponte. A calibração automática do programa AQDADOS foi utilizada nos extensômetros na fase de testes e verificada sempre, minutos antes do início dos ensaios. O valor de engenharia utilizado na calibração foi de 916,32  $\mu\epsilon$ , sendo a resistência dos extensômetros igual a 120  $\Omega$ , o *fator gage* considerado igual a 2,2 e a resistência da placa conversora de 62241  $\Omega$ . Os limites de entrada do conversor A/D dos canais dos extensômetros foi de -2,5V a 2,5V.

O tipo de aquisição foi o de um ensaio simples, com frequência de aquisição de dados de 5 Hz. A duração dos ensaios era especificada em 4h, tempo estimado com folga. Nomes representativos eram dados para gravação dos arquivos de saída.

Leituras iniciais foram feitas em todos os relógios comparadores com o protótipo descarregado (etapa número zero) visando definir um referencial para as leituras das etapas subseqüentes.

### **3.9.2 Durante os ensaios**

A força horizontal foi aplicada em etapas de carregamento. Ao final de cada etapa, a aquisição de dados era interrompida para o procedimento de leitura dos relógios comparadores e para verificação da fissuração da laje. Caso houvesse a ocorrência de fissuras, essas eram registradas nas planilhas de ensaio e desenhadas na laje junto com o número da etapa de carregamento em que ocorriam. Estalos no concreto, flambagem local da alma e outros fenômenos ocorridos durante o ensaio foram também anotados nas planilhas de ensaio.

O nivelamento das hastes era verificado ao fim de cada três etapas consecutivas de carregamento com o auxílio de um nível de bolha. Caso houvesse um desnível considerável, o volante do carrinho era girado no sentido de nivelar as hastes na posição horizontal e outra leitura era feita nos relógios comparadores para o mesmo valor de carga, FIG 3.19. Esta última leitura se tornava então um novo referencial. Também houve momentos em que um ou mais relógios atingiam o final do seu curso, sendo necessário posicioná-los novamente e efetuar uma nova leitura para o mesmo valor de carga.

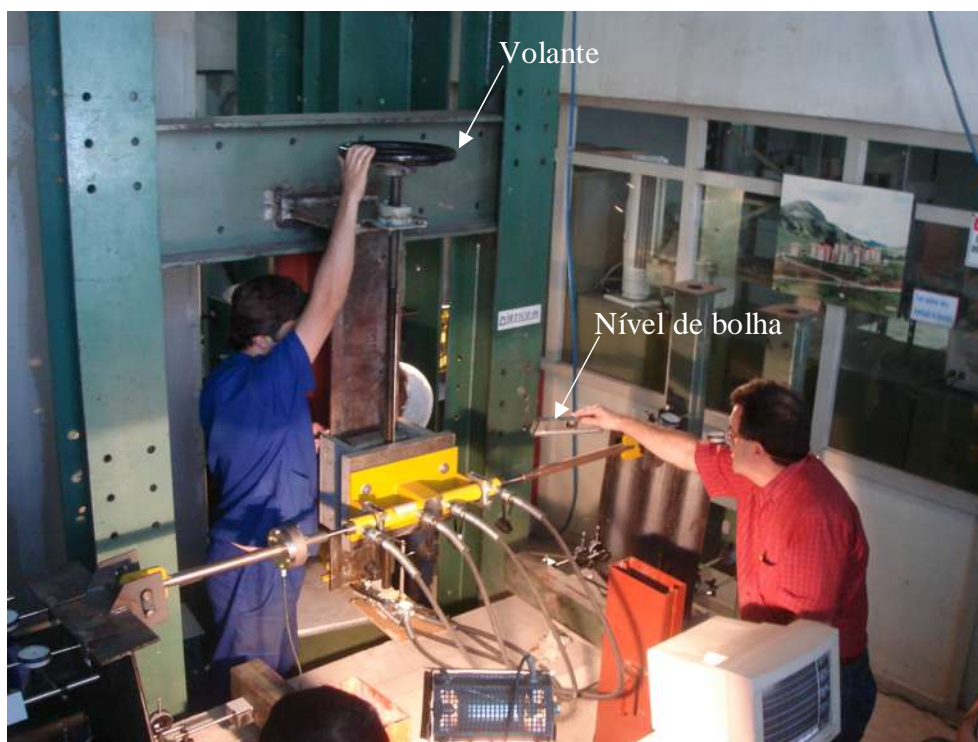


FIGURA 3.19 Nivelamento das hastes

### 3.9.3 Após os ensaios

O arquivo com os dados de saída já estava automaticamente gravado, restando apenas transferi-lo para outro meio de armazenamento, para posterior tratamento e análise dos dados digitais.

O ensaio era cuidadosamente desmontado, começando pela instrumentação e finalizando com a retirada do protótipo com o auxílio da ponte rolante. Toda a área era deixada livre para a montagem do próximo ensaio.

## 3.10 Resultados dos ensaios

### 3.10.1 Protótipo U1-P

No ensaio realizado no protótipo U1-P, fissuras devidas à tração do concreto começaram a surgir no centro da laje na face conectada às mesas das vigas de aço, a

partir do estágio de carregamento 9, quando o momento transversal era de 1,77 kN.m e se propagaram extensivamente por todo o comprimento da laje, a partir do estágio de carregamento 14, quando o momento transversal era de 3 kN.m.

A FIG. 3.20 mostra as curvas momento versus deformação da alma do protótipo U1-P. As deformações foram obtidas diretamente das leituras dos extensômetros e o momento transversal é o produto da força aplicada pela distância entre os centros de gravidades das mesas do perfil de aço. Apenas três curvas são mostradas porque um dos extensômetros elétricos apresentou problemas. Pode-se notar que o momento transversal de início de escoamento da alma foi em torno de 3,5 kN.m para os extensômetros EXT-U1A-P-INT<sup>3</sup> e EXT-U1B-P-EXT<sup>4</sup>. O extensômetro EXT-U1A-P-EXT<sup>5</sup> não escoou, provavelmente porque não estava colado na fibra mais afastada do eixo longitudinal da alma que passa pelos pontos de amplitude nula da onda.

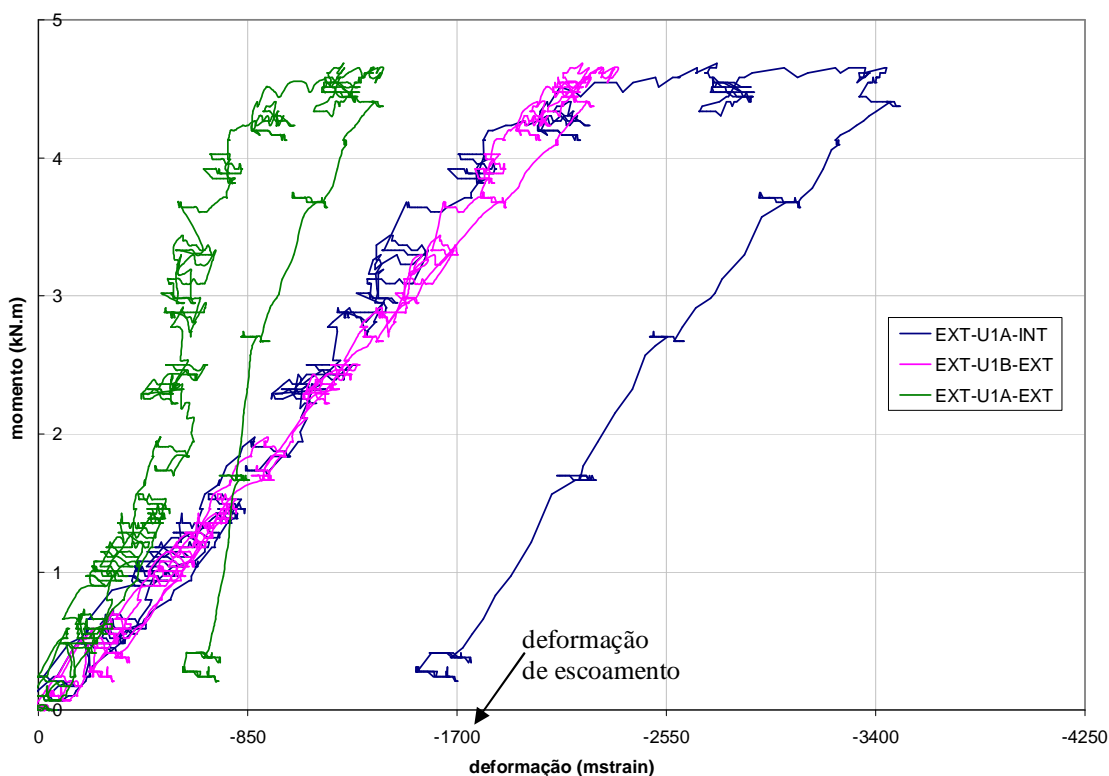


FIGURA 3.20 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U1-P

<sup>3</sup> Extensômetro colado na alma da viga U1A na face interna ao modelo

<sup>4</sup> Extensômetro colado na alma da viga U1B na face externa ao modelo

<sup>5</sup> Extensômetro colado na alma da viga U1A na face externa ao modelo

No estágio 14, quando o momento transversal era de 3 kN.m, as mesas dos perfis de aço descolaram da laje de concreto, conforme FIG. 3.21. Esse descolamento ocorreu em ambas as vigas, U1A-P e U1B-P, facilitado pelo fato de o protótipo U1-P possuir a conexão de cisalhamento feita por apenas um conector na seção transversal.



(a) Viga U1A-P



(b) Viga U1B-P

FIGURA 3.21 Descolamento das mesas e fissuras diagonais da laje

Fissuras diagonais ocorreram nas extremidades da laje sob ambas as vigas do modelo U1-P, FIG. 3.21. Na viga U1A-P, essas fissuras ocorreram no último estágio de carregamento, estágio 24, quando o momento transversal era de 5,02 kN.m e na viga U1B-P, no estágio de carregamento 21, quando o momento transversal era 4,38 kN.m. Essas fissuras poderiam ter sido evitadas caso houvesse uma armadura de canto (vertical) nas extremidades da laje.



A flexão da alma das vigas pôde ser observada no decorrer dos estágios de carregamento, o que caracterizou bem a distorção sofrida pelo perfil de aço. Em estágios mais avançados de carga, a alma também sofre plastificação local na região próxima a mesa superior, onde ocorre o maior valor de momento transversal, FIG. 3.22. Essa plastificação local ocorreu no estágio 18, quando o momento transversal era de 3,5 kN.m, para a viga U1B-P e no estágio 22, quando o momento transversal era de 4,78 kN.m, para a viga U1A-P.

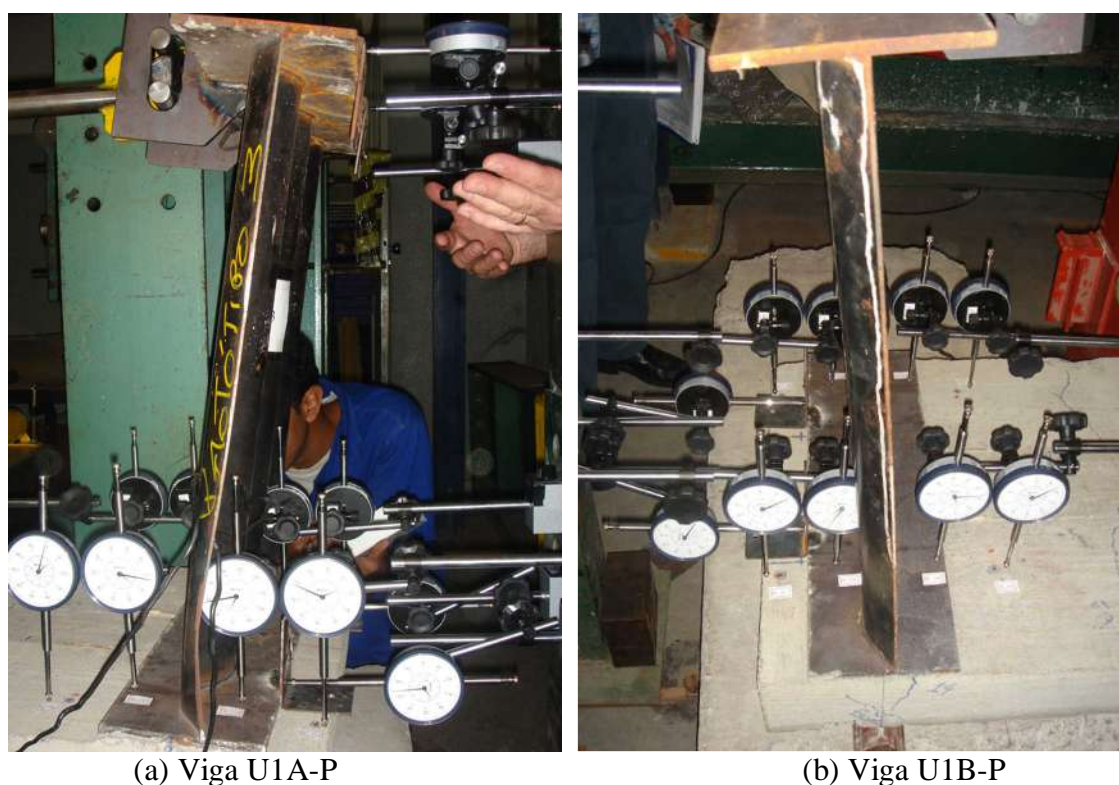
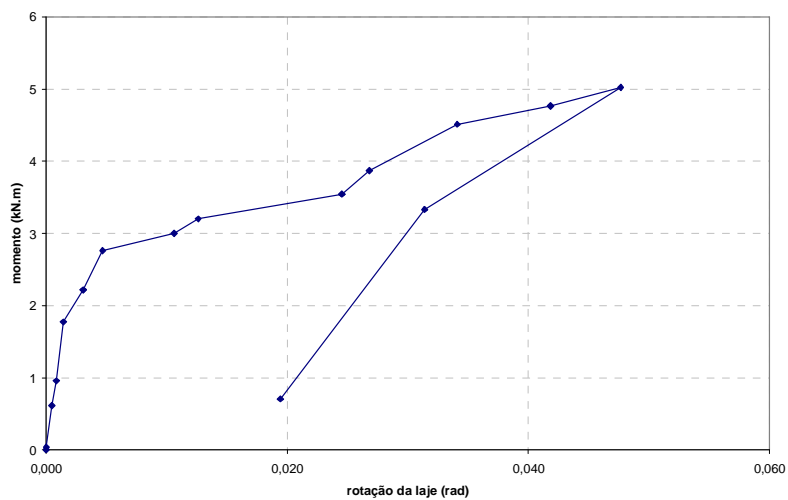
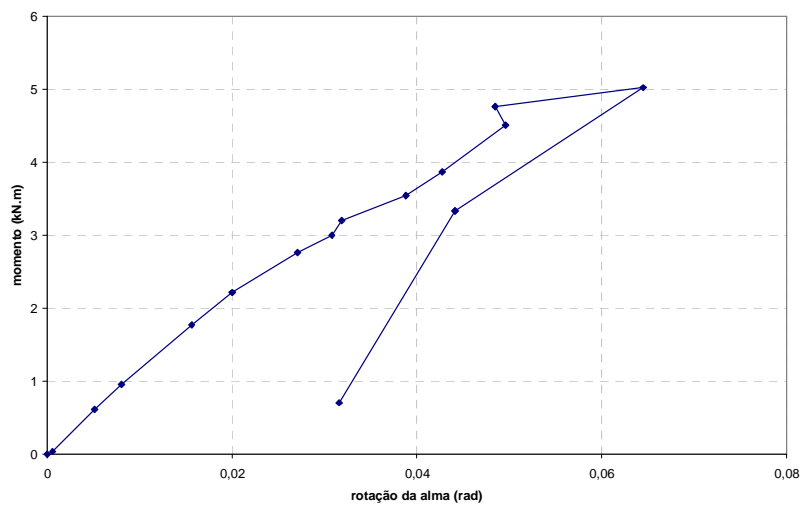


FIGURA 3.22 Deformações dos perfis de aço do protótipo U1-P no final do ensaio

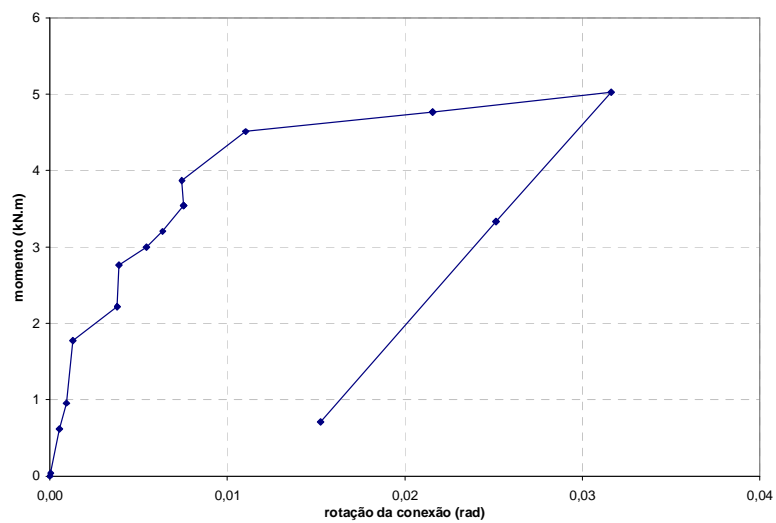
A FIG. 3.23 mostra as curvas momento versus rotação para a laje de concreto, para a alma e para a conexão de cisalhamento. As rotações foram calculadas conforme o subitem 3.7 e o momento transversal é dado pelo produto da força aplicada pela distância entre os centros de gravidades das mesas do perfil de aço. No capítulo subsequente, essas curvas serviram para aferição dos protótipos numéricos. Pode-se notar um comportamento linear da curva momento versus rotação da laje, FIG. 3.23-a, até o início da fissuração da laje (momento transversal igual a 1,77 kN.m) e um patamar de fissuração do ponto de momento transversal igual a 2,76 kN.m até o ponto de momento transversal igual a 3,54 kN.m.



(a) Laje



(b) Alma



(c) Conexão de cisalhamento

FIGURA 3.23 Curvas momento versus rotação do protótipo U1-P

### 3.10.2 Protótipo U2-P

No ensaio do protótipo U2-P, fissuras devido à tração do concreto começaram a surgir no centro da laje na face conectada às mesas das vigas de aço, a partir do estágio de carregamento 5, quando o momento transversal era de 2,38 kN.m, e se propagaram extensivamente por todo o comprimento da laje, a partir do estágio 8, quando momento transversal era de 3,07 kN.m, FIG. 3.24.

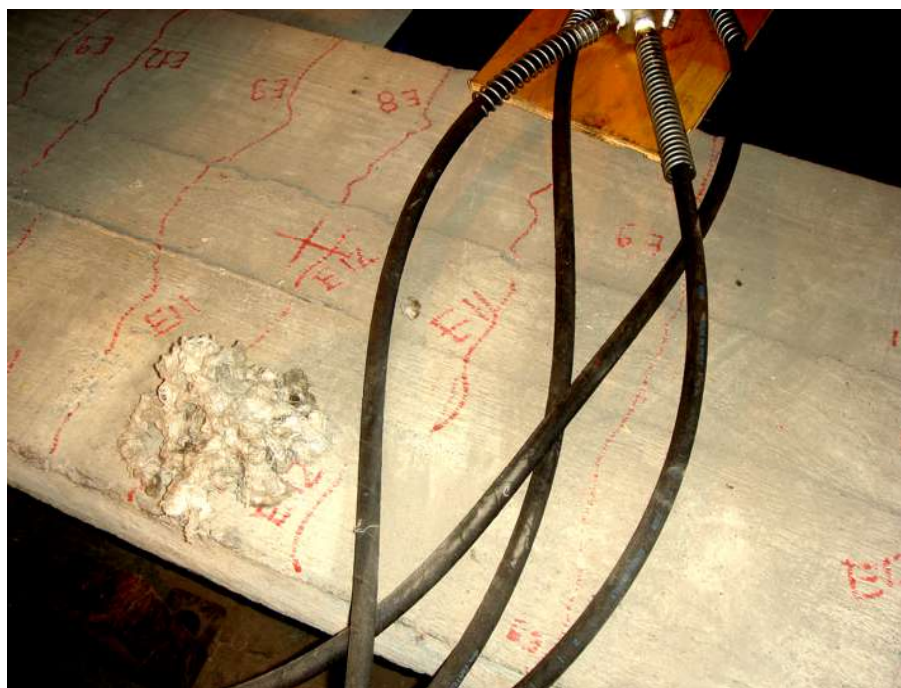


FIGURA 3.24 Fissuras de flexão na laje do protótipo U2-P

No estágio 9, quando o momento transversal era de 3,34 kN.m, fissuras diagonais ocorreram nas extremidades da laje sob ambas as vigas, conforme FIG. 3.25. Em relação ao protótipo 1, essas fissuras aconteceram mais prematuramente. Como o protótipo U2-P apresenta dois conectores soldados na mesa superior simetricamente em relação à alma do perfil de aço, nenhum descolamento da mesa do perfil em relação à laje foi observado.



FIGURA 3.25 Fissuras diagonais nas extremidades da laje do protótipo U2-P

A FIG. 3.26 mostra as curvas momento versus deformação da alma do protótipo U2-P. Apenas três curvas são mostradas porque um dos extensômetros elétricos apresentou problemas. O extensômetro EXT-U2A-P-EXT<sup>6</sup> acusou escoamento em um momento transversal de aproximadamente 3 kN.m. O extensômetro EXT-U2B-P-INT<sup>7</sup> acusou escoamento em um momento transversal de aproximadamente 4,3 kN.m. O extensômetro EXT-U2B-P-EXT<sup>8</sup> não escoou, provavelmente porque não estava colado na fibra mais afastada do eixo longitudinal da alma que passa pelos pontos de amplitude nula da onda.

O ensaio foi finalizado em um momento transversal igual a 4,42 kN.m, onde as deformações das vigas e a fissuração da laje já eram muito excessivas, tendo a viga U2A-P sofrido também uma plastificação local na alma, conforme FIG. 3.27.

<sup>6</sup> Extensômetro colado na alma da viga U2A na face externa ao modelo

<sup>7</sup> Extensômetro colado na alma da viga U2B na face interna ao modelo

<sup>8</sup> Extensômetro colado na alma da viga U2B na face externa ao modelo

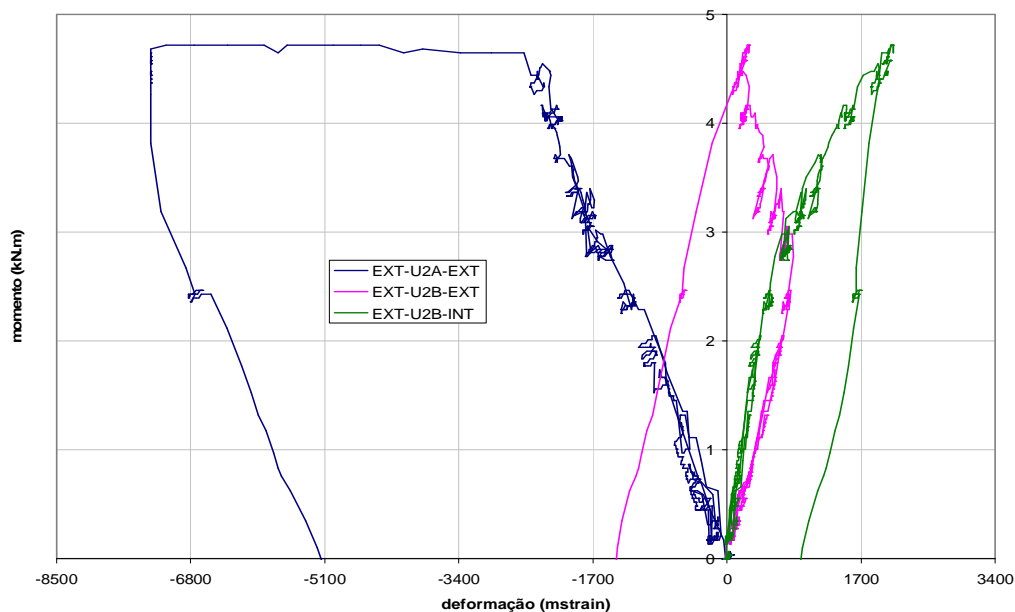
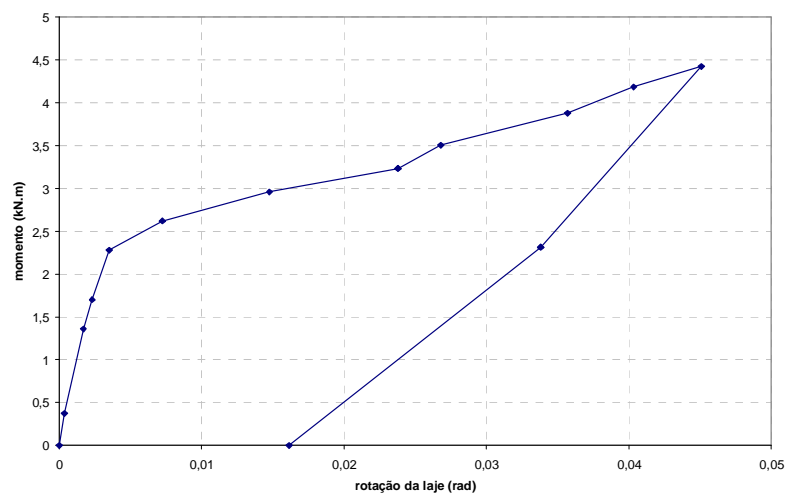


FIGURA 3.26 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U2-P

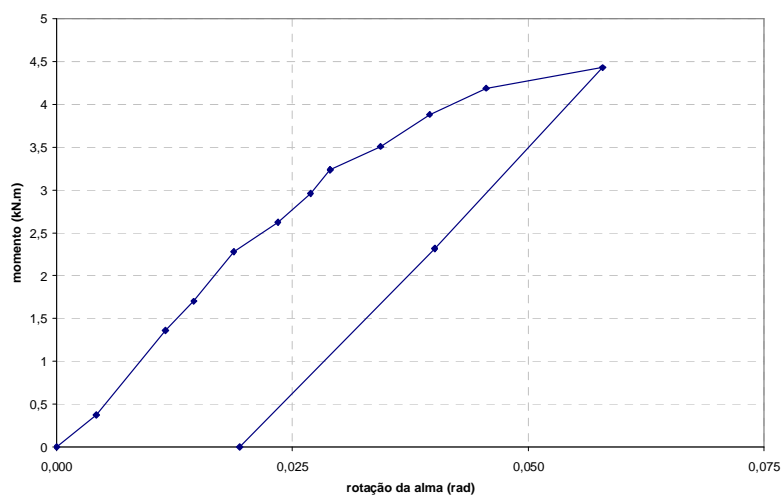


FIGURA 3.27 Deformação da viga U2A-P no final do ensaio com plastificação local na alma

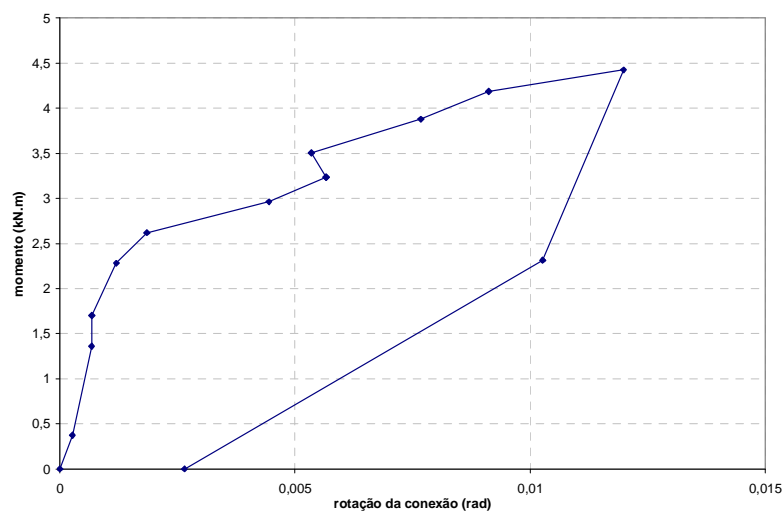
A FIG. 3.28 mostra as curvas momento versus rotação para a laje de concreto, para a alma e para a conexão de cisalhamento. Observa-se um comportamento linear da curva momento versus rotação da laje, FIG. 3.28a, da origem do gráfico até o início da fissuração da laje (momento transversal igual a 2,38 kN.m), seguido de um patamar de fissuração até um momento transversal igual a 3,23 kN.m.



(a) Laje



(b) Alma



(c) Conexão de cisalhamento

FIGURA 3.28 Curvas momento versus rotação do protótipo U2-P

### 3.10.3 Protótipo U1-M

No ensaio realizado no protótipo U1-M, não foram observadas fissuras de tração no concreto porque este protótipo era constituído por laje mista. A fôrma de aço incorporada envolvia a região da laje que foi solicitada à tração durante o ensaio, impedindo que fissuras se formassem no concreto.

A FIG. 3.29 mostra as curvas momento versus deformação da alma do protótipo U1-M. Os extensômetros EXT-U1A-M-INT<sup>9</sup> e EXT-U1B-M-INT<sup>10</sup> acusaram escoamento da alma em um momento transversal de aproximadamente 3,7 kN.m. Os extensômetros EXT-U1B-M-EXT<sup>11</sup> e EXT-U1A-M-EXT<sup>12</sup> não acusaram escoamento, provavelmente porque não estavam colados na fibra mais afastada do eixo longitudinal da alma que passa pelos pontos de amplitude nula da onda.

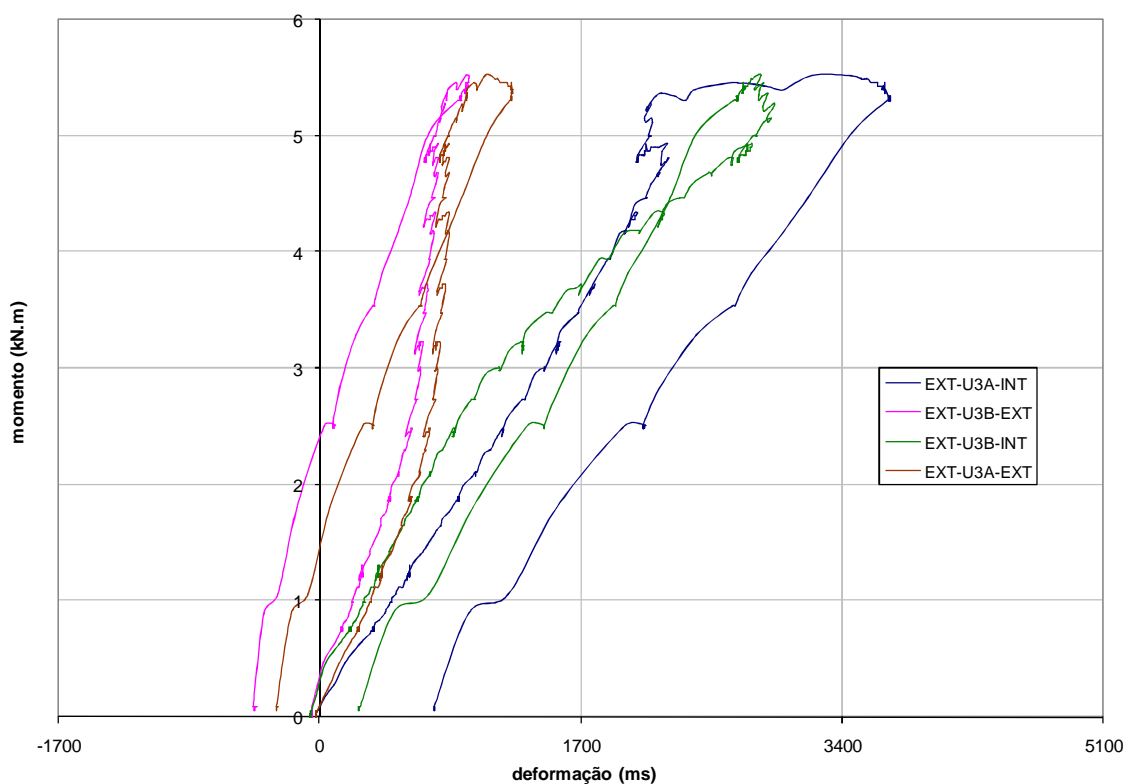


FIGURA 3.29 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U1-M

<sup>9</sup> Extensômetro colado na alma da viga U3A na face interna ao modelo

<sup>10</sup> Extensômetro colado na alma da viga U3B na face interna ao modelo

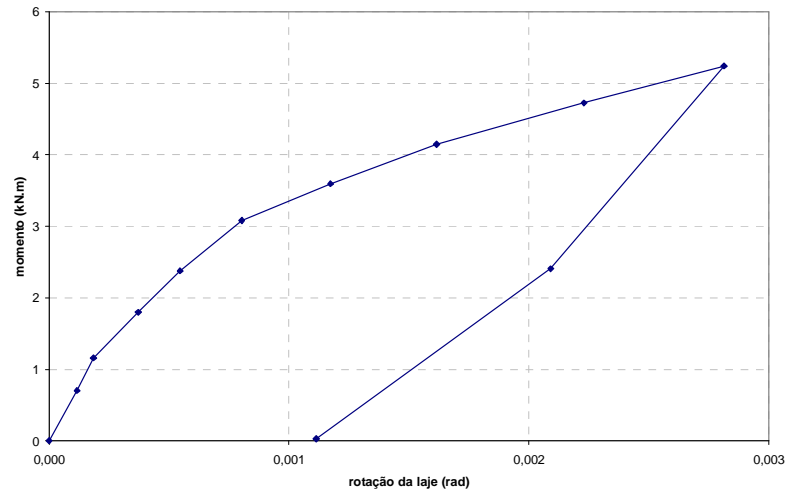
<sup>11</sup> Extensômetro colado na alma da viga U3B na face externa ao modelo

<sup>12</sup> Extensômetro colado na alma da viga U3A na face externa ao modelo

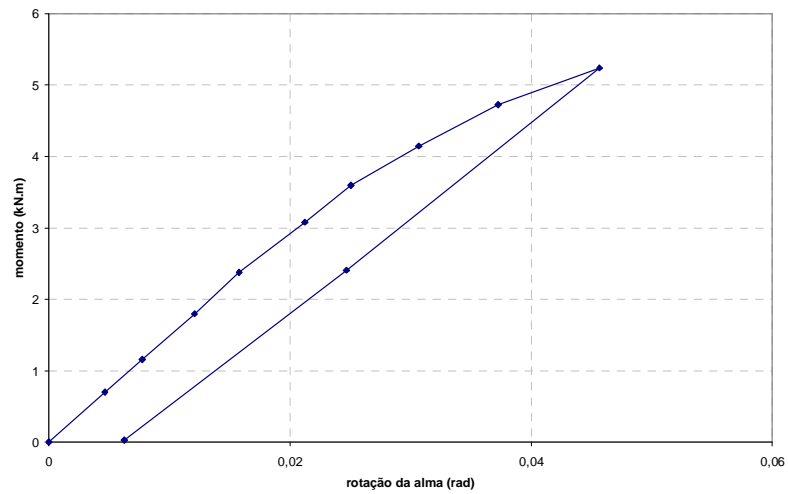
Este ensaio foi finalizado em um momento transversal igual a 5,24 kN.m, valor inferior à resistência última do protótipo, pois apesar de os extensômetros terem acusado escoamento na alma, a laje não apresentava fissuras e o protótipo absorvia os esforços oriundos do momento transversal.

A FIG. 3.30 mostra as curvas momento versus rotação para a laje de concreto, para a alma e para a conexão de cisalhamento. Pode-se notar um comportamento não-linear da curva momento versus rotação da laje e diferentemente dos protótipos de laje maciça, não houve um patamar de fissuração.

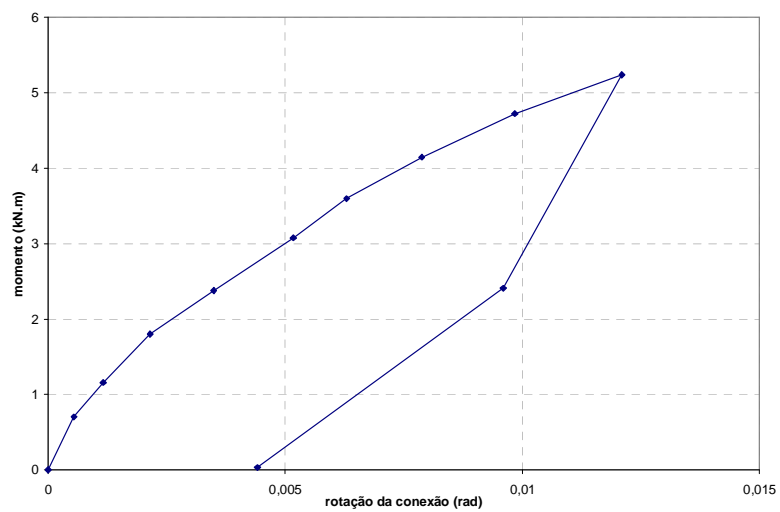




(a) Laje



(b) Alma



(c) Conexão de cisalhamento

FIGURA 3.30 Curvas momento versus rotação do protótipo U1-M

### 3.10.4 Protótipo U2-M

Exatamente como no ensaio do protótipo U1-M, não foram observadas fissuras de tração no concreto porque este protótipo era constituído por laje mista.

A FIG. 3.31 mostra as curvas momento versus deformação da alma. O extensômetro EXT-U2B-M-INT<sup>13</sup> escoou em um momento transversal aproximadamente igual a 3 kN.m, o extensômetro EXT-U2B-M-INT<sup>14</sup> escoou em um momento transversal aproximadamente igual a 4 kN.m. Por último, o extensômetro EXT-U2B-M-EXT<sup>15</sup> escoou em um momento transversal igual a aproximadamente 5,3 kN.m. Pode ser observado na FIG.3.31 que as deformações da alma chegaram a um nível tão elevado que ultrapassaram os limites de fundo de escala estabelecidos na calibração dos extensômetros. Houve perda de aquisição de dados a partir de deformações superiores a 5100  $\mu\epsilon$ .

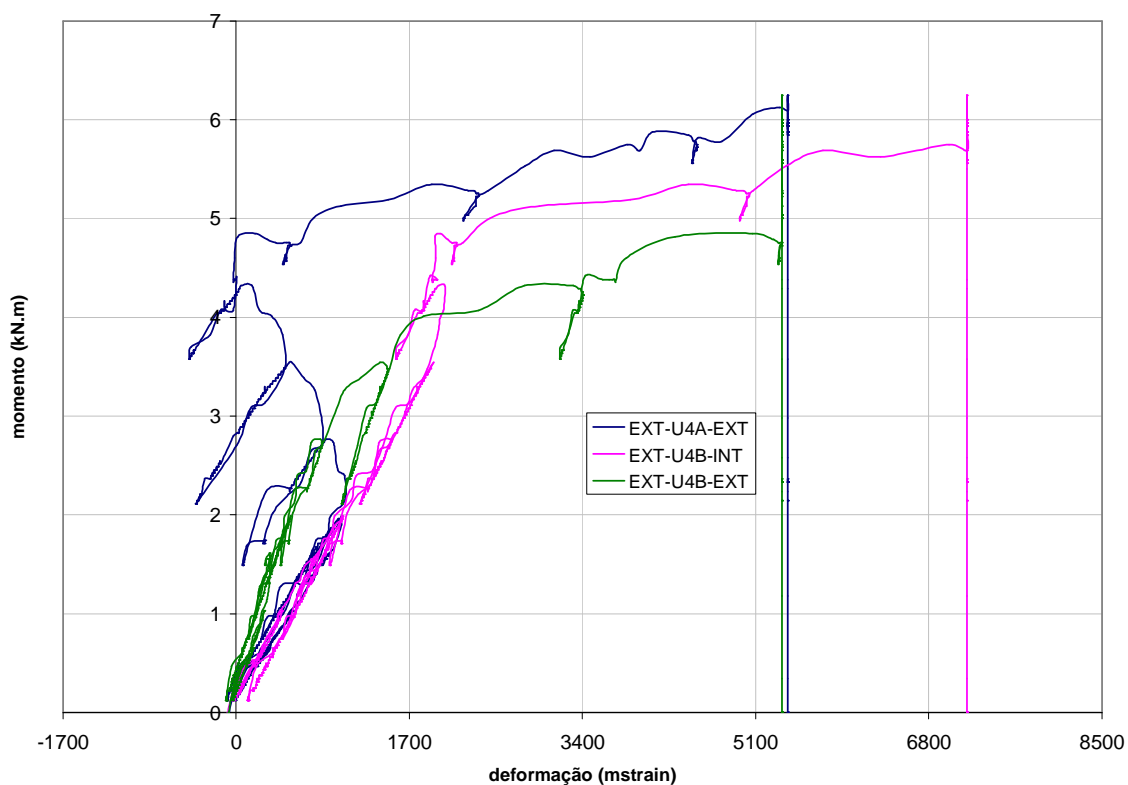


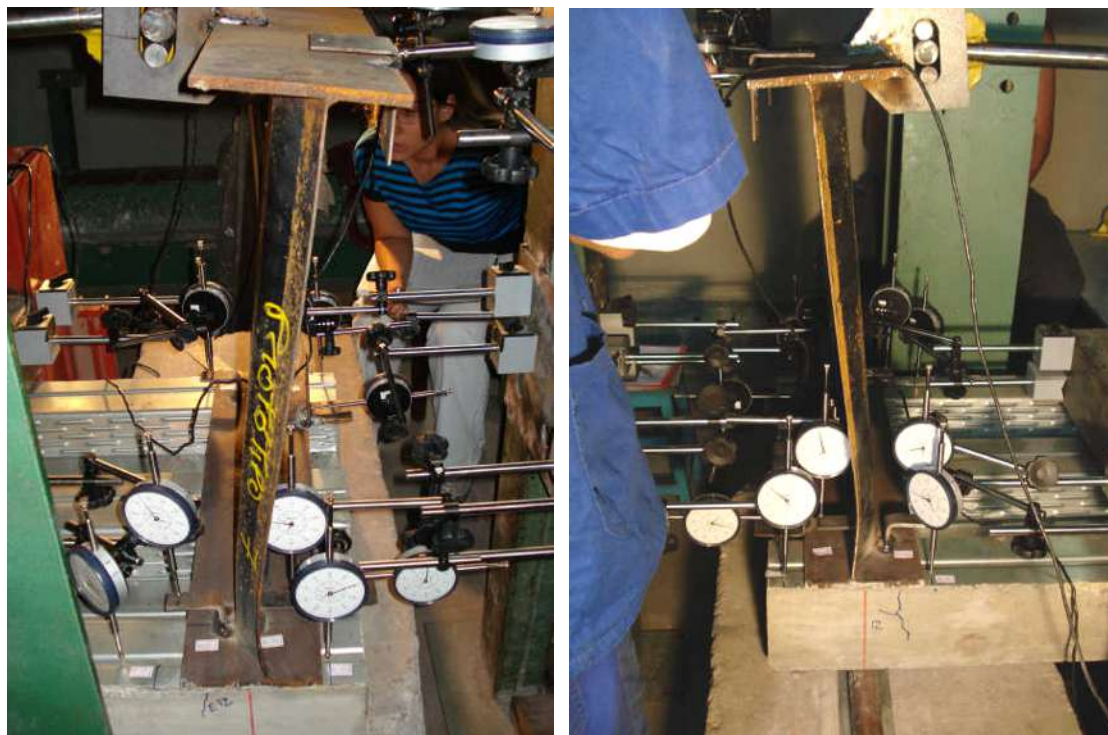
FIGURA 3.31 Curvas momento versus deformação da alma do protótipo U2-M

<sup>13</sup> Extensômetro colado na alma da viga U4A na face interna ao modelo

<sup>14</sup> Extensômetro colado na alma da viga U4B na face interna ao modelo

<sup>15</sup> Extensômetro colado na alma da viga U4B na face externa ao modelo

Este ensaio foi finalizado em um momento transversal igual a 5,82 kN.m, devido às deformações excessivas sofridas pela alma após o escoamento, como está mostrado na FIG. 3.32a para a viga U2A-M e na FIG. 3.32b para a viga U2B-M.

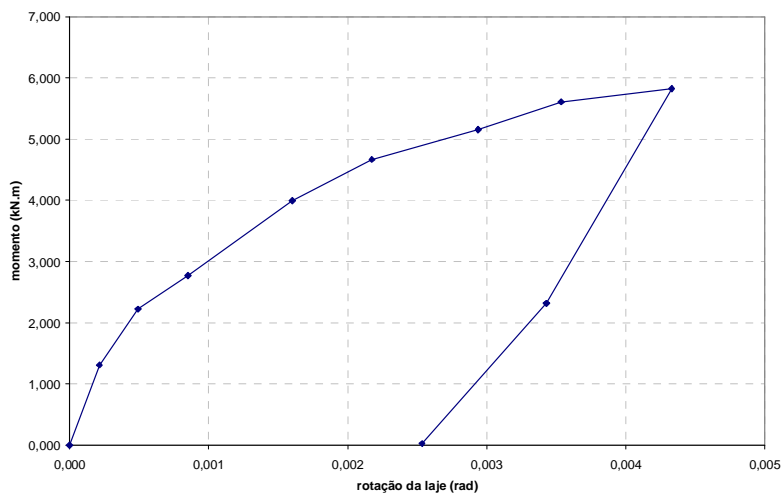


(a) Viga U2A-M

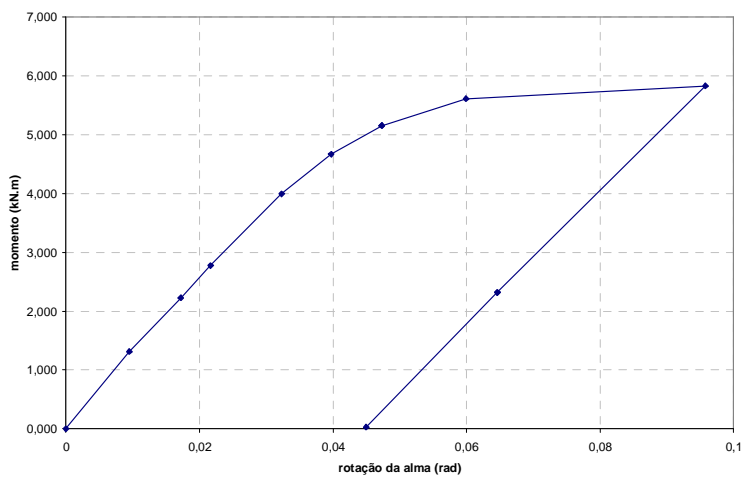
(b) Viga U2B-M

FIGURA 3.32 Deformações dos perfis de aço do protótipo U2-M no final do ensaio

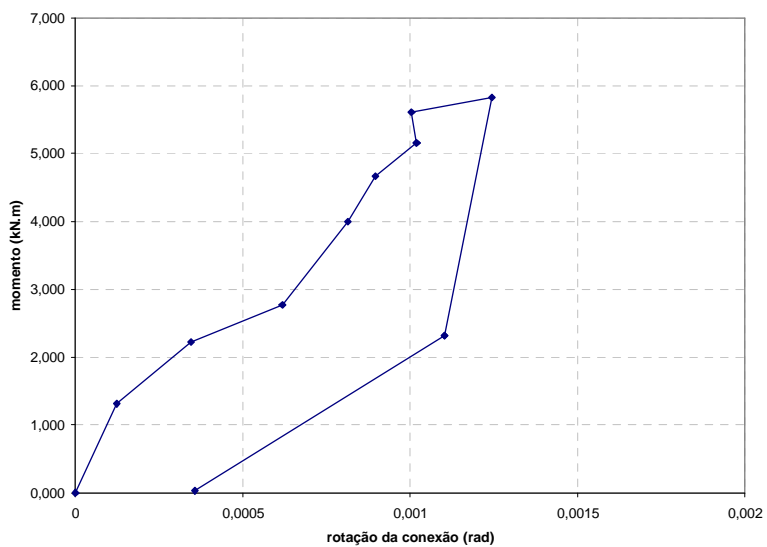
A FIG. 3.33 mostra as curvas momento versus rotação para a laje de concreto, para a alma e para a conexão de cisalhamento. Da mesma forma que no protótipo U1-M, a curva momento versus rotação da laje, FIG. 3.33a, apresentou um comportamento não-linear sem a ocorrência de patamares de fissuração.



(a) Laje



(b) Alma



(c) Conexão de cisalhamento

FIGURA 3.33 Curvas momento versus rotação do protótipo U2-M

# 4

## DEFINIÇÃO E AFERIÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA

### 4.1. Considerações gerais

#### 4.1.1. Introdução

Neste capítulo, uma modelagem foi definida para análise numérica dos protótipos U1-P, U2-P, U1-M e U2-M utilizando o método dos elementos finitos. Os resultados numéricos foram comparados com os resultados experimentais. O objetivo era aferir a modelagem numérica para sua posterior utilização no estudo paramétrico de determinação da rigidez rotacional, descrito no capítulo 5.

Modelos tridimensionais em elementos finitos foram desenvolvidos para retratar da forma mais realística possível o comportamento estrutural dos protótipos “U” e suas respostas em relação à solicitação de ensaio. A escolha por determinado tipo de elemento, pelas relações constitutivas dos materiais, pelas condições de contorno, entre outras razões, foi feita de forma adequada para a obtenção de resultados confiáveis e concordantes com os resultados experimentais. Análises-não lineares com técnicas de solução apropriadas foram implementadas nesta fase de aferição dos modelos numéricos.

No item 4.2, os modelos numéricos são descritos detalhadamente. Os elementos utilizados, as relações constitutivas e propriedades dos materiais estão descritos, respectivamente, nos subitens 4.2.1 e 4.2.2. O subitem 4.2.3 trata da geração da malha de elementos finitos. No subitem 4.2.4, as condições de contorno e o carregamento aplicado são discutidos. O subitem 4.2.5 apresenta detalhes da análise numérica e das técnicas de solução empregadas. O item 4.3 apresenta alguns resultados numéricos. Finalmente, no item 4.4, os resultados numéricos, referentes às curvas de momento versus rotação dos modelos, são confrontados com os resultados experimentais do item 3.10 e a validação da modelagem numérica é comprovada.

#### **4.1.2. Sobre o programa utilizado**

A modelagem numérica foi feita utilizando o programa ANSYS 9.0 (2004). Esse programa é bastante rico quanto à biblioteca de elementos, tipos possíveis de análise estrutural, recursos numéricos disponíveis, pré e pós-processadores, o que torna mais confiável a simulação numérica do comportamento de uma estrutura.

Realizou-se a entrada de dados dos modelos numéricos por meio de arquivos textos contendo a linguagem de projeto paramétrica do ANSYS (APDL), o que permite a construção de modelos de forma paramétrica com o uso de variáveis, sem a utilização da interface gráfica do usuário (GUI). A utilização desse recurso torna possíveis alterações no modelo de forma mais rápida, o uso de operações matemáticas, de rotinas de repetição (*loops*) e de comandos para tomada de decisão (*if-then-else*), etc.

## **4.2. Modelos numéricos**

### **4.2.1. Elementos utilizados**

O elemento sólido SOLID65 foi utilizado para representar a laje de concreto. Esse elemento é usado na modelagem tridimensional de sólidos de concreto com ou sem armadura. Possui capacidade de fissuração (nas três direções), esmagamento, deformação plástica e fluência (ANSYS 2002). A consideração da armadura é feita na

forma dispersa, entrando-se com valores de taxa de armadura, definida como a razão entre o volume da armadura e o volume total do elemento, em cada uma das direções dos eixos coordenados. A armadura é capaz de transmitir forças de tração e compressão, mas não de cisalhamento, sendo também capaz de deformação plástica e fluência. O elemento SOLID65 é definido por oito nós e três graus de liberdade por nó, as translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , FIG. 4.1(a).

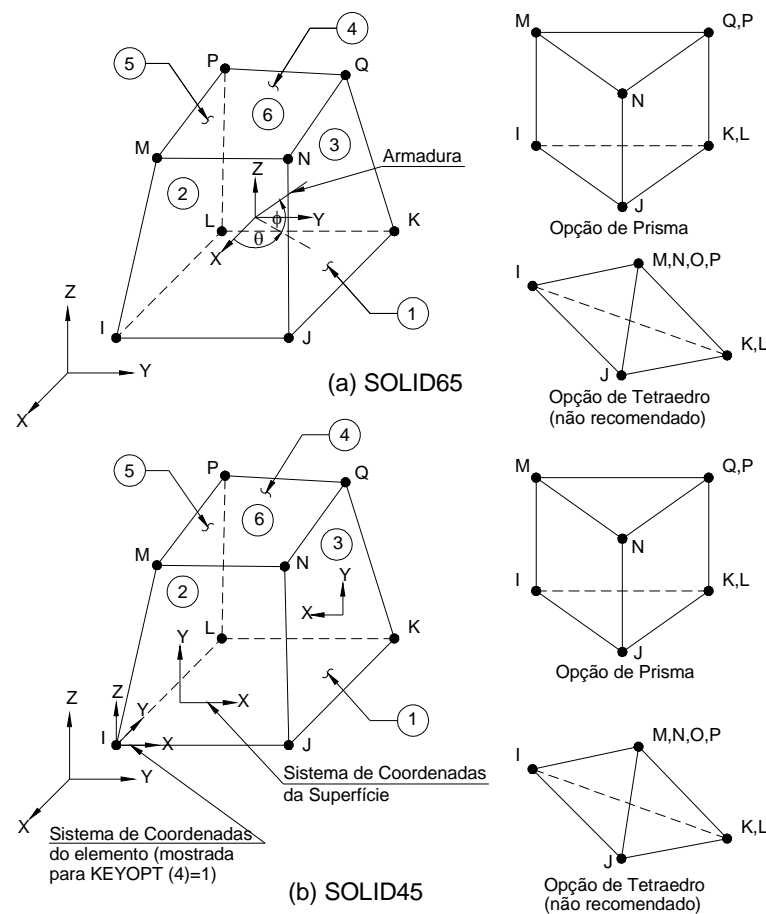


FIGURA 4.1 Elementos sólidos. Fonte: ANSYS 9.0 (2004)

O elemento sólido SOLID45 foi utilizado para representar os conectores de cisalhamento. Esse elemento é usado na modelagem tridimensional de estruturas sólidas e permite a consideração de plasticidade, fluência, dilatação, “stress stiffening”, grandes deslocamentos e grandes deformações, (ANSYS 9.0, 2004). O elemento SOLID45 é definido por oito nós e três graus de liberdade por nó: translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , FIG. 4.1(b).

O elemento SHELL181 foi utilizado para representar o perfil de aço. Esse elemento é usado para estruturas de casca de espessura fina ou moderadamente grossa, sendo útil em análises lineares, não-lineares, com grandes deslocamentos e grandes deformações, (ANSYS 9.0, 2004). Também permite a consideração de plasticidade, fluência e “stress stiffening”. O elemento SHELL181 é definido por quatro nós e seis graus de liberdade por nó, as translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e as rotações em relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , FIG. 4.2(a).

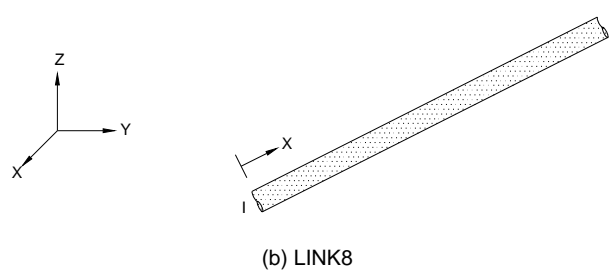
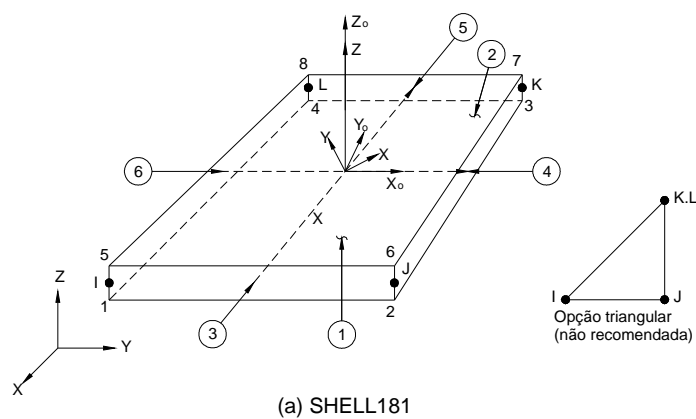


FIGURA 4.2 Elementos de casca e de barra. Fonte: ANSYS 9.0 (2004)

No caso dos modelos com laje mista, a fôrma de aço incorporada foi representada por elementos de barra LINK8. Esse elemento é usado para modelar estruturas tridimensionais como treliças, cabos, molas, etc. Trata-se de um elemento uniaxial tração-compressão que permite a consideração de plasticidade, fluência, dilatação, “stress stiffening” e grandes deslocamentos (ANSYS 9.0, 2004). O elemento LINK8 é definido por dois nós e três graus de liberdade por nó: translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , FIG. 4.2(b).



O par de elementos CONTA173 e TARGE170 foi utilizado para representar o contato entre a laje de concreto e a mesa superior de aço. O elemento CONTA173, FIG. 4.3(a), é usado para representar contato e deslizamento entre uma superfície deformável definida por esse elemento e superfícies alvos tridimensionais definidas pelo elemento TARGE170, FIG.4.3(b).

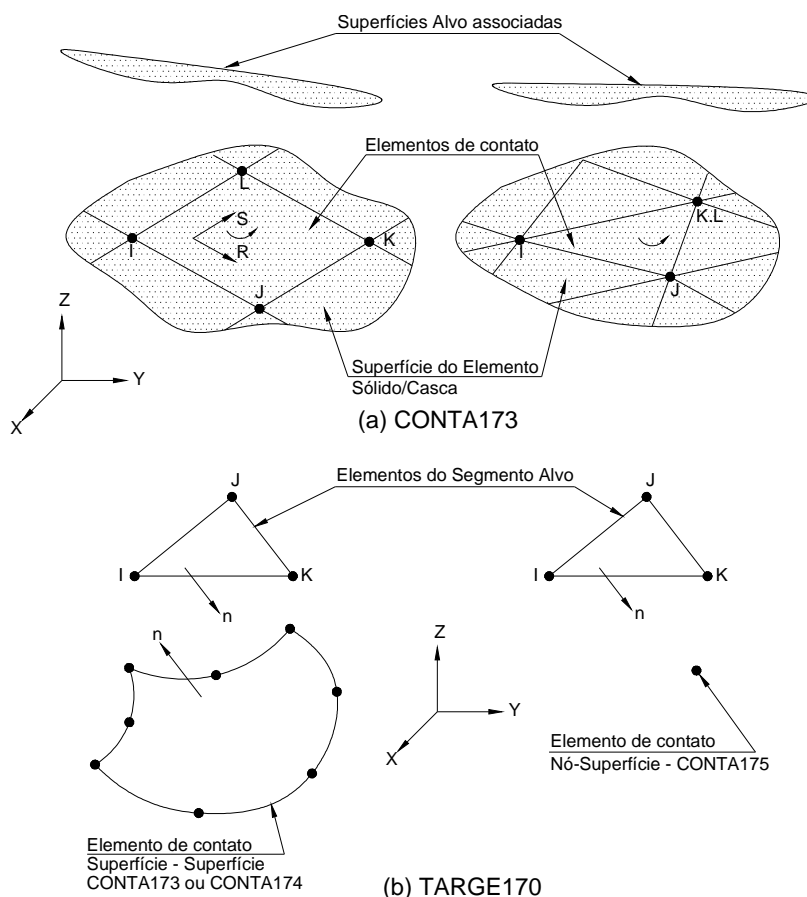
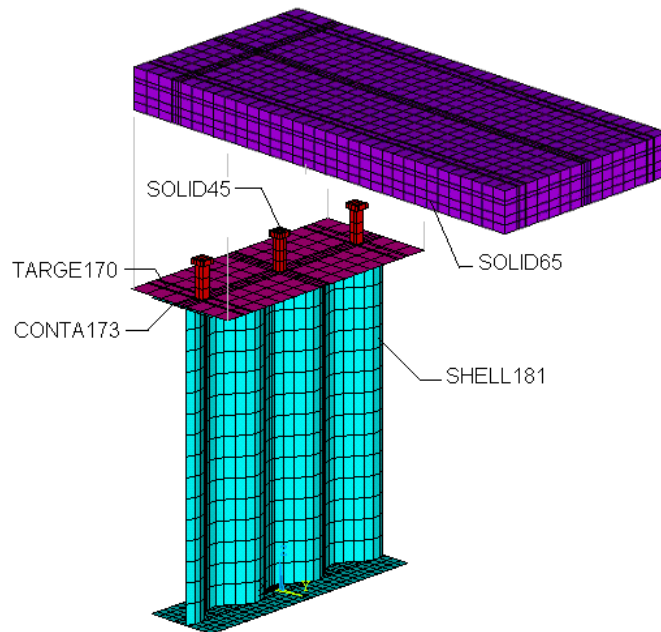


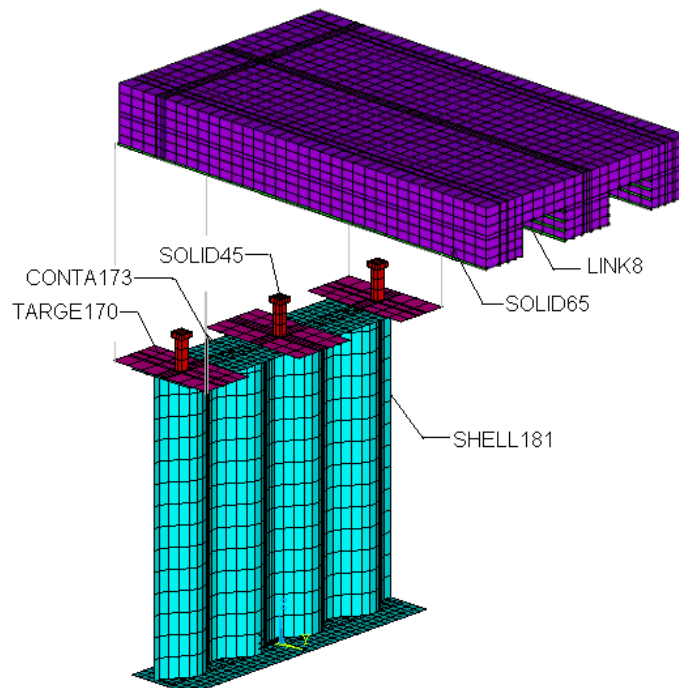
FIGURA 4.3 Elementos de contato. Fonte: ANSYS 9.0 (2004)

O contato ocorre quando o elemento de contato (CONTA173) penetra em um elemento da superfície alvo (TARGE170). O CONTA173 pode ser definido por superfícies de elementos sólidos e de casca lineares e possui quatro nós.

A FIG. 4.4 ilustra os tipos de elementos utilizados no modelo de laje plana U1-P, FIG. 4.4(a), e no modelo de laje mista U1-M, FIG. 4.4(b). Os modelos U2-P e U2-M não foram mostrados porque possuem os mesmos tipos de elementos dos modelos U1-P e U1-M, respectivamente.



(a) modelo de laje plana U1-P



(b) modelo de laje mista U1-M

FIGURA 4.4 Tipos de elementos

#### 4.2.2. Relações constitutivas e propriedades dos materiais

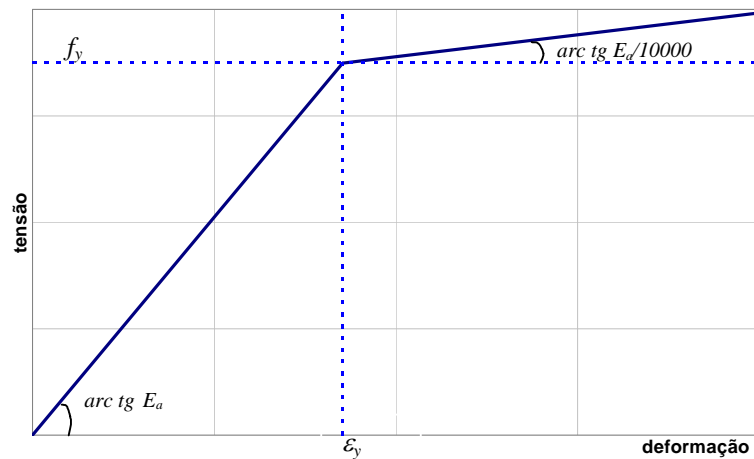
O comportamento uniaxial dos aços do perfil, dos conectores de cisalhamento, da armadura e da fôrma de aço incorporada foi adotado como elasto-plástico bi-linear,

onde a primeira reta possui módulo tangente igual ao módulo de elasticidade do aço e a segunda reta possui módulo tangente igual a  $1/10000$  do módulo de elasticidade do aço para evitar problemas de convergência numérica, FIG 4.5(a). O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson dos aços foram tomados iguais a 205000 MPa e 0,3 respectivamente.

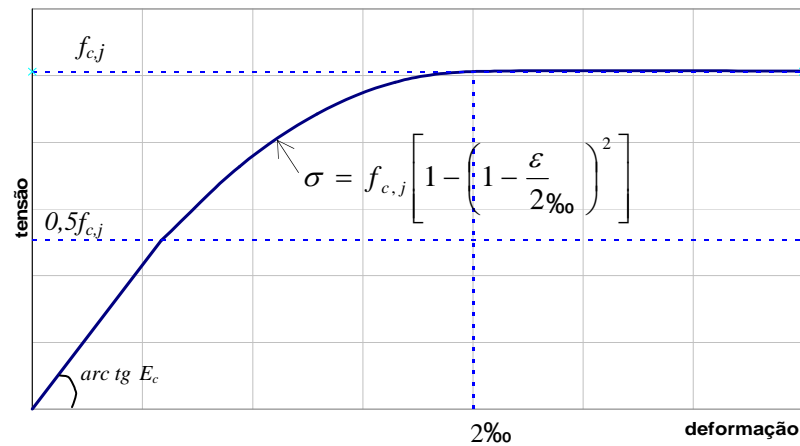
O comportamento uniaxial do concreto da laje foi descrito pela curva tensão versus deformação mostrada na FIG. 4.5(b), na qual uma relação linear elástica é assumida até a metade da resistência à compressão do concreto ( $0,5f_{c,j}$ ) e uma relação parabólica de  $0,5f_{c,j}$  a  $f_{c,j}$ , considerando que a resistência à compressão do concreto corresponda à uma deformação de compressão igual a 2 ‰, conforme a ABNT NBR 6118 (2001). O coeficiente de Poisson do concreto foi tomado igual a 0,19, também conforme a ABNT NBR 6118 (2001).

A resistência ao escoamento do aço das almas corrugadas dos perfis, a resistência à compressão e à tração e o módulo de elasticidade do concreto foram tomados iguais aos valores obtidos nos ensaios de caracterização, TABs. 3.1 a 3.4 do capítulo 3. As resistências ao escoamento das mesas do perfil de aço, das armaduras das lajes, dos conectores de cisalhamento e das fôrmas de aço incorporada, propriedades de menor importância no comportamento do mecanismo “U”, foram tomadas iguais a 350 MPa, 500 MPa, 345 MPa e 280 MPa, respectivamente, valores característicos para os aços normalmente empregados nesses elementos.

A plasticidade dos aços do perfil, dos conectores de cisalhamento, da armadura e da fôrma de aço incorporada foi definida pelo critério de Von Mises com regra de encruamento isotrópico.



(a) Curva tensão versus deformação dos aços



(b) Curva tensão versus deformação do concreto

FIGURA 4.5 Comportamento uniaxial dos aços e do concreto

O critério de falha de Willam-Warnke, “*default*” do elemento SOLID 65, foi adotado para o concreto da laje. Os coeficientes de transferência de cisalhamento para fissuras abertas e fechadas foram tomadas iguais, respectivamente, a 0,2 e 0,6, conforme QUEIROZ *et al.* (2005). O intervalo para esses coeficientes é de 0 a 1,0, onde 0 representa uma fissura lisa (perda completa de transferência de cisalhamento) e 1 representa uma fissura rugosa (nenhuma perda de transferência de cisalhamento).

Um coeficiente de atrito nulo entre as superfícies foi definido para o par de elementos de contato. O CONTA173 apresenta vários parâmetros que definem seu comportamento e podem ser modificados pelo usuário. Nos modelos numéricos utilizou-se como rigidez normal de contato, o valor absoluto igual a  $2500 \text{ kN/cm}^2$  e os demais parâmetros foram mantidos com o valor “*default*” do programa ANSYS 9.0 (2002).

### 4.2.3. Malha de elementos finitos

O ANSYS 9.0 (2004) possui duas alternativas para a geração da malha de elementos finitos, livre ou mapeada. A malha livre é gerada automaticamente pelo programa enquanto a malha mapeada é definida pelo usuário, que estabelece a forma e o tamanho dos elementos. Optou-se pela geração mapeada da malha de elementos finitos.

A TAB. 4.1 lista a quantidade de cada tipo de elemento nos modelos numéricos desenvolvidos. Pode-se notar que os modelos com laje mista apresentam quase o dobro de elementos dos modelos de laje plana, isso porque a altura da laje e o comprimento dos modelos de laje mista são maiores.

TABELA 4.1 Número de elementos dos modelos numéricos

Modelo	Tipo do elemento						TOTAL
	SHELL181	SOLID65	SOLID45	CONTA173	TARGE170	LINK8	
U1-P	1242	3896	88	374	212	-	5812
U2-P	1514	4162	144	518	292	-	6630
U1-M	1492	5840	72	460	192	1728	9784
U2-M	1828	6268	144	636	264	1872	11012

As FIG. 4.6 a 4.9 mostram as malhas usadas nos modelos U1-P, U2-P, U1-M e U2-M, respectivamente, com as dimensões e formas dos elementos da laje, do perfil de aço e dos conectores de cisalhamento. Toda a geometria da malha foi definida de acordo com as dimensões dos protótipos de ensaio. Por simplificação, os conectores de cisalhamento foram modelados como prismas de seção quadrada, com área equivalente à da seção circular original. Assim, o corpo do conector de cisalhamento teve a seção transversal com dimensões iguais a 17 x 17 mm, o que equivalente à área do círculo original de diâmetro 19,05 mm, e a cabeça do conector de cisalhamento teve a seção transversal com dimensões iguais a 28 x 28 mm, o que equivale à área do círculo original de diâmetro 31,75 mm.

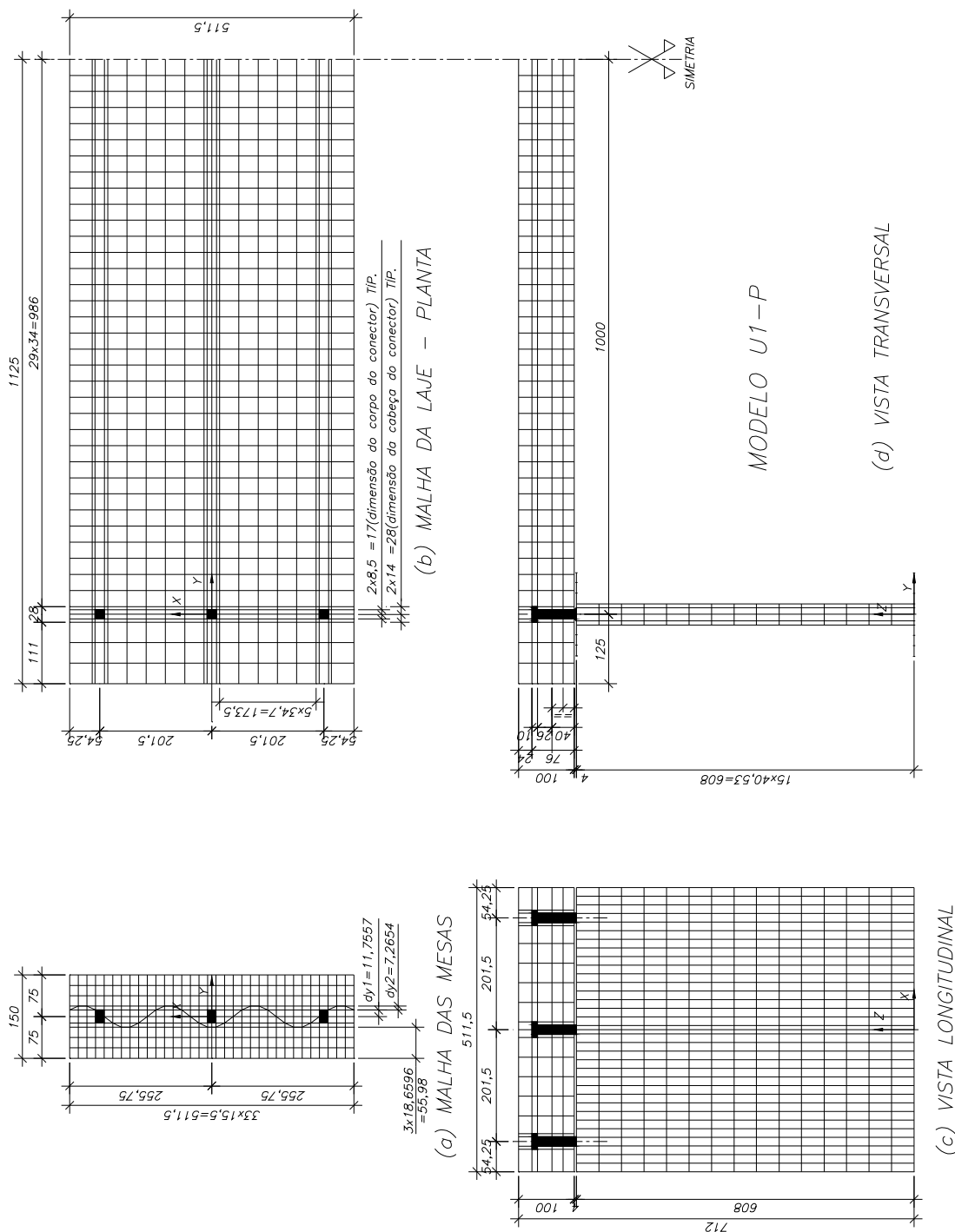


FIGURA 4.6 Malha do modelo U1-P

Em todos os modelos, elementos SHELL181 retangulares de quatro nós foram usados no perfil metálico exceto na região de junção das mesas com a alma onde foram necessários elementos SHELL181 triangulares de três nós. A malha dos elementos da



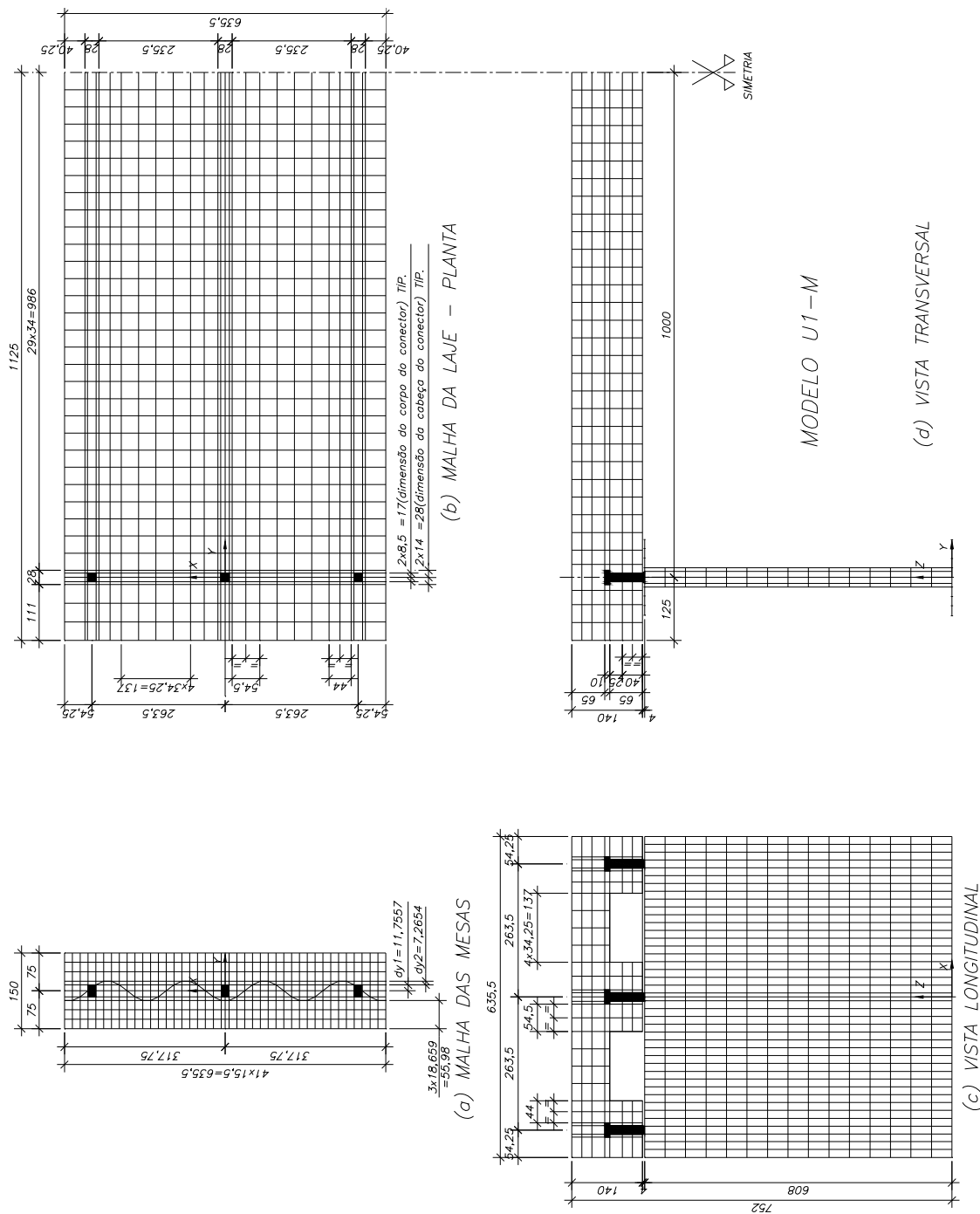


FIGURA 4.8 Malha do modelo U1-M

As coordenadas dos nós das mesas do perfil de aço não foram coincidentes com as coordenadas dos nós da laje de concreto, porque na laje não havia necessidade de uma malha tão refinada quanto nas mesas do perfil de aço. A falta de coincidência de nós foi possível devido à utilização de elementos de contato superfície-superfície. Também, na



direção vertical, uma distância (*gap*) igual à metade da espessura da mesa foi deixada entre os nós da mesa superior do perfil de aço e os nós da laje de concreto.

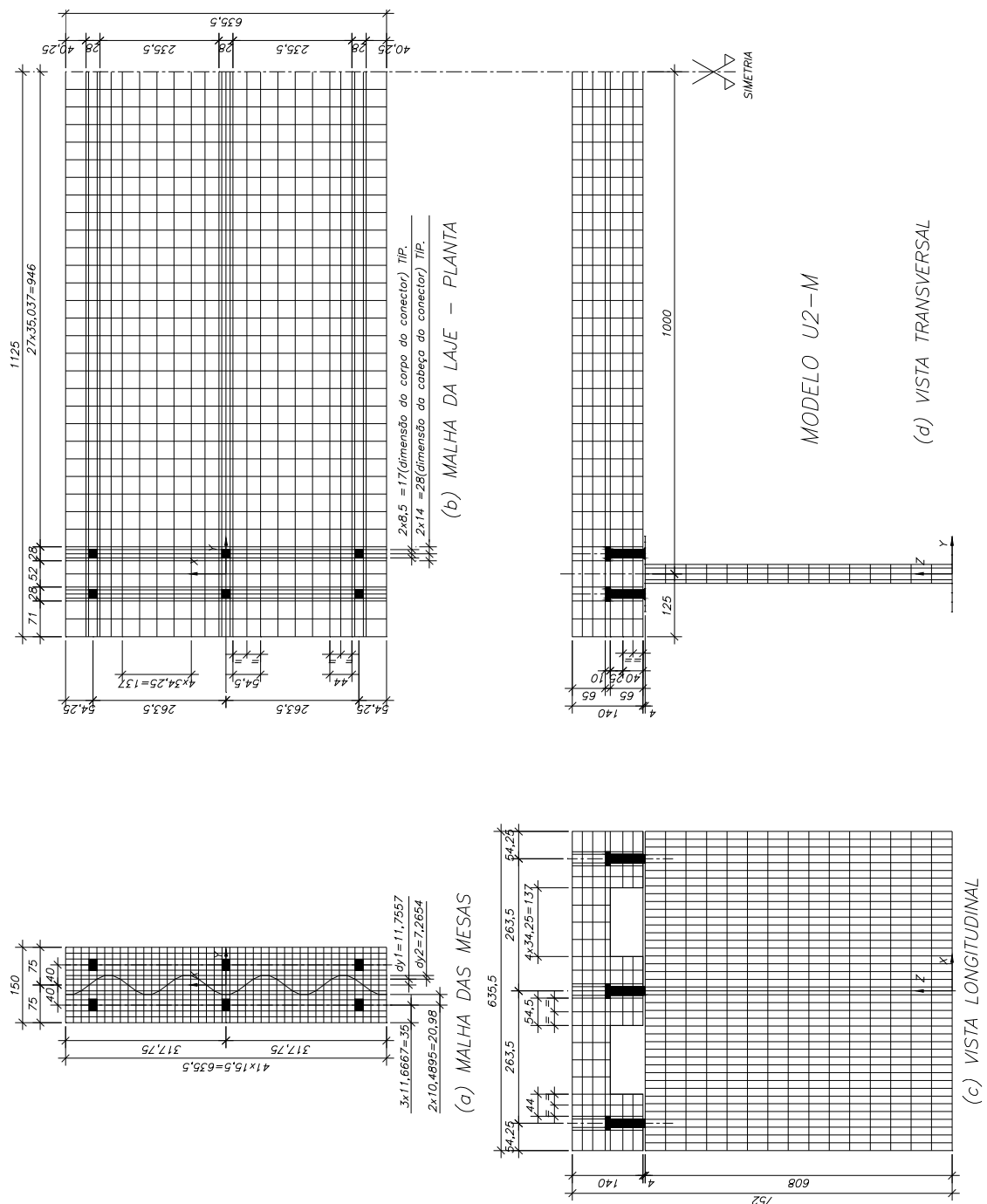


FIGURA 4.9 Malha do modelo U2-M

A superfície de contato foi gerada a partir dos nós da mesa superior do perfil de aço. Sua área é contínua e abrange toda a extensão da mesa superior. A superfície alvo foi

gerada a partir dos nós da laje de concreto. No caso dos modelos de laje plana, a superfície alvo compreende uma única área contínua, ligeiramente superior à área da superfície de contato, ver FIG. 4.4(a). No caso dos modelos de laje mista, a superfície alvo é descontínua e compreende três áreas, correspondente às áreas das nervuras da fôrma de aço incorporada, ver FIG. 4.4(b).

A abertura entre as superfícies alvo e de contato (*gap*) foi inicialmente fechada pela utilização do parâmetro CNOF do elemento CONTA173 estabelecendo, dessa forma, as condições iniciais do contato.

Os elementos SOLID65 e SOLID45 da laje e dos conectores de cisalhamento, respectivamente, foram prismas retangulares de oito nós. Os nós dos conectores de cisalhamento foram coincidentes com os nós da laje, por isso, a malha da laje foi mais refinada na região dos conectores de cisalhamento, tendo o menor elemento dimensões iguais a 5,5 mm x 5,5 mm x 10 mm. A coincidência entre os nós dos conectores de cisalhamento e da laje, e, portanto a hipótese de equivalência entre os deslocamentos do concreto e do aço não comprometeu os resultados da análise numérica porque para o tipo de solicitação dos ensaios, o deslizamento esperado entre os materiais era relativamente pequeno.

#### **4.2.4. Condições de contorno e carregamento aplicado**

Como os modelos são simétricos em relação ao plano médio paralelo à alma que passa pelo meio da laje, utilizou-se essa simetria para reduzir o número de nós. Para isso, a laje de concreto, no plano de simetria, teve impedida a translação na direção global *Y*, conforme FIG. 4.10.

Para simular as condições de apoio dos protótipos, na face superior da laje de concreto, no plano correspondente à alma da viga, foi impedida a translação na direção global *Z*, conforme FIG. 4.10.

Em algumas simulações numéricas, foram impostas condições de contorno adicionais, a saber, translação impedida na direção global  $X$  no plano de simetria e translações impedidas nas direções globais  $X$  e  $Y$  na face superior da laje de concreto, para acelerar a convergência dos modelos numéricos. Não foram observadas alterações significativas nos valores numéricos das rotações devido à inclusão das condições de contorno citadas.

Duas forças concentradas horizontais foram aplicadas na mesa inferior de aço, nas mesmas posições dos ensaios de laboratório (FIG. 4.10). O sentido dessas forças, o mesmo dos ensaios, provocou tração na face da laje em contato com o perfil de aço e compressão na face oposta. Considerando simultaneamente as duas forças concentradas, com intervalos de 0,10 kN foram utilizados, totalizando uma resultante final de 10 kN.

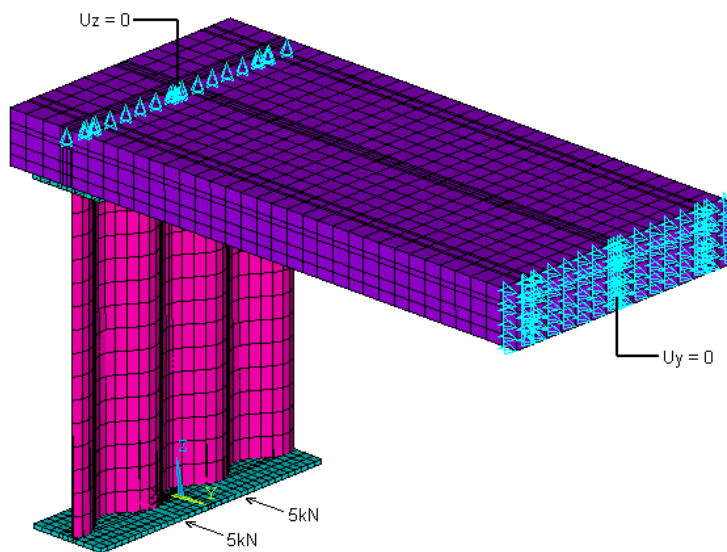


FIGURA 4.10 Condições de contorno do modelo U1-P

#### 4.2.5. Formulação da Análise Numérica, Técnicas de Solução e Tempo Computacional

Foram realizadas análises não-lineares com a consideração de grandes deslocamentos. Os modelos numéricos apresentavam os três tipos de não-linearidades: (a) não-linearidade geométrica, pois os deslocamentos esperados não eram pequenos; (b) não-linearidade de material, devido à presença do concreto, material que possui diferentes resistências à tração e compressão e da consideração de plasticidade dos aços e (c) não-

linearidade de “status”, devido ao problema de contato entre a laje de concreto e a mesa superior do perfil de aço.

O procedimento incremental-iterativo de Newton Raphson total (*Full Newton-Raphson Procedure*) foi empregado na resolução das equações diferenciais de equilíbrio. Antes de cada intervalo de carga, esse método avalia o vetor de forças desbalanceadas, definido como a diferença entre as forças internas e as forças externas. O programa então aplica uma solução linear, usando as forças desbalanceadas e testa a convergência. Se os critérios de convergência não são satisfeitos, o vetor de forças desbalanceadas é reavaliado, a matriz de rigidez atualizada, e uma nova solução é obtida. O procedimento iterativo continua até que o problema convirja ou que o número de iterações exceda um valor fornecido pelo usuário.

O critério de convergência é atendido quando o valor do resíduo (norma do vetor de forças desbalanceadas) é menor que a tolerância vezes um valor de referência e/ou quando o valor do incremento do grau de liberdade é menor que a tolerância vezes um valor de referência. Neste trabalho foi verificada apenas a convergência das forças, adotando como norma do vetor de forças desbalanceadas a raiz quadrada da soma dos termos. Um valor igual a 0,1, ou seja 10%, foi adotado como tolerância. O número máximo de iterações foi tomado igual a 200.

Junto ao procedimento incremental-iterativo de Newton Raphson, técnicas de Predição (*Prediction*) e de ajuste da matriz de rigidez (*Adaptive descent*), foram utilizadas para acelerar a convergência dos modelos numéricos. No procedimento de Newton Raphson, a solução para cada grau de liberdade, utilizada no início do intervalo de índice  $n$ , é igual à solução do intervalo atual de índice  $n-1$ . Quando se usa a técnica de predição (*Prediction*), o valor inicial da solução é determinado com base no histórico anterior, fornecendo assim uma melhor estimativa para a solução. O ajuste na matriz de rigidez (*Adaptive descent*) é feito quando dificuldades de convergência são encontradas; o programa substitui a matriz de rigidez tangente por uma mais rígida, voltando com a matriz de rigidez tangente original quando a solução converge.

Outras técnicas de aceleração de convergência podem ser habilitadas no programa ANSYS, tais como *line-search*, incremento de carga automático e o método da bi-seção. Neste trabalho, a técnica *line-search* foi utilizada.

O grande número de nós e elementos, TAB.4.1, mais a condição de não-linearidade dos modelos fizeram com que o tempo computacional despendido no cálculo das equações diferenciais de equilíbrio fosse alto, em torno de oito horas de processamento para cada modelo, considerando computador PC de processador 1.7 GHz e memória RAM de 1 GByte.

### **4.3. Resultados numéricos e primeiras comparações com os resultados experimentais**

#### **4.3.1. Modelo U1-P**

No protótipo U1-P, o momento no último estágio de carregamento e o deslocamento horizontal correspondente da mesa inferior foram iguais a 5,02 kN.m e 80,51 mm, respectivamente. Para esse mesmo momento transversal, o modelo numérico apresentou um deslocamento de 81,62 mm, praticamente igual ao valor experimental. As FIGS. 4.11 e 4.12 mostram, respectivamente, a posição deformada do modelo U1-P e seus deslocamentos horizontais no último subintervalo convergido, subintervalo 89, correspondente ao momento transversal de 5,41 kN.m. Nota-se que o deslocamento horizontal máximo da mesa inferior do perfil de aço foi de 170,14 mm.

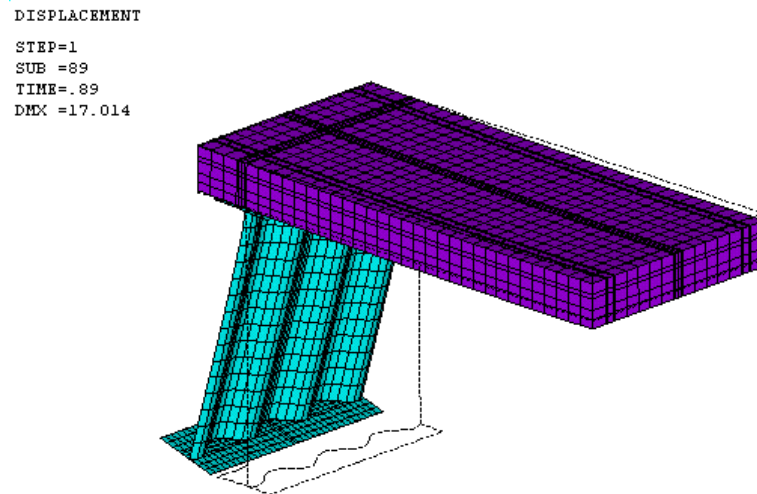


FIGURA 4.11 Posições inicial e deformada do modelo U1-P

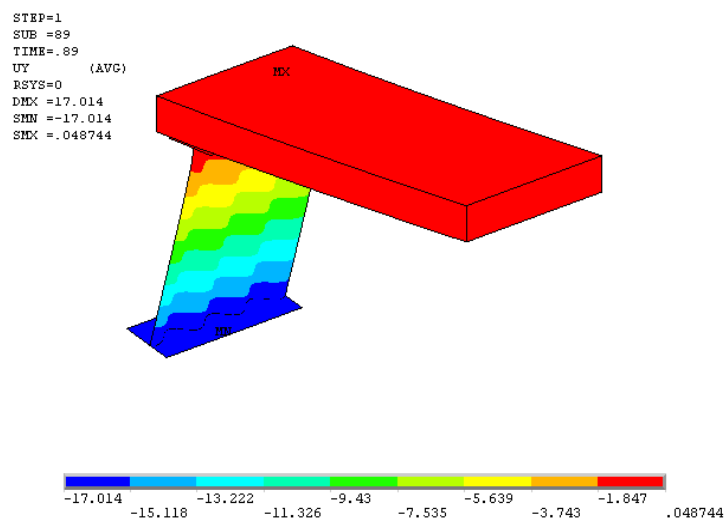


FIGURA 4.12 deslocamentos horizontais Uy do modelo U1-P

A FIG. 4.13 mostra as tensões de Von Mises em  $\text{kN/cm}^2$  no perfil de aço do modelo U1-P. No subintervalo 50, FIG. 4.13(a), quando o momento transversal atinge o valor de 3,04 kN.m, a tensão da alma no nó da ligação com a mesa superior chega a 34,947  $\text{kN/cm}^2$ , valor este praticamente igual à resistência ao escoamento do aço da alma, 34,98  $\text{kN/cm}^2$ . No protótipo U1-P, o momento detectado pela extensometria de início de escoamento da alma foi de 3,5 kN.m. A rigor, a comparação entre esses valores não pode ser feita, pois os pontos de medição das tensões e deformações, numérica e experimental não coincidem, porém como análise qualitativa da grandeza do momento de início do escoamento, a comparação é satisfatória. Pela FIG. 4.13(b),

nota-se também que no último subintervalo convergido, subintervalo 89, a região de escoamento da alma espraia-se consideravelmente ao longo da altura da alma do perfil de aço.

A FIG. 4.14 mostra a fissuração e o esmagamento na laje de concreto do modelo U1-P. Essa figura foi desenhada por meio do comando de impressão PLCRACK do elemento SOLID65, que mostra círculos nas localizações de fissuração e octaedros nas localizações de esmagamento. Cada ponto de integração pode fissurar em até três planos diferentes. A primeira fissura no ponto de integração é mostrada com um círculo vermelho, a segunda com um círculo verde e a terceira com um círculo azul, (ANSYS 9.0, 2004).

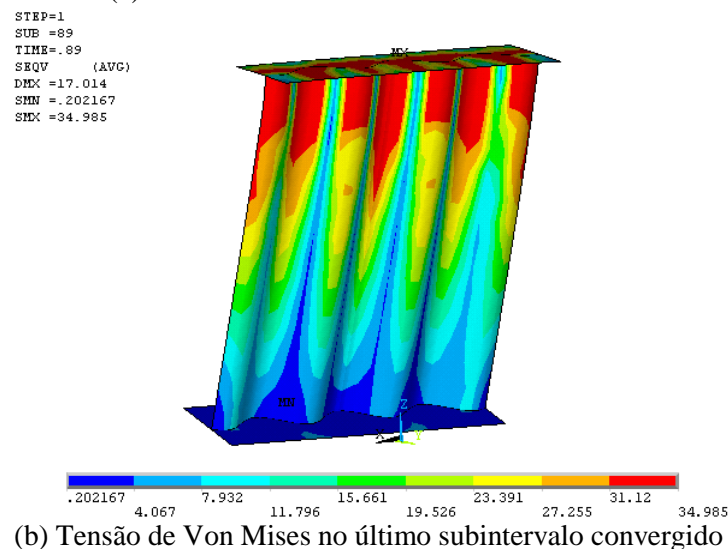
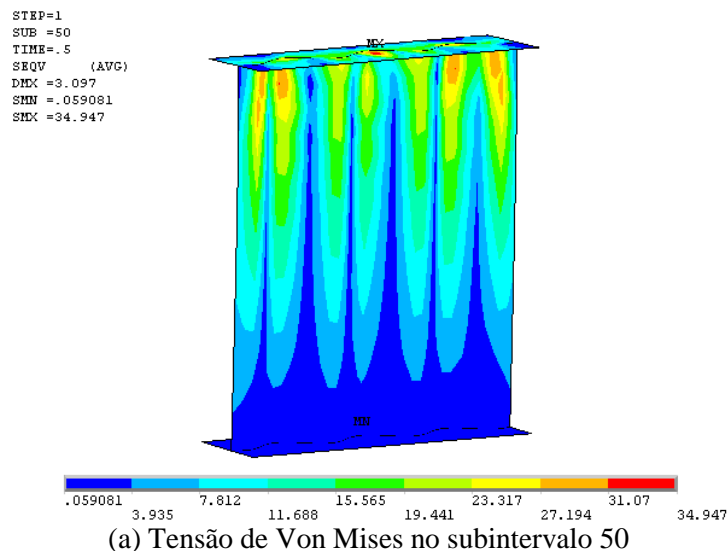
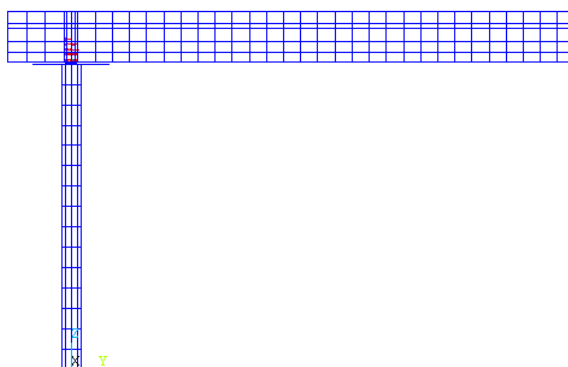


FIGURA 4.13 Tensões de Von Mises no perfil de aço do modelo U1-P

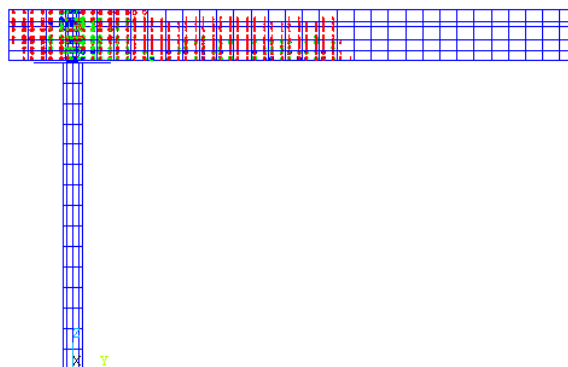
Nota-se pela FIG. 4.14(a) do subintervalo 9, que a fissuração da laje de concreto se inicia na região próxima à base do conector. A seguir, no subintervalo 45, FIG. 4.14(b), a região de fissuração se espalha verticalmente até a face superior da laje e horizontalmente até a metade do comprimento do vão da laje. No último subintervalo convergido, subintervalo 89, FIG. 4.14(c), praticamente toda a laje encontra-se fissurada.

STEP=1  
SUB =9  
TIME=.09



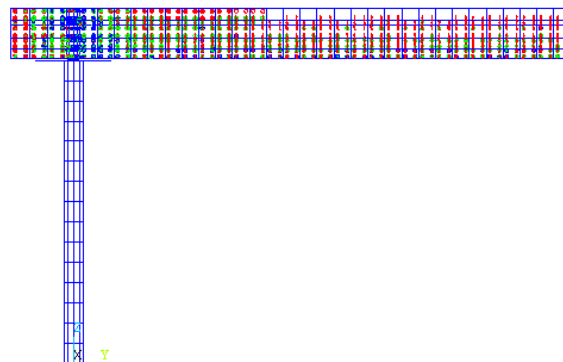
(a) Fissuração e esmagamento no subintervalo 9

STEP=1  
SUB =45  
TIME=.45



(b) Fissuração e esmagamento no subintervalo 45

STEP=1  
SUB =89  
TIME=.89



(c) Fissuração e esmagamento no último subintervalo convergido

FIGURA 4.14 Fissuração e esmagamento na laje de concreto do modelo U1-P



### 4.3.2. Modelo U2-P

No protótipo U2-P, o momento no último estágio de carregamento e o deslocamento horizontal correspondente da mesa inferior foram iguais a 4,42 kN.m e 70,19 mm, respectivamente. Para esse mesmo momento transversal, o modelo numérico apresentou um deslocamento de 45,85 mm, valor este inferior ao experimental. As FIGs. 4.15 e 4.16 mostram, respectivamente, a posição deformada do modelo U2-P e seus deslocamentos horizontais no último subintervalo convergido, subintervalo 88, correspondente ao momento transversal de 5,35 kN.m. Nota-se que o deslocamento horizontal máximo da mesa inferior do perfil de aço foi de 117,46 mm.

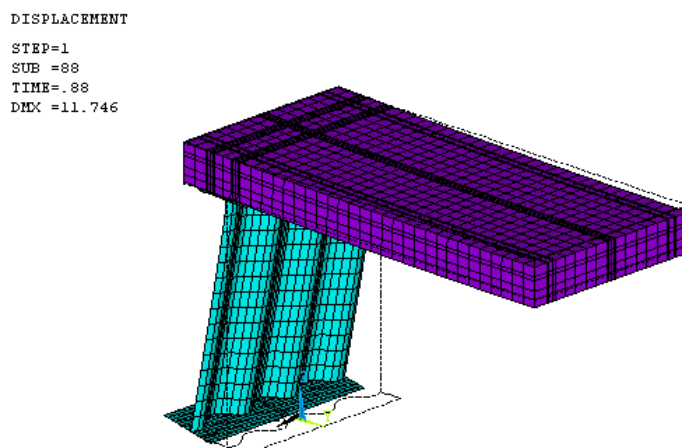


FIGURA 4.15 Posições inicial e deformada do modelo U2-P

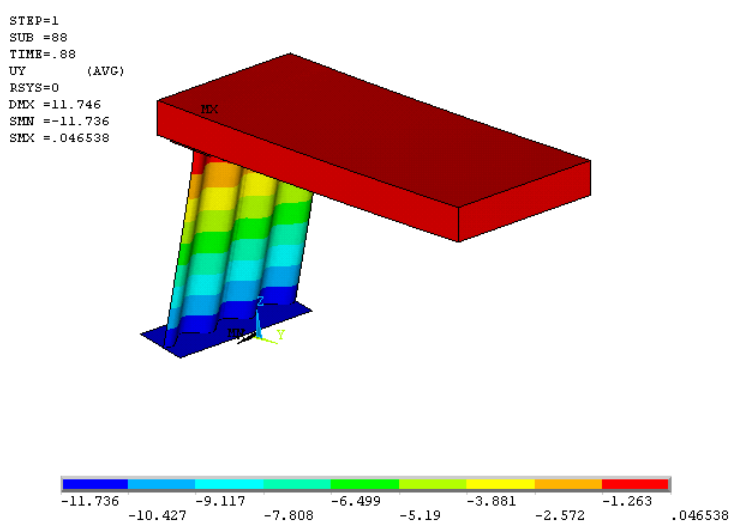


FIGURA 4.16 Deslocamentos horizontais Uy do modelo U2-P



mista, U1-M, apresentou deslocamentos horizontais inferiores à metade dos deslocamentos horizontais do modelo de laje plana U1-P.

A FIG. 4.20 mostra as tensões de Von Mises em  $\text{kN/cm}^2$  no perfil de aço do modelo U1-M. No subintervalo 52, FIG. 4.20(a), quando o momento transversal atinge o valor de 3,04 kN.m, a tensão da alma no nó da ligação com a mesa superior chega a 34,938  $\text{kN/cm}^2$  30 MPa, valor este praticamente igual à resistência ao escoamento do aço da alma, 34,98  $\text{kN/cm}^2$ . No protótipo U1-M, o momento detectado pela extensometria de início de escoamento da alma foi de 3,7 kN.m, superior ao valor numérico. A rigor, a comparação entre esses valores não pode ser feita, pois os pontos de medição das tensões e deformações, numérica e experimental não coincidem, porém como análise qualitativa da grandeza do momento de início do escoamento, a comparação é satisfatória. Pela FIG. 4.20(b), nota-se também que no último subintervalo convergido, subintervalo 91, a região de escoamento da alma espraia-se consideravelmente ao longo da altura da alma do perfil de aço. Porém, comparando-se com o modelo de laje plana, U1-P, a região da alma que sofreu escoamento é menor.

```
STEP=1  
SUB =91  
TIME=.91  
DMX =5.055
```

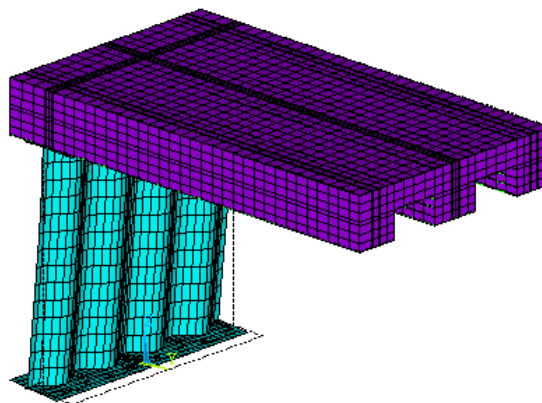


FIGURA 4.18 Posições inicial e deformada do modelo U1-M

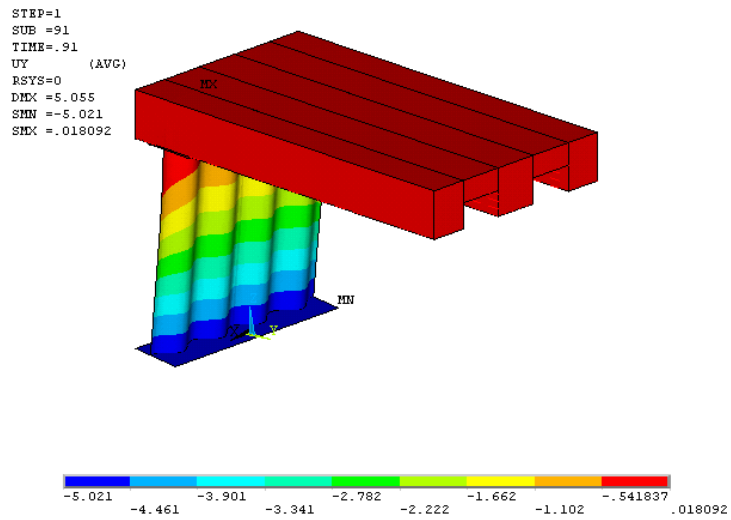
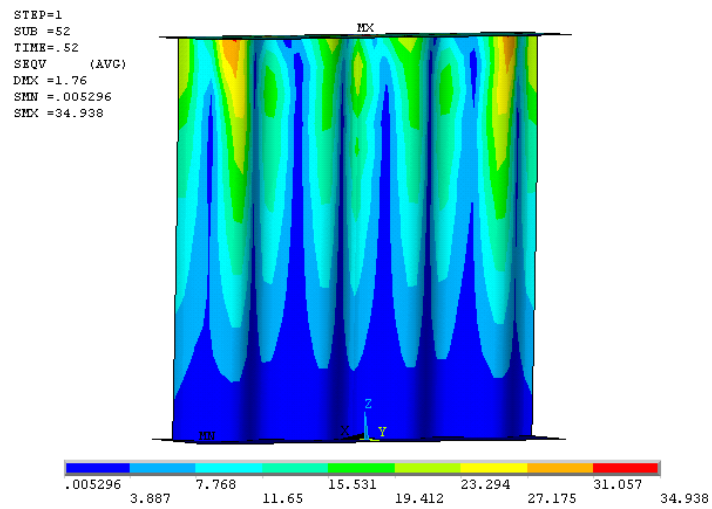
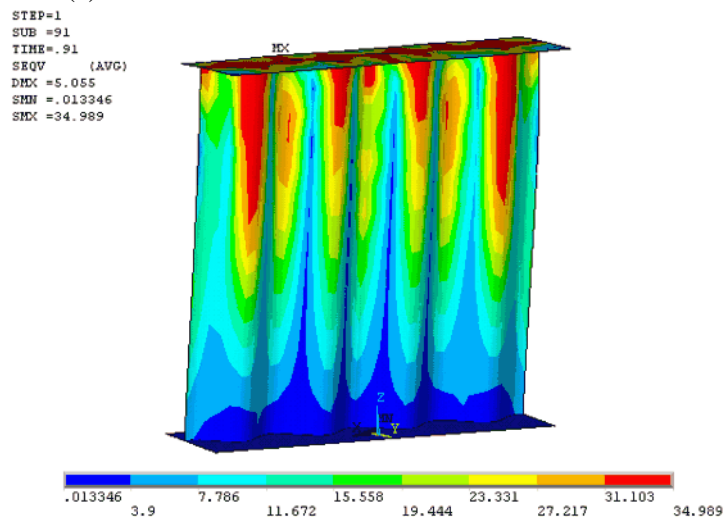


FIGURA 4.19 Deslocamentos horizontais Uy do modelo U1-M



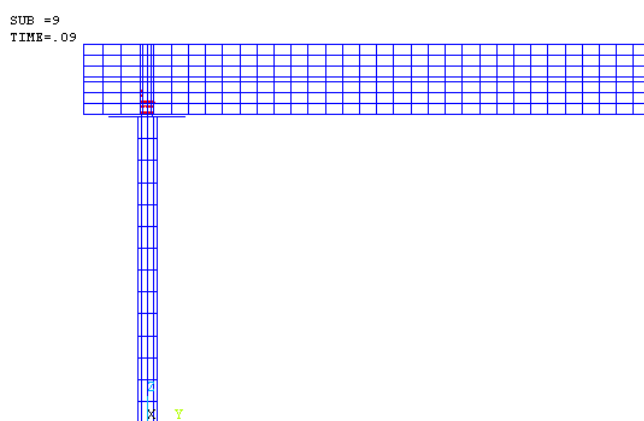
(a) Tensão de Von Mises no último subintervalo 52



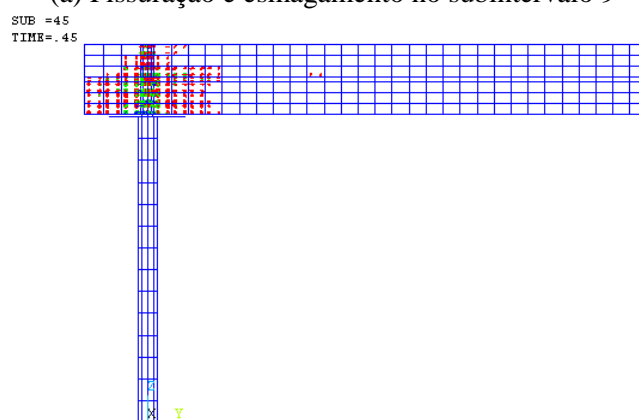
(b) Tensão de Von Mises no último subintervalo convergido

FIGURA 4.20 Tensões de Von Mises no perfil de aço do modelo U1-M

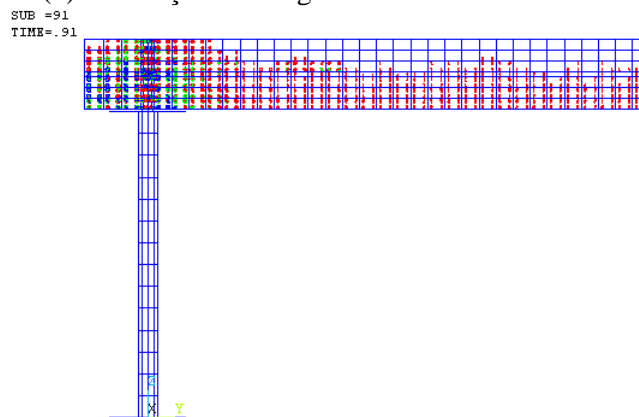
Nota-se pela FIG. 4.21(a) do subintervalo 9, que a fissuração da laje de concreto se inicia na região próxima à base do conector. A seguir, no subintervalo 45, FIG. 4.20(b), a região de fissuração se espalha verticalmente até a face superior da laje e horizontalmente até a um quarto do comprimento do vão da laje de concreto. No último subintervalo convergido, subintervalo 91, FIG. 4.14(c), uma grande região da laje encontra-se fissurada. Em relação ao modelo de laje plana, U1-P, o modelo de laje mista, U1-M, apresentou menos fissuração no concreto.



(a) Fissuração e esmagamento no subintervalo 9



(b) Fissuração e esmagamento no subintervalo 45



(c) Fissuração e esmagamento no último subintervalo convergido

FIGURA 4.21 Fissuração e esmagamento da laje de concreto do modelo U1-M

#### 4.3.4. Modelo U2-M

No protótipo U2-M, o momento no último estágio de carregamento e o deslocamento horizontal correspondente da mesa inferior foram iguais a 5,82 kN.m e 61,85 mm, respectivamente. Para esse mesmo momento transversal, o modelo numérico apresentou o deslocamento de 41,49 mm, valor este inferior ao experimental. A FIG. 4.22 mostra os deslocamentos horizontais do modelo U2-M no último subintervalo convergido, subintervalo 99, correspondente ao momento transversal de 6,02 kN.m. Nota-se que o deslocamento horizontal máximo da mesa inferior do perfil de aço foi de 55,74 mm.

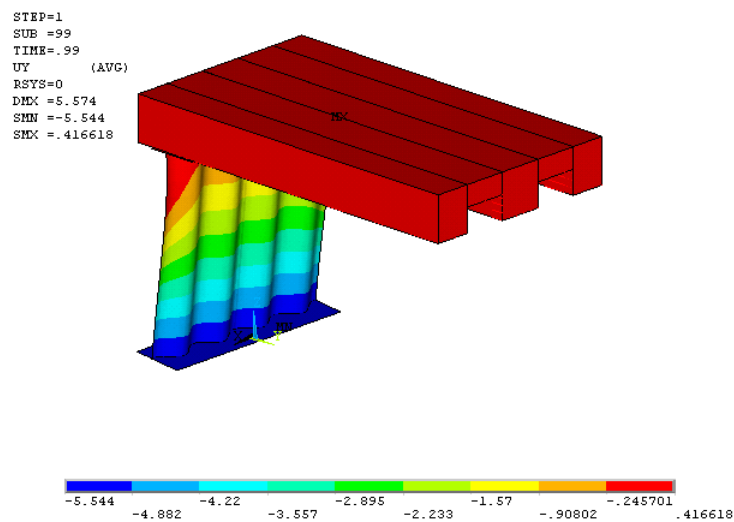


FIGURA 4.22 deslocamentos horizontais  $U_y$  do modelo U2-M

A FIG. 4.23 mostra as tensões de Von Mises em  $\text{kN/cm}^2$  no perfil de aço do modelo U2-M, subintervalo 48. Nesse subintervalo, a tensão da alma no nó da ligação com a mesa superior chega a  $34,951 \text{ kN/cm}^2$ , valor praticamente igual à resistência ao escoamento do aço da alma,  $34,98 \text{ kN/cm}^2$ . No protótipo U2-M, o momento detectado pela extensometria de início de escoamento da alma foi de 3 kN.m, superior ao valor numérico de 2,92 kN.m. A rigor, a comparação entre esses valores não pode ser feita, pois os pontos de medição das tensões e deformações, numérica e experimental não coincidem, porém como análise qualitativa da grandeza do momento de início do escoamento, a comparação é satisfatória.

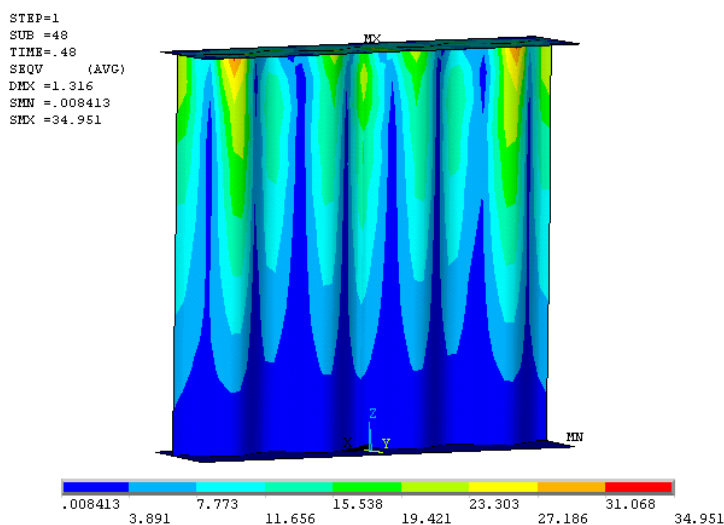


FIGURA 4.23 Tensões de Von Mises no perfil de aço do modelo U2-M, subintervalo 48

## 4.4. Aferição da modelagem numérica

### 4.4.1. Generalidades

Para aferição da modelagem empregada na análise numérica, os resultados dos modelos numéricos foram comparados com os resultados dos ensaios dos protótipos. Essa comparação foi feita com as curvas momento versus rotação total e com as curvas momento versus rotação isolada, da laje de concreto, da alma do perfil de aço e da conexão de cisalhamento. O momento foi tomado igual ao produto da força aplicada nas mesas inferiores dos perfis de aço do mecanismo “U” pela distância entre os centros geométricos das mesas inferior e superior.

Na análise experimental, utilizou-se um procedimento para obtenção das rotações a partir dos deslocamentos medidos nos ensaios, explicado detalhadamente no capítulo 3. Na análise numérica, utilizou-se o mesmo procedimento, calculando-se as rotações a partir das translações, dos nós mais próximos possíveis dos pontos de medição experimental dos deslocamentos, ver FIG. 4.24. Assim, as rotações da laje de concreto, da alma do perfil de aço e da conexão de cisalhamento foram calculadas de acordo com as EQs. 3.1, 3.2 e 3.3, usando no lugar das leituras dos relógios comparadores ( $L_{R1}$  a  $L_{R6}$ ), FIG. 4.24(a), as translações nodais correspondentes ( $U_{z1}$  a  $U_{y6}$ ), FIG. 4.24(b), e no

lugar das distâncias entre os relógios comparadores, as distâncias nodais correspondentes.

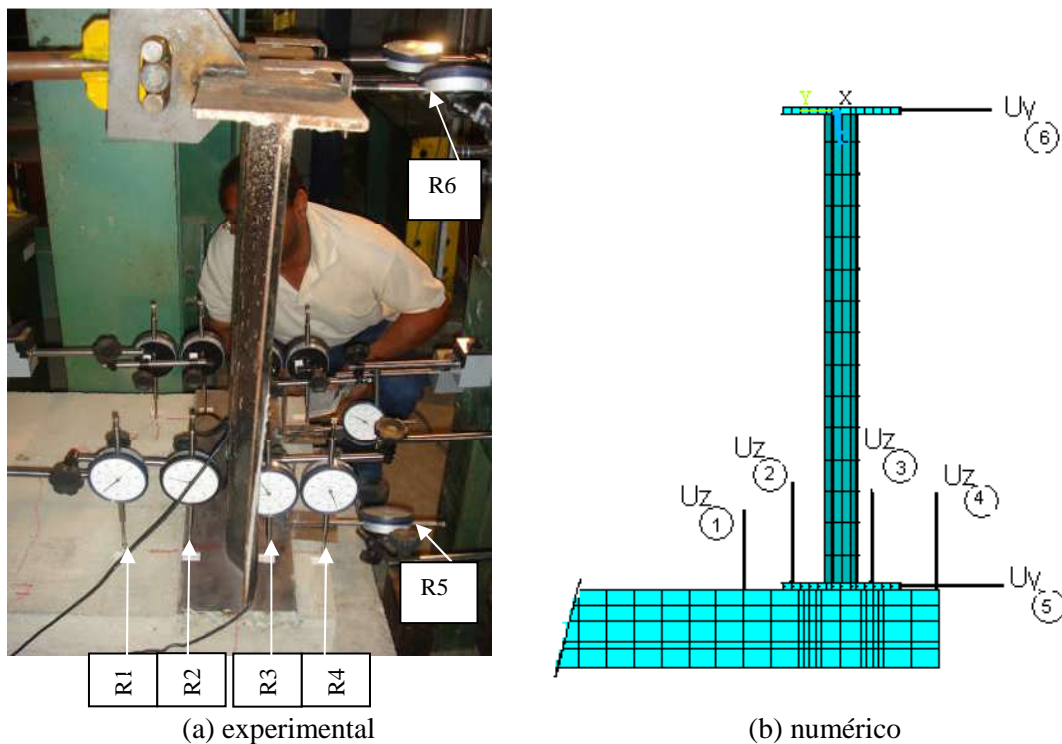


FIGURA 4.24 Determinação experimental e numérica dos deslocamentos

Nos experimentos, quatro seções transversais foram escolhidas para cálculo das rotações, duas em cada viga de aço do modelo. As curvas foram traçadas com rotações médias correspondentes à média aritmética das rotações de cada seção transversal. Na análise numérica, as rotações foram tomadas iguais ao valor médio encontrado na seção transversal com conectores e na seção localizada aproximadamente a meia distância entre os conectores, uma vez que esse procedimento reproduziu de forma satisfatória os pontos de medição da análise experimental.

#### 4.4.2. Modelo U1-P

A FIG. 4.25 mostra as curvas momento versus rotação total, numérica e experimental, do modelo U1-P. Em ambas as curvas os valores foram interligados ponto a ponto. Para permitir uma comparação entre os valores numéricos e experimentais, foram ajustadas curvas polinomiais aos pontos experimentais, FIG. 4.26, sendo omitidos os pontos de



descarregamento. Isto possibilitou o traçado da curva de erro médio quadrático entre os valores de rotação, numéricos e experimentais.

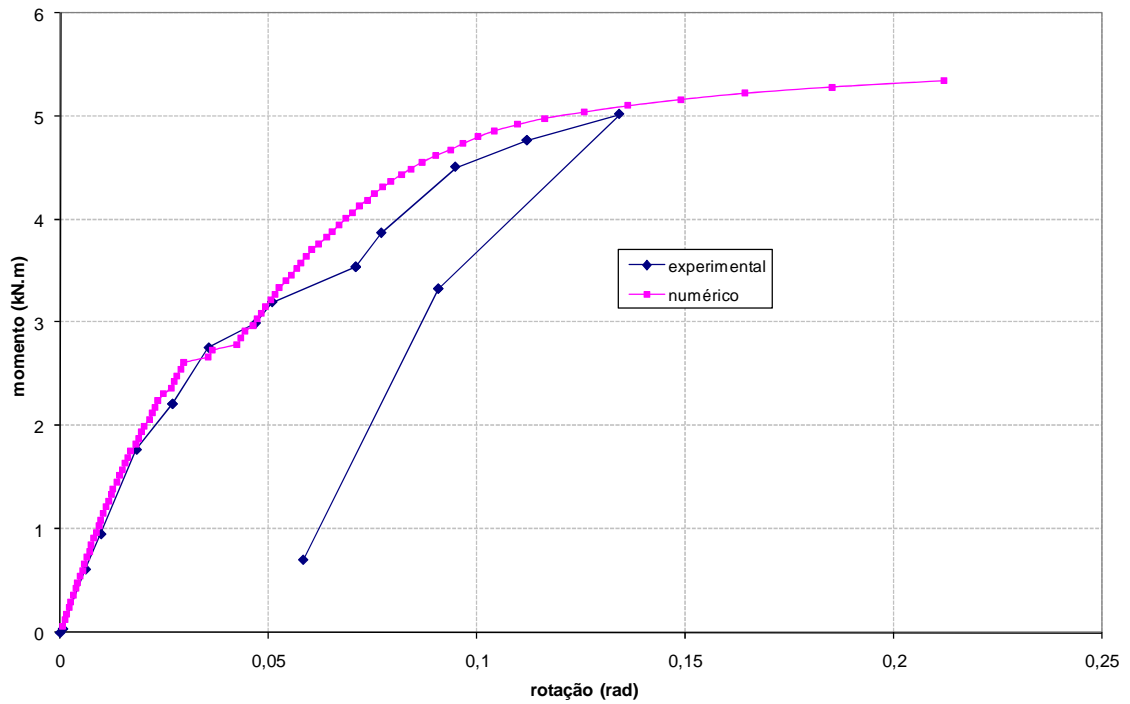


FIGURA 4.25 Curvas momento versus rotação total do modelo U1-P

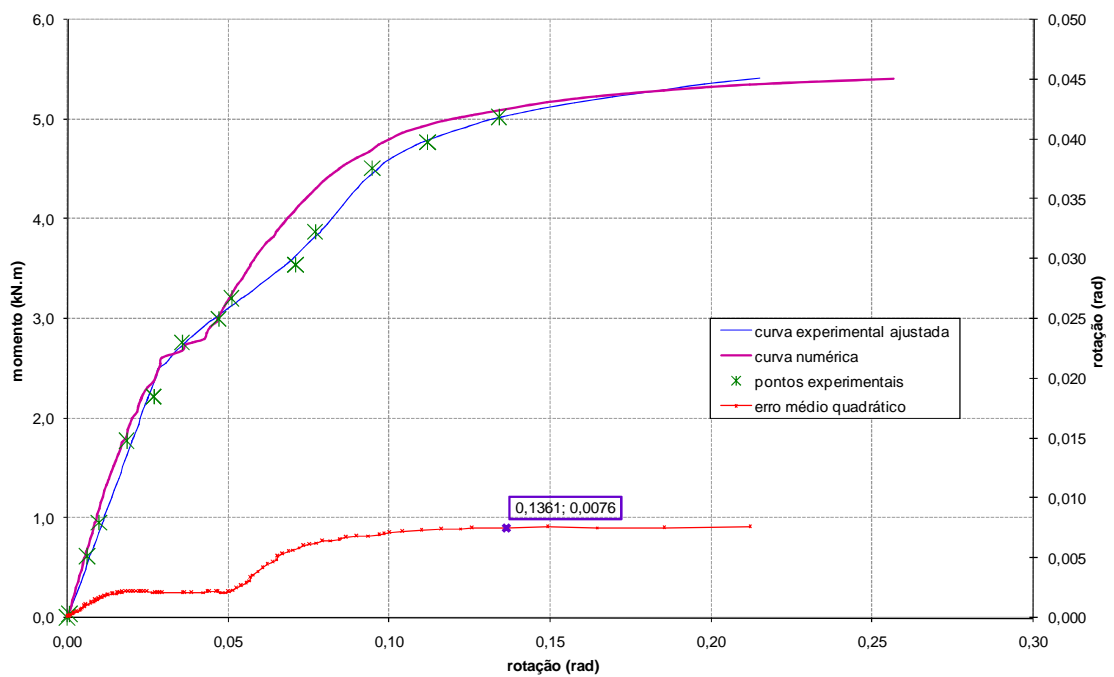


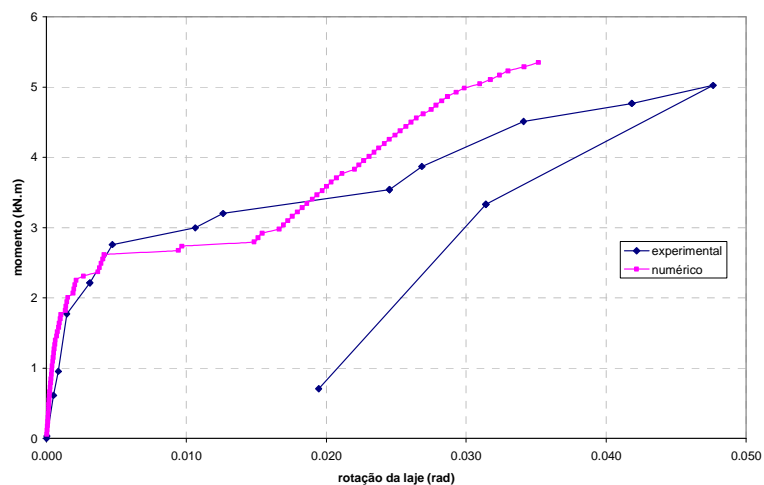
FIGURA 4.26 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U1-P

Pela FIG. 4.26, pode-se notar a concordância entre as curvas numérica e experimental, cujos valores do erro médio quadrático foram sempre inferiores a 0,01 rad. Tomando como exemplo, o ponto mais próximo ao último ponto experimental, a curva numérica apresentou um erro médio quadrático de 0,0076 rad, cerca de 6 % do valor da rotação (0,1361 rad) neste ponto.

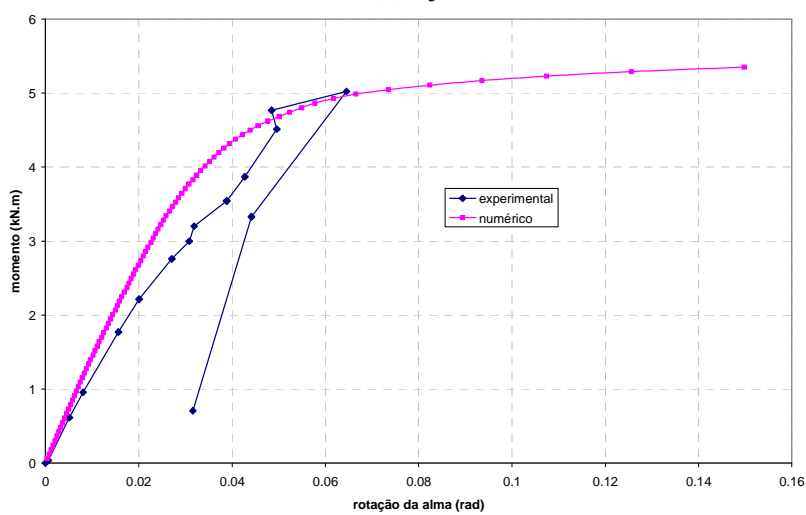
A FIG. 4.27 mostra as curvas momento versus rotação isolada, da laje de concreto, da alma e da conexão de cisalhamento do modelo U1-P.

Pode-se notar um comportamento linear em ambas as curvas momento versus rotação da laje de concreto, numérica e experimental, até o início da fissuração, FIG. 4.27 (a). O patamar de fissuração da curva numérica ocorreu em um momento transversal inferior ao da curva experimental, porém, no trecho pós-fissuração a curva numérica mostrou-se mais rígida.

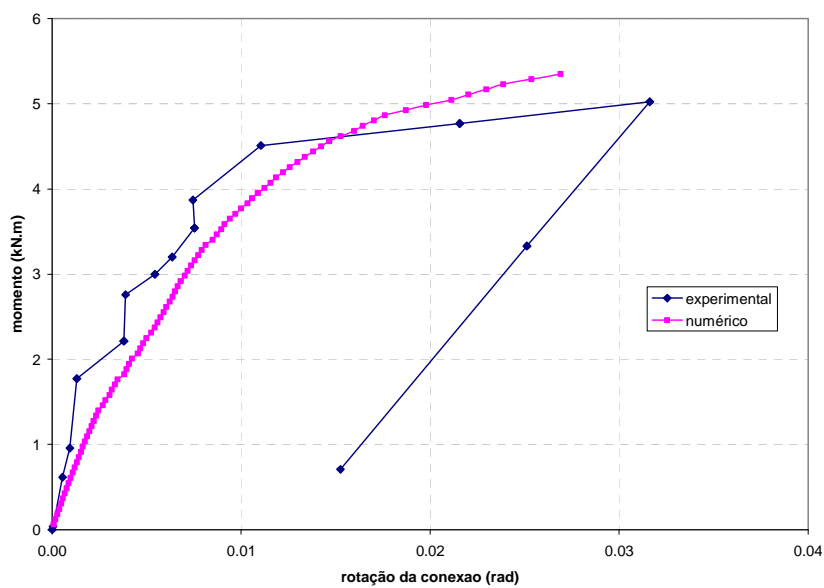
A FIG. 4.27(b) mostra que as curvas momento versus rotação da alma, numérica e experimental, concordam razoavelmente até um momento transversal aproximadamente igual a 1 kN.m. A partir desse ponto, a curva numérica apresenta tangentes superiores às tangentes da curva experimental. Pela FIG. 4.27(c), nota-se que não houve concordância entre as curvas momento versus rotação da conexão de cisalhamento, numérica e a experimental, sendo a curva numérica menos rígida que a experimental em rotações inferiores a 0,015 rad, e mais rígida a partir deste ponto.



(a) laje



(b) alma



(c) conexão de cisalhamento

FIGURA 4.27 Curvas momento versus rotação isolada do modelo U1-P

#### 4.4.3. Modelo U2-P

A FIG. 4.28 mostra as curvas momento versus rotação total, numérica e experimental, do modelo U2-P. Em ambas as curvas os valores foram interligados ponto a ponto. Para permitir o traçado da curva de erro médio quadrático, foram ajustadas curvas polinomiais aos pontos experimentais, FIG. 4.29, sendo omitidos os pontos de descarregamento. O modelo U2-P apresentou um erro médio quadrático maior que o modelo U1-P, entretanto os valores foram sempre inferiores a 0,05 rad. Tomando como exemplo, o ponto mais próximo do último ponto experimental, a curva numérica apresentou um erro médio quadrático de 0,0425 rad, aproximadamente igual a 36 % do valor da rotação (0,1170 rad) neste ponto.

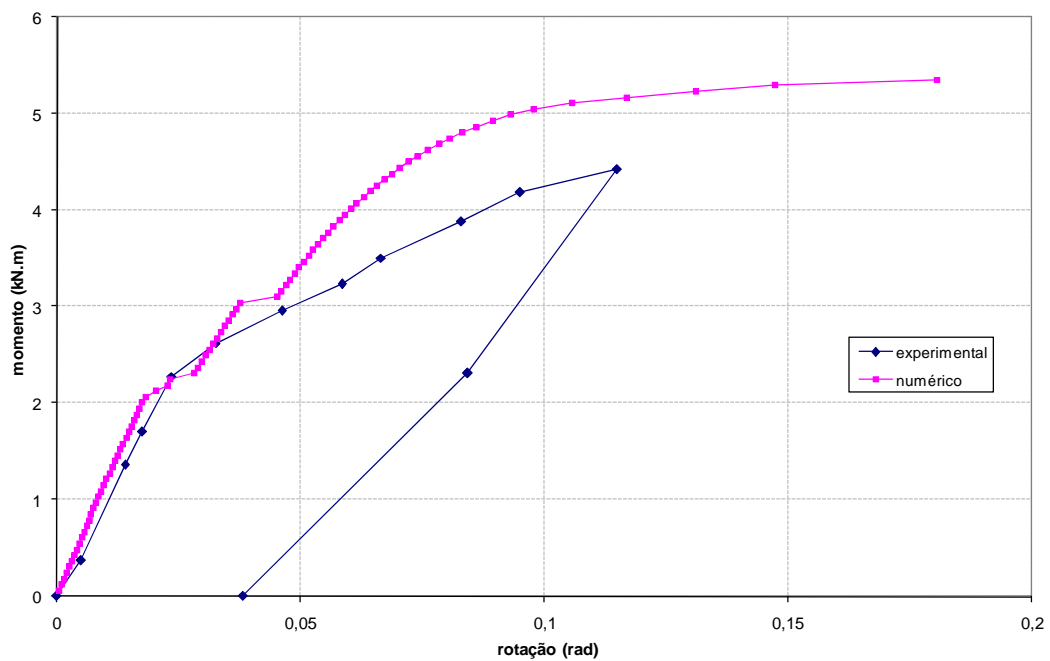


FIGURA 4.28 Curvas momento versus rotação total do modelo U2-P

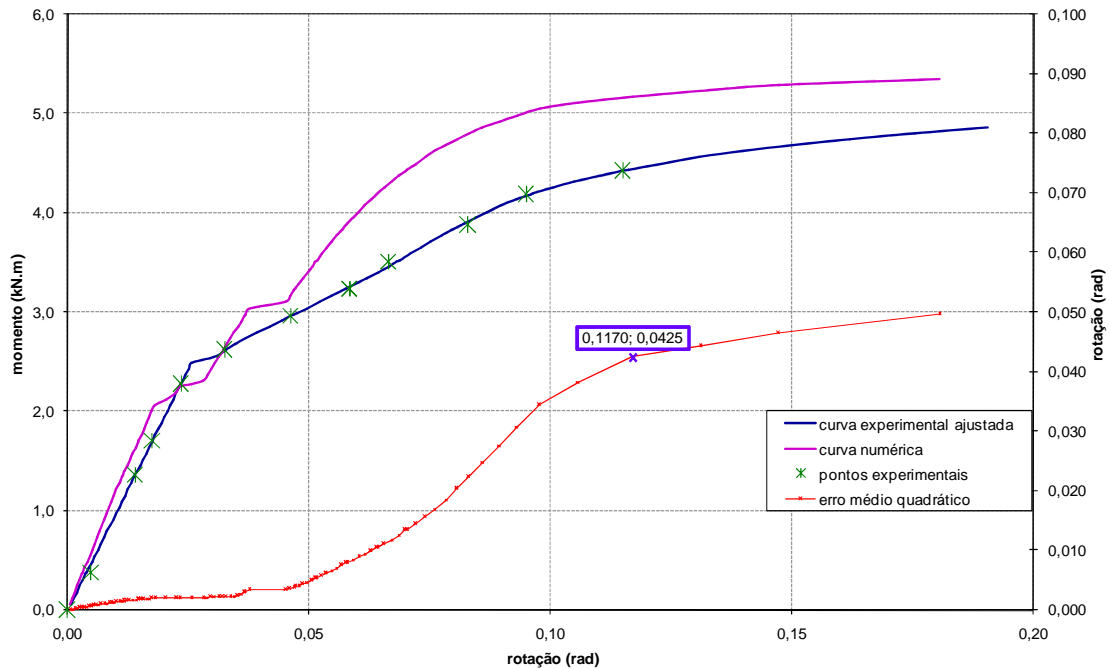
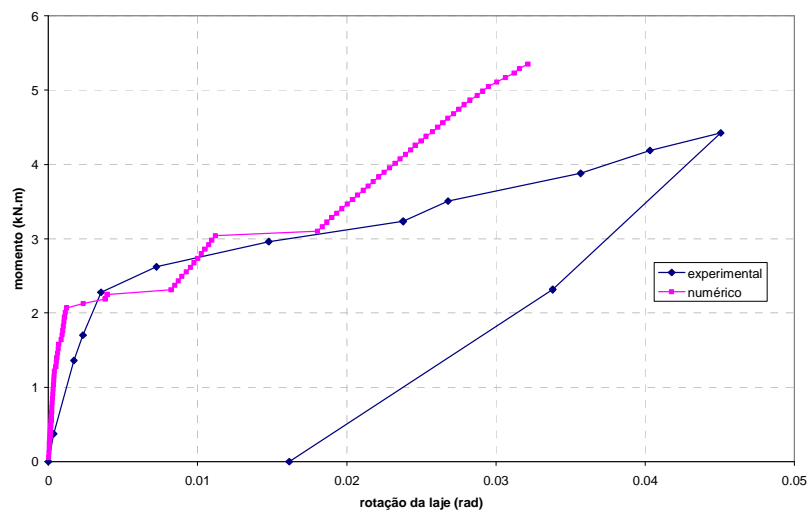


FIGURA 4.29 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U2-P

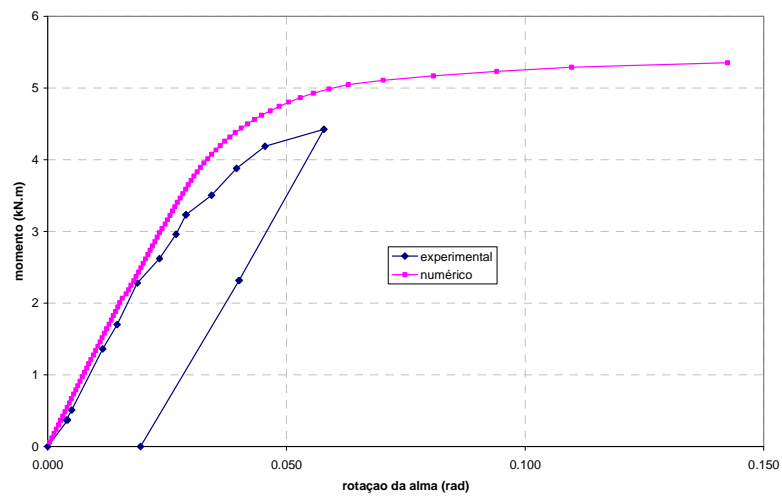
A FIG. 4.30 mostra as curvas momento versus rotação isolada, da laje de concreto, da alma e da conexão de cisalhamento do modelo U2-P.

Pode-se notar um comportamento linear em ambas as curvas momento versus rotação da laje de concreto, numérica e experimental, até o início da fissuração, FIG. 4.30(a). Assim como no modelo U1-P, a curva numérica apresenta fissuração em valores menores de momento transversal, porém mostra-se mais rígida no trecho pós-fissuração.

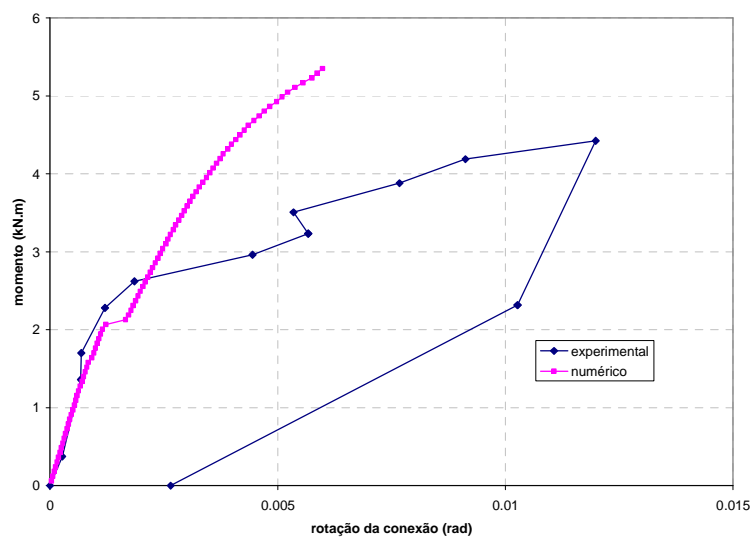
A FIG. 4.30(b) mostra uma boa concordância entre as curvas momento versus rotação da alma, numérica e experimental, até um momento transversal aproximadamente igual a 2,2 kN.m. A partir desse ponto, a curva numérica mostra-se mais rígida que a experimental. A FIG. 4.30(c) mostra uma boa concordância entre as curvas momento versus rotação da conexão de cisalhamento, numérica e experimental, até um momento transversal aproximadamente igual a 1,4 kN.m. A partir desse ponto, a curva numérica mostra-se mais rígida que a experimental.



(a) laje



(b) alma



(c) conexão de cisalhamento

FIGURA 4.30 Curvas momento versus rotação isolada do modelo U2-P

#### 4.4.4. Modelo U1-M

A FIG. 4.31 mostra as curvas momento versus rotação total, numérica e experimental, do modelo U1-M. Os valores do erro médio quadrático, mostrados na FIG. 4.32, são inferiores a 0,005 rad.

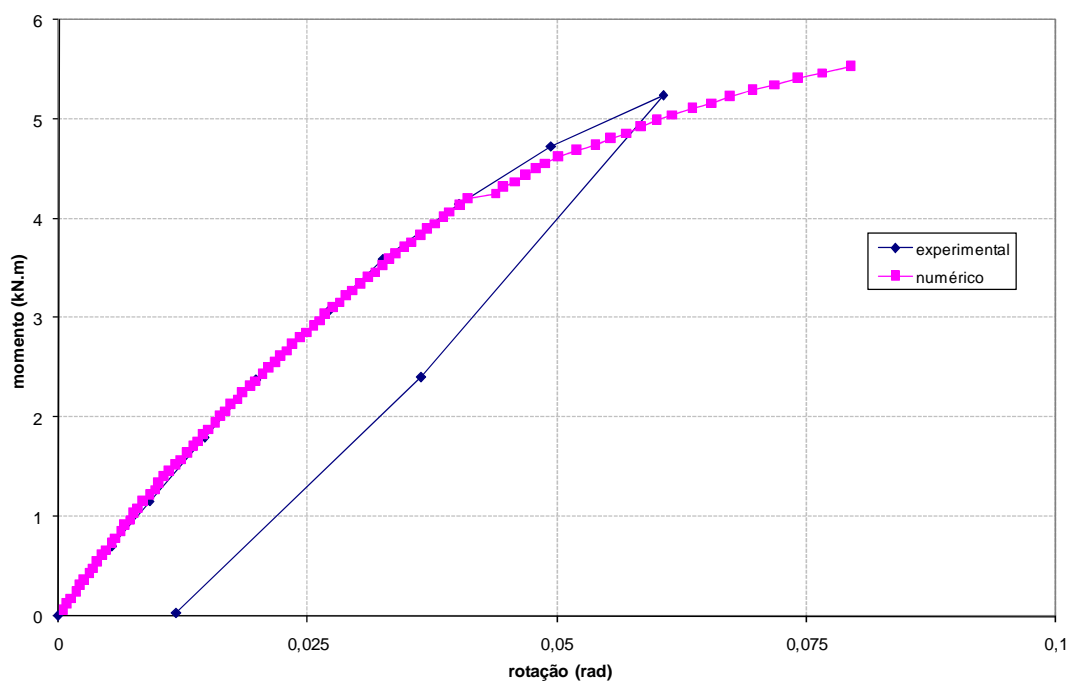


FIGURA 4.31 Curvas momento versus rotação total do modelo U1-M

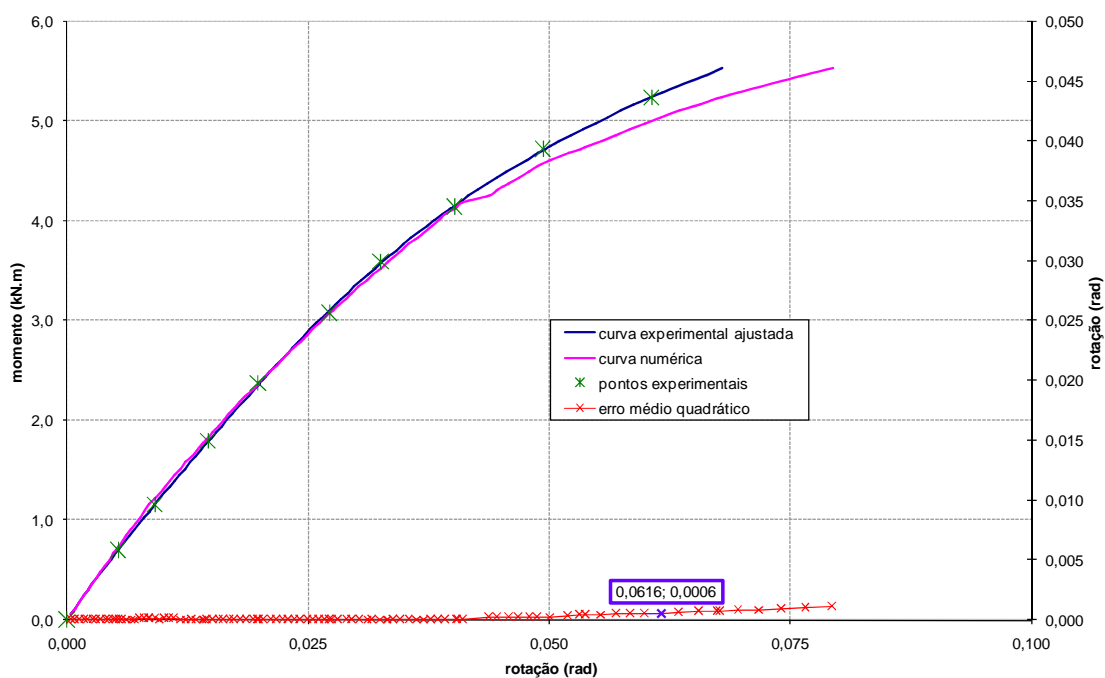


FIGURA 4.32 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U1-M

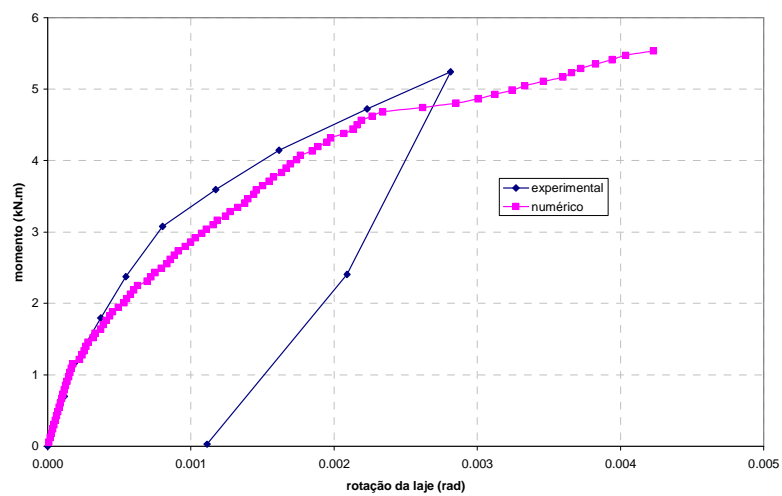
Tomando como exemplo, o ponto mais próximo ao último ponto experimental, a curva numérica apresentou um erro médio quadrático de 0,0006 rad, menor que 1 % do valor da rotação (0,0616 rad) neste ponto, FIG. 4.32.

A FIG. 4.33 mostra as curvas momento versus rotação isolada, da laje de concreto, da alma e da conexão de cisalhamento do modelo U1-M.

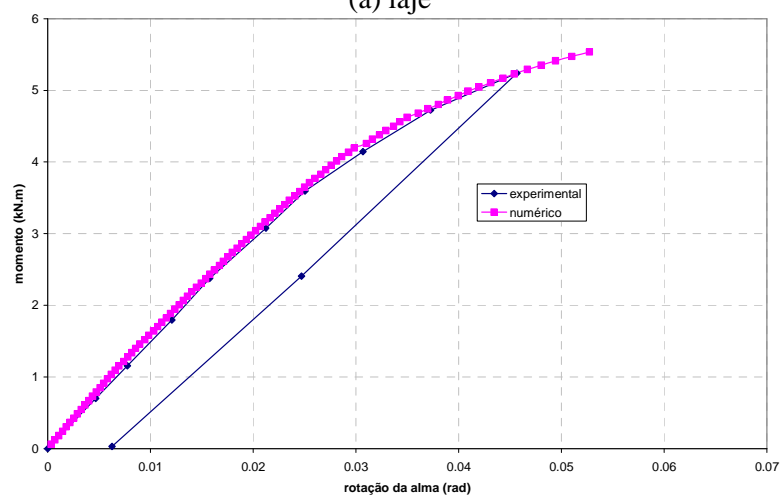
Diferentemente dos modelos de laje plana, as curvas momento versus rotação da laje de concreto, numérica e experimental, não são caracterizadas por um patamar de fissuração preponderante, FIG. 4.33(a). Nota-se que a fissuração ocorre no decorrer de toda a curva, evidenciada por pequenos aumentos localizados das rotações. A concordância entre as curvas numérica e experimental foi perfeita até o momento transversal aproximadamente igual a 2 kN.m. A partir desse ponto, a curva numérica mostrou-se menos rígida que a experimental.

A FIG. 4.33(b) mostra uma excelente concordância entre as curvas momento versus rotação da alma, numérica e experimental, em toda a extensão das mesmas. A FIG. 4.33(c) mostra uma excelente concordância entre as curvas momento versus rotação da conexão de cisalhamento, numérica e experimental, até um momento transversal aproximadamente igual a 3 kN.m. A partir desse ponto, a curva numérica mostrou-se menos rígida que a experimental.

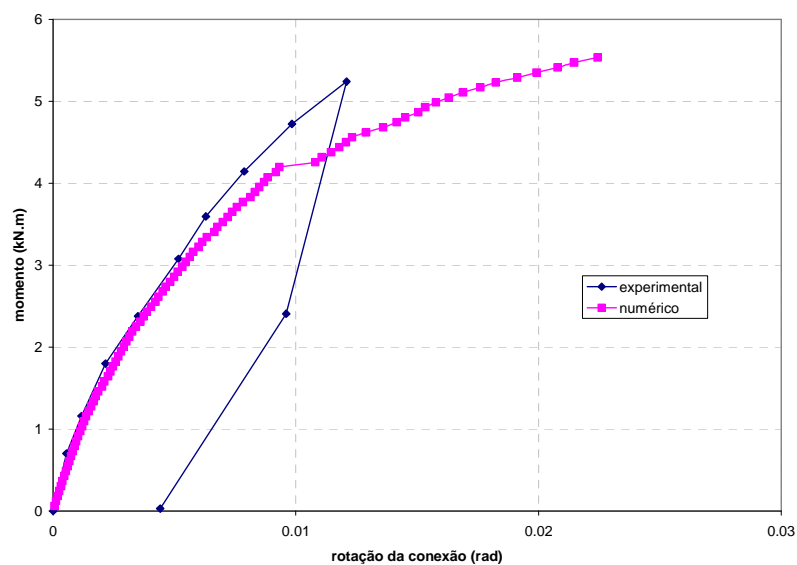




(a) laje



(b) alma



(c) conexão de cisalhamento

FIGURA 4.33 Curvas momento versus rotação isolada do modelo U1-M

#### 4.4.5. Modelo U2-M

A FIG. 4.34 mostra as curvas momento versus rotação total, numérica e experimental, do modelo U2-M. Os valores do erro médio quadrático, mostrados na FIG. 4.35, são inferiores a 0,015 rad.

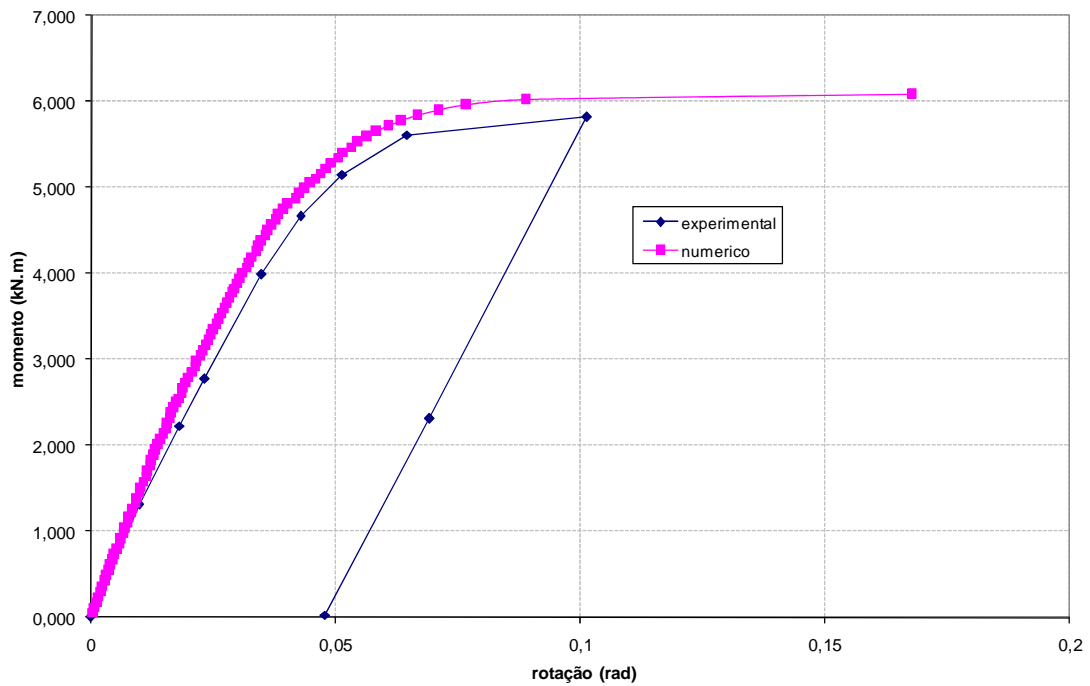


FIGURA 4.34 Curvas momento versus rotação total do modelo U2-M

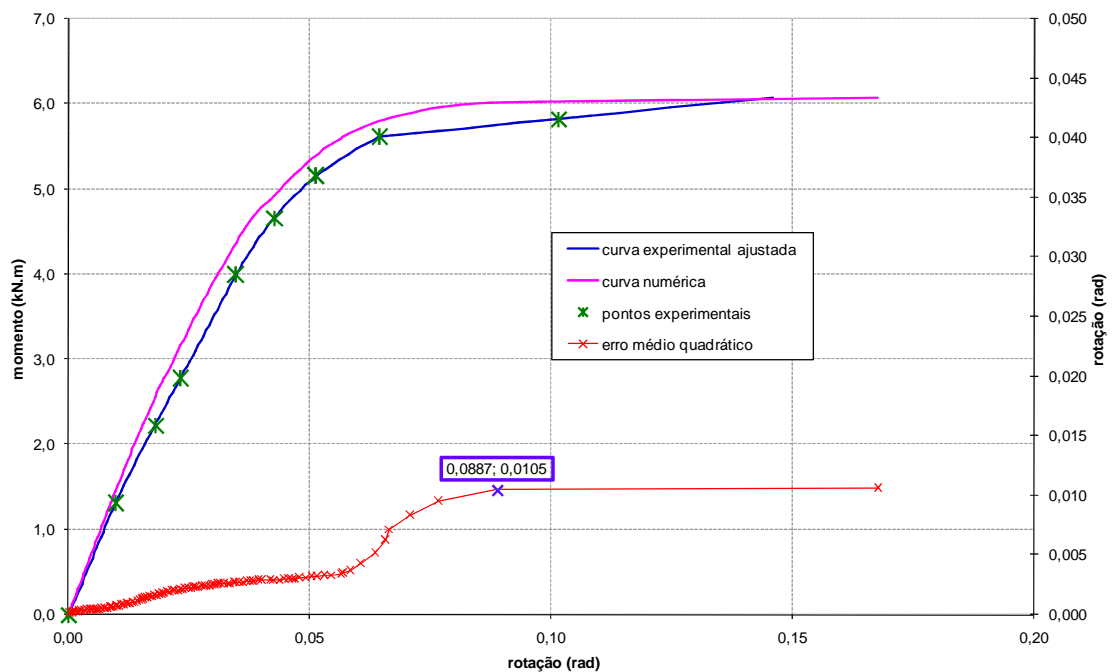


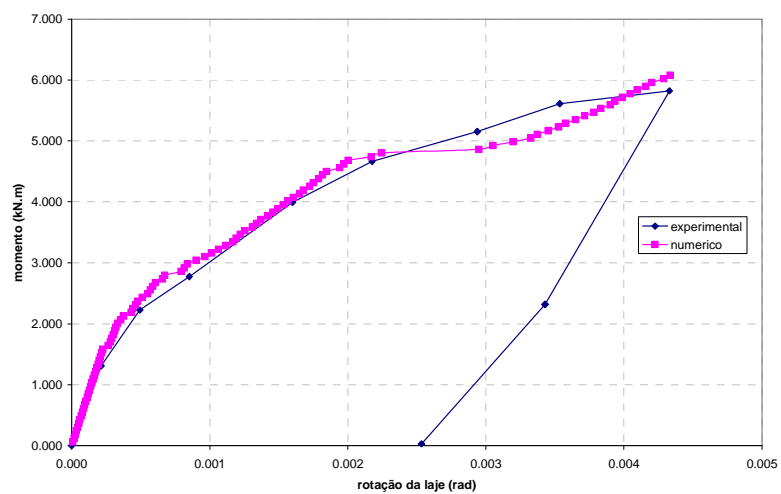
FIGURA 4.35 Curvas momento versus rotação total e erro médio quadrático do modelo U2-M

Tomando como exemplo, o ponto mais próximo ao último ponto experimental, a curva numérica apresentou um erro médio quadrático de 0,0105 rad, menor que 12 % do valor da rotação (0,0887 rad) neste ponto, FIG. 4.35.

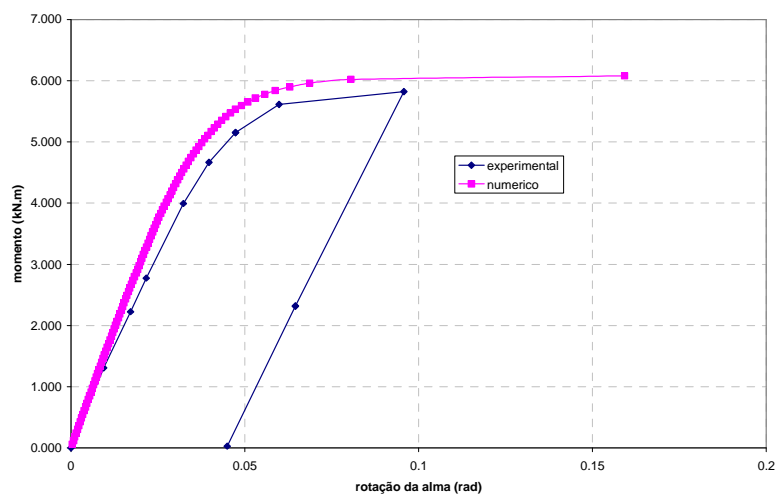
A FIG. 4.36 mostra as curvas momento versus rotação isolada, da laje de concreto, da alma e da conexão de cisalhamento do modelo U2-M.

Diferentemente dos modelos de laje plana e igual ao modelo U1-M, as curvas momento versus rotação da laje de concreto, numérica e experimental, não são caracterizadas por um patamar de fissuração preponderante, FIG. 4.36(a). Nota-se que a fissuração ocorre no decorrer de toda a curva, evidenciada por pequenos aumentos localizados das rotações. A concordância entre as curvas numérica e experimental foi boa até um momento transversal aproximadamente igual a 4,9 kN.m. A partir desse ponto, a curva numérica mostrou-se menos rígida que a experimental.

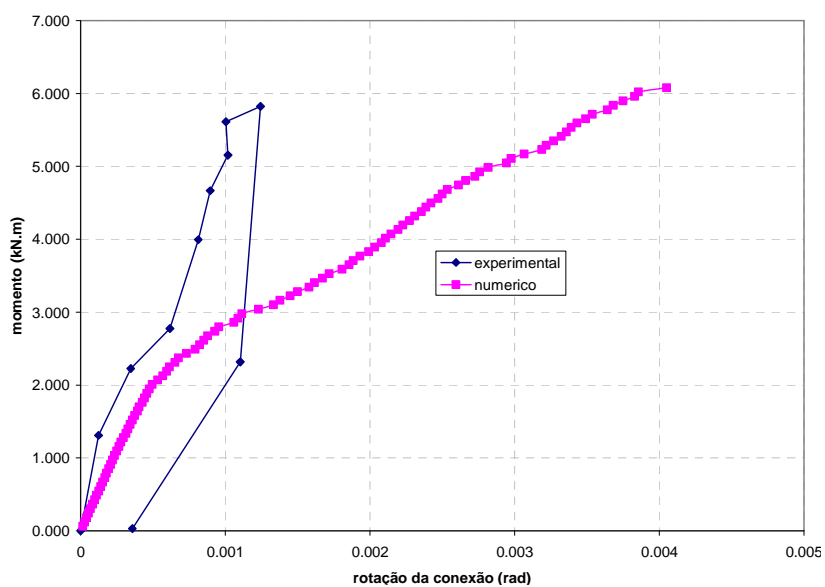
A FIG. 4.36(b) mostra uma boa concordância entre as curvas momento versus rotação da alma, numérica e experimental, com a curva numérica um pouco mais rígida que a experimental. Pela FIG. 4.36(c) nota-se que não houve concordância entre as curvas momento versus rotação da conexão de cisalhamento, numérica e experimental, sendo a curva numérica menos rígida do que a experimental em toda a extensão das curvas.



(a) laje



(b) alma



(c) conexão de cisalhamento

FIGURA 4.36 Curvas momento versus rotação do modelo U2-M

#### 4.4.6. Conclusões da aferição numérica

Conclusões a respeito da aferição numérica podem ser obtidas pelas comparações feitas nos itens anteriores entre os resultados numéricos e experimentais mostrados nas curvas momento versus rotação, total e isolada. As curvas momento versus rotação total mostraram a adequação da modelagem numérica à aplicação a que se propõe, de determinação da rigidez rotacional da viga mista em regime elástico. Pode-se notar que a diferença entre as curvas, aqui medida pelo erro médio quadrático, foi pequena nos modelos de laje plana e ainda menor nos modelos de laje mista.

Em relação às curvas momento versus rotação isolada da laje de concreto, pequenas divergências são aceitáveis, porque a modelagem numérica em concreto armado, apesar de ter evoluído ultimamente com o uso de elementos exclusivos para esse material (SOLID65), ainda sofre discussões sobre a representatividade de fenômenos físicos complexos tais como a fissuração e o esmagamento. Nas curvas momento versus rotação isolada da alma, notou-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais em toda a extensão das mesmas.

Em relação às curvas momento versus rotação da conexão de cisalhamento, numérica e experimental, em alguns dos modelos houve concordância no intervalo elástico-linear, porém no restante da curva, os modelos numéricos não conseguiram captar corretamente o fenômeno físico. Dada a complexidade física da ligação laje de concreto e mesa do perfil de aço, os resultados podem ser considerados razoáveis. Vale ressaltar novamente que os modelos numéricos serão utilizados na determinação da rigidez rotacional elástica, com a utilização apenas dos trechos elásticos das curvas momento versus rotação da alma e da conexão de cisalhamento e, com a utilização do trecho pós-fissuração da laje de concreto.

Diante das conclusões expostas, a modelagem numérica pode ser considerada devidamente aferida.

# 5

## PROPOSIÇÃO DE FORMULAÇÃO PARA A RIGIDEZ ROTACIONAL

### 5.1. Introdução

Neste capítulo, uma análise numérica parametrizada é apresentada com o objetivo de mostrar resultados que ilustrem a influência dos diversos parâmetros no valor da rigidez rotacional,  $k_r$ , de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal. Para isso, foram processados sessenta e oito modelos numéricos, usando o programa ANSYS 9.0 [2004], com a modelagem apresentada e aferida no capítulo 4.

Após uma avaliação dos resultados da influência dos diversos parâmetros no valor da rigidez rotacional,  $k_r$ , formulações são propostas, na forma de expressões ou tabelas, para cada uma das rigidezes isoladas, ou seja, da laje, da alma senoidal, e da conexão de cisalhamento. Conseqüentemente o valor da rigidez rotacional,  $k_r$ , fica determinado com base na expressão da rigidez de molas ligadas em série, descrita no capítulo 1. Os valores propostos das rigidezes isoladas e rotacional são comparados e validados com os resultados numéricos.

No item 5.2 discutem-se as premissas utilizadas na escolha dos modelos numéricos. A definição da geometria e as características dos modelos são apresentadas na forma de tabelas. No item 5.3, o procedimento utilizado na obtenção numérica das rigidezes

isoladas é comentado. Os itens 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam as formulações propostas neste trabalho para as rigidezes da laje, da alma e da conexão de cisalhamento, respectivamente. Para chegar nestas formulações, os resultados numéricos são analisados, as expressões analíticas, quando existentes, são apresentadas e discutidas, a formulação é proposta e, por fim, os resultados das formulações são validados pelos resultados numéricos. No item 5.7 faz-se uma avaliação final dos resultados obtidos com as formulações propostas, aplicados à rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal.

## 5.2. Definição dos modelos numéricos

Para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal, a análise numérica parametrizada foi feita em modelos de geometria e características definidas com base nos parâmetros que influenciam os valores das rigidezes isoladas, uma vez que a rigidez rotacional é calculada em função dessas. A variação dos parâmetros levou em consideração as dimensões usuais e os limites de fabricação de cada um dos componentes da viga mista.

Os parâmetros considerados na avaliação da rigidez à flexão da laje foram: o tipo da laje, plana ou mista, a altura desse elemento,  $h_c$ , a distância entre vigas paralelas,  $a$ , a área de aço da armadura tracionada,  $A_{s_{inf}}$ , se a laje for plana e a espessura da fôrma de aço incorporada,  $t_d$ , se a laje for mista. Alturas de laje iguais a 100 mm e 150 mm foram tomadas para as lajes planas e, iguais a 140 mm e 200 mm para as lajes mistas. Modelos com distâncias entre vigas paralelas iguais a 2000 mm e 4000 mm foram analisados.

Assim como nos protótipos experimentais, barras de aço com diâmetros de 6,3 mm e 8 mm, espaçadas a cada 200 mm, foram utilizadas, respectivamente, nas armaduras superior e inferior dos modelos de laje plana. A fôrma de aço incorporada dos modelos de laje mista teve espessura igual a 1,25 mm, nervuras trapezoidais espaçadas (eixo a eixo) de 274 mm, altura igual a 75 mm, abertura na base de 119 mm e no topo de 155 mm. Para as devidas comparações, foram também considerados modelos de laje plana com áreas de aço, superior e inferior, iguais ao dobro das acima citadas e modelos de laje mista com fôrma de aço incorporada de espessura 0,8 mm. A influência da variação

da armadura negativa da laje mista não foi considerada, por ser pouco significativa; assim adotaram-se em todos os modelos a mesma área de aço, dada por barras de aço com diâmetros de 4,2 mm espaçadas a cada 100 mm.

Os parâmetros considerados na avaliação da rigidez da alma senoidal foram: a altura,  $h_w$ , tomada como a distância livre entre as faces internas das mesas, e a espessura,  $t_w$ , desse elemento. Dessa forma, foram processados, modelos com alturas de alma iguais a 1200, 1000 e 500 mm e espessuras de alma iguais a 2 e 3 mm, dimensões estas dentro da faixa de fabricação dos perfis de aço de alma senoidal.

Os parâmetros considerados na avaliação da rigidez da conexão de cisalhamento foram: o número de conectores na seção transversal,  $N$ , ou seja, conexão composta por apenas um conector tipo pino com cabeça soldado na linha de centro da mesa superior do perfil ou por dois conectores soldados simetricamente em relação à essa linha, o espaçamento longitudinal entre conectores de cisalhamento,  $s$ , a largura e a espessura da mesa conectada à laje,  $b_f$  e  $t_f$ , respectivamente.

Assim como nos protótipos experimentais, o espaçamento longitudinal entre conectores de cisalhamento foi de 201,5 mm para os modelos de laje plana e 263,5 mm para os modelos de laje mista. A variação desse parâmetro foi feita dobrando-se o seu valor original, ou seja, foram processados modelos de lajes planas e mistas com espaçamento longitudinal entre conectores igual a 403 mm e 527 mm, respectivamente.

As mesas, superior e inferior, do perfil de aço tiveram as mesmas dimensões em todos os modelos numéricos. A largura das mesas,  $b_f$ , foi tomada sempre igual ou superior a  $\frac{1}{4}$  da altura da alma do perfil de aço, o que significa que os resultados obtidos têm validade somente para perfis que atendam essa proporção. Assim, foram processados modelos com largura de mesa igual a 125 mm e 250 mm em perfis de aço com alma de altura 500 mm, 250 mm em perfis alma de altura 1000 mm e 300 mm em perfis com alma de altura 1200 mm. Valores iguais a 6,3 mm, 8 mm, 16 mm e 19 mm foram considerados para a espessura da mesa. Dentro da faixa de fabricação dos perfis de aço da alma senoidal, só não processados modelos com espessura de mesa igual a 4,75 mm



e 12,5 mm. A espessura de 4,75 mm não foi considerada, uma vez que este valor multiplicado por 2,5 não atinge 16 mm (diâmetro mínimo dos conectores pinos com cabeça), não podendo portanto ser usada nas vigas mistas, conforme o PR-NBR 8800 (2007).

Somente foram previstos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça de diâmetro de 19 mm, tendo em vista serem esses conectores os mais utilizados no Brasil nas vigas mistas. Observa-se aqui que, pelo PR-NBR 8800 (2007), este diâmetro de conector não poderia ser usado com mesa de espessura de 6,3 mm. A altura dos conectores de cisalhamento, após a instalação, foi tomada igual a 76 mm nos modelos de laje plana e 127 mm nos modelos de laje mista.

A influência da variação das propriedades mecânicas dos materiais não foi abordada, razão pela qual adotaram-se em todos os modelos numéricos valores iguais para essas propriedades, listadas na TAB.1. As propriedades foram estabelecidas considerando os materiais mais empregados no Brasil na formação de perfis de alma senoidal, no concreto, na armadura das lajes e na fôrma de aço incorporada e nos conectores de cisalhamento.

TABELA 5.1 Propriedades mecânicas dos materiais

	Módulo de elasticidade $E$ (MPa)	Coef. de Poisson $\nu$	Resistência ao escoamento do aço $f_y$ (MPa)					Resistência à compressão do concreto $f_{c,j}$ (MPa)	Resistência à tração do concreto $f_{t,j}$ (MPa)
			alma	mesa	armadura	fôrma de aço	Conector de cisalhamento		
aço	205000	0,30	300	350	500	280	345	-	-
concreto	23800	0,19	-					25	2,5

As TABs. 5.2 e 5.3 listam os modelos numéricos de laje plana e os de laje mista, respectivamente, com todos os parâmetros atribuídos ao perfil de aço, à laje de concreto e à conexão de cisalhamento. Foram trinta e oito modelos de laje plana e trinta de laje mista, totalizando sessenta e oito modelos. A designação dos modelos iniciou a partir de U3-P nos modelos de laje plana e U3-M nos modelos de laje mista, porque os índices 1 e 2 já tinham sido utilizados nos modelos numéricos de aferição.

TABELA 5.2 Modelos numéricos de laje plana

Modelos		Parâmetros do perfil de aço				Parâmetros da laje plana			Parâmetros da conexão de cisalhamento	
Designação	Perfil	$h$	$b_f$	$t_f$	$t_w$	Altura da laje, $h_c$	Distância entre vigas, $a$	Área das armaduras	Número de conectores por seção, $N$	Distância long. entre conect., $s$
U3-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U4-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U5-P	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U6-P	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U7-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 3	1000	250	16	3	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U8-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 3	1000	250	16	3	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U9-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	150	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U10-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	150	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U11-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 188$	1	201,5
U12-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 302$	2	201,5
U13-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	4000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U14-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	4000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U15-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	403
U16-P	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	403
U17-P	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	403
U18-P	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	403
U19-P	PSS 1000 x 250 x 19 x 2	1000	250	19	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	2	201,5
U20-P	PSS 1000 x 250 x 19 x 3	1000	250	19	3	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U21-P	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U22-P	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U23-P	PSS 500 x 125 x 8 x 3	500	125	8	3	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U24-P	PSS 500 x 125 x 8 x 3	500	125	8	3	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U25-P	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	403
U26-P	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	403
U27-P	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U28-P	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U29-P	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	403
U30-P	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	403
U31-P	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U32-P	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U33-P	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	403
U34-P	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	403
U35-P	PSS 500 x 250 x 8 x 2	500	250	8	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	1	201,5
U36-P	PSS 500 x 250 x 8 x 2	500	250	8	2	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U37-P	PSS 1200 x 300 x 16 x 2	1200	300	16	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	2	201,5
U38-P	PSS 1200 x 300 x 16 x 3	1200	300	16	3	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5
U39-P	PSS 1200 x 300 x 19 x 2	1200	300	19	2	100	2000	$A_{s_{sup}} = 94$	2	201,5
U40-P	PSS 1200 x 300 x 19 x 3	1200	300	19	3	100	2000	$A_{s_{inf}} = 151$	2	201,5

TABELA 5.3 Modelos numéricos de laje mista

Modelos		Parâmetros do perfil de aço				Parâmetros da laje mista			Parâmetros da conexão de cisalhamento	
Designação	Perfil	$h$	$b_f$	$t_f$	$t_w$	Altura da laje, $h_c$	Distância entre vigas, $a$	Espessura da fôrma de aço, $t_d$	Número de conectores por seção, $N$	Distância long. entre conect, $s$
U3-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	2000	1,25	1	263,5
U4-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	2000		2	263,5
U5-M	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	140	2000	1,25	1	263,5
U6-M	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	140	2000		2	263,5
U7-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 3	1000	250	16	3	140	2000	1,25	1	263,5
U8-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 3	1000	250	16	3	140	2000		2	263,5
U9-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	200	2000	1,25	1	263,5
U10-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	200	2000		2	263,5
U11-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	2000	0,80	1	263,5
U12-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	2000		2	263,5
U13-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	4000	1,25	1	263,5
U14-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	4000		2	263,5
U15-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	2000	1,25	1	527
U16-M	PSS 1000 x 250 x 16 x 2	1000	250	16	2	140	2000		2	527
U17-M	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	140	2000	1,25	1	527
U18-M	PSS 1000 x 250 x 8 x 2	1000	250	8	2	140	2000		2	527
U21-M	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	140	2000	1,25	1	263,5
U22-M	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	140	2000		2	263,5
U23-M	PSS 500 x 125 x 8 x 3	500	125	8	3	140	2000	1,25	1	263,5
U24-M	PSS 500 x 125 x 8 x 3	500	125	8	3	140	2000		2	263,5
U25-M	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	140	2000	1,25	1	527
U26-M	PSS 500 x 125 x 8 x 2	500	125	8	2	140	2000		2	527
U27-M	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	140	2000	1,25	1	263,5
U28-M	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	140	2000		2	263,5
U29-M	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	140	2000	1,25	1	527
U30-M	PSS 500 x 125 x 16 x 2	500	125	16	2	140	2000		2	527
U31-M	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	140	2000	1,25	1	263,5
U32-M	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	140	2000		2	263,5
U33-M	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	140	2000	1,25	1	527
U34-M	PSS 500 x 125 x 6,3 x 2	500	125	6,3	2	140	2000		2	527

### 5.3. Procedimento de obtenção das rigidezes isoladas

A obtenção das rigidezes isoladas, ou seja, da rigidez da laje, da alma e da conexão de cisalhamento é feita a partir da tangente aos respectivos gráficos momento versus rotação. No traçado desses gráficos, as rotações foram determinadas de forma diferente àquela utilizada nos modelos numéricos de aferição, conforme se pode ver na FIG. 5.1. Nos modelos numéricos de aferição, havia a necessidade de se reproduzir as condições dos ensaios de laboratório, por isso, as translações nas direções globais  $y$  e  $z$ , tomadas nos nós mais próximos dos pontos de medição de deslocamento, foram utilizadas no cálculo das rotações, conforme FIG. 5.1(a).

Nos modelos numéricos de parametrização, optou-se pela utilização das rotações nodais,  $\theta$  e  $\theta_r$ , dos centros das mesas superior e inferior do perfil de aço, respectivamente, FIG. 5.1(b), por fornecer valores mais precisos, uma vez que a rotação

é tomada no nó e não calculada indiretamente pelo deslocamento. Para a laje de concreto, ainda foi necessária a utilização das translações nodais na direção global  $z$ , porque o elemento sólido não possui grau de liberdade de rotação. Entretanto, os nós da laje mais próximos e simétricos em relação à linha que passa pelo plano médio da alma do perfil de aço foram utilizados no cálculo das rotações da laje.

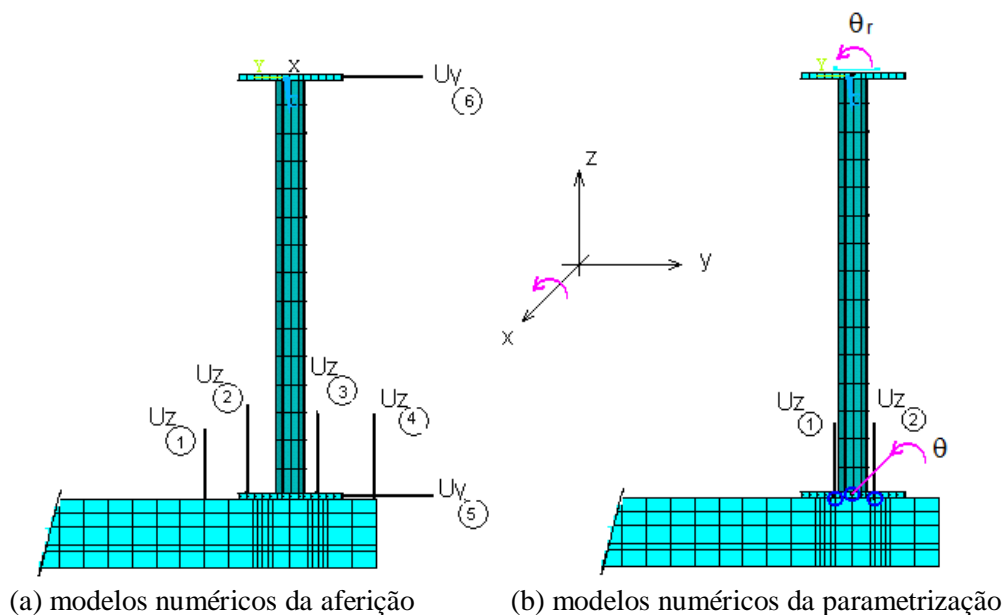


FIGURA 5.1 Determinação numérica das rotações

Assim, a EQ. 5.1 foi utilizada no cálculo das rotações da laje de concreto,  $\theta_1$ :

$$\theta_1 = \frac{|U_{z_1} - U_{z_2}|}{b_1} \quad (5.1)$$

onde  $U_{z_1}$  e  $U_{z_2}$  são as translações na direção global  $z$  dos nós 1 e 2, respectivamente, da laje de concreto e  $b_1$  é a distância horizontal entre esses nós. As rotações da conexão de cisalhamento  $\theta_3$  foram calculadas pela EQ. 5.2.

$$\theta_3 = |\theta - \theta_1| \quad (5.2)$$

onde  $\theta$  é a rotação do nó central da mesa do perfil de aço conectada à laje. Os valores da rotação da alma  $\theta_2$  são dados pela EQ. 5.3:

$$\theta_2 = |\theta_r - \theta| \quad (5.3)$$

onde  $\theta_r$  é a rotação do nó central da mesa livre do perfil de aço, que equivale à rotação total do mecanismo “U”.

A rigidez da laje,  $k_1$ , foi determinada pelo coeficiente angular da reta tangente à curva momento versus rotação da laje, que melhor se adapta aos pontos do intervalo posterior à fissuração. Nos modelos de laje plana, o momento de fissuração ficou bem evidenciado por um ou mais patamares (trechos de rigidez praticamente nula). Por isso, a reta de tendência foi traçada a partir do último patamar, estendendo-se o suficiente para a definição da rigidez com uma boa correlação linear. Como exemplos, são ilustradas nas FIGs. 5.2(a) e 5.3(a), as retas de tendência dos gráficos momento versus rotação da laje dos modelos U5-P e U21-P. Nos modelos de laje mista, nem sempre a curva momento versus rotação apresenta patamares definidos, porém pequenos trechos praticamente horizontais, acompanhados de uma redução da inclinação, podem ser observados. A reta de tendência foi traçada após o trecho de maior relevância. Para exemplificar, são ilustradas nas FIGs. 5.4(a) e 5.5(a), as retas de tendência dos gráficos momento versus rotação da laje dos modelos U3-M e U22-M. Na maioria dos modelos, tanto de laje plana como de laje mista, foram utilizados 10 pontos para traçar as retas de tendência.

A rigidez da alma senoidal,  $k_2$ , dos modelos de parametrização foi tomada igual ao coeficiente angular da reta tangente ao trecho inicial das curvas momento versus rotação da alma. Por convenção, foram utilizados no traçado da reta de tendência, pontos com coordenadas de momento dentro da faixa de 0 a 1 kN.m. Esses pontos certamente estão contidos no intervalo elástico-linear, fazendo com que a rigidez determinada seja elástica. Como exemplos, são ilustradas nas FIGs. 5.2(b) e 5.3(b), as retas de tendência dos gráficos momento versus rotação da laje dos modelos de laje plana U3-M e U22-M e nas FIGs. 5.2(b) e 5.3(b), as retas de tendência dos modelos de laje mista U3-M e U22-M.

A rigidez da conexão de cisalhamento,  $k_3$ , foi da mesma forma que a rigidez da alma,  $k_2$ , ou seja, pelo coeficiente angular da reta tangente ao trecho inicial das curvas momento versus rotação. As retas de tendência das curvas momento versus rotação da conexão de cisalhamento são ilustradas nas FIGs. 5.2(c) e 5.3(c), respectivamente, para os modelos

de alma plana U5-P e U21-P, e nas FIGs. 5.4(c) e 5.5(c), respectivamente, para os modelos de laje mista, U3-M e U22-M.

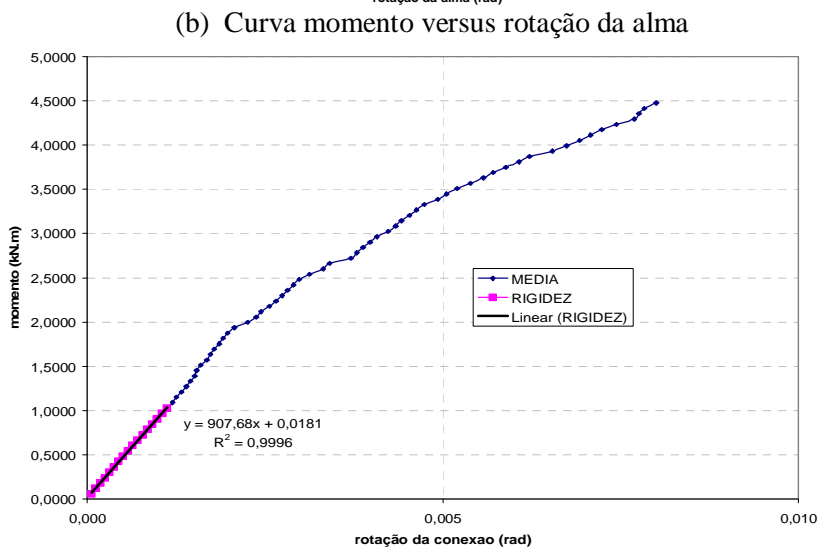
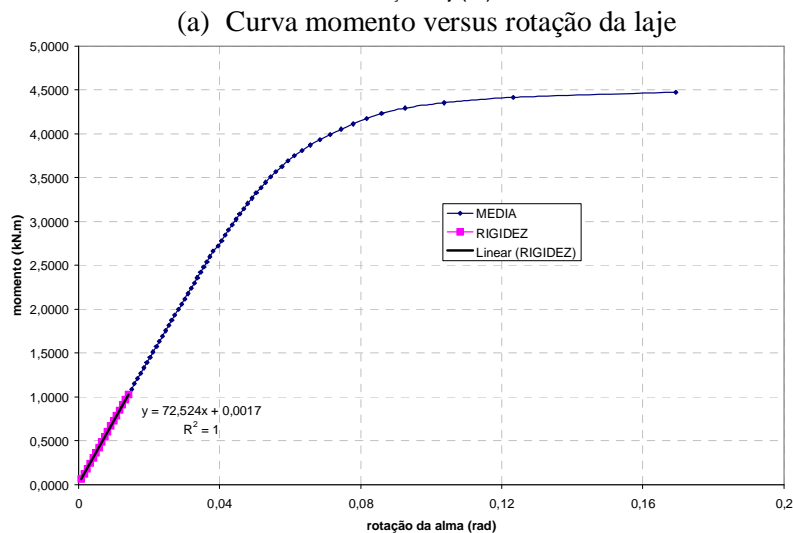
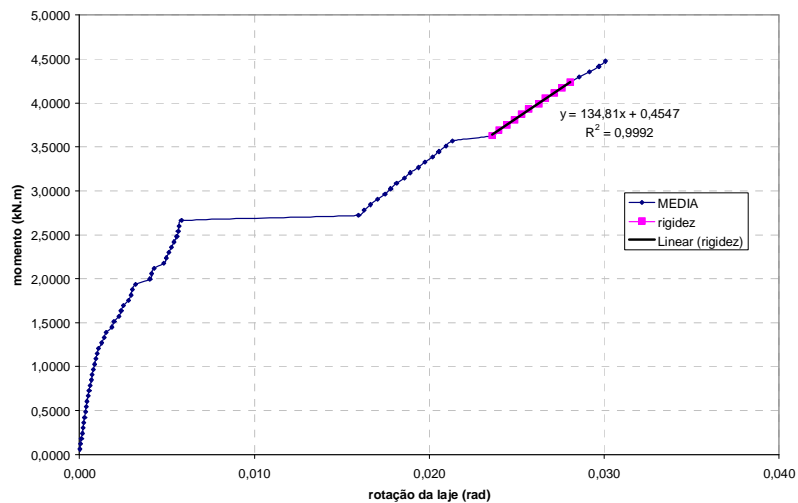
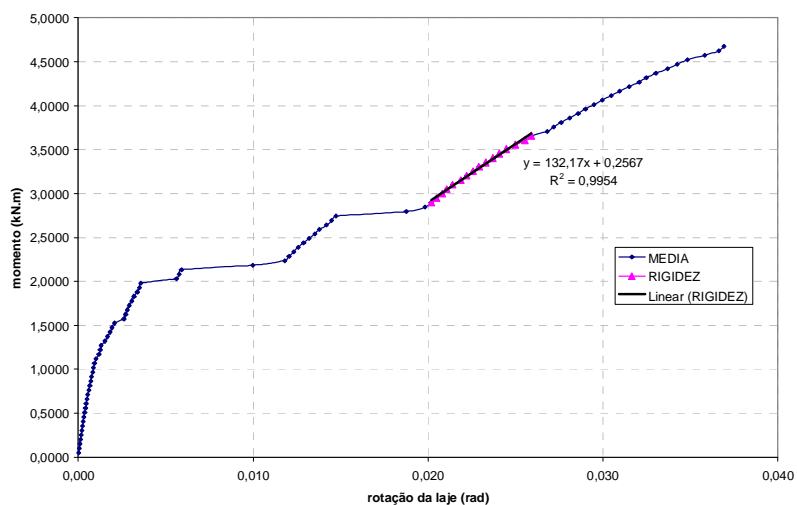
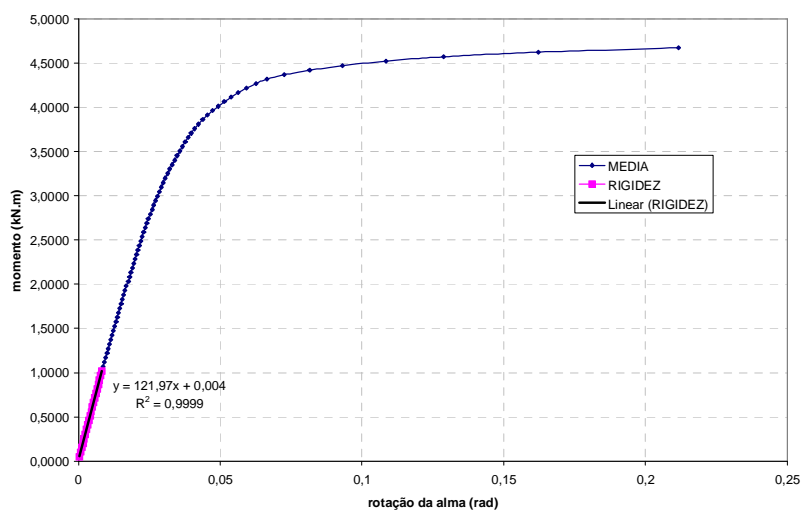


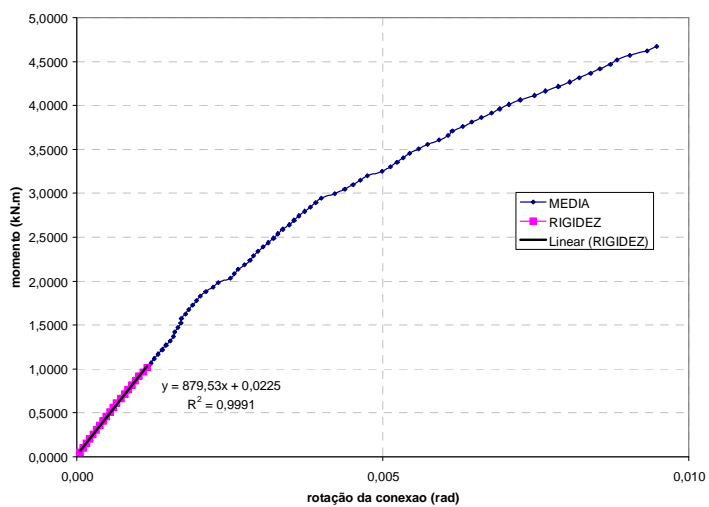
FIGURA 5.2 Determinação numérica das rigidezes do modelo U5-P



(a) Curva momento versus rotação da laje

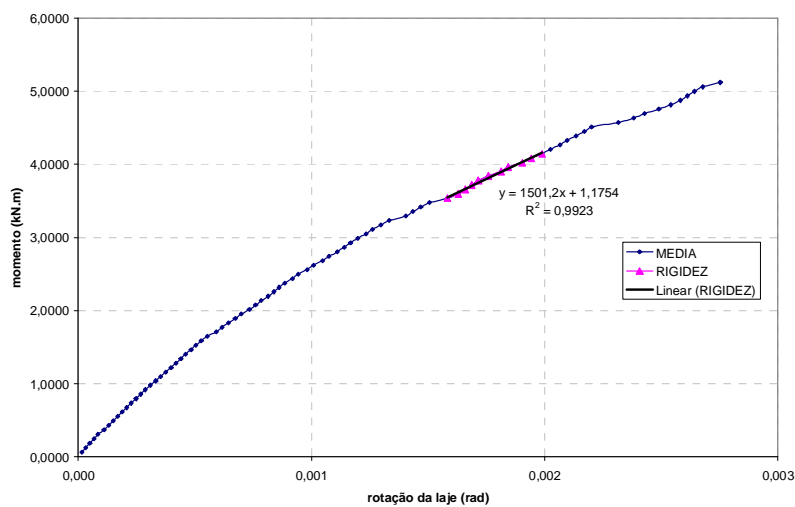


(b) Curva momento versus rotação da alma

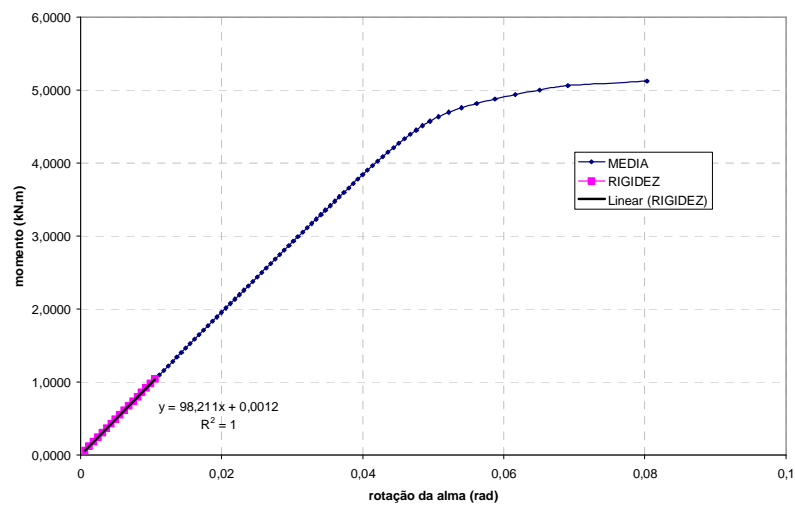


(c) Curva momento versus rotação da conexão de cisalhamento

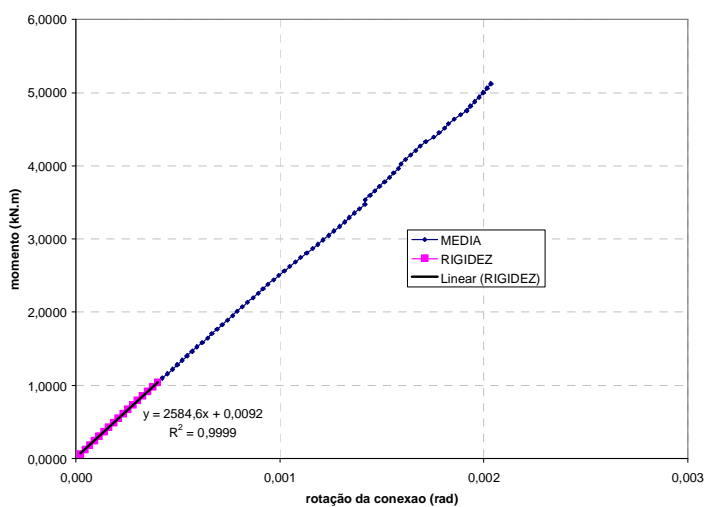
FIGURA 5.3 Determinação numérica das rigidezes do modelo U21-P



(a) Curva momento versus rotação da laje



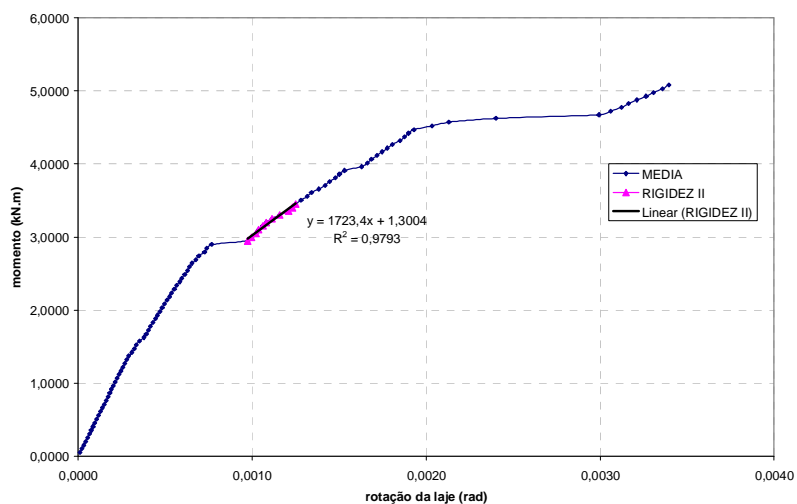
(b) Curva momento versus rotação da alma



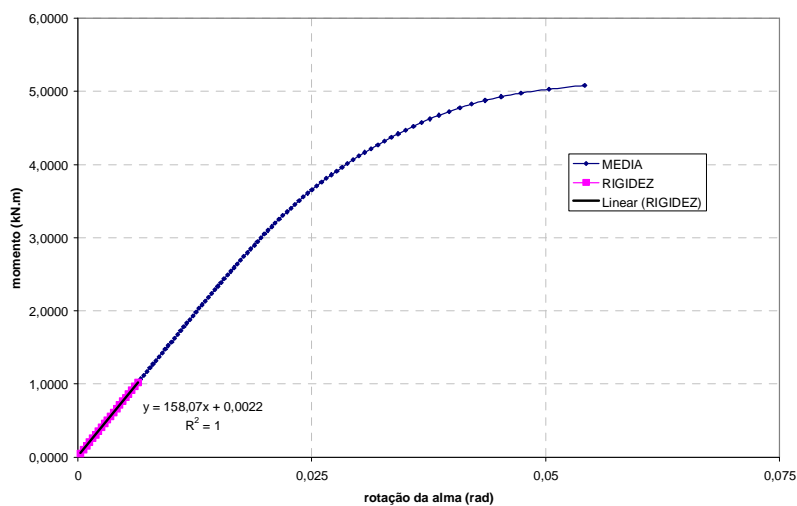
(c) Curva momento versus rotação da conexão de cisalhamento

FIGURA 5.4 Determinação numérica das rigidezes do modelo U3-M

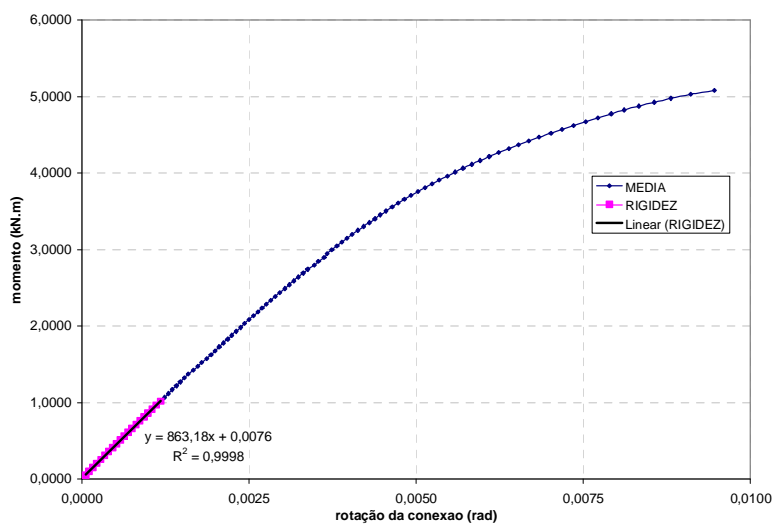




(a) Curva momento versus rotação da laje



(b) Curva momento versus rotação da alma



(c) Curva momento versus rotação da conexão de cisalhamento

FIGURA 5.5 Determinação numérica das rigidezes do modelo U22-M

## 5.4. Proposição de formulação para a rigidez da laje

### 5.4.1. Avaliação dos resultados numéricos de rigidez da laje

Na TAB. 5.4, são mostrados, para os modelos de lajes plana e mista, os valores de rigidez e flexibilidade da laje,  $k_{l,n}$  e  $\theta_{l,n}$ , rigidez e flexibilidade rotacional da viga mista,  $k_{r,n}$  e  $\theta_{r,n}$ , e a relação da flexibilidade da laje com a flexibilidade rotacional da viga mista,  $\theta_{l,n}/\theta_{r,n}$ .

TABELA 5.4 Rigidez e flexibilidade da laje

Modelos de laje plana						Modelos de laje mista					
Designação	$k_{l,n}$	$k_{r,n}$	$\theta_{l,n}$	$\theta_{r,n}$	$\theta_{l,n}/\theta_{r,n}$	Designação	$k_{l,n}$	$k_{r,n}$	$\theta_{l,n}$	$\theta_{r,n}$	$\theta_{l,n}/\theta_{r,n}$
U3-P	333	103	3,0E-03	9,7E-03	0,31	U3-M	2364	140	4,2E-04	7,1E-03	0,06
U4-P	357	107	2,8E-03	9,3E-03	0,30	U4-M	3233	145	3,1E-04	6,9E-03	0,04
U5-P	264	88	3,8E-03	1,1E-02	0,33	U5-M	1762	118	5,7E-04	8,4E-03	0,07
U6-P	326	95	3,1E-03	1,1E-02	0,29	U6-M	2541	124	3,9E-04	8,1E-03	0,05
U7-P	323	131	3,1E-03	7,7E-03	0,40	U7-M	2002	196	5,0E-04	5,1E-03	0,10
U8-P	355	138	2,8E-03	7,3E-03	0,39	U8-M	2440	205	4,1E-04	4,9E-03	0,08
U9-P	1365	136	7,3E-04	7,4E-03	0,10	U9-M	5091	145	2,0E-04	6,9E-03	0,03
U10-P	1530	139	6,5E-04	7,2E-03	0,09	U10-M	10786	150	9,3E-05	6,7E-03	0,01
U11-P	514	116	1,9E-03	8,6E-03	0,23	U11-M	2237	140	4,5E-04	7,2E-03	0,06
U12-P	511	118	2,0E-03	8,5E-03	0,23	U12-M	2846	144	3,5E-04	6,9E-03	0,05
U13-P	267	96	3,7E-03	1,0E-02	0,36	U13-M	1722	137	5,8E-04	7,3E-03	0,08
U14-P	282	99	3,5E-03	1,0E-02	0,35	U14-M	2279	142	4,4E-04	7,0E-03	0,06
U15-P	381	107	2,6E-03	9,3E-03	0,28	U15-M	2394	137	4,2E-04	7,3E-03	0,06
U16-P	338	105	3,0E-03	9,5E-03	0,31	U16-M	4054	142	2,5E-04	7,0E-03	0,04
U17-P	248	84	4,0E-03	1,2E-02	0,34	U17-M	1541	114	6,5E-04	8,8E-03	0,07
U18-P	334	93	3,0E-03	1,1E-02	0,28	U18-M	2908	118	3,4E-04	8,5E-03	0,04
U19-P	357	108	2,8E-03	9,3E-03	0,30	U19-M	ver nota 2				
U20-P	360	140	2,8E-03	7,1E-03	0,39	U20-M	ver nota 2				
U21-P	259	116	3,9E-03	8,6E-03	0,45	U21-M	1851	183	5,4E-04	5,5E-03	0,10
U22-P	310	125	3,2E-03	8,0E-03	0,40	U22-M	2714	195	3,7E-04	5,1E-03	0,07
U23-P	248	133	4,0E-03	7,5E-03	0,54	U23-M	1805	237	5,5E-04	4,2E-03	0,13
U24-P	313	149	3,2E-03	6,7E-03	0,48	U24-M	2909	258	3,4E-04	3,9E-03	0,09
U25-P	236	109	4,2E-03	9,2E-03	0,46	U25-M	1406	174	7,1E-04	5,7E-03	0,12
U26-P	299	117	3,3E-03	8,5E-03	0,39	U26-M	2944	183	3,4E-04	5,4E-03	0,06
U27-P	289	140	3,5E-03	7,1E-03	0,48	U27-M	2052	239	4,9E-04	4,2E-03	0,12
U28-P	320	149	3,1E-03	6,7E-03	0,47	U28-M	3336	258	3,0E-04	3,9E-03	0,08
U29-P	240	126	4,2E-03	7,9E-03	0,53	U29-M	1843	225	5,4E-04	4,4E-03	0,12
U30-P	327	148	3,1E-03	6,7E-03	0,45	U30-M	3170	244	3,2E-04	4,1E-03	0,08
U31-P	222	101	4,5E-03	9,9E-03	0,45	U31-M	1742	160	5,7E-04	6,2E-03	0,09
U32-P	299	111	3,3E-03	9,0E-03	0,37	U32-M	2692	165	3,7E-04	6,1E-03	0,06
U33-P	193	93	5,2E-03	1,1E-02	0,48	U33-M	1043	152	9,6E-04	6,6E-03	0,15
U34-P	284	102	3,5E-03	9,8E-03	0,36	U34-M	2568	154	3,9E-04	6,5E-03	0,06
U35-P	269	119	3,7E-03	8,4E-03	0,44	U35-M	ver nota 2				
U36-P	305	128	3,3E-03	7,8E-03	0,42	U36-M	ver nota 2				
U37-P	361	95	2,8E-03	1,1E-02	0,26	U37-M	ver nota 2				
U38-P	368	125	2,7E-03	8,0E-03	0,34	U38-M	ver nota 2				
U39-P	357	95	2,8E-03	1,1E-02	0,27	U39-M	ver nota 2				
U40-P	363	126	2,8E-03	7,9E-03	0,35	U40-M	ver nota 2				

Nota 1: Rigidezes em kN/rad e flexibilidades em rad/kN

Nota 2: Não foram processados modelos em laje mista equivalentes aos modelos U19-P, U20-P e U35-P a U40-P

As lajes mistas com fôrma de aço incorporada apresentaram rigidez à flexão muito maior que as lajes planas. Nota-se que a contribuição da flexibilidade da laje mista na flexibilidade rotacional da viga ficou dentro da faixa de 1 % a 15 %, enquanto nas lajes planas, essa contribuição ficou dentro da faixa de 9 % a 54 %, ver TAB. 5.4.

A influência da altura da laje, TAB. 5.5, pode ser avaliada nas lajes planas, comparando-se os modelos U9-P e U10-P (de altura de laje igual a 150 mm) com os modelos U3-P e U4-P (de altura de laje igual a 100 mm), respectivamente, e nas lajes mistas, comparando-se os modelos U9-M e U10-M (de altura de laje igual a 200 mm) com os modelos U3-M e U4-M, (de altura de laje igual a 140 mm), respectivamente. Para os modelos de laje plana, a rigidez da laje de 150 mm foi aproximadamente igual a 4,10 e 4,29 vezes a rigidez da laje de 100 mm. Para os modelos de lajes mistas, a rigidez da laje de 200 mm foi aproximadamente igual a 2,15 e 3,34 vezes a rigidez da laje de 140 mm.

TABELA 5.5 Influência da altura da laje

Influência da altura da laje, $h_c$ , nos modelos de laje plana					
Modelos comparados		valores de $k_{l,n}$		razão	acréscimo (%)
$h_c = 150$ mm	$h_c = 100$ mm	(kN/rad)			
U9-P	U3-P	1365	333	4,10	309,8
U10-P	U4-P	1530	357	4,29	329,0
Influência da altura da laje, $h_c$ , nos modelos de laje mista					
Modelos comparados		valores de $k_{l,n}$		razão	acréscimo (%)
$h_c = 200$ mm	$h_c = 140$ mm	(kN/rad)			
U9-M	U3-M	5091	2364	2,15	115,4
U10-M	U4-M	10786	3233	3,34	233,6

A influência da área de aço da armadura inferior nas lajes planas, TAB. 5.6, pode ser avaliada comparando-se os modelos U11-P e U12-P com os modelos U3-P e U4-P, já que os primeiros possuem o dobro de área de aço. Os acréscimos nos valores de rigidez da laje plana foram de 54,2 % e 43,3 %. A influência da espessura da fôrma de aço incorporada nas lajes mistas, TAB. 5.6, pode ser avaliada comparando-se os modelos U11-M e U12-M (de espessura igual a 0,8 mm) com os modelos U3-M e U4-M (de

espessura igual a 1,25 mm). Os valores da rigidez da laje mista sofreram reduções de 5,4 % e 12 %.

TABELA 5.6 Influências da área de aço inferior e da fôrma de aço incorporada

Influência da área de aço da armadura inferior, $A_{s\ inf}$ , nos modelos de laje plana					
Modelos comparados		valores de $k_{l,n}$ (kN/rad)		razão	acréscimo (%)
$A_{s\ inf} = 302\text{ mm}^2$	$A_{s\ inf} = 151\text{ mm}^2$				
U11-P	U3-P	514	333	1,54	54,2
U12-P	U4-P	511	357	1,43	43,3
Influência da espessura da fôrma de aço, $t_d$ , nos modelos de laje mista					
Modelos comparados		valores de $k_{l,n}$ (kN/rad)		razão	redução (%)
$t_d = 0,8\text{ mm}$	$t_d = 1,25\text{ mm}$				
U11-M	U3-M	2237	2364	0,95	5,4
U12-M	U4-M	2846	3233	0,88	12,0

A influência da distância entre vigas paralelas, TAB. 5.7, pode ser avaliada nas lajes planas, comparando-se os modelos U13-P e U14-P (de distância entre vigas igual a 4000 mm) com os modelos U3-P e U4-P (de distância entre vigas igual a 2000 mm), e, nas lajes mistas, comparando-se os modelos U13-M e U14-M (de distância entre vigas igual a 4000 mm) com os modelos U3-M e U4-M (de distância entre vigas igual a 2000 mm). As reduções nos valores de rigidez das lajes planas foram de 19,8 % e 21 %. Para os modelos de lajes mistas, as reduções nos valores de rigidez foram iguais a 27,1 % e 29,5 %.

TABELA 5.7 Influência da distância entre vigas paralelas

Influência da distância entre vigas paralelas, $a$ , nos modelos de laje plana					
Modelos comparados		valores de $k_{l,n}$ (kN/rad)		razão	redução (%)
$a = 4000\text{ mm}$	$a = 2000\text{ mm}$				
U13-P	U3-P	267	333	0,80	19,8
U14-P	U4-P	282	357	0,79	21,0
Influência da distância entre vigas paralelas, $a$ , nos modelos de laje mista					
Modelos comparados		valores de $k_{l,n}$ (kN/rad)		razão	redução (%)
$a = 4000\text{ mm}$	$a = 2000\text{ mm}$				
U13-M	U3-M	1722	2364	0,73	27,1
U14-M	U4-M	2279	3233	0,70	29,5

### 5.4.2. Expressão analítica de rigidez da laje

No capítulo 1, a fórmula da rigidez da laje foi demonstrada para vigas mistas com perfis de alma plana, EQ. 1.3, aqui repetida para maior clareza:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (5.4)$$

onde  $\alpha$  é um coeficiente que depende da posição da viga em consideração. Se a viga situa-se na extremidade da laje,  $\alpha$  é igual a 2 e se a viga é interna,  $\alpha$  é igual a 4. O PR-NBR 8800 (2007) recomenda adotar conservadoramente  $\alpha$  igual a 3, para o caso de vigas internas com somente três vigas compondo o mecanismo “U”. O termo  $(EI)_2$  é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto tracionado, por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno, e  $a$  é a distância entre as vigas paralelas.

### 5.4.3. Fórmula proposta de rigidez da laje e comparação com os resultados numéricos

Neste trabalho propõe-se o uso da expressão do PR-NBR 8800 (2007), EQ. 5.4, para determinação da rigidez da laje de vigas mistas com perfis de alma senoidal,  $k_{l,p}$ . Essa proposição se justifica porque o uso da EQ. 5.4 apresentou, com apenas quatro exceções, resultados sempre menores ou no máximo 10 % maiores que os valores numéricos de rigidez da laje, o que pode ser verificado na TAB. 5.8, onde são mostrados os valores de  $k_{l,n}$  e de  $k_{l,p}$ , a relação entre ambos,  $k_{l,n}/k_{l,p}$  e o percentual dos desvios,  $(k_{l,n}/k_{l,p} - 1) * 100$ .

TABELA 5.8 Comparação entre as rigidezes da laje numérica e proposta

Modelos de laje plana					Modelos de laje mista				
Designação	$k_{1,n}$	$k_{1,p}$	$k_{1,n}/k_{1,p}$	$(k_{1,n}/k_{1,p}-1)$ (%)	Designação	$k_{1,n}$	$k_{1,p}$	$k_{1,n}/k_{1,p}$	$(k_{1,n}/k_{1,p}-1)$ (%)
U3-P	333	215	1,55	54,9	U3-M	2364	1890	1,25	25,1
U4-P	357	215	1,66	65,9	U4-M	3233	1890	1,71	71,1
U5-P	264	215	1,23	23,0	U5-M	1762	1890	0,93	-6,7
U6-P	326	215	1,51	51,5	U6-M	2541	1890	1,34	34,5
U7-P	323	215	1,50	50,3	U7-M	2002	1890	1,06	5,9
U8-P	355	215	1,65	65,3	U8-M	2440	1890	1,29	29,1
U9-P	1365	673	2,03	102,8	U9-M	5091	5440	0,94	-6,4
U10-P	1530	673	2,27	127,4	U10-M	10786	5440	1,98	98,3
U11-P	514	367	1,40	40,0	U11-M	2237	1372	1,63	63,0
U12-P	511	367	1,39	39,3	U12-M	2846	1372	2,07	107,4
U13-P	267	108	2,47	147,4	U13-M	1722	945	1,82	82,3
U14-P	282	108	2,61	160,9	U14-M	2279	945	2,41	141,1
U15-P	381	215	1,77	77,3	U15-M	2394	1890	1,27	26,7
U16-P	338	215	1,57	57,4	U16-M	4054	1890	2,15	114,5
U17-P	248	215	1,15	15,2	U17-M	1541	1890	0,82	-18,4
U18-P	334	215	1,55	55,4	U18-M	2908	1890	1,54	53,9
U19-P	357	215	1,66	66,0	U19-M	Ver nota 1			
U20-P	360	215	1,67	67,3	U20-M	Ver nota 1			
U21-P	259	215	1,20	20,4	U21-M	1851	1890	0,98	-2,0
U22-P	310	215	1,44	44,1	U22-M	2714	1890	1,44	43,6
U23-P	248	215	1,15	15,4	U23-M	1805	1890	0,96	-4,5
U24-P	313	215	1,46	45,6	U24-M	2909	1890	1,54	53,9
U25-P	236	215	1,10	9,9	U25-M	1406	1890	0,74	-25,6
U26-P	299	215	1,39	39,0	U26-M	2944	1890	1,56	55,8
U27-P	289	215	1,34	34,5	U27-M	2052	1890	1,09	8,6
U28-P	320	215	1,49	49,1	U28-M	3336	1890	1,77	76,5
U29-P	240	215	1,12	11,8	U29-M	1843	1890	0,97	-2,5
U30-P	327	215	1,52	52,0	U30-M	3170	1890	1,68	67,8
U31-P	222	215	1,03	3,4	U31-M	1742	1890	0,92	-7,8
U32-P	299	215	1,39	39,0	U32-M	2692	1890	1,42	42,4
U33-P	193	215	0,90	-10,4	U33-M	1043	1890	0,55	-44,8
U34-P	284	215	1,32	31,9	U34-M	2568	1890	1,36	35,9
U35-P	269	215	1,25	24,9	U35-M	Ver nota 1			
U36-P	305	215	1,42	42,0	U36-M	Ver nota 1			
U37-P	361	215	1,68	68,0	U37-M	Ver nota 1			
U38-P	368	215	1,71	71,3	U38-M	Ver nota 1			
U39-P	357	215	1,66	66,0	U39-M	Ver nota 1			
U40-P	363	215	1,69	68,9	U40-M	Ver nota 1			
Nota 1: Não foi processado modelo equivalente em laje mista									
Nota 2: Rigidezes em kN/rad									

Dos quatro casos em que a rigidez calculada pela equação proposta,  $k_{1,p}$ , excede o valor numérico em mais de 10 %, três são modelos que possuem lajes mistas com apenas um conector de cisalhamento em nervuras intercaladas, U17-M, U25-M e U-33M. Na prática, quase sempre, as vigas mistas têm sido construídas com conectores de cisalhamento posicionados em todas as nervuras das lajes mistas. Além disso, nas regiões de momento negativo das vigas mistas, por necessidade de projeto,

normalmente são usados dois conectores de cisalhamento no sentido longitudinal da viga em todas as nervuras. Como ainda é usual dois por seção transversal, chegam a ser usados quatro conectores no interior de cada nervura, FIG. 5.6. No quarto caso (modelo U33-P), com laje plana e apenas um conector por seção transversal, a diferença ficou próxima de 10 %.

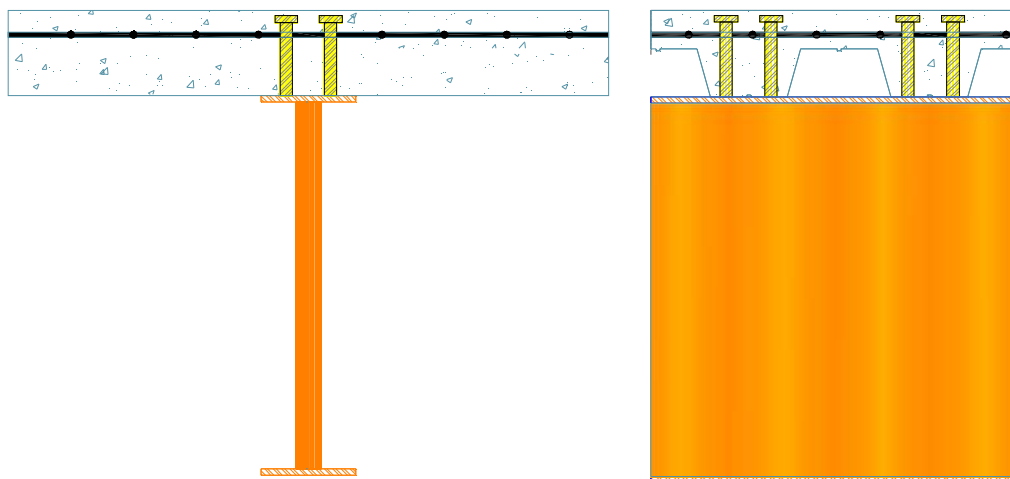


FIGURA 5.6 Conexão de cisalhamento usual nas regiões de momento negativo

Na TAB. 5.8, os valores de rigidez da laje calculados pela expressão do PR-NBR 8800 (2007) foram tomados no meio do vão porque o carregamento aplicado aos modelos de parametrização só podia tracionar a armadura inferior, entretanto, em situações de projeto deve-se adotar a menor rigidez entre os valores no meio da vão e no apoio interno.

## 5.5. Proposição de formulação para a rigidez da alma

### 5.5.1. Avaliação dos resultados numéricos de rigidez da alma

Na TAB. 5.9, são mostrados para os modelos de lajes plana e mista, os valores de rigidez e flexibilidade da alma,  $k_{2,n}$  e  $\theta_{2,n}$ , rigidez e flexibilidade rotacional da viga mista,  $k_{r,n}$  e  $\theta_{r,n}$ , e a relação da flexibilidade da alma com a flexibilidade rotacional da viga mista,  $\theta_{2,n}/\theta_{r,n}$ .

TABELA 5.9 Rigidez e flexibilidade da alma

Modelos de laje plana						Modelos de laje mista					
Designação	$k_{2,n}$	$k_{r,n}$	$\theta_{2,n}$	$\theta_{r,n}$	$\theta_{2,n} / \theta_{r,n}$	Designação	$k_{2,n}$	$k_{r,n}$	$\theta_{2,n}$	$\theta_{r,n}$	$\theta_{2,n} / \theta_{r,n}$
U3-P	154	103	6,5E-03	9,7E-03	0,67	U3-M	155	140	6,5E-03	7,1E-03	0,91
U4-P	155	107	6,5E-03	9,3E-03	0,69	U4-M	155	145	6,5E-03	6,9E-03	0,94
U5-P	142	88	7,1E-03	1,1E-02	0,62	U5-M	141	118	7,1E-03	8,4E-03	0,84
U6-P	140	95	7,1E-03	1,1E-02	0,67	U6-M	141	124	7,1E-03	8,1E-03	0,88
U7-P	227	131	4,4E-03	7,7E-03	0,57	U7-M	229	196	4,4E-03	5,1E-03	0,86
U8-P	228	138	4,4E-03	7,3E-03	0,60	U8-M	229	205	4,4E-03	4,9E-03	0,89
U9-P	154	136	6,5E-03	7,4E-03	0,88	U9-M	155	145	6,5E-03	6,9E-03	0,94
U10-P	155	139	6,5E-03	7,2E-03	0,90	U10-M	155	150	6,5E-03	6,7E-03	0,97
U11-P	154	116	6,5E-03	8,6E-03	0,75	U11-M	155	140	6,5E-03	7,2E-03	0,90
U12-P	155	118	6,5E-03	8,5E-03	0,76	U12-M	155	144	6,5E-03	6,9E-03	0,93
U13-P	154	96	6,5E-03	1,0E-02	0,62	U13-M	155	137	6,5E-03	7,3E-03	0,89
U14-P	155	99	6,5E-03	1,0E-02	0,64	U14-M	155	142	6,5E-03	7,0E-03	0,92
U15-P	155	107	6,5E-03	9,3E-03	0,69	U15-M	154	137	6,5E-03	7,3E-03	0,89
U16-P	155	105	6,4E-03	9,5E-03	0,67	U16-M	154	142	6,5E-03	7,0E-03	0,92
U17-P	145	84	6,9E-03	1,2E-02	0,58	U17-M	142	114	7,1E-03	8,8E-03	0,80
U18-P	142	93	7,0E-03	1,1E-02	0,65	U18-M	141	118	7,1E-03	8,5E-03	0,84
U19-P	156	108	6,4E-03	9,3E-03	0,69	U19-M	ver nota 2				
U20-P	231	140	4,3E-03	7,1E-03	0,61	U20-M	ver nota 2				
U21-P	238	116	4,2E-03	8,6E-03	0,49	U21-M	249	183	4,0E-03	5,5E-03	0,73
U22-P	233	125	4,3E-03	8,0E-03	0,54	U22-M	249	195	4,0E-03	5,1E-03	0,78
U23-P	335	133	3,0E-03	7,5E-03	0,40	U23-M	350	237	2,9E-03	4,2E-03	0,68
U24-P	324	149	3,1E-03	6,7E-03	0,46	U24-M	348	258	2,9E-03	3,9E-03	0,74
U25-P	244	109	4,1E-03	9,2E-03	0,44	U25-M	248	174	4,0E-03	5,7E-03	0,70
U26-P	234	117	4,3E-03	8,5E-03	0,50	U26-M	244	183	4,1E-03	5,4E-03	0,75
U27-P	286	140	3,5E-03	7,1E-03	0,49	U27-M	294	239	3,4E-03	4,2E-03	0,81
U28-P	287	149	3,5E-03	6,7E-03	0,52	U28-M	295	258	3,4E-03	3,9E-03	0,87
U29-P	290	126	3,5E-03	7,9E-03	0,44	U29-M	290	225	3,5E-03	4,4E-03	0,78
U30-P	289	148	3,5E-03	6,7E-03	0,51	U30-M	291	244	3,4E-03	4,1E-03	0,84
U31-P	215	101	4,6E-03	9,9E-03	0,47	U31-M	225	160	4,5E-03	6,2E-03	0,71
U32-P	203	111	4,9E-03	9,0E-03	0,55	U32-M	219	165	4,6E-03	6,1E-03	0,75
U33-P	226	93	4,4E-03	1,1E-02	0,41	U33-M	230	152	4,4E-03	6,6E-03	0,66
U34-P	208	102	4,8E-03	9,8E-03	0,49	U34-M	221	154	4,5E-03	6,5E-03	0,70
U35-P	242	119	4,1E-03	8,4E-03	0,49	U35-M	ver nota 2				
U36-P	239	128	4,2E-03	7,8E-03	0,54	U36-M	ver nota 2				
U37-P	130	95	7,7E-03	1,1E-02	0,73	U37-M	ver nota 2				
U38-P	192	125	5,2E-03	8,0E-03	0,65	U38-M	ver nota 2				
U39-P	130	95	7,7E-03	1,1E-02	0,73	U39-M	ver nota 2				
U40-P	194	126	5,2E-03	7,9E-03	0,65	U40-M	ver nota 2				

Nota 1: Rigidezes em kN/rad e flexibilidades em rad/kN

Nota 2: Não foram processados modelos em laje mista equivalentes aos modelos U19-P, U20-P e U35-P a U40-P

Pela TAB. 5.9, nota-se que a contribuição da flexibilidade da alma na flexibilidade rotacional da viga ficou dentro da faixa de 40 % a 90 %, nos modelos de lajes planas, e nos modelos de laje mistas, essa contribuição ficou dentro da faixa de 66 % a 97 %.

A influência da altura da alma, TAB. 5.10, no valor de sua rigidez pode ser avaliada comparando-se os modelos U35-P e U36-P de altura de alma 500 mm com os seus similares U5-P e U6-P de altura de alma 1000 mm. Os acréscimos nos valores da rigidez da alma foram de 70,7 % e 70,3 %.



TABELA 5.10 Influência da altura da alma

Influência da altura da alma $h$					
Modelos comparados		valores de $k_{2,n}$		razão	acréscimo (%)
$h = 500$ mm	$h = 1000$ mm	(kN/rad)			
U35-P	U5-P	242	142	1,71	70,7
U36-P	U6-P	239	140	1,70	70,3

A TAB. 5.11 compara modelos de espessura de alma igual a 3 mm com os seus similares de espessura de alma igual a 2 mm. Nota-se que a rigidez da alma é praticamente proporcional à espessura da alma, uma vez que uma variação de 50 % no valor dessa espessura ocasiona um aumento médio de 45,2 %, com desvio máximo de 6,2 %.

TABELA 5.11 Influência da espessura da alma

Influência da espessura da alma, $t_w$					
Modelos comparados		valores de $k_{2,n}$		razão	aumento (%)
$t_w = 3$ mm	$t_w = 2$ mm	(kN/rad)			
U7-P	U3-P	227	154	1,48	47,7
U8-P	U4-P	228	155	1,48	47,7
U20-P	U19-P	231	156	1,48	48,3
U23-P	U21-P	335	238	1,41	40,6
U24-P	U22-P	324	233	1,39	39,0
U38-P	U37-P	192	130	1,48	48,3
U40-P	U39-P	194	130	1,49	48,8
U7-M	U3-M	229	155	1,48	48,4
U8-M	U4-M	229	155	1,48	48,4
U23-M	U21-M	350	249	1,40	40,3
U24-M	U22-M	348	249	1,40	39,8
média				1,45	45,2
maior desvio				0,06	6,2

De acordo com a TAB. 5.12, a rigidez da alma é suscetível à variação da espessura da mesa conectada à laje. Nos modelos com perfis de aço de altura e espessura de alma iguais a 500 e 2 mm, respectivamente, os resultados médios de rigidez da alma foram de 242 kN/rad e 290 kN/rad para espessuras de mesa de 8 mm e 16 mm, respectivamente. A influência da espessura da mesa conectada à laje foi observada uma vez que o valor da rigidez da alma aumenta em 19,8% quando a espessura da mesa é dobrada de 8 para 16 mm. Os modelos de altura e espessura de alma iguais a 1000 e 2 mm,

respectivamente, apresentaram rigidezes médias da alma iguais a 142 kN/rad e 154 kN/rad para espessuras de mesas de 8 mm e 16 mm, respectivamente. Nota-se que quando a espessura da mesa é dobrada de 8 mm para 16mm, o aumento na rigidez da alma foi de 9,0 %.

TABELA 5.12 Influência da espessura da mesa conectada à laje

Influência da espessura da mesa conectada à laje, $t_f$					
Modelos comparados $h = 500 \text{ mm}, t_w = 2 \text{ mm}$		valores de $k_{2,n}$ (kN/rad)		razão	aumento (%)
$t_f = 16 \text{ mm}$	$t_f = 8 \text{ mm}$				
U27-P	U21-P	286	238	1,20	19,9
U28-P	U22-P	287	233	1,23	23,0
U29-P	U25-P	290	244	1,19	18,5
U30-P	U26-P	289	234	1,24	23,6
U27-M	U21-M	294	249	1,18	18,1
U28-M	U22-M	295	249	1,19	18,7
U29-M	U25-M	290	248	1,17	17,0
U30-M	U26-M	291	244	1,19	19,3
média		290	242	1,20	19,8
Modelos comparados $h = 1000 \text{ mm}, t_w = 2 \text{ mm}$		valores de $k_{2,n}$ (kN/rad)		razão	aumento (%)
$t_f = 16 \text{ mm}$	$t_f = 8 \text{ mm}$				
U3-P	U5-P	154	142	1,09	8,5
U4-P	U6-P	155	140	1,10	10,3
U15-P	U17-P	155	145	1,07	6,9
U16-P	U18-P	155	142	1,09	9,0
U3-M	U5-M	155	141	1,09	9,3
U4-M	U6-M	155	141	1,10	10,0
U15-M	U17-M	154	142	1,08	8,3
U16-M	U18-M	154	141	1,09	9,5
média		154	142	1,09	9,0

Como a espessura da mesa conectada à laje influenciou de forma considerável a rigidez da alma, conclui-se que a determinação numérica da rigidez da alma,  $k_{2,n}$ , a partir das rotações das mesas inferior e superior, EQ. 5.3, abrange não somente a participação da alma, mas sim de todo o perfil de aço, o que inclui a alma e a mesa que está conectada à laje, uma vez que a mesa livre do perfil de aço rotaciona como corpo rígido.

### 5.5.2. Expressão analítica de rigidez da alma

No capítulo 1, a fórmula da rigidez da alma foi deduzida para vigas mistas com perfis de alma plana, EQ. 1.6, com base na expressão da rigidez à flexão por unidade de comprimento da uma placa, EQ. 1.5. No caso dos perfis de alma senoidal, a rigidez à flexão por unidade de comprimento pode ser substituída pela rigidez por unidade de comprimento da alma senoidal, dada em PLAIS (2005):

$$D = \frac{E_a I_{wx}}{w} \quad (5.5)$$

onde  $E_a$  é o módulo de elasticidade do aço e  $I_{wx}$  é o momento de inércia de um período da onda senoidal,  $w$ , em relação a seu plano médio, dado por:

$$I_{wx} = 0,158 t_w w^3 \left( \frac{b_w}{w} \right)^{2,12} \quad (5.6)$$

Na expressão acima,  $b_w$  é a altura da corrugação senoidal, igual a duas vezes a amplitude de onda e  $t_w$  é a espessura da alma. Substituindo-se as EQs. 5.6 e 5.5 na EQ. 1.4, chega-se por fim na expressão:

$$k_2 = \frac{0,474 E_a t_w w^2}{h_o} \left( \frac{b_w}{w} \right)^{2,12} \quad (5.7)$$

onde  $h_o$  é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço.

Considerando que o comprimento da onda senoidal  $w$  tem valor constante igual a 155 mm e substituindo a distância entre os centros geométricos das mesas  $h_o$  pela altura da alma  $h$ , uma vez que esses dois valores são muito próximos, depois de algumas transformações algébricas, a EQ. 5.7 pode ser escrita, com erro desprezável, como:

$$k_2 = \frac{0,4 E_a b_w^2 t_w}{h} \quad (5.8)$$

As EQs. 5.7 e 5.8 têm como premissa a consideração da alma como uma viga engastada na extremidade ligada à mesa superior e livre na outra extremidade. Quando os resultados obtidos pela EQ. 5.8 são comparados com os resultados numéricos de rigidez da alma,  $k_{2,n}$ , nota-se que essa equação fornece sempre valores superiores aos numéricos. Como já foi dito, isso ocorre porque os valores de  $k_{2,n}$  se referem à rigidez do perfil de aço, e não somente a rigidez da alma. Devido à flexibilidade rotacional da mesa superior, a região da ligação com a alma não proporciona um engastamento perfeito, conforme se pode ver na FIG. 5.7. A condição de engastamento perfeito seria atendida se a mesa superior fosse infinitamente rígida à flexão.

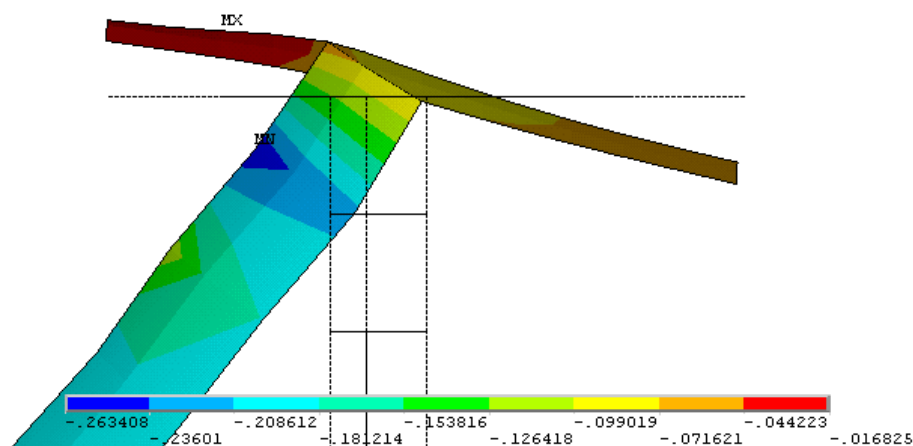


FIGURA 5.7 Rotação da mesa conectada à laje

Neste trabalho propõe-se a utilização da expressão analítica de rigidez da alma, EQ. 5.8, multiplicada por um coeficiente de redução,  $\alpha_{red}$ , adimensional, para a determinação da rigidez do perfil de aço,  $k_2$ , em vigas mistas de alma senoidal. O coeficiente de redução ajusta o valor da rigidez da alma levando em consideração o nível de engastamento proporcionado pela ligação da alma à mesa superior do perfil de aço. Assim, a EQ. 5.8 assume a forma:

$$k_2 = \alpha_{red} \frac{0,4E_a b_w^2 t_w}{h} \quad (5.9)$$

### 5.5.3. Procedimento de obtenção do coeficiente de redução $\alpha_{red}$

Na dedução da expressão do coeficiente de redução,  $\alpha_{red}$ , inicialmente foram identificados os parâmetros que contribuem para o engastamento da ligação da alma à mesa superior. Os modelos numéricos indicam que o nível de engastamento é melhorado à medida que a altura e a espessura da alma aumentam. Da mesma forma, o engastamento é maior para perfis de aço com mesa superior mais espessa. Então, considerou-se como parâmetros influentes na determinação do coeficiente de redução,  $\alpha_{red}$ , a altura e a espessura da alma,  $h$  e  $t_w$ , respectivamente e a espessura da mesa superior,  $t_f$ . Uma equação empírica de coeficientes constantes, que possui como variáveis independentes os parâmetros supracitados, é proposta para  $\alpha_{red}$ , EQ. 5.10.:

$$\alpha_{red} = \eta_1 - \eta_2 \frac{(t_{f\max} - t_f)}{t_w} - \eta_3 \frac{(h_{\max} - h)}{t_w} + \eta_4 \frac{(t_{f\max}^2 - t_f^2)}{t_w^2} \quad (5.10)$$

O termo intercepto dessa equação,  $\eta_1$ , ocorre para perfis de altura de alma igual a  $h_{\max}$ , e a espessura de mesa superior igual a  $t_{f\max}$ . Atendendo os limites máximos de fabricação,  $h_{\max}$  e  $t_{f\max}$  foram tomados iguais a 1200 e 19 mm, respectivamente. Na prática, essa situação proporcionaria a melhor condição de engastamento possível.

Os coeficientes da EQ. 5.10 foram calculados por regressão linear multivariável, pelo método dos mínimos quadrados.

#### 5.5.3.1 Regressão linear multivariável pelo método dos mínimos quadrados

Na regressão linear multivariável, uma variável dependente (resposta) é ajustada na forma da EQ. 5.11:

$$y_i = \eta_1 + \eta_2 x_{i,1} + \eta_3 x_{i,2} + \dots + \eta_k x_{i,k-1} + e_i \quad (5.11)$$

onde  $n$  é o número de observações de índice  $i$ ,  $k$  é o número de coeficientes  $\eta$ ,  $x_{i,k-1}$  são as variáveis independentes de número  $k-1$  e  $e_i$  é o erro aleatório. O método dos mínimos

quadrados tem como princípio minimizar a soma dos quadrados dos resíduos. O resíduo de uma observação  $\hat{u}_i$  é dado pela diferença da EQ. 5.12.:

$$\hat{u}_i = y_i - \hat{y}_i \quad (5.12)$$

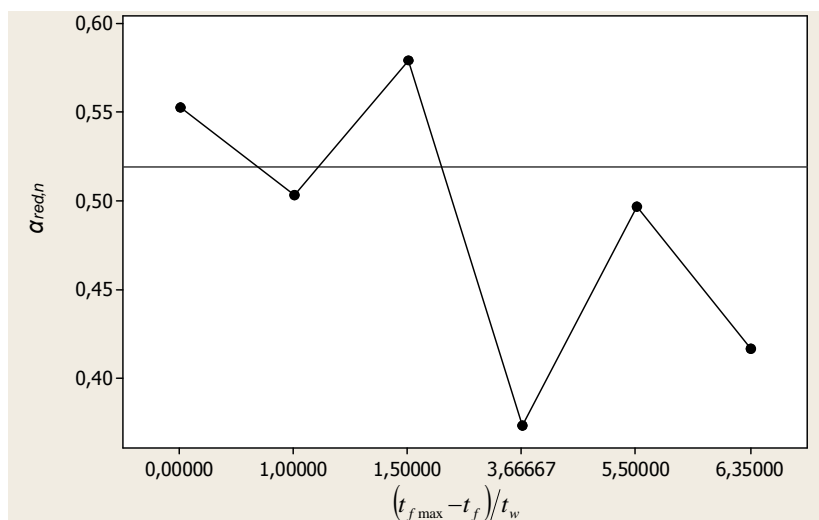
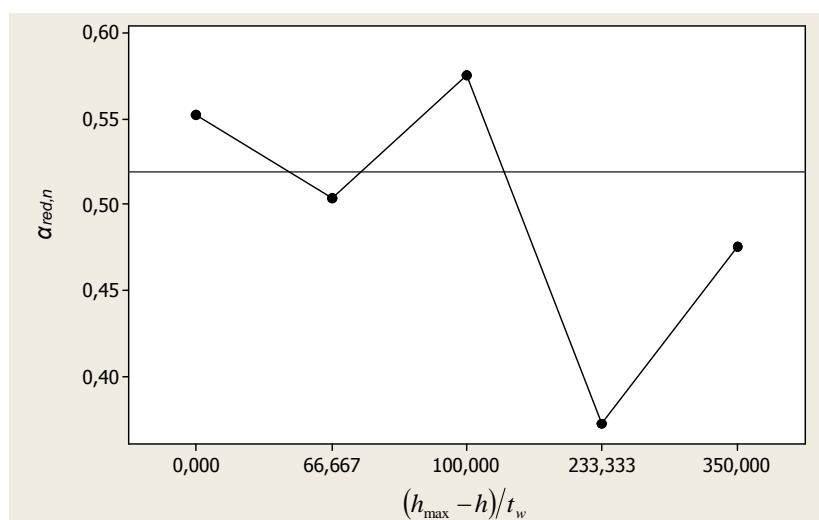
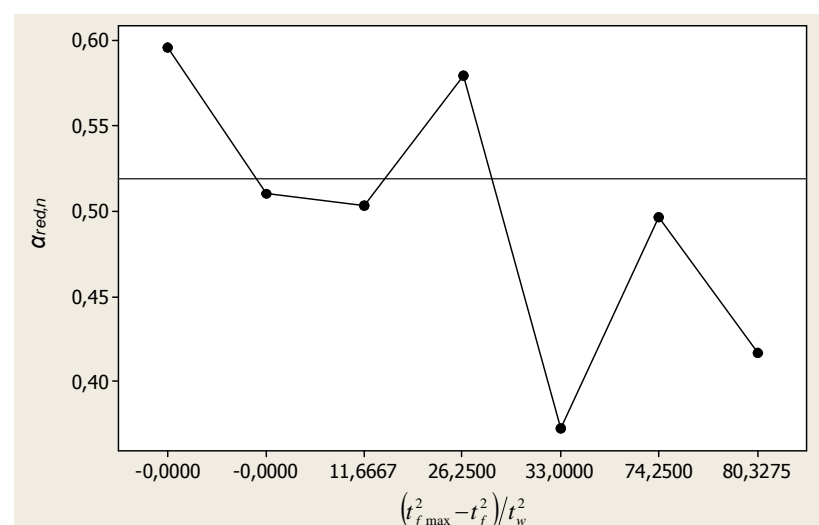
onde  $\hat{y}_i$  é o valor previsto e  $\hat{u}_i$  é o resíduo correspondente à diferença da resposta desejada pela previsão. A soma dos quadrados dos desvios fica conforme a EQ. 5.13.:

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (5.13)$$

O quadrado dos desvios é minimizado pelo ajuste dos coeficientes  $\eta$  da EQ. 5.11. O algoritmo responsável pelo ajuste e verificação da convergência é implementado de diferentes formas nos programas de ferramentas estatísticas disponíveis.

#### 5.5.3.2 Expressão do coeficiente de redução $\alpha_{red}$

Inicialmente, para cada um dos modelos numéricos, obteve-se valores numéricos do coeficiente de redução,  $\alpha_{red,n}$ , dividindo os valores de rigidez da alma,  $k_2$ , obtidos pela EQ 5.8 pelos valores numéricos,  $k_{2,n}$ . Gráficos que mostram a variação desse coeficiente em função de cada uma das variáveis independentes da EQ. 5.10 foram elaborados conforme pode-se ver na FIG. 5.8. A análise dos gráficos comprova a dependência do coeficiente de redução,  $\alpha_{red,n}$ , com as variáveis selecionadas.

(a) Resposta de  $\alpha_{red}$  para a variável independente  $(t_{f\max} - t_f)/t_w$ (b) Resposta de  $\alpha_{red}$  para a variável independente  $(h_{\max} - h)/t_w$ (c) Resposta de  $\alpha_{red}$  para a variável independente  $(t_{f\max}^2 - t_f^2)/t_w^2$ FIGURA 5.8 Variação do coeficiente  $\alpha_{red}$  com as variáveis independentes

A seguir, os valores de  $\alpha_{red,n}$  determinados, juntamente com as variáveis independentes da EQ. 5.10 foram tabelados e processados pelo método descrito no item anterior implementado por meio do pacote de ferramentas estatísticas MINITAB versão 14.

Para o total de observações utilizadas na análise, o ajuste da expressão de  $\alpha_{red}$  teve o coeficiente de regressão,  $R^2$ , igual a 0,916, ou seja 91,6 %. A EQ. 5.10 ficou com os coeficientes iguais a:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= 0,552746; \\ \eta_2 &= 0,128064; \\ \eta_3 &= 0,000212; \\ \eta_4 &= 0,009255.\end{aligned}$$

#### 5.5.4. Fórmula proposta de rigidez do perfil de aço e comparação com os resultados numéricos

A fórmula proposta neste trabalho para a rigidez do perfil de aço  $k_{2,p}$  de vigas mistas com alma senoidal é dada pela EQ. 5.14:

$$k_{2,p} = \alpha_{red,p} \frac{0,4E_a b_w^2 t_w}{h} \quad (5.14)$$

onde  $E_a$  é o módulo de elasticidade do aço,  $b_w$  é a altura da corrugação senoidal, igual a duas vezes a amplitude de onda,  $h$  e  $t_w$  são, respectivamente, a altura e a espessura da alma e o coeficiente de redução proposto,  $\alpha_{red,p}$ , é dado por:

$$\begin{aligned}\alpha_{red,p} &= 552746 \times 10^{-6} - 128064 \times 10^{-6} \frac{(t_{fmax} - t_f)}{t_w} - 212 \times 10^{-6} \frac{(h_{max} - h)}{t_w} + \\ &+ 9255 \times 10^{-6} \frac{(t_{fmax}^2 - t_f^2)}{t_w^2}\end{aligned} \quad (5.15)$$

onde  $t_f$  é igual a espessura da mesa superior do perfil de aço e  $h_{max}$  e  $t_{fmax}$  são iguais a 1200 e 19 mm, respectivamente.



Para avaliar os resultados da regressão que ajustou os coeficientes da expressão de  $\alpha_{red,p}$ , EQ. 5.15, foram utilizadas as seguintes saídas gráficas do programa MINITAB: gráfico da linha de ajuste perfeito, histograma dos desvios e gráfico de probabilidade normal dos resíduos.

No gráfico da linha de ajuste perfeito, FIG. 5.9, pode-se notar que os valores propostos do coeficiente de redução,  $\alpha_{red,p}$ , têm um boa concordância com os valores numéricos,  $\alpha_{red,n}$ , não apresentando grande dispersão em relação à linha de ajuste. No histograma dos desvios, FIG. 5.10, fica evidenciado o baixo valor dos resíduos do coeficiente de redução, tendência pequena à dispersão, simétrica e bem ajustada à uma curva normal. O gráfico de probabilidade normal da FIG. 5.11 mostra que 98% dos valores de resíduos do coeficiente  $\alpha_{red}$  estão compreendidos dentro da faixa de -0,04 e 0,0625.

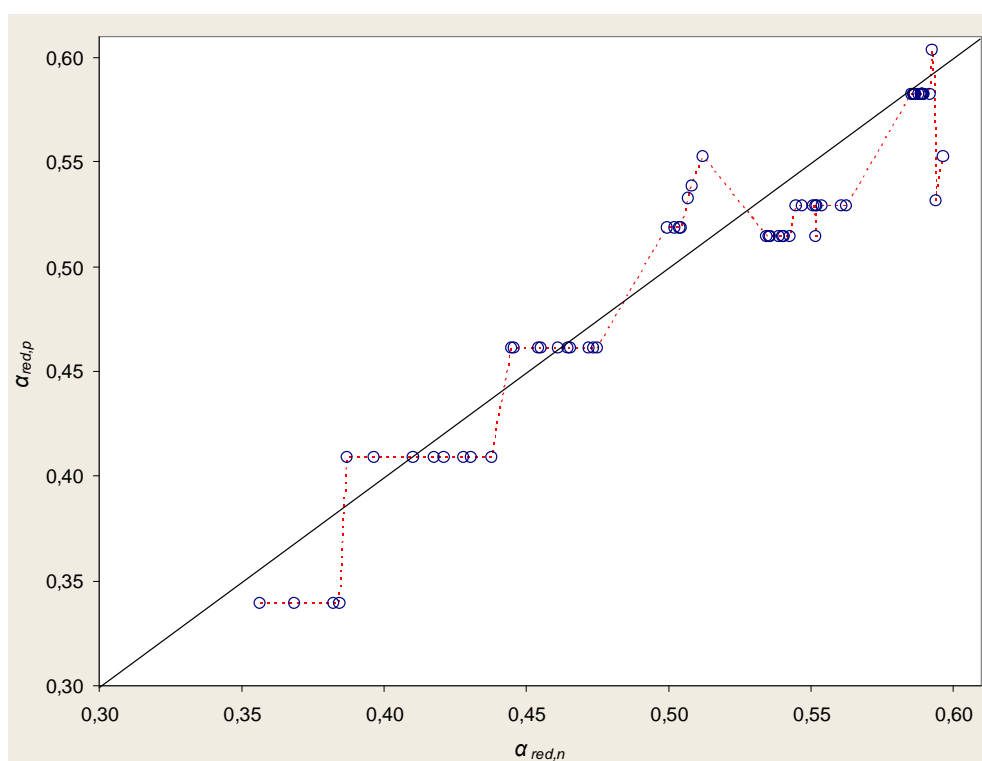


FIGURA 5.9 Gráfico da linha de ajuste perfeito do coeficiente  $\alpha_{red}$

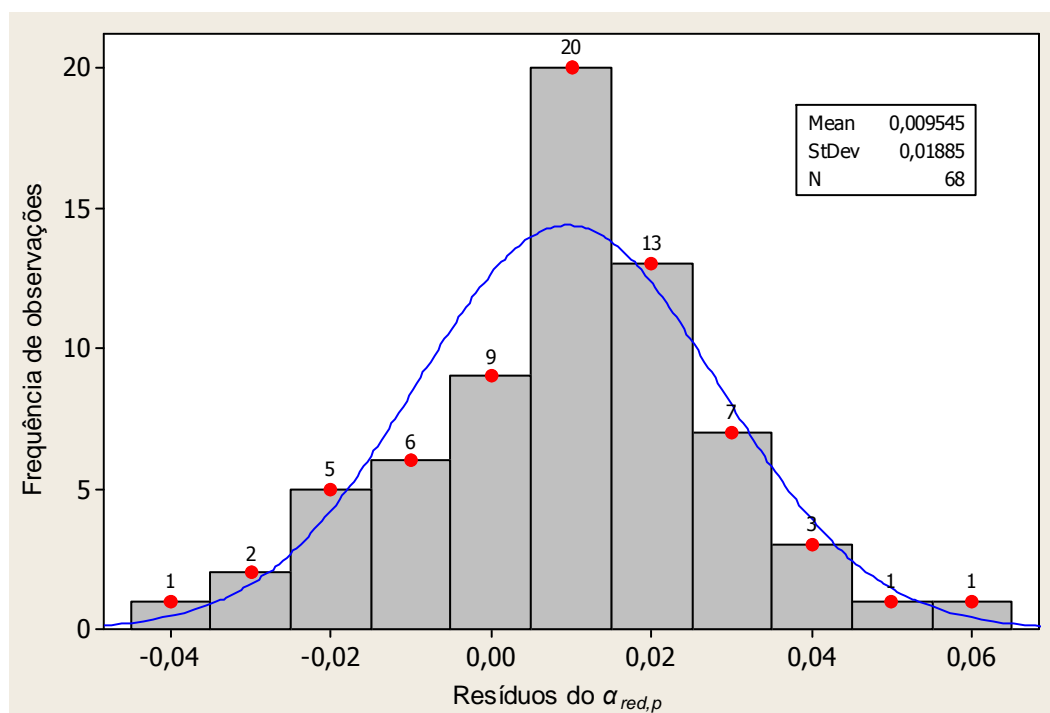


FIGURA 5.10 Histograma dos desvios do coeficiente  $\alpha_{red}$

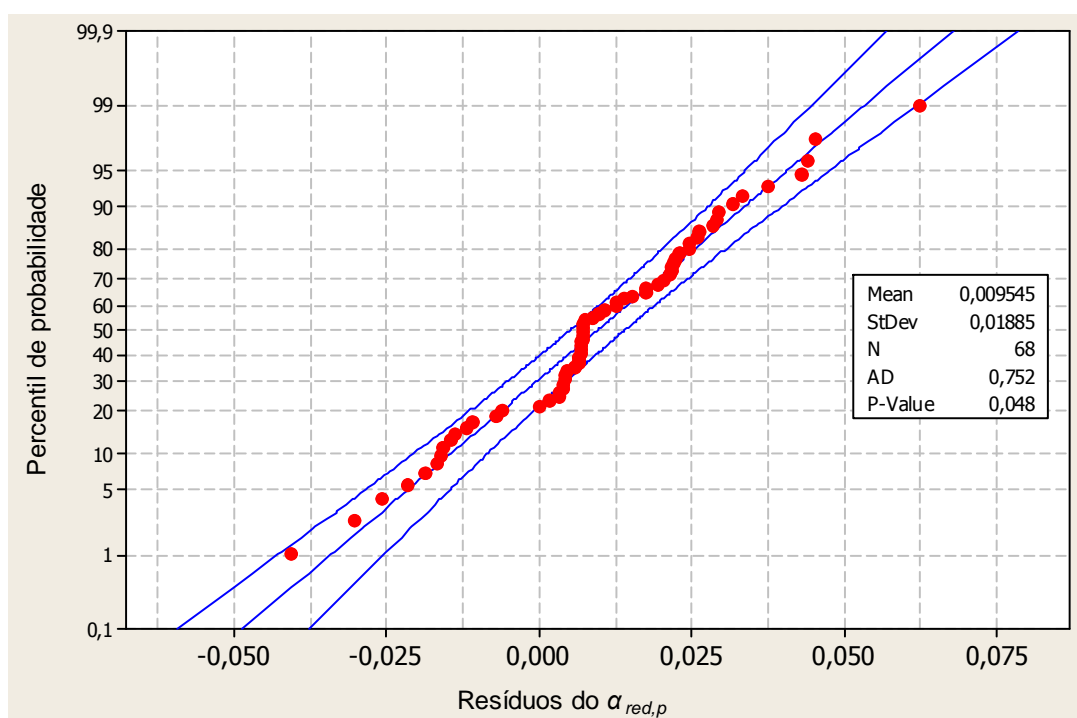


FIGURA 5.11 Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do coeficiente  $\alpha_{red}$

A TAB. 5.13 mostra os valores numéricos da rigidez do perfil de aço,  $k_{2,n}$ , os valores calculados pela fórmula proposta,  $k_{2,p}$ , a relação entre ambos,  $k_{2,n}/k_{2,p}$  e o percentual dos

desvios,  $(k_{2,n}/k_{2,p} - 1) \cdot 100$ . Pode-se notar uma boa concordância entre os valores numéricos e os calculados pela fórmula, uma vez que todos os desvios estão dentro da faixa de -7,3 a 13,4 %.

TABELA 5.13 Comparação entre as rigidezes do perfil de aço numérica e proposta

Modelos de laje plana					Modelos de laje mista				
Designação	$k_{2,n}$	$k_{2,p}$	$k_{2,n}/k_{2,p}$	$(k_{2,n}/k_{2,p} - 1)$ (%)	Designação	$k_{2,n}$	$k_{2,p}$	$k_{2,n}/k_{2,p}$	$(k_{2,n}/k_{2,p} - 1)$ (%)
U3-P	154	153	1,01	0,7	U3-M	155	153	1,01	1,1
U4-P	155	153	1,01	1,2	U4-M	155	153	1,01	1,2
U5-P	142	135	1,05	5,1	U5-M	141	135	1,05	4,8
U6-P	140	135	1,04	3,9	U6-M	141	135	1,04	4,1
U7-P	227	236	0,96	-3,6	U7-M	229	236	0,97	-2,8
U8-P	228	236	0,97	-3,1	U8-M	229	236	0,97	-2,7
U9-P	154	153	1,01	1,0	U9-M	155	153	1,01	1,2
U10-P	155	153	1,01	1,3	U10-M	155	153	1,01	1,2
U11-P	154	153	1,01	0,7	U11-M	155	153	1,01	1,1
U12-P	155	153	1,01	1,2	U12-M	155	153	1,01	1,2
U13-P	154	153	1,01	0,7	U13-M	155	153	1,01	1,1
U14-P	155	153	1,01	1,2	U14-M	155	153	1,01	1,2
U15-P	155	153	1,01	1,3	U15-M	154	153	1,01	0,5
U16-P	155	153	1,02	1,6	U16-M	154	153	1,01	0,8
U17-P	145	135	1,07	7,3	U17-M	142	135	1,05	5,1
U18-P	142	135	1,06	5,5	U18-M	141	135	1,04	4,2
U19-P	156	139	1,12	11,8	U19-M	Ver nota 1			
U20-P	231	245	0,94	-5,6	U20-M	Ver nota 1			
U21-P	238	242	0,98	-1,5	U21-M	249	242	1,03	3,0
U22-P	233	242	0,96	-3,6	U22-M	249	242	1,03	2,7
U23-P	335	309	1,09	8,7	U23-M	350	309	1,13	13,4
U24-P	324	309	1,05	5,1	U24-M	348	309	1,13	12,7
U25-P	244	242	1,01	0,9	U25-M	248	242	1,02	2,3
U26-P	234	242	0,97	-3,4	U26-M	244	242	1,01	0,7
U27-P	286	278	1,03	2,9	U27-M	294	278	1,06	6,0
U28-P	287	278	1,03	3,3	U28-M	295	278	1,06	6,3
U29-P	290	278	1,04	4,2	U29-M	290	278	1,04	4,3
U30-P	289	278	1,04	4,1	U30-M	291	278	1,05	4,7
U31-P	215	215	1,00	0,4	U31-M	225	215	1,05	4,7
U32-P	203	215	0,95	-5,3	U32-M	219	215	1,02	2,2
U33-P	226	215	1,05	5,4	U33-M	230	215	1,07	7,1
U34-P	208	215	0,97	-2,9	U34-M	221	215	1,03	3,1
U35-P	242	242	1,00	0,0	U35-M	Ver nota 1			
U36-P	239	242	0,99	-1,3	U36-M	Ver nota 1			
U37-P	130	132	0,98	-1,8	U37-M	Ver nota 1			
U38-P	192	202	0,95	-4,8	U38-M	Ver nota 1			
U39-P	130	121	1,08	7,9	U39-M	Ver nota 1			
U40-P	194	210	0,93	-7,3	U40-M	Ver nota 1			
Nota 1: Não foi processado modelo equivalente em laje mista									
Nota 2: Rigidezes em kN/rad									

Nas FIG. 5.12 a 5.14, são apresentadas saídas gráficas dos valores obtidos pela fórmula proposta de rigidez da alma. A FIG. 5.12 ratifica a boa concordância entre os valores propostos de rigidez do perfil de aço,  $k_{2,p}$ , e os valores numéricos,  $k_{2,n}$ , pois a dispersão

em relação à linha de ajuste é pequena. O histograma da FIG. 5.13 mostra valores baixos de resíduos, dispersão simétrica, pequena e bem ajustada à uma curva normal. Nota-se que, dos 68 modelos analisados, 24 apresentaram valores de rigidez do perfil de aço com resíduos dentro da faixa de -2,5 a 2,5 kN/rad.

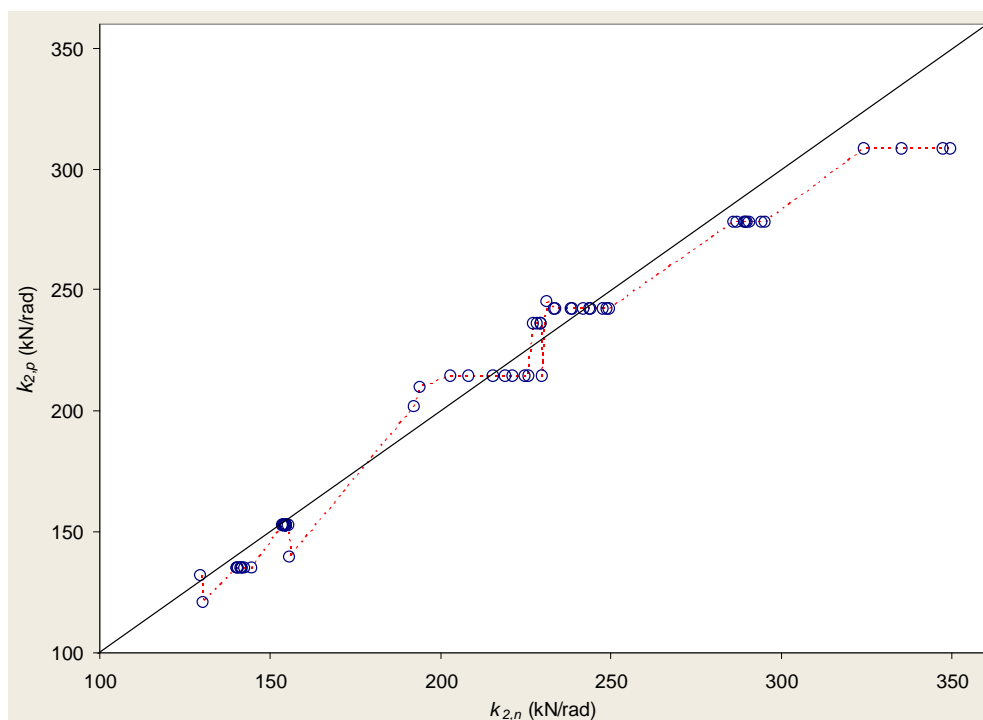


FIGURA 5.12 Gráfico da linha de ajuste perfeito da rigidez do perfil de aço  $k_2$

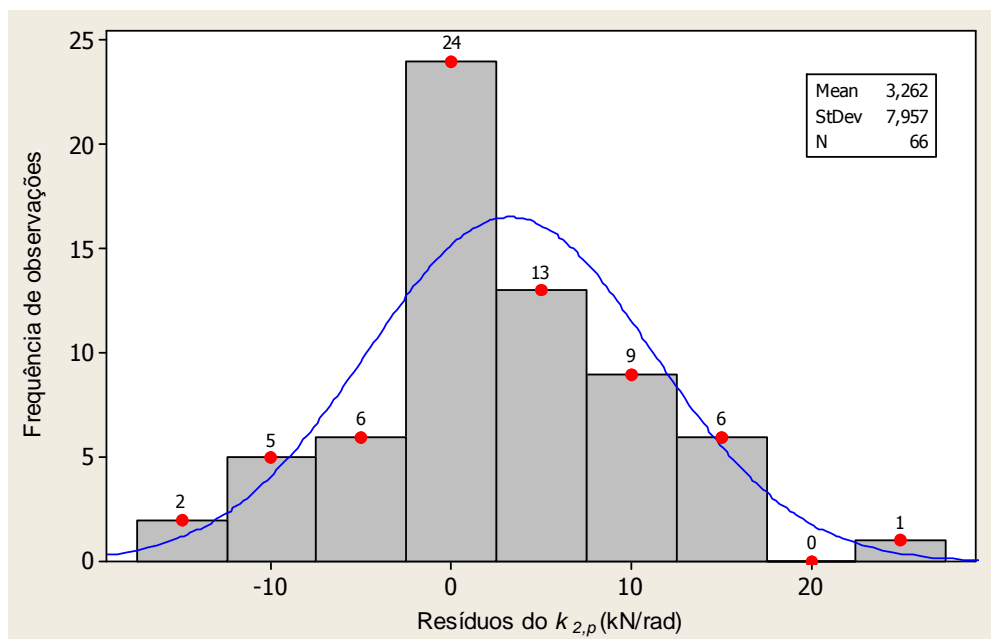


FIGURA 5.13 Histograma dos resíduos da rigidez do perfil de aço  $k_2$

De acordo com o gráfico de probabilidade da FIG. 5.14, 98% dos valores de resíduos da rigidez do perfil de aço proposta  $k_{2,p}$  estão compreendidos dentro da faixa de -15 e 27 kN/rad.

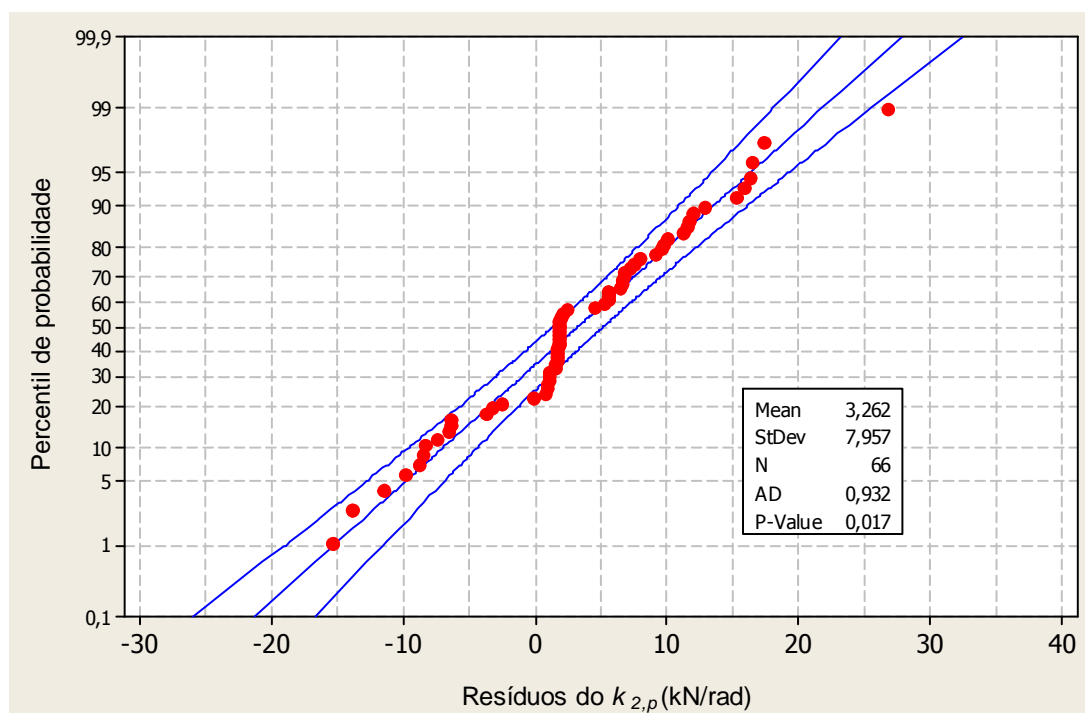


FIGURA 5.14 Gráfico de probabilidade normal dos resíduos da rigidez do perfil de aço

## 5.6. Proposição de formulação para a rigidez da conexão de cisalhamento

### 5.6.1. Avaliação dos resultados numéricos de rigidez da conexão de cisalhamento

Na TAB. 5.14, são mostrados para os modelos de lajes plana e mista, os valores de rigidez e flexibilidade da conexão de cisalhamento,  $k_{3,n}$  e  $\theta_{3,n}$ , rigidez e flexibilidade rotacional da viga mista,  $k_{r,n}$  e  $\theta_{r,n}$ , e a relação da flexibilidade da conexão de cisalhamento com a flexibilidade rotacional da viga mista,  $\theta_{3,n}/\theta_{r,n}$ .

TABELA 5.14 Rigidez e flexibilidade da conexão de cisalhamento

Modelos de laje plana						Modelos de laje mista					
Designação	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$\theta_{3,n}$	$\theta_{r,n}$	$\theta_{3,n} / \theta_{r,n}$	Designação	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$\theta_{3,n}$	$\theta_{r,n}$	$\theta_{3,n} / \theta_{r,n}$
U3-P	6136	103	1,6E-04	9,7E-03	0,017	U3-M	4067	140	2,5E-04	7,1E-03	0,034
U4-P	16225	107	6,2E-05	9,3E-03	0,007	U4-M	8068	145	1,2E-04	6,9E-03	0,018
U5-P	1775	88	5,6E-04	1,1E-02	0,049	U5-M	1237	118	8,1E-04	8,4E-03	0,096
U6-P	2726	95	3,7E-04	1,1E-02	0,035	U6-M	1815	124	5,5E-04	8,1E-03	0,068
U7-P	6077	131	1,6E-04	7,7E-03	0,021	U7-M	4224	196	2,4E-04	5,1E-03	0,046
U8-P	15614	138	6,4E-05	7,3E-03	0,009	U8-M	8295	205	1,2E-04	4,9E-03	0,025
U9-P	6440	136	1,6E-04	7,4E-03	0,021	U9-M	4118	145	2,4E-04	6,9E-03	0,035
U10-P	16648	139	6,0E-05	7,2E-03	0,008	U10-M	8182	150	1,2E-04	6,7E-03	0,018
U11-P	6147	116	1,6E-04	8,6E-03	0,019	U11-M	4062	140	2,5E-04	7,2E-03	0,034
U12-P	16247	118	6,2E-05	8,5E-03	0,007	U12-M	8057	144	1,2E-04	6,9E-03	0,018
U13-P	6140	96	1,6E-04	1,0E-02	0,016	U13-M	4076	137	2,5E-04	7,3E-03	0,034
U14-P	16233	99	6,2E-05	1,0E-02	0,006	U14-M	8064	142	1,2E-04	7,0E-03	0,018
U15-P	4086	107	2,4E-04	9,3E-03	0,026	U15-M	2876	137	3,5E-04	7,3E-03	0,048
U16-P	6399	105	1,6E-04	9,5E-03	0,016	U16-M	3538	142	2,8E-04	7,0E-03	0,040
U17-P	1108	84	9,0E-04	1,2E-02	0,076	U17-M	943	114	1,1E-03	8,8E-03	0,121
U18-P	1258	93	7,9E-04	1,1E-02	0,074	U18-M	983	118	1,0E-03	8,5E-03	0,120
U19-P	25111	108	4,0E-05	9,3E-03	0,004	U19-M	ver nota 2				
U20-P	23830	140	4,2E-05	7,1E-03	0,006	U20-M	ver nota 2				
U21-P	1720	116	5,8E-04	8,6E-03	0,067	U21-M	1102	183	9,1E-04	5,5E-03	0,166
U22-P	2143	125	4,7E-04	8,0E-03	0,058	U22-M	1358	195	7,4E-04	5,1E-03	0,144
U23-P	1930	133	5,2E-04	7,5E-03	0,069	U23-M	1249	237	8,0E-04	4,2E-03	0,190
U24-P	2330	149	4,3E-04	6,7E-03	0,064	U24-M	1508	258	6,6E-04	3,9E-03	0,171
U25-P	1143	109	8,7E-04	9,2E-03	0,095	U25-M	1002	174	1,0E-03	5,7E-03	0,174
U26-P	1108	117	9,0E-04	8,5E-03	0,106	U26-M	992	183	1,0E-03	5,4E-03	0,185
U27-P	5571	140	1,8E-04	7,1E-03	0,025	U27-M	3307	239	3,0E-04	4,2E-03	0,072
U28-P	10893	149	9,2E-05	6,7E-03	0,014	U28-M	5294	258	1,9E-04	3,9E-03	0,049
U29-P	3416	126	2,9E-04	7,9E-03	0,037	U29-M	2204	225	4,5E-04	4,4E-03	0,102
U30-P	4559	148	2,2E-04	6,7E-03	0,033	U30-M	2902	244	3,4E-04	4,1E-03	0,084
U31-P	1329	101	7,5E-04	9,9E-03	0,076	U31-M	818	160	1,2E-03	6,2E-03	0,196
U32-P	1352	111	7,4E-04	9,0E-03	0,082	U32-M	890	165	1,1E-03	6,1E-03	0,185
U33-P	865	93	1,2E-03	1,1E-02	0,107	U33-M	783	152	1,3E-03	6,6E-03	0,194
U34-P	689	102	1,5E-03	9,8E-03	0,148	U34-M	630	154	1,6E-03	6,5E-03	0,244
U35-P	1824	119	5,5E-04	8,4E-03	0,065	U35-M	ver nota 2				
U36-P	2773	128	3,6E-04	7,8E-03	0,046	U36-M	ver nota 2				
U37-P	16309	95	6,1E-05	1,1E-02	0,006	U37-M	ver nota 2				
U38-P	15756	125	6,3E-05	8,0E-03	0,008	U38-M	ver nota 2				
U39-P	25400	95	3,9E-05	1,1E-02	0,004	U39-M	ver nota 2				
U40-P	24313	126	4,1E-05	7,9E-03	0,005	U40-M	ver nota 2				

Nota 1: Rigidezes em kN/rad e flexibilidades em rad/kN

Nota 2: Não foram processados modelos em laje mista equivalentes aos modelos U19-P, U20-P e U35-P a U40-P

Pela TAB. 5.14, nota-se que a contribuição da conexão de cisalhamento na flexibilidade rotacional da viga ficou dentro da faixa de 0,4 % a 14,8 %, nos modelos de lajes planas, e nos modelos de laje mistas, essa contribuição ficou dentro da faixa de 1,8 % a 24,4 %. Comparando-se os modelos de laje mista, U3-M e U4-M, com os equivalentes em laje plana, U3-P e U4-P, nota-se um acréscimo de 51 % e 101 % respectivamente, no valor da rigidez da conexão de cisalhamento, portanto, modelos com as mesmas características de conexão de cisalhamento, porém com lajes de tipos diferentes, solicitam de forma diferente a ligação do perfil de aço à laje de concreto.

Os parâmetros que alteram a quantidade total de conectores de cisalhamento na viga mista, ou seja, o número de conectores e o espaçamento longitudinal entre eles influenciam de forma considerável o valor da rigidez da conexão de cisalhamento, ver TAB. 5.15. Podem ser citados como exemplos, os acréscimos de 164,4 % e 98,4 %, ocorridos nos valores da rigidez da conexão de cisalhamento, quando se compara o modelo U3-P com U4-P e o modelo U3-M com U4-M. Em ambos os casos, a única diferença entre os modelos está no número de conectores por seção transversal, ou seja, os modelos U3-P e U3-M possuem um único conector na seção transversal enquanto os modelos U4-P e U4-M possuem dois conectores.

TABELA 5.15 Influência do número de conectores e espaçamento longitudinal na rigidez da conexão de cisalhamento

Influência do número de conectores na seção transversal, $N$					
Modelos comparados		valores de $k_{3,n}$		razão	acréscimo (%)
2 conectores	1 conector	(kN/rad)			
U4-P	U3-P	16225	6136	2,64	164,4
U8-P	U7-P	15614	6077	2,57	156,9
U10-P	U9-P	16648	6440	2,59	158,5
U12-P	U11-P	16247	6147	2,64	164,3
U14-P	U-13P	16233	6140	2,64	164,4
U4-M	U3-M	8068	4067	1,98	98,4
U8-M	U7-M	8295	4224	1,96	96,3
U10-M	U9-M	8182	4118	1,99	98,7
U12-M	U11-M	8057	4062	1,98	98,3
U14-M	U-13M	8064	4076	1,98	97,9

Influência do espaçamento longitudinal entre conectores, $s$					
Modelos comparados (laje plana)		valores de $k_{3,n}$		razão	aumento (%)
$s = 201,5$ mm	$s = 403$ mm	(kN/rad)			
U3-P	U15-P	6136	4086	1,50	50,2
U4-P	U16-P	16225	6399	2,54	153,6
U5-P	U17-P	1775	1108	1,60	60,2
U6-P	U18-P	2726	1258	2,17	116,7

Modelos comparados (laje mista)		valores de $k_{3,n}$		razão	aumento (%)
$s = 263,5$ mm	$s = 527$ mm	(kN/rad)			
U3-M	U15-M	4067	2876	1,41	41,4
U4-M	U16-M	8068	3538	2,28	128,0
U5-M	U17-M	1237	943	1,31	31,2
U6-M	U18-M	1815	983	1,85	84,7

Quando a distância longitudinal entre conectores de cisalhamento se reduz à metade, acréscimos nos valores da rigidez da conexão de cisalhamento são observados. Assim, os modelos de laje plana com espaçamento entre conectores de cisalhamento de 201,5 mm, U3-P e U4-P, apresentaram rigidez da conexão de cisalhamento 50,2 % e 153,6 % maior, respectivamente, que os modelos U15-P e U16-P plana com espaçamento de 403 mm. Os modelos de laje mista com espaçamento entre conectores de cisalhamento de 263,5 mm, U3-M e U4-M, apresentaram rigidez da conexão de cisalhamento 41,4 % e 128 % maior, respectivamente, que os modelos U15-M e U16-M com espaçamento de 527 mm.

Os modelos de laje plana, U31-P, U21-P e U27-P possuem parâmetros que influenciam a rigidez da conexão de cisalhamento semelhantes, exceto a espessura da mesa conectada à laje, que é igual a 6,3, 8 e 16 mm, respectivamente. As rigidezes da conexão de cisalhamento obtidas numericamente para esses modelos foram, respectivamente, iguais a 1329 kN/rad, 1720 kN/rad e 5571 kN/rad, TAB. 5.16. Da mesma forma, os modelos de laje mista, U31-M, U21-M e U27-M, de espessuras de mesas iguais a 6,3 mm, 8 mm e 16 mm, apresentaram rigidezes de conexão de cisalhamento iguais a 818 kN/rad, 1102 kN/rad e 3307 kN/rad, TAB. 5.16. Em ambos os casos, notam-se acréscimos no valor da rigidez da conexão de cisalhamento conforme a espessura da mesa conectada à laje aumenta. Quando a espessura da mesa conectada à laje dobra de 8 mm para 16 mm, a rigidez da conexão sofre um acréscimo de 224 % nos modelos citados de laje plana e de 200 % nos modelos citados de laje mista.

A influência da largura da mesa conectada à laje no valor da rigidez da conexão de cisalhamento é bem menor que a influência de sua espessura. Isso pode ser notado comparando-se os modelos U35-P e U36-P de largura de mesa igual a 250 mm com os modelos U21-P e U22-P de largura de mesa igual a 125 mm, TAB. 5.17. A rigidez da conexão sofreu acréscimos de 6,1 %, comparando U21-P e U35-P e 29,4 %, comparando U22-P e U36-P, quando a largura da mesa conectada à laje dobrou.



TABELA 5.16 Influência da espessura da mesa conectada à laje na rigidez da conexão de cisalhamento

Influência da espessura da mesa conectada à laje, $t_f$					
Modelos comparados		valores de $k_{3,n}$		razão	aumento (%)
$t_f = 16$ mm	$t_f = 8$ mm	(kN/rad)			
U3-P	U5-P	6136	1775	3,46	245,8
U4-P	U6-P	16225	2726	5,95	495,2
U15-P	U17-P	4086	1108	3,69	268,9
U16-P	U18-P	6399	1258	5,09	408,6
U3-M	U5-M	4067	1237	3,29	228,7
U4-M	U6-M	8068	1815	4,44	344,4
U15-M	U17-M	2876	943	3,05	204,9
U16-M	U18-M	3538	983	3,60	259,9
U27-P	U21-P	5571	1720	3,24	224,0
U28-P	U22-P	10893	2143	5,08	408,3
U29-P	U25-P	3416	1143	2,99	198,9
U30-P	U26-P	4559	1108	4,11	311,4
U27-M	U21-M	3307	1102	3,00	200,0
U28-M	U22-M	5294	1358	3,90	289,7
U29-M	U25-M	2204	1002	2,20	119,8
U30-M	U26-M	2902	992	2,93	192,5
Modelos comparados		valores de $k_{3,n}$		razão	aumento (%)
$t_f = 8$ mm	$t_f = 6,3$ mm	(kN/rad)			
U21-P	U31-P	1720	1329	1,29	29,4
U22-P	U32-P	2143	1352	1,58	58,5
U25-P	U33-P	1143	865	1,32	32,1
U26-P	U34-P	1108	689	1,61	60,8
U21-M	U31-M	1102	818	1,35	34,8
U22-M	U32-M	1358	890	1,53	52,6
U25-M	U33-M	1002	783	1,28	27,9
U26-M	U34-M	992	783	1,27	26,6

TABELA 5.17 Influência da largura da mesa conectada à laje na rigidez da conexão de cisalhamento

Influência da largura da mesa conectada à laje, $b_f$					
Modelos comparados		valores de $k_{3,n}$		razão	aumento (%)
$b_f = 250$ mm	$b_f = 125$ mm	(kN/rad)			
U35-P	U21-P	1824	1720	1,06	6,1
U36-P	U22-P	2773	2143	1,29	29,4

### **5.6.2. Expressão analítica de rigidez da conexão de cisalhamento**

Como foi explicitado no capítulo 1, a rigidez da conexão de cisalhamento depende de um grande número de fatores e é praticamente impossível de ser obtida analiticamente. Nos perfis de alma plana, de acordo com as prescrições do PR-NBR 8800 (2007), a rigidez da conexão de cisalhamento é muito elevada em comparação com as rigidezes da laje e da alma, sendo a sua contribuição na rigidez rotacional inferior a 1% em vigas mistas de maior altura de alma. Isso faz com que a rigidez da conexão possa ser desprezada no cálculo da rigidez rotacional, sem haver perda de precisão nos resultados. Entretanto, para vigas mistas com perfis de aço de alma plana enrijecida, foi mostrado no capítulo 2 que a flexibilidade da conexão de cisalhamento chega a ultrapassar 50% do valor da flexibilidade rotacional da viga, não sendo possível desprezar a rigidez da conexão de cisalhamento no cálculo da rigidez rotacional da viga mista.

A rigidez da conexão de cisalhamento não pode ser desprezada no cálculo da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal, uma vez que a flexibilidade da conexão de cisalhamento contribui em até 24,4 % no valor da flexibilidade rotacional, TAB. 5.14.

### **5.6.3. Tabelas propostas para a rigidez da conexão de cisalhamento e comparação com os resultados numéricos**

Neste trabalho propõe-se o uso das TABs. 5.18 e 5.19 na determinação da rigidez da conexão de cisalhamento de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal, respectivamente, para os casos de lajes plana e mista. Essas duas tabelas foram construídas de modo que os valores da rigidez da conexão de cisalhamento nunca superassem os resultados numéricos da TAB. 5.14. Nota-se que os valores de rigidez estão dispostos em função da espessura e largura da mesa conectada à laje, do número de conectores de cisalhamento e do espaçamento longitudinal entre os conectores.

TABELA 5.18 Valores propostos para a rigidez da conexão,  $k_{3,p}$ , de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes planas

Espessura da mesa em contato com a laje $t_f$ (mm)	Largura da mesa em contato com a laje $b_f$ (mm)	$k_{3,p}$ (kN/rad)			
		Espaçamento longitudinal entre os conectores $s \leq 201,5$ mm		Espaçamento longitudinal entre os conectores $201,5$ mm $< s \leq 403$ mm	
		1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal	1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal
$\geq 16$ e $\leq 19$	$\geq 250$	6000	15600	4000	6300
$\geq 16$ e $\leq 19$	$\geq 125$ e $< 250$	5500	10800	3400	4500
$\geq 8$ e $< 16$	$\geq 250$	1750	2700	1100	1250
$\geq 8$ e $< 16$	$\geq 125$ e $< 250$	1700	2100	1100	1050
$\geq 6,3$ e $< 8$	$\geq 125$ e $< 250$	1300	1350	850	650

TABELA 5.19 – Valores propostos para rigidez da conexão,  $k_{3,p}$ , de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes mistas

Espessura da mesa em contato com a laje mista $t_f$ (mm)	Largura da mesa em contato com a laje mista $b_f$ (mm)	$k_{3,p}$ (kN/rad)			
		Conectores em todas as nervuras		Conectores em nervuras intercaladas	
		1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal	1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal
$\geq 16$ e $\leq 19$	$\geq 250$	4000	8000	2800	3500
$\geq 16$ e $\leq 19$	$\geq 125$ e $< 250$	3200	5200	2100	2800
$\geq 8$ e $< 16$	$\geq 250$	1200	1800	900	950
$\geq 8$ e $< 16$	$\geq 125$ e $< 250$	1050	1300	950	900
$\geq 6,3$ e $< 8$	$\geq 125$ e $< 250$	800	850	750	600

A TAB. 5.20 mostra os valores numéricos da rigidez da conexão de cisalhamento,  $k_{3,n}$ , os valores obtidos das tabelas propostas,  $k_{3,p}$ , a relação entre ambos,  $k_{3,n}/k_{3,p}$  e o percentual dos desvios,  $(k_{3,n}/k_{3,p} - 1) \cdot 100$ . Evidentemente, os valores da relação entre as rigidezes numérica e proposta são maiores que 1 e o percentual dos desvios são baixos e sempre positivos.

TABELA 5.20 Comparação entre as rigidezes da conexão de cisalhamento numérica e proposta

Modelos de laje plana					Modelos de laje mista				
Designação	$k_{3,n}$	$k_{3,p}$	$k_{3,n}/k_{3,p}$	$(k_{3,n}/k_{3,p}-1)$ (%)	Designação	$k_{3,n}$	$k_{3,p}$	$k_{3,n}/k_{3,p}$	$(k_{3,n}/k_{3,p}-1)$ (%)
U3-P	6136	6000	1,02	2,3	U3-M	4067	4000	1,02	1,7
U4-P	16225	15600	1,04	4,0	U4-M	8068	8000	1,01	0,8
U5-P	1775	1750	1,01	1,4	U5-M	1237	1200	1,03	3,1
U6-P	2726	2700	1,01	1,0	U6-M	1815	1800	1,01	0,9
U7-P	6077	6000	1,01	1,3	U7-M	4224	4000	1,06	5,6
U8-P	15614	15600	1,00	0,1	U8-M	8295	8000	1,04	3,7
U9-P	6440	6000	1,07	7,3	U9-M	4118	4000	1,03	3,0
U10-P	16648	15600	1,07	6,7	U10-M	8182	8000	1,02	2,3
U11-P	6147	6000	1,02	2,5	U11-M	4062	4000	1,02	1,6
U12-P	16247	15600	1,04	4,1	U12-M	8057	8000	1,01	0,7
U13-P	6140	6000	1,02	2,3	U13-M	4076	4000	1,02	1,9
U14-P	16233	15600	1,04	4,1	U14-M	8064	8000	1,01	0,8
U15-P	4086	4000	1,02	2,1	U15-M	2876	2800	1,03	2,7
U16-P	6399	6300	1,02	1,6	U16-M	3538	3500	1,01	1,1
U17-P	1108	1100	1,01	0,7	U17-M	943	900	1,05	4,8
U18-P	1258	1250	1,01	0,7	U18-M	983	950	1,03	3,5
U19-P	25111	25000	1,00	0,4	U19-M	Ver nota 1			
U20-P	23830	23800	1,00	0,1	U20-M	Ver nota 1			
U21-P	1720	1700	1,01	1,2	U21-M	1102	1050	1,05	5,0
U22-P	2143	2100	1,02	2,1	U22-M	1358	1300	1,04	4,5
U23-P	1930	1700	1,14	13,5	U23-M	1249	1050	1,19	18,9
U24-P	2330	2100	1,11	11,0	U24-M	1508	1300	1,16	16,0
U25-P	1143	1100	1,04	3,9	U25-M	1002	950	1,06	5,5
U26-P	1108	1050	1,06	5,5	U26-M	992	900	1,10	10,2
U27-P	5571	5500	1,01	1,3	U27-M	3307	3200	1,03	3,3
U28-P	10893	10800	1,01	0,9	U28-M	5294	5200	1,02	1,8
U29-P	3416	3400	1,00	0,5	U29-M	2204	2100	1,05	4,9
U30-P	4559	4500	1,01	1,3	U30-M	2902	2800	1,04	3,7
U31-P	1329	1300	1,02	2,2	U31-M	818	800	1,02	2,2
U32-P	1352	1350	1,00	0,2	U32-M	890	850	1,05	4,7
U33-P	865	850	1,02	1,8	U33-M	783	750	1,04	4,5
U34-P	689	650	1,06	6,0	U34-M	630	600	1,05	4,9
U35-P	1824	1750	1,04	4,2	U35-M	Ver nota 1			
U36-P	2773	2700	1,03	2,7	U36-M	Ver nota 1			
U37-P	16309	15600	1,05	4,5	U37-M	Ver nota 1			
U38-P	15756	15600	1,01	1,0	U38-M	Ver nota 1			
U39-P	25400	25000	1,02	1,6	U39-M	Ver nota 1			
U40-P	24313	23800	1,02	2,2	U40-M	Ver nota 1			

Nota 1: Não foi processado modelo equivalente em laje mista

Nota 2: Rigidezes em kN/rad

## 5.7. Avaliação final da formulação da rigidez rotacional

As rigidezes rotacionais numérica e proposta,  $k_{r,n}$  e  $k_{r,p}$ , foram determinadas com base na rigidez de molas ligadas em série, EQs. 5.16.

$$\frac{1}{k_{r,n}} = \frac{1}{k_{1,n}} + \frac{1}{k_{2,n}} + \frac{1}{k_{3,n}} \quad (5.16a)$$

$$\frac{1}{k_{r,p}} = \frac{1}{k_{1,p}} + \frac{1}{k_{2,p}} + \frac{1}{k_{3,p}} \quad (5.16b)$$

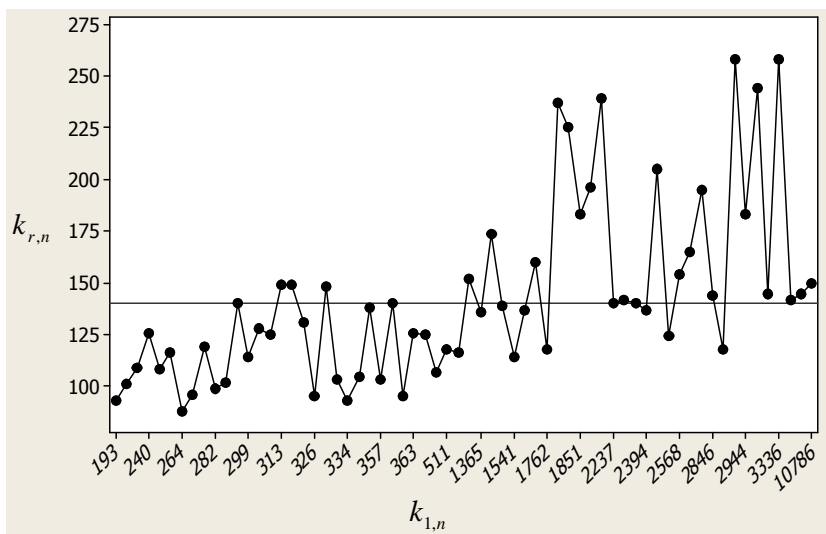
onde  $k_{1,n}$ ,  $k_{2,n}$  e  $k_{3,n}$  são respectivamente as rigidezes numéricas da laje, do perfil de aço e da conexão de cisalhamento,  $k_{1,p}$ ,  $k_{2,p}$  e  $k_{3,p}$  são respectivamente as rigidezes propostas da laje, do perfil de aço e da conexão de cisalhamento, obtidas pelas formulações descritas nos itens 5.4.3, 5.5.4 e 5.6.3, respectivamente.

A TAB. 5.21 mostra os valores numéricos e propostos da rigidez rotacional,  $k_{r,n}$  e  $k_{r,p}$ , respectivamente, a relação entre ambos,  $k_{r,n}/k_{r,p}$  e o percentual dos desvios,  $(k_{r,n}/k_{r,p} - 1) * 100$ . Na maioria dos modelos, os valores da rigidez rotacional numérica são superiores aos propostos, o que caracteriza o caráter conservador da formulação apresentada. A adequação da formulação da rigidez rotacional é confirmada pelo baixo valor do percentual dos desvios, estando estes compreendidos na faixa de -2,6 % a 28,1 %, com exceção de dois modelos que apresentaram desvios maiores que 50 %. Nestes dois modelos, a rigidez rotacional proposta ficou inferior à rigidez numérica.

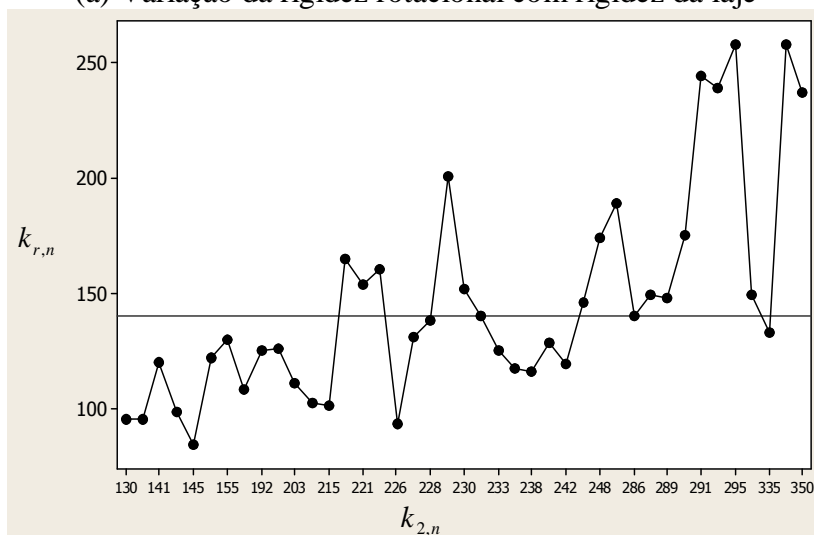
Gráficos que mostram a variação da rigidez rotacional numérica,  $k_{r,n}$ , em função de cada uma das rigidezes numéricas isoladas,  $k_{1,n}$ ,  $k_{2,n}$  e  $k_{3,n}$ , foram elaborados conforme se pode ver na FIG. 5.15. A análise dos gráficos permite avaliar a dependência entre a rigidez rotacional numérica,  $k_{r,n}$ , e as rigidezes numéricas isoladas. A rigidez rotacional,  $k_{r,n}$  mostrou-se bastante suscetível à variação da rigidez da alma  $k_{2,n}$ , moderadamente influenciada pela variação da rigidez da laje,  $k_{1,n}$  e pouco influenciada pela variação da rigidez da conexão de cisalhamento,  $k_{3,n}$ .

TABELA 5.21 Comparação entre as rigidezes rotacionais numérica e proposta

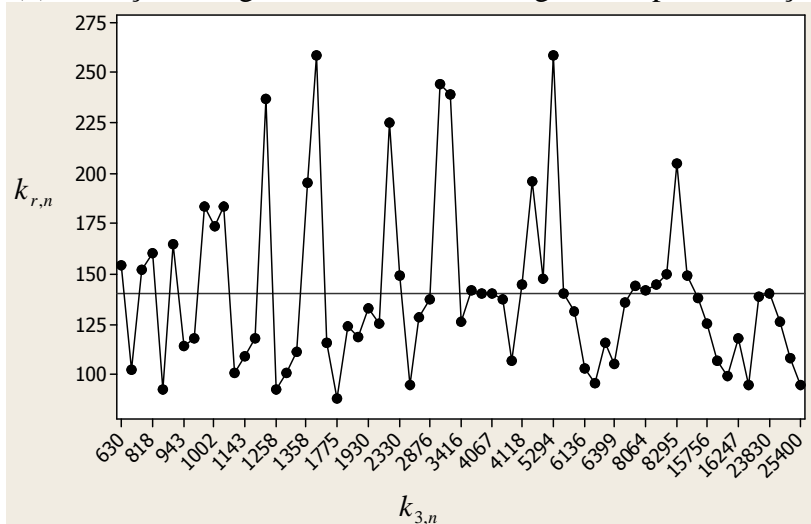
Modelos de laje plana					Modelos de laje mista				
Designação	$k_{r,n}$	$k_{r,p}$	$k_{r,n}/k_{r,p}$	$(k_{r,n}/k_{r,p}-1)$ (%)	Designação	$k_{r,n}$	$k_{r,p}$	$k_{r,n}/k_{r,p}$	$(k_{r,n}/k_{r,p}-1)$ (%)
U3-P	103	88	1,18	17,6	U3-M	140	137	1,03	2,6
U4-P	107	89	1,21	20,7	U4-M	145	139	1,04	4,3
U5-P	88	79	1,11	10,8	U5-M	118	114	1,04	3,8
U6-P	95	80	1,18	17,6	U6-M	124	118	1,05	5,4
U7-P	131	110	1,18	18,3	U7-M	196	199	0,98	-1,5
U8-P	138	112	1,23	23,4	U8-M	205	204	1,00	0,1
U9-P	136	122	1,11	11,3	U9-M	145	143	1,01	1,0
U10-P	139	124	1,13	12,8	U10-M	150	146	1,03	2,6
U11-P	116	106	1,10	9,6	U11-M	140	133	1,05	5,0
U12-P	118	107	1,10	10,0	U12-M	144	135	1,07	6,6
U13-P	96	63	1,53	53,5	U13-M	137	137	1,00	0,4
U14-P	99	63	1,57	57,5	U14-M	142	139	1,02	2,4
U15-P	107	87	1,23	22,7	U15-M	137	135	1,02	2,1
U16-P	105	88	1,19	18,9	U16-M	142	136	1,05	4,8
U17-P	84	77	1,09	9,5	U17-M	114	111	1,03	3,3
U18-P	93	78	1,19	19,0	U18-M	118	111	1,06	6,1
U19-P	108	84	1,28	28,1	U19-M	Ver nota 1			
U20-P	140	114	1,23	22,8	U20-M	Ver nota 1			
U21-P	116	107	1,08	8,5	U19-M	183	178	1,03	2,8
U22-P	125	108	1,16	16,0	U20-M	195	184	1,06	5,9
U23-P	133	118	1,13	12,6	U21-M	237	212	1,12	12,1
U24-P	149	119	1,25	24,8	U22-M	258	220	1,17	16,9
U25-P	109	103	1,05	5,3	U23-M	174	175	0,99	-0,6
U26-P	117	103	1,14	14,2	U24-M	183	173	1,06	5,9
U27-P	140	119	1,18	18,2	U25-M	239	225	1,06	6,1
U28-P	149	120	1,25	24,6	U26-M	258	231	1,11	11,5
U29-P	126	117	1,08	8,1	U27-M	225	217	1,04	3,5
U30-P	148	118	1,26	25,7	U28-M	244	223	1,09	9,4
U31-P	101	99	1,02	1,9	U29-M	160	155	1,03	3,1
U32-P	111	99	1,12	11,6	U30-M	165	157	1,05	5,1
U33-P	93	95	0,97	-2,6	U31-M	152	153	0,99	-0,9
U34-P	102	92	1,11	11,0	U32-M	154	146	1,05	5,5
U35-P	119	107	1,11	11,3	U35-M	Ver nota 1			
U36-P	128	109	1,17	17,0	U36-M	Ver nota 1			
U37-P	95	81	1,17	16,5	U37-M	Ver nota 1			
U38-P	125	103	1,21	21,1	U38-M	Ver nota 1			
U39-P	95	77	1,23	23,4	U39-M	Ver nota 1			
U40-P	126	106	1,19	19,1	U40-M	Ver nota 1			
Nota 1: Não foi processado modelo equivalente em laje mista									
Nota 2: Rigidezes em kN/rad									



(a) Variação da rigidez rotacional com rigidez da laje



(b) Variação da rigidez rotacional com rigidez do perfil de aço



(c) Variação da rigidez rotacional com a rigidez da conexão de cisalhamento

FIGURA 5.15 Variação da rigidez rotacional com as rigidezes isoladas

As FIG. 5.16 a 5.18 apresentam saídas gráficas para os valores obtidos de rigidezes rotacionais numérica e proposta. O gráfico da linha de ajuste perfeito, FIG. 5.16, mostra que os valores propostos de rigidez rotacional,  $k_{r,p}$ , são na maioria, menores que os valores numéricos,  $k_{r,n}$ , já que os pontos estão muito próximos ou abaixo da linha de ajuste. A aplicação da formulação proposta fornece, portanto, resultados conservadores em relação aos numéricos como já foi mencionado anteriormente.

O histograma da FIG. 5.17 mostra valores baixos de resíduos. A dispersão não é simétrica, porém é pequena e bem ajustada à uma curva de distribuição do tipo Weibull com três parâmetros. Nota-se que, dos 68 modelos analisados, 14 apresentaram valores de rigidez rotacional com resíduos dentro da faixa de 6 kN/rad a 10 kN/rad e apenas 9 modelos apresentaram resíduos maiores que 26 kN/rad. De acordo com o gráfico de probabilidade da FIG. 5.18, 89% dos valores de resíduos da rigidez rotacional proposta  $k_{r,p}$  estão compreendidos dentro da faixa de 0,9 kN/rad e 30 kN/rad.

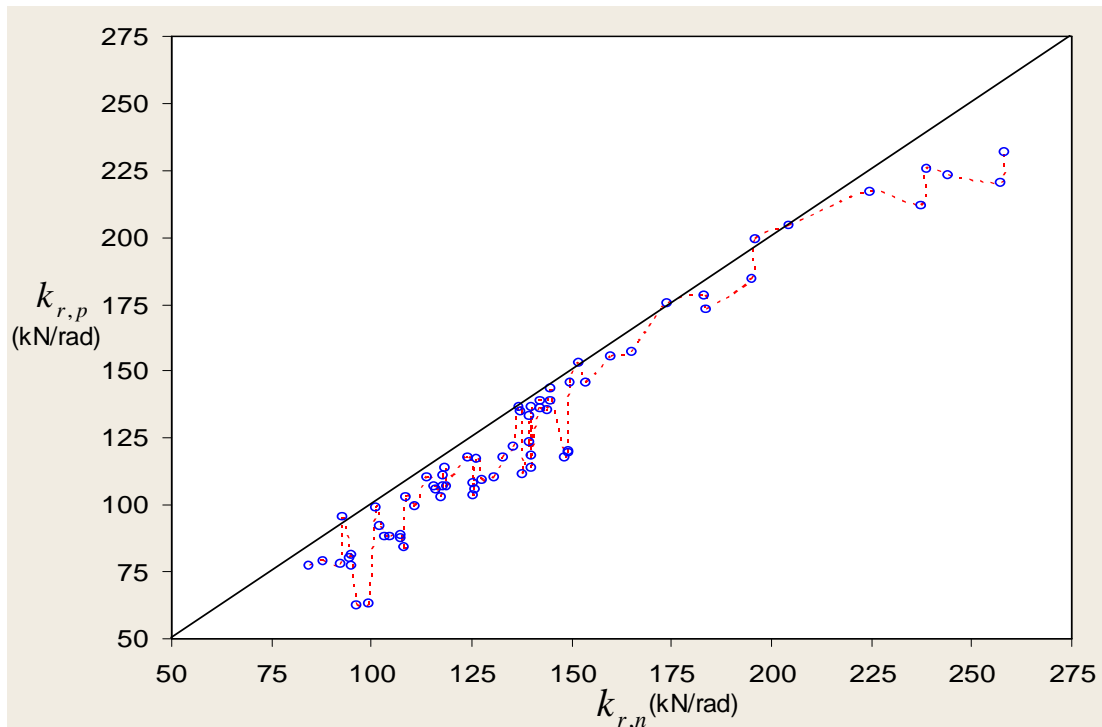


FIGURA 5.16 Gráfico da linha de ajuste perfeito da rigidez rotacional  $k_r$



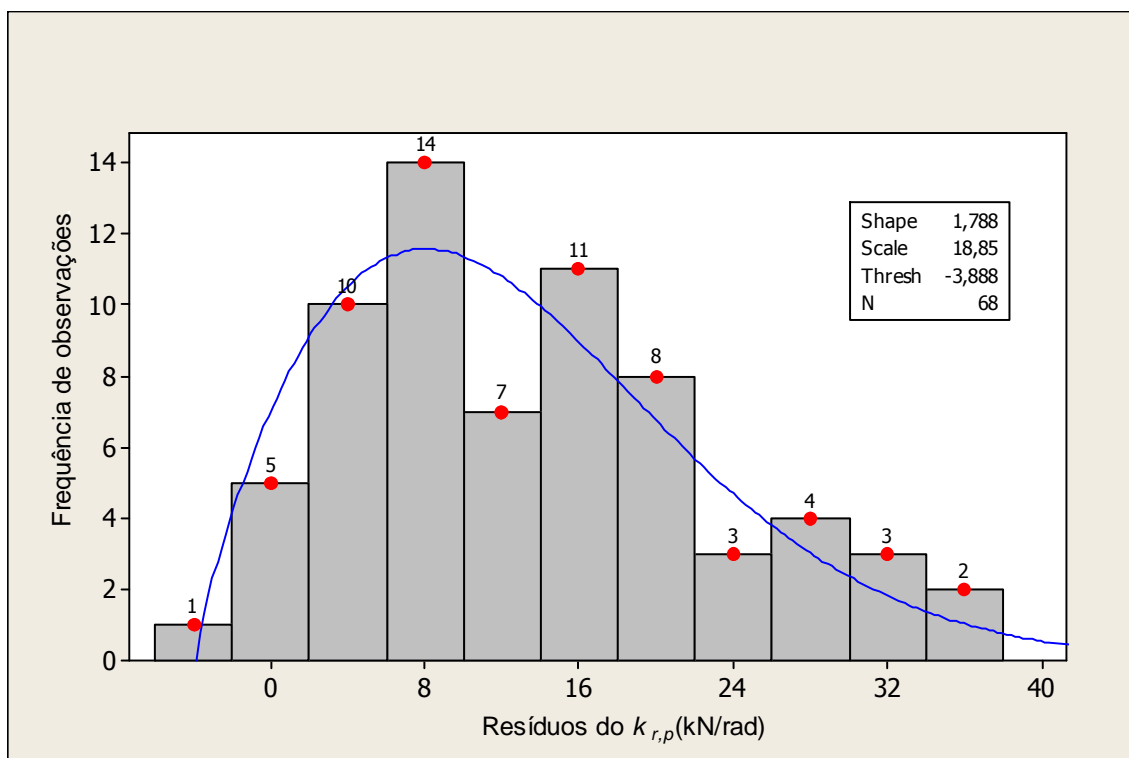


FIGURA 5.17 Histograma dos resíduos da rigidez rotacional  $k_r$

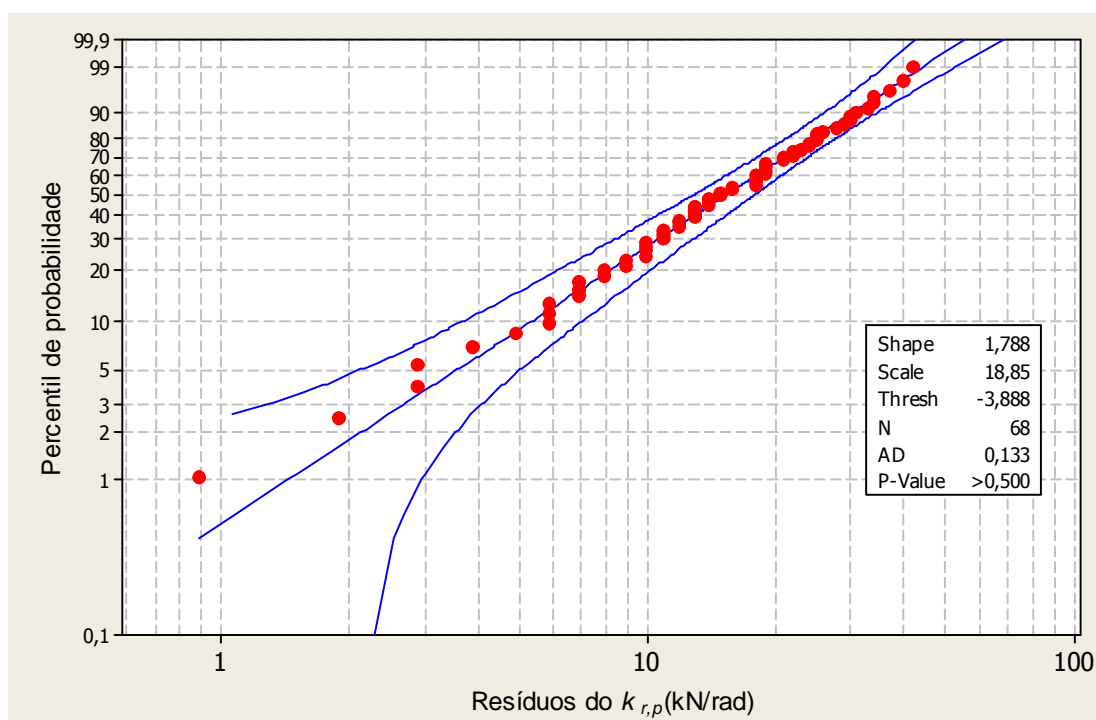


FIGURA 5.18 Gráfico de probabilidade normal dos resíduos da rigidez rotacional  $k_r$

# 6

## CONCLUSÕES

### 6.1. Sobre o trabalho realizado

Neste trabalho, foi desenvolvido e apresentado um procedimento para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal, tendo como base o comportamento do mecanismo “U” invertido, com vistas à verificação do estado limite último de flambagem lateral com distorção (FLD). Para se chegar a esse procedimento, inicialmente, uma metodologia experimental utilizando protótipos representativos do mecanismo “U” foi proposta e implementada, tendo sido realizados quatro ensaios no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas da UFMG. Posteriormente, foi desenvolvida uma modelagem numérica para o mecanismo “U” invertido, usando o Programa ANSYS 9.0 (2004), a qual foi aferida tomando como referência os resultados dos protótipos. Em seguida, foram processados sessenta e oito modelos numéricos diferentes variando os parâmetros que influem nas rigidezes isoladas (rigidez da laje, do perfil de aço e da conexão de cisalhamento) que compõem a rigidez rotacional. Finalmente, os resultados obtidos com os modelos numéricos foram analisados, e propostos fórmulas e procedimentos para a determinação das rigidezes isoladas e, conseqüentemente, da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal.

A rigidez rotacional das vigas mistas de alma senoidal foi calculada pela expressão da rigidez de molas ligadas em série, considerando as rigidezes isoladas da laje, do perfil de aço e da conexão de cisalhamento. Foi tomada para a rigidez da laje a expressão prescrita pelo PR-NBR 8800 (2007) para vigas mistas de alma plana. A adequação dessa expressão para vigas mistas de alma senoidal foi verificada, uma vez que nas lajes planas os resultados numéricos foram, com apenas uma exceção, sempre superiores aos dados por essa expressão e nas lajes mistas os resultados numéricos foram superiores ou ligeiramente inferiores aos da expressão, com exceção de três casos que possuem conexões de cisalhamento pouco comuns na prática, conforme mencionado anteriormente neste trabalho.

Similarmente à fórmula da rigidez da alma plana prescrita pelo PR-NBR 8800 (2007), uma fórmula para a rigidez da alma senoidal foi obtida, considerando a alma como uma viga engastada na extremidade ligada à mesa superior e livre na outra extremidade. Nos resultados numéricos de rigidez da alma, foi claramente detectada, a influência da flexibilidade rotacional da mesa superior do perfil de aço e conseqüentemente da imperfeição do seu engastamento com a alma senoidal. Para permitir a comparação dos resultados numéricos com os da expressão analítica de rigidez da alma senoidal, um coeficiente de redução, simbolizado por  $\alpha_{red}$ , foi adicionado nessa expressão, visando à obtenção de valores de rigidez que considerem, não somente a contribuição da flexibilidade da alma, mas sim de todo o perfil de aço. Por isso, neste trabalho, a rigidez da alma passou a ser denominada rigidez do perfil de aço. Utilizando-se regressão linear multivariável, pelo método dos mínimos quadrados, uma expressão para o coeficiente de redução,  $\alpha_{red}$ , foi determinada em função da espessura e da altura da alma e da espessura da mesa ligada à laje. A adequação da fórmula proposta para rigidez do perfil de aço foi confirmada pela boa concordância observada entre os valores propostos e os numéricos, com desvio máximo para menos de 7,3 % e para mais de 13,4 %.

A rigidez da conexão de cisalhamento, que é desconsiderada nas vigas de alma plana, não pôde ser desprezada no cálculo da rigidez rotacional das vigas mistas de alma senoidal. Isto porque sua contribuição na flexibilidade rotacional da viga é relevante, chegando a 15 % nas vigas mistas com lajes planas e 24 % nas vigas mistas com lajes

mistas. Este trabalho propõe o emprego de tabelas com valores de rigidez da conexão de cisalhamento pré-fixados, obtidos com base na análise numérica e agrupados conforme os parâmetros que influenciam essa rigidez.

O escopo deste trabalho limita-se às vigas mistas com propriedades mecânicas dos materiais normalmente utilizados na prática no Brasil ou, é claro, conservadoramente, superiores a essas. Assim, as propriedades adotadas foram estabelecidas considerando os materiais mais empregados no Brasil na formação de perfis de alma senoidal, no concreto, na armadura, na fôrma de aço incorporada das lajes mistas e nos conectores de cisalhamento. Foram consideradas somente fôrmas de aço incorporadas de nervuras trapezoidais espaçadas (eixo a eixo) de 268 mm, com altura de 75 mm, abertura na base de 119 mm e no topo de 155 mm e conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça de diâmetro de 19 mm e altura, após instalados, de 76 mm para lajes planas e 127 mm para lajes mistas, tendo em vista serem essa fôrma e esses conectores os mais utilizados no Brasil nas vigas mistas com lajes mistas. Adicionalmente, os perfis de aço abordados neste trabalho possuem altura máxima de 1200 mm e mínima de 500 mm, espessura da mesa conectada à laje de concreto máxima de 19 mm e mínima de 6,3 mm e largura desta mesa igual ou superior a  $\frac{1}{4}$  da altura da alma.

Os resultados finais da rigidez rotacional da viga mista no procedimento proposto por este trabalho foram, em sua maioria, conservadores em relação aos da análise numérica, a rigor no máximo 58 % e 17 % menores que os valores obtidos numericamente nos modelos de lajes planas e mistas, respectivamente. Somente três casos apresentaram rigidezes propostas maiores que as numéricas, sendo que o maior desvio foi de 2,6 %. Assim, acredita-se que o procedimento proposto possa ser utilizado com segurança, conduzindo a bons resultados sob o ponto de vista prático.

A flambagem lateral com distorção (FLD) em vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas deve ser verificada nas regiões de momento negativo e, em muitas situações, constitui-se no estado limite último predominante. Neste contexto, acredita-se que os resultados deste trabalho representem uma contribuição fundamental para o projeto de vigas mistas de alma senoidal, pois permitem a determinação da capacidade resistente à FLD uma vez que, com o valor da rigidez rotacional definido, o momento

crítico elástico na região de momento negativo pode ser determinado e o momento fletor negativo resistente pode ser imediatamente obtido por uma das aproximações de projeto já mencionadas anteriormente.

## **6.2. Avaliação global e sugestões para trabalhos futuros**

Do que foi observado dos estudos e pesquisas realizados até o presente, das análises realizadas neste trabalho, considera-se que o mesmo represente uma contribuição adicional para compreensão e caracterização do fenômeno da flambagem lateral com distorção (FLD) de vigas mistas de aço e concreto. Mas a principal força deste trabalho encontra-se no seu lado inédito, que vem da formulação desenvolvida para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal. No entanto, não se pode perder de vista que os resultados apresentados têm como limites inferiores as propriedades mecânicas dos materiais normalmente utilizados no Brasil e se restringem, por exemplo, a perfis de aço que se situem dentro de determinadas dimensões (altura entre 1200 mm e 500 mm, espessura da mesa conectada à laje de concreto entre 19 mm e 6,3 mm e largura desta mesa igual ou superior a  $\frac{1}{4}$  da altura da alma), a fôrmas de aço incorporadas, quando usadas, com nervuras trapezoidais de altura de 75 mm espaçadas de 268 mm, abertura na base de 119 mm e no topo de 155 mm e conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça de diâmetro de 19 mm e uma altura, nas lajes planas de 76 mm e nas lajes mistas de 127 mm.

Procurou-se, em todas as etapas da pesquisa, considerar da forma mais precisa possível todos os fatores envolvidos na questão da FLD de vigas de mistas com perfis de aço de alma senoidal, buscando assegurar a confiabilidade da formulação desenvolvida e garantir a futuros interessados o seu uso com segurança. A metodologia utilizada e a sua implementação se mostraram adequadas, o que possibilitou o entendimento e a validação dos resultados.

Contudo, alguns itens merecem estudos complementares e existem assuntos correlatos que podem ser abordados em pesquisas posteriores. Portanto, sugere-se:

- ajustar melhor a formulação proposta para a rigidez da laje de vigas mistas de alma senoidal, ou seja, a mesma expressão prescrita pelo PR-NBR 8800 (2007) para a

rigidez da laje de vigas mistas de alma plana, visando reduzir os desvios observados entre os valores propostos e os numéricos, principalmente para as vigas mistas com lajes planas, que apresentaram os maiores desvios;

- desenvolver uma expressão matemática para a rigidez da conexão de cisalhamento de vigas mistas com perfis de alma senoidal com base nos valores obtidos neste trabalho. Acredita-se que um ponto de partida para isto seja a fórmula semi-empírica da rigidez da conexão de cisalhamento de CHEN (1992) para vigas mistas com perfis de alma plana enrijecida;
- aumentar a abrangência do escopo deste trabalho determinando a rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal com propriedades mecânicas diferentes. Podem ser estudadas, como por exemplo, vigas mistas com lajes fabricadas em concreto leve, vigas mistas com perfis de alma senoidal fabricados com outros tipos de aço, entre outras;
- aumentar a abrangência do escopo deste trabalho determinando a rigidez rotacional de vigas mistas com outros tipos de lajes e conexões de cisalhamento. Podem ser estudadas, como por exemplo, vigas mistas com lajes planas e conexão de cisalhamento constituída por perfis “U” laminados ou formados a frio, vigas mistas com lajes mistas compostas por fôrmas de aço incorporada de diferentes dimensões, entre outras;
- desenvolver modelos numéricos para a determinação direta do momento crítico elástico na região de momento negativo de vigas mistas com perfis de alma senoidal. Sugerem-se modelos compostos pelo perfil de aço de alma senoidal, por um apoio rígido de translação e por uma mola rotacional, localizados no centro da mesa superior do perfil de aço. A mola rotacional teria, por exemplo, rigidez igual à rigidez rotacional determinada neste trabalho;
- determinar o momento crítico elástico na região de momento negativo em vãos extremos e internos de vigas mistas com perfis de alma senoidal. Para isso, sugere-se processar análises lineares em modelos numéricos com dois vãos e três apoios

simulando vãos extremos e modelos numéricos com três vãos e quatro apoios simulando vãos internos. Sugere-se ainda analisar diversas situações de carregamentos verticais visando à obtenção de valores consistentes para o fator de modificação de momento fletor não-uniforme;

- realizar ensaios de laboratório em escala real em protótipos de vigas mistas com perfis de alma senoidal compondo um mecanismo “U” invertido, conduzidos até a resistência última à flexão vertical, para identificação do modo de colapso, determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção, entre outras questões de interesse;
- desenvolver modelos numéricos que retratem o comportamento dos protótipos experimentais do item anterior e permitam, por exemplo, a realização de análises não-lineares, incluindo a modelagem das imperfeições geométricas, tensões residuais e escoamento do aço, além de esmagamento e fissuração do concreto;
- estudar a influência das imperfeições geométricas, tensões residuais e escoamento do aço e esmagamento e fissuração do concreto na flambagem lateral com distorção, para verificar a adequação das curvas de resistência à compressão de barras comprimidas na determinação do momento fletor resistente à FLD, conforme prescreve o PR-NBR 8800 (2007).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS, Finite element program user's manuals, Versão 9.0, ANSYS, Inc., Crononsburg, Estados Unidos, 2004.

ABNT NBR 5739 “Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1994.

ABNT NBR 6118 “Projeto de Estruturas de Concreto”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2001.

ABNT NBR 7222 “Argamassa e concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1994.

ABNT NBR 8522 “Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2003.

ABNT, PR-NBR 8800 “Projeto e Execução de Estruturas de Aço e Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Projeto de Revisão da NBR 8800, 2007. (Disponível no sítio [www.dees.ufmg.br](http://www.dees.ufmg.br)).



AISC “Load and Resistance Factor Design: Specification for Structural Steel Buildings”, American Institute of Steel Construction, Chicago, 1986.

ANSI/AISC 360-05 “Specification for structural steel buildings”, American Institute of Steel Construction, Chicago, 2005.

BSI, BS 5950-3.1:1990: “Structural use of steelwork in building- Part 3.1: Code of practice for design of simple and continuous composite beams”, British Standards Institution, London, 1990.

BSI, BS 5950-1:1985: “Structural use of steelwork in building- Part1: Code of practice for design- Rolled and welded sections”, British Standards Institution, London, 1985.

BSI, BS 5400-3:2000: “Steel, concrete and composite bridge- Part3: Code of practice for design of steel bridges”, British Standards Institution, London, 2000.

BRADFORD, M.A. Inelastic buckling of I-beams with continuous elastic tension flange restraint. *Journal of Constructional Steel Research* 48, 63-77, 1998.

BRADFORD, M.A., GAO, Z. Distortional buckling solutions for continuous composite beams. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, N° 1, 73-89, Jan 1992.

BRADFORD, M.A., JOHNSON, R. P. Inelastic buckling of composite bridge girders near internal supports. *Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2*, 83, 143-159, Mar 1987.

BRADFORD, M.A., TRAHAIR, N. S. Distortional buckling of I-Beams. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, vol. 107, N° ST2, 355-370, Feb 1981.

CALENZANI A.F.G., FAKURY R.H., de PAULA F.A., RODRIGUES F.C., QUEIROZ G., PIMENTA, R.J. Determinação da rigidez rotacional de vigas mistas de alma senoidal no estado limite de flambagem lateral com distorção. *CMNE/CILAMCE 2007*, Porto, Portugal, 2007.

CALENZANI A.F.G., FAKURY R.H., de PAULA F.A., RODRIGUES F.C., QUEIROZ G., PIMENTA, R.J. Determinação da rigidez à torção de vigas mistas de alma senoidal no estado limite de flambagem lateral com distorção. CMNE/CILAMCE 2006, Belém, Pará, 2006.

CEN, EN 1993-1-1:2003: “Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings”, EUROCODE 3, European Committee for Standardization, Bruxelas, Bélgica, 2003.

CEN, EN 1993-1-5:2006: “Design of steel structures. Part 1-5: Plated structural elements”, EUROCODE 3, European Committee for Standardization, Bruxelas, Bélgica, 2006.

CEN, EN 1993-1-1:1984: “Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings”, EUROCODE 3, European Committee for Standardization, Bruxelas, Bélgica, 1984.

CEN, EN 1994-1-1:2004: “Design of composite steel and concrete structures: Part 1.1: general rules and rules for buildings”. EUROCODE 4, European Committee for Standardization, Bruxelas, Bélgica, 2004.

CEN, EN 1994-1-1:1991 “Design of composite steel and concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings”, EUROCODE 4. European Committee for Standardization - Bruxelas, Bélgica, 1991.

CEN, EN 1994-1-1:1985 “Design of composite steel and concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings”, EUROCODE 4. European Committee for Standardization - Bruxelas, Bélgica, 1985.

CHEN, S. Instability of composite beams in hogging bending. University of Warwick, U.K., 1992, PhD thesis.

CODEME ENGENHARIA S.A. Perfis de alma senoidal – Critérios de projeto, versão 1.1, Brasil, 2005.

de HOOP H. G., Literature Study, Master Thesis: Girders with corrugated webs, Iv-Bouw & Industrie, Technische Universiteit Delft, Netherlands, 2003-a.

de HOOP H. G., Explorative Analysis, Master Thesis: Girders with corrugated webs, Iv-Bouw & Industrie, Technische Universiteit Delft, Netherlands, 2003-b.

FAN, C. K. R. Buckling in continuous composite beams. University of Warwick, U.K., 1990, PhD thesis.

GALAMBOS, T.V. Guide to stability design criteria for metal structures. 4 ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.

GLP, Corrugated Plate Industry, disponível em <http://www.cpi-glp.com/>, acesso em 08/03/2005.

GOLTERMANN, P., SVENSSON, S. E. Lateral distortional buckling: predicting elastic critical stress. J. Struct. Div. Am. Soc. Civ. Engrs, Jul 1988, 114, ST7, 1606-1625.

HANSWILLE, G. Lateral torsional buckling of composite beams. Comparison of more accurate methods with EUROCODE 4. Em: J.F. Hajjar, M. Hosain, W.S. Easterling and B. M. Shahrooz (eds), Composite Construction in Steel and Concrete IV. American Society of Civil Engineers, New York, 2002.

HELWIG A., FRANK K. H. and YURA J. A. Lateral-torsional buckling of singly symmetric I-beams, Journal of Structural Engineering, ASCE, 1997.

JOHNSON, R.P. Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, Columns, Frames, and Applications in Buildings, 3 ed. Oxford: Blackwell scientific publications, 2004.

JOHNSON, R. P., CHEN, S. Stability of continuous composite plate girders with U-frame action. Proc. Instn Civ. Engrs Structs & Bldgs, 99, 187-197, May 1993.

JOHNSON, R. P., CHEN, S. Strength and stiffness of discrete U-frames in composite plate girders. Proc. Instn Civ. Engrs Structs & Bldgs, 99, 199-209, May 1993.

JOHNSON, R.P., FAN, C.K.R. Distortional lateral buckling of continuous composite beams. Proc. Instn Civil Engrs, Part 2, 131-161, 1991.

JOHNSON, R.P., MOLENSTRA, N. Strength and stiffness of shear connections for discrete U-frame action in composite plate girders. The structural engineer, vol. 68, N° 19/2, 386-392, Oct 1990.

JOHNSON, R.P., ANDERSON, D. Designers' guide to EN 1994-1-1 EUROCODE 4: Design of composite steel and concrete structures, Designers' guides to the EUROCODES, Thomas Telford, 2004.

LINDNER, J. Lateral torsional buckling of composite beams. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 46, N° 1-3, 1998.

KIRBY, P.A., NETHERCOT, D.A. Design for structural stability, John Wiley & Sons Inc., New York, 1979.

LINDNER J. Lateral-Torsional buckling of beams with trapezoidally corrugated webs, Proceedings of the 4th International Colloquium on Stability of Steel Structures, Budapest, Hungary, 1990.

LAWSON, R. M., RACKHAM, J. W. Design of Haunched composite beams in buildings. The steel construction institute (SCI), Ascot, 1989, Publication 060.

MINITAB STATISTICAL SOFTWARE, MINITAB Stat guide, versão 14.1, State College, Pennsylvania, Estados Unidos, 2003.

PARK, J.S., STALLINGS, J.M., KANG, Y.J. Lateral torsional buckling of prismatic beams with continuous top-flange bracing, *Journal of Constructional Steel Research*, 147-160, 2004.

PLAIS, W. Perfis de alma senoidal, Versão 1.0, CODEME Engenharia S.A., Betim, Brasil, 2005.

QUEIROZ, F. D. VELLASCO, P. C. G. S. NETHERCOT, D.A. Structural assessment of composite beams using the finite element method, 4th European Conference on Steel and Composite Structures, Eurosteel 2005, Maastricht, pp. 4.3-49–4.3-58, 2005.

RADHUBER CONSULTING, disponível em <http://www.radhuber.com/>, acesso em 15/3/2005.

RESENDE, C. C. A utilização do perfil de alma senoidal na construção. III CICOM, Ouro Preto, Minas Gerais, 2006.

ROIK, K., HANSWILLE, G., KINA, J. Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams (em alemão). *Stahlbau*, 59, 327-332, 1990.

SAYED-AHMED E. Y., Behaviour of steel and (or) composite girders with corrugated steel webs, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2001, 28, No. 4, pg 656–672.

SAYED-AHMED E. Y., Lateral torsion-flexure buckling of corrugated web steel girders, *Structures & Buildings*, 158, Fevereiro 2004, pg 53-69.

SIOKOLA, W. Corrugated Web Beam: Technical Documentation, 4 ed., ZEMAN & CO., 1999.

SIOKOLA, W. Wellstegträger: Herstellung und Anwendung von tragern mit profiliertem steg – Verlag Ennst & Sohn, *Stahlbau* 66, 1997.

THAHAIR, N. S., Flexural-torsional buckling of structures, E&FN Spon, London, 1993.

THAHAIR, N. S., BRADFORD, M. A. The Behaviour and design of steel structures, 2nd ed., Chapman & Hall, New York, N.Y., 1988.

TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M., Theory of elastic stability, 2 ed., McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1961.

WANG, X. Behavior of Steel members with Trapezoidally Corrugated Webs and Tubular Flanges under Static Loading, Drexel University, Doctor Thesis 2003.

WESTON, G., NETHERCOT, D.A., CRISFIELD, M.A. Lateral buckling in continuous composite bridge girders. The Structural Engineer, Vol. 69, N° 5/5, Mar 1991.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)