

**Universidade Federal do Rio de Janeiro**  
Instituto de Física

Eduardo Müller dos Santos

**CONSTRUÇÃO DE UM NOVO SENSOR GRAVITACIONAL ÓPTICO  
POR FABRY-PEROT**

Eduardo Muller dos Santos  
Orientador: Cláudio Lenz César

Rio de Janeiro, RJ  
Abril de 2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



Santos, Eduardo Müller dos.

S237 Construção de um Novo Sensor Gravitacional Óptico por Fabry-Perot. /

Eduardo Müller dos Santos. Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2006.

xvii, 82f.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Cláudio Lenz Cesar.

Dissertação (Mestrado) – UFRJ / IF / Programa de Pós-Graduação em Física,  
2007.

Referências Bibliográficas: f80-82.

1. Gravimetria. 2. Fabry-Perot. 3. Gravimetria Óptica. 4. Gradiometria. I. Cesar, Cláudio Lenz. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Física. III. Construção de um Novo Sensor Gravitacional Óptico por Fabry-Perot.

## RESUMO

SANTOS, Eduardo Müller dos. **Construção de um novo sensor gravitacional óptico por Fabry-Perot.** Rio de Janeiro, 2007. Dissertação (Mestrado em Física – Óptica)- Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Este trabalho teve como motivação a busca de uma técnica de sensoriamento gravitacional que fizesse uso das características de dependência do campo eletromagnético em uma cavidade ótica ressonante do tipo Fabry-Perot aliada ao comportamento conhecido de um sistema massa-mola sensível à ação do campo gravitacional como utilizado nos sistemas gravimétricos. Gostaríamos no entanto de viabilizar uma montagem que fosse compacta e de fácil manejo, que posteriormente fosse passível de adaptação como sistema gravitacional-gradiométrico, uma vez que os aparatos de gravimetria tem seu uso aplicado especialmente em excursões móveis de mapeamento para fins geofísicos. Essas finalidades pedem ainda a construção de um sistema satisfatoriamente estabilizado frente a variada fonte de ruídos mecânico-acústicos que por ventura venham implicar na perda de sensibilidade. Nesta Dissertação apresentamos o projeto e construção de um aparato de gravimetria por Fabry-Perot que atendesse os requisitos referidos anteriormente explicitando os cálculos e razões que nos levaram à escolha de material e feitura do mesmo. Apresentamos os desenvolvimentos concluídos até o momento constituindo a montagem mecânica de uma cavidade simétrica confocal com espelhos de 100mm de raio de curvatura, sensível a deslocamentos por ação da gravidade, suspensa verticalmente por fios de cobre em uma câmara cilíndrica de alumínio, com a inclusão de um laser de diodo e conjunto de lentes e espelhos na parte externa. Realizamos ainda as primeiras caracterizações sobre o sistema massa-mola que estabelece a possibilidade de variação do comprimento da cavidade Fabry-Perot.

## ABSTRACT

SANTOS, Eduardo Müller dos. **Construção de um novo sensor gravitacional óptico por Fabry-Perot.** Rio de Janeiro, 2007. Dissertação (Mestrado em Física – Óptica)- Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

This work had as motivation the search for a gravitational measuring technique that would make use of the electro-magnetic field dependence features in a resonant Fabry-Perot optical cavity, analogous to the known behavior of a spring-mass system sensitive to the action of a gravitational field as used in gravimetric systems. We would like nonetheless to mount the system in a compact and robust fashion that would later possibly become a gradiometric-gravitational system, once gravimetric apparatuses have their use specially applied in mobile surveying for geophysical purposes. These objectives still require for the construction of a satisfactory stabilized system under a varied source of acoustic-mechanic noise which may diminish the sensitivity. In this dissertation we present the project and construction of a Fabry-Perot based gravimetry apparatus that would attend the requisites mentioned, explicitly showing calculations and reasons that have led us to choose materials and building the former. We present the development performed until now, consisting of the mechanical mounting of a symmetric confocal cavity with mirrors of 100 mm of radius of curvature, sensitive to displacements due to action of gravity, suspended vertically by copper wires in an aluminum tube, with the inclusion of a diode laser and a group of lenses and mirrors in external loci. We performed the first characterization of the spring-mass system that establishes the possibility of the Fabry-Perot cavity length variation.

## Agradecimentos

- Ao Professor Doutor Cláudio Lenz César agradeço à oportunidade concedida e empenho em minha estada no Laboratório Laser do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Cnpq pelo suporte financeiro.
- Aos funcionários e professores do Instituto pelo sempre prestativo esforço e trabalho desempenhado.
- Em especial agradeço os funcionários: Casé, Cristina, e Pedrinho Total.
- E os professores: Alexandre Tort, Ricardo Amorim, Luiz Davidovich, e Sérgio Queiroz
- Da Universidade Federal de Santa Catarina um agradecimento especial aos professores Fred e Canzian, sem os quais meu ingresso na UFRJ seria impossível.
- Aos colegas da UFRJ por ordem de encontro: Rafael, Crícia, Daniel, Tarciro, Moreno, Pedro e Ricardo.
- Thomas Mann, Ella Fitzgerald e Serena pela fidelidade canina.
- Aos velhos colegas sempre presentes: Gustavo, Éverton, Zoldan, Estevam, Dani, André e Diego.
- Aos novos amigos: Fillipe e Alessandra.
- Pela ajuda e carinho: Tia Elfrieda, Lucília e Danilo.
- Aos velhíssimos companheiros de batalha no Müller-Front: KK, Gugu e Israel; e os novos companheiros Lóli, Campeão, Jarbas e Gilsão.
- e meu profundo agradecimento àqueles que não somente acreditaram em mim mas que me suportaram com o mais nobre estoicismo: Pai, Mãe, Lu, Quel e Babi.

À maneira de Sábato agradeço profundamente a todos que tiveram fé em mim, fé esta que por *desdicha* eu mesmo nunca tive.

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 GRAVIMETRIA	5
2.1 GRAVIDADE – TEORIA CLÁSSICA	5
2.2 GRAVIMETRIA E BREVE HISTÓRICO	7
2.2.1 Unidades	8
2.2.2 Gravimetria absoluta e relativa	8
2.2.3 Princípios básicos	9
2.2.4 Correções	10
2.3 GRADIÔMETRO GRAVITACIONAL	13
2.4 PRECISÃO	14
3 <i>LASER</i> E CAVIDADES	15
3.1 PROPAGAÇÃO POR RAIOS	15
3.2 PROPAGAÇÃO ENTRE ESPELHOS	18
3.3 FEIXE GAUSSIANO	19
3.3.1 Lei ABCD	21
3.3.2 Feixe gaussiano elíptico	22
3.4 RESSONADORES ÓPTICOS	23
3.4.1 Condições de confinamento	24
3.4.2 Acoplamento transversal	25
3.4.3 Ressonador óptico simétrico	26
3.4.4 Relação de confinamento	27
3.4.5 Perdas em um ressonador óptico	27
3.5 ANÁLISE DO CAMPO EM UM FABRY-PEROT	28
3.6 TRAVAMENTO DE UM <i>LASER</i> DE DIODO NUM FABRY-PEROT	34
4 PROPOSTA, PROJETO E CONSTRUÇÃO	37
4.1 PRINCÍPIO BÁSICO DO FABRY-PEROT COMO GRAVÍMETRO	37
4.2 UTILIZAÇÃO DO FABRY-PEROT COMO SENSOR GRAVITACIONAL	39
4.3 PROJETO E CONSTRUÇÃO	40
4.3.1 Montagem principal	41
4.3.2 Sistema de oscilação	46
4.3.3 Espelho superior	51
4.3.4 Isolamento acústico mecânico	53
4.3.5 <i>Laser</i> e travamento	55
5 CARACTERIZAÇÃO	69
6 PERSPECTIVAS	74
7 CONCLUSÃO	78

## 1 INTRODUÇÃO

A física gravitacional tem sido objeto de estudos desde as primeiras elaborações em ciências naturais, o estudo da queda de objetos pesados e seus fenômenos correlatos foi de imensa importância para os desenvolvimentos tecnológicos e filosóficos desde pelo menos o período renascentista. A vasta gama de aplicações desse conjunto de conhecimento em tempos modernos talvez não encontre um número suficiente de categorias a ser reduzida, visto que podemos encontrá-la nos estudos mais básicos de Física Teórica e Experimental, como são os casos das tentativas de descrição da Gravitação Quântica e detecção de ondas gravitacionais até o mapeamento de informações geológicas básicas como procedimentos na busca de recursos naturais e construção de modelos do interior do globo terrestre.

Neste trabalho tivemos como motivação básica a busca de melhorias nos procedimentos experimentais de obtenção de mapas gravitacionais para fins geológicos. Veremos portanto no capítulo 2 da presente dissertação uma breve explanação teórica da física da gravidade, compreendendo os modelos de força e energia, bem como as propriedades concernentes à aceleração gravitacional  $g$ , sua ligação com as expressões para os campos de força, gradientes e potenciais de energia. No capítulo dois ainda explanaremos sobre as metodologias técnicas utilizadas nos mapeamentos gravitacionais mencionando um breve histórico sobre o assunto que discorre brevemente sobre os trabalhos iniciais de Von Eötvös e sua balança gradiométrica, a subsequente utilização de gravímetros, e a menção de técnicas outras de obtenção de  $g$  ou seu gradiente como a técnica por interferometria atômica. A explanação desses itens será acompanhada da teoria básica de funcionamento dos gravímetros, seus princípios básicos e as principais correções que os métodos mais comuns de mapeamentos geofísicos pedem. A natureza das correções necessárias mostrará que a construção de um gradiometro gravitacional pode se mostrar bastante vantajosa, no que se constituirá um dos guias

de nosso projeto. Ainda neste capítulo explicitaremos os tipos de unidades mais utilizados em geofísica, uma vez que são diferentes do sistema internacional, e apropriados aos tipos de levantamento práticos, a precisão de tais levantamentos é mencionada no final do capítulo e pode ser utilizada como guia futuro de comparação.

No terceiro capítulo encontra-se a teoria física básica sobre a propagação de *lasers*, especialmente aqueles com perfil de intensidade gaussiano ou gaussiano elíptico, esta teoria basear-se-á especialmente no tratamento de feixes por raios geométricos num primeiro instante, e aqui discutiremos sobre o tratamento de elementos óticos como lentes sob representação matricial agindo sobre um vetor raio com componentes de posição e inclinação relativos ao eixo de propagação. Veremos como esta teoria básica de raios geométricos poderá ser estendida ao tratamento dos referidos feixes gaussianos tomando-se em consideração sua representação fundamental complexa, que relaciona propriedades tais quais o raio de curvatura da frente de onda, distribuição de intensidade dos modos transversais e o índice de refração do meio em que se propaga a luz. Uma vez caracterizado o tratamento dos feixes partiremos para a teoria básica de cavidades ressonantes, mostraremos algumas relações fundamentais para o trânsito de um feixe por uma cavidade formada por dois espelhos, em especial a cavidade do tipo simétrica confocal formada por dois espelhos de mesmo raio de curvatura e separados por uma distância equivalente a esse raio. A partir das relações de confinamento para uma cavidade mostraremos os aspectos e características de campo quando em passagem por uma cavidade do tipo Fabry-Perot. Essa cavidade se mostrará particularmente eficiente na busca de duas propriedades para um feixe de laser: a construção de regiões com grande potência de campo, e a seleção de frequência para o mesmo. A primeira característica é essencialmente utilizada na produção de novos feixes coerentes mais potentes que o original. A segunda característica, a seleção de frequência, será de importância vital para nosso projeto já que será o fundamento para a geração de um sinal que informa variações no comprimento da cavidade. Veremos como as propriedades de campo ligadas à passagem por um Fabry-Perot podem ser associadas a grandezas proporcionais à refletividade dos espelhos envolvidos como a finesse da cavidade, o free spectral range, e a largura à meia altura das curvas de intensidade de transmissão. Finalmente no capítulo três descreveremos o travamento de uma cavidade Fabry-Perot por retroalimentação

ótica ressonante, desenvolvida por Dahmani *et all.* [21], especialmente para o caso de *lasers* de diodo, que leva em conta especificamente as características de reflexão, entrada e saída do feixe por uma cavidade simétrica confocal tipo Fabry-Perot em um modo geométrico de injeção.

No capítulo 4 explanaremos sobre o projeto mais detalhadamente, que constiui os planos e construção de um gravímetro que se utiliza das propriedades descritas no capítulo três em referência às cavidades Fabry-Perot para obtenção de um sinal de medida da variação da aceleração  $g$  da gravidade atuando sobre um conjunto massa-mola. Depois de uma pequena análise de métodos para medida da constante gravitacional  $G$  por Fabry-Perot com o uso de pêndulos enunciaremos os requisitos básicos do nosso projeto, o estabelecimento de uma cavidade simétrica confocal com distância entre os espelhos sensível à variação da gravidade terrestre, explicitaremos as razões que nos guiaram na escolha do material envolvido na construção de um aparato com um dos espelhos devidamente preso a um sistema oscilante composto por membranas e um pequeno tubo, a cavidade estabelecida deverá mostrar-se conveniente à adaptação para a construção de um gradiômetro, e será substancialmente diferente dos métodos que se utilizam de pêndulos nos objetivos já que pretende-se aqui a possibilidade de medidas gravitacionais terrestres, e no que concerne a obtenção do sinal, uma vez que planejamos utilizar o método de Dahmani, vantajoso pela possibilidade de implementação de travamento em um aparato compacto utilizando-se *lasers* de diodo e porque dispensa a utilização de servo-controles eletrônicos já que o sinal é obtido frente o uso de luz ressonante retro-alimentada ao *laser*. Os projetos iniciais de estabilização acústico-mecânica serão apresentados no que consistem da utilização de uma grossa câmara cilíndrica de alumínio com aberturas para bombas de vácuo, e da suspensão do aparato em si por fios de cobre em disposição que promove estabilização vertical e rotacional. Neste capítulo ainda constarão os cálculos básicos para a disposição e a conseqüente construção de um percurso ótico com lentes e espelhos para a obtenção de *mode-match* e travamento de um laser de diodo de  $850\text{ nm}$  montado em um pequeno estojo metálico com estabilizador de corrente à nossa cavidade simétrica confocal com  $100\text{ mm}$  de comprimento, suspensa na câmara cilíndrica. A especificação bem como descrição do material utilizado se fará ainda neste capítulo que pretende apresentar como

projetamos a construção de um novo gravímetro ótico por Fabry-Perot baseado na utilização de lasers de diodo travados por retroalimentação ótica ressonante.

No capítulo 5 descreveremos o início das caracterizações consistentes basicamente da tomada de medidas das características oscilatórias do aparato visto que o estabelecimento do sistema massa-mola é de crítica importância no que concerne o funcionamento e sensibilidade de um gravímetro e frente as tentativas de travamento pelo método mencionado partiremos para perspectivas do capítulo 6 onde faremos as considerações sobre as estimativas de sensibilidade do nosso aparato bem como mudanças necessárias ao processo de estabilização mecânica do experimento, sugerimos ainda uma medida possível da sensibilidade do aparato em laboratório. No capítulo sete concluímos e fazemos as considerações necessárias aos tipos de mudanças e acréscimos mais imediatos e futuros ao projeto em vista dos desenvolvimentos obtidos.

## 2 GRAVIMETRIA

### 2.1 GRAVIDADE: TEORIA CLÁSSICA

O estudo da gravitação constitui, provavelmente, o ramo da Física mais representativo, e talvez o primeiro, da revolução a que foram submetidas as ciências naturais no período ainda pertencente ao renascimento europeu. Compreende desde os ensaios sobre a queda dos corpos graves, realizados por Galileu, até seu estabelecimento como a primeira das interações fundamentais, e posterior modelo de interação física, no que seria o coroamento da Física Newtoniana. Então, o êxito de tais desenvolvimentos não pode ser negligenciado, pois sua aplicação atinge desde o entendimento do cosmos, do sistema solar, da análise geofísica, do mapeamento de reservas de recursos naturais (água, óleo, gás), até as pesquisas sobre o entendimento básico dos constituintes, ao mais corriqueiro lançamento de projétil.

O escopo da Física clássica de gravitação teve sua área de atuação modificada apenas depois de mais de dois séculos de sua formulação, quando Albert Einstein concluiu os primeiros desenvolvimentos da teoria geral da relatividade. Não obstante, tendo em vista a desnecessidade das correções da teoria geral da relatividade nas condições experimentais de interesse do presente trabalho, permanecer-se-á com a teoria clássica.

A teoria matemática que descreve os fenômenos gravitacionais é, em princípio, conhecida e simples: a força de atração que duas massas exercem mutuamente tem sua magnitude proporcional ao inverso da distância entre ambas ao quadrado, sendo ainda proporcional ao produto das massas por uma constante universal  $G$ .

$$M \bullet \xrightarrow{Q(x',y',z')} \text{-----} r \text{-----} \xleftarrow{P(x,y,z)} \circ m$$

Fig. 2.1: duas massas pontuais exercem força atrativa

No caso exemplar (fig. 2.1), em que massas puntuais estão a uma distância  $r$ , a expressão para a magnitude é dada por:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad (2.1)$$

Onde  $r$  pode ser explicitado em coordenadas cartesianas da seguinte maneira:

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (2.2)$$

sendo a magnitude da distância entre as massas. Caso se queira a expressão completa para a força que a massa  $M$  exerce sobre a massa  $m$ , ter-se-á, ainda, que informar a direção e sentido em que atua

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} \quad (2.3)$$

O versor  $\hat{r}$  é o vetor unitário que tem sentido da fonte para a massa teste, e é corretamente expresso por:

$$\hat{r} = \frac{(x - x')\hat{i} + (y - y')\hat{j} + (z - z')\hat{k}}{r} \quad (2.4)$$

Adotada tal convenção, faz-se necessária a adoção do sinal negativo na expressão para força, considerando que o sentido que liga a fonte à massa teste é contrário ao sentido da atração gravitacional.

Cabe ainda dizer que o efeito total que uma massa teste sofre diante de um conjunto de massas, ou de uma distribuição espacial de massas, é puramente aditivo. A soma das forças exercidas por essa distribuição de massas será a força resultante, soma esta realizada em caráter vetorial.

Pode-se, ainda, dividir a expressão para a força pela massa  $m$ , de maneira a obter a aceleração  $\mathbf{g}$  a que estará submetida a mesma no ponto P (x,y,z):

$$\mathbf{g}(P) = -\frac{GM}{r^2} \hat{r} \quad (2.5)$$

Notando que a força gravitacional é conservativa, é possível assinalar a existência de um potencial escalar  $U(P)$ , que obedece:

$$\mathbf{g}(P) = \nabla U(P) \quad (2.6)$$

de modo que  $U(P)$  seja dado por:

$$U(P) = \frac{Gm}{r} \quad (2.7)$$

## 2.2 GRAVIMETRIA E BREVE HISTÓRICO

A atividade usualmente chamada de gravimetria dedica-se à obtenção da grandeza física  $\mathbf{g}$ , e em particular ao estudo da gravidade terrestre e de suas anomalias. O mapeamento da gravidade terrestre com fins de análise geofísica e prospecção tem início prático no período que antecede a primeira grande guerra, com o físico húngaro Barão von Eötvös [1], que utilizou uma balança de torção e analisou o torque proporcionado pela gravidade. Mesmo antes de von Eötvös obter seus primeiros sucessos, os estudos gravitacionais eram realizados com pêndulos. A frequência de oscilação de um pêndulo é proporcional à raiz quadrada da aceleração  $\mathbf{g}$ , portanto, a partir daquela pode-se obter esta. Porém, as experiências com pêndulos eram mais demoradas e possuíam baixa acurácia em relação aos dados tomados com a balança de Eötvös[1].

Diversos melhoramentos e técnicas foram implementados em adição aos trabalhos realizados com a balança de torção de Eötvös, tais como a balança de Shweydar e a balança de Lancaster-Jones [2]. Apesar dos resultados satisfatórios, o uso de balanças de torção para análise da gravidade terrestre foi rapidamente substituído quando do aparecimento de um novo aparato de mesmo fim, na década de trinta: o gravímetro [3]. Um gravímetro constitui-se em um dispositivo que, de alguma maneira, estabelece a sensibilidade à força gravitacional de um conjunto massa-mola, permitindo a aquisição de dados sobre a aceleração  $\mathbf{g}$  graças à sensibilidade mencionada. A construção de gravímetros compactos, de grande sensibilidade e acurácia, fácil manejo e com grande velocidade de aquisição determinou o largo uso e a preferência por tais aparelhos [3].

### 2.2.1 Unidades

Necessário reportar as unidades comumente utilizadas nas medidas que envolvem experiências com gravitação. No sistema internacional de medidas (SI), as massas são medidas em quilogramas (kg); as distâncias, em metros ( $m$ ); as acelerações, em  $m/s^2$ ; e a constante gravitacional de Newton,  $\mathbf{G}$ , tem o valor  $6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$ . No sistema CGS, as massas são medidas em gramas ( $g$ ); as distâncias, em centímetros ( $cm$ ); e as acelerações usualmente recebem o nome de  $Gal$ , em homenagem a Galileu Galilei, de maneira que  $1 Gal = 1 \text{ cm}/s^2$ , a constante gravitacional de Newton,  $\mathbf{G}$ , tem por valor nesse sistema  $6,67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{kg s}^2$ . Em Geofísica, adota-se também o  $mGal$ , com  $1 mGal = 10^{-3} Gal$ , e a subsequente conversão para unidades do SI,  $1 mGal = 10^{-5} m/s^2$ . Existe, ainda, em Geofísica aplicada, o uso do *gravity unity* ( $\mathbf{gu}$ ), que corresponde a  $10 mGal$ , geralmente utilizado em levantamentos locais e de pequena variação da aceleração  $\mathbf{g}$  [1], [4]. Por fim, mais adiante ver-se-á que gravímetros podem ser combinados de maneira especial e empregados na atividade de gradiometria do campo gravitacional, e em tais atividades é, às vezes, relevante o uso da unidade Eötvös ( $\mathbf{E}\ddot{o}$ ), correspondente a  $1 ns^{-2}$ .

### 2.2.2 Gravimetria absoluta e relativa

Percebe-se que a obtenção do valor absoluto de  $\mathbf{g}$  com acurácia satisfatória é difícil e, normalmente, exige tempos de aquisição longos. Geralmente, lança-se mão de pêndulos ou corpos em queda livre (Nettleton, 1976)[5], e até mesmo de interferometria de átomos como realizado por Steven Chu [6], e constituem experimentos gravimétricos absolutos. Assim, experimentos para obtenção de valores relativos, ou seja, de variações de  $\mathbf{g}$ , tornam-se atrativos para uma série de atividades, uma vez que estes valores podem ser obtidos de maneira menos custosa e com tempos de aquisição baixos. Os valores relativos podem, então, serem periodicamente calibrados frente a uma medida absoluta. No Brasil, os valores relativos de  $\mathbf{g}$  são calibrados frente aos valores fundamentais estabelecidos pela

rede gravimétrica mantida e implementada pelo Observatório Nacional (ON, 1987). Por sua vez, esta rede faz parte de uma rede internacional chamada *International Gravity Standardization Network* (IAG, 1974)[7].

### 2.2.3 Princípios básicos

O modelo teórico que explica os gravímetros é resoluto, sendo basicamente a aplicação da Lei de Hooke. Expressa as situações em que uma pequena variação da gravidade  $\delta g$  provoca um pequeno deslocamento da massa presa à mola, deslocamento este representado pela variação do vetor posição  $\delta r$ . Na maioria dos casos estudados, pode-se estabelecer um sistema simples de medidas, no qual as grandezas vetoriais dão lugar às componentes escalares, visto que o interesse está na componente  $g_z$  da gravidade, e há preocupação em minimizar quaisquer deslocamentos da massa nas direções compreendidas pelos eixos  $x$  e  $y$ , de maneira que se possa tratar somente dos deslocamentos  $\delta z$  do sistema na direção  $z$ , direção convencionalmente ligando o centro da Terra até o ponto de medida. Dessa maneira, associa-se o efeito da gravidade à resposta elástica do conjunto massa-mola somente em uma direção.

Assim, tem-se, para um conjunto com constante de mola  $k$  e massa  $m$ :

$$m\delta g_z = k\delta z \quad (2.8)$$

de maneira que se obtém a variação em  $g_z$  a partir de:

$$\delta g_z = \frac{k}{m} \delta z \quad (2.9)$$

Existem também gravímetros chamados instáveis ou astáticos, dispositivos onde uma força adicional é aplicada sobre o conjunto massa-mola, em vistas a amplificação dos deslocamentos, ou como fonte de medida. Exemplo de gravímetro instável é o Lacoste & Romberg modelo G (fig. 2.2), que utiliza uma barra com uma de suas extremidades afixada a uma parede e outra extremidade com uma massa sensível ao efeito gravitacional. À segunda extremidade, prende-se uma mola que também está afixada à parede. O conjunto, dessa maneira, sofre um torque graças ao efeito gravitacional, que é maior quanto maior a distensão da mola e menor o

seno do ângulo  $\theta$ . Procedese, então, o reposicionamento da massa até a posição horizontal, utilizando-se para isso um cursor micrométrico (*adjusting screw*, na figura). A aferição da força utilizada para a restituição do conjunto à posição original fornecerá o valor da variação da gravidade no local [8]. A temperatura do aparelho é controlada para diminuição na variação dos comprimentos de cada componente, tendo sensibilidade da ordem de 0,01 mGal.

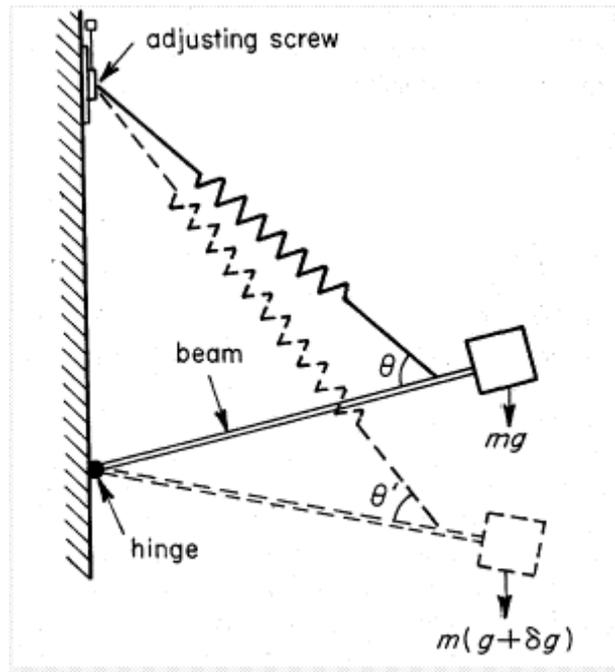


Fig. 2.2: gravímetro Lacoste & Romberg modelo G ,figura retirada da referência [8]

#### 2.2.4 Correções

Além de detalhes mais preeminentes, como sua estabilização mecânica, acústica e de temperatura, todos os gravímetros apresentam uma pequena dificuldade a ser superada: a deformação e a mudança das propriedades básicas do componente responsável pelo caráter elástico do dispositivo. Qualquer que seja o mecanismo utilizado (tais como molas ou membranas), ocorre uma deriva para o valor de  $k$ , a constante elástica, que é gradual, geralmente linear e depende do material constituinte e das condições do ambiente a que está submetido. Este comportamento pode, entretanto, ser satisfatoriamente registrado e monitorado, reduzindo significativamente a fonte de eventual erro.

Os primeiros gravímetros desenvolvidos foram utilizados, basicamente, em levantamentos terrestres. O aperfeiçoamento das técnicas de estabilização mecânica permitiu que os levantamentos fossem estendidos a regiões marítimas. Os modernos gravímetros são transportados em veículos preparados para sua estabilização (caminhões ou navios) e percorrem os terrenos ou faixas de água a serem mapeados, respeitando os limites impostos pela velocidade de aquisição e a natureza dos ruídos presentes. Isto porque, num sistema de referência não inercial, a expressão para gravidade obedece [1]:

$$g_i \rightarrow g_i + a_i + q_i \quad (2.10)$$

de modo que o conjunto apresentará, além da aceleração devido à gravidade, as pseudo-acelerações  $a_i$ , proveniente da aceleração linear do sistema, e  $q_i$ , graças à rotação do mesmo [1]. Em levantamentos estacionários, somente a rotação da terra, conhecida com acurácia satisfatória, contribui significativamente como aceleração inercial, o que facilita a realização das correções necessárias. No entanto, em mapeamentos móveis faz-se necessário, também, estudo mais cuidadoso das possíveis fontes de erros e modos de corrigi-los.

Os principais desenvolvimentos em tecnologia de GPS da década passada, bem como os recentes aprimoramentos dos gravímetros [9], [10], permitiram a impulsão de um terceiro tipo de levantamento gravimétrico móvel: a aerogravimetria. Esta técnica apresenta como vantagens a rapidez dos levantamentos e, principalmente, a facilidade com que se tem acesso a terrenos e regiões dificilmente alcançados por outros meios, como densas florestas, regiões glaciais, montanhas e lagos continentais [10]. Os levantamentos, geralmente, são utilizados em conjunto com uma série de informações geofísicas, tais quais magnetometria, altimetria por radar e gamaespectroscopia [10], o que lhes acrescenta a vantagem de não serem invasivos, evitando a realização de estudos geofísicos a custo de um impacto ambiental possivelmente destrutivo [1]. Por outro lado, a tarefa de correção da localização vertical da aeronave tem sido a principal dificuldade nos levantamentos aerogravimétricos, donde a utilização do sistema GPS e o desenvolvimento de filtros para ruídos de altas frequências proporcionados por acelerações verticais [1].

Mapeamentos gravitacionais ocorrem, usualmente, com objetivo de detecção da variação gravitacional provocada por regiões subterrâneas com

densidade de massa características, muito embora as principais contribuições para essas medidas sejam a gravidade terrestre e as variações ocasionadas por outras contribuições (como as acelerações inerciais anteriormente citadas), que alteram os valores medidos de maneira significativa e devem ser corrigidas [1].

A rotação terrestre e sua forma oblata crescem, ao valor medido de gravidade, o termo [4]:

$$\Delta g_l = 0,811 \sin(2\phi) \Delta s \text{ mGal} \quad (2.11)$$

com  $\phi$  representando a latitude terrestre e  $\Delta s$ , a distância percorrida em quilômetros na direção norte-sul [4],[11].

Necessário anotar que os levantamentos gravitacionais são realizados em relação a um ponto base, de tal maneira que, ao variar-se a altura por uma quantidade  $\Delta h$  em metros em relação à distância  $h$  do centro da terra ao ponto base (usando-se um elipsóide de referência), espera-se acréscimo proporcional ao termo. De fato, esta correção é dada por [1], [4]:

$$\Delta g_{AL} = 0,3086 \Delta h \text{ mGal} \quad (2.12)$$

A esta anomalia dá-se o nome de correção de ar-livre, sendo assim chamada por não levar em conta a existência de distribuições de massa entre o plano onde se encontra o ponto base e o ponto localizado  $\Delta h$  acima do mesmo. O efeito dessa distribuição próxima de massas é, em parte, corrigido quando se considera o termo de correção de Bourguer, que aproxima o efeito do terreno por uma camada infinita com espessura e densidades uniformes,  $\Delta h$  e  $\rho$ , contribuindo com a expressão [1], [4]:

$$\Delta g_B = 0,04192 \rho \Delta h \text{ mGal} \quad (2.13)$$

Uma aferição mais minuciosa levará em conta as irregularidades do terreno e suas variações de densidade de massa, que podem ser de magnitude suficiente para afetar as medidas mais sensíveis. Estas correções, chamadas  $\Delta g_T$ , normalmente lançam mão de métodos numéricos [12], [13]. Há também pequenas variações provocadas pelas marés, mas estas, por serem de periodicidade longa (cerca de seis horas) e com efeito da ordem de 0,3mGal, podem ser facilmente

removidas, tendo em vista a sua regularidade em tempo e magnitude, o que permite a correção.

Assim, é possível reunir, em uma única expressão, as correções típicas em levantamentos gravimétricos [1]:

$$g \rightarrow g_{obs} - g_t + (\Delta g_L + \Delta g_{AL} - \Delta g_B + \Delta g_T) \quad (2.14)$$

### 2.3 GRADIÔMETRO GRAVITACIONAL

O fato de que os dispositivos gravimétricos estejam, permanentemente, sob efeito de acelerações espúrias, dificultando a obtenção de dados, pode ser consideravelmente mitigado com a construção de gradiômetros gravitacionais [1]. Estes dispositivos são constituídos, basicamente, por dois gravímetros acoplados verticalmente, de maneira que estejam submetidos às mesmas acelerações provenientes da incapacidade de estabilização, ou inerentes ao movimento do veículo de transporte, além das acelerações inerciais terrestres. Dessa maneira, um gradiômetro com suas massas convenientemente separadas por uma distância  $\Delta z$  proverá medidas gravitacionais em pontos suficientemente próximos, de forma a possibilitar aproximações razoáveis em vistas à obtenção do gradiente gravitacional

$$\begin{array}{c} \bullet g(z + \Delta z) \\ \updownarrow \Delta z \\ \bullet g(z) \end{array} \quad (2.15)$$

e realiza-se a seguinte aproximação:

$$\frac{g(z + \Delta z) - g(z)}{\Delta z} = \frac{\Delta g(z)}{\Delta z} \rightarrow \frac{\partial g}{\partial z}(z) \quad (2.16)$$

Tendo em vista que a gravitação tem características de campo conservativo, suas derivadas obedecem a vínculos bastante simples, permitindo-se, em conseqüência, a obtenção do valor do campo a partir de seu gradiente. Os sinais referentes às pseudo-acelerações serão comuns a ambos os gravímetros acoplados, portanto, terão contribuição nula no cálculo do gradiente gravitacional. Ademais, verifica-se as vantagens da técnica de gradiometria constatando que algumas das anomalias analisadas acima são, agora, irrelevantes, tais como as anomalias

provenientes da latitude e correção de ar-livre. A correção de Bourguer é desnecessária, visto estabelecer uma camada homogênea de massa cujo gradiente gravitacional é zero. Ainda assim, resta a correção concernente ao terreno e aos efeitos da aceleração rotacional do gradiômetro, visto que o dispositivo permanece sensível a ela [1].

## 2.4 PRECISÃO

A precisão dos diversos métodos de gravimetria e alcance tem sido limitada, principalmente, pelo controle das acelerações veiculares, além das dificuldades de precisão de altitude e posição . A sensibilidade de  $\pm 0.1$  mGal, por exemplo, requer que a localização do ponto de medida tenha sua latitude precisada em cerca de  $\pm 150$  m; e sua altitude, em cerca de  $\pm 20$  cm. Para sensibilidades melhores que 1 m em altura é necessário que se lance mão de nivelamento geométrico. Por sua vez, os levantamentos latitudinais são permitidos com precisão de cerca de  $\pm 10$  m, com a utilização de GPS (grav. 3). Os levantamentos aéreos e marítimos anteriores ao uso do sistema GPS possuíam sensibilidades da ordem de  $\pm 5$  mGal até  $\pm 10$  mGal; já sua utilização, aliada ao uso de altimetria por satélite, alcança valores inferiores a  $\pm 5$  mGal [14].

### 3. LASER E CAVIDADES

#### 3.1 PROPAGAÇÃO POR RAIOS

O estudo da propagação de *lasers* pode ser consideravelmente facilitado introduzindo-se o tratamento por raios ópticos, tratamento esse que tem abrangência bastante grande e pode ser usado para uma variedade de meios ópticos, tais como meios homogêneos, materiais isotrópicos, lentes delgadas, interfaces materiais, espelhos curvos, e mesmo meios com índice de refração quadrático e com variação de ganho [15]. O tratamento por raios permite, também, a reconstrução da evolução das ondas ópticas, passando por diversos elementos, tais quais lentes e meios dielétricos, já que o raio é, por definição, normal à frente de onda [15].

Esse tratamento será efetuado com o uso de matrizes 2x2 que, aplicadas ao vetor que representa o raio óptico, apresentarão as transformações ocorridas com os seus componentes, ou seja, o estado em que se encontrará após o trânsito pelos diversos elementos presentes no caminho ótico. Ver-se-á que o uso de matrizes e vetores é conveniente ainda ao tratamento de feixes gaussianos, o que será de grande importância na análise de *lasers*, visto adquirirem tipicamente a forma referida.

Um raio óptico é comumente caracterizado por sua distância do eixo de simetria cilíndrico, usualmente denotado por  $\mathbf{z}$ , e sua inclinação  $dr/dz$  em relação ao mesmo. Estas duas informações,  $r$  e  $r'$ , serão as componentes do vetor raio óptico [15], [26], de maneira que se pode associar à passagem de luz por um elemento óptico um raio de entrada  $(r_{ent}, r'_{ent})$  e um raio de saída  $(r_{sai}, r'_{sai})$ . Um raio que passa por uma lente delgada com distância focal  $f$  obedeceria, por exemplo, à seguinte relação:

$$r_{sai} = r_{ent}$$

(3.1)

$$r'_{sai} = r'_{sai} - \frac{r_{ent}}{f}$$

A primeira relação é retirada da definição de lente delgada, enquanto a segunda é justificada pela análise (ver figura 3.1) do comportamento de um raio paralelo ao raio incidente e não defletido que passa pelo centro da lente.

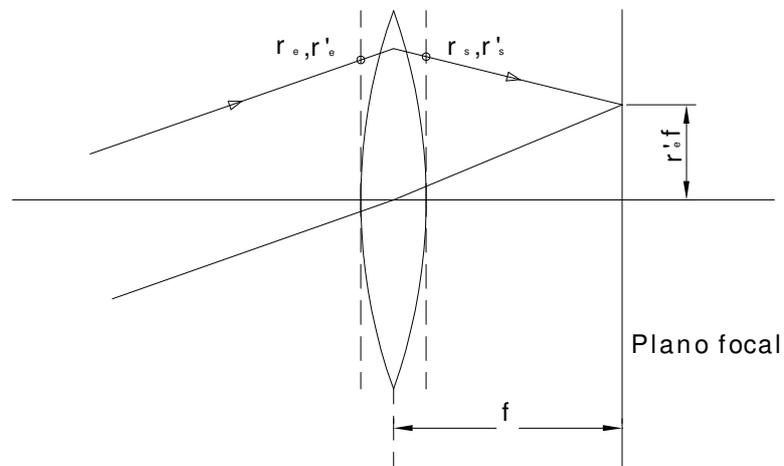


Fig. 3.1: parâmetros do raio de entrada e saída ao passar por lente delgada com distância focal  $f$ , adaptado da referência[15]

Pode-se expressar as relações anteriores como uma multiplicação matricial, bastando para isso que se reescreva um vetor raio, em qualquer posição no eixo  $z$ , sob a forma de uma matriz coluna:

$$\tilde{r}(z) = \begin{pmatrix} r(z) \\ r'(z) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

de maneira que:

$$\begin{pmatrix} r_{sai} \\ r'_{sai} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{ent} \\ r'_{ent} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

onde  $f$ , convencionalmente, é maior que zero para lentes convergentes e negativo

para divergentes.

Assim, é possível representar por uma matriz cada etapa da passagem do raio pelo meio:

$$M_{elem} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

A matriz resultante a expressar a passagem do raio por  $n$  elementos ópticos será o produto das matrizes elementares:

$$M_{res} = \begin{pmatrix} A_{res} & B_{res} \\ C_{res} & D_{res} \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^n M_i \quad (3.5)$$

A aplicação sucessiva das matrizes sob o vetor raio de entrada informará, então, o estado de saída final:

$$\begin{pmatrix} r_{sai} \\ r'_{sai} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{res} & B_{res} \\ C_{res} & D_{res} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{ent} \\ r'_{ent} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Tabela (3.1): matrizes correspondentes a elementos de um percurso óptico, [15]

(1) Meio Homogêneo Comprimento $d$	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
(2) Lente Delgada Distância Focal $f$ ( $f > 0$ , convergente, $f < 0$ , divergente)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
(3) Interface Dielétrica Índices de Refração $n_1, n_2$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
(4) Interface Dielétrica Esférica Raio $R$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{1}{R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
(5) Espelho Esférico Raio de Curvatura $R$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}$

### 3.2 PROPAGAÇÃO ENTRE ESPELHOS

Poder-se-á usar o formalismo de raios e matrizes para o estudo da propagação paraxial, trânsito e reflexões, da luz entre dois espelhos. Nota-se que a reflexão do raio por um espelho curvo de raio  $R$  será equivalente a sua passagem por uma lente delgada de distância focal  $f = R/2$ , com a inversão do sentido de saída do raio. Assim, entre dois espelhos com raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$ , respectivamente, separados por uma distância  $d$ , poder-se-á proceder a descrição do raio, no caso simples com dois espelhos simétricos, a partir das variáveis independentes  $x$  e  $y$ , que obedecem [15], [16], [26]:

$$\begin{aligned} x_n &= x_{\max} \sin(n\theta + \delta_x) \\ y_n &= y_{\max} \sin(n\theta + \delta_x) \end{aligned} \quad (3.7)$$

com  $n$  servindo como parâmetro do raio referente à  $n$ ésima reflexão e  $\theta$  obedece:

$$\cos \theta = \left(1 - \frac{d}{R}\right) \quad (3.8)$$

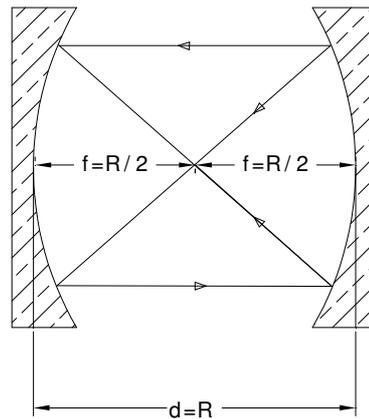


Fig. 3.2: modo reentrante do feixe em uma cavidade simétrica confocal, o raio repete seu percurso após duas voltas dentro da cavidade.[15]

Com estas relações, é possível estabelecer condições para que, sob certos ângulos de entrada, o raio retrase o caminho percorrido seguidamente. Dessa maneira, quando o argumento das funções  $x$  e  $y$  obedece à expressão[15], [16]:

$$2\nu\theta = 2l\pi \quad (3.9)$$

com  $\nu$  e  $l$  tomando quaisquer valores inteiros, ter-se-á o caso no qual, após  $\nu$  voltas, o raio retorna ao ponto de origem e começa novamente a percorrer o traçado original. Uma situação que leva a um exemplo importante acontecerá quando se tiver  $\nu = 2$  e  $l = 1$ . Neste caso,  $\theta$  assumirá o valor  $\pi/2$ . Ter-se-á, assim, a importante relação entre a distância entre os espelhos e os raios de curvatura:

$$d = R \quad (3.10)$$

que caracteriza as chamadas cavidades simétricas confocais, tendo em vista que o foco de ambos os espelhos incidem sobre o mesmo ponto [15], [17].

### 3.3 FEIXE GAUSSIANO

Em montagens experimentais envolvendo *lasers* é importante o conhecimento da evolução do padrão de intensidade do campo eletromagnético em cada frente de onda. Os feixes de *laser* com distribuição de intensidade nos planos normais à propagação do tipo Gaussiano são, certamente, os mais importantes, em face do seu uso generalizado em Física aplicada.

Algumas das expressões mais importantes referentes aos feixes gaussianos são relacionadas a partir da equação para o campo elétrico em um meio isotrópico livre de cargas [15]:

$$\nabla^2 E + k^2(r) = 0 \quad (3.11)$$

com

$$k^2(r) = \omega^2 \mu \varepsilon(r) \left[ 1 - i \frac{\theta(r)}{\omega \varepsilon(r)} \right] \quad (3.12)$$

onde  $\varepsilon$  pode depender de  $r$  e  $k$  é complexo para permitir a existência de perdas ou ganhos (a depender do sinal de  $\sigma$ ). A solução para meios homogêneos é dada por:

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp \left\{ -i[kz - \eta(z)] - r^2 \left[ \frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right] \right\} \quad (3.13)$$

e a relação para o que se chamará feixe gaussiano fundamental [15],[18]:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2(z)} \quad (3.14)$$

Esta solução é obtida nos casos em que não ocorrem variações azimutais e dá conta, exclusivamente, da dependência transversal em  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Os demais termos envolvidos são de especial importância na análise de feixes gaussianos. O parâmetro  $\omega(z)$  obedece a expressão [18]:

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right] = \omega_0^2 \left( 1 + \frac{z}{z_0} \right) \quad (3.15)$$

na qual  $\omega(z)$  é a distância  $r$  transversal ao eixo  $z$  de propagação, para o qual a amplitude do campo cai por  $1/e$ , e é chamada de *spot-size* do feixe. No plano de propagação  $z = 0$ . ter-se-á um mínimo para o *spot-size*: o parâmetro  $\omega_0$ .

As frentes de onda no eixo  $z$ , quase esféricas, têm o raio de curvatura expressos pelo parâmetro  $R(z)$ , cuja expressão tem a seguinte forma:

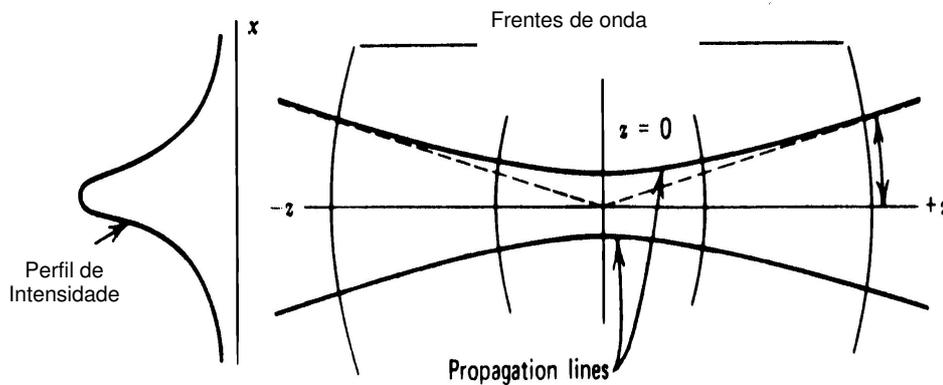
$$R = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi \omega_0^2 n}{\lambda z} \right)^2 \right] = z \left( 1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right) \quad (3.16)$$

e, por fim, explicitar-se-á os termos restantes:

$$\eta(z) = \tan^{-1} \left( \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2 n} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_0} \right) \quad (3.17)$$

$$z_0 \equiv \frac{\pi \omega_0^2 n}{\lambda}$$

a saber:  $\lambda$  é o comprimento de onda do *laser* e  $n$ , o índice de refração do meio. Pode-se determinar a forma que toma o feixe gaussiano fundamental completamente quando se tiver seu *spot-size* mínimo e sua localização no eixo  $z$ .



**FIGURE 6.5** Propagating Gaussian beam.

Fig. 3.3: perfil de intensidade, e frentes de onda de um feixe gaussiano, figura retirada da referência [15]

É possível, também, especificar o ângulo de abertura do feixe:

$$\theta_{abertura} = \tan^{-1}\left(\frac{\lambda}{\pi\omega_0 n}\right) \cong \frac{\lambda}{\pi\omega_0 n} \quad (3.18)$$

Esta expressão é equivalente aos termos para campos distantes ( $z \gg \frac{\pi\omega_0^2 n}{\lambda}$ ), para os efeitos de difração em ondas transversas à uma abertura de raio  $\omega_0$ .

### 3.3.1 Lei ABCD

Da mesma maneira que atribuímos uma lei de transformação para raios óticos em trânsito por diversos elementos do meio (eq.3.6) podemos descrever uma expressão semelhante para os feixes gaussianos fundamentais complexos do tipo  $q$ , essa expressão, quando o feixe gaussiano passa por um elemento ótico, toma a forma:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (3.19)$$

onde  $(A, B, C, D)$  permanecem como os componentes da matriz que caracterizam o elemento ótico em questão. A sucessiva aplicação desta fórmula frente ao aparecimento de novos elementos óticos, a exemplo do que ocorria com o tratamento de raios, associará o feixe gaussiano final aos componentes matriciais do meio, e ao feixe gaussiano inicial:

$$q_{sai} = \frac{A_{res} q_1 + B_{res}}{C_{res} q_1 + D_{res}} \quad (3.20)$$

Os componentes  $(A_{res}, B_{res}, C_{res}, D_{res})$  mais uma vez são obtidos através do produtório das matrizes referentes aos diferentes elementos que compõe o caminho ótico.

A posse das informações sobre o feixe gaussiano inicial somada ao conhecimento de cada elemento ótico relevante possibilita então a reconstituição de todas as suas propriedades em cada ponto  $z$  do eixo de propagação.

### 3.3.2 O Feixe Gaussiano Elíptico.

Embora tenhamos tratado do caso mais importante no que concerne os feixes de laser Gaussianos, a se dizer, um feixe cuja intensidade se concentra de maneira paraxial à propagação, com frentes de onda quase esféricas para as regiões de maior interesse e simetria azimutal, nem sempre estaremos aptos a trabalhar com essa situação. Um caso em que perdemos a simetria referida, no entanto, pode ser tratado com a aplicação dos resultados desenvolvidos de forma adaptada para cada um dos eixos transversos  $(x, y)$ , é o caso dos feixes Gaussianos elípticos [15].

A solução para o feixe Gaussiano circular com simetria azimutal pode ter relacionada sua dependência exponencial da seguinte forma simplificada:

$$E_{circ} \propto \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)}\right] \quad (3.21)$$

podemos entender a formação de um feixe Gaussiano elíptico como a passagem de um feixe circular por uma lente delgada cilíndrica, as diferentes distâncias focais para os eixos transversos produzirá então uma dependência característica à cada

um dos eixos separadamente, tais feixes podem ainda ser entendidos como emergentes de ressonadores óticos astigmáticos, de onde a diferença para os raios de curvatura das frentes de onda nos diferentes planos ( $x - z, y - z$ ):

$$E_{elip} \propto \exp\left[-\frac{x^2}{\omega_x^2(z)} - \frac{y^2}{\omega_y^2(z)}\right] \quad (3.22)$$

com  $\omega_x \neq \omega_y$ , de fato, quando temos uma igualdade para os parâmetros  $\omega(z)$  voltamos ao caso particular dos feixes gaussianos circulares. Para os feixes Gaussianos elípticos lançamos mão finalmente de um tratamento conveniente à cada eixo transversal à direção de propagação [15]:

$$\frac{1}{q_x(z)} = \frac{1}{R_x(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_x^2(z)} \quad (3.23)$$

$$\frac{1}{q_y(z)} = \frac{1}{R_y(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_y^2(z)}$$

### 3.4 Ressonadores Óticos.

Anteriormente referimo-nos de passagem às cavidades óticas simétricas confocais. Estas são de fato um tipo particular de cavidade ótica ressonante, ou ressonador ótico. Ressonadores óticos são basicamente cavidades formadas pela reunião de dois ou mais espelhos dispostos espacialmente de tal maneira que possamos relacionar as características geométricas de um tal arranjo (distância entre espelhos, ângulos, etc.), e as propriedades dos espelhos (raio de curvatura, refletividade, etc), às propriedades exibidas pela radiação injetada. De modo que estas cavidades podem ser utilizadas como filtros de frequência ou espaciais além de intensificadores do campo eletromagnético em frequências de ressonância conhecidas, a partir da injeção de potências moderadas [15], [19], [20], [21], [22]. Desse modo as cavidades ressonantes óticas são passíveis de avaliação pela eficiência com que atingem esses objetivos, essa medida é chamada de fator de qualidade  $Q$  e será discutida em breve.

Restringindo os possíveis modos de oscilação para o campo eletromagnético em uma cavidade fechada (um cubo de lado  $L$  por exemplo) pela aplicação de condições de contorno de periodicidade para os valores do vetor de onda  $k$  nas

fronteiras podemos encontrar o número aproximado de modos dentro de um intervalo  $d\nu$  de freqüência, por unidade de volume, o resultado é conhecido[15]:

$$N \cong \frac{8\pi\nu^2 n^3}{c^3} d\nu \quad (3.24)$$

o que em situações experimentais resultaria em uma quantidade muito grande de modos em ressonância à maneira de ondas estacionárias. Em cavidades com volumes típicos,  $V \approx 1\text{cm}^3$ ,  $\nu \approx 10^{14}\text{Hz}$ ,  $d\nu \approx 10^{10}\text{Hz}$  por exemplo encontraríamos um  $N \approx 10^9$  para o número de modos, todos eles basicamente com o mesmo fator de qualidade  $Q$ , ou seja, uma tal cavidade seria de pouca valia para usos de filtragem de freqüência, uma vez que uma faixa grande da mesma sobrevive a passagem pela cavidade, ou para obtenção de feixes de luz com pequena largura espectral a partir da emissão atômica estimulada, uma vez que esse estímulo se daria em uma faixa grande de transições eletrônicas [15]. Vemos então a importância das cavidades óticas ressonantes abertas, compostas por espelhos curvos ou planos de tamanho apropriado em vistas a proporcionar mecanismos de perda e de restrições espaciais e em freqüência para a maior parte dos modos do campo eletromagnético, de fato para configurações adequadas de cavidade aberta a maior parte dos modos tem baixo fator de qualidade  $Q$ . Este fenômeno ocorre principalmente pelo fato de que esses modos não tem em sua maioria propagação em ângulo normal ao alinhamento dos espelhos e conseqüentemente são ejetados do interior após poucas reflexões externas se não atendem geometrias específicas [15], [21], [22].

#### 3.4.1 Condições de Confinamento.

O que nos leva a apreciação das condições básicas para que um modo do campo eletromagnético fique aprisionado em uma cavidade ótica ressonante. O tratamento por ótica geométrica a partir dos raios mostra-se agora útil. Uma primeira condição de aprisionamento pode ser medida pela quantidade de reflexões especulares que um raio sofre antes de escapar da cavidade, observa-se como quantidade conveniente um intervalo entre 20 e 100 reflexões internas [15], [23]. Pode-se ainda avaliar as dimensões dos espelhos frente ao comprimento de onda da radiação e o comprimento da cavidade, tem-se como relação de ótica física a ser obedecida [15]:

$$\frac{a_1 a_2}{\lambda l} \geq 1 \quad (3.25)$$

onde os termos  $a_1$  e  $a_2$  representam as meias larguras de cada um dos espelhos, perpendiculares à distância  $l$  que liga os mesmos. Esta última condição restringe o aprisionamento dos modos que possuem meio-ângulo de abertura por difração para campos distantes ( $\lambda/2a_2$ ) menor que o meio-ângulo de abertura que um dos espelhos comporta até a distância do segundo espelho ( $a_1/l$ ).

### 3.4.2 Acoplamento Transversal.

Deparamo-nos agora com o problema de como encontrar os modos transversos que são ressonantes para uma dada cavidade. Embora existam diferentes maneiras de ataque ao problema utilizaremos da maneira mais simples, e que efetivamente é usada na prática. Uma vez que temos a evolução dos feixes Gaussianos completamente determinadas poderemos encontrar o raio de curvatura  $R(z)$  da frente de onda em qualquer ponto do eixo de propagação, podemos então posicionar os espelhos da cavidade justamente nos pontos em que  $R(z)$  e os raios de curvatura dos espelhos coincidem, assim as frentes de onda refletir-se-ão precisamente sobre o caminho que haviam percorrido seguidamente [15], devemos ainda assegurar que a distância entre os espelhos represente uma mudança de fase equivalente a  $\pi$  de maneira que a volta completa na cavidade submeta o campo a um ciclo completo, originando dentro do ressonador o aparecimento de campos estáveis auto-reprodutivos.

Assim a partir das equações 3.16, 3.18 e 3.19 e para um caso em que dois espelhos estão nas posições  $z_1$  e  $z_2$ , e com raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$  respectivamente, podemos fazer as seguintes associações:

$$R_1 = z_1 + \frac{z_0^2}{z_1} \quad (3.26)$$

$$R_2 = z_2 + \frac{z_0^2}{z_2}$$

e encontramos o posicionamento ideal:

$$z_1 = \frac{R_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{R_1^2 - 4z_0^2} \quad (3.27)$$

$$z_2 = \frac{R_2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{R_2^2 - 4z_0^2}$$

Em geral os espelhos são arranjados em disposições com valores fixos para a distância  $l = z_2 - z_1$  de separação uma vez que se queira aproveitar propriedades referentes às distâncias focais e curvaturas dos refletores, dessa maneira procede-se então de maneira inversa, a partir da subtração das equações acima podemos determinar onde ocorre e o valor da cintura  $\omega_0 = (\lambda z_0 / \pi m)^{1/2}$  e os spot-size em cada um dos espelhos  $\omega(z_1)$  e  $\omega(z_2)$  do feixe que dependem de:

$$z_0^2 = \frac{l(-R_1 - l)(R_2 - l)(R_2 - R_1 - l)}{(R_2 - R_1 - 2l)^2} \quad (3.28)$$

Sendo que convencionalmente o raio de curvatura  $R$  de um espelho tem sinal positivo quando seu centro de curvatura está a esquerda de  $z_0$  e negativo quando à direita.

### 3.4.3 O Ressonador Ótico Simétrico.

Tais resultados nos levam ao caso especial e de interesse de um ressonador ótico simétrico [24], [15], [25], a se dizer, uma cavidade composta por dois espelhos dispostos de maneira simétrica em torno de  $z = 0$ , local em que deve ocorrer o mínimo *spot-size*, e com raios de curvatura obedecendo  $R_1 = R = -R_2$ . Cavidade para o qual:

$$z_0^2 = \frac{(2R - l)l}{4} \quad (3.29)$$

de modo que:

$$\omega_0 = \left( \frac{\lambda z_0}{\pi m} \right)^{1/2} = \left( \frac{\lambda}{\pi m} \right)^{1/2} \left( \frac{l}{4} \right)^{1/4} \left( R - \frac{l}{2} \right)^{1/4} \quad (3.30)$$

sabemos então que para  $z = l/2$ , localização dos espelhos, a aplicação do resultado acima nos informará o spot-size nos mesmos:

$$\omega_{1,2} = \left( \frac{\lambda l}{2\pi n} \right)^{1/2} \left[ \frac{2R^2}{l(R - l/2)} \right]^{1/4} \quad (3.31)$$

de onde podemos retirar uma relação importante para nosso estudo, a saber, esta relação terá um valor mínimo para um valor fixo de  $l$  quando  $R = l/2$ , configuração em que os *foci* dos espelhos coincidem no mesmo ponto  $z = 0$ , que dá origem ao nome da cavidade como ressonador ótico simétrico confocal. A substituição de valores resultará então:

$$(\omega_0)_{conf} = \left( \frac{\lambda l}{2\pi n} \right)^{1/2} \quad (3.32)$$

e

$$(\omega_{1,2})_{conf} = \sqrt{2} (\omega_0)_{conf} \quad (3.33)$$

preveendo um aumento de magnitude  $\sqrt{2}$  para o *spot-size* do feixe Gaussiano em cada espelho.

#### 3.4.4 Relação de Confinamento.

A condição de confinamento que uma cavidade deve obedecer em relação às curvaturas de seus espelhos e à distância de separação entre os mesmos para que os *spot-sizes* não sejam grandes em comparação com a área dos refletores, o que resultaria em grandes perdas por difração, é explicitada pela inequação, [20],[24]:

$$0 \leq \left( 1 - \frac{l}{R_1} \right) \left( 1 - \frac{l}{R_2} \right) \leq 1 \quad (3.34)$$

onde a convenção de sinais neste caso prevê um sinal positivo para  $R$  dos espelhos cujo centro de curvatura está voltado na direção do espelho opoente. A análise da inequação mostrará que uma cavidade do tipo simétrica confocal se encontra no limite da região de confinamento com baixas perdas, o que pede a estrita observação dos parâmetros do ressonador.

#### 3.4.5 Perdas em um Ressonador Ótico.

Podemos relacionar alguns dos principais mecanismos de perda de potência e intensidade em um ressonador ótico [20]. Para que a luz seja injetada na cavidade sob ângulos requeridos e para que se possa obter um sinal de saída é obviamente necessário que os espelhos da cavidade não possuam uma refletividade de 100%, de fato, tal resultado é uma impossibilidade embora refletividades consideráveis (ver ref[19]) sejam obtidas com espelhos especialmente preparados. Em todo caso as imperfeições nas propriedades refletivas dos espelhos sempre darão origem a perdas de radiação da cavidade [15], [20], [23].

Além das taxas de reflexão e transmissão dos espelhos espera-se que ocorram nesses locais absorção de luz e espalhamento, geralmente ocasionados por inhomogeneidades e imperfeições de curvatura.

Por fim sabemos que dificilmente conseguimos restringir a emissão de luz a apenas alguns modos e que quanto maiores os modos transversais mais a distribuição de energia afasta-se do eixo de propagação, de maneira que parte da energia do campo “vaza” da cavidade por efeitos de difração uma vez que os espelhos têm uma área finita, esse mecanismo é especialmente importante como vimos pois pode ser utilizado como filtro, já que os modos assim constituídos terão baixo fator de qualidade  $Q$  e serão rapidamente excluídos da cavidade [15]. O fator de qualidade  $Q$  referido é o parâmetro comumente usado na caracterização da eficiência de um ressonador, sua apreciação pode ser empreendida lançando-se mão de fatores convenientes ao experimento ou estudo como tempo de vida de um fóton, perda de potência por passo  $l$ , usualmente define-se no entanto esta quantidade por:

$$Q = \frac{\omega E}{P}$$

*onde E = energia armazenada*  
*P = potencia dissipada*

(3.35)

### 3.5 Análise do Campo em um Fabry-Perot

O ressonador ótico Fabry-Perot atende especialmente as necessidades de intensificação do campo eletromagnético dentro da cavidade e seleção de freqüência do feixe de saída [21], [22]. Às condições de confinamento previamente

explanadas podemos associar as características de transmissão e reflexão dos espelhos que compõe a cavidade, e ainda estudar a evolução longitudinal do feixe em relação ao comprimento  $l$  do ressonador para que por fim tenhamos as expressões para as intensidades de transmissão, confinamento e saída em função das freqüências e refletividades, bem como para quais freqüências teremos ressonância.

Sendo geralmente constituído por dois espelhos distantes entre si por  $l$ , o modelo de uma onda plana de intensidade complexa  $E_i$ , incidente sobre um dos espelhos pode ser analisado como na figura abaixo:

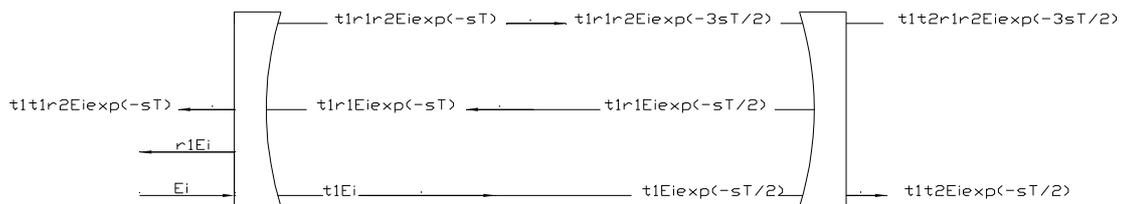


Figura 3.4: diagrama de um campo elétrico em uma cavidade Fabry-perot

Trabalhando a partir das amplitudes complexas podemos associar algumas razões entre as amplitudes envolvidas. A razão entre a amplitude que é transmitida pelo espelho esquerdo e a amplitude que incide será  $t_1$ , já a razão entre a amplitude refletida e a mesma amplitude incidente chamaremos  $r_1$ , de maneira que procedendo de maneira idêntica para o espelho direito obteremos as quantidades  $r_2$ , e  $t_2$ , assim:

$$|r|^2 = R \quad (3.36)$$

$$|t|^2 = T$$

que são as frações para intensidade refletida e transmitida em cada interface, respectivamente  $R$  e  $T$ . Considerações sobre a conservação de energia permitem ainda que escrevamos com a adição de uma fase  $i$  as seguintes relações[19]:

$$r = \sqrt{R}$$

$$t = i\sqrt{T}$$
(3.37)

de maneira que:

$$R + T = 1$$
(3.38)

Se fizermos uma análise do campo em um Fabry-Perot em frequência de Laplace podemos construir o diagrama [19]:

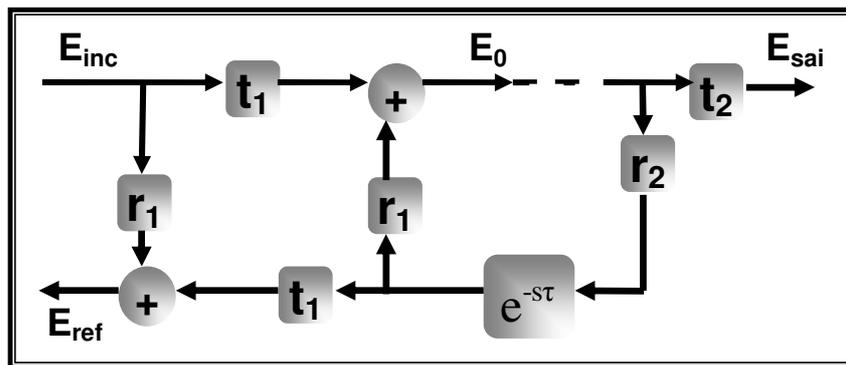


Figura 3.5: Diagrama esquemático de campo Elétrico em frequência em trânsito por cavidade Fabry-Perot , retirado da referência [19]

Como exposto no diagrama notamos que para cada volta na cavidade o campo sofrerá a adição de uma fase igual a  $e^{-s\tau}$  com  $\tau = 2l/c$ , de maneira que obteremos:

$$E_0(s) = t_1 E_i(s) + r_1 r_2 e^{-s\tau} E_0(s)$$
(3.39)

$$\frac{E_0(s)}{E_i(s)} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-s\tau}}$$

que relaciona o campo dentro da cavidade e o campo incidente, análise semelhante proporciona:

$$E_{sai}(s) = t_2 E_0(s)$$
(3.40)

$$\frac{E_{sai}(s)}{E_i(s)} = \frac{t_1 t_2 e^{-s\tau}}{1 - r_1 r_2 e^{-s\tau}}$$

relacionando o campo de saída ao campo incidente (através da dependência do campo confinado). E finalmente podemos relacionar o campo que retorna do ressonador:

$$E_{ref}(s) = r_1 E_i(s) + t_1 E_0(s) \quad (3.41)$$

$$\frac{E_{ref}(s)}{E_i(s)} = r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-s\tau}}{1 - t_1 r_2 e^{-s\tau}} \quad (3.42)$$

é simples que procedamos agora à obtenção das relações para as intensidades dos campos uma vez que estas são proporcionais aos módulos quadrados das amplitudes complexas. Procedemos ainda no sentido de trabalhar com modos de freqüência de Fourier, a passagem se dará ao fazermos a transformação  $s \rightarrow i\omega$ , procedimento permitido em um regime estacionário ( $t \gg \tau$ ) [19]. Obteremos dessa maneira:

$$\begin{aligned} \left| \frac{P_0(\omega)}{P_i(\omega)} \right|^2 &= \left| \frac{E_0(\omega)}{E_i(\omega)} \right|^2 = \frac{T_1}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\omega\tau)} \\ &= \frac{(1 - R_1)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\omega\tau)} \end{aligned} \quad (3.43)$$

para a fração de intensidade confinada. A fração de intensidade de saída será dada por:

$$\begin{aligned} \left| \frac{P_{sai}(\omega)}{P_i(\omega)} \right|^2 &= \left| \frac{E_{sai}(\omega)}{E_i(\omega)} \right|^2 = \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\omega\tau)} \\ &= \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\omega\tau)} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Efetuiremos a análise dessas expressões para o caso especial de interesse de uma cavidade com dois espelhos de mesma refletividade ( $R_1 = R_2 = R$ ), de modo que teremos as expressões simplificadas:

$$\left| \frac{P_0(\omega)}{P_i(\omega)} \right|^2 = \frac{(1 - R)}{1 + R^2 - 2R \cos(\omega\tau)} \quad (3.45)$$

$$\left| \frac{P_{sai}(\omega)}{P_i(\omega)} \right|^2 = \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R\cos(\omega\tau)}$$

Com distância entre os refletores  $l$  como utilizada previamente, vemos que ambas as expressões derivadas possuem máximos para os casos em que os cossenos nos denominadores tenham valor  $+1$ , situações que prevêm valores de argumento tais que [19]:

$$\cos(\omega\tau) = 1 \Leftrightarrow \omega\tau = n2\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.46)$$

com  $\omega = 2\pi\nu$  e  $\tau = 2l/c$  teremos:

$$\frac{4\pi\nu l}{c} = n2\pi \quad (3.47)$$

$$\nu_{\text{ressonância}} = n \frac{c}{2l}$$

e temos a expressão para as freqüências de ressonância desta cavidade. Ao mesmo tempo o fator de intensificação do campo dentro da cavidade na ressonância será dependente exclusivamente da refletividade  $R$  dos espelhos já que nesse caso assume a forma:

$$\begin{aligned} \left| \frac{P_0(\omega)}{P_i(\omega)} \right|^2 &= \frac{(1-R)}{1+R^2-2R} \\ &= \frac{(1-R)}{(1-R)^2} \\ &= \frac{1}{(1-R)} \end{aligned} \quad (3.48)$$

que facilmente pode tomar valores de dez vezes a intensidade de entrada do campo uma vez que espelhos com refletividade da ordem de 0,9 são comumente utilizados [29]. Atualmente espelhos dielétricos super-polidos e com excelentes filmes finos atingem refletividades de cerca de 99,9997% o que justifica a utilização de cavidades como ótimos intensificadores de campo. Ainda na ressonância prevemos a transmissão de 100% do feixe de entrada visto que teremos uma expressão para transmissão dada por:

$$\left| \frac{P_{sai}(\omega)}{P_i(\omega)} \right|^2 = \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R}$$

(3.49)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(1-R)^2}{(1+R)^2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Podemos visualizar com mais clareza como se comporta um campo dentro de uma cavidade com espelhos de refletividade 0,9 como a descrita através de um gráfico para  $P_0/P_i$  em função da frequência em unidades de  $c/2l$  :

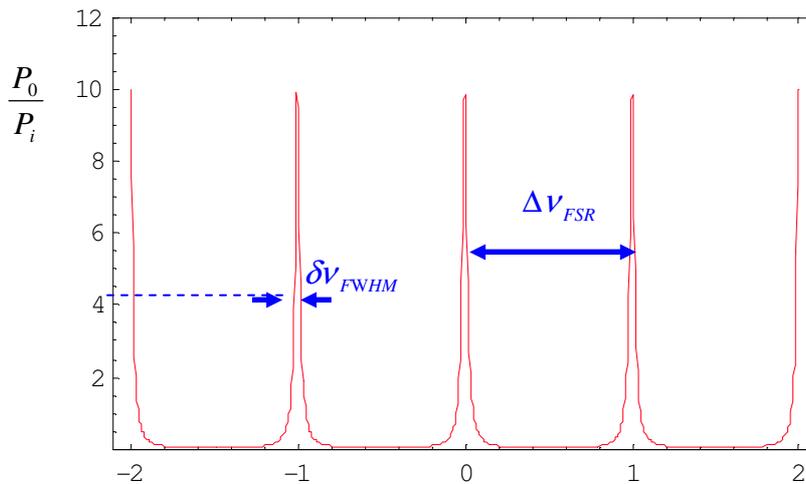


Figura 3.6: intensidade dentro da cavidade com espelhos de refletividade 0,9 em função da frequência em unidades  $c/2l$  .

as grandezas indicadas no gráfico são muito importantes no estudo das cavidades óticas, a grandeza  $\Delta \nu_{FSR}$  é a distância entre as frequências de ressonâncias para os modos longitudinais do campo na cavidade e pode tomar os valores de múltiplos inteiros de  $c/2l$  (aqui fazemos um tratamento para o modo transversal do campo mais baixo  $TEM_{00}$ , semelhante tratamento para modos transversais superiores apresentam frequências de ressonância para múltiplos de  $c/4l$  além das frequências já derivadas , e é chamada de *Free Spectral Range* da cavidade. A largura espectral do campo à meia altura ou *Full Width at Half Maximum* denotado por  $\delta \nu_{FWHM}$  pode ser calculado tomando-se a diferença entre as frequências que fornecem metade do valor de pico da função intensidade:

$$\left| \frac{P_0(\omega_{FWHM})}{P_i(\omega_{FWHM})} \right|^2 = \frac{(1-R)}{1+R^2-2R\cos(\omega_{FWHM}\tau)} = \frac{1}{2(1-R)} \quad (3.50)$$

à aproximação em primeira ordem para o cosseno sucede:

$$\frac{(1-R)}{1+R^2-2R+R(\omega\tau)^2} = \frac{1}{2(1-R)}$$

$$\frac{1}{1+R^2-2R+R(\omega\tau)^2} = \frac{1}{2(1-R)^2}$$

$$\therefore (\omega\tau)^2 = \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$$

$$2\pi\nu \frac{c}{2l} = \pm \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$$
(3.51)

de modo que a distância em frequência da largura espectral à meia altura seja dada por:

$$\delta\nu_{FWHM} = \frac{c}{2\pi l} \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$$
(3.52)

de maneira que uma boa medida da resolução da cavidade pode ser obtida pela razão entre seu *Free Spectral Range* e a largura à meia altura da intensidade. Tal medida é chamada de *Finesse* e é convenientemente expressa na forma:

$$F = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\delta\nu_{FWHM}} = \frac{c/2l}{c/2\pi l} \frac{1}{(1-R)/\sqrt{R}}$$

$$= \frac{\sqrt{R}}{\pi(1-R)}$$
(3.53)

que é função somente da refletividade  $R$ .

### 3.6 O TRAVAMENTO DE UM LASER DE DIODO NUM FABRY-PEROT

A grande aplicabilidade de lasers em experimentos de Física e Metrologia e a necessidade de feixes cada vez mais adaptados em relação à portabilidade, potência e características de linha impulsionou o desenvolvimento dos mais variados métodos de estabilização e obtenção de altas purezas espectrais [21], [22]. A criação dos métodos inclui desde as técnicas de retroalimentação ótica [29], [30], cavidades externas [31], [32], travamento por injeção [33], e servo-controles

eletrônicos [34], [35]. Há ainda a opção de estabilização de frequência utilizando-se uma combinação dos métodos eletrônicos e retroalimentação ótica de uma cavidade constituída por uma fibra-ótica[36], [37]. No caso de lasers de diodo suas características de ruído de frequência bem como suas características espectrais demandam a utilização ou de técnicas por retroalimentação, ou do uso de servo-controles muito rápidos [37].

A alta sensibilidade dos lasers de diodo a retroalimentação ótica pode ser utilizada sob certas circunstâncias de maneira vantajosa [23], [22]. Em nosso projeto utilizamos um método descrito por Dahmani (Dahmani et all 1987) que faz uso de retroalimentação ótica de baixa potência com vistas a diminuir substancialmente a largura espectral de lasers semicondutores e estabilização significativa da frequência de oscilação [23], [22]. Utiliza-se para isso uma geometria ótica em relação à injeção do laser a uma cavidade Fabry-Perot de maneira que ocorra o auto-travamento a uma das ressonâncias da cavidade. O método pretende que ocorra retroalimentação ótica e travamento somente quando uma ressonância seja atingida, lançando-se mão para que isso ocorra das propriedades características de um modo específico de injeção da luz no ressonador. Desse modo a cavidade proverá o feixe de retroalimentação e a frequência central de travamento do laser [23].

Os objetivos listados acima são obtidos especificamente para o uso de cavidades simétricas confocais cuja injeção do laser ocorre em ângulo com eixo principal de alinhamento entre os espelhos (ver figura 3.7), Percebemos pela figura que os dois feixes externos ao espelho de entrada do laser, chamados *I* e *II*, têm diferentes características de *output*. Enquanto o feixe de output *I* é constituído em parte por luz ressonante que sai da cavidade e em parte por luz refletida pelo espelho de entrada as componentes de output tipo *II* são constituídas somente por luz ressonante. Assim o feixe tipo *I* apresentará um mínimo para as situações em que uma ressonância é atingida enquanto que para os outputs de tipo *II* essas serão situações de máximos para intensidade transmitida, dessa maneira os últimos constituem o tipo de feixe ideal para a realização da retroalimentação bem como do monitoramento do laser de saída uma vez que inexistem quando o laser está muito longe de uma ressonância da cavidade.

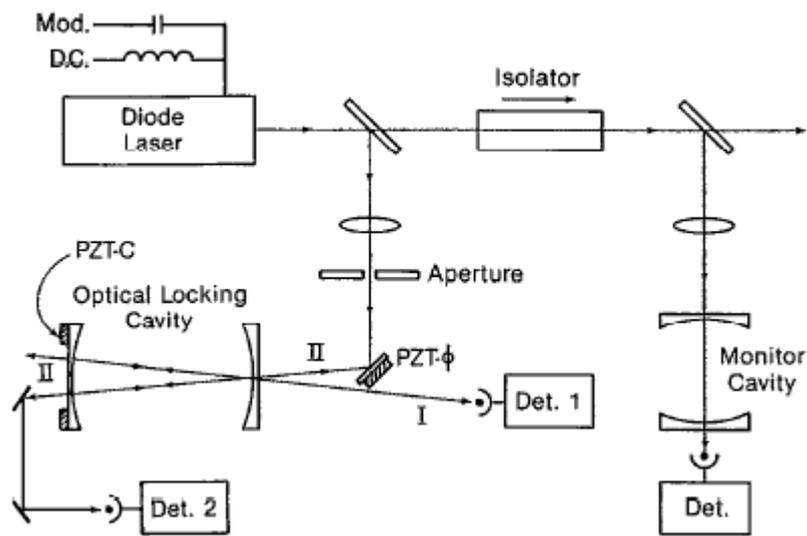


Figura 3.7: Esquema de travamento de um laser de diodo por retroalimentação ótica. Na geometria mostrada o feixe de retroalimentação (tipo II) tem um máximo de intensidade quando uma ressonância do Fabry-Perot ocorre dando origem ao travamento do Laser à frequência da cavidade e diminuição da largura espectral do mesmo.[23]

## 4 Proposta, Projeto e Construção

Neste capítulo apresentaremos a visão geral de nossa proposta, que consiste no projeto e construção de um novo sensor ótico gravimétrico baseado em uma cavidade de Fabry-Perot. Faremos uma pequena análise da utilização prévia de Fabry-Perots como sensores gravitacionais e partiremos para os detalhes da construção mecânica, alinhamento ótico e plano de travamento para nosso experimento.

### 4.1 Princípio Básico do Fabry-Perot como Gravímetro.

Como exposto previamente na seção 2.2.3 um gravímetro é um dispositivo que faz uso da sensibilidade de um sistema massa-mola frente a uma variação da aceleração gravitacional  $g$ , o deslocamento da massa é de alguma maneira determinado, nossa proposta é restringir a sensibilidade referida a somente um dos espelhos da cavidade prendendo-o a algum material com características elásticas. Esse espelho poderá então ter sua posição no eixo  $z$  modificada, essa variação é por conseguinte uma variação também do comprimento  $l$  da cavidade e podemos relacioná-la à variação  $\delta g$  da seguinte maneira:

$$m\delta g = k\delta l \quad (4.1)$$

$$\delta g = \frac{k}{m}\delta l \quad (4.2)$$

assim funcionamento de um ressonador ótico por Fabry-Perot como sensor do tipo gravimétrico estará condicionado à preparação de um arranjo em que a distância de separação entre os espelhos da cavidade esteja sensível à variação por ação da gravidade como determinado pelas relações acima, a determinação dessa variação em distância possibilitar-se-á frente à leitura da variação da frequência de

ressonância de um laser injetado na cavidade, tais variações podem ser relacionadas como se segue:

$$\nu_{\text{ressonância}} = n \frac{c}{2l} \quad (4.3)$$

$$\delta \nu_{\text{ressonância}} = -n \frac{c}{2l^2} \delta l \quad (4.4)$$

$$\delta \nu_{\text{res}} = -n \nu_{\text{res}} \frac{\delta l}{l} \quad (4.5)$$

Ora, a menor variação em frequência que podemos resolver em uma cavidade do tipo Fabry-Perot é justamente a distância em frequência à meia altura das curvas de ressonância, convenientemente determinada por sua *Finesse* :

$$\delta \nu_{FWHM} = \frac{\Delta \nu_{FSR}}{F} \quad (4.6)$$

de maneira que a sensibilidade a menor variação em distância estará limitada por:

$$|\delta l_{\min}| = \frac{l}{\nu} \delta \nu_{FWHM} = \frac{l}{\nu} \frac{\Delta \nu_{FSR}}{F} = \frac{\lambda}{2F} \quad (4.7)$$

uma tal montagem deve apresentar uma sensibilidade gravitacional cuja expressão é dada por:

$$\delta g_{\min} = \frac{k}{m} \delta l_{\min} \quad (4.8)$$

$$\delta g_{\min} = \frac{k}{m} \frac{\lambda}{2F} \quad (4.9)$$

percebe-se então que a razão entre a constante de mola  $k$  e a massa  $m$  oscilante é também diretamente proporcional à determinação de uma variação  $\delta g$  do sistema, seu valor não é no entanto de livre escolha já que prevemos a utilização de um material bastante rígido em relação a vibrações transversais de maneira a permitir um alinhamento ótico viável somente na direção de atuação da gravidade, e com resistência compatível com um possível regime de evacuação a baixas temperaturas.

O dispositivo fica a depender ainda do travamento de um laser à cavidade ressonante, nossa proposta inclui a utilização de um laser de diodo travado por

retroalimentação ótica em um modo “V”, tipo de travamento vantajoso por dispensar o uso de servo-controles.

#### 4.2 A Utilização do Fabry-Perot como Sensor Gravitacional

Como vimos, as características de dependência das frequências de ressonância e o comprimento  $l$  em uma cavidade ótica do tipo Fabry-Perot podem ser utilizadas na construção de sensores gravitacionais [37], [38]. A utilização dessas cavidades na determinação da constante gravitacional  $G$  a partir de micro-ondas bem como lasers já foi reportada e faz uso da medida da deflexão das massas de pêndulos na determinação da referida constante[37], [38]. O aparato, embora algo compacto em relação a balanças de torsão ou pêndulos de torsão, é ainda grande e instável o suficiente para impedir o seu uso móvel para fins gravimétricos, ou sua construção dupla como gradiômetro.

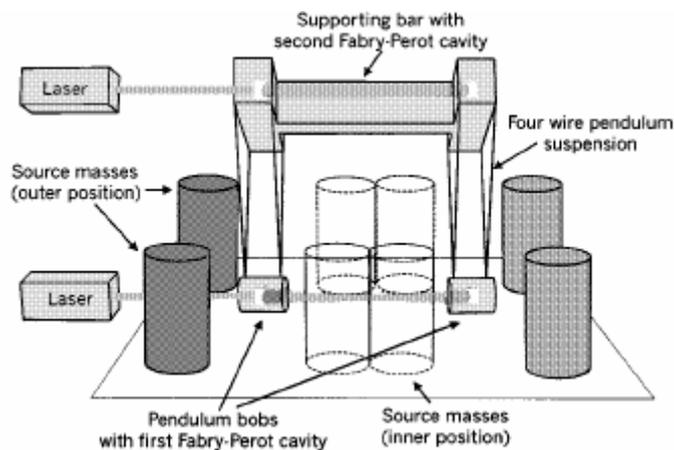


Figura 4.1:fabry-perot ligado a pendulos para medida da constante G, referencia [39]

O experimento funciona como esquematizado na figura, dois pêndulos são pendurados a uma mesma estrutura fixa com fios colocados em uma geometria que permita a oscilação das massas somente em uma direção. Cada uma dessas massas, distantes entre si cerca de 70 centímetros, carrega um espelho de maneira a constituírem uma cavidade Fabry-Perot. Massas de tungstênio são dispostas em diferentes geometrias de modo a gerar diferentes deslocamentos das massas testes pendulares. O laser injetado na cavidade será travado às diferentes ressonâncias e

posteriormente comparado com um segundo laser travado a um segundo Fabry-Perot, este localizado na parte superior do equipamento. A frequência de batimento determinará esses deslocamentos sofridos e permitirá a computação da constante de Newton,  $G$ . O aparato encontra-se em regime de vácuo com exceção das massas de tungstênio. A partir do desenho fica evidente que o experimento não pode ser utilizado em mapeamentos gravitacionais uma vez que o eixo de separação entre os espelhos jamais poderia ser disposto de maneira a ficar sensível a deslocamentos na direção vertical terrestre, da mesma maneira percebemos a impossibilidade da montagem do dispositivo como gradiômetro móvel visto que a disposição dos pêndulos e das massas exige uma separação muito grande em relação a proporção com que o campo gravitacional está variando nesse mesmo espaço, de fato o gradiente gravitacional é utilizado pontualmente na própria localização das massas testes. Exige-se ainda um cuidado extremo na disposição das massas de Tungstênio, em sua localização no plano bem como em relação à homogeneidade da densidade dos cilindros. A principal fonte de ruídos no sinal deve-se, mais do que à estabilização do sinal de laser que é de fato capaz de determinar uma separação entre as massas testes da ordem de  $120nm$ , à oscilação fundamental de ressonância dos pêndulos provocados por movimentação sísmica [39].

#### 4.3 PROJETO E CONSTRUÇÃO

Tendo em mente as considerações anteriores, vemos que o Projeto para a construção de um novo sensor gravitacional ótico por Fabry-Perot deve levar em conta a realização de alguns itens:

- Desenho e construção da estrutura externa de um Fabry-Perot.
- Maximização da sensibilidade do comprimento  $l$  da cavidade à aceleração da gravidade terrestre.
- Estabelecimento como relação do tipo elástica para a sensibilidade referida.
- Minimização dos deslocamentos laterais dos espelhos da cavidade.
- Injeção e travamento de um laser à cavidade ótica ressonante.
- Possibilidade de leitura do sinal de saída da cavidade.

Tais requisitos tornariam possível a utilização de uma cavidade Fabry-Perot como sensor ótico gravimétrico, nosso projeto pretende no entanto a construção de um aparato passível de utilização como gradiômetro gravitacional ótico o que exigiria ainda o atendimento de algumas características como:

- A construção de um aparato compacto e móvel.
- A possível construção de duas cavidades interligadas.

Ambos campos do projeto exigem ainda o estabelecimento de recursos para a estabilização mecânico-acústica e de temperatura, o que sugere a realização de mecanismos do tipo:

- Desenho e construção de dispositivo para isolamento acústico passivo.
- Estabilização térmica passiva e ativa do aparelho.
- Utilização do aparato em regime de vácuo.

#### 4.3.1 Montagem Principal.

Como elemento central do gravímetro escolhemos para nosso projeto a utilização de uma montagem de Alumínio baseada em três peças principais, em formato cilíndrico, chamadas no desenho Bloco A, B, e C. Fizemos uma tal escolha porque tínhamos em mente a utilização de duas membranas em formato de disco como componente elástico do gravímetro, assim planejamos fixá-las à maneira de tambores, cada uma entre duas das peças :

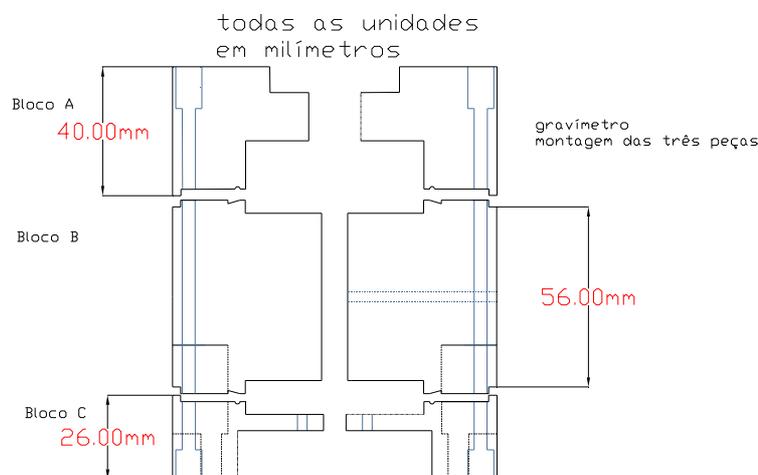


Figura 4.2: três blocos principais do gravímetro

É entre estas peças que ficarão montados os espelhos da cavidade bem como o sistema de oscilação elástica por membranas. Veremos em particular os detalhes de cada uma das três peças e como se dará a junção entre elas. A começar pela Peça A:

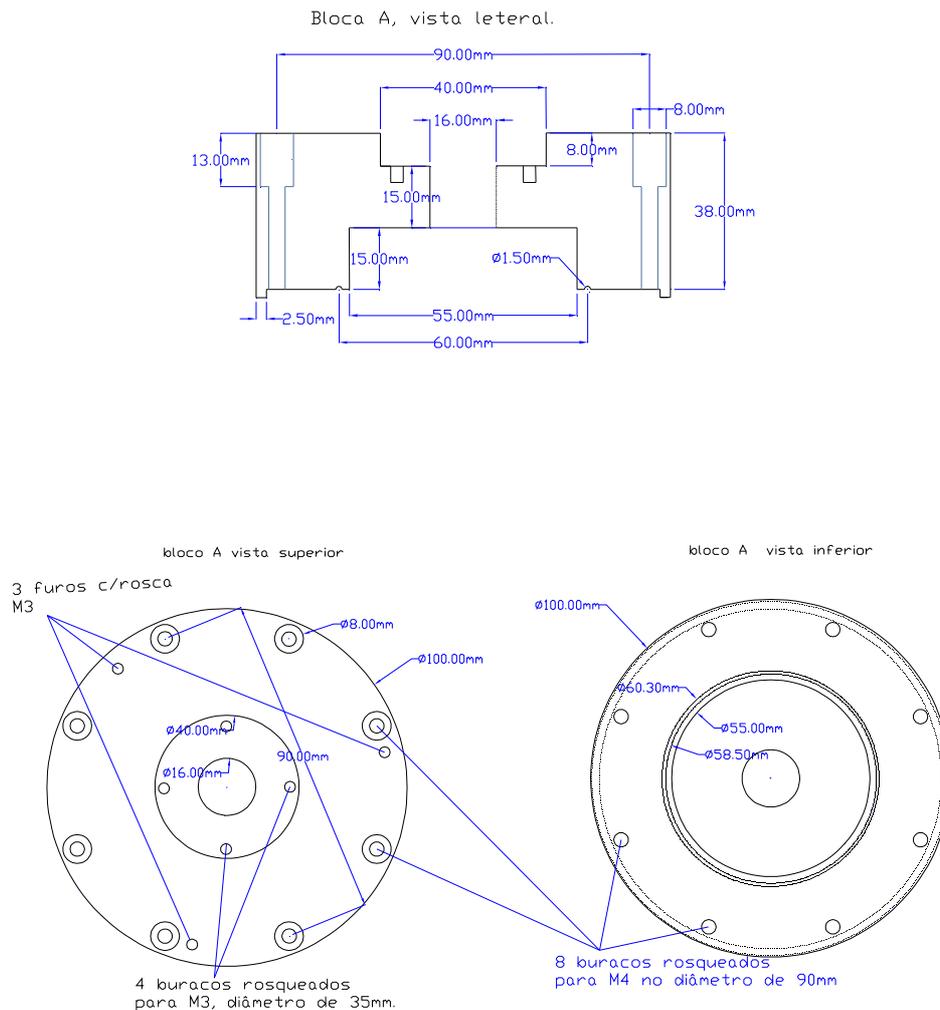


Figura 4.3: projeto em cad do bloco de alumínio superior do gravímetro.

O Bloco A é a peça superior do Gravímetro, sua massa é de 644,4g e nela será afixado um dos espelhos da cavidade. A grande quantidade de buracos rosqueados para parafusos M4 na região superior do bloco reflete a necessidade que temos não somente de prendê-la à peça imediatamente inferior à ela, o Bloco B, mas também a possível utilização desses furos para o acoplamento de um segundo Gravímetro para a realização de gradiometria gravitacional. O suporte para o espelho superior

será fixado mediante o uso de um suporte especial, que ainda mostraremos, convenientemente aparafusado na região mencionada na figura em um diâmetro de 35mm. Três furos para parafusos M3 na parte superior da peça servirão ainda para que prendamos fios de cobre com 0,5mm responsáveis pela suspensão do aparato dentro de uma câmara de vácuo. A peça contém ainda um pequeno prolongamento na parte inferior de maneira que sirva de “guia” no encaixe com o bloco B.

A parte intermediária do aparato, o Bloco B, é basicamente formada por uma peça maciça de alumínio, com 1109,5g, e que contém, além dos furos para parafusos que a ligarão com as duas demais peças, um furo central que percorre todo o comprimento do bloco, este duto com 8mm de diâmetro permitirá a propagação do laser entre os dois espelhos, ademais terá importância no estabelecimento elástico da cavidade como veremos ainda na explanação do projeto

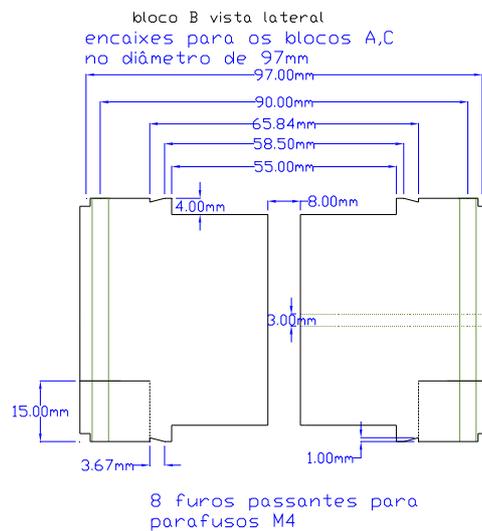


Figura 4.4: projeto em cad do bloco de alumínio intermediário do gravímetro.

existe ainda na peça um pequeno canal com 3mm de diâmetro que percorre um raio central, este canal foi perfurado com dois objetivos, o primeiro sendo a facilitação da evacuação da cavidade, o segundo sendo a possibilidade de injeção de material viscoso para aumento de damping do sistema elástico. Nos diâmetros externos superior e inferior um pequeno rebaixo de 2mm foi efetuado para facilitar o encaixe com os blocos A, e C. A partir do diâmetro de 59mm, tanto da região superior quanto inferior, até o diâmetro de 65mm fizemos um canal para a possível utilização de Índio ou acomodação de um anel de borracha entre as peças à guisa de vedação bem como complemento no procedimento de distendimento de membranas. Na parte inferior do bloco fizemos ainda quatro grandes “rasgos” com comprimento

vertical de cerca de 15mm e largura de 10mm, estes rasgos possibilitarão o aparafusamento da montagem inteira à uma mesa ótica e mesmo a um segundo gravímetro caso queiramos acoplá-los verticalmente. Cada um desses rasgos está localizado, por conseqüência, imediatamente acima de um furo passante do bloco C, uma vez que o objetivo é justamente o acesso a algum suporte externo depois que a montagem total esteja completamente montada.

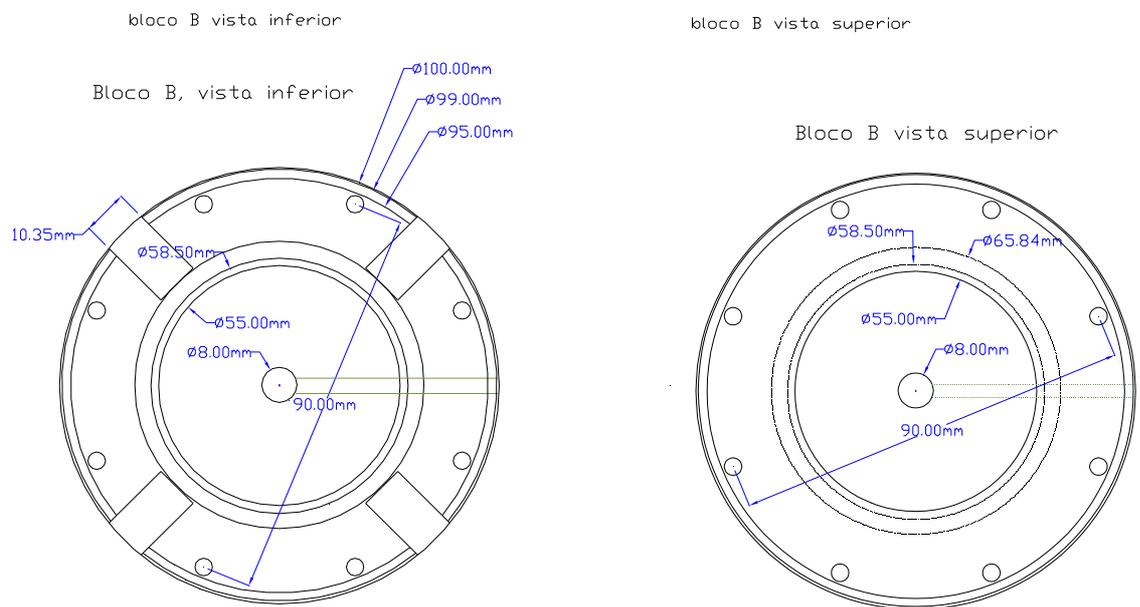


Figura 4.5: projeto em cad do bloco intermediário do gravímetro, na parte inferior do bloco podemos ver quatro aberturas retangulares que serão utilizadas para o acesso de parafusos a uma mesa ótica através do bloco C, tais acesso podem no entanto ser utilizados para a fixação de um segundo gravímetro na construção de um gradiômetro gravitacional.

e podemos ver com mais clareza tais características frente a análise dos desenhos do Bloco C:

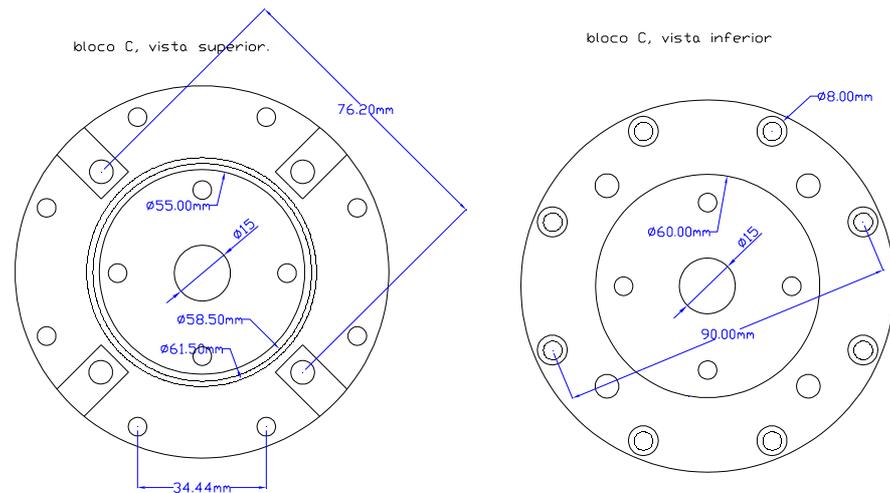


Figura 4.6: projeto em cad,visão superior do bloco de alumínio inferior do gravímetro

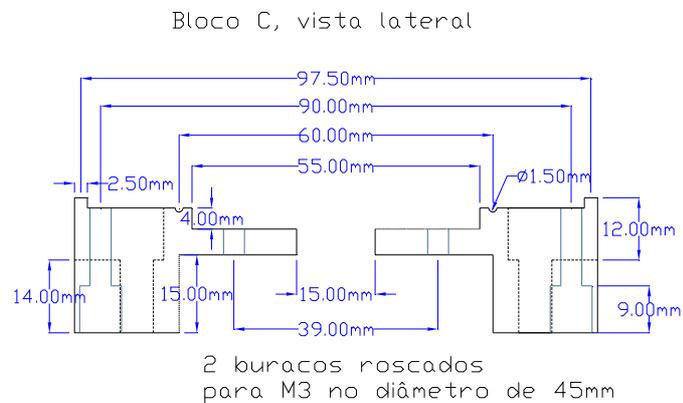


Figura 4.7: visão lateral do projeto em cad do bloco inferior de alumínio do gravímetro.

No bloco C vemos basicamente a continuação da estrutura do bloco B, os 4 grandes “rasgos” estão agora na parte superior da peça e dão acesso a quatro furos passantes para parafusos de 1/4”, de maneira que a peça inteira possa ser presa em

algum suporte externo, o furo central passante com diâmetro de 15mm permitirá a passagem do suporte do espelho inferior da cavidade e o pequeno rebaixe de 4mm de profundidade e 55mm de diâmetro permitirá a oscilação da membrana entre as peças.. Pode-se notar pelo desenho como aqui também temos um pequeno canal para colocação de Gálio ou acomodação de anel de borracha à maneira da junção entre os blocos A e B. Temos ainda, na parte inferior do bloco, 4 furos roscados para parafusos M3 para a possível fixação de uma pequena placa com um fotodiodo e pequeno circuito. O bloco tem 310,2g e 8 buracos passantes para parafusos M4, e notamos que tanto no bloco C como no bloco A os buracos feitos para a passagem dos parafusos M4 possuem uma abertura inicial maior, com cerca de 8mm, de maneira que os parafusos possam ficar embutidos na montagem, não contribuindo dessa forma para aumento do comprimento da cavidade e facilitando ainda a estabilização da mesma uma vez que as superfícies inferior e superior do aparato podem ser tornadas planas a depender do tipo de fixação que se queira promover.

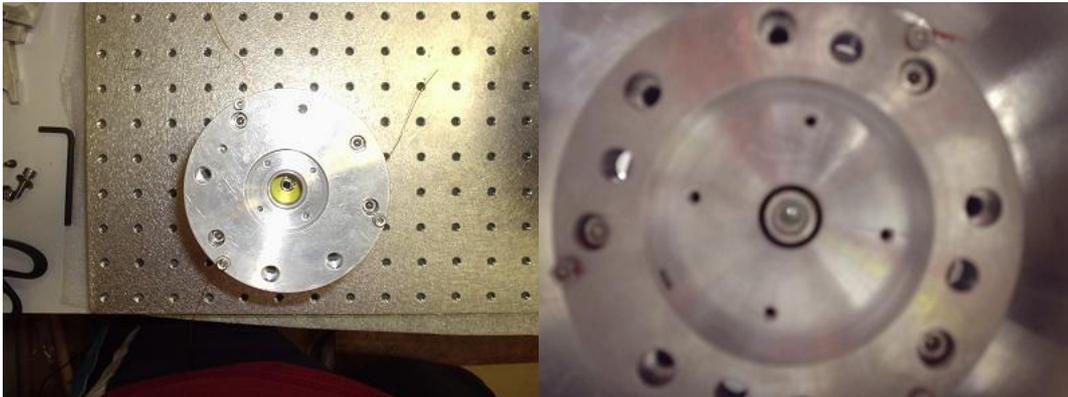


Figura 4.8: vista superior e inferior do gravímetro com os três blocos aparafusados, em amarelo vê-se uma das membranas de captão, à direita pode-se ver o espelho inferior em seu suporte.

#### 4.3.2 O Sistema de Oscilação.

Pelos motivos apresentados nas seções anteriores notamos a necessidade do estabelecimento de uma possível variação do comprimento da cavidade Fabry-Perot que respondesse de uma maneira elástica a uma variação da força gravitacional sobre o sistema. Gostaríamos no entanto de restringir significativamente esta variação apenas ao eixo vertical do sistema em relação ao centro da Terra,

eliminando ao máximo as variações no plano transversal. Para isso pensamos na utilização de membranas que quando muito bem esticadas, à maneira das membranas de um tambor, atendessem a estes requisitos de vibração. Pensamos ainda que teríamos sucesso maior se as duas membranas em forma de discos, previamente distendidas, estivessem ligadas por um pequeno tubo colado em suas extremidades nos centros de cada membrana, definindo dessa maneira um eixo vertical de ligação entre as membranas e diminuindo as vibrações transversais ocasionadas por ruídos. Este pequeno tubo serviria ainda para a fixação de um dos espelhos da cavidade e de massas para o arranjo de frequências de ressonância de oscilação convenientes. A constante elástica de vibração das membranas não é no entanto livre, visto que para realização dos objetivos acima, precisávamos de um material cuja constante elástica não resultasse muito grande no eixo vertical embora permitisse a rigidez transversal. Escolhemos a utilização de membranas de Capton, bastante leves, tendo cada uma cerca de 0,07g e 0.5mm de espessura, porque atendiam os requisitos quanto à rigidez e possuem propriedades de comportamento estável quando em alto-vácuo e baixas temperaturas. Cortamos as membranas em formatos de disco com aproximadamente 55mm de diâmetro e fizemos furos centrais com 6mm de diâmetro, para a passagem do pequeno tubo de alumínio que serve de ligação entre as membranas e terá uma das pontas como local de fixação do suporte do espelho inferior da cavidade. A colagem das membranas ao tubo foi realizada com cola epóxi 24hs, sendo que uma delas foi distendida primeiro entre as peças A e C, já com o suporte para o espelho rosqueado ao tubo, o distendimento foi realizado primeiro manualmente e com o uso de um pouco de graxa para vácuo de maneira que a membrana ficasse com um mínimo de dobras, sobre a parte inferior do bloco B, posteriormente colocamos um espaçador de alumínio com um anel de borracha, sobre a membrana, este espaçador com um diâmetro interno de (conferir)mm quando apertado pelo bloco C, e este aparafusado, distende a membrana de maneira bastante uniforme e rígida no plano. O mesmo procedimento foi realizado na parte superior do bloco B, com a exceção de que tivemos que colar a membrana ao tubo com este já dentro do bloco, pode-se analisar o sistema através do desenho e na imagem :

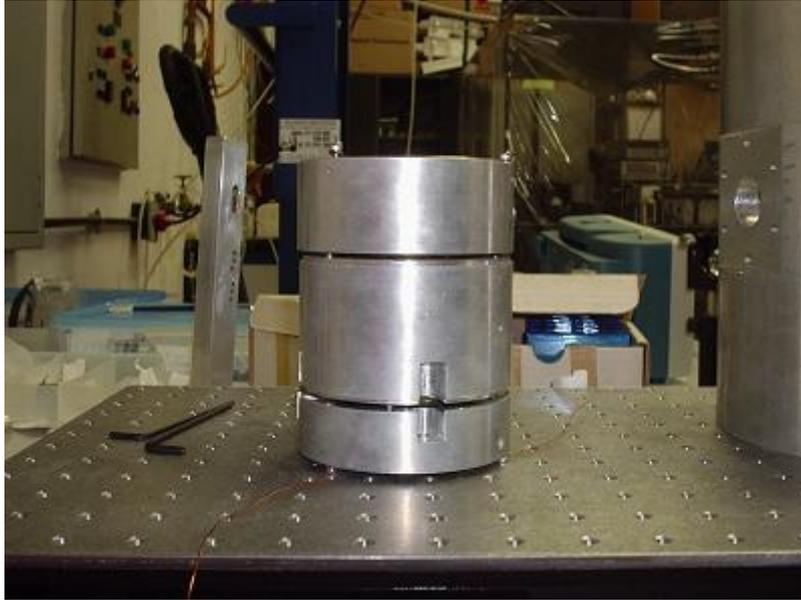


Figura 4.9: imagem do gravímetro em que podemos notar a separação entre os blocos provocada pelos anéis de borracha responsáveis pelo suporte das membranas

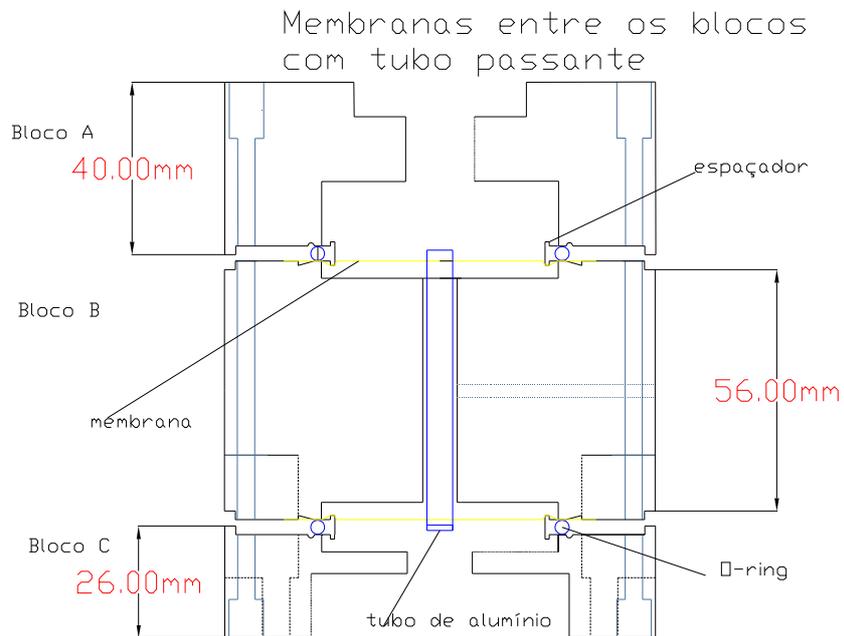


Figura 4.10: projeto do gravímetro com os sistema de oscilação (membranas+tubos+o-ring) incluso.

Este método de distensão foi criado depois que os sistemas anteriormente projetados mostraram-se ineficientes. Nos sistemas referidos tentamos o uso de

parafusos, anéis de Índio, e anéis de borracha sem espaçadores. Nenhum deles mostrou-se eficiente na tarefa de deixar as membranas plenamente estendidas e sem dobras, além de dificultarem a centralização do tubo de alumínio. O tubo de alumínio referido possui 65mm e pesa 7,380g constituindo a principal origem de massa para o estabelecimento do sistema oscilante junto com o espelho colado ao suporte. Nas duas partes extremas exteriores encontram-se roscas para a fixação do suporte supramencionado, na parte inferior do tubo, e do possível acréscimo de massa na parte superior. Notamos ainda que da maneira como está preso, o tubo age no sentido de estabilizar as oscilações transversas das membranas uma vez que atua como um eixo quase fixo à direção vertical.

O suporte para o espelho inferior foi feito de alumínio e pesam juntos 2,618g, complementando o montante de massa utilizado para oscilação elástica. Constitui-se de um pequeno copo metálico com diâmetro externo de 12,15mm e 10mm de comprimento, o espelho com uma face plana e outra com raio de curvatura de 100mm, foi colado com sua curvatura côncava direcionada para parte interior da peça em uma cavidade do suporte com 4mm de profundidade, o furo que permite a comunicação da face espelhada com o exterior possui 6mm de diâmetro e abre-se sobre a quase totalidade da mesma, uma vez que essa possui diâmetro de 7,5mm. No desenho:

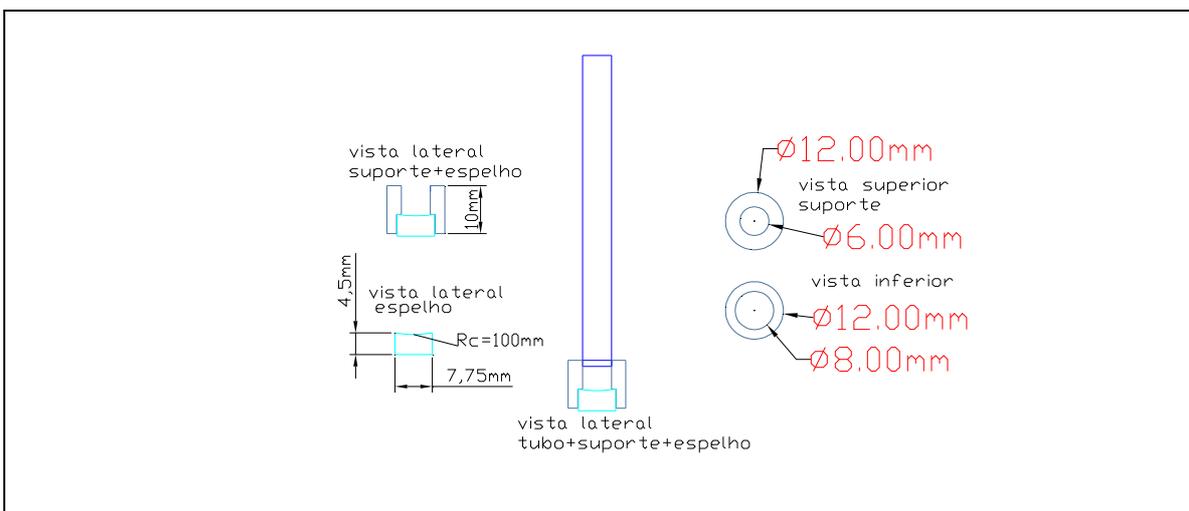


Figura 4.11: projeto dos componentes de suportaço do espelho inferior da cavidade, tubo longo de alumínio que será preso às membranas, e “copo” de alumínio para o espelho inferior.

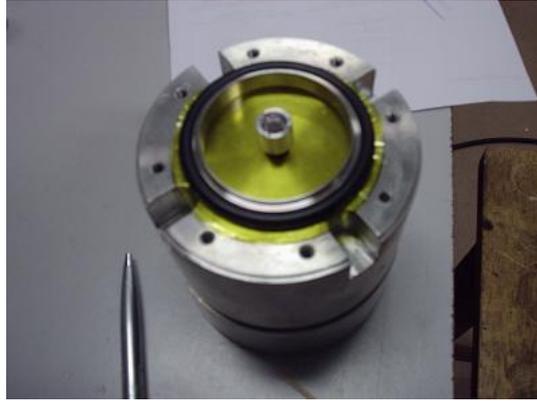


Figura 4.12: imagem do espelho inferior em seu suporte de alumínio preso a uma das membranas com espaçador e anel de borracha sobre o bloco intermediário do gravímetro.

Assim, a montagem do gravímetro com o espelho inferior, tubo de alumínio e membranas constitui a parte permanente da montagem, no sentido de que não realizaremos modificações nas posições uma vez aparafusados os três blocos, ao passo que o espelho superior terá seu posicionamento passível de ajustes para que se realize o travamento do laser. Quando o suporte é fixado ao tubo por meio de uma rosca o espelho inferior ficará então logo abaixo da membrana entre os blocos B e C, e poderá oscilar junto com o sistema, sua comunicação com a parte externa do gravímetro fica permitida pelo furo central do bloco C, como se vê no desenho:

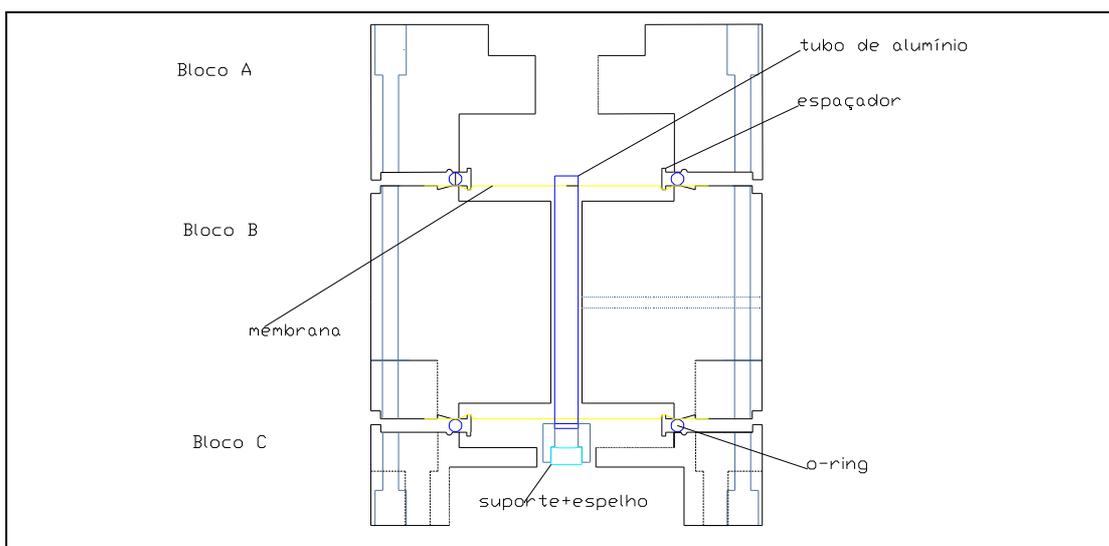


Figura 4.13: projeto do gravímetro com blocos e sistema de oscilação com membranas, tubo de alumínio, e espelho inferior.

### 4.3.3 O Espelho Superior.

O espelho superior é idêntico ao espelho inferior, possui uma face plana e outra com raio de curvatura de 100mm, visto que queremos o estabelecimento de uma cavidade simétrica confocal. Foi fixado em um suporte em forma de disco feito com material para placas de circuito impresso com um furo central com diâmetro de 8mm, necessário para que, uma vez o espelho colado, o acesso ótico a ambos os lados do mesmo fosse permitido. Quatro pequenos furos passantes no diâmetro de 35mm para parafusos de 3mm foram realizados no disco para fixação do suporte à parte superior do bloco A. Colamos ainda quatro pequenos cilindros de silicone na parte inferior do suporte ao redor dos furos passantes de maneira que os parafusos passem por dentro dos cilindros. Essa configuração permite que pequenos ajustes da altura, bem como da inclinação do nível em que se encontra o suporte sejam feitos apertando-se mais, ou menos os parafusos ao bloco A, de maneira que se o espelho inferior encontra-se em uma configuração levemente inclinada esses ajustes permitem a manutenção do paralelismo entre os espelhos da cavidade além do estabelecimento dos 100mm requeridos pela configuração simétrica confocal da cavidade. Os detalhes podem ser vistos no desenho:

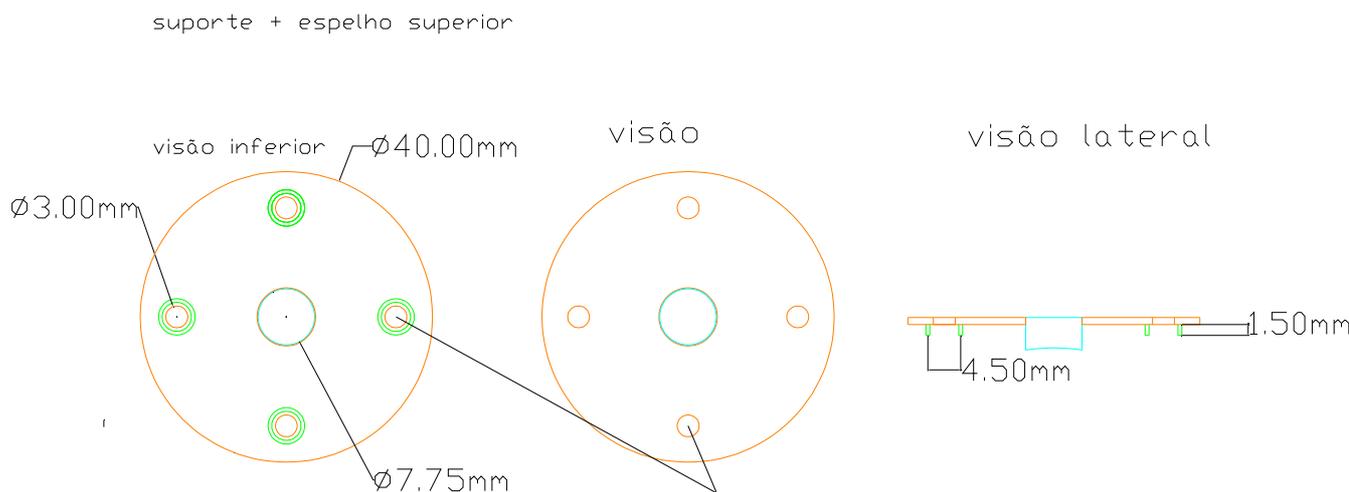


Figura 4.14: projeto em cad do suporte para o espelho superior da cavidade contendo anéis de silicone e furos para quatro parafusos.

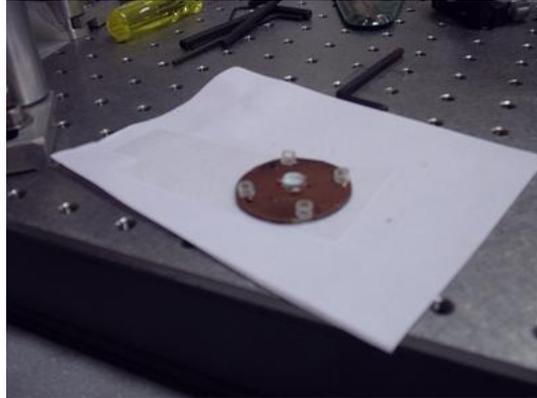


Figura 4.15: imagem do suporte e espelho superior com anéis de silicone e furos para parafusos

O suporte superior com o espelho quando devidamente fixado ao Bloco A estabelecerá a configuração desejada, a dizer, ambos os espelhos em um eixo vertical com distância de separação igual aos raios de curvatura dos dois espelhos de maneira que os focos dos mesmos se encontrem a meio caminho, num mesmo ponto. Assim, com o espelho inferior suscetível à variação em sua posição vertical por variação da gravidade, como estabelecemos com o auxílio das membranas e do tubo de alumínio completamos o projeto básico mecânico de um gravímetro por Fabry-Perot

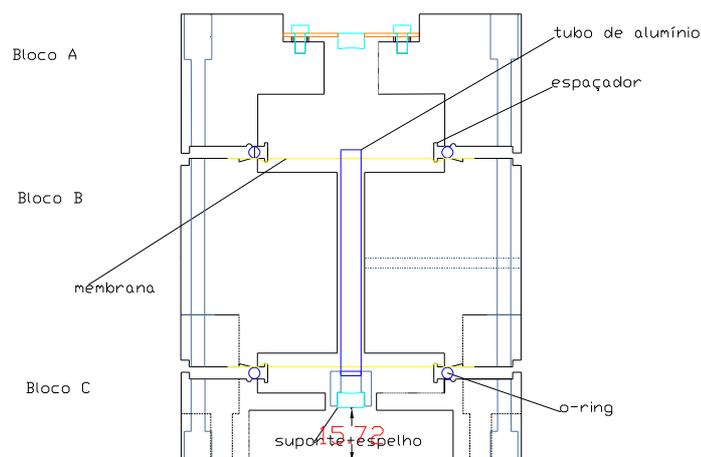


Figura 4.16: projeto em cad do sistema completo do gravímetro com os dois espelhos e o sistema de membranas.

#### 4.3.4 Isolamento Acústico Mecânico

Para a obtenção do travamento do laser a esta cavidade é necessário no entanto seu estabelecimento em um local cujo nível de ruídos acústicos ou mecânicos seja convenientemente mitigado, para isso fizemos o projeto de uma câmara grossa de alumínio em formato cilíndrico com possibilidade de evacuação e com suporte conveniente para a cavidade Fabry-Perot.

O projeto inicial para a câmara é bastante simples e consta de um cilindro de alumínio com cerca de 165mm de diâmetro externo, e 125mm de diâmetro interno de modo que teremos 20mm de espessura. A altura total contando com as tampas é 240mm. Nesse tubo projetamos entradas para bombas de evacuação turbo-mecânica, e iônica; em pontos laterais distantes em quarenta e cinco graus à meia altura do tubo. As tampas possuem espessura de 20mm e contam com furos especiais para alocação de janelas óticas feitas de BK7 com uma polegada de diâmetro e convenientemente fixadas com anéis de borracha, pequenas “braçadeiras” de alumínio e parafusos. A vedação das tampas ocorrerá de modo parecido, um pequeno canal para um anel de borracha com diâmetro médio de 135mm foi efetuado e as mesmas serão fixadas à parte tubular com o auxílio de seis parafusos M6 como podemos inferir do desenho:

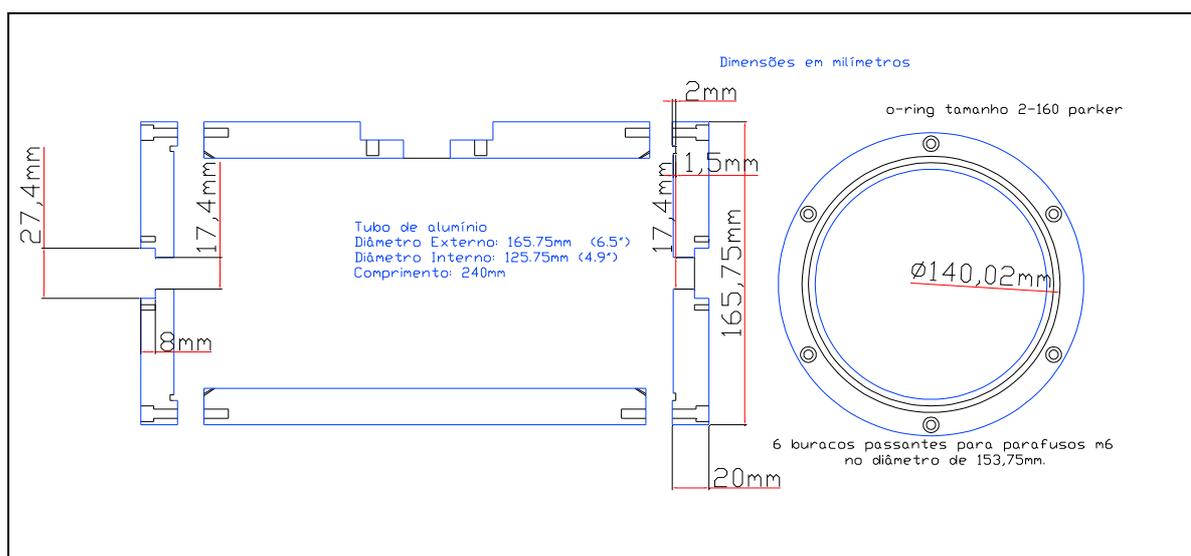


Figura 4.17: vista lateral do projeto da casca cilíndrica de alumínio para fins de estabilização acústico-mecânica.

nas superfícies superior, e inferior do tubo fizemos ainda três pequenos furos passantes diagonalmente até a superfície interna do tubo, distantes entre si cerca de cento e vinte graus. Posicionado o tubo de maneira vertical, penduramos o gravímetro utilizando para isso nove fios de cobre de 0,5mm de diâmetro, amarramos três fios em cada um dos furos diagonais e cujas pontas distribuímos igualmente entre três furos no diâmetro externo da superfície superior do bloco A, onde foram apertados com a ajuda de parafusos M3.

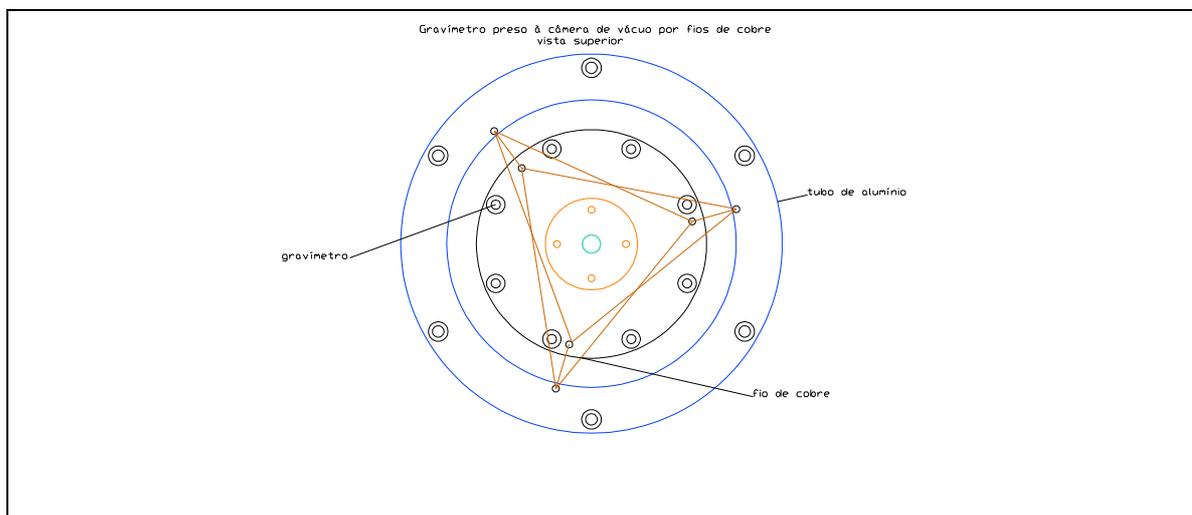


Figura 4.18: vista superior do sistema de suspensão do gravímetro na câmara cilíndrica

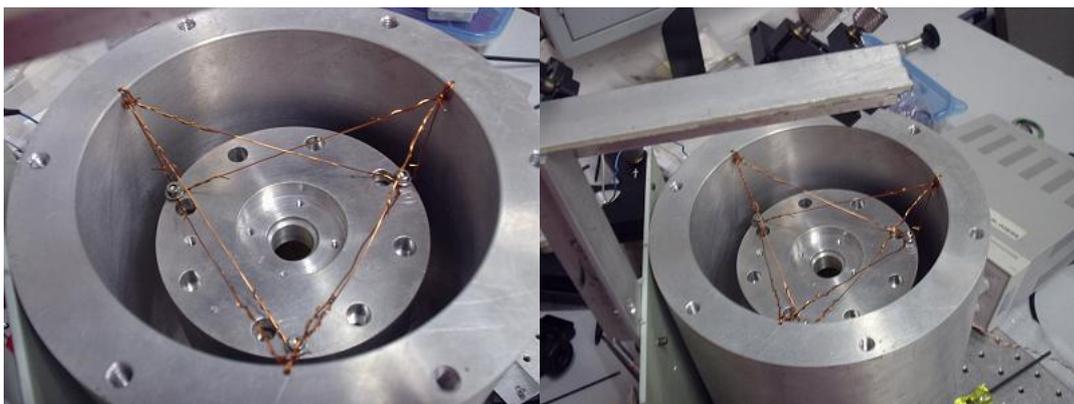


Figura 4.19: vista superior da suspensão do gravímetro por fios de cobre na casca cilíndrica de alumínio.

essa configuração foi adotada para que além da rigidez necessária ao posicionamento vertical do gravímetro alcançássemos também uma rigidez frente a

rotações, por isso cada um dos três furos do gravímetro no bloco A está ligado a três pontos na superfície da câmara de vácuo, o entrelaçamento resultante impede que o aparato gire. Na parte inferior do gravímetro e da câmara também fizemos três furos caso queiramos realizar algum tipo de estabilização de movimentos pendulares do gravímetro dentro da câmara.

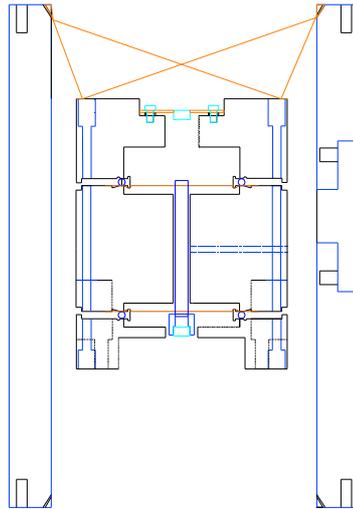


Figura 4.20: Montagem do gravímetro suspenso por fios de cobre na casca cilíndrica de alumínio.

#### 4.3.5 Laser e Travamento.

A realização do projeto de gravimetria por Fabry-Perot requer obviamente a injeção de algum tipo de Laser na cavidade de comprimento variável. Escolhemos para essa tarefa a utilização de um laser de diodo modelo comercial ELD85NPT50 fabricado por Roithner Lasertechnik. A escolha de um laser de diodo atende o desejo de obtenção de um sinal que esteja diretamente ligado ao comprimento da cavidade, sinal que pode ser obtido frente ao travamento por retroalimentação ótica por luz ressonante da mesma, como referido brevemente na seção 3.5. A seguir detalhamos os passos na escolha dos elementos bem como sua função no projeto de travamento do Laser à cavidade Fabry-perot.

O modelo que utilizamos, ELD85NPT50, um laser de AlGaAs que tem características básicas de emissão no comprimento de 850nm, modo de oscilação longitudinal único (*s.m*) e com modo de oscilação transversal TE [41], foi escolhido devido à

proximidade do comprimento de onda emitido pelo laser de Ti:sa ( passível de estabilização a 850 nm) que possuímos no laboratório, de maneira a possibilitar a comparação dos espectros de frequência de ambos através da realização de batimento.

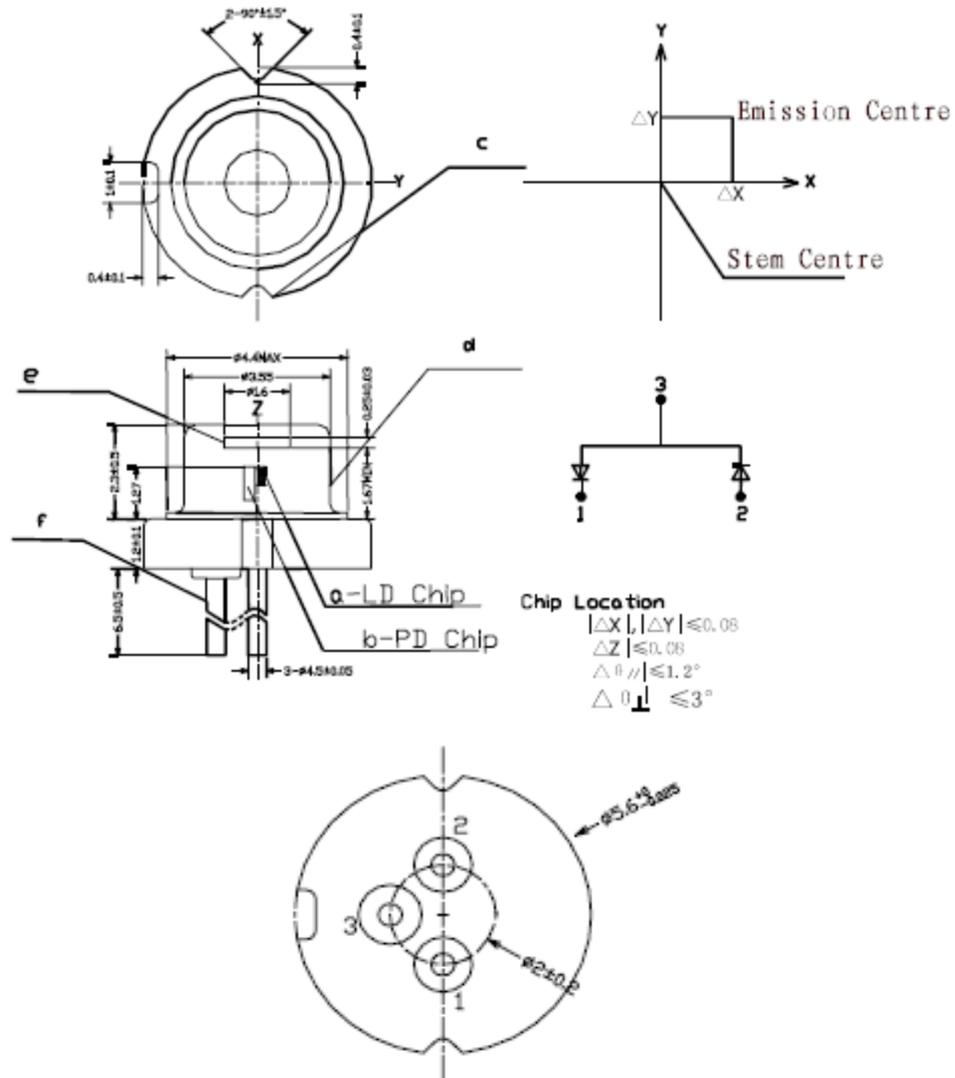


Figura 4.21: dimensões dos componentes do laser de diodo ELD85NPT50 [40]

Lasers de diodo semicondutores possuem algumas particularidades, o fato de que a luz seja geralmente emitida a partir de um pequeno retângulo de dimensões diminutas, da ordem de  $0.1 \mu\text{m}$  por  $0.3 \mu\text{m}$ , fará com que o feixe de saída tipicamente apresente um ângulo de divergência [23], [40], [41], nas direções perpendicular e paralela à camada ativa de emissão, como vemos no desenho:

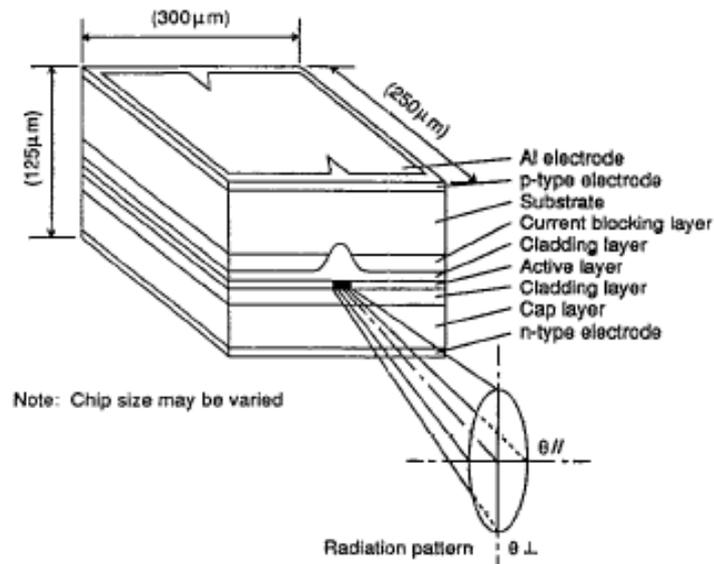


Figura 4.22: exemplo de laser de diodo, a figura mostra as dimensões típicas das componentes, o formato retângular da região de ganho dá origem ao formato tipicamente elíptico do feixe, referencia[41]

esses ângulos, tomados pela largura à meia intensidade, são geralmente diferentes para cada uma das direções, no nosso caso  $10^\circ$  na direção paralela e  $35^\circ$  na direção perpendicular tipicamente, resultam em um feixe com perfil elíptico quando colimado por uma lente de foco  $f$  pequeno e se a emissão acontece em um único modo transversal. Lasers de diodo possuem ainda o comprimento de onda de emissão sensível a temperatura e a corrente de injeção [42], [43], [44], [45], a variação da corrente é ainda uma das principais causas de destruição de um Laser de diodo [23]. fatos que nos levaram a projetar e construir um pequeno estojo metálico para nosso modelo ELD85NPT50, utilizamos para isso um pequeno cilindro de inóx com uma polegada de diametro e duas tampas feitas de alumínio sendo que a tampa dianteira possui encaixe por rosca e a tampa da parte posterior é presa com a ajuda de um pequeno parafuso M3 , as dimensões foram escolhidas de maneira que nos permitissem utilizar um suporte para elementos ópticos com ajustes de nível, o conjunto montado pode ser visto na imagem:



Figura 4.23: estojo metálico contendo Laser de Diodo, estabilizador de corrente, e conjunto colimador de lentes.

contendo um suporte para fixação do Laser feito com material para placas de circuito impresso, espaço para um pequeno regulador de voltagem LM317 *National Semiconductor* utilizado para estabilização da corrente, sendo que ajustamos os resistores de maneira a obter uma corrente de injeção estável de  $50mA$

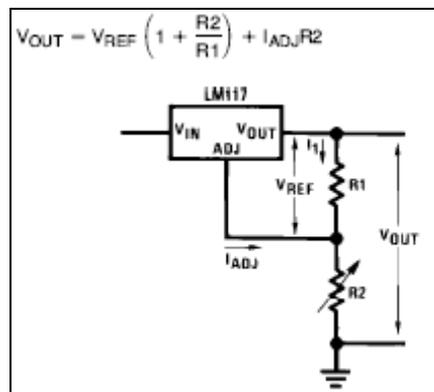


Figura 4.24: estabilizador de corrente lm317 da National semiconductor, retirado da referência [46]

o estojo contém ainda um furo para a lente colimadora e furos para os fios de alimentação. Escolhemos construir o estojo em formato cilíndrico com diâmetro de uma polegada para que pudéssemos posteriormente utilizar os suportes para espelhos com ajustes de direção da *Coherent*. Utilizamos como lente colimadora o

modelo *lens-20* da *Roithner Lasertechnik* [47], um conjunto de lentes com comprimento de foco efetivo de  $8\text{mm}$ .

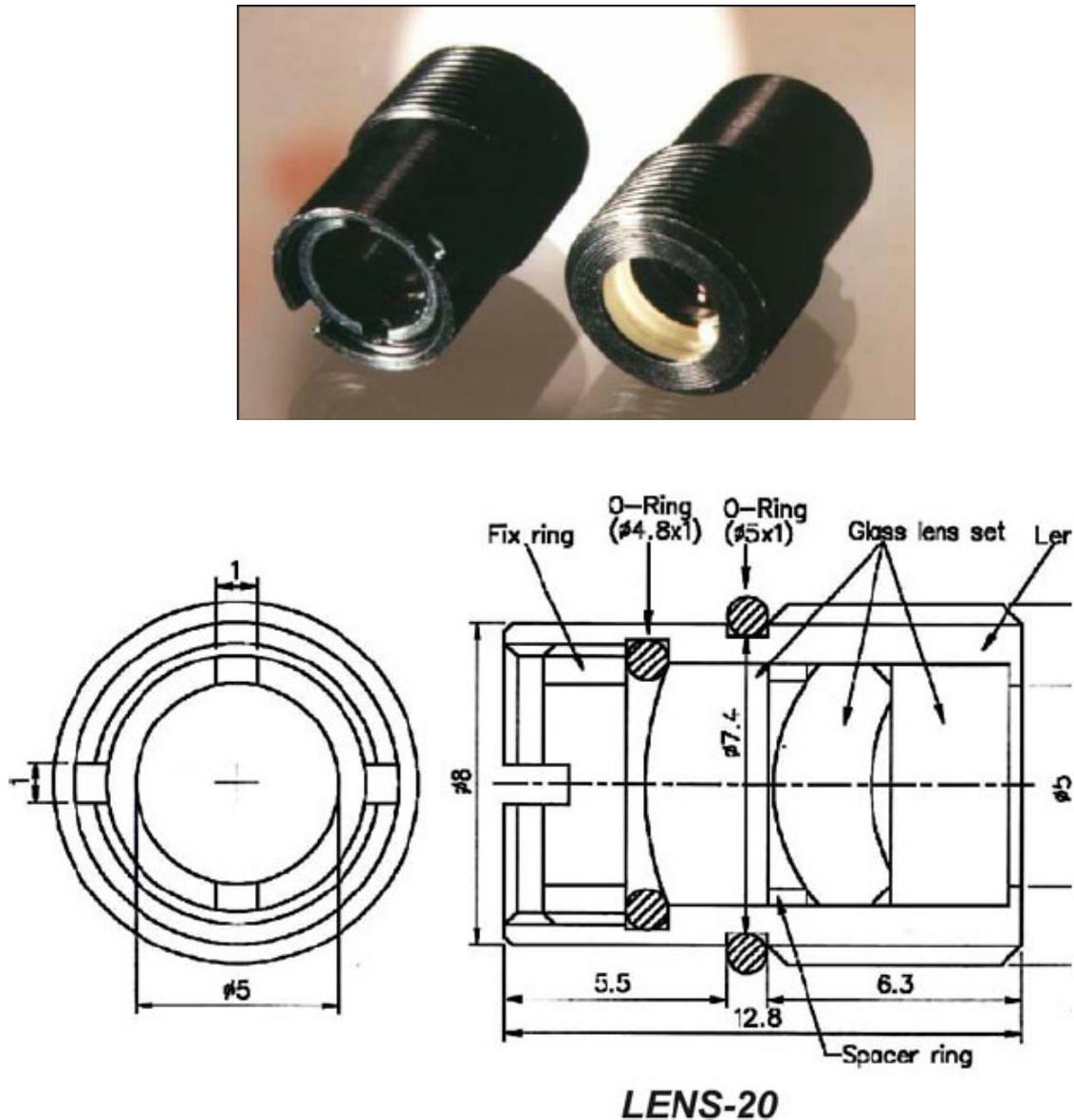


Figura 4.25: modelo *lens-20* da *roithner laser technik*, conjunto de lentes com distância focal efetiva de  $8\text{mm}$ . Os elementos de vidro do conjunto possuem revestimento antirreflexão de modo a diminuir a quantidade de retroalimentação óptica indesejada. Embora desenvolvido primariamente para comprimentos de onda da ordem de  $650\text{nm}$  o conjunto *lens-20* pode ser usado satisfatoriamente para a faixa espectral em torno de  $850\text{nm}$  como em nosso caso[47].

Uma vez tendo o feixe do laser colimado gostaríamos de injetá-lo na cavidade Fabry-Perot em estado próximo de *mode-matching*, ou seja, gostaríamos de obter

características de cintura do laser e do Fabry-Perot quase coincidentes. Para tanto uma análise dos elementos óticos presentes e de seus efeitos sobre o feixe faz-se necessária. Como previsto na seção 3.3.3 a cintura  $\omega_0$  de uma cavidade simétrica confocal é dada por [15]:

$$(\omega_0)_{conf} = \left( \frac{\lambda l}{2\pi n} \right)^{1/2} \quad (4.11)$$

em nosso caso os valores para  $\lambda$  e  $l$  são respectivamente  $850 \text{ nm}$  e  $10 \text{ cm}$ , o índice de refração  $n$  tem valor 1 e podemos estimar o resultado desejado em  $116 \mu\text{m}$ .

A busca de um *mode-matching* para esta cavidade simétrica confocal é então equivalente à montagem de um “percurso” para nosso laser com elementos óticos que agindo sobre o feixe, com efeitos calculados a partir das leis de propagação mostradas nas seções 3.1,3.1.2, e 3.2.1 e da tabela(3.1), deixam-no com uma cintura no ponto central entre os espelhos com valor aproximadamente igual ao calculado acima. O que geralmente fazemos é calcular o caminho inverso, ou seja, partimos da cintura da cavidade em direção ao espelho de injeção (em nosso caso o espelho superior) que será aproximado por uma lente delgada divergente. No entanto nosso feixe dificilmente estará com a cintura apropriada após passar somente pela lente colimadora, de maneira que o uso de uma segunda lente se faz necessário. O cálculo da propagação de um feixe gaussiano em um meio com lentes permite que obtenhamos os valores das novas cinturas e distâncias das mesmas depois da passagem do feixe por cada lente, combinando estes valores com os valores prescritos pela cavidade aproximaremos o sistema de um *mode-matching*. Assim um feixe que partisse do centro de uma cavidade simétrica confocal com a cintura de  $116 \mu\text{m}$ , percorresse a distância  $l$  de  $5 \text{ cm}$  até o espelho de injeção teria uma nova cintura em uma distância  $z$  do espelho. Este percurso pode ser expresso sob a forma de uma multiplicação de matrizes onde cada elemento pode ser expresso de acordo com a tabela(3.1). Deste modo o percurso do centro até o espelho escreve-se como:

$$\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

a passagem pelo espelho de injeção terá uma matriz de propagação dada pela multiplicação das matrizes correspondentes à entrada do feixe em um meio dielétrico esférico (BK7,  $n = 1,49$ ), ao percurso  $d = 4.5 \text{ mm}$  dentro do dielétrico, e à saída do meio dielétrico para o vácuo, donde segue a expressão:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2-1}{n_2} & \frac{1}{n_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{d}{R} \left( \frac{n_2-1}{n_2} \right) & \frac{d}{n_2} \\ \frac{n_2-1}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

A matriz resultante pode ser ainda simplificada notando-se que os termos dependentes da distância  $d$  são muito pequenos ( $d \ll R, n_2$ ) e portanto negligenciáveis, segue então que:

$$\begin{pmatrix} 1 + \frac{d}{R} \left( \frac{n_2-1}{n_2} \right) & \frac{d}{n_2} \\ \frac{n_2-1}{R} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2-1}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

que é equivalente à matriz de propagação de uma lente delgada que obedece:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2-1}{R} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

$$f = -\frac{R}{n_2-1} \quad (4.16)$$

$$f = -\frac{100}{1,49-1} \text{ mm} = -196,2 \text{ mm} \quad (4.17)$$

uma tal lente teria comportamento divergente, de fato quando calcularmos a distância da nova cintura esperamos que ela se encontre numa posição anterior ao espelho. A última matriz de propagação deve ser então:

$$\begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

de maneira que teremos para o percurso do centro da cavidade até a nova cintura dado pela matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{(z-l)}{f} & l + \left(1 - \frac{l}{f}\right)(z-l) \\ -\frac{1}{f} & -\frac{l}{f} + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

de maneira que possamos aplicar a lei ABCD ao parâmetro complexo do feixe utilizando as seguintes equações:

$$q_1 = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D} \quad (4.20)$$

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega(z)^2 n} \quad (4.21)$$

como fazemos uma análise do feixe em planos em que ocorrem cinturas sabemos que para os mesmos o valor do raio de curvatura será infinito,  $R \rightarrow \infty$ , e obteremos as expressões para o feixe de partida  $q_0$ , e o feixe final  $q_1$ :

$$q_0 = i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} = iM \quad (4.22)$$

$$q_1 = i \frac{\pi \omega_1^2}{\lambda} = iG \quad (4.23)$$

$$M \equiv \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}, \quad G \equiv \frac{\pi \omega_1^2}{\lambda} \quad (4.24)$$

já substituindo o valor do índice de refração  $n$  do vácuo, 1. de maneira que a substituição dos termos na equação(4.20) fornecerá:

$$iG = \frac{iAM + B}{iCM + D} \quad (4.25)$$

$$iG = \frac{iAM + B}{iCM + D} \left( \frac{-iCM + D}{-iCM + D} \right) \quad (4.26)$$

$$iG = \frac{ACM^2 - iCBM + iADM + BD}{C^2M^2 + D^2} \quad (4.27)$$

$$iG(C^2M^2 + D^2) = (ACM^2 + BD) + i(ADM - CBM) \quad (4.28)$$

de modo que podemos constituir um sistema de duas equações:

$$(ACM^2 + BD) = 0 \quad (4.29)$$

$$G(C^2M^2 + D^2) = (ADM - CBM) \quad (4.30)$$

assim, após alguma manipulação e com a substituição dos valores para  $l$ ,  $f$ ,  $\lambda$ ,  $\omega_0$  e  $\pi$  obteremos os valores para  $\omega_1$  e  $z$ :

$$\omega_1 = 147 \mu m \quad (4.31)$$

$$z = 9,8 \text{ mm} \quad (4.32)$$

como previmos anteriormente, a distância  $z$  em que se encontra a nova cintura é anterior ao ponto em que se encontra o espelho ( $9,8 < 50$ ). Fisicamente isto significa somente que o feixe que diverge a partir do espelho equivale a um feixe que, propagando-se em direção ao centro da cavidade possui uma cintura  $\omega_1$  no ponto  $z = 9,8 \text{ mm}$  sem a presença do espelho de injeção. Este é o feixe que queremos produzir com o auxílio da lente colimadora e de uma segunda lente. Procederemos então, em relação à propagação do laser de diodo pela lente colimadora até sua nova cintura de maneira semelhante à utilizada na obtenção da cintura e posição da cavidade simétrica. Neste caso o conjunto colimador está a uma distância efetiva de  $10 \text{ mm}$  do laser de diodo, montados ambos no estojo metálico, de modo que a primeira matriz de propagação será:

$$\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

desta feita substituiremos a distância  $l$  pelo valor adequado de  $10 \text{ mm}$ . A passagem pelo conjunto colimador *lens-20* será representada pelo elemento de propagação de uma única lente delgada efetiva com distância focal de  $8 \text{ mm}$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}, \quad f = 8 \text{ mm} \quad (4.34)$$

e propagando-se o feixe até a nova cintura em um ponto  $z$  que gostaríamos de encontrar, teremos a matriz de propagação por um caminho livre de elementos:

$$\begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

vemos que a matriz final de propagação terá forma semelhante à utilizada anteriormente:

$$\begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{(z-l)}{f} & l + \left(1 - \frac{l}{f}\right)(z-l) \\ -\frac{1}{f} & -\frac{l}{f} + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

além dos diferentes valores para  $l$ ,  $f$ , e  $z$  esperamos nesse caso que a nova cintura ocorra em uma posição que se encontre além do conjunto colimador, no sentido que vai do laser até a nova cintura, consequência de utilizarmos agora um conjunto de lentes com distância focal positiva. A semelhança entre as matrizes de propagação do caso em que o feixe passa por um conjunto colimador e o caso em que passa pelo espelho dielétrico permite-nos usar o mesmo sistema de equações a que chegamos anteriormente (eqs. 4.29 , 4.30), neste caso ainda devemos modificar o valor para a cintura inicial, que aqui pode ser obtida a partir da relação entre o ângulo de divergência do feixe emitido e a mesma:

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2 n} \quad (4.37)$$

onde utilizaremos o ângulo de divergência paralelo  $\theta = 10^\circ$  sem prejuízo do método de travamento uma vez que gostaríamos de uma potência de retroalimentação ótica muito baixa (de 1% a 10%), de maneira que a situação em que o feixe se encontra fora de mode-match em uma das direções transversais pode ser utilizada como excelente atenuador de potência. O prosseguimento do cálculo fornece:

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2 n} \quad (4.38)$$

$$\omega_0 = \frac{850}{0,027\pi^2} \text{ nm} \cong 0,003 \text{ mm} \quad (4.39)$$

de maneira que quando substituídos os valores nas equações(4.29 e 4.30) obteremos os seguintes resultados para a nova cintura e sua posição:

$$\omega = 0,012 \text{ mm} \quad (4.40)$$

$$z = 49,99 \text{ mm} \quad (4.41)$$

Queremos agora produzir um feixe que possua uma cintura com valor próximo a  $\omega = 147 \mu m$  a uma distância de cerca de  $10 mm$  do centro da cavidade, o procedimento seria idêntico aos dois cálculos de cintura e posição anteriores, agora com a posição da nova lente, sua distância focal, e a posição da nova cintura inicialmente desconhecidos. Temos apenas duas equações e na prática portanto escolhemos uma lente, de maneira que de posse de sua distância focal reduzimos o número de variáveis a dois. O problema decorre que nem sempre o sistema possui uma solução para os valores de cintura requeridos e devemos portanto lançar mão de tentativas nos valores para a distância  $l$  que separa a lente da cintura inicial, em ordem a conseguir valores aproximados da cintura de mode-match da cavidade. Usando uma lente biconvexa com distância focal de  $50,2 mm$  e distante de  $49,9 mm$  da cintura produzida pela lente colimadora encontramos uma cintura  $\omega = 125 \mu m$  numa distância de  $672,91 mm$  da cintura original, o resultado prático pode ser conferido colocando-se um pequeno anteparo opaco nas distâncias prescritas e notando-se a focalização do feixe. Assim o arranjo de lentes e cavidade tem suas posições pré-determinadas para que se possa atingir o estado em que a cavidade funcione como Fabry-Perot, a propagação do feixe entre os elementos óticos é convenientemente descrita pelos seguintes passos: o feixe é emitido com cintura inicial  $\omega_0 = 0,003 mm$  prescrita pelo ângulo de divergência de emissão, caminha uma distância  $l = 10 mm$  quando encontra um conjunto colimador de lentes com distância focal efetiva  $f = 8 mm$  de onde prossegue até possuir nova cintura  $\omega_1 = 0,012 mm$  na posição  $z = 49,9 mm$ , a partir de onde propaga-se livremente até encontrar a lente biconvexa de 1" de diâmetro e com distância focal  $f = 50,2 mm$ , passando pela segunda lente o feixe seria novamente focalizado na distância  $z = 672,91 mm$  com cintura  $\omega_2 = 0,125 mm$  que convenientemente faremos cair a  $10 mm$  do centro da cavidade, o espelho de injeção do Fabry-Perot terá agora o efeito inverso ao calculado no sentido cavidade-laser e agirá como uma lente colimadora fazendo com que o feixe tenha uma cintura  $\omega \approx \omega_{0conf} = 116 \mu m$  na posição central. Como os cálculos realizados para o *mode-matching* fornecem somente os valores aproximados para que a cavidade entre em ressonância testamos o percurso laser-cavidade com os elementos óticos em suas posições com uma cavidade fixa horizontal, feita com espelhos idênticos aos utilizados no gravímetro, montada sobre

a mesa ótica de maneira a garantir que os valores calculados permitissem o funcionamento do Fabry-perot e a retroalimentação ótica com vistas ao travamento.

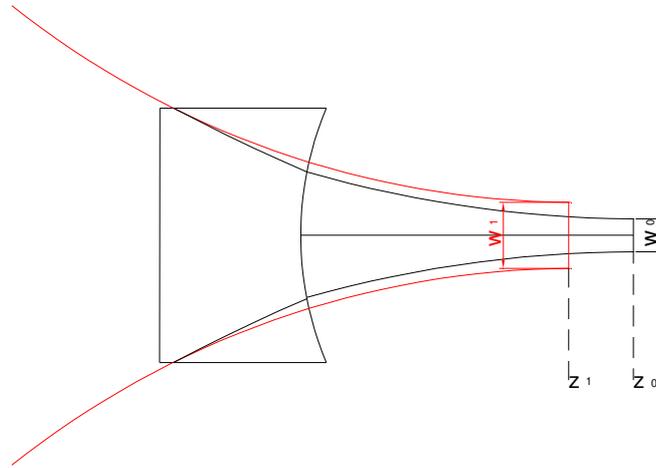


Figura 4.26: feixe que inicialmente teria cintura  $w_1$  na posição  $z_1$  adquire a forma de um feixe com cintura  $w_0$  na posição  $z_0$  ao passar por um espelho dielétrico com raio de curvatura  $R$ .

Uma vez realizados esses primeiros testes com resultados positivos partimos para a montagem do laser e das lentes, acrescidos de espelhos para o comprimento de onda adequado, em suportes ligados à câmara cilíndrica de alumínio, com vistas agora à injeção do laser no gravímetro suspenso. Para isso utilizamos uma placa de duro-alumínio retangular de  $22,6\text{ cm}$  por  $15\text{ cm}$  na qual aparafusamos os suportes para o estojo metálico com o laser de diodo e o conjunto de lentes *lens2*, além da lente biconvexa e para mais dois espelhos para o infravermelho com 1" de diâmetro já nas posições prescritas. Essa placa foi então aparafusada à câmara cilíndrica de



Figura 4.27: placa de duro-alumínio contendo laser de diodo, lentes e espelhos

partindo ainda da placa de duro-alumínio aparafusamos um suporte em “L” feito com cantoneiras de alumínio para mais dois espelhos de 1”, com essa montagem o feixe fará um percurso em “U” sobre a placa e continuará até o segundo espelho do suporte que se encontra acima do espelho superior do gravímetro, de maneira que a injeção do feixe na cavidade fica completa uma vez realizado o alinhamento dos espelhos.



Figura 4.28: espelhos superiores em montagem feita com cantoneiras em formato “L”. O espelho superior esquerdo é responsável pela injeção do feixe na cavidade Fabry-Perot.

O travamento do laser de diodo à cavidade simétrica confocal do nosso gravímetro necessita, após o estabelecimento do feixe em *mode-match* com o Fabry-Perot, a injeção do raio em ângulo com o eixo vertical da cavidade, de maneira a estabelecer a geometria em “V” prescrita para a obtenção de um feixe de retroalimentação qualificado para o travamento. Esta geometria deve ser estabelecida a partir do correto alinhamento do espelho superior do Fabry-Perot em termos de paralelismo, distância e centralização com relação ao espelho inferior da cavidade, estes requisitos devem ser alcançados com os ajustes finos proporcionados pela peça suporte do espelho superior (com os pequenos anéis de silicone e parafusos de nivelamento). Injetando-se o feixe a partir do espelho externo, acima do gravímetro e preso à cantoneira, devemos ser capazes de obter quatro feixes, a dizer: o feixe de retorno ao laser, um segundo feixe refletido pelo espelho superior, e dois feixes de

saída através do espelho inferior. Esperamos que quando uma ressonância ocorra o feixe de retorno apresente uma intensidade máxima e possua a frequência selecionada pela cavidade [22], essa situação é proporcionada justamente pela geometria em “V” do percurso óptico dentro da cavidade já que quando o sistema está longe da ressonância o feixe de injeção é quase inteiramente refletido em um percurso que se afasta do laser de diodo (feixe tipo I). O procedimento é bastante similar ao realizado na referência[22], não fosse a característica bastante idiossincrática da posição do Fabry-Perot, que em nosso caso encontra-se na direção vertical, o monitoramento do feixe deve ser realizado em nosso caso pelo batimento de um dos feixes de saída tipo II do nosso aparato com o laser de Ti:sa de nosso laboratório estabilizado em  $850\text{ nm}$ , caso queiramos utilizar o gravímetro em algum levantamento dinâmico (caso típico dos levantamentos geológicos) poderemos usar um segundo laser de diodo travado à uma cavidade fixa e estabilizada, insensível à variações da gravidade. Um diagrama esquemático do plano de travamento em laboratório é mostrado na figura:

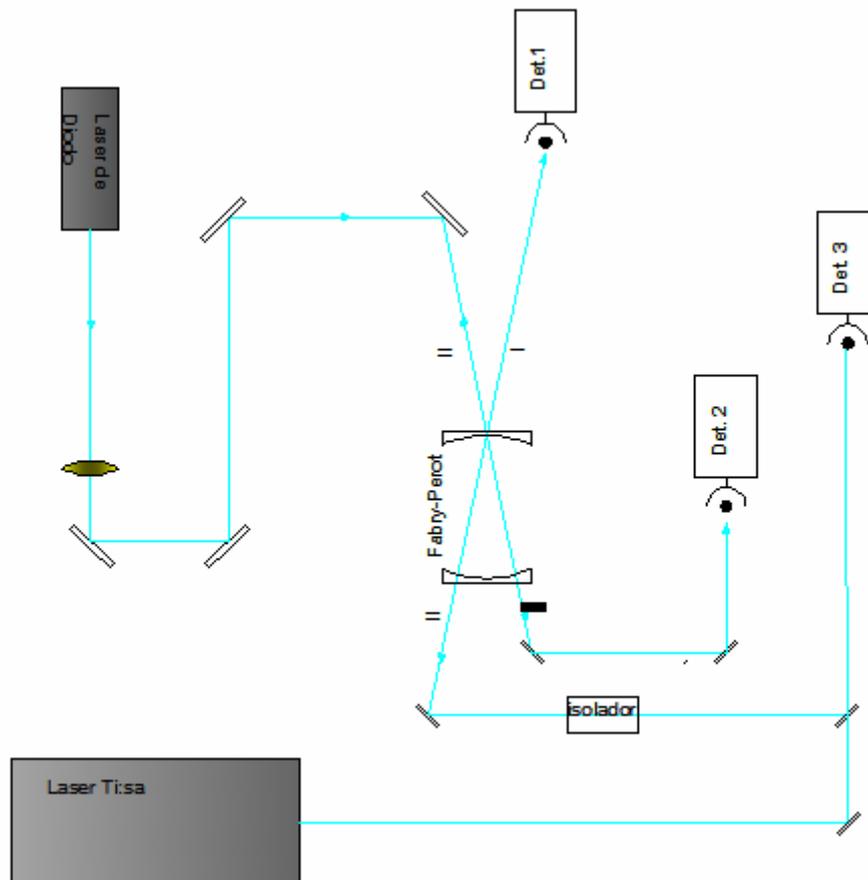


Figura 4.29: projeto de travamento do laser de diodo em uma cavidade Fabry-Perot com comprimento sensível à variação gravitacional, os feixes de tipo II apresentam intensidade máxima quando em ressonância com a cavidade enquanto que o feixe I apresenta um mínimo, com a posição do espelho inferior da cavidade sensível a deslocamentos por ação da gravidade a frequência do laser sofrerá um deslocamento em frequência que poderá ser monitorada frente o batimento do feixe com um segundo laser estabilizado e insensível à gravidade, nesse caso o laser Ti:sa do laboratório.

## 5 Caracterização

Neste capítulo apresentaremos as primeiras caracterizações do aparato construído em laboratório, que constituiram basicamente em medidas efetuadas sobre o sistema de oscilação do gravímetro já suspenso na cavidade cilíndrica de alumínio.

Como explanado durante o trabalho uma das principais características de um gravímetro reside em seu sistema de oscilação, o fato de que a medida da variação da gravidade em um tal aparato advém das propriedades elásticas do mesmo demonstra sua importância. Em nosso experimento enfrentamos ainda dificuldades de maior ordem uma vez que o estabelecimento de um sistema massa-mola requeria o preenchimento de algumas características especiais tendo em vista que a mudança de posição da massa implicaria mudança de comprimento de uma cavidade Fabry-Perot, cujas características de transmissão possibilitariam a leitura das mesmas. Assim a realização do experimento demanda a caracterização do fator  $k/m$ , já que o mesmo está diretamente ligado à sensibilidade do gravímetro pela equação 4.9, e possibilidade de aumento de sensibilidade por um fator:

$$\sqrt{\frac{\tau}{\sqrt{k/m}}} \quad (5.1)$$

que é proveniente na integração de uma medida ao longo de um tempo relativamente grande em relação ao tempo de resposta  $(m/k)^{\frac{1}{2}}$  do sistema oscilante onde  $\tau$  seria o tempo de integração da medida.

Para realizarmos a medida deste fator utilizamos um analisador de espectros rf modelo agilenc[48], um subwoofer, um laser amarelo electro-optics [49], e um fotodiodo. Posicionamos o subwoofer sobre a mesa ótica em que o gravímetro estava montado suspenso na câmara de alumínio, Com a câmara de alumínio montada sobre suportes cilíndricos com 12 cm de altura obtivemos acesso ótico ao

espelho inferior do aparato. Com a ajuda de dois espelhos montados então sob o aparato enviamos um feixe de laser até o espelho inferior da cavidade, em ângulo diagonal de maneira que sua reflexão pudesse ser capturada por um fotodiodo. Este ângulo foi arranjado de tal modo que uma oscilação vertical do espelho provocasse uma oscilação na leitura do sinal de igual frequência para o fotodiodo. Procedemos então fazendo o subwoofer emitir ondas acústicas em uma longa faixa de frequências, como este estava sobre a mesa ótica em que montamos o aparato esperamos que as vibrações provenientes do mesmo fizessem o espelho inferior oscilar, provocando conseqüentemente oscilações no sinal do fotodiodo. Como um sistema oscilatório sob efeito de uma força possui amplitudes características de acordo com a frequência da força aplicada em relação à frequência de ressonância do sistema, a razão entre os sinais de intensidade do sinal do subwoofer pelo sinal do fotodiodo bem como a fase entre ambos possibilita a leitura do fator  $\sqrt{k/m}$ , uma vez que um oscilador harmônico forçado terá amplitude de oscilação máxima quando a frequência de aplicação da força se iguala à frequência  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ . Assim, utilizando o analisador de espectros rf obtivemos (ver figura) uma frequência de ressonância em torno de 110 Hz de maneira que podemos estimar a constante  $k$  de nosso sistema oscilante a partir de:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cong 2\pi \times 110 \text{ Hz} \quad (5.2)$$

$$k \cong (2\pi)^2 \times (1,2 \pm 0,2) \times 10 \frac{N}{m} \quad (5.3)$$

Onde utilizamos para a massa  $m$  o valor da soma das massas do tubo de alumínio, do suporte do espelho inferior e das membranas de capton, perfazendo um total de 10,135 g como podemos ver na tabela

Tabela(5.1): massas das componentes do sistema oscilatório.

Tubo de alumínio	$m = 7,380 \text{ g}$
Suporte+ espelho inferior	$m = 2,618 \text{ g}$
Duas membranas	$m = 0,137 \text{ g}$
Massa total	$m = 10,135 \text{ g}$

nos gráficos abaixo vemos primeiro a razão entre a intensidade do sinal de um laser electro-optics oscilando de acordo com a vibração do espelho inferior do gravímetro pelo sinal de intensidade de um subwoofer emitindo ondas acústicas em uma longa faixa de freqüências, o pico ocorre em torno de  $111\text{ Hz}$ . No gráfico inferior vemos a relação de fase entre os dois sinais, como podemos observar, na ressonância a oscilação do espelho ocorre em fase com a aplicação da força externa.

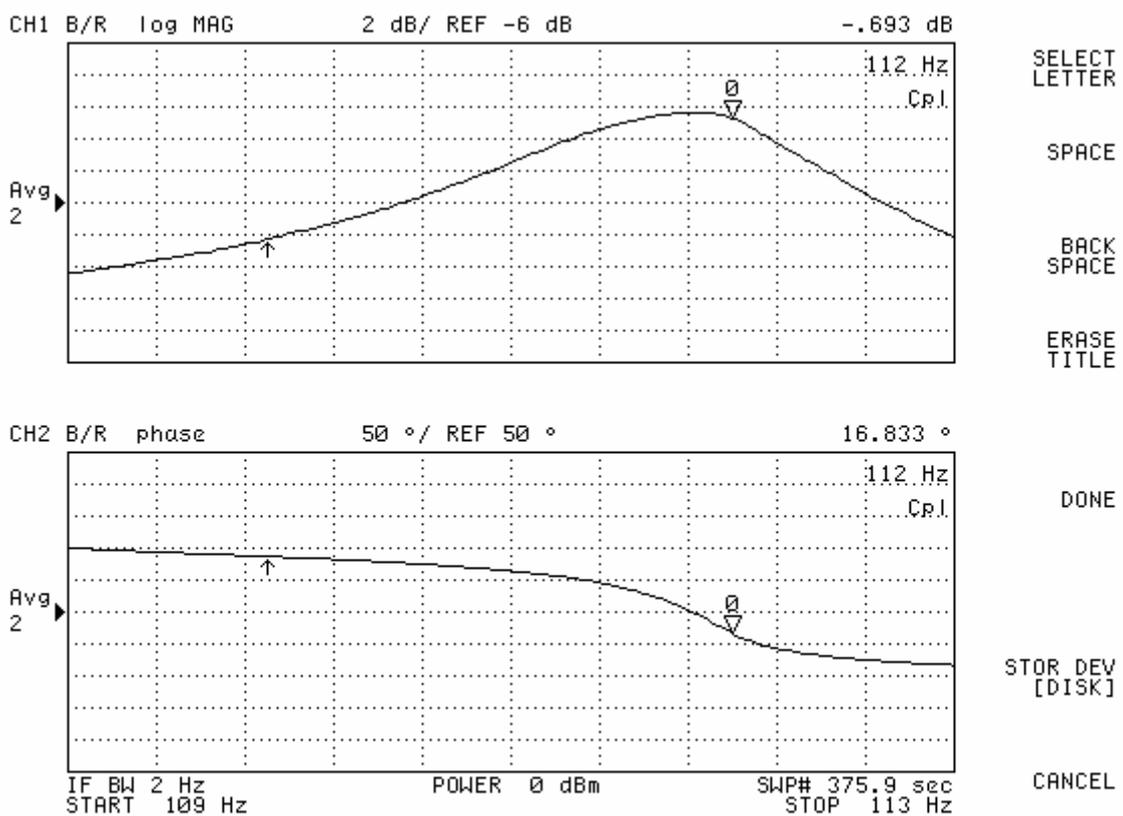


Figura 5.1: gráficos de freqüência de ressonância e fase do sistema oscilante do gravímetro e ruído sonoro produzido por subwoofer.

Esses primeiros resultados no entanto não nos autorizam a conhecer o comportamento do sistema em função do tempo. A previsão de que ocorra uma deriva para o valor da constante de mola  $k$  do sistema e portanto da freqüência de ressonância só pode ser melhor avaliada frente a análise de uma curva de batimento do laser travado pela cavidade e um laser estabilizado externo. Temos ainda a

possibilidade de mudança para o valor da frequência de ressonância via mudança da massa do sistema oscilante por acréscimo de um pequeno anel rosqueado ao tubo de alumínio da cavidade, tal procedimento pode ser interessante se quisermos evitar que o sistema fique ressonante com uma fonte de ruídos externos particularmente intensa na faixa de frequência atual de ressonância.

## 6 PERSPECTIVAS

Embora não tenhamos completado o processo de travamento convém que possamos explicitar as perspectivas e estimativas do aparato em funcionamento, o objetivo de se utilizar de uma cavidade Fabry-Perot com alta *Finesse* como sensor gravitacional tem em mente a utilização da alta sensibilidade a deslocamentos que o perfil de freqüência de um laser de diodo injetado à cavidade demonstra. Por meio da equação 4.9 podemos estimar a sensibilidade do aparato uma vez que tenhamos os valores para a freqüência de ressonância, o comprimento de onda do laser injetado e o valor para a finesse da cavidade. Dessa maneira se a cavidade possuir uma Finesse da ordem de  $10^3$ , e aqui nos utilizamos de um valor em princípio bastante conservador frente a utilização de espelhos superpolidos como os utilizados na experiência (valores com duas ordens de grandeza superiores são razoáveis), encontraríamos o valor estimado de:

$$\delta g_{\min} = (2\pi)^2 \times \frac{k}{m} \frac{\lambda}{2F} \quad (6.1)$$

$$\delta g_{\min} \approx (2\pi)^2 \times 1210 \frac{850 \times 10^{-9}}{2 \times 10^5} \approx 5 \times 10^{-7} \frac{m}{s^2} \quad (6.1)$$

$$\frac{k}{m} \cong (2\pi) \times 1210 \frac{N}{m}, \quad \lambda \cong 850 \times 10^{-9} m, \quad F \approx 10^3 \quad (6.2)$$

Neste caso não estaríamos limitados pela largura do laser de Ti:safira com o qual realizaríamos o batimento, que é da ordem de  $150 \text{ kHz}$ . Em todo caso prevemos a utilização de cavidades ultra estáveis para a obtenção de lasers com larguras de duas a três ordens de grandeza menores [50], voltariamos neste caso à limitação de finesse da cavidade do gravímetro, dessa maneira utilizando valores conservadores a sensibilidade inicial do aparato deve ser em comparação com o valor de  $g$ :

$$\frac{\delta g}{g} \approx \frac{5 \times 10^{-7}}{9.8} \approx 5 \times 10^{-8} \quad (6.3)$$

uma precisão considerável, notando que aparatos comerciais como Lacoste e Romberg possuem tal ordem de sensibilidade. De maneira que podemos ainda estabelecer melhoras na sensibilidade lançando mão de um tempo de integração razoável para medidas de gravidade, se considerarmos que este aparato possui um tempo de resposta dado por  $(m/k)^{\frac{1}{2}} \approx 0,01 \text{ s}$  o valor integrado da variação mínima da gravidade seria dado por:

$$\delta g_{\min INT} = \left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{3}{4}} \frac{\lambda}{2F\sqrt{\tau}} \approx (2\pi)^{\frac{6}{4}} 205 \times \frac{850 \times 10^{-9}}{2 \times 10^3 \times \sqrt{1}} \approx 12,4 \times 10^{-7} \frac{m}{s^2} \quad (6.4)$$

Onde utilizamos um tempo de integração  $\tau = 1 \text{ s}$ , com vezes maior que o tempo de resposta típico da cavidade. O valor fracional com  $g$  seria então de cerca de uma parte em  $10^{-7}$ :

$$\frac{\delta g_{\min INT}}{g} \cong \frac{12,7 \times 10^{-7}}{9,8} \approx 1 \times 10^{-7} \quad (6.5)$$

a utilização de cavidades ultra-estáveis para estabilização de lasers de diodo com a utilização de espaçadores com baixíssima variação de suas dimensões com respeito a variações de temperatura [50] pode se mostrar um excelente meio de obtenção de um feixe de injeção qualificado para o experimento uma vez que esse feixe com a largura em frequência já estabilizada poderia também ser utilizado na medida de batimento e conseqüentemente no sensoriamento da mudança de frequência ressonante da cavidade. Esse feixe teria ainda a característica de possuir baixa potência diminuindo o os efeitos de variação das dimensões do aparato e da cavidade graças a mudanças de temperatura, em todo caso a constante de tempo para estabilização seria consideravelmente diminuída, na referência [51] vemos por exemplo que a dependência da estabilidade da frequência com a potência injetada é maior quanto menor for a potência embora o comportamento não seja simples e dependa de calibração em loco. A possibilidade do uso de baixa potência afasta

ainda o perigo de que a pressão de radiação do campo dentro do Fabry-Perot constitua uma fonte de erro para o experimento. Se tomamos a finesse com o valor  $10^3$  que utilizamos nos cálculos anteriores e um acoplamento típico de um por cento da potência do laser de diodo ELD85NPT50 sabemos que a potência no interior da cavidade não passará de  $0,5 W$ , uma vez que uma finesse de tal ordem é condizente com ampliações de potência em cerca de 1000 vezes (equações 3.53 e 3.48) de modo que a força exercida sobre o espelho teria um limite dado basicamente, quando relacionamos pressão, força, e potência, por:

$$P = \frac{E}{t \times c \times A} = \frac{F}{A} \quad (6.7)$$

$$F = \frac{E}{t \times c} = \frac{0,5}{3 \times 10^8} \frac{W}{m/s^2} \cong 1,6 \times 10^{-9} \quad (6.8)$$

que se traduzirá em uma variação típica para o nosso sistema de:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1,6 \times 10^{-9}}{0,01} = 16 \times 10^{-8} \frac{m}{s^2} \quad (6.9)$$

de maneira que pode se sobrepor ao sinal mínimo previsto pela sensibilidade estimada para nosso aparato, o que indica que precisamos utilizar mecanismos de acoplamento com a menor quantidade de potencia possível. A continuidade no processo de estabilização mecânica sugere por exemplo que possamos pendurar a camera cilíndrica contendo o gravímetro com o auxílio de longos tubos de silicone presos ao teto, a utilização de camadas de espuma de poliuretano para que se evite o acoplamento de ruídos acústicos. Esses procedimentos já se demonstraram excelentes [50], na atenuação de ruídos até a faixa dos 30 Hz, para frequências mais altas a atenuação não possui efeito de mesma amplitude. Podemos ainda implementar o uso de magnetos afixados ao gravímetro de maneira a utilizar o efeito de eddy-currents [51], a utilização de todos esses procedimentos de estabilização em conjunto já conduziu à reprodução de medidas com interferência de ruídos muito próximos do nível de shot-noise. No entanto esses procedimentos também sugerem a utilização do gravímetro em experimentos dentro do laboratório em

detrimento de trabalhos de campo para fins geológicos, seguindo a motivação da referência [39], podemos pensar na realização de um experimento para medir variações gravitacionais nesse ambiente, utilizando hipoteticamente uma esfera pesada de inóx oscilando sobre o gravímetro, no momento em que a esfera estivesse mais próxima do aparato a variação da força gravitacional agindo em relação ao repouso seria de:

$$\delta g = \frac{GM}{R^2} \quad (6.6)$$

com G sendo a constante gravitacional, M a massa da esfera, e R a distância do centro de massa da esfera até o centro de massa do sensor. A utilização de uma esfera de 113 kg, de acordo com a densidade do inóx, a uma distância entre centros de 30 cm produziria:

$$\delta g = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 113}{0,04} = 1,8 \times 10^{-7} \frac{m}{s^2} \quad (6.7)$$

de maneira que poderíamos testar a sensibilidade de nosso aparato.

## 7 Conclusão

Neste trabalho apresentamos e discutimos as principais características e aspectos do nosso projeto para construção de um novo gravímetro por Fabry-Perot a partir do travamento de um *laser* de diodo por retroalimentação ótica ressonante. Neste contexto tratamos dos elementos técnicos principais e diferenciais de nossa técnica: o estabelecimento de uma cavidade simétrica confocal sensível à variação da gravidade sob a forma de variação de seu comprimento de acordo com um sistema massa-mola.

Apresentamos os detalhes do projeto bem como os cálculos e razões que nos guiaram nas escolhas de desenho e materiais utilizados na montagem do aparato. O estabelecimento de um aparato compacto com a cavidade simétrica confocal de comprimento variável teve sua montagem e processo de estabilização detalhado no que concerne suas características gerais e sua adaptabilidade a diferentes situações experimentais, as primeiras caracterizações do sistema oscilatório foram realizadas no que inferimos a frequência de ressonância e a constante de mola do sistema a partir de um processo de medida direto da intensidade da oscilação da cavidade em razão da frequência de uma vibração externa presente nas imediações do aparato.

Apresentamos ainda o projeto de travamento de um *laser* de diodo de 850 *nm* de modo único, adaptado do sistema de travamento de *lasers* por retroalimentação ótica ressonante a partir de uma injeção característica em modo “V” desenvolvida por Dahmani *et al* , no que nosso sistema difere porque não necessita de uma varredura de corrente e possui uma cavidade cujo comprimento é sensível à gravidade e eventuais fontes de ruídos externos e não visa a utilização de espaçadores rígidos, controlados por PZT, entre os espelhos.

Devido a problemas na confecção da peça superior de suporte do espelho de injeção não foi possível a realização do travamento pela técnica referida, de maneira que a construção modificada nas possibilidades de ajuste fino desta peça constitui

nosso objetivo imediato, de maneira que possamos prosseguir com a caracterização do aparato e conseguir a importante medida de sua sensibilidade.

O trabalho realizado constitui portanto somente o primeiro passo na obtenção de uma nova técnica de gravimetria que tenta aliar as vantagens de sensibilidade que podem ser proporcionadas por um *laser* de diodo travado à uma cavidade externa do tipo Fabry-Perot à portabilidade que o uso de tais lasers têm como característica.

## Referências

- [1] Dransfield, M.H. Airborne Gravimetry Gradiometry. *D.Phil. Thesis, University of Western Australia, 1994.*
- [2] Torge, C. Gravimetry. *de Gruyter, Berlin, 1989.*
- [3] Erckhardt, E.A. A brief history of the gravity method of prospecting oil. *Geophysical Case Histories Volume I-1948, Nettleton L.L. ed. Society of Exploration Geophysicists, Menasha, Wisconsin, 21-32, 1949*
- [4] Blakeley, R.J. Potential theory in gravity and magnetic applications. *Cambridge University Press, 441p. 1996*
- [5] Nettleton, L.L. Gravity and Magnetism in Oil Exploration. *McGraw-Hill, New York, 1976.*
- [6] A Peters, K Y Chung and S Chu. High-precision gravity measurement using atom interferometry *Metrologia*, 38, 25-61. 2001.
- [7] IAG (International Association of Geodesy). *The International gravity standardization net 1971, Bull. Geod. Spec. Publ. 4, 194 pp. 1974*
- [8] Keary, P.; Brooks, M. An Introduction to Geophysical Prospecting. *Blackwell, Oxford, 296 pp. 1984.*
- [9] LaCoste, L.J.B., LaCoste and Romberg straight-line gravity meter, *Geophysics*, 48, 606-610. 1983.
- [10] Halpenny, J.F.; Darbha, D.M. Airborne gravity tests over Lake Ontario, *Geophysics*, 60, 61-65. 1995.
- [11] Harlan, R.B., Airborne correction for airborne gravimetry, *Journal of Geophys. Res.*, 73, 4675-4679. 1968.
- [12] Godson, R.H.; Plouff, D., 1988, BOUGUER version 1.0 a Microcomputer Gravity-Terrain-Correction Program, *Open-File Report 88-644, U.S. Geological Survey. 1988.*
- [13] Molina, E.C., Ussami, N., Marangoni, Y.R., Digital Maps of the São Francisco Cráton, its marginal fold/thrust belts, continental margins and oceanic basins. *CD-ROM, IAG-USP. 2000.*
- [14] AGG-324 MÉTODOS POTENCIAIS APLICADOS À PROSPECÇÃO DE

PETRÓLEO, MINERAL, RECURSOS HÍDRICOS E MEIO AMBIENTE, Notas de aula da prof<sup>a</sup> Naomi Ussami, IAG-USP, 2002..

- [15] Yariv, A. Quantum Electronics, *Terceira Edição, John Wiley & Sons Inc, New York, 1989.*
- [16] Herriot, D., Kogelnick, H., and Kompfner, R., Off-Axis Paths in Spherical Mirror Interferometers, *Appl. Opt. 3 ,1964, p.523.*
- [17] Kogelnick, H., Li, T., Laser beams and resonators, *Proc.IEEE 54, 1966, p.1312.*
- [18] Kogelnick, H., On the Propagation of Gaussian Beams of Light Through Lenslike Media Including Those with a Loss and Gain Variation, *Appl. Opt. 4, 1965, p.1562.*
- [19] Cesar,C.L. Technique for locking a second-harmonic generation cavity with an electro-optic active non-linear crystal, *J. Opt. Soc. Am. B 18, 8, August, 2001*
- [20] Boyd, G.D., Kogelnik,H. Generalized Confocal Resonator Theory, *Bell Sys. Tech. 41, 1347 (1962)*
- [21] Dahmani, B., Hollberg, L., Drullinger, R., Frequency Stabilization of Semiconductors Lasers by Resonant Optical Feedback, *Opt. Lett. 12, 876-878, 1987.*
- [22] Wieman, C.E., Hollberg, L., Using Diode Lasers for Atomic Physics, *Rev. Sci. Instrum. 62, 1-20, 1991.*
- [23] Tien, P.K., Gordon, J.P., Whinnery, J.R., Focusing of a Light Beam of Gaussian Field Distribution in Continuous and Periodic Lenslike Media, *Proc. IEEE 53, 1965, p.129.*
- [24] Casperson, L., Yariv, A. The Gaussian Mode in Optical Resonators with Radial Gain Profile. *Appl. Phys. Lett. 12, 1968, p.355*
- [25] Casperson, L. Modes and Spectra of High Gain Lasers, *Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, Calif. 1971.*
- [26] Marcuse, D., *Light Transmission Optics, New York: Van Nostrand, 1973*
- [27] Patrick, H., Wieman, C. E., Frequency stabilization of a diode laser using simultaneous optical feedback from a diffraction grating and a narrowband Fabry-Perot cavity, *Rev. Sci. Instrum.62(11), November, 1991.*
- [28] Palhares, L.F., Estabilização de Laser a uma Cavidade Ótica de Alta Finesse, *Relatório de iniciação científica, Rio de Janeiro, UFRJ, 2004.*
- [29] Preston, K.R., Woolard, K.C., Cameron, K.H., *Electron. Lett. 17, 931, 1981*
- [30] Mark,J., Bodtker,E., Tromborg, B., *Electron.Lett.,21,1008, 1985*
- [31] Wyatt, R., Devlin, W.J., *Electron.Lett., 19, 110,1983.*
- [32] Fleming, E., Mooradian, A.,*IEEE J. Quantum Electron., QE-17, 681, 1981.*

- [33] Kobayashi, S., Kimura, T., *IEEE J. Quantum Electron*, QE-44, 1981
- [34] Bykovskii, Y.A., Velichanski, V.L., Gonvharov, I.G., Maslov, V.A., *Sov.Phys. Semicond.* 4, 580, 1970
- [35] Picque, J.L. Roizen, S., *Appl.Phys.Lett.* 27, 340, 1975.
- [36] Ohtsu, M., Kotajma, S., *IEEE J. Quantum Electron*. QE-21, 1905, 1985.
- [37] Luther, G.G., Towler, W.R. Redetermination of the Newtonian gravitational constant, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 48, pp. 121–123, 1982.
- [38] Michaelis, W., Haars, H., Augustin, R., A new precise determination of Newton's gravitational constant, *Metrologia*, vol. 32, pp. 267–276, 1995.
- [39] Parks, H.V., Faller, J.E., Robertson, D.S., *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, vol. 50, no. 2, april 2001
- [40] datasheet ELD85NPT50, Roithner Lasertechnik. [www.roithner-laser.com](http://www.roithner-laser.com)
- [41] Laser Diode User's Manual, Sharp Corporation, 1988, p. 17.
- [42] Nakamura, I. M., Aiki, K., Chinone, N., Ito, R., Umeda, J., *J. Appl. Phys.* 49, 4644, 1978.
- [43] A. Dandridge, A., Goldberg, L., *Electron. Lett.* 18, 302, 1982.
- [44] T. Sato, T., Yashima, S., Shimba, M., *Electron. Lett.* 22, 979, 1986
- [45] Klimcak, C.M., Camparo, J.C., *J. Opt. Soc. Am. B* 5, 211, 1988
- [46] datasheet LM317, *National Semiconductor*. [www.national.com](http://www.national.com)
- [47] datasheet Lens-20, *Roithner Lasertechnik*. [www.roithner-laser.com](http://www.roithner-laser.com)
- [48] datasheet rf spectral analyser agilent. [www.home-agilent.com/agilent](http://www.home-agilent.com/agilent)
- [49] datasheet laser electro-optics. [www.electrooptics.com](http://www.electrooptics.com)
- [50] Hough, J., Hils, D., Rayman, M.D., Hollberg, L., Hall, J.L. *Appl. Phys. B* 33, 179-185, 1984
- [51] Nakagawa, K., Katsuda, T., Ohtsu, M. *Appl. Opt.* 33, 6383. 1994.







# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)