

MODELAGEM SISMOELÉTRICA 2D DO ACOPLAMENTO POROELÁSTICO-
ELETROMAGNÉTICO USANDO O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

FRANCISCO JOCLEAN ALVES VANZELER

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE – UENF

LABORATÓRIO DE ENGENHARIA E EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO –

LENEP

MACAÉ – RJ / 2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**MODELAGEM SISMOELÉTRICA 2D DO ACOPLAMENTO POROELÁSTICO-
ELETROMAGNÉTICO USANDO O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS**

FRANCISCO JOCLEAN ALVES VANZELER

Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

ORIENTADOR: VIATCHESLAV IVANOVICH PRIIMENKO

MACAÉ-RJ / 2008

MODELAGEM SISMOELÉTRICA 2D DO ACOPLAMENTO POROELÁSTICO-ELETROMAGNÉTICO USANDO O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

FRANCISCO JOCLEAN ALVES VANZELER

Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

Apresentação: 23 de junho de 2008

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Georgy Mitrofanov (Academia de Ciências Russa)

Prof^a. Dr^a. Roseane Marchezi Misságia (UENF)

Dr. Djalma M. Soares Filho - (Petrobras)

Prof. Dr. Viatcheslav Ivanovich Priimenko – UENF (Orientador)

A simulação científica através da modelagem matemática desempenha nos dias de hoje um papel chave no desenvolvimento científico e tecnológico, funcionando como um extraordinário laboratório virtual. Qualquer sistema físico, químico, biológico, econômico que tenha seu comportamento descrito aproximadamente por um conjunto de equações matemáticas pode ser reproduzido num experimento numérico, cuja análise dos resultados servirão de base para se adquirir novos conhecimentos sobre o sistema objeto que estudamos.

Agradecimentos

Ao orientador, Professor Priimenko, pela orientação deste trabalho;

À colega Ana Beatriz, nas discussões iniciais sobre os problemas numéricos da poroelasticidade;

Ao colega Luis Alberto, pelas discussões da solução do parte *stiff* do problema poroelástico;

Ao Seth Haines, da Universidade de Stanford pelas idéias sobre a solução numérica da parte elétrica do problema sismoelétrico.

Sumário

LISTA DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABELAS.....	xi
LISTA DE SIMBOLOS.....	xii
RESUMO.....	xvii
ABSTRACT.....	xix
INTRODUÇÃO.....	xxii
CAPITULO 1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
CAPITULO 2 COMPORTAMENTO FÍSICO DO MEIO POROSO.....	8
2.1 Meio Poroso como Meio Contínuo.....	8
2.2 Elasticidade do Meio Poroso.....	11
2.2.1 Tensão Efetiva.....	12
2.2.2 Deformações e Equações Constitutivas.....	13
2.2.3 Constantes Poroelásticas.....	14
2.3 Fluxo de Fluido em Meio Poroso.....	14
2.4 Comportamento Eletrocinético do Meio Poroso.....	17
2.4.1 Potencial Zeta e Dupla Camada Elétrica.....	17
2.4.2 Efeitos Eletrocinéticos.....	20
CAPITULO 3 EQUAÇÕES DO ACOPLAMENTO POROELÁSTICO- ELETROMAGNÉTICO.....	23
3.1 Elastodinâmica do Meio Poroso.....	23
3.1.1 Introdução.....	23
3.1.2 Equações Poroelásticas em Escala Microscópica.....	26
3.1.3 Média das Equações e Equações na Escala Macroscópica.....	27
3.2 Equações da Continuidade de Massa e Carga Elétrica.....	39
3.2.1 Lei de Darcy Generalizada.....	40
3.2.2 Lei de Ohm Generalizada.....	42
3.3 Eletrodinâmica do Meio Poroso.....	43
3.3.1 Equações na Escala Granular.....	43
3.3.2 Equações na Escala do Volume Contínuo.....	49
3.4 Equações de Pride.....	55
CAPITULO 4 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE PRIDE.....	58

4.1 Equações do Caso Sismoelétrico 2D.....	63
4.2 Solução Numérica das Equações do Caso Sismoelétrico 2D.....	65
4.2.1 Solução por Diferenças Finitas no Domínio do Tempo.....	66
4.2.2 Discretização das Equações Sismoelétricas 2D.....	70
4.2.3 Dispersão Numérica e Estabilidade.....	84
4.2.4 Absorção nos Contornos da Malha Numérica.....	90
CAPITULO 5 MODELAGEM COMPUTACIONAL SISMOELÉTRICA.....	92
5.1 Modelos Sismoelétricos 2D.....	95
5.2 Implementação Computacional das Equações Sismoelétricas.....	99
5.3 Análise dos Resultados da Modelagem Sismoelétrica.....	101
5.4 Programação das Equações Discretizadas em MATLAB.....	126
CAPITULO 6 CONCLUSÕES.....	130
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	134
APÊNDICE A PROGRAMAS MATLAB.....	145
GLOSSÁRIO.....	160

Lista de Figuras

Figura 2.1.1	Imagem de um elemento contínuo de uma rocha porosa.....	9
Figura 2.3.1	Relação entre o gradiente da velocidade e a tensão cisalhante : A) Fluido Newtoniano e B) Fluido Não-Newtoniano.....	16
Figura 2.4.1.1	Distribuição de cargas na interface sólido-fluido e a função potencial elétrico versus distância (Haines, 2004).....	18
Figura 4.2.1.1	Exemplos de malhas numéricas espaciais (Cuminato e Junior).....	67
Figura 4.2.2.1	Célula espacial sismoelétrica com as posições das variáveis e parâmetros.....	75
Figura 5.2.1	Assinatura sísmica explosiva do tipo segunda derivada da função Gaussiana.....	101
Figura 5.3.1	Geometria de fonte e receptores dos modelos homogêneos...	102
Figura 5.3.2	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinadas nas direções X e Z do arenito homogêneo.....	103
Figura 5.3.3	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinadas nas direções X e Z do argila homogênea.....	104
Figura 5.3.4	Geometria de fonte e receptores usada nos modelos heterogêneos. A primeira figura simula receptores na horizontal e a segunda figura receptores na vertical.....	107
Figura 5.3.5	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada	

	devido ao contraste de 10 e 30 % na porosidade, medida na horizontal nas direções X e Z.....	108
Figura 5.3.6	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido ao contraste de 10 e 30 % na porosidade, medida na vertical nas direções X e Z.....	109
Figura 5.3.7	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido ao contraste de salinidade medida na horizontal nas direções X e Z.....	110
Figura 5.3.8	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido ao contraste de salinidade medida na vertical nas direções X e Z.....	111
Figura 5.3.9	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido ao contraste no contato óleo-água medida na horizontal nas direções X e Z.....	113
Figura 5.3.10	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido ao contraste no contato óleo-água medida na vertical nas direções X e Z.....	114
Figura 5.3.11	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido a interface arenito-argila medida na horizontal nas direções X e Z.....	116
Figura 5.3.12	Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido a interface arenito-argila medida na vertical nas direções X e Z.....	117
Figura 5.3.13	Geometria de fonte e receptores usada nos modelos de camada fina. A primeira figura simula receptores na horizontal e a segunda figura na vertical.....	120

Figura 5.3.14 Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-Irradiada devido a camada fina de 5m de argila num arenito, medida na horizontal nas direções X e Z.....	121
Figura 5.3.15 Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-Irradiada devido a camada fina de 5m de argila no arenito, medida na vertical nas direções X e Z.....	122
Figura 5.3.16 Geometria de fonte e receptores usado no modelo de pequeno bloco 5x5 m. A primeira figura simula receptores na horizontal e a segunda figura na vertical.....	123
Figura 5.3.17 Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido a um bloco de 5X5 m de argila num arenito, medido na horizontal nas direções X e Z.....	124
Figura 5.3.18 Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido a um bloco de 5X5 m de argila num arenito, medido na vertical nas direções X e Z.....	125
Figura 5.4.1 Fluxograma do algoritmo da solução numérica sismoelétrica 2D.....	127

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 Parâmetros das rochas porosas usados como base para construção dos modelos sismoelétricos, medidos no sistema SI..	95
Tabela 5.2 Parâmetros dos fluidos do espaço poroso usados nos modelos sismoelétricos, medidos no sistema SI.....	98

Lista de Símbolos e Notações

Símbolos Latinos

a, a_{poro}	Dimensão linear de poros	[m]
b_l	Mobilidade iônica	[ms ⁻¹]
\mathbf{b}_s	Campo de indução magnética no grão	[T]
\mathbf{b}_f	Campo de indução magnética no fluido	[T]
c	Concentração	[mol]
	Velocidade	[m s ⁻¹]
d	Profundidade de investigação sismoelétrica	[m]
\mathbf{d}	Força de arrasto	[Kg m s ⁻²]
\mathbf{d}_s	Campo de deslocamento elétrico no grão	[A m ⁻²]
\mathbf{d}_f	Campo de deslocamento elétrico no fluido	[A m ⁻²]
e_{kl}	Tensor de deformação	[1]
e	Carga eletrônica	[C]
e_i	Componentes de deformação volumétrica do esqueleto sólido	[1]
\mathbf{e}_s	Campo elétrico no grão	[V m ⁻¹]
\mathbf{e}_f	Campo elétrico no fluido	[V m ⁻¹]
f, f_c	Freqüência, freqüência de corte	[s ⁻¹]
$\mathbf{f}_f, \mathbf{f}_s$	Forças volumétricas das fases líquida e sólida	[Kg m s ⁻²]
g	Fator de atenuação de borda	[1]
h	Dimensão linear da malha espacial	[m]

\mathbf{h}_s	Campo magnético no grão	$[\text{A m}^{-1}]$
\mathbf{h}_f	Campo magnético no fluido	$[\text{A m}^{-1}]$
\mathbf{j}_f	Densidade de corrente elétrica no fluido	$[\text{A m}^{-2}]$
k	Permeabilidade hidráulica	$[\text{m}^2]$
	Número de onda	$[\text{rad m}^{-1}]$
k_s	Constante dielétrica do grão	[1]
k_f	Constante dielétrica do fluido	[1]
l	Dimensão linear do volume médio	[m]
m	Fator de cimentação	[1]
	Massa induzida	$[\text{Kg m}^{-3}]$
n_j	Componentes do vetor normal à superfície	[1]
\mathbf{n}	Vetor normal a uma superfície	[1]
r	Raio do tubo capilar	[m]
t	Variável tempo	[s]
\mathbf{u}	Vetor deslocamento no volume poroso	[m]
$\mathbf{u}_f, \mathbf{u}_s$	Vetor deslocamento nas fases fluida e sólida	[m]
v_i	Velocidade relativa sólido-fluido microscópica	$[\text{m s}^{-1}]$
v_p	Velocidade de fase	$[\text{m s}^{-1}]$
v_g	Velocidade de grupo	$[\text{m s}^{-1}]$
\mathbf{x}	Vetor posição	[m]
z	Valência iônica	[1]
\mathbf{w}	Vetor deslocamento relativo entre o sólido e o fluido	[m]
A	Área	$[\text{m}^2]$
\mathbf{B}	Campo de indução magnética	[T]
\mathbf{B}_s	Campo de indução magnética no grão	[T]
\mathbf{B}_f	Campo de indução magnética no fluido	[T]
C	Compressibilidade de Biot	[Pa]
C_m	Concentração de sal	$[\text{mol l}^{-1}]$

C_{ijkl}	Tensor de elasticidade	[Pa]
\mathbf{D}	Campo de deslocamento elétrico	[A m ⁻²]
\mathbf{D}_s	Campo de deslocamento elétrico no grão	[A m ⁻²]
\mathbf{D}_f	Campo de deslocamento elétrico no fluido	[A m ⁻²]
\mathbf{E}	Campo elétrico	[V m ⁻¹]
\mathbf{E}_s	Campo elétrico no grão	[V m ⁻¹]
\mathbf{E}_f	Campo elétrico no fluido	[V m ⁻¹]
F	Constante de Faraday	[A s mol ⁻¹]
	Fator de formação	[1]
\mathbf{F}	Forças dissipativas	[Kg m s ⁻²]
\mathbf{F}_i	Tensão no fluido	[Kg m ⁻¹ s ⁻¹]
G	Módulo de cisalhamento matriz porosa	[Pa]
H	Módulo elástico da matriz porosa saturada	[Pa]
\mathbf{H}	Campo magnético	[A m ⁻¹]
\mathbf{H}_s	Campo magnético no grão	[A m ⁻¹]
\mathbf{H}_f	Campo magnético no fluido	[A m ⁻¹]
\mathbf{I}	Matriz identidade	[1]
\mathbf{J}	Densidade de corrente elétrica total	[A m ⁻²]
\mathbf{J}_c	Densidade de corrente elétrica de condução no fluido	[A m ⁻²]
\mathbf{J}_d	Densidade de corrente elétrica de difusão no fluido	[A m ⁻²]
\mathbf{J}_f	Densidade de corrente elétrica no fluido	[A m ⁻²]
\mathbf{J}_n	Densidade de corrente elétrica de difusão na superfície	[A m ⁻²]
\mathbf{J}_s	Densidade de corrente elétrica de fluxo do fluido	[A m ⁻²]
\mathbf{J}_i^f	Fluxo de massa total	[m ³ s ⁻¹]
\mathbf{J}_i^e	Fluxo de carga elétrica total	[m ³ s ⁻¹]
K	Compressibilidade do meio poroso seco	[Pa]
	Constante de Boltzmann	[Kg m ² s ⁻² K ⁻¹]

K_c	Compressibilidade do meio poroso saturado	[Pa]
K_f, K_s	Compressibilidade do fluido e do grão	[Pa]
K_U	Módulo de compressibilidade volumétrica	[Pa]
L	Coeficiente de acoplamento eletrocínético	[As ² Kg ⁻¹]
	Comprimento de amostra porosa	[m]
L_{11}	Coeficiente generalizado de condutividade hidráulica	[m ² Pa ⁻¹ s ⁻¹]
L_{12}	Coeficiente de acoplamento de transporte de massa	[As ² Kg ⁻¹]
L_{21}	Coeficiente de acoplamento de transporte de carga	[As ² Kg ⁻¹]
L_{22}	Coeficiente generalizado de condutividade elétrica	[Sm ⁻¹]
L_m	Comprimento médio de trajetória de fluxo	[m]
M	Compressibilidade de Biot	[Pa]
N_1	Número de Íons por unidade de volume	[m ⁻³]
N_λ	Fator de resolução de amostragem espacial	[1]
N_a	Número de pontos da borda absorvente	[1]
P	Pressão	[Pa]
P_f	Pressão de fluido	[Pa]
Q	Vazão de fluido	[m ³ s ⁻¹]
	Carga livre por unidade de área adsorvida	[C]
S	Área	[m ²]
	Fator de Courant	[1]
	Função fonte	[1]
S_{mnij}	Inverso do tensor de elasticidade	[Pa ⁻¹]
T	Tortuosidade	[1]
T_r	Temperatura absoluta	[K]
U_i	Componentes do vetor velocidade da matriz sólida	[m s ⁻¹]
V	Volume	[m ³]
V_V	Volume de vazios	[m ³]
V_P	Volume de poros	[m ³]

V_o	Volume de referência	$[m^3]$
V_{p-s}	Velocidades compressional do grão	$[m s^{-1}]$
V_s	Velocidades cisalhante do grão	$[m s^{-1}]$
V_{p-f}	Velocidades compressional do fluido	$[m s^{-1}]$
W_i	Componentes do vetor velocidade relativa sólido-fluido	$[m s^{-1}]$

Símbolos Gregos

α	Coeficiente de tensão efetiva	[1]
α_{ij}	Coeficiente de pressão de poro	[1]
β	Fator adimensional que depende da geometria poro	[1]
γ_i	Componentes da deformação cisalhante	[1]
δ_{ij}	Delta de Kronecker	[1]
δ	Profundidade de penetração eletromagnética	[m]
ϵ	Permissividade dielétrica	$[C^2 N^{-1} m^{-2}]$
ϵ_0	Permissividade dielétrica do vácuo	$[C^2 N^{-1} m^{-2}]$
ϵ_{ijk}	Tensor de Levi-Civita	[1]
ζ	Potencial zeta	[V]
	Coeficiente de pressão	$[Kg m^{-3} Pa]$
	Deformação volumétrica do deslocamento relativo do fluido	[1]
η	Viscosidade do fluido	[Pa s]
λ	Constante de Lamé da matriz porosa	[Pa]
	Comprimento de onda	[m]
λ_c	Constante de Lamé da matriz porosa saturada	[Pa]
λ_d	Distância de Deye	[m]
μ	Permeabilidade magnética	$[Wb A^{-1} m^{-1}]$
	Módulo de cisalhamento	[Pa]
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo	$[Wb A^{-1} m^{-1}]$

μ_c	Módulo de cisalhamento do meio poroso saturado	[Pa]
ρ_B	Densidade volumétrica	[Kg m ⁻³]
ρ_E	Densidade de massa induzida	[Kg m ⁻³]
ρ_q	Densidade de carga elétrica	[C m ⁻³]
ρ_{f0}	Densidade de referência do fluido	[Kg m ⁻³]
ρ_f, ρ_s	Densidade do fluido e grão sólido	[Kg m ⁻³]
σ	Condutividade de corrente elétrica volumétrica	[S m ⁻¹]
σ_f	Condutividade de corrente elétrica no fluido	[S m ⁻¹]
τ, τ_{ij}	Tensor de tensão	[Pa]
τ_f, τ_s	Tensão no fluido e tensão no sólido	[Pa]
τ_{ij}^e	Tensor de tensão efetiva	[Pa]
ϕ	Porosidade	[1]
φ	Potencial eletrocinético	[V]
	Potencial gravitacional	[Kg m ² s ⁻²]
φ_ξ	Fração volumétrica	[1]
ω	Freqüência angular	[rad s ⁻¹]
ω_t	Freqüência angular de transição	[rad s ⁻¹]
Φ	Potencial hidráulico total	[m s ⁻²]
	Potencial elétrico no fluido	[V]
Ψ	Função de atenuação de borda	[1]

RESUMO

Este trabalho utiliza as equações do fenômeno poroelástico-eletromagnético acoplados para simular pelo método das diferenças finitas no domínio do tempo as respostas sismoelétricas de modelos porosos saturados bidimensionais. As fontes sísmicas são do tipo explosivo analítica com frequência de corte 100 Hz. Os receptores foram localizados na direção horizontal e na vertical.

Foram simulados seis modelos porosos heterogêneos cujas respostas serviram para definir os tipos de interfaces que geram sinais sismoelétricos, as dimensões mínimas da heterogeneidade para detectabilidade sismoelétrica e o raio de investigação máxima. Observou-se resposta sismoelétrica irradiada em interfaces com contraste de porosidade, salinidade, litologia e fluido óleo-água. Detectou-se sinal sismoelétrico irradiado em um bloco de argila de 5X5 m, que é o tamanho da malha numérica. A máxima distância de investigação observada foi de 244 m, limitado pelo tamanho do modelo que depende do cálculo da matriz inversa do Laplaciano do potencial elétrico. Os resultados obtidos sugerem a possibilidade de se planejar uma aquisição sismoelétrica conjuntamente com uma aquisição sísmica de superfície para objetivos rasos ou com uma aquisição sísmica em poço e interpoços para objetivos dentro do raio de investigação máxima.

Os sinais gerados nas interfaces sismoelétricas podem ser usados como informação complementar às informações sísmicas e usadas para interpretação e caracterização de interfaces invisíveis à sísmica. Uma outra possibilidade de utilização do sinal sismoelétrico é no monitoramento 4D em casos de variação de salinidade e em casos de substituição de fluido.

Este trabalho contribuiu para a modelagem quantitativa do sinal sismoelétrico em interfaces de porosidade, salinidade, contato óleo-água, contato litológico arenito-argila, para inferir a detectabilidade de microestruturas do tipo camada fina e pequeno bloco, para avaliação 4D, e na definição de uma distância de investigação máxima. Para melhor entendimento e utilização do

fenômeno poroelástico-eletromagnético como ferramenta geofísica seria bom testar modelos maiores, complexos, numa banda mais ampla de frequência e utilizar também fontes de corrente elétrica.

Alguns resultados deste trabalho foram apresentados no 77^o Congresso da Sociedade de Exploração Geofísica e no 10^o Congresso da Sociedade Brasileira de Geofísica.

ABSTRACT

This work uses the equations of the coupled poroelastic-electromagnetic phenomena to simulate by finite-difference methods the seismoelectric responses of 2D saturated porous models. The seismic sources were the explosive type with frequencies in a seismic range up to 100 Hz. The receivers were arranged in horizontal and vertical position.

Six heterogeneous porous models were simulated to define the interface type enabling the generation of seismoelectric signals, the minimum dimension of heterogeneity that is possible to detect and the maximum investigation range of seismoelectric tools. The seismoelectric response was observed at interface of porosity, salinity, lithology and oil-water contact. The minimum size of heterogeneity detectable was the same size as a numerical grid of 5X5 m. The maximum investigation range was 244 m and was restricted by the maximum size of the models that depend of the Laplacian matrix inverse calculation. These results provided a quantitative base for planning seismoelectric acquisition jointly with surface seismic, well and interwell seismic tools for targets inside of the investigation range.

The seismoelectric signals can be used as complementary information to the seismic information for characterization of interfaces undetectable by seismic method and as time lapse in case of variations of salinity and fluid content.

This work contributes to quantitative measurement of the seismoelectric signals at interfaces of porosity, salinity, water-oil contact and sand-shale contact, to infer detectability of microstructures, to time lapse studies, and to define the maximum investigation range. Recommendations for future work to better understand and use poroelastic-electromagnetic as a geophysical tool,

tests on larger and more complex models at a wider range of frequencies and tests utilizing a reciprocal electrical source.

Some results of this work were presented at 77th meeting of the Society of Exploration Geophysicists and 10th meeting of Brazilian Society of Geophysicists.

INTRODUÇÃO

A propagação de ondas sísmicas em meio poroso saturado causa pequenas deformações transientes na matriz da rocha e no espaço poroso. Estas deformações perturbam a dupla camada elétrica que existe na superfície de contato sólido-fluido, e geram campos eletromagnéticos de amplitude observável, cujo interesse neste trabalho são os campos elétricos denominados de campos sismoelétricos.

O acoplamento dos campos sísmicos com campos sismoelétricos é feito pelo coeficiente de acoplamento eletrocinético que depende da frequência, cujo valor aumenta com o aumento da permissividade elétrica do fluido e do potencial zeta, e diminui com o aumento da condutividade elétrica da matriz da rocha e do fluido, e com o aumento da viscosidade do fluido. As propriedades poroelásticas do meio, como o tipo de fluido dos poros, a porosidade, a permeabilidade, e as propriedades elásticas, também afetam a conversão e a propagação do sinal sismoelétrico.

Os campos elétricos gerados pelos campos sísmicos são formados por uma combinação do campo elétrico confinado ao campo sísmico, que se propaga com a mesma velocidade do sinal sísmico, mais o campo elétrico irradiado, que se propaga com a velocidade de propagação de um campo elétrico difusivo no meio poroso.

O campo elétrico confinado é gerado pela separação estacionária das cargas elétricas da dupla camada elétrica devido ao gradiente de pressão dentro da frente de onda sísmica, cuja amplitude depende das propriedades físicas e químicas do meio poroso saturado. O campo elétrico irradiado é gerado quando o campo elétrico confinado à onda sísmica atinge um contraste nas propriedades físicas e/ou químicas do meio poroso saturado, provocando uma alteração na separação estacionária das cargas elétricas da dupla

camada elétrica, uma separação de cargas variável com o tempo que se irradia no meio, carregando informações sobre a posição das discontinuidades e suas propriedades físicas e químicas.

As medidas sismoelétricas podem ser observadas nas frequências sísmicas, sônicas e ultrasônicas, podendo ser adquiridas conjuntamente com dados sísmicos terrestres, dados sísmicos de fundo oceânico, dados sísmicos de poço, em perfilagens sônicas e em medidas ultrasônicas de laboratório.

O potencial para utilização das medidas sismoelétricas como ferramenta geofísica vem da possibilidade de extrair informações não acessíveis ao sinal sísmico isoladamente. Tais informações incluem as propriedades químicas do fluido, a determinação da permeabilidade hidráulica, o mapeamento de discontinuidades associadas a contatos entre fluidos diferentes, a salinidades diferentes, a contatos litológicos, a contatos entre diferentes regiões permo-porosa, e a detecção direta de fluidos.

No entanto, a dificuldade imposta pelo grande número de parâmetros dos quais depende o sinal sismoelétrico (parâmetros poroelásticos e os parâmetros associados ao coeficiente de acoplamento eletrocinético) impedem o uso direto da ferramenta sismoelétrica para determinar tais parâmetros sob condições reais, apesar do sucesso de alguns trabalhos experimentais (Murty 1985, Thompson e Gist, 1993, Butler et al., 1996, Mikhailov et al., 1997 e 2000, Zhu et al., 1999, 2003 e 2005, Garambois e Dietrich 2001, Fourie 2003, Haines, 2004, Dupuis et al., 2007, Strahser et al., 2007).

É importante estudar a influência destes parâmetros isoladamente nas amplitudes sismoelétricas para se ter controle das respostas através da análise quantitativa. Para este estudo controlado a modelagem numérica das equações sismoelétricas aplicada a modelos conhecidos ajudará na previsão do comportamento do sinal sismoelétrico em situações reais.

Este trabalho se propõe estudar quantitativamente a influência de alguns destes parâmetros na amplitude do sinal sismoelétrico. Para alcançar este objetivo, na primeira etapa, resolvemos numericamente pelo método das diferenças finitas no domínio do tempo, o caso sismoelétrico 2D das equações que governam o acoplamento poroelástico-eletromagnético nas frequências sísmicas. Na segunda etapa, aplicamos a solução numérica em modelos de rochas siliciclásticas saturadas com água ou óleo cujas propriedades físicas e

químicas encontram-se disponíveis na literatura, para estudar respostas sismoelétricas em poços e na superfície aos contrastes de porosidade, salinidade, contato óleo-água, contato argila-areia, e estudar modelos de detetabilidade de uma camada fina de argila de 5 m, e um pequeno bloco de argila de 5 X 5 m. E na terceira etapa analisamos os resultados das respostas sismoelétricas para entender e controlar aspectos relevantes das respostas dos modelos úteis para desenvolvimento de projetos de aquisição e interpretação de dados sismoelétricos em conjunto com dados sísmicos.

Este tese está estruturada em seis capítulos:

No capítulo 1, apresentamos a revisão bibliográfica.

No capítulo 2, apresentamos uma definição de meio poroso saturado no contexto das rochas sedimentares siliciclásticas, seu comportamento elástico, eletrocinético, e a física da movimentação de fluido e de carga elétrica.

No capítulo 3, são desenvolvidas as equações do acoplamento poroelástico-eletromagnético através da técnica da homogeneização.

No capítulo 4, reduzimos a equação do acoplamento poroelástico-eletromagnético para o caso sismoelétrico 2D nas frequências sísmicas, reduzimos as equações diferenciais poroelástica de segunda ordem do sistema sismoelétrico num sistema de equações diferenciais de primeira ordem, e finalmente discretizamos as equações sismoelétricas 2D por diferenças finitas no domínio do tempo.

No capítulo 5, codificamos as equações sismoelétricas discretizadas, aplicamos aos modelos sismoelétricos e analisamos os resultados.

No capítulo 6, são apresentadas as conclusões finais sobre o trabalho desenvolvido e discussões de futuras etapas.

CAPÍTULO 1

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A interação eletrocinética, induzida pela perturbação do potencial zeta da dupla camada elétrica por uma onda mecânica (sismoeletricidade) ou por um campo eletromagnético (eletrosísmica) vem sendo observada em laboratório e em campo por várias décadas.

As primeiras observações da sismoeletricidade foram reportadas por Thompson (1936 e 1939), que cunhou o termo efeito sismoelétrico ao detectar em eletrodos eletrizados variações na resistividade com a passagem de uma deformação elástica. Não explicou os mecanismos das mudanças na resistividade, mas, ao desenvolver experimentos para eliminar os efeitos de polarização nos eletrodos de superfície e para redução de ruídos, sugeriu que o efeito fosse causado por algum tipo de conversão de energia sísmica em energia elétrica entre as partículas de rocha em subsuperfície.

Ivanov (1939) mediu com arranjo de eletrodos não eletrizados o campo elétrico confinado à onda sísmica e detectou um sinal elétrico que se manifesta nos eletrodos antes da chegada das ondas sísmicas, denominado por ele de efeito sismoelétrico do segundo tipo para diferenciar suas observações da modulação da resistividade em subsuperfície pela passagem da onda sísmica. O efeito sismoelétrico do segundo tipo não foi claramente ligado a interfaces em subsuperfície e foi explicado em termos da eletrofiltração em solos úmidos causado pelo fenômeno eletrocinético (ou seja o efeito sismoelétrico foi explicado em termos das fases sólida e líquida presente nas rochas) . Também foi observado que a fase do campo elétrico se inverte nos receptores posicionados nos lados opostos à fonte sísmica.

Frenkel (1944) escreveu equações para estimar o campo elétrico gerado pelo movimento relativo do fluido induzido pela onda sísmica baseado na teoria

de Helmholtz do potencial de filtração. Estas equações assumem que a corrente elétrica total é somente aquela causada pela separação de cargas na dupla camada elétrica do espaço poroso causado pelo fluxo relativo induzido sismicamente. Desta forma, estas equações descrevem somente o campo elétrico confinado.

Martner e Sparks (1959) confirmaram o campo elétrico do segundo tipo e reportaram pela primeira vez a detecção na superfície do campo elétrico criado pela passagem da onda sísmica na base da camada de intemperismo e transmitido com velocidade de uma onda eletromagnética, caracterizado pelo tempo de chegada posterior ao tempo de detonação e anterior ao tempo de chegada do campo elétrico associado ao sinal sísmico, cuja diferença entre tempos de chegada destes pulsos é igual à profundidade da interface.

Broding et al. (1963) publicaram observações do campo elétrico confinado à onda sísmica gerado durante a explosão de uma pedreira e em experimentos de laboratórios. Long e Rivers (1975) fizeram experimentos de modulação de correntes elétricas causadas pela passagem da onda sísmica utilizando arranjos de eletrodos tipo Wenner para introduzir correntes e monitorar as variações de voltagem, e concluíram que o sinal sismoelétrico confinado observado estava associado à onda de Rayleigh.

Os estudos de campo e de laboratório de Parkhomenko (1971a) e Migunov e Kokorev (1977) propiciaram um entendimento da natureza da relação entre o fenômeno sismoelétrico e as propriedades eletroquímicas do contato sólido-fluido e das propriedades mecânicas do meio poroso, em que a magnitude do campo elétrico induzido depende do tipo e saturação do fluido, do tipo do sólido, e das propriedades mecânicas do meio poroso. Estes trabalhos, juntamente com os estudos de campo na detecção de água subterrânea de Murty (1985) representaram uma primeira fase de estudos sismoelétricos, marcada por observações experimentais isoladas e falta de detalhado entendimento teórico.

Os últimos vinte anos foram marcados pelo aumento da frequência de publicações sismoelétricas, pela melhoria da qualidade dos dados associada à

melhoria de equipamento de registro digital com mais de 24 canais, e pela melhoria na interpretação devido ao entendimento das causas do fenômeno.

Neev e Yeatts (1989) desenvolvem equações para modelar a interação sismoelétrica associada ao fluxo de fluido nos poros, combinando a equação de Biot com os efeitos eletrocinéticos, não incluindo as equações de Maxwell por completo, modelando dessa forma somente o campo elétrico criado pela separação de cargas e confinado à onda compressional, sem prever a geração de campos eletromagnéticos pela onda cisalhante. Ignoram também a dependência em frequência.

Thompson e Gist (1993) publicam resultados de um levantamento sísmico e sismoelétrico feito sobre um sítio com detalhado controle geológico obtido de um poço com 300 m de profundidade e as correspondentes imagens sísmicas e sismoelétricas irradiadas. Estas imagens mostram que alguns eventos sísmicos podem ser correlacionados a eventos elétricos enquanto outros não, sugerindo que o sinal sismoelétrico irradiado pode ser gerado em interfaces mecânicas ou elétricas. Este trabalho foi a primeira perfilagem sismoelétrica com controle geológico das interfaces até 300 m, sugerindo o grande potencial para exploração rasa em aquíferos, monitoramento de poluição e artefatos culturais e a necessidade de esforços para se conseguir detecção a grandes profundidades.

Os trabalhos teóricos de Pride (1994), Haartsen (1995), Pride e Haartsen (1996) e Haartsen e Pride (1997) derivam o completo entendimento da interação poroelástica-eletromagnética baseado na combinação das equações de Biot com as equações de Maxwell conectadas pelas equações de transporte de massa e carga elétrica, provendo a base teórica necessária para interpretação de observações de campo e elaboração de experimentos com maior complexidade. Pride (1994) aprimora os modelos teóricos de Frenkel (1944) e Neev e Yeatts (1989) partindo da dedução das equações de Biot e Maxwell em escala microscópica para escala macroscópica, acoplando-as por meio do fenômeno eletrocinético que envolve as duas equações do transporte satisfazendo as relações de Onsager (1931), e apresenta pela primeira vez as equações completas do fenômeno poroelástico-eletromagnético. Os trabalhos Haartsen (1995) e Pride e Haartsen (1996) usam as equações do fenômeno

poroelástico-eletromagnético para estudar ondas planas em meio poroso homogêneo cujos resultados demonstraram que para a onda plana compressional a corrente elétrica causada pelo gradiente de pressão é balanceada pela corrente de condução em sentido oposto gerado pelo campo elétrico confinado à onda sísmica, resultando em nenhuma radiação eletromagnética. Similarmente, concluíram que as ondas planas cisalhantes em meio poroso homogêneo causam movimento relativo sólido-fluido devido ao deslocamento da matriz granular e assim gerando um campo magnético confinado à onda cisalhante. Haartsen e Pride (1997) usam as equações do fenômeno poroelástico-eletromagnético para estudar ondas sísmicas geradas por fontes pontuais em meio poroso estratificado cujas respostas sismoelétricas poderiam ser obtidas equivalentemente se substituísse as interfaces por dipolos elétricos oscilantes posicionados na interface, confirmando que o campo elétrico irradiado é gerado nas interfaces das propriedades poroelásticas-eletromagnéticas.

Os trabalhos que deram base teórica para o acoplamento poroelástico-eletromagnético encorajaram novos trabalhos experimentais e teóricos com mais elaboração. Butler et al. (1996 e 2002) registraram as respostas sismoelétricas nas frequências sísmicas medidas na superfície provenientes de uma interface rasa de sedimentos orgânicos permeáveis sobre sedimentos glaciais impermeáveis (com controle de poços) e de um paleocanal aquífero localizado numa profundidade de 40 m. Os sedimentos rasos foram facilmente mapeados com o sinal sismoelétrico irradiado enquanto que o paleocanal não foi caracterizado devido à fraca relação sinal ruído do sinal irradiado, sugerindo a importância de se atenuar ruídos coerentes via processamento sismoelétrico.

Mikhailov et al. (1997 e 2000), com controle geológico e modelagem numérica dos experimentos, fizeram medidas sismoelétricas em superfície para detecção de camadas rasas nas frequências sísmicas, e em um poço de 300 m de profundidade para detecção de fraturas permo-porosas com ondas Stoneley nas frequências sísmicas.

Millar e Clarke (1997) desenvolvem o primeiro sistema comercial de aquisição sismoelétrico para prospecção de água subterrânea, constituído de

duas antenas receptoras simétricas à fonte, um registrador e um martelo de 7 quilogramas como fonte.

Beamish e Peart (1998) realizaram experimentos sismoelétricos em superfície, em sítio geológico raso, nas frequências sísmicas, com dois canais e multicanais receptores, e observando claramente a distinção entre o sinal sismoelétrico confinado e o irradiado, e que a aquisição sismoelétrica multicanal é mais adequada para descrever as relações espaciais-temporais dos campos sismoelétricos.

Zhu et al. (1999, 2003 e 2005) fizeram uma série de experimentos laboratoriais em escala reduzida em amostras sintéticas feitas de materiais artificiais (resina acrílica e grãos de areia colados) e de materiais naturais (ardósia, granito e arenito), arranjados para simular interface, fraturas e observar as respostas sismoelétricas, sismomagnéticas e eletrosísmicas, em poços e interpoços, com fonte sísmica do tipo piezoelétrica nas frequências sônicas (20 k Hz) e ultrasônicas (120 e 150 k Hz) e fonte de corrente tipo pulso quadrado de 500 V. Os resultados destes experimentos confirmam as previsões teóricas e potencializam o uso em perfilagens de poços e interpoços. Hunt e Worthington (2000) fizeram perfilagens do potencial eletrocinético em três poços que atravessam metasedimentos devonianos e rochas carbonáticas, ambos fraturados, usando um equipamento móvel composto de fonte sísmica, hidrofone e eletrodos, cujos resultados apresentaram boa correlação com o potencial eletrocinético induzido pela pressão de bombeamento de água feito nos poços.

Garambois e Dietrich (2001) fizeram experimentos sismoelétricos em superfície nas frequências sísmicas para estudos hidrogeológicos rasos. Observaram que o sinal sismoelétrico confinado, de aparência similar à sísmica convencional, possui amplitude muito maior do que o sinal sismoelétrico irradiado. Desenvolveram das equações de Pride (1994) em regime difusivo a relação entre o campo elétrico confinado e a aceleração da matriz granular e a relação entre o campo magnético confinado e a velocidade da matriz granular, cuja validade foi comprovada com os dados registrados. Sugerem a aquisição simultânea dos sinais sísmico, sismoelétrico e sismomagnético para caracterização de camadas porosas.

Fourie (2003) fez estudos de superfície com métodos sismoelétricos para prospecção de água subterrânea em rocha fraturada, para obter informações das propriedades poroelásticas da rocha a partir de informações sismoelétricas de poços, e examinar a influência dos parâmetros do aquífero como porosidade e permeabilidade nas reflexões sismoelétricas. Suas medidas mostram-se insuficientes para mapear as fraturas, justificado pelo fato de que as zonas de Fresnel do método sismoelétrico são maiores do que as do método sísmico. Também, os parâmetros poroelásticos não podem ser obtidos sem ambigüidade a partir das funções de transferência que relacionam os sinais sismoelétricos com os sinais sísmicos, e os sinais sismomagnéticos com os sinais sísmicos, sem algum conhecimento a priori.

Haines (2004) realizou experimentos em superfície em trincheiras preenchidas com areia saturada com água para estudar o caso sismoelétrico 2D, com fonte sísmica posicionada de um lado da trincheira e os receptores posicionados do outro lado para permitir que o sinal sismoelétrico irradiado fosse registrado antes do sinal sismoelétrico confinado. Os dados sismoelétricos foram processados para separar o sinal sismoelétrico confinado do sinal sismoelétrico irradiado e melhorar a relação sinal-ruído. O experimento sismoelétrico foi modelado e simulado numericamente, cujas respostas apresentaram concordância com os dados observados. O experimento demonstrou que uma trincheira de 0.6 m de espessura pode ser mapeada com o sinal sismoelétrico irradiado, e, pela modelagem numérica concluiu que uma camada fina gera um sinal irradiado mais forte que uma interface simples, e que a amplitude do sinal sismoelétrico irradiado diminui quando a extensão lateral da heterogeneidade é menor do que a primeira zona de Fresnel. A amplitude típica do sinal sismoelétrico confinado foi de 0.1 mV e de 0.001 mV para o sinal sismoelétrico irradiado.

Strahser et al. (2005 e 2007) publicam resultados de estudos sismoelétricos em superfície e em poços nas frequências sísmicas. Apresentam com sucesso o mapeamento de interfaces rasas com sinal sismoelétrico irradiado coletado na superfície, bem correlacionados com seção sísmica, seção de radar e dados de poços, e observam a forte dependência das amplitudes sismoelétricas medidas em poço do valor PH do fluido.

Dupuis et al. (2007) apresentam uma seção sismoelétrica do campo elétrico irradiado levantada em um aquífero raso com equipamento de registro de 24 canais e fonte do tipo queda de um peso de 40 quilos. Os eventos sismoelétricos apresentaram correlação com uma seção de radar levantado na área.

Estes últimos progressos nas pesquisas do acoplamento eletro cinético sugerem o uso como ferramenta geofísica mas muita coisa ainda precisa ser resolvida para tornar-se uma ferramenta convencional.

CAPÍTULO 2

COMPORTAMENTO FÍSICO DO MEIO POROSO

2.1 MEIO POROSO COMO MEIO CONTÍNUO

Um meio poroso natural é um meio composto de uma fase sólida granular com espaço vazio entre os grãos. Os espaços vazios ou poros estão arranjados randomicamente, podendo estar ou não interconectados entre si. Neste trabalho vamos considerar os espaços vazios interconectados e completamente saturados pela fase fluida. Esta definição de meio poroso inclui as rochas porosas sedimentares siliciclásticas usadas para compor os modelos sismoelétricos estudados.

A interação física e química entre as fases nas mais variadas condições ambientais confere ao meio poroso alta complexidade quando comparado à matéria contínua monofásica. Cada processo físico ou químico do sistema poroso exibe comportamento complexo quando interage como um sistema acoplado, e cuja quantificação requer um ferramental teórico e computacional igualmente complexo. Por exemplo, as equações da elasticidade do sistema poroso incluem a pressão de poro.

O meio poroso usado como suporte para o estudo do fenômeno poroelástico-eletromagnético está baseado no conceito de sistemas físicos contínuos monofásicos (ramo da física que estuda os sistemas físicos sem considerar o caráter atômico ou discreto, mas aproximando ao limite infinitesimal) onde a natureza discreta das distribuições de energia, matéria, e

outras quantidades físicas são desprezadas, sendo descritas como funções contínuas da posição ou ponto material. Um ponto material representa um volume elementar infinitesimal cujas dimensões sejam, por um lado, suficientemente grandes para incluir um número de poros que permita que uma média estatística seja calculada (heterogeneidade no domínio microscópico observada como um todo no domínio macroscópico), e, por outro lado, muito menores do que o menor comprimento de onda do pulso sísmico. Desta forma, para o tamanho do grão da ordem de $a_{poro} \approx 1\text{mm}$, a dimensão linear da nossa análise assume valores entre:

$$a_{poro} \ll a \ll \lambda \quad (2.1.1)$$

Assim, um meio poroso pode ser definido em cada ponto material como sendo formado por material granular no estado sólido com composição química e estrutura cristalina diferente que formam o esqueleto sólido, e por uma região vazia entre o esqueleto sólido preenchida por fluidos. Essa região de espaços vazios é responsável pela grande diferença no comportamento físico dos materiais porosos comparado com materiais monofásicos, principalmente quando preenchido por fluidos. Neste trabalho, por simplificação, vamos considerar somente meio poroso saturado com conexão entre os poros. Desta forma um ponto material do meio poroso no referencial adotado pode ser visto como a superposição no tempo e no espaço de dois meios contínuos: o primeiro representando o esqueleto e o segundo o fluido saturante, ocupando a mesma posição geométrica (figura 2.1.1).

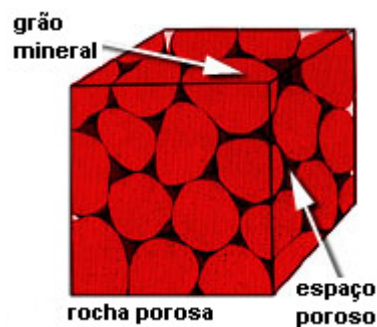


Figura 2.1.1- Imagem de um elemento contínuo de uma rocha porosa.

As propriedades físicas básicas do meio poroso são: porosidade, permeabilidade hidráulica, saturação, propriedades elásticas, propriedades elétricas e propriedades térmicas. As propriedades físicas associadas à interação rocha-fluido são: pressão capilar, molhabilidade, permeabilidade relativa, e potencial zeta. Um exemplo de meio poroso são as rochas sedimentares saturadas.

A razão entre o volume de vazios contido no volume elementar e o volume elementar define a função porosidade pontual da seguinte forma:

$$\phi(P) = \lim_{\Delta V_p \rightarrow \Delta V_0} \frac{\Delta V_v}{\Delta V_p} \quad (2.1.2)$$

onde $\phi(P)$ é a porosidade pontual, ΔV_0 é o volume de referência, ΔV_p é o volume elementar, e ΔV_v é o volume de vazios. A porosidade definida acima se refere somente à porosidade de poros conectados. Poros não conectados fazem parte do esqueleto.

A interconectividade permite a movimentação do fluido entre os espaços porosos, de modo que a capacidade de permitir a passagem de fluidos no meio poroso sem que ocorra deformação do esqueleto é denominada de permeabilidade hidráulica absoluta ou condutividade hidráulica. A vazão dos fluidos numa secção transversal não depende unicamente da permeabilidade hidráulica, mas também do gradiente de pressão hidrostática e da viscosidade do fluido. Assim, a permeabilidade hidráulica pode ser definida como:

$$k = -\frac{\eta L Q}{A \Delta P} \quad (2.1.3)$$

onde η é a viscosidade do fluido, L é o comprimento da amostra porosa, A é a área da secção transversal da amostra, Q é a vazão do fluido, e ΔP é a diferença de pressão.

A permeabilidade do meio poroso é afetada pelo tamanho, forma, arranjo e seletividade dos grãos. Embora seja a porosidade efetiva que defina a permeabilidade do meio poroso, não existe uma relação direta entre a

porosidade e a permeabilidade, sendo que em condições favoráveis, podemos inferir qualitativamente a permeabilidade como função da porosidade e da análise granulométrica, de tal forma que grãos muito pequenos possuem grande capacidade de armazenar fluidos, mas uma baixa capacidade de fluxo.

A trajetória de um fluido que flui no meio poroso é muito tortuosa e complexa, sendo este fenômeno denominado de tortuosidade. A tortuosidade também afeta a corrente elétrica do meio poroso. A tortuosidade pode ser definida de várias maneiras, como através do fator de formação F para o caso de correntes elétricas, mas em geral a tortuosidade do fluxo é definida como a razão entre o comprimento médio da trajetória do fluxo dividido pelo comprimento da amostra:

$$T = \frac{L_m}{L}, \quad (2.1.4)$$

onde L_m é o comprimento médio da trajetória do fluxo, e L o comprimento da amostra.

Quando o espaço vazio de um meio poroso é preenchido por fluidos ocorre o aparecimento de uma energia interfacial entre a superfície do grão e a superfície do fluido. Esta energia interfacial aparece devido à diferença de atração eletrostática entre as moléculas da fase fluida e as cargas superficiais do grão, depende do tipo de superfície e do tipo de fluido, e é responsável pelo fenômeno da molhabilidade (caracterizado em termos do ângulo de contato que o fluido faz com o sólido). Um outro fenômeno que ocorre devido a interação interfacial sólido-fluido ou fluido-fluido imiscíveis é a pressão capilar.

2.2 ELASTICIDADE DO MEIO POROSO

O estudo da elasticidade de um meio poroso consiste na medida dos deslocamentos e deformações do esqueleto e do fluido quando submetidos à ação de tensões externas e a variações de pressão no fluido saturante. Os deslocamentos e deformações em relação a um estado de referência serão

considerados infinitesimais para que as formulações sejam de primeira ordem ou lineares.

2.2.1 TENSÃO EFETIVA

Uma forma simples de incorporar a pressão do fluido na teoria da elasticidade é através da noção de tensão efetiva. Como a tensão total consiste na aplicação de forças atuando numa superfície real ou imaginária de um meio material, mas se este meio for poroso, a superfície contém uma parte do esqueleto e uma parte do fluido poroso. Desta forma, quando uma força é aplicada numa superfície de um meio poroso ela se decomporá em uma componente de tensão que atuará no esqueleto, denominada de tensão efetiva, e em outra componente da tensão atuará no fluido saturante, denominada de tensão de fluido. As relações entre a tensão total, a tensão efetiva e a tensão de fluido são escritas abaixo como:

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}^e + \delta_{ij} \tau_f, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.2.1.1)$$

onde τ_{ij} é a tensão total, τ_{ij}^e é a tensão efetiva, τ_f é a tensão do fluido, e δ_{ij} é o Delta de Kronecker, usado para zerar o efeito da tensão cisalhante no fluido. A tensão do fluido pode ser escrita em função da pressão da fase fluida da seguinte forma:

$$\tau_f = -\phi P_f \quad (2.2.1.2)$$

A pressão da fase fluida, P_f , considerando equilíbrio termodinâmico, é constante em todo o meio poroso devido à intercomunicabilidade entre os poros.

2.2.2 DEFORMAÇÕES E EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

As relações tensão-deformação ou as relações constitutivas para um meio poroso saturado, dentro do limite da elasticidade linear são escritas da seguinte forma:

$$\tau_{ij} = \sum_{k,l=1}^3 C_{ijkl} e_{kl} + \alpha_{ij} P_f, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.2.2.1)$$

e

$$\rho_f - \rho_{f0} = \rho_f \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij} e_{ij} + \zeta P_f. \quad (2.2.2.2)$$

A equação (2.2.2.1) é uma generalização da lei de Hooke para sólido poroso através da incorporação do efeito pressão de poro na relação tensão-deformação. O tensor C_{ijkl} é o tensor de elasticidade (*stiffness*) do esqueleto, e α_{ij} é o coeficiente de pressão de poro de Biot. Os termos e_{kl} são os componentes do tensor de deformação do esqueleto, que podem ser definidos em termos dos deslocamentos diferenciais como:

$$e_{kl} = \frac{1}{2} (\partial_k u_l + \partial_l u_k), \quad k, l = 1, 2, 3 \quad (2.2.2.3)$$

Podemos reescrever a equação (2.2.2.1) em termos do tensor S_{mnij} (*compliance* - inverso do tensor de elasticidade C_{ijkl}), da seguinte forma:

$$e_{mn} = \sum_{i,j=1}^3 S_{mnij} (\tau_{ij} - \alpha_{ij} P_f), \quad m, n = 1, 2, 3 \quad (2.2.2.4)$$

A deformação do esqueleto, escrita no formato da equação (2.2.2.4), fica completamente determinada da tensão efetiva, representada pelo termo entre

parênteses na equação (2.2.2.4), cujo significado físico é que a deformação do esqueleto pode ser manipulada pela mudança da tensão total ou pela mudança da pressão de poro.

A equação (2.2.2.2) é a expressão entre a variação da densidade do fluido ρ_f em relação a uma densidade inicial ρ_{f0} causada pela pressão de poro P_f e pela deformação e_{kl} do esqueleto. O coeficiente ζ é uma quantidade escalar definido como:

$$\zeta = \sum_{i,j=0}^3 \frac{\rho_f \alpha_{ij} e_{ij}}{P_f} \Bigg|_{\rho_f = \rho_{f0}} \quad (2.2.2.5)$$

2.2.3 CONSTANTES POROELÁSTICAS

As constantes poroelásticas são os coeficientes que aparecem na equação constitutiva (2.2.2.1) (ou equivalentemente na equação (2.2.2.4)) e na equação (2.2.2.2). Estes coeficientes (*stiffness* C_{ijkl} ou *compliance* S_{mij} , coeficiente de pressão de poro de Biot α_{ij} , densidade do fluido ρ_f , e o parâmetro ζ) definem a proporção da deformação e da variação da densidade quando o meio poroso é submetido a tensões e pressões. Estes coeficientes podem ser determinados sob certas condições. Por exemplo, a determinação de C_{ijkl} pode ser feita se drenamos o fluido dos poros ou, por outras palavras, se anulamos a pressão dos poros.

2.3 FLUXO DE FLUIDO EM MEIO POROSO

O fluxo de fluido em meio poroso estuda a movimentação ou o transporte da massa fluida no meio poroso causado por energias mecânica, elétrica e térmica. A descrição do movimento do fluido necessita do conhecimento da velocidade, da pressão e da densidade em cada ponto do espaço e do tempo. A descrição da movimentação hidrodinâmica ignora

outras propriedades como a condutividade elétrica e magnética da magnetohidrodinâmica, e da temperatura (supondo que as variações de pressão são pequenas tais que as variações de densidade são desprezíveis – situação que ocorre quando a velocidade do fluxo é muito menor do que a velocidade do som no fluido). Assim, o movimento do fluido num meio poroso pode ser descrito pelas duas equações básicas da hidrodinâmica: a primeira é a equação da continuidade, que expressa a conservação da massa,

$$\partial_t \rho_f + \nabla \cdot (\rho_f \dot{\mathbf{u}}_f) = Q \quad (2.3.1)$$

e a segunda equação é a segunda lei de Newton, que expressa a conservação do momento,

$$\partial_t (\rho_f \dot{\mathbf{u}}_f) + \nabla \cdot (\rho_f \dot{\mathbf{u}}_f \dot{\mathbf{u}}_f) = \nabla P_f - \rho_f \nabla \varphi + \nabla \cdot \tau \quad (2.3.2)$$

onde $\dot{\mathbf{u}}_f$ é a velocidade do fluido, $\dot{\mathbf{u}}_f \dot{\mathbf{u}}_f$ significa o produto matricial de dois vetores, Q é a fonte ou sumidouro de massa, φ é o potencial que aparece quando existe um campo conservativo atuando como a gravidade, e τ é a tensão viscosa que aparece quando existe um campo não conservativo atuando.

Um fluido real (fluido ideal tem viscosidade nula e simplifica a análise de fluido real, a viscosidade nula ocorre em temperaturas próximas ao zero absoluto) apresenta dois importantes aspectos durante o seu fluxo, que são a viscosidade e a turbulência. Estas duas propriedades dos fluidos podem ser analisadas pela relação:

$$\tau_{ij} = \eta \partial_j \dot{u}_f, \quad i \neq j \quad (2.3.3)$$

onde τ_{ij} é a tensão cisalhante, η é a viscosidade. A definição (2.3.3) não leva em conta a estrutura molecular do fluido, que é composto de diversas moléculas em movimento.

A viscosidade é fricção interna entre as moléculas do fluido que gera forças que se opõem à movimentação de uma porção do fluido em relação à outra. Estas forças são denominadas de forças viscosas.

Para fluidos em que a tensão de cisalhamento na equação (2.3.3) é proporcional ao gradiente da velocidade (relação linear entre o gradiente de velocidade e a tensão cisalhante), são denominados de fluido newtoniano. No gráfico da figura 2.3.1A, mostramos este tipo de fluxo.

Contudo, nem todos os fluidos mostram esse tipo de comportamento. A água, óleo, gasolina, petróleo leve e a maioria dos gases obedecem esta classificação.

Para fluidos em que a tensão de cisalhamento na equação (2.3.3) não é proporcional ao gradiente da velocidade (relação não-linear entre o gradiente de velocidade e a tensão cisalhante), são denominados de fluidos não-newtonianos. Neste caso a viscosidade não é uma constante. No gráfico da figura 2.3.1B, mostramos este tipo de fluxo.

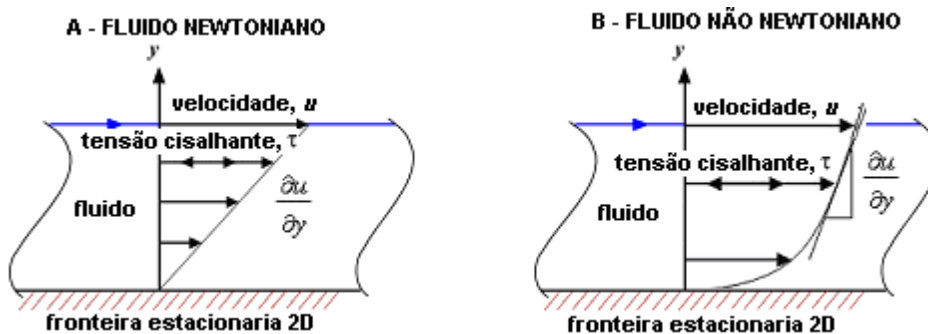


Figura 2.3.1 - Relação entre o gradiente de velocidade e a tensão cisalhante :
A) Fluido Newtoniano e B) Fluido Não-Newtoniano.

Os fluidos que mostram comportamento não-newtoniano são as suspensões e as dispersões. Como exemplo de fluidos não-newtonianos temos o sangue, considerado como uma suspensão de sólidos, o petróleo pesado, o óleo lubrificante, o mel, o látex, os plásticos, etc., e são objetos de estudo da reologia.

A viscosidade de todos os fluidos é fortemente afetada pela temperatura, aumentando em gases e diminuindo nos líquidos com o aumento de temperatura. A viscosidade da água é $1.79 \cdot 10^{-3} N \cdot s / m^2$ à temperatura de $0^\circ C$, e $0.28 \cdot 10^{-3} N \cdot s / m^2$ a $100^\circ C$.

O fluxo de fluidos pode ser do tipo laminar e estável se caracterizado pelo movimento suave das camadas. Quando a velocidade do fluxo atinge certo valor crítico de velocidade, a estrutura laminar do fluido desaparece bruscamente e o fluxo é denominado de turbulento, caracterizado por movimentos aleatórios, tridimensionais e transientes em relação ao movimento principal do fluido.

Quando as variações na densidade do fluido são desprezíveis durante o escoamento diz-se que o fluido é incompressível (número de Mach menor que 0.3), e quando ocorrem variações de densidade durante o escoamento, o fluido é dito compressível (número de Mach maior que 0.3).

Quando o regime de fluxo é laminar estacionário, a relação constitutiva entre o gradiente de pressão e a velocidade do fluxo de fluido do meio poroso é a Lei de Darcy, afetada pela razão entre permeabilidade hidráulica e a viscosidade. A Lei de Darcy descreve o transporte de fluido no meio poroso como:

$$q = -\frac{kA}{\mu} \nabla P_f, \quad (2.3.3)$$

onde q é o fluxo volumétrico através do meio, k é a permeabilidade hidráulica absoluta que mede a condutividade do fluxo de fluido do meio poroso, e η é a viscosidade do fluido.

Uma característica importante do fluxo laminar é que as forças viscosas são proporcionais à velocidade.

2.4 COMPORTAMENTO ELETROCINÉTICO DO MEIO POROSO

2.4.1 POTENCIAL ZETA E DUPLA CAMADA ELÉTRICA

A dupla camada elétrica aparece devido à interação entre as cargas estáticas da superfície dielétrica do sólido e/ou íons livres e pólos dielétricos presentes no fluido. O conceito de dupla camada foi introduzido por Helmholtz em 1879 para descrever o balanceamento do excesso de carga nos eletrodos metálicos pelas cargas da solução (Wing, 2005). Hoje, o conceito de dupla camada elétrica é usado amplamente na física, físico-química, biologia molecular, geofísica, geoquímica, engenharias e etc. Uma breve descrição histórica pode ser vista em Bockis e Khan (1993).

Os principais mecanismos que causam o desenvolvimento de cargas na interface entre duas fases são a ionização de superfície, a adsorção de íons da solução, e os defeitos de rede cristalina. A figura 2.4.1.1 esquematiza a distribuição de cargas na interface sólido-fluido e os principais parâmetros da dupla camada elétrica.

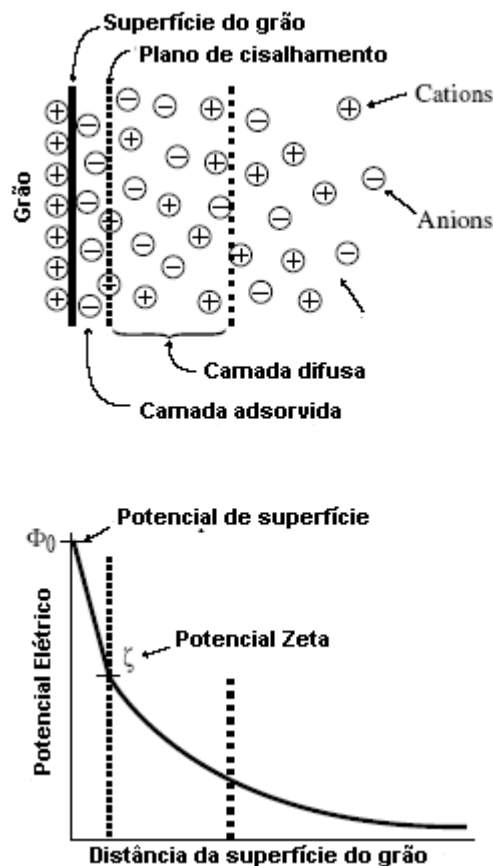


Figura 2.4.1.1 - Distribuição de cargas na interface sólido-fluido e a função potencial elétrico versus distância (Haines, 2004).

A distribuição de cargas na superfície sólida afeta a distribuição de íons no fluido. Uma grande concentração de íons de sinal oposto é fortemente ligada ou adsorvida à superfície, denominados de camada imóvel de íons (também denominada de camada interna de Helmholtz). Adjacente à camada imóvel, a atração eletrostática vai deixando os íons de sinais opostos mais fracamente ligados à superfície, a densidade de íons diminui conforme a distância à superfície aumenta, até atingir a concentração normal, sendo esta distribuição de íons denominada de camada difusa. A camada imóvel juntamente com a camada difusa formam a dupla camada elétrica. A espessura da dupla camada elétrica é caracterizada pelo comprimento de Debye, λ_d , cujos valores ocorrem na faixa entre (1–100nm), em geral muito menor do que as dimensões dos canais dos poros (10–100 μ m).

Entre a camada imóvel e a camada difusa é definida a superfície de cisalhamento (também chamada de superfície externa de Helmholtz), que aparece quando ocorre movimento relativo entre o sólido e o fluido e a camada difusa desliza na camada imóvel. Esta superfície separa o fluxo sempre estacionário da camada imóvel dos outros regimes de fluxos fora desta camada.

O potencial elétrico da superfície de cisalhamento é denominado de potencial zeta, simbolizado pela letra grega ζ . O potencial zeta caracteriza a carga e a distribuição do potencial da camada difusa da dupla camada elétrica, importante parâmetro para compreender a interação entre a camada difusa e o fluxo de fluido ou entre a camada difusa e o fluxo elétrico. A magnitude do potencial zeta é fortemente afetada pelo pH, apresentando valores positivos quando o pH < 7 (ácido), e valores negativos quando o pH > 7 (base ou alcalino).

O potencial elétrico da superfície, φ_0 , é controlado pelos íons H⁺ e OH⁻ da solução, e conseqüentemente dependente do pH da solução.

O potencial elétrico da camada imóvel, φ_d , é controlado pelos íons adsorvidos (sem reação química).

Outro parâmetro importante para a dupla camada elétrica é a concentração da solução. Uma baixa concentração implica em um maior

comprimento de Debye, enquanto que uma alta concentração implica em um menor comprimento de Debye. Os íons que controlam a concentração são denominados de íons indiferentes, pois não compõem o pH da solução, nem tampouco estão adsorvidos na superfície sólida. Como exemplo destes íons são os íons Cl^- , Na^+ , Ba^{2+} , e NO_3^- .

A distribuição de íons na camada difusa, caracterizada pelo potencial eletrocinético, φ , depende da carga elétrica líquida e pode ser quantificado pela equação de Poisson-Boltzmann, como:

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho_q}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (2.4.1.1)$$

onde a carga elétrica líquida ρ_q é dada por:

$$\rho_q = F \sum_i z_i c_i \quad (2.4.1.2)$$

Na última fórmula, F é a constante de Faraday; z é a valência, e c é a concentração.

A solução da equação (2.4.1.1) nos permite conhecer a função potencial eletrocinético.

2.4.2 EFEITOS ELETROKINÉTICOS

Toda vez que um fluido se movimenta ao longo da superfície de um sólido, um campo elétrico aparece na direção do fluxo, cuja intensidade depende das propriedades físico-químicas da interface sólido-fluido e da taxa de fluxo. Por outro lado, quando aplicamos um campo elétrico, ocorre a produção de um fluxo de fluido. Estes dois fenômenos são denominados de efeitos eletrocinéticos e são uma consequência da existência de cargas na interface sólido-fluido, ou seja, do potencial zeta que se desenvolve na dupla camada elétrica.

Dependendo do modo de movimento do fluido ou da carga elétrica, podemos definir:

1-Eletroforese – É o movimento de partículas em suspensão (carregadas eletricamente) e macromoléculas em relação ao fluido estacionário devido à aplicação de um campo elétrico. Ou, de outra forma, uma das fases consiste de um líquido ou gás onde outra fase está suspensa como partícula sólida ou líquida, então as partículas são induzidas a moverem-se sob ação de um campo elétrico externo.

A velocidade de migração das partículas ou das moléculas na direção do cátodo ou do ânodo é determinada pelo balanço entre as forças de arrasto coulombiano devido à carga e à força oponente viscosa. Conseqüentemente, a velocidade de migração é proporcional ao campo elétrico aplicado, à carga da partícula ou da molécula, à constante dielétrica e ao potencial zeta, e inversamente proporcional à viscosidade do líquido, ao tamanho e forma das partículas.

A eletroforese é comumente usada para separação de entidades químicas e biológicas, como macromoléculas, DNA, proteínas, aminoácidos, plasma sanguíneo, baseado no critério das diferentes velocidades.

2-Electrosmose – É o movimento de um líquido ionizado em relação a uma superfície estacionária carregado por um campo elétrico externo aplicado. Ou, de outra forma, a estrutura porosa sólida permanece estacionária e o líquido se move em resposta à aplicação de um campo elétrico externo. O campo elétrico age nas partículas carregadas e íons que arrastam o fluido com eles.

O transporte eletrosmótico permite o manuseio e controle do fluxo de fluido em microcanais, feito através do bombeamento eletrosmótico. Comumente usado para detecção de agentes biológicos e químicos, bombeamento biomédico e aplicação de drogas.

A aplicação de um campo elétrico numa célula capilar, suficiente para movimentar as partículas na parede capilar, causa o movimento no sentido contrário do fluido adjacente à parede capilar.

3-Potencial de fluxo – Campo elétrico criado pela movimentação de fluidos ionizados ao longo de uma superfície carregada eletricamente, provocado por uma gradiente de pressão. Este fenômeno é considerado o oposto da eletrosmose.

4-Potencial de sedimentação – Um campo elétrico é gerado quando uma partícula carregada é depositada em campo gravitacional ou em centrífuga.

CAPÍTULO 3

EQUAÇÕES DO ACOPLAMENTO POROELÁSTICO-ELETROMAGNÉTICO

3.1 ELASTODINÂMICA DO MEIO POROSO

A elastodinâmica do meio poroso saturado estuda as propagações das deformações do meio poroso quando sujeito à ação de forças externas. A ação das forças externas se decompõe numa componente atuando no esqueleto sólido e numa outra componente atuando no fluido do poro, produzindo deformações diferentes no esqueleto e no fluido dentro do volume elementar. Esta deformação diferenciada resulta na movimentação relativa do esqueleto em relação ao fluido. A fricção associada ao deslocamento relativo sólido-fluido é responsável pela atenuação e dispersão do campo de tensões.

3.1.1 INTRODUÇÃO

As equações das propagações mecânicas e as relações constitutivas entre as tensões e as deformações em meio poroso saturado podem ser feitas usando diferentes abordagens, tais como a dinâmica utilizada pela teoria de Biot, ou a técnica da média num volume usada pela teoria da homogeneização. Neste trabalho utiliza-se a teoria da homogeneização para obtenção das equações poro-elastodinâmicas através da aplicação em cada fase do meio poroso o balanço de forças e então calculando a média volumétrica, levando

em consideração as condições de contorno nas interfaces sólido-fluido. Por outras palavras, as leis da física são aplicadas em escala microscópica ao meio contínuo sólido e fluido separadamente, e as equações obtidas mais as condições de contorno na interface sólido-fluido são aplicadas ao cálculo da média para obtenção das equações macroscópicas. O termo microscópico significa que o tamanho da escala é o tamanho do poro e do grão, e o termo macroscópico significa que o comprimento de onda da perturbação aplicada é muito maior do que as dimensões do grão.

As condições sob as quais as equações foram deduzidas são:

1. Somente perturbações lineares são consideradas: $\left| \dot{\mathbf{u}} \nabla \cdot (\rho_f \dot{\mathbf{u}}) \right| \ll \left| \partial_t (\rho_f \dot{\mathbf{u}}) \right|$;
2. A estrutura granular sólida e o fluido são homogêneos e isotrópicos no volume médio;
3. A estrutura porosa é interconectada e totalmente preenchida com fluido;
4. Nenhuma onda é espalhada nos grãos individuais;
5. Antes da chegada do campo de tensões, as duas fases estão em equilíbrio térmico e mecânico, o que implica que as pressões e densidades são constantes em ambas as fases antes da chegada do campo de tensões, e que não existe nenhuma transferência de calor entre os constituintes ou dentro de uma fase constituinte;
6. Antes da chegada do campo de tensões a porosidade ϕ é localmente constante tal que $\nabla \phi \cong 0$, significando que o espaço poroso é razoavelmente uniforme numa escala várias vezes o tamanho do volume médio.

O procedimento básico para o cálculo da média de uma quantidade física é baseado no teorema de Slattery discutido em Pride et. Al. (1992). Se um campo \mathbf{a}_ξ é uma quantidade associada a uma das fases do meio poroso, a medida da média deste campo é definida como:

$$\langle \mathbf{a}_\xi \rangle = \frac{1}{V_A} \int_{V_\xi} \mathbf{a}_\xi dV \quad (3.1.1.1)$$

onde V_ξ representa o volume da ξ -fase dentro do volume V_A . O teorema da média de Slattery permite calcular a média de um operador, como a média do operador gradiente escrito como:

$$\langle \nabla \mathbf{a}_\xi \rangle = \nabla \langle \mathbf{a}_\xi \rangle + \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n}_\xi \mathbf{a}_\xi dS \quad (3.1.1.2)$$

onde \mathbf{n}_ξ é o vetor normal à superfície S_w definido como:

$$\mathbf{n}_f = \mathbf{n} \quad (3.1.1.3)$$

$$\mathbf{n}_s = -\mathbf{n} \quad (3.1.1.4)$$

onde o vetor \mathbf{n} é direcionado do fluido para o sólido.

Também é conveniente a definição da média por fase,

$$\bar{\mathbf{a}}_\xi = \langle \mathbf{a}_\xi \rangle / \varphi_\xi \quad (3.1.1.5)$$

e definição da média total,

$$\bar{\mathbf{A}} = \sum_{\xi} \langle \mathbf{a}_\xi \rangle = \sum_{\xi} \varphi_\xi \bar{\mathbf{a}}_\xi \quad (3.1.1.6)$$

onde φ_ξ representa a fração do volume na ξ -fase,

$$\varphi_\xi = V_\xi / V_A \quad (3.1.1.7)$$

Isto é, $\varphi_f = \phi$ é a fração de vazios, e $\varphi_s = 1 - \phi$ é a fração de sólidos.

As condições de validade para se aplicar as equações que calculam a média no volume devem ser que as dimensões médias do tamanho do grão, a , devem ser muito menores que as dimensões do volume médio, l , e que o

comprimento de onda, λ , deve ser muito maior do que as dimensões do volume médio, escrito da seguinte forma:

$$a \ll l \ll \lambda \quad (3.1.1.8)$$

3.1.2 EQUAÇÕES POROELÁSTICAS EM ESCALA MICROSCÓPICA

As equações que governam separadamente a dinâmica da fase sólida e a dinâmica da fase fluida são derivadas da conservação do momento linear e são escritas da seguinte forma:

$$\rho_f \partial_t \dot{\mathbf{u}}_f = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_f + \mathbf{f}_f \quad (3.1.2.1)$$

$$\rho_s \partial_t \dot{\mathbf{u}}_s = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_s + \mathbf{f}_s \quad (3.1.2.2)$$

onde \mathbf{u}_f , \mathbf{u}_s representam os deslocamentos, $\dot{\mathbf{u}}_f$, $\dot{\mathbf{u}}_s$ representam as velocidades, $\boldsymbol{\tau}_f$, $\boldsymbol{\tau}_s$ - as tensões nas fases fluida e sólida, \mathbf{f}_f , \mathbf{f}_s as forças volumétricas das fases fluida e sólida, e ρ_f , ρ_s as densidades do fluido e do sólido.

As relações constitutivas entre as tensões e as deformações no fluido e no sólido são dadas por:

$$\boldsymbol{\tau}_f = K_f \nabla \cdot \mathbf{u}_f \mathbf{I} + \eta (\nabla \dot{\mathbf{u}}_f + \nabla \dot{\mathbf{u}}_f^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}_f \mathbf{I}) \quad (3.1.2.3)$$

$$\boldsymbol{\tau}_s = K_s \nabla \cdot \mathbf{u}_s \mathbf{I} + G (\nabla \mathbf{u}_s + \nabla \mathbf{u}_s^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u}_s \mathbf{I}) \quad (3.1.2.4)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade, K_f e K_s são as compressibilidades do fluido e do sólido, G o módulo de cisalhamento do fluido, e η a viscosidade do fluido.

E, completando as equações na escala microscópica, vamos escrever as condições de contorno na interface sólido-fluido, considerando que não exista deslize na interface sólido-fluido, que não exista fluxo de fluido atravessando a interface sólido-fluido, e que exista continuidade de trações na interface sólido-fluido. Essas condições resultam nas equações abaixo:

$$\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau}_s - \boldsymbol{\tau}_f) = -Q^0 \mathbf{e}_s \quad (3.1.2.5)$$

$$\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_f = \mathbf{0} \quad (3.1.2.6)$$

onde \mathbf{n} é o vetor normal à interface sólido-fluido e aponta do fluido para o sólido.

O lado direito da equação (3.1.2.5) representa a força elétrica por unidade de área agindo no excesso de carga da camada adsorvida, onde Q^0 é a carga elétrica estática, e \mathbf{e}_s , é o campo elétrico no sólido.

3.1.3 MÉDIA DAS EQUAÇÕES E EQUAÇÕES NA ESCALA MACROSCÓPICA

Aplicando o teorema da média às equações (3.1.2.1) e (3.1.2.2) da conservação do momento linear em cada fase do meio poroso, ignorando termos de segunda ordem, e assumindo $\bar{\boldsymbol{\tau}}_f = -\bar{p}_f \mathbf{I}$, obtemos:

$$\overline{\varphi \rho_f \partial_t \dot{\mathbf{u}}_f} = -\varphi \nabla \bar{p}_f + \mathbf{d} + \varphi \bar{\mathbf{f}}_f \quad (3.1.3.1)$$

e

$$\overline{(1-\varphi) \rho_s \partial_t \dot{\mathbf{u}}_s} = (1-\varphi) \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_s - \mathbf{d} + (1-\varphi) \bar{\mathbf{f}}_s \quad (3.1.3.2)$$

A força de arrasto \mathbf{d} é dada por:

$$\mathbf{d} = \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_f dS \quad (3.1.3.3)$$

Note que a condição de contorno $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_s = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_f$ foi aplicada na superfície S_w com \mathbf{n} dirigido do fluido para o sólido.

Considerando que ρ_ξ seja expresso como $\rho_{0\xi} + \delta\rho_\xi$, onde $\rho_{0\xi}$ é a densidade antes da chegada do campo de tensões e $\delta\rho_\xi$ é a variação de densidade induzida pelo campo de tensão, assumiu-se então que se $\delta\rho_\xi/\rho_{0\xi}$ é muito pequeno, então o produto de segunda ordem $\delta\rho_\xi \partial_t \dot{\mathbf{u}}_\xi$ pode ser ignorado. Também, as derivadas com respeito ao tempo podem ser trocadas na integração $\int_{V_\xi} \partial_t \dot{\mathbf{u}}_\xi dV = \partial_t \int_{V_\xi} \dot{\mathbf{u}}_\xi dV$ devido às mudanças de volume de cada fase dentro do volume médio em função do tempo serem muito pequenas, então as quantidades podem ser escritas como:

$$\overline{\rho_\xi \partial_t \dot{\mathbf{u}}_\xi} = \rho_\xi \partial_t \dot{\mathbf{u}}_\xi \quad (3.1.3.4)$$

Assim, as equações (3.1.3.1) e (3.1.3.2) serão escritas como:

$$\varphi \rho_f \partial_t \dot{\mathbf{u}}_f = -\varphi \nabla \bar{p}_f + \mathbf{d} + \varphi \bar{\mathbf{f}}_f \quad (3.1.3.5)$$

$$(1-\varphi) \rho_s \partial_t \dot{\mathbf{u}}_s = (1-\varphi) \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_s - \mathbf{d} + (1-\varphi) \bar{\mathbf{f}}_s \quad (3.1.3.6)$$

A força de arrasto (3.1.3.3) representa a força exercida pelo fluido nas paredes dos poros. A única forma para isto acontecer é se o fluxo está fluindo relativo às paredes dos poros tal que seja gerado um campo de tensões

viscosas e uma variação espacial do campo de pressão. Assim o fluxo relativo é induzido por uma combinação de três forças macroscópicas:

- (1) – o gradiente de pressão entre os picos e vales da onda compressional, $\nabla \bar{p}_f$;
- (2) – a sacudida das paredes dos poros ou a aceleração das paredes do poro, $\rho_s \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_s$;
- (3) – as forças volumétricas do fluido, $\bar{\mathbf{f}}_f$.

Assumindo que o sistema poroso comporta-se de forma linear, então a tração \mathbf{t} em qualquer ponto do fluido, incluindo a superfície da fase sólida, está relacionada às forças macroscópicas por uma transformação linear da forma

$$\mathbf{t}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \equiv \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_f = \mathbf{M}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_A(\mathbf{r}) \quad (3.1.3.7)$$

onde $\mathbf{f}_A(\mathbf{r})$ é a força macroscópica aplicada dada por

$$\mathbf{f}_A(\mathbf{r}) = -\nabla \bar{p}_f(\mathbf{r}) - \rho_f \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{f}}_f(\mathbf{r}) \quad (3.1.3.8)$$

e $\mathbf{M}(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ é um tensor de segunda ordem independente de \mathbf{f}_A . A variável \mathbf{r}' representa a coordenada local dentro do volume médio, enquanto a variável \mathbf{r} localiza a posição do volume médio.

A força de arrasto na equação (3.1.3.3) pode ser expressa como

$$\mathbf{d}(\mathbf{r}) = \phi \mathbf{N}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_A(\mathbf{r}) \quad (3.1.3.9)$$

onde o operador tensorial adimensional $\mathbf{N}(\mathbf{r})$ é definido por

$$\mathbf{N}(\mathbf{r}) = \frac{1}{V_f(\mathbf{r})} \int_{S_w(\mathbf{r})} \mathbf{M}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) dS' \quad (3.1.3.10)$$

Para expressar a força de arrasto em função da média da aceleração relativa do fluido vamos substituir os resultados obtidos na equação (3.1.3.9) na

equação (3.1.3.5) subtraída de ambos os lados a aceleração das paredes dos poros, $\rho_s \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_s$, e obtemos

$$\rho_f (\partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_f - \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_s) = \frac{\mathbf{d}}{\varphi} + \mathbf{f}_A = (\mathbf{I} + \mathbf{N}) \mathbf{f}_A \quad (3.1.3.11)$$

tal que, após manipulação algébrica, a força de arrasto pode ser expressa como uma função da aceleração relativa média do fluido

$$\frac{\mathbf{d}}{\varphi} = \rho_f \mathbf{N} (\mathbf{I} + \mathbf{N})^{-1} (\partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_f - \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_s) \quad (3.1.3.12)$$

Para um material macroscopicamente isotrópico, a aceleração macroscópica relativa induzida deve ser paralela à força macroscópica \mathbf{f}_A tal que \mathbf{N} torna-se puramente isotrópico; isto é $\mathbf{N} = \nu \cdot \mathbf{I}$ tal que

$$\frac{\mathbf{d}}{\varphi} = \rho_f \nu (1 + \nu)^{-1} (\partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_f - \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_s) \quad (3.1.3.13)$$

A conclusão obtida através da equação (3.1.3.13) mostra a importância do fluxo relativo na propagação de ondas mecânicas em meios porosos. Desta forma, é conveniente mudar a variável deslocamento do fluido $\bar{\mathbf{u}}_f$, como fez Biot (1962a), para o deslocamento relativo, definido como:

$$\bar{\mathbf{w}} = \varphi (\bar{\mathbf{u}}_f - \bar{\mathbf{u}}_s) \quad (3.1.3.14)$$

Note que $\nabla \cdot \bar{\mathbf{w}}$ é uma medida da quantidade do fluxo de fluido para dentro ou para fora do volume médio, denominado por Biot (1962a) de incremento do conteúdo de fluido.

Se forem definidas as quantidades volumétricas denominadas de densidade volumétrica, definida como

$$\rho_B = \phi\rho_f + (1-\phi)\rho_s \quad (3.1.3.15)$$

de força volumétrica média, definida como

$$\bar{\mathbf{f}}_B = \phi\bar{\mathbf{f}}_f + (1-\phi)\bar{\mathbf{f}}_s \quad (3.1.3.16)$$

e a tensão volumétrica média definida como

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_B = \phi\bar{p}_f\mathbf{I} + (1-\phi)\bar{\boldsymbol{\tau}}_s \quad (3.1.3.17)$$

A partir das definições (3.1.3.15) a (3.1.3.17), podemos reescrever as equações do movimento (3.1.3.5) e (3.1.3.6). Para isso, vamos substituir na equação (3.1.3.5) as equações (3.1.3.13) e (3.1.3.14), e na equação (3.1.3.6) adicionamos a equação (3.1.3.5) e substituímos as equações (3.1.3.15) a (3.1.3.17) e obtemos as seguintes equações:

$$\rho_E\partial_t\dot{\bar{\mathbf{w}}} + \rho_f\partial_t\dot{\bar{\mathbf{u}}} = -\nabla\bar{p}_f + \bar{\mathbf{f}}_f \quad (3.1.3.18)$$

$$\rho_B\partial_t\dot{\bar{\mathbf{u}}} + \rho_f\partial_t\dot{\bar{\mathbf{w}}} = \nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\tau}}_B + \bar{\mathbf{f}}_B \quad (3.1.3.19)$$

onde a quantidade ρ_E possui o seguinte valor

$$\rho_E = \frac{\rho_f}{\phi(1+\nu)} \quad (3.1.3.20)$$

As equações (3.1.3.18) e (3.1.3.19) são similares à equação de Biot, sendo que a primeira equação representa o balanço de forças no fluido em movimento relativo, e a segunda representa o balanço de forças volumétricas no esqueleto sólido.

Aplicando o teorema da média às relações constitutivas entre as tensões e as deformações no fluido e no sólido das equações (3.1.2.3) e (3.1.2.4) e calculando a média volumétrica, obtemos:

$$\varphi \bar{\boldsymbol{\tau}}_f = \varphi K_f \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \mathbf{I} + K_f \Delta \phi \mathbf{I} + \varphi \eta \partial_t (\nabla \bar{\mathbf{u}}_f + \nabla \bar{\mathbf{u}}_f^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \mathbf{I}) + \eta \partial_t \mathbf{D} \quad (3.1.3.21)$$

$$(1-\varphi) \bar{\boldsymbol{\tau}}_s = (1-\varphi) K_s \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s \mathbf{I} - K_s \Delta \phi \mathbf{I} + (1-\varphi) G \left(\nabla \bar{\mathbf{u}}_f + \nabla \bar{\mathbf{u}}_f^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \mathbf{I} \right) + G \mathbf{D} \quad (3.1.3.22)$$

onde

$$\Delta \phi = \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} dS \quad (3.1.3.23)$$

e

$$\mathbf{D} = \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \left(\mathbf{n} \mathbf{u} + \mathbf{u} \mathbf{n} - \frac{2}{3} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \mathbf{I} \right) dS \quad (3.1.3.24)$$

Nas expressões acima, os termos de segunda ordem foram desprezados devido às deformações serem muito pequenas. A grandeza $\Delta \phi$ é a variação fracional da porosidade, e a grandeza \mathbf{D} é um tensor simétrico de segunda ordem que representa as deformações cisalhantes do volume poroso. O deslocamento \mathbf{u} nas expressões (3.1.3.23) e (3.1.3.24) é o deslocamento na interface sólido-fluido, S_w e neste caso $\mathbf{u} = \mathbf{u}_f = \mathbf{u}_s$. Para completar as especificações das relações macroscópicas (3.1.3.21) e (3.1.3.22) as expressões para $\Delta \phi$ e \mathbf{D} devem ser obtidas em termos das deformações média por fase.

Para isso, começamos com a aplicação de uma tensão quase estática $\boldsymbol{\tau}_a$ (isto é, as forças inerciais são desprezadas) distribuída uniformemente em todas as faces de uma amostra de material poroso, escrita como:

$$\boldsymbol{\tau}_a = \phi \bar{\boldsymbol{\tau}}_f + (1 - \phi) \bar{\boldsymbol{\tau}}_s \quad (3.1.3.25)$$

O significado do uso da equação (3.1.3.25) no cálculo de $\Delta\phi$ e \mathbf{D} e conseqüentemente na obtenção de expressões finais para $\bar{\boldsymbol{\tau}}_f$ e $\bar{\boldsymbol{\tau}}_s$, é que as relações tensão-deformação usadas nas equações do movimento correspondente são do tipo quase estáticas.

Calculando o traço das equações tensoriais (3.1.3.21) e (3.1.3.22) obtemos:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s = \frac{\Delta\phi}{1 - \phi} - \frac{\bar{p}_s}{K_s} \quad (3.1.3.26)$$

$$\phi(\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f - \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s) = -\frac{\Delta\phi}{1 - \phi} - \phi \left(\frac{\bar{p}_f}{K_f} - \frac{\bar{p}_s}{K_s} \right) \quad (3.1.3.27)$$

O termo $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s$ na equação (3.1.3.26) é chamado de dilatação da estrutura sólida, e consiste de um primeiro termo que corresponde à contração da estrutura ($\Delta\phi/1 - \phi$), e um segundo termo que corresponde à compressão da estrutura (\bar{p}_s/K_s). O termo $\phi(\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f - \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s)$ na equação (3.1.3.27) é chamado de incremento do conteúdo de fluxo, e representa o volume de fluido que sai do elemento de volume durante a aplicação da tensão, e é controlado pela contração de estrutura e pela diferença entre a intrínseca dilatação do fluido e da intrínseca dilatação do sólido.

As duas equações (3.1.3.26) e (3.1.3.27) são insuficientes para expressar $\Delta\phi$, \bar{p}_f , e \bar{p}_s em termos de $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f$ e $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s$. Para isso necessitamos de uma relação de fechamento que expresse como a dilatação de estrutura depende da pressão média na fase fluida e sólida. Esta relação pode ser obtida em dois passos.

No primeiro passo, vamos considerar o efeito quando o incremento da pressão de confinamento p_c é aplicado uniformemente a uma amostra de

material poroso de tal forma que o incremento da pressão de fluido \bar{p}_f se mantém constante. Esta situação é a mesma do experimento em que uma amostra do meio poroso é encapsulada, mas mantendo comunicação com o meio externo e aplicada uma pressão de confinamento externa e mantendo constante a pressão do fluido. Neste caso a equação (3.1.3.25) nos fornece a relação entre a pressão aplicada p_c e as pressões induzidas no material poroso

$$p_c = \varphi \bar{p}_f + (1 - \varphi) \bar{p}_s \quad (3.1.3.28)$$

A deformação da estrutura depende das distribuições das pressões no fluido e no sólido, sendo escrita como $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s(\bar{p}_s, \bar{p}_f)$. Como a pressão do fluido é nula, $\bar{p}_f = 0$, a relação entre a pressão aplicada p_c e a deformação da estrutura será

$$p_c = (1 - \varphi) \bar{p}_s \equiv -K_d \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s(\bar{p}_s, 0) \quad , \quad (3.1.3.29)$$

onde K_d é a compressibilidade volumétrica drenada e pode ser experimentalmente determinada pela equação (3.1.3.29).

No segundo passo, vamos considerar o efeito em que aplicamos uma pressão de confinamento p_c na amostra e a mesma pressão p_c ao fluido. Esta situação é análoga ao caso em que uma amostra porosa aberta é imersa num reservatório de fluido e uma pressão p_c é aplicada ao fluido. Como resultado a amostra reduz de tamanho proporcionalmente e a porosidade não muda. Desta forma, a equação (3.1.3.26) prediz que

$$p_c = -K_s \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s(\bar{p}_c, \bar{p}_c) \quad (3.1.3.30)$$

Como o material poroso tratado aqui se deforma obedecendo as condições de linearidade, podemos expressar a dilatação do esqueleto como a soma das deformações obtidas nos experimentos das equações (3.1.3.29) e (3.1.3.30), da seguinte forma

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s(\bar{p}_c, \bar{p}_f) = \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s(\bar{p}_c - \bar{p}_f, 0) + \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s(\bar{p}_f, \bar{p}_f) \quad (3.1.3.31)$$

Substituindo os resultados (3.1.3.29) e (3.1.3.30) na equação (3.1.3.31), obtemos a relação de fechamento

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s(\bar{p}_c, \bar{p}_f) = -(1-\phi) \frac{(\bar{p}_s - \bar{p}_f)}{K_d} - \frac{\bar{p}_f}{K_s} \quad (3.1.3.32)$$

que juntamente com as equações (3.1.3.26) e (3.1.3.27) resolvem $\Delta\phi$, \bar{p}_f , e \bar{p}_s em termos de $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f$ e $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s$, escrito a seguir como

$$-(1-\phi)\bar{p}_s = (1+D)^{-1} \left\{ [K_d + (1-\phi)DK_s] \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + \phi DK_s \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \right\} \quad (3.1.3.33)$$

$$-\phi\bar{p}_f = (1+D)^{-1} (\phi DK_s \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + \phi K_f \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f) \quad (3.1.3.34)$$

$$\Delta\phi = \frac{\phi D}{1+D} \left(\frac{K_s}{K_f} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s - \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \right) \quad (3.1.3.35)$$

onde o parâmetro adimensional D é definido como

$$D = \frac{1-\phi}{\phi} \frac{K_f}{K_s} \left(1 - \frac{K_d}{(1-\phi)K_s} \right) \quad (3.1.3.36)$$

As expressões (3.1.3.33), (3.1.3.34), e (3.1.3.35) podem ser escritas em função dos mesmos coeficientes usados por Biot (1956a), que são representados na seguinte forma

$$-(1-\phi)\bar{p}_s = \left(A + \frac{2}{3}G \right) \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + Q \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \quad (3.1.3.37)$$

$$-\phi \bar{p}_f = Q \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + R \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \quad (3.1.3.38)$$

$$\Delta \phi = Q \left(\frac{1}{K_f} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s - \frac{1}{K_s} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \right) \quad , \quad (3.1.3.39)$$

onde G é o módulo de cisalhamento efetivo do material poroso (denotado como N por Biot), e as incompressibilidades A , Q , e R são definidas das equações (3.1.3.33) e (3.1.3.34) como

$$A = \frac{K_d + (1-\phi)DK_s}{1+D} - \frac{2}{3}G \quad (3.1.3.40)$$

$$Q = \frac{\phi DK_s}{1+D} \quad (3.1.3.41)$$

$$R = \frac{\phi K_f}{1+D} \quad (3.1.3.42)$$

Agora vamos desenvolver o tensor de cisalhamento \mathbf{D} do volume poroso definido pela equação (3.1.3.24). Para isso vamos calcular a porção cisalhante das equações (3.1.3.21) e (3.1.3.22), dado por

$$\phi \bar{\boldsymbol{\tau}}_f^D = \phi \eta \partial_t \bar{\mathbf{e}}_f^D + \eta \partial_t \mathbf{D} \quad (3.1.3.43)$$

$$(1-\phi) \bar{\boldsymbol{\tau}}_s^D = (1-\phi) G_s \bar{\mathbf{e}}_s^D - G_s \mathbf{D} \quad (3.1.3.44)$$

onde $\bar{\mathbf{e}}_\xi^D$, $\xi = s, f$, é o tensor de deformação cisalhante,

$$\bar{\mathbf{e}}_\xi^D = \nabla \bar{\mathbf{u}}_\xi + \nabla \bar{\mathbf{u}}_\xi^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_\xi \mathbf{I} \quad (3.1.3.45)$$

e $\bar{\tau}_{\xi}^D, \xi = s, f$ é a tensão puramente cisalhante.

Considere o efeito da tensão macroscópica cisalhante τ_a^D aplicada uniformemente nas faces de um cubo poroso. A equação (3.1.3.25) fornece

$$\tau_a^D = \varphi \bar{\tau}_f^D + (1 - \varphi) \bar{\tau}_s^D \quad (3.1.3.46)$$

Se o cubo poroso é saturado por um fluido cuja “rigidez dinâmica” $\eta\omega$ é tão pequena que $\bar{\tau}_f^D \cong \mathbf{0}$, (veja equação (3.1.3.43)), então o cubo cisalha de acordo com

$$\tau_a^D = (1 - \varphi) \bar{\tau}_s^D \equiv G_d \bar{\mathbf{e}}_s^D \quad (3.1.3.47)$$

Aqui, G_d é o módulo de cisalhamento drenado, assumido como experimentalmente conhecido. Combinando as equações (3.1.3.47) e a equação (3.1.3.44), uma expressão para o tensor de cisalhamento para fluido com rigidez nula é obtida:

$$\mathbf{D}^0 = \left[1 - \varphi - \frac{G_d}{G_s} \right] \bar{\mathbf{e}}_s^D \quad (3.1.3.48)$$

Para o caso em que a rigidez dinâmica do fluido $\eta\omega$ é muito menor que o módulo de cisalhamento drenado G_d , como no caso de rochas sedimentares e frequências menores que 10^7 Hz, então

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^0 \quad (3.1.3.49)$$

Agora, os resultados das equações (3.1.3.39) para $\Delta\phi$ e (3.1.3.48) para \mathbf{D} , serão inseridos nas equações (3.1.3.21) e (3.1.3.22) para obtermos as relações tensão-deformação finais médias por fase da seguinte forma

$$\phi \bar{\boldsymbol{\tau}}_f = (Q \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + R \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f) \mathbf{I} \quad (3.1.3.50)$$

$$(1 - \phi) \bar{\boldsymbol{\tau}}_s = \left(\left(A + \frac{2}{3} G \right) \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + Q \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_f \right) \mathbf{I} + G \left(\nabla \bar{\mathbf{u}}_s + \nabla \bar{\mathbf{u}}_s^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s \mathbf{I} \right) \quad (3.1.3.51)$$

onde $G = G_d$ é o módulo de cisalhamento efetivo do material poroso.

As equações (3.1.3.50) e (3.1.3.51) são reescritas em termos de $\bar{\mathbf{w}}$, da tensão volumétrica $\bar{\boldsymbol{\tau}}_B$ e da pressão de fluido média \bar{p}_f , utilizando as equações (3.1.3.14) e (3.1.3.17):

$$-\bar{p}_f = C \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + M \nabla \cdot \bar{\mathbf{w}} \quad (3.1.3.52)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_B = \left(\left(H - \frac{4}{3} G \right) \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + C \nabla \cdot \bar{\mathbf{w}} \right) \mathbf{I} + G \left(\nabla \bar{\mathbf{u}}_s + \nabla \bar{\mathbf{u}}_s^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s \mathbf{I} \right) \quad (3.1.3.53)$$

Os coeficientes H , C , e M usados em Biot (1962a) foram empregados aqui e estão relacionados com A , Q , e R da seguinte forma:

$$H = A + 2Q + R + 2G \quad (3.1.3.54)$$

$$C = \frac{(Q + R)}{\phi} \quad (3.1.3.55)$$

$$M = \frac{R}{\phi^2} \quad (3.1.3.56)$$

Em geral, quando se trabalha com os deslocamentos $\bar{\mathbf{u}}_s$ e $\bar{\mathbf{u}}_f$ nas poroelásticas, é mais conveniente utilizar A , Q , e R , enquanto que quando se trabalha com $\bar{\mathbf{u}}_s$ e $\bar{\mathbf{w}}$ é mais conveniente utilizar H , C , e M que podem ser escritos em função dos parâmetros de Lamé como:

$$H = \lambda_c + 2\mu \quad (3.1.3.57)$$

onde

$$\lambda_c = \lambda + \alpha^2 M \quad (3.1.3.58)$$

$$\alpha = 1 - \frac{K_B}{K_s} \quad (3.1.3.59)$$

$$\mu = G \quad (3.1.3.60)$$

Então, substituindo (3.1.3.57), (3.1.3.60) na equação (3.1.3.53), substituindo $C = \alpha M$ na equação (3.1.3.52), e substituindo a lei de Darcy $\bar{\mathbf{f}}_f = -\frac{\eta}{k} \dot{\bar{\mathbf{w}}}$ na equação (3.1.3.18), obtemos a especificação completa das equações do movimento e as relações constitutivas entre as tensões, pressões, deformações e velocidades:

$$\rho_f \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_s + \rho_E \partial_t \dot{\bar{\mathbf{w}}} = -\nabla \bar{p}_f - \frac{\eta}{k} \dot{\bar{\mathbf{w}}} \quad (3.1.3.61)$$

$$\rho_B \partial_t \dot{\bar{\mathbf{u}}}_s + \rho_f \partial_t \dot{\bar{\mathbf{w}}} = \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_B + \bar{\mathbf{f}}_B \quad (3.1.3.62)$$

$$-\bar{p}_f = \alpha M \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + M \nabla \cdot \bar{\mathbf{w}} \quad (3.1.3.63)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_B = (\lambda_c \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_s + \alpha M \nabla \cdot \bar{\mathbf{w}}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \bar{\mathbf{u}}_s + \nabla \bar{\mathbf{u}}_s^T) \quad (3.1.3.64)$$

3.2 EQUAÇÕES DA CONTINUIDADE DE MASSA E CARGA ELÉTRICA

Os mecanismos para o transporte de massa fluida e de carga elétrica num meio poroso são obtidos através de um gradiente de pressão, ou da aceleração do esqueleto sólido, ou através de um campo elétrico.

A aplicação de um gradiente de pressão constante ou variável com o tempo, sem aplicação de um campo elétrico externo, provoca uma movimentação da massa fluida relativa ao esqueleto. Esta movimentação de fluido arrasta íons e/ou rearranja a camada difusa produzindo uma corrente elétrica, conhecido como potencial de fluxo. Também a aceleração do esqueleto sólido provoca a movimentação da massa fluida relativa ao esqueleto granular. Um campo elétrico movimenta os íons que conseqüentemente causa movimentação da massa fluida pelo arrasto viscoso, denominado de eletromose. Estes fenômenos são casos gerais da movimentação de massa fluida por forças de natureza mecânica ou elétrica, e que vamos denominar de Lei de Darcy generalizada.

Por outro lado, a movimentação de cargas no meio poroso pode ser feita tanto por forças elétricas ou por forças de natureza mecânica. A aplicação de um campo elétrico sem aplicação de um gradiente de pressão externa ou da aceleração do esqueleto sólido produz uma movimentação de íons e/ou uma polarização dielétrica e, conseqüentemente, uma corrente elétrica ôhmica ou uma corrente de polarização. Também a aplicação de um gradiente de pressão ou a aceleração relativa do esqueleto sólido relativo ao fluido produz uma movimentação do fluido que leva consigo os íons. Outra forma da movimentação dos íons é devido a um gradiente de concentração, pelo fenômeno da difusão. Os mecanismos citados são as formas de movimentação de carga no meio poroso, que vamos denominar de Lei de Ohm generalizada.

As equações usadas a seguir para quantificar a movimentação de massa e carga elétrica no meio poroso se basearam em Neev e Yeatts (1989).

3.2.1 LEI DE DARCY GENERALIZADA

A lei de Darcy generalizada descreve o transporte de massa fluida no meio poroso causado por forças mecânicas e por forças elétricas. Assim, no

domínio de frequência temporal ω podemos quantificar o fluxo de fluido total, desprezando o efeito gravitacional e a difusão de íons, como sendo:

$$\mathbf{J}^f = -L_{11} \left(\nabla P_f + i\omega\rho_f \dot{\mathbf{u}}_s \right) + L_{12} \mathbf{E} , \quad (3.2.1.1)$$

onde, ∇P_f é o gradiente de pressão, $i\omega\dot{\mathbf{u}}_s$ é a aceleração dos grãos, e \mathbf{E} o campo elétrico externo.

L_{11} é o coeficiente generalizado de condutividade hidráulica, escrito como:

$$L_{11} = \frac{\beta K}{\eta} , \quad (3.2.1.2)$$

onde β é um fator adimensional que depende da geometria do poro ($\beta = 1$, para tubo capilar), $\kappa = \beta K$ é a permeabilidade ($K = \frac{r^2}{8}$ para tubo capilar de raio r), e, η , a viscosidade do fluido.

L_{12} é o coeficiente de acoplamento do transporte de massa fluida por campo elétrico (acoplamento eletroosmótico), definido como:

$$L_{12} = \frac{\beta \epsilon z}{\eta} , \quad (3.2.1.3)$$

onde ϵ é a permissividade elétrica do fluido, e z é uma grandeza proporcional ao potencial zeta (para tubo capilar, $z = \frac{\zeta}{2}$).

Os coeficientes L_{11} e L_{12} são dependentes da frequência temporal ω no caso geral.

Note que se o campo elétrico externo for nulo e a aceleração do esqueleto sólido for nula, a equação (3.2.1.1) se reduz à lei de Darcy convencional.

3.2.2 LEI DE OHM GENERALIZADA

A lei de Ohm generalizada descreve o transporte de carga elétrica no meio poroso saturado causado por forças mecânicas e por forças elétricas.

Assim, no domínio de frequência temporal ω podemos quantificar o fluxo de corrente elétrica total, desprezando o efeito gravitacional e a difusão de íons, como sendo:

$$\mathbf{J}^e = -L_{21} \left(\nabla P_f + i\omega\rho_f \dot{\mathbf{u}}_s \right) + L_{22} \mathbf{E} \quad (3.2.2.1)$$

O coeficiente L_{22} pode ser interpretado como a condutividade elétrica efetiva do meio poroso saturado na ausência de gradiente de pressão e aceleração do esqueleto sólido. A dependência de L_{22} da frequência permite uma definição similar à de uma condutividade complexa.

O coeficiente L_{21} acopla o transporte de carga elétrica causado pelo gradiente de pressão e/ou aceleração do esqueleto sólido, e, portanto a corrente elétrica associada ao fluxo de fluido (acoplamento do potencial de fluxo). Do princípio da reciprocidade de processos irreversíveis (Onsager 1931), o coeficiente L_{21} deve ser igual ao coeficiente L_{12} , o que implica que a movimentação de uma carga por um campo elétrico é equivalente à movimentação causada por uma gradiente de pressão. Em outras palavras, a mobilidade de um íon é independente se o íon está se movendo através do fluido, ou se o fluido está se movendo conjuntamente com o íon. Assim, podemos escrever:

$$L_{21} = \frac{\beta e z}{\eta} \quad (3.2.2.2)$$

Note que se o gradiente de pressão e a aceleração do esqueleto sólido forem nulas, a equação (3.2.2.1) se reduz à lei de Ohm convencional.

3.3 ELETRODINÂMICA DO MEIO POROSO

As equações macroscópicas da eletrodinâmica do meio poroso seguem o modelo desenvolvido por Pride (1994). As equações são desenvolvidas na escala microscópica do grão; e na interface sólido-fluido, são aplicadas as condições de continuidade das equações da fase sólida com a fase fluida. Posteriormente essas equações são regularizadas num volume médio macroscópico contínuo.

São assumidos que o grão do esqueleto sólido tem, adsorvida, uma densidade superficial de carga e que antes da chegada de qualquer perturbação de natureza mecânica ou elétrica, a carga líquida no volume contínuo é zero.

Também, somente perturbações lineares são consideradas, o fluido é assumido ser um eletrólito ideal (as concentrações de sal são menores do que 1mol/litro). Serão consideradas isotrópicas as relações constitutivas tanto em escala microscópica quanto em escala macroscópica. Os efeitos de fluxo induzido pela difusão de íons são ignorados.

A constante dielétrica dos grãos deve ser muito menor do que a do eletrólito (por um fator 10 ou mais). A espessura da dupla camada elétrica deve ser muito menor do que o raio de curvatura do grão (menor que 10^6 \AA). Não deve ocorrer espalhamento em grãos individuais, o que implica que o comprimento de onda seja muito maior do que o tamanho do grão ($\lambda \geq 1 \text{ mm}$ ou a frequência $f \leq 10^6 \text{ Hz}$).

3.3.1 EQUAÇÕES NA ESCALA GRANULAR

As equações eletromagnéticas e as condições de contorno na escala microscópica (escala do grão) para as fases sólida e fluida seguem Pride (1994).

Considerando que a fase sólida seja isolante, e que não exista carga elétrica acumulada, as equações de Maxwell para a fase sólida são escritas como:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_s = 0 \quad (3.3.1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_s = 0 \quad (3.3.1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = -\dot{\mathbf{B}}_s \quad (3.3.1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = \dot{\mathbf{D}}_s \quad (3.3.1.4)$$

onde \mathbf{B}_s é a indução magnética, \mathbf{D}_s é o deslocamento elétrico, \mathbf{E}_s é o campo elétrico, e \mathbf{H}_s é o campo magnético.

Assumindo que a fase fluida contenha L espécies de íons que agem como uma fonte de cargas, as equações de Maxwell para a fase fluida são escritas como:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_f = 0 \quad (3.3.1.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_f = \sum_{l=1}^L ez_l N_l \quad (3.3.1.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_f = -\dot{\mathbf{B}}_f \quad (3.3.1.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_f = \dot{\mathbf{D}}_f + \mathbf{J}_f, \quad (3.3.1.8)$$

onde \mathbf{B}_f é a indução magnética, \mathbf{D}_f é o deslocamento elétrico, e é a unidade de carga positiva ou negativa, z_l é a valência da espécie iônica, N_l o número de íons por unidade de volume da espécie l , \mathbf{E}_f é o campo elétrico, \mathbf{H}_f é campo magnético, e \mathbf{J}_f densidade de corrente, escrita como:

$$\mathbf{J}_f = \sum_{l=1}^L ez_l \left(-KTb_l \nabla N_l + ez_l b_l N_l \mathbf{E}_f + N_l \dot{\mathbf{u}}_f \right) \quad (3.3.1.9)$$

O primeiro termo da equação acima é a contribuição da difusão devido ao gradiente da concentração iônica, o segundo termo é a contribuição da eletromigração ou o *drift* iônico causado pelo campo elétrico, e o terceiro termo

é a contribuição da movimentação inercial de íons. KT é a energia térmica (K , constante de Boltzmann, e T a temperatura absoluta), b_l é a mobilidade da espécie iônica, $\dot{\mathbf{u}}_f$ é a velocidade instantânea do fluido.

As fórmulas (3.3.1.1) a (3.3.1.9) são válidas para o caso em que o eletrólito é ideal, isto é, a influência de um íon no outro é desprezível. Esta condição é válida para baixas concentrações ($C \leq 1$ mol/litro).

As condições de contorno na interface sólido-fluido, obtida pela integração das equações de Maxwell sobre um disco infinitesimal que envolve a superfície da camada imóvel adsorvida, denominada S_w , são:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_s - \mathbf{B}_f) = 0 \quad (3.3.1.10)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_s - \mathbf{D}_f) = Q \quad (3.3.1.11)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_s - \mathbf{E}_f) = \mathbf{0} \quad (3.3.1.12)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_s - \mathbf{H}_f) = Q \dot{\mathbf{u}}_s \quad (3.3.1.13)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_f = \dot{Q} \quad (3.3.1.14)$$

onde \mathbf{n} é o vetor normal à superfície S_w , direcionada do fluido para o sólido, Q é a carga livre por unidade de área adsorvida, $\dot{\mathbf{u}}_s$ é a velocidade instantânea do sólido que é igual à velocidade instantânea do fluido, $\dot{\mathbf{u}}_f$, na superfície S_w .

Nas equações acima, as relações constitutivas entre a indução magnética e o campo magnético, e as relações constitutivas entre o deslocamento elétrico e o campo elétrico, são escritas como:

$$\mathbf{B}_\xi = \mu_0 \mathbf{H}_\xi \quad (3.3.1.15)$$

$$\mathbf{D}_\xi = \varepsilon_0 \kappa_\xi \mathbf{E}_\xi \quad (3.3.1.16)$$

onde κ_ξ é a constante dielétrica, $\xi = s$ para a fase sólida, e $\xi = f$ para a fase fluida.

As equações (3.3.1.1) a (3.3.1.14) são as equações que governam a propagação das ondas eletromagnéticas dentro da fase sólida e da fase fluida e as interações com íons e a produção da densidade de corrente.

Na análise das equações (3.3.1.1) a (3.3.1.14), Pride (1994), assume que as funções carga, concentração de íons, campos elétrico e magnético têm a forma:

$$Q(t) = Q^0 + \text{Re}\{q(\omega)e^{-i\alpha t}\} \quad (3.3.1.17)$$

$$N_1(t) = N_1^0 + \text{Re}\{n_1(\omega)e^{-i\alpha t}\} \quad (3.3.1.18)$$

$$\mathbf{E}_\xi(t) = \mathbf{E}_\xi^0 + \text{Re}\{\mathbf{e}_\xi(\omega)e^{-i\alpha t}\} \quad (3.3.1.19)$$

$$\mathbf{H}_\xi(t) = \mathbf{H}_\xi^0 + \text{Re}\{\mathbf{h}_\xi(\omega)e^{-i\alpha t}\} \quad (3.3.1.20)$$

O primeiro termo nas equações acima representa o equilíbrio estático, anterior à chegada da perturbação, e o segundo termo representa a parte real do desvio do campo devido à perturbação harmônica. Foi assumido que nenhuma carga livre é induzida na superfície S_w (via polarização dielétrica), e a única carga livre é a carga adsorvida (reações químicas são ignoradas). Foi assumido que nenhuma corrente constante exista anterior aos campos de perturbação, e, portanto nenhum campo magnético estático, ou seja, $\mathbf{H}_s^0 = \mathbf{0}$ e $\mathbf{H}_f^0 = \mathbf{0}$. Foi assumido que a distribuição de carga, Q^0 , é uniforme sobre a superfície do grão, o que implica que o campo elétrico \mathbf{E}_s^0 seja nulo (baseado na lei de Stokes em que a circulação líquida do campo elétrico em torno de um caminho fechado que passe através da superfície do grão e arbitrariamente através do grão seja zero).

Os únicos campos estáticos não nulos são \mathbf{E}_f^0 e N_1^0 , onde suas equações são obtidas pela substituição da equação (3.3.1.18) não perturbada e pela substituição da equação (3.3.1.16) na equação (3.3.1.6), pela substituição

de $\dot{\mathbf{B}}_f^0 = \mathbf{0}$ na equação (3.3.1.7), e pela substituição de $\mathbf{H}_f^0 = \mathbf{0}$ e $\dot{\mathbf{D}}_f^0 = \mathbf{0}$ na equação (3.3.1.8), que obtemos:

$$\varepsilon_0 \kappa_f \nabla \cdot \mathbf{E}_f^0 = \sum_{l=1}^L e z_l N_l^0 \quad (3.3.1.21)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_f^0 = \mathbf{0} \quad (3.3.1.22)$$

$$-\mathbf{KT} \nabla N_l^0 + N_l^0 e z_l \mathbf{E}_f^0 = \mathbf{0} \quad (3.3.1.23)$$

As condições de contorno para as equações acima, na superfície S_w , são:

$$\varepsilon_0 \kappa_f \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_f^0 = Q^0 \quad (3.3.1.24)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_f^0 = \mathbf{0} \quad (3.3.1.25)$$

Pride e Morgan (1991) mostram que a constante dielétrica no fluido, desvia no máximo 1% do valor na camada difusa, sendo assumido um valor constante para κ_f .

As equações (3.1.1.22) e (3.1.1.23) são satisfeitas por:

$$\mathbf{E}_f^0 = -\nabla \Phi^0 \quad (3.3.1.26)$$

$$N_l^0 = N_l \exp\left(\frac{-e z_l}{\mathbf{KT}} \Phi^0\right) \quad (3.3.1.27)$$

onde N_l é a concentração iônica volumétrica. Desta forma, substituindo os resultados acima (3.1.1.26) e (3.1.1.27) na equação (3.1.1.21), obtemos a equação de Poisson-Boltzmann:

$$\nabla^2 \Phi^0 = -\sum_{l=1}^L \frac{e z_l N_l}{\varepsilon_0 \kappa_f} \exp\left(\frac{-e z_l}{\mathbf{KT}} \Phi^0\right) \quad (3.3.1.28)$$

A solução da equação de Poisson-Boltzmann resolve o problema para o caso estático. A solução da equação acima para distâncias próximas da superfície do sólido, tem aproximadamente uma distribuição exponencial, dada por:

$$\Phi^0 = \zeta \exp\left(\frac{\chi}{\lambda_d}\right) \quad (3.3.1.29)$$

onde χ é uma coordenada local que mede a distância normal à superfície S_w , ζ é o potencial zeta, e λ_d é a distância de Debye (medida da espessura da camada difusa), definida como:

$$\frac{1}{\lambda_d} = \sum_{l=1}^L \frac{(ez_l)^2 N_l}{\varepsilon_0 \kappa_f KT} \quad (3.3.1.30)$$

É importante enfatizar que a espessura da camada difusa é muito menor do que qualquer comprimento geométrico associado com as dimensões do poro. Como exemplo, para um eletrólito univalente na temperatura ambiente, $\lambda_d = \frac{3 \times 10^{-10}}{C}$ (m), onde C é a molaridade volumétrica do eletrólito. Em situações práticas é pouco provável se trabalhar com eletrólito mais diluído do que 3×10^{-4} mol/litro, o que corresponde a um comprimento de Debye $\lambda_d \leq 3 \times 10^{-8}$ m, para um raio típico de grão de areia da ordem de 10^{-4} m e para um raio típico de um grão de argila da ordem de 10^{-6} m. A importância deste critério é que a dupla camada elétrica poder ser modelada como plana para facilitar a análise.

As equações para o caso quando uma perturbação harmônica atinge o meio poroso são obtidas pela substituição das soluções temporais (3.3.1.17) a (3.3.1.20) nas suas respectivas variáveis nas equações (3.3.1.1) a (3.3.1.14). Para a fase sólida temos:

$$\nabla \cdot \mathbf{b}_s = 0 \quad (3.3.1.31)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{d}_s = 0 \quad (3.3.1.32)$$

$$\nabla \times \mathbf{e}_s = i\omega \mathbf{b}_s \quad (3.3.1.33)$$

$$\nabla \times \mathbf{h}_s = -i\omega \mathbf{d}_s \quad (3.3.1.34)$$

As equações harmônicas para a fase fluida são escritas como:

$$\nabla \cdot \mathbf{b}_f = 0 \quad (3.3.1.35)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{d}_f = \sum_{l=1}^L ez_l n_l \quad (3.3.1.36)$$

$$\nabla \times \mathbf{e}_f = i\omega \mathbf{b}_f \quad (3.3.1.37)$$

$$\nabla \times \mathbf{h}_f = -i\omega \mathbf{d}_f + \mathbf{j}_f \quad (3.3.1.38)$$

onde

$$\mathbf{j}_f = \sum_{l=1}^L ez_l \left[-KTb_l \nabla n_l + ez_l b_l (N_l^0 \mathbf{e}_f + n_l \mathbf{E}_f^0) + N_l^0 \dot{\mathbf{u}}_f(\omega) \right] \quad (3.3.1.39)$$

A notação empregada no último termo da equação (3.3.1.39) é da forma:

$$\dot{\mathbf{u}}_f(t) = \text{Re}\{\dot{\mathbf{u}}_f(\omega)e^{-i\omega t}\} \quad (3.3.1.40)$$

As condições de contorno no domínio de frequência temporal são escritas como:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{b}_s - \mathbf{b}_f) = 0 \quad (3.3.1.41)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{d}_s - \mathbf{d}_f) = 0 \quad (3.3.1.42)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{e}_s - \mathbf{e}_f) = \mathbf{0} \quad (3.3.1.43)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{h}_s - \mathbf{h}_f) = Q^0 \dot{\mathbf{u}}_s(\omega) \quad (3.3.1.44)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}_f = 0 \quad (3.3.1.45)$$

3.3.2 EQUAÇÕES NA ESCALA DO VOLUME CONTÍNUO

As equações macroscópicas são obtidas a partir das equações microscópicas obtidas anteriormente através da técnica do cálculo da média no volume de referência, V_A (volume cujas dimensões lineares são maiores do que as dimensões do grão, e, menores do que o menor comprimento de onda da perturbação incidente). O cálculo da média no volume é feito através da integração volumétrica de um campo microscópico qualquer \mathbf{a}_ξ , associado à fase ξ , da seguinte forma:

$$\langle \mathbf{a}_\xi \rangle = \frac{1}{V_A} \int_{V_\xi} \mathbf{a}_\xi dV \quad (3.3.2.1)$$

onde V_ξ representa o volume da fase ξ dentro do volume V_A .

A média volumétrica para os operadores de gradiente, divergente, e rotacional de um campo microscópico qualquer podem ser escritos, respectivamente, como:

$$\langle \nabla \mathbf{a}_\xi \rangle = \nabla \langle \mathbf{a}_\xi \rangle + \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n}_\xi \mathbf{a}_\xi dS \quad (3.3.2.2)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{a}_\xi \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{a}_\xi \rangle + \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n}_\xi \cdot \mathbf{a}_\xi dS \quad (3.3.2.3)$$

$$\langle \nabla \times \mathbf{a}_\xi \rangle = \nabla \times \langle \mathbf{a}_\xi \rangle + \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n}_\xi \times \mathbf{a}_\xi dS \quad (3.3.2.4)$$

onde \mathbf{n}_ξ é a normal à superfície S_w , na direção do fluido para o sólido, definida como:

$$\mathbf{n}_f = \mathbf{n} \quad (3.3.2.5)$$

e

$$\mathbf{n}_s = -\mathbf{n} \quad (3.3.2.6)$$

Considerando que a fase s3lida e a fase fluida sejam homog4neas no volume V_A ou que variem muito pouco quando V_A se move em dist4ncias do tamanho das dimens3es lineares de V_A , as propriedades macrosc3picas como a fra3o volum4trica variam suavemente, escrita como:

$$\phi_\xi = \frac{V_\xi}{V_A} \quad (3.3.2.7)$$

onde $\phi_f = \phi$ 4 a porosidade, e $\phi_s = 1 - \phi$ 4 fra3o s3lida. Desta forma, podemos definir uma m4dia por fase, e uma m4dia total, respectivamente, da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{a}}_\xi = \frac{\langle \mathbf{a}_\xi \rangle}{\phi_\xi} \quad (3.3.2.8)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \sum_\xi \langle \mathbf{a}_\xi \rangle = \sum_\xi \phi_\xi \bar{\mathbf{a}}_\xi. \quad (3.3.2.9)$$

Para o campo el4trico est4tico $\mathbf{E}_f^0 = -\nabla\Phi^0$, a m4dia 4 calculada como:

$$\langle \mathbf{E}_f^0 \rangle = -\nabla \langle \Phi^0 \rangle - \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n} \Phi^0 dS \quad (3.3.2.10)$$

Como $\Phi^0 = \zeta$ 4 assumido ser constante sobre a superf4cie S_w , a integral se anula, e se as propriedades macrosc3picas s3o uniformes tal que $\langle \Phi^0 \rangle = \text{const}$, ent3o:

$$\langle \mathbf{E}_f^0 \rangle = 0 \quad (3.3.2.11)$$

Para as perturba3es harm3nicas as equa3es microsc3picas (3.3.1.31) a (3.3.1.39) s3o colocadas na forma macrosc3pica da seguinte maneira:

1-A média volumétrica é aplicada, para as fases, usando (3.3.2.1) da seguinte forma:

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{b}_s \rangle = 0 \quad (3.3.2.12)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{d}_s \rangle = 0 \quad (3.3.2.13)$$

$$\nabla \times \langle \mathbf{e}_s \rangle = i\omega \langle \mathbf{b}_s \rangle \quad (3.3.2.14)$$

$$\nabla \times \langle \mathbf{h}_s \rangle = -i\omega \langle \mathbf{d}_s \rangle \quad (3.3.2.15)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{b}_f \rangle = 0 \quad (3.3.2.16)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{d}_f \rangle = \sum_{l=1}^L e z_l \langle n_l \rangle \quad (3.3.2.17)$$

$$\nabla \times \langle \mathbf{e}_f \rangle = i\omega \langle \mathbf{b}_f \rangle \quad (3.3.2.18)$$

$$\nabla \times \langle \mathbf{h}_f \rangle = -i\omega \langle \mathbf{d}_f \rangle + \langle \mathbf{j}_f \rangle \quad (3.3.2.19)$$

onde

$$\langle \mathbf{j}_f \rangle = \sum_{l=1}^L e z_l \left[-KT b_l \nabla \langle n_l \rangle + e z_l b_l (N_l^0 \langle \mathbf{e}_f \rangle + n_l \langle \mathbf{E}_f^0 \rangle) + N_l^0 \langle \dot{\mathbf{u}}_f \rangle \right] \quad (3.3.2.20)$$

2-Usando as equações (3.3.2.2) a (3.3.2.4) calcula-se a média dos operadores nas equações (3.3.2.12) a (3.3.2.20), da seguinte forma:

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{b}_s \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{b}_s \rangle - \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n} \cdot \mathbf{b}_s dS \quad (3.3.2.21)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{d}_s \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{d}_s \rangle - \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n} \cdot \mathbf{d}_s dS \quad (3.3.2.22)$$

$$\langle \nabla \times \mathbf{e}_s \rangle = \nabla \times \langle \mathbf{e}_s \rangle - \int_{S_w} \mathbf{n} \times \mathbf{e}_s dS \quad (3.3.2.23)$$

$$\langle \nabla \times \mathbf{h}_s \rangle = \nabla \times \langle \mathbf{h}_s \rangle - \int_{S_w} \mathbf{n} \times \mathbf{h}_s dS \quad (3.3.2.24)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{b}_f \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{b}_f \rangle + \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n} \cdot \mathbf{b}_f dS \quad (3.3.2.25)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{d}_f \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{d}_f \rangle + \frac{1}{V_A} \int_{S_w} \mathbf{n} \cdot \mathbf{d}_f dS \quad (3.3.2.26)$$

$$\langle \nabla \times \mathbf{e}_f \rangle = \nabla \times \langle \mathbf{e}_f \rangle + \int_{S_w} \mathbf{n} \times \mathbf{e}_f dS \quad (3.3.2.27)$$

$$\langle \nabla \times \mathbf{h}_f \rangle = \nabla \times \langle \mathbf{h}_f \rangle - \int_{S_w} \mathbf{n} \times \mathbf{h}_f dS \quad (3.3.2.28)$$

3-As equações correspondentes para a fase sólida e para a fase fluida nas equações (3.3.2.21) a (3.3.2.28) são adicionadas usando a equação (3.3.2.9) e os valores calculados nas equações (3.3.2.12) a (3.3.2.19).

4-As condições de contorno (3.3.1.41) a (3.3.1.45) são aplicadas.

5-A velocidade relativa sólido-fluido é introduzida.

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}_f - \dot{\mathbf{u}}_s \quad (3.3.2.29)$$

6-A condição de eletroneutralidade anterior à perturbação é aplicada:

$$\sum_{l=1}^L e z_l \langle N_l^0 V_A \rangle V_A + Q_S^0 S_w = 0 \quad (3.3.2.30)$$

Tais procedimentos aplicados resultam nas seguintes equações de Maxwell na forma macroscópica:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{B}} = 0 \quad (3.3.2.31)$$

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{D}} = \varphi \sum_{l=1}^L e z_l \bar{n}_l \quad (3.3.2.32)$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{E}} = i\omega \bar{\mathbf{B}} \quad (3.3.2.33)$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}} = -i\omega \bar{\mathbf{D}} + \bar{\mathbf{J}} \quad (3.3.2.34)$$

onde $\bar{\mathbf{B}}$, $\bar{\mathbf{D}}$, $\bar{\mathbf{E}}$, $\bar{\mathbf{H}}$, e $\bar{\mathbf{J}}$ são a média total, \bar{n}_l a média na fase fluida. A densidade de corrente macroscópica $\bar{\mathbf{J}}$ tem quatro distintas contribuições:

$$\bar{\mathbf{J}} = \varphi (\bar{\mathbf{J}}_d + \bar{\mathbf{J}}_c + \bar{\mathbf{J}}_s + \bar{\mathbf{J}}_n) \quad (3.3.2.35)$$

onde $\bar{\mathbf{J}}_d$ é a média da densidade de corrente de difusão no fluido, $\bar{\mathbf{J}}_c$ é a média da densidade de corrente de condução, $\bar{\mathbf{J}}_s$ é a média da densidade de corrente de *streaming*, e $\bar{\mathbf{J}}_n$ é a média da densidade de corrente devido a correntes localizadas de difusão induzida na parede do poro.

Para obtenção das relações constitutivas na forma macroscópica, começamos com a média do deslocamento elétrico:

$$\bar{\mathbf{d}}_\xi = \varepsilon_0 \kappa_\xi \bar{\mathbf{e}}_\xi \quad (3.3.2.36)$$

Aplicando (3.3.2.9) na equação (3.3.2.36), obtemos a média macroscópica:

$$\bar{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 (\varphi \kappa_f \bar{\mathbf{e}}_f + (1 - \varphi) \kappa_s \bar{\mathbf{e}}_s) \quad (3.3.2.37)$$

Usando a definição (3.3.2.9) para o campo elétrico macroscópico:

$$\bar{\mathbf{E}} = \varphi \bar{\mathbf{e}}_f + (1 - \varphi) \bar{\mathbf{e}}_s \quad (3.3.2.38)$$

Substituindo (3.3.2.38) em (3.3.2.37), obtemos:

$$\bar{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 (\varphi (\kappa_f - \kappa_s) \bar{\mathbf{e}}_f + \kappa_s \bar{\mathbf{E}}). \quad (3.3.2.39)$$

Baseado em Pride (1994), o campo elétrico médio no fluido é:

$$\bar{\mathbf{e}}_f = \frac{1}{\alpha_\infty} \bar{\mathbf{E}} \quad (3.3.2.40)$$

onde α_∞ é um parâmetro adimensional denominado tortuosidade.

Substituindo (3.3.2.40) na equação (3.3.39), obtemos:

$$\bar{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \left(\frac{\varphi}{\alpha_\infty} (\kappa_f - \kappa_s) + \kappa_s \right) \bar{\mathbf{E}} \quad (3.3.2.41)$$

Devido à susceptibilidade magnética ser desprezada tanto na fase sólida quanto na fase fluida (ferro, níquel, e cobalto não são os elementos principais das rochas sedimentares), as relações constitutivas entre o campo magnético e a indução magnética, podem simplesmente ser escritas como:

$$\bar{\mathbf{B}} = \mu_0 \bar{\mathbf{H}} \quad (3.3.2.42)$$

3.4 EQUAÇÕES DE PRIDE

A modelagem matemática, em escala macroscópica, do problema da propagação de perturbações mecânicas acopladas às perturbações eletromagnéticas num meio poroso isotrópico saturado, é formada por um conjunto de equações denominadas de equações de Pride, compostas pelas equações poroelásticas (3.1.3.61) a (3.1.3.64), pelas equações do transporte de massa e carga elétrica (3.2.1.1) e (3.2.2.1), e pelas equações da eletrodinâmica em meio poroso (3.3.2.31) a (3.3.2.34), (3.3.2.41) e (3.3.2.42). Retirando o barramento acima das variáveis marcando $\mathbf{u}_s = \mathbf{u}$, $\boldsymbol{\tau}_B = \boldsymbol{\tau}$, $\rho_B = \rho$, $\rho_E = m$ e substituindo $\mathbf{J}^f = \dot{\mathbf{w}}$, no domínio de frequência temporal ω as equações de Pride são escritas abaixo:

$$-i\omega\rho\dot{\mathbf{u}} - i\omega\rho_f\dot{\mathbf{w}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}_s \quad (3.4.1)$$

$$-i\omega\rho_f\dot{\mathbf{u}} - i\omega m\dot{\mathbf{w}} = -\nabla P_f - \frac{\eta}{k}\dot{\mathbf{w}} \quad (3.4.2)$$

$$\boldsymbol{\tau} = (\lambda_c \nabla \cdot \mathbf{u} + \alpha M \nabla \cdot \mathbf{w}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (3.4.3)$$

$$-P_f = \alpha M \nabla \cdot \mathbf{u} + M \nabla \cdot \mathbf{w} \quad (3.4.4)$$

$$\dot{\mathbf{w}} = -L_{11}(\nabla P_f + i\omega \rho_f \dot{\mathbf{u}}) + L_{12} \mathbf{E} \quad (3.4.5)$$

$$\mathbf{J}^e = -L_{21}(\nabla P_f + i\omega \rho_f \dot{\mathbf{u}}) + L_{22} \mathbf{E} \quad (3.4.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.4.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \varphi \sum_{l=1}^L e z_l n_l \quad (3.4.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B} \quad (3.4.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}^e \quad (3.4.10)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \left(\frac{\phi}{\alpha_\infty} (\kappa_f - \kappa_s) + \kappa_s \right) \mathbf{E} \quad (3.4.11)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (3.4.12)$$

O conjunto de equações acima, (3.4.1) a (3.4.12), denominados de equações de Pride, desenvolvidas pela primeira vez por Pride (1994), usando a técnica da média num volume finito, ou seja, parte da escala microscópica para a escala macroscópica. Observa-se que a abordagem do desenvolvimento de Pride produz equações idênticas à abordagem macroscópica da teoria da mistura desenvolvida por Biot (1962a) para as equações da poroelasticidade (3.4.1) a (3.4.4), e também resultados equivalentes para as equações da continuidade de massa e carga (3.4.5) a (3.4.6) aos resultados de Neev e Yeatts (1989).

O acoplamento dos campos sísmicos com os campos eletromagnéticos é feito essencialmente pelo coeficiente de acoplamento eletrocinético L_{12} e L_{21} , pois quando seu valor é zero, as equações de Biot e as equações de Maxwell ficam desacopladas. O valor do coeficiente de acoplamento eletrocinético é diretamente proporcional à permissividade elétrica do fluido e ao potencial zeta, e inversamente proporcional à condutividade elétrica e a viscosidade do fluido.

CAPÍTULO 4

SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE PRIDE

A solução de equações diferenciais pode ser feita por técnicas analíticas e por técnicas numéricas. A grande maioria dos problemas científicos e de engenharia não pode ser resolvida analiticamente. Conseqüentemente, os métodos numéricos para solução de equações diferenciais são muito importantes.

O universo de técnicas de solução numérica de equações diferenciais é bastante variado e inclui, entre outros, os métodos de diferenças finitas, elementos finitos, métodos espectrais, elementos de contorno, métodos de colocação. Utilizaremos o método das diferenças finitas para resolver as equações de Pride.

Em contraste com uma solução analítica contínua, o método das diferenças finitas produz uma solução em um ponto específico localizado no espaço e no tempo, denominado de *grid point*. Esses valores numéricos discretos representam uma aproximação numérica da solução analítica contínua.

Todo método numérico apresenta vantagens e desvantagens. Escolhemos o método das diferenças finitas pelo fato de que a substituição das derivadas que aparecem nas equações diferenciais, nas condições iniciais e de contorno, por operadores de diferenças finitas, apresentarem as seguintes vantagens:

1. Trata o comportamento não-linear naturalmente, é intuitivo ou fácil de entender e usar.
2. Discretização. A transformação de um problema contínuo num problema discreto finito, obtido pela subdivisão do domínio da solução em um conjunto de pontos, em geral igualmente espaçados, ao qual damos o nome de malha. O grau de afinamento da malha depende do menor comprimento de onda do pulso e da menor feição geométrica do modelo a ser resolvida. Quanto mais fina a malha, mais tempo de processamento e mais memória. Considerações práticas como memória computacional, tempo de execução limitam o tamanho da malha.
3. Precisão e robustez. As fontes de erro são muito bem compreendidas, o que nos permite um controle sobre estas grandezas.
4. Trata o comportamento impulsivo naturalmente. Quando um pulso de banda larga é usado como fonte (como o pulso Gaussiano), a resposta do sistema sobre toda a faixa de freqüências é obtido simultaneamente numa única passada.
5. Incorpora implicitamente as condições de contorno em cada ponto da malha em meios heterogêneos.
6. Memória computacional. O incremento da memória computacional facilita todas as técnicas numéricas, mas isto é uma vantagem particular da técnica das diferenças finitas, porque está fundamentado na discretização dos domínios espaciais e temporais, que inerentemente requer uma grande quantidade de memória.
7. Condições absorventes de contorno. A capacidade finita de memória limita o tamanho físico da simulação e introduz erros devido a reflexões nos contornos artificiais do modelo. O uso de técnicas de bordas de absorção, como a técnica de absorção de condições de contorno (ABC), e a técnica

que usa um material absorvente especial denominado de camada de ajuste perfeito (PML), permitem a simulação de modelos finitos sem reflexões espúrias nas bordas artificiais.

Neste trabalho vamos considerar somente o caso em que a fonte de perturbação do meio poroso é de origem mecânica, e recebem a denominação de fenômenos sismoelétricos. Isto significa que nem todos os termos nas equações sismoelétricas são necessários para serem incluídos.

Na equação (3.4.10), o termo associado à corrente de deslocamento dielétrica, $-i\omega\mathbf{D}$, pode ser negligenciado em relação à corrente de condução, \mathbf{J}^e , devido à razão

$$\frac{\omega\epsilon}{\sigma} < 10^{-4} \quad (4.1)$$

estar situada na faixa difusiva para a frequência ω em toda banda sísmica, e para a condutividade σ do meio poroso de interesse (rochas sedimentares).

Outro termo negligenciado é o termo $L_{12}\mathbf{E}$ associado à eletrosrose na equação (3.4.5). A amplitude deste efeito é calculada considerando o campo elétrico gerado pela onda compressional propagando através de um meio poroso homogêneo. Neste caso, a acumulação de carga nos picos e vales da onda gera um campo elétrico que produz uma corrente elétrica que é compensada pela corrente de *streaming* tal que $\mathbf{J}^e = 0$ na equação (3.4.6), e o campo elétrico será:

$$\mathbf{E} = \frac{L_{21}}{L_{22}} \left(\nabla P_f + i\omega\rho_f \dot{\mathbf{u}} \right) \quad (4.2)$$

Substituindo a equação (4.2) na equação (3.4.5) obtemos:

$$-\dot{\mathbf{w}} = L_{11} \left(1 - \frac{L_{12}L_{21}}{L_{11}L_{22}} \right) \left(\nabla P_f + i\omega\rho_f \dot{\mathbf{u}} \right) \quad (4.3)$$

Aplicando a reciprocidade de Onsager $L_{12} = L_{21} = L$, e, substituindo L_{11} pela condutividade hidráulica da equação (3.2.1.2), e, substituindo L_{22} pela condutividade elétrica, na equação (4.3), obtemos:

$$-\dot{\mathbf{w}} = \frac{k}{\eta} \left(1 - \frac{\eta L^2}{k\sigma} \right) \left(\nabla P_f + i\omega\rho_f \dot{\mathbf{u}} \right) \quad (4.4)$$

O termo adimensional $\frac{\eta L^2}{k\sigma}$ representa a retroalimentação eletro-osmótica, que para o meio poroso de interesse neste trabalho (as rochas sedimentares siliciclásticas), o valor típico:

$$\frac{\eta L^2}{k\sigma} < 10^{-5} \quad , \quad (4.5)$$

o qual pode ser negligenciado em relação à unidade. Isto significa que a perturbação eletro-osmótica $L_{12}\mathbf{E}$ na equação (3.4.5) é uma minúscula perturbação tal que o fluxo de fluido induzido pelo campo elétrico gerado pela onda mecânica é desprezível. A desconsideração deste termo implica que a resposta poroelástica se desacopla da resposta eletromagnética (o caso contrário continua acoplado). Desta forma, substituindo a condição (4.5) na equação (4.4), obtemos:

$$-\dot{\mathbf{w}} = \frac{k}{\eta} \left(\nabla P_f + i\omega\rho_f \dot{\mathbf{u}} \right) \quad (4.6)$$

Baseado nas condições (4.6) podemos calcular a densidade de corrente associada à perturbação mecânica. Para isso, substituímos na equação (3.4.6) a equação (4.6), e obtemos:

$$\mathbf{J}^e = \frac{\eta L}{k} \dot{\mathbf{w}} + \sigma \mathbf{E} \quad (4.7)$$

Outra restrição imposta às equações de Pride para o caso sismoelétrico está ligada à razão entre a profundidade de investigação e o efeito de superfície em condutores (*skin effect* – tendência de correntes alternadas fluírem próximo à superfície dos condutores e a se atenuarem fortemente com a profundidade, numa espécie de aumento da impedância elétrica com a profundidade, de tal forma que a profundidade em que as correntes foram atenuadas em 1 Np ou 4.3 Db, denominamos de *skin depth*). O efeito de *skin depth* é calculado da seguinte forma:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\omega\mu\sigma}} \quad (4.8)$$

Nas frequências sísmicas ($f < 1$ kHz), e para o meio poroso das rochas sedimentares, o valor do *skin depth* será $\delta > 1$ km. Como o sinal sismoelétrico já foi detectado em distâncias da ordem de centenas de metros, (Thompson e Gist, 1993), a razão profundidade d e o *skin depth* δ é muito menor que um, $\frac{d}{\delta} \ll 1$. Isto significa que os campos eletromagnéticos difusivos ditados pela condição (4.1), são quase estáticos, ou seja, os efeitos de indução na equação (3.4.9) podem ser negligenciados, ou melhor:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (4.9)$$

Assim, os campos elétricos podem ser derivados de uma função potencial elétrico da seguinte forma:

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (4.10)$$

onde Φ é a função potencial elétrico.

Substituindo a equação (4.10) na equação (4.7) e o resultado obtido substituímos na equação (3.4.10) e, então calculamos a divergência, obtemos:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = \nabla \cdot \left(\frac{\eta L}{k} \dot{\mathbf{w}} \right) \quad (4.11)$$

A equação (4.11) é a equação de Poisson no potencial elétrico Φ . Esta equação foi o que restou das equações de Maxwell do problema sismoelétrico. Para se calcular o campo elétrico, primeiro resolvemos a equação (4.11) para o potencial elétrico, e, em seguida calculamos o gradiente do potencial elétrico na equação (4.10). O campo magnético associado é da ordem de pico Tesla, (Haines, 2004), e muito pequeno para ser detectado em experimentos de campo.

4.1 EQUAÇÕES DO CASO SISMOELÉTRICO 2D

Primeiro vamos explicitar, usando as simplificações anteriores, as equações (3.4.1) a (3.4.4), e as simplificações das equações (3.4.5) a (3.4.12) obtidas nas equações (4.10) e (4.11), no domínio de tempo. De acordo com Pride, (1994), Pride e Berryman, (2001, 2003) a relaxação em coeficientes do problema, causada pelos mecanismos de atenuação, pode ser desconsiderada no nosso caso. Isso significa que os coeficientes do nosso sistema não dependem da frequência temporal ω e nós podemos reescrever o sistema no domínio temporal como:

$$\rho \partial_t \dot{\mathbf{u}} + \rho_f \partial_t \dot{\mathbf{w}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}_s \quad (4.1.12)$$

$$\rho_f \partial_t \dot{\mathbf{u}} + m \partial_t \dot{\mathbf{w}} = -\nabla P_f - \frac{\eta}{k} \dot{\mathbf{w}} \quad (4.1.13)$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\lambda_c \nabla \cdot \mathbf{u} + \alpha M \nabla \cdot \mathbf{w}] \mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (4.1.14)$$

$$-P_f = \alpha M \nabla \cdot \mathbf{u} + M \nabla \cdot \mathbf{w} \quad (4.1.15)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi \quad (4.1.16)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = \nabla \cdot \left(\frac{\eta L}{k} \dot{\mathbf{w}} \right) \quad (4.1.17)$$

A parte mecânica (4.1.12) a (4.1.15) pode ser representada facilmente como:

$$\rho \partial_t \dot{\mathbf{u}} + \rho_f \partial_t \dot{\mathbf{w}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}_s \quad (4.1.18)$$

$$\rho_f \partial_t \dot{\mathbf{u}} + m \partial_t \dot{\mathbf{w}} = -\nabla P_f - \frac{\eta}{k} \dot{\mathbf{w}} \quad (4.1.19)$$

$$\partial_t P_f = \alpha M \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + M \nabla \cdot \dot{\mathbf{w}} \quad (4.2.20)$$

$$\partial_t \boldsymbol{\tau} = (\lambda_c \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + \alpha M \nabla \cdot \dot{\mathbf{w}}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \dot{\mathbf{u}} + \nabla \dot{\mathbf{u}}^T) \quad (4.1.21)$$

Considerando o caso 2D no plano $X_1 X_3$ nas equações (4.1.16) a (4.1.21), finalmente obtemos:

$$\rho \partial_t \dot{u}_1 + \rho_f \partial_t \dot{w}_1 = \partial_1 \tau_{11} + \partial_3 \tau_{31} + f_{s1} \quad (4.1.23)$$

$$\rho \partial_t \dot{u}_3 + \rho_f \partial_t \dot{w}_3 = \partial_1 \tau_{13} + \partial_3 \tau_{33} + f_{s3} \quad (4.1.24)$$

$$\rho_f \partial_t \dot{u}_1 + m \partial_t \dot{w}_1 = -\partial_1 P_f - \frac{\eta}{k} \dot{w}_1 \quad (4.1.25)$$

$$\rho_f \partial_t \dot{u}_3 + m \partial_t \dot{w}_3 = -\partial_3 P_f - \frac{\eta}{k} \dot{w}_3 \quad (4.1.26)$$

$$\partial_t \tau_{11} = (\lambda_c + 2\mu) \partial_1 \dot{u}_1 + \lambda_c \partial_3 \dot{u}_3 + \alpha M (\partial_1 \dot{w}_1 + \partial_3 \dot{w}_3) \quad (4.1.27)$$

$$\partial_t \tau_{13} = \mu (\partial_3 \dot{u}_1 + \partial_1 \dot{u}_3) \quad (4.1.28)$$

$$\partial_t \tau_{33} = (\lambda_c + 2\mu) \partial_3 \dot{u}_3 + \lambda_c \partial_1 \dot{u}_1 + \alpha M (\partial_1 \dot{w}_1 + \partial_3 \dot{w}_3) \quad (4.1.29)$$

$$\partial_t P_f = \alpha M \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + M \nabla \cdot \dot{\mathbf{w}} \quad (4.1.30)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = \nabla \cdot \left(\frac{\eta L}{k} \dot{\mathbf{w}} \right) \quad (4.1.31)$$

$$E_1 = -\partial_1 \Phi \quad (4.1.32)$$

$$E_3 = -\partial_3 \Phi \quad (4.1.33)$$

4.2 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DO CASO SISMOELÉTRICO 2D

As equações 2D (4.1.23) a (4.1.26) são equações diferenciais de primeira ordem. Podemos reformular as equações na forma mais adequada para a aplicação do método de diferenças finitas. Para isso remarcamos como

$$\dot{u}_k = U_k, \dot{w}_k = W_k, k = 1, 3. \quad (4.2.1)$$

A reformulação das equações (4.1.23) a (4.1.26) segue os seguintes passos:

1. Multiplicamos a equação (4.1.23) e a equação (4.1.24) por m , e, multiplicamos a equação (4.1.25) e a equação (4.1.26) por ρ_f .
2. Subtraímos os resultados da multiplicação da equação (4.1.23) dos resultados da multiplicação da equação (4.1.25), executados no item 1. Subtraímos os resultados da multiplicação (4.1.24) dos resultados da multiplicação da equação (4.1.26), executados no item 1. Desta forma, obtemos as equações explícitas para U_1 e U_3 .
3. Multiplicamos a equação (4.1.23) e a equação (4.1.24) por ρ_f , e multiplicamos a equação (4.1.25) e a equação (4.1.26) por ρ .
4. Subtraímos os resultados da multiplicação da equação (4.1.23) dos resultados da multiplicação da equação (4.1.25), executados no item 3. Subtraímos os resultados da multiplicação (4.1.24) dos resultados da

multiplicação da equação (4.1.26), executados no item 3. Desta forma, obtemos as equações explícitas para W_1 e W_3 .

Os resultados acima são escritos da seguinte forma:

$$(m\rho - \rho_f^2)\partial_t U_1 = m\partial_1\tau_{11} + m\partial_3\tau_{13} + \rho_f\partial_1 P^f + \rho_f \frac{\eta}{k} W_1 \quad (4.2.2)$$

$$(m\rho - \rho_f^2)\partial_t U_3 = m\partial_3\tau_{33} + m\partial_1\tau_{13} + \rho_f\partial_3 P^f + \rho_f \frac{\eta}{k} W_3 \quad (4.2.3)$$

$$(\rho_f^2 - m\rho)\partial_t W_1 = \rho_f\partial_1\tau_{11} + \rho_f\partial_3\tau_{13} + \rho\partial_1 P^f + \rho \frac{\eta}{k} W_1 \quad (4.2.4)$$

$$(\rho_f^2 - m\rho)\partial_t W_3 = \rho_f\partial_3\tau_{33} + \rho_f\partial_1\tau_{13} + \rho\partial_3 P^f + \rho \frac{\eta}{k} W_3 \quad (4.2.5)$$

Quando adicionamos às equações (4.2.2) a (4.2.5), as equações (4.1.27) a (4.1.33) formamos o novo sistema de equações sismoelétricas bidimensional:

$$(m\rho - \rho_f^2)\partial_t U_1 = m\partial_1\tau_{11} + m\partial_3\tau_{13} + \rho_f\partial_1 P^f + \rho_f \frac{\eta}{k} W_1 \quad (4.2.2)$$

$$(m\rho - \rho_f^2)\partial_t U_3 = m\partial_3\tau_{33} + m\partial_1\tau_{13} + \rho_f\partial_3 P^f + \rho_f \frac{\eta}{k} W_3 \quad (4.2.3)$$

$$(\rho_f^2 - m\rho)\partial_t W_1 = \rho_f\partial_1\tau_{11} + \rho_f\partial_3\tau_{13} + \rho\partial_1 P^f + \rho \frac{\eta}{k} W_1 \quad (4.2.4)$$

$$(\rho_f^2 - m\rho)\partial_t W_3 = \rho_f\partial_3\tau_{33} + \rho_f\partial_1\tau_{13} + \rho\partial_3 P^f + \rho \frac{\eta}{k} W_3 \quad (4.2.5)$$

$$\partial_t\tau_{11} = (\lambda_c + 2\mu)\partial_1 U_1 + \lambda_c\partial_3 U_3 + \alpha M(\partial_1 W_1 + \partial_3 W_3) \quad (4.2.6)$$

$$\partial_t\tau_{13} = \mu(\partial_3 U_1 + \partial_1 U_3) \quad (4.2.7)$$

$$\partial_t\tau_{33} = (\lambda_c + 2\mu)\partial_3 U_3 + \lambda_c\partial_1 U_1 + \alpha M(\partial_1 W_1 + \partial_3 W_3) \quad (4.2.8)$$

$$\partial_t P_f = \alpha M \nabla \cdot \mathbf{U} + M \nabla \cdot \mathbf{W} \quad (4.2.9)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = \nabla \cdot \left(\frac{\eta L}{k} \mathbf{W} \right) \quad (4.2.10)$$

$$E_1 = -\partial_1 \Phi \quad (4.2.11)$$

$$E_3 = -\partial_3 \Phi \quad (4.2.12)$$

Aqui $\mathbf{U} = (U_1, U_3)$, $\mathbf{W} = (W_1, W_3)$.

4.2.1 SOLUÇÃO POR DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) é baseado no método das diferenças finitas (FD). O método FD aproxima uma derivada contínua por diferenças finitas ou discretas, empregando uma técnica qualquer como a combinação e expansão por série de Taylor truncada, como as fórmulas de interpolação polinomial de Lagrange, ou pelas fórmulas de interpolação polinomial de Newton. Noutras palavras, a essência da FD está na discretização do contínuo, tornando finito o problema e portanto, viabilizando sua solução através dos computadores.

A solução de um problema por FD envolve, basicamente, cinco passos:

1. Discretização nos domínios espacial e temporal em uma malha de células. Ou seja, é feita uma subdivisão do domínio em um conjunto de pontos construído num determinado sistema de referência em que a geometria do domínio apresente aspectos simplificadores, como por exemplo, simetrias. Na figura 4.2.1.1 mostramos alguns tipos de malhas.

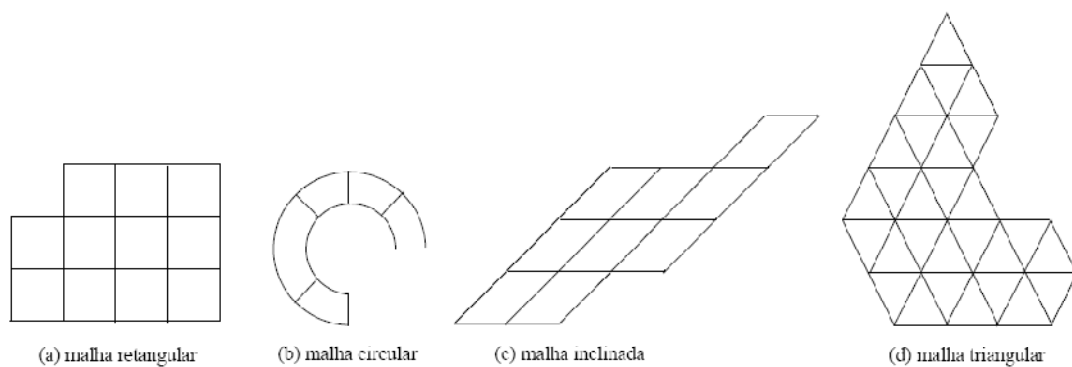


Figura 4.2.1.1-Exemplos de malhas numéricas espaciais (Cuminato e Junior, 2002).

Neste trabalho vamos usar a discretização cartesiana, que para o caso unidimensional, pode ser escrito como:

$$x_i = x_0 \pm ih, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.2.1.1)$$

onde h é o passo da malha, x_0 o ponto inicial, e o indexador i pode ser fracionário como no caso das malhas intercaladas. Existem também esquemas adaptativos que transformam um problema de uma malha numa outra recursivamente.

2. Nos pontos da malha são calculadas as aproximações para uma função e suas derivadas. Uma ferramenta básica para o cálculo de aproximações e suas derivadas é a série de Taylor que relaciona os valores da função e suas derivadas, num ponto x , com valores dessa mesma função numa vizinhança $x \pm h$. Considerando o caso unidimensional para efeito de demonstração, usando a expansão em série de Taylor para a função deslocamento, podemos escrever:

$$u(x \pm h) = u(x) \pm \frac{h}{1!} \frac{du(x)}{dx} + \frac{h^2}{2!} \frac{d^2u(x)}{dx^2} \pm \frac{h^3}{3!} \frac{d^3u(x)}{dx^3} + \dots \quad (4.2.1.2)$$

Desprezando os termos da expressão (4.2.1.2) a partir da segunda derivada, e manipulando algebricamente obtemos uma expressão para a primeira derivada à direita e à esquerda de x , respectivamente:

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + O(h) \quad (4.2.1.3)$$

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{u(x) - u(x-h)}{h} + O(h) \quad (4.2.1.4)$$

onde o termo $O(h)$ especifica a ordem de grandeza dos termos truncados.

Outra possibilidade de obtermos uma expressão para a primeira derivada é através da multiplicação da segunda expressão na equação

(4.2.1.2) pelo sinal negativo e adicionar à primeira expressão (4.2.1.2), e assim obtemos uma expressão para a derivada primeira centrada em x , uma expressão onde a ordem de grandeza dos termos truncados é de segunda ordem em h , como abaixo:

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h} + O(h^2) \quad (4.2.1.5)$$

Os três modos de obtenção das aproximações para a primeira derivada nas equações (4.2.1.3), (4.2.1.4), e (4.2.1.5) indicam que a escolha de um esquema de diferença afeta a precisão dos resultados. Nota-se que o esquema de diferença central é uma ordem de grandeza mais preciso do que os esquemas de diferença à direita ou à esquerda. Vale mencionar aqui que os esquemas que usam malhas intercaladas são muito mais precisos do que os esquemas de diferença central, e por isso vamos utilizar neste trabalho e deduziremos na seção 4.2.2.

Para obtermos derivada de segunda ordem basta adicionar as duas expressões contidas na equação (4.2.1.2), cujo resultado é da seguinte forma:

$$\frac{d^2u(x)}{dx^2} = \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2} + O(h^2) \quad (4.2.1.6)$$

Desta forma, podemos obter as derivadas que compõem uma equação diferencial, cuja substituição, desprezando os termos associados à ordem de aproximação, obtemos a equação diferencial contínua aproximada por uma equação de diferenças finitas.

3. Imposição das condições de contorno.

4. Análise de convergência, estabilidade, e consistência. Se uma solução numérica tende para a solução contínua quando $h \rightarrow 0$ diz-se que a solução converge. A estabilidade da solução numérica implica que para certas escolhas de h , pequenos erros inerentes da precisão aritmética são amplificados erroneamente. A consistência implica que as equações das diferenças se

aproximam da equação diferencial contínua quando $h \rightarrow 0$. Na seção 4.2.3 faremos uma discussão mais detalhada sobre o assunto.

5. Resolução das equações discretas usando um método numérico conhecido.

As equações de Pride formam um conjunto de equações de propagação caracterizado por instabilidade ou transiente, ou seja, dependência temporal, que evolui a partir das condições iniciais e guiado pelas condições de fronteira presentes. Em um problema de propagação pretendemos prever o estado subsequente de um sistema que satisfaz uma equação diferencial em um determinado domínio espacial. As técnicas de diferenças finitas trabalham no domínio do tempo ou da frequência. Neste trabalho, vamos resolver as equações sismoelétricas 2D no domínio do tempo (FDTD).

4.2.2 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES SISMOELÉTRICAS 2D

Buscando uma melhor precisão e estabilidade nos algoritmos de solução, e a facilidade de lidar com heterogeneidades, possibilitando a flexibilidade para simular modelos complexos como meio randômico, gradiente de velocidade, grandes variações na razão de Poisson, sem aplicação das condições de contorno, utilizamos a formulação do problema sismoelétrico através de malhas intercaladas.

Para isso, vamos expandir a série de Taylor unidimensional (o desenvolvimento para várias variáveis é similar) em valores fracionários:

$$u\left(x + \frac{h}{2}\right) = u(x) + \frac{1}{1!}\left(\frac{h}{2}\right)^1 \frac{du(x)}{dx} + \frac{1}{2!}\left(\frac{h}{2}\right)^2 \frac{d^2u(x)}{dx^2} + \frac{1}{3!}\left(\frac{h}{2}\right)^3 \frac{d^3u(x)}{dx^3} + \dots \quad (4.2.2.1)$$

$$u\left(x - \frac{h}{2}\right) = u(x) - \frac{1}{1!}\left(\frac{h}{2}\right)^1 \frac{du(x)}{dx} + \frac{1}{2!}\left(\frac{h}{2}\right)^2 \frac{d^2u(x)}{dx^2} - \frac{1}{3!}\left(\frac{h}{2}\right)^3 \frac{d^3u(x)}{dx^3} + \dots \quad (4.2.2.2)$$

$$u\left(x + \frac{3h}{2}\right) = u(x) + \frac{1}{1!}\left(\frac{3h}{2}\right)^1 \frac{du(x)}{dx} + \frac{1}{2!}\left(\frac{3h}{2}\right)^2 \frac{d^2u(x)}{dx^2} + \frac{1}{3!}\left(\frac{3h}{2}\right)^3 \frac{d^3u(x)}{dx^3} + \dots \quad (4.2.2.3)$$

$$u\left(x - \frac{3h}{2}\right) = u(x) - \frac{1}{1!}\left(\frac{3h}{2}\right)^1 \frac{du(x)}{dx} + \frac{1}{2!}\left(\frac{3h}{2}\right)^2 \frac{d^2u(x)}{dx^2} - \frac{1}{3!}\left(\frac{3h}{2}\right)^3 \frac{d^3u(x)}{dx^3} + \dots \quad (4.2.2.4)$$

Subtraindo as equações (4.2.2.2) de (4.2.2.1), e subtraindo (4.2.2.4) de (4.2.2.3), respectivamente obtemos:

$$u\left(x + \frac{h}{2}\right) - u\left(x - \frac{h}{2}\right) = h \frac{du(x)}{dx} + \frac{2}{3!}\left(\frac{h}{2}\right)^3 \frac{d^3u(x)}{dx^3} + \frac{2}{5!}\left(\frac{h}{2}\right)^5 \frac{d^5u(x)}{dx^5} + \dots \quad (4.2.2.5)$$

$$u\left(x + \frac{3h}{2}\right) - u\left(x - \frac{3h}{2}\right) = 3h \frac{du(x)}{dx} + \frac{2}{3!}\left(\frac{3h}{2}\right)^3 \frac{d^3u(x)}{dx^3} + \frac{2}{5!}\left(\frac{3h}{2}\right)^5 \frac{d^5u(x)}{dx^5} + \dots \quad (4.2.2.6)$$

Multiplicando a equação (4.2.2.5) por 27, e subtraindo da equação (4.2.2.6), obtemos o operador de diferenças finitas para malha intercalada com precisão de quarta ordem:

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{1}{h} \left\{ \frac{9}{8} \left[u\left(x + \frac{h}{2}\right) - u\left(x - \frac{h}{2}\right) \right] - \frac{1}{24} \left[u\left(x + \frac{3h}{2}\right) - u\left(x - \frac{3h}{2}\right) \right] \right\} + O\left(\frac{h}{2}\right)^4 \quad (4.2.2.7)$$

Assim, comprovamos que a utilização do esquema de malha intercalada tem um ganho na precisão de duas ordens de grandeza em relação ao esquema de diferenças central da equação (4.2.1.5). O esquema da equação (4.2.2.7) vai ser usado nas derivadas espaciais. Nas derivadas temporais vamos usar o esquema de malhas intercaladas com precisão de segunda ordem como na equação (4.2.2.5) pelo fato de as atualizações temporais não disponibilizarem mais do que um nível ou estado anterior. Reescrevendo a equação (4.2.2.5) para a variável temporal, obtemos:

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{u\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - u\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} + O\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (4.2.2.8)$$

A implementação convencional das equações (4.2.2) a (4.2.9) apresentado por André (2005) mostra que quando a razão entre a viscosidade e a permeabilidade é muito elevada, ou seja, $\frac{\eta}{k} > 10^7$, foi constatado que as soluções tornam-se instáveis numericamente, cujo tratamento foi a divisão do intervalo temporal, fato que aumenta de sobremaneira o tempo de processamento. Uma consequência desta restrição é que, nos casos reais, os valores da viscosidade η estão entre 10^{-4} e 1 Pa.s, e os valores de k estão entre 10^{-20} a 10^{-10} m², implicando que na maioria destes casos teríamos instabilidade numérica. A solução deste problema foi apresentado por Carcione et al. (1995) e Carcione (2001), e que consiste em resolver separadamente o problema numa parte analítica e numa parte numérica, da seguinte forma:

Dividindo ambos os lados da equação (4.2.2) e (4.2.3) por $(m\rho - \rho_f^2)$, e dividindo (4.2.4) e (4.2.5) por $(\rho_f^2 - m\rho)$, podemos reescrever as equações (4.2.2) a (4.2.9) na forma matricial:

$$\partial_t \mathbf{Y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y} \quad (4.2.2.9)$$

onde

$$\mathbf{Y} = (U_1, U_3, W_1, W_3, \tau_{11}, \tau_{33}, \tau_{13}, P^f)^T$$

e

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\rho_f}{m\rho - \rho_f^2} \frac{\eta}{k} & 0 & \frac{m}{m\rho - \rho_f^2} \partial_1 & 0 & \frac{m}{m\rho - \rho_f^2} \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\rho_f}{m\rho - \rho_f^2} \partial_1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_f}{m\rho - \rho_f^2} \frac{\eta}{k} & 0 & \frac{m}{m\rho - \rho_f^2} \partial_3 & \frac{m}{m\rho - \rho_f^2} \partial_1 & \frac{\rho_f}{m\rho - \rho_f^2} \partial_3 \\ 0 & 0 & \frac{\rho}{\rho_f^2 - m\rho} \frac{\eta}{k} & 0 & \frac{\rho_f}{\rho_f^2 - m\rho} \partial_1 & 0 & \frac{\rho_f}{\rho_f^2 - m\rho} \partial_3 & \frac{\rho}{\rho_f^2 - m\rho} \partial_1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho}{\rho_f^2 - m\rho} \frac{\eta}{k} & 0 & \frac{\rho_f}{\rho_f^2 - m\rho} \partial_3 & \frac{\rho_f}{\rho_f^2 - m\rho} \partial_1 & \frac{\rho}{\rho_f^2 - m\rho} \partial_3 \\ (\lambda_c + 2\mu)\partial_1 & \lambda_c \partial_3 & \alpha M \partial_1 & \alpha M \partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_c \partial_1 & (\lambda_c + 2\mu)\partial_3 & \alpha M \partial_1 & \alpha M \partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu \partial_3 & \mu \partial_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha M \partial_1 & -\alpha M \partial_3 & -M \partial_1 & -M \partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Definindo

$$a = \frac{\rho_f \eta}{k} \quad (4.2.2.10)$$

$$b = \frac{\rho \eta}{k} \quad (4.2.2.11)$$

$$A = \lambda_c + 2\mu \quad (4.2.2.12)$$

$$B = \lambda_c \quad (4.2.2.13)$$

$$C = \alpha M \quad (4.2.2.14)$$

$$L = \frac{1}{m\rho - \rho_f^2} \quad (4.2.2.15)$$

$$S = \frac{1}{\rho_f^2 - m\rho} \quad (4.2.2.16)$$

Obtemos outra representação da matriz \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & La & 0 & Lm\partial_1 & 0 & Lm\partial_3 & L\rho_f\partial_1 \\ 0 & 0 & 0 & La & 0 & Lm\partial_3 & Lm\partial_1 & L\rho_f\partial_3 \\ 0 & 0 & Sb & 0 & S\rho_f\partial_1 & 0 & S\rho_f\partial_3 & S\rho\partial_1 \\ 0 & 0 & 0 & Sb & 0 & S\rho_f\partial_3 & S\rho_f\partial_1 & S\rho\partial_3 \\ A\partial_1 & B\partial_3 & C\partial_1 & C\partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B\partial_1 & A\partial_3\partial_3 & C\partial_1 & C\partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu\partial_3 & \mu\partial_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C\partial_1 & -C\partial_3 & -M\partial_1 & -M\partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.2.2.17)$$

Uma avaliação dos valores numéricos dos termos da matriz (4.2.2.17) feita por Santos et al. (2006) mostra que os valores extremamente altos dos termos que contém a razão entre a viscosidade sobre a permeabilidade (equações 4.2.2.10 e 4.2.2.11) quando comparados aos outros termos da

matriz são os responsáveis pela instabilidade. A solução consiste em resolver separadamente o sistema com a matriz (4.2.2.17) em dois subsistemas, o primeiro subsistema contendo os valores altos e resolvidos analiticamente, escrito da seguinte forma $\partial_t \mathbf{Y} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{Y}$ com

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & La & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & La & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sb & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Sb & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.2.2.18)$$

cuja solução é obtida analiticamente da seguinte forma:

$$W_1^{n+1} = W_1^n e^{Sb\Delta t} \quad (4.2.2.19)$$

$$W_3^{n+1} = W_3^n e^{Sb\Delta t} \quad (4.2.2.20)$$

$$U_1^{n+1} = U_1^n - \frac{\rho_f}{\rho} (e^{Sb\Delta t} - 1) W_1^n \quad (4.2.2.21)$$

$$U_3^{n+1} = U_3^n - \frac{\rho_f}{\rho} (e^{Sb\Delta t} - 1) W_3^n \quad (4.2.2.22)$$

onde o índice $n+1$ indica o tempo atual, n o tempo anterior, e Δt o intervalo temporal de discretização.

O segundo subsistema contendo os valores menores e resolvidos numericamente por diferenças finitas, escrito da seguinte forma $\partial_t \mathbf{Y} = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{Y}$ com

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & Lm\partial_1 & 0 & Lm\partial_3 & L\rho_f\partial_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Lm\partial_3 & Lm\partial_1 & L\rho_f\partial_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S\rho_f\partial_1 & 0 & S\rho_f\partial_3 & S\rho\partial_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S\rho_f\partial_3 & S\rho_f\partial_1 & S\rho\partial_3 \\ A\partial_1 & B\partial_3 & C\partial_1 & C\partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B\partial_1 & A\partial_3 & C\partial_1 & C\partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu\partial_3 & \mu\partial_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C\partial_1 & -C\partial_3 & -M\partial_1 & -M\partial_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.2.2.23)$$

A solução do subsistema (4.2.2.23) obtida numericamente no tempo n servirá de entrada para a solução analítica (4.2.2.22) do tempo $n+1$. Desta forma, podemos simular modelos poroelásticos com altos valores de contrastes de viscosidade-permeabilidade.

As variáveis e parâmetros que aparecem nas equações sismoelétricas (4.2.2) a (4.2.11) foram distribuídas espacialmente na malha intercalada de Mandariaga (1976) e Virieux (1984, 1986) encaixada na célula bidimensional eletromagnética de Yee (1966). Nas equações poroelásticas, as derivadas espaciais usaram aproximações de quarta ordem e as derivadas temporais usaram aproximações de segunda ordem baseados em Levander (1988). Nas equações eletromagnéticas quase-estáticas, as derivadas espaciais da equação de Poisson e do gradiente do potencial elétrico, usaram aproximações de segunda ordem baseados em Cuminato e Junior (2002). Na figura 4.2.2.1 mostramos as posições das variáveis e parâmetros sismoelétricos dentro da célula básica.

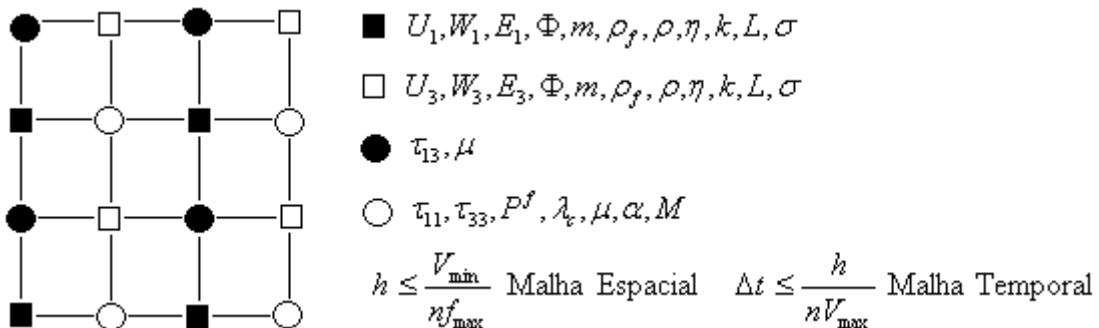


Figura 4.2.2.1-Célula espacial sismoelétrica com as posições das variáveis e parâmetros.

Substituindo o operador de diferenças finitas das equações (4.2.2.7) e (4.2.2.8) sem os termos de ordem da precisão, com cada variável e parâmetro localizado conforme a malha intercalada da figura 4.2.2.1, no subsistema poroelástico (4.2.2.23), obtemos:

$$\begin{aligned}
 & \frac{U_1|_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - U_1|_{i,j}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{m|_{i,j}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(\tau_{11}|_{i+\frac{1}{2},j}^k - \tau_{11}|_{i-\frac{1}{2},j}^k \right) - \frac{1}{24} \left(\tau_{11}|_{i+\frac{3}{2},j}^k - \tau_{11}|_{i-\frac{3}{2},j}^k \right) \right] + \\ \frac{m|_{i,j}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(\tau_{13}|_{i,j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{13}|_{i,j-\frac{1}{2}}^k \right) - \frac{1}{24} \left(\tau_{13}|_{i,j+\frac{3}{2}}^k - \tau_{13}|_{i,j-\frac{3}{2}}^k \right) \right] + \\ \frac{\rho_f|_{i,j}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(P_f|_{i+\frac{1}{2},j}^k - P_f|_{i-\frac{1}{2},j}^k \right) - \frac{1}{24} \left(P_f|_{i+\frac{3}{2},j}^k - P_f|_{i-\frac{3}{2},j}^k \right) \right] \end{array} \right\} \\
 & \left(m|_{i,j} \rho|_{i,j} - \rho_f^2|_{i,j} \right)
 \end{aligned} \tag{4.2.2.24}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{U_3 \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3 \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
& \frac{\left(\frac{m \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(\tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^k \right) - \frac{1}{24} \left(\tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}}^k - \tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{3}{2}}^k \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{m \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(\tau_{13} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{13} \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k \right) - \frac{1}{24} \left(\tau_{13} \Big|_{i+\frac{3}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{13} \Big|_{i-\frac{3}{2}, j+\frac{1}{2}}^k \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\rho_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^k \right) - \frac{1}{24} \left(P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}}^k - P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{3}{2}}^k \right) \right] \right) \\
& \left(m \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \rho \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} - \rho_f^2 \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \right)
\end{aligned} \tag{4.2.2.25}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{W_1|_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - W_1|_{i,j}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
& \frac{\left. \begin{aligned} & \left. \left. \frac{\rho_f|_{i,j}}{\Delta x_1} \left[\begin{aligned} & \frac{9}{8} \left(\tau_{11}|_{i+\frac{1}{2},j}^k - \tau_{11}|_{i-\frac{1}{2},j}^k \right) - \right. \\ & \left. \frac{1}{24} \left(\tau_{11}|_{i+\frac{3}{2},j}^k - \tau_{11}|_{i-\frac{3}{2},j}^k \right) \right] \right. \\ & \left. \left. \frac{\rho_f|_{i,j}}{\Delta x_3} \left[\begin{aligned} & \frac{9}{8} \left(\tau_{13}|_{i,j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{13}|_{i,j-\frac{1}{2}}^k \right) - \right. \\ & \left. \frac{1}{24} \left(\tau_{13}|_{i,j+\frac{3}{2}}^k - \tau_{13}|_{i,j-\frac{3}{2}}^k \right) \right] \right. \\ & \left. \left. \frac{\rho|_{i,j}}{\Delta x_1} \left[\begin{aligned} & \frac{9}{8} \left(P_f|_{i+\frac{1}{2},j}^k - P_f|_{i-\frac{1}{2},j}^k \right) - \right. \\ & \left. \frac{1}{24} \left(P_f|_{i+\frac{3}{2},j}^k - P_f|_{i-\frac{3}{2},j}^k \right) \right] \right. \end{aligned} \right\} + \right\} \\
& \left(\rho_f^2|_{i,j} - m|_{i,j} \rho|_{i,j} \right)
\end{aligned} \right. \tag{4.2.2.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{W_3 \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - W_3 \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
& \left. \begin{aligned}
& \left. \frac{\rho_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(\tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^k \right) - \frac{1}{24} \left(\tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}}^k - \tau_{33} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{3}{2}}^k \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\rho_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(\tau_{13} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{13} \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k \right) - \frac{1}{24} \left(\tau_{13} \Big|_{i+\frac{3}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - \tau_{13} \Big|_{i-\frac{3}{2}, j+\frac{1}{2}}^k \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\rho \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^k - P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^k \right) - \frac{1}{24} \left(P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}}^k - P_f \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{3}{2}}^k \right) \right] \right. \\
& \left. \left(\rho_f^2 \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} - m \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \rho \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \right) \right.
\end{aligned}
\right.
\end{aligned}
\tag{4.2.2.27}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\tau_{11}\big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - \tau_{11}\big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
& \left. \left[\frac{\left(\lambda_c \big|_{i+\frac{1}{2},j} + 2\mu \big|_{i+\frac{1}{2},j} \right)}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(U_1 \big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - U_1 \big|_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{1}{24} \left(U_1 \big|_{i+\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - U_1 \big|_{i-\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\lambda_c \big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(U_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{24} \left(U_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\alpha \big|_{i+\frac{1}{2},j} M \big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(W_1 \big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - W_1 \big|_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{24} \left(W_1 \big|_{i+\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - W_1 \big|_{i-\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\alpha \big|_{i+\frac{1}{2},j} M \big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(W_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - W_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{24} \left(W_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - W_3 \big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] \right]
\end{aligned} \tag{4.2.2.28}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\tau_{33}\big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - \tau_{33}\big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
& \left[\frac{\left(\lambda_c\big|_{i+\frac{1}{2},j} + 2\mu\big|_{i+\frac{1}{2},j} \right)}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(U_3\big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3\big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{24} \left(U_3\big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3\big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\lambda_c\big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(U_1\big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - U_1\big|_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{24} \left(U_1\big|_{i+\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - U_1\big|_{i-\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\alpha\big|_{i+\frac{1}{2},j} M\big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(W_1\big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - W_1\big|_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{24} \left(W_1\big|_{i+\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - W_1\big|_{i-\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \right. \\
& \left. \frac{\alpha\big|_{i+\frac{1}{2},j} M\big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(W_3\big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - W_3\big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{24} \left(W_3\big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - W_3\big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] \right]
\end{aligned} \tag{4.2.2.29}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\tau_{13}|_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - \tau_{13}|_{i,j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
& \left. \left. \begin{aligned} & \frac{\mu|_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(U_1|_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_1|_{i,j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \\ & \left. \frac{1}{24} \left(U_1|_{i,j+\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_1|_{i,j-\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \right. \\ & \left. \frac{\mu|_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(U_3|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \\ & \left. \frac{1}{24} \left(U_3|_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3|_{i-\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{4.2.2.30}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{P_f \Big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - P_f \Big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \\
& \left. \begin{aligned}
& \frac{\alpha \Big|_{i+\frac{1}{2},j} M \Big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(U_1 \Big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - U_1 \Big|_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \\
& \left. \frac{1}{24} \left(U_1 \Big|_{i+\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - U_1 \Big|_{i-\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \\
& \frac{\alpha \Big|_{i+\frac{1}{2},j} M \Big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(U_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \\
& \left. \frac{1}{24} \left(U_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - U_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \\
& \frac{M \Big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_1} \left[\frac{9}{8} \left(W_1 \Big|_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - W_1 \Big|_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \\
& \left. \frac{1}{24} \left(W_1 \Big|_{i+\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - W_1 \Big|_{i-\frac{3}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right] + \\
& \frac{M \Big|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x_3} \left[\frac{9}{8} \left(W_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - W_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \right. \\
& \left. \frac{1}{24} \left(W_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - W_3 \Big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{3}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right]
\end{aligned} \right\} \tag{4.2.2.31}
\end{aligned}$$

Substituindo o operador de diferenças finitas das equações (4.2.1.5) e (4.2.1.6) nas respectivas equações quase-estáticas elétricas (4.2.10) a (4.2.12), obtemos a discretização de segunda ordem da seguinte forma:

$$\frac{\Phi_{i+1,j}^k - 2\Phi_{i,j}^k + \Phi_{i-1,j}^k}{(\Delta x_1)^2} + \frac{\Phi_{i,j+1}^k - 2\Phi_{i,j}^k + \Phi_{i,j-1}^k}{(\Delta x_3)^2} =$$

$$\frac{\eta_{i,j} L_{i,j}}{2\sigma_{i,j}^k} \left[\frac{1}{\Delta x_1} (W_1_{i+1,j}^k - W_1_{i-1,j}^k) + \frac{1}{\Delta x_3} (W_3_{i,j+1}^k - W_3_{i,j-1}^k) \right] \quad (4.2.2.32)$$

$$E_1_{i,j}^k = \frac{\Phi_{i+1,j}^k - \Phi_{i-1,j}^k}{2\Delta x_1} \quad (4.2.2.33)$$

$$E_3_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k = \frac{\Phi_{i,j+1}^k - \Phi_{i,j-1}^k}{2\Delta x_3} \quad (4.2.2.34)$$

4.2.3 DISPERSÃO NUMÉRICA E ESTABILIDADE

Dispersão é a propriedade que um meio possui em que a velocidade (ou o comprimento de onda) de propagação de uma perturbação mecânica ou eletromagnética varia com a frequência da perturbação. Ou seja, a interação do meio com as frequências da perturbação faz com que o meio responda caracteristicamente para cada componente de frequência, sendo que esta interação atinge o máximo na frequência de ressonância. Por exemplo, para o caso eletromagnético, a interação com o meio imaterial do vácuo a velocidade é a mesma para todas as frequências, enquanto que num meio material as frequências interagem com o meio, como no caso ótico.

Outro exemplo é o caso de ondas sonoras em meio contínuo como fluido ou sólido. O meio é percebido como uma distribuição contínua de matéria em frequências baixas e a onda sonora não sofre dispersão. No entanto, em altas frequências, quando o comprimento de onda é da ordem do espaçamento interatômico, a onda sonora interage com a estrutura atômica e sofre dispersão de velocidade.

Assim, a dispersão pode ser definida como a variação do comprimento de onda com a frequência através da relação:

$$v_p = \lambda f \quad (4.2.3.1)$$

onde v_p é a velocidade de fase. A velocidade de fase na equação (4.2.3.1) é uma constante, independente da frequência, e, um meio com estas características é dito não dispersivo, conseqüentemente a forma do pulso não muda com a propagação.

A relação de dispersão (4.2.3.1) é geralmente apresentada na literatura em função da frequência angular $\omega = 2\pi f$, e do número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, da seguinte forma:

$$v_p = \frac{\omega}{k} \quad (4.2.3.2)$$

A mudança na forma do pulso com a propagação pode ser quantificado pela grandeza denominada velocidade de grupo, definida como:

$$v_G = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (4.2.3.3)$$

Para o caso não dispersivo como no caso da equação (4.2.3.2) a velocidade de fase é igual à velocidade de grupo, verificado facilmente se derivarmos a equação (4.2.3.2) em relação ao número de onda.

De uma maneira similar à dispersão física, os algoritmos de diferenças finitas podem causar dispersão não física, denominadas de dispersão numérica, afetando a estabilidade da solução. As relações de dispersão para uma aproximação de uma equação diferencial por uma equação de diferenças finitas pode ser visualizada através da equação de propagação de uma onda para o caso unidimensional, definida como:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4.2.3.4)$$

Substituindo as derivadas na equação (4.2.3.4) pelas equações de diferenças de segunda ordem no espaço e no tempo, obtemos:

$$\frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{(\Delta t)^2} + O[(\Delta t)^2] = c^2 \left\{ \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} + O[(\Delta x)^2] \right\} \quad (4.2.3.5)$$

Negligenciando os termos relativos a ordens acima da terceira ordem, podemos reescrever (4.2.3.5), como:

$$u_i^{n+1} \cong (c\Delta t)^2 \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right] + 2u_i^n - u_i^{n-1} \quad (4.2.3.6)$$

Considerando uma onda senoidal de freqüência angular ω discretamente amostrada no espaço e no tempo nos pontos (x_i, t_n) da malha de diferenças finitas, e com número de onda definido como:

$$\bar{k} = \bar{k}_{real} + j\bar{k}_{imag}, \text{ onde } j^2 = -1 \quad (4.2.3.7)$$

Então, a onda senoidal escrita na forma fasorial, será:

$$u_i^n = e^{j(\omega n \Delta t - \bar{k} i \Delta x)} = e^{j(\omega n \Delta t - (\bar{k}_{real} + j\bar{k}_{imag}) i \Delta x)} = e^{\bar{k}_{imag} i \Delta x} e^{j(\omega n \Delta t - \bar{k}_{real} i \Delta x)} \quad (4.2.3.8)$$

Em geral, o valor de \bar{k} difere do valor do número de onda físico k . Esta discrepância é denominada de artefato de dispersão numérica. Numa análise simples na componente imaginária do número de onda, notamos que podemos ter a solução instável crescente para $\bar{k}_{imag} > 0$, uma solução amortecida para $\bar{k}_{imag} < 0$, e uma solução com amplitude constante para $\bar{k}_{imag} = 0$. Para

analisarmos o efeito completo, precisamos substituir a equação (4.2.3.8) na equação (4.2.3.6), e obtemos:

$$e^{j(\omega(n+1)\Delta t - \bar{k}\Delta x)} = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \left\{ e^{j(\omega\Delta t - \bar{k}(i+1)\Delta x)} - 2e^{j(\omega\Delta t - \bar{k}\Delta x)} + e^{j(\omega\Delta t - \bar{k}(i-1)\Delta x)} \right\} + 2e^{j(\omega\Delta t - \bar{k}\Delta x)} - e^{j(\omega(n-1)\Delta t - \bar{k}\Delta x)} \quad (4.2.3.9)$$

Após eliminar termos exponenciais comuns em ambos os lados da equação, e reagrupando os termos, obtemos:

$$\frac{e^{j\omega\Delta t} - e^{-j\omega\Delta t}}{2} = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \left(\frac{e^{j\bar{k}\Delta x} - e^{-j\bar{k}\Delta x}}{2} - 1 \right) + 1 \quad (4.2.3.10)$$

Aplicando a identidade de Euler na equação (4.2.3.10), obtemos:

$$\cos(\omega\Delta t) = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 [\cos(\bar{k}\Delta t) - 1] + 1 \quad (4.2.3.11)$$

E finalmente, a relação de dispersão numérica para a aproximação da equação da onda unidimensional, será:

$$\bar{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left\{ 1 + \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 [\cos(\omega\Delta t) - 1] \right\} \quad (4.2.3.12)$$

Se compararmos a equação (4.2.3.2), que é a relação de dispersão da equação (4.2.3.4), com a equação (4.2.3.12), notamos a diferença associada à discretização. Existem várias formas de se corrigir este efeito.

Por exemplo, se usarmos uma malha espacial e temporal muito fina, podemos expandir em série de Taylor o termo $\cos \omega t$ na equação (4.2.3.12) desprezando termos de quarta ordem e obtemos:

$$\bar{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left\{ 1 + \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \left[1 - \frac{(\omega\Delta t)^2}{2} - 1 \right] \right\} \quad (4.2.3.13)$$

Rearmando algebricamente obtemos:

$$\bar{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left[1 - \frac{(k\Delta x)^2}{2} \right] \quad (4.2.3.14)$$

onde $k = \frac{\omega}{c}$. Sob a condição de malha fina espacial, o produto $k\Delta x \rightarrow 0$, podemos aplicar a expansão em série de Taylor para o arco cosseno da equação (4.2.3.14), obtendo:

$$\bar{k} = \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k \quad (4.2.3.15)$$

Desta forma, concluímos que com uma malha espacial e temporal muito fina o número de onda da equação (4.2.3.6) coincide com o número de onda físico da equação (4.2.3.4). Esta estratégia em geral não é utilizada devido ao alto custo computacional.

Um segundo caso é quando usamos o passo denominado de mágico na equação (4.2.3.12), obtido quando substituímos $\Delta x = c\Delta t$:

$$\bar{k} = \frac{\omega\Delta t}{c\Delta t} = k \quad (4.2.3.16)$$

Neste caso, a solução numérica é exata, tanto para malha fina quanto para malha grossa.

Como os casos acima são casos específicos e pouco praticados, precisamos analisar o caso geral em que a dispersão numérica possa existir, afetando a amplitude e a fase da solução numérica. Para isto, vamos definir o fator de estabilidade ou fator de Courant, definido como:

$$S = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \quad (4.2.3.17)$$

e o fator de resolução de amostragem espacial, definido como:

$$N_\lambda = \frac{\lambda_0}{\Delta x} \quad (4.2.3.18)$$

Substituindo as definições (4.2.3.17) e (4.2.3.18) na equação (4.2.3.12), obtemos o número de onda como:

$$\bar{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{S} \right)^2 \left[\cos \left(\frac{2\pi S}{N_\lambda} \right) - 1 \right] \right\} \quad (4.2.3.19)$$

Definindo:

$$\zeta = 1 + \left(\frac{1}{S} \right)^2 \left[\cos \left(\frac{2\pi S}{N_\lambda} \right) - 1 \right] \quad (4.2.3.20)$$

obtemos:

$$\bar{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1}(\zeta) \quad (4.2.3.21)$$

O valor $\zeta = -1$ é um valor que especifica a transição entre o valor real e o valor complexo para \bar{k} . O valor de N_λ nesta transição pode ser obtido pela solução de (4.2.3.21) para o valor $\zeta = -1$, cujo valor é:

$$N_\lambda|_{transição} = \frac{2\pi S}{\cos^{-1}(1-2S^2)} \quad (4.2.3.22)$$

Para malha fina, $N_\lambda \gg N_\lambda|_{transição}$, \bar{k} é um número real, e a velocidade de fase é menor do que a velocidade de fase verdadeira. Para malha grossa,

$N_\lambda \langle N_\lambda |_{transição}$, \bar{k} é um número complexo, e a solução numérica decai exponencialmente enquanto se propaga, e a velocidade de fase é maior do que a velocidade de fase verdadeira.

Desta forma, é possível escolher valores de S e N_λ tal que garanta a estabilidade das soluções. Neste trabalho o valor de S foi igual a 0,184 e o valor de N_λ foi igual a 5.

4.2.4 ABSORÇÃO NOS CONTORNOS DA MALHA NUMÉRICA

Um dos problemas que aparecem nas soluções discretizadas FDTD é a presença de reflexões das fronteiras da malha numérica. Estas reflexões artificiais retornam para o interior da região modelada e se superpõem ao sinal de interesse.

Para evitar os efeitos de fronteira da malha numérica, uma solução seria aumentar o tamanho da malha numérica até um tamanho suficiente para que os sinais não atingissem as fronteiras nos tempos envolvidos na simulação. É óbvio que esta solução aumenta consideravelmente os recursos computacionais, como, por exemplo, a armazenagem de um volume muito grande de dados.

Outra forma de resolver o problema é através de fórmulas matemáticas aplicadas nos contornos do problema. Seguindo Taflove e Hagness (2005), existem duas estratégias deste tipo para resolver o problema:

1 – Condições de Absorção de bordas analíticas – Acrescenta condições de contornos artificiais ou analíticas nas fronteiras numéricas do problema. Várias metodologias foram desenvolvidas em base nesta estratégia, mas a principal limitação, demonstrada em Zeng et al. (2001) é que o coeficiente de reflexão na interface numérica pode ser reduzido a quase zero, mas nunca é zero.

Neste trabalho, adotou-se este tipo de atenuação de bordas pelo fato de as reflexões residuais não interferirem no sinal. Escolhemos as condições de contorno numérica desenvolvidas por Cerjan et al. (1985), que se baseiam na redução gradual das amplitudes numa faixa de pontos nos contornos da

fronteira da malha numérica. Ou seja, uma zona de transição de atenuação que varia suavemente de uma região interna para uma região externa como um filtro espacial, cuja expressão matemática unidirecional é da seguinte forma:

$$\Psi(i) = \Psi_0(i) \exp(-g(Na - i)^2) \quad (4.2.4.1)$$

onde g é um fator de atenuação e Na é o número de pontos da borda absorvente.

2 – Camadas de materiais artificiais perfeitamente casados – Materiais artificiais absorventes, sem existência física, são usados nas bordas computacionais do problema. A região de solução é envolvida por camadas de materiais absorventes perfeitamente casados, tornando o coeficiente de reflexão nulo nas interfaces numéricas. Várias metodologias foram desenvolvidas com base nesta estratégia de atenuação de bordas, como em Taflove e Hagness (2005), Juntunen (2001), e Lima (2006). Uma das principais vantagens do método é a sua incorporação nas equações diferenciais do problema através de uma transformação de coordenadas. Esta vantagem elimina alguns problemas da primeira estratégia, como a não dependência da refletividade com o ângulo de incidência, a possibilidade de se trabalhar com qualquer contraste forte nas propriedades físicas do meio (por exemplo, qualquer razão entre a velocidade compressional e cisalhante), permitir um tamanho de borda de atenuação menor, e, aceitar precisão numérica mais robusta para estabilidade.

CAPÍTULO 5

MODELAGEM COMPUTACIONAL SISMOELÉTRICA

Neste capítulo vamos implementar numericamente as equações sismoelétricas 2D discretizadas no capítulo anterior para investigar as respostas de modelos de meios porosos saturados. Os modelos sismoelétricos simulados computacionalmente foram construídos baseados em dados encontrados na literatura em Pride e Morgan (1991) e Haines (2004), e usa como meio poroso as rochas do tipo argila e arenito dispostas em geometrias que simulem as situações geológicas de interesse. As respostas sismoelétricas dos modelos investigados foram dispostas em geometrias horizontal e vertical para simular aquisição sismoelétrica na superfície da terra ou no fundo oceânico, e para simular aquisição sismoelétrica em poços, respectivamente. Os principais parâmetros dos modelos sismoelétricos serão variados para obter respostas sismoelétricas a estas variações e conseqüentemente controlar as condições físicas e químicas que determinam as respostas e a detectabilidade dos sinais sismoelétricos.

A amplitude do sinal sismoelétrico depende dos fatores físicos que contribuem para a movimentação das cargas elétricas da dupla camada elétrica. Desta forma, a amplitude do sinal sismoelétrico depende da amplitude sísmica (que por sua vez depende das constantes elásticas) (Butler et al. 1999), da permeabilidade hidráulica e do fator de acoplamento eletrocinético.

O sinal sismoelétrico é dependente da frequência de tal forma que existe uma frequência de transição que separa o comportamento viscoso das baixas

freqüências do comportamento inercial das altas freqüências, cujo valor típico para solos e rochas sedimentares é 10^5 Hz, calculado como:

$$\omega = \frac{\phi \eta}{\alpha_{\infty} k \rho_f} \quad (5.1)$$

onde ϕ é a porosidade, η é a viscosidade do fluido, ρ_f é a densidade do fluido, α_{∞} é a tortuosidade, e k a permeabilidade hidráulica.

O sinal sismoelétrico é medido em eletrodos dispostos em poços ou na superfície, conjuntamente com o sinal sísmico, medido em geofones. A amplitude típica do sinal sismoelétrico estacionário é de 0.1 mV, e a amplitude típica do sinal sismoelétrico irradiado nas interfaces é de 0.001 mV (Haines, 2004).

As possíveis aplicações geofísicas dos sinais sismoelétricos podem ser classificadas da seguinte maneira:

1-Sinal sismoelétrico confinado – Garambois e Dietrichz (2001) demonstraram que nas freqüências dos campos eletromagnéticos difusivos, medidas sísmicas multicomponentes mais as medidas das três componentes dos campos elétricos e magnéticos possibilitarão o cálculo das funções de transferências entre os campos eletromagnéticos e os campos sísmicos, definidas como:

$$E_1 \cong L \ddot{u}_1^P \quad (5.2)$$

$$E_3 \cong L \ddot{u}_z^P \quad (5.3)$$

$$\sqrt{H_1^2 + H_3^2} = T \dot{u}_y^S \quad (5.4)$$

$$H_2 = T \sqrt{\left(\dot{u}_1^S \right)^2 + \left(\dot{u}_3^S \right)^2} \quad (5.5)$$

A inversão vinculada dessas funções de transferências L e T , que são funções da constante dielétrica, da condutividade elétrica, do módulo de cisalhamento elástico, da porosidade, da viscosidade, da densidade volumétrica, da concentração de sal, pode nos levar à estimativa das propriedades do fluido do poro e do esqueleto sólido, abrindo perspectiva do uso dessas medidas para detecção e monitoramento de reservatórios de petróleo ou água em subsuperfície.

Os sismoeletrogramas do sinal elétrico confinado apresentam um padrão de variação temporal com a distância similar ao dado sísmico, pois se propaga junto com o sinal sísmico. Outra característica é a mudança de polaridade de 180 graus nos lados opostos à fonte sísmica.

2-Sinal sismoelétrico irradiado - Quando a frente de onda sísmica atinge uma heterogeneidade sísmica ou elétrica, um segundo tipo de separação de cargas não estacionária (dependente do tempo) é gerado, irradiando energia eletromagnética que se propaga com a velocidade da luz no meio. O segundo tipo de sinal sismoelétrico pode ser utilizado para resolver problemas geofísicos em interfaces em subsuperfície, invisíveis para a sísmica. Dentre as possibilidades estão a detecção de estrutura finas como intercalações argilosas e microfraturas, a detecção do contato entre fluidos (por exemplo, o contato óleo-água, contato de água subterrânea contaminada ou variações químicas na água subterrânea), porosidade e permeabilidade.

Os sismoeletrogramas do sinal elétrico irradiado apresentam um padrão de variação do tempo com a distância constante (inclinação nula) devido à velocidade de propagação deste sinal ser muito grande em relação à sísmica, e o tempo de chegada do sinal irradiado é igual ao tempo da sísmica ir da fonte até a interface. Outra característica é a mudança de polaridade de 180 graus nos lados opostos à fonte sísmica.

5.1 MODELOS SIMMOELÉTRICOS 2D

Os modelos simmoelétricos simulados foram desenvolvidos a partir do arenito e do folhelho apresentado por Haines (2004), apresentados na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Parâmetros das rochas porosas usados como base para construção dos modelos simmoelétricos, medidos no sistema SI.

	Vp_s	Vs	ρ_s	Ks	ϕ	Ko	σ
Arenito	1860	1602	2600	35×10^9	0.3	10^{-11}	0.01
Argila	2300	1982	2600	25×10^9	0.1	10^{-16}	0.05

Os parâmetros poroelásticos que aparecem nas equações (4.2.15) a (4.2.22) foram determinados baseando-se em André (2005), da seguinte forma:

$$\lambda_c = K_c - \frac{2}{3}\mu \quad (5.1.1)$$

$$K_c = (1 - \phi)K_s + \phi K_f \quad (5.1.2)$$

$$K_s = \rho_s V_{p-s}^2 - \frac{4}{3}\rho_s V_s^2 \quad (5.1.3)$$

$$K_f = \rho_f V_{p-f}^2 \quad (5.1.4)$$

$$\rho = \rho_f \phi + \rho_s (1 - \phi) \quad (5.1.5)$$

$$\mu = \rho V_s^2 \quad (5.1.6)$$

$$M = \left[\frac{\phi}{K_f} + \frac{(\alpha - \phi)}{K_s} \right]^{-1} \quad (5.1.7)$$

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (5.1.8)$$

$$K = (1 - \phi)K_s \quad (5.1.9)$$

$$C = \alpha M \quad (5.1.10)$$

onde K_c é a compressibilidade do volume poroso, K_s é a compressibilidade do arcabouço sólido, K_f é a compressibilidade do fluido dos poros, V_{p-s} é a velocidade compressional no arcabouço sólido, V_{p-f} é a velocidade compressional no fluido, V_s é a velocidade cisalhante.

A massa induzida que aparece devido à oscilação da fase fluida no esqueleto sólido, devido à transferência de energia cinética entre as fases, calculada como:

$$m = a \frac{\rho_f}{\phi} \quad (5.1.11)$$

onde a é calculada da seguinte forma:

$$a = 1 - r \left(1 - \frac{1}{\phi} \right) \quad (5.1.12)$$

onde r é um fator associado à geometria do arcabouço (Berryman, 1980), e neste trabalho, o seu valor é igual a 0.5.

O coeficiente de acoplamento eletrocinético que aparece na equação (4.2.10) depende da frequência e é diretamente proporcional à permissividade elétrica do fluido, ε_f , e ao potencial zeta, ζ , e inversamente proporcional ao fator de formação do meio poroso saturado, F , e a viscosidade do fluido, η , escrito da seguinte maneira:

$$L = \frac{\varepsilon_f \zeta}{\eta F} \quad (5.1.13)$$

onde o fator de formação é definido como:

$$F = \frac{\sigma_f}{\sigma} \quad (5.1.14)$$

e σ_f é a condutividade elétrica do fluido, σ é a condutividade elétrica do meio poroso. O fator de formação deste trabalho usou o critério adotado por Haines (2004), calculado da porosidade, da seguinte forma:

$$F = \phi^m \quad (5.1.15)$$

onde, m é o fator de cimentação, cujo valor assumido neste trabalho é igual a 2.

Para o potencial zeta foi usado o modelo obtido de medidas de laboratório feitas sobre um arenito (Pride e Morgan, 1991), escrito da seguinte forma:

$$\zeta = 0.01 + 0.025 \log_{10} C_m \quad (5.1.16)$$

onde C_m é a concentração de sal em moles/litro. O potencial zeta é o principal parâmetro do acoplamento eletrocinético, pois quando se anula, a sísmica se desacopla do eletromagnetismo. O fluido usado em todos os modelos sintéticos foi a água.

A condutividade elétrica do fluido em solução é função da concentração de NaCl, escrito da seguinte forma:

$$\sigma_f = 10C_m \quad (5.1.17)$$

A condutividade da rocha saturada ou do esqueleto poroso saturado é dada por:

$$\sigma = \frac{\sigma_f}{F} \quad (5.1.18)$$

As propriedades físicas dos fluidos que preenchem os espaços porosos dos modelos sismoelétricos estão resumidas na tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Parâmetros dos fluidos do espaço poroso usados nos modelos sismoelétricos, medidos no sistema SI.

	V_{p-f}	η	ρ_f	K_f	ϵ_f	σ_f
Água	1500	1×10^{-3}	1000	1×10^9	$80 \times \epsilon_0$	0.005
Óleo	1200	1×10^{-1}	800	25×10^9	$2 \times \epsilon_0$	0.00001

Foram elaborados os seguintes modelos sismoelétricos 2D:

1-Modelos de Controle e Calibração – Foram gerados um modelo de arenito homogêneo e um modelo de folhelho homogêneo usado para verificar se ocorre somente o sinal sismoelétrico confinado ao sinal sísmico, para verificar se o tempo de chegada nos receptores está consistente com a velocidade de propagação da onda sísmica no meio poroso, para verificar se as amplitudes dos sinais sísmico e sismoelétrico estão consistentes com os parâmetros físicos do modelo, e para controle da programação Matlab.

2-Modelo de Contraste de Porosidade – Testa a resposta sismoelétrica irradiada ao contraste de porosidade.

3-Modelo de Contraste de Salinidade – Testa a resposta sismoelétrica irradiada ao contraste de salinidade usado para mapear difusão de poluentes em aquíferos.

4-Modelo de Contato Óleo-Água – Testa a resposta sismoelétrica irradiada ao contraste das propriedades físicas no contato óleo-água, usado para mapear contato óleo-água em reservatórios petrolíferos.

5-Modelo de Contraste Litológico – Testa a resposta sismoelétrica irradiada ao contraste litológico arenito-argila, principal contato litológico em ambiente siliciclástico, com potencial para ser usado para mapear contato litológico em reservatórios petrolíferos e aquíferos.

6-Modelos de Detectabilidade de Heterogeneidade – Testa a resposta sismoelétrica à espessura e extensão lateral do contraste litológico, usado para mapear camadas finas e nódulos diagenéticos que causam barreiras de fluxo em reservatórios petrolíferos e em aquíferos.

5.2 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DAS EQUAÇÕES SISMOELÉTRICAS 2D

As equações sismoelétricas 2D (4.2.15) a (4.2.24) tiveram a sua implementação numérica através das soluções analíticas (4.2.2.19) a (4.2.2.22) e através das soluções discretizadas por diferenças finitas (4.2.2.24) a (4.2.2.34) numa malha intercalada de Mandariaga (1976) e Virieux (1984, 1986), encaixadas na célula bidimensional eletromagnética de Yee (1966).

A absorção nas bordas do grid numérico utiliza as idéias de Cerjan et al. (1985), que se baseia na redução gradual das amplitudes numa faixa de pontos nos contornos da fronteira da malha numérica, definido matematicamente como:

$$\Psi(i) = \Psi_0(i) \exp(-g(Na - i))^2 \quad (5.2.1)$$

onde g é um fator de atenuação e Na é o número de pontos da borda da esponja absorvente.

A dispersão e estabilidade numérica foram controladas pelas seguintes condições:

$$h < \frac{V_{P-\min}}{5f_{\max}} \quad (5.2.2)$$

$$\Delta t < \frac{h}{5V_{P-\max}} \quad (5.2.3)$$

Para as condições (5.2.2) e (5.2.3) o espaçamento da malha foi de 5.0 m, e o intervalo de amostragem foi de 0.4 ms.

A fonte sísmica utilizada neste trabalho é uma função analítica do tipo explosiva (compressional), descrita pela derivada segunda da função Gaussiana, dada pela seguinte expressão:

$$S(t) = \left(2\pi^3 (t_c f_c)^2 - 1\right) \exp\left(-\pi^3 (t_c f_c)^2\right) \quad (5.2.4)$$

onde: a frequência central f_c , definida como:

$$f_c = \frac{f_{CORTE}}{3\sqrt{\pi}} \quad (5.2.5)$$

t_D é o tempo defasado, associado à translação temporal:

$$t_D = t - \frac{2\sqrt{\pi}}{f_c} \quad (5.2.6)$$

A Figura 5.2.1 apresenta a função da equação 5.2.4 para frequência de corte em 100 Hz.

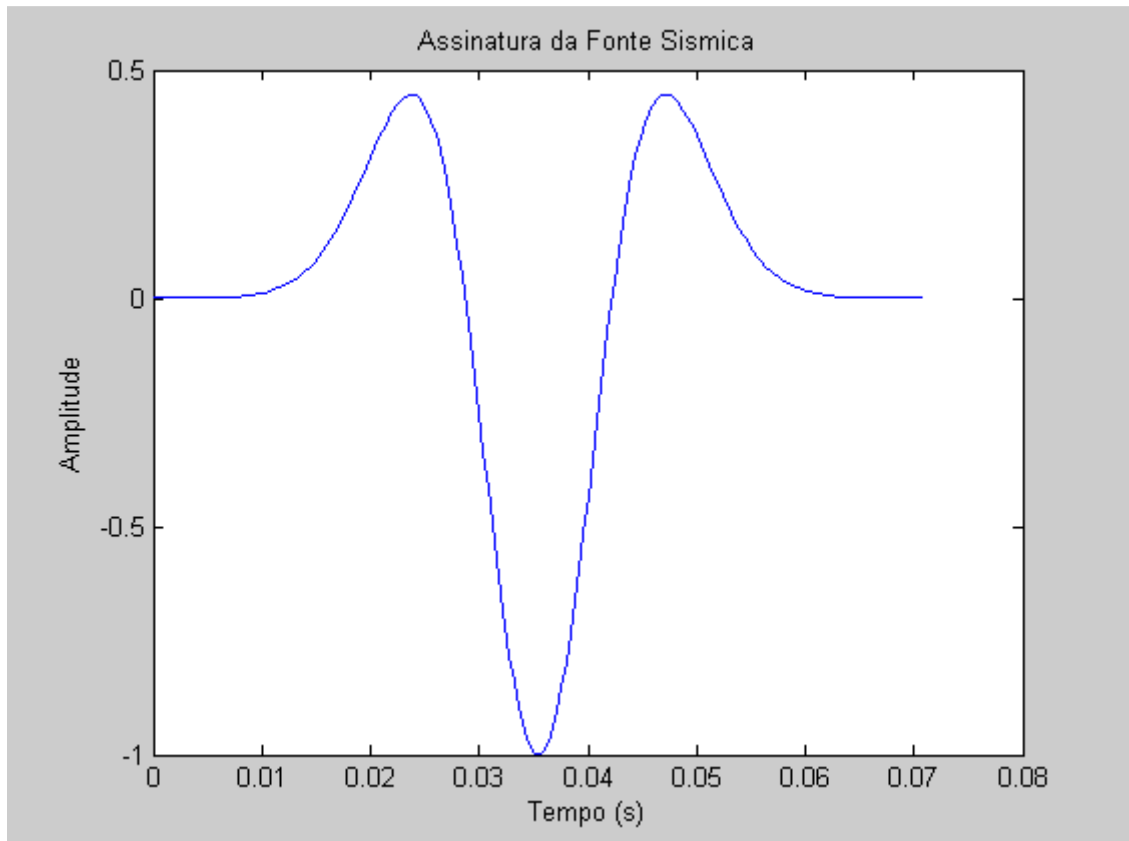


Figura 5.2.1 - Assinatura sísmica explosiva do tipo segunda derivada da função Gaussiana.

A fonte sísmica é implementada no algoritmo através da adição da função $S(t)$ às componentes normais da tensão total τ_{xx} e τ_{zz} ponderada pela fração sólida, $(1-\phi)$, e através da adição da função $S(t)$ à pressão do fluido ponderado pela fração fluida, ϕ , aplicada no ponto da malha em que está localizada a fonte.

As equações sismoelétricas 2D (4.2.2.19) a (4.2.2.22) e (4.2.2.24) a (4.2.2.34) foram codificadas usando o aplicativo MATLAB.

5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA MODELAGEM SISMOELÉTRICA 2D

Neste item mostraremos e discutiremos os resultados da modelagem sismoelétrica aplicada aos seis tipos de modelos apresentados no item 5.1.

1-Análise dos resultados dos modelos de Controle e Calibração.

A figura 5.3.1 representa o modelo homogêneo com as posições de fonte e receptores usados para controle e calibração. Foram simulados um modelo homogêneo de arenito e outro de argila na mesma geometria de aquisição da figura 5.3.1.

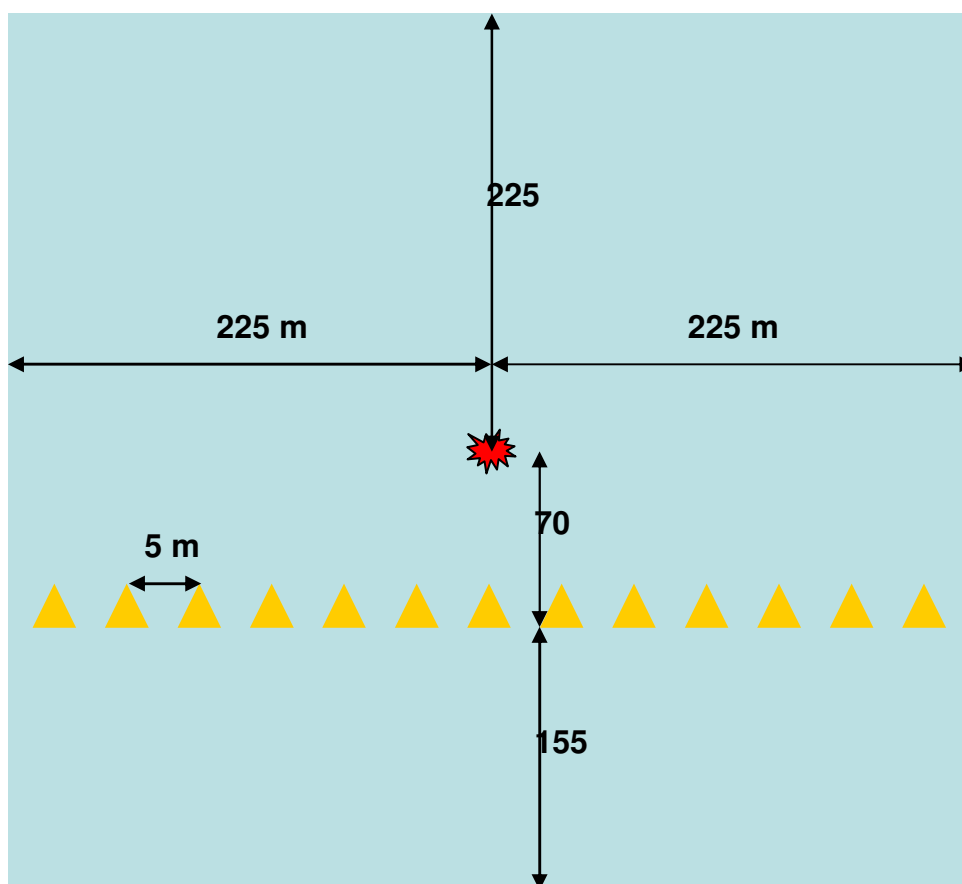


Figura 5.3.1 – Geometria de fonte e receptores dos modelos Homogêneos.

A figura 5.3.2 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas do modelo 2D do tipo arenito homogêneo com parâmetros descritos na tabela 5.1.1 e configuração de aquisição baseado na figura 5.3.1. Observamos que os tempos de chegada das ondas sísmicas e sismoelétricas são idênticos, indicando o confinamento do campo elétrico e nenhum campo elétrico irradiado, pois não ocorre nenhum evento sismoelétrico com mesmo tempo de chegada em todos os receptores. Observamos também que as amplitudes e

fases dos campos sísmicos e sismoelétricos estão consistentes com os valores esperados.

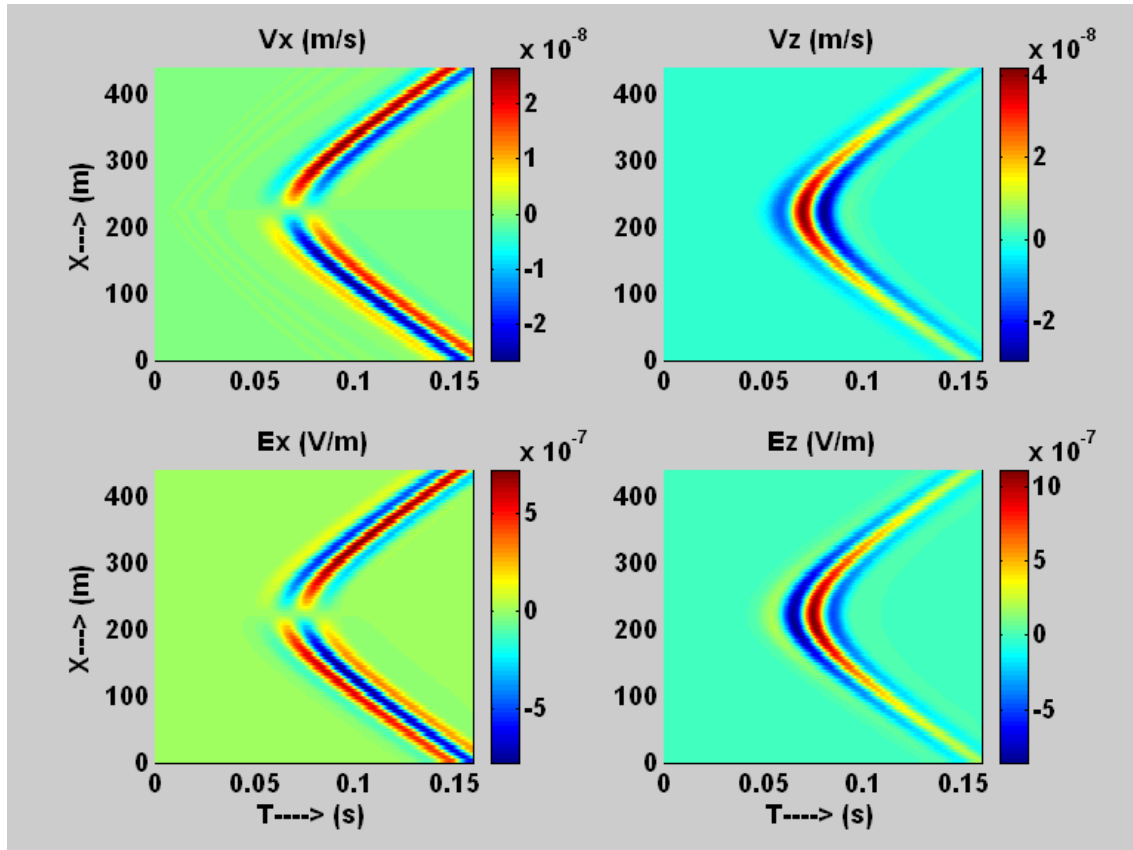


Figura 5.3.2 – Respostas sísmicas e sismoelétricas confinadas nas direções X e Z do arenito homogêneo.

As figuras 5.3.3 são as respostas sísmicas e sismoelétricas confinadas do modelo 2D do tipo argila homogênea com parâmetros descritos na tabela 5.1.1 e configuração de aquisição baseado na figura 5.3.1. Observamos que os tempos de chegada das ondas sísmicas e sismoelétricas são idênticos, indicando o confinamento do campo elétrico e nenhum campo elétrico irradiado, pois não ocorre nenhum evento sismoelétrico com o mesmo tempo de chegada em todos os receptores. Observamos também que as amplitudes e fases dos campos sísmicos e sismoelétricos estão consistentes com os valores esperados.

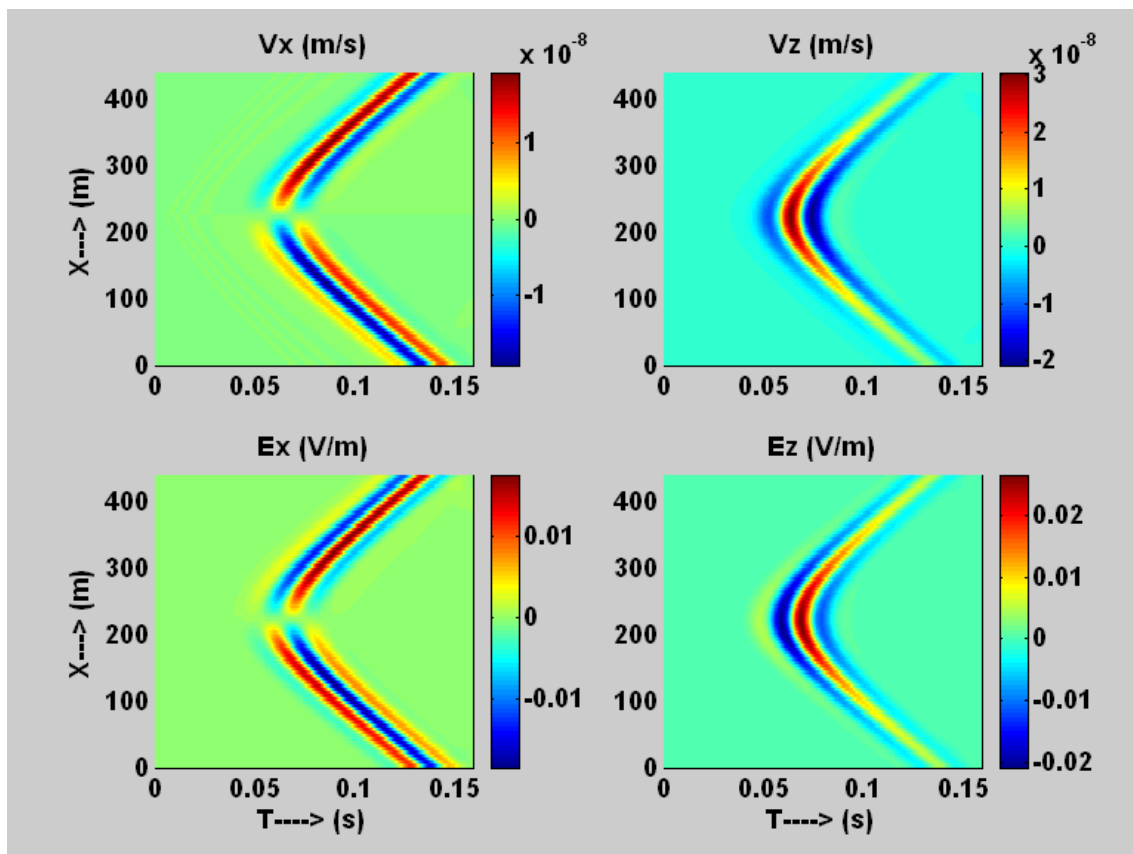


Figura 5.3.3 – Respostas sísmica e sismoelétrica confinadas nas direções X e Z da argila homogênea.

As respostas sismoelétricas confinadas observadas nos modelos homogêneos confirmam as previsões de que o campo elétrico irradiado só pode ser gerado em interfaces. O campo elétrico confinado acompanha o sinal sísmico onde quer que ele viaje. Do registro simultâneo destes campos e da relação de amplitudes como a proposta por Garambois e Dietrich (2001) podemos extrair informações sobre propriedades do fluido e da matriz granular.

2-Análise dos resultados do Modelo de Contraste de Porosidade.

A simulação deste modelo visa investigar a influência do contraste de porosidade baseando-se em parâmetros que dependem da mesma como:

1-A tortuosidade, definida por Berryman (1980), como:

$$\alpha_{\infty} = 0.5(\phi^{-1} + 1) \quad (5.3.1)$$

2-As relações entre o módulo elástico do arcabouço e do sólido, e as relações entre o módulo de elasticidade cisalhante, definidos respectivamente por Pride *et al.* (2002), como:

$$K_{fr} = K_s \frac{1-\phi}{1+a\phi} \quad (5.3.2)$$

$$G = G_s \frac{1-\phi}{1+b\phi} \quad (5.3.3)$$

onde a e b são fatores que variam com a litologia.

3-As relações entre a porosidade e a permeabilidade para arenito definido pela equação de Kozeny-Carman, discutida em Mavko *et al.* (1998), e escrita como:

$$k_0 = \frac{1}{5M_s^2} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (5.3.4)$$

onde M_s é a superfície específica do material poroso, definido como a superfície intersticial total dos poros por unidade de volume do material sólido. Se os grãos sólidos são esféricos de raio r , então $M_s = 3/r$, e a equação acima se reduz a:

$$k_0 = \frac{r^r}{45} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (5.3.5)$$

Neste trabalho usou-se o valor $r = 0.6$ mm para os grãos do arenito.

4-As relações entre a velocidade compressional efetiva volumétrica e as velocidades compressoriais do fluido e do grão sólido, definidas por Wyllie *et al.* (1956), como:

$$\frac{1}{V_P} = \frac{\phi}{V_{P-f}} + \frac{(1-\phi)}{V_{P-S}} \quad (5.3.6)$$

onde V_p é a velocidade compressional efetiva volumétrica, V_{p-f} é a velocidade compressional do fluido e V_{p-s} é a velocidade compressional do grão sólido.

5-As relações entre a densidade efetiva volumétrica e as densidades do fluido e grão sólido, definidas como:

$$\rho = \rho_f \phi + \rho_s (1 - \phi) \quad (5.3.7)$$

6-As relações entre a condutividade elétrica volumétrica e a condutividade elétrica da água que satura os poros, dadas pela lei empírica de Archie:

$$\sigma = a \phi^m \sigma_f \quad (5.3.8)$$

7-As relações entre a permissividade dielétrica volumétrica e as permissividades elétricas do fluido e do grão, dadas por:

$$\varepsilon = \phi \varepsilon_f + (1 - \phi) \varepsilon_s \quad (5.3.9)$$

Apesar de não se conhecer nada sobre as variações do potencial zeta, as relações (5.3.1) a (5.3.9) sugerem que as variações na porosidade possam gerar sinais sismoelétricos irradiados. Para isso, variou-se a porosidade do arenito da tabela 5.1 para os valores $\phi = 0.3$ e $\phi = 0.1$ e os demais parâmetros dependentes da porosidade conforme as regras empíricas definidas pelas relações (5.3.1) a (5.3.9). O fluido usado na saturação dos poros foi a água limpa de resistividade $500 \Omega m$.

A figura 5.3.4 representa os modelos heterogêneos usados para simular os contrastes sismoelétricos, as posições de fonte e receptores. A primeira figura representa uma geometria de aquisição sismoelétrica com receptores dispostos na horizontal que simula uma aquisição em superfície, e a segunda figura representa uma geometria de aquisição sismoelétrica com receptores dispostos na vertical que simula uma aquisição em poço. Note que na primeira figura a fonte e os receptores não são colocados na superfície, mas dentro do modelo heterogêneo, cuja razão foi para evitar que não houvesse superposição

entre os sinais sismoelétrico confinado e irradiado que dificultaria a discriminação visual. Para a aquisição em poço foi impossível obter uma configuração fonte receptor que possibilitasse a discriminação visual dos sinais sismoelétricos confinado e irradiado, de forma que não alteramos a configuração fonte receptor convencional.

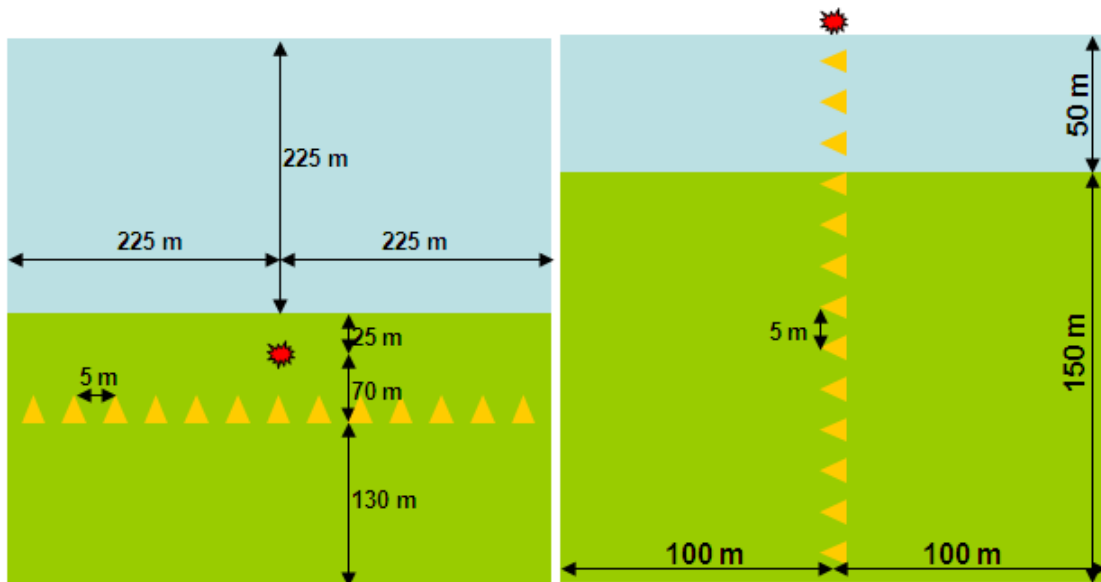


Figura 5.3.4 – Geometria de fonte e receptores usada nos modelos heterogêneos. A primeira figura simula receptores na horizontal e a segunda figura receptores na vertical.

A figura 5.3.5 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas na direção X e Z para o contraste 10 e 30 por cento na porosidade, com geometria de fonte e receptor baseada na primeira figura 5.3.4. Observamos nesta figura um campo elétrico confinado caracterizado pelo tempo de chegada idêntico ao tempo de chegada do sinal sísmico e sem superposição com o campo elétrico irradiado com tempo de chegada aproximadamente 0,05 s simultâneo em todos os canais. As mudanças de fase simétricas em relação à posição da fonte observadas nos sinais sísmicos e sismoelétricos medidos na direção X estão consistentes com a polaridade da fonte sísmica. As amplitudes dos campos sismoelétricos da ordem de micro volts por metro são valores mensuráveis.

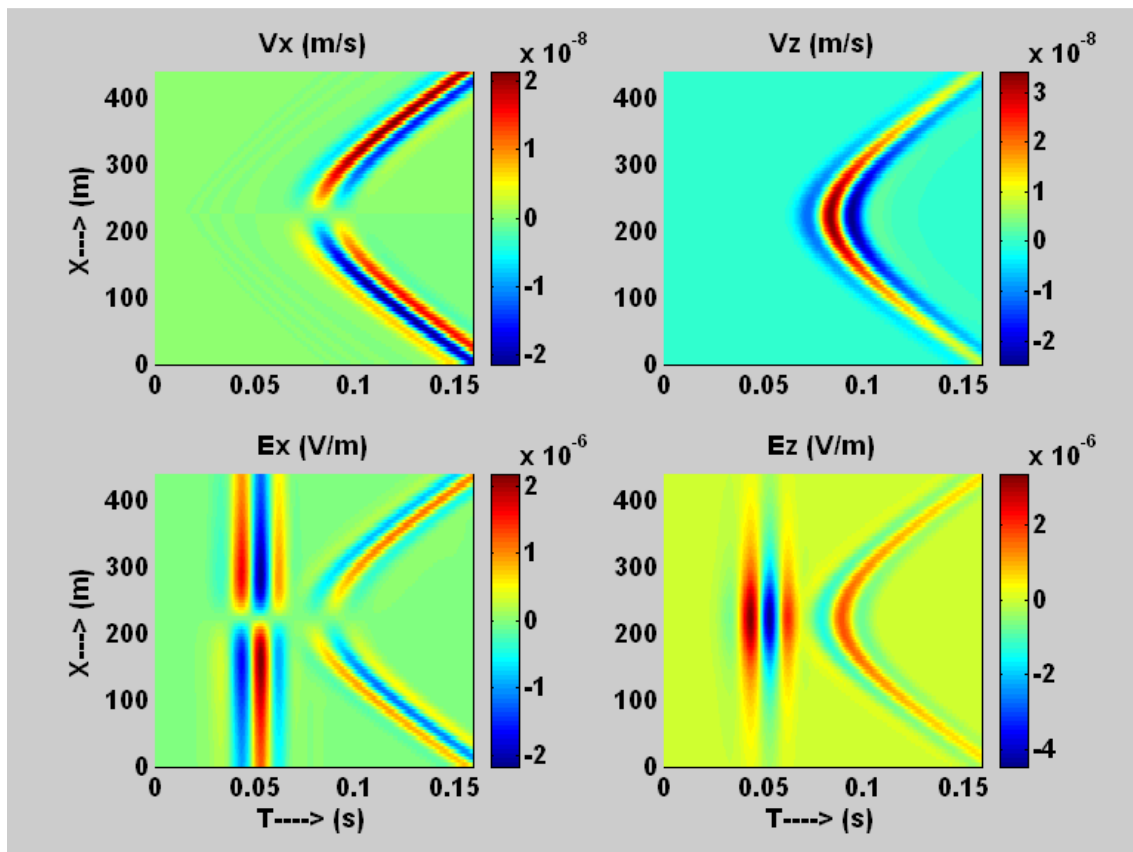


Figura 5.3.5 – Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido ao contraste de 10 e 30 % na porosidade, medida na horizontal nas direções X e Z.

A figura 5.3.6 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas na direção X e Z para o contraste de porosidade, com geometria de fonte e receptor baseada na segunda figura 5.3.4. Observamos nesta figura um campo elétrico confinado caracterizado pelo tempo de chegada idêntico ao tempo de chegada do sinal sísmico superposto ao campo elétrico irradiado com tempo de chegada aproximadamente 0,07 s simultâneo em todos os canais. As mudanças de fase simétricas em relação à interface observadas no sinal sismoelétrico medidos na direção Z estão consistentes com a polaridade do dipolo elétrico gerado na interface. As amplitudes dos campos sismoelétricos da ordem de micro volts por metro são valores mensuráveis. Nos sismogramas aparece uma reflexão sísmica muito fraca no tempo de 0.08 s.

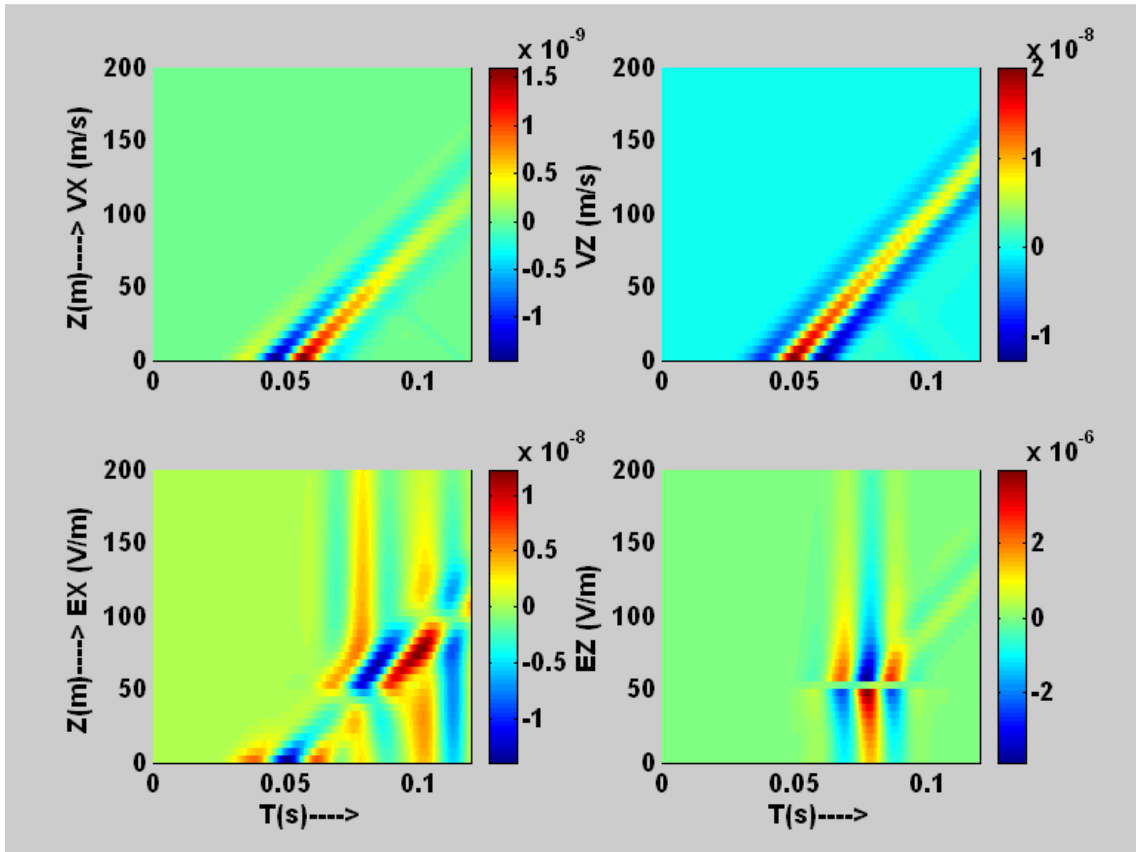


Figura 5.3.6 – Respostas sísmicas e sismoelétricas confinada-irradiada devido ao contraste de 10 e 30 % na porosidade, medida na vertical nas direções X e Z.

Os resultados apresentados confirmam que um contraste de 10 e 30 % na porosidade, comum em situações reais, pode ser perfeitamente mapeado com amplitudes mensuráveis de campo elétrico irradiado. Apesar do sinal sismoelétrico em situações reais ser influenciado por todos os parâmetros, a obtenção da resposta isolada do contraste de porosidade indica a possibilidade do mapeamento de interfaces porosas com uso de informações adicionais (por exemplo a fraca reflexão sísmica ao contraste de porosidade, dados de poços) que permitam conhecer os efeitos dos outros parâmetros.

3-Análise dos resultados do Modelo de Contraste de Salinidade.

Este modelo tem por base o trabalho de Pride e Morgan (1991) onde, baseado em experiências, descrevem o potencial zeta em função da salinidade (veja a equação 5.1.16). Sabe-se que a contaminação de aquíferos pode ser medida pelo aumento do índice de salinidade. As concentrações usadas foram

de 0.001moles/litro para água limpa e 0.1moles/litro para água contaminada. O potencial zeta e a condutividade do fluido foram calculados usando as fórmulas (5.1.16) e (5.1.17), respectivamente. A porosidade foi mantida constante e igual a 30%.

A figura 5.3.7 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas na direção X e Z para o contraste de salinidade, com geometria de fonte e receptor baseada na primeira figura 5.3.4 que simula uma aquisição na horizontal. Observamos o sinal sismoelétrico confinado que acompanha o sinal sísmico e o sinal sismoelétrico irradiado simultâneo em todos os canais no tempo de 0,05 s. O sinal sismoelétrico confinado tem amplitude menor do que o sinal sismoelétrico irradiado cujos valores da ordem nano volts por metro podem ser perfeitamente detectados. O sinal sísmico observado é a onda direta.

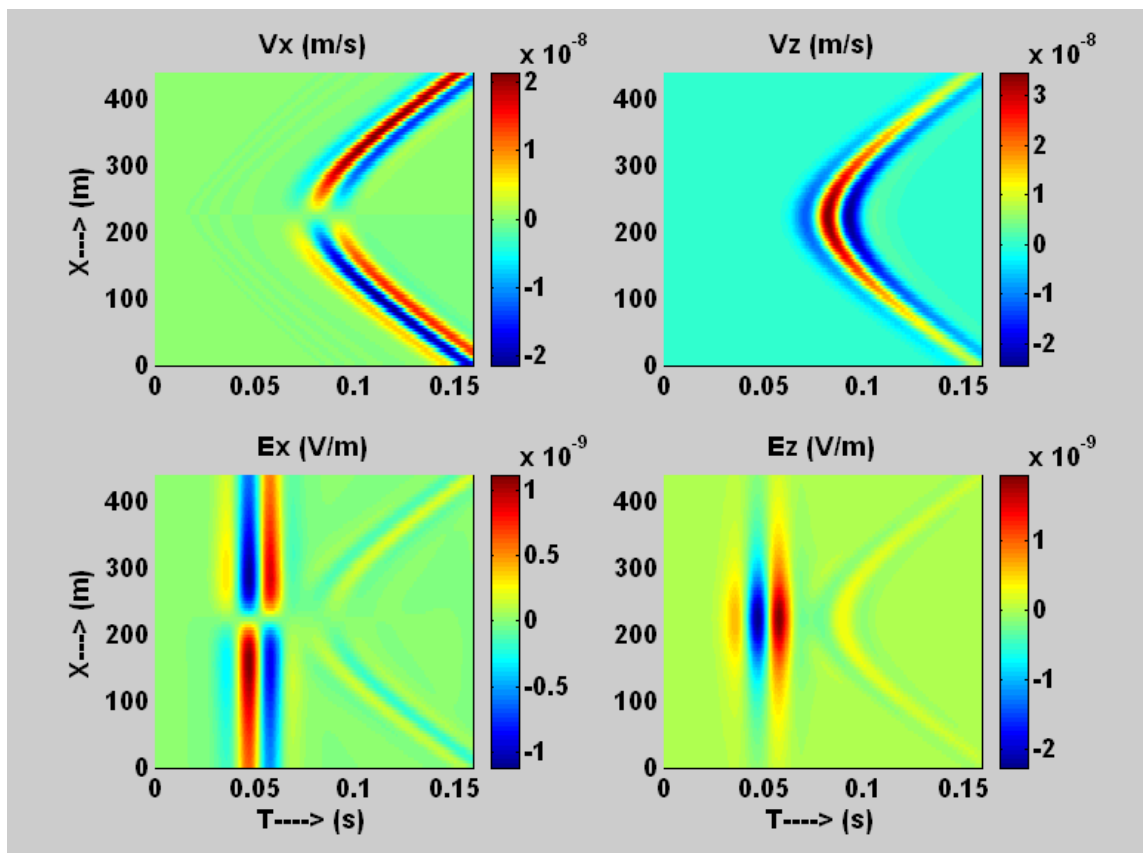


Figura 5.3.7 - Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido ao contraste de salinidade, medida na horizontal nas direções X e Z.

A figura 5.3.8 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas na direção X e Z para o contraste de salinidade, com geometria de fonte e receptor baseada na segunda figura 5.3.4 que simula aquisição na vertical. Observamos o sinal sismoelétrico confinado que acompanha o sinal sísmico e quase desaparece na região de alta salinidade, e o sinal sismoelétrico irradiado simultâneo em todos os canais e mais perceptível na direção Z. Os sinais sismoelétricos apresentam valores da ordem nano volts por metro nos canais mais afastados e podem ser perfeitamente detectados. Não é observada nenhuma reflexão sísmica devido ao contraste de salinidade nos sismogramas indicando a insensibilidade da sísmica a este tipo de heterogeneidade.

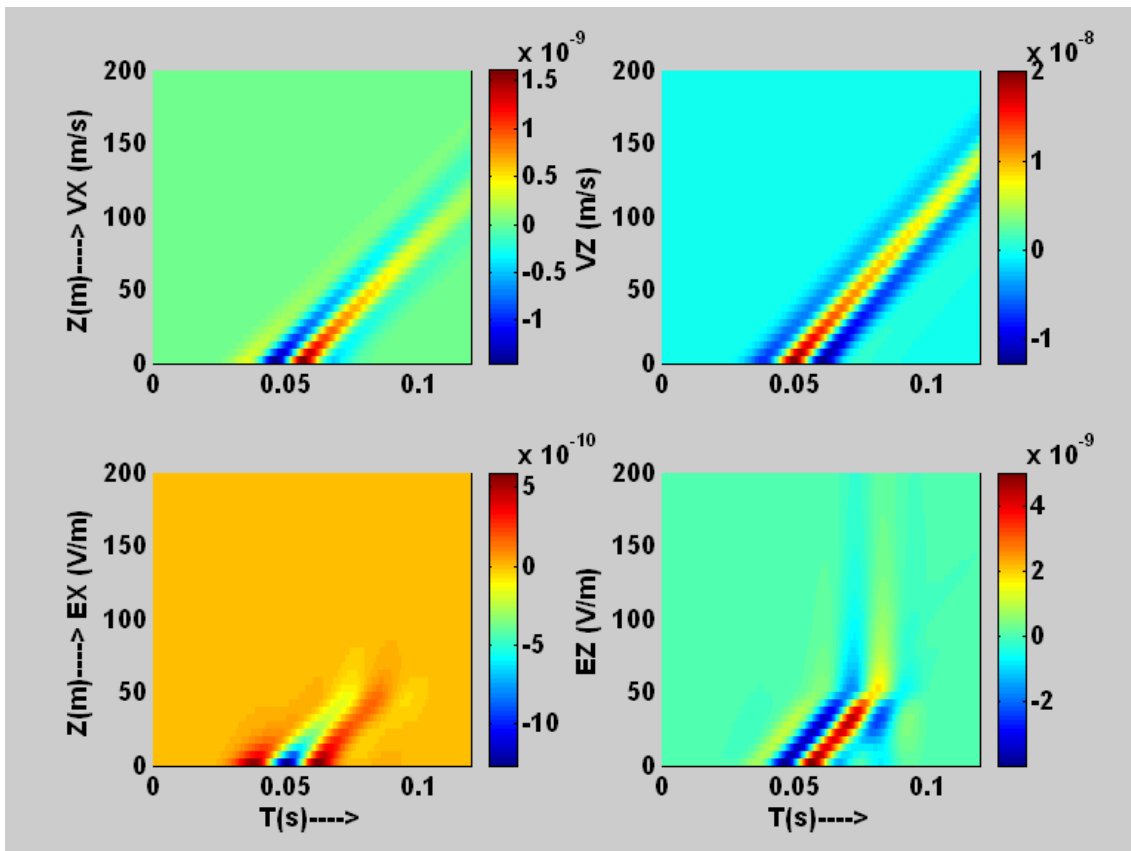


Figura 5.3.8 – Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-Irradiada devido ao contraste de salinidade, medida vertical nas direções X e Z.

Desta forma, um meio poroso saturado com fluidos que apresentem contraste de salinidade de 0.1 e 0.001 moles por litro, comuns em situações reais, pode gerar sinais sismoelétricos de amplitudes detectáveis e possíveis de serem mapeadas. O fato dos receptores sísmicos não detectarem e o sinal sismoelétrico irradiado detectar o contraste de salinidade para a mesma fonte é uma comprovação da complementaridade destes sinais. Outra observação importante é que a diminuição da amplitude do sinal sismoelétrico confinado na região de mais alta salinidade pode ser usado em levantamento *time lapse* para monitorar frente de avanço de poluentes ambientais, com a vantagem de poder investigar profundidades maiores devido ao confinamento ao sinal sísmico. O sinal sismoelétrico irradiado sofre variações de amplitude com a variação da salinidade (Haines, 2004) e pode ser usado para monitoramento *time lapse* em situações de objetivos rasos ou em pequenas distâncias dos receptores.

4-Análise dos resultados do Modelo de Contato Óleo-Água.

A razão para este modelo foi a possibilidade da utilização da ferramenta em reservatórios petrolíferos para identificação do contato óleo-água devido ao contraste de condutividade elétrica, ao contraste de permissividade dielétrica, ao contraste de viscosidade, e ao contraste de densidade.

Estes parâmetros aparecem implicitamente ou explicitamente no coeficiente de acoplamento eletrocinético e variam fortemente no contato óleo-água, cujos valores usados neste modelo foram: condutividade do óleo $10^{-5} S/m$, condutividade da água $10^{-2} S/m$, permissividade elétrica do óleo de $\epsilon_{Oleo} = 2\epsilon_0$, permissividade elétrica da água $\epsilon_{Agua} = 80\epsilon_0$, viscosidade do óleo $\eta = 0.1Pas$, viscosidade da água $\eta = 0.001Pas$, densidade do óleo $\rho_{Oleo} = 800 Kg/m^3$, e densidade da água $\rho_{Agua} = 1000Kg/m^3$. Supôs-se que a saturação residual de água fosse a mesma, tanto na região de água quanto de

óleo, o que fez usarmos o mesmo valor do potencial zeta nas duas regiões de fluido saturante, igual a $\zeta = 0.065V$.

A estrutura granular deste modelo foi a do arenito homogêneo com 30 por cento de porosidade saturado com óleo e água que devido à imiscibilidade a superfície de contato entre fluidos coincide com a do modelo da figura 5.3.4.

A figura 5.3.9 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas nas direções X e Z para o modelo de contato óleo-água, com geometria de fonte e receptor simulando aquisição na horizontal baseada na primeira figura 5.3.4.

Observamos o sinal sismoelétrico confinado que acompanha o sinal sísmico e o sinal sismoelétrico irradiado simultâneo em todos os canais no tempo de aproximadamente 0,05 s. O sinal sismoelétrico confinado tem amplitude similar ao sinal sismoelétrico irradiado com valores da ordem de centenas de nano volts por metro. O sinal sísmico observado é a onda direta.

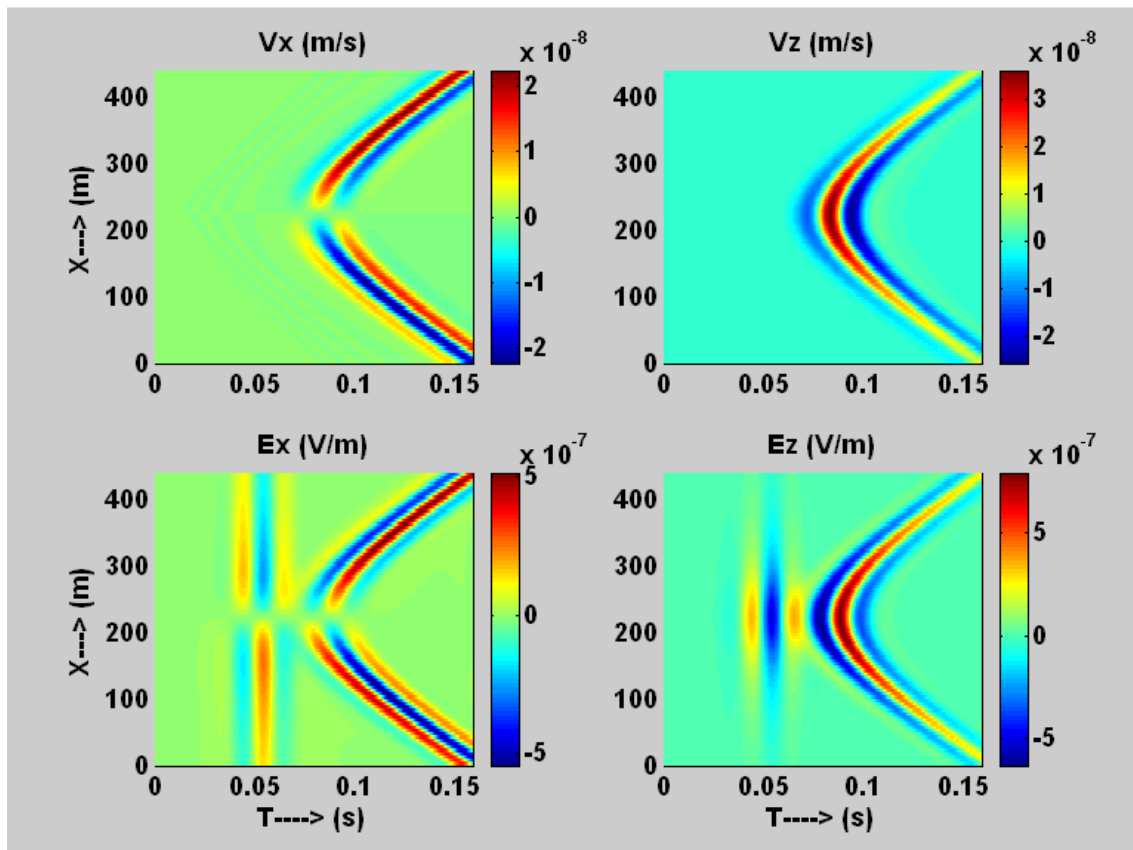


Figura 5.3.9 – Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido ao contraste no contato óleo-água, medida na horizontal nas direções X e Z.

As figuras 5.3.10 mostram as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas nas direções X e Z para o modelo de contato óleo-água, com geometria de fonte e receptor que simula aquisição vertical baseado na segunda figura 5.3.4.

Observamos o sinal sismoelétrico confinado que acompanha o sinal sísmico e o sinal sismoelétrico irradiado simultâneo em todos os canais no tempo de 0,8 s aproximadamente. O sinal sismoelétrico confinado tem amplitude similar ao sinal sismoelétrico irradiado com valores da ordem de centenas de nano volts por metro perfeitamente detectável. Notamos também que existe uma reflexão sísmica muito fraca devido ao contato óleo água.

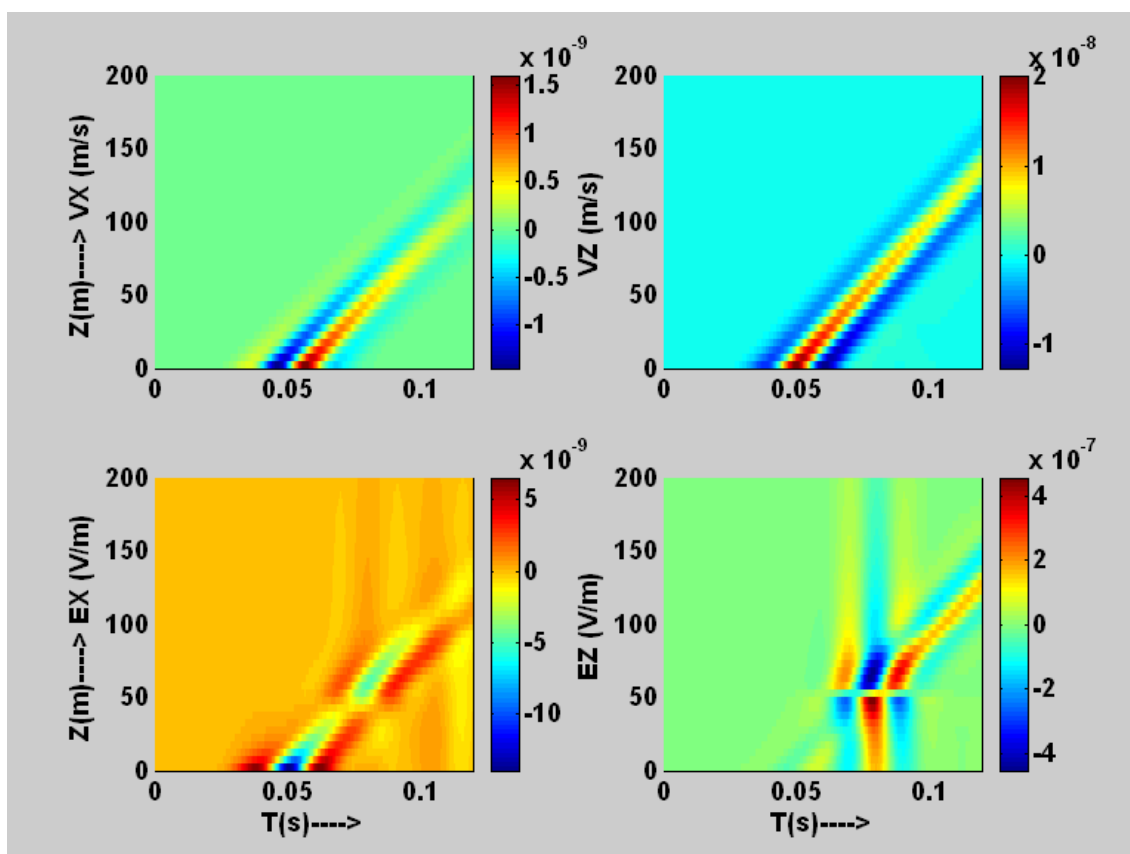


Figura 5.3.10 - Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido ao contraste no contato óleo-água, medida na vertical nas direções X e Z.

Os resultados das medidas sísmicas e sismoelétricas do modelo de contato óleo-água mostrados nas figuras 5.3.9 e 5.3.10 indicam respostas mensuráveis e possibilidade do uso do sinal sismoelétrico irradiado para mapear a superfície de contato óleo-água em reservatórios petrolíferos conjuntamente com levantamentos de sísmica de poço e tomografia entre poços. O sinal sismoelétrico forte observado no contato óleo-água pode ser usado como informação adicional à fraca reflexão sísmica.

5-Análise dos resultados do Modelo de Contraste Litológico.

O contraste litológico tem sido apresentado na literatura como a principal heterogeneidade responsável pelo sinal sismoelétrico. O modelo de contraste litológico investigado foi do tipo arenito argila apresentado na tabela 5.1, controlado pelos parâmetros poroelásticos, pela porosidade, pela permeabilidade, e pela condutividade elétrica. O valor do potencial zeta no arenito e no folhelho (equação 5.1.16) foi calculado para uma concentração iônica de 0,001 moles por litro e igual a $\zeta = 0,065V$.

A figura 5.3.11 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas na direção X e Z para o modelo de contraste litológico arenito-argila, com geometria de fonte e receptor que simula aquisição horizontal baseada na primeira figura 5.3.4.

Observamos o sinal sismoelétrico confinado que acompanha o sinal sísmico e o sinal sismoelétrico irradiado simultâneo em todos os canais no tempo aproximado de 0,08 s. O sinal sismoelétrico confinado tem amplitude similar ao sinal sismoelétrico irradiado com valores da ordem de dezenas de mili volts por metro. O sinal sísmico observado é a onda direta.

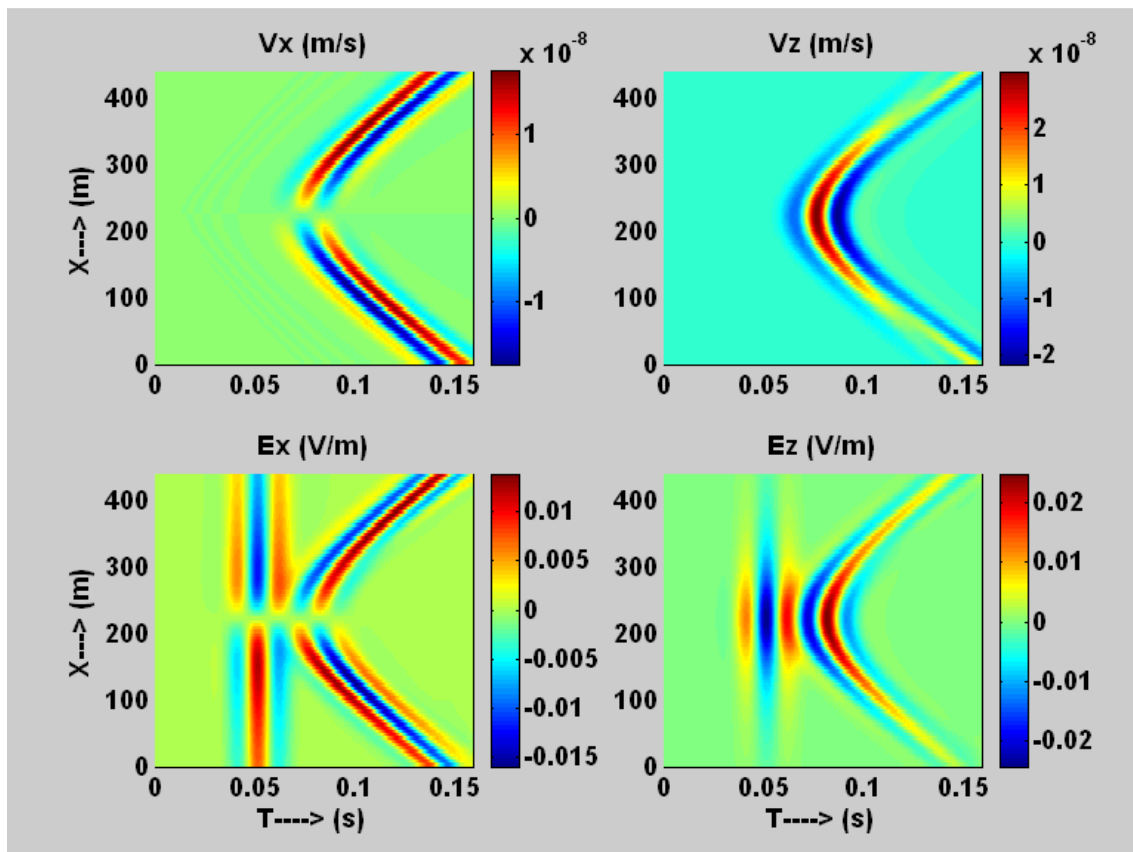


Figura 5.3.11 - Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido à interface arenito-argila, medida na horizontal nas direções X e Z.

As figuras 5.3.12 mostram as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas nas direções X e Z para o modelo de contraste litológico arenito-argila, com geometria de fonte e receptor que simula a aquisição vertical baseada na segunda figura 5.3.4.

Observamos o sinal sismoelétrico confinado que acompanha o sinal sísmico e o sinal sismoelétrico irradiado simultâneo em todos os canais no tempo de 0,8 s aproximadamente. O sinal sismoelétrico confinado tem amplitude similar ao sinal sismoelétrico irradiado com valores da ordem de centenas de mili volts por metro absolutamente detectável. Notamos também que existe uma reflexão sísmica muito boa no contato arenito-argila.

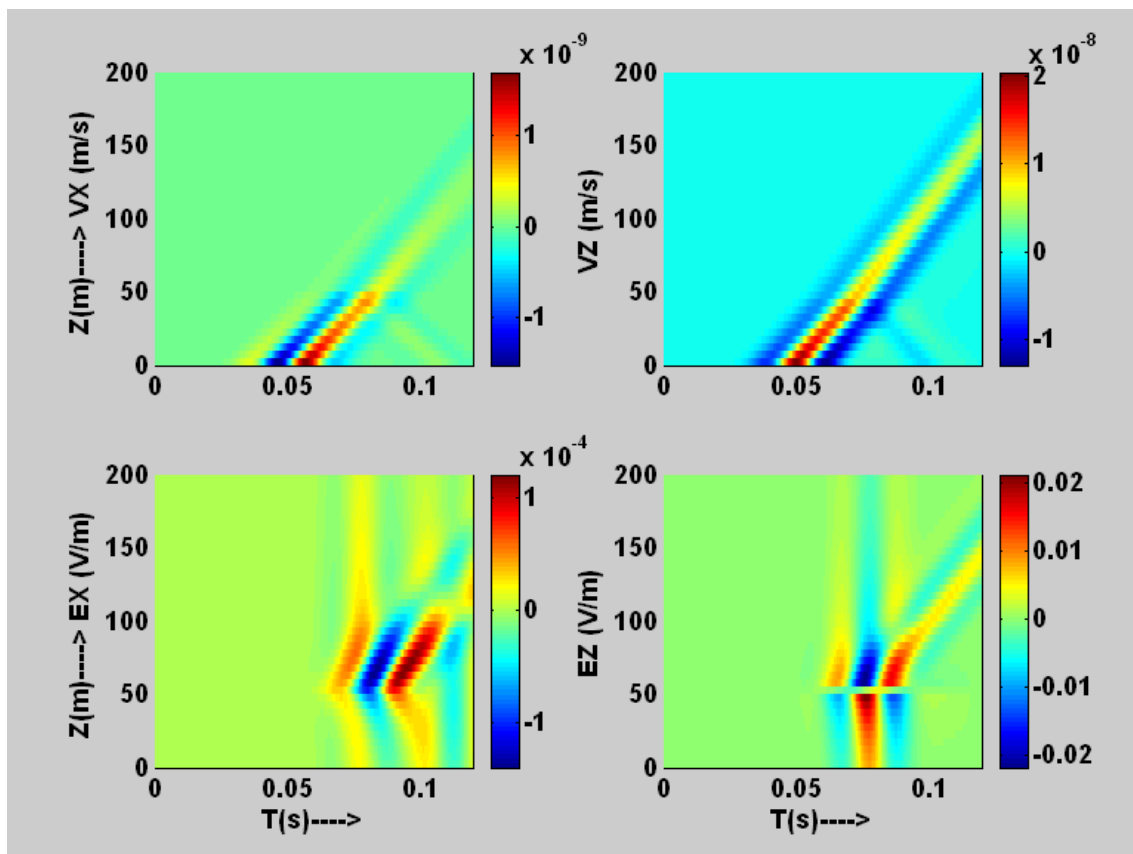


Figura 5.3.12 - Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido à interface arenito-argila, medida na vertical nas direções X e Z.

A resposta sismoelétrica irradiada do contraste litológico arenito-argila apresenta o maior valor absoluto de amplitude da ordem de centenas de mili volts, causado pelo contraste do grande número de parâmetros sismoelétricos (parâmetros poroelásticos e elétricos). Adicionalmente ao mapeamento de interfaces litológicas, o uso combinado do sinal sismoelétrico irradiado com reflexões sísmicas e dos parâmetros poroelásticos pode inferir a condutividade elétrica e conseqüentemente o tipo do fluido saturante. Também, as medidas simultâneas do sinal sismoelétrico confinado e das reflexões sísmicas contém informações sobre a condutividade do fluido saturante (Garambois e Dietrich, 2001).

6-Análise dos resultados dos modelos de detectabilidade de heterogeneidade.

A definição de resolução espacial em ótica se baseia na difração da luz por um obstáculo cujas dimensões não provoquem uma defasagem entre dois raios luminosos maior do que 180 graus, pois assim teríamos uma interferência destrutiva dos raios luminosos e a imagem não poderia ser formada. Desta forma, o termo zona de Fresnel é uma medida do tamanho mínimo que um objeto deve ter para ser detectado. Matematicamente podemos escrever esta condição como:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} [(l_1 + l_2) - (d_1 + d_2)] \quad (5.3.10)$$

onde l_1 e l_2 são as trajetórias percorridas pelo raio mais longo da fonte até o obstáculo e do obstáculo até o receptor, respectivamente; d_1 e d_2 são as trajetórias percorridas pelo raio mais curto da fonte até o obstáculo e do obstáculo até o receptor, respectivamente.

Para que a diferença de fase entre o raio mais longo e o raio mais curto seja menor do que 180 graus, a condição

$$[(l_1 + l_2) - (d_1 + d_2)] \leq \lambda/2 \quad (5.3.11)$$

deve ser obedecida.

A definição de resolução espacial em sísmica se baseia na reflexão da energia sísmica e difere da definição da ótica, preservando a equivalência apenas nas considerações de fase. Desta forma, podemos definir a resolução de um obstáculo como a área do refletor que contribui construtivamente para a energia refletida que atinge o ponto de observação. Devido o ângulo de incidência ser igual ao ângulo de reflexão, podemos substituir $l_1 = l_2 = l$ e $d_1 = d_2 = d$ na equação (5.3.10), e obtemos:

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} (l - d) \quad (5.3.12)$$

Para que a diferença de fase entre o raio mais longo e o raio mais curto seja menor do que 180 graus, a condição

$$(l - d) \leq \lambda/4 \quad (5.3.13)$$

deve ser obedecida.

Na definição de resolução espacial para o sinal sismoelétrico vamos usar o critério da sísmica de reflexão onde metade do raio viaja com a velocidade sísmica (fonte a interface) e metade do raio viaja com a velocidade da difusão eletromagnética. Assim, a resolução de um obstáculo por um sinal sísmoelétrico pode ser escrita como:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_s}(l - d) + \frac{2\pi}{\lambda_E}(l - d) \quad (5.3.14)$$

onde $\lambda_s = V_s/f$ e $\lambda_E = V_E/f$.

Como $V_E \gg V_s$ (a velocidade da difusão eletromagnética é de 2 a 3 ordens de grandeza maior do que a velocidade sísmica), o primeiro termo na equação (5.3.14) se sobrepõe ao segundo termo, resultando na equação

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_s}(l - d) \quad (5.3.15)$$

Para que a diferença de fase entre o raio mais longo e o raio mais curto seja menor do que 180 graus, a condição

$$(l - d) \leq \lambda_s/2 \quad (5.3.16)$$

deve ser obedecida.

Uma comparação entre a resolução sísmica dada na equação (5.3.13) e a resolução sísmoelétrica da equação (5.3.16) notamos que um sinal sísmico resolve o dobro do sinal sísmoelétrico. Neste trabalho estamos preocupados com a detectabilidade de um sinal sísmoelétrico, que se resume na capacidade

do registro de uma reflexão composta independente se a reflexão composta pode ser resolvida.

Quando usamos uma *wavelet*, o cálculo da resolução é feito em relação à frequência dominante.

O primeiro modelo investiga a detectabilidade de uma camada fina de argila de 5m de espessura, encaixada num arenito poroso. Os parâmetros deste modelo são os mesmos do arenito e da argila da tabela 5.1 usado no modelo de contraste litológico anterior.

A figura 5.3.13 representa o modelo que investiga a detectabilidade de uma camada fina de argila encaixada num arenito poroso. A primeira figura representa a geometria de aquisição sismoelétrica com receptores dispostos na horizontal e a segunda figura representa a aquisição na vertical.

Se compararmos a posição da fonte e dos receptores do modelo de contraste litológico arenito-argila da primeira figura 5.3.4 com a posição de fonte e receptores do modelo de detectabilidade de camada fina da primeira figura 5.3.13 concluímos que a amplitude do sinal sismoelétrico confinado detectado nos receptores do modelo litológico arenito-argila foi influenciado somente pela argila, enquanto que a amplitude do sinal sismoelétrico confinado detectado nos receptores do modelo de camada fina de argila foi influenciado somente pelo arenito.

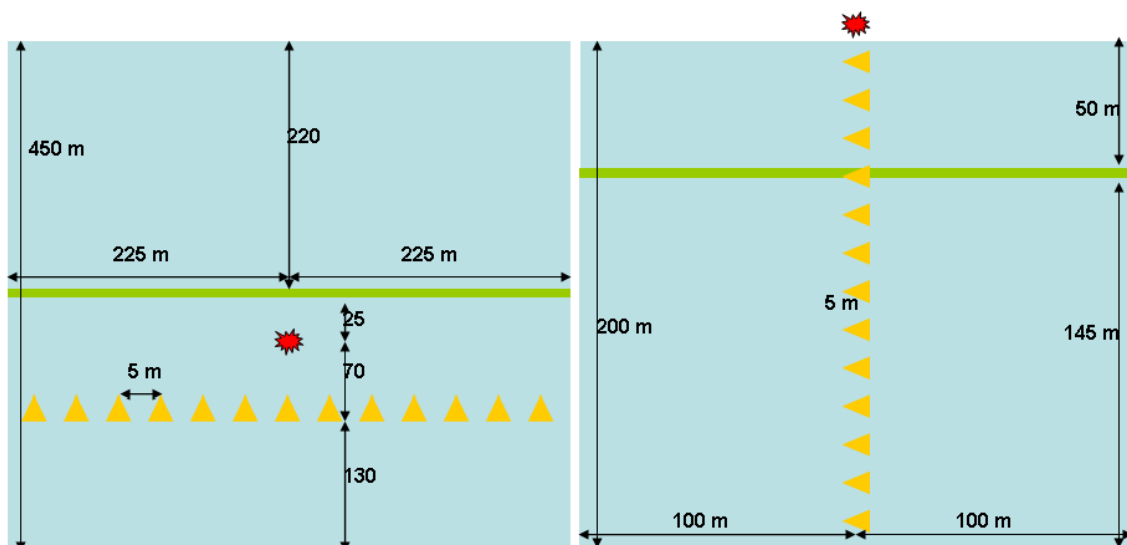


Figura 5.3.13 - Geometria de fonte e receptores usada nos modelos de camada fina. A primeira figura simula receptores na horizontal e a segunda figura na vertical.

A figura 5.3.14 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas nas direções X e Z para o modelo de detecção de camada fina, com geometria de fonte e receptor que simula uma aquisição horizontal baseada na primeira figura 5.3.13. Observamos que o sinal sismoelétrico confinado quase desaparece em relação ao forte sinal sismoelétrico irradiado que ocorre simultaneamente no tempo de 0,05 s, com amplitude da ordem de centenas de mili volts por metro.

O que ocorre na verdade é que o sinal sismoelétrico confinado sofre redução de amplitude da ordem de dez vezes quando percorre o arenito poroso em relação à amplitude quando percorre o argilito mais fechado, e verificado pela comparação da figura 5.3.14 com a figura 5.3.11. Outra evidência desta redução da amplitude do sinal sismoelétrico confinado com o aumento da porosidade pode ser observado na redução da amplitude do sinal sismoelétrico confinado no arenito na figura 5.3.12.

O sinal sismoelétrico irradiado da figura 5.3.14 indica o seu potencial para mapear camadas finas como a de 5 m de espessura do caso estudado.

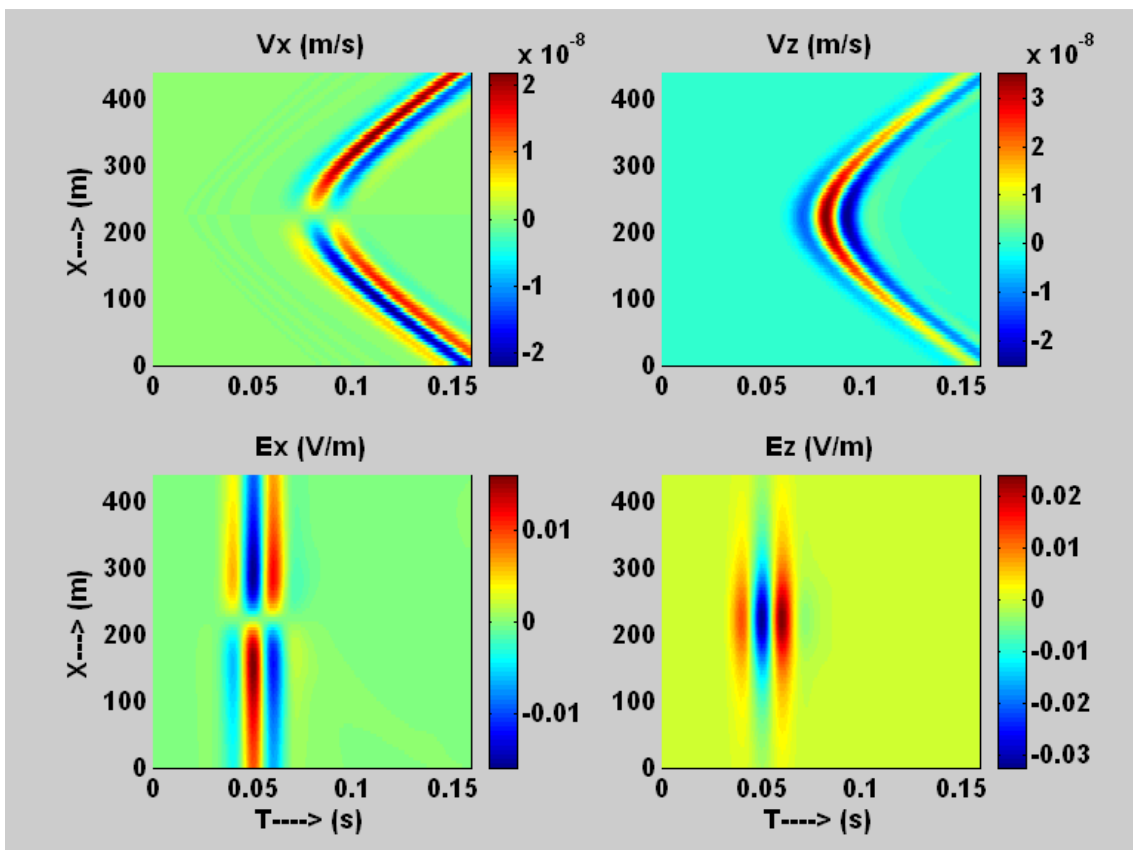


Figura 5.3.14 – Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido a uma camada fina de 5m de argila num arenito, medida na horizontal nas direções X e Z.

As figuras 5.3.15 mostram as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas nas direções X e Z para o modelo de detecção de camada fina, com geometria de fonte e receptor que simula uma aquisição vertical baseada na segunda figura 5.3.13.

Observamos que o sinal sismoelétrico confinado quase desaparece em relação ao forte sinal sismoelétrico irradiado que ocorre simultaneamente no tempo de 0,08 s. A redução de amplitude do sinal sismoelétrico confinado em relação ao sinal sismoelétrico irradiado é devido à porosidade alta do arenito *background*.

O sinal sismoelétrico irradiado da figura 5.3.15 detecta perfeitamente a camada fina de 5 m de espessura do modelo estudado enquanto o sinal sísmico detecta como uma reflexão que se desprende da onda direta no tempo de 0,8 s.

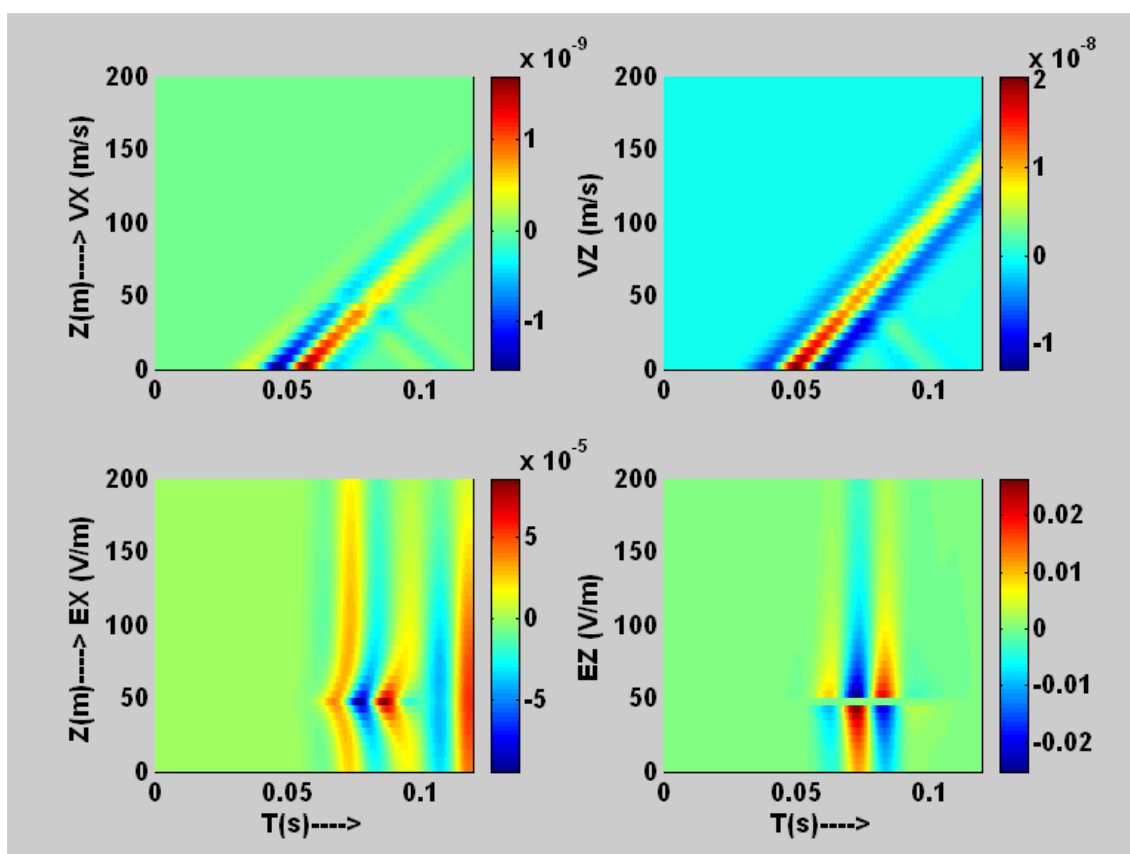


Figura 5.3.15 - Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido a uma camada fina de 5m de argila num arenito, medida na vertical nas direções X e Z.

O que se observa nas figuras 5.3.14 e 5.3.15 é que uma camada fina de 5m é capaz de gerar sinal sismoelétrico irradiado com amplitude detectável indicando o seu potencial para mapear camadas finas como os folhelhos que causam barreiras de fluxo em reservatórios de água e petróleo.

Acredita-se que seja possível detectar camadas bem mais finas devido ao fato de que a irradiação do campo elétrico difusivo seja causado por qualquer heterogeneidade que desacelere as cargas elétricas separadas pelo pulso sísmico como lâminas de 0,5 m, por exemplo. Para a espessura de 5 m da heterogeneidade do modelo estudado ainda ocorre um sinal sísmico refletido que certamente desaparecerá para espessuras menores.

O segundo modelo investiga a resolução lateral de um bloco de argila de dimensão 5 X 5 m, encaixada num arenito. Os parâmetros deste modelo são os mesmos do arenito e do folhelho da tabela 5.1 usado no modelo de contraste litológico anterior.

A figura 5.3.16 representa o modelo que investiga a detectabilidade de um bloco de argila encaixada num arenito poroso. A primeira figura representa a geometria de aquisição sismoelétrica com receptores dispostos na horizontal e a segunda figura representa a geometria de aquisição sismoelétrica com receptores dispostos na vertical.

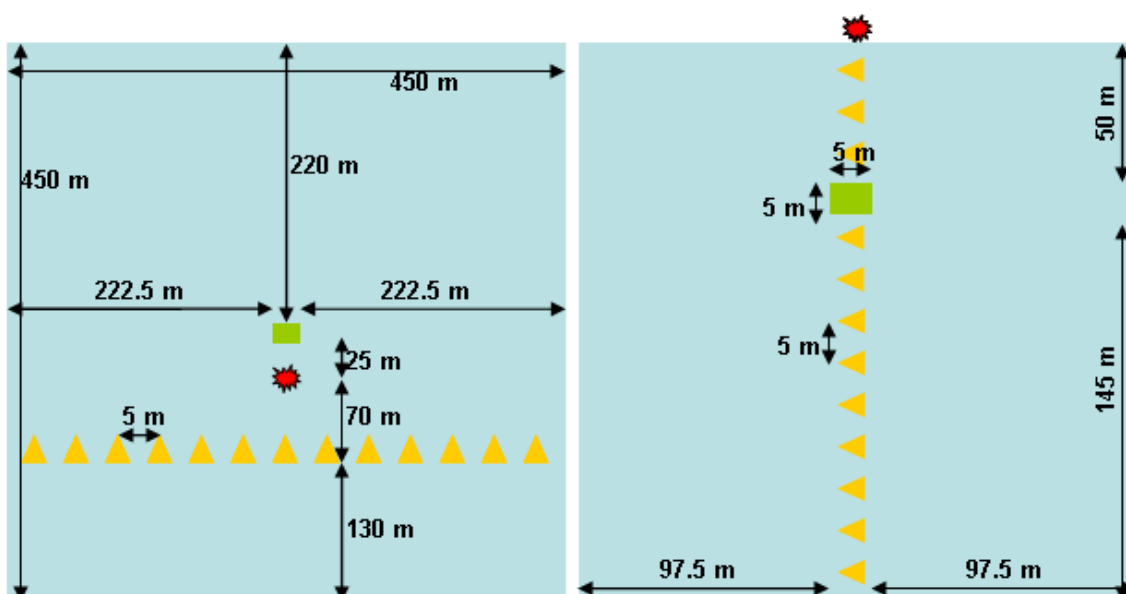


Figura 5.3.16 - Geometria de fonte e receptores usados no modelo de pequeno bloco 5x5 m. A primeira figura simula receptores na horizontal e a segunda figura na vertical.

A figura 5.3.17 mostra as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas nas direções X e Z para o modelo de resolução vertical, com geometria de fonte e receptor que simula uma aquisição horizontal baseada na primeira figura 5.3.16. Observamos que o sinal sismoelétrico confinado quase desaparece em relação ao forte sinal sismoelétrico irradiado que ocorre simultaneamente no tempo de 0,05 s, com amplitude da ordem de mili volts por metro. A redução de amplitude do sinal sismoelétrico confinado em relação ao sinal sismoelétrico irradiado é devido à porosidade alta do arenito *background*.

O sinal sismoelétrico irradiado da figura 5.3.17 indica o seu potencial para mapear pequenos nódulos como o de dimensões 5 x 5 m do caso estudado.

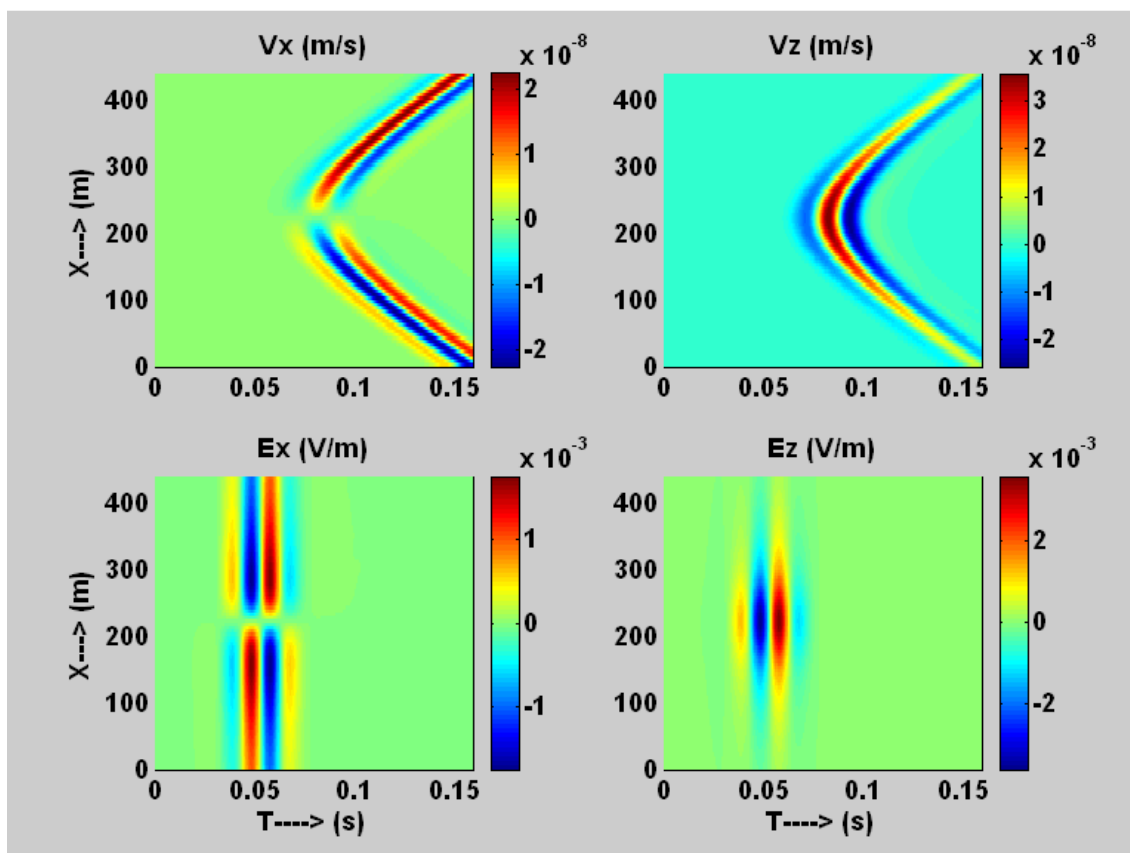


Figura 5.3.17 - Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido a um bloco de 5X5 m de argila num arenito, medida na horizontal nas direções X e Z.

As figuras 5.3.18 mostram as respostas sísmicas e sismoelétricas medidas nas direções X e Z para o modelo de resolução de um pequeno bloco de argila incrustado no arenito, com geometria de fonte e receptor que simula uma aquisição baseada na segunda Figura 5.3.16. Observamos que o sinal sismoelétrico confinado quase desaparece em relação ao forte sinal sismoelétrico irradiado que ocorre simultaneamente no tempo de 0,08 s. A redução de amplitude do sinal sismoelétrico confinado em relação ao sinal sismoelétrico irradiado é devido à porosidade alta do arenito *background*.

O sinal sismoelétrico irradiado da figura 5.3.15 detecta perfeitamente o pequeno bloco de argila de dimensões 5 x 5 m enquanto o sinal sísmico detecta uma tênue reflexão que se desprende da onda direta no tempo de 0,8 s.

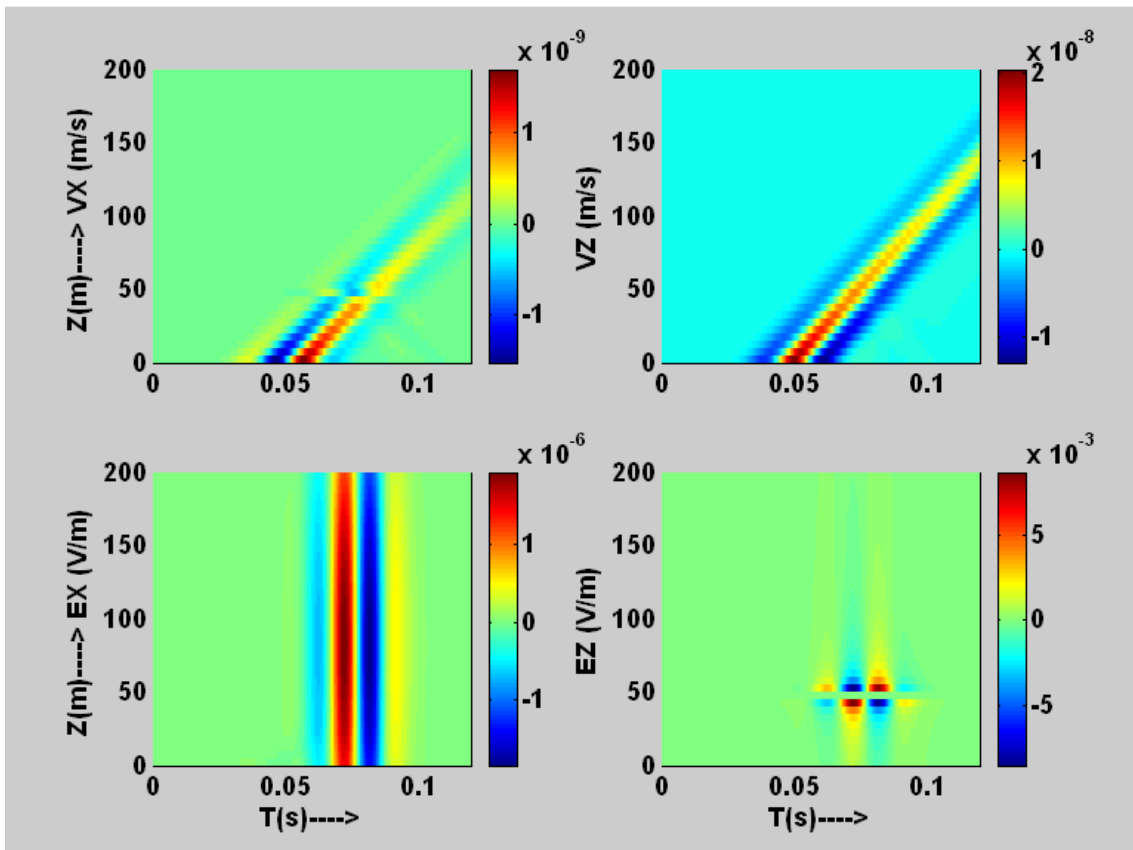


Figura 5.3.18 - Respostas sísmica e sismoelétrica confinada-irradiada devido a um bloco de 5X5 m de argila num arenito, medida na vertical nas direções X e Z.

O que se observa nas figuras 5.3.17 e 5.3.18 é que um pequeno bloco de argila de dimensões 5 x 5 m é capaz de gerar sinal sismoelétrico irradiado com amplitude detectável indicando o seu potencial para mapear pequenos nódulos como as concreções diagenéticas em reservatórios de água e petróleo.

Acredita-se que seja possível detectar blocos menores que 5 x 5 m devido ao fato de que a irradiação do campo elétrico difusivo seja causado por qualquer heterogeneidade que desacelere as cargas elétricas separadas pelo pulso sísmico.

No geral observa-se que dentre os sinais irradiados, existe uma diferença de amplitude entre eles. A amplitude do campo elétrico irradiado varia conforme o tipo de contraste:

1. O campo elétrico mais forte é o contraste litológico arenito-argila, da ordem de 10^{-2} V/m. O modelo de camada fina, devido ao mesmo contraste apresenta amplitude da mesma ordem de grandeza.
2. O campo elétrico gerado pelo contraste de porosidade, da ordem de 10^{-6} V/m.
3. O campo elétrico gerado pelo contato óleo-água, da ordem de 10^{-7} V/m.
4. O campo elétrico gerado pelo contraste de salinidade, da ordem de 10^{-9} V/m.

5.4 PROGRAMAÇÃO DAS EQUAÇÕES DISCRETIZADAS EM MATLAB

As soluções numéricas das equações sismoelétricas 2D, obtidas como uma combinação de soluções analíticas das equações 4.2.2.19 a 4.2.2.22 e de soluções discretizadas pelo método das diferenças finitas explícita no domínio do tempo das equações 4.2.2.24 a 4.2.2.34, foram codificadas em programas MATLAB e anexados no apêndice A.

O algoritmo numérico codificado foi esquematizado no fluxograma da figura 5.4.1,

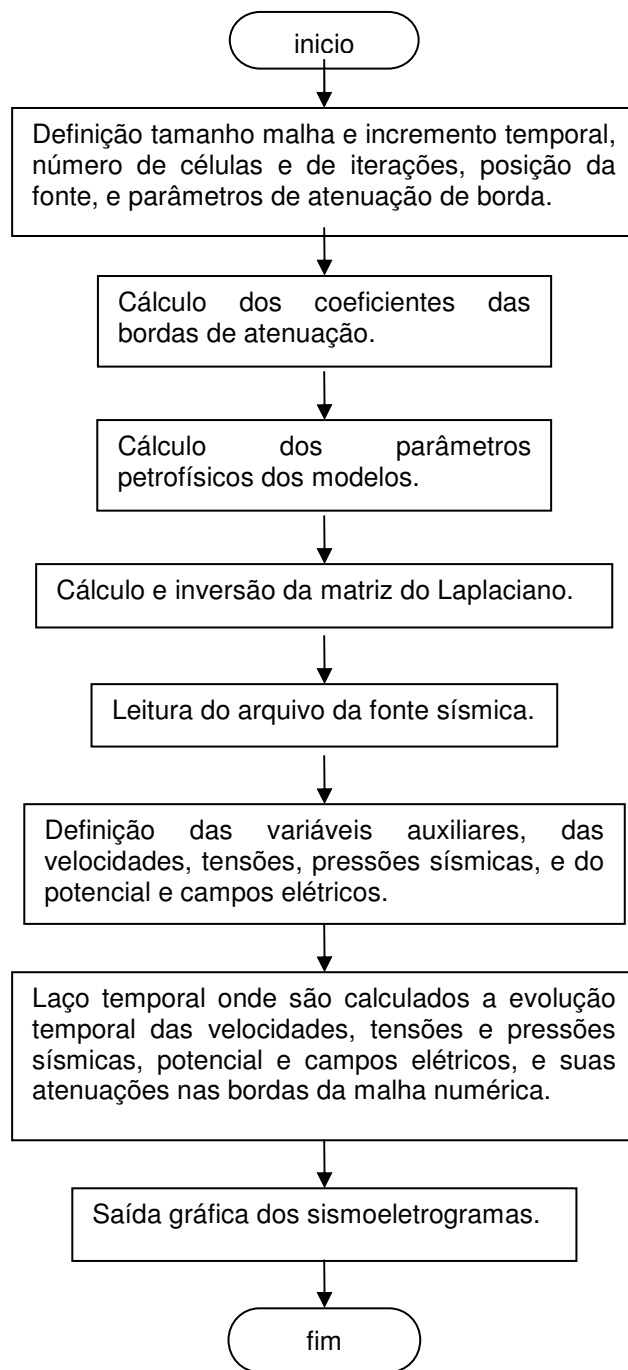


Figura 5.4.1 - Fluxograma do algoritmo da solução numérica sismoelétrica 2D.

O significado de cada etapa pode ser descrito a seguir:

1-Definição do tamanho da malha nas direções $X=DX$ e $Z=DZ$, dos incrementos espacial $h=5$ m e temporal $DT=0.0004$ s, do número de células nas direções $X=N_x$ e $Z=N_z$, do número de iterações $N_{total}=300$, da posição da fonte ixf e jzf , e dos parâmetros de atenuação de bordas Na , f_{max} , e f_{min} .

2-Cálculo dos coeficientes das bordas de atenuação.

3-Cálculo dos parâmetros petrofísicos dos modelos, denominados de densidades do fluido (ρ_f , ρ_{f1} e ρ_{f2}), densidades do sólido (ρ_{s1} e ρ_{s2}), densidade volumétrica (ρ), massa induzida (mm), porosidades (ϕ , ϕ_1 e ϕ_2), velocidades compressional do sólido (V_{p_s1} e V_{p_s2}), permeabilidades (k , k_1 e k_2), viscosidades (η , η_1 e η_2), permissividade elétrica do fluido (ϵ_1 , ϵ_2), concentração salina (cc_1 , cc_2), condutividade elétrica (σ_1 e σ_2), parâmetros de Lamé (Lc_2Mi , Lc e Mi), compressibilidade de Biot (α_M e M), e a constante de acoplamento sismoelétrico (c_{11}). Os parâmetros de cada modelo são ativados pela variável lógica mod que são inseridos na função MATLAB `modelos(mod, Nx, Nz, h, rho_f1, rho_f2, rho_s1, rho_s2, phi1, phi2, Vp_s1, Vp_s2, Vs1, Vs2, Vp_f1, Vp_f2, k1, k2, eta1, eta2, ef1, ef2, cc1, cc2, sigma1, sigma2)`, calculados e preenchidos em cada ponto da malha bidimensional do modelo que se pretende simular, retornando como `[rho, rho_f, phi, mm, eta, k, Lc2Mi, Lc, alfaM, Mi, M, c11]`.

4-Cálculo e inversão da matriz MM do Laplaciano.

5-Leitura do arquivo contendo a fonte sísmica, `fonte_sis100.dat`.

6-Definição das variáveis auxiliares aux_1 , aux_2 , aux_3 , aux_4 , dos campos de velocidades, dos campos de tensões e pressões sísmicas, e dos potenciais campos elétricos, escritos a seguir:

U_{xoom1} e U_{xoom2} - velocidades do sólido na direção X nos tempos atual e posterior.

U_{zmmm1} e U_{zmmm2} - velocidades do sólido na direção Z nos tempos atual e posterior.

V_{xoom1} e V_{xoom2} - velocidades relativas sólido-fluido na direção X nos tempos atual e posterior.

V_{zmmm1} e V_{zmmm2} - velocidades relativas sólido-fluido na direção Z nos tempos atual e posterior.

D_{1moo1} e D_{1mm02} - tensão na direção X nos tempos atual e posterior.

D2omo1 e D2omo2 - tensão cisalhante no plano XZ nos tempos atual e posterior.

D3moo1 e D3m002 - pressão de fluido nos tempos atual e posterior.

D4moo1 e D4moo2 - tensão na direção Z nos tempos atual e posterior.

Ex, Ez, e PP – campos elétricos nas direções X, Z e potencial elétrico.

7-Laço temporal onde são calculados a evolução temporal das velocidades, tensões e pressões sísmicas, do potencial e campos elétricos, e suas atenuações nas bordas da malha numérica.

8-Saída dos dados na forma gráfica dos sismoeletrogramas das velocidades sísmicas e dos campos elétricos nas direções X e Z.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

A solução numérica pelo método das diferenças finitas das equações sismoelétricas apresentada neste trabalho obteve as respostas sismoelétricas da simulação do contraste de heterogeneidades de um modelo poroso granular constituído de arenito e argila saturados. As propriedades físicas do arenito, da argila e dos fluidos saturantes são conhecidas. A partir da base granular porosa foram criados quatro modelos para teste de resposta sismoelétrica às heterogeneidades interfaciais e dois modelos para teste de capacidade de detecção, respectivamente:

1. Contraste de porosidade;
2. Contraste de salinidade;
3. Contato óleo-água;
4. Contraste litológico arenito-argila;
5. Camada fina de 5m de espessura de argila dentro do arenito;
6. Bloco retangular de 5x5m de argila dentro do arenito.

A principal conclusão qualitativa é que todos os modelos estudados apresentam respostas sismoelétricas irradiada e confinada.

A principal conclusão quantitativa é que dentre os sinais irradiados, existe uma diferença de amplitude entre eles. A amplitude do campo elétrico irradiado varia conforme o tipo de contraste:

1. O campo elétrico mais forte é o contraste litológico, da ordem de 10^{-2} V/m
2. O campo elétrico gerado pelo contraste de porosidade, da ordem de 10^{-6} V/m

3. O campo elétrico gerado pelo contato óleo-água, da ordem de 10^{-7} V/m.
4. O campo elétrico gerado pelo contraste de salinidade, da ordem de 10^{-9} V/m.

Provavelmente em situações reais os contrastes litológicos serão mais detectáveis do que os contrastes de porosidade, fluido e salinidade.

O fato de diferentes contrastes gerarem diferentes amplitudes sismoelétricas não garante a discriminação do tipo de contraste, pois existem outros fatores envolvidos na composição da amplitude como a distância da interface ao receptor e a potência da fonte, ruídos.

A máxima distância de investigação foi de aproximadamente 244 m medida no receptor mais afastado do modelo heterogêneo, no qual foi detectada amplitude sismoelétrica irradiada mesmo no modelo de contraste de salinidade que apresentou as amplitudes mais fracas. Não se testou uma distância maior que 244 m devido à limitação do tamanho da matriz que aparece na solução do Laplaciano do potencial elétrico limitando o tamanho do modelo. Solucionar a limitação do cálculo da inversa da matriz que aparece na solução do Laplaciano do potencial elétrico permitiria estudar um raio de investigação maior que 244 m.

A resposta sismoelétrica ao contraste de porosidade evidencia a possibilidade do mapeamento de contraste de porosidade e a identificação de zonas mais propícias a reservatórios.

As respostas sismoelétricas de uma camada fina e de um bloco de argila dentro de um arenito permitiram a definição das dimensões mínimas de detectabilidade de heterogeneidades. Estas dimensões coincidem com as dimensões da malha de diferenças finitas com estabilidade numérica que foi de 5x5m. Desta forma, as microestruturas com dimensões desta ordem de grandeza, como barreiras de fluxo e micro fraturas, podem ser detectadas por ferramentas sismoelétricas. Uma solução do problema da estabilidade numérica para uso de uma malha mais fina permitiria um estudo mais detalhado sobre as dimensões mínimas de detectabilidade das heterogeneidades.

Outro aspecto das respostas sismoelétricas é o seu potencial para ser utilizado como uma ferramenta 4D em casos em que haja variação de salinidade e substituição de fluido. O fato de as contaminações de aquíferos estarem associadas a um aumento da salinidade, um monitoramento 4D de aquíferos pode ser usado para isso. Da mesma forma, a substituição de óleo por água nos campos petrolíferos pode auxiliar o monitoramento do contato óleo-água durante a injeção de água.

Este trabalho contribui para a modelagem numérica do sinal sismoelétrico em interfaces com contraste de porosidade, salinidade, litologia, contato óleo-água, para inferir a detectabilidade de microestruturas não detectadas pela sísmica, para avaliação 4D e para a definição de uma distância de investigação máxima.

A detecção de sinais sismoelétricos nos receptores dispostos na horizontal contribui para que se possa fazer uma aquisição sismoelétrica conjunta com a sísmica de superfície oceânica e na superfície da terra para objetivos rasos, e a detecção de sinais sismoelétricos nos receptores dispostos na vertical contribui para que se possa fazer uma aquisição sismoelétrica conjunta com a sísmica de poços (VSP) ou para uma aquisição tomográfica interpoços, dentro dos limites do raio de investigação.

A modelagem sismoelétrica em frequências acima das frequências sísmicas, no caso sônicas e ultrasônicas, podem ser feitas para se testar a possibilidade de medidas sismoelétricas conjuntas com as perfilagens sônicas. Nesta banda de frequências a poroelasticidade tem comportamento inercial.

A elaboração de uma ampla variedade de modelos sismoelétricos que contivesse mais complexidade seria importante para melhorar o entendimento das respostas sismoelétricas em ambientes complexos. Uma sugestão seria a construção de modelos sismoelétricos a partir de dados de poços como no caso de áreas petrolíferas. Por exemplo, construir modelos de rochas carbonáticas, de folhelhos, dos vários tipos de reservatórios. Também seria muito importante um estudo de laboratório de efeitos eletroquímicos dos dados de poços como o potencial zeta, a condutividade, efeitos dos fluidos.

A generalização da solução numérica do acoplamento poroelástico-eletromagnético para o caso eletrosísmico (neste caso a fonte é a corrente elétrica) seria importante para estudar os efeitos da conversão da energia

elétrica para energia sísmica. Uma vantagem do método eletrosísmico é a redução do ruído pela utilização de fontes de correntes que usam longas séries temporais (semelhante aos vibradores) e a utilização de receptores de estado sólido como os acelerômetros.

O desenvolvimento de programas para inversão dos dados sismoelétricos poderá nos levar à estimativa das propriedades físicas do fluido e das propriedades físicas e petrofísicas do esqueleto poroso.

Uma última sugestão é a montagem de um laboratório bidimensional como o desenvolvido por Haines (2004), ou a compra de um equipamento de aquisição em superfície, já disponível no mercado, para prospecção de água.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

André, A. B. Q., 2005, *Modelagem sísmica em meios poroelásticos heterogêneos* : Dissertação de mestrado, LENEP/UENF, Macaé, RJ, Brasil.

Arfken, G., 1985, *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press.

Arntsen, B., and Carcione, J. M., 2001, Numerical simulation of the Biot slow wave in water-saturated Nivelsteiner sandstone : *Geophysics* , 66, 03, 890-896.

Beamish, D., and Peart, R. J., 1998, Electrokinetic geophysics – a review: *Terra Nova*, 10, 48-55.

Berryman, J. G., 1980, “Confirmation of Biot’s theory.” : *Appl. Phys. Lett.*, 37, 382-384.

Berryman, J. G., 1981, Elastic wave propagation in fluid-saturated porous media: *The Journal of the acoustical society of America*, 69, 2, 416-424.

Berryman, J. G., 1981, Elastic wave propagation in fluid-saturated porous media II: *The Journal of the acoustical society of America*, 69, 2, 1754-1756.

Biot, M. A., 1956a, Theory of propagation of Elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range : *The Journal of the acoustical society of America*, 28, 2, 168-178.

Biot, M. A., 1956b, Theory of propagation of Elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher-frequency range : *The Journal of the acoustical society of America*, 28, 2, 179-191.

Biot, M. A., 1962, Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media : *Journal of Applied Physics*, 33, 4, 1492-1498.

Bockris, J. O'M., and Khan, S. U. M., 1993, *Surface electrochemistry : A Molecular Level Approach* : New York, Plenum Press.

Bourbié, T., Coussy, O. and Zinszner, B., 1987, *Acoustics of porous media*: Editions Technip, Paris.

Broding, R., Buchanan, S., and Hearn, D., 1963, Field experiment on the electroseismic effect : *IEEE Trans. Geosci. Electronics*, 1, 23-31.

Butler, K. E., Fleming, S. W., and Russell, R. D., 1999, Field test for linearity of seismoelectric conversions, *Canadian Journal of Exploration Geophysics*, 35, 20-23.

Butler, K. E., and Kestic, A. W., 2002, An experimental seismoelectric survey for groundwater exploration in the Australian Outback : Expanded abstracts of 72th meeting of the Society of Exploration Geophysicists.

Butler, K. E., Russell, R. D., Kepic, A. W., and Maxwell, M., 1996, Measurement of the seismoelectric response from a shallow boundary : *Geophysics*, 61, 06, 1769-1778.

Carcione, J. M., and Quiroga-Goode, G., 1995, Some aspect of the physics and numerical modeling of Biot compressional waves : *Journal of Computational Acoustics* , 03, 04, 261-280.

Carcione, J. M., 2001, Wave fields in real media : *Wave propagation in anisotropic, anelastic and porous media* : Elsevier , 1-370.

Cerjan, C., Kosloff, D., Kosloff, R. and Reshef, M., 1985, A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations : *Geophysics*, 50, 04, 705-708.

Chin, R. C. Y., Berryman, J. G., Hedstrom, G. W., Scala, 1985, Generalized ray expansion for pulse propagation and attenuation in fluid saturated porous media : *Wave motion*, no. 7, 43-66.

Coussy, O., 1995, *Mechanics of Porous Continua*, John Wiley, England.

Cuminato, J. A., Junior, M. M., 2002, *Discretização de Equações Diferenciais Parciais – Técnica de Diferenças Finitas*, Notas de Aula, UFSC.

Dai, N., Vafidis, A., and Kanasewich, E. R., 1995, Wave propagation in heterogeneous media : A velocity-stress, finite-difference method : *Geophysics*, 60, 02, 327-340.

Dias, C. A., 2004, *Propriedades Elétricas das Rochas e de Seus constituintes*, Notas de aula, UENF.

Dupuis, J. C., Butler, K. E., and Kopic, A. W., 2007, Seismoelectric imaging of the vadose zone of a sand aquifer : *Geophysics*, 72, 06, A81-A85.

Feynman, R. P., 1964, *Lectures on Physics*, Addison-Wesley, USA.

Fourie, F. D., 2003, *Application of Electro seismic Techniques to Geohydrological Investigations in Karoo Rocks* : Ph D Theses, University of the Free State, 1-177.

Frenkel, J., 1944, On the theory of seismic and seismoelectric phenomena in a moist soil : *J. Physics*, SSSR, 8, no. 2, 230-241.

Garambois, S., and Dietrich, M., 2001, Seismoelectric wave conversions in porous media : Field measurements and transfer function analysis : *Geophysics*, 66, 05, 1417-1430.

Gharibi, M., Bentley, L. R., and Stewart, R. R., 2003, Seismoelectric monitoring of production oilfields : A review : *CREWES Research report*, 15, 1-13.

Gharibi, M., Budiman, R. A., Stewart, R. R., and Bentley, L. R., 2004, The coupled seismoelectric wave propagation in porous media : Theoretical background : *CREWES Research report*, 16, 1-12.

Haartsen, M. W., 1995, *Coupled electromagnetic and acoustic wavefield modeling in poro-elastic media and its application in geophysical exploration* : Ph D. Theses, Massachusetts Institute of Technology, 1-325.

Haartsen, M. W., and Pride, S. R., 1997, Electrostatic wave from point Sources in layered media : *Journal of Geophysical Research*, 102, B11, 24745-24769.

Haines, S. S., 2004, *Seismoelectric imaging of shallow targets* : Ph D. Theses, Stanford University, 1-179.

Hunt, C. W., and Worthington, M. H., 2000, Borehole electrokinetic response in fracture dominated hydraulically conductive zones : *Geophysical Research Letters*, 27, 9, 1315-1318.

Ishido, T., and Mizutani, H., 1981, Experimental and theoretical basis of electrokinetic phenomena in rock-water systems and its applications to Geophysics : *Journal of Geophysical Research*, 86, B3, 1763-1775.

Ivanov, A., 1939, Effect of electrization of earth layers by elastic waves passing through them : *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 24, no. 1, 41-45.

Johnson, D. L., Plona, T. J., Scala, C., Pasierb, F., and Kojima, H. 1982. " Tortuosity and acoustic slow waves." : *Phys. Rev. Lett.*, no. 49, 1840-1844.

Juntunen, J., 2001. *Selected developments in computational electromagnetics for radio engineering* : Ph D. Theses, Espoo, Finland.

Kelly, K. R., Ward, R. W., Treitel, S., and Alford, R. M., 1976, Synthetic seismograms : A finite-difference approach : *Geophysics* , 41, 01, 2-27.

Levander, A. R., 1988, Fourth-order finite-difference P-SV seismograms : *Geophysics* , 53, 11, 1425-1436.

Lima, C. B., 2006, *Análise de Dispositivos Eletromagnéticos para Hipertermia usando o método FDTD* : Ph D. Theses, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.

Long, L. T., and Rivers, W. K., 1975, Field measurement of the electroseismic response : *Geophysics* , 40, 2, 233-245.

Mandariaga, R., 1976, Dynamics of an expanding circular fault : *Bull. Seis. Soc. Am.* , 66, 639-666.

Martner, S. T., and Sparks, N. R., 1959, The electroseismic effect : *Geophysics*, 24, 02, 297-308.

Mavko, G., Tapan, M., Dvorkin, J., 1998, *The Rock Physics Handbook : Tools for Seismic Analysis in Porous Media*, Cambridge University Press, NY, USA.

Migunov, N., and Kokorev, A., 1977, Dynamic properties of the seismoelectric effect of water-saturated rocks : *Izvestiya, Earth Physics*, 13, 443-446.

Mikhailov, O. V., Haartsen, M. W., and Toksoz, M. N., 1997, Electro seismic investigation of the shallow subsurface : Field measurements and numerical modeling : *Geophysics*, 62, 01, 97-105.

Mikhailov, O. V., Queen, J., and Toksoz, M. N., 2000, Using borehole electro seismic measurements to detect and characterize fractured (permeable) zones : *Geophysics*, 65, 04, 1098-1112.

Milar, J. W. A., and Clarke, R. H., 1977, Electrokinetic techniques for hydrogeological site investigations : Groundflow Ltd, Marlborough, www.groundflow.com.

Murty, Y., 1985, First results on the direct detection of groundwater by seismoelectric effect – a field experiment : *Bull. Aust. Soc. Expl. Geophys.*, 16, 254-255.

Neev, J., and Yeatts, F., 1989, Electrokinetic effects in fluid-saturated poroelastic media : *Physical Review B*, 40, no. 13, 9135-9141.

Onsager, L., 1931, Reciprocal relations in irreversible process I : *Phys. Rev.*, 37, 405-426.

Onsager, L., 1931, Reciprocal relations in irreversible process II : *Phys. Rev.*, 38, 2265-2279.

Parkhomenko, E., 1971a, Borehole and laboratory studies of the seismoelectric effect of the second kind in rocks : *Izvestiya, Earth Physics*, 9, 663-666.

Plona, T. J., 1980, "Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies." : *Appl. Phys. Lett.*, no. 36, 259-261.

Pride, S. R., 1994, Governing equations for the coupled electromagnetics and acoustic of porous media : *Physical Review B*, 50, no. 21, 15678-15696.

Pride, S. R., Gangi, A. F., and Morgan, F. D., 1992, Deriving the equations of motion for porous isotropic media : *The Journal of the acoustical society of America*, 92, 6, 3278-3290.

Pride, S. R., and Garambois, S., 2002, The role of Biot slow waves in Electro seismic wave phenomena : *The Journal of the acoustical society of America*, 111, 2, 697-706.

Pride, S. R. and Haartsen, M. W., 1996, Electro seismic wave properties : *The Journal of the acoustical society of America*, 100, 3, 1301-1315.

Pride, S. R., and Morgan, D., 1991, Electrokinetic dissipation induced by seismic waves : *Geophysics* , 56, 07, 914-925.

Pride, S. R., Tromeur, E., and Berryman, J. G., 2002, Biot Slow-wave effects in stratified rocks : *Geophysics* , 67, 01, 271-281.

Randall, C. J., 1989, Absorbing boundary condition for the elastic wave equation : Velocity-stress formulation : *Geophysics* , 54, 09, 1141-1152.

Reynolds, A. C., 1978, Boundary conditions for the numerical solution of the wave propagation problems : *Geophysics* , 43, 06, 1099-1110.

Santos, L. A., Bulcão, A., Filho, D. M. S., *Modelagem Sísmica em Meios Porosos – Rotina PORO2D*, Relatório Técnico 001/2006, CENPS-Petrobras.

Strahser, M., Iwanowski, K., Klein, C., Rabbel, W., Stadtler, C., and Werban, U., 2005, The seismoelectric method – examples of successful fields studies : *Geophysical Research Abstracts*, 7.

Strahser, M., Iwanowski, K., and Rabbel, W., 2007, Vertical seismoelectric profiling – dependence on hydrogeological parameters : *Geophysical Research Abstracts*, 9.

Taflove, A., and Hagness, S. C., 2005, *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method* : Artech House, 2nd ed..

Thompson, A. H., and Gist, G. A., 1993, Geophysical applications of electrokinetic conversion : *The Leading Edge*, 12, 1169-1173.

Thompson, R. R., 1936, The seismic electric effect : *Geophysics* , 01, 327-335.

Thompson, R. R., 1939, A note on the seismic electric effect : *Geophysics* , 04, 102-105.

Virieux, J., 1984, SH-wave propagation in heterogeneous media : Velocity-stress finite-difference method : *Geophysics* , 49, 11, 1933-1957.

Virieux, J., 1986, P-SV wave propagation in heterogeneous media : Velocity-stress finite-difference method : *Geophysics* , 51, 04, 889-901.

Winkler, K. W., 1985, Dispersion analysis of velocity and attenuation in Berea sandstone; *J. Geophys. Res.*, 90, 6793-6800.

Wing, H. L., 2005, “*Electrokinetically-Driven Liquid Flows in Microchannels Using Surface-Chemistry Technology*”; Ph D. Theses, The Hong Kong University of Science and Technology; 1-145.

Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R., and Gardner, L. W., 1956, “Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media: *Geophysics*, 21, 41-70.

Yee, K. S., 1966, Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media: *IEEE trans. Antennas and Propagation*, Vol. AP-4, 3, 302-307.

Zeng, Y. Q., He, J. Q., and Liu, Q. H., 2001, The application of the perfectly matched layer in numerical modeling of wave propagation in poroelastic media : *Geophysics*, 66, 04, 1258-1266.

Zhu, X., and McMechan, G. A., 1991, Numerical simulation of seismic responses of poroelastic reservoir using Biot theory: *Geophysics*, 56, 03, 328-339.

Zhu, Z., Haartsen, M. W., and Toksoz, M. N., 1999, Experimental studies of electrokinetic conversions in fluid-saturated borehole models: *Geophysics*, 64, 05, 1349-1356.

Zhu, Z., and Toksoz, M. N., 2003, Crosshole seismoelectric measurements in borehole models: *Geophysics*, 68, 05, 1519-1524.

Zhu, Z., and Toksoz, M. N., 2005, Seismoelectric and seismomagnetic measurements in fractured borehole models : *Geophysics*, 70, 04, 45-51.

Apêndice A - PROGRAMAS MATLAB

```
*****
%Solucão 2D das Equações Sismoeletricas pelo Metodo das Diferencas Finitas no Dominio
%do Tempo.
%Autor: Francisco Joclean Alves Vanzeler.
*****
format long e;clear all;
h=5.0; DX=h; DZ=h;% Tamanho da celula e Incremento nas direcoes X e Z.
DT=0.0004;% Incremento temporal.
Nx=80;Nz=80;Ntotal=300;% Numero de celulas nas direcoes X e Z, e Numero de iteracoes.
ixf=Nx/2;jzf=15;% Posicao da fonte.
Na=20;fmax=0.06;fmin=0.05;% Parametros de Atenuacao de bordas
*****
*****Bordas de Atenuacao*****
*****borda inferior
for j=Nz-Na:Nz
    g=j-(Nz-Na-1);
    cof1(g)=fmax-(fmax-fmin)/Na*(Nz-j);
end
for j=Nz-Na:Nz
    g=j-(Nz-Na-1);
    fat1(g)=exp(-(cof1(g)*(j-(Nz-Na))))*(cof1(g)*(j-(Nz-Na)));
end
*****borda superior e lateral esquerda
for j=1:Na+1
    cof2(j)=(fmax-fmin)/Na*(Na+1-j)+fmin;
end
for j=1:Na+1
    fat2(j)=exp(-(cof2(j)*(j-(Na+1))))*(cof2(j)*(j-(Na+1)));
end
*****borda lateral direita
for i=Nx-Na:Nx
    g=i-(Nx-Na-1);
    cof3(g)=fmax-(fmax-fmin)/Na*(Nx-i);
end
for i=Nx-Na:Nx
    g=i-(Nx-Na-1);
    fat3(g)=exp(-(cof3(g)*(i-(Nx-Na))))*(cof3(g)*(i-(Nx-Na)));
end
```

```

%*****
%*****Parametros Petrofisicos dos Modelos*****
mod=2;%*****Modelo de Contraste de porosidade
%mod=3;%*****Modelo de Contraste de salinidade
%mod=4;%*****Modelo de Contacto oleo-agua
%mod=5;%*****Modelo de Contacto litologico arenito-argila
%mod=6;%*****Modelo de Camada fina de argila em arenito bacground
%mod=7;%*****Modelo Pequeno bloco de argila em arenito bacground
if mod==2%**Contraste de porosidade
    rho_f1=1000.;rho_f2=1000.;
    rho_s1=2600.;rho_s2=2600.;
    phi1=0.30;phi2=0.10;
    Vp_s1=1860.;Vp_s2=1860.;
    Vs1=1602.;Vs2=1602.;
    Vp_f1=1500.;Vp_f2=1500.;
    k1=4.4e-10;k2=9.8e-12;
    etal=1.0e-3;eta2=1.0e-3;
    efl=80;ef2=80;
    ccl=0.001;cc2=0.001;
    sigmal=1.0*10^-2;sigma2=1.0*10^-2;
[rho,rho_f,phi,mm,eta,k,Lc2Mi,Lc,alfaM,Mi,M,c11] = modelos(mod,Nx,Nz,h,rho_f1,rho_f2,
&rho_s1,rho_s2,phi1,phi2,Vp_s1,Vp_s2,Vs1,Vs2,Vp_f1,Vp_f2,k1,k2,etal,eta2,efl,ef2,ccl,
&cc2,sigmal,sigma2);
elseif mod==3%**Contraste de salinidade
    rho_f1=1000.;rho_f2=1000.;
    rho_s1=2600.;rho_s2=2600.;
    phi1=0.30;phi2=0.30;
    Vp_s1=1860.;Vp_s2=1860.;
    Vs1=1602.;Vs2=1602.;
    Vp_f1=1500.;Vp_f2=1500.;
    k1=4.4e-10;k2=4.4e-10;
    etal=1.0e-3;eta2=1.0e-3;
    efl=80;ef2=80;
    ccl=0.001;cc2=0.1;
    sigmal=1.0*10^+1;sigma2=1.0*10^0;
[rho,rho_f,phi,mm,eta,k,Lc2Mi,Lc,alfaM,Mi,M,c11] = modelos(mod,Nx,Nz,h,rho_f1,rho_f2,
&rho_s1,rho_s2,phi1,phi2,Vp_s1,Vp_s2,Vs1,Vs2,Vp_f1,Vp_f2,k1,k2,etal,eta2,efl,ef2,ccl,
&cc2,sigmal,sigma2);
elseif mod==4%**Contacto oleo-agua
    rho_f1=1000.;rho_f2=800.;
    rho_s1=2600.;rho_s2=2600.;
    phi1=0.30;phi2=0.30;
    Vp_s1=1860.;Vp_s2=1860.;
    Vs1=1602.;Vs2=1602.;
    Vp_f1=1500.;Vp_f2=1200.;
    k1=4.4e-10;k2=4.4e-10;
    etal=1.0e-3;eta2=1.0e-1;
    efl=80;ef2=2;

```

```

ccl=0.001;cc2=0.001;
sigma1=1.0*10^-2;sigma2=1.0*10^-5;
[rho,rho_f,phi,mm,eta,k,Lc2Mi,Lc,alfaM,Mi,M,c11] = modelos(mod,Nx,Nz,h,rho_f1,rho_f2,
&rho_s1,rho_s2,phil,phi2,Vp_s1,Vp_s2,Vs1,Vs2,Vp_f1,Vp_f2,k1,k2,etal,eta2,ef1,ef2,ccl,
&cc2,sigma1,sigma2);
elseif mod==5**Contacto litologico arenito-argila
rho_f1=1000.;rho_f2=1000.;
rho_s1=2600.;rho_s2=2600.;
phil=0.30;phi2=0.10;
Vp_s1=1860.;Vp_s2=2300.;
Vs1=1602.;Vs2=1982.;
Vp_f1=1500.;Vp_f2=1500.;
k1=1.0e-11;k2=1.0e-16;
etal=1.0e-3;eta2=1.0e-3;
ef1=80;ef2=80;
ccl=0.001;cc2=0.001;
sigma1=1.0*10^-2; sigma2=5.0*10^-2;
[rho,rho_f,phi,mm,eta,k,Lc2Mi,Lc,alfaM,Mi,M,c11] = modelos(mod,Nx,Nz,h,rho_f1,rho_f2,
&rho_s1,rho_s2,phil,phi2,Vp_s1,Vp_s2,Vs1,Vs2,Vp_f1,Vp_f2,k1,k2,etal,eta2,ef1,ef2,ccl,
&cc2,sigma1,sigma2);
elseif mod==6**Camada fina de argila em arenito bacground
rho_f1=1000.;rho_f2=1000.;
rho_s1=2600.;rho_s2=2600.;
phil=0.30;phi2=0.10;
Vp_s1=1860.;Vp_s2=2300.;
Vs1=1602.;Vs2=1982.;
Vp_f1=1500.;Vp_f2=1500.;
k1=1.0e-11;k2=1.0e-16;
etal=1.0e-3;eta2=1.0e-3;
ef1=80;ef2=80;
ccl=0.001;cc2=0.001;
sigma1=1.0*10^-2;sigma2=5.0*10^-2;
[rho,rho_f,phi,mm,eta,k,Lc2Mi,Lc,alfaM,Mi,M,c11] = modelos(mod,Nx,Nz,h,rho_f1,rho_f2,
&rho_s1,rho_s2,phil,phi2,Vp_s1,Vp_s2,Vs1,Vs2,Vp_f1,Vp_f2,k1,k2,etal,eta2,ef1,ef2,ccl,
&cc2,sigma1,sigma2);
elseif mod==7**pequeno bloco de argila em arenito bacground
rho_f1=1000.;rho_f2=1000.;
rho_s1=2600.;rho_s2=2600;
phil=0.30;phi2=0.10;
Vp_s1=1860.;Vp_s2=2300.;
Vs1=1602.;Vs2=1982.;
Vp_f1=1500.;Vp_f2=1500.;
k1=1.0e-11;k2=1.0e-16;
etal=1.0e-3;eta2=1.0e-3;
ef1=80;ef2=80;
ccl=0.001;cc2=0.001;
sigma1=1.0*10^-2;sigma2=5.0*10^-2;
[rho,rho_f,phi,mm,eta,k,Lc2Mi,Lc,alfaM,Mi,M,c11] = modelos(mod,Nx,Nz,h,rho_f1,rho_f2,
&rho_s1,rho_s2,phil,phi2,Vp_s1,Vp_s2,Vs1,Vs2,Vp_f1,Vp_f2,k1,k2,etal,eta2,ef1,ef2,ccl,
&cc2,sigma1,sigma2);
end**fim do calculo dos parametros dos modelos: mod=1,2,3,4,5,6,7
§*****
§*****Solucao do Problema Sismoelétrico*****
Nxx=Nx-2;Nzz=Nz-2;
dc(1:Nxx*Nzz)=-4;
dsl(1:Nxx*Nzz-1)=1;dsl(((Nxx*Nzz-1)/(Nxx+1)+1):((Nxx*Nzz-1)/(Nxx+1)+1):Nxx*Nzz-1)=0;
dil(1:Nxx*Nzz-1)=1;dil(((Nxx*Nzz-1)/(Nxx+1)+1):((Nxx*Nzz-1)/(Nxx+1)+1):Nxx*Nzz-1)=0;

```

```

ds2(1:Nxx*Nzz-Nxx)=1;
di2(1:Nxx*Nzz-Nxx)=1;
MM=diag(dc);
for i=1:Nxx*Nzz-1
    MM(i,i+1)=dsl(i);
    MM(i+1,i)=dil(i);
end
for i=1:Nxx*Nzz-Nxx
    MM(i,i+Nxx)=ds2(i);
    MM(i+Nxx,i)=di2(i);
end
MMI=inv(MM);%***Inversa da matriz do Laplaciano
fid=fopen('fonte_sisl00.dat','r');%Carrega arquivo da fonte sismica
fonte=fscanf(fid,'%16e');Nf=177%Numero de pontos da fonte
%***variaveis auxiliares
for j=1:Nz
    for i=1:Nx
        aux1(i,j)=mm(i,j)*rho(i,j)-rho_f(i,j)*rho_f(i,j);
        if abs(aux1(i,j))>=0.000001
            aux1(i,j)=DT/aux1(i,j);
        else
            aux1(i,j)=0.000000001
        end
        aux2(i,j)=-aux1(i,j);
        aux3(i,j)=rho_f(i,j)*eta(i,j)/k(i,j);
        aux4(i,j)=rho(i,j)*eta(i,j)/k(i,j);
    end
end
%***Definicao dos campos sismicos e campos eletricos
C=1.0/24.0;D=9.0/8.0;
Uxoom1=zeros(Nx,Nz);Uxoom2=zeros(Nx,Nz);Uzmmml=zeros(Nx,Nz);Uzmmm2=zeros(Nx,Nz);
Vxoom1=zeros(Nx,Nz);Vxoom2=zeros(Nx,Nz);Vzmmml=zeros(Nx,Nz);Vzmmm2=zeros(Nx,Nz);
D1mool=zeros(Nx,Nz);D1moo2=zeros(Nx,Nz);D2omol=zeros(Nx,Nz);D2omo2=zeros(Nx,Nz);
D3mool=zeros(Nx,Nz);D3moo2=zeros(Nx,Nz);D4mool=zeros(Nx,Nz);D4moo2=zeros(Nx,Nz);
PP=zeros(Nx,Nz);bb=zeros((Nx-2)*(Nz-2),1);b=zeros(1,(Nx-2)*(Nx-2));
Ex=zeros(Nx,Nz);Ez=zeros(Nx,Nz);
for kk=1:Ntotal%***inicio do laço temporal
    if kk<=Nf+1%***termo fonte
        D1mool(ixf,jzf)=D1mool(ixf,jzf)+(1-phi(ixf,jzf))*fonte(kk); %fonte horizontal
        D3mool(ixf,jzf)=D3mool(ixf,jzf)+phi(ixf,jzf)*fonte(kk);% fonte pressao fluido
        D4mool(ixf,jzf)=D4mool(ixf,jzf)+(1-phi(ixf,jzf))*fonte(kk); %fonte vertical
    end
    for j=3:Nz-2% Laco analitico
        for i=3:Nx-2
            Uxoom1(i,j)=-(rho_f(i,j)/rho(i,j))*(exp(aux2(i,j)*aux4(i,j))-1)*Vxoom2(i,j)+Uxoom2(i,j);
            Vxoom1(i,j)= (exp(aux2(i,j)*aux4(i,j)))*Vxoom2(i,j);
            Uzmmml(i,j)=-(rho_f(i,j)/rho(i,j))*(exp(aux2(i,j)*aux4(i,j))-1)*Vzmmm2(i,j)+Uzmmm2(i,j);
            Vzmmml(i,j)= (exp(aux2(i,j)*aux4(i,j)))*Vzmmm2(i,j);
        end
    end
    for j=3:Nz-2 % Laco Diferencas finitas para velocidades
        for i=3:Nx-2
            A1=C*D1mool(i-2,j)-D*D1mool(i-1,j)+D*D1mool(i,j)-C*D1mool(i+1,j);
            A2=C*D2omol(i,j-2)-D*D2omol(i,j-1)+D*D2omol(i,j)-C*D2omol(i,j+1);
            A3=C*D3mool(i-2,j)-D*D3mool(i-1,j)+D*D3mool(i,j)-C*D3mool(i+1,j);
            A4=C*D4mool(i,j-1)-D*D4mool(i,j)+D*D4mool(i,j+1)-C*D4mool(i,j+2);
            A5=C*D2omol(i-1,j)-D*D2omol(i,j)+D*D2omol(i+1,j)-C*D2omol(i+2,j);

```

```

A6=C*D3mool(i,j-1)-D*D3mool(i,j)+D*D3mool(i,j+1)-C*D3mool(i,j+2);
Uxoom2(i,j)=aux1(i,j)*(mm(i,j)/DX*A1+mm(i,j)/DZ*A2-rho_f(i,j)/DX*A3)+Uxoom1(i,j);
Vxoom2(i,j)=aux2(i,j)*(rho_f(i,j)/DX*A1+rho_f(i,j)/DZ*A2-rho_f(i,j)/DX*A3)+Vxoom1(i,j);
Uzmmm2(i,j)=aux1(i,j)*(mm(i,j)/DZ*A4+mm(i,j)/DX*A5-rho_f(i,j)/DZ*A6)+Uzmmm1(i,j);
Vzmmm2(i,j)=aux2(i,j)*(rho_f(i,j)/DZ*A4+rho_f(i,j)/DX*A5-rho_f(i,j)/DZ*A6)+Vzmmm1(i,j);
    if j==21%extrai seismogramas nivel j=21
        sux1(kk,i)=Uxoom2(i,j);suz1(kk,i)=Uzmmm2(i,j);svx1(kk,i)=Vxoom2(i,j);svz1(kk,i)=Vzmmm2(i,j);
    end
    if j==59%extrai seismogramas nivel j=59
        sux2(kk,i)=Uxoom2(i,j);suz2(kk,i)=Uzmmm2(i,j);svx2(kk,i)=Vxoom2(i,j);svz2(kk,i)=Vzmmm2(i,j);
    end
    if i==ixf% extrai seismogramas na vertical em i=ixf
        Uxv(kk,j)=Uxoom2(i,j);Uzv(kk,j)=Uzmmm2(i,j);Vxv(kk,j)=Vxoom2(i,j);Vzv(kk,j)=Vzmmm2(i,j);
    end
end
end
for j=3:Nz-2% Laco de Diferencas finitas para as tensoes
for i=3:Nx-2
    B1=C*Uxoom2(i-1,j)-D*Uxoom2(i,j)+D*Uxoom2(i+1,j)-C*Uxoom2(i+2,j);
    B2=C*Uzmmm2(i,j-2)-D*Uzmmm2(i,j-1)+D*Uzmmm2(i,j)-C*Uzmmm2(i,j+1);
    B3=C*Vxoom2(i-1,j)-D*Vxoom2(i,j)+D*Vxoom2(i+1,j)-C*Vxoom2(i+2,j);
    B4=C*Vzmmm2(i,j-2)-D*Vzmmm2(i,j-1)+D*Vzmmm2(i,j)-C*Vzmmm2(i,j+1);
    B5=C*Uxoom2(i,j-1)-D*Uxoom2(i,j)+D*Uxoom2(i,j+1)-C*Uxoom2(i,j+2);
    B6=C*Uzmmm2(i-2,j)-D*Uzmmm2(i-1,j)+D*Uzmmm2(i,j)-C*Uzmmm2(i+1,j);
    B7=C*Uzmmm2(i,j-2)-D*Uzmmm2(i,j-1)+D*Uzmmm2(i,j)-C*Uzmmm2(i,j+1);
    D1moo2(i,j)=Lc2Mi(i,j)*DT/DX*B1+Lc(i,j)*DT/DZ*B2+alfaM(i,j)*DT/DX*B3+alfaM(i,j)*DT/DZ*B4+D1mool(i,j);
    D2omo2(i,j)=Mi(i,j)*DT/DZ*B5+Mi(i,j)*DT/DX*B6+D2omol(i,j);
    D3moo2(i,j)=alfaM(i,j)*DT/DX*B1+alfaM(i,j)*DT/DZ*B7+M(i,j)*DT/DX*B3+M(i,j)*DT/DZ*B4+D3mool(i,j);
    D4moo2(i,j)=Lc2Mi(i,j)*DT/DZ*B2+Lc(i,j)*DT/DX*B1+alfaM(i,j)*DT/DX*B3+alfaM(i,j)*DT/DZ*B4+D4mool(i,j);
end
end
%*** calculo da funcao potencial eletrico
ii=0;
for i=2:Nx-1
    for j=2:Nz-1
        ii=ii+1;
        b(ii)=c11(i,j)*(Vxoom2(i+1,j)-Vxoom2(i-1,j)+Vzmmm2(i,j+1)-Vzmmm2(i,j-1));
    end
end
for ji=1:l
    for ij=1:(Nx-2)*(Nx-2)
        bb(ij,ji)=b(ji,ij);
    end
end
FP=MMI*bb;
jj=0;
for i=2:Nx-1
    for j=2:Nz-1
        jj=jj+1;
        PP(i,j)=FP(jj);
    end
end
%*** Calculo dos campos Ex e Ez
for i=2:Nx-1
    for j=2:Nz-1
        Ex(i,j)=-(PP(i+1,j)-PP(i-1,j))/(2*h);
        Ez(i,j)=-(PP(i,j+1)-PP(i,j-1))/(2*h);
        if j==21%extrai campos eletrici no nivel j=21
            sex1(kk,i)=Ex(i,j);sez1(kk,i)=Ez(i,j);
        end
        if j==59%extrai campos eletrico no nivel j=59
            sex2(kk,i)=Ex(i,j);sez2(kk,i)=Ez(i,j);
        end
    end
end

```

```

end
if i==ixf%extraí campos elétrico vertical em i=ixf
pex(kk,j)=Ex(i,j);pez(kk,j)=Ez(i,j);
end
end
end
end
%*****
for j=Nz-Na:Nz%%%%Borda Inferior
fatorl=fat1(j-(Nz-Na-1));
for i=1:Nx
D1mool(i,j)=D1moo2(i,j)*fatorl;
D2omol(i,j)=D2omo2(i,j)*fatorl;
D3mool(i,j)=D3moo2(i,j)*fatorl;
D4mool(i,j)=D4moo2(i,j)*fatorl;
Uxoom1(i,j)=Uxoom1(i,j)*fatorl;
Uzmmml(i,j)=Uzmmml(i,j)*fatorl;
Vxoom1(i,j)=Vxoom1(i,j)*fatorl;
Vzmmml(i,j)=Vzmmml(i,j)*fatorl;
Uxoom2(i,j)=Uxoom2(i,j)*fatorl;
Uzmmm2(i,j)=Uzmmm2(i,j)*fatorl;
Vxoom2(i,j)=Vxoom2(i,j)*fatorl;
Vzmmm2(i,j)=Vzmmm2(i,j)*fatorl;
PP(i,j)=PP(i,j)*fatorl;
Ex(i,j)=Ex(i,j)*fatorl;
Ez(i,j)=Ez(i,j)*fatorl;
end

```

```

end
for j=1:Nz-Na-1*****Borda Lateral Esquerda
for i=1:Na+1
fator2=fat2(i);
D1mool(i,j)=D1moo2(i,j)*fator2;
D2omol(i,j)=D2omo2(i,j)*fator2;
D3mool(i,j)=D3moo2(i,j)*fator2;
D4mool(i,j)=D4moo2(i,j)*fator2;
Uxoool(i,j)=Uxoool(i,j)*fator2;
Uzmmml(i,j)=Uzmmml(i,j)*fator2;
Vxoool(i,j)=Vxoool(i,j)*fator2;
Vzmmml(i,j)=Vzmmml(i,j)*fator2;
Uxoom2(i,j)=Uxoom2(i,j)*fator2;
Uzmmm2(i,j)=Uzmmm2(i,j)*fator2;
Vxoom2(i,j)=Vxoom2(i,j)*fator2;
Vzmmm2(i,j)=Vzmmm2(i,j)*fator2;
PP(i,j)=PP(i,j)*fator2;
Ex(i,j)=Ex(i,j)*fator2;
Ez(i,j)=Ez(i,j)*fator2;
end
end
for j=1:Nz-Na-1 *****Borda Lateral Direita
for i=Nx-Na:Nx
fator3=fat3(i-(Nx-Na-1));
D1mool(i,j)=D1moo2(i,j)*fator3;
D2omol(i,j)=D2omo2(i,j)*fator3;
D3mool(i,j)=D3moo2(i,j)*fator3;
D4mool(i,j)=D4moo2(i,j)*fator3;
Uxoool(i,j)=Uxoool(i,j)*fator3;
Uzmmml(i,j)=Uzmmml(i,j)*fator3;
Vxoool(i,j)=Vxoool(i,j)*fator3;
Vzmmml(i,j)=Vzmmml(i,j)*fator3;
Uxoom2(i,j)=Uxoom2(i,j)*fator3;
Uzmmm2(i,j)=Uzmmm2(i,j)*fator3;
Vxoom2(i,j)=Vxoom2(i,j)*fator3;
Vzmmm2(i,j)=Vzmmm2(i,j)*fator3;
PP(i,j)=PP(i,j)*fator3;
Ex(i,j)=Ex(i,j)*fator3;
Ez(i,j)=Ez(i,j)*fator3;
end
end
for j=1:Na+1*****Borda Superior
fator4=fat2(j);
for i=Na+2:Nx-Na-1
D1mool(i,j)=D1moo2(i,j)*fator4;
D2omol(i,j)=D2omo2(i,j)*fator4;
D3mool(i,j)=D3moo2(i,j)*fator4;
D4mool(i,j)=D4moo2(i,j)*fator4;
Uxoool(i,j)=Uxoool(i,j)*fator4;
Uzmmml(i,j)=Uzmmml(i,j)*fator4;
Vxoool(i,j)=Vxoool(i,j)*fator4;
Vzmmml(i,j)=Vzmmml(i,j)*fator4;
Uxoom2(i,j)=Uxoom2(i,j)*fator4;
Uzmmm2(i,j)=Uzmmm2(i,j)*fator4;
Vxoom2(i,j)=Vxoom2(i,j)*fator4;
Vzmmm2(i,j)=Vzmmm2(i,j)*fator4;
PP(i,j)=PP(i,j)*fator4;
Ex(i,j)=Ex(i,j)*fator4;

```



```

Ez(i,j)=Ez(i,j)*fator4;
end
end
for j=Na+2:Nz-Na-1*****Parte Central
for i=Na+2:Nx-Na-1
D1mool(i,j)=D1moo2(i,j);
D2omol(i,j)=D2omo2(i,j);
D3mool(i,j)=D3moo2(i,j);
D4mool(i,j)=D4moo2(i,j);
PP(i,j)=PP(i,j);
Ex(i,j)=Ex(i,j);
Ez(i,j)=Ez(i,j);
end
end
end***fim do loop temporal
*****
*****plotagens*****
Tplot=0.0:DT:DT*(Ntotal-1);
Xplot=h*(Na):h*(Nx-Na);
T=ones(Nx-2*Na+1,1)*Tplot;
X=Xplot'*ones(1,length(Tplot));
for i=1:41
for j=1:300
XX(i,j)=X(i,j)-100;
end
end
subplot(2,2,1)
pcolor(T,XX,Uxv(1:Ntotal,Na+1:Nx-Na+1));colorbar;
ylabel('Z(m)----> VX (m/s)');
subplot(2,2,3)
pcolor(T,XX,pex(1:Ntotal,Na+1:Nx-Na+1));colorbar;
ylabel('Z(m)----> EX (V/m)');xlabel('T(s)---->');
subplot(2,2,2)
pcolor(T,XX,Uzv(1:Ntotal,Na+1:Nx-Na+1));colorbar;
ylabel('VZ (m/s)');
subplot(2,2,4)
pcolor(T,XX,pez(1:Ntotal,Na+1:Nx-Na+1));colorbar;
ylabel('EZ (V/m)');xlabel('T(s)---->');
*****Funcao que calcula os modelos sismoelétricos 2D*****
function [rho,rho_f,phi,mm,eta,k,Lc2Mi,Lc,alfaM,Mi,M,c11] = modelos(mod,Mx,Nz,h,rho_f1,
rho_f2,rho_s1,rho_s2,phil,phi2,Vp_s1,Vp_s2,Vs1,Vs2,Vp_f1,Vp_f2,k1,k2,etal,eta2,ef1,ef2,
ccl,cc2,sigma1,sigma2);
e0=8.854*10^-12;
if mod==2 %modelo contraste de porosidade
for i=1:Mx
for j=1:Nz
if j<=30
rho_f(i,j)=rho_f1;
rho_s(i,j)=rho_s1;
phi(i,j)=phil;
Vp_s(i,j)=Vp_s1;
Vs(i,j)=Vs1;
Vp_f(i,j)=Vp_f1;
k(i,j)=k1;
eta(i,j)=etal;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));

```

```

mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*ef1;mol=cc1;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma1;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c11(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
else
rho_f(i,j)=rho_f2;
rho_s(i,j)=rho_s2;
phi(i,j)=phi2;
Vp_s(i,j)=Vp_s2;
Vs(i,j)=Vs2;
Vp_f(i,j)=Vp_f2;
k(i,j)=k2;
eta(i,j)=eta2;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*ef2;mol=cc2;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma2;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c11(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
end
end
end
elseif mod==3 %modelo de contraste de salinidad
for i=1:Nx
for j=1:Nz
if j<=30
rho_f(i,j)=rho_f1;
rho_s(i,j)=rho_s1;
phi(i,j)=phi1;
Vp_s(i,j)=Vp_s1;
Vs(i,j)=Vs1;
Vp_f(i,j)=Vp_f1;
k(i,j)=k1;
eta(i,j)=eta1;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));

```

```

mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*ef1;mol=cc1;sigmaF=sigma1*mol;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigmaF/FF(i,j);
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c11(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
else
rho_f(i,j)=rho_f2;
rho_s(i,j)=rho_s2;
phi(i,j)=phi2;
Vp_s(i,j)=Vp_s2;
Vs(i,j)=Vs2;
Vp_f(i,j)=Vp_f2;
k(i,j)=k2;
eta(i,j)=eta2;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*ef2;mol=cc2;sigmaF=sigma2*mol;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigmaF/FF(i,j);
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c11(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
end
end
end
elseif mod==4 %modelo de contacto oleo-agua
for i=1:Nx
for j=1:Nz
if j<=30
rho_f(i,j)=rho_f1;
rho_s(i,j)=rho_s1;
phi(i,j)=phi1;
Vp_s(i,j)=Vp_s1;
Vs(i,j)=Vs1;
Vp_f(i,j)=Vp_f1;

```

```

k(i,j)=k1;
eta(i,j)=etal;
    rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
    T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
    mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
    Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
    K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
    K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
    K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
    Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
    Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
    K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
    alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
    M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
    M(i,j)=1./M(i,j);
    alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
    ef=e0*ef1;mol=cc1;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma1;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
    L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
    cll(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
else
rho_f(i,j)=rho_f2;
rho_s(i,j)=rho_s2;
phi(i,j)=phi2;
Vp_s(i,j)=Vp_s2;
Vs(i,j)=Vs2;
Vp_f(i,j)=Vp_f2;
k(i,j)=k2;
eta(i,j)=eta2;
    rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
    T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
    mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
    Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
    K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
    K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
    K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
    Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
    Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
    K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
    alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
    M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
    M(i,j)=1./M(i,j);
    alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
    ef=e0*ef2;mol=cc2;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma2;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
    L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
    cll(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
end
end
elseif mod==5%contacto litologico arenito-argila
for i=1:Nx
    for j=1:Nz
        if j<=30
            rho_f(i,j)=rho_f1;
            rho_s(i,j)=rho_s1;
            phi(i,j)=phi1;
            Vp_s(i,j)=Vp_s1;
            Vs(i,j)=Vs1;
            Vp_f(i,j)=Vp_f1;
            k(i,j)=k1;
            eta(i,j)=etal;

```

```

rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*efl;mol=cc1;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma1;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c1l(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
else
rho_f(i,j)=rho_f2;
rho_s(i,j)=rho_s2;
phi(i,j)=phi2;
Vp_s(i,j)=Vp_s2;
Vs(i,j)=Vs2;
Vp_f(i,j)=Vp_f2;
k(i,j)=k2;
eta(i,j)=eta2;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*ef2;mol=cc2;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma2;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c1l(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
end
end
end
elseif mod==6%camada fina de argila em arenito bacground
for i=1:Nx
for j=1:Nz
if (j<=29) | (j>=31)
rho_f(i,j)=rho_f1;
rho_s(i,j)=rho_s1;
phi(i,j)=phi1;
Vp_s(i,j)=Vp_s1;
Vs(i,j)=Vs1;
Vp_f(i,j)=Vp_f1;
k(i,j)=k1;

```

```

eta(i,j)=etal;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*ef1;mol=cc1;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma1;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c11(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
else
rho_f(i,j)=rho_f2;
rho_s(i,j)=rho_s2;
phi(i,j)=phi2;
Vp_s(i,j)=Vp_s2;
Vs(i,j)=Vs2;
Vp_f(i,j)=Vp_f2;
k(i,j)=k2;
eta(i,j)=eta2;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*ef2;mol=cc2;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma2;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c11(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
end
end
elseif mod==7%pequeno bloco de argila em arenito bacground
for i=1:Nx
for j=1:Nz
if (j<=29) | (j>=31)
rho_f(i,j)=rho_f1;
rho_s(i,j)=rho_s1;
phi(i,j)=phi1;

```

```

Vp_s(i,j)=Vp_sl;
Vs(i,j)=Vs1;
Vp_f(i,j)=Vp_fl;
k(i,j)=k1;
eta(i,j)=etal;
    rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
    T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
    mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
    Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
    K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
    K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
    K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
    Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
    Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
    K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
    alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
    M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
    M(i,j)=1./M(i,j);
    alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
    ef=e0*ef1;mol=cc1;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma1;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
    L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
    cll(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
else
rho_f(i,j)=rho_f2;
rho_s(i,j)=rho_s2;
phi(i,j)=phi2;
Vp_s(i,j)=Vp_s2;
Vs(i,j)=Vs2;
Vp_f(i,j)=Vp_f2;
k(i,j)=k2;
eta(i,j)=eta2;
    rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
    T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
    mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
    Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
    K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
    K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
    K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
    Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
    Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
    K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
    alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
    M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
    M(i,j)=1./M(i,j);
    alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
    ef=e0*ef2;mol=cc2;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma2;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
    L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
    cll(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
end
end
end
for i=1:Nx
for j=30:30
if (i<=39) | (i>=41)
rho_f(i,j)=rho_fl;
rho_s(i,j)=rho_sl;
phi(i,j)=phil;
Vp_s(i,j)=Vp_sl;
Vs(i,j)=Vs1;

```

```

Vp_f(i,j)=Vp_f1;
k(i,j)=k1;
eta(i,j)=etal;
rho(i,j)=phi(i,j)*rho_f(i,j)+(1.-phi(i,j))*rho_s(i,j);
T(i,j)=1.0-0.5*(1.-1/phi(i,j));
mm(i,j)=T(i,j)*rho_f(i,j)/phi(i,j);
Mi(i,j)=Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho(i,j);
K_f(i,j)=Vp_f(i,j)*Vp_f(i,j)*rho_f(i,j);
K_s(i,j)=Vp_s(i,j)*Vp_s(i,j)*rho_s(i,j)-(4./3.)*Vs(i,j)*Vs(i,j)*rho_s(i,j);
K_c(i,j)=(1-phi(i,j))*K_s(i,j)+phi(i,j)*K_f(i,j);
Lc(i,j)=K_c(i,j)-(2./3.)*Mi(i,j);
Lc2Mi(i,j)=Lc(i,j)+2*Mi(i,j);
K_b(i,j)=K_s(i,j)*(1.-phi(i,j));
alfa(i,j)=1.0-K_b(i,j)/K_s(i,j);
M(i,j)=phi(i,j)/K_f(i,j)+(alfa(i,j)-phi(i,j))/K_s(i,j);
M(i,j)=1./M(i,j);
alfaM(i,j)=alfa(i,j)*M(i,j);
ef=e0*efl;mol=ccl;zeta=0.01+0.025*log10(mol);sigma=sigma1;FF(i,j)=phi(i,j)^2;
L(i,j)=(ef*zeta)/(eta(i,j)*FF(i,j));
c11(i,j)=(h*L(i,j)*eta(i,j))/(2*sigma*k(i,j));
end
end
end

```


Glossário

Dupla camada elétrica - São duas camadas elétricas que se desenvolvem na fase fluida, uma fixa e outra móvel, para neutralizar as cargas superficiais da fase sólida.

Conversão Eletrocinética – Conversão da energia sísmica em energia elétrica ou da energia elétrica em energia sísmica em meio poroso saturado.

Eletrosísmico - Conversão da energia elétrica em energia sísmica.

Exploração Sismoelétrica – Sistema de aquisição de dados elétricos gerados por fonte sísmica.

Matlab – Programa de computador desenvolvido para resolver problemas matemáticos.

Poroelasticidade – Teoria da elasticidade aplicada ao meio poroso.

Potencial Eletrocinético – Diferença de potencial elétrico gerado pelo fluxo de fluido.

Potencial Zeta - Potencial elétrico médio entre a camada fixa da dupla camada elétrica e a superfície sólida exposta ao fluido.

Quase-Estático – Fenômeno físico cujas variações ocorrem em baixas frequências. No caso de uma onda poroelástica o fenômeno é mais viscoso do que inercial. No caso de ondas eletromagnéticas a propagação é tipicamente difusiva.

Sismoelétrico - Conversão da energia sísmica em energia elétrica.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)