



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
Universidade Federal de Ouro Preto – Escola de Minas  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

# **CAPACIDADE RESISTENTE DA ALMA DE PILARES EM LIGAÇÕES COM CHAPA DE TOPO NA DIREÇÃO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA DO PILAR**

**AUTORA: SILVANA LINA SILVEIRA HOTES**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Luiz Fernando Loureiro Ribeiro**

**CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula**

*Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica*

Ouro Preto, Março de 2006.

*“Todo dia é de viver  
Para ser o que for e ser tudo  
Sim, todo amor é sagrado  
E o fruto do trabalho  
É mais que sagrado, meu amor  
A massa que faz o pão  
Vale a luz do teu suor  
Lembra que o sono é sagrado  
E alimenta de horizontes  
O tempo acordado de viver”*

*AMOR DE ÍNDIO*

*Composição: Beto Guedes - Ronaldo Bastos*

*Aos meus queridos pais, meus primeiros e  
grandes professores.*

## AGRADECIMENTOS

À Deus pela presença contínua em minha vida; fonte de força e serenidade.

Ao meu pai, Adão, e minha mãe, Elvira, pelo amor incondicional, apoio e incentivo na realização de mais essa conquista. Obrigada pela compreensão nos momentos ausentes e por todas as orações e pensamentos positivos.

Ao meu irmão, Alan, que tanto amo.

Ao meu namorado, André Luiz, que sempre me apoiou nos momentos mais importantes.

À todos do mestrado (Metálicas e Geotecnia), meus novos e grandes amigos.

Aos amigos: Cristiane, Flávio F., Flávio T., Michael, Paulo Anderson e Kátia pelo incentivo ao longo dessa jornada. Obrigado pela amizade.

Às amigas: Fabíola, Tatianna, Fernanda, Valéria, Fabiane, Camila e Mariana pela convivência na república e pela verdadeira amizade.

À todos os professores do Programa de Pós-Graduação por terem mais que professores.

Ao Sr. Walter Dornelas, pela ajuda e convivência.

À querida Róvia, pela paciência e disponibilidade em ajudar.

À Sra. Iraci e à todos os funcionários desta instituição. Obrigada pela força.

Em especial, ao meu orientador, Prof. Luiz Fernando Loureiro Ribeiro, pelos ensinamentos, assistência e dedicação prestadas no decorrer desse ano.

Ao meu co-orientador, Prof. Geraldo Donizetti de Paula, pelo apoio ao longo do trabalho.

Ao William de Oliveira Bessa e ao Paulo Henrique de Carvalho, amigos de verdade que, pela valiosa contribuição e disponibilidade em ajudar-me em todos momentos, me levaram à realização deste trabalho.

Ao amigo e companheiro de trabalho, Erirelton Pereira Aires. Obrigada pela ajuda e dedicação.

À CAPES pela ajuda financeira.

## RESUMO

Atualmente, mesmo com toda a atenção voltada ao estudo do comportamento estrutural das ligações nas estruturas metálicas, a maioria dos trabalhos realizados dedica-se, quase que exclusivamente, às ligações no eixo de maior inércia do pilar. Isso faz com que ocorra uma lacuna na possibilidade de se considerar o real comportamento momento-rotação do tipo de ligação em que a viga é conectada à alma do pilar.

Este trabalho busca desenvolver uma análise numérica tridimensional, via Método dos Elementos Finitos, do comportamento de ligações viga-coluna com chapa de topo, segundo o eixo de menor inércia dos pilares, enfatizando-se a capacidade resistente da alma sob efeito do momento fletor.

Foram analisados modelos numéricos classificados em três categorias, de acordo com a esbeltez da alma do pilar: classe 1- baixo índice de esbeltez ( $\lambda_w < 20$ ); classe 2 - índice de esbeltez médio ( $20 \leq \lambda_w < 30$ ) e classe 3 - elevado índice de esbeltez ( $\lambda_w \geq 30$ ). As características geométricas dos modelos foram estabelecidas a partir dos parâmetros mais relevantes para a análise, como a espessura e a altura da alma do pilar. Para possibilitar a avaliação da esbeltez da alma, isoladamente, foi adotada, em todos os modelos, a padronização das dimensões da viga, chapa de topo e dos parafusos.

O comportamento estrutural das ligações é comparado com os resultados dos modelos analíticos disponíveis, tais como o “Component Method”, adotado pelo EUROCODE 3 (2000), o modelo de Gomes (1990), para determinar o momento plástico da alma da coluna, e o modelo de Neves (1996), que avalia a rigidez elástica da alma do pilar.

O enfoque principal do trabalho é voltado para a análise da capacidade resistente da alma do pilar, analisando-se, ainda, a influência no comportamento da curva momento-rotação em função da variação da espessura e altura da alma do pilar, visando-se à coleta de informações que permitam a realização de estudos experimentais futuros e a avaliação do desempenho dos modelos analíticos existentes.

*Palavras-chave:* chapa de topo, ligações parafusadas, ligação no eixo de menor inércia.

## ABSTRACT

Nowadays, even with all attention given to the structural behavior study of connections in steel structures, almost researches are exclusively dedicated to major axis steel beam-to-column connections. This fact have been caused many difficulties to the adoption of the real moment-rotation behavior of connections where the beam is connected to the web column.

In this work is developed a 3-D numeric analysis, based on the Finite Element Method, of minor axis beam-to-column end plate connections beam-column behavior, emphasizing the web moment resistance.

Numerical models classified in three categories, according with web stiffness - class 1: low stiffness index ( $\lambda_w < 20$ ); class 2: medium stiffness index ( $20 \leq \lambda_w < 30$ ) and class 3: high stiffness index ( $\lambda_w \geq 30$ ) - were analyzed. The geometric characteristics were established from the more important parameters as thickness and height of the web column, adopting the same beam, end plate and bolt dimensions to enable the real web stiffness evaluation.

The structural behavior of the numerical models is compared with the results of available analytic models, such as “Component Method” - adopted by EUROCODE 3 (2000) - ; with the model developed by Gomes (1990) - to evaluate the web column plastic moment - and with the model developed by Neves (1996) - to calculate the connection initial stiffness.

The main focus of this work is the web column resistance capacity analysis and the influence of thickness and height web column in the moment-rotation behavior, on function. Last, but not least, this works aims to get information that allows the development of future experimental studies and the evaluation of the analytical models.

*Words-key:* End plate, bolted connections, minor axis connections.

# ÍNDICE

<b>RESUMO</b> .....	V
<b>ABSTRACT</b> .....	VI
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	XI
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	XVI
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 - Considerações Iniciais .....	1
1.2 - Objetivos .....	4
1.3 - Justificativas .....	4
1.4 - Escopo do Trabalho .....	5
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	7
2.1 - Aspectos Gerais.....	7
2.2 - Ligações Viga-coluna com Chapa de Topo.....	8
2.3 - Ligações Viga-coluna na Direção do Eixo de Menor Inércia.....	8
2.4 - Estudos Realizados Sobre Ligações Viga-coluna na Direção do Eixo de Menor Inércia.....	10
2.4.1 - Modelo de Gomes (1990).....	10
2.4.1.1 - Colapso Local.....	11
2.4.1.2 - Correção pelo Critério de Von-Mises .....	15
2.4.1.3 - Colapso Global.....	16
2.4.1.4 - Momento Último .....	18
2.4.1.5 - Estudo da Rigidez para o Modelo de Gomes .....	18
2.4.2 - Modelo Analítico de Neves (1996).....	27
2.4.3 - Modelo com Cantoneiras de Alma – Lima (1999) .....	28
2.4.4 - Análise Numérica Tridimensional – Bessa (2004).....	30

2.4.5 - Resultados Experimentais e Modelo Analítico (Neves, 2004).....	34
2.4.6 - Análise Numérica Tridimensional (Bessa, 2004) e Modelo Analítico (Neves, 2004) .....	37
2.5 - Prescrições do EUROCODE 3 para Ligações Viga-coluna na Direção do Eixo de menor Inércia do Pilar .....	41
2.5.1 - Método dos Componentes (“Component Method”) .....	42
<b>3. MODELOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>45</b>
3.1 - Aspectos Gerais.....	45
3.2 - Critérios Gerais Utilizados na Análise Numérica .....	46
3.2.1 - Não-linearidade Física .....	46
3.2.2 - Não-linearidade Geométrica .....	47
3.2.3 - Perfis Padronizados .....	47
3.3 - Escolha e Preparação dos Modelos Numéricos .....	48
3.4 - Geometria dos Modelos Numéricos .....	49
3.4.1 - Escolha dos Modelos .....	49
3.4.2 - Características Geométricas dos Modelos .....	49
3.5 - Elementos Finitos Utilizados.....	52
3.5.1 - Elemento Volumétrico.....	53
3.5.2 - Elemento de Contato.....	53
3.5.3 - Elemento de Barra.....	55
3.6 - Características dos Materiais .....	56
3.7 - Definição da Malha de Elementos Finitos .....	57
3.7.1 - Alma do Pilar .....	57
3.7.2 - Viga e Chapa de Topo .....	57
3.7.3 - Parafusos .....	59
3.7.4 - Superfícies de Contato .....	59
3.7.5 - Acoplamento dos Graus de Liberdade .....	60
3.8 - Condições de Contorno .....	61

3.9 - Processamento dos Modelos Numéricos .....	62
3.9.1 - Aplicação do Carregamento .....	62
<b>4. ANÁLISE NUMÉRICA.....</b>	<b>64</b>
4.1 - Aspectos Gerais.....	64
4.2 - Curva Momento-Rotação .....	65
4.2.1 - Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1) .....	66
4.2.2 - Pilares com Alma Medianamente Esbelta (Classe 2).....	69
4.2.3 - Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3).....	72
4.2.4 - Comparação entre as Classes.....	74
4.2.5 - Comentários sobre os Resultados Numéricos.....	76
4.3 - Rigidez Inicial $S_i$ .....	77
4.4 - Tensões na Alma do Pilar .....	80
4.5 - Modelo de Gomes (1990).....	84
4.5.1 - Tensões na Alma do Pilar.....	85
4.5.2 - Comparação entre as Curvas Momento-Rotação – Modelo Completo e Modelo de Gomes (1990) .....	89
4.5.3 - Análise da Forças nos Parafusos.....	92
4.5.3.1 - Modelo de Análise .....	93
4.5.3.2 - Resultados da Análise Numérica nos Parafusos .....	94
4.5.3.3 - Comentários Finais .....	97
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>98</b>
5.1 - Considerações sobre a Metodologia Aplicada.....	98
5.2 - Considerações sobre os Resultados Obtidos.....	100
5.3 - Recomendações para Trabalhos Futuros .....	102
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>104</b>



<b>ANEXOS</b> .....	109
Anexo 1 .....	110
Anexo 2 .....	119
Anexo 3 .....	128

# LISTA DE FIGURAS

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
Figura 1.1: Classificação das ligações .....	2
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	7
Figura 2.1: Ligação direta da viga com as mesas do pilar ou através de reforço da alma do pilar – Fonte: Bessa (2004).....	9
Figura 2.2: Ligação direta entre viga e alma do pilar.....	9
Figura 2.3: Mecanismos de rótula plástica na alma do pilar segundo Gomes (1990) – Fonte: Lima (1999) .....	10
Figura 2.4: Dimensões $b \times c$ (mesa da viga) de uma ligação soldada – Adaptado de Lima (1999).....	11
Figura 2.5: Mecanismo Local do modelo de Gomes – Fonte: Neves (1996).....	12
Figura 2.6: Zonas de tração e compressão de uma ligação parafusada – Adaptado de Lima (1999).....	13
Figura 2.7: Colapso por flexão e puncionamento combinados – Fonte: Lima (1999) .....	14
Figura 2.8: Mecanismo de plastificação global do Modelo de Gomes – Fonte: Neves (1996) .....	17
Figura 2.9: Restrição das mesas à rotação da alma do pilar – Fonte: Neves (1996) .....	20
Figura 2.10: Alma do pilar carregada em uma área rígida $b \times c$ – Fonte: Lima (1999) .....	21
Figura 2.11: Variação da rigidez inicial adimensional com a área carregada e	

com a restrição oferecida pelas mesas $\mu=50$ – Fonte: Neves (1996) .....	23
Figura 2.12: Determinação da rigidez rotacional $S_1^{\theta}$ – Fonte: Neves (1996) .....	23
Figura 2.13: Aproximação bi-linear do comportamento pós-elástico da alma do pilar fora de seu plano – Fonte: Neves (1996) .....	26
Figura 2.14: Configuração do primeiro ensaio de Lima (1999) .....	29
Figura 2.15: Configuração do segundo ensaio de Lima (1999) .....	29
Figura 2.16: Configuração do terceiro ensaio de Lima (1999) .....	30
Figura 2.17: Dupla ligação viga-coluna na alma do pilar .....	42
Figura 2.18: Zonas de dimensionamento .....	43
<b>3. MODELOS NUMÉRICOS</b> .....	<b>45</b>
Figura 3.1: Representação do diagrama multilinear adotado – Fonte: Bessa (2004) .....	47
Figura 3.2: Dimensões e propriedades geométricas da seção transversal escolhida para a viga dos modelos numéricos (Perfil W360x44) – Adaptado de Bessa (2004) .....	49
Figura 3.3: Dimensões padronizadas dos parafusos ASTM-A325 – Adaptado de Maggi (2000) .....	50
Figura 3.4: Gabarito da chapa de topo (Dimensões em mm) – Fonte: Bessa (2004) .....	50
Figura 3.5: Geometria esquemática do pilar – Fonte: Bessa (2004).....	51
Figura 3.6: Elemento SOLID45 – Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.....	53
Figura 3.7: Representação esquemática dos elementos de contato – Fonte: ANSYS Help System Release 9.0 .....	54
Figura 3.8: Elemento BEAM3 – Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.....	55
Figura 3.9: Malha de elementos finitos para o pilar .....	57

Figura 3.10: Malha da viga e chapa de topo .....	58
Figura 3.11: Detalhe dos furos e malha nas interseções.....	58
Figura 3.12: Detalhe da malha do conjunto parafuso/porca .....	59
Figura 3.13: Posicionamento dos elementos de contato .....	60
Figura 3.14: Acoplamento dos nós na seção de interseção BEAM-SOLID .....	61
Figura 3.15: Vinculação das extremidades do pilar nas três direções. ....	61
Figura 3.16: Carregamento aplicado na extremidade da viga.....	63
<b>4. ANÁLISE NUMÉRICA.....</b>	<b>64</b>
Figura 4.1: Determinação das rotações: alma e ligação .....	66
Figura 4.2: Curvas momento-rotação do modelo BIE <sub>1</sub> (alma e ligação).....	67
Figura 4.3: Curvas momento-rotação do modelo BIE <sub>3</sub> (alma e ligação).....	68
Figura 4.4: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 1 .....	68
Figura 4.5: Curvas momento-rotação do modelo MIE <sub>1</sub> (alma e ligação).....	70
Figura 4.6: Curvas momento-rotação do modelo MIE <sub>5</sub> (alma e ligação) .....	70
Figura 4.7: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 2 .....	73
Figura 4.8: Curvas momento-rotação do modelo AIE <sub>1</sub> (alma e ligação) .....	73
Figura 4.9: Curvas momento-rotação do modelo AIE <sub>7</sub> (alma e ligação) .....	73
Figura 4.10: Curvas momento-rotação da alma para os modelos de alta esbeltez (classe 3) .....	74
Figura 4.11: Comparação entre as curvas momento-rotação das almas dos modelos BIE <sub>3</sub> e MIE <sub>1</sub> .....	75
Figura 4.12: Comparação entre as curvas momento-rotação das almas dos modelos MIE <sub>6</sub> e AIE <sub>1</sub> .....	76

Figura 4.13: Determinação da rigidez rotacional $S_i^{\theta}$ - Fonte: Neves (1996).....	78
Figura 4.14: Tensões $\sigma_y$ para o modelo BIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	81
Figura 4.15: Tensões de Von-Mises para o modelo BIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	81
Figura 4.16: Tensões $\sigma_y$ para o modelo MIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	82
Figura 4.17: Tensões de Von-Mises para o modelo MIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	82
Figura 4.18: Tensões $\sigma_y$ para o modelo AIE <sub>9</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	83
Figura 4.19: Tensões de Von-Mises para o modelo AIE <sub>9</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	83
Figura 4.20: Mecanismo local de flexão e puncionamento combinados.....	85
Figura 4.21: Tensões $\sigma_y$ para o modelo BIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	86
Figura 4.22: Tensões de Von-Mises para o modelo BIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	86
Figura 4.23: Tensões $\sigma_y$ para o modelo MIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	87
Figura 4.24: Tensões de Von-Mises para o modelo MIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	87
Figura 4.25: Tensões $\sigma_y$ para o modelo AIE <sub>9</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	88
Figura 4.26: Tensões de Von-Mises para o modelo AIE <sub>9</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	88
Figura 4.27: Curvas $M-f$ dos modelos de alta, média e baixa esbeltez – Modelo de Gomes (1990).....	89
Figura 4.28: Curvas $M-f$ dos modelos de alta, média e baixa esbeltez – Modelo Completo.....	89
Figura 4.29: Curvas momento-rotação dos modelos de baixa esbeltez.....	90
Figura 4.30: Curvas momento-rotação dos modelos de média esbeltez.....	90
Figura 4.31: Curvas momento-rotação dos modelos de alta esbeltez.....	91
Figura 4.32: Análise tradicional das forças no parafusos.....	92
Figura 4.33: Configuração da ligação submetida ao carregamento .....	93

<b>ANEXO 1</b> .....	110
Figura A.1.1: Geometria do modelo BIE <sub>1</sub> .....	111
Figura A.1.2: Valor de $\alpha$ para a resistência da chapa de topo.....	113
<b>ANEXO 2</b> .....	119
Figura A.2.1: Geometria do modelo BIE <sub>1</sub> .....	120
Figura A.2.2: Valor de $\alpha$ para a resistência da chapa de topo.....	122
<b>ANEXO 3</b> .....	128
Figura A.3.1: Geometria do modelo BIE <sub>1</sub> .....	129
Figura A.3.2: Valor de $\alpha$ para a resistência da chapa de topo.....	131

## LISTA DE TABELAS

<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	7
Tabela 2.1: Valores de $\eta$ em função de $\beta$ .....	25
Tabela 2.2: Espessura da chapa de topo e diâmetro do parafuso (em mm) .....	32
Tabela 2.3: Características geométricas das ligações de Bessa (2004) .....	33
Tabela 2.4: Dimensões reais médias dos perfis ( $h$ = altura e $b$ = largura) .....	35
Tabela 2.5: Espessuras reais médias dos perfis (em milímetros).....	35
Tabela 2.6: Resultados numéricos e analíticos da rigidez inicial (esbeltez elevada da alma do pilar – kNcm/rad) .....	39
Tabela 2.7: Resultados numéricos e analíticos da rigidez inicial (esbeltez média da alma do pilar – kNcm/rad) .....	39
Tabela 2.8: Resultados numéricos e analíticos da rigidez inicial (baixa esbeltez da alma do pilar – kNcm/rad) .....	40
Tabela 2.9: Rigidez inicial da ligação x rigidez inicial da alma da coluna (kNcm/rad).....	41
<b>3. MODELOS NUMÉRICOS</b> .....	45
Tabela 3.1: Dimensões da seção dos perfis utilizados no pilar .....	52
Tabela 3.2: Características dos materiais – $E$ , $f_y$ e $f_u$ em kN/cm <sup>2</sup> .....	56
<b>4. ANÁLISE NUMÉRICA</b> .....	64
Tabela 4.1: Valores teóricos de $F_{p1}$ e $M_{p1}$ .....	65

Tabela 4.2: Características geométricas dos modelos da classe 1 (dimensões em mm).....	67
Tabela 4.3: Momentos resistente e último dos modelos da classe 1 (kNcm).....	67
Tabela 4.4: Características geométricas dos modelos da classe 2 (dimensões em mm).....	69
Tabela 4.5: Momentos resistente e último dos modelos da classe 2 (kNcm).....	69
Tabela 4.6: Características geométricas dos modelos da classe 3 (dimensões em mm).....	72
Tabela 4.7: Momentos resistente e último dos modelos da classe 3 (kNcm).....	72
Tabela 4.8: Resultados numéricos e analíticos da rigidez inicial (kNcm/rad).....	79
Tabela 4.9: Valores de $M_{p1}$ (kNcm) para os modelos numéricos analisados.....	84
Tabela 4.10: Distribuição de forças (em kN) nos parafusos para os modelos da classe 1 .....	94
Tabela 4.11: Distribuição de forças (em kN) nos parafusos para os modelos da classe 2 .....	95
Tabela 4.12: Distribuição de forças (em kN) nos parafusos para os modelos da classe 3 .....	96
 <b>ANEXO 1</b> .....	 110
Tabela A.1.1: Geometria da ligação.....	111
Tabela A.1.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada .....	114
 <b>ANEXO 2</b> .....	 119
Tabela A.2.1: Geometria da ligação.....	120
Tabela A.2.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada .....	123



<b>ANEXO 3</b> .....	128
Tabela A.3.1: Geometria da ligação.....	129
Tabela A.3.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada .....	132

---

# INTRODUÇÃO

## 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

De um modo geral, as estruturas metálicas possibilitam uma infinidade de variações nas configurações, sem mencionar os diversos dispositivos utilizados para conectar as peças que as compõem. Tais dispositivos, ao introduzirem efeitos locais e imperfeições, originam descontinuidades geométricas e mecânicas, induzindo a estrutura a um comportamento global não-linear.

As ligações desempenham um papel fundamental no comportamento global das estruturas de aço e, convencionalmente, na análise estrutural, considera-se a estrutura como sendo um conjunto de barras unidimensionais, interligadas através de pontos nodais e idealiza-se o comportamento dos nós, classificando-os como rígidos ou flexíveis.

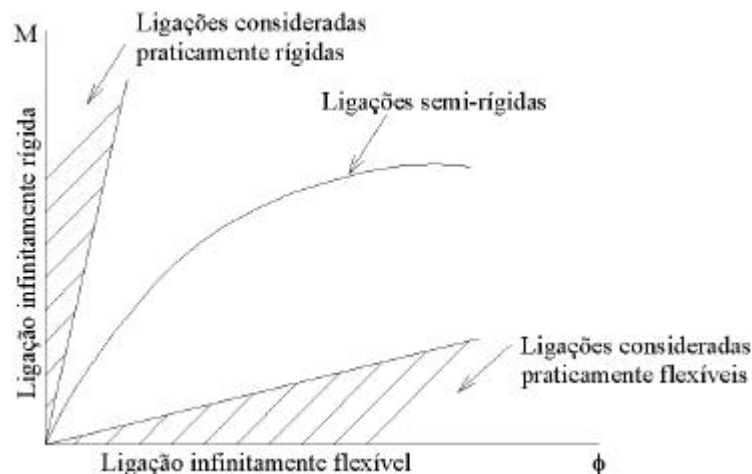
Assim, são considerados como rígidos os nós que mantêm a continuidade rotacional, não modificando o ângulo relativo entre os elementos depois que são impostas as deformações provenientes da atuação dos carregamentos. Ocorre, neste caso, a transmissão total do momento fletor, ao contrário dos nós classificados como flexíveis, onde se considera que não há continuidade rotacional entre os seus elementos, verificando-se a ausência na transmissão do momento fletor.

Atualmente, as ligações no eixo de menor inércia do pilar em pórticos

contraventados são dimensionadas como flexíveis. Maiores problemas ocorrem quando este contraventamento não é possível, fazendo-se necessário o uso das ligações rígidas. Todavia, garantir que esta ligação tenha um comportamento rígido, principalmente no eixo de menor inércia, é algo um tanto quanto questionável.

A existência de efeitos locais que as ligações podem provocar nas estruturas torna afastada da realidade a classificação do comportamento das ligações em simplesmente rígidas ou flexíveis; fazendo-se necessária a consideração de um outro tipo de ligações, denominadas semi-rígidas, cujo comportamento é intermediário ao das ligações idealizadas como rígidas ou flexíveis, tanto com relação à continuidade rotacional, quanto à transmissão dos momentos fletores. Em decorrência disso, o desempenho das ligações tem grande influência no comportamento global da estrutura, alterando a distribuição dos esforços e a sua deformabilidade.

Como não existem rótulas perfeitas e nem nós perfeitamente rígidos, a principal característica de uma ligação viga-coluna é a relação momento-rotação ( $M-f$ ), cujo comportamento é não-linear. Essa relação é descrita por uma curva onde a rotação  $f$ , da viga em relação ao pilar aparece como abscissa e o momento  $M$ , como ordenada, como mostrado na figura 1.1. O eixo vertical ( $M$ ) representa uma ligação infinitamente rígida, e o eixo horizontal ( $f$ ), uma ligação infinitamente flexível.



**Figura 1.1: Classificação das ligações.**

Segundo Neves (1996), incluir o conceito de comportamento semi-rígido das ligações no dimensionamento das estruturas, considerando-se as características reais de resistência e de deformabilidade das ligações, além de proporcionar um resultado mais

próximo da realidade, pode conduzir à obtenção de estruturas metálicas mais econômicas, através da diminuição do peso da estrutura (devido a simplificações ou mesmo eliminação de sistemas de contraventamento) ou pela redução da parcela referente à mão-de-obra (simplificação do trabalho de confecção e montagem das ligações). Entretanto, isso depende de alguns fatores como, por exemplo, a relação custo da mão-de-obra/custo do aço ou se a estrutura é contraventada ou não.

Dentro do contexto deste trabalho, grande atenção tem sido dada ao estudo do comportamento estrutural das ligações viga-coluna em estruturas metálicas, observando-se a utilização de novos procedimentos de dimensionamento em manuais e normas técnicas. É o caso do modelo de dimensionamento apresentado no EUROCODE 3 (2000), denominado “Método dos Componentes” (Component Method), que se aplica à determinação da rigidez rotacional e do momento resistente das ligações viga-coluna com chapa de topo.

No Brasil, com maior ênfase a partir da década passada, alguns trabalhos de investigação do tema têm sido desenvolvidos analisando-se o comportamento das ligações semi-rígidas por intermédio de estudos analíticos, numéricos e experimentais, porém quase exclusivamente dedicados às ligações segundo a direção do eixo de maior inércia dos pilares. Entre esses trabalhos destacam-se: Ribeiro (1998), Maggi (2000), Romano (2001) e Maggi (2004). Alguns estudos direcionados às ligações segundo o eixo de menor inércia foram bastante expressivos, como os de Neves (1996), Lima (1999), Bessa (2004) e Neves (2004).

Tais estudos, porém, apenas deram início a uma vertente de pesquisas, em contraposição à grande ênfase dada ao estudo de ligações segundo o eixo de maior inércia do pilar, para que seja preenchida a lacuna na possibilidade de se considerar o real comportamento das ligações em que a viga é conectada a alma do pilar. Em outras palavras, somente com um profundo conhecimento do comportamento das ligações na direção do eixo de menor inércia é que os calculistas poderão deixar de trabalhar com a hipótese de que tais ligações comportam-se como rótulas, passando a adotar o comportamento semi-rígido e sua real influência no comportamento global das estruturas, bem como se beneficiar de procedimentos de dimensionamento mais confiáveis, tanto em termos dos componentes das ligações quanto em relação ao comportamento da alma do pilar.

## 1.2. OBJETIVOS

Dentro do contexto apresentado, o presente trabalho tem como principais objetivos:

- ✓ O prosseguimento de estudos, via MEF, do comportamento de ligações viga-coluna com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia dos pilares, com ênfase no comportamento da alma do pilar;
- ✓ A comparação dos resultados obtidos por intermédio de análises numéricas com os métodos de dimensionamento (“Component Method” e métodos analíticos);
- ✓ A obtenção de informações que possam auxiliar numa futura etapa experimental do problema, cujos resultados possam validar e/ou introduzir ajustes nos modelos analíticos.

## 1.3. JUSTIFICATIVAS

Devido à grande importância do comportamento das ligações na resposta global das estruturas, fez-se necessário um crescente desenvolvimento dos procedimentos de dimensionamento dessas ligações.

A utilização de análise numérica é justificada neste trabalho, por permitir extrapolações de resultados para situações que não puderam ser comprovados experimentalmente. Entretanto, é importante ressaltar que os resultados obtidos por meio desta análise, necessitam ser comprovados e validados experimentalmente, para que os mesmos possam ser adequadamente utilizados e incorporados à prática de projeto e dimensionamento.

É importante salientar que este trabalho é parte integrante da linha de pesquisa sobre Comportamento e Dimensionamento de Estruturas da Universidade Federal de Ouro Preto e uma continuidade dos trabalhos de Romano (2001) e Bessa (2004).

Ainda como complemento deste trabalho se destacam os estudos realizados por Erivelton Pereira Aires por meio do Programa de Iniciação Científica (FAPEMIG/UFOP), que se encontra em andamento no Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto.

Neste trabalho foram analisadas diferentes configurações de ligação viga-coluna na

direção do eixo de menor inércia do pilar, porém com ênfase para a análise do comportamento da alma do pilar. Para isso, foram analisados 18 (dezoito) modelos numéricos, variando-se a esbeltez da alma do pilar e padronizando-se os demais componentes da ligação.

#### 1.4. ESCOPO DO TRABALHO

Os capítulos que compõem este trabalho estão dispostos de maneira a esclarecer aspectos relativos ao comportamento das ligações com chapa de topo na alma do pilar, fornecendo um panorama sobre os conceitos relevantes ao estudo dessas ligações, bem como a metodologia utilizada para a preparação dos modelos numéricos.

Como ponto de partida para o desenvolvimento deste trabalho, o Capítulo 1, apresenta algumas **Considerações Iniciais** referentes ao tema, abordando a análise do comportamento semi-rígido das ligações e aspectos voltados à sua viabilidade econômica.

Em seguida, o Capítulo 2 (**Revisão Bibliográfica**) tem o objetivo de discutir, de maneira objetiva, o embasamento teórico e as verificações propostas pelo método adotado pelo EUROCODE 3 (2000) para os componentes da ligação, exceto a alma do pilar, cuja análise em termos de resistência é feita através do Modelo de Gomes (1990). Apresenta-se, também, um estudo sobre os aspectos de sua rigidez, para todas as etapas de carregamento, realizado por Neves (1996), em complementação ao estudo de Gomes (1990). Tal capítulo trata dos conceitos e do comportamento das ligações com chapa de topo na direção de menor inércia do pilar, além de apresentar os principais aspectos de alguns estudos realizados recentemente, como os de Bessa (2004) e Neves (2004).

No Capítulo 3 descreve-se, pormenorizadamente, a metodologia utilizada na preparação e análise dos **Modelos Numéricos**, envolvendo os critérios de pré-dimensionamento; as características e dimensões geométricas dos modelos, bem como os tipos de elementos finitos utilizados e a constituição da malha de elementos finitos. Busca-se, ainda neste capítulo, a adequação do dimensionamento às recomendações da NBR 8800 (1986) e às características construtivas nacionais, bem como uma breve explanação sobre o modelo analítico de Neves (2004).

No Capítulo 4, **Análise Numérica**, faz-se uma ampla descrição dos resultados

obtidos numericamente, ressaltando-se a influência da alma do pilar em termos de capacidade resistente, da rigidez e dos outros estados limites últimos verificados nos modelos numéricos. Como peça chave deste trabalho, o capítulo 4 estabelece comparações dos resultados numéricos com o modelo de Gomes (1990) e o modelo analítico de Neves (2004).

A parte final deste trabalho é constituída pelo Capítulo 5, **Considerações Finais**, que diz respeito às diversas considerações feitas sobre o trabalho de forma geral e, em particular, sobre o efeito da alma do pilar no comportamento real da estrutura. Neste capítulo, encontram-se ainda observações relativas à continuidade dos estudos sobre o tema em questão.

Como complementação, além das **Referências Bibliográficas**, é incluído um **Anexo**, onde são detalhados os cálculos realizados para o completo dimensionamento de 3 (três) dos 18 (dezoito) modelos analisados.

Finalizando este capítulo, é necessário frisar, como salientou Ribeiro (1998), que em termos de linguagem técnica a expressão “ligação viga-coluna” não é a mais adequada. Entretanto, por tratar-se de expressão já consagrada na literatura especializada, foi adotada também neste trabalho, reservando-se a palavra “pilar” para designação do elemento estrutural isolado.

---

# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

## 2.1. ASPECTOS GERAIS

Tanto no projeto de ligações em estruturas de aço, quanto na avaliação do seu comportamento, faz-se necessário conhecer a influência de todos os componentes envolvidos na mesma.

Estudos recentes, baseados no comportamento estrutural de ligações, demonstram a necessidade de se considerar a resposta não-linear das estruturas e das ligações como complemento da análise estrutural. Para isso, considera-se o comportamento semi-rígido das ligações como uma ferramenta para o aperfeiçoamento dos métodos tradicionais, fundamentados nas hipóteses de ligações idealmente rígidas ou flexíveis.

Para isso, diversos estudos sobre o comportamento das ligações procuram considerar as características que possam classificá-las em termos de resistência, rigidez e ductilidade. Neste caso, os sistemas de classificação são concebidos para que possam permitir a inclusão e consideração de novos tipos de comportamentos, idealizados ou não, de ligações.

Assim, este capítulo visa esclarecer alguns conceitos, bem como apresentar e discutir alguns estudos já realizados na área de ligações em estruturas metálicas. Serão abordados ainda, alguns modelos de ligações viga-coluna na direção do eixo de menor inércia e as prescrições do EUROCODE 3 (2000) para este tipo de ligação.



## **2.2. LIGAÇÕES VIGA-COLUNA COM CHAPA DE TOPO**

As ligações viga-coluna com chapa de topo são aquelas nas quais os esforços da viga para o pilar são transmitidos por meio de uma chapa soldada à extremidade da viga e parafusada ao pilar.

Por ser de grande importância o conhecimento do comportamento estrutural desse tipo de ligação, faz-se necessário o estudo dos principais procedimentos para o seu dimensionamento.

Os modelos analíticos e os procedimentos que originaram os métodos de dimensionamento utilizados em normas e manuais técnicos receberam, ao longo do tempo, contribuições de vários trabalhos que sempre tiveram como foco uma análise estrutural com uma melhor representação das ligações.

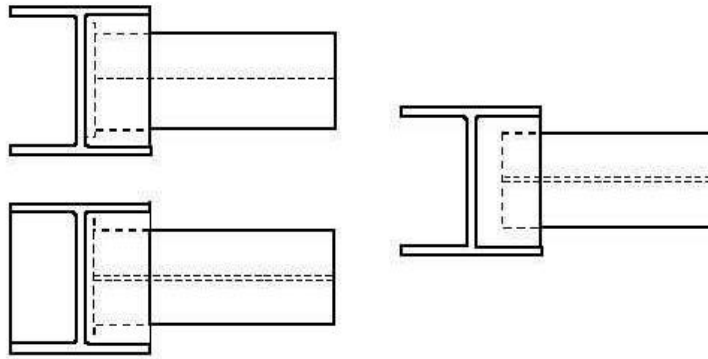
## **2.3. LIGAÇÕES VIGA-COLUNA NA DIREÇÃO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA**

Uma ligação na direção do eixo de menor inércia é aquela em que a principal solicitação de flexão se dá em relação ao eixo de menor inércia da seção transversal do pilar. Ao contrário do que ocorre com as ligações na direção do eixo de maior inércia, os estudos referentes a esse assunto ainda são escassos.

Uma ligação no eixo de menor inércia pode, dependendo de sua geometria, entrar em colapso mediante um mecanismo plástico na alma do pilar, de funcionamento ou de ruína dos elementos da ligação.

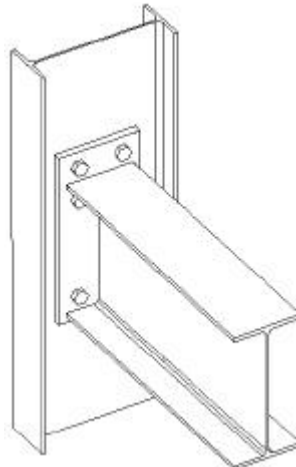
Podemos distinguir dois tipos de ligações viga-coluna na direção do eixo de menor inércia do pilar:

- a) O tipo no qual a viga está diretamente conectada às mesas do pilar ou quando o mesmo tem sua alma reforçada (figura 2.1). Isso faz com que a alma do pilar contribua pouco ou não contribua para a resistência à flexão da ligação.



**Figura 2.1: Ligação direta da viga com as mesas do pilar ou através de reforço da alma do pilar – Fonte: Bessa (2004).**

- b) O tipo no qual a viga está diretamente conectada à alma do pilar (figura 2.2). É caracterizado por sua simplicidade sendo, geralmente, utilizado para ligações em apenas um dos lados do pilar e muitas vezes classificado como uma ligação flexível.



**Figura 2.2: Ligação direta entre viga e alma do pilar.**

O objetivo deste trabalho é justamente a análise de ligações com este último tipo de configuração, já que poucos estudos foram realizados para essa ligação.

Diante da necessidade de se buscar um comportamento estrutural que melhor se aproxime da realidade e que possibilite uma diminuição do custo das ligações nos sistemas estruturais metálicos, alguns estudos analíticos, numéricos e experimentais de ligações viga-coluna na direção do eixo de menor inércia do pilar, realizados recentemente, mostram a importância de se conhecer o comportamento semi-rígido deste tipo de ligação. Dentre esses estudos podem ser citadas as pesquisas realizadas por Gomes (1990), Neves (1996), Lima (1999), Bessa (2004) e Neves (2004).

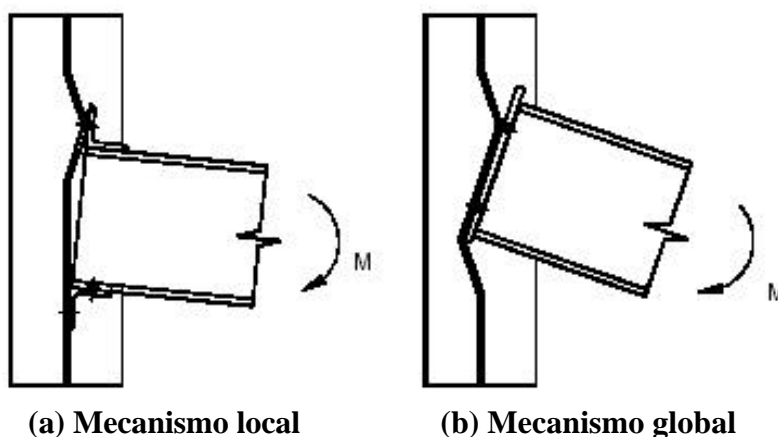
## 2.4. ESTUDOS REALIZADOS SOBRE LIGAÇÕES VIGA-COLUNA NA DIREÇÃO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA

### 2.4.1. Modelo de Gomes (1990)

A partir de análises experimentais e numéricas, foram desenvolvidos modelos analíticos com a finalidade de proporcionar a previsão da força transversal ou do momento correspondente ao estado limite último nas ligações no eixo de menor inércia do pilar.

A forma de definir esses estados limites últimos da alma do pilar, com base na análise plástica, foi estudada e validada por vários autores. Gomes (1990) foi um destes autores e realizou estudos com a alma fletida a partir de ensaios experimentais e de algumas modelagens numéricas. O seu modelo analítico para cálculo da capacidade resistente compreende uma viga conectada diretamente à alma do pilar através de uma chapa de topo, solicitando-o à flexão em relação ao eixo de menor inércia. A resistência é limitada pela formação de mecanismos de rótula plástica na alma da coluna.

Esses mecanismos são classificados como globais e locais. Para o mecanismo local, a linha de charneira localiza-se apenas na zona de compressão ou na zona de tração (figura 2.3a), enquanto no mecanismo global, a linha de charneira envolve, simultaneamente, as zonas de compressão e tração (figura 2.3b).



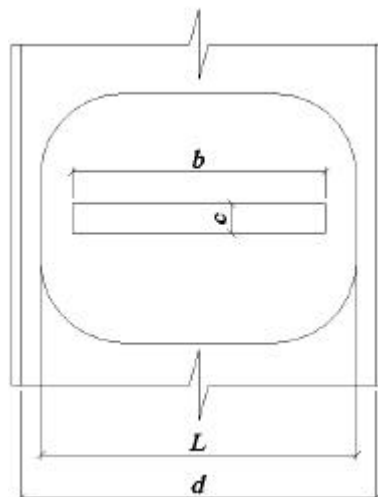
**Figura 2.3: Mecanismos de rótula plástica na alma do pilar segundo Gomes (1990)**  
**Fonte: Lima (1999).**

### 2.4.1.1. Colapso Local

Para a ruptura local, Gomes (1990) observou a existência de dois tipos de mecanismos: o mecanismo de flexão e o mecanismo combinado de flexão e puncionamento, sendo tomado como crítica a menor carga plástica correspondente a esses mecanismos.

#### a) Mecanismo de Flexão

Considera-se que a força  $F$  seja aplicada segundo um retângulo, de dimensões  $b \times c$  (figura 2.4). Numa ligação soldada, essas dimensões são definidas claramente pela geometria da ligação. Entretanto, em uma ligação parafusada, o retângulo é definido em função do diâmetro médio dos parafusos e da distância média entre eles, como mostrado na figura 2.5.



**Figura 2.4: Dimensões  $b \times c$  (mesa da viga) de uma ligação soldada - Adaptado de Lima (1999).**

Segundo Gomes (1990) esta aproximação, que consiste em considerar o mecanismo de colapso da figura 2.5(c) e não o mecanismo da figura 2.5(a), conduz a erros desprezíveis na avaliação da resistência.

A força plástica corresponde ao mínimo de  $F$ , fazendo  $dF/d\mathbf{a} = 0$ , e desta condição resulta uma expressão cuja resolução numérica conduz à solução para a carga plástica  $F_{pl}$ .

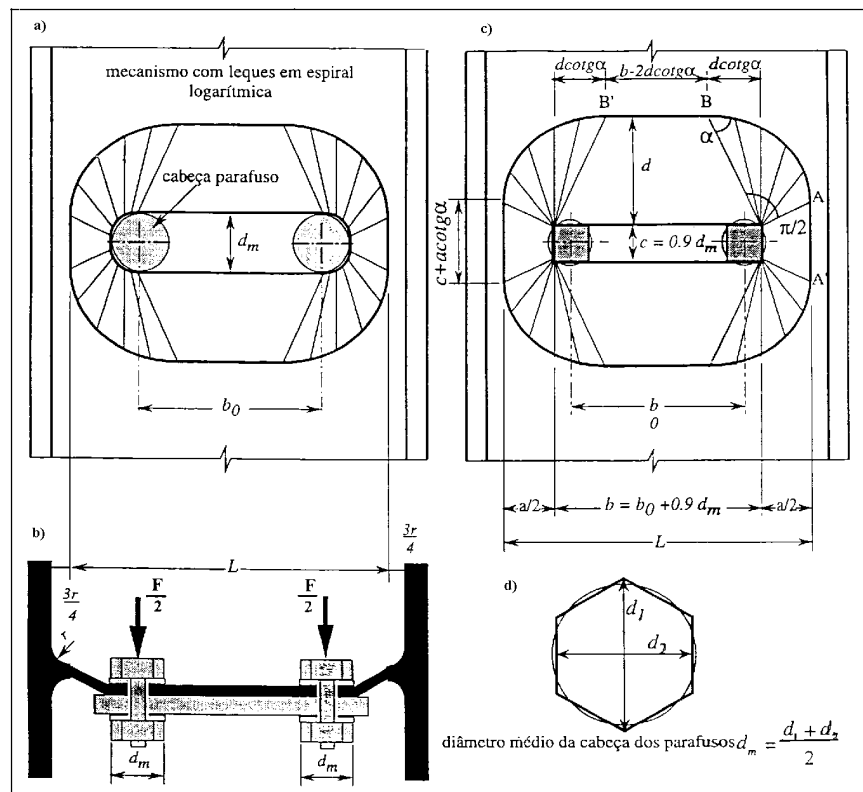


Figura 2.5: Mecanismo Local do Modelo de Gomes - Fonte: Neves (1996).

O mecanismo básico de colapso é obtido através do método de charneira plástica, sendo a força que corresponde ao mecanismo indicado na figura 2.5(c) dada por:

$$F_{pl} = 4 \cdot p \cdot m_{pl} \cdot \left[ 1 + \frac{4}{p} \cdot \cot g^2 \alpha + \frac{2 \cdot c}{p \cdot a} \right] \quad (2.1)$$

onde  $m_{pl}$  é o momento plástico por unidade de comprimento da alma do pilar, dado pela equação 2.2:

$$m_{pl} = \frac{t_w^2 \cdot f_y}{4}; \quad (2.2)$$

$$a \text{ é solução de } \frac{b}{L-b} = 2 \cdot \cot g \alpha \cdot e^{\frac{p}{2} \cot g \alpha}; \quad (2.3)$$

$$L = d - 1,5 \cdot r \quad (2.4)$$

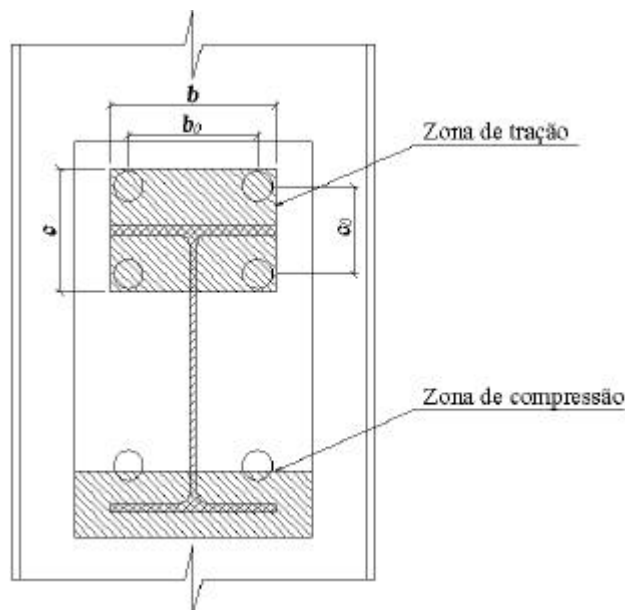
Para maior facilidade de cálculo, Gomes (1990) recomenda a utilização de uma expressão aproximada, representada pela equação 2.5:

$$F_{pl} = \frac{4 \cdot \pi \cdot m_{pl}}{\left(1 - \frac{b}{L}\right)} \cdot \left( \sqrt{1 - \frac{b}{L}} + \frac{2 \cdot c}{\pi \cdot L} \right) \quad (2.5)$$

Para o caso de ligação parafusada, o diâmetro utilizado para a cabeça do parafuso é definido conforme a figura 2.5(d). A carga de colapso na zona de tração é a mesma para a ligação soldada, substituindo-se esta zona por um retângulo equivalente de dimensões  $b$  e  $c$  (figura 2.6).

$$b = b_0 + 0,9 \cdot d_m \quad (2.6)$$

$$c = c_0 + 0,9 \cdot d_m \quad (2.7)$$



**Figura 2.6: Zonas de tração e compressão de uma ligação parafusada - Adaptado de Lima (1999).**

Dessa forma, a equação 2.5 é utilizada para calcular a carga plástica devido à flexão para ambos os casos de ligação (soldada e parafusada). Neves (1996) analisou a variação da carga plástica  $F_{pl}$  em função das dimensões  $b \times c$  da área carregada e, conforme o esperado, um aumento dessa área acarretou no aumento de  $F_{pl}$ , sendo mais significativo quando  $b = b/L$  for superior à 0,5.

Ensaio realizados por vários pesquisadores, entre eles Gomes e Jaspart (1994) e Jaspart e Goyet (1988), permitiram identificar a existência de mecanismos de puncionamento (puro ou acompanhado da formação de um mecanismo de flexão) quando a dimensão da área carregada ultrapassa determinados limites.

Para ligações soldadas na alma do pilar, o perímetro de puncionamento é o retângulo de dimensões  $b \times c$  e a carga é dada pela equação 2.8:

$$F_{punc} = 2 \cdot (b + c) \cdot t_w \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (2.8)$$

Para ligações parafusadas, o puncionamento da alma do pilar, ao redor da cabeça de cada parafuso deve ser verificada. Para  $n$  parafusos na zona tracionada, a carga de puncionamento é dada por:

$$F_{punc} = n \cdot p \cdot d_m \cdot \frac{t_w \cdot f_y}{\sqrt{3}} \quad (2.9)$$

### b) Mecanismo Combinado de Flexão e Puncionamento

De acordo com Gomes (1990) os mecanismos combinados de flexão e puncionamento não ocorrem apenas nas linhas de charneira (linha contínua da figura 2.7), mas também na linha de puncionamento (linha tracejada da figura 2.7).

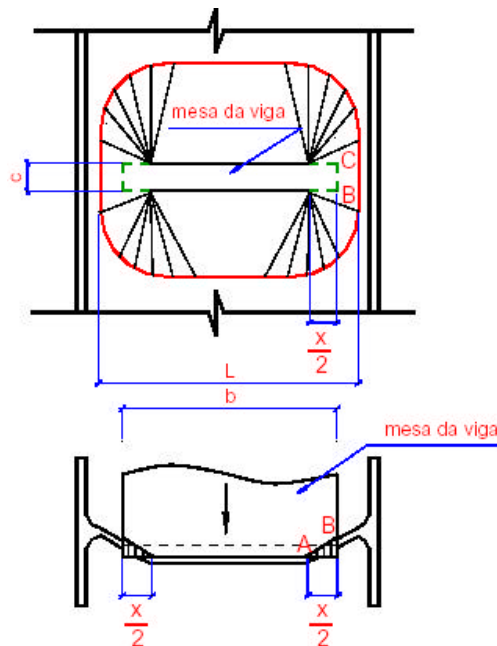


Figura 2.7: Colapso por flexão e puncionamento combinados - Fonte: Lima (1999).

A carga de colapso associada à formação de tal mecanismo é dada por:

$$Fq_2 = 4 \cdot m_{pl} \cdot \left[ \frac{\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a+x)} + 2 \cdot c}{a+x} + \frac{1,5 \cdot c \cdot x + x^2}{\sqrt{3} \cdot t_w \cdot (a+x)} \right] \quad (2.10)$$

O primeiro termo da equação 2.10 corresponde à parte de flexão do mecanismo, obtido pela aplicação da equação 2.5 ao retângulo de dimensões  $b \times c$ , e o segundo à força de punção desenvolvida nas linhas tracejadas da figura 2.7.

Os demais parâmetros para se obter a carga de colapso são:

$$a = L - b \quad (2.11)$$

$$\begin{cases} \text{se } b \leq b_m & x = 0 \\ \text{se } b > b_m & x = -a + \sqrt{a^2 - 1,5 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3} \cdot t_w}{2} \cdot [\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a+x_0)} + 4 \cdot c]} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$x_0 = L \cdot \left[ \left( \frac{t}{L} \right)^{\frac{2}{3}} + 0,23 \cdot \frac{c}{L} \cdot \left( \frac{t}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot \left( \frac{b - b_m}{L - b_m} \right) \quad (2.13)$$

$$b_m = L \cdot \left[ 1 - 0,82 \cdot \frac{t_w^2}{c^2} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + 2,8 \cdot \frac{c^2}{t_w \cdot L}} \right)^2 \right] \geq 0 \quad (2.14)$$

As equações 2.5 e 2.10 são iguais quando  $x = 0$  (sem punção), ou seja, o mecanismo combinado transforma-se em mecanismo de flexão pura. Isto se verifica quando  $b \leq b_m$ , onde  $b_m$  é um valor particular de  $b$  que determina o limite entre os dois mecanismos. Quando  $b \geq b_m$ , a equação 2.10 fornece uma carga plástica muito menor que a obtida através da equação 2.5, limitando assim o uso dessa expressão.

#### 2.4.1.2. Correção pelo Critério de Von-Mises

Gomes (1990) verificou que a carga de plastificação  $F_{pl}$  difere da solução baseada no critério de escoamento de Von-Mises, quando comparado com o método da linha de charneira plástica.



O referido autor, utilizando o programa de elementos finitos não-lineares FINELG, efetuou várias simulações numéricas para estudar a deformação da alma do pilar carregada por um retângulo de dimensões  $b \times c$ . Foi feita uma comparação dos dois métodos citados anteriormente e estabeleceu-se um critério de zona carregada mínima.

Nas simulações numéricas, Gomes (1990) analisou a variação da carga de colapso por flexão em função da área de uma placa rígida de dimensões  $b \times c$ , verificando que a equação 2.10 revelou-se segura, já que os resultados das simulações numéricas com o critério de escoamento de Von-Mises coincidem quando:

$$\frac{(b+c)}{L} \geq 0,5 \quad (2.15)$$

Dessa forma, a expressão final para o mecanismo de flexão, bem como para o mecanismo combinado de flexão e puncionamento, deve incluir um fator de correção  $k$ , dado por:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{(b+c)}{L} \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot \frac{(b+c)}{L} & \text{se } \frac{(b+c)}{L} \leq 0,5 \end{cases} \quad (2.16)$$

Assim, o mecanismo de colapso local é o mecanismo associado à menor carga plástica, dada por:

$$F_{local} = \min(F_{punc}; k \cdot F_{Q2}) \quad (2.17)$$

### 2.4.1.3. Colapso Global

Para o caso em que a plastificação envolve as duas mesas da viga (ruptura ou mecanismo global), a carga crítica é obtida a partir dos mecanismos de flexão ou de flexão e puncionamento, sendo que ambas as zonas, de compressão e tração, são assumidas como sendo simétricas em relação a um eixo situado no plano da alma do pilar; como mostra a figura 2.8.

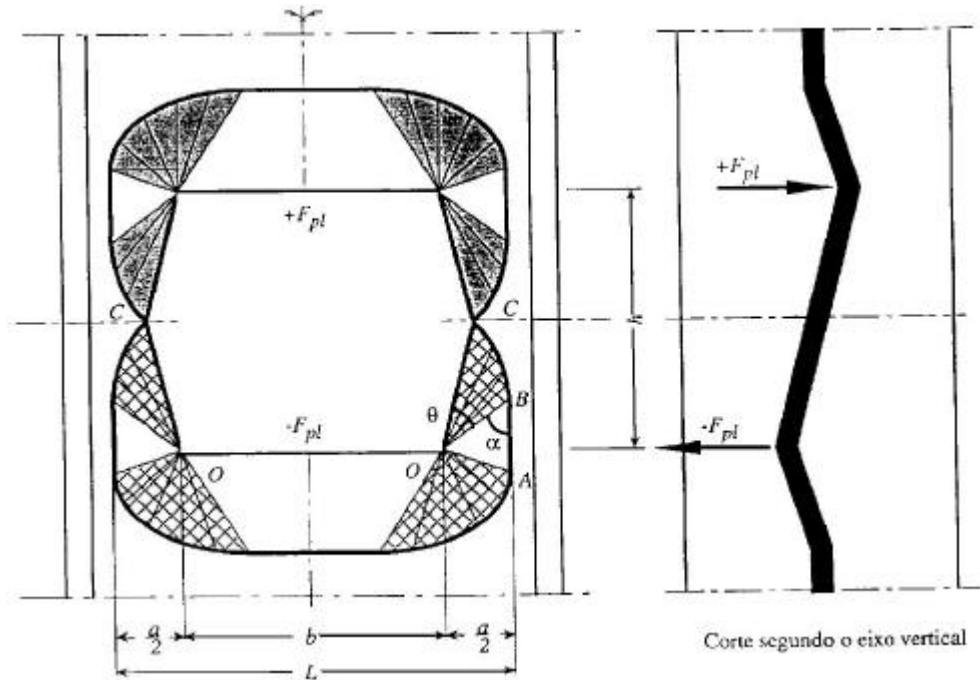


Figura 2.8: Mecanismo de plastificação global do Modelo de Gomes - Fonte: Neves (1996).

Este tipo de colapso ocorre para os mecanismos de flexão ou de flexão e punção combinados, considerando-se a ação simultânea das forças  $F$  oriundas do binário  $M = F \cdot h$ , aplicado à alma do pilar (figura 2.8), sendo a carga de colapso global dada por:

$$F_{\text{global}} = \frac{k \cdot F_{q_2}}{2} + m_{pl} \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \pi + 2 \cdot \rho \right) \quad (2.18)$$

onde:  $k$  e  $F_{q_2}$  são dados, respectivamente pelas equações 2.16 e 2.10, e

$h$  é a distância entre os centros das zonas tracionada e comprimida (figura 2.8).

O parâmetro  $r$  pode assumir os seguintes valores:

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \frac{h}{L-b} \quad \text{se} \quad 1 \leq \frac{h}{L-b} \leq 10 \\ r = 1 \quad \text{para} \quad \frac{h}{L-b} < 1 \\ r = 10 \quad \text{para} \quad \frac{h}{L-b} > 10 \end{array} \right. \quad (2.19)$$

O mecanismo de colapso global envolve tanto a zona de tração quanto a de compressão. Este mecanismo é assumido simétrico em relação a um eixo vertical ou horizontal no plano da alma do pilar. A simetria horizontal não é uma solução exata quando as dimensões  $b \times c$  da zona de compressão são diferentes das dimensões da zona de tração. Nesse caso, a equação 2.18 poderia ser aplicada separadamente para cada uma das zonas, obtendo-se as cargas nas respectivas zonas e tomando-se, para a carga de plastificação, um valor obtido por intermédio de uma interpolação entre as duas. Entretanto as duas zonas são freqüentemente assumidas como sendo iguais e a equação 2.18 é aplicada apenas uma vez.

#### 2.4.1.4. Momento Último

O momento último  $M_{pl}$  é obtido a partir da carga crítica multiplicada pela distância  $h$  entre os centros de tração e compressão (equação 2.20).

$$M_{pl} = h \cdot \min(F_{local}; F_{global}) \quad (2.20)$$

Assume-se que a viga transmite apenas momento ao pilar, ou seja, não há força axial na viga e as forças de tração e compressão são iguais. Assim, calculada a força de tração pode-se determinar a dimensão  $c$  da zona de compressão, de modo a obter-se a mesma carga plástica.

#### 2.4.1.5. Estudo da Rigidez para o Modelo de Gomes

A caracterização do comportamento de uma ligação passa pela determinação da rigidez, em todos os níveis de atuação, da capacidade resistente e da capacidade de rotação que, nesse caso, refere-se à alma do pilar.

Pode-se se identificar três tipos de rigidez, de acordo com o nível de solicitação:

- Rigidez inicial ou elástica  $S_i$ ;
- Rigidez secante  $S_j$  a um determinado momento fletor  $M$  (ou força  $F$ ), em particular  $M_{pl}$  e  $F_{pl}$ ;

- Rigidez de membrana,  $S_m$ , característica do comportamento em presença de grandes deformações, cuja utilidade principal é a avaliação da resistência adicional da alma do pilar.

O comportamento da ligação é representado por uma lei simplificada, resultante da multi-linearização de toda curva  $M - f$ , caracterizada por  $S_{j,ini}$ ,  $S_m$  e  $M_{pl}$  (ou  $F_{pl}$ ).

Neves (1996), em continuidade aos estudos de Gomes (1990), realizou um estudo paramétrico do comportamento da alma do pilar para a determinação das componentes de rigidez, através de simulações numéricas no programa de elementos finitos LUSAS.

De uma forma geral, considera-se as seguintes variáveis quando se estuda a deformabilidade da alma do pilar:

- o tipo de mecanismo de colapso (local ou global – figura 2.3).
- a restrição oferecida pelas mesas do pilar à rotação da alma: podendo ocorrer, basicamente, duas situações:

*Mesas impedidas* – vigas conectadas às mesas do pilar, podendo a alma ser considerada engastada quando ligada à mesa (figura 2.9a);

*Mesas livres* – rotação livre das mesas do pilar, sem conexão com nenhuma peça (figura 2.9b), de modo que a ligação da alma com as mesas não possa ser considerada um engastamento perfeito. A perda de rigidez nessa circunstância deve ser avaliada.

- as dimensões  $b \times c$  da área carregada; considerada rígida.
- as características geométricas da seção da alma do pilar.

Para avaliar a perda de rigidez da alma devido à liberdade de rotação da mesa do pilar, Neves (1996) utilizou um parâmetro adimensional  $\mathcal{Y}$  proporcional à restrição oferecida pelas mesas à rotação da alma nos pontos de ligação.

O parâmetro  $\mathcal{Y}$  é dado pela equação 2.21, sendo função das características geométricas do perfil do pilar.

Por intermédio de um estudo paramétrico, Neves (1996) analisou a variação desse parâmetro para perfis IPE e HE da série europeia o que permitiu adotar  $\mathcal{y} = 0$  e  $\mathcal{y} = 22$ , respectivamente para as condições de mesas livres e impedidas.

$$y = \frac{\left(\frac{L}{t_{wc}}\right)}{\left(\frac{b_c}{L}\right) \cdot \left(\frac{t_{fc}}{t_{wc}}\right)^3} \quad (2.21)$$

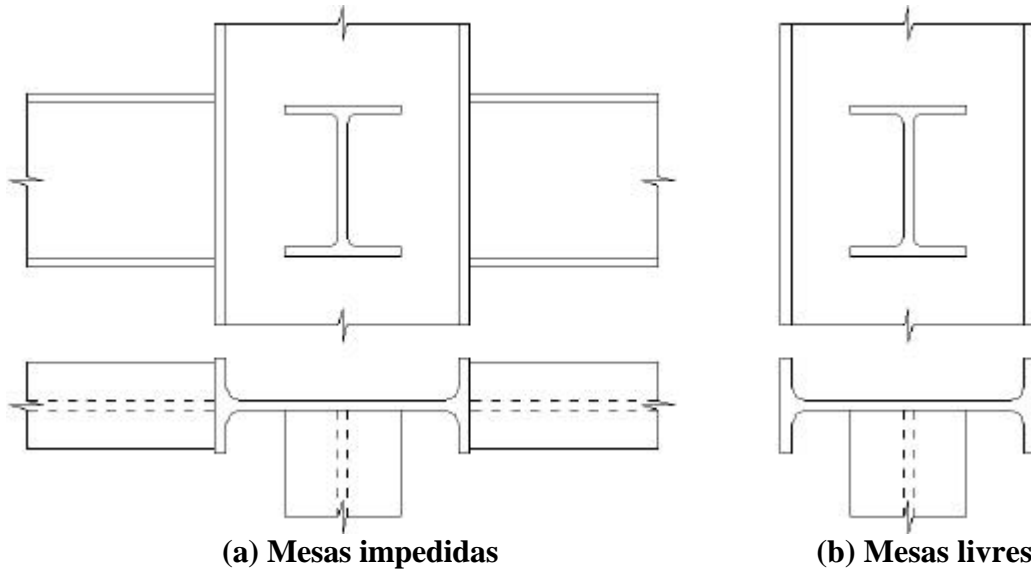


Figura 2.9: Restrição das mesas à rotação da alma do pilar - Fonte: Neves (1996).

Com relação à rigidez inicial  $S_i$ , Neves (1996) considerou que a alma do pilar pode ser modelada como uma placa engastada na ligação com as mesas e livre nas outras duas bordas. Este modelo, apresentado na figura 2.10, tem comprimento igual a  $L$  (figura 2.7) e largura efetiva,  $I_{ef}$ , em função das dimensões da área carregada.

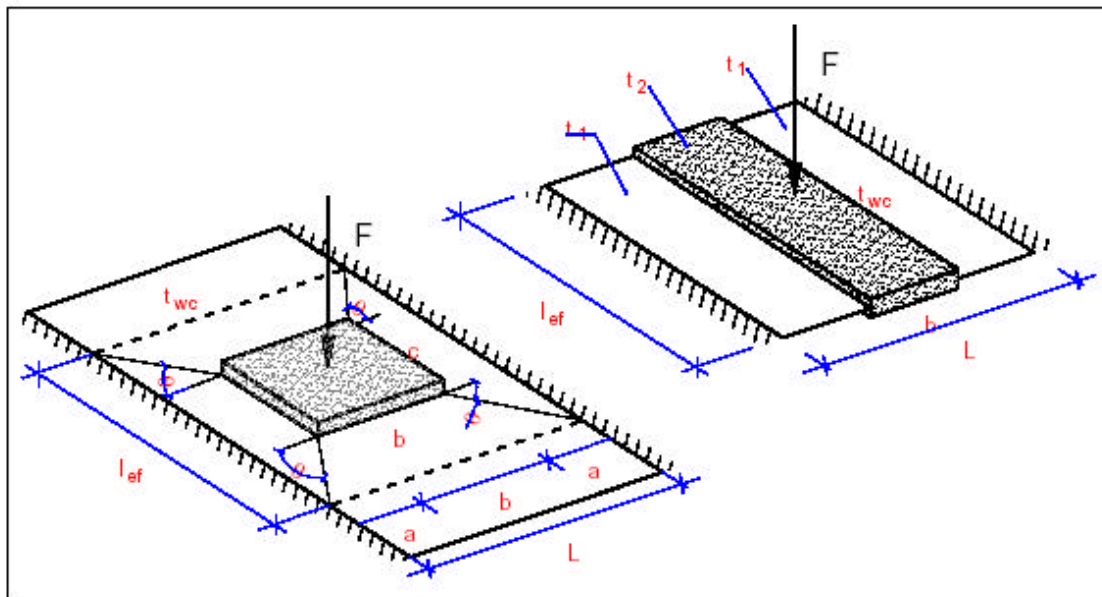
$$I_{ef} = c + (L - b) \cdot tgq \quad (2.22)$$

ou

$$\frac{I_{ef}}{L} = a + (1 - b) \cdot tgq \quad (2.23)$$

onde:  $b$  e  $c$  são as dimensões da área carregada e  $q$  é o ângulo mostrado na figura 2.10.

$$a = \frac{c}{L} \text{ e } b = \frac{b}{L} \quad (2.24)$$



**Figura 2.10: Alma do pilar carregada em uma área rígida  $b \times c$  - Fonte: Lima (1999).**

A rigidez inicial da faixa adotada na figura 2.10, considerando-se ambas as deformações devido à flexão e ao cisalhamento, é expressa pela equação 2.25:

$$S_i = \frac{2 \cdot E \cdot I_{ef} \cdot t_{wc}}{a^3 + 2 \cdot (1 + \nu) \cdot a \cdot t_{wc}^2} \quad (2.25)$$

onde:  $a = \frac{L}{2} \cdot (L - b)$  (2.26)

$t_{wc}$  = espessura da alma do pilar;

$\nu$  = coeficiente de Poisson;

$E$  = módulo de elasticidade.

Substituindo-se os valores  $I_{ef}$  e  $a$  na equação 2.25 e adotando-se para o coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ , obtém-se a equação 2.27 em função de dois coeficientes  $k_1$  e  $k_2$ :

$$S_i = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \frac{\alpha + (1 - \beta) \cdot \text{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta)}{\mu^2}} \quad (2.27)$$

$$\text{onde: } \mathbf{m} = \frac{L}{t_{wc}} \quad (2.28)$$

O termo  $10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \mathbf{b})$  representa a contribuição do esforço de cisalhamento na rigidez inicial. A introdução dos coeficientes,  $k_1$  e  $k_2$  é justificada pela influência dos efeitos de cisalhamento para pequenos valores de  $\mathbf{m}$  nas simulações numéricas avaliadas por Neves (1996). Os valores mais convenientes para estes coeficientes são:  $k_1 = 1,50$  e  $k_2 = 1,63$ .

O ângulo  $\mathbf{q}$ , que depende da largura da faixa a ser adotada no modelo, é resultado da igualdade entre a rigidez inicial obtida pelas simulações numéricas do Método dos Elementos Finitos e a obtida através do modelo de faixa.

$$\mathbf{q} = t_g^{-1} \cdot \left[ \frac{S_{j,a \text{ dim}}^{Sim}}{16} \cdot \left( (1 - \mathbf{b})^2 + \frac{10,4}{\mathbf{m}} \cdot \frac{(k_1 - k_2 \cdot \mathbf{b})}{(1 - \mathbf{b})} \right) - \frac{\mathbf{a}}{1 - \mathbf{b}} \right] \quad (2.29)$$

Devido à complexidade da equação 2.29, uma aproximação pode ser efetuada com a utilização da equação 2.30:

$$\mathbf{q} = 35 - 10 \cdot \mathbf{b} \quad (2.30)$$

Nas simulações numéricas realizadas por Neves (1996), a perda de rigidez devido à rotação das mesas torna-se mais significativa com o aumento da área carregada (figura 2.11), representada pelo parâmetro  $\mathbf{a} = c/L$ . O autor propôs a seguinte relação para a previsão da rigidez inicial da alma do pilar carregada fora de seu plano e com as mesas livres à rotação:

$$S_{i,rot} = k_{rot} \cdot S_i \quad (2.31)$$

Na equação 2.31,  $S_i$  é o valor da rigidez inicial quando as mesas estão totalmente restringidas ( $\mathbf{y} = 0$ ) e  $S_{i,rot}$  representa o valor correspondente as mesas com liberdade de rotação (para  $\mathbf{y} = 22$ ). O coeficiente  $k_{rot}$  é dado pela equação 2.32.

$$K_{rot} = 0,57 - 0,23 \cdot \beta - 0,32 \cdot \alpha - 0,39 \cdot \alpha \cdot \beta \quad (2.32)$$

Já a rigidez rotacional  $S_i^\theta$ , foi obtida por Neves (1996) a partir da rigidez translacional na situação em que a viga não está submetida a esforço axial significativo (mesma consideração do EUROCODE 3, 2000), considerando o momento fletor  $M$  substituído por um binário de forças  $F$ , separadas pela distância  $h$  entre os centros de gravidade das áreas de compressão e tração (figura 2.12).

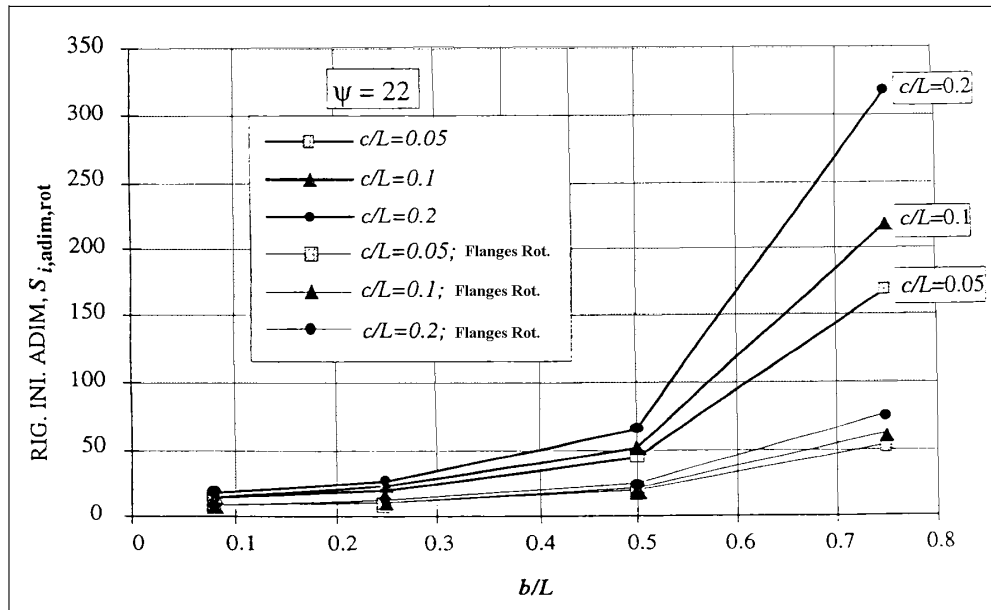


Figura 2.11: Variação da rigidez inicial adimensional com a área carregada e com a restrição oferecida pelas mesas  $m = 50$  - Fonte: Neves (1996).

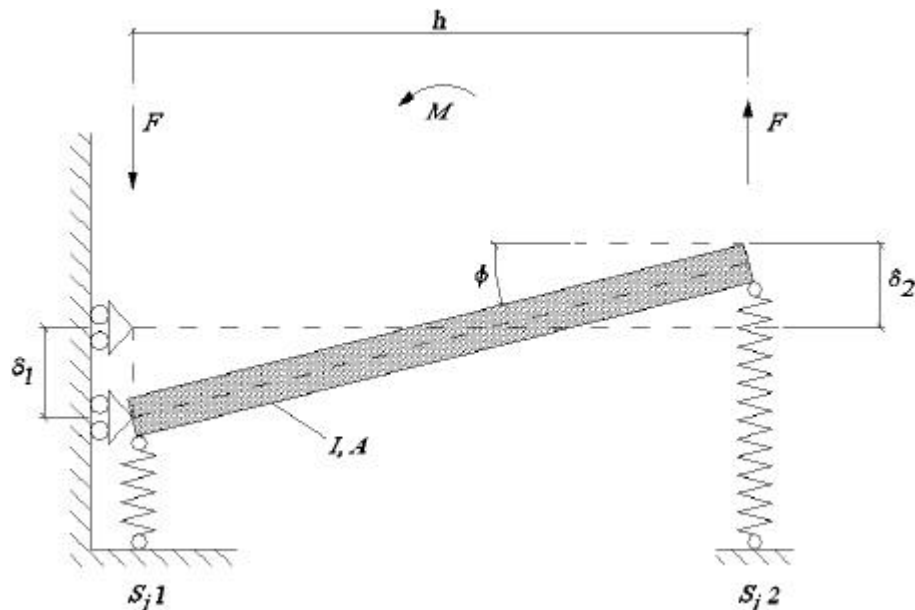


Figura 2.12: Determinação da rigidez rotacional  $S_i^\theta$  - Fonte: Neves (1996).



A rotação total é dada pela equação 2.33 e a rigidez inicial rotacional pela equação 2.34, sendo  $S_{i1}$  a rigidez translacional na zona de compressão e  $S_{i2}$  a rigidez translacional na zona de tração. Essas parcelas de rigidez não são necessariamente iguais e são obtidas das equações 2.27 e 2.31, respectivamente nas situações em que as mesas estão impedidas e livres de rotacionar.

$$\theta = \frac{F}{h} \cdot \left( \frac{1}{S_{i1}} + \frac{1}{S_{i2}} \right) \quad (2.33)$$

$$S_i^\theta = \frac{h^2}{\frac{1}{S_{i1}} + \frac{1}{S_{i2}}} \quad (2.34)$$

A rigidez secante de uma ligação pode ser obtida a partir da rigidez inicial,  $S_i$ , através de um coeficiente  $h$ , segundo o EUROCODE 3 (2000), de tal forma que:

$$S_j = \frac{S_i}{h} \quad (2.35)$$

Neves (1996) investigou os valores desse parâmetro  $h$  para ligações na alma do pilar, já que o EUROCODE 3 (2000) não abrange este tipo de ligação. Nessas investigações, foi possível verificar:

- c) que a relação entre a rigidez inicial e a rigidez secante  $S_i/S_j$  aumenta, de forma não constante, com o aumento do comprimento da área carregada  $b$ . Isto é,  $h$  aumenta com  $b = b/L$ ;
- d) que o parâmetro  $a = c/L$  não tem influência significativa sobre o parâmetro  $h$ ;
- e) que o aumento dos efeitos de segunda ordem (conseqüência do aumento da esbeltez  $m$  da alma do pilar) aproxima a rigidez secante da inicial, diminuindo o parâmetro  $h$ . Verificou-se ainda que esse parâmetro pode ser considerado independente da esbeltez da alma do pilar;
- f) que a possibilidade de rotação das mesas afeta a rigidez secante menos que a rigidez inicial. Verificou-se ainda que a relação de  $h$  para situação de mesas

com rotação impedida e o valor correspondente na situação com liberdade de rotação,  $h_{rot}$ , é praticamente constante.

Neves (1996) propôs, então, que a equação 2.35 seja aplicada se as mesas não sofrem rotação ou se os pilares são constituídos por perfis da série HE menores ou iguais a HEA-400, HEB-500 ou HEM-600. Se as mesas sofrem rotação ou os pilares são constituídos por perfis da série IPE ou da série HE superiores aos limites anteriormente indicados, a rigidez secante deve ser obtida com a utilização da equação 2.36:

$$S_j = \left\{ \frac{S_i}{h_{rot}} \right. \quad (2.36)$$

sendo:  $h_{rot} = \frac{2}{3} \cdot h$  (2.37)

O parâmetro  $h$  é dado na tabela 2.1 em função de  $b = b/L$ , sendo calculado por interpolação linear para valores intermediários.

**Tabela 2.1: Valores de  $h$  em função de  $b$ .**

$b$	$h$
< 0,25	2
0,50	3
0,75	5

A rigidez de membrana,  $S_m$ , se limita a um comportamento “pós-plástico” devido a um efeito de 2ª ordem do tipo “membrana” e deve ser quantificado, uma vez que essa sobre-resistência poderá fazer com que o colapso ocorra em função dos componentes da ligação.

Para avaliar a sobre-resistência da alma do pilar devido ao efeito de membrana, Neves (1996) propôs a adoção de uma lei bi-linear no sistema de eixos  $F/F_{pl} - d/t$ , como apresentado na figura 2.13.

A reta (1) caracterizada pela parte retilínea final da curva  $F/F_{pl} - d/t$  é traduzida pela equação 2.38:

$$\frac{F}{F_{pl}} = f_1 + f_2 \cdot \left(\frac{d}{t}\right) \text{ se } \frac{d}{t} \geq 1 \text{ e } \frac{F}{F_{pl}} \geq 1 \quad (2.38)$$

Os coeficientes adimensionais  $f_1$  e  $f_2$  representam, respectivamente, a ordenada na origem e a rigidez adimensional de membrana,  $S_{m,adim}$ , ou inclinação da reta.

A reta (2) é caracterizada através da equação 2.39:

$$\frac{F}{F_{pl}} = 0,9 + (f_1 + f_2 - 0,9) \cdot \left(\frac{d}{t}\right) \text{ se } \frac{d}{t} \leq 1 \text{ e } \frac{F}{F_{pl}} \geq 1 \quad (2.39)$$

A proposta de Neves (1996) baseia-se no conhecimento de  $f_1$  e da rigidez adimensional de membrana  $f_2$ , tendo como característica importante a independência de qualquer outra rigidez. A aplicação deste modelo necessita também do estabelecimento de um valor razoável para  $d/t$ , o que foi estabelecido por Neves (1996) para perfis série IPE e HE da série europeia, em função de  $b$ ,  $m$  e  $h/b$ .

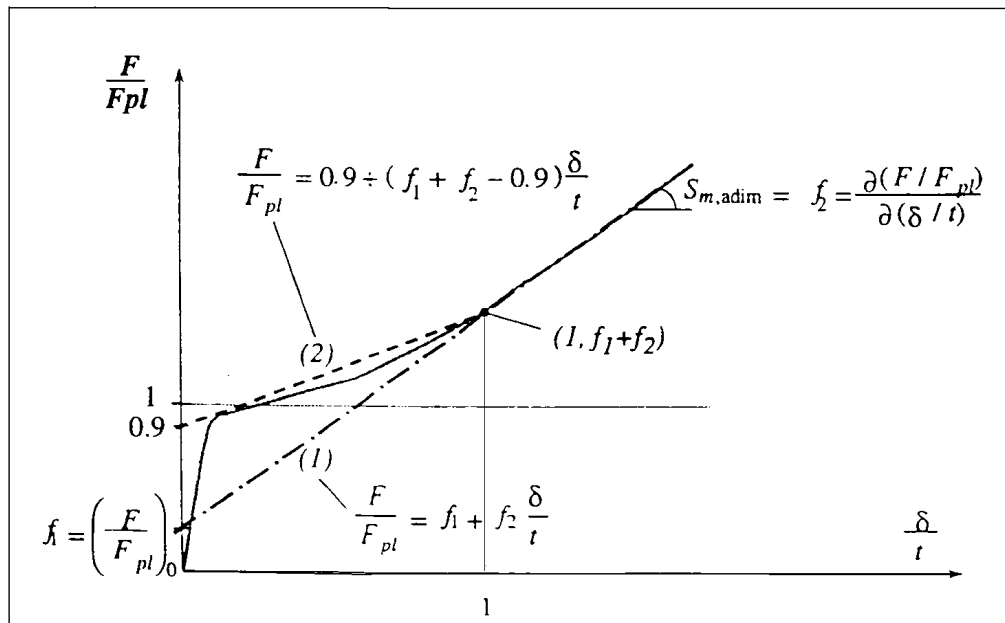


Figura 2.13: Aproximação bi-linear do comportamento pós-plástico da alma do pilar fora de seu plano - Fonte: Neves (1996).

Os valores de  $f_1$  e  $f_2$  são dados pela equação 2.40:

$$\begin{cases} f_1 = 0,24 \cdot \beta - 0,012 \cdot \mu + 0,72 \\ f_2 = 0,55 + 1,07 \cdot \alpha + 0,85\beta \end{cases} \quad (2.40)$$

Assim, a rigidez de membrana  $S_m$  é o valor da inclinação da reta na curva  $F - d$ , obtido através da aplicação de:

$$S_m = \frac{\partial F}{\partial d} \text{ para } d \geq t \quad (2.41)$$

### 2.4.2. Modelo Analítico de Neves (1996)

A utilização da rigidez de uma ligação na análise estrutural é um meio de se obter indicações da influência de seu comportamento na resposta global da estrutura, podendo-se avaliar se as considerações simplificadas (ligação rígida, semi-rígida ou flexível) são condizentes com o seu comportamento real, além de constituir-se em uma importante ferramenta para a avaliação da adequação das soluções propostas quanto à estabilidade da estrutura.

As ligações reais, de um modo geral, apresentam um comportamento intermediário ao das ligações idealizadas como rígidas ou flexíveis, descrito por uma relação momento-rotação não linear, inserindo-se assim como um terceiro elemento estrutural além das vigas e pilares.

A consideração das características reais de resistência e de deformabilidade das ligações pode conduzir a uma substancial diminuição do custo global das estruturas metálicas, através da diminuição do peso da estrutura devido a simplificações ou mesmo eliminação de sistemas de contraventamento ou pela redução da parcela referente à mão-de-obra (simplificação do trabalho de confecção e montagem das ligações).

Mas isso depende de alguns fatores como, por exemplo, relação custo da mão-de-obra/custo do aço, se a estrutura é contraventada ou não e de uma base de cálculo.

Segundo Neves (1996), que realizou um estudo para quantificar o ganho econômico proporcionado pela adoção de ligações semi-rígidas em Portugal, a partir das

seguintes considerações:

1. Estruturas de dois tipos: contraventada e não contraventada, de mesma geometria e carregamento.
2. Os elementos adotados foram perfis I laminados a quente (HE para colunas e IPE para as vigas), conectados segundo o eixo de maior inércia do pilar.
3. Não foram considerados os custos de projeto, transporte dos elementos e de execução de sistemas contraventamentos.

Os resultados obtidos, de modo geral, apontaram para um resultado vantajoso quanto à consideração do comportamento semi-rígido das ligações, obtendo-se uma economia de cerca de 5% e 2% do preço global da estrutura para, respectivamente, estruturas não contraventadas e contraventadas. O autor afirma, ainda, que a redução do preço global da estrutura pode ser ainda mais significativa com o aumento do custo da mão-de-obra, parâmetro que depende da realidade de cada país, o que explica, em parte, a diferença dos resultados obtidos nesse estudo em Portugal para outros países da Europa.

Para ligações no eixo de menor inércia, a economia tende a ser maior, já que a ligação desenvolve momentos significativos e tem uma considerável rigidez.

#### **2.4.3. Modelo com Cantoneiras de Alma - Lima (1999)**

Lima (1999), em sua tese de mestrado, fez um estudo de avaliação do comportamento estrutural de uma ligação semi-rígida parafusada no eixo de menor inércia utilizando dupla cantoneira de alma e cantoneira de apoio.

Nos ensaios experimentais realizados no Laboratório de Estruturas da PUC-RIO, Lima (1999) trabalhou com três configurações de ligações semi-rígidas:

**Ensaio I:** ligação com dupla cantoneira de alma, cantoneira de apoio, e enrijecedor inferior na alma do pilar (figura 2.14).

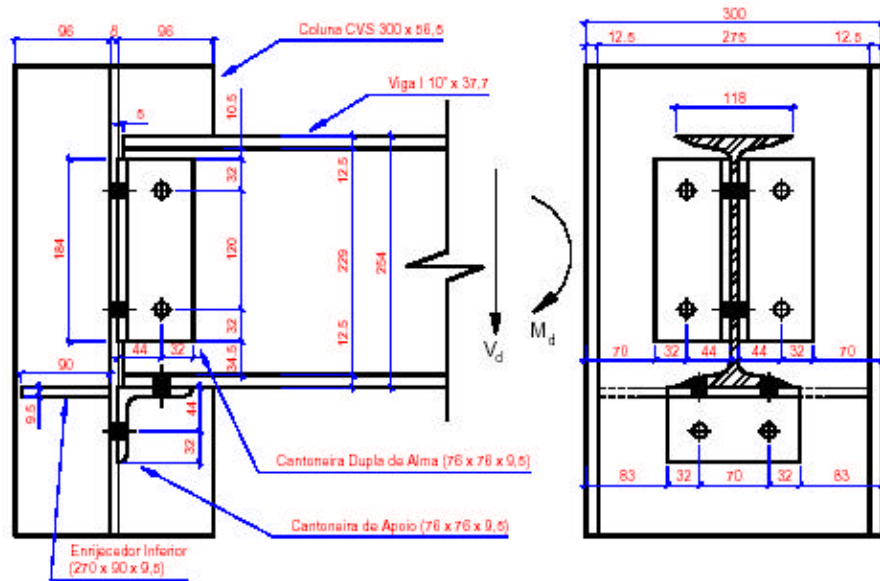


Figura 2.14: Configuração do primeiro ensaio de Lima (1999).

**Ensaio II:** ligação com dupla cantoneira de alma e enrijecedor inferior substituindo a cantoneira de apoio (figura 2.15).

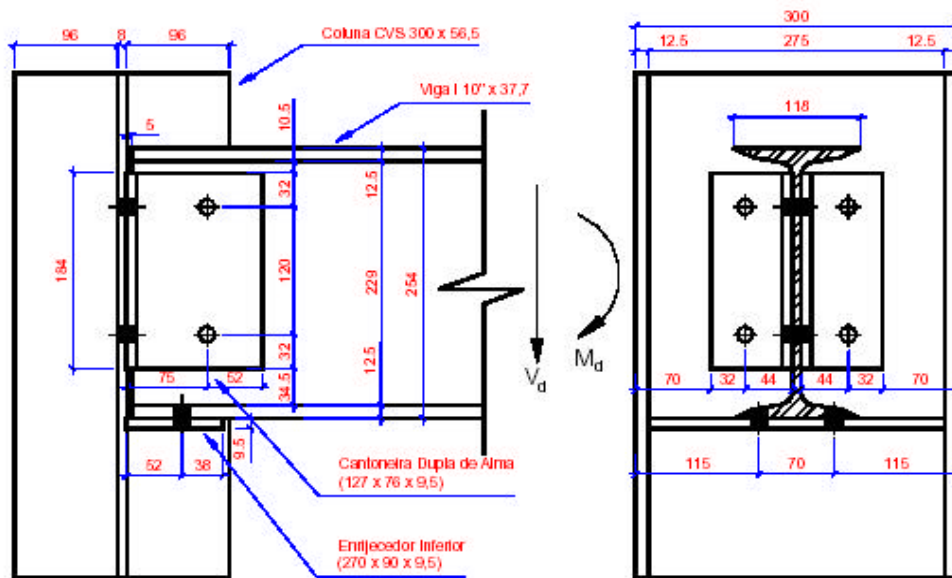
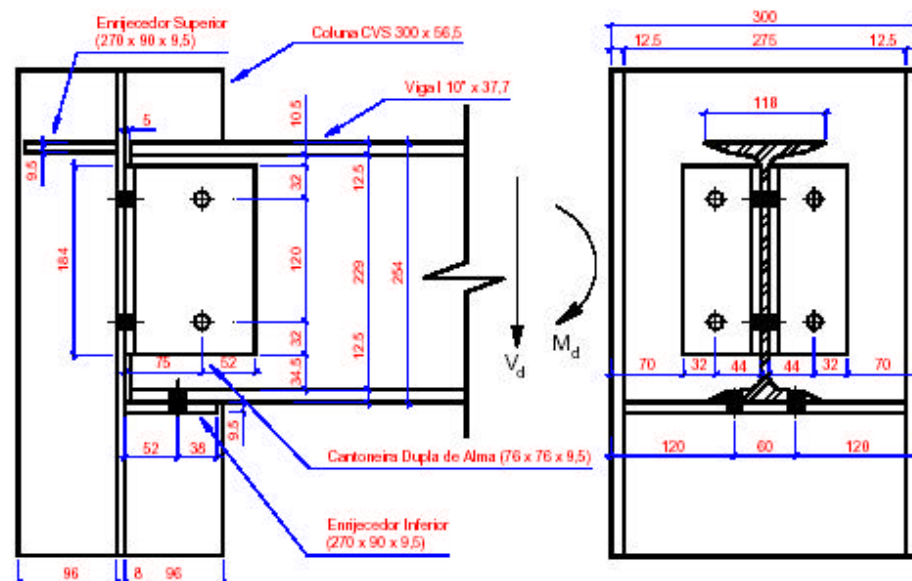


Figura 2.15: Configuração do segundo ensaio de Lima (1999).

**Ensaio III:** ligação com dupla cantoneira de alma, enrijecedor inferior substituindo a cantoneira de apoio e enrijecedor superior (figura 2.16).



**Figura 2.16: Configuração do terceiro ensaio de Lima (1999).**

Os critérios analíticos utilizados para avaliação da resistência desta configuração de ligação semi-rígida foram baseados nos estudos de Owen (1989) e na norma canadense CSA Standard (1995), tendo sido desenvolvido um estudo analítico/experimental sobre o comportamento de ligações semi-rígidas parafusadas no eixo de menor inércia, avaliando-se a curva momento-rotação, as deformações, os possíveis mecanismos de ruína e as condições de plastificação dos elementos da ligação.

#### **2.4.4. Análise Numérica Tridimensional - Bessa (2004)**

Em sua dissertação de mestrado, Bessa (2004) realizou uma análise numérica de ligações viga-coluna com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia do pilar, objetivando a verificação do seu comportamento – principalmente em termos da rigidez – e dos fatores que o influenciam, em particular, observando a influência da esbeltez e da variação da espessura da alma do pilar.

A proposta inicial do seu trabalho foi o desenvolvimento de modelos numéricos, via elementos finitos, que pudessem representar satisfatoriamente o comportamento das ligações viga-coluna parafusadas com chapa de topo na alma do pilar. Assim, no intuito de adequar as modelações já testadas e de eficiência comprovada, como as relacionadas

por Maggi (2000), Bessa (2004) incluiu modificações e considerações adicionais relativas:

- À consideração de folgas entre os parafusos e os furos da chapa de topo e da alma do pilar;
- À utilização de diagramas multilineares para a caracterização do comportamento tensão-deformação dos materiais, que permitem representar não só a perda de resistência devido à plastificação, mas também a ruptura do material;
- À redução do número de elementos finitos, considerando-se o acoplamento entre elementos finitos sólidos e de barra.

O tipo de modelação adotado permitiu:

- i) a consideração, de forma realista e de acordo com as recomendações da NBR 8800 (1986), das forças de protensão nos parafusos, permitindo que seus efeitos fossem incorporados ao comportamento da ligação;
- ii) a obtenção da solicitação de tração em cada linha de parafusos da região tracionada;
- iii) uma avaliação mais realista da distribuição de tensões na alma do pilar, tanto na região tracionada quanto na comprimida;
- iv) representar, de modo adequado, a inter-relação entre os diversos componentes da ligação, através da utilização de elementos de contato.

As características geométricas dos modelos foram estabelecidas com base na capacidade de resistência de projeto; além de serem definidas pelos parâmetros mais relevantes na análise de ligações na alma da coluna (por exemplo, espessura da alma da coluna e altura da viga), a fim de comparar seu comportamento com os resultados dos modelos analíticos disponíveis, tais como o Método dos Componentes, adotado pelo EUROCODE 3; o modelo de Gomes, para determinar o momento plástico da alma da coluna e o modelo de Neves, que avalia a rigidez elástica da alma da coluna.

As prescrições da NBR 8800 (1986) foram usadas para definir as características geométricas da ligação (dimensões e distância dos parafusos às bordas da chapa de topo). Foram utilizados perfis laminados da GERDAU-AÇOMINAS: perfis H para as colunas e um perfil W360x44 para a viga em toda a análise numérica. Os valores adotados para os diâmetros dos parafusos (ASTM-A325) e a espessura da chapa de topo



são mostrados na tabela 2.2. O principal parâmetro para a definição das colunas nos modelos numéricos é o índice de esbeltez da alma ( $\lambda_w$ ), definido como a relação entre a altura e a espessura da alma da coluna. Todos os modelos possuíam quatro parafusos em duas fileiras na região tracionada e apenas dois na região comprimida da ligação.

**Tabela 2.2: Espessura da chapa de topo e diâmetro do parafuso (em mm).**

<b>Espessura da Chapa de Topo (<math>t_p</math>)</b>	<b>Diâmetro do Parafuso (<math>D_b</math>)</b>
19	16
22,4	19
25	22
31,5	25

A coluna foi modelada somente na altura correspondente da chapa de topo conectada, mais um comprimento específico, acima e abaixo da região mencionada. A simetria geométrica da ligação, em relação ao plano médio da alma da viga, foi também considerada, representando-se somente a metade da alma da coluna, junto com seu flange (mesa). Curvas multilíneas foram adotadas para representar o comportamento da curva tensão-deformação do aço e dos parafusos. Para o contato entre parafusos, porcas, chapas de topo e alma da coluna foi utilizado um elemento finito específico.

Um elemento de viga foi usado para simular a continuidade do comprimento da viga, visando reduzir o número dos elementos sem diminuir o desempenho do modelo, com acoplamento apropriado dos graus de liberdade correspondentes em sua interseção com os elementos finitos tridimensionais.

O carregamento foi aplicado em duas fases: primeiro, uma variação de temperatura no fuste dos parafusos foi aplicada para simular a protensão dos parafusos; em uma segunda fase, uma carga vertical descendente foi aplicada no ponto nodal livre do elemento de viga. O valor máximo da carga vertical foi estabelecido a fim de gerar, na ligação, um momento aproximadamente 30% superior ao valor crítico para a alma da coluna ou para os parafusos.

A tabela 2.3 indica as características geométricas das ligações estudadas por Bessa (2004), incluindo as dimensões dos modelos numéricos correspondentes, usados para indicar o perfil da coluna, o diâmetro do parafuso e a espessura da chapa de topo.

**Tabela 2.3: Características geométricas das ligações de Bessa (2004).**

Modelo	Coluna				Chapa de Topo (mm)		Parafuso (mm)	
	Perfil	$t_w$ (mm)	$L_w$ (mm)	$l_w$	$t_p$	$H_p$	$D_b$	$L_b$
Mc1p2ch1	HP310x110	15.4	245	15.91	16	442	19	31.4
Mc1p2ch2	HP310x110	15.4	245	15.91	19	442	19	34.4
Mc1p2ch3	HP310x110	15.4	245	15.91	22	442	19	37.4
Mc1p3ch2	HP310x110	15.4	245	15.91	19	456	22	34.4
Mc2p2ch1	HP310x97	9.9	245	24.77	16	442	19	25.9
Mc2p2ch2	HP310x97	9.9	245	24.77	19	442	19	28.9
Mc3p2ch2	W410x46	9.7	357	36.80	19	442	19	28.7
Mc4p2ch1	W530x82	9.5	457	50.25	16	442	19	25.5
Mc4p2ch2	W530x82	9.5	457	50.25	19	442	19	28.5

Bessa (2004) constatou que os modelos numéricos apresentaram um comportamento que, em termos qualitativos, pode ser considerado representativo e coerente, em relação às ligações estudadas, tendo em vista as comparações com modelos teóricos existentes, tal como fornecidos por Gomes (1990) e Neves (1996).

A observação das curvas momento-rotação, dos afastamentos da chapa de topo em relação à alma do pilar e dos esforços nos parafusos, revelou que a metodologia adotada na modelagem numérica era consistente, deixando evidente a sofisticação atribuída aos modelos pela inclusão da mesa do pilar e dos efeitos locais provocados pelos parafusos e chapa de topo na alma do pilar.

Se por um lado foi possível comprovar a qualidade dos modelos numéricos, algumas diferenças sistemáticas se verificaram entre os resultados obtidos numericamente e os previstos pelos modelos teóricos, como o que aconteceu para os valores das curvas momento-rotação e, principalmente, para os valores da rigidez inicial.

A princípio, essas diferenças foram atribuídas, em parte, ao tipo de estudo paramétrico realizado por Neves (1996) para a elaboração do seu modelo analítico para previsão das componentes de rigidez, baseado em análises desenvolvidas a partir de modelos numéricos com a utilização de elementos finitos de casca espessa para modelagem da alma do pilar e, principalmente, no que diz respeito a consideração das áreas carregadas na alma do pilar, para representar a transmissão dos esforços de tração e compressão decorrentes do momento fletor solicitante.

Esses aspectos, entretanto, longe de invalidarem o modelo analítico de Neves (1996), apontam para a necessidade de verificação mais intensiva do modelo, através de novos estudos.

Por outro lado, os resultados obtidos por Bessa (2004), de modo geral, atestam que os parâmetros identificados por Gomes (1990) e Neves (1996) como os mais importantes em termos da capacidade resistente e da rigidez da alma do pilar são bem representativos quando se analisa as ligações com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia como um todo. Porém, revela-se também a necessidade de aprimoramento de tais formulações de forma a englobar a influência dos demais fatores, em especial:

- a resistência dos componentes da ligação, especialmente os parafusos, que nos modelos numéricos indicou ser mais significativa à medida que se diminui a esbeltez da alma do pilar; e
- uma melhor avaliação da influência da mesa do pilar na resistência da alma, principalmente nos casos de restrição ao seu deslocamento.

Em relação ao Método dos Componentes do EUROCODE 3 (2000) os resultados obtidos e as verificações sugerem que a sua metodologia também pode ser estendida para ligações na alma do pilar, desde que seja incorporada a consideração da rigidez da alma do pilar.

Bessa (2004) concluiu que, a partir das considerações e simplificações adotadas no seu trabalho, os resultados obtidos foram consistentes, principalmente no que tange a influência das características geométricas do pilar (esbeltez da alma), diâmetro dos parafusos e espessura das chapas de topo no comportamento de ligações viga-coluna com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia.

#### **2.4.5. Resultados Experimentais e Modelo Analítico (Neves, 2004)**

Neves (2004), em sua tese de doutorado, pretendeu contribuir para o conhecimento do comportamento de ligações viga-coluna no eixo de menor inércia do pilar, tanto no âmbito das ligações metálicas, quanto das ligações mistas (ligações entre vigas I e pilares retangulares preenchidos com concreto) sob solicitações monotônicas e cíclicas.

A metodologia utilizada foi fundamentalmente experimental, sendo que os modelos escolhidos possuíam uma componente de deformabilidade em comum: a alma do pilar fletida fora do seu plano, quando solicitada por forças transmitidas pela ligação, equivalentes ao momento fletor na mesma.

Em relação às ligações metálicas no eixo de menor inércia do pilar, submetidas a ações estáticas monotônicas, Neves (2004) propôs um modelo analítico para prever a rigidez elástica e de membrana da alma do pilar e avaliar o seu desempenho por comparação com os resultados dos doze ensaios realizados (cinco ensaios de ligações no eixo de menor inércia e sete de ligações com pilares RHS), com diferentes geometrias de ligação. Foram também considerados ensaios realizados por outros autores, relativos a diferentes situações de ligação de pilar na estrutura.

Neves (2004) também avaliou o comportamento desses mesmos tipos de ligações quando submetidas a ações de caráter cíclico, em especial o seu modo de ruína, a evolução da sua resistência, da sua rigidez e da sua capacidade de dissipação de energia.

Inicialmente, Neves (2004) realizou dois ensaios, denominados  $E_0$  e  $E_1$ , com ligações metálicas, utilizando perfis padrão europeu (HEA 220 para os pilares e IPE 200 para as vigas), cujas dimensões são apresentadas nas tabelas 2.4 e 2.5.

**Tabela 2.4: Dimensões reais médias dos perfis ( $h$  = altura e  $b$  = largura).**

	Pilar (mm)		Viga (mm)		Chapa de topo (mm)	
	$h$	$b$	$h$	$b$	$h$	$b$
<b>Valores</b>	<b>210</b>	<b>220</b>	<b>200</b>	<b>100</b>	<b>260</b>	<b>120</b>
<b>Ensaio <math>E_0</math></b>	209	219	197	101	256	119
<b>Ensaio <math>E_1</math></b>	209	221,5	198	101,5	257	117

**Tabela 2.5: Espessuras reais médias dos perfis (em milímetros).**

	Pilar (mm)			Viga (mm)			Chapa de topo (mm)
	Alma	Mesas		Alma	Mesas		
		Esq.	Dir.		Esq.	Dir.	
<b>Valores</b>	7	11	11	5,6	8,5	8,5	15
<b>Ensaio <math>E_0</math></b>	7,3	10,4	10,4	5,7	8,2	8,3	15,4
<b>Ensaio <math>E_1</math></b>	7,1	10,3	10,4	5,6	8,1	8,5	15,4

O ensaio  $E_0$ , onde não há restrição das mesas por vigas conectadas ao eixo de maior inércia do pilar, teve como um dos principais objetivos servir de ensaio piloto, e

assim detectar possíveis falhas no sistema de aplicação de cargas e/ou instrumentação. Já o ensaio  $E_1$ , dotado de restrição ao deslocamento das mesas, possibilitou ao autor a comparação para averiguar o efeito desse parâmetro no comportamento da ligação.

A análise dos resultados dos ensaios permitiu concluir que, em todos os casos a alma do pilar é a componente dominante, sendo a primeira a plastificar e contribuindo com a maior parte da deformabilidade da ligação. O esquema da instrumentação utilizado permitiu isolar a deformação daquela componente das restantes componentes (parafusos em tração, chapa de topo em flexão, e viga tracionada ou comprimida).

Segundo Neves (2004), os resultados demonstraram que a componente alma do pilar revela:

- efeito predominante sobre o comportamento e é responsável pela quase totalidade da deformabilidade dos nós;
- distribuição de tensões em domínio elástico, de tal forma que as suas direções principais junto às mesas coincidem com a direção destas e com a direção perpendicular, e que as tensões na direção paralela às mesas são muito menores do que na outra direção principal.

A rigidez inicial ou elástica da alma é fortemente influenciada pela esbelteza da alma do pilar e pela dimensão da área de transmissão das forças.

Com relação ao modelo analítico, Neves (2004) utilizou uma metodologia consistente para caracterizar a componente alma do pilar, carregada transversalmente na situação de mesas restringidas, da qual resultam as curvas força-deslocamento ( $F-d$ ), com uma rigidez inicial  $S_i$ , uma força plástica  $F_{pl}$  e uma rigidez de membrana,  $S_m$ .

Em um segundo momento, Neves (2004) utilizou modelos para prever o comportamento rotacional de nós que incorporem essa fonte de deformabilidade e, em particular para determinar a rigidez inicial,  $S_{j,ini}$ , a rigidez de membrana,  $S_{j,m}$ , e para construir a curva momento-rotação a partir das características translacionais relevantes.

A intenção primordial de Neves (2004) foi a validação dos modelos translacionais e rotacionais por comparação com os ensaios experimentais. Para cada um dos ensaios foram avaliadas as características da curva força-deslocamento ( $F-d$ ) da componente e da curva momento-rotação ( $M-f$ ) da ligação.

De acordo com os resultados analíticos e experimentais da rigidez elástica e de

membrana Neves (2004) concluiu concluir que:

- O comportamento pós-limite, avaliado analiticamente, corresponde, em geral, a uma boa estimativa do correspondente comportamento experimental, sendo que o afastamento entre as curvas analíticas e experimentais não foi muito elevado;
- As diferenças entre a rigidez prevista pelo modelo de mesas restringidas e a rigidez experimental (rotação Ivre) acentuou-se com a diminuição da esbeltez da alma do pilar. Para almas pouco esbeltas a rigidez analítica foi muito superior à experimental. Por outro lado, para valores reduzidos da relação  $g = h/L$ , que correspondem à formação de mecanismos de flexão globais, aquela diferença foi menos acentuada.
- De uma forma geral, para baixos valores de esbeltez, correspondentes a mecanismos de flexão globais, o modelo subestima a rigidez inicial, exceto quando a espessura das mesas não foi claramente superior à da alma, conferindo a esta pouca restrição rotacional.

Assim, Neves (2004) concluiu que os modelos analíticos traduziram, dentro do seu limite de validade e de forma razoavelmente precisa, o comportamento da componente em análise, e que o braço das forças surge como um parâmetro de grande importância na avaliação das características rotacionais dos nós, cuja correta avaliação nem sempre é simples. Porém, as aproximações, permitidas pelo EUROCODE 3 (2000), que consideram o centro de compressões no alinhamento da mesa comprimida da viga e o centro de trações no centro geométrico das fiadas de parafusos tracionadas, conduzem, em geral, a aproximações seguras daquelas características.

#### **2.4.6. Análise Numérica Tridimensional (Bessa, 2004) e Modelo Analítico (Neves, 2004)**

De acordo com os princípios gerais do Método dos Componentes (“Component Method”), proposto pelo EUROCODE 3 (2000), o comportamento de toda a ligação pode ser conhecido se todos os componentes constituintes forem caracterizados como sendo uma série de elementos básicos. Não obstante, no caso particular das ligações

viga-coluna no eixo de menor inércia, em que a flexão da alma da coluna, na maioria dos casos, governa a deformação e a resistência da estrutura; o Método dos Componentes não pode prever a capacidade de resistência ao momento fletor nem a rigidez inicial deste tipo particular de ligação.

Alguns estudos foram desenvolvidos e alguns modelos foram propostos para a determinação das mencionadas características da curva momento-rotação. Entre esses se destacam os já mencionados estudos desenvolvidos por Bessa (2004) e Neves (2004), cujos resultados constituem-se em importante contribuição para a compreensão do comportamento de ligações no eixo de menor inércia do pilar.

O trabalho realizado por Bessa (2004) enfoca, como já comentado, uma análise numérica tridimensional, via Método dos Elementos Finitos, para ligações viga-coluna com chapa de topo, no eixo de menor inércia do pilar. Foi analisada a influência, no comportamento da curva momento-rotação, de alguns parâmetros tais como a espessura da chapa de topo, o diâmetro do parafuso e a espessura e altura da alma, com o objetivo de obter informações que poderiam permitir a realização de estudos experimentais futuros e avaliar o desempenho dos modelos analíticos existentes.

Os modelos numéricos analisados por Bessa (2004) foram classificados em três categorias, de acordo com a esbeltez da alma do pilar, em classe 1 (baixo índice de esbeltez da alma do pilar,  $\lambda \leq 20$ ); classe 2 (índice de esbeltez médio,  $20 < \lambda \leq 30$ ) e classe 3 (grande índice de esbeltez,  $\lambda > 30$ ).

Nos modelos numéricos da classe 3 foi possível identificar regiões da alma da coluna com elevados níveis de tensão, correspondente à resistência plástica do material, produzida por puncionamento na região dos furos.

A variação da espessura da chapa de topo não causou o aumento na resistência da conexão quanto ao momento fletor, observando-se uma grande similaridade entre a curva momento-rotação para a alma da coluna e a curva momento-rotação global da ligação, em consequência da predominância do comportamento da alma da coluna na resistência global e na deformabilidade da ligação.

A metodologia utilizada por Neves (2004) foi fundamentalmente experimental, tendo sido escolhidos modelos que possuíam grande deformabilidade da alma do pilar, decorrente de flexão fora do seu plano.

Nos modelos numéricos analisados por Bessa (2004) a rigidez inicial mostrou-se bastante diferente dos resultados obtidos a partir do modelo analítico desenvolvido por Neves (1996). Entretanto, com as modificações introduzidas por Neves (2004) em seu modelo anterior, os resultados numéricos e analíticos passaram a apresentar maior similaridade.

Mesmo assim, como verificado por Bessa et al. (2005), para pilares com elevada esbeltez de alma (tabela 2.6), os resultados da análise numérica foram inferiores aos obtidos analiticamente, observando-se que a redução da esbeltez da alma do pilar (de 50,25 para 36,8) correspondeu a um aumento da rigidez inicial e da resistência da ligação, com uma redução na capacidade da rotação. Já a variação da espessura da chapa de topo não exerceu sensível influência na resistência do momento da ligação ou em sua rigidez, reafirmando-se o papel dominante da alma da coluna.

**Tabela 2.6: Resultados numéricos e analíticos da rigidez inicial (esbeltez elevada da alma do pilar - kNcm/rad).**

<b>Modelo</b>	<b>S<sub>ini</sub> (Numérico)</b>	<b>S<sub>ini</sub> (Analítico)</b>	<b>Diferença (%)</b>
Mc3p2ch2	268.168	321.161	-16,5
Mc4p2ch2	125.188	136.949	-8,6

Para modelos com a esbeltez média da alma da coluna (classe 2), o estado final limite foi governado por regiões de elevadas tensões na região dos furos, com alargamento dos mesmos, especialmente na linha externa dos parafusos tracionados.

A tabela 2.7 mostra que os resultados da análise numérica para os modelos da classe 2, foram superiores aos valores analíticos com o aumento da espessura da chapa de topo (de 16mm para 19mm).

**Tabela 2.7: Resultados iniciais numéricos e analíticos da rigidez (esbeltez média da alma do pilar - kNcm/rad).**

<b>Modelo</b>	<b>S<sub>ini</sub> (Numérico)</b>	<b>S<sub>ini</sub> (Analítico)</b>	<b>Diferença (%)</b>
Mc2p2ch1	852.087	825.950	3,2
Mc2p2ch2	869.059	825.950	5,2

Como observado para modelos com elevada esbeltez da alma do pilar, as curvas momento-rotação que correspondem à rotação da alma da coluna ou à rotação global da



ligação não mostraram nenhuma diferença significativa. Entretanto, um pequeno aumento da resistência final da ligação foi observado com o aumento da espessura da chapa de topo.

Um ou outro modelo das classes 2 e 3, mostrou um comportamento governado pela alma da coluna quando comparado aos outros componentes da ligação (os parafusos e a chapa de topo), de acordo com os valores teóricos do momento plástico e da rigidez elástica. Não obstante, para modelos com esbeltez baixa da alma da coluna (classe 1), esta contribuição não é dominante, não havendo diferença significativa entre a rigidez inicial numérica e analítica da alma, como indicado na tabela 2.8. Entretanto, alguma influência da variação da espessura da chapa de topo pode ser observada, com pouco aumento na rigidez inicial e na capacidade da resistência do momento.

**Tabela 2.8: Resultados iniciais numéricos e analíticos da rigidez (baixa esbeltez da alma do pilar - kNcm/rad).**

<b>Modelo</b>	<b>S<sub>ini</sub> (Numérico)</b>	<b>S<sub>ini</sub> (Analítico)</b>	<b>Diferença (%)</b>
Mc1p2ch1	1.515.383	1.486.614	1,9
Mc1p2ch2	1.535.535	1.486.614	3,3
Mc1p2ch3	1.545.546	1.486.614	4,0
Mc1p3ch2	1.641.891	1.636.512	0,3

Os resultados numéricos apresentaram razoável concordância com o modelo analítico de Neves (2004), em termos da rigidez da alma da coluna (tabela 2.9). A rigidez inicial baseada no comportamento global mostrou uma boa aproximação com a rigidez da alma da coluna. Entretanto, um erro maior é observado para almas de esbeltez mais elevada. O momento de plastificação, obtido do modelo analítico de Gomes (1990), mostrou uma aproximação razoável com o momento correspondente aplicado aos modelos numéricos das classes 2 e 3, ambos com a resistência teórica ao momento de plastificação da alma como o fator crítico do comportamento. Porém, para modelos numéricos da classe 1, esta comparação não é adequada, já que a capacidade do momento é governada pelos componentes da ligação (parafuso e chapa de topo).

**Tabela 2.9: Rigidez inicial da ligação x rigidez inicial da alma da coluna (kNcm/rad).**

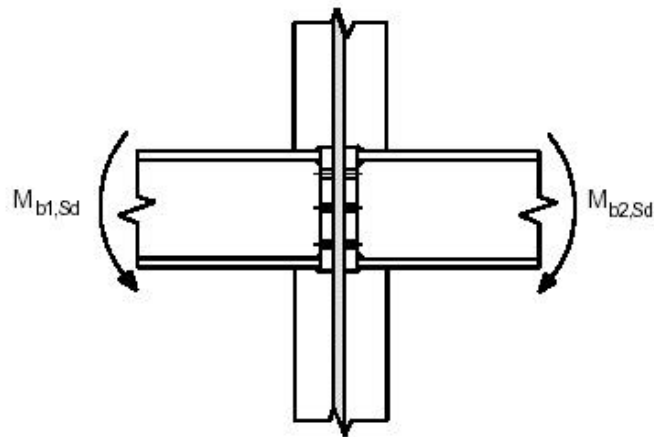
Modelo	Esbeltez	Rigidez da Ligação	Rigidez da Alma	Diferença
Mc1p2ch1	Baixa	1.428.508	1.486.614	-3,9
Mc1p2ch2	Baixa	1.473.347	1.486.614	-0,9
Mc1p2ch3	Baixa	1.479.725	1.486.614	-0,6
Mc1p3ch2	Baixa	1.576.670	1.636.512	-3,7
Mc2p2ch1	Média	839.016	825.950	1,6
Mc2p2ch2	Média	860.512	825.950	4,2
Mc3p2ch2	Alta	267.924	321.161	-16,6
Mc4p2ch2	Alta	121.924	136.949	-11,0

Portanto, como apontado por Bessa et al. (2005), os resultados da análise numérica foram considerados significativos e coerentes para as ligações estudadas, quando comparados aos modelos teóricos já existentes, demonstrando o alto significado da resistência e da rigidez da alma do pilar em termos do comportamento das ligações com chapa de topo no eixo de menor inércia.

## **2.5. PRESCRIÇÕES DO EUROCODE 3 PARA LIGAÇÕES VIGA-COLUNA NA DIREÇÃO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA DO PILAR**

O EUROCODE 3 (2000), no item 6.1.1 (6), considera que os critérios de dimensionamento e verificação para ligações viga-coluna na direção do eixo de maior inércia, baseados na metodologia do “Component Method”, são válidos também para ligações no eixo de menor inércia, desde que não haja transferência de momentos da viga para a alma do pilar, ou seja,  $M_{b1,Sd} = M_{b2,Sd}$  (figura 2.17).

Dessa forma, o EUROCODE 3 (2000) fornece os critérios para verificação do comportamento da ligação de todos os seus componentes, exceto a alma da coluna, limitando-se à verificação relativa a esforços normais e cisalhantes.



**Figura 2.17: Dupla ligação viga-coluna na alma do pilar.**

As verificações prescritas no EUROCODE 3 (2000) para elementos da ligação com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia são relativas à:

- tração no grupo de parafusos;
- flexão na chapa de topo;
- tração no flange da viga;
- compressão no flange da viga;
- tração na alma da viga;
- resistência à tração da solda;

Esses critérios de dimensionamento e verificação fornecidos pelo EUROCODE 3 (2000) não são válidos para ligações viga-coluna na direção do eixo de menor inércia quando a viga está conectada no topo da coluna, ou seja, quando a coluna não é contínua.

### **2.5.1. Método dos Componentes (“Component Method”)**

O modelo de dimensionamento apresentado pelo EUROCODE 3 (2000), também denominado de “Component Method”, é perfeitamente geral e pode ser aplicado na previsão das propriedades de qualquer tipo de ligação metálica bastando, para isso, conhecer-se o comportamento de cada um dos seus componentes.

A determinação das características de uma ligação é feita com base na determinação dessas propriedades em zonas críticas. Cada uma dessas zonas é

subdividida em elementos resistentes constituintes (mesa e alma do pilar, chapa de topo, parafusos), cujo comportamento é determinado, separadamente, para cada *componente*.

Esse procedimento baseia-se na distribuição plástica das forças de tração nas linhas de parafusos. Isto significa que a força, em qualquer linha, é determinada por sua resistência potencial, e não somente por seu braço de alavanca em relação ao centro de rotação, característica da tradicional distribuição triangular. Considera-se, assim, que as linhas em regiões enrijecidas, tal como em regiões próximas à mesa das vigas ou a enrijecedores, resistem a maiores parcelas da força de tração.

A essência do método está no conceito de que a resposta da ligação é determinada pelas propriedades mecânicas dos seus componentes, considerando-os separadamente, ou seja, como uma série de elementos básicos, estando estes distribuídos em três regiões distintas: zona tracionada, zona comprimida e zona de cisalhamento (figura 2.18).

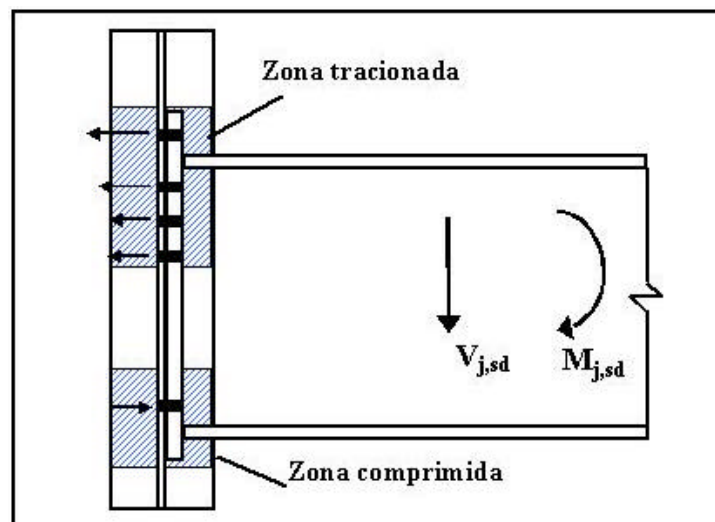


Figura 2.18: Zonas de dimensionamento.

Assim, como nos métodos mais consagrados, o modelo também dá prioridade aos parafusos mais afastados que, mecanicamente, resistem a maiores parcelas da força de tração.

Um dos grandes diferenciais do método está no fato de que, ao invés de alocar a força em cada linha pela distribuição triangular, o método considera cada lado da conexão (chapa de topo e pilar) separadamente, fazendo-se uma precisa alocação das forças baseada na capacidade resistente de cada componente.

A metodologia de dimensionamento consiste na determinação da resistência dos componentes da ligação que, como já salientado, estão distribuídos em regiões distintas.

Dessa forma, determina-se a resistência potencial de cada linha de parafuso da zona tracionada, comprimida e de cisalhamento, estabelecendo-se o equilíbrio horizontal de forças, considerando-se sempre a possível presença de esforços normais adjacentes à ligação.

Determinadas as forças finais de cada linha de parafusos, determina-se o momento resistente pelo somatório do produto das forças em cada linha por sua respectiva distância ao centro de rotação, admitindo-se que esteja situado no plano médio da mesa comprimida da viga.

---

# MODELOS NUMÉRICOS

## 3.1. ASPECTOS GERAIS

Este capítulo se refere ao processo de preparação dos modelos numéricos que foram estudados, bem como à apresentação das etapas de desenvolvimento da análise numérica.

Os modelos numéricos foram preparados utilizando-se elementos finitos e foram processados, integralmente, no software comercial ANSYS, versão 9.0, sendo a montagem preliminar da geometria do modelo desenvolvida no AUTOCAD 2000, para facilitar a preparação da malha de elementos finitos.

A título de observação, o processamento dos 18 (dezoito) modelos numéricos analisados foi realizado em microcomputadores Pentium 4 – 3,0GHz, com 1GB de memória RAM. Com essa configuração o tempo de processamento foi, em média, de 3 horas para cada modelo processado.

O presente trabalho se propôs a utilizar a metodologia dos modelos numéricos desenvolvidos por Bessa (2004) para ligações viga-coluna parafusadas com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia do pilar, enfatizando-se a análise do comportamento da alma do pilar.

Optou-se pela utilização de modelos tridimensionais, visando à obtenção de resultados mais próximos do comportamento real da ligação. Futuramente, os mesmos

poderão ser confrontados com resultados fornecidos em uma fase de estudos experimentais do tipo de ligação em questão.

As características da análise e as simplificações adotadas foram as mesmas para todos os modelos, diferenciando-se apenas pelas características geométricas dos perfis dos pilares e mantendo-se constantes a espessura e as dimensões da chapa de topo, as dimensões do perfil da viga, assim como o diâmetro e a dimensão dos parafusos.

### **3.2. CRITÉRIOS GERAIS UTILIZADOS NA ANÁLISE NUMÉRICA**

Face à complexidade do comportamento estrutural do tipo de ligação em estudo e dos resultados que se pretendeu obter, especificamente, a capacidade resistente da alma do pilar submetida a momento fletor fora de seu plano, buscou-se uma análise que representasse, da melhor maneira possível, o comportamento real da ligação. Desse modo, além do uso de modelos tridimensionais, foram levadas em consideração as características de não-linearidade física dos materiais; bem como a questão das superfícies de contato e a existência de protensão nos parafusos.

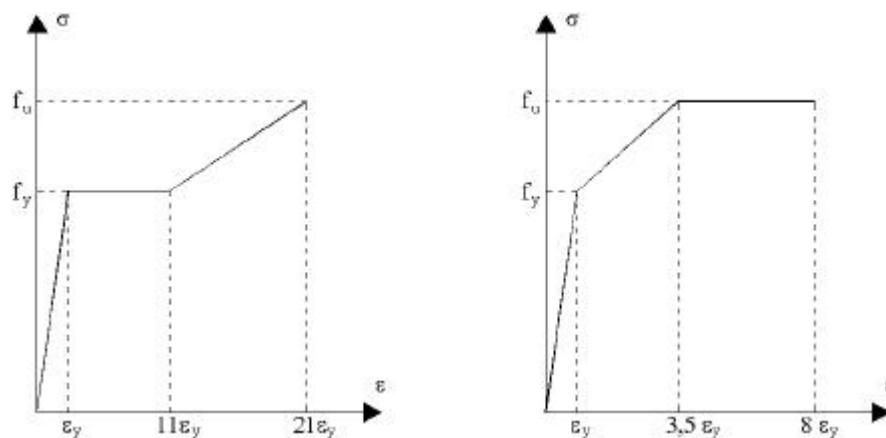
#### **3.2.1. Não-linearidade Física**

Foram adotados diagramas multilíneares para a representação do comportamento tensão-deformação do aço e dos parafusos, utilizando-se um modelo representativo do diagrama multilinear, designado por *Multi-linear Isotropic Hardening Plastic* (MISO), no ANSYS. Este modelo consiste em segmentos de retas consecutivos que servem para definir o comportamento elástico, a plastificação e o comportamento pós-plástico do material, de acordo com os parâmetros fornecidos pelo usuário.

Optou-se por adotar, neste trabalho, os modelos de Sherbourne (1996a e 1996b) para representação da viga, chapa e pilar (figura 3.1a) e parafusos (figura 3.1b). Tal escolha foi feita mediante a já comprovada representatividade para a análise numérica de ligações parafusadas com chapa de topo, como atestado por Maggi e Gonçalves (2003) e Sherbourne e Bahaari (1997a e 1997b), entre outros.

A representação do comportamento do material é definida pelo conjunto de pontos da curva, representados pelos pares tensão-deformação, obtidos a partir da

caracterização do material fornecida pelos fabricantes dos perfis utilizados, possibilitando futuras confrontações com resultados obtidos experimentalmente.



(a) Diagrama tensão-deformação para o material da viga, chapa e pilar. (b) Diagrama tensão-deformação para o material dos parafusos.

Figura 3.1: Representação do diagrama multilinear adotado - Fonte: Bessa (2004).

### 3.2.2. Não-linearidade Geométrica

De acordo com Bessa (2004), a existência de fortes descontinuidades geométricas entre os elementos que compõem a ligação em estudo indica a necessidade de se levar em consideração os efeitos da não-linearidade geométrica. Entretanto, a partir dos resultados obtidos no início do desenvolvimento deste trabalho, constatou-se que a teoria dos pequenos deslocamentos não introduzia influência significativa no comportamento momento-rotação das ligações, com considerável redução do tempo de processamento dos modelos.

Desse modo, nas análises realizadas, foi desconsiderada a não-linearidade geométrica dos modelos de ligação em estudo.

É importante ressaltar, porém, que a consideração mencionada, assim como toda a análise numérica ainda depende de comprovação experimental para que seus resultados possam ser considerados abrangentes.

### 3.2.3. Perfis Padronizados

Na determinação do comportamento elástico e pós-elástico da ligação na alma da coluna, é fundamental conhecer sua esbeltez  $I_w$ , dada pela razão:



$$I_w = \frac{L_w}{t_w} \quad (3.1)$$

onde,  $L_w = h - 1,5.r$ , sendo:

$h$  = altura da alma da coluna;

$r$  = raio de laminação;

$t_w$  = espessura da alma da coluna.

Segundo Neves (1996), para determinados valores de  $I_w$ , tem-se a predominância dos comportamentos de cisalhamento ou flexão e cisalhamento combinados na resposta da curva momento-rotação para a alma da coluna. Diante da grande escala de variação deste parâmetro, neste trabalho limitou-se a analisar ligações cujos pilares são constituídos por perfis laminados, semelhantes aos da série HE (padrão europeu), produzidos no mercado brasileiro.

### 3.3. ESCOLHA E PREPARAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

Os modelos numéricos foram definidos utilizando-se as prescrições da norma brasileira NBR 8800 (1986), para definir as características geométricas da ligação e identificar os elementos críticos e os possíveis modos de colapso correspondentes.

As partes que compõem a ligação estudada são, de maneira geral: viga, chapa de topo soldada à viga, pilar e parafusos, estes utilizados juntamente com porcas para aperto.

Como já mencionado, em todos os modelos foram fixadas as dimensões da seção transversal da viga, a espessura e dimensões da chapa de topo, bem como o diâmetro e o comprimento dos parafusos.

A montagem dos modelos numéricos consistiu nas seguintes fases:

- ✓ Montagem da geometria do modelo;
- ✓ Escolha dos tipos de elementos finitos a serem utilizados;
- ✓ Definição das características dos materiais envolvidos;
- ✓ Preparação da malha de elementos finitos na geometria;
- ✓ Definição das condições de contorno do modelo;
- ✓ Aplicação do carregamento.

### 3.4. GEOMETRIA DOS MODELOS NUMÉRICOS

#### 3.4.1. Escolha dos Modelos

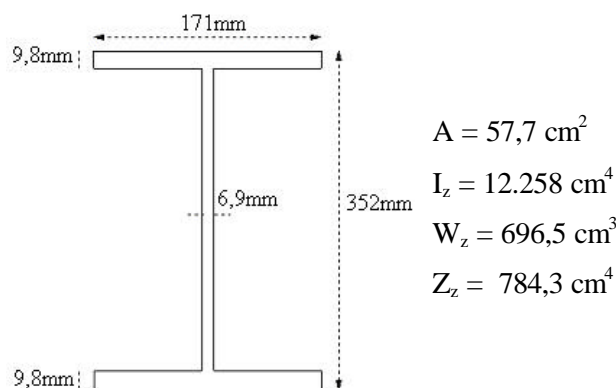
Foram adotados perfis laminados H e I, da GERDAU-AÇOMINAS, para os pilares, escolhidos de modo a proporcionar uma adequada variação da esbeltez da alma, respeitando-se a compatibilidade com as demais características geométricas das ligações, em especial a largura da chapa de topo.

#### 3.4.2. Características Geométricas dos Modelos

A necessidade de validação da análise numérica, via futura confrontação com resultados obtidos experimentalmente, bem como a conveniência, ainda na atual fase do estudo, de aferições preliminares mediante comparação com resultados provenientes de modelos analíticos, foram os fatores predominantes na definição das características geométricas dos modelos a serem analisados.

Assim, a partir da tabela de perfis laminados atualmente produzidos pela GERDAU-AÇOMINAS, buscou-se selecionar perfis para os pilares que, simultaneamente, fossem compatíveis com a possibilidade de reprodução experimental; fossem representativos de ligações usuais em estruturas de edifícios de andares múltiplos e ainda estivessem de acordo com as premissas básicas utilizadas para o desenvolvimento das expressões analíticas estabelecidas no estudo de Gomes (1990).

Com base nesses pressupostos, as dimensões dos elementos componentes da ligação são detalhadas a seguir.



**Figura 3.2: Dimensões e propriedades geométricas da seção transversal escolhida para a viga dos modelos numéricos (Perfil W360x44) - Adaptado de Bessa (2004).**

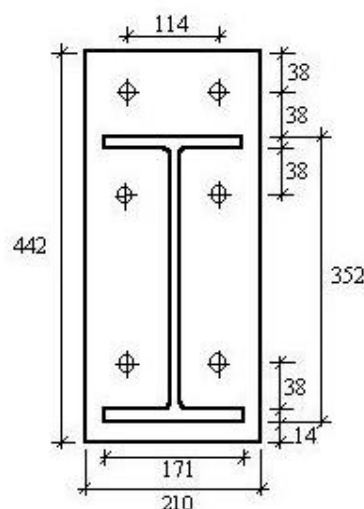
A figura 3.2 ilustra a seção transversal da viga – com suas respectivas dimensões e propriedades geométricas – utilizada em todos os modelos a serem analisados, admitindo-se a viga em balanço, com comprimento  $L_x = 1,50\text{m}$ .

A geometria da chapa de topo depende, basicamente, do diâmetro dos parafusos utilizados na ligação e das dimensões da viga (altura e largura da mesa), respeitadas as recomendações normativas referentes às distâncias entre furos e entre esses e as bordas da chapa.

Visando a padronização dos modelos a serem analisados, buscou-se uniformizar o diâmetro dos parafusos e as dimensões da chapa de topo. A ligação do conjunto chapa/viga com o pilar foi feita com parafusos de alta resistência, ASTM-A325, com diâmetros de 19mm (figura 3.3). A chapa de topo adotada, cujas dimensões são apresentadas na figura 3.4, também possui 19mm de espessura.



**Figura 3.3: Dimensões padronizadas dos parafusos ASTM-A325**  
Adaptado de Maggi (2000).

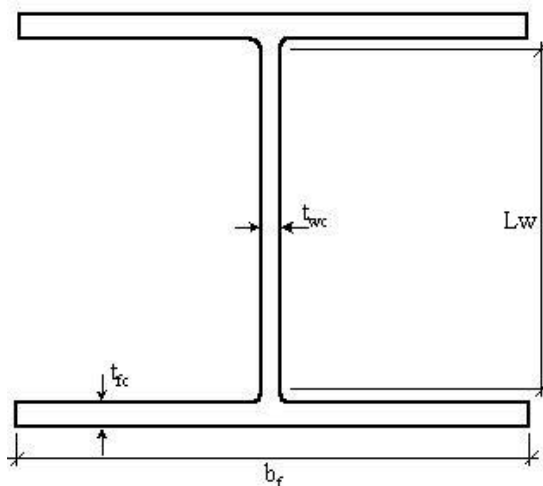


**Figura 3.4: Gabarito da chapa de topo (Dimensões em mm)**  
Fonte: Bessa (2004).

A discretização do parafuso e da porca foi feita considerando-se o conjunto atuando como um único elemento, sendo o comprimento do fuste do parafuso igual ao somatório das espessuras da chapa de topo e alma do pilar, considerando-se, ainda, uma folga de 1mm entre os parafusos e as paredes dos furos da chapa de topo e da alma do pilar, conforme prescreve a NBR 8800 (1986).

Em todos os modelos estudados, foi considerada apenas a situação de ligação com chapa de topo estendida com 6 (seis) parafusos, sendo 4 (quatro) na região tracionada e 2 (dois) na região comprimida.

A figura 3.5 apresenta, esquematicamente, os principais parâmetros da seção transversal dos perfis adotados para os pilares.



**Figura 3.5: Geometria esquemática do pilar - Fonte: Bessa (2004).**

A tabela 3.1 apresenta as características geométricas das ligações analisadas no decorrer deste trabalho, incluindo a designação dos correspondentes modelos numéricos, concebida para indicar o tipo de perfil utilizado no pilar.

Assim como os modelos analisados por Bessa (2004), os modelos numéricos a serem estudados foram classificados em três categorias de acordo com a esbeltez crescente da alma do pilar ( $\lambda_w$ ), em:

- classe 1: baixo índice de esbeltez da alma do pilar ( $\lambda_w < 20$ );
- classe 2: índice de esbeltez médio ( $20 \leq \lambda_w < 30$ );
- classe 3: alto índice de esbeltez ( $\lambda_w \geq 30$ ).

Logo, de acordo com a tabela 3.1 apresentada, as denominações: *BIE*, *MIE* e *AIE* referem-se, respectivamente, aos modelos pertencentes às classes 1, 2 e 3, ou seja, ligações com baixo, médio e alto índice de esbeltez da alma do pilar.

É importante salientar que os modelos numéricos *BIE*<sub>2</sub>, *MIE*<sub>4</sub>, *AIE*<sub>3</sub> e *AIE*<sub>8</sub>, em destaque na tabela 3.1, são os correspondentes aos modelos analisados por Bessa

(2004), denominados pelo citado autor de Mc1p2ch2, Mc2p2ch2 e Mc3p2ch2 e Mc4p2ch2, respectivamente; onde o índice “c” indica os diferentes tipos de perfil utilizados para o pilar, “p2” indica o diâmetro dos parafusos de 19mm e “ch2”, a espessura da chapa de topo, também de 19mm.

**Tabela 3.1: Dimensões da seção dos perfis utilizados no pilar.**

Modelos	Perfil	$t_w$ (mm)	$L_w$ (mm)	$l_w=L_w/t_w$	$t_{fc}$ (mm)	$b_f$ (mm)
<b>BIE<sub>1</sub></b>	HP310 x 125	17,4	245	14,09	17,4	312
<b>BIE<sub>2</sub></b>	HP310 x 110	15,4	245	15,91	15,5	310
<b>BIE<sub>3</sub></b>	HP310 x 93	13,1	245	18,69	13,1	308
<b>MIE<sub>1</sub></b>	W310 x 117	11,9	245	20,55	18,7	307
<b>MIE<sub>2</sub></b>	W360 x 122	13,0	320	22,12	21,7	257
<b>MIE<sub>3</sub></b>	W310 x 107	10,9	245	22,48	17,0	306
<b>MIE<sub>4</sub></b>	W310 x 97	9,9	245	24,77	15,4	305
<b>MIE<sub>5</sub></b>	W360 x 110	11,4	288	25,28	11,4	256
<b>MIE<sub>6</sub></b>	W250 x 44,8	7,6	220	28,95	13,0	148
<b>AIE<sub>1</sub></b>	W360 x 79	9,4	288	30,68	16,8	205
<b>AIE<sub>2</sub></b>	W360 x 72	8,6	288	33,47	15,1	204
<b>AIE<sub>3</sub></b>	W410 x 46,1	9,7	357	36,80	11,2	140
<b>AIE<sub>4</sub></b>	W360 x 57,8	7,9	308	38,96	13,1	172
<b>AIE<sub>5</sub></b>	W360 x 51	7,2	308	42,75	11,6	171
<b>AIE<sub>6</sub></b>	W360 x 44	6,9	308	44,70	9,8	171
<b>AIE<sub>7</sub></b>	W360 x 39	6,5	308	47,32	10,7	128
<b>AIE<sub>8</sub></b>	W530 x 82	9,5	477	50,25	13,3	209
<b>AIE<sub>9</sub></b>	W360 x 32,9	5,8	308	53,10	8,5	127

### 3.5. ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

A escolha dos tipos de elementos finitos utilizados na preparação dos modelos depende, principalmente, das características da geometria e das considerações a serem feitas na representação da ligação.

Além disso, devido à necessidade de precisão nos resultados, juntamente com a otimização do modelo, é necessário obter-se uma relação satisfatória entre a qualidade dos resultados e a economia computacional no que se refere a tempo de processamento.

Desta maneira, foram utilizados três tipos de elementos. O primeiro tipo, volumétrico, para representação da geometria do modelo; um segundo de “contato”,

para a representação das discontinuidades geométricas e um elemento bidimensional de barra para produzir um acréscimo ao comprimento efetivamente discretizado da viga. A utilização deste último elemento visa, fundamentalmente, a obtenção da redução do número de elementos do modelo, sem comprometimento de seu desempenho, adotados os devidos cuidados relativos ao acoplamento dos graus de liberdade na interseção dos dois tipos de elementos.

### 3.5.1. Elemento Volumétrico

O software ANSYS dispõe de uma grande variedade de elementos para os mais diversos fins. O escolhido para este tipo de análise foi o elemento finito denominado SOLID45, que possui 8 nós, cada um com liberdade de translação nas direções X, Y e Z. Possui ainda características de plasticidade, admitindo a utilização de diagrama multi-linear para a representação do comportamento tensão-deformação do material utilizado. A sua representação esquemática é apresentada na figura 3.6.

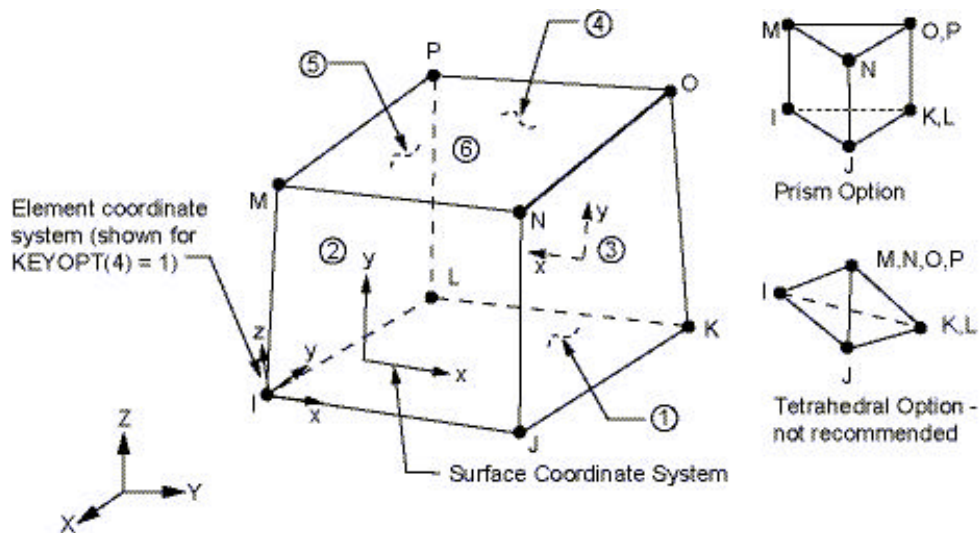


Figura 3.6: Elemento SOLID45 - Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.

### 3.5.2. Elemento de Contato

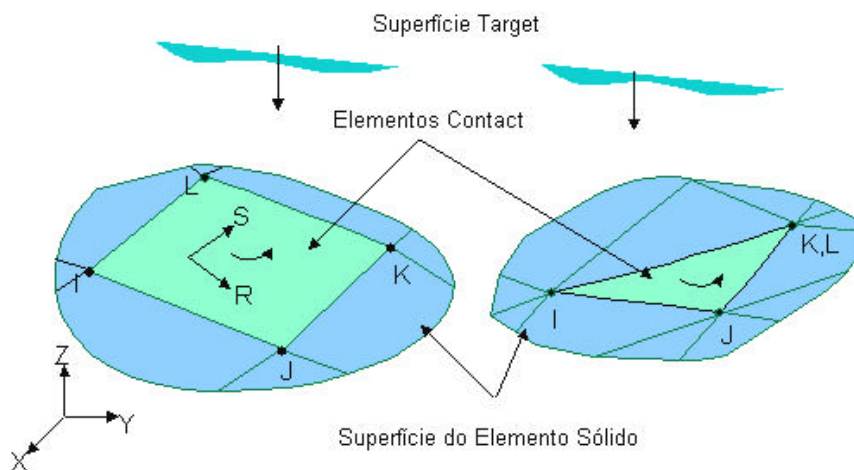
A ligação viga-coluna, responsável pela transmissão dos momentos fletores e forças cortantes da viga para o pilar, possui um comportamento previsível em termos da identificação das regiões em que há compressão da chapa de topo contra a alma do pilar (região comprimida da viga) e de regiões em que pode haver um deslocamento da chapa de topo com relação à coluna (região tracionada).

Uma das formas de modelar essas regiões, uma vez que não deve haver restrições quanto ao deslocamento da alma do pilar, principalmente, na direção das forças de tração e compressão advindas do momento fletor, é a utilização de elementos de contato entre as regiões que, literalmente, estão em contato umas com as outras.

Os elementos finitos de contato estabelecem novos termos na matriz de rigidez, fornecendo informações ao processo da análise numérica quanto a pontos ou regiões distintas, que deverão gerar pressões ao serem comprimidas umas com as outras; ou níveis de abertura quando houver separação. Assim, o elemento de contato possui a característica de apresentar grande rigidez à compressão e nenhuma à tração.

Para a análise numérica do modelo foram escolhidos dois elementos de contato denominados, no ANSYS, de TARGE170 e CONTA173, que estabelecem a interação entre superfícies de contato.

O elemento TARGE170 é utilizado para representar as superfícies “target” (alvo) dos elementos 3D, que deverão trabalhar em associação com os elementos “contact” (elementos de contato, propriamente ditos). Os elementos “target” são contínuos e delimitam, portanto, as superfícies deformáveis do corpo, representando a superfície alvo do par de contato.



**Figura 3.7: Representação esquemática dos elementos de contato - Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.**

O elemento CONTA173 é usado para representar o contato e o deslizamento entre as superfícies alvo (TARGE170) de elementos 3D e as superfícies deformáveis definidas por este elemento. O contato ocorre quando a superfície do elemento

“contact” penetra em um dos elementos do segmento “target”, sendo a superfície de ambos os elementos definida por 3 ou 4 nós, conforme a figura 3.7.

Os elementos da superfície de contato são associados aos elementos da superfície alvo através do compartilhamento da mesma constante real. Tal constante real  $K$  possui valores variando de 0,1 a 10 e foi recomendada por Maggi (2004) e Bessa (2004) em trabalhos anteriores.

### 3.5.3. Elemento de Barra

Um elemento unidimensional de barra foi utilizado para representar um acréscimo ao comprimento da viga constituído por elementos sólidos, visando-se à diminuição do número de elementos nas regiões onde apenas a transmissão de esforços é preponderante (próximo à extremidade da viga), sem o comprometimento da análise na região da ligação.

O elemento linear utilizado foi o BEAM3 (figura 3.8) que possui três graus de liberdade por nó (translações nas direções X e Y e rotação em torno do eixo Z), definido através da área da seção transversal, da inércia rotacional, da altura da seção e das propriedades do material.

A continuidade dos esforços dos elementos de barra (BEAM3) para os elementos volumétricos (SOLID45) na viga é garantida pelo acoplamento dos graus de liberdade nos nós de interseção dos dois tipos de elementos.

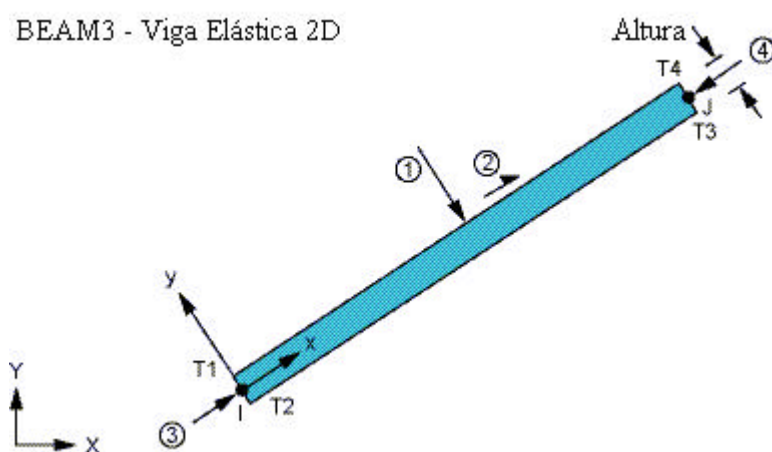


Figura 3.8: Elemento BEAM3 - Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.



### 3.6. CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

Foram utilizados, na análise numérica, dois tipos de materiais para representar os componentes da ligação.

Para a caracterização do comportamento dos materiais da viga, pilar, chapa de topo e parafusos foi usado o diagrama multilinear, já comentado no item 3.2.1, cujas constantes são utilizadas para todos os modelos e estão indicadas na tabela 3.2, para cada componente da ligação.

**Tabela 3.2: Características dos materiais - E,  $f_y$  e  $f_u$  em  $\text{kN/cm}^2$ .**

	<b>Viga e Pilar</b>	<b>Chapa de Topo</b>	<b>Parafuso e Porca</b>
E	20.500	20.500	20.500
$f_y$	34,5	34,5	63,5
$\epsilon_1$	0,001682	0,001682	0,003097
$\epsilon_2$	0,01851	0,01851	0,010841
$f_u$	45,0	45,0	82,5
$\epsilon_3$	0,035322	0,035322	0,02478

Para a viga, pilar e chapa de topo foi adotado o mesmo tipo de material, considerando-se os valores de E,  $f_y$  e  $f_u$  indicados no catálogo da AÇOMINAS, sendo os valores das deformações específicas  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$ , determinados conforme o modelo de Sherbourne (1996), considerando-se  $\epsilon_1 = \epsilon_y = f_y/E$  e:

✓ para a viga, o pilar e a chapa de topo:

$$\epsilon_2 = 11\epsilon_1 \text{ e } \epsilon_3 = 21\epsilon_1$$

✓ para o parafuso:

$$\epsilon_2 = 3,5\epsilon_1 \text{ e } \epsilon_3 = 8\epsilon_1$$

Um terceiro tipo de material foi utilizado para representar os elementos de contato. Essa consideração deve ser feita de modo a atender às características do elemento finito escolhido para representar a interação entre os componentes da ligação. Desse modo, considerou-se um material elástico linear, adotando-se para o módulo de elasticidade longitudinal um valor igual ao dos outros materiais envolvidos.

### 3.7. DEFINIÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

A definição da malha de elementos finitos é parte essencial da análise, na qual a geometria é moldada com os elementos finitos previamente escolhidos. Neste item, são apresentados alguns detalhes das malhas geradas para os componentes da ligação, inclusive para as superfícies de contato.

#### 3.7.1. Alma do Pilar

A malha de elementos finitos que compõe o pilar está representada na figura 3.9, observando-se que a concepção do modelo numérico, como já comentado, leva em consideração a simetria a partir do plano médio da alma da viga.

O pilar é representado por parte da mesa e da laminação, além de um trecho da alma correspondente à região de contato com a chapa de topo.

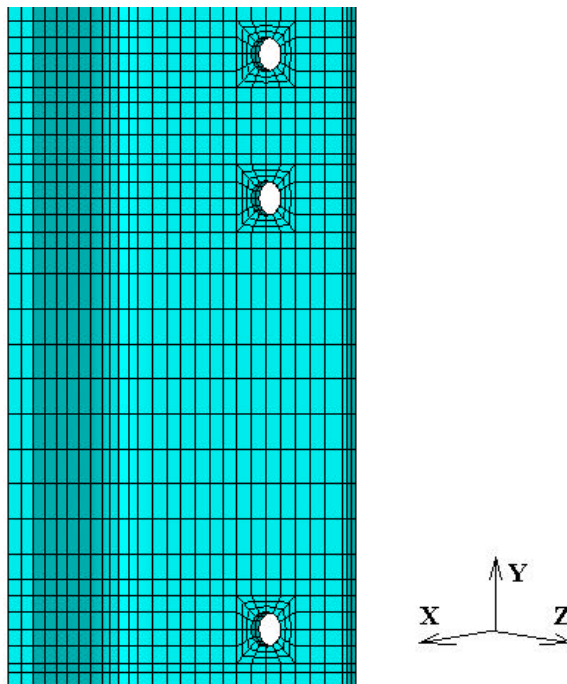


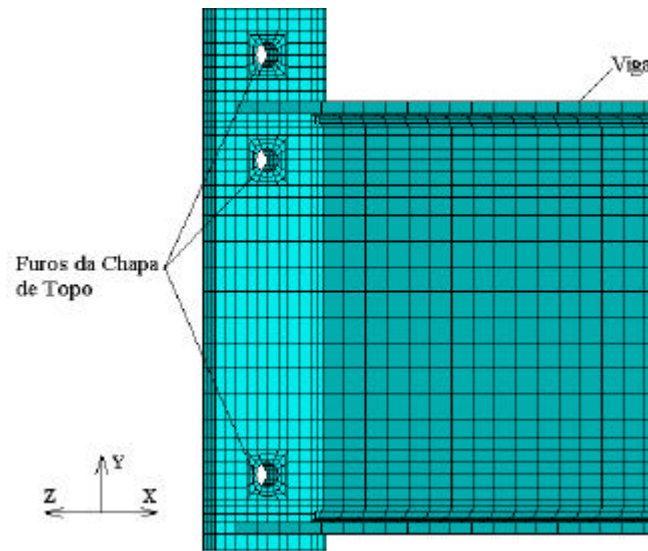
Figura 3.9: Malha de elementos finitos para o pilar.

#### 3.7.2. Viga e Chapa de Topo

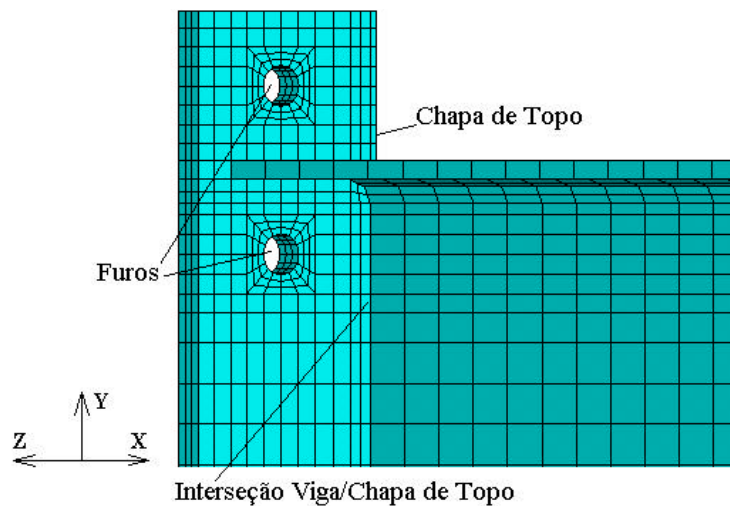
Ainda levando-se em consideração a simetria segundo o plano XY, a viga e a chapa de topo (figura 3.10) foram representadas como um bloco único, já que os nós de

interseção entre a viga e a chapa de topo pertencem aos dois componentes, visto que a chapa de topo se encontra soldada à viga.

Na figura 3.11 é apresentado um detalhe dos furos na chapa de topo. Como foi considerado o uso de folgas, previstas na montagem, o diâmetro dos furos é 1mm maior que o diâmetro dos parafusos considerados.

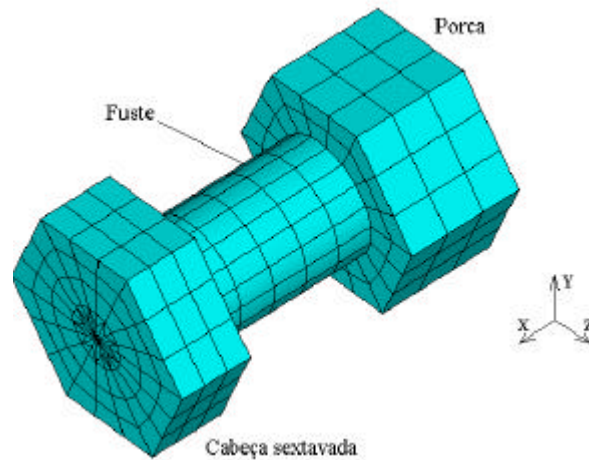


**Figura 3.10: Malha da viga e chapa de topo.**



**Figura 3.11: Detalhe dos furos e malha nas interseções.**

### 3.7.3. Parafusos



**Figura 3.12: Detalhe da malha do conjunto parafuso/porca.**

Devido à natureza do carregamento a ser aplicado e ao comportamento do conjunto parafuso/porca, pode-se considerar parafusos e porcas como sendo elementos únicos, adotando-se a malha de elementos finitos apresentada na figura 3.12.

### 3.7.4. Superfícies de Contato

Os elementos de contato têm a função de representar todas as possíveis interações entre os componentes da ligação representados no modelo numérico. Pode-se assumir, assim, os seguintes pares de contato entre as superfícies:

*Contato 1:* superfície posterior da chapa de topo com a superfície anterior da alma do pilar;

*Contato 2:* superfície posterior da cabeça do parafuso com a superfície anterior da chapa de topo;

*Contato 3:* superfície anterior da porca com a superfície posterior da alma do pilar;

*Contato 4:* superfície do fuste dos parafusos com as paredes dos furos da chapa de topo e da alma do pilar.

Na figura 3.13 apresenta-se a localização das superfícies, em uma vista lateral do modelo.

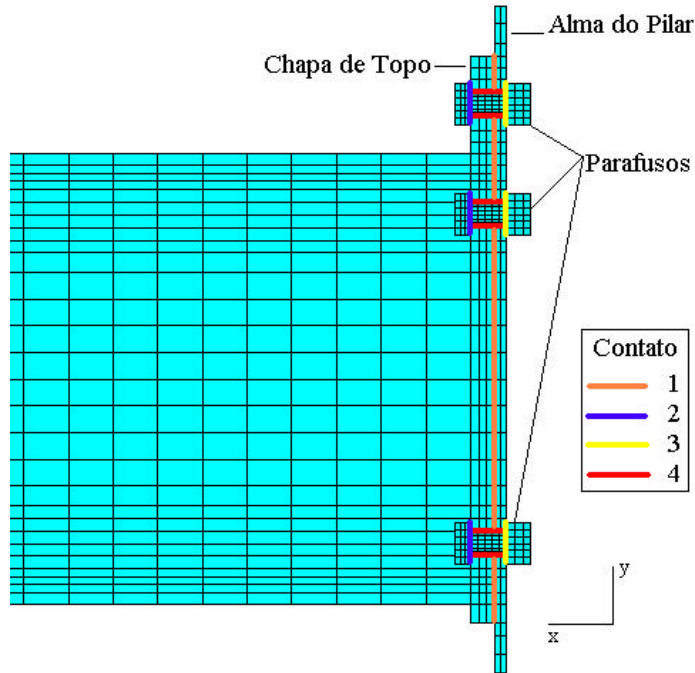


Figura 3.13: Posicionamento dos elementos de contato.

### 3.7.5. Acoplamento dos Graus de Liberdade

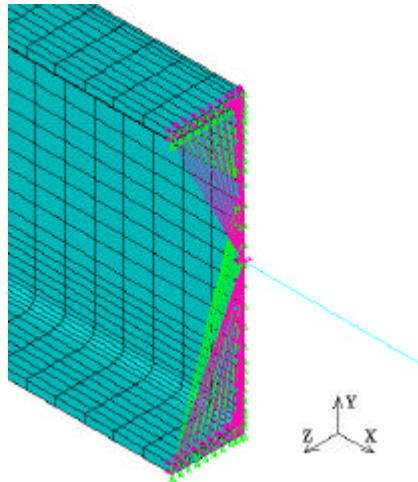
Para a análise utilizou-se 1,50m como o comprimento total do vão livre da viga fazendo-se uso dos elementos finitos tridimensionais na faixa de comprimento equivalente a  $2H$  ( $H$  = altura da viga), a partir da ligação, adotando-se o elemento de barra para o trecho restante.

A transmissão dos deslocamentos e rotações dos elementos de barra, para os elementos tridimensionais foi imposta através do acoplamento dos graus de liberdade na seção de interseção dos dois tipos de elementos (figura 3.14), garantindo assim a continuidade dos esforços.

Esse acoplamento foi executado considerando-se as condições representadas pelas equações (3.2) e (3.3):

$$U_{y(SOLID)} = U_{y(BEAM)} \tag{3.2}$$

$$U_{x(SOLID)} = U_{x(BEAM)} + ROT_{z(BEAM)} \cdot d_{y(BEAM-SOLID)} \tag{3.3}$$



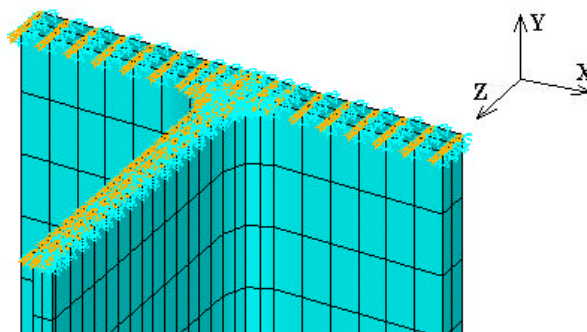
**Figura 3.14: Acoplamento dos nós na seção de interseção BEAM-SOLID.**

Os parâmetros  $U_x$  e  $U_y$  correspondem aos deslocamentos segundo as direções X e Y dos nós dos elementos SOLID e BEAM;  $ROT_z$  é a rotação, em torno do eixo Z, do nó do elemento BEAM e  $d_y$  é a distância, medida segundo a direção Y, entre o nó do elemento BEAM e os demais nós dos elementos SOLID situados na seção transversal, sendo o nó do elemento BEAM considerado como nó de referência.

### 3.8. CONDIÇÕES DE CONTORNO

A ligação propriamente dita é constituída pela alma do pilar, sem enrijecedores, com a respectiva mesa, estando conectada à chapa de topo e à viga por meio de parafusos.

Nas extremidades, inferior e superior, do pilar foram impostas as restrições de impedimento à translação nas três direções (figura 3.15).



**Figura 3.15: Vinculação das extremidades do pilar nas três direções.**

O impedimento do deslocamento segundo a direção transversal ao plano médio da alma da viga foi outro tipo de vinculação na consideração da simetria do modelo.

Vale ressaltar que a chapa de topo e a viga não possuem restrições quanto aos deslocamentos relativos, já que tais restrições são impostas pelo contato com os parafusos e com a alma do pilar.

### **3.9. PROCESSAMENTO DOS MODELOS NUMÉRICOS**

Os modelos numéricos foram processados considerando-se, como já mencionado anteriormente, a não-linearidade física dos materiais envolvidos.

As análises numéricas não-lineares foram realizadas utilizando-se o método de Newton-Raphson Padrão, com controle do número de iterações e do tamanho do passo de carga e verificação da convergência por meio da norma de energia.

O tamanho de cada etapa do carregamento (protensão e aplicação da força), foi definido indicando-se a amplitude máxima e mínima de cada incremento de carga para cada etapa, sendo o controle do aumento ou diminuição de cada incremento efetuado de forma automática pelo programa, em função do não atendimento às condições de convergência.

Dessa forma, a análise numérica é interrompida quando não é atendido o critério de convergência para o menor incremento de carga, em uma dada etapa de aplicação do carregamento, após o número máximo de iterações especificado.

#### **3.9.1. Aplicação do Carregamento**

O carregamento foi introduzido em duas fases distintas:

- Protensão dos parafusos e
- Carregamento da viga.

A protensão (aperto de montagem) foi simulado através de um carregamento auxiliar, de acordo as recomendações normativas, aplicando-se um decréscimo de temperatura aos elementos que compõem o fuste dos parafusos.

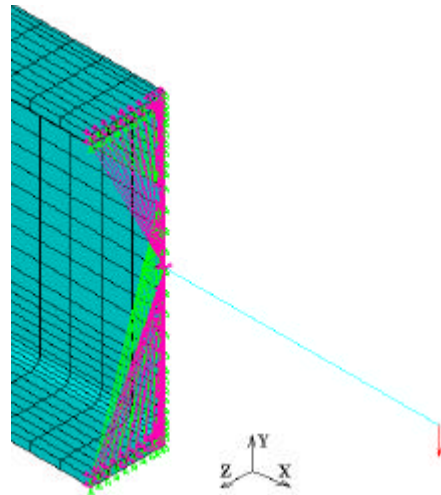
Assim, como resultado da aplicação desse carregamento, os parafusos sofrem encurtamentos que, sendo impedidos pela chapa de topo e pela alma do pilar, simulam o

comportamento devido à protensão, ou seja, são introduzidas tensões positivas no fuste e pressões de contato entre a chapa e a alma do pilar.

A variação de temperatura utilizada foi calculada de modo a resultar em uma força de protensão equivalente a 125kN para os parafusos de 19mm de diâmetro, de acordo com as recomendações da NBR 8800 (1986), obtendo-se a variação de temperatura de – 320°C.

Terminada a fase de protensão, iniciou-se então o carregamento propriamente dito do modelo, através da aplicação de uma força vertical, de cima para baixo, na extremidade livre do elemento de viga, como mostrado na figura 3.16.

O valor máximo da carga vertical foi estabelecido para cada modelo, de acordo com valor encontrado no dimensionamento que se encontra em anexo, conforme a NBR 8800 (1986).



**Figura 3.16: Carregamento aplicado na extremidade da viga.**



---

# ANÁLISE NUMÉRICA

## 4.1. ASPECTOS GERAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados referentes à análise numérica desenvolvida. Face à grande diversidade de modelos numéricos estudados, optou-se pela escolha dos resultados mais representativos, de modo a possibilitar a análise das ligações, sobretudo a verificação do comportamento da alma do pilar – principalmente sob o aspecto da capacidade resistente – e dos fatores que influenciam tal comportamento, em particular, observando-se a influência da esbeltez e a variação da espessura da alma do pilar.

Mediante este enfoque, serão analisados e discutidos os resultados referentes à curva momento-rotação, momento de plastificação, rigidez inicial da ligação, tensões longitudinais na alma e, uma discussão sobre o modelo de Gomes (1990), bem como uma comparação entre os modelos estudados e o modelo analítico de Neves (1996).

Quando conveniente, são adicionados, juntamente com os resultados numéricos, outros resultados analíticos provenientes da resistência dos materiais e das hipóteses básicas de cálculo, adotadas no dimensionamento das ligações parafusadas com chapa de topo na alma do pilar.

O valor total do carregamento aplicado em cada modelo numérico teve como referência o momento de plastificação teórico obtido como sendo o mais crítico dentre

os componentes da ligação e da alma do pilar. A alma, sobretudo a sua esbelteza, foi o parâmetro determinante na obtenção deste momento, considerando-se, ainda, que o momento de plastificação da viga é igual a  $27.058,40 \text{ kNcm}$  ( $M_{pl} = Z_z \cdot f_y$ ).

A tabela 4.1 indica os valores teóricos das forças, e dos correspondentes momentos teóricos, de plastificação da alma e dos demais componentes (parafusos e chapa de topo); bem como os valores do momento máximo utilizado para os modelos numéricos analisados, estes últimos tomados de 30% a 50% maiores do que o valor teórico admitido pela ligação.

**Tabela 4.1: Valores teóricos de  $F_{pl}$  e  $M_{pl}$ .**

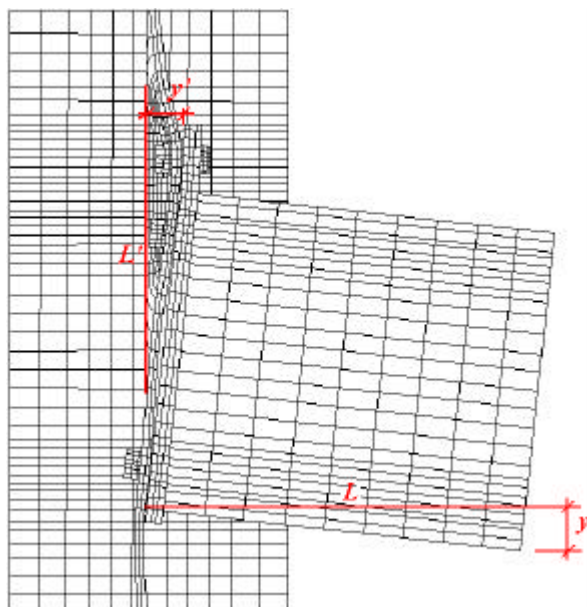
Classe	Modelo	$F_{pl}$ (alma) (kN)	$M_{pl}$ (alma) (kNcm)	$M_{pl}$ (comp) (kNcm)	$M_{pl}$ (lig) (kNcm)
1	BIE <sub>1</sub>	593,92	20.324,05	15.180,39	15.180,39
	BIE <sub>2</sub>	465,26	15.921,20	13.613,90	13.613,90
	BIE <sub>3</sub>	418,34	14.315,60	11.674,61	11.674,61
2	MIE <sub>1</sub>	277,81	9.506,65	10.214,21	9.506,65
	MIE <sub>2</sub>	260,74	8.922,52	14.098,16	8.922,52
	MIE <sub>3</sub>	233,02	7.973,78	9.910,94	7.973,78
	MIE <sub>4</sub>	192,29	6.580,00	8.176,08	6.580,00
	MIE <sub>5</sub>	217,52	7.443,60	10.841,19	7.443,60
	MIE <sub>6</sub>	130,13	4.453,05	4.818,34	4.453,05
3	AIE <sub>1</sub>	147,89	5.060,96	10.214,21	5.060,96
	AIE <sub>2</sub>	123,79	4.236,05	6.169,59	4.236,05
	AIE <sub>3</sub>	135,19	4.626,10	7.848,91	4.626,10
	AIE <sub>4</sub>	99,01	3.388,15	5.206,33	3.388,15
	AIE <sub>5</sub>	82,25	2.814,60	4.324,31	2.814,60
	AIE <sub>6</sub>	75,53	2.584,64	3.971,75	2.584,64
	AIE <sub>7</sub>	67,03	2.293,77	3.524,30	2.293,77
	AIE <sub>8</sub>	112,31	3.843,24	7.528,76	3.843,24
	AIE <sub>9</sub>	53,37	1.826,32	5.090,38	1.826,32

## 4.2. CURVA MOMENTO-ROTAÇÃO

A relação momento-rotação é a principal característica de uma ligação viga-coluna, sendo descrita por uma curva que possui como abscissa a rotação  $\theta$  da ligação e como ordenada o momento  $M$  aplicado.

A rotação da ligação foi obtida a partir da diferença  $y$  do deslocamento vertical de dois nós, próximos entre si, localizados na mesa inferior da viga, dividida pela distância

$L$  entre esses pontos, conforme ilustrado na figura 4.1. O primeiro desses nós está no ponto de interseção entre a viga e a chapa de topo, e o segundo nó se encontra a uma distância de cerca de 10cm. Assim, a rotação da ligação é calculada para cada incremento de carga obtendo-se, com isso, o histórico momento-rotação da ligação em cada modelo numérico.



**Figura 4.1: Determinação das rotações: alma e ligação.**

A figura 4.1 mostra, ainda, que a rotação da alma é encontrada pela diferença  $y'$  do deslocamento horizontal relativo entre dois nós, localizados na alma do pilar e, pela distância  $L'$  entre eles. Esses nós se encontram nos pontos de interseção entre a alma e o ponto mais externo da continuidade da mesa da viga, ou seja, seleciona-se na alma do pilar os pontos em que a mesma coincidiria com a extensão da mesa da viga. Logo, a rotação da alma é calculada para cada incremento de carga obtendo-se, assim, o histórico momento-rotação da alma em cada modelo numérico.

#### **4.2.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1)**

Na tabela 4.2 são apresentadas as características geométricas dos modelos numéricos analisados, para ligações com pilares de alma pouco esbelta (classe 1), escolhidos visando avaliar a influência dos parâmetros altura  $L_w$  e espessura  $t_w$  da alma, em termos de resistência e rigidez, bem como verificar o comportamento de toda a ligação por meio de suas curvas momento-rotação.

**Tabela 4.2: Características geométricas dos modelos da classe 1 (dimensões em mm).**

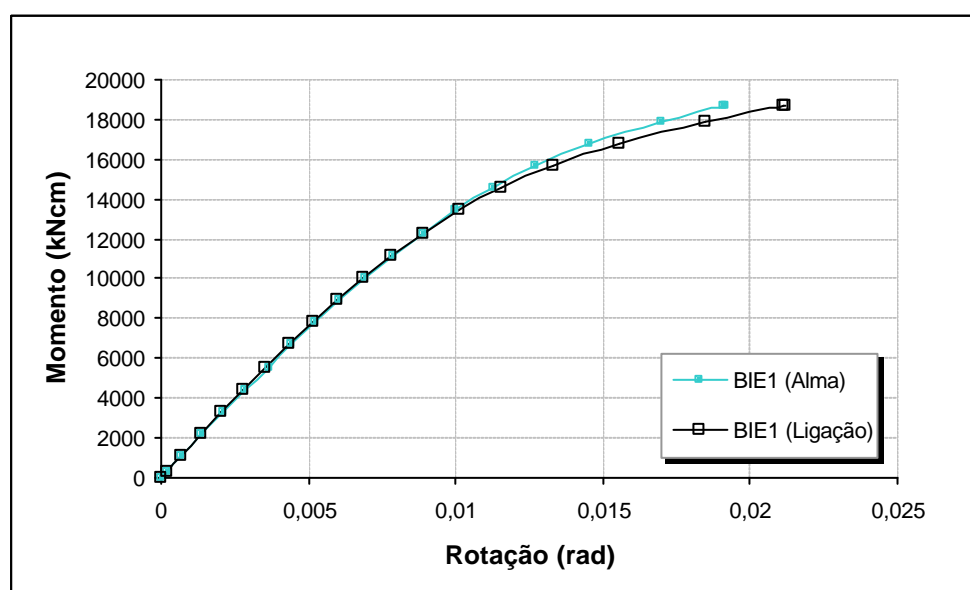
Modelos	Perfil	$t_w$	$L_w$	$l_w=L_w/t_w$	$t_{fc}$	$b_f$
BIE <sub>1</sub>	HP310x125	17,4	245	14,09	17,4	312
BIE <sub>2</sub>	HP310x110	15,4	245	15,91	15,5	310
BIE <sub>3</sub>	HP310x93	13,1	245	18,69	13,1	308

Em todos os modelos de baixa esbelteza (classe1) o momento teórico de plastificação da alma foi superior ao dos outros componentes da ligação, como apresentado na tabela 4.3, onde é também indicada a sollicitação aplicada em cada modelo.

**Tabela 4.3: Momentos resistente e último dos modelos da classe 1 (kNcm).**

Modelo	$M_{pl} (comp)$	$M_{pl} (alma)$	$M_{apl}$
BIE <sub>1</sub>	15.180,39	20.324,05	22.500
BIE <sub>2</sub>	13.613,90	15.921,20	18.000
BIE <sub>3</sub>	11.674,61	14.315,60	18.000

As figuras 4.2 e 4.3 apresentam as curvas momento-rotação obtidas para a alma e a ligação dos modelos BIE<sub>1</sub> e BIE<sub>3</sub>, respectivamente. Observa-se que não há grande diferença de comportamento, devido ao fato de que o momento teórico de plastificação da alma é superior, em ambos os casos (como também para o modelo BIE<sub>2</sub>), ao dos demais componentes da ligação. Entretanto, observa-se que o momento crítico atingido na análise numérica foi cerca de 20% superior ao momento crítico teórico para o modelo BIE<sub>1</sub> e apenas 5% superior, no caso do modelo BIE<sub>3</sub>.



**Figura 4.2: Curvas momento-rotação do modelo BIE<sub>1</sub> (alma e ligação).**

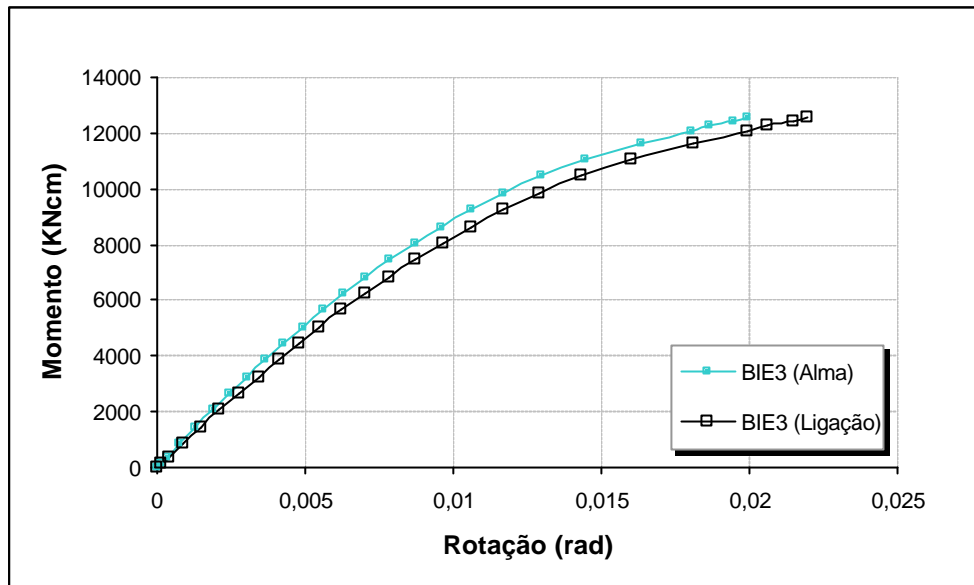


Figura 4.3: Curvas momento-rotação do modelo BIE<sub>3</sub> (alma e ligação).

Adicionalmente, deve-se considerar que a largura da chapa de topo ( $b_{ch}=210\text{mm}$ ) é muito próxima da altura da alma do pilar ( $L_w=245\text{mm}$ ), o que confere maior rigidez à alma do pilar, dada a proximidade entre as bordas verticais da chapa de topo e as mesas do pilar.

A título de comparação do comportamento momento rotação, apresentam-se, na figura 4.4, as curvas momento-rotação da alma dos modelos classe 1, com a indicação de seus respectivos índices de esbeltez.

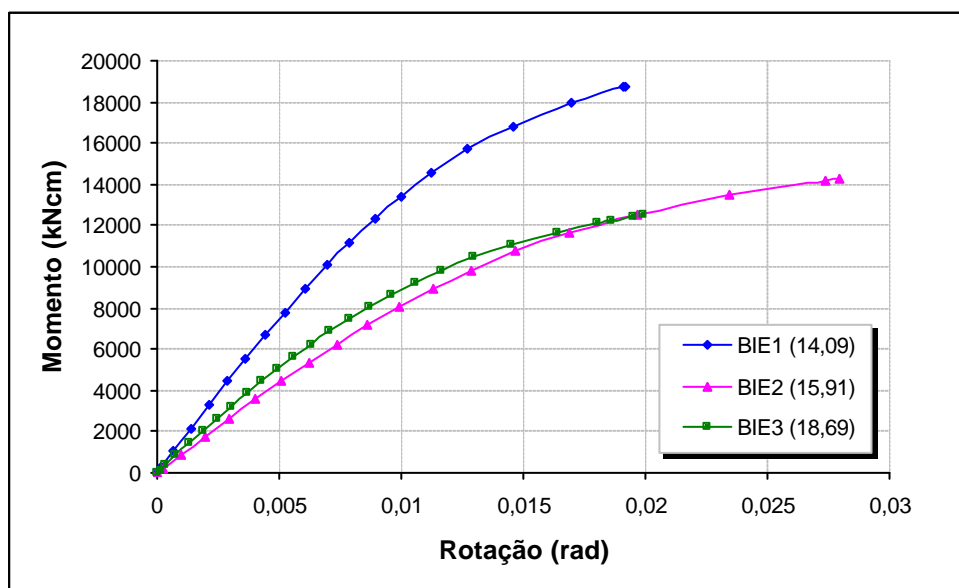


Figura 4.4: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 1.

Comparando-se o comportamento do modelo BIE<sub>1</sub> ( $\lambda_w=14,09$ ) com o dos demais, verifica-se uma coerência entre a relação inversa entre o índice de esbeltez e a capacidade resistente da alma. Entretanto, isso não se verificou em relação aos modelos BIE<sub>2</sub> ( $\lambda_w=15,91$ ) e BIE<sub>3</sub> ( $\lambda_w=18,69$ ), indicando que o fator índice de esbeltez, em alguns casos, pode não ser o parâmetro preponderante na resistência da alma.

Adicionalmente, merece destaque a questão da capacidade de rotação do modelo BIE<sub>2</sub>, consideravelmente superior à dos demais modelos da classe 1.

#### 4.2.2. Pilares com Alma Medianamente Esbelta (Classe 2)

As características dos modelos numéricos da classe 2 (média esbeltez) são apresentadas na tabela 4.4. Foram estudados seis modelos com o objetivo de analisar a variação da curva momento-rotação, a resistência global da ligação e a capacidade resistente da alma, em função da variação da esbeltez da alma do pilar.

**Tabela 4.4: Características geométricas dos modelos da classe 2 (dimensões em mm).**

Modelos	Perfil	$t_w$	$L_w$	$l_w=L_w/t_w$	$t_{fc}$	$b_f$
MIE <sub>1</sub>	W310x117	11,9	245	20,55	18,7	307
MIE <sub>2</sub>	W360x122	13,0	320	22,12	21,7	257
MIE <sub>3</sub>	W310x107	10,9	245	22,48	17,0	306
MIE <sub>4</sub>	W310x97	9,9	245	24,77	15,4	305
MIE <sub>5</sub>	W360x110	11,4	288	25,28	11,4	256
MIE <sub>6</sub>	W250x44,8	7,6	220	28,95	13,0	148

Na tabela 4.5 são indicados os valores dos momentos resistente e último, juntamente com a solicitação aplicada a cada modelo. Observa-se que o momento teórico de plastificação da alma, ao contrário dos modelos da classe 1, foi inferior ao momento de plastificação do restante dos componentes da ligação.

**Tabela 4.5: Momentos resistente e último dos modelos da classe 2 (kNcm).**

Modelo	$M_{pl} (comp)$	$M_{pl} (alma)$	$M_{apl}$
MIE <sub>1</sub>	10.214,21	9.506,65	13.500
MIE <sub>2</sub>	14.098,16	8.922,52	12.000
MIE <sub>3</sub>	9.910,94	7.973,78	10.500
MIE <sub>4</sub>	8.176,08	6.580,00	9.000
MIE <sub>5</sub>	10.841,19	7.443,60	10.500
MIE <sub>6</sub>	4.818,34	4.453,05	6.000

As curvas momento-rotação para a ligação e para a alma do pilar dos modelos numéricos medianamente esbeltos (classe 2), também mantiveram uma grande similaridade (figuras 4.5 e 4.6).

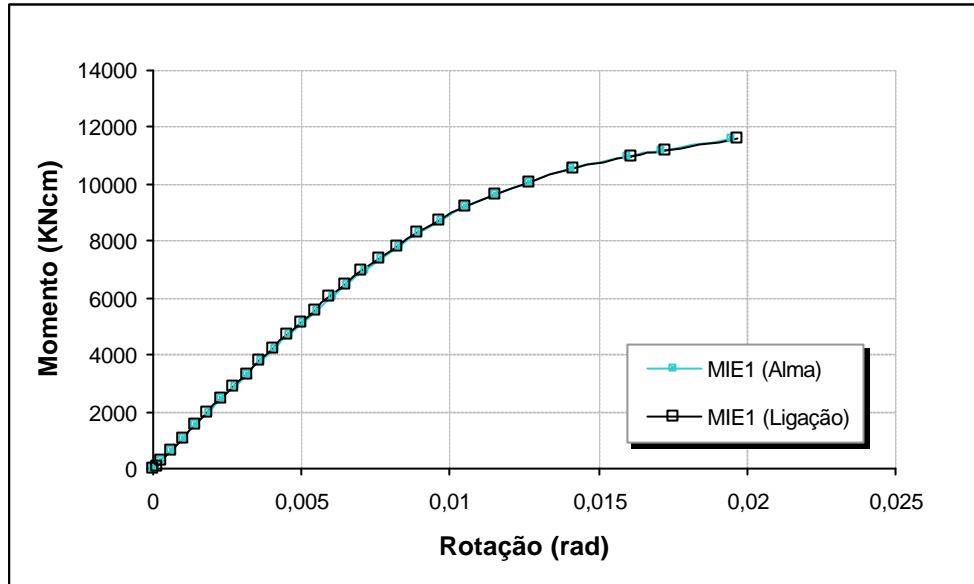


Figura 4.5: Curvas momento-rotação do modelo MIE<sub>1</sub> (alma e ligação).

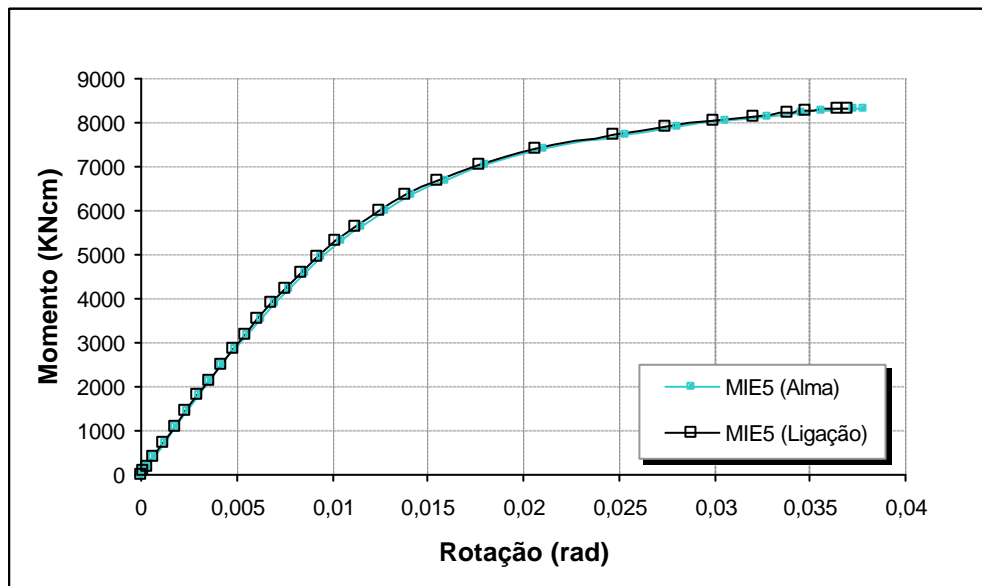


Figura 4.6: Curvas momento-rotação do modelo MIE<sub>5</sub> (alma e ligação).

Comparando-se as curvas momento-rotação obtidas para a alma dos modelos da classe 2 (figura 4.7), observa-se, para os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>6</sub>, que o aumento da esbeltez da alma do pilar (de 20,55 para 28,95) proporcionou uma diminuição na capacidade de rigidez inicial e de resistência da ligação, bem como uma diminuição da capacidade de rotação.

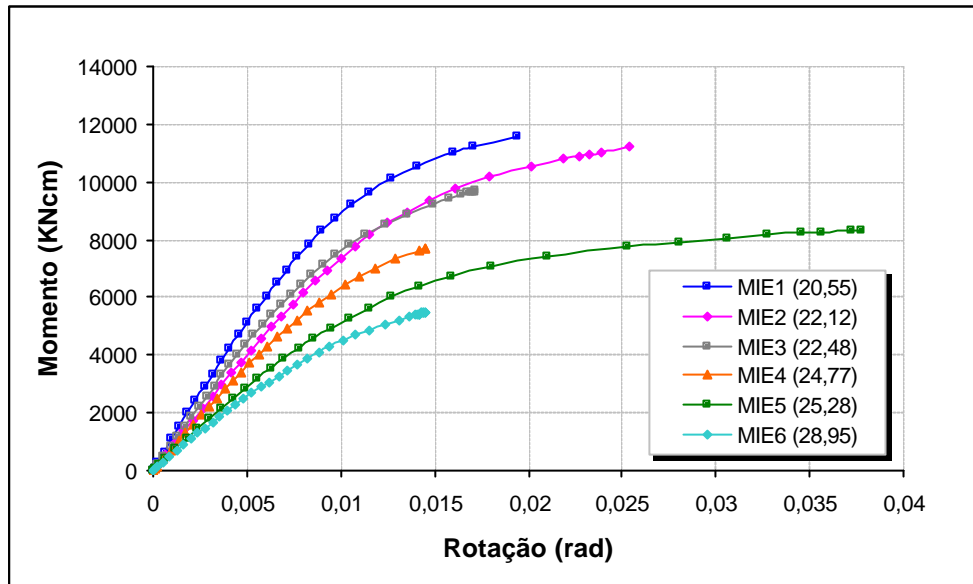


Figura 4.7: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 2.

Já os modelos MIE<sub>1</sub>, MIE<sub>3</sub> e MIE<sub>4</sub>, que possuem o mesmo valor para a altura da alma do pilar ( $L_w=245\text{mm}$ ), apresentaram uma diminuição de forma gradativa no valor da resistência global da ligação, à medida que o índice de esbeltez aumentou. Porém, o mesmo comportamento não foi verificado para o modelo MIE<sub>2</sub>, já que o mesmo possui uma altura de alma bem maior que a dos modelos mencionados ( $L_w=320\text{mm}$ ). Esse fato mostra que, para índices de esbeltez praticamente iguais, conforme variam os parâmetros altura e espessura da alma, pode ocorrer ou não um aumento da capacidade resistente da ligação. Foi o caso dos modelos MIE<sub>2</sub> e MIE<sub>3</sub>, com índices de esbeltez, praticamente idênticos (respectivamente 22,12 e 22,48).

Destaca-se o comportamento do modelo MIE<sub>5</sub> que, embora coerente com a condição de menor capacidade devido ao elevado índice de esbeltez, apresentou uma elevada rotação, com acentuado crescimento para pequenos acréscimos do momento fletor.



### 4.2.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3)

Neste grupo foram analisados nove modelos diferentes, cujas características geométricas são apresentadas na tabela 4.6.

O momento teórico de plastificação da alma para todos os modelos, assim como nos modelos de média esbeltez, foi inferior ao dos demais componentes (parafusos e chapa de topo), como indicado na tabela 4.7, que também indica a solicitação aplicada a cada modelo.

**Tabela 4.6: Características geométricas dos modelos da classe 3 (dimensões em mm).**

Modelos	Perfil	$t_w$	$L_w$	$l_w=L_w/t_w$	$t_{fc}$	$b_f$
AIE <sub>1</sub>	W360x79	9,4	288	30,68	16,8	205
AIE <sub>2</sub>	W360x72	8,6	288	33,47	15,1	204
AIE <sub>3</sub>	W410x46,1	9,7	357	36,80	11,2	140
AIE <sub>4</sub>	W360x57,8	7,9	308	38,96	13,1	172
AIE <sub>5</sub>	W360x51	7,2	308	42,75	11,6	171
AIE <sub>6</sub>	W360x44	6,9	308	44,70	9,8	171
AIE <sub>7</sub>	W360x39	6,5	308	47,32	10,7	128
AIE <sub>8</sub>	W530x82	9,5	477	50,25	13,3	209
AIE <sub>9</sub>	W360x32,9	5,8	308	53,10	8,5	127

**Tabela 4.7: Momentos resistente e último dos modelos da classe 3 (kNcm).**

Modelo	$M_{pl} (comp)$	$M_{pl} (alma)$	$M_{apl}$
AIE <sub>1</sub>	10.214,21	5.060,96	6.000
AIE <sub>2</sub>	6.169,59	4.236,05	6.000
AIE <sub>3</sub>	7.848,91	4.626,10	7.500
AIE <sub>4</sub>	5.206,33	3.388,15	4.500
AIE <sub>5</sub>	4.324,31	2.814,60	6.000
AIE <sub>6</sub>	3.971,75	2.584,64	4.500
AIE <sub>7</sub>	3.524,30	2.293,77	3.000
AIE <sub>8</sub>	7.528,76	3.843,24	6.000
AIE <sub>9</sub>	5.090,38	1.826,32	3.000

Os resultados obtidos para os modelos de alta esbeltez comprovaram uma proximidade no comportamento das curvas momento-rotação, tanto para a ligação quanto para a alma, mais uma vez atribuindo o comportamento da alma do pilar como o determinante no comportamento da ligação como um todo. A figuras 4.8 e 4.9 mostram essa similaridade entre as curvas momento-rotação dos modelos AIE<sub>1</sub> e AIE<sub>7</sub> (classe 3), respectivamente.

Para os modelos da classe 3, pode-se verificar uma diminuição significativa na

rigidez inicial da ligação, ocasionando uma grande perda na capacidade resistente da ligação.

De acordo com a figura 4.10, para modelos com altura da alma iguais, como é o caso dos modelos AIE<sub>1</sub> e AIE<sub>2</sub>, ambos com L<sub>w</sub>=288mm; e dos modelos AIE<sub>5</sub>, AIE<sub>6</sub>, AIE<sub>7</sub> e AIE<sub>9</sub> (L<sub>w</sub>=308mm), a alma do pilar mantém um comportamento padrão no que diz respeito à diminuição da capacidade resistente da ligação, o que não foi verificado para os modelos da classe 1.

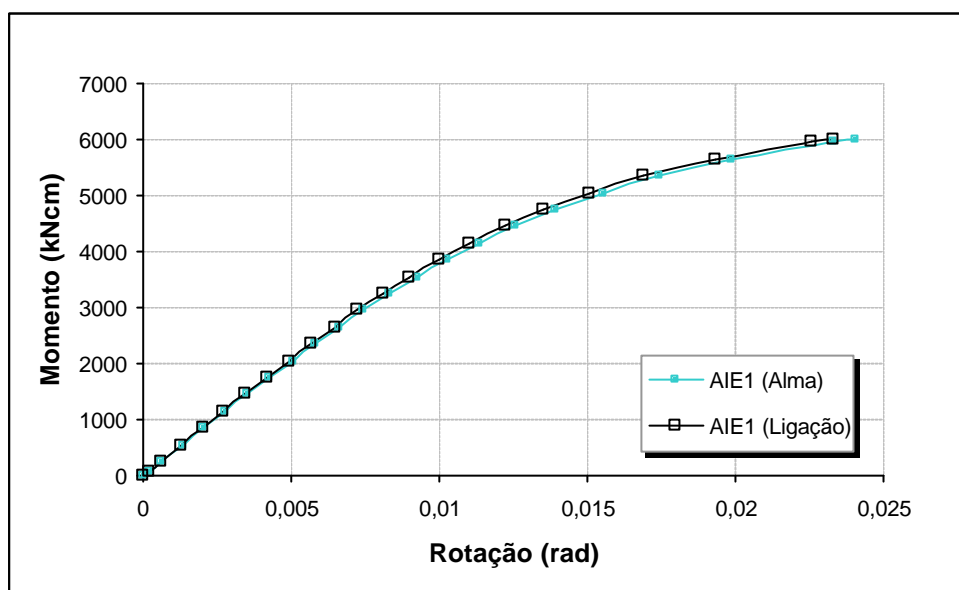


Figura 4.8: Curvas momento-rotação do modelo AIE<sub>1</sub> (alma e ligação).

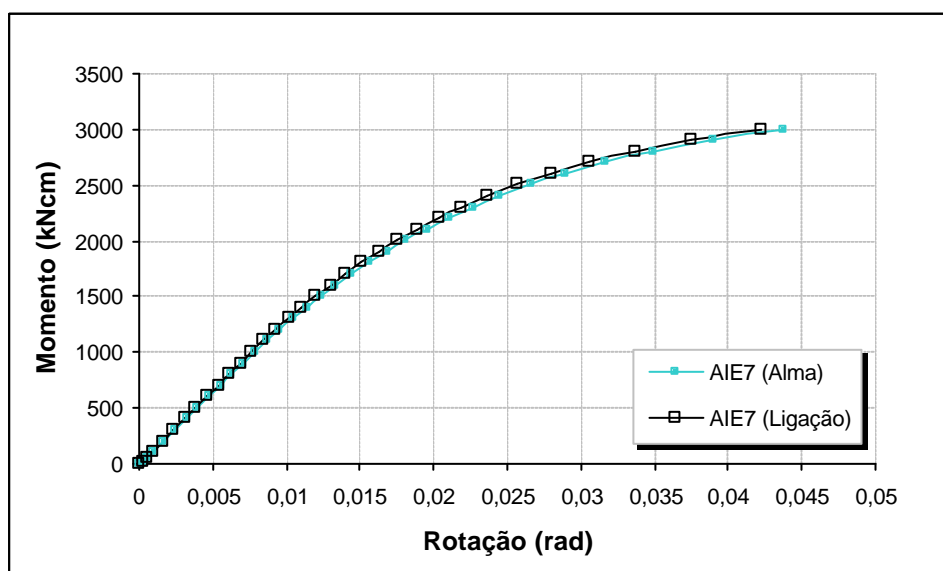


Figura 4.9: Curvas momento-rotação do modelo AIE<sub>7</sub> (alma e ligação).

Ainda no gráfico momento-rotação da figura 4.10, pode-se notar que o modelo AIE<sub>3</sub> ( $L_w=357\text{mm}$ ) apresentou uma grande perda na sua rigidez inicial, ocasionado uma diminuição drástica na sua capacidade resistente. Essa perda na resistência deve-se ao fato do mesmo ter sofrido um grande aumento na altura da alma do pilar, quando comparado ao modelo AIE<sub>2</sub> ( $L_w=288\text{mm}$ ); e uma pequena variação do mesmo parâmetro quando comparado ao modelo AIE<sub>9</sub> ( $L_w=308\text{mm}$ ).

Tal fato fez com que o modelo AIE<sub>3</sub> ( $\lambda_w=36,80$ ) se comportasse como um modelo de índice de esbeltez bem maior que o seu, mais uma vez comprovando o papel relevante da altura da alma do pilar no comportamento da mesma sobre a ligação.

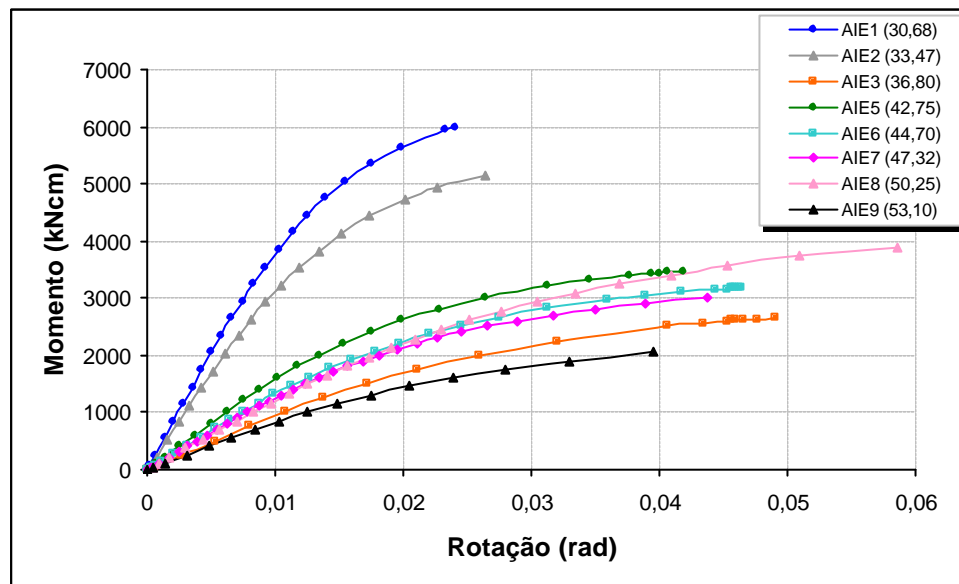


Figura 4.10: Curva momento-rotação da alma para os modelos da classe 3.

Com relação ao modelo AIE<sub>8</sub> também indicado na figura 4.10, a despeito de seu elevado índice de esbeltez ( $\lambda_w=50,25$ ), observa-se um comportamento similar ao dos modelos AIE<sub>6</sub> e AIE<sub>7</sub>, considerando-se ainda que sua alma tem altura ( $L_w=477\text{mm}$ ) bastante superior à desses modelos (ambos com  $L_w=308\text{mm}$ ).

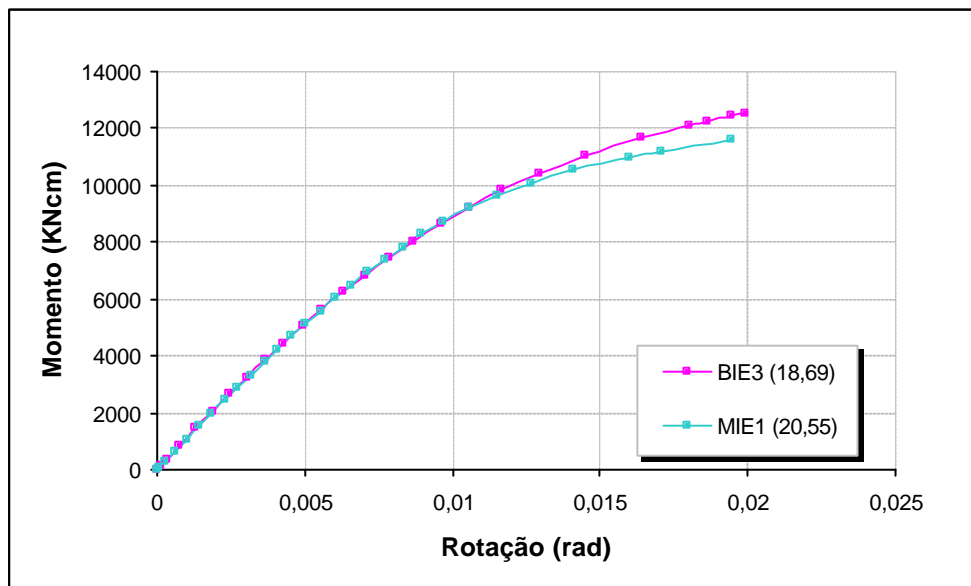
#### 4.2.4. Comparação entre as Classes

Diante das variações de comportamento encontradas entre os modelos de uma mesma classe de índices de esbeltez, faz-se necessário uma maior investigação desses

modelos numéricos, a fim de se verificar até que ponto a altura da alma do pilar pode influenciar no comportamento da ligação como um todo, sobretudo no aspecto da rigidez inicial e da resistência global da estrutura.

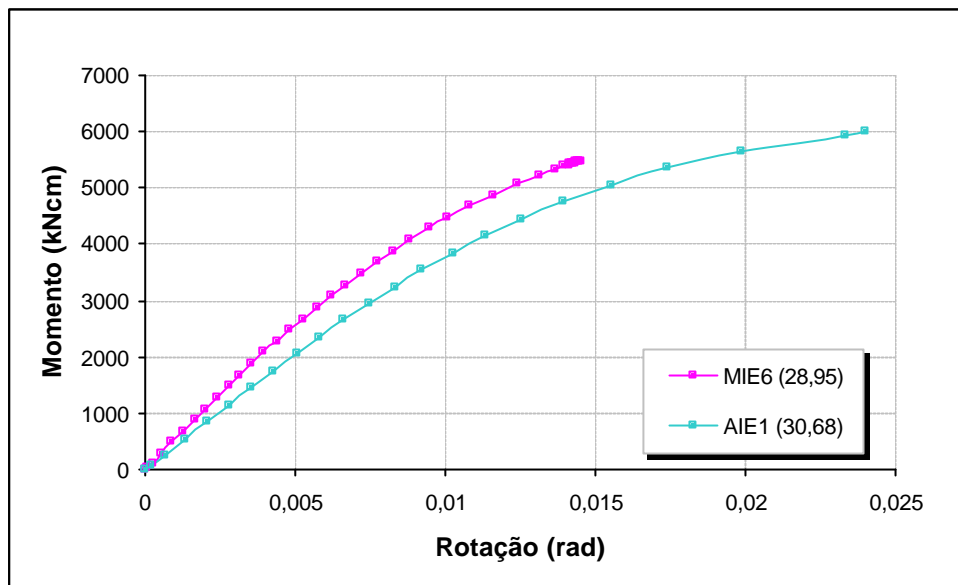
Neste tópico, são apresentadas algumas comparações entre modelos numéricos de classes diferentes, mas com comportamentos similares, buscando-se encontrar uma inter-relação entre os mesmos.

Na figura 4.11 é apresentada a comparação entre as curvas momento-rotação obtidas para os modelos BIE<sub>3</sub> e MIE<sub>1</sub>, cujos índices de esbeltez são próximos e têm valores situados na fronteira entre as classes 1 e 2. Observa-se que as curvas momento-rotação praticamente se sobrepõem, exceto na fase final, quando o modelo BIE<sub>3</sub> apresenta capacidade resistente ligeiramente superior à do modelo MIE<sub>1</sub>.



**Figura 4.11:** Curvas momento-rotação das almas dos modelos BIE<sub>3</sub> e MIE<sub>1</sub>.

O mesmo tipo de comportamento não foi verificado para os modelos MIE<sub>6</sub> e AIE<sub>1</sub>, cujas curvas são apresentadas na figura 4.12; mesmo sendo modelos com valores próximos dos limites de índices de esbeltez nas respectivas classes.



**Figura 4.12: Curvas momento-rotação das almas dos modelos MIE<sub>6</sub> e AIE<sub>1</sub>.**

Esta diferença de comportamento, a despeito da proximidade dos valores do índice de esbeltez, provavelmente tenha sua explicação na diferença entre as alturas das almas dos pilares, embora também possam indicar a validade do limite teoricamente estabelecido para a separação entre as classes 2 e 3.

#### 4.2.5. Comentários sobre os Resultados Numéricos

Os resultados numéricos obtidos podem ser considerados significativos e coerentes para as ligações estudadas, pela comparação com os modelos teóricos existentes, indicando que, quanto maior o índice de esbeltez, menor o poder de restrição das mesas do pilar sobre a alma. Isto faz com que a alma do pilar seja responsável, na maior parte dos casos, pelo comportamento da ligação, ocasionando um aumento nas deformações e, conseqüentemente, uma diminuição na capacidade resistente.

Pode-se observar ainda que a altura da alma do pilar é um parâmetro de extrema importância para o estudo do comportamento das ligações com chapa de topo no eixo de menor inércia, fazendo-se necessário o aprofundamento das análises referentes a esse aspecto.

Assim, pode-se afirmar que, em determinadas situações, a altura do pilar é uma variável relevante na obtenção do comportamento da alma do pilar sobre a capacidade

resistente da ligação.

Mesmo que a esbeltez da alma influencie significativamente o comportamento global das ligações, em algumas situações as demais componentes apresentam uma maior influência sobre a ligação como um todo, ou seja, não é só a relação altura/espessura da alma que rege a capacidade da alma na ligação. A variável altura da alma/largura da chapa é um dos parâmetros que pode exercer considerável influência, tornando-se importante na determinação do comportamento global da ligação.

### 4.3. RIGIDEZ INICIAL $S_i$

Com o objetivo de quantificar o real comportamento momento-rotação das ligações em que a viga é conectada diretamente à alma do pilar, Neves (1996) desenvolveu um modelo analítico para a previsão da rigidez inicial, tangencial e secante.

Essa formulação foi desenvolvida a partir de um estudo paramétrico modelando-se a alma do pilar com elementos finitos de casca espessa e ajustando-se os resultados de modo a conduzir a expressões matemáticas facilmente utilizáveis, a partir da consideração dos parâmetros mais relevantes para este tipo de ligação.

Neste item é feita uma avaliação da rigidez inicial, obtida a partir dos resultados das análises numéricas realizadas, em comparação com os valores fornecidos quando são introduzidas no modelo de Neves (1996), para previsão da rigidez inicial da alma do pilar, as características físicas e geométricas das ligações consideradas no presente trabalho, considerando-se a mesa do pilar livre.

A rigidez inicial translacional, segundo Neves (1996) é dada por:

$$S_i = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \left[ \frac{\alpha + (1 - \beta) \cdot \operatorname{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta)}{\mu^2}} \right] \quad (4.1)$$

Já a rigidez rotacional é obtida a partir da rigidez translacional, na situação em que

a viga não está submetida a esforço axial significativo, sendo o momento fletor  $M$  substituído por um binário de forças  $F$ , separadas pela distância  $h$  entre os centros de gravidade das áreas de compressão e tração (figura 4.13).

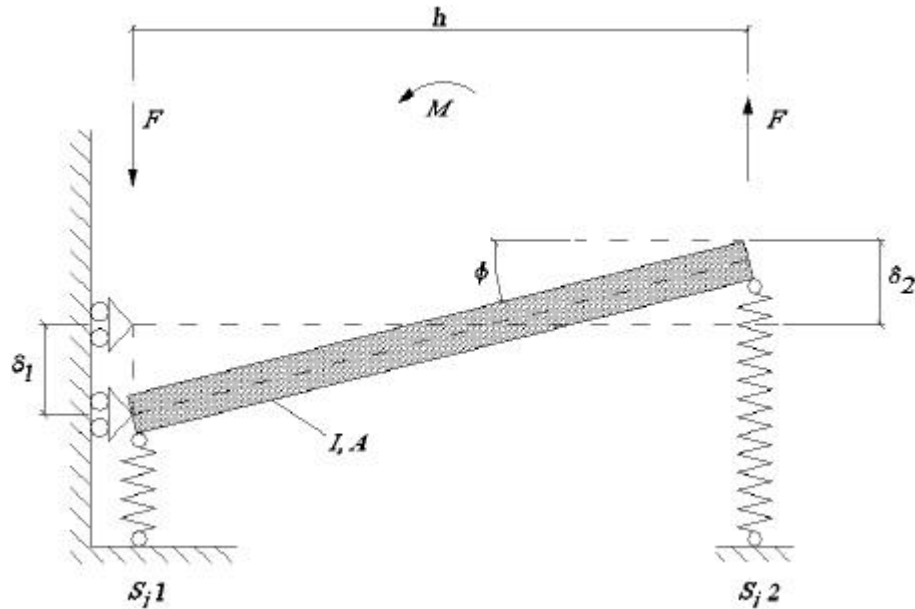


Figura 4.13: Determinação da rigidez rotacional  $S_i^\theta$  - Fonte: Neves (1996).

A rotação total é dada pela expressão 4.2 e a rigidez inicial rotacional pela expressão 4.3, sendo  $S_{i1}$  a rigidez translacional na zona de compressão e  $S_{i2}$  a rigidez translacional na zona de tração. Essas parcelas de rigidez não são, necessariamente, iguais e são obtidas nas situações em que as mesas estão impedidas ou livres à rotação.

$$\theta = \frac{F}{h} \cdot \left( \frac{1}{S_{i1}} + \frac{1}{S_{i2}} \right) \quad (4.2)$$

$$S_i^\theta = \frac{h^2}{\frac{1}{S_{i1}} + \frac{1}{S_{i2}}} \quad (4.3)$$

Dessa forma, apresenta-se na tabela 4.8 a comparação da rigidez inicial numérica e analítica, para os modelos com alma de alta, média e baixa esbelteza, respectivamente, na condição de mesa sem restrição, indicando-se também a diferença obtida, em porcentagem. A rigidez inicial da ligação foi tomada como parâmetro de análise já que,

testes preliminares mostraram um comportamento coincidente no que se refere à curva momento-rotação da ligação e da alma do pilar, para todos os estágios de carregamento.

**Tabela 4.8: Resultados numéricos e analíticos da rigidez inicial (kNcm/rad).**

Classe	Modelo	S <sub>ini</sub> (Numérico)	S <sub>ini</sub> (Analítico)	Diferença (%)
1	BIE <sub>1</sub>	1.557.050	3.084.477	49,5
	BIE <sub>2</sub>	1.471.348	2.169.166	32,2
	BIE <sub>3</sub>	1.131.045	1.526.055	25,9
2	MIE <sub>1</sub>	1.101.767	1.187.196	7,2
	MIE <sub>2</sub>	738.130	541.478	-36,3
	MIE <sub>3</sub>	783.715	938.702	16,5
	MIE <sub>4</sub>	644.424	722.609	10,8
	MIE <sub>5</sub>	577.135	557.184	-3,6
	MIE <sub>6</sub>	442.300	555.995	20,4
3	AIE <sub>1</sub>	405.759	327.373	-23,9
	AIE <sub>2</sub>	322.832	249.751	-29,3
	AIE <sub>3</sub>	257.943	159.868	-61,3
	AIE <sub>4</sub>	192.011	148.709	-29,1
	AIE <sub>5</sub>	144.441	113.864	-26,9
	AIE <sub>6</sub>	116.304	99.995	-16,3
	AIE <sub>7</sub>	109.260	83.872	-30,3
	AIE <sub>8</sub>	106.479	59.769	-78,2
	AIE <sub>9</sub>	78.827	59.911	-31,6

Em relação aos modelos com pilar de alma pouco esbelta, observou-se que a rigidez inicial dos modelos numéricos foi inferior à obtida analiticamente, com diferença máxima de 50%. Esse resultado, de certa forma, poderia ser justificado pelo fato de que o estado limite último, observado nesses modelos, corresponderia ao colapso nos parafusos tracionados, sem que a alma desenvolvesse os mecanismos, característicos de sua ruptura, considerados na concepção da formulação de Neves (1996). Esta constatação é reforçada pela diminuição da diferença percentual verificada na medida em que os demais componentes da ligação (parafusos e chapa de topo) passam a apresentar maior resistência, passando o comportamento da ligação, como um todo, a depender também da capacidade resistente da alma do pilar. Ou seja, quanto maior a capacidade resistente da ligação, maior a influência dos demais componentes em relação à alma, menor a diferença percentual.

Para os modelos com alma medianamente esbelta, os valores obtidos para a



rigidez inicial dos modelos numéricos obtiveram um comportamento bem variado, ou seja, os modelos MIE<sub>1</sub>, MIE<sub>3</sub>, MIE<sub>4</sub> e MIE<sub>6</sub>, apresentaram uma rigidez inicial superior quando comparados aos valores analíticos, superando-os em no máximo 20%. Porém, os modelos MIE<sub>2</sub> e MIE<sub>5</sub>, tiveram um comportamento contrário, com valores de rigidez inicial inferiores em 36,3% e 3,6%, respectivamente, aos valores previstos analiticamente. Essa variação de comportamento, compreensível para modelos de esbeltez intermediária, pode ser comprovado pela mudança na altura da alma do pilar para os dois modelos mencionados anteriormente. Logo, os modelos numéricos MIE<sub>2</sub> ( $L_w=320\text{mm}$ ) e MIE<sub>5</sub> ( $L_w=288\text{mm}$ ), ao terem suas alturas de alma variadas, mostraram um comportamento diferente dos demais com  $L_w=245\text{mm}$ , levando à conclusão, mais uma vez, de que esse parâmetro tem forte influência no comportamento da ligação como um todo; sobretudo sob o aspecto da rigidez.

Para o último grupo, composto por ligações nas quais o pilar tem alma muito esbelta, a rigidez inicial obtida para os modelos numéricos foi bem superior à rigidez prevista analiticamente. Isso mostra que a capacidade resistente da alma, nesses modelos, é até 78% inferior à dos componentes da ligação.

#### 4.4. TENSÕES NA ALMA DO PILAR

Neste item, serão analisados os resultados obtidos para a distribuição de tensões longitudinais na alma do pilar.

A seguir são apresentados os resultados obtidos para três dos dezoito modelos numéricos estudados, um para cada classe de esbeltez. E como o foco do presente trabalho é verificar a influência da esbeltez da alma do pilar no comportamento da ligação, são apresentadas as tensões normais na alma segundo o eixo  $Y$  (direção do eixo do pilar) e as tensões obtidas pelo critério de Von-Mises.

A figura 4.14 ilustra as distribuições de tensões longitudinais no pilar, para uma solicitação correspondente a 48% acima do momento teórico de plastificação da alma do pilar, observando-se a concentração de tensões na alma, na região dos parafusos tracionados e alguma transmissão de tensões longitudinais para a mesa, demonstrando o grau de restrição oferecida à alma e, conseqüentemente, à ligação como um todo.

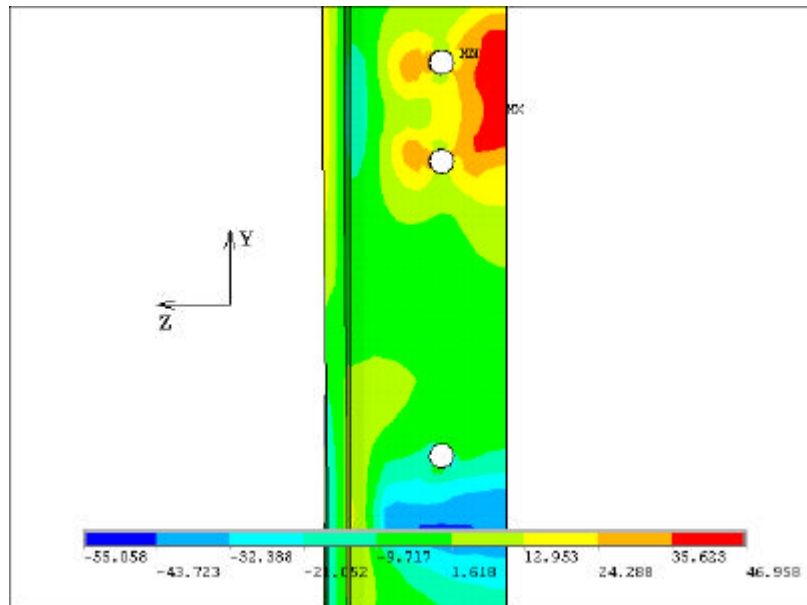


Figura 4.14: Tensões  $S_y$  para o modelo  $BIE_1$ , em  $\text{kN/cm}^2$ .

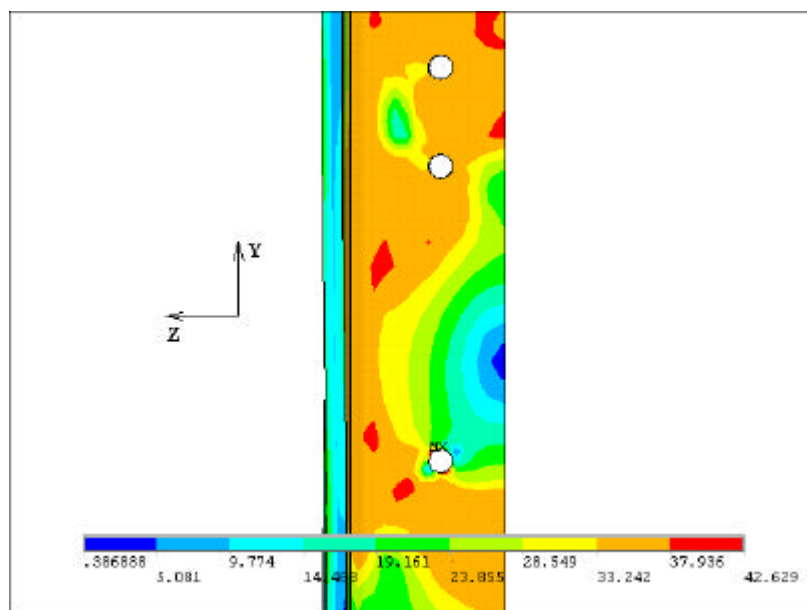


Figura 4.15: Tensões de Von-Mises para o modelo  $BIE_1$ , em  $\text{kN/cm}^2$ .

Para o modelo numérico  $BIE_1$ , de baixo índice de esbelte, a figura 4.14 mostra uma concentração das tensões máximas de tração na direção do eixo  $Y$  presentes na região do eixo de simetria e com uma maior concentração na região dos parafusos tracionados. A região da alma com maior concentração de tensões de compressão manteve-se próxima à fronteira inferior do contato da alma com a chapa de topo. O

critério de Von-Mises para o modelo da classe 1 sugere um início de deformações permanentes mais disperso (figura 4.15).

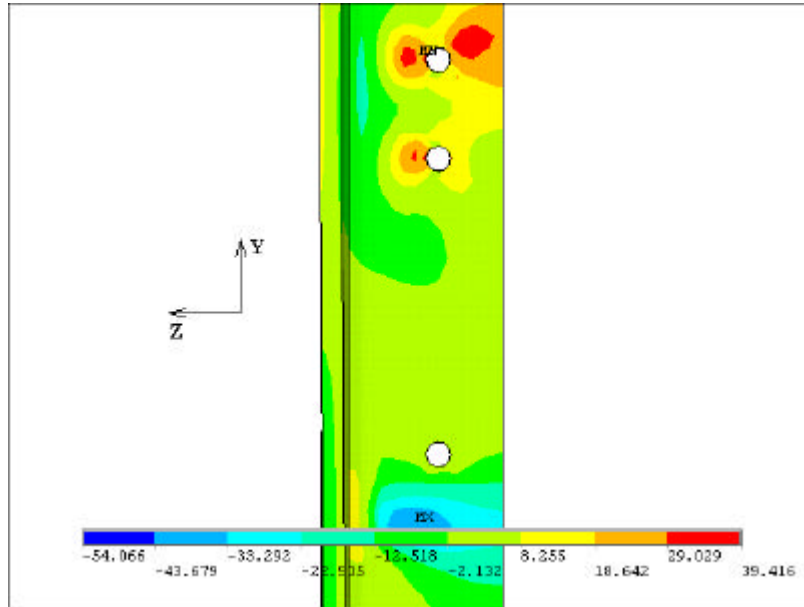


Figura 4.16: Tensões  $S_y$  para o modelo  $MIE_1$ , em  $\text{kN}/\text{cm}^2$ .

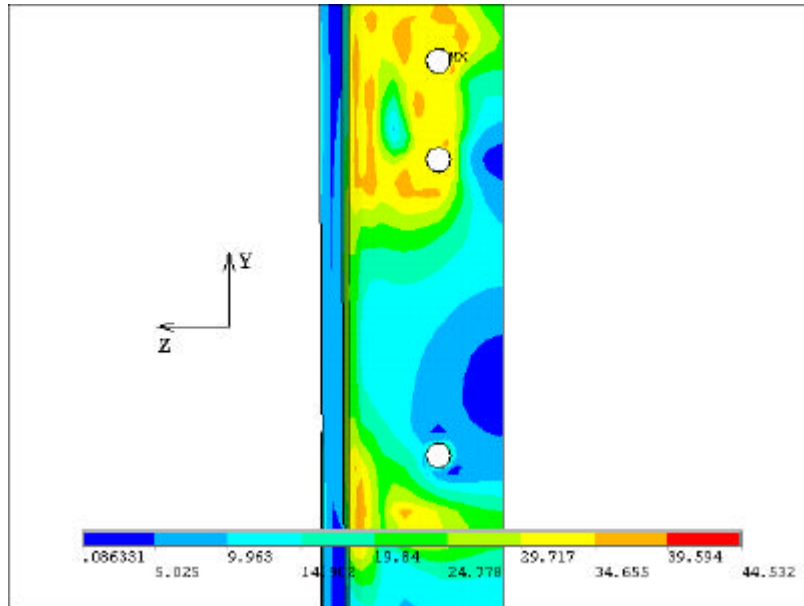
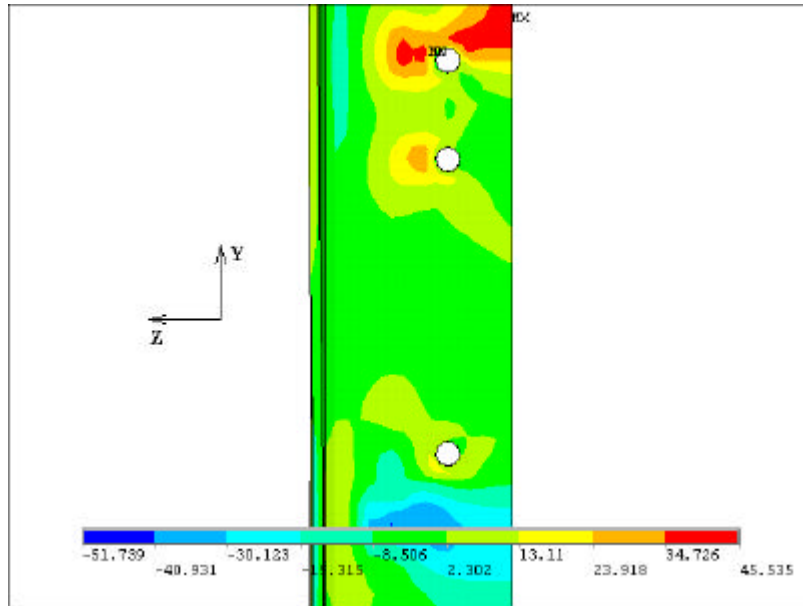


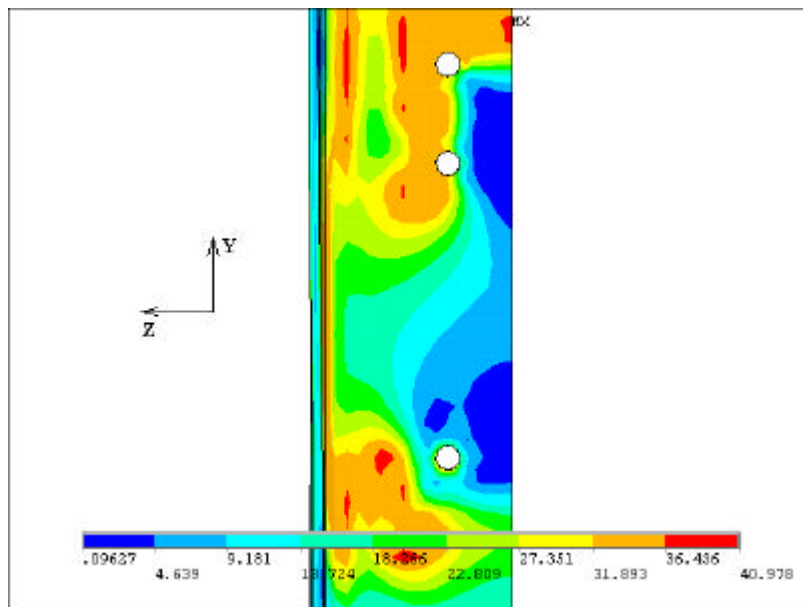
Figura 4.17: Tensões de Von-Mises para o modelo  $MIE_1$ , em  $\text{kN}/\text{cm}^2$ .

Para o modelo  $MIE_1$  pertencente à classe 2, as tensões  $s_y$  mostraram-se concentradas numa região mais próxima aos furos da zona tracionada e à região em

contato com a face inferior da chapa de topo, ou seja, na zona comprimida (figura 4.16). As tensões de Von-Mises para tal modelo (figura 4.17) apresentaram-se mais dispersas por toda a alma estando mais próximas à região das mesas.



**Figura 4.18: Tensões  $S_y$  para o modelo AIE<sub>9</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**



**Figura 4.19: Tensões de Von-Mises para o modelo AIE<sub>9</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

Já para o modelo AIE<sub>9</sub>, de alta esbelteza, o padrão de comportamento de  $S_y$  mostrou-se totalmente alterado. Devido à rigidez imposta pela chapa de topo à alma do

pilar a zona de tração localizou-se numa região logo acima dos parafusos da zona tracionada da ligação, como pode ser verificado na figura 4.18. Com relação às tensões de Von-Mises, o modelo apresentou, como nos demais, tensões dispersas ao longo da região de contato com a chapa de topo.

#### 4.5. MODELO DE GOMES (1990)

A título de comparação a tabela 4.9 resgata os valores do momento plástico da alma, calculados de acordo com o modelo analítico.

**Tabela 4.9: Valores de  $M_{pl}$  (kNcm) para os modelos numéricos analisados.**

Classe	Modelo	$M_{pl}$ (alma)
1	BIE <sub>1</sub>	20.324,05
	BIE <sub>2</sub>	15.921,20
	BIE <sub>3</sub>	14.315,60
2	MIE <sub>1</sub>	9.506,65
	MIE <sub>2</sub>	8.922,52
	MIE <sub>3</sub>	7.973,78
	MIE <sub>4</sub>	6.580,00
	MIE <sub>5</sub>	7.443,60
	MIE <sub>6</sub>	4.453,05
3	AIE <sub>1</sub>	5.060,96
	AIE <sub>2</sub>	4.236,05
	AIE <sub>3</sub>	4.626,10
	AIE <sub>4</sub>	3.388,15
	AIE <sub>5</sub>	2.814,60
	AIE <sub>6</sub>	2.584,64
	AIE <sub>7</sub>	2.293,77
	AIE <sub>8</sub>	3.843,24
	AIE <sub>9</sub>	1.826,32

Para os modelos numéricos com alma de baixa esbeltez (classe1), os componentes da ligação (chapa de topo, parafusos e viga) conduziram a um momento plástico teórico menor que o da alma, caracterizando um condicionante à capacidade resistente da ligação. Entretanto, esse fato não implicou em variação significativa com relação à capacidade resistente global, já que as curvas momento-rotação da alma do pilar e da ligação apresentaram grande semelhança em seu comportamento.

Com relação aos modelos da classe 2 (medianamente esbeltos), ficou clara a grande similaridade de comportamento entre a alma do pilar e os demais componentes da ligação. Contudo, a alma ainda exerceu papel fundamental na resistência da ligação como um todo.

O último grupo de modelos analisados foi os de alta esbeltez de alma (classe 3), onde se verificou o papel governante da alma do pilar na resistência global da ligação. Assim, à medida que a alma do pilar não oferecia resistência à ligação, a responsabilidade na capacidade resistente ficou para a chapa de topo e parafusos.

Apresentam-se a seguir, os resultados obtidos a partir do modelo de Gomes (1990), que propôs um modelo simplificado para a análise de ligações segundo o eixo de menor inércia do pilar. Na seqüência, é estabelecida uma comparação entre o modelo de Gomes (1990) e os resultados dos modelos numéricos analisados ao longo deste trabalho.

#### 4.5.1. Tensões na Alma do Pilar

Gomes (1990) verificou que na ruptura global, a carga crítica é obtida a partir dos mecanismos de flexão ou puncionamento, sendo que ambas as zonas, de compressão e tração, são assumidas como sendo simétricas em relação a um eixo situado no plano da alma do pilar (figura 4.20).

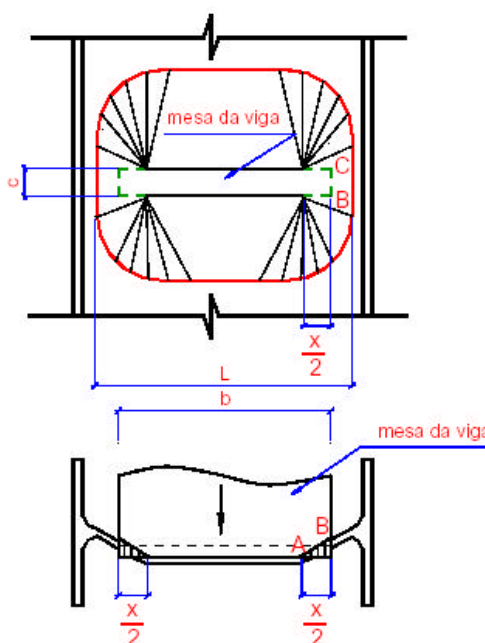
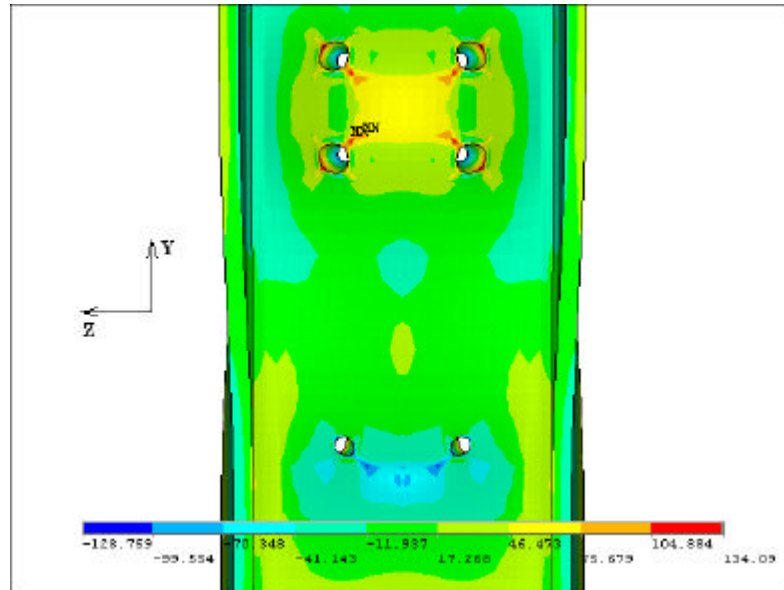
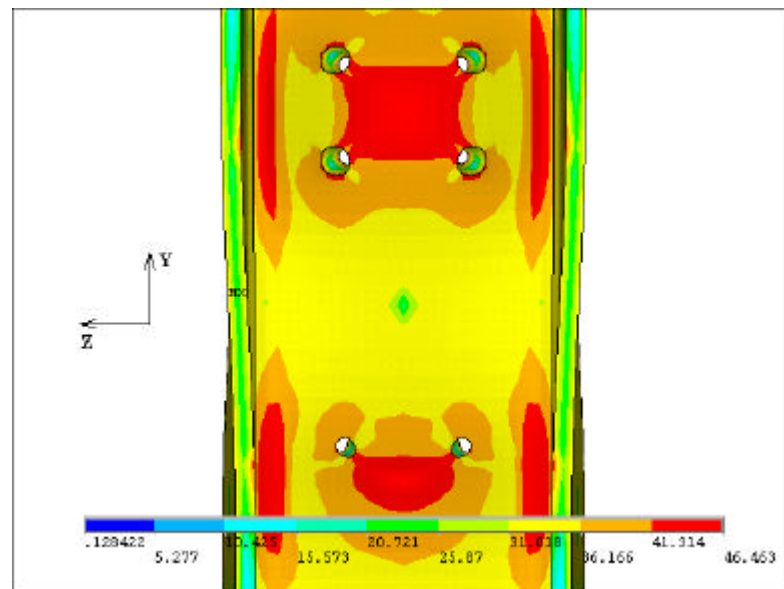


Figura 4.20: Mecanismo local de flexão e puncionamento combinados.



**Figura 4.21: Tensões  $S_y$  para o modelo BIE<sub>1</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

De acordo com a figura 4.21, que mostra as tensões  $S_y$  para o modelo BIE<sub>1</sub> de baixa esbeltez, fica evidente a região de plastificação na zona de tração sugerida por Gomes (1990) conforme a figura 4.20, indicando uma boa coerência entre o modelo de Gomes (1990) e os modelos numéricos.



**Figura 4.22: Tensões de Von-Mises para o modelo BIE<sub>1</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

Nas simulações numéricas, Gomes (1990) analisou a variação da carga de colapso por flexão em função da área de uma placa rígida de dimensões  $b \times c$ , verificando que a equação 2.10 (capítulo 2) revelou-se segura, já que os resultados das simulações

numéricas com o critério de escoamento de Von-Mises coincidem quando:

$$\frac{(b+c)}{L} \geq 0,5 \quad (4.4)$$

A figura 4.22 indica as tensões de Von-Mises para o modelo BIE<sub>1</sub>, reforçando o parágrafo anterior. Nota-se que a região do retângulo  $b \times c$  se encontra bem delimitada.

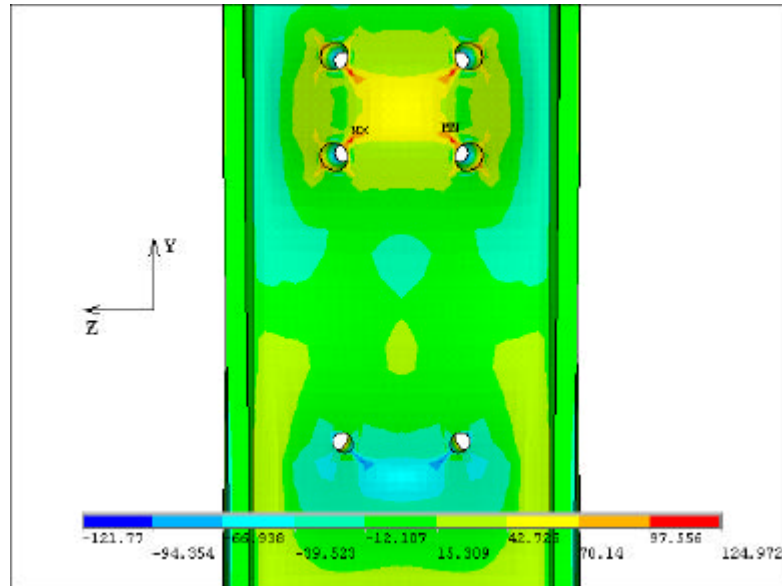


Figura 4.23: Tensões  $S_y$  para o modelo MIE<sub>1</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.

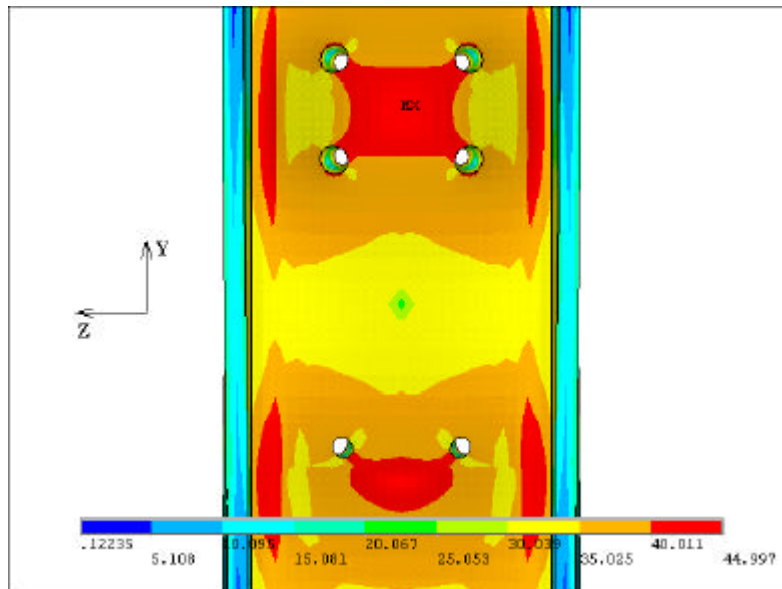
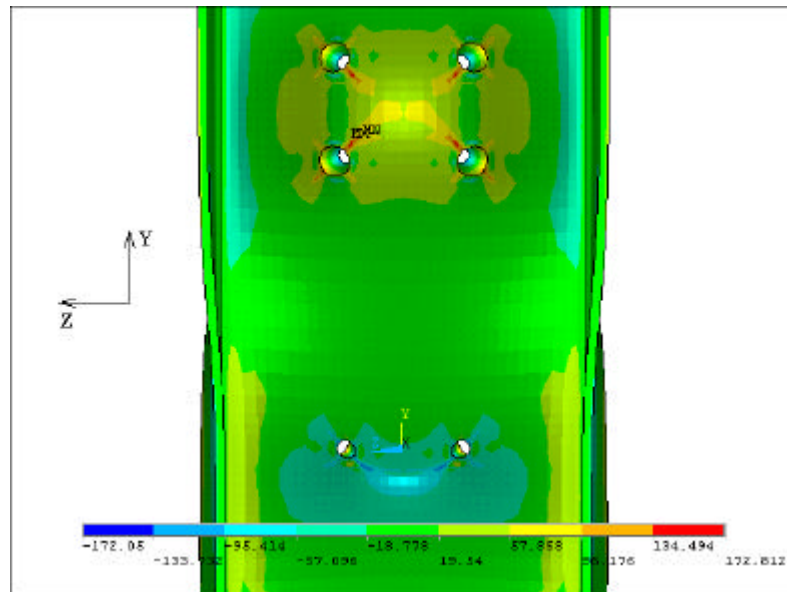


Figura 4.24: Tensões de Von-Mises para o modelo MIE<sub>1</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.

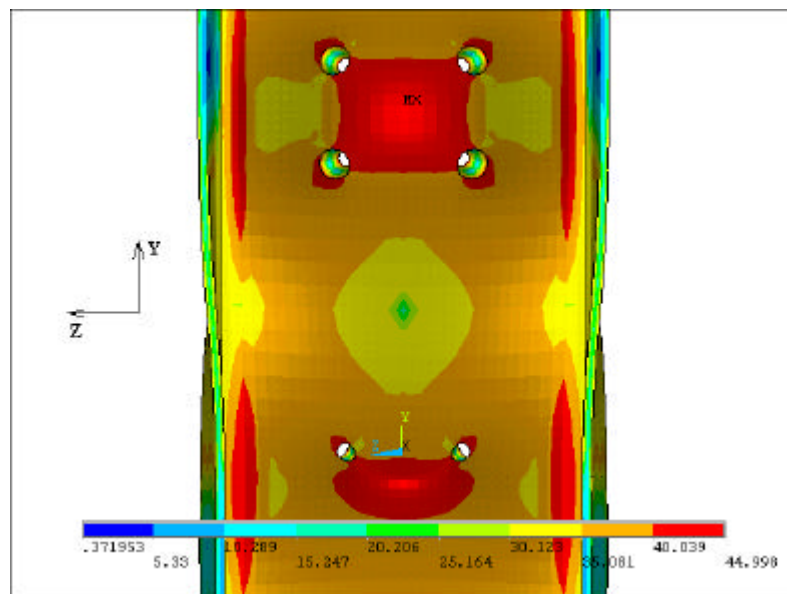
A figura 4.23 mostra a distribuição das tensões para o modelo da classe 2, MIE<sub>1</sub> e evidencia que essa distribuição tende, cada vez mais, a se aproximar do modelo teórico de Gomes (1990). Na figura 4.24 verifica-se que o critério de Von-Mises para tal



modelo confirma o comportamento apresentado na figura 4.23, mostrando deformações concentradas na região do retângulo  $b \times c$  do modelo de Gomes (1990).



**Figura 4.25: Tensões  $S_y$  para o modelo AIE<sub>9</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**



**Figura 4.26: Tensões de Von-Mises para o modelo AIE<sub>9</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

O modelo numérico AIE<sub>9</sub>, com elevado índice de esbeltez da alma, apresentou um nível de deformações mais intenso que os demais (BIE<sub>1</sub> e MIE<sub>1</sub>). Pode-se observar uma grande flexão das mesas e da alma e, além disso, uma formação do mesmo mecanismo plástico na zona tracionada (figura 4.25). O mesmo se verifica com relação ao critério de Von-Mises (figura 4.26).

### 4.5.2. Comparação entre as Curvas Momento-Rotação – Modelo Completo e Modelo de Gomes (1990)

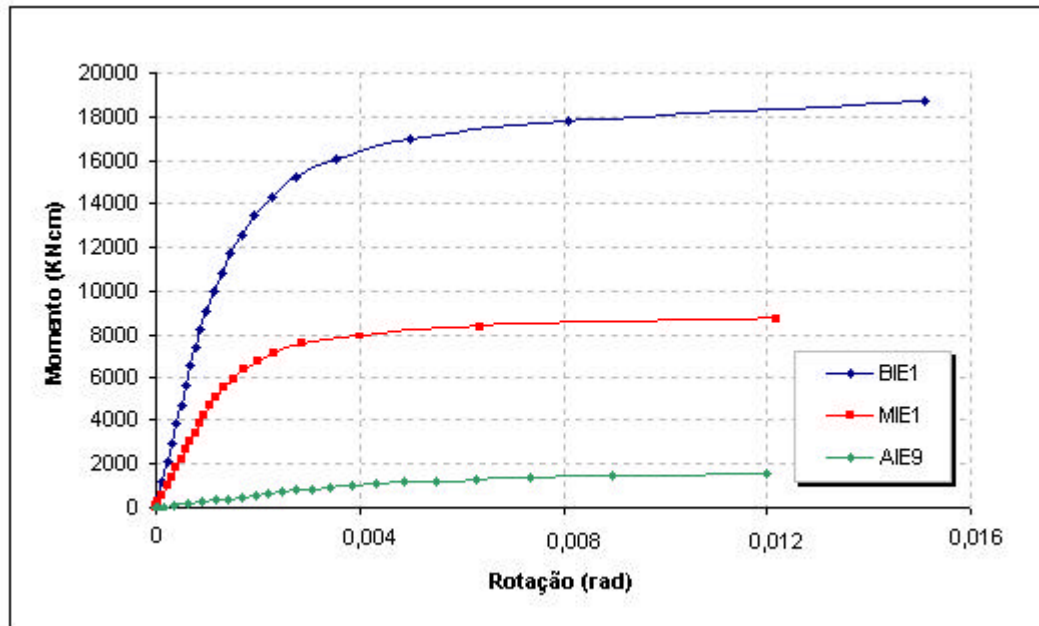


Figura 4.27: Curvas  $M-f$  dos modelos de alta, média e baixa esbeltez – Modelo de Gomes (1990).

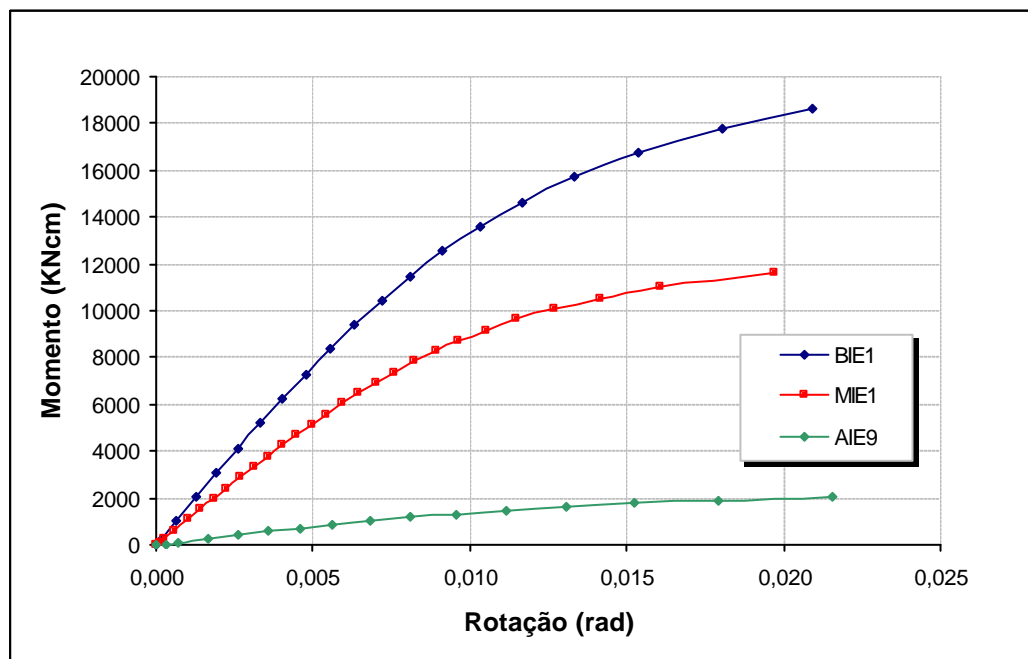


Figura 4.28: Curvas  $M-f$  dos modelos de alta, média e baixa esbeltez – Modelo Completo.

Nos gráficos apresentados para os modelos de Gomes (1990), que se encontram na figura 4.27, pode-se observar um comportamento similar ao dos modelos completos (figura 4.28).

Há que se observar uma mudança mais nítida entre as zonas elástica e plástica. Tal fato é influenciado principalmente por estar sendo submetido ao carregamento um único elemento de todo o conjunto analisado anteriormente.

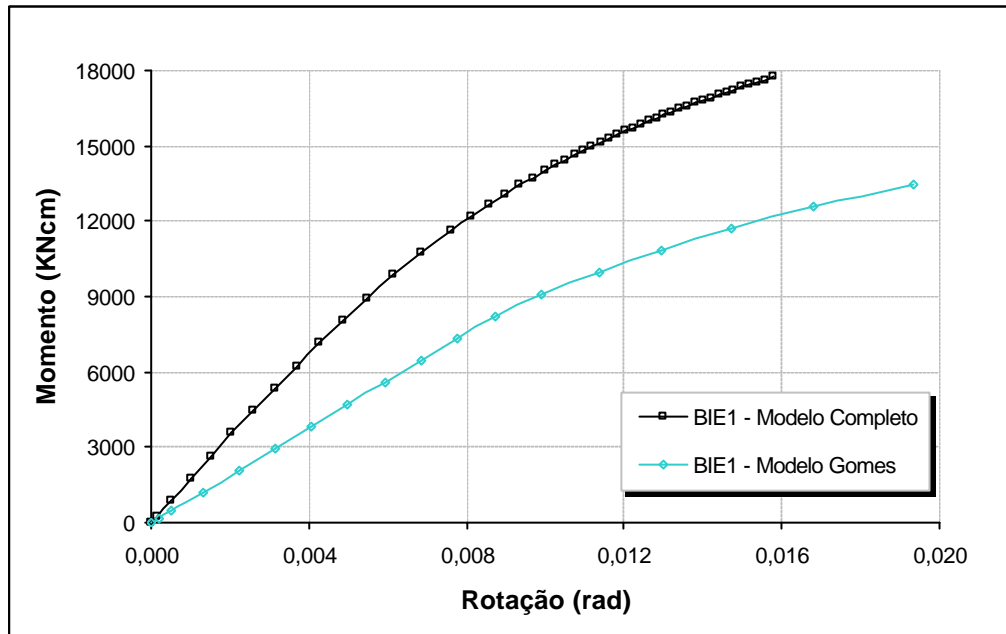


Figura 4.29: Curvas momento-rotação do modelo de baixa esbeltez.

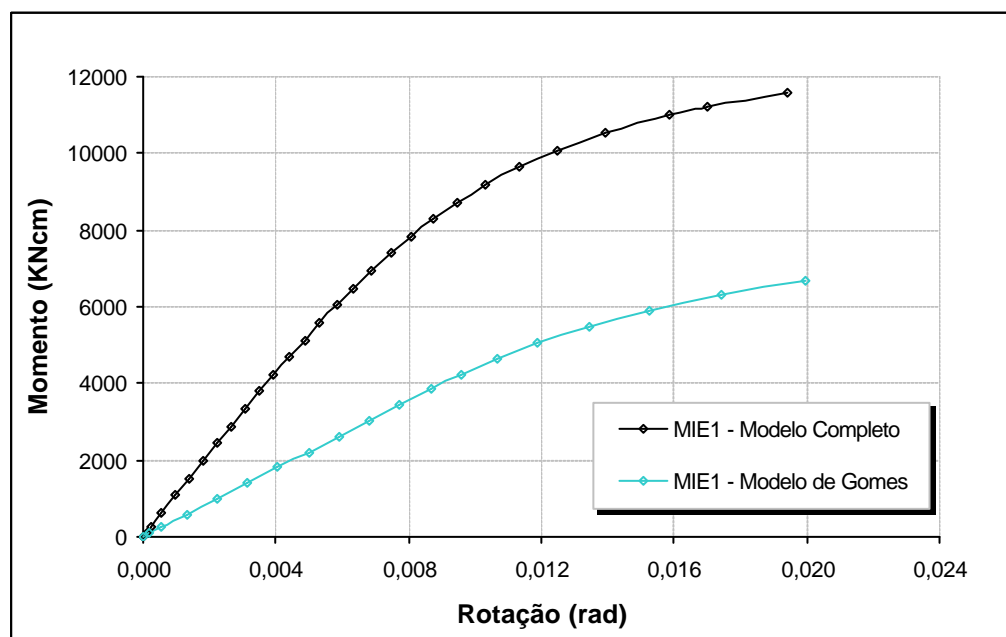
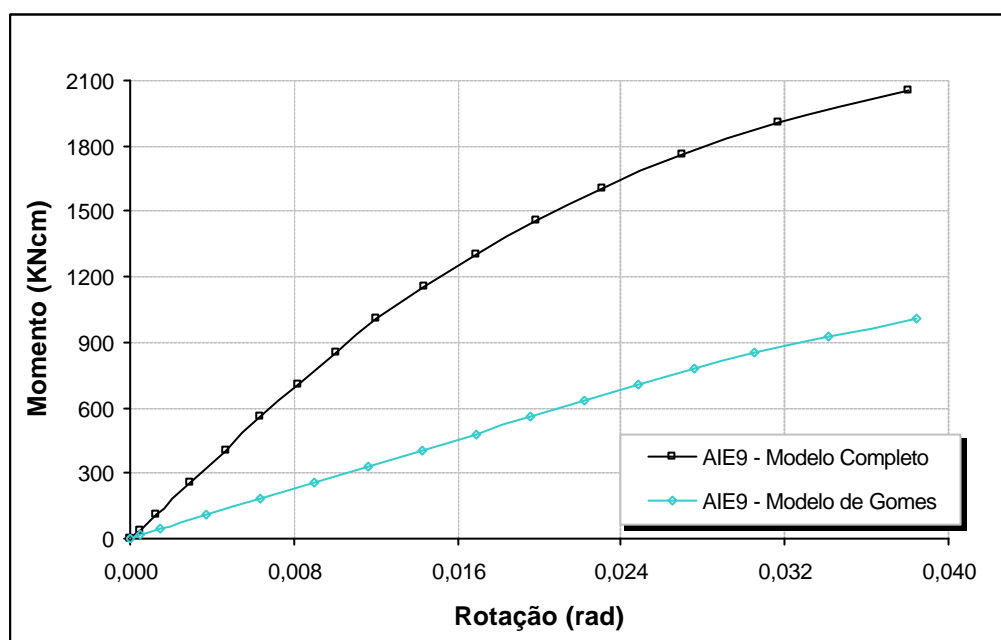


Figura 4.30.: Curvas momento-rotação do modelo de média esbeltez.

As figuras 4.29 a 4.31 apresentam uma comparação entre todos os modelos analisados. Estes gráficos são importantes quando se deseja traçar um paralelo entre o modelo de análise convencional e o Modelo de Gomes (1990), no que diz respeito ao comportamento da alma do pilar.



**Figura 4.31.: Curvas momento-rotação do modelo de alta esbeltez.**

Pode-se observar que a simplificação sugerida pelo autor citado acima não conduziu a resultados por demais afastados do modelo completo, em termos da capacidade rotacional (exceto para o modelo de baixa esbeltez), apesar da não consideração da influência de todos os componentes envolvidos .

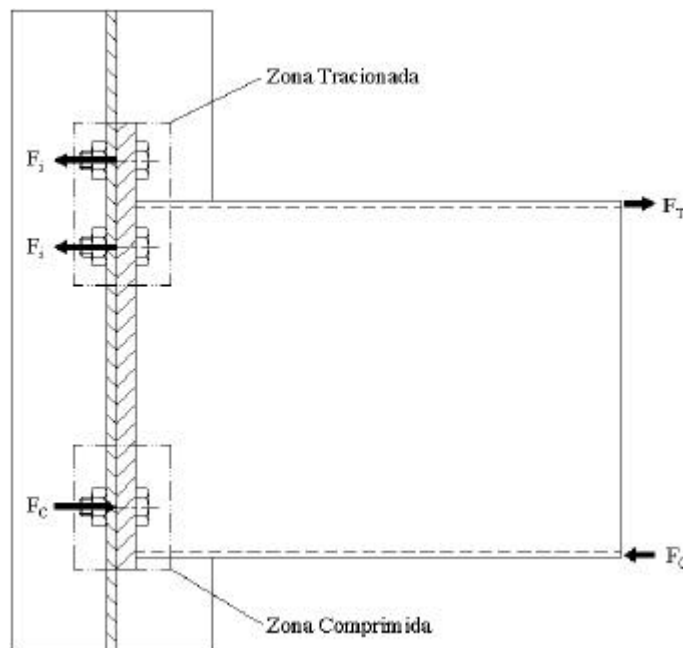
Contudo, o modelo de Gomes (1990) revelou-se demasiadamente conservador em termos da capacidade resistente, exatamente pela não consideração da influência de tais elementos. De fato, no caso dos modelos com elevada esbeltez, a chapa confere à alma do pilar um aumento de rigidez. Com espessuras da alma do pilar próximas à da chapa de topo, há um maior afastamento relativo entre elas, fato que pode conduzir a uma ruptura precoce dos parafusos.

De acordo com os resultados dos modelos numéricos analisados ao longo deste trabalho, pode-se verificar que o modelo de Gomes (1990) é bastante conservador no

que diz respeito à questão da alma do pilar. Entretanto, como será demonstrado no próximo tópico, esse conservadorismo deve ser encarado com muito cuidado no que diz respeito à distribuição de forças nos parafusos.

### 4.5.3. Análise da Distribuição das Forças nos Parafusos

A análise tradicional das forças nos parafusos tracionados de uma ligação com chapa de topo estabelece que a força de tração  $F_i$  absorvida em cada parafuso, é igual à força de tração equivalente atuante na ligação  $F_T$ , dividida pelo número  $n$  de parafusos tracionados, conforme a figura 4.32. A força de tração equivalente  $F_T$  é calculada como o quociente entre o momento atuante na ligação e a distância entre os planos médios das mesas da viga.



**Figura 4.32: Análise tradicional das forças nos parafusos.**

Para averiguar a veracidade dessa consideração no caso das ligações com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia do pilar, foram obtidas as forças nos parafusos da ligação através da análise da tensão longitudinal média atuante no fuste de cada parafuso.

### 4.5.3.1. Modelo de Análise

Foram obtidas as tensões normais e cisalhantes nas três linhas de parafusos da ligação. A partir dessas tensões foram calculadas as forças transmitidas à chapa de topo pelas cabeças dos parafusos e, eventualmente, pelos fustes, caso ocorresse o contato destes com os furos.

Após a identificação das forças que agiam sobre o conjunto viga-chapa de topo, estabeleceu-se o modelo indicado na figura 4.33, onde:

$F$ : carregamento aplicado à extremidade livre da viga;

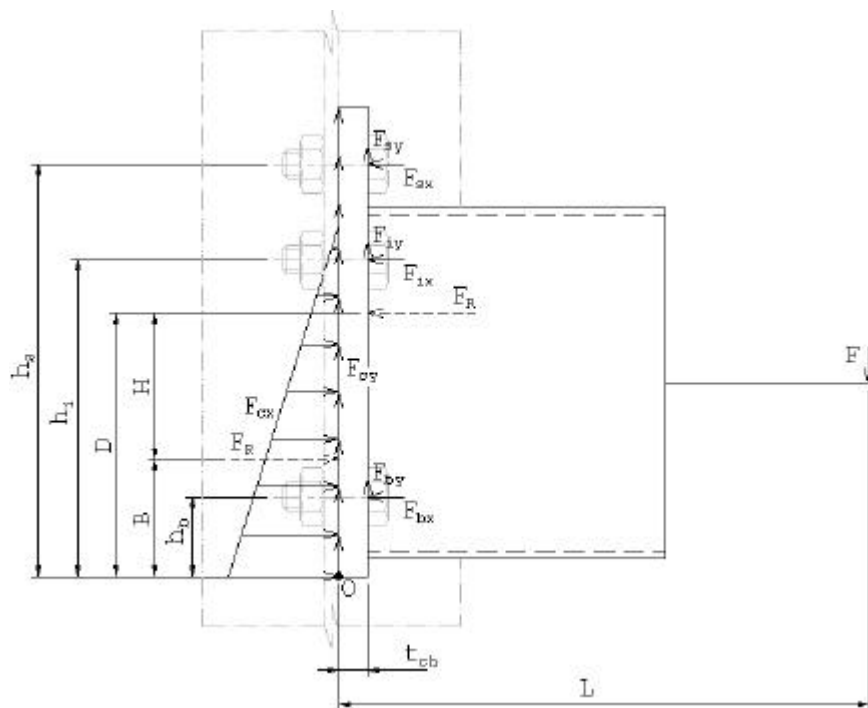
$F_{cx}$ : força horizontal exercida pela alma sobre a chapa de topo;

$F_{cy}$ : força vertical exercida pela alma sobre a chapa de topo;

$F_{sx}$ ,  $F_{ix}$  e  $F_{bx}$ : forças horizontais dos parafusos sobre a chapa de topo;

$F_{sy}$ ,  $F_{iy}$  e  $F_{by}$ : forças verticais dos parafusos sobre a chapa de topo;

$F_T$ : força total de tração nos parafusos.



**Figura 4.33: Configuração da ligação submetida pelo carregamento.**

De posse da carga aplicada  $F$  e das reações verticais e horizontais exercidas pelos parafusos sobre a chapa de topo ( $F_{sx}$ ,  $F_{sy}$ ,  $F_{ix}$ ,  $F_{iy}$ ,  $F_{bx}$ ,  $F_{by}$ ), é analisada a condição de equilíbrio do conjunto viga-chapa de topo.

Em primeiro lugar determina-se o ponto de aplicação da resultante horizontal das reações dos parafusos sobre a chapa de topo:

$$D = \frac{F_{sx} \cdot h_s + F_{ix} \cdot h_i + F_{bx} \cdot h_b}{F_{sx} + F_{ix} + F_{bx}} \quad (4.5)$$

Com o equilíbrio das forças horizontais obtém-se a reação horizontal da alma do pilar sobre a chapa de topo:

$$F_{cx} = F_{sx} + F_{ix} + F_{bx} \quad (4.6)$$

Com o equilíbrio das forças verticais tem-se a reação vertical da alma do pilar sobre a chapa de topo:

$$F_{cy} = F - (F_{sy} + F_{iy} + F_{by}) \quad (4.7)$$

Estabelecendo-se o equilíbrio de momentos em relação ao ponto  $O$ , obtém-se:

$$-(F \cdot L) - (F_{cx} \cdot B) + (F_{sy} + F_{iy} + F_{by}) \cdot t_{ch} + (F_{sx} \cdot h_s) + (F_{ix} \cdot h_i) + (F_{bx} \cdot h_b) = 0 \quad (4.8)$$

A equação 4.8 permite calcular a distância  $B$  entre o ponto de aplicação da resultante horizontal da reação da alma do pilar e o ponto  $O$ , situado na extremidade inferior da chapa de topo.

Finalmente, obtém-se o valor de  $H$ , que representa a distância entre as forças horizontais da alma do pilar sobre a chapa de topo que compõem o binário de forças de equilíbrio da ligação:

$$H = D - B \quad (4.9)$$

#### 4.5.3.2. Resultados da Análise Numérica nos Parafusos

**Tabela 4.10: Distribuição de forças (em kN) nos parafusos para os modelos da classe 1.**

Modelo	Etapa	F	F <sub>t</sub>	F <sub>sx</sub>		F <sub>ix</sub>		F <sub>bx</sub>		D	B	H
BIE <sub>1</sub>	Prot.	0	466,04	155,30	33,3%	155,54	33,4%	155,20	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	34,60	527,66	185,18	35,1%	179,20	34,0%	163,30	30,9%	269,0	169,6	99,3
	2M <sub>pl</sub> /3	76,60	698,64	268,08	38,4%	260,28	37,3%	170,28	24,4%	288,6	122,5	166,1
	M <sub>pl</sub>	111,60	818,14	325,34	39,8%	319,84	39,1%	172,94	21,1%	298,1	91,6	206,5
BIE <sub>2</sub>	Prot.	0	453,48	151,12	33,3%	151,36	33,4%	151,00	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	29,64	523,60	186,66	35,7%	176,06	33,6%	160,88	30,7%	270,0	184,2	55,8
	2M <sub>pl</sub> /3	59,64	666,24	260,04	39,0%	238,48	35,8%	167,72	25,2%	287,1	151,5	135,7
	M <sub>pl</sub>	89,64	800,54	335,64	41,9%	291,64	36,4%	173,28	21,7%	298,7	128,9	169,7
BIE <sub>3</sub>	Prot.	0	423,72	141,22	33,3%	141,38	33,4%	141,10	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	21,64	476,96	167,92	35,2%	160,30	33,6%	148,74	31,2%	268,5	199,7	68,8
	2M <sub>pl</sub> /3	41,64	577,48	221,82	38,4%	202,28	35,0%	153,38	26,6%	283,1	173,8	109,3
	M <sub>pl</sub>	65,64	691,80	277,08	40,1%	255,88	37,0%	158,84	22,9%	293,7	149,8	143,9

Nos modelos numéricos com baixo índice de esbeltez da alma do pilar (tabela 4.10), o modelo de Gomes (1990) para o cálculo do momento de plastificação da ligação resulta em solicitações nas duas linhas superiores de parafusos a elevados níveis de tração, superiores à capacidade elástica dos mesmos.

Durante o carregamento os parafusos da zona tracionada foram, de forma progressiva, absorvendo percentuais maiores da força total de tração  $F_T$  e a mesma foi distribuída de forma praticamente igual entre estas duas linhas.

No caso de pilares com almas medianamente esbeltas (classe 2), os parafusos estiveram sujeitos a esforços de tração menos severos que nos modelos da classe 1 (tabela 4.11). O percentual das forças distribuídas na zona de tração, distanciou-se da igualdade entre as duas linhas de parafusos ali presentes.

**Tabela 4.11: Distribuição de forças (em kN) nos parafusos para os modelos da classe 2.**

Modelo	Etapa	F	$F_t$	$F_{sx}$		$F_{ix}$		$F_{bx}$		D	B	H
MIE <sub>1</sub>	Prot.	0	410,42	136,80	33,3%	136,94	33,4%	136,68	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	19,24	453,32	157,76	34,8%	152,02	33,5%	143,54	31,7%	266,9	202,6	64,3
	2M <sub>pl</sub> /3	34,24	522,18	194,08	37,2%	180,40	34,5%	147,70	28,3%	277,6	178,3	99,3
	M <sub>pl</sub>	52,24	618,10	243,60	39,4%	223,40	36,1%	151,10	24,4%	289,3	161,3	128,1
MIE <sub>2</sub>	Prot.	0	467,28	163,06	34,9%	156,00	33,4%	148,22	31,7%	267,0	267,0	-
	M <sub>pl</sub> /3	29,64	467,28	163,06	34,9%	156,00	33,4%	148,22	31,7%	267,0	170,6	96,2
	2M <sub>pl</sub> /3	57,64	514,60	210,38	40,9%	156,00	30,3%	148,22	28,8%	279,4	109,7	169,8
	M <sub>pl</sub>	85,64	657,56	260,74	39,7%	236,82	36,0%	160,00	24,3%	289,8	92,3	197,6
MIE <sub>3</sub>	Prot.	0	398,82	132,94	33,3%	133,08	33,4%	132,82	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	14,96	434,44	149,90	34,5%	145,12	33,4%	139,42	32,1%	265,5	213,4	52,2
	2M <sub>pl</sub> /3	28,96	500,90	185,36	37,0%	172,40	34,4%	143,14	28,6%	276,7	189,0	87,7
	M <sub>pl</sub>	45,30	596,70	236,22	39,6%	212,84	35,7%	147,64	24,7%	288,7	173,7	115,0
MIE <sub>4</sub>	Prot.	0	386,52	128,84	33,3%	128,96	33,4%	128,72	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	12,82	422,86	146,10	34,6%	140,88	33,3%	135,90	32,1%	265,5	219,5	45,9
	2M <sub>pl</sub> /3	24,82	486,86	180,86	37,1%	166,74	34,2%	139,26	30,7%	276,7	199,5	77,2
	M <sub>pl</sub>	36,82	571,20	226,52	39,7%	201,08	35,2%	143,60	25,1%	287,8	190,1	97,7
MIE <sub>5</sub>	Prot.	0	486,12	161,98	33,3%	162,16	33,4%	161,98	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	14,32	507,74	175,18	34,5%	169,42	33,4%	163,14	32,1%	265,4	222,7	42,7
	2M <sub>pl</sub> /3	28,32	531,98	175,18	32,9%	191,58	36,0%	165,24	31,1%	266,8	186,0	80,8
	M <sub>pl</sub>	44,66	677,16	267,92	39,6%	238,82	35,3%	170,44	25,1%	287,6	187,6	100,0
MIE <sub>6</sub>	Prot.	0	358,18	119,40	33,3%	119,46	33,4%	119,34	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	8,54	391,36	134,76	34,4%	130,36	33,3%	126,26	32,3%	265,0	231,9	33,1
	2M <sub>pl</sub> /3	15,22	418,92	159,98	38,2%	130,36	31,1%	128,58	30,7%	272,3	217,3	55,0
	M <sub>pl</sub>	23,22	503,56	197,66	39,3%	175,10	34,8%	130,82	25,9%	285,3	215,4	69,9



Com relação aos modelos com altos índices de esbeltez da alma do pilar, os parafusos foram solicitados à tração muito aquém de sua capacidade. Neste tipo de ligação é a alma que governa a capacidade resistente de toda a ligação.

De acordo com os resultados apresentados na tabela 4.12, pode-se observar que, com o aumento da esbeltez da alma, a distribuição das tensões de tração nos parafusos das duas linhas superiores distanciou-se da igualdade. Conseqüentemente, os parafusos da linha superior sofreram maiores solicitações à tração.

**Tabela 4.12: Distribuição de forças (em kN) nos parafusos para os modelos da classe 3.**

Modelo	Etapa	F	F <sub>t</sub>	F <sub>sx</sub>		F <sub>ix</sub>		F <sub>bx</sub>		D	B	H
AIE <sub>1</sub>	Prot.	0	380,24	126,76	33,3%	126,86	33,4%	126,64	33,3%	261,4	261,4	-
	M <sub>pl</sub> /3	9,66	413,76	142,52	34,4%	137,26	33,2%	133,98	32,4%	264,7	229,3	35,4
	2M <sub>pl</sub> /3	19,66	484,84	181,62	37,5%	163,10	33,6%	140,14	28,9%	276,2	214,8	61,5
	M <sub>pl</sub>	29,66	573,46	230,40	40,2%	197,12	34,4%	145,94	25,4%	289,0	209,0	78,4
AIE <sub>2</sub>	Prot.	0	370,36	123,46	33,3%	123,54	33,4%	123,36	33,3%	261,4	261,4	0
	M <sub>pl</sub> /3	7,52	399,56	136,76	34,2%	132,46	33,2%	130,34	32,6%	263,9	235,4	28,5
	2M <sub>pl</sub> /3	17,52	482,02	182,16	37,8%	161,78	33,6%	138,08	28,6%	277,2	222,1	55,1
	M <sub>pl</sub>	25,52	560,46	225,08	40,2%	192,24	34,3%	143,12	25,5%	287,2	218,2	69,0
AIE <sub>3</sub>	Prot.	0	349,34	116,48	33,3%	116,50	33,3%	116,36	33,4%	261,4	261,4	0
	M <sub>pl</sub> /3	4,18	378,84	129,74	34,2%	125,02	33,0%	124,08	32,8%	263,6	246,9	16,7
	2M <sub>pl</sub> /3	9,18	447,32	168,22	37,6%	145,76	32,6%	133,34	29,8%	274,0	242,9	31,1
	M <sub>pl</sub>	14,18	511,54	203,34	39,8%	169,80	33,2%	140,20	27,0%	282,0	239,9	42,1
AIE <sub>5</sub>	Prot.	0	352,18	117,42	33,3%	117,46	33,4%	117,30	33,3%	261,4	261,4	0
	M <sub>pl</sub> /3	5,42	384,34	132,10	34,4%	127,16	33,1%	125,08	32,5%	264,3	242,9	21,3
	2M <sub>pl</sub> /3	10,76	447,76	166,96	37,3%	148,26	33,1%	132,56	29,6%	274,3	237,9	36,4
	M <sub>pl</sub>	16,08	511,82	201,48	39,4%	172,16	33,6%	138,18	27,0%	282,8	235,1	47,7
AIE <sub>6</sub>	Prot.	0	348,52	116,20	33,3%	116,22	33,3%	116,10	33,4%	261,4	261,4	0
	M <sub>pl</sub> /3	4,78	379,44	130,22	34,3%	125,52	33,0%	123,70	32,7%	264,1	245,0	19,1
	2M <sub>pl</sub> /3	9,78	442,56	164,90	37,3%	146,30	33,1%	131,36	29,6%	274,1	240,6	33,5
	M <sub>pl</sub>	15,78	516,64	204,56	39,6%	173,68	33,6%	138,40	26,8%	283,5	237,1	46,4
AIE <sub>7</sub>	Prot.	0	345,90	115,28	33,3%	115,30	33,3%	115,32	33,4%	261,3	261,3	0
	M <sub>pl</sub> /3	4,70	370,18	126,20	34,1%	122,30	33,0%	121,70	32,9%	263,2	243,9	19,3
	2M <sub>pl</sub> /3	9,38	425,06	154,42	36,3%	138,18	32,5%	132,48	31,2%	269,5	236,1	33,4
	M <sub>pl</sub>	13,38	469,16	177,64	37,9%	153,22	32,7%	138,32	29,4%	275,1	231,7	43,4
AIE <sub>8</sub>	Prot.	0	380,58	126,88	33,3%	126,96	33,4%	126,74	33,3%	261,4	261,4	0
	M <sub>pl</sub> /3	7,42	420,86	147,66	35,1%	137,14	32,6%	136,06	32,3%	265,4	238,7	26,7
	2M <sub>pl</sub> /3	15,42	512,00	203,74	39,8%	160,58	31,4%	147,68	28,8%	278,4	232,7	45,7
	M <sub>pl</sub>	22,40	512,90	249,98	48,7%	186,52	36,4%	156,40	14,9%	286,7	229,3	57,4
AIE <sub>9</sub>	Prot.	0	337,40	112,48	33,3%	112,50	33,3%	112,42	33,3%	261,4	261,4	0
	M <sub>pl</sub> /3	3,70	365,30	125,40	34,3%	120,82	33,1%	119,08	32,6%	264,1	248,7	15,4
	2M <sub>pl</sub> /3	7,70	422,38	156,48	37,0%	139,62	33,0%	126,28	30,0%	273,3	245,7	27,6
	M <sub>pl</sub>	10,70	464,48	179,44	38,6%	153,98	33,2%	131,06	28,2%	279,0	244,0	35,0

#### 4.5.3.3. Comentários Finais

Diante dos resultados numéricos apresentados para os parafusos, podemos perceber que, na verdade, a previsão de Gomes (1990), embora seja adequada para a alma do pilar, na prática, tem ressalvas quanto à distribuição de forças nos parafusos. Em outras palavras, o autor parte da premissa que é fixa a distância entre as forças transmitidas à alma, considerando-a igual à distância entre os planos médios das mesas da viga (342,2mm no caso dos modelos analisados). Verifica-se, entretanto, que a linha neutra não apresenta uma posição fixa. Isso faz com que haja uma necessidade de um maior cuidado na extrapolação do modelo de Gomes (1990) para a análise dos parafusos.

De acordo com os resultados apresentados nas tabelas 4.10 a 4.12, também é possível constatar que, na realidade, o parafuso da linha inferior (zona “comprimida”) também está sendo tracionado, devido à flexibilidade da alma do pilar.

Em resumo, a consideração do modelo teórico para a determinação das forças nos parafusos pode conduzir, em alguns casos, a resultados contrários à segurança, sendo necessária uma cuidadosa análise de cada situação, em especial nos casos em que a capacidade resistente da ligação for determinada pelo comportamento dos parafusos.

É conveniente ressaltar, ainda, que o equilíbrio do conjunto chapa de topo-viga foi estabelecido sob a ótica da teoria de 1ª. ordem, desprezando-se as deformações, consideradas de pequena intensidade.

---

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo é dedicado não apenas à apresentação de algumas considerações relativas ao desenvolvimento deste trabalho, mas também, aos resultados obtidos e às diversas possibilidades e recomendações quanto ao prosseguimento e aprofundamento do estudo do comportamento estrutural de ligações com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia do pilar.

Com este objetivo, o capítulo é estruturado em três seções, dedicadas à apresentação das considerações relativas: (i) à metodologia aplicada ao longo do trabalho; (ii) aos resultados obtidos por intermédio da análise numérica, em termos de comparação com resultados previstos por modelos analíticos e (iii) às sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros, em termos de refinamento da análise numérica, realização de análises experimentais e desenvolvimento e/ou aperfeiçoamento de modelos analíticos.

### 5.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE A METODOLOGIA APLICADA

O primeiro objetivo da proposta inicial deste trabalho foi o desenvolvimento de modelos numéricos, via Elementos Finitos, que pudessem representar, satisfatoriamente, o comportamento das ligações viga-coluna parafusadas com chapa de

topo conectada à alma do pilar.

Para isso, recorreu-se à bibliografia disponível sobre o assunto, adotando-se um tipo de modelagem tridimensional já testada por pesquisadores tais como Sherbourne & Bahaari (1994, 1996a, 1996b, 1997a, 1997b), Maggi (2000), Maggi & Gonçalves (2003), Bessa (2004) e Neves (2004), entre outros. Em consonância com tais referências bibliográficas, optou-se pela modelação tridimensional, devido à possibilidade de obtenção de maior representatividade do comportamento real das ligações, procurando-se adequar as modelagens já testadas e de eficiência comprovada, inclusive com a inclusão de modificações e considerações adicionais recomendadas pelos autores citados, em especial as relacionadas por Maggi (2000) e Bessa (2004), relativas:

- ✓ à consideração das folgas entre os parafusos e os furos da chapa de topo e da alma do pilar;
- ✓ à utilização de diagramas multilineares para a caracterização do comportamento *tensão-deformação* dos materiais, o que permite representar não só a perda de resistência devido à plastificação, mas também a ruptura do material;
- ✓ à redução do número de elementos finitos, considerando-se o acoplamento entre elementos finitos sólidos e de barra.
- ✓ à utilização das condições de simetria existentes nos modelos, de modo a buscar-se um menor tempo de processamento, sem ocasionar diferenças significativas nos resultados numéricos.

Além disso, como já verificado por Maggi (2000) e Bessa (2004), o tipo de modelação adotado permite:

- i) a consideração, de forma realista e de acordo com as recomendações da NBR 8800 (1986), das forças de protensão nos parafusos, permitindo que seus efeitos sejam incorporados ao comportamento da ligação;
- ii) a obtenção da solicitação de tração em cada linha de parafusos da região tracionada;
- iii) uma avaliação mais realista da distribuição de tensões na alma do pilar,

tanto na região tracionada quanto na comprimida;

- iv) representar, de modo adequado, a inter-relação entre os diversos componentes da ligação, através da utilização de elementos de contato.

Portanto, de maneira geral, a potencialidade da análise numérica e dos modelos utilizados neste trabalho, mostrou-se eficaz e, a exemplo do que já foi comprovado para outros tipos de ligação, abre a possibilidade de uma melhor compreensão do comportamento do tipo de ligação em estudo, facilitando o desenvolvimento de modelos analíticos que representem adequadamente tal comportamento e permitam a utilização das características de rigidez e resistência na análise global das estruturas.

Entretanto, é oportuno lembrar que, em uma futura etapa de comparação com resultados obtidos experimentalmente, algumas discrepâncias poderão ocorrer, sendo necessário avaliar-se essas diferenças, por exemplo, à luz das simplificações inerentes aos modelos numéricos.

## **5.2. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS**

Um dos principais objetivos deste trabalho foi o de obter resultados, via Método dos Elementos Finitos, que pudessem fornecer subsídios para etapas futuras de estudo do assunto, em especial a realização de análises experimentais para comprovação e/ou estabelecimento de ajustes nos modelos numéricos utilizados neste trabalho, de modo a permitir o estabelecimento de novos modelos analíticos ou a adequação dos já existentes.

Todavia, se por um lado foi possível comprovar a qualidade dos modelos numéricos, são cabíveis algumas observações quanto às diferenças sistemáticas verificadas entre os resultados obtidos numericamente e os previstos pelos modelos teóricos, como foi observado nas curvas momento-rotação e, principalmente, nos valores da rigidez inicial.

Os resultados obtidos neste trabalho, de modo geral, atestam que os parâmetros identificados por Gomes (1990) e Neves (1996) como os mais importantes em termos da capacidade resistente e da rigidez da alma do pilar, são bem representativos quando

se analisa a ligação com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia como um todo. Porém, revela-se também a necessidade de aprimoramento de tais formulações de forma a englobar a influência dos demais fatores, em especial:

- a resistência dos componentes da ligação, especialmente os parafusos, que nos modelos numéricos indicou ser mais significativa à medida que se diminui a esbeltez da alma do pilar; e
- uma melhor avaliação da influência da mesa do pilar na resistência da alma, principalmente nos casos de restrição.

Assim, diante dos resultados obtidos para os parafusos, verificou-se que a previsão de Gomes (1990), embora razoavelmente adequada para a alma do pilar, na prática não se verifica quando o assunto é a distribuição de tensões nos parafusos.

Segundo Gomes (1990) a distância entre as forças de tração e compressão transmitidas para a alma do pilar é fixa e igual à distância entre os planos médios das mesas da viga. Os resultados da análise numérica, porém, mostraram que essa distância não é fixa e sofre considerável influência do índice de esbeltez da alma do pilar.

Outra constatação interessante é que devido à grande flexibilidade da alma do pilar, sobretudo para os modelos da classe 3 (alta esbeltez), os parafusos da linha inferior (zona “comprimida”) também sofrem solicitação de tração.

Em suma, a consideração do modelo teórico para a determinação das forças nos parafusos pode conduzir, em alguns casos, a resultados contrários à segurança, sendo necessária uma cuidadosa análise de cada situação, em especial nos casos em que a capacidade resistente da ligação for determinada pelo comportamento dos parafusos.

É conveniente ressaltar, ainda, que o equilíbrio do conjunto chapa de topo-viga foi estabelecido sob a ótica da teoria de 1ª ordem, desprezando-se as deformações, consideradas de pequena intensidade.

Em relação ao Método dos Componentes do EUROCODE 3 (2000), conforme a análise feita no capítulo 4, os resultados obtidos e as verificações sugerem que a sua metodologia também pode ser estendida para ligações na alma do pilar, desde que seja incorporada a consideração da rigidez da alma do pilar.

De maneira geral, pode-se concluir que, a partir das considerações e

simplificações adotadas neste trabalho, os resultados obtidos foram consistentes, principalmente no que tange a influência das características geométricas do pilar (esbeltez da alma).

Em termos de subsídios para a realização de análises experimentais, os resultados obtidos proporcionaram informações que podem ser extremamente úteis para o estabelecimento da instrumentação mais adequada, tanto em termos de deslocamentos quanto de distribuição de tensões. Além disso, também forneceram indicações preliminares quanto à influência de determinados fatores, que podem ser considerados como diretrizes para a escolha dos protótipos mais representativos para a realização do programa experimental.

### **5.3. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

A primeira das recomendações para o desenvolvimento de trabalhos futuros, como já mencionado em vários pontos do presente trabalho, é a necessidade de realização de ensaios para a validação da modelação numérica, acompanhada de comparações de resultados que permitam, caso necessário, estabelecer parâmetros de correção para os resultados obtidos numericamente.

Por outro lado, em termos de averiguação de interdependência das características geométricas dos elementos componentes do tipo de ligação em estudo, seria altamente recomendável o refinamento do conjunto de análises numéricas de modelos que envolvessem a variação alternada da espessura da chapa de topo e do diâmetro dos parafusos, bem como das dimensões (especialmente altura) da viga conectada à alma dos pilares. Os resultados obtidos poderiam ajudar a estabelecer, mais claramente, a influência das características de cada um desses componentes e permitir, em caso de necessidade, o aprimoramento e/ou reformulação dos modelos analíticos, respeitadas as conclusões obtidas a partir da comparação dos resultados numéricos com os obtidos experimentalmente.

Ainda em relação à análise numérica, seria recomendável o desenvolvimento de outros estudos, tais como:

- A avaliação da resistência e da rigidez devido à presença de enrijecedores de alma no pilar.

- O desenvolvimento e análise numérica de modelos com vigas conectadas também à mesa do pilar, para se verificar o grau de restrição imposto a esse elemento.

- A avaliação da resistência devido à presença de esforços de compressão no pilar.

Uma outra sugestão seria o desenvolvimento de modelos numéricos com vigas conectadas de ambos os lados do pilar, de modo a ser possível a avaliação do comportamento da alma do pilar na situação de momentos fletores desbalanceados.



---

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BESSA, W. O. (2004). Análise Numérica Tridimensional de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo na Direção do Eixo de Menor Inércia do Pilar. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFOP, Ouro Preto.

BESSA, W. O. et al. (2005). A 3D Analysis of Minor-axis Steel Beam-to-column End Plate Connections. Proceedings of the EuroSteel. Maastricht, The Netherlands.

EUROCODE 3, Part 1.8 (2000). Design of Joints. Draft 2, prEN1993, European Committee for Standardisation.

GOMES, F. C. T. (1990). Etat Limite Ultime de la Résistance de L'âme d'une Colonne dans un Assemblage Semi-Rigide d'axe Faible. Rapport Interne n° 203, MSM – Université de Liège, 72p.

GOMES, F. C. T. and JASPART J. P. (1994). Experimental Research of Minor-Axis Joints. Comparison with Theoretical Predictions. COST C1 WG2 Meeting, Doc. COST c1/wd2/94-13, Coimbra.

GOMES, F. C. T. e NEVES, L. F. C (1995). Numerical Simulation of a Column Web in a Minor-Axis Joint. COST C1 – WG6 'Numerical Simulations' Meeting, Doc. C1/WD6/95-14, Trento, Italy.

GOMES, F. C. T.; JASPART, J. P. and MAQUOI, R. (1996). Moment Capacity of Beam-to-Column Minor-Axis Joints. Proceedings of the IABSE International Colloquium on Semi-Rigid Structural Connections, Istanbul, Turkey, p. 319–26., in Eth-Honggerberg, Zurich, Switzerland.

GOMES, F. C. T. (2002). The EC3 Classification of Joints and Alternative Proposals. Proceedings of the second European Conference on Steel Structures, Eurosteel '2002, p. 987 – 996.

JASPART J., P. et GOYET, V. (1988). Etude Expérimentale et Numérique du Comportement des Structures Composées de Poutres a Assemblages Semi-Rigidez, Construction Métallique n°2, p. 32-49.

JASPART J., P. (1991). Etude de la Semi-Rigidité des Noeuds Poutre-Colonne et son Influence sur la Résistance et la Stabilité des Structures en Acier, Thèse de Doctorat, Université de Liège, Belgium.

JASPART J., P. (1991). Le Comportement Semi-Rigide des Noeuds Poutre-Colonne et son Influence sur le Calcul des Structures en Acier. Cours de Maîtrise, MSM Université de Liège.

JASPART, J., P. and MAQUOI, R. (1991). Simple Design Method for Sway Frames with Semi-Rigid Connections. University of Liege.

JASPART, J. P. and MAQUOI, R. (1992). Survey of Existing Types of joint Modelling. Proceedings of the first state-of-the-art workshop on Semi-Rigid Behavior of Civil Engineering Structural Connections, Strasbourg, France, p. 370-381

JASPART, J. P. (2000). General Report: Session on Connections. Journal of Constructional Steel Research; v. 55, p. 69–89.

KRISHNAMURTHY, N. (1996). Discussion About “3D Simulation of End-Plate Bolted Connections” by Archibald N. Sherbourne and Mohamed R. Bahaari in November 1994 (Paper 7328). *Journal of Constructional Engineering*; v.120, p.713.

LIMA, L. R. O. (1999). Avaliação de Ligações Viga-Coluna em Estruturas de Aço Submetidas à Flexão no Eixo de Menor Inércia. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-RIO.

LIMA, L. R. O.; VELLASCO, P. C. G. S. and ANDRADE, S. A. L. (1999). Bolted Semi-Rigid Connections to the Column Minor-Axis. *Proceedings of the Second European Conference on Steel Structures, Eurosteel '99*, Czech Technical University in Prague, p. 473–86, Prague.

MAGGI, Y. I. (2000). Análise Numérica, via M. E. F., do Comportamento de Ligações Parafusadas Viga-Coluna com Chapa de Topo. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

MAGGI, Y. I. and GONÇALVES, R. M. (2003). Assessment on the use of FEM Modeling for the Analysis of Steel Bolted Connections. *XIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE*, Ouro Preto, Brazil.

NETHERCOT, D. A.; LI, T. Q. and CHOO, B. S (1995). Required rotations and moment redistribution for composite and continuous beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 35, n. 2, p. 121-163.

NETHERCOT, D. A.; LI, T. Q. and AHMED, B. (1998). Unified classification system for beam-to-column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.45, n.1, p. 39-65.

NEVES, L. F. C. (1996). Nós Semi-Rígidos em Estruturas Metálicas: Avaliação da Rigidez em Configurações de Eixo Fraco. Dissertação de Mestrado, Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.

NEVES, L. C. and GOMES, F. C. T. (1996). Semi-Rigid Behaviour of Beam-to-Column Minor-Axis Joints. Proceedings of the IABSE International Colloquium on Semi-Rigid Structural Connections, p. 207–16, Istanbul, Turkey.

NEVES L. C. and GOMES, F. C. T. (1999). Guidelines for a Numerical Modelling of Beam-to-Column Minor-Axis Joints. Numerical Simulation European Commission COST C1. Report of W.G. 6. Viridi KS editor, p. 48-60, Brussels.

NEVES L. F .C.; SILVA L. A. P. S. and VELLASCO, P. C. G. S. (2002). Experimental Behaviour of End-Plate I-Beam to Concrete-Filled Rectangular Hollow Section Column Joints. Proceedings of the Third International Conference on Advantaces in Steel Structures (ICASS'02), Hong Kong.

NEVES L. F .C. (2004). Comportamento Monotónico e Cíclico de Ligações de Eixo Fraco e Tubulares em Estruturas Metálicas e Mistas Aço-betão. Teses de Doutorado, Universidade de Coimbra, Portugal.

QUEIROZ, G. (1995). Análise Experimental de Ligações Soldadas. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG.

RASMUSSEN; K. J. R. and HASHAN, A. S. (1997). Flexural and Torcional Bifurcation of Locally Buckled Beam-Columns. Proceedings of the Thin-Walled Structures, Great Britain, vol. 29, Nos. 1-4, p. 203-233.

RENTSCHLER, G. P., CHEN, W. F. and DRISCOLL, G. C. (1982). Beam-to-Column Web Connection Details. Journal of the Structural Division, ASCE, v. 108, No. ST2, p. 393-409.

RIBEIRO, L. F. L. (1998). Estudo do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-Coluna com Chapa de Topo: Análise Teórico-Experimental. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

ROMANO, V. P. (2001). Dimensionamento de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo: Modelo do Eurocode 3. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP.

SHERBOURNE, A. N and BAHARI, M. R. (1994). 3D Simulation of End Plate Bolted Connections. *Journal of Structural Engineering*, v.120, n. 11, p.3122-3136, November.

SHERBOURNE A. N. and BAHARI, M.,R. (1996a). ,3D Simulation of Bolted Connections Unstiffened Columns-I T-stub Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 40, n. 3, p. 169-187.

SHERBOURNE, A.,N. and BAHARI, M. R. (1996b). 3D Simulation of Bolted Connections Unstiffened Columns-II Extended End Plate Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 40, n. 3, pp. 189-223.

SHERBOURNE, A. N. and BAHARI, M. R. (1997a). Finite Element Prediction of End Plate Bolted Connection Behavior. 1: Parametric study. *Journal of Structural Engineering*, v.123, n. 2, p.157-164.

SHERBOURNE, A. N. and BAHARI, M. R. (1997b). Finite Element Prediction of End Plate Bolted Connection Behavior. 2: Analytic Formulation. *Journal of Structural Engineering*, v.123, n. 2, p.165-175.

SILVA, L. A. P. S.; NEVES, L.F.C. and GOMES, F. C. T. (2003). Rotational Stiffness of RHS Composite Connections. *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol.129, n.4.

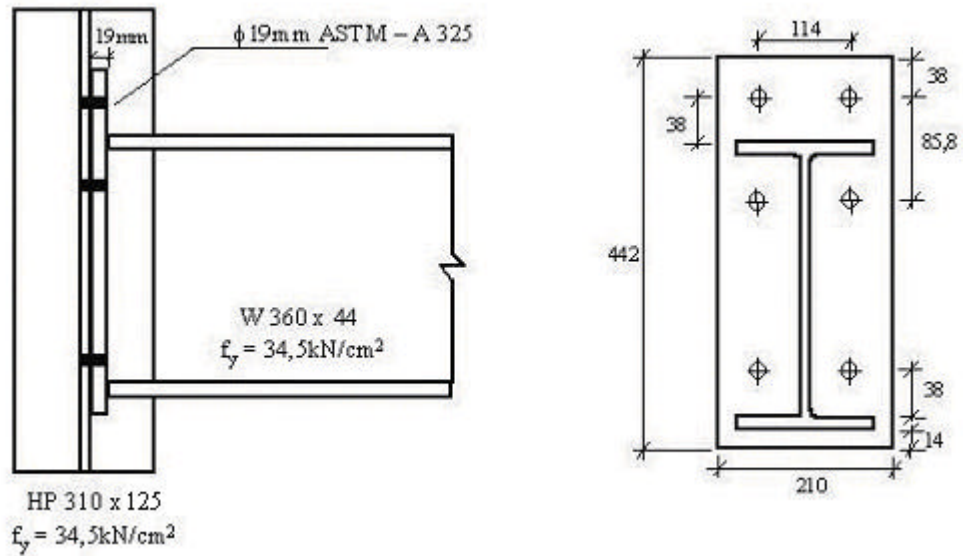
SILVA, L. S. and COELHO A. G. (2001). A Ductility Model for Steel Connections. *Journal of Constructional Steel Research*; 57: 45–70.



# **ANEXOS**

**DIMENSIONAMENTO DO  
MODELO BIE<sub>1</sub>**

**Características do Modelo BIE<sub>1</sub>**



**Figura A.1.1: Geometria do modelo BIE<sub>1</sub>.**

**Coluna HP 310x125**  $h_c = 245 \text{ mm}$ ;  $b_{fc} = 312 \text{ mm}$ ;  $t_{wc} = 17,4 \text{ mm}$ ;  $t_{fc} = 17,4 \text{ mm}$   
**Viga W 360x44**  $h_v = 308 \text{ mm}$ ;  $b_{fv} = 171 \text{ mm}$ ;  $t_{wv} = 6,9 \text{ mm}$ ;  $t_{fv} = 9,8 \text{ mm}$   
**Chapa de Topo**  $b_{ch} = 210 \text{ mm}$ ;  $t_{ch} = 19 \text{ mm}$

**Especificação da Solda:**

- Solda entre a alma da viga e a chapa de topo  $s_{ww} = 6,0 \text{ mm}$  (solda de filete)
- Solda entre as mesas da viga e a chapa de topo  $s_{wf} = 12,5 \text{ mm}$  (solda de filete)

**Tabela A.1.1: Geometria da ligação.**

<b>Viga</b>	$m_v = \frac{114}{2} - \frac{6,9}{2} - 0,8 \cdot 6,0 = 48,75 \text{ mm}$
	$e_v = \frac{210}{2} - \frac{114}{2} = 48 \text{ mm}$
	$n_c = e_v = 48 \text{ mm}$
<b>Chapa de Topo</b>	$m_x = 38 - 0,8 \cdot 12,5 = 28 \text{ mm}$
	$e_x = 38 \text{ mm}$
	$n_x = m_x = 28 \text{ mm}$



**I - Método dos Componentes: capacidade resistente dos elementos da ligação.**

**I.1 - Resistência Potencial das Linhas de Parafusos**

**I.1.1 - Linha 1**

**I.1.1.1 - Flexão da Chapa de Topo**

**- Capacidade Resistente à Tração dos Parafusos**

$$F_p = f_t \cdot 0,75 \cdot A_p \cdot f_{up} = 0,75 \cdot 0,75 \cdot 2,84 \cdot 82,5 = 131,79kN$$

**- Determinação do Comprimento Efetivo do Perfil “T” Equivalente**

$$L_{V} = \frac{b_{ch}}{2} = \frac{21,0}{2} = 10,5cm$$

$$L_{VI} = 2 \cdot m_x + 0,625 \cdot e_x + \frac{g}{2} = 2 \cdot 2,8 + 0,625 \cdot 3,8 + \frac{11,4}{2} = 13,68cm$$

$$L_{VII} = 2 \cdot m_x + 0,625 \cdot e_x + e_v = 2 \cdot 2,8 + 0,625 \cdot 3,8 + 3,8 = 11,78cm$$

$$L_{VIII} = 4 \cdot m_x + 1,25 \cdot e_x = 4 \cdot 2,8 + 1,25 \cdot 3,8 = 15,95cm$$

$$L_{IX} = 2 \cdot \pi \cdot m_x = 2 \cdot \pi \cdot 2,8 = 17,59cm$$

$$L_{eff} = \min(L_V, L_{VI}, L_{VII}, L_{VIII}, L_{IX}) = 10,50cm$$

**- Momento de Cálculo do Perfil “T” Equivalente**

$$M_n = \frac{L_{eff} \cdot t_{wc}^2 \cdot f_y}{5,33} = \frac{10,50 \cdot 1,74^2 \cdot 34,5}{5,33} = 205,77kN \cdot cm$$

**- Resistência Potencial Segundo os Modos 1, 2 e 3**

Modo 1 (escoamento total da chapa de topo)

$$P_r = \frac{4 \cdot M_n}{m_x} = \frac{4 \cdot 205,77}{2,8} = 293,96kN$$

Modo 2 (escoamento da chapa de topo com ruptura dos parafusos)

$$P_r = \frac{2 \cdot M_n + n_x \cdot (\sum F_p)}{m_x + n_x} = \frac{2 \cdot 205,77 + 2,8 \cdot (2 \cdot 131,79)}{2,8 + 2,8} = 205,28kN$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos)

$$P_r = (\sum F_p) = 2 \cdot 131,79 = 263,58kN$$

### I.1.2 - Linha 2

#### I.1.2.1 - Flexão da Chapa de Topo

- Determinação do Fator Geométrico  $a$

$$m_1 = m_v = 48,75\text{mm} \quad m_2 = 38\text{mm}$$

$$\lambda_1 = \frac{m_1}{m_1 + e_v} = \frac{48,75}{48,75 + 48} = 0,504$$

$$\lambda_2 = \frac{m_2}{m_2 + e_v} = \frac{38}{38 + 48} = 0,442$$

$\alpha = 6,0$  (ábaco da figura A.1.2)

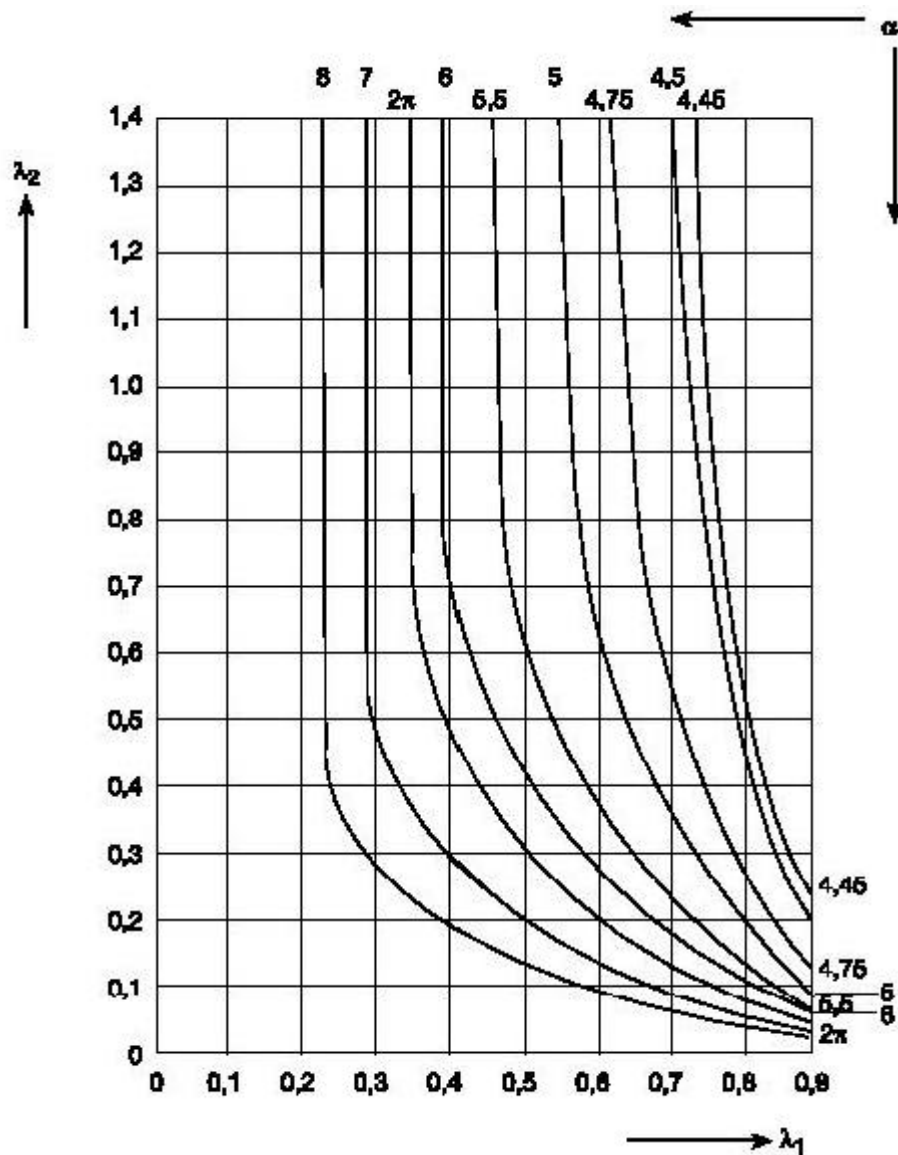


Figura A.1.2: Valor de  $a$  para a resistência da chapa de topo.

**- Determinação do Comprimento Efetivo do Perfil “T” Equivalente**

$$L_I = 2 \cdot \pi \cdot m_V = 2 \cdot \pi \cdot 4,875 = 30,63\text{cm}$$

$$L_{II} = 4 \cdot m_V + 1,25 \cdot e_V = 2 \cdot 4,875 + 1,25 \cdot 4,8 = 25,5\text{cm}$$

$$L_{III} = \alpha \cdot m_1 = 6,0 \cdot 4,875 = 29,25\text{cm}$$

$$L_{\text{eff}} = \min(L_I, \max(L_{II}, L_{III})) = 29,25\text{cm}$$

**- Momento de Cálculo do Perfil “T” Equivalente**

$$M_n = \frac{L_{\text{eff}} \cdot t_{wc}^2 \cdot f_y}{5,33} = \frac{29,25 \cdot 1,74^2 \cdot 34,5}{5,33} = 573,21\text{kN} \cdot \text{cm}$$

**- Resistência Potencial Segundo os Modos 1, 2 e 3**

Modo 1 (escoamento total da chapa de topo)

$$P_r = \frac{4 \cdot M_n}{m_v} = \frac{4 \cdot 573,21}{4,875} = 470,33\text{kN}$$

Modo 2 (escoamento da chapa de topo com ruptura dos parafusos)

$$P_r = \frac{2 \cdot M_n + n_x \cdot (\sum F_p)}{m_v + n_v} = \frac{2 \cdot 573,21 + 2,8 \cdot (2 \cdot 131,79)}{4,875 + 2,8} = 245,53\text{kN}$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos)

$$P_r = (\sum F_p) = 2 \cdot 131,79 = 263,58\text{kN}$$

**- Verificação da Alma Tracionada da Viga**

$$b_{\text{eff,wt}} = \frac{g}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = \frac{11,4}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = 19,72$$

$$P_r = \phi \cdot b_{\text{eff,wt}} \cdot t_w \cdot f_y = 0,9 \cdot 19,72 \cdot 0,69 \cdot 34,5 = 422,49\text{kN}$$

**Tabela A.1.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada.**

Linha	Lado da Viga	
	Flexão da Chapa de Topo	Tração na Alma
1	205,28kN (modo 2)	-
2	245,53kN (modo 2)	422,49kN

### I.1.3 - Resistência da Zona Comprimida

- Estado Limite Último de Esmagamento da Mesa da Viga

$$P_{e,fv} = 1,2 \cdot f \cdot t_{fv} \cdot b_{fv} \cdot f_y = 1,2 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 17,1 \cdot 34,5 = 624,40 \text{ kN}$$

### I.1.4 - Cálculo do Momento Resistente

$$F_t = \sum P_{ri} = 205,28 + 245,53 = 450,81 \text{ kN}$$

$$F_c = F_t = 450,81 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd(comp)} = \sum (F_{ri} \cdot h_i) = 205,28 \cdot 38,51 + 245,53 \cdot 29,63 = 15.180,39 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

## II - Modelo de Gomes: capacidade resistente da alma do pilar.

### II.2 - Flexão da alma da Coluna

$$b = 11,4 + 0,9 \cdot \phi_{paraf} = 11,4 + 0,9 \cdot 1,9 = 13,11 \text{ cm}$$

$$c = (t_{fv} + 4 \cdot \phi_{paraf}) + 0,9 \cdot \phi_{paraf} = (0,98 + 4 \cdot 1,9) + 0,9 \cdot 1,9 = 10,29 \text{ cm}$$

#### II.2.1 - Mecanismo Local

- Puncionamento

$$V_{pl} = t_{wc} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 1,74 \cdot \frac{34,5}{\sqrt{3}} = 34,66$$

$$F_{punc} = 4 \cdot \pi \cdot \phi_{paraf} \cdot v_{pl} = \pi \cdot 4 \cdot 1,9 \cdot 34,66 = 827,51 \text{ kN}$$

- Mecanismo Combinado

$$b_m = L \cdot \left[ 1 - \frac{0,82}{c^2} \cdot t_{wc}^2 \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + 2,8 \cdot \frac{c^2}{t_{wc} \cdot L}} \right)^2 \right] = 16,12 \quad (b_m \geq 0)$$

$$a = L - b = 24,5 - 13,11 = 11,39$$

$$x_0 = L \cdot \left[ \left( \frac{t_{wc}}{L} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{0,23}{L} \cdot c \cdot \left( \frac{t_{wc}}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot \left[ \frac{b - b_m}{L - b_m} \right] = -1,86$$

$$x = \begin{cases} 0 & \text{se } b \leq b_m \\ -a + \sqrt{a^2 - 1,5 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t_{wc} \cdot [\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a+x_0)} + 4 \cdot c]} & \text{se } b > b_m \end{cases}$$

$$x = 0 \quad (b = 13,11\text{cm} < b_m = 16,12\text{cm})$$

$$F_{q2} = 4 \cdot m_{pl} \cdot \left[ \frac{(1,5 \cdot c \cdot x + x^2)}{\sqrt{3} \cdot t_{wc} \cdot (a+x)} + \frac{p \cdot \sqrt{L \cdot (a+x)} + 2 \cdot c}{a+x} \right] = 670\text{kN}$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } \left( \frac{b+c}{L} \right) \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot \left( \frac{b+c}{L} \right) & \text{se } \left( \frac{b+c}{L} \right) < 0,5 \end{cases} \quad k = 1$$

$$F_{Q2} = k \cdot F_{q2} = 670\text{kN}$$

$$F_{Local} = \min(F_{punc}, F_{Q2}) = 670\text{kN}$$

### II.2.2 - Mecanismo Global

$$h = 34,22\text{cm}$$

$$r = \frac{h}{L-b} = 3,004$$

$$F_{Global} = \frac{F_{Q2}}{2} + m_{pl} \cdot \left( \frac{2b}{h} + \pi + 2 \cdot \rho \right) = 593,95\text{kN}$$

### II.2.3 - Momento de Plastificação

$$F_{pl} = \min(F_{Local}, F_{Global}) = 593,95\text{kN}$$

$$M_{j,Rd(alma)} = h \cdot F_{pl} = 20.324,05\text{kN} \cdot \text{cm}$$

### II.3 - Cálculo da Rigidez

$$m = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{24,5}{1,74} = 14,08$$

$$\beta = \frac{b}{L} = \frac{13,11}{24,5} = 0,54$$

$$\alpha = \frac{c}{L} = \frac{10,29}{24,5} = 0,42$$

$$\theta = 35 - 10 \cdot \beta = 35 - 10 \cdot 0,54 = 29,65^\circ$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Alma do Pilar**

$$S_i = \left( \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \right) \cdot 16 \cdot \left[ \frac{\mathbf{a} + (1 - \mathbf{b}) \cdot tgq}{(1 - \mathbf{b})^3 + \frac{10,4 \cdot (1,5 - 1,63 \cdot \mathbf{b})}{m^2}} \right] = 15.115,85$$

$$k_{rot} = 0,57 - 0,23 \cdot \mathbf{b} - 0,32 \cdot \mathbf{a} - 0,39 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0,223 \quad (\text{correção devido à liberdade de rotação do flange do pilar})$$

$$S_{i(FL)} = k_{rot} \cdot S_i = 3.370,83$$

**- Rigidez Inicial Rotacional da Alma do Pilar**

**- Rigidez da região tracionada**

$$A_T = b \cdot c = 134,90 \text{cm}^2$$

$$S_{il} = S_{i(FL)} = 3.370,83$$

**- Rigidez da região comprimida**

$$c = t_{fv} + 1,2 + 2,5 \cdot \phi_{paraf} = 0,98 + 1,2 + 2,5 \cdot 1,9 = 6,93 \text{cm}$$

$$b = \frac{A_T}{c} = 19,47$$

$$m = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{24,5}{1,74} = 14,08$$

$$\beta = \frac{b}{L} = \frac{19,47}{24,5} = 0,795$$

$$\mathbf{a} = \frac{c}{L} = \frac{6,93}{24,5} = 0,283$$

$$\theta = 35 - 10 \cdot \beta = 35 - 10 \cdot 0,795 = 27,05^\circ$$

$$S_i = \left( \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \right) \cdot 16 \cdot \left[ \frac{\alpha + (1 - \beta) \cdot \operatorname{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4 \cdot (1,5 - 1,63 \cdot \beta)}{\mu^2}} \right] = 57.749,09$$

$$k_{rot} = 0,57 - 0,23 \cdot \mathbf{b} - 0,32 \cdot \mathbf{a} - 0,39 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0,209 \text{ (correção devido à liberdade de rotação do flange do pilar)}$$

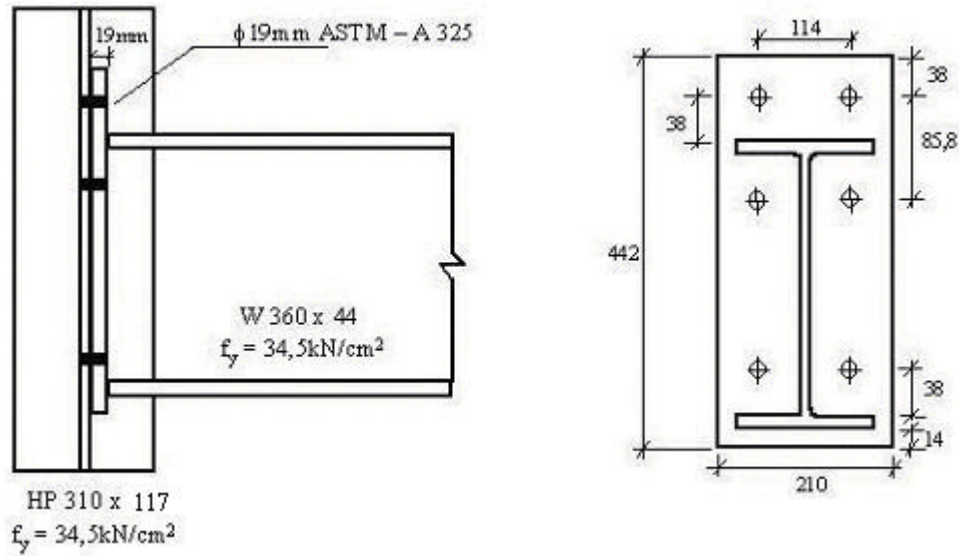
$$S_{i2} = k_{rot} \cdot S_i = 12.070$$

$$S_{i(Rot)} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_{i1}} + \frac{1}{S_{i2}}} = 3.084.477 \frac{kN \cdot cm}{rad}$$

**DIMENSIONAMENTO DO  
MODELO MIE<sub>1</sub>**



**Características do Modelo MIE<sub>1</sub>**



**Figura A.2.1: Geometria do modelo MIE<sub>1</sub>.**

**Coluna HP 310x117**  $h_c = 245\text{mm}$ ;  $b_{fc} = 307\text{mm}$ ;  $t_{wc} = 11,9\text{mm}$ ;  $t_{fc} = 18,7\text{mm}$   
**Viga W 360x44**  $h_v = 308\text{mm}$ ;  $b_{fv} = 171\text{mm}$ ;  $t_{wv} = 6,9\text{mm}$ ;  $t_{fv} = 9,8\text{mm}$   
**Chapa de Topo**  $b_{ch} = 210\text{mm}$ ;  $t_{ch} = 19\text{mm}$

**Especificação da Solda:**

- Solda entre a alma da viga e a chapa de topo  $s_{ww} = 6,0\text{mm}$  (solda de filete)
- Solda entre as mesas da viga e a chapa de topo  $s_{wf} = 12,5\text{mm}$  (solda de filete)

**Tabela A.2.1: Geometria da ligação.**

<b>Viga</b>	$m_v = \frac{114}{2} - \frac{6,9}{2} - 0,8 \cdot 6,0 = 48,75\text{mm}$
	$e_v = \frac{210}{2} - \frac{114}{2} = 48\text{mm}$
	$n_c = e_v = 48\text{mm}$
<b>Chapa de Topo</b>	$m_x = 38 - 0,8 \cdot 12,5 = 28\text{mm}$
	$e_x = 38\text{mm}$
	$n_x = m_x = 28\text{mm}$

**I - Método dos Componentes: capacidade resistente dos elementos da ligação.**

**I.1 - Resistência Potencial das Linhas de Parafusos**

**I.1.1 - Linha 1**

**I.1.1.1 - Flexão da Chapa de Topo**

**- Capacidade Resistente à Tração dos Parafusos**

$$F_p = f_t \cdot 0,75 \cdot A_p \cdot f_{up} = 0,75 \cdot 0,75 \cdot 2,84 \cdot 82,5 = 131,79 \text{ kN}$$

**- Determinação do Comprimento Efetivo do Perfil “T” Equivalente**

$$L_{V} = \frac{b_{ch}}{2} = \frac{21,0}{2} = 10,5 \text{ cm}$$

$$L_{VI} = 2 \cdot m_x + 0,625 \cdot e_x + \frac{g}{2} = 2 \cdot 2,8 + 0,625 \cdot 3,8 + \frac{11,4}{2} = 13,68 \text{ cm}$$

$$L_{VII} = 2 \cdot m_x + 0,625 \cdot e_x + e_v = 2 \cdot 2,8 + 0,625 \cdot 3,8 + 3,8 = 11,78 \text{ cm}$$

$$L_{VIII} = 4 \cdot m_x + 1,25 \cdot e_x = 4 \cdot 2,8 + 1,25 \cdot 3,8 = 15,95 \text{ cm}$$

$$L_{IX} = 2 \cdot \pi \cdot m_x = 2 \cdot \pi \cdot 2,8 = 17,59 \text{ cm}$$

$$L_{eff} = \min(L_V, L_{VI}, L_{VII}, L_{VIII}, L_{IX}) = 10,50 \text{ cm}$$

**- Momento de Cálculo do Perfil “T” Equivalente**

$$M_n = \frac{L_{eff} \cdot t_{wc}^2 \cdot f_y}{5,33} = \frac{10,50 \cdot 1,19^2 \cdot 34,5}{5,33} = 96,24 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

**- Resistência Potencial Segundo os Modos 1, 2 e 3**

Modo 1 (escoamento total da chapa de topo)

$$P_r = \frac{4 \cdot M_n}{m_x} = \frac{4 \cdot 96,24}{2,8} = 137,49 \text{ kN}$$

Modo 2 (escoamento da chapa de topo com ruptura dos parafusos)

$$P_r = \frac{2 \cdot M_n + n_x \cdot (\sum F_p)}{m_x + n_x} = \frac{2 \cdot 96,24 + 2,8 \cdot (2 \cdot 131,79)}{2,8 + 2,8} = 166,16 \text{ kN}$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos)

$$P_r = (\sum F_p) = 2 \cdot 131,79 = 263,58 \text{ kN}$$

I.1.2 - Linha 2

I.1.2.1 - Flexão da Chapa de Topo

- Determinação do Fator Geométrico  $a$

$$m_1 = m_v = 48,75\text{mm} \quad m_2 = 38\text{mm}$$

$$\lambda_1 = \frac{m_1}{m_1 + e_v} = \frac{48,75}{48,75 + 48} = 0,504$$

$$\lambda_2 = \frac{m_2}{m_2 + e_v} = \frac{38}{38 + 48} = 0,442$$

$\alpha = 6,0$  (ábaco da figura A.2.2)

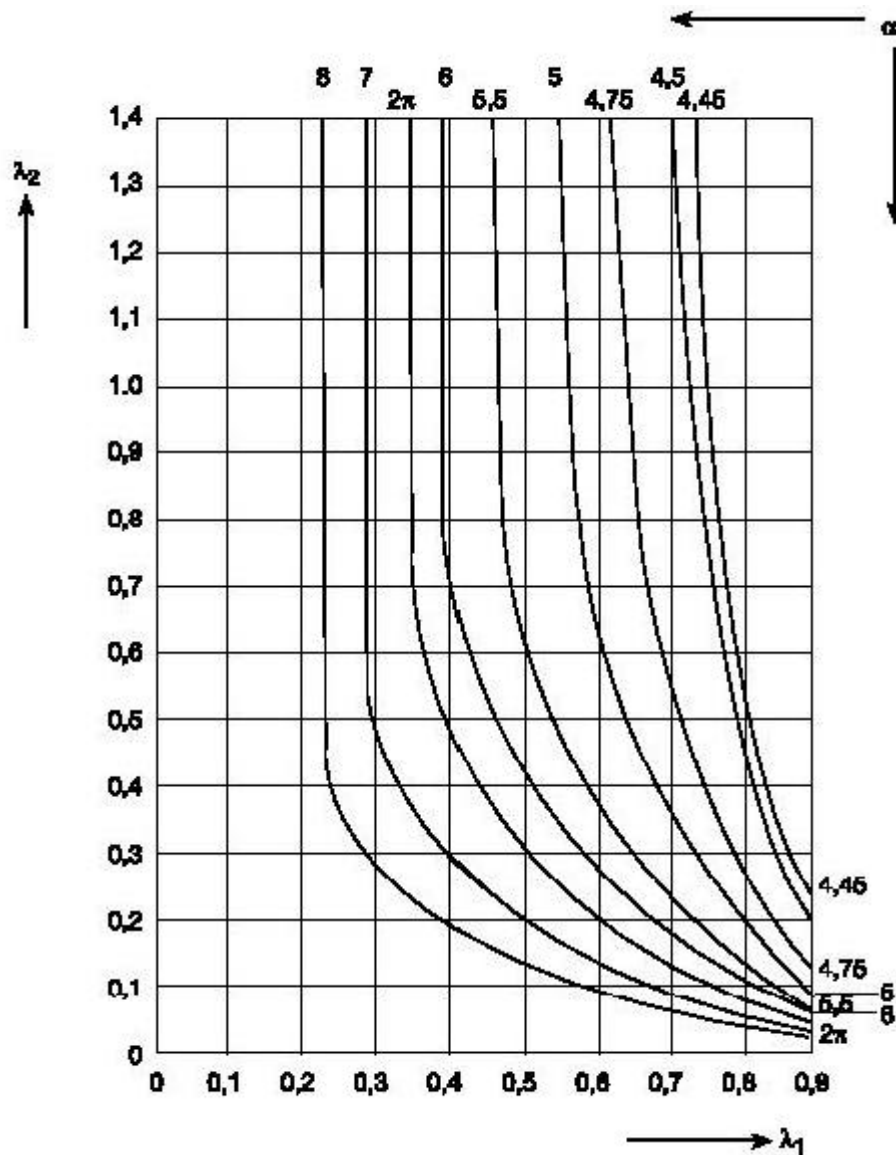


Figura A.2.2: Valor de  $a$  para a resistência da chapa de topo.

**- Determinação do Comprimento Efetivo do Perfil “T” Equivalente**

$$L_I = 2 \cdot \pi \cdot m_V = 2 \cdot \pi \cdot 4,875 = 30,63\text{cm}$$

$$L_{II} = 4 \cdot m_V + 1,25 \cdot e_V = 2 \cdot 4,875 + 1,25 \cdot 4,8 = 25,5\text{cm}$$

$$L_{III} = \alpha \cdot m_1 = 6,0 \cdot 4,875 = 29,25\text{cm}$$

$$L_{\text{eff}} = \min(L_I, \max(L_{II}, L_{III})) = 29,25\text{cm}$$

**- Momento de Cálculo do Perfil “T” Equivalente**

$$M_n = \frac{L_{\text{eff}} \cdot t_{wc}^2 \cdot f_y}{5,33} = \frac{29,25 \cdot 1,19^2 \cdot 34,5}{5,33} = 268,1 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

**- Resistência Potencial Segundo os Modos 1, 2 e 3**

Modo 1 (escoamento total da chapa de topo)

$$P_r = \frac{4 \cdot M_n}{m_v} = \frac{4 \cdot 268,11}{4,875} = 219,99\text{kN}$$

Modo 2 (escoamento da chapa de topo com ruptura dos parafusos)

$$P_r = \frac{2 \cdot M_n + n_x \cdot (\sum F_p)}{m_v + n_v} = \frac{2 \cdot 268,11 + 2,8 \cdot (2 \cdot 131,79)}{4,875 + 2,8} = 166,03\text{kN}$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos)

$$P_r = (\sum F_p) = 2 \cdot 131,79 = 263,58\text{kN}$$

**- Verificação da Alma Tracionada da Viga**

$$b_{\text{eff,wt}} = \frac{g}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = \frac{11,4}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = 19,72$$

$$P_r = \phi \cdot b_{\text{eff,wt}} \cdot t_w \cdot f_y = 0,9 \cdot 19,72 \cdot 0,69 \cdot 34,5 = 422,49\text{kN}$$

**Tabela A.2.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada.**

Linha	Lado da Viga	
	Flexão da Chapa de Topo	Tração na Alma
1	137,49kN (modo 1)	-
2	166,03kN (modo 2)	422,49kN

### I.1.3 - Resistência da Zona Comprimida

- Estado Limite Último de Esmagamento da Mesa da Viga

$$P_{e,fv} = 1,2 \cdot f \cdot t_{fv} \cdot b_{fv} \cdot f_y = 1,2 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 17,1 \cdot 34,5 = 624,40 \text{ kN}$$

### I.1.4 - Cálculo do Momento Resistente

$$F_t = \sum P_{i_i} = 137,49 + 166,03 = 303,52 \text{ kN}$$

$$F_c = F_t = 303,52 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd(\text{comp})} = \sum (F_{i_i} \cdot h_i) = 137,49 \cdot 38,51 + 166,03 \cdot 29,63 = 10.214,21 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

## II - Modelo de Gomes: capacidade resistente da alma do pilar.

### II.2 - Flexão da alma da Coluna

$$b = 11,4 + 0,9 \cdot \phi_{\text{paraf}} = 11,4 + 0,9 \cdot 1,9 = 13,11 \text{ cm}$$

$$c = (t_{fv} + 4 \cdot \phi_{\text{paraf}}) + 0,9 \cdot \phi_{\text{paraf}} = (0,98 + 4 \cdot 1,9) + 0,9 \cdot 1,9 = 10,29 \text{ cm}$$

#### II.2.1 - Mecanismo Local

- Puncionamento

$$V_{pl} = t_{wc} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 1,19 \cdot \frac{34,5}{\sqrt{3}} = 23,70$$

$$F_{\text{punc}} = 4 \cdot \pi \cdot \phi_{\text{paraf}} \cdot v_{pl} = \pi \cdot 4 \cdot 1,9 \cdot 23,70 = 565,94 \text{ kN}$$

- Mecanismo Combinado

$$b_m = L \cdot \left[ 1 - \frac{0,82}{c^2} \cdot t_{wc}^2 \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + 2,8 \cdot \frac{c^2}{t_{wc} \cdot L}} \right)^2 \right] = 19,43 \quad (b_m \geq 0)$$

$$a = L - b = 24,5 - 13,11 = 11,39$$

$$x_0 = L \cdot \left[ \left( \frac{t_{wc}}{L} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{0,23}{L} \cdot c \cdot \left( \frac{t_{wc}}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot \left[ \frac{b - b_m}{L - b_m} \right] = -5,14$$

$$x = \begin{cases} 0 & \text{se } b \leq b_m \\ -a + \sqrt{a^2 - 1,5 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t_{wc} \cdot [\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a+x_0)} + 4 \cdot c]} & \text{se } b > b_m \end{cases}$$

$$x = 0 \quad (b = 13,11\text{cm} < b_m = 19,43\text{cm})$$

$$F_{q_2} = 4 \cdot m_{pl} \cdot \left[ \frac{(1,5 \cdot c \cdot x + x^2)}{\sqrt{3} \cdot t_{wc} \cdot (a+x)} + \frac{\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a+x)} + 2 \cdot c}{a+x} \right] = 313,38\text{kN}$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } \left( \frac{b+c}{L} \right) \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot \left( \frac{b+c}{L} \right) & \text{se } \left( \frac{b+c}{L} \right) < 0,5 \end{cases} \quad k = 1$$

$$F_{Q_2} = k \cdot F_{q_2} = 313,38\text{kN}$$

$$F_{Local} = \min(F_{punc}, F_{Q_2}) = 313,38\text{kN}$$

### II.2.2 - Mecanismo Global

$$h = 34,22\text{cm}$$

$$r = \frac{h}{L-b} = 3,004$$

$$F_{Global} = \frac{F_{Q_2}}{2} + m_{pl} \cdot \left( \frac{2b}{h} + \pi + 2 \cdot \rho \right) = 277,81\text{kN}$$

### II.2.3 - Momento de Plastificação

$$F_{pl} = \min(F_{Local}, F_{Global}) = 277,81\text{kN}$$

$$M_{j,Rd(alma)} = h \cdot F_{pl} = 9.506,65\text{kN} \cdot \text{cm}$$

### II.3 - Cálculo da Rigidez

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{24,5}{1,19} = 20,59$$

$$\beta = \frac{b}{L} = \frac{13,11}{24,5} = 0,54$$

$$\alpha = \frac{c}{L} = \frac{10,29}{24,5} = 0,42$$

$$\theta = 35 - 10 \cdot \beta = 35 - 10 \cdot 0,54 = 29,65^\circ$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Alma do Pilar**

$$S_i = \left( \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \right) \cdot 16 \cdot \left[ \frac{\alpha + (1 - \beta) \cdot \operatorname{tg}\theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4 \cdot (1,5 - 1,63 \cdot \beta)}{\mu^2}} \right] = 5.579,06$$

$$k_{rot} = 0,57 - 0,23 \cdot b - 0,32 \cdot a - 0,39 \cdot a \cdot b = 0,223 \quad (\text{correção devido à liberdade de rotação do flange do pilar})$$

$$S_{i(\text{FL})} = k_{rot} \cdot S_i = 1.244,13$$

**- Rigidez Inicial Rotacional da Alma do Pilar**

**- Rigidez da região tracionada**

$$A_T = b \cdot c = 134,90 \text{cm}^2$$

$$S_{il} = S_{i(\text{FL})} = 1.244,13$$

**- Rigidez da região comprimida**

$$c = t_{fv} + 1,2 + 2,5 \cdot \phi_{\text{paraf}} = 0,98 + 1,2 + 2,5 \cdot 1,9 = 6,93 \text{cm}$$

$$b = \frac{A_T}{c} = 19,47$$

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{24,5}{1,19} = 20,59$$

$$\beta = \frac{b}{L} = \frac{19,47}{24,5} = 0,795$$

$$a = \frac{c}{L} = \frac{6,93}{24,5} = 0,283$$

$$\theta = 35 - 10 \cdot \beta = 35 - 10 \cdot 0,795 = 27,05^\circ$$

$$S_i = \left( \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \right) \cdot 16 \cdot \left[ \frac{\alpha + (1 - \beta) \cdot \operatorname{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4 \cdot (1,5 - 1,63 \cdot \beta)}{\mu^2}} \right] = 26.204,45$$

$$k_{rot} = 0,57 - 0,23 \cdot \mathbf{b} - 0,32 \cdot \mathbf{a} - 0,39 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0,209 \text{ (correção devido à liberdade de rotação do flange do pilar)}$$

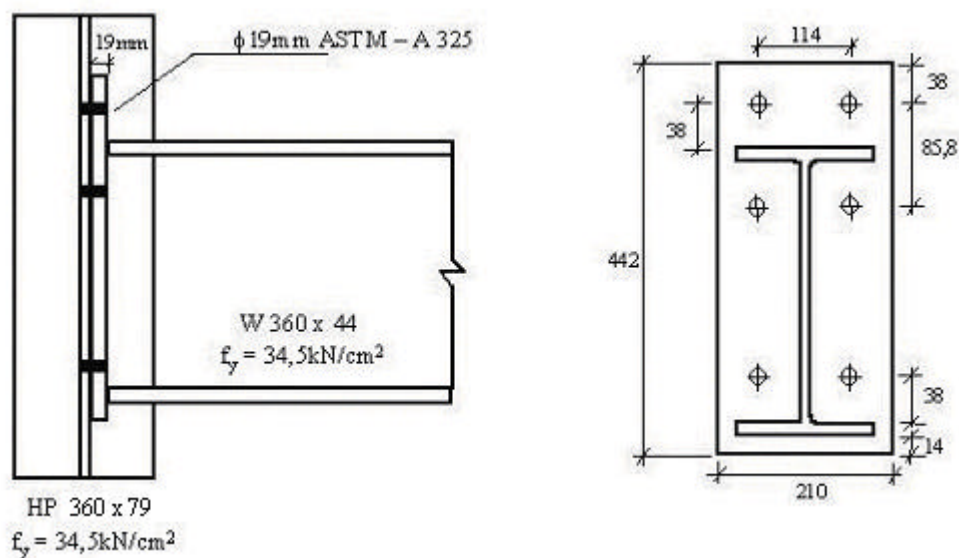
$$S_{i2} = k_{rot} \cdot S_i = 5.476,73$$

$$S_{i(Rot)} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_{i1}} + \frac{1}{S_{i2}}} = 1.187.195,54 \frac{\text{kN} \cdot \text{cm}}{\text{rad}}$$



**DIMENSIONAMENTO DO  
MODELO AIE<sub>1</sub>**

**Características do Modelo AIE<sub>1</sub>**



**Figura A.3.1: Geometria do modelo AIE<sub>1</sub>.**

**Coluna HP 360x79**     $h_c = 288\text{mm}$ ;  $b_{fc} = 205\text{mm}$ ;  $t_{wc} = 9,4\text{mm}$ ;  $t_{fc} = 16,8\text{mm}$   
**Viga W 360x44**     $h_v = 308\text{mm}$ ;  $b_{fv} = 171\text{mm}$ ;  $t_{wv} = 6,9\text{mm}$ ;  $t_{fv} = 9,8\text{mm}$   
**Chapa de Topo**     $b_{ch} = 210\text{mm}$ ;  $t_{ch} = 19\text{mm}$

**Especificação da Solda:**

- Solda entre a alma da viga e a chapa de topo  $s_{ww} = 6,0\text{mm}$  (solda de filete)
- Solda entre as mesas da viga e a chapa de topo  $s_{wf} = 12,5\text{mm}$  (solda de filete)

**Tabela A.3.1: Geometria da ligação.**

<b>Viga</b>	$m_v = \frac{114}{2} - \frac{6,9}{2} - 0,8 \cdot 6,0 = 48,75\text{mm}$
	$e_v = \frac{210}{2} - \frac{114}{2} = 48\text{mm}$
	$n_c = e_v = 48\text{mm}$
<b>Chapa de Topo</b>	$m_x = 38 - 0,8 \cdot 12,5 = 28\text{mm}$
	$e_x = 38\text{mm}$
	$n_x = m_x = 28\text{mm}$

**I - Método dos Componentes: capacidade resistente dos elementos da ligação.**

**I.1 - Resistência Potencial das Linhas de Parafusos**

**I.1.1 - Linha 1**

**I.1.1.1 - Flexão da Chapa de Topo**

**- Capacidade Resistente à Tração dos Parafusos**

$$F_p = f_t \cdot 0,75 \cdot A_p \cdot f_{up} = 0,75 \cdot 0,75 \cdot 2,84 \cdot 82,5 = 131,79 \text{ kN}$$

**- Determinação do Comprimento Efetivo do Perfil “T” Equivalente**

$$L_{V} = \frac{b_{ch}}{2} = \frac{21,0}{2} = 10,5 \text{ cm}$$

$$L_{VI} = 2 \cdot m_x + 0,625 \cdot e_x + \frac{g}{2} = 2 \cdot 2,8 + 0,625 \cdot 3,8 + \frac{11,4}{2} = 13,68 \text{ cm}$$

$$L_{VII} = 2 \cdot m_x + 0,625 \cdot e_x + e_v = 2 \cdot 2,8 + 0,625 \cdot 3,8 + 3,8 = 11,78 \text{ cm}$$

$$L_{VIII} = 4 \cdot m_x + 1,25 \cdot e_x = 4 \cdot 2,8 + 1,25 \cdot 3,8 = 15,95 \text{ cm}$$

$$L_{IX} = 2 \cdot \pi \cdot m_x = 2 \cdot \pi \cdot 2,8 = 17,60 \text{ cm}$$

$$L_{eff} = \min(L_V, L_{VI}, L_{VII}, L_{VIII}, L_{IX}) = 10,50 \text{ cm}$$

**- Momento de Cálculo do Perfil “T” Equivalente**

$$M_n = \frac{L_{eff} \cdot t_{wc}^2 \cdot f_y}{5,33} = \frac{10,50 \cdot 0,94^2 \cdot 34,5}{5,33} = 60,05 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

**- Resistência Potencial Segundo os Modos 1, 2 e 3**

Modo 1 (escoamento total da chapa de topo)

$$P_r = \frac{4 \cdot M_n}{m_x} = \frac{4 \cdot 60,05}{2,8} = 85,79 \text{ kN}$$

Modo 2 (escoamento da chapa de topo com ruptura dos parafusos)

$$P_r = \frac{2 \cdot M_n + n_x \cdot (\sum F_p)}{m_x + n_x} = \frac{2 \cdot 60,05 + 2,8 \cdot (2 \cdot 131,79)}{2,8 + 2,8} = 153,24 \text{ kN}$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos)

$$P_r = (\sum F_p) = 2 \cdot 131,79 = 263,58 \text{ kN}$$

I.1.2 - Linha 2

I.1.2.1 - Flexão da Chapa de Topo

- Determinação do Fator Geométrico  $a$

$$m_1 = m_v = 48,75\text{mm} \quad m_2 = 38\text{mm}$$

$$\lambda_1 = \frac{m_1}{m_1 + e_v} = \frac{48,75}{48,75 + 48} = 0,504$$

$$\lambda_2 = \frac{m_2}{m_2 + e_v} = \frac{38}{38 + 48} = 0,442$$

$\alpha = 6,0$  (ábaco da figura A.3.2)

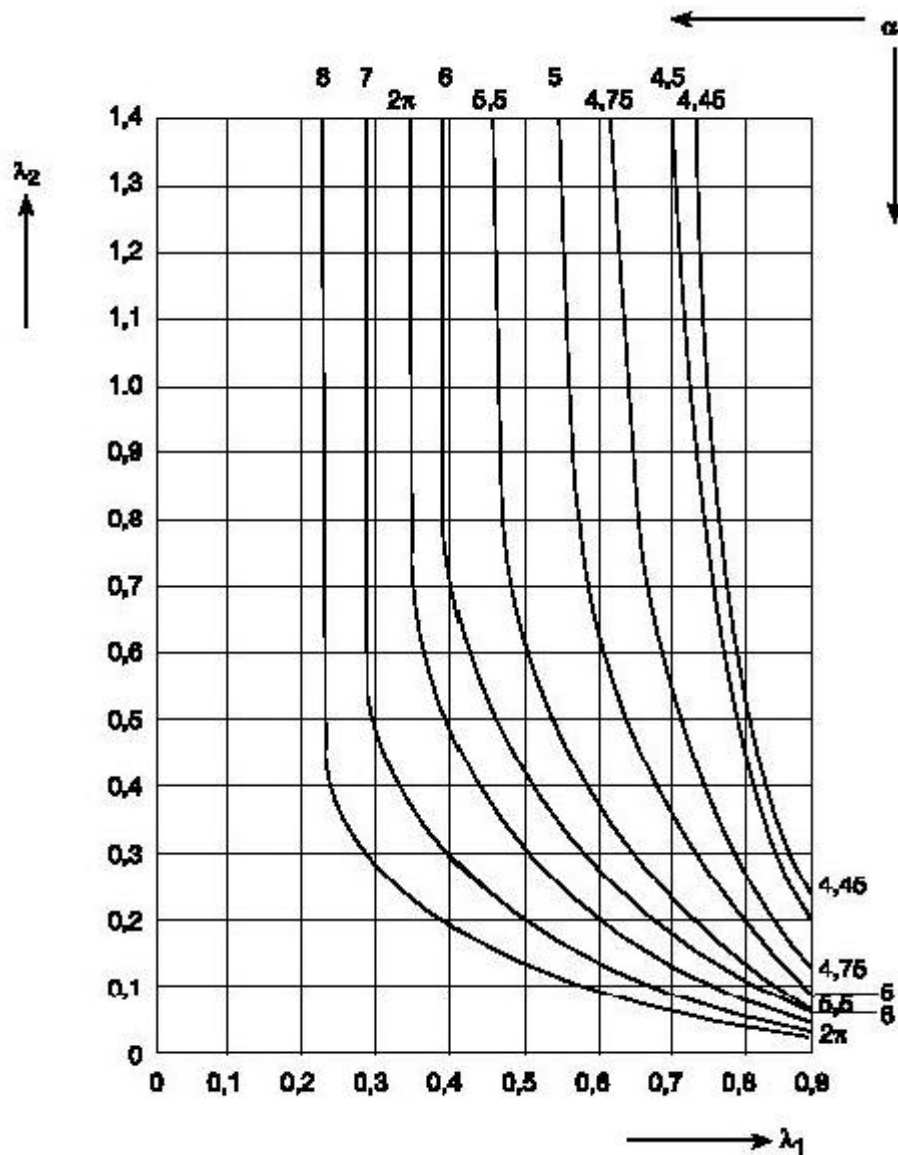


Figura A.3.2: Valor de  $a$  para a resistência da chapa de topo.

**- Determinação do Comprimento Efetivo do Perfil “T” Equivalente**

$$L_I = 2 \cdot \pi \cdot m_V = 2 \cdot \pi \cdot 4,875 = 30,63\text{cm}$$

$$L_{II} = 4 \cdot m_V + 1,25 \cdot e_V = 2 \cdot 4,875 + 1,25 \cdot 4,8 = 25,5\text{cm}$$

$$L_{III} = \alpha \cdot m_1 = 6,0 \cdot 4,875 = 29,25\text{cm}$$

$$L_{\text{eff}} = \min(L_I, \max(L_{II}, L_{III})) = 29,25\text{cm}$$

**- Momento de Cálculo do Perfil “T” Equivalente**

$$M_n = \frac{L_{\text{eff}} \cdot t_{wc}^2 \cdot f_y}{5,33} = \frac{29,25 \cdot 0,94^2 \cdot 34,5}{5,33} = 167,29\text{kN} \cdot \text{cm}$$

**- Resistência Potencial Segundo os Modos 1, 2 e 3**

Modo 1 (escoamento total da chapa de topo)

$$P_r = \frac{4 \cdot M_n}{m_v} = \frac{4 \cdot 167,29}{4,875} = 137,26\text{kN}$$

Modo 2 (escoamento da chapa de topo com ruptura dos parafusos)

$$P_r = \frac{2 \cdot M_n + n_x \cdot (\sum F_p)}{m_v + n_v} = \frac{2 \cdot 167,29 + 2,8 \cdot (2 \cdot 131,79)}{4,875 + 2,8} = 139,75\text{kN}$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos)

$$P_r = (\sum F_p) = 2 \cdot 131,79 = 263,58\text{kN}$$

**- Verificação da Alma Tracionada da Viga**

$$b_{\text{eff,wt}} = \frac{g}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = \frac{11,4}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = 19,72$$

$$P_r = \phi \cdot b_{\text{eff,wt}} \cdot t_w \cdot f_y = 0,9 \cdot 19,72 \cdot 0,69 \cdot 34,5 = 422,49\text{kN}$$

**Tabela A.3.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada.**

Linha	Lado da Viga	
	Flexão da Chapa de Topo	Tração na Alma
1	85,79kN (modo 1)	-
2	137,26kN (modo 1)	422,49kN

### I.1.3 - Resistência da Zona Comprimida

- Estado Limite Último de Esmagamento da Mesa da Viga

$$P_{e,fv} = 1,2 \cdot f \cdot t_{fv} \cdot b_{fv} \cdot f_y = 1,2 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 17,1 \cdot 34,5 = 624,40 \text{ kN}$$

### I.1.4 - Cálculo do Momento Resistente

$$F_t = \sum P_{i_i} = 85,79 + 137,26 = 223,05 \text{ kN}$$

$$F_c = F_t = 223,05 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd(\text{comp})} = \sum (F_{i_i} \cdot h_i) = 137,49 \cdot 38,51 + 166,03 \cdot 29,63 = 10.214,21 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

## II - Modelo de Gomes: capacidade resistente da alma do pilar.

### II.2 - Flexão da alma da Coluna

$$b = 11,4 + 0,9 \cdot \phi_{\text{paraf}} = 11,4 + 0,9 \cdot 1,9 = 13,11 \text{ cm}$$

$$c = (t_{fv} + 4 \cdot \phi_{\text{paraf}}) + 0,9 \cdot \phi_{\text{paraf}} = (0,98 + 4 \cdot 1,9) + 0,9 \cdot 1,9 = 10,29 \text{ cm}$$

#### II.2.1 - Mecanismo Local

- Puncionamento

$$V_{pl} = t_{wc} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 0,94 \cdot \frac{34,5}{\sqrt{3}} = 18,72$$

$$F_{\text{punc}} = 4 \cdot \pi \cdot \phi_{\text{paraf}} \cdot v_{pl} = \pi \cdot 4 \cdot 1,9 \cdot 18,72 = 447,04 \text{ kN}$$

- Mecanismo Combinado

$$b_m = L \cdot \left[ 1 - \frac{0,82}{c^2} \cdot t_{wc}^2 \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + 2,8 \cdot \frac{c^2}{t_{wc} \cdot L}} \right)^2 \right] = 24,89 \quad (b_m \geq 0)$$

$$a = L - b = 28,8 - 13,11 = 15,69$$

$$x_0 = L \cdot \left[ \left( \frac{t_{wc}}{L} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{0,23}{L} \cdot c \cdot \left( \frac{t_{wc}}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot \left[ \frac{b - b_m}{L - b_m} \right] = -11,14$$

$$x = \begin{cases} 0 & \text{se } b \leq b_m \\ -a + \sqrt{a^2 - 1,5 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t_{wc} \cdot [\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a+x_0)} + 4 \cdot c]} & \text{se } b > b_m \end{cases}$$

$$x = 0 \quad (b = 13,11\text{cm} < b_m = 24,89\text{cm})$$

$$F_{q_2} = 4 \cdot m_{pl} \cdot \left[ \frac{(1,5 \cdot c \cdot x + x^2)}{\sqrt{3} \cdot t_{wc} \cdot (a+x)} + \frac{\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a+x)} + 2 \cdot c}{a+x} \right] = 169,74\text{kN}$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } \left( \frac{b+c}{L} \right) \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot \left( \frac{b+c}{L} \right) & \text{se } \left( \frac{b+c}{L} \right) < 0,5 \end{cases} \quad k = 1$$

$$F_{Q_2} = k \cdot F_{q_2} = 169,74\text{kN}$$

$$F_{Local} = \min(F_{punc}, F_{Q_2}) = 169,74\text{kN}$$

### II.2.2 - Mecanismo Global

$$h = 34,22\text{cm}$$

$$\rho = \frac{h}{L-b} = 2,181$$

$$F_{Global} = \frac{F_{Q_2}}{2} + m_{pl} \cdot \left( \frac{2b}{h} + \pi + 2 \cdot \rho \right) = 147,89\text{kN}$$

### II.2.3 - Momento de Plastificação

$$F_{pl} = \min(F_{Local}, F_{Global}) = 147,891\text{kN}$$

$$M_{j,Rd(alma)} = h \cdot F_{pl} = 5.060,80\text{kN} \cdot \text{cm}$$

### II.3 - Cálculo da Rigidez

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{28,8}{0,94} = 30,64$$

$$\beta = \frac{b}{L} = \frac{13,11}{28,8} = 0,46$$

$$\alpha = \frac{c}{L} = \frac{10,29}{28,8} = 0,36$$

$$\theta = 35 - 10 \cdot \beta = 35 - 10 \cdot 0,46 = 30,4^\circ$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Alma do Pilar**

$$S_i = \left( \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \right) \cdot 16 \cdot \left[ \frac{\alpha + (1 - \beta) \cdot \operatorname{tg}\theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4 \cdot (1,5 - 1,63 \cdot \beta)}{\mu^2}} \right] = 1.340,94$$

$$k_{rot} = 0,57 - 0,23 \cdot \beta - 0,32 \cdot \alpha - 0,39 \cdot \alpha \cdot \beta = 0,290 \quad (\text{correção devido à liberdade de rotação do flange do pilar})$$

$$S_{i(FL)} = k_{rot} \cdot S_i = 388,87$$

**- Rigidez Inicial Rotacional da Alma do Pilar**

**- Rigidez da região tracionada**

$$A_T = b \cdot c = 134,90 \text{cm}^2$$

$$S_{il} = S_{i(FL)} = 388,87$$

**- Rigidez da região comprimida**

$$c = t_{fv} + 1,2 + 2,5 \cdot \phi_{paraf} = 0,98 + 1,2 + 2,5 \cdot 1,9 = 6,93 \text{cm}$$

$$b = \frac{A_T}{c} = 19,47$$

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{28,8}{0,94} = 30,64$$

$$\beta = \frac{b}{L} = \frac{19,47}{28,8} = 0,68$$

$$\alpha = \frac{c}{L} = \frac{6,93}{28,8} = 0,24$$

$$\theta = 35 - 10 \cdot \beta = 35 - 10 \cdot 0,68 = 28,2^\circ$$



$$S_i = \left( \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \right) \cdot 16 \cdot \left[ \frac{\alpha + (1 - \beta) \cdot \operatorname{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4 \cdot (1,5 - 1,63 \cdot \beta)}{\mu^2}} \right] = 3.643,21$$

$$k_{rot} = 0,57 - 0,23 \cdot \beta - 0,32 \cdot \alpha - 0,39 \cdot \alpha \cdot \beta = 0,273 \text{ (correção devido à liberdade de rotação do flange do pilar)}$$

$$S_{i2} = k_{rot} \cdot S_i = 994,60$$

$$S_{i(Rot)} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_{i1}} + \frac{1}{S_{i2}}} = 327.373,23 \frac{\text{kN} \cdot \text{cm}}{\text{rad}}$$