

**MINISTÉRIO DA DEFESA  
EXÉRCITO BRASILEIRO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**FELIPE PIRES DA SILVA ABRÃO**

**SOLUÇÕES FUNDAMENTAIS PARA A TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM  
MICROCANAIS ATRAVÉS DA TÉCNICA DA TRANSFORMAÇÃO INTEGRAL**

**Rio de Janeiro**

**2008**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**FELIPE PIRES DA SILVA ABRÃO**

**SOLUÇÕES FUNDAMENTAIS PARA A TRANSFERÊNCIA DE CALOR  
EM MICROCANAIS ATRAVÉS DA TÉCNICA DA TRANSFORMAÇÃO  
INTEGRAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes – Ph. D.

Co-orientador: Prof. Francesco Scofano Neto – D. Sc.

Rio de Janeiro

2008

c2008

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290 – 270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

A161	Abrão, Felipe Pires da Silva Soluções Fundamentais para a Transferência de Calor em Microcanais através da Técnica da Transformação Integral / Felipe Pires da Silva Abrão. – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2008. 483 p.: graf., tab..  Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia – Rio de Janeiro, 2008.  1. Microcanais. 2. Transferência de calor. 3. Técnica da Transformação Integral. I. Título. II. Instituto Militar de Engenharia.  CDD 536.2
------	---

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**FELIPE PIRES DA SILVA ABRÃO**

**SOLUÇÕES FUNDAMENTAIS PARA A TRANSFERÊNCIA DE CALOR  
EM MICROCANAIS ATRAVÉS DA TÉCNICA DA TRANSFORMAÇÃO  
INTEGRAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes – Ph. D.

Co-orientador: Prof. Francesco Scofano Neto – D. Sc.

Aprovada em 18 de janeiro de 2008 pela seguinte banca examinadora:

---

Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes – Ph. D. do IME – Presidente

---

Prof. Francesco Scofano Neto – D. Sc. do IME

---

Prof. Antônio José da Silva Neto – Ph. D. do IPRJ/UERJ

---

Prof. Gabriel Elmôr Filho – D. Sc. do IME

Rio de Janeiro

2008

Aos meus pais, Francisco e Maria Luiza, e aos meus irmãos, Flávio e Fernanda.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida, por ter me amparado nos momentos difíceis e por ter me dado força e estímulo para seguir em frente.

Aos meus orientadores, Rodrigo Otávio de Castro Guedes e Francesco Scofano Neto, pela boa orientação, apoio, disponibilidade em sanar minhas dúvidas e bem conduzir este trabalho.

Aos professores da Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais que através de suas aulas me forneceram um bom embasamento para que fosse possível realizar esta dissertação.

À minha avó Nathalia Sequeira Pires da Silva, que tão bem me acolheu em sua casa durante toda minha estadia nesta cidade.

Aos meus pais, Francisco de Assis Abrão e Maria Luiza Pires da Silva Abrão, aos meus irmãos Flávio Pires da Silva Favre e Fernanda Pires da Silva Abrão, que mesmo à distância me apoiaram e incentivaram a um bom desempenho.

Agradeço também à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pela bolsa a mim concedida, bem como pelos demais auxílios obtidos através dela.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram neste trabalho.

Feliz do homem que encontrou a sabedoria,  
daquele que adquiriu a inteligência,  
porque mais vale este, que a prata,  
e o fruto que se obtém é melhor que o fino ouro.  
Ela é mais preciosa que as pérolas,  
jóia alguma a pode igualar.  
Na mão direita ela sustenta uma longa vida,  
na esquerda, riqueza e glória.  
Seus caminhos estão semeados de delícias.  
Suas veredas são pacíficas.  
É uma árvore de vida para aqueles que lançarem mãos dela.  
Quem a ela se apega, é um homem feliz.

(Provérbios 3, 13-18)



## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	09
LISTA DE TABELAS.....	34
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	35
LISTA DE SIGLAS.....	39
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>42</b>
<b>2 ENTRADA TÉRMICA EM MICROCANAIS EMPREGANDO-SE O PERFIL DE VELOCIDADE COM DESLIZAMENTO.....</b>	<b>54</b>
2.1 Determinação do Perfil de Velocidade plenamente Desenvolvido com Deslizamento.....	54
2.2 Determinação do Perfil de Temperatura.....	57
2.3 Quantidades de Interesse.....	71
2.4 Apresentação e Discussão dos Resultados.....	73
2.5 Comportamento Característico das Curvas de Número de Nusselt.....	96
<b>3 ENTRADA TÉRMICA EM MICROCANAIS EMPREGANDO-SE A CONDIÇÃO DE SALTO DE TEMPERATURA.....</b>	<b>98</b>
3.1 Determinação do Perfil de Temperatura.....	98
3.2 Quantidades de Interesse.....	102
3.3 Apresentação e Discussão dos Resultados.....	103
<b>4 ENTRADA TÉRMICA EM MICROCANAIS COM EFEITOS DE SALTO DE TEMPERATURA E DE DISSIPACÃO VISCOSA.....</b>	<b>134</b>
4.1 Determinação do Perfil de Temperatura.....	134
4.2 Apresentação e Discussão dos Resultados.....	137
4.3 Números de Nusselt Assintóticos.....	221
<b>5 CONCLUSÕES.....</b>	<b>232</b>
<b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>250</b>

<b>7 APÊNDICES</b> .....	255
7.1 APÊNDICE 1: COMPLEMENTO DO CAPÍTULO 3.....	255
7.2 APÊNDICE 2: COMPLEMENTO DO CAPÍTULO 4.....	282

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1 Figura representativa do escoamento em microcanais.....	55
FIG. 2.2 Figura representativa de um microtrocador de calor.....	58
FIG. 2.3 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	76
FIG. 2.4 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes valores de $Kn$ .....	77
FIG. 2.5 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	78
FIG. 2.6 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	79
FIG. 2.7 Calor total para diferentes $Kn$ .....	80
FIG. 2.8 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes $Kn$ .....	81
FIG. 2.9 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes $Kn$ .....	82
FIG. 2.10 Distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	83
FIG. 2.11 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	84
FIG. 2.12 Calor total para diferentes $Kn$ .....	85
FIG. 2.13 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes $Kn$ .....	86
FIG. 2.14 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes $Kn$ .....	87
FIG. 2.15 Distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	88
FIG. 2.16 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	89

FIG. 2.17 Calor total junto à superfície sólida para diferentes Kn.....	90
FIG. 2.18 Fluxo de calor na superfície para diferentes Kn.....	91
FIG. 2.19 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.....	92
FIG. 2.20 Distribuição do Nu para diferentes Kn.....	93
FIG. 2.21 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	94
FIG. 2.22 Calor total na superfície sólida para diferentes Kn.....	95
FIG. 2.23 Comportamento dos Números de Nusselt de acordo com o expoente $\gamma$ .....	97
FIG. 3.1 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	108
FIG. 3.2 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	109
FIG. 3.3 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	110
FIG. 3.4 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	111
FIG. 3.5 Calor total para diferentes Kn.....	112
FIG 3.6 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	113
FIG. 3.7 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de Kn.....	114
FIG. 3.8 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	115

FIG. 3.9 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	116
FIG. 3.10 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	117
FIG. 3.11 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	118
FIG. 3.12 Calor total para diferentes $Kn$ .....	119
FIG. 3.13 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	120
FIG. 3.14 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	121
FIG. 3.15 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes $Kn$ .....	122
FIG. 3.16 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes $Kn$ .....	123
FIG. 3.17 Distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	124
FIG. 3.18 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	125
FIG. 3.19 Calor total para diferentes $Kn$ .....	126
FIG. 3.20 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	127
FIG. 3.21 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes $Kn$ .....	128
FIG. 3.22 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes $Kn$ .....	129
FIG. 3.23 Distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	130

FIG. 3.24 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	131
FIG. 3.25 Calor total para diferentes Kn.....	132
FIG. 3.26 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	133
FIG. 4.1 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	155
FIG. 4.2 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	156
FIG. 4.3 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	157
FIG. 4.4 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	158
FIG. 4.5 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	159
FIG. 4.6 Calor total para diferentes Kn.....	160
FIG. 4.7 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	161
FIG. 4.8 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	162
FIG. 4.9 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	163
FIG. 4.10 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	164
FIG. 4.11 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	165

FIG. 4.12 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	166
FIG. 4.13 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	167
FIG. 4.14 Calor total para diferentes $Kn$ .....	168
FIG. 4.15 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	169
FIG. 4.16 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	170
FIG. 4.17 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	171
FIG. 4.18 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	172
FIG. 4.19 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	173
FIG. 4.20 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	174
FIG. 4.21 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	175
FIG. 4.22 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	176
FIG. 4.23 Calor total para diferentes $Kn$ .....	177
FIG. 4.24 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	178
FIG. 4.25 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	179

FIG. 4.26 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	180
FIG. 4.27 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	181
FIG. 4.28 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	182
FIG. 4.29 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	183
FIG. 4.30 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	184
FIG. 4.31 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	185
FIG. 4.32 Calor total para diferentes $Kn$ .....	186
FIG. 4.33 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	187
FIG. 4.34 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	188
FIG. 4.35 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	189
FIG. 4.36 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	190
FIG. 4.37 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	191
FIG. 4.38 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	192
FIG. 4.39 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	193



FIG. 4.40 Calor total para diferentes Kn.....	194
FIG. 4.41 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	195
FIG. 4.42 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	196
FIG. 4.43 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	197
FIG. 4.44 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	198
FIG. 4.45 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	199
FIG. 4.46 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	200
FIG. 4.47 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	201
FIG. 4.48 Calor total para diferentes Kn.....	202
FIG. 4.49 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	203
FIG. 4.50 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	204
FIG. 4.51 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	205
FIG. 4.52 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	206
FIG. 4.53 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	207

FIG. 4.54 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	208
FIG. 4.55 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	209
FIG. 4.56 Calor total para diferentes Kn.....	210
FIG. 4.57 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	211
FIG. 4.58 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	212
FIG. 4.59 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	213
FIG. 4.60 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	214
FIG. 4.61 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	215
FIG. 4.62 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	216
FIG. 4.63 Calor total para diferentes Kn.....	217
FIG. 4.64 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	218
FIG. 4.65 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	219
FIG. 4.66 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	220

FIG. 4.67 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	224
FIG. 4.68 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	225
FIG. 4.69 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	226
FIG. 4.70 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	227
FIG. 4.71 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	228
FIG. 4.72 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	229
FIG. 4.73 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	230
FIG. 4.74 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.....	231
FIG. 5.1 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = 0.....	237
FIG. 5.2 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = - 0,01.....	237
FIG. 5.3 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = 0.....	237
FIG. 5.4 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = - 0,01.....	237
FIG. 5.5 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = 0.....	238

FIG. 5.6 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = - 0,01.....	238
FIG. 5.7 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = 0.....	238
FIG. 5.8 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e Br = - 0,01.....	238
FIG. 5.9 Distribuição de $Q_{tot}$ para diferentes valores de Kn e Br = 0.....	245
FIG. 5.10 Distribuição de $Q_{tot}$ para diferentes valores de Kn e Br = - 0,01.....	245
FIG. 5.11 Distribuição de $Q_{tot}$ para diferentes valores de Kn e Br = 0.....	245
FIG. 5.12 Distribuição de $Q_{tot}$ para diferentes valores de Kn e Br = - 0,01.....	245
FIG. 7.1 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	256
FIG. 7.2 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	257
FIG. 7.3 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	258
FIG. 7.4 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	259
FIG. 7.5 Calor total para diferentes Kn.....	260
FIG. 7.6 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	261
FIG. 7.7 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de Kn.....	262
FIG. 7.8 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	263

FIG. 7.9 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	264
FIG. 7.10 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	265
FIG. 7.11 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	266
FIG. 7.12 Calor total para diferentes $Kn$ .....	267
FIG. 7.13 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	268
FIG. 7.14 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	269
FIG. 7.15 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes $Kn$ .....	270
FIG. 7.16 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes $Kn$ .....	271
FIG. 7.17 Distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	272
FIG. 7.18 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	273
FIG. 7.19 Calor total para diferentes $Kn$ .....	274
FIG. 7.20 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	275
FIG. 7.21 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes $Kn$ .....	276
FIG. 7.22 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes $Kn$ .....	277
FIG. 7.23 Distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	278

FIG. 7.24 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	279
FIG. 7.25 Calor total para diferentes Kn.....	280
FIG. 7.26 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	281
FIG. 7.27 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	292
FIG. 7.28 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	293
FIG. 7.29 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	294
FIG. 7.30 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	295
FIG. 7.31 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	296
FIG. 7.32 Calor total para diferentes Kn.....	297
FIG. 7.33 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	298
FIG. 7.34 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	299
FIG. 7.35 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	300
FIG. 7.36 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	301
FIG. 7.37 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	302

FIG. 7.38 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	303
FIG. 7.39 Calor total para diferentes Kn.....	304
FIG. 7.40 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	305
FIG. 7.41 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	306
FIG. 7.42 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	307
FIG. 7.43 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	308
FIG. 7.44 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	309
FIG. 7.45 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	310
FIG. 7.46 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	311
FIG. 7.47 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	312
FIG. 7.48 Calor total para diferentes Kn.....	313
FIG. 7.49 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	314
FIG. 7.50 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	315
FIG. 7.51 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	316

FIG. 7.52 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	317
FIG. 7.53 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	318
FIG. 7.54 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	319
FIG. 7.55 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	320
FIG. 7.56 Calor total para diferentes $Kn$ .....	321
FIG. 7.57 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	322
FIG. 7.58 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	323
FIG. 7.59 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	324
FIG. 7.60 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	325
FIG. 7.61 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	326
FIG. 7.62 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	327
FIG. 7.63 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	328
FIG. 7.64 Calor total para diferentes $Kn$ .....	329
FIG. 7.65 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	330



FIG. 7.66 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	331
FIG. 7.67 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	332
FIG. 7.68 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	333
FIG. 7.69 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	334
FIG. 7.70 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	335
FIG. 7.71 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	336
FIG. 7.72 Calor total para diferentes $Kn$ .....	337
FIG. 7.73 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	338
FIG. 7.74 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	339
FIG. 7.75 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	340
FIG. 7.76 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	341
FIG. 7.77 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	342
FIG. 7.78 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	343
FIG. 7.79 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	344

FIG. 7.80 Calor total para diferentes $Kn$ .....	345
FIG. 7.81 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	346
FIG. 7.82 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	347
FIG. 7.83 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	348
FIG. 7.84 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	349
FIG. 7.85 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	350
FIG. 7.86 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	351
FIG. 7.87 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	352
FIG. 7.88 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	353
FIG. 7.89 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	354
FIG. 7.90 Calor total para diferentes $Kn$ .....	355
FIG. 7.91 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	356
FIG. 7.92 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	357

FIG. 7.93 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	358
FIG. 7.94 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	359
FIG. 7.95 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	360
FIG. 7.96 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	361
FIG. 7.97 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	362
FIG. 7.98 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	363
FIG. 7.99 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	364
FIG. 7.100 Calor total para diferentes $Kn$ .....	365
FIG. 7.101 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	366
FIG. 7.102 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	367
FIG. 7.103 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	368
FIG. 7.104 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	369
FIG. 7.105 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	370
FIG. 7.106 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	371

FIG. 7.107 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	372
FIG. 7.108 Calor total para diferentes Kn.....	373
FIG. 7.109 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	374
FIG. 7.110 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	375
FIG. 7.111 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	376
FIG. 7.112 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	377
FIG. 7.113 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	378
FIG. 7.114 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	379
FIG. 7.115 Calor total para diferentes Kn.....	380
FIG. 7.116 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	381
FIG. 7.117 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	382
FIG. 7.118 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	383
FIG. 7.119 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	384
FIG. 7.120 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	385

FIG. 7.121 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	386
FIG. 7.122 Calor total para diferentes Kn.....	387
FIG. 7.123 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	388
FIG. 7.124 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	389
FIG. 7.125 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	390
FIG. 7.126 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	391
FIG. 7.127 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	392
FIG. 7.128 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	393
FIG. 7.129 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	394
FIG. 7.130 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	395
FIG. 7.131 Calor total para diferentes Kn.....	396
FIG. 7.132 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	397
FIG. 7.133 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	398
FIG. 7.134 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	399

FIG. 7.135 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	400
FIG. 7.136 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	401
FIG. 7.137 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	402
FIG. 7.138 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	403
FIG. 7.139 Detalhe da distribuição do $Nu$ para diferentes $Kn$ .....	404
FIG. 7.140 Calor total para diferentes $Kn$ .....	405
FIG. 7.141 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	406
FIG. 7.142 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	407
FIG. 7.143 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de $Kn$ .....	408
FIG. 7.144 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	409
FIG. 7.145 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de $Kn$ .....	410
FIG. 7.146 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	411
FIG. 7.147 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de $Kn$ .....	412
FIG. 7.148 Distribuição do $Nu$ para diferentes valores de $Kn$ .....	413

FIG. 7.149 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	414
FIG. 7.150 Calor total para diferentes Kn.....	415
FIG. 7.151 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	416
FIG. 7.152 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	417
FIG. 7.153 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	418
FIG. 7.154 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	419
FIG. 7.155 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	420
FIG. 7.156 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	421
FIG. 7.157 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	422
FIG. 7.158 Calor total para diferentes Kn.....	423
FIG. 7.159 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	424
FIG. 7.160 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	425
FIG. 7.161 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	426
FIG. 7.162 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	427
FIG. 7.163 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	428

FIG. 7.164 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	429
FIG. 7.165 Calor total para diferentes Kn.....	430
FIG. 7.166 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	431
FIG. 7.167 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	432
FIG. 7.168 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	433
FIG. 7.169 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	434
FIG. 7.170 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	435
FIG. 7.171 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	436
FIG. 7.172 Calor total para diferentes Kn.....	437
FIG. 7.173 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	438
FIG. 7.174 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	439
FIG. 7.175 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	440
FIG. 7.176 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	441
FIG. 7.177 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	442



FIG. 7.178 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	443
FIG. 7.179 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	444
FIG. 7.180 Calor total para diferentes Kn.....	445
FIG. 7.181 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	446
FIG. 7.182 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	447
FIG. 7.183 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	448
FIG. 7.184 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	449
FIG. 7.185 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	450
FIG. 7.186 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	451
FIG. 7.187 Calor total para diferentes Kn.....	452
FIG. 7.188 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	453
FIG. 7.189 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	454
FIG. 7.190 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	455
FIG. 7.191 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	456

FIG. 7.192 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	457
FIG. 7.193 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	458
FIG. 7.194 Calor total para diferentes Kn.....	459
FIG. 7.195 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	460
FIG. 7.196 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	461
FIG. 7.197 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	462
FIG. 7.198 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	463
FIG. 7.199 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	464
FIG. 7.200 Calor total para diferentes Kn.....	465
FIG. 7.201 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	466
FIG. 7.202 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	467
FIG. 7.203 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	468
FIG. 7.204 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	469
FIG. 7.205 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	470
FIG. 7.206 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	471

FIG. 7.207 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	472
FIG. 7.208 Calor total para diferentes Kn.....	473
FIG. 7.209 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	474
FIG. 7.210 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	475
FIG. 7.211 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.....	476
FIG. 7.212 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	477
FIG. 7.213 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.....	478
FIG. 7.214 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.....	479
FIG. 7.215 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.....	480
FIG. 7.216 Calor total para diferentes Kn.....	481
FIG. 7.217 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	482
FIG. 7.218 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.....	483

## LISTA DE TABELAS

TAB. 1.1 Coeficientes de Acomodação de Quantidade de Movimento Tangencial.....	45
TAB. 1.2 Coeficientes de Acomodação Térmica.....	46
TAB. 4.1 Situações abordadas neste Capítulo.....	138
TAB. 5.1 Valores Assintóticos de Número de Nusselt relativos ao <b>Caso 1</b> .....	239
TAB. 5.2 Valores Assintóticos de Número de Nusselt relativos ao <b>Caso 2</b> .....	240
TAB. 5.3 Valores Assintóticos de Número de Nusselt relativos ao <b>Caso 3</b> .....	242
TAB. 5.4 Valores Assintóticos de Número de Nusselt relativos ao <b>Caso 4</b> .....	243
TAB. 5.5 Valores do Total de Calor trocado através do Escoamento até o Ponto X = 10 no <b>Caso 1</b> .....	246
TAB. 5.6 Valores do Total de Calor trocado através do Escoamento até o Ponto X = 10 no <b>Caso 3</b> .....	248

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

### ABREVIATURAS

$a$  – ordenada relativa à superfície sólida superior

$A_i$  – função utilizada na expansão de autofunções

$B$  – operador linear do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$Br$  – Número de Brinkman

$C_e$  – vazão mássica do fluido interno multiplicada pelo calor específico a pressão constante

$c_p$  – calor específico a pressão constante

$C_p$  – vazão mássica do fluido externo multiplicada pelo calor específico a pressão constante

$c_{p_e}$  – calor específico a pressão constante do fluido interno

$c_{p_p}$  – calor específico a pressão constante do fluido externo

$d$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$D_h$  – diâmetro hidráulico

$d_p$  – constante do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$d_\phi$  – constante do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$E_i$  – energia das moléculas incidentes sobre a superfície

$E_r$  – energia das moléculas refletidas pela superfície

$E_w$  – energia das moléculas ajustada à energia característica da superfície sólida

$f$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$F_t$  – coeficiente de acomodação térmica

$F_v$  – coeficiente de acomodação de quantidade de movimento tangencial

$f_1$  – função qualquer

$f_2$  – função qualquer

$h$  – coeficiente de transferência de calor por convecção; função relativa à condição inicial do Problema de  $T_t$

$H^*$  = relação entre  $C_p$  e  $C_e$

$i$  – contador associado ao Problema de Sturm-Liouville  
 $j$  – contador associado ao Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I; índice de autofunção  
 $k$  – constante adimensional; variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $k_f$  – coeficiente de transferência de calor por condução do fluido  
 $Kn$  – Número de Knudsen  
 $L$  – dimensão característica do sistema; operador linear do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $\dot{m}_e$  – vazão mássica do fluido interno  
 $\dot{m}_p$  – vazão mássica do fluido externo  
 $n$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $N_i$  – norma relativa a autofunção  
 $Nu$  – Número de Nusselt  
 $Nu_\infty$  – Número de Nusselt assintótico  
 $p$  – pressão  
 $P$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $P_e$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $P_j$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $Pr$  – Número de Prandtl  
 $q$  – ordem do polinômio de  $P$   
 $Q$  – variável adimensional relativa ao fluxo de calor na superfície do canal  
 $Q_{tot}$  – variável adimensional relativa à energia térmica acumulada pelo fluido  
 $q_0$  – fluxo de calor constante  
 $r$  – coordenada cilíndrica relativa ao raio  
 $R$  – coordenada cilíndrica adimensional relativa ao raio  
 $\mathfrak{R}$  – constante universal dos gases  
 $S$  – superfície de contorno do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $t$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $T$  – temperatura do fluido; variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $T_{av}$  – potencial médio de  $T$   
 $T_e$  – temperatura do fluido na entrada do canal

$T_{eq}$  – temperatura de equilíbrio do fluido  
 $T_j$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $T_p$  – temperatura da superfície sólida na entrada do canal  
 $T_p$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $T_t$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $T_w$  – temperatura da superfície sólida  
 $T_\phi$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $\overline{T}_t$  – variável  $T_t$  transformada  
 $u$  – velocidade do fluido  
 $U$  – velocidade adimensional do fluido  
 $u_m$  – velocidade média do fluido  
 $u_w$  – velocidade da superfície sólida  
 $V$  – volume de contorno do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $w$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $x$  – coordenada cartesiana relativa à direção do escoamento; variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $X$  – coordenada cartesiana adimensional relativa à direção do escoamento  
 $y$  – coordenada cartesiana relativa à altura  
 $Y$  – coordenada cartesiana adimensional relativa à altura  
 $z$  – coordenada cilíndrica relativa à direção do escoamento  
 $Z$  – coordenada cilíndrica adimensional relativa à direção do escoamento

## SÍMBOLOS

$\alpha$  – difusividade térmica do fluido; variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $\beta$  – expoente relativo à condição de contorno na superfície sólida; variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I  
 $\beta_t$  – constante de acomodação térmica  
 $\beta_v$  – constante de acomodação de quantidade de movimento tangencial

$\gamma$  – razão entre calor específico a pressão constante e calor específico a volume constante;

variável do problema de Calor e Massa de Classe I

$\theta$  – variável adimensional relativa à temperatura do fluido

$\theta_{av}$  – variável adimensional relativa à temperatura média do fluido

$\theta_{fs}$  – variável adimensional relativa à temperatura do fluido junto à superfície sólida

$\theta_w$  – variável adimensional relativa à temperatura da superfície sólida

$\lambda$  – livre caminho médio molecular

$\mu$  – viscosidade dinâmica do fluido

$\mu_i$  – autovalor do Problema de Sturm-Liouville

$\rho$  – massa específica

$\phi$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$\phi_e$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$\phi_j$  – variável do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$\phi_0$  – constante do Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I

$\psi_i$  – autofunção do Problema de Sturm-Liouville



## **LISTA DE SIGLAS**

- TTIC Técnica da Transformada (Transformação) Integral Clássica  
IMSL International Mathematics and Statistics Library

## **RESUMO**

Há grande interesse atual em se estudar microcanais com o intuito de aplicá-los no resfriamento de dispositivos eletrônicos. O objetivo deste trabalho é determinar quantidades de interesse prático em um escoamento em desenvolvimento térmico em microcanais sujeitos a condições de contorno de variação exponencial de temperatura ou fluxo de calor em relação à direção do escoamento. Duas geometrias foram consideradas: tubo de seção circular e placas planas paralelas. A metodologia adotada consistiu na Técnica da Transformação Integral Clássica, TTIC, auxiliada pelo Método da Filtragem. Concluiu-se que há real necessidade de se incluir a dissipação viscosa na formulação de problemas térmicos em microcanais, visto que sua ausência ocasiona desvios significativos nos resultados encontrados.

## **ABSTRACT**

There has been great interest in the study of microchannels, in order to apply them in the refrigeration of electronic devices. The objective of this work is to determine quantities of practical interest in a thermal developing flow through microchannels subjected to boundary conditions of exponential temperature or heat flux variation along the direction of the flow. Two geometrical forms of the channel were considered: circular section tube and parallel plates. The methodology consisted in the Classical Integral Transform Technique, with the assistance of the Split-Up Procedure. It was concluded that there is a real need of including viscous dissipation in microchannels thermal problems, once its absence causes significant deviations on the results found in this work.

## 1 INTRODUÇÃO

Microcanais são canais que possuem dimensões características comparáveis ao livre caminho médio das moléculas do fluido que os percorre internamente. Como possuem diâmetro hidráulico ( $D_h$ ) de dimensões reduzidas, para um dado coeficiente de transferência de calor por condução do fluido ( $k_f$ ) e um certo Número de Nusselt local ( $Nu$ ), são capazes de fornecer um maior coeficiente convectivo  $h$ , avaliado pela EQ. 1.1, conforme foi sugerido e comprovado em experimentos (TUCKERMAN e PEASE, 1981):

$$h = \frac{k_f Nu}{D_h} \quad (1.1)$$

Devido a sua grande capacidade em determinadas situações de dissipar calor, os microcanais são utilizados em trocadores de calor e em aplicações na medicina, em eletrônicos de uso doméstico, aviônica, metrologia, robótica, processos industriais, telecomunicações, indústria automotiva e outras áreas (FOLI, 2005). Sabe-se que trocadores de calor compactos são utilizados para se alcançar uma área de transferência de calor por unidade de volume muito alta ( $\geq 700 \text{ m}^2/\text{m}^3$ ), portanto as seções de escoamento associadas a trocadores de calor compactos são tipicamente pequenas ( $D_h \leq 5 \text{ mm}$ ), e o escoamento é usualmente laminar (INCROPERA e DEWITT, 2003). Um microtrocador de calor, por sua vez, apresenta a relação área / volume de pelo menos  $10000 \text{ m}^2/\text{m}^3$  (FOLI, 2005), o que implica  $D_h \leq 0,4 \text{ mm}$ . Microcanais, de uma maneira geral, possuem comprimentos característicos compreendidos aproximadamente entre 1 e  $100 \mu\text{m}$  e são freqüentemente operados com gases em condições padrões onde o livre caminho médio molecular é da ordem de  $100 \text{ nm}$  (YU e AMEEL, 2001).

Em situações nas quais um comprimento característico do sistema é dimensionalmente comparável ao livre caminho médio das moléculas do fluido presente, adota-se uma relação entre tais grandezas, denominada Número de Knudsen:

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (1.2)$$

Quatro regimes de escoamento foram propostos, de acordo com o valor do Número de Knudsen (BARRON et al., 1997):

escoamento contínuo (níveis ordinários de densidade):  $Kn < 10^{-3}$

escoamento com deslizamento (levemente rarefeito):  $10^{-3} \leq Kn < 10^{-1}$

regime de transição (moderadamente rarefeito):  $10^{-1} \leq Kn < 10$

escoamento molecular livre (altamente rarefeito):  $10 \leq Kn$

No estudo de microcanais, o escoamento é considerado do tipo com deslizamento, portanto para Números de Knudsen compreendidos entre 0,001 e 0,1. A formulação matemática de problemas de escoamento com deslizamento é baseada na Equação de Navier-Stokes, apesar da hipótese do contínuo não ser estritamente observada. Para contornar este aspecto, os efeitos de rarefação são levados em consideração junto às superfícies sólidas. Dois efeitos principais foram observados (ECKERT e DRAKE, 1959). Primeiro, foi notado teoricamente por Maxwell e experimentalmente por Kundt e Warburg que para condições de escoamento próximo ao contorno, a velocidade não é zero, mas o fluido escorrega sobre a superfície com velocidade finita. Segundo, uma descontinuidade na temperatura, ou salto de temperatura, foi postulado por Poisson durante um experimento de transferência de calor de uma superfície para um gás rarefeito, e este efeito também está presente em sistemas estáticos, conforme resultados experimentais de von Smoluchowski (ECKERT e DRAKE, 1959). Estes resultados podem ser obtidos matematicamente a partir da Teoria Cinética dos Gases:

$$u_{y=a} - u_w = \left[ -\frac{2 - F_v}{F_v} \lambda \frac{\partial u}{\partial y} + 3 \left( \frac{\Re T}{8\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\lambda}{T} \frac{\partial T}{\partial Z} \right]_{y=a} \quad (1.3)$$

$$T_{y=a} - T_w = \left[ -\frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{4\Re} u^2 \right]_{y=a} \quad (1.4)$$

Nestas equações, expressas em coordenadas cartesianas,  $a$  representa a ordenada relativa à superfície superior. A origem do eixo das ordenadas é a linha paralela a ambas as superfícies, equidistante das mesmas.

$F_v$  é o coeficiente de reflexão especular, ou coeficiente de acomodação de quantidade de movimento tangencial. Representa a fração da quantidade de movimento tangencial das moléculas incidentes que é transmitida à superfície sólida, e para casos práticos de engenharia é comum adotar-se o valor unitário, o que foi feito em todo este trabalho.

$F_t$  é o coeficiente de acomodação térmica, ou a medida da fração das moléculas refletidas pela superfície sólida que tiveram sua energia média ajustada à energia característica da superfície. Portanto,  $F_t$  pode ser representado como:

$$F_t = \frac{E_r - E_i}{E_w - E_i} \quad (1.5)$$

Neste caso,  $E_r$  é a energia das moléculas refletidas pela superfície;  $E_i$  é a energia das moléculas da corrente livre que incidem sobre a superfície; e  $E_w$  é a energia das moléculas ajustada à energia característica da superfície.

O primeiro termo do segundo membro da EQ. 1.3 representa a velocidade de escorregamento devido ao gradiente de velocidade na direção  $y$ , enquanto o segundo termo representa um efeito térmico devido ao gradiente de temperatura na direção de escoamento. Como  $\lambda \propto T^{-1/2}$ , o segundo termo é de segunda ordem em  $\lambda$ . Além disso,  $\partial/\partial y \gg \partial/\partial z$ ; portanto, o segundo termo na EQ. 1.3 é usualmente desconsiderado. O primeiro termo do segundo membro da EQ. 1.4 representa o salto de temperatura devido ao gradiente de temperatura na direção  $y$ , enquanto o segundo termo representa o aquecimento viscoso devido à velocidade de escorregamento. Com a típica hipótese de baixo Número de Eckert, este último termo também pode ser desprezado. Portanto, somente os primeiros termos das duas condições de contorno de convecção em meio rarefeito, EQS. 1.3 e 1.4, serão mantidos (YU e AMEEL, 2001).

Tanto o coeficiente de acomodação de quantidade de movimento tangencial,  $F_v$ , quanto o coeficiente de acomodação térmica,  $F_t$ , utilizados nas simulações deste problema, descrevem

a interação gás-superfície e são função da composição e temperatura do gás, da velocidade do gás sobre a superfície, da temperatura da superfície, seu estado químico e rugosidade.

A TAB. 1.1 (ECKERT e DRAKE, 1959) apresenta alguns valores de  $F_v$  para gases no interior de superfícies sólidas de diferentes materiais. Conforme pode ser percebido, o valor unitário é uma boa aproximação para  $F_v$ , e é usado na maioria das aplicações de engenharia.

A TAB. 1.2 (ECKERT e DRAKE, 1959) fornece valores do coeficiente de acomodação térmica ( $F_t$ ). Neste caso, uma grande variedade de valores é reportada, de modo que na prática os valores devem ser determinados especificamente para o sistema em investigação.

TAB. 1.1 Coeficientes de Acomodação de Quantidade de Movimento Tangencial

<b>gás</b>	<b>superfície</b>	<b><math>F_v</math></b>
ar	bronze	1,00
CO <sub>2</sub>	bronze	1,00
ar	verniz antigo	1,00
CO <sub>2</sub>	verniz antigo	1,00
ar	Hg	1,00
ar	óleo	0,90
CO <sub>2</sub>	óleo	0,92
H <sub>2</sub>	óleo	0,93
ar	vidro	0,89
He	óleo	0,87
ar	verniz fresco	0,79
ar	Ag <sub>2</sub> O	0,98
He	Ag <sub>2</sub> O	1,00
H <sub>2</sub>	Ag <sub>2</sub> O	1,00
O <sub>2</sub>	Ag <sub>2</sub> O	0,99

TAB. 1.2 Coeficientes de Acomodação Térmica

<b>gás</b>	<b>superfície</b>	<b>F<sub>t</sub></b>
H <sub>2</sub>	platina brilhante	0,32
H <sub>2</sub>	platina negra	0,74
O <sub>2</sub>	platina brilhante	0,81
O <sub>2</sub>	platina negra	0,93
N <sub>2</sub>	platina	0,50
N <sub>2</sub>	tungstênio	0,35
ar	laca plana sobre bronze	0,88-0,89
ar	bronze polido	0,91-0,94
ar	bronze	0,89-0,93
ar	bronze gravado a água forte	0,93-0,95
ar	ferro fundido polido	0,87-0,93
ar	ferro fundido	0,87-0,88
ar	ferro fundido gravado a água forte	0,89-0,96
ar	alumínio polido	0,87-0,95
ar	alumínio	0,95-0,97
ar	alumínio gravado a água forte	0,89-0,97
He	tungstênio	0,025-0,057

O estudo de microcanais é relativamente recente. Diversos pesquisadores têm se dedicado à pesquisa na área, seja com fins teóricos ou de aplicação prática.

Um trabalho que serve de referência para muitos autores é o intitulado “The Graetz problem extended to slip-flow” (BARRON et al., 1997). Nele, o Problema de Graetz é estendido para incluir o efeito de deslizamento, que ocorre em gases a baixas pressões ou em microtubos a pressões ordinárias. Relações simplificadas foram desenvolvidas para descrever o efeito de deslizamento no coeficiente de convecção. Os autores não consideram os efeitos de salto de temperatura na superfície e de dissipação viscosa. Por não atender plenamente às



condições físicas do problema, este modelo é utilizado para fins de comparação com casos que melhor se aproximam da realidade.

Larrodé, Housiadas e Drossinos (LARRODÉ et al., 2000) abordaram novamente o clássico Problema de Graetz, porém introduziram, além do efeito do deslizamento, o efeito do salto de temperatura. A dissipação viscosa não fez parte da formulação do problema. Foi constatado que a transferência de calor depende tanto do grau de rarefação quanto dos coeficientes de acomodação superficiais. O salto de temperatura na superfície, ignorado em investigações anteriores, foi constatado como sendo de essencial importância na análise da transferência de calor.

Foram realizados experimentos para investigar características da transferência de calor da água escoando por microcanais trapezoidais de silício (QU et al., 2000). Os resultados experimentais foram comparados com as previsões numéricas e uma diferença significativa foi encontrada. Os resultados da comparação indicaram que o Número de Nusselt determinado experimentalmente é muito menor do que o encontrado pela análise numérica. Os baixos valores dos Números de Nusselt medidos podem decorrer dos efeitos de rugosidade das superfícies dos microcanais. Baseados em um modelo de viscosidade/rugosidade de um de seus trabalhos anteriores, uma relação modificada que leva em consideração efeitos de viscosidade/rugosidade foi proposta para interpretar os resultados experimentais.

No trabalho de Tunc e Bayazitoglu (TUNC e BAYAZITOGLU, 2001), a transferência de calor por convecção em um escoamento em microtubos, em regime estacionário, laminar e hidrodinamicamente desenvolvido, com condições de contorno de temperatura prescrita e fluxo de calor prescrito, é analisada através de Técnica de Transformação Integral. Efeitos do salto de temperatura na parede e de dissipação viscosa são incluídos na modelagem do problema. Foi estudada a influência do Número de Prandtl no Número de Nusselt, constatando-se que o aumento daquele provoca um aumento neste, uma vez que o salto de temperatura fica amenizado. Para o caso de temperatura de superfície constante, estudou-se apenas a situação em que ocorria resfriamento do fluido, o que aumentou o Número de Nusselt em relação ao caso sem dissipação viscosa. Ainda, os valores assintóticos de Número de Nusselt são os mesmos, independentemente do valor de Número de Brinkman, desde que este não seja nulo. A diferença está no comprimento de canal necessário para se atingir o valor assintótico do Nu, que é menor para Br maiores. No caso com fluxo de calor prescrito, estudou-se tanto o aquecimento quanto o resfriamento através da superfície sólida, e os

valores de  $Nu$  assintóticos diminuíram e aumentaram, respectivamente, em relação ao caso sem dissipação viscosa.

Foi estudada analiticamente a convecção forçada em um escoamento laminar com deslizamento em microcanais retangulares, com temperatura constante nas fronteiras sólidas, com salto de temperatura e sem dissipação viscosa (YU e AMEEL, 2001). Os autores concluíram que a transferência de calor cresce, decresce ou permanece inalterada, em comparação a situações de não-deslizamento, dependendo de duas variáveis adimensionais que incluem efeitos de rarefação e interação fluido-fronteira sólida.

Em um outro importante trabalho investigou-se teoricamente a transferência de calor por convecção em microcanais, os quais apresentam rugosidades na superfície interna das paredes (VASUDEVAIAH e BALAMURUGAN, 2001). Os pesquisadores consideraram as condições de deslizamento e salto de temperatura, e desenvolveram uma expressão para o Número de Nusselt médio. Os resultados mostram que a geração de calor por dissipação viscosa decresce com o aumento do deslizamento do fluido na superfície sólida. Concluiu-se que o Número de Nusselt depende do que se chamou frequência de corrugações, e ele pode diminuir no caso de pequena frequência, e aumenta no caso de alta. Concluiu-se ainda que no caso de alta frequência, o Número de Nusselt é maior quando se trata de fluidos menos rarefeitos.

Há ainda o trabalho de Castilho (CASTILHO, 2002), cujo objetivo foi o estudo da influência dos parâmetros térmicos no campo de temperatura de um problema de convecção forçada interna de fluidos no interior de um microcanal em regime de escoamento deslizante, com salto de temperatura e dissipação viscosa, admitindo troca de calor com o meio externo. Utilizou-se o procedimento analítico-numérico da Técnica da Transformada Integral Generalizada (TTIG). A condução axial ao longo da parede do tubo foi incluída na análise com o intuito de aproximar o modelo matemático da realidade física. Concluiu-se que os perfis de temperatura de parede e de temperatura média de mistura do fluido não são afetados de maneira significativa pelo efeito da dissipação viscosa, a não ser na região termicamente desenvolvida, onde ocorre a elevação da temperatura e somente quando o Número de Brinkman possui valores maiores. Este efeito vai sendo atenuado na temperatura de parede à medida que o Número de Biot aumenta. Por outro lado, o Número de Nusselt sofre um incremento significativo na região termicamente desenvolvida, desde que o Número de Brinkman não seja nulo, porém independe de sua magnitude e do valor do Número de Biot.

No trabalho de Wu e Cheng, (WU e CHENG, 2003) foi realizada uma investigação experimental sobre a transferência de calor por convecção e sobre a queda de pressão de um escoamento laminar, utilizando-se água como fluido, em 13 diferentes microcanais trapezoidais de silício. Verificou-se que os valores do Número de Nusselt e constante de fricção aparente dependem grandemente de diferentes parâmetros geométricos, como razão entre os comprimentos das bases da seção reta do microcanal e razão entre a altura e a base superior. No regime laminar, o Número de Nusselt e a constante de fricção aparente aumentam com o aumento da rugosidade de superfície e propriedades hidrofílicas (revestimento de óxido térmico) de superfície. Baseados em 168 pontos experimentais de coleta de dados, correlações adimensionais do Número de Nusselt e da constante de fricção aparente são obtidas a partir de microcanais com diferentes parâmetros geométricos, rugosidade de superfície e propriedades hidrofílicas de superfície. Constatou-se ainda que em escoamentos com  $Re$  menores que 100, o Número de Nusselt cresce acentuadamente, e para valores de  $Re$  a partir de 100, o aumento é mais modesto.

Os pesquisadores Ghodoossi e Eğrican (GHODOOSI E EĞRICAN, 2005) estudaram a transferência de calor por convecção em um microcanal retangular, em um escoamento com deslizamento e temperatura uniforme nas fronteiras sólidas. Constatou-se que a rarefação causa um decréscimo na transferência de calor na maioria das aplicações de microcanais em engenharia, quaisquer que sejam as razões de aspecto. No entanto, um aumento na transferência de calor em situações de rarefação é observado quando a influência do salto de temperatura nas fronteiras sólidas é fraca.

Foi solucionado analiticamente o problema de transferência de calor por convecção em microcanais de placas paralelas, em regime permanente e laminar, fazendo uso do Método da Transformada Integral e da solução analítica exata do correspondente problema de autovalor em termos de funções hipergeométricas confluentes (MIKHAILOV e COTTA, 2005). Os pesquisadores consideraram salto de temperatura, mas não dissipação viscosa, e o escoamento é hidrodinamicamente desenvolvido e em desenvolvimento térmico, e a temperatura de entrada e a temperatura de superfície são uniformes. Foi determinada a distribuição da temperatura ao longo do microcanal, para o caso de  $Kn\beta_v = 0,1$  e  $\beta_t/\beta_v = 1$ . Além disso, determinaram-se os gráficos relativos à variação da temperatura média e do Número de Nusselt ao longo do canal, sob as mesmas condições.

Renksizbulut, Niazmand e Tercan (RENKSIZBULUT et al., 2006) investigaram numericamente o escoamento de gás rarefeito e a transferência de calor na região de entrada

de microcanais retangulares, com temperatura de parede constante, considerando velocidade de deslizamento e diferença de temperatura nas fronteiras, e desprezando a dissipação viscosa. Os efeitos do Número de Reynolds, razão de aspecto e Número de Knudsen nos campos de velocidade e temperatura em desenvolvimento simultâneo, bem como em parâmetros de interesse como comprimento de entrada térmica, coeficiente de fricção e Número de Nusselt foram examinados em detalhes. Na região de entrada térmica, foram observadas grandes reduções no coeficiente de fricção e no Número de Nusselt devido aos efeitos de rarefação, e também foram constatadas na região termicamente desenvolvida, embora em níveis bem menores. Os resultados mostraram que os coeficientes de fricção e de transferência de calor são menos sensíveis aos efeitos de rarefação em escoamentos através de canais que apresentam quinas, como no caso de canais de seção quadrada, que em escoamentos em placas paralelas. Expressões para Número de Nusselt e fator de fricção na região plenamente desenvolvida são determinadas.

Zhu e Liao (ZHU e LIAO, 2006) estudaram a transferência de calor por convecção em um escoamento forçado, em regime laminar, de um gás em um microcanal de seção arbitrária, sujeito a condições de contorno que combinam fluxo de calor constante e temperatura de superfície constante. O estudo é mais focado em geometrias retangulares e triangulares. Consideraram-se deslizamento, salto de temperatura, mas não dissipação viscosa. O perfil de temperatura adimensional e os Números de Nusselt médios são obtidos considerando escoamento incompressível, hidro e termicamente desenvolvido. As influências do Número de Knudsen, razão de aspecto do canal e da condição de contorno são discutidas. Concluiu-se que os Números de Nusselt em escoamentos com deslizamento são menores que os de escoamento sem deslizamento. Para uma dada razão de aspecto e um certo Kn, o Número de Nusselt médio é maior no caso em que uma parede é aquecida e as demais adiabáticas quando comparado aos demais casos abordados, como por exemplo o caso em que todas as paredes são mantidas a temperaturas constantes.

Lee e Garimella (LEE e GARIMELLA, 2006) analisaram a transferência de calor por convecção em escoamento laminar na região de entrada de microcanais de seção retangular, com condição de contorno de fluxo de calor uniforme. Simulações numéricas para geometrias tridimensionais foram desenvolvidas para escoamento em desenvolvimento térmico, em microcanais de diferentes razões de aspecto. Os Números de Nusselt local e médio são apresentados graficamente. Correlações generalizadas para o Nu são propostas e comparadas com dados experimentais disponíveis, e mostram concordância muito boa. Assim, concluiu-se

que as expressões encontradas podem ser úteis para o projeto e a otimização de microtrocaadores de calor e outros dispositivos semelhantes.

Brandner e demais colaboradores (BRANDNER et al., 2006) abordam conceitos de microtrocaadores de calor, com o intuito de aumentar a transferência de calor. Eles afirmam que a transferência de calor pode ser aumentada diminuindo-se o diâmetro hidráulico ou alterando-se a geometria de microcanais para geometrias mais complexas, e para isso são feitas comparações entre diferentes configurações de microcanais. Os autores afirmam que futuras otimizações em microtrocaadores de calor devem ser obtidas através do estudo da dependência da transferência de calor em relação à geometria e a propriedades de superfície.

Myong, Lockerby e Reese (MYONG et al., 2006) estudaram uma extensão do Problema de Graetz em microtubos em regime de escoamento com deslizamento e temperatura de superfície constante. Não foi considerada dissipação viscosa, porém incluiu-se condução axial. Concluiu-se que seu emprego implica aumento do Número de Nusselt na entrada térmica. Foram empregados os Modelos de Langmuir e de Maxwell. É mostrado que o Modelo de Langmuir, que considera efeitos de adsorção, sempre prediz uma redução na transferência de calor com o aumento da rarefação, como ocorre com o Modelo de Maxwell, a não ser quando o coeficiente de acomodação térmica é muito menor que o coeficiente de acomodação de quantidade de movimento tangencial.

No artigo de Kuddusi e Çetegen (KUDDUSI e ÇETEGEN, 2007), é estudado o escoamento com deslizamento, salto de temperatura e sem dissipação viscosa em microcanais retangulares aquecidos com fluxo uniforme de calor. O estudo é estendido às oito possíveis versões térmicas que são formadas por diferentes combinações de paredes aquecidas e adiabáticas. As distribuições de velocidade e temperatura são utilizadas para a determinação do Número de Nusselt médio para cada combinação de condições de contorno. Foi concluído que, em todos os casos, houve uma queda no valor do Número de Nusselt devido ao efeito de rarefação. Concluiu-se ainda que a transferência de calor pode aumentar, diminuir ou permanecer a mesma para diferentes razões de aspecto.

Cita-se também o trabalho de Aydın e Avcı (AYDIN e AVCI, 2007). Neste estudo, os autores abordam analiticamente o problema de transferência de calor por convecção em micro-escoamento laminar forçado de um fluido newtoniano entre duas placas paralelas. O efeito de dissipação viscosa, a velocidade de deslizamento e o salto de temperatura na parede são considerados. Os casos hidro e termodinâmicos plenamente desenvolvidos são examinados. São estudados os casos de fluxo de calor prescrito e temperatura prescrita nas

fronteiras. Os efeitos interativos do Número de Brinkman e do Número de Knudsen sobre o Número de Nusselt foram analisados, e concluiu-se que este pode aumentar ou diminuir em relação ao caso sem dissipação viscosa, dependendo do Número de Brinkman adotado ser negativo ou positivo, respectivamente.

Chen (CHEN, 2007) apresenta uma análise de convecção forçada em microcanais utilizados no resfriamento de eletrônicos. O microcanal é modelado como um meio poroso saturado de fluido. Soluções numéricas são obtidas baseadas na equação estendida de Forchheimer-Brinkman Darcy. O trabalho abordou os efeitos de parâmetros de interesse em microcanais: razão de aspecto, porosidade e razão de condutividade térmica efetiva. Constatou-se que o Número de Nusselt aumenta com o incremento da razão de aspecto do canal e porosidade, e decresce com o aumento da razão de condutividade térmica efetiva.

Dongari, Agrawal e Agrawal (DONGARI et al., 2007) tratam da solução de escoamento gasoso com deslizamento em microcanais longos. O escoamento está em regime permanente e é hidrodinamicamente desenvolvido. As temperaturas nas superfícies sólidas são constantes. A condição de deslizamento na superfície é tratada como uma condição de contorno de segunda ordem. A solução foi comparada com a solução com a condição de contorno de primeira ordem, e é mostrado que a solução do trabalho tem uma fraca dependência do Número de Reynolds. É enfatizado que a abordagem de primeira ordem não prediz um ponto de mínimo na curva de vazão volumétrica normalizada em relação ao Número de Knudsen, quando este é próximo à unidade. Uma comparação com a solução de Boltzmann sugere que a solução do trabalho concorda razoavelmente bem com Kn até aproximadamente 5, o que mostra que a validade da Equação de Navier-Stokes para gases rarefeitos possivelmente pode ser melhor demonstrada utilizando-se condições de deslizamento de ordem superior e escolhas apropriadas dos coeficientes de deslizamento. É afirmado ainda que, devido à dificuldade em se realizar medições precisas, simulações devem ser as abordagens mais comumente usadas para se estudar escoamento de gases em microcanais.

Neste trabalho objetiva-se estudar a transferência de calor em microcanais (placas paralelas e tubo) com decaimento exponencial de temperatura e de fluxo de calor na superfície sólida ao longo do canal. Esta escolha teve a intenção de se tentar aproximar a formulação do problema de um microtrocador de calor, que apresenta variação de temperatura de superfície e de fluxo de calor na superfície de forma aproximadamente exponencial. Estudos com estes tipos de condições de contorno não são bem explorados em canais de dimensões típicas, e são aparentemente inéditos em canais de dimensões reduzidas.

São conhecidos diversos comportamentos de grandezas térmicas em microcanais sujeitos a condições de contorno de temperatura constante, fluxo de calor constante e troca de calor por convecção com o exterior, portanto houve a motivação de se estudar este fenômeno em condições de contorno não usuais. Com esta finalidade, será empregado o Método da Filtragem com o intuito de separar as não-homogeneidades do problema, e a Técnica da Transformada Integral Clássica (TTIC) será utilizada na solução do problema homogêneo pelo fato de ser sua implementação computacional relativamente simples.

O estudo pretende servir de base a pesquisas que incluem soluções fundamentais para microtrocadores bitubulares e de dupla placa, uma vez que contempla decaimento exponencial de temperatura ou fluxo de calor na superfície sólida. Sendo assim, pretende-se que possa ser utilizado como auxílio em projetos de trocadores de calor de dimensões reduzidas.

O texto é dividido em 7 capítulos. O capítulo 1 introduz o assunto, no capítulo 2 abordam-se os casos considerados apenas com a introdução do deslizamento do fluido junto à superfície sólida. No capítulo 3 introduz-se o salto de temperatura, e no 4 a dissipação viscosa, ou seja, acrescentam-se aos poucos elementos que melhor caracterizam o fenômeno físico. No capítulo 5 são feitas conclusões a respeito dos resultados obtidos, bem como sugeridos pontos a serem estudados futuramente, e o capítulo 6 é destinado à bibliografia. O capítulo 7 é um apêndice, dividido em APÊNDICE 1 e APÊNDICE 2, que contemplam situações não abordadas nos capítulos 3 e 4, respectivamente, e servem de texto adicional para uma consulta mais abrangente a respeito dos casos tratados neste trabalho.

## 2 ENTRADA TÉRMICA EM MICROCANAIS EMPREGANDO-SE O PERFIL DE VELOCIDADE COM DESLIZAMENTO

Neste capítulo, serão estudadas grandezas de interesse da transferência de calor em escoamentos em microcanais, tanto de placas planas paralelas como em tubo. Como se trata de um canal com dimensões reduzidas, é necessário que se considere que o fluido não se adere à superfície sólida, mas desliza sobre a mesma. Sendo assim, o perfil de velocidade de Poiseuille não é uma boa aproximação do problema devido à importância do Número de Knudsen.

### 2.1 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE VELOCIDADE PLENAMENTE DESENVOLVIDO COM DESLIZAMENTO

Seja o escoamento entre placas planas paralelas. Segundo reporta a literatura (ECKERT e DRAKE, 1959), o perfil de velocidade plenamente desenvolvido é a seguir determinado. Considerando-se um fluido newtoniano, com propriedades termofísicas constantes, em escoamento unidirecional, laminar, incompressível, regime permanente, desprezando-se forças de corpo e dissipação viscosa, e hidrodinamicamente desenvolvido, obtém-se sua equação governante do perfil de velocidade:

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (2.1)$$

Neste trabalho, considerando-se o escoamento entre placas paralelas, a origem do eixo das ordenadas encontra-se no plano paralelo às superfícies superior e inferior, equidistante das mesmas, isto é, localizado à meia-altura entre as superfícies sólidas. Isto é utilizado devido ao fato de o escoamento ser simétrico em relação a esse plano. O eixo das ordenadas, por sua vez, é perpendicular a esse plano. Sendo assim, uma vez obtido o perfil de velocidade entre a meia-altura e uma das superfícies, basta que este seja “espelhado” em relação ao plano



eqüidistante das superfícies para que seja conhecido o perfil completo. Situação equivalente é válida no caso de escoamento em tubo. A FIG. 2.1 ilustra o caso de escoamento em placas paralelas.

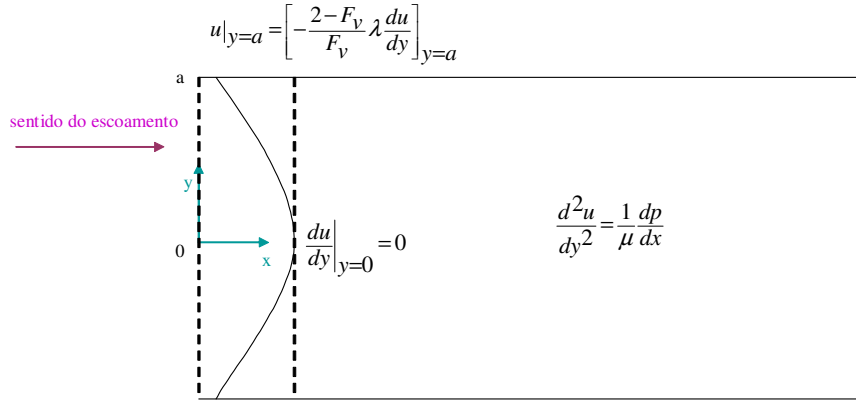


FIG. 2.1 Figura representativa do escoamento em microcanais.

Portanto, a condição de contorno em  $y = 0$  é:

$$\frac{du}{dy} \Big|_{y=0} = 0 \quad (2.2)$$

Como há deslizamento junto à superfície sólida, observa-se o disposto na EQ. 1.3, tendo-se em mente que a placa está parada:

$$u|_{y=a} = \left[ -\frac{2-F_v}{F_v} \lambda \frac{du}{dy} \right]_{y=a} \quad (2.3)$$

A EQ. 2.1, com a complementação das condições de contorno dadas pelas EQS. 2.2 e 2.3 apresenta solução analítica. No entanto, por motivos de simplificação e generalização, optou-se por adotar em todo este trabalho a adimensionalização das equações em questão, tanto às relativas à conservação da quantidade de movimento quanto de energia. No caso específico das equações acima, adotam-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$Y = \frac{y}{a}$$

$$U(Y) = \frac{u(y)}{u_m}$$

Portanto, o perfil de velocidade plenamente desenvolvido, em coordenadas adimensionais é o seguinte:

$$U(Y) = \frac{\frac{3}{2}(1-Y^2) + 6\beta_v Kn}{1 + 6\beta_v Kn} \quad (2.4)$$

onde  $\beta_v$  é a constante de acomodação de quantidade de movimento tangencial, dada por:

$$\beta_v = \frac{2 - F_v}{F_v} \quad (2.5)$$

e

$$Kn = \frac{\lambda}{2a}$$

Em relação ao escoamento em tubo, o problema hidrodinâmico, considerando-se todas as simplificações do escoamento em placas, pode ser modelado matematicamente, conforme referencia a literatura (ECKERT e DRAKE, 1959) como:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} r \quad (2.6)$$

$$\left. \frac{du}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad (2.7)$$

$$u \Big|_{r=a} = \left[ -\frac{2 - F_v}{F_v} \lambda \frac{du}{dr} \right]_{r=a} \quad (2.8)$$

Similarmente, adotam-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$R = \frac{r}{a}$$
$$U(R) = \frac{u(r)}{u_m}$$

Novamente:

$$Kn = \frac{\lambda}{2a}$$

O perfil de velocidade plenamente desenvolvido torna-se então:

$$U(R) = \frac{2(1 - R^2 + 4Kn\beta_v)}{1 + 8Kn\beta_v} \quad (2.9)$$

É interessante notar nas EQS. 2.4 e 2.9 que para Kn desprezíveis, ou seja, quando se despreza o deslizamento junto à superfície sólida, as equações tomam as formas clássicas largamente conhecidas na literatura.

## 2.2 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA

Seja novamente o problema de escoamento entre placas planas paralelas. Será abordado agora o problema térmico, e para tal consideram-se as mesmas hipóteses simplificadoras da seção 2.1. Além disso, desprezam-se a geração interna de energia e a difusão de calor na direção axial do escoamento. A temperatura de entrada é uniforme, o perfil de temperatura é simétrico em relação à reta paralela equidistante das superfícies sólidas, e a temperatura nas fronteiras apresenta decaimento exponencial. Pretende-se com isso aproximar a formulação matemática à de um trocador de calor “placa em placa”, visto que a temperatura na superfície do canal interno apresenta comportamento semelhante.

Sendo assim, as equações que regem o problema são:

$$u(y) \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.10)$$

$$T(y, 0) = T_e \quad (2.11)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (2.12)$$

$$T(a, x) = T_{eq} + (T_p - T_{eq}) e^{-\beta x} \quad (2.13)$$

A EQ. 2.13 é, na verdade, uma tentativa de aproximação do que ocorre em um trocador de calor “placa em placa”. A FIG. 2.2 ilustra tal situação, onde os escoamentos têm sentido contrário, mas isso não é uma obrigatoriedade.

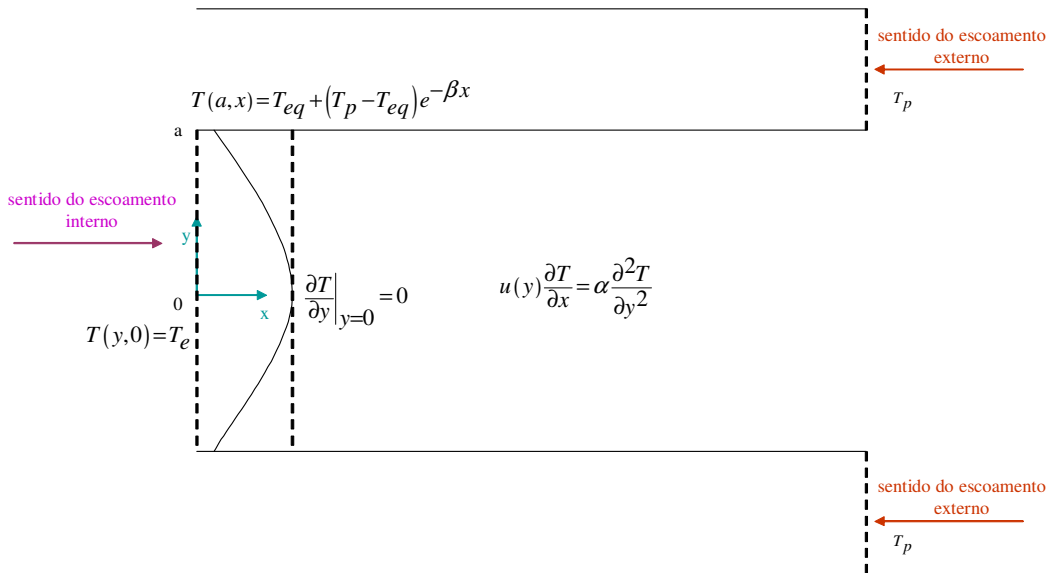


FIG. 2.2 Figura representativa de um microtrocador de calor.

Sabe-se que as temperaturas dos fluidos quente e frio tendem a um valor comum, ou seja, a uma temperatura de equilíbrio, e que essa mudança se dá na forma de decaimento ou aumento de forma aproximadamente exponencial. Por meio da equação da energia, considerando-se que a transferência de calor entre o trocador e sua vizinhança é desprezível, assim como as variações de energia potencial e cinética dos fluidos, e ainda que estes não

sofrem mudança de fase e seus calores específicos sejam constantes, pode-se deduzir a expressão para a temperatura de equilíbrio:

$$T_{eq} = \frac{C_p T_p + C_e T_e}{C_p + C_e} \quad (2.14)$$

onde:

$$C_p = \dot{m}_p \cdot c_{p_p} \quad (2.15)$$

$$C_e = \dot{m}_e \cdot c_{p_e} \quad (2.16)$$

Com o intuito de simplificar e generalizar o problema, novamente uma adimensionalização é empregada. As seguintes variáveis adimensionais são utilizadas:

$$X = \frac{\alpha x}{u_m a^2}$$

$$\theta = \frac{T - T_e}{T_p - T_e}$$

Utilizando-se também de variáveis adimensionais previamente definidas, as EQS. 2.10-2.13 tomam a seguinte forma adimensional:

$$U(Y) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (2.17)$$

$$\theta(Y, 0) = 0 \quad (2.18)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (2.19)$$

$$\theta(1, X) = \left( \frac{C_p}{C_p + C_e} \right) + \left( \frac{C_e}{C_p + C_e} \right) e^{-\left( \frac{\beta u_m a^2}{\alpha} \right) X} \quad (2.20)$$

As EQS. 2.17-2.20 formam o chamado **Caso 1**. Formulou-se também um problema com fluxo de calor prescrito, com decaimento exponencial como condição de contorno na superfície. Dimensionalmente, essa condição é a seguinte:

$$-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=a} = -q_0 (1 + ke^{-\beta x}) \quad (2.21)$$

Sendo assim, um novo problema dimensional, formado pelas EQS. 2.10-2.12 e 2.21, é considerado. Adota-se, neste caso, uma adimensionalização diferente para a temperatura:

$$\theta = \frac{T - T_e}{\frac{q_0 a}{k_f}}$$

Portanto, o chamado **Caso 2**, em sua forma adimensional, é:

$$U(Y) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (2.22)$$

$$\theta(Y, 0) = 0 \quad (2.23)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (2.24)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = 1 + ke^{-\left(\frac{\beta u_m a^2}{\alpha}\right) X} \quad (2.25)$$

Os chamados **Caso 1** e **Caso 2**, com condição de contorno na superfície de temperatura prescrita com decaimento exponencial e fluxo de calor com decaimento exponencial, respectivamente, referem-se a microcanais de placas planas paralelas.

Similarmente, adotando-se as mesmas hipóteses simplificadoras, formularam-se problemas com as mesmas condições para microtubos. Neste caso, coordenadas cilíndricas são utilizadas. Para o caso de temperatura prescrita, as equações dimensionais são:

$$u(r) \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.26)$$

$$T(r, 0) = T_e \quad (2.27)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (2.28)$$

$$T(a, z) = T_{eq} + (T_p - T_{eq}) e^{-\beta z} \quad (2.29)$$

Como no **Caso 1**, as EQS. 2.26-2.29 são adimensionalizadas, utilizando-se o mesmo critério para  $\theta$ , além da seguinte variável adimensional:

$$Z = \frac{\alpha z}{u_m a^2}$$

Portanto, o chamado **Caso 3**, adimensional, é:

$$RU(R) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \quad (2.30)$$

$$\theta(R, 0) = 0 \quad (2.31)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (2.32)$$

$$\theta(1, Z) = \left( \frac{C_p}{C_p + C_e} \right) + \left( \frac{C_e}{C_p + C_e} \right) e^{-\left( \frac{\beta u_m a^2}{\alpha} \right) Z} \quad (2.33)$$

Para o caso de fluxo de calor prescrito, formula-se um novo problema, que dimensionalmente apresenta equações iguais às 2.26-2.28, além da nova condição na superfície sólida:

$$-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=a} = -q_0 (1 + k e^{-\beta z}) \quad (2.34)$$

Novamente, empregando-se as variáveis adimensionais já conhecidas para coordenadas cilíndricas, e formulação para  $\theta$  idêntica à utilizada no **Caso 2**, tem-se o **Caso 4**:

$$RU(R) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \quad (2.35)$$

$$\theta(R, 0) = 0 \quad (2.36)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (2.37)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} = 1 + ke \left( \frac{\beta u_m a^2}{\alpha} \right) Z \quad (2.38)$$

Os **Casos 1, 2, 3 e 4** guardam semelhanças entre si, e por isso podem ser considerados sob a ótica de um caso mais geral, denominado Problema de Difusão de Calor e Massa de Classe I (MIKHAILOV e ÖZİŞİK, 1994):

$$w(x) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} + LT(x, t) = P(x, t), \quad x \in V \quad (2.39)$$

$$T(x, 0) = f(x), \quad x \in V \quad (2.40)$$

$$BT(x, t) = \phi(x, t), \quad x \in S \quad (2.41)$$

onde os operadores lineares são definidos como:

$$L \equiv -\nabla \cdot [k(x) \nabla] + d(x) \quad (2.42)$$

$$B \equiv \alpha(x) + \beta(x) k(x) \frac{\partial}{\partial n} \quad (2.43)$$

Aqui,  $\partial/\partial n$  representa a derivada normal na superfície de contorno  $S$  no sentido externo. Desta forma, o problema formulado pelas EQS. 2.39-2.43 é o que deverá ser solucionado, pois representa os casos originais 1-4.

Teoricamente, o problema geral acima descrito apresenta solução se abordado diretamente pela Técnica da Transformação Integral. No entanto, para os casos em que as funções  $\phi(x, t)$  (EQ. 2.41) e  $P(x, t)$  (EQ. 2.39) são representadas por exponenciais em  $t$  e polinômios de ordem  $q$  em  $t$ , é melhor por razões computacionais dividir sua solução geral em



um sistema composto por equações diferenciais ordinárias não-homogêneas e equação diferencial parcial homogênea (MIKHAILOV e ÖZİŞIK, 1994). A isto se chama Método da Filtragem.

Separa-se o problema geral dado pelas EQS. 2.39-2.43 em um conjunto de problemas mais simples contendo: um problema homogêneo e um conjunto de problemas não-homogêneos, para os quais soluções separadas podem ser obtidas por métodos que não a técnica de expansão em autofunções.

Quando os termos não-homogêneos  $P(x,t)$  e  $\phi(x,t)$  são representados por exponenciais e polinômios de ordem  $q$  em  $t$  da forma

$$P(x,t) = P_e(x) e^{-d_p t} + \sum_{j=0}^q P_j(x) t^j, \quad x \in V \quad (2.44)$$

$$\phi(x,t) = \phi_e(x) e^{-d_\phi t} + \sum_{j=0}^q \phi_j(x) t^j, \quad x \in S \quad (2.45)$$

onde  $d_p$  e  $d_\phi$  são constantes, então a solução  $T(x,t)$  do problema geral dado pelas EQS. 2.39-2.43 pode ser dividida na solução de problemas mais simples da forma

$$T(x,t) = T_\phi(x) e^{-d_\phi t} + T_p(x) e^{-d_p t} + \sum_{j=0}^q T_j(x) t^j + T_t(x,t), \quad x \in V \quad (2.46)$$

Naturalmente, há uma razão para se escolher uma solução na forma apresentada pela EQ. 2.46. Como os termos fontes  $P(x,t)$  e  $\phi(x,t)$  para a equação diferencial e as condições de contorno, respectivamente, são representados por exponenciais e polinômios de ordem  $q$  em  $t$ , funções similares são supostamente aceitas na solução separada, EQ. 2.46.

Ao se fazer a substituição de  $T(x,t)$  na EQ. 2.39, bem como nas suas condições inicial, EQ. 2.40 e de contorno, EQ. 2.41, pela expressão da EQ. 2.46, podem ser constatadas as formulações para cada um dos sub-problemas que compõem a solução final.

Portanto, o problema para  $T_\phi(x)$  é formulado como:

$$LT_\phi(x) = d_\phi w(x) T_\phi(x), \quad x \in V \quad (2.47)$$

$$BT_\phi(x) = \phi_e(x), \quad x \in S \quad (2.48)$$

Por sua vez, o problema envolvendo  $T_p(x)$  é:

$$LT_p(x) = d_p w(x) T_p(x) + P_e(x), \quad x \in V \quad (2.49)$$

$$BT_p(x) = 0, \quad x \in S \quad (2.50)$$

Seguindo-se o mesmo raciocínio, tem-se que:

$$LT_q(x) = P_q(x), \quad x \in V \quad (2.51)$$

$$BT_q(x) = \phi_q(x), \quad x \in S \quad (2.52)$$

e

$$LT_j(x) + (j+1)w(x)T_{j+1}(x) = P_j(x), \quad x \in V \quad (2.53)$$

$$BT_j(x) = \phi_j(x), \quad x \in S \quad (2.54)$$

onde  $j = q - 1, q - 2, \dots, 1, 0$ .

A função  $T_t(x, t)$  é a solução do seguinte problema homogêneo transiente:

$$w(x) \frac{\partial T_t(x, t)}{\partial t} + LT_t(x, t) = 0, \quad x \in V \quad (2.55)$$

$$T_t(x, 0) = f(x) - T_\phi(x) - T_p(x) - T_0(x) = h(x), \quad x \in V \quad (2.56)$$

$$BT_t(x, t) = 0, \quad x \in S \quad (2.57)$$

Sempre que possível, devem-se buscar soluções analíticas para  $T_\phi(x)$ ,  $T_p(x)$ ,  $T_j(x)$  e  $T_t(x, t)$ . As três primeiras funções referem-se a equações diferenciais ordinárias. No caso de  $T_p(x)$  e  $T_j(x)$ , foram encontradas soluções analíticas. No cálculo de  $T_\phi(x)$ , buscou-se uma solução numérica através da subrotina DBVFPD da IMSL (IMSL, 1997), devido ao fato de

que sua equação principal apresenta coeficientes variáveis. A última equação, diferencial parcial, é solucionada através da TTIC. Para isso, busca-se sua solução através de uma expansão de autofunções do tipo:

$$T_t(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i(t) \psi_i(x), \quad x \in V \quad (2.58)$$

Substituindo-se a expressão da EQ. 2.58 nas EQS. 2.55-2.57, obtém-se o seguinte problema de autovalores:

$$\mu_i^2 w(x) \psi_i(x) = L \psi_i(x), \quad x \in V \quad (2.59)$$

$$B \psi_i(x) = 0, \quad x \in S \quad (2.60)$$

O problema homogêneo formado pelas EQS. 2.59 e 2.60 é chamado de Problema de Sturm-Liouville, e possui soluções não-triviais apenas para certos valores dos parâmetros  $\mu_i^2$  ( $i=1, 2, \dots, \infty$ ), chamados autovalores, e das correspondentes soluções não-triviais  $\psi(\mu_i, x) \equiv \psi_i(x)$  chamadas autofunções (MIKHAILOV e ÖZİŞIK, 1994).

Operam-se os dois membros da EQ. 2.58 com  $\int_V w(x) \psi_j(x) dx$ :

$$\int_V w(x) \psi_j(x) T_t(x,t) dx = \sum_{i=1}^{\infty} A_i(t) \int_V w(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (2.61)$$

A condição de ortogonalidade relativa às autofunções do Problema de Sturm-Liouville atesta que:

$$\int_V w(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ N_i, & i = j \end{cases} \quad (2.62)$$

Portanto, é possível explicitar uma expressão para  $A_i(t)$ :

$$A_i(t) = \frac{1}{N_i} \int_V w(x) \psi_i(x) T_i(x,t) dx \quad (2.63)$$

A EQ. 2.63 é inserida na EQ. 2.58 e a expansão resultante para  $T_i(x,t)$  é dividida em duas partes, definindo assim o par transformada-integral:

$$\bar{T}_i(t) = \frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \int_V w(x) \psi_i(x) T_i(x,t) dx \quad (2.64)$$

$$T_i(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \psi_i(x) \bar{T}_i(t) \quad (2.65)$$

Atentando-se particularmente aos 4 casos descritos anteriormente, pode-se perceber na EQ. 2.39 que  $P(x,t) = 0$ . Além disso, o valor de  $d(x)$ , descrito na EQ. 2.42, também é nulo em todos os casos apresentados. Sendo assim, procede-se da forma descrita a seguir para se determinar uma expressão para  $T_i(x,t)$ .

Primeiramente, opera-se a EQ. 2.55 com  $\frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \int_V \psi_i(x) dx$ . Com o auxílio da EQ. 2.64,

chega-se a:

$$\frac{d\bar{T}_i}{dt} = \frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \int_V \psi_i(x) \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x) \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) dx \quad (2.66)$$

Similarmente, opera-se a EQ. 2.59 com  $\frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \int_V T_i(x,t) dx$ . Novamente, com o auxílio da

EQ. 2.64, obtém-se:

$$\mu_i^2 \bar{T}_i(t) = -\frac{1}{N_i^{\frac{1}{2}}} \int_V T_i(x,t) \frac{d}{dx} \left( k(x) \frac{d\psi_i}{dx} \right) dx \quad (2.67)$$

Em seguida, efetua-se a soma das EQS. 2.66 e 2.67. Realizando-se a integração por partes, e aplicando-se as condições de contorno presentes nas EQS. 2.57 e 2.60, após algum algebrismo pode-se mostrar que:

$$\frac{d\bar{T}_i}{dt} + \mu_i^2 \bar{T}_i(t) = 0 \quad (2.68)$$

Portanto, a solução da EQ. 2.68 é:

$$\bar{T}_i(t) = \bar{T}_i(0) e^{-\mu_i^2 t} \quad (2.69)$$

A condição inicial da EQ. 2.68, obtida a partir da EQ. 2.64, é:

$$\bar{T}_i(0) = \frac{1}{N_i^2} \int_V w(x) \psi_i(x) (f(x) - T_\phi(x) - T_p(x) - T_0(x)) dx \quad (2.70)$$

Deste modo, pode-se obter uma expressão direta para  $T_i(x,t)$ , utilizando-se as EQS. 2.65, 2.69 e 2.70:

$$T_i(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \left[ \int_V w(x) \psi_i(x) (f(x) - T_\phi(x) - T_p(x) - T_0(x)) dx \right] \psi_i(x) e^{-\mu_i^2 t} \quad (2.71)$$

A função  $T_i(x,t)$ , conforme descrita na EQ. 2.71, apesar de apresentar-se na forma analítica, depende de seus autovalores  $\mu_i$ . Estes, por sua vez, são determinados através da subrotina DS2EIG da IMSL. Esta subrotina, além dos autovalores, fornece também as autofunções  $\psi_i$ . As normas,  $N_i$ , são obtidas através de sua definição, EQ. 2.62.

Finalmente, a partir da EQ. 2.46, tem-se a equação desejada, aquela que soluciona o problema:

$$T(x,t) = T_\phi(x)e^{-d_\phi t} + T_p(x)e^{-d_p t} + \sum_{j=0}^q T_j(x)t^j + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \left[ \int_V w(x)\psi_i(x)(f(x) - T_\phi(x) - T_p(x) - T_0(x)) dx \right] \psi_i(x)e^{-\mu_i^2 t}, \quad x \in V \quad (2.72)$$

onde as soluções de  $T_\phi(x)$ ,  $T_p(x)$ ,  $T_q(x)$  e  $T_j(x)$  devem vir das EQS. 2.47-2.48, 2.49-2.50, 2.51-2.52 e 2.53-2.54, respectivamente.

A EQ. 2.72 é a solução para os **Casos 1 e 3**, citados anteriormente. No entanto, ela não pode ser utilizada, da maneira como está descrita, na solução dos **Casos 2 e 4**. Isto se deve ao fato de as condições de contorno nestes problemas serem todas relativas a fluxo de calor prescrito, conforme evidenciam as EQS. 2.24, 2.25, 2.37 e 2.38. Assim, também pelo fato de  $d(x) = 0$ , sabe-se que  $\mu_0 = 0$  é também um autovalor, e  $\psi_0 = \text{constante}$  é a correspondente autofunção no Problema de Sturm-Liouville, EQS. 2.59-2.60. De fato, ao se formular o problema de valor de contorno relativo a  $T_q(x)$ , pode-se perceber que este não apresenta solução.

Surge então a necessidade de se definir um potencial médio de  $T(x,t)$  sobre toda a região. Tal potencial é necessário para incluir, na EQ. 2.72, a participação do autovalor  $\mu_0$  nulo. Além disso, os sub-problemas nos quais  $T(x,t)$  é inicialmente dividido devem ser reformulados, com o intuito de se levar em consideração esse potencial.

Matematicamente, o potencial médio de  $T(x,t)$  é definido como:

$$T_{av}(t) = \frac{\int_V w(x)T(x,t) dv}{\int_V w(x) dv} \quad (2.73)$$

Portanto, a solução dos **Casos 2 e 4** é dada pela seguinte expressão, adaptada da EQ. 2.46:

$$T(x,t) = T_{av}(t) + T_\phi(x)e^{-d_\phi t} + T_p(x)e^{-d_p t} + \sum_{j=0}^q T_j(x)t^j + T_i(x,t), \quad x \in V \quad (2.74)$$

Considere-se a seguinte definição:

$$(f_1, f_2) \equiv \int_V w(x) f_1(x) f_2(x) dv \quad (2.75)$$

onde  $f_1(x)$  e  $f_2(x)$  são funções quaisquer de  $x$ . Sendo assim, os novos sub-problemas são escritos como a seguir. Para  $T_\phi(x)$ :

$$\frac{w(x)}{(1,1)} \int_S \phi_e(x) ds + LT_\phi(x) = d_\phi w(x) T_\phi(x), \quad x \in V \quad (2.76)$$

$$BT_\phi(x) = \phi_e(x), \quad x \in S \quad (2.77)$$

$$(1, T_\phi) = 0 \quad (2.78)$$

No caso de  $T_p(x)$ :

$$\frac{w(x)}{(1,1)} \int_V P_e(x) dv + LT_p(x) = d_p w(x) T_p(x) + P_e(x), \quad x \in V \quad (2.79)$$

$$BT_p(x) = 0, \quad x \in S \quad (2.80)$$

$$(1, T_p) = 0 \quad (2.81)$$

O problema para  $T_q(x)$  é:

$$\frac{w(x)}{(1,1)} \left[ \int_S \phi_q(x) ds + \int_V P_q(x) dv \right] + LT_q(x) = P_q(x), \quad x \in V \quad (2.82)$$

$$BT_q(x) = \phi_q(x), \quad x \in S \quad (2.83)$$

$$(1, T_q) = 0 \quad (2.84)$$

Para  $T_j(x)$ , tem-se:

$$\frac{w(x)}{(1,1)} \left[ \int_S \phi_j(x) ds + \int_V P_j(x) dv \right] + LT_j(x) + (j+1)w(x)T_{j+1}(x) = P_j(x), \quad x \in V \quad (2.85)$$

$$BT_j(x) = \phi_j(x), \quad x \in S \quad (2.86)$$

$$(1, T_j) = 0 \quad (2.87)$$

$j = q-1, q-2, \dots, 1, 0.$

A função  $T_i(x, t)$  é a solução do seguinte problema homogêneo transiente:

$$w(x) \frac{\partial T_i(x, t)}{\partial t} + LT_i(x, t) = 0, \quad x \in V \quad (2.88)$$

$$T_i(x, 0) = f(x) - \frac{(1, f)}{(1, 1)} - T_\phi(x) - T_p(x) - T_0(x), \quad x \in V \quad (2.89)$$

$$BT_i(x, t) = 0, \quad x \in S \quad (2.90)$$

As EQS. 2.76-2.77, 2.79-2.80, 2.82-2.83, 2.85-2.86 e 2.88-2.90 podem ser validadas a partir da substituição da EQ. 2.74 nas EQS. 2.39-2.41 para  $d(x)=0$  e  $\alpha(x)=0$ . As condições adicionais, dadas pelas EQS. 2.78, 2.81, 2.84 e 2.87, resultam quando a EQ. 2.74 é introduzida na EQ. 2.73.

Novamente aqui, as equações diferenciais ordinárias são determinadas da mesma forma como nos **Casos 1 e 3**, e a função  $T_i(x, t)$  apresenta solução praticamente idêntica à da EQ. 2.71, com a única diferença residindo no acréscimo do termo relativo à condição inicial, ou seja:

$$T_i(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \left[ \int_V w(x) \psi_i(x) \left( f(x) - \frac{(1, f)}{(1, 1)} - T_\phi(x) - T_p(x) - T_0(x) \right) dx \right] \psi_i(x) e^{-\mu_i^2 t} \quad (2.91)$$

Como  $f(x)=0$  em todos os casos discutidos neste trabalho, a equação acima coincide com a EQ. 2.71.



Neste trabalho, que trata de microcanais, considerou-se fortemente a entrada do escoamento, ou seja, valores de  $X$  a partir de  $10^{-5}$ , analogamente à literatura (CASTILHO, 2002).

### 2.3 QUANTIDADES DE INTERESSE

As quantidades de interesse são então calculadas. São elas: fluxo de calor junto à superfície sólida, temperatura de superfície, temperatura média de fluido, Número de Nusselt e calor acumulado pelo fluido, todas definidas adimensionalmente.

O fluxo de calor nos **Casos 1 e 3** é definido através da derivada parcial da temperatura no ponto relativo à superfície, ou seja:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=1} = \left. \frac{dT_\phi}{dx} \right|_{x=1} e^{-d_\phi t} + \left. \frac{dT_p}{dx} \right|_{x=1} e^{-d_p t} + \sum_{j=0}^q \left. \frac{dT_j}{dx} \right|_{x=1} t^j + \left. \frac{\partial T_t}{\partial x} \right|_{x=1} \quad (2.92)$$

Nos **Casos 2 e 4**, o fluxo poderia ser calculado de maneira análoga, no entanto ele já é explicitado pelas EQS. 2.25 e 2.38.

A temperatura de superfície, nestes dois casos, é dada por:

$$T(1, t) = T_{av}(t) + T_\phi(1) e^{-d_\phi t} + T_p(1) e^{-d_p t} + \sum_{j=0}^q T_j(1) t^j + T_t(1, t) \quad (2.93)$$

Nos **Casos 1 e 3** sua expressão é dada respectivamente pelas EQS. 2.20 e 2.33.

Nos **Casos 1 e 3**, a expressão da temperatura média do fluido é obtida por sua própria definição, como na EQ. 2.73. Tendo em vista que a temperatura é determinada através da EQ. 2.72, e observando-se que a variável  $x$ , no caso deste trabalho, varia entre 0 e 1, tem-se:

$$\begin{aligned}
T_{av}(t) = & \frac{1}{\int_0^1 w(x) dx} \left[ e^{-d\phi t} \int_0^1 w(x) T_\phi(x) dx + e^{-d\rho t} \int_0^1 w(x) T_\rho(x) dx + \right. \\
& \left. + \sum_{j=0}^q t^j \int_0^1 w(x) T_j(x) dx + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \left( \int_0^1 w(x) \psi_i(x) h(x) dx \right) e^{-\mu_i^2 t} \int_0^1 w(x) \psi_i(x) dx \right]
\end{aligned} \tag{2.94}$$

Nos **Casos 2 e 4**, a expressão acima poderia ser utilizada, no entanto é possível obter uma solução puramente analítica. Nestes casos,  $\alpha(x)=0$  e  $\beta(x)=1$  (EQ. 2.43),  $d(x)=0$  (EQ. 2.42) e  $P(x,t)=0$  (EQ. 2.39). Portanto, basta integrar a EQ. 2.39 com relação a  $x$ , e em seguida integrá-la com relação a  $t$ . Dessa forma, considerando-se as particularidades dos **Casos 2 e 4**, pode-se encontrar a seguinte equação:

$$T_{av}(t) = \frac{1}{(1,1)} \left\{ (1,f) + \int_0^t \phi(1,t') dt' \right\} \tag{2.95}$$

De posse do fluxo de calor junto à superfície sólida, temperatura de superfície e temperatura média, é possível calcular o Número de Nusselt. Para os **Casos 1 e 2** tem-se, utilizando-se a simbologia própria:

$$Nu = \frac{4 \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1}}{\theta(1,X) - \theta_{av}(X)} \tag{2.96}$$

Similarmente, para os **Casos 3 e 4**:

$$Nu = \frac{2 \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1}}{\theta(1,Z) - \theta_{av}(Z)} \tag{2.97}$$

O calor total trocado é definido como o total de energia térmica que passa pela superfície sólida ao longo do microcanal. Matematicamente, é a integral do fluxo de calor junto à superfície, relativa ao comprimento do canal. Nos **Casos 1 e 2**, é determinado pela integração

da EQ. 2.17 (ou EQ. 2.22) no domínio de Y. Em seguida, integra-se ao longo do comprimento do microcanal. O resultado é:

$$Q_{tot}(X) = \theta_{av}(X) \quad (2.98)$$

Procedimento similar é feito nos **Casos 3 e 4**:

$$Q_{tot}(Z) = \frac{1}{2} \theta_{av}(Z) \quad (2.99)$$

## 2.4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Foram feitos gráficos do fluxo de calor junto à superfície sólida, temperatura de superfície e temperatura média, Número de Nusselt local e calor total trocado. Observou-se que a convergência da série relativa a  $T_i(x, t)$ , na quarta casa decimal, é atingida com 400 termos em  $X = 10^{-5}$ . Para valores da ordem de  $10^{-4}$ , pode-se truncar a série com 40 termos para se conseguir o mesmo arredondamento em 4 casas decimais, porém, foram utilizados 400 termos para assegurar valores confiáveis no início da entrada do canal.

Nos **Casos 1 e 3** considerou-se a relação entre  $C_p$  e  $C_e$ , representada por  $H^*$ , como unitária:  $H^* = 1$ . Adotou-se como simbologia, nos **Casos 1 e 3**, que  $\frac{\beta u_m a^2}{\alpha} = \gamma$ . Considerou-se a seguinte simbologia para a condição de contorno na superfície, nos **Casos 2 e 4**:

$$\alpha T(1, t) + \beta \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=1} = k(1) = \phi_0 + ke^{-\gamma} \quad (2.100)$$

Na FIG. 2.3 percebe-se um aumento do fluxo de calor junto à superfície à medida que se aumenta o Kn. Como o salto de temperatura entre o meio externo e o fluido junto à superfície sólida não é ainda considerado neste capítulo, observou-se este comportamento. O mesmo acontece na FIG. 2.13. Nas FIGS. 2.8 e 2.18, o fluxo de calor é invariável com relação ao

Número de Knudsen, pois é definido previamente nos respectivos problemas. Foram adotados os valores de  $k = 1$  e  $\gamma = 1$ .

Nas FIGS. 2.4, 2.9, 2.14 e 2.19, encontram-se as temperaturas de superfície e média, estas representadas por linhas tracejadas. Observou-se nos **Casos 1 e 3** (FIGS. 2.4 e 2.14) que, no intuito de tentar simular um trocador de calor, expoentes específicos simbolizam cada situação relativa a um Número de Knudsen. Assim, por exemplo, no **Caso 1**, para o caso de  $Kn = 0$ , o expoente  $\gamma$  deve ser 3,8 para que as linhas das temperaturas de superfície e média se encontrem simultaneamente no mesmo ponto, e sem que a média ultrapasse a de superfície. Buscou-se garantir que as linhas de temperatura de superfície e de temperatura média atingissem o mesmo valor de equilíbrio (constante) simultaneamente. Para que isso ocorresse, foi percebido que o expoente  $\gamma$  devia ser aumentado à medida que se aumentava  $Kn$ , e que seus valores são maiores em tubos quando comparados a placas. Além disso, as temperaturas de superfície diminuem com o aumento de  $Kn$ , devido ao aumento de  $\gamma$ , e as temperaturas médias aumentam com o aumento de  $Kn$ . Nos **Casos 2 e 4** (FIGS. 2.9 e 2.19), as temperaturas de superfície diminuem com o aumento de  $Kn$ , e a temperatura média permanece inalterada, pois o fluxo de calor na superfície é o mesmo para qualquer valor de  $Kn$ .

Nas FIGS. 2.5, 2.10, 2.15 e 2.20 são representadas as distribuições axiais dos Números de Nusselt. Foi constatado que eles aumentam à medida que se aumenta  $Kn$ , tanto na região de entrada térmica quanto na plenamente desenvolvida. Este resultado já havia sido encontrado (BARRON et al., 1997), embora a condição de contorno fosse outra, e foi atribuído à existência do deslizamento junto à parede, o que incrementa a troca de calor por convecção. Convém reportar que, neste capítulo, não foi considerado o salto de temperatura junto à superfície sólida, e por esta razão constatou-se que fluidos mais rarefeitos apresentaram valores maiores de Número de Nusselt. No capítulo seguinte esta situação se inverte, pois será considerado o salto de temperatura.

Nas FIGS. 2.6, 2.11, 2.16 e 2.21 são mostrados detalhes do  $Nu$  na região plenamente desenvolvida. Em todos os casos, observou-se um ponto ou região de mínimo, e em seguida um aumento do Número de Nusselt até seu valor assintótico. Esta queda, por ter sido observada em todos os casos, é atribuída à condição de contorno, particularmente a seu comportamento exponencial. Observou-se o cruzamento das linhas somente nos **Casos 1 e 3**. É interessante notar que os valores assintóticos para  $Kn = 0$  são os mesmos do Problema de Graetz, mesmo com a condição de contorno diferenciada.

Nas FIGS. 2.7, 2.12, 2.17 e 2.22, são representadas as curvas do calor total transportado pelo fluido. Percebe-se que este é maior à medida que se aumenta o Kn, nos **Casos 1 e 3**, e permanece inalterado nos demais casos, por ser proporcional à temperatura média, a qual também não se altera.

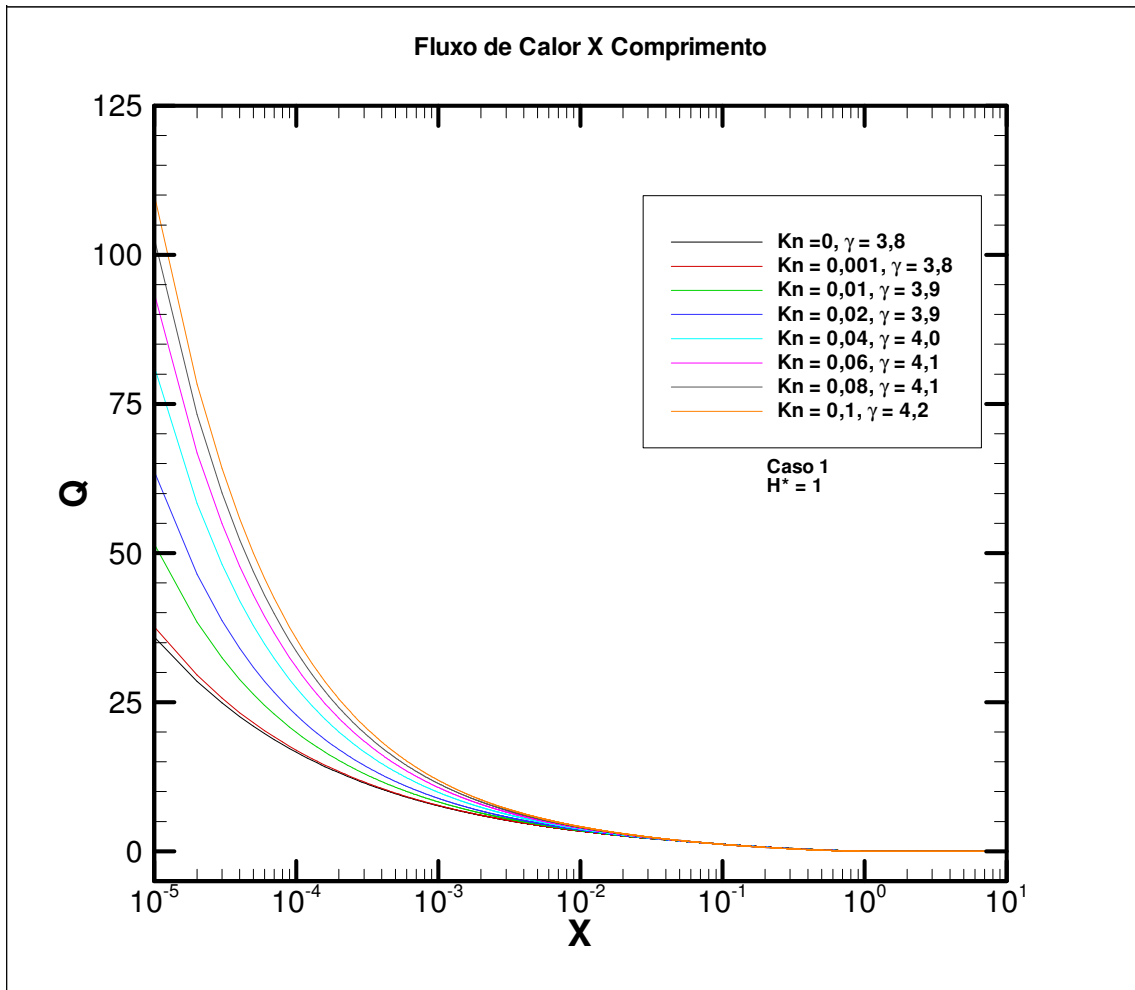


FIG. 2.3 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

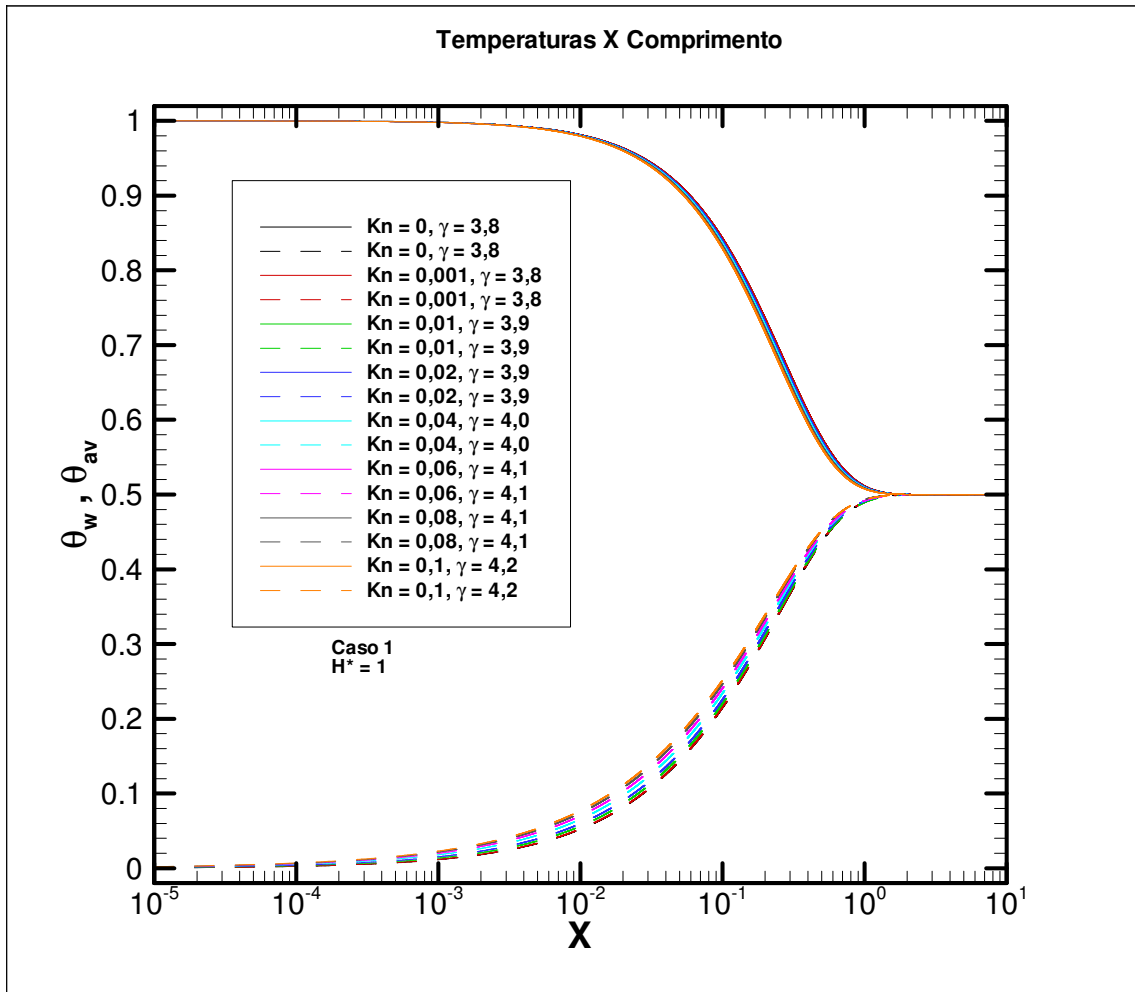


FIG. 2.4 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes valores de Kn.

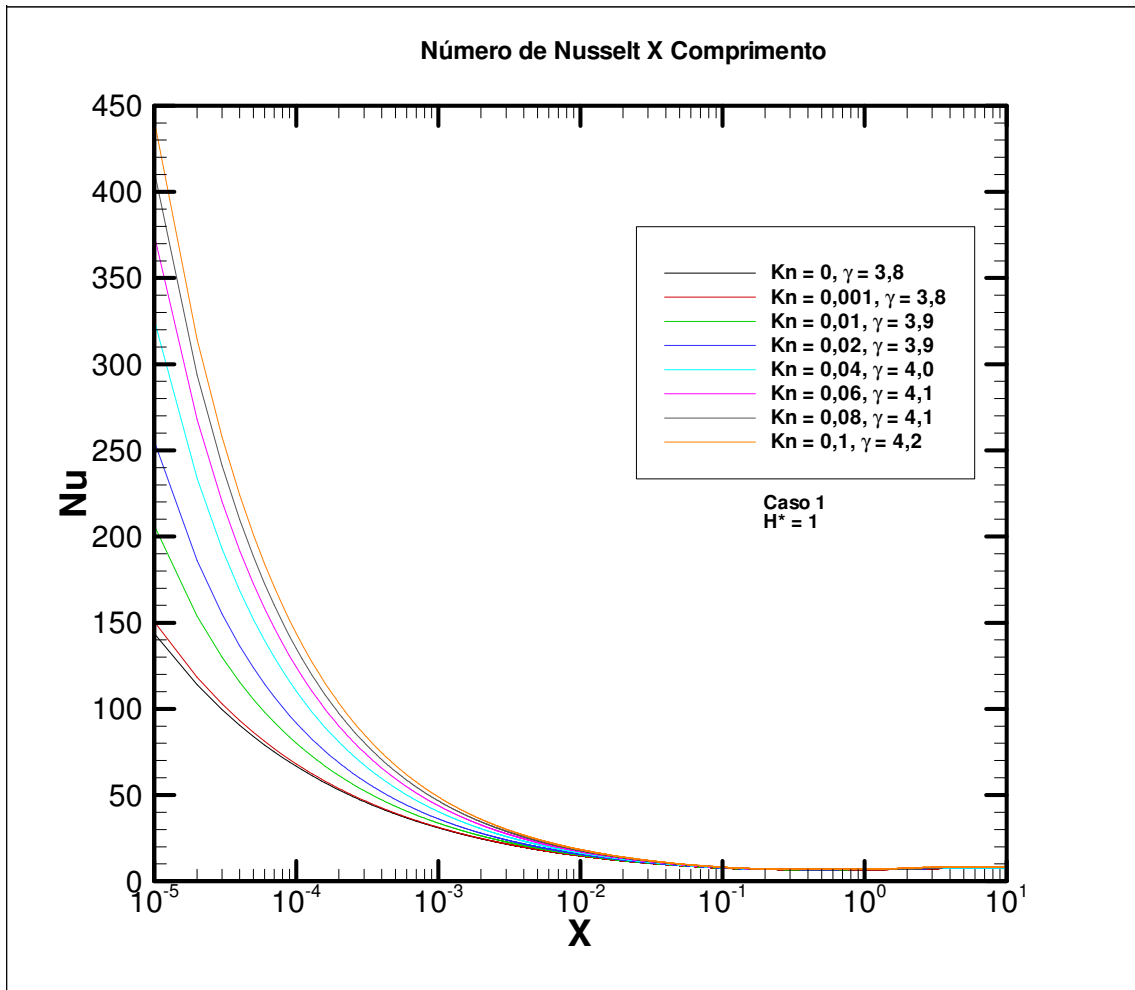


FIG 2.5 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.



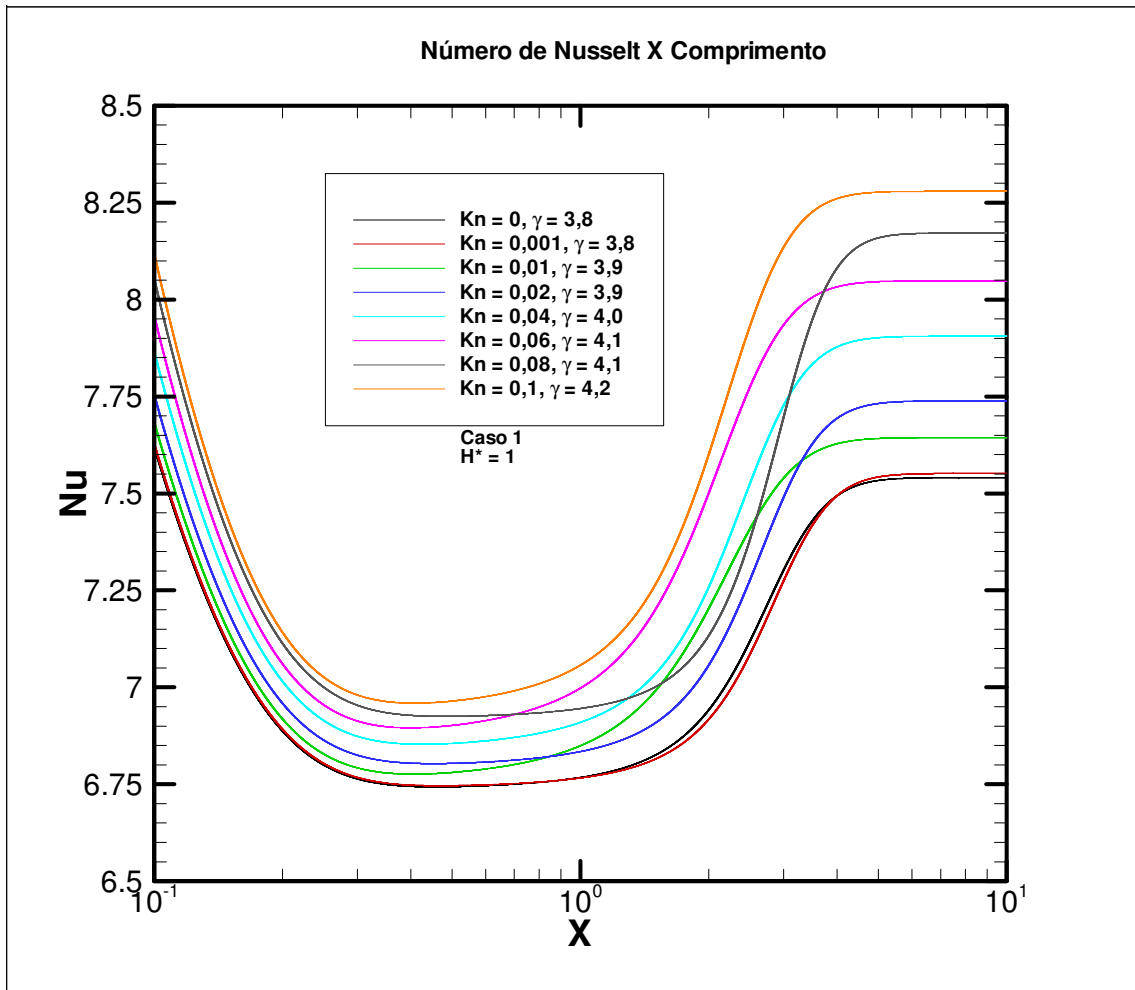


FIG. 2.6 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

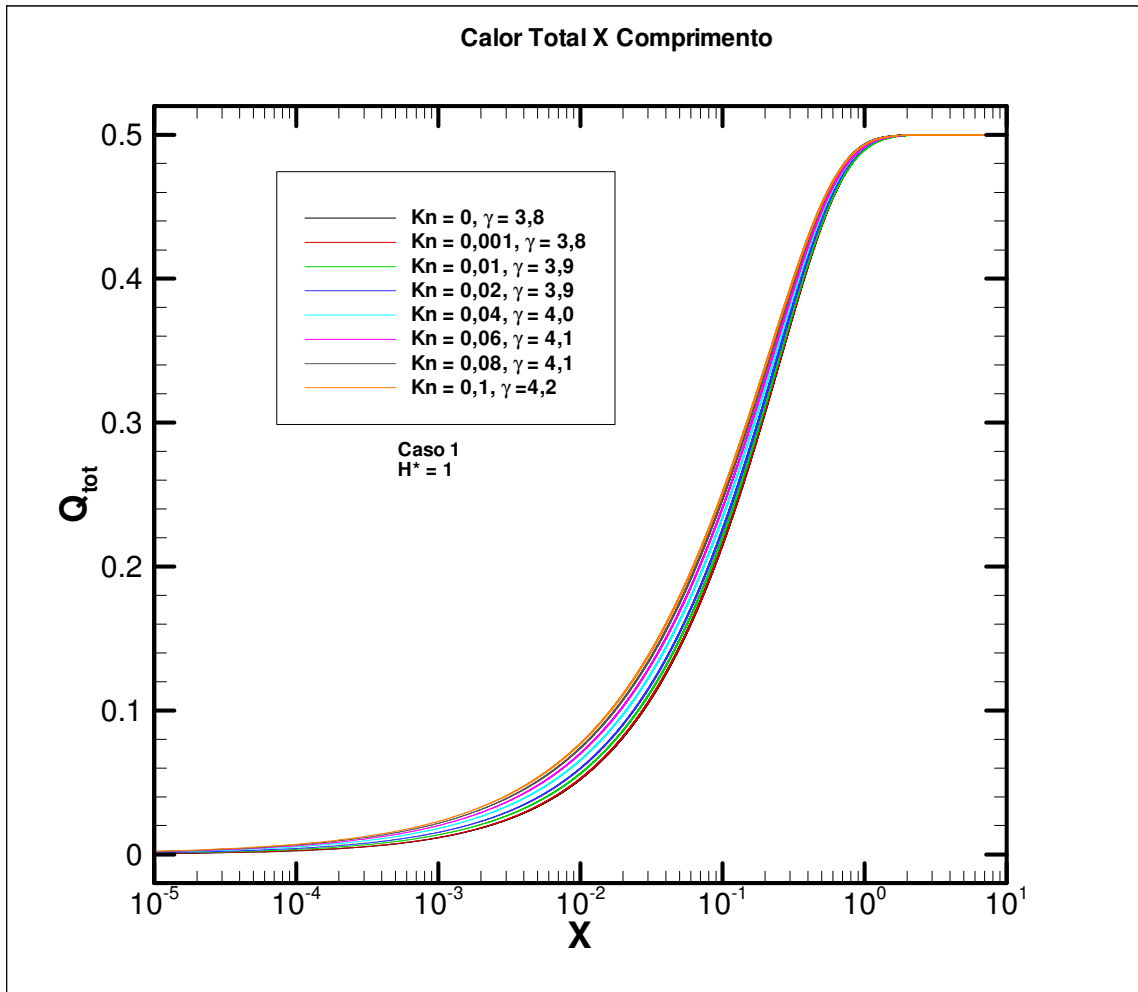


FIG. 2.7 Calor total para diferentes Kn.

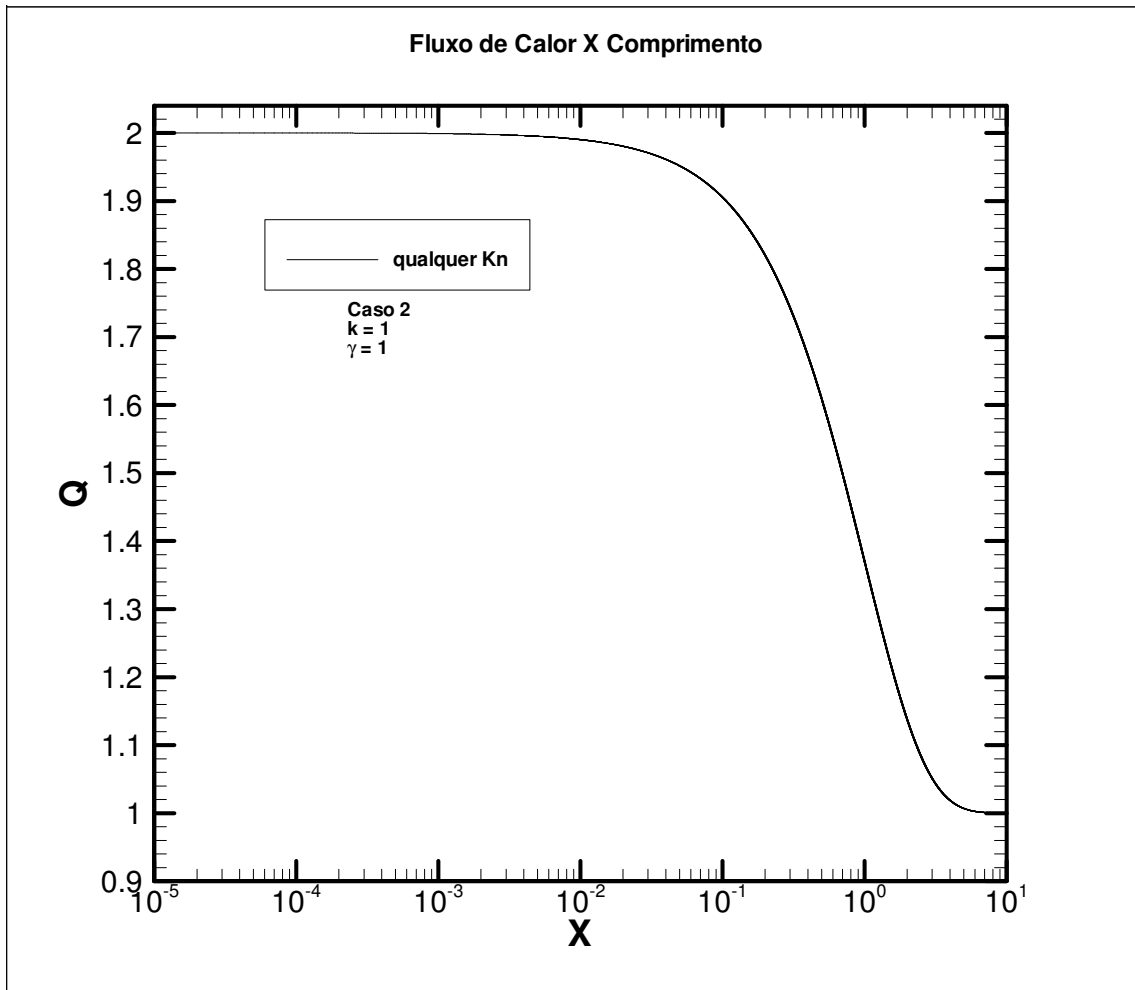


FIG. 2.8 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes Kn.

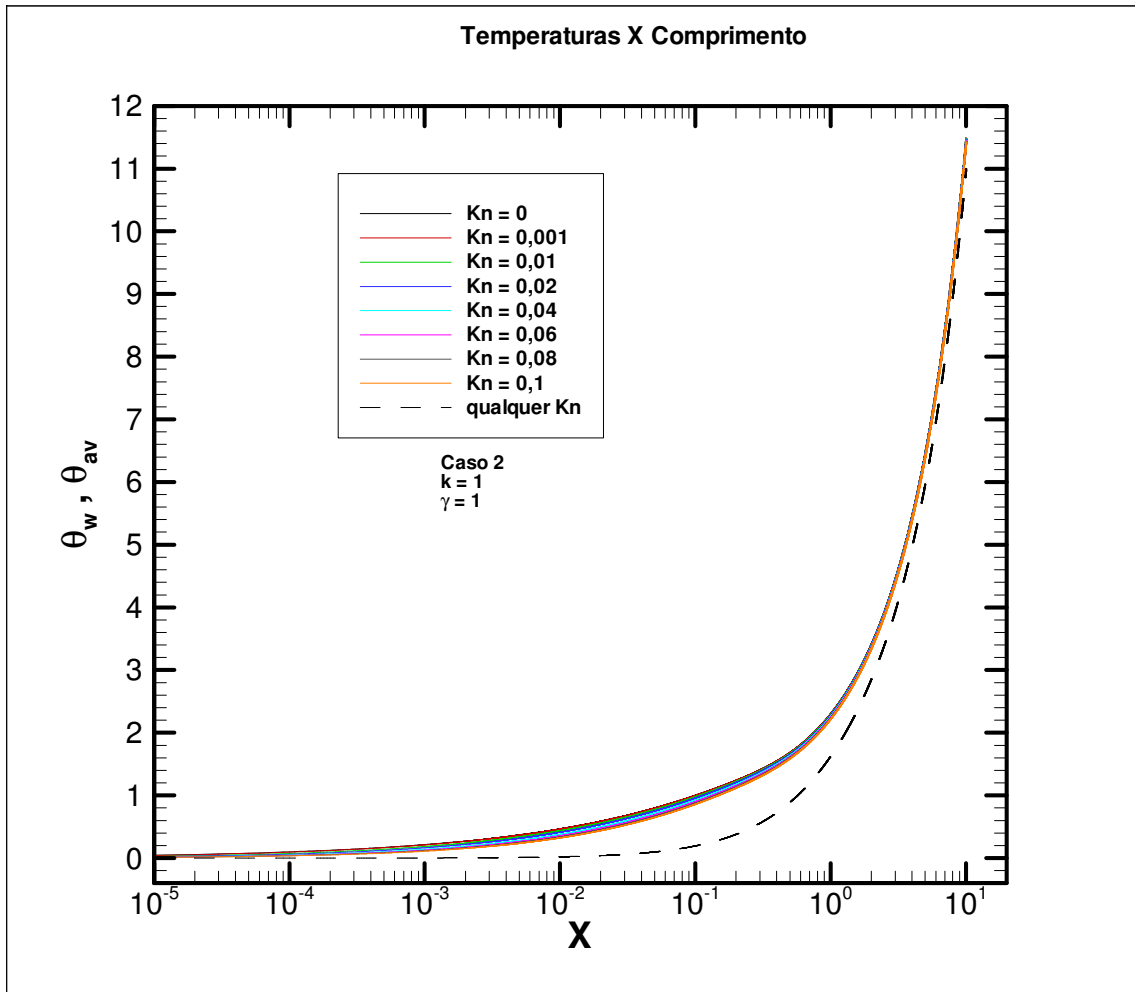


FIG. 2.9 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.

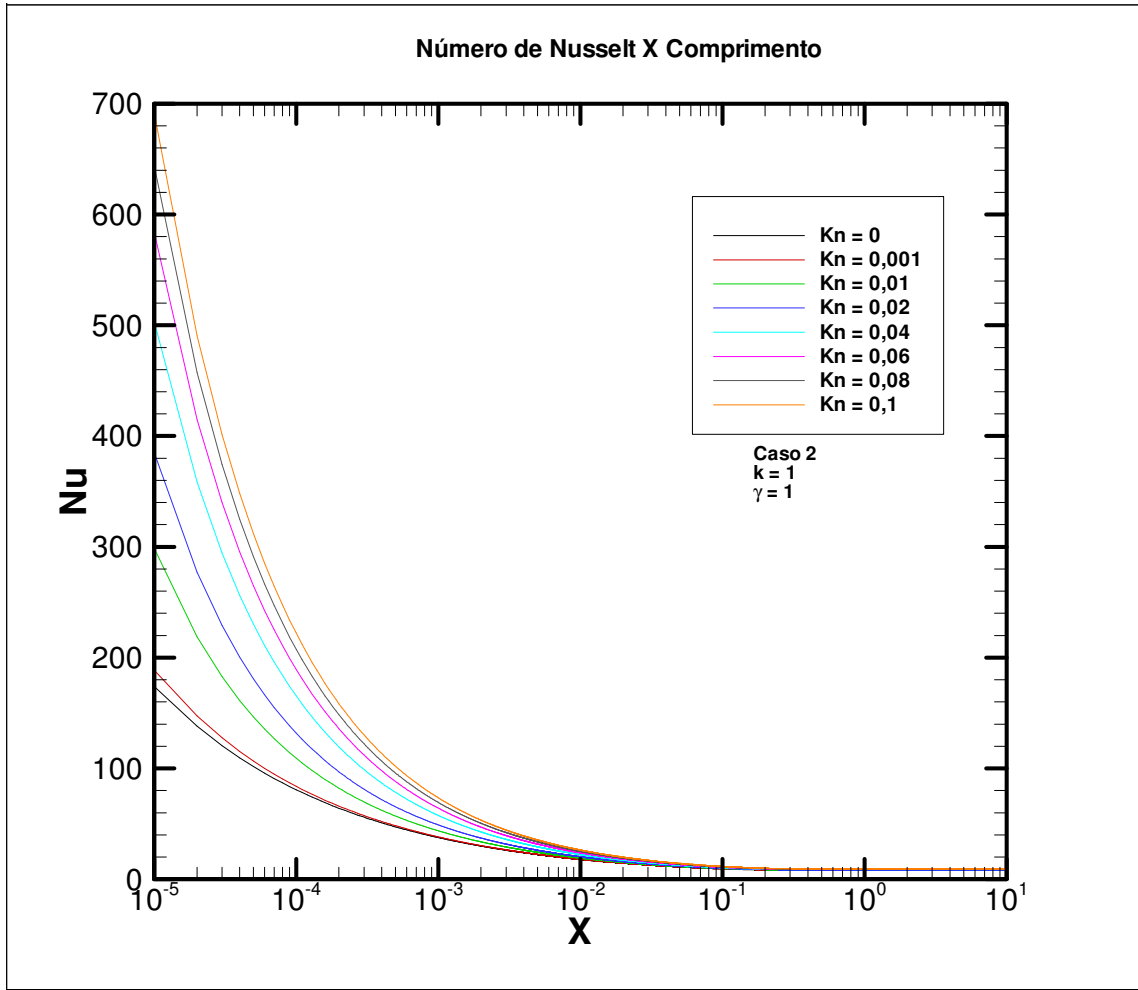


FIG. 2.10 Distribuição do Nu para diferentes Kn.

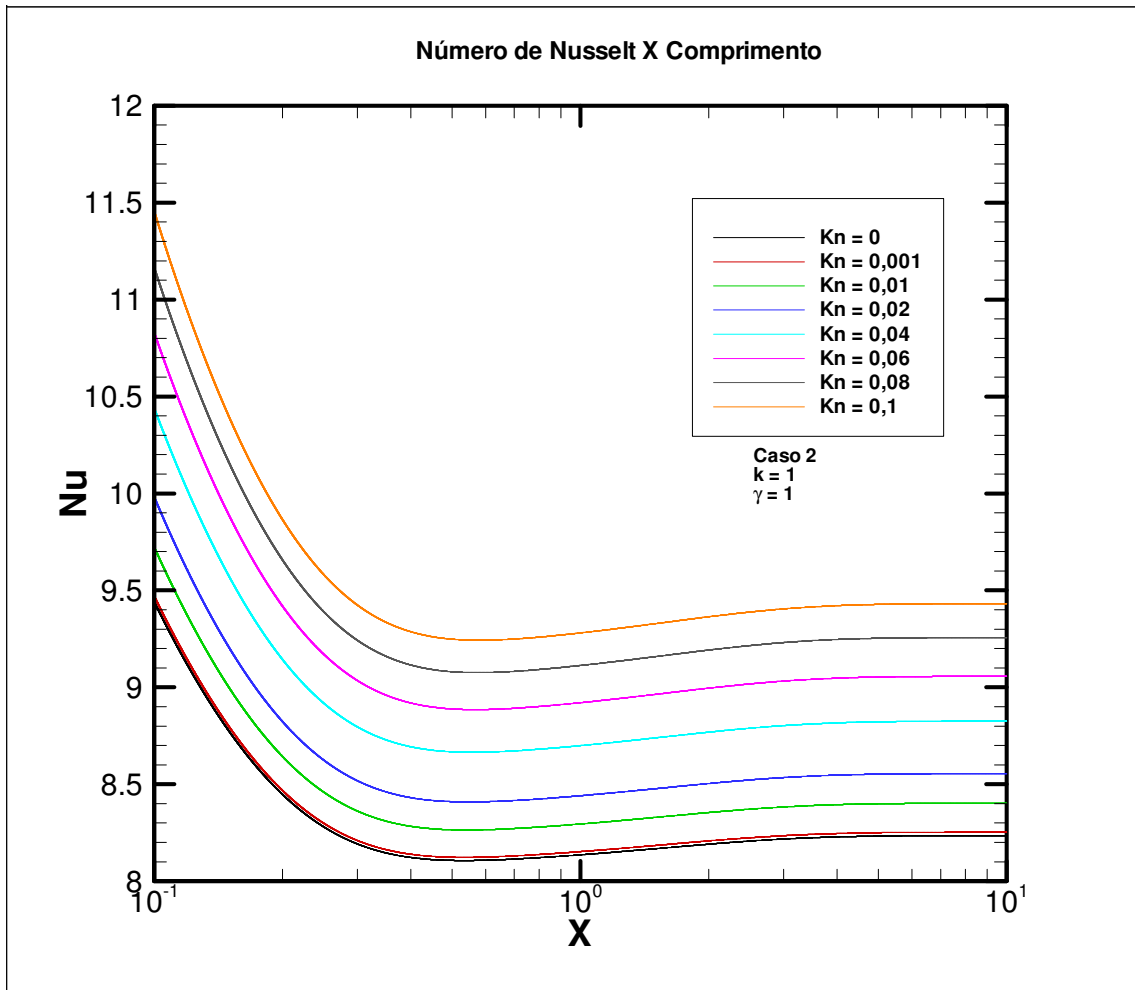


FIG. 2.11 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

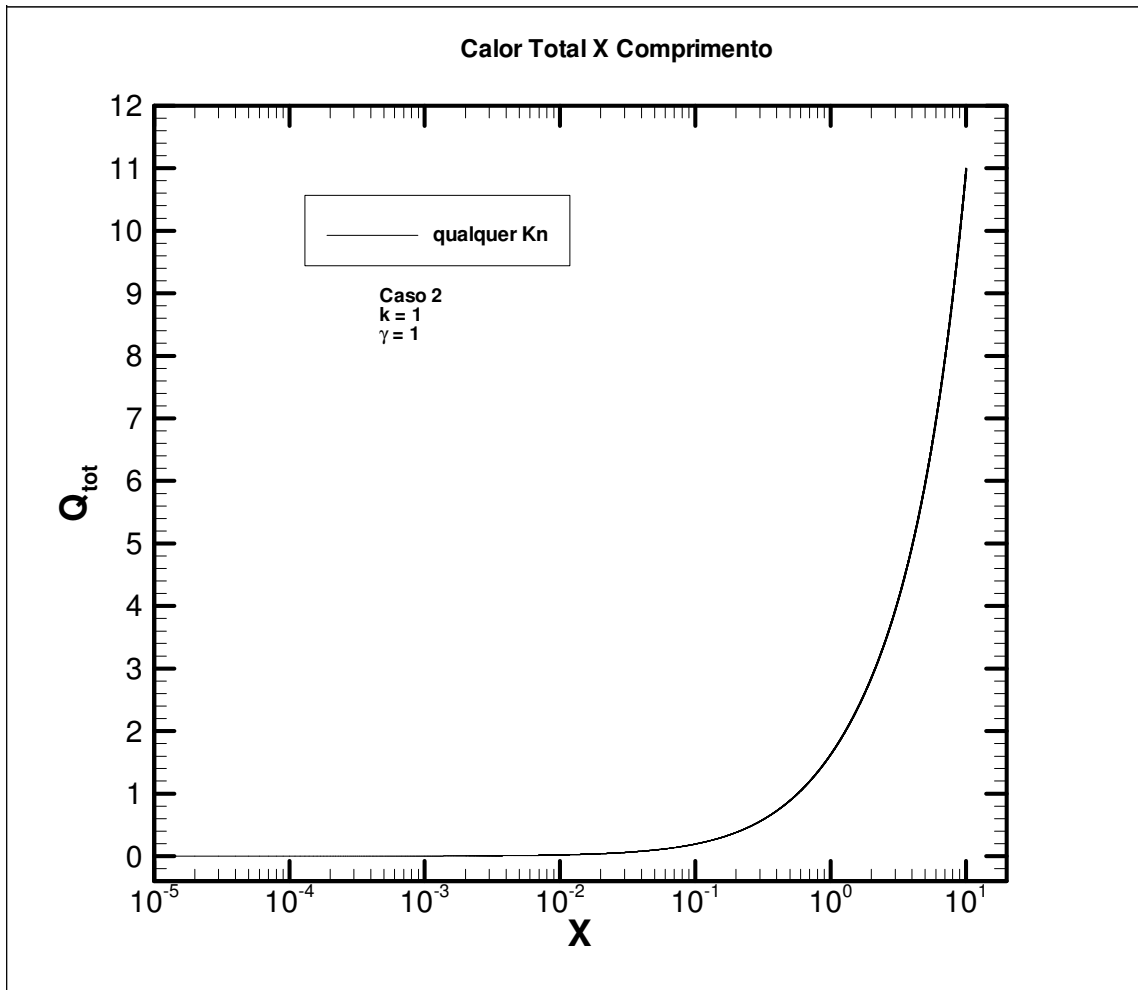


FIG. 2.12 Calor total para diferentes Kn.

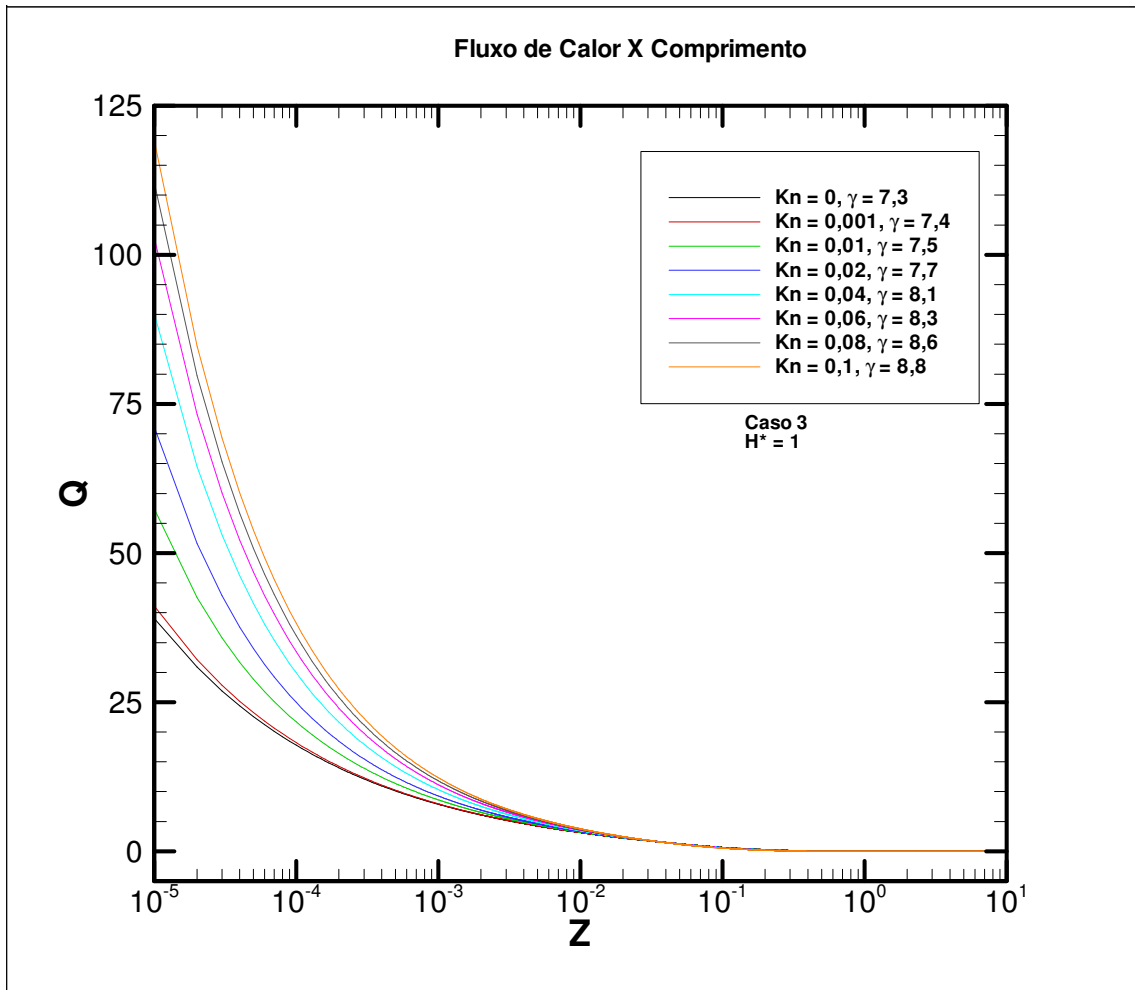


FIG 2.13 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes Kn.



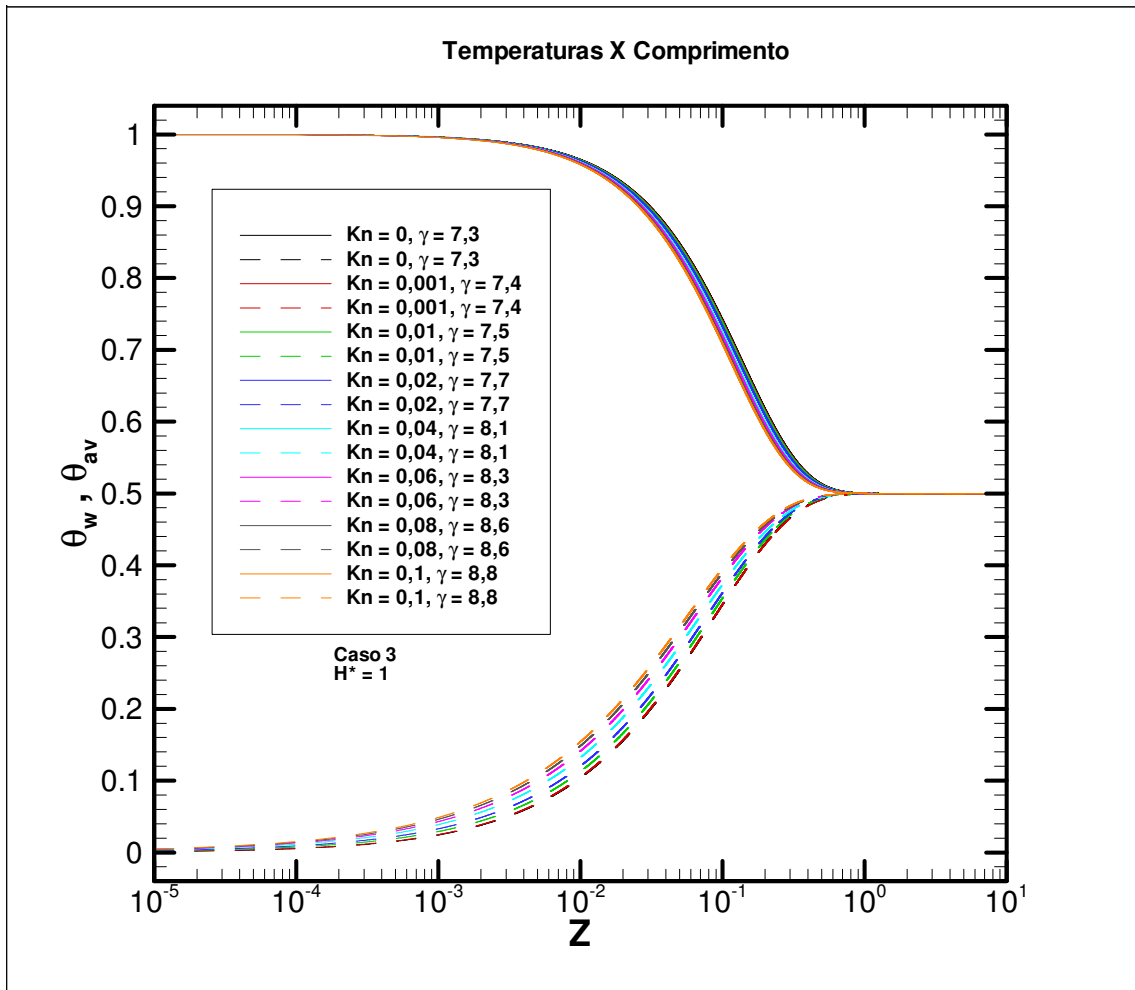


FIG 2.14 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.

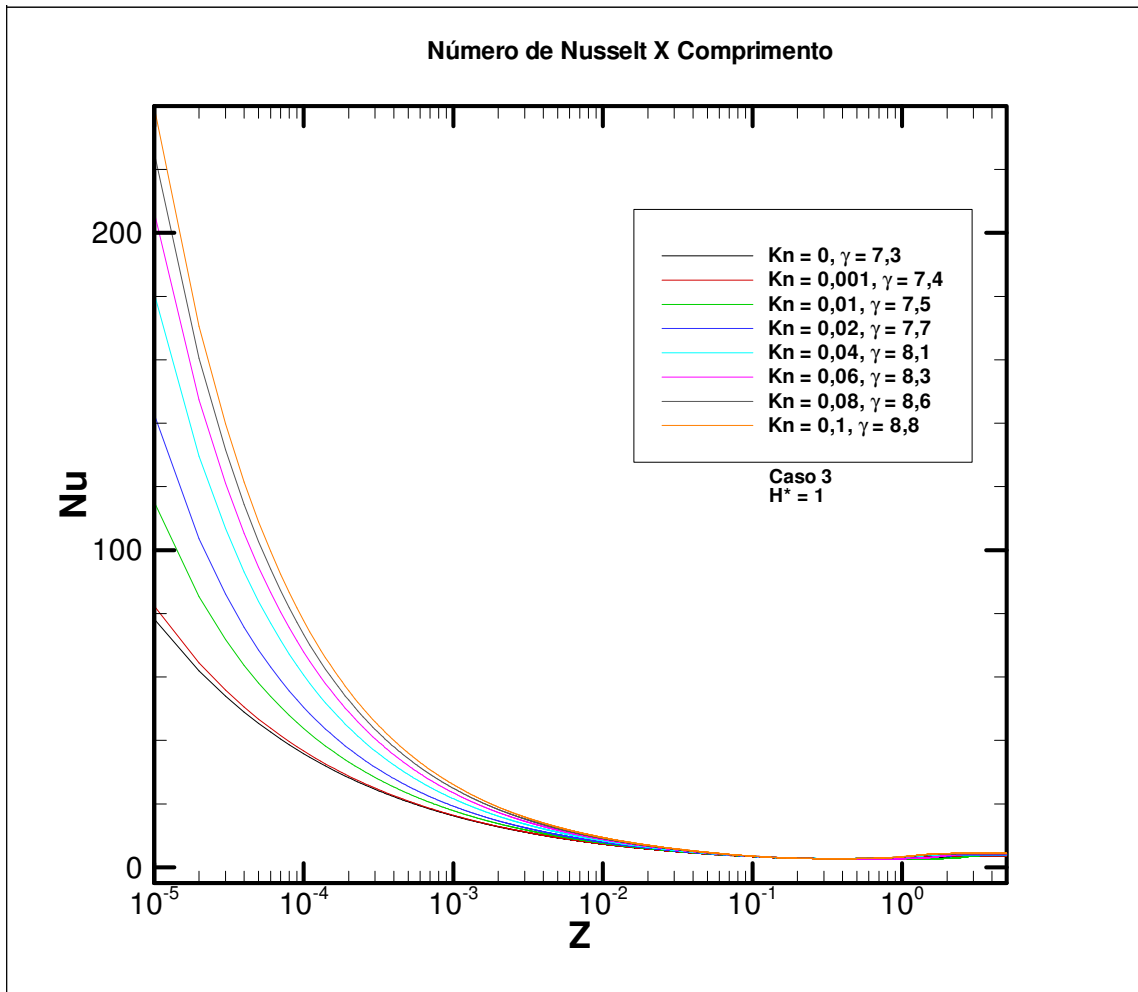


FIG. 2.15 Distribuição do Nu para diferentes Kn.

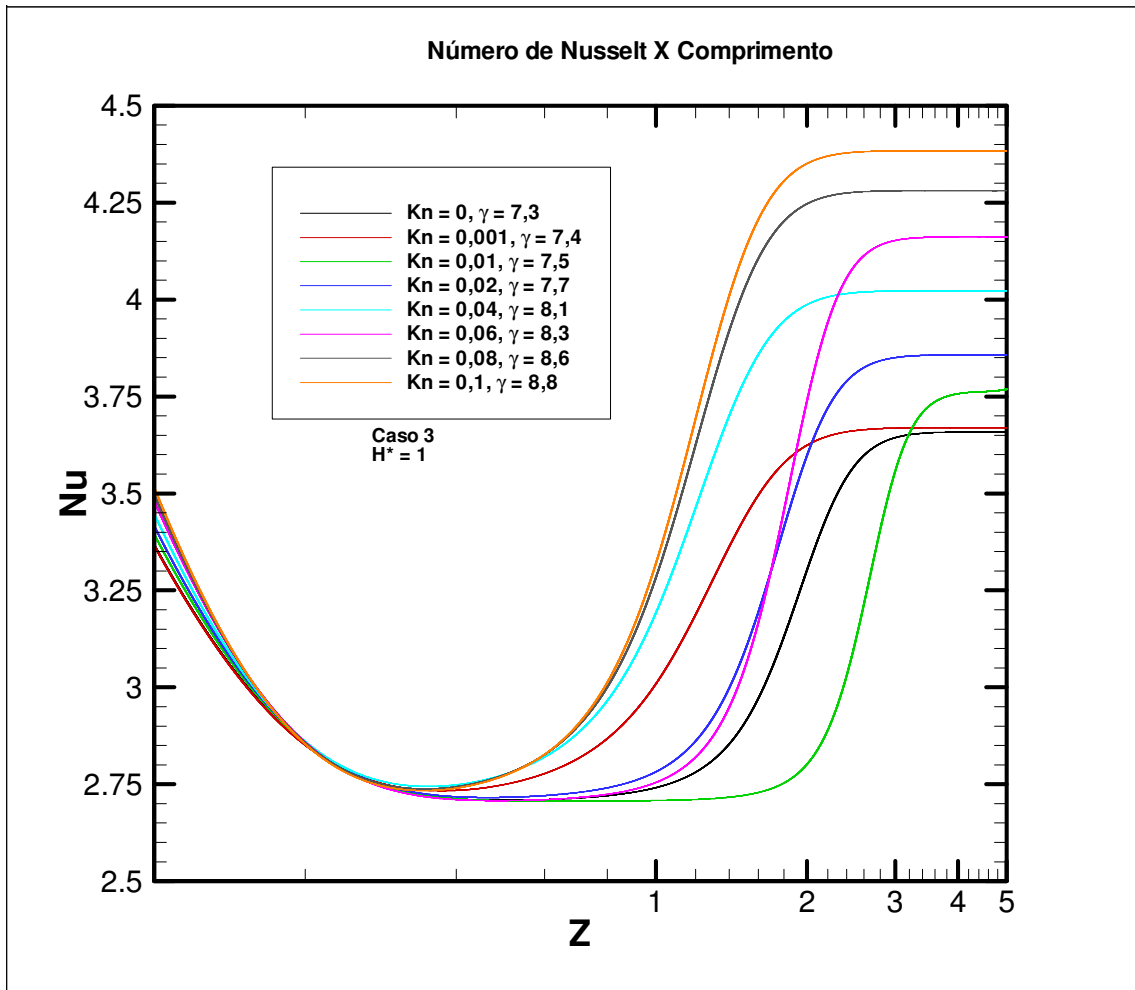


FIG. 2.16 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

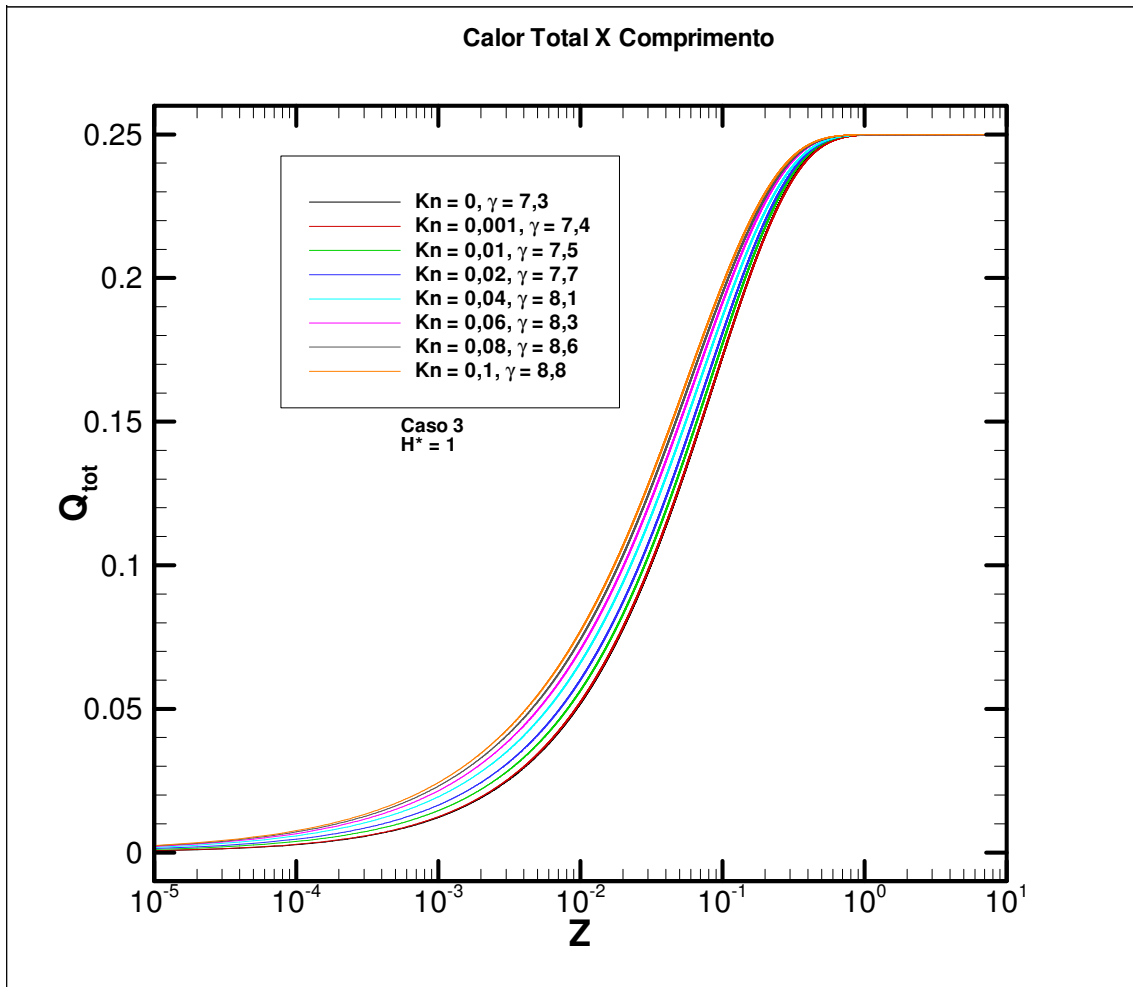


FIG. 2.17 Calor total junto à superfície sólida para diferentes Kn.

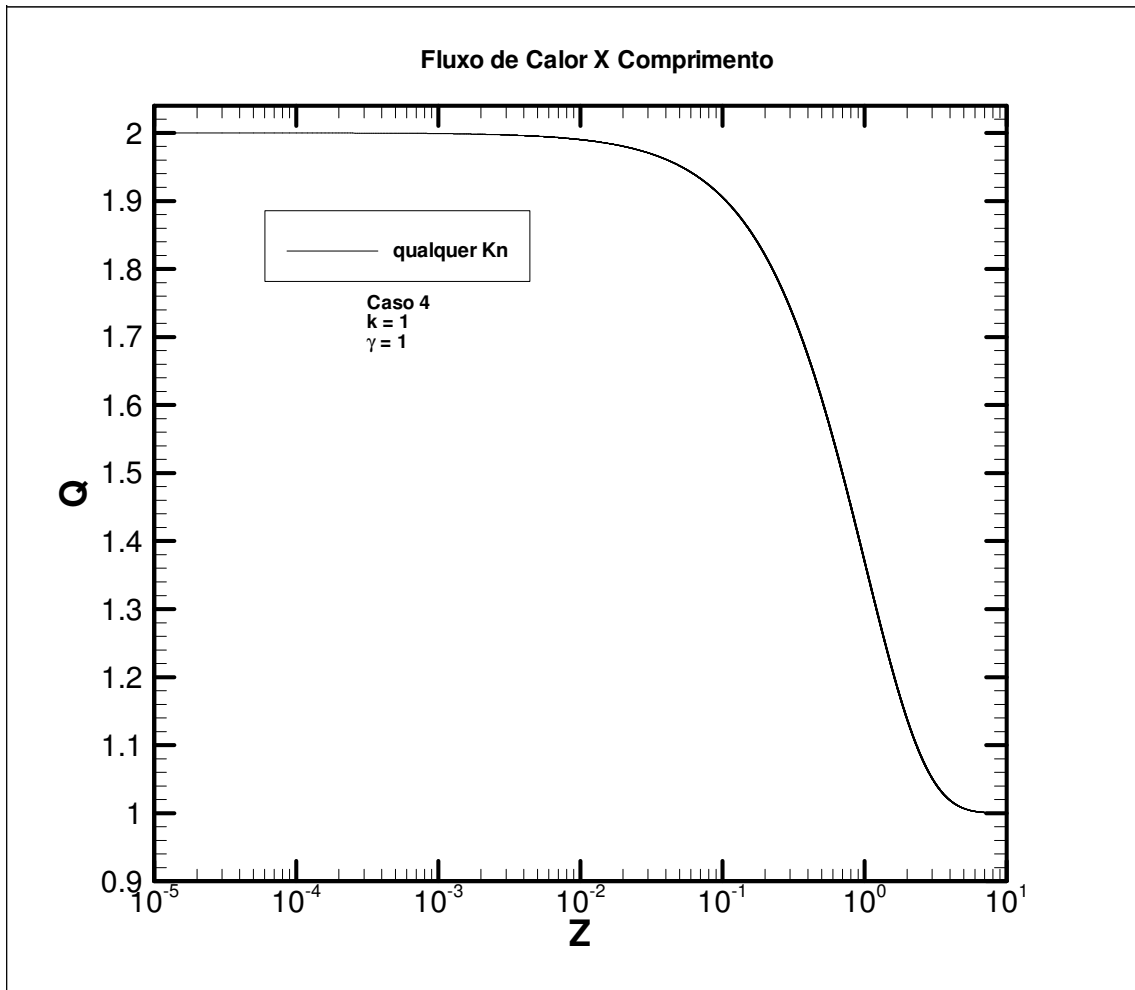


FIG. 2.18 Fluxo de calor na superfície para diferentes Kn.

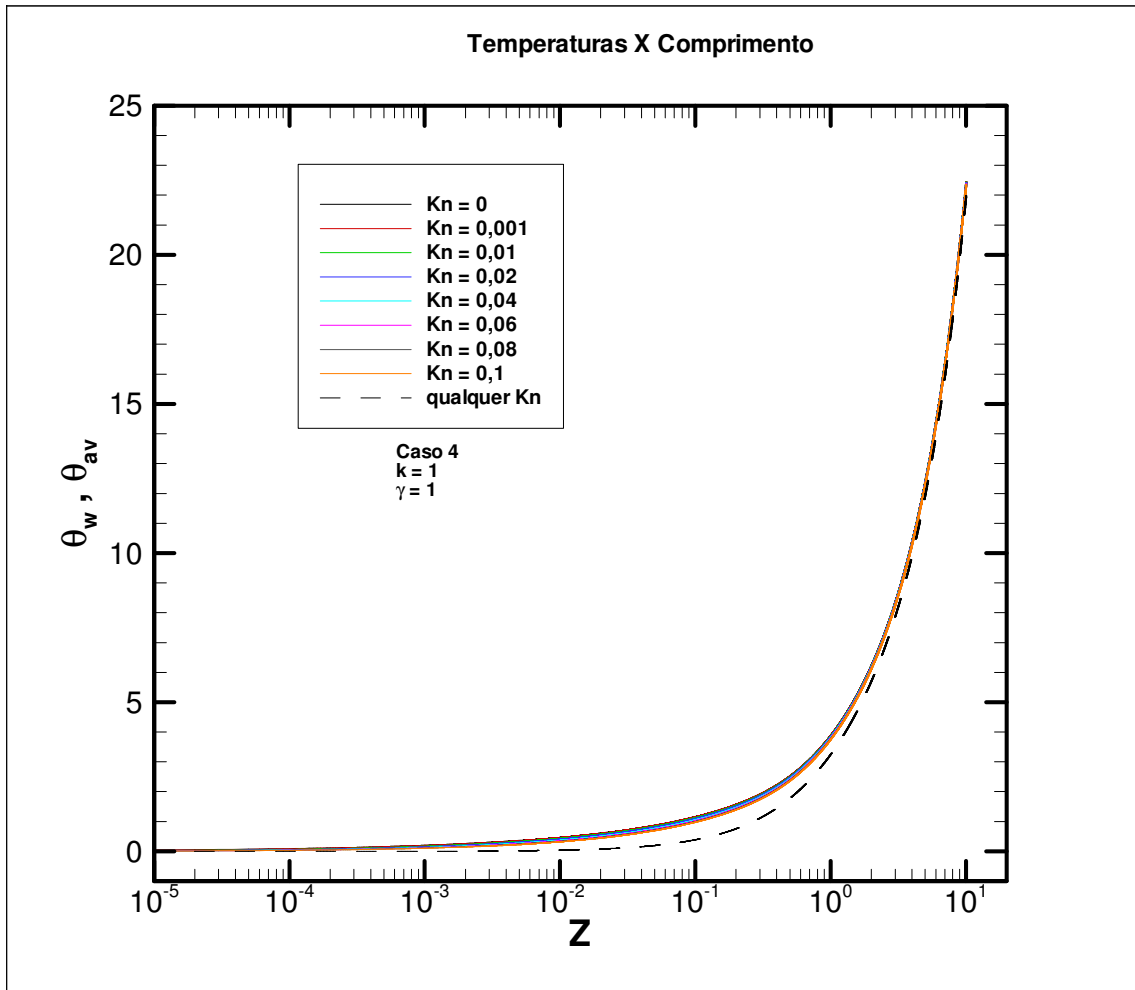


FIG. 2.19 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.

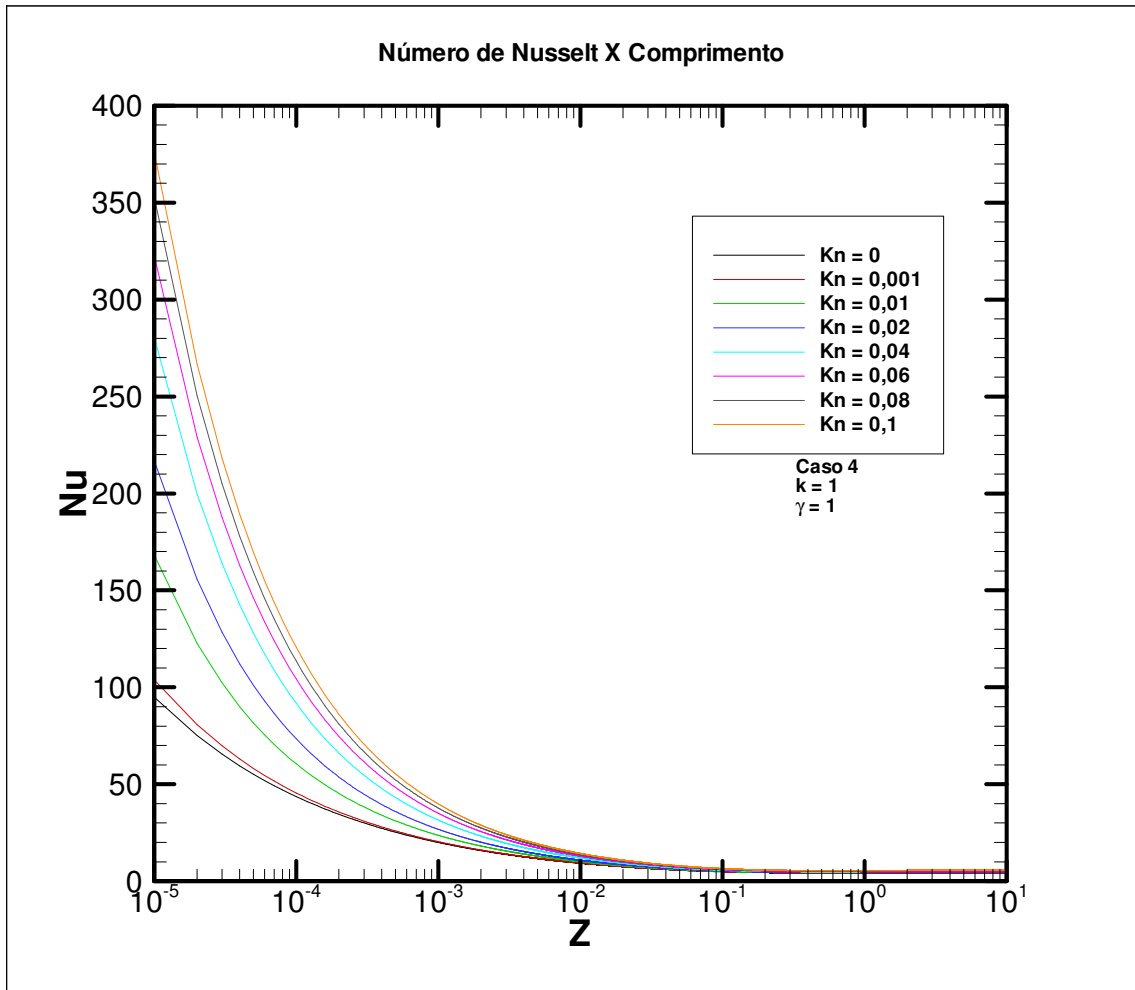


FIG. 2.20 Distribuição do Nu para diferentes Kn.

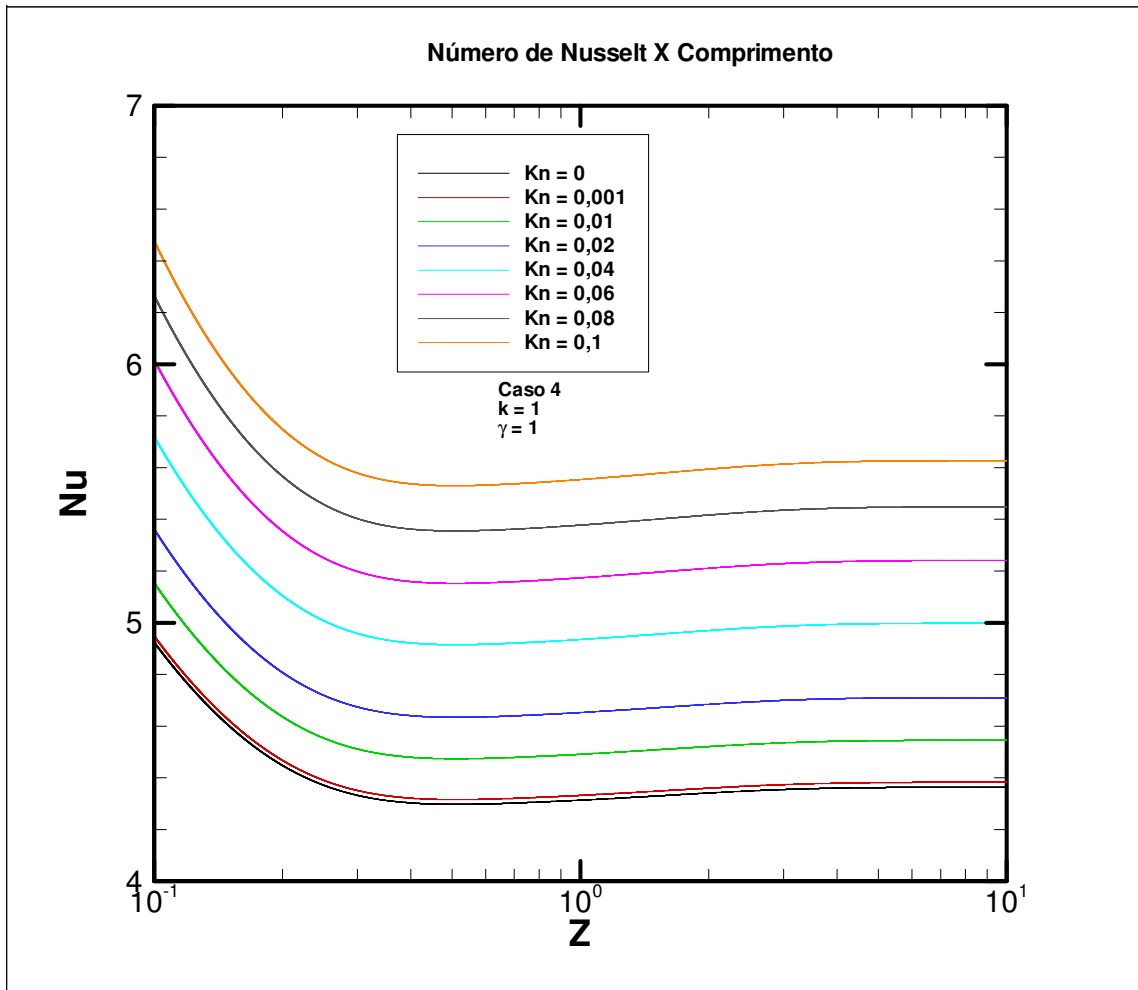


FIG. 2.21 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.



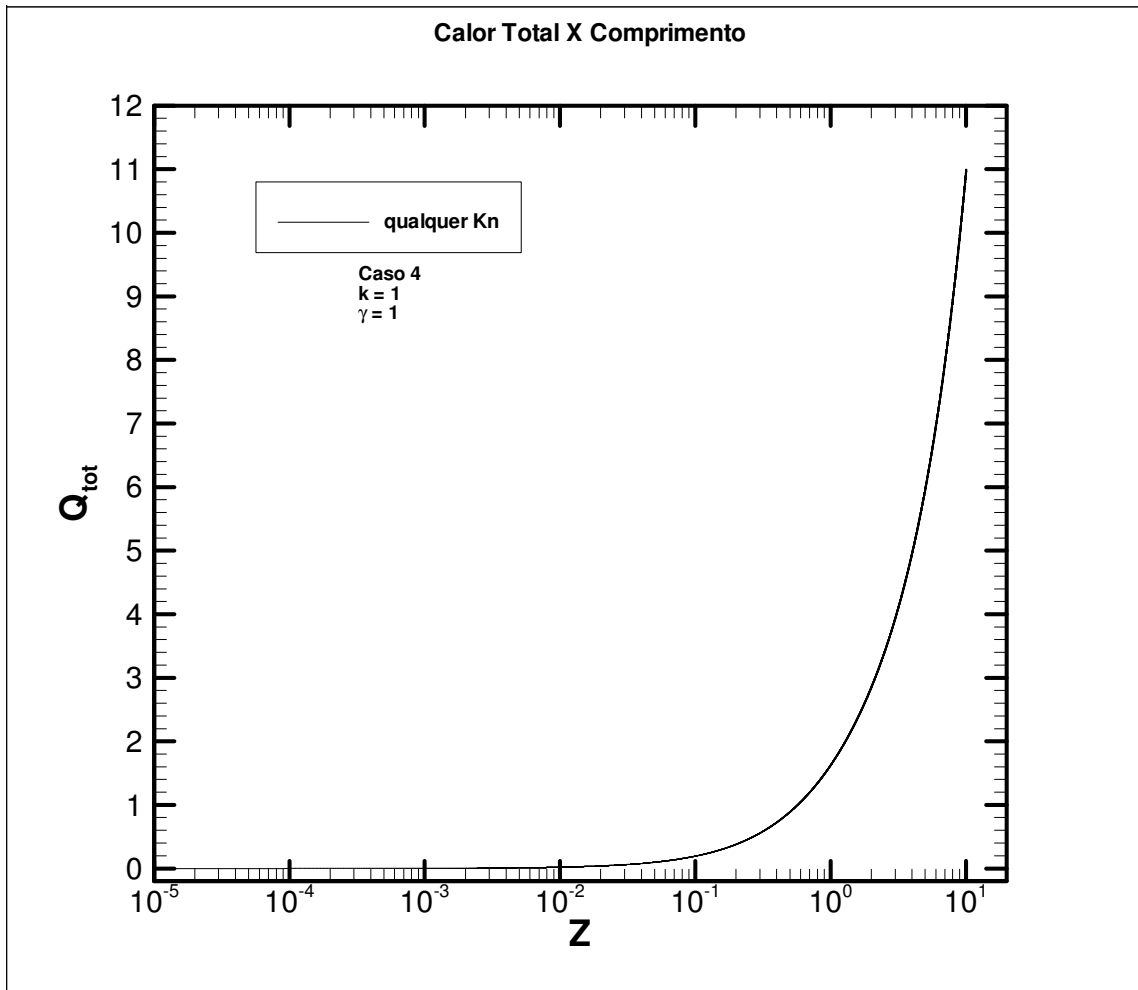


FIG. 2.22 Calor total na superfície sólida para diferentes Kn.

## 2.5 COMPORTAMENTO CARACTERÍSTICO DAS CURVAS DE NÚMERO DE NUSSELT

Observou-se nas figuras deste capítulo, relativas ao comportamento axial do Número de Nusselt, que houve um trecho no qual as curvas apresentaram um valor mínimo antes de atingirem o valor assintótico. Essa característica é atribuída à condição de contorno peculiar, que envolve decaimento exponencial, ao longo do canal, da temperatura de superfície ou do fluxo de calor na superfície. A FIG. 2.23 apresenta o comportamento das curvas de Número de Nusselt para o **Caso 1**, com  $Kn = 0$ , para diferentes valores do expoente  $\gamma$ . Foi utilizado o valor nulo do Número de Knudsen com o intuito de demonstrar que o efeito do abaulamento da curva não ocorre devido à rarefação. Sabe-se que se  $\gamma = 0$  não há função exponencial na condição de contorno. De fato, isto está bem representado na figura, e é justamente o Problema de Graetz. À medida em que se aumenta o valor do expoente  $\gamma$ , a função exponencial perde importância, e se percebe pela figura que a região de valores abaixo do valor assintótico é diminuída, a ponto de não mais haver essa região para  $\gamma = 50$ . A curva de  $\gamma = 1000$  praticamente não pode ser vista na figura, pois basicamente, no trecho considerado, se confunde com a curva em que  $\gamma = 0$ .

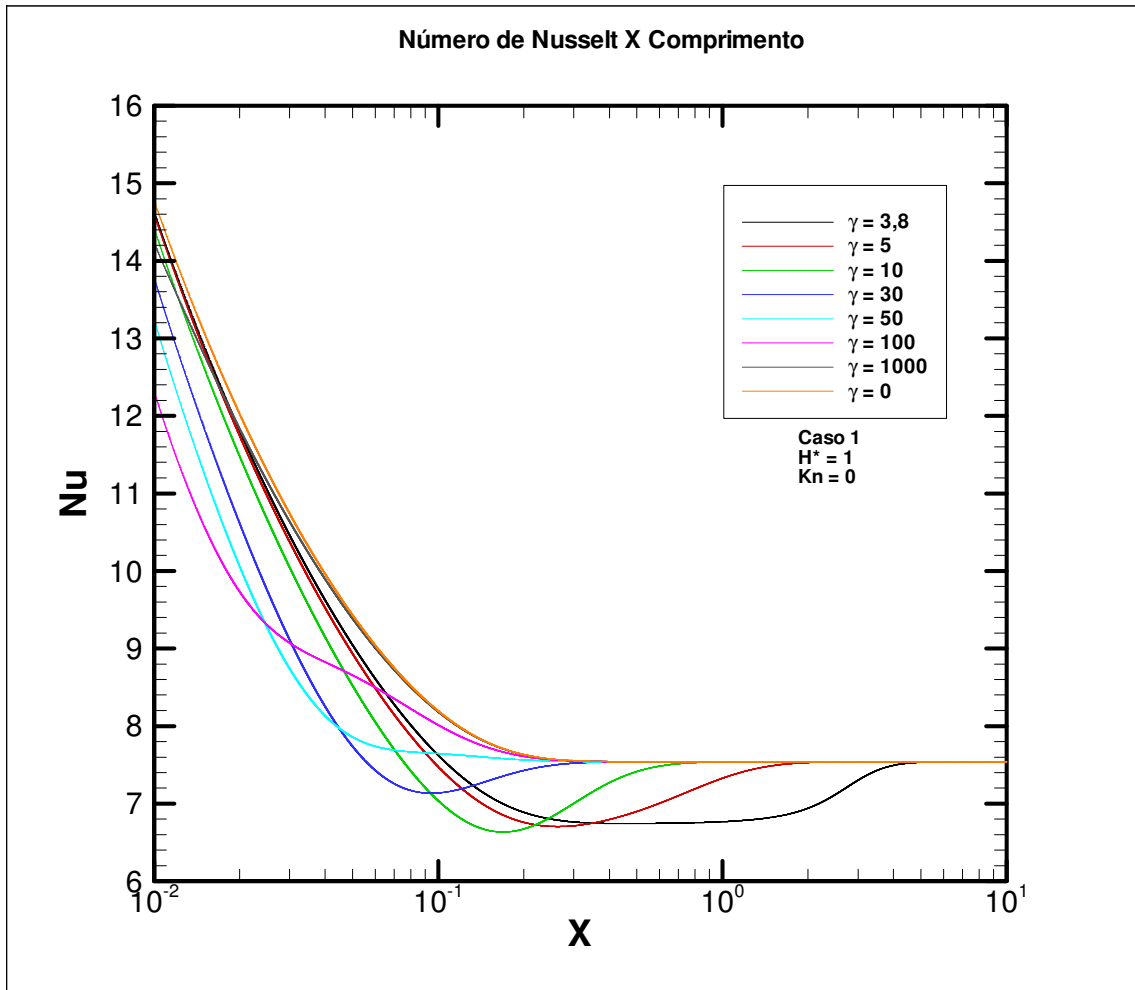


FIG. 2.23 Comportamento dos Números de Nusselt de acordo com o expoente  $\gamma$ .

### 3 ENTRADA TÉRMICA EM MICROCANAIS EMPREGANDO-SE A CONDIÇÃO DE SALTO DE TEMPERATURA

Neste capítulo, o salto de temperatura é efetivamente introduzido. Conforme definido na EQ. 1.4, a temperatura na superfície sólida não é a mesma das moléculas que a tocam. Considerando-se as simplificações discutidas no capítulo 1, pode-se formular o problema térmico de maneira similar à apresentada no capítulo anterior.

#### 3.1 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA

Partindo-se da EQ. 1.4, já simplificada, tem-se, em coordenadas cartesianas:

$$T_{y=a} - T_w = - \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=a} \quad (3.1)$$

ou

$$T_{y=a} = T_w - \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=a} \quad (3.2)$$

Isto significa que a temperatura do fluido junto à superfície sólida é igual à temperatura da superfície sólida menos uma quantidade, denominada salto de temperatura.

Como o salto de temperatura ocorre somente na superfície sólida, a formulação matemática do problema térmico é essencialmente a mesma do capítulo anterior, diferenciando-se apenas no que diz respeito à condição de contorno na superfície. Vale lembrar que o perfil de velocidade plenamente desenvolvido em nada se altera, pois não há razão para isso.

Sendo assim, o **Caso 1** é formulado em termos dimensionais desta forma:

$$u(y) \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.3)$$

$$T(y, 0) = T_e \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (3.5)$$

$$T(a, x) = T_{eq} + (T_p - T_{eq}) e^{-\beta x} - \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=a} \quad (3.6)$$

Na EQ. 3.6 identifica-se a seguinte grandeza, definida como constante de acomodação térmica:

$$\beta_t = \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{Pr} \quad (3.7)$$

Utilizando-se a mesma adimensionalização anteriormente adotada, e valendo-se da definição da EQ. 3.7, pode-se expressar o **Caso 1** em sua forma adimensional como se segue:

$$U(Y) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (3.8)$$

$$\theta(Y, 0) = 0 \quad (3.9)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (3.10)$$

$$\theta(1, X) + 2\beta_t Kn \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = \left( \frac{C_p}{C_p + C_e} \right) + \left( \frac{C_e}{C_p + C_e} \right) e^{-\left( \frac{\beta_t u_m a^2}{\alpha} \right) X} \quad (3.11)$$

É interessante notar na EQ. 3.11 que se  $\beta_t$  for igual a zero, a temperatura do fluido junto à superfície assume o mesmo valor desta. Além disso, quanto maior o valor de  $\beta_t$ , maior será a diferença entre as temperaturas. Em outras palavras, percebe-se que a constante de acomodação térmica é intimamente ligada ao salto de temperatura. Percebe-se também na equação que, se  $Kn$  for nulo, a temperatura do fluido junto à superfície sólida iguala-se a esta.

De fato isto é esperado, pois para o caso onde o Número de Knudsen é igual a zero não há efeito de deslizamento junto à superfície.

Neste ponto, é importante fazer uma observação. No **Caso 1**, manteve-se a temperatura da superfície sólida (o 2º membro da EQ. 3.11) como no capítulo anterior. Ou seja, como ocorre o salto de temperatura, e a temperatura de superfície sólida é inalterada, este efeito será percebido pela temperatura de superfície do fluido.

No **Caso 2**, apresentado a seguir, manteve-se a temperatura de superfície do fluido inalterada, e alterou-se a da superfície sólida. Desta forma, o equacionamento do problema térmico para o fluido se mantém como no capítulo anterior, e o salto de temperatura é percebido pela superfície sólida.

Portanto, como nas EQS. 2.22-2.25, tem-se:

$$U(Y) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (3.12)$$

$$\theta(Y, 0) = 0 \quad (3.13)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (3.14)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = 1 + ke \left( \frac{\beta u_w a^2}{\alpha} \right) X \quad (3.15)$$

Novamente, com base na EQ. 1.4, obtém-se a temperatura de superfície sólida:

$$T_w = T_{y=a} + \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=a} \quad (3.16)$$

Em termos adimensionais, tem-se:

$$\theta_w = \theta(1, X) + 2\beta_t Kn \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} \quad (3.17)$$

Com base no **Caso 1**, pode-se definir o **Caso 3** em termos dimensionais:

$$u(r) \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3.18)$$

$$T(r, 0) = T_e \quad (3.19)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (3.20)$$

$$T(a, z) = T_{eq} + (T_p - T_{eq}) e^{-\beta z} - \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=a} \quad (3.21)$$

Em termos adimensionais, tem-se:

$$RU(R) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \quad (3.22)$$

$$\theta(R, 0) = 0 \quad (3.23)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (3.24)$$

$$\theta(1, Z) + 2\beta_t Kn \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} = \left( \frac{C_p}{C_p + C_e} \right) + \left( \frac{C_e}{C_p + C_e} \right) e^{-\left( \frac{\beta u_m a^2}{\alpha} \right) Z} \quad (3.25)$$

Novamente no **Caso 3** se manteve inalterada a temperatura da superfície sólida e se alterou a temperatura do fluido.

No **Caso 4**, assim como no **Caso 2**, ocorre o contrário, como pode ser percebido em sua formulação adimensional, idêntica às EQS. 2.35-2.38:

$$RU(R) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \quad (3.26)$$

$$\theta(R, 0) = 0 \quad (3.27)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (3.28)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} = 1 + ke^{-\left( \frac{\beta u_m a^2}{\alpha} \right) Z} \quad (3.29)$$

O salto de temperatura pode ser notado na equação a seguir:

$$T_w = T_{r=a} + \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=a} \quad (3.30)$$

Em termos adimensionais:

$$\theta_w = \theta(1, Z) + 2\beta_t Kn \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} \quad (3.31)$$

Naturalmente, uma vez redefinidos os **Casos 1-4**, os correspondentes sub-problemas relativos a  $T_\phi(x)$ ,  $T_p(x)$ ,  $T_j(x)$  e  $T_i(x,t)$ , explicados no capítulo anterior, devem ser redefinidos. Essencialmente, os sub-problemas são formulados com base nos mesmos princípios, bastando-se introduzir o efeito do salto de temperatura.

### 3.2 QUANTIDADES DE INTERESSE

As quantidades de interesse são as já citadas no capítulo anterior. No entanto, é necessário fazer uma observação a respeito da temperatura de superfície. Como se considerou neste capítulo o salto de temperatura junto à superfície sólida, houve a necessidade de se diferenciar temperatura da superfície sólida de temperatura do fluido junto à superfície sólida. Assim, na situação em que o fluido no interior do microcanal for aquecido, a temperatura dimensional da superfície sólida será maior que a do fluido junto à superfície sólida, e o oposto ocorre na situação em que o fluido for resfriado.

Uma observação deve ser feita sobre o Número de Nusselt: no denominador, o termo relativo à temperatura de superfície é na verdade a temperatura da superfície sólida. Isto pode ser verificado através do balanço de energia na superfície sólida, que diz que o calor que entra na superfície deve ser o mesmo que sai. Portanto, para os **Casos 1 e 2**:

$$Nu = \frac{4 \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1}}{\theta_w(X) - \theta_{av}(X)} \quad (3.32)$$



e para os **Casos 3 e 4**:

$$Nu = \frac{2 \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1}}{\theta_w(Z) - \theta_{av}(Z)} \quad (3.33)$$

Quando não se considera o salto de temperatura, a temperatura da superfície sólida é a mesma que a do fluido junto à superfície sólida, e assim as EQS. 3.32 e 3.33 se igualam às EQS. 2.96 e 2.97. Quando se considera o salto, deve-se tomar o cuidado de se definir corretamente o Número de Nusselt, notando-se que há diferença entre as duas temperaturas.

### 3.3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Basicamente, foram mantidas as mesmas considerações do capítulo anterior, e se acrescentou apenas o efeito do salto de temperatura. Esse efeito pode ser notado pela constante de acomodação térmica,  $\beta_t$ , que é função do coeficiente de acomodação térmica,  $F_t$ , da razão entre calor específico a pressão constante e calor específico a volume constante,  $\gamma$ , e do Número de Prandtl,  $Pr$ , como pode ser percebido na EQ. 3.7. Sendo assim, como os valores de  $F_t$  podem variar de 0,01 a 1 (YU e AMEEL, 2001), considerando-se valores usuais de  $\gamma$  e  $Pr$ , os valores de  $\beta_t$  podem ultrapassar a marca de 100 (YU e AMEEL, 2001). No entanto, os valores de  $\beta_t$  neste trabalho não ultrapassaram o valor de 10, a exemplo de outros autores (YU e AMEEL, 2001) e (CASTILHO, 2002). Deve ser notado que  $\beta_t = 1,667$  é um valor típico para muitas aplicações de engenharia, correspondendo a  $F_t = 1$ ,  $\gamma = 1,4$  e  $Pr = 0,7$  (YU e AMEEL, 2001), e este valor foi considerado no presente trabalho.

Na FIG. 3.1 (**Caso 1**), na qual  $\beta_t$  é considerada como 1,667, percebe-se que para valores de  $Kn$  maiores, o fluxo de calor junto à superfície sólida diminui. Este comportamento é exatamente o oposto do discutido no capítulo anterior, e se deve ao fato da inclusão do salto de temperatura. Com o salto, há uma maior dificuldade da passagem do calor da superfície sólida para o fluido, pois este se encontra mais rarefeito. Na verdade, a diferença de temperatura entre a superfície sólida e o fluido ocorre justamente devido a essa dificuldade de transferência de calor, que funciona como uma resistência térmica.

Na FIG. 3.2, observam-se as temperaturas da superfície sólida (linhas contínuas) e as temperaturas médias do fluido (linhas tracejadas), para diferentes valores do Kn. O comportamento das temperaturas de superfície é o mesmo apresentado no capítulo anterior, pois elas são prescritas. No entanto, a temperatura média é menor para Números de Knudsen maiores, o que significa dizer que seu comportamento é oposto ao anteriormente mostrado. Novamente, isso se deve ao fato da presença do salto de temperatura na superfície sólida, que reduz o fluxo de calor que entra no sistema e, por consequência, reduz também a temperatura interna do fluido. Para valores maiores do Kn há maior efeito de rarefação, e conseqüentemente ocorre a diminuição do valor da respectiva temperatura média.

A FIG. 3.3 apresenta curvas do Número de Nusselt. Contrariamente ao que foi visto no capítulo anterior, percebe-se agora uma diminuição dos valores de Nu com o aumento de Kn. Novamente, isto é explicado pela dificuldade na transmissão de calor, devido à inclusão do salto de temperatura. O comportamento das curvas que consiste em atingir um valor mínimo e, depois, aumentar até o valor assintótico, é observado também neste caso, onde há salto de temperatura, como mostra a FIG. 3.4. Como esse comportamento se verificou em todos os casos, embora menos acentuado para maiores valores de  $\beta_1$  e de Kn, supõe-se que ele é devido à condição de contorno considerada, a qual contempla um decaimento exponencial, seja da temperatura ou do fluxo de calor. De fato, como pode ser visto na FIG. 3.4, para o caso tradicional de Kn = 0 e  $\gamma = 0$  (Problema de Graetz), a curva do Nu não apresenta este comportamento, e para valores de  $\gamma$  diferentes de zero as curvas atingem um mínimo antes do valor assintótico. É interessante observar que o valor assintótico da curva de Kn = 0 é o mesmo, tanto para  $\gamma = 0$  quanto para  $\gamma = 3,8$ , uma vez que, ao longo do canal, o efeito do decaimento exponencial perde importância e o problema assemelha-se ao Problema de Graetz.

A FIG. 3.5 apresenta as curvas do calor total trocado pelo fluido ao longo do microcanal. Contrariamente ao mostrado no capítulo em que não se considerava o salto de temperatura, desta vez o calor acumulado é menor para maiores Números de Knudsen. Como o fluxo de calor é reduzido, acumula-se menos energia térmica. No entanto, o valor assintótico é o mesmo para todos os casos, ocorrendo primeiro para fluidos menos rarefeitos.

Nas FIGS. 3.6 e 3.7 são mostradas as temperaturas do fluido junto à superfície sólida (linhas contínuas), bem como as temperaturas médias (linhas tracejadas). Elas são menores para fluidos mais rarefeitos, devido à diminuição da transferência de calor. As temperaturas próximas à superfície são inferiores à da própria superfície, pois ocorre o efeito do salto de

temperatura. Nota-se também que na entrada do canal a diferença é maior pois a diferença entre a temperatura do fluido próximo à superfície e a temperatura da superfície é também maior. Além disso, o efeito da rarefação é de grande importância, pois se nota claramente a diferença entre as curvas da temperatura do fluido junto à superfície sólida, para diferentes valores do Número de Knudsen, principalmente na entrada do canal. Observa-se também um comportamento oscilatório dessas curvas, que apresentam um ponto de máximo e um de mínimo, este melhor observado na FIG. 3.7, com exceção da curva em que o Número de Knudsen vale zero, pois neste caso não se verifica salto de temperatura, conforme atesta a EQ. 3.11.

A FIG. 3.8 representa o mesmo fenômeno da FIG. 3.1, porém aumentou-se o valor de  $\beta_t$  para 10. Percebe-se qualitativamente o mesmo comportamento, no entanto o fluxo de calor é visivelmente mais reduzido que no caso anterior. De fato, como se adotou um salto maior de temperatura, é razoável que se obtenha menor transferência de calor, pois se aumentou a dificuldade da passagem de energia térmica.

A FIG. 3.9 é a equivalente da FIG. 3.2, mas com  $\beta_t = 10$ . Nota-se que as temperaturas da superfície sólida (linhas contínuas) permanecem inalteradas, como deveria ser. No entanto, houve uma queda brusca no valor das temperaturas médias do fluido (linhas tracejadas). Novamente a explicação reside no fato de se ter aumentado o valor do salto de temperatura.

Na FIG. 3.10 nota-se a redução substancial dos valores de Nu. Com a diminuição mais acentuada da transferência de calor, reduz-se também o valor de Número de Nusselt. A FIG. 3.11 mostra com maior detalhamento a região assintótica das curvas de Nu. Percebe-se que ainda existe o efeito de ponto de mínimo antes do valor assintótico, mas que esse efeito é atenuado se comparado ao caso anterior, que apresentava menor salto de temperatura. Além disso, para Números de Knudsen mais elevados, esse fenômeno também é reduzido. Novamente, foi traçada a curva do Problema de Graetz para efeito de comparação.

O calor total recebido pelo escoamento, mostrado na FIG. 3.12, atinge o mesmo valor assintótico para qualquer Kn, porém agora com maior lentidão. É preciso um comprimento maior de canal para se atingir esse valor, pois os valores do calor acumulado são menores, visto que a transferência de calor é reduzida na superfície sólida.

As FIGS. 3.13 e 3.14 mostram as temperaturas do fluido junto à superfície sólida (linhas contínuas) e as temperaturas médias dos fluidos (linhas tracejadas). Percebe-se que os valores das temperaturas são inferiores aos das FIGS. 3.6 e 3.7, pois há maior efeito do salto de temperatura. Novamente, ocorre um efeito oscilatório nas curvas da temperatura de superfície

do fluido, no entanto é possível notar que esse efeito é menos acentuado para fluidos mais rarefeitos, que apresentam inclusive curvas com comportamento monotônico.

A FIG. 3.15 trata do **Caso 2**. Em suma, foram mantidas as mesmas considerações e simbologia do **Caso 2** do capítulo anterior, acrescentando-se apenas o efeito do salto de temperatura. Neste caso, adotou-se  $\beta_t = 1,667$ , e nota-se que o fluxo de calor junto à superfície sólida é o mesmo para qualquer valor de Kn, pois de fato é um parâmetro previamente fixado no problema, como descrito na EQ. 3.15, portanto não há diferença entre a FIG. 3.15 e a FIG. 2.6.

Na FIG. 3.16 são mostradas a temperatura da superfície sólida (linha contínua) e a temperatura média do fluido (linha tracejada). Como descreve a EQ. 3.17, a temperatura da superfície é igual à temperatura do fluido na superfície acrescida do salto de temperatura. Este, por sua vez, é maior para maiores valores de Kn, a ponto de a temperatura da superfície sólida apresentar comportamento oposto ao da temperatura do fluido junto à superfície sólida, isto é: para fluidos mais rarefeitos, a correspondente temperatura de parede é superior. A temperatura média do fluido não se altera em relação ao caso em que não há salto de temperatura, pois o fluxo de calor que entra no sistema é o mesmo.

A FIG. 3.17 indica que os valores de Nu são menores para fluidos mais rarefeitos, como afirma a literatura (LARRODÉ et al., 2000), (YU e AMEEL, 2001), (MYONG et al., 2006), e esse comportamento é portanto contrário ao do caso sem salto de temperatura. Mais uma vez percebe-se que as curvas apresentam um ponto de mínimo antes de atingirem seu valor assintótico, e a curva do Problema de Graetz é feita a título de comparação. Isto pode ser melhor percebido na FIG. 3.18.

A FIG. 3.19 apresenta a quantidade total de calor transportado pelo fluido. Como o fluxo de calor na superfície sólida é o mesmo, a quantidade de calor total também será a mesma do caso do capítulo anterior.

Na FIG. 3.20 percebem-se a temperatura do fluido junto à superfície sólida (linha contínua) e a temperatura média do fluido (linha tracejada). Este gráfico em nada se diferencia da FIG. 2.7, pois de fato o problema térmico para o fluido permanece o mesmo. A diferença devida ao salto de temperatura é sentida pela superfície sólida, como é mostrado na FIG. 3.16.

A FIG. 3.21 mostra o fluxo de calor junto à superfície sólida para o **Caso 2**, mas neste caso com  $\beta_t = 10$ . Percebe-se que não há mudança em relação à FIG. 3.15, pois conforme foi explicado anteriormente, o fluxo é prescrito e independente de  $\beta_t$ .

Na FIG. 3.22, percebem-se as curvas das temperaturas da superfície sólida (linhas contínuas) e a curva da temperatura média (linha tracejada). Nota-se que os valores das linhas contínuas são significativamente superiores a seus correspondentes na FIG.3.16, pois o salto de temperatura no presente caso é superior, o que aumenta a diferença entre as temperaturas da superfície sólida e a do fluido na superfície sólida.

A FIG. 3.23 apresenta as curvas do Número de Nusselt. Devido à presença do salto de temperatura, seus valores são menores para Números de Knudsen maiores. Além disso, como o salto de temperatura é maior do que o da FIG. 3.17, os Números de Nusselt encontrados na FIG. 3.23 são inferiores. A FIG. 3.24 mostra com mais detalhes o comportamento já observado nas demais curvas de Nu, e pode-se perceber que esse efeito é reduzido na presença de maiores saltos de temperatura e Kn.

O calor total transportado pelo fluido é mostrado na FIG. 3.25, e é o mesmo do mostrado na FIG. 3.19.

Na FIG. 3.26, nota-se que o comportamento das temperaturas do fluido junto à superfície sólida (linhas contínuas) e temperatura média (linha tracejada) é o mesmo da FIG. 3.20, pois o problema térmico é o mesmo.

As FIGS. 3.1-3.26 trataram dos **Casos 1 e 2**, ou seja, escoamento entre placas planas paralelas, e foram utilizados dois valores para a constante de acomodação térmica: 1,667 e 10.

Encerram-se neste ponto os comentários a respeito dos casos de escoamento entre placas paralelas. Nos **Casos 3 e 4** (escoamento em tubo) são utilizados os mesmos valores para a constante de acomodação térmica. As mesmas considerações feitas para as FIGS. 3.1-3.26 valem para as figuras dos **Casos 3 e 4**. Ou seja, os casos de escoamento em tubo são basicamente os mesmos do capítulo anterior, mas desta vez incluiu-se o salto de temperatura. Sendo assim, qualitativamente falando, foram observados os mesmos comportamentos dos **Casos 1 e 2** deste capítulo, em todos os gráficos, como a redução dos valores dos Números de Nusselt, por exemplo. Por isso, não serão feitos neste capítulo comentários a respeito das figuras relativas aos **Casos 3 e 4**, pois são os mesmos das FIGS. 3.1-3.26, bastando-se recorrer a eles para maiores esclarecimentos. No entanto, as figuras correspondentes relativas aos **Casos 3 e 4** são apresentadas no APÊNDICE 1, onde podem ser comparadas com as figuras deste capítulo, referentes aos **Casos 1 e 2**.

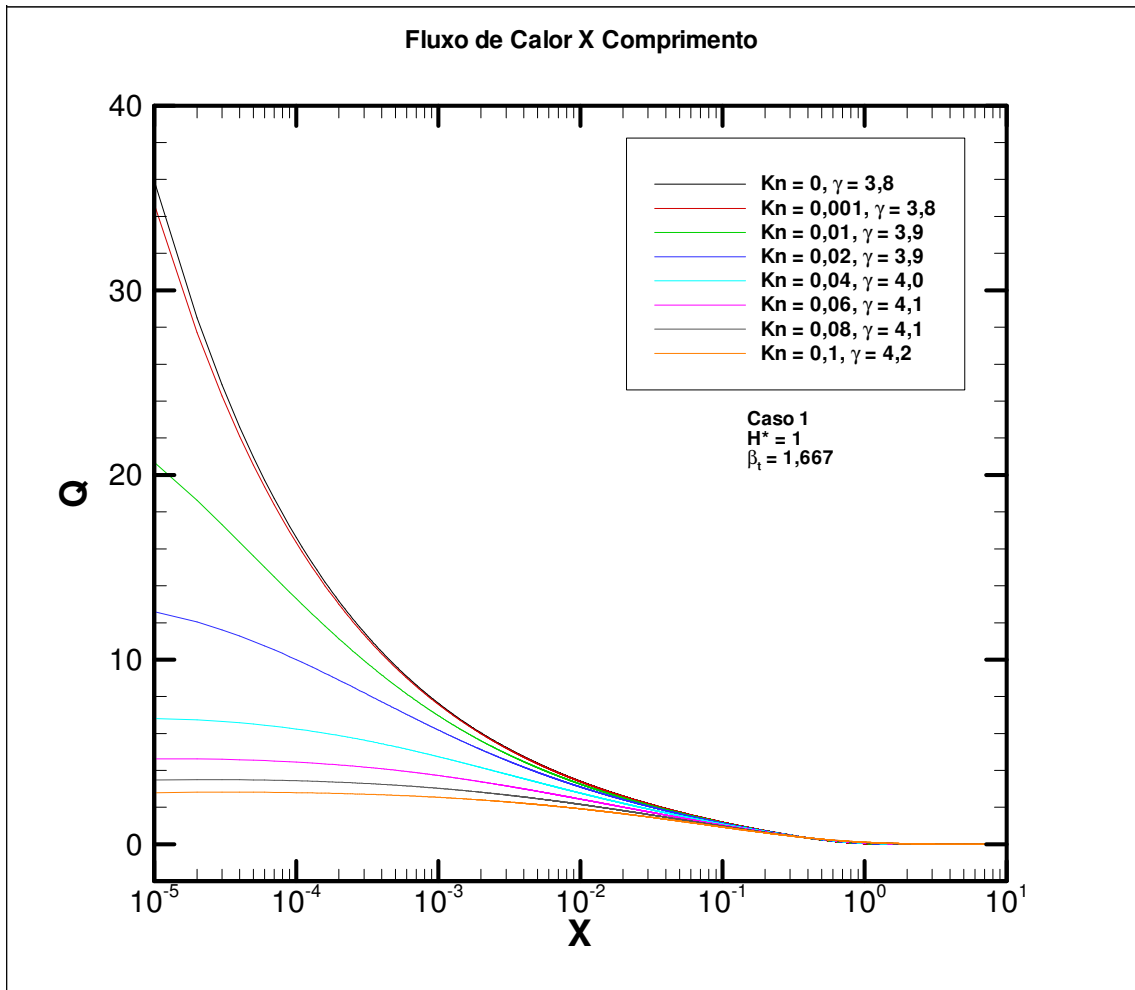


FIG. 3.1 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

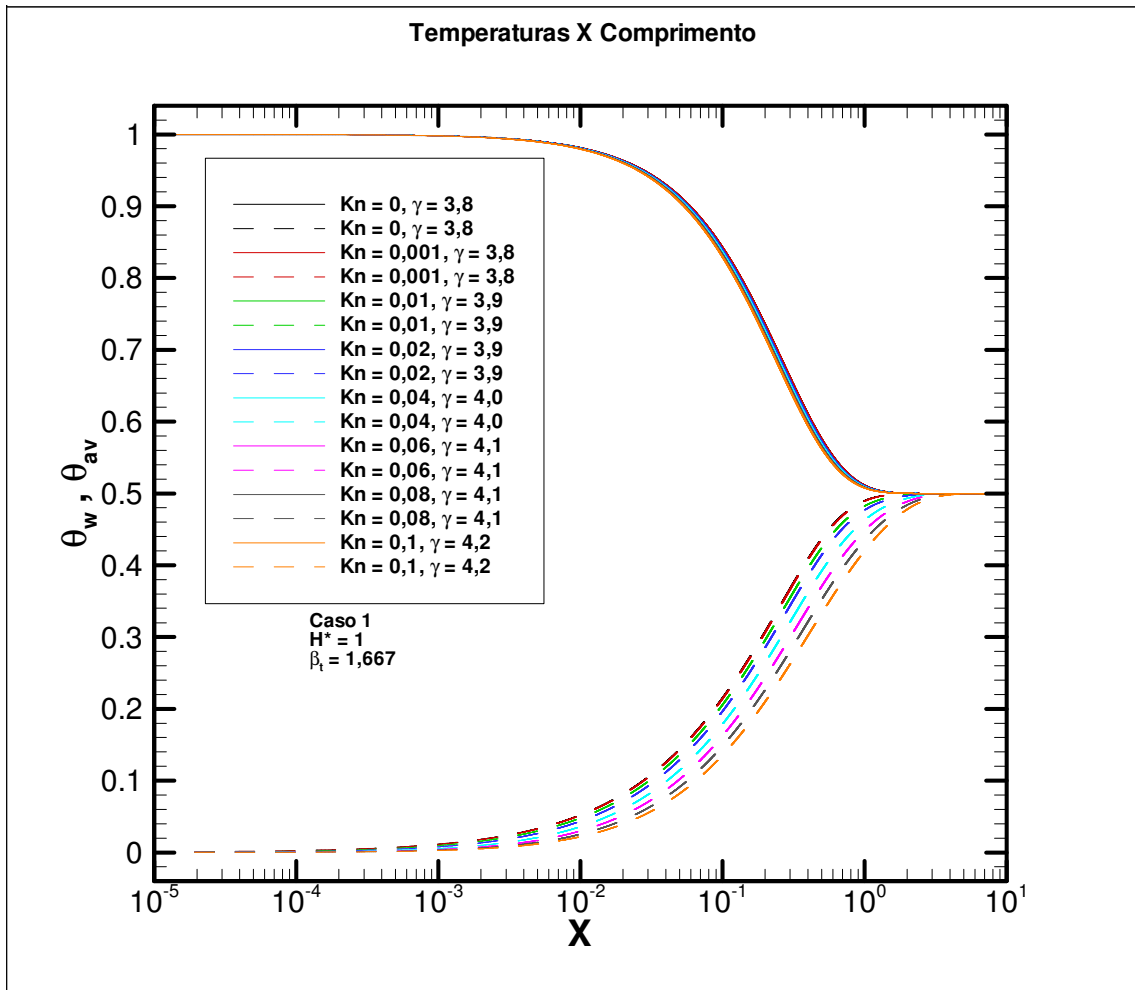


FIG. 3.2 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

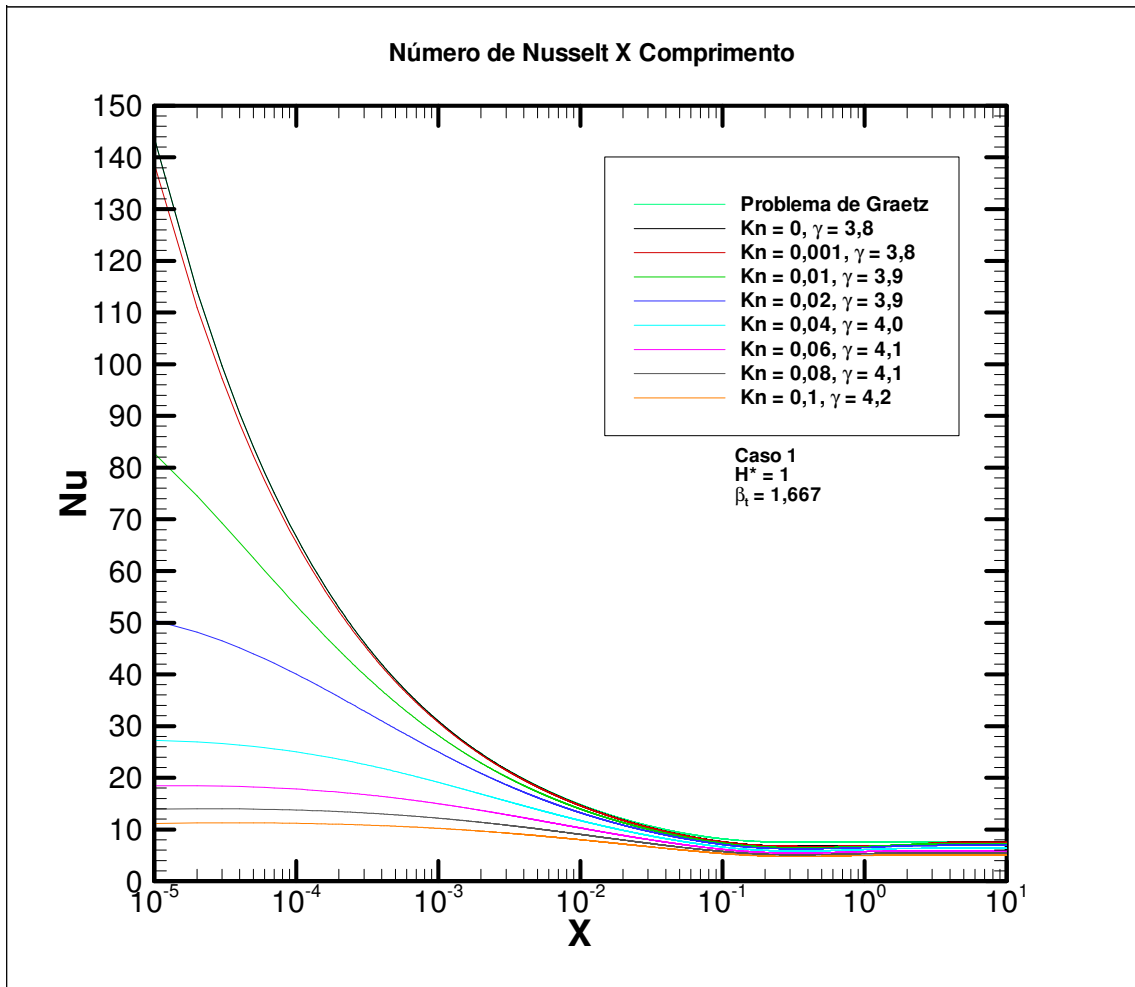


FIG. 3.3 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.



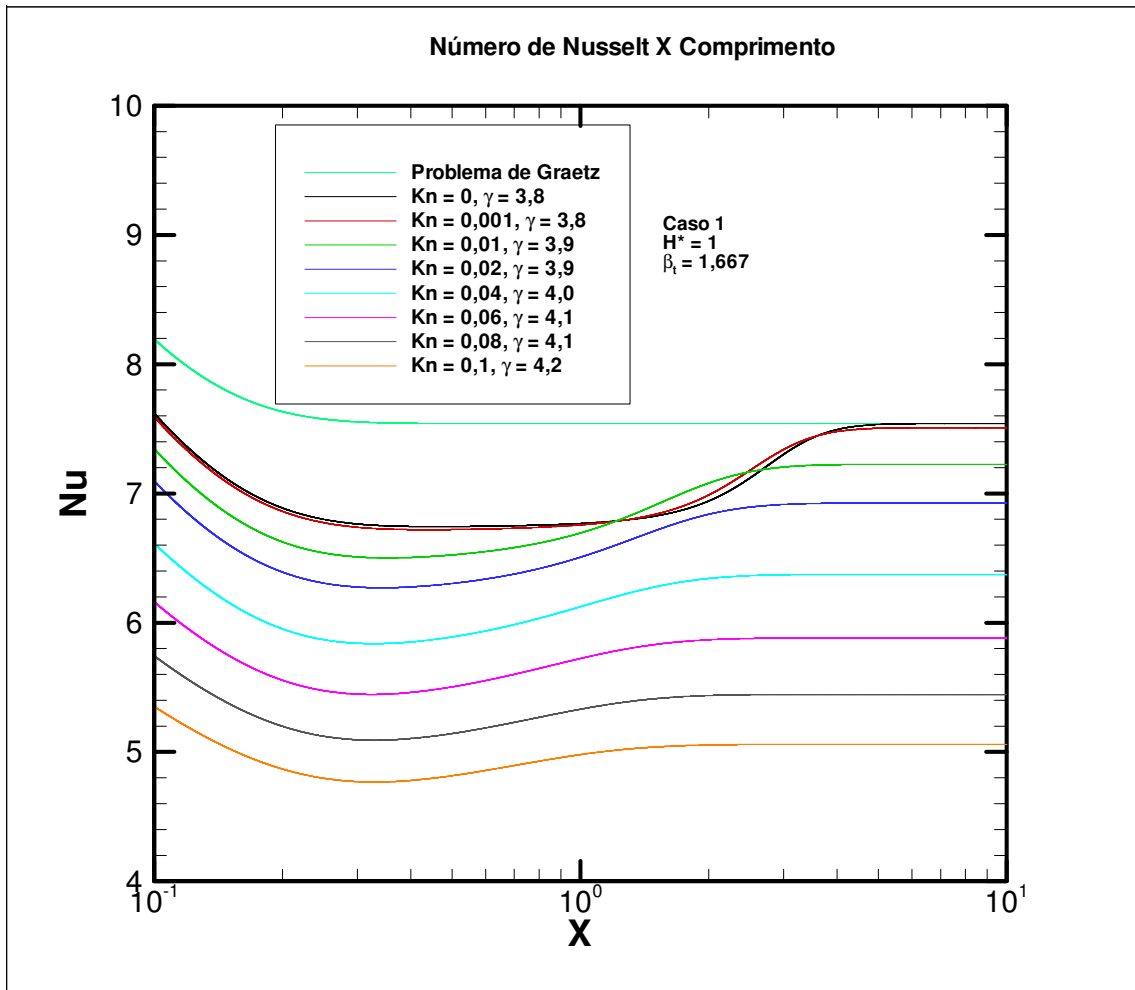


FIG. 3.4 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

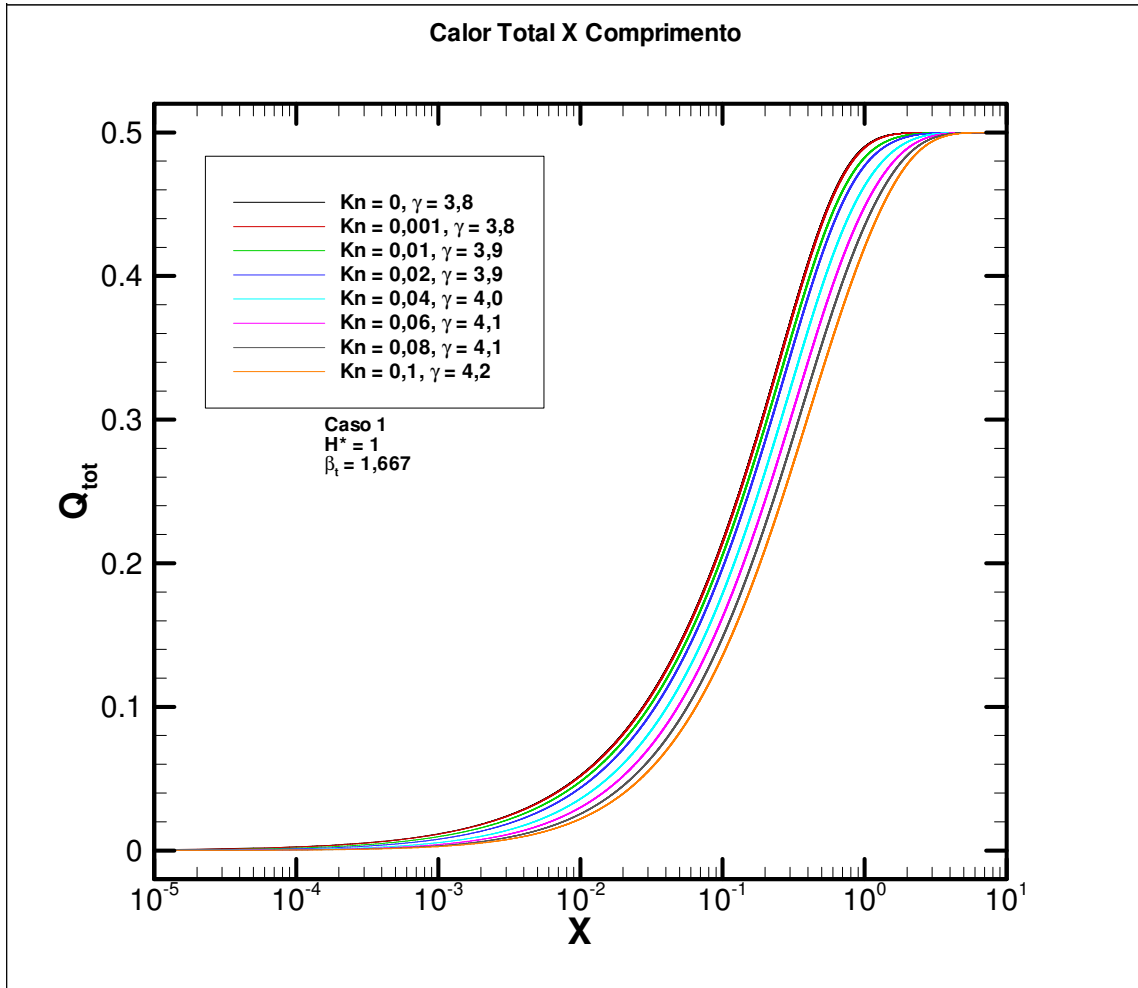


FIG. 3.5 Calor total para diferentes Kn.

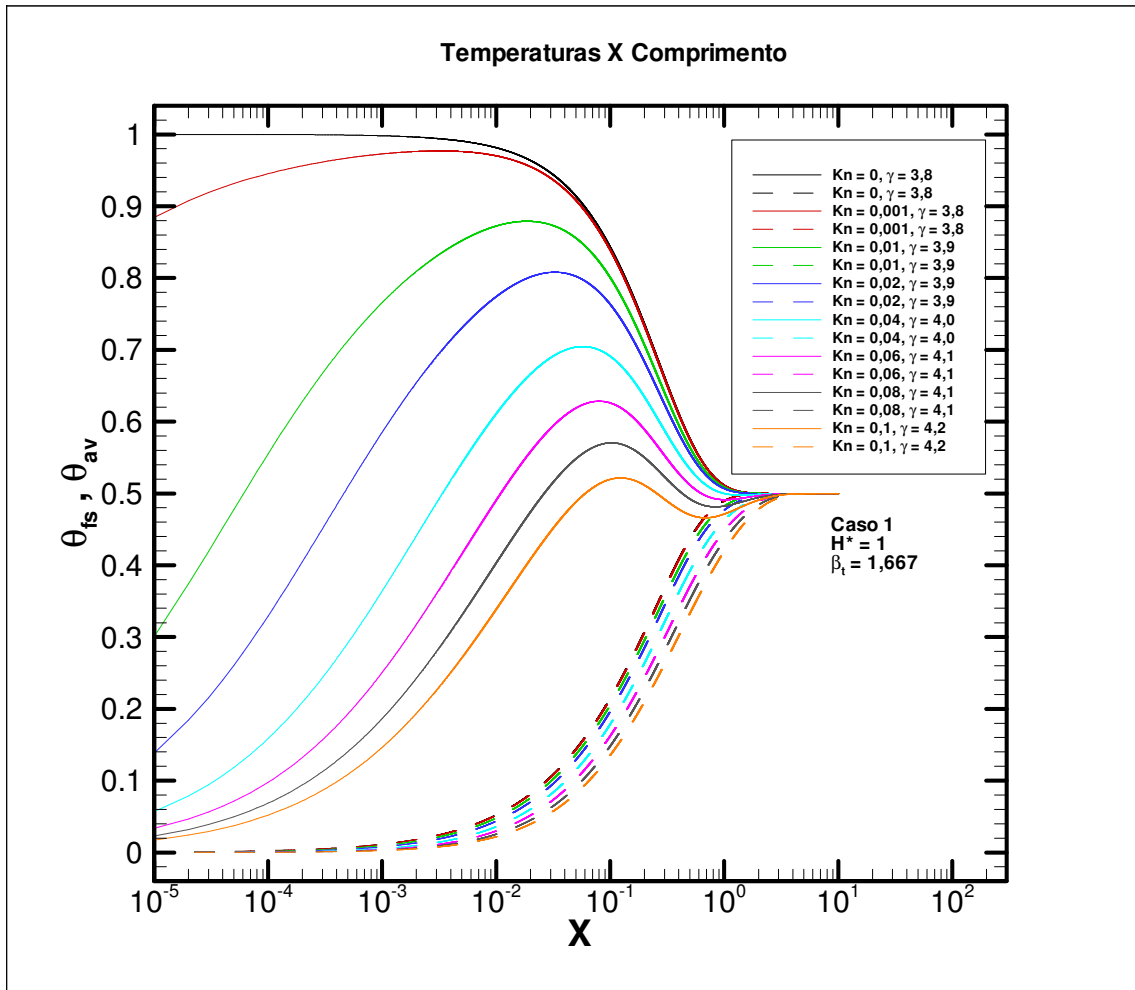


FIG. 3.6 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

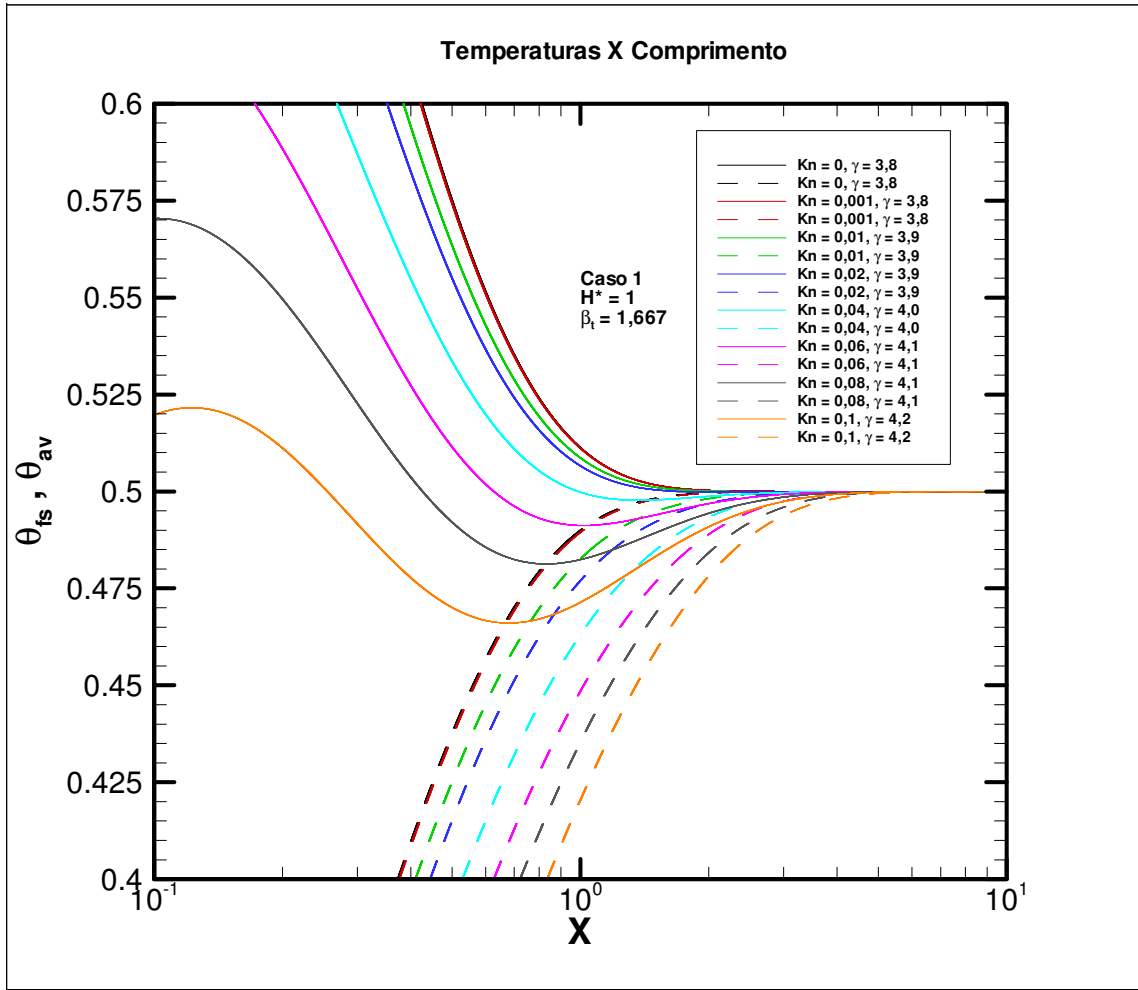


FIG. 3.7 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de Kn.

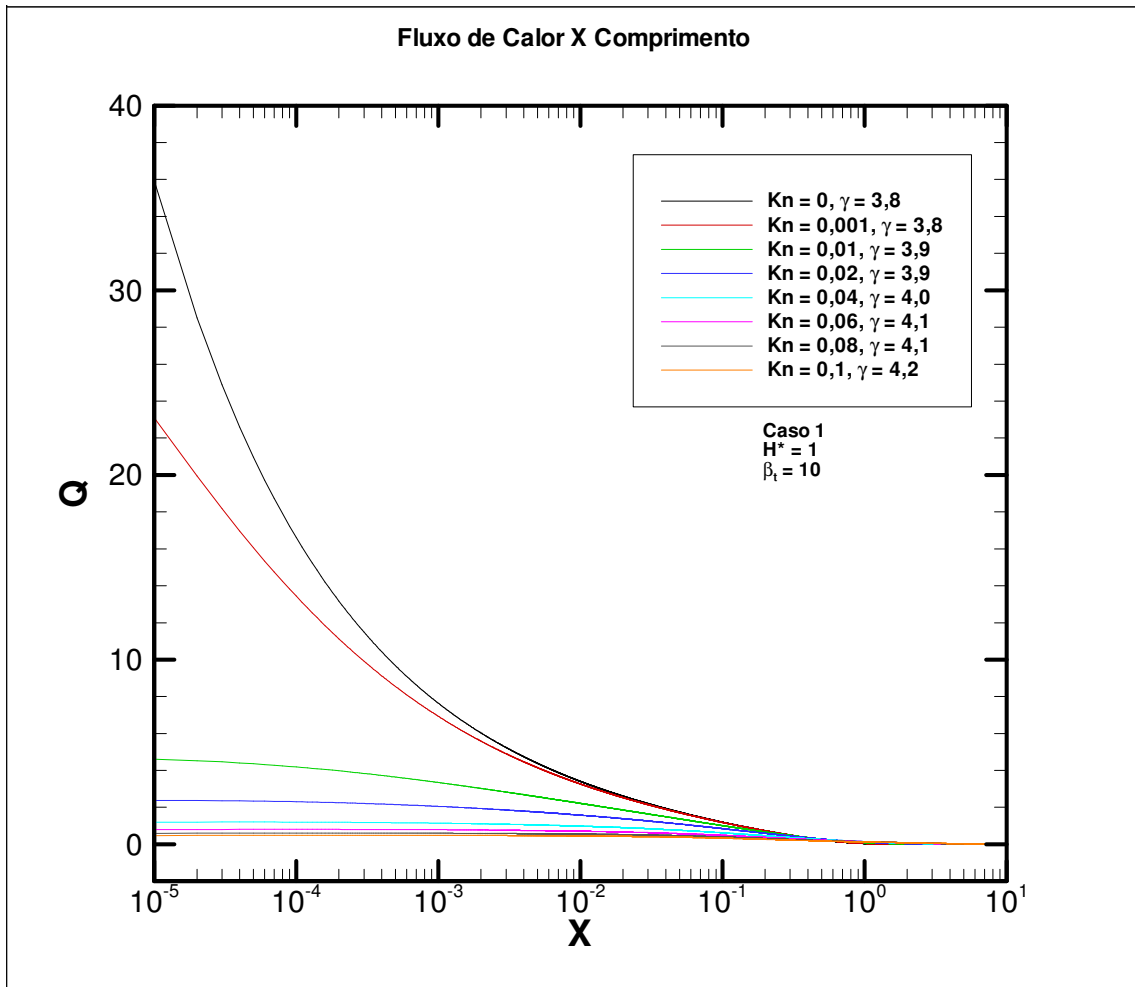


FIG. 3.8 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

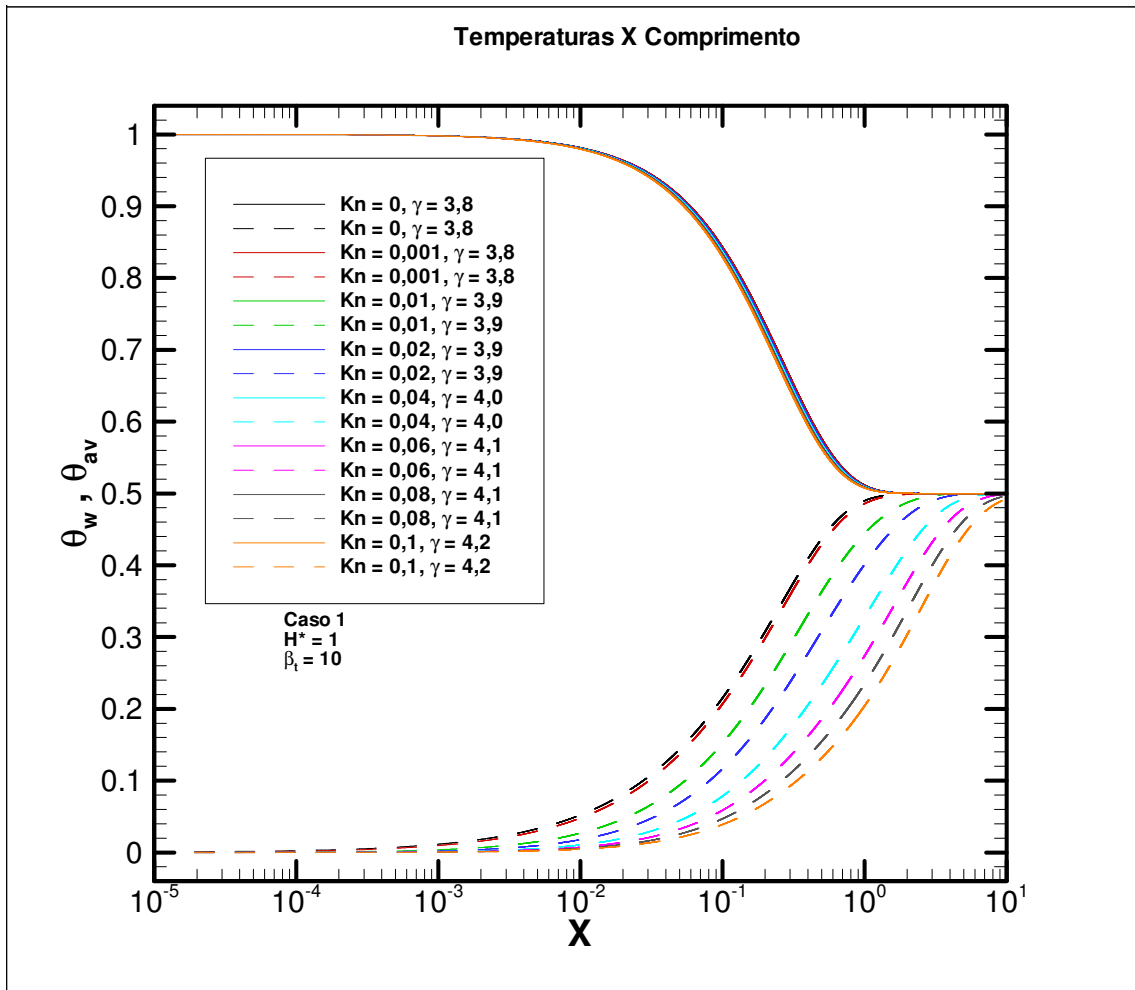


FIG. 3.9 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

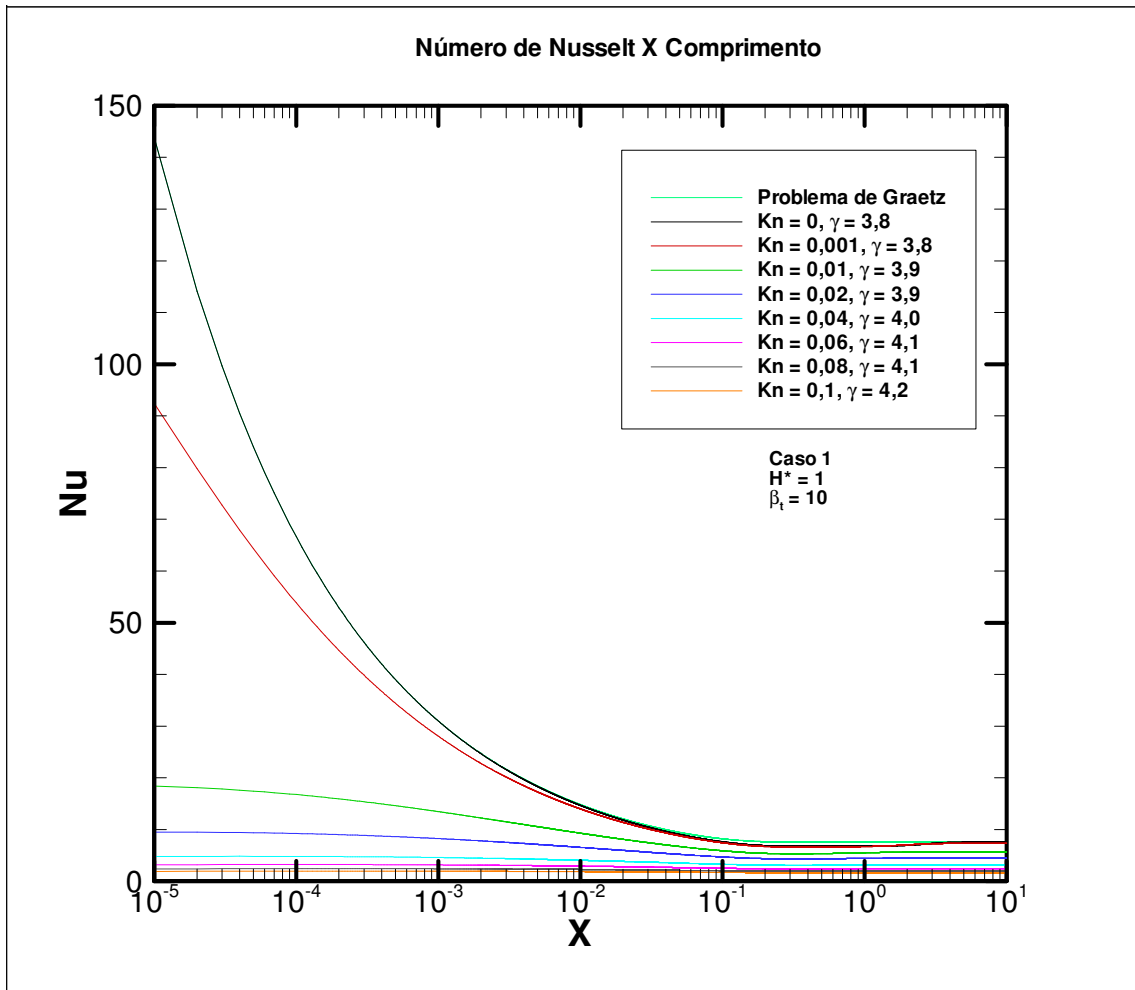


FIG. 3.10 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

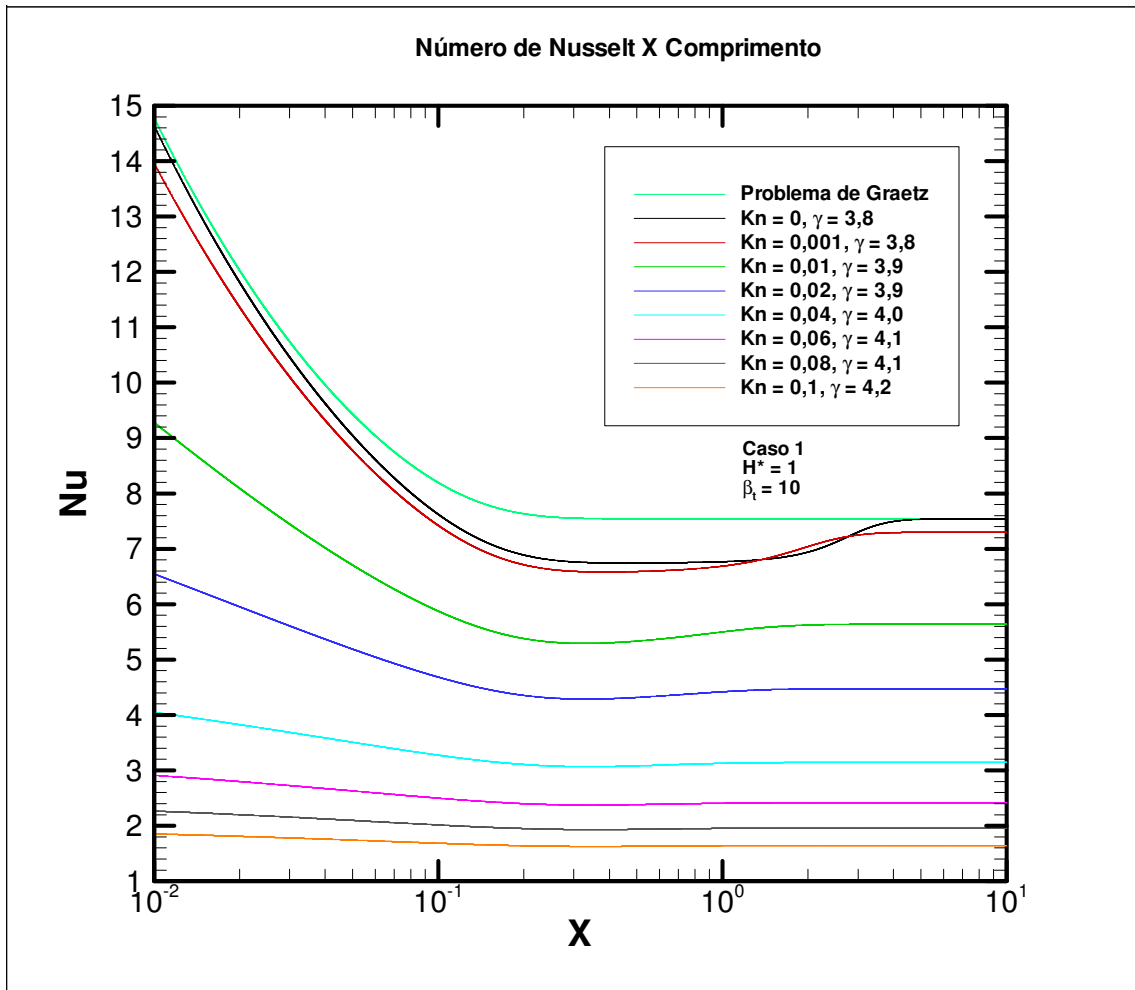


FIG. 3.11 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.



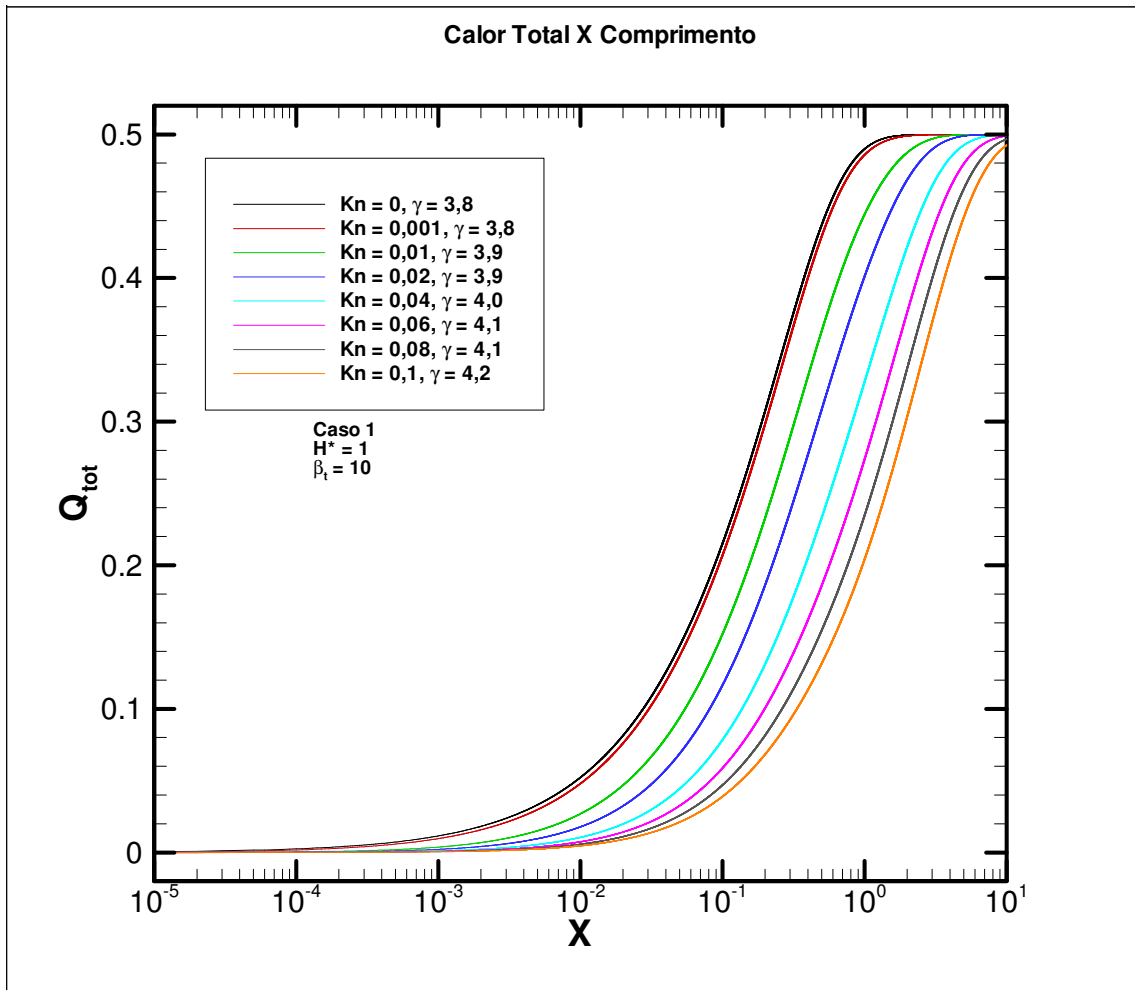


FIG. 3.12 Calor total para diferentes Kn.

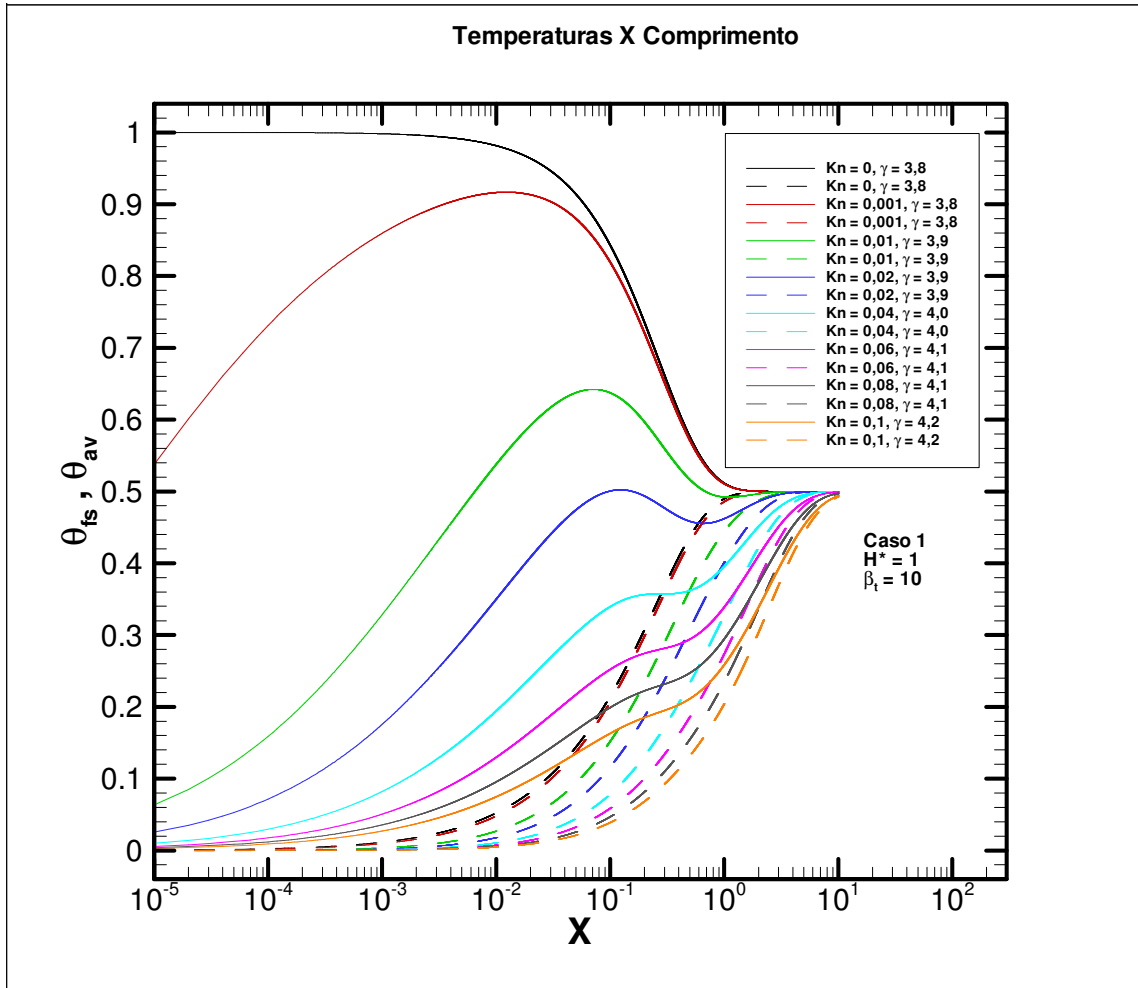


FIG. 3.13 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

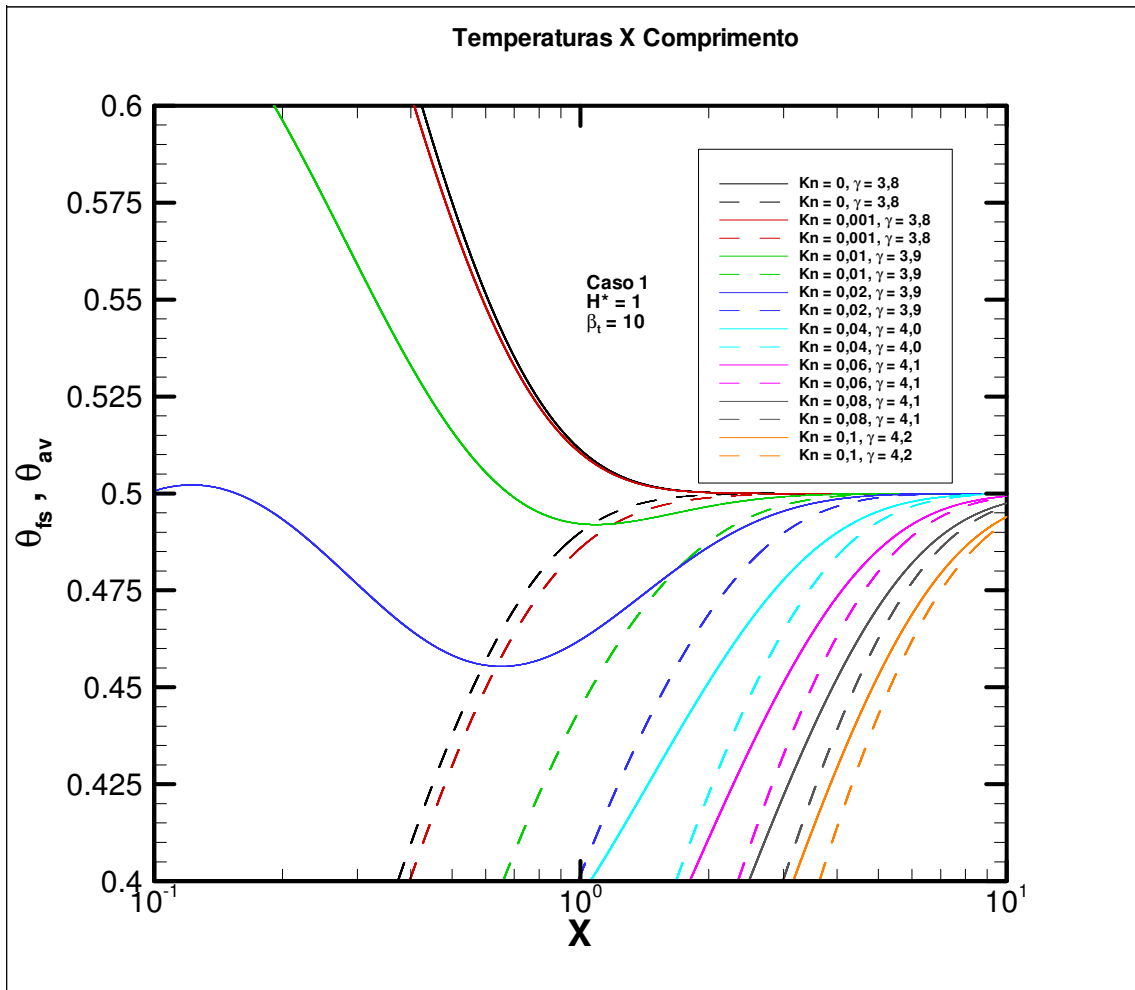


FIG. 3.14 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de Kn.

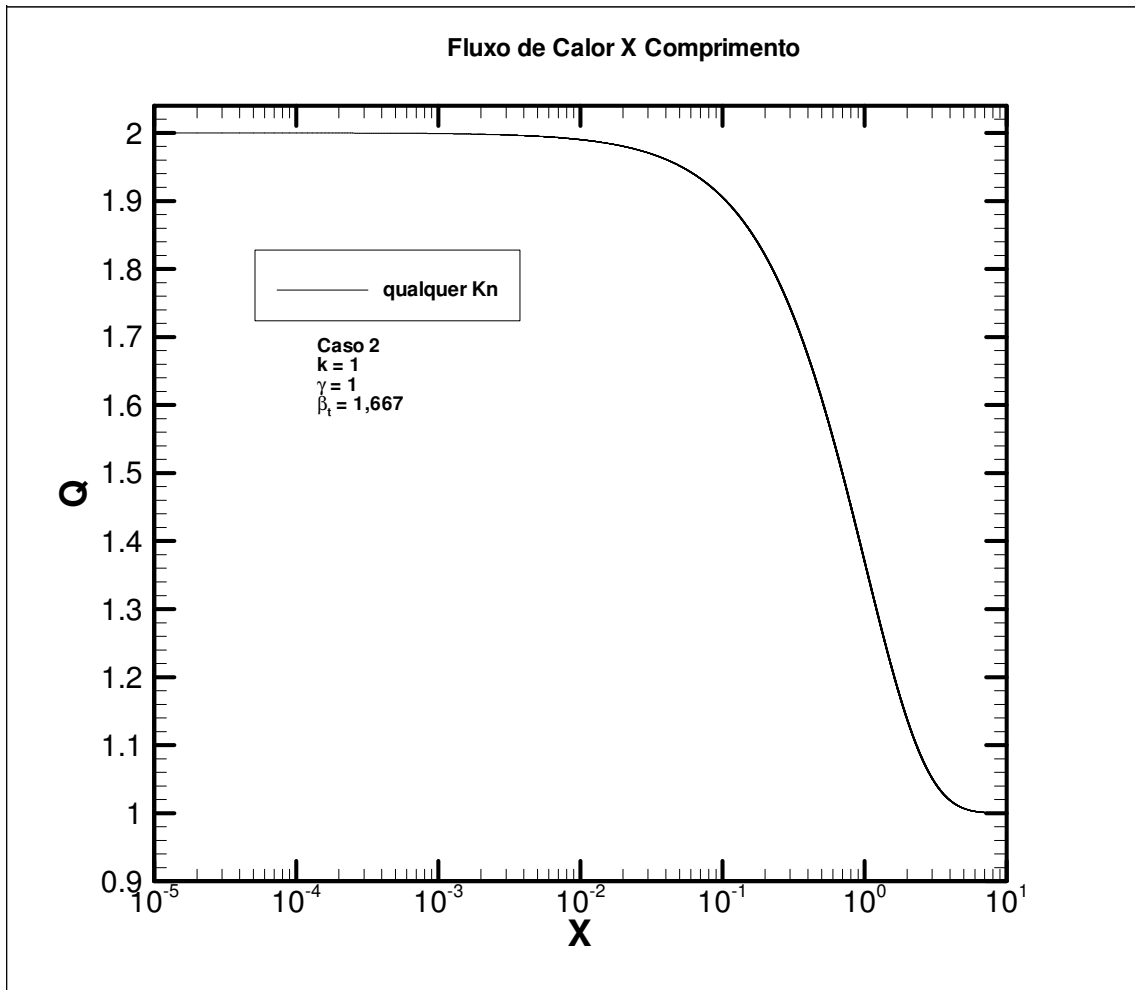


FIG. 3.15 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes Kn.

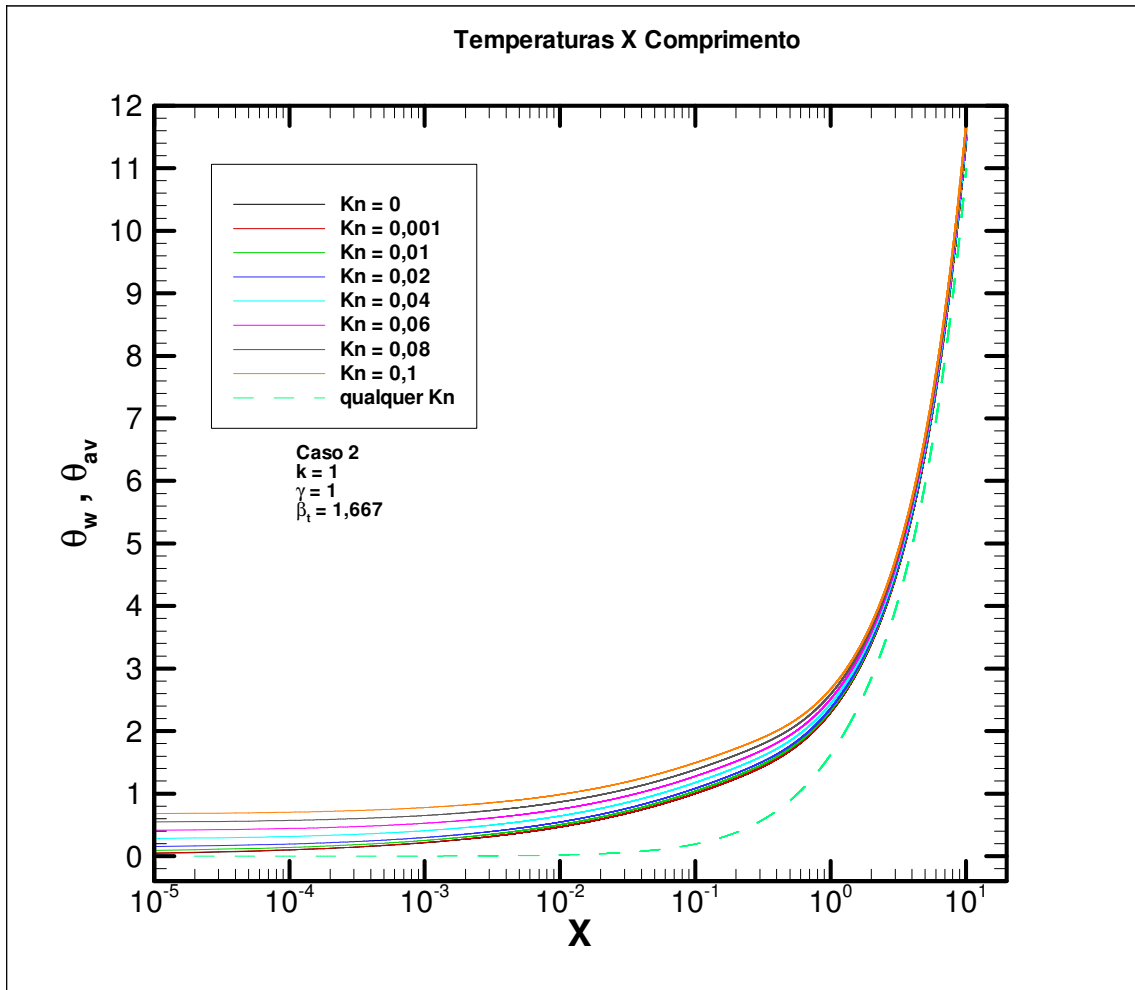


FIG. 3.16 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.

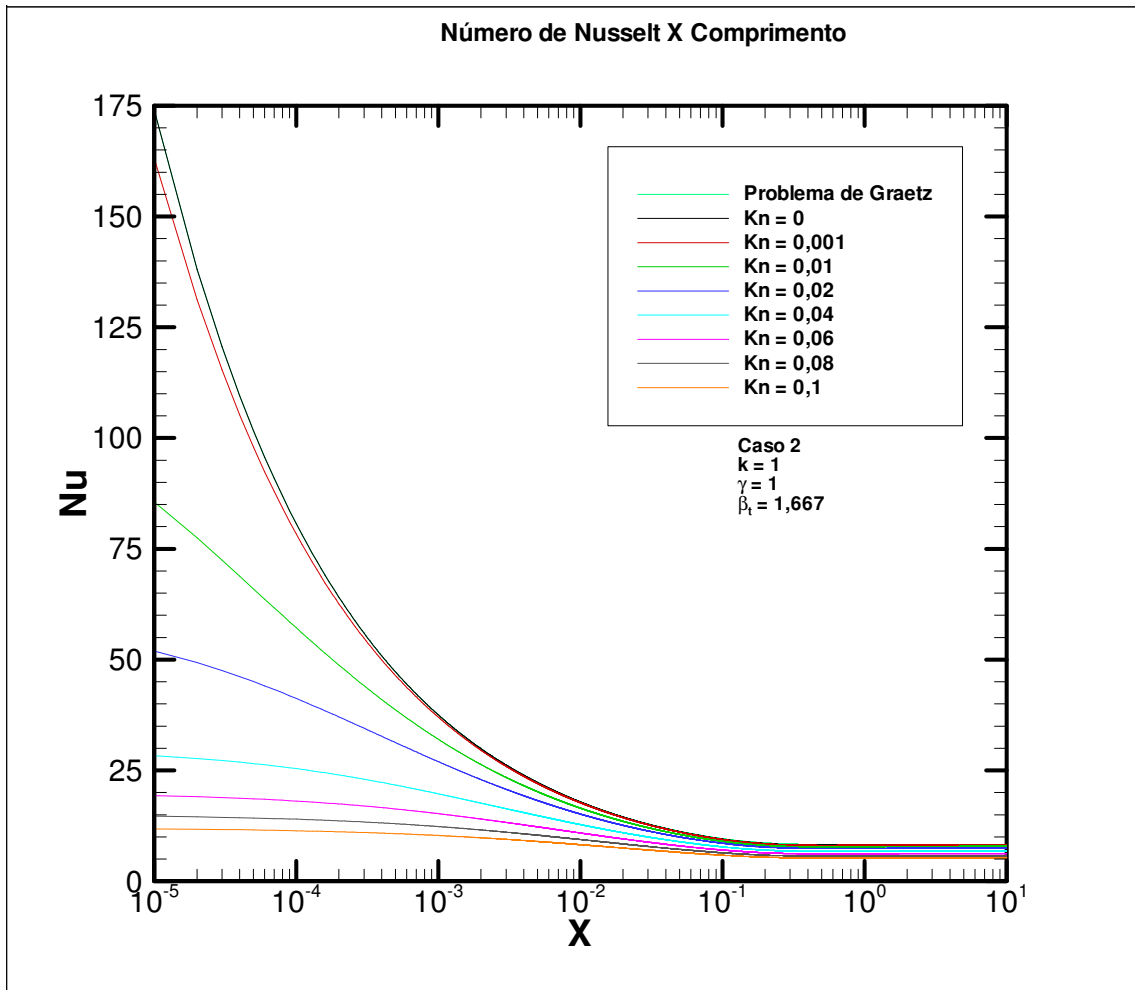


FIG. 3.17 Distribuição do Nu para diferentes Kn.

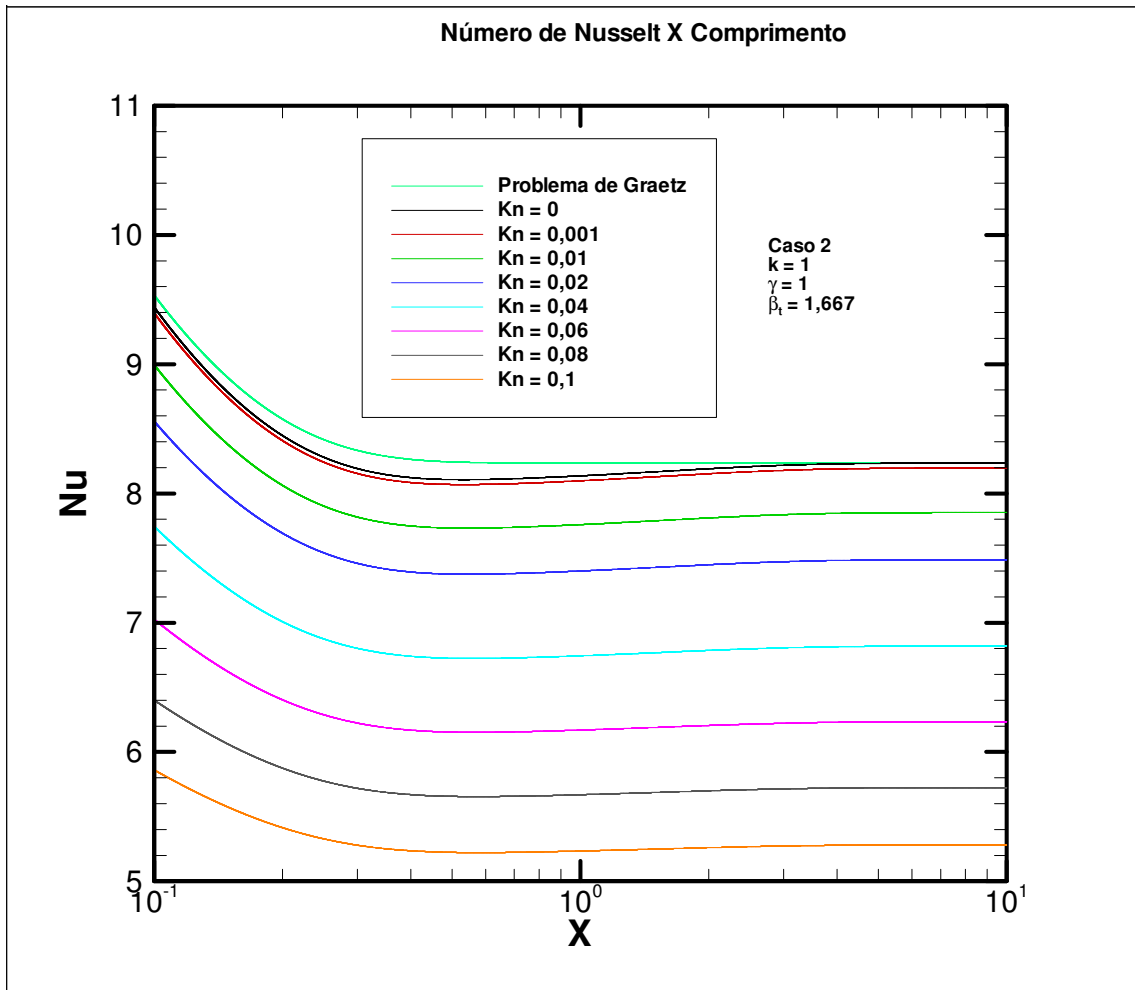


FIG. 3.18 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

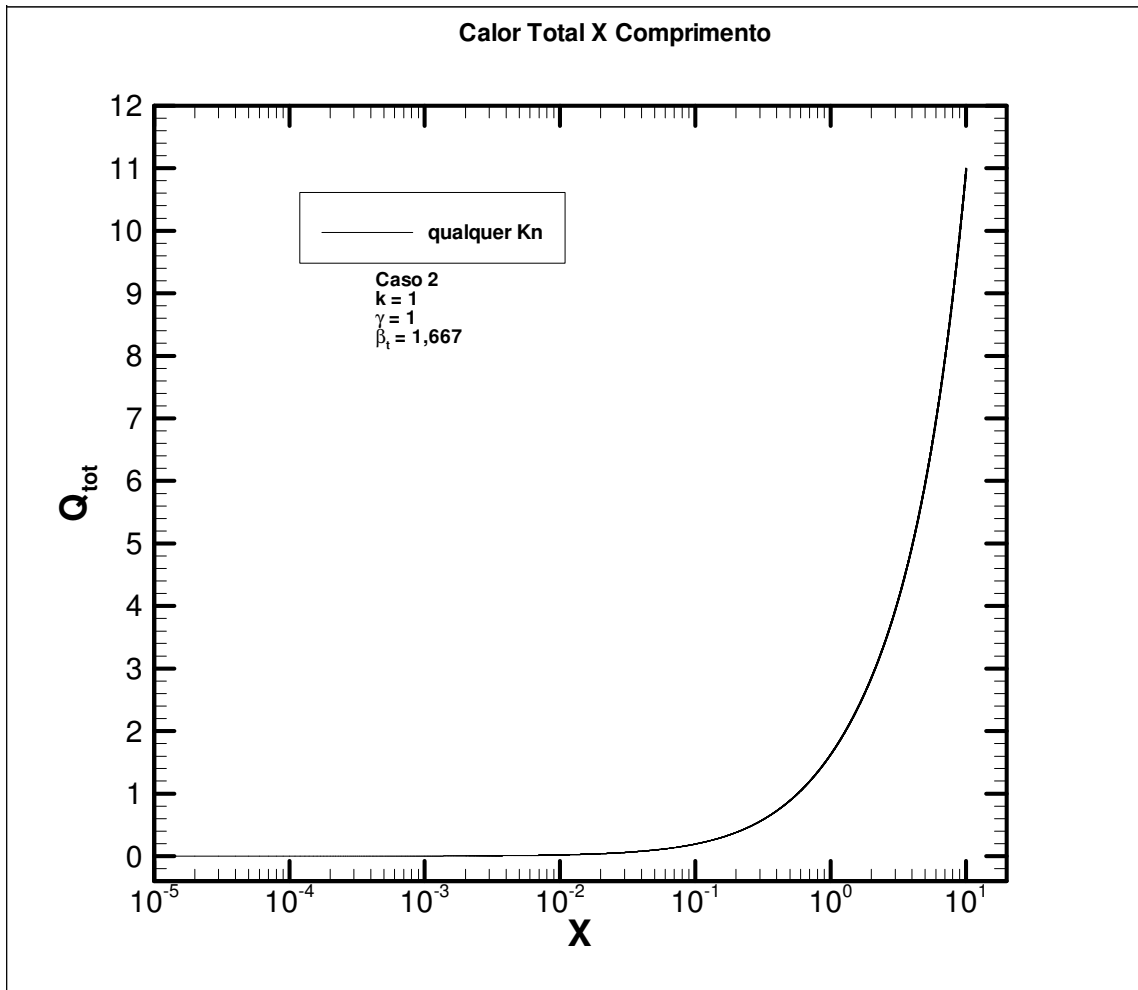


FIG. 3.19 Calor total para diferentes Kn.



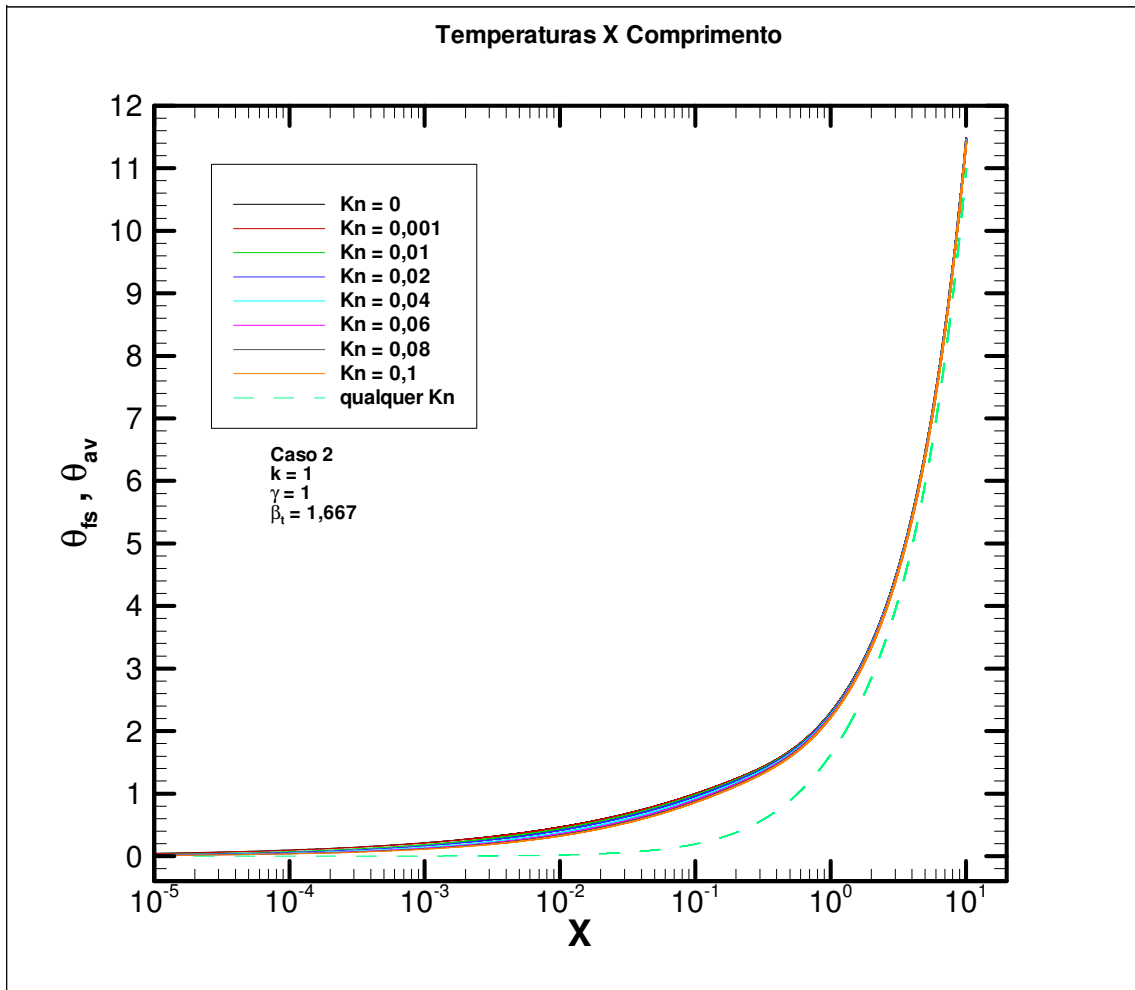


FIG. 3.20 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de  $Kn$ .

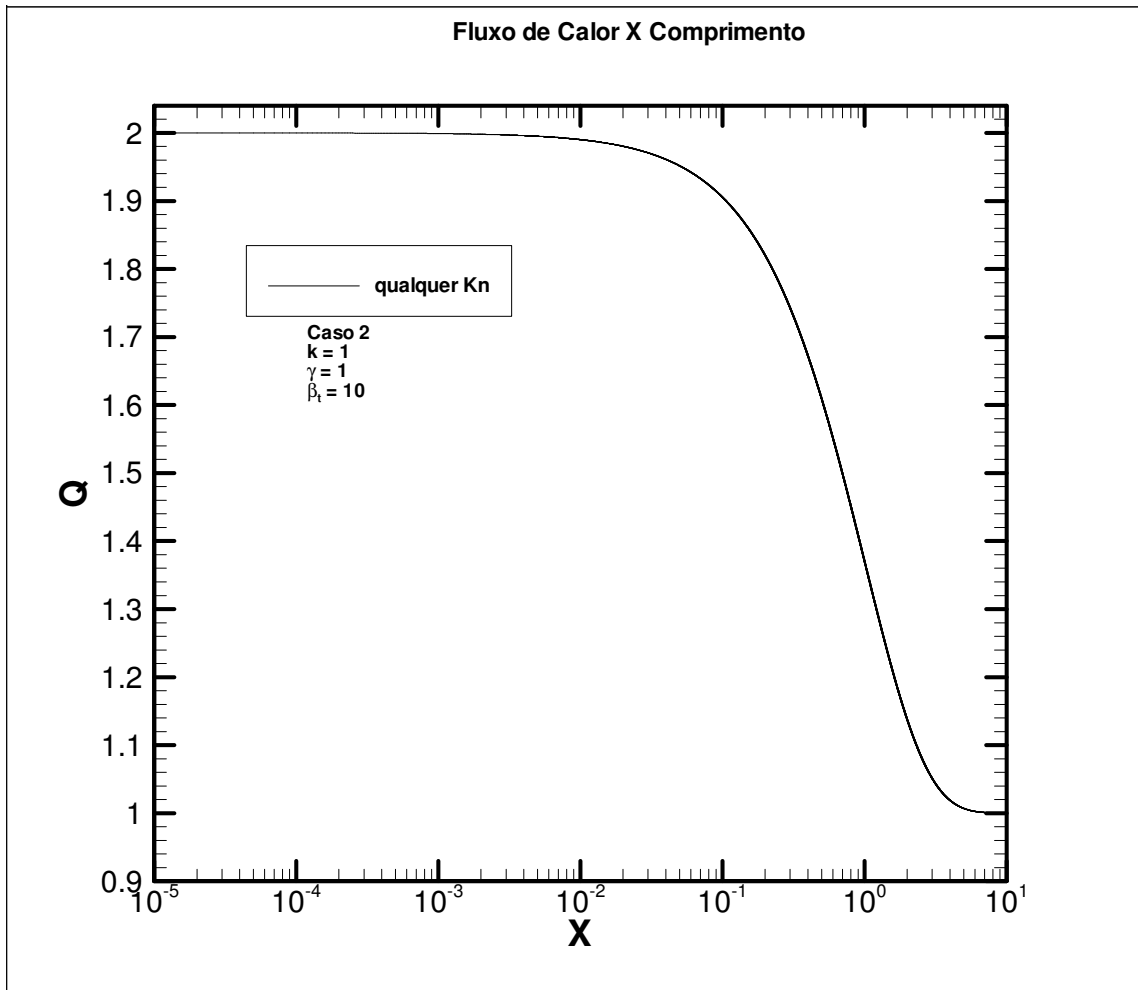


FIG. 3.21 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes Kn.

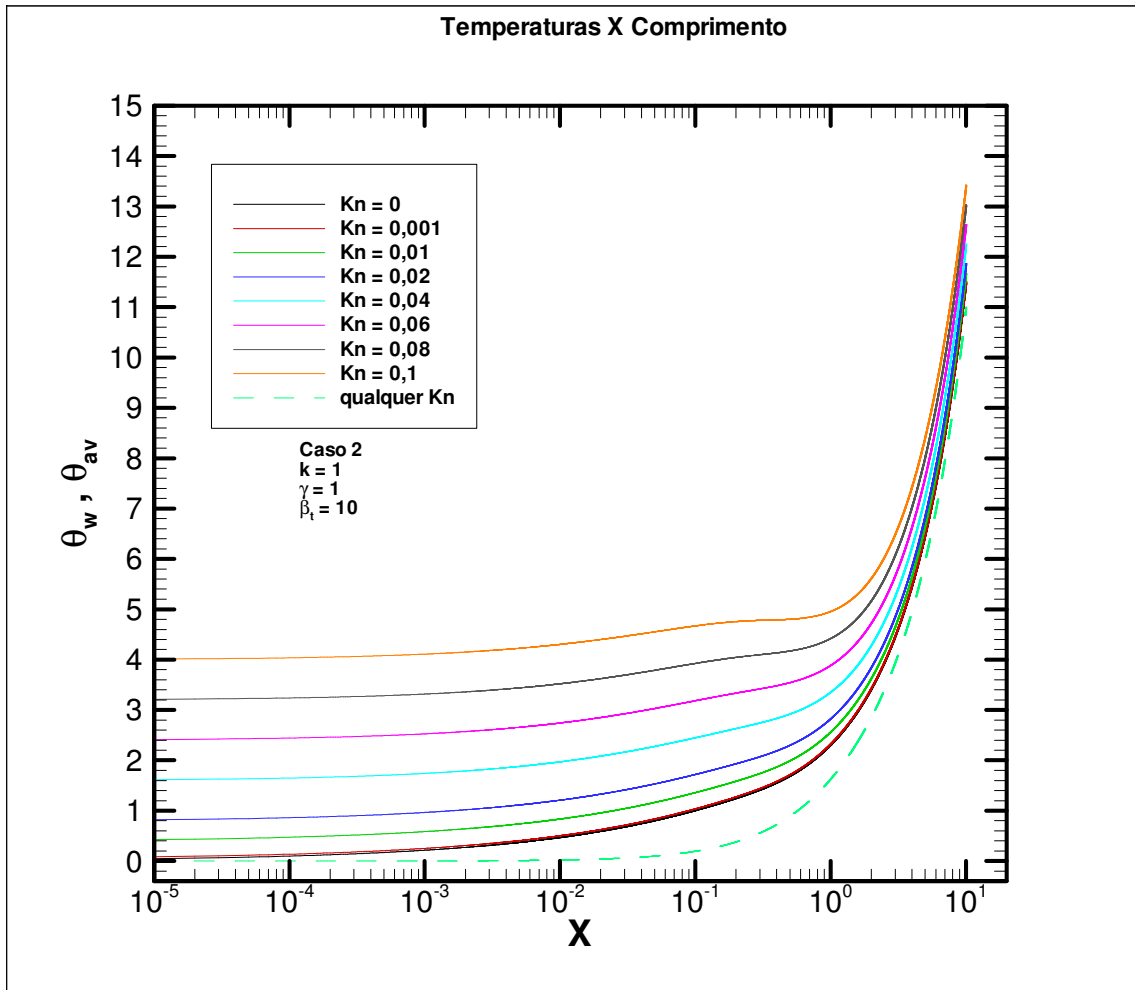


FIG. 3.22 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.

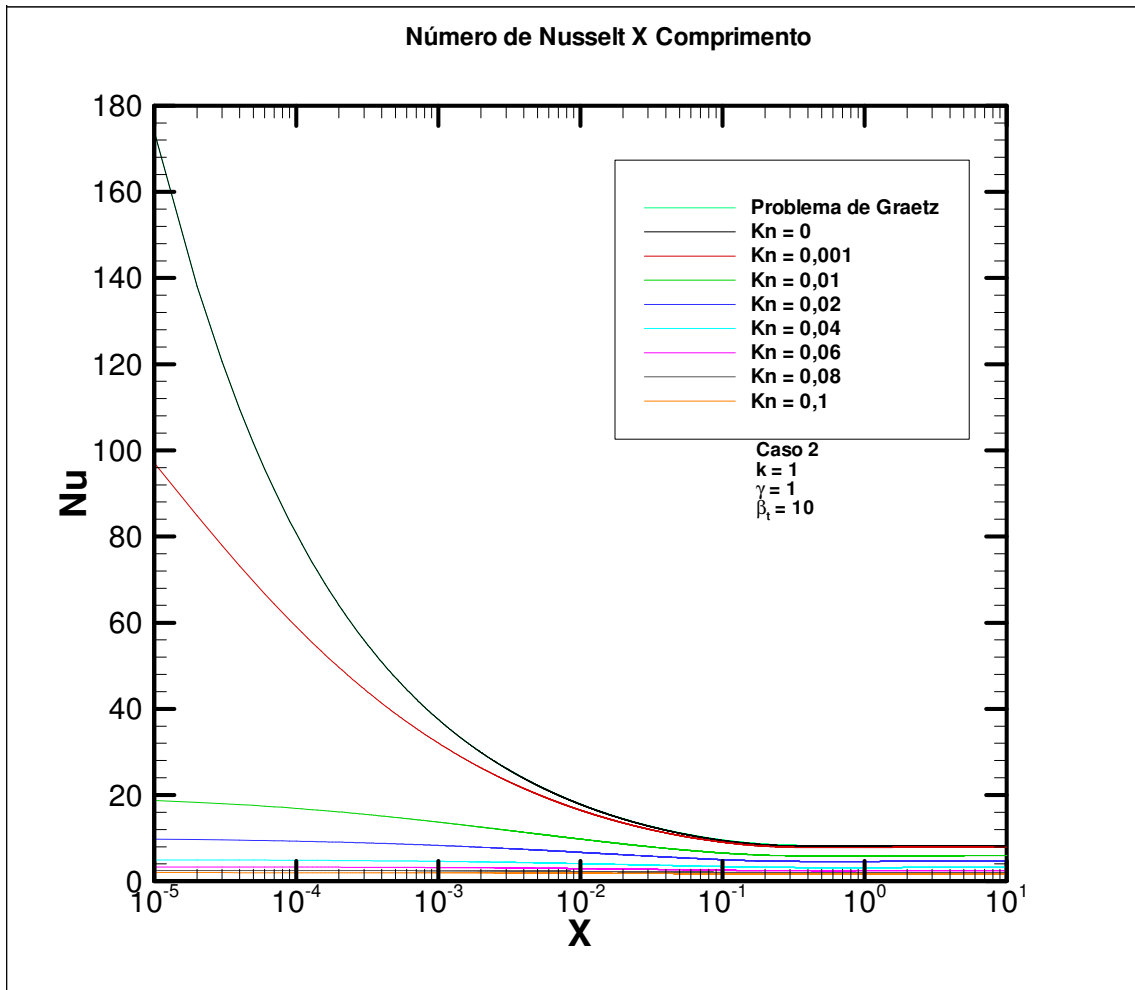


FIG. 3.23 Distribuição do Nu para diferentes Kn.

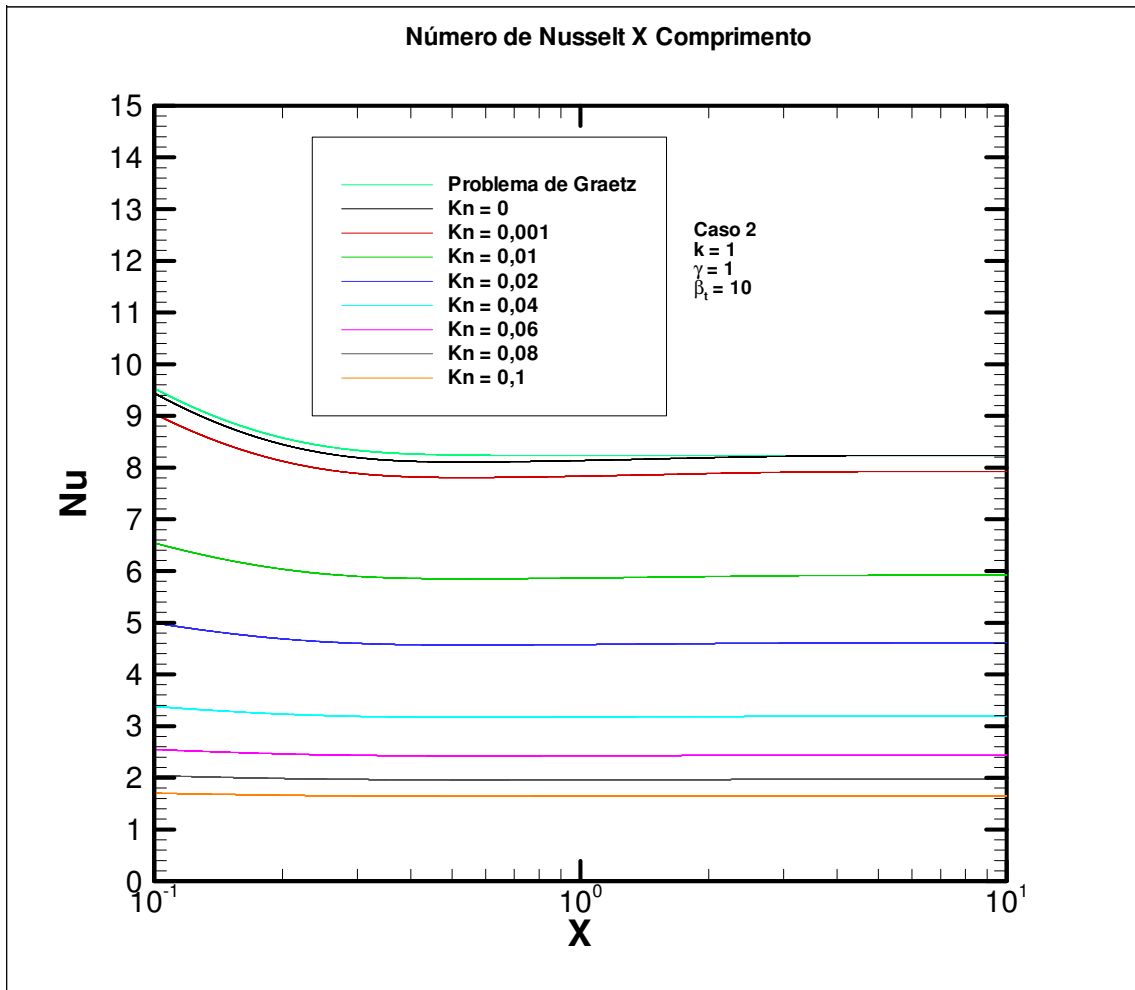


FIG. 3.24 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

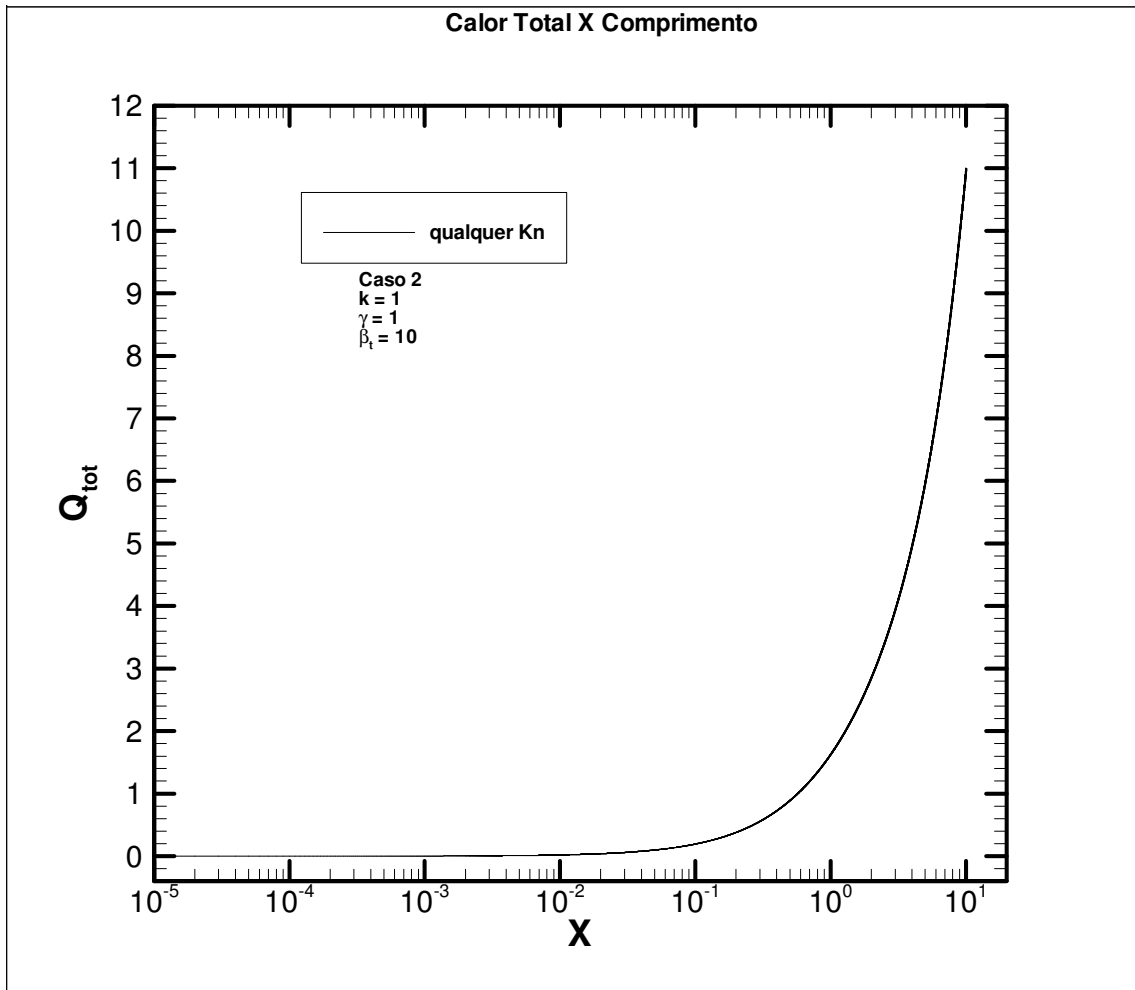


FIG. 3.25 Calor total para diferentes Kn.

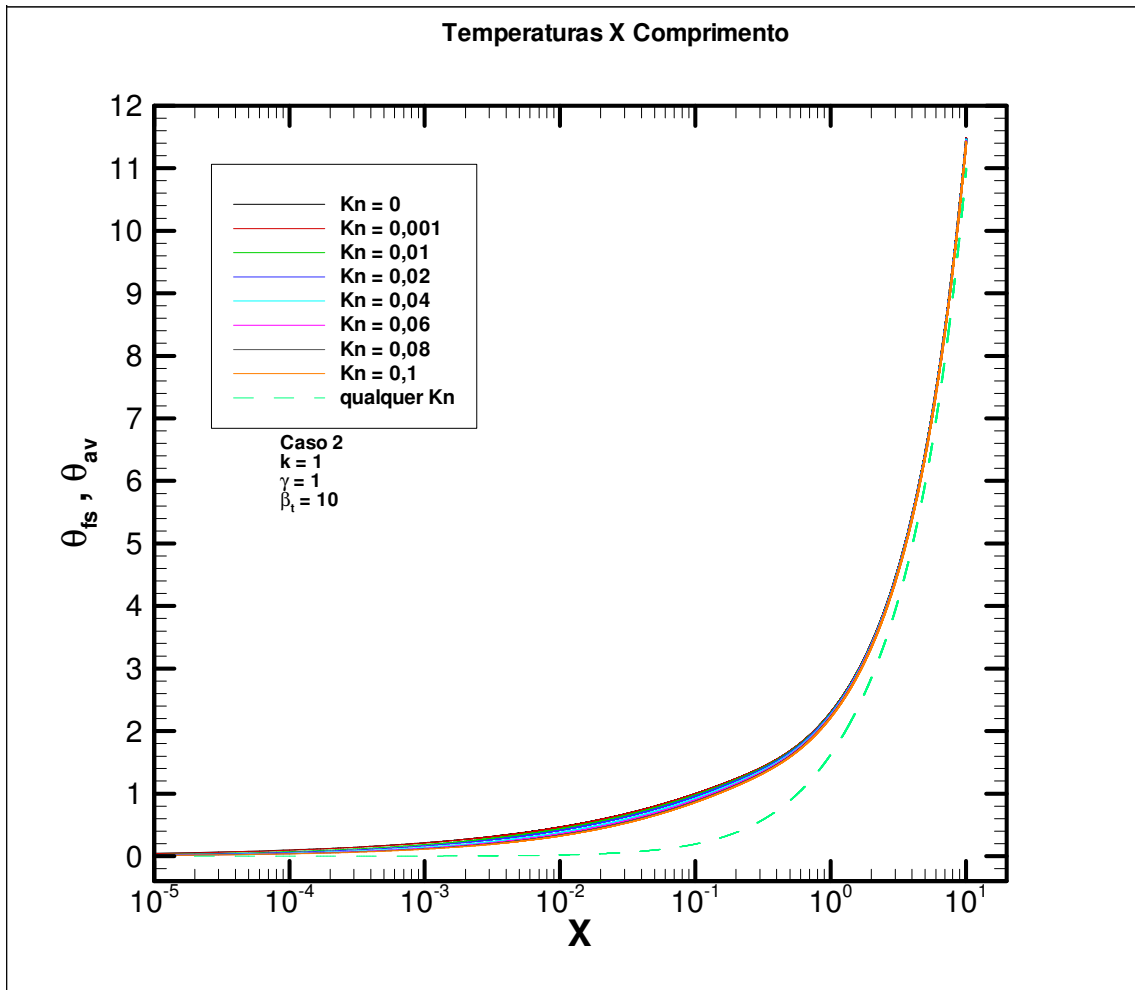


FIG. 3.26 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

## 4 ENTRADA TÉRMICA EM MICROCANAIS COM EFEITOS DE SALTO DE TEMPERATURA E DE DISSIPACÃO VISCOSA

A dissipação viscosa é de fundamental importância na formulação matemática de problemas térmicos em microcanais. Foi demonstrado experimentalmente que ignorá-la pode afetar simulações acuradas de escoamentos e medições em microcanais (AYDIN e AVCI, 2007). Portanto, deve-se considerar a dissipação viscosa, como é reportado na literatura (TUNC e BAYAZITOGU, 2001), (CASTILHO, 2002).

### 4.1 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA

A formulação do problema térmico é feita da mesma forma que no capítulo anterior, mas desta vez é incluído o termo correspondente à dissipação viscosa. Em outras palavras, é adicionada na equação principal a parcela da dissipação viscosa, e a condição de entrada permanece a mesma, assim como as condições de contorno, que continuam contemplando o efeito do salto de temperatura.

Sendo assim, o **Caso 1**, em sua forma dimensional, é dado por:

$$u(y) \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c_p} \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (4.1)$$

$$T(y, 0) = T_e \quad (4.2)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (4.3)$$

$$T(a, x) = T_{eq} + (T_p - T_{eq}) e^{-\beta x} - \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=a} \quad (4.4)$$

Utilizando-se das mesmas variáveis adimensionais definidas previamente, o **Caso 1**, em sua forma adimensional, é:



$$U(Y) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{9BrY^2}{(1+6\beta_v Kn)^2} \quad (4.5)$$

$$\theta(Y, 0) = 0 \quad (4.6)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (4.7)$$

$$\theta(1, X) + 2\beta_t Kn \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = \left( \frac{C_p}{C_p + C_e} \right) + \left( \frac{C_e}{C_p + C_e} \right) e^{-\gamma X} \quad (4.8)$$

onde:

$$\gamma = \frac{\beta u_m a^2}{\alpha} \quad (4.9)$$

$$Br = \frac{\mu u_m^2}{k_f (T_p - T_e)} \quad (4.10)$$

O **Caso 2** é apresentado com a inclusão do efeito da dissipação viscosa. Portanto, sua formulação dimensional é:

$$u(y) \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c_p} \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (4.11)$$

$$T(y, 0) = T_e \quad (4.12)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (4.13)$$

$$-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=a} = -q_0 (1 + ke^{-\beta x}) \quad (4.14)$$

Sua formulação adimensional é:

$$U(Y) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{9BrY^2}{(1+6\beta_v Kn)^2} \quad (4.15)$$

$$\theta(Y, 0) = 0 \quad (4.16)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (4.17)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = 1 + ke^{-\gamma X} \quad (4.18)$$

onde  $\gamma$  é definido na EQ. 4.9, e o Número de Brinkman é:

$$Br = \frac{\mu u_m^2}{q_0 a} \quad (4.19)$$

O **Caso 3** dimensional é a seguir apresentado:

$$u(r) \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{\rho c_p} \left( \frac{du}{dr} \right)^2 \quad (4.20)$$

$$T(r, 0) = T_e \quad (4.21)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (4.22)$$

$$T(a, z) = T_{eq} + (T_p - T_{eq}) e^{-\beta z} - \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=a} \quad (4.23)$$

Observando-se as EQS. 4.9 e 4.10 para este caso, a forma adimensional do **Caso 3** é:

$$RU(R) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{16BrR^3}{(1 + 8\beta_v Kn)^2} \quad (4.24)$$

$$\theta(R, 0) = 0 \quad (4.25)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (4.26)$$

$$\theta(1, Z) + 2\beta_t Kn \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} = \left( \frac{C_p}{C_p + C_e} \right) + \left( \frac{C_e}{C_p + C_e} \right) e^{-\gamma Z} \quad (4.27)$$

Seguindo-se o mesmo raciocínio, é apresentado a seguir o **Caso 4** em sua forma dimensional:

$$u(r) \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{\rho c_p} \left( \frac{du}{dr} \right)^2 \quad (4.28)$$

$$T(r, 0) = T_e \quad (4.29)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (4.30)$$

$$-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=a} = -q_0 (1 + ke^{-\beta z}) \quad (4.31)$$

Este caso em sua forma adimensional, observando-se as EQS. 4.9 e 4.19, apresenta-se como:

$$RU(R) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{16BrR^3}{(1 + 8\beta_v Kn)^2} \quad (4.32)$$

$$\theta(R, 0) = 0 \quad (4.33)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (4.34)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} = 1 + ke^{-\gamma Z} \quad (4.35)$$

## 4.2 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os parâmetros de interesse são mostrados nos gráficos a seguir. Buscou-se abranger uma gama de combinações entre os fenômenos de salto de velocidade na superfície sólida, salto de temperatura na superfície sólida e dissipação viscosa, de modo a observar o comportamento do escoamento em diversas situações. Sendo assim, cada um dos quatro casos foi abordado da seguinte forma: fixaram-se o valor de 0,01 para Br e o valor de 1,667 para  $\beta_1$ , e foram considerados oito valores para Kn (0; 0,001; 0,01; 0,02; 0,04; 0,06; 0,08; 0,1), e para esses

oito valores analisaram-se as distribuições axiais relativas ao fluxo de calor na superfície sólida, temperatura de superfície sólida, temperatura média, Número de Nusselt, calor total transferido através da superfície sólida e temperatura do fluido na superfície sólida. Em seguida, para o mesmo valor de Br, foi estabelecido um valor maior para  $\beta_t$ : 10. Os mesmos valores para Kn foram novamente considerados em gráficos relativos aos parâmetros de interesse. Mudou-se então o valor de Br para 0,1, e consideraram-se, separadamente, os dois valores para  $\beta_t$  (1,667 e 10) nos gráficos dos parâmetros de interesse, abrangendo a mesma gama de Kn. Na seqüência, foram fixados os valores - 0,01 e - 0,1 para Br, e o procedimento foi repetido para  $\beta_t$  e Kn.

Em suma: quatro valores para Br, sendo dois positivos e dois negativos; para cada um deles, dois valores para  $\beta_t$ , 1,667 e 10. Para cada uma dessas oito possibilidades, foram gerados gráficos relativos aos parâmetros de interesse, abrangendo os oito valores de Kn utilizados em capítulos precedentes. Isto foi feito nos **Casos 1, 2, 3 e 4**.

A fim de não tornar o texto excessivamente cansativo, o seguinte procedimento foi adotado: consideraram-se, neste capítulo, apenas os **Casos 1 e 2**, visto que os **Casos 3 e 4** contemplam as mesmas particularidades, alterando-se apenas a geometria. Assim, em termos qualitativos, não há diferença. Com relação aos dois casos aqui abordados, se consideraram apenas dois Números de Brinkman (um positivo e um negativo), e os dois valores da constante de acomodação térmica. A tabela a seguir ilustra as situações analisadas neste capítulo, marcadas com um X. As situações que não são marcadas com um X também foram abordadas, porém encontram-se no APÊNDICE 2, caso haja interesse por parte do leitor em consultá-las. Além delas, há também os **Casos 3 e 4** no mesmo APÊNDICE, para os quais todas as possibilidades apresentadas na TAB. 4.1 são consideradas.

TAB. 4.1 Situações abordadas neste Capítulo

	$\beta_t = 1,667$	$\beta_t = 10$
Br = 0,01	X	X
Br = 0,1		
Br = - 0,01	X	X
Br = - 0,1		

É importante neste ponto fazer uma observação a respeito dos valores de Br, baseados em informações da literatura (AYDIN e AVCI, 2007) e (TUNC e BAYAZITOGU, 2001). Com relação aos **Casos 1 e 3**, nota-se que valores positivos de Br correspondem a  $T_p > T_e$ , como pode ser visto na EQ. 4.10. Portanto, o fluido está sendo aquecido, pelo menos no início do escoamento. Quando Br é negativo,  $T_p < T_e$ , e o fluido está sendo resfriado. Nos **Casos 2 e 4**, valores positivos de Br correspondem a  $q_0 > 0$  (ver EQ. 4.19), ou seja, o fluido é aquecido, e o oposto acontece quando há valores negativos de Br. Em resumo, para todos os 4 casos: se Br for positivo, o fluido está sendo aquecido; se for negativo, o fluido está sendo resfriado.

Na FIG. 4.1 se observa o fluxo de calor na superfície sólida, com relação ao **Caso 1**, sendo  $Br = 0,01$  e  $\beta_t = 1,667$ . Como observado no capítulo anterior, no início do escoamento o fluido é aquecido pelo meio externo, e esse aquecimento é tanto menor quanto mais rarefeito for o fluido, devido justamente ao efeito do salto de temperatura na superfície sólida.

No entanto, como mostrado na FIG. 4.2, a partir de um determinado ponto no comprimento do canal ocorre uma inversão das curvas, ou seja, fluidos com maiores valores de Número de Knudsen passam a receber menor quantidade de calor. Além disso, há um comprimento de canal posterior a partir do qual o fluxo de calor passa a ter valor negativo, e esse fluxo se mantém constante e negativo a partir de dado ponto. Na região em que o fluxo de calor é constante e negativo para todos os fluidos, percebe-se que ele é, em módulo, maior para fluidos menos rarefeitos. A explicação para esse fenômeno pode ser obtida a partir da integração da EQ. 4.5 no domínio de Y. O resultado é:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = \frac{d\theta_{av}}{dX} - \frac{3Br}{(1+6\beta_v Kn)^2} \quad (4.36)$$

Portanto, percebe-se que o fluxo de calor na superfície sólida é um balanço entre a variação da temperatura média e o fluxo de calor gerado pelo fluido devido à sua viscosidade. Esse fluxo de calor gerado é tanto maior quanto menor for o valor do Número de Knudsen, uma vez que se considera o mesmo valor de Número de Brinkman para todos os fluidos. Isto pode também ser compreendido em termos físicos, pois fluidos mais rarefeitos têm menos moléculas, logo geram menos calor por atrito.

Ainda com relação à EQ. 4.36, e especificamente neste **Caso 1**, sabe-se que, devido à condição de contorno na superfície, a temperatura média começará em zero e tenderá a se

aproximar da temperatura na parede. No entanto, junto à superfície sólida, calor é gerado pelo fluido a uma taxa constante, como evidencia o segundo termo do segundo membro da EQ. 4.36. Haverá, pois, um ponto no qual o calor gerado pelo fluido iguala-se ao calor gerado pela diferença de temperatura entre o fluido e o meio externo, o qual influencia a derivada da temperatura média. Neste ponto, o fluxo de calor na superfície é nulo. A partir daí, o fluido passa a ter temperatura na superfície sólida superior à temperatura desta, pois o calor gerado internamente junto à superfície é constante, e independe do que aconteça externamente. Este é o comprimento de canal da FIG. 4.2 no qual a curva toca o eixo das abscissas. Daí em diante, o fluido passa a ceder calor ao meio externo, o que torna o primeiro membro da EQ. 4.36 negativo.

A partir deste ponto, o fluido inicialmente perde pouco calor, pois a diferença de temperatura entre este e o meio externo é pequena, mas o escoamento está constantemente gerando calor. Sendo assim, ocorre um aumento da perda de calor, pois o calor que é transferido pela superfície sólida é ainda inferior ao gerado no interior do canal. Essa perda de calor é aumentada até o ponto em que se iguala ao calor produzido pelo fluido. A partir daí, todo o calor provindo da dissipação viscosa é perdido para o meio externo, portanto há um equilíbrio térmico na superfície sólida, e esta é então a situação em que a temperatura média não mais varia. Na EQ. 4.36 pode-se perceber que se a derivada da temperatura média do fluido for nula, o fluxo de calor que sai pela superfície sólida é igual ao fluxo de calor que chega à mesma devido à dissipação viscosa. Na FIG. 4.2 isto é representado pela inclinação nula das curvas, ou seja, o fluxo de calor é constante e negativo. Percebe-se pela EQ. 4.36 que a perda de calor pela superfície é maior para  $Kn$  menores, pois a geração de calor interna é maior. De fato, isto é representado na FIG. 4.2. Além disso, pela mesma figura, é notável que o valor constante do fluxo de calor ocorre em comprimentos de canal tanto menores quanto menor for o valor do Número de Knudsen. De fato, deve-se lembrar que a transferência de calor na superfície sólida é tão mais eficiente quanto menos rarefeito for o fluido, pois menor será o salto de temperatura. Assim, fluidos mais rarefeitos têm maior dificuldade de perder calor, e por isso necessitam de um comprimento de canal maior para que a perda se iguale ao ganho.

Por fim, como se sabe que no início do canal o fluxo de calor é menor para fluidos mais rarefeitos, e ao final continua sendo menor, porém apenas em módulo, pois seu valor é negativo, é natural que a partir de um dado comprimento do canal as curvas invertam sua ordenação original.

Na FIG. 4.3 estão representadas as temperaturas de superfície sólida (linhas contínuas) e média (linhas tracejadas) para os diferentes fluidos. As temperaturas de superfície são prescritas, logo apresentam o mesmo comportamento das respectivas figuras dos capítulos anteriores. As temperaturas médias comportam-se aproximadamente como no caso sem dissipação viscosa até certo comprimento do canal. A diferença fica mais visível na FIG. 4.4, onde se nota que as temperaturas médias (linhas tracejadas) ultrapassam a de superfície (linhas contínuas). Como foi explicado anteriormente, calor é constantemente gerado no interior do fluido devido ao atrito entre as moléculas, e como a temperatura de superfície tende a um valor constante, é natural que a temperatura média do fluido ultrapasse essa em algum ponto. A partir daí, como foi mencionado anteriormente, o fluido passa a perder calor até que essa perda se iguale ao que é gerado, situação na qual não há mais variação da temperatura média do fluido, ou seja, ela se mantém em um valor constantemente acima da temperatura de superfície. Novamente, essa estabilização da temperatura média necessita de maior comprimento de canal para fluidos mais rarefeitos, como pode ser visto na FIG. 4.4. Nela também se percebe que a temperatura média, em seu valor constante, é mais próxima da temperatura de superfície para fluidos mais rarefeitos.

A FIG. 4.5 mostra as curvas de Número de Nusselt. Em regiões próximas à entrada do canal o comportamento das curvas é bastante similar ao caso sem dissipação viscosa. No entanto, há um ponto a partir do qual a participação do fluxo de calor devido ao atrito molecular é suficientemente grande, o que modifica as curvas. Como era de se esperar, ocorre um efeito de descontinuidade nos gráficos devido ao fato de a temperatura média se igualar à de superfície em dado comprimento de canal. Este fenômeno é também reportado na literatura, tanto para canais de dimensões macroscópicas (BARLETTA e MAGYARI, 2006), (BARLETTA e MAGYARI, 2007), quanto em microcanais (DEL GIUDICE et al., 2007). Nota-se que a descontinuidade no gráfico ocorre em valores menores do comprimento do canal para fluidos com menores Kn. De fato, devido ao salto de temperatura na superfície, a temperatura média no início do escoamento é maior para fluidos menos rarefeitos, e a passagem de calor é mais eficiente na parede, o que faz com que a temperatura média ultrapasse a de superfície antes para fluidos menos rarefeitos. Também se pode notar na FIG. 4.5 que mesmo com o efeito de descontinuidade, as curvas apresentam valores assintóticos diferentes para os diferentes Números de Knudsen, sendo maiores para menores Kn, como já ocorria no caso sem dissipação viscosa, mas com salto de temperatura, visto no capítulo anterior.

Na FIG. 4.6 estão representadas as curvas do calor total que passa pela superfície sólida acumulado pelo fluido. Percebe-se que até certo comprimento de canal o fluido recebe calor, pois o total acumulado aumenta. A partir de certo ponto passa a ocorrer uma diminuição do calor acumulado. Como se sabe, o fluido recebe calor do meio externo em intensidade cada vez menor, pois sua temperatura está sempre aumentando, o que reduz a diferença de temperatura entre o fluido e o meio externo. Há um certo ponto no qual o calor gerado pelo fluido iguala-se ao que é recebido do meio externo, representado pelo ponto de máximo nas curvas da FIG. 4.6. A partir daí, calor é perdido pela superfície sólida, e a tendência é de o calor acumulado assumir valores cada vez menores, inclusive negativos, situação que representa o fato de todo o calor recebido até então ter se perdido para o meio externo. Percebe-se também que fluidos mais rarefeitos perdem menos calor para uma mesma posição X, pois o ponto de máximo na curva encontra-se mais afastado da entrada do canal. A equação a seguir representa o calor acumulado, e ela pode ser demonstrada pela integração da EQ. 4.36 em X. Deve-se interpretar  $Q_{tot}(X)$  como sendo o total de calor trocado pelo fluido desde o início do canal até o ponto X.

$$Q_{tot}(X) = \theta_{av}(X) - \frac{3Br}{(1 + 6\beta_v Kn)^2} X \quad (4.37)$$

A FIG. 4.7 apresenta as curvas da temperatura média (linha tracejada) e temperatura do fluido junto à superfície sólida (linha contínua). O comportamento é semelhante ao caso sem dissipação viscosa até certo ponto, a partir do qual percebe-se uma nítida diferença (FIG. 4.8): a temperatura do fluido, na região assintótica, ultrapassa a temperatura assintótica da superfície sólida, e a temperatura média, na região assintótica, ultrapassa a do fluido junto à superfície, o que caracteriza o fato de que o fluido está perdendo calor para o meio externo.

Nas FIGS. 4.9 e 4.10 mostra-se o fluxo de calor na superfície sólida, para o mesmo  $Br = 0,01$ , mas para  $\beta_t = 10$ . Nota-se, qualitativamente, o mesmo comportamento das FIGS. 4.1 e 4.2. No entanto, devido ao fato de o salto de temperatura ser maior, há maior dificuldade do fluido receber ou ceder calor. Desta forma, a inclinação das curvas é menor, o que faz com que seja necessário um comprimento maior de canal para que a geração interna de calor se iguale ao calor perdido. É interessante notar que o salto de temperatura não afeta o fluido com  $Kn = 0$ , pois o valor nulo de Número de Knudsen anula o efeito do salto.



Nas FIGS. 4.11 e 4.12 são apresentadas as curvas das temperaturas de superfície sólida (linhas contínuas) e médias (linhas tracejadas). O comportamento novamente assemelha-se ao caso sem dissipação viscosa. No entanto, devido à geração de calor, a temperatura média ultrapassa a de superfície sólida. Entretanto, diferentemente do caso em que  $\beta_t = 1,667$ , neste as temperaturas médias, quando assumem valor constante, são maiores para fluidos mais rarefeitos. Isso pode ser explicado pela maior dificuldade que há em o fluido trocar calor. Como fluidos mais rarefeitos têm necessidade de maior comprimento de canal para que a geração de calor se iguale ao calor perdido, ou seja, para que a temperatura média não sofra mais variação, essa temperatura média aumenta até que esse fato ocorra. Portanto, para este caso em que  $\beta_t = 10$ , a temperatura média dos fluidos mais rarefeitos aumenta o suficiente a ponto de se estabilizar somente em valores superiores aos dos fluidos menos rarefeitos, que necessitam de menor comprimento de canal para que a temperatura média não mais varie. No caso em que  $\beta_t = 1,667$  isso não ocorria porque o salto de temperatura não era suficientemente grande a ponto de a temperatura média dos fluidos mais rarefeitos aumentarem além da dos menos rarefeitos. Ou seja, a dificuldade em trocar calor não era tão importante frente à dissipação viscosa como ela é neste caso.

A FIG. 4.13 mostra as curvas de Nu. Novamente, ocorre a descontinuidade, e, assim como no caso anterior, esta acontece em comprimentos de canal menores para menores valores de Kn, pelo mesmo motivo já explicado. No entanto, deve-se perceber que essas descontinuidades acontecem em um comprimento maior de canal em relação ao caso com menor salto de temperatura. Justamente devido ao maior salto de temperatura, há maior dificuldade em se trocar calor, logo o escoamento requer maior comprimento de canal para que sua temperatura média seja aumentada o suficiente para ultrapassar a de superfície. Porém, como no caso anterior, os valores assintóticos de Nu são diferentes para cada Kn, sendo maiores para menores Kn.

O efeito da maior dificuldade em se receber ou ceder calor pode ser notado na FIG. 4.14. Nela, percebe-se que o ponto de máximo das curvas é deslocado para a direita, em comparação à FIG. 4.6, o que evidencia que o calor perdido só se iguala ao gerado em um ponto mais afastado do início do canal. Além disso, esses valores são inferiores aos da FIG. 4.6, pois, como foi dito, há maior dificuldade em se receber calor.

Nas FIGS. 4.15 e 4.16, a temperatura do fluido junto à superfície sólida (linha contínua) e a temperatura média (linha tracejada) são mostradas. Mais uma vez, o comportamento é até

certo ponto semelhante ao caso sem dissipação viscosa, mas é bem diferente no que diz respeito ao fato de as temperaturas serem superiores à temperatura final da superfície sólida. Além disso, a temperatura média é superior à de superfície do fluido. Deve-se sempre recordar que tudo o que diz respeito exclusivamente ao salto de temperatura, em todos os gráficos vistos até aqui, não alteram as curvas para as quais  $Kn = 0$ , pois neste caso não há salto de temperatura. Os efeitos relativos à dissipação viscosa acontecem independentemente disto.

Considera-se ainda o **Caso 1**, com  $\beta_1 = 1,667$ , mas  $Br = -0,01$ . Pela EQ. 4.10, pode ser constatado que valores negativos de Número de Brinkman são possíveis se  $T_p < T_c$ , ou seja, a temperatura de entrada do fluido é superior à temperatura da superfície sólida no início do canal. Apesar do valor negativo do  $Br$ , a geração interna de calor devido à dissipação viscosa não é afetada. Assim, o escoamento apresenta o seguinte comportamento: na entrada do canal perde calor para o exterior pelo fato de possuir temperatura de entrada superior à de superfície. Porém, graças à dissipação viscosa, o escoamento é aquecido a uma taxa constante. Sua temperatura, assim, tende a diminuir devido à diferença de temperatura entre o fluido e o meio externo, mas essa diminuição é retardada, pois o escoamento está sendo também aquecido devido ao seu atrito molecular. À medida que o fluido percorre o canal, a diferença de temperatura entre ele e o meio é diminuída, pois ele perde calor para o meio. Por outro lado, o fluido é aquecido internamente a uma taxa constante. Quando a diferença entre a temperatura média do fluido e a superfície sólida é tal que o fluxo de calor perdido é em módulo igual ao que é gerado internamente, a temperatura do fluido se mantém constante. Neste ponto, a temperatura média não mais varia e, como foi explicado, o fluxo de calor que atravessa a superfície sólida no sentido do interior para o exterior é em módulo igual ao fluxo gerado, como pode ser melhor compreendido através da EQ. 4.36.

As FIGS. 4.17 e 4.18 refletem o que foi dito acima. Pode-se perceber que as curvas têm comportamento semelhante ao caso sem dissipação viscosa até um dado trecho, a partir do qual o atrito entre as moléculas causa o fenômeno que faz com que o fluxo de calor mantenha um valor constante não-nulo. Esse valor é positivo devido à adimensionalização adotada (ver EQ. 4.36), porém, deve-se ter em mente que o calor está sendo retirado do canal. Além disso, como pode ser notado através da EQ. 4.36 e da FIG. 4.18, o fluxo de calor é tanto menor quanto mais rarefeito for o fluido, pois este apresenta maior valor de  $Kn$  (EQ. 4.36) e, explicando-se fisicamente, como foi reportado, há menos moléculas em fricção neste caso. Ainda com relação à FIG. 4.18, observa-se um curioso comportamento das curvas para

diferentes Números de Knudsen. Elas trocam de posição, e mais à frente retomam a mesma ordem. Sabe-se que, se não houvesse dissipação viscosa, como foi visto no capítulo 3, o fluxo de calor seria tanto menor quanto maior fosse o valor de Kn (FIG. 3.1), o que também ocorre na FIG. 4.18 até um comprimento adimensional de cerca de 0,4. Na FIG. 3.1, os valores das curvas permaneciam nessa ordem até tenderem a zero. No entanto, na FIG. 4.18, essa ordem é invertida até um comprimento de aproximadamente 2, quando novamente tornam a apresentar a ordem anterior e permanecem assim até o fim. O que acontece entre  $X = 0,4$  e  $X = 2$  pode ser explicado através da EQ. 4.36. Se o segundo termo do segundo membro é sempre positivo e menor para fluidos com maiores Kn, e se o primeiro termo do segundo membro também for sempre positivo e menor para maiores Kn, é natural que o fluxo de calor seja sempre menor para fluidos mais rarefeitos, em toda a extensão do escoamento. Na verdade, sabe-se que o segundo termo é sempre menor para maiores Kn, no entanto o primeiro termo pode vir a ser maior para maiores Kn, mas não tanto, para que se consiga manter o fluxo de calor sempre menor para fluidos mais rarefeitos. Nota-se na FIG. 4.20 que há um trecho em que a derivada da temperatura média é maior nas curvas de fluidos mais rarefeitos, o que possivelmente possa ter peso suficientemente grande a ponto de fazer com que o fluxo de calor nesse caso seja superior ao de fluidos menos rarefeitos, até que a temperatura média se aproxime de seu valor constante, o que foi refletido então na FIG. 4.18.

As FIGS. 4.19 e 4.20 mostram o comportamento das temperaturas médias (linhas tracejadas) e de superfície sólida (contínuas) para diferentes Números de Knudsen. É necessário fazer uma observação com relação à adimensionalização adotada para a temperatura. De acordo com o que foi considerado no capítulo 2:

$$\theta = \frac{T - T_e}{T_p - T_e} \quad (4.38)$$

Assim, quanto mais próximo de zero a temperatura adimensional estiver, mais próximo da temperatura de entrada será a temperatura dimensional, e quanto mais próximo de 1 for a temperatura adimensional, mais próximo a temperatura dimensional estará da temperatura de superfície sólida no início do canal. Nota-se que nada é mencionado sobre qual das temperaturas dimensionais é maior,  $T_e$  ou  $T_p$ . No entanto, como se está considerando Br negativo, e como foi dito anteriormente, deve-se ter neste caso  $T_p < T_e$ . Portanto, conclui-se

que as temperaturas médias mostradas nas FIGS. 4.19 e 4.20, apesar de adimensionalmente serem menores que as de superfície, dimensionalmente são maiores. De fato isso é esperado, pois o fluido está constantemente cedendo calor ao meio externo. Pelas mesmas figuras nota-se ainda que, dimensionalmente, as temperaturas médias são maiores para fluidos mais rarefeitos até um certo comprimento de canal, onde então elas passam a ser menores. O fato de as temperaturas médias serem maiores até um certo ponto é explicado pela maior dificuldade que fluidos que apresentam maiores Kn têm de ceder calor. Por outro lado, pela EQ. 4.36, sabe-se que o valor constante da temperatura média é atingido quando o calor gerado pelo fluido for o mesmo que deixa o fluido. O calor gerado é tanto menor quanto maior for Kn e, para  $\beta_t = 1,667$ , o salto de temperatura não é tão alto a ponto de retardar tanto o ponto onde se inicia o valor constante da temperatura média. Assim, como o calor produzido internamente é menor em fluidos mais rarefeitos, a temperatura média tende a se aproximar mais da temperatura de superfície sólida. O caso limite seria se não houvesse dissipação viscosa, para o qual a temperatura média tenderia ao valor da temperatura de superfície.

As FIGS. 4.21 e 4.22 mostram as curvas de Nu ao longo do canal. Percebe-se nelas que não mais ocorrem descontinuidades, como ocorriam quando o Número de Brinkman era positivo. Realmente, no caso de Br menor que zero, como foi mostrado na FIG. 4.20, a temperatura média é sempre superior à de superfície, portanto não há motivo para haver pontos de singularidade. Observa-se um comportamento típico relatado na literatura (TUNC e BAYAZITOGU, 2001), (CASTILHO, 2002): as curvas decrescem até um ponto de mínimo, e em seguida crescem até atingirem um valor constante. Isto pode ser explicado pelo mecanismo de geração de calor, que é a diferença entre as temperaturas média do fluido e da superfície sólida. Quando se admite aquecimento viscoso, a temperatura do fluido apresenta valores maiores, o que aumenta a diferença de temperatura entre o fluido e a superfície, e conseqüentemente a transferência de calor (TUNC e BAYAZITOGU, 2001). Desta forma, a curva de Nu decai até uma região em que a diferença de temperatura não é suficientemente afetada pela geração interna de calor, e a partir deste ponto a curva apresenta uma elevação até um valor constante, devido à participação da dissipação viscosa (TUNC e BAYAZITOGU, 2001). Nota-se também que os valores assintóticos das curvas são maiores para fluidos menos rarefeitos devido novamente à menor dificuldade de transferência de calor na superfície. É interessante perceber que, além do efeito da dissipação viscosa, a condição de contorno na forma exponencial, como foi relatado, também contribui com o comportamento

da curva de  $Nu$ , que apresenta um ponto de mínimo. Percebe-se novamente que esse abaulamento é mais suave para fluidos mais rarefeitos.

Na FIG. 4.23 pode-se ver que o calor perdido pelo fluido é maior quando se tem  $Kn$  menores. Realmente, fluidos menos rarefeitos têm dissipação de calor maior por suas moléculas serem mais próximas das outras, mantendo-se todos os parâmetros iguais em relação a fluidos menos rarefeitos. Desta forma, escoamentos de fluidos menos rarefeitos apresentam maior potencial térmico de perda de calor, como atesta a EQ. 4.37. Nota-se ainda pela mesma figura que a diferença entre as curvas se acentua à medida que se têm comprimentos de canal maiores.

São mostradas nas FIGS. 4.24 e 4.25 as curvas representativas das temperaturas médias (tracejadas) e de fluido na superfície (contínuas). Percebe-se comportamento semelhante, até certo ponto, ao caso sem a inclusão da dissipação viscosa, mas nota-se uma diferença significativa no que diz respeito aos valores finais das temperaturas. As temperaturas do fluido são, dimensionalmente, maiores que a de superfície relativamente a seus valores finais. São também inferiores às médias, o que significa que, apesar do salto de temperatura, calor é transferido para o meio externo a uma taxa suficientemente alta a ponto de fazer com que a temperatura média seja superior à do fluido na superfície. Por fim, estas são tão maiores quanto maior for o valor de  $Kn$ , em termos dimensionais, pois maior também será o salto de temperatura.

No caso em que  $Br$  é ainda  $-0,01$ , mas  $\beta_i$  vale  $10$ , mostra-se o gráfico relativo ao fluxo de calor na superfície sólida na FIG. 4.26. Seu detalhe pode ser visto na FIG. 4.27. Como o salto de temperatura é agora maior, a transferência de calor para o meio externo é dificultada sensivelmente. Assim, necessita-se de maior comprimento de canal para que o fluxo atinja um valor constante, o qual é o mesmo que o caso em que o salto de temperatura era menor. Mais uma vez se podem notar a inversão e posterior retomada da ordem das curvas relativas aos diferentes Números de Knudsen, que por sinal são ainda mais acentuadas.

As temperaturas de superfície sólida e média, respectivamente linhas contínuas e tracejadas, podem ser observadas nas FIGS. 4.28 e 4.29. Devido ao aumento do salto de temperatura, há maior dificuldade para que o fluxo de calor escape pela superfície sólida. Portanto, as temperaturas médias atingem um valor constante a partir de um maior comprimento de canal. O salto de temperatura é suficientemente grande a ponto de as temperaturas médias dos fluidos mais rarefeitos, em seus valores constantes, serem dimensionalmente maiores que as dos fluidos menos rarefeitos. Isto porque, apesar de

necessitem perder menos calor (o que contribui para que a temperatura média assintótica se aproxime mais da temperatura de superfície sólida), fluidos mais rarefeitos têm mais dificuldade nessa perda (o que contribui para que a temperatura média assintótica se distancie menos da temperatura de entrada do fluido). No caso específico em que  $\beta_t = 10$ , o salto de temperatura é alto o suficiente para fazer com que a temperatura média de equilíbrio de fluidos mais rarefeitos seja mais afastada da temperatura de superfície sólida. Um comportamento inverso ocorreu quando o salto de temperatura era menor,  $\beta_t = 1,667$ .

A FIG. 4.30 e seu detalhe, FIG. 4.31, mostram as curvas de Número de Nusselt para diferentes Números de Knudsen. Percebe-se aqui novamente situação semelhante ao caso com menor salto de temperatura. Observou-se que o salto mais pronunciado de temperatura causou um menor efeito de abaulamento das curvas, como já havia sido observado no capítulo anterior. Além disso, os valores assintóticos são menores no presente caso, comportamento observado também no capítulo anterior, onde não se considerou dissipação viscosa. Exceção feita, como sempre, ao caso em que  $Kn = 0$ , insensível ao salto de temperatura.

Na FIG. 4.32 podem ser vistas as curvas indicativas do calor total cedido através da superfície sólida ao longo do canal. Percebe-se que seus valores são menores para escoamentos com maiores valores de Número de Knudsen, como pode ser comprovado pela EQ. 4.37. Fisicamente, sabe-se que há de fato menos calor gerado, além de haver maior dificuldade de passagem para o exterior. Em relação ao caso com mesmo  $Br$  e menor  $\beta_t$ , os valores mostrados na FIG. 4.32 são menores que os apresentados na FIG. 4.23, mas próximo ao comprimento  $X = 10$  a diferença é bastante reduzida.

As FIGS. 4.33 e 4.34 mostram as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (linhas contínuas) ao longo do canal para os diferentes valores de  $Kn$ . Percebe-se o comportamento típico das curvas de temperatura de fluido junto à superfície até o ponto em que seus valores constantes são dimensionalmente superiores aos valores da temperatura de superfície sólida. São tão maiores quanto mais rarefeito for o fluido, evidenciando portanto maior salto de temperatura. Além disso, são dimensionalmente inferiores às respectivas temperaturas médias. Em comparação com a FIG. 4.25, os valores assintóticos das temperaturas são dimensionalmente superiores na presente situação.

Seja agora abordado o **Caso 2**. A mesma ordem de variação de  $Br$  e  $\beta_t$  adotada no **Caso 1** será aqui utilizada. Inicia-se portanto com  $Br = 0,01$  e  $\beta_t = 1,667$ .

Com relação ao fluxo de calor na superfície sólida, como indica a EQ. 4.18, seu valor é independente de  $Kn$ ,  $\beta_1$  ou  $Br$ . Assim, adotando-se os mesmos valores para  $k$  e  $\gamma$  dos capítulos anteriores ( $k = \gamma = 1$ ), o fluxo de calor na superfície será o mesmo que os já abordados neste trabalho, os quais por sua vez dependem apenas da posição do canal. Isto pode ser conferido na FIG. 4.35.

No caso específico em que as condições de contorno são do 2º tipo, é possível se conhecer uma expressão totalmente analítica para a temperatura média. Neste **Caso 2**, basta que se integre a EQ. 4.15 uma vez no domínio de  $Y$  e em seguida em relação a  $X$ . Assim, sua expressão é:

$$\theta_{av}(X) = X + \frac{k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma X}) + \frac{3Br}{(1 + 6\beta_v Kn)^2} X \quad (4.39)$$

Assim, diferentemente dos capítulos precedentes, nota-se pela EQ. 4.39 que a temperatura média, quando se considera dissipação viscosa, é dependente do Número de Knudsen, sendo em termos adimensionais menor para fluidos mais rarefeitos, se  $Br$  for positivo, e maior se  $Br$  for negativo.

As FIGS. 4.36 e 4.37 mostram as curvas de temperatura média (linhas tracejadas) e de superfície sólida (linhas contínuas). Conforme descrito no capítulo 2, a temperatura adimensional para o **Caso 2** é:

$$\theta = \frac{T - T_e}{\frac{q_0 a}{k_f}} \quad (4.40)$$

Devido ao fato de se ter considerado valor positivo para o Número de Brinkman (portanto  $q_0 > 0$ ), pode ser concluído a partir da EQ. 4.40 que valores positivos da temperatura adimensional significam temperaturas dimensionais superiores à temperatura de entrada. Em outras palavras, o fluido está se aquecendo, o que ratifica o que foi mencionado no início deste capítulo. Quanto mais a temperatura adimensional se afastar do valor zero no sentido positivo, maior será seu valor em termos dimensionais.

Como ressaltado no capítulo anterior, a influência do salto de temperatura é graficamente observada pelas temperaturas de superfície (ver EQ. 3.17), uma vez que o problema físico é formulado matematicamente somente para o fluido (ver EQS. 4.15-4.18).

Com relação à FIG. 4.36, percebe-se que as temperaturas, tanto de superfície quanto médias, crescem indefinidamente. De fato, o fluido recebe calor continuamente, tanto da superfície sólida quanto do atrito entre suas moléculas. As temperaturas de superfície sólida são maiores que as médias. Além disso, aquelas são tão maiores quanto mais rarefeito o fluido for, pois realmente o salto de temperatura é maior nestes casos.

Nota-se na FIG. 4.37 a diferença entre as temperaturas médias dos fluidos. Em conformidade com a EQ. 4.39, as temperaturas são mais baixas para fluidos mais rarefeitos. Como há menos atrito molecular, isso faz sentido físico. Por fim, a figura indica que a diferença entre a temperatura de superfície externa e temperatura média do fluido se mantém constante a partir de certo comprimento de canal.

As FIGS. 4.38 e 4.39 apresentam as diferentes curvas de  $Nu$  relativas aos Números de Knudsen adotados. Diferentemente do **Caso 1**, em que havia pontos de descontinuidade nos gráficos para valores positivos de  $Br$ , no **Caso 2** isto não ocorre devido simplesmente ao fato de que a temperatura média mantém-se sempre abaixo da de superfície sólida. Notam-se nas figuras que essas muito se assemelham ao caso em que não se considerou dissipação viscosa, visto no capítulo anterior a este. A diferença principal está nos valores assintóticos. No presente caso, estes são inferiores aos do caso sem dissipação viscosa. A temperatura interna aumenta, devido ao efeito complementar da dissipação viscosa. No entanto, a temperatura da superfície sólida também aumenta, pois a temperatura do fluido na superfície aumenta (ver EQ. 3.17). O fato é que a diferença entre a temperatura de superfície sólida e a média do fluido é aumentada, se comparada ao caso sem dissipação viscosa, enquanto o fluxo de calor que adentra o fluido permanece o mesmo. Logo, o valor do  $Nu$  diminui. Em outras palavras, para se garantir o mesmo fluxo de calor, necessita-se de maior diferencial de temperatura.

Na FIG. 4.40, a exemplo dos capítulos anteriores, é mostrada a curva representativa do calor acumulado pelo fluido ao longo do canal. Ela é única para qualquer situação de escoamento. Se a EQ. 4.37 for novamente analisada (nota-se que ela também pode ser utilizada no **Caso 2**), percebe-se que seu último termo é sempre cancelado, independentemente do grau de rarefação do fluido, salto de temperatura ou nível de dissipação viscosa (ver EQ. 4.39), resultando no que de fato era de se esperar teoricamente: o



calor total nada mais é que a integral ao longo do canal da condição de contorno representada pela EQ. 4.18.

As FIGS. 4.41 e 4.42 apresentam as curvas relativas à temperatura média (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (linhas contínuas). As temperaturas do fluido junto à superfície são, desde a entrada do canal, superiores para fluidos menos rarefeitos, a exemplo das temperaturas médias.

Alterou-se então  $\beta_t$  para o valor de 10. A FIG. 4.43 ilustra o fluxo de calor na superfície. Nota-se que não há diferença em relação aos casos anteriores, pela razão já explicada.

As FIGS. 4.44 e 4.45 trazem as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de superfície sólida (contínuas). Percebe-se que as temperaturas de superfície são maiores quando se trata de fluidos mais rarefeitos, onde o salto de temperatura é maior. Em comparação com as FIGS. 4.36 e 4.37, nota-se claramente que as temperaturas de superfície na presente abordagem são significativamente maiores. De fato, o salto de temperatura também o é. Além disso, pode-se averiguar que as temperaturas médias não se alteram, visto que elas obedecem à EQ. 4.39, o que significa dizer que, como o fluxo de calor recebido pelo fluido não se altera, não há razão para que sua temperatura média seja diferente. No entanto, para se garantir o mesmo fluxo de calor, é necessário agora maior diferencial de temperatura.

Nas FIGS. 4.46 e 4.47 são vistas as curvas de Nu. Em comparação com o caso em que se manteve o mesmo salto de temperatura, porém sem se considerar dissipação viscosa, as curvas se assemelham, diferenciando-se mais na região próxima aos valores assintóticos. Estes por sua vez são inferiores no presente caso, inclusive em relação ao caso em que  $\beta_t = 1,667$ . Além disso, o efeito do abaulamento é também reduzido. Novamente, Kn menores implicam valores de Nu maiores.

A FIG. 4.48 mostra o calor acumulado pelo fluido. Nota-se que não há alteração em relação aos correspondentes casos passados relativos a fluxo de calor prescrito na superfície sólida.

Nas FIGS. 4.49 e 4.50 são mostradas as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (contínuas). Em relação às FIGS. 4.41 e 4.42 não se nota diferença, visto que o problema formulado para o fluido em si independe de salto de temperatura. A diferença, como foi mostrada, é percebida na temperatura externa.

Buscou-se agora avaliar casos com Br negativos. Primeiramente, foram considerados Br = - 0,01 e  $\beta_t = 1,667$ . Como foi dito, Números de Brinkman negativos implicam valores

negativos de  $q_0$ . Assim, a condição de contorno na superfície, EQ. 4.14, indica que calor é retirado do fluido pelo meio externo. Em contrapartida, independentemente do valor negativo de  $Br$ , há aquecimento viscoso no interior do fluido, o que tende a aumentar sua temperatura. Assim, o fluido sofre efeitos contrários ao mesmo tempo: aquecimento por atrito viscoso, e resfriamento através da superfície do canal.

A FIG. 4.51 apresenta o comportamento do fluxo de calor na superfície através do canal. Apesar de essa figura ser como os demais casos correspondentes, deve-se ter em mente que o fluxo de calor ocorre no sentido do interior para o exterior do fluido, mesmo que os valores, em termos adimensionais, sejam os mesmos dos casos em que o fluido era aquecido.

Nas FIGS. 4.52 e 4.53 são mostradas as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de superfície sólida (linhas contínuas). Convém que seja feita uma observação sobre os valores apresentados. A maneira como a temperatura foi adimensionalizada (EQ. 4.40), indica que, como  $q_0$  é negativo, e como as temperaturas da FIG. 4.52, adimensionais, são positivas, conclui-se que  $T < T_e$ , em termos dimensionais. Assim, o fluido é resfriado, pois sua temperatura é, a partir do início do canal, sempre inferior à temperatura de entrada. Além disso, quanto maior o valor de  $\theta$ , temperatura adimensional, mais afastada encontra-se  $T$ , temperatura dimensional, em relação à temperatura com que o fluido adentra o canal,  $T_e$ . Portanto, ao serem observadas as temperaturas adimensionais da FIG. 4.52, pode-se atestar que, dimensionalmente falando, a temperatura de superfície sólida é sempre inferior à temperatura média do fluido, e que ambas diminuem ao longo do canal. Em outras palavras, o fluido é resfriado, pois o calor gerado por sua dissipação viscosa não é suficiente para contrapor o efeito do resfriamento através da superfície. As temperaturas de superfície sólida são menores, em termos dimensionais, para fluidos mais rarefeitos. Também o são as temperaturas médias, no entanto essa diferença não é bem percebida na FIG. 4.52, mas pode ser comprovada na FIG. 4.53. De fato, uma vez que os diversos fluidos são, individualmente, sujeitos à mesma taxa de resfriamento, terá temperatura maior aquele que gerar mais energia interna: o menos rarefeito. A diferença entre as curvas não é muito nítida devido ao valor relativamente baixo de  $Br$  adotado.

A FIG. 4.54, e seu detalhe, FIG. 4.55, apresentam as curvas de  $Nu$  ao longo do canal. O comportamento assemelha-se bastante aos casos anteriores, e aqui novamente se nota o ponto de mínimo antes dos valores assintóticos. Em comparação com a FIG. 4.39, caso idêntico a este, a menos do valor positivo de  $Br$ , nota-se que o caso com  $Br$  negativo apresenta valores

assintóticos de  $Nu$  maiores. Como o fluxo de calor na superfície é o mesmo, conclui-se que a diferença entre a temperatura de superfície sólida e a temperatura média diminui.

O calor total que passa pela superfície ao longo do canal é mostrado na FIG. 4.56. Lembra-se que, apesar de seus valores positivos, o fluxo é no sentido do interior para o exterior do canal.

As temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (linhas cheias) são vistas nas FIGS. 4.57 e 4.58. Pode-se observar que, em termos dimensionais, as temperaturas de fluido junto à superfície são menores em se tratando de fluidos mais rarefeitos.

Aumentou-se então o salto de temperatura, como pode ser conferido na FIG. 4.59.

A FIG. 4.60 indica o comportamento das temperaturas médias (linhas tracejadas) e de superfície sólida (linhas contínuas). Nota-se que as temperaturas de superfície sólida dos fluidos mais rarefeitos são menores, em termos dimensionais. Em comparação com a FIG. 4.52, percebe-se claramente a diferença entre as temperaturas de superfície, pois na FIG. 4.60 essas são maiores devido ao maior salto de temperatura. Com relação às temperaturas médias, nada se altera se forem comparadas as duas figuras, uma vez que o problema para o fluido é o mesmo.

Nas FIGS. 4.61 e 4.62, pode-se perceber como são as curvas relativas a  $Nu$ . Mais uma vez, como foi observado nos casos anteriores, elas muito se assemelham ao caso sem dissipação viscosa até certo ponto no canal, a partir do qual as diferenças são notáveis. Próximo à região assintótica, nota-se novamente o efeito do abaulamento, no entanto mais suave se comparado à FIG. 4.55, como aconteceu com os demais casos, quando se comparam diferentes saltos de temperatura. Por fim, os valores assintóticos são maiores para fluidos menos rarefeitos, como também ocorreu nos demais casos que contemplam o salto de temperatura.

A FIG. 4.63 apresenta o calor acumulado ao longo do canal, que passa pelo contorno sólido do mesmo. Valem os comentários anteriores a esse respeito.

Com relação às temperaturas médias e de fluido junto à superfície, estas podem ser analisadas a partir das FIGS. 4.64, 4.65 e 4.66, como linhas tracejadas e contínuas, respectivamente. Observa-se que novamente neste caso ocorre a troca da ordem das linhas contínuas, pois no início do canal eram mais baixas as temperaturas de fluidos menos rarefeitos, dimensionalmente falando, e ao final isto se inverte. Com relação às temperaturas médias, pode-se dizer que sua diminuição ocorre a partir de  $X = 0,1$ , pois antes disso sua

variação é muito pequena. As temperaturas de fluido na superfície, ao contrário, variam desde o início do canal.

Como foi dito no início deste capítulo, os demais casos não contemplados em figuras neste capítulo podem e devem ser consultados, caso se tenha interesse, no APÊNDICE 2 ao final deste trabalho.

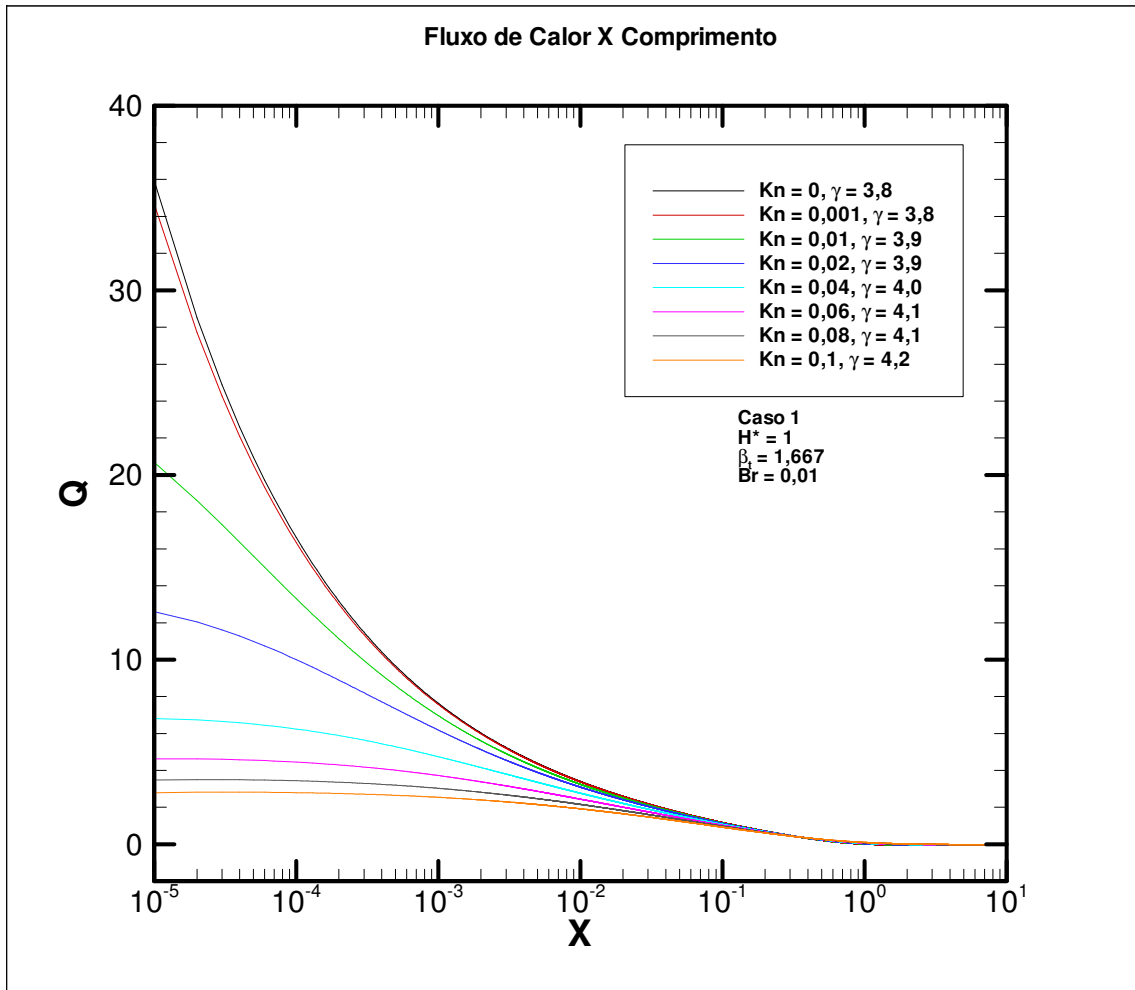


FIG. 4.1 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

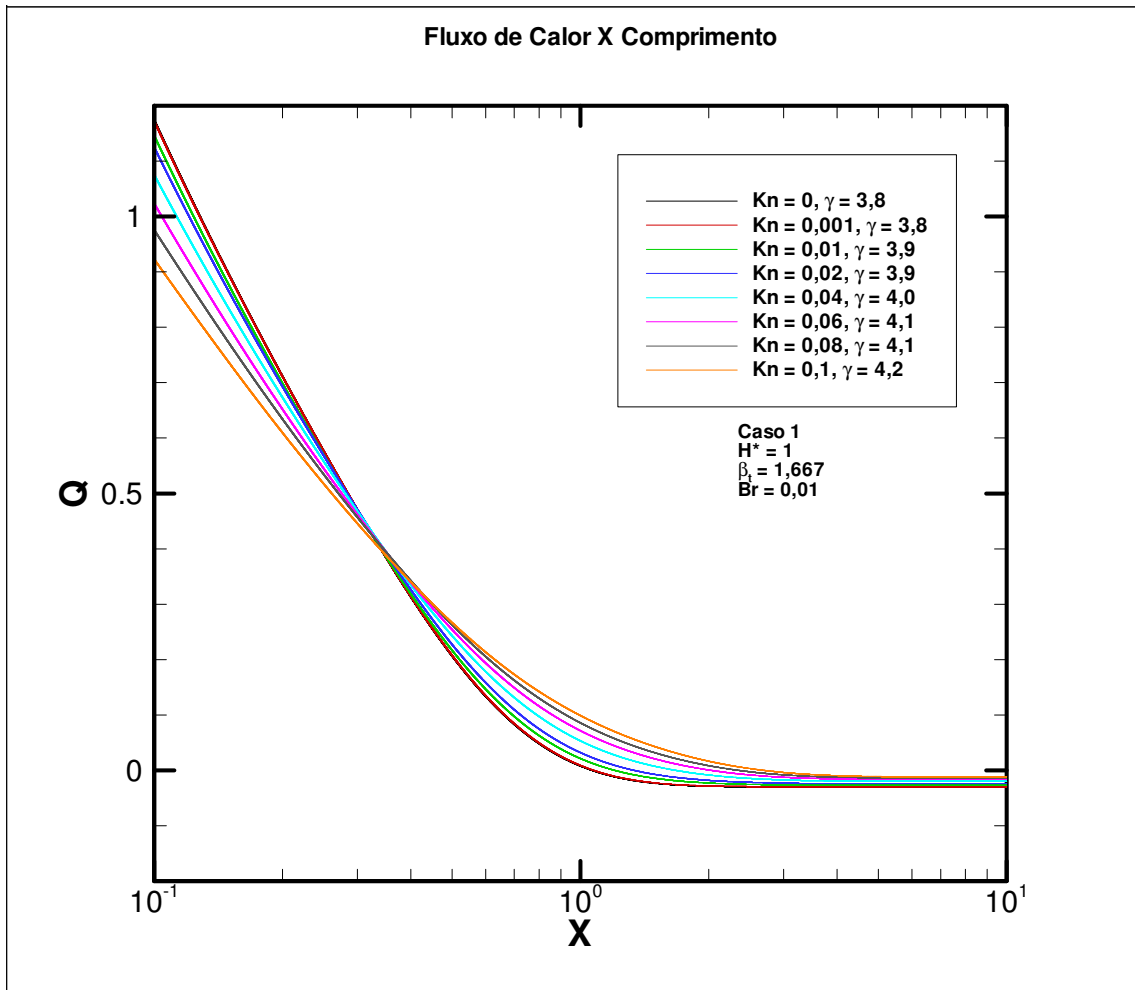


FIG. 4.2 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

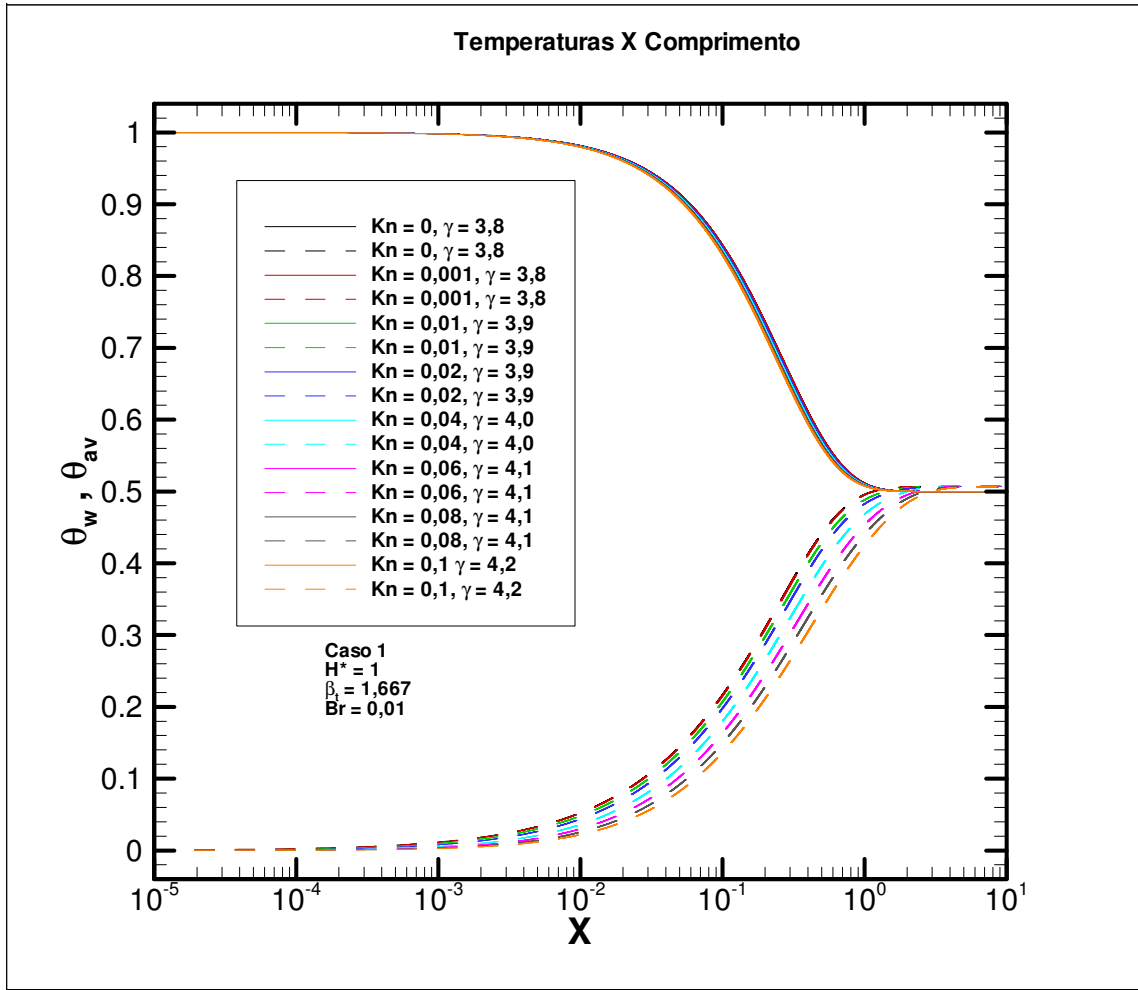


FIG. 4.3 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

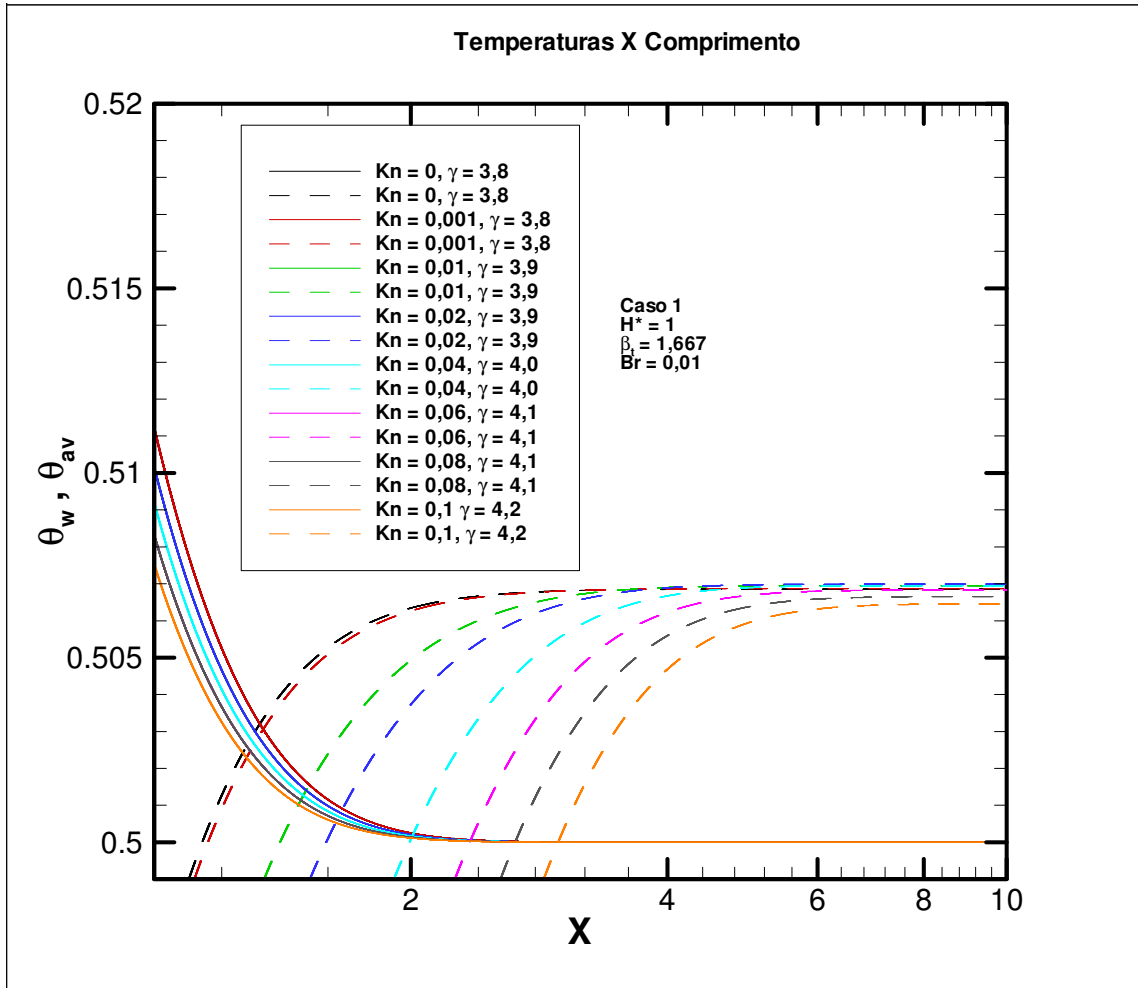


FIG. 4.4 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



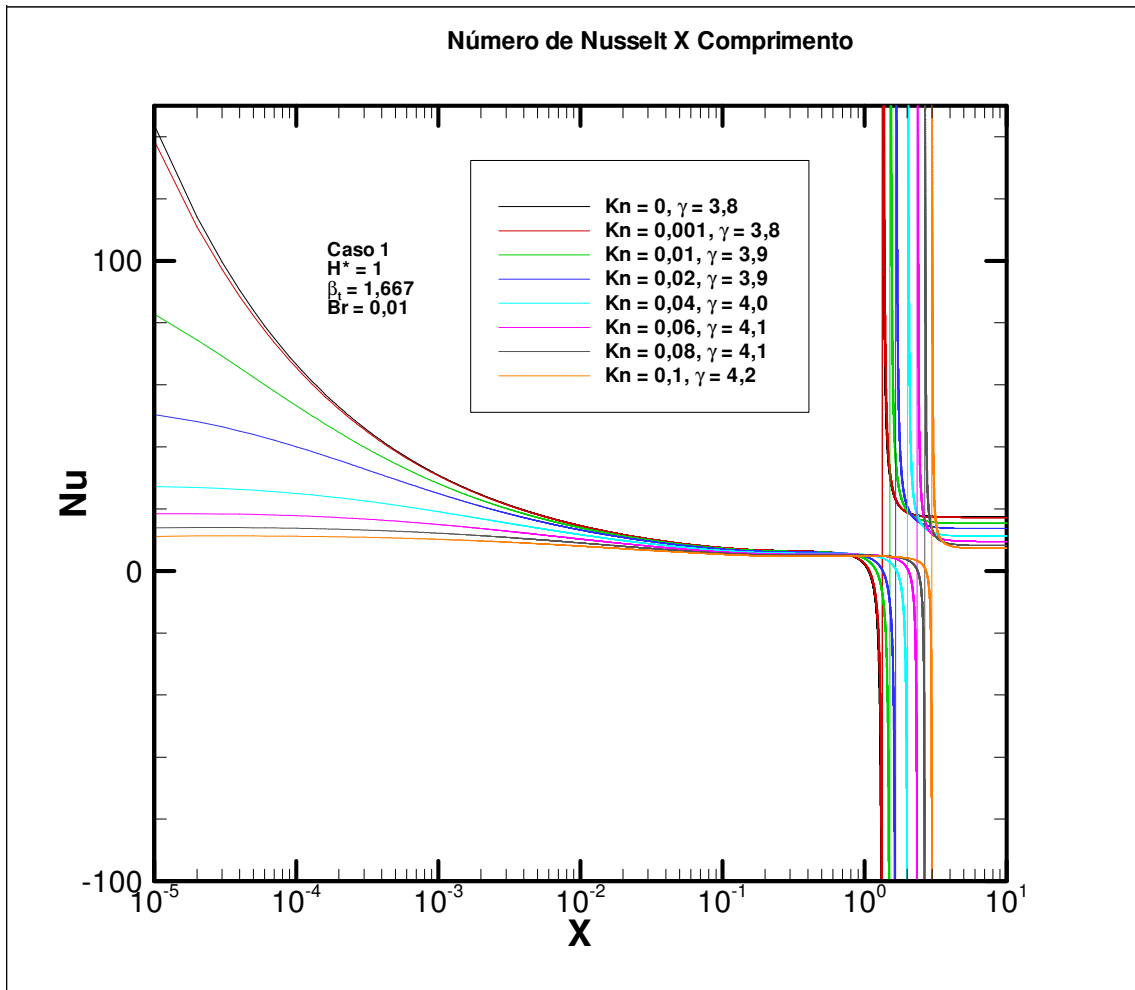


FIG. 4.5 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

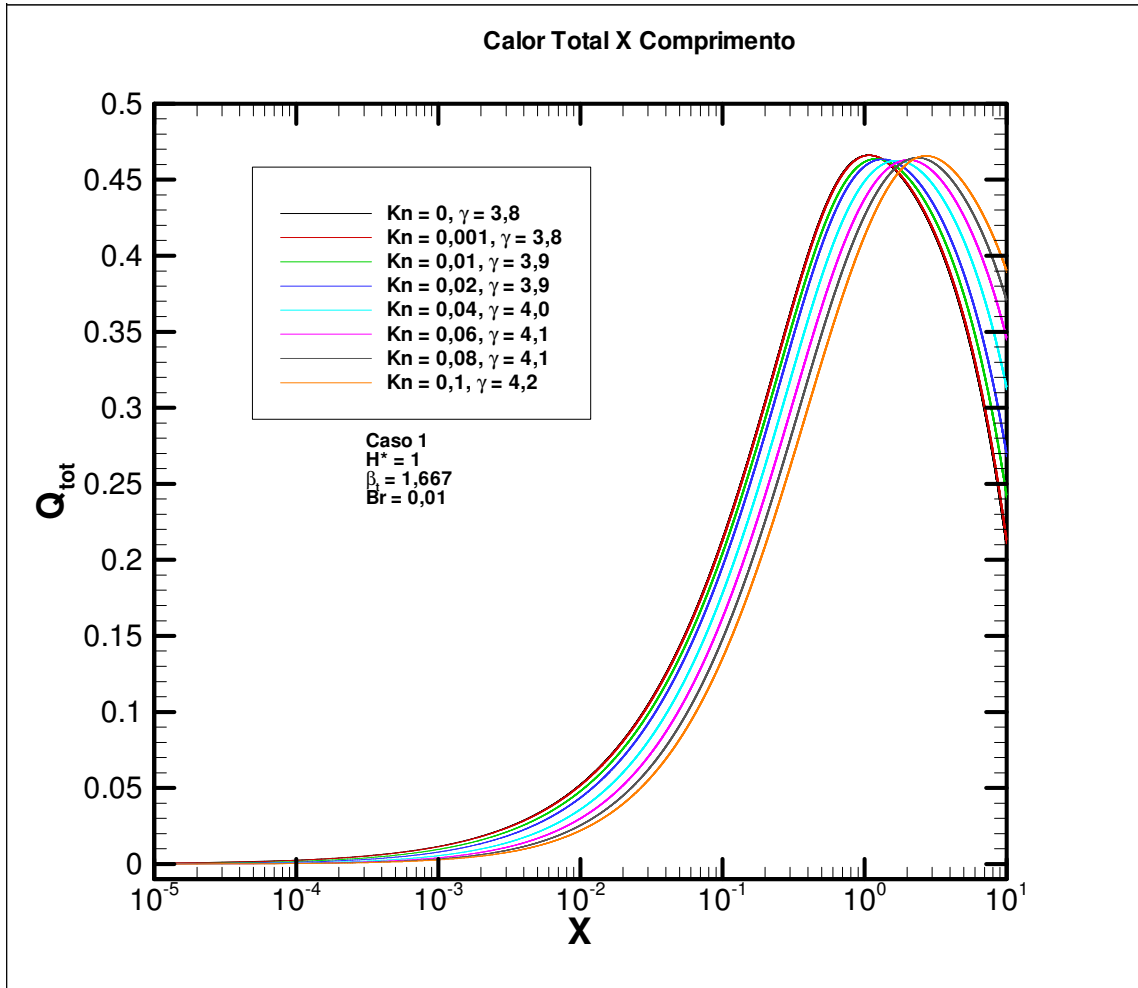


FIG. 4.6 Calor total para diferentes Kn.

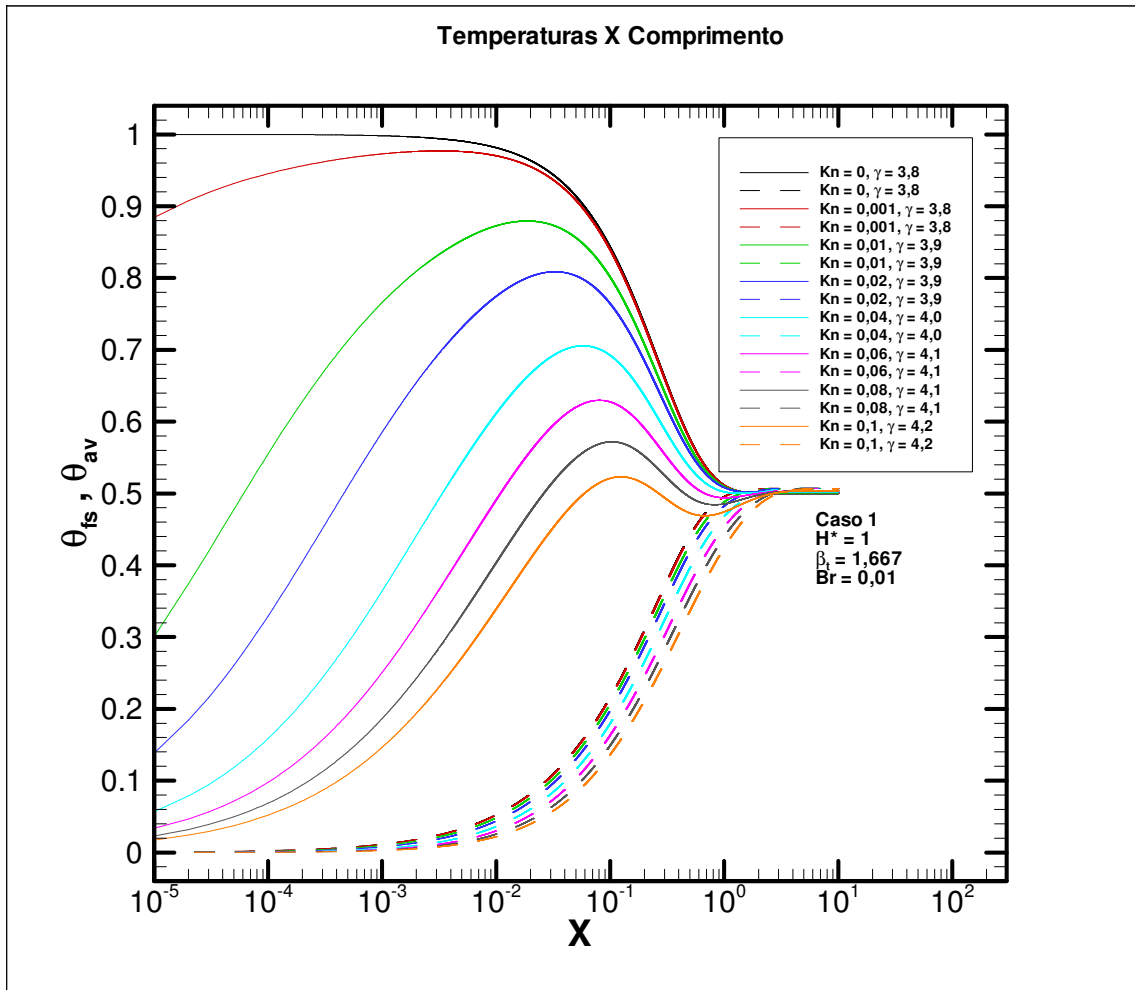


FIG. 4.7 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

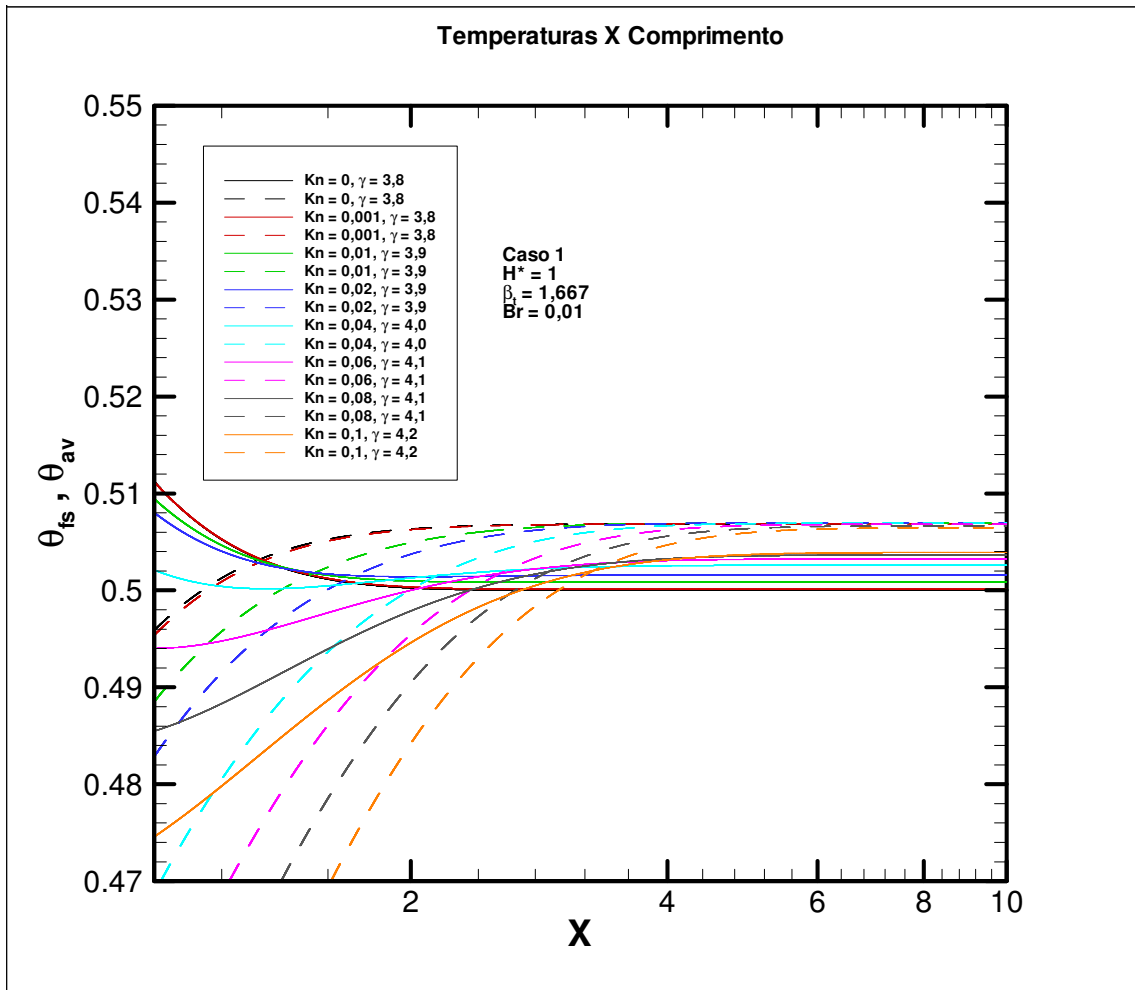


FIG. 4.8 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

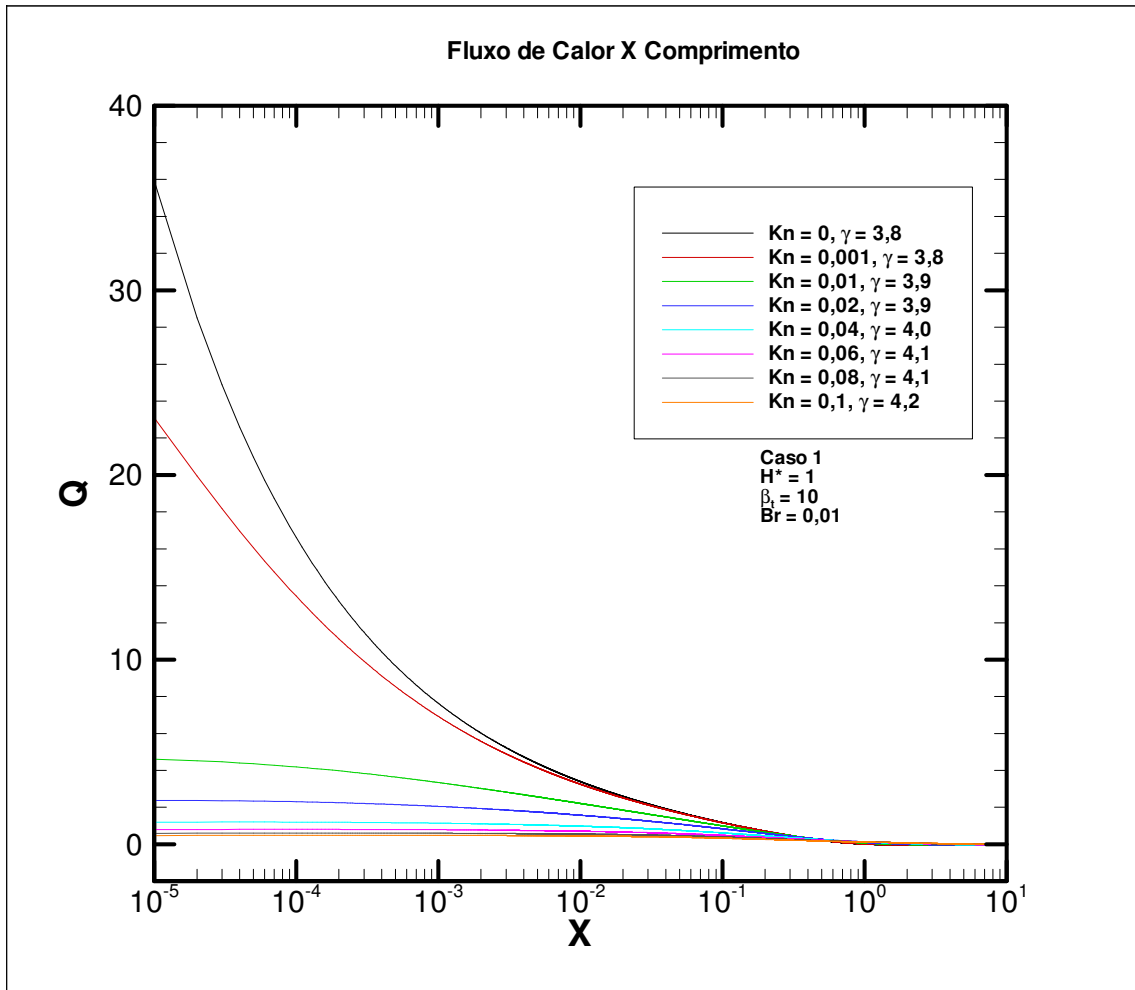


FIG. 4.9 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

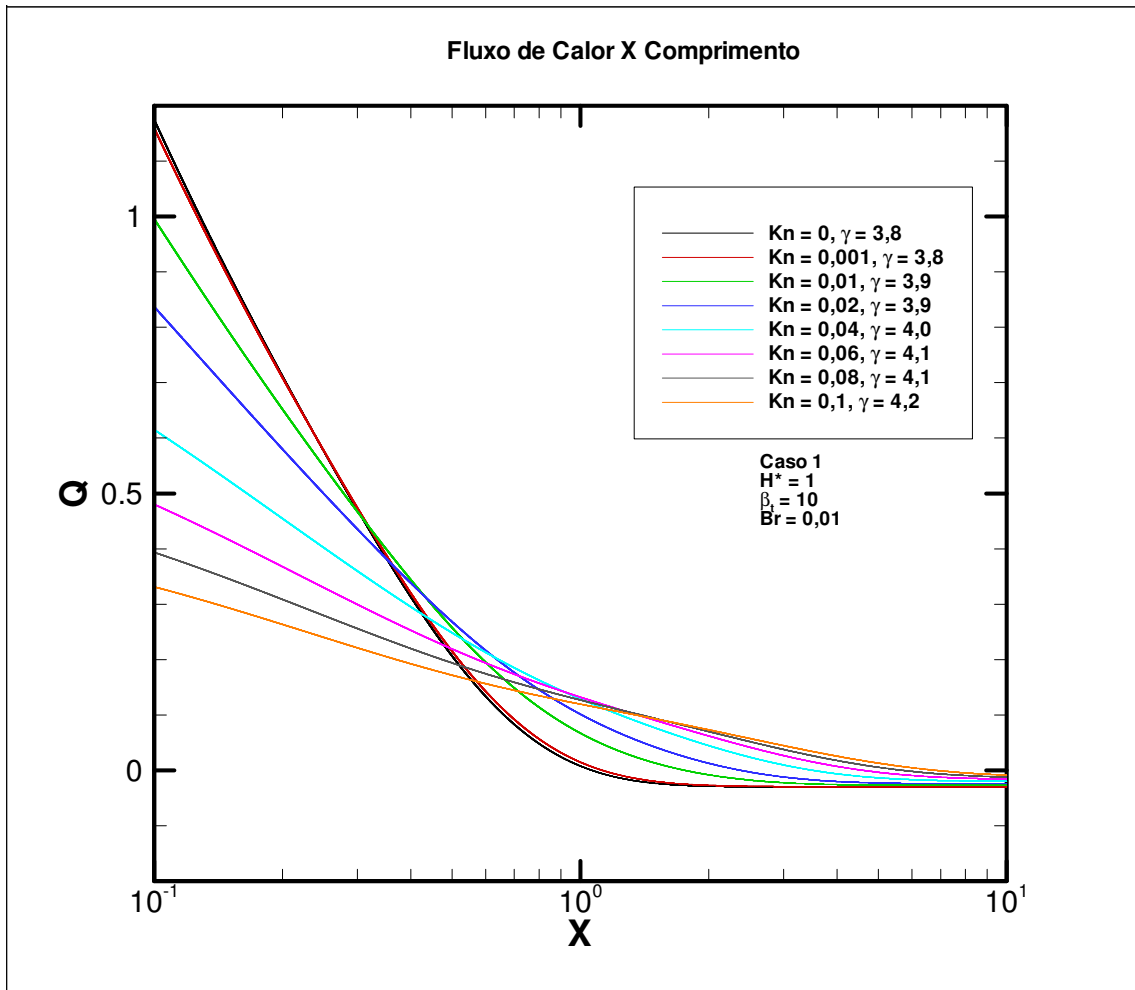


FIG. 4.10 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

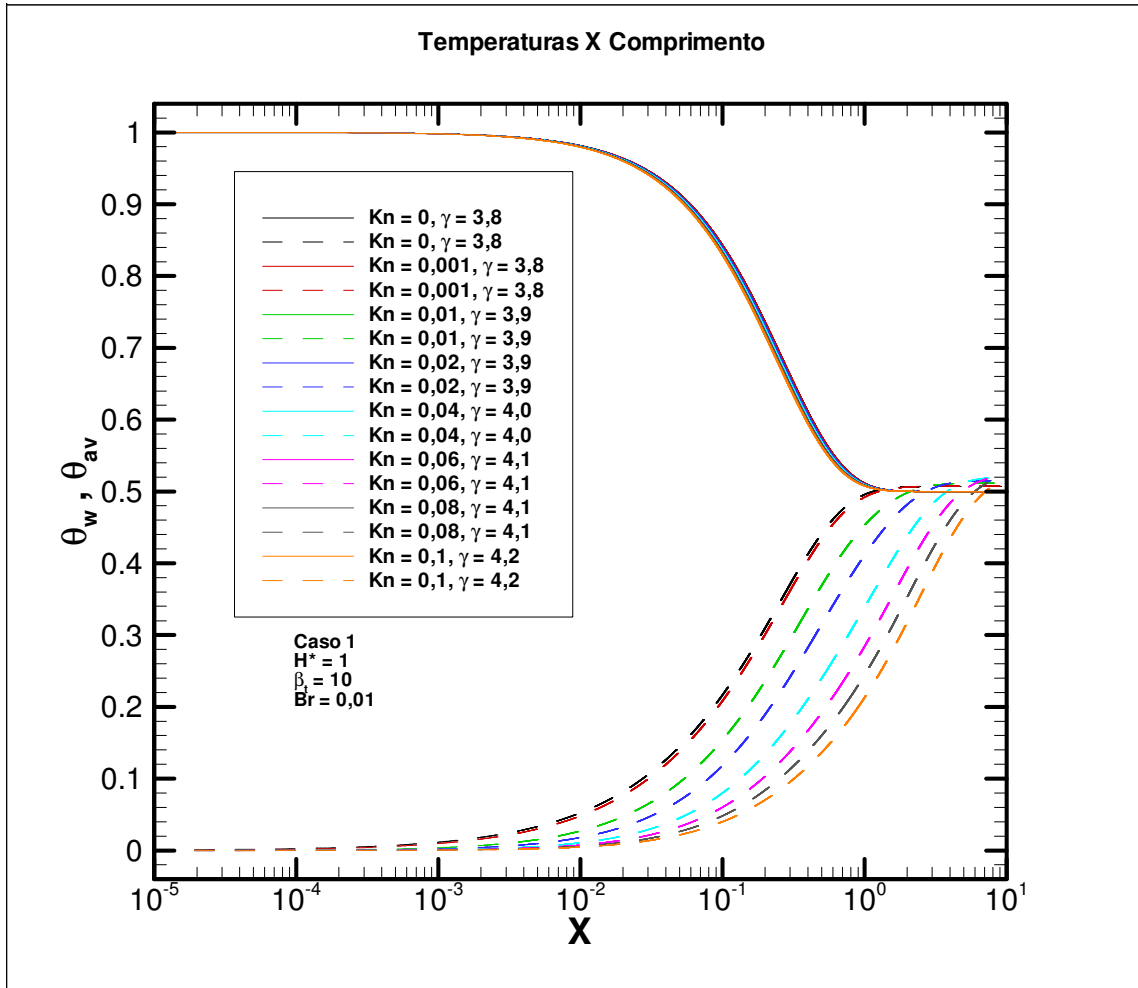


FIG. 4.11 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

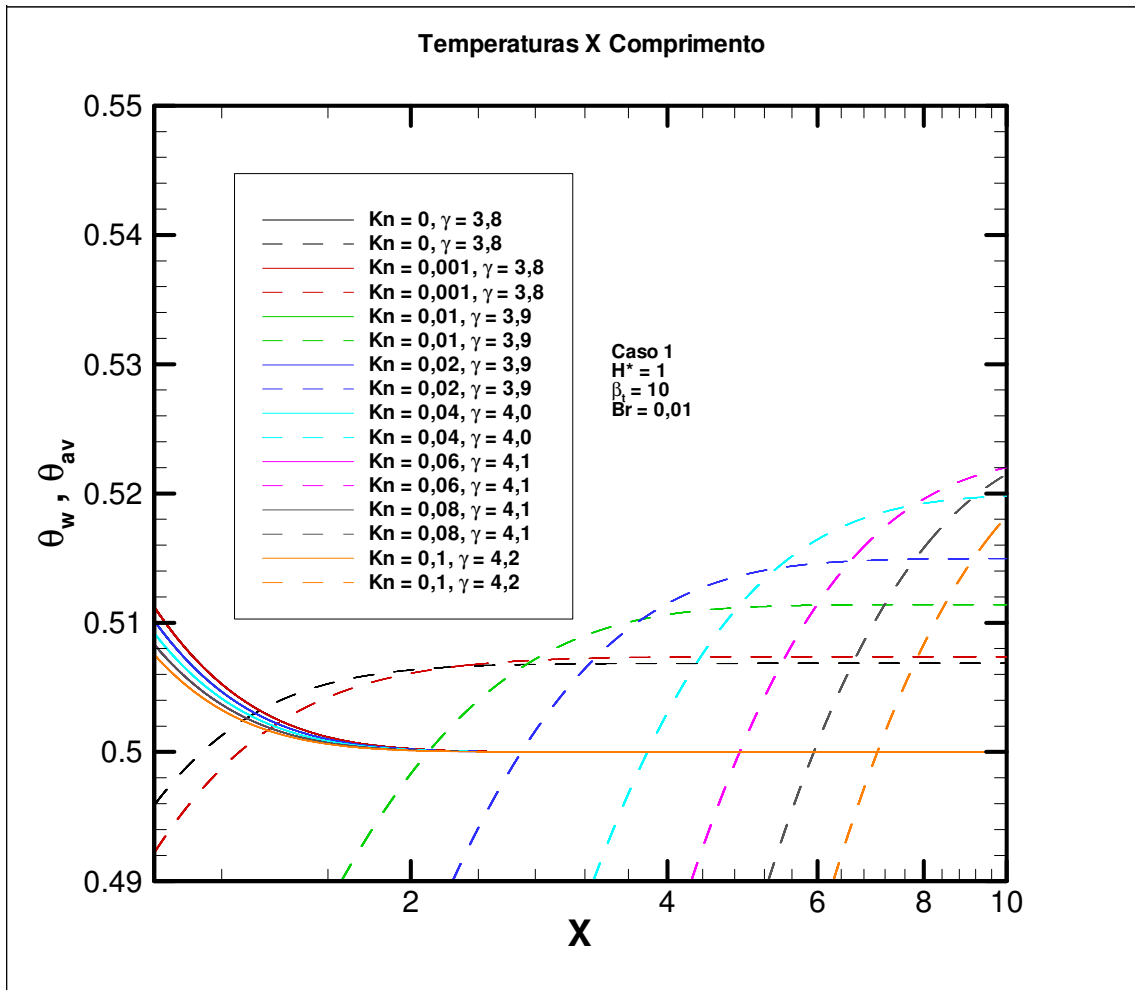


FIG. 4.12 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



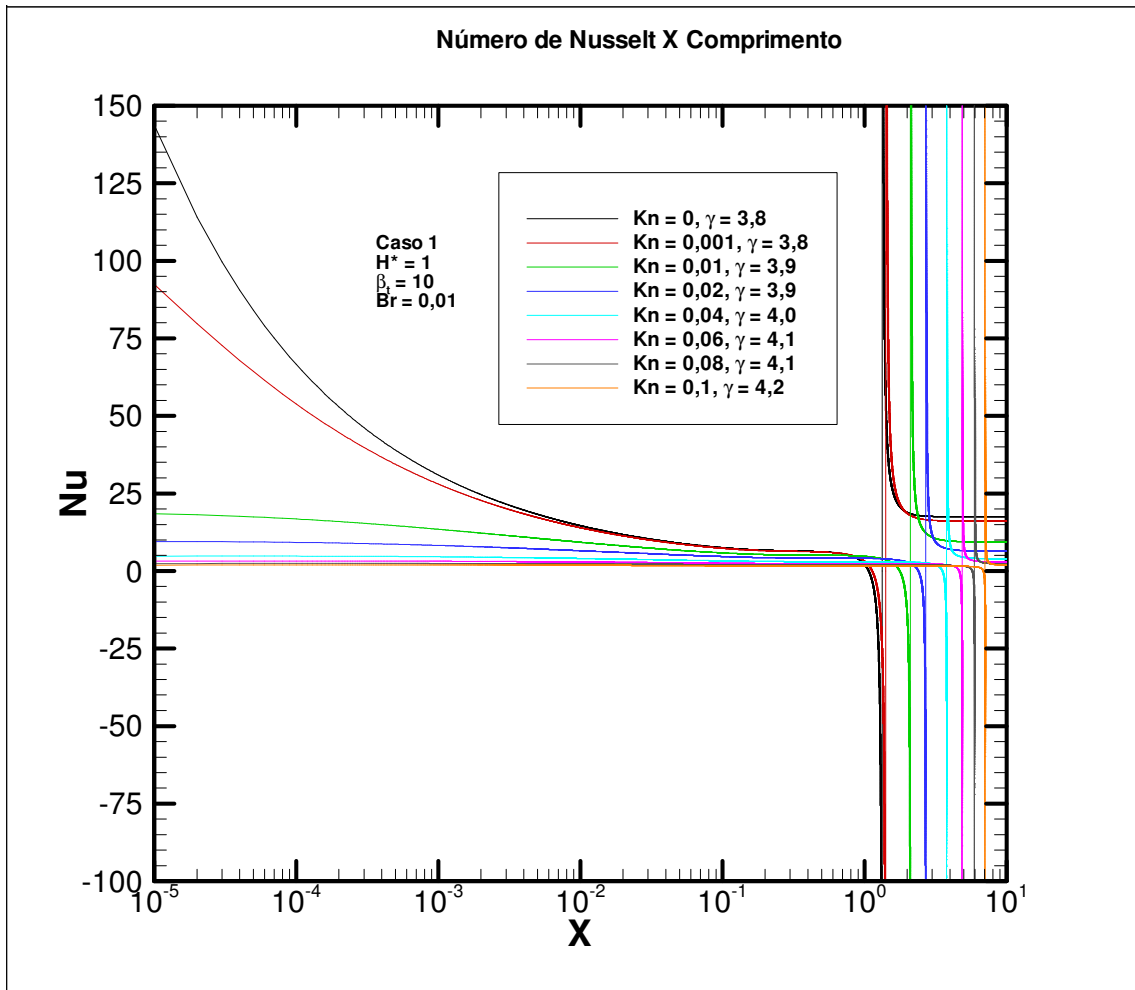


FIG. 4.13 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

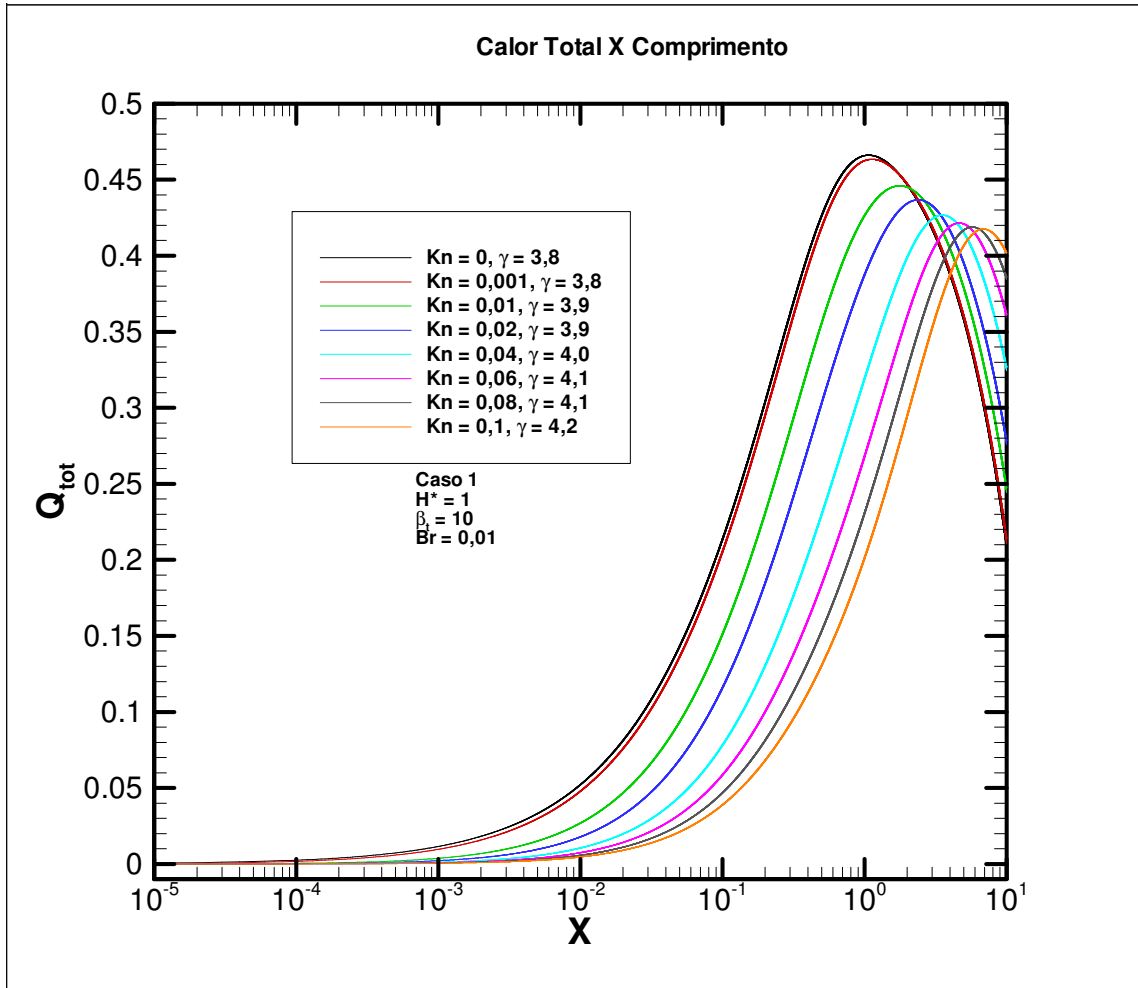


FIG. 4.14 Calor total para diferentes Kn.

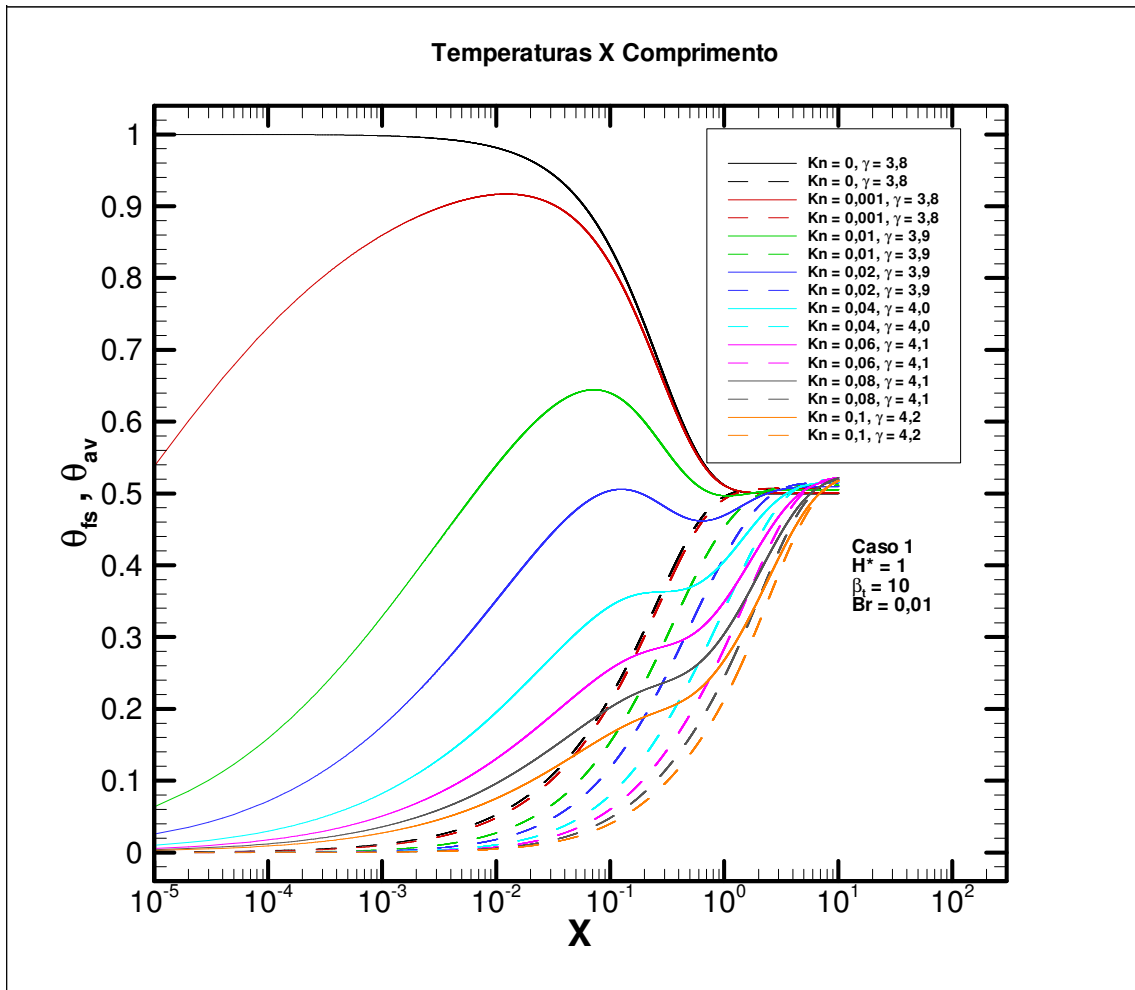


FIG. 4.15 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

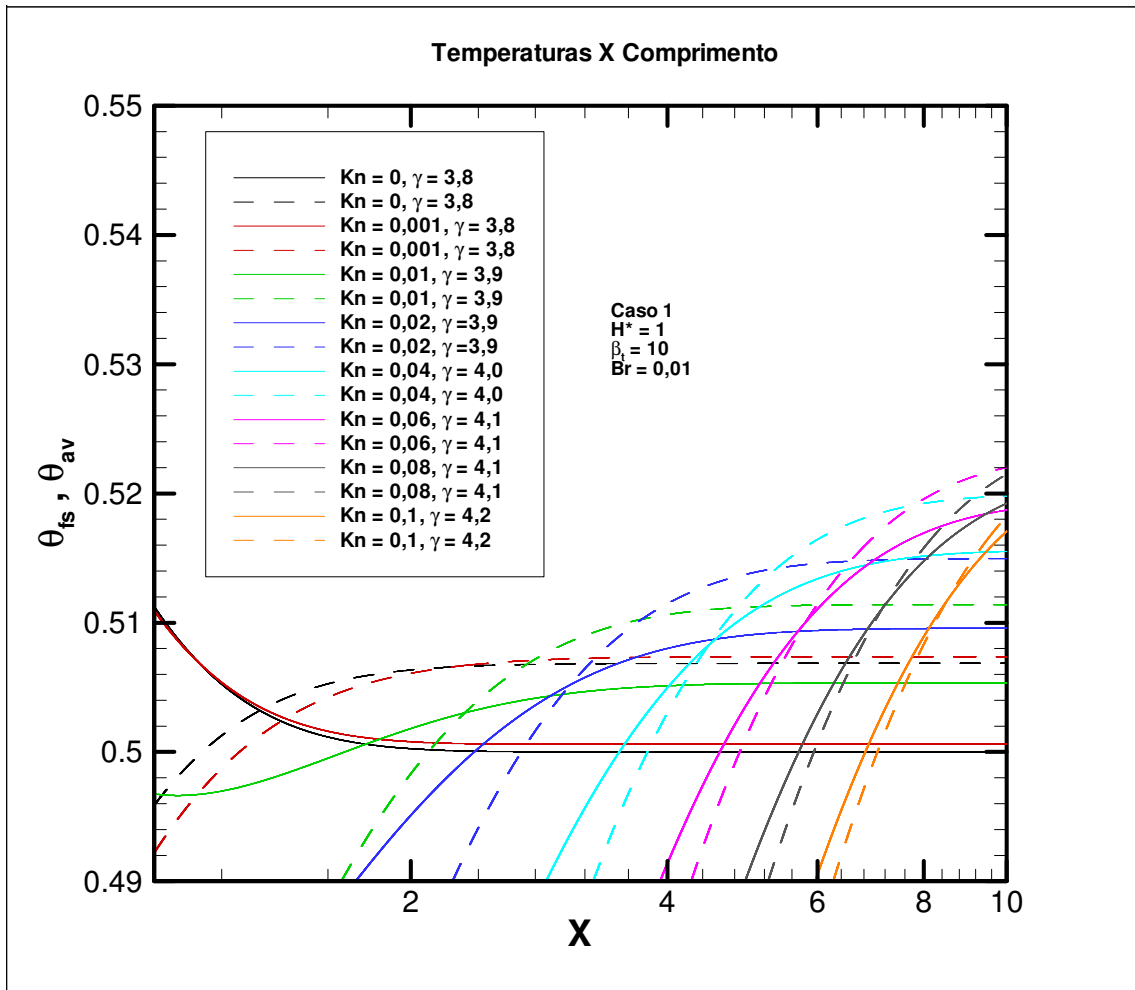


FIG. 4.16 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

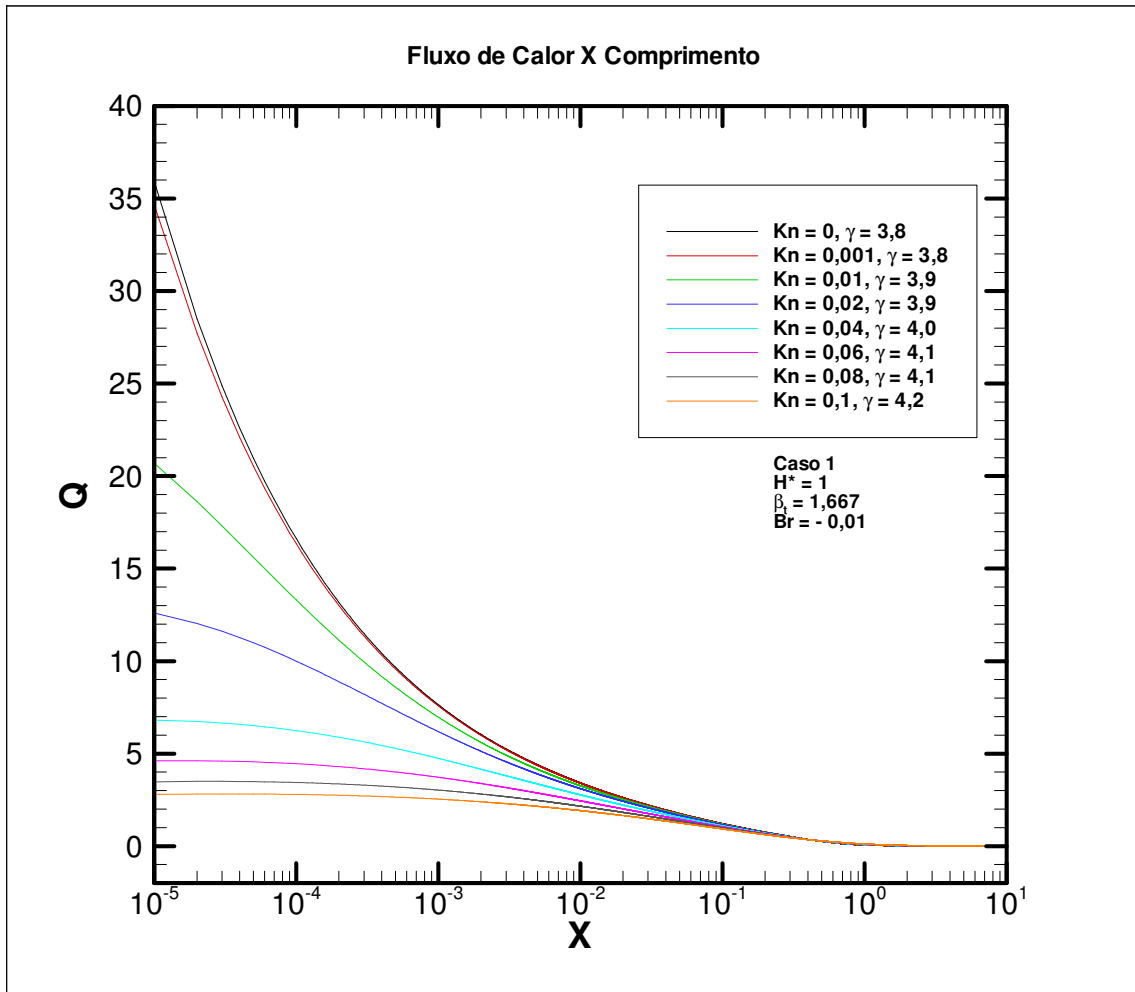


FIG. 4.17 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

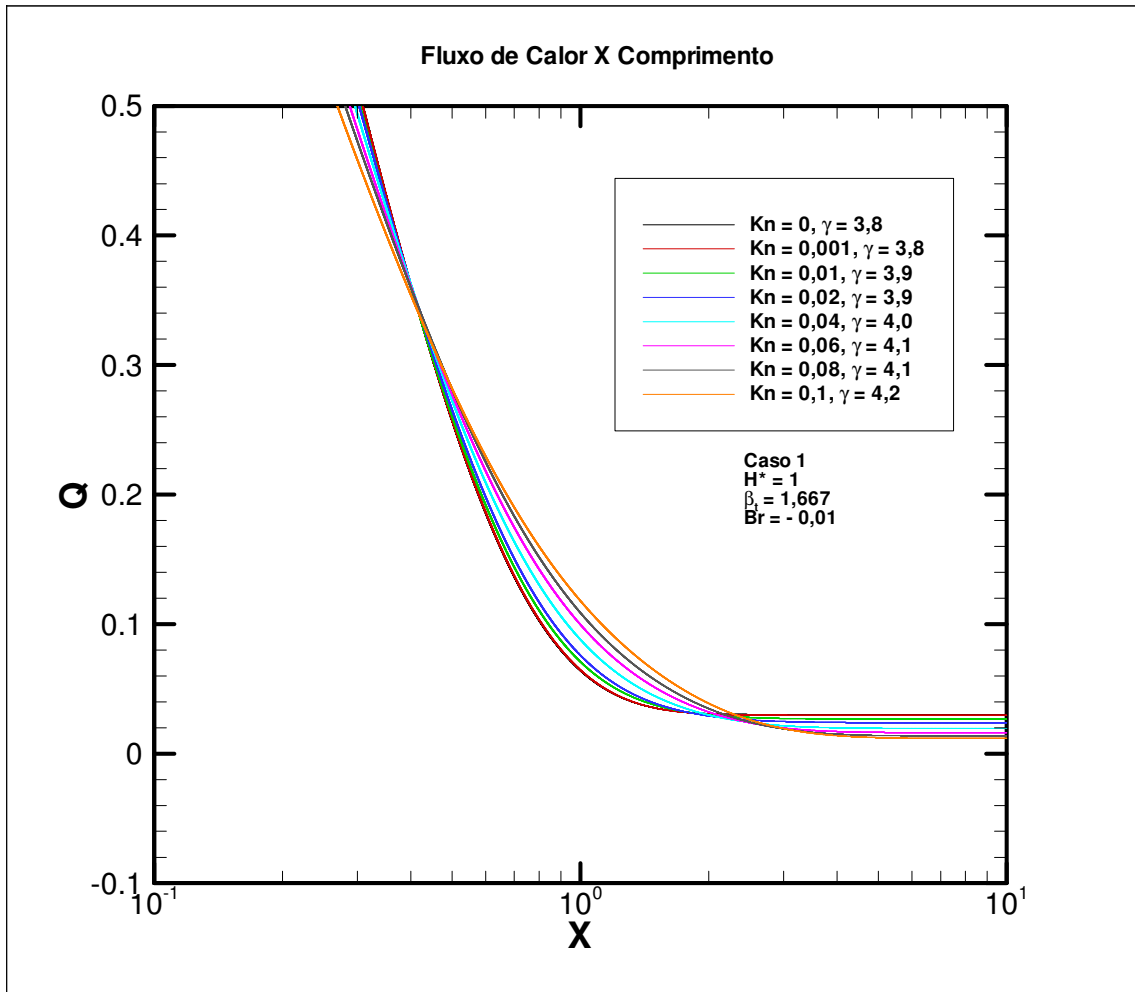


FIG. 4.18 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

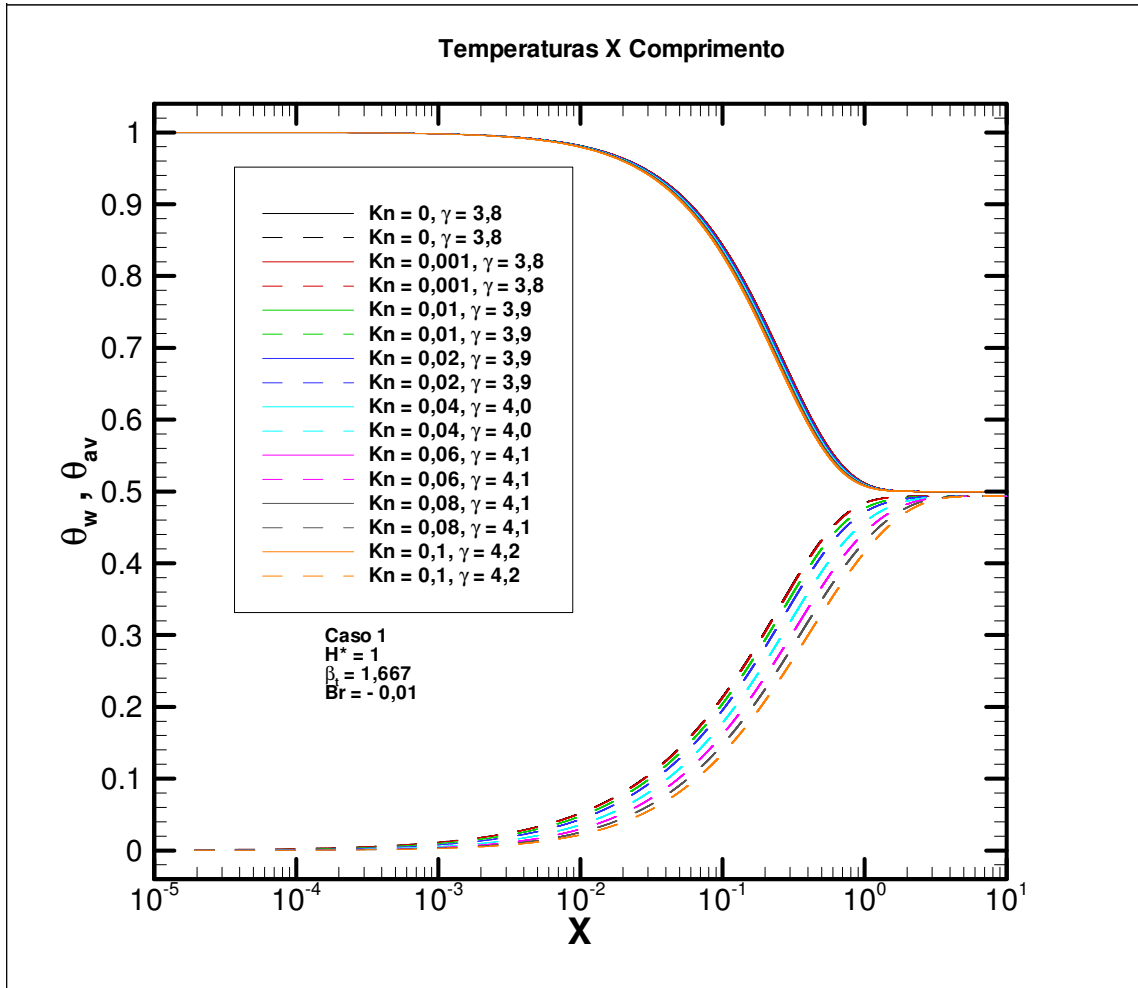


FIG. 4.19 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

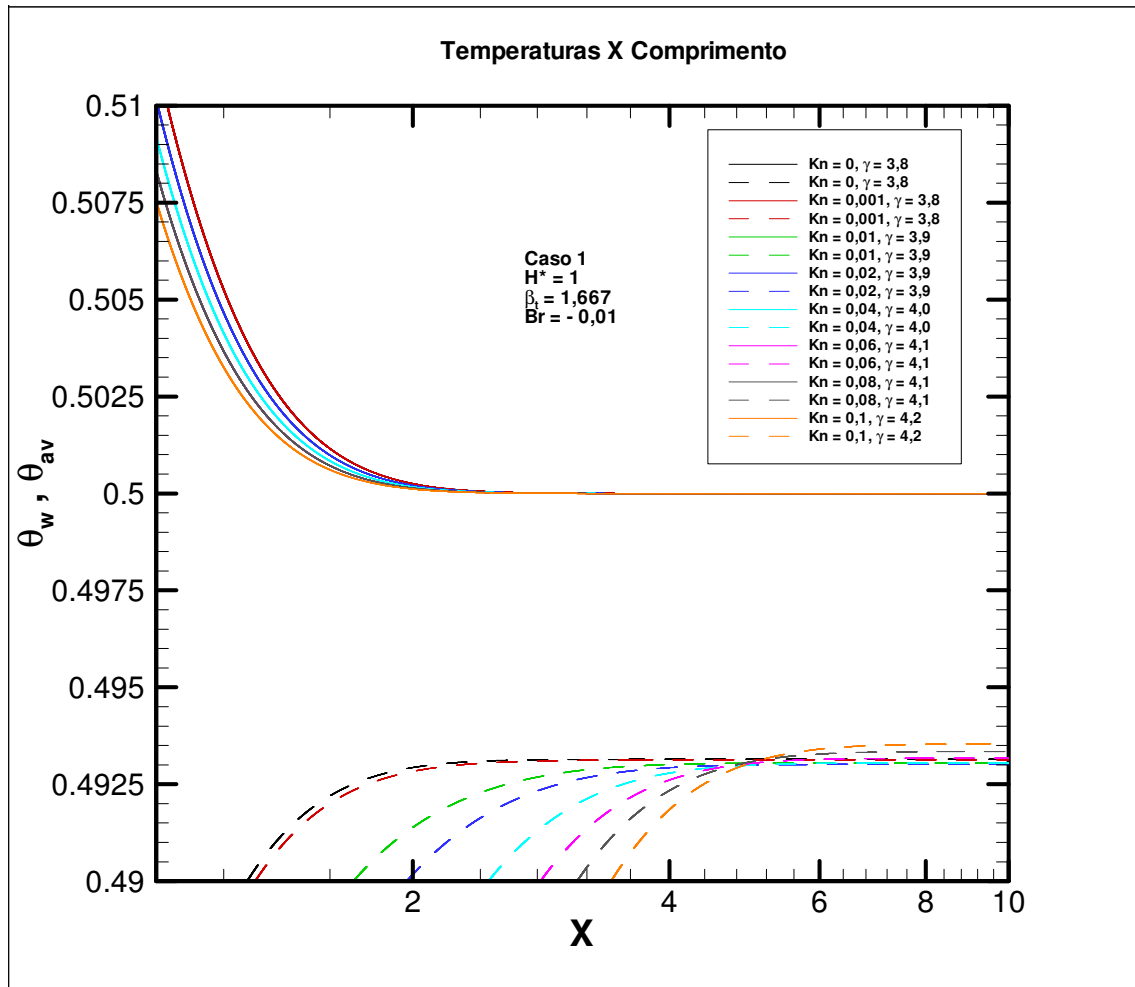


FIG. 4.20 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



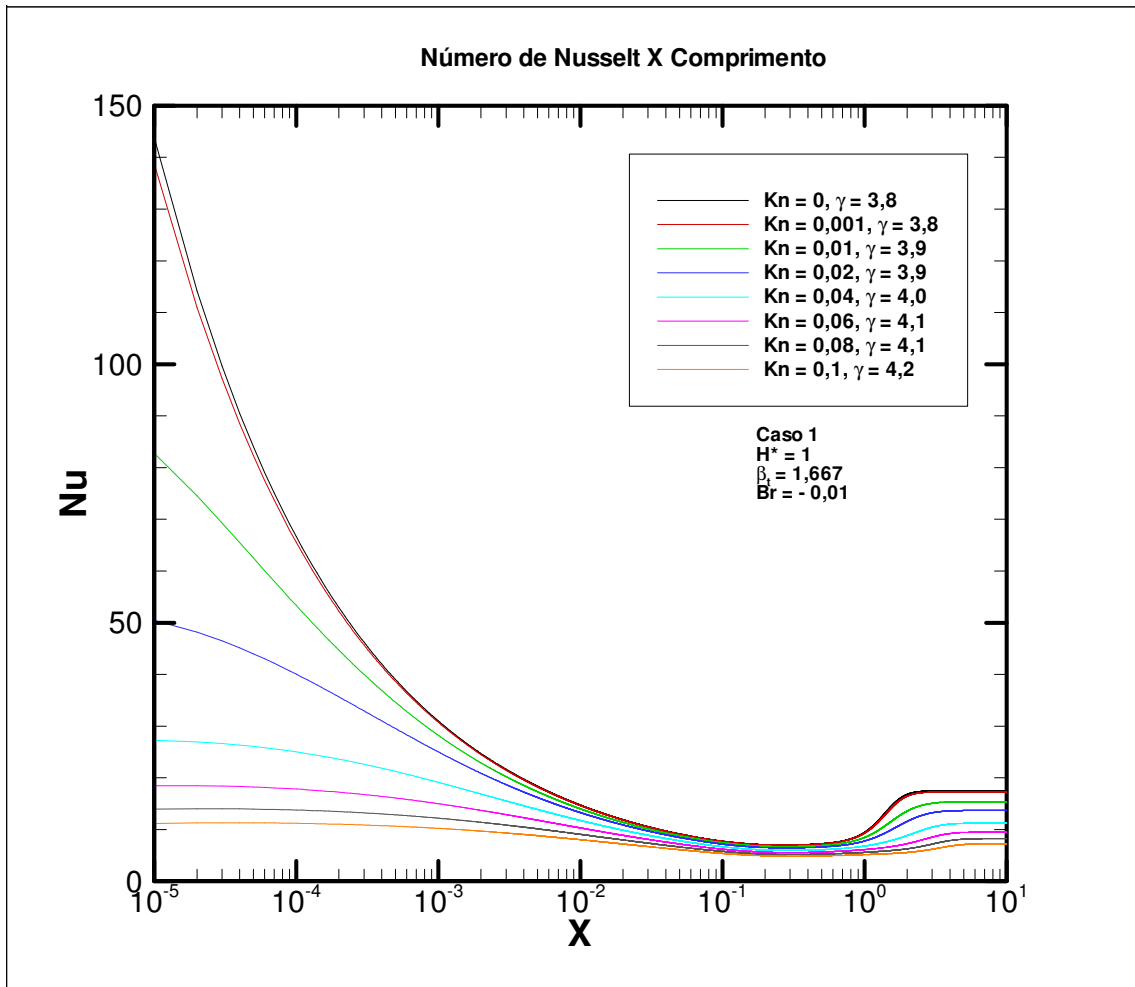


FIG. 4.21 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

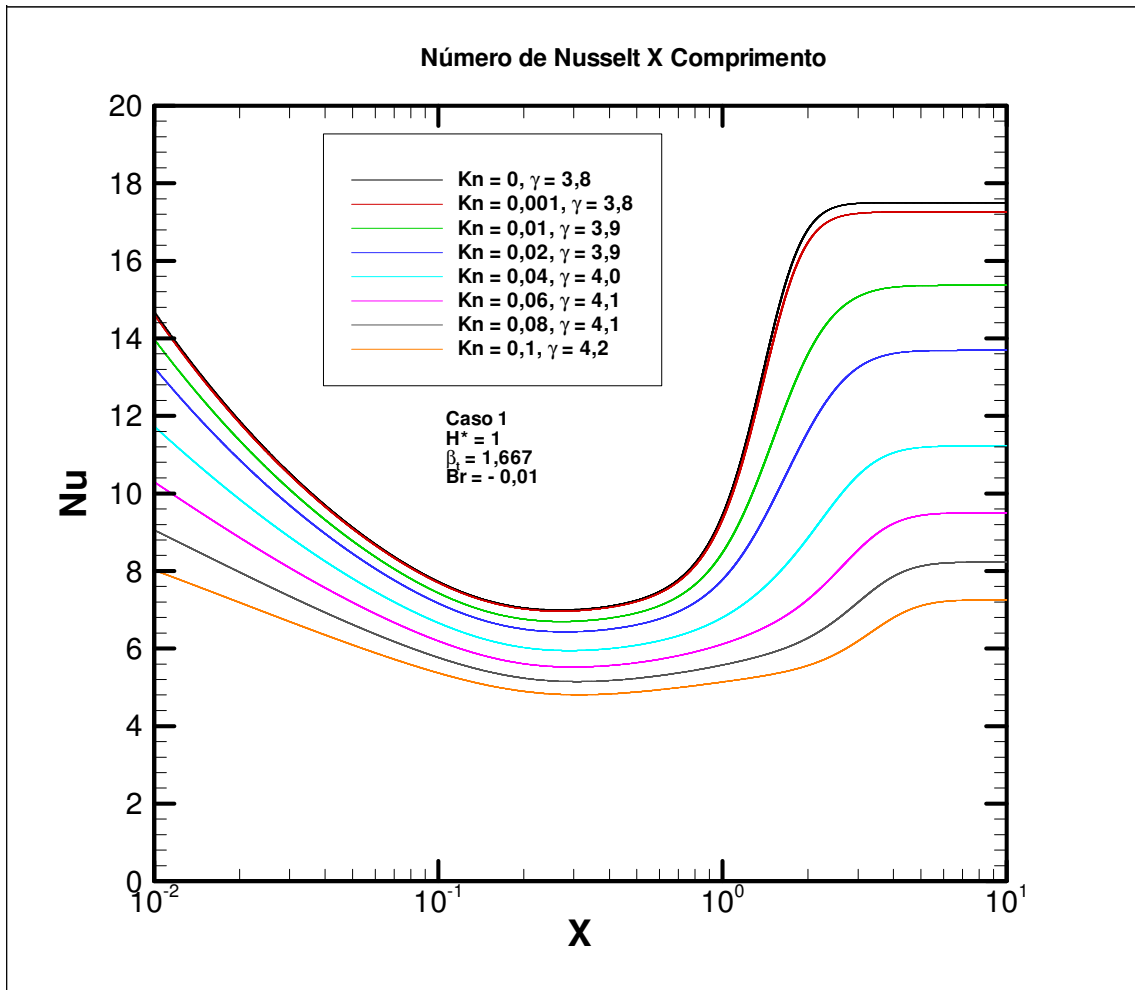


FIG. 4.22 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

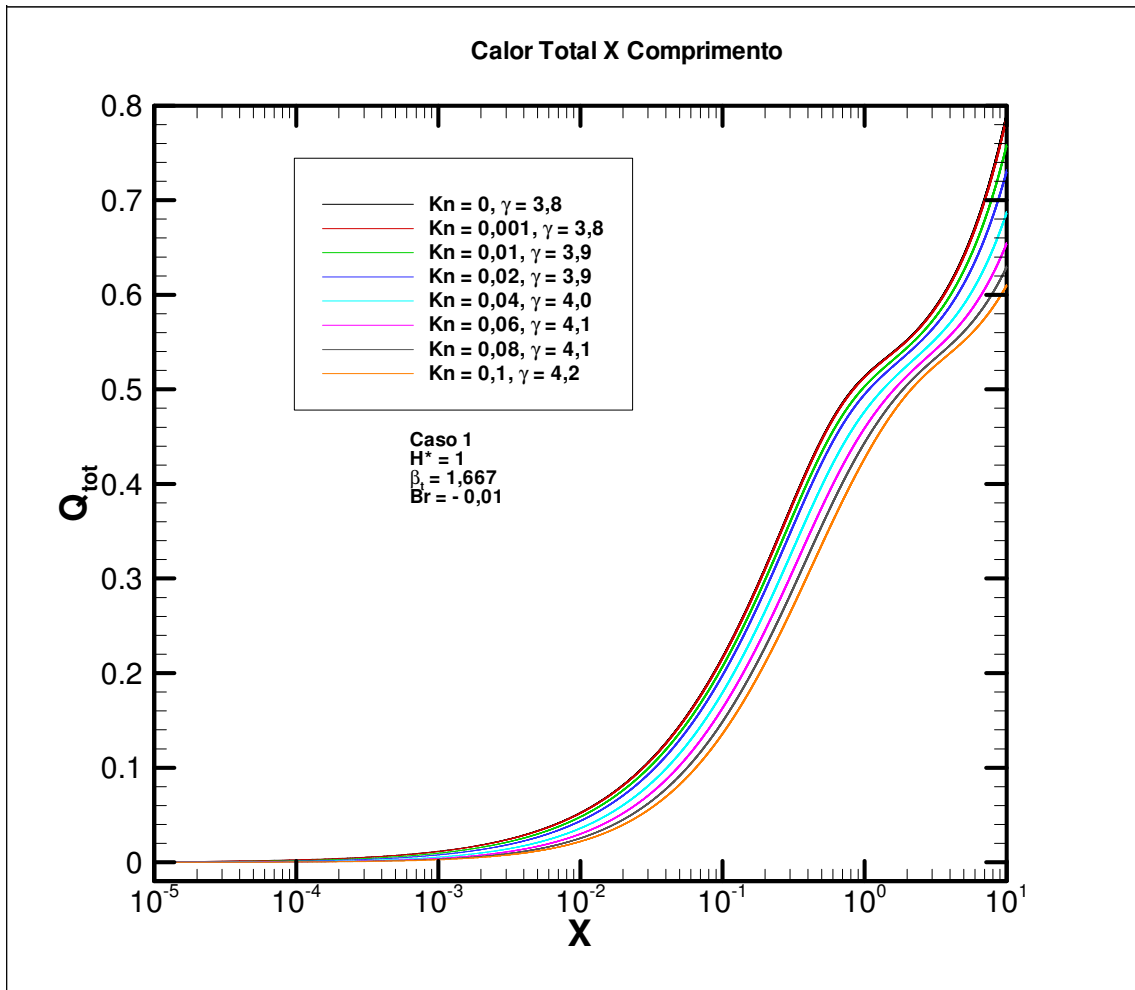


FIG. 4.23 Calor total para diferentes Kn.

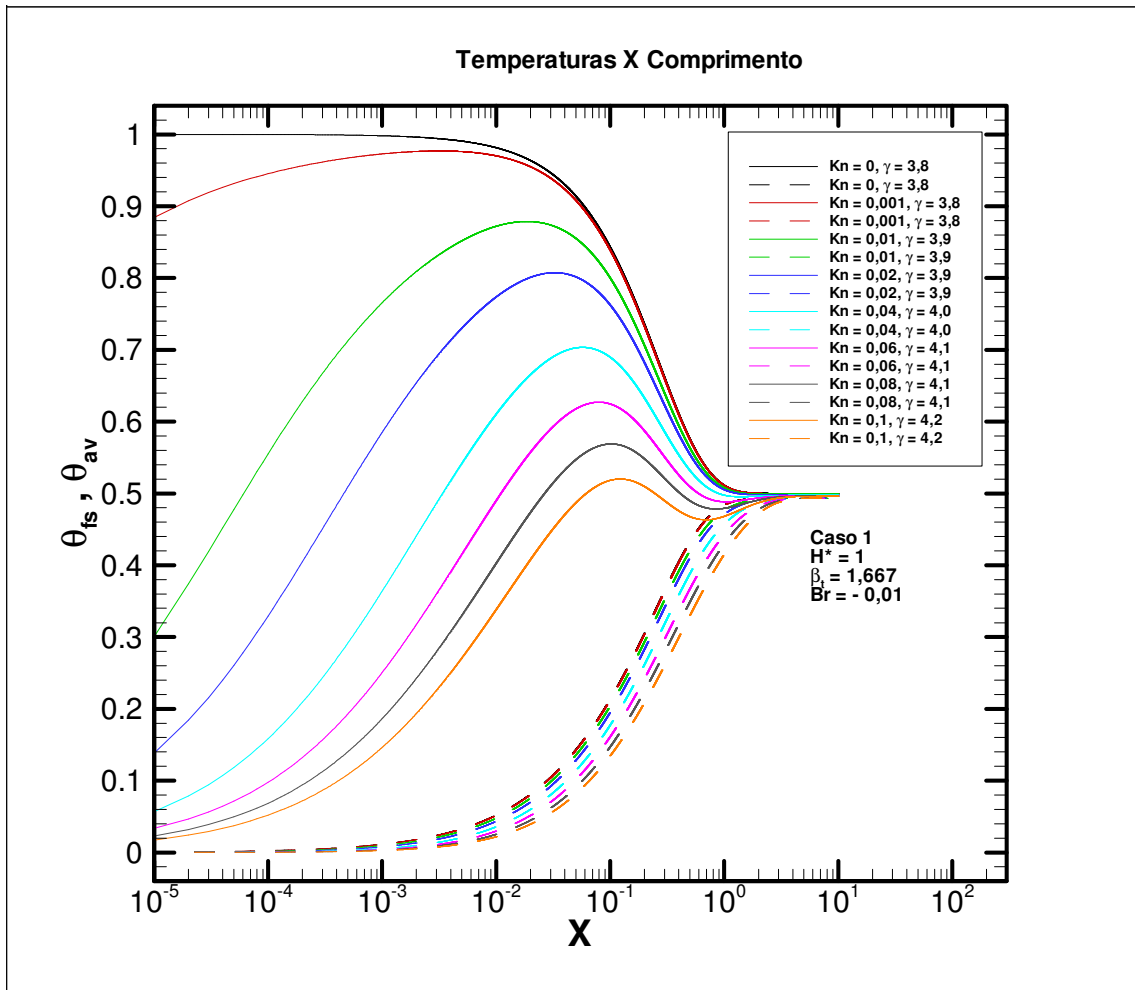


FIG. 4.24 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

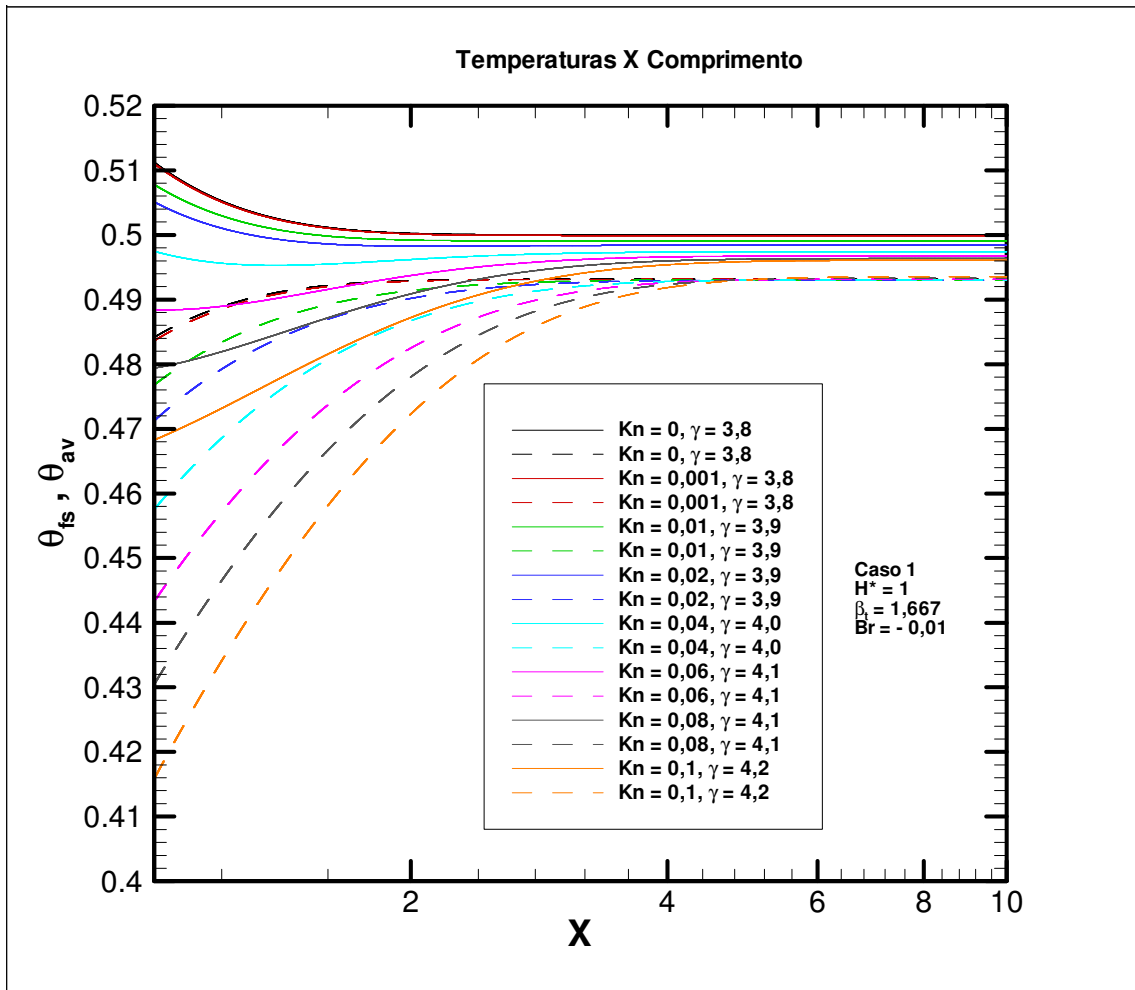


FIG. 4.25 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

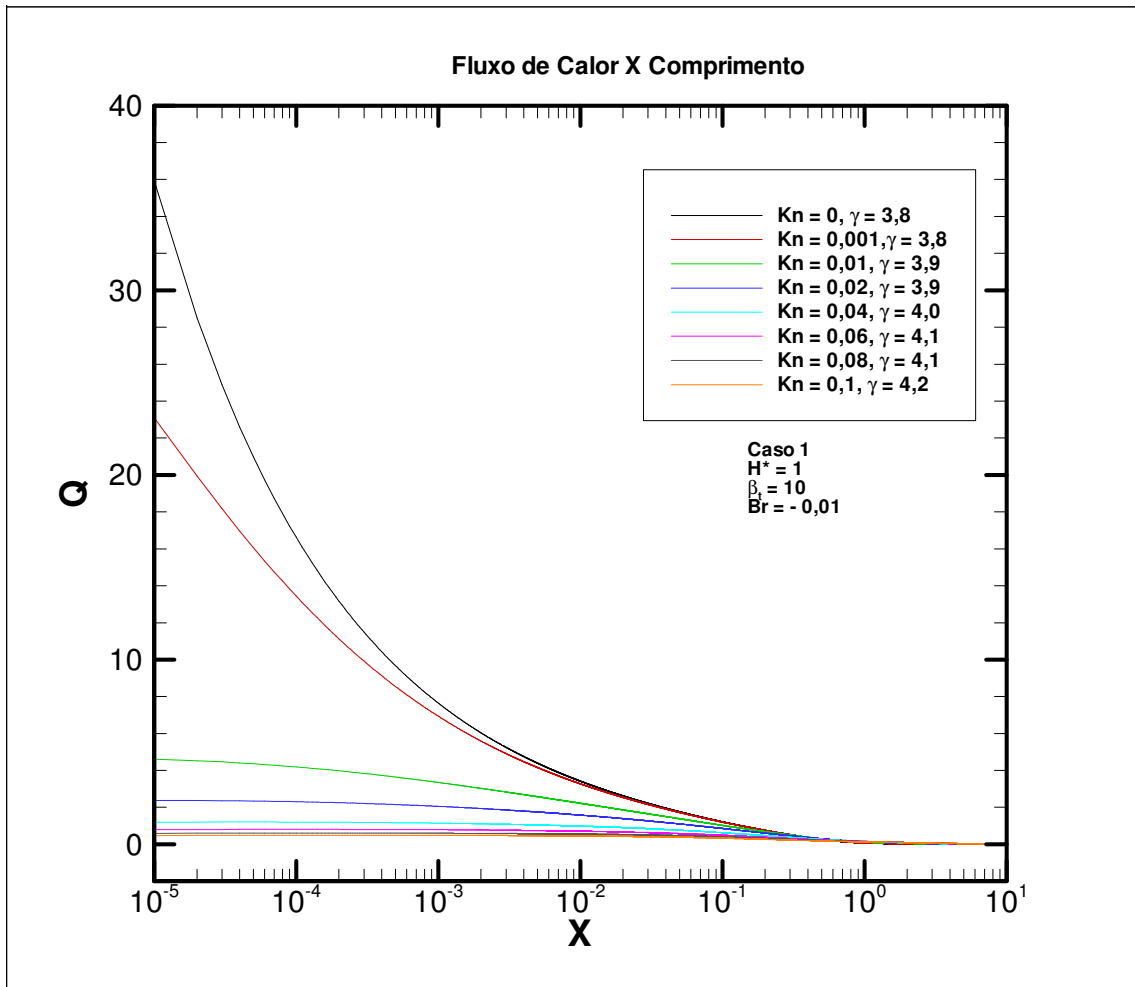


FIG. 4.26 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

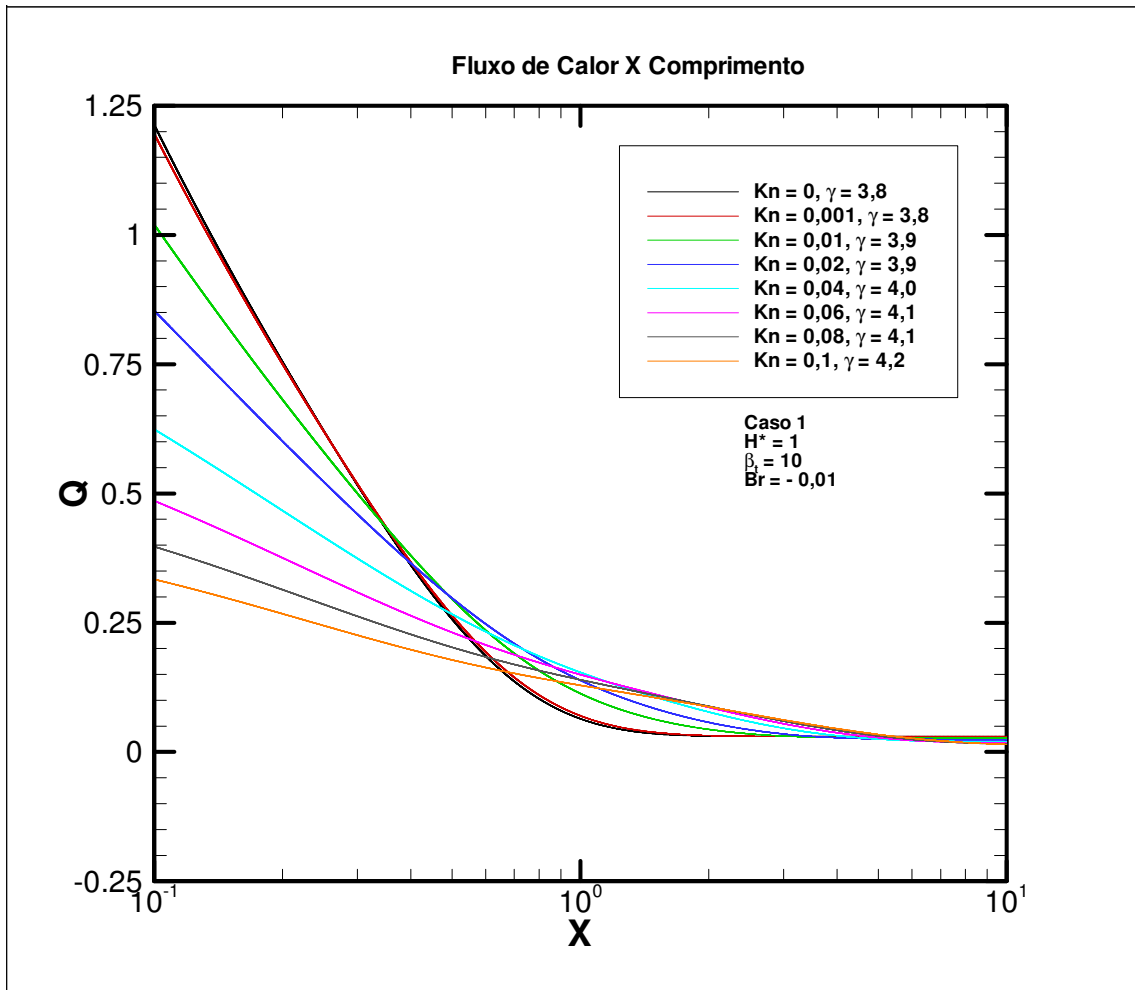


FIG. 4.27 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

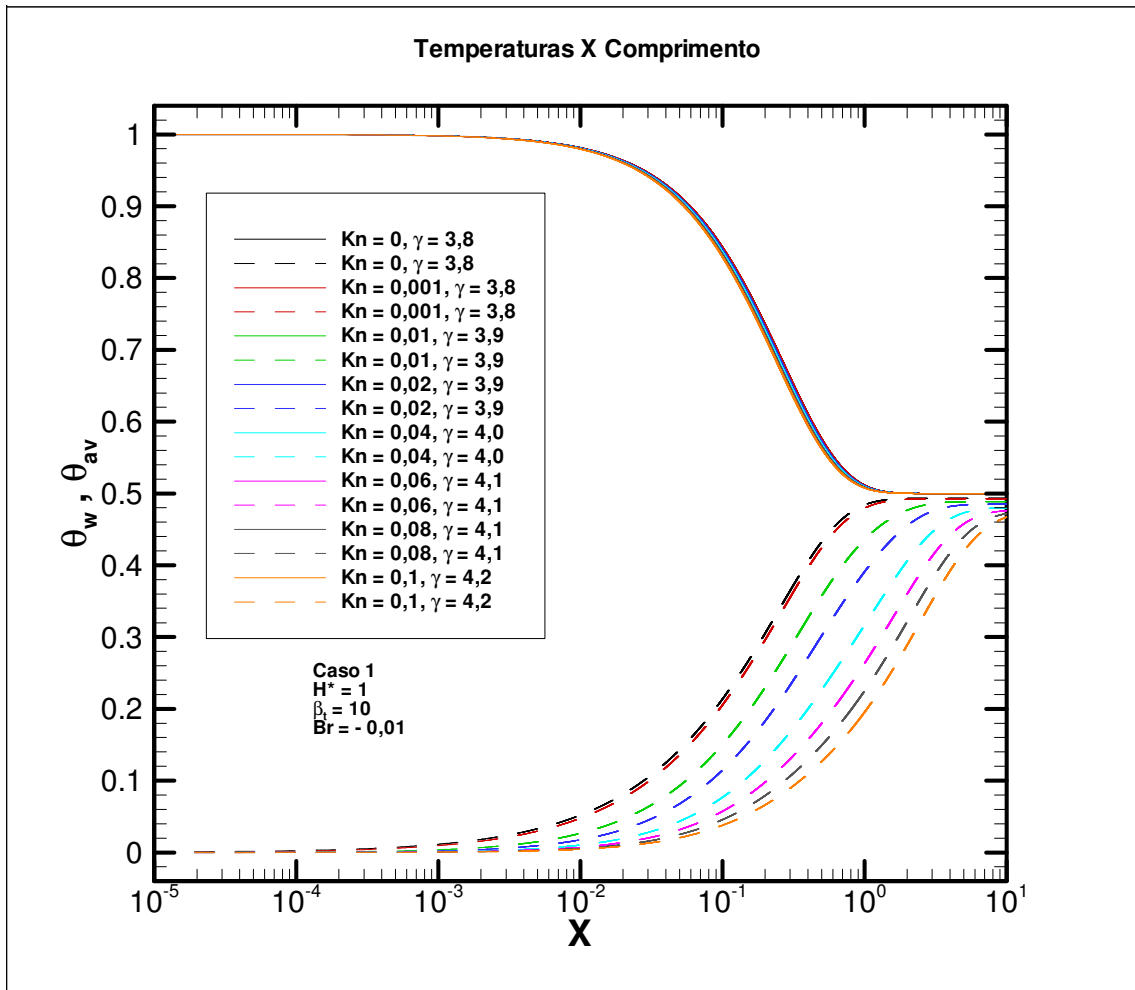


FIG. 4.28 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



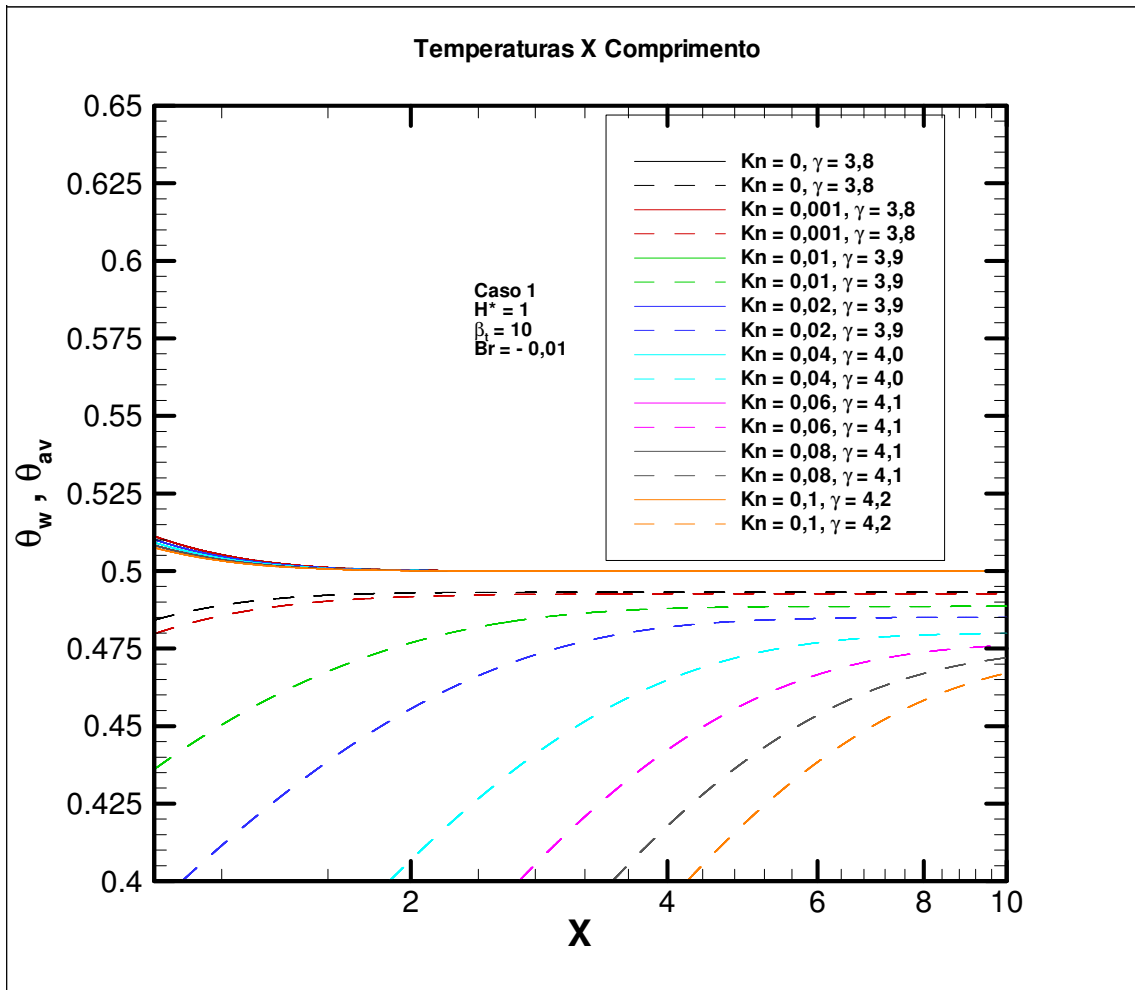


FIG. 4.29 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

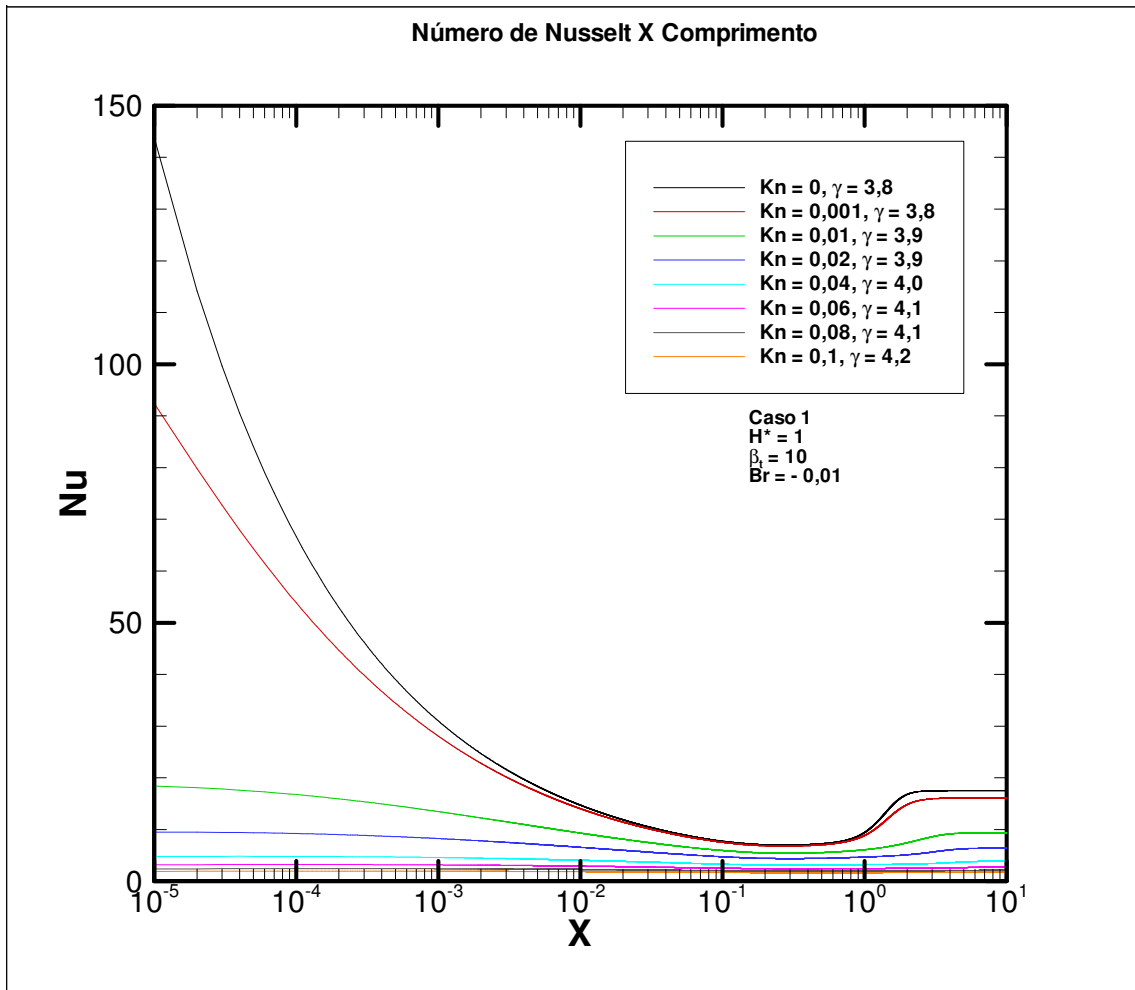


FIG. 4.30 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

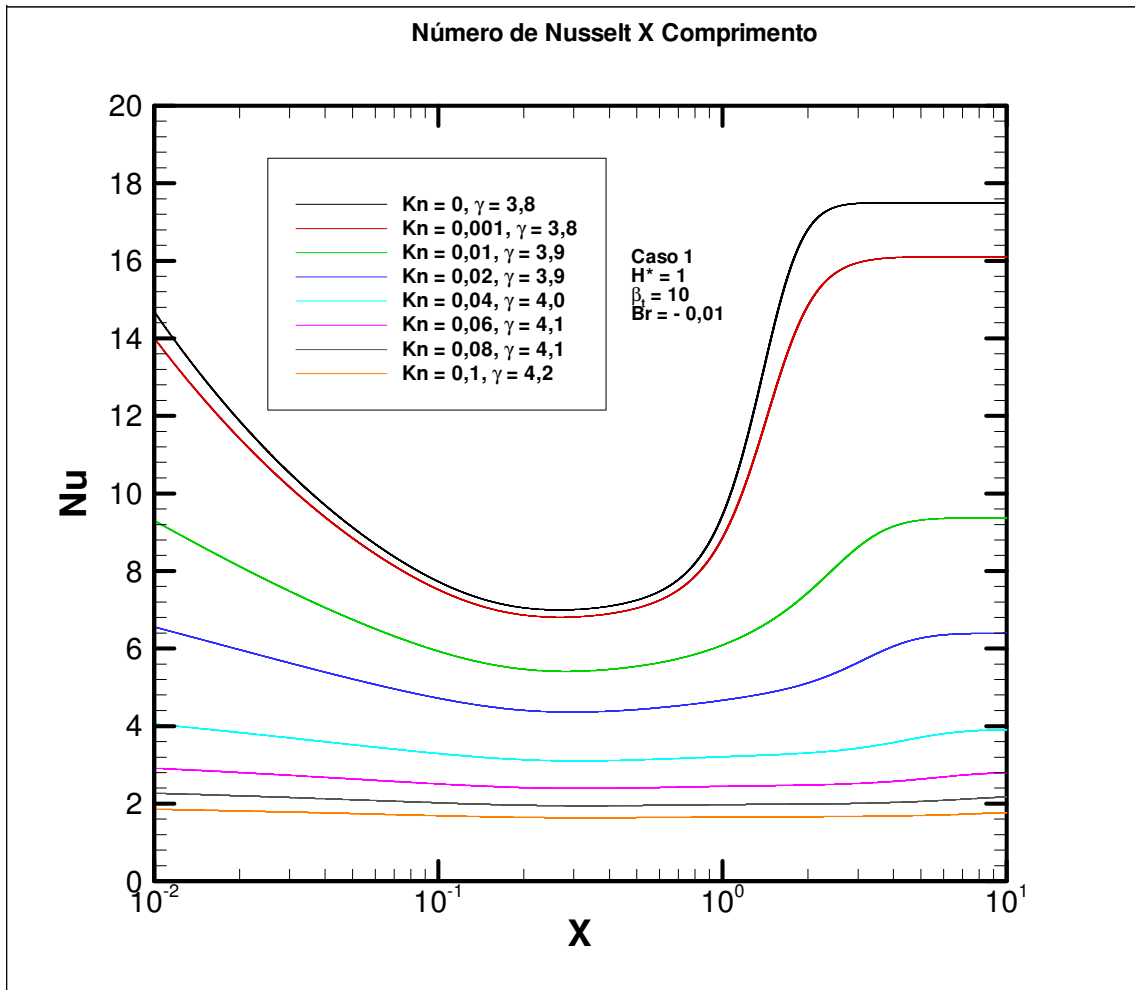


FIG. 4.31 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

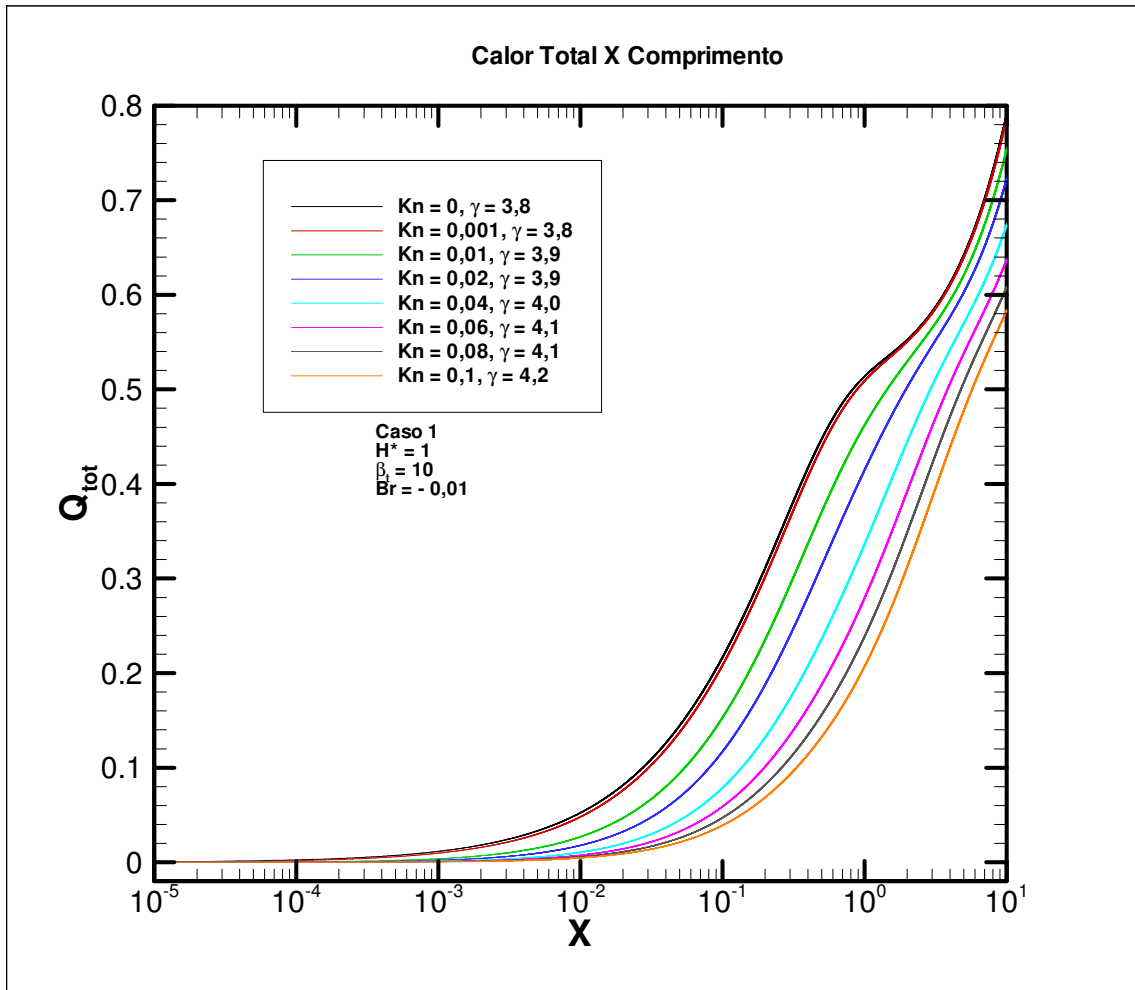


FIG. 4.32 Calor total para diferentes Kn.

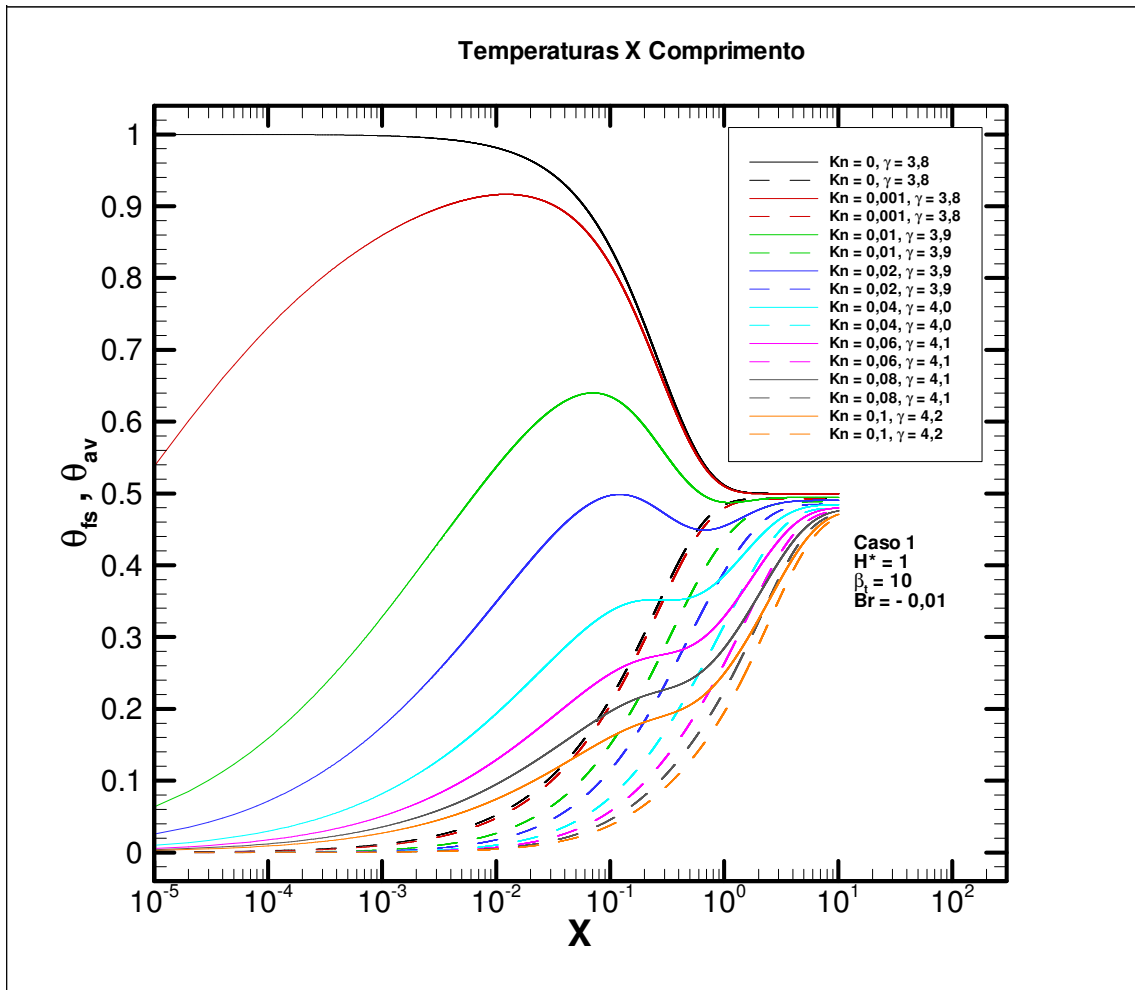


FIG. 4.33 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

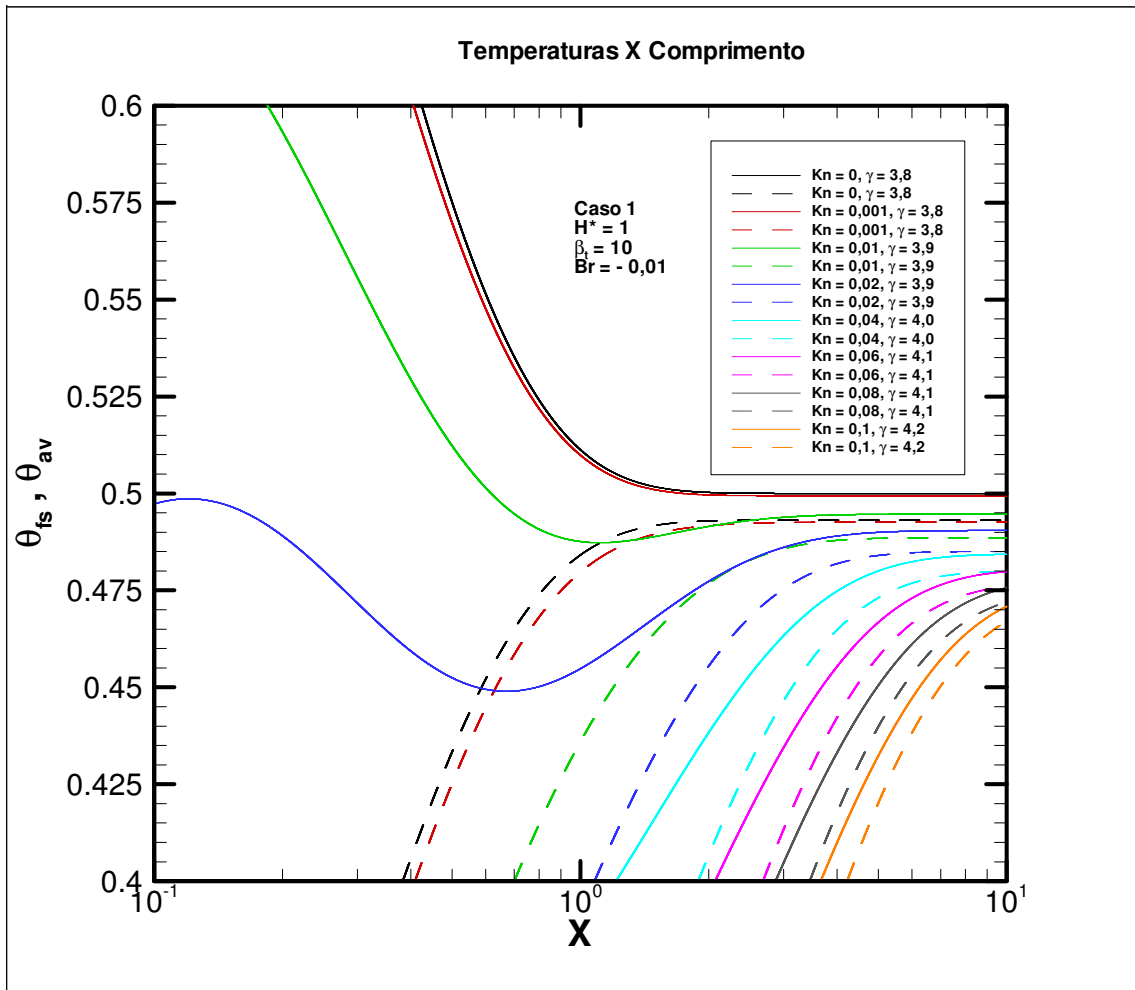


FIG. 4.34 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

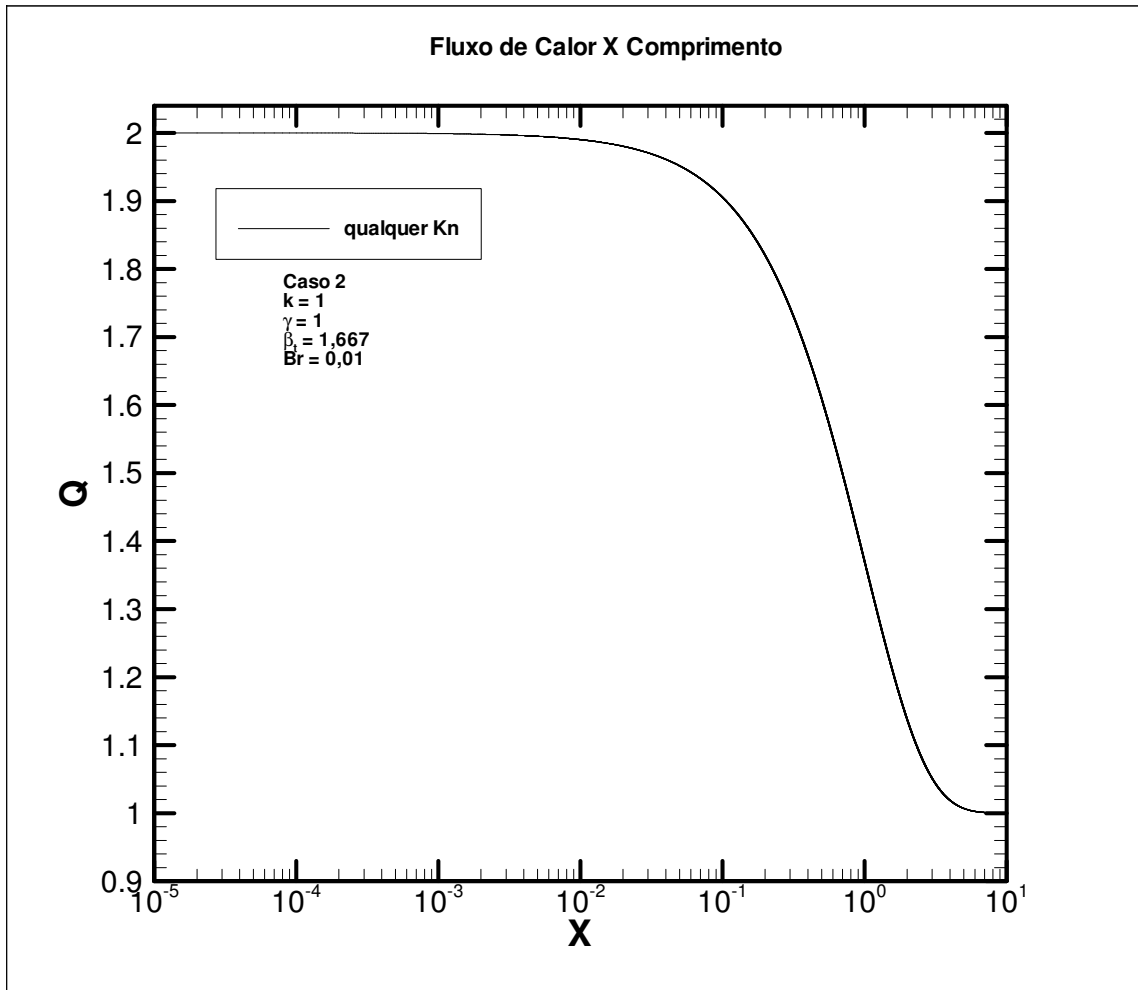


FIG. 4.35 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

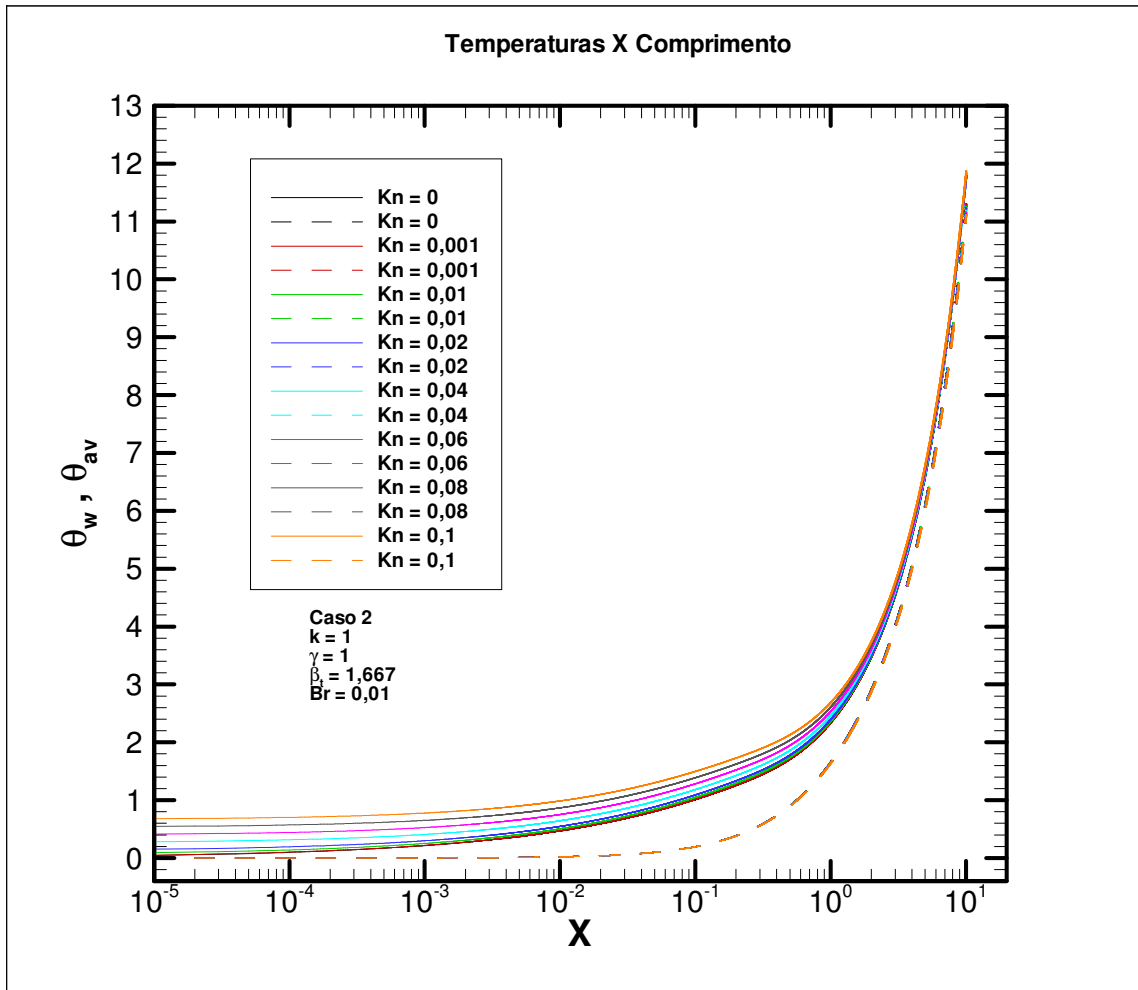


FIG. 4.36 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



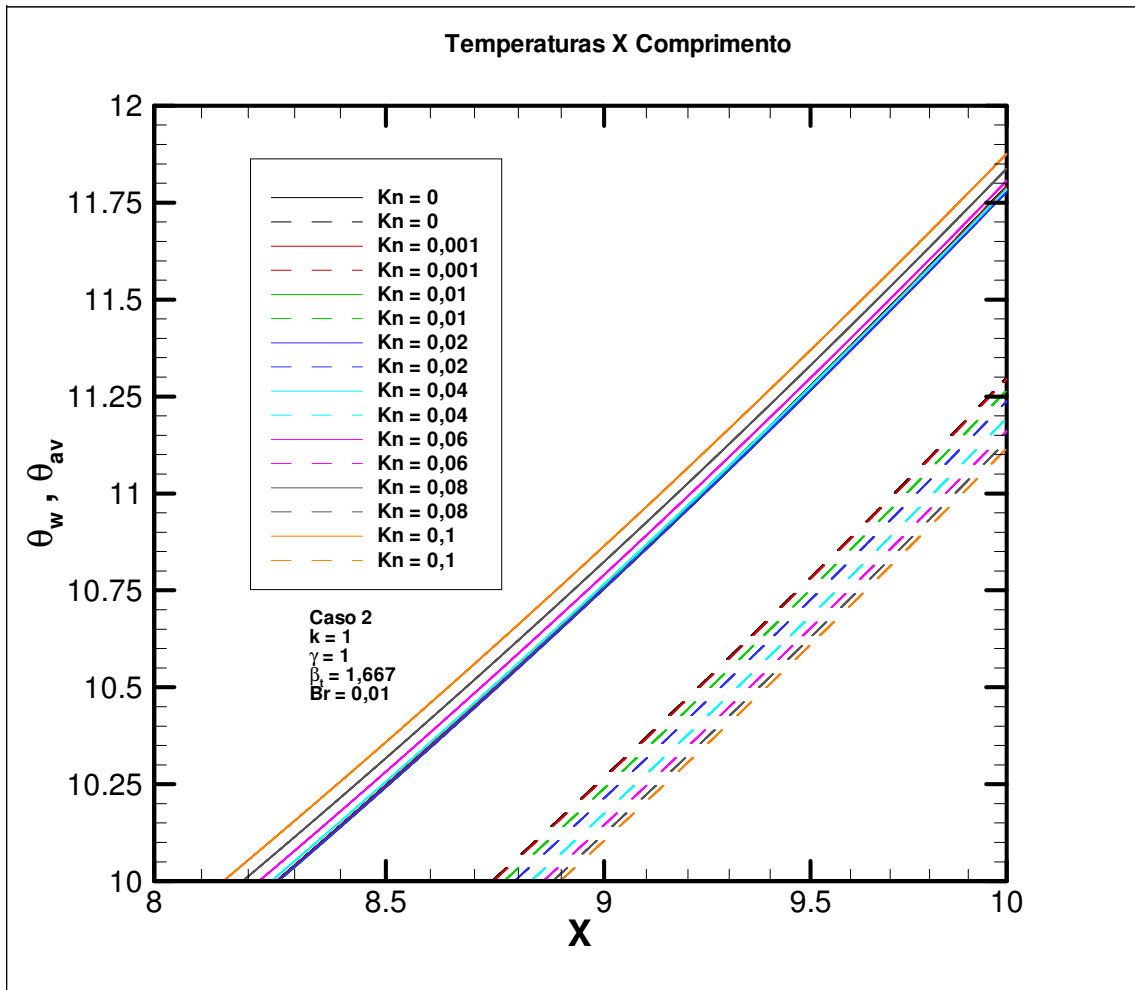


FIG. 4.37 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

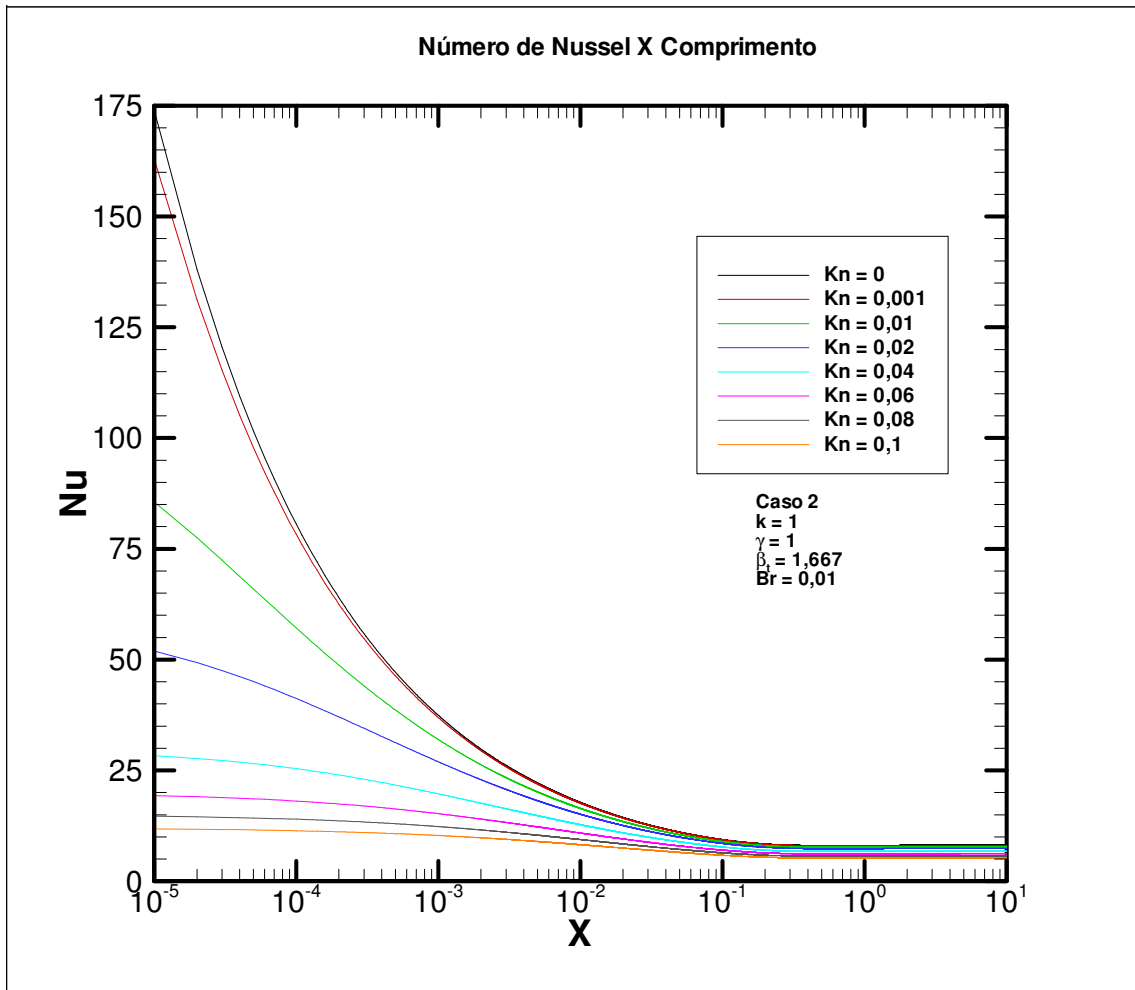


FIG. 4.38 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

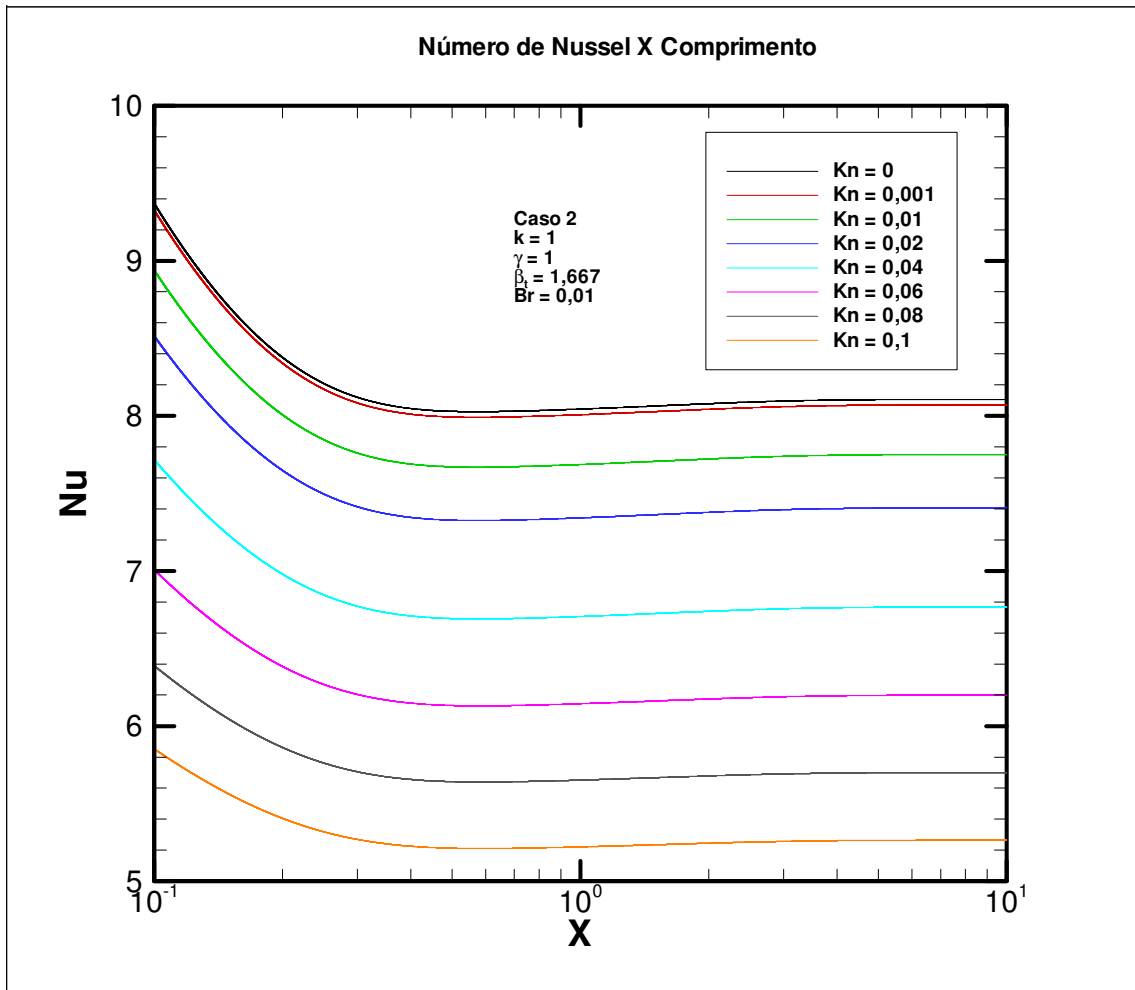


FIG. 4.39 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

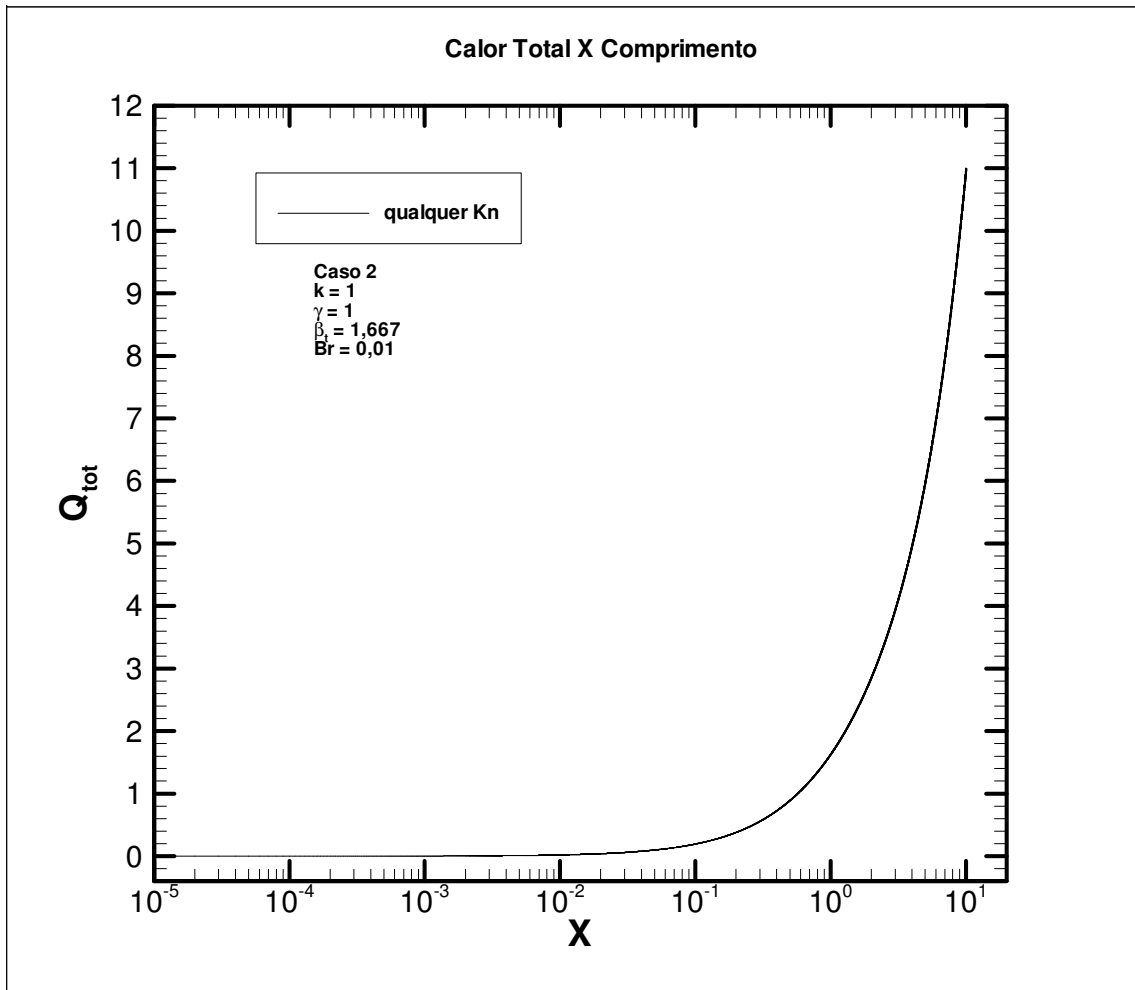


FIG. 4.40 Calor total para diferentes Kn.

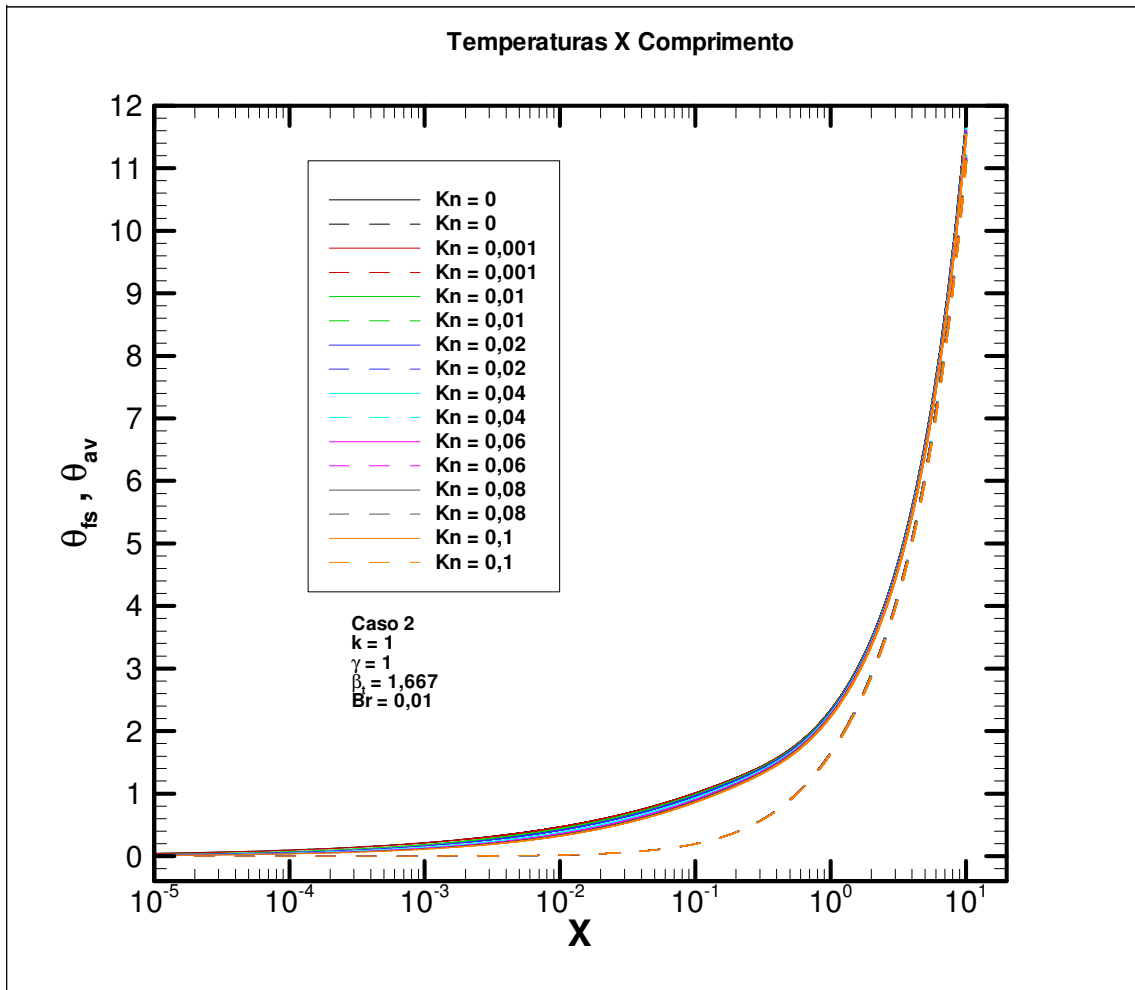


FIG. 4.41 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

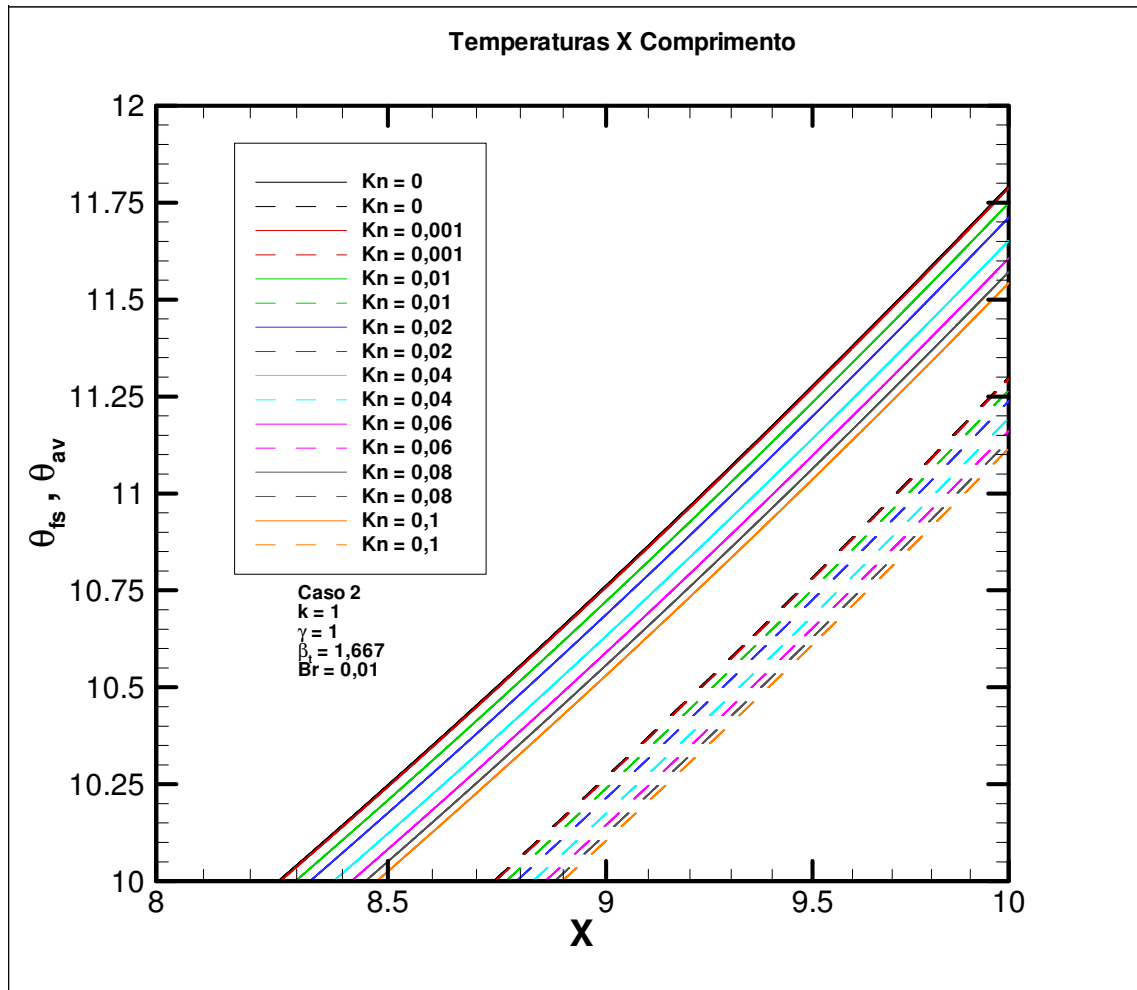


FIG. 4.42 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

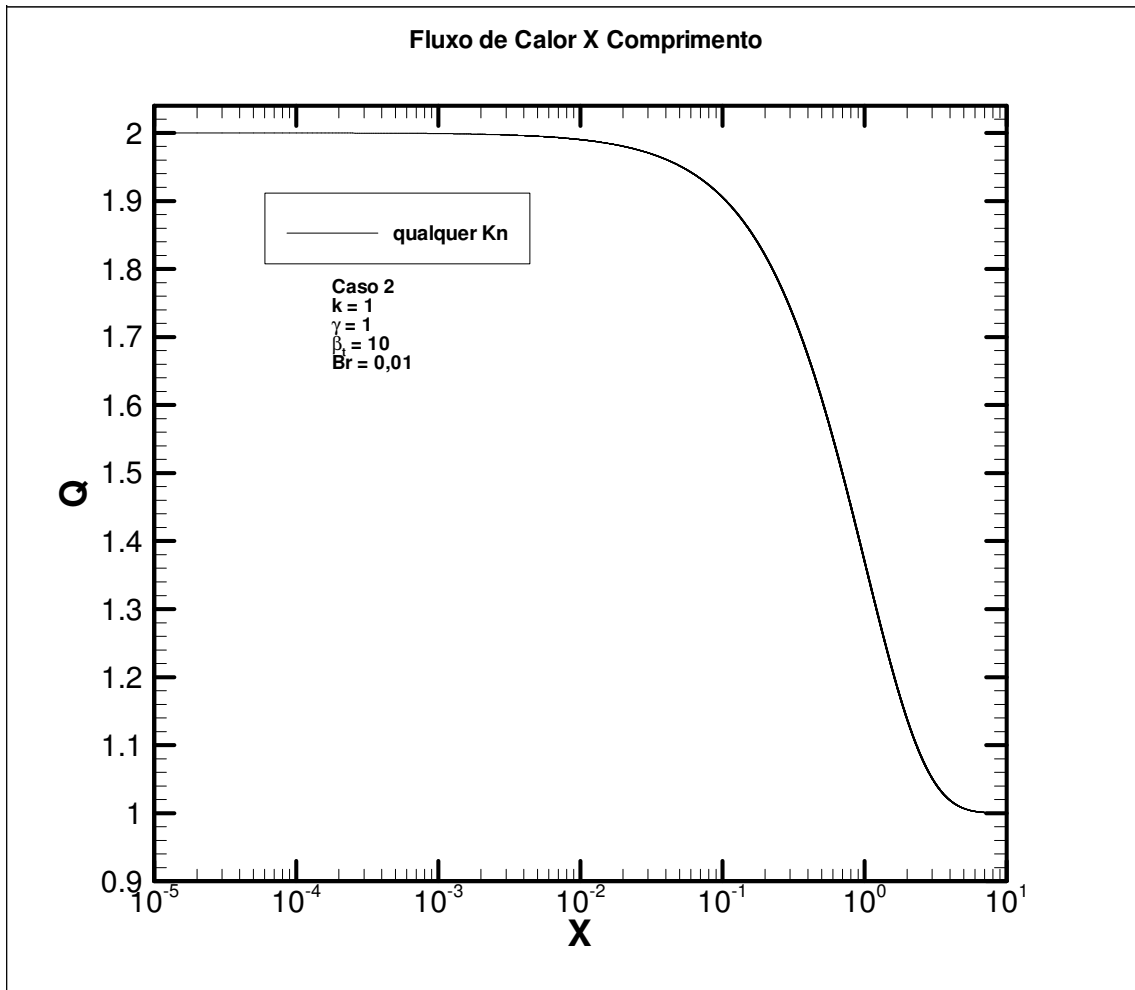


FIG. 4.43 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

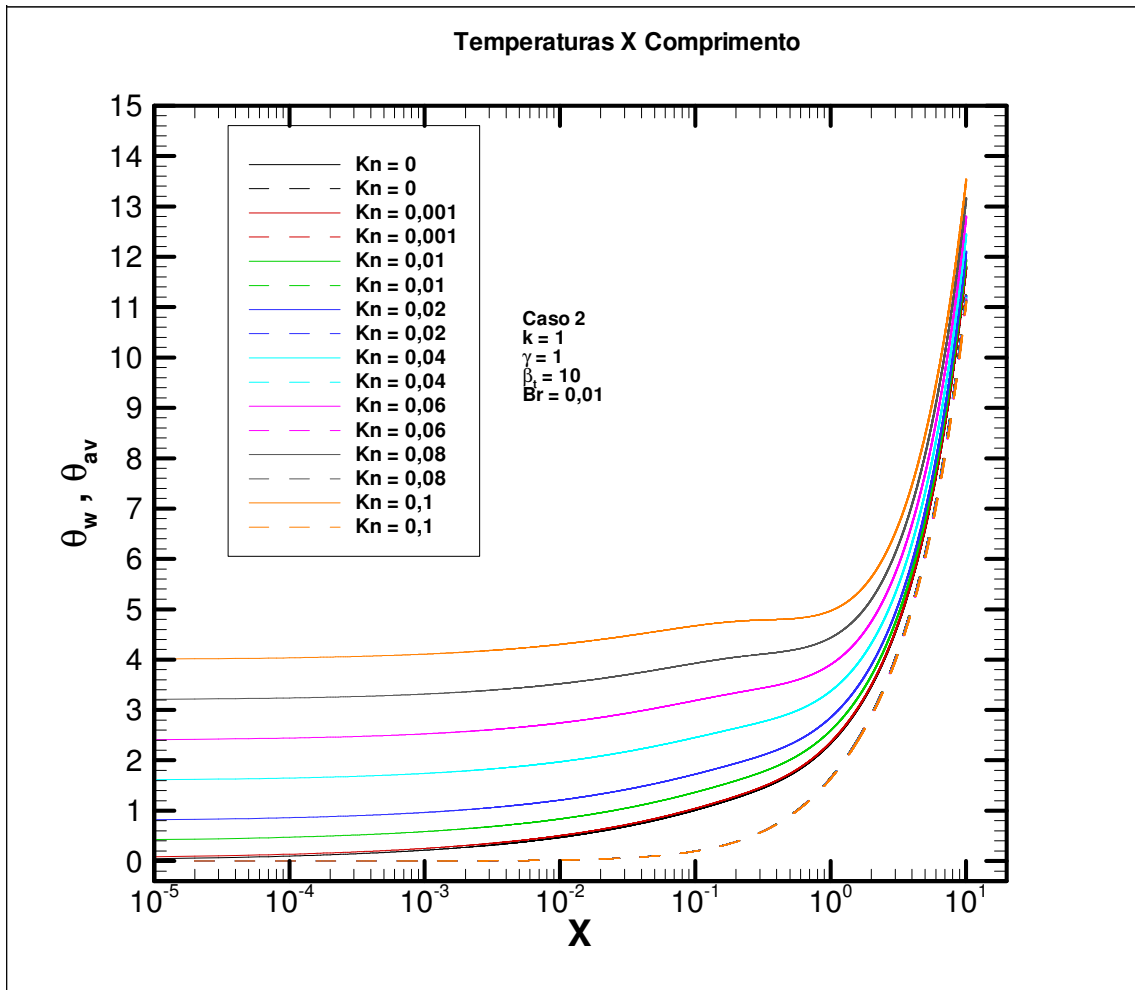


FIG. 4.44 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de  $Kn$ .



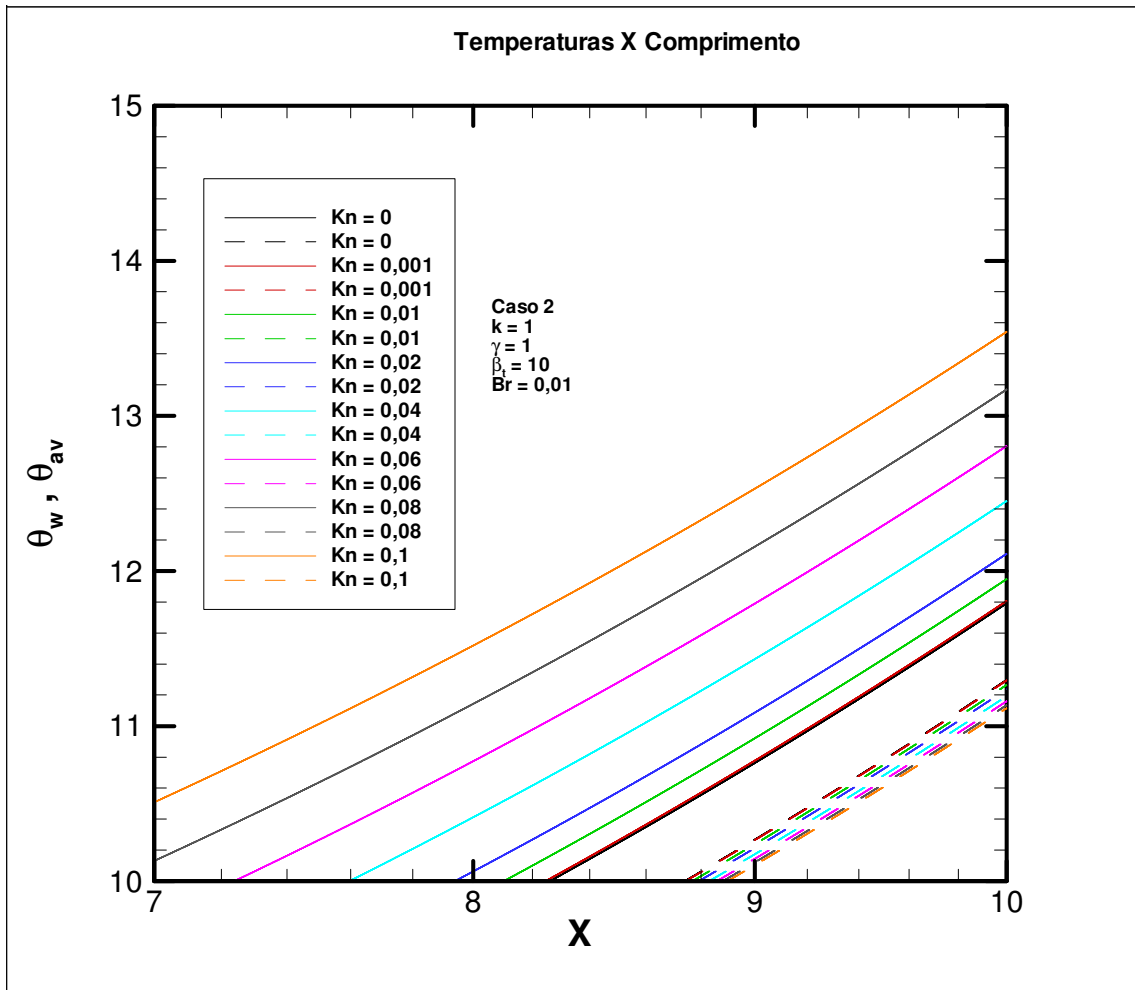


FIG. 4.45 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

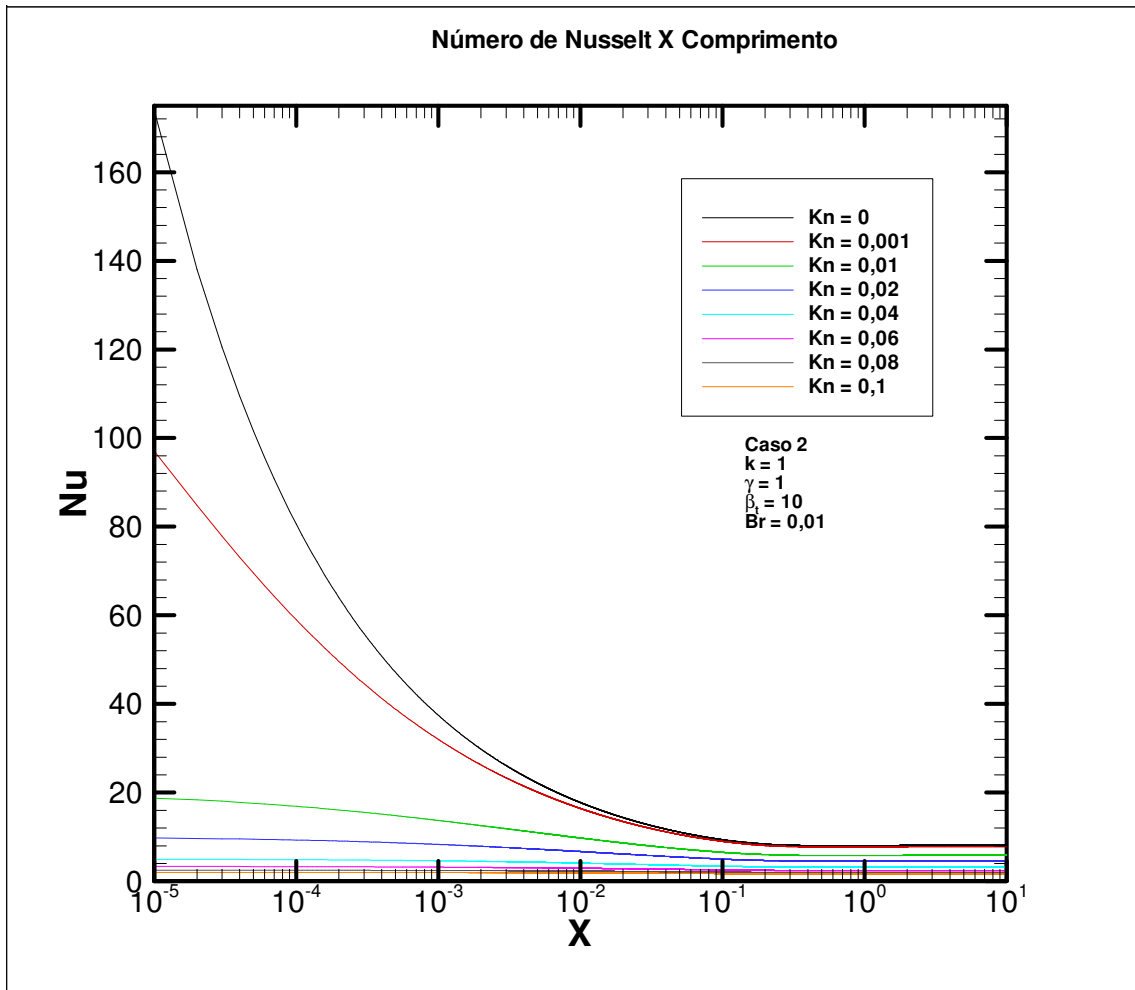


FIG. 4.46 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

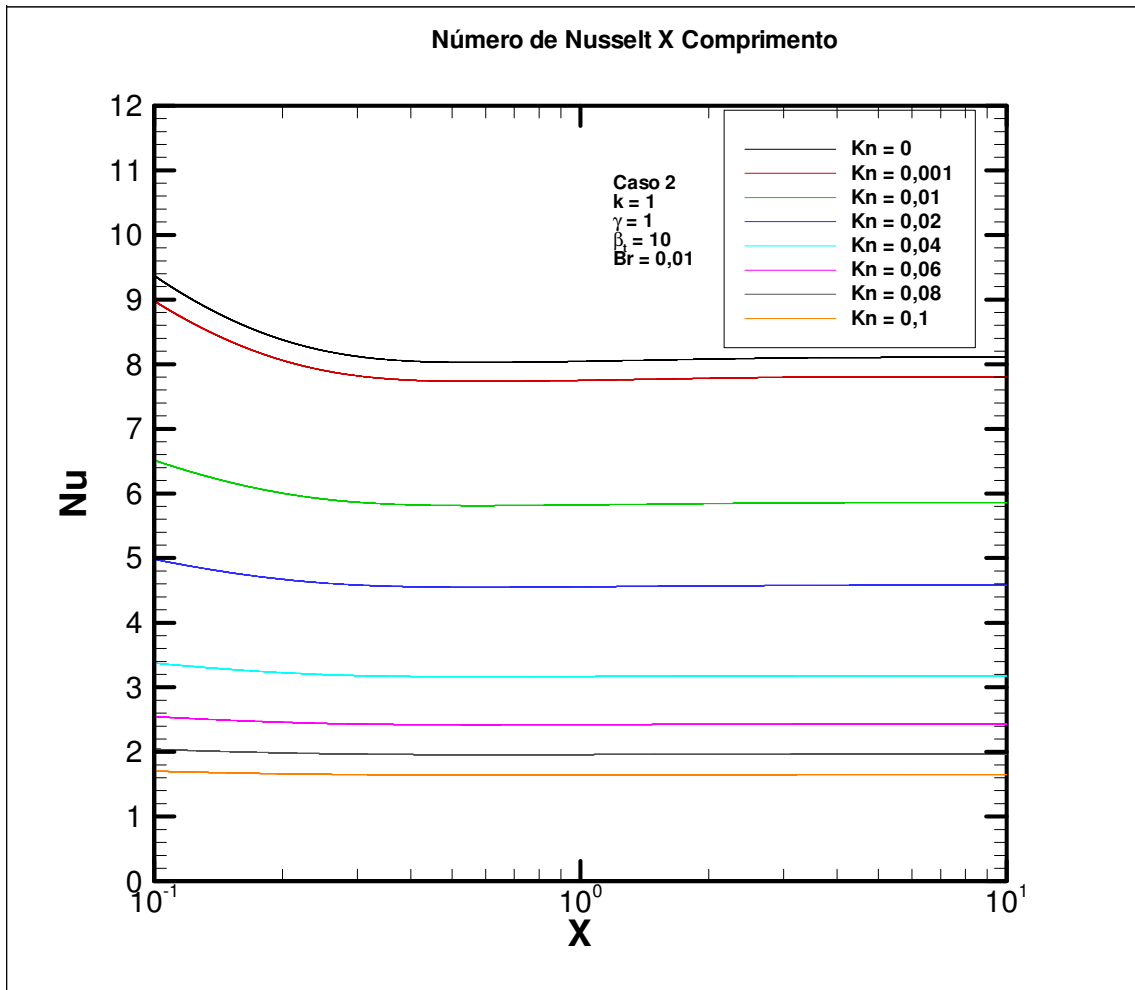


FIG. 4.47 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

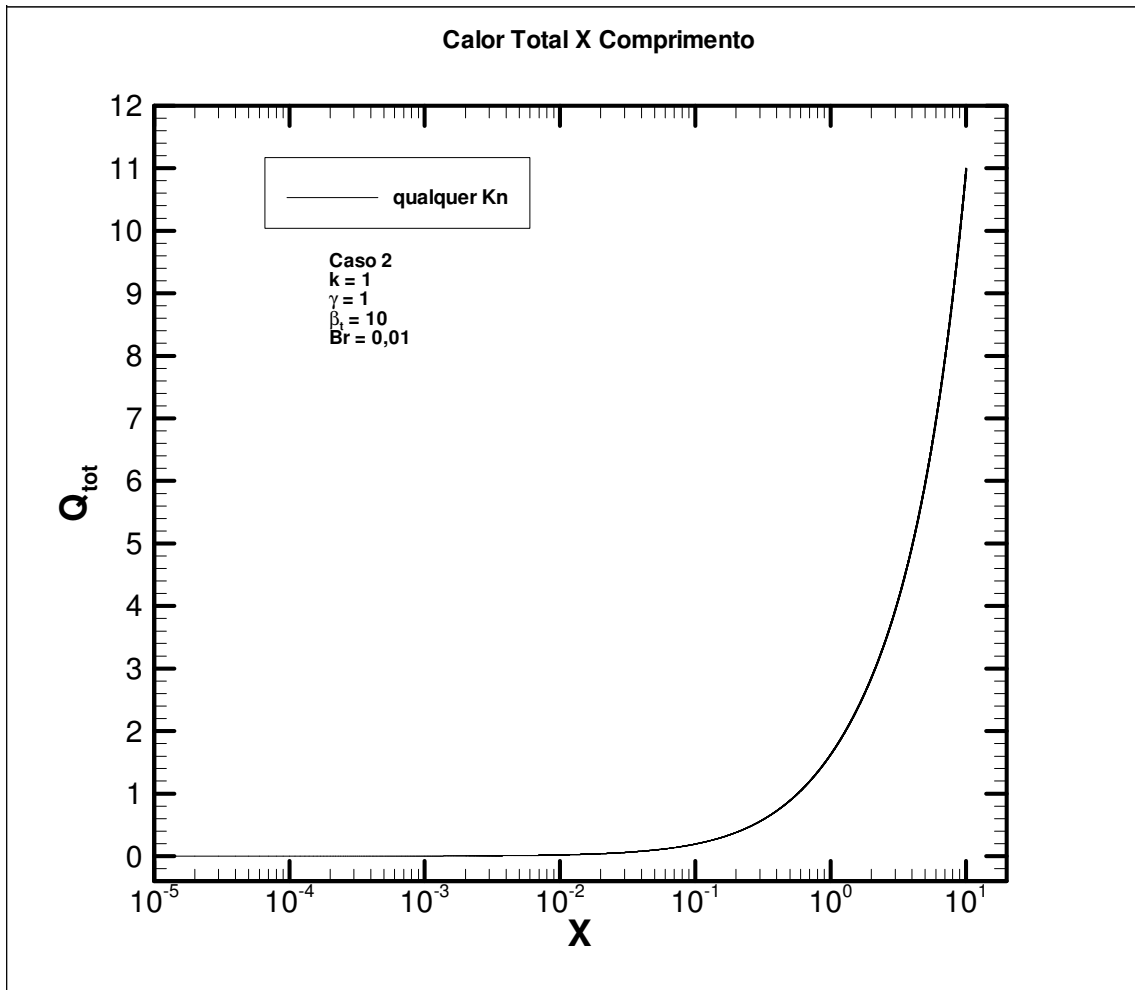


FIG. 4.48 Calor total para diferentes Kn.

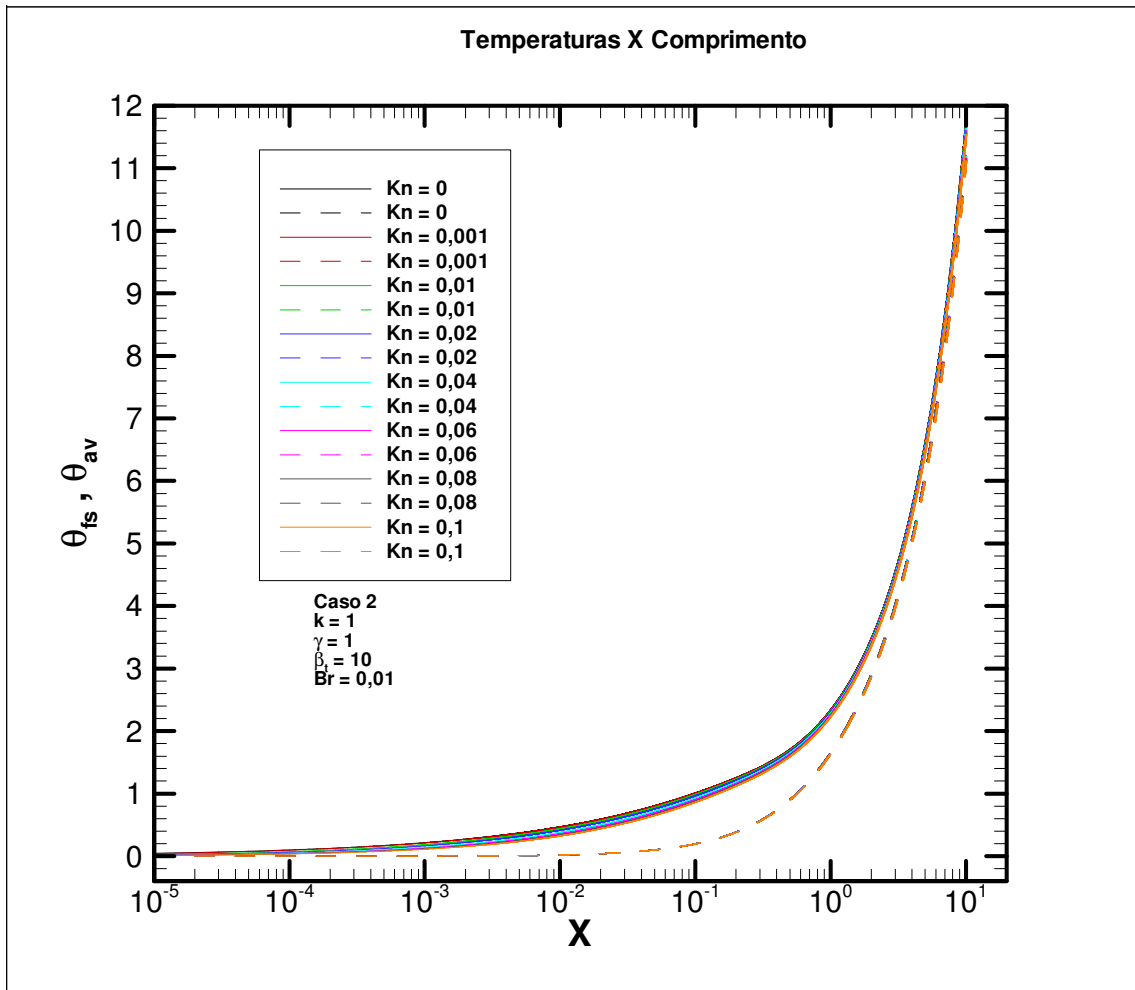


FIG. 4.49 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

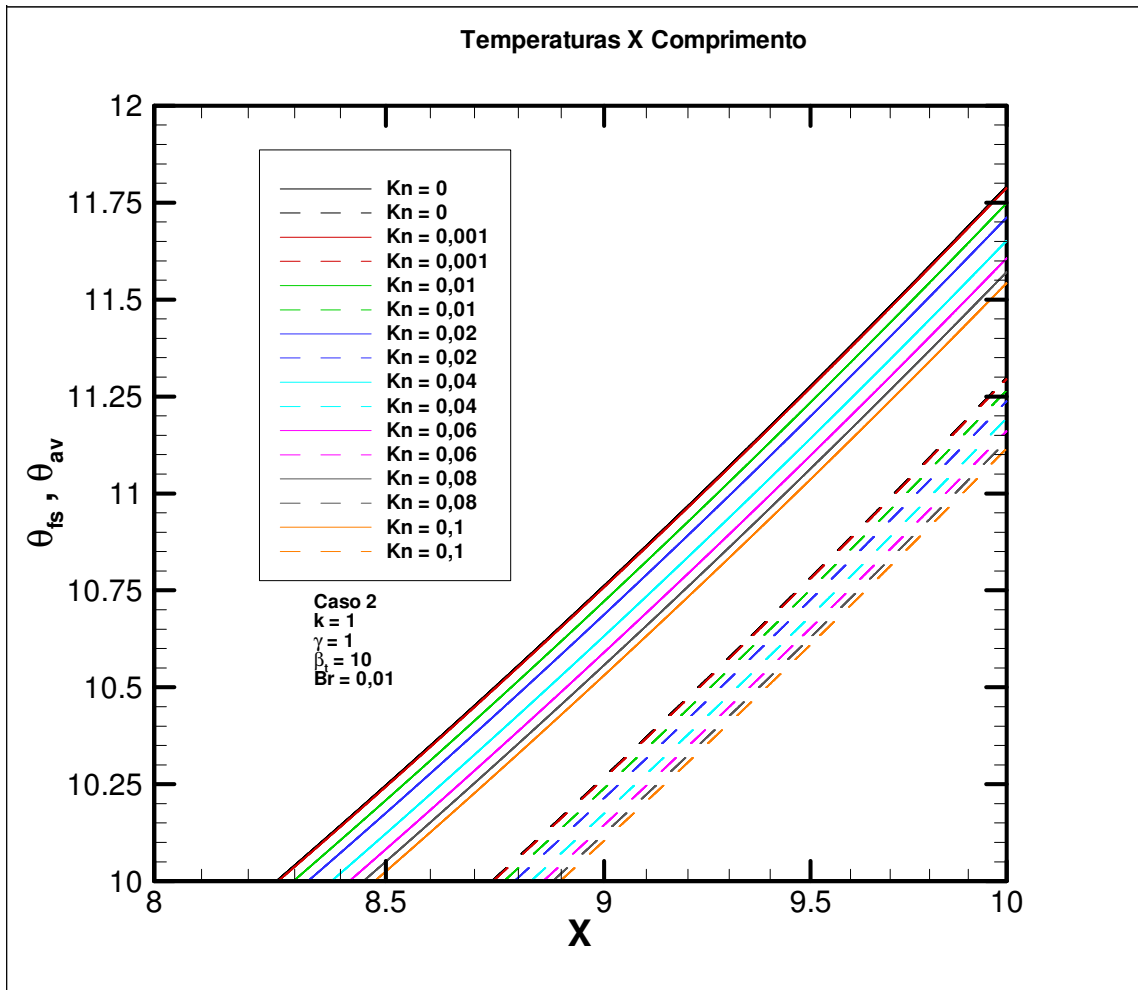


FIG. 4.50 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

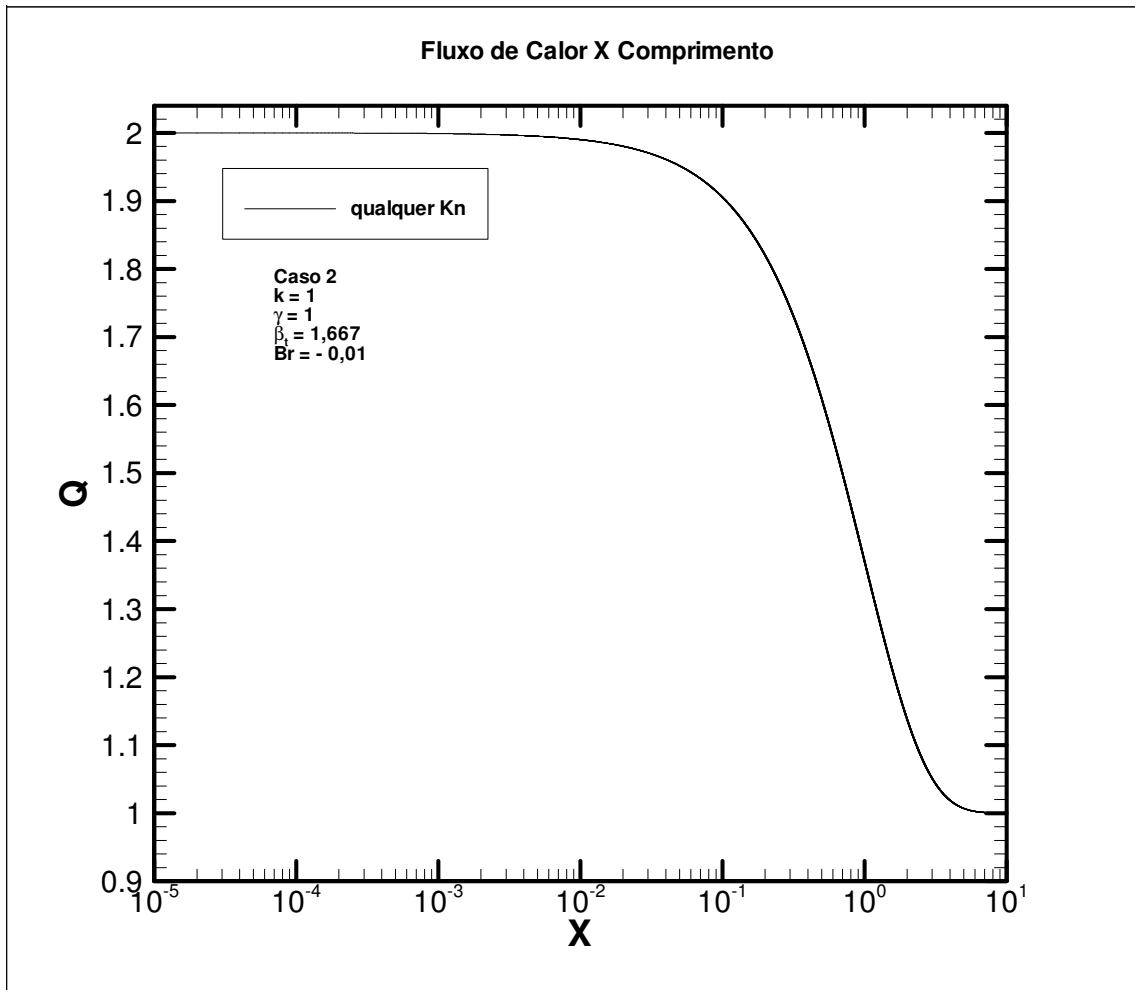


FIG. 4.51 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

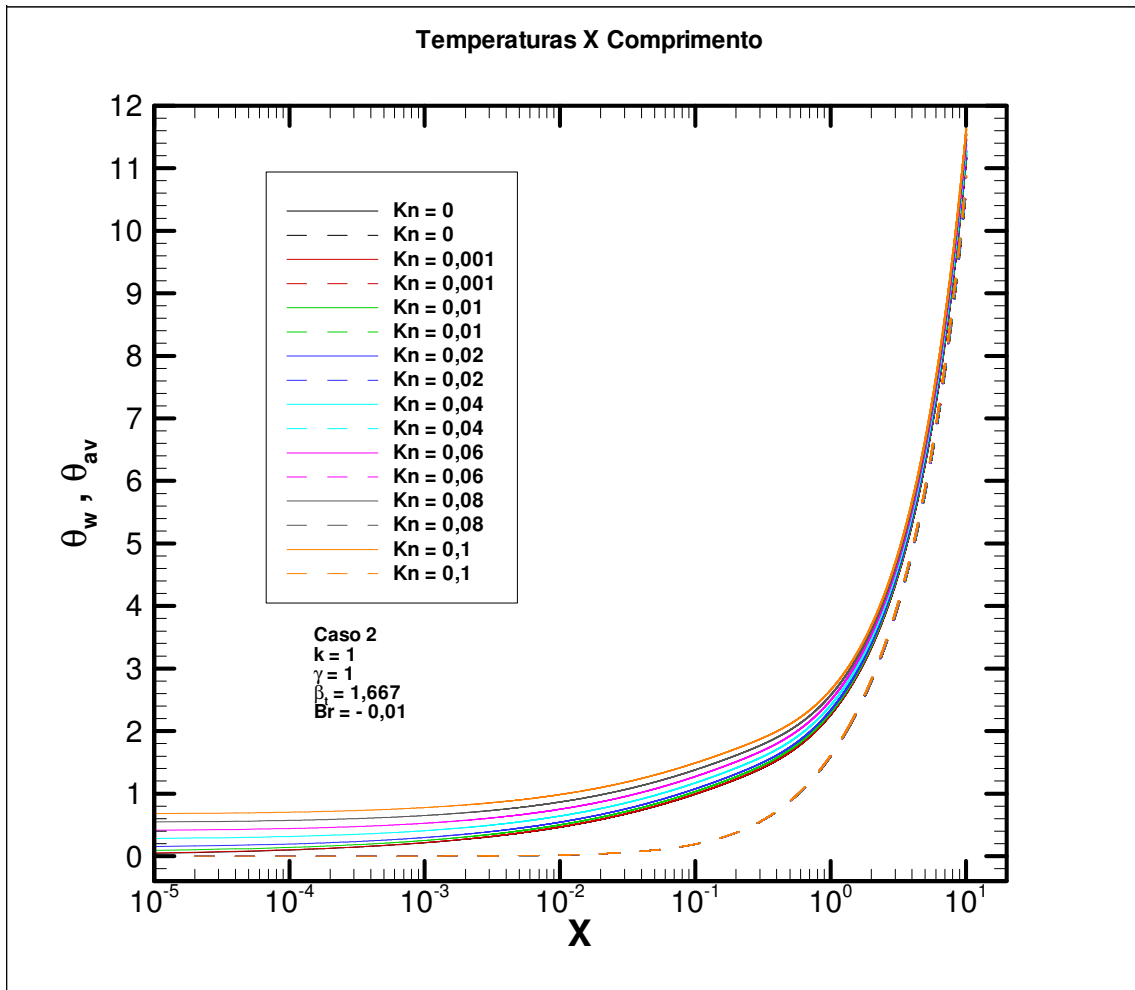


FIG. 4.52 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



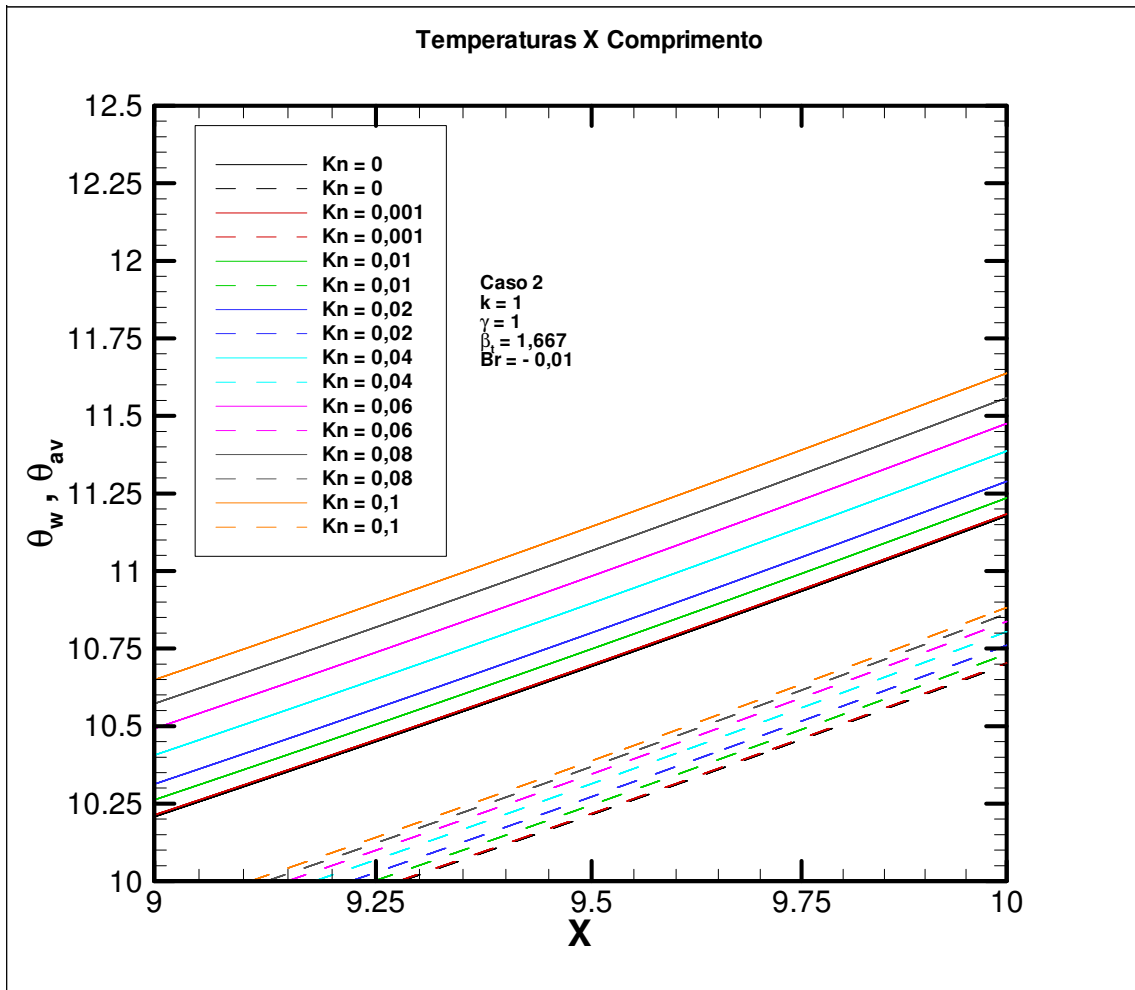


FIG. 4.53 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

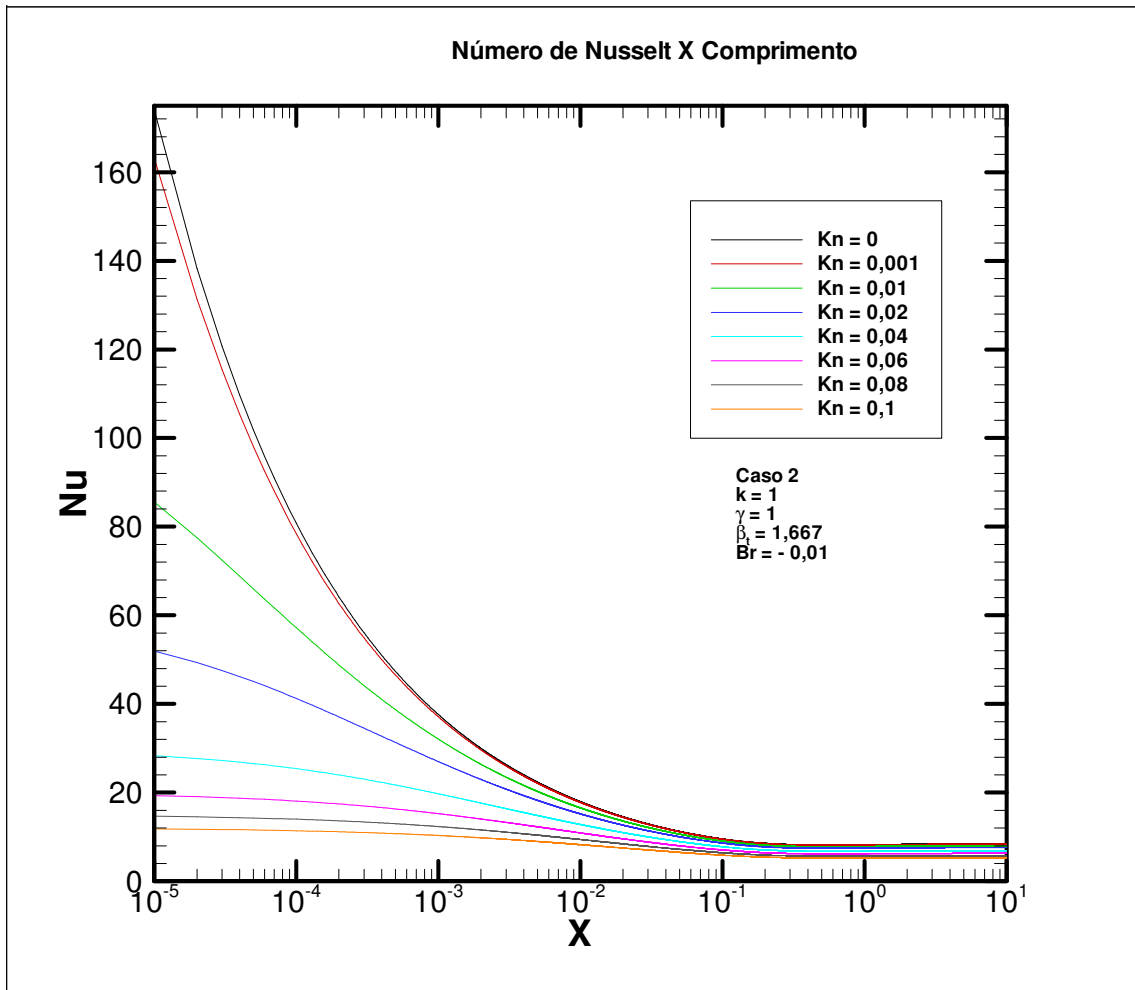


FIG. 4.54 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

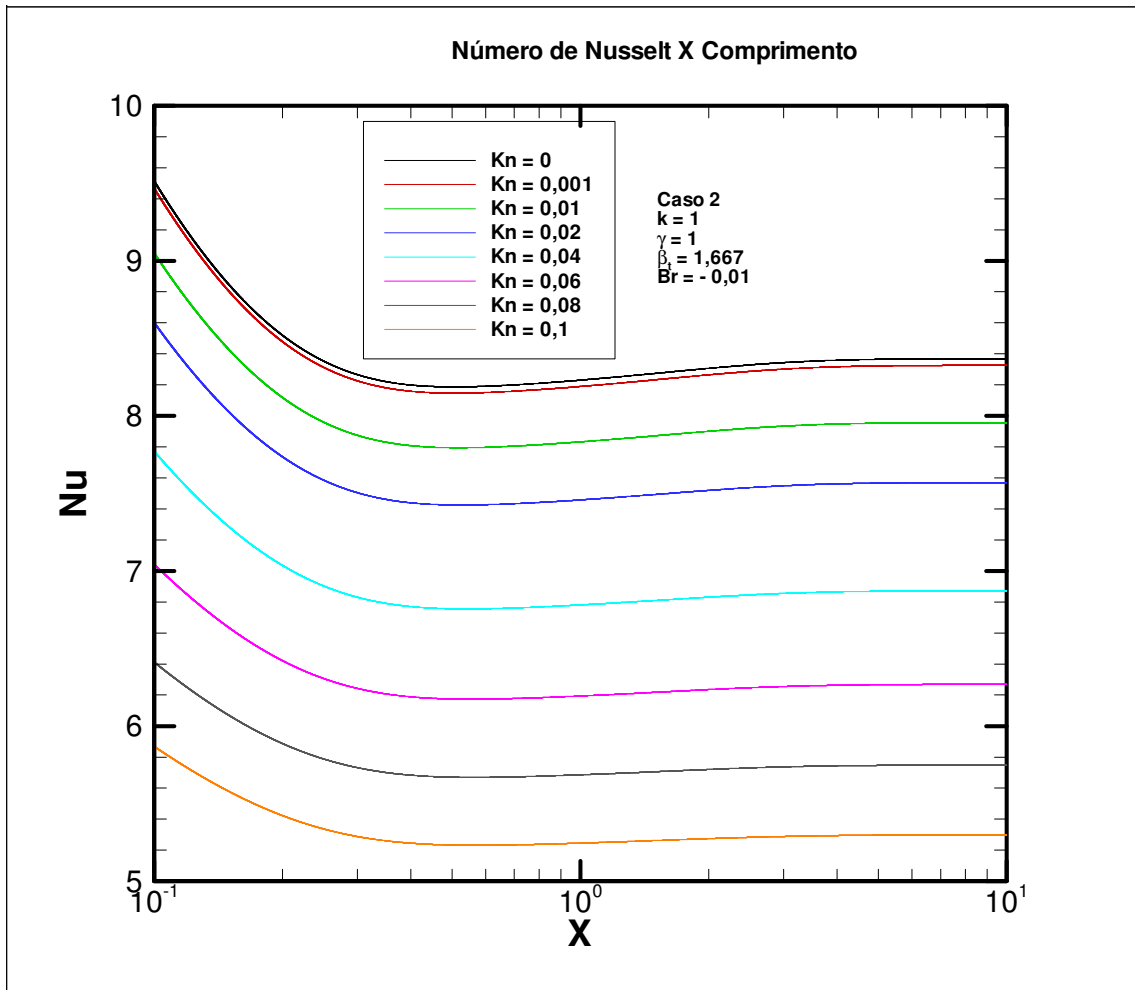


FIG. 4.55 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

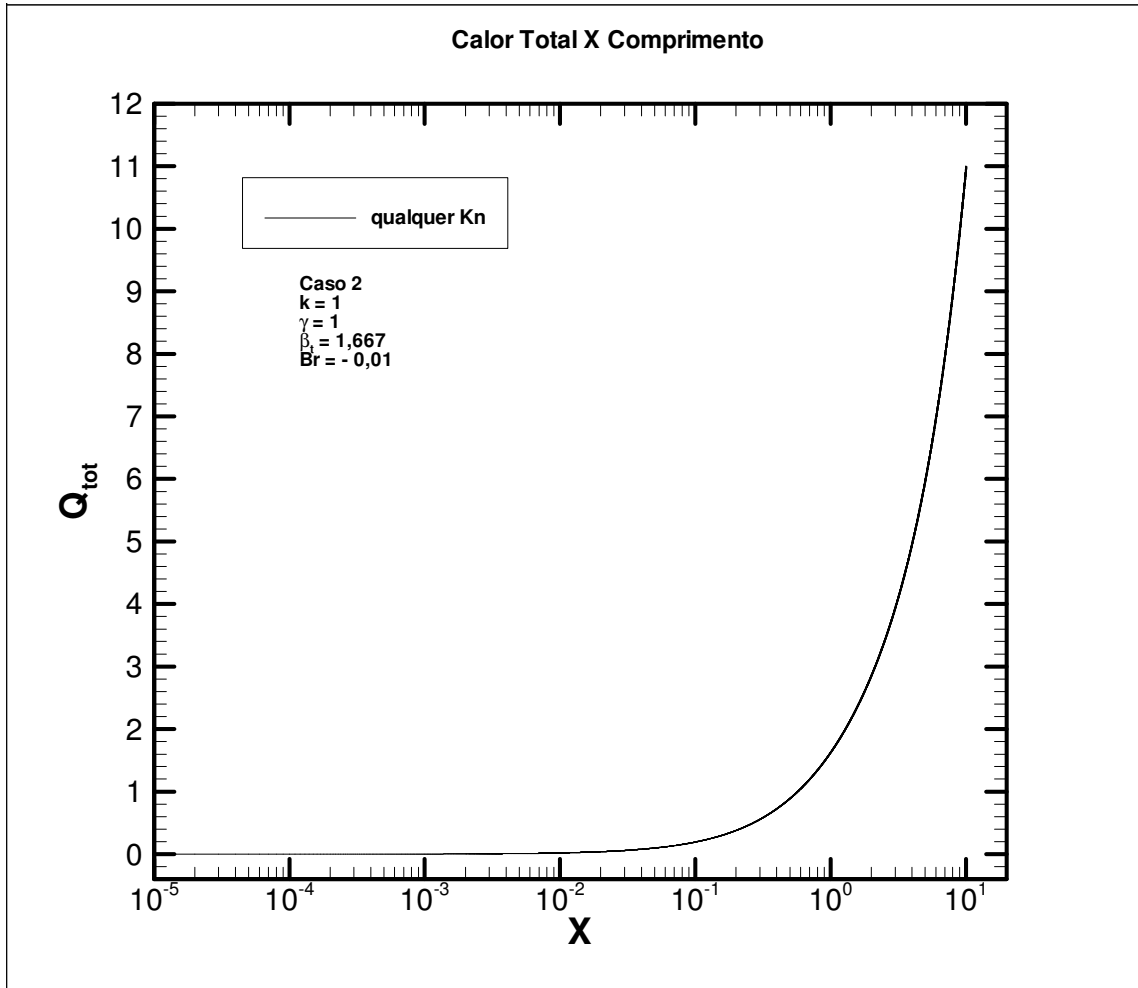


FIG. 4.56 Calor total para diferentes Kn.

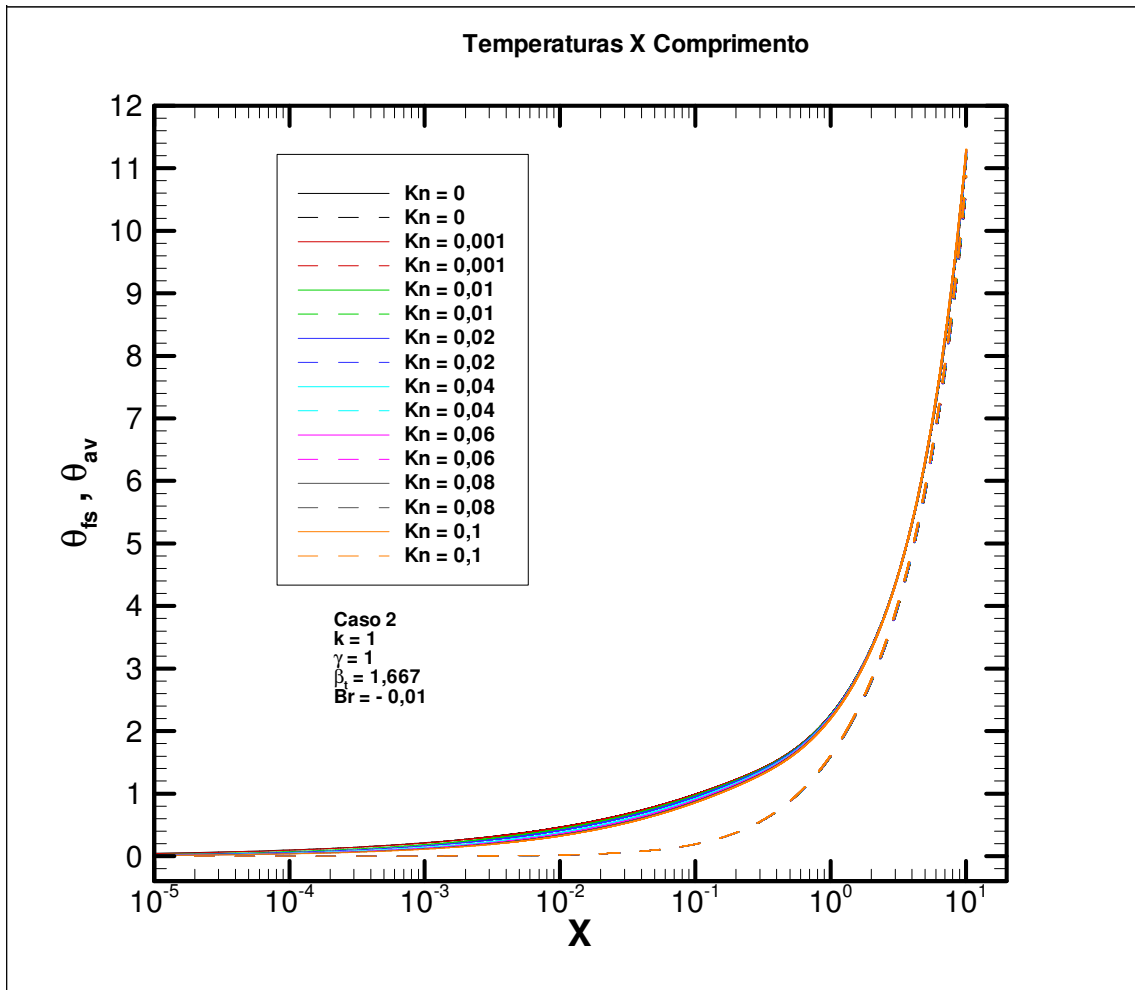


FIG. 4.57 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

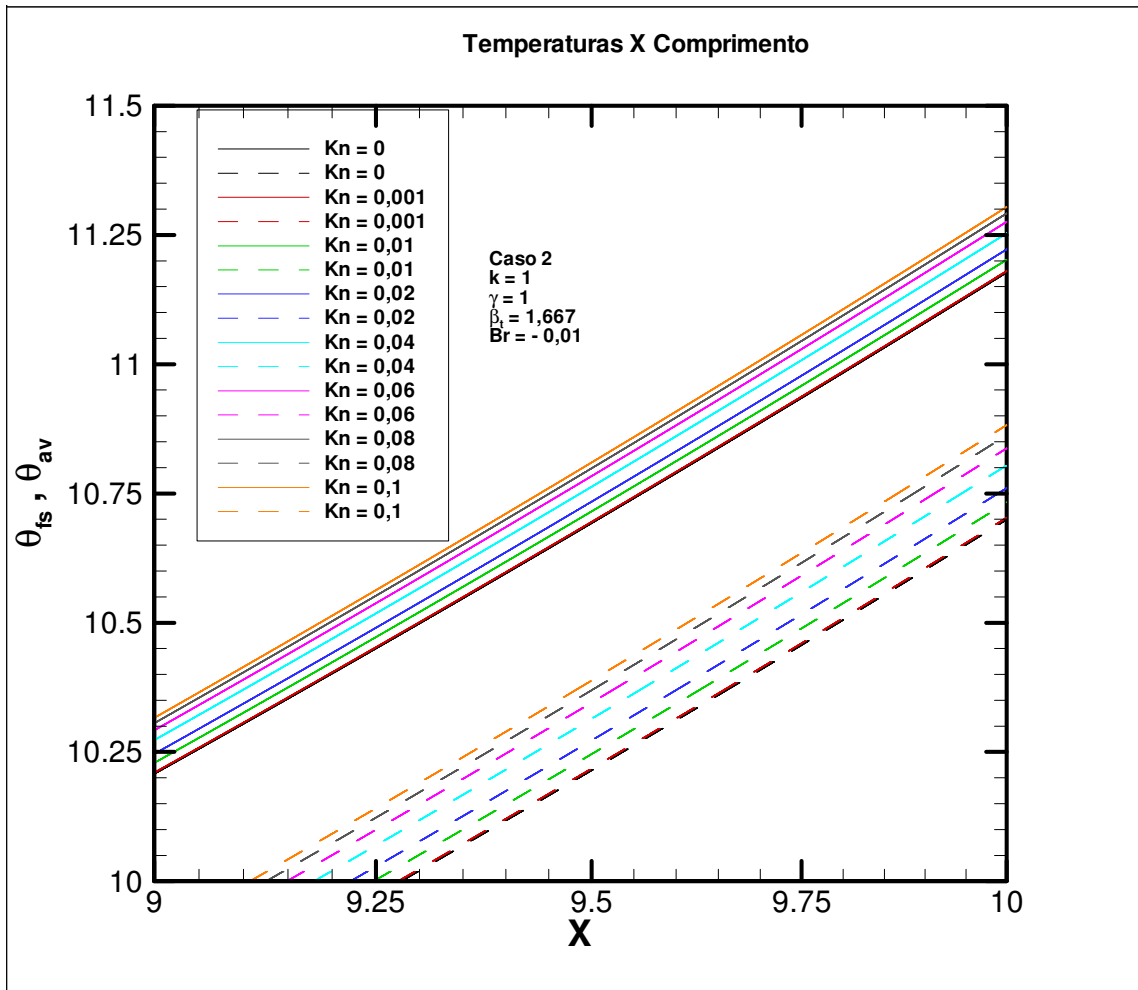


FIG. 4.58 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

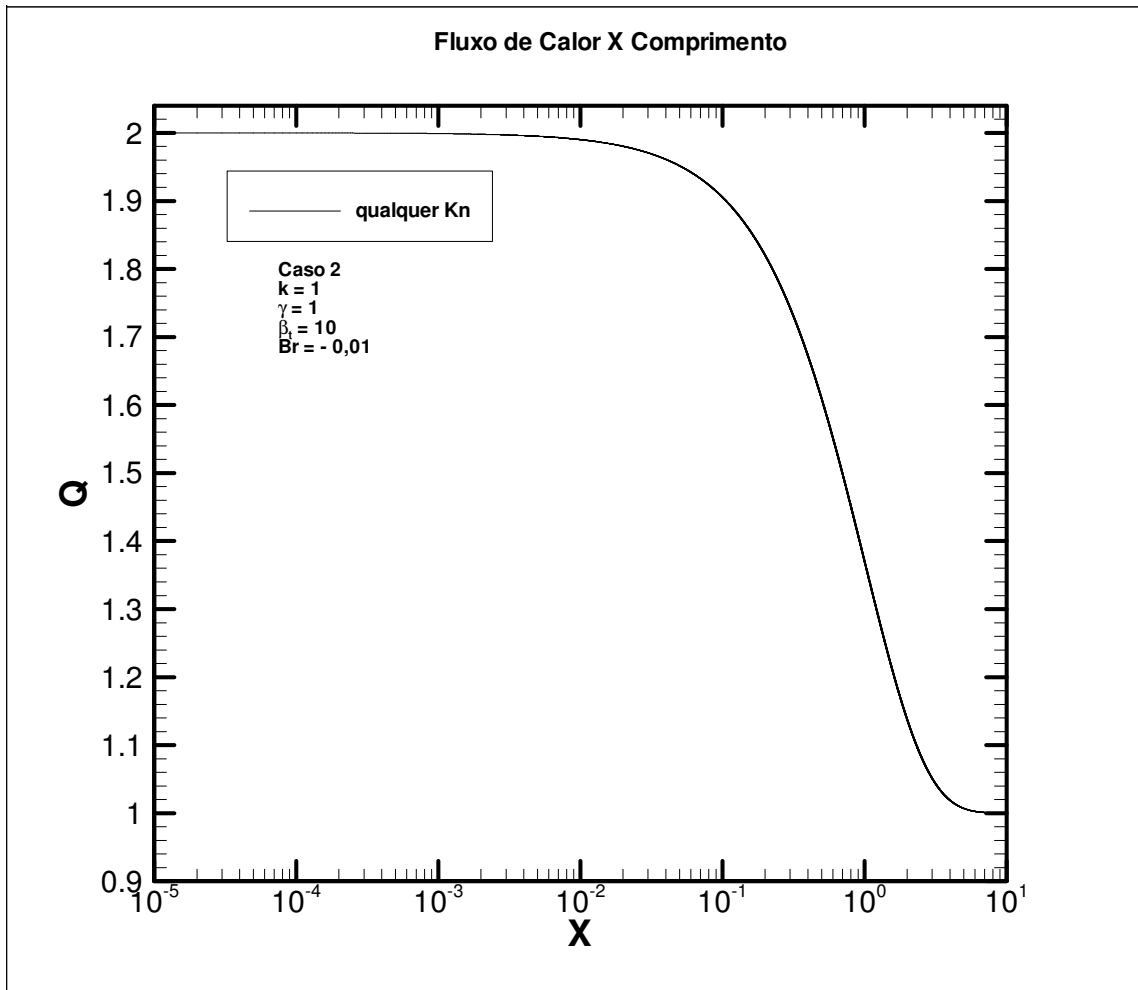


FIG. 4.59 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

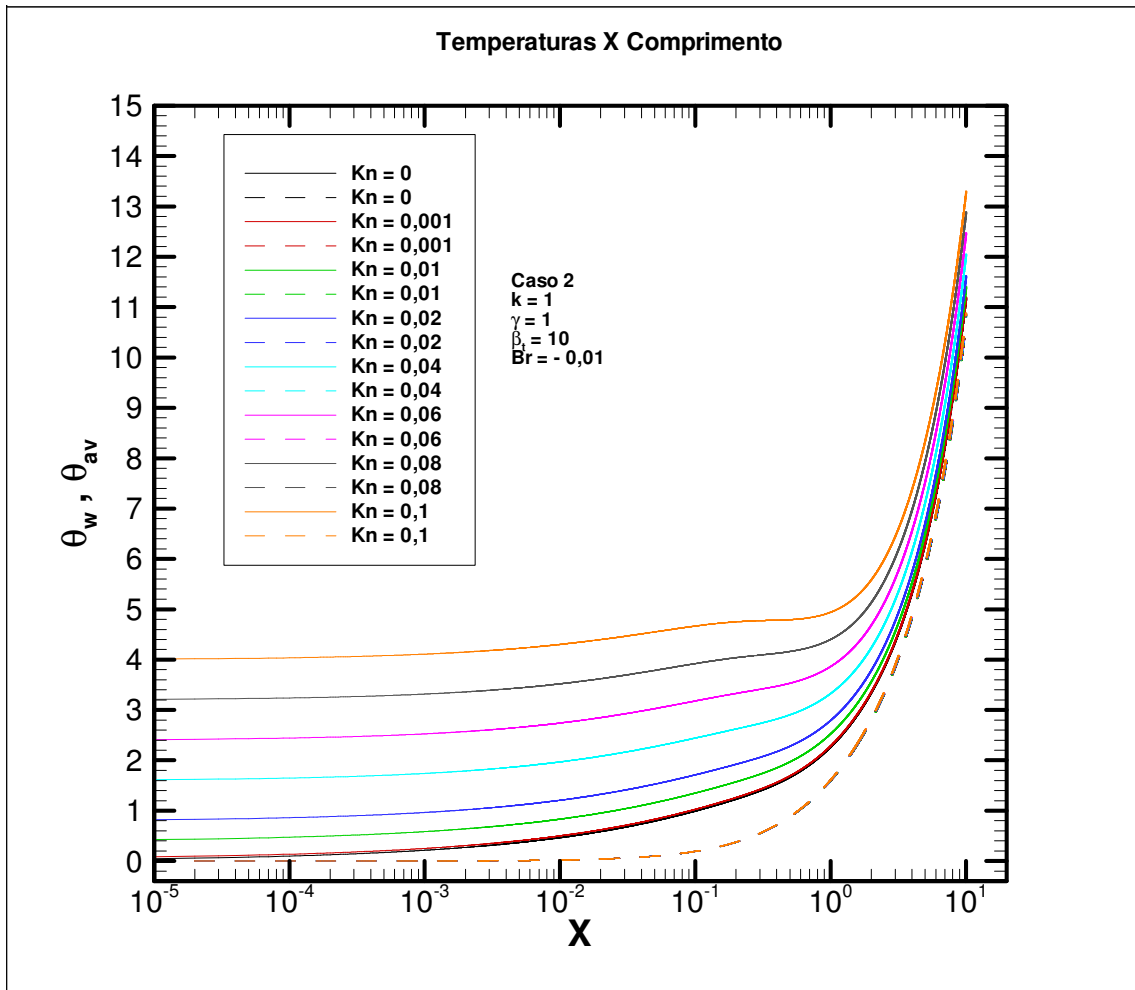


FIG. 4.60 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de  $Kn$ .



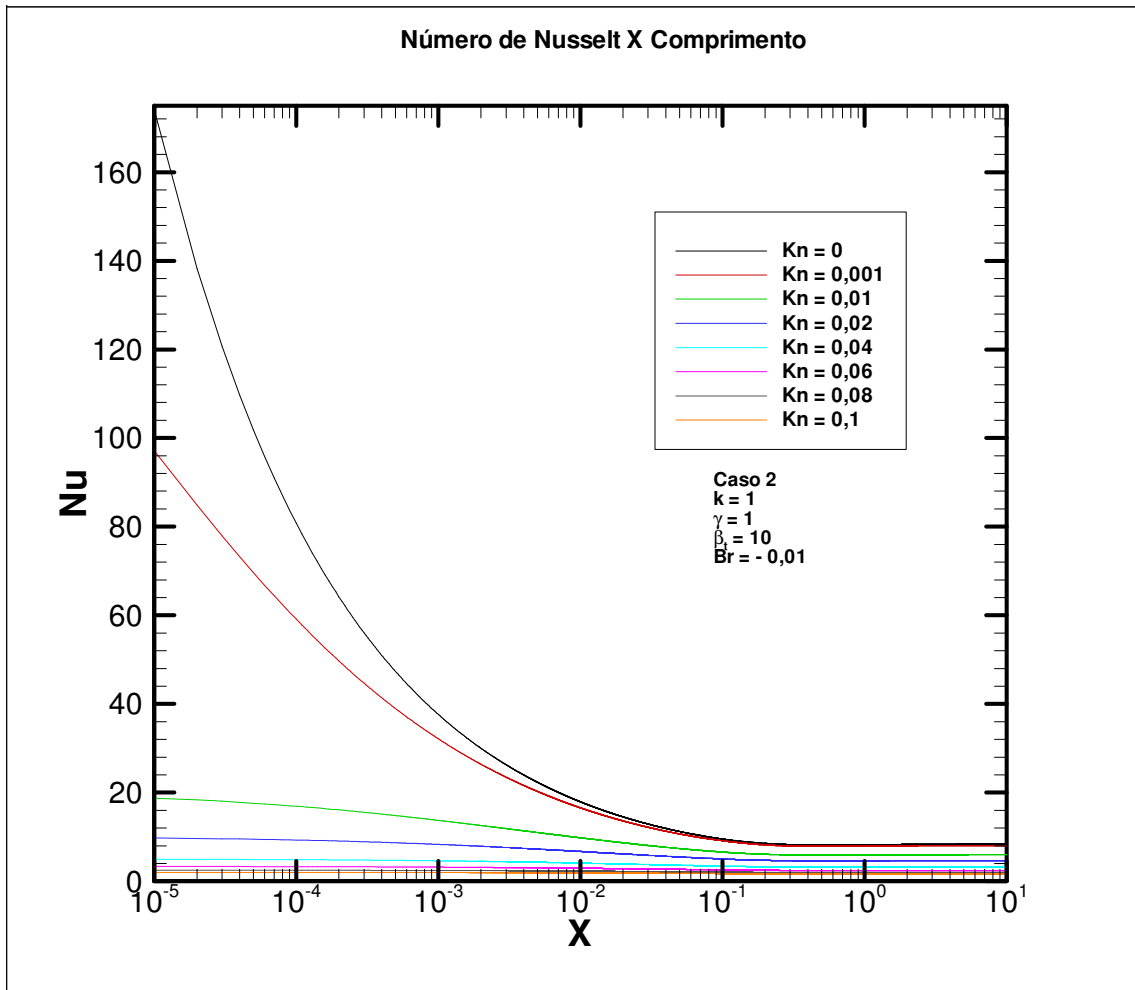


FIG. 4.61 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

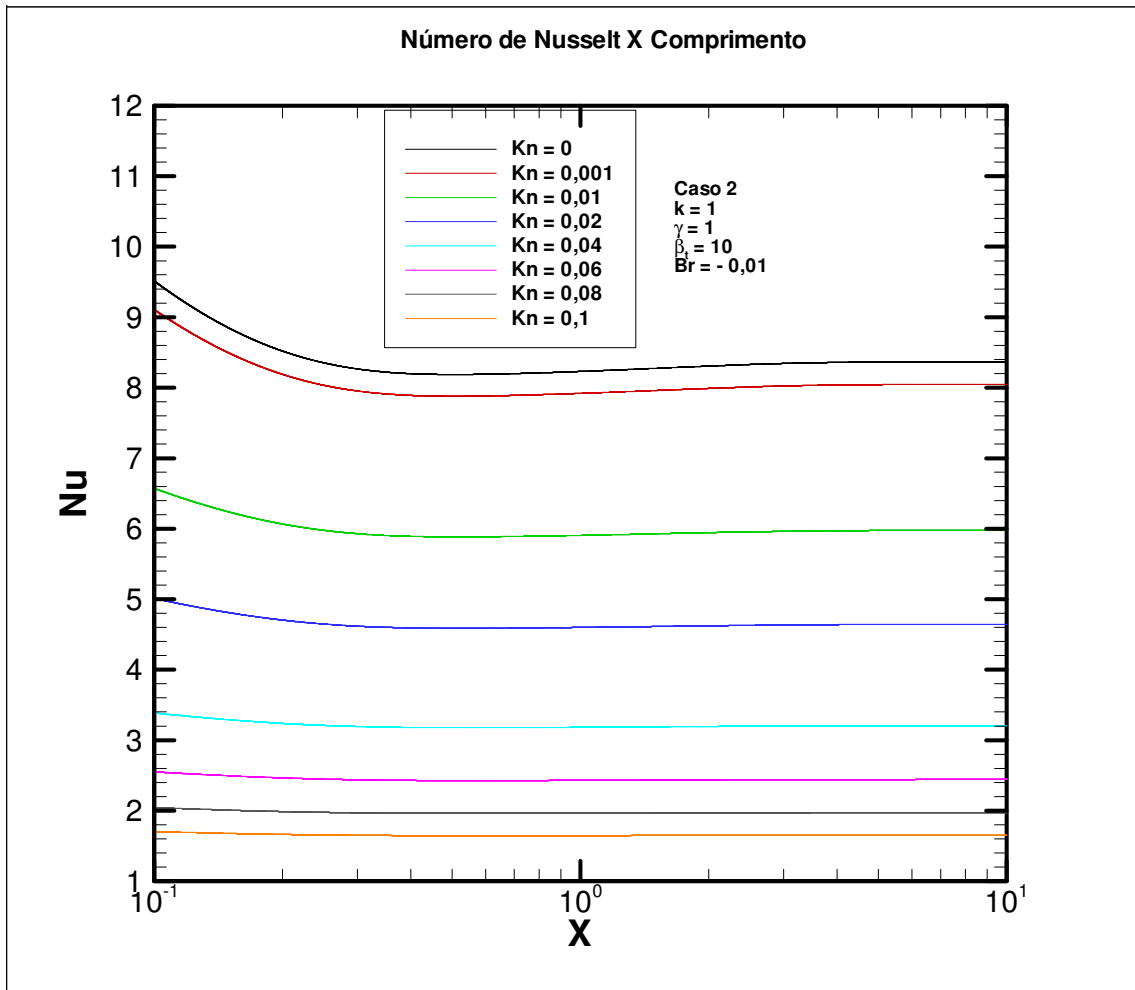


FIG. 4.62 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

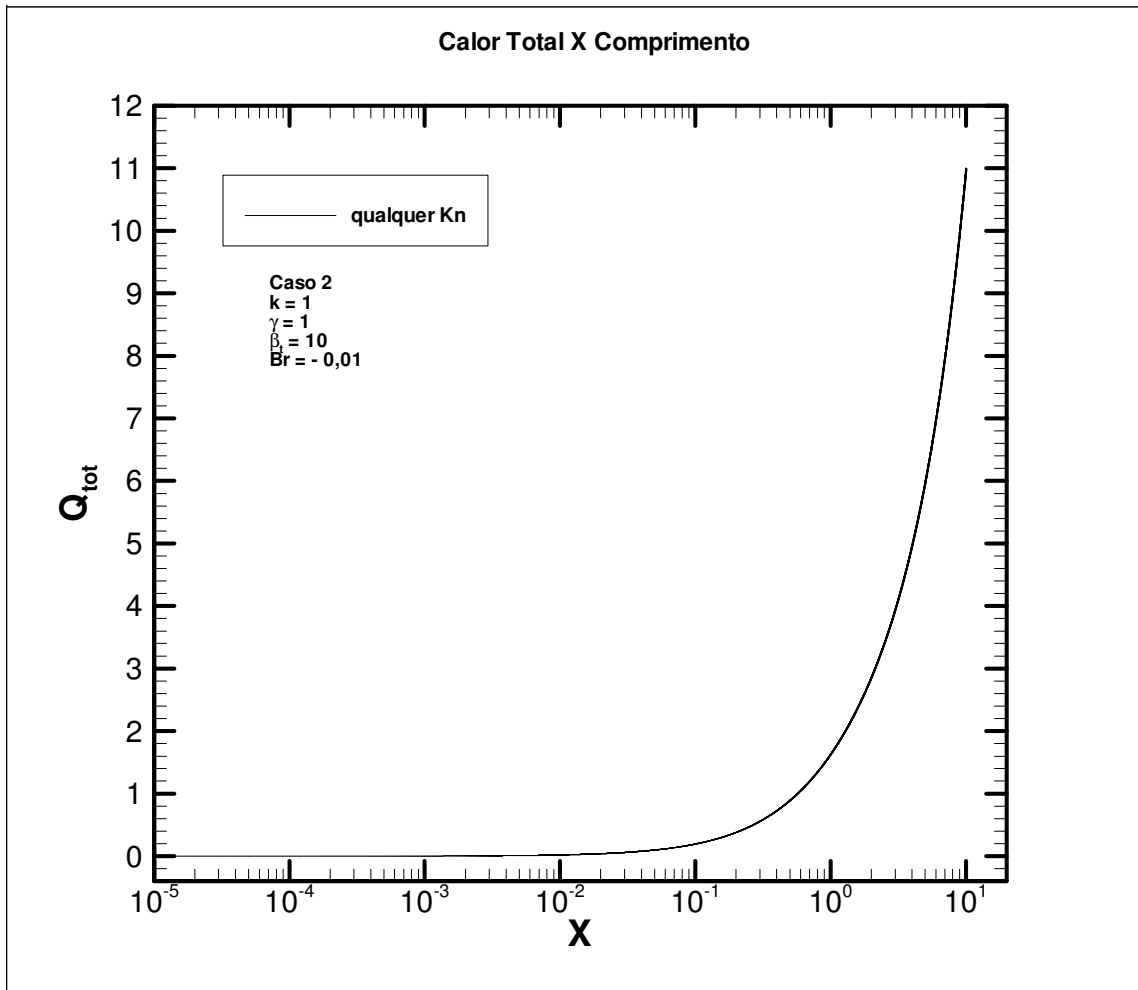


FIG. 4.63 Calor total para diferentes Kn.

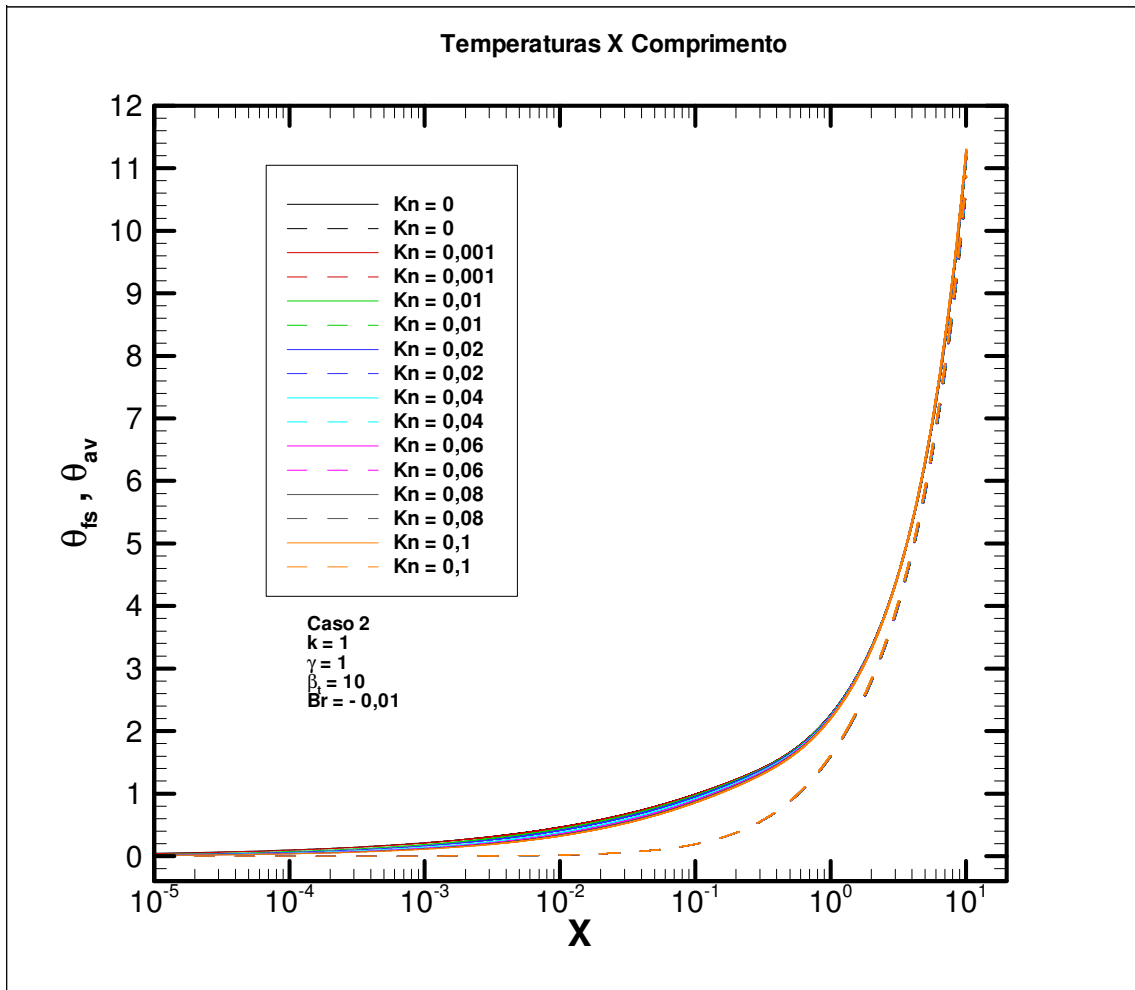


FIG. 4.64 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

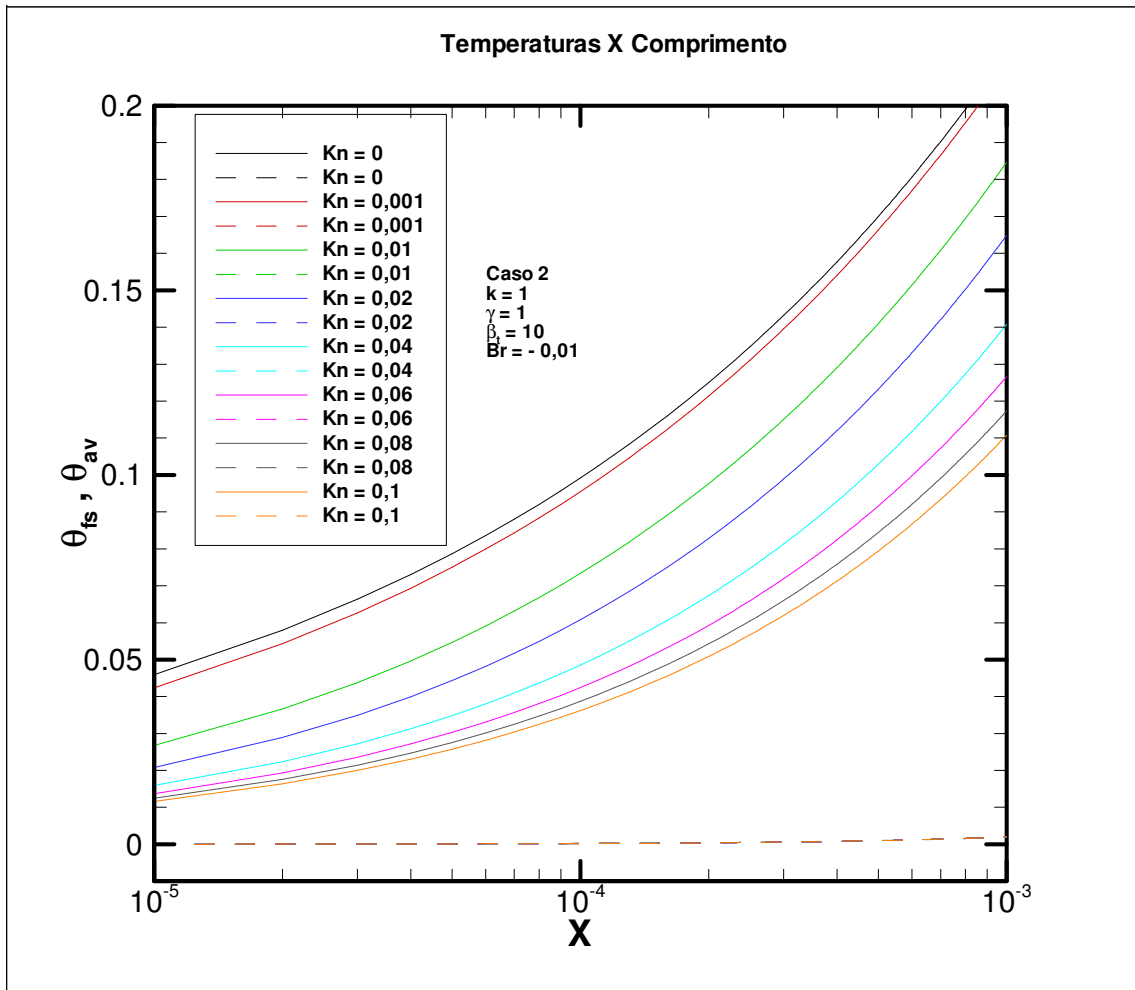


FIG. 4.65 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

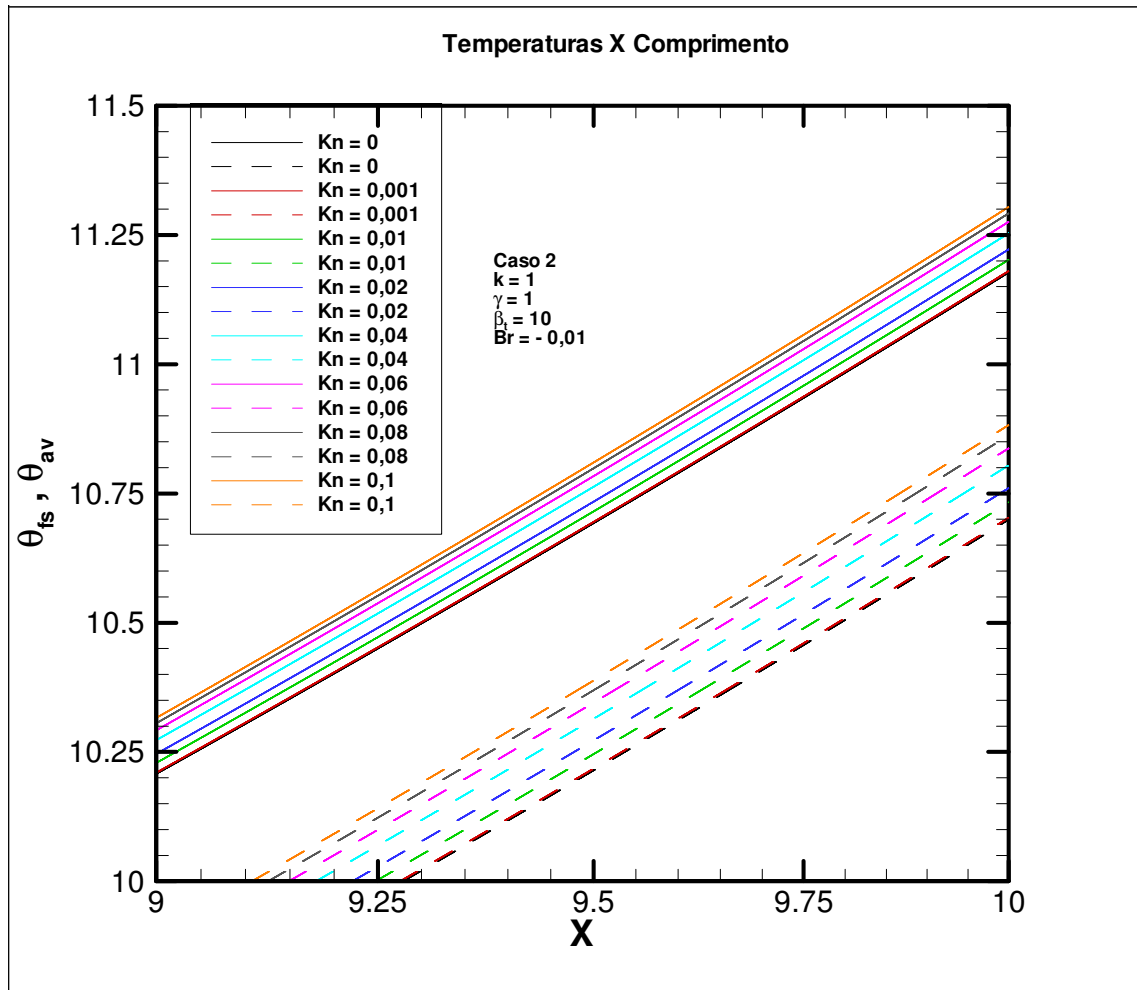


FIG. 4.66 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

### 4.3 NÚMEROS DE NUSSOLT ASSINTÓTICOS

A fim de se comparar os valores assintóticos de Números de Nusselt relativos à gama de valores de Número de Knudsen do trabalho em questão, foram determinadas expressões para cada um dos quatro casos.

Assim, a partir da expressão que define o Número de Nusselt no **Caso 1** (EQ. 2.96), pode-se determinar a equação para o valor de Número de Nusselt assintótico considerando-se a dissipação viscosa, fazendo-se com que a variável dependente  $X$  tenda a infinito. O resultado é:

$$Nu_{\infty} = \frac{70 + 420\beta_v Kn}{4 + 21\beta_v Kn + 35Kn\beta_t + 210\beta_v Kn^2\beta_t} \quad (4.41)$$

Nota-se que não há dependência do grau de dissipação viscosa, e que quanto maior a constante de acomodação térmica, menor será o valor assintótico de  $Nu$ . A FIG. 4.67 ilustra a equação acima para quatro valores de  $\beta_t$ . Percebe-se pela figura que, independentemente do salto de temperatura, o valor assintótico de Número de Nusselt é 17,5 para fluidos que obedecem integralmente a hipótese do contínuo, o que concorda com a literatura (BARLETTA e MAGYARI, 2006). De fato, se  $Kn = 0$ , o salto de temperatura é inexistente. Além disso, percebe-se que, na ausência do salto de temperatura, fluidos mais rarefeitos teriam maiores valores de  $Nu_{\infty}$ , no entanto é sabido que não se deve desprezar o salto.

Em relação ao **Caso 2**, a equação abaixo, obtida da mesma forma que a correspondente ao **Caso 1**, representa o comportamento dos Números de Nusselt assintóticos:

$$Nu_{\infty} = 4 \cdot \left[ \frac{(1 + 6\beta_v Kn)^2 + 3Br \left( \frac{5}{8} + 3\beta_v Kn \right)}{(1 + 6\beta_v Kn)^3} - \frac{3Br}{4(1 + 6\beta_v Kn)^2} - \frac{39 + 1014\beta_v Kn + 9636\beta_v^2 Kn^2 + 39816\beta_v^3 Kn^3 + 60480\beta_v^4 Kn^4 + 99Br + 1278\beta_v KnBr + 3528\beta_v^2 Kn^2 Br}{280 + 6720\beta_v Kn + 60480\beta_v^2 Kn^2 + 241920\beta_v^3 Kn^3 + 362880\beta_v^4 Kn^4} + 2\beta_t Kn \right]^{-1} \quad (4.42)$$

Neste caso, há dependência da dissipação viscosa. Foram feitas três figuras, cada uma relativa a um salto de temperatura, contemplando diferentes Números de Brinkman (FIGS. 4.68-4.70).

Na FIG. 4.68, os valores de Número de Nusselt assintótico aumentam com o aumento de Número de Knudsen, pois não se considerou salto de temperatura. Além disso, são tão maiores quanto mais negativo for o Número de Brinkman. Nota-se ainda um leve decréscimo e posterior aumento dos valores de  $Nu_{\infty}$  para valores muito baixos de Kn referentes ao caso em que  $Br = -0,1$ .

A FIG. 4.69 apresenta as curvas relativas ao salto de temperatura padrão em aplicações de engenharia. Como visto, um aumento do Número de Knudsen diminui o valor assintótico de Número de Nusselt, devido ao salto de temperatura na superfície sólida, como atesta a literatura (AYDIN e AVCI, 2007). Também em concordância com os mesmos autores, o comportamento de  $Nu_{\infty}$  versus Kn para pequenos valores de Br, tanto no caso de superfície aquecida ( $Br = 0,01$ ) quanto no caso de superfície resfriada ( $Br = -0,01$ ), é muito similar ao caso em que  $Br = 0$  (AYDIN e AVCI, 2007). Em adição, Br é mais efetivo no  $Nu_{\infty}$  para valores mais baixos de Kn, como atestam os autores em seu artigo (AYDIN e AVCI, 2007).

Na presença de um salto maior de temperatura, FIG. 4.70, observa-se que os valores de  $Nu_{\infty}$  são menores. Além disso, a diferença entre as curvas de diferentes valores de Br também é reduzida. Como último comentário em relação às FIGS. 4.68-4.70, pode-se notar que não há qualquer alteração dos valores relativos a  $Kn = 0$ , para cada Br, em cada uma das figuras, visto que fluidos não-rarefeitos desconhecem salto de temperatura.

O **Caso 3** apresenta a seguinte equação, obtida a partir da EQ. 2.97 considerando-se dissipação viscosa, e que é coincidente com a encontrada na literatura (CASTILHO, 2002):

$$Nu_{\infty} = \frac{48 + 384\beta_v Kn}{5 + 32\beta_v Kn + 48Kn\beta_t + 384\beta_v Kn^2\beta_t} \quad (4.43)$$

Mais uma vez, percebe-se a independência em relação ao Número de Brinkman na região assintótica de Número de Nusselt. A FIG. 4.71 apresenta o gráfico.

A exemplo dos casos anteriores, na ausência de salto de temperatura, o Nu assintótico cresce com o aumento de Kn. No entanto, diminui na presença de salto de temperatura, e é tão menor quanto maior for a constante de acomodação térmica. O comportamento é semelhante



ao descrito na literatura (TUNC e BAYAZITOGLU, 2001). Além disso, T. Basu e D. N. Roy, assim como Shah e London, constataram que, no caso de  $Kn = 0$  e condição de contorno de 1º tipo, para qualquer valor positivo do Número de Brinkman, o Número de Nusselt assintótico vale 9,6 (CASTILHO, 2002). Resultado idêntico foi reportado por Barletta e por Zanchini (CASTILHO, 2002), e reproduzido neste trabalho.

A equação dos valores assintóticos de Número de Nusselt relativos ao **Caso 4**, obtida como no **Caso 3**, é esta:

$$Nu_{\infty} = 2 \cdot \left\{ \frac{4}{(1+8\beta_v Kn)^2} \left[ \frac{(1+8\beta_v Kn)^2 + 4Br}{1+8\beta_v Kn} \left( \frac{3}{16} + \beta_v Kn \right) - \frac{Br}{4} \right] - \frac{7 + 224\beta_v Kn + 2624\beta_v^2 Kn^2 + 13312\beta_v^3 Kn^3 + 24576\beta_v^4 Kn^4 + 24Br + 352\beta_v KnBr + 1024\beta_v^2 Kn^2 Br + 2\beta_v Kn}{24(1+8\beta_v Kn)^4} \right\}^{-1} \quad (4.44)$$

Esta equação é representada graficamente nas FIGS. 4.72-4.74. Percebe-se comportamento qualitativamente igual ao **Caso 2**, a menos de uma particularidade na FIG. 4.73. Nota-se neste caso um leve aumento dos valores de  $Nu_{\infty}$  se  $Br = 0,1$ , para valores baixos de  $Kn$ . Há um posterior declínio, a exemplo das outras curvas.

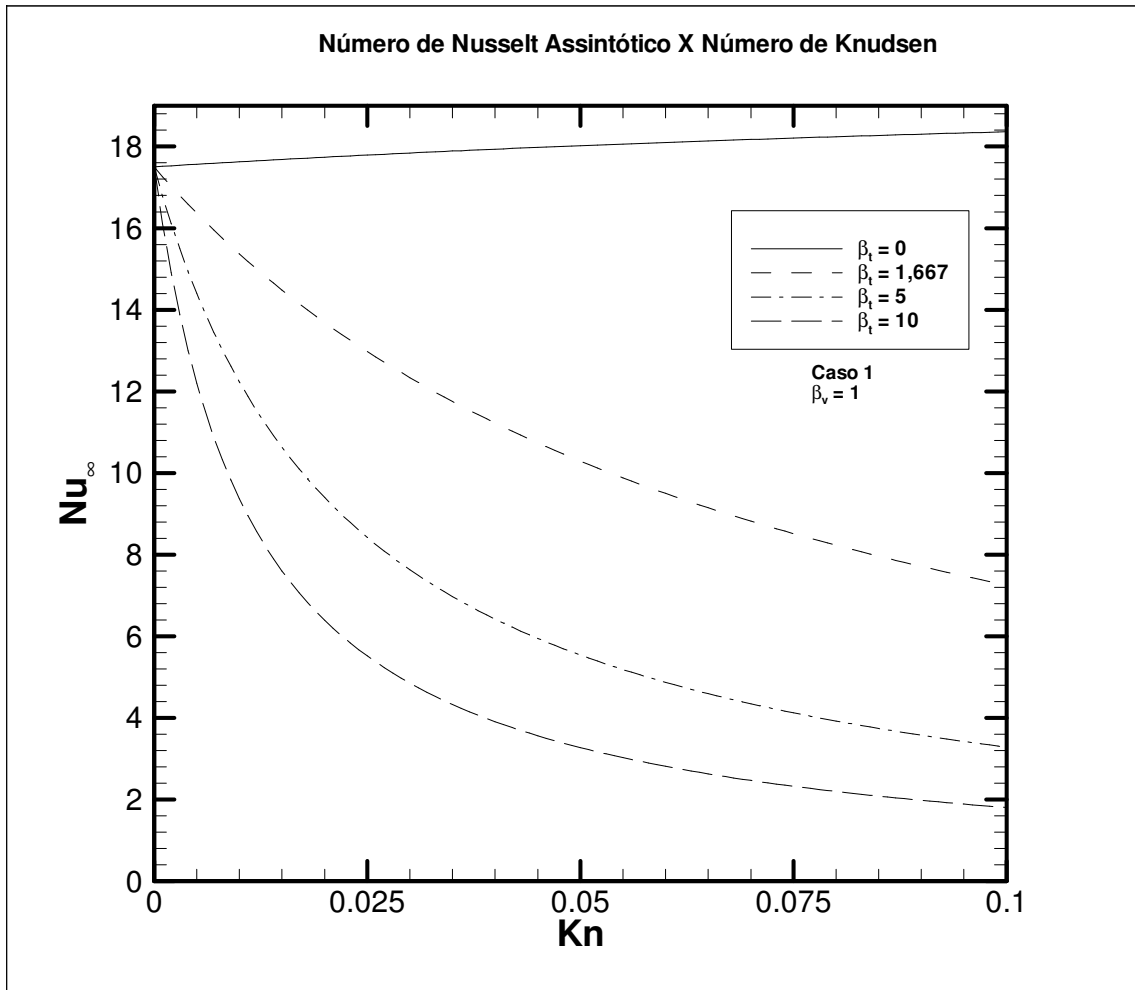


FIG. 4.67 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.

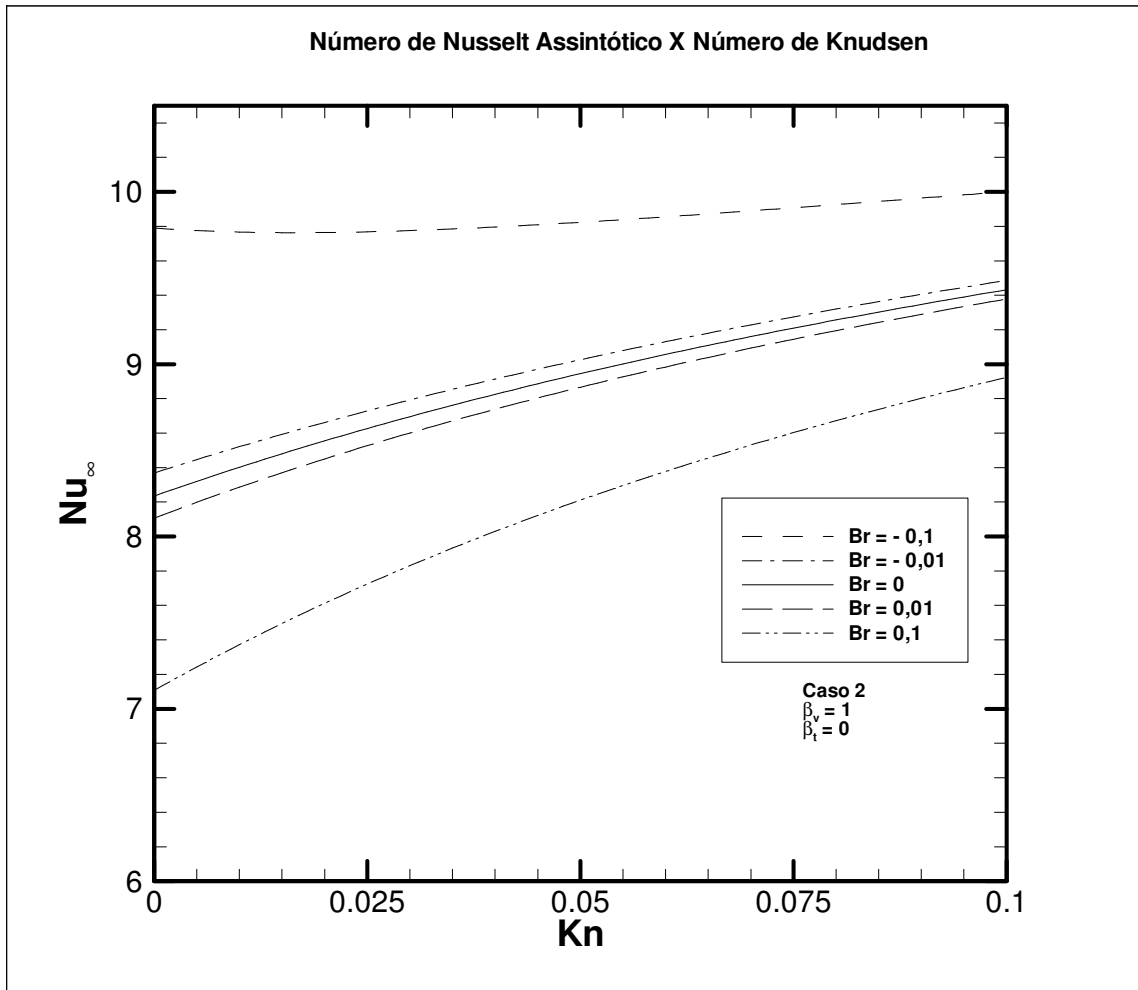


FIG. 4.68 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.

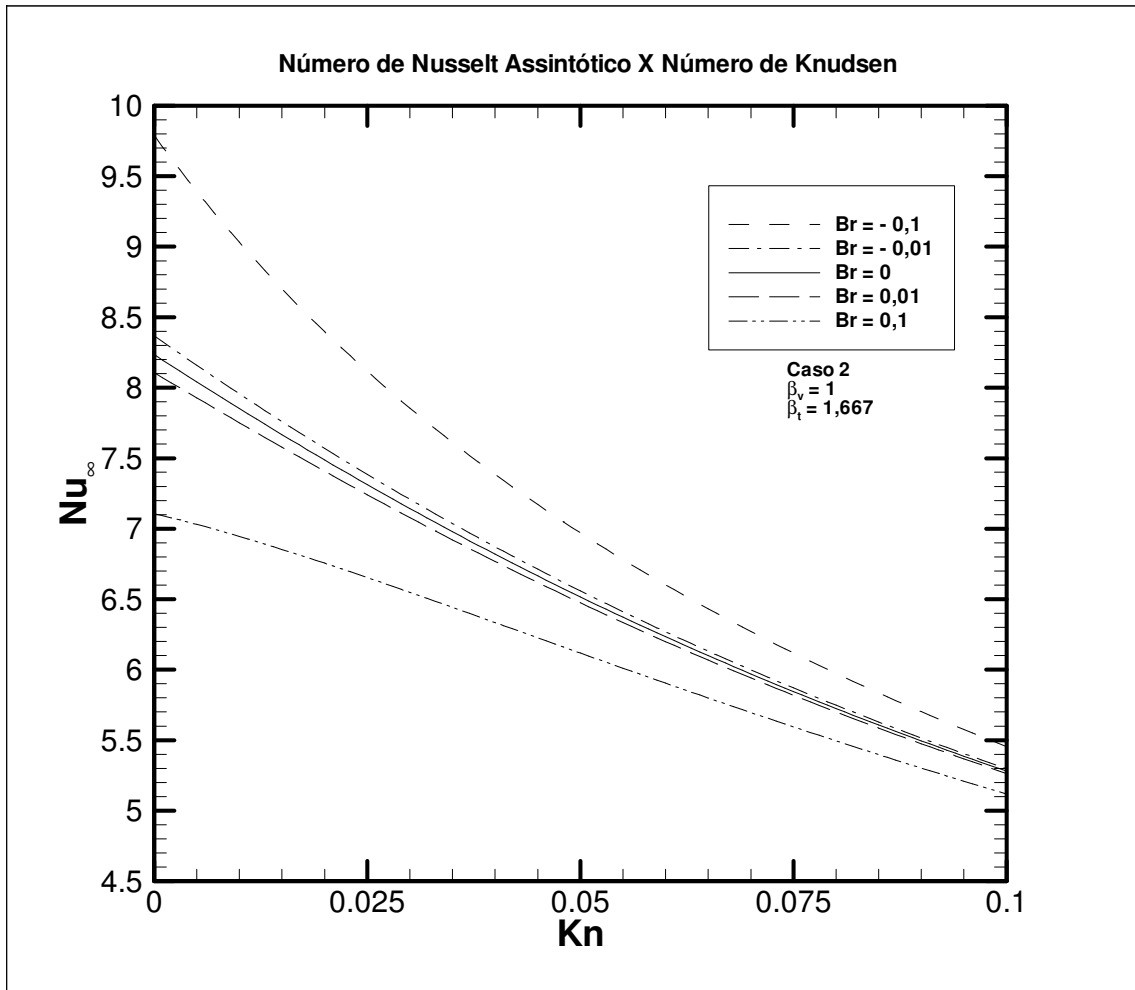


FIG. 4.69 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.

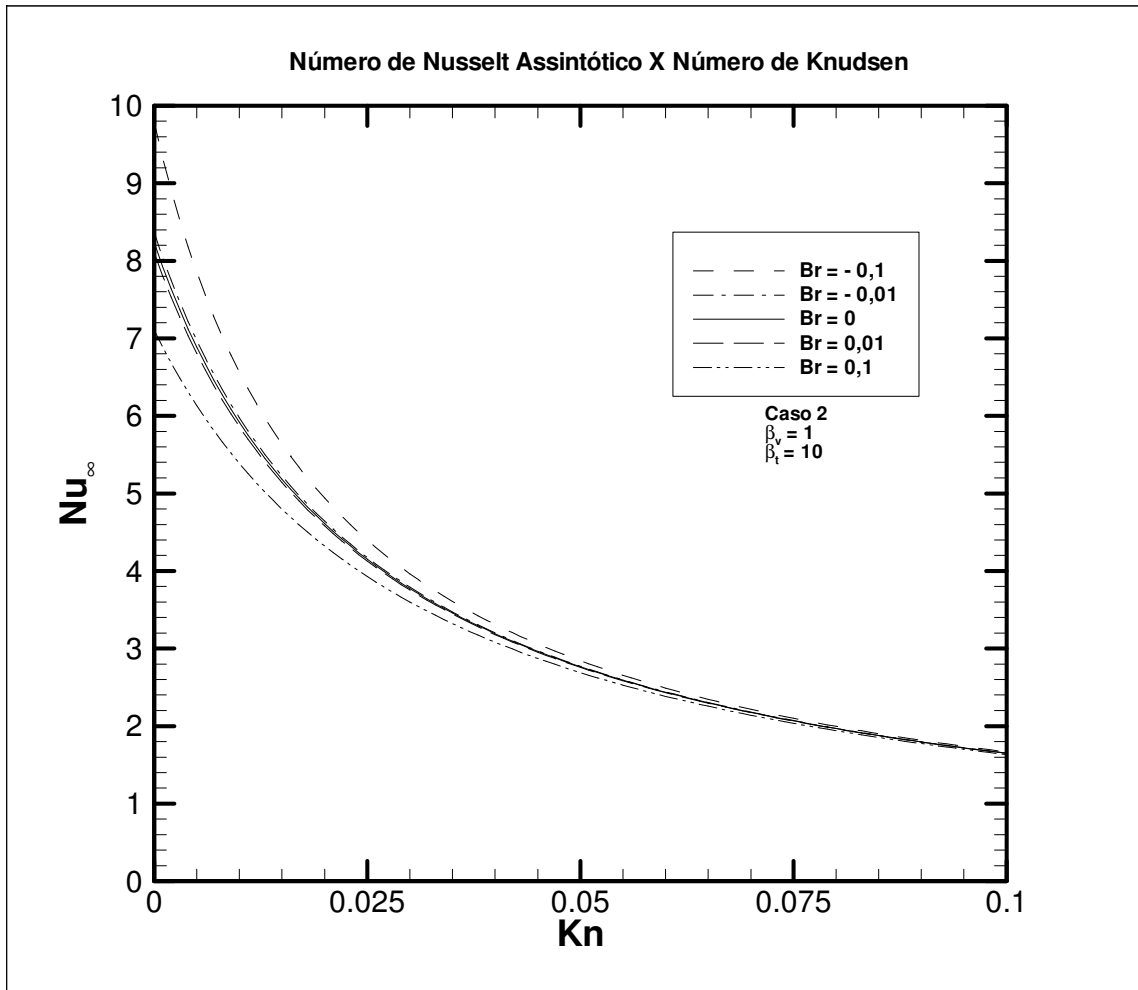


FIG. 4.70 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.

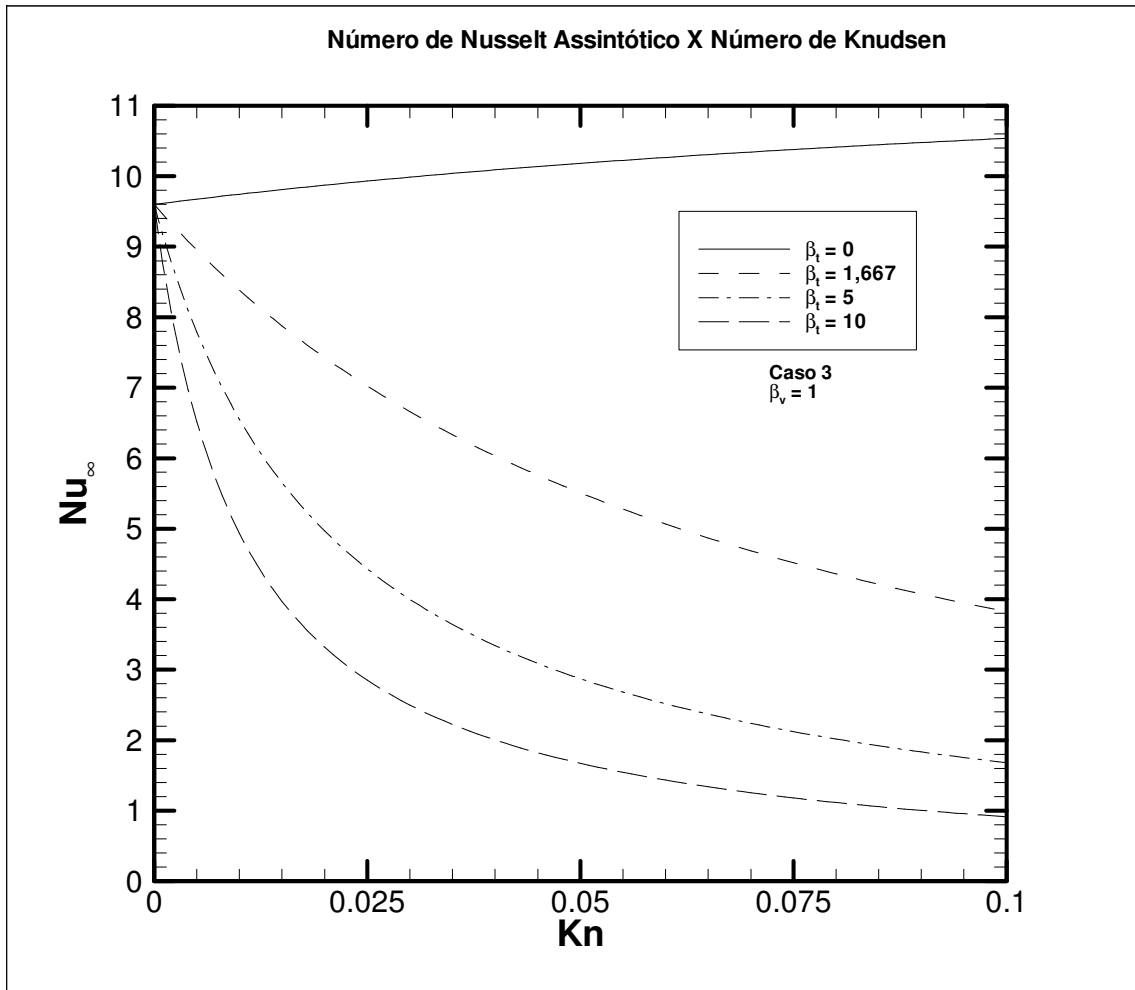


FIG. 4.71 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.

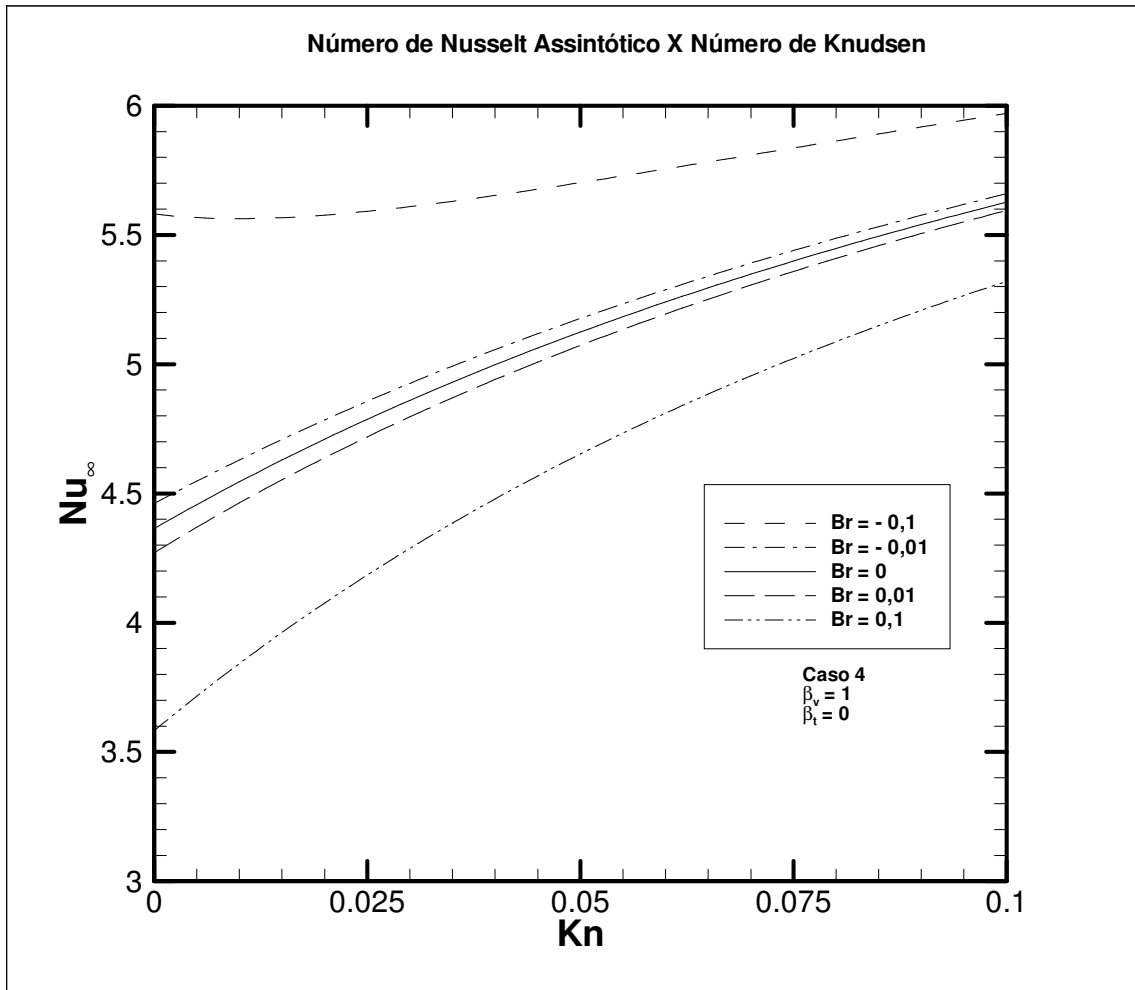


FIG. 4.72 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.

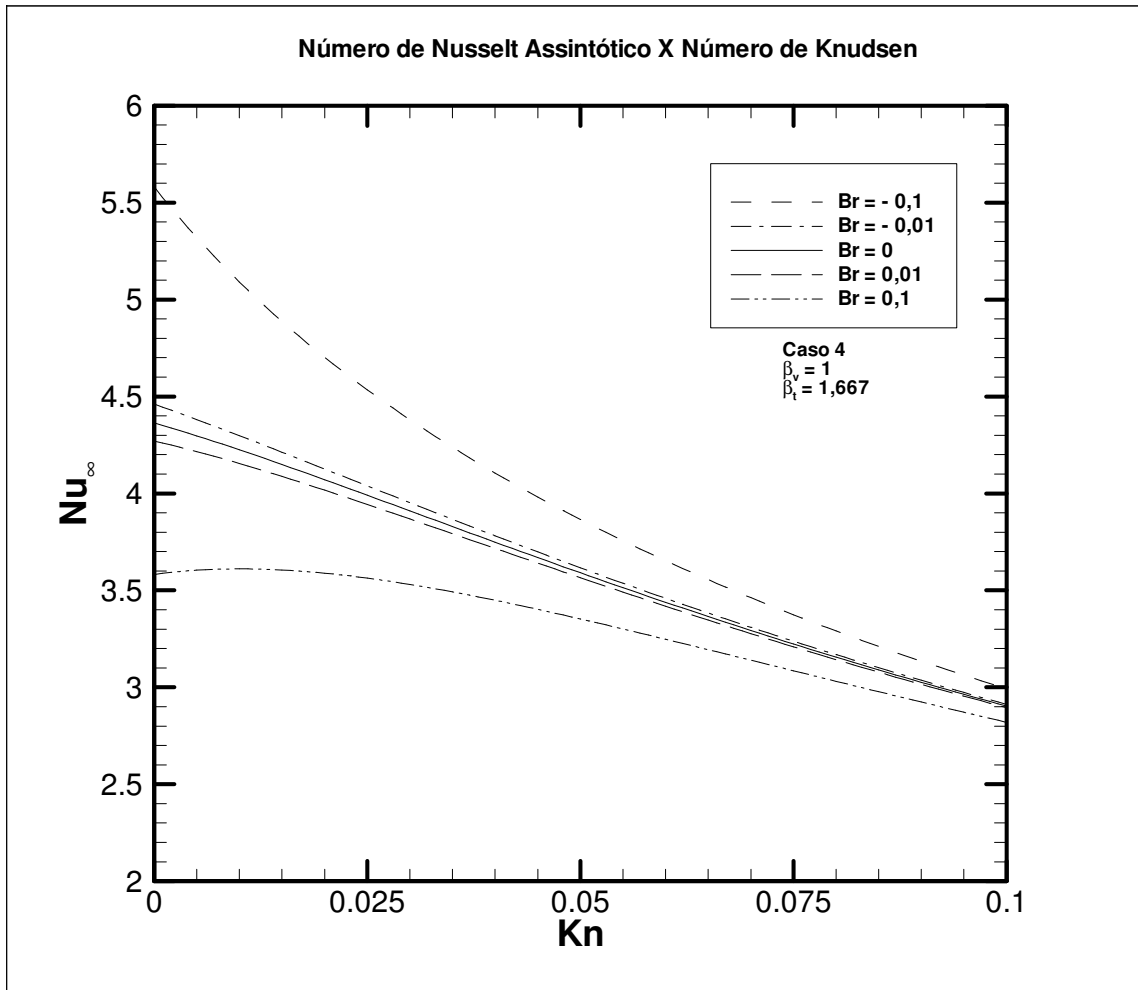


FIG. 4.73 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.



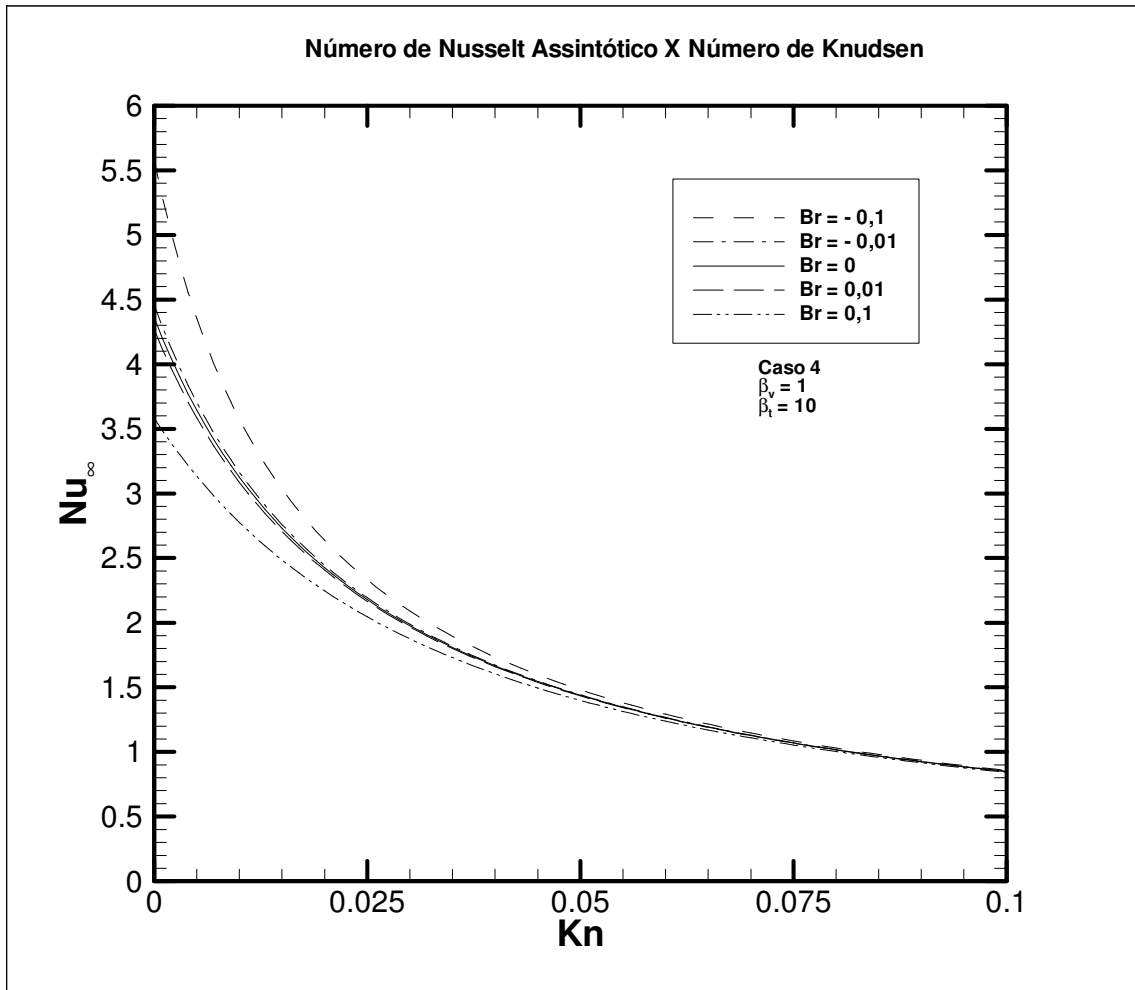


FIG. 4.74 Valores assintóticos de Número de Nusselt relativos a diferentes valores de Número de Knudsen.

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho estudou-se a transferência de calor em microcanais. Duas geometrias foram consideradas – placas planas paralelas e tubo de seção circular – e para cada uma delas foram adotadas duas condições de contorno na superfície sólida: decaimento exponencial de temperatura e de fluxo de calor.

No capítulo 2 foi considerado apenas o deslizamento do fluido junto à superfície. O salto de temperatura e a dissipação viscosa não foram abordados. Apesar de fisicamente inconsistente, esta formulação foi importante para servir de base às demais, e seus resultados deveriam ser retomados como particularizações destas. Observou-se que em todos os casos relativos a essa abordagem, os valores assintóticos de Número de Nusselt foram superiores para fluidos mais rarefeitos. Com relação ao calor total acumulado, nos casos em que a temperatura de superfície era prescrita, os valores tendiam a uma constante proporcional à temperatura média. Nos casos com fluxo de calor prescrito, havia constante incremento.

No capítulo 3 foi incluído o salto de temperatura, mas não a dissipação viscosa. Em relação ao comportamento de Número de Nusselt ao longo do canal, foi observado que houve uma inversão da ordem dos valores assintóticos, para diferentes Números de Knudsen, em relação ao capítulo 2. Portanto, o salto de temperatura dificulta a troca de calor, e essa dificuldade é maior quando se trata de fluidos mais rarefeitos. Com relação à energia térmica acumulada ao longo do escoamento, foi observado comportamento diferente do reportado no capítulo 2, com relação aos casos de temperatura de superfície prescrita. No capítulo 3, com a inclusão do salto de temperatura na formulação do problema, fluidos mais rarefeitos apresentaram valores inferiores, situação oposta à apresentada no capítulo 2. Por dificultar o acúmulo de energia térmica, o salto de temperatura é também responsável pela necessidade de maior comprimento de canal para que seja atingido o valor assintótico do acúmulo, como foi verificado através da utilização dos valores de constante de acomodação térmica. Com relação aos casos de fluxo de calor prescrito, como não houve mudança na condição de contorno em relação ao capítulo 2, observou-se o mesmo comportamento.

Finalmente no capítulo 4 foi incluída a dissipação viscosa. As figuras relativas ao comportamento de  $Nu$  ao longo do canal apresentaram comportamento bastante semelhante ao do capítulo 3 até certo comprimento, a partir do qual houve diferenças significativas. Uma

delas é a alteração dos valores assintóticos. Estes aumentaram nos casos com temperatura de superfície prescrita, e aumentaram ou diminuíram, dependendo respectivamente do sinal negativo ou positivo de  $Br$ , nos casos de fluxo de calor prescrito na superfície. Manteve-se o comportamento de valores assintóticos superiores para fluidos menos rarefeitos. Constatou-se ainda que a quantidade total de calor transferido através da superfície sólida, em nenhum caso, atingiu um valor constante a partir de certo comprimento do canal. Nos casos em que a temperatura de superfície era prescrita, e  $Br$  positivo, houve um aumento, um ponto de máximo, e posterior declínio ao longo do canal, em termos adimensionais. Em situações de  $Br$  negativo, ocorreu constante aumento dos valores em termos adimensionais. Nos casos de fluxo de calor prescrito, não foi observada qualquer alteração em relação aos capítulos precedentes, independentemente dos valores de  $Br$  adotados.

Em todos os casos, nos capítulos 2, 3 e 4, foi observado, nos gráficos relativos a Número de Nusselt, um ponto de mínimo antes de seu valor assintótico. Assim, antes de atingirem esse valor, as curvas decresciam até um certo ponto ou região, e posteriormente assumiam valores mais elevados até que um valor constante fosse alcançado. Este fenômeno foi atribuído à condição de contorno, que apresenta comportamento exponencial. A exemplo do que foi apresentado no capítulo 3, para os casos em que  $Kn = 0$ , o valor assintótico de  $Nu$  é o mesmo do Problema de Graetz, porém, há um trecho no canal no qual a curva apresenta o comportamento relatado de presença de ponto de mínimo. Com a atribuição de valor nulo para o expoente  $\gamma$  do número neperiano, o Problema de Graetz é recuperado, sem o abaulamento da curva. Logo, isso reforçou a hipótese de que realmente a função exponencial na condição de contorno é a causadora do fenômeno de ponto de mínimo antes da região assintótica de  $Nu$ . Além disso, foi observado que o abaulamento é menos intenso quando se considera fluxo de calor prescrito na superfície, em comparação à temperatura de superfície prescrita. Também, que é menor quando se considera maior constante de acomodação térmica.

Enfatiza-se a importância de se considerar a dissipação viscosa quando se trata de microcanais. Comparando-se os gráficos relativos à distribuição axial dos Números de Nusselt sem se levar em consideração a dissipação com as situações em que ela é considerada, pode-se notar a diferença. Assim, as figuras a seguir são retiradas do capítulo 3 e do capítulo 4, e têm por objetivo comparar as diferentes situações.

Considera-se primeiramente o **Caso 1**. São comparadas as FIGS. 5.1 e 5.2, relativas respectivamente a  $Br = 0$  e  $Br = -0,01$ , ambas com  $\beta_t = 1,667$ . Pode-se perceber claramente

que, no caso em que  $Br$  é diferente de zero, os valores assintóticos de  $Nu$  são superiores, e o efeito do abaulamento é mais pronunciado.

As FIGS. 5.3 e 5.4 apresentam comparação semelhante às anteriores, porém com  $\beta_t = 10$ . Observa-se comportamento semelhante, embora os valores assintóticos não sejam tão díspares entre uma figura e outra, principalmente com relação aos fluidos menos rarefeitos, devido ao maior valor da constante de acomodação térmica.

Ao ser feita a mesma abordagem para o **Caso 2**, têm-se as mesmas conclusões em termos qualitativos, como mostram as FIGS. 5.5-5.8. No entanto, nota-se que as diferenças entre as figuras são muito menores se comparadas aos pares correspondentes do **Caso 1**.

Para se melhor demonstrar o quanto as situações que contemplam dissipação viscosa se desviam das que não a utilizam, foram feitas tabelas que apresentam os valores assintóticos de  $Nu$  para todos os casos, com as variações de  $\beta_t$  e  $Br$  utilizadas neste trabalho.

A TAB. 5.1 refere-se ao **Caso 1**. Nela se percebe que todos os valores de  $Nu$  relativos a  $Br$  não nulo são idênticos, como indica a EQ. 4.41. A última coluna refere-se ao desvio percentual da situação com  $Br = 0$  em relação às demais. Observa-se que há grande diferença entre os valores para os quais não se considera  $Br$  em relação aos demais. Além disso, essa diferença diminui com o aumento de  $Kn$ , pois a dissipação viscosa é menos expressiva neste caso, e de  $\beta_t$ , devido à maior dificuldade de troca de calor.

A TAB. 5.2 refere-se aos valores assintóticos de Número de Nusselt relativos ao **Caso 2**. Pode-se notar que os desvios percentuais são significativamente inferiores aos do **Caso 1**. São também, em módulo, iguais para Números de Brinkman iguais em módulo, porém os sinais acompanham os de  $Br$ . Os desvios são maiores quando se trata do maior  $Br$ , pois neste caso há maior participação da dissipação viscosa. Nota-se que, para o caso em que o módulo de  $Br$  vale 0,01 (10% do módulo do maior  $Br$ ), seus desvios percentuais também valem 10 % dos correspondentes desvios relativos ao  $Br$  maior em módulo. Como ocorreu com o **Caso 1**, os desvios são menores para maiores  $Kn$  e  $\beta_t$ , apesar de se observar a fraca dependência em relação aos valores de  $\beta_t$  considerados.

Os valores assintóticos de Número de Nusselt referentes ao **Caso 3** podem ser vistos na TAB. 5.3, e apresentam comportamento semelhante ao **Caso 1**, inclusive com desvios percentuais próximos.

Na TAB. 5.4 estão os valores de  $Nu$  assintóticos para o **Caso 4**. Qualitativamente, apresentam-se como no **Caso 2**.

Em suma, em se tratando de valores assintóticos de Número de Nusselt, desprezar a dissipação viscosa causa um desvio percentual pequeno, em se tratando de fluxo de calor prescrito e  $Br$  relativamente baixo. Ainda no caso de fluxo prescrito, porém com  $Br$  maior, o mesmo pode ser observado nos fluidos mais rarefeitos, nos escoamentos com maior salto de temperatura. Nos demais casos, há um considerável desvio percentual quando não se considera o efeito da dissipação viscosa.

Um parâmetro importante quando se trata de troca de calor é a quantidade total de calor trocado ao longo do escoamento. Com a consideração dos efeitos da dissipação viscosa, no capítulo 4, observa-se diferença em relação aos casos em que ela não foi considerada, vistas no capítulo 3. As FIGS. 5.9 e 5.10 comparam as duas situações, referentes ao **Caso 1**, com  $\beta_t = 1,667$ . Percebe-se que os gráficos divergem a partir de certo comprimento do canal, onde os efeitos da dissipação se tornam mais notáveis.

As FIGS. 5.11 e 5.12 mostram situações semelhantes às das FIGS. 5.9 e 5.10, porém com  $\beta_t = 10$ . O comportamento é similar ao das FIGS. 5.9 e 5.10.

Com relação ao **Caso 2**, os gráficos são iguais, pois o fluxo de calor na superfície é o mesmo, independentemente de dissipação viscosa e salto de temperatura.

Com o intuito de melhor comparar valores, foram feitas tabelas que contemplam o valor de  $Q_{tot}$  no ponto  $X = 10$ , nos casos com e sem dissipação viscosa, em todas as situações abordadas neste trabalho nas quais a temperatura da superfície sólida é prescrita. Nos casos em que o fluxo de calor é prescrito, não há diferença entre os casos que contemplam dissipação viscosa e os que não contemplam, pois como foi mencionado, a condição de contorno nos problemas é a mesma, independente inclusive de salto de temperatura.

A TAB. 5.5 refere-se ao **Caso 1**. Tanto na situação com  $\beta_t = 1,667$  quanto com  $\beta_t = 10$ , em valores absolutos, a diferença entre os casos sem dissipação viscosa e com dissipação viscosa diminui com o aumento de  $Kn$ , pois a geração de fluxo de calor devido ao atrito das moléculas é menor em escoamentos mais rarefeitos. Além disso, nota-se que as diferenças, se comparadas entre os casos em que  $Br = 0,01$  e  $Br = 0,1$ , correspondem a 10 % nos casos em que  $Br = 0,01$ , a mesma relação existente entre os valores de  $Br$ . O mesmo pode ser dito nos casos em que os Números de Brinkman são negativos, e os valores absolutos das diferenças são os mesmos, nos casos correspondentes entre  $Br$  positivos e negativos. Portanto, conclui-se que, a partir de um comprimento suficientemente grande do canal, o total de energia térmica cedida pelo escoamento difere-se igualmente, em módulo, do total de energia térmica no caso

em que não se considera dissipação viscosa, independentemente de o fluido ter iniciado o escoamento recebendo ou cedendo calor. Comparando-se as duas situações de diferentes valores de  $\beta_t$ , percebe-se que há pouca diferença entre os valores dos respectivos módulos dos desvios. Portanto, o calor total trocado até o ponto  $X = 10$  não é tão afetado pela diferença entre as constantes de acomodação térmica.

A TAB. 5.6, a exemplo da TAB. 5.5, trata do **Caso 3**. Qualitativamente, o que foi mencionado em relação à TAB. 5.5 aplica-se à TAB. 5.6.

Em relação à solução adotada, conclui-se que o Método da Filtragem é útil por separar da série os termos não-homogêneos, e a Técnica da Transformação Integral Clássica mostrou-se excelente ferramenta na solução do problema homogêneo.

Como sugestões de trabalhos posteriores, propõe-se:

- formulação do problema contemplando canais concêntricos;
- adoção de outras geometrias;
- temperatura de entrada não uniforme;
- experimentos práticos.

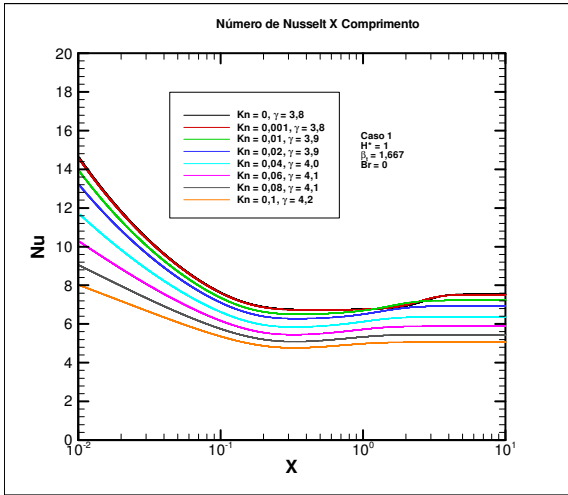


FIG. 5.1 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = 0$ .

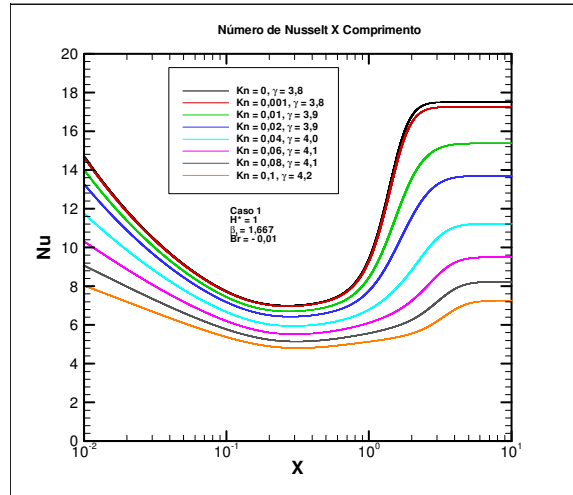


FIG. 5.2 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = -0,01$ .

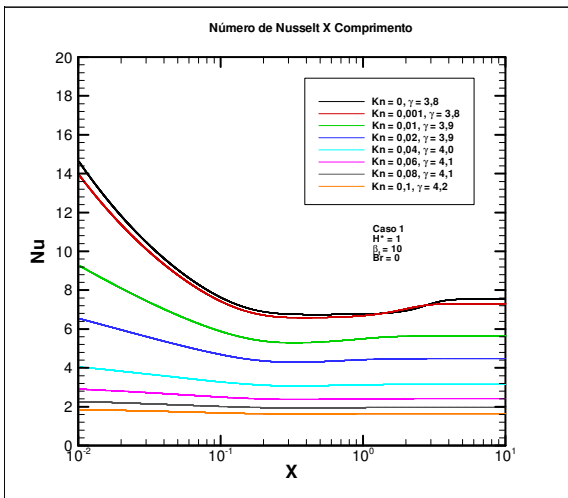


FIG. 5.3 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = 0$ .

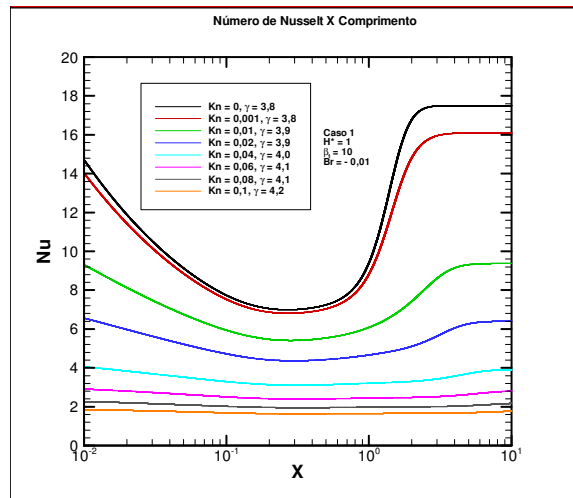


FIG. 5.4 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = -0,01$ .

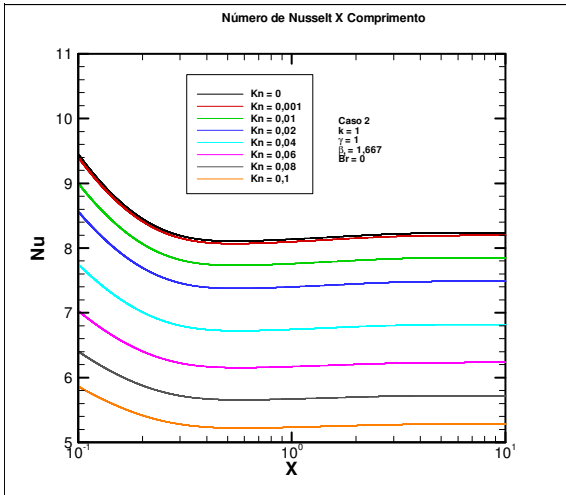


FIG. 5.5 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = 0$ .

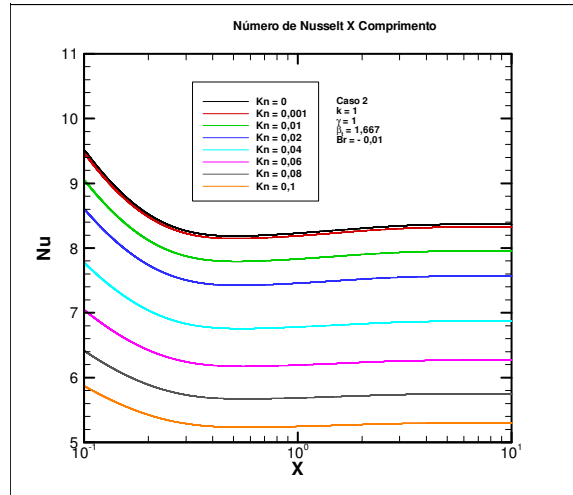


FIG. 5.6 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = -0,01$ .

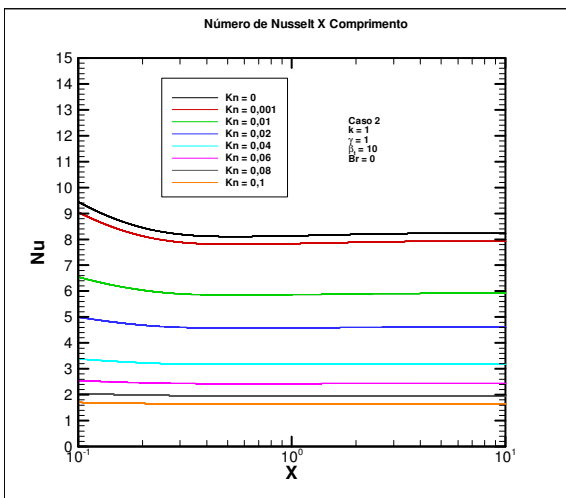


FIG. 5.7 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = 0$ .

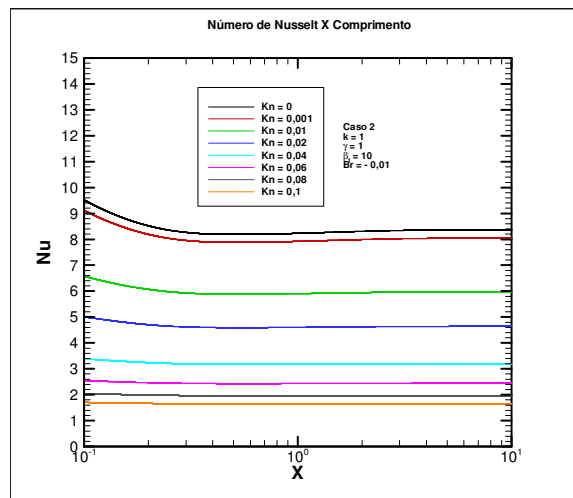


FIG. 5.8 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn e  $Br = -0,01$ .



TAB. 5.1 Valores Assintóticos de Número de Nusselt relativos ao **Caso 1**

$\beta_t = 1,667$						
	<b>Br = 0</b>	<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>	<b>desvio (%)</b>
<b>Kn = 0</b>	7,5407	17,5000	17,5000	17,5000	17,5000	- 56,91
<b>Kn = 0,001</b>	7,5085	17,2611	17,2611	17,2611	17,2611	- 56,50
<b>Kn = 0,01</b>	7,2252	15,3672	15,3672	15,3672	15,3672	- 52,98
<b>Kn = 0,02</b>	6,9256	13,6897	13,6897	13,6897	13,6897	- 49,41
<b>Kn = 0,04</b>	6,3735	11,2233	11,2233	11,2233	11,2233	- 43,21
<b>Kn = 0,06</b>	5,8817	9,5001	9,5001	9,5001	9,5001	- 38,09
<b>Kn = 0,08</b>	5,4453	8,2300	8,2300	8,2300	8,2300	- 33,84
<b>Kn = 0,1</b>	5,0584	7,2561	7,2561	7,2561	7,2561	- 30,29
$\beta_t = 10$						
	<b>Br = 0</b>	<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>	<b>desvio (%)</b>
<b>Kn = 0</b>	7,5407	17,5000	17,5000	17,5000	17,5000	- 56,91
<b>Kn = 0,001</b>	7,2998	16,1030	16,1030	16,1030	16,1030	- 54,67
<b>Kn = 0,01</b>	5,6386	9,3687	9,3687	9,3687	9,3687	- 39,81
<b>Kn = 0,02</b>	4,4738	6,3948	6,3948	6,3948	6,3948	- 30,04
<b>Kn = 0,04</b>	3,1443	3,9099	3,9099	3,9099	3,9099	- 19,58
<b>Kn = 0,06</b>	2,4149	2,8149	2,8149	2,8149	2,8149	- 14,21
<b>Kn = 0,08</b>	1,9567	2,1986	2,1986	2,1986	2,1986	- 11,00
<b>Kn = 0,1</b>	1,6431	1,8035	1,8035	1,8035	1,8035	- 8,89



<b>Kn = 0,1</b>	1,6501	1,6484	1,6338	1,6517	1,6667
desvio percentual para $\beta_t = 10$					
		<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>
<b>Kn = 0</b>		1,59	15,88	- 1,59	- 15,88
<b>Kn = 0,001</b>		1,50	15,05	- 1,50	- 15,05
<b>Kn = 0,01</b>		0,98	9,84	- 0,98	- 9,84
<b>Kn = 0,02</b>		0,67	6,67	- 0,67	- 6,67
<b>Kn = 0,04</b>		0,36	3,58	- 0,36	- 3,58
<b>Kn = 0,06</b>		0,22	2,18	- 0,22	- 2,18
<b>Kn = 0,08</b>		0,14	1,43	- 0,14	- 1,43
<b>Kn = 0,1</b>		0,10	1,00	- 0,10	- 1,00

TAB. 5.3 Valores Assintóticos de Número de Nusselt relativos ao **Caso 3**

$\beta_t = 1,667$						
	<b>Br = 0</b>	<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>	<b>desvio (%)</b>
<b>Kn = 0</b>	3,6585	9,6000	9,6000	9,6000	9,6000	- 61,89
<b>Kn = 0,001</b>	3,6513	9,4636	9,4636	9,4636	9,4636	- 61,42
<b>Kn = 0,01</b>	3,5793	8,3827	8,3827	8,3827	8,3827	- 57,30
<b>Kn = 0,02</b>	3,4898	7,4276	7,4276	7,4276	7,4276	- 53,02
<b>Kn = 0,04</b>	3,2933	6,0315	6,0315	6,0315	6,0315	- 45,40
<b>Kn = 0,06</b>	3,0885	5,0651	5,0651	5,0651	5,0651	- 39,02
<b>Kn = 0,08</b>	2,8877	4,3593	4,3593	4,3593	4,3593	- 33,76
<b>Kn = 0,1</b>	2,6977	3,8225	3,8225	3,8225	3,8225	- 29,43
$\beta_t = 10$						
	<b>Br = 0</b>	<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>	<b>desvio (%)</b>
<b>Kn = 0</b>	3,6585	9,6000	9,6000	9,6000	9,6000	- 61,89
<b>Kn = 0,001</b>	3,5619	8,7718	8,7718	8,7718	8,7718	- 59,39
<b>Kn = 0,01</b>	2,8441	4,9353	4,9353	4,9353	4,9353	- 42,37
<b>Kn = 0,02</b>	2,2921	3,3190	3,3190	3,3190	3,3190	- 30,94
<b>Kn = 0,04</b>	1,6243	2,0035	2,0035	2,0035	2,0035	- 18,93
<b>Kn = 0,06</b>	1,2468	1,4339	1,4339	1,4339	1,4339	- 13,05
<b>Kn = 0,08</b>	1,0079	1,1160	1,1160	1,1160	1,1160	- 9,69
<b>Kn = 0,1</b>	0,8441	0,9133	0,9133	0,9133	0,9133	- 7,58



<b>Kn = 0,1</b>	0,8491	0,8484	0,8418	0,8498	0,8565
desvio percentual para $\beta_t = 10$					
		<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>
<b>Kn = 0</b>		2,18	21,82	- 2,18	- 21,82
<b>Kn = 0,001</b>		2,05	20,52	- 2,05	- 20,52
<b>Kn = 0,01</b>		1,26	12,58	- 1,26	- 12,58
<b>Kn = 0,02</b>		0,80	8,01	- 0,80	- 8,00
<b>Kn = 0,04</b>		0,39	3,86	- 0,39	- 3,87
<b>Kn = 0,06</b>		0,21	2,16	- 0,21	- 2,16
<b>Kn = 0,08</b>		0,13	1,33	- 0,14	- 1,33
<b>Kn = 0,1</b>		0,08	0,87	- 0,08	- 0,86

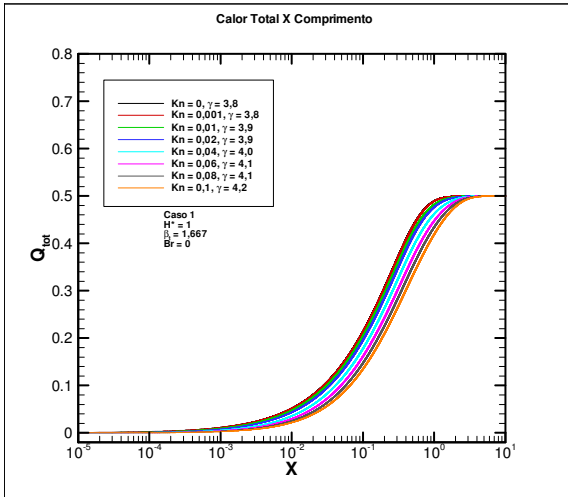


FIG. 5.9 Distribuição de  $Q_{tot}$  para diferentes valores de  $Kn$  e  $Br = 0$ .

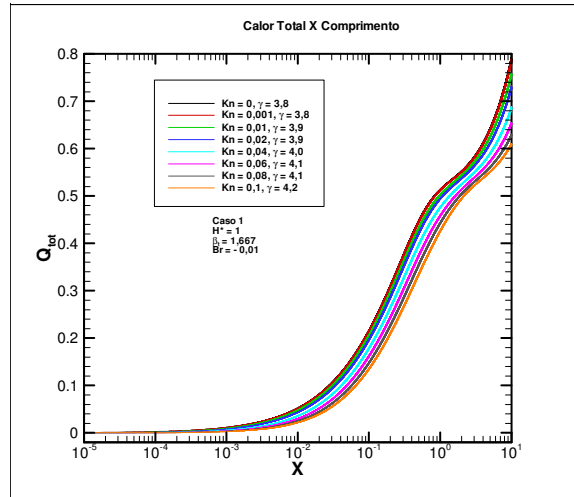


FIG. 5.10 Distribuição de  $Q_{tot}$  para diferentes valores de  $Kn$  e  $Br = -0,01$ .

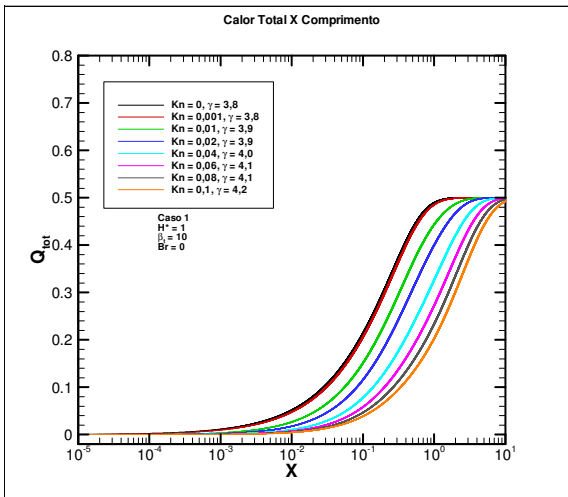


FIG. 5.11 Distribuição de  $Q_{tot}$  para diferentes valores de  $Kn$  e  $Br = 0$ .

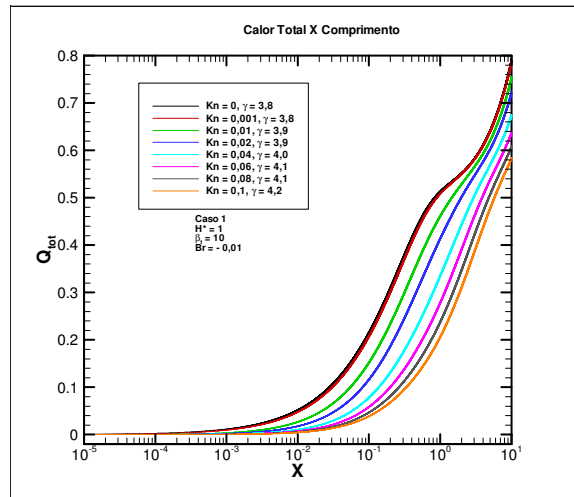


FIG. 5.12 Distribuição de  $Q_{tot}$  para diferentes valores de  $Kn$  e  $Br = -0,01$ .





<b>Kn = 0,08</b>	0,4968	0,3845	- 0,6255	0,6090	1,6191
<b>Kn = 0,1</b>	0,4927	0,4011	- 0,4235	0,5843	1,4089
módulo do desvio para $\beta_t = 10$					
		<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>
<b>Kn = 0</b>		0,29	2,93	0,29	2,93
<b>Kn = 0,001</b>		0,29	2,89	0,29	2,89
<b>Kn = 0,01</b>		0,26	2,56	0,26	2,56
<b>Kn = 0,02</b>		0,22	2,24	0,22	2,24
<b>Kn = 0,04</b>		0,18	1,75	0,18	1,75
<b>Kn = 0,06</b>		0,14	1,39	0,14	1,39
<b>Kn = 0,08</b>		0,11	1,12	0,11	1,12
<b>Kn = 0,1</b>		0,09	0,92	0,09	0,92



<b>Kn = 0,08</b>	0,2500	0,1146	- 1,1040	0,3854	1,6039
<b>Kn = 0,1</b>	0,2500	0,1400	- 0,8495	0,3599	1,3494
módulo do desvio para $\beta_t = 10$					
		<b>Br = 0,01</b>	<b>Br = 0,1</b>	<b>Br = - 0,01</b>	<b>Br = - 0,1</b>
<b>Kn = 0</b>		0,40	3,96	0,40	3,96
<b>Kn = 0,001</b>		0,39	3,89	0,39	3,89
<b>Kn = 0,01</b>		0,34	3,36	0,34	3,36
<b>Kn = 0,02</b>		0,29	2,88	0,29	2,88
<b>Kn = 0,04</b>		0,22	2,18	0,22	2,18
<b>Kn = 0,06</b>		0,17	1,70	0,17	1,70
<b>Kn = 0,08</b>		0,14	1,35	0,14	1,35
<b>Kn = 0,1</b>		0,11	1,10	0,11	1,10

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AYDIN, Orhan, AVCI, Mete, **Analysis of laminar heat transfer in micro-Poiseuille flow**, International Journal of Thermal Sciences, v. 46, n. 1, p. 30-37, 2007.
- BARLETTA, A., MAGYARI, E., **The Graetz-Brinkman problem in a plane-parallel channel with adiabatic-to-isothermal entrance**, International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 33, n. 6, 2006.
- BARLETTA, A., MAGYARI, E., **Forced convection with viscous dissipation in the thermal entrance region of a circular duct with prescribed wall heat flux**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 50, n. 1, p. 26-35, 2007.
- BARRON, Randall F., WANG, Xianming, AMEEL, Timothy A., WARRINGTON, Robert O., **The Graetz problem extended to slip-flow**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 40, n. 8, p. 1817-1823, 1997.
- BOYCE, William E., DIPRIMA, Richard C.. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Tradução: Horacio Macedo. Revisão técnica e adaptação: Ronaldo Sergio de Biasi. 6. ed.. Rio de Janeiro: LTC, 1998. 532 p.. ISBN 85-216-1131-5.
- BRANDNER, J. J., ANURJEW, E., BOHN, L., HANSJOSTEN, E., HENNING, T., SCHYGULLA, U., WENKA, A., SCHUBERT, K., **Concepts and realization of microstructure heat exchangers for enhanced heat transfer**, Experimental Thermal and Fluid Science, v. 30, n. 8, p. 801-809, 2006.
- BURMEISTER, Louis C.. **Convective Heat Transfer**. EUA: John Wiley & Sons, Inc., 1983. 790 p.. ISBN 0-471-09141-3.

- CASTILHO, Alexandre Martins. **Transmissão de calor em microcanais**. 2002. 113 p..  
Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, 2002.
- CHEN, Chien-Hsin, **Forced convection heat transfer in microchannel heat sinks**,  
International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 50, n. 11-12, p. 2182-2189, 2007.
- DEL GIUDICE, S., NONINO, C., SAVINO, S., **Effects of viscous dissipation and  
temperature dependent viscosity in thermally and simultaneously developing  
laminar flows in microchannels**, International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 28, n.  
1, p. 15-27, 2007.
- DONGARI, Nishanth, AGRAWAL, Abhishek, AGRAWAL, Amit, **Analytical solution of  
gaseous slip flow in long microchannels**, International Journal of Heat and Mass Transfer,  
v. 50, n. 17-18, p. 3411-3421, 2007.
- ECKERT, E. R. G., DRAKE, R. M., Jr.. **Heat and mass transfer**. 2. ed.. EUA: McGraw-  
Hill, 1959. 530 p..
- FOLI, Augustine Kwasi. **System for configuring the geometric parameters for a micro  
channel heat exchanger and micro channel heat exchangers thereby**. Estados Unidos  
da América: Patent Application Publication, 17/03/05. 21 p.. United States Patent  
20050056409A1.
- GHODOOSI, Lotfollah, EĞRICAN, Nilüfer, **Prediction of heat transfer characteristics in  
rectangular microchannels for slip flow regime and H1 boundary condition**,  
International Journal of Thermal Sciences, v. 44, n. 6, p. 513-520, 2005.
- IMSL (1997). **IMSL Math/Library**. IMSL, Houston.

INCROPERA, Frank P., DEWITT, David P.. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. Tradução: Carlos Alberto Biolchini da Silva. 5. ed.. Rio de Janeiro: LTC, 2003. 698 p.. ISBN 85-216-1378-4.

KUDDUSI, Lütfullah, ÇETEGEN, Edvin, **Prediction of temperature distribution and Nusselt number in rectangular microchannels at wall slip condition for all versions of constant heat flux**, International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 28, n. 4, p. 777-786, 2007.

LARRODÉ, Francisco Ezquerro, HOUSIADAS, Christos, DROSSINOS, Yannis, **Slip-flow heat transfer in circular tubes**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 43, n. 15, p. 2669-2680, 2000.

LEE, Poh-Seng, GARIMELLA, Suresh V., **Thermally developing flow and heat transfer in rectangular microchannels of different aspect ratios**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 49, n. 17-18, p. 3060-3067, 2006.

MIKHAILOV, M. D., COTTA, R. M., **Mixed symbolic-numerical computation of convective heat transfer with slip flow in microchannels**, International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 32, n. 3-4, p. 341-348, 2005.

MIKHAILOV, M. D., ÖZİŞİK, M. N.. **Unified analysis and solutions of heat and mass diffusion**. 1. ed.. Nova Iorque: Dover Publications, Inc., 1994. 524 p.. ISBN 0-486-67876-8.

MYONG, R. S., LOCKERBY, D. A., REESE, J. M., **The effect of gaseous slip on microscale heat transfer: An extended Graetz problem**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 49, n. 15-16, p. 2502-2513, 2006.

NYHOFF, Larry, LEESTMA, Sanford, **Fortran 90 for engineers and scientists**. 1. ed.. New Jersey: Prentice Hall, 1997. 119 p..

QU, Weilin, MALA, G. Mohiuddin, LI, Dongging, **Heat transfer for water flow in trapezoidal silicon microchannels**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 43, n. 21, p. 3925-3936, 2000.

RENKSIZBULUT, M., NIAZMAND, H., TERCAN, G., **Slip-flow and heat transfer in rectangular microchannels with constant wall temperature**, International Journal of Thermal Sciences, v. 45, n. 9, p. 870-881, 2006.

RUGGIERO, Márcia A. Gomes, LOPES, Vera Lúcia da Rocha. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2. ed.. São Paulo: MAKRON Books, 1996. 406 p.. ISBN 85-346-0204-2.

SCOFANO NETO, F.. **Soluções analíticas em trocadores de calor bitubulares**. 1991. 123 p.. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1991.

TUCKERMAN, D. B., PEASE, R. F. W., **High-performance heat sinking for VLSI**, IEEE Electron Device Letteres, v. EDL-2, n 5, p. 126-129, 1981.

TUNC, Gokturk, BAYAZITOGLU, Yildiz, **Heat transfer in microtubes with viscous dissipation**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 44, n. 13, p. 2395-2403, 2001.

VASUDEVAIAH, Macherla, BALAMURUGAN, K., **Heat transfer of rarified gases in a corrugated microchannel**, International Journal of Thermal Sciences, v. 40, n. 5, p. 454-468, 2001.

WU, H. Y., CHENG, Ping, **An experimental study of convective heat transfer in silicon microchannels with different surface conditions**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 46, n. 14, p. 2547-2556, 2003.

YU, Shiping, AMEEL, Timothy A., **Slip-flow heat transfer in rectangular microchannels**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 44, n. 22, p. 4225-4234, 2001.

ZHU, X., LIAO, Q., **Heat transfer for laminar slip flow in a microchannel of arbitrary cross section with complex thermal boundary conditions**, Applied Thermal Engineering, v. 26, n. 11-12, p. 1246-1256, 2006.



## 7 APÊNDICES

### 7.1 APÊNDICE 1: COMPLEMENTO DO CAPÍTULO 3

Como dito no capítulo 3, este APÊNDICE é destinado à apresentação das figuras relativas aos **Casos 3 e 4**. Novamente, afirma-se que os comentários referentes às FIGS. 3.1-3.26 aplicam-se, em termos qualitativos, às respectivas FIGS. 7.1-7.26.

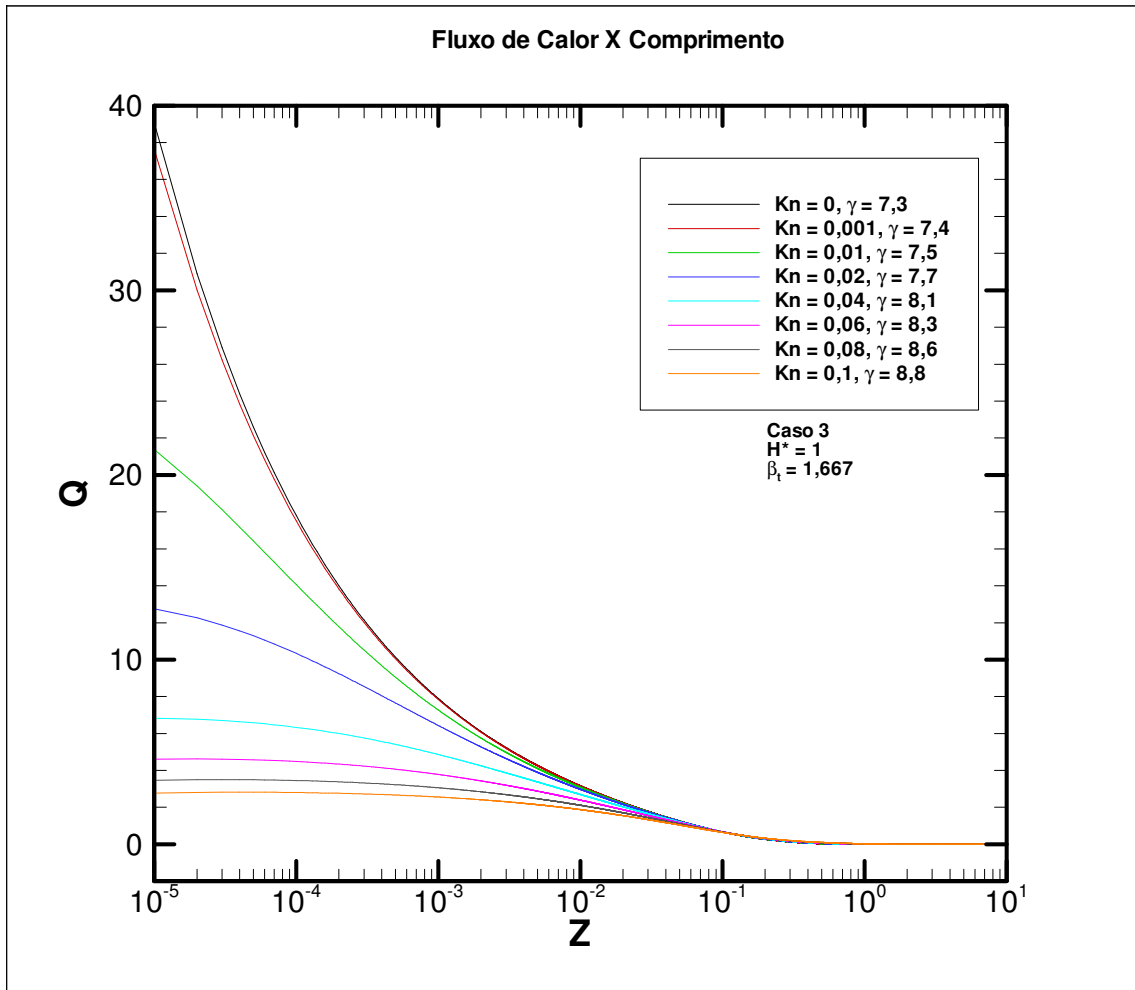


FIG. 7.1 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

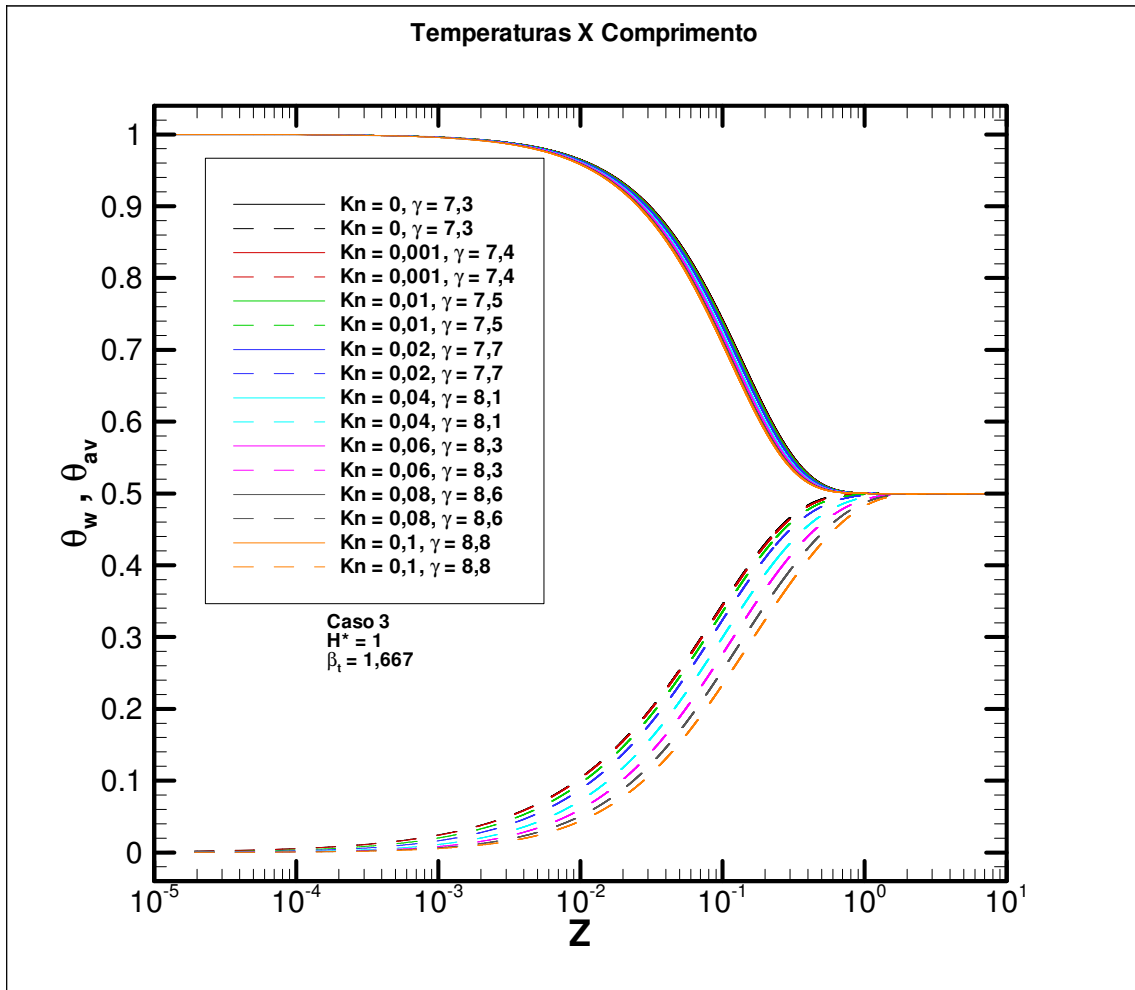


FIG. 7.2 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

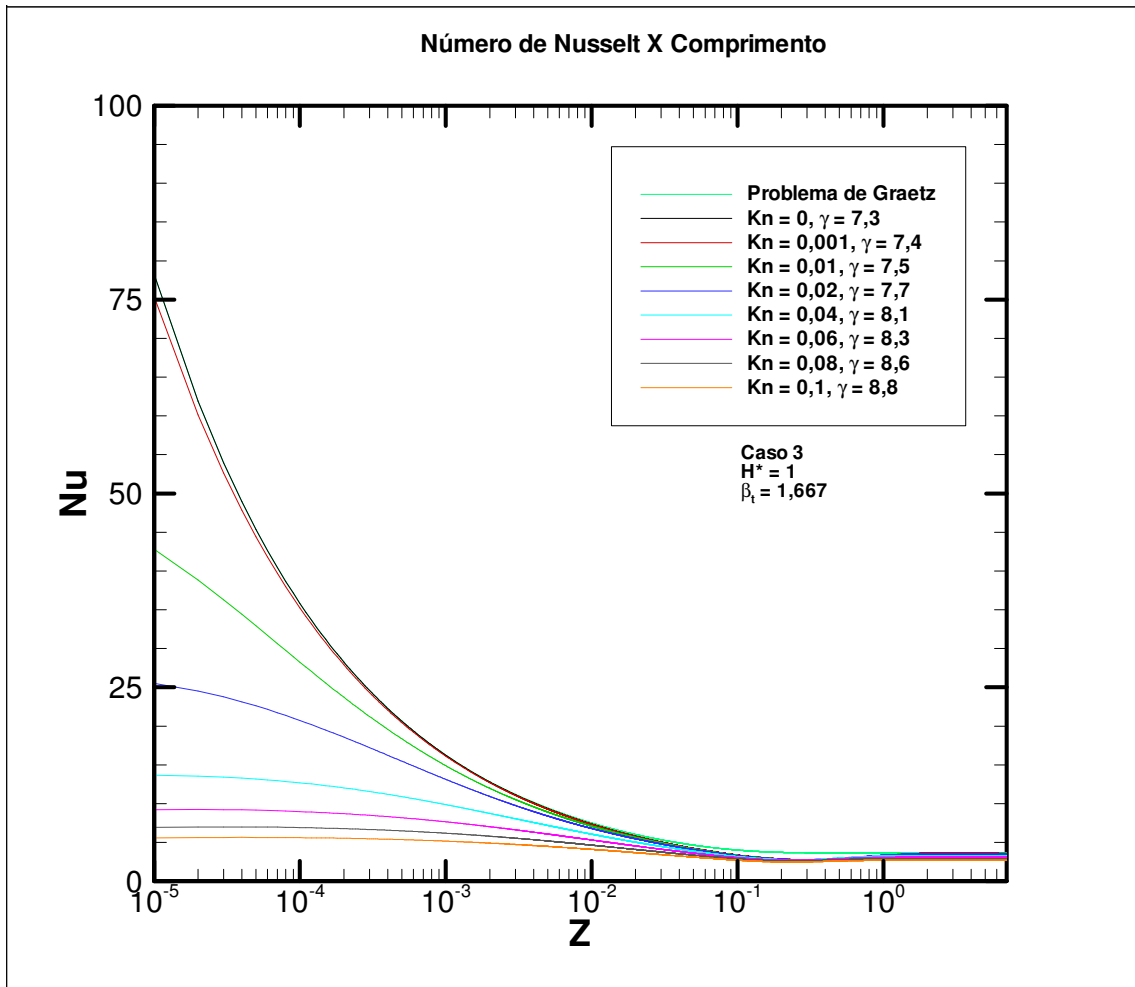


FIG. 7.3 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

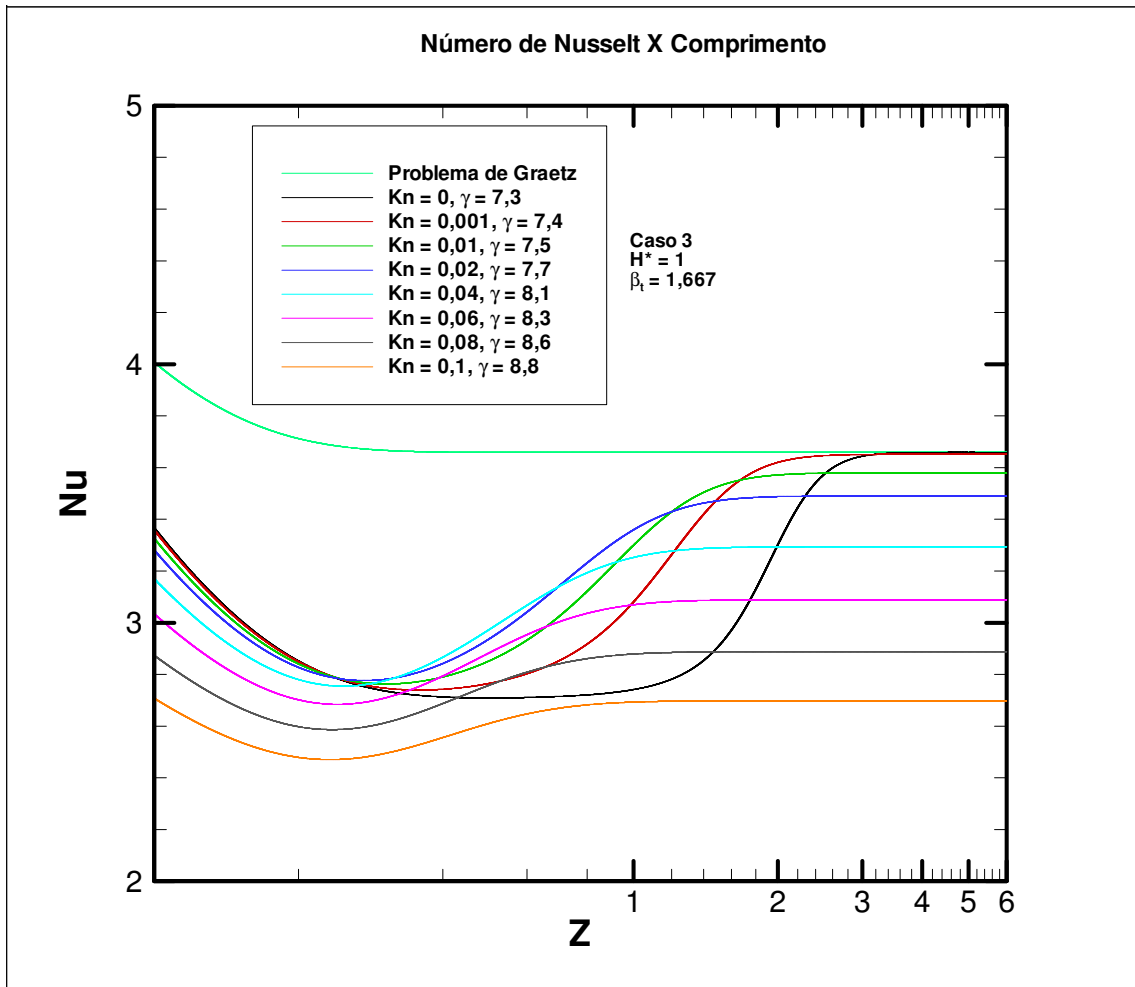


FIG. 7.4 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

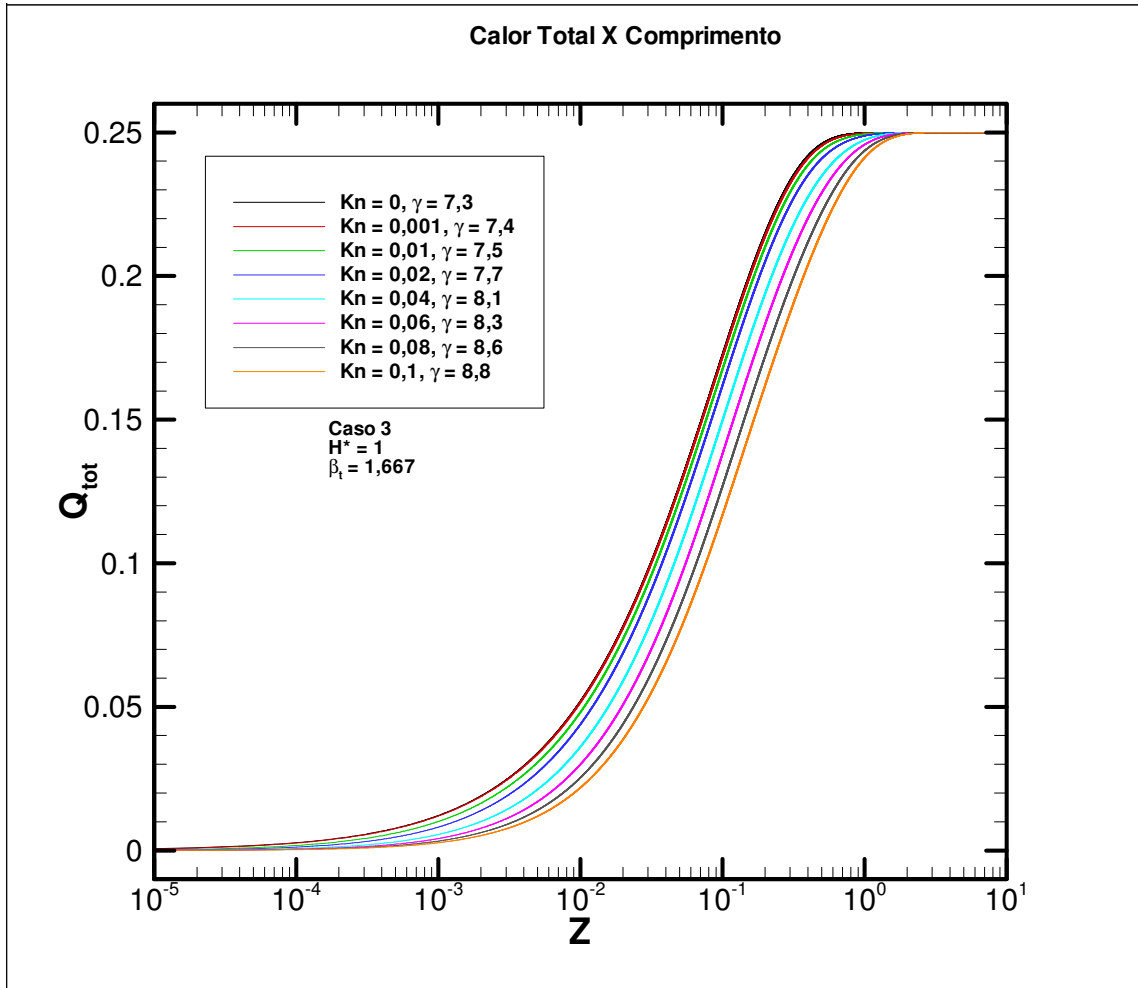


FIG. 7.5 Calor total para diferentes Kn.

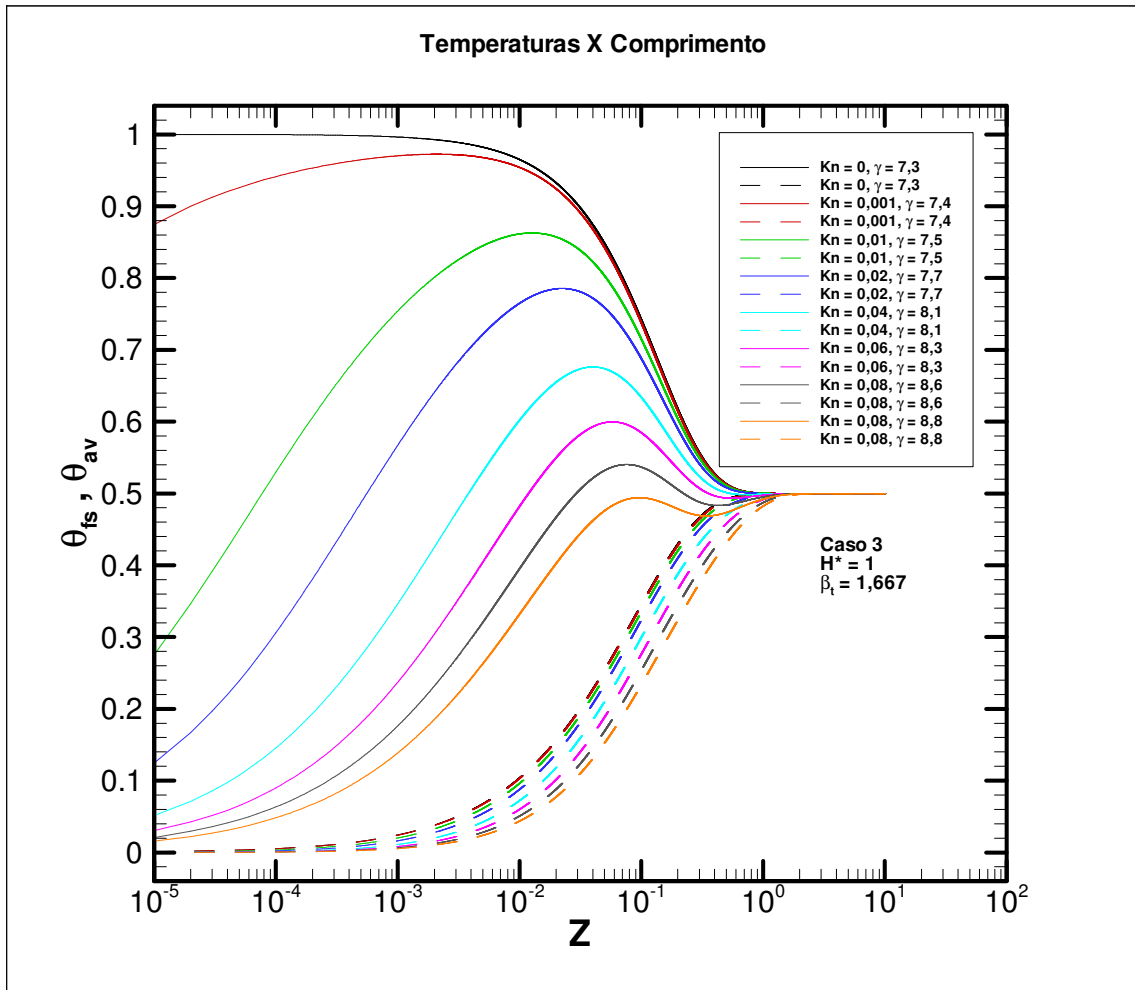


FIG. 7.6 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

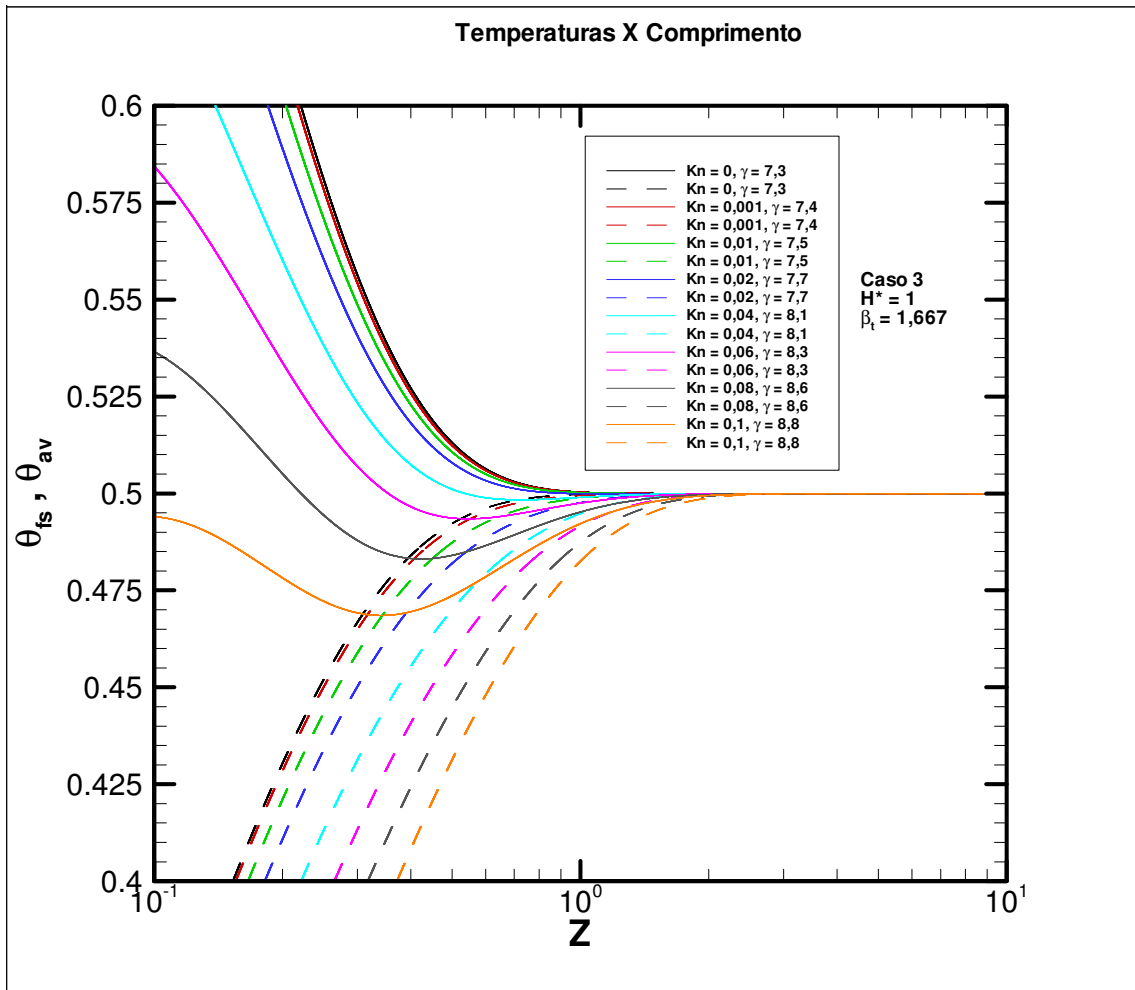


FIG. 7.7 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de Kn.



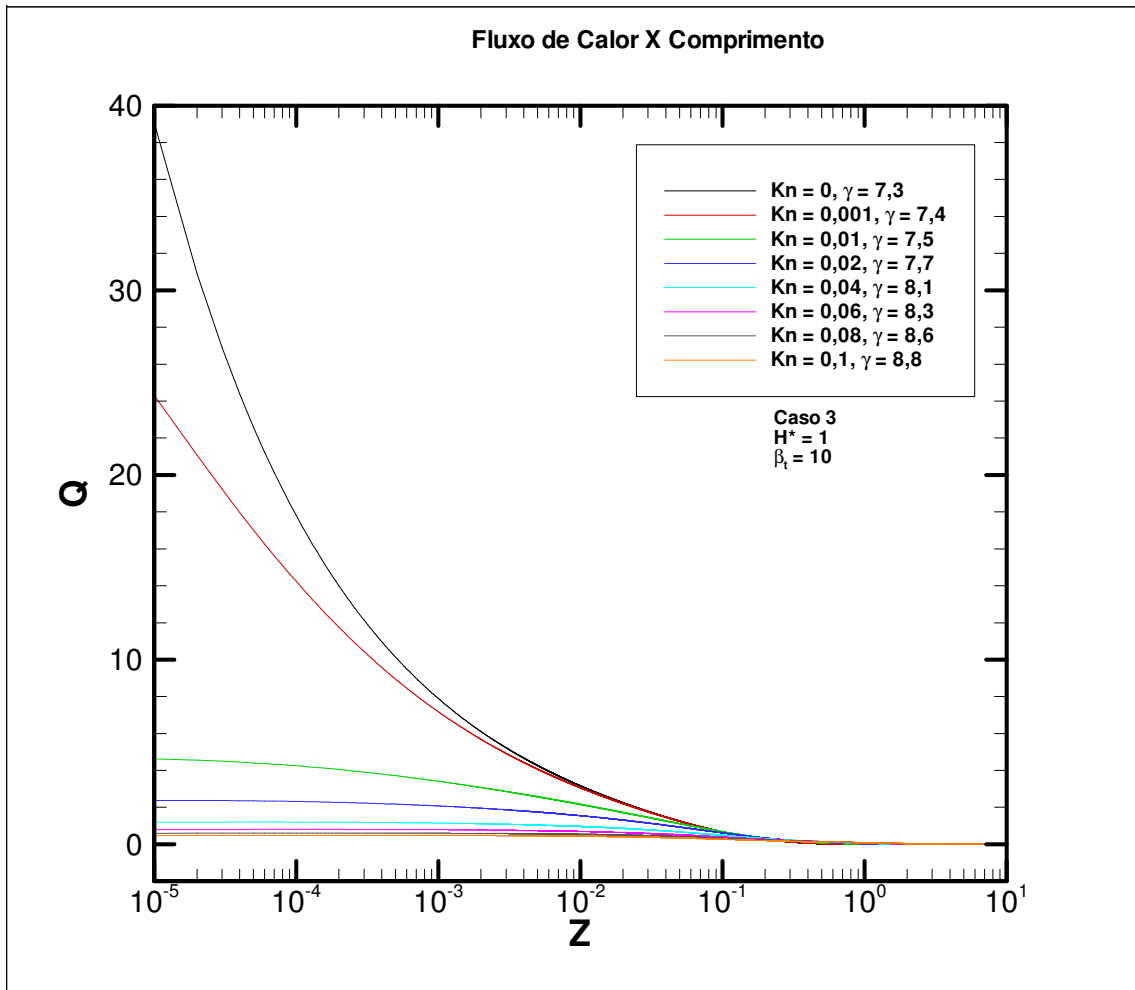


FIG. 7.8 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

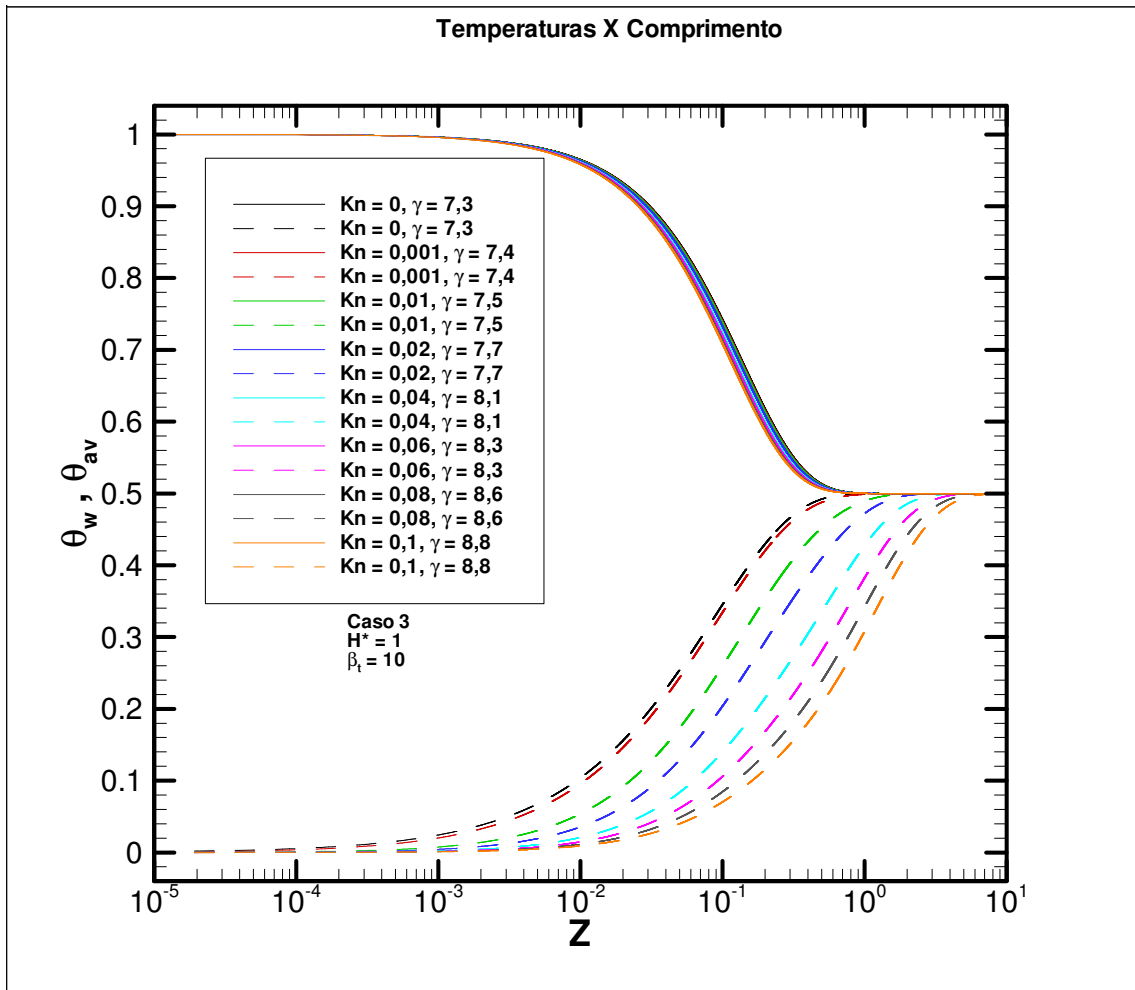


FIG. 7.9 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

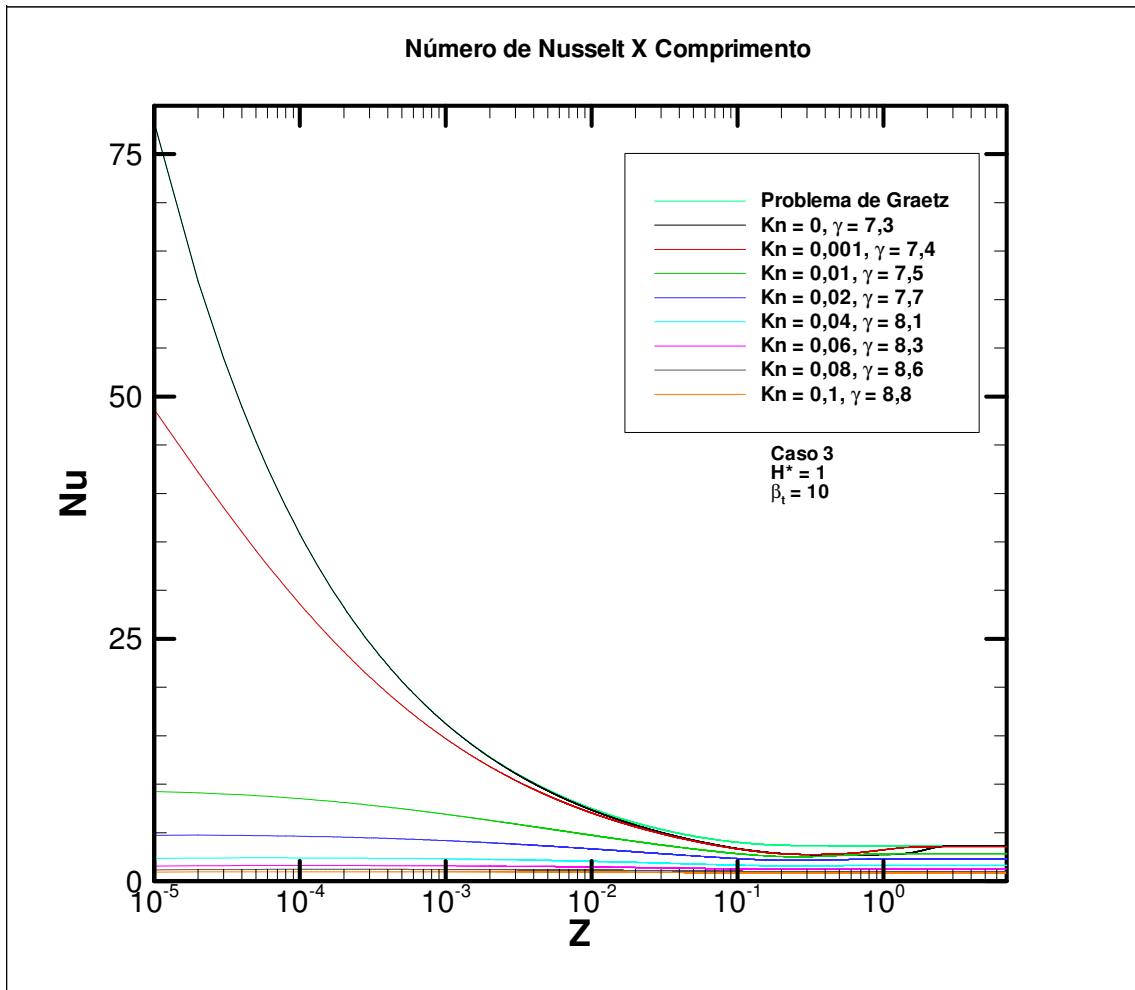


FIG. 7.10 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

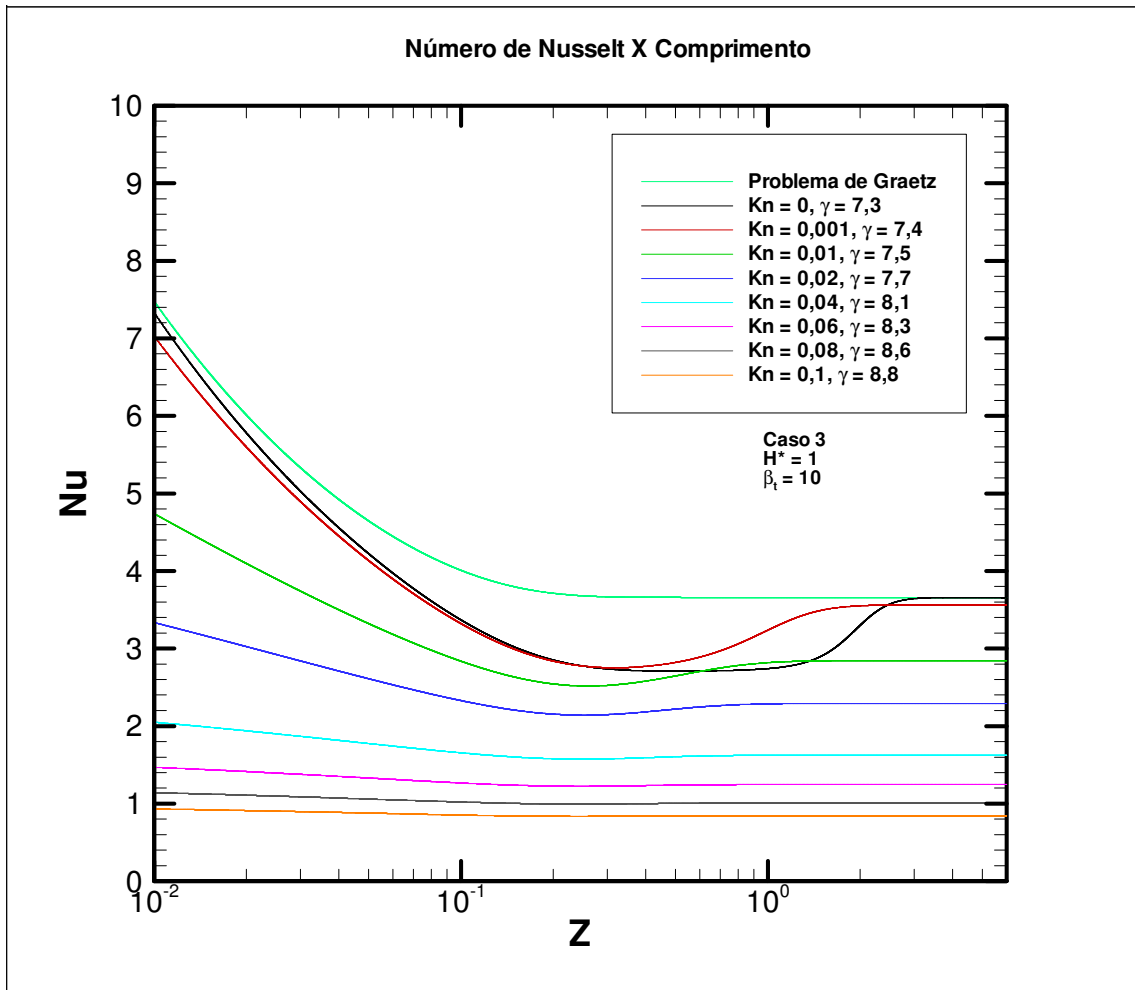


FIG. 7.11 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

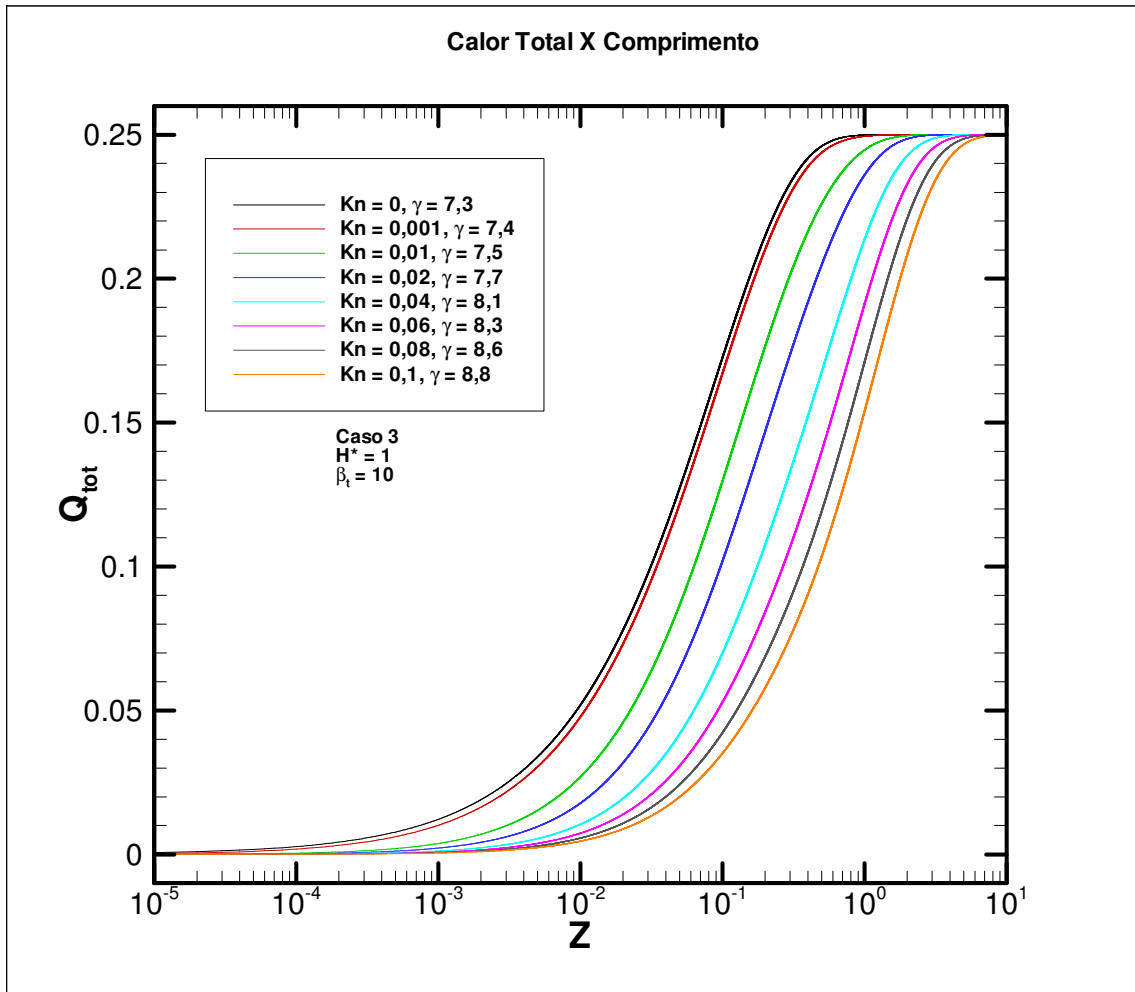


FIG. 7.12 Calor total para diferentes Kn.

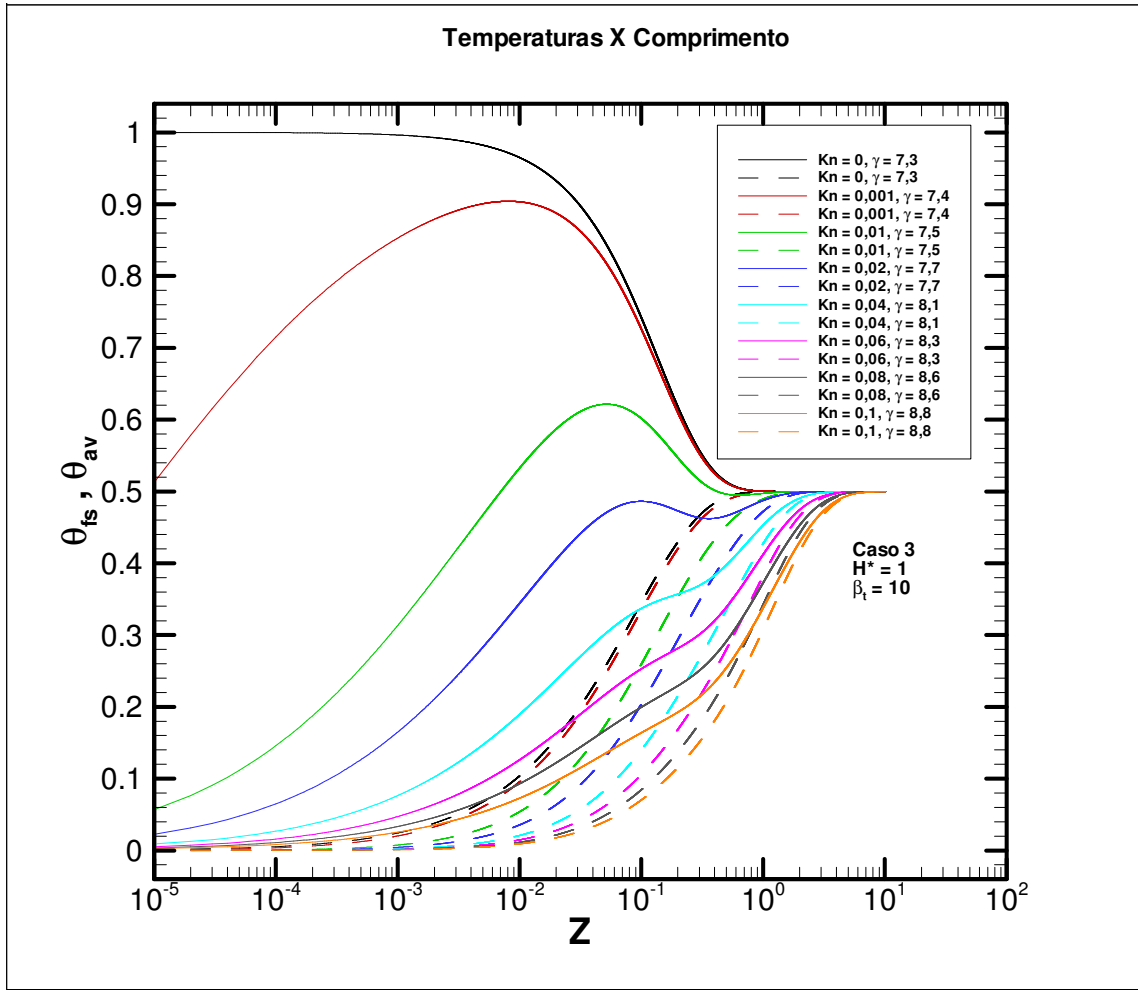


FIG. 7.13 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

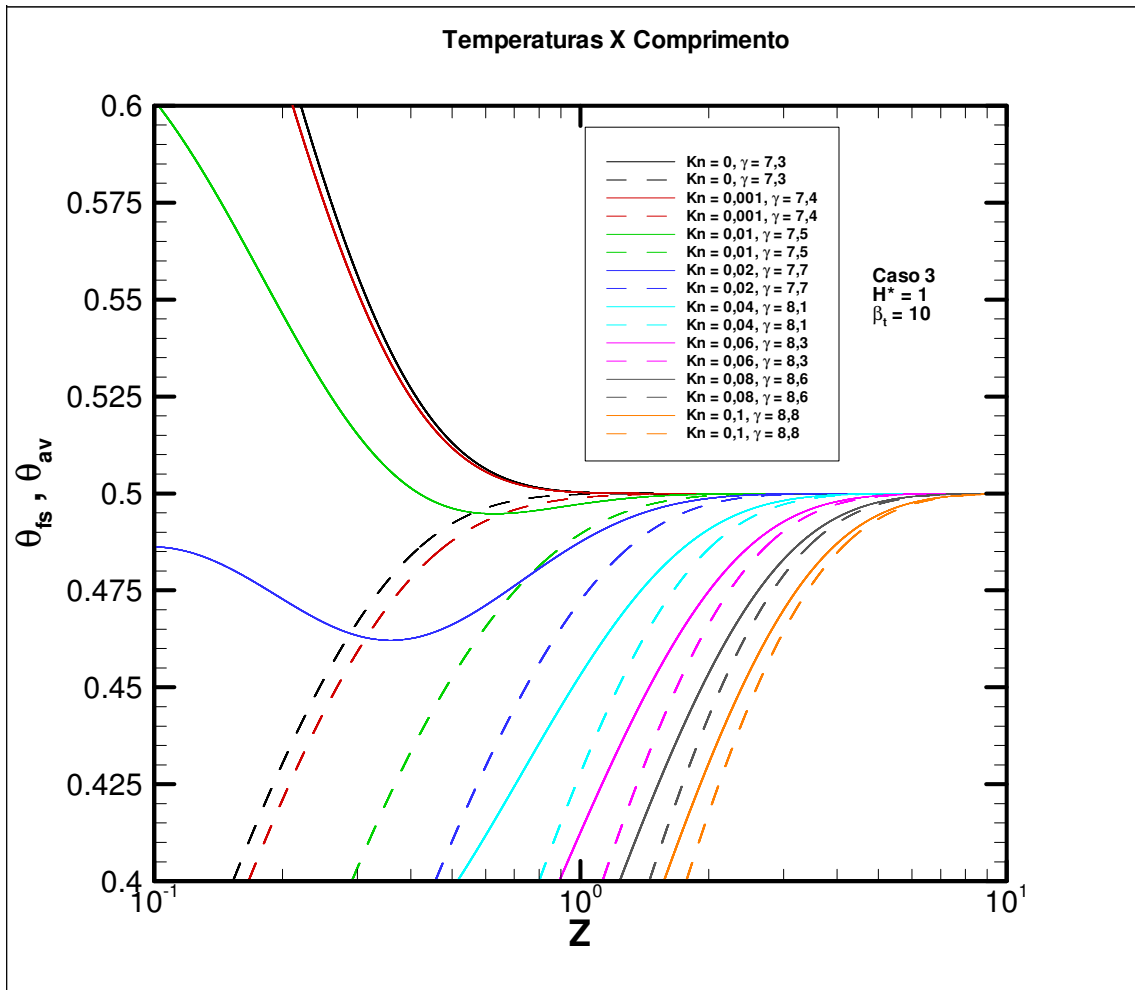


FIG. 7.14 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e da temperatura média para diferentes valores de Kn.

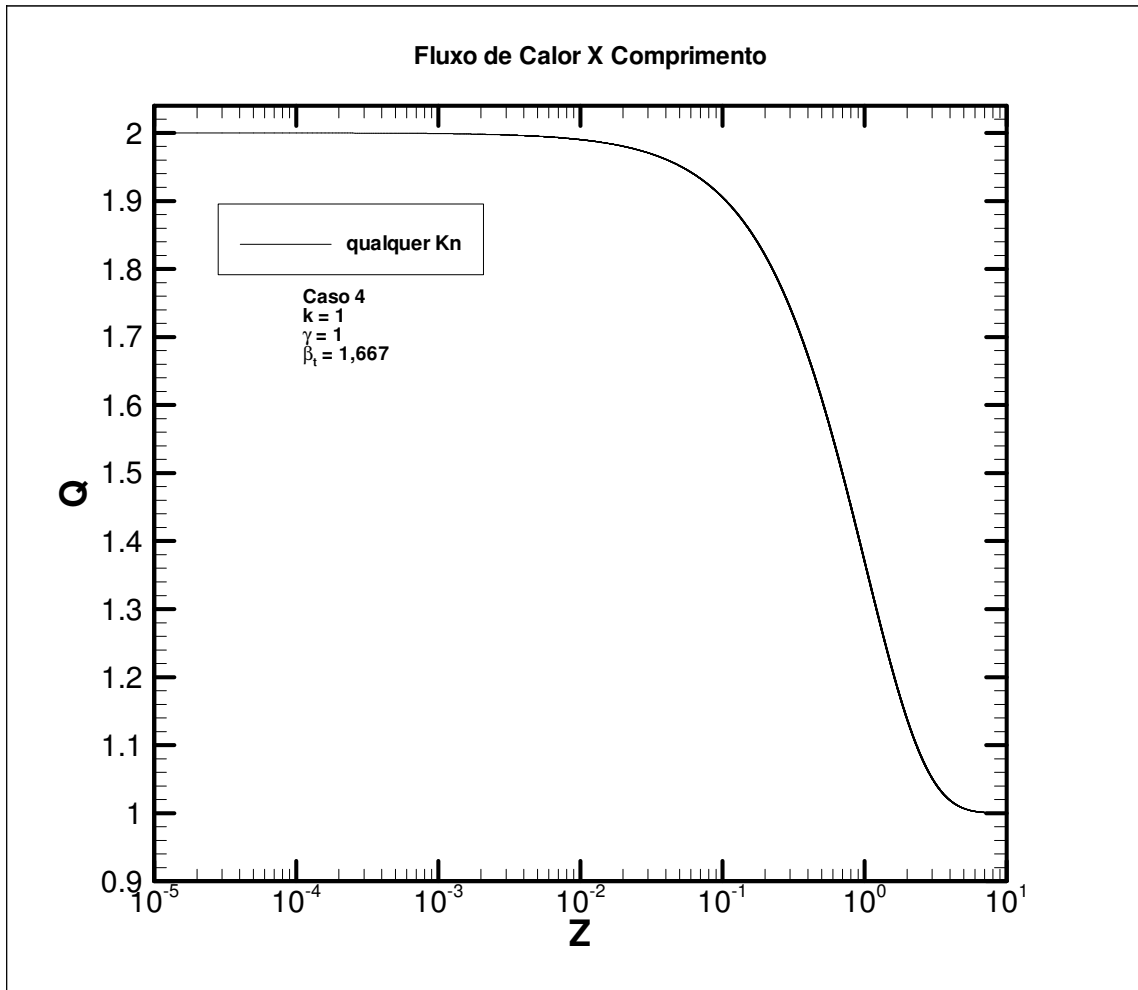


FIG. 7.15 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes Kn.



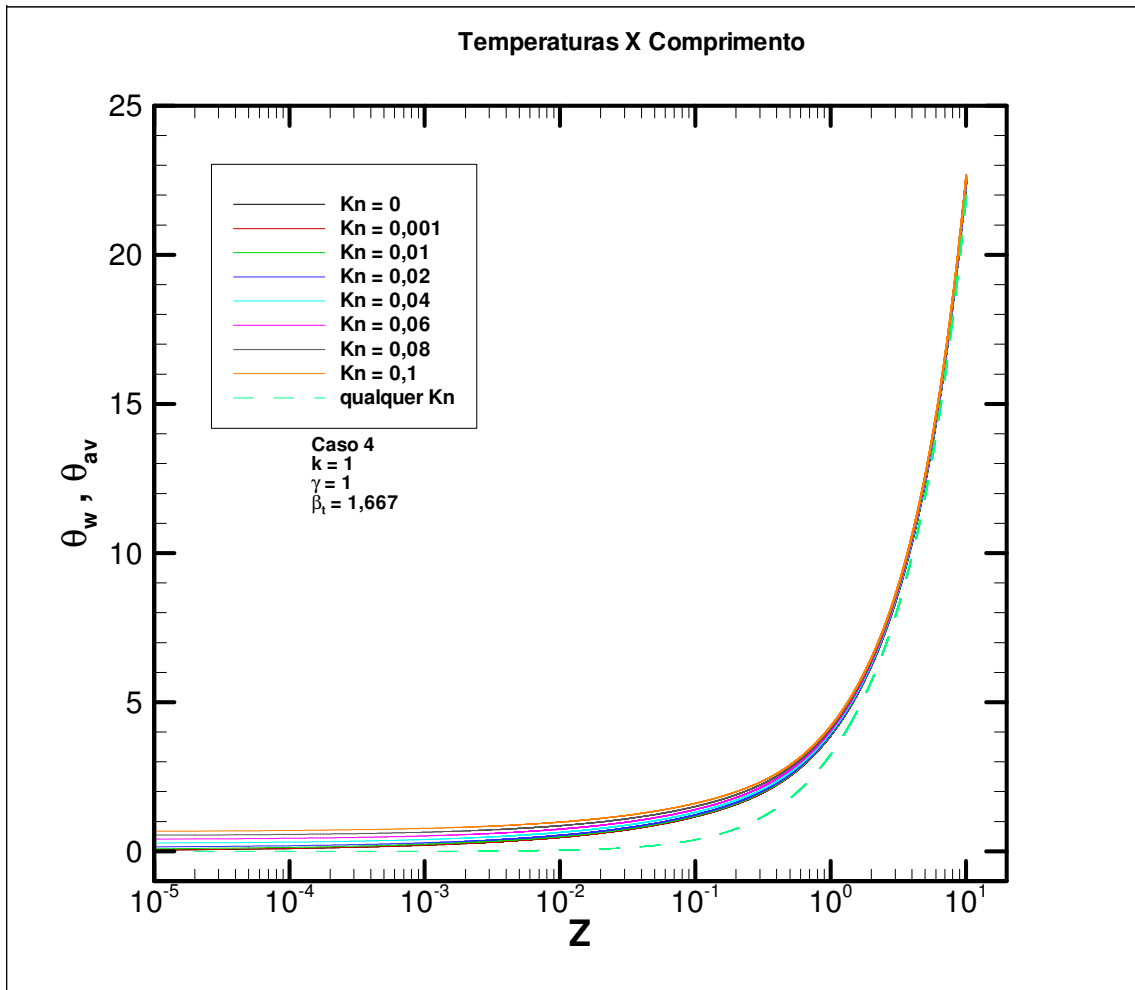


FIG. 7.16 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.

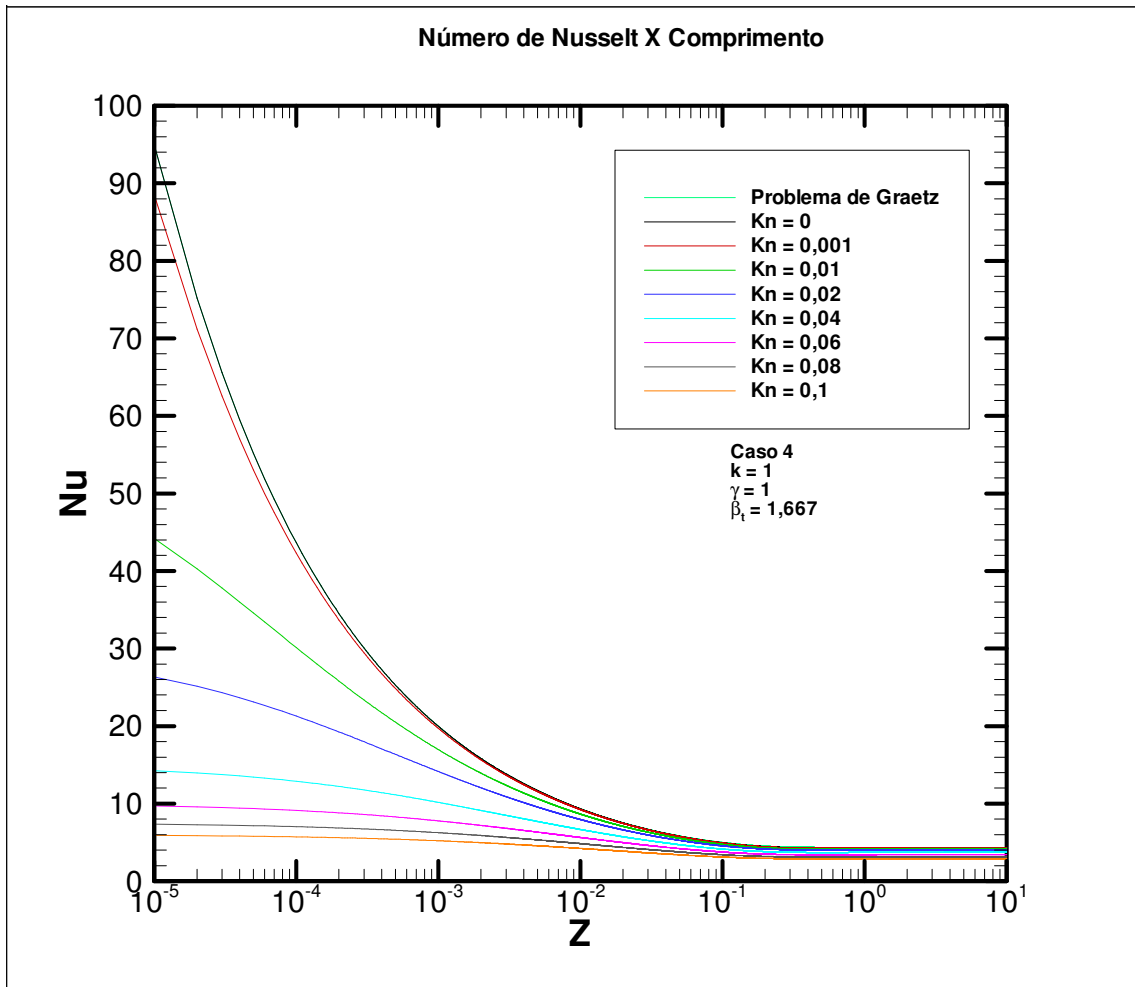


FIG. 7.17 Distribuição do Nu para diferentes Kn.

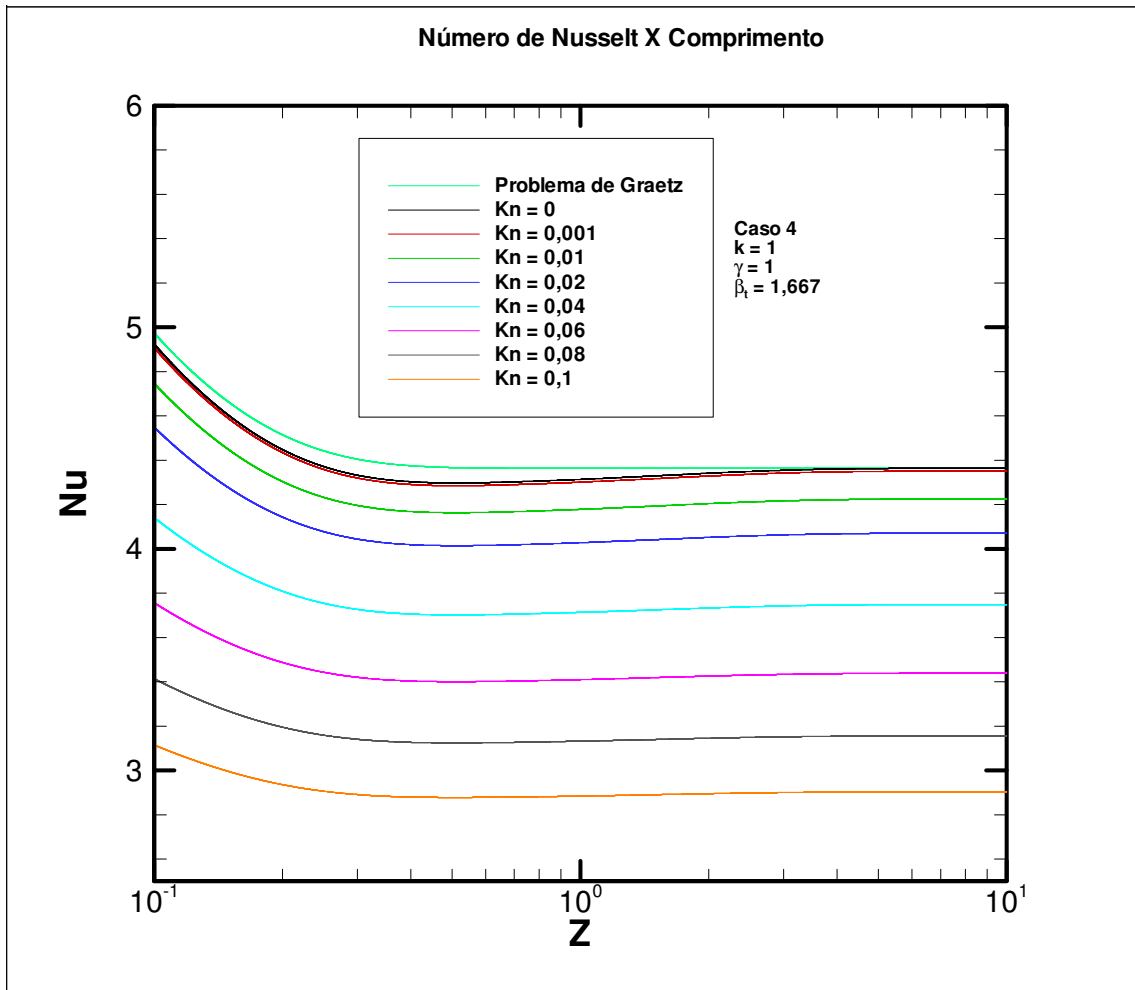


FIG. 7.18 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

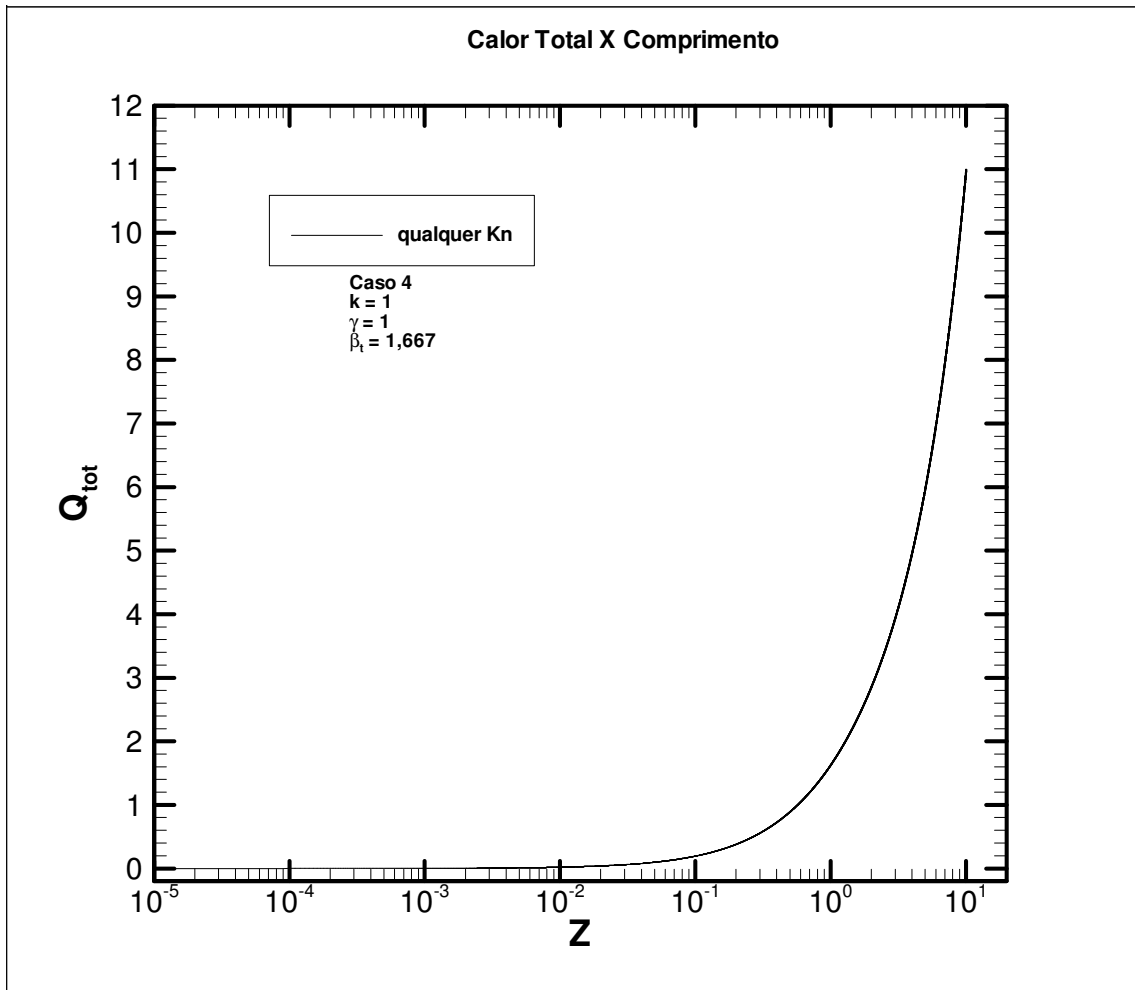


FIG. 7.19 Calor total para diferentes Kn.

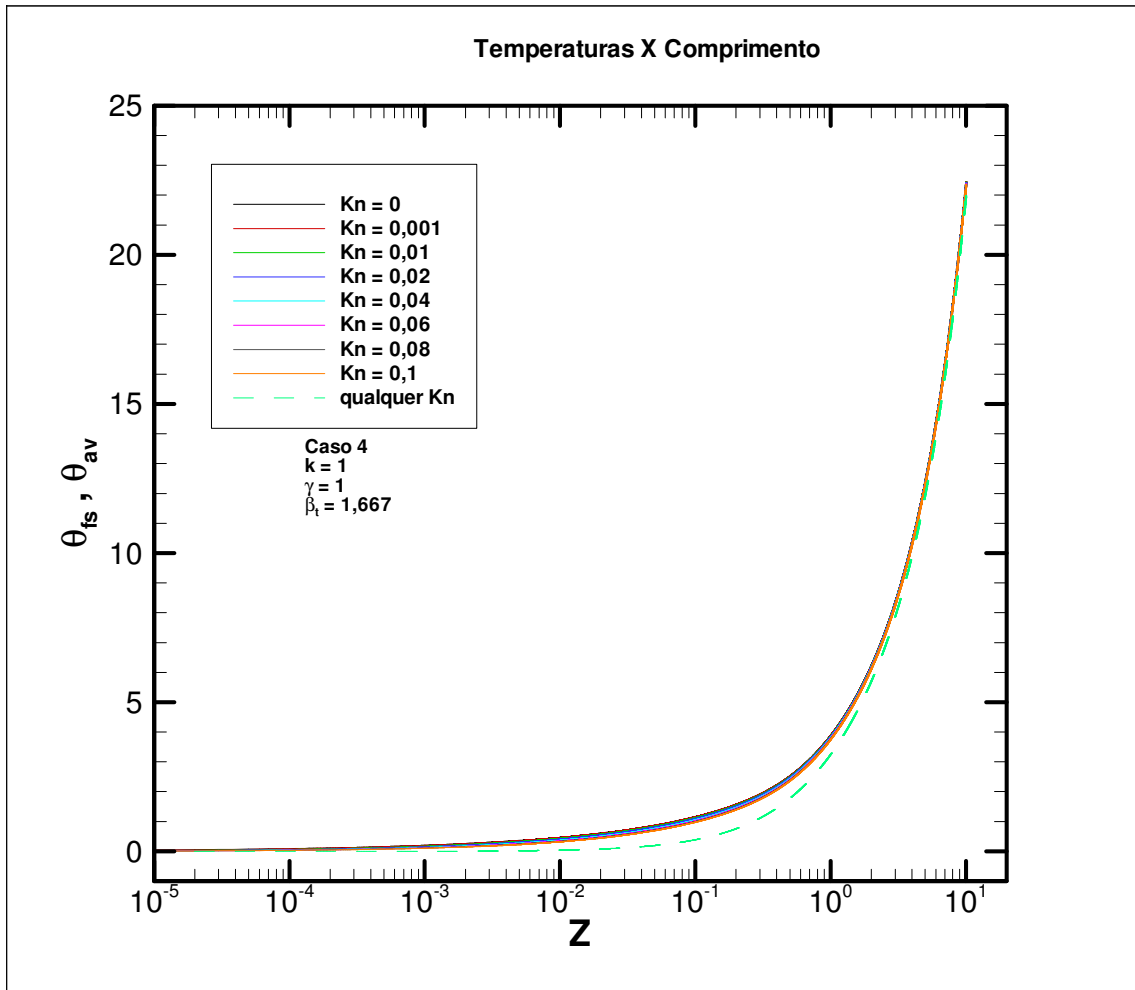


FIG. 7.20 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

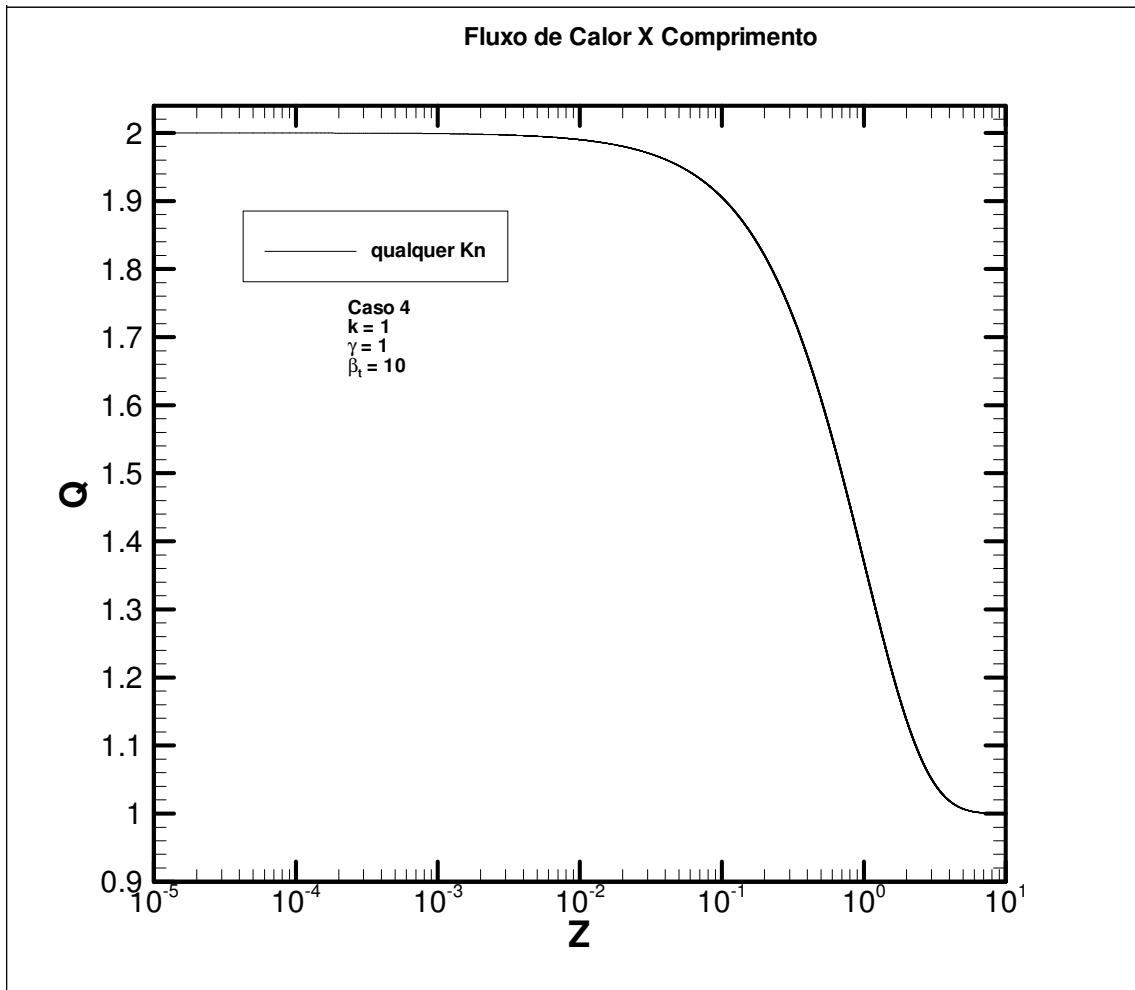


FIG. 7.21 Fluxo de calor junto à superfície sólida para diferentes Kn.

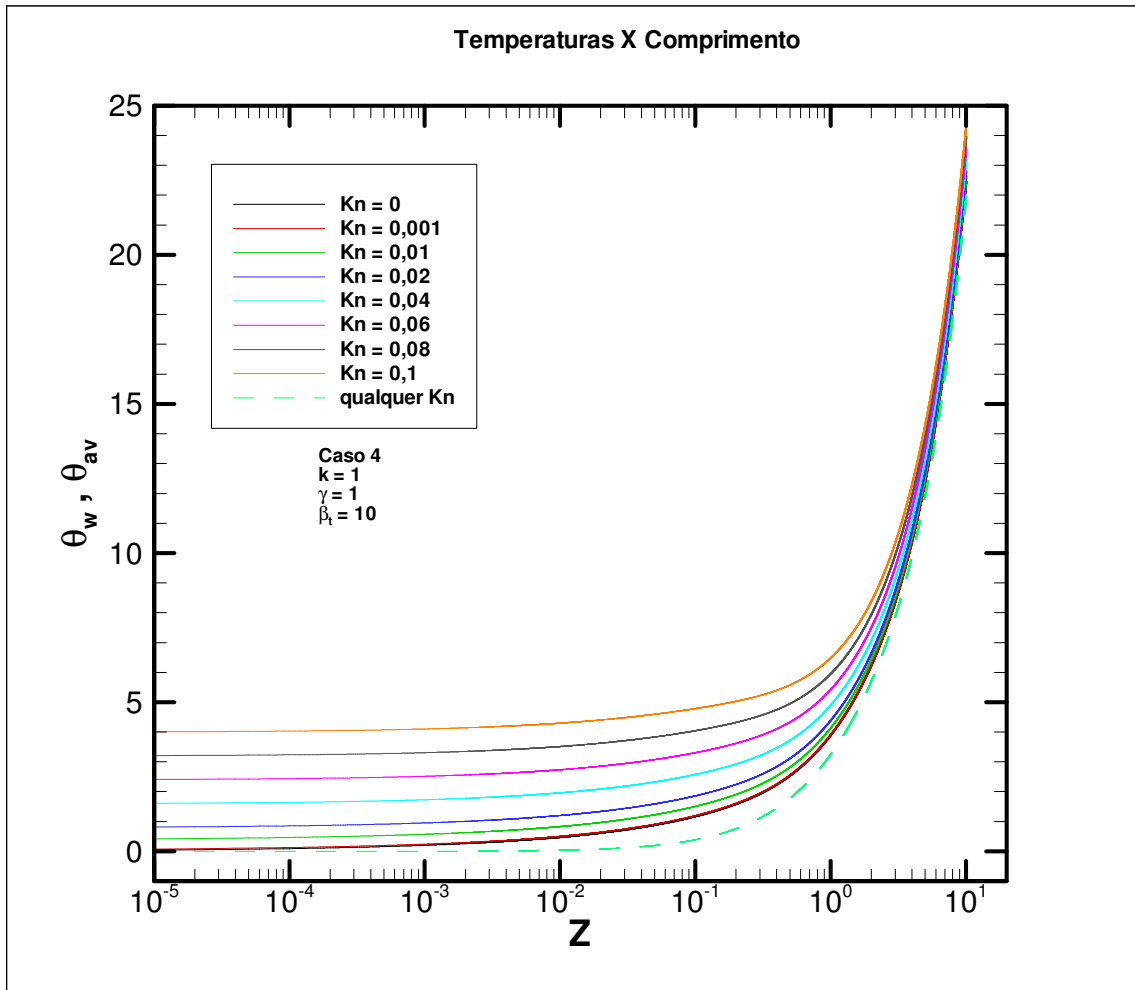


FIG. 7.22 Perfil das temperaturas de superfície e média para diferentes Kn.

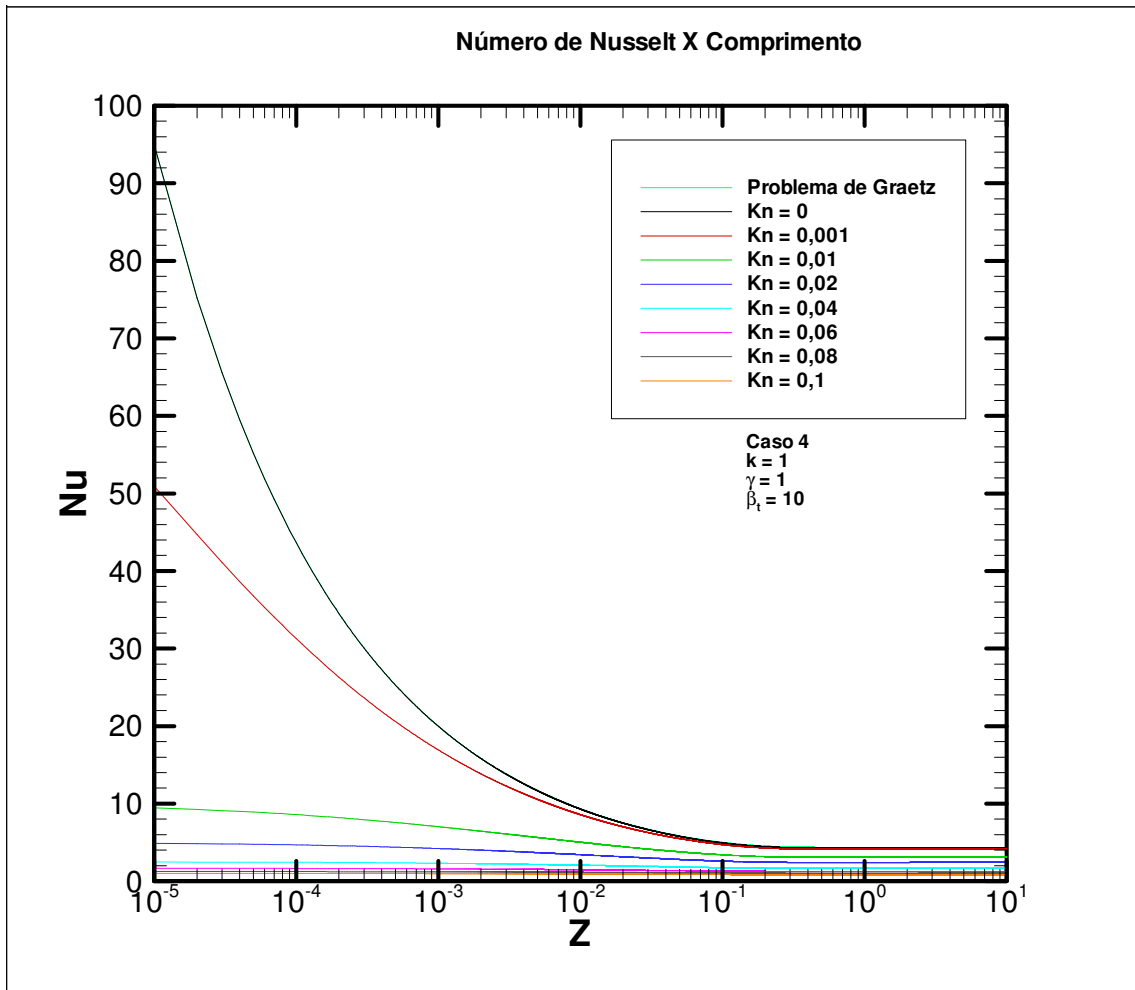


FIG. 7.23 Distribuição do Nu para diferentes Kn.



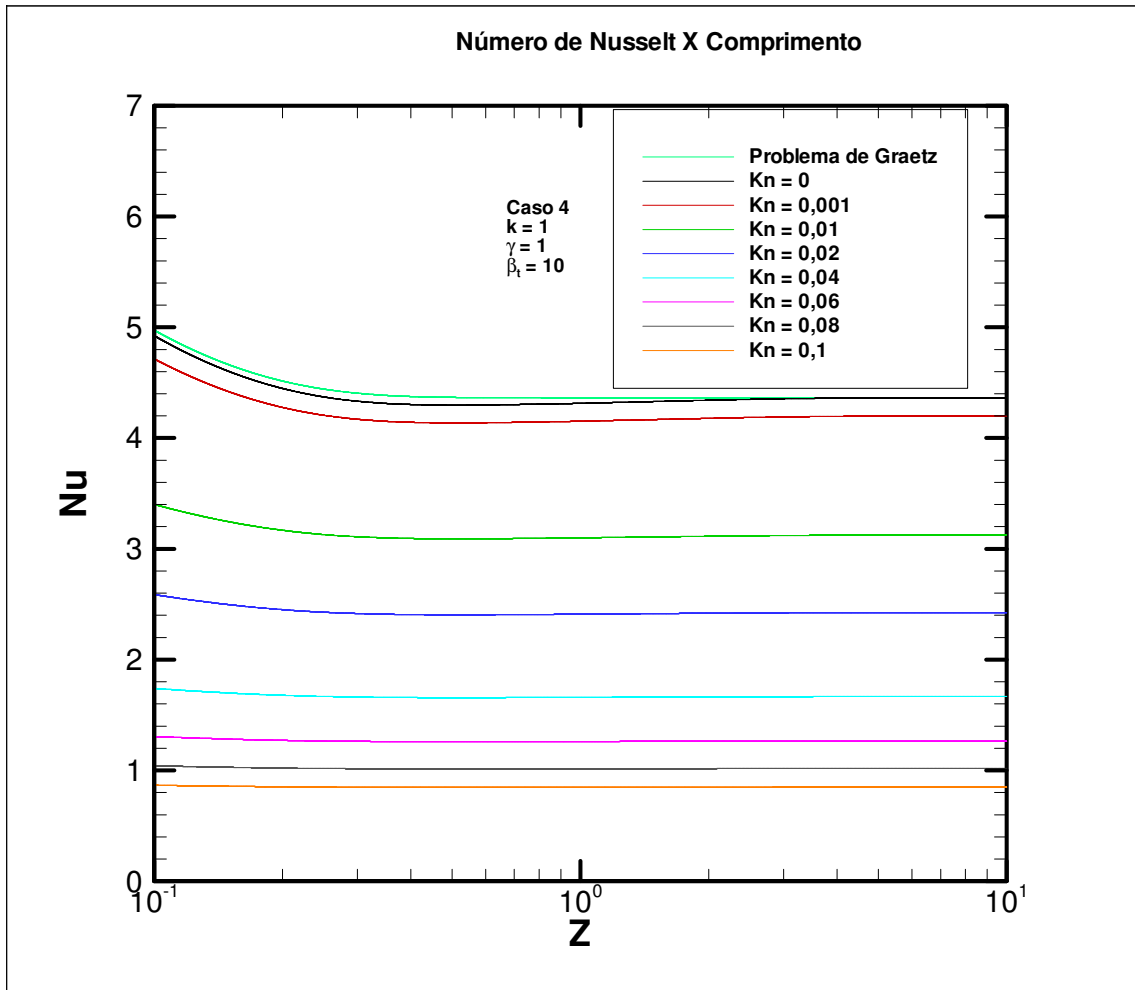


FIG. 7.24 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

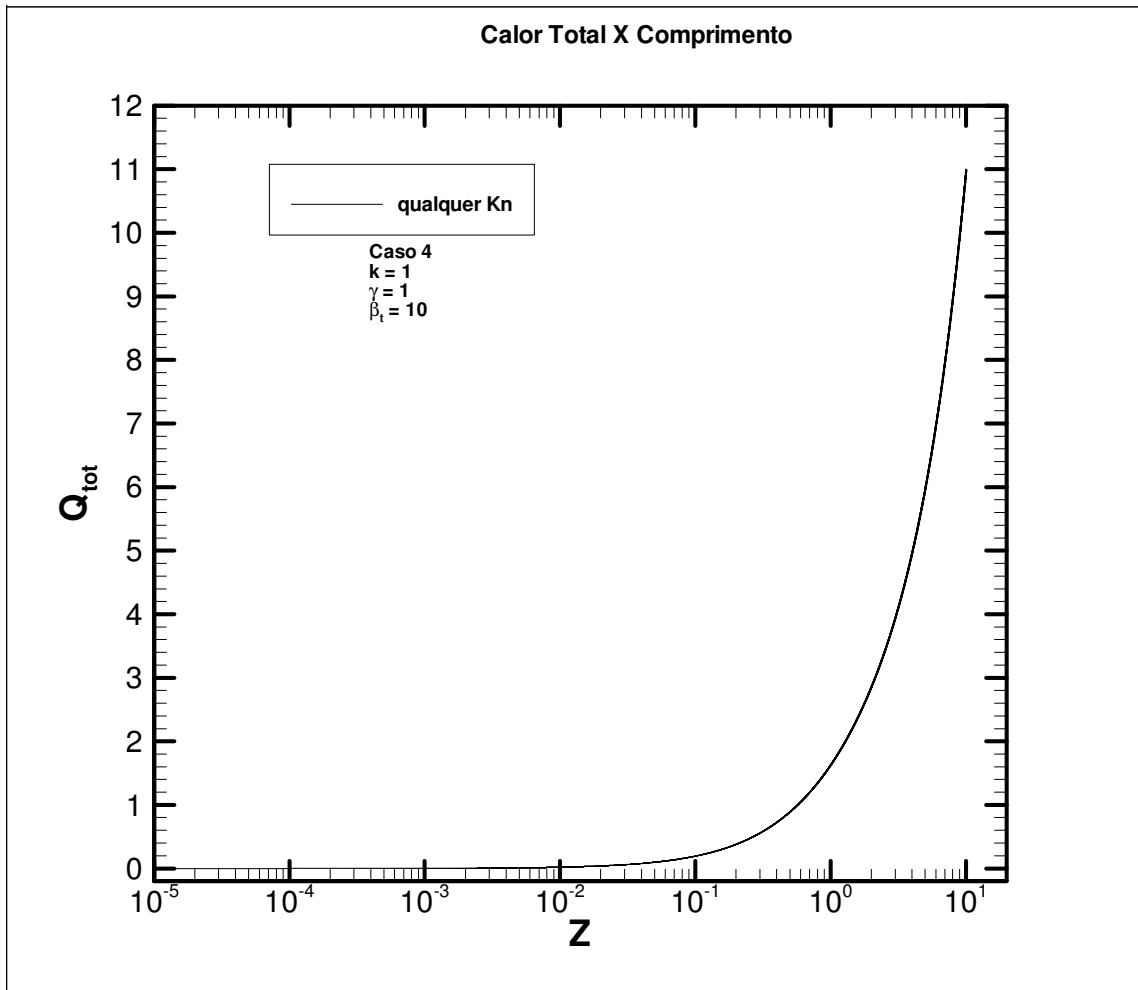


FIG. 7.25 Calor total para diferentes Kn.

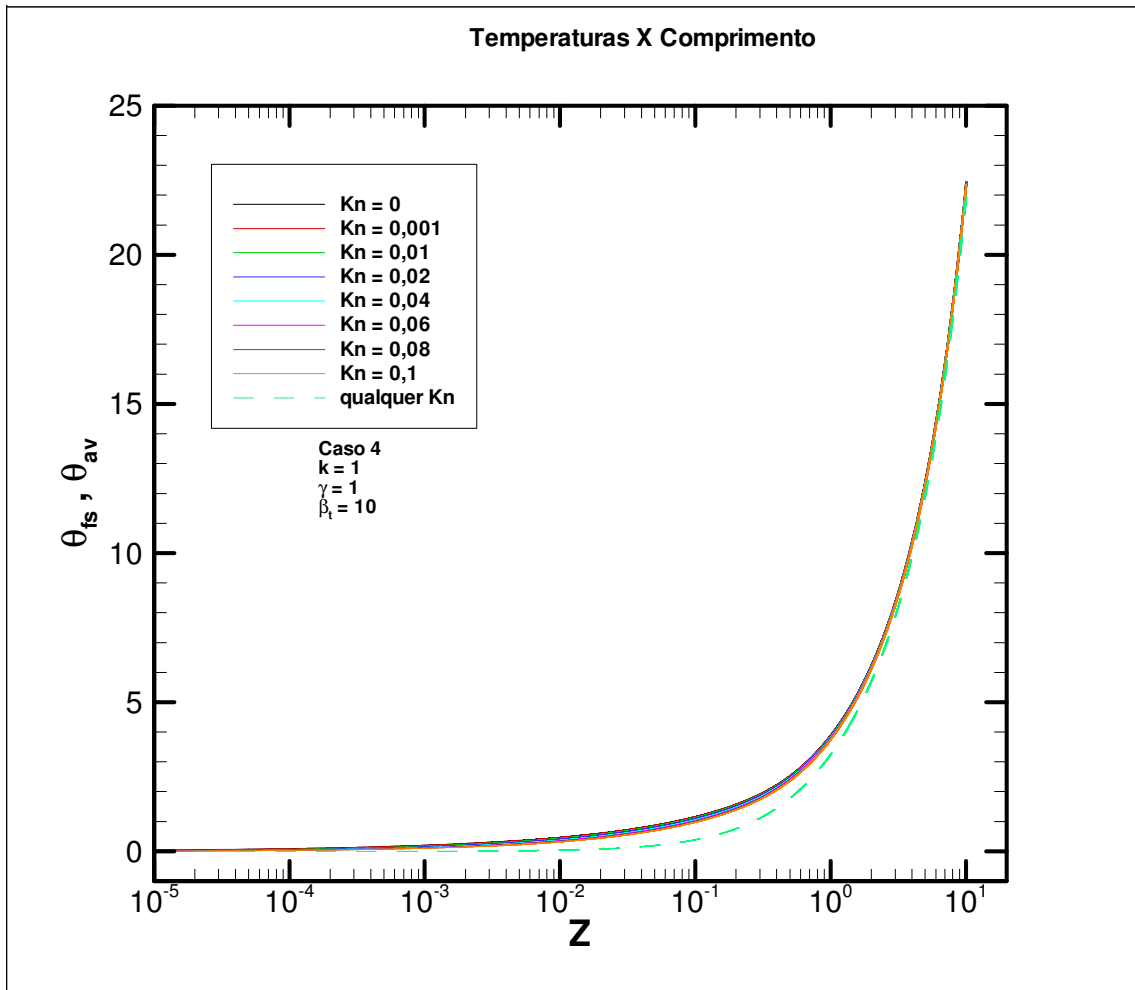


FIG. 7.26 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

## 7.2 APÊNDICE 2: COMPLEMENTO DO CAPÍTULO 4

Este APÊNDICE é destinado a todas as outras possíveis combinações existentes entre valores adotados de Número de Brinkman e constante de acomodação térmica, ou seja, os casos não marcados na TAB. 4.1, além dos **Casos 3 e 4** por completo.

Segue-se a ordem natural: situações não abordadas no **Caso 1**, a começar por  $Br = 0,1$ , primeiramente com  $\beta_t = 1,667$ , e depois com  $\beta_t = 10$ . Em seguida,  $Br = - 0,1$ , primeiramente com  $\beta_t = 1,667$ , e depois com  $\beta_t = 10$ .

Repete-se o que foi feito acima com o **Caso 2**.

Em seguida, aborda-se o **Caso 3**, a começar com  $Br = 0,01$  (e os dois valores de  $\beta_t$ , principiando por  $\beta_t = 1,667$ ), posteriormente  $Br = 0,1$ ,  $Br = - 0,01$  e  $Br = - 0,1$ , nesta ordem, e para cada um dos valores, adotam-se em ordem crescente os valores de  $\beta_t$ .

Repete-se o exposto para o **Caso 3** com o **Caso 4**.

Seja agora  $Br = 0,1$ , relativamente ao **Caso 1**. Percebe-se pelas FIGS. 7.27 e 7.28 que as curvas comportam-se aproximadamente da mesma forma que no caso sem dissipação viscosa, até um certo comprimento de canal, quando então esta afirmativa não mais é válida. Comparando-se a FIG. 4.2 à FIG. 7.28, nota-se que a inversão da ordem das curvas ocorre, no último caso, em um ponto de menor abscissa. Isto significa que a influência de maior dissipação viscosa é mais acentuada, ou seja, ela tem maior participação no escoamento, a ponto de fazer com que seus efeitos aconteçam a partir de um comprimento menor de canal. Além disso, o fluxo de calor na superfície mantém-se estável a um valor negativo, mas de módulo maior em relação ao caso em que  $Br = 0,01$ . Novamente, a explicação para isto pode ser vista a partir da EQ. 4.36, pois, quando a temperatura média não mais se altera, o fluxo de calor que atravessa a superfície iguala-se ao fluxo de calor gerado por dissipação viscosa, que, em módulo, é tanto maior quanto maior for o Número de Brinkman. Pela mesma equação, sabe-se que a participação da dissipação viscosa é tanto menor quanto mais rarefeito o fluido for, o que explica a diferença de valores assintóticos nas curvas da FIG. 7.28.

Com relação às temperaturas de superfície sólida (linhas contínuas) e médias (tracejadas) das FIGS. 7.29 e 7.30, comparativamente ao caso com menor Número de Brinkman, nota-se claramente que as temperaturas de superfície não se alteram, pois de fato são as mesmas, mas

as médias são maiores. Isto é devido ao fato de haver maior geração interna de calor, o que naturalmente aquece mais o fluido. Como conseqüência, as temperaturas médias ultrapassam a de superfície num comprimento de canal menor, e seus valores de equilíbrio são visivelmente maiores. Devido ao fato de haver maior geração de calor, quando a temperatura média do fluido passa a de superfície, este começa então a ceder calor para o exterior. No entanto, como atesta a EQ. 4.36, para que a temperatura média alcance um valor constante, é necessário que ocorra uma perda maior de calor, visto que há maior quantidade de calor para ser perdido. Como há mais o que se perder, é natural que a temperatura interna aumente enquanto isso não acontece. Desta forma, atinge-se um valor assintótico mais elevado para a temperatura média, se comparado ao caso com menor Br, pois neste há menor quantidade de calor a ser cedida ao meio externo.

A FIG. 7.31 apresenta o comportamento das curvas de Nu para os valores de Kn adotados. Ocorre descontinuidade devido ao fato de a temperatura média, em algum ponto, igualar-se à de superfície, como mostrado na FIG. 7.30. No entanto, percebe-se que essa descontinuidade acontece em pontos mais próximos à entrada do canal, se for feita a comparação em relação à FIG. 4.5, onde a única diferença reside no menor valor de Br. Conforme explicado no parágrafo anterior, devido ao fato de as temperaturas médias serem maiores para o caso em que o Número de Brinkman é maior, e como as temperaturas de superfície são as mesmas, é natural que a temperatura média ultrapasse a de superfície em um comprimento de canal menor. Além disso, notam-se os diferentes valores assintóticos para os diferentes Números de Knudsen, sendo maiores para fluidos menos rarefeitos.

Na FIG. 7.32 percebe-se uma nítida diferença em relação à FIG.4.6. No caso de maior Br, o valor máximo das curvas é menor, o que significa que o atrito entre as moléculas é maior a ponto de não permitir que o fluido receba tanto calor. Por outro lado, a perda de calor é também maior, justamente porque há mais calor a se perder. Na FIG. 7.32, notam-se valores negativos para o calor acumulado, ou seja, não há mais calor acumulado, mas sim rejeitado.

As FIGS. 7.33 e 7.34 mostram as curvas de temperatura média (tracejadas) e de fluido na superfície (contínuas). Percebe-se que as temperaturas de fluido na superfície são maiores do que as de superfície sólidas, e tanto maiores quanto mais rarefeito for o fluido. Isto significa que o salto de temperatura é também maior para fluidos mais rarefeitos. Na mesma figura, nota-se também que as temperaturas médias são superiores às do fluido na superfície.

Seja analisado agora o caso em que o Número de Brinkman é 0,1, mas  $\beta_t = 10$ . Na FIG. 7.35, bem como em seu detalhe, FIG. 7.36, são apresentadas as curvas relativas ao fluxo de

calor na superfície. Como nos casos correspondentes analisados anteriormente, essas curvas apresentam comportamento semelhante ao caso em que não há participação da dissipação viscosa até um certo ponto, a partir do qual esta passa a produzir efeitos mais significativos. Nota-se que os valores do fluxo de calor atingem um patamar constante a partir de um certo comprimento de canal, que é maior se comparado ao caso com mesmo  $Br$  com constante de acomodação térmica menor. De fato, se a dificuldade em se trocar calor aumenta, é necessário um canal mais longo para que haja um equilíbrio entre o calor produzido pelo fluido e o que é cedido ao meio externo. Mais uma vez, o valor constante do fluxo de calor é negativo, e em módulo maior para valores menores de  $Kn$ .

A FIG. 7.37 mostra claramente que as temperaturas médias ultrapassam as de superfície em algum ponto do canal. Se comparada ao caso com menor salto de temperatura, percebe-se que as temperaturas médias na presente abordagem apresentam crescimento mais lento, pois a dificuldade em receber calor é maior. A partir do ponto em que o fluido passa a perder calor, essa perda é também dificultada pelo maior salto de temperatura, o que causa um aumento maior das temperaturas médias, até o ponto em que o calor gerado iguala-se ao perdido, necessitando para isso maior comprimento de canal. Assim como aconteceu no caso em que o Número de Brinkman era menor, mas o valor da constante de acomodação térmica era o mesmo deste caso, os valores constantes da temperatura foram maiores para valores de Números de Knudsen menores. Novamente, explica-se isto através da maior dificuldade em se perder calor. Essa dificuldade é tanto maior quanto mais rarefeito for o fluido e, para o caso específico em que  $\beta_t = 10$ , conclui-se que este valor é suficientemente elevado a ponto de fazer com que a temperatura média de fluidos mais rarefeitos aumente mais que as demais, justamente devido à dificuldade em se retirar calor do fluido. No caso em que  $\beta_t = 1,667$ , constatou-se que este valor não era alto o suficiente a ponto de acontecer esse fenômeno.

A FIG. 7.38 traz a variação dos valores de  $Nu$  em relação ao comprimento do canal, para diferentes valores de  $Kn$ . As discontinuidades são explicadas pelo mesmo motivo já citado. Deve-se atentar para o fato de que, quanto maior o valor da constante de acomodação térmica, mais as discontinuidades tendem a acontecer a partir de comprimentos maiores do canal; por outro lado, quanto maiores os valores de Número de Brinkman, mais tendem a acontecer no início do canal. Assim, neste caso em que  $\beta_t$  e  $Br$  são altos, relativamente aos casos anteriores, pode-se analisar o fenômeno sob dois pontos de vista. Comparando-se com o caso em que a única diferença é o salto de temperatura, FIG. 7.31, percebe-se que as

descontinuidades da FIG. 7.38 ocorrem mais à direita do gráfico; se, no entanto, for feita a comparação com o caso em que a única diferença está no Br, FIG. 4.13, nota-se o efeito contrário.

A FIG. 7.39 mostra o calor total acumulado ao longo do canal. Com exceção do caso em que  $Kn = 0$ , as demais curvas apresentam valor em módulo inferior ao caso com menor salto de temperatura, devido à maior dificuldade, no presente caso, tanto de receber quanto de perder calor.

As FIGS. 7.40 e 7.41 apresentam o comportamento das temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (linhas contínuas). Percebe-se que, assim como as temperaturas médias são maiores em relação ao caso com menor salto de temperatura, as temperaturas de fluido na superfície o são, como não poderia deixar de ser, por definição. Novamente, as temperaturas médias são superiores às do fluido na superfície.

Buscou-se aumentar o valor do Número de Brinkman, desta vez negativo, em módulo, adotando-se então  $Br = -0,1$ , mantendo-se  $\beta_t = 1,667$ . Convém lembrar que os valores de Br foram retirados da literatura (AYDIN e AVCI, 2007).

O fluxo de calor na superfície sólida é graficamente mostrado nas FIGS. 7.42 e 7.43. O comportamento mais uma vez apresentou-se similar ao caso com mesma constante de acomodação térmica e menor Número de Brinkman, em módulo, até o ponto em que se atingem os valores constantes. Devido à maior dissipação viscosa, o equilíbrio térmico é atingido em um valor mais alto de fluxo de calor. A EQ. 4.36 demonstra isso. Como era de se esperar, valores mais altos ocorrem para fluidos menos rarefeitos, e a explicação para esse fenômeno é a mesma dita anteriormente. Nota-se, no entanto, que agora não ocorre cruzamento entre as diferentes curvas, ou seja, em nenhum trecho o fluxo de calor relativo a fluidos mais rarefeitos é superior ao de fluidos menos rarefeitos. Isso é atribuído ao maior valor de Br adotado, ou seja, a dissipação viscosa teve maior participação.

As FIGS. 7.44 e 7.45 apresentam as curvas de temperatura média (tracejadas) e de superfície sólida (contínuas). O comportamento é qualitativamente o mesmo do caso com  $\beta_t = 1,667$  e  $Br = -0,01$ . No entanto, em comparação com esse caso, o atual traz valores dimensionalmente maiores para as temperaturas médias. De fato, como há mais calor gerado e, portanto, mais a ser perdido, as temperaturas internas tendem a se manter mais próximas do valor de entrada.

Os valores de Nu são vistos nas FIGS. 7.46 e 7.47. O comportamento é bastante semelhante ao caso com menor Número de Brinkman. A diferença principal está no fato de

que o salto do ponto de mínimo para o valor assintótico ocorre antes quando se utiliza maior valor em módulo para o Número de Brinkman, o que coincide com o reportado na literatura (TUNC e BAYAZITOGU, 2001). Nota-se ainda um valor de máximo nas curvas relativas a  $Kn = 0$  e  $Kn = 0,001$ , no trecho a partir do ponto de mínimo, antes de se atingir o valor assintótico. Apesar de não ser o mesmo problema, foi encontrada situação semelhante na literatura para fluidos que obedecem integralmente à hipótese do contínuo (BARLETTA e MAGYARI, 2007). Ainda com relação às figuras, deve-se observar que os valores assintóticos, tanto no caso em que  $Br = -0,01$  quanto em que  $Br = -0,1$ , para o mesmo valor de  $\beta_t = 1,667$ , são os mesmos.

A FIG. 7.48 indica o calor total que é perdido pelo fluido ao longo do canal. Como nos casos anteriores, o valor é menor quando se trata de fluidos mais rarefeitos, e a diferença entre as curvas aumenta mais conforme se afasta da entrada do canal. Em comparação com a FIG. 4.23, a FIG. 7.48 apresenta valores maiores, visto que se admitiu maior valor para  $Br$ .

Nas FIGS. 7.49 e 7.50 são mostradas as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (linhas contínuas). Nota-se que em termos dimensionais as temperaturas de fluido na superfície são menores que as médias. Além disso, o salto é maior para fluidos mais rarefeitos, o que é representado pelo fato de as temperaturas de fluido na superfície se distanciarem mais da temperatura de superfície sólida. Em comparação com a FIG. 4.25, percebe-se que o salto de temperatura na FIG. 7.49 é maior, apesar de ambas figuras apresentarem mesmo valor de  $\beta_t$ . Não se deve esquecer que o salto de temperatura é o representado pelo segundo termo do primeiro membro da EQ. 3.11, e não apenas por  $\beta_t$ .

Aumentou-se então o valor de  $\beta_t$  para 10, mantendo-se  $Br = -0,1$ . As FIGS. 7.51 e 7.52 mostram as curvas dos valores de fluxo de calor na superfície sólida. O comportamento é semelhante ao caso com mesmo  $Br$  e  $\beta_t = 1,667$ . A principal diferença está no maior comprimento de canal utilizado no presente caso para que se consiga atingir valor constante de fluxo de calor. Nota-se ainda na FIG. 7.52 um pequeno trecho onde as curvas de  $Kn = 0$ ,  $Kn = 0,001$  e  $Kn = 0,01$  se cruzam e retornam a ordem anterior. A explicação está novamente na EQ. 4.36, como dito no caso anterior.

Na FIG. 7.53 percebe-se claramente a diferença existente entre as temperaturas médias (linhas tracejadas) e as de superfície sólida (linhas contínuas). As temperaturas médias são em termos dimensionais maiores quando se trata de fluidos mais rarefeitos, pois, apesar destes necessitarem perder menos calor para que se atinja um valor constante, o salto de temperatura



na superfície é também maior. Neste caso, o salto é suficientemente grande para que isso ocorra. Em comparação ao caso em que  $\beta_t$  era menor, nota-se que, em termos dimensionais, as temperaturas médias no presente caso são maiores, pois a dificuldade em se perder calor aumentou.

Nas FIGS. 7.54 e 7.55 as curvas de Nu novamente apresentam abaulamento, o qual é menor para fluidos mais rarefeitos, como também ocorreu nos casos anteriores. Em comparação com o caso em que o salto de temperatura era menor, com o mesmo Br, os valores assintóticos atuais são menores. São ainda menores para fluidos mais rarefeitos, como os demais casos que envolvem salto de temperatura.

A FIG. 7.56 mostra as curvas relativas ao calor total perdido pelo fluido ao longo do canal, para diferentes Números de Knudsen. Percebe-se, como nos casos anteriores, que a diferença entre as curvas é maior em pontos mais afastados da entrada do canal, e que os valores são menores para fluidos mais rarefeitos. Em comparação ao caso com menor salto de temperatura e mesmo Br, nota-se que os valores são menores no atual caso, mas a diferença diminui em torno de  $X = 10$ .

A FIG. 7.57 indica as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (contínuas). O comportamento é semelhante ao caso com menor salto de temperatura e mesmo valor de Br, com a principal diferença residindo no fato de que as temperaturas do fluido na superfície no presente caso são em termos dimensionais superiores ao caso anterior.

Aqui se encerram os comentários a respeito das figuras relativas ao **Caso 1**, pois, como foi mencionado, foram abordados quatro casos para Br, e, para cada um deles, dois valores de constante de acomodação térmica.

Seja então considerado o **Caso 2**. Novamente se utiliza o valor de  $\beta_t = 1,667$ , mas aumenta-se Br para 0,1. A dissipação viscosa é portanto aumentada. O fluxo de calor que é recebido pelo fluido, como foi formulado no problema, não se altera. Isto pode ser visto na FIG. 7.58.

A FIG. 7.59 traz a distribuição das temperaturas médias (linhas tracejadas) e de superfície sólida (contínuas) ao longo do canal. Em comparação ao caso com menor Número de Brinkman e igual salto de temperatura, nota-se o aumento das temperaturas próximo ao fim do canal considerado. As temperaturas médias são menores para fluidos mais rarefeitos, conforme atesta a EQ. 4.39. No detalhe da FIG. 7.60, percebe-se que ocorre a troca da ordem das linhas representativas da temperatura de superfície próximo ao ponto  $X = 1,5$ . Na FIG. 7.61, a ordem dessas linhas é a inversa da que havia no início do canal. Aparentemente não há

razão que impeça que isso ocorra, uma vez que a temperatura de superfície é dada pela soma da temperatura do fluido na superfície e do salto de temperatura (EQ. 3.17). A temperatura do fluido na superfície é afetada pela alteração da dissipação viscosa do fluido, de modo a haver o cruzamento das linhas contínuas na FIG. 7.60.

As curvas relativas ao Número de Nusselt ao longo do canal podem ser vistas na FIG. 7.62. O detalhe de seus valores assintóticos está na FIG. 7.63. Como aconteceu nas considerações que envolveram salto de temperatura, valores maiores de Kn implicaram menores Nu. Entretanto, diferentemente dos casos anteriores, não houve aqui ponto de mínimo anterior ao valor assintótico do Número de Nusselt. As curvas apresentam comportamento monotônico decrescente até ser atingido o valor constante de Nu. Para valores suficientemente altos de dissipação viscosa, possivelmente o efeito do fluxo de calor na superfície (com os valores utilizados neste caso), o qual tem comportamento exponencial, perde importância. Assim, isto talvez explique a não ocorrência do abaulamento presente nas curvas de Nu vistas anteriormente. Comparando-se os valores assintóticos da FIG. 7.63 com os da FIG. 4.39, percebe-se que os daquela são menores.

A FIG. 7.64 apresenta o calor total cedido pelo fluido ao meio externo.

Nas FIGS. 7.65 e 7.66, notam-se as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido na superfície (linhas contínuas). Percebe-se que estas são menores quando se trata dos fluidos mais rarefeitos, a exemplo das temperaturas médias. Percebe-se ainda maior diferenciação entre as curvas dos diferentes valores de Kn, no que diz respeito aos dois tipos de temperaturas mostrados, em relação ao caso com menor dissipação viscosa e mesmo salto de temperatura.

Aumentou-se então o salto de temperatura. A FIG. 7.67 ilustra o fluxo de calor na superfície.

Nas FIGS. 7.68 e 7.69 podem ser visualizadas as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de superfície sólida. As temperaturas médias não se diferenciam das mostradas na FIG. 7.59, visto que o problema para o fluido é o mesmo. As diferenças se encontram nas temperaturas da superfície sólida, que agora são maiores devido ao maior salto de temperatura. Há ainda um cruzamento destas, como mostra a FIG. 7.69.

O comportamento dos valores de Nu ao longo do canal pode ser notado na FIG. 7.70. Os valores assintóticos são melhor observados na FIG. 7.71. Novamente, não se constata neste caso o abaulamento. Em relação à FIG. 4.47, os valores da presente abordagem mostraram-se inferiores.

A FIG. 7.72 traz o calor total transferido através da superfície sólida.

As FIGS. 7.73 e 7.74 mostram as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido junto à superfície sólida (linhas contínuas). Nota-se que são iguais às FIGS. 7.65 e 7.66, uma vez que o problema para o fluido é também o mesmo.

Na FIG. 7.75 está representado o fluxo de calor para o caso em que  $Br = -0,1$  e  $\beta_1 = 1,667$ .

As temperaturas médias (linhas tracejadas) e temperaturas de superfície sólida (linhas contínuas) são representadas nas FIGS. 7.76 e 7.77. Percebe-se que em termos dimensionais, em ambos os casos, fluidos menos rarefeitos têm temperatura maior. Há ainda maior distinção entre as diversas curvas de temperatura média e de superfície, se comparadas às da FIG. 4.52, onde o Número de Brinkman era menor. Além disso, pode-se constatar ainda que, novamente em termos dimensionais, as temperaturas médias e de superfície do presente caso são maiores. Isso é devido ao maior aquecimento viscoso, ou seja, para uma mesma taxa de resfriamento, fluidos com maior taxa de dissipação viscosa sofrem menos o efeito do resfriamento.

Nas FIGS. 7.78 e 7.79, observam-se as linhas que representam os valores de  $Nu$  ao longo do canal. São bastante semelhantes aos casos anteriores, com o abaulamento ainda mais acentuado se comparado ao mesmo caso, mas com menos dissipação viscosa, FIG. 4.55. Os valores assintóticos são também maiores na presente abordagem.

A FIG. 7.80 apresenta o calor total ao longo do canal para os diferentes valores de  $Kn$ .

As FIGS. 7.81-7.84 trazem as curvas de temperatura média (linhas tracejadas) e de fluido junto à superfície sólida (linhas contínuas). A FIG. 7.81 dá uma idéia do comportamento das temperaturas do início ao fim do canal. Nota-se pela FIG. 7.82 que no início do canal as temperaturas de superfície relativas aos fluidos mais rarefeitos são, em termos dimensionais, maiores. A FIG. 7.83 mostra que há uma inversão desse efeito próximo ao ponto  $X = 0,3$ , e finalmente a FIG. 7.84 indica que as temperaturas de fluido na superfície de fluidos mais rarefeitos são menores no fim do canal, em termos dimensionais.

Aumentou-se então o salto de temperatura. A FIG. 7.85 ilustra o fluxo de calor na superfície ao longo do canal.

As FIGS. 7.86 e 7.87 apresentam as temperaturas médias (linhas tracejadas) e de superfície sólida (linhas contínuas). Nota-se que as temperaturas de superfície sólida são tão maiores quanto menos rarefeito for o fluido, em termos dimensionais. Em relação ao caso com menor salto de temperatura e mesmo Número de Brinkman, FIG. 7.77, percebe-se que o atual problema mostra temperaturas de superfície adimensionalmente maiores, o que significa

que são menores em termos dimensionais. Realmente, como o salto de temperatura é maior, e a temperatura do fluido é a mesma, pois o  $Br$  é o mesmo, esse comportamento é esperado. O maior salto de temperatura significa que é necessária maior diferença de temperatura para gerar o mesmo fluxo de calor na superfície, ou seja, a transferência de calor é mais difícil.

O comportamento de  $Nu$  ao longo do canal é mostrado nas FIGS. 7.88 e 7.89. Semelhante ao caso anterior, porém os valores assintóticos são menores neste caso, além do abaulamento ser reduzido.

Na FIG. 7.90 percebe-se o calor total através da superfície sólida.

As FIGS. 7.91-7.94 trazem o comportamento das temperaturas médias (linhas tracejadas) e de fluido junto à superfície sólida (contínuas). Notas-se que são as mesmas temperaturas do caso anterior.

Nas FIGS. 7.27-7.94, bem como nas descritas no capítulo 4, foram apresentadas as variações de escorregamento, salto de temperatura e dissipação viscosa adotadas neste trabalho. As figuras se referiram aos **Casos 1 e 2**, ou seja, placas paralelas.

A seguir serão apresentadas as mesmas variações de parâmetros, para os **Casos 3 e 4**, portanto tubo. Não serão feitos comentários a respeito das figuras, pois, a exemplo do que foi feito no capítulo 3, qualitativamente não há diferença de resultados entre a configuração em tubo e a de placas paralelas. Apenas serão citadas algumas particularidades destes dois casos, que são semelhantes às dos casos anteriores. Por exemplo, sabe-se que a partir da EQ. 4.24, a expressão para o fluxo de calor na superfície pode ser obtida por integração no domínio  $R$ :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} = \frac{1}{2} \frac{d\theta_{av}}{dZ} - \frac{4Br}{(1+8\beta_v Kn)^2} \quad (7.1)$$

A equação acima se aplica tanto ao **Caso 3** quanto ao **Caso 4**, pois a EQ. 4.24 atende aos dois casos. Se a EQ. 7.1 for ainda integrada no domínio  $Z$ , tem-se então a equação relativa ao calor total acumulado ou perdido pelo fluido ao longo do canal:

$$Q_{tot}(Z) = \frac{1}{2} \theta_{av}(Z) - \frac{4Br}{(1+8\beta_v Kn)^2} Z \quad (7.2)$$

Em relação especificamente ao **Caso 4**, a equação para a temperatura média pode ser deduzida analiticamente, a exemplo do **Caso 2**.

$$\theta_{av}(Z) = 2 \left[ Z + \frac{k}{\gamma} (1 - e^{-\gamma Z}) + \frac{4Br}{(1 + 8\beta_v Kn)^2} Z \right] \quad (7.3)$$

Sendo assim, as FIGS. 7.95-7.159 referem-se ao **Caso 3** e as FIGS. 7.160-7.218 referem-se ao **Caso 4**, e os resultados em termos qualitativos são equivalentes às figuras anteriormente comentadas para placas paralelas.

Há, no entanto, uma característica encontrada exclusivamente em uma das abordagens do **Caso 4**, FIG. 7.179. Percebe-se que a partir de dado comprimento do canal, os valores de Nu relativos a Kn = 0 e Kn = 0,001 passam a ser menores do que os de Kn = 0,01 e Kn = 0,02, e esse comportamento se mantém até a região assintótica. Nesta região, o valor assintótico de Nu para Kn = 0 é inclusive inferior ao de Kn = 0,001.

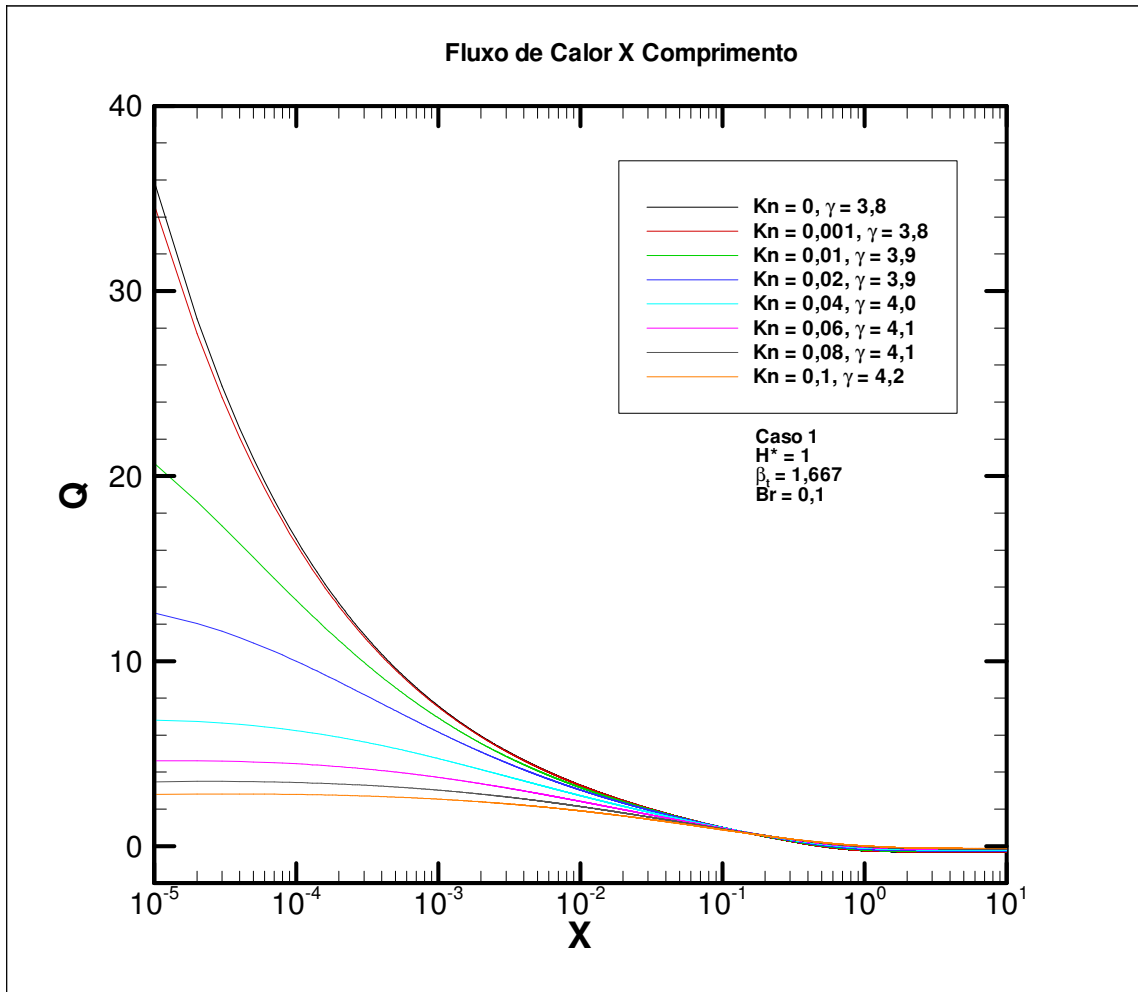


FIG. 7.27 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

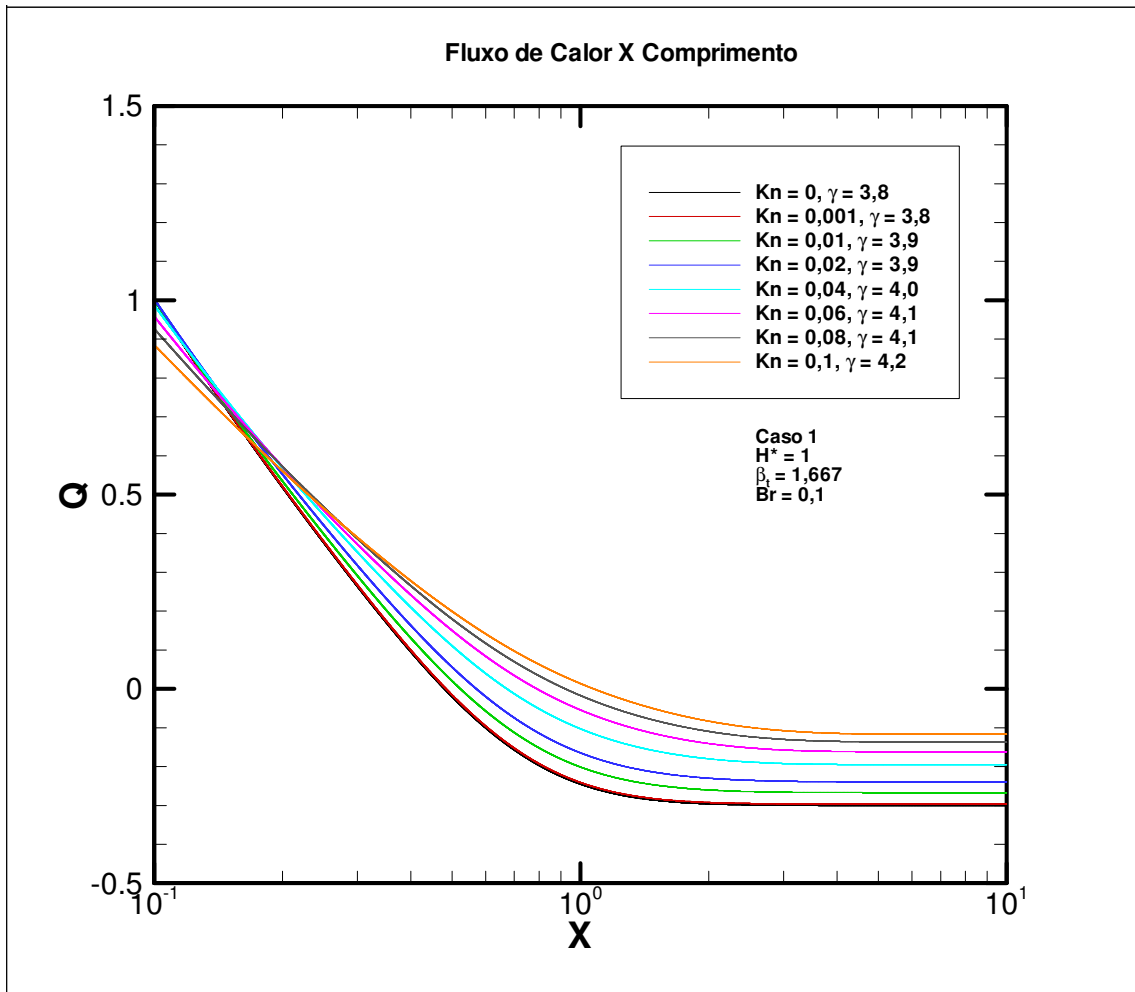


FIG. 7.28 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

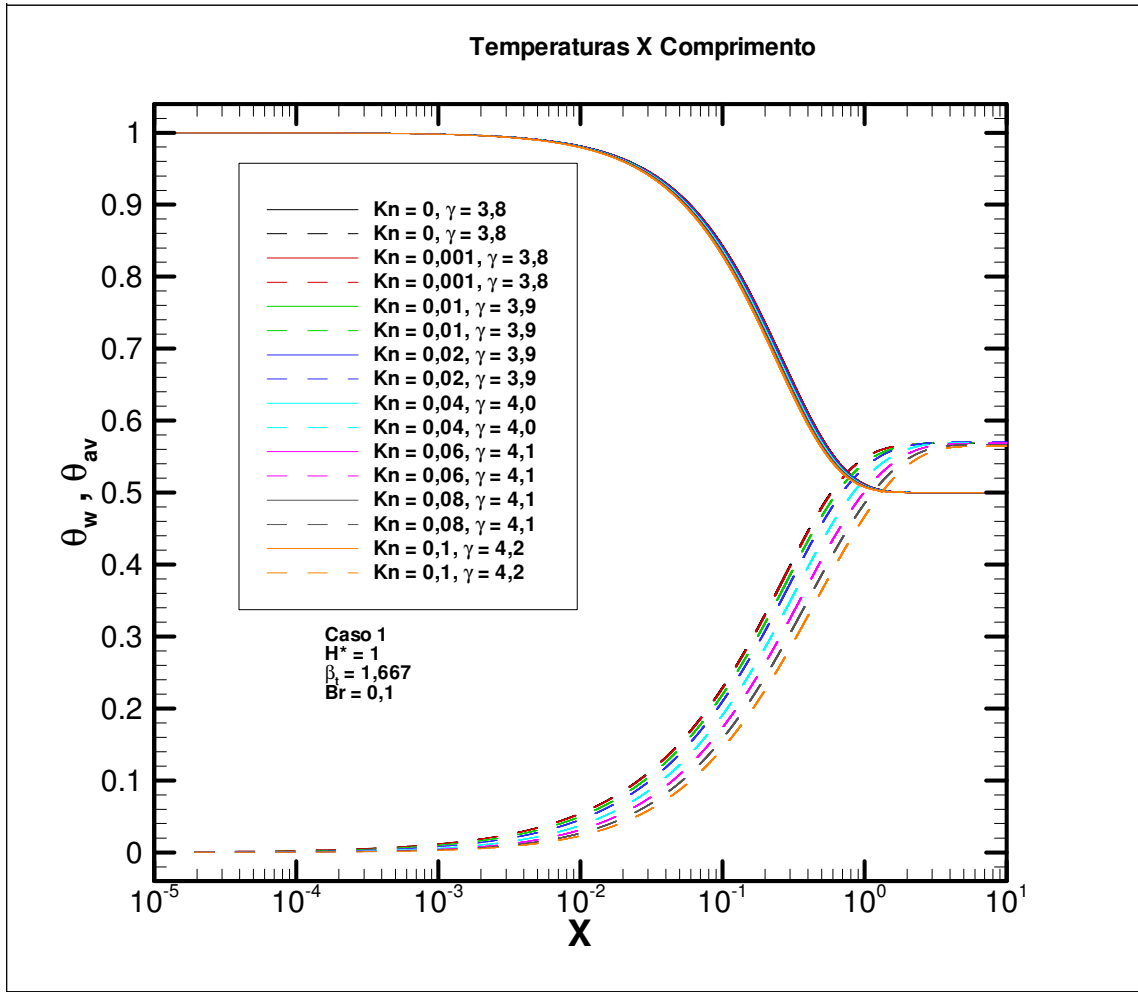


FIG. 7.29 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



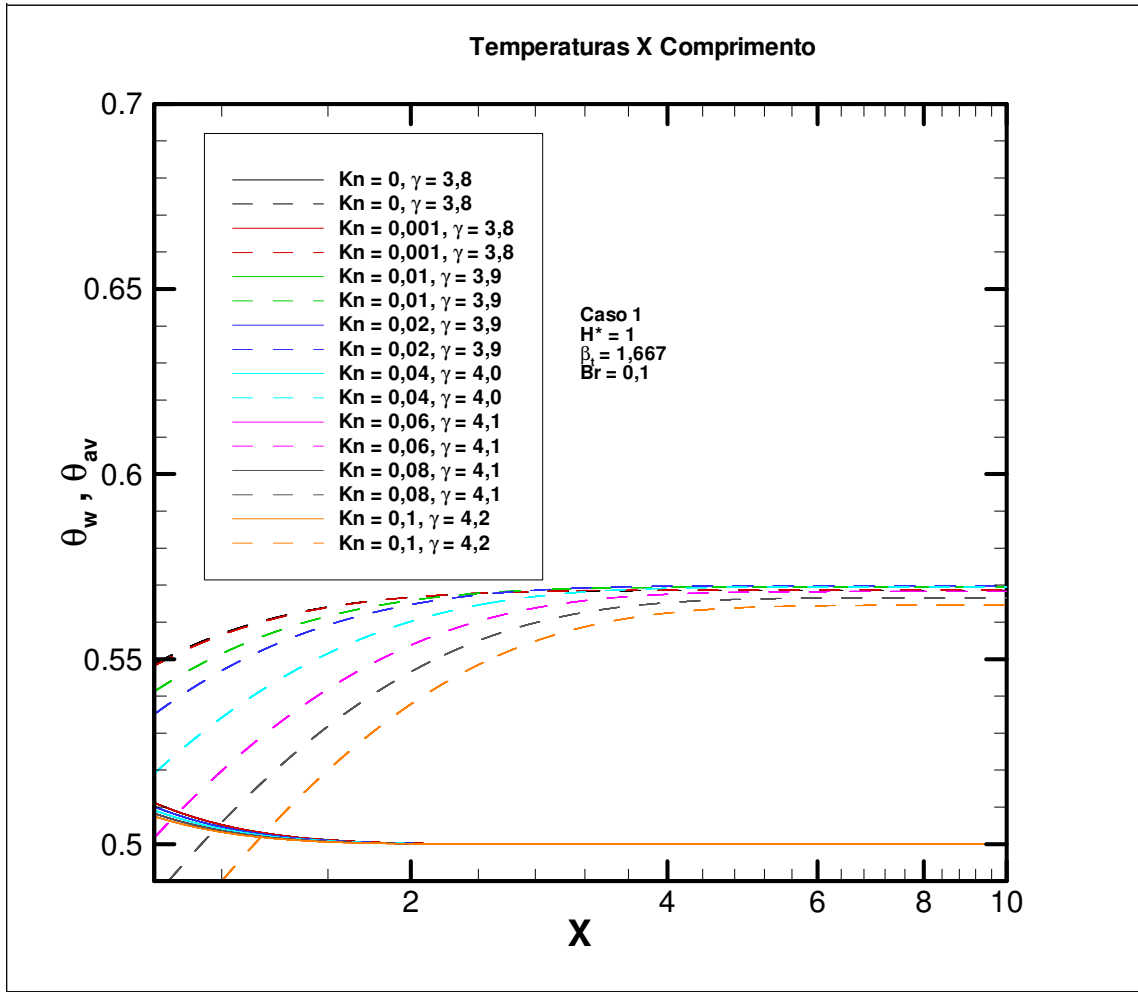


FIG. 7.30 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

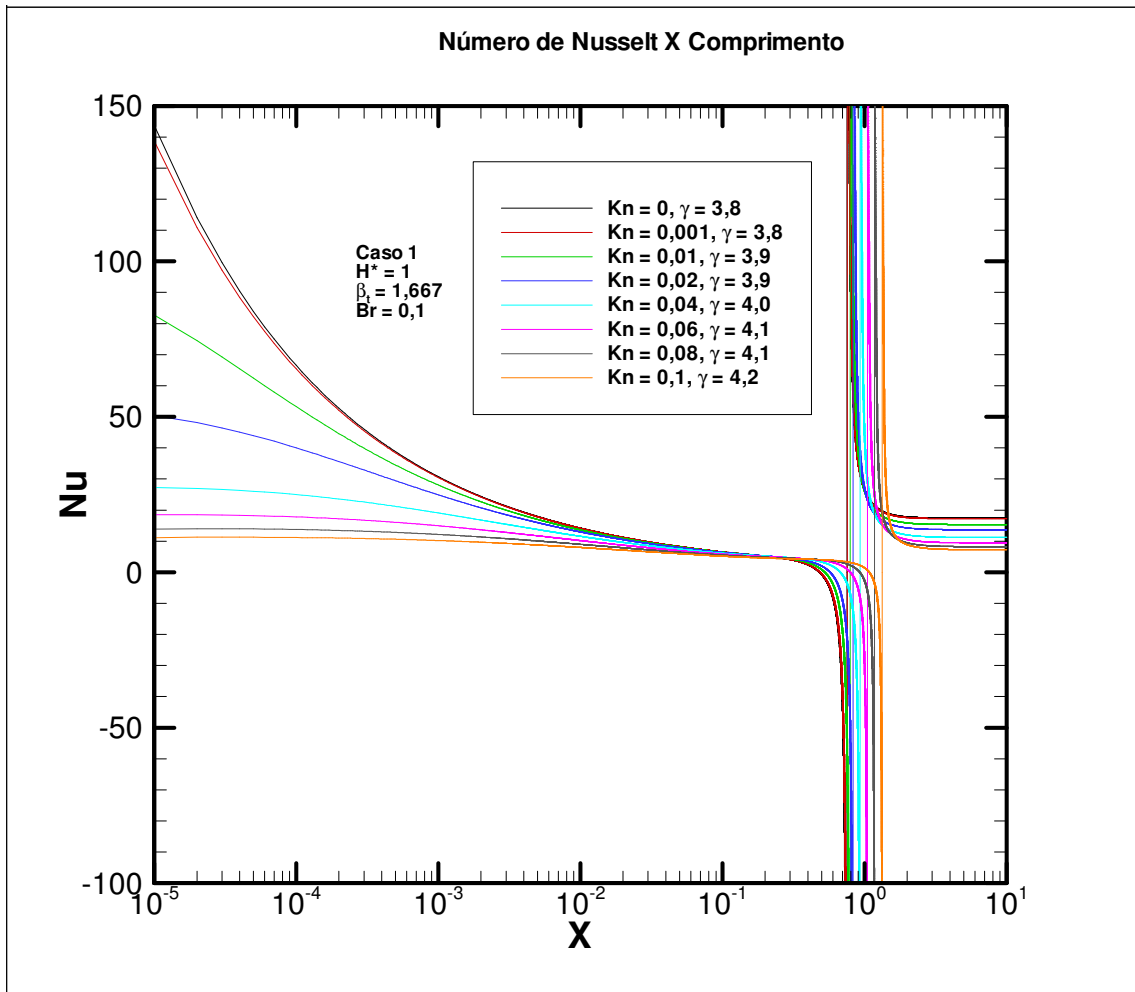


FIG. 7.31 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

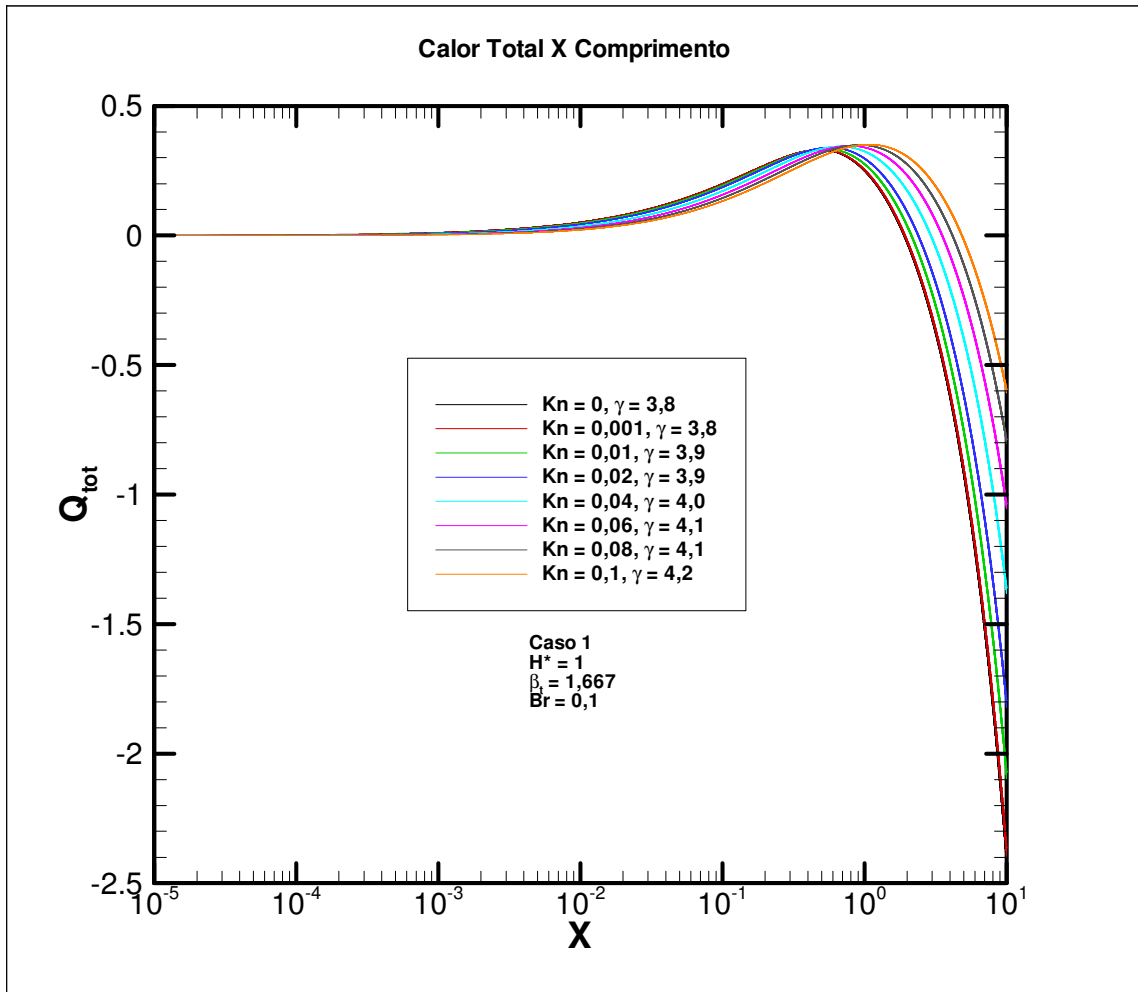


FIG. 7.32 Calor total para diferentes Kn.

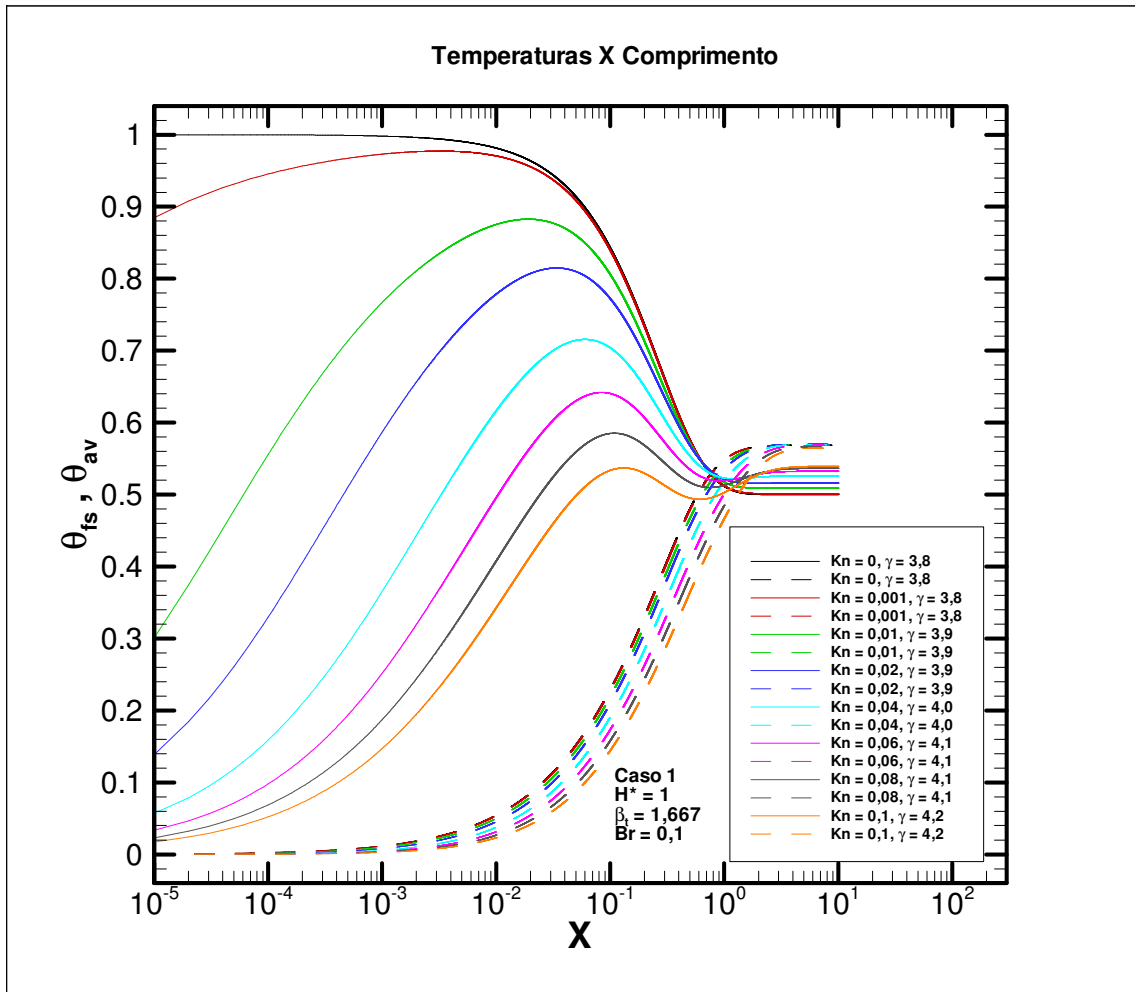


FIG. 7.33 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

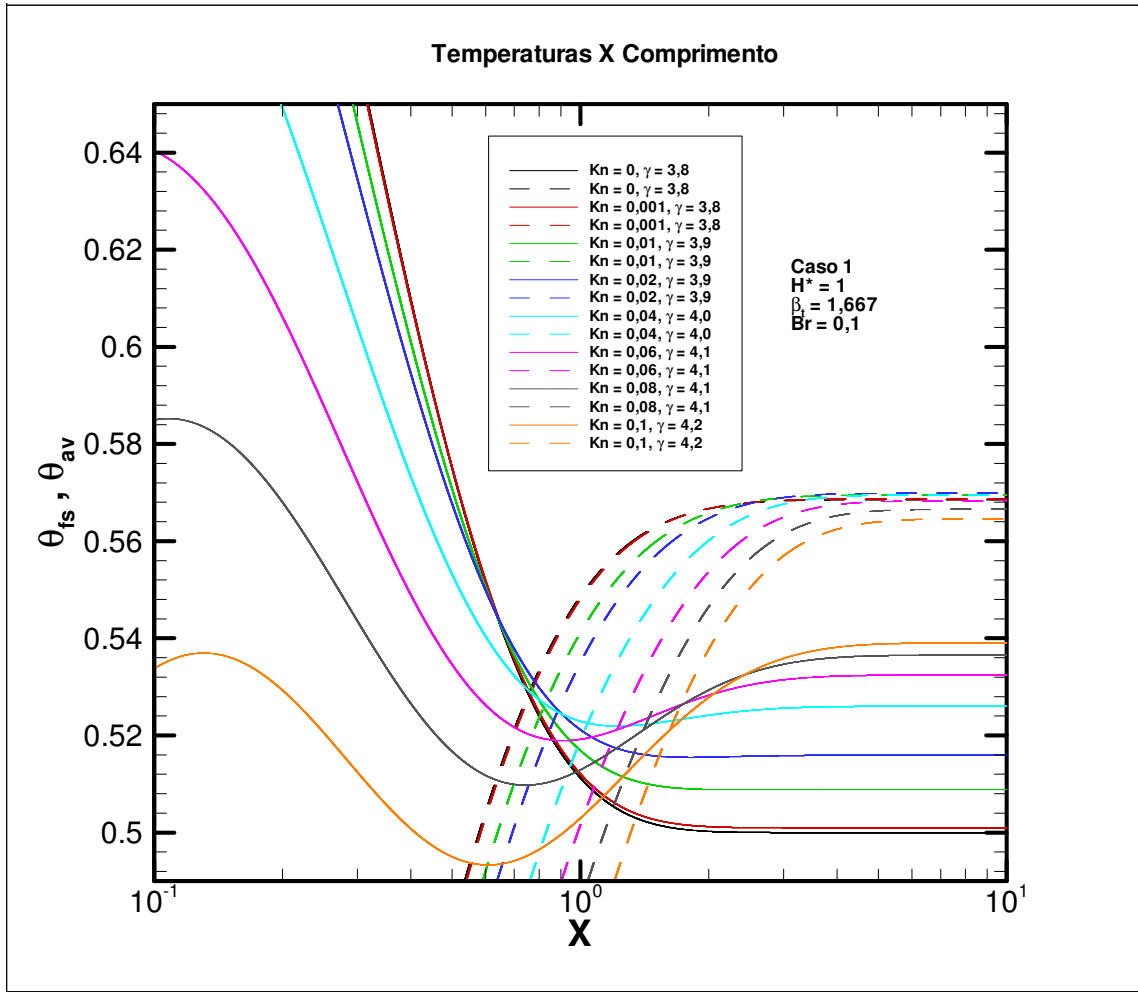


FIG. 7.34 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

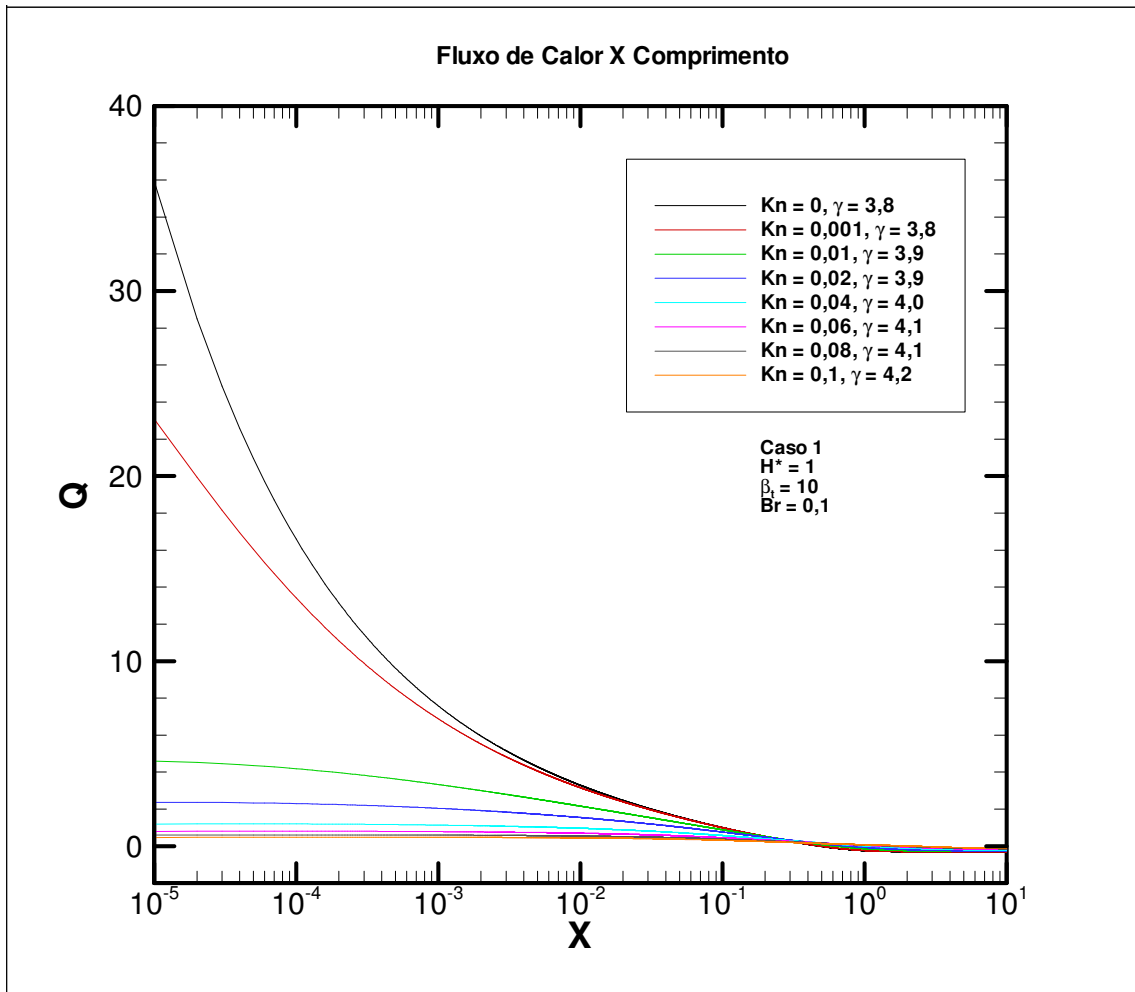


FIG. 7.35 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

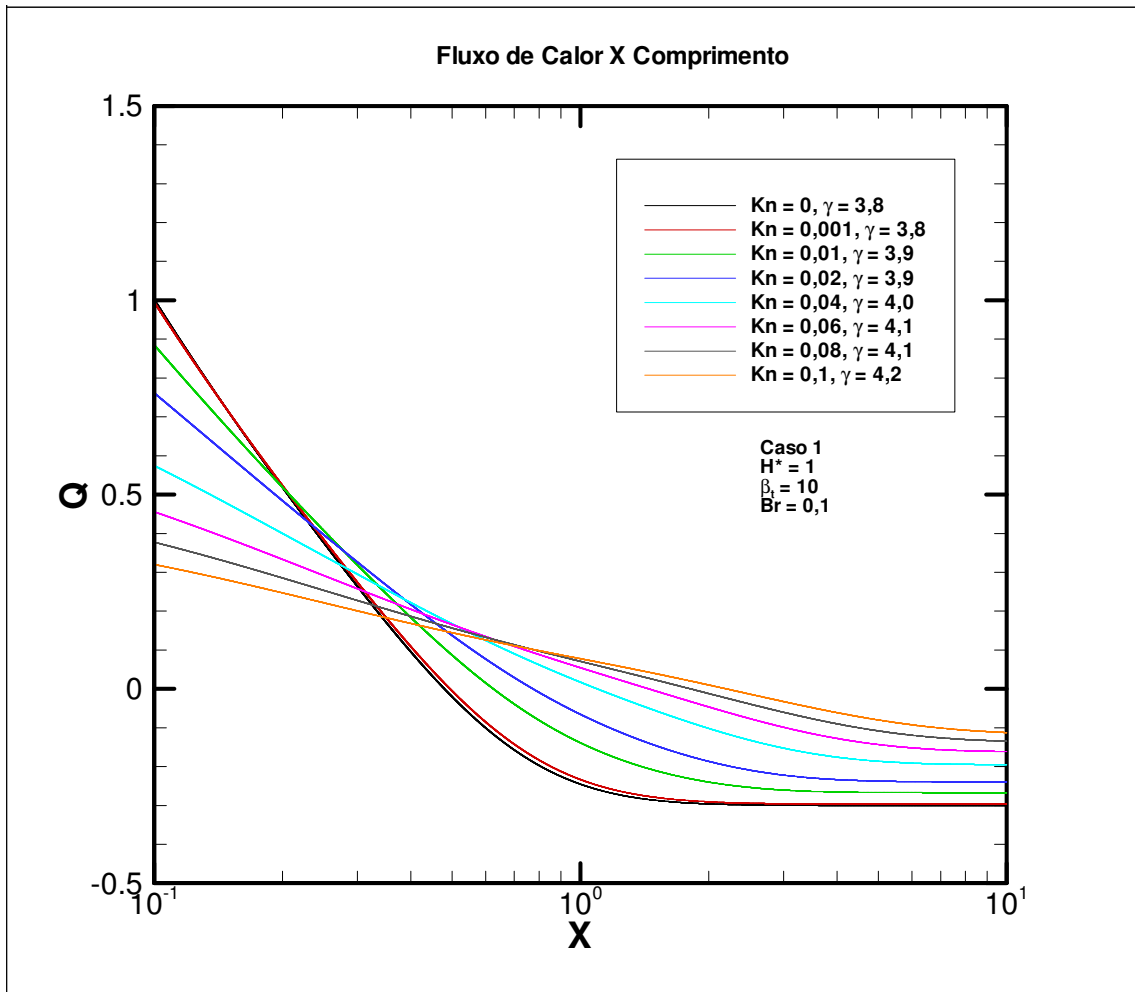


FIG. 7.36 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

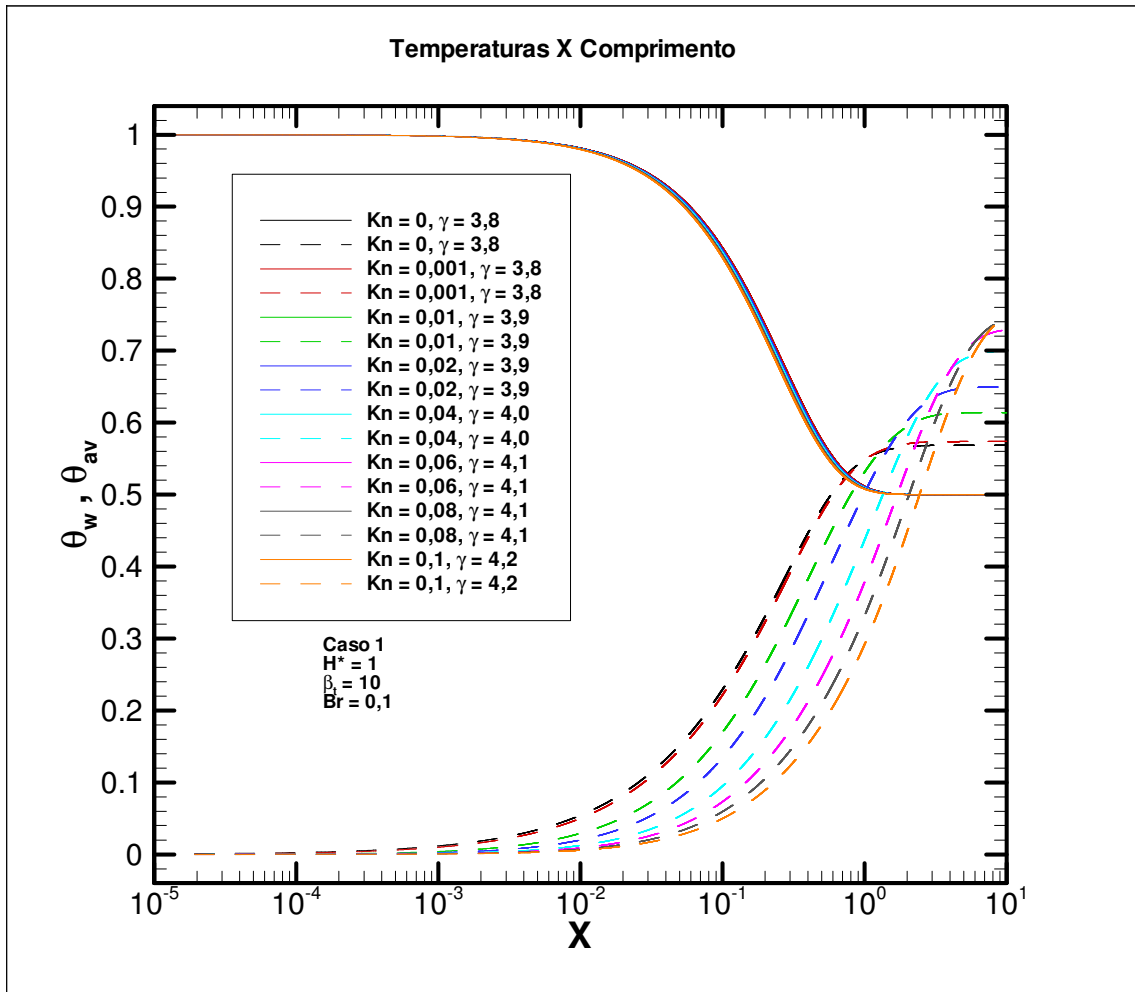


FIG. 7.37 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



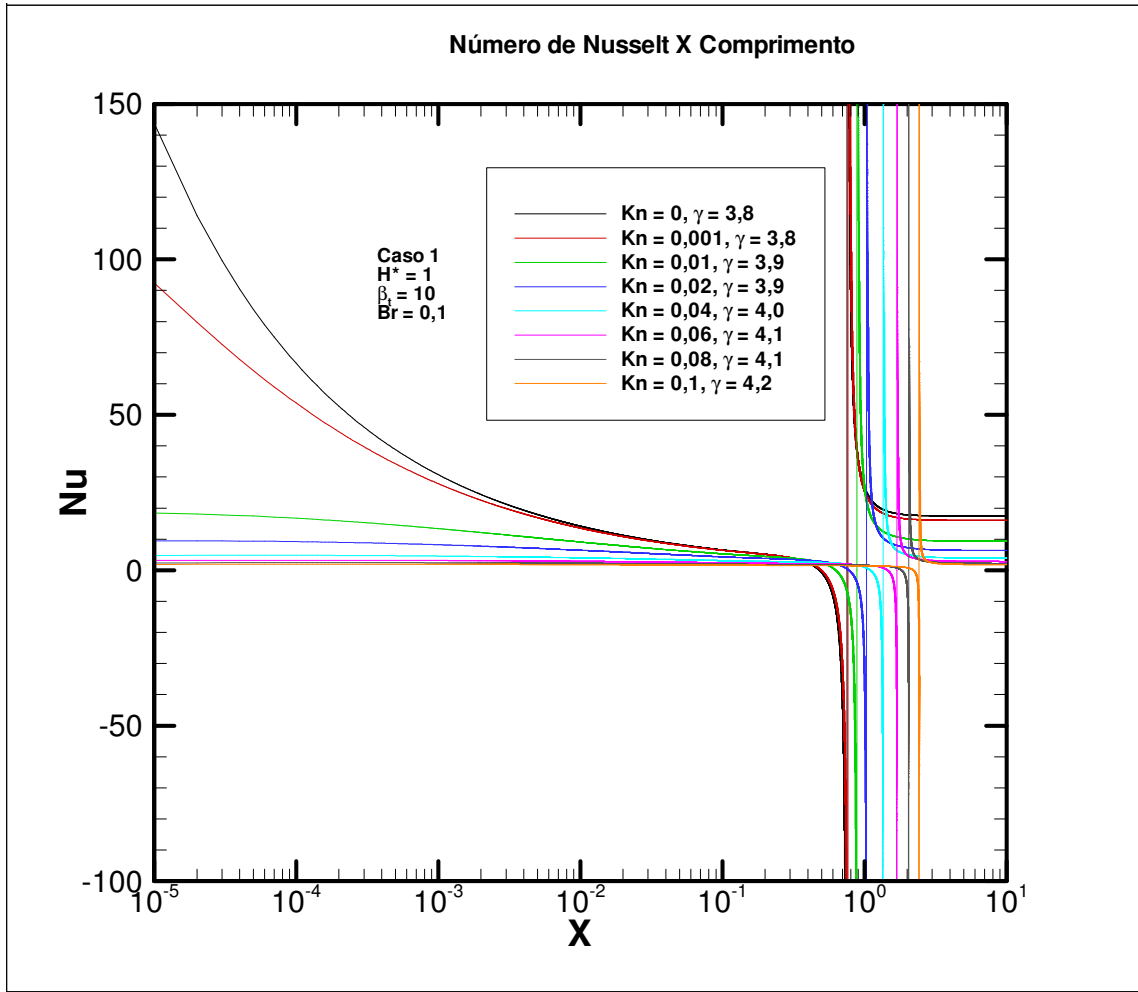


FIG. 7.38 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

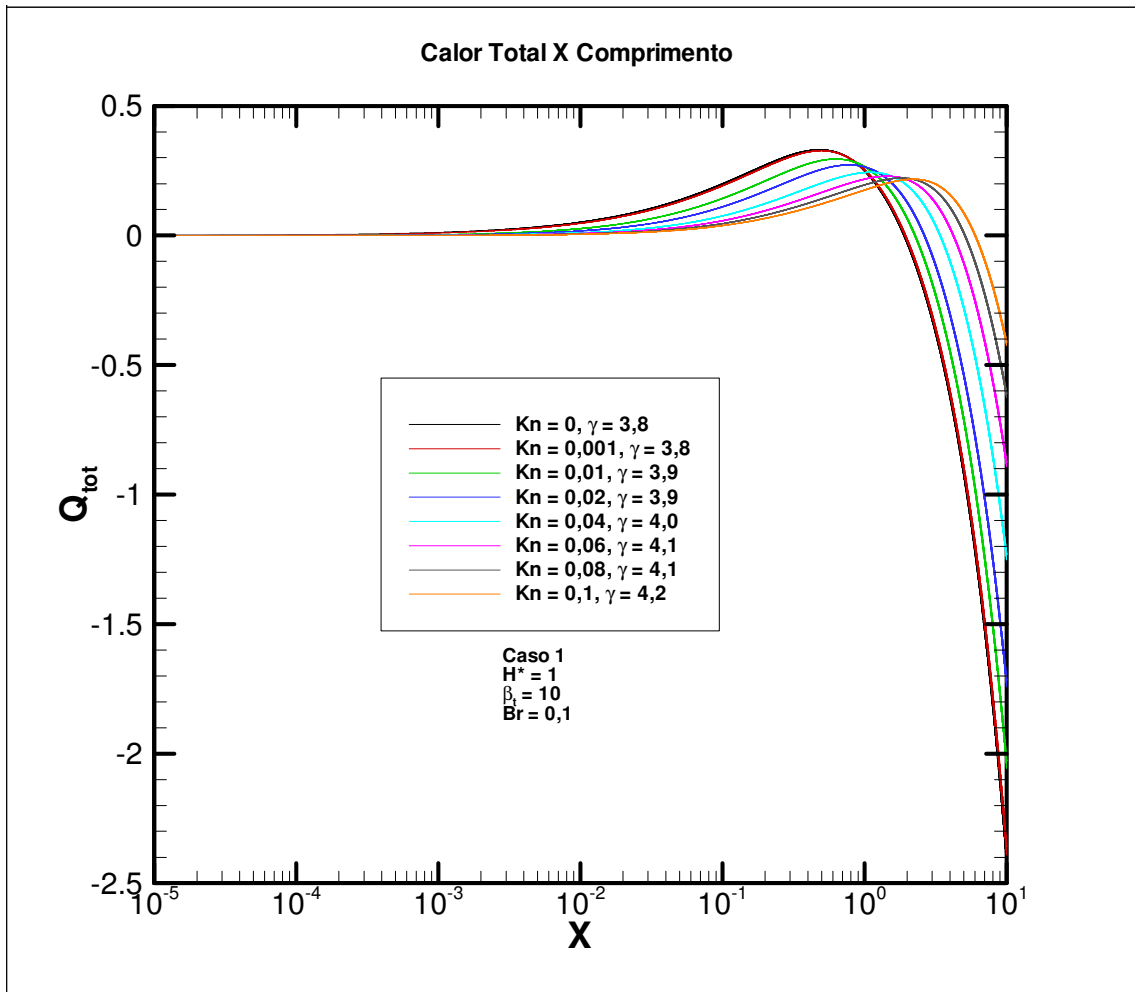


FIG. 7.39 Calor total para diferentes Kn.

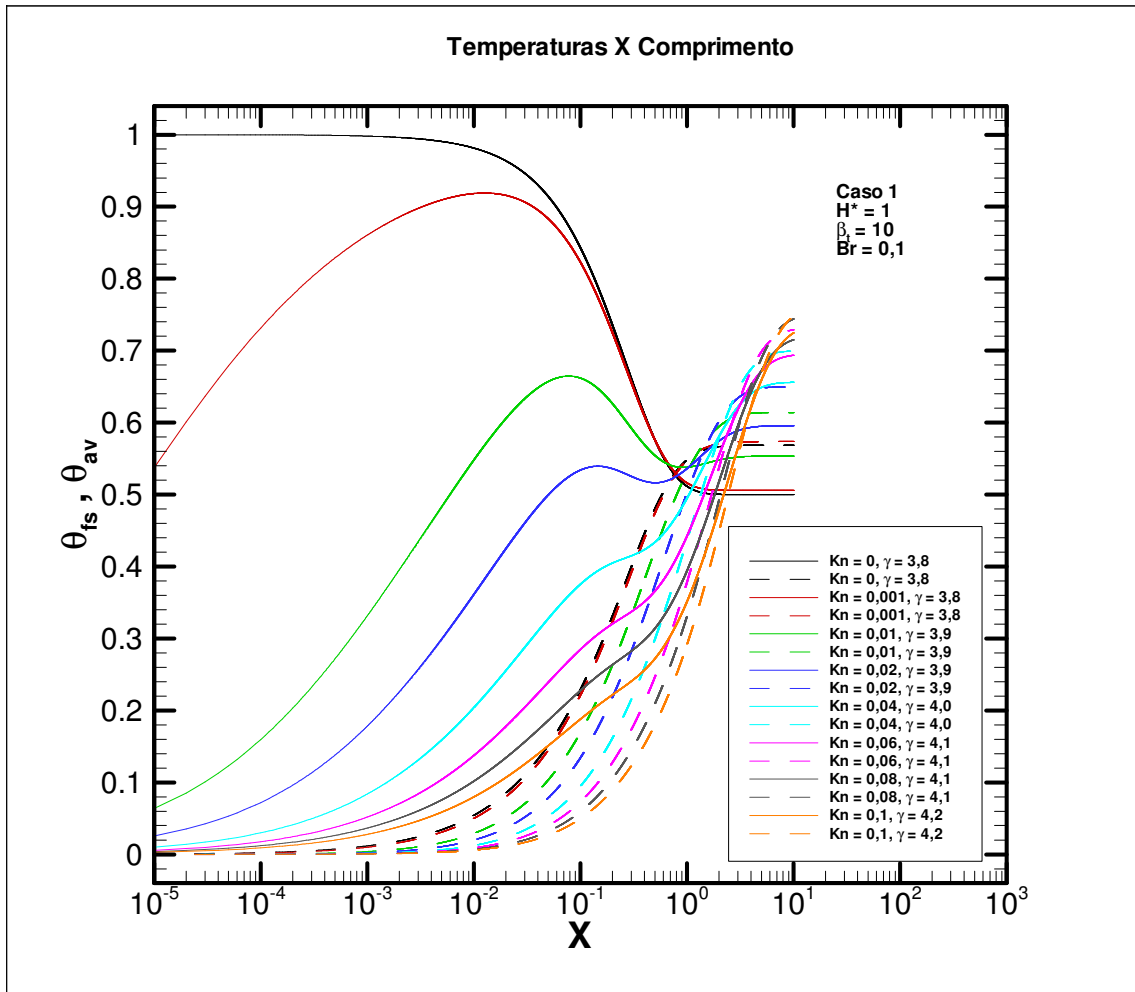


FIG. 7.40 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

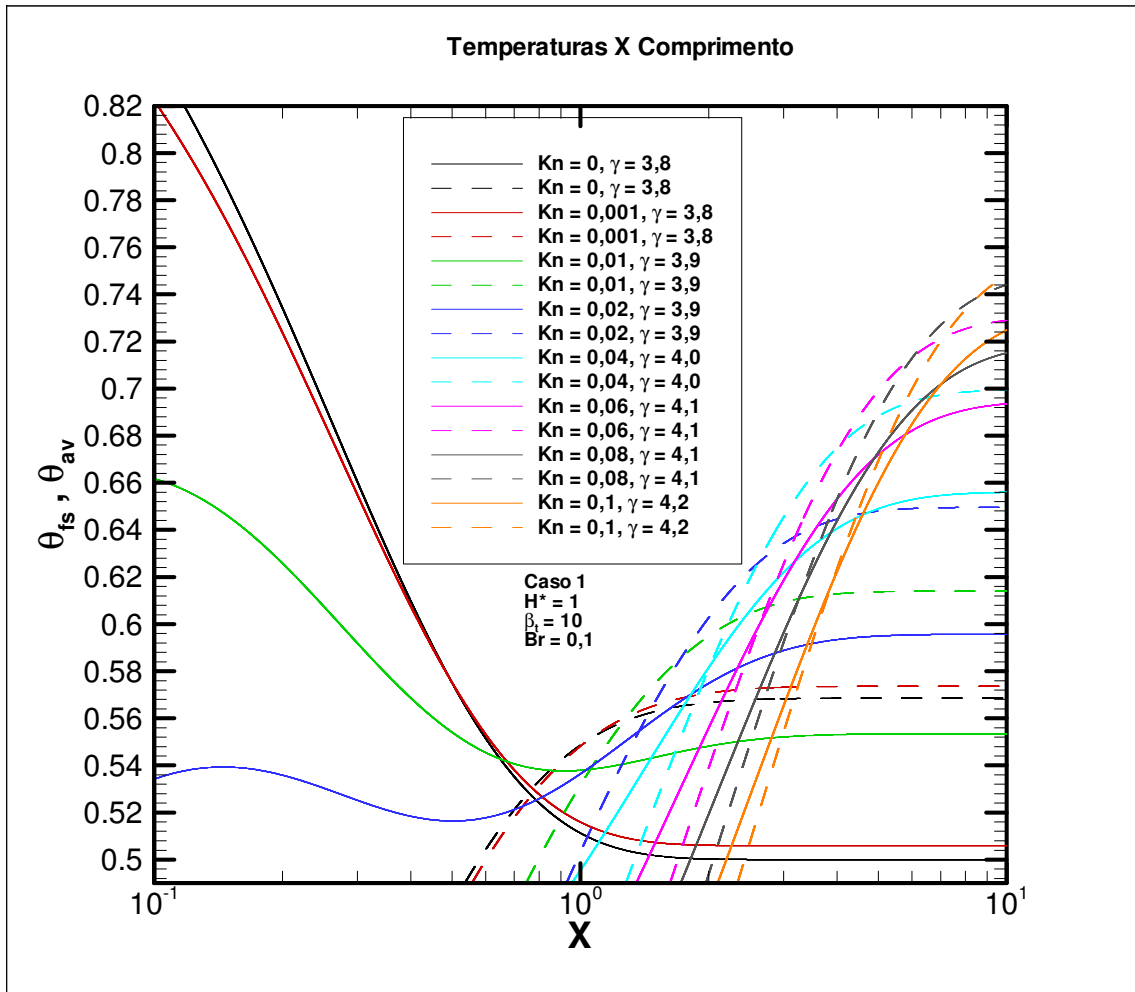


FIG. 7.41 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

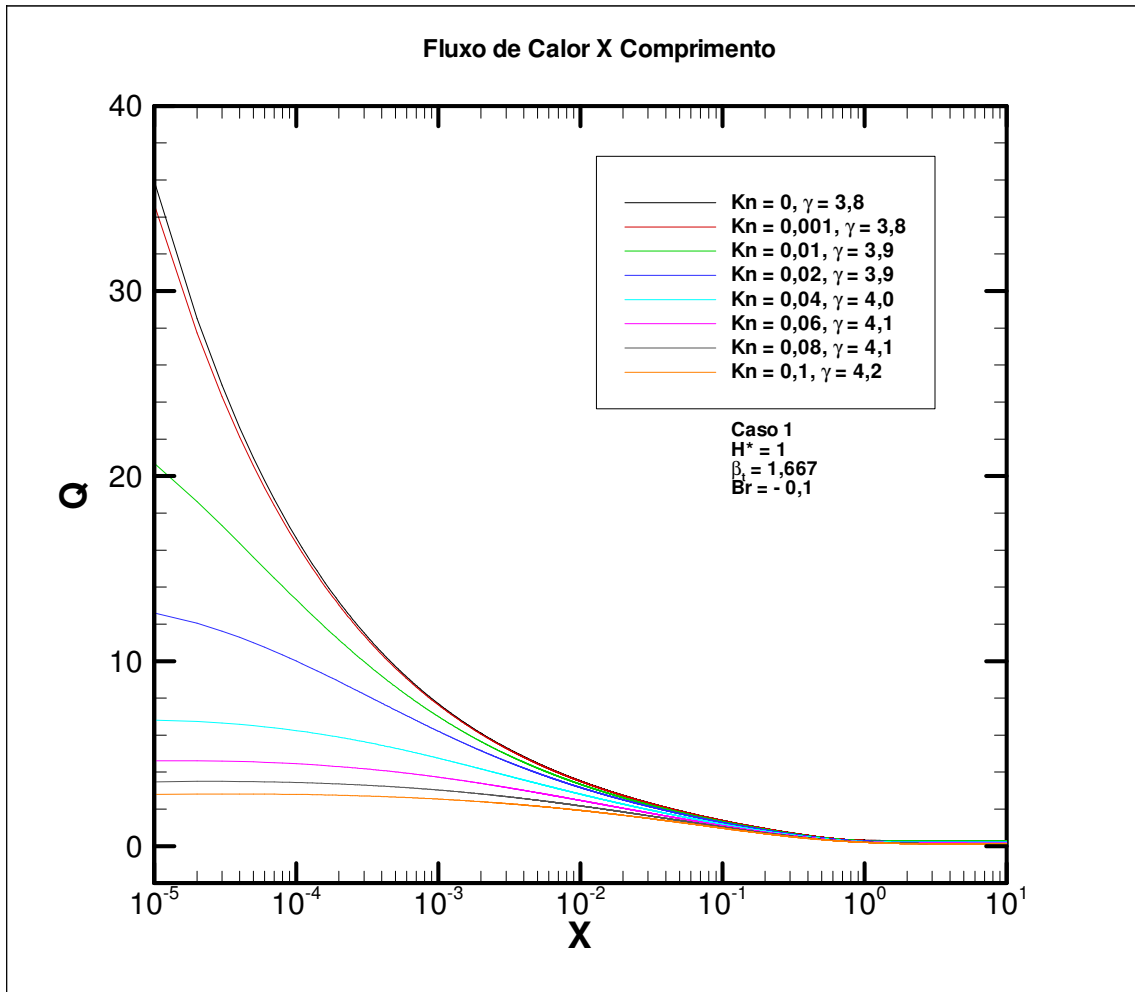


FIG. 7.42 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

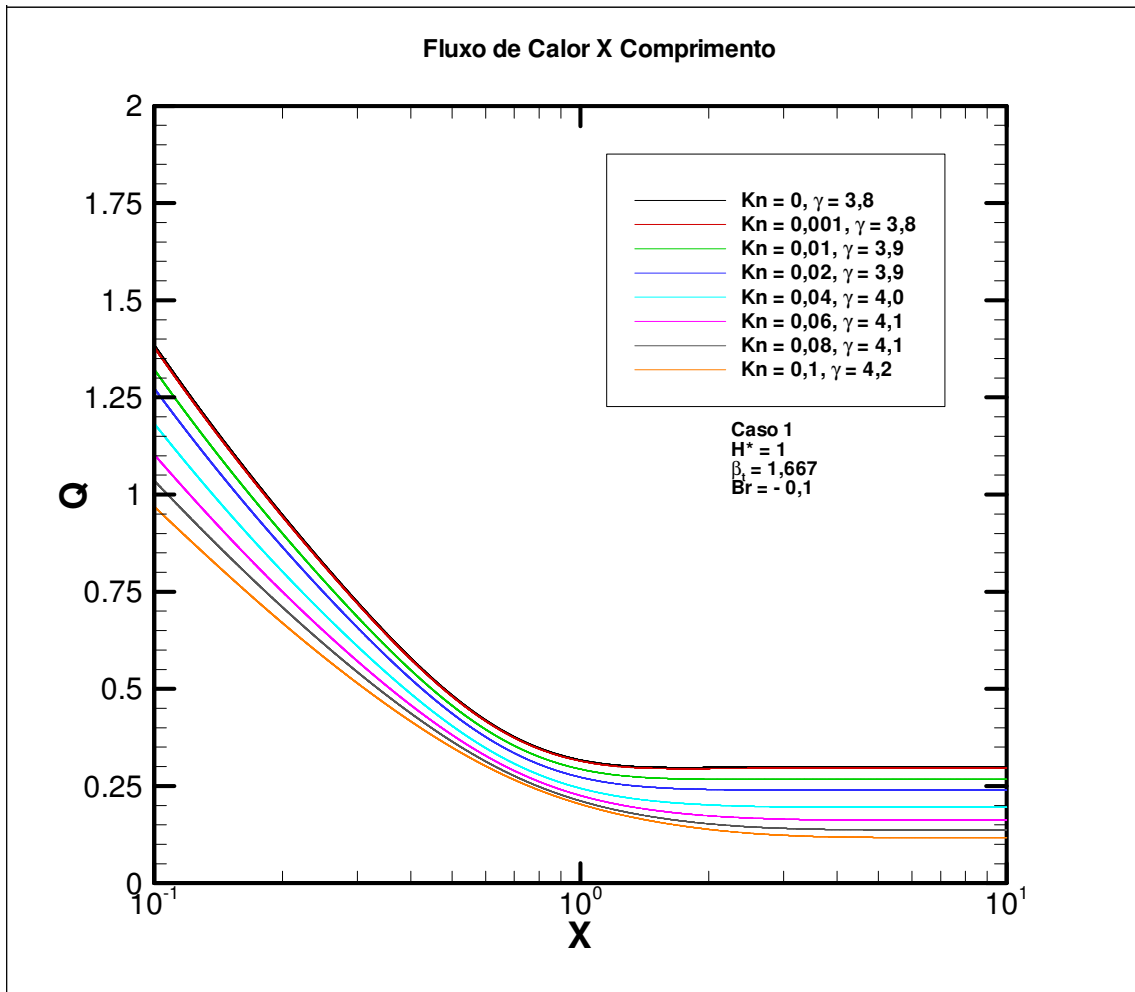


FIG. 7.43 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

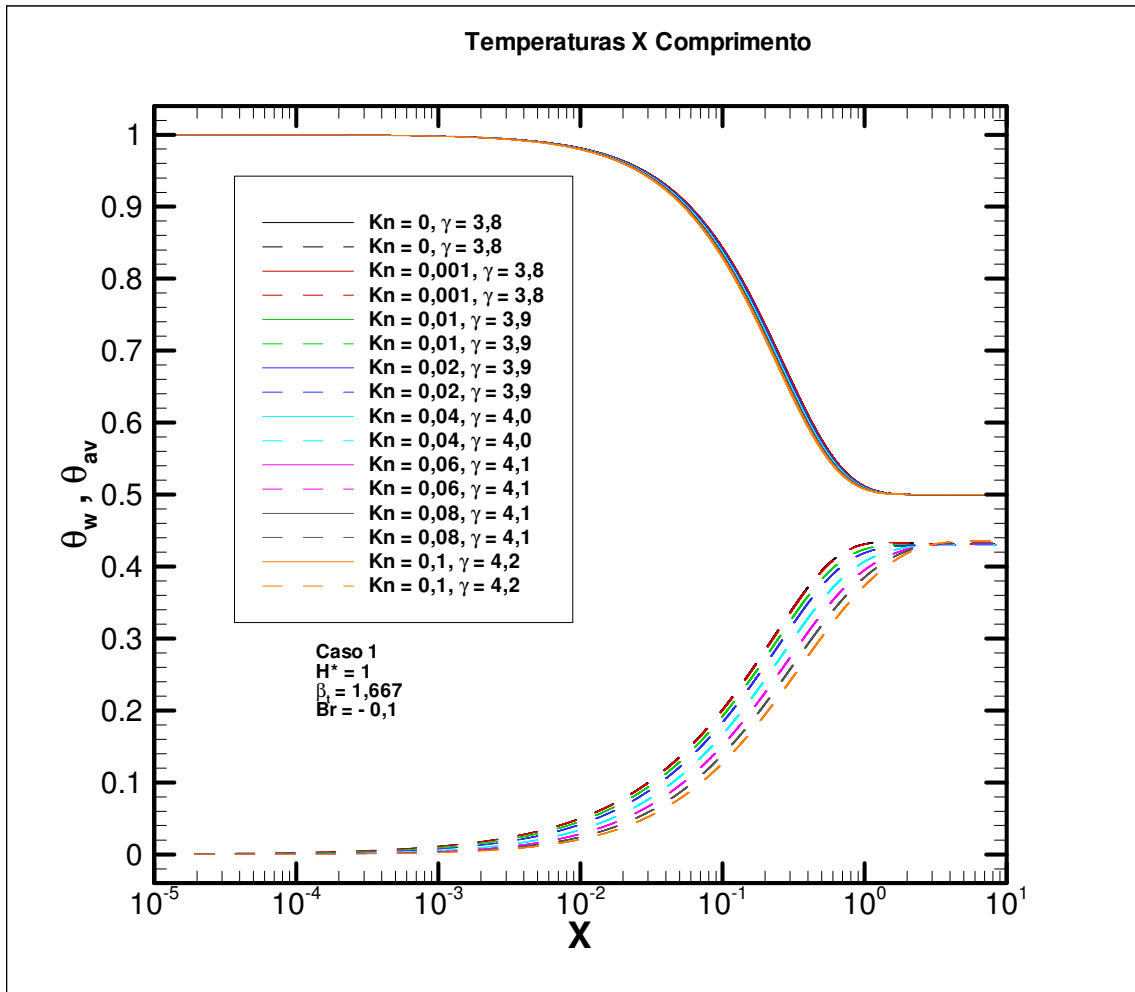


FIG. 7.44 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

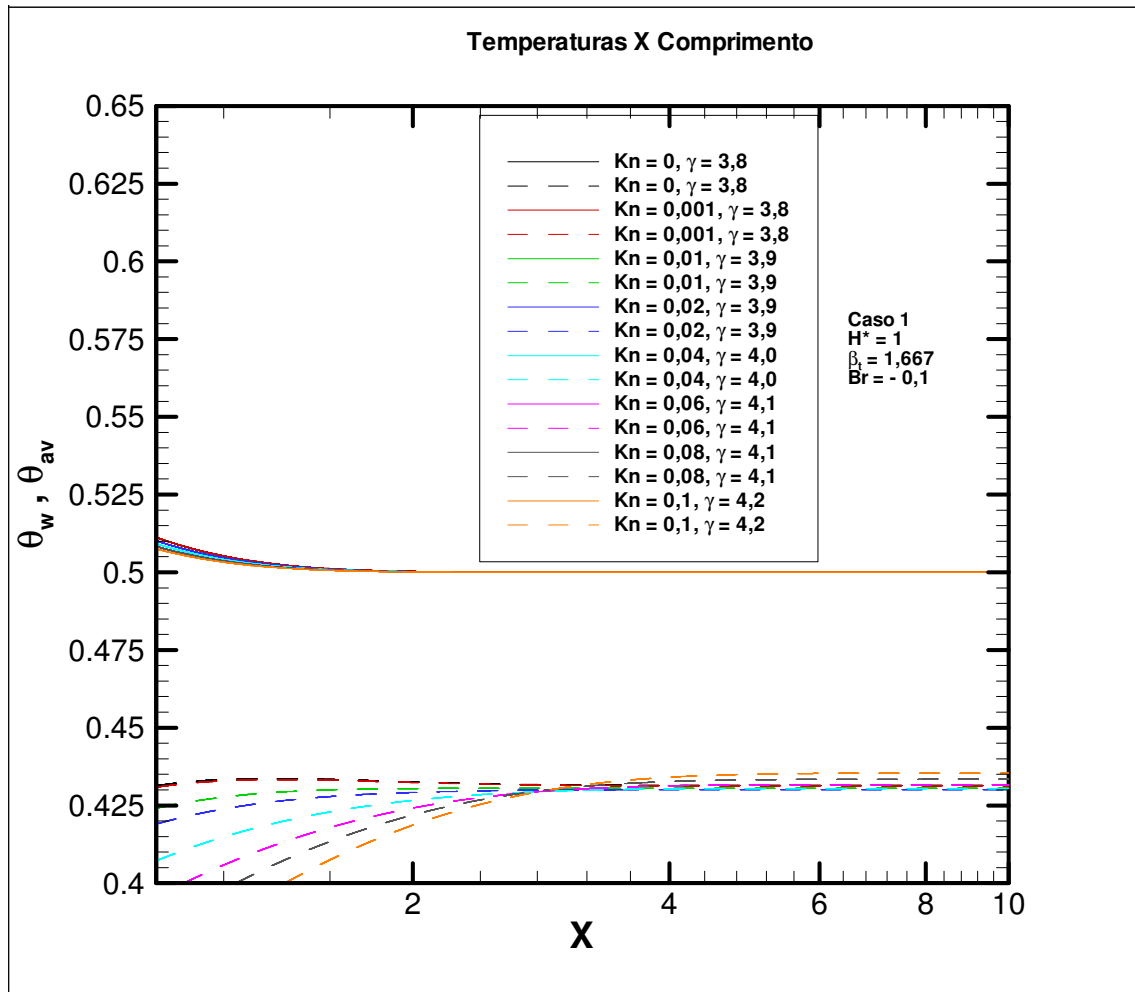


FIG. 7.45 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



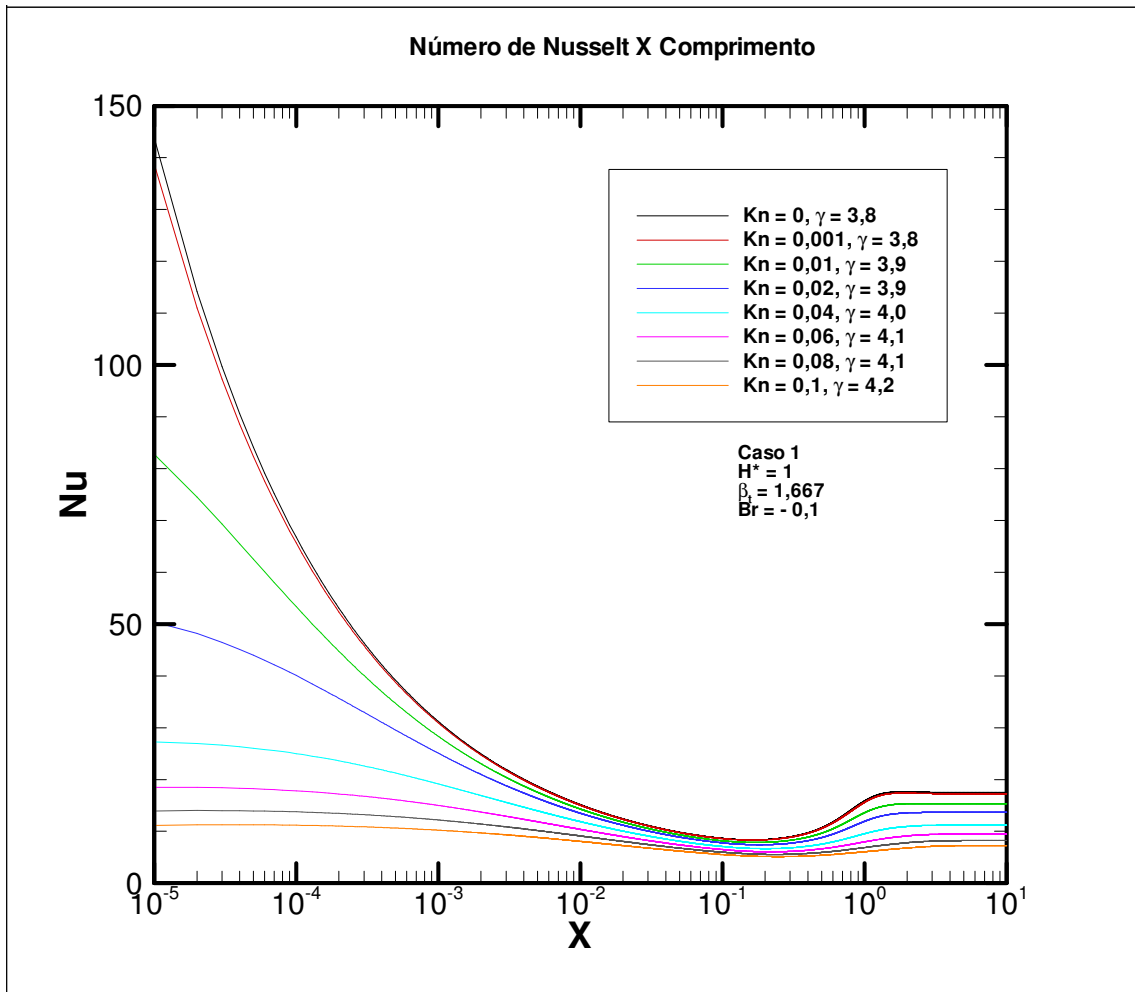


FIG. 7.46 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

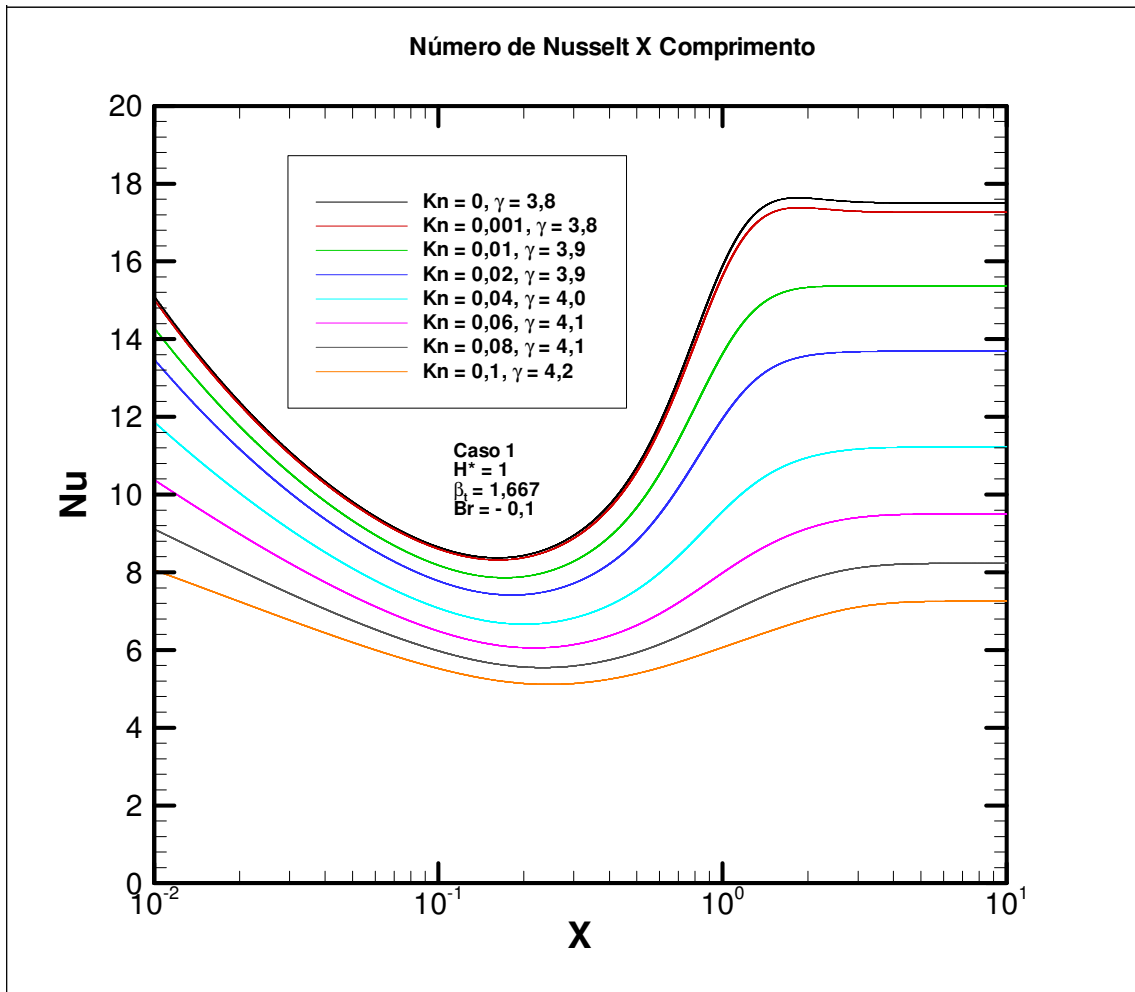


FIG. 7.47 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

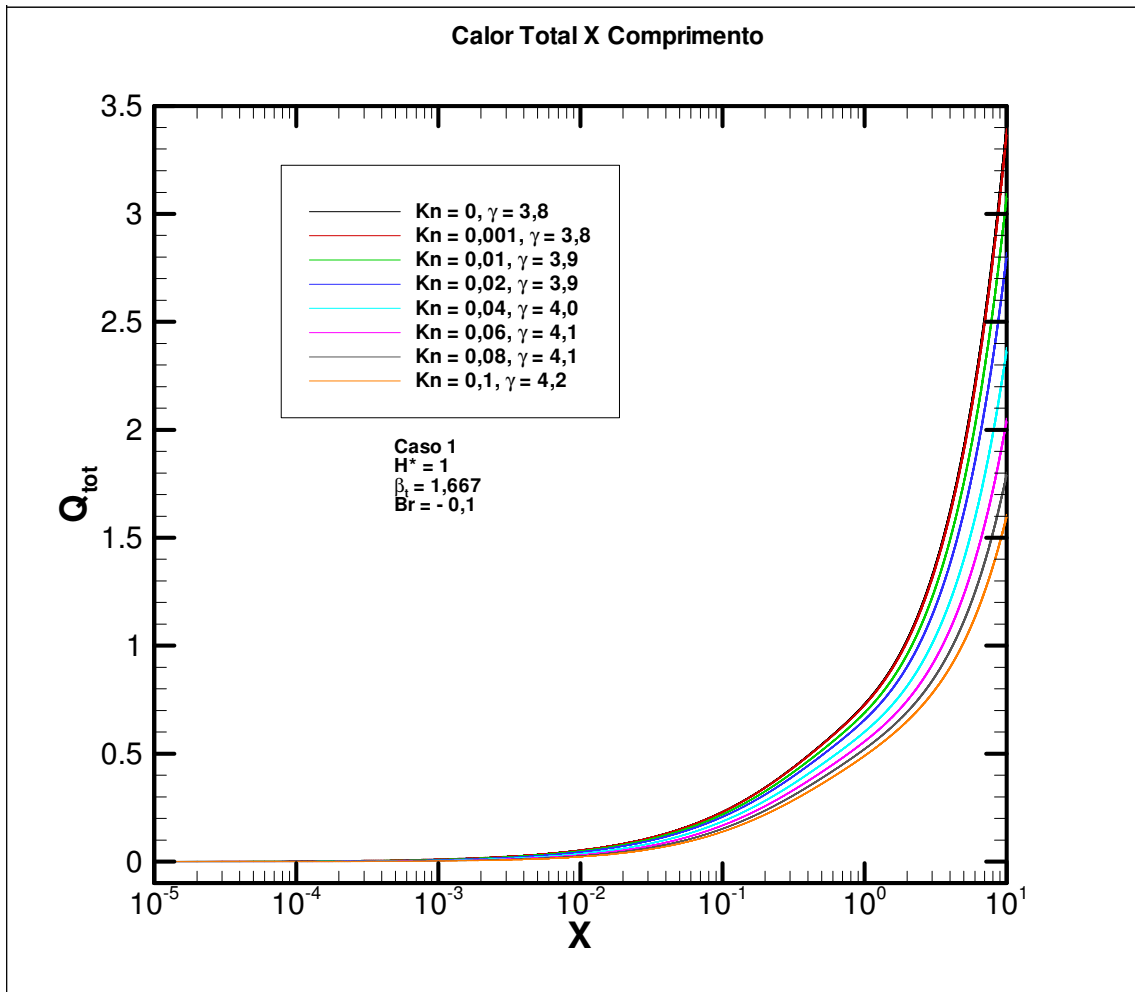


FIG. 7.48 Calor total para diferentes Kn.

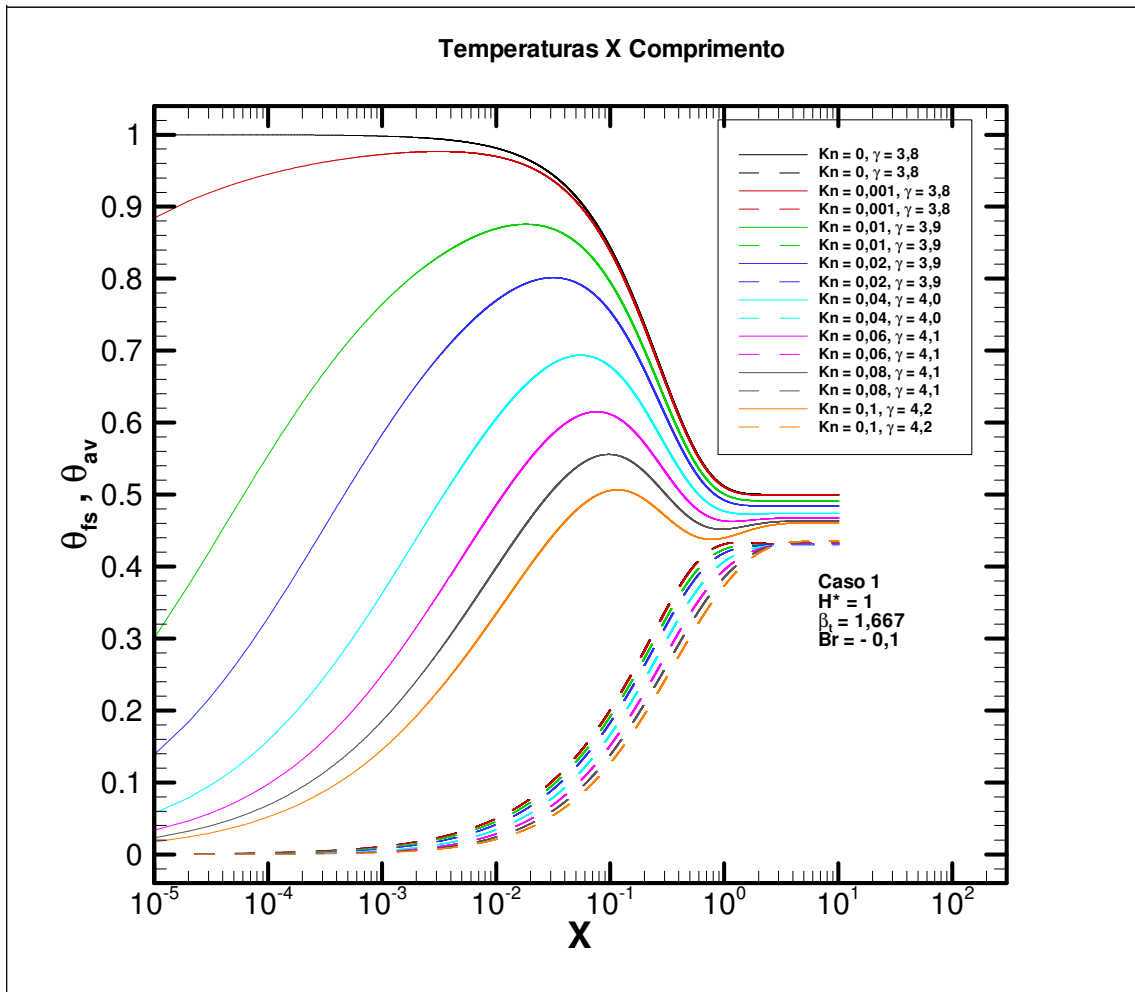


FIG. 7.49 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

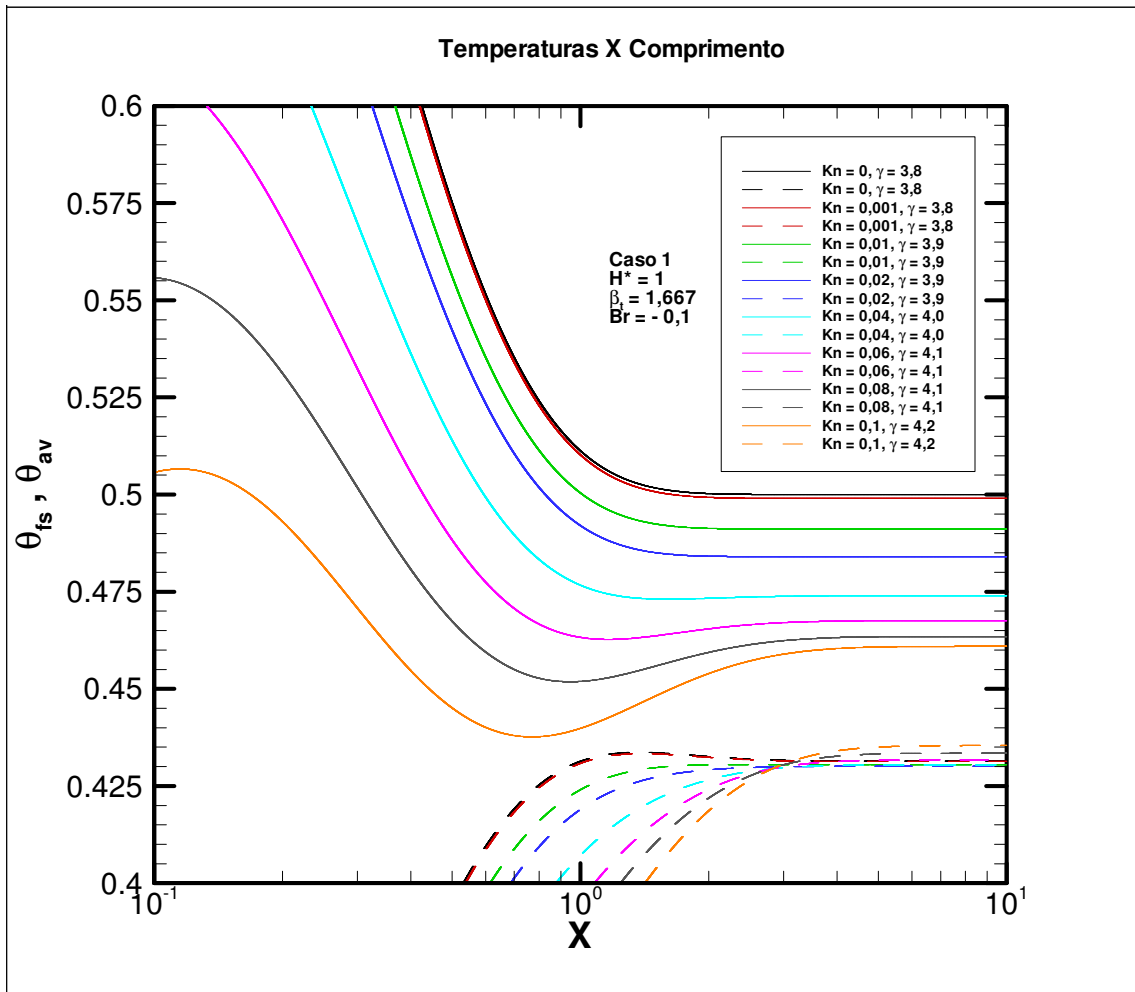


FIG. 7.50 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

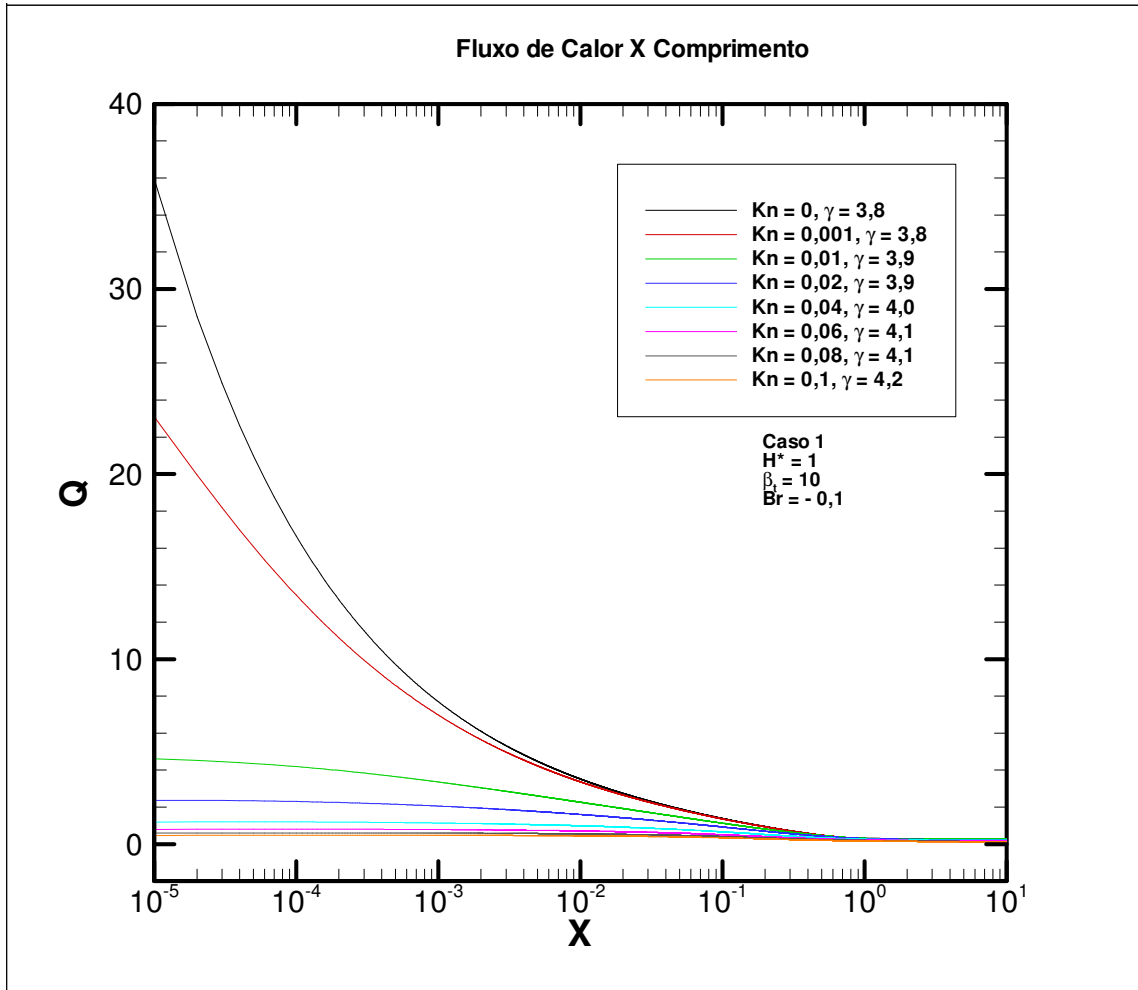


FIG. 7.51 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

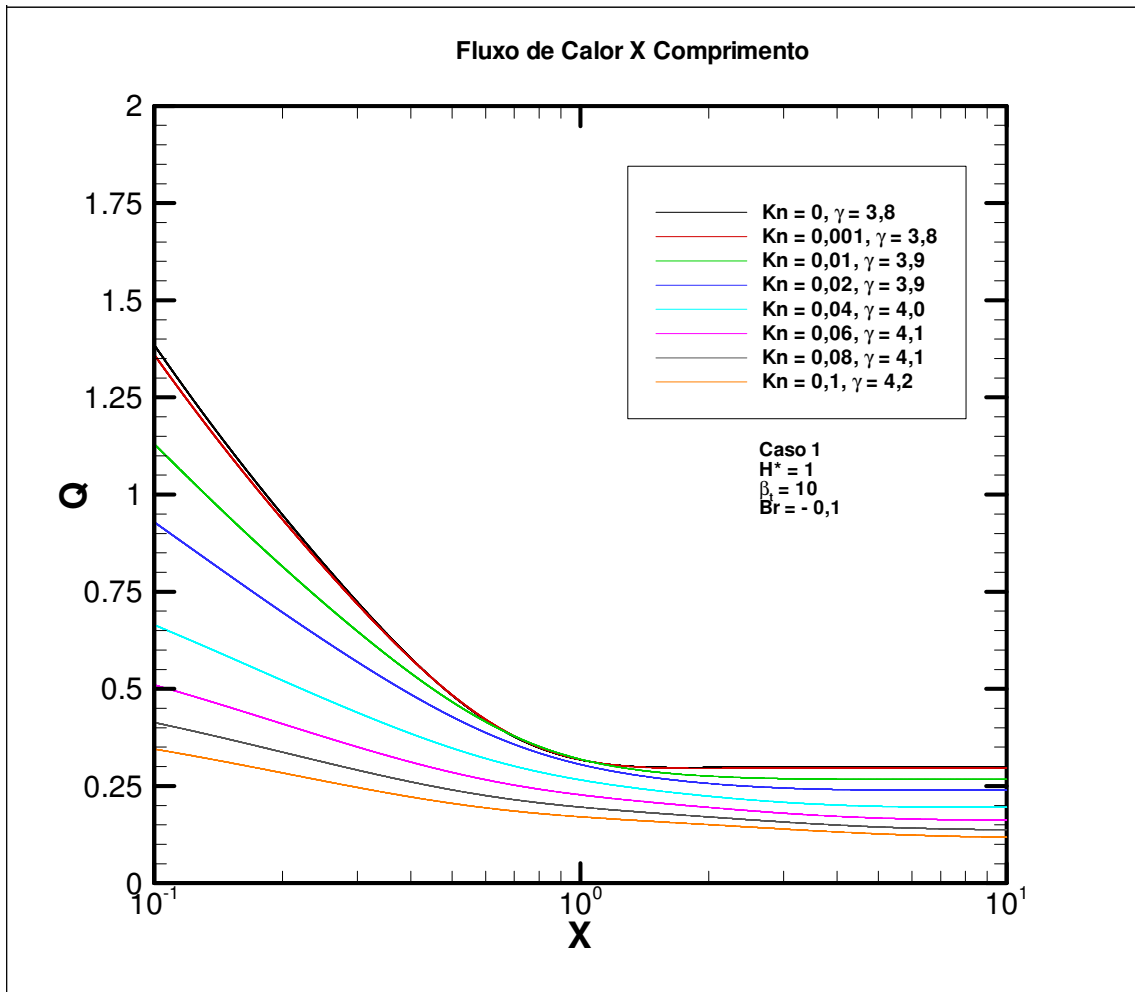


FIG. 7.52 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

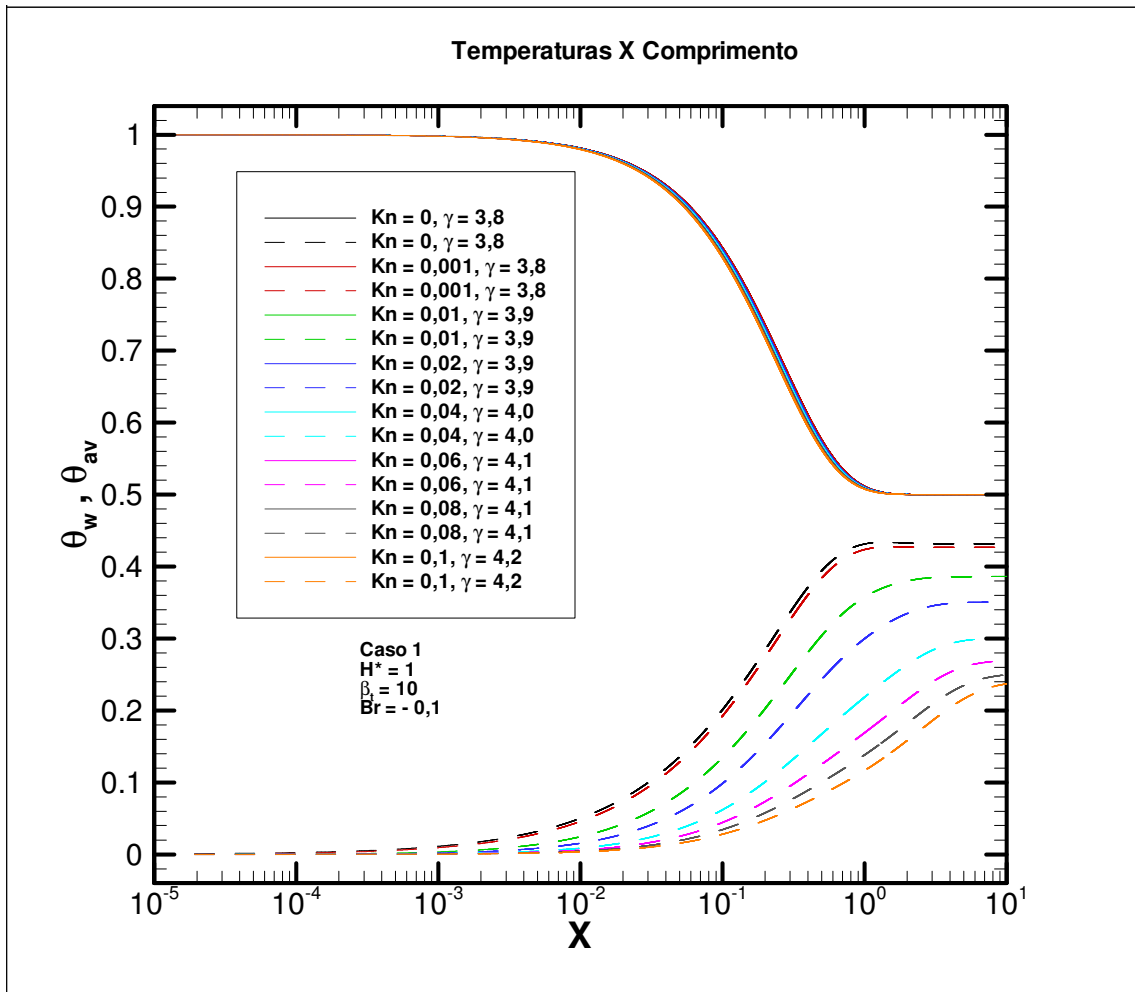


FIG. 7.53 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



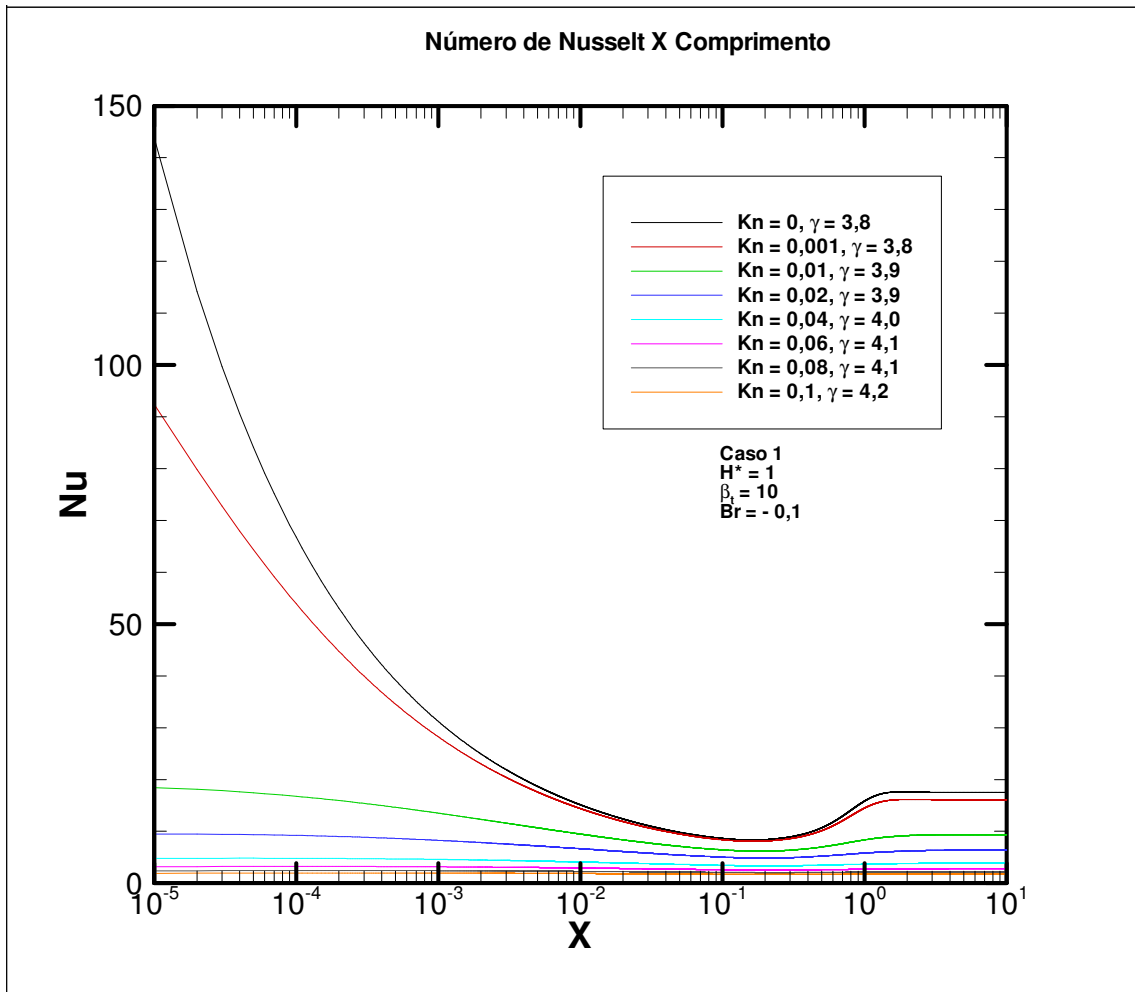


FIG. 7.54 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

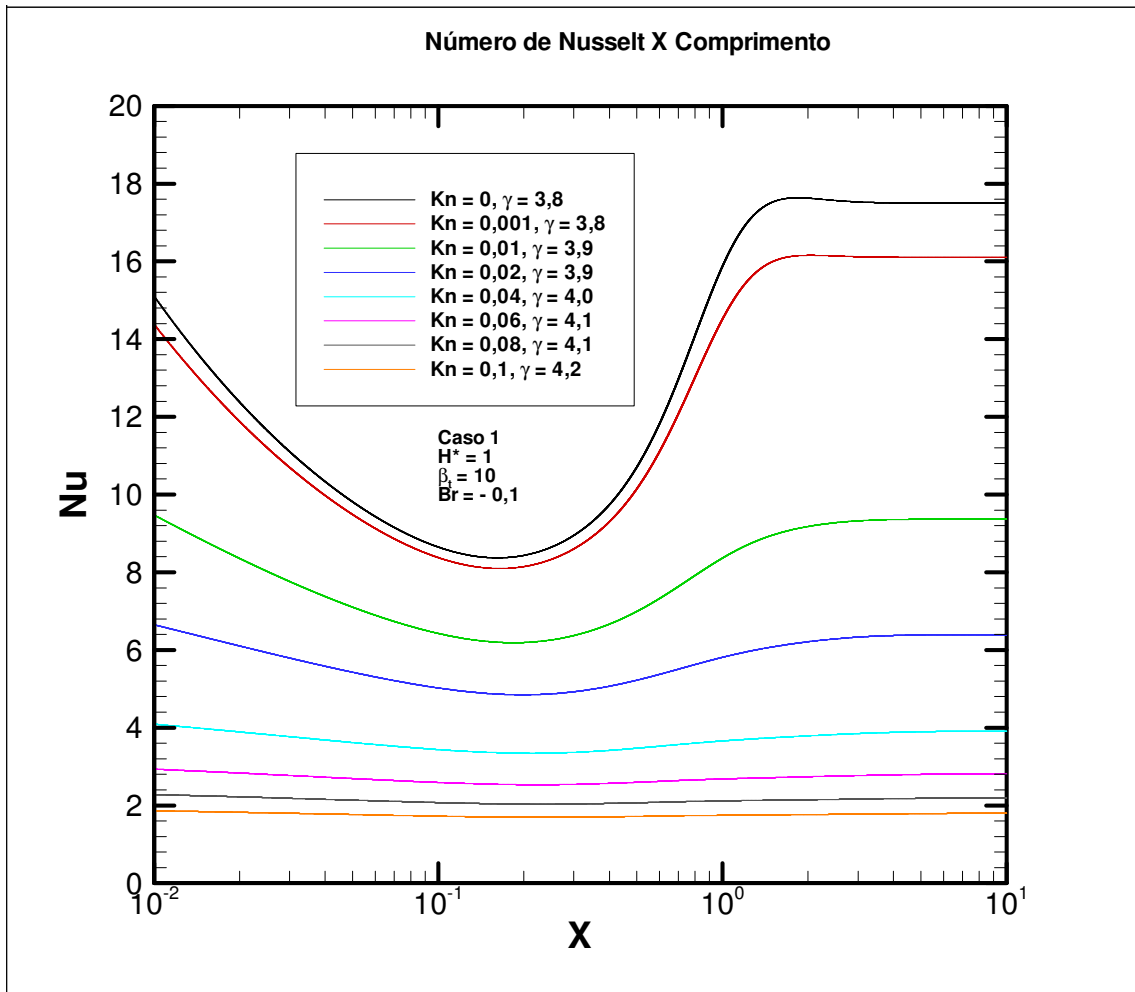


FIG. 7.55 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

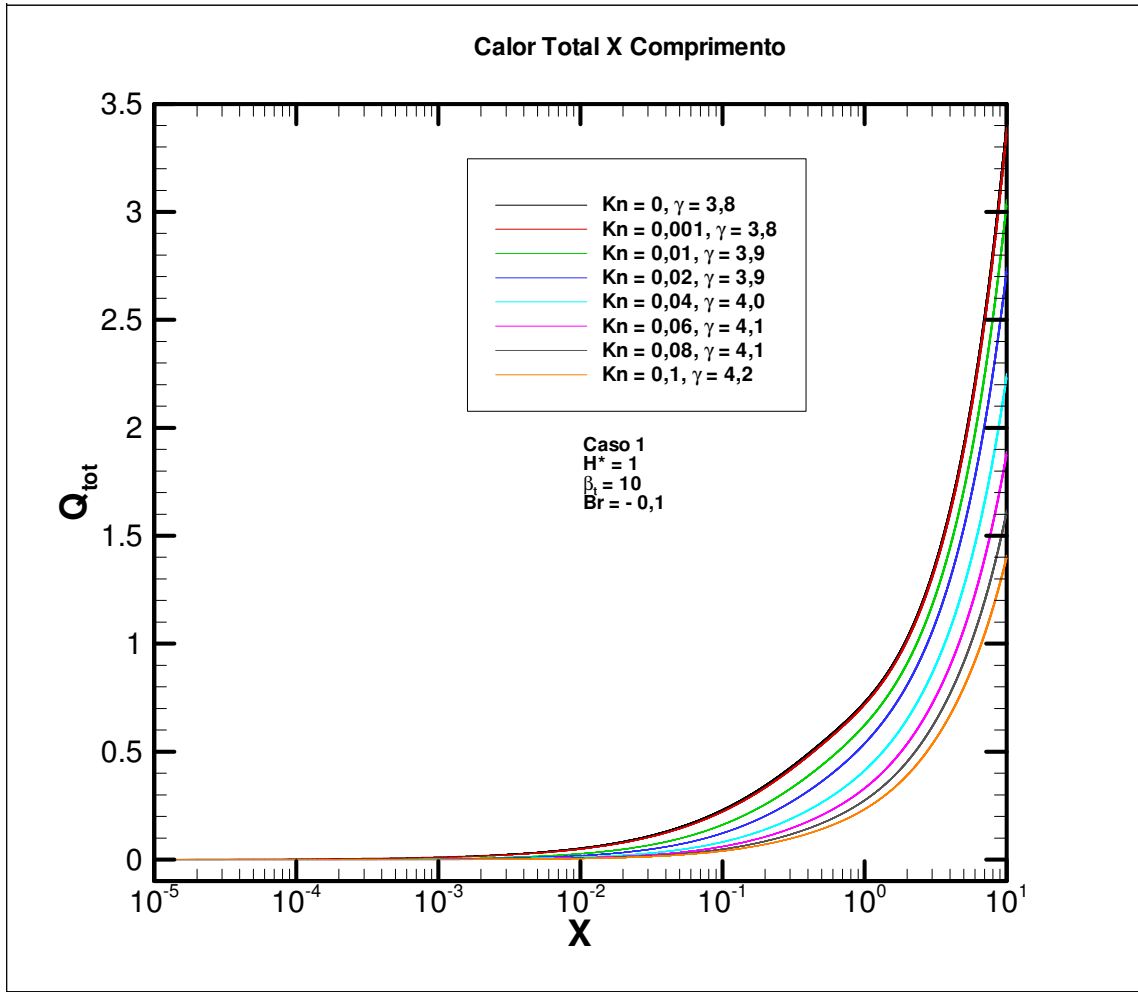


FIG. 7.56 Calor total para diferentes Kn.

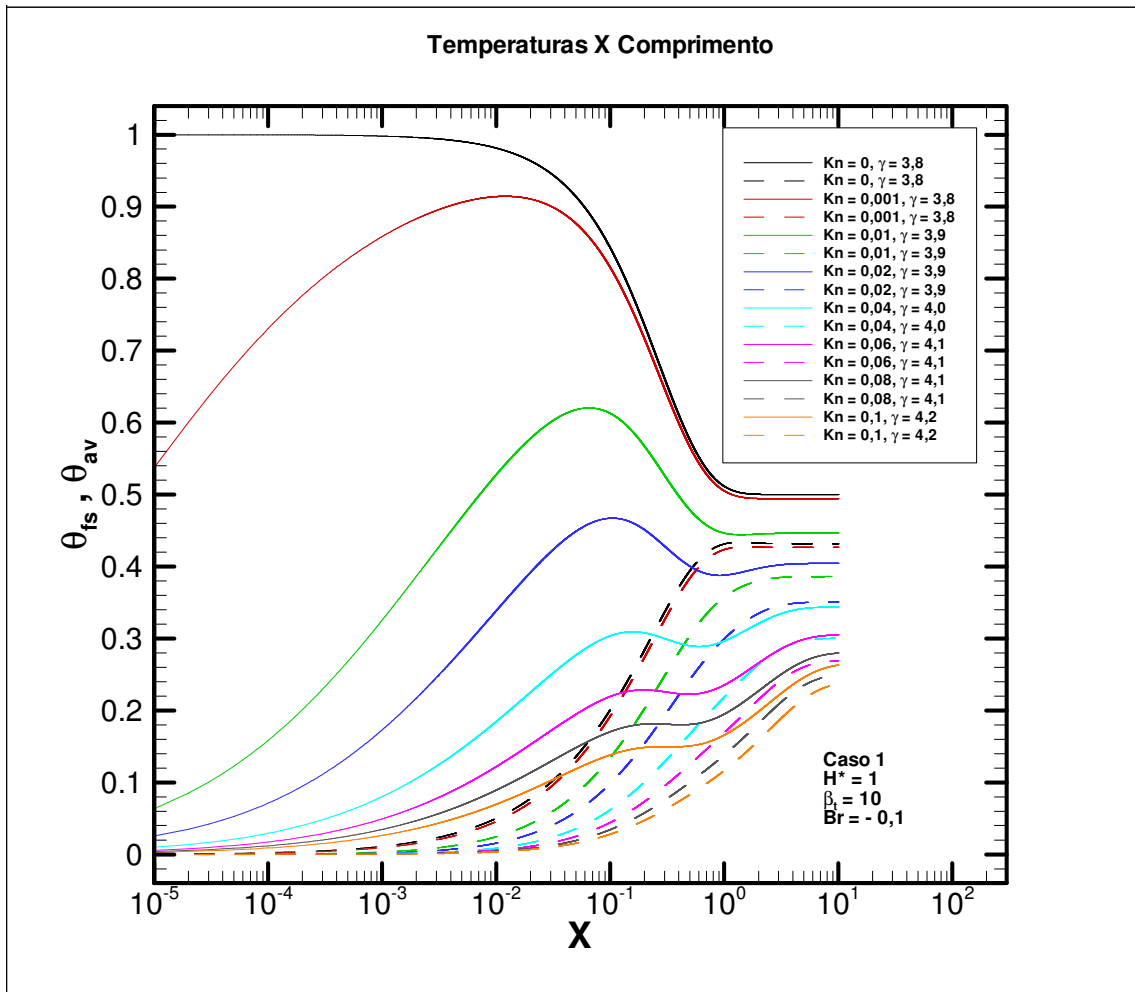


FIG. 7.57 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

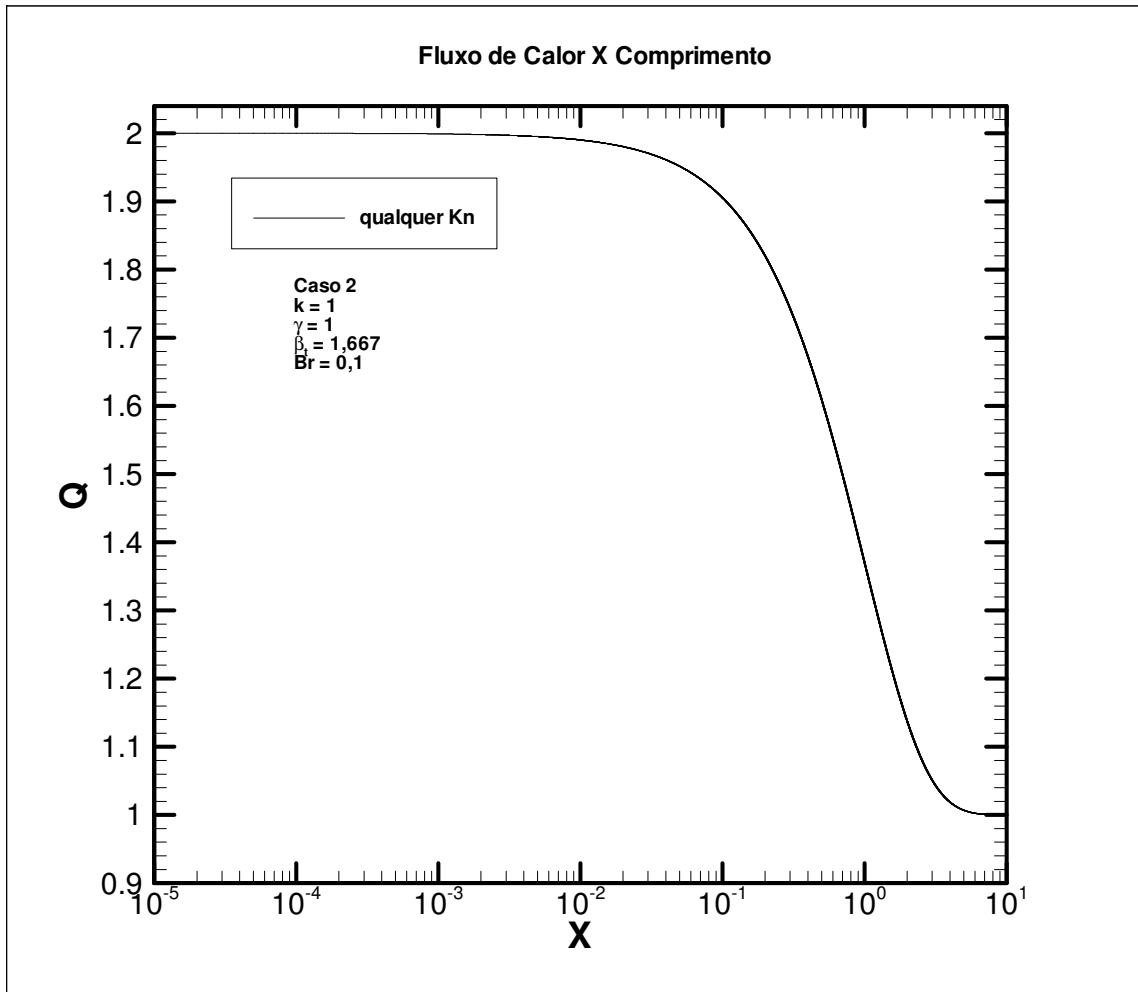


FIG. 7.58 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

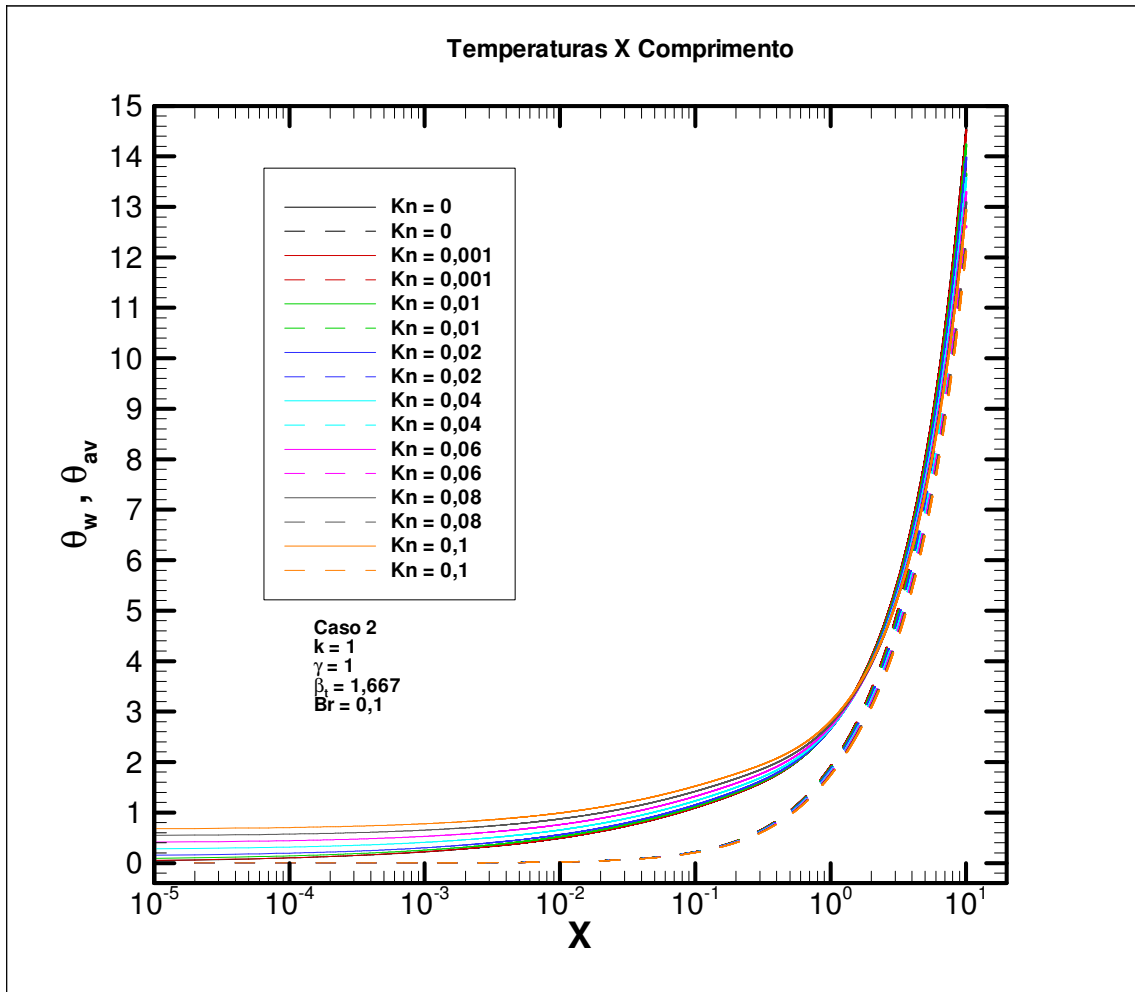


FIG. 7.59 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

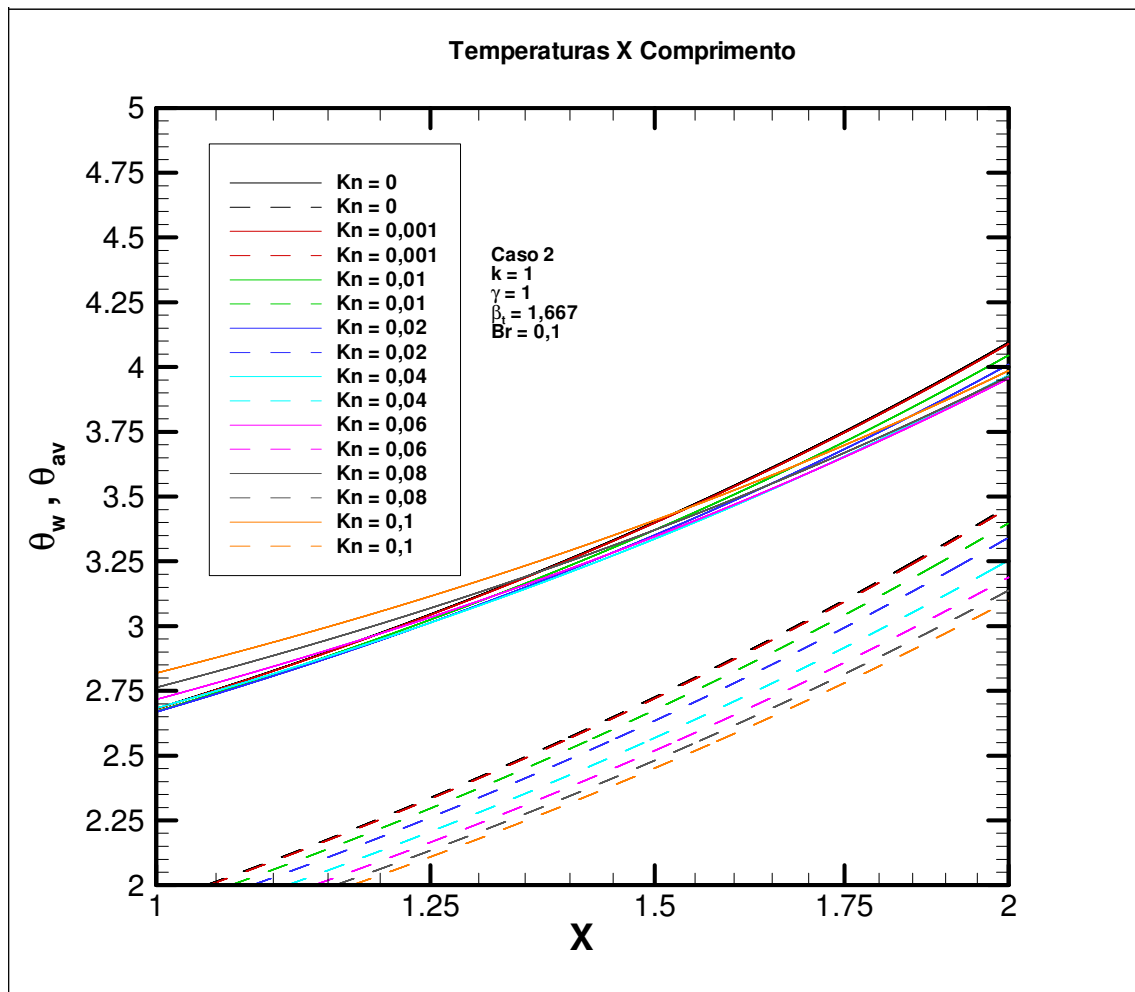


FIG. 7.60 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

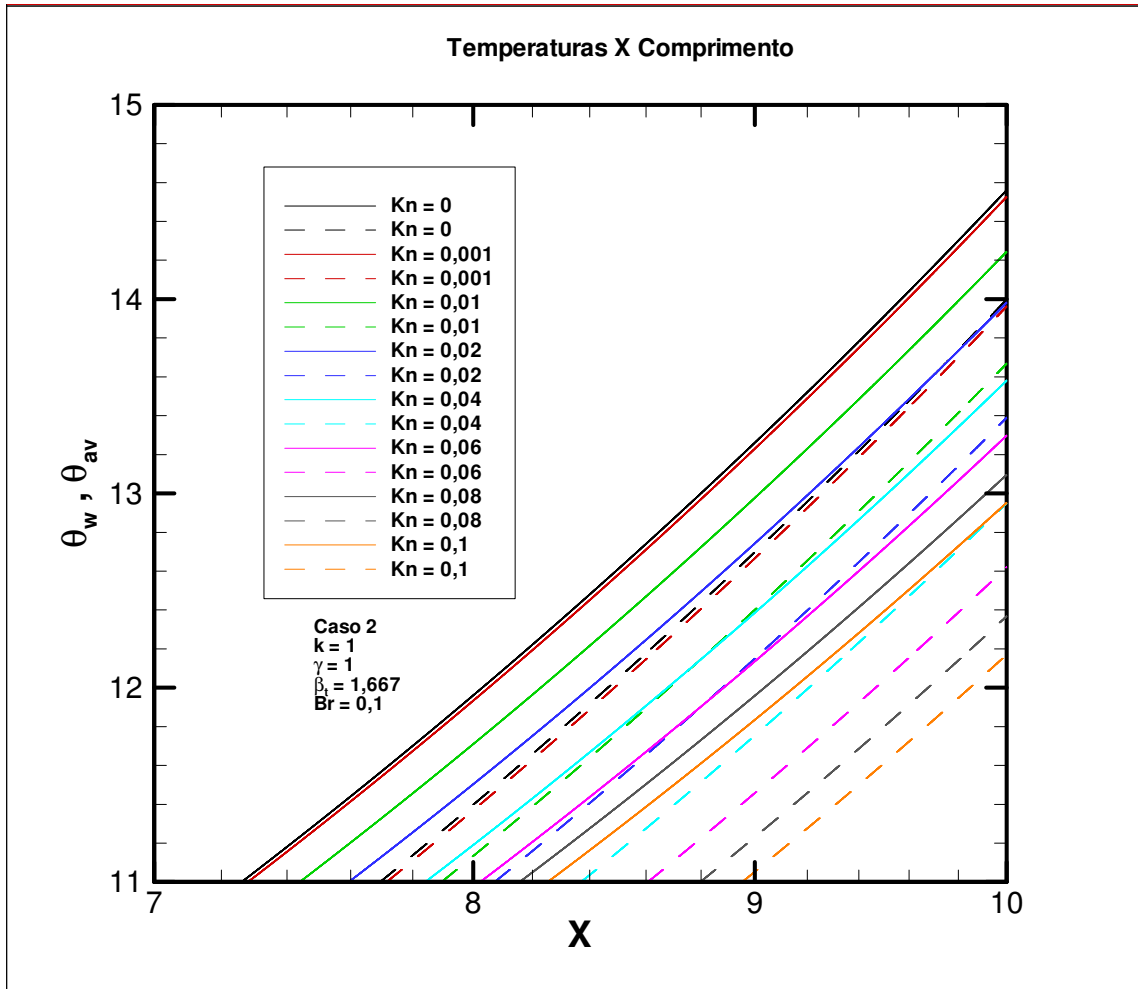


FIG. 7.61 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



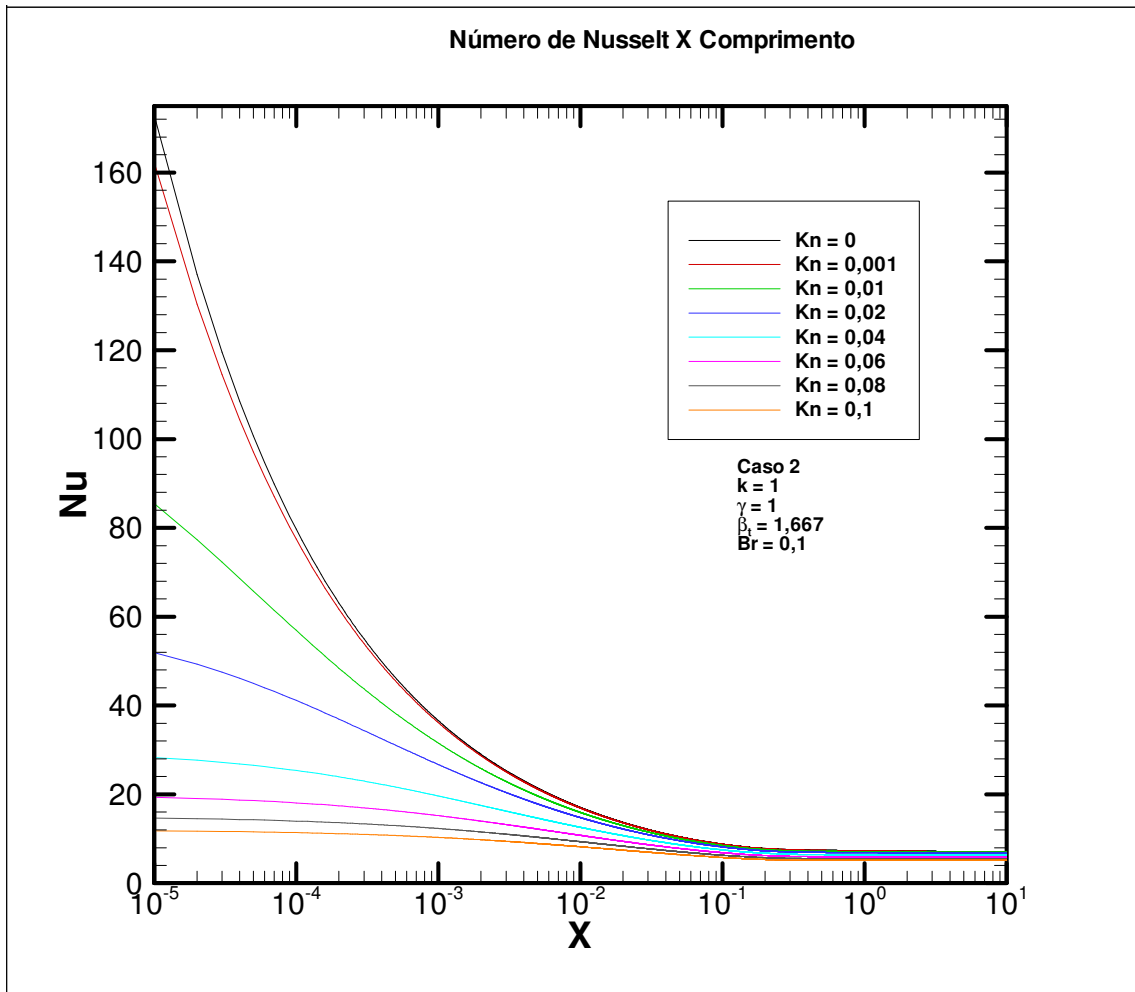


FIG. 7.62 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

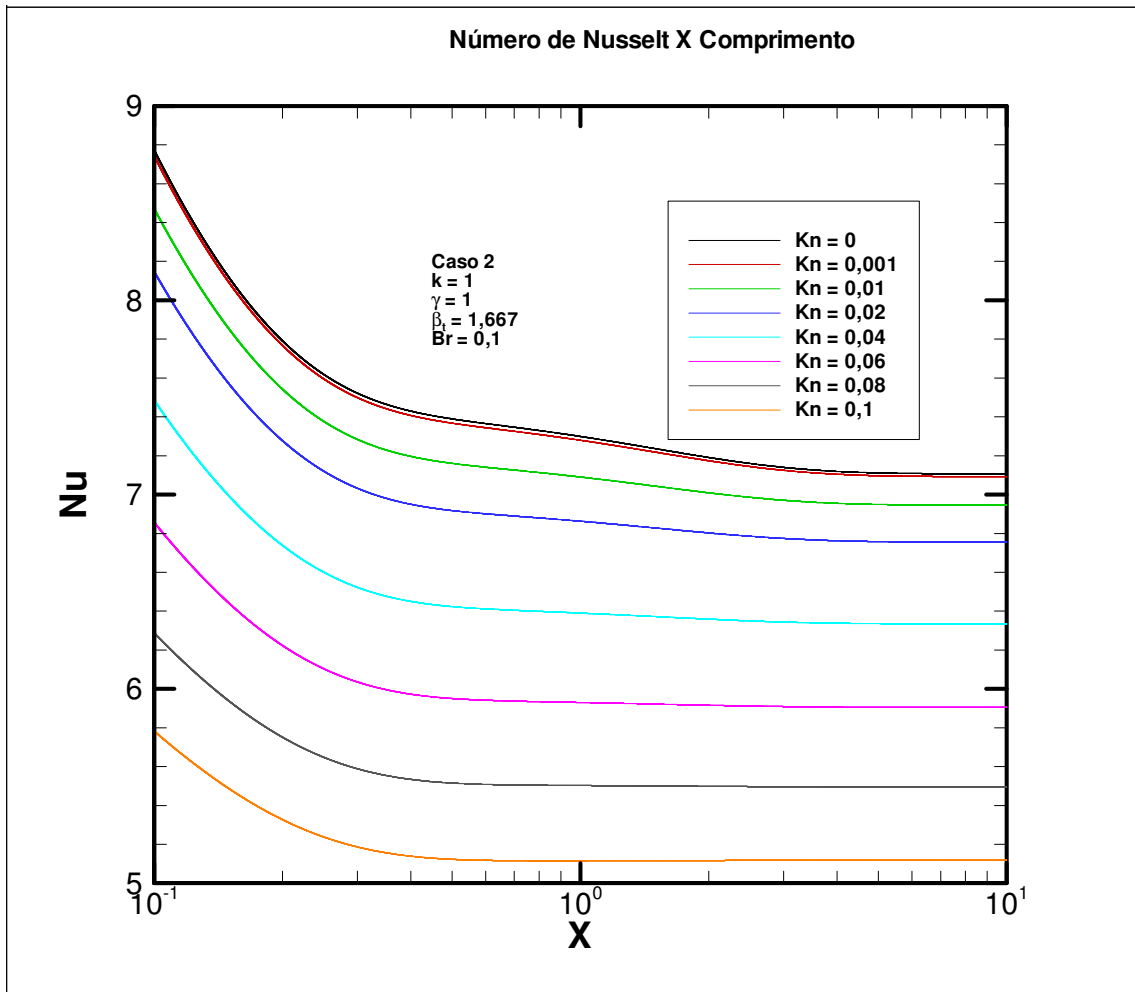


FIG. 7.63 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

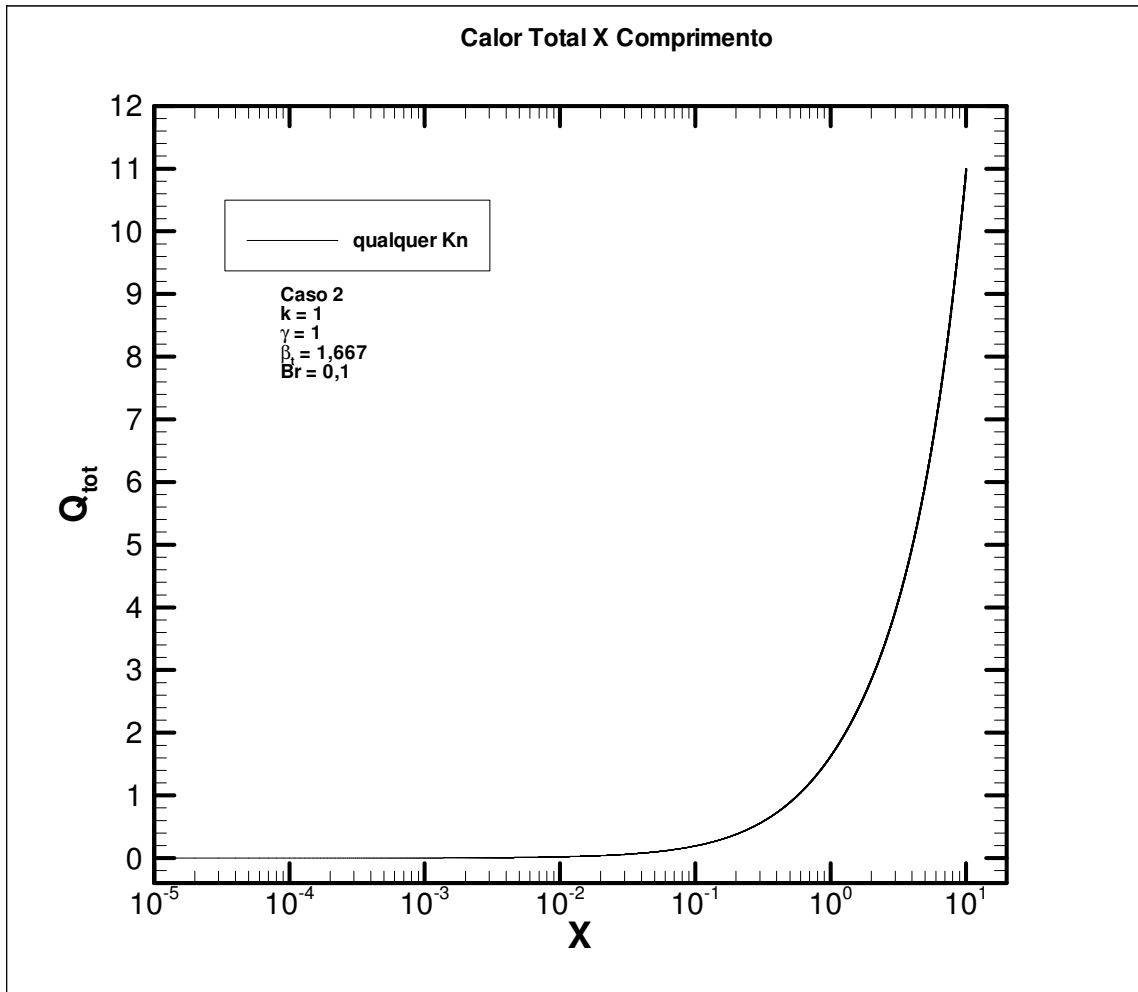


FIG. 7.64 Calor total para diferentes Kn.

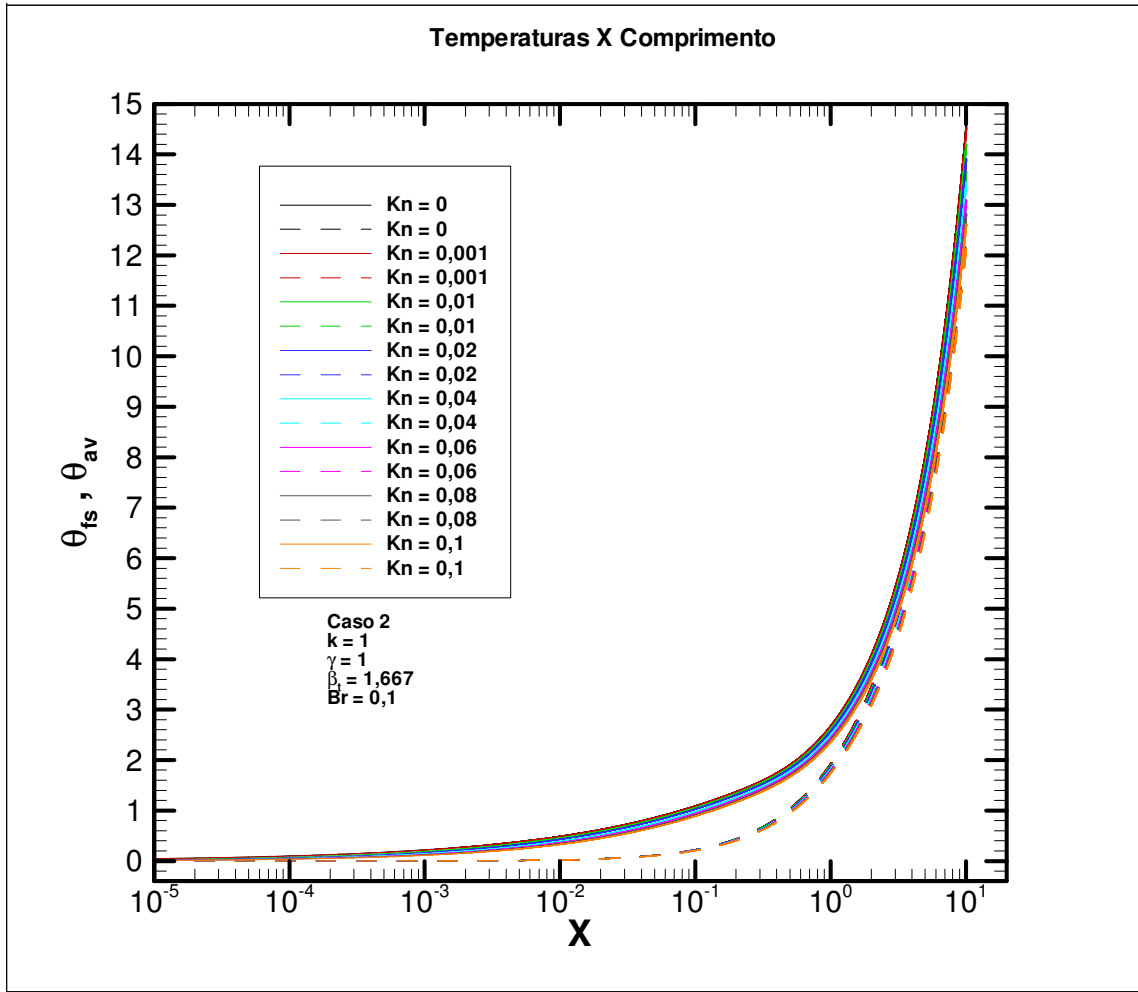


FIG. 7.65 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

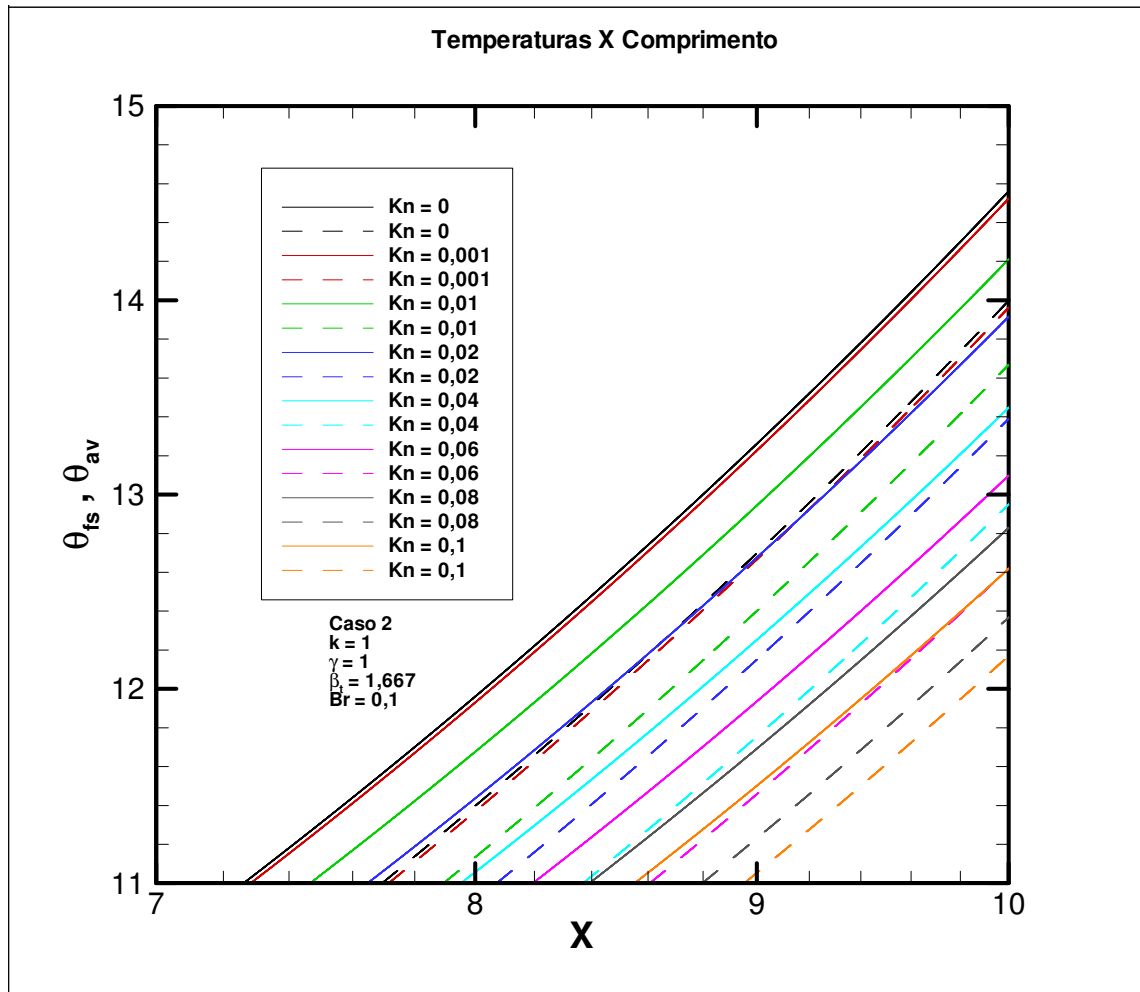


FIG. 7.66 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

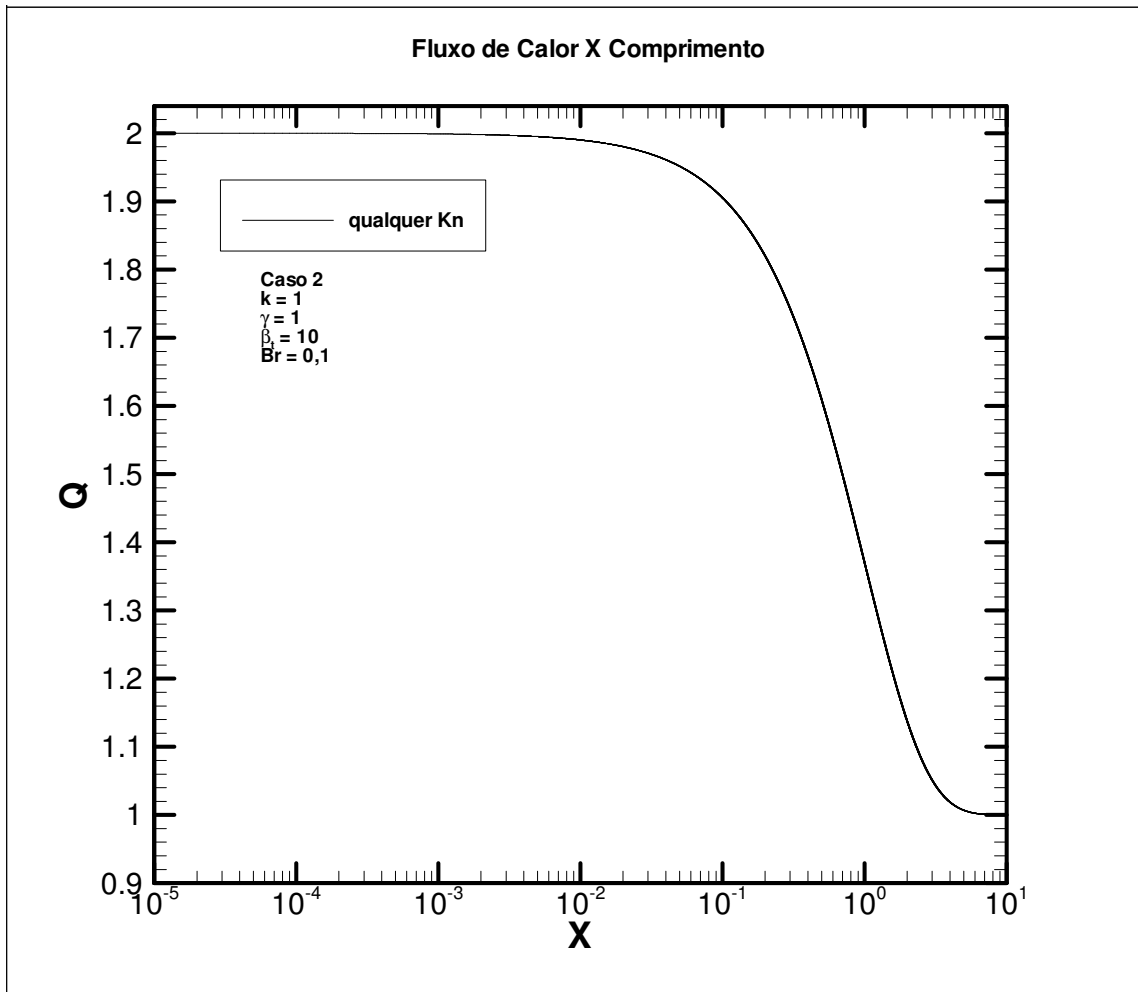


FIG. 7.67 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

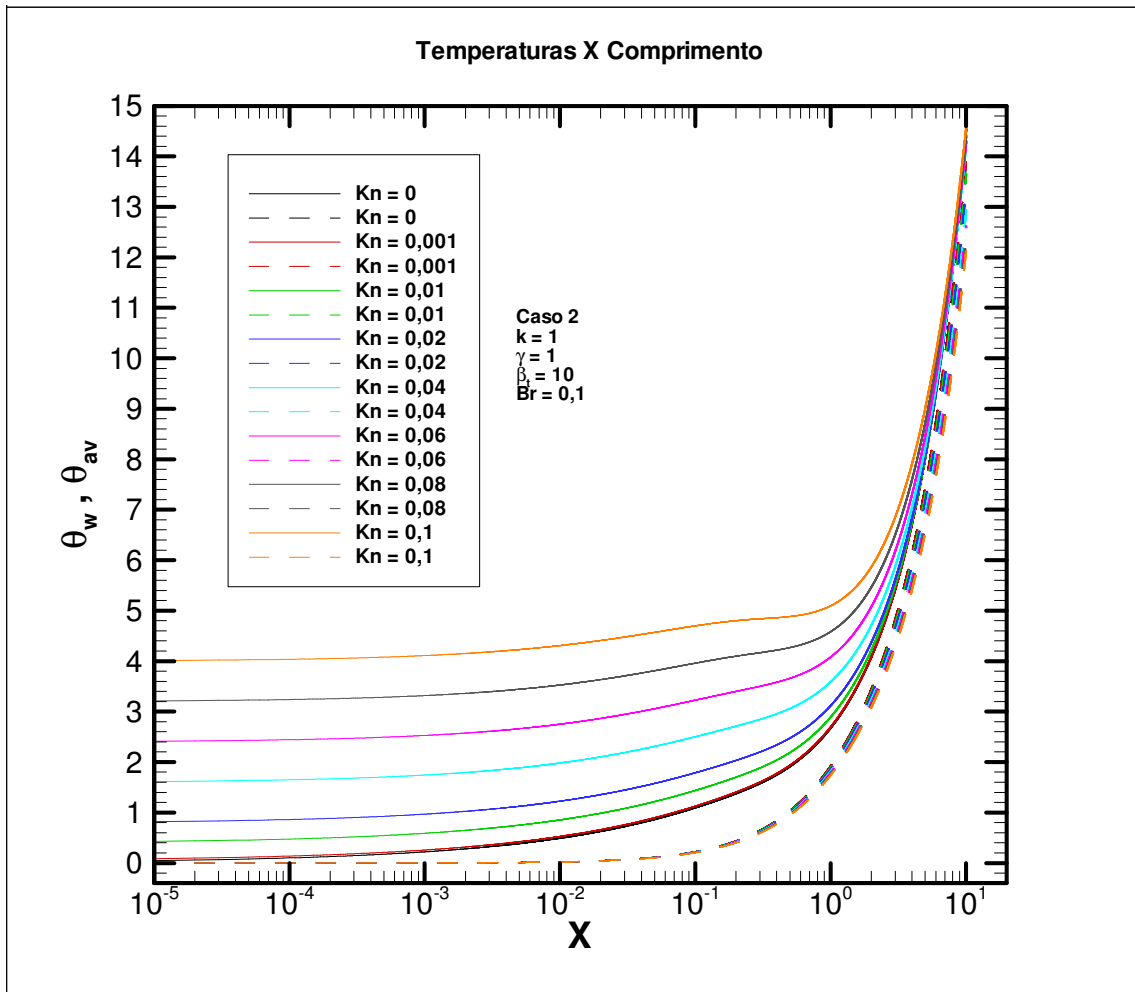


FIG. 7.68 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de  $Kn$ .

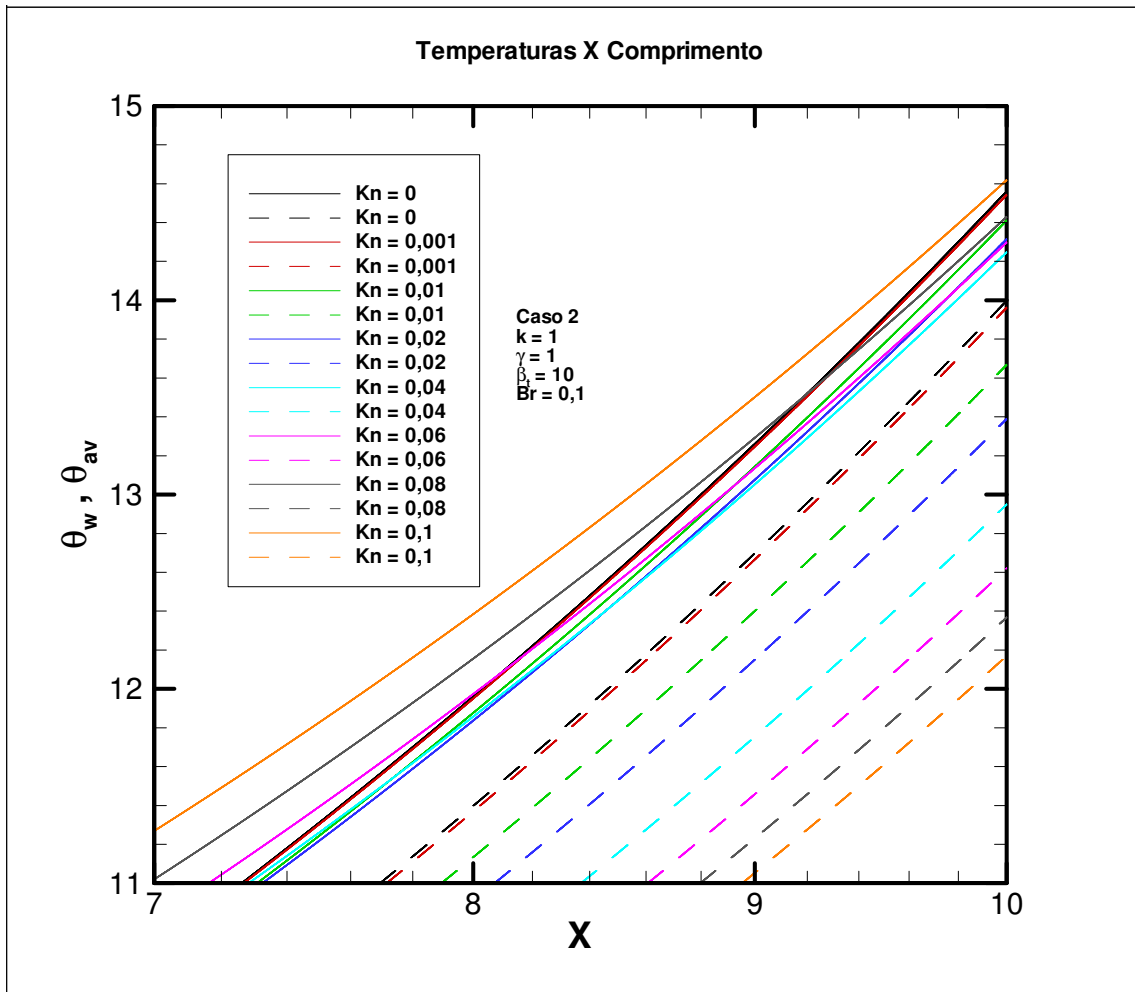


FIG. 7.69 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



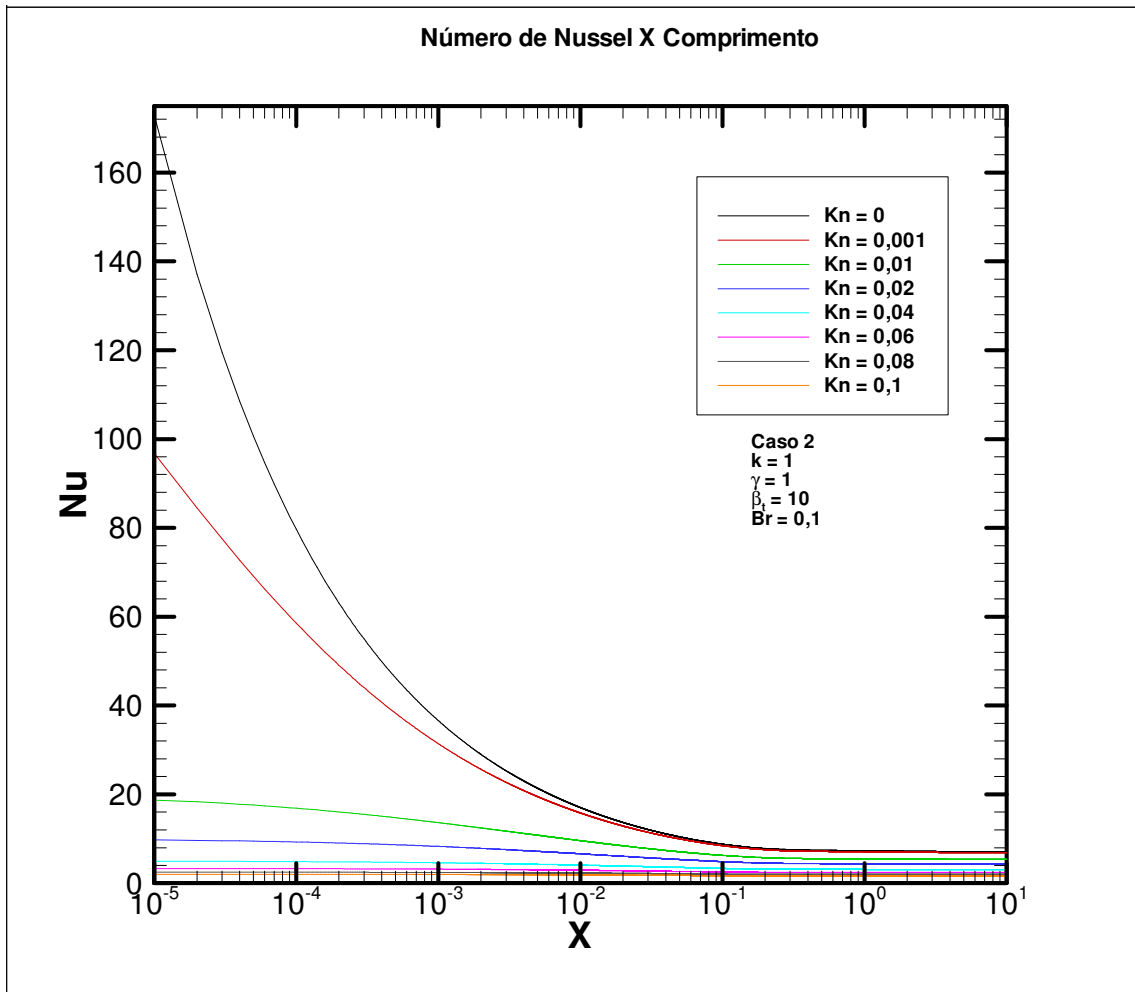


FIG. 7.70 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

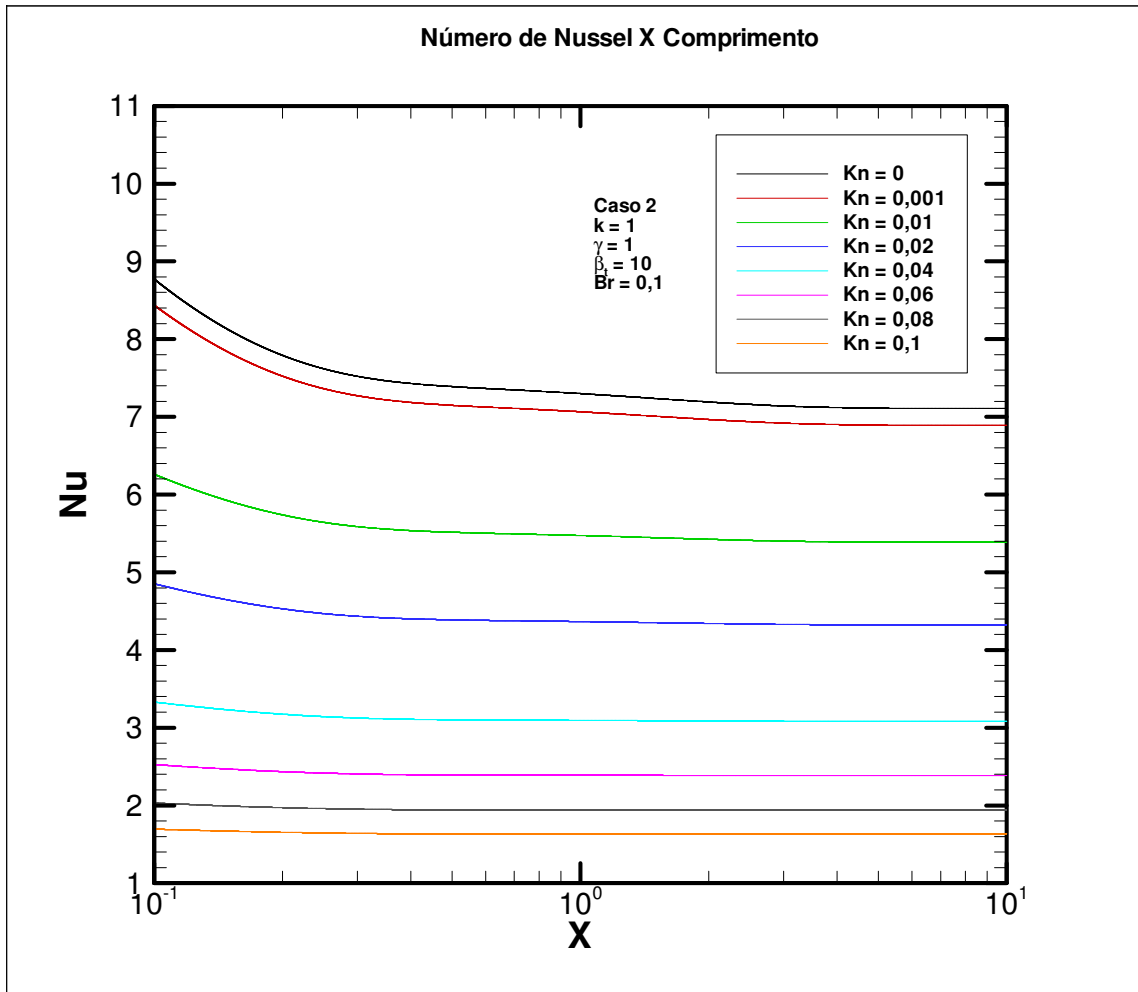


FIG. 7.71 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

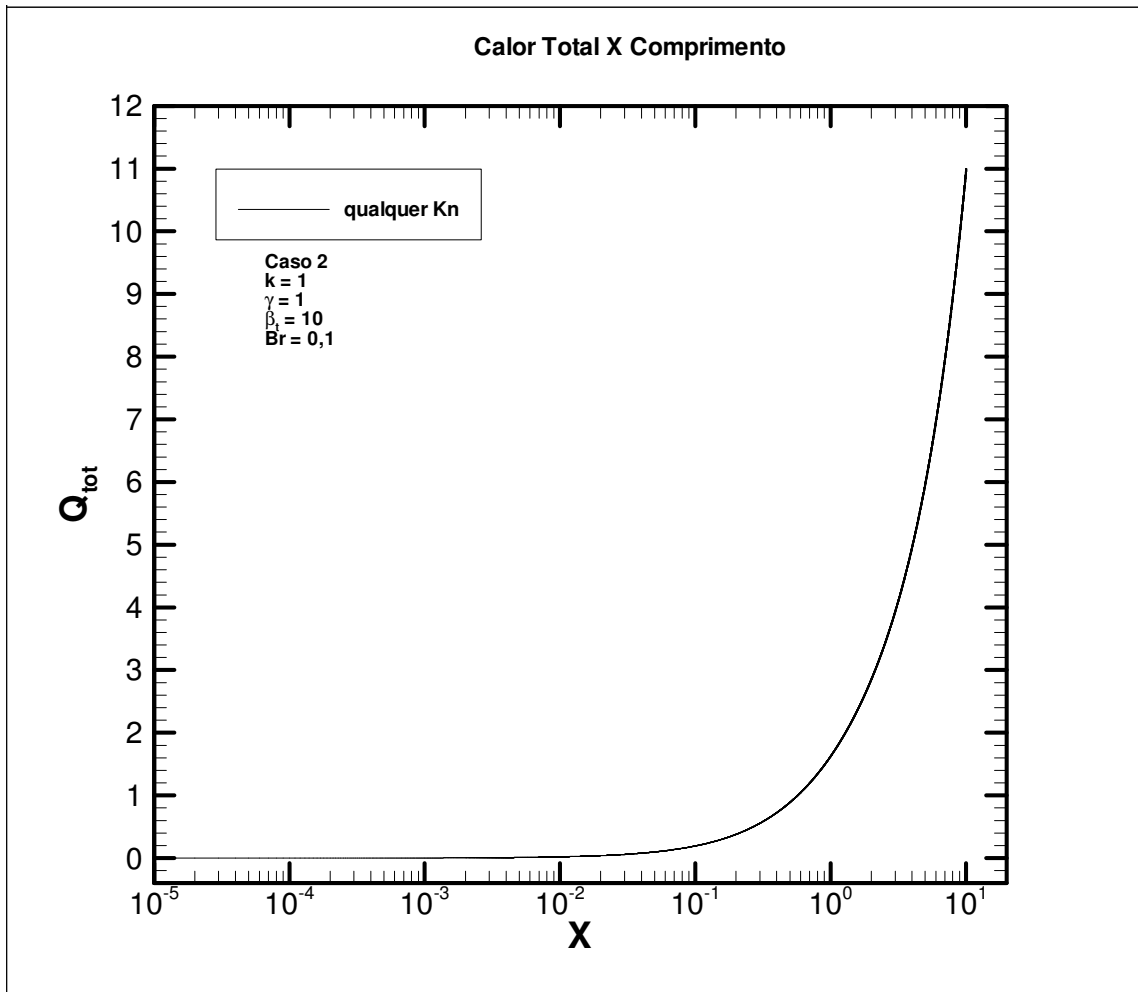


FIG. 7.72 Calor total para diferentes Kn.

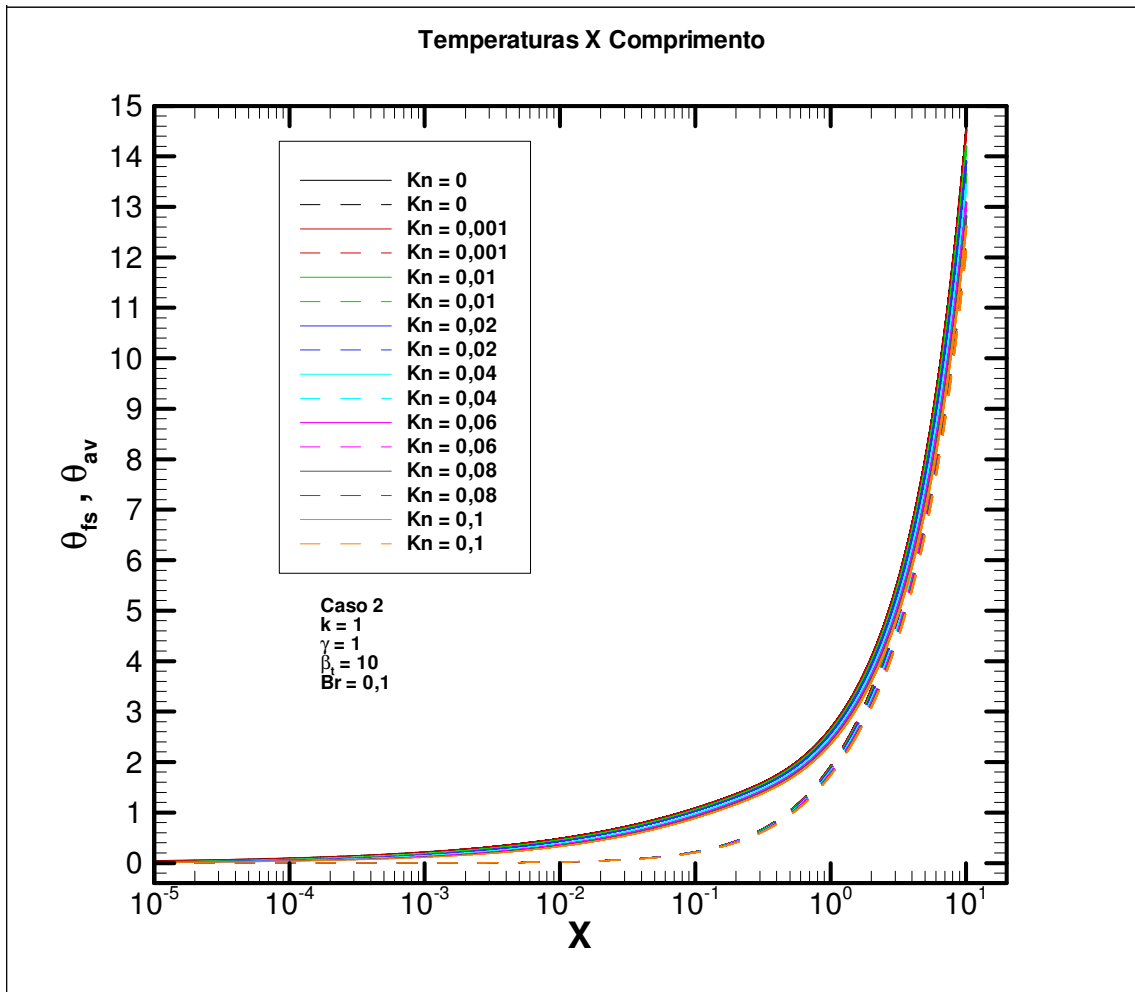


FIG. 7.73 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

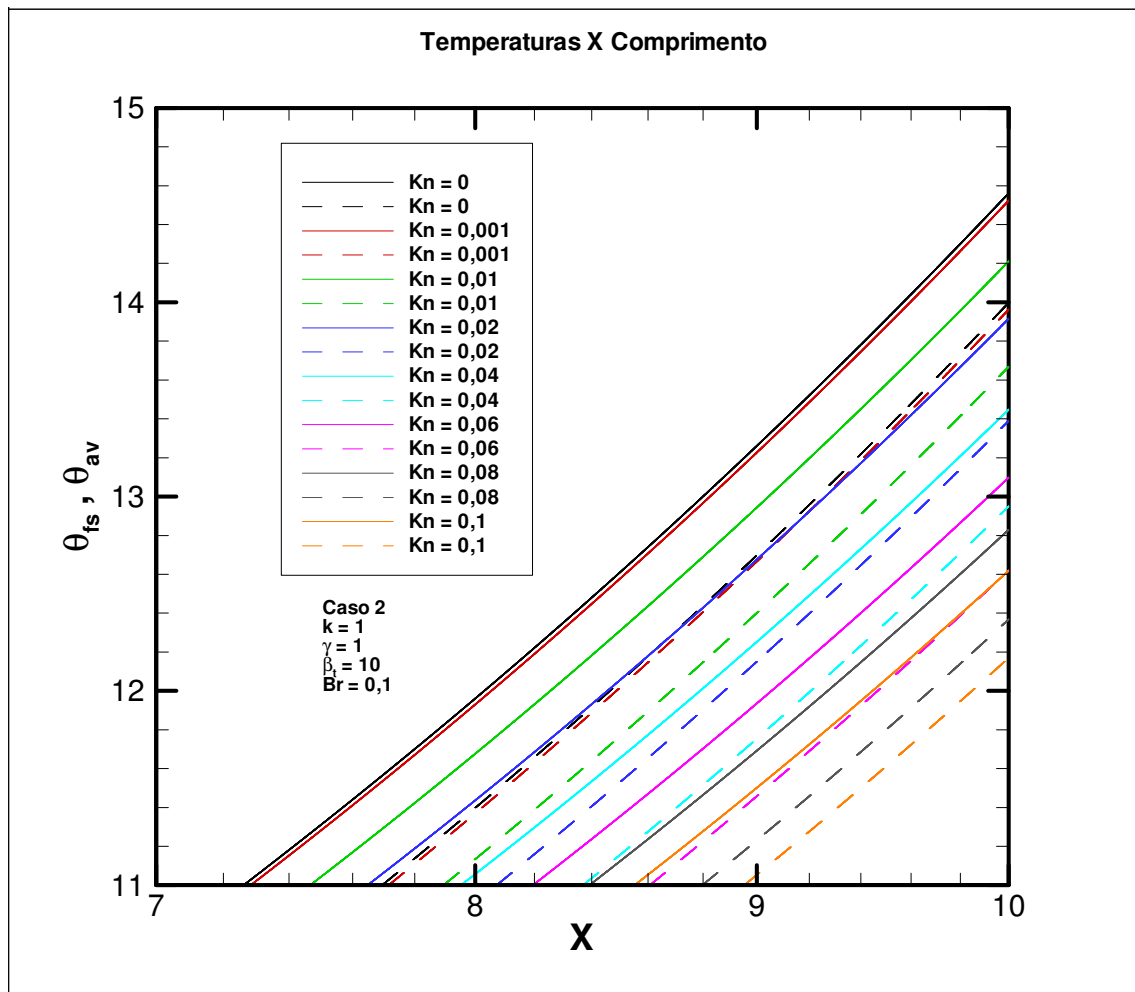


FIG. 7.74 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

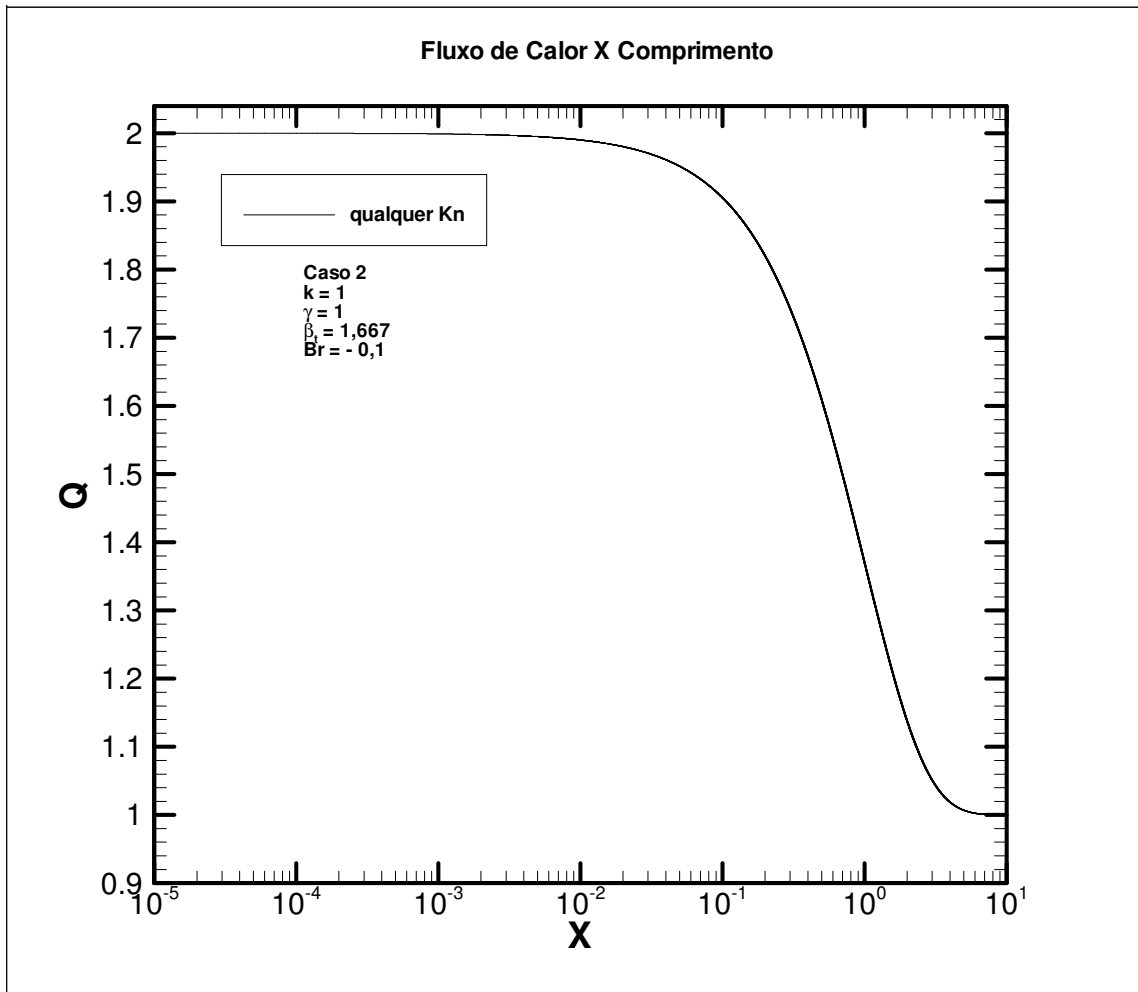


FIG. 7.75 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

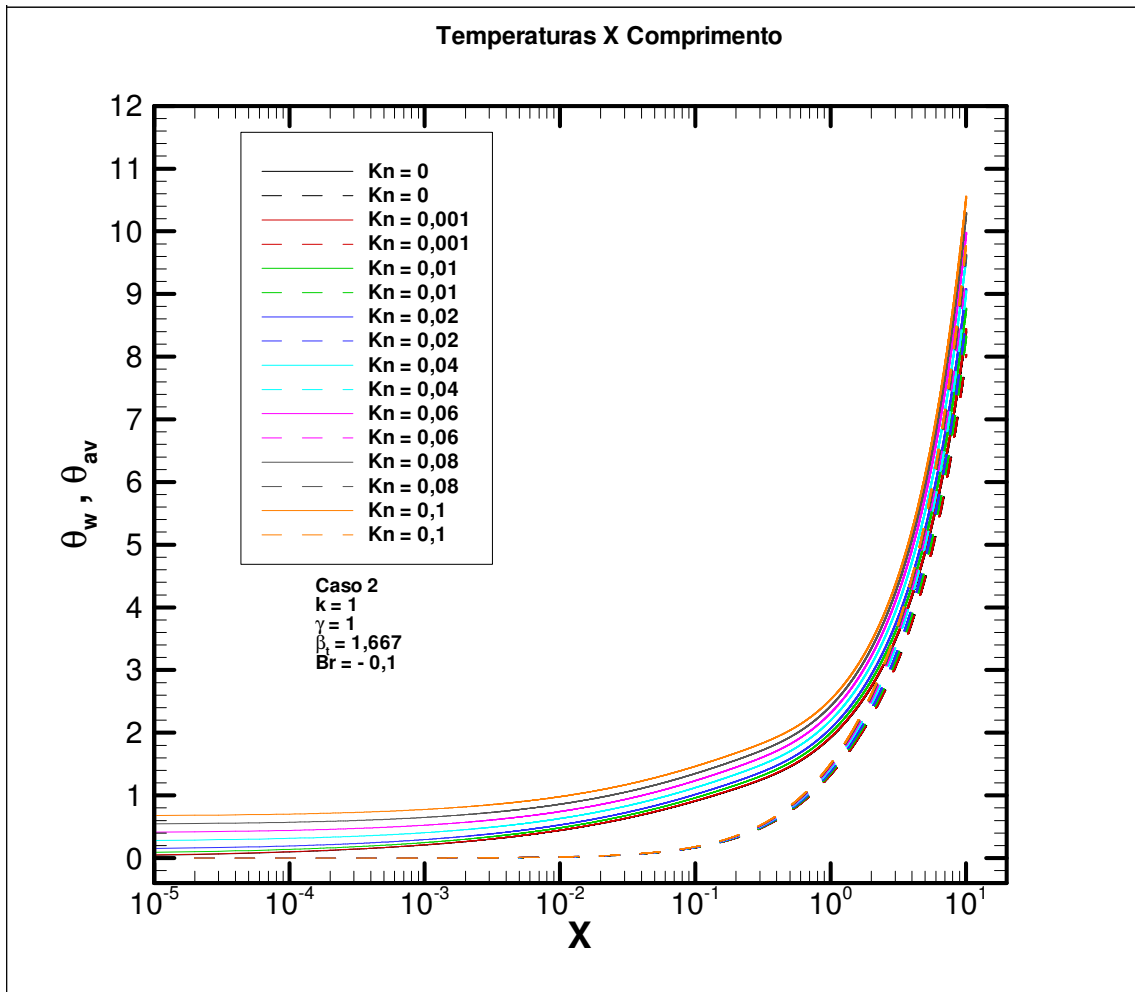


FIG. 7.76 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

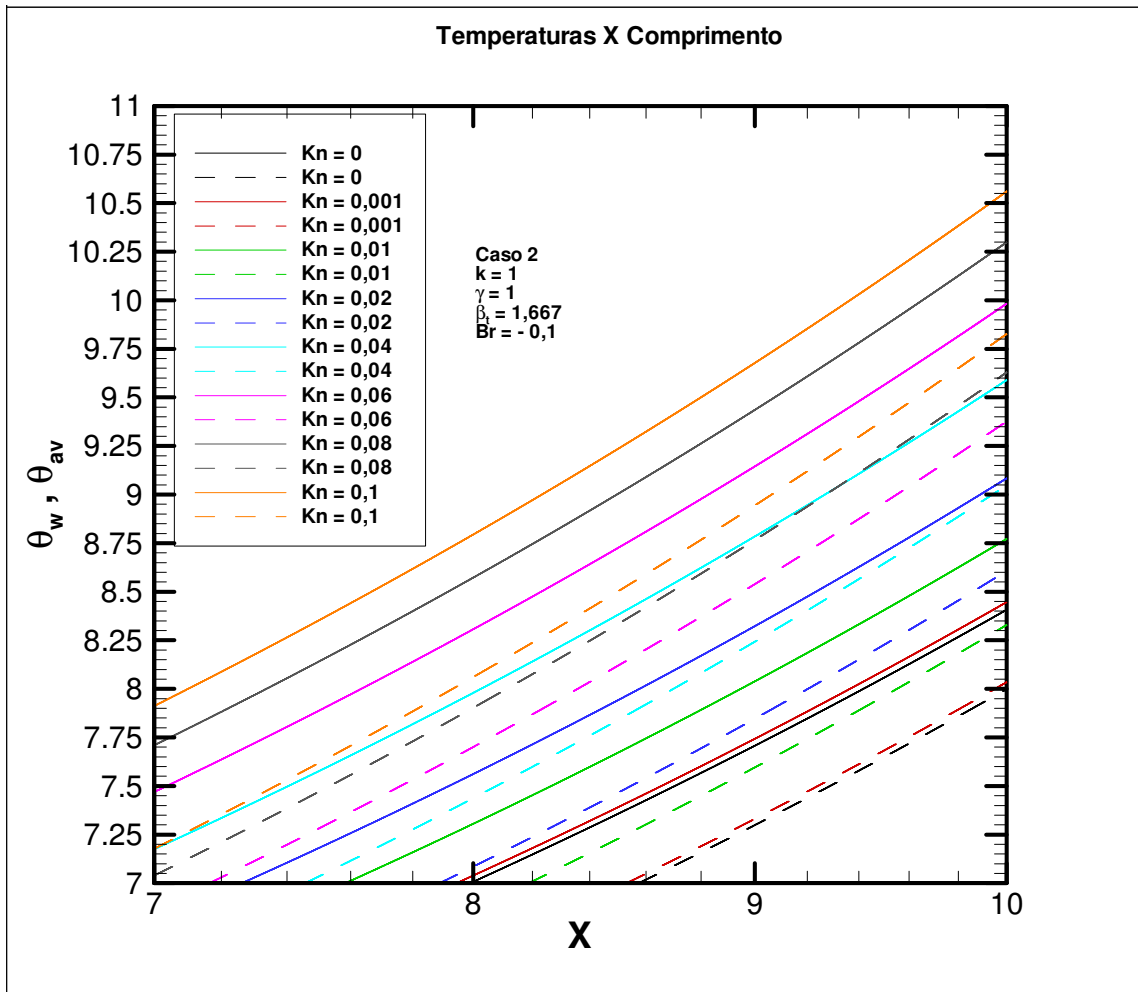


FIG. 7.77 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



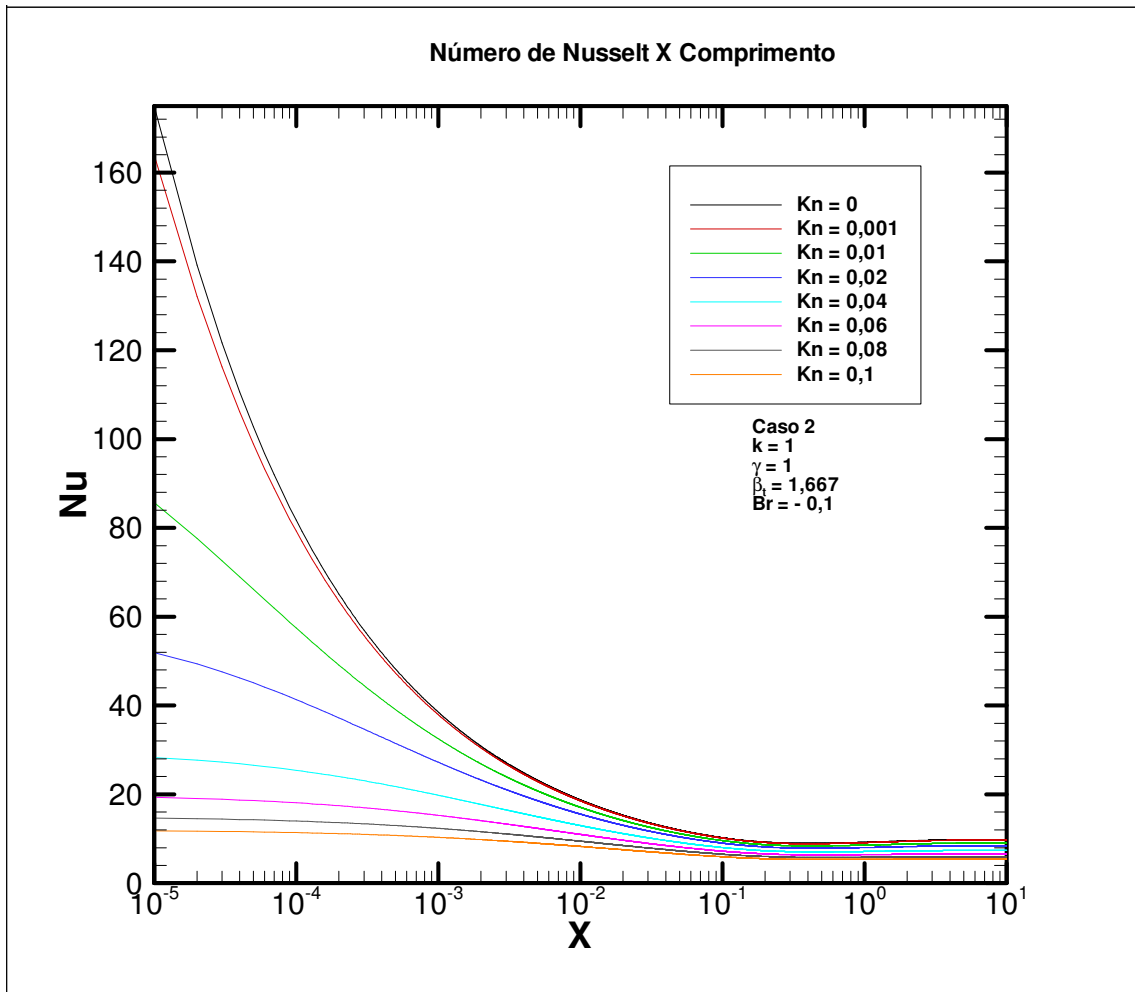


FIG. 7.78 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

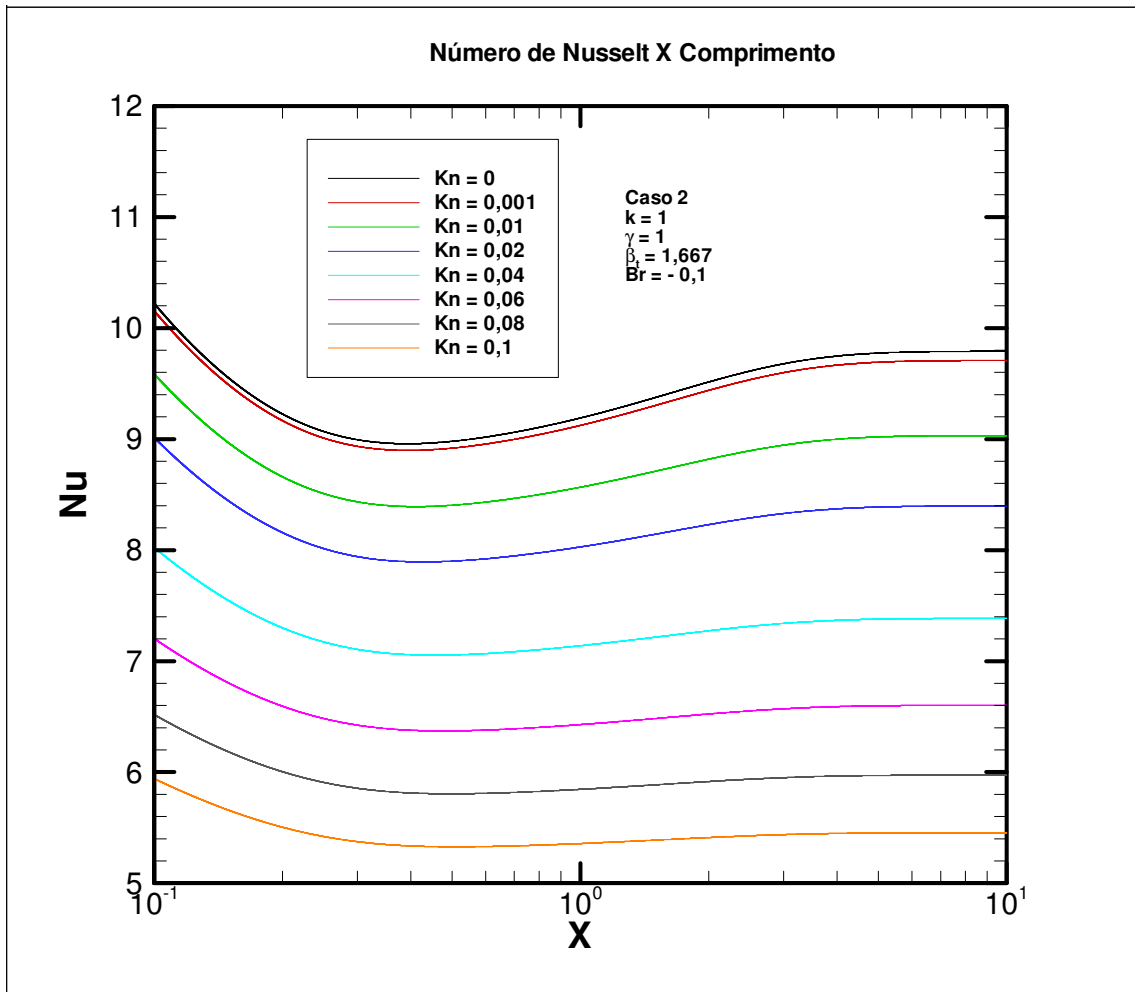


FIG. 7.79 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

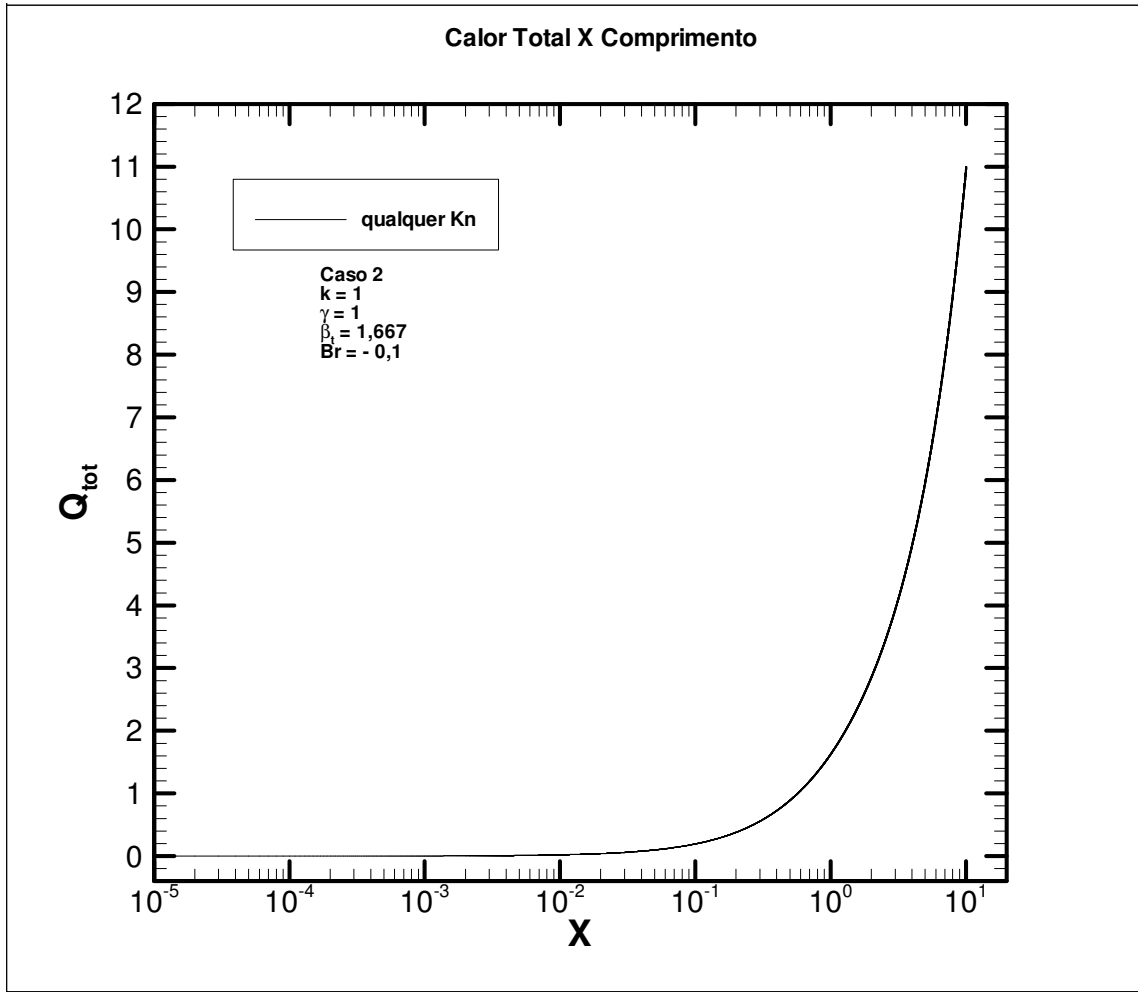


FIG. 7.80 Calor total para diferentes Kn.

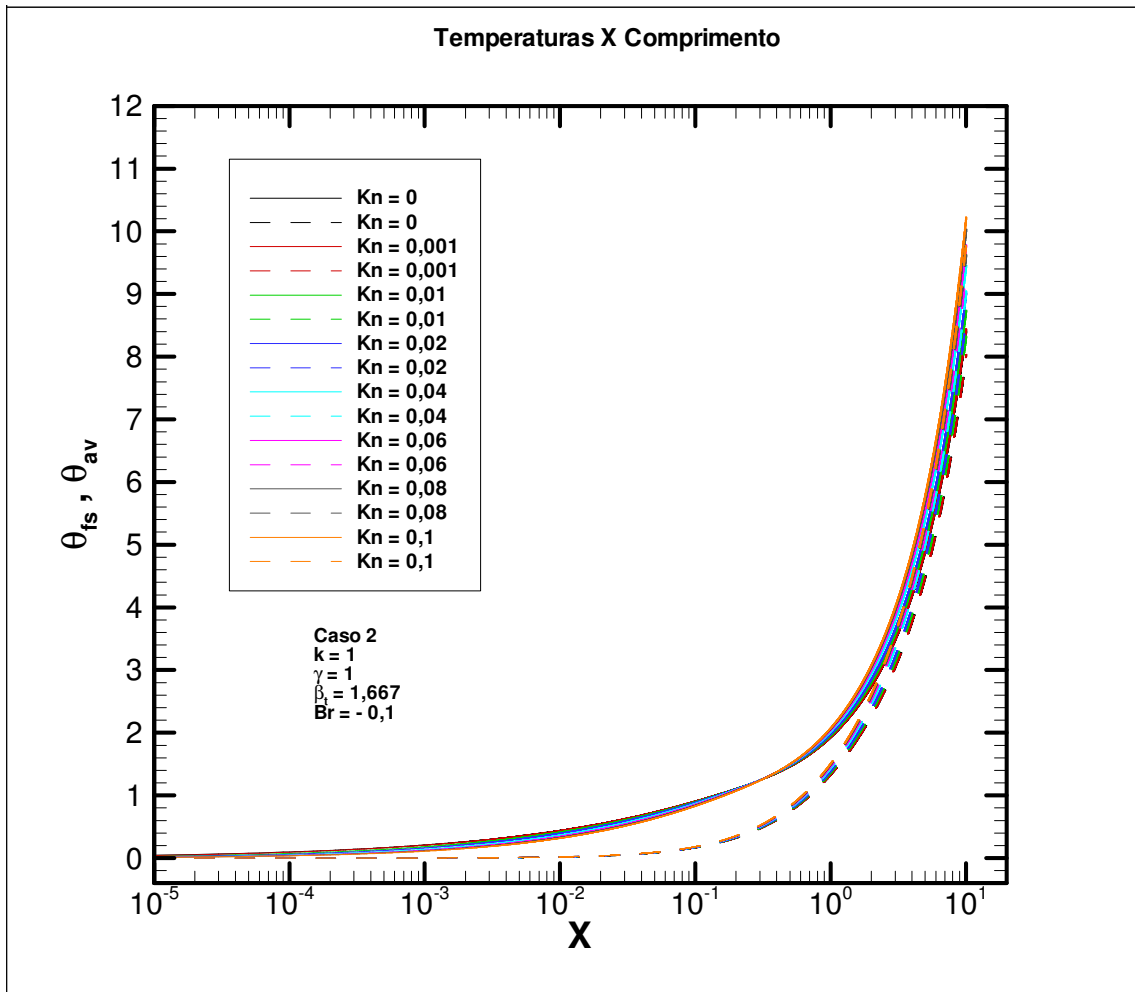


FIG. 7.81 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

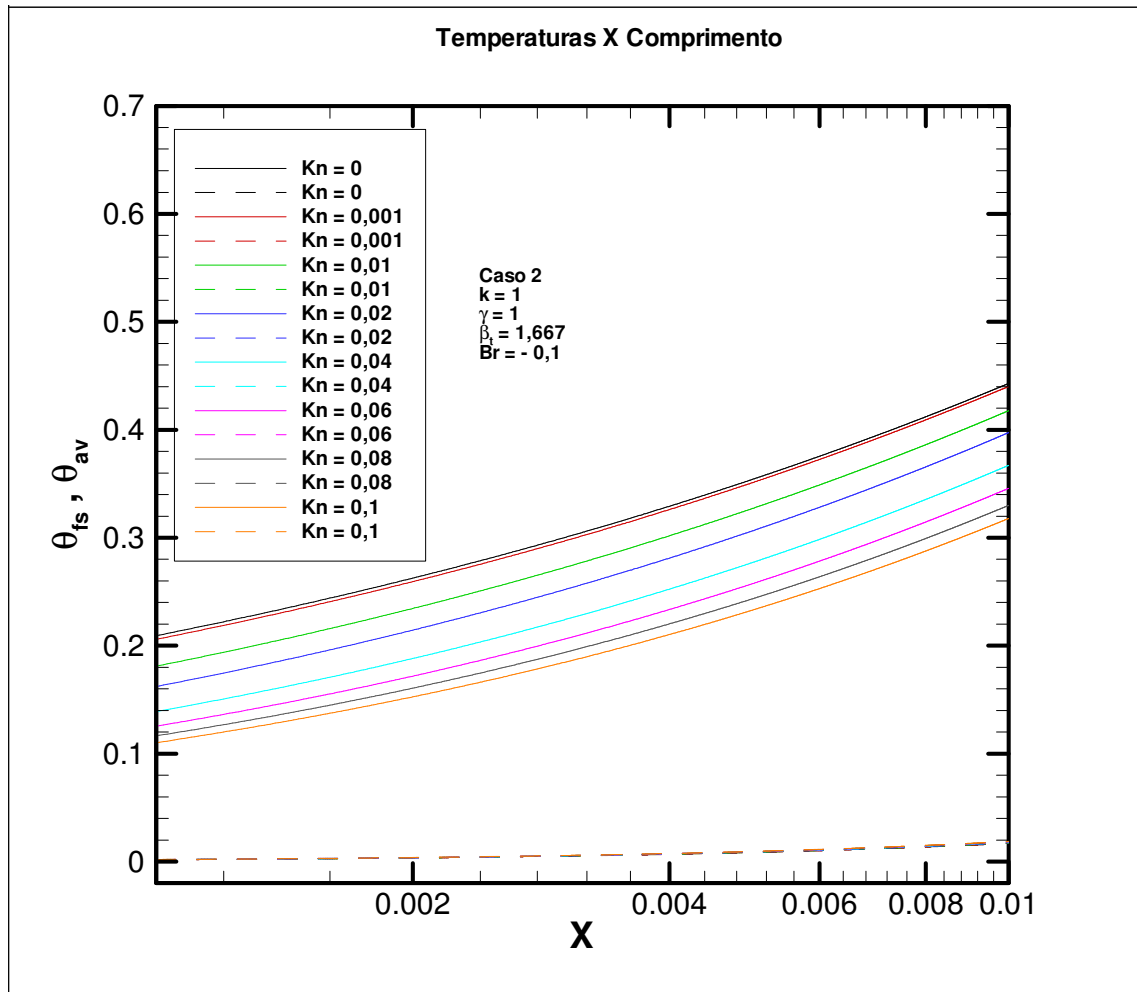


FIG. 7.82 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

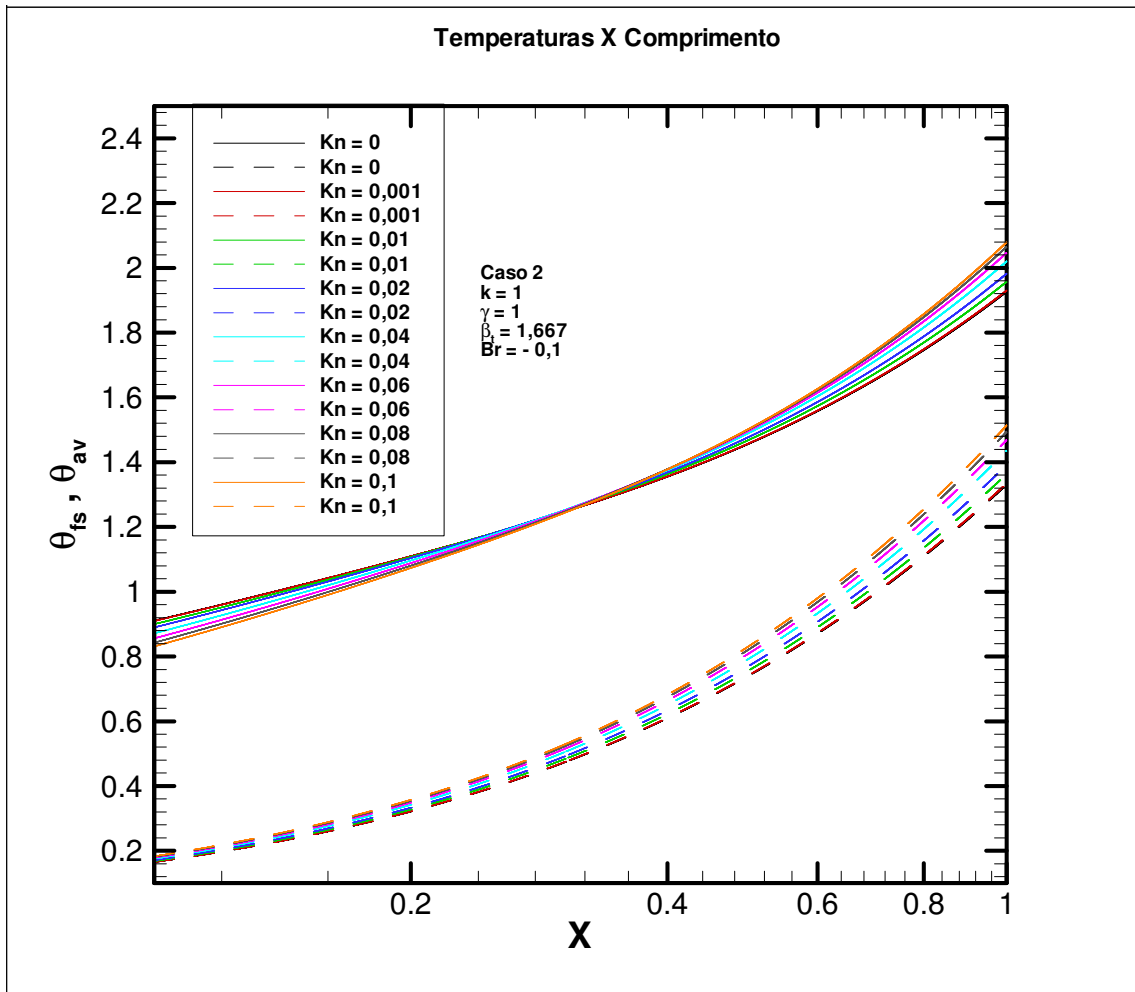


FIG. 7.83 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

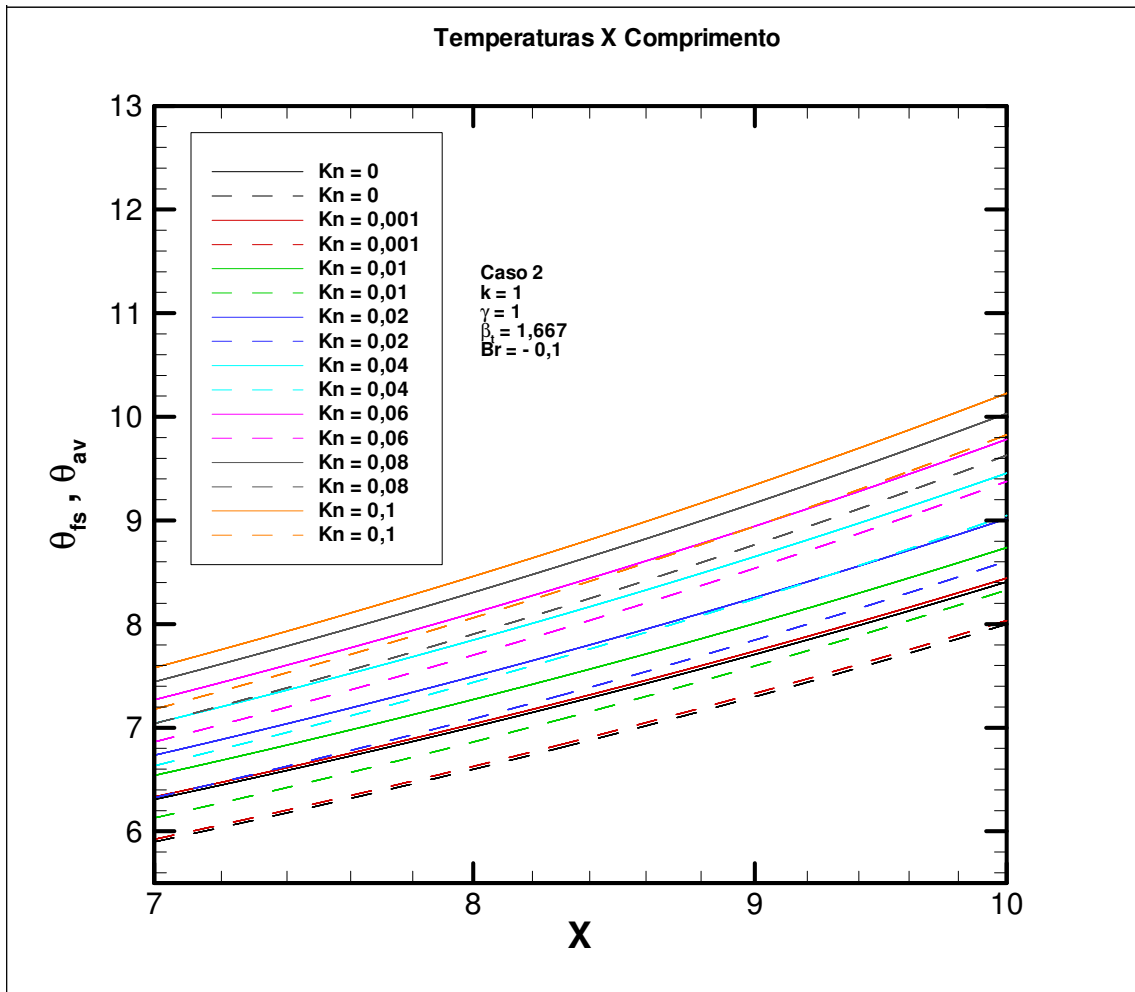


FIG. 7.84 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

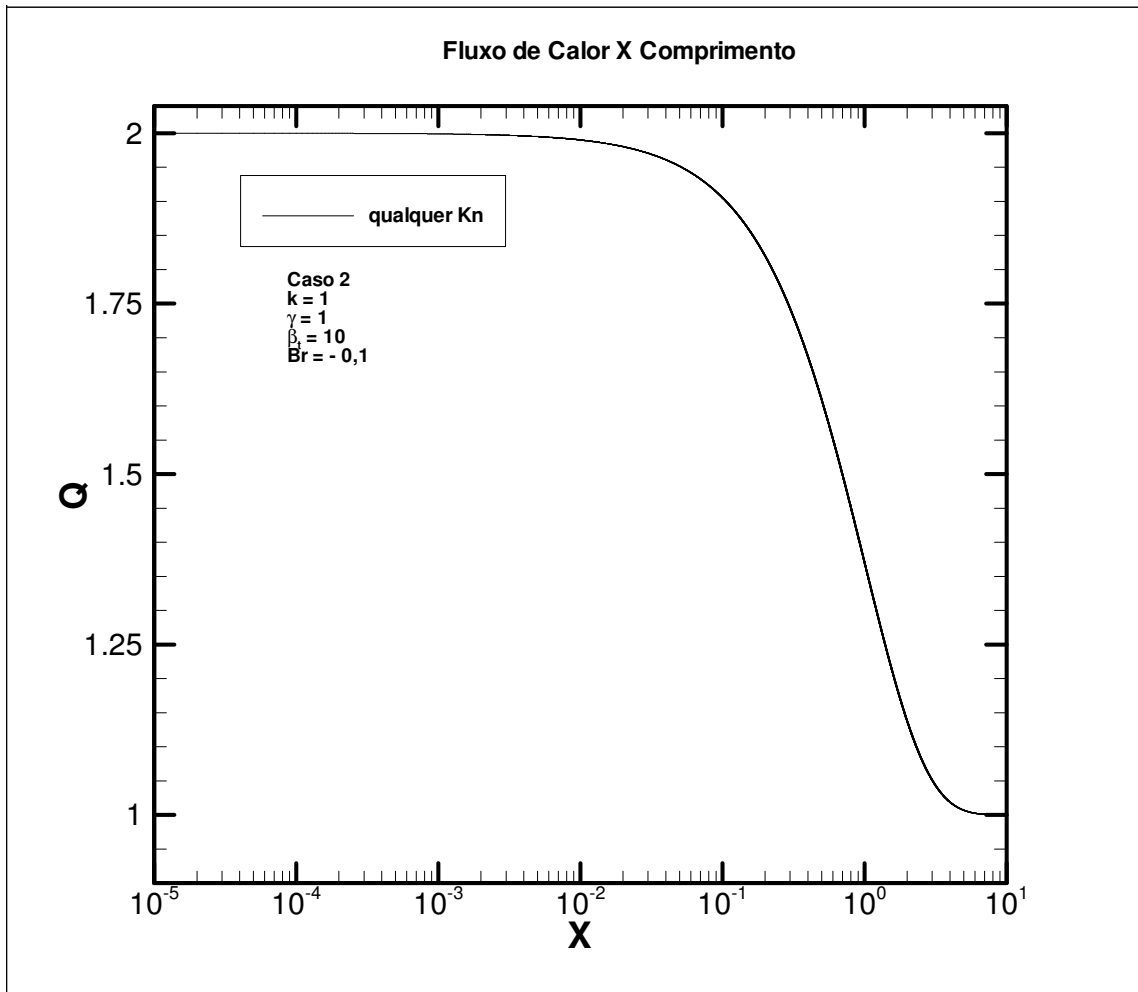


FIG. 7.85 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.



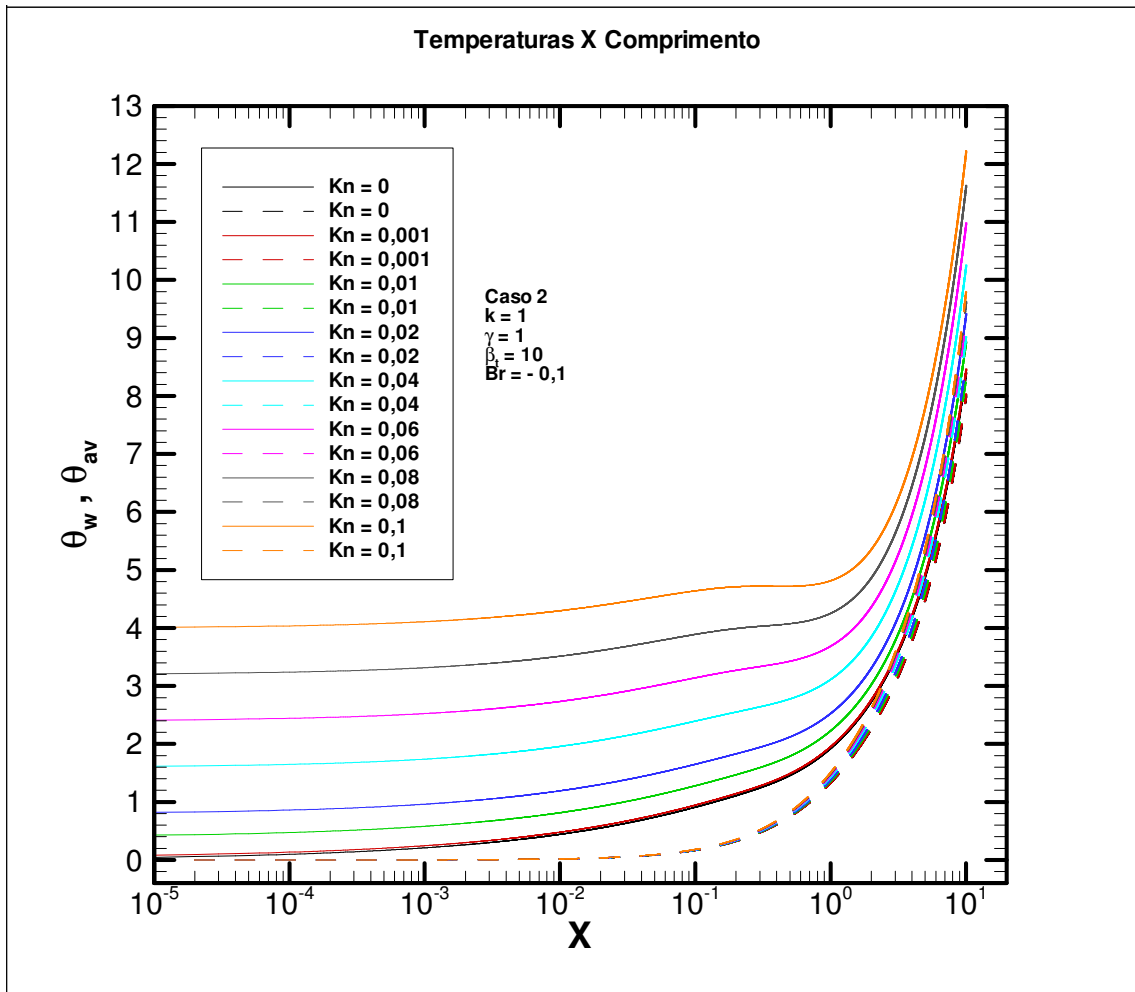


FIG. 7.86 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

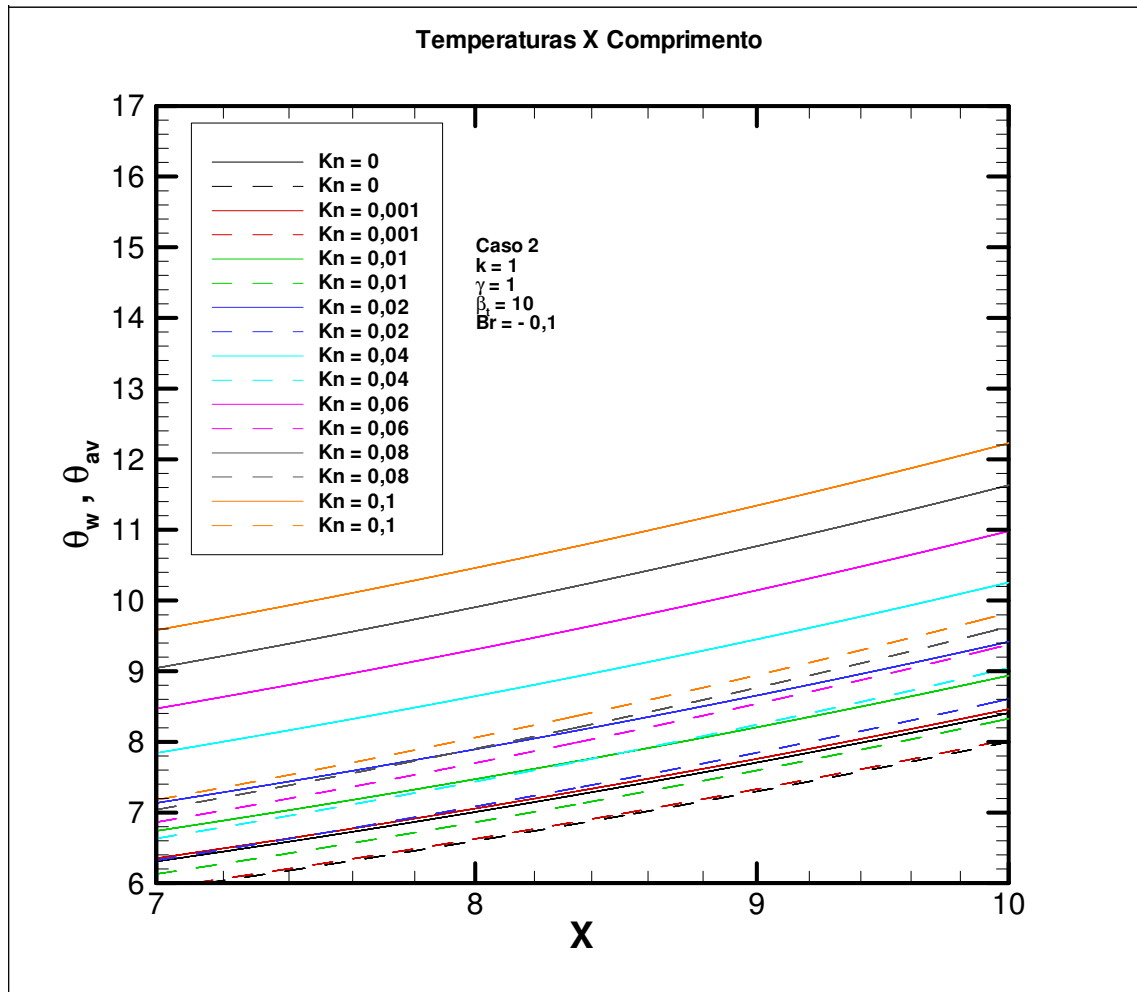


FIG. 7.87 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

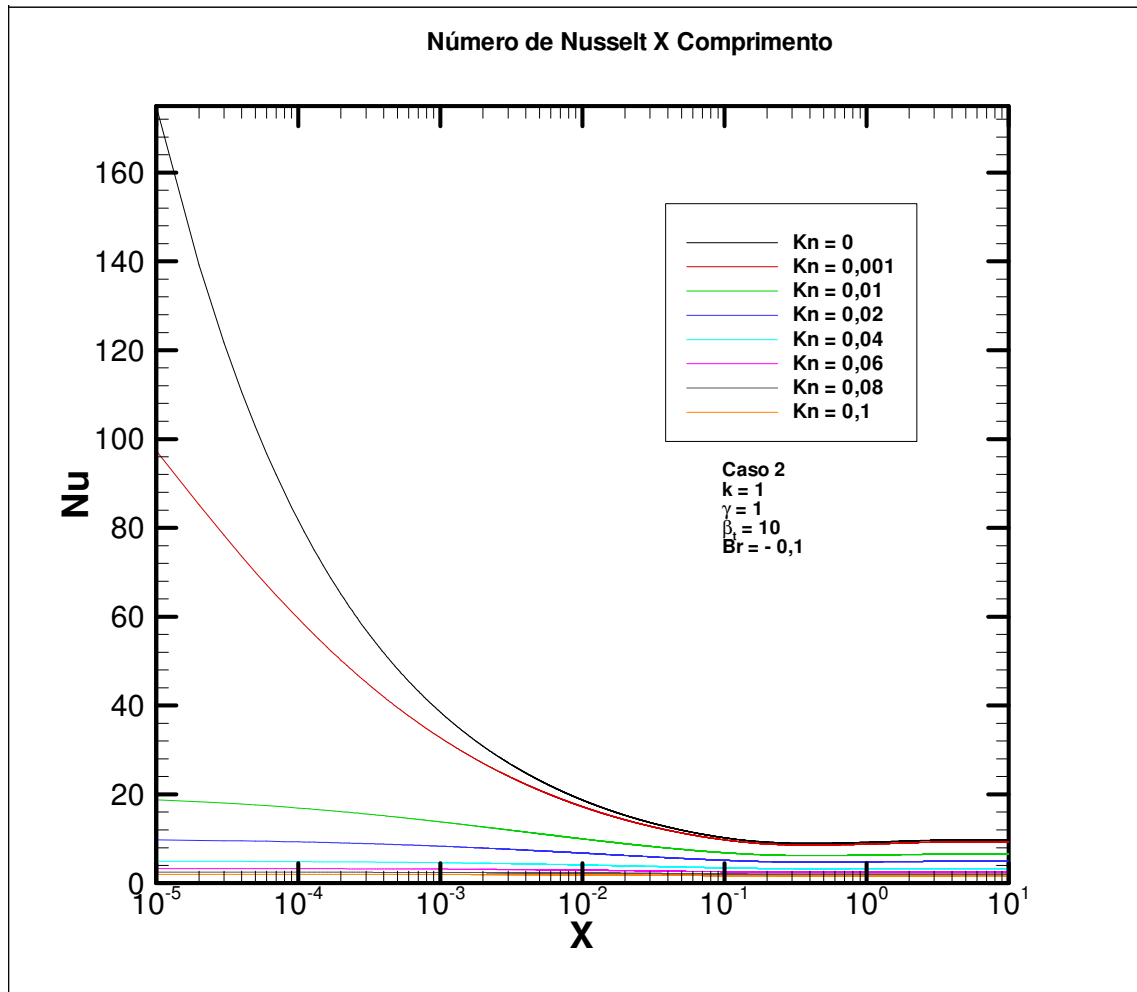


FIG. 7.88 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

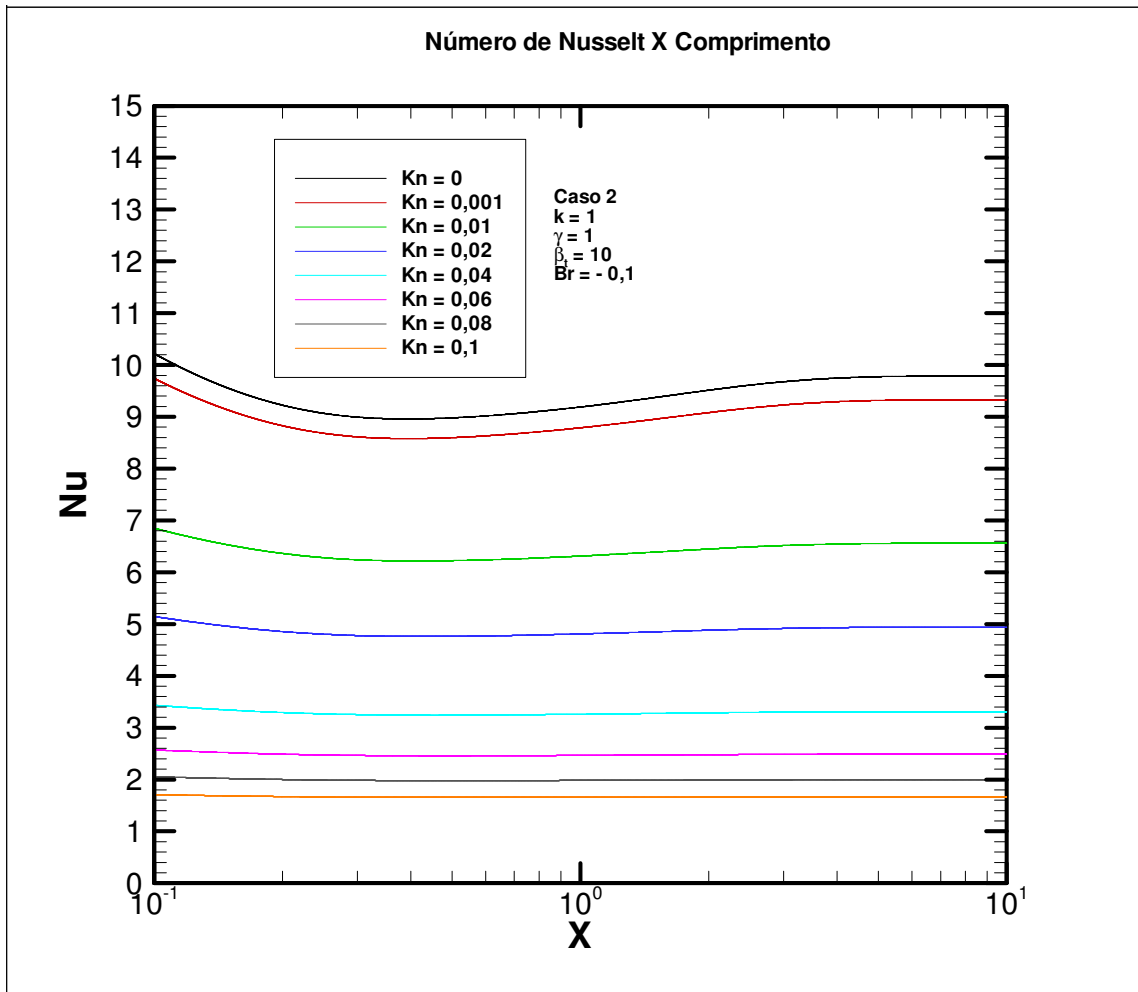


FIG. 7.89 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

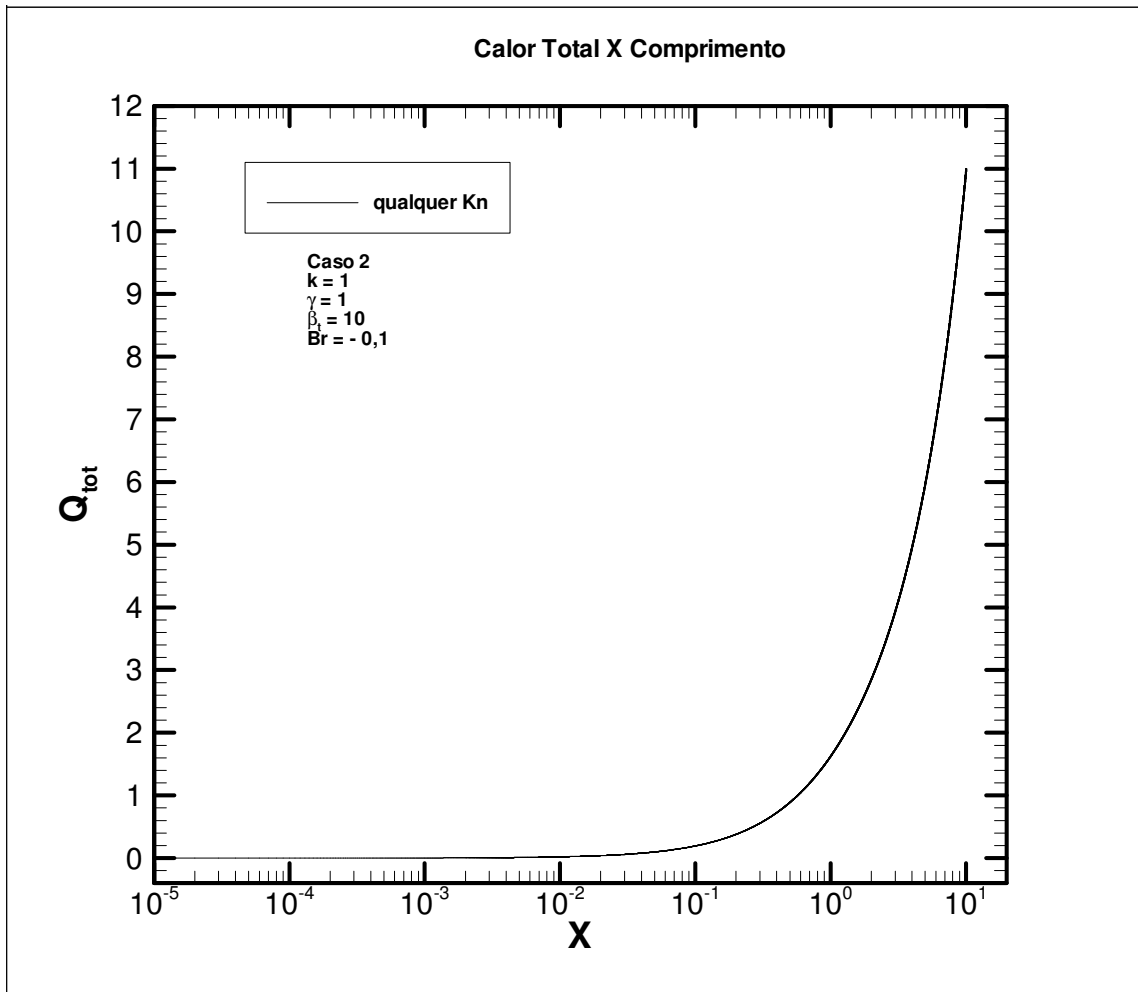


FIG. 7.90 Calor total para diferentes Kn.

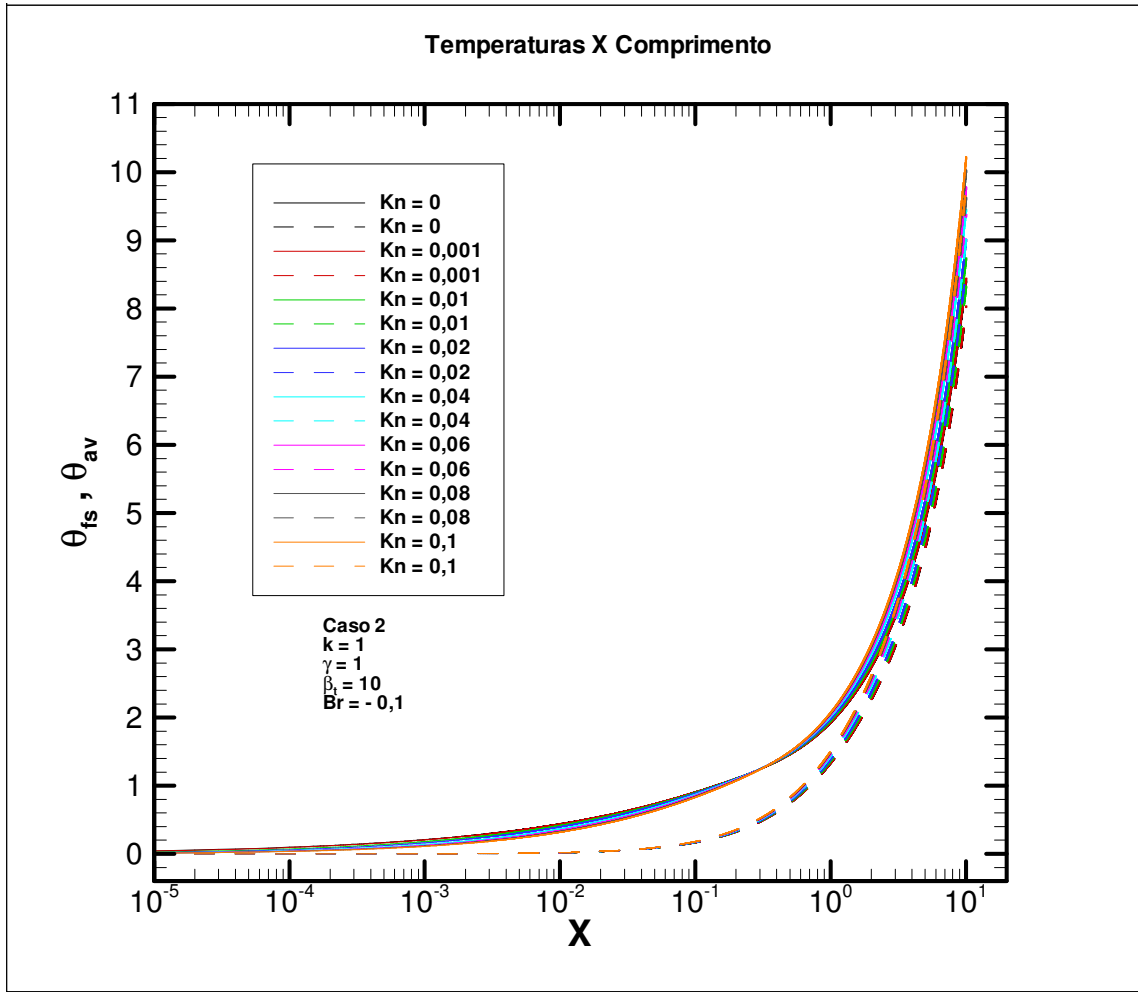


FIG. 7.91 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

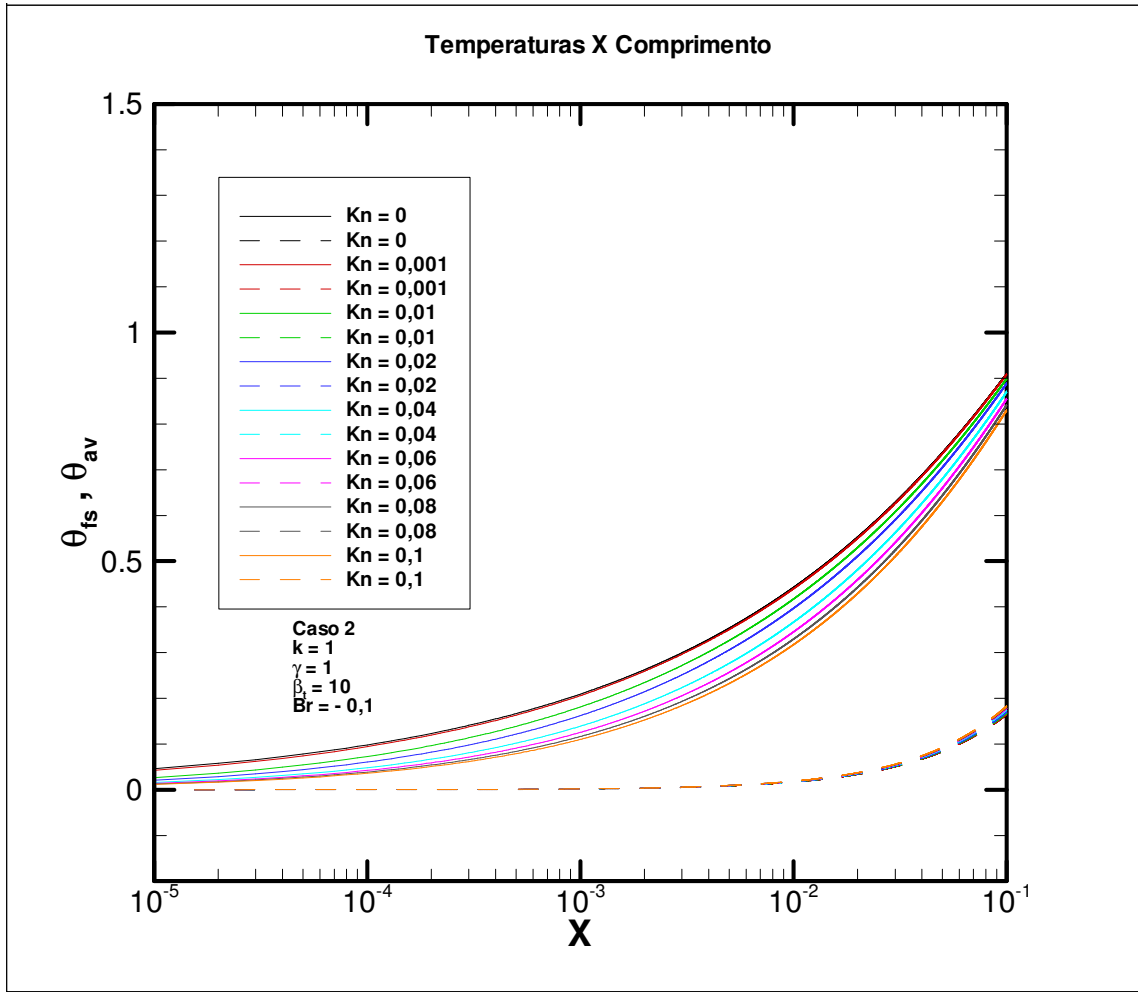


FIG. 7.92 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

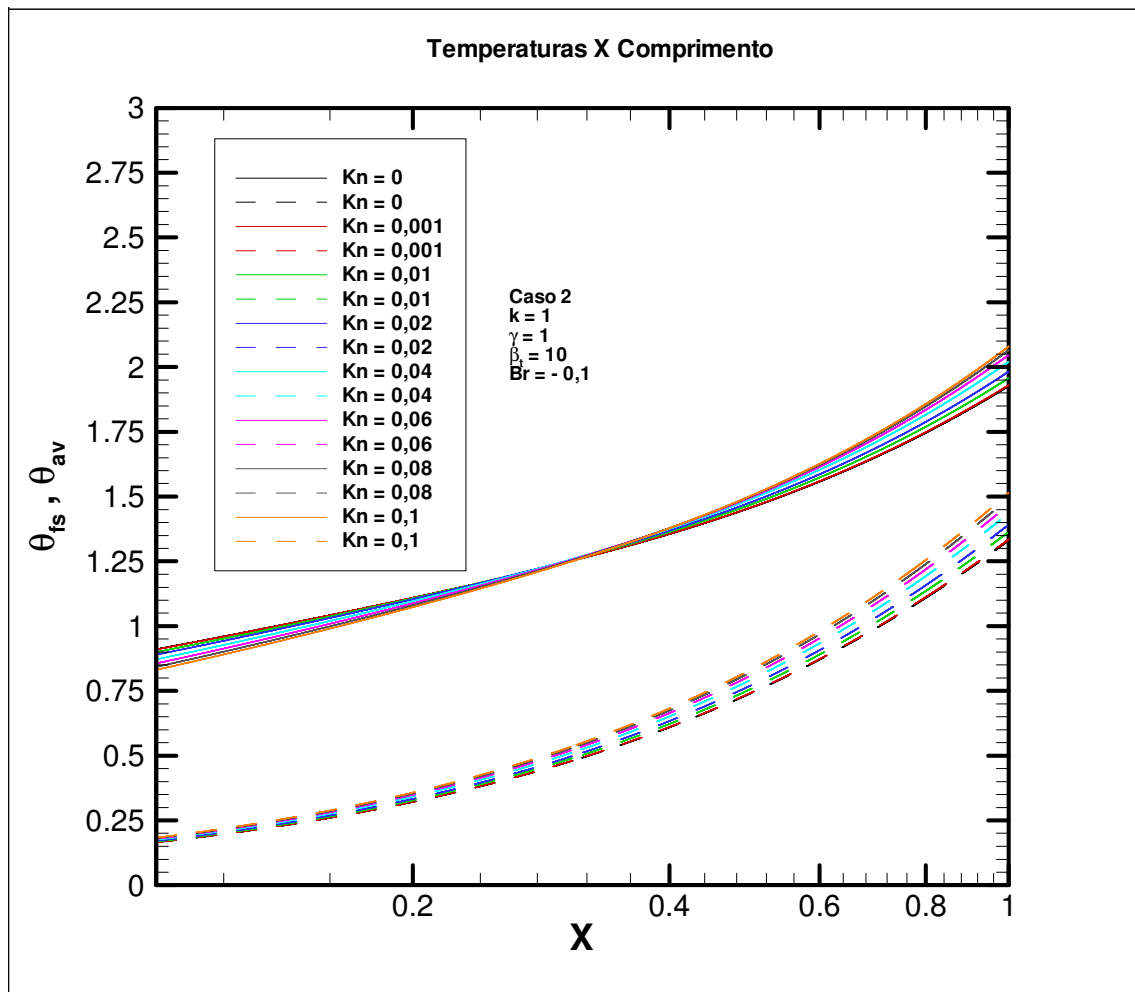


FIG. 7.93 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



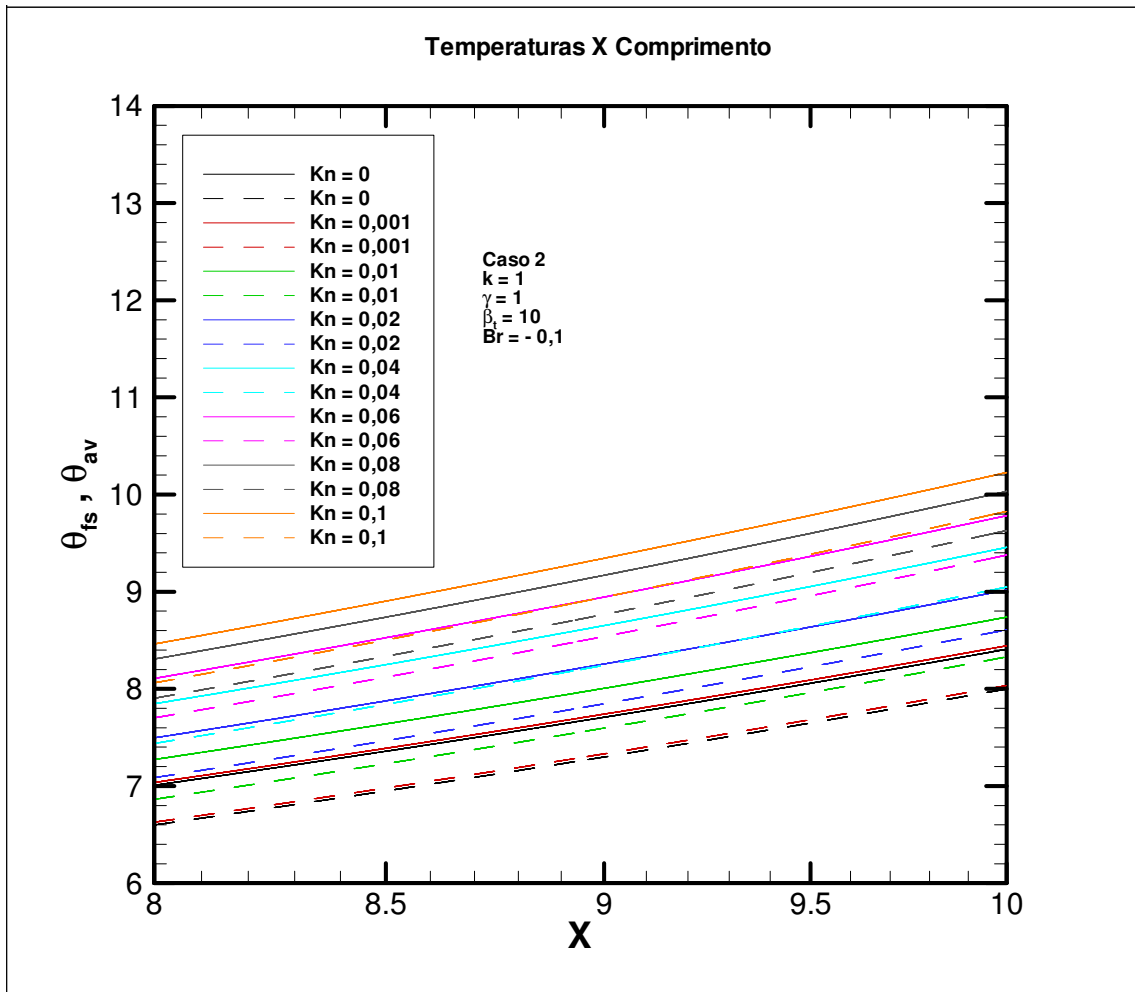


FIG. 7.94 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

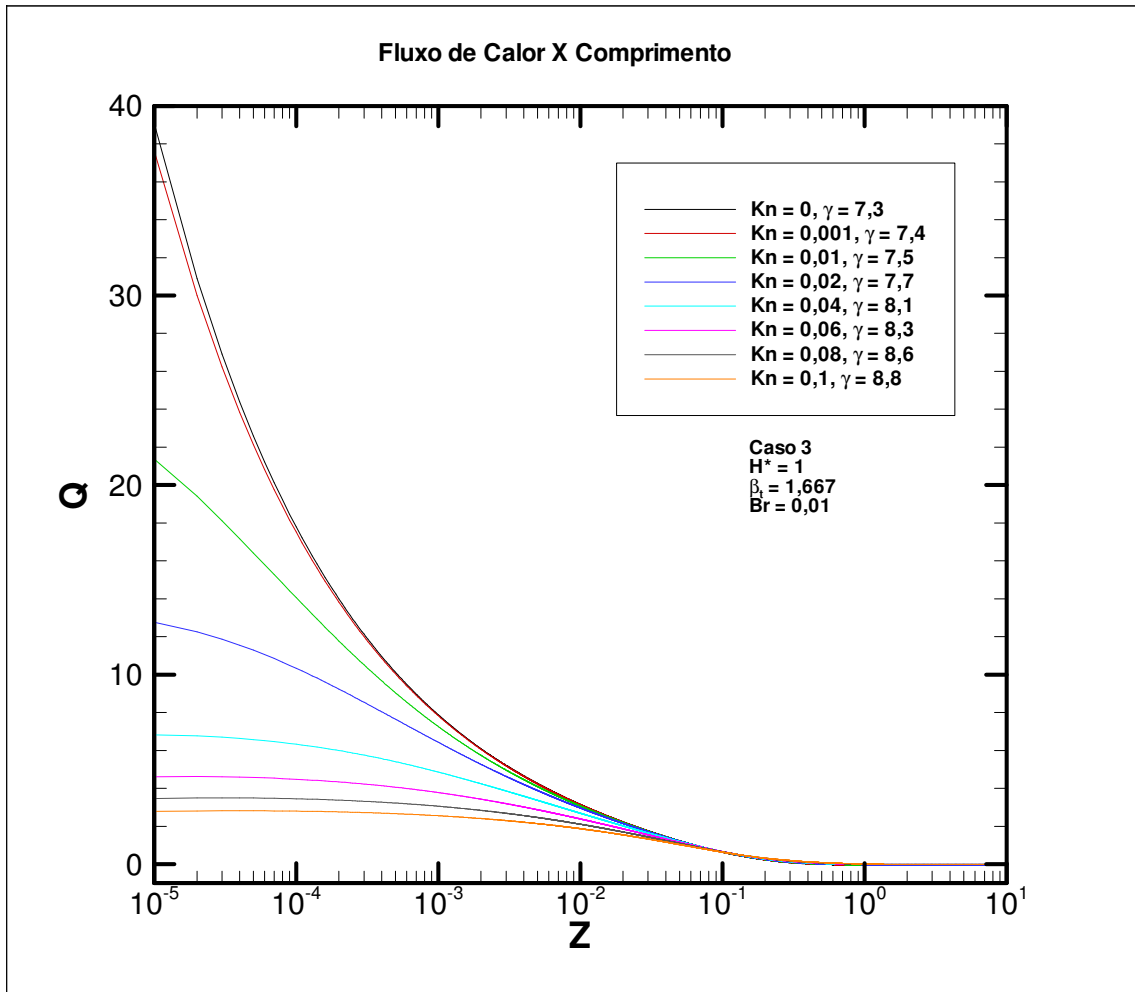


FIG. 7.95 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

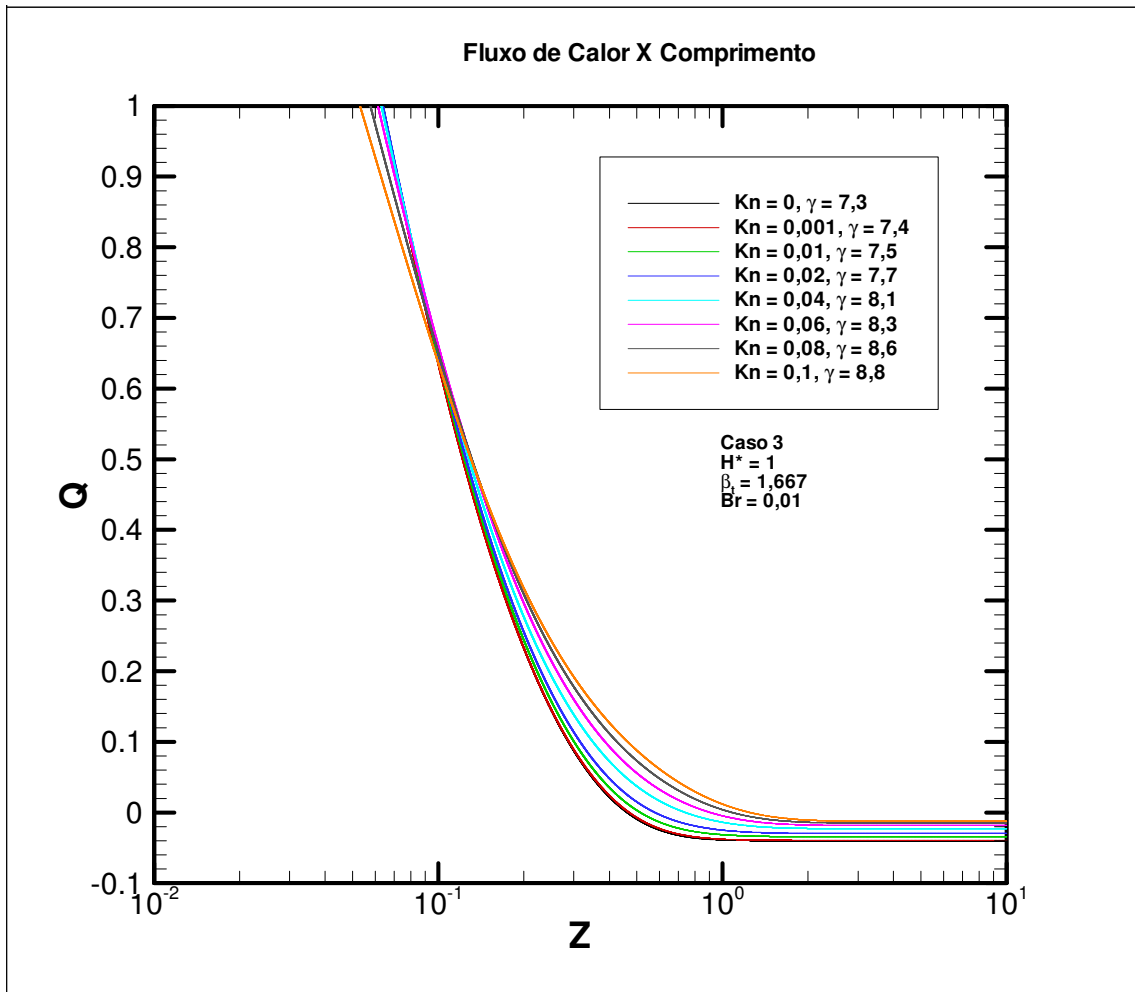


FIG. 7.96 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

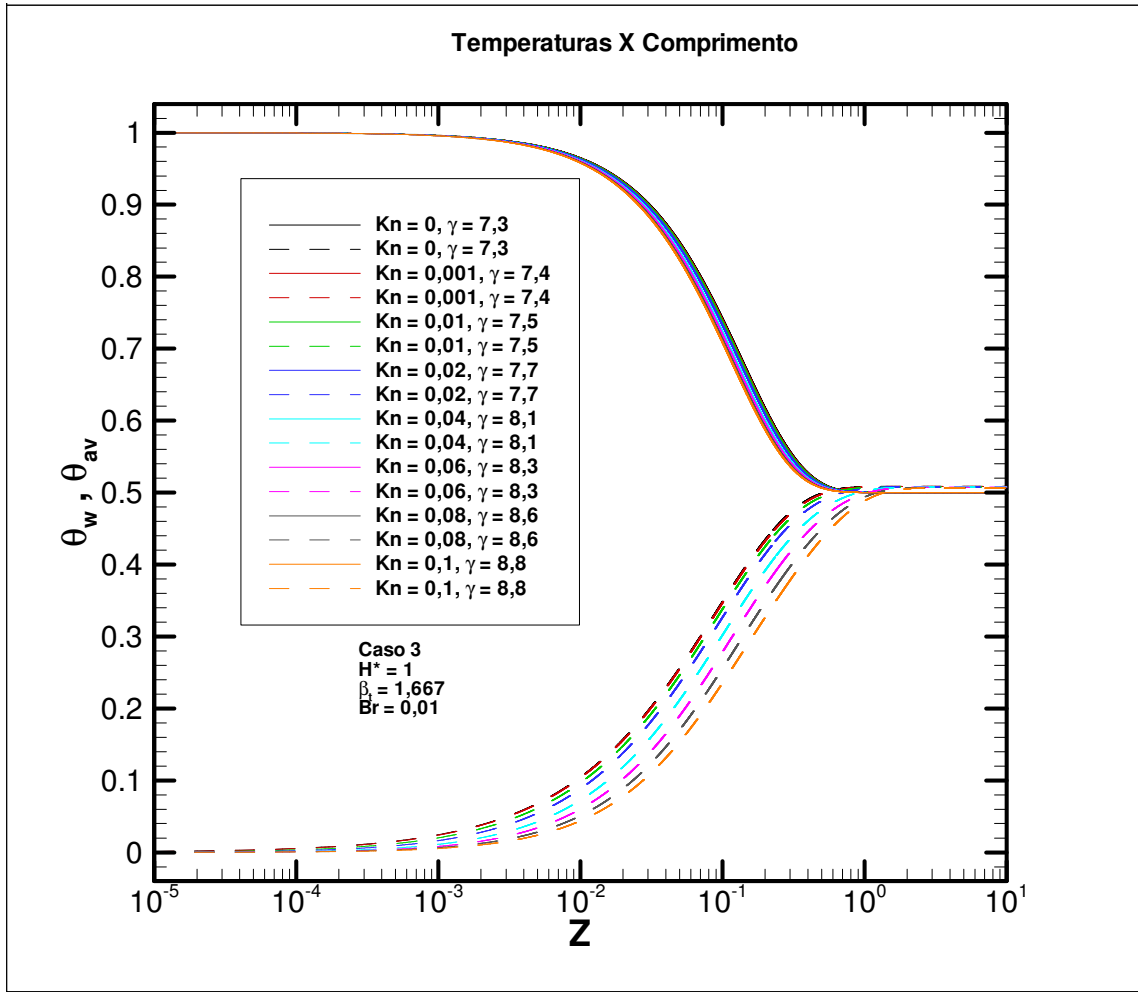


FIG. 7.97 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

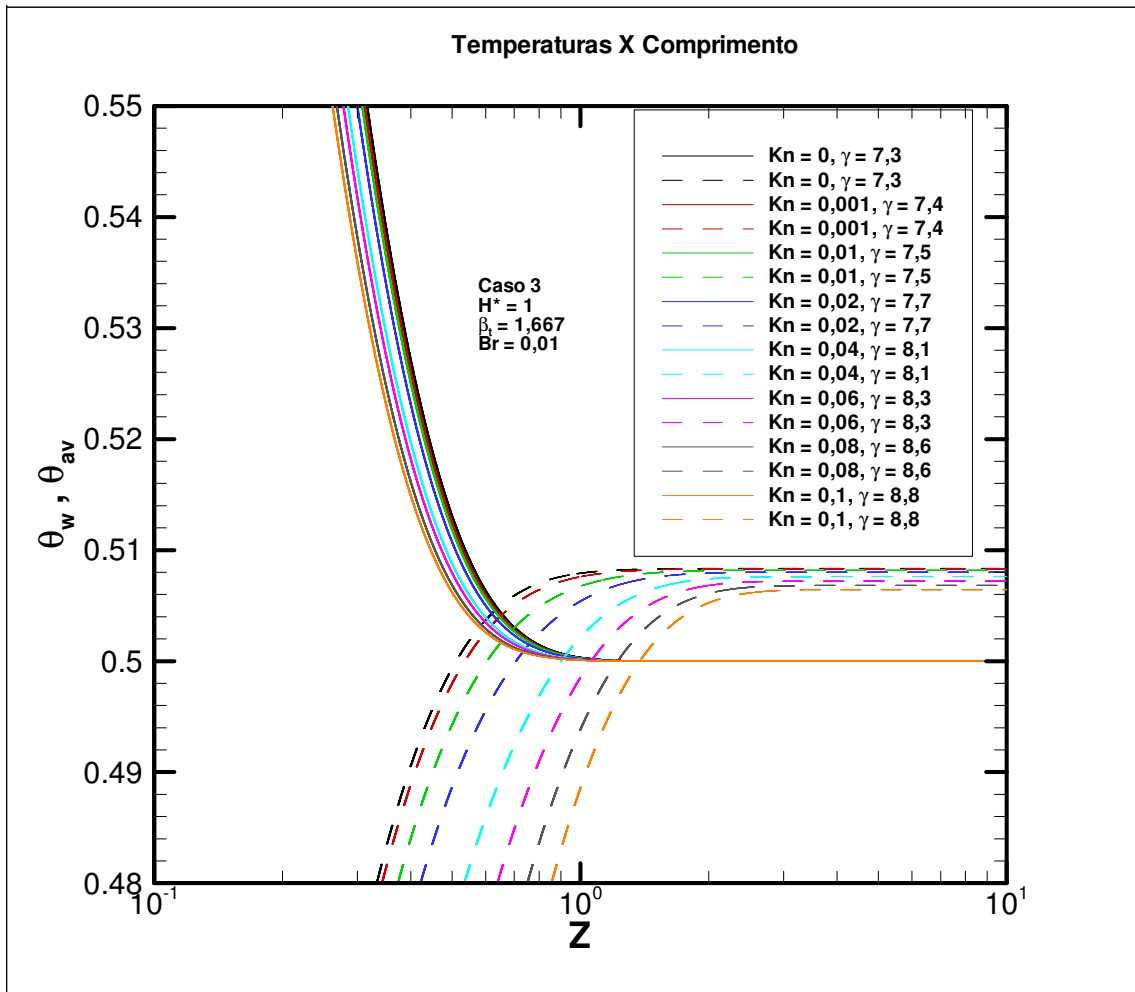


FIG. 7.98 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

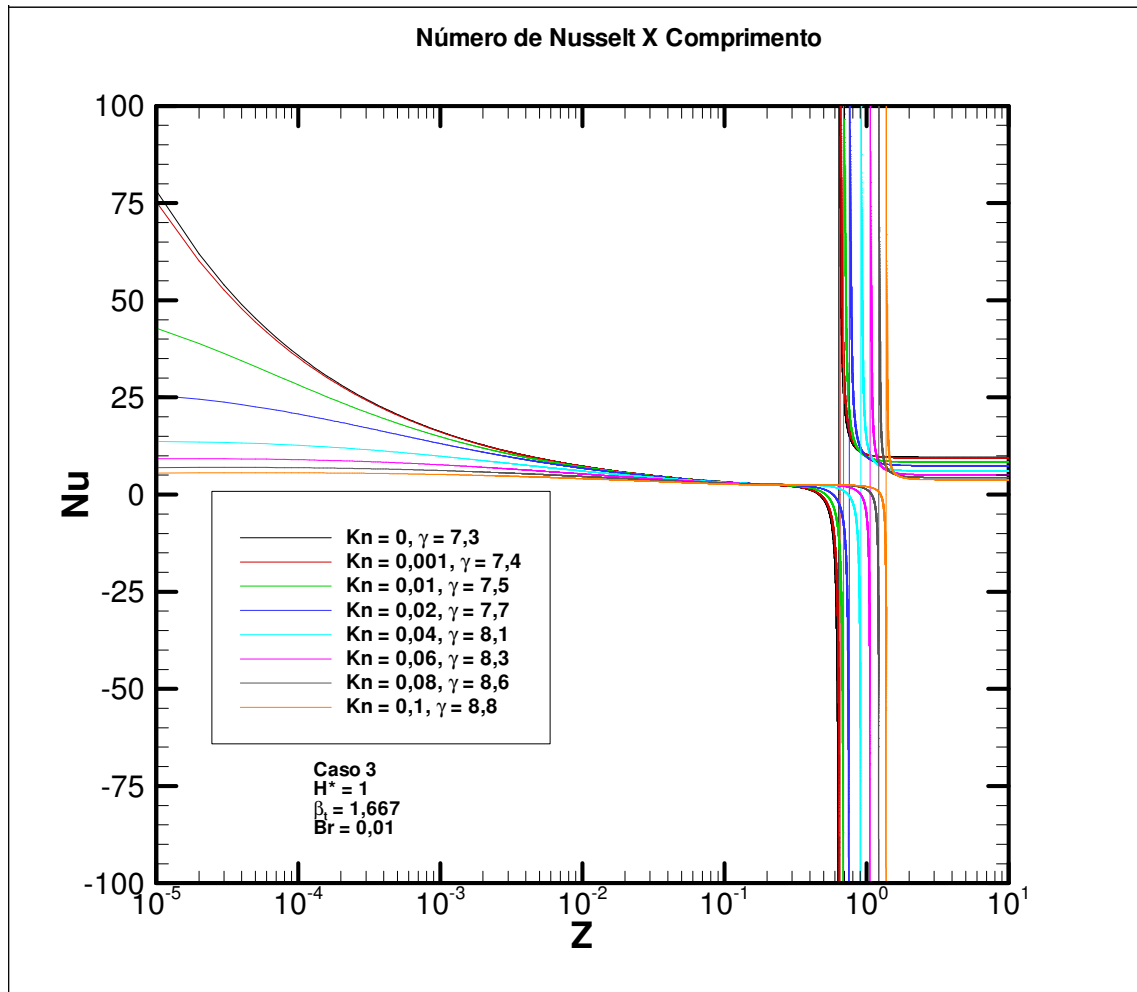


FIG. 7.99 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

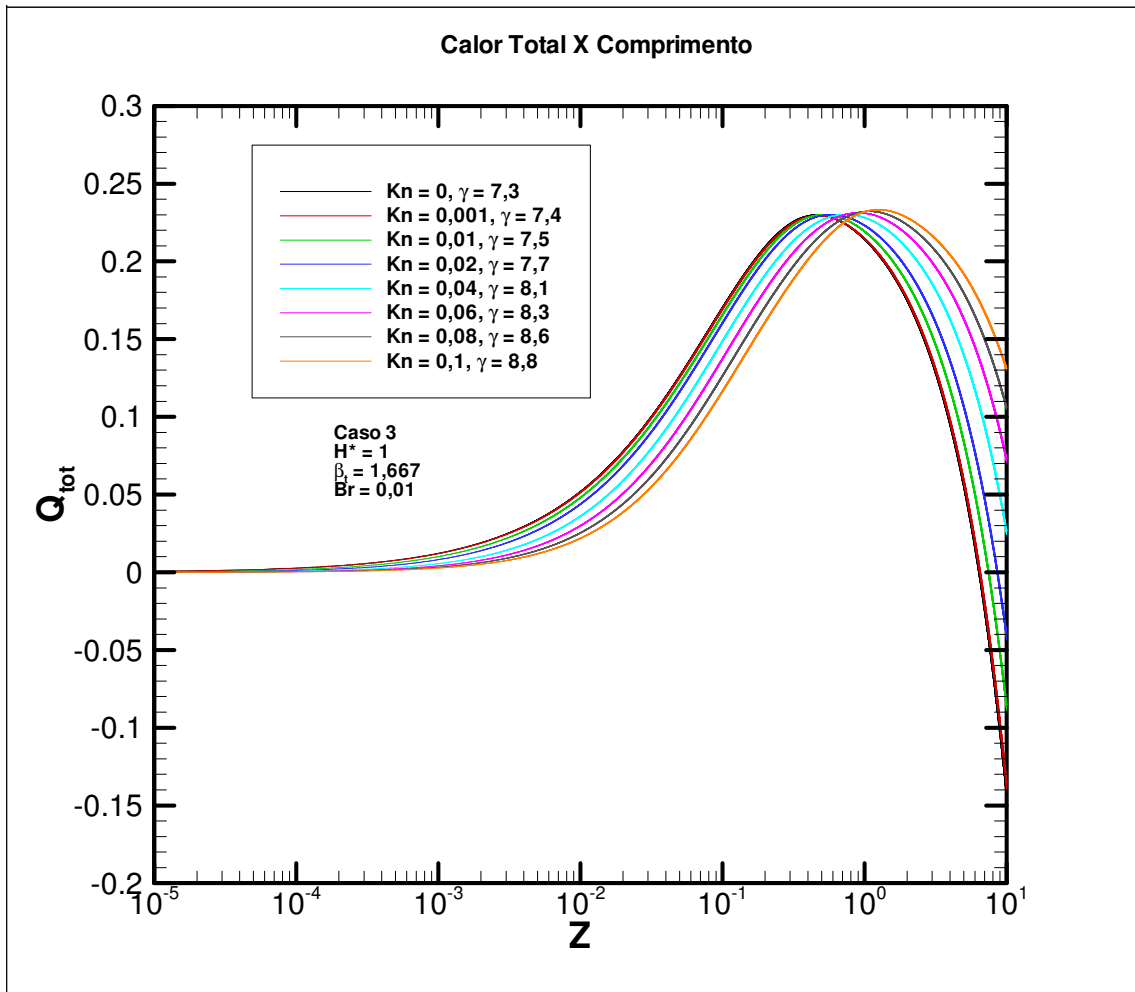


FIG. 7.100 Calor total para diferentes Kn.

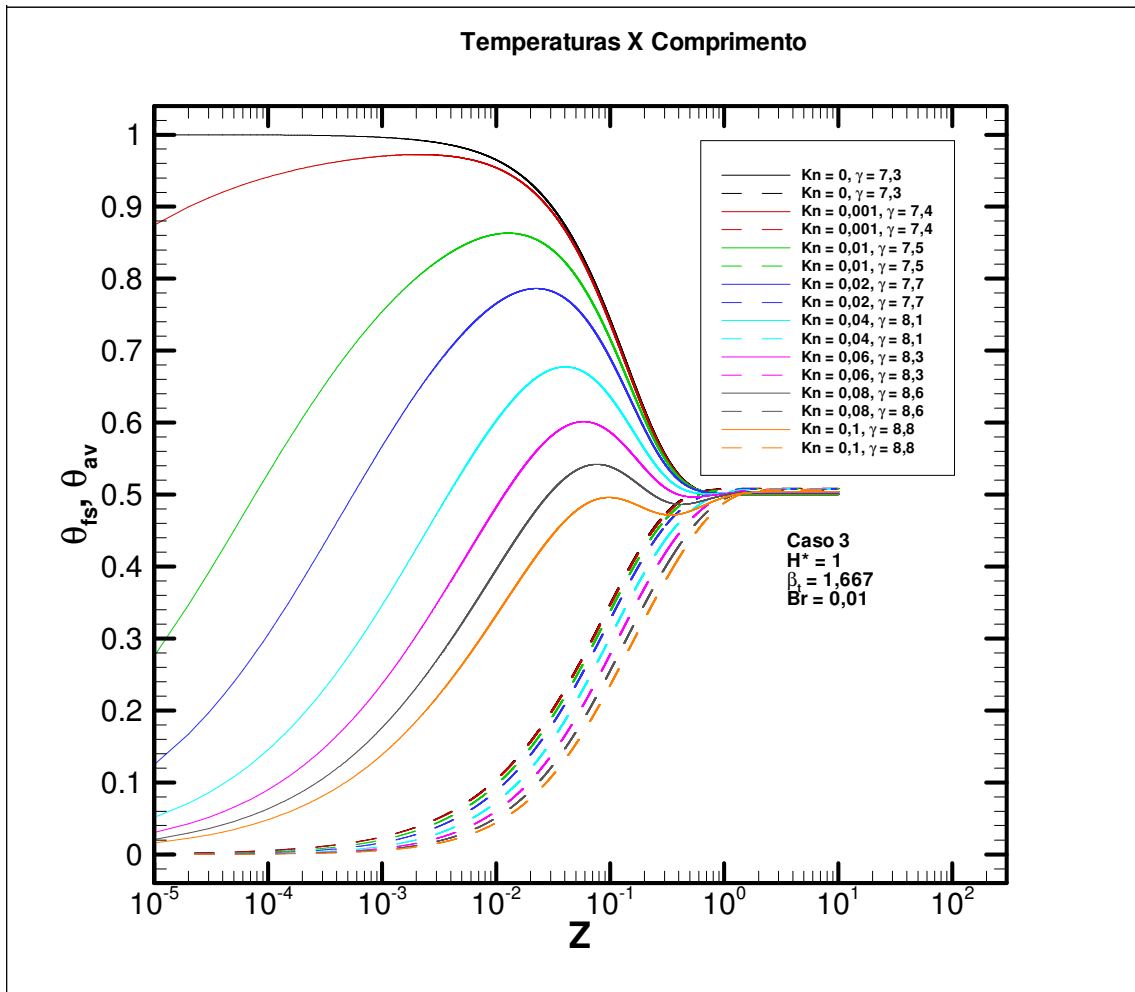


FIG. 7.101 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



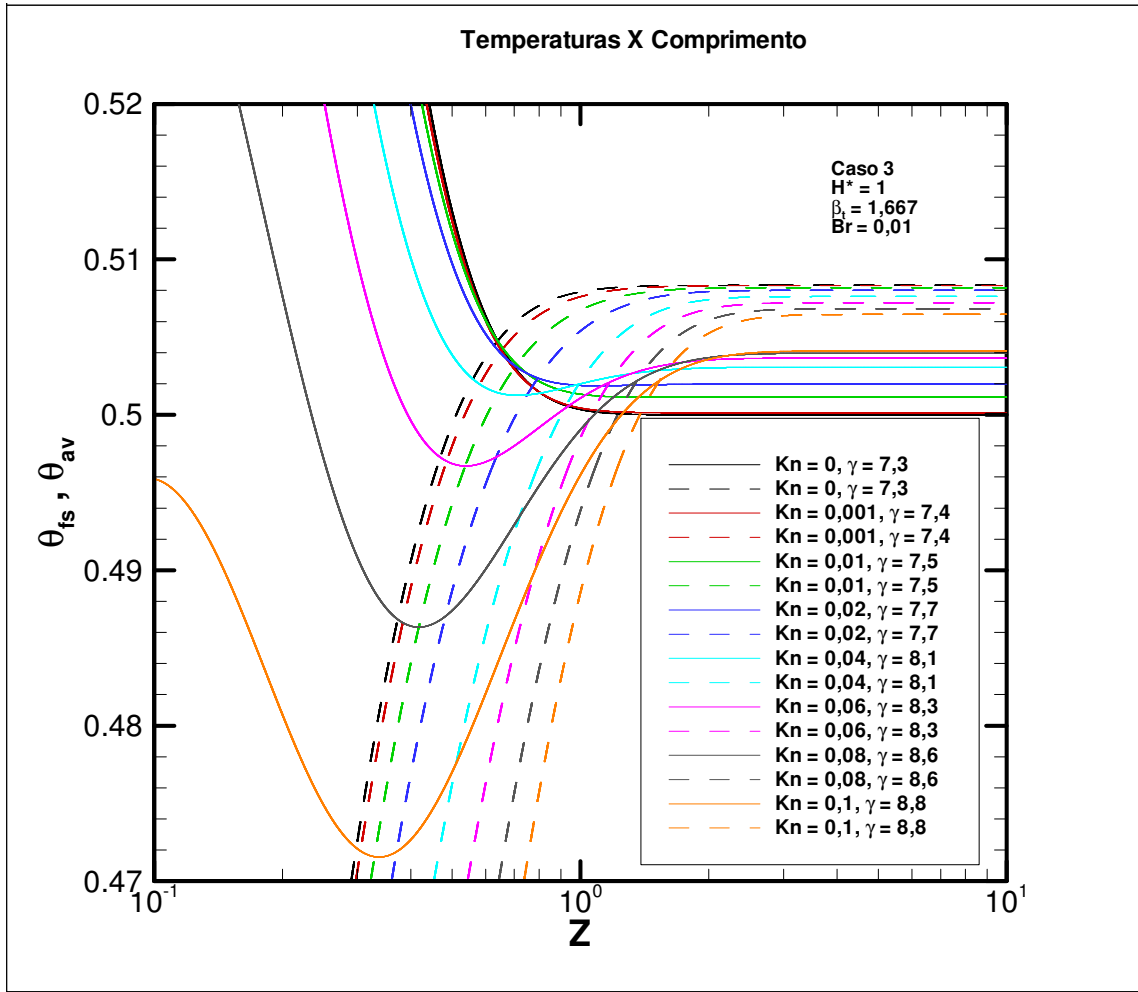


FIG. 7.102 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

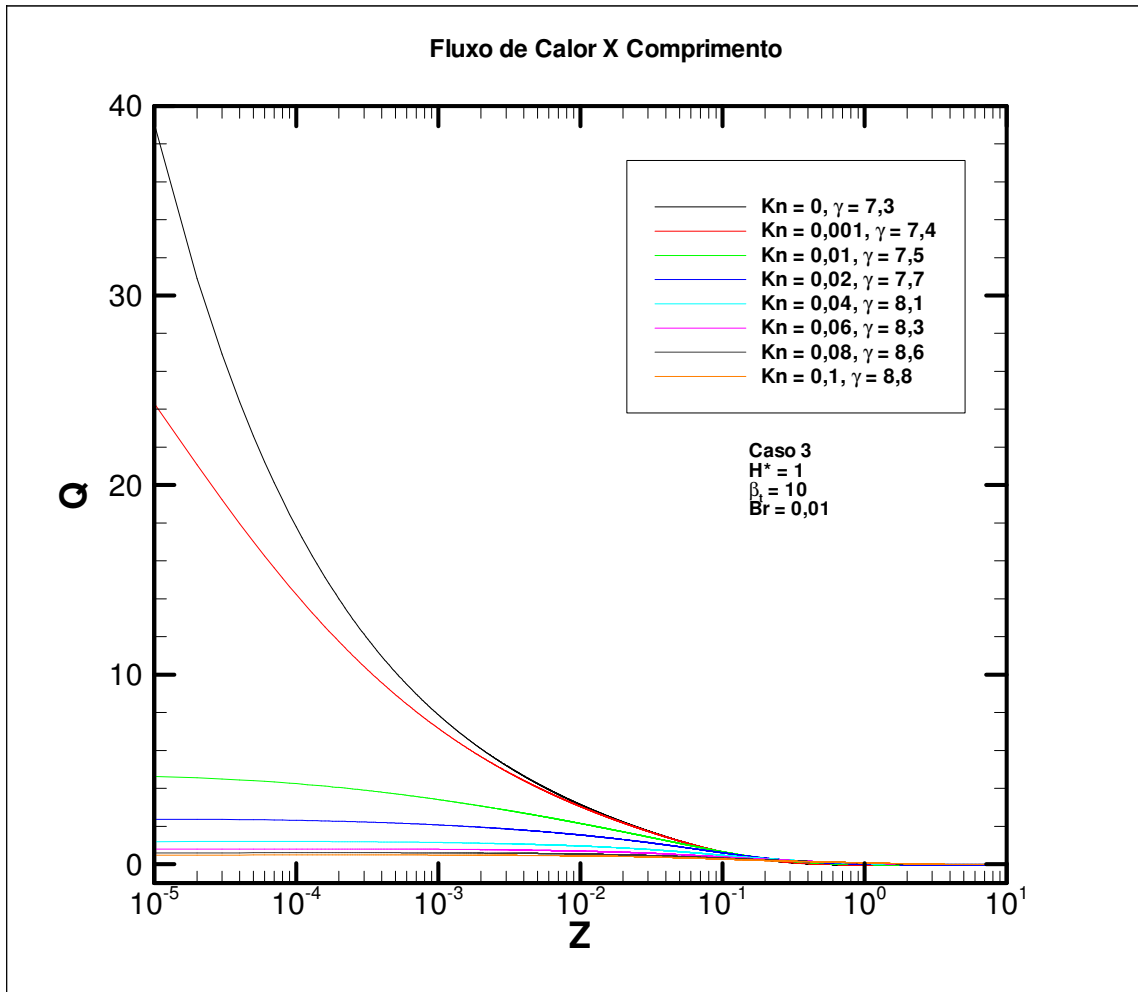


FIG. 7.103 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

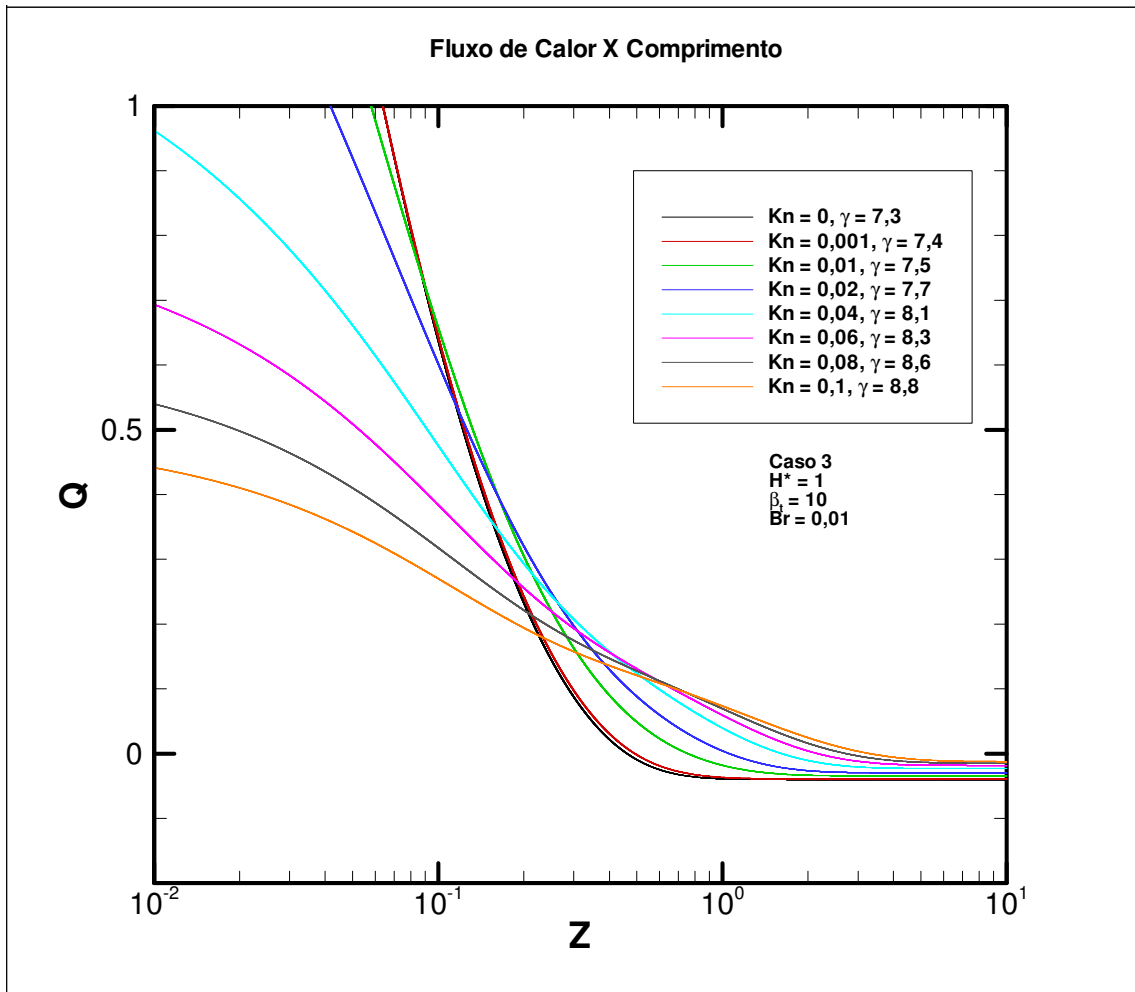


FIG. 7.104 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

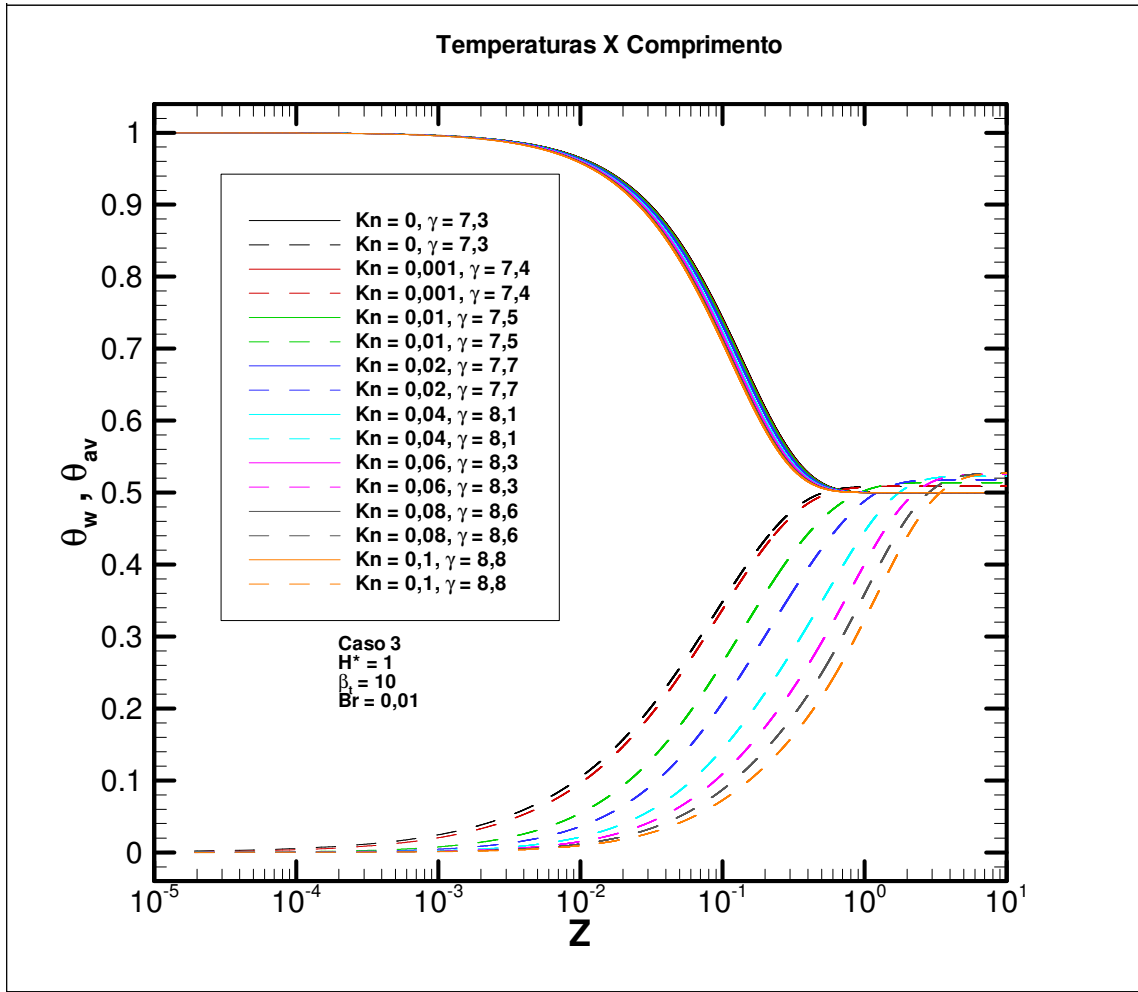


FIG. 7.105 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

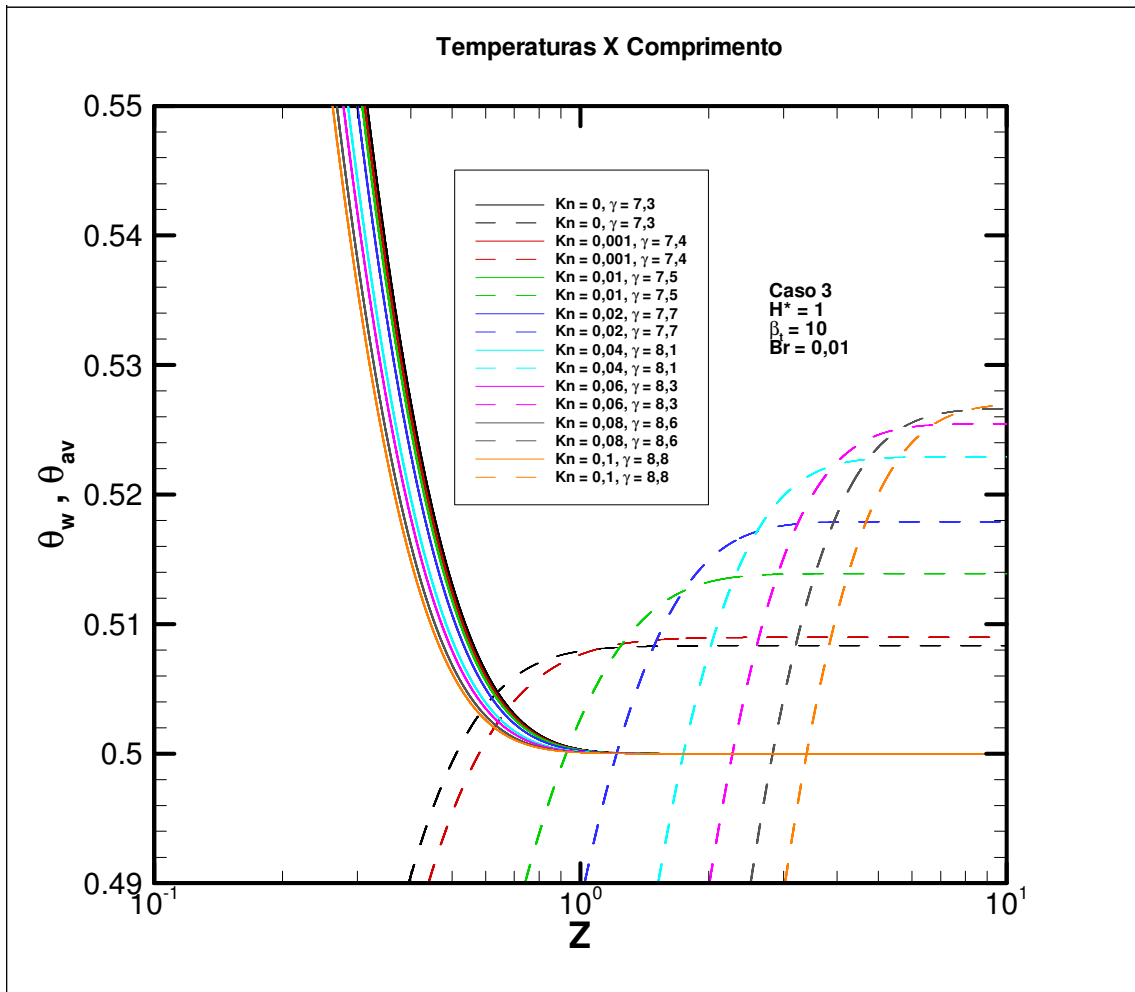


FIG. 7.106 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

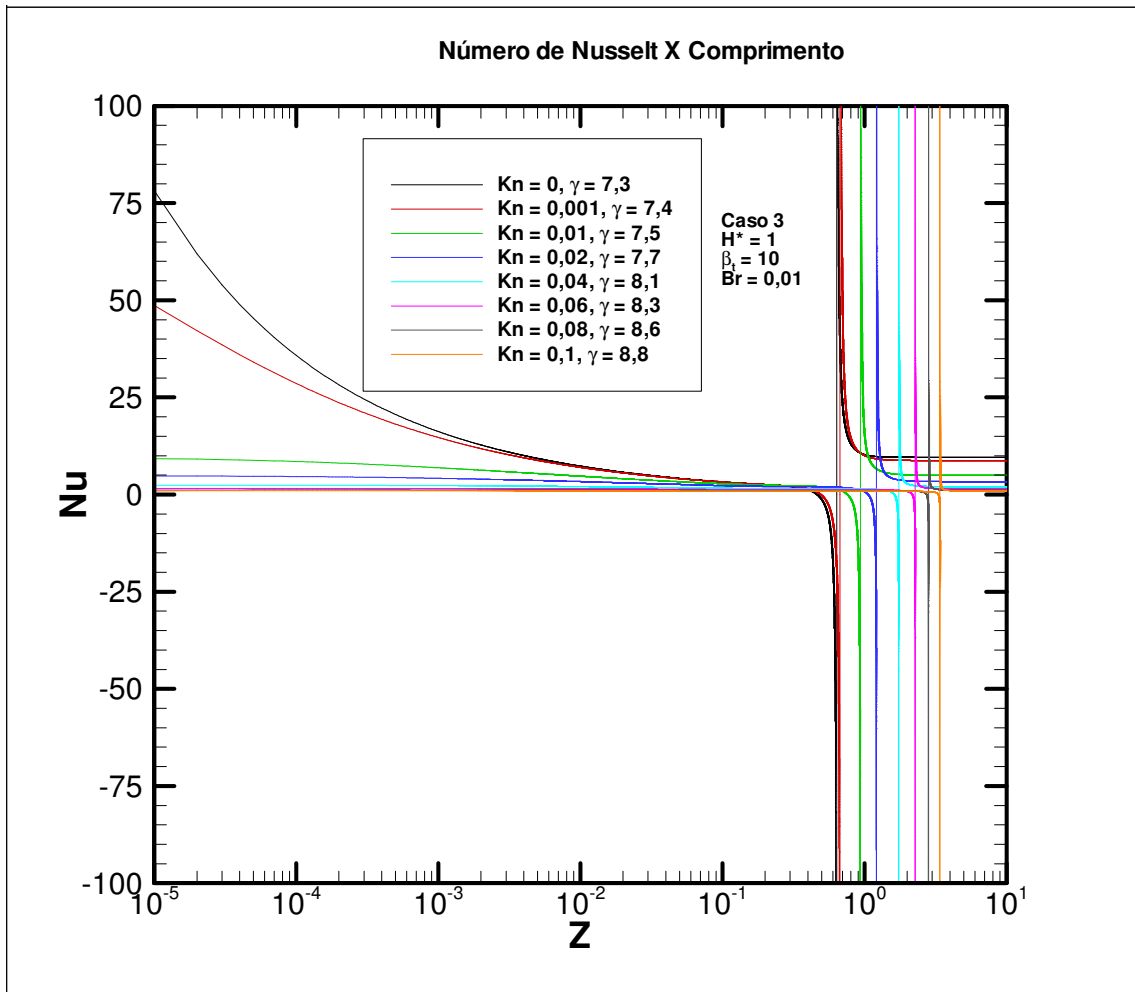


FIG. 7.107 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

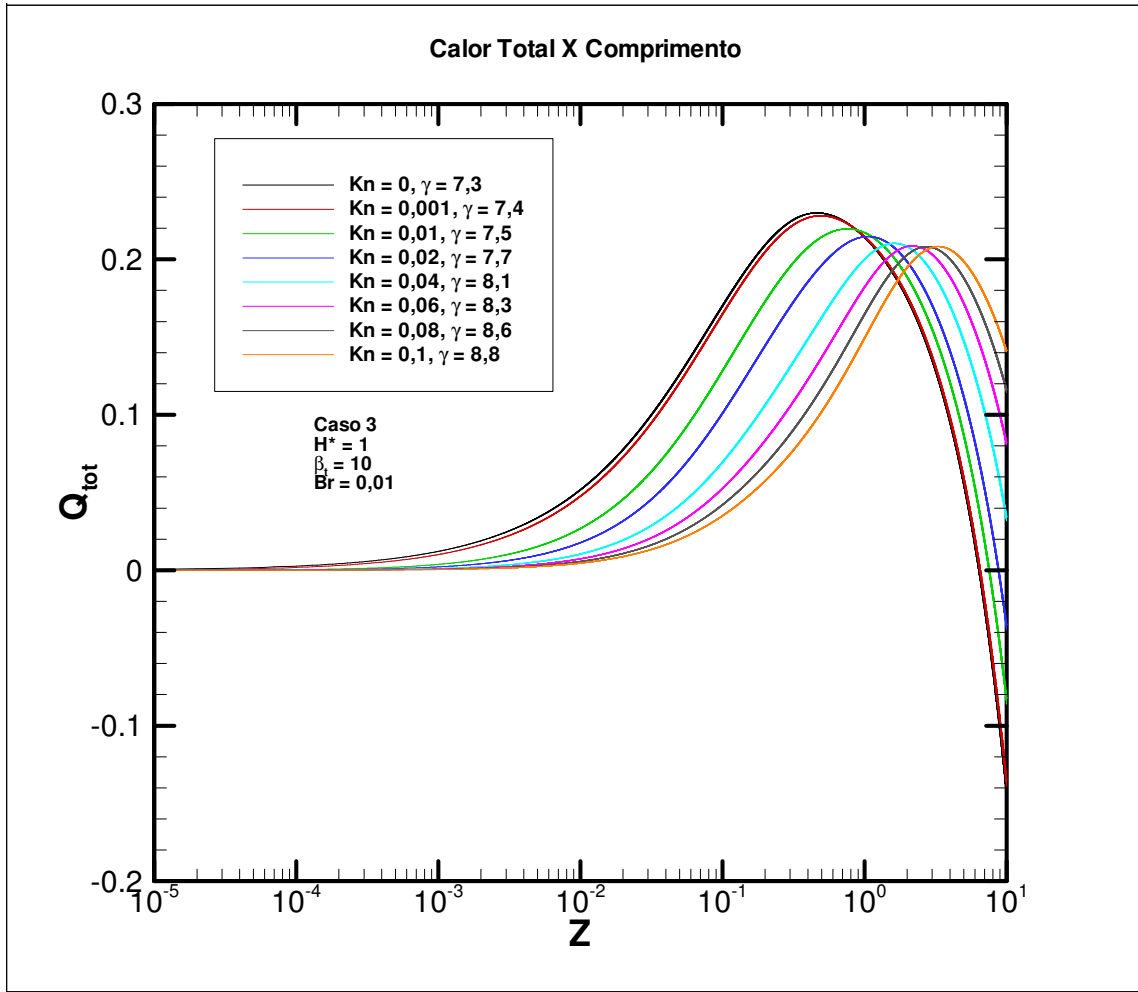


FIG. 7.108 Calor total para diferentes Kn.

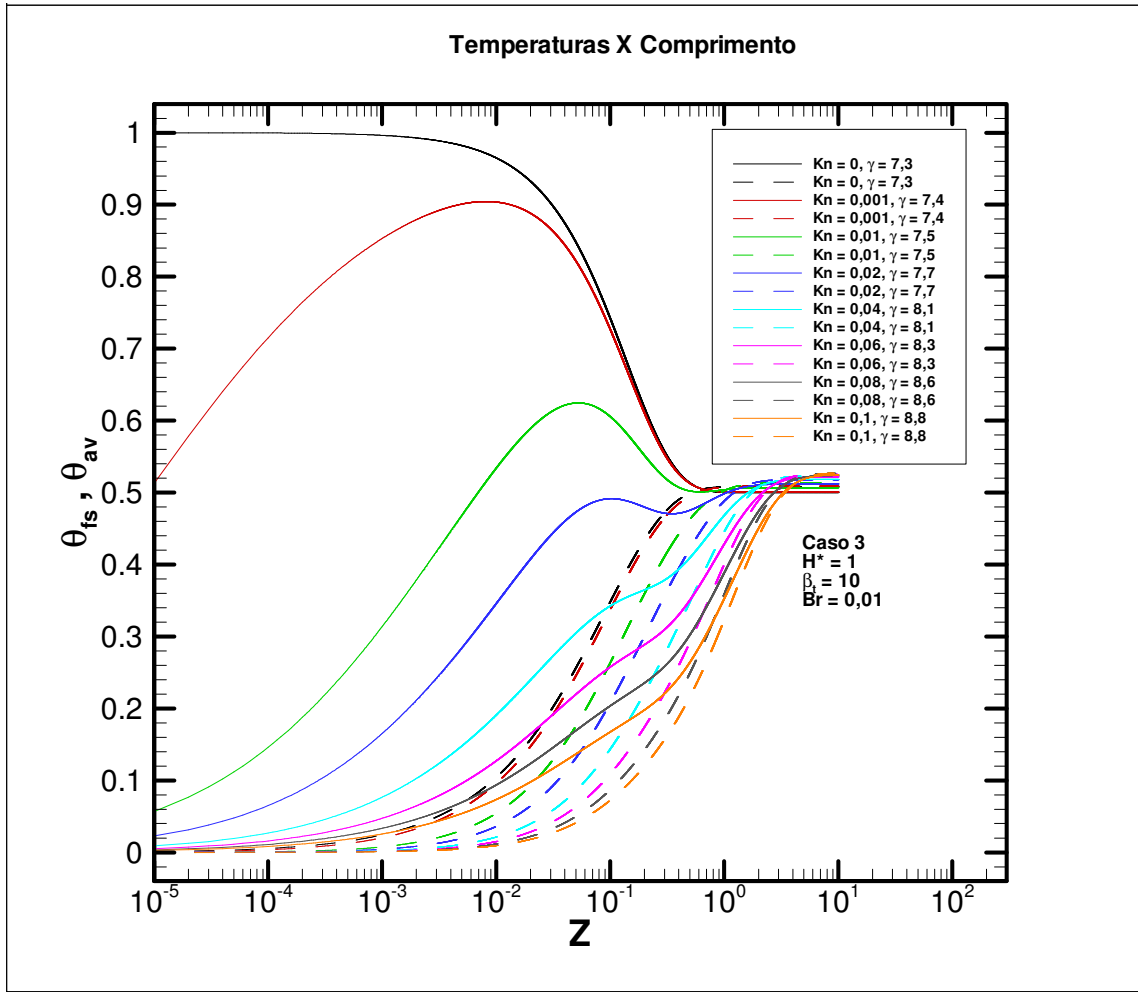


FIG. 7.109 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



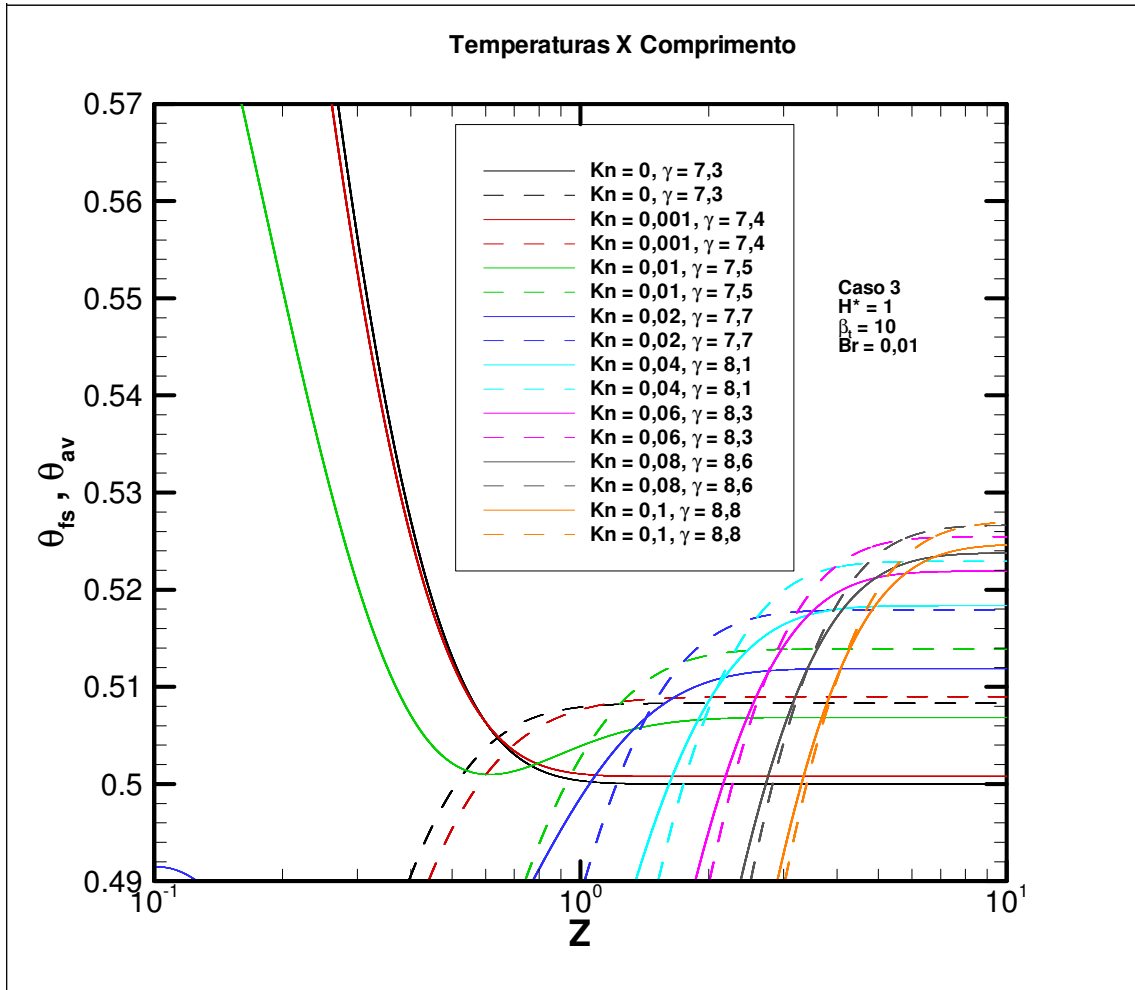


FIG. 7.110 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

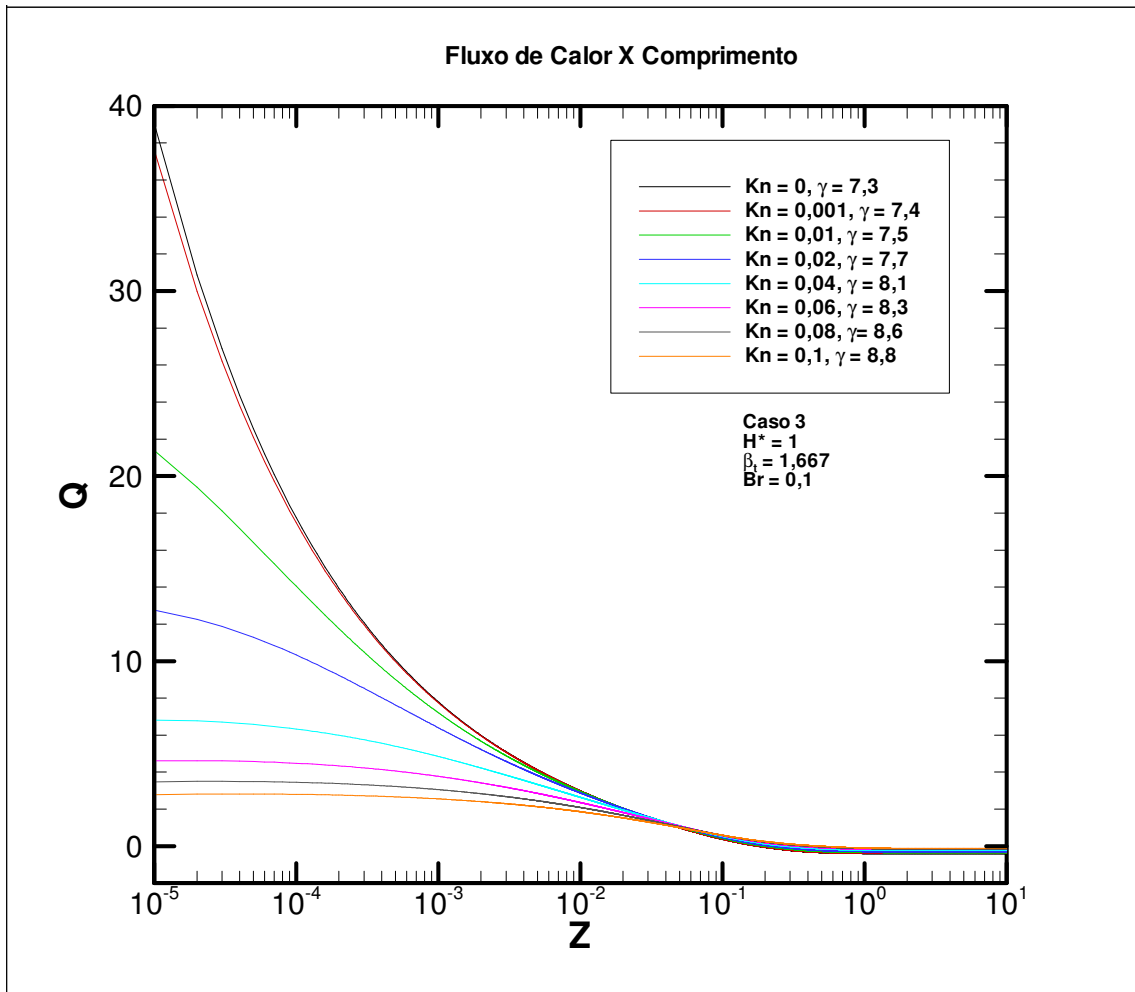


FIG. 7.111 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

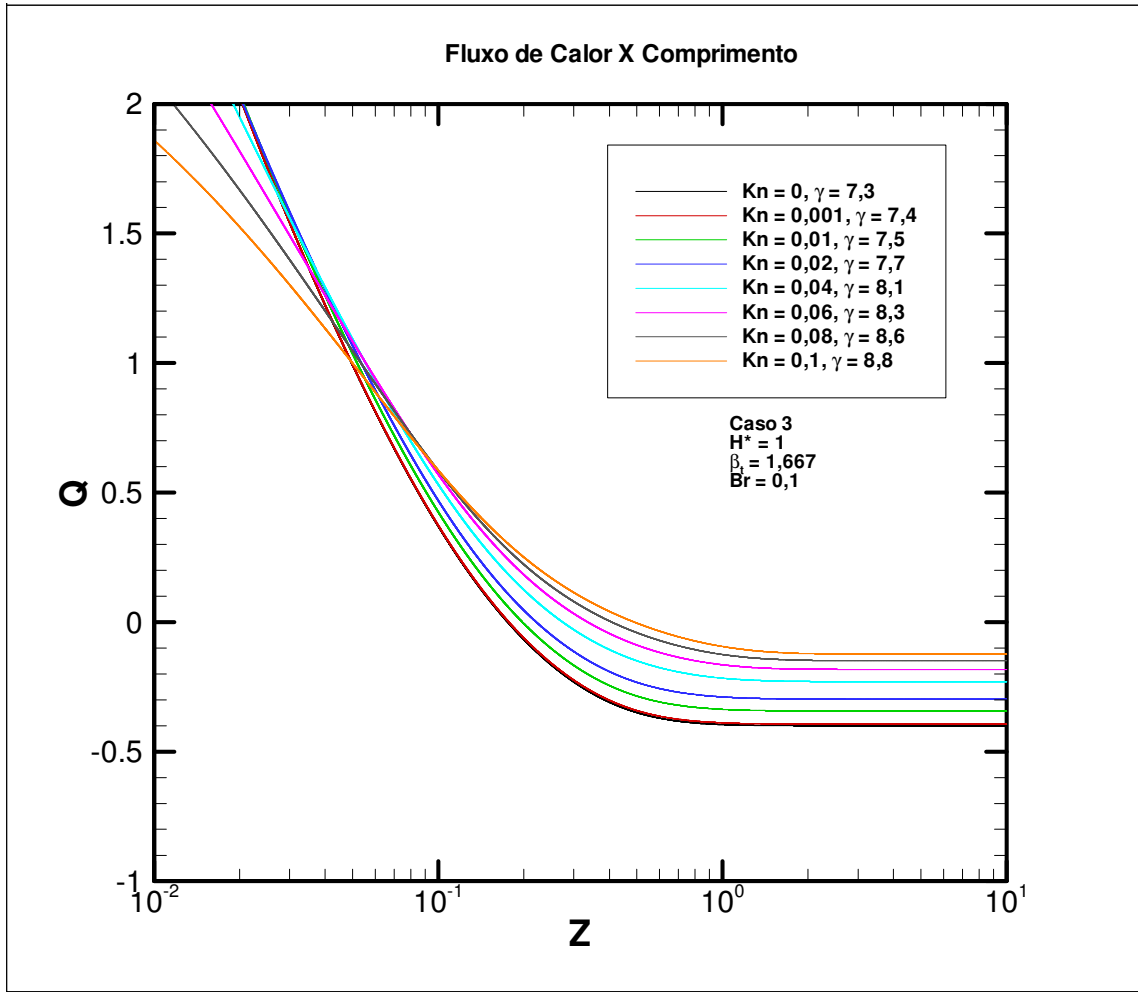


FIG. 7.112 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

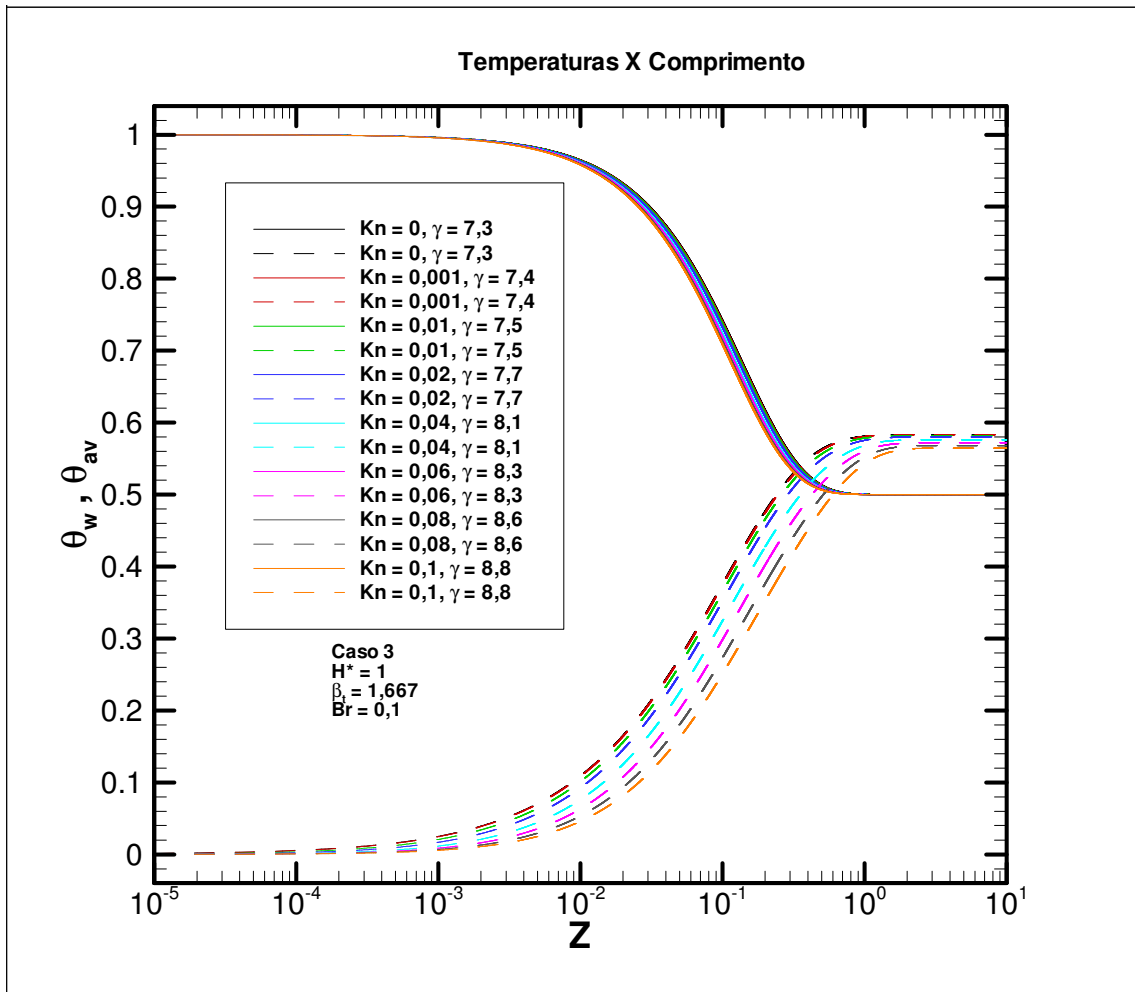


FIG. 7.113 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

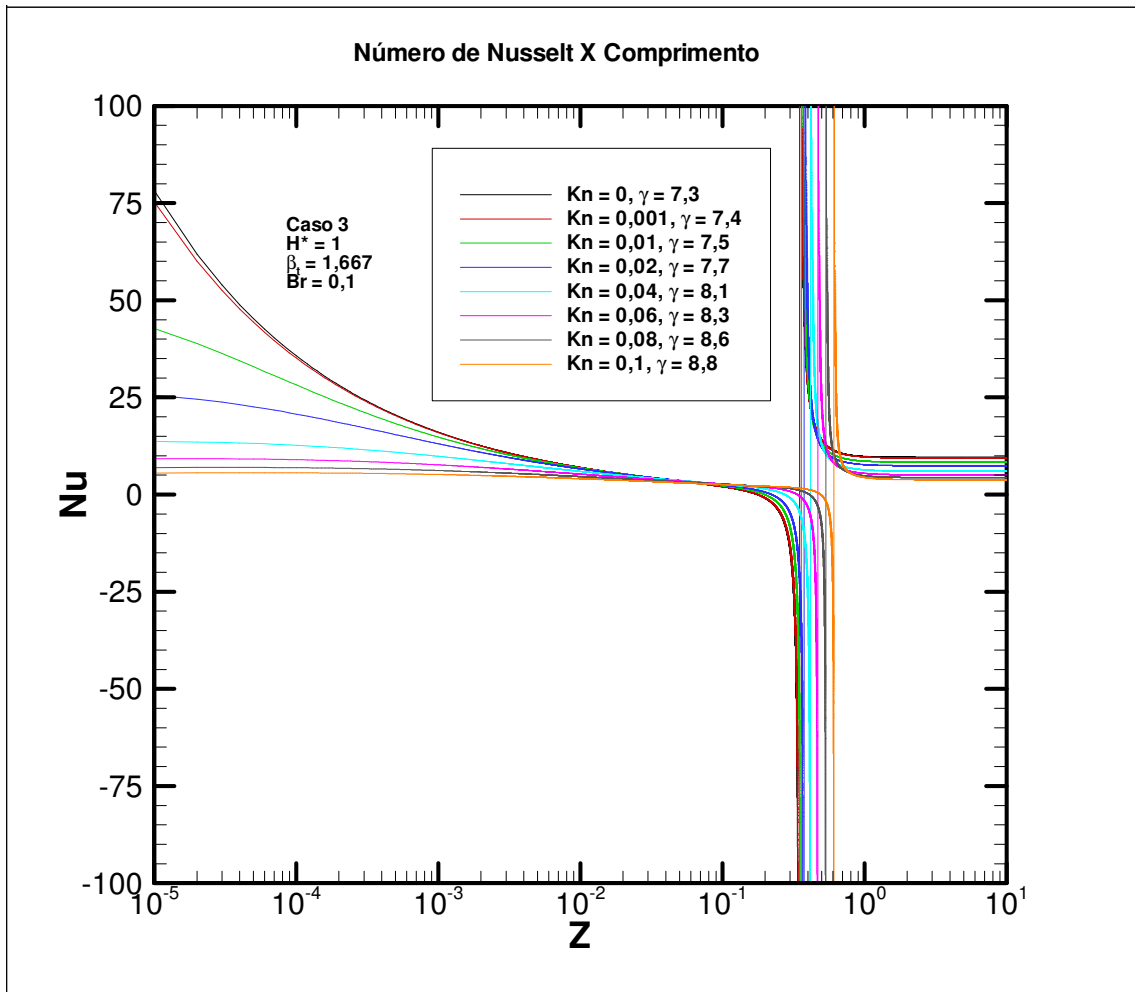


FIG. 7.114 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

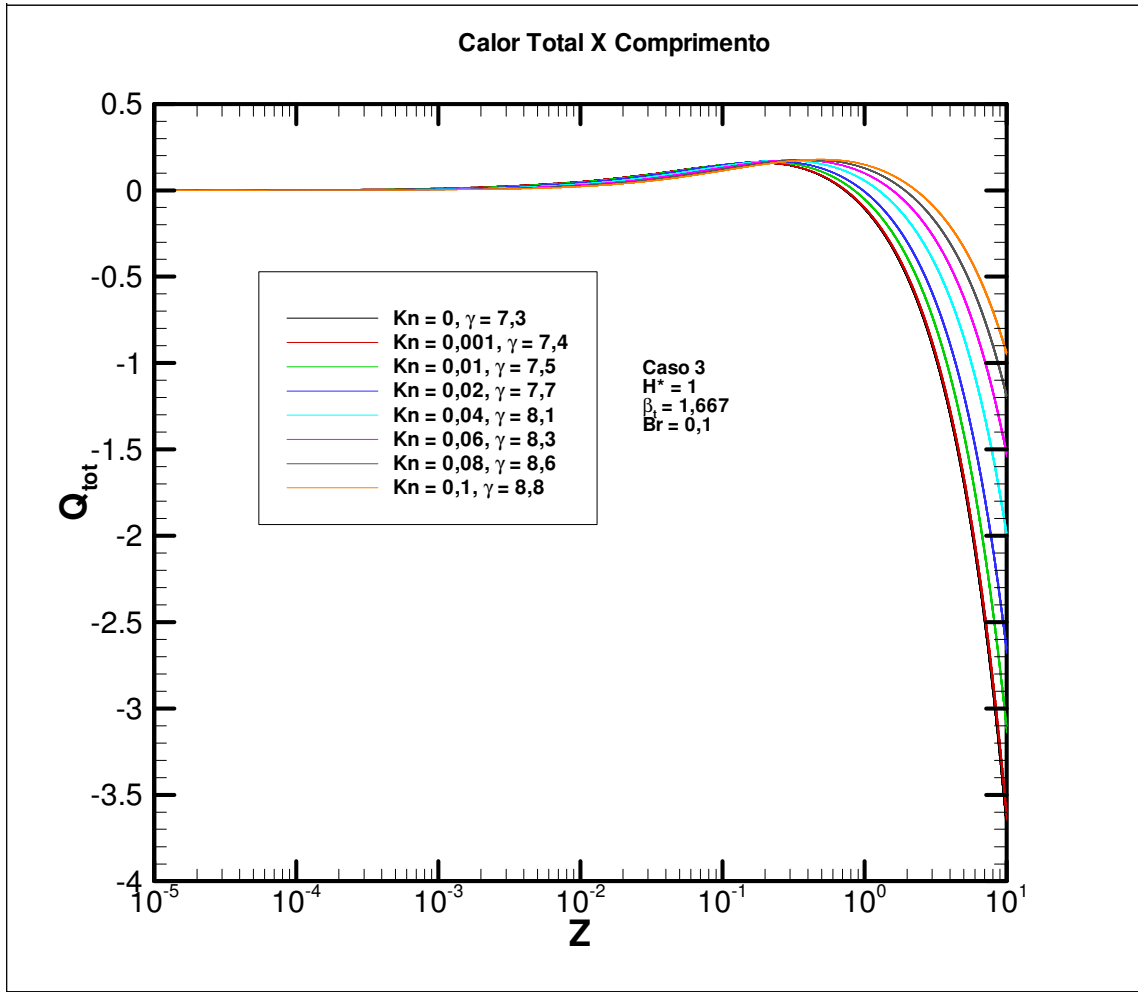


FIG. 7.115 Calor total para diferentes Kn.

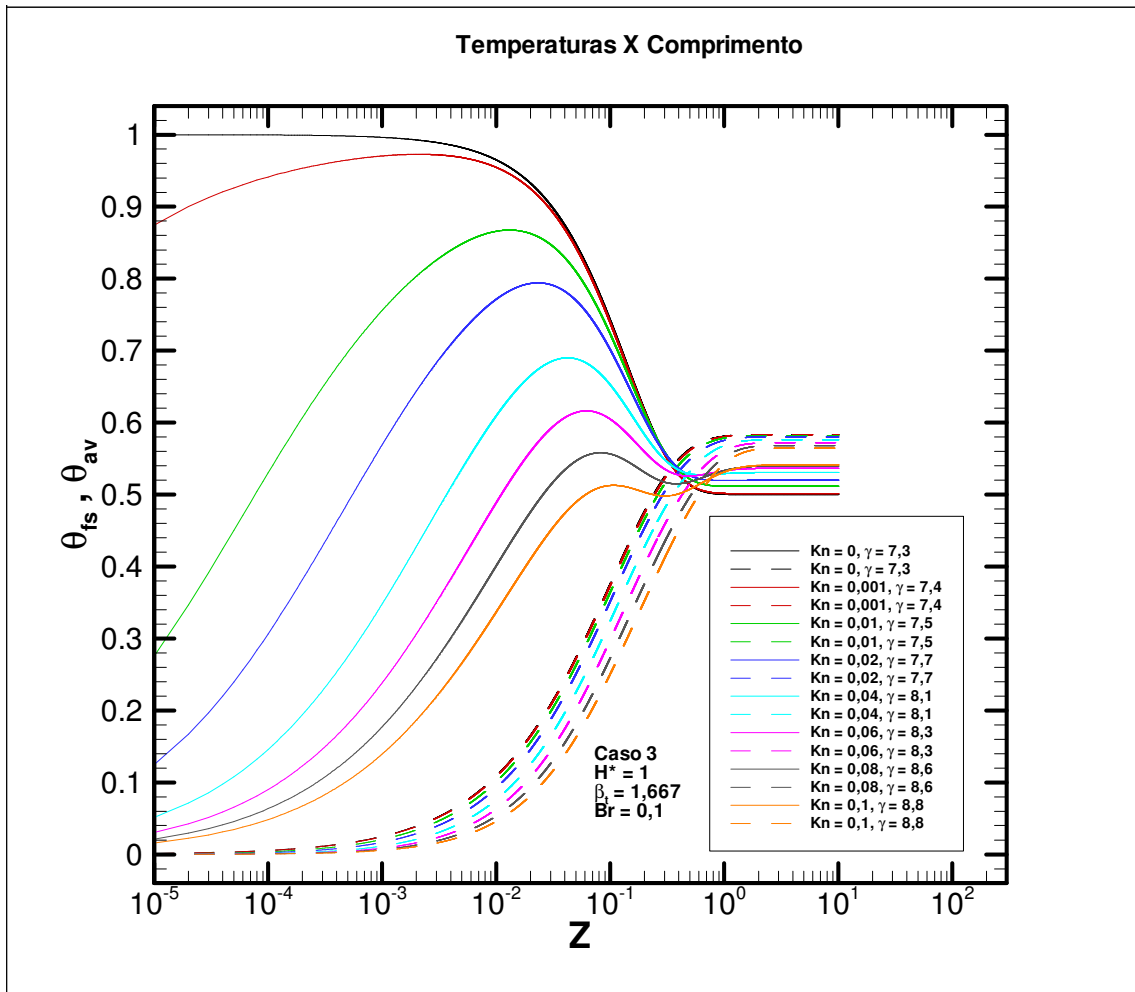


FIG. 7.116 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

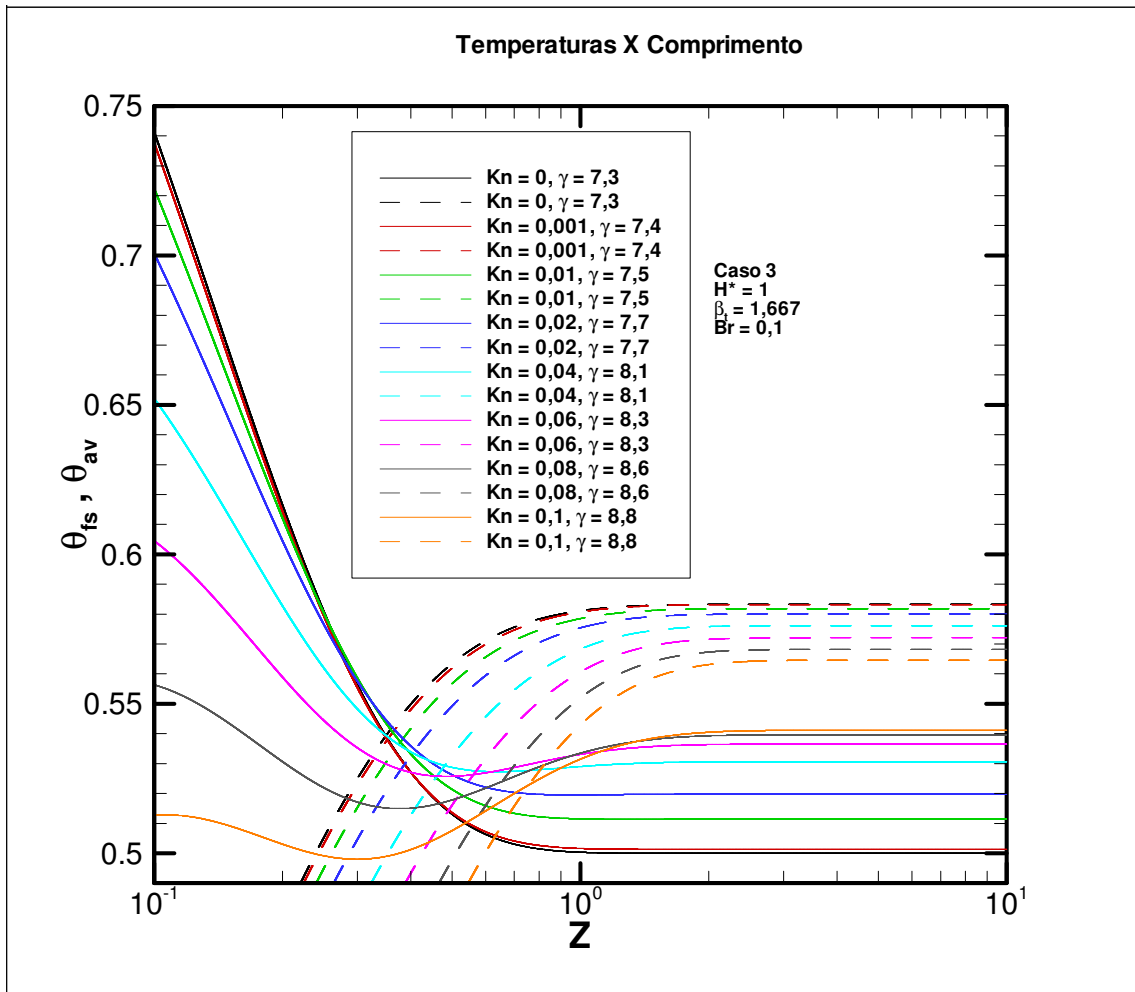


FIG. 7.117 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



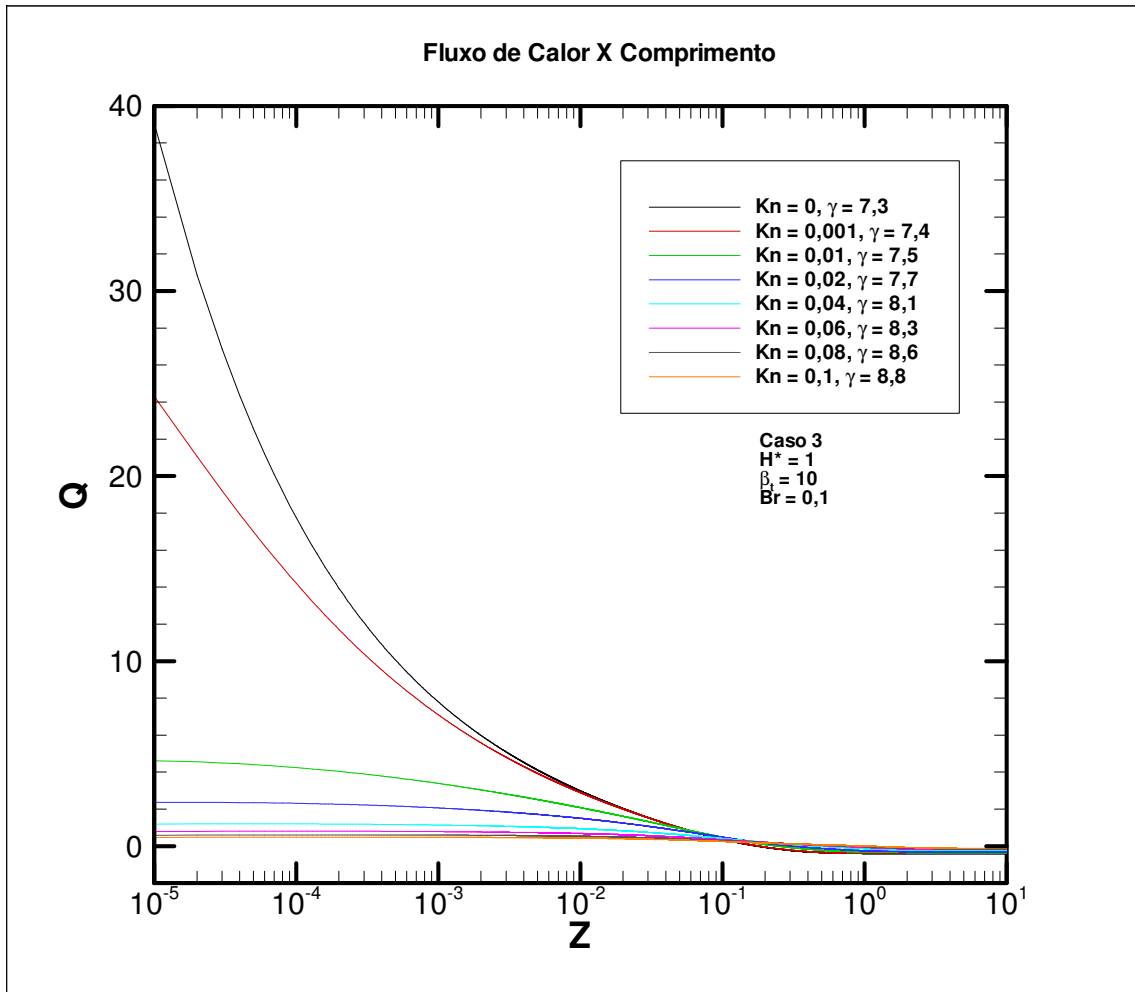


FIG. 7.118 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

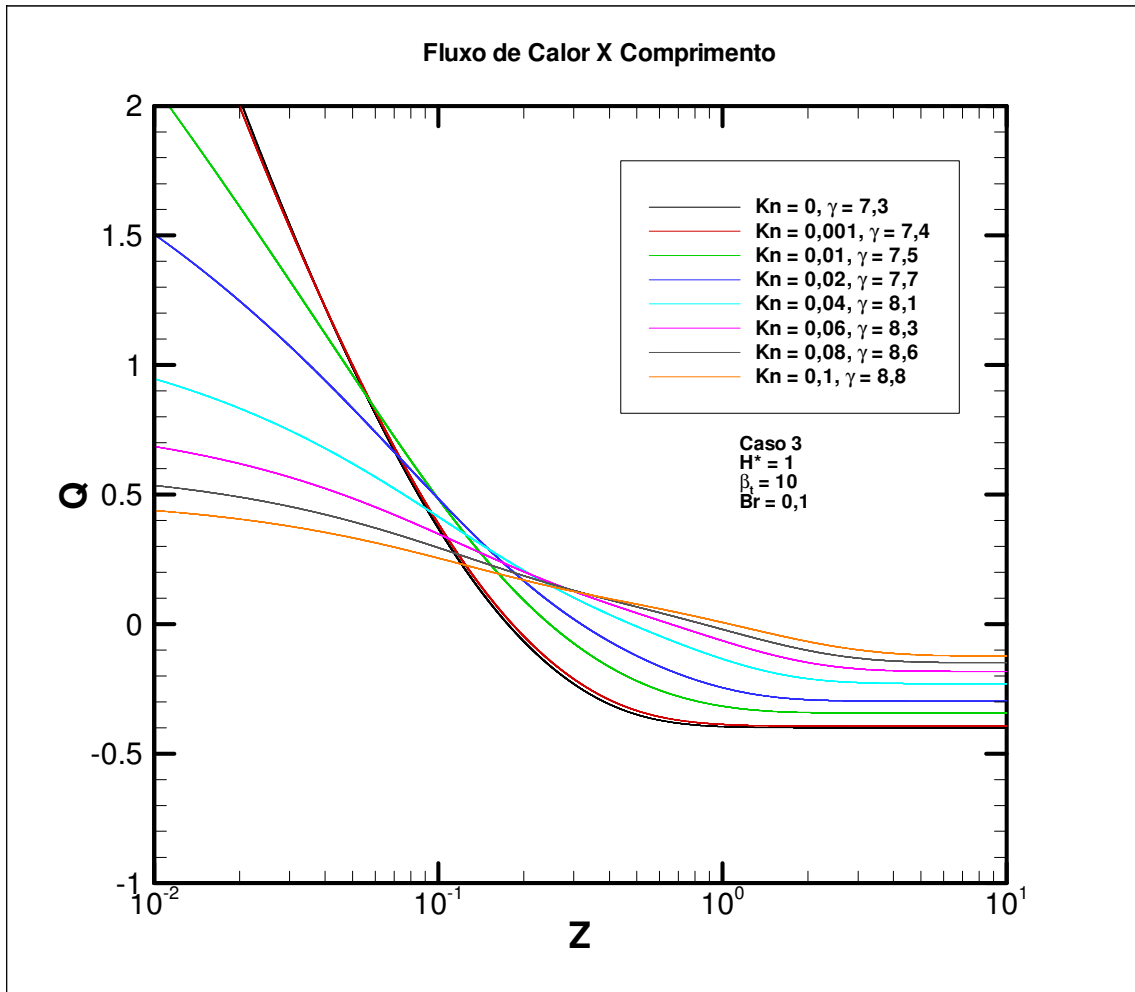


FIG. 7.119 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

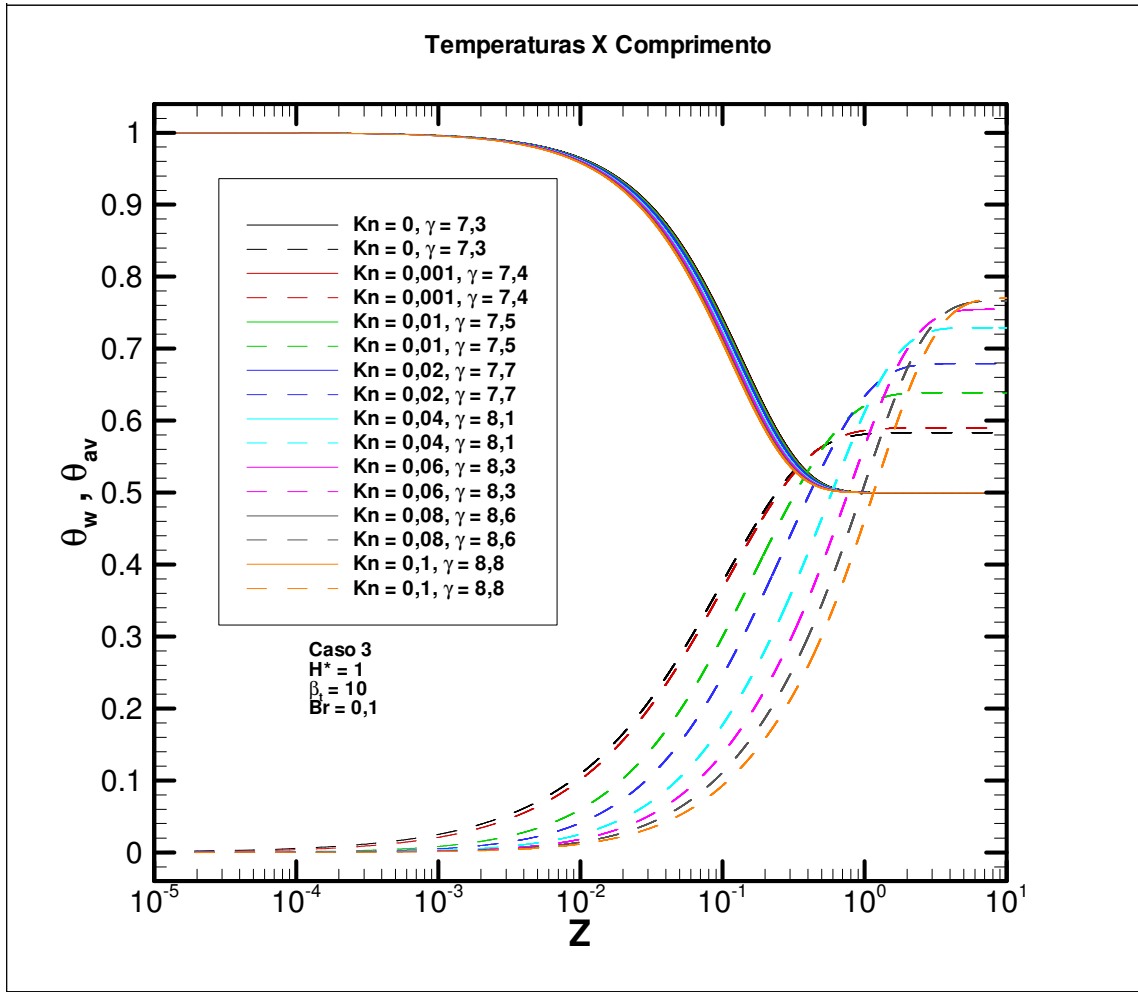


FIG. 7.120 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

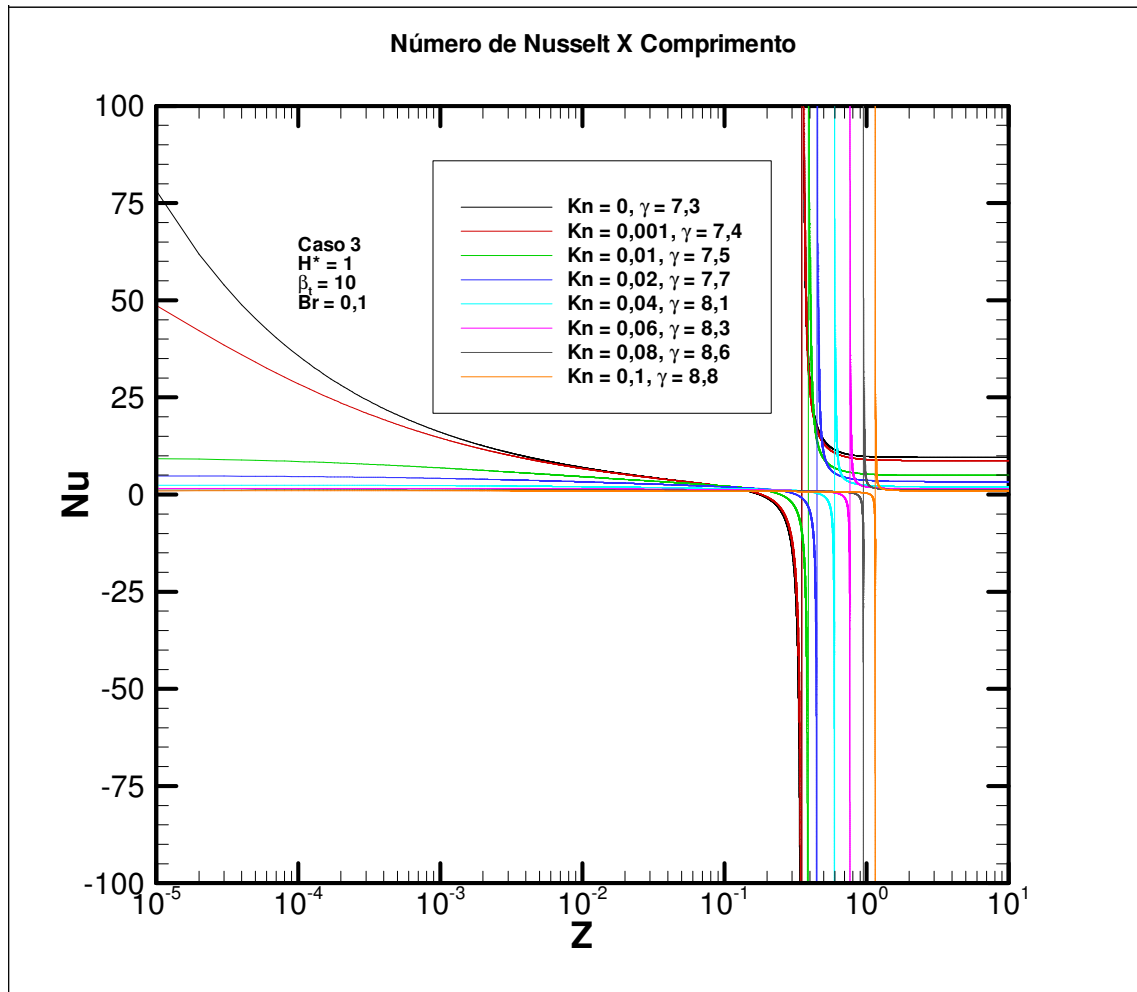


FIG. 7.121 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

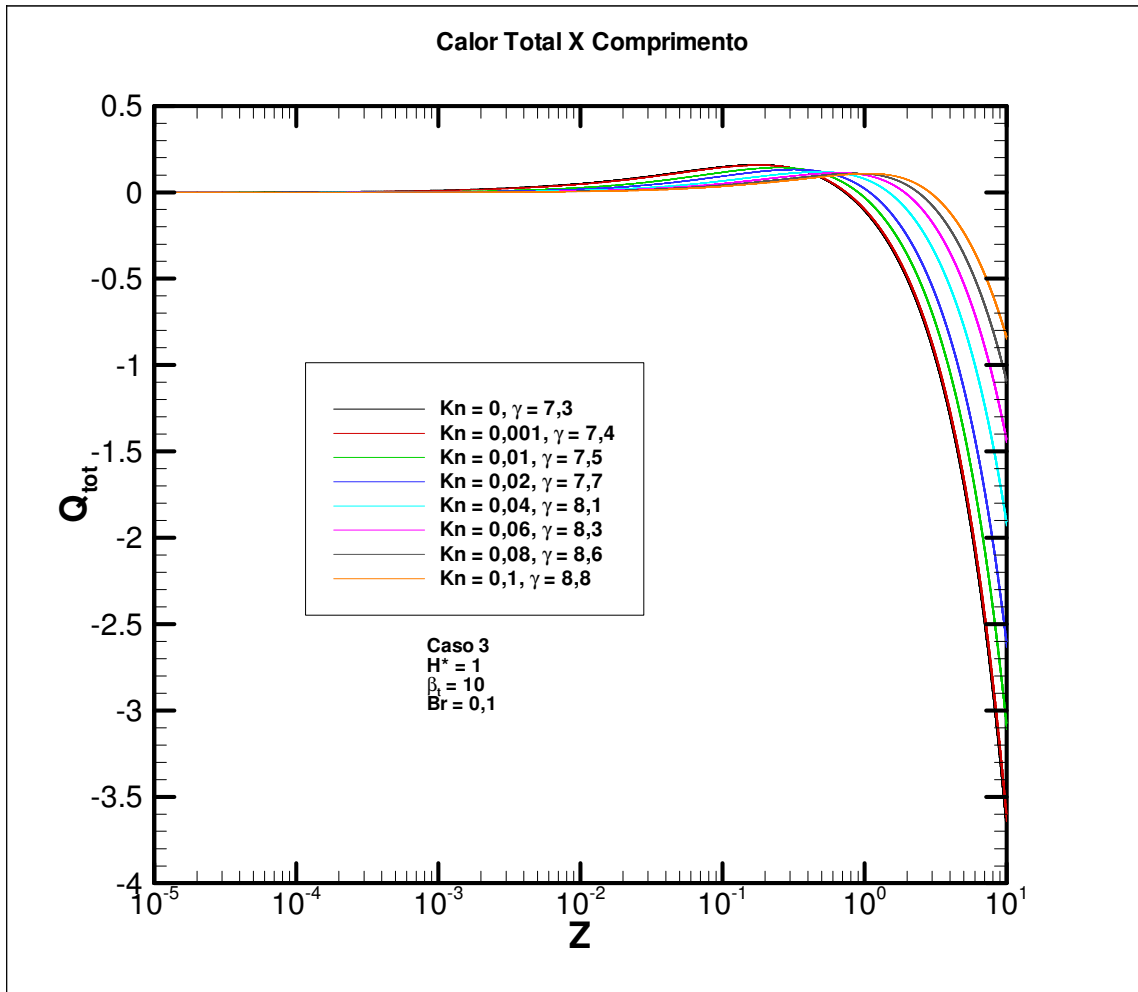


FIG. 7.122 Calor total para diferentes Kn.

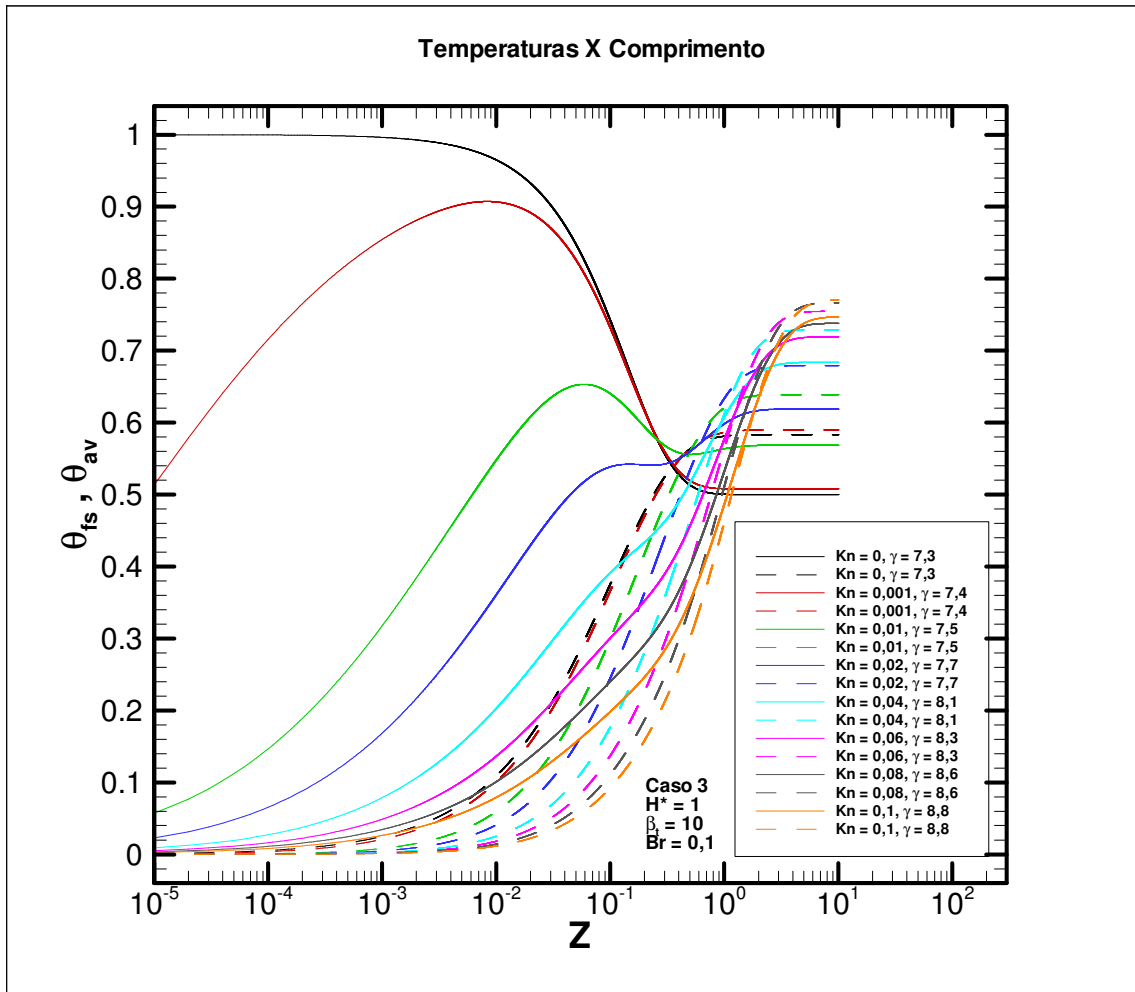


FIG. 7.123 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

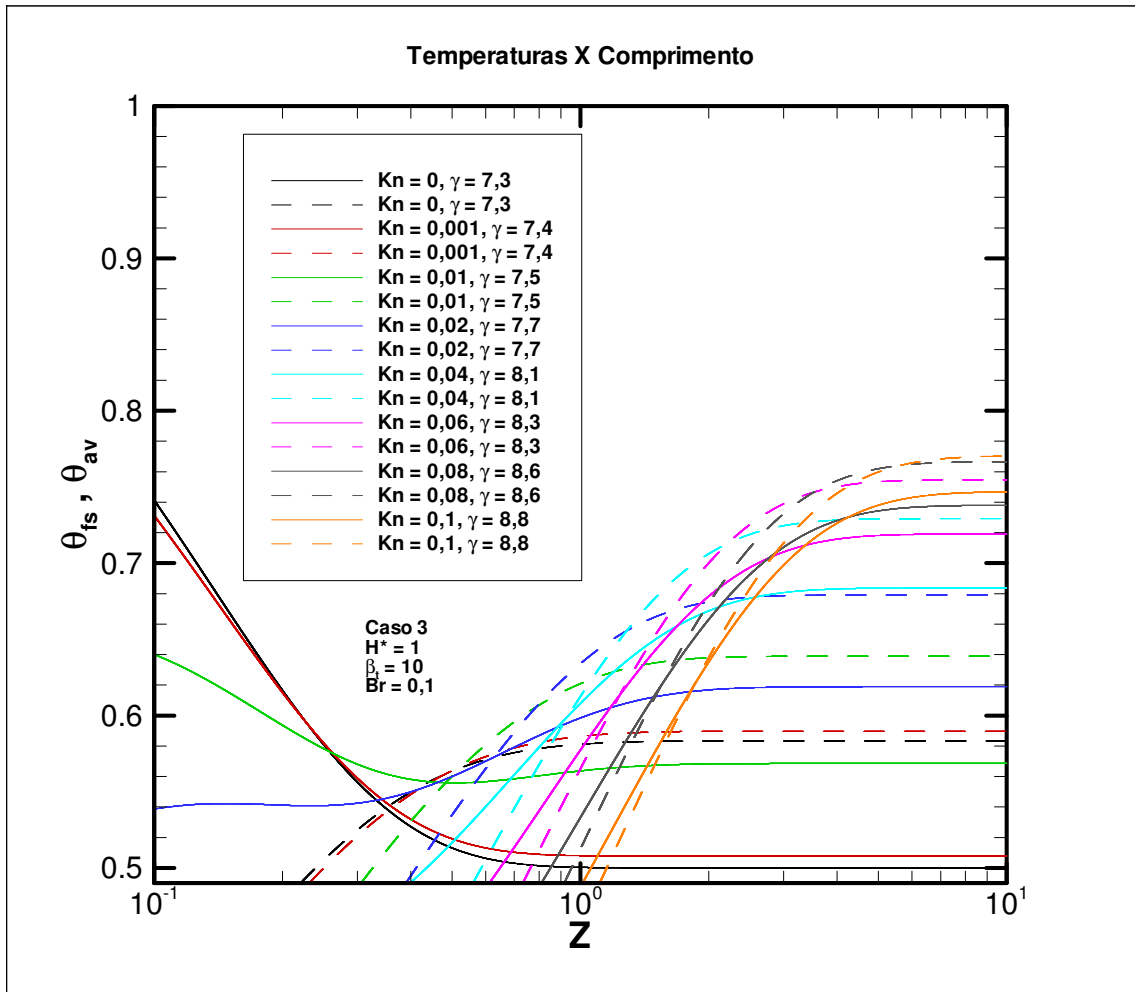


FIG. 7.124 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

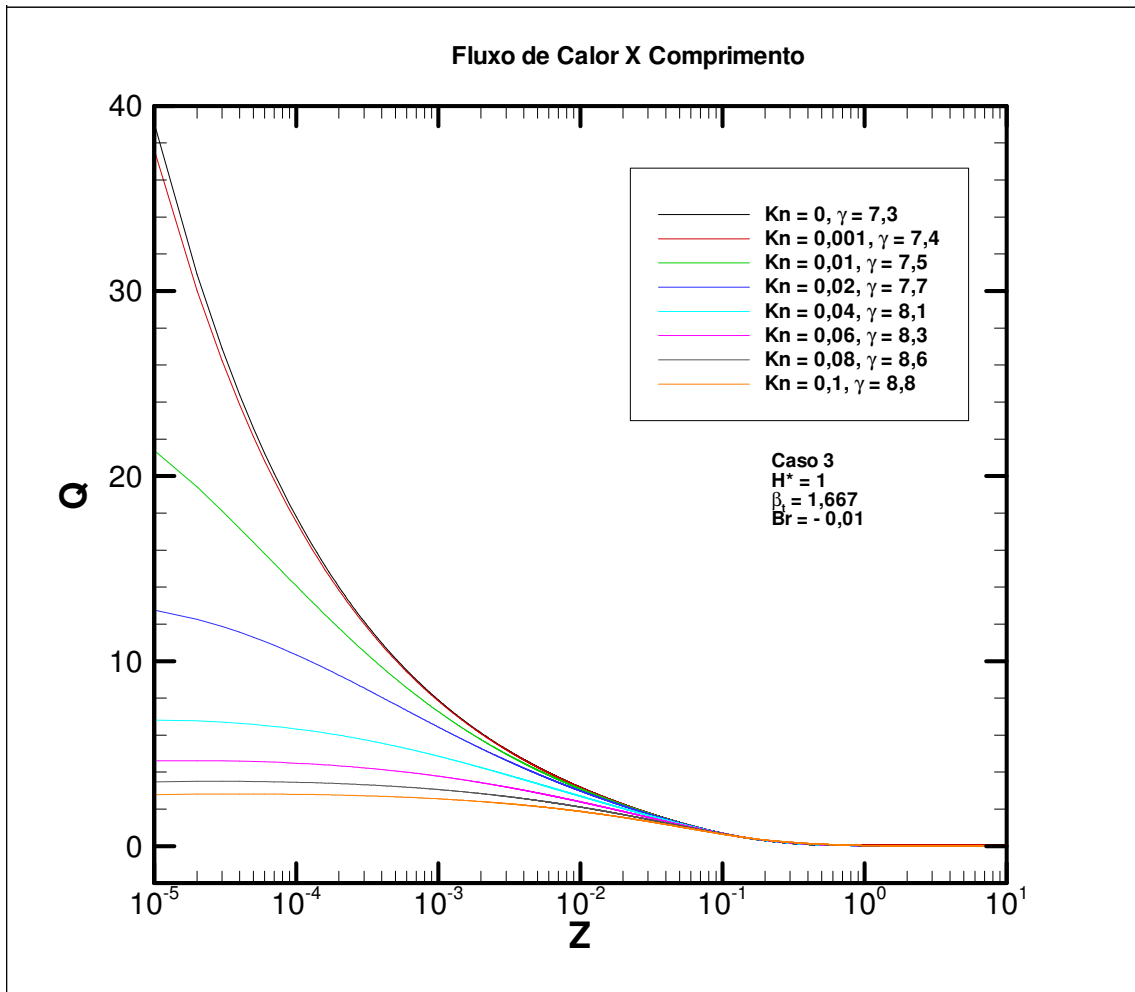


FIG. 7.125 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.



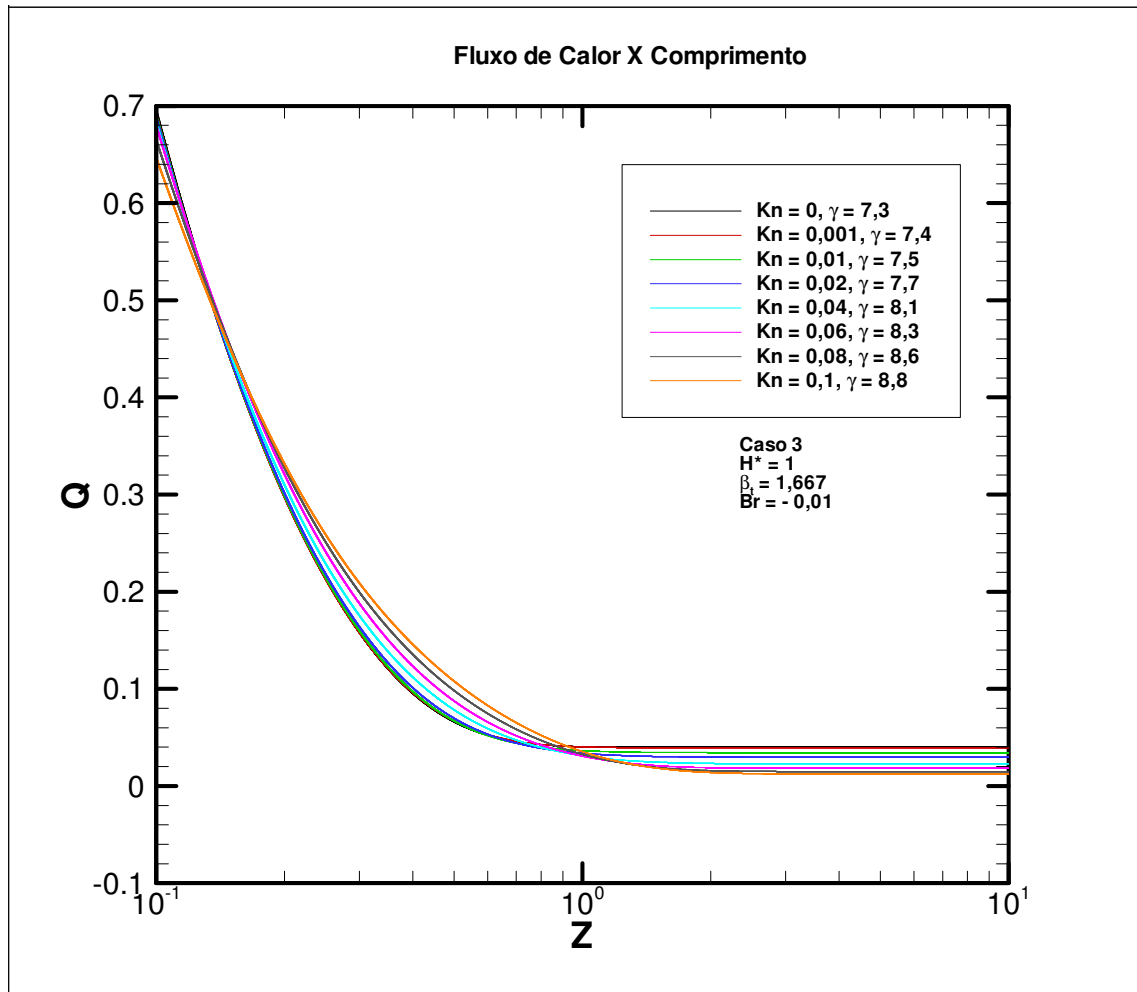


FIG. 7.126 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

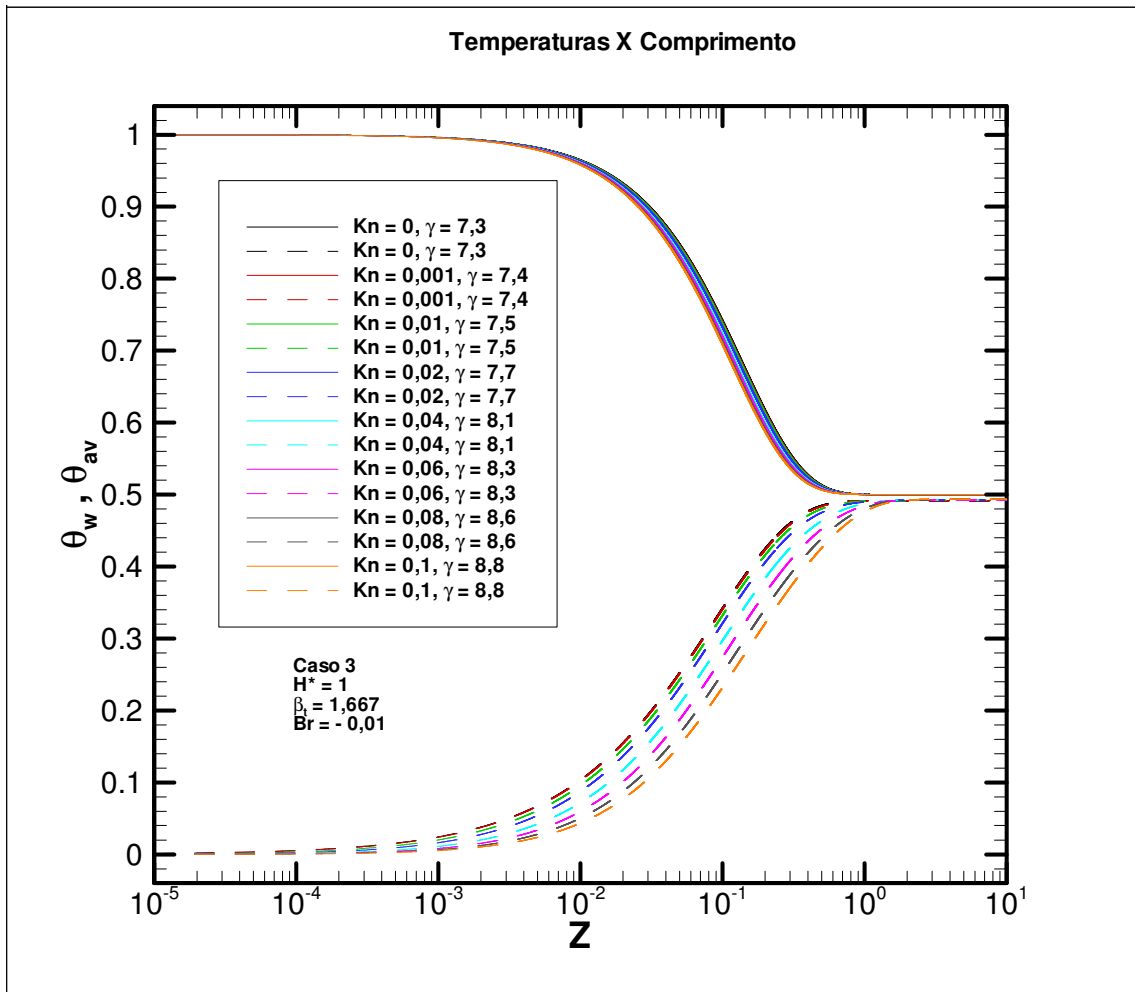


FIG. 7.127 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

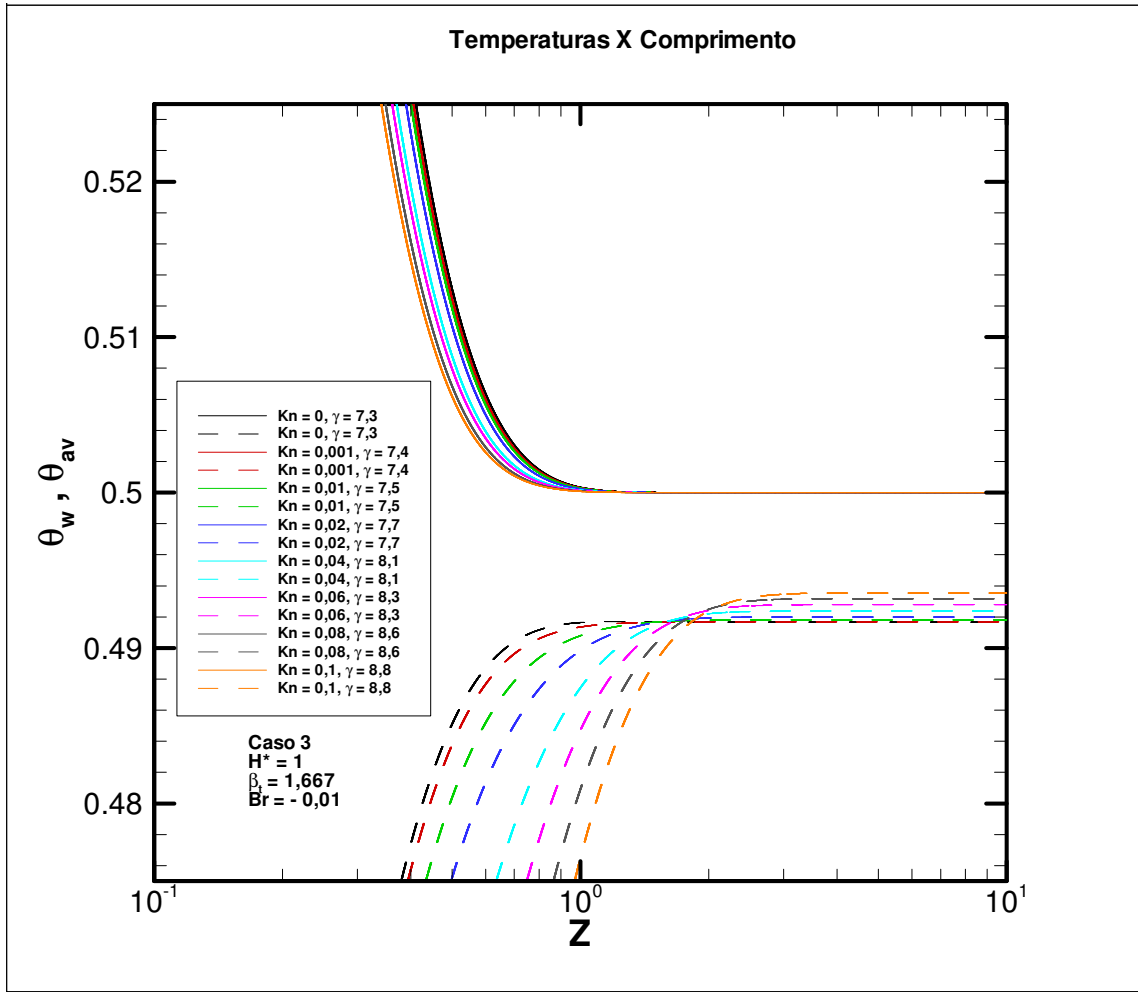


FIG. 7.128 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

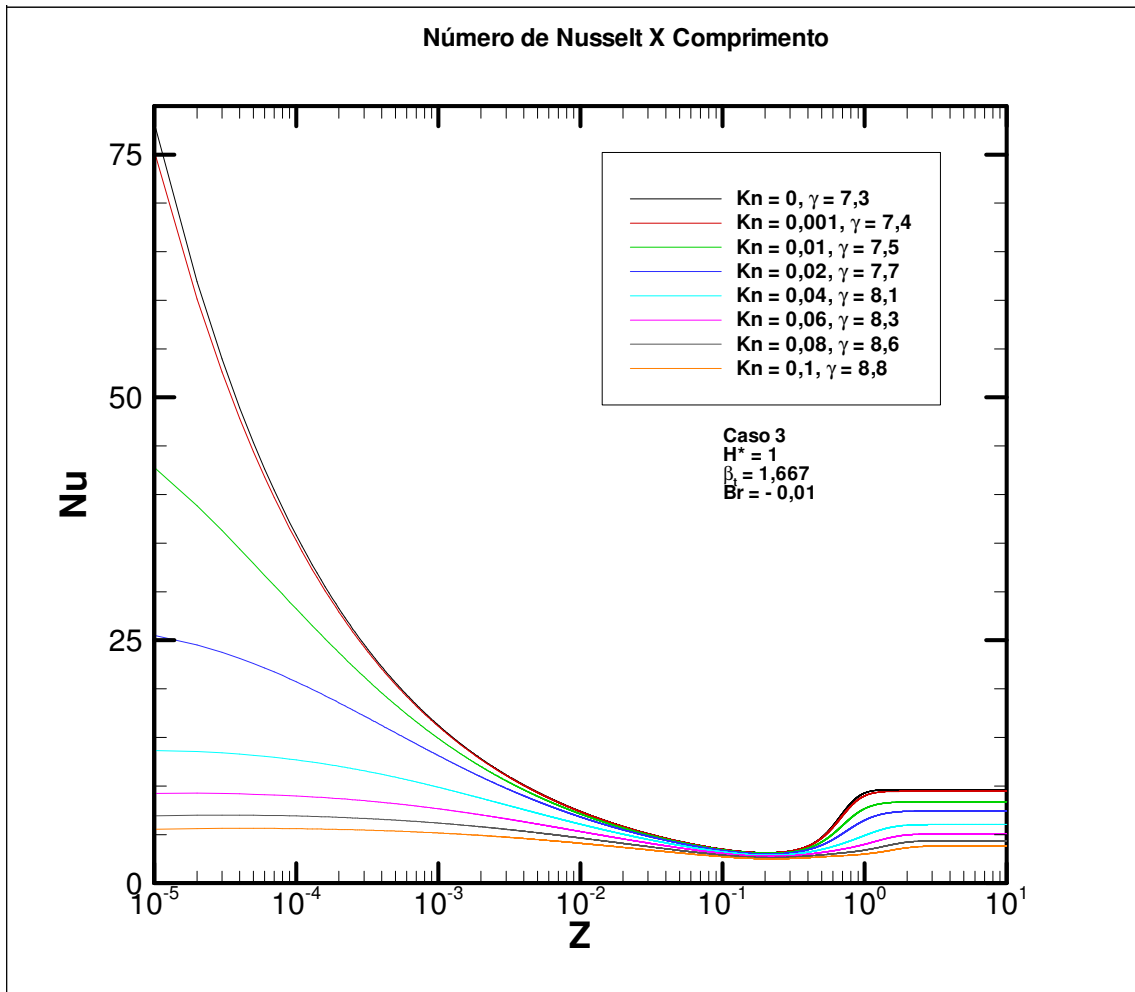


FIG. 7.129 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

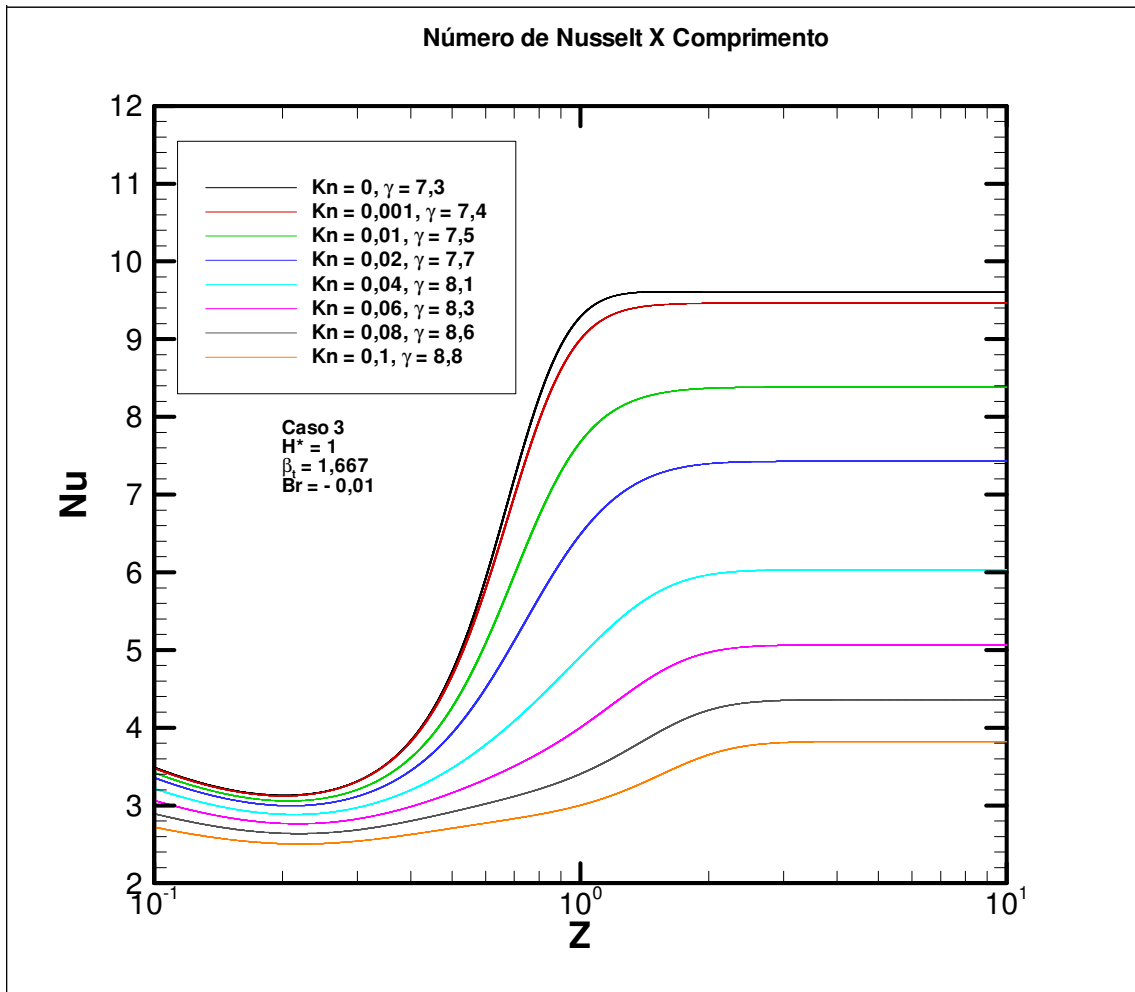


FIG. 7.130 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

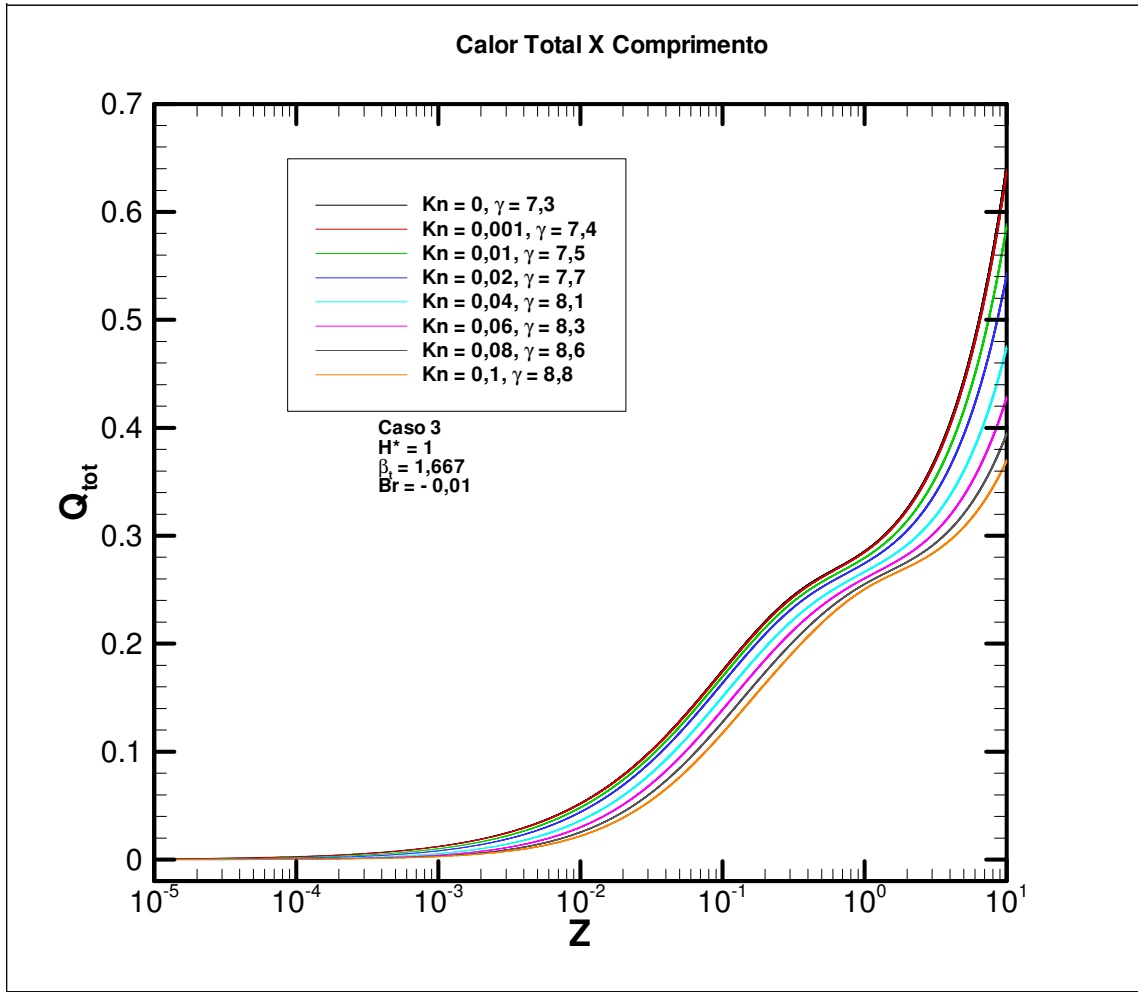


FIG. 7.131 Calor total para diferentes Kn.

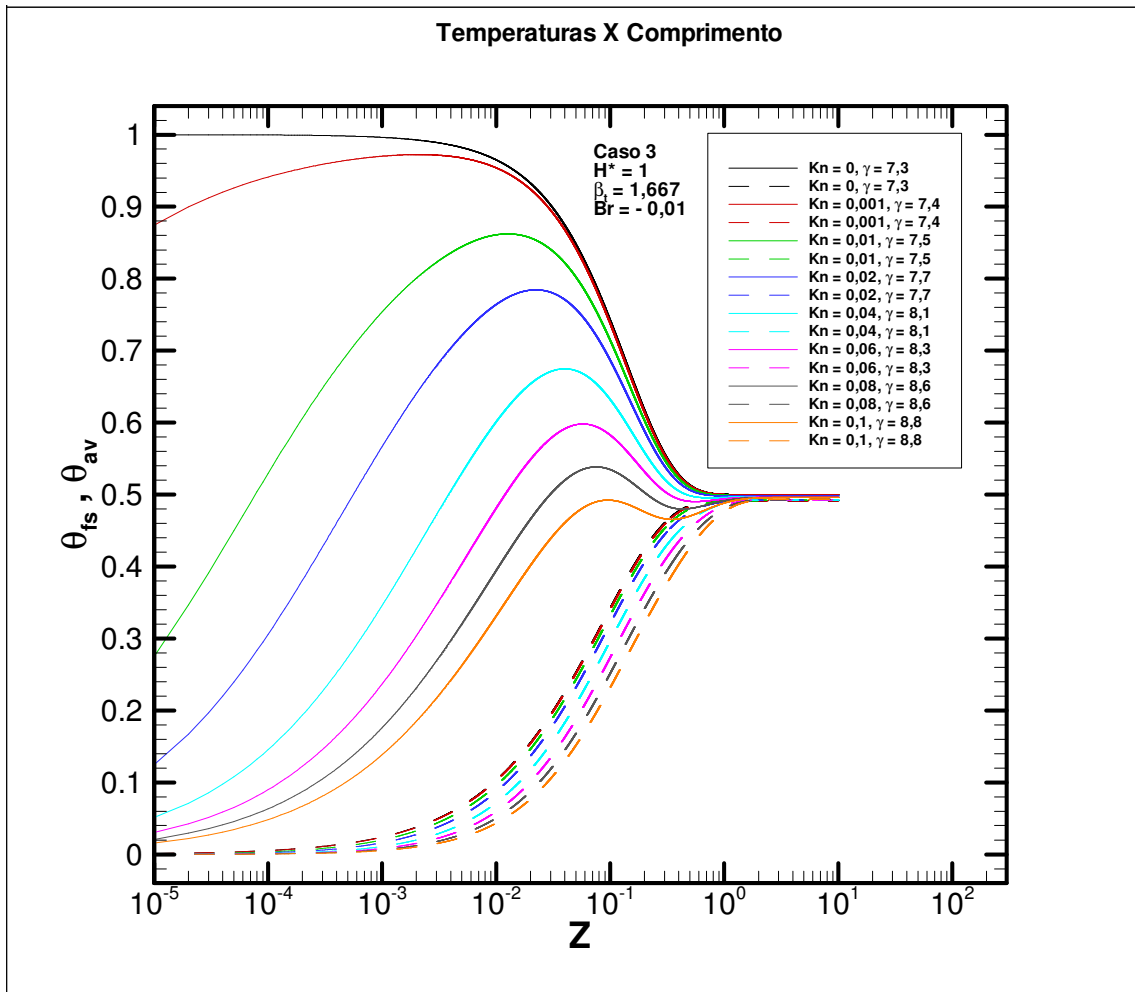


FIG. 7.132 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

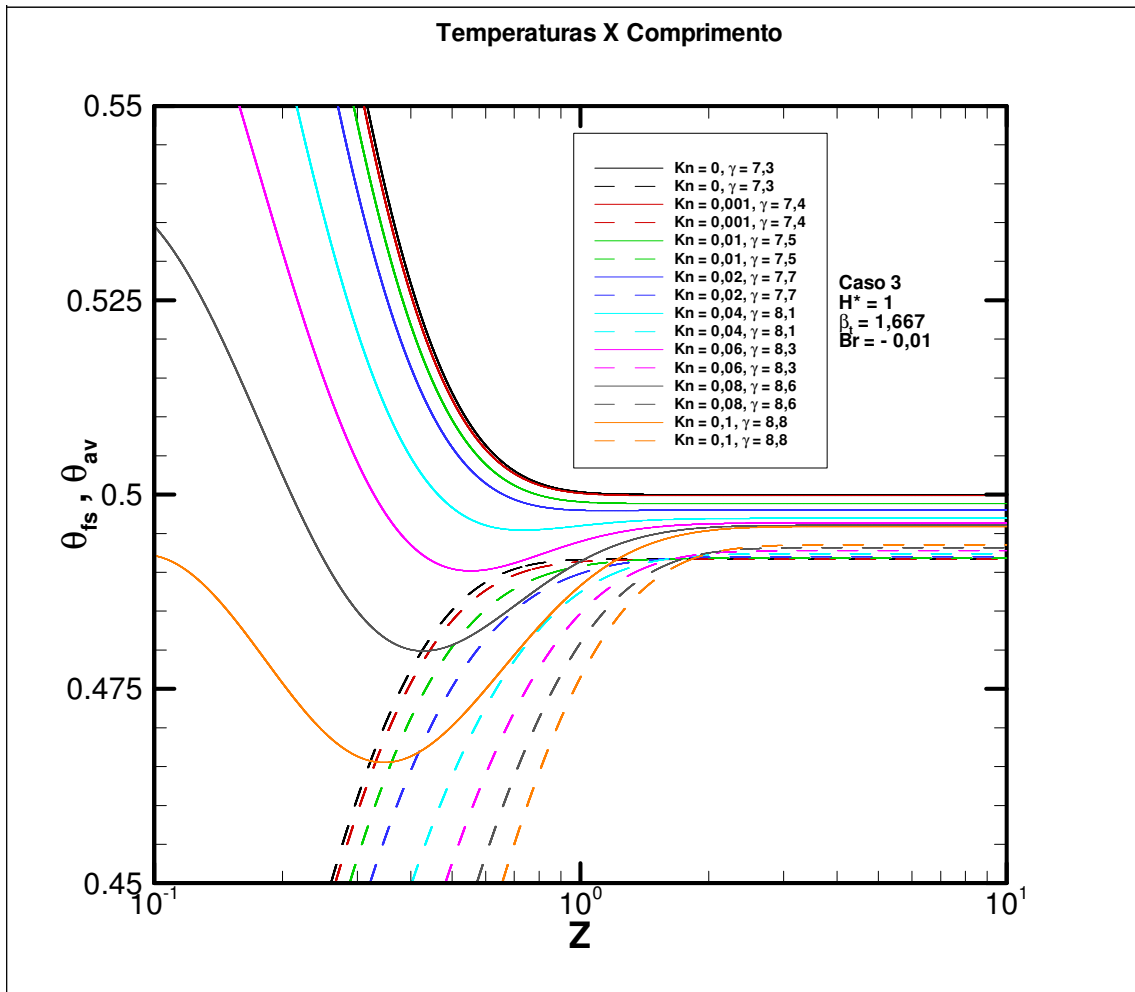


FIG. 7.133 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



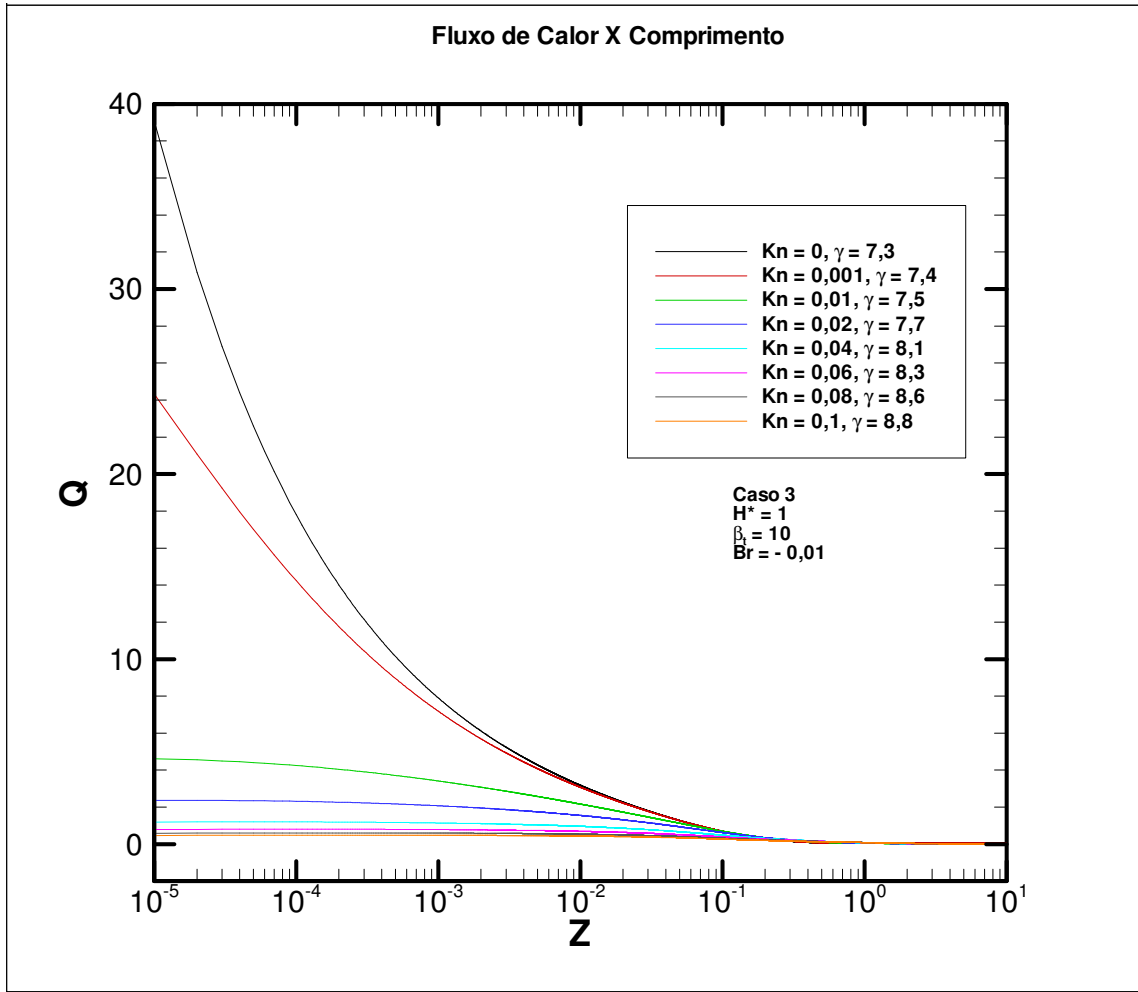


FIG. 7.134 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

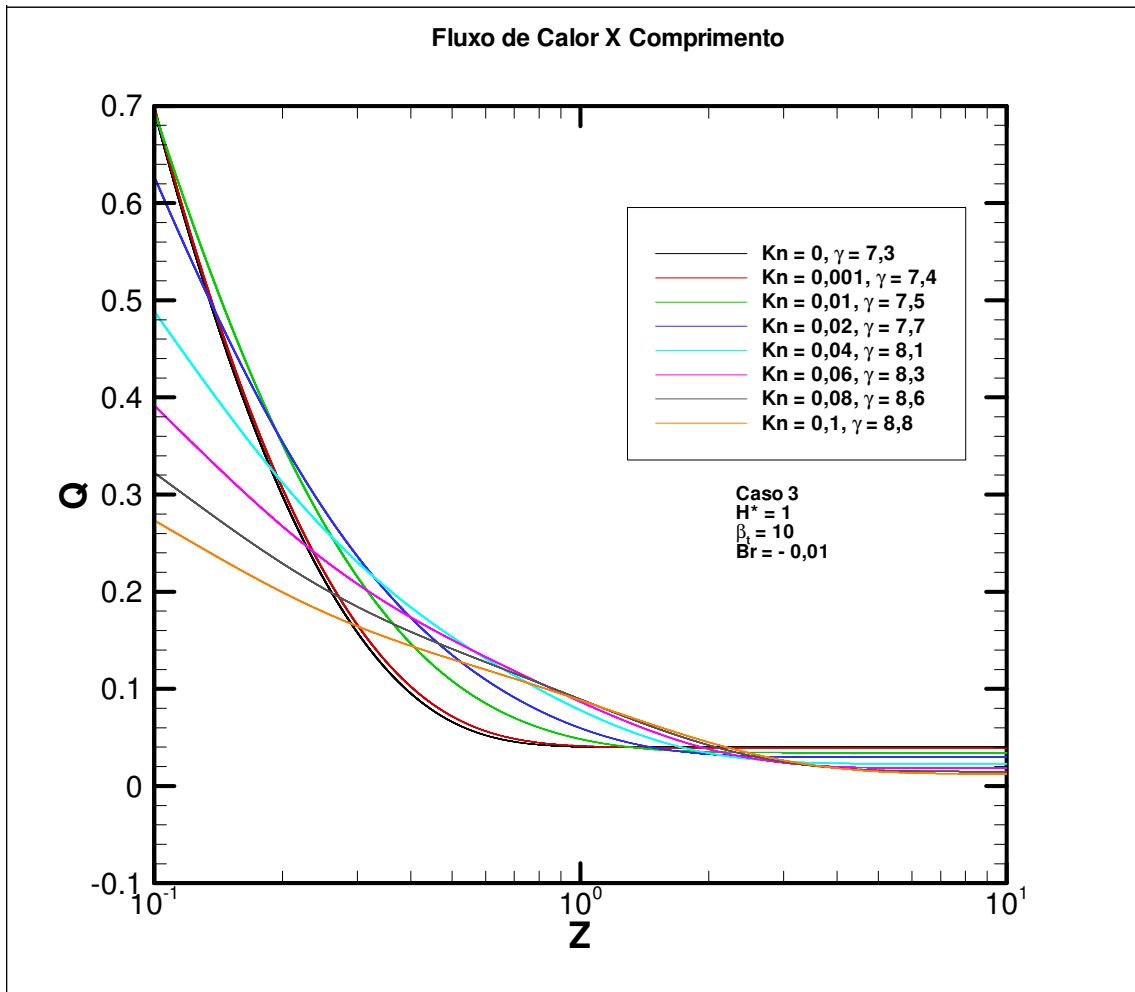


FIG. 7.135 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

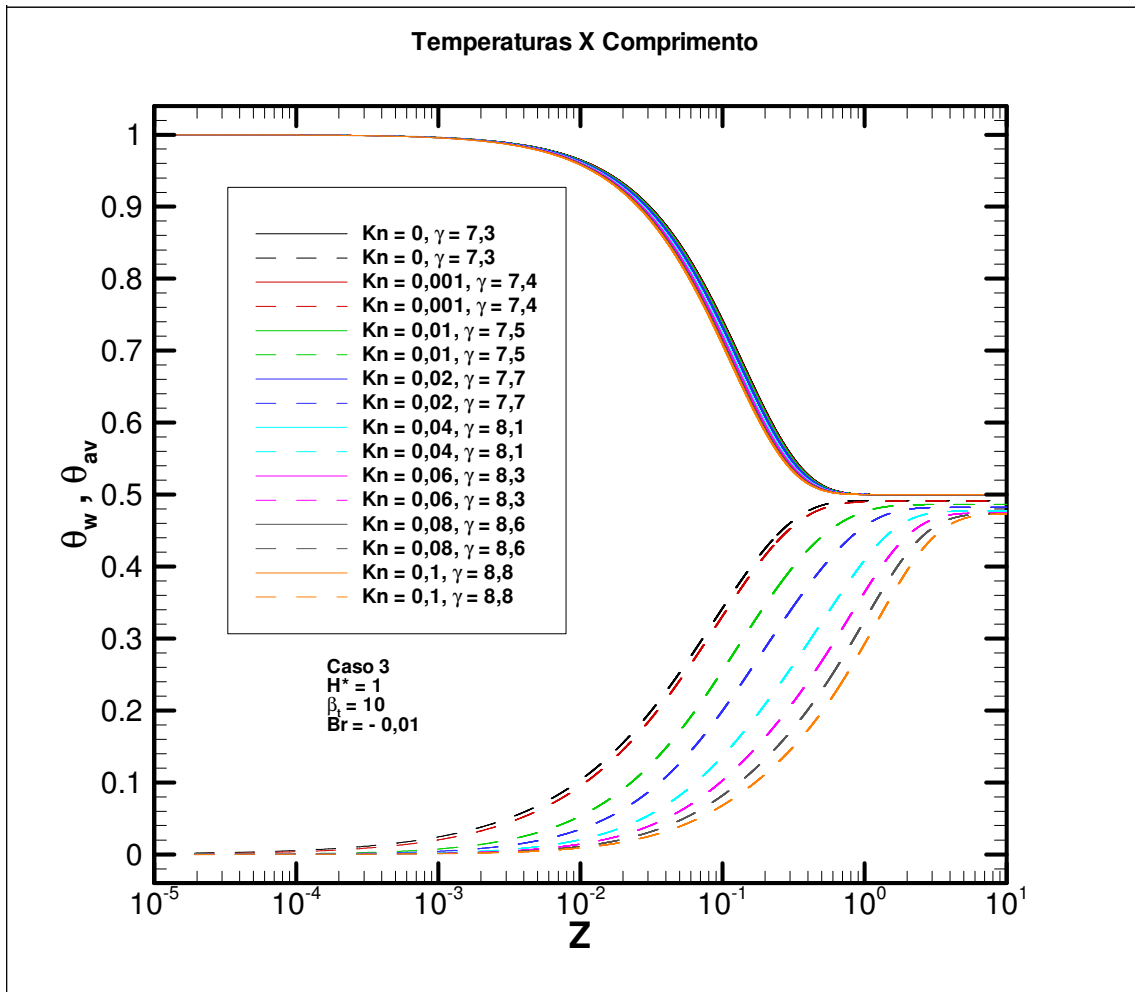


FIG. 7.136 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

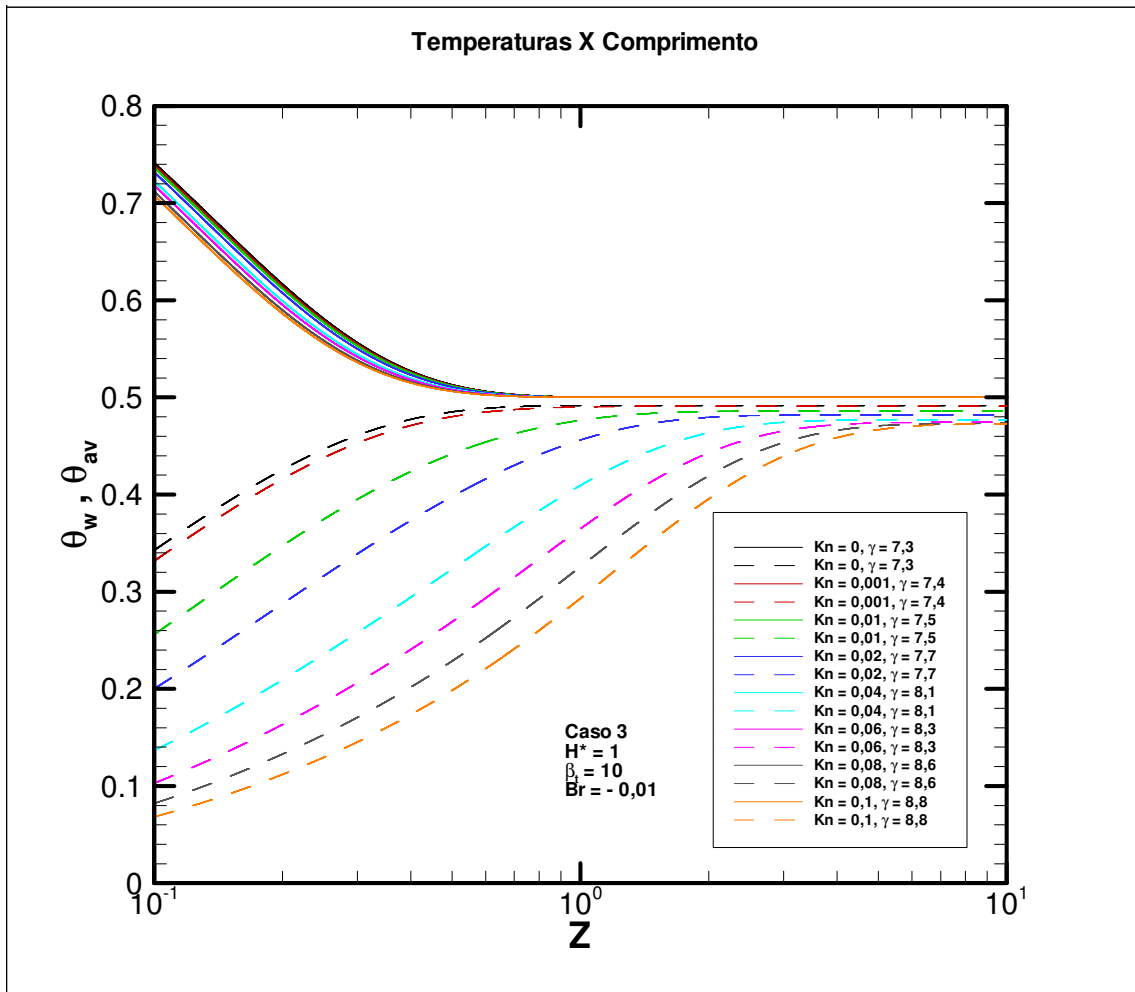


FIG. 7.137 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

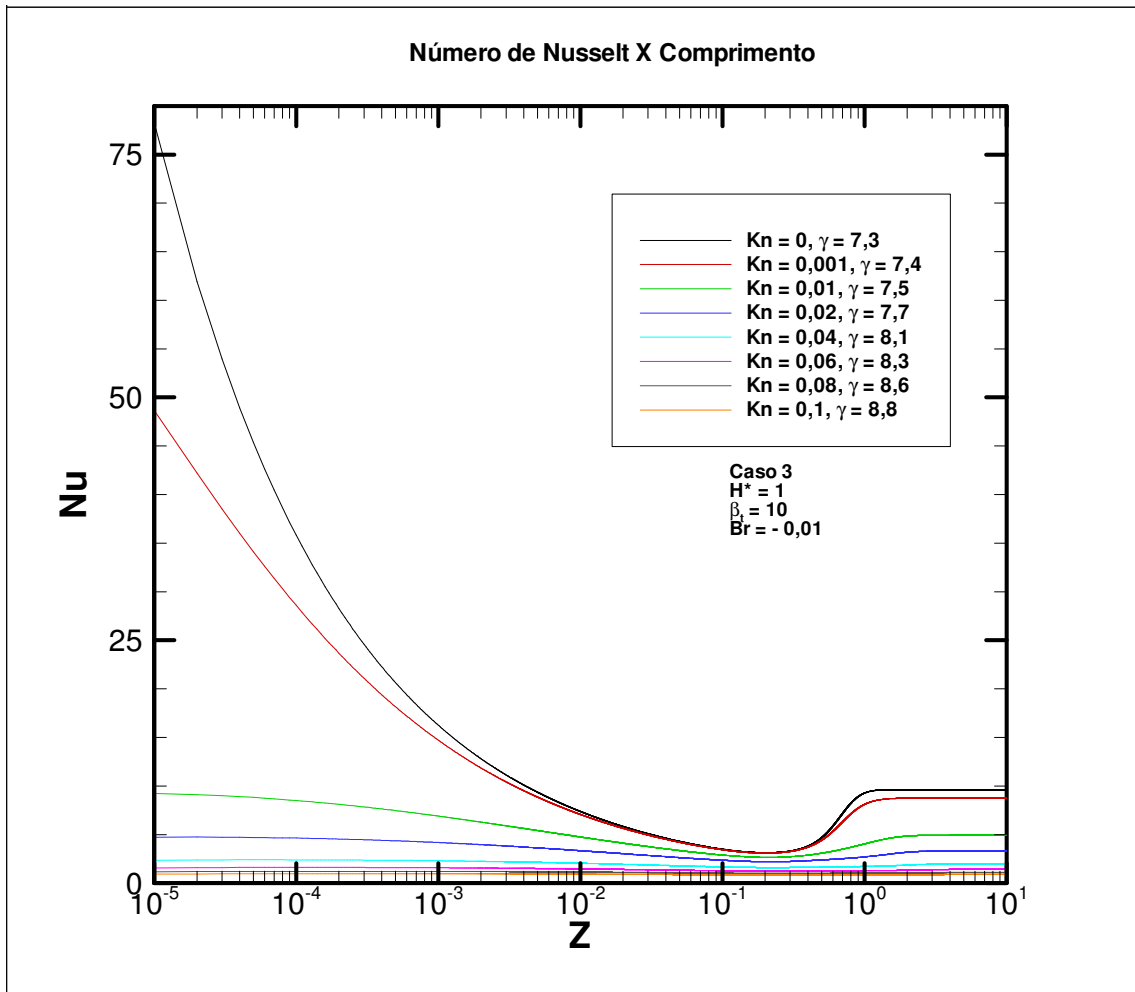


FIG. 7.138 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

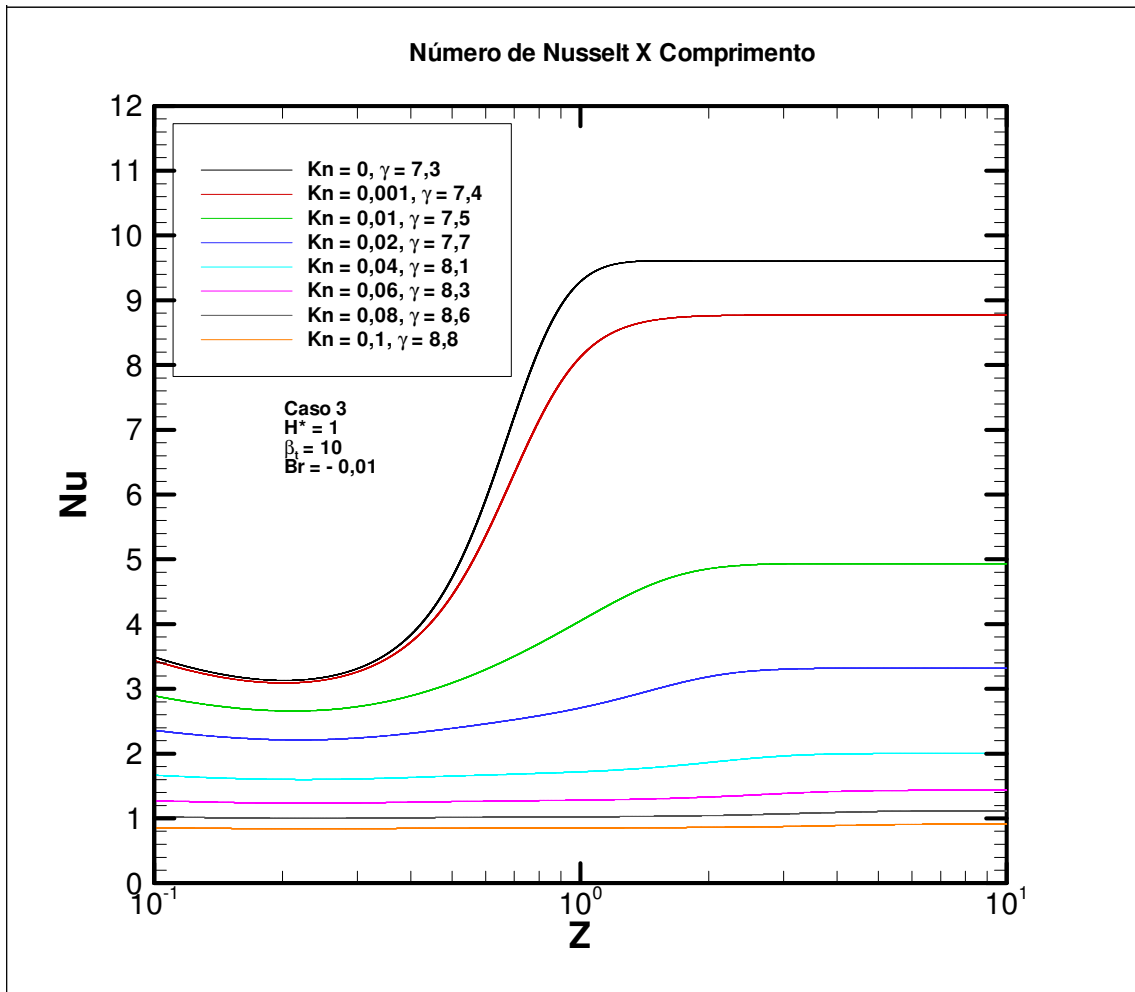


FIG. 7.139 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

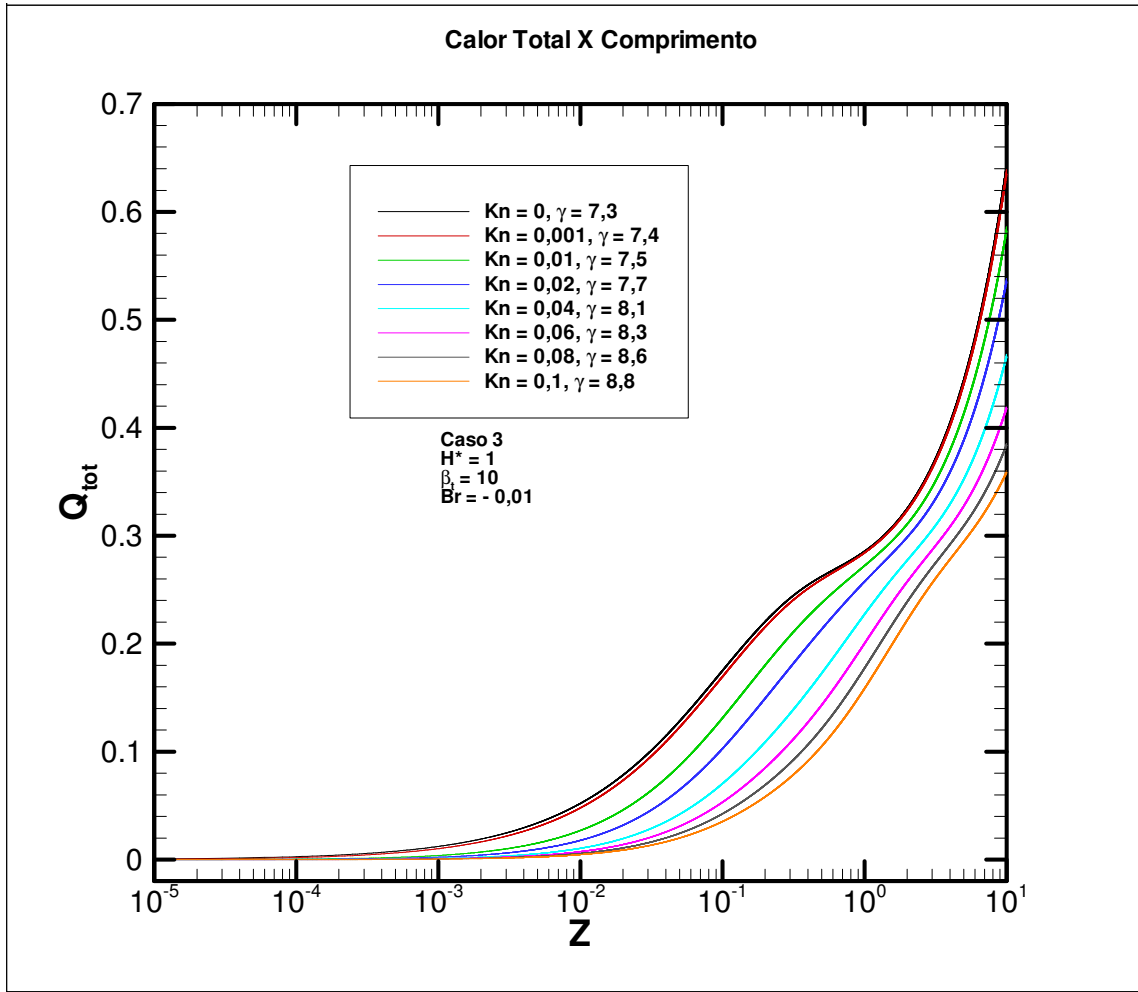


FIG. 7.140 Calor total para diferentes Kn.

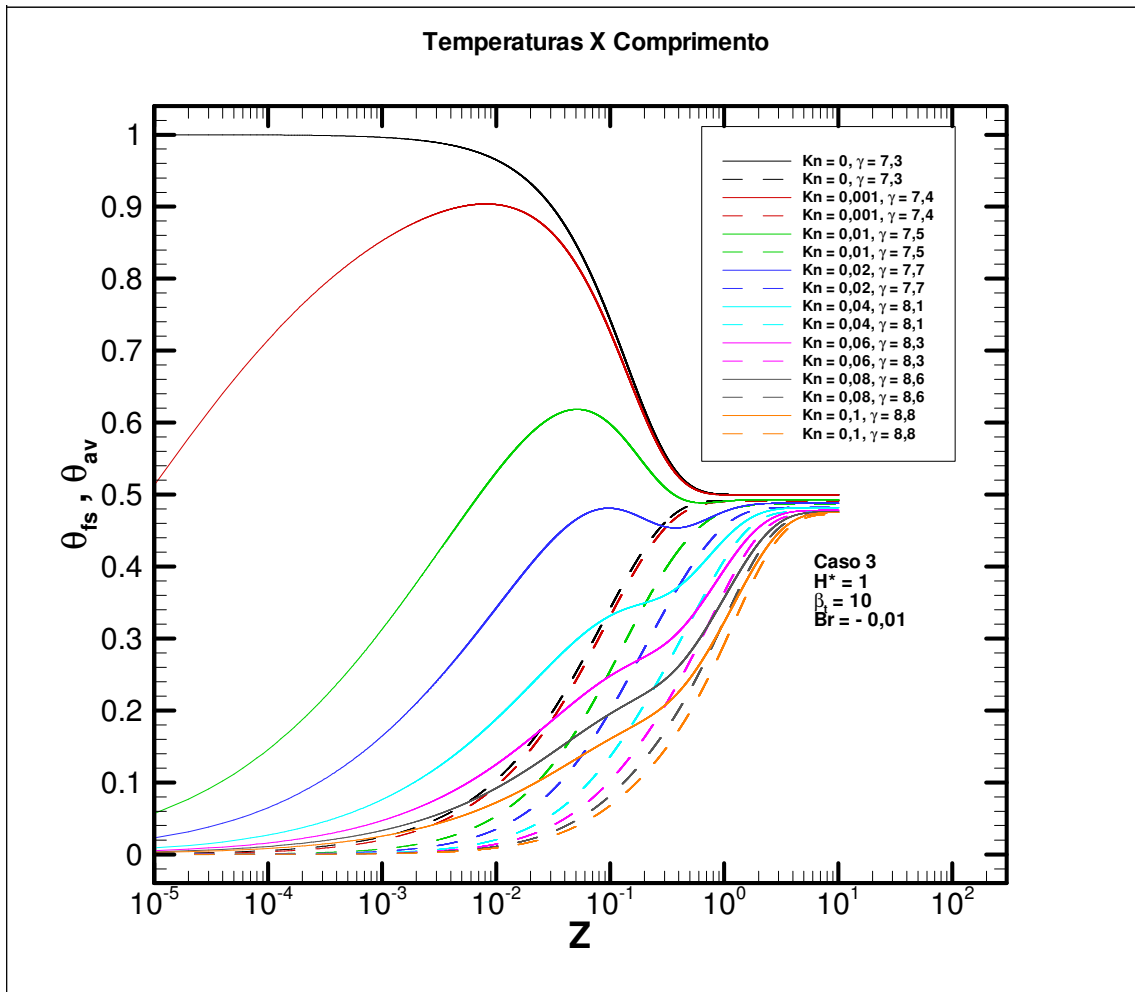


FIG. 7.141 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



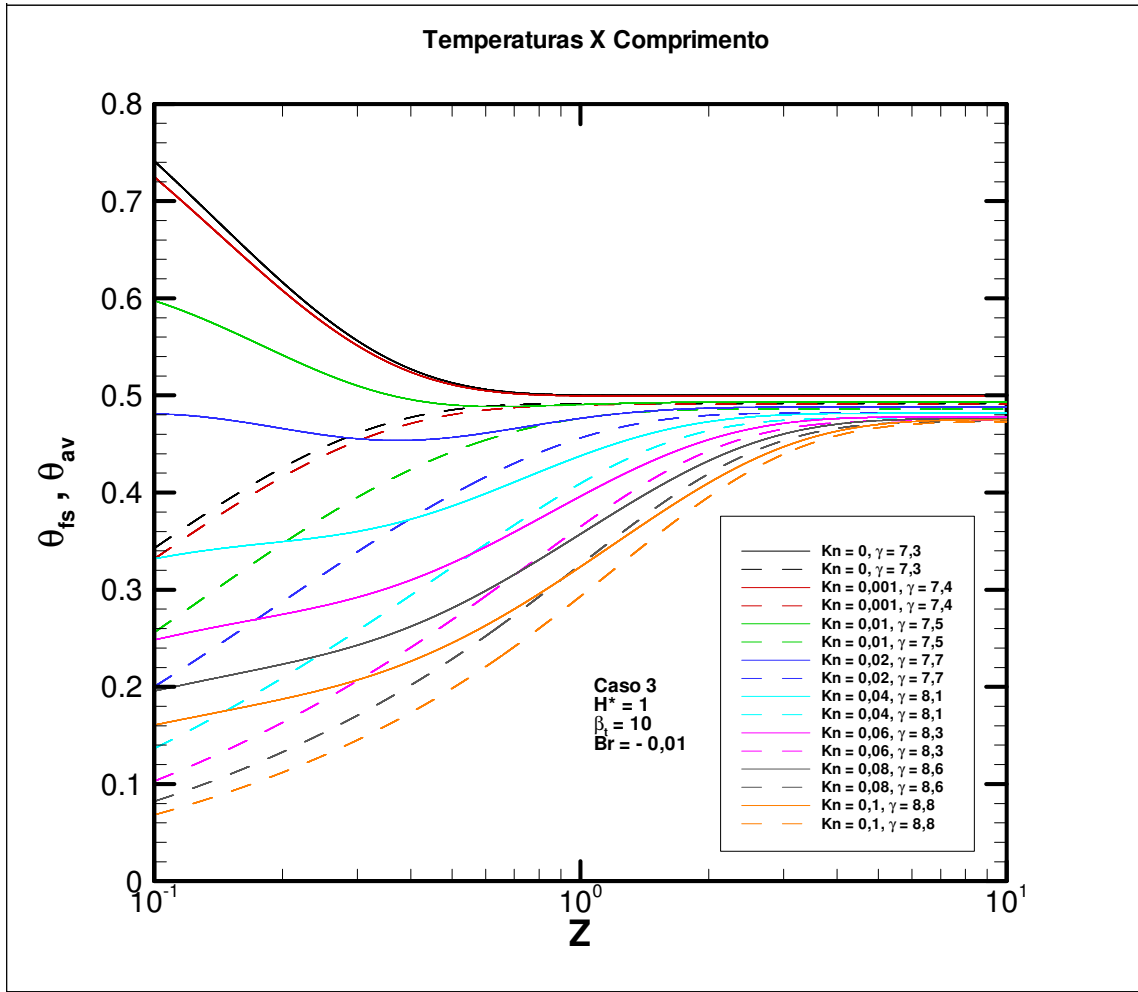


FIG. 7.142 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

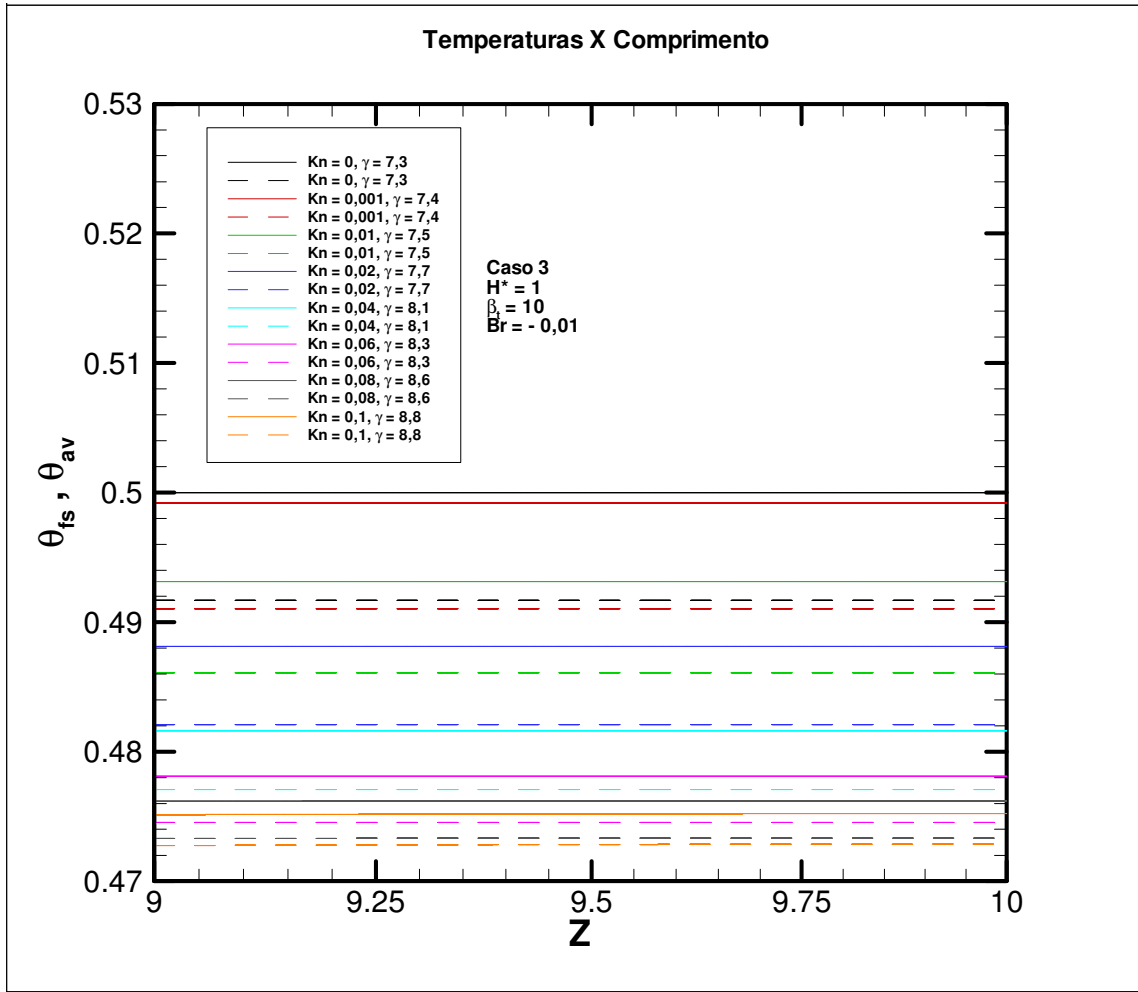


FIG. 7.143 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

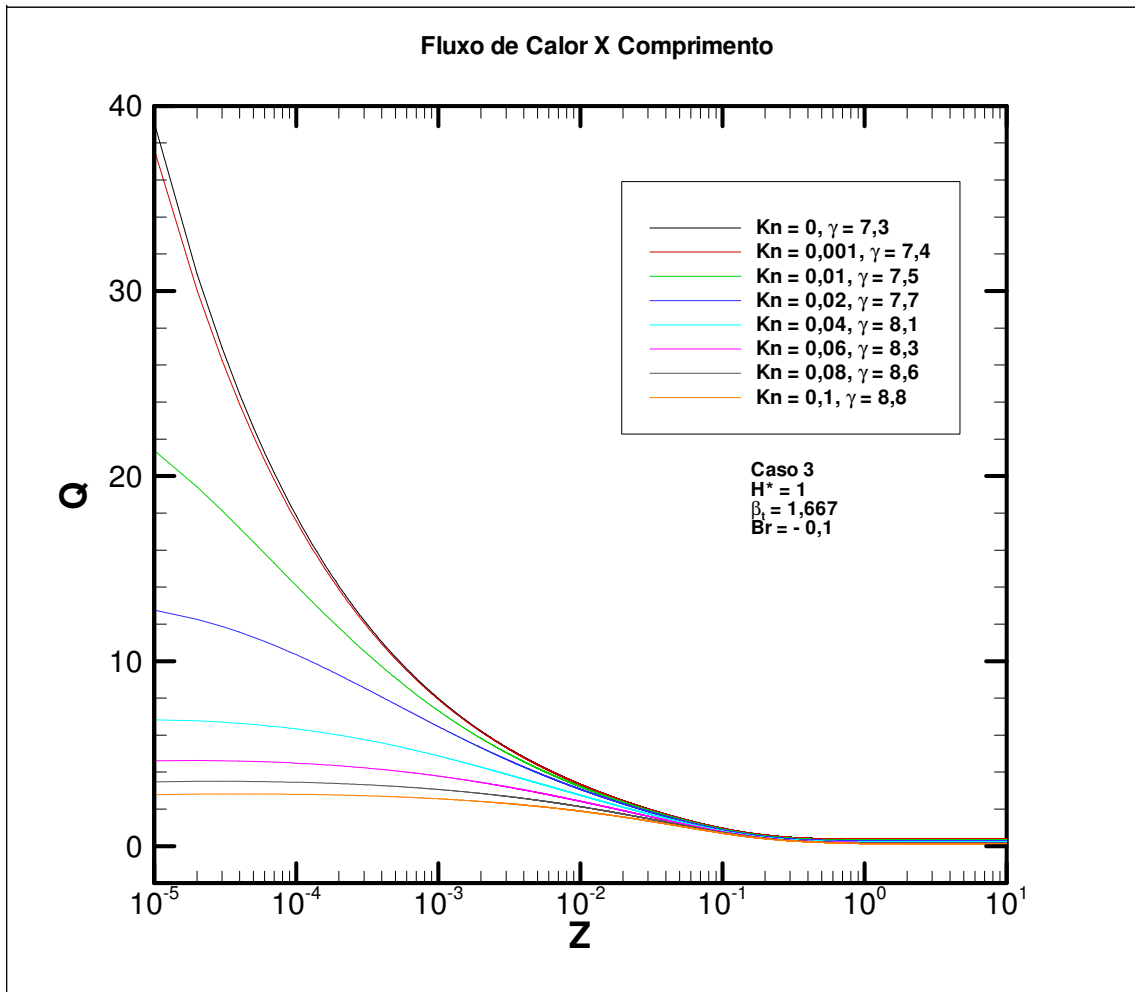


FIG. 7.144 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

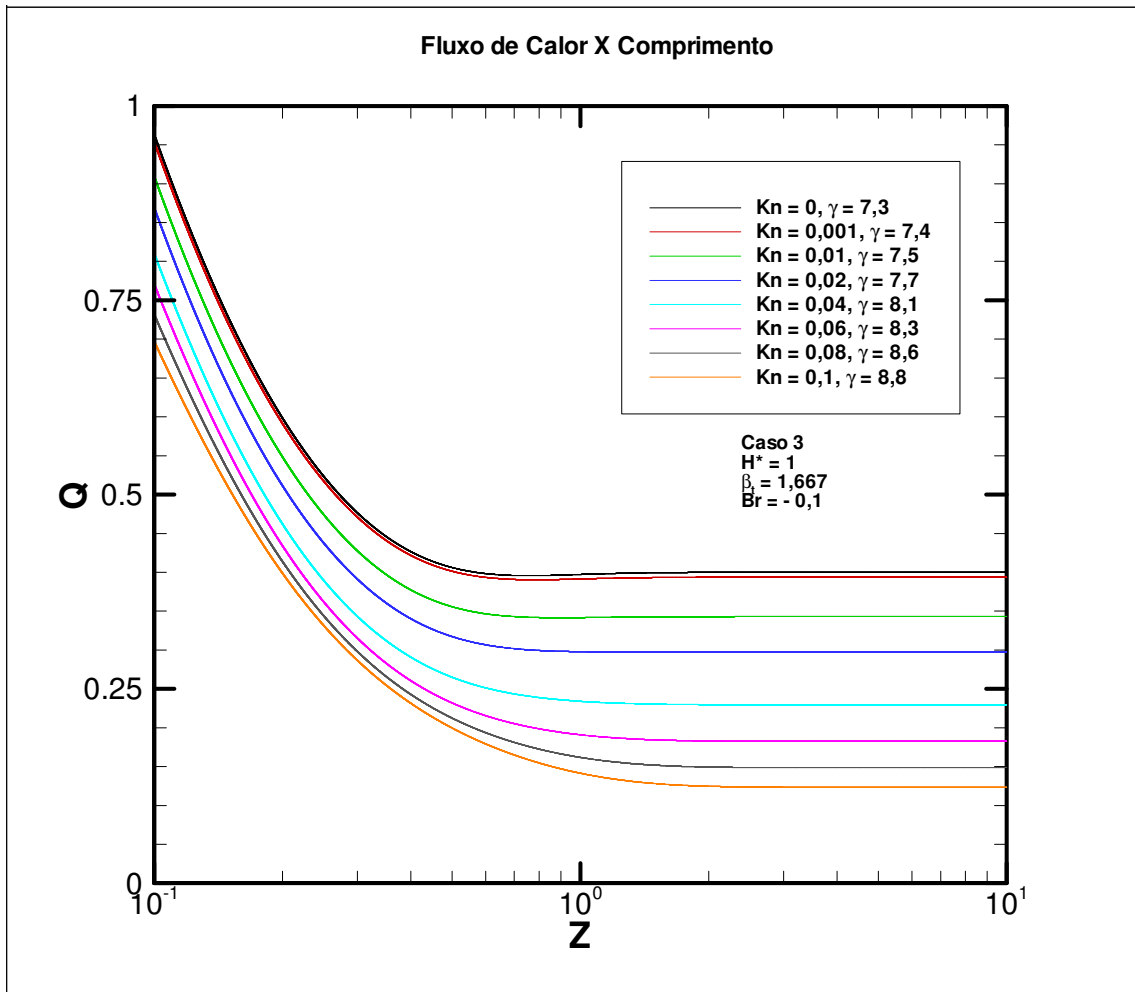


FIG. 7.145 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

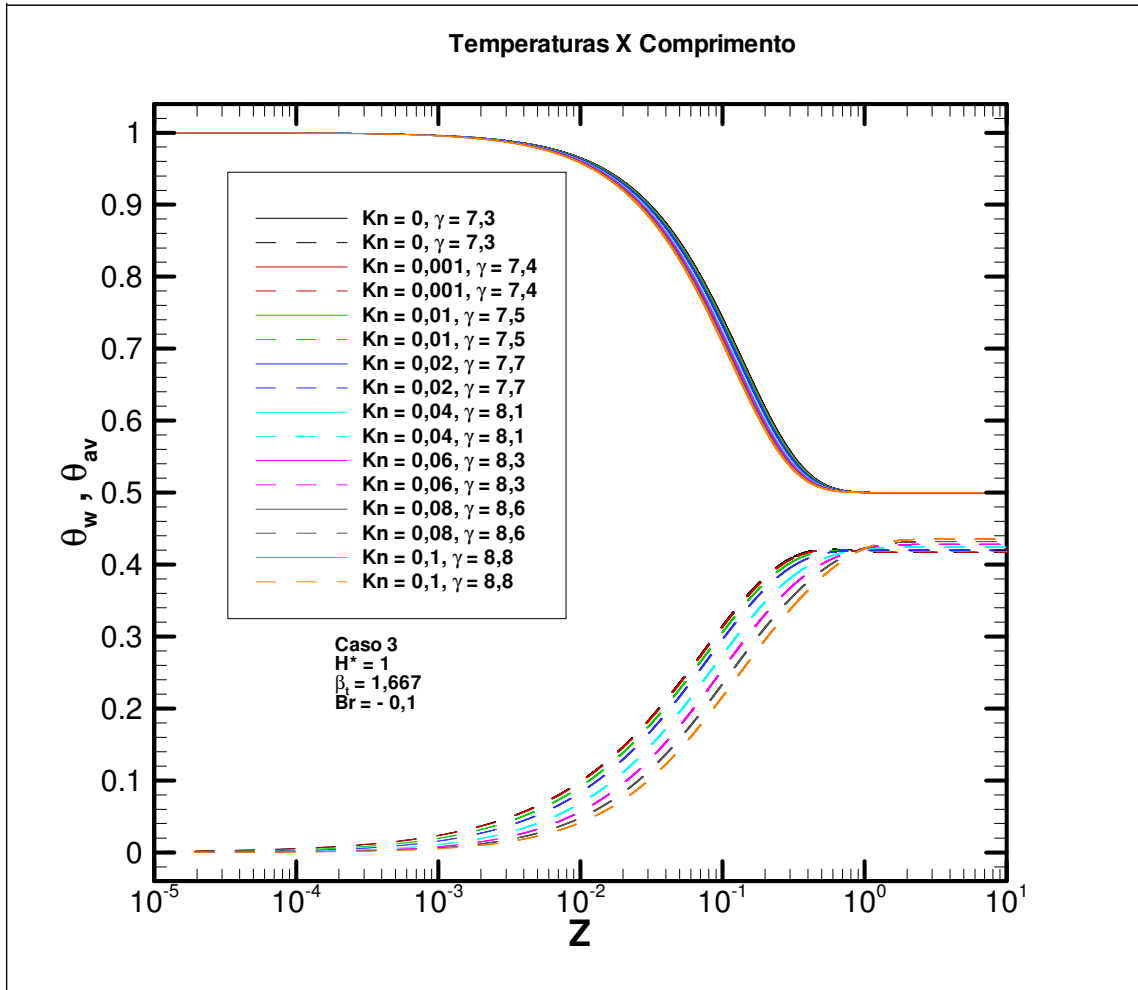


FIG. 7.146 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

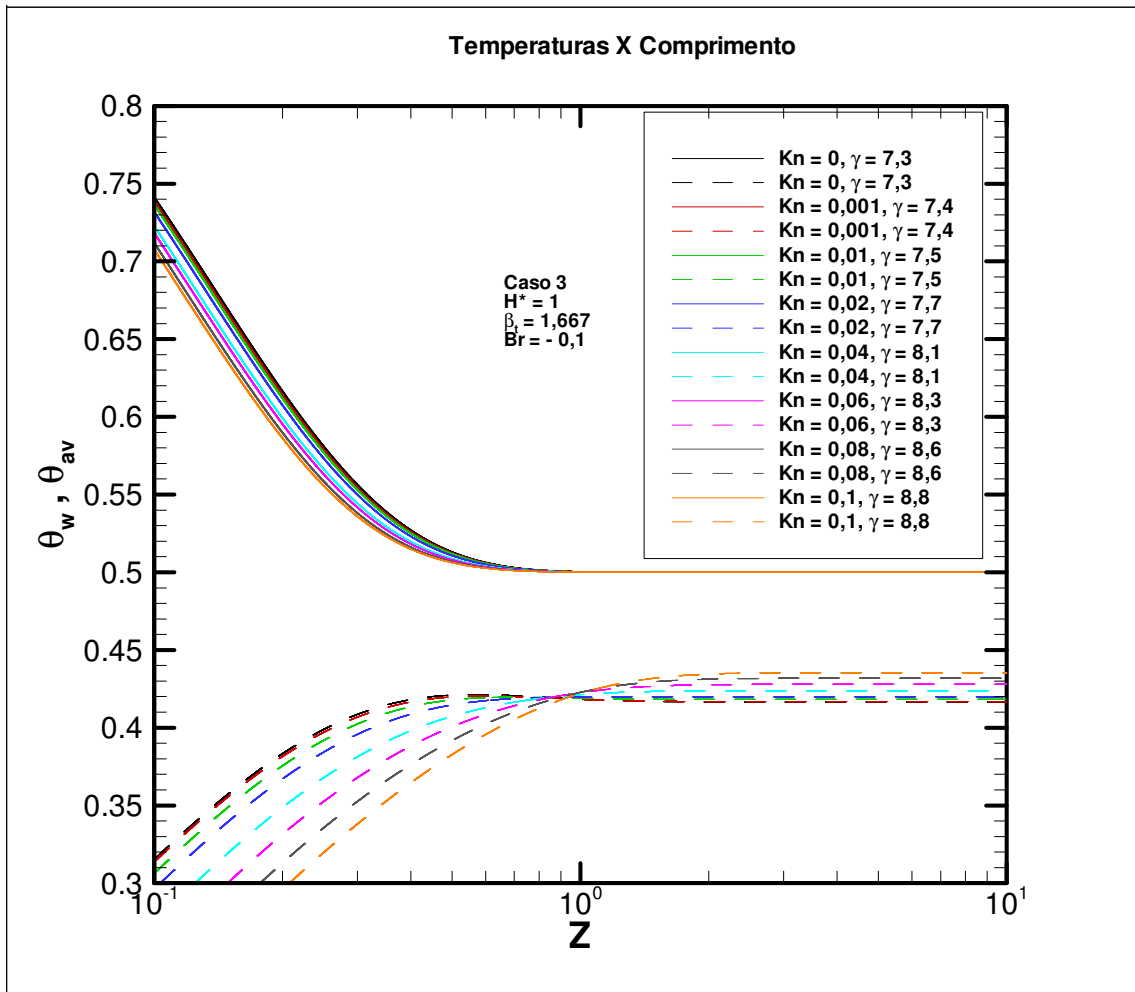


FIG. 7.147 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

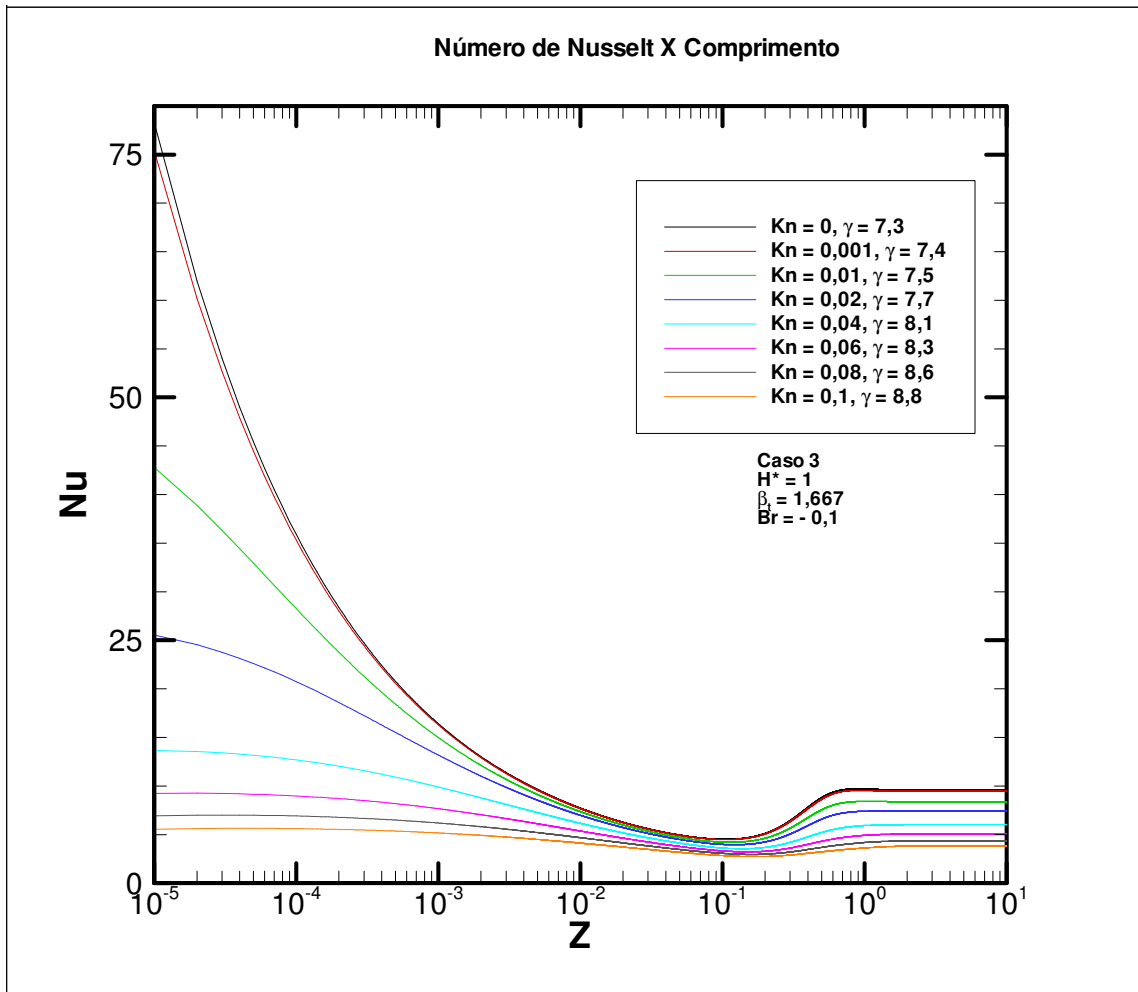


FIG. 7.148 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

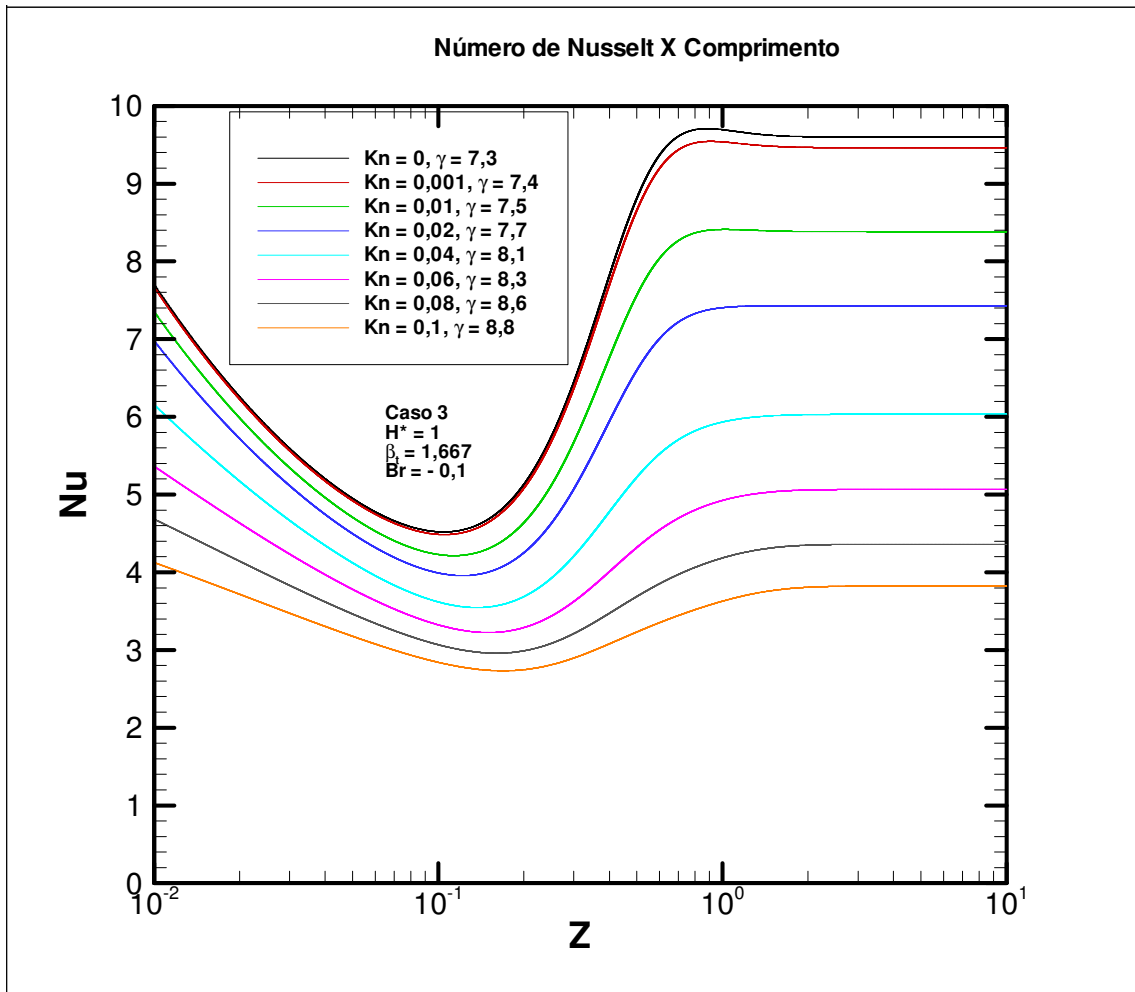


FIG. 7.149 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.



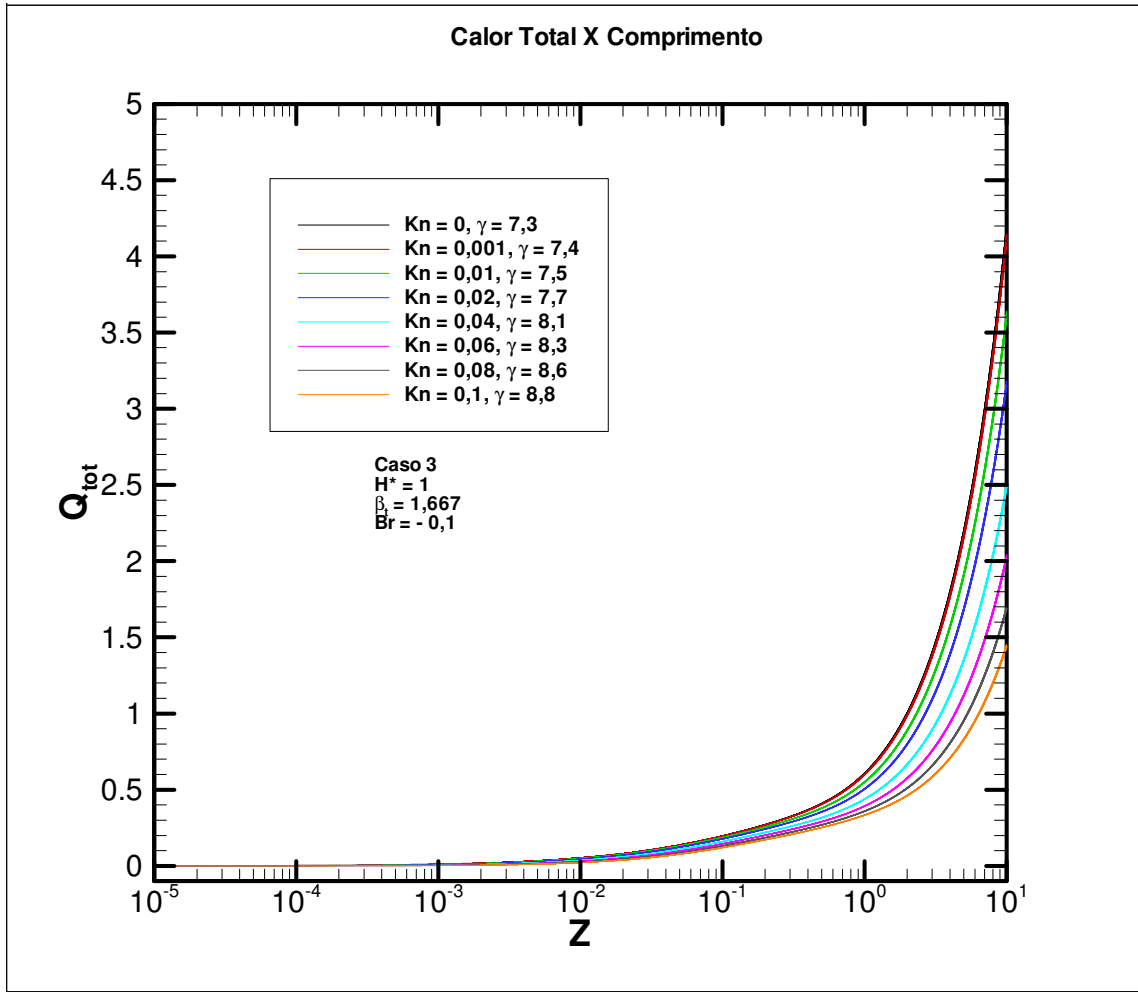


FIG. 7.150 Calor total para diferentes Kn.

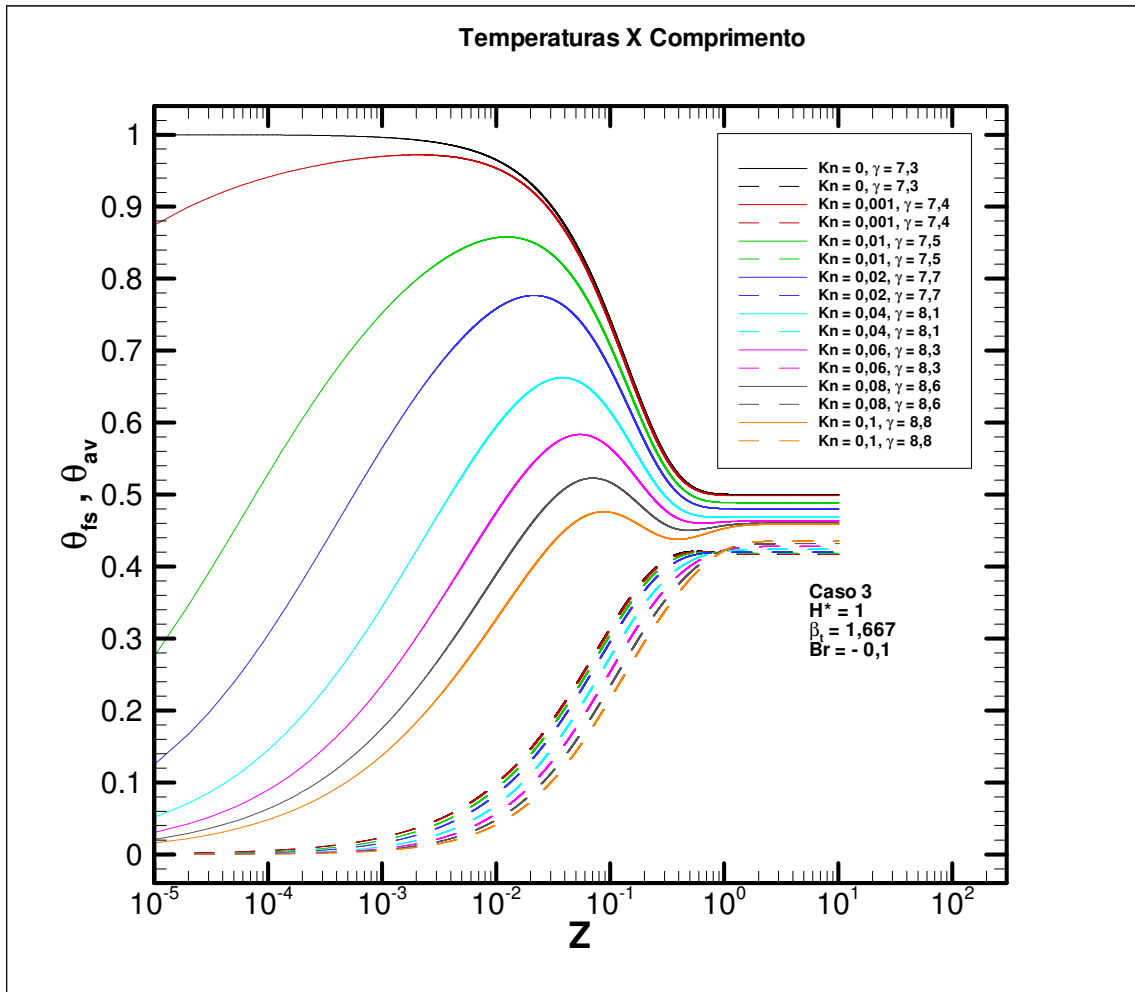


FIG. 7.151 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

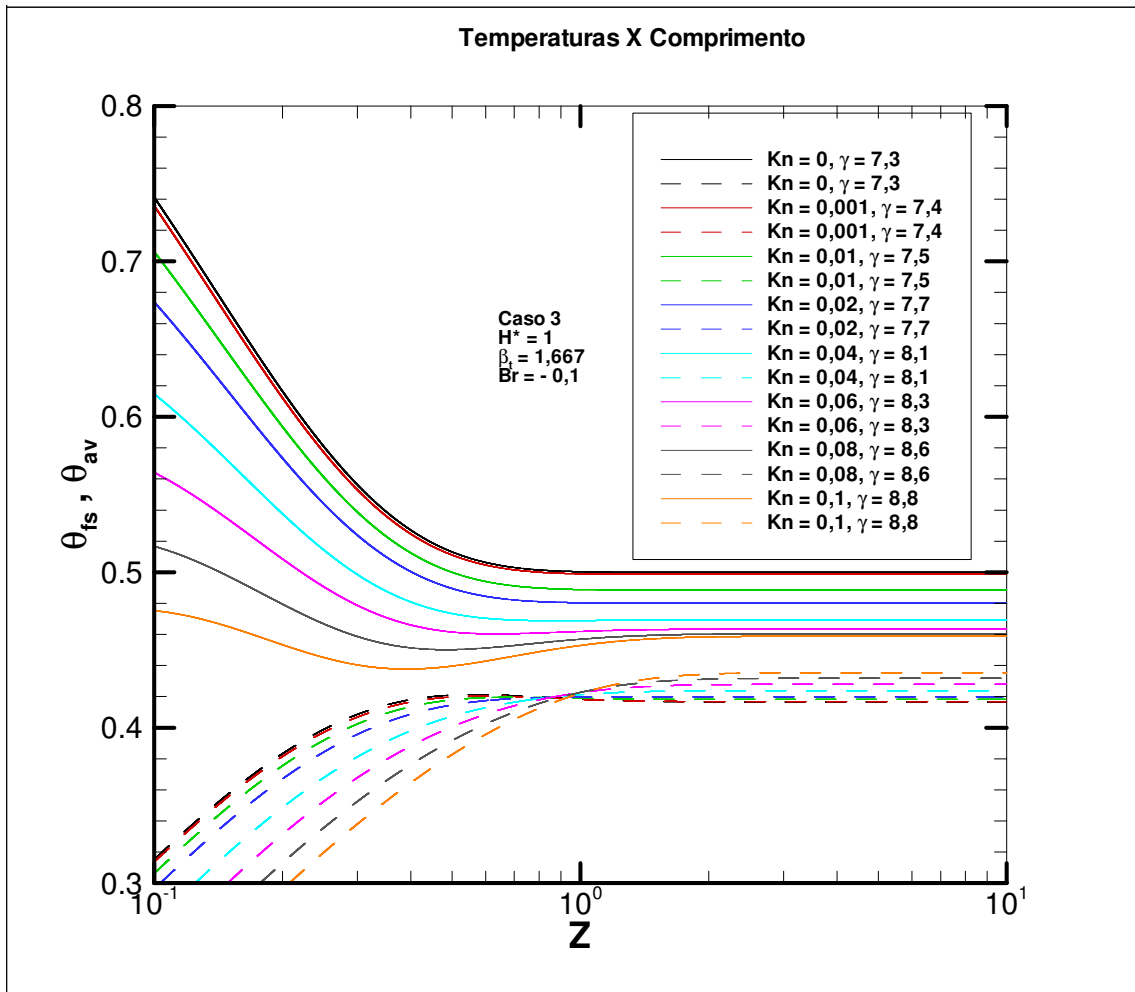


FIG. 7.152 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

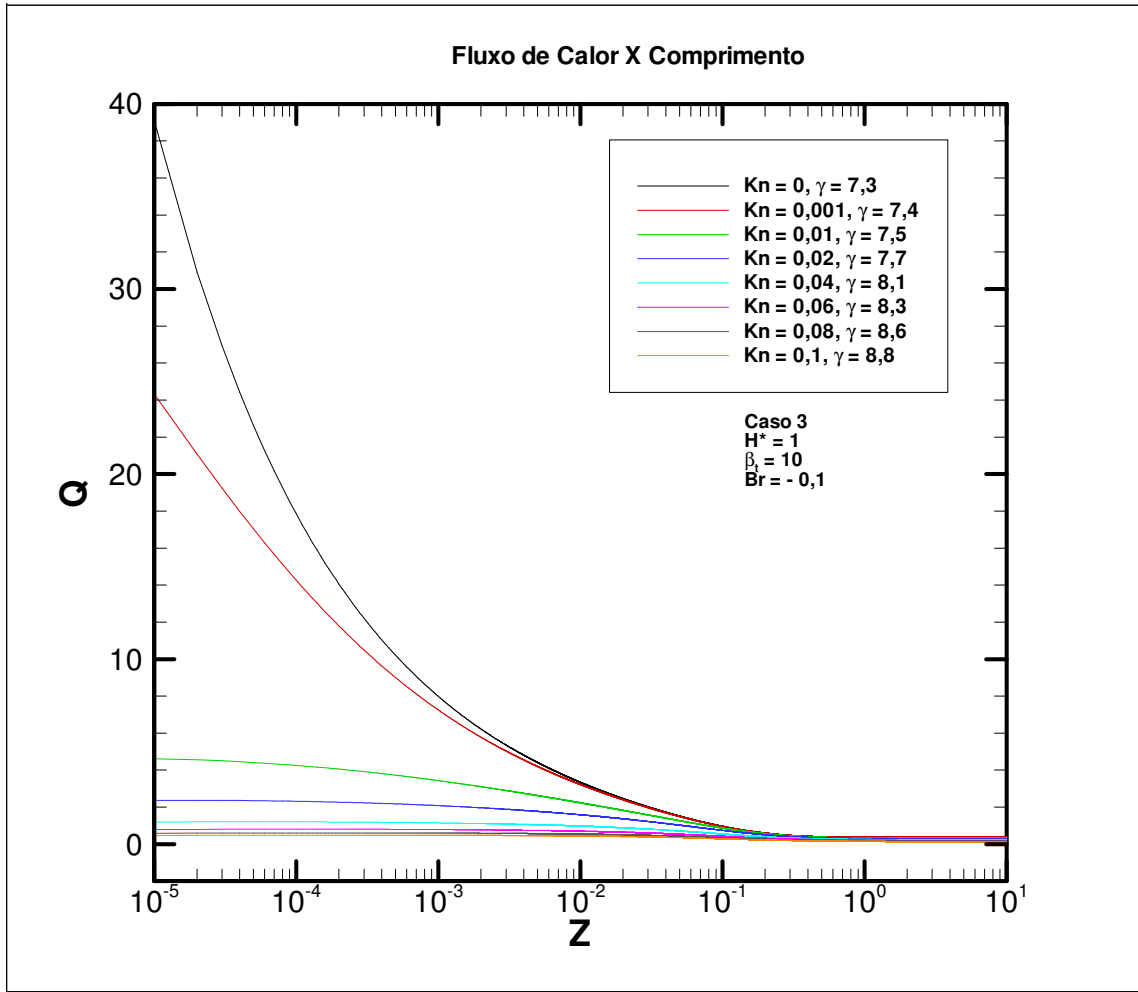


FIG. 7.153 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

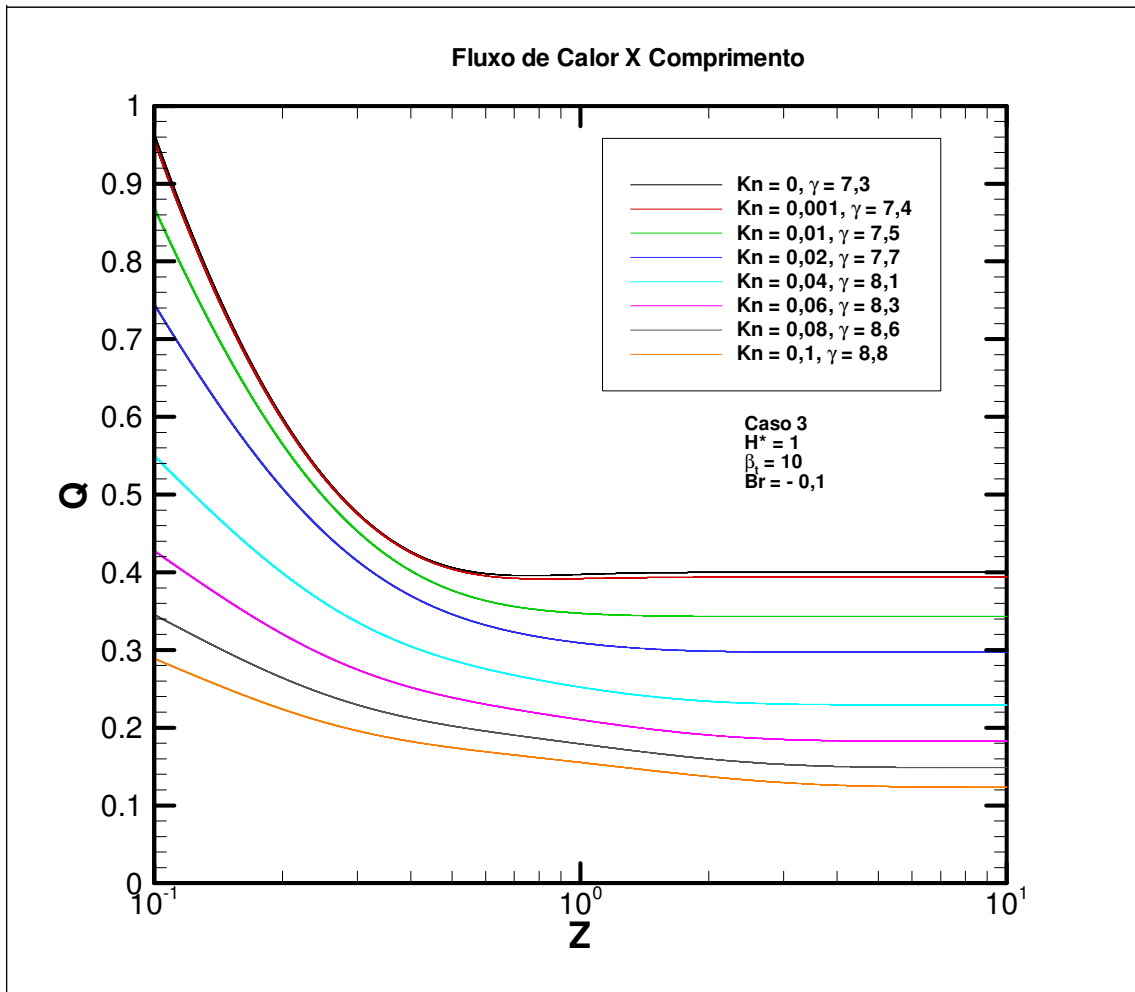


FIG. 7.154 Detalhe do fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

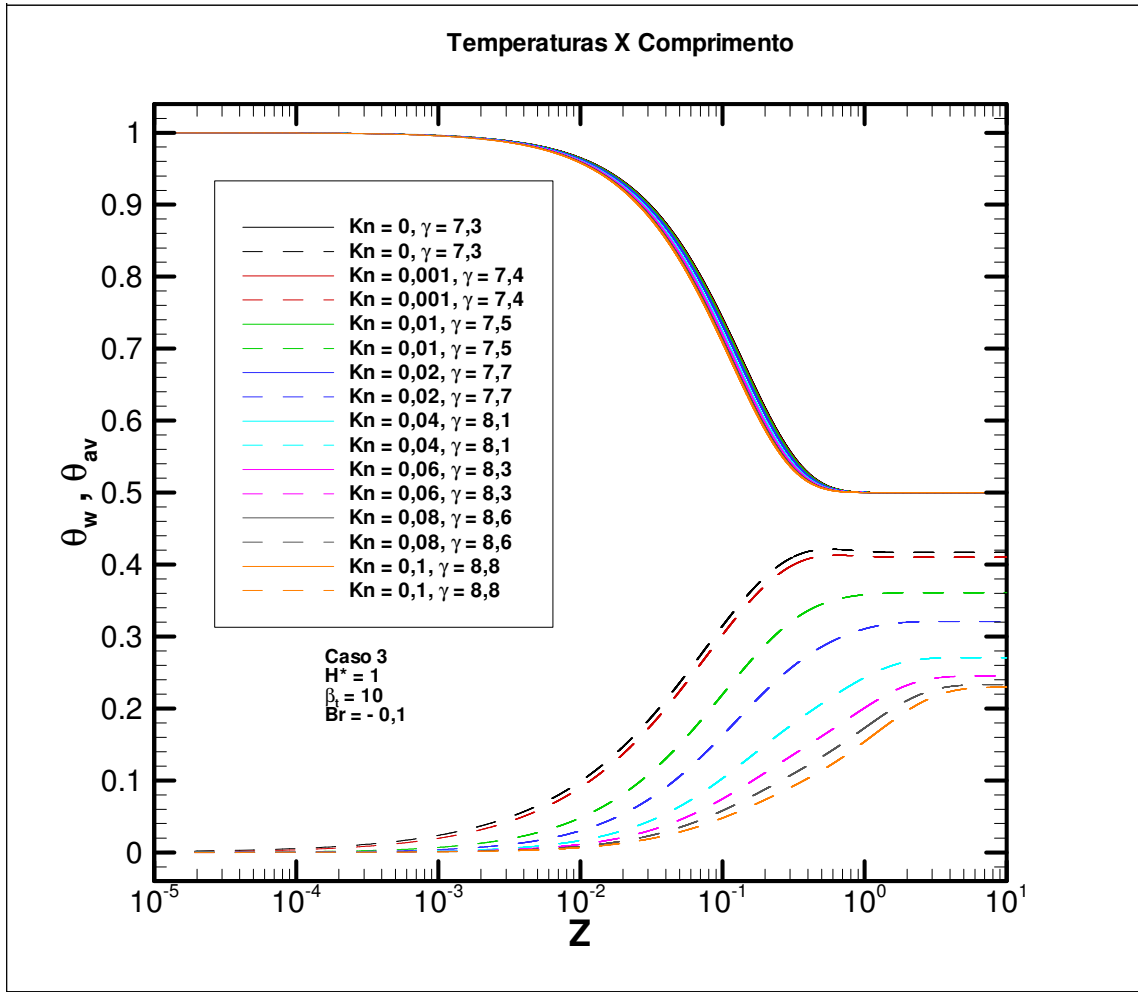


FIG. 7.155 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

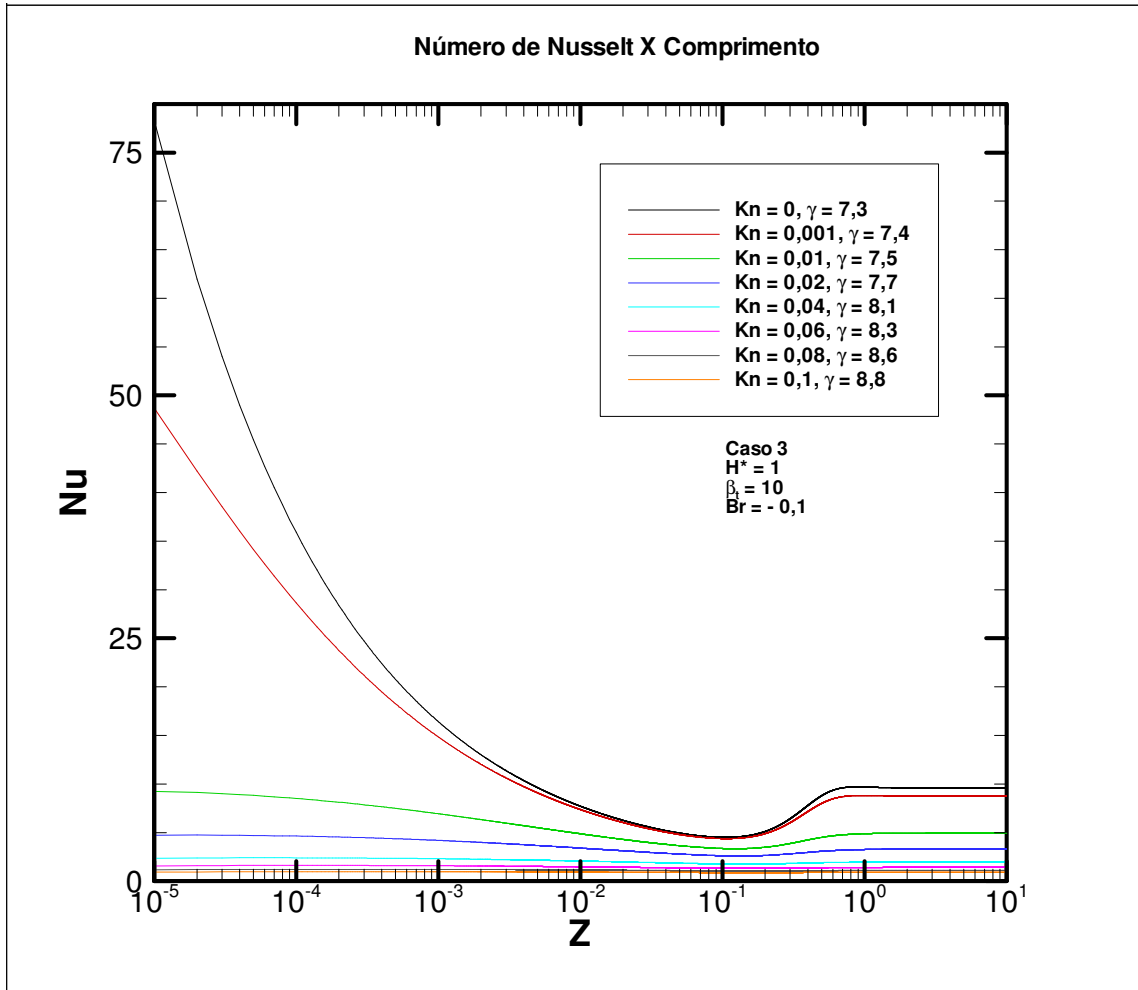


FIG. 7.156 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

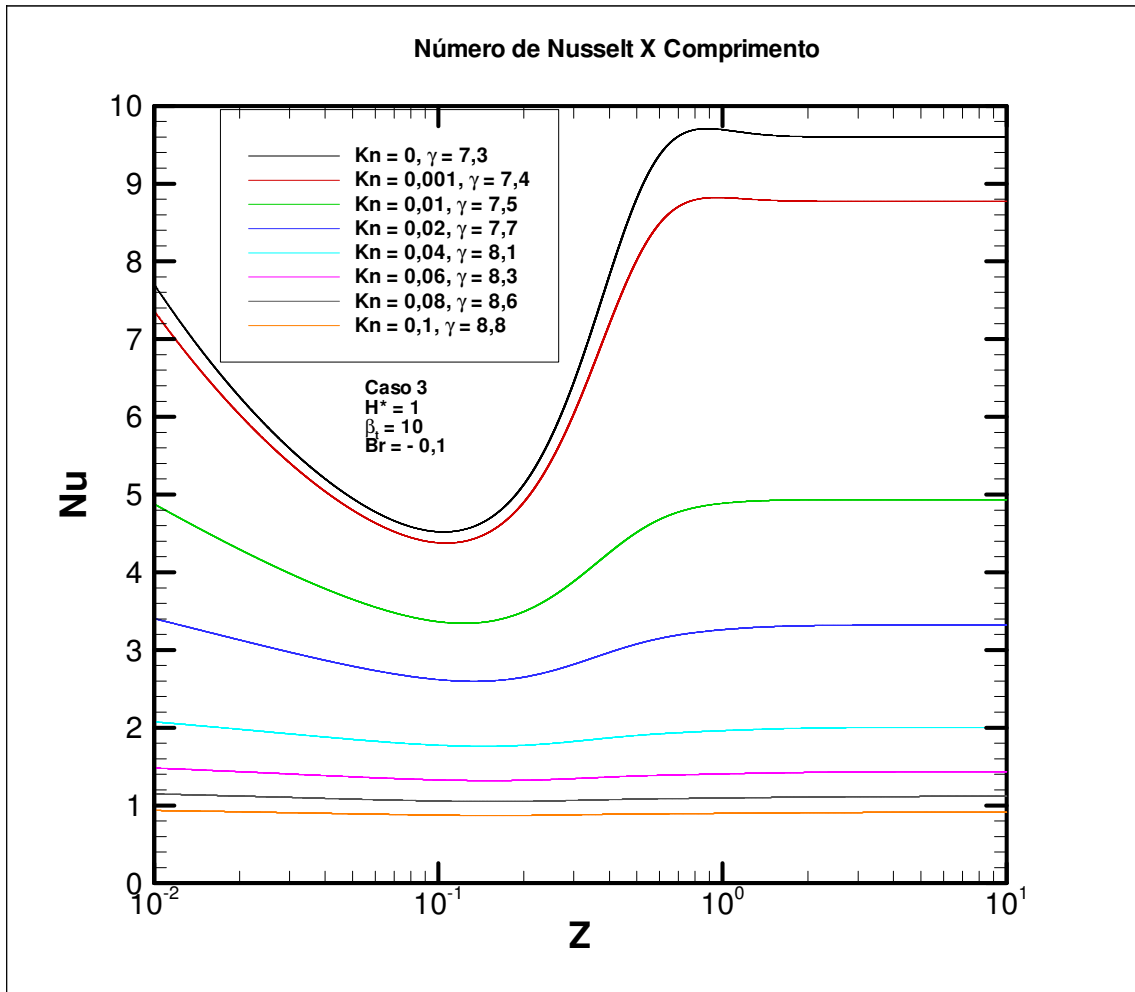


FIG. 7.157 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.



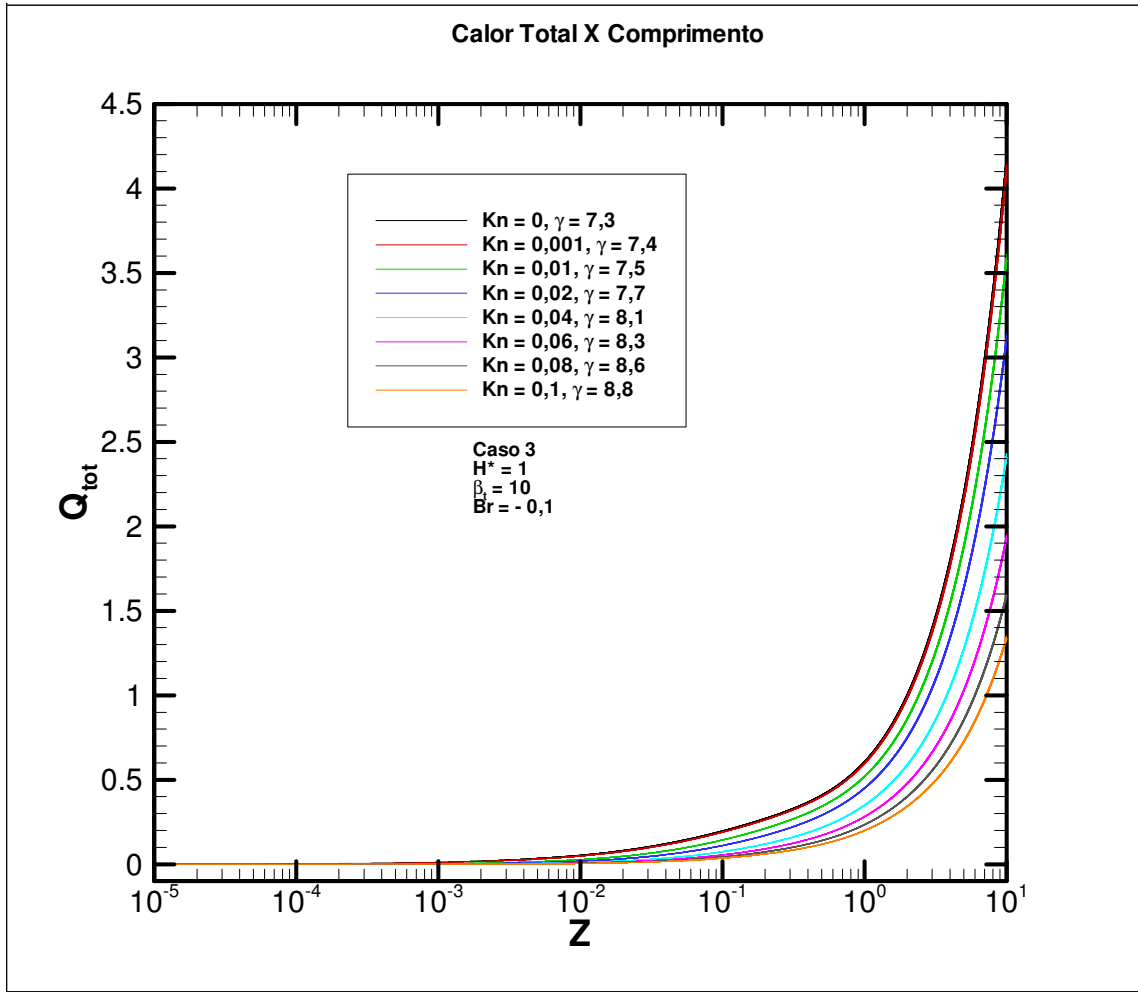


FIG. 7.158 Calor total para diferentes Kn.

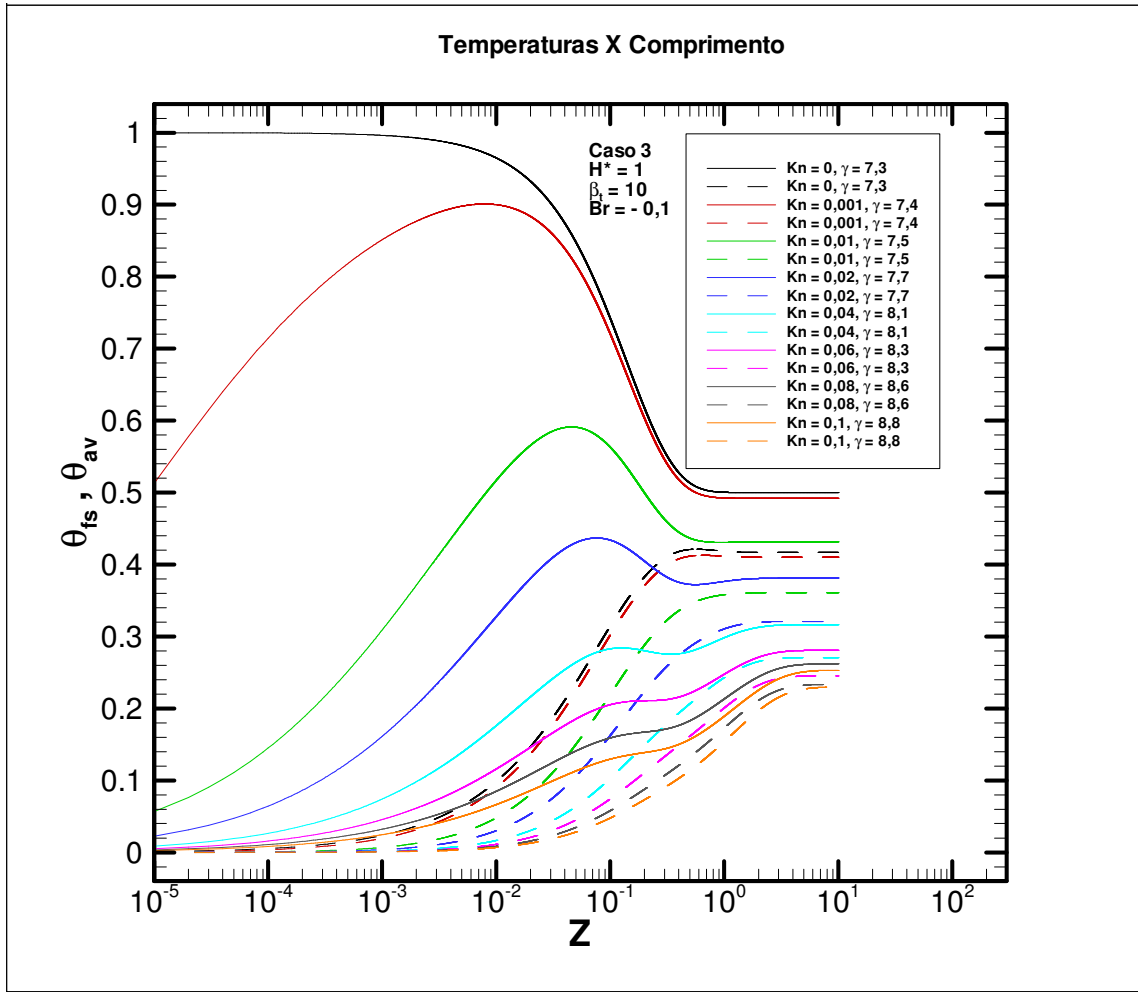


FIG. 7.159 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

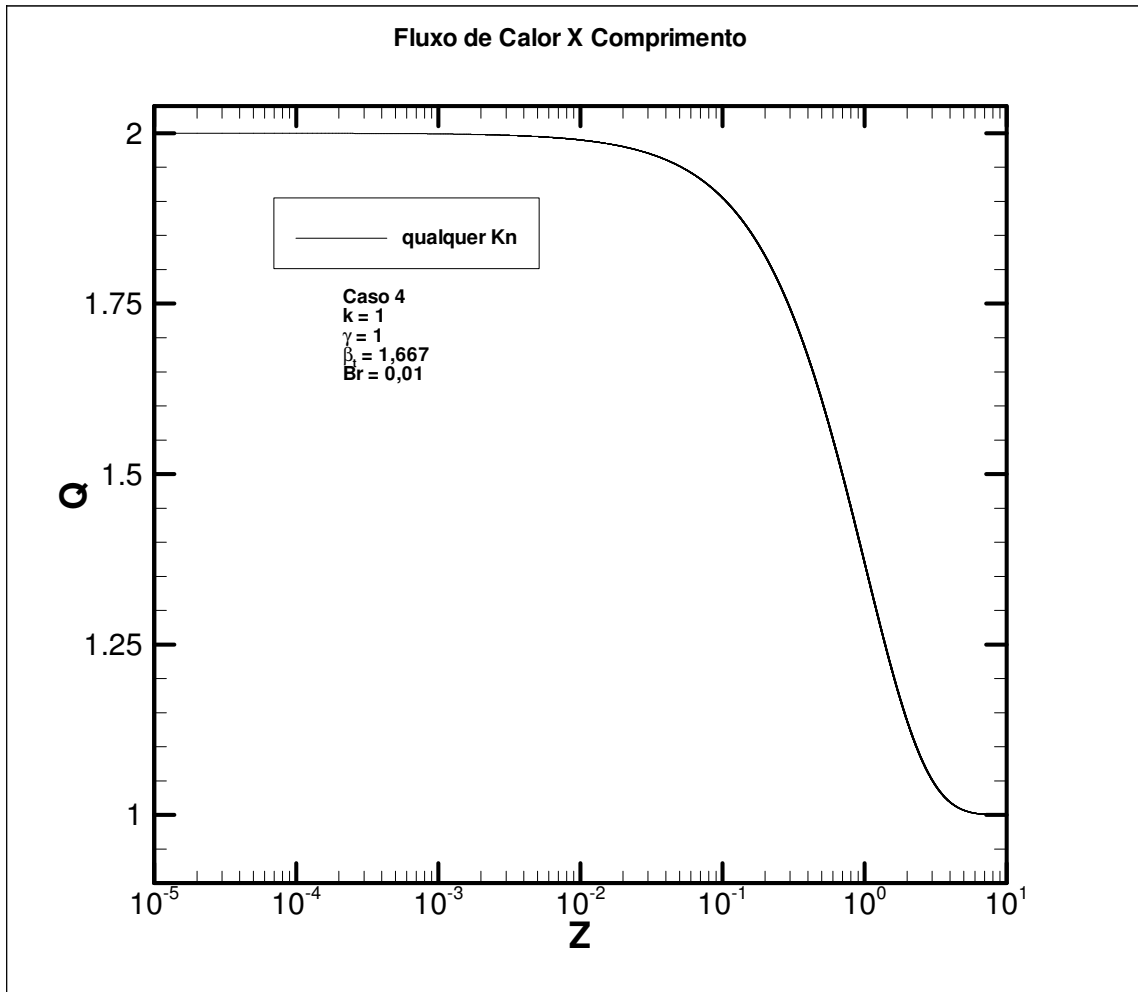


FIG. 7.160 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

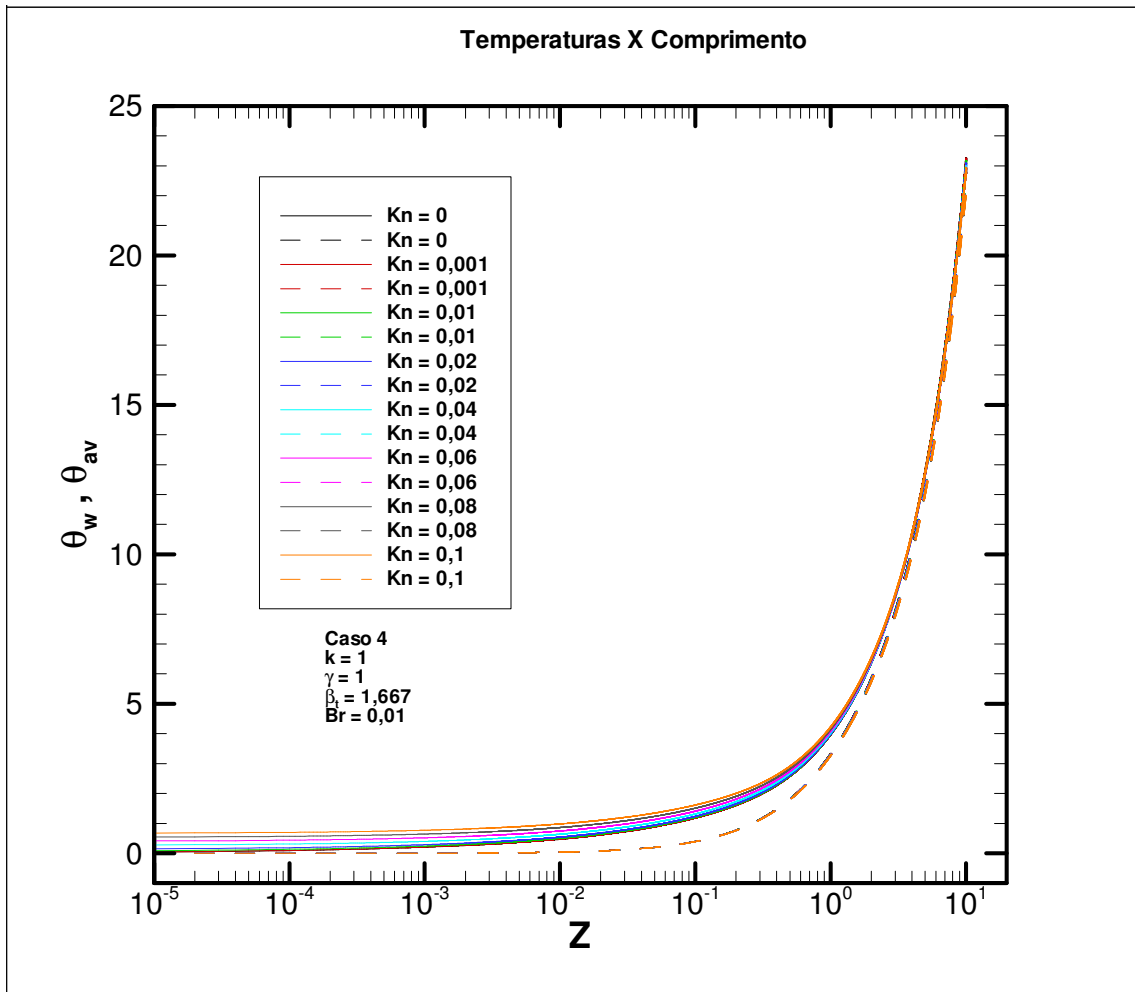


FIG. 7.161 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

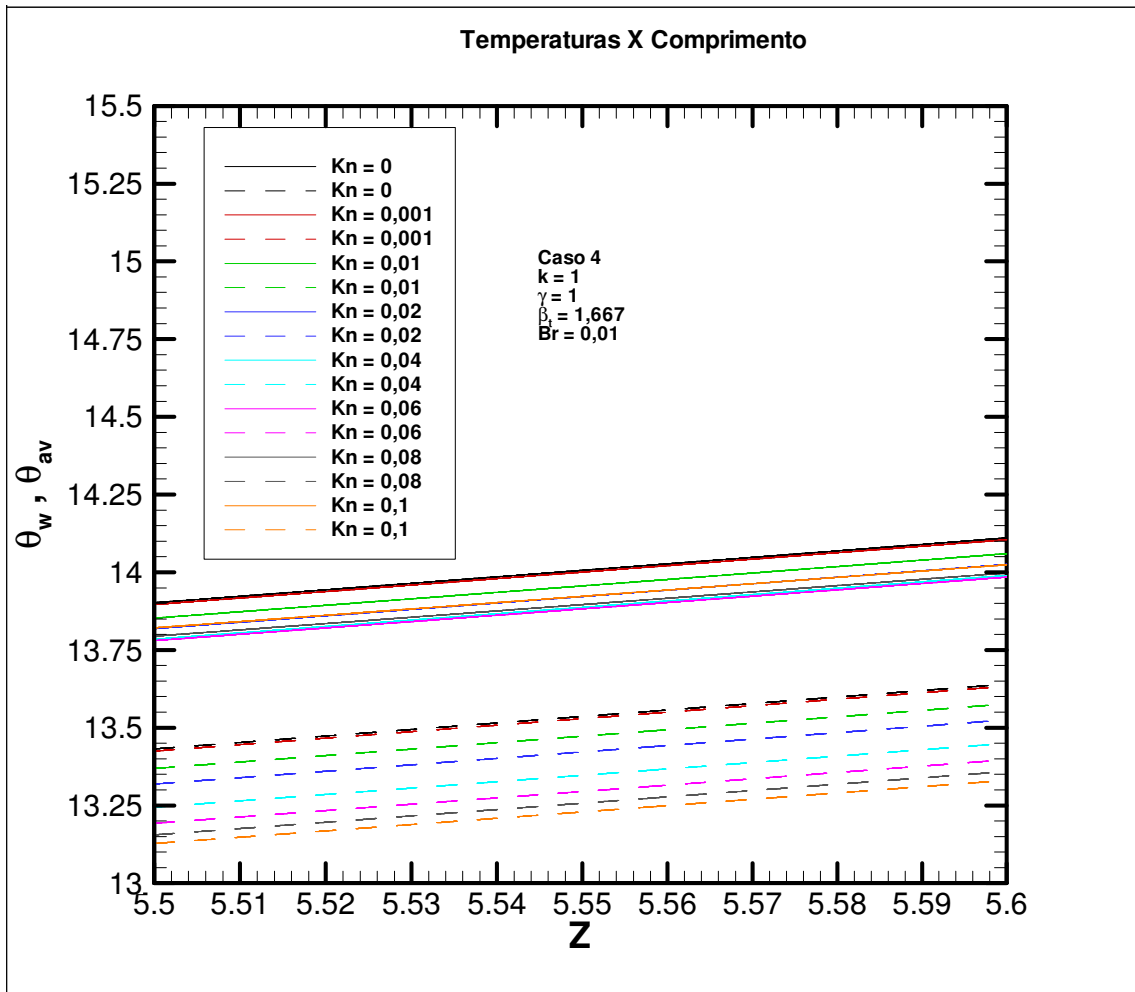


FIG. 7.162 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

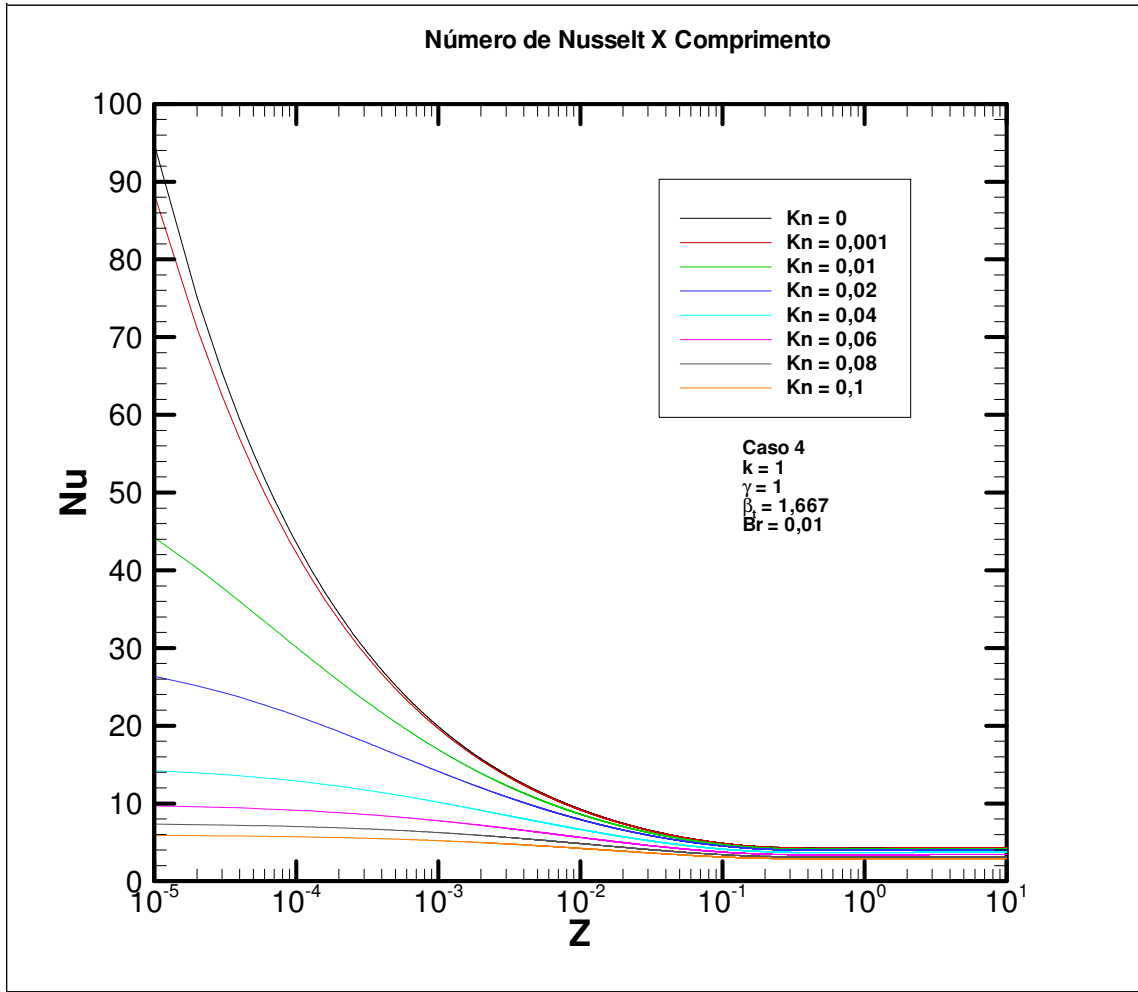


FIG. 7.163 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

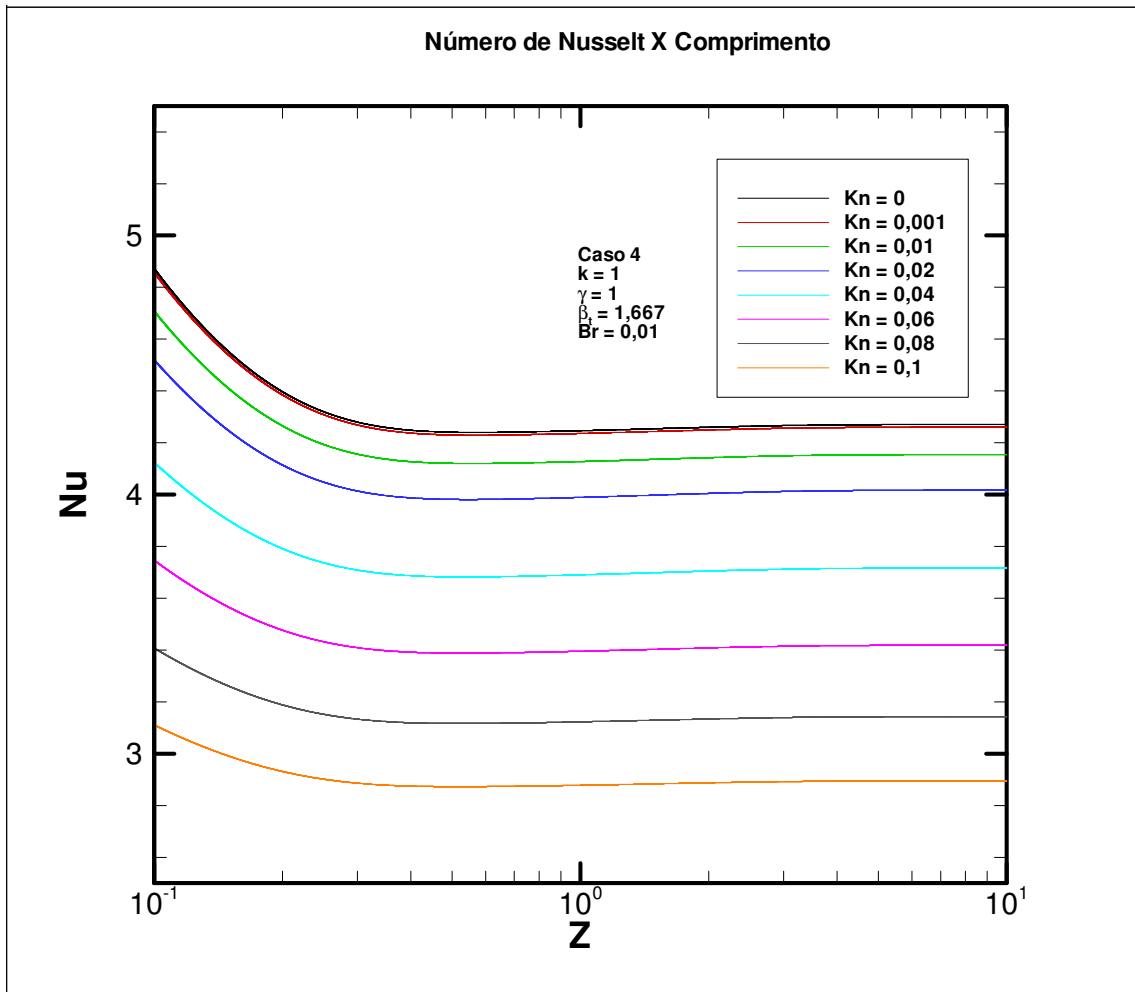


FIG. 7.164 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

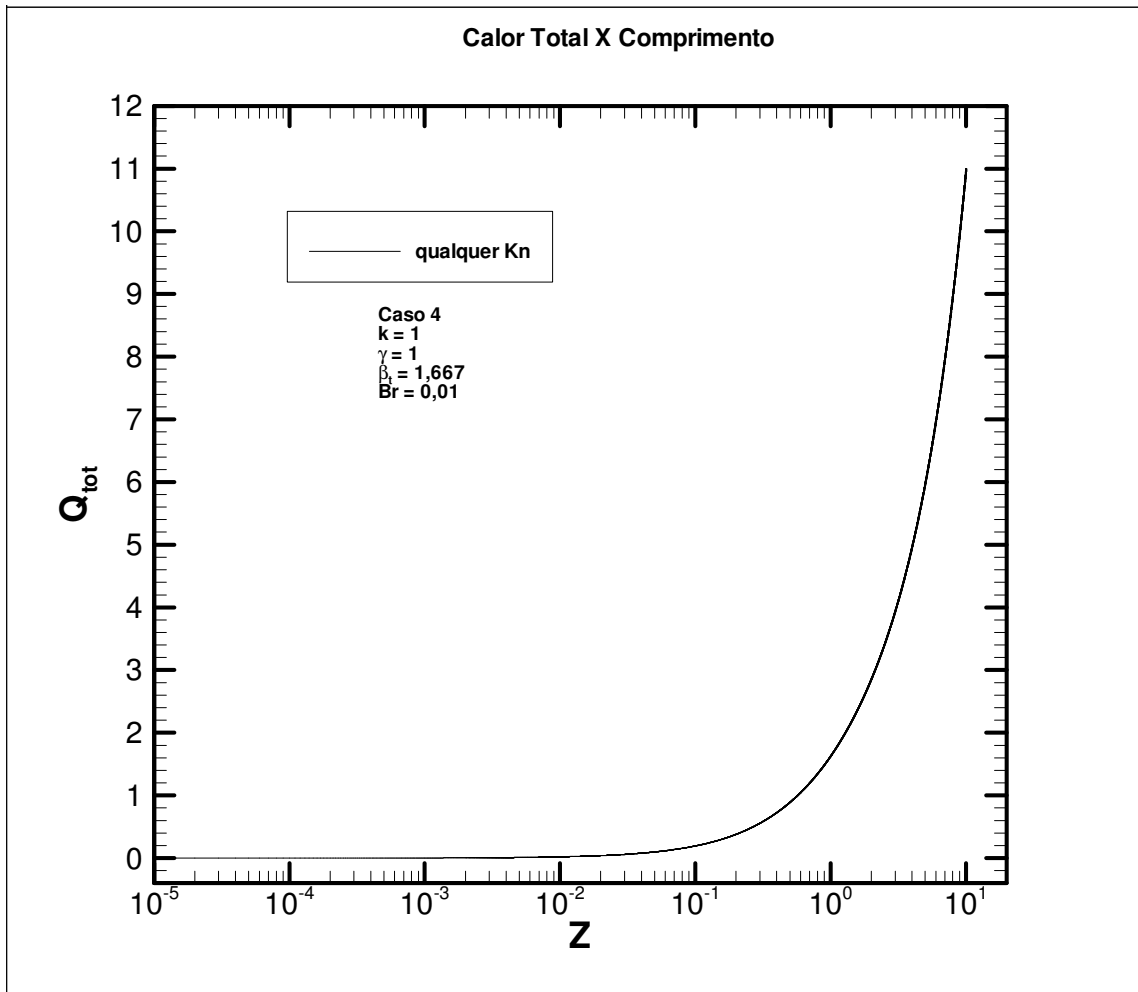


FIG. 7.165 Calor total para diferentes Kn.



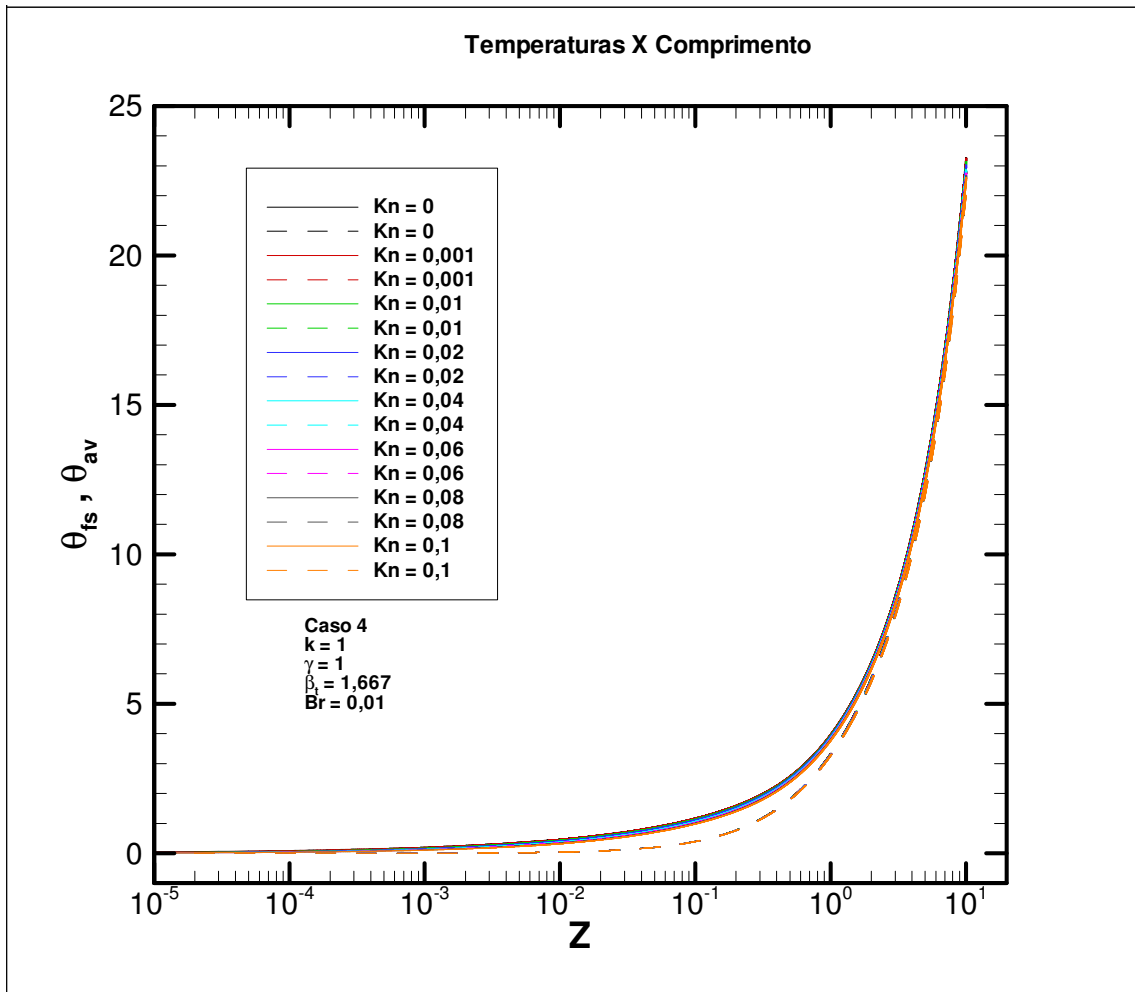


FIG. 7.166 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

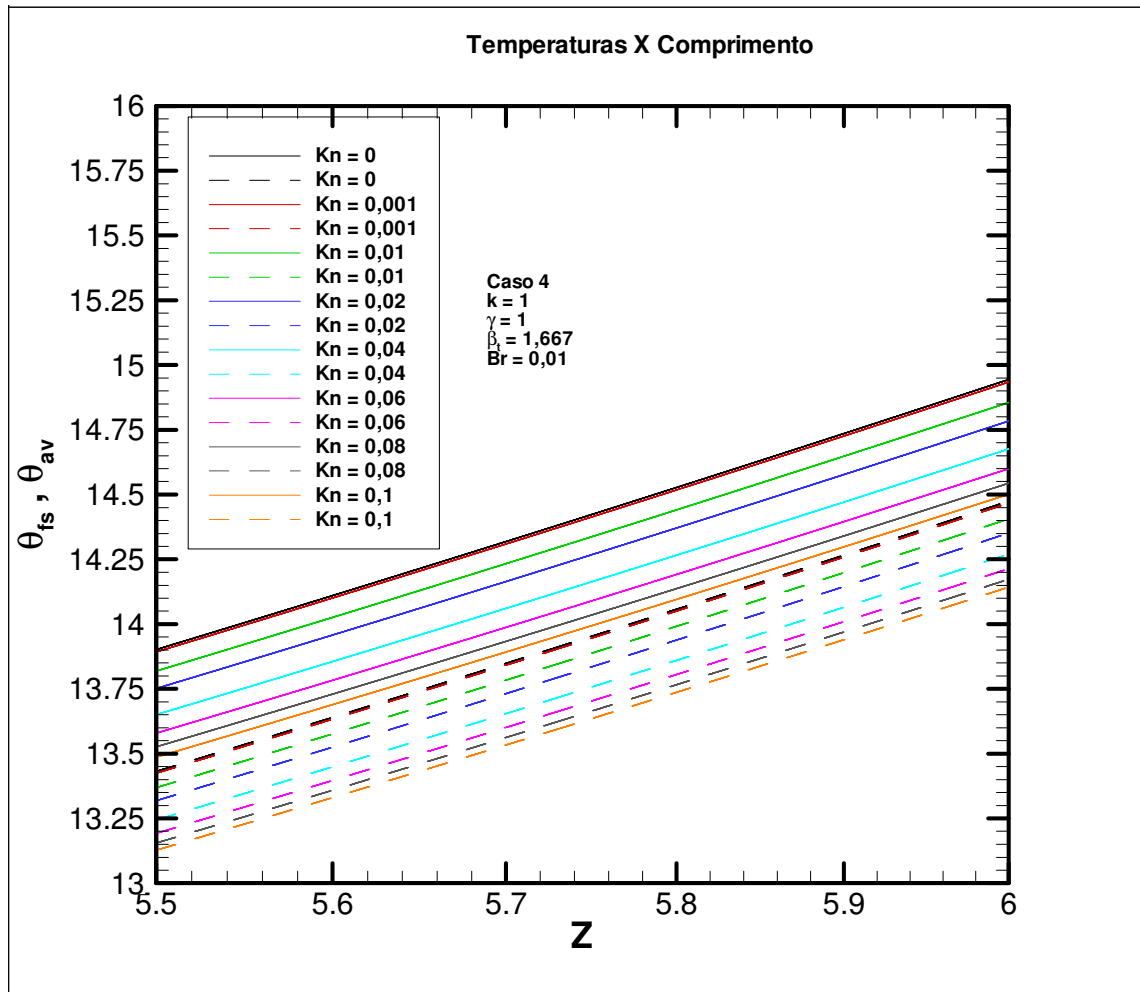


FIG. 7.167 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

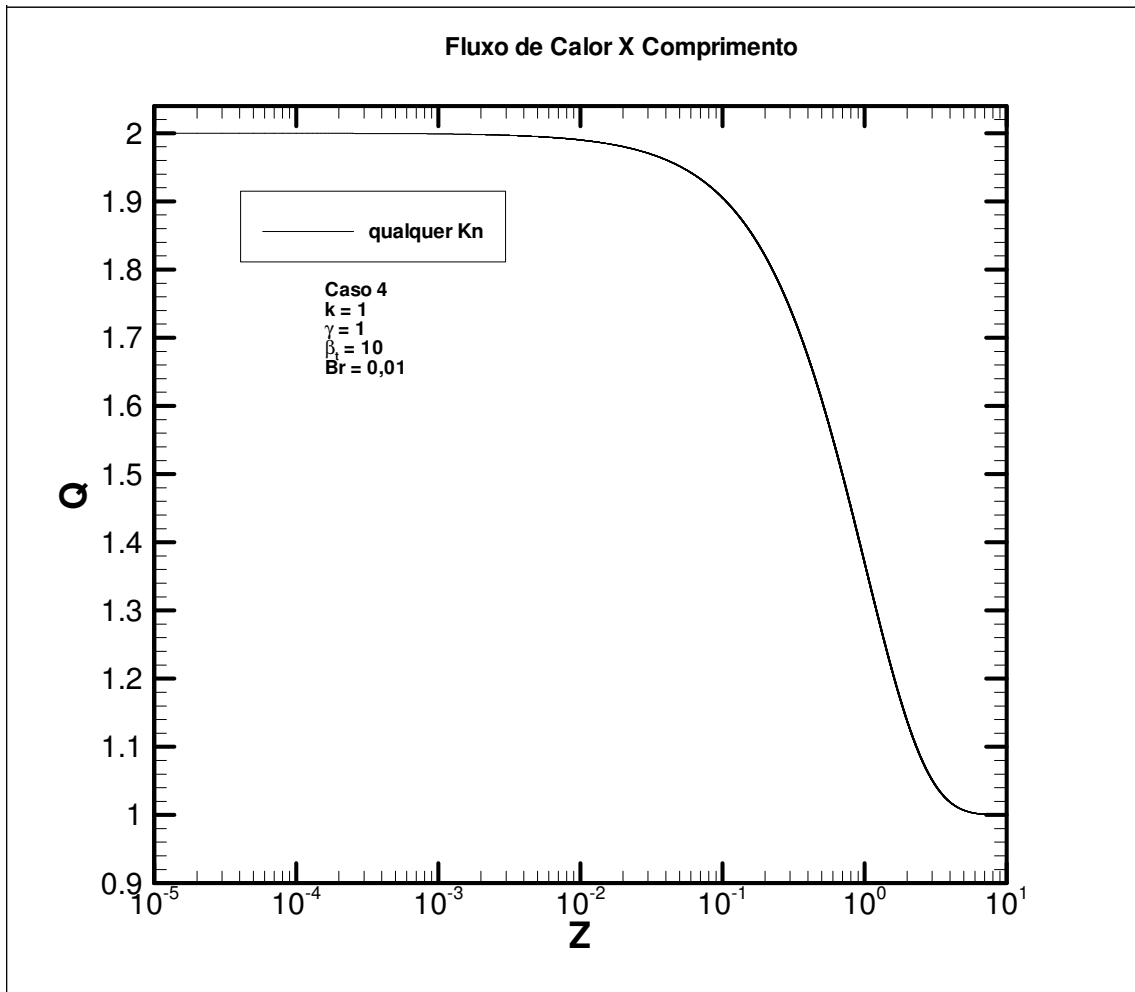


FIG. 7.168 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

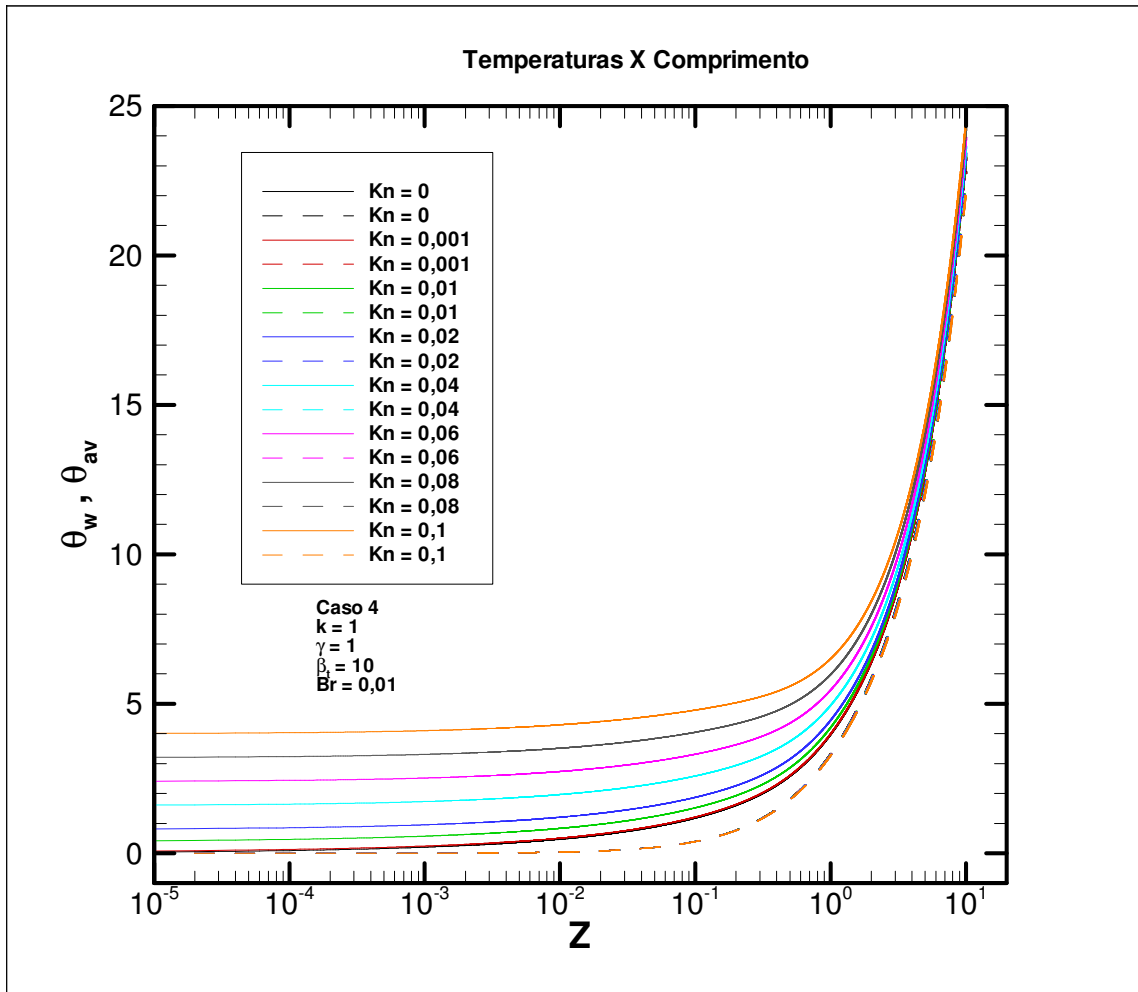


FIG. 7.169 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

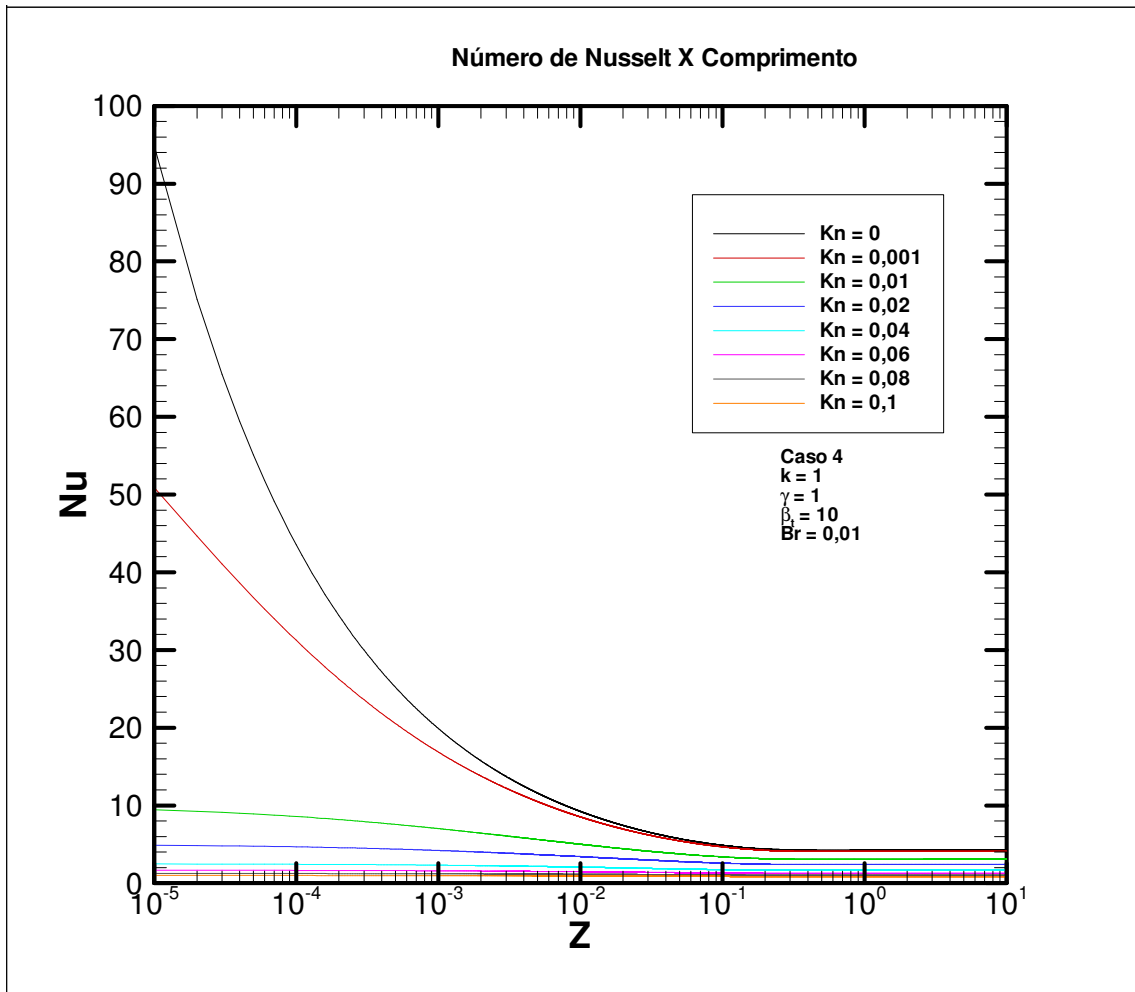


FIG. 7.170 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

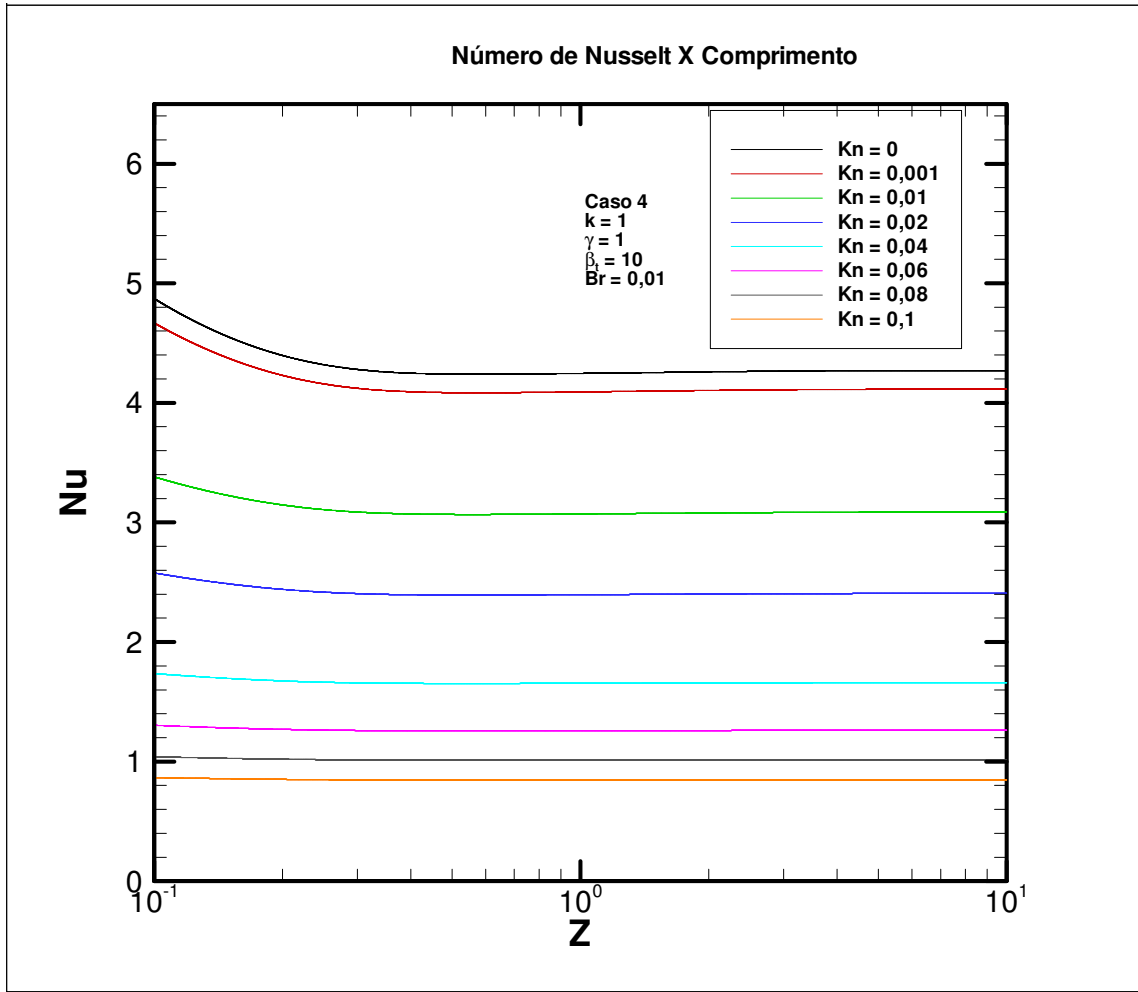


FIG. 7.171 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

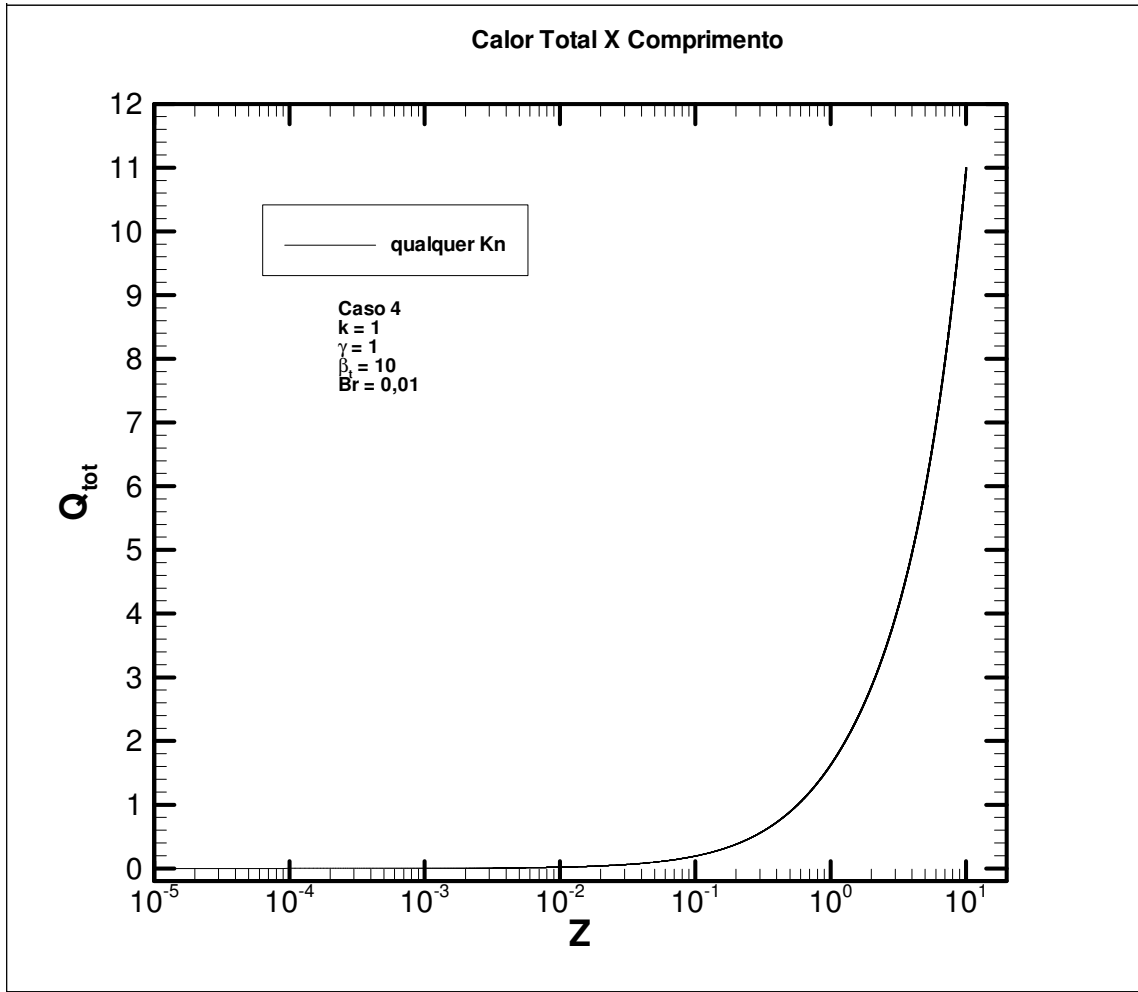


FIG. 7.172 Calor total para diferentes Kn.

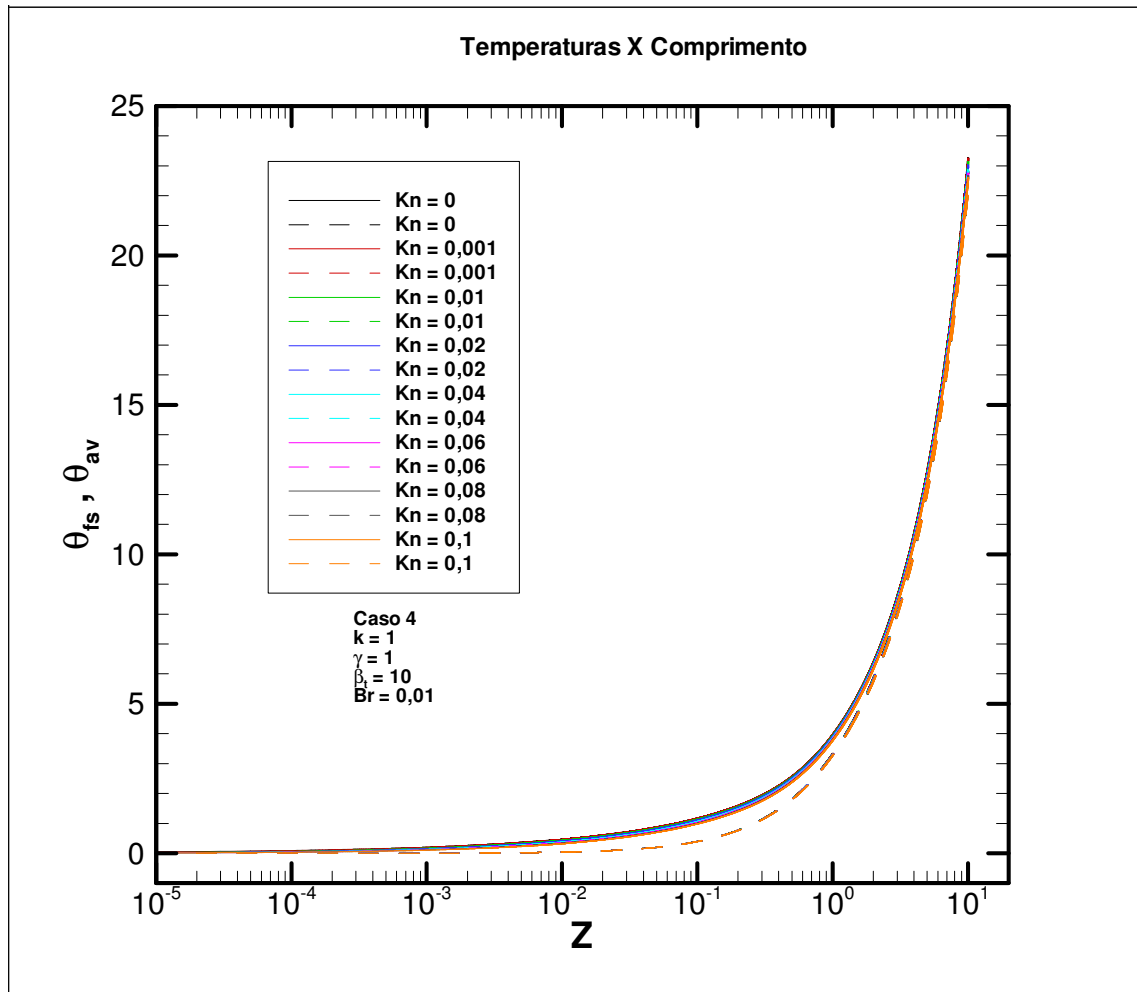


FIG. 7.173 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



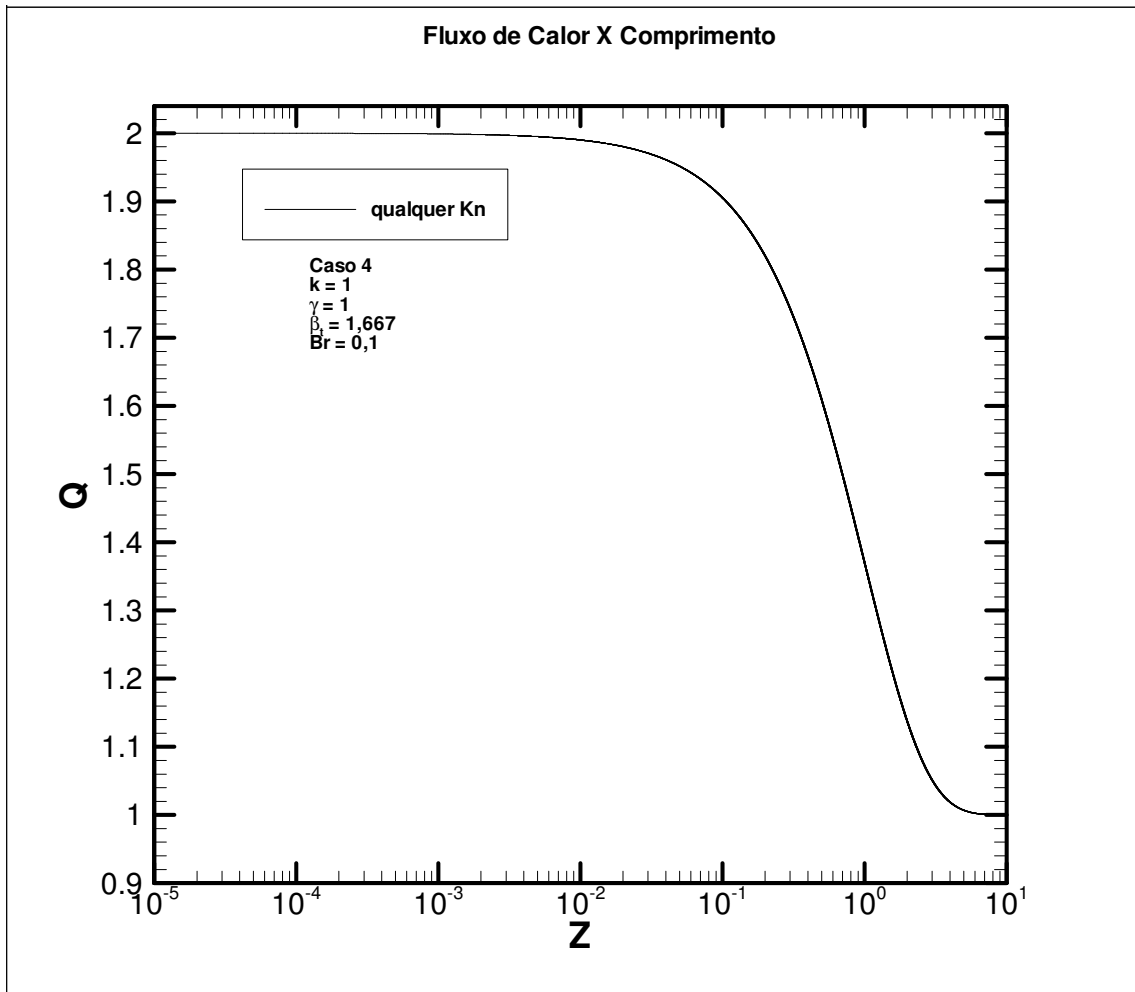


FIG. 7.174 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

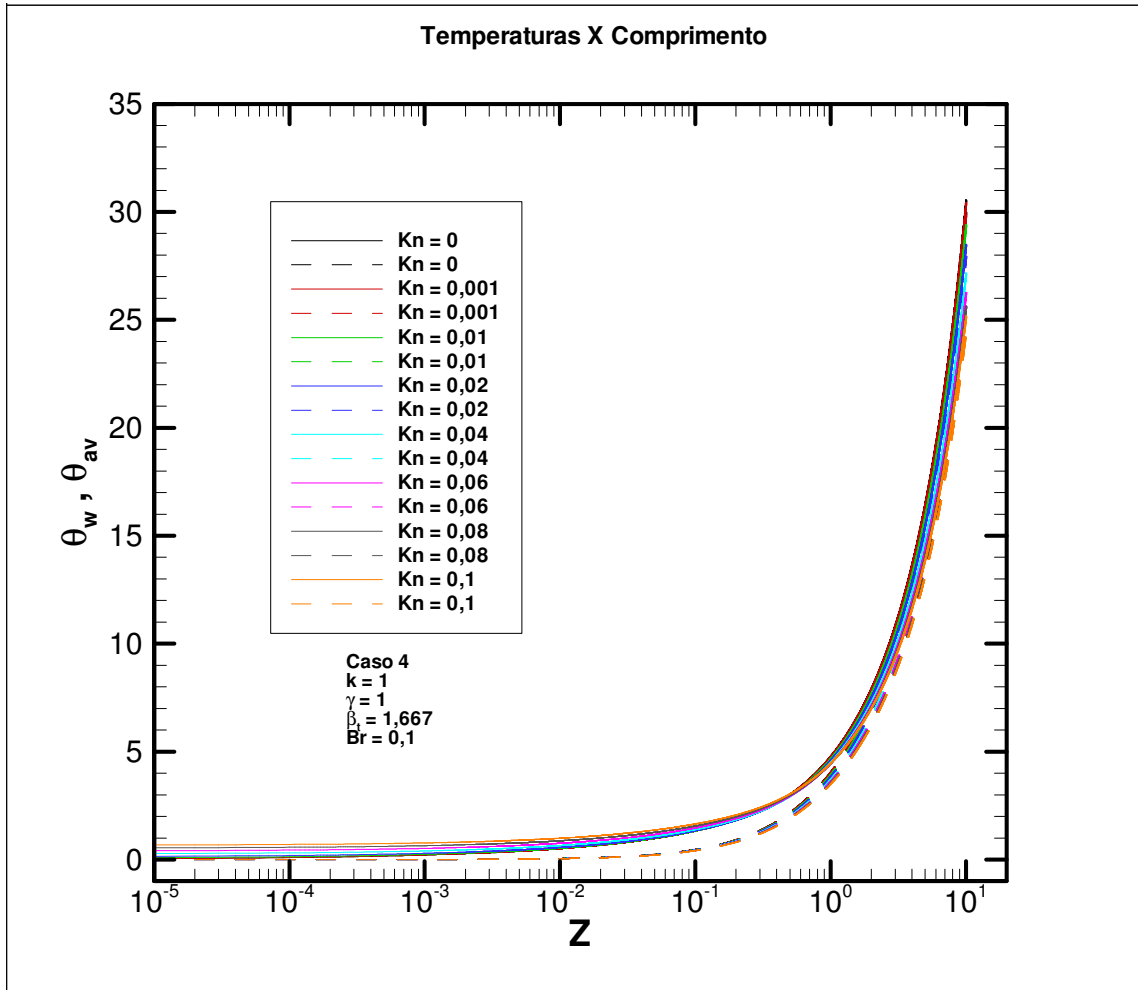


FIG. 7.175 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

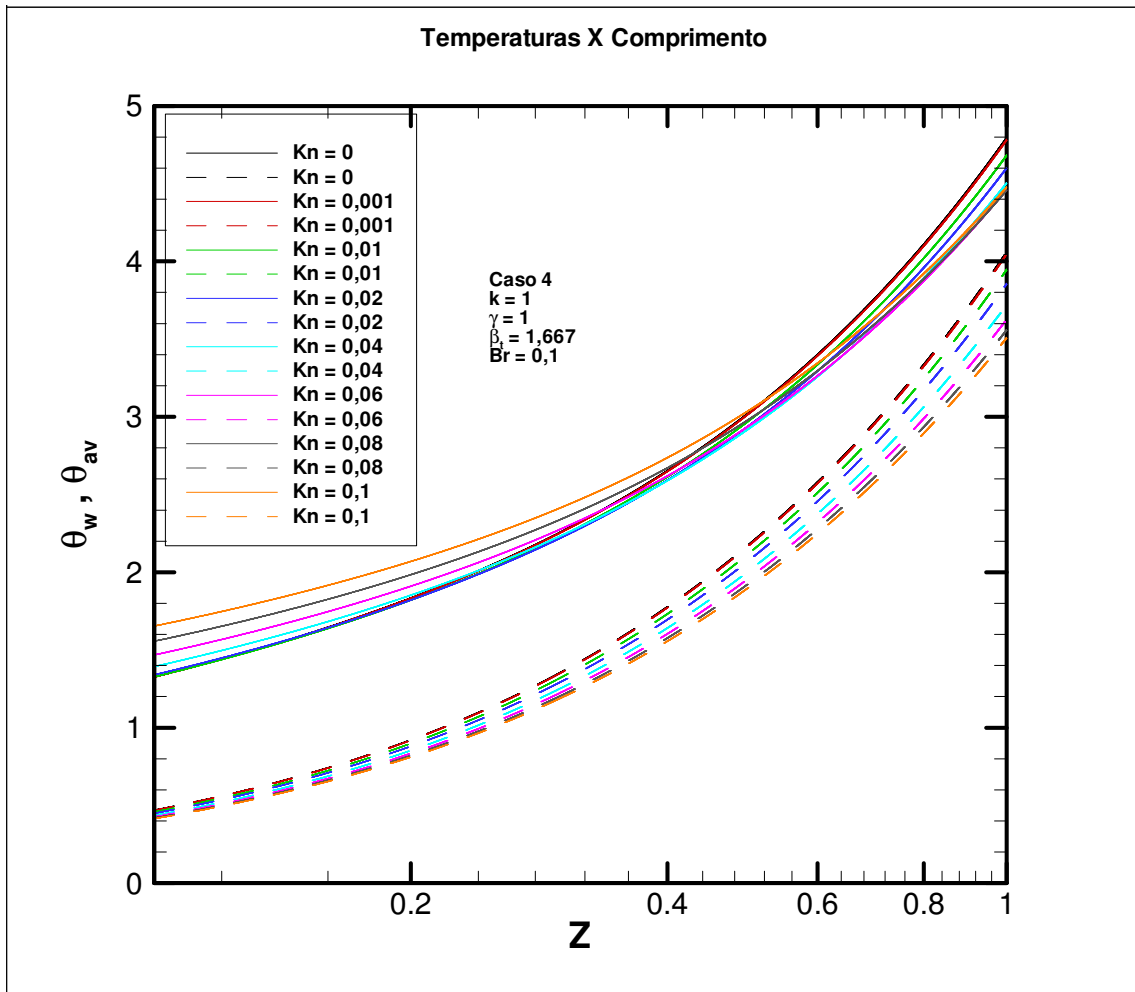


FIG. 7.176 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

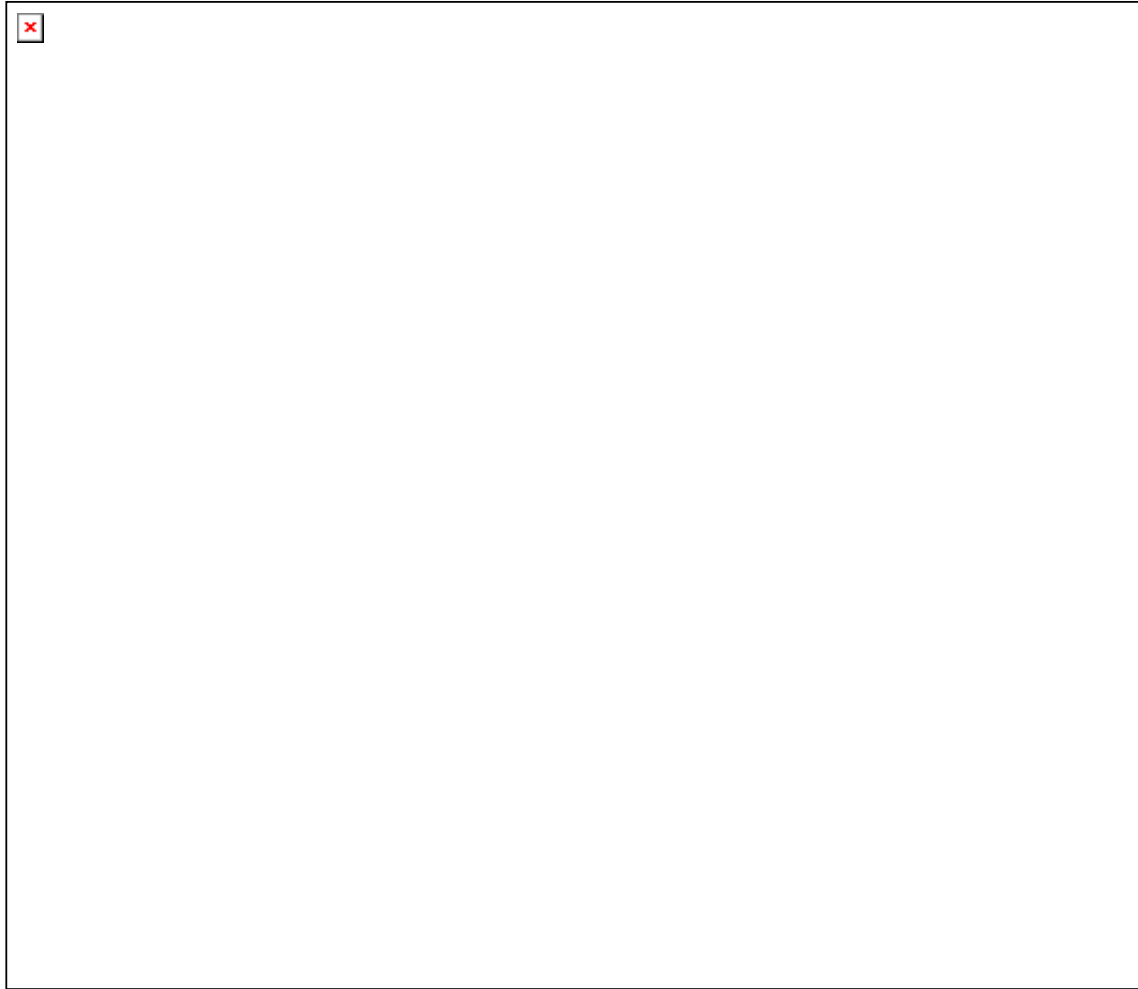


FIG. 7.177 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de  $Kn$ .

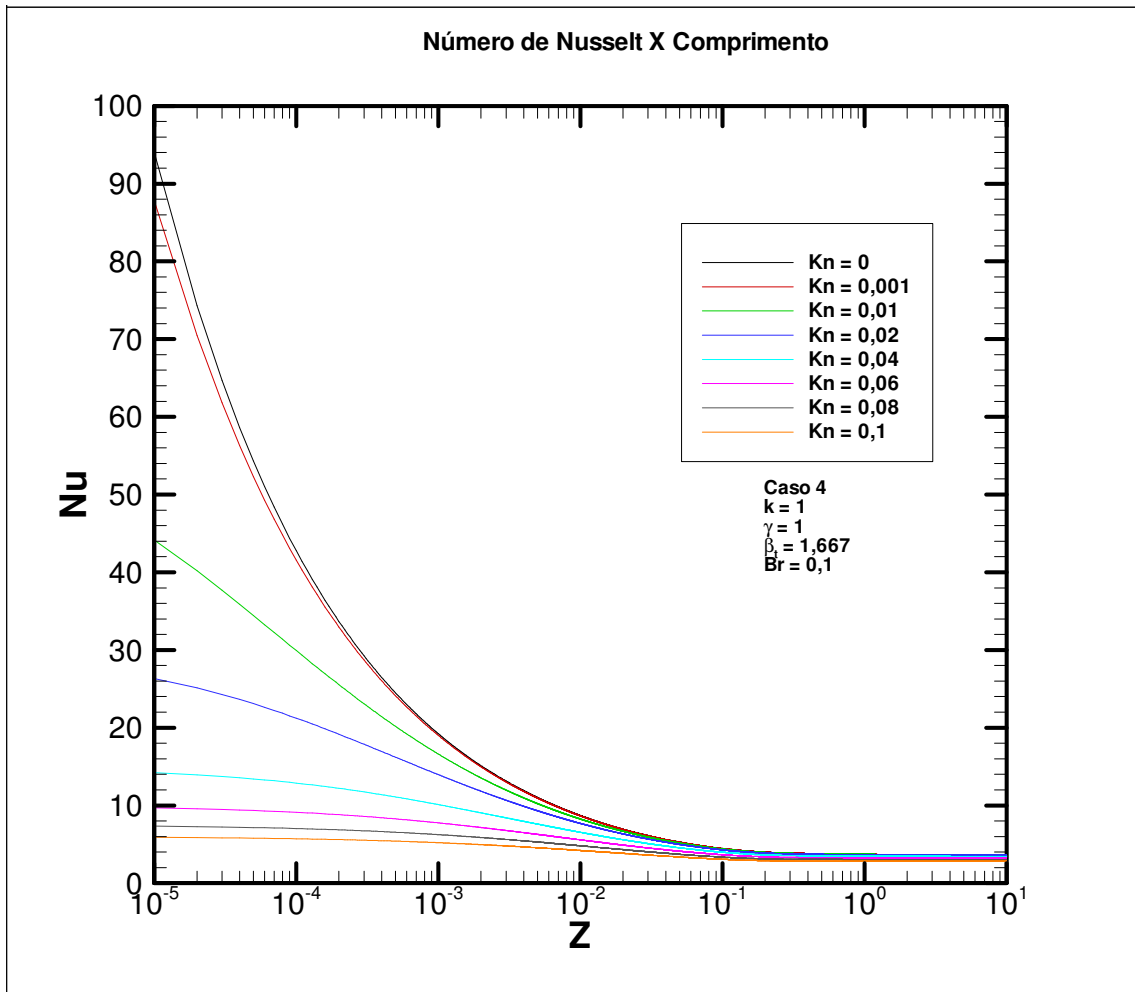


FIG. 7.178 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

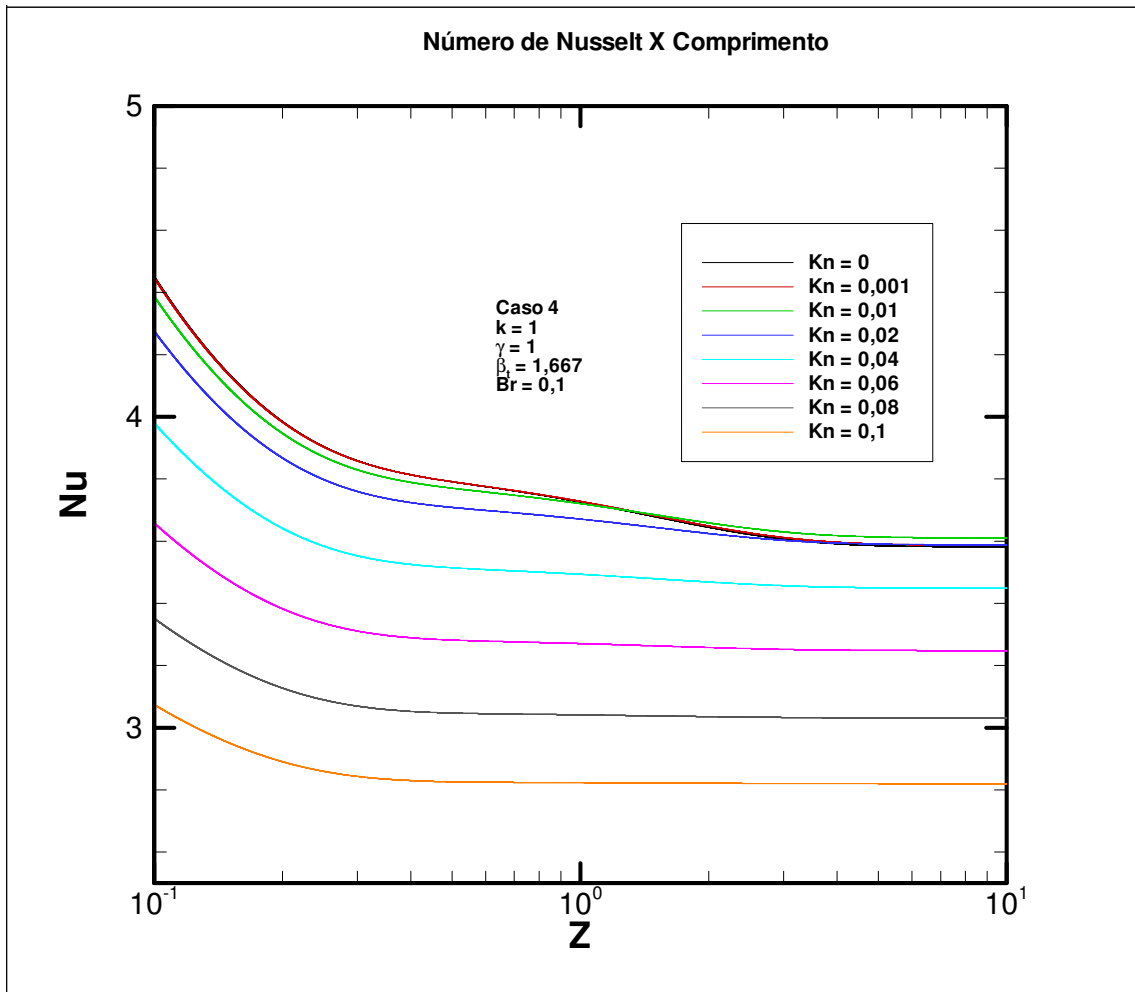


FIG. 7.179 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

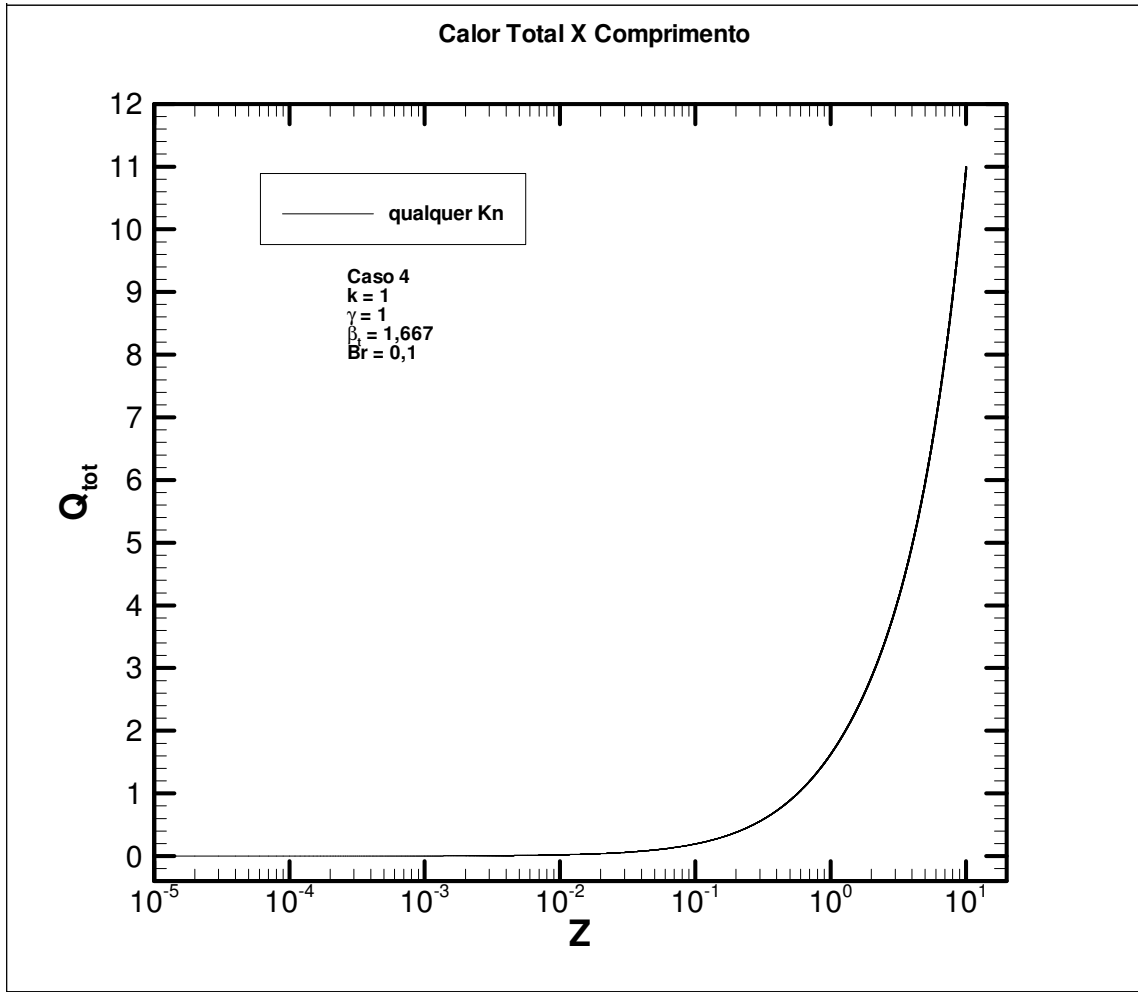


FIG. 7.180 Calor total para diferentes Kn.

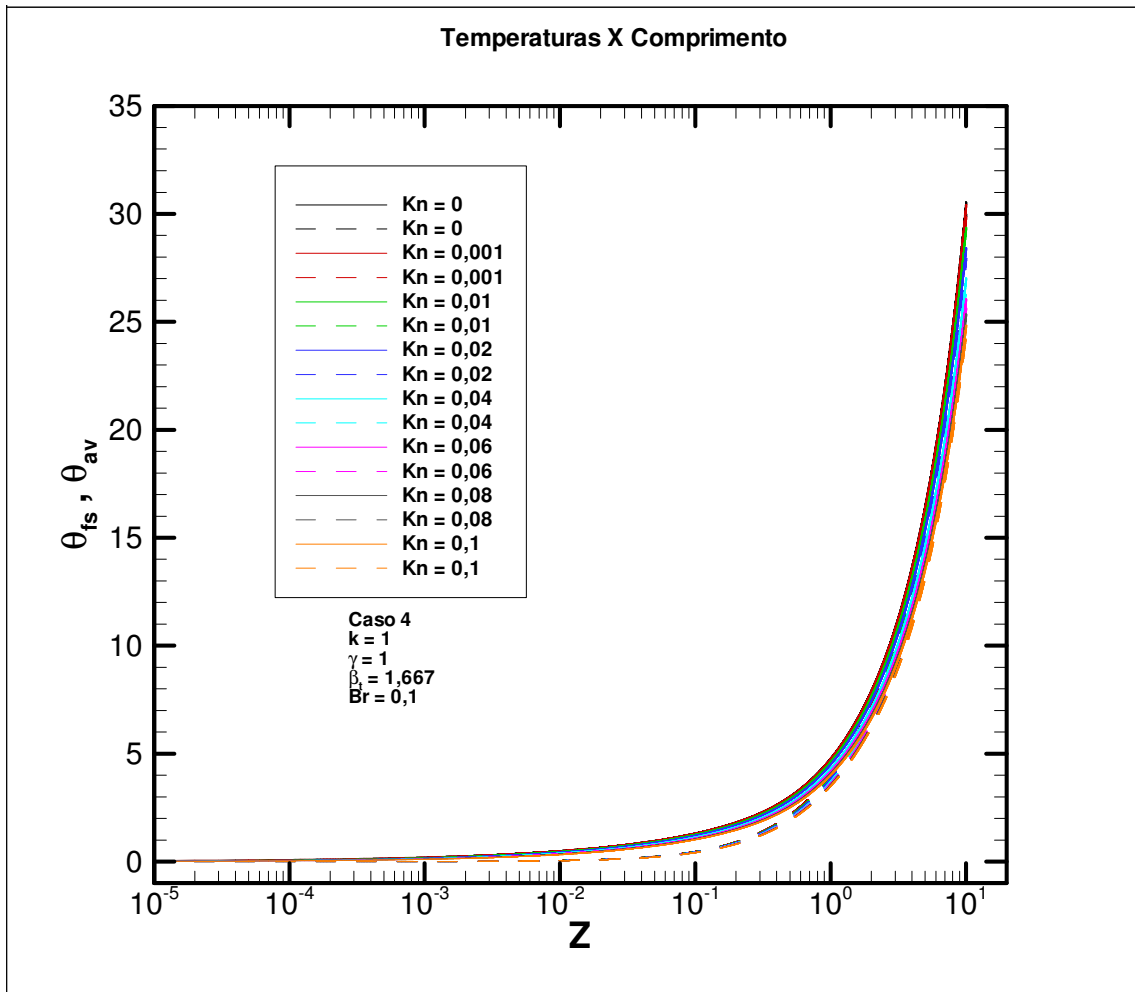


FIG. 7.181 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



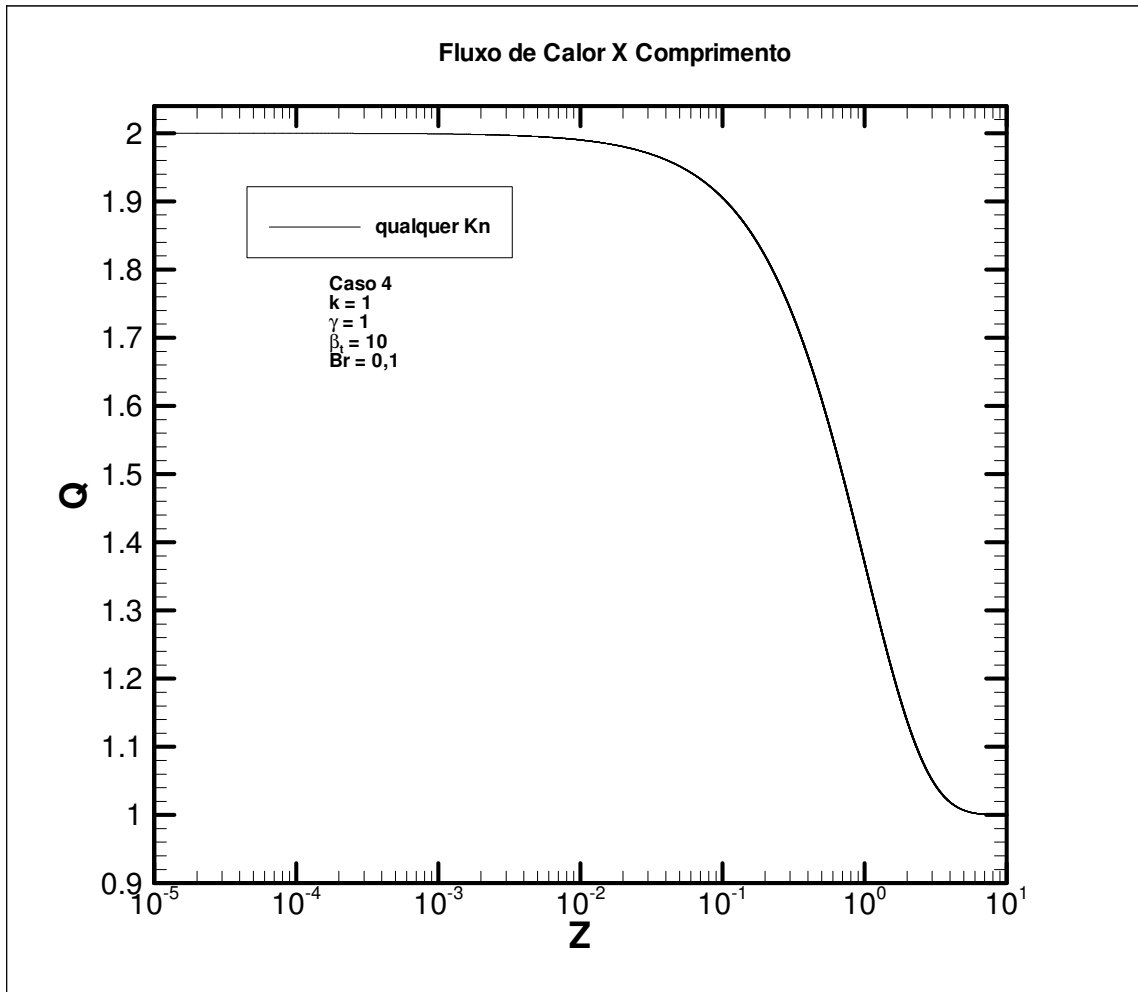


FIG. 7.182 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

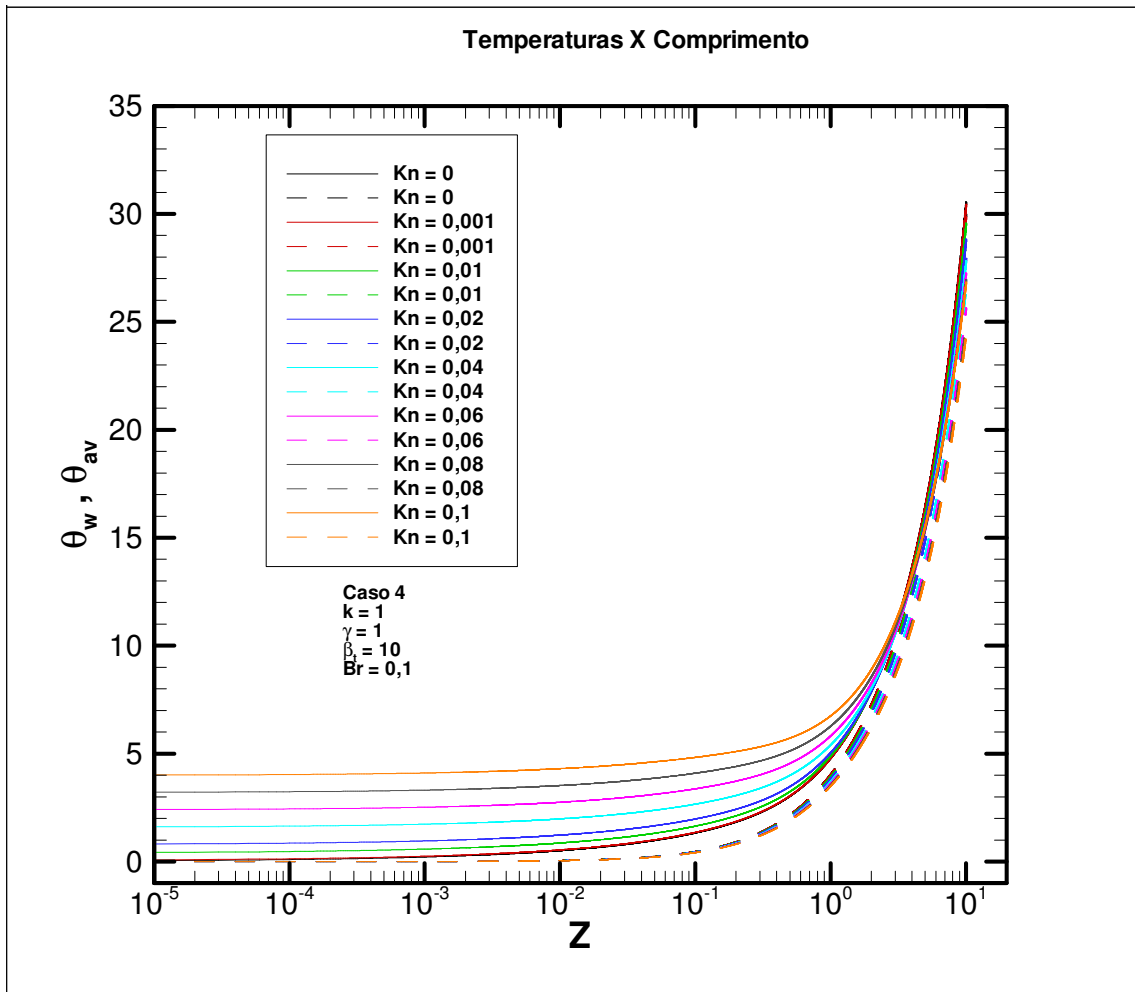


FIG. 7.183 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

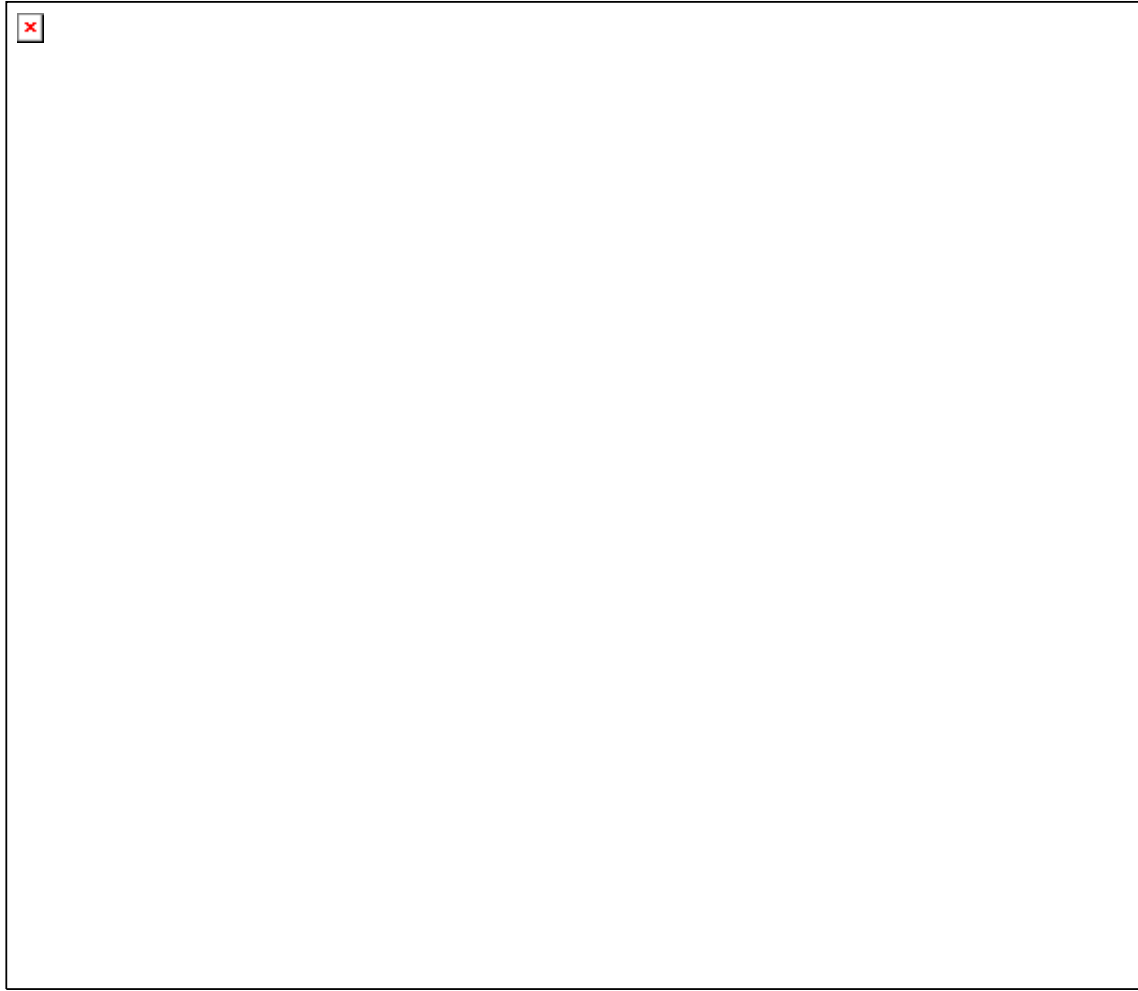


FIG. 7.184 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de  $Kn$ .

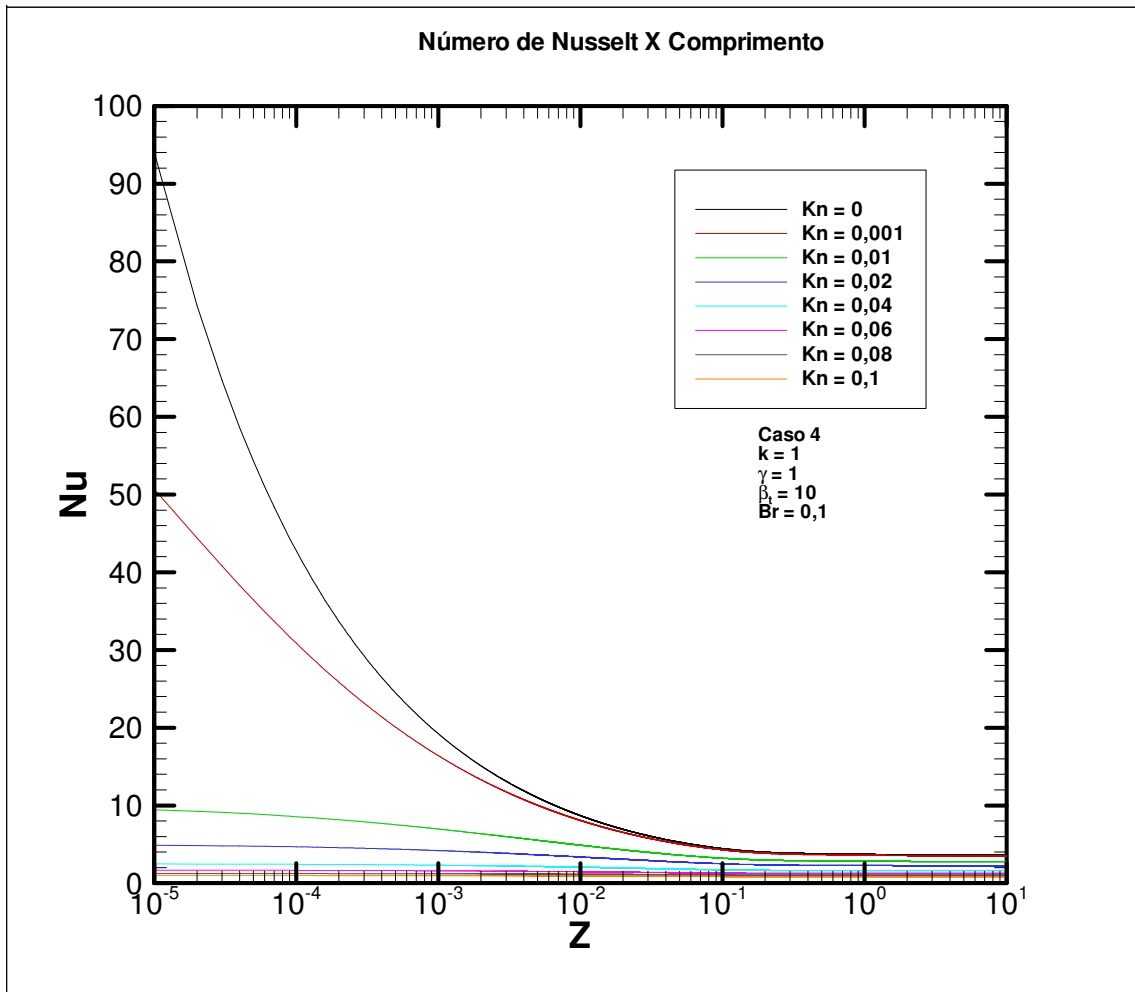


FIG. 7.185 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

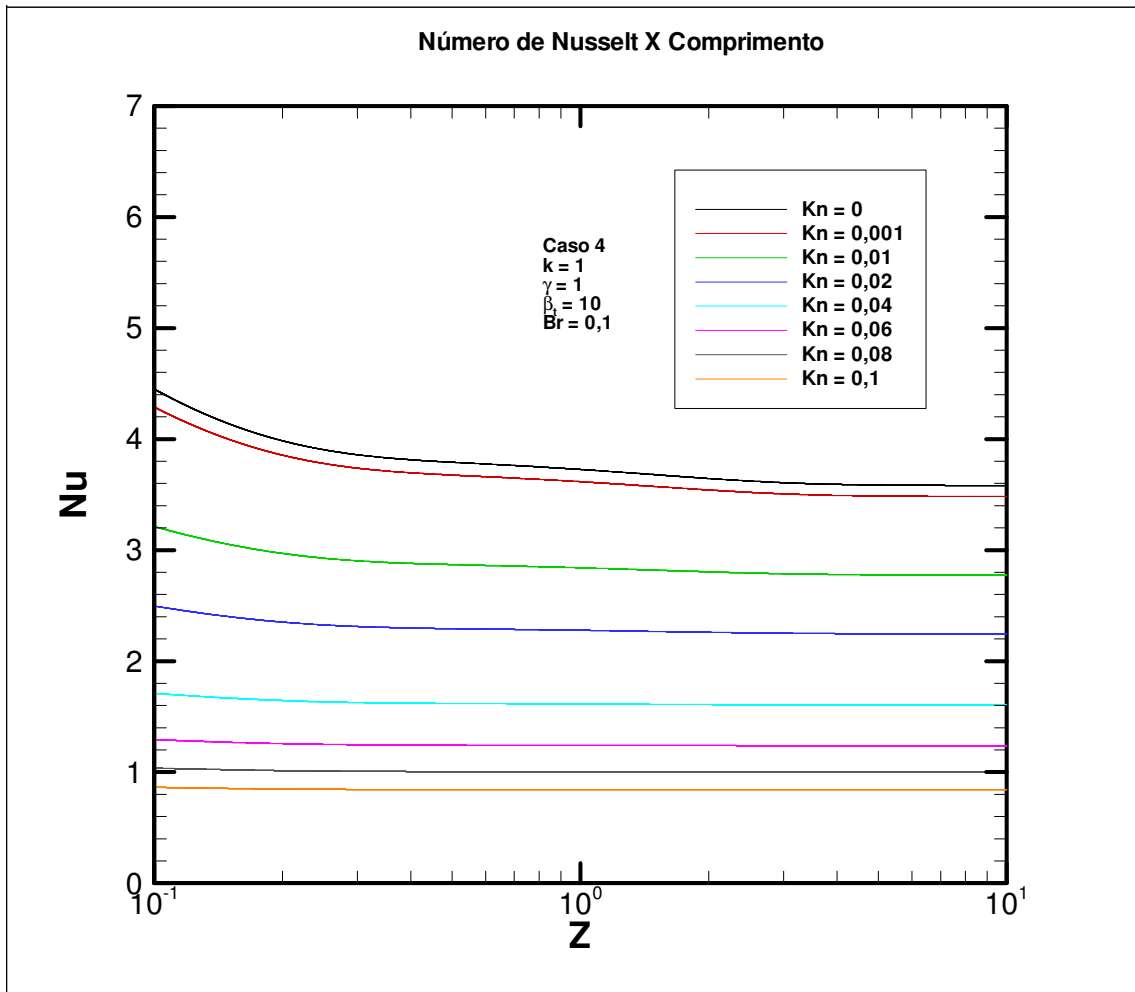


FIG. 7.186 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

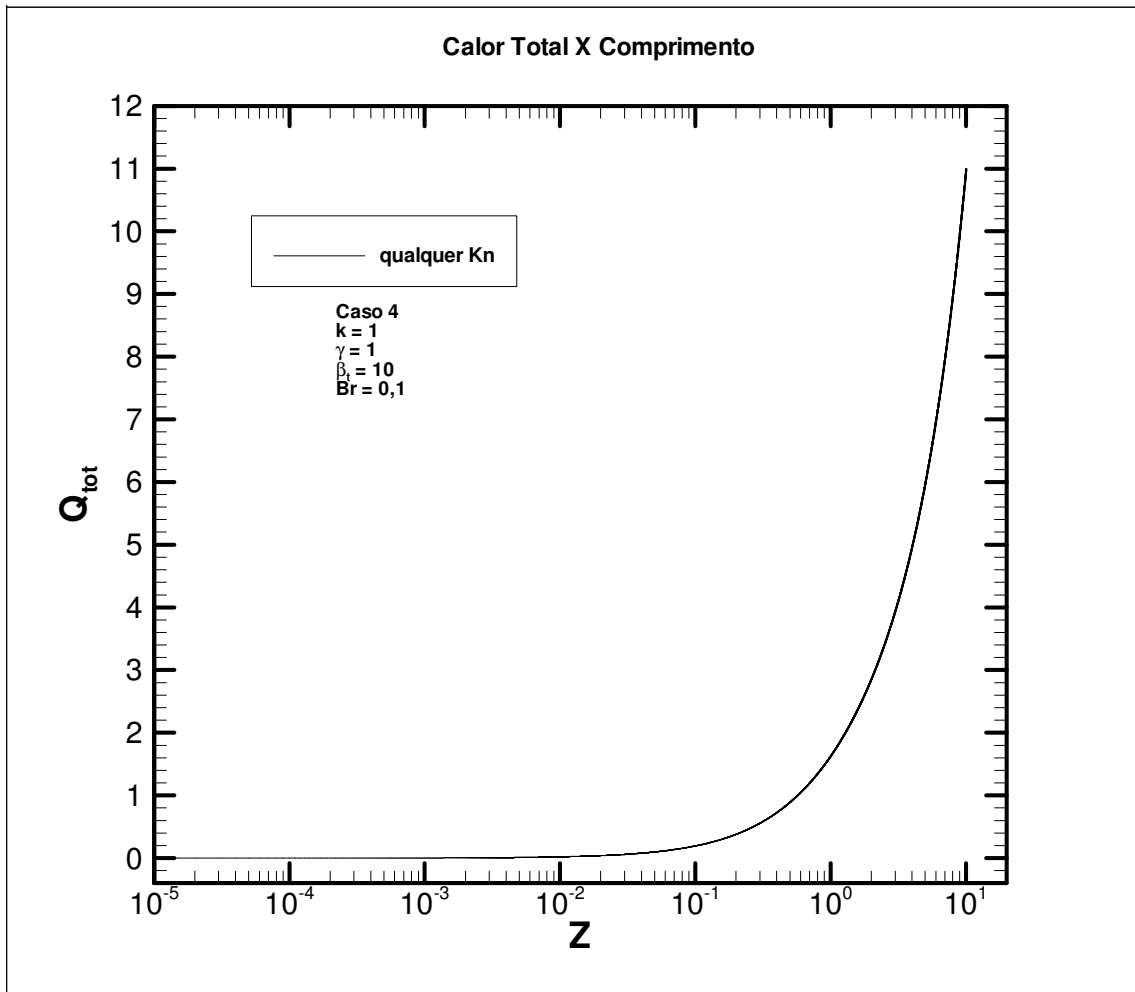


FIG. 7.187 Calor total para diferentes Kn.

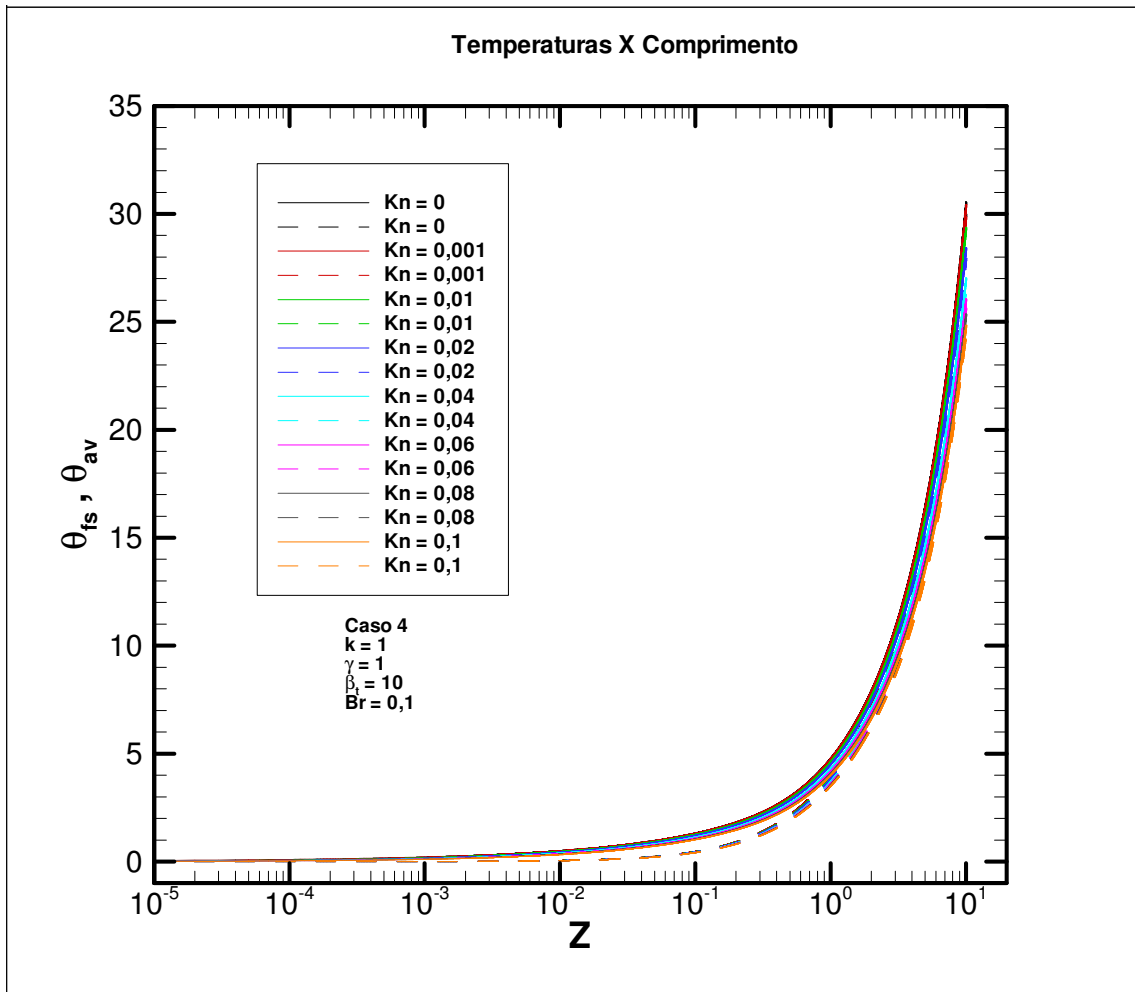


FIG. 7.188 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

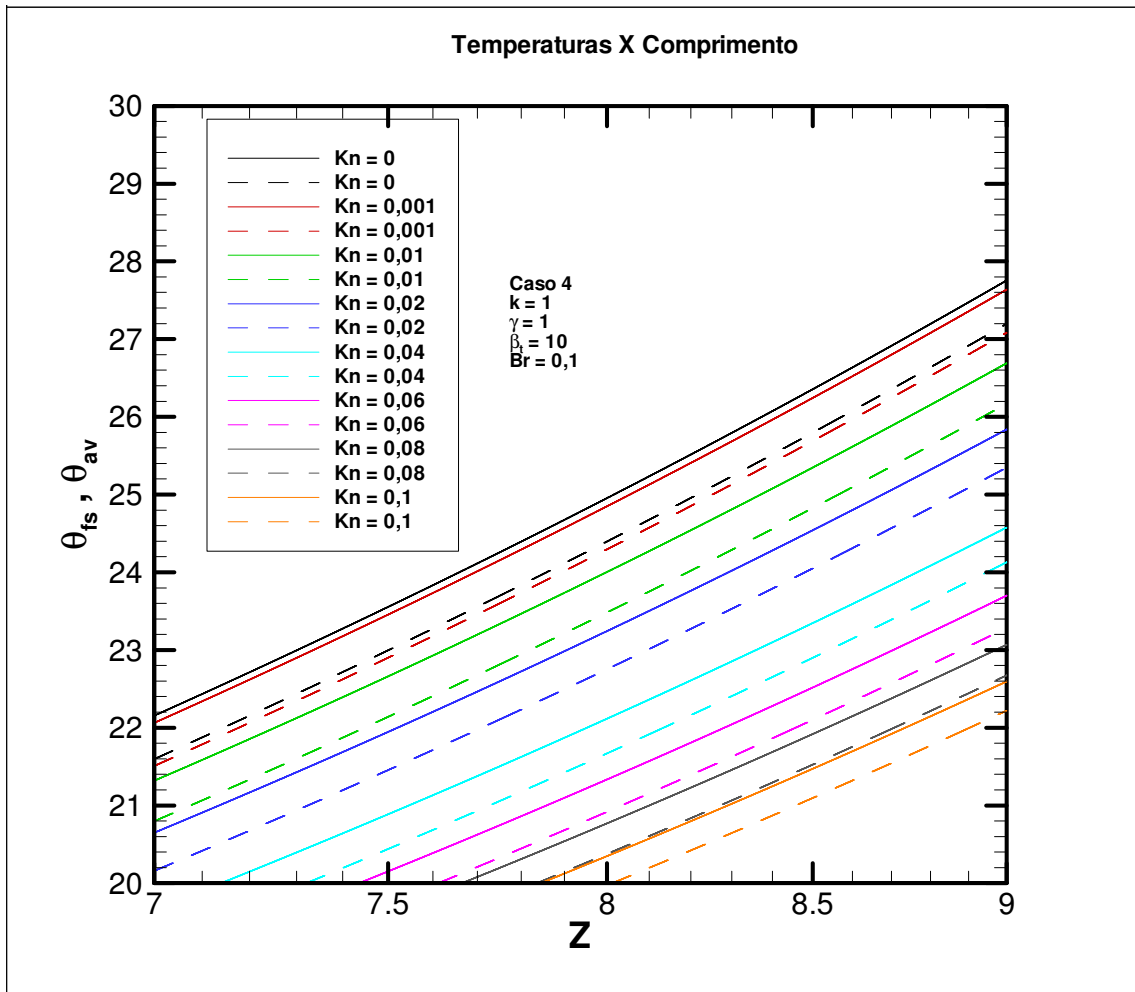


FIG. 7.189 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.



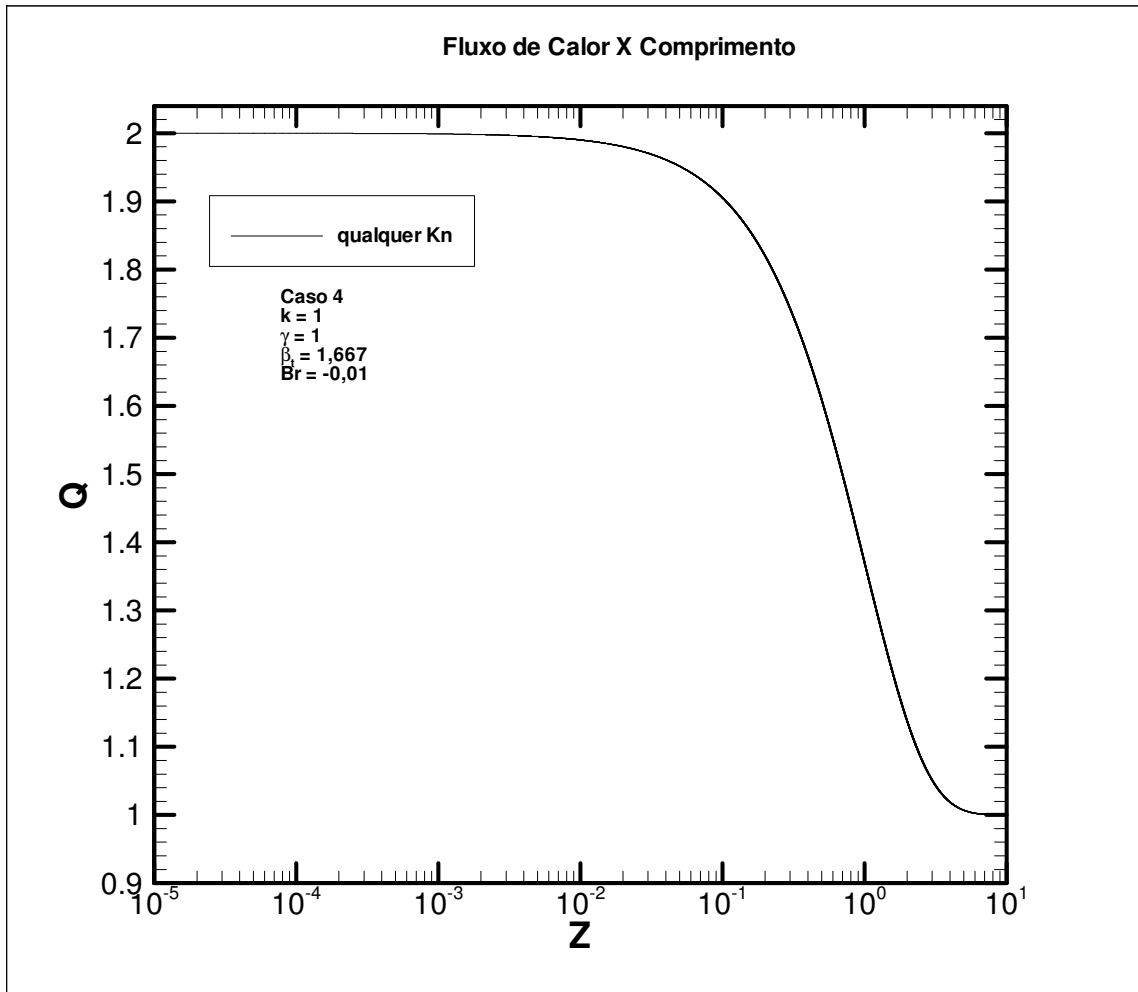


FIG. 7.190 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

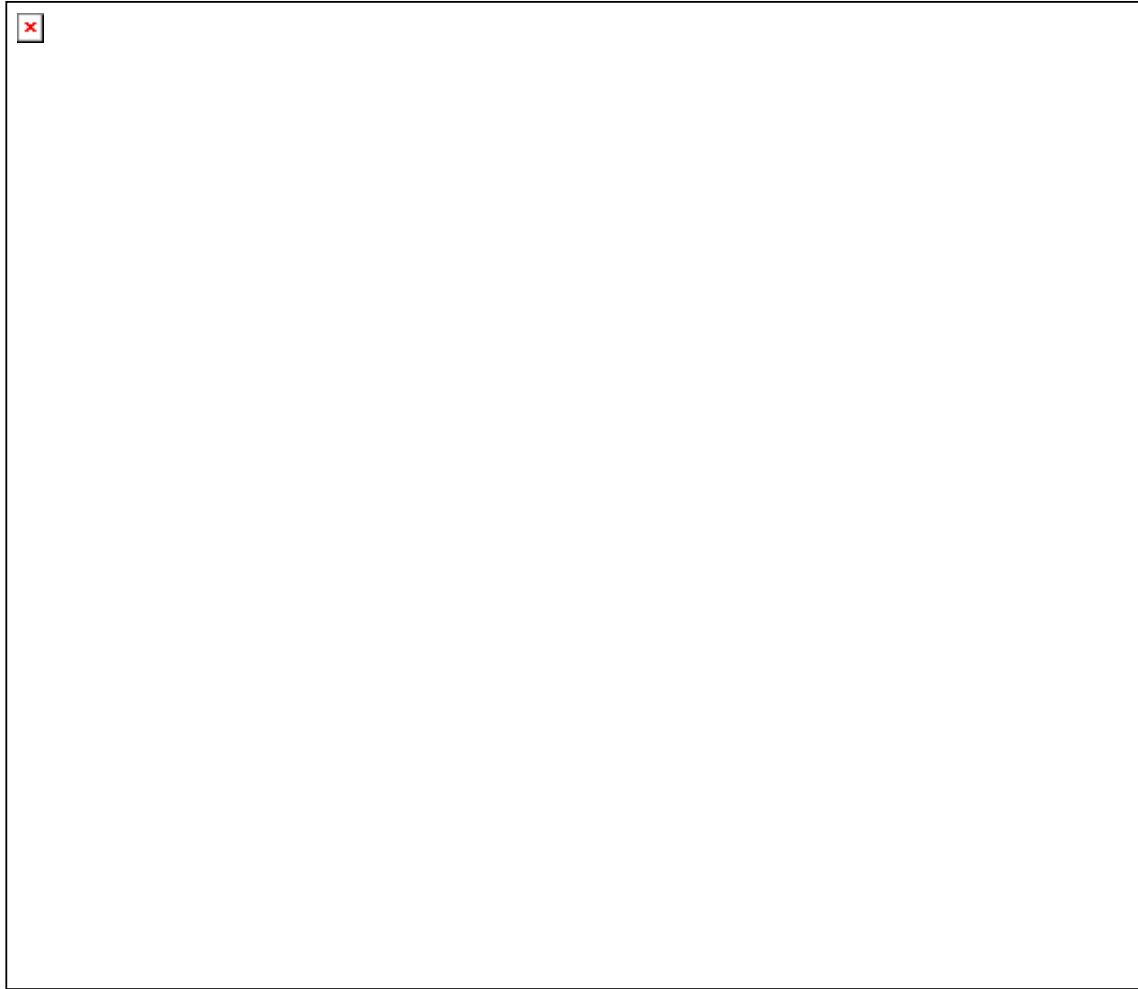


FIG. 7.191 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de  $Kn$ .

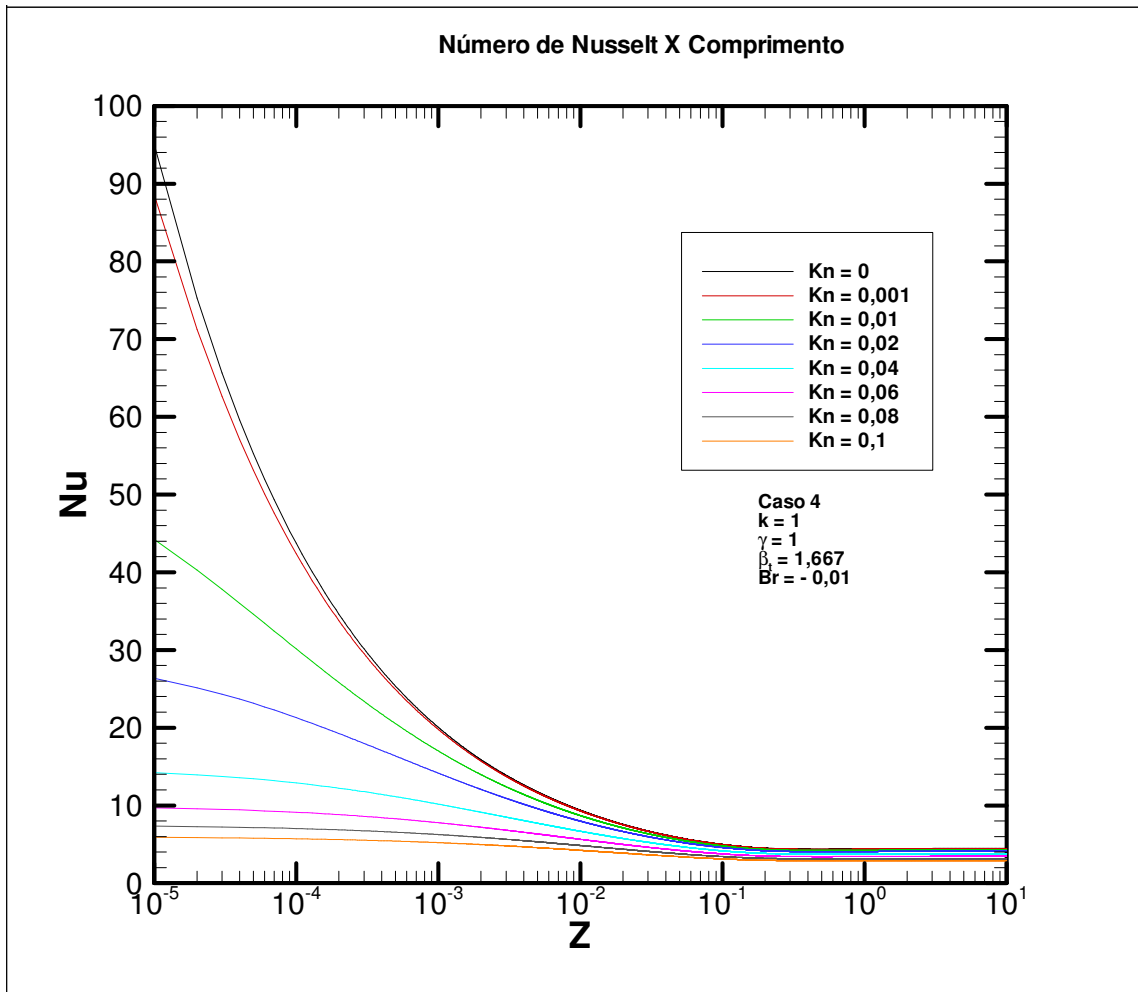


FIG. 7.192 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

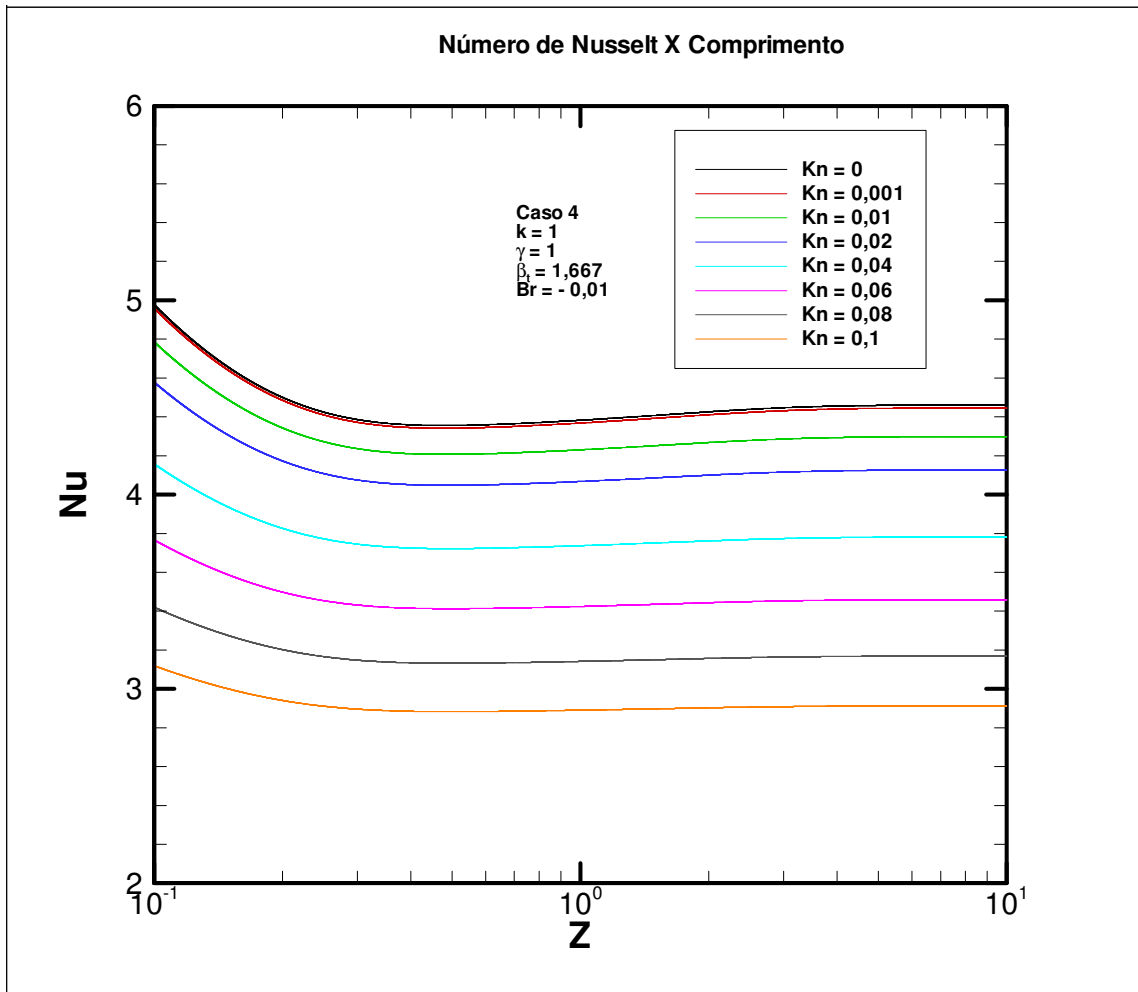


FIG. 7.193 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

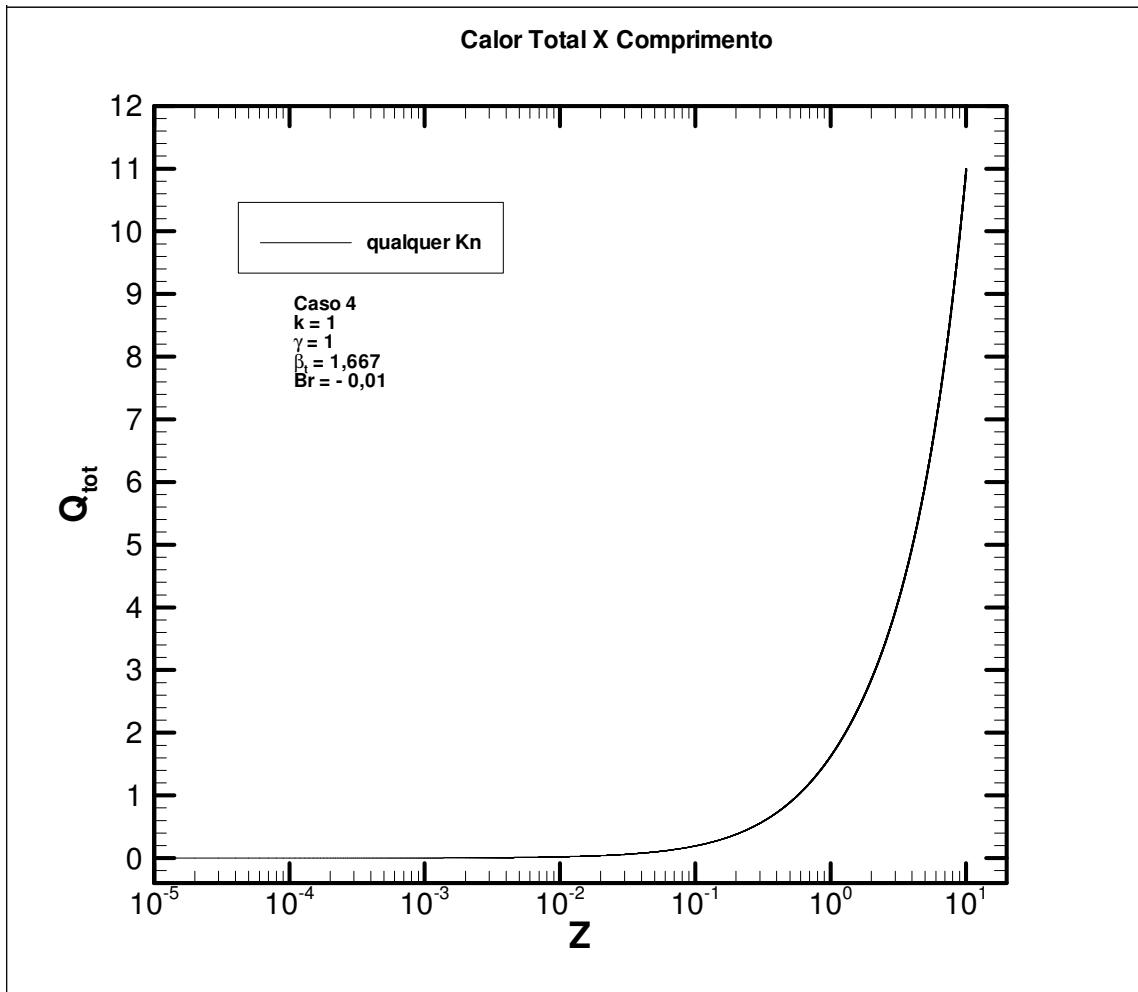


FIG. 7.194 Calor total para diferentes Kn.

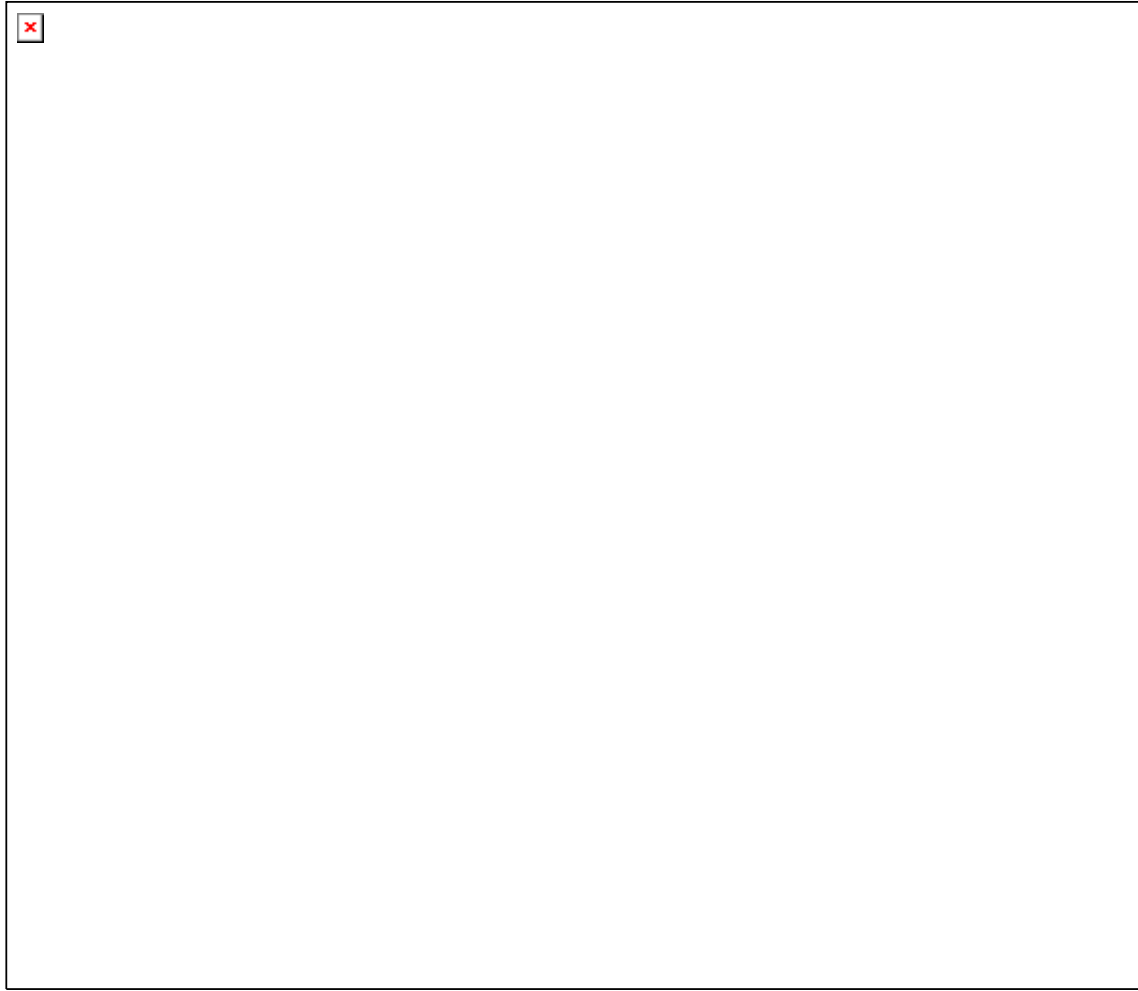


FIG. 7.195 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

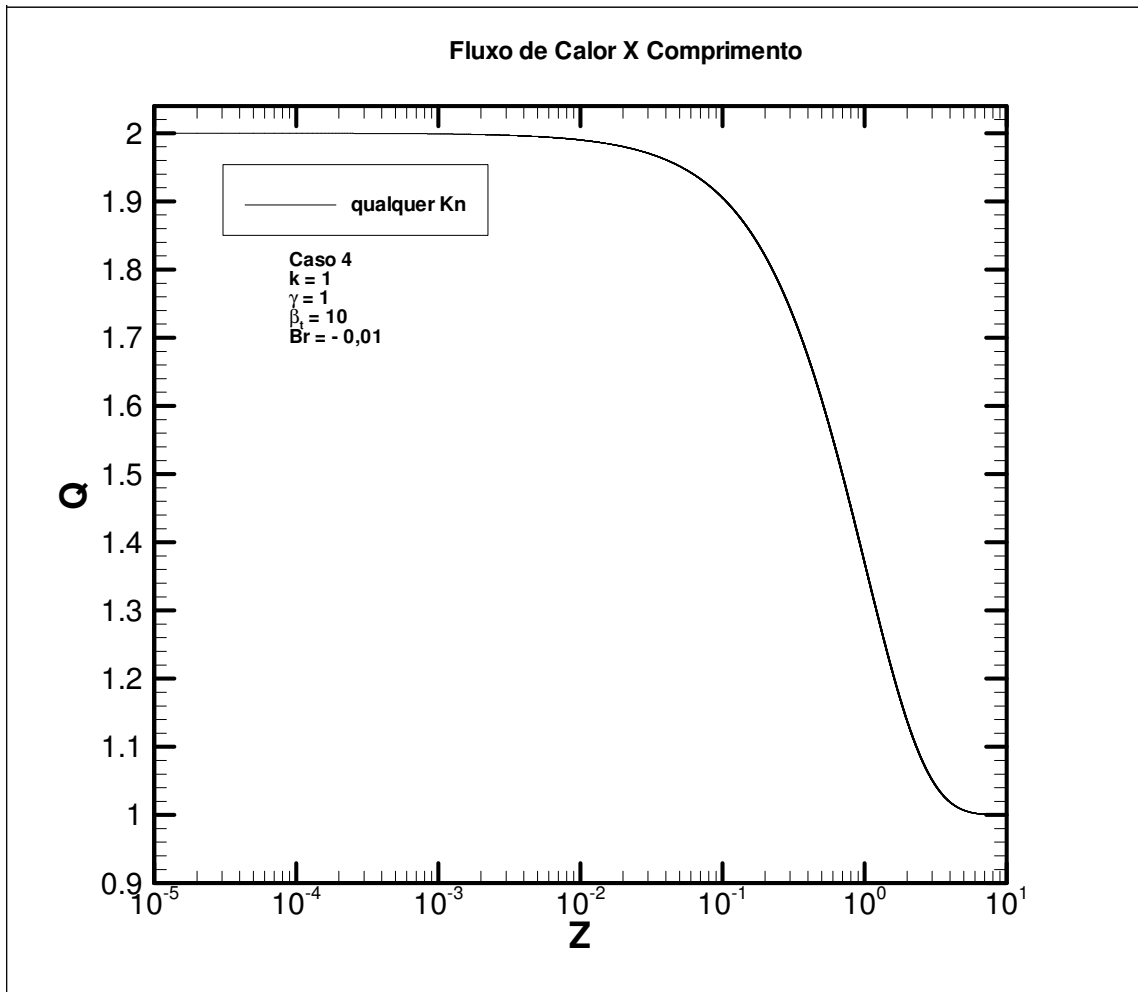


FIG. 7.196 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.



FIG. 7.197 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de  $Kn$ .



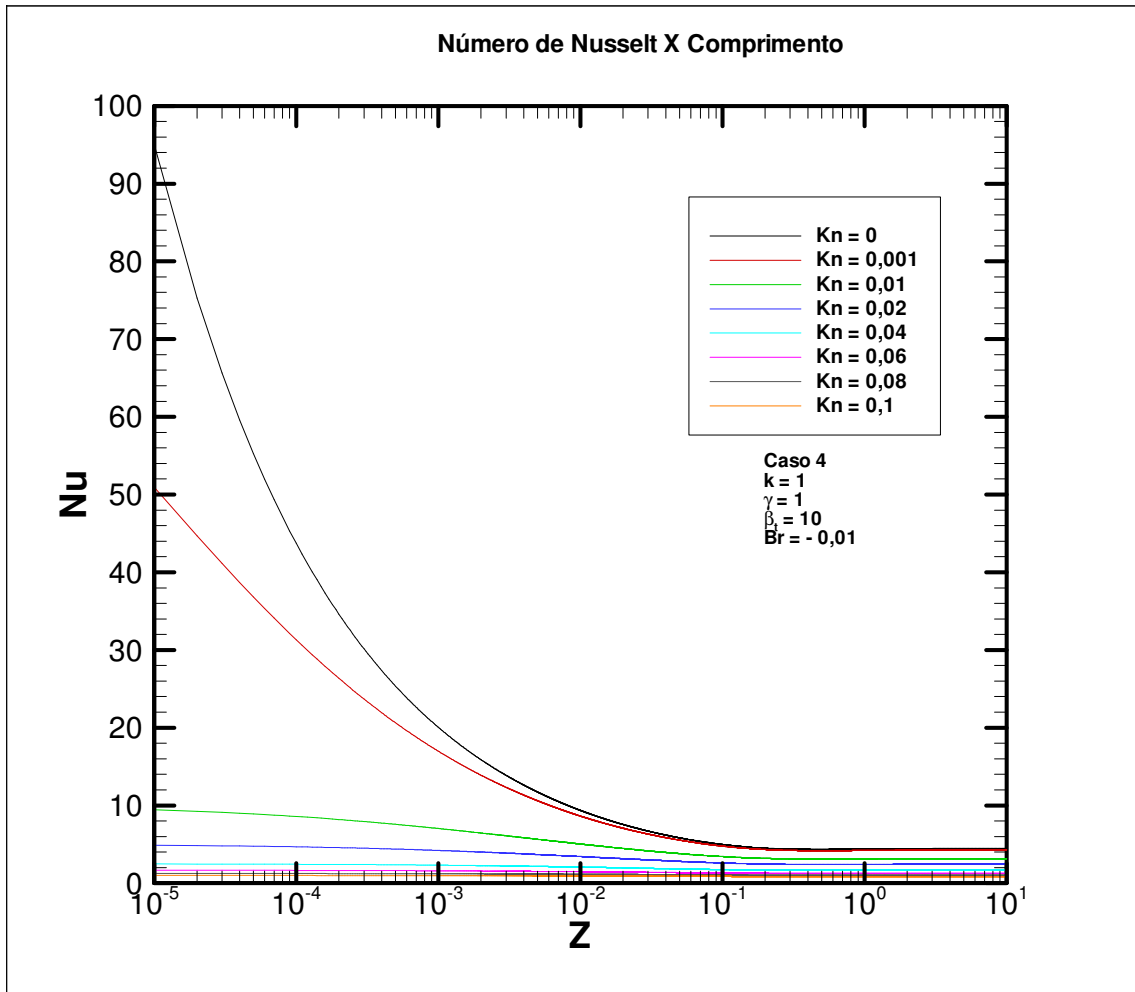


FIG. 7.198 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

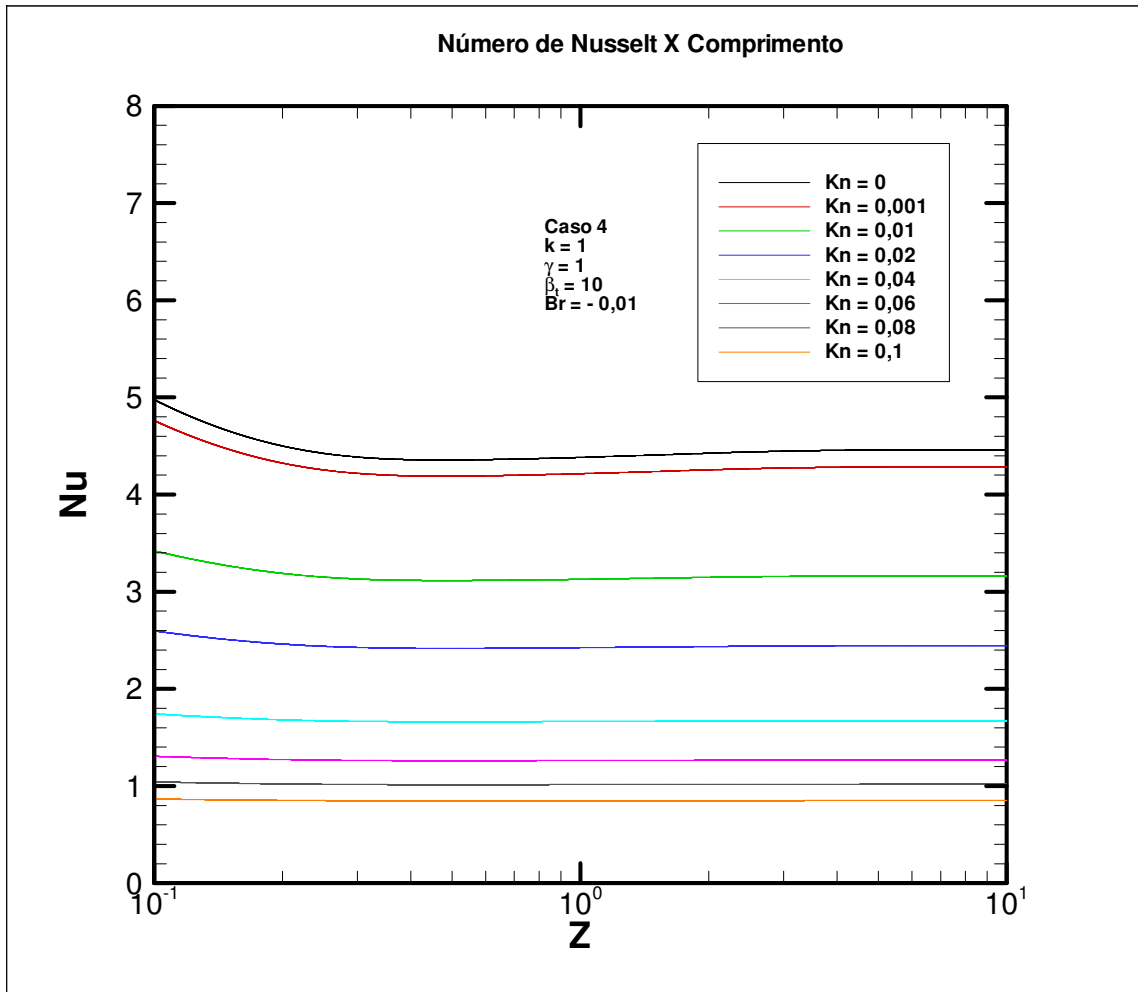


FIG. 7.199 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

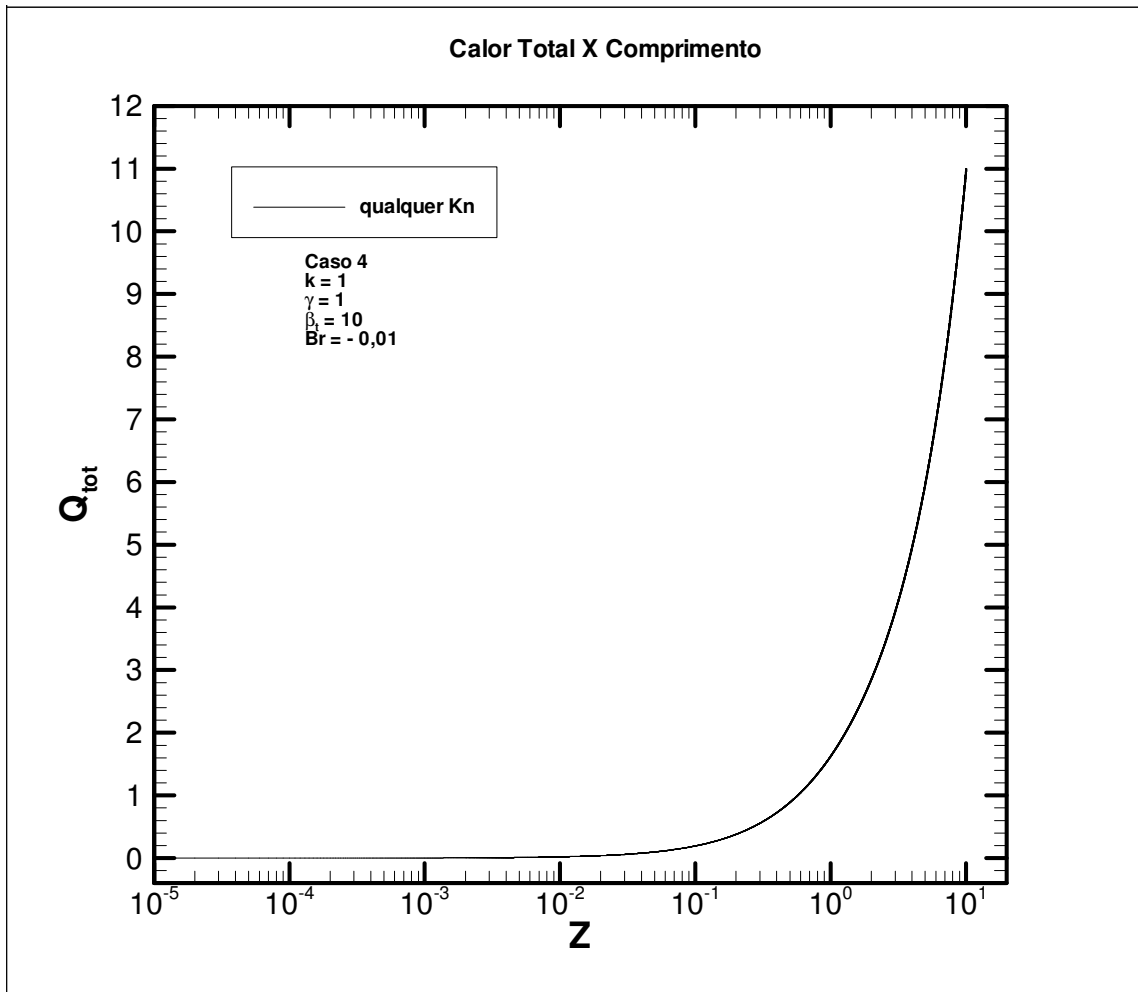


FIG. 7.200 Calor total para diferentes Kn.

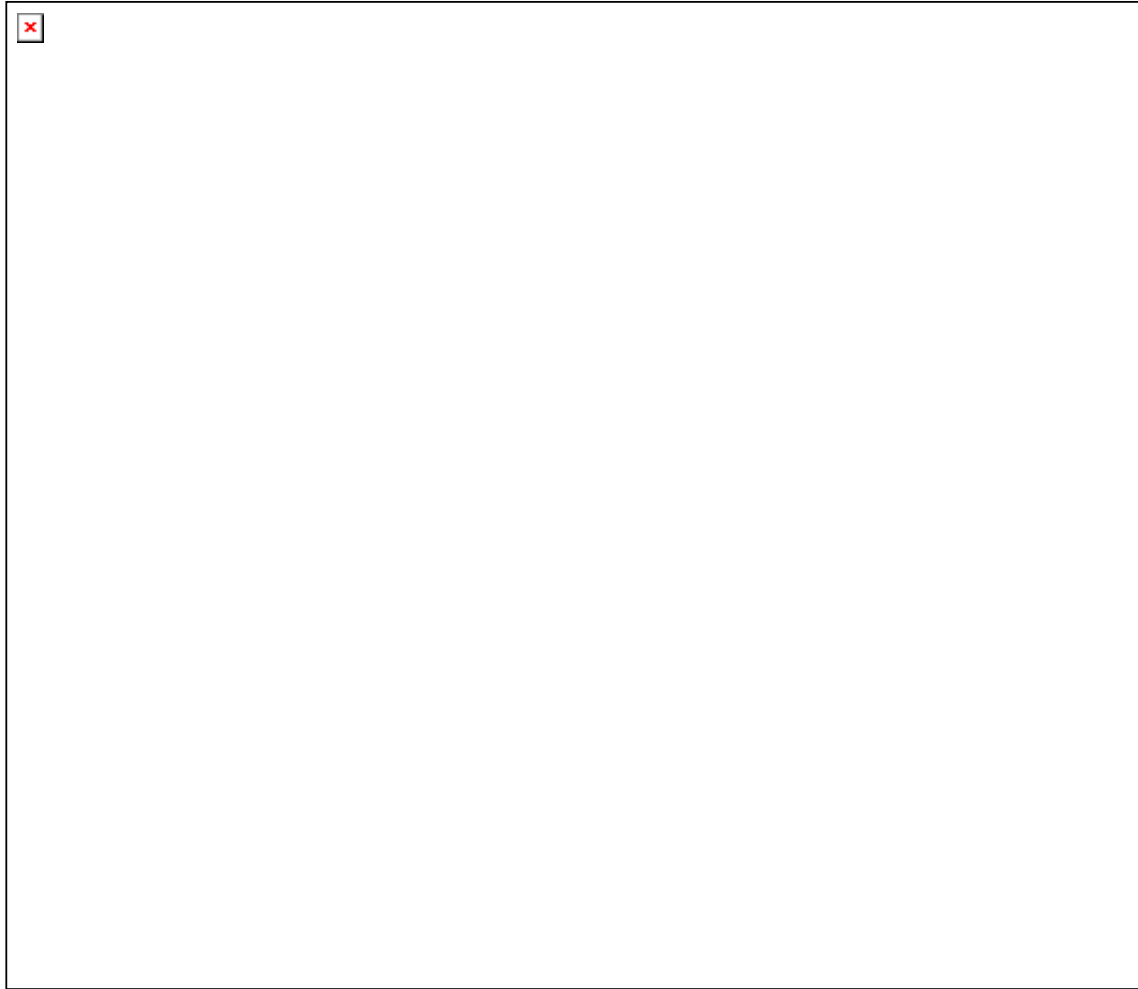


FIG. 7.201 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

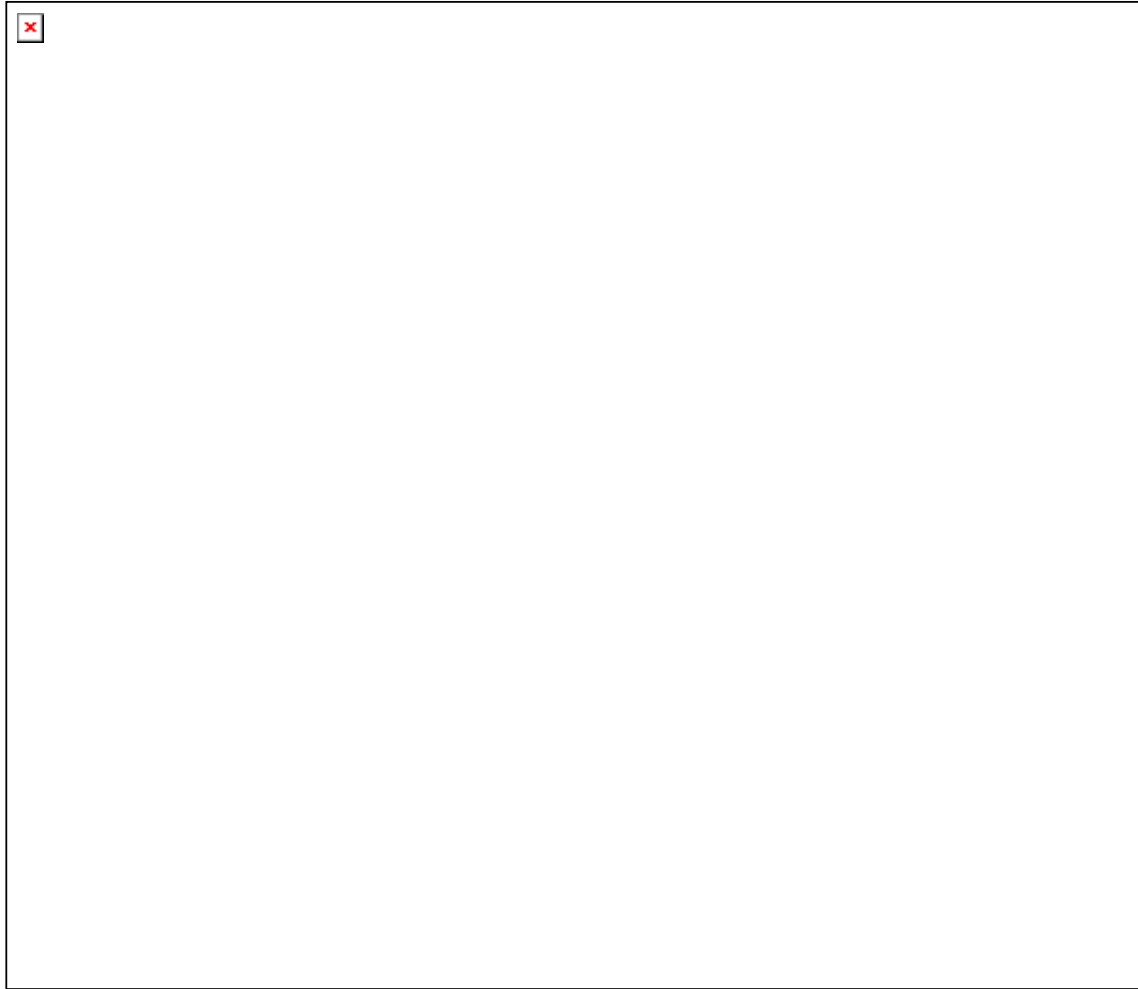


FIG. 7.202 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de  $Kn$ .

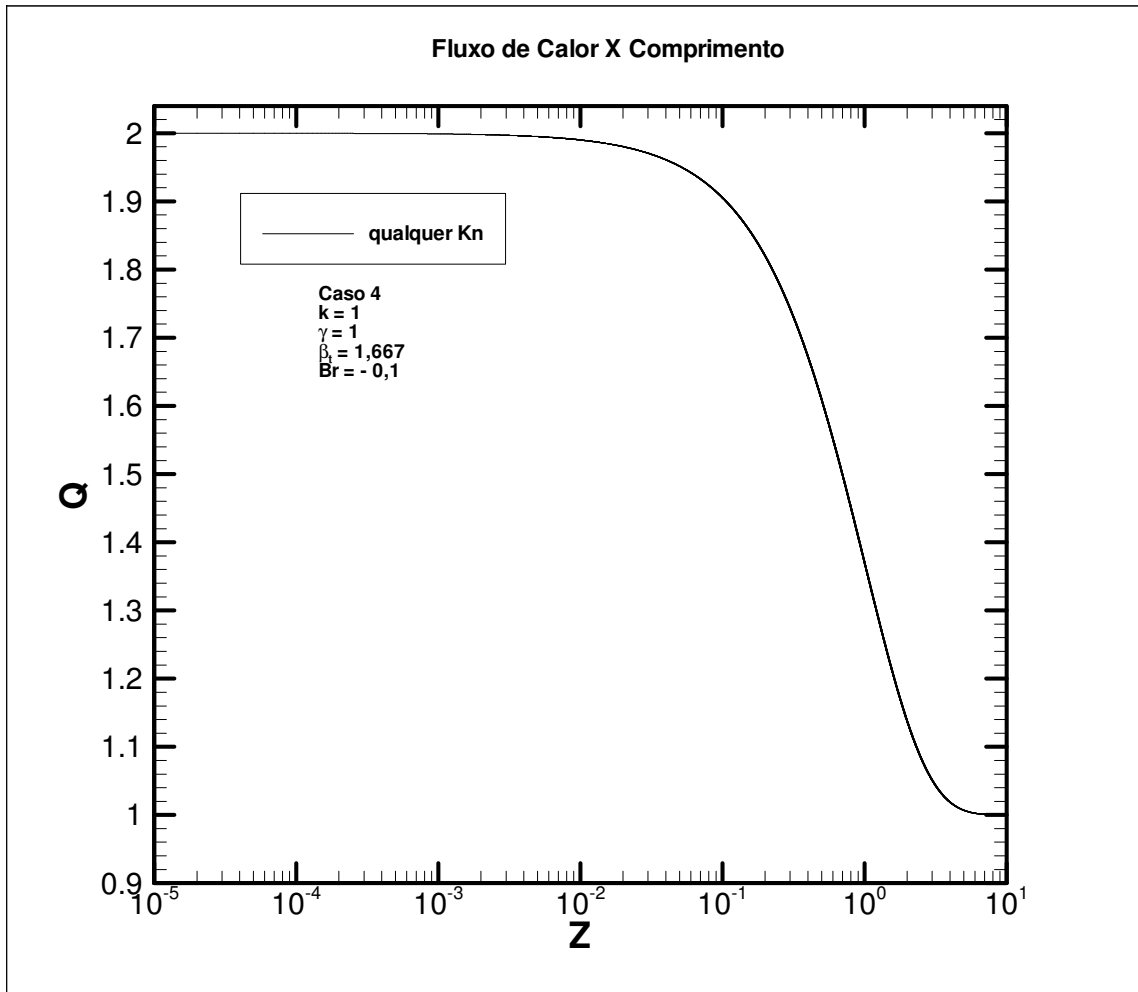


FIG. 7.203 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

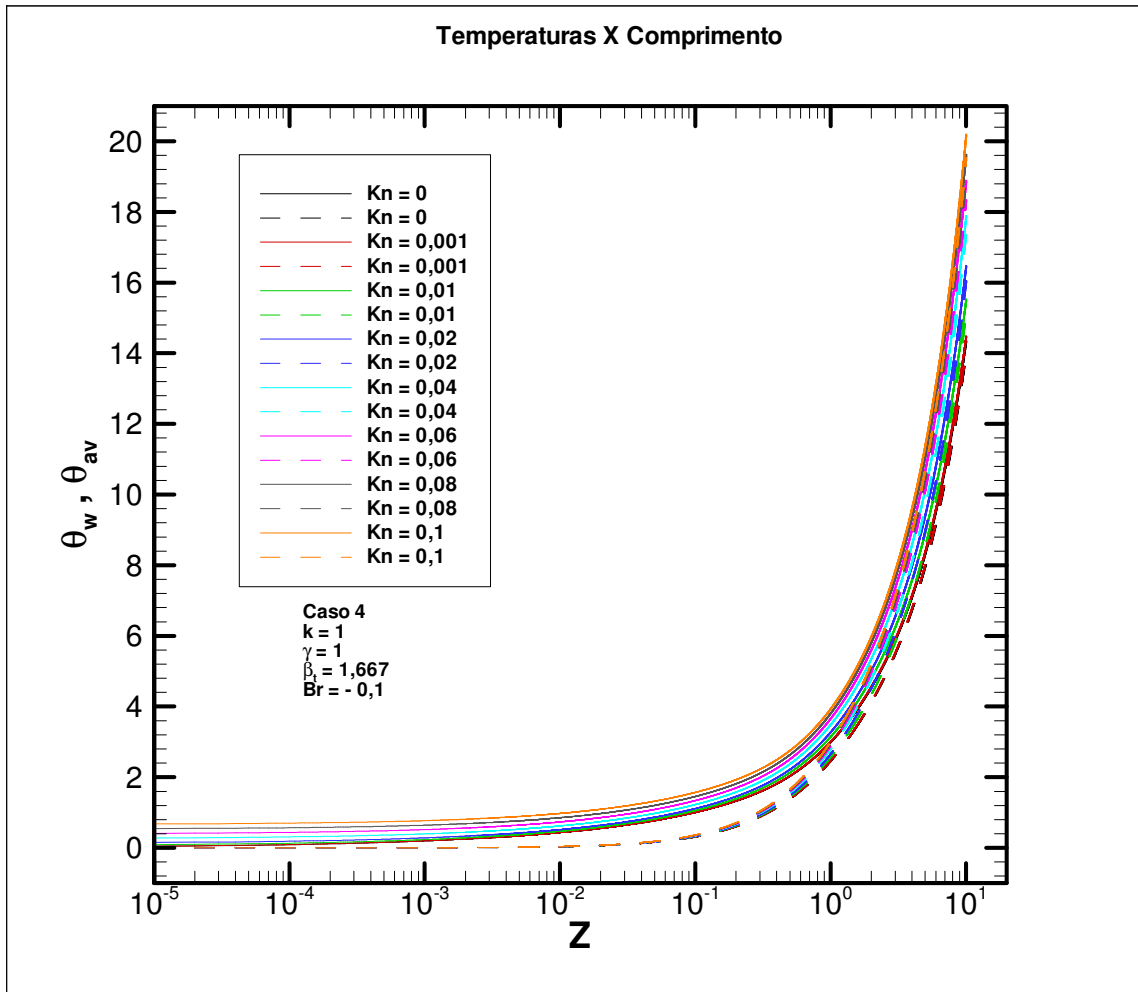


FIG. 7.204 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

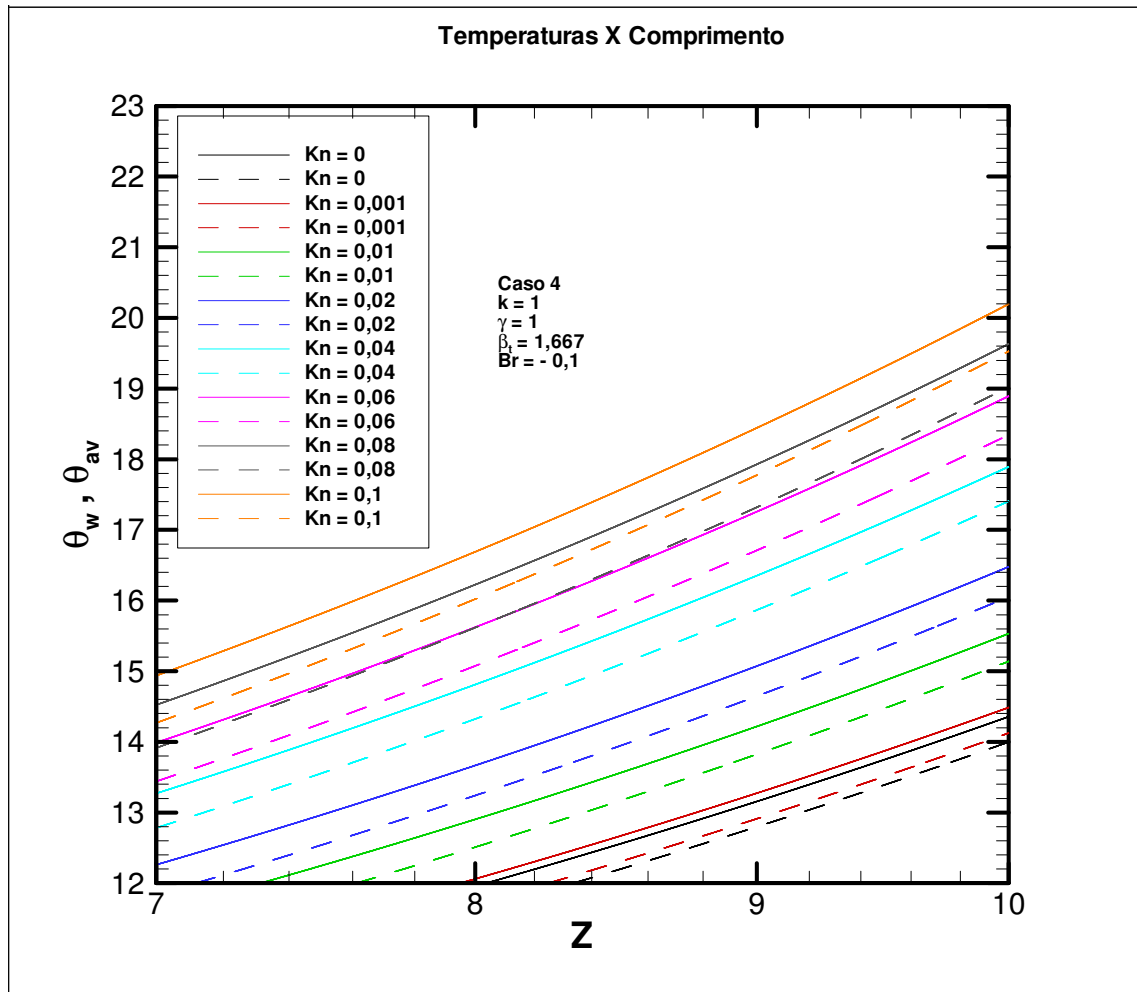


FIG. 7.205 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



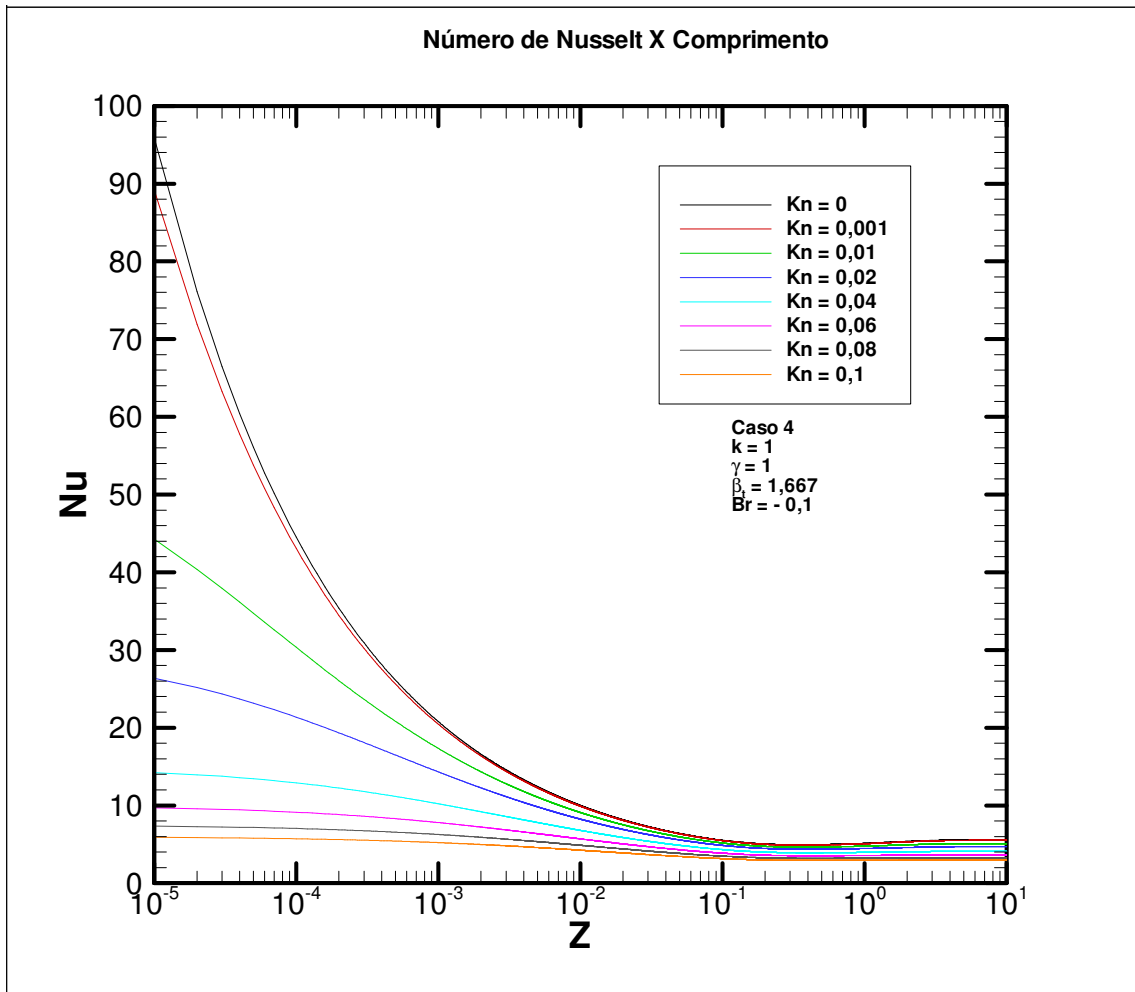


FIG. 7.206 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

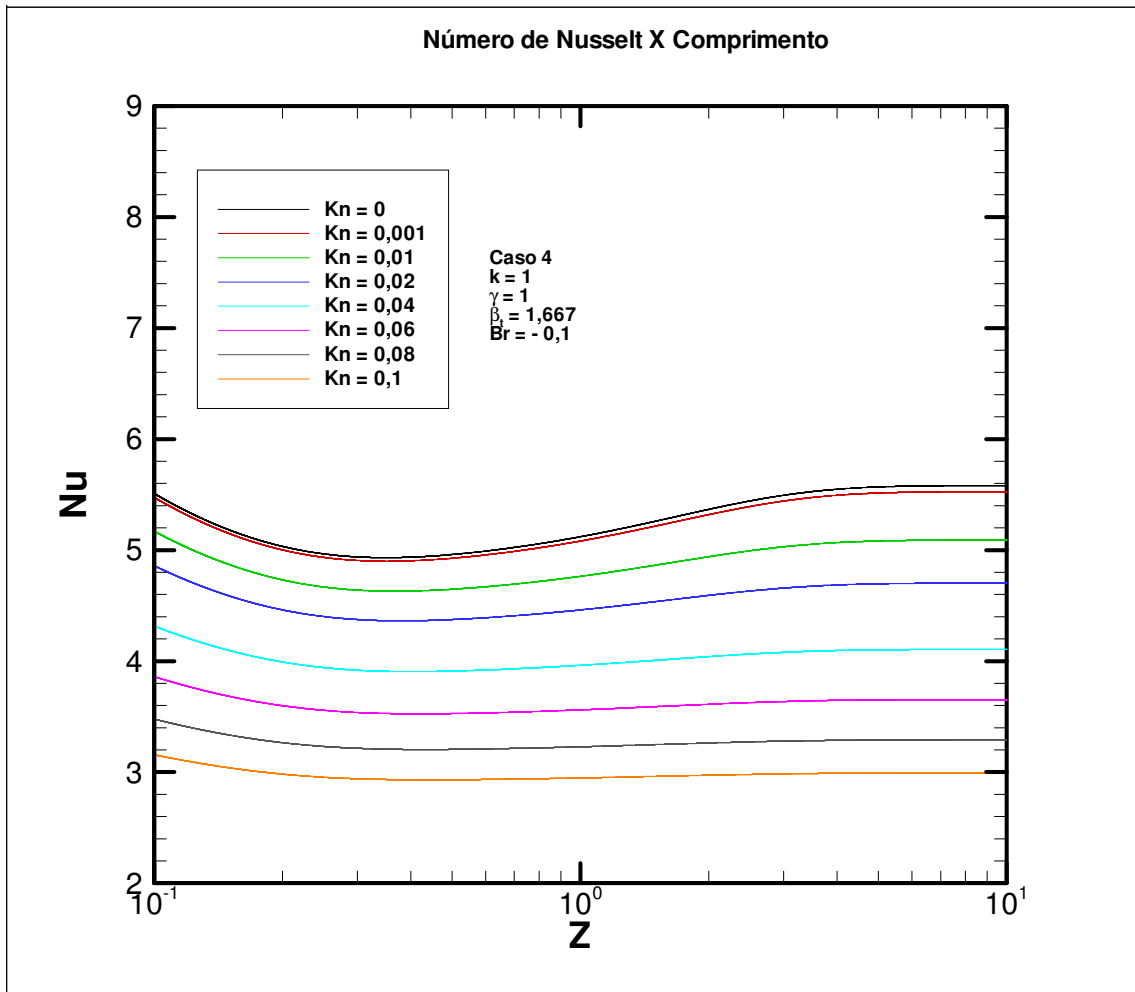


FIG. 7.207 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

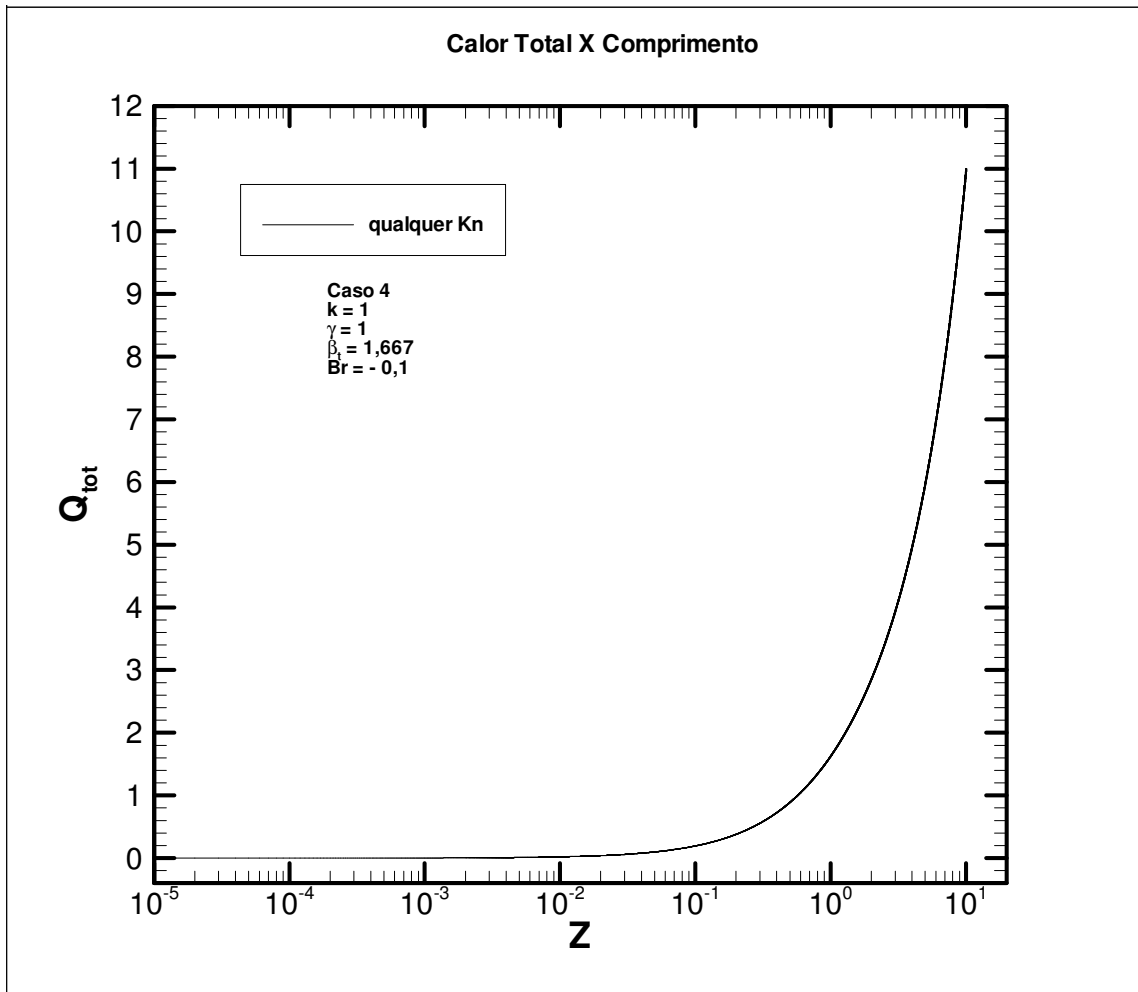


FIG. 7.208 Calor total para diferentes Kn.

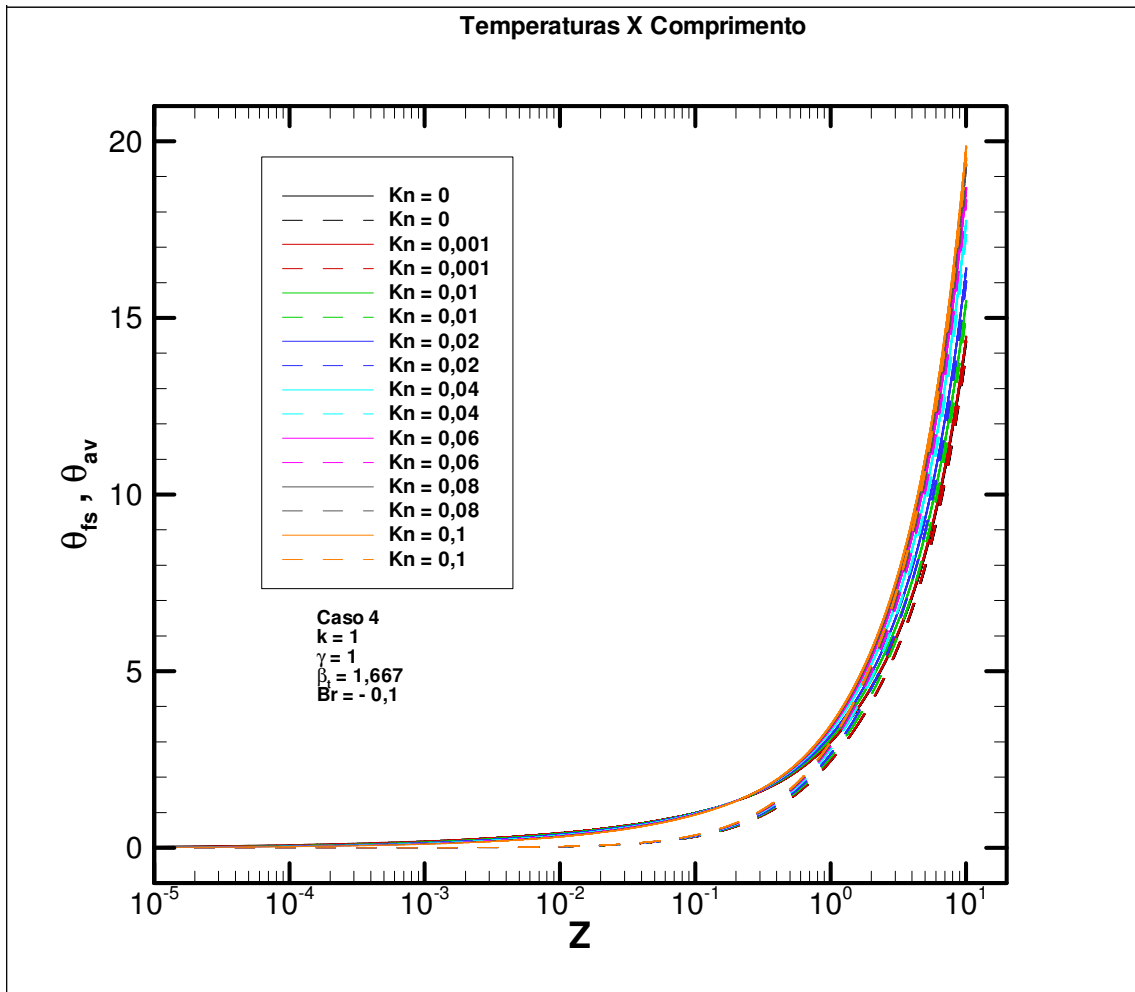


FIG. 7.209 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

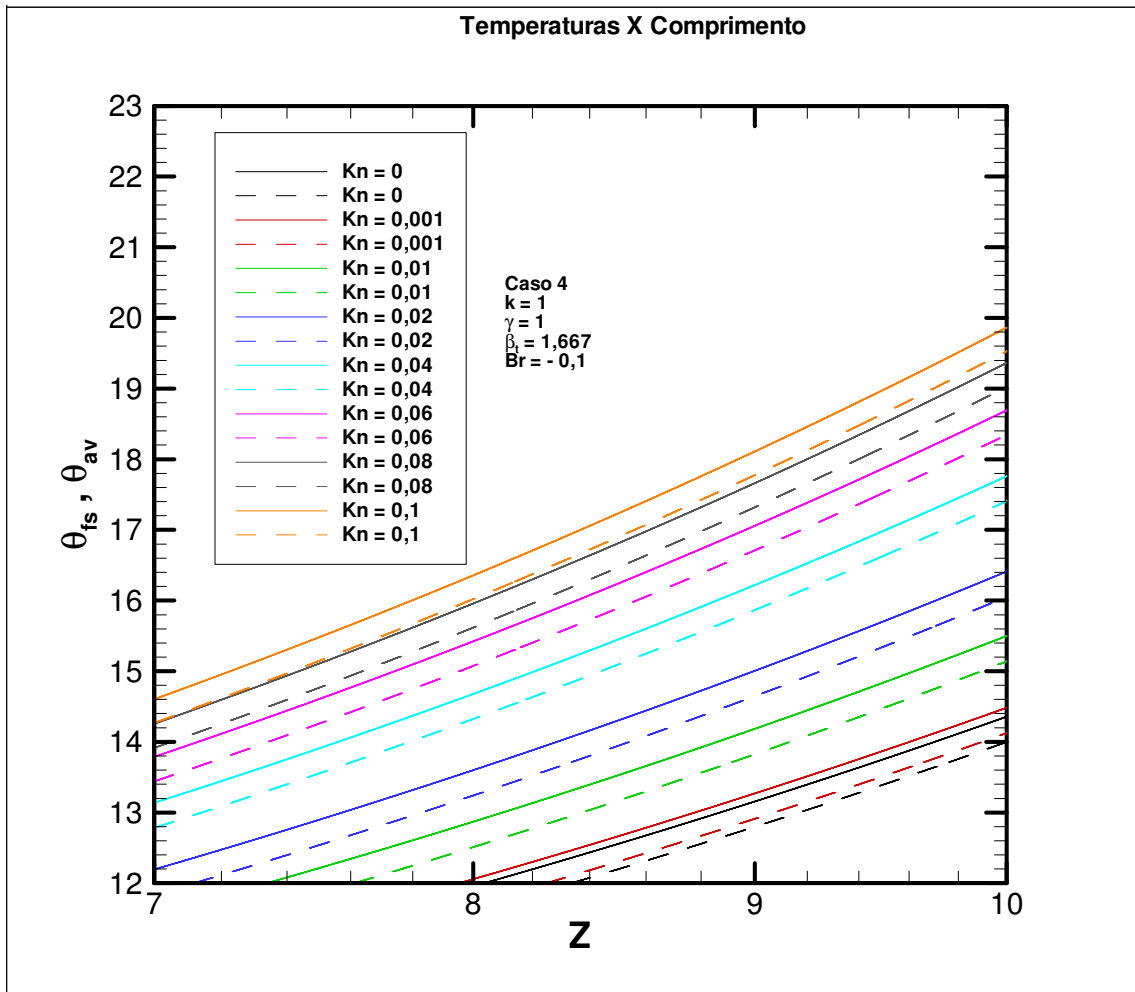


FIG. 7.210 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

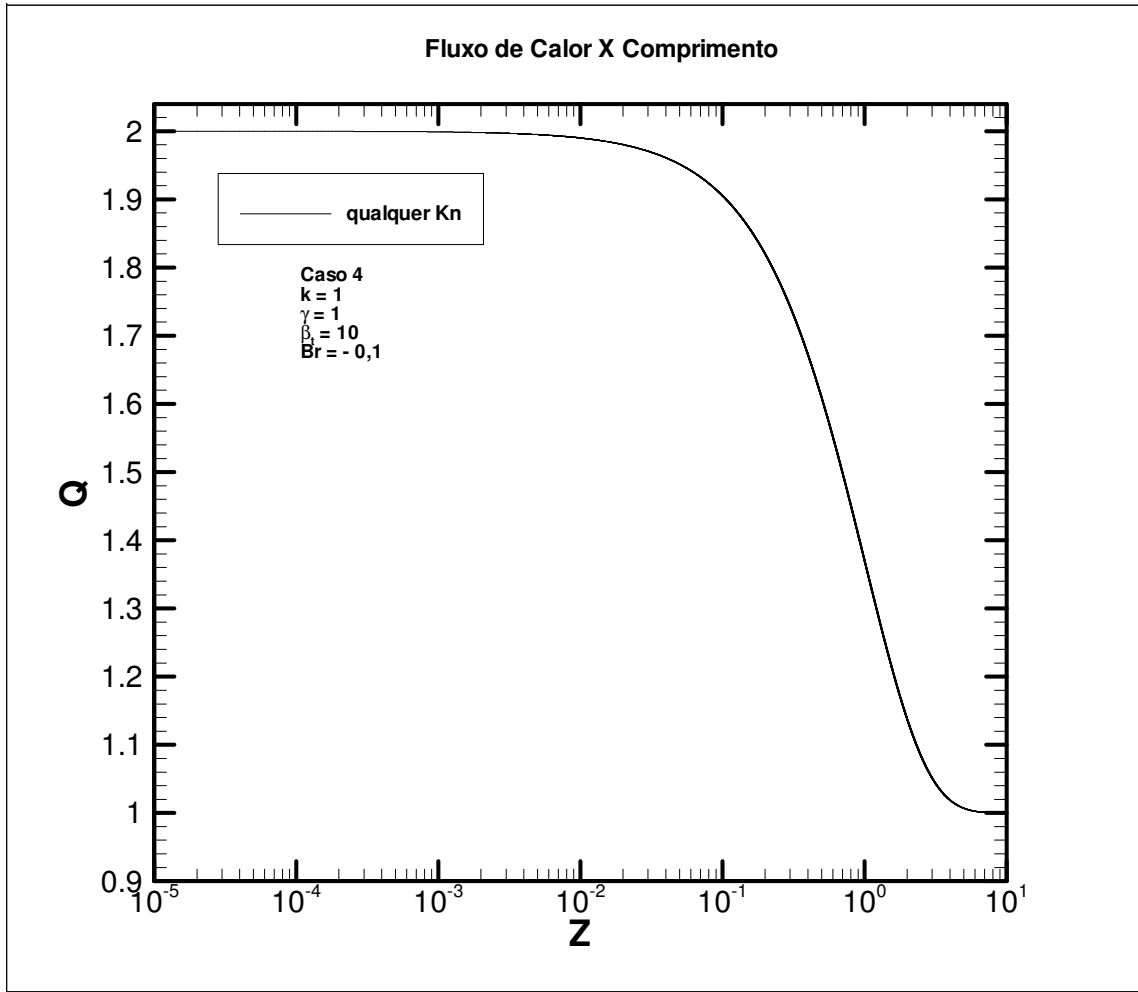


FIG. 7.211 Fluxo de calor na superfície sólida para diferentes valores de Kn.

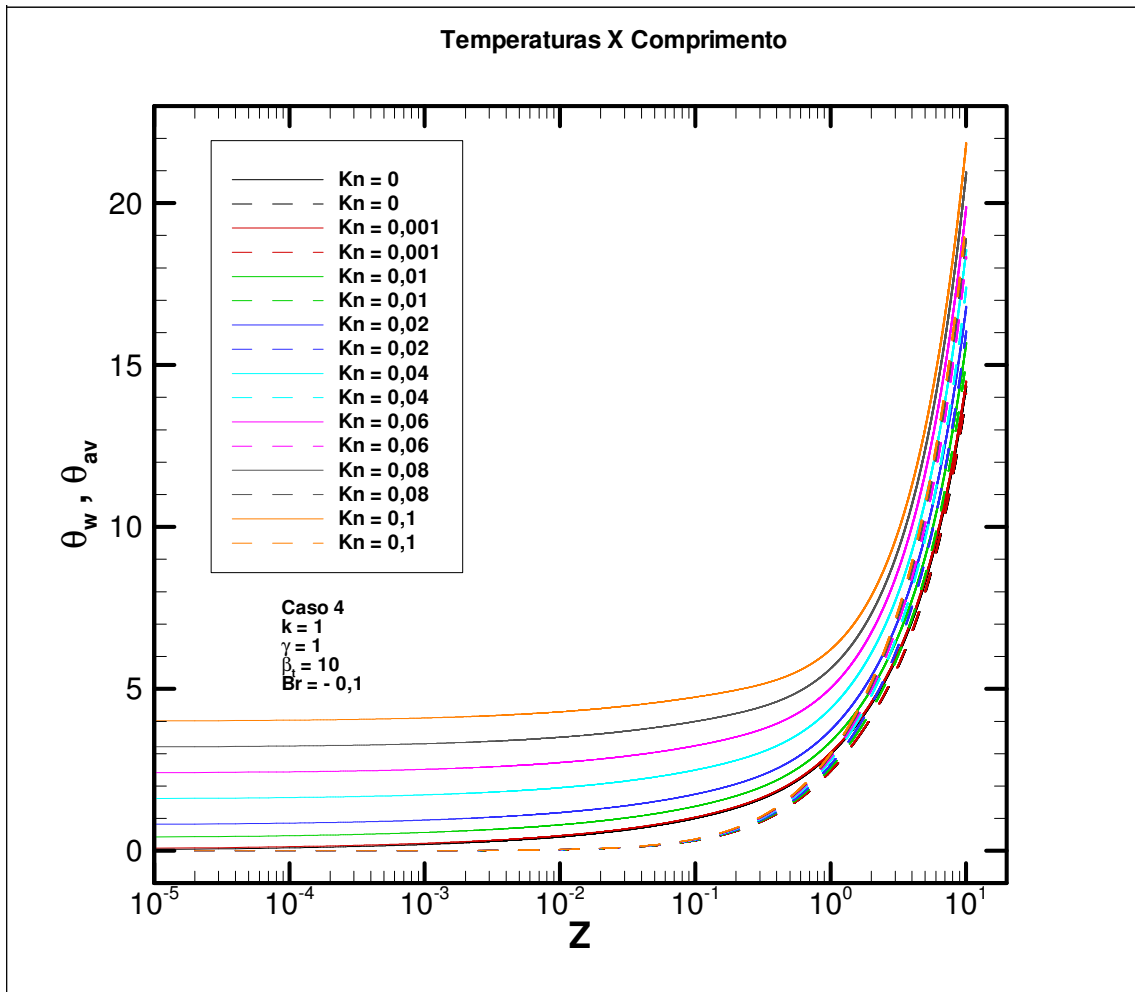


FIG. 7.212 Perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.

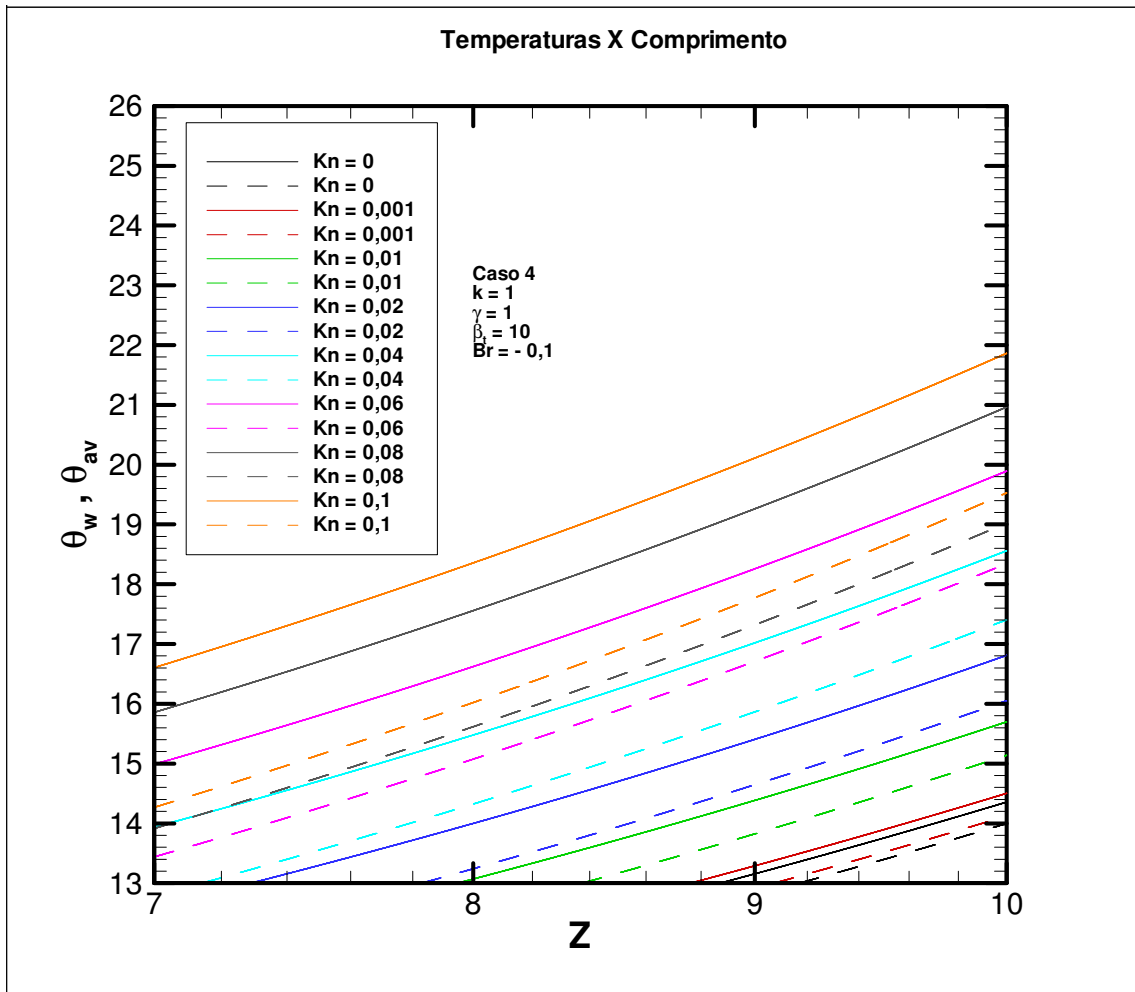


FIG. 7.213 Detalhe do perfil das temperaturas de superfície sólida e média para diferentes valores de Kn.



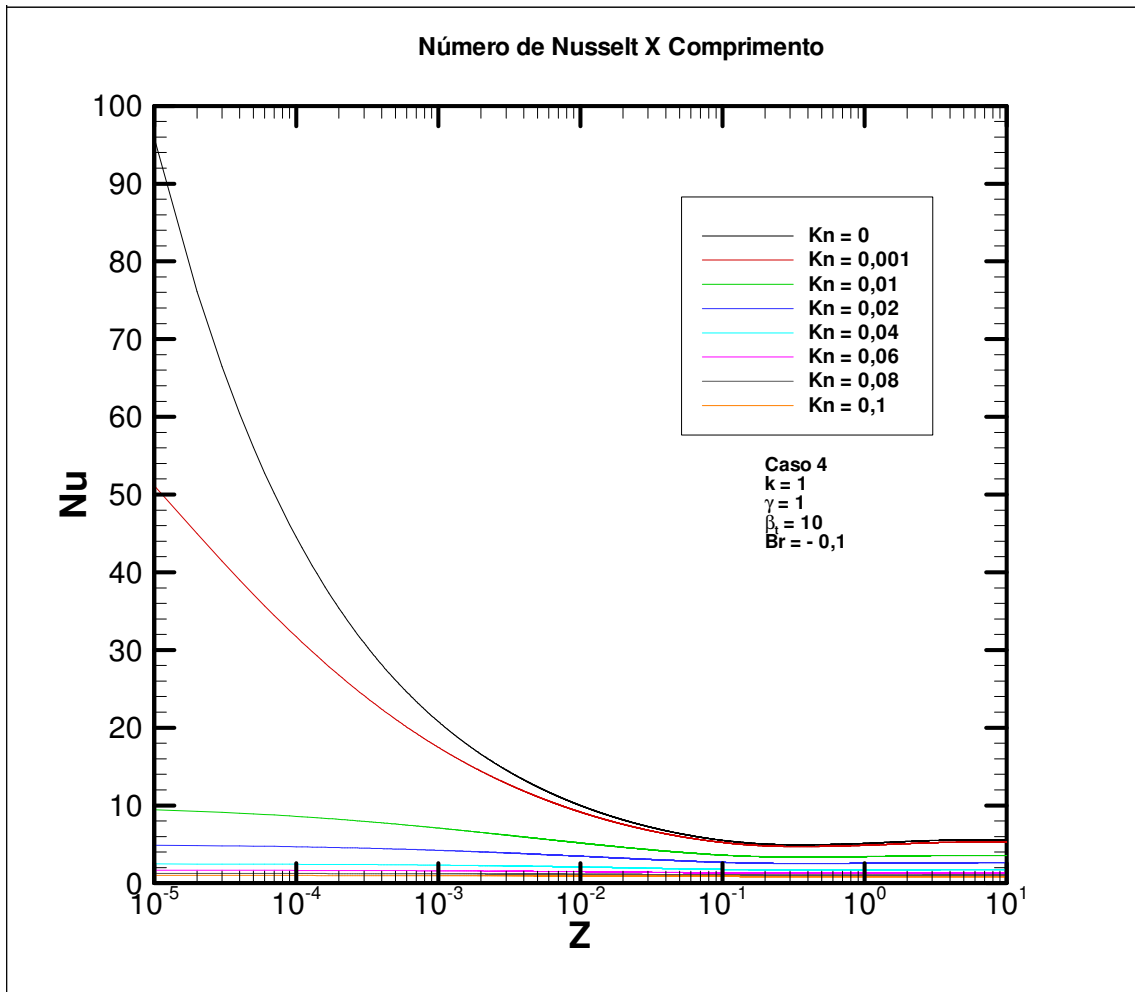


FIG. 7.214 Distribuição do Nu para diferentes valores de Kn.

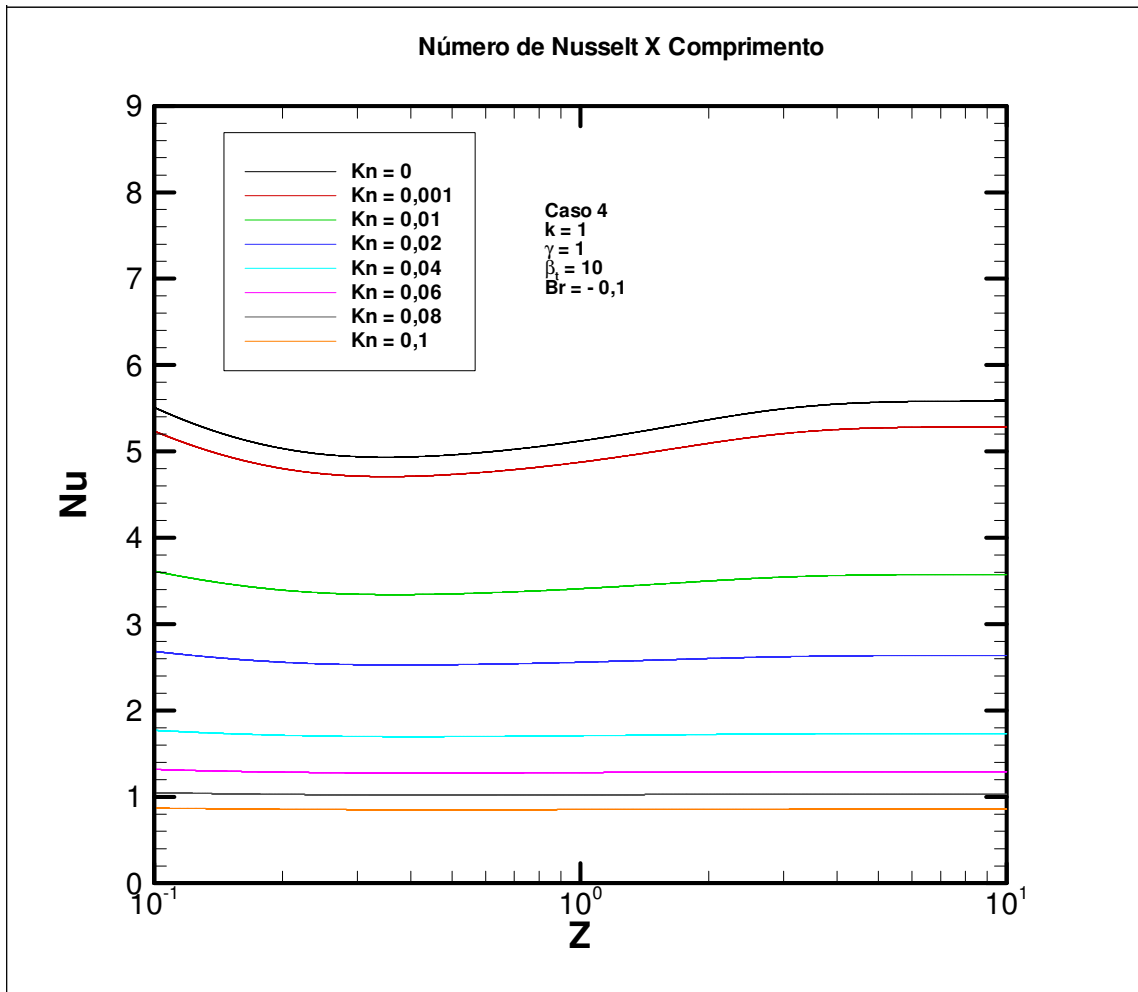


FIG. 7.215 Detalhe da distribuição do Nu para diferentes Kn.

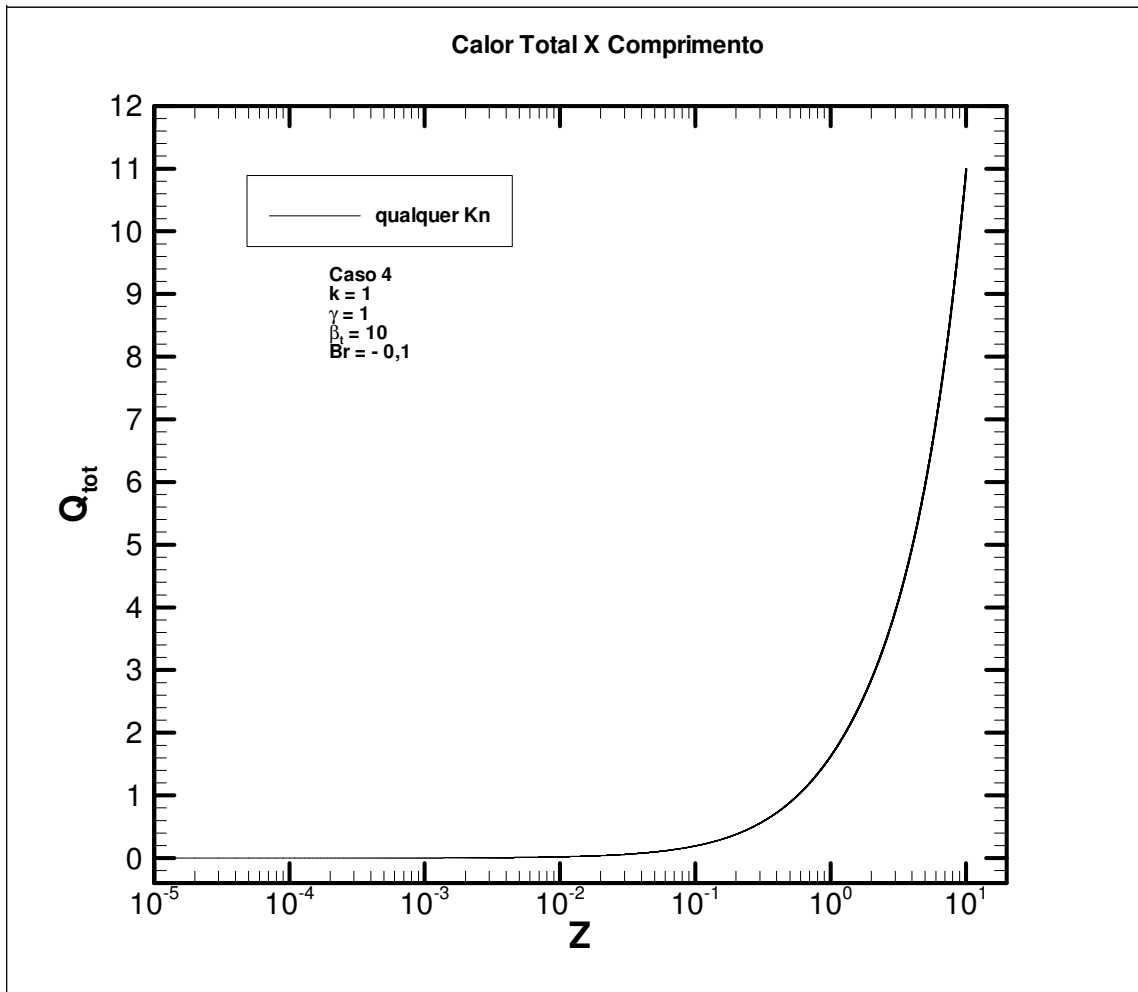


FIG. 7.216 Calor total para diferentes Kn.

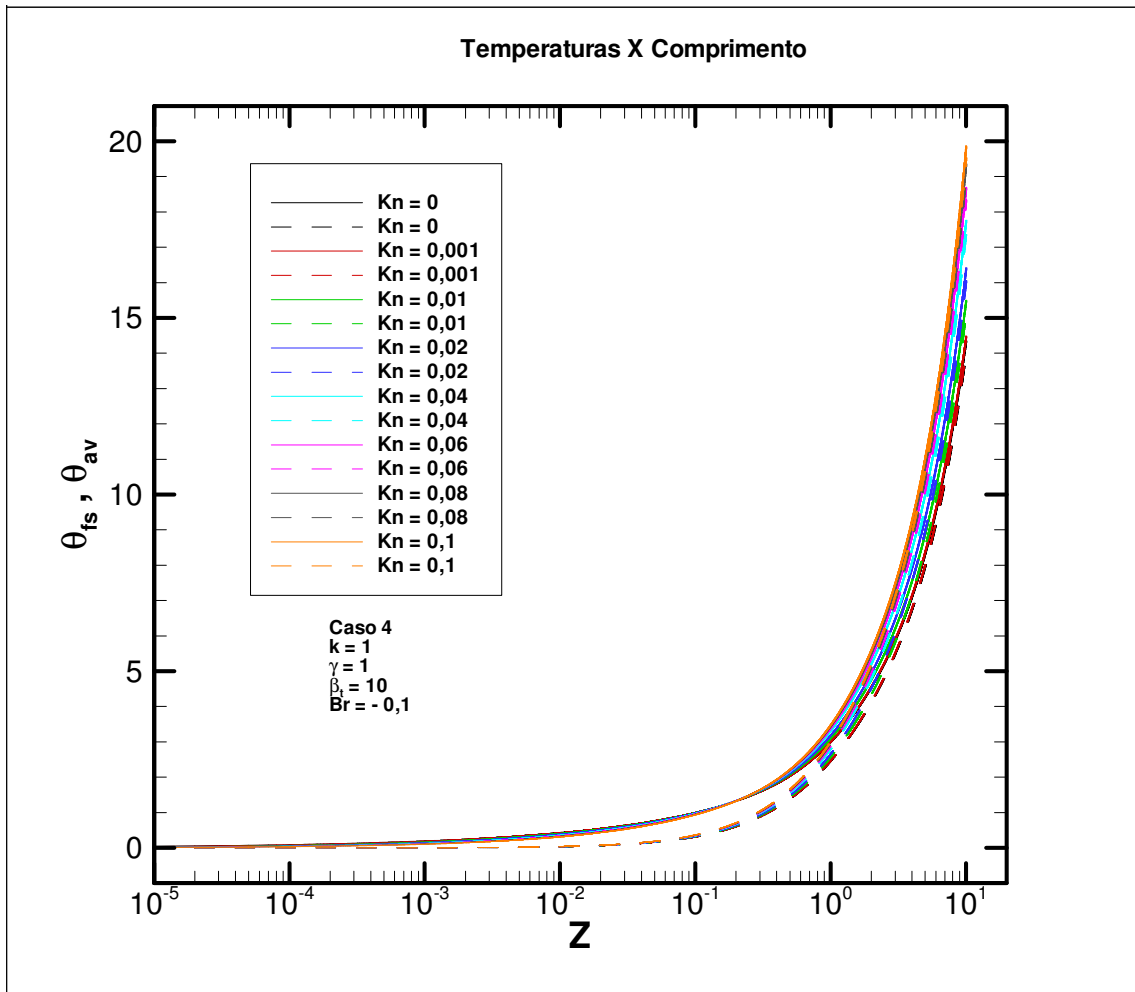


FIG. 7.217 Perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

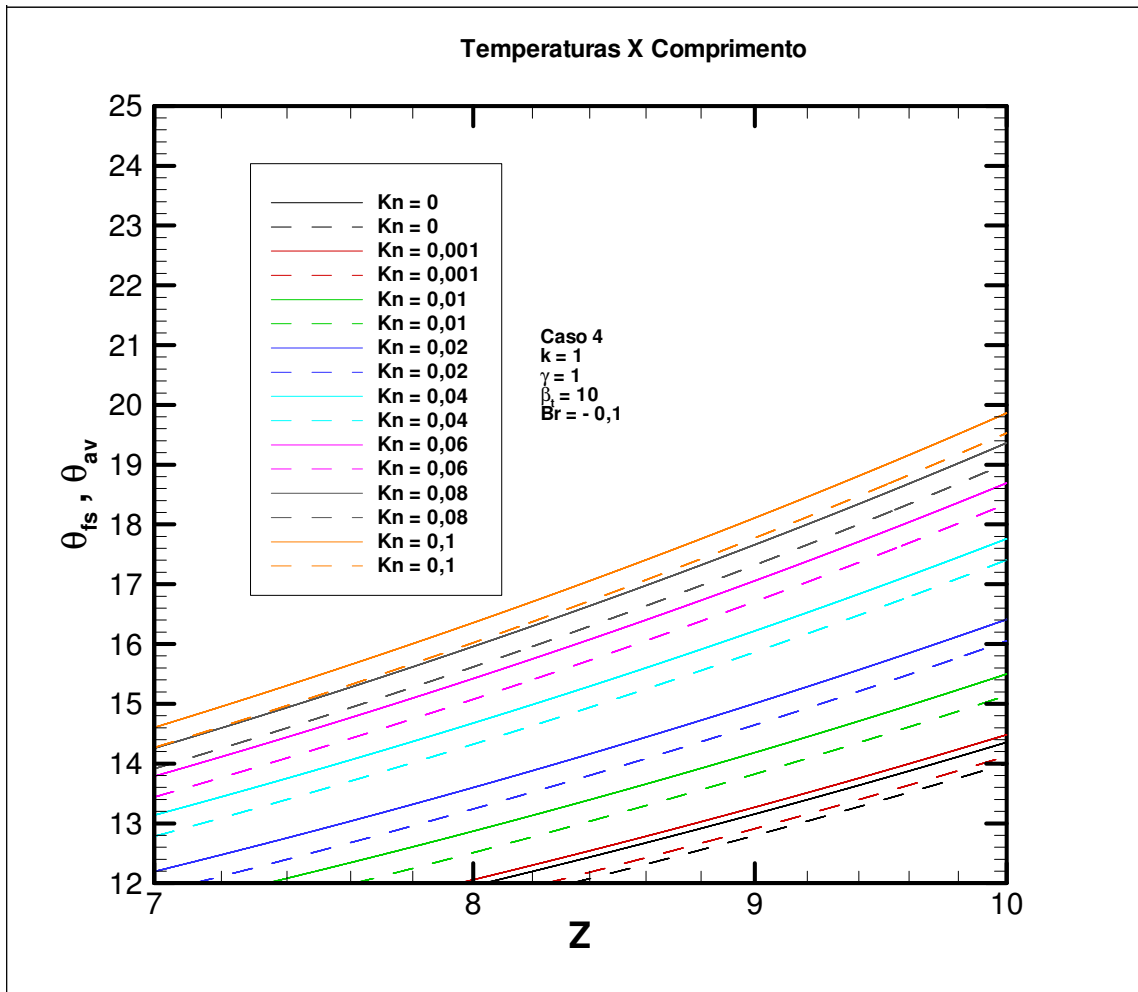


FIG. 7.218 Detalhe do perfil da temperatura do fluido junto à superfície sólida e temperatura média para diferentes valores de Kn.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)