

NIEL NASCIMENTO TEIXEIRA

**ANÁLISE GEODÉSICA DE DEFORMAÇÕES DA CROSTA EM REGIÕES  
DE GRANDES BARRAGENS A PARTIR DE DESLOCAMENTOS  
TRIDIMENSIONAIS OBTIDOS PELO SISTEMA DE POSICIONAMENTO  
GLOBAL**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito à obtenção do título de Doutor em Ciências Geodésicas.

Orientador:  
Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira

CURITIBA  
2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Teixeira, Niel Nascimento.

Análise geodésica de deformações da crosta em regiões de grandes barragens a partir de deslocamentos tridimensionais obtidos pelo sistema de posicionamento global / Niel Nascimento Teixeira. — Curitiba, 2005.

xxv, 268 f.: il.; tab.

Orientador: Luiz Danilo Damasceno Ferreira

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências da Terra.

1. Geodésia. 2. Crosta terrestre – Deslocamentos e deformações. 3. GPS. I. Ferreira, Luiz Danilo Damasceno. II. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências da Terra. III. Título.

Termos Livres: Análise geodésica de deformações. Colocação por mínimos quadrados. Função polinomial. Tensor de deformação. Coordenadas cartesianas geocêntricas tridimensionais.

CDD 20 551.8

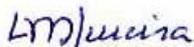
**“ANÁLISE GEODÉSICA DE DEFORMAÇÕES DA CROSTA EM  
REGIÕES DE GRANDES BARRAGENS A PARTIR DE  
DESLOCAMENTOS TRIDIMENSIONAIS OBTIDOS PELO  
SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL”**

**POR**

**NIEL NASCIMENTO TEIXEIRA**

Tese nº 039 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:

Curitiba, 31 de maio de 2005.



Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira - Orientador e Presidente (UFPR)



Prof. Dr. João Carlos Chaves – Membro (UNESP)



Prof. Dr. Jair Mendes Marques - Membro (UTP)



Prof. Dr. Pedro Luis Faggion - Membro (UFPR)



Prof. Dr. Romualdo Wandresen – Membro (UFPR)



Prof.ª Dr.ª Cláudia Pereira Krueger - Membro (UFPR)

Dedica-se este trabalho aos agrimensores,  
cartógrafos, geodestas e à todos os  
profissionais e pesquisadores envolvidos  
com a **análise de deformações**.

## AGRADECIMENTOS

O autor deseja externar seus agradecimentos aos professores, aos profissionais de instituições e aos colaboradores abaixo relacionados.

Ao Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira, Prof. do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela orientação, incentivo e apoio em todas as fases do doutorado.

Ao Dr. Camil Gemael, Prof. do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pelas reflexões, sugestões e críticas à melhoria da presente tese.

Ao Dr. Pedro Luis Faggion, Prof. do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pelas sugestões e discussões a respeito do tema pesquisado, bem como, pela disponibilização de informações a respeito da Usina Hidrelétrica de Salto Caxias.

Ao Dr. Luis Koenig Veiga, Prof. do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pelas sugestões à melhoria deste trabalho.

Ao Dr. João Carlos Chaves, Prof. do Curso de Engenharia Cartográfica da Universidade Estadual Paulista – Campus Presidente Prudente, pelas sugestões e discussões a respeito do tema pesquisado.

À Dr<sup>a</sup>. Cláudia Pereira Krueger, Professora e Coordenadora do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.

Ao Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas, Prof. do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas e Diretor do Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela disponibilização do Laboratório de Gravimetria e Marés Terrestres, para o processamento e ajustamento das observações GPS.

Aos professores do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas Universidade Federal do Paraná: Carlos Aurélio Nadal, Romualdo Wandresen, Anselmo Chaves Neto e Quintino Dalmolin.

Ao Dr. Moisés Ferreira Costa, Eng. de Geodésia da Petrobrás, pelas discussões e reflexões a respeito da aplicabilidade da Colocação por Mínimos Quadrados no tema pesquisado.

À Sr<sup>a</sup>. Verali Mônica Kleuser, secretaria do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas Universidade Federal do Paraná.

Ao Eng. Marcos Alberto Soares da COPEL, e Eng<sup>a</sup>. Roberta Bomfim Boszczowski do LACTEC, que não mediram esforços no sentido de viabilizar a coleta de dados GPS na região da Usina Hidrelétrica de Salto Caxias, através do projeto de Auscultação Geodésica, firmado

entre a COPEL/ANEL/LACTEC e UFPR através do laboratório de Instrumentação Geodésica.

Ao Sr. Roberto Rafael Zorzi, funcionário do LACTEC, e Sr. Marcelo Madeira, funcionário da COPEL, pelo auxílio nas atividades de campo.

Aos Alunos do Curso de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal do Paraná: Michele Beppler, Ricardo Vilar Nunes, Tatiane Michele da Luz, Mauro José Alexandrini Júnior, Vivian de Oliveira Fernandes, Fabiani das Dores Abati Miranda, Franciely Abati Miranda, Rogério Kanke e Wilson Anderson Holler, pela colaboração nos levantamentos GPS na região da Usina Hidrelétrica de Salto Caxias.

A todos os colegas do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná com os quais no período de elaboração da tese foram refletidas a aplicabilidade, a inter- e transdisciplinaridade do tema pesquisado.

Aos profissionais da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, o benefício da bolsa de estudos.

A minha esposa, Débora Oliveira dos Santos Teixeira, pelo amor, carinho, incentivo, apoio nos momentos difíceis e compreensão na minha ausência.

Aos meus pais, Niel Inácio Teixeira e Nildete Nascimento Teixeira, pelo amor, incansável dedicação, infinito carinho, apoio continuado, os quais contribuíram de maneira relevante para a realização deste sonho.

Aos meus irmãos: Ruth Nascimento Teixeira, Sóstenes Nascimento Teixeira, Débora Nascimento Teixeira, Rubens Nascimento Teixeira e Paulo Dã Nascimento Teixeira, pelo constante companheirismo, incentivo e apoio.

A João Pereira dos Santos, Raimunda Oliveira dos Santos, Itamar Oliveira dos Santos, Pitágora Oliveira dos Santos, Lissandra dos Santos e Edinéia, pelas palavras confortadoras e incentivadoras em todos os momentos.

Aos professores da Escola Média de Agropecuária Regional da CEPLAC – EMARC – Ur: Jaime Araújo Santos, Eduardo Cezar Almeida Lavinsky, Gilson Carvalho Guimarães (in memorian), Antônio Fernando Oliveira Matos, Efren de Moura Ferreira Filho, Niveal Pereira da Silva, José Joaquim Argolo Filho, Erenildes Reis Nascimento (in memorian), Adailton S. Souza (in memorian), José Everaldo Oliveira Santos, Marcos Emanuel Santana (in memorian), Jackson Emanuel B. Prado, Darci Santana, Maria Nilde Alcântara, Cordelita M. Souza, Alcina Guimarães e Edsel Fernandes, os quais me ensinaram os primeiros passos desta Ciência da Terra – indispensável a todas as atividades de posicionamento, a Agrimensura.

Finalmente, a Deus – Criador e Senhor do Universo. A menção deste por último, não repousa no fato dEle possuir menor importância ou participação no contexto deste trabalho ou mesmo de minha vida, muito pelo contrário; a Ele minha gratidão maior, pelo dom da vida, por suprir-me de inteligência e capacidade para realizar os sonhos que Ele mesmo me fez sonhar. Por isso, a Ele não somente gratidão, como também, adoração e louvor.

The three-dimensional methods of Earth deformation analysis lose the simplicity of computations in two-dimensional spaces. Moreover interpretation of the result of the analysis, namely three-dimensional deformation tensors and particularly invariants associated with them, is not easy task.

**Behazad Voosoghi**

Deformation is described by means of invariants of the strain tensor, which describes for each point the alteration of shape in a small (infinitesimal) neighborhood of the point.

**Athanasios Dermanis**

Teimamos em observar o que as lunetas nos oferecem. O céu não é só isto e nossos olhos não são só estes.

**Damário Dacruz**

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....</b>	<b>XII</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>XIX</b>
<b>LISTA DE GRÁFICOS .....</b>	<b>XX</b>
<b>LISTA DE QUADROS.....</b>	<b>XXI</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>XXI</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>XXIV</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>XXV</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>26</b>
1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES SOBRE O TEMA: DEFINIÇÃO DELIMITAÇÃO E IMPORTÂNCIA .....	26
1.1.1 Sismicidade Induzida por Reservatórios.....	7
1.1.1.1 Monitoramento Geodésico em Regiões de Grandes Barragens .....	9
1.1.2 Tratamento Analítico dos Movimentos e Deformações da Crosta.....	10
1.1.3 Proposta da Presente Pesquisa.....	14
1.2 JUSTIFICATIVA .....	15
1.2.1 Contribuições da Tese.....	15
1.2.2 Ligada à Contribuição Principal.....	17
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	17
<b>2 CONCEITUAÇÃO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>19</b>
2.1 GEOMETRIA DAS DEFORMAÇÕES.....	19
2.1.1 Deformação de um Corpo.....	19
2.1.2 Características das Deformações.....	20
2.1.2.1 Deformações Homogêneas e Heterogêneas .....	20
2.1.2.2 Deformação Finita e Infinitesimal.....	22
2.1.3 Estrutura do Processo de Deformação.....	23
2.1.3.1 Deslocamento .....	24
2.1.3.2 Extensão e Compressão .....	25
2.1.3.3 Cisalhamento Puro.....	27
2.1.3.4 Cisalhamento Simples .....	29
2.2 SISTEMAS DE COORDENADAS .....	30
2.2.1 Sistema de Referência Terrestre Convencional.....	31
2.2.2 Sistema Geodésico Local.....	34
2.3 TENSORES CARTESIANOS .....	35
2.3.1 Ordem dos Tensores.....	36
2.3.1.1 Tensor de Ordem Zero.....	36
2.3.1.2 Tensor de Primeira Ordem .....	37
2.3.1.3 Tensor de Segunda Ordem .....	38
2.3.1.4 Tensores de Ordem Elevada.....	39
2.3.2 Invariância.....	40

2.3.3	Tensores Simétricos e Anti-Simétricos.....	42
2.4	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO A PARTIR DOS DESLOCAMENTOS .....	45
2.4.1	O Tensor de Deformação e sua Decomposição.....	52
2.5	COMPONENTES PRINCIPAIS.....	56
2.5.1	Valor Próprio e Vetor Próprio.....	57
2.5.1.1	Propriedades dos Valores Próprios.....	59
2.5.2	Componente Principal de um Vetor Aleatório $x$ .....	61
2.6	TESTES ESTATÍSTICOS .....	63
2.6.1	Teste Global.....	63
2.6.2	Teste Data Snooping .....	65
2.6.3	Análise da Estabilidade das Estações de Referência.....	67
2.6.3.1	Medida de Sensibilidade.....	67
2.6.3.1.1	Estimativa dos Deslocamentos .....	68
2.6.3.1.2	Teste de Sensibilidade .....	69
2.7	SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL.....	73
2.7.1	Modernização do GPS .....	73
2.7.1.1	Segmento de controle .....	73
2.7.1.2	Segmento espacial .....	74
2.7.2	Métodos de Posicionamento GPS.....	75
2.7.2.1	Técnica estática .....	75
2.7.2.2	Técnica Estático Rápido .....	76
2.7.2.2.1	Estratégia de Resolução de Ambigüidades.....	77
2.7.3	Aplicação do GPS no Monitoramento de Movimentos da Crosta.....	78
2.7.3.1	Exemplos de Aplicações em Âmbito Local .....	80
2.7.4	Tipos e Fontes de Erros no Posicionamento GPS.....	82
<b>3</b>	<b>ESTIMAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO ..</b>	<b>85</b>
3.1	COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS.....	85
3.1.1	Fundamento Teórico .....	85
3.1.2	Matriz Variância Covariância .....	92
3.1.3	Mínimização e Solução.....	95
3.1.4	Precisão das Estimativas.....	98
3.1.5	Função Covariância.....	99
3.1.5.1	Determinação das Covariâncias Amostrais .....	102
3.1.5.2	Modelagem da Função Covariância .....	104
3.1.6	Testes Estatísticos Aplicados aos Parâmetros de Deformação Estimados pela Colocação .....	107
3.1.6.1	Teste Global Unilateral.....	107
3.1.6.2	Teste de Fischer .....	108
3.2	ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO A PARTIR DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL.....	109
3.2.1	Estimativa da Função Deslocamento .....	109
3.2.2	Testes Estatísticos Aplicados à Função Deslocamento.....	111
3.2.2.1	Análise da Qualidade do Modelo Ajustado .....	112

3.2.2.2 Teste de Significância dos Coeficientes da Função Deslocamento.....	113
3.2.3 Estimação dos Parâmetros de Deformação.....	114
3.3 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO.....	116
3.3.1 Rotação do Tensor de Deformação para o Sistema Geodésico Local.....	116
3.3.2 Representação dos Parâmetros de Deformação.....	117
3.3.2.1 Elipsóide e Elipse da Deformação Simétrica.....	118
3.3.2.2 Deformação Anti-Simétrica.....	123
<b>4 IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA DA METODOLOGIA.....</b>	<b>125</b>
4.1 ÁREA DE ESTUDO E LEVANTAMENTO DE CAMPO.....	125
4.1.1 Usinas da COPEL.....	125
4.1.2 Usina Hidrelétrica Salto Caxias.....	127
4.1.2.1 Informações Técnicas.....	128
4.1.2.2 Aspectos Geológicos.....	129
4.1.3 Pontos de Apoio, de Controle e RRNN.....	131
4.1.3.1 Monumentação e Identificação dos Pontos.....	132
4.1.3.1.1 Monumentação.....	132
4.1.3.1.2 Identificação das RRNN.....	133
4.1.3.1.3 Identificação das RRNN nos Levantamentos GPS.....	135
4.1.4 Levantamento de Campo.....	136
4.1.4.1 Planejamento.....	136
4.1.4.2 Metodologia de Campo.....	137
4.1.4.2.1 Equipamentos utilizados.....	137
4.1.4.2.2 Dados meteorológicos.....	137
4.1.4.3 Técnica de Posicionamento.....	137
4.1.4.3.1 Rastreio dos PA.....	138
4.1.4.3.2 Rastreio dos PC.....	141
4.1.4.3.3 Rastreio das demais RRNN.....	142
4.1.4.3.4 RRNN Não Rastreadas.....	143
4.2 PROCESSAMENTO E AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES.....	144
4.2.1 Programa Utilizado.....	144
4.2.2 Processamento e Ajustamento dos Dados.....	145
4.2.2.1 Processamento dos Dados.....	145
4.2.2.1.1 Desvio Padrão das Linhas de Base Processadas.....	152
4.2.2.2 Ajustamento dos PA e PC.....	161
4.2.2.2.1 Modelo Matemático.....	162
4.2.2.3 Coordenadas dos Pontos de Monitoramento e seus Respectiveos Desvios Padrão.....	170
4.3 TESTES ESTATÍSTICOS UTILIZADOS NA DETECÇÃO DE ERROS E DESLOCAMENTOS DOS PA E PC.....	175
4.3.1 Análises Estatísticas para Detecção de Erros.....	175
4.3.1.1 Análise do Teste Global.....	175
4.3.1.2 Análise do Teste Data Snooping.....	176
4.3.1.3 Análise Final do Teste Global e do Teste Data Snooping.....	179
4.3.1.4 Análise Estatística dos Deslocamentos dos Pontos de Referência (PA e PC).....	180
4.3.1.5 Deslocamentos dos Pontos de Monitoramento.....	184
<b>5 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO.....</b>	<b>187</b>

5.1 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO ESTIMADOS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL .....	187
5.1.1 Estatística Aplicada a Função Deslocamento .....	189
5.1.1.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado .....	189
5.1.2 Estimação dos Parâmetros de Deformação .....	191
5.2 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO ESTIMADOS PELA COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS.....	197
5.2.1 Estimação das Covariâncias Amostrais .....	198
5.2.2 Modelagem Numérica da Função Gaussiana.....	199
5.2.3 Estimação dos Parâmetros de Deformação Global .....	202
5.2.4 Análise Estatística .....	203
5.2.5 Vetor Aleatório $z$ , do Sinal $s'$ e do Ruído $n$ .....	204
5.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	213
5.3.1 Análise Estatística da Diferença Existente entre as Duas Soluções.....	218
5.4 REPRESENTAÇÃO DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO .....	220
5.4.1 Deformação Simétrica.....	220
5.4.2 Deformação Anti-Simétrica .....	227
5.5 ANÁLISE DA INTERPOLAÇÃO.....	231
<b>6 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>236</b>
6.1 CONCLUSÃO.....	236
6.2 RECOMENDAÇÕES.....	240
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>241</b>
<b>APÊNDICE 1 – BERNESE 4.2.....</b>	<b>256</b>
<b>APÊNDICE 2 – PROGRAMA LOCAL .....</b>	<b>264</b>
<b>APÊNDICE 3 – TESTE PARA A DIFERENÇA ENTRE DUAS MÉDIAS POPULACIONAIS <math>\mu_1</math> E <math>\mu_2</math> PARA O CASO DE DADOS EMPARELHADOS.....</b>	<b>267</b>
<b>APÊNDICE 4 – DESLOCAMENTOS EM COORDENADAS GEODÉSICAS.....</b>	<b>268</b>

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARNSS	:	<i>Aeronautical Radio Navigation Services</i>
Auto-Nav	:	Navegação Autônoma
BIH	:	<i>Bureau International de l'Heure</i>
C/A	:	<i>Coarse Acquisition</i>
CCR	:	Concreto Compactado a Rolo
CCV	:	Concreto Convencional
CIO	:	<i>Conventional International Origin</i>
CODE	:	Centro de Determinação de Órbitas da Europa
COPEL	:	Companhia Paranaense de Energia
CTP	:	<i>Conventional International Pole</i>
CTRS	:	Sistema de Referência Terrestre Convencional
ERP	:	<i>Earth Rotation Parameters</i>
FARA	:	<i>Fast Ambiguity Resolution Approach</i>
GEODYSSSEA	:	<i>Geodynamics of South and South-East-Asia</i>
GEONET	:	<i>GPS Earth Observation NETWORK</i>
GPS	:	<i>Global Positioning System</i>
IERS	:	<i>International Earth Rotation Service</i>
IGS	:	<i>International GPS Service</i>
LAGE	:	Laboratório de Geodésia Espacial
LAIG	:	Laboratório de Aferição e Instrumentação Geodésica
LLR	:	<i>Lunar Laser Ranging</i>
M.M.Q.	:	Método dos Mínimos Quadrados
MVC	:	Matriz Variância-Covariância
NAVSTAR	:	<i>NAVigation System Timing And Ranging</i>
NIMA	:	<i>National and Mapping Imagery Agency</i>
PA	:	Pontos de Apoio
PC	:	Pontos de Controle
QIF	:	<i>Quasi-Ionosphere-Free</i>
RBMC	:	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RMS	:	<i>Ratio Mean Square</i>
RNAAC-SIR	:	<i>Regional Network Associate Analysis Center – South America</i>
RRNN	:	Rede de Referência de Nivelamento Nacional
SAGA	:	<i>South American Geodynamic Activities</i>
SCIGN	:	<i>Southern California Integrated GPS Network</i>
SD	:	<i>Selective Denial</i>
SGL	:	Sistema Geodésico Local

SIMEPAR	:	Sistema Meteorológico do Estado do Paraná
SIR	:	Sismicidade Induzida por Reservatórios
SIRGAS	:	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SLR	:	<i>Satellite Laser Ranging</i>
UEPP	:	Universidade Estadual de Presidente Prudente
UFPR	:	Universidade Federal do Paraná
UHE	:	Usina Hidrelétrica
USGS	:	<i>United States Geological Survey</i>
USNO	:	<i>United States National Observatory</i>
VLBI	:	<i>Very Long Baseline Interferometry</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

Devido ao fato deste trabalho envolver vários ramos da ciência, a consistência em termos de notação é difícil de ser obtida. Por exemplo, o símbolo  $\lambda$  poder ser longitude geodésica ou valor próprio; o símbolo “e”, pode ser a elongação ou o vetor de coeficientes da função polinomial. Deste modo, para a interpretação dos mesmos, é necessário ater-se ao contexto em que o mesmo encontra-se inserido.

### 1 Geometria das Deformações e Tensores Cartesianos

$w_{ij}^S$	:	Tensor de segunda ordem simétrico
$w_{ij}^A$	:	Tensor de segunda ordem anti-simétrico
$\Delta$	:	Dilatação ou divergente do deslocamento
$\xi_i$	:	Tensor de primeira ordem
$\omega_{ij} = \omega$	:	Tensor de deformação anti-simétrica de segunda ordem
$\varepsilon_{m\acute{a}x.}$	:	Deformação máxima
$\varepsilon_x$	:	Deformação específica correspondente ao eixo X
$\omega_x$	:	Rotação diferencial média em torno do eixo X
$(X_1, Y_1, Z_1)$	:	Coordenadas cartesianas de um determinado ponto antes da deformação

$(X_2, Y_2, Z_2)$	:	Coordenadas cartesianas de um determinado após a deformação
$\gamma_{xy}$	:	Cisalhamento simples correspondente ao plano XY
$\gamma_{xz}$	:	Cisalhamento simples correspondente ao plano XZ
$\varepsilon_y$	:	Deformação específica correspondente ao eixo Y
$\omega_y$	:	Rotação diferencial média em torno do eixo Y
$\gamma_{yz}$	:	Cisalhamento simples correspondente ao plano YZ
$\varepsilon_z$	:	Deformação específica correspondente ao eixo Z
$\omega_z$	:	Rotação diferencial média em torno do eixo Z
$\mathbf{d}_i$	:	Vetor deslocamento
$e$	:	Elongação
$\mathbf{E}$	:	Tensor de deformação não-translacional de segunda ordem
$e_{ij} = \varepsilon$	:	Tensor de deformação simétrica de segunda ordem
$K$	:	Elongação quadrática
$L$	:	Distância entre dois pontos no estado não deformado
$L'$	:	Distância entre dois pontos no estado deformado
$l_{ij}$	:	co-senos diretores entre o novo e o antigo sistema de coordenadas
$m$	:	Escalar genérico
$S$	:	Distensão
$u, v$ e $w$	:	Componentes dos deslocamentos de um ponto genérico nas direções dos eixos X, Y e Z, respectivamente
$\mathbf{w}'_{ij}$ e $\mathbf{w}'_{km}$	:	Tensores de segunda ordem
$\mathbf{w}'_{ij\dots}$	:	Tensor de ordem n
$\mathbf{w}'_{ijk}$	:	Tensor de terceira ordem
$\mathbf{w}'_{ijkl}$	:	Tensor de quarta ordem
$x_i$ e $x'_i$	:	Coordenadas cartesianas em dois sistemas distintos

## 2 Componentes Principais

$\lambda_i$	:	i-ésimo Valor próprio da matriz variância-covariância
$\mathbf{A}$	:	Matriz quadrada simétrica
$\mathbf{m}$	:	Vetor não nulo
$\mathbf{I}$	:	Matriz identidade
$P(\lambda)$	:	Polinômio característico da matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{m}_i$ e $\mathbf{m}_j$	:	Vetores próprios ortogonais entre si
$R$	:	Característica de uma matriz simétrica nxn

$\mathbf{x}$	:	Vetor aleatório
$\lambda_{\text{máx.}}$	:	Valor próprio máximo
$y_i$	:	i-ésima componente principal
$\mathbf{M}$	:	Matriz dos vetores próprios
$y_n$	:	n-ésima componente principal

### 3 Estatística

$\hat{\sigma}_0^2$	:	Fator de variância a posteriori
$\sigma_0^2$	:	Fator de variância a priori
$\chi^{*2}$	:	Distribuição de probabilidade qui-quadrado – valor calculado
$\chi_{v;1-\alpha}^2$	:	Distribuição de probabilidade qui-quadrado com $v$ graus de liberdade e nível de confiança $1-\alpha$
$Z_{\frac{\alpha_0}{2}}$ e $Z_{1-\frac{\alpha_0}{2}}$	:	Extremos da distribuição normal reduzida
$\mathbf{L}_1^a$ ; $\mathbf{L}_2^a$	:	Observações ajustadas da primeira e segunda campanha, respectivamente
$\mathbf{P}_{\text{dobs}}$	:	Matriz dos pesos das observações única
$\bar{\sigma}_0^2$	:	Variância a posteriori única entre duas campanhas realizadas
$F_{m_{di}, v_1+v_2, \alpha}$	:	Valor teórico do teste de sensibilidade baseada na distribuição F de snedecor
$\delta_0$	:	Parâmetro de não-centralidade
$F_{1-\alpha(r_e, r)}$	:	Valor teórico do teste da análise da qualidade do modelo ajustado (função polinomial), baseado na distribuição de Fischer
$F_{1-\alpha(1, r)}$	:	Valor teórico do teste de significância de um coeficiente individual
$F_{a; v_2; \alpha}$	:	Valor teórico do teste de Fischer sensibilidade baseada na distribuição F de snedecor
$\alpha_0$	:	Desigualdade de Bonferroni
$v_1$ e $v_2$	:	Graus de liberdade dos modelos 1 e 2, respectivamente
$\Sigma_d$	:	Matriz variância-covariância dos deslocamentos
$\omega_i$	:	Resíduos individuais do teste data snooping
$\Sigma_v$	:	Matriz variância-covariância dos resíduos
$1-\alpha$	:	Nível de confiança

$1-\beta$	:	Qualidade ou poder do teste
$a$	:	Número de parâmetros de deformações do modelo 1
<b>B</b>	:	Matriz das derivadas parciais
$b$	:	Número de parâmetros de deformações do modelo 2
$\mathbf{c}_i$	:	Vetor de zeros exceto para $i$ -ésima posição que contém o resíduo a ser analisado
<b>d</b>	:	Vetor de deslocamentos
$d_{\min.}$	:	Deslocamento mínimo detectável
$F_{0i}$	:	Estatística para testar a hipótese nula do teste de sensibilidade, baseada na distribuição F de snedecor
$F_A$	:	Estatística para testar a hipótese alternativa do teste de sensibilidade, baseada na distribuição F de snedecor
$F_c$	:	Estatística associada ao teste de Fischer baseada na distribuição F de snedecor
$h$	:	Valor limite do teste data snooping
$H_0$	:	Hipótese nula
$H_{0i}$ e $H_A$	:	Hipóteses nula e alternativa do teste de sensibilidade
$H_1$	:	Hipótese alternativa
$m_{di}$	:	Dimensão do vetor deslocamento
$n$	:	Número de observações
<b>P</b>	:	Matriz dos pesos
<b><math>Q_d</math></b>	:	Matriz cofatora dos deslocamentos
<b><math>Q_v</math></b>	:	Matriz cofatora dos resíduos
$r$	:	Graus de liberdade associados aos ajustamentos das observações da rede realizadas em duas épocas
$v_i$	:	$i$ -ésimo resíduo
$w_e$	:	Estatística do teste da análise da qualidade do modelo ajustado (função polinomial), baseado na distribuição de Fischer
$y_i$	:	Estatística do teste de significância de um coeficiente individual

#### 4 Estimação e Representação dos Parâmetros de Deformação

$\Sigma_{\mathbf{S}\mathbf{L}_b}$	:	Matriz covariância cruzada entre o sinal $\mathbf{s}'$ e as observações $\mathbf{L}_b$
$\Sigma_{\mathbf{S}\mathbf{S}'}$	:	Matriz covariância cruzada entre os sinais $\mathbf{s}$ e $\mathbf{s}'$
$\Phi_{(\varphi, \lambda)}$	:	Matriz de rotação que relaciona o sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas ao Sistema Geodésico Local
$\xi$	:	Comprimento de correlação
$\Delta$	:	Distância entre dois pontos cuja correlação é considerada
$\phi$	:	Forma quadrática fundamental
$\chi$	:	Parâmetro de curvatura
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	:	Eixos principais de deformação ou deformações principais
$\Sigma_e$	:	Matriz variância-covariância dos coeficientes da função polinomial
$\Sigma_{\mathbf{L}_b}$	:	Matriz variância covariância das observações $\mathbf{L}_b$
$\Sigma_n$	:	Matriz variância-covariância do vetor dos ruídos
$\Sigma_{\mathbf{s}'}$	:	Matriz variância-covariância do vetor dos sinais
$\Sigma_v$	:	Matriz variância-covariância dos resíduos
$\Sigma_z$	:	Matriz variância-covariância do vetor aleatório
$3m$	:	Número de coeficientes da função polinomial
$3q$	:	Número de observações
$\mathbf{A}$	:	Matriz das derivadas parciais
$\mathbf{B}$	:	Matriz nula
$C(\mathbf{r})$	:	Função covariância Gaussiana
$C_0$ e “a”	:	Parâmetros da função covariância
$C_1$	:	Variância da observação
$C_1(\Delta)$	:	Covariância amostral estimada a partir das observações
$C_1(0)$	:	Variância amostral estimada a partir das observações
$C_n$	:	Variância do ruído
$C_s$	:	Variância do sinal
$\mathbf{D}$	:	Matriz das derivadas parciais, similar à matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{e}$	:	Vetor dos coeficientes da função polinomial
$\mathbf{E}'$	:	Tensor não-translacional de segunda ordem rotacionado para o Sistema Geodésico Local
$\mathbf{I}$	:	Matriz identidade
$k$	:	Grau do polinômio
$\mathbf{K}$	:	Multiplicador de lagrange
$\mathbf{L}_b$	:	Vetor das observações

<b>n</b>	:	Vetor dos ruídos, que representa os erros das observações
<b>P</b>	:	Matriz dos pesos
<b>p</b>	:	Número de pontos de cálculo
<b>q</b>	:	Número de pontos de observação
<b>Q<sub>v</sub></b>	:	Matriz dos coeficientes de peso, também chamada de matriz cofatora dos resíduos
<b>r</b>	:	Distância entre dois pontos no espaço tridimensional
<b>s'</b>	:	Vetor dos sinais nos pontos de observação, que representa o efeito sistemático nas mesmas
<b>T</b>	:	Vetor dos valores interpolados
<b>u</b>	:	Número de parâmetros de deformações
<b>u, v e w</b>	:	Componentes dos deslocamentos das direções X, Y e Z, respectivamente
<b>W</b>	:	Vetor da diferença entre o vetor das observações aproximadas e o vetor das observações
<b>X</b>	:	Vetor de correções aos parâmetros
<b>X<sub>a</sub></b>	:	Vetor dos parâmetros ajustados
<b>z</b>	:	Vetor aleatório, que contém o efeito integrado de n e s'

## 5 Geodésia

$\zeta$	:	Ângulo zenital elipsóidico
$\varphi$	:	Latitude geodésica
$\lambda$	:	Longitude geodésica
$(X^*, Y^*, Z^*)$	:	Terno cartesiano topocêntrico relacionado ao SGL
$(X, Y, Z)$	:	Terno cartesiano geocêntrico relacionado ao CTRS
$A_g$	:	Azimute geodésico
<b>G</b>	:	Centro de massa da Terra
<b>h</b>	:	Altitude geométrica ou elipsóidica
<b>P<sub>0</sub></b>	:	Origem dos sistemas topocêntricos

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – HIERARQUIA DOS MODELOS EM ANÁLISE GEODÉSICA DE DEFORMAÇÕES .....	3
FIGURA 1.2 – COMPOSIÇÃO DA ESTRUTURA INTERNA DA TERRA .....	5
FIGURA 1.3 – EFEITO DA APLICAÇÃO DE CARGAS .....	7
FIGURA 2.1 – DEFORMAÇÃO DE UM CORPO .....	20
FIGURA 2.2 – DEFORMAÇÃO HOMOGÊNEA .....	21
FIGURA 2.3 – DEFORMAÇÃO HETEROGÊNEA .....	22
FIGURA 2.4 – DEFORMAÇÃO DE UM CORPO GENÉRICO B .....	24
FIGURA 2.5 – ILUSTRAÇÃO DA EXTENSÃO OU CONTRAÇÃO .....	25
FIGURA 2.6 – SISTEMA CARTESIANO ASSOCIADO À BARRA .....	27
FIGURA 2.7 – DEFORMAÇÃO DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DA BARRA POR CISALHAMENTO PURO .....	28
FIGURA 2.8 – DEFORMAÇÃO DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DA BARRA POR CISALHAMENTO PURO E SIMPLES .....	29
FIGURA 2.9 – SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS E GEODÉSICAS .....	31
FIGURA 2.10 – REPRESENTAÇÃO DO CTRS.....	33
FIGURA 2.11 – REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA GEODÉSICO LOCAL.....	34
FIGURA 2.12 – DESLOCAMENTO DE UM PONTO M.....	46
FIGURA 2.13 – DESLOCAMENTO DE DOIS PONTOS M E N .....	47
FIGURA 2.14 – DECOMPOSIÇÃO ANALÍTICA DA DEFORMAÇÃO .....	55
FIGURA 2.15 – ESTRUTURA DOS SINAIS GPS APÓS A MODERNIZAÇÃO .....	74
FIGURA 3.1 – REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DA COLOCAÇÃO.....	87
FIGURA 3.2 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA GAUSSIANA.....	100
FIGURA 3.3 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA A PARTIR DOS DADOS .....	104
FIGURA 3.4 – ELIPSÓIDE DA DEFORMAÇÃO SIMÉTRICA.....	119
FIGURA 3.5 – ELIPSE DE DEFORMAÇÃO REFERENTE AO PLANO $X^*Y^*$ .....	120
FIGURA 3.6 – ELIPSE DE DEFORMAÇÃO REFERENTE AO PLANO $X^*Z^*$ .....	121
FIGURA 3.7 – ELIPSE DE DEFORMAÇÃO REFERENTE AO PLANO $Y^*Z^*$ .....	122
FIGURA 3.8 – REPRESENTAÇÃO DA ROTAÇÃO DIFERENCIAL MÉDIA .....	124
FIGURA 4.1 – LOCALIZAÇÃO DAS USINAS DA COPEL.....	126
FIGURA 4.2 – LOCALIZAÇÃO DA CIDADE DE CAPITÃO LEÔNIDAS MARQUES E DA UHE DE SALTO CAXIAS NO MAPA DO PARANÁ .....	128
FIGURA 4.3 – VISTA PANORÂMICA DA BARRAGEM DE SALTO CAXIAS .....	129
FIGURA 4.4 – MAPA GEOLÓGICO DO ESTADO DO PARANÁ.....	130
FIGURA 4.5 – CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA DOS PA E PC .....	131
FIGURA 4.6 – RRNN IMPLANTADAS NA REGIÃO.....	133
FIGURA 4.7 – PLANTA GERAL DO RESERVATÓRIOERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	

FIGURA 4.8 – VETORES DE POSIÇÃO GERADOS EM UM PONTO RELATIVO EM FUNÇÃO DE DOIS PONTOS BASE .....	162
FIGURA 5.1 – COMPONENTES $\partial U$ DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO .....	191
FIGURA 5.2 – COMPONENTES $\partial V$ DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO .....	192
FIGURA 5.3 - COMPONENTES $\partial W$ DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO .....	192
FIGURA 5.4 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA PARA A COMPONENTE X .....	200
FIGURA 5.5 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA PARA A COMPONENTE Y .....	201
FIGURA 5.6 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA PARA A COMPONENTE Z .....	201
FIGURA 5.7 – COMPONENTE X DO VETOR ALEATÓRIO Z .....	205
FIGURA 5.8 – COMPONENTE Y DO VETOR ALEATÓRIO Z .....	205
FIGURA 5.9 – COMPONENTE Z DO VETOR ALEATÓRIO Z .....	206
FIGURA 5.10 – COMPONENTE X DO SINAL S' .....	207
FIGURA 5.11 – COMPONENTE Y DO SINAL S' .....	207
FIGURA 5.12 – COMPONENTE Z DO SINAL S' .....	208
FIGURA 5.13 – COMPONENTE X DO RUÍDO N .....	209
FIGURA 5.14 – COMPONENTE Y DO RUÍDO N .....	209
FIGURA 5.15 – COMPONENTE Z DO RUÍDO N .....	210
FIGURA 5.16 – DIFERENÇAS EXISTENTES ENTRE OS DESLOCAMENTOS ORIGINAIS E OS FILTRADOS PELO RUÍDO N .....	212
FIGURA 5.17 – ELIPSES DE DEFORMAÇÃO – PLANO X*Y*ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
FIGURA 5.18 – ELIPSES DE DEFORMAÇÃO – PLANO X*Z*ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
FIGURA 5.19 – ELIPSES DE DEFORMAÇÃO – PLANO Y*Z*ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
FIGURA 5.20 – ROTAÇÃO DIFERENCIAL EM TORNO DO EIXO X* .....	ERRO!
INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
FIGURA 5.21 – ROTAÇÃO DIFERENCIAL EM TORNO DO EIXO Y* .....	ERRO!
INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
FIGURA 5.22 – ROTAÇÃO DIFERENCIAL EM TORNO DO EIXO Z* .....	ERRO!
INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
FIGURA 5.23 – COMPONENTE X DO SINAL S .....	232
FIGURA 5.24 – COMPONENTE Y DO SINAL S .....	232
FIGURA 5.25 – COMPONENTE Z DO SINAL S .....	233
FIGURA 5.26 – DIFERENÇA X PARA COLOCAÇÃO E FUNÇÃO POLINOMIAL .....	234
FIGURA 5.27 – DIFERENÇA Y PARA COLOCAÇÃO E FUNÇÃO POLINOMIAL .....	234
FIGURA 5.28 – DIFERENÇA Z PARA COLOCAÇÃO E FUNÇÃO POLINOMIAL .....	235

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 4.1 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS ENTRE OS PA E PC – PROCESSADAS .....	152
GRÁFICO 4.2 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS ENTRE OS PA E PC – PROCESSADAS .....	153
GRÁFICO 4.3 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC207 – PROCESSADAS: .....	154
GRÁFICO 4.4 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC207 – PROCESSADAS: .....	154
GRÁFICO 4.5 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC318 – PROCESSADAS: .....	156
GRÁFICO 4.6 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC318 – PROCESSADAS: .....	156
GRÁFICO 4.7 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC611 – PROCESSADAS: .....	158
GRÁFICO 4.8 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC611 – PROCESSADAS: .....	158

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 4.1 – ARQUIVO DE SAÍDA GERADO PELO PROGRAMA MAUPRP .....	147
QUADRO 4.2 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA01-PC403.....	148
QUADRO 4.3 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA03-PC403.....	149
QUADRO 4.4 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA01-PC403.....	150
QUADRO 4.5 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA03-PC403.....	151

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1.1 – CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS DE DEFORMAÇÃO COM RELAÇÃO AOS FATORES TEMPO E APLICAÇÃO DE CARGAS .....	4
TABELA 2.1 – PARÂMETRO DE NÃO-CENTRALIDADE EM FUNÇÃO DO PODER DE TESTE ( $1-\beta_0$ ) E NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA ( $\alpha_0$ ) .....	71
TABELA 4.1 – CORRESPONDÊNCIA ENTRE A DENOMINAÇÃO ORIGINAL DAS RRNN E O NOVO CÓDIGO ADOTADO POR OCASIÃO DOS RASTREIOS .....	135
TABELA 4.2 – LOCALIZAÇÃO DOS PONTOS DE APOIO.....	136

TABELA 4.3 – COORDENADAS GEODÉSICAS E CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS PARA E UEPP, ÉPOCA 1995,4.....	<b>138</b>
TABELA 4.4 – COMPONENTES DAS VELOCIDADES NO SISTEMA CARTESIANO, SEGUNDO O MODELO GEOFÍSICO NNR-NUVEL-1A.....	<b>139</b>
TABELA 4.5 – COORDENADAS GEODÉSICAS E CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS PARA E UEPP, ÉPOCAS 1998,70 E 2002,96.....	<b>140</b>
TABELA 4.6 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE.....	<b>140</b>
TABELA 4.7 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE FORMADAS ENTRE OS PA E OS PC – PRIMEIRA CAMPANHA .....	<b>141</b>
TABELA 4.8 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE FORMADAS ENTRE OS PA E OS PC – SEGUNDA CAMPANHA .....	<b>141</b>
TABELA 4.9 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE FORMADAS ENTRE OS PC E OS PONTOS DE MONITORAMENTO .....	<b>142</b>
TABELA 4.10 – RMS DA SOLUÇÃO DA TRIPLA DIFERENÇA DE FASE EM LINHAS DE BASE QUE ULTRAPASSARAM O VALOR DE 1 CM .....	<b>147</b>
TABELA 4.11 – PRECISÃO MÉDIA DAS COORDENADAS DAS LINHAS DE BASE	<b>160</b>
TABELA 4.12 PONTOS BASE E RELATIVOS UTILIZADAS NOS AJUSTAMENTOS (1ª CAMPANHA).....	<b>164</b>
TABELA 4.13 – PONTOS BASE E RELATIVAS UTILIZADAS NOS AJUSTAMENTOS (2ª CAMPANHA) .....	<b>164</b>
TABELA 4.14 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS AJUSTADAS COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA).....	<b>165</b>
TABELA 4.15 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS AJUSTADAS COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA).....	<b>166</b>
TABELA 4.16 – VETORES DE POSIÇÃO AJUSTADOS COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA) .....	<b>167</b>
TABELA 4.17 – VETORES DE POSIÇÃO AJUSTADOS COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA) .....	<b>168</b>
TABELA 4.18 – RESÍDUOS ESTIMADOS (1ª E 2ª CAMPANHA).....	<b>169</b>
TABELA 4.19 – VARIÂNCIAS A POSTERIORI DE TODAS OS PONTOS RELATIVOS ENVOLVIDOS – PA E PC – NOS AJUSTAMENTOS DA 1ª E 2ª CAMPANHA .....	<b>170</b>
TABELA 4.20 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC207, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA) .....	<b>171</b>
TABELA 4.21 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC318, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA).....	<b>172</b>
TABELA 4.22 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC611, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA) .....	<b>172</b>

TABELA 4.23 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC207, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA) .....	173
TABELA 4.24 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC318, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA) .....	174
TABELA 4.25 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC611, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA) .....	174
TABELA 4.26 – RESULTADOS DOS TESTES GLOBAL DOS PA E PC REFERENTES A 1ª E A 2ª CAMPANHA.....	176
TABELA 4.27 – RESULTADOS DO TESTE DATA SNOOPING PARA A PRIMEIRA CAMPANHA .....	177
TABELA 4.28 – RESULTADOS DO TESTE DATA SNOOPING PARA A SEGUNDA CAMPANHA .....	178
TABELA 4.29 – DESLOCAMENTOS ESTIMADOS E RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO.....	180
TABELA 4.30 – VARIÂNCIA A POSTERIORI ÚNICA ENTRE AS DUAS ÉPOCAS ....	181
TABELA – 4.31 RESULTADOS DO TESTE DE SENSIBILIDADE E DECISÃO A RESPEITO DA ESTABILIDADE DOS PONTOS .....	182
TABELA 4.32 – ESTATÍSTICA DA HIPÓTESE ALTERNATIVA .....	183
TABELA 4.33 – DESLOCAMENTOS MÍNIMOS DETECTÁVEIS.....	184
TABELA 4.34 – DESLOCAMENTOS ESTIMADOS E RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO DOS PONTOS DE MONITORAMENTO .....	185
5 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO.....	187
TABELA 5.1 – COEFICIENTES DA FUNÇÃO DESLOCAMENTO DAS COMPONENTES U, V, W E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO .....	188
TABELA 5.2 – QUANTIDADES NECESSÁRIAS À ANÁLISE DA QUALIDADE DO MODELO AJUSTADO .....	190
TABELA 5.3 – RESULTADO DO TESTE APLICADO AO MODELO AJUSTADO .....	190
TABELA 5.4 – DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ , DEFORMAÇÃO MÁXIMA E DILATAÇÃO .....	194
TABELA 5.5 – CISALHAMENTO SIMPLES $(\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz})$ E ROTAÇÃO DIFERENCIAL MÉDIA $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ .....	196
TABELA 5.6 – COVARIÂNCIAS AMOSTRAIS .....	198
TABELA 5.7 – PARÂMETROS DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA GAUSSIANA .....	199
TABELA 5.8 – VARIÂNCIAS ESTIMADAS.....	200
TABELA 5.9 – PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO GLOBAL COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO ESTIMADOS PELA COLOCAÇÃO.....	203

TABELA 5.10 – RESULTADO DO TESTE GLOBAL UNILATERAL .....	204
TABELA 5.11 – DESLOCAMENTOS FILTRADOS DO RUÍDO N .....	211
TABELA 5.12 – DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS ESTIMADAS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL E PELA COLOCAÇÃO NO SGL.....	214
TABELA 5.13 – CISALHAMENTO SIMPLES ESTIMADOS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL E PELA COLOCAÇÃO NO SGL.....	215
TABELA 5.14 – ROTAÇÕES DIFERENCIAIS MÉDIA ESTIMADAS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL E PELA COLOCAÇÃO NO SGL.....	216
TABELA 5.15 – RESULTADO DO TESTE DA DIFERENÇA DAS SOLUÇÕES ENTRE A FUNÇÃO POLINOMIAL E A COLOCAÇÃO.....	218

## RESUMO

O tratamento analítico dos movimentos e deformações da crosta é em essência um problema tridimensional. Considerando-se este fato, deformações puramente horizontais ou verticais não existem. Apesar disso, os estudos de deformações da crosta têm sido, tradicionalmente, separados nestas duas componentes – horizontal e vertical, recebendo tratamento individual. Deste modo, durante várias décadas foram desenvolvidas metodologias e técnicas de análise de deformações considerando esta separação. No entanto, tal separação não caracteriza o estado real das deformações que ocorrem na crosta terrestre. Por isso, atualmente, um dos desafios para os pesquisadores que trabalham com o monitoramento de deformações, é o desenvolvimento de metodologias e técnicas de análises de deformações que considerem o problema em sua concepção original, ou seja, movimentos e deformações da crosta, são de natureza puramente tridimensional. Um dos fatores que possibilitou a implementação de pesquisas considerando tal concepção, foi o surgimento da Geodésia Espacial, que revolucionou as atividades de posicionamento em Geodésia. As técnicas espaciais de posicionamento, como por exemplo, o Global Positioning System (GPS), Global Navigation Satellite System (GLONASS), Very Long Baseline Interferometry (VLBI) e o Satellite Laser Ranging (SLR), permitem o posicionamento tridimensional de pontos de redes geodésicas de monitoramento com alta precisão, podendo ser utilizados como fontes de informações nos estudos de deformações da crosta. Isto pode ser comprovado pelo crescente número de estudos desta natureza, os quais utilizam campos de deslocamentos provenientes destas técnicas, mostrando o quão valioso e importante papel elas representam na mensuração de fenômenos geodinâmicos. Deste modo, o desenvolvimento desta pesquisa é baseado nesta mesma concepção. As deformações da crosta que podem ser suficientemente descritas no espaço tridimensional, por nove parâmetros de deformação, sendo seis parâmetros de deformação pura e três de rotação diferencial, são estimadas a partir de deslocamentos tridimensionais obtidos pelo GPS. São utilizados dois métodos de estimação. No primeiro, utiliza-se uma função polinomial, e no segundo – que representa a principal contribuição desta pesquisa – é utilizada a Colocação por Mínimos Quadrados. A vantagem deste método é a extração do ruído, que representa os erros das observações, bem como, a modelagem do sinal, representando o efeito sistemático. É utilizado para isto o conjunto de dados obtidos por meio de duas campanhas GPS, realizadas sobre as RRNN da Usina Hidrelétrica de Salto Caxias, que constitui a região de estudo para aplicação da metodologia apresentada nesta pesquisa.

Palavras-chave: deslocamentos tridimensionais; análise geodésica de deformações; crosta terrestre; função polinomial; colocação por mínimos quadrados; parâmetros de deformação; análise estatística; GPS.

## ABSTRACT

The analytic treatment of the movements and deformations of the crust are in essence a three-dimensional problem. For this reason, purely horizontal or vertical deformations do not exist. In spite of that, the studies of crust deformations have been, traditionally, separated in these two components - horizontal and vertical, receiving individual treatment. This way, methodologies and techniques of analysis of deformations were developed considering this separation for several decades. However, such separation does not characterize the real state of the deformations that occur in the terrestrial crust. Therefore, nowadays, one of the challenges for the researchers that work with the deformations monitoring, is the development of methodologies and techniques of deformations analysis that does consider the problem in its original conception, in other words, crust movements and deformations are purely of three-dimensional nature. One of the factors that made possible the implementation of researchers considering such conception, was the appeal of spacial geodesy, that revolutionized the positioning activities in geodesy. The spacial techniques of positioning, as for instance, Global Positioning System (GPS), Global Navigation Satellite System (GLONASS), Very Long Baseline Interferometry (VLBI) and Satellite Laser Ranging (SLR), allowing the three-dimensional positioning of points of monitoring geodetic networks with high precision, can be used as sources of information in the studies of crust deformations. This can be proved by the increasing number of studies in this nature, which use fields of displacements originated from these techniques, showing how valuable and important paper they represent in the measurement of geodynamycs phenomenon. Using this way, the development of this research is based on this same conception. The crust deformations that can be described sufficiently in the three-dimensional space, with nine deformation parameters, being six parameters of pure deformation and three of differential rotation, are estimated starting from three-dimensional displacements obtained by GPS. Two estimate methods are used. In the first, a polynomial function is used, and in the second - that represents the main contribution of this research - is used the Least Squares Collocation. The advantage of this method is the extraction of the noise, which represents the errors of the observations, as well as, the modelling of the signal, representing the systematic effect. It is used the data set obtained through two GPS campaigns, accomplished on benchmark of Salto Caxias Hydroelectric Power Dam, constituting the study area for the application of the methodology here presented.

**Keywords:** three-dimensional displacements, deformations geodetic analysis, terrestrial crust, polynomial function, collocation least squares, deformation parameters, statistical analysis, GPS.

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES SOBRE O TEMA: DEFINIÇÃO DELIMITAÇÃO E IMPORTÂNCIA

O termo **deformação** provém do latim *deformatione* (*deformatiō, ōne*) que possui acepção de alteração, ação de desfigurar. Este termo é amplamente utilizado em Ciências Geodésicas:

- Na Cartografia, para exprimir, por exemplo, o conjunto de deformações angular, linear e das superfícies de uma projeção cartográfica;
- Em Fotogrametria, para referir-se, por exemplo, a deformação do filme; e
- Em Geodésia – objeto deste trabalho, refere-se às modificações que um corpo deformável<sup>1</sup> (natural ou artificial<sup>2</sup>), caracterizado por uma estrutura geodésica, sofre com relação a sua forma, dimensão e posição.

O termo estrutura geodésica designa uma malha de vértices, monumentados no terreno e conectados entre si por meio de observações (SANTOS, 1999, p. 5). No contexto deste trabalho, em que tal estrutura objetiva o monitoramento de deformações, os deslocamentos de seus vértices – denominados de pontos de monitoramento ou pontos objetos – podem ser diretamente correlacionados a deslocamentos do corpo em estudo. Por sua vez, o estado de deformação (*strain*) estimado a partir de tais deslocamentos, representa o estado de deformação deste corpo.

Em sua totalidade, o corpo, as forças envolvidas, como por exemplo, a aplicação de cargas, e as deformações resultantes são consideradas um sistema dinâmico. Deste modo, nos dias hodiernos, análise geodésica de deformações significa análise geodésica de processos dinâmicos (HEUNECKE e WELSCH, 2000, p. 1). A consequência disto, é que os profissionais e pesquisadores que trabalham com o

---

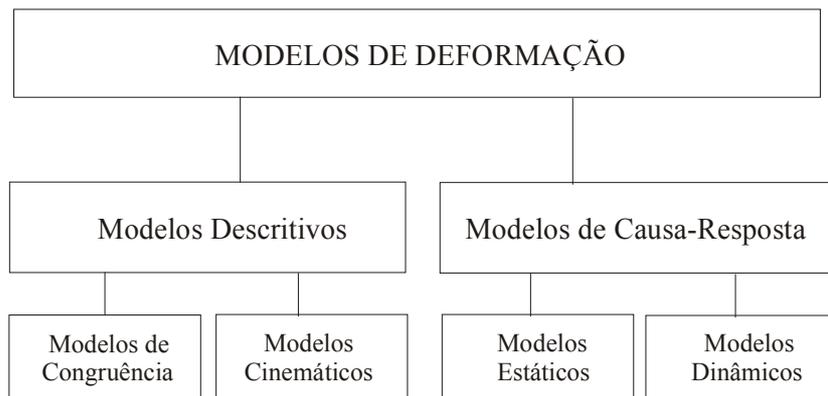
<sup>1</sup> Designa-se como corpo deformável àquele sujeito a deformar-se ou que se pode deformar.

<sup>2</sup> Um corpo ou objeto artificial refere-se, no contexto deste trabalho, àquele feito pelo homem ou por ele modificado.

monitoramento de deformações precisam compreender as dinâmicas dos processos aos quais o objeto monitorado está envolvido (WELSCH e HEUNECKE, 2001, p. 4).

WELSCH e HEUNECKE (2001, p. 10) fazem distinção de quatro categorias de modelos para a avaliação de deformações, os quais podem ser vistos na figura 1.1.

FIGURA 1.1 – HIERARQUIA DOS MODELOS EM ANÁLISE GEODÉSICA DE DEFORMAÇÕES



FONTE: WELSCH e HEUNECKE (2001, p. 10).

NOTA: Traduzida do original pelo autor.

Os modelos descritivos, de congruência e cinemáticos, são aqueles em que o monitoramento e modelamento de um corpo deformável é feito com relação ao espaço e ao tempo. Deste modo, quando é examinada a identidade ou congruência das propriedades geométricas de um objeto em um número finito de pontos, em diferentes épocas de observações, o modelo é denominado de modelo de congruência. Neste modelo, os intervalos de tempo, as observações e os fatores responsáveis pela deformação são considerados implícitos. Por outro lado, os modelos que descrevem a deformação utilizando-se uma determinada função temporal, por exemplo, velocidade e aceleração, são designados de cinemáticos. Nestes, os intervalos de tempo e as observações são considerados explícitos no modelamento, ao passo que, as forças causativas são fatores implícitos.

Os modelos de causa-resposta, estáticos e dinâmicos, consideram tanto os aspectos espaço e tempo, no modelamento, como também, as forças causativas

atuantes no corpo deformável, e suas respectivas propriedades físicas. Sendo assim, os modelos estáticos descrevem a relação funcional entre o estado de tensão (*stress*) e o estado de deformação (*strain*). Nestes modelos, as forças causativas e as propriedades físicas do corpo são consideradas explicitamente, enquanto, o fator temporal, implicitamente. Já os modelos dinâmicos são hábeis na descrição real dos sistemas dinâmicos. Aqui, são feitas as seguintes considerações a respeito do corpo em estudo:

- Seus movimentos e deformações são função tanto da aplicação de cargas, quanto do tempo; e
- Em movimento permanente, o que requer procedimentos automáticos e contínuos de coleta e análise de observações.

A tabela 1.1. mostra os quatro modelos de deformação, mencionados anteriormente, caracterizados por sua capacidade de considerar os fatores tempo e aplicação de cargas no modelamento.

TABELA 1.1 – CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS DE DEFORMAÇÃO COM RELAÇÃO AOS FATORES TEMPO E APLICAÇÃO DE CARGAS

MODELO DE DEFORMAÇÃO	MODELO DE CONGRUÊNCIA	MODELO CINEMÁTICO	MODELO ESTÁTICO	MODELO DINÂMICO
TEMPO	Não modela	Movimento é uma função temporal	Não modela	Movimento é uma função temporal e da aplicação de cargas
AÇÃO DE FORÇAS	Não modela	Não modela	Deslocamento é uma função da aplicação de cargas	
ESTADO DO CORPO	Suficientemente em equilíbrio <sup>3</sup>	Em movimento permanente	Suficientemente em equilíbrio sob a aplicação de cargas	Em movimento permanente

FONTE: WELSCH e HEUNECKE (2001, p. 11).

NOTA: Traduzida do original pelo autor.

Na metodologia de análise geodésica de deformações da crosta desenvolvida neste trabalho, os intervalos de tempo, as observações e os fatores responsáveis serão considerados implicitamente, e ainda, levando-se em conta que a região de estudo (corpo) esteja em suficiente equilíbrio, características estas inerentes aos modelos de congruência.

O substantivo **Crosta** provém do latim *Crusta* (*Crusta, ae*), e possui significação em várias áreas do conhecimento. No entanto, a significação de interesse à aplicação deste trabalho, é aquela que repousa na Geofísica, onde é comumente aplicado o substantivo Crosta Terrestre ou da Terra.

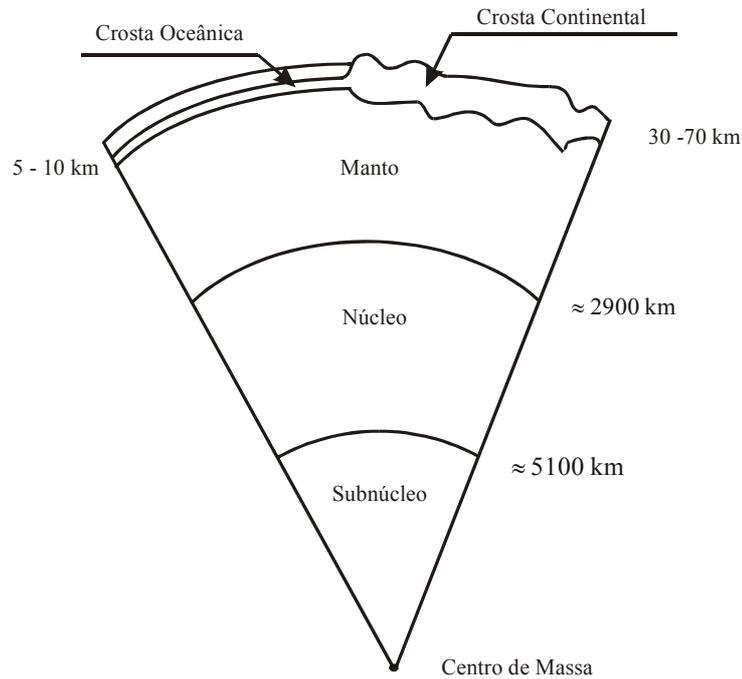
A crosta terrestre representa uma das três camadas que compõem a estrutura interna da Terra – as outras duas são o Manto e o Núcleo, e possui uma espessura desigual. Sob regiões continentais (Crosta Continental) sua espessura está em torno de 30 a 40 km (ZAKATOV, 1981, p. 276), podendo atingir até 70 km em regiões montanhosas (ZAKATOV, 1981, p. 276; CATALÁN, 2002, p. 310). Em regiões oceânicas (Crosta Oceânica) sua espessura está em torno de 5 a 10 km, com a possibilidade de em algumas regiões não alcançar a espessura de 2 km (CATALÁN, 2002, p. 310). O limite inferior da Crosta Terrestre é denominado de limite de Mohorivicić (ZAKATOV, 1981, p. 276) ou superfície de Mohorivicić (VANICEK e KRAKIWSKY, 1996, p. 130). A camada seguinte, localizada abaixo da Crosta Terrestre, recebe o nome de Manto da Terra, ou simplesmente Manto, cuja espessura é de  $\approx 2861$  km em se tratando do Manto Subcontinental, e de  $\approx 2891$  km para o Manto Suboceânico (CATALÁN, 2002, p. 310). A última camada, localizada imediatamente abaixo do Manto, é o Núcleo, que possui um raio médio de  $\approx 3474$  km, e é dividida em outras duas camadas: o Núcleo externo, ou simplesmente Núcleo, com uma espessura de  $\approx 2237$  km; e o Núcleo interno ou Subnúcleo, com um raio de  $\approx 1237$  km (ZAKATOV, 1981, p. 276; CATALÁN, 2002, p. 310).

A figura 1.2 mostra as camadas que compõem a estrutura interna da Terra.

---

<sup>3</sup> O termo suficientemente em equilíbrio, significa que o corpo deve apresentar menos movimentos durante o período em que as observações são coletadas (WELSCH e HEUNECKE, 2001, p. 11).

FIGURA 1.2 – COMPOSIÇÃO DA ESTRUTURA INTERNA DA TERRA

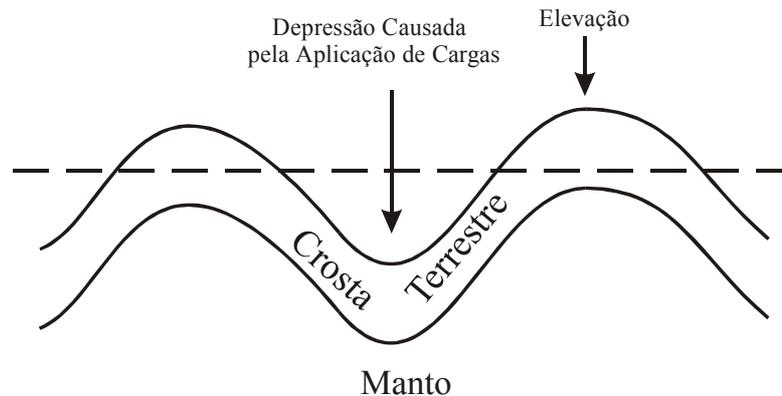


FONTE: CATALÁN (2002, p. 310).

NOTA: Adaptada e traduzida do original pelo autor.

Em decorrência de fenômenos geodinâmicos, a Crosta Terrestre encontra-se em contínuo movimento (COSTA, 1999, p. 108; ZAKATOV, 1981, p. 279). Tais fenômenos são originados por diferentes processos, que ocorrem tanto no interior da Terra, quanto em sua superfície. O processo de aplicação de cargas em um ponto qualquer da superfície terrestre faz com que ocorram deformações não apenas, imediatamente, embaixo deste ponto, como também, em sua vizinhança. No entanto, as deformações serão máximas na região onde as cargas forem aplicadas, e deverão diminuir gradualmente com o aumento da distância a partir desta região (VANICEK e KRAKIWSKY, 1996, p. 131). Para que a Terra permaneça com o mesmo volume, a subsidência, causada pela aplicação de cargas, é acompanhada por uma elevação em regiões periféricas, como pode ser visto pela figura 1.3.

FIGURA 1.3 – EFEITO DA APLICAÇÃO DE CARGAS



FONTE: VANICEK e KRAKIWSKY (1996, p. 131).

NOTA: Adaptada e traduzida do original pelo autor.

Dentre as fontes de aplicação de cargas, que produzem deformações na Crosta Terrestre, cita-se (VANICEK e KRAKIWSKY, 1996; p. 131-133):

- Geleiras em regiões glaciais, tais como as do Canadá, Sibéria, Himalaia, e etc.;
- A água proveniente do derretimento destas geleiras;
- Grandes cidades; e
- Grandes reservatórios d'água.

Esta última constitui a fonte de interesse deste trabalho, e será vista com mais detalhes na seção precedente.

### 1.1.1 Sismicidade Induzida por Reservatórios

A formação de grandes reservatórios nas barragens de Usinas Hidrelétricas (UHE) pode induzir a deformações na Crosta Terrestre, bem como, ocasionar sismos em regiões anteriormente assísmicas. Este fenômeno é conhecido como Sismicidade Induzida por Reservatórios – SIR (GUPTA e RASTOGI, 1976). A formação de um novo reservatório artificial altera as condições estáticas das formações rochosas do ponto de vista mecânico (em virtude do próprio peso da massa da água), e do ponto de

vista hidráulico (em conseqüência da infiltração do fluido na subsuperfície, que causa pressões internas nas camadas rochosas profundas). A combinação destas duas ações pode gerar sismos, caso as condições locais sejam propícias.

Há décadas acreditava-se que os reservatórios artificiais só podiam gerar sismos de pequena magnitude. No entanto, a literatura tem mostrado inúmeros exemplos de terremotos, alguns catastróficos, associados com a formação de grandes reservatórios em barragens de UHE, como por exemplo (GUPTA e RASTOGI, 1976):

- Barragem de Boulder no rio Colorado / EUA (1935);
- Barragem de Kariba no rio Zambezi / antiga Rodésia (1963);
- Barragem de Monteynard / França (1967); e
- Barragem de Koyna / Índia (1967).

Todos estes exemplos são de barragens cuja altura d'água é de 100m ou mais.

Estudos geofísicos conduzidos em regiões de grandes barragens mostram que existe uma correlação entre a freqüência de sismos e a altura d'água na barragem. ROTHE (1968, p. 76) explica este fenômeno: *The activity of these artificial earthquakes becomes particularly clear once the depth in the dam exceeds 100m: it starts once the dam is partially full, reaches a maximum, and then appears to die out after a few years.* Embora, ainda, outros pesquisadores mostrem que as barragens com mais de 100m de altura são potencialmente sismogênicas (SOHRAB, 1972; GEMAEL e FAGGION, 1996; GAGG, 1997), GUPTA e RASTOGI (1976) citam a ocorrência de sismos em regiões onde foram construídas barragens com menos de 100m de altura. São elas:

- Barragem de Grandival / França, com altura máxima de 78m;
- Barragem de Benmore / Nova Zelândia, com altura máxima de 96m;
- Barragem de Kamafusa / Japão, com altura máxima de 50m; e
- Barragem de Hsinfegkiank / China, com altura máxima de 80m.

### 1.1.1.1 Monitoramento Geodésico em Regiões de Grandes Barragens

O monitoramento geodésico de movimentos da crosta representa uma importante etapa dos programas de predição de terremotos (HOFFMAN, 1968; GUPTA e RASTOGI, 1976). No entanto, o principal questionamento destes programas, com respeito ao SIR, é se os terremotos que ocorrem nas proximidades dos grandes reservatórios são causados pelo aumento da pressão dos fluídos ou do peso da massa d'água. Segundo SOHRAB (1972), os levantamentos geodésicos realizados antes e após o enchimento de reservatórios artificiais, podem ajudar a responder esta questão.

Deste modo, têm-se realizado levantamentos geodésicos antes e após o enchimento de reservatórios artificiais em várias partes do mundo. No Brasil, estudos como estes têm sido desenvolvidos, por meio de um convênio entre a Universidade Federal do Paraná (UFPR) e a Companhia Paranaense de Energia (COPEL), a qual construiu uma série de barragens de UHE ao longo do Rio Iguaçu. Assim, este convênio permitiu a realização de monitoramento de subsidência local em algumas destas usinas, onde foram utilizados dados de Nivelamento, Gravimetria e do Global Positioning System – Sistema de Posicionamento Global (GPS). O pioneiro neste tipo de estudo, no Brasil, foi GEMAEL (1983) que apresentou os resultados relacionados à Barragem de Bento Munhoz da Rocha, baseados em diferenças de altitude a partir do nivelamento geométrico antes e após o enchimento do reservatório. GEMAEL (1993) descreveu os primeiros resultados relacionados à Barragem de Salto Segredo, baseados, novamente, em diferenças de altitude do nivelamento geométrico; e GEMAEL e FAGGION (1996) apresentaram os resultados finais. GAGG (1997) realizou uma pesquisa baseada em dados gravimétricos disponíveis, utilizando testes estatísticos como ferramenta para detectar subsidência.

### 1.1.2 Tratamento Analítico dos Movimentos e Deformações da Crosta

Os levantamentos geodésicos realizados antes e após o enchimento de reservatórios artificiais constituem um dos objetivos da Geodésia, que é a mensuração de fenômenos Geodinâmicos, como por exemplo, movimentos da crosta em regiões de grandes barragens, rotação da Terra e marés terrestres (VANICEK e KRAKIWSKY, 1996, p. 123-150). Um outro objetivo é a própria representação destes fenômenos, especialmente, no que diz respeito aos seus aspectos geométricos (VOOSOGHI, 2000, p.1), onde, por exemplo, são estimados, representados e analisados os parâmetros de deformação, contidos no tensor de deformação.

No entanto, o tratamento analítico dos movimentos e deformações da crosta é em essência um problema tridimensional. Considerando-se este fato, deformações puramente horizontais ou verticais não existem (SCHNEIDER, 1982, p. 39; VOOSOGHI, 2000, p. 4). Apesar disso, os estudos de deformações da crosta têm sido, tradicionalmente, separados nestas duas componentes – horizontal e vertical, recebendo tratamento individual. Um dos motivos desta separação é a disponibilidade de observações verticais e horizontais independentes entre si, obtidas a partir das técnicas geodésicas terrestres, como por exemplo, nivelamento geométrico e triangulação.

As primeiras pesquisas a respeito de deformações horizontais da crosta a partir de repetidas observações geodésicas, foram publicadas por sismologistas japoneses na primeira metade do século 20. TERADA e MIYABE (1929) desenvolveram um método computacional para a determinação dos parâmetros de deformação, baseado em coordenadas estimadas a partir de duas épocas de levantamentos na rede geodésica de monitoramento. O método divide esta rede em triângulos, os quais são ajustados pelo método de variação de coordenadas. O processo de deformação em cada triângulo é considerado homogêneo. Deste modo, são calculados os deslocamentos em cada um dos pontos do triângulo, seus respectivos gradientes, e finalmente os parâmetros de deformação do triângulo.

KASHARA e SUGIMURA (1964) utilizaram-se de dois polinômios algébricos de segundo grau para representar as componentes de deslocamento horizontal. Um modelo que considere a variação temporal é proposto por WHITTEN (1968), a partir do qual as componentes dos parâmetros de deformação podem ser calculados em função da posição e do tempo.

FRANK (1966) utilizou-se de observações para calcular os parâmetros de deformação na área de estudo, antes mesmo de ajustá-las, estimar as coordenadas dos pontos de monitoramento e seus respectivos deslocamentos. Este procedimento é conhecido como Método de Observação. Vários estudos de movimentos horizontais da crosta da região da Califórnia utilizando este método foram publicados por pesquisadores da USGS (United States Geological Survey), como por exemplo, SAVAGE e BURFORD (1970), SAVAGE e PRESCOTT (1976) e PRESCOTT et al. (1981).

MARGRAVE e NYLAND (1980) utilizaram polinômios bidimensionais de baixa ordem para modelar o campo de deslocamento. O estado de deformação da rede de monitoramento foi representado por um campo tensorial espacialmente contínuo. Os coeficientes destes polinômios foram estimados utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados.

SNAY e CLINE (1980) descreveram um método de ajustamento simultâneo de coordenadas e velocidades a partir de vários levantamentos na rede de monitoramento conduzidos de formas distintas entre si.

THAPA (1980) analisou o efeito de observações inconsistentes em redes geodésicas horizontais por meio do tensor de deformação simétrica e da rotação diferencial média. Estas quantidades foram estimadas a partir dos deslocamentos dos pontos da referida rede. Tais deslocamentos foram obtidos por meio de dois ajustamentos, nos quais utilizaram-se diferentes observações. A orientação e os eixos das elipses de deformação foram estimados a partir do tensor de deformação simétrica. As dimensões destas elipses, bem como, as rotações diferenciais médias, foram os elementos utilizados para examinar a compatibilidade de observações individuais com o restante da rede. Um estudo similar a este, foi conduzido por SILVA (1986), no qual

foram aplicados conceitos da Mecânica dos Corpos Deformáveis na análise do grau de consistência das observações e injunções que integram uma rede geodésica horizontal.

Uma metodologia para análise de deformações horizontais da crosta foi proposta por SCHEINER (1982), na qual aplicou-se conceitos de análise complexa à teoria das deformações no plano. Esta formulação matemática simplificou, consideravelmente, o tratamento analítico das deformações da crosta. A interpretação geométrica dos parâmetros de deformação foi realizada, por meio do relacionamento destas quantidades à transformação afim geral. SCHEINER propôs também uma nova metodologia para o ajustamento simultâneo de redes geodésicas de monitoramento, onde utilizou-se o método combinado com injunções.

Existem ainda na literatura diversos outros trabalhos concernentes à análise de deformações horizontais da crosta, como por exemplo, CHEN (1991), KAKKURI e CHEN (1992), REILLY (1989), PARGARETE et al. (1998) e CAI (2001).

Com relação à componente vertical, geralmente, são estimados e analisados apenas os seus deslocamentos, como por exemplo, GEMAEL e DOUBECK (1982), GEMAEL (1983), GEMAEL (1993), GEMAEL e FAGGION (1996), GAGG (1997), CHANG (2000a) e TEIXEIRA (2001).

Apesar disto, nos últimos anos têm-se realizado inumeráveis esforços para estudar o problema em sua concepção original, ou seja, considerando-se o fato de que movimentos e deformações da crosta são de natureza tridimensional, como já mencionado anteriormente. Um dos pioneiros, neste tipo de estudo, foi GRAFAREND (1986) que propôs um método de análise de deformações tridimensionais utilizando harmônicos esféricos e o método dos elementos finitos. DERMANIS e GRAFAREND (1993) realizaram um estudo da invariância e da estimabilidade dos parâmetros de deformação tridimensionais, obtidos por meio do método dos elementos finitos. CRESPI et al. (2000) utilizou o Método dos Mínimos Quadrados para estimar o tensor de deformação simétrica no espaço tridimensional, a partir dos deslocamentos estimados na rede geodésica do Sinai. VOOSOGHI (2000) apresenta uma metodologia da geometria diferencial que permite analisar as deformações da superfície terrestre. A metodologia proposta utiliza o espaço bidimensional, sem negligenciar as informações

e efeitos tridimensionais nos resultados finais. TEIXEIRA e FERREIRA (2002) apresentaram um estudo para modelar o campo local de deslocamentos no espaço tridimensional. Utilizou-se para isto, um polinômio tridimensional de primeira ordem, onde seus coeficientes foram estimados pelo Método dos Mínimos Quadrados. Analisou-se a significância destes coeficientes por meio de testes estatísticos. Definidos os coeficientes significantes deste polinômio, estimou-se o tensor de deformação.

Em geral, a deformação de uma estrutura é suficientemente descrita no espaço tridimensional, se nove parâmetros de deformação, sendo seis parâmetros de deformação pura e três de rotação diferencial, podem ser determinadas sobre ela (SOKOLNIKOFF, 1956, p. 22-23; CHOU e PAGANO, 1967, p. 47). Porém, nos diversos modelos desenvolvidos na metodologia clássica de análise geodésica de deformações da crosta, que separa a componente horizontal da vertical, somente seis parâmetros de deformação, sendo quatro de deformação pura e dois de rotação diferencial, relativos a componente horizontal são determinados. Na metodologia “moderna” (VOOSOGHI, 2000, p. 6), o estudo das deformações é feito a partir de deslocamentos tridimensionais, sem haver necessidade de separação entre as componentes horizontal e vertical, podendo ser determinados os nove parâmetros de deformação.

Um dos fatores que possibilitou a implementação da metodologia moderna foi o surgimento da Geodésia Espacial, que revolucionou as atividades de posicionamento em Geodésia. As técnicas espaciais de posicionamento, como por exemplo, o Global Positioning System (GPS), Global Navigation Satellite System (GLONASS), Very Long Baseline Interferometry (VLBI) e o Satellite Laser Ranging (SLR), permitem o posicionamento tridimensional de pontos de redes geodésicas de monitoramento com alta precisão (ao nível do milímetro), podendo ser utilizados como fontes de informações nos estudos de deformações da crosta. Isto pode ser comprovado pelo crescente número de estudos desta natureza, os quais utilizam campos de deslocamentos provenientes destas técnicas, mostrando o quão valioso e importante papel elas representam na mensuração de fenômenos geodinâmicos.

Apesar da capacidade das técnicas espaciais de posicionamento possibilitarem a obtenção de deslocamentos tridimensionais, muitos estudos de deformações da crosta tem sido ainda realizados de forma separada, como por exemplo, BOCK e SHIMADA (1989), REILINGER et al. (1997), TREGONING et al. (1998), CLARKE et al. (1998), DEMELTS e DIXON (1999), FERREIRA e GARNÉS (2000) e CHANG (2000b). Com relação ao GPS, o principal motivo desta separação segundo alguns destes pesquisadores, é o fato da componente altimétrica ( $h$  – altitude geométrica) ser sensível a alguns efeitos, como por exemplo, a configuração geométrica dos satélites, as variações do centro de fase das antenas e aos erros não modelados da refração atmosférica, que contribuem para a degradação de sua precisão. No entanto, em estudos conduzidos por DONAV (1993) obteve-se a mesma precisão para as três componentes ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ).

### 1.1.3 Proposta da Presente Pesquisa

Seguindo a metodologia moderna, apresenta-se nesta pesquisa uma proposta de análise geodésica de deformações da crosta em regiões de grandes barragens a partir de deslocamentos tridimensionais obtidos por meio do GPS. Nela, são considerados em primeiro lugar, os testes estatísticos necessários à verificação do desempenho dos ajustamentos, a localização de possíveis erros embutidos nas observações e análise da estabilidade das estações de referência. Os deslocamentos tridimensionais dos pontos de monitoramento – com relação as componentes X, Y e Z, respectivamente – são estimados a partir de duas campanhas de levantamentos GPS realizados na região da UHE de Salto Caxias, que constitui a área de estudo desta pesquisa, uma antes e a outra após o enchimento de seu reservatório.

Utilizando-se destes deslocamentos estimar-se-á o tensor de deformação, no qual estão contidos os nove parâmetros de deformação, tratando de maneira consistente, tanto os efeitos sistemáticos como os erros das observações, tratamento este que não foi considerado em ambas as metodologias desenvolvidas até o presente momento. Para a consecução deste propósito utilizar-se-á o método de estimação

conhecido como Colocação por Mínimos Quadrados ou simplesmente Colocação, o qual combina sob o critério do Método dos Mínimos Quadrados, o ajustamento, a filtragem e a interpolação (MORITZ, 1972, p. 4; MIKHAIL, 1976, p. 418; GEMAEL, 1994, p. 269; CAMARGO e DALMOLIN, 1995, p. 1; COSTA, 2003, p. 02).

A Colocação por Mínimos Quadrados tem sido aplicada com vistas a solucionar problemas relacionados a Geodésia, Fotogrametria e a diversas outras áreas do conhecimento. Em Geodésia, sua aplicação tem sido na modelagem do campo da gravidade terrestre (MORITZ, 1973; MORITZ, 1978; MORITZ e SÜNKEL, 1978; MORITZ 1980; ANDERSON et al., 2000) em problemas de otimização de redes geodésicas (DERMANIS, 1985), no ajustamento de redes geodésicas tridimensionais (ARGESEANUT, 1986) e na integração de referenciais geodésicos (COSTA, 2003). Sua aplicação, em Fotogrametria, se dá principalmente na correção da deformação do filme e distorção das lentes (KRAUS e MIKHAIL, 1972; RAMPAL, 1976; CAMARGO e DALMOLIN, 1995).

A equação da Colocação é formada por uma parte determinística e duas partes aleatórias constituindo o sinal e o ruído (COSTA, 2003, p. 02). Nesta pesquisa, a parte determinística é constituída pelos parâmetros de deformações, o sinal representa os efeitos sistemáticos e o ruído constitui os erros contidos nos deslocamentos. Deste modo, considerar-se-á o efeito da correlação entre os deslocamentos por meio de uma Função Covariância apropriada, de maneira que o modelo matemático da Colocação permita modelar o sinal e extrair o ruído.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

### 1.2.1 Contribuições da Tese

A principal questão motivadora desta pesquisa pode ser delineada da seguinte maneira: como contribuir utilizando-se do método geodésico à pesquisa científica que

busca estudar as deformações da crosta, de modo que estas sejam retratadas em sua concepção original?

Como mencionado anteriormente, movimentos e deformações da crosta são de natureza tridimensional. Sendo assim, o tratamento separado destes fenômenos, ou seja, modelar as deformações horizontais e/ou estimar os deslocamentos verticais, não caracteriza o estado real das deformações da crosta (VOOSOGHI, 2000, p. 4). Por outro lado, parâmetros de deformação são utilizados em modelos geofísicos, os quais devem ser derivados de deslocamentos tridimensionais (WARD, 1998a, p. 174; WARD, 1998b, p. 1014). Tendo em vista estes aspectos, o trabalho de tese de doutorado aqui proposto trata do problema concernente à estimação dos parâmetros de deformações da crosta, especificamente os da região da UHE de Salto Caxias, a partir de deslocamentos tridimensionais obtidos por meio do GPS. Os procedimentos, estratégias, modelagens e testes estatísticos utilizados desde a coleta dos dados em campo até a fase de estimação dos deslocamentos em cada um dos pontos de monitoramento serão descritos, e alguns discutidos. Porém, estes itens, que também são objetivos específicos deste trabalho, não se caracterizam como contribuições, pois os mesmos já foram abordados por alguns pesquisadores, como por exemplo, XAVIER (2000) e TEIXEIRA (2001).

No entanto, tais itens serão necessários à consecução da principal contribuição deste trabalho que é a utilização da Colocação por Mínimos Quadrados na estimação dos parâmetros de deformação. Advindos desta, pode-se citar ainda como contribuições a modelagem da Função Covariância e a modelagem do efeito sistemático. No processo de ajustamento estima-se o tensor de deformação; na filtragem os erros contidos nos deslocamentos são removidos, pela estimativa do ruído; na fase de interpolação é possível estimar o sinal e os deslocamentos em pontos onde não foram realizadas observações. Estes três procedimentos são considerados simultaneamente no mesmo modelo matemático.

Para o processo de estimação, tanto do sinal quanto do ruído, é necessário escolher uma Função Covariância apropriada de forma a permitir uma modelagem analítica dos parâmetros desta função. Haja visto que o resultado da Colocação por

Mínimos Quadrados depende essencialmente da Função Covariância utilizada (MORITZ, 1976, p. 1).

### 1.2.2 Ligada à Contribuição Principal

Teoricamente, para estimar o tensor de deformação em um meio tridimensional seria necessário conhecer o comportamento contínuo dos deslocamentos neste meio. Como as observações geodésicas são usualmente feitas em um número finito de pontos dentro do meio ou região de estudo, é necessário utilizar-se de uma função interpoladora, como por exemplo, uma função polinomial, para o conhecimento de tal comportamento. Geralmente, utiliza-se o método paramétrico para estimar os coeficientes desta função pelo ajustamento por Mínimos Quadrados. Após definidos os coeficientes desta função, estima-se o tensor de deformação. No entanto, este procedimento não contempla o efeito sistemático e nem permite filtrar o ruído dos deslocamentos.

Na metodologia proposta, uma função polinomial para estimar o tensor de deformação não é requerida, pois como mencionado anteriormente, a Colocação combina sob o critério dos Mínimos Quadrados, o ajustamento, a filtragem e a interpolação.

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está dividido em seis capítulos. No segundo capítulo são expostas as sínteses dos conceitos envolvidos na geometria das deformações, onde seus parâmetros são formulados matematicamente a partir dos deslocamentos. Também são apresentados os conceitos de componentes principais, bem como, os testes estatísticos necessários à verificação do desempenho do ajustamento e da estabilidade dos pontos

de referência. No terceiro capítulo estão reunidos os conceitos necessários à estimação dos parâmetros de deformação e sua respectiva representação.

A região de estudo, bem como, os procedimentos, estratégias, modelagens e testes estatísticos utilizados desde a coleta dos dados em campo até a fase de estimação dos deslocamentos em cada um dos pontos de monitoramento são mostrados no capítulo 4. Os resultados concernentes à estimação dos parâmetros de deformação, tanto pela função polinomial quanto pela colocação, com suas devidas análises e representação são expostos no capítulo 5, e no capítulo 6 elaboram-se as conclusões e recomendações.

## 2 CONCEITUAÇÃO FUNDAMENTAL

### 2.1 GEOMETRIA DAS DEFORMAÇÕES

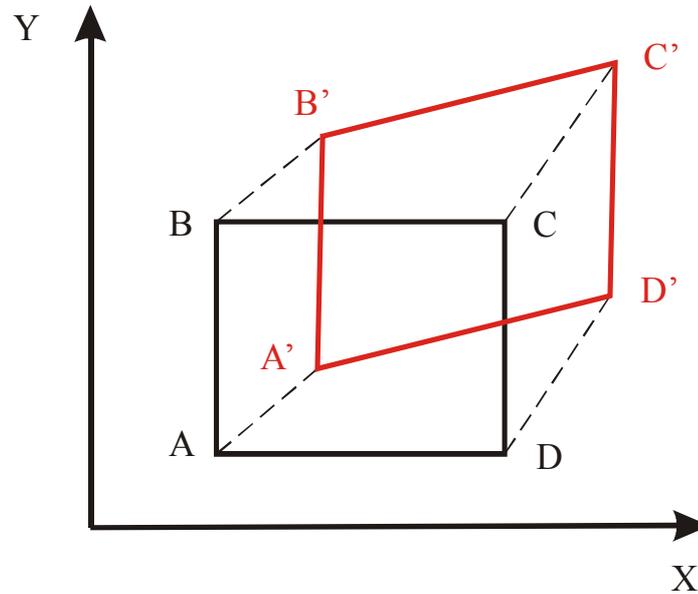
O objetivo desta seção é prover elementos que permitam descrever a geometria da deformação de um corpo ou estrutura. Estes elementos são designados de parâmetros de deformação, e possuem importantes aplicações em diversas áreas do conhecimento, como por exemplo:

- Na engenharia que os utiliza para prever o comportamento de máquinas e estruturas durante sua vida útil (SMITH e SIDEBOTTON, 1969);
- Na geologia estrutural para estudar os mecanismos naturais causadores das deformações nas rochas (FIORI, 1997);
- Em geodinâmica para descrever a geometria e cinemática de placas tectônicas (CATALÁN, 2002); e
- Em geodésia para examinar o efeito de observações inconsistentes em redes geodésicas horizontais (THAPA, 1980).

#### 2.1.1 Deformação de um Corpo

Deformação refere-se às modificações que um corpo deformável sofre com relação a sua forma e dimensão, o que implica também na alteração de suas posições relativas (KUANG, 1996, p. 175; LOVE, 1944, p. 32; THAPA, 1980, p. 5). Para ilustrar este entendimento considere-se que um determinado corpo ocupando uma região do espaço físico, possui uma configuração inicial definida pela sua posição com relação a um sistema de referência. Este corpo, quando submetido à ação de forças externas ou de tensões, sofre alterações na sua configuração original, conforme pode ser visto pela figura 2.1.

FIGURA 2.1 – DEFORMAÇÃO DE UM CORPO



Na figura 2.1 este corpo é representado pelo objeto geométrico ABCD em sua configuração original, que é modificada devido a ação de forças, externas ou de tensões, transformando-se no objeto  $A'B'C'D'$ . Esta modificação de configuração, estado inicial e final da geometria do corpo, é definida por VALLIAPAN (1981) apud CHAVES (2001, p. 10) como deformação.

### 2.1.2 Características das Deformações

Na seção anterior introduziu-se o conceito de deformação de um corpo, nesta seção ater-se-á especificamente aos atributos desta deformação, o que implica na análise da magnitude e da forma com que a mesma se comporta.

#### 2.1.2.1 Deformações Homogêneas e Heterogêneas

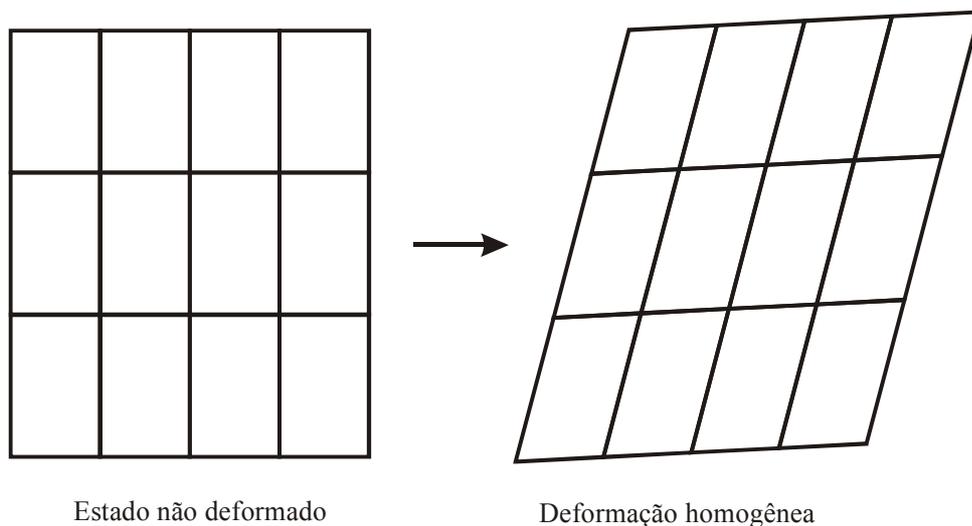
A deformação de um corpo é dita homogênea, quando os deslocamentos sofridos pelas partículas que o compõem podem ser expressos como funções lineares

de suas respectivas coordenadas. As principais características deste tipo de deformação são (LOVE, 1944, p. 36):

- a) linhas retas são transformadas em linhas retas;
- b) linhas paralelas permanecem paralelas após a deformação;
- c) linhas retas de mesma orientação são alongadas ou contraídas na mesma razão;
- d) uma esfera é transformada em um elipsóide, e qualquer um dos três eixos ortogonais da esfera são transformados em três eixos conjugados do elipsóide;
- e) existe um conjunto de três linhas ortogonais antes da deformação que permanecem ortogonais após a deformação, embora suas direções sejam alteradas.

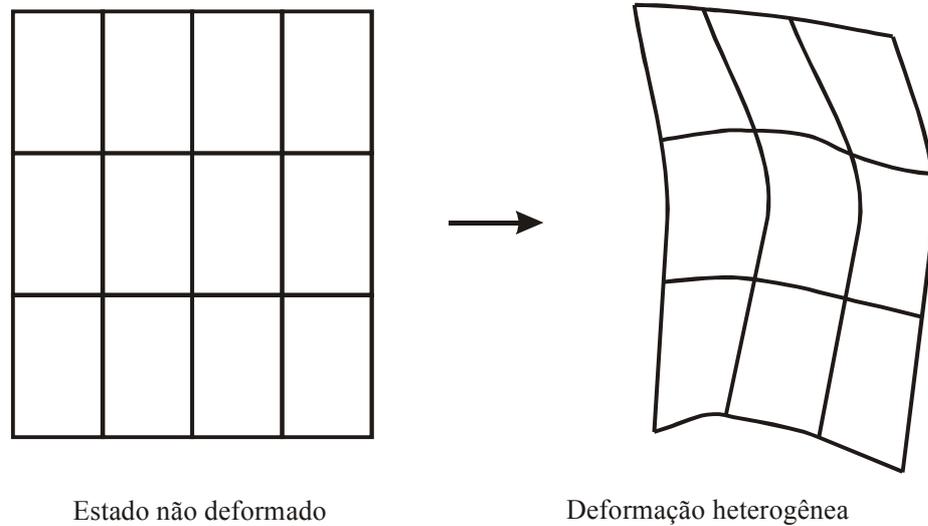
Estas características implicam que a deformação se comporte da mesma forma em todos os pontos do corpo (THAPA, 1980, p. 7), sendo também reversível (WELSCH, 1981, p. 15). A figura 2.2 mostra um exemplo de deformação homogênea.

FIGURA 2.2 – DEFORMAÇÃO HOMOGÊNEA



Nas deformações heterogêneas as linhas retas são transformadas em linhas curvas e as paralelas perdem seu paralelismo, como mostra a figura 2.3.

FIGURA 2.3 – DEFORMAÇÃO HETEROGÊNEA



A formulação matemática das deformações heterogêneas é, ao contrário das deformações homogêneas, extremamente complexa. Por isto, esta formulação não é utilizada na maior parte das aplicações práticas do estudo de deformações (THAPA, 1980, p. 7).

Apesar de ser este o tipo de deformação com que, comumente, confronta-se na prática, é comum encontrar na literatura a teoria das deformações baseadas apenas no conceito de deformações homogêneas como, por exemplo, LOVE (1944), GREEN e ZERNA (1975) e SOKOLNIKOFF (1956). De acordo com LOVE (1944, p. 37) este procedimento baseia-se na seguinte consideração: em uma vizinhança suficientemente próxima de qualquer ponto, os deslocamentos relativos de pontos desta vizinhança podem ser expressos como funções lineares das coordenadas relativas destes pontos, mesmo no caso geral em que a deformação não é homogênea; em outras palavras a deformação em torno de qualquer ponto é sensivelmente homogênea.

#### 2.1.2.2 Deformação Finita e Infinitesimal

Como mencionado na seção 2.1.1.1, deformação refere-se às modificações que um corpo deformável sofre com relação a sua forma e dimensão, o que implica

também na alteração de suas posições relativas. No entanto, estas modificações passam por diferentes etapas antes de atingir seu estado final de deformação. Este processo é conhecido como deformação progressiva, sendo descrita à luz de dois conceitos: deformação finita e deformação infinitesimal, também conhecida como deformação incremental (THAPA, 1980, p. 9).

A deformação finita relaciona uma configuração instantânea do corpo ao estado não deformado do mesmo, enquanto a deformação infinitesimal, relaciona as mudanças instantâneas do corpo à sua configuração instantânea (MEANS, 1967, p. 85). Geralmente, as deformações infinitesimais são tão pequenas, que os produtos e quadrados dos parâmetros de deformação podem ser negligenciados, sem que os resultados sejam afetados (LOVE, 1944, p. 37; SOKOLNIKOFF, 1956, p. 21). O mesmo não ocorre nas deformações finitas, pois sendo estas de maior magnitude, que as deformações infinitesimais, os produtos e quadrados de seus parâmetros de deformação podem afetar os resultados significativamente (THAPA, 1980, p. 9).

Neste trabalho, o estudo da deformação será pautado pelos conceitos de deformação homogênea e infinitesimal. O conceito de deformação homogênea permite expressar os deslocamentos dos pontos da estrutura monitorada por meio de funções lineares das coordenadas destes mesmos pontos, como mencionado na seção 2.1.1.2.1. De acordo com SCHNEIDER (1982, p. 44) e THAPA (1980, p. 9), a teoria de deformação infinitesimal pode ser aplicada sem restrições nos estudos de deformações em estruturas geodésicas, pelo fato de que os deslocamentos dos pontos desta estrutura são muito pequenos em relação às dimensões da própria estrutura.

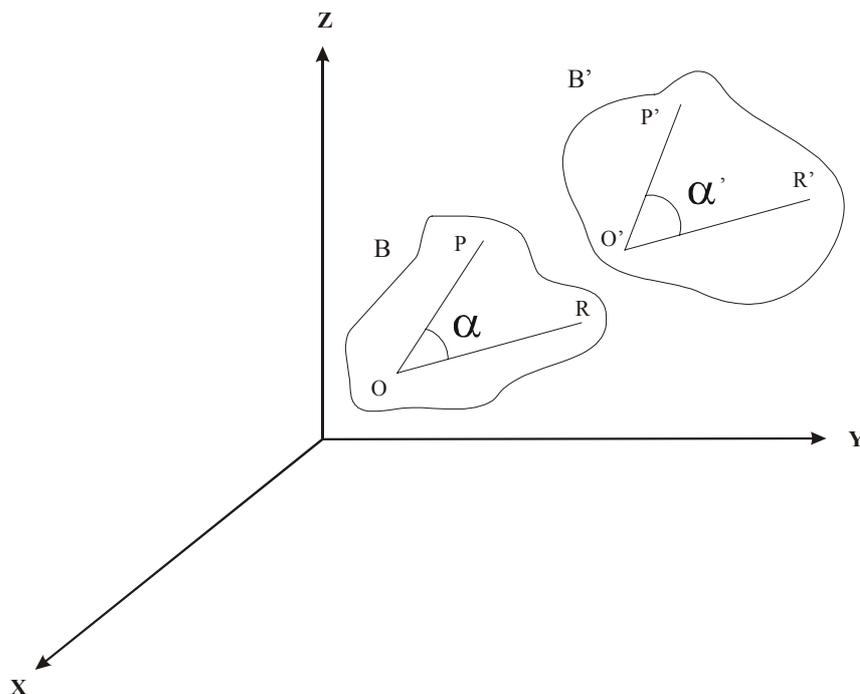
### 2.1.3 Estrutura do Processo de Deformação

Ao realizar o estudo de um processo de deformação homogênea e infinitesimal, torna-se importante, para fins de compreensão e descrição do mesmo, interpretar o efeito final da deformação como se este fosse subdividido em fases distintas. Deste modo, é possível descrever a evolução da deformação, por meio de etapas que vão aos poucos relatando a história de todo o processo.

### 2.1.3.1 Deslocamento

Seja  $B$  um corpo deformável arbitrário, e  $B'$  o mesmo corpo após ter sofrido um processo de deformação homogêneo e infinitesimal. Adota-se um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, que permita medir os deslocamentos sofridos pelas partículas do corpo  $B$ . Antes da deformação, um ponto  $O$  do referido corpo tem a sua posição definida pelo terno cartesiano  $(X, Y, Z)$ , após a deformação ele é deslocado para  $O'$  de coordenadas  $(X + u, Y + v, Z + w)$ , conforme pode ser visto pela figura 2.4.

FIGURA 2.4 – DEFORMAÇÃO DE UM CORPO GENÉRICO  $B$



As componentes do vetor deslocamento de  $O$  para  $O'$  segundo os eixos coordenados  $(X, Y, Z)$  são  $u, v$  e  $w$ , respectivamente.

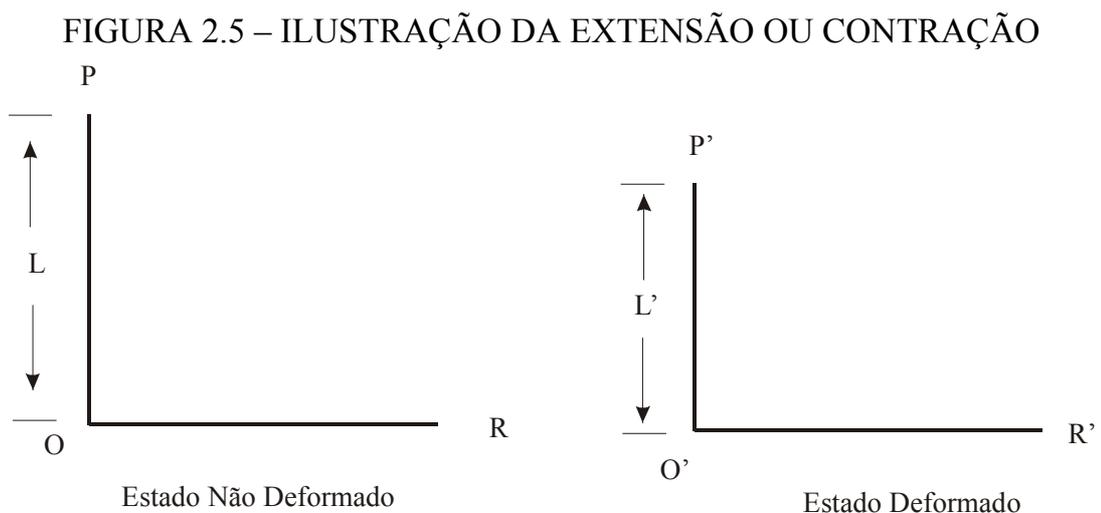
Para estudar a deformação de um volume elementar no ponto  $O$ , ou seja, estudar a deformação em  $O$ , é necessário considerar os deslocamentos de outros pontos em sua vizinhança infinitesimal. Sejam então,  $P$  e  $R$ , conforme figura 2.4, dois

outros pontos desta vizinhança ligados a O por segmentos de reta que formam entre si um ângulo  $\alpha$ . Após a deformação estes pontos passam a ocupar as posições P' e R'.

Os deslocamentos sofridos pelos pontos do corpo B são compostos de duas partes (LOVE, 1944, p. 35): a primeira, igual para todos os pontos, faz com que o corpo sofra uma translação (deslocamento de corpo rígido) sem causar mudanças nas posições relativas dos pontos que o compõem. Assim sendo, os segmentos de reta O'P' e O'R', bem como, o ângulo  $\alpha'$  entre eles, terão magnitudes idênticas às de seus respectivos valores iniciais. A segunda parte é a responsável pela alteração das posições relativas dos pontos. Em função destes deslocamentos relativos infinitesimais, os segmentos O'P' e O'R' podem ter sido alongados ou encurtados (seção 2.1.3.2) e o ângulo  $\alpha'$ , entre eles, pode não mais ser igual a  $\alpha$ .

### 2.1.3.2 Extensão e Compressão

Sejam dois pontos vizinhos O e P separados por uma distância L, no estado não deformado, e O' e P' estes mesmos pontos, separados por uma distância L', após o processo de deformação, conforme figura 2.5.



No estado deformado a alongação<sup>4</sup> ( $e$ ) correspondente aos pontos O e P no estado não deformado é definido por (THAPA, 1980, p. 10):

$$e = \frac{L' - L}{L}, \quad (2.1)$$

que representa a variação relativa do comprimento por unidade de comprimento (CHOU e PAGANO, 1967, p. 36; FIORI, 1997, p. 13).

Quando a quantidade  $e$  for positiva, indica que o segmento O'P' (estado deformado) é maior que o segmento OP (estado não deformado), tendo-se neste caso uma extensão ou alongamento. No caso oposto, ou seja, quando a quantidade  $e$  for negativa, têm-se uma compressão ou encurtamento, que implica que O'P' é menor do que OP.

A partir da alongação podem ser relacionadas duas outras quantidades. São elas:

a) Distensão

A distensão ( $S$ ) é dada pela seguinte relação (LOVE, 1944, p. 32):

$$S = \frac{L'}{L}, \quad (2.2)$$

que representa a razão do comprimento deformado por unidade de comprimento.

b) Elongação Quadrática

O conceito de alongação quadrática ( $K$ ) encontra-se na teoria da deformação finita, e é dada pela seguinte relação (THAPA, 1980, p. 10):

---

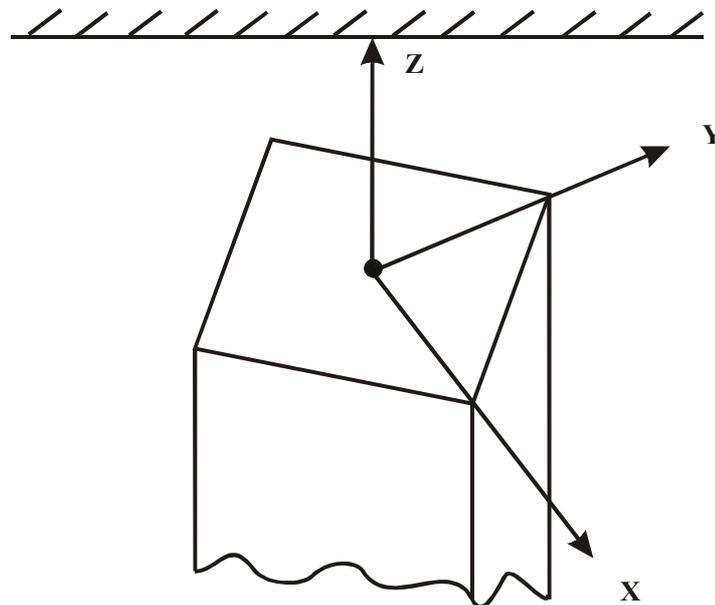
<sup>4</sup> A alongação ( $e$ ) também é conhecida na literatura como extensão relativa, expansão radial ou variação de escala (THAPA, 1980, p. 10).

$$K = \left( \frac{L'}{L} \right)^2 = (L + e)^2. \quad (2.3)$$

### 2.1.3.3 Cisalhamento Puro

Considere-se agora uma barra de comprimento  $L_0$  e seção transversal quadrada suspensa verticalmente. Associa-se a esta barra um sistema cartesiano de coordenadas, na qual o plano (XY) é ortogonal à direção longitudinal da referida barra, e o eixo terciário (Z) coincidente com o seu eixo de simetria longitudinal orientado de modo a garantir que o sistema seja destrógiro, conforme visto pela figura 2.6.

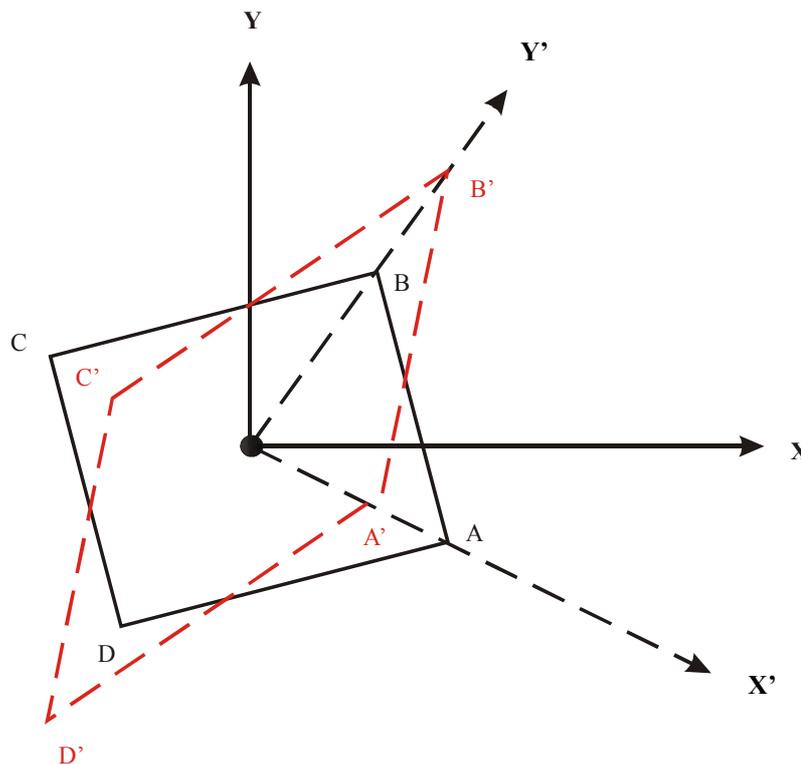
FIGURA 2.6 – SISTEMA CARTESIANO ASSOCIADO À BARRA



Submetendo esta barra à ação de forças laterais que provoquem a extensão  $e_1$  das linhas paralelas ao eixo X e extensão  $e_2$  das linhas paralelas ao eixo Y, considere-se, ainda, que as forças sejam aplicadas à barra, se necessário forem, para evitar extensões ou contrações no sentido longitudinal. Deste modo, uma partícula que no

estado não deformado ocupasse a posição  $(X, Y)$ , após a deformação viria a ocupar a posição  $(X + e_1 X, Y + e_2 Y)$  e a área da seção seria aumentada na razão  $(1 + e_1)(1 + e_2):1$ . Porém, se a relação entre  $e_1$  e  $e_2$  for tal que esta razão seja unitária, nenhuma modificação ocorreria na área de qualquer seção transversal da barra, todavia, a sua forma seria alterada. Dentro desta concepção  $e_1$  ou  $e_2$  será negativo, ou seja, haverá contração no correspondente conjunto de linhas. A deformação sofrida pela barra, segundo os padrões acima descritos é conhecido por cisalhamento puro (LOVE, 1944, p. 33), conforme visto pela figura 2.7.

FIGURA 2.7 – DEFORMAÇÃO DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DA BARRA POR CISALHAMENTO PURO

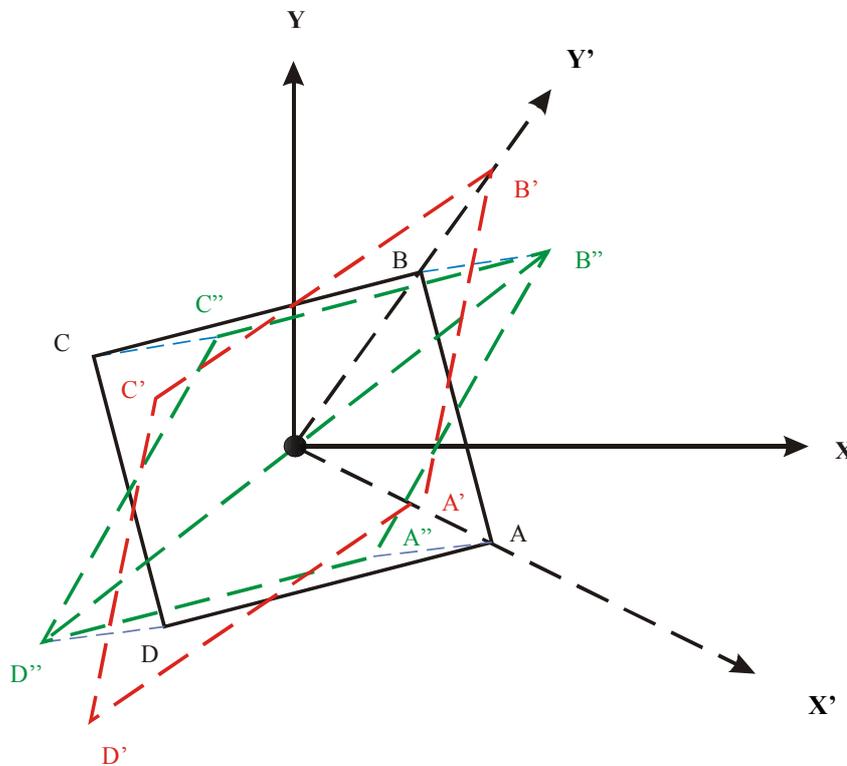


A figura 2.7 mostra o quadrado ABCD (seção transversal da barra) deformado por meio de um cisalhamento puro em um losango A'B'C'D' que mantém a mesma área da referida seção transversal.

### 2.1.3.4 Cisalhamento Simples

Considere-se agora que a seção transversal (ABCD) da barra, após ter sido deformada por cisalhamento puro, seja rotacionada como um todo em torno do eixo Z, segundo um ângulo  $\alpha$ , transformando-se em um losango A''B''C''D'', conforme visto pela figura 2.8.

FIGURA 2.8 – DEFORMAÇÃO DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DA BARRA POR CISALHAMENTO PURO E SIMPLES



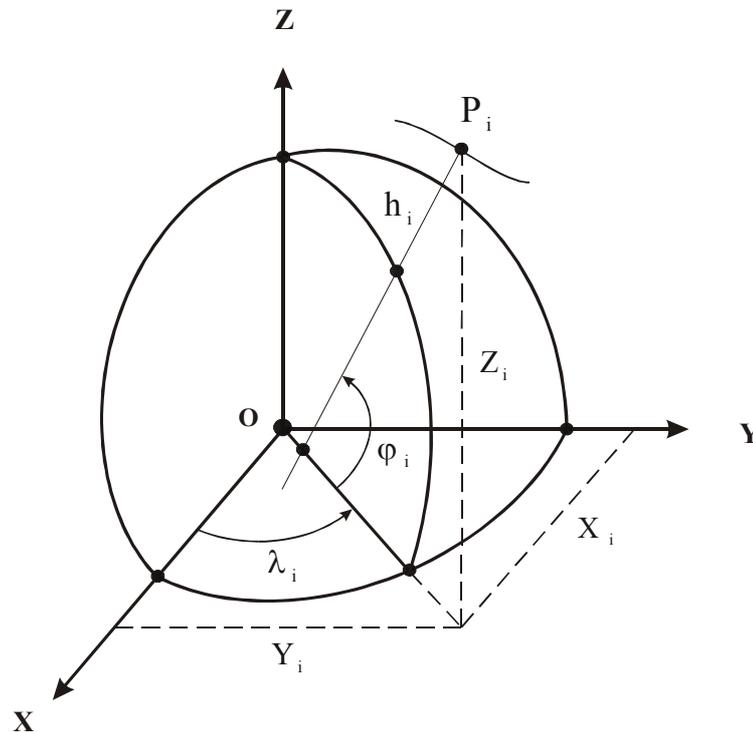
A deformação assim caracterizada apresenta a passagem do estado não deformado para o deformado dividida em duas partes: a primeira, cisalhamento puro, é responsável pela alteração da forma da seção transversal ABCD que adquire a forma do losango A'B'C'D'; a segunda parte, por seu turno, consiste em uma simples rotação da barra em torno do eixo Z, o que faz com que a seção transversal A'B'C'D' gire para uma posição final ilustrada pelo losango A''B''C''D''. O ângulo segundo se dá esta rotação é denominado de ângulo de cisalhamento, e o processo de deformação

subdividido, anteriormente, é denominado de cisalhamento simples (LOVE, 1944, p. 34; SILVA, 1986, p. 10). LOVE (1944, p. 33) demonstra também que o cisalhamento simples pode ser entendido como um deslocamento de planos materiais paralelos ao plano  $(X,Y)$ , na direção do eixo  $X$ , segundo distâncias proporcionais aos espaçamentos entre os aludidos planos materiais e o plano  $(X,Y)$ .

## 2.2 SISTEMAS DE COORDENADAS

Um sistema de coordenadas no espaço, bidimensional ou tridimensional, físico e abstrato é definido como uma relação de regras que especifica univocamente a posição de cada ponto do espaço por meio de um conjunto ordenado de números reais denominado de coordenadas (CASTAÑEDA, 1986). No que se refere ao posicionamento geodésico, cada ponto pode ser caracterizado pelo terno composto pelas coordenadas cartesianas  $(X, Y, Z)$  ou pelas coordenadas geodésicas  $(\varphi, \lambda, h)$ . Estas coordenadas, para um ponto genérico  $P_i$ , podem ser vistas na figura 2.9.

FIGURA 2.9 – SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS E GEODÉSICAS



Deste modo, o conceito posição designa ponto de espaço tridimensional se qualquer uma destas duas tríades for empregadas. No entanto, os dois sistemas de coordenadas que formam as bases matemáticas utilizadas no contexto deste trabalho são cartesianos tridimensionais. São eles:

- Sistema de Referência Terrestre Convencional (CTRS); e
- Sistema Geodésico Local (SGL).

Muito embora, as coordenadas geodésicas  $(\varphi, \lambda, h)$  serão utilizadas para expressar o relacionamento matemático entre o CTRS e o SGL, que será visto na seção 3.3.1.

### 2.2.1 Sistema de Referência Terrestre Convencional

Um sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas é, por definição, aquele cuja origem coincide com o centro de massa da Terra (geocentro) e cujos eixos (X, Y,

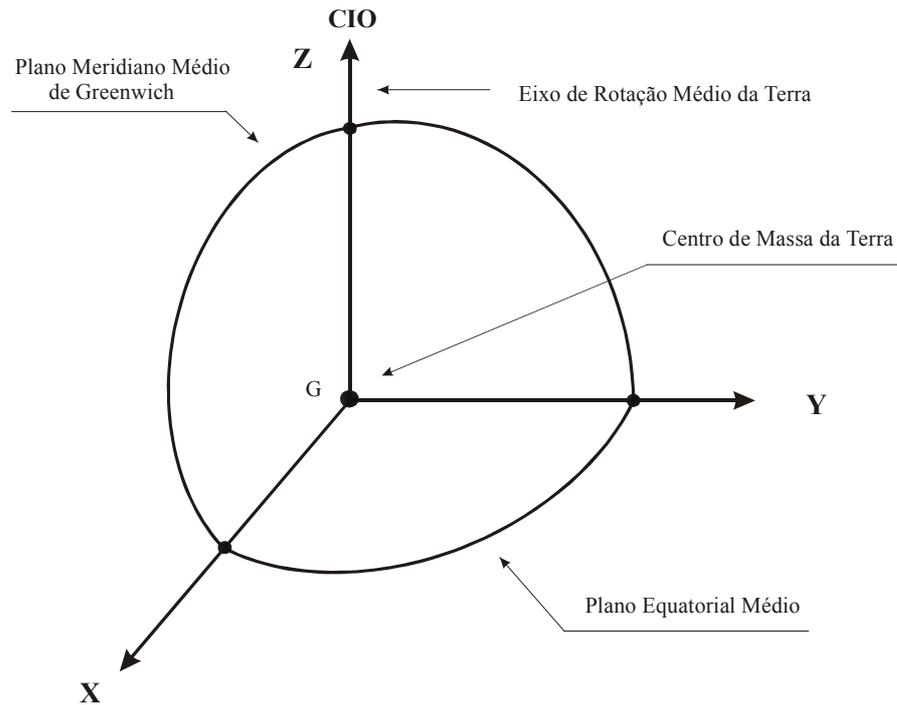
Z) são solidários com ela (VANICEK e STEEVES, 1996, p. 740). O sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas mais comum em geodésia é o CTRS. Este sistema de referência é o mais utilizado em geodésia pelos sistemas espaciais de posicionamento (COSTA, 1999, p. 11).

Um CTRS é definido como (COSTA, 1999, p. 11; NIMA, 2000, p. 2-1):

- É geocêntrico, com o centro de massa sendo definido para toda a Terra, incluindo oceanos e atmosfera;
- Sua escala é aquela definida pelo arcabouço “frame” terrestre local, dentro do conceito da teoria relativística da gravitação;
- Sua orientação foi inicialmente dada pelo Bureau International de l’Heure (BIH) para a época 1984,0;
- A evolução temporal de sua orientação não deve permitir rotação global residual com relação à crosta terrestre.

A figura 2.10 mostra o CTRS.

FIGURA 2.10 – REPRESENTAÇÃO DO CTRS



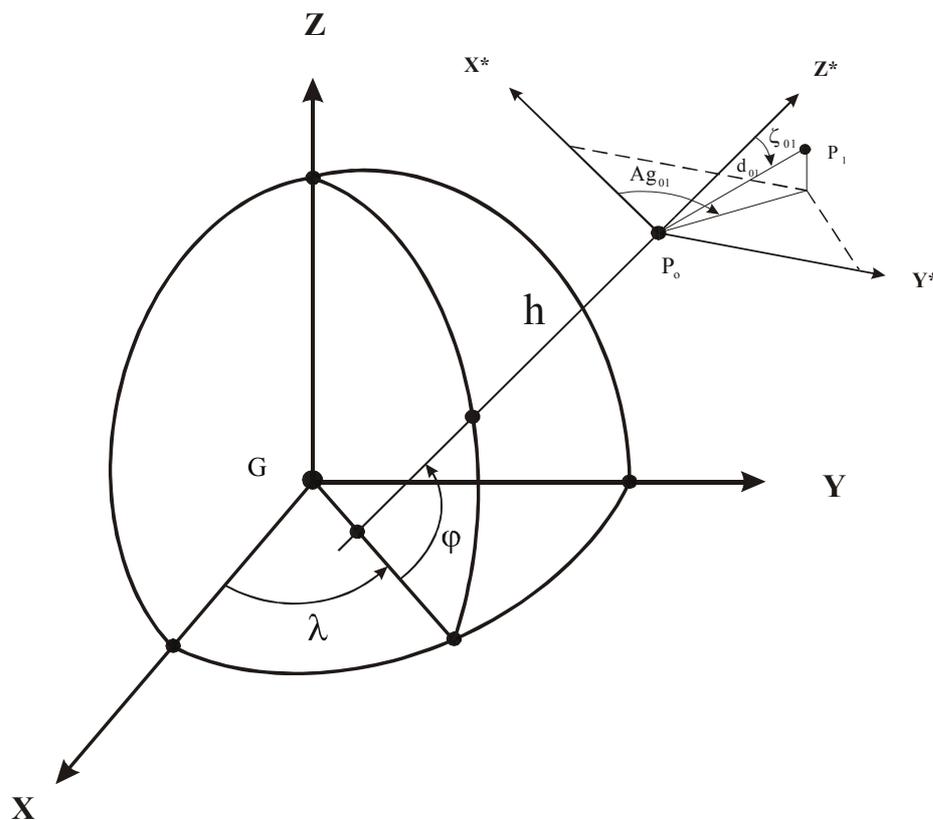
Na figura 2.10, a origem e os eixos são definidos como (NIMA, 2000, p. 2-2):

- Origem no centro de massa da Terra (G), definido fisicamente;
- Eixo Z é o eixo de rotação médio da Terra, que coincide com o Conventional International Origin (CIO) e é positivo no sentido norte; o eixo de rotação médio é determinado pelas estações de observação do International Earth Rotation Service (IERS) desde 1988 em que o pólo norte fica designado como Conventional Terrestrial Pole (CTP);
- O plano XZ é escolhido de tal forma que seja paralelo ao plano meridiano médio de Greenwich;
- O plano XY corresponde ao plano equatorial médio;
- Os eixos X, Y e Z são ortogonais entre si e formam um sistema destrógiro.

### 2.2.2 Sistema Geodésico Local

Ao lado do CTRS é de significação o SGL ou sistema de coordenadas cartesianas elipsóidicas topocêntricas, porque as medidas geodésicas terrestres, como a distância entre dois pontos, o ângulo zenital elipsóidico e o azimuth geodésico, ilustrados pela figura 2.11, a ele estão ligados pela direção da normal do ponto  $P_0$ .

FIGURA 2.11 – REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA GEODÉSICO LOCAL



Na figura 2.11  $\varphi$ ,  $\lambda$  e  $h$  representam, respectivamente, a latitude geodésica, a longitude geodésica e a altitude elipsoidal do ponto  $P_0$ .

São propriedades do SGL (COSTA, 1999, p. 15; MORAES, 2001, p.152):

- Sistema cartesiano levógiro com origem no topocentro ( $P_0$ );
- Não está associado com as características físicas da Terra; adota-se o elipsóide de revolução, para a representação das coordenadas geodésicas;

- Eixo  $Z^*$  está contido no plano meridiano elipsóidico e tem sentido para o zênite elipsóidico;
- Eixo  $X^*$  está contido no plano meridiano elipsóidico e tem sentido positivo para o norte geodésico;
- Eixo  $Y^*$  coincide com a direção leste-oeste elipsóidica e tem sentido positivo para o leste;
- O plano  $X^*Y^*$  forma o horizonte elipsóidico topocêntrico que é perpendicular à normal do ponto  $P_0$ ;
- O azimute geodésico  $A_g$  da posição  $P_1$  em relação a posição de  $P_0$  é definido como o ângulo entre o plano meridiano elipsóidico de  $P_0$  e o plano formado pelo eixo  $Z^*$  e o ponto  $P_1$ ;
- O ângulo zenital elipsóidico  $\zeta$  é o ângulo entre a normal elipsóidica no ponto  $P_0$  e o segmento de reta que liga o ponto  $P_0$  ao ponto  $P_1$ ;  $\zeta$  situa-se no intervalo  $0 \leq \zeta \leq \pi$ .

### 2.3 TENSORES CARTESIANOS

A análise de tensores preocupa-se com o estudo de objetos abstratos, chamados tensores, onde as propriedades são independentes dos sistemas de referência utilizados para descrevê-los (SOKOLNIKOFF, 1965, p. 50). Em outras palavras, um tensor é uma quantidade que descreve um estado físico ou um fenômeno físico, o qual é invariante, ou seja, permanece inalterado, mesmo quando o sistema de coordenadas ou de referência utilizado para descrevê-lo é modificado (SAADA, 1974, p. 95). Neste trabalho, dar-se-á ênfase apenas aos tensores cartesianos, pois todos os procedimentos e considerações adotados para a formulação dos parâmetros de deformação baseiam-se nos sistemas de coordenadas cartesianas.

Se uma determinada quantidade de um ponto do espaço pode ser descrita por meio de um número, esta quantidade é um escalar ou um tensor de ordem zero; se três

números são necessários, a quantidade é um vetor ou um tensor de primeira ordem; se nove números são necessários, a quantidade é um tensor de segunda ordem. Em geral, se  $3^n$  números são necessários para descrever o valor da quantidade em um ponto do espaço, a quantidade é um tensor de  $n$ ésima ordem.

As principais razões pelas quais utilizar-se-á os conceitos de tensores cartesianos para formulação dos parâmetros de deformação, neste trabalho, são:

1. Os tensores são quantidades que descrevem o mesmo fenômeno independentemente dos sistemas de coordenadas utilizados, os quais provêm propriedades importantes para formulação adequada de leis físicas. As equações que descrevem tais leis devem ser tensorialmente homogêneas, ou seja, todos os termos das equações devem ser um tensor de mesma ordem (SAADA, 1974, p. 95);
2. Devido às propriedades dos tensores é possível transformar uma equação descrita em um sistema de coordenadas para outro sistema de coordenadas (SOKOLNIKOFF, 1965. P. 51; CHOU e PAGANO, 1967, p. 171);
3. Uma vez que as propriedades de um tensor de determinada ordem sejam estabelecidas, elas permanecem para todos os tensores semelhantes independentemente do fenômeno físico que estes representam (SAADA, 1974, p. 95).

### 2.3.1 Ordem dos Tensores

#### 2.3.1.1 Tensor de Ordem Zero

Escalares são designados de tensores de ordem zero (SOKOLNIKOFF, 1965, p. 61; HOTINE, 1969, p. 9), e permanecem inalterados quando o sistema de coordenadas que os representa são transformados para outro sistema. Por isso, os escalares são invariantes, o que constitui uma das propriedades dos tensores que será vista na seção 2.3.2.

### 2.3.1.2 Tensor de Primeira Ordem

Considere-se um vetor  $\mathbf{X}_1$ , cujas componentes  $(x_1, x_2, x_3)$  representam as coordenadas de um ponto  $P_1$ , em um dado sistema de coordenadas cartesianas ortogonais. Em um outro sistema de coordenadas cartesianas ortogonais qualquer, as coordenadas do ponto  $P_1$  serão  $(x'_1, x'_2, x'_3)$ , calculados por:

$$\begin{aligned} x'_1 &= l_{11}x_1 + l_{12}x_2 + l_{13}x_3, \\ x'_2 &= l_{21}x_1 + l_{22}x_2 + l_{23}x_3, \\ x'_3 &= l_{31}x_1 + l_{32}x_2 + l_{33}x_3, \end{aligned} \quad (2.4)$$

ou

$$x'_i = l_{ij}x_j, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.5)$$

onde  $l_{ij}$  são os co-senos diretores entre o novo e o antigo sistema de coordenadas.

As quantidades que são transformadas por meio da equação (2.5) são chamadas de vetores ou tensores de primeira ordem (SOKOLNIKOFF, 1965, p. 60; SAADA, 1974, p. 97; HOTINE, 1969, p. 9).

A multiplicação de um tensor de primeira ordem por um tensor de ordem zero, ou seja, a multiplicação de um vetor por um escalar, produz um tensor de primeira ordem. Deste modo, têm-se que:

$$mx'_i = m l_{ij}x_j = l_{ij}(mx_j). \quad (2.6)$$

Considere-se agora dois tensores de primeira ordem,  $\xi'_i$  e  $x'_i$ . A soma destes dois tensores de primeira ordem produz um tensor de primeira ordem, ou seja:

$$\xi'_i + x'_i = l_{ij}\xi_j + l_{ij}x_j = l_{ij}(\xi_j + x_j). \quad (2.7)$$

### 2.3.1.3 Tensor de Segunda Ordem

Sejam dois tensores de primeira ordem,  $\mathbf{u}_i$  e  $\mathbf{v}_j$ , em um determinado sistema de coordenadas cartesianas, cujas componentes são  $(u_1, u_2, u_3)$  e  $(v_1, v_2, v_3)$ , respectivamente. Transformando-se estes dois tensores para um outro sistema de coordenadas cartesianas, suas respectivas componentes, neste novo sistema serão:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'_i &= l_{ik} \mathbf{u}_k \text{ ,} \\ \mathbf{v}'_j &= l_{jm} \mathbf{v}_m \text{ .} \end{aligned} \tag{2.8}$$

A multiplicação destes dois tensores de primeira ordem resulta em:

$$\mathbf{u}'_i \mathbf{v}'_j = (l_{ik} \mathbf{u}_k)(l_{jm} \mathbf{v}_m) = l_{ik} l_{jm} \mathbf{u}_k \mathbf{v}_m \text{ ,} \tag{2.9}$$

que pode ser escrito como:

$$\mathbf{w}'_{ij} = l_{ik} l_{jm} \mathbf{w}_{km} \text{ ,} \tag{2.10}$$

onde,

$$\mathbf{w}'_{ij} = \mathbf{u}'_i \mathbf{v}'_j \text{ , e} \tag{2.11}$$

$$\mathbf{w}_{km} = \mathbf{u}_k \mathbf{v}_m \text{ .} \tag{2.12}$$

As equações (2.10), (2.11) e (2.12) representam o produto geral dos tensores de primeira ordem no atual sistema de coordenadas cartesianas e no antigo sistema, respectivamente (SAADA, 1974, p. 97).

A expressão (2.10) descreve um sistema de nove equações; cada uma contém nove termos à direita, cada termo da direita representa o produto de dois fatores: o

primeiro fator  $l_{ik}l_{jm}$ , que depende unicamente da orientação dos eixos nos dois sistemas de coordenadas, enquanto o segundo  $w_{km} = u_k v_m$ , é o produto das componentes dos dois vetores no sistema de coordenadas original, resultando em um conjunto de nove quantidades escalares. Deste modo, a solução deste sistema, resultará, também, em um conjunto de nove quantidades escalares. Em geral, um conjunto de nove quantidades escalares ( $w_{km}$ ) referidas a um determinado sistema de coordenadas cartesianas, e que são transformadas, por meio da equação (2.10), em um conjunto de nove quantidades escalares ( $w'_{ij}$ ) referidas a um novo sistema de coordenadas cartesianas, é designado de tensor de segunda ordem (CHOU e PAGANO, 1967, p. 176; SAADA, 1974, p 97). Como exemplo de tensores de segunda ordem têm-se (CHOU e PAGANO, 1967, p. 176): tensor de deformação; sistema de momento de massa de inércia e produtos de inércia.

#### 2.3.1.4 Tensores de Ordem Elevada

Similarmente à equação (2.10) – tensor de segunda ordem – pode-se construir e definir tensores de ordens mais elevadas, cada um contendo  $3^n$  componentes, onde  $n$  é a ordem do tensor (SOKOLNIKOFF, 1965, p. 61). Por exemplo:

$$w'_{ijk} = l_{ir}l_{js}l_{kt}w_{rst} , \quad (2.13)$$

é definido como um tensor de terceira ordem, que pode ser obtido multiplicando três tensores de primeira ordem ou multiplicando um tensor de primeira ordem por um tensor de segunda ordem. Deste modo, um tensor de terceira ordem possui 27 componentes.

De maneira análoga, um tensor de quarta ordem é definido por:

$$w'_{ijkl} = l_{im}l_{jn}l_{kp}l_{lq}w_{mnpq} , \quad (2.14)$$

o qual possui um conjunto de 81 componentes.

De um modo geral pode-se definir um tensor de ordem  $n$  por (CHOU e PAGANO, 1976, p. 177):

$$w'_{ij\dots} = l_{ik\dots} l_{jm\dots} w_{km\dots} \quad , \quad (2.15)$$

onde  $w'$  e  $w$  possuem  $n$  índices, e os índices de  $w'$  apresentam-se como os primeiros índices dos co-senos diretores ( $l$ ), enquanto os  $n$  índices de  $w$  apresentam-se como o segundo índice de  $l$ . Deste modo, este tensor consiste de  $3^n$  componentes, e existem  $3^n$  coeficientes, que são os produtos dos co-senos diretores, em cada uma das equações desenvolvidas pela expressão (2.15).

Observa-se então, pela definição anterior, que a ordem de um tensor é igual a quantidade de índices que ele possui (HOTINE, 1969, p. 9).

### 2.3.2 Invariância

O conceito de invariância de objetos matemáticos permeia a estrutura da análise de tensores, no que diz respeito à transformação entre sistemas de coordenadas (SOKOLNIKOFF, 1965, p. 50). Deste modo, considerando-se o ponto  $P_1$ , enunciado na seção 2.3.1.2, quando o sistema de coordenadas cartesianas que o descreve é transformado para outro sistema, o seu vetor de coordenadas antigo  $X_1$  passa a ser  $X'_1$ , porém, a sua posição no espaço não é modificada. Por isso, diz-se que o ponto  $P_1$  é um invariante.

Sejam agora dois pontos  $P_1$  e  $P_2$ , que determinam um vetor  $\overline{P_1P_2}$ . Este vetor, em um determinado sistema de coordenadas é expresso por um conjunto de componentes  $c_i$ . Quando o sistema de coordenadas em que está atrelado o vetor  $\overline{P_1P_2}$  é transformado, um novo conjunto de componentes  $d_i$  passa a descrevê-lo, mas o vetor propriamente dito não é alterado. De maneira análoga, uma curva ou superfície podem ser descritas em um determinado sistema de coordenadas por meio de uma equação,

que tem sua forma modificada quando o sistema de coordenadas é transformado para um outro sistema, mas a curva ou superfície permanece inalterada. Deste modo, o ponto  $P_1$ , o vetor  $\overline{P_1P_2}$ , assim como a curva ou superfície são invariantes.

De um modo geral, um objeto independentemente da sua natureza, é um invariante, desde que ele não seja alterado quando o sistema de coordenadas que o descreve é transformado para um outro sistema (SOKOLNIKOFF, 1965, p. 51; SAADA, 1974, p. 101; HOTINE, 1969, p. 10).

Este conceito representa uma das propriedades dos tensores, e é enunciado matematicamente da seguinte forma (SAADA, 1974, p. 101): se  $f(w_{ij})$  é uma função de um tensor  $w_{ij}$ , e se  $q_{ij} = \partial f / \partial w_{ij}$ , então  $q_{ij}$  também é um tensor, que mediante uma transformação de sistema de coordenadas será dado por  $q'_{ij} = \partial f / \partial w'_{ij}$ . Tal propriedade pode ser demonstrada como se segue:

$$\frac{\partial f(w_{ij})}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial f(w_{ij})}{\partial w_{km}} \frac{\partial w_{km}}{\partial w'_{ij}} . \quad (2.16)$$

Pela equação (2.10), têm-se:

$$w'_{ij} = l_{ik} l_{jm} w_{km} , \quad (2.17)$$

multiplicando-se ambos os termos por  $l_{ir} l_{js}$ , obtêm-se:

$$l_{ir} l_{js} w'_{ij} = l_{ir} l_{ik} l_{js} l_{jm} w_{km} = \delta_{rk} \delta_{sm} w_{km} = w_{rs} . \quad (2.18)$$

Deste modo,

$$\frac{\partial w_{km}}{\partial w'_{ij}} = l_{ik} l_{jm} \quad (2.19)$$

e

$$\frac{\partial f(\mathbf{w}_{ij})}{\partial \mathbf{w}'_{ij}} = \mathbf{q}'_{ij} = l_{ik} l_{jm} \mathbf{q}_{km} , \quad (2.20)$$

que demonstra a propriedade de invariância dos tensores.

### 2.3.3 Tensores Simétricos e Anti-Simétricos

Iniciar-se-á esta seção demonstrando que se  $\mathbf{w}_{ij}$  é um tensor, então o seu transposto  $\mathbf{w}_{ji}$ , também é um tensor. Para a consecução de tal demonstração, considere-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{ij} &= \mathbf{w}_{ji} , \\ \mathbf{u}'_{kl} &= \mathbf{w}'_{lk} , \\ \mathbf{w}'_{kl} &= l_{ik} l_{jl} \mathbf{w}_{ij} . \end{aligned} \quad (2.21)$$

Pode-se provar, então, que:

$$\mathbf{u}'_{kl} = l_{ik} l_{jl} \mathbf{u}_{ij} = l_{ik} l_{jl} \mathbf{w}_{ji} . \quad (2.22)$$

Mas,

$$l_{ik} l_{jl} \mathbf{w}_{ji} = l_{jk} l_{il} \mathbf{w}_{ij} . \quad (2.23)$$

Deste modo, desenvolvendo ambos os termos da equação (2.23), têm-se:

$$l_{ik} l_{jl} \mathbf{u}_{ij} = l_{jk} l_{il} \mathbf{w}_{ij} = l_{il} l_{jk} \mathbf{w}_{ij} = \mathbf{w}'_{lk} = \mathbf{u}'_{kl} , \quad (2.24)$$

ficando assim demonstrada a equação (2.22)

Desta maneira, se as componentes de um tensor de segunda ordem  $w_{ij}$ , podem ser representados na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{w}_{ij} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

então a forma matricial:

$$\mathbf{w}_{ji} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{21} & w_{31} \\ w_{12} & w_{22} & w_{32} \\ w_{13} & w_{23} & w_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

também é um tensor de segunda ordem (SAADA, 1974, p. 99; CHOU e PAGANO, 1967, p. 178). Assim, as quantidades:

$$\frac{1}{2}(\mathbf{w}_{ij} + \mathbf{w}_{ji}), \text{ e} \quad (2.27)$$

$$\frac{1}{2}(\mathbf{w}_{ij} - \mathbf{w}_{ji}), \quad (2.28)$$

são tensores de segunda ordem. No entanto, se os índices  $i$  e  $j$  da equação (2.27) forem trocados, mas a quantidade permanecer inalterada, este tensor é chamado de tensor simétrico, que pode ser denotado por  $\mathbf{w}_{ij}^S$ ; quando estes índices forem trocados na equação (2.28) e o valor permanecer o mesmo, mas com sinal oposto, o tensor é chamado de anti-simétrico, sendo denotado por  $\mathbf{w}_{ij}^A$ .

No caso do tensor de segunda ordem simétrico, é válida a seguinte relação, para as componentes não pertencentes a diagonal principal (HOTINE, 1969, p. 10; VANICEK, 1972, p. 44):

$$\mathbf{w}_{ij}^S = \mathbf{w}_{ji}^S . \quad (2.29)$$

As componentes da diagonal principal do tensor de segunda ordem anti-simétrico são nulos, sendo válida a seguinte relação para as demais componentes (HOTINE, 1969, p. 10; VANICEK, 1972, p. 44):

$$\mathbf{w}_{ij}^A = -\mathbf{w}_{ji}^A . \quad (2.30)$$

Finalmente, a soma das equações (2.27) e (2.28) resultam em  $\mathbf{w}_{ij}$ , ou seja:

$$\frac{1}{2}(\mathbf{w}_{ij} + \mathbf{w}_{ji}) + \frac{1}{2}(\mathbf{w}_{ij} - \mathbf{w}_{ji}) = \mathbf{w}_{ij} . \quad (2.31)$$

A partir da equação (2.31) conclui-se que qualquer tensor de Segunda ordem pode ser expresso como a soma de um tensor simétrico e outro anti-simétrico (HOTINE, 1969, p. 10; VANICEK, 1972, p. 44; SAADA, 1974, p. 99; CHOU e PAGANO, 1967, p. 179).

Os conceitos explanados nesta seção serão utilizados na formulação matemática do tensor de deformação a partir dos deslocamentos, o qual será visto na seção seguinte.

## 2.4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO A PARTIR DOS DESLOCAMENTOS

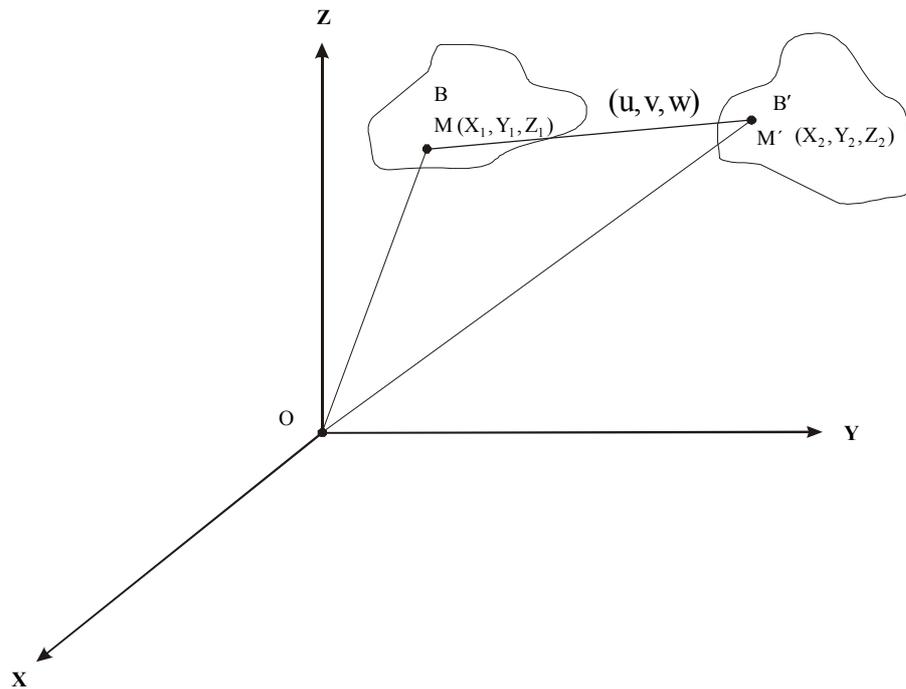
A teoria de deformações de meios contínuos é puramente matemática, ou seja, ela se preocupa com o estudo das propriedades intrínsecas das deformações, independentemente de suas causas físicas (SAADA, 1974, p. 3). Tais propriedades são expressas, geralmente, por meio da noção de transformação, que implica em deslocamento e alteração da forma. O problema é formulado da seguinte maneira (CHOU e PAGANO, 1967, p. 35; SAADA, 1974, p. 3): dada as posições dos pontos de um corpo em seu estado inicial (antes da deformação) e em seu estado final (após a deformação), é requerida a variação em comprimento e em direção de um elemento de linha de dois pontos separados por uma distância infinitesimal.

Deste modo, seja  $M$  um ponto de um corpo deformável  $B$  de coordenadas cartesianas geocêntricas  $(X_1, Y_1, Z_1)$  e  $B'$  o mesmo corpo após ter sofrido um processo de deformação infinitesimal e homogêneo. Após a deformação o ponto  $M$  desloca-se para  $M'$ , cujas coordenadas são:

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + u, \\ Y_2 &= Y_1 + v, \\ Z_2 &= Z_1 + w, \end{aligned} \tag{2.32}$$

onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as projeções de  $\overline{MM'}$  nos três eixos  $OX_1$ ,  $OY_1$  e  $OZ_1$ , ou seja, são os deslocamentos em  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respectivamente, conforme pode ser visto pela figura 2.12.

FIGURA 2.12 – DESLOCAMENTO DE UM PONTO M

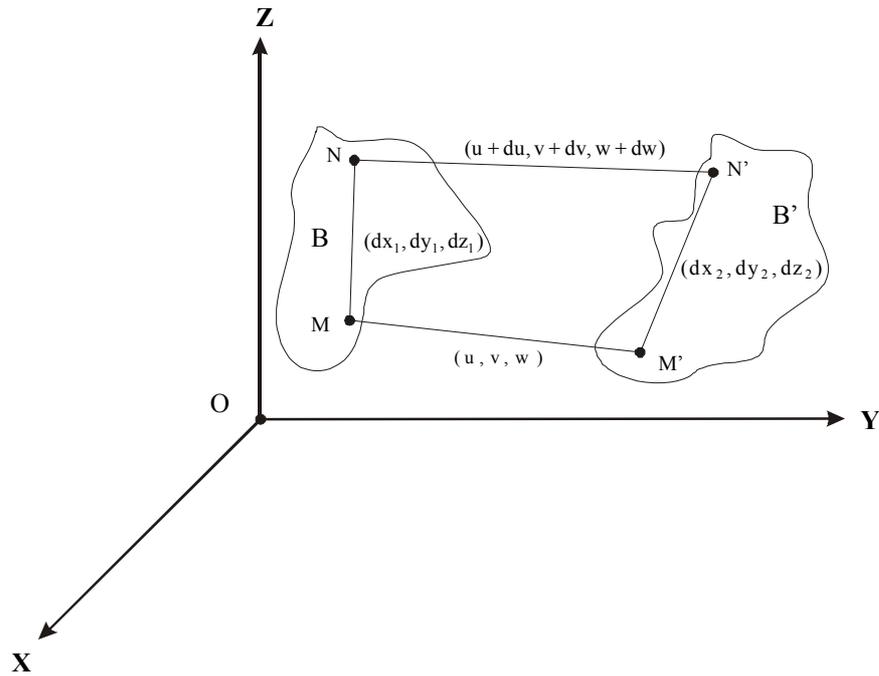


Assumindo-se que  $(u, v, w)$ , bem como suas derivadas com respeito a  $X, Y$  e  $Z$  são funções contínuas de  $X_1, Y_1$  e  $Z_1$ , as equações (2.32) podem ser rescritas como:

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + u(X_1, Y_1, Z_1), \\ Y_2 &= Y_1 + v(X_1, Y_1, Z_1), \\ Z_2 &= Z_1 + w(X_1, Y_1, Z_1). \end{aligned} \tag{2.33}$$

Agora, considerando-se dois pontos,  $M(X_1, Y_1, Z_1)$  e  $N(X_1 + dx_1, Y_1 + dy_1, Z_1 + dz_1)$ , infinitesimalmente próximos. Após a deformação,  $M$  é deslocado para  $M'$ , e  $N$  é deslocado para  $N'$ , conforme pode ser visto pela figura 2.13.

FIGURA 2.13 – DESLOCAMENTO DE DOIS PONTOS M E N



Deste modo, as coordenadas do ponto N' são calculadas por:

$$\begin{aligned} X_2 + dx_2 &= X_1 + dx_1 + u + du, \\ Y_2 + dy_2 &= Y_1 + dy_1 + v + dv, \\ Z_2 + dz_2 &= Z_1 + dz_1 + w + dw. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Desenvolvendo o deslocamento do ponto N com os termos das derivadas parciais de 1ª ordem em série de Taylor, na vizinhança do ponto M, têm-se que:

$$\begin{aligned} u + du &= (u)_M + \left( \frac{\partial u}{\partial X_1} \right)_M dx_1 + \left( \frac{\partial u}{\partial Y_1} \right)_M dy_1 + \left( \frac{\partial u}{\partial Z_1} \right)_M dz_1 + \dots, \\ v + dv &= (v)_M + \left( \frac{\partial v}{\partial X_1} \right)_M dx_1 + \left( \frac{\partial v}{\partial Y_1} \right)_M dy_1 + \left( \frac{\partial v}{\partial Z_1} \right)_M dz_1 + \dots, \\ w + dw &= (w)_M + \left( \frac{\partial w}{\partial X_1} \right)_M dx_1 + \left( \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right)_M dy_1 + \left( \frac{\partial w}{\partial Z_1} \right)_M dz_1 + \dots, \end{aligned} \quad (2.35)$$

substituindo as equações (2.35) nas equações (2.34), obtêm-se:

$$\begin{aligned}
X_2 + dx_2 &= X_1 + (u)_M + \left(\frac{\partial u}{\partial X_1}\right)_M dx_1 + \left(\frac{\partial u}{\partial Y_1}\right)_M dy_1 + \left(\frac{\partial u}{\partial Z_1}\right)_M dz_1 + dx_1 + \dots, \\
Y_2 + dy_2 &= Y_1 + (v)_M + \left(\frac{\partial v}{\partial X_1}\right)_M dx_1 + \left(\frac{\partial v}{\partial Y_1}\right)_M dy_1 + \left(\frac{\partial v}{\partial Z_1}\right)_M dz_1 + dy_1 + \dots, \\
Z_2 + dz_2 &= Z_1 + (w)_M + \left(\frac{\partial w}{\partial X_1}\right)_M dx_1 + \left(\frac{\partial w}{\partial Y_1}\right)_M dy_1 + \left(\frac{\partial w}{\partial Z_1}\right)_M dz_1 + dz_1 + \dots,
\end{aligned} \tag{2.35}$$

subtraindo-se as equações (2.35) das equações (2.32), fica:

$$\begin{aligned}
dx_2 &= \left[1 + \left(\frac{\partial u}{\partial X_1}\right)_M\right] dx_1 + \left(\frac{\partial u}{\partial Y_1}\right)_M dy_1 + \left(\frac{\partial u}{\partial Z_1}\right)_M dz_1 + \dots, \\
dy_2 &= \left(\frac{\partial v}{\partial X_1}\right)_M dx_1 + \left[1 + \left(\frac{\partial v}{\partial Y_1}\right)_M\right] dy_1 + \left(\frac{\partial v}{\partial Z_1}\right)_M dz_1 + \dots, \\
dz_2 &= \left(\frac{\partial w}{\partial X_1}\right)_M dx_1 + \left(\frac{\partial w}{\partial Y_1}\right)_M dy_1 + \left[1 + \left(\frac{\partial w}{\partial Z_1}\right)_M\right] dz_1 + \dots
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Como o corpo sofre um processo de deformação infinitesimal e homogêneo, os termos de ordem dois ou mais da série de Taylor podem ser negligenciados (SOKOLNIKOFF, 1956, p. 20), e as relações entre  $(dx_2, dy_2, dz_2)$  e  $(dx_1, dy_1, dz_1)$  tornam-se lineares. As equações (2.36) equivalem a uma operação que transforma um vetor  $\vec{d}_1$   $(dx_1, dy_1, dz_1)$  de comprimento  $ds$  para um vetor  $\vec{d}_2$   $(dx_2, dy_2, dz_2)$  de comprimento  $ds'$ . Este tipo de transformação é chamado de transformação linear (SAADA, 1974, p. 6).

Reescrevendo as equações (2.36), considerando as observações do parágrafo anterior têm-se que:

$$\begin{aligned}
dx_2 &= \left(1 + \frac{\partial u}{\partial X_1}\right) dx_1 + \left(\frac{\partial u}{\partial Y_1}\right) dy_1 + \left(\frac{\partial u}{\partial Z_1}\right) dz_1, \\
dy_2 &= \left(\frac{\partial v}{\partial X_1}\right) dx_1 + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial Y_1}\right) dy_1 + \left(\frac{\partial v}{\partial Z_1}\right) dz_1, \\
dz_2 &= \left(\frac{\partial w}{\partial X_1}\right) dx_1 + \left(\frac{\partial w}{\partial Y_1}\right) dy_1 + \left(1 + \frac{\partial w}{\partial Z_1}\right) dz_1.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

As variações em comprimento e orientação de elementos como  $ds$ , podem ser expressos por meio das componentes de seu vetor deslocamento, ou seja:

$$\begin{aligned}
du &= dx_2 - dx_1 = \frac{\partial u}{\partial X_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial Y_1} dy_1 + \frac{\partial u}{\partial Z_1} dz_1, \\
dv &= dy_2 - dy_1 = \frac{\partial v}{\partial X_1} dx_1 + \frac{\partial v}{\partial Y_1} dy_1 + \frac{\partial v}{\partial Z_1} dz_1, \\
dw &= dz_2 - dz_1 = \frac{\partial w}{\partial X_1} dx_1 + \frac{\partial w}{\partial Y_1} dy_1 + \frac{\partial w}{\partial Z_1} dz_1.
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Considerando-se que os vetores de deslocamento ( $du, dv, dw$ ) e o de coordenadas  $(X_1, Y_1, Z_1)$  sejam denotados, respectivamente, por  $d_i = d_i(u, v, w)$  e  $r_j = r_j(X_1, Y_1, Z_1)$ , as equações (2.38) podem ser rescritas como:

$$d_i = \frac{\partial d_i}{\partial r_j} dr_j. \tag{2.39}$$

Como  $d_i$  é um vetor, seu gradiente  $\frac{\partial d_i}{\partial r_j}$  é um tensor de segunda ordem, que pode ser escrito pela soma de uma parte simétrica e outra anti-simétrica. Deste modo, a equação (2.39) fica:

$$d_i = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_i}{\partial r_j} + \frac{\partial d_j}{\partial r_i} \right) dr_j + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_i}{\partial r_j} - \frac{\partial d_j}{\partial r_i} \right) dr_j, \text{ ou} \tag{2.40}$$

$$d_i = e_{ij}dr_j + \omega_{ij}dr_j, \quad (2.41)$$

onde:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_i}{\partial r_j} + \frac{\partial d_j}{\partial r_i} \right) dr_j, \quad (2.42)$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_i}{\partial r_j} - \frac{\partial d_j}{\partial r_i} \right) dr_j. \quad (2.43)$$

As componentes de  $e_{ij}$  são :

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial X_1} + \frac{\partial u}{\partial X_1} \right) = \frac{\partial u}{\partial X_1} = \varepsilon_x, \\ e_{12} = e_{21} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Y_1} + \frac{\partial v}{\partial X_1} \right) = \gamma_{xy}, \\ e_{13} = e_{31} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) = \gamma_{xz}, \\ e_{22} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial Y_1} + \frac{\partial v}{\partial Y_1} \right) = \frac{\partial v}{\partial Y_1} = \varepsilon_y, \\ e_{23} = e_{32} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right) = \gamma_{yz}, \\ e_{33} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial Z_1} \right) = \frac{\partial w}{\partial Z_1} = \varepsilon_z. \end{aligned} \quad (2.44)$$

As equações (2.44) indicam que  $e_{11}, e_{22}, e e e_{33}$  são as deformações específicas, que respondem pela extensão e/ou contração, enquanto,  $e_{12}, e_{13}, e e_{23}$  são as deformações de cisalhamento simples. Visto que as componentes  $e_{ij}$  formam a parte

simétrica do tensor de segunda ordem  $\frac{\partial d_i}{\partial r_j}$ , elas por si próprio são um tensor simétrico de segunda ordem.

Similarmente,  $\omega_{ij}$  é um tensor anti-simétrico de segunda ordem. Deste modo,  $e_{ij}$  é o chamado tensor de deformação simétrica e responde pelo cisalhamento puro (deformação pura). Por sua vez,  $\omega_{ij}$  é denominado de tensor de deformação anti-simétrica e, é a representação analítica do ângulo de cisalhamento (rotação de corpo rígido).

O vetor associado com o tensor de deformação anti-simétrica  $\omega_{ij}$  é o rotacional de  $d_i$ . Deste modo, as componentes deste tensor são:

$$\begin{aligned}\omega_{32} = -\omega_{23} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial Y_1} - \frac{\partial v}{\partial Z_1} \right) = \omega_x, \\ \omega_{13} = -\omega_{31} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) = \omega_y, \\ \omega_{21} = -\omega_{12} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial X_1} - \frac{\partial u}{\partial Y_1} \right) = \omega_z.\end{aligned}\tag{2.45}$$

As quantidades  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  e  $\omega_z$  são também denominadas de rotações diferenciais.

Substituindo as equações (2.44) e (2.45) nas equações (2.38), têm-se que:

$$\begin{aligned}du &= e_{11} dx_1 + (e_{12} - \omega_{21}) dy_1 + (e_{13} + \omega_{13}) dz_1, \\ dv &= (e_{12} + \omega_{22}) dx_1 + e_{22} dy_1 + (e_{23} - \omega_{32}) dz_1, \\ dw &= (e_{13} - \omega_{13}) dx_1 + (e_{23} + \omega_{32}) dy_1 + e_{33} dz_1.\end{aligned}\tag{2.46}$$

Por meio das equações (2.46) observa-se que os deslocamentos dos pontos do corpo em estudo são expressos em função de suas respectivas coordenadas no estado não deformado.

### 2.4.1 O Tensor de Deformação e sua Decomposição

As equações (2.46) na forma matricial podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} du \\ dv \\ dw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} - \omega_{21} & e_{13} + \omega_{13} \\ e_{12} + \omega_{21} & e_{22} & e_{23} - \omega_{32} \\ e_{13} - \omega_{13} & e_{23} + \omega_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \end{bmatrix}, \quad (2.47)$$

ou

$$\begin{bmatrix} du \\ dv \\ dw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} - \omega_z & \gamma_{xz} + \omega_y \\ \gamma_{xy} + \omega_z & \varepsilon_y & \gamma_{yz} - \omega_x \\ \gamma_{xz} - \omega_y & \gamma_{yz} + \omega_x & \varepsilon_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Desenvolvendo a equação (2.48), têm-se que:

$$\begin{aligned} du &= \varepsilon_x dx_1 + \gamma_{xy} dy_1 + \gamma_{xz} dz_1 - \omega_z dy_1 + \omega_y dz_1, \\ dv &= \varepsilon_y dy_1 + \gamma_{xy} dx_1 + \gamma_{yz} dz_1 - \omega_x dz_1 + \omega_z dx_1, \\ dw &= \varepsilon_z dz_1 + \gamma_{xz} dx_1 + \gamma_{yz} dy_1 - \omega_y dx_1 + \omega_x dy_1. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Nas equações (2.47) e (2.48) estão representadas as deformações pura (simétrica) e rotacional (anti-simétrica). Deste modo, considerando-se os elementos contidos nas equações (2.44) e (2.45) e introduzindo-os na equação (2.48), obtêm-se :

$$\begin{bmatrix} du \\ dv \\ dw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X_1} & \frac{\partial u}{\partial Y_1} & \frac{\partial u}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial v}{\partial X_1} & \frac{\partial v}{\partial Y_1} & \frac{\partial v}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial w}{\partial X_1} & \frac{\partial w}{\partial Y_1} & \frac{\partial w}{\partial Z_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

O 1º termo do 2º membro da equação (2.50), está representado o tensor de deformação ( $\mathbf{E}$ ), extraindo-o desta equação, têm-se:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X_1} & \frac{\partial u}{\partial Y_1} & \frac{\partial u}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial v}{\partial X_1} & \frac{\partial v}{\partial Y_1} & \frac{\partial v}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial w}{\partial X_1} & \frac{\partial w}{\partial Y_1} & \frac{\partial w}{\partial Z_1} \end{bmatrix}. \quad (2.51)$$

O tensor  $\mathbf{E}$  é designado de tensor de deformação não-translacional de segunda ordem (VANICEK e KRAKIWISKI, 1996, p. 649), o qual resume os elementos básicos das equações (2.44) e (2.45), que são utilizados na representação analítica da deformação. Como este tensor é resultado de uma parte simétrica e outra anti-simétrica (equações (2.40) e (2.41)), a sua decomposição com relação a estas duas partes é representada por:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X_1} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Y_1} + \frac{\partial v}{\partial X_1} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) \\ & \frac{\partial v}{\partial Y_1} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right) \\ & & \frac{\partial w}{\partial Z_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Y_1} - \frac{\partial v}{\partial X_1} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) \\ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Y_1} - \frac{\partial v}{\partial X_1} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right) \\ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) & -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right) & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.52)$$

ou

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ & & \varepsilon_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & \omega_y \\ -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.53)$$

ou ainda de forma mais compacta:

$$\mathbf{E} = \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\omega}, \quad (2.54)$$

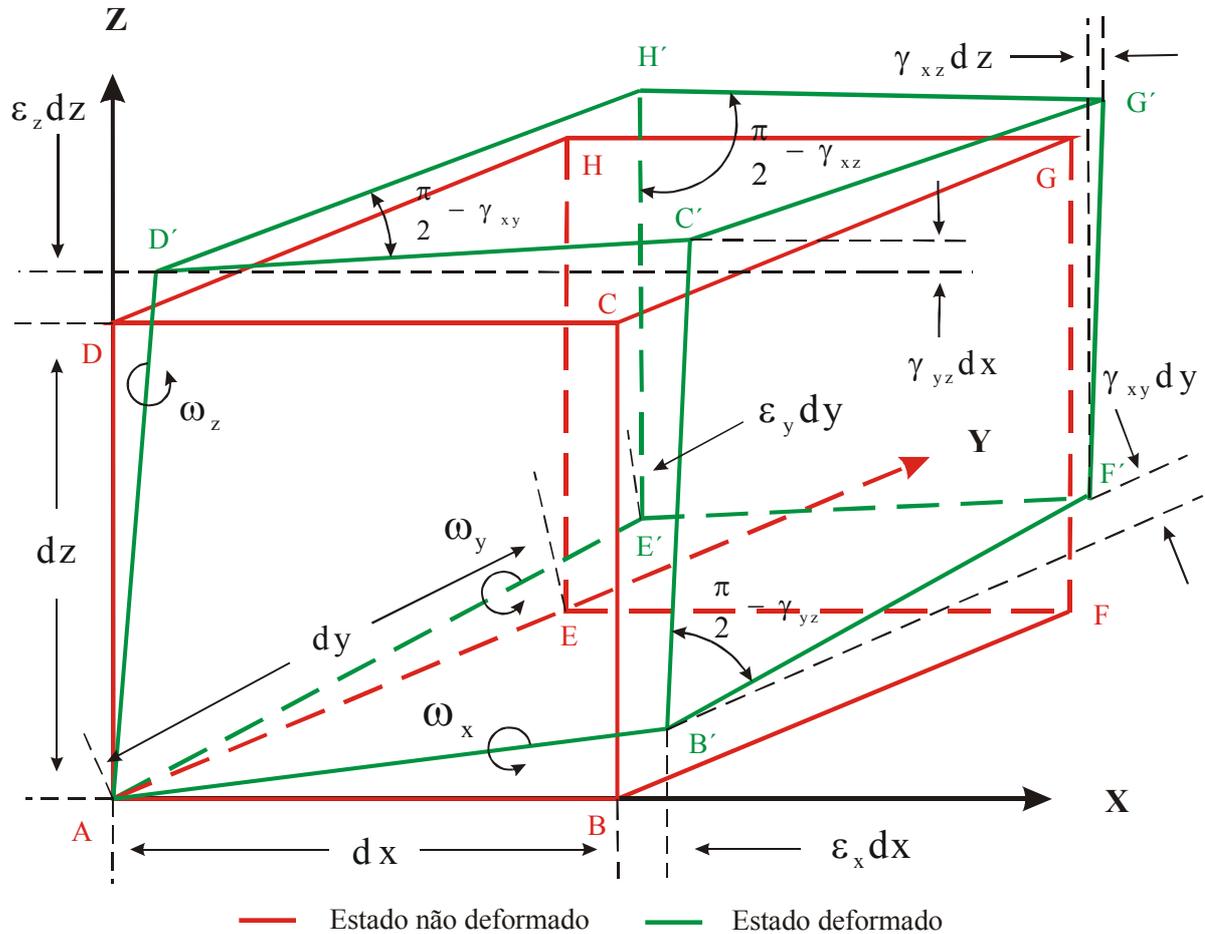
onde  $\boldsymbol{\varepsilon}$  é o tensor de deformação simétrica e,  $\boldsymbol{\omega}$  é o tensor de deformação anti-simétrica.

As três deformações específicas ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ ) e as outras três deformações de cisalhamento simples ( $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ ) contidas no tensor de deformação simétrica, juntamente, com as três rotações diferenciais ( $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ) contidas no tensor de deformação anti-simétrica, são chamadas de parâmetros de deformação. Estes nove parâmetros descrevem a deformação de um corpo em três dimensões.

No contexto deste trabalho, os parâmetros da deformação simétrica traduzem, em cada vértice da rede, a variação média em escala das distâncias que os separam dos demais vértices que integram sua vizinhança, dentro do processo de deformação. Os números que expressam estes parâmetros são grandezas adimensionais para as quais adotar-se-á uma unidade específica a ser denominada STRAIN, e para fins de interpretação dos resultados far-se-á uso de um de seus submúltiplos, ou seja, o  $\mu$ strain (VANICEK e KRAKIWISKI, 1986). Deste modo, o  $\mu$ strain expressa as variações relativas de uma grandeza linear em unidades da sexta casa decimal, ou ainda, em partes por milhão (1  $\mu$ strain = 1 p.p.m). No que diz respeito aos ângulos de rotação diferencial média, expressos adimensionalmente (radianos), pode-se transformá-los para segundo de arcos.

A figura 2.14 ilustra a decomposição da deformação no caso em que um cubo Q é deformado, transformando-se em um cubo Q'.

FIGURA 2.14 – DECOMPOSIÇÃO ANALÍTICA DA DEFORMAÇÃO



Pode-se observar pela figura 2.14, que as posições B, C, D, E, F, G e H dos vértices do cubo Q, após o processo de deformação são deslocados para as posições B', C', D', E', F', G' e H', transformando-se em um novo cubo Q'<sup>5</sup>. O cubo não sofre efeito de translação, por isso, o vértice A, origem do sistema de coordenadas, permanece na mesma posição, após o processo de deformação. A figura 2.14 mostra também que as componentes do tensor de deformação anti-simétrica representam o deslocamento angular dos eixos principais (CHOU e PAGANO, 1967, p. 46), ou seja, uma rotação de corpo rígido (SILVA, 1986, p. 22).

Considerando-se na figura 2.13, que o ponto M esteja na origem do sistema de coordenadas e que não sofreu deslocamento, as coordenadas do ponto N tornam-se  $X_1$ ,

<sup>5</sup> Estas novas posições são resultantes da superposição dos deslocamentos devido as deformações pura e rotacional.

$Y_1, Z_1$ , e seus deslocamentos nas direções destes eixos, podem ser expressos por  $u_1, v_1, w_1$ , respectivamente. Considerando-se ainda, que  $N$  pertença a um conjunto de  $q$  pontos que sofreram deslocamentos, a equação (2.49) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} u_i &= \varepsilon_x X_i + \gamma_{xy} Y_i + \gamma_{xz} Z_i - \omega_z Y_i + \omega_y Z_i, \\ v_i &= \varepsilon_y Y_i + \gamma_{xy} X_i + \gamma_{yz} Z_i - \omega_x Z_i + \omega_z X_i, \\ w_i &= \varepsilon_z Z_i + \gamma_{xz} X_i + \gamma_{yz} Y_i - \omega_y X_i + \omega_x Y_i. \end{aligned} \quad (2.55)$$

É possível ainda extrair outros parâmetros de deformação derivados das deformações específicas. São eles:

1. Dilatação  $\Delta$  ou divergente do vetor de deslocamento (d) (YONG-QI, 1983, p. 21; KUANG, 1996, p. 178):

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \quad (2.56)$$

que representa a variação de um volume por unidade de volume.

2. Deformação máxima (KUANG, 1996, p. 178):

$$\varepsilon_{\max.} = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2}. \quad (2.57)$$

## 2.5 COMPONENTES PRINCIPAIS

A análise de componentes principais visa interpretar e explicar a estrutura da matriz variância-covariância por meio de combinações lineares não-correlacionadas de  $n$  variáveis originais correlacionadas. Para reproduzir a variabilidade total do sistema, teoricamente é necessário utilizar todas as componentes, entretanto, a maior parte desta variabilidade pode ser explicada por um pequeno número de componentes

e algumas vezes por somente uma componente. Desta forma, este reduzido número de combinações lineares pode substituir o conjunto de variáveis originais sem grande perda de informação (JOHNSON e WICHERN, 1998).

O estudo de componentes principais está atrelado aos conceitos de valor próprio e vetor próprio, os quais serão vistos na seqüência.

### 2.5.1 Valor Próprio e Vetor Próprio

Valores próprios ( $\lambda$ ) são escalares gerados normalmente pela decomposição espectral de matrizes positivas definidas<sup>6</sup>. Por exemplo, matrizes variância-covariância. Estatisticamente, estes escalares representam as variâncias das componentes principais e geometricamente, as dimensões dos semi-eixos do hiperelipsóide de confiança.

Dada uma matriz quadrada  $\mathbf{A}$  de ordem  $n$ , sobre o corpo  $C$ . Diz-se que um escalar  $\lambda \in C$  é um valor próprio de  $\mathbf{A}$  se existe um vetor não nulo  $\mathbf{m} \in C^n$  para o qual

$$\mathbf{A}\mathbf{m} = \lambda\mathbf{m}, \mathbf{m} \neq 0 . \quad (2.58)$$

Todo vetor  $\mathbf{m} \neq 0$  que satisfaz (2.58) é chamado vetor próprio de  $\mathbf{A}$  pertencente ao valor próprio  $\lambda$  (OLIVEIRA, 2003).

Deste modo, a expressão:

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{m} = 0 , \quad (2.59)$$

é equivalente a (2.58) e representa um sistema linear de equações homogêneas.

Deste modo, escrevendo a (2.59) explicitamente obtém-se (OLIVEIRA, 2003):

$$\begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \cdots & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{nn} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_i \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (2.60)$$

Na equação (2.60) chamando de  $\mathbf{G}$  a primeira matriz, e de  $\mathbf{m}$  o primeiro vetor, têm-se:

$$\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{0}. \quad (2.61)$$

$$\text{Se o } \det(\mathbf{G}) \neq 0, \quad (2.62)$$

sabe-se que o posto da matriz  $\mathbf{G}$  é  $n$  e, portanto, o sistema de equações lineares homogêneo (2.61) tem solução única, e será  $\mathbf{m} = \mathbf{0}$ . Deste modo, a única maneira de serem obtidos vetores próprios  $\mathbf{m}$ , com  $\mathbf{m} \neq \mathbf{0}$  é ter

$$\det(\mathbf{G}) = 0, \quad (2.62)$$

ou seja,

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0. \quad (2.63)$$

Impondo a condição (2.63), determina-se, primeiramente, os valores próprios  $\lambda$  que satisfazem a equação e, depois os vetores próprios a eles associados.

Assim, tem-se que:

$$P(\lambda) = \det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}), \quad (2.64)$$

---

<sup>6</sup> Uma matriz ( $\mathbf{A}$ ) é positiva definida quando a sua forma quadrática for maior que zero, ou seja,  $\mathbf{A}^T \mathbf{x} \mathbf{A} > 0$ , sendo  $\mathbf{x}$  um vetor qualquer não nulo (GEMAEL, 1994).

$$P(\lambda) = (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) \dots (a_{nn} - \lambda) + \text{termos de grau menor que } n, \quad (2.65)$$

é um polinômio de grau  $n$ . Como equação algébrica do  $n$ -ésimo grau tem-se exatamente  $n$  raízes reais ou complexas, os valores próprios procurados são as raízes do polinômio.

$P(\lambda)$  é chamado polinômio característico da matriz  $\mathbf{A}$  e o conjunto de todos os valores próprios da matriz  $\mathbf{A}$ , é chamado de espectro de  $\mathbf{A}$ .

Os vetores próprios são determinados após a substituição de valor próprio em (2.59). O vetor próprio, associado a um valor próprio, não é único, ou seja, se  $m_i$  é um vetor próprio, qualquer escalar  $c$  multiplicado por  $m_i$  será solução de (2.59).

### 2.5.1.1 Propriedades dos Valores Próprios

Os valores próprios possuem as seguintes propriedades (MORRISON, 1976):

- os valores próprios de uma matriz positiva definida são todos positivos;
- os valores próprios de uma matriz simétrica com elementos reais possuem somente números reais;
- se uma matriz simétrica  $n \times n$  é positiva semidefinida<sup>7</sup> de característica  $R$ , então ela terá exatamente  $R$  valores próprios positivos e  $n-R$  valores próprios nulos;
- os valores próprios de uma matriz diagonal são considerados elementos da diagonal, somente se  $\lambda_i$  e  $\lambda_j$  forem considerados valores próprios distintos e se seus vetores próprios  $m_i$  e  $m_j$  forem considerados ortogonais entre si;
- se a matriz dos vetores próprios  $\mathbf{M}$  é obtida a partir da matriz simétrica  $\mathbf{A}$ , então  $\mathbf{M}^T \mathbf{A} \mathbf{M} = \mathbf{\Lambda}$  onde  $\mathbf{\Lambda}$  é a matriz diagonal cujos elementos são valores próprios de  $\mathbf{M}$ ;

---

<sup>7</sup> Uma matriz  $\mathbf{A}$  é positiva semidefinida quando sua forma quadrática for maior ou igual a zero, ou seja  $\mathbf{A}^T \mathbf{x} \mathbf{A} \geq 0$  (GEMAEL, 1994).

- se  $\lambda_j$  é o valor próprio da matriz  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{m}_j$ , o vetor próprio correspondente, então  $\lambda_j = \mathbf{m}_j^T \mathbf{A} \mathbf{m}_j$ ;
- se a matriz  $\mathbf{A}$  é triangular, então os elementos da sua diagonal principal são constituídos de valores próprios;
- a soma dos valores próprios de  $\mathbf{A}$  é igual ao seu próprio traço;
- os valores próprios de uma matriz idempotente<sup>8</sup> são nulos ou unitários;
- o produto dos valores próprios de  $\mathbf{A}$  é igual a  $\det(\mathbf{A})$ ;
- se  $\lambda_j$  é o valor próprio obtido da matriz  $\mathbf{A}$ , sendo  $\mathbf{A}$  inversível, então  $\lambda_j^{-1}$  é valor próprio de  $\mathbf{A}^{-1}$  e  $\mathbf{m}_j$  é valor próprio correspondente, ou seja,  $\mathbf{A} \Rightarrow \lambda_j(\mathbf{m}_j)$ ,  $\mathbf{A}^{-1} \Rightarrow \lambda_j^{-1}(\mathbf{m}_j)$ ;
- as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{A}^T$  tem valores próprios iguais; e
- os valores próprios de uma matriz não variam com relação à transformação ortogonal. Detalhes podem ser vistos em MORRISON (1976).

De acordo com DUPRAZ e NIEMEIER (1981) e JAGER (1988), na análise de redes geodésicas, a precisão está atrelada diretamente com o valor máximo do valor próprio obtido a partir da matriz variância-covariância das observações ou dos parâmetros. Assim, quanto menor for o valor máximo do valor próprio, maior será a precisão da rede. Enquanto os valores próprios representam uma medida quantitativa de uma rede geodésica, os vetores próprios representam as orientações destas quantidades. Estes vetores são compostos de co-senos diretores que indicam a orientação dos eixos do hiperelipsóide de confiança.

---

<sup>8</sup> Uma matriz  $\mathbf{A}$  é idempotente somente quando  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^2$  (GEMAEL, 1994).

### 2.5.2 Componente Principal de um Vetor Aleatório $\mathbf{x}$

A partir do conjunto de  $p$  variáveis originais:  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ , geralmente correlacionados entre si, é obtido por combinação linear normalizada (a soma dos quadrados dos coeficientes é 1) o novo conjunto de  $n$  variáveis:  $y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n$  cuja propriedade é serem não-correlacionados entre si, chamadas componentes principais (MORAES, 2001).

Deste modo, seja o vetor aleatório  $p$  variado  $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i \ \dots \ x_n]$  com vetor médio  $E(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\mu}$  e a matriz covariância

$$E[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T] = \boldsymbol{\Sigma}. \quad (2.66)$$

A variância e a covariância da combinação linear  $y_i = \mathbf{m}_i^T \mathbf{x}$  (ANDERSON, 1963, apud MORAES, 2001) em que  $\mathbf{m}_i$  é  $i$ -ésimo vetor próprio normalizado de  $\boldsymbol{\Sigma}$  são respectivamente,

$$\begin{aligned} \text{var}(y_i) &= E\left\{\left[\mathbf{m}_i^T \mathbf{x} - E(\mathbf{m}_i^T \mathbf{x})\right]^2\right\} = E\left\{\left[\mathbf{m}_i^T (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right]^2\right\}, \\ &= E\left\{\mathbf{m}_i^T (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \mathbf{m}_i\right\} = \mathbf{m}_i^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{m}_i = \lambda_i \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\text{cov}(y_i, y_j) = E\left\{\left[\mathbf{m}_i^T \mathbf{x} - E(\mathbf{m}_i^T \mathbf{x})\right]\left[\mathbf{m}_j^T \mathbf{x} - E(\mathbf{m}_j^T \mathbf{x})\right]\right\} = \mathbf{m}_i^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{m}_j = 0. \quad (2.68)$$

A  $i$ -ésima combinação linear normalizada por  $\mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_i = 1$  que tem variância dada pelo valor próprio máximo  $\lambda_i$  de  $\boldsymbol{\Sigma}$  é chamada de  $i$ -ésima componente principal do vetor aleatório  $\mathbf{x}$ .

Deste modo, as componentes principais são obtidas em ordem decrescente de importância: a 1ª componente principal  $y_1$  é a combinação linear normalizada com variância máxima  $\lambda_1 = \lambda_{\text{máx}}$ ; a 2ª componente principal  $y_2$  é a combinação linear

normalizada com variância menor  $\lambda_2$  e assim são obtidas as sucessivas componentes principais até a n-ésima componente principal  $y_n$  que é aquela combinação linear normalizada com variância mínima  $\lambda_n = \lambda_{\min}$ . Estes  $\lambda_i$  são os valores próprios da matriz covariância (MORAES, 2001).

Os objetivos do método das componentes principais são:

- a) geração de novas variáveis não-correlacionadas, chamadas componentes principais  $y$ , que podem expressar a informação contida no conjunto de variáveis originais, geralmente correlacionadas (E. PLA, 1986);
- b) redução do número de variáveis a serem tratadas através da eliminação de combinações lineares que contém poucas informações (variâncias de magnitudes pequenas);
- c) detecção e identificação de outliers (HAWKINS, 1974; JACKSON e MUDHOLKAR, 1979; CROSILLA, 1986; MARQUES, 1994), i.e., identificação de observações que aparecem inconsistentes com o resto dos dados (CHATFIELD e COLLINS, 1980);
- d) fornecer elementos que possibilitem compor modelos de análise da sensibilidade de rede geodésica (NIEMEIER e HOLLMANN, 1984; ZHANG e LI, 1990);
- e) obter elementos de otimização para as redes de detecção de movimentos da crosta (CROSILLA e MARCHESINI, 1983); e
- f) análise de dados geológicos (DAVIS, 1973; ANDRIOTTI, 1997).

## 2.6 TESTES ESTATÍSTICOS

### 2.6.1 Teste Global

O Teste Global testa a compatibilidade do fator de variância a posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ) com o fator de variância a priori ( $\sigma_0^2$ ), estabelecendo-se, então, a comparação entre estes dois fatores. Esta comparação se baseia no fato de que a forma quadrática  $\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}$  tem distribuição  $\chi^2$  (qui-quadrado) com  $(v = n - u)$ <sup>9</sup> graus de liberdade. A literatura apresenta duas possibilidades, para a realização desta comparação: O Teste Global unilateral e o Teste Global bilateral. Para a realização do Teste Global unilateral estabelecem-se, inicialmente, as hipóteses nula ( $H_0$ ) e alternativa ( $H_1$ ) (MIKHAIL, 1976, p. 294-295):

$$H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2; \quad (2.69)$$

$$H_1 : \sigma_0^2 < \hat{\sigma}_0^2, \quad (2.70)$$

então calcula-se:

$$\chi^{*2} = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot v, \quad \text{ou,} \quad (2.71)$$

$$\chi^{*2} = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{\sigma_0^2}. \quad (2.72)$$

onde  $\chi^{*2}$  é o valor calculado da distribuição qui-quadrado.

$H_0$  não é rejeitada, ao nível de significância  $\alpha$ , se:

---

<sup>9</sup> n é o número de observações envolvidas no ajustamento e u é o número de parâmetros.

$$\chi^{*2} < \chi_{v;1-\alpha}^2 \quad . \quad (2.73)$$

onde  $\chi_{v;1-\alpha}^2$  é o valor teórico da distribuição qui-quadrado.

O Teste Global bilateral é realizado mediante a formulação das hipóteses nula e alternativa (MIKHAIL, 1976, p. 295; GEMAEL, 1994, p. 301):

$$H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 ; \quad (2.74)$$

$$H_1 : \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2 \quad . \quad (2.75)$$

Calcula-se  $\chi^{*2}$  pela equação (2.71) ou (2.72). Deste modo,  $H_0$  não é rejeitada, ao nível de significância  $\alpha$ , se:

$$\chi_{v;0,5\alpha}^2 < \chi^{*2} < \chi_{v;1-0,5\alpha}^2 \quad , \quad (2.76)$$

onde  $\chi_{v;0,5\alpha}^2$  e  $\chi_{v;1-0,5\alpha}^2$  são os valores teóricos.

No caso de rejeição da hipótese nula, o ajustamento apresenta problema que se pode atribuir a várias causas (GEMAEL, 1994, p. 302):

- a) erros grosseiros;
- b) sistema mal condicionado;
- c) modelo matemático inadequado;
- d) erros de cálculo;
- e) ponderação errônea das observações; e
- f) problema na linearização.

Desse modo, na falha do Teste Global, esforços devem ser feitos para em princípio examinar e, conseqüentemente, solucionar possíveis problemas dos itens b a f acima descritos. Na seqüência, um novo ajustamento é feito e, se o Teste Global falhar novamente, pode-se atribuir a presença de erros grosseiros. Desta maneira, uma

análise adicional com o Teste Data Snooping é realizada para a localização destes erros.

### 2.6.2 Teste Data Snooping

O Teste Data Snooping é realizado para localizar erros grosseiros nas observações. Para a consecução deste teste deve-se verificar se as observações são correlacionadas ou não. No caso de observações correlacionadas, este teste é realizado a partir dos resíduos individuais; no outro caso, é feito a partir dos resíduos padronizados.

Os resíduos individuais ( $\omega_i$ ), podem ser calculados por (KUANG, 1996, p. 132):

$$\omega_i = \left| \frac{-\mathbf{c}_i^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{\sigma_0 \sqrt{\mathbf{c}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Q}_V \mathbf{P} \mathbf{c}_i}} \right|, \quad (2.77)$$

onde:  $\mathbf{P}$  é a matriz dos pesos,  $\mathbf{V}$  é vetor de resíduos,  $\sigma_0$  é o desvio padrão a priori e,  $\mathbf{c}_i$  é um vetor de zeros exceto para i-ésima posição que contém o resíduo a ser analisado, o qual terá valor unitário, por exemplo  $\mathbf{c}_i = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ .  $\mathbf{Q}_V$  é a matriz cofatora dos resíduos, expressa por:

$$\mathbf{Q}_V = \frac{1}{\hat{\sigma}_0^2} \Sigma \mathbf{v}, \quad (2.78)$$

onde  $\Sigma \mathbf{v}$  é a matriz variância-covariância dos resíduos.

Na existência de observações não correlacionadas o Teste Data Snooping, como mencionado anteriormente, é reduzido a resíduos padronizados, que podem ser calculados por (KUANG, 1996, p. 132):

$$\omega_i = \left| \frac{v_i}{\sqrt{\sigma_{v_i}^2}} \right| , \quad (2.79)$$

onde:  $v_i$  representa o resíduo analisado e  $\sigma_{v_i}^2$  a sua correspondente variância.

Deste modo, os erros significativos são indicados pelos resíduos individuais ou padronizados que extrapolam o intervalo de confiança  $(\frac{\alpha_0}{2}$  a  $1 - \frac{\alpha_0}{2}$ ). Este intervalo de é obtido em função da distribuição normal reduzida, expressa por (KUANG, 1996, p. 132):

$$Z_{\frac{\alpha_0}{2}}(0,1) \leq \omega_i \leq Z_{1-\frac{\alpha_0}{2}}(0,1). \quad (2.80)$$

O nível de significância ( $\alpha_0$ ) utilizado na equação (2.80) pode ser obtido por meio da Desigualdade de Bonferroni, calculada por (CHEN et al., 1987, p. 533):

$$\alpha_0 = \frac{\alpha}{n} , \quad (2.81)$$

onde  $\alpha$  é o nível de significância utilizado no Teste Global e,  $n$  é o número de observações.

Como a distribuição normal é simétrica, é possível substituir o intervalo de confiança  $(\frac{\alpha_0}{2}$  a  $1 - \frac{\alpha_0}{2}$ ) por um valor limite ( $h$ ). Deste modo, a  $i$ -ésima observação terá um erro significativo se:

$$|\omega_i| > h . \quad (2.82)$$

### 2.6.3 Análise da Estabilidade das Estações de Referência

No monitoramento geodésico de movimentos da crosta é estabelecido um conjunto de pontos ou estações na região de interesse, de modo a representar tal região, os quais são denominados de pontos de monitoramento ou pontos objetos (CHEN, 1983; CHRZANOWISKI et al., 1986). Estes pontos são monitorados com relação a outros pontos que estejam localizados o mais distante possível da região em que ocorrem os movimentos, os quais são chamados de pontos de referência. Por isso, para se obter o estado real dos movimentos ou deslocamentos da crosta da região monitorada é necessário que os pontos de referência sejam estáveis ao longo do tempo, ou seja, que não sofram deslocamentos. Deste modo, análise da estabilidade dos pontos de referência utilizados neste trabalho será pautada nos conceitos de medida de sensibilidade, que serão descritos na seqüência.

#### 2.6.3.1 Medida de Sensibilidade

Uma rede geodésica de monitoramento é caracterizada por um conjunto de estações, na qual são feitas observações em diferentes épocas, com vistas à detecção de deslocamentos. Deste modo, a análise geodésica dos deslocamentos baseia-se na avaliação de repetidas observações.

Para as redes geodésicas de monitoramento, deve ser examinado se os deslocamentos dos objetos investigados são detectáveis (MORAES, 2001, p. 201). Deste modo, em uma rede geodésica a medida de sensibilidade é um teste estatístico para detectar deslocamentos com probabilidades dadas a partir, por exemplo, de observações em duas épocas ou campanhas (NIEMEIER e HOLMAN, 1984, p. 47).

Para realização deste teste estatístico é necessário estimar o vetor de deslocamentos ( $\mathbf{d}$ ) e sua respectiva matriz cofatora de covariâncias ( $\mathbf{Q}_d$ ). Estas quantidades são estimadas por meio de ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados.

### 2.6.3.1.1 Estimativa dos Deslocamentos

Os deslocamentos são estimados pelo método paramétrico utilizando-se o modelo matemático linearizado (CHRZANOWSKI, et al., 1986):

$$\mathbf{d}_{\text{obs}_1} + \mathbf{V}_1 = \mathbf{B}_u \mathbf{d}_1, \quad (2.83)$$

onde:  $\mathbf{d}_{\text{obs}}$  representa o vetor das diferenças das observações entre as campanhas analisadas,  $\mathbf{V}$  o vetor de resíduos,  $\mathbf{B}$  a matriz das derivadas parciais,  $\mathbf{d}$  o vetor dos deslocamentos estimados,  $n$  o número de observações e  $u$  o número de parâmetros. É importante mencionar, ainda, que na equação (2.83) o vetor  $\mathbf{d}_{\text{obs}}$  faz o papel do vetor das observações  $\mathbf{L}_b$ , como no ajustamento paramétrico, a matriz  $\mathbf{B}$  equivale à matriz  $\mathbf{A}$ , e o vetor  $\mathbf{d}$  faz o papel do vetor  $\mathbf{X}$ . Detalhes podem ser vistos em GEMAEL (1994).

O vetor ( $\mathbf{d}_{\text{obs}}$ ) é expresso por:

$$\mathbf{d}_{\text{obs}} = \mathbf{L}_2^a - \mathbf{L}_1^a, \quad (2.84)$$

onde:  $\mathbf{L}_2^a$  e  $\mathbf{L}_1^a$  representam, respectivamente, as observações ajustadas da primeira e segunda campanhas.

Na metodologia empregada para estimar os deslocamentos, a matriz dos pesos das observações única ( $\mathbf{P}_{\text{d}_{\text{obs}}}$ ) é estimada em função das matrizes dos pesos da primeira e segunda campanhas, e expressa por:

$$\mathbf{P}_{\text{d}_{\text{obs}}} = \mathbf{P}_2 - \left[ \mathbf{P}_2 (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)^{-1} \mathbf{P}_2 \right] = \mathbf{P}_1 (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)^{-1} \mathbf{P}_2 = \left( \mathbf{P}_1^{-1} + \mathbf{P}_2^{-1} \right)^{-1}, \quad (2.85)$$

onde:  $\mathbf{P}_1$  e  $\mathbf{P}_2$  representam, respectivamente, as matrizes dos pesos referentes a primeira e segunda campanhas.

Os deslocamentos podem ser estimados utilizando-se a seguinte expressão:

$$\mathbf{d} = \left( \mathbf{B}^T \mathbf{P}_{\text{d}_{\text{obs}}} \mathbf{B} \right)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_{\text{d}_{\text{obs}}} \mathbf{d}_{\text{obs}}. \quad (2.86)$$

As matrizes variância-covariância ( $\Sigma \mathbf{d}$ ) e cofatora de covariância ( $\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}$ ) dos deslocamentos são estimadas, respectivamente, por:

$$\Sigma \mathbf{d} = \bar{\sigma}_0^2 \left( \mathbf{B}^T \mathbf{P}_{\text{d}_{\text{obs}}} \mathbf{B} \right)^{-1} \mathbf{e}, \quad (2.87)$$

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{d}} = \left( \mathbf{B}^T \mathbf{P}_{\text{d}_{\text{obs}}} \mathbf{B} \right)^{-1}, \quad (2.88)$$

onde  $\bar{\sigma}_0^2$  é a variância a posteriori única entre as campanhas, que pode ser calculada por:

$$\bar{\sigma}_0^2 = \frac{v_1 \hat{\sigma}_{01}^2 + v_2 \hat{\sigma}_{02}^2}{v_1 + v_2}, \quad (2.89)$$

em que:  $v_1$  e  $v_2$ ,  $\hat{\sigma}_{01}^2$  e  $\hat{\sigma}_{02}^2$  representam, respectivamente, os graus de liberdade e as variâncias a posteriori referentes à primeira e à segunda campanhas.

#### 2.6.3.1.2 Teste de Sensibilidade

A existência de deslocamento significativo de ponto entre as duas campanhas requer a formulação das hipóteses nula e alternativa:

$$H_{o_i} : E\{\mathbf{d}_i\} = 0; \quad (i = 1, \dots, u) \quad (2.90)$$

$$H_A : E\{\mathbf{d}\} \neq 0, \quad (2.91)$$

A estatística utilizada para testar a hipótese nula é baseada na distribuição F central de Snedecor (PELZER, 1971), representada pela seguinte expressão:

$$F_{0_i} = \frac{d_i^2}{[(q_{d_i})(\sigma_0^2)]}, \quad (i = 1, \dots, u) \quad (2.92)$$

onde  $d_i^2$  e  $q_{d_i}$  representam, respectivamente, o  $i$ -ésimo deslocamento do vetor  $\mathbf{d}$  e seu respectivo cofator de covariância.

Deste modo, é calculada a estatística de cada deslocamento contido no vetor  $\mathbf{d}$ , pela equação (2.92).

A hipótese nula será válida se, e somente se:

$$F_{0_i} < F_{m_{d_i}, v_1+v_2, \alpha} \quad (2.93)$$

onde  $m_{d_i}$  é a dimensão do vetor correspondente a este deslocamento.

Como pode ser visto pela equação (2.92) este teste é realizado discretamente, ou seja, para cada um dos deslocamentos contidos no vetor  $\mathbf{d}$ . Deste modo, o ponto analisado será considerado estável (sem deslocamento), a um nível de confiança  $\alpha$ , se, e somente se, todos os deslocamentos deste vetor obedecer a condição (2.93).

No caso de um ou mais deslocamentos do vetor  $\mathbf{d}$  não obedecer a condição (2.93), o ponto é considerado instável sendo válida a hipótese alternativa ( $H_A$ ). A estatística associada a hipótese alternativa tem distribuição F não-central, e baseia-se no quadrado do parâmetro de não-centralidade ( $\delta_0^2$ ), o qual se encontra na tabela 2.1.

TABELA 2.1 – PARÂMETRO DE NÃO-CENTRALIDADE EM FUNÇÃO DO PODER DE TESTE ( $1 - \beta_0$ ) E NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA ( $\alpha_0$ )

Poder de Teste ( $1 - \beta_0$ )	Nível de Significância ( $\alpha_0$ )			
	$\alpha_0 = 0,01\%$	$\alpha_0 = 0,10\%$	$\alpha_0 = 1\%$	$\alpha_0 = 5\%$
50%	3,72	3,29	2,58	1,96
70%	4,41	3,82	3,10	2,48
80%	4,73	4,13	3,42	2,80
90%	5,17	4,57	3,86	3,24
95%	5,54	4,94	4,22	3,61
99%	6,22	5,62	4,90	4,29
99,90%	6,98	6,38	5,67	5,05

FONTE: KUANG, 1996. P. 140.

A hipótese alternativa é testada por meio da seguinte expressão:

$$F_A = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d}}{\sigma_0^2}, \quad (2.94)$$

Calculada a estatística associada a hipótese alternativa, o vetor  $\mathbf{d}$  será detectável se, e somente se:

$$F_A > \delta_0^2. \quad (2.95)$$

O critério de sensibilidade para redes geodésicas de monitoramento pode ser determinado pela resolução espectral da matriz  $\mathbf{Q}_d$  (seção 2.5), como se segue:

$$(\mathbf{Q}_d - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{M} = 0, \quad (2.96)$$

que fica,

$$\Sigma \mathbf{Q}_d = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & \dots & m_u \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & \dots & \dots & \dots \\ m_2 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_u & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad (2.97)$$

em que  $\lambda_i$  é o valor próprio da matriz  $\mathbf{Q}_d$  e  $m_i$  o seu correspondente vetor próprio.

Admitindo que os valores próprios  $\lambda_i$  ( $i=1,2,\dots,u$ ) estão em seqüência decrescente, com  $\lambda_1 = \lambda_{\text{máx.}}$  e  $\lambda_u = \lambda_{\text{min.}}$ , os vetores próprios correspondentes a  $\lambda_1$  e  $\lambda_u$ , são  $m_1$  e  $m_u$ , respectivamente. Deste modo, obtém-se a equação da sensibilidade ou do deslocamento mínimo detectável, expressa por:

$$d_{\text{mín.}} = \bar{\sigma}_o \delta_o \sqrt{\lambda_1} m_1, \quad (2.98)$$

## 2.7 SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL

### 2.7.1 Modernização do GPS

Com o objetivo principal de beneficiar a comunidade usuária de GPS, civil e militar, têm-se realizado pesquisas com vistas à modernização deste sistema. Ela tem ocorrido nos dois segmentos principais, segmento de controle e espacial, o que acarreta em elevados custos de implementação.

#### 2.7.1.1 Segmento de controle

O sistema de controle continha inicialmente cinco estações terrestres pertencentes à Força Aérea, localizadas em Colorados Springs (Estação de Controle Mestra), Hawaii, Ascencion Islands, Diego Garcia e Kwajalein. No entanto, com o desenvolvimento e aprimoramento do sistema foram adicionadas sete estações a este segmento, pertencentes ao NIMA (*National and Mapping Imagery Agency*), as quais estão localizadas no Equador, Argentina, Inglaterra, Bahrain, Austrália, China e o Observatório Nacional dos Estados Unidos (USNO – United States National Observatory) (CUNNINGHAM et al. 1999).

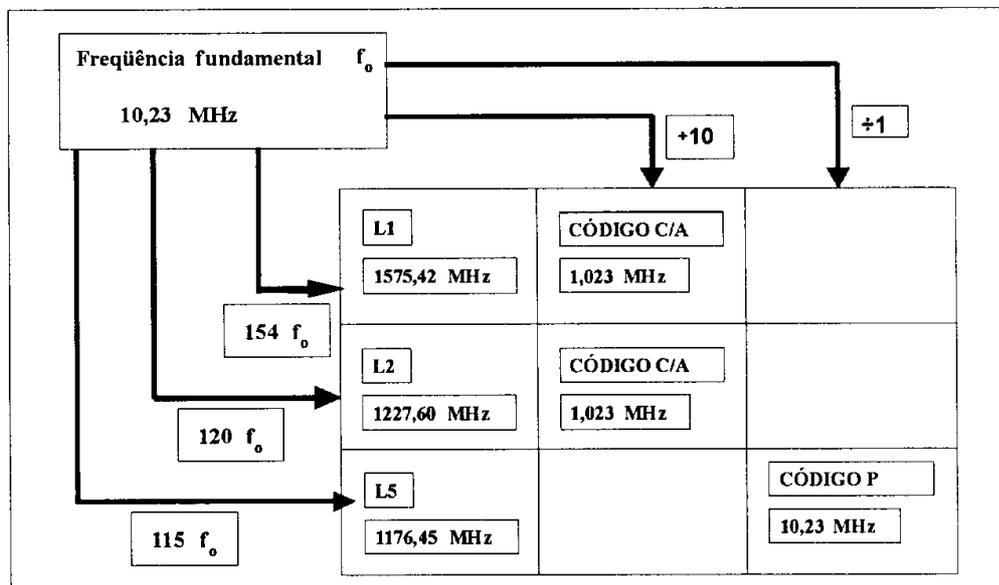
Ainda ocorreram ou deverão ocorrer as seguintes melhorias (SEEBER, 2003):

- Navegação autônoma (Auto-Nav) dos satélites dos Blocos IIR e IIF;
- Inserção da SD (*Selective Denial* – Proibição Seletiva), apesar de que ainda não está claro como esta será colocada em prática;
- Extensão do controle do GPS a membros da comunidade civil; e
- Utilização de coordenadas ITRF nas estações de monitoramento.

### 2.7.1.2 Segmento espacial

De acordo com SEEBER (2003, p. 231) as melhorias deste segmento se darão em especial na estrutura do sinal. Em que dois novos sinais civis deverão ser adicionados aos satélites dos blocos IIR e IIF. O primeiro será realizado pela modulação do código P, o qual receberá a denominação de L2C. O segundo será baseado sobre uma nova portadora, denominada L5, cuja frequência é de 1.176,45 MHz, no domínio espectral do ARNSs (*Aeronautical Radio Navigation Services* – Serviço de Rádio Navegação da Aeronáutica) e, na modulação do código C/A na portadora L2. Melhores precisões para as medidas de fase de batimento e, rastreamento mais acurado da portadora serão alcançados com esta nova concepção. A figura 2.15 mostra um resumo do que será a nova estrutura dos sinais GPS para uso civil.

FIGURA 2.15 – ESTRUTURA DOS SINAIS GPS APÓS A MODERNIZAÇÃO



FONTE: MONICO (2000, P. 273)

Com a inserção destas melhorias, nos segmentos de controle e espacial, espera-se que a precisão da medida de uma simples pseudodistância – denominada de

*Signal-in-Space-Range-Error* (SISRE) – fique abaixo de 1,5m. Isto corresponde a um erro de posição de aproximadamente 3,0m. No entanto, progressos adicionais são esperados com a inclusão do sinal L5 e a capacidade de comunicação entre os satélites do bloco IIF (SEEBER, 2003, p. 233).

### 2.7.2 Métodos de Posicionamento GPS

O posicionamento por GPS pode ser realizado no método absoluto, método relativo e método diferencial. O posicionamento absoluto pode ser realizado pelas técnicas estática e cinemática, enquanto o posicionamento relativo pelas técnicas estática, estático rápido, semicinemático e cinemático. No posicionamento absoluto é utilizado apenas um receptor e, as coordenadas de um ponto são determinadas em tempo real, utilizando a pseudodistância derivada do código C/A na portadora L1. No posicionamento relativo um receptor permanece fixo sobre uma estação de coordenadas conhecidas e outro receptor ocupa pontos de interesse, rastreando simultaneamente um grupo de pelo menos dois satélites comuns, durante um período que pode variar de dezenas de minutos até algumas horas. Neste método são empregadas como observáveis fundamentais as duplas diferenças da fase de batimento da onda portadora.

Dentre as técnicas de posicionamento relativo citadas, somente as técnicas estática e estático rápido serão utilizadas no trabalho proposto, sendo então descritas na seqüência.

#### 2.7.2.1 Técnica estática

O conceito fundamental envolvido nesta técnica de posicionamento relativo é que dois ou mais receptores rastreiam simultaneamente, os satélites visíveis por um período de tempo que é definido em função da distância entre os receptores. Normalmente são incluídas como observáveis as duplas diferenças da fase de

batimento da onda portadora, pois oferecem maiores precisões que as pseudodistâncias. No entanto, as pseudodistâncias são utilizadas no pré-processamento para estimar o erro do relógio do receptor, ou calcular o instante aproximado de transmissão do sinal pelo satélite (MONICO, 2000; SEEBER, 2003).

Esta técnica permite as melhores precisões dentro da tecnologia GPS, geralmente entre 1,0 a 0,1 ppm, ou mesmo melhor que isso. No entanto, cuidados especiais devem ser tomados quanto à escolha de receptores, pois no caso de linhas de base maiores que 10 a 15 km, onde a precisão requerida seja melhor que 1,0 ppm é necessário o uso de receptores de dupla frequência (MONICO, 2000, p. 211-212; HOFMANN-WELLENHOF et al., 2001, p.141).

#### 2.7.2.2 Técnica Estático Rápido

O período de ocupação nesta técnica de posicionamento varia de 5 a 20 minutos, dependendo sempre da quantidade de satélites acima do plano do horizonte local. Segundo SEEBER (2003) existem duas formas de levantamentos com esta técnica, que são:

- Com ocupação simples; e
- Com reocupação.

No entanto, este trabalho utiliza apenas a ocupação simples. Nesta forma de levantamento um receptor ocupa a estação base, de coordenadas conhecidas, e outro receptor ocupa a estação de interesse apenas uma vez. Este tipo de posicionamento é baseado em algoritmos de rápida resolução de ambigüidades, que geralmente usam combinações da fase de batimento da onda portadora e do código, em ambas frequências,  $L_1$  e  $L_2$  (HOFMANN-WELLENHOF et al., 2001).

Como preconizado na literatura, precisões de 1 a 10 ppm podem ser alcançadas com este método de posicionamento se empregado em levantamentos de linhas de base curtas, geralmente, até 20 km. No entanto, para o alcance de tais precisões e maior confiabilidade das coordenadas finais, outros fatores são requeridos, como por exemplo:

- Pós-processamento em programa científico;
- Utilização de efemérides precisas;
- Correção do movimento do Pólo;
- Correção do centro de fase da antena do receptor;
- Modelagem da troposfera; e
- Utilização de um algoritmo apropriado de rápida resolução de ambigüidades.

Nos testes realizados neste trabalho, todos estes fatores foram considerados, e os resultados alcançados não apenas ratificam o que está preconizado na literatura em termos de precisão, como também demonstram, que esta técnica de posicionamento pode ser utilizada como uma valiosa e importante ferramenta no monitoramento de movimentos da crosta.

#### 2.7.2.2.1 Estratégia de Resolução de Ambigüidades

Segundo BEUTLER et al. (2001) a precisão alcançada pelo posicionamento estático rápido, está diretamente relacionada ao sucesso da resolução das ambigüidades. No entanto, de um modo geral, antes de selecionar a estratégia de resolução de ambigüidades, devem ser respondidas as seguintes questões:

1. Existem observações da fase de batimento da onda portadora em ambas frequências?
2. Existem observações de código de boa qualidade em ambas frequências?
3. Qual é o comprimento da linha de base?
4. Qual é o tempo de rastreamento?

Em casos onde existem disponíveis observações tanto da fase como do código de boa qualidade – em ambas frequências, cujas linhas de base formadas sejam curtas (até 20km), com um tempo de rastreamento pequeno (até 15 ou 20 minutos) – elementos intrínsecos ao posicionamento estático rápido – a literatura recomenda utilizar como

estratégia para resolução de ambigüidades o algoritmo *Fast Ambiguity Resolution Approach* (FARA), o qual foi concebido para a rápida resolução de ambigüidades.

Este algoritmo utiliza a combinação linear de geometria livre ( $L_4$ ), definida por (BEUTLER et al., 2001):

$$L_4 = L_1 - L_2 , \quad (2.99)$$

que independente do efeito de não sincronismo dos relógios dos receptores, da órbita dos satélites e das coordenadas da estação. Esta combinação contém o atraso ionosférico e as ambigüidades iniciais da fase de batimento da onda portadora. No entanto, esta mesma combinação pode ser formada utilizando as observações de código.

As principais características deste algoritmo são (FREI e BEUTLER, 1990):

1. O uso de dados estatísticos obtidos do ajustamento inicial com o propósito de escolher o comprimento de busca;
2. Utilização das informações da matriz variância-covariância para rejeitar ambigüidades que não foram aceitas dentro de determinadas premissas estatísticas;
3. Utilização de testes de hipóteses para selecionar o conjunto correto de ambigüidades inteiras.

Mais detalhes a respeito do FARA podem ser vistos em FREI (1991), HOFMANN-WELLENHOF et al. (2001) e FREI e BEUTLER (1990).

Este algoritmo encontra-se implementado no programa científico BERNESE 4.2 – que foi utilizado para processamento dos dados GPS deste trabalho, onde possui a denominação SEARCH Strategy.

### 2.7.3 Aplicação do GPS no Monitoramento de Movimentos da Crosta

Com a possibilidade de operar independentemente de condições meteorológicas, fornecendo posicionamento tridimensional, aliados a sua alta precisão

- 1 a 0,1ppm, ou melhor do que isto, para o posicionamento relativo estático - e aos custos relativamente baixos envolvidos na aquisição de seus receptores, a tecnologia GPS tem sido utilizada em uma variada gama de atividades que necessitam de posicionamento, dentre elas cita-se (MONICO, 2000, p. 251):

- Geodinâmica;
- Navegação global e regional;
- Estabelecimento de redes geodésicas locais, regionais, continentais e globais (ativas e passivas);
- Levantamentos geodésicos para fins de mapeamento e apoio fotogramétrico; e
- Determinação altimétrica.

No que diz respeito à Geodinâmica, HOFMANN-WELLENHOF et al. (2001, p.320-324) e SEEBER (2003, p. 363-365) identificam a aplicação do GPS no monitoramento de movimentos da crosta a nível global, continental, regional e local. No âmbito global, têm-se como maior exemplo, a rede do International GPS Service (IGS), composta por mais de 300 estações distribuídas em todo o planeta, rastreando continuamente os satélites GPS. A partir desta rede, as deformações da crosta terrestre são monitoradas globalmente, são providos os parâmetros de rotação da Terra, e as velocidades de suas estações são utilizadas para calcular “mapas de tensão” (stress) global e para determinar as componentes do vetor de rotação ( $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ ) das placas tectônicas.

Em aplicações continentais, cita-se o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS), criado em 1995, na qual foram rastreadas 58 estações. Uma nova campanha de levantamentos GPS ocorreu em 2000, rastreando-se 184 estações. Estimou-se os vetores velocidade de todas as estações rastreadas em ambas as épocas. Das 184 estações pertencentes ao SIRGAS atualmente, 20 estações coletam dados de forma contínua. Estes dados são incluídos no conjunto de dados do IGS Regional Network Associate Analysis Center – South America (RNAAC – SIR), o qual fornece informações contínuas a respeito de movimentos da placa Sul-americana (SEEBER, 2003, p. 364).

Predição de terremotos é um dos objetivos da aplicação do GPS no monitoramento de movimentos da crosta a nível regional. Muitos projetos concebidos com este objetivo encontram-se em fase de operação em várias regiões tectonicamente ativas do planeta. Dentre estes projetos cita-se: o GPS Earth Observation NETwork (GEONET); o South American Geodynamic Activities (SAGA); o Southern California Integrated GPS Network (SCIGN) e o Geodynamics of South and South-East-Asia (GEODYSSSEA). Detalhes a respeito destes projetos podem ser vistos em WILSON e MICHEL (1998), KLOTZ et al. (1996), SEEBER (2003), HOFMANN-WELLENHOF et al. (2001) e MONICO (2000).

No que diz respeito a aplicações locais, o GPS tem sido utilizado no monitoramento de estruturas (ou em sua região) feitas pelo homem, ou por ele modificadas, como por exemplo, a formação de grandes reservatórios nas barragens de UHE, áreas de extração de água, petróleo e minérios. Em muitas aplicações desta natureza, as distâncias entre as estações de referência e as estações de monitoramento são pequenas, podendo ser alcançadas precisões milimétricas e detectadas deformações de pequena magnitude (SEEBER, 2003, p. 365). Como este trabalho repousa neste tipo de aplicação, alguns exemplos serão vistos na seqüência.

### 2.7.3.1 Exemplos de Aplicações em Âmbito Local

Como primeiro exemplo cita-se CHRZANOWSKI et al. (1989), que conduziu uma pesquisa com o objetivo de integrar e comparar dados GPS com o de nivelamento geométrico, no monitoramento de subsidências em campos de extração de petróleo na Venezuela. Para a integração dos dados foi proposto um modelo matemático baseado no método generalizado de análise de deformações desenvolvido pela University of New Brunswick. Utilizando dois receptores GPS Wild/Magnavox WM101, foram realizadas três campanhas, medindo-se sete pontos distribuídos em um quadrilátero de 50 x 50km, em intervalos regulares de seis meses, entre abril de 1987 e abril de 1988. Resultados dos levantamentos GPS realizados nestes 12 meses forneceram valores de subsidência que concordaram de 1,7 a 1,9 cm com aqueles obtidos dos nivelamentos

geométrico realizados no mesmo período. Estes resultados mostraram que medidas repetidas com GPS podem ser usadas para monitorar futuras subsidências na região.

TEIXEIRA (2001) realizou uma pesquisa com o objetivo de avaliar a viabilidade do GPS na detecção de deslocamento vertical. Para consecução deste objetivo, foi projetado um dispositivo denominado de “Base para Deformações”, que possibilita a simulação de deslocamentos verticais positivos e negativos. Utilizando-se 11 estações da rede GPS pertencentes à COPEL, os deslocamentos verticais simulados, eram rigorosamente medidos com um paquímetro<sup>10</sup>, e posteriormente comparados com os obtidos com o GPS. Foram utilizadas várias ferramentas estatísticas para a detecção de deslocamentos e de erros nas observações, como por exemplo, o Teste Data Snooping, Confiabilidade e Sensibilidade. A diferença média entre os deslocamentos medidos com o paquímetro e os obtidos com o GPS foi de 1,08cm. Deste modo, com base nos resultados obtidos, e levando em conta que os dados foram processados em um programa comercial<sup>11</sup>, a aplicação do GPS com vistas a detecção de deslocamentos verticais mostrou-se promissora.

A falha do monte Carmel é uma das maiores estruturas geológicas do norte de Israel. Esta falha é caracterizada por atividades sísmicas intensas e contínuas, o que faz com que esta região seja considerada como potencialmente perigosa. Deste modo, EVEN-TZUR (2003) implantou uma rede geodésica consistindo de 17 estações, distribuídas em uma área de  $\approx 30 \times 40$ km, na região do monte Carmel, com o objetivo de monitorar seus movimentos verticais. Foram realizadas várias campanhas de levantamentos GPS, nesta rede, entre os anos de 1990 e 1999. Com o intuito de validar os resultados obtidos por meio do GPS, foram conduzidas duas campanhas de nivelamento geométrico na referida rede. No entanto, não houve diferenças significativas entre os resultados obtidos pelo GPS e os obtidos pelo nivelamento geométrico. Os resultados finais demonstraram que o monte Carmel eleva-se a uma taxa de 5mm/ano.

---

<sup>10</sup> Os deslocamentos verticais simulados no dispositivo “Base para Deformações” e medidos com o paquímetro, foram considerados como valores de referência para comparar com os obtidos via GPS.

<sup>11</sup> O programa comercial utilizado foi o PRISM da ASHTECH.

Muitos outros exemplos de aplicações GPS no monitoramento de movimentos em estruturas, a nível local, podem ser encontrados na literatura, como por exemplo:

- Monitoramento de pontes (LEACH et al., 1991; SCHALL, 1998; CHAVES, 2001; COSSER et al., 2003; TSAKIRI et al., 2003; BARNES et al., 2003);
- Monitoramento de deslizamento de terra (DEPENTHAL e SCHMITT, 2003);
- Monitoramento de minas a céu aberto (FORWARD et al., 2003);
- Monitoramento de barragens (CHAVES, 1994; HUDNUT et al., 1998; KONTNY et al., 2003);
- Monitoramento de deformações da crosta (DONG e BOCK, 1989; STRANGE, 1989; LARSON e AGNEW, 1991; LIU, 1998a; LIU, 1998b; LIU et al., 2000; CHANG, 2000a);
- Monitoramento de edifícios (ÇELEBI et al., 1998; CHAVES, 2001);
- Monitoramento de deformação dinâmica de estruturas, com o propósito de determinar vibrações estruturais (LOVSE et al., 1995; NICKITOPOULOU et al., 2003);
- Fornecimento de informações tridimensionais para o controle de movimento de corpo rígido e vibrações elásticas de uma estrutura (TEAGUE et al., 1995); e
- Análise da estabilidade de redes locais (XAVIER, 2000; FERREIRA e GARNÉS, 2000; SCHÖN e KUTTERER, 2003).

#### 2.7.4 Tipos e Fontes de Erros no Posicionamento GPS

Os erros de observação têm sido tradicionalmente classificados como (GEMAEL, 1994, p. 59): erros grosseiros, sistemáticos e acidentais ou aleatórios. As observações GPS, assim como todas as outras observações envolvidas nos processos de medidas, estão sujeitas a estes tipos de erros, os quais são agrupados em erros

provenientes dos satélites, erros na propagação do sinal, erros do receptor/antena e os da própria estação. Dentre estes cita-se:

- Erro orbital;
- Erros no relógio do satélite;
- Erros no relógio do receptor;
- Refração troposférica;
- Refração ionosférica;
- Centro de fase da antena; e
- Efeito multicaminho.

Muito embora, a literatura mostre outros efeitos que podem conduzir a erros no posicionamento pelo GPS, como por exemplo:

- Relatividade;
- Perdas de ciclos (*cycle slips*);
- Rotação da Terra;
- Marés terrestres;
- Movimento do pólo;
- Carga dos oceanos; e
- Pressão atmosférica.

Soma-se a todos estes erros, os provenientes da instabilidade dos tripés, instalação das antenas GPS e da não retificação – dos níveis tubulares utilizados na verticalização do eixo principal – das bases onde estas são acopladas. Detalhes podem ser vistos em SEEBER (2003), HOFMANN-WELLENHOF et al. (2001) e MONICO (2000). Alguns destes erros, principalmente os sistemáticos podem ser eliminados, enquanto outros podem ser apenas minimizados, pela utilização de modelos adequados e de técnicas apropriadas de observação. Os erros grosseiros, também conhecidos como “outliers” ou “blunders”, dependendo de sua magnitude, podem ser detectados por meio de técnicas estatísticas como, por exemplo, o teste Data Snooping. No entanto, mesmo após todos os erros grosseiros e sistemáticos terem sido detectados, eliminados ou minimizados, ainda persistirá alguma variação nas medidas (MIKHAIL e GRACIE, 1981, p. 5; MONICO, 2000, p. 120). Esta variação é resultante dos erros

aleatórios ou acidentais, os quais não possuem nenhum relacionamento funcional com as medidas.

Claro está, que esta variação nas medidas se refletirá nas coordenadas ajustadas da rede de monitoramento e, por conseguinte, nos próprios deslocamentos, que são estimados a partir destas coordenadas. Deste modo, é necessário tratar tais variações ou erros adequadamente, de maneira que eles sejam extraídos dos deslocamentos, não sendo, portanto, confundidos como sendo movimentos dos pontos analisados.

O Método da Colocação por Mínimos Quadrados permite determinar as componentes do tensor de deformação – parâmetros de deformação (ajustamento), remover os “erros de medidas” dos deslocamentos (filtragem) e estimar o sinal  $s$  em pontos que não sejam os de medidas (interpolação). Este método de estimação será visto no próximo capítulo.

### 3 ESTIMAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO

#### 3.1 COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

##### 3.1.1 Fundamento Teórico

O método de estimação conhecido como Colocação por Mínimos Quadrados é uma generalização ou extensão do Ajustamento por Mínimos Quadrados (MORITZ, 1972; MORITZ, 1973). Ele combina, sob o critério do Método dos Mínimos Quadrados, o ajustamento, a filtragem e a interpolação (GEMAEL, 1994, p. 267).

No ajustamento por Mínimos Quadrados, o modelo matemático do método paramétrico na forma linearizada é:

$$\mathbf{L}_b = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_a - \mathbf{V} , \quad (3.1)$$

onde a matriz  $\mathbf{A}$  é dada por:

$${}_{3q} \mathbf{A}_u = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}_a} \right|_{(\mathbf{X}_0, \mathbf{L}_b)} . \quad (3.2)$$

No caso em evidência, as observações são os deslocamentos das estações da rede de monitoramento. Cada estação gera três observações e, conseqüentemente, três equações, já que cada observação contribui com uma equação.

Considere, para esta aplicação,  $q$  como sendo o número de pontos de observação,  $p$  o número de pontos de cálculo,  $u$  sendo o número de parâmetros de deformação e  $3q$ , o número de observações.

A fórmula básica da Colocação é uma generalização da expressão (3.1) e dada por GEMAEL (1994, p. 268), a qual dimensionada para a aplicação de interesse assume a forma:

$${}_{3q}\mathbf{L}_{b1} = {}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot {}_u\mathbf{X}_{a1} + {}_{3q}\mathbf{n}_1 + {}_{3q}\mathbf{s}'_1, \quad (3.3)$$

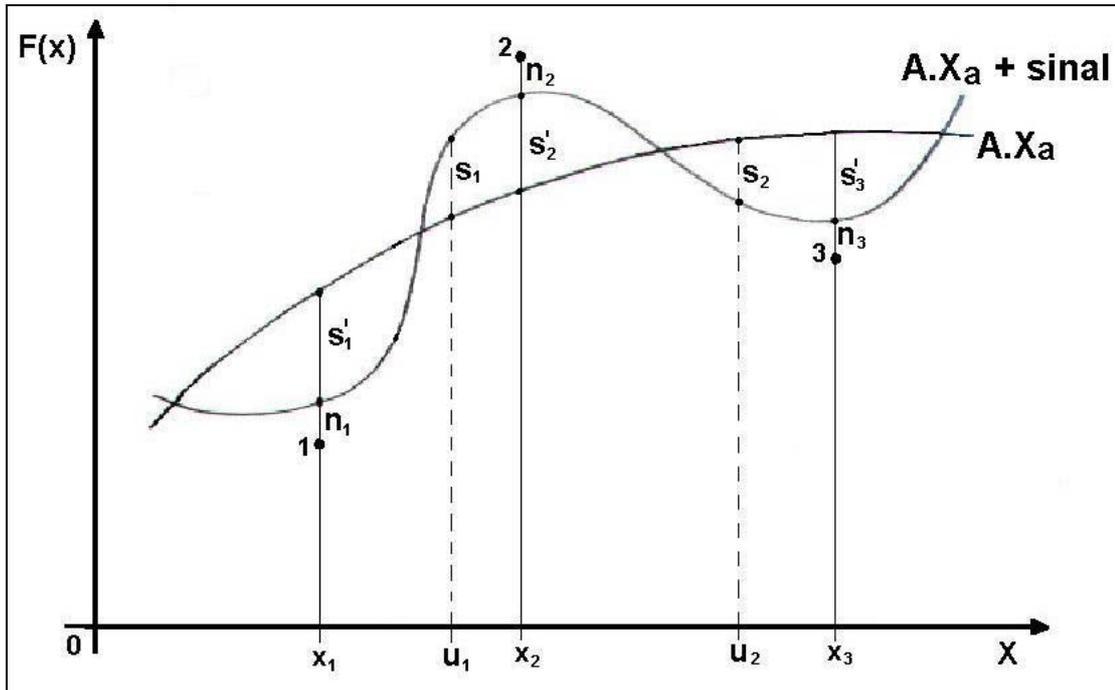
no qual o vetor dos resíduos é substituído pelo vetor do ruído  $\mathbf{n}$  (sinal oposto), além do acréscimo de uma nova grandeza, o sinal  $\mathbf{s}'$ , onde:

- $\mathbf{L}_b$  – representa o vetor das observações;
- $\mathbf{A}$  – matriz das derivadas parciais;
- $\mathbf{X}_a$  – vetor de parâmetros ajustados;
- $\mathbf{n}$  – vetor dos ruídos (erros das observações);
- $\mathbf{s}'$  – vetor dos sinais, nos pontos de observação.

Pela equação (3.3), tem-se que uma observação é formada por três partes, ou seja, uma parte sistemática  $\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}_a$  e duas partes aleatórias  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{s}'$  (MORITZ, 1973, p. 5). A parte sistemática  $\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}_a$  é aquela que pode ser representada por algum modelo matemático, sendo denominada de parte modelada da observação. As componentes aleatórias  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{s}'$  representam a parte não modelada.

Nos estudos envolvendo deformações da crosta, como é o caso do presente trabalho, a parte sistemática  $\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}_a$  representa o modelo matemático dos parâmetros de deformação expresso pelas equações (2.55), a parte aleatória  $\mathbf{n}$ , constitui os erros das observações e  $\mathbf{s}'$  representa o efeito sistemático, como por exemplo, a inadequabilidade do modelo matemático, distorções locais da rede geodésica e perturbações gravitacionais da órbita dos satélites GPS (MORITZ, 1973, p. 4), como mostra a figura 3.1.

FIGURA 3.1 – REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DA COLOCAÇÃO



A figura 3.1 apresenta uma interpretação geométrica para a Colocação. Os  $q$  pontos de observação são representados pelos pontos  $(x_1, x_2, x_3)$ , enquanto que os  $p$  pontos de cálculo pelos pontos  $(u_1, u_2)$ .

O geodesta realiza as suas observações, obviamente, em um número limitado de pontos nos quais estão presentes as duas grandezas aleatórias  $n$  e  $s'$ ; mas o sinal também existe em pontos onde não são realizadas as observações e tem caráter contínuo, o que permite a sua utilização em interpolação (GEMAEL, 1994, p. 268).

Este método é utilizado em interpolação (KRAUS e MIKHAIL, 1972), em problemas de transformação de coordenadas em Geodésia e Fotogrametria (MORITZ, 1973; SCHWARZ, 1974; RAMPAL, 1976; CAMARGO e DALMOLIN, 1995; COSTA, 2003), permite a determinação simultânea de posições geodésicas e do campo da gravidade terrestre (MORITZ, 1972); sua grande vantagem é que ele permite a combinação de diferentes tipos de dados.

A estimativa dos parâmetros  $X_a$  pode ser considerada como o ajustamento, a remoção do ruído  $n$  das observações como uma filtragem e a estimativa do sinal  $s$  em outros pontos onde não foram realizadas observações constitui a interpolação.

Segundo GEMAEL (1994, p. 268), a novidade da Colocação por Mínimos Quadrados está no sinal, que pode ser considerado como a parte não modelada de uma “observação sem erro”.

Após remover o ruído  $\mathbf{n}$ , das observações  $\mathbf{L}_b$ , o que constitui a filtragem, a equação (3.3) pode ser escrita como:

$${}_{3q}\mathbf{L}_{b1} - {}_{3q}\mathbf{n}_1 = {}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot {}_{3q}\mathbf{X}_{a1} + {}_{3q}\mathbf{s}'_1. \quad (3.4)$$

O primeiro membro da equação (3.4) pode ser interpretado como uma “observação sem erro”, isto é, uma observação na qual seu erro (ruído  $\mathbf{n}$ ) foi removido. Esta “observação sem erro”, formada por uma parte sistemática (modelada)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_a$  e por outra parte aleatória (não modelada)  $\mathbf{s}'$  também é mostrada na figura 3.1.

Introduzindo-se um novo vetor  $\mathbf{z}$ , tem-se que:

$${}_{3q}\mathbf{z}_1 = {}_{3q}\mathbf{n}_1 + {}_{3q}\mathbf{s}'_1, \quad (3.5)$$

e a equação (3.3) fica rescrita como:

$${}_{3q}\mathbf{L}_{b1} = {}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot {}_{3q}\mathbf{X}_{a1} + {}_{3q}\mathbf{z}_1. \quad (3.6)$$

Na interpolação, o interesse é calcular o sinal  $\mathbf{s}$  para os  $p$  pontos diferentes daqueles de observação, isto é, calcular o sinal  $\mathbf{s}$  nos  $p$  pontos de cálculo, então (MORITZ, 1972, p. 8):

$${}_{3p}\mathbf{s}_1 = \left[ s_{x1} \ s_{y1} \ s_{z1} \ s_{x2} \ s_{y2} \ s_{z2} \ \dots \ s_{xp} \ s_{yp} \ s_{zp} \right]^T. \quad (3.7)$$

O vetor dos sinais ( $\mathbf{s}'$ ) e o vetor dos ruídos ( $\mathbf{n}$ ), ficam definidos, respectivamente, como:

$${}_{3q}\mathbf{s}'_1 = \begin{bmatrix} s'_{x_1} & s'_{y_1} & s'_{z_1} & s'_{x_2} & s'_{y_2} & s'_{z_2} & \dots & s'_{x_q} & s'_{y_q} & s'_{z_q} \end{bmatrix}^T, \quad (3.8)$$

$${}_{3q}\mathbf{n}_1 = \begin{bmatrix} n_{x_1} & n_{y_1} & n_{z_1} & n_{x_2} & n_{y_2} & n_{z_2} & \dots & n_{x_q} & n_{y_q} & n_{z_q} \end{bmatrix}^T. \quad (3.9)$$

O vetor dos sinais  $\mathbf{s}$ , nos  $p$  pontos de cálculo, combinado com o vetor  $\mathbf{z}$ , resulta em um vetor  $\mathbf{v}$ , na forma:

$${}_{3p+3q}\mathbf{v}_1 = [{}_{3p}\mathbf{s}_1 \quad {}_{3q}\mathbf{z}_1]^T, \quad (3.10)$$

o qual permite reescrever a equação (3.6) como (GEMAEL, 1994, p. 269):

$${}_{3q}\mathbf{L}_{b_1} = {}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot u \mathbf{X}_{a_1} + {}_{3q}\mathbf{B}_{3p+3q} \cdot {}_{3p+3q}\mathbf{v}_1, \quad (3.11)$$

ou

$${}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot u \mathbf{X}_1 + {}_{3q}\mathbf{B}_{3p+3q} \cdot {}_{3p+3q}\mathbf{v}_1 + {}_{3q}\mathbf{L}_1 = {}_{3q}\mathbf{0}_1, \quad (3.12)$$

onde a matriz  $\mathbf{B}$  assume a forma:

$${}_{3q}\mathbf{B}_{3p+3q} = [{}_{3q}\mathbf{0}_{3p} \quad {}_{3q}\mathbf{I}_{3q}], \quad (3.13)$$

com a matriz  ${}_{3q}\mathbf{0}_{3p}$  sendo uma matriz nula e  ${}_{3q}\mathbf{I}_{3q}$ , representa uma matriz identidade.

Deste modo, a estrutura geral da matriz  $\mathbf{B}$  fica:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

O propósito de introduzir a matriz nula na equação (3.13) foi para envolver o sinal  $\mathbf{s}$  (a ser predito) na equação (3.11) sem, contudo, modificar o modelo matemático original dado pela equação (3.6). Para mostrar isto, convém substituir as equações (3.10) e (3.13) na equação (3.11), da qual obtém-se (COSTA, 2003, p. 31):

$${}_{3q}\mathbf{L}_{b1} = {}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot {}_u\mathbf{X}_{a1} + \begin{bmatrix} {}_{3q}\mathbf{0}_{3p} & {}_{3q}\mathbf{I}_{3q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}_{3p}\mathbf{s}_1 \\ {}_{3q}\mathbf{z}_1 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

A equação (3.15) pode ainda ser manipulada de forma que:

$${}_{3q}\mathbf{L}_{b1} = {}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot {}_u\mathbf{X}_{a1} + {}_{3q}\mathbf{z}_1, \quad (3.16)$$

a qual é idêntica ao modelo matemático original dado pela equação (3.6).

A equação (3.11) pode ainda ser escrita como:

$${}_{3q}\mathbf{L}_{b1} = {}_{3q}\mathbf{L}_{01} + {}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot {}_u\mathbf{X}_1 + {}_{3q}\mathbf{B}_{3p+3q} \cdot {}_{3p+3q}\mathbf{v}_1, \quad (3.17a)$$

ou ainda como:

$${}_{3q}\mathbf{A}_u \cdot {}_u\mathbf{X}_1 + {}_{3q}\mathbf{B}_{3p+3q} \cdot {}_{3p+3q}\mathbf{v}_1 + {}_{3q}\mathbf{W}_1 = 0, \quad (3.17b)$$

onde:

- ✓ O vetor  $\mathbf{W}$  é a diferença entre o vetor das observações aproximadas e o vetor das observações, ou seja, faz o papel do vetor  $\mathbf{L}$  (ver equação (3.19)) como no ajustamento paramétrico;
- ✓ A matriz  $\mathbf{A}$  é dada como na equação (3.2);
- ✓ A matriz  $\mathbf{B}$  pela equação (3.14);
- ✓ O vetor  $\mathbf{v}$  pela equação (3.10); e
- ✓ O vetor  $\mathbf{X}$  representa os parâmetros incógnitos a serem estimados.

A matriz das derivadas parciais  $\mathbf{A}$ , dada pela equação (3.2), é obtida derivando as equações (2.55) com relação aos parâmetros a serem estimados. Cada ponto  $q_i$  gera uma sub-matriz, da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} X_i & 0 & 0 & Y_i & Z_i & 0 & 0 & Z_i & -Y_i \\ 0 & Y_i & 0 & X_i & 0 & Z_i & -Z_i & 0 & X_i \\ 0 & 0 & Z_i & 0 & X_i & Y_i & -Y_i & -X_i & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

O vetor  $\mathbf{L} = \mathbf{W}$  é dado por:

$${}_{3q}\mathbf{L}_1 = {}_{3q}\mathbf{W}_1 = {}_{3q}\mathbf{L}_{0_1} - {}_{3q}\mathbf{L}_{b_1}. \quad (3.19)$$

Este vetor contém os deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $w$ , referentes aos eixos  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  de cada ponto. Deste modo, cada ponto  $q_i$  gera um sub-vetor, da seguinte forma:

$$\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

A composição final da matriz  $\mathbf{A}$  e do vetor  $\mathbf{W}$  é feita para todos as estações comuns. Estes elementos podem ser obtidos pelo agrupamento de todas as sub-matrizes  $\mathbf{A}_i$  e de todos os sub-vetores  $\mathbf{W}_i$ , respectivamente, os quais possuem a seguinte forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & 0 & Y_1 & Z_1 & 0 & 0 & Z_1 & -Y_1 \\ 0 & Y_1 & 0 & X_1 & 0 & Z_1 & -Z_1 & 0 & X_1 \\ 0 & 0 & Z_1 & 0 & X_1 & Y_1 & -Y_1 & -X_1 & 0 \\ X_2 & 0 & 0 & Y_2 & Z_2 & 0 & 0 & Z_2 & -Y_2 \\ 0 & Y_2 & 0 & X_2 & 0 & Z_2 & -Z_2 & 0 & X_2 \\ 0 & 0 & Z_2 & 0 & X_2 & Y_2 & -Y_2 & -X_2 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ X_q & 0 & 0 & Y_q & Z_q & 0 & 0 & Z_q & -Y_q \\ 0 & Y_q & 0 & X_q & 0 & Z_q & -Z_q & 0 & X_q \\ 0 & 0 & Z_q & 0 & X_q & Y_q & -Y_q & -X_q & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.21a)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \vdots \\ u_q \\ v_q \\ w_q \end{bmatrix}. \quad (3.21b)$$

### 3.1.2 Matriz Variância Covariância

A solução da equação (3.17b) para os parâmetros  $\mathbf{X}$  utilizando o critério do MMQ é obtida minimizando-se a forma quadrática fundamental:

$$\phi = \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} = \text{mínimo}, \quad (3.22)$$

o que equivale minimizar a soma dos quadrados dos resíduos ponderados.

Na equação (3.22) o vetor  $\mathbf{v}$  é dado pela equação (3.10) e  $\mathbf{P}$  é a matriz peso da Colocação.

A matriz cofatora  $\mathbf{Q}$  dos resíduos (KUANG, 1996, p. 132), também denominada de matriz dos coeficientes de peso (MORITZ e SÜNKEL, 1978, p. 55), é dada por:

$$\mathbf{Q}_v = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \sum v \quad (3.23)$$

Deste modo, a matriz dos pesos  $\mathbf{P}$  fica definida como:

$${}_{3p+3q} \mathbf{P}_{3p+3q} = \mathbf{Q}_v^{-1} = \sigma_0^2 \cdot \sum v^{-1} \quad (3.24)$$

As MVC dos vetores  $\mathbf{s}'$ ,  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{z}$ , os quais são vetores aleatórios com média nula, são definidas da seguinte forma (COSTA, 2003. p. 32):

$$\sum \mathbf{s}' = \mathbf{cov}(\mathbf{s}', \mathbf{s}') = \mathbf{E}\{\mathbf{s}'\mathbf{s}'^T\}, \quad (3.25)$$

$$\sum \mathbf{n} = \mathbf{cov}(\mathbf{n}, \mathbf{n}) = \mathbf{E}\{\mathbf{nn}^T\}, \quad (3.26)$$

$$\sum \mathbf{z} = \mathbf{cov}(\mathbf{z}, \mathbf{z}) = \mathbf{E}\{\mathbf{zz}^T\}. \quad (3.27)$$

A MVC do vetor aleatório  $\mathbf{z}$ , dada pela equação (3.27), é obtida pela soma da MVC do sinal  $\mathbf{s}'$  com a MVC do ruído  $\mathbf{n}$ , a qual é igual a MVC das observações  $\mathbf{L}_b$  e dada por (CAMARGO e DALMOLIN, 1995, p. 7):

$$\sum \mathbf{z} = \sum \mathbf{L}_b = \sum \mathbf{s}' + \sum \mathbf{n}, \quad (3.28)$$

desde que o ruído  $\mathbf{n}$  não tenha correlação com o sinal  $\mathbf{s}'$  (MORITZ, 1972, p. 11; KRAKIWSKY, 1975, p. 64 e GEMAEL, 1994, p. 270).

Na MVC do sinal  $s'$  está contida a informação sobre a correlação entre as observações  $L_b$ , desde que não haja correlação entre os ruídos. Tal relacionamento encontra-se expresso na equação (3.28). Admitindo-se que a variância do ruído  $n$  possui o mesmo valor em todos os pontos, a sua MVC fica definida por:

$$\Sigma_n = \text{cov}(n, n) = \sigma_n^2 \cdot I, \quad (3.29)$$

ou de forma matricial como:

$$\Sigma_n = \sigma_n^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

onde:

- ✓  $\sigma_n^2$  é a variância do ruído  $n$ ; e
- ✓  $I$  é a matriz identidade de ordem igual ao número de observações.

A matriz variância-covariância (MVC) do vetor aleatório  $v$  é dada por (MORITZ, 1972, p. 9; CAMARGO e DALMOLIN, 1995, p. 8):

$$\Sigma_v = \begin{bmatrix} \Sigma_s & \Sigma_{sZ} \\ \Sigma_{Zs} & \Sigma_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_s & \Sigma_{sL_b} \\ \Sigma_{L_b s} & \Sigma_{L_b} \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

onde:

- $\Sigma_s$  – MVC do sinal  $s$  nos  $p$  pontos de cálculo (deve ser conhecida);
- $\Sigma_Z$  – MVC do vetor aleatório  $z$ ;
- $\Sigma_{L_b}$  – MVC das observações  $L_b$ ;
- $\Sigma_{sL_b}$  – Matriz covariância cruzada entre o sinal  $s$  e as observações  $L_b$ .

É válida ainda a seguinte relação (GEMAEL, 1994, p. 271; CAMARGO e DALMOLIN, 1995, p. 8; COSTA, 2003, p. 33):

$$\sum_{\mathbf{SL}_b} = \sum_{\mathbf{SS}'} , \quad (3.32)$$

com:

$$\sum_{\mathbf{SL}_b} = \sum_{\mathbf{L}_b \mathbf{S}}^T . \quad (3.33)$$

A Matriz dos Pesos para a Colocação é obtida a partir das equações (3.24) e (3.31), ou seja:

$$\sum_{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \sum_{\mathbf{s}} & \sum_{\mathbf{sz}} \\ \sum_{\mathbf{zs}} & \sum_{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{\mathbf{s}} & \sum_{\mathbf{SL}_b} \\ \sum_{\mathbf{L}_b \mathbf{S}} & \sum_{\mathbf{L}_b} \end{bmatrix} . \quad (3.34)$$

As matrizes  $\sum_{\mathbf{s}}$ ,  $\sum_{\mathbf{s}'}$  e  $\sum_{\mathbf{ss}'}$  podem ser estimadas a partir da função covariância, que pode ser teoricamente conhecida ou modelada a partir dos dados. Na seção 3.1.5 apresentar-se-á a função covariância Gaussiana e suas aplicações no contexto deste trabalho.

### 3.1.3 Minimização e Solução

A solução da equação (3.12) é obtida fazendo,

$$\phi = \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} = \text{mínimo} , \quad (3.35)$$

introduzindo-se um vetor de multiplicadores de Lagrange  $\mathbf{K}$  e minimizando-se a seguinte função:

$$\varphi(\mathbf{V}, \mathbf{K}, \mathbf{X}) = \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{V} - 2 \cdot \mathbf{K}^T \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} + \mathbf{W}). \quad (3.36)$$

A equação (3.36) é uma função de três variáveis, isto é, os vetores  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{X}$ . Uma condição necessária para minimizar esta função é que as suas derivadas parciais primeiras, com relação às incógnitas, devem ser nulas. Então, tem-se que (GEMAEL, 1994):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{V}} = 2 \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{V} - 2 \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{P} \cdot \mathbf{V} - \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} = 0; \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}} = -2 \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} + \mathbf{W}) = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} + \mathbf{W} = 0; \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{X}} = -2 \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{K} = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{K} = 0, \quad (3.39)$$

sendo:

$${}_{3p+3q} \mathbf{P}_{3p+3q} = \mathbf{Q}_v^{-1}, \quad (3.40)$$

As expressões de cálculo são dadas por (GEMAEL, 1994, p. 166 a 169) que, após dimensionadas para esta aplicação, apresentam a forma:

$${}_{3q} \mathbf{M}_{3q} = {}_{3q} \mathbf{B}_{3p+3q} \cdot {}_{3p+3q} \mathbf{P}_{3p+3q}^{-1} \cdot {}_{3p+3q} \mathbf{B}_{3q}^T; \quad (3.41)$$

$${}_u \mathbf{X}_1 = -({}_u \mathbf{A}_{3q}^T \cdot {}_{3q} \mathbf{M}_{3q}^{-1} \cdot {}_{3q} \mathbf{A}_u)^{-1} \cdot ({}_u \mathbf{A}_{3q}^T \cdot {}_{3q} \mathbf{M}_{3q}^{-1} \cdot {}_{3q} \mathbf{W}_1); \quad (3.42)$$

$${}_{3q} \mathbf{K}_1 = -{}_{3q} \mathbf{M}_{3q}^{-1} \cdot ({}_{3q} \mathbf{A}_u \cdot {}_u \mathbf{X}_1 + {}_{3q} \mathbf{W}_1); \quad (3.43)$$

$${}_{3p+3q}\mathbf{V}_1 = {}_{3p+3q}\mathbf{P}_{3p+3q}^{-1} \cdot {}_{3p+3q}\mathbf{B}_{3q}^T \cdot {}_{3q}\mathbf{K}_1. \quad (3.44)$$

O vetor das correções  $\mathbf{X}$  é obtido pela equação (3.42). Com isto, torna-se possível o cálculo do vetor dos multiplicadores de Lagrange  $\mathbf{K}$  pela equação (3.43) e, conseqüentemente, a estimativa do vetor  $\mathbf{V}$  pela equação (3.44).

Os parâmetros  $\mathbf{X}_a$  estimados pela Colocação são obtidos por:

$$\mathbf{X}_a = \mathbf{X}_0 + \mathbf{X}. \quad (3.45)$$

A estimativa para o sinal  $\mathbf{s}$  nos  $p$  pontos de cálculo e para o vetor  $\mathbf{z}$ , componentes da equação (3.10), é obtida por (CAMARGO e DALMOLIN, 1995, p. 13):

$$\begin{bmatrix} {}_{3p}\mathbf{s}_1 \\ {}_{3q}\mathbf{z}_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum \mathbf{s} & \sum \mathbf{sL}_b \\ \sum \mathbf{L}_b\mathbf{s} & \sum \mathbf{L}_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{L}), \quad (3.46)$$

de maneira que:

$${}_{3p}\mathbf{s}_1 = - \sum \mathbf{sL}_b \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{W}), \quad (3.47)$$

$${}_{3q}\mathbf{z}_1 = -(\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{W}), \quad (3.48)$$

com  $\sigma_0^2$  igual a unidade, e

$$\mathbf{M} = \sum \mathbf{L}_b. \quad (3.49)$$

As outras estimativas foram obtidas em KRAKIWSKY (1975, p. 80). Assim, tem-se o sinal  $\mathbf{s}'$  para os  $q$  pontos de observação como:

$${}_{3q}\mathbf{s}_1 = -\sum \mathbf{s} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{W}), \quad (3.50)$$

e o ruído  $\mathbf{n}$  para os mesmos pontos é obtido por:

$${}_{3q}\mathbf{n}_1 = -\sum \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{W}). \quad (3.51)$$

Na Colocação por Mínimos Quadrados, os valores a serem interpolados são formados por uma parte sistemática  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{X}_a$  e uma parte aleatória  $\mathbf{s}$  e são obtidos por (MORITZ, 1972, p. 38):

$${}_{3p}\mathbf{T}_1 = {}_{3p}\mathbf{D}_u \cdot \mathbf{X}_{a1} + {}_{3p}\mathbf{s}_1, \quad (3.52)$$

onde  $\mathbf{D}$  é a matriz de coeficientes para calcular os valores da função para os  $p$  pontos de cálculo. Esta matriz é similar à matriz  $\mathbf{A}$ , com a diferença de que a matriz  $\mathbf{D}$  é formada com base nas coordenadas dos  $p$  pontos de cálculo.

### 3.1.4 Precisão das Estimativas

As precisões das incógnitas estimadas são obtidas por meio de suas matrizes variância-covariância, as quais podem ser obtidas pela lei de propagação das covariâncias (GEMAEL, 1994, p. 44 a 45). Estas matrizes podem ser estimadas por (KRAKIWSKY, 1975, p. 81 a 85; MORITZ, 1972, p. 28 a 40; MORITZ, 1980, p. 122 a 132):

$$\sum \mathbf{x}_a = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1}, \quad (3.53)$$

$$\sum \mathbf{s} = \sum \mathbf{s} + \sum \mathbf{s}_{L_b} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \sum \hat{\mathbf{x}}_a \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \sum \mathbf{L}_b \mathbf{s} - \sum \mathbf{s}_{L_b} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \sum \mathbf{L}_b \mathbf{s}, \quad (3.54)$$

$$\Sigma_{\mathbf{z}} = \Sigma_{\mathbf{L}_b} + \mathbf{A} \cdot \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_a} \cdot \mathbf{A}^T, \quad (3.55)$$

$$\Sigma_{\mathbf{s}'} = \Sigma_{\mathbf{s}'} + \Sigma_{\mathbf{s}'} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_a} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \Sigma_{\mathbf{s}'} - \Sigma_{\mathbf{s}'} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \Sigma_{\mathbf{s}'}, \quad (3.56)$$

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{n}}} = \Sigma_{\mathbf{n}} + \Sigma_{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_a} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \Sigma_{\mathbf{n}} - \Sigma_{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \Sigma_{\mathbf{n}}, \quad (3.57)$$

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{t}}} = \Sigma_{\mathbf{s}} + \left( \Sigma_{\mathbf{S}_{\mathbf{L}_b}} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{D} \right) \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_a} \left( \mathbf{A}^T \Sigma_{\mathbf{L}_b}^{-1} \Sigma_{\mathbf{L}_b \mathbf{S}} - \mathbf{D}^T \right) - \Sigma_{\mathbf{S}_{\mathbf{L}_b}} \cdot \mathbf{M}^{-1} \Sigma_{\mathbf{L}_b \mathbf{S}}. \quad (3.58)$$

### 3.1.5 Função Covariância

A Função Covariância pode ser teoricamente conhecida ou pode ser derivada experimentalmente a partir dos dados (MIKHAIL 1976, p. 399). Deste modo, por meio desta Função são obtidas as matrizes  $\Sigma_{\mathbf{s}}$ ,  $\Sigma_{\mathbf{s}'}$  e  $\Sigma_{\mathbf{ss}'}$ .

Segundo KRAUS e MIKHAIL (1972, p. 1023), é de fundamental importância a estimativa da Função Covariância a partir dos dados, desde que se tenha uma boa densidade de pontos e, se isto não é possível, o melhor é usar uma Função Covariância empírica. Esta função empírica pode ser obtida a partir da experiência com problemas similares anteriores ou mesmo do conhecimento sobre o comportamento do problema.

A informação sobre a correlação entre as observações é expressa pela matriz covariância  $\Sigma_{\mathbf{s}'}$ , uma vez que os ruídos não são correlacionados entre si. Este relacionamento é expresso na equação (3.32). Desta forma, a matriz  $\Sigma_{\mathbf{n}}$  fica obtida por:

$$\Sigma_{\mathbf{n}} = \sigma_n^2 \cdot \mathbf{I}, \quad (3.59)$$

onde  $\sigma_n^2$  é a variância do ruído  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade.

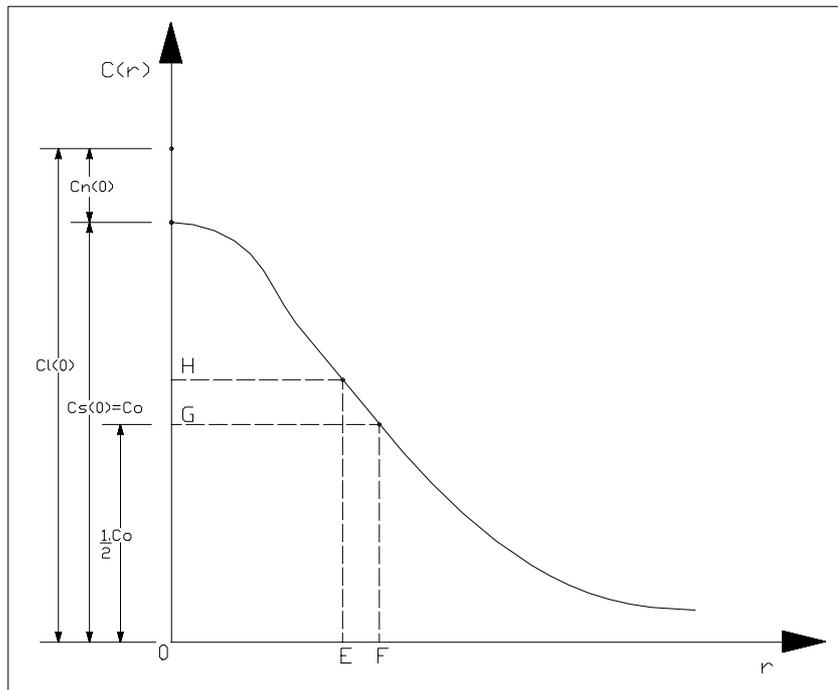
De acordo com MORITZ (1976, p. 1), o resultado da Colocação por Mínimos Quadrados depende essencialmente da Função Covariância utilizada. Esta função deve refletir as características do problema a ser resolvido.

Segundo MORITZ (1972, p. 57 e 58), a Função Covariância:

$$C(r) = C_0 \cdot e^{-a^2 \cdot r^2}, \quad (3.60)$$

com valores adequados de  $C_0$  e  $a$ , fornece uma simples expressão analítica que pode ser apropriada em muitos casos, sendo necessário que a função escolhida seja positiva definida. Na equação (3.60),  $r$  denota a distância entre dois pontos considerados e  $C(r)$  é a covariância entre eles. A figura 3.2 mostra a geometria da Função Covariância representada pela equação (3.60).

FIGURA 3.2 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA GAUSSIANA



Fonte: COSTA (2003, p. 44).

Observa-se por meio da figura 3.2 a representação geométrica da função covariância dada pela equação (3.60). No entanto, para que esta função seja aplicada é necessário estimar os seus coeficientes “ $C_0$ ” e “ $a$ ” caracterizando assim a modelagem

da função covariância. Verifica-se também por meio desta figura que o valor máximo da função é o próprio  $C_0$  que pode ser obtido fazendo a distância  $r$  tender a zero, enquanto que o seu valor mínimo é obtido para distâncias  $r$  tendendo a infinito.

Ainda segundo MORITZ (1976, p. 23), uma Função Covariância pode ser caracterizada por meio de três parâmetros:

- a variância  $C_0$  ;
- o comprimento de correlação (“correlation length”)  $\xi$  e
- o parâmetro de curvatura (“curvature parameter”)  $\chi$ .

A variância  $C_0$  é o valor da Função Covariância  $C(r)$  para a distância  $r = 0$  na equação (3.60). Assim:

$$C(0) = C_0 . \quad (3.61)$$

O comprimento de correlação é o valor do argumento para  $C(r)$  que decresce seu valor para metade de  $C_0$  , isto é:

$$C(\xi) = \frac{C_0}{2} . \quad (3.62)$$

Por sua vez, o parâmetro de curvatura  $\chi$  é uma quantidade relacionada com a curvatura da curva de covariância que, para o caso da equação (3.60), este valor é constante e igual a:

$$\chi = 2 \cdot \ln(2) . \quad (3.63)$$

Para a função exponencial dada pela equação (3.60), o comprimento de correlação  $\xi$  fica expresso por:

$$\xi = \frac{\sqrt{\ln(2)}}{a} . \quad (3.64)$$

### 3.1.5.1 Determinação das Covariâncias Amostras

A MVC das observações representada por meio da equação (3.28) é composta pela soma da MVC do sinal  $\mathbf{s}$  com a MVC do ruído  $\mathbf{n}$ , que pode ser obtida pela função covariância da equação (3.60). No entanto, para uma distância  $r = \Delta$  têm-se (MIKHAIL, 1976, p. 399):

$$C_1(\Delta) = C_s(\Delta) + C_n(\Delta). \quad (3.65)$$

A covariância  $C_1(\Delta)$  estimada a partir dos dados é composta pela soma de duas covariâncias  $C_s(\Delta)$  e  $C_n(\Delta)$  quando  $\mathbf{s}$  e  $\mathbf{n}$  são não correlacionados, o que é mostrado pela equação (3.65).

No entanto, assume-se que o ruído não é correlacionado entre si como mostra a equação (3.30). Deste modo,  $C_n(\Delta)$  pode ser um simples ponto representando a variância do ruído como é mostrado na figura 3.2. Conseqüentemente, as três funções covariância da equação (3.65) apresentam como mostradas na figura 3.2 e, para  $\Delta \rightarrow 0$ , a seguinte relação entre as variâncias (COSTA, 2003, p. 52):

$$C_1(0) = C_s(0) + C_n(0). \quad (3.66)$$

Neste trabalho, a função covariância será derivada a partir dos deslocamentos, que constituem o vetor dos valores observados para a determinação dos parâmetros de deformação, pela estimativa das variâncias e covariâncias amostrais dos mesmos; no entanto, a função covariância pode ser teoricamente conhecida também. As variâncias e covariâncias amostrais, estimadas a partir dos deslocamentos, são calculadas, respectivamente por (MIKHAIL, 1976, p. 42 e 43):

$$C_1(0) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n \left( d_k - \bar{d} \right)^2, \quad (3.67)$$

$$C_1(\Delta) = \frac{1}{n_k - 1} \cdot \sum_{i < j} (d_i - \bar{d}) \cdot (d_j - \bar{d}), \quad (3.68)$$

onde:

- $n$  é o número total de deslocamentos;
- $n_k$  são os deslocamentos contidos em um intervalo no qual as covariâncias serão estimadas;
- $d_i, d_j$  e  $d_k$  são as observações propriamente ditas e  $\bar{d}$  é a sua média.

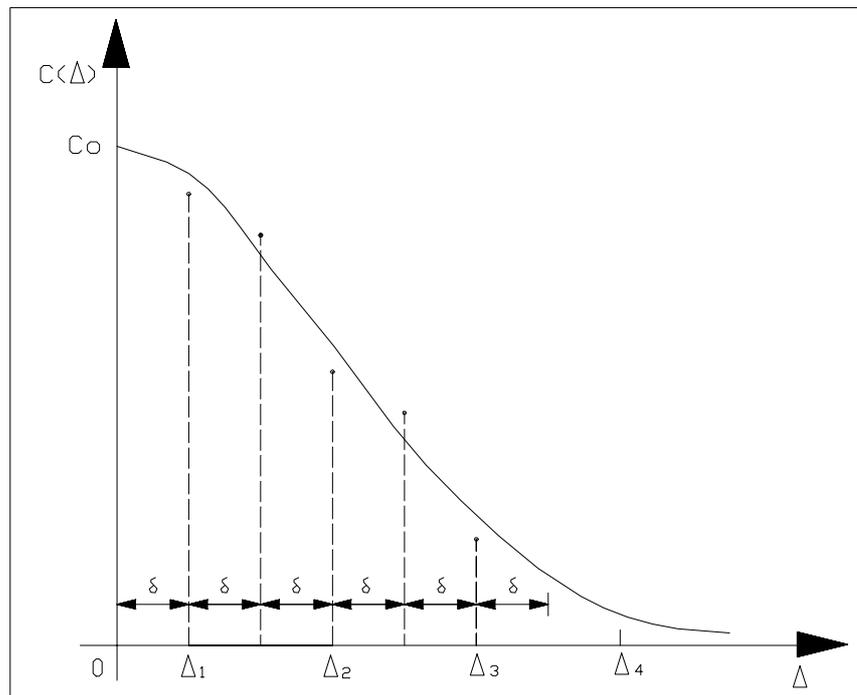
A variância  $C_1(0)$  é estimada somando os quadrados dos valores conhecidos  $(d_k - \bar{d})$  e dividindo pelo valor  $n - 1$ , como pode ser visto pela equação (3.67).

Entretanto, no caso de não haver ruído  $\mathbf{n}$  ou erros de medida nas observações, o valor estimado  $C_1(0)$  será numericamente igual a  $C_s(0)$ .

Assume-se que o ruído não é correlacionado, assim  $C_n(\Delta) = 0$  para todo  $\Delta \neq 0$  e  $C_1(\Delta) = C_s(\Delta)$  para todos os  $r = \Delta > 0$ , como mostra a figura 3.2, onde  $r = \Delta$  é a distância entre dois pontos cuja correlação é considerada.

No processo de estimação dos valores de  $C_1(\Delta)$  a partir dos dados,  $\Delta$  é dividido em intervalos iguais como mostra a figura 3.3.

FIGURA 3.3 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA A PARTIR DOS DADOS



Fonte: COSTA (2003, p. 53).

Verifica-se por meio da figura 3.3 que o primeiro  $\Delta_1 = \delta$ , enquanto o segundo  $\Delta_2 = 3 \cdot \delta$  até um intervalo genérico  $\Delta_k = (2 \cdot k - 1) \cdot \delta$  e, assim, com um intervalo de  $2 \cdot \delta$ . Deste modo, a soma de todos os  $n_k$  possíveis produtos  $(d_i - \bar{d}) \cdot (d_j - \bar{d})$  dividido pelo valor  $(n_k - 1)$  é estimada como a covariância  $C_1(\Delta)$  para cada  $\Delta$  sobre os pontos cuja separação  $\Delta_{ij}$  está no intervalo  $\Delta_k + \delta$  de acordo com a equação (3.68). As covariâncias são estimadas para o ponto médio do intervalo e o valor de  $\delta$  é arbitrado pelo calculista.

### 3.1.5.2 Modelagem da Função Covariância

Na Função Covariância dada pela equação (3.60), SCHWARZ (1974, p. 182) interpreta o valor de  $C_0$  como sendo a variância do sinal e a é dado pela condição  $C(R) = \sigma_n^2$ , sendo  $R$  igual a metade da maior distância entre os pontos considerados.

Desta forma, convém aplicar o logaritmo natural em ambos os membros da equação (3.60), resultando:

$$\ln(C(r)) = \ln(C_0) - a^2 \cdot r^2, \quad (3.69)$$

que pode ser transformada em uma equação da seguinte forma:

$$Y = b - a^2 \cdot r^2, \quad (3.70)$$

onde:

$$Y = \ln(C(r)), \quad e \quad (3.71)$$

$$b = \ln(C_0). \quad (3.72)$$

A estimativa dos parâmetros “a” e “b” é obtida escrevendo equações de observação como no método paramétrico. Como usual, a matriz  $\mathbf{A}$  é dada pelas derivadas parciais das observações com relação aos parâmetros, similar a equação (3.2) e as componentes do vetor  $\mathbf{L}$  similar a equação (3.19). Para um número genérico de  $m$  pontos com covariâncias amostrais estimadas, a matriz  $\mathbf{A}$  e o vetor  $\mathbf{L}$  ficam definidas como:

$${}_m \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -r_1^2 \\ 1 & -r_2^2 \\ 1 & -r_3^2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & r_m^2 \end{bmatrix}, \quad (3.73)$$

$${}_m \mathbf{L}_1 = -[y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad \dots \quad y_m]^T. \quad (3.74)$$

A composição do sistema de equações normais é dada por:

$${}_2 \mathbf{N}_2 = {}_2 \mathbf{A}_{m \cdot m}^T \cdot \mathbf{P}_{m \cdot m} \cdot \mathbf{A}_2, \quad (3.75)$$

$${}_2 \mathbf{U}_1 = {}_2 \mathbf{A}_{m \cdot m}^T \cdot \mathbf{P}_{m \cdot m} \cdot \mathbf{L}_1, \quad (3.76)$$

onde  $\mathbf{P}$  é uma matriz identidade.

A solução para os parâmetros  $\mathbf{X}_a$  pode ser obtida, após inverter a matriz das equações normais, por:

$${}_2 \mathbf{X}_{a1} = \begin{bmatrix} b \\ a^2 \end{bmatrix} = -\mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{U}. \quad (3.77)$$

Uma vez que o valor de “b” é estimado pela equação (3.77), então o valor de  $C_0$  pode ser obtido da equação (3.72) por:

$$C_0 = e^b, \quad (3.78)$$

e a Função Covariância dada pela equação (3.60) fica escrita somente em função da distância  $r$  entre dois pontos cuja correlação precisa ser estimada.

A distância  $r$  entre dois pontos  $P_i$  e  $P_j$  no espaço tridimensional pode ser calculada em função das coordenadas cartesianas por:

$$r = \left[ (X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.79)$$

### 3.1.6 Testes Estatísticos Aplicados aos Parâmetros de Deformação Estimados pela Colocação

Os parâmetros de deformação são estimados pela Colocação considerando-se que a estrutura investigada sofreu um processo de deformação infinitesimal e homogêneo. Tal consideração repousa na teoria da elasticidade, especificamente, na hipótese de campos elásticos e homogêneos (LOVE, 1944; MEANS, 1967). De acordo com CRESPI et al. (2000, p. 263) tal hipótese é muito importante em aplicações geofísicas.

Em vista disso, os testes estatísticos utilizados nesta seção serão divididos em duas etapas:

- ✓ Na primeira etapa, aplica-se o teste global unilateral, e
- ✓ Na segunda etapa, aplica-se o teste de Fischer, se caso o teste global unilateral, executado na etapa anterior não obtiver aprovação.

#### 3.1.6.1 Teste Global Unilateral

Uma vez que os parâmetros de deformação foram estimados, aplica-se o teste global unilateral (seção 2.6.1), com o propósito de verificar não apenas o desempenho do ajustamento, mas também, se a hipótese de um campo de deformação homogênea é adequada, ou seja, examina-se se os parâmetros de deformação estimados, por Colocação, são quantidades intrínsecas à um campo de deformação homogênea.

Caso esta hipótese seja rejeitada, por meio da condição dada na equação (2.73), a rede de monitoramento deve ser dividida em dois campos de deformação homogêneos. Isto significa estimar, por Colocação, dois conjuntos de parâmetros de deformação na estrutura monitorada, caso haja redundância de observações. Após estimá-los, realiza-se novamente o Teste Global unilateral para verificar se dois campos de deformação homogêneos são adequados para a respectiva estrutura. Se, novamente, o teste for rejeitado, divide-se a rede em três campos de deformação

homogêneos, e assim sucessivamente, até que o teste seja aceito. Detalhes podem ser vistos em CRESPI et al. (2000, p. 267).

### 3.1.6.2 Teste de Fischer

A consecução desta etapa ocorre quando a hipótese de um campo de deformação homogêneo, enunciado na etapa anterior, é rejeitada.

Desta maneira, o teste de Fischer permite comparar modelos, ou seja, compara, por exemplo, se a hipótese de dois campos de deformação homogêneos (modelo 2), dentro da estrutura monitorada, é mais adequada do que a hipótese de apenas um campo (modelo 1).

A estatística associada a este teste é baseada na distribuição F central de Snedecor, representada pela seguinte expressão (CRESPI et al., 2000, p. 267):

$$F_C = \frac{v_1 \hat{\sigma}_{0,1}^2 - v_2 \hat{\sigma}_{0,2}^2}{(b - a) \hat{\sigma}_{0,2}^2}, \quad (3.80)$$

onde:

$v_1$ : são os graus de liberdade do modelo 1;

$v_2$ : são os graus de liberdade do modelo 2;

$\hat{\sigma}_{0,1}^2$ : é a variância a posteriori do modelo 1;

$\hat{\sigma}_{0,2}^2$ : é a variância a posteriori do modelo 2;

a: é o número de parâmetros de deformação do modelo 1;

b: é o número de parâmetros de deformação do modelo 2.

A equação (3.80) é comparada ao valor teórico:

$$F_a; v_2; \alpha \quad (3.81)$$

Desta maneira, o modelo 2 será mais adequado do que o modelo 1, ao nível de significância  $\alpha$ , se e somente se:

$$F_C > F_a; \nu_2; \alpha. \quad (3.82)$$

### 3.2 ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO A PARTIR DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL

Nesta seção utilizar-se-á uma função polinomial para modelar o campo local de deslocamentos, para a partir desta função obter os parâmetros de deformação.

#### 3.2.1 Estimativa da Função Deslocamento

Uma função que expressa os deslocamentos no espaço tridimensional, possui a seguinte forma (KUANG, 1996, p. 176 – 177):

$$\mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1) = \mathbf{A}(X, Y, Z; t_2 - t_1)\mathbf{e}, \quad (3.83)$$

onde:

- ✓  $\mathbf{d}$  é o vetor de deslocamento de um dado ponto de coordenadas  $(X, Y, Z)$  em uma época  $t_2$  em relação a época  $t_1$ ;
- ✓  $\mathbf{A}$  é a matriz das derivadas parciais; e
- ✓  $\mathbf{e}$  o vetor incógnito de coeficientes da função deslocamento.

A equação (3.83) pode ser rescrita como:

$$\mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1) = \begin{bmatrix} u(X, Y, Z; t_2 - t_1) \\ v(X, Y, Z; t_2 - t_1) \\ w(X, Y, Z; t_2 - t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_u(X, Y, Z; t_2 - t_1)\mathbf{e}_u \\ \mathbf{A}_v(X, Y, Z; t_2 - t_1)\mathbf{e}_v \\ \mathbf{A}_w(X, Y, Z; t_2 - t_1)\mathbf{e}_w \end{bmatrix}, \quad (3.84)$$

onde:  $u$ ,  $v$  e  $w$  representam as componentes dos deslocamentos nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respectivamente.

O deslocamento das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respectivamente, podem ser estimados por um polinômio geral, como se segue (CHEN, 1983):

$$\mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1) = \sum_j \sum_i \sum_h X^h Y^i Z^j \mathbf{e}_{hij}. \quad (3.85)$$

O número de coeficientes deste polinômio é determinado pela seguinte equação:

$$m = (k + 1)^2, \quad (3.86)$$

onde  $k$  é o grau do polinômio.

Desenvolvendo o polinômio da equação (3.85) em função das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$ , para o segundo grau (com 9 coeficientes), têm-se as equações:

$$u(X, Y, Z; t_2 - t_1) = a_0 + a_1 X + a_2 XY + a_3 XYZ + a_4 X^2 + a_5 X^2 Y + a_6 X^2 YZ + a_7 X^2 Y^2 Z + a_8 X^2 Y^2 Z^2, \quad (3.87)$$

$$v(X, Y, Z; t_2 - t_1) = b_0 + b_1 X + b_2 XY + b_3 XYZ + b_4 X^2 + b_5 X^2 Y + b_6 X^2 YZ + b_7 X^2 Y^2 Z + b_8 X^2 Y^2 Z^2, \quad (3.88)$$

$$w(X, Y, Z; t_2 - t_1) = c_0 + c_1 X + c_2 XY + c_3 XYZ + c_4 X^2 + c_5 X^2 Y + c_6 X^2 YZ + c_7 X^2 Y^2 Z + c_8 X^2 Y^2 Z^2. \quad (3.89)$$

Os coeficientes das equações (3.87), (3.88) e (3.89) podem ser estimados utilizando-se o método paramétrico, com a seguinte relação já dimensionada para a aplicação de interesse:

$${}_{3m}\mathbf{e}_1 = ({}_{3m}\mathbf{A}_{3q}^T {}_{3q}\mathbf{P}_d {}_{3q}\mathbf{A}_{3m})^{-1} {}_{3m}\mathbf{A}_{3q}^T {}_{3q}\mathbf{P}_d {}_{3q}\mathbf{d}_1, \quad (3.90)$$

onde:

- ✓  $\mathbf{d}$  é o vetor de deslocamentos,
- ✓  $\mathbf{P}_d$  é a sua respectiva matriz de pesos;
- ✓  $3m$  é o número de coeficientes a serem determinados,
- ✓  $3q$  representa o número de pontos da rede de monitoramento; e
- ✓  $\mathbf{A}$  é a matriz das derivadas parciais, obtida derivando as equações (3.87), (3.88) e (3.89) com relação aos seus respectivos coeficientes.

Cada ponto  $P_i$  pode gerar uma sub-matriz  $\mathbf{A}_i$  e um sub-vetor  $\mathbf{d}_i$ , os quais são dados, respectivamente, por:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & X_i & X_i Y_i & X_i Y_i Z_i & X_i^2 & X_i^2 Y_i & X_i^2 Y_i Z_i & X_i^2 Y_i^2 Z_i & X_i^2 Y_i^2 Z_i^2 \\ 1 & X_i & X_i Y_i & X_i Y_i Z_i & X_i^2 & X_i^2 Y_i & X_i^2 Y_i Z_i & X_i^2 Y_i^2 Z_i & X_i^2 Y_i^2 Z_i^2 \\ 1 & X_i & X_i Y_i & X_i Y_i Z_i & X_i^2 & X_i^2 Y_i & X_i^2 Y_i Z_i & X_i^2 Y_i^2 Z_i & X_i^2 Y_i^2 Z_i^2 \end{bmatrix}, \quad (3.91)$$

$$\mathbf{d}_i = [u_i \quad v_i \quad w_i]^T. \quad (3.92)$$

A MVC dos coeficientes da função deslocamento ( $\mathbf{e}$ ) é calculada por:

$$\sum \mathbf{e} = \sigma_{0e}^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_d \mathbf{A})^{-1}, \quad (3.93)$$

onde  $\sigma_{0e}^2$  é o fator de variância a priori.

### 3.2.2 Testes Estatísticos Aplicados à Função Deslocamento

O principal objetivo de se testar estatisticamente a função deslocamento é o de verificar o quanto seus coeficientes são adequados. Esta verificação envolve:

- Um teste global para indicar a qualidade do modelo ajustado;

- É um teste de significância de cada um dos coeficientes, para verificar se os mesmos são adequados ao modelo.

### 3.2.2.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

O teste estatístico que analisa a qualidade do modelo ajustado é realizado de acordo com a seguinte hipótese básica ( $H_0$ ) (KUANG, 1996, p. 188):

$$H_0 : E\{L_{b_2}\} = E\{L_{b_1}\} + \mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1), \quad (3.94)$$

onde  $L_{b_1}$  e  $L_{b_2}$  são as observações realizadas nas épocas  $t_1$  e  $t_2$ , respectivamente.

A estatística do teste ( $w_e$ ), sob a hipótese nula ( $H_0$ ), segue a distribuição de Fisher  $F(r_e, r)$ :

$$w_e = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\sigma}_0^2} \in F(r_e, r) \quad , \quad (3.95)$$

onde:

- ✓  $\hat{\sigma}_e^2$  e  $r_e$  são respectivamente, o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade do modelo associado a estimação dos coeficientes;
- ✓  $\hat{\sigma}_0^2$  e  $r$  são respectivamente, o fator de variância dos pesos e os graus de liberdade associados aos ajustamentos das observações da rede realizadas em duas épocas. Esses valores podem ser calculados por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{r_1 \hat{\sigma}_{01}^2 + r_2 \hat{\sigma}_{02}^2}{r_1 + r_2} \quad , \quad e \quad (3.96)$$

$$r = r_1 + r_2 \quad , \quad (3.97)$$

onde:  $\hat{\sigma}_{0i}^2$  e  $r_i$  ( $i=1,2$ ) são o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade obtidos pelo ajustamento das observações das épocas  $t_1$  e  $t_2$ , respectivamente.

Deste modo, considerando-se um nível de significância  $\alpha$ , a hipótese é aceita se:

$$w_e \leq F_{1-\alpha}(r_e, r) , \quad (3.98)$$

onde  $F_{1-\alpha}(r_e, r)$  é o valor teórico da distribuição de Fisher.

No caso em que  $w_e > F_{1-\alpha}(r_e, r)$ , deve-se realizar o teste de significância de cada um dos coeficientes estimados pela equação (3.90), o qual será visto na próxima seção.

### 3.2.2.2 Teste de Significância dos Coeficientes da Função Deslocamento

A significância de um coeficiente individual  $e_i$  é realizada utilizando a seguinte estatística:

$$y_i = \frac{e_i^2}{\sigma_{e_i}^2 \cdot \hat{\sigma}_0^2} , \quad (3.99)$$

onde  $\sigma_{e_i}^2$  é a variância do coeficiente analisado, o qual pode ser extraído da matriz  $\Sigma_e$ .

O teste estatístico é realizado de acordo com a seguinte hipótese básica ( $H_0$ ):

$$H_0 : E\{e_i\} = 0 , \quad (3.100)$$

Da mesma maneira que o teste descrito na seção anterior, este também, segue a distribuição de Fisher  $F(1, r)$  para a estatística  $y_i$ . Deste modo, considerando-se um nível de confiança de  $(1-\alpha)$ , a hipótese básica deverá ser rejeitada se:

$$y_i > F_{1-\alpha}(1, r) , \quad (3.101)$$

onde  $F_{1-\alpha}(1, r)$  é o valor teórico.

Neste caso, os coeficientes testados são considerados significantes para a função deslocamento. No caso de detecção de coeficientes insignificantes, estes são retirados da função deslocamento e, uma nova função é re-estimada e reavaliada. Este processo continua até que os todos os coeficientes envolvidos sejam estatisticamente significantes.

### 3.2.3 Estimação dos Parâmetros de Deformação

Substituindo os coeficientes considerados estatisticamente significantes nas equações (3.87), (3.88) e (3.89), têm-se definida as funções deslocamento da estrutura monitorada. Deste modo, tomando-se as derivadas parciais de primeira ordem destas funções com relação a X, Y e Z, obtêm-se as componentes do tensor de deformação da equação (2.51), ou seja:

$$\frac{\partial u}{\partial X_i} = a_1 + a_2 Y_i + a_3 Y_i Z_i + a_4 2X_i + a_5 2X_i Y_i + a_6 2X_i Y_i Z_i + a_7 2X_i Y_i^2 Z + a_8 2X_i Y_i^2 Z_i^2, \quad (3.102)$$

$$\frac{\partial u}{\partial Y_i} = a_2 X_i + a_3 X_i Z_i + a_5 X_i^2 + a_6 X_i^2 Z_i + a_7 2X_i^2 Y_i Z_i + a_8 2X_i^2 Y_i Z_i^2, \quad (3.103)$$

$$\frac{\partial u}{\partial Z_i} = a_3 X_i Y_i + a_6 X_i^2 Y_i + a_7 X_i^2 Y_i^2 + a_8 2X_i^2 Y_i^2 Z_i, \quad (3.104)$$

$$\frac{\partial v}{\partial X_i} = b_1 + b_2 Y_i + b_3 Y_i Z_i + b_4 2X_i + b_5 2X_i Y_i + b_6 2X_i Y_i Z_i + b_7 2X_i Y_i^2 Z + b_8 2X_i Y_i^2 Z_i^2, \quad (3.105)$$

$$\frac{\partial v}{\partial Y_i} = b_2 X_i + b_3 X_i Z_i + b_5 X_i^2 + b_6 X_i^2 Z_i + b_7 2X_i^2 Y_i Z_i + b_8 2X_i^2 Y_i Z_i^2, \quad (3.106)$$

$$\frac{\partial v}{\partial Z_i} = b_3 X_i Y_i + b_6 X_i^2 Y_i + b_7 X_i^2 Y_i^2 + b_8 2X_i^2 Y_i^2 Z_i, \quad (3.107)$$

$$\frac{\partial w}{\partial X_i} = c_1 + c_2 Y_i + c_3 Y_i Z_i + c_4 2X_i + c_5 2X_i Y_i + c_6 2X_i Y_i Z_i + c_7 2X_i Y_i^2 Z + c_8 2X_i Y_i^2 Z_i^2, \quad (3.108)$$

$$\frac{\partial w}{\partial Y_i} = c_2 X_i + c_3 X_i Z_i + c_5 X_i^2 + c_6 X_i^2 Z_i + c_7 2X_i^2 Y_i Z_i + c_8 2X_i^2 Y_i Z_i^2, \quad (3.109)$$

$$\frac{\partial w}{\partial Z_i} = c_3 X_i Y_i + c_6 X_i^2 Y_i + c_7 X_i^2 Y_i^2 + c_8 2X_i^2 Y_i^2 Z_i. \quad (3.110)$$

Utilizando as equações (3.102) a (3.110) nas equações (2.44) e (2.45) é possível estimar as componentes do tensor de deformação em cada um dos pontos da rede de monitoramento. As componentes da função deslocamento  $u(X, Y, Z; t_2 - t_1)$ ,  $v(X, Y, Z; t_2 - t_1)$  e  $w(X, Y, Z; t_2 - t_1)$ , juntamente com as equações (3.102) a (3.110), servem também ao propósito de interpolação, pois com elas é possível estimar os deslocamentos em pontos onde não foram realizadas observações, bem como, determinar seus respectivos componentes do tensor de deformação.

### 3.3 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO

#### 3.3.1 Rotação do Tensor de Deformação para o Sistema Geodésico Local

Mostrou-se na seção 2.4 que o tensor de deformação  $E$  é estimado a partir dos deslocamentos obtidos de diferenças de coordenadas advindas das técnicas espaciais de posicionamento (LLR, GLONASS, GPS, SLR e VLBI). Estas coordenadas têm como origem o centro de massa da Terra, o que impossibilita analisar como as quantidades contidas no tensor  $E$  (parâmetros de deformação) são orientadas e/ou se comportam com respeito à superfície terrestre. Porém, se o tensor de deformação  $E$  for rotacionado ao SGL, torna-se possível a consecução das referidas análises.

Deste modo, utilizando-se a propriedade de invariância dos tensores (seção 2.3.2), o tensor de deformação  $E$  é transformado para o SGL por meio da seguinte equação (CRESPI, et al., 2000, p. 264):

$$\mathbf{E}' = \mathbf{\Phi}_{(\varphi, \lambda)} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{\Phi}_{(\varphi, \lambda)}^T, \quad (3.111)$$

onde:

- ✓  $\mathbf{E}'$  é o tensor de deformação no SGL; e
- ✓  $\mathbf{\Phi}_{(\varphi, \lambda)}$  é uma matriz de rotação que relaciona o sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas ao SGL.

Esta matriz é expressa por (COSTA, 1999, p. 16; MORAES, 2001, p. 157):

$$\mathbf{\Phi}_{(\varphi, \lambda)} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (3.112)$$

Como pode ser visto pela equação (3.112), a matriz  $\Phi_{(\varphi,\lambda)}$  é expressa em função das coordenadas geodésicas  $(\varphi, \lambda)$ . Esta matriz, também, é ortogonal porque a sua transposta é igual a sua inversa, ou seja:

$$\Phi_{(\varphi,\lambda)}^T = \Phi_{(\varphi,\lambda)}^{-1}. \quad (3.113)$$

Por meio da equação (3.111) pode-se estimar tensor de deformação  $E'$ , no SGL, em cada uma das estações envolvidas no monitoramento. No entanto, quando a estrutura monitorada for de âmbito local, como preconizado na seção 2.7.3, é possível que os tensores  $E'$  sejam todos iguais, visto que a magnitude dos parâmetros de deformação é muito pequena (LOVE, 1944; MEANS, 1967; SILVA, 1986).

### 3.3.2 Representação dos Parâmetros de Deformação

Como visto na seção 3.3.1 toda a informação sobre a deformação pode ser conhecida em cada um dos pontos de monitoramento, após estimar o tensor de deformação  $E'$ , no SGL, nestes mesmos pontos. Deste modo, o próximo passo é a representação gráfica da referida informação, observando-se a decomposição do efeito da deformação, ou seja, deformação simétrica ( $\epsilon'$ ) e anti-simétrica ( $\omega'$ ), como apresentada na (seção 2.4).

SCHNEIDER (1982, p. 64-77) apresenta diferentes maneiras para esta representação, em caso de tensores de deformação bidimensionais (plano  $x, y$ ); SILVA (1986, p. 35) utilizou-se da forma cônica associada ao tensor de deformação simétrica para representar deformações em redes geodésicas horizontais. No caso presente, em que têm-se tensores de deformação no espaço tridimensional ( $X^*, Y^*, Z^*$ ), a deformação simétrica pode ser representada por um elipsóide ou por três elipses, uma para cada um dos três planos fixos no espaço do SGL ( $X^*Y^*$ ,  $X^*Z^*$ ,  $Y^*Z^*$ ). A deformação anti-simétrica pode ser representada por meio de arcos de circunferências.

Na seqüência serão vistos os conceitos envolvidos na representação das deformações simétrica e anti-simétrica.

### 3.3.2.1 Elipsóide e Elipse da Deformação Simétrica

Os semi-eixos e a orientação do elipsóide da deformação simétrica são calculados a partir do tensor  $\boldsymbol{\varepsilon}'$ . Este tensor pode ser decomposto em valores próprios ( $\lambda_j$ ) e vetores próprios ( $m_j$ ) (seção 2.5). A equação do valor próprio associado ao vetor próprio, relativo ao tensor  $\boldsymbol{\varepsilon}'$ , é dada por:

$$(\boldsymbol{\varepsilon}' - \lambda \mathbf{I})\mathbf{M} = 0, \quad (3.114)$$

que fica,

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{21} & m_{31} \\ m_{12} & m_{22} & m_{32} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.115)$$

Na equação (3.115),  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  são os valores próprios correspondentes aos eixos  $X^*$ ,  $Y^*$ ,  $Z^*$  (eixos relativos ao SGL), respectivamente, também conhecidos como eixos principais de deformação (VANICEK e KRAKIWISKI, 1996, p. 650) ou deformações principais (CRESPI et al., 2000, p. 265). Os semi-eixos do elipsóide da deformação simétrica são calculados por (GEMAEL, 1994, p. 240):

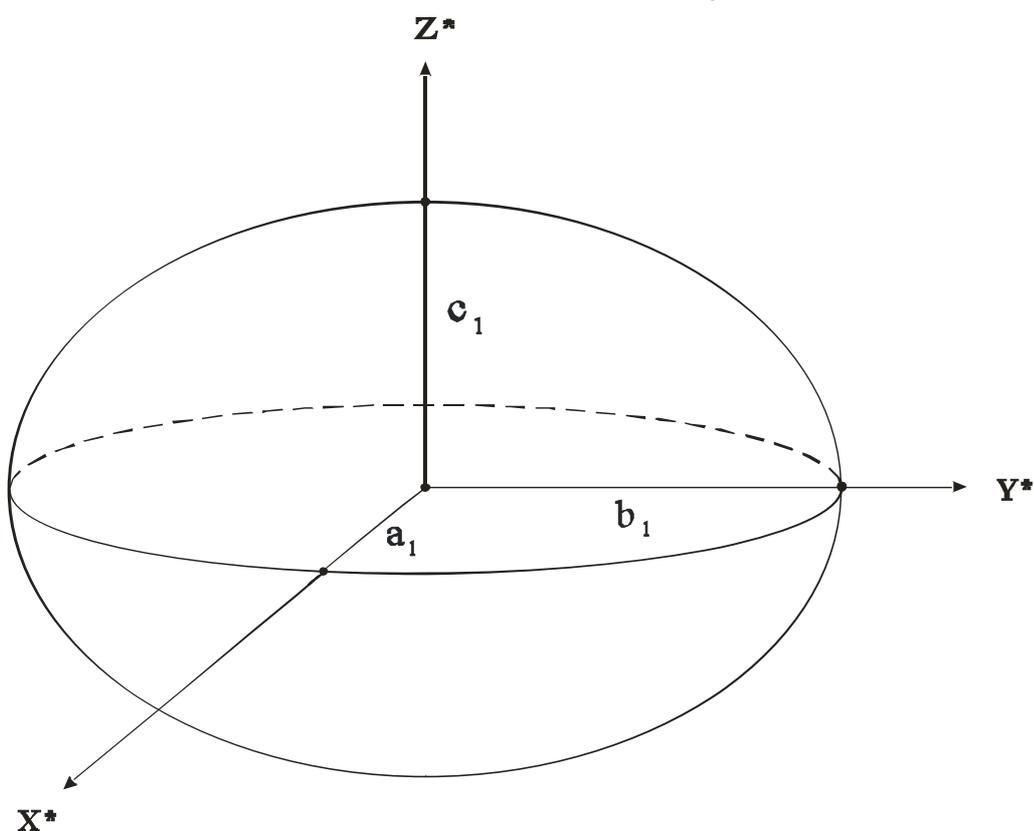
$$a_1 = \sqrt{\lambda_1}, \quad (3.116a)$$

$$b_1 = \sqrt{\lambda_2}, \quad (3.116b)$$

$$c_1 = \sqrt{\lambda_3}. \quad (3.116c)$$

A orientação destes semi-eixos são definidas pelos vetores próprios  $m_{1j}$ ,  $m_{2j}$  e  $m_{3j}$  ( $j=1,2,3$ ), respectivamente, os quais representam os co-senos diretores dos eixos do elipsóide. Este elipsóide é triaxial como pode ser visto pelas equações (3.116). A figura 3.4 mostra um elipsóide da deformação simétrica, cujos semi-eixos coincidem com os eixos  $X^*$ ,  $Y^*$ ,  $Z^*$  do SGL.

FIGURA 3.4 – ELIPSÓIDE DA DEFORMAÇÃO SIMÉTRICA



A partir dos elementos da equação (3.115), é possível calcular também as elipses de deformação referentes aos Planos  $X^*Y^*$ ,  $X^*Z^*$ ,  $Y^*Z^*$ .

As expressões dos semi-eixos (a) e (b), e do ângulo de orientação ( $\alpha$ ) da elipse de deformação, referente ao plano  $X^*Y^*$ , são dadas por (THAPA, 1980, p. 34-35; CAI, 2000, p. 48):

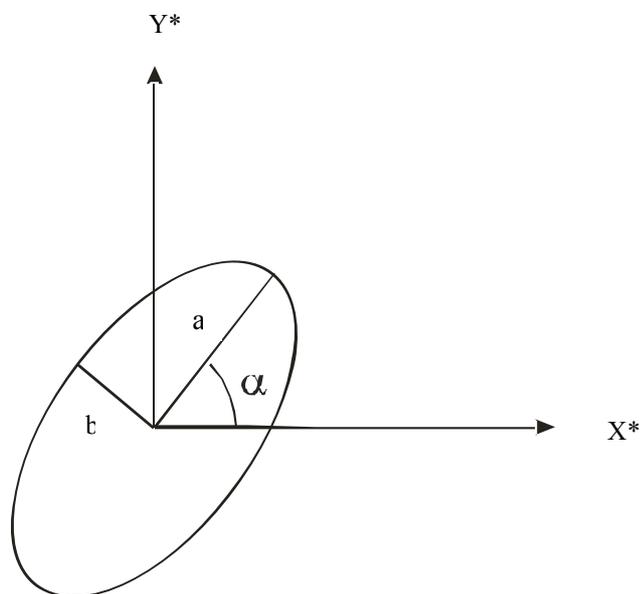
$$a = \sqrt{\lambda_1}, \quad (3.117a)$$

$$b = \sqrt{\lambda_2}, \quad (3.117b)$$

$$\alpha = \arctan \frac{m_{12}}{m_{22}}. \quad (3.117c)$$

A figura 3.5 mostra a elipse de deformação referente ao plano  $X^*Y^*$ .

FIGURA 3.5 – ELIPSE DE DEFORMAÇÃO REFERENTE AO PLANO  $X^*Y^*$



De forma análoga para o plano  $X^*Z^*$ , a elipse de deformação é:

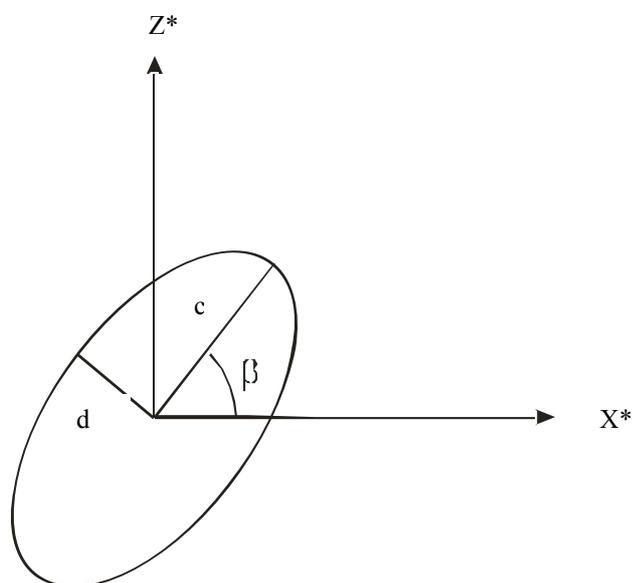
$$c = \sqrt{\lambda_1}, \quad (3.118a)$$

$$d = \sqrt{\lambda_3}, \quad (3.118b)$$

$$\beta = \arctan \frac{m_{13}}{m_{33}}. \quad (3.118c)$$

A figura 3.6 mostra a elipse de deformação referente ao plano  $X^*Z^*$ .

FIGURA 3.6 – ELIPSE DE DEFORMAÇÃO REFERENTE AO PLANO  $X^*Z^*$



Finalmente, as expressões dos semi-eixos (e) e (f), e do ângulo de orientação ( $\theta$ ) da elipse de deformação, referente ao plano  $Y^*Z^*$ , são dadas por (THAPA, 1980, p. 34-35; CAI, 2000, p. 48):

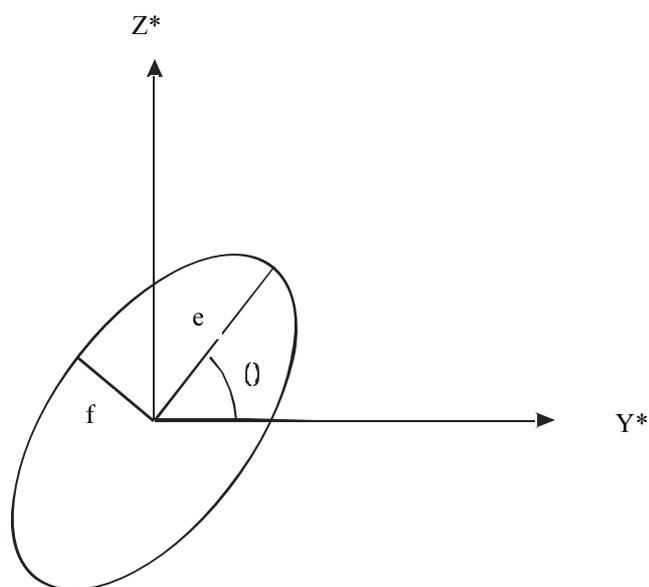
$$e = \sqrt{\lambda_1} , \quad (3.119a)$$

$$f = \sqrt{\lambda_3} , \quad (3.119b)$$

$$\theta = \arctan \frac{m_{13}}{m_{33}} . \quad (3.119c)$$

A figura 3.7 mostra a elipse de deformação referente ao plano  $Y^*Z^*$ .

FIGURA 3.7 – ELIPSE DE DEFORMAÇÃO REFERENTE AO PLANO Y\*Z\*



Os ângulos de orientação  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  são também conhecidos na literatura como direções próprias (CAI, 2001, p.49) ou direções principais (YONG-QI, 1983, p. 20).

O tensor de deformação simétrica  $\epsilon'$ , ao contrário das matrizes variância-covariância, admite valores próprios positivos e negativos. Um valor positivo significa extensão na direção do eixo correspondente; um valor negativo indica contração. De acordo com VANICEK e KRAKIWSKY (1996, p. 652) a cônica de deformação será uma elipse quando os dois valores próprios forem positivos. Quando um for positivo e ou outro negativo a cônica será uma hipérbole de dois ramos; quando um deles for nulo a cônica se transforma em um segmento de reta, e quando forem negativos têm-se uma elipse imaginária.

No entanto, a maioria dos autores, não faz distinção entre as diferentes elipses e a hipérbole e plotam todos os casos, quando:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \neq 0, \quad (3.120a)$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_3 \neq 0, \text{ ou} \quad (3.120b)$$

$$\lambda_2 \cdot \lambda_3 \neq 0, \quad (3.120c)$$

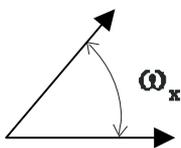
como elipses.

Uma outra opção de representação gráfica, descrita em SCHNEIDER (1982, p. 67), é a extensão ou contração em uma dada direção. Neste caso, para evidenciar a diferença entre a extensão e a contração, representa-se os segmentos de reta com padrões distintos, por exemplo, segmentos de reta contínuos para extensões e segmentos de reta tracejados para contrações (VANICEK e KRAKIWSKY, 1996, p. 653; SILVA, 1986, p. 37; SCHNEIDER, 1982, p. 67).

### 3.3.2.2 Deformação Anti-Simétrica

A deformação anti-simétrica, representada pelas rotações diferenciais média  $\omega'_x$ ,  $\omega'_y$  e  $\omega'_z$  traduz a parte rotacional da deformação, conforme descrito na seção (2.4), ou seja ela expressa, em cada vértice da rede, a variação média de qualquer direção que dele emane, em relação ao sistema de coordenadas adotado (variação azimutal). A sua representação é feita por meio de arcos de circunferências, os quais terão traços contínuos para rotações diferenciais horárias e tracejados para rotações diferenciais anti-horárias. A amplitude destes arcos de circunferências é calculada por meio das equações (2.45). A figura 3.8 mostra um exemplo da representação da rotação diferencial média, em torno do eixo  $X^*$ , em um ponto genérico  $P_1$ .

FIGURA 3.8 – REPRESENTAÇÃO DA ROTAÇÃO DIFERENCIAL MÉDIA



O valor da rotação diferencial média é muito pequeno, geralmente menor do que  $10^{-5}$  rad, o que impossibilita plotá-lo como um ângulo. Deste modo, deve-se multiplicá-lo por um fator de escala apropriado, como por exemplo,  $10^6$ .

## **4 IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA DA METODOLOGIA**

### **4.1 ÁREA DE ESTUDO E LEVANTAMENTO DE CAMPO**

#### **4.1.1 Usinas da COPEL**

O Paraná é um estado com alto potencial hidráulico, fato comprovado por estudos que afirmam ser possível a produção de uma potência de 26.000 MW nas principais bacias de seus rios (<http://www.copel.com/PagCopel.nsf>). Graças a esse potencial, a principal fonte de energia do Paraná, depois da Usina de Itaipu, são as usinas da COPEL Geração. Essas são, em grande parte, responsáveis pelo desenvolvimento do Estado, no passado e agora. Desde 1911 (com a inauguração da usina de Pitanguí) até hoje, um grande número de empreendimentos vem sendo feito no Paraná para que haja crescimento da capacidade de geração de energia. Da construção de novas usinas hidrelétricas à modernização de antigas, esses empreendimentos são o motivo do Estado possuir energia elétrica de sobra, sendo a COPEL capaz de vender o excedente para outros estados.

Tudo isso é decorrente da alta aptidão da COPEL Geração na operação e controle de usinas hidrelétricas, o que a faz ser reconhecida internacionalmente como uma autoridade nessa área. Prova disso são as consultorias e estudos feitos pela Companhia para outros países, como China e Zimbábue. A figura 4.1 mostra a localização das usinas da COPEL no mapa do estado do Paraná, elas estão listadas de acordo com sua potência (da maior para a menor).

FIGURA 4.1 – LOCALIZAÇÃO DAS USINAS DA COPEL



FONTE: <http://www.copel.com/PagCopel.nsf/docsap>

#### LEGENDA

- 1 - Usina Hidrelétrica Governador Bento Munhoz da Rocha Netto (Foz do Areia)
- 2 - Usina Hidrelétrica Governador Ney Braga (Segredo)
- 3 - Usina Hidrelétrica de Salto Caxias
- 4 - Usina Hidrelétrica Governador Parigot de Souza
- 5 - Usina Hidrelétrica Guaricana
- 6 - Usina Hidrelétrica Chaminé
- 7 - Usina Hidrelétrica Apucarantina
- 8 - Usina Hidrelétrica Mourão
- 9 - Usina Hidrelétrica Derivação do Rio Jordão
- 10 - Usina Hidrelétrica Marumbi
- 11 - Usina Hidrelétrica São Jorge
- 12 - Usina Hidrelétrica Chopim I
- 13 - Usina Hidrelétrica Rio dos Patos
- 14 - Usina Hidrelétrica Cavernoso
- 15 - Usina Hidrelétrica Melissa
- 16 - Usina Hidrelétrica Salto do Vau
- 17 - Usina Hidrelétrica Pitangui
- 18 - Usina Termelétrica Figueira

#### 4.1.2 Usina Hidrelétrica Salto Caxias

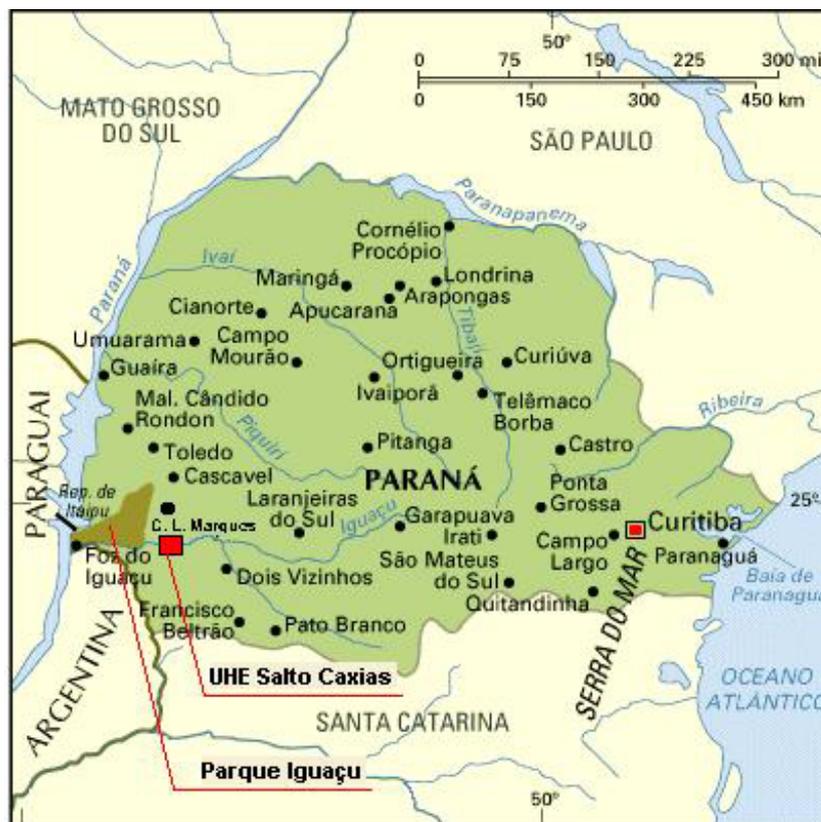
A Usina Hidrelétrica Salto Caxias é uma das mais importantes da COPEL Geração, pois é a terceira maior usina, menor apenas que as de Foz do Areia e Segredo. Está situada no Rio Iguaçu, no município de Capitão Leônidas Marques, a 600 km de Curitiba. Estudos iniciais previram a construção de duas usinas: Salto Caxias Baixo e Cruzeiro. Contudo, em 1978, a COPEL realizou uma reavaliação, concluindo ser economicamente mais vantajoso o aproveitamento do trecho Salto Osório – Salto Caxias em uma única usina - Salto Caxias Alto, englobando o projeto Cruzeiro e eliminando a Usina Júlio de Mesquita Filho, na foz do Rio Chopim. Depois de muitos estudos, as obras de construção da Usina se iniciaram em 1995 e ela começou a operar em 1999.

A usina de Salto Caxias representa um reforço estratégico de 1.240 MW de potência ao sistema elétrico interligado das regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste do país e uma capacidade de produzir anualmente para esse mercado 5,4 milhões de MWh anuais de eletricidade, suficientes para sustentar o consumo de uma cidade de 4 milhões de habitantes (<http://www.copel.com/PagCopel.nsf>).

Os investimentos foram da ordem de R\$ 1 bilhão, sendo que boa parte disso foi aplicada diretamente nos municípios de Capitão Leônidas Marques, Nova Prata do Iguaçu, Boa Vista da Aparecida, Três Barras do Paraná, Quedas do Iguaçu, Cruzeiro do Iguaçu, Boa Esperança do Iguaçu, São Jorge do Oeste e Salto do Lontra, situados no chamado entorno do reservatório.

A figura 4.2 mostra o mapa do estado do Paraná com a localização da cidade de Capitão Leônidas Marques e a UHE de Salto Caxias.

FIGURA 4.2 – LOCALIZAÇÃO DA CIDADE DE CAPITÃO LEÔNIDAS MARQUES E DA UHE DE SALTO CAXIAS NO MAPA DO PARANÁ



FONTE: <http://www.guianet.com.br/pr/mapapr.htm>

NOTA: Adaptada do original pelo autor.

#### 4.1.2.1 Informações Técnicas

A Usina Salto Caxias vai garantir a COPEL auto-suficiência no atendimento ao seu mercado consumidor até a metade da próxima década. A barragem de Salto Caxias, com 67 m de altura e 1083 m de comprimento é do tipo gravidade em CCR (Concreto Compactado a Rolo), tecnologia já aplicada pela COPEL na derivação do Rio Jordão, em 1994/1995. O CCR leva em sua composição baixa quantidade de cimento e é utilizado basicamente na edificação do corpo da barragem. Nas áreas onde há contato e atrito com a água, são revestidas com o Concreto Convencional (CCV), também utilizado em toda a construção da casa de força. A barragem de Salto Caxias, com 912.000 m<sup>3</sup> de CCR é a maior da América do Sul. Com seu reservatório

abrangendo uma superfície de 131 km<sup>2</sup> e volume de água represado de 3,6 x 10<sup>9</sup> m<sup>3</sup>, Salto Caxias é a 8<sup>a</sup> barragem em volume no mundo. A casa de força conta com 4 unidades geradoras.

A figura 4.3 mostra a vista panorâmica da Barragem de Salto Caxias.

FIGURA 4.3 – VISTA PANORÂMICA DA BARRAGEM DE SALTO CAXIAS

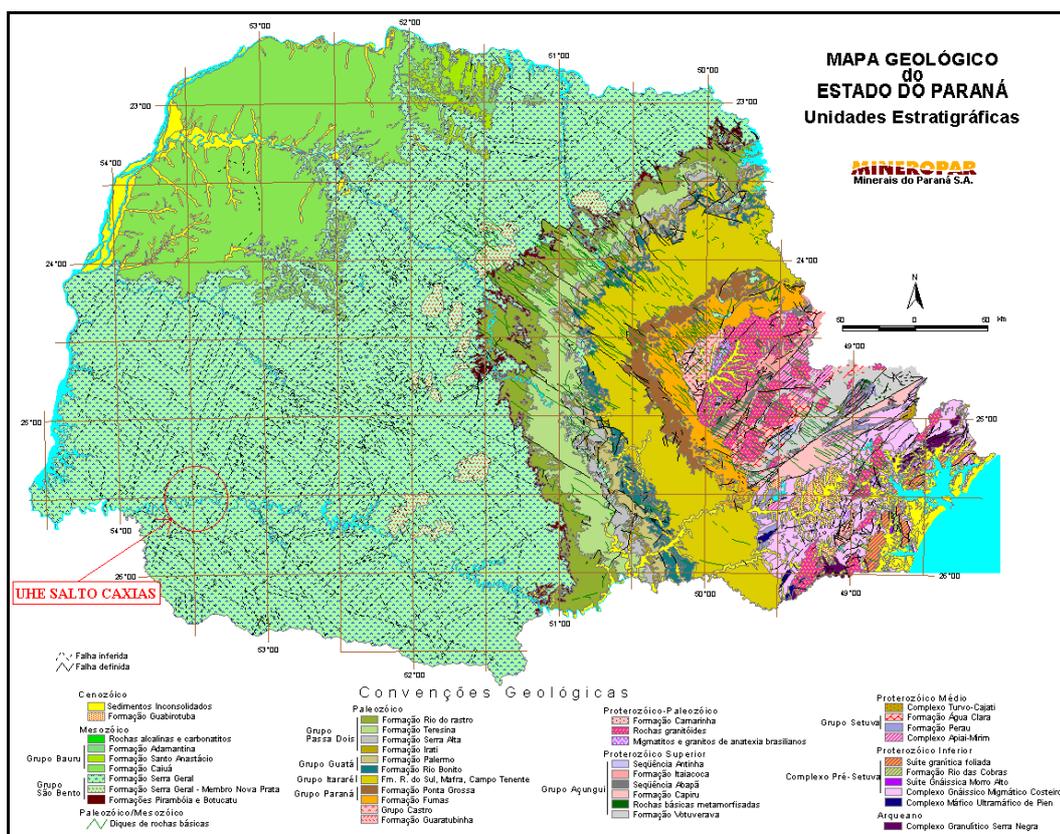


FONTE: <http://www.copel.com/PagCopel.nsf/docsap>

#### 4.1.2.2 Aspectos Geológicos

Os terrenos da região onde se localiza a Barragem de Salto Caxias são parte integrante dos extensos derrames vulcânicos que ocupam considerável área na Bacia do Paraná da ordem de 1.200.000 km<sup>2</sup> (SALAMUNI et al., 1999), distribuídos parcialmente nos estados de Minas Gerais, São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul. Também são observados em partes dos países limítrofes, ou seja, as repúblicas do Paraguai, Uruguai e Argentina. No Estado do Paraná, esses derrames pertencentes ao Grupo São Bento (Formação Serra Geral), ocupam aproximadamente 2/3 do território, distribuindo-se em toda sua porção oriental (MAACK, 1947; SALAMUNI, 1969), como pode ser visto pela figura 4.4.

FIGURA 4.4 – MAPA GEOLÓGICO DO ESTADO DO PARANÁ



FONTE: <http://www.pr.gov.br/mineropar/htm/geologia/mapa.html>

Tais derrames são geralmente conhecidos como efusivas basálticas ou simplesmente basaltos, independentemente de sua eventual variação litológica. As lavas foram originadas via atividades vulcânicas não explosivas, através de grandes fraturas de distensão que geralmente se estendiam por vários quilômetros na superfície, tal como se verifica hoje na Islândia, porém sob outro contexto geotectônico. Ao longo dessas fraturas, o material vulcânico se derramava espalhando-se por grandes áreas, circunstância facilitada pela fluidez das lavas básicas. O vulcanismo da Bacia do Paraná é imediatamente anterior à abertura sul-atlantiana, posicionando-se entre o Jurássico superior e o Cretáceo Inferior. Na porção sul e central da Bacia do Paraná as porções inferiores das suítes vulcânicas são em geral de composição básica. Em muitos locais, no topo dos derrames é verificada a ocorrência de rochas ácidas, não raro porfiríticas, produtos da diferenciação magmática pelo enriquecimento em  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{K}_2\text{O}$  e Rb (PICCIRILLO et al., 1988).

#### 4.1.3 Pontos de Apoio, de Controle e RRNN

Inicialmente, foram projetados, pelo Projeto de Auscultação Geodésica na Região de Grandes Barragens, conduzidos pelos Professores Dr. Camil Gemael e Dr. Pedro Luís Faggion, 97 RRNN, sendo que destas, a equipe de Geodésia Espacial – composta naquele momento pelos professores Dr<sup>a</sup>. Cláudia Pereira Krueger, Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira e Dr. Marcelo Carvalho dos Santos – definiu que quatro seriam selecionadas para servirem aos propósitos de Pontos de Apoio (PA), e outras dez para pontos de Controle (PC). No entanto, deste contingente, implantou-se apenas 87 RRNN, selecionando-se destas, três PA e dez PC, conforme projeto inicial. A figura 4.5 mostra a configuração geométrica dos PA e PC.

FIGURA 4.5 – CONFIGURAÇÃO GEOMÉRICA DOS PA E PC



O Projeto de Auscultação Geodésica na Região de Grandes Barragens, especificamente da UHE de Salto Caxias, previu a utilização de dados de nivelamento geométrico, gravimetria e GPS. As RRNN foram implantadas ao longo da rede viária local, distribuídas em oito trechos:

- Trecho 01: Santa Lúcia ao trevo Boa Vista / Capitão Leônidas Marques;
- Trecho 02: trevo Boa Vista / Capitão Leônidas ao trevo Salto Caxias;

- Trecho 03: trevo Salto Caxias à Boa Vista da Aparecida;
- Trecho 04: Boa Vista da Aparecida ao Porto Pereira;
- Trecho 05: trevo Salto Caxias à Boa Vista da Aparecida;
- Trecho 06: Barragem de Salto Caxias à Nova Prata do Iguaçu;
- Trecho 07: Nova Prata do Iguaçu à Vorá;
- Trecho 08: trevo Porto Alegria / Nova Prata do Iguaçu ao Porto Pereira.

#### 4.1.3.1 Monumentação e Identificação dos Pontos

Distribuídos em um quadrilátero de aproximadamente 35x35km, todos os pontos foram monumentados de forma a facilitar sua identificação e atender as exigências de estabilidade, acesso, intervisibilidade (se for o caso), dimensões específicas, etc.

##### 4.1.3.1.1 Monumentação

Conforme mencionado anteriormente as RRNN na UHE de Salto Caxias foram implantadas pelo Projeto de Auscultação Geodésica na Região de Grandes Barragens. Deste modo, para implantação destas RRNN seguiu-se as mesmas especificações técnicas daquelas utilizadas no projeto de auscultação geodésica da região da Barragem de Bento Munhoz da Rocha (GEMAEL e DOUBECK, 1982): As RRNN encontram-se espaçadas entre si de aproximadamente 1km, tendo sido concretadas no local apresentando forma tronco-piramidal, de seção quadrada, possuindo base superior de 30x30cm, e inferior de 45x45cm. A base inferior situa-se em geral, cerca de 1m abaixo da superfície; já a superior aflora cerca de 20cm. A figura 4.6 mostra duas RRNN implantadas na região da UHE de Salto Caxias.

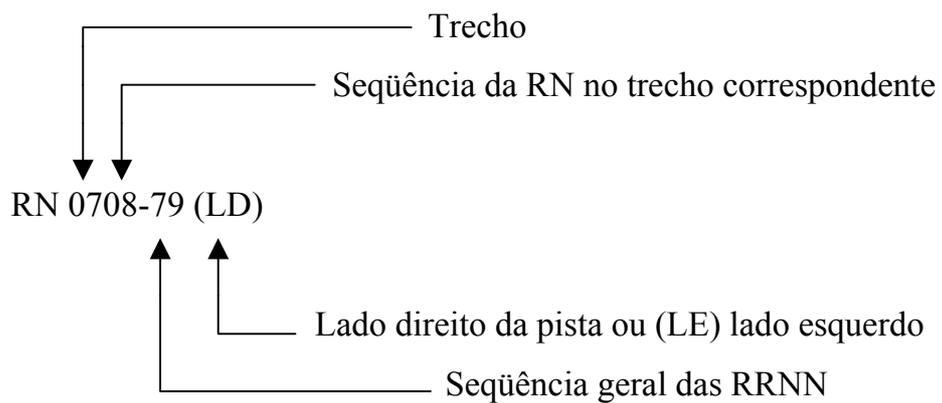
FIGURA 4.6 – RRNN IMPLANTADAS NA REGIÃO



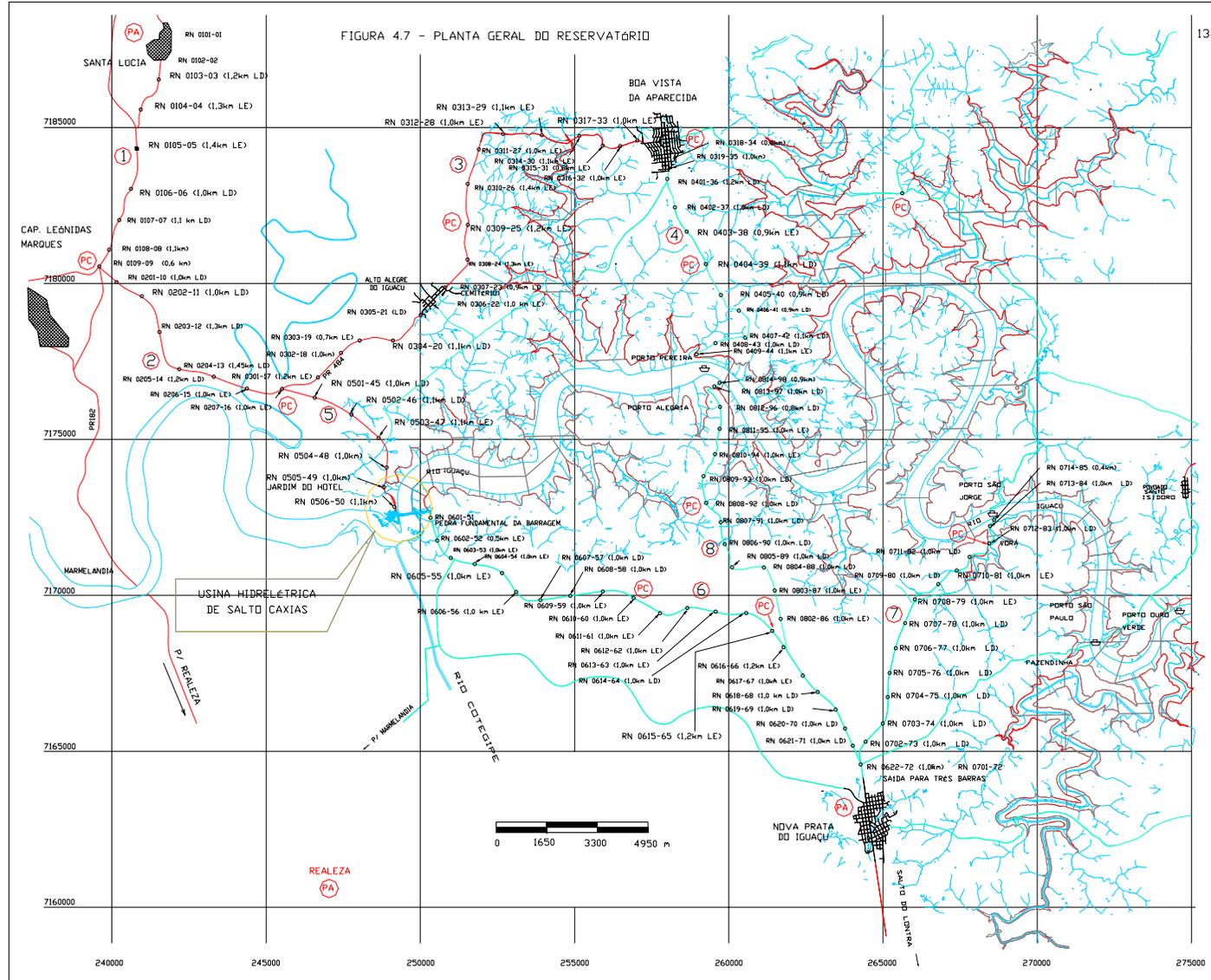
As especificações técnicas seguidas na fase de monumentação se devem ao fato de que as mudanças detectadas (em coordenadas, no caso deste trabalho) dos pontos monitorados, devem ser devidas a deslocamentos sofridos pelo ponto, sujeita à subsidência, soerguimentos em processos semelhantes, e não devido à monumentação deficiente ou imprópria.

#### 4.1.3.1.2 Identificação das RRNN

Com respeito à identificação das RRNN, utilizou-se a seguinte nomenclatura: cada ponto possui, especificamente, a sigla RN seguido de um número composto de seis algarismos, sendo os últimos dois números separados por hífen; sendo assim, os dois primeiros algarismos correspondem ao número do trecho em que se encontra a RN, e os outros dois correspondem a sua seqüência neste trecho, e os últimos dois algarismos correspondem a sua seqüência dentro do conjunto total de RRNN. Por exemplo, a 8ª RN correspondente ao trecho Nova Prata do Iguaçu a Vorá, possui a seguinte identificação:



A figura 4.7 mostra a planta geral do reservatório com esta identificação.



#### 4.1.3.1.3 Identificação das RRNN nos Levantamentos GPS

No entanto, face às limitações dos equipamentos de rastreios utilizados, os quais por vezes não dispõem de dígitos suficientes nos campos destinados à denominação do ponto, SANTOS et al. (2001) adotou um novo código para identificação das RRNN, os quais podem ser vistos na tabela 4.1.

TABELA 4.1 – CORRESPONDÊNCIA ENTRE A DENOMINAÇÃO ORIGINAL DAS RRNN E O NOVO CÓDIGO ADOTADO POR OCASIÃO DOS RASTREIOS

ORIGINAL	CÓDIGO	ORIGINAL	CÓDIGO	ORIGINAL	CÓDIGO	ORIGINAL	CÓDIGO
RN0101-01	PA01	RN0203-12	0203	RN0312-28	0312	RN0409-44	0409
xxxxxxxxxxx	PA02	RN0204-13	P204	RN0313-29	P313	RN0501-45	P501
RN0622-72	PA03	RN0205-14	P205	RN0314-30	P314	RN0502-46	P502
RN0109-09	PC109	RN0206-15	P206	RN0315-31	P315	RN0503-47	P503
RN0207-16	PC207	RN0301-17	P301	RN0316-32	P316	RN0504-48	P504
RN0310-26	PC310	RN0302-18	P302	RN0317-33	P317	RN0505-49	P505
RN0318-34	PC318	RN0303-19	P303	RN0319-35	P319	RN0602-52	P602
RN0615-65	PC615	RN0304-20	P304	RN0401-36	P401	RN0603-53	P603
RN0807-91	PC807	RN0305-21	P305	RN0402-37	P402	RN0604-54	P604
RN0403-38	PC403	RN0306-22	P306	RN0404-42	P404	RN0605-55	P605
RN0506-50	PC506	RN0307-23	P307	RN0405-40	P405	RN0606-56	P606
RN0611-61	PC611	RN0308-24	P308	RN0406-41	P406	RN0607-57	P607
RN0712-83	PC712	RN0309-25	P309	RN0407-42	P407	RN0608-58	P608
RN0202-11	P202	RN0311-27	P311	RN0408-43	P408	RN0609-59	P609
RN0610-60	P610	RN0612-62	P612	RN0613-63	P613		

Na tabela 4.2 podem ser vistos a localização de cada um dos PA utilizados neste trabalho.

TABELA 4.2 – LOCALIZAÇÃO DOS PONTOS DE APOIO

PONTOS	LOCALIZAÇÃO
PA01	Santa Lúcia
PA02	Realeza
PA03	Nova Prata do Iguaçu

#### 4.1.4 Levantamento de Campo

Realizaram-se duas campanhas GPS na região da UHE de Salto Caxias: a primeira campanha foi planejada pelo Prof. Dr. Marcelo Carvalho dos Santos, e ocorreu no período de 5 a 10 de Agosto de 1998, cuja descrição minuciosa encontra-se em SANTOS et al. (2001). A segunda campanha ocorreu no período de 16 a 20 de Dezembro de 2002, e foi realizada conforme o planejamento e metodologia seguida na primeira campanha. Deste modo, esta etapa é subdividida em duas etapas distintas: o planejamento e a metodologia de campo.

##### 4.1.4.1 Planejamento

Foram planejadas as realizações de duas campanhas GPS na área de estudo, uma antes do enchimento do reservatório e a outra após. Estes dois conjuntos de dados obtidos serão utilizados na análise da estabilidade dos PA e dos PC, bem como, para estimar os deslocamentos das demais RRNN.

Como mencionado anteriormente, a rede de testes é composta de 87 RRNN. No entanto, das 87 RRNN existentes, selecionou-se apenas 59 RRNN para os levantamentos GPS. Estas foram distribuídas da seguinte forma: três RRNN foram selecionadas como PA e dez RRNN foram selecionadas como PC, as quais situam-se o mais distante possível das áreas de deformação, ou seja, em locais rochosos ou de mínima instabilidade; e as demais RRNN foram selecionadas como pontos de monitoramento ou pontos objetos, pelo fato de situarem-se muito próximos às áreas onde espera-se que ocorram deformações (SANTOS et al., 2001).

#### 4.1.4.2 Metodologia de Campo

##### 4.1.4.2.1 Equipamentos utilizados

Para a realização das duas campanhas, foram utilizados equipamentos pertencentes ao Laboratório de Geodésia Espacial (LAGE) da UFPR e da Companhia Paranaense de Energia Elétrica (COPEL). Os equipamentos utilizados foram:

- Quatro receptores ASHTECH Z-XII, com todos os seus acessórios;
- Um receptor TRIMBLE SSI, com todos os seus acessórios;
- Cinco tripés;
- Duas bússolas portáteis;
- Uma fonia portátil (VHF);
- Duas viaturas;
- Oito carregadores de baterias de diversas marcas; e
- Microcomputadores Pentium.

##### 4.1.4.2.2 Dados meteorológicos

Os dados meteorológicos (temperatura, umidade e pressão) para o modelamento da troposfera foram conseguidos junto ao Serviço Meteorológico do Estado do Paraná (SIMEPAR), o qual possui um ponto de coleta de dados ambientais localizado nas proximidades da UHE de Salto Caxias.

##### 4.1.4.3 Técnica de Posicionamento

Na área em estudo, foram realizados rastreios com o método de posicionamento relativo estático e estático rápido. Deste modo, esta etapa dividiu-se em três fases: rastreio dos PA; rastreio dos PC; e rastreio das demais RRNN.

#### 4.1.4.3.1 Rastreamento dos PA

Os pontos PA01, PA02 e PA03 foram posicionados em função das estações PARA e UEPP, pertencentes à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC). Estes dois pontos pertencem também à Rede do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS)<sup>12</sup>. As coordenadas do SIRGAS estão referidas ao ITRF94, época 1995,4. Estas coordenadas podem ser vistas na tabela 4.3.

TABELA 4.3 – COORDENADAS GEODÉSICAS E CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS PARA E UEPP, ÉPOCA 1995,4

EST.	LATITUDE	LONGITUDE	ALT. GEOMÉTRICA (m)
PARA	-25°26'54,1291"	-49°13'51,4368"	925,7590
UEPP	-22°07'11,6594"	-51°24'30,7216"	430,9450
	X (m)	Y (m)	Z (m)
PARA	3.763.751,6390	-4.365.113,7680	-2.724.404,7550
UEPP	3.687.624,3100	-4.620.818,5710	-2.386.880,4070

No entanto, devido à variação temporal das coordenadas dos pontos localizados sobre a crosta terrestre em decorrência de aspectos geodinâmicos<sup>13</sup>, é necessário que estas coordenadas sejam reduzidas à época das observações GPS, ou seja, para a época 1998,70 no caso da primeira campanha, e 2002,96 no caso da segunda campanha; após o processamento/ajustamento das observações, as coordenadas devem retornar à época SIRGAS (COSTA, 1999; DREWES e SÁNCHEZ, 2003). Esta redução pode ser feita utilizando modelos geofísicos de movimentos de placas. O modelo geofísico indicado pelo International Earth Rotation Service (IERS) é o NNR-NUVEL-1 ou ainda a sua recente atualização NNR-NUVEL-1A (DEMELTS, 1994 apud COSTA, 1999, p. 112).

As componentes das velocidades no sistema cartesiano dos pontos PARA e UEPP, segundo o modelo geofísico NNR-NUVEL-1A podem ser vistas na tabela 4.4.

<sup>12</sup> O SIRGAS utiliza os parâmetros do elipsóide GRS 80 (IBGE, 1997, p. 1).

TABELA 4.4 – COMPONENTES DAS VELOCIDADES NO SISTEMA CARTESIANO, SEGUNDO O MODELO GEOFÍSICO NNR-NUVEL-1A

VELOCIDADES - NNR-NUVEL-1A			
Ponto	V <sub>x</sub> (m/ano)	V <sub>y</sub> (m/ano)	V <sub>z</sub> (m/ano)
PARA	0,0003	-0,0061	0,0102
UEPP	-0,0004	-0,0057	0,0104

FONTE: COSTA (1999, p. 138).

A equação que permite a redução das coordenadas SIRGAS para a época na qual foi realizada a primeira campanha é dada por (COSTA, 1999, p. 154):

$$\mathbf{X}_i(t) = \mathbf{X}_i(t_0) + \mathbf{V} \cdot (t - t_0), \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{X}_i(t)$  é o vetor de coordenadas, a serem reduzidas, dos pontos PARA e UEPP nas épocas  $t = 1998,70$  e  $t = 2002,96$ ,  $\mathbf{X}_i(t_0)$  é o vetor de coordenadas destes mesmos pontos na época  $t_0 = 1995,40$  e  $\mathbf{V}$  é o vetor de suas velocidades.

Deste modo, utilizando-se as coordenadas cartesianas geocêntricas dos pontos PARA e UEPP, pertencentes ao SIRGAS época 1995,4 (tabela 4.3), juntamente com suas respectivas velocidades (tabela 4.4) na equação (4.1), reduziu-as às épocas 1998,70 e 2002,96, respectivamente. Estas coordenadas podem ser vistas na tabela 4.5.

---

<sup>13</sup> Estes aspectos dizem respeito ao movimento das placas litosféricas em diferentes direções com diferentes magnitudes, de acordo com a região em que estão localizadas (COSTA, 1999).

TABELA 4.5 – COORDENADAS GEODÉSICAS E CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS PARA E UEPP, ÉPOCAS 1998,70 E 2002,96

ÉPOCA 1998,70			
EST.	LATITUDE	LONGITUDE	ALT. GEOMÉTRICA (m)
PARA	-25°26'54,1279"	-49°13'51,4373"	925,7588
UEPP	-22°07'11,6585"	-51°24'30,7221"	430,9450
	X (m)	Y (m)	Z (m)
PARA	3.763.751,6400	-4.365.113,7881	-2.724.404,7213
UEPP	3.687.624,3087	-4.620.818,5898	-2.386.880,3727
ÉPOCA 2002,96			
EST.	LATITUDE	LONGITUDE	ALT. GEOMÉTRICA (m)
PARA	-25°26'54,1264"	-49°13'51,4379"	925,7587
UEPP	-22°07'11,6570"	-51°24'30,7226"	430,9449
	X (m)	Y (m)	Z (m)
PARA	3.763.751,6413	-4.365.113,8141	-2.724.404,6779
UEPP	3.687.624,3070	-4.620.818,6141	-2.386.880,3284

Estas coordenadas foram utilizadas no processamento e ajustamento dos PA em ambas campanhas realizadas. Após o processamento/ajustamento, as coordenadas dos PA obtidas em ambas as épocas foram reduzidas para a época SIRGAS 1995,40.

Os três PA foram rastreados utilizando o método de posicionamento relativo estático, com uma duração média de rastreio de 6 horas. Empregou-se uma taxa de coleta de dados de 15 segundos em virtude da compatibilidade com o intervalo adotado pelo IBGE para os pontos PARA e UEPP, valor este que é atualmente empregado em todas as estações da RBMC. Adotou-se ângulo de elevação de 10 graus para minimizar as degradações advindas da troposfera e do efeito multicaminho. A tabela 4.6 mostra o comprimento das linhas de base formadas entre os pontos da RBMC e os PA.

TABELA 4.6 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE

LINHA DE BASE	COMPRIMENTO (km)
PARA-PA01	436,30
PARA-PA02	432,20
PARA-PA03	414,10
UEPP-PA01	425,40
UEPP-PA02	459,00
UEPP-PA03	435,70

#### 4.1.4.3.2 Rastreo dos PC

Os dez PC foram rastreados utilizando o método de posicionamento relativo estático, com uma duração média de rastreo de 3 horas, taxa de coleta de dados de 15 segundos e ângulo de elevação mínimo de 10 graus.

Os PC foram posicionados em função dos pontos PA01, PA02 e PA03. Nas tabela 4.7 e 4.8 estão indicados os comprimentos das linhas de base formadas entre os PA e os PC na primeira e segunda campanha, respectivamente.

TABELA 4.7 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE FORMADAS ENTRE OS PA E OS PC – PRIMEIRA CAMPANHA

LINHA DE BASE	COMPRIMENTO (km)	LINHA DE BASE	COMPRIMENTO (km)
PA01-PC207	11,3	PA02- PC611	24,4
PA01-PC403	18,7	PA02- PC506	28,0
PA01-PC712	30,9	PA03- PC207	23,1
PA01-PC611	23,3	PA03- PC403	18,0
PA01-PC506	15,3	PA03- PC712	8,6
PA01-PC109	7,2	PA03- PC109	29,6
PA01-PC318	16,4	PA03- PC318	21,9
PA01-PC807	24,2	PA03- PC807	9,2
PA01-PC310	10,6	PA03- PC310	23,8
PA01-PC615	26,7	PA03- PC615	6,5

TABELA 4.8 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE FORMADAS ENTRE OS PA E OS PC – SEGUNDA CAMPANHA

LINHA DE BASE	COMPRIMENTO (km)	LINHA DE BASE	COMPRIMENTO (km)
PA01- PC207	11,3	PA02- PC611	24,4
PA01- PC403	18,7	PA02- PC506	28,0
PA01- PC611	23,3	PA02- PC807	28,5
PA01- PC506	15,3	PA02- PC207	31,02
PA01- PC109	7,2	PA02- PC318	39,90
PA01- PC318	16,4	PA02- PC310	37,92
PA01- PC807	24,2	PA02- PC615	25,12
PA01- PC310	10,6	PA03- PC403	18,0
PA01- PC615	26,7	PA03- PC109	29,6

#### 4.1.4.3.3 Rastreo das demais RRNN

As 46 RRNN foram rastreadas utilizando o método de posicionamento relativo estático rápido, com uma duração média de rastreo de 15 minutos, taxa de coleta de dados de 15 segundos e ângulo de elevação de 10 graus.

Estas RRNN foram posicionadas em função dos seguintes PC: PC207, PC318 e PC611. Na tabela 4.9 estão indicados os comprimentos das linhas de base formadas – em ambas as campanhas – entre estes PC e estas RRNN, constituídas como pontos de monitoramento.

TABELA 4.9 – COMPRIMENTO DAS LINHAS DE BASE FORMADAS ENTRE OS PC E OS PONTOS DE MONITORAMENTO

LINHA DE BASE	COMPRIMENTO (km)	LINHA DE BASE	COMPRIMENTO (km)
PC207-P202	4,78	PC318-P317	0,72
PC207-P203	3,91	PC318-P319	0,88
PC207-P204	2,81	PC318-P401	2,05
PC207-P205	1,73	PC318-P402	3,02
PC207-P206	1,07	PC318-P404	4,96
PC207-P301	1,06	PC318-P405	5,74
PC207-P302	1,99	PC318-P407	6,77
PC207-P303	2,63	PC318-P408	6,77
PC207-P304	3,67	PC611-P406	9,76
PC207-P306	5,48	PC611-P602	6,99
PC207-P307	6,33	PC611-P603	7,03
PC207-P501	0,96	PC611-P604	6,99
PC207-P502	1,93	PC611-P605	5,48
PC207-P503	2,87	PC611-P606	4,54
PC207-P504	3,68	PC611-P607	3,62
PC207-P505	4,32	PC611-P608	2,87
PC318-P308	7,33	PC611-P609	1,95
PC318-P309	6,81	PC611-P610	1,0
PC318-P312	5,11	PC611-P612	0,97
PC318-P313	4,05	PC611-P613	1,73
PC318-P315	2,44		

Na tabela 4.9 estão indicados os comprimentos das linhas de base de 41 pontos de monitoramento, ao invés dos 46 aludidos anteriormente. Os motivos pelo qual ocorreu este fato será visto na próxima seção.

Nas três fases descritas anteriormente, em cada ponto ocupado a antena GPS era devidamente centrada, nivelada e orientada para o norte magnético. Em cada um deles foram realizadas no mínimo três medidas de altura da antena em diferentes posições, tendo como altura final, a média aritmética destas medidas.

A cada dia de trabalho, os dados coletados eram descarregados diretamente em um computador, especificamente em diretórios referentes ao dia de rastreamento. Outras informações tais como: altura da antena, nome do ponto, início e fim do rastreamento também foram armazenados em cadernetas de campo.

#### 4.1.4.3.4 RRNN Não Rastreadas

Na primeira campanha todas as RRNN constantes da tabela 4.1 foram rastreadas. No entanto, o mesmo não ocorreu na segunda campanha devido ao fato de que algumas RRNN foram destruídas, uma inundada e a outra não foi encontrada. São elas:

- RRNN destruídas: 0305-21 (P305), 0311-27 (P311), 0314-30 (P314), 0316-32 (P316);
- RRNN inundada: 0409-44 (P409); e
- RRNN não encontrada: 0712-83 (P712), sendo que esta é um PC.

## 4.2 PROCESSAMENTO E AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES

### 4.2.1 Programa Utilizado

Atualmente, há diversos programas de processamento de dados GPS, científicos e comerciais, disponíveis no Laboratório de Geodésia Espacial (LAGE) da UFPR. Dentre estes, optou-se pela utilização de um programa científico – BERNESE, Versão 4.2 – pois ele permite um tratamento mais refinado quanto ao processamento de linhas de base, bem como, contempla a possibilidade de se traçar estratégias, seja na utilização de modelos troposféricos ou na aplicação de modelagens para resolução de ambigüidades. Na seqüência, descrever-se-á algumas características relacionadas a este programa, bem como, os processamentos e ajustamentos realizados neste trabalho.

A tarefa de processamento inicia-se com a atualização de alguns arquivos do programa, como por exemplo:

- Arquivos oficiais do Pólo (IERS): estes arquivos contém informações com respeito às coordenadas do pólo. São basicamente dois arquivos: C04\_ano.ERP e RAP\_ano.ERP;
- Arquivos de informações sobre os satélites: SATELLIT.TTT e SAT\_ano.CRX;
- Arquivos de informações sobre o carregamento oceânico: ITRFCODE.BLQ;
- Arquivo que contém informações com relação ao centro de fase de diversas antenas. Estes arquivos, basicamente contém o tipo de antena, seus desvios da *Antenna Reference Point* (ARP) ao centro de fase e as variações do centro de fase para ambas as portadoras ( $L_1$  e  $L_2$ ): PHAS\_IGS.01. As correções do centro de fase, contidas neste arquivo foram obtidas das calibrações das antenas publicadas pelo *National Geodetic Survey* (NGS). Detalhes dos procedimentos para a obtenção das respectivas calibrações encontram-se em MADER (2000).

Neste trabalho, todos estes arquivos foram atualizados a partir do *Center for Orbit Determination in Europe* – Centro de Determinação de Órbita da Europa (CODE) (<ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE>), o qual é um dos centros de análises do

*International GPS Service* (IGS). Mais detalhes a respeito deste programa podem ser vistos no APÊNDICE 1.

## 4.2.2 Processamento e Ajustamento dos Dados

### 4.2.2.1 Processamento dos Dados

As principais estratégias e opções adotadas nos processamentos dos dados GPS neste trabalho foram:

- Arco de órbita: para cada linha de base foi definido um arco de órbita<sup>14</sup> com dados relativos ao período de rastreamento do ponto base;
- Observáveis primárias: Fase da Portadora  $L_1$  e  $L_2$ , e observáveis de código;
- Ambigüidades: para linhas de base menores que 10km utilizou-se a estratégia SEARCH, como mencionado na seção 2.7.2.2.1. Para linhas de base maiores que 10km utilizou-se a estratégia *Quasi-Ionosphere-Free* (QIF), conhecida também como  $L_3$ , cujos detalhes podem ser vistos em BEUTLER et al. (2001);
- Orientação terrestre: foram adotadas soluções compatíveis com as órbitas IGS, segundo os arquivos ERP (*Earth Rotation Parameters*);
- Correção das perdas de ciclos: para linhas de base menores que 10km, ele realiza o processamento da fase em  $L_1$  e depois em  $L_2$ , utilizando a tripla diferença de fase na detecção das perdas de ciclos; para linhas de base maiores de 10km ele realiza o processamento da fase em  $L_3$  com a opção COMBINED<sup>15</sup>, utilizando, também, a tripla diferença de fase na detecção das perdas de ciclos. Nos casos em que não foi possível fixar as perdas de ciclos, os dados são removidos do processamento e novas ambigüidades são estimadas;

---

<sup>14</sup> No BERNESE o arco de órbita compreende o período em que são estimados alguns parâmetros, como por exemplo, erros dos relógios dos receptores, troposfera, ionosfera, e etc.

<sup>15</sup> Esta opção significa que a combinação linear de  $L_1$  e  $L_2$  livre dos efeitos ionosféricos é usada para a detecção de perdas de ciclos (BEUTLER et al., 2001).

- Ionosfera: para linhas de base menores que 10km estimou-se a *priori* um modelo da ionosfera por meio do programa (IONEST), enquanto para linhas de base maiores, a ionosfera não foi modelada porque seus efeitos são eliminados mediante a combinação linear ( $L_3$ );
- Troposfera: o atraso dos sinais produzido pelo efeito da troposfera foi modelado a priori mediante ao modelo Saastamoinen, com os parâmetros meteorológicos fornecidos pelo SIMEPAR. Esta estimativa a priori do atraso dos sinais foi somada as correções dos atrasos zenitais utilizando a função de mapeamento de Niell. Deste modo, calculou-se um parâmetro troposférico a cada 1 hora;
- Correção do centro de fase da antena do receptor: os deslocamentos do centro de fase da antena são valores recomendados pelo IGS, dependendo da combinação antena/receptor utilizada na observação.

Conforme BEUTLER et al. (2001), a qualidade das observáveis GPS pode ser analisada após o pré-processamento das medidas de simples diferença de fase (programa MAUPRP). Um dos indicadores desta análise é o *Root Mean Square* (RMS) da solução da tripla diferença de fase. Assim, para que as observáveis apresentem qualidade satisfatória é necessário que este indicador não seja maior que 1cm.

Este indicador resultou menor que 1cm para todos as linhas de base (1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> campanha), exceto para as seguintes, em ambas as campanhas:

- ✓ PA01-PC403;
- ✓ PA03-PC403;
- ✓ PC207-P501;
- ✓ PC207-P503;
- ✓ PC207-P504;
- ✓ PC318-P317;
- ✓ PC611-P405; e
- ✓ PC611-P605.

O quadro 4.1 mostra uma parte do arquivo de saída gerado pelo programa MAUPRP, referente à linha de base PA01-PC403 (2<sup>a</sup> campanha).

### QUADRO 4.1 – ARQUIVO DE SAÍDA GERADO PELO PROGRAMA MAUPRP

```

*****
DATA SCREENING: PC403                      03-MAR-03 10:43
*****
STATION 1: PA01          YEAR: 2002      SESSION: 0002
STATION 2: PC403        DAY : 350        FILE  : 1
BASELINE LENGTH (M) : 18695.595
OBSERVAT. FILE NAME : P:\PC403\OBS\PAP40002.PSH
-----
TRIPLE DIFFERENCE SOLUTION
-----
FREQUENCY OF TRIPLE DIFF. SOLU.: 3
NUMBER OF TRIPLE DIFF OBS. USED: 1568
RMS OF TRIPLE DIFF SOLUTION (M): 1.996
COORDINATES NEW-A PRIORI X (M): 110.654 +- 57.427
                                Y (M): -40.018 +- 47.719
                                Z (M): 100.527 +- 26.224

```

Os valores de RMS, obtidos pela solução da tripla diferença de fase, das linhas de base formadas pelos pontos PC403, PC207, PC318 e PC 611 podem ser vistos na tabela 4.10.

TABELA 4.10 – RMS DA SOLUÇÃO DA TRIPLA DIFERENÇA DE FASE EM LINHAS DE BASE QUE ULTRAPASSARAM O VALOR DE 1 CM

1ª CAMPANHA		2ª CAMPANHA	
Linha de base	RMS (m)	Linha de base	RMS (m)
PA01-PC403	0,953	PA01- PC403	1,996
PA03- PC403	1,652	PA03- PC403	3,456
PC207-P501	0,885	PC207-P501	0,945
PC207-P503	0,069	PC207-P503	0,125
PC207-P504	0,096	PC207-P504	0,101
PC318-P317	1,231	PC318-P317	0,981
PC611-P406	0,569	PC611-P406	2,823
PC611-P605	0,326	PC611-P605	0,099

Pela tabela 4.10 observa-se que os valores de RMS da tripla diferença de fase extrapolaram significativamente o valor de referência máximo (1cm). Observa-se

também que o maior valor foi o da linha de base PA03-PC403 (2ª campanha), enquanto, o menor valor foi o da linha de base PC207-P503 (1ª campanha).

Um outro arquivo (\*.txt) gerado pelo MAUPRP fornece as informações gerais a respeito de cada linha de base formada. Dentre estas informações, constam a identificação dos satélites envolvidos, quantidade de épocas (n.º de observações registradas) de cada satélite e a quantidade de observações boas e ruins das observáveis da fase das portadoras L<sub>1</sub> e L<sub>2</sub>. Os quadros 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 mostram os arquivos de informações gerais gerados para cada uma das linhas de base formadas pelo ponto PC403, relativos a primeira e segunda campanhas.

#### QUADRO 4.2 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA01-PC403 (1ª Campanha)

PC403		: TEST01	
MEASUREMENT TYPE:	PHASE	CREATED :	03-MAR-03 10:42
REFERENCE EPOCH :	1998-08-05 17:47:45 (217)	MODIFIED:	27-MAR-03 17:18
# DIFFERENCES	: 1	FORMAT NUMBER	: 4
# FREQUENCIES	: 2	SESSION IDENTIFIER	: 0001
# SATELLITES	: 6	SUBSESSION IDENTIF.:	1
# EPOCHS	: 453	OBS. INTERVAL (S)	: 15
# FLAGGED EPOCHS:	0	REMARK NUMBER	: 0
STATION NAME	: PA01	PC403	
OPERATOR NAME	: BRI	MOI	
RECEIVER TYPE	: ASHTECH Z-XII3	ASHTECH Z-XII3	
ANTENNA TYPE	: ASH700718B_M	ASH700700C	
RECEIVER/ANTENNA:	996 / 334	235 / 428	
CLOCK CORRECTION:	OFFSET PER EPOCH	OFFSET PER EPOCH	
POS.ECCENTR. (M):	0.0000 0.0000 1.2660	0.0000 0.0000 1.5400	
SAT	#L1-OBS OK	#L1-OBS BAD	#L2-OBS OK #L2-OBS BAD
1	0	451	0 453
25	0	367	0 367
11	0	453	0 453
13	0	417	0 417
2	0	266	0 266
27	0	90	0 90

**QUADRO 4.3 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA03-PC403  
(1ª Campanha)**

PC403		: TEST02	
MEASUREMENT TYPE:	PHASE	CREATED :	03-MAR-03 10:42
REFERENCE EPOCH :	1998-08-05 17:47:45 (217)	MODIFIED:	27-MAR-03 17:17
# DIFFERENCES	: 1	FORMAT NUMBER	: 4
# FREQUENCIES	: 2	SESSION IDENTIFIER	: 0001
# SATELLITES	: 6	SUBSESSION IDENTIF.:	1
# EPOCHS	: 453	OBS. INTERVAL (S)	: 15
# FLAGGED EPOCHS:	0	REMARK NUMBER	: 0
STATION NAME	: PA03	PC403	
OPERATOR NAME	: -UNKNOWN-	ELA	
RECEIVER TYPE	: TRIMBLE 4000SSI	ASHTECH Z-XII3	
ANTENNA TYPE	: 4000ST L1/L2 GEO	ASH700700C	
RECEIVER/ANTENNA:	11804 / 36000	235 / 428	
CLOCK CORRECTION:	OFFSET PER EPOCH	OFFSET PER EPOCH	
POS.ECCENTR. (M):	0.0000 0.0000 1.4230	0.0000 0.0000 1.5400	
SAT	#L1-OBS OK	#L1-OBS BAD	#L2-OBS OK #L2-OBS BAD
11	0	453	0 453
25	0	369	0 369
1	0	453	0 453
2	0	265	0 262
27	0	90	0 90
13	0	415	0 415

**QUADRO 4.4 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA01-PC403  
(2ª Campanha)**

PC403	:	TEST03			
MEASUREMENT TYPE:	PHASE		CREATED :	03-MAR-03	10:42
REFERENCE EPOCH :	2002-12-16 17:47:45 (350)		MODIFIED:	27-MAR-03	17:18
# DIFFERENCES	:	1	FORMAT NUMBER	:	4
# FREQUENCIES	:	2	SESSION IDENTIFIER	:	0001
# SATELLITES	:	5	SUBSESSION IDENTIF.:		1
# EPOCHS	:	453	OBS. INTERVAL (S)	:	15
# FLAGGED EPOCHS:		0	REMARK NUMBER	:	0
STATION NAME	:	PA01		PC403	
OPERATOR NAME	:	TAT		NIE	
RECEIVER TYPE	:	ASHTECH Z-XII3		ASHTECH Z-XII3	
ANTENNA TYPE	:	ASH700718B_M		ASH700700C	
RECEIVER/ANTENNA:		996 / 334		235 / 428	
CLOCK CORRECTION:	OFFSET PER EPOCH		OFFSET PER EPOCH		
POS.ECCENTR. (M):	0.0000	0.0000	1.2660	0.0000	0.0000
				1.5400	
SAT	#L1-OBS OK	#L1-OBS BAD	#L2-OBS OK	#L2-OBS BAD	
1	0	451	0	453	
11	0	453	0	453	
13	0	416	0	416	
2	0	263	0	263	
27	0	91	0	91	

**QUADRO 4.5 – INFORMAÇÕES GERAIS DA LINHA DE BASE PA03-PC403  
(2ª Campanha)**

PC403	:	TEST04			
MEASUREMENT TYPE:	PHASE		CREATED :	03-MAR-03	10:42
REFERENCE EPOCH :	2002-12-16 17:47:45 (350)		MODIFIED:	27-MAR-03	17:17
# DIFFERENCES	:	1	FORMAT NUMBER	:	4
# FREQUENCIES	:	2	SESSION IDENTIFIER	:	0001
# SATELLITES	:	5	SUBSESSION IDENTIF.:		1
# EPOCHS	:	453	OBS. INTERVAL (S)	:	15
# FLAGGED EPOCHS:		0	REMARK NUMBER	:	0
STATION NAME	:	PA03	PC403		
OPERATOR NAME	:	-UNKNOWN-	RIC		
RECEIVER TYPE	:	TRIMBLE 4000SSI	ASHTECH Z-XII3		
ANTENNA TYPE	:	4000ST L1/L2 GEO	ASH700700C		
RECEIVER/ANTENNA:		11804 / 36000	235 / 428		
CLOCK CORRECTION:	OFFSET PER EPOCH		OFFSET PER EPOCH		
POS.ECCENTR. (M):	0.0000	0.0000	1.4230	0.0000	0.0000
SAT	#L1-OBS OK	#L1-OBS BAD	#L2-OBS OK	#L2-OBS BAD	
11	0	453	0	453	
25	0	369	0	369	
1	0	453	0	453	
2	0	265	0	262	
27	0	90	0	90	

Observa-se pelos quadros 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 que as observáveis das portadoras  $L_1$  e  $L_2$  de todas as linhas de base formadas pelo ponto PC403 da primeira e segunda campanhas, foram classificadas pelo programa BERNESE como ruins. Semelhante fato ocorreu com as demais linhas de base descritas na tabela 4.10. De acordo com BEUTLER et al. (2001) isto pode ocorrer devido a dois fatores:

1. Baixa qualidade dos receptores utilizados na coleta dos dados; e
2. Coleta dos dados sob condições extremamente desfavoráveis (refração atmosférica, geometria dos satélites e etc.).

Soma-se a estes dois fatores, o problema do multicaminho presente em alguns pontos, devido à presença de postes da rede elétrica, cercas de arame farpado, torre de telecomunicação, árvores e etc.

#### 4.2.2.1.1 Desvio Padrão das Linhas de Base Processadas

Em vista disso, as ambigüidades destas linhas de base, ou seja, àquelas descritas na tabela 4.10, não foram resolvidas e nem fixadas. As demais linhas de base formadas tiveram as ambigüidades resolvidas e fixadas. Os gráficos 4.1 e 4.2 mostram os desvios padrão das coordenadas X, Y, Z para estas linhas de base – formadas entre os PA e PC – processadas referentes a 1ª e a 2ª campanha, respectivamente.

GRÁFICO 4.1 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS ENTRE OS PA E PC – PROCESSADAS (1ª CAMPANHA)

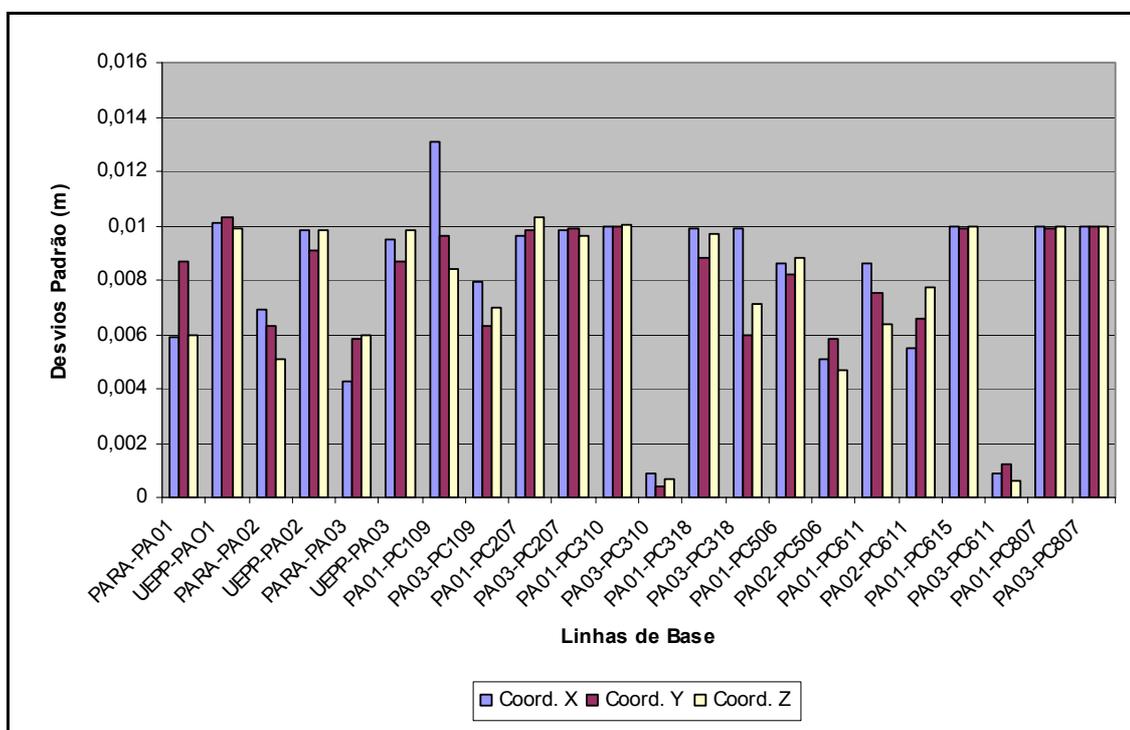
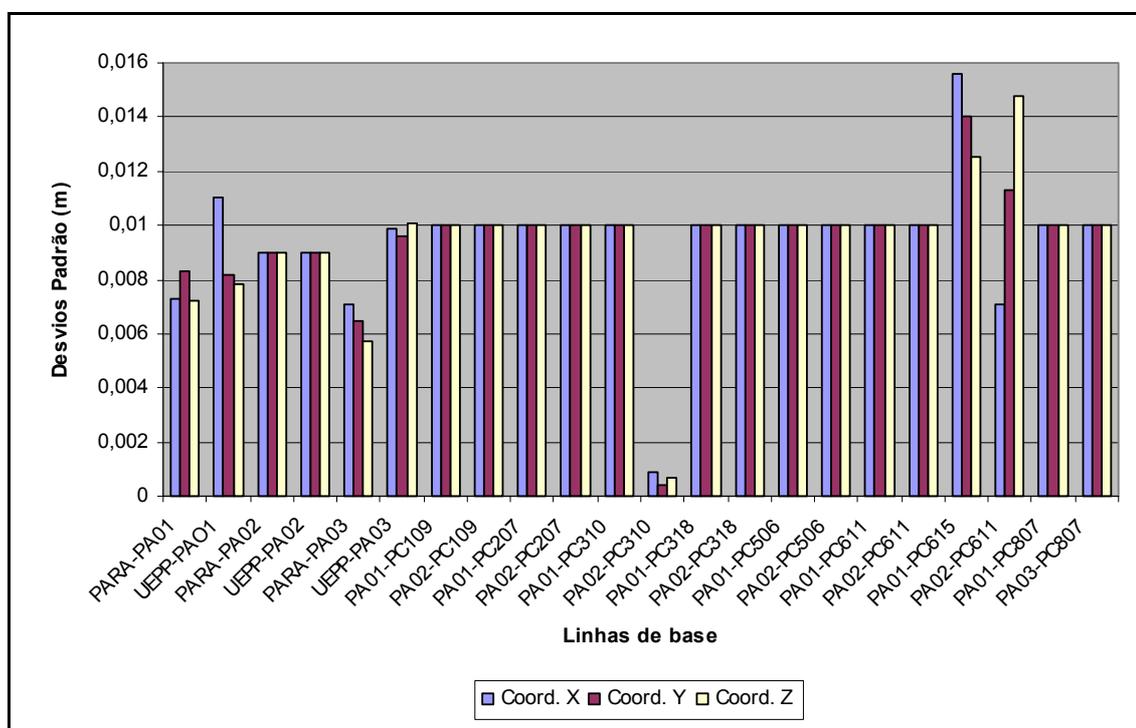


GRÁFICO 4.2 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS ENTRE OS PA E PC – PROCESSADAS (2ª CAMPANHA)



Por meio dos gráficos 4.1 e 4.2 observa-se que:

- Os melhores resultados em termos de precisão foram aqueles advindos do processamento das linhas de base da 1ª campanha;
- A maioria dos desvios padrão da 1ª campanha foi menor do que 1cm;
- A maioria dos desvios padrão da 2ª campanha ficou em torno de 1cm;
- Existem, isoladamente, algumas melhoras de precisão da 2ª campanha com respeito a 1ª campanha, como por exemplo, coordenadas Y, Z da linha de base UEPP-PA01, coordenadas X, Y, Z da linha de base UEPP-PA02 e coordenada X da linha de base PA01-PC109.

Os gráficos 4.3 e 4.4 mostram os desvios padrão das coordenadas X, Y, Z das linhas de base – formadas pelo PC207, conforme tabela 4.9 – processadas referentes a 1ª e a 2ª campanha, respectivamente.

GRÁFICO 4.3 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC207 – PROCESSADAS: (1ª CAMPANHA)

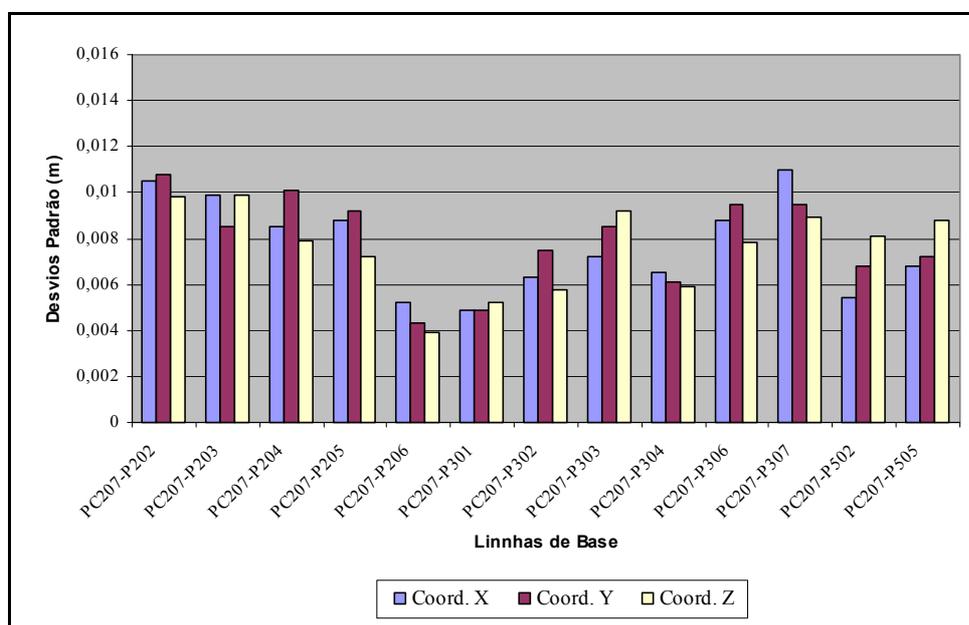
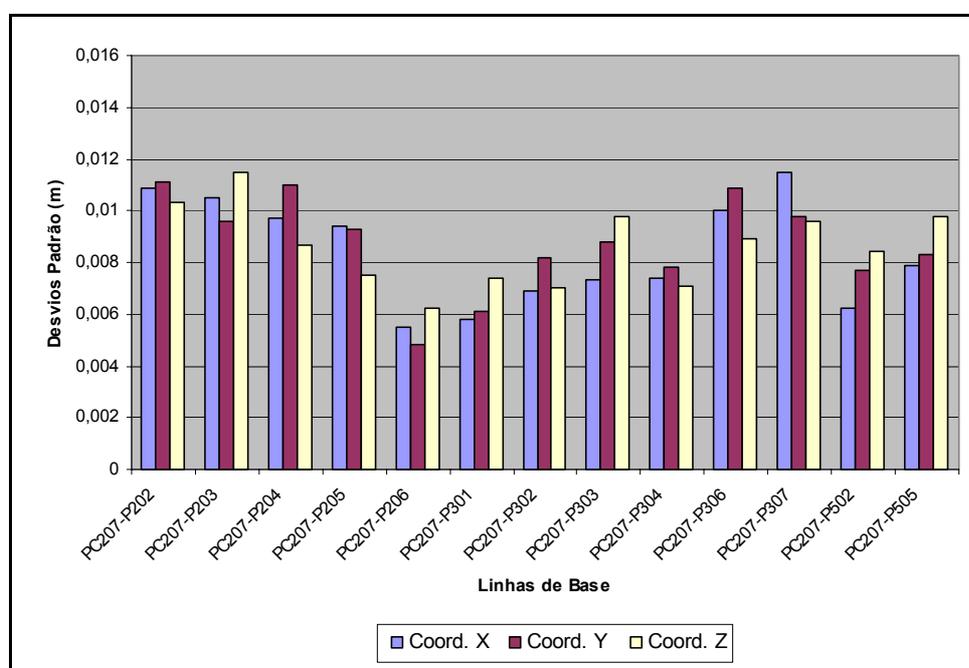


GRÁFICO 4.4 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC207 – PROCESSADAS: (2ª CAMPANHA)



Por meio dos gráficos 4.3 e 4.4 observa-se que:

- Os melhores resultados em termos de precisão foram aqueles advindos do processamento das linhas de base da 1ª campanha (fato semelhante ao ocorrido no processamento dos PA e PC);
- O comportamento das precisões das linhas de base processadas foi, aproximadamente, inversamente proporcional aos seus respectivos comprimentos, ou seja, quanto o menor o comprimento, maior também as precisões em X, Y e Z. Como exemplo tem-se a linha de base PC207-P206, cujo comprimento é de 1,07km, e obteve-se precisão para as coordenadas X, Y e Z, de 0,0052m, 0,0043m e 0,0039m, respectivamente; em contrapartida a linha de base PC207-P307 possui comprimento de 6,33km, e a precisão das coordenadas X, Y e Z foram de 0,011m, 0,0095m e 0,0089m, respectivamente;
- A maioria dos desvios padrão da 1ª campanha foi menor do que 1,1cm;
- A maioria dos desvios padrão da 2ª campanha foi menor do que 1,15cm;
- Não houve melhoras de precisão da 2ª campanha com respeito à 1ª campanha.

Os gráficos 4.5 e 4.6 mostram os desvios padrão das coordenadas X, Y, Z das linhas de base – formadas pelo PC318, conforme tabela 4.9 – processadas referentes a 1ª e a 2ª campanha, respectivamente.

GRÁFICO 4.5 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC318 – PROCESSADAS: (1ª CAMPANHA)

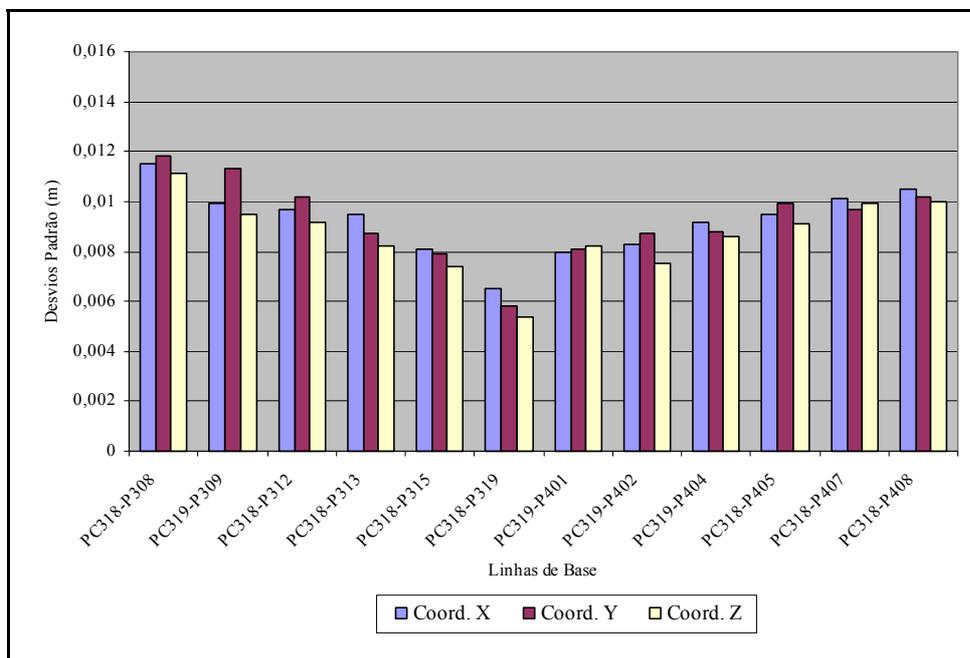
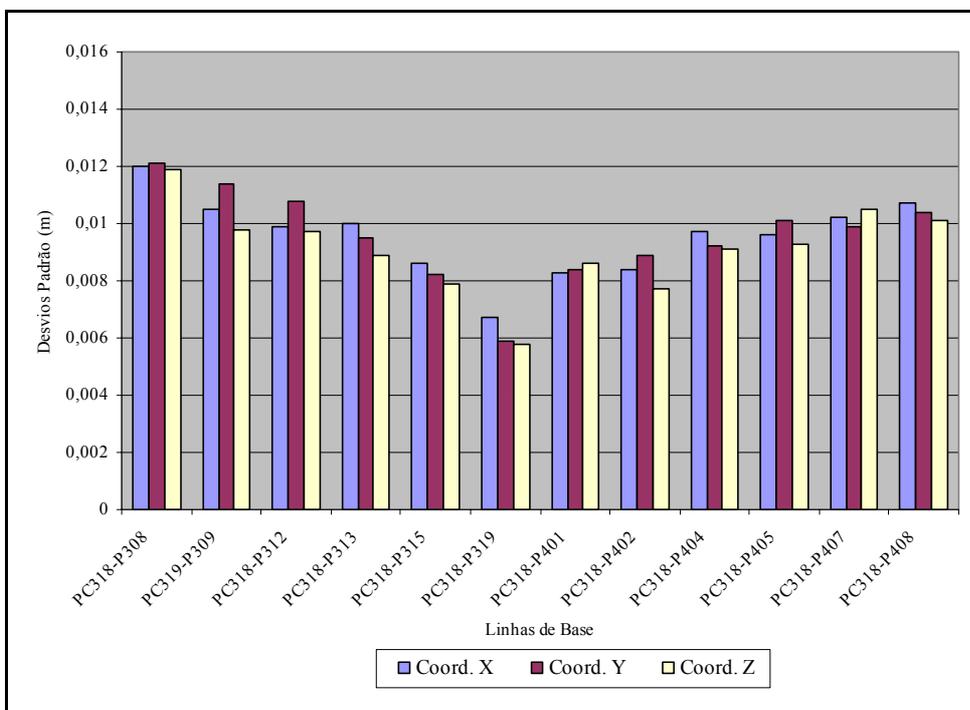


GRÁFICO 4.6 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC318 – PROCESSADAS: (2ª CAMPANHA)



Em geral, para os gráficos 4.5 e 4.6 são válidas as mesmas inferências às realizadas para os gráficos 4.3 e 4.4, ou seja:

- Os melhores resultados em termos de precisão foram aqueles advindos do processamento das linhas de base da 1<sup>a</sup> campanha;
- O comportamento das precisões das linhas de base processadas foi, aproximadamente, inversamente proporcional aos seus respectivos comprimentos, ou seja, quanto o menor o comprimento, maior as precisões em X, Y e Z. Como exemplo têm-se a linha de base PC318-P319 (2<sup>a</sup> campanha), cujo comprimento é de 0,88km, e obteve-se precisão para as coordenadas X, Y e Z, de 0,0067m, 0,0059m e 0,0058m, respectivamente; em contrapartida a linha de base PC318-P308 possui comprimento de 7,33km, e a precisão das coordenadas X, Y e Z foram de 0,0120m, 0,0121m e 0,0119m, respectivamente;
- A maioria dos desvios padrão da 1<sup>a</sup> campanha foi menor do que 1,18cm;
- A maioria dos desvios padrão da 2<sup>a</sup> campanha foi menor do que 1,21cm;
- Não houve melhoras de precisão da 2<sup>a</sup> campanha com respeito à 1<sup>a</sup> campanha.

Os gráficos 4.7 e 4.8 mostram os desvios padrão das coordenadas X, Y, Z das linhas de base – formadas pelo PC611, conforme tabela 4.9 – processadas referentes a 1<sup>a</sup> e a 2<sup>a</sup> campanha, respectivamente.

GRÁFICO 4.7 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC611 – PROCESSADAS: (1ª CAMPANHA)

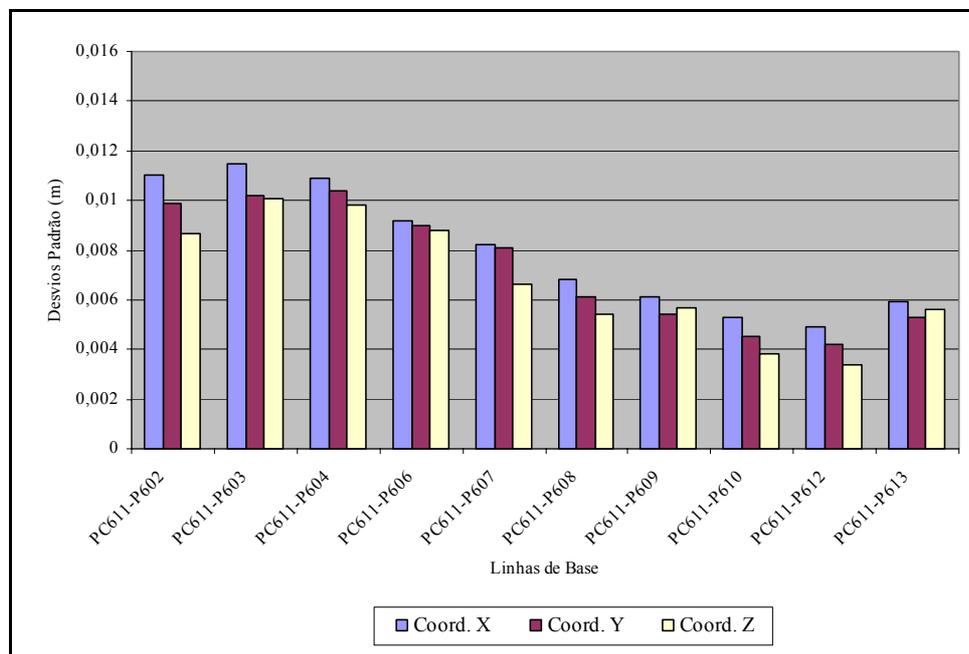
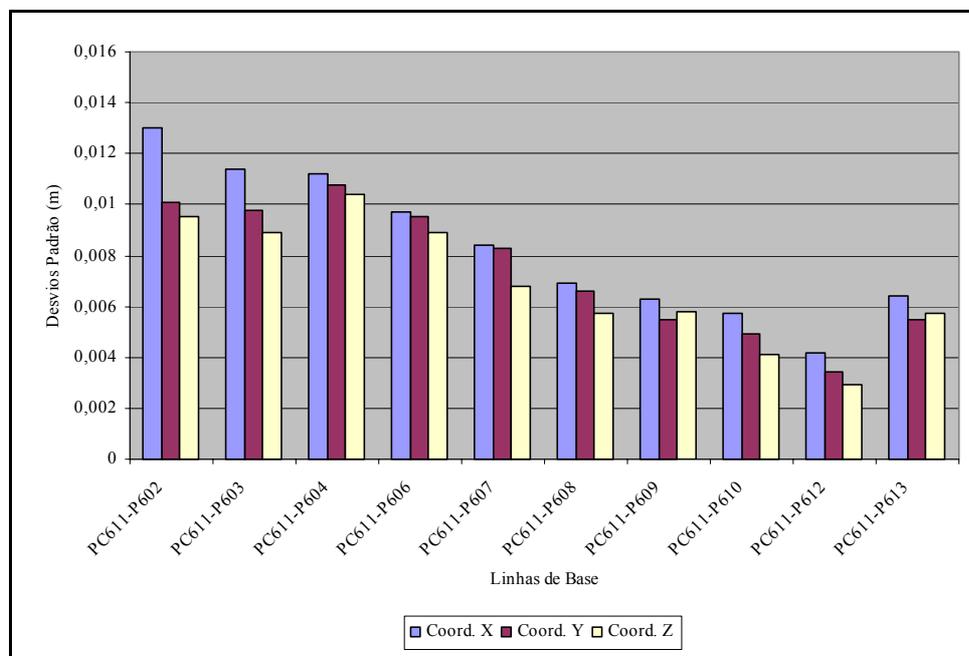


GRÁFICO 4.8 – DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS X, Y, Z DAS LINHAS DE BASE – FORMADAS PELO PC611 – PROCESSADAS: (2ª CAMPANHA)



Por meio dos gráficos 4.7 e 4.8 pode-se observar que:

- Os melhores resultados em termos de precisão foram aqueles advindos do processamento das linhas de base da 1ª campanha – pelo menos 80% delas;
- O comportamento das precisões das linhas de base processadas foi, aproximadamente, inversamente proporcional aos seus respectivos comprimentos, ou seja, quanto menor o comprimento, maior as precisões em X, Y e Z. Como exemplo, tem-se a linha de base PC611-P612 (2ª campanha), cujo comprimento é de 0,97km, e obteve-se precisão para as coordenadas X, Y e Z, de 0,0042m, 0,0034m e 0,0029m, respectivamente; em contrapartida a linha de base PC611-P603 possui comprimento de 7,03km, e a precisão das coordenadas X, Y e Z foram de 0,0114m, 0,0098m e 0,0089m, respectivamente;
- Os desvios padrão da 1ª campanha foram menores do que 1,15cm;
- A maioria dos desvios padrão da 2ª campanha foi menor do que 1,30cm;
- Houve melhoras de precisão da 2ª campanha com respeito à 1ª campanha, especificamente, às das linhas de base PC611-P603 e PC611-P612.

Um fato comumente observado no processamento das linhas de bases formadas pelos PC207, PC318 e PC611 e as demais RRNN – ponto de monitoramento – foi a de sua precisão, aproximadamente, inversamente proporcional ao seu comprimento. Este mesmo fato não se verifica com as linhas de base formadas entre os PA e os PC. É válido lembrar também que estes foram posicionados utilizando-se a técnica de posicionamento estático, enquanto aqueles com a técnica estático rápido.

A linha de base PC318-P319 possui o menor comprimento – 0,88km, e a precisão em X, Y e Z, para esta, na primeira campanha, foram de 0,0065m, 0,0058m e 0,0054m, respectivamente. Por outro lado, a linha de base PC318-P308 possui o maior comprimento (no que diz respeito a linhas de base processadas, cujas ambigüidades foram resolvidas) – 7,33km, e obteve precisões, na primeira campanha, de 0,0115m, 0,0118m e 0,0111 em X, Y e Z, respectivamente. Isto demonstra que quanto menor o comprimento da linha de base, maior as precisões em X, Y e Z, como já mencionado anteriormente.

A tabela 4.11 mostra a precisão média, em X, Y e Z, obtida pelas linhas de base formadas pelos PC e os pontos de monitoramento, em 8 intervalos de comprimento, considerando-se uma amplitude de  $\approx 1\text{km}$  para cada intervalo.

TABELA 4.11 – PRECISÃO MÉDIA DAS COORDENADAS DAS LINHAS DE BASE

Intervalo km	Precisão Média 1ª Campanha			Intervalo km	Precisão Média 2ª Campanha		
	X (m)	Y (m)	Z (m)		X (m)	Y (m)	Z (m)
0 – 0,999	0,0057	0,0050	0,0044	0 – 0,999	0,0055	0,0047	0,0044
1 – 1,999	0,0060	0,0060	0,0057	1 – 1,999	0,0065	0,0065	0,0065
2 – 2,999	0,0077	0,0081	0,0076	2 – 2,999	0,0082	0,0086	0,0081
3 – 3,999	0,0083	0,0079	0,0075	3 – 3,999	0,0087	0,0087	0,0083
4 – 4,999	0,0090	0,0089	0,0088	4 – 4,999	0,0096	0,0095	0,0094
5 – 5,999	0,0093	0,0099	0,0087	5 – 5,999	0,0098	0,0106	0,0093
6 – 6,999	0,0105	0,0102	0,0096	6 – 6,999	0,0108	0,0105	0,0101
7 – 7,999	0,0115	0,0110	0,0106	7 – 7,999	0,0117	0,0110	0,0104

A tabela 4.11 ratifica o que já foi mencionado anteriormente, ou seja, o comportamento das precisões das linhas de base processadas – no que diz respeito à técnica estático rápido – é, aproximadamente, inversamente proporcional aos seus respectivos comprimentos, ou seja, quanto menor o comprimento, maior também as precisões em X, Y e Z, sendo também válido o contrário. Deste modo, as melhores precisões em média são aquelas cujas linhas de base formadas estão dentro do intervalo de comprimento de até 0,999km, enquanto, as piores são justamente as que estão dentro do maior intervalo – 7 a 7,999km. No entanto, tais inferências não constituem regra geral, e são válidas apenas para o presente trabalho, que além de possuir poucos dados, para se chegar a conclusões definitivas, possui também algumas exceções. Por exemplo: a precisão média da componente Z do intervalo 4 – 4,999km (primeira campanha), possui precisão menor do que a mesma componente contida no intervalo de 5 – 5,999km; o mesmo ocorre com a precisão da componente Y referente aos intervalos 5 – 5,999km e 6 – 6,999km, ambas relacionadas à segunda campanha.

A precisão média das coordenadas obtida por esta técnica de posicionamento ficou em torno de 2,5 ppm, valor este que está dentro da precisão preconizada na

literatura, que é de 1 a 10 ppm MONICO (2000, p. 212). Deste modo, tendo em vista o tempo de observação – 15 minutos – e a taxa de gravação das observações – 15 segundos, considera-se tal precisão satisfatória. Mas se é satisfatória ou não para atender aos propósitos de detecção de movimentos da crosta em regiões de grandes barragens, somente poderá ser comprovada com a interação com outras técnicas geodésicas (como por exemplo o nivelamento geométrico), bem como, outras áreas do conhecimento, como por exemplo, a geologia.

Na seqüência serão vistos os ajustamentos das linhas de base realizados referentes aos PA e PC, em ambas as campanhas.

#### 4.2.2.2 Ajustamento dos PA e PC

No ajustamento de observações GPS pelo M.M.Q., uma consideração de extrema importância é a correlação matemática entre observações, que pode ser tratada de três maneiras (ASHTECH, 1994; CUNHA, 1997; TEIXEIRA, 2001):

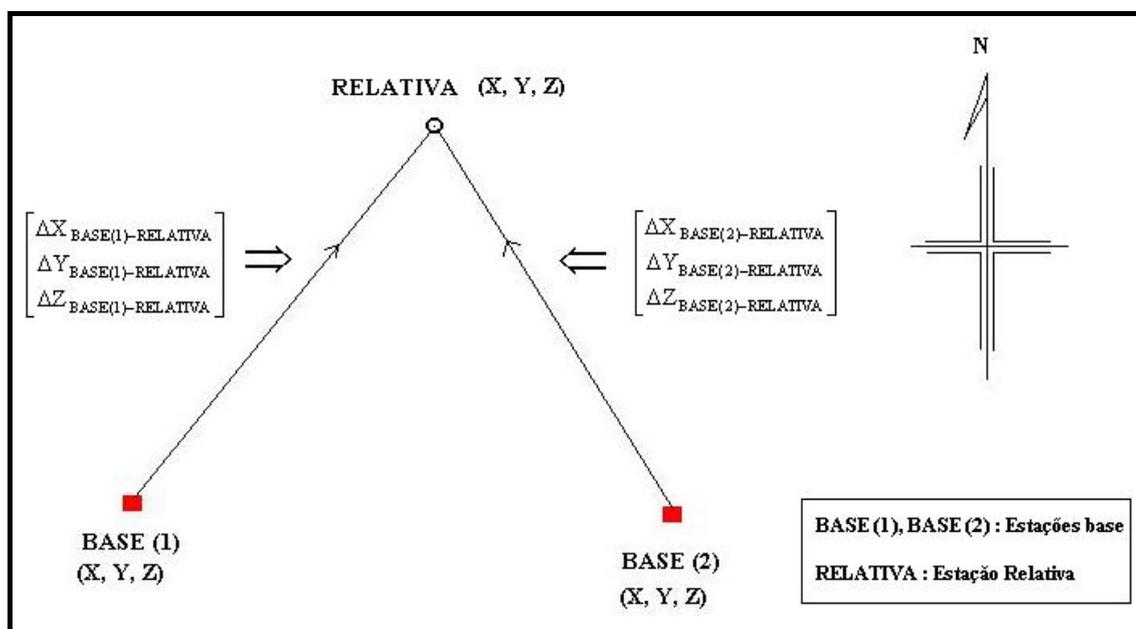
- 1) Ignorá-las;
- 2) Considerar o efeito individualmente para cada linha de base (correlação entre satélites); e
- 3) Considerar o efeito conjunto para cada linha de base.

A primeira e a segunda alternativa não requerem linhas de base observadas simultaneamente e, portanto, aplicam-se a processamento por linha de base individual, sendo amplamente utilizadas nos módulos de ajustamento em programas comerciais de processamento de dados GPS. A terceira alternativa representa um tratamento mais rigoroso, visto que se aplica a linhas de bases observadas simultaneamente. O BERNESE 4.2, bem como, a maioria dos programas científicos de processamento de dados GPS, utiliza este tratamento para o ajustamento das observações (BEUTLER et al., 2001). Na seqüência será visto o modelo matemático empregado pelo BERNESE 4.2 para o ajustamento de observações GPS.

#### 4.2.2.2.1 Modelo Matemático

Nas duas campanhas GPS realizadas, cada ponto relativo foi posicionado e pós-processado em função de dois pontos base, ou seja, para cada ponto relativo foram gerados 6 vetores de posição conforme pode ser observado na figura 4.7.

FIGURA 4.8 – VETORES DE POSIÇÃO GERADOS EM UM PONTO RELATIVO EM FUNÇÃO DE DOIS PONTOS BASE



A figura 4.8 ilustra a metodologia seguida neste trabalho, em que dois pontos base foram utilizadas para o posicionamento e ajustamento de um ponto relativo.

O BERNESSE 4.2 considera os vetores de posição  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  como observações medidas e as coordenadas dos pontos relativos como os parâmetros a serem determinados no ajustamento pelo método dos mínimos quadrados. Deste modo, as equações de observação podem ser consideradas lineares. O modelo na forma  $\mathbf{La} = \mathbf{F}(\mathbf{Xa})$  é expresso por:

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1^a \\ \Delta Y_1^a \\ \Delta Z_1^a \\ \Delta X_2^a \\ \Delta Y_2^a \\ \Delta Z_2^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r^a - X_{\text{BASE}(1)} \\ Y_r^a - Y_{\text{BASE}(1)} \\ Z_r^a - Z_{\text{BASE}(1)} \\ X_r^a - X_{\text{BASE}(2)} \\ Y_r^a - Y_{\text{BASE}(2)} \\ Z_r^a - Z_{\text{BASE}(2)} \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

onde:  $(\Delta X_i^a, \Delta Y_i^a, \Delta Z_i^a)$  representam os vetores de posição ajustadas e,  $(X_r^a, Y_r^a, Z_r^a)$  representam as coordenadas ajustadas do ponto relativo.

No início da fase de ajustamento, o BERNESSE 4.2 calcula automaticamente para cada ponto, a matriz dos pesos das observações por meio da equação (BEUTLER et al., 2001):

$$\mathbf{P} = \sigma_0^2 \sum \mathbf{L}_b^{-1}. \quad (4.3)$$

O BERNESSE 4.2 permite definir o valor da variância a priori ( $\sigma_0^2$ ). Neste trabalho ela foi definida igual a 1 para todos os ajustamentos realizados. A MVC das observações ( $\sum \mathbf{L}_b^{-1}$ ) é calculada na fase de processamento das linhas de base por meio do programa GPSEST.

Como o modelo matemático é linear, a matriz  $\mathbf{A}$  definida para cada ponto foi expressa por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} \\ \} \\ \} \\ \} \\ \} \\ \} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{BASE (1)} \\ \text{BASE (2)} \end{array} \quad (4.4)$$

na qual, os elementos unitários representam as derivadas parciais das equações de observação em relação as coordenadas ajustadas.

Os pontos base utilizadas para o ajustamento dos pontos relativos (PA e PC), 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> campanha, podem ser vistas nas tabelas 4.12 e 4.13 respectivamente.

TABELA 4.12 PONTOS BASE E RELATIVOS UTILIZADAS NOS AJUSTAMENTOS (1<sup>a</sup> CAMPANHA)

PTO. BASE	PTO. RELATIVO	PTO. BASE	PTO. RELATIVO
PARA	PA01	PA01	PC318
UEPP		PA03	
PARA	PA02	PA01	PC506
UEPP		PA02	
PARA	PA03	PA01	PC611
UEPP		PA02	
PA01	PC109	PA01	PC615
PA03		PA03	
PA01	PC207	PA01	PC807
PA03		PA03	
PA01	PC310		
PA03			

TABELA 4.13 – PONTOS BASE E RELATIVAS UTILIZADAS NOS AJUSTAMENTOS (2<sup>a</sup> CAMPANHA)

PTO. BASE	PTO. RELATIVO	PTO. BASE	PTO. RELATIVO
PARA	PA01	PA01	PC318
UEPP		PA02	
PARA	PA02	PA01	PC506
UEPP		PA02	
PARA	PA03	PA01	PC611
UEPP		PA02	
PA01	PC109	PA01	PC615
PA03		PA02	
PA01	PC207	PA01	PC807
PA02		PA02	
PA01	PC310		
PA02			

Deste modo, o programa calculou o vetor de correções aos parâmetros, as observações ajustadas e as coordenadas ajustadas dos pontos relativos. Na seqüência, calculou-se os índices de variância a posteriori e, as MVC das coordenadas e observações ajustadas. Como o vetor dos resíduos e sua respectiva MVC, não são editados nos arquivos de saída do BERNESE 4.2, eles foram calculados por meio do programa MATLAB versão 6.5.

Nas tabelas 4.14 e 4.15, observam-se as coordenadas cartesianas geocêntricas ajustadas dos PA e PC – referenciadas ao SIRGAS época 1995,4 – com seus respectivos desvios padrão, referentes a 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> campanha, respectivamente.

TABELA 4.14 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS AJUSTADAS COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1<sup>a</sup> CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
PA01	3.423.787,8396	0,0013	-4.638.426,1978	0,0016	-2.720.122,6810	0,0010
PA02	3.417.101,4381	0,0007	-4.620.998,9114	0,0009	-2.757.742,8042	0,0006
PA03	3.435.437,4340	0,0015	-4.616.785,6084	0,0018	-2.742.149,2180	0,0012
PC109	3.420.644,1034	0,0027	-4.636.988,2596	0,0033	-2.726.429,3775	0,0021
PC207	3.423.897,3269	0,0012	-4.632.493,0969	0,0016	-2.729.755,9187	0,0011
PC310	3.430.646,4993	0,0023	-4.631.160,0851	0,0022	-2.723.822,8721	0,0016
PC318	3.435.835,0631	0,0053	-4.627.718,1258	0,0067	-2.723.175,3097	0,0044
PC506	3.425.636,8185	0,0018	-4.629.678,1164	0,0023	-2.732.523,2040	0,0014
PC611	3.430.854,5278	0,0013	-4.623.364,5159	0,0018	-2.736.448,3819	0,0012
PC615	3.432.874,9588	0,0034	-4.621.042,5817	0,0039	-2.738.195,5878	0,0027
PC807	3.433.989,8050	0,0021	-4.622.128,7452	0,0027	-2.734.783,7281	0,0018

TABELA 4.15 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS AJUSTADAS COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
PA01	3.423.787,8270	0,0018	-4.638.426,1741	0,0024	-2.720.122,6768	0,0015
PA02	3.417.101,4276	0,0033	-4.620.998,8864	0,0043	-2.757.742,7814	0,0027
PA03	3.435.437,4296	0,0035	-4.616.785,6040	0,0043	-2.742.149,2152	0,0024
PC109	3.420.644,1257	0,0014	-4.636.988,2567	0,0019	-2.726.429,3790	0,0013
PC207	3.423.897,3338	0,0027	-4.632.493,0897	0,0085	-2.729.755,9267	0,0028
PC310	3.430.646,5726	0,0019	-4.631.160,1538	0,0041	-2.723.822,9279	0,0019
PC318	3.435.835,0633	0,0047	-4.627.718,1177	0,0037	-2.723.175,3093	0,0021
PC506	3.425.636,8304	0,0018	-4.629.678,0992	0,0023	-2.732.523,1976	0,0014
PC611	3.430.854,5189	0,0072	-4.623.364,5087	0,0097	-2.736.448,3749	0,0065
PC615	3.432.874,9315	0,0022	-4.621.042,5659	0,0026	-2.738.195,5835	0,0019
PC807	3.433.989,7951	0,0027	-4.622.128,7498	0,0064	-2.734.783,7330	0,0022

Observa-se por meio das tabelas 4.14 e 4.15 que os desvios padrão das coordenadas estão ao nível do milímetro, com exceção do ponto PA02 (1ª campanha), com desvio padrão ao nível do décimo do milímetro.

Os vetores de posição ajustados com seus respectivos desvios padrão, referentes a 1ª e a 2ª campanha, podem ser vistos, respectivamente, nas tabelas 4.16 e 4.17.

TABELA 4.16 – VETORES DE POSIÇÃO AJUSTADOS COM SEUS  
RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA)

PTO. BASE	PTO. REL.	$\Delta X$ (m)	$\sigma_X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\sigma_Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)	$\sigma_Z$ (m)
PARA	PA01	-339.963,8004	0,0040	-273.315,4097	0,0065	4.282,0403	0,0053
UEPP		-263.836,4691	0,0091	-17.610,6080	0,0076	-333.242,3083	0,0085
PARA	PA02	-346.650,2019	0,0052	-255.885,1233	0,0054	-33.338,0829	0,0040
UEPP		-270.522,8706	0,0085	-180,3216	0,0084	-370.862,4315	0,0092
PARA	PA03	-328.314,2060	0,0037	-251.671,8203	0,0054	-17.744,4967	0,0054
UEPP		-252.186,8747	0,0092	4.032,9814	0,0084	-355.268,8453	0,0089
PA01	PC109	-3.143,7362	0,0061	1.440,9382	0,0078	-6.306,6965	0,0072
PA03		-14.793,3306	0,0028	-20.202,6512	0,0049	15.719,8405	0,0062
PA01	PC207	109,4873	0,0080	5.936,1009	0,0089	-9.633,2377	0,0099
PA03		-11.540,1071	0,0060	-15.707,4885	0,0045	12.393,2993	0,0095
PA01	PC310	6.858,6597	0,0099	7.269,1127	0,0099	-3.700,1911	0,0100
PA03		-4.790,9347	0,0009	-14.374,4767	0,0004	18.326,3459	0,0007
PA01	PC318	12.047,2235	0,0057	10.711,0720	0,0084	-3.052,6287	0,0071
PA03		397,6291	0,0082	-10.932,5174	0,0054	18.973,9083	0,0055
PA01	PC506	1.848,9789	0,0075	8.751,0814	0,0076	-12.400,5230	0,0080
PA02		8.535,3804	0,0038	-8.679,2050	0,0044	25.219,6002	0,0034
PA01	PC611	7.066,6882	0,0085	15.064,6819	0,0063	-16.325,7009	0,0062
PA02		13.753,0897	0,0033	-2.365,6045	0,0058	21.294,4223	0,0044
PA01	PC615	9.087,1192	0,0051	17.386,6161	0,0080	-18.072,9068	0,0084
PA03		-2.562,4752	0,0006	-4.256,9733	0,0007	3.953,6302	0,0005
PA01	PC807	10.201,9654	0,0087	16.300,4526	0,0080	-14.661,0471	0,0084
PA03		-1.447,6290	0,0007	-5.343,1368	0,0008	7.365,4899	0,0006

TABELA 4.17 – VETORES DE POSIÇÃO AJUSTADOS COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA)

PTO. BASE	PTO. REL.	$\Delta X$ (m)	$\sigma_X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\sigma_Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)	$\sigma_Z$ (m)
PARA	PA01	-339.963,8143	0,0044	-273.312,3600	0,0070	4.282,0011	0,0067
UEPP		-263.836,4800	0,0089	-17.607,5600	0,0072	-333.242,3484	0,0074
PARA	PA02	-346.650,2137	0,0061	-255.885,4783	0,0077	-33.338,1035	0,0084
UEPP		-270.522,8790	0,0079	-180,2723	0,0064	-370.862,4530	0,0054
PARA	PA03	-328.314,2117	0,0052	-251.672,1899	0,0054	-17.744,5373	0,0040
UEPP		-252.186,8774	0,0085	4.0033,0101	0,0084	-355.268,8868	0,0092
PA01	PC109	-3.143,7139	0,0076	1.440,9411	0,0080	-6.306,6980	0,0093
PA02		3.542,6981	0,0065	-15.999,3499	0,0059	31.313,4225	0,0037
PA01	PC207	109,5110	0,0084	5.933,1081	0,0076	-9.633,2499	0,0081
PA02		6.795,9062	0,0055	-11.494,1783	0,0065	27.986,8547	0,0058
PA01	PC310	6.858,7456	0,0090	7.269,0203	0,0098	-3.700,2511	0,0055
PA02		13.545,1450	0,0044	-10.161,2674	0,0022	33.919,8535	0,0084
PA01	PC318	12.047,2363	0,0053	10.708,0801	0,0069	-3.052,6325	0,0081
PA02		18.733,7040	0,0085	-6.719,1951	0,0072	34.567,4721	0,0058
PA01	PC506	1.849,0034	0,0033	8.751,0749	0,0062	-12.400,5208	0,0080
PA02		8.535,4028	0,0094	-8.679,2128	0,0078	25.219,5838	0,0060
PA01	PC611	7.066,6919	0,0054	15.064,6654	0,0082	-16.325,6981	0,0066
PA02		13.753,0913	0,0084	-2.365,6223	0,0057	21.294,4065	0,0075
PA01	PC615	9.087,1045	0,0101	17.386,6082	0,0073	-18.072,9067	0,0064
PA02		15.773,5039	0,0013	-43.6795	0,0068	19.547,1979	0,0077
PA01	PC807	10.201,9681	0,0060	16.300,4243	0,0070	-14.661,0562	0,0058
PA03		-1447,6345	0,0080	-1.129,8634	0,0072	22.959,0484	0,0081

Por meio das tabelas 4.16 e 4.17 observa-se que a maioria dos desvios padrão dos vetores de posição ajustados está ao nível do milímetro. No entanto, algumas componentes obtiveram precisão centimétrica, como por exemplo, a PA01-PC615 ( $\Delta X$ ) (2ª campanha), enquanto outras obtiveram precisão sub-milimétrica, como por exemplo, PA03-PC310 ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) (1ª campanha).

Os resíduos estimados, referentes a 1ª e a 2ª campanha, podem ser vistos na tabela 4.18.

TABELA 4.18 – RESÍDUOS ESTIMADOS (1ª E 2ª CAMPANHA)

BASE	PTO. RELAT.	RESÍDUOS (1ª-CAMPANHA)			BASE	PTO. RELAT.	RESÍDUOS (2ª-CAMPANHA)		
		$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)			$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)
PARA	PA01	0,0038	-0,0047	-0,0008	PARA	PA01	0,0039	-0,0016	0,0008
UEPP		0,0024	-0,0053	-0,0014	UEPP		0,0030	0,0019	0,0008
PARA	PA02	0,0035	0,0020	-0,0023	PARA	PA02	0,0071	-0,0031	0,0016
UEPP		0,0026	-0,0018	0,0016	UEPP		0,0026	0,0052	-0,0091
PARA	PA03	-0,0015	0,0010	0,0031	PARA	PA03	0,0046	-0,0023	-0,0023
UEPP		-0,0007	-0,0005	0,0022	UEPP		0,0031	0,0018	0,0021
PA01	PC109	-0,0069	0,0021	0,0014	PA01	PC109	-0,0048	0,0045	0,0016
PA03		-0,0120	0,0017	0,0015	PA02		0,0079	-0,0091	0,0112
PA01	PC207	0,0035	-0,0015	0,0009	PA01	PC207	0,0028	0,0052	-0,0032
PA03		0,0081	0,0103	-0,0002	PA02		0,0088	-0,0060	0,0090
PA01	PC310	-0,0002	0,0002	0,0000	PA01	PC310	-0,0021	0,0004	-0,0082
PA03		0,0000	0,0000	0,0000	PA02		0,0102	0,0132	0,0029
PA01	PC318	0,0091	-0,0010	-0,0027	PA01	PC318	0,0096	0,0065	0,0037
PA03		0,0029	0,0008	-0,0035	PA02		-0,0033	0,0051	0,0087
PA01	PC506	-0,0024	0,0010	0,0014	PA01	PC506	0,0120	0,0079	0,0043
PA02		0,0028	0,0029	-0,0027	PA02		0,0010	-0,0046	-0,0087
PA01	PC611	0,0002	0,0027	-0,0005	PA01	PC611	0,0090	0,0030	0,0054
PA02		-0,0049	-0,0018	0,0071	PA02		0,0028	0,0079	0,0038
PA01	PC615	-0,0105	0,0035	0,0034	PA01	PC615	-0,0112	0,0121	0,0109
PA03		0,0007	-0,0012	0,0002	PA02		-0,0099	0,0095	0,0138
PA01	PC807	0,0025	0,0037	0,0030	PA01	PC807	0,0077	-0,0062	-0,0096
PA03		-0,0181	0,0185	-0,0179	PA03		0,0048	0,0050	0,0036

Observa-se pela tabela 4.18 que a maioria dos resíduos são milimétricos. No entanto, verifica-se também, resíduos relativamente altos, ao nível do centímetro, os quais serão utilizados para verificar se foram gerados por erros nas observações.

As variâncias a posteriori de todos os pontos relativos referentes as 1ª e 2ª campanhas são mostradas na tabela 4.19.

TABELA 4.19 – VARIÂNCIAS A POSTERIORI DE TODAS OS PONTOS RELATIVOS ENVOLVIDOS – PA E PC – NOS AJUSTAMENTOS DA 1ª E 2ª CAMPANHA

PONTOS RELATIVOS	VARIÂNCIA A POSTERIORI	
	1ª CAMPANHA	2ª CAMPANHA
PA01	1,4	1,6
PA02	1,9	2,3
PA03	2,1	1,8
PC109	1,6	1,9
PC207	1,6	1,8
PC310	1,5	2,6
PC318	2,1	1,8
PC506	1,9	1,8
PC611	1,5	2,1
PC615	1,6	1,8
PC807	1,6	2,2

Como pode ser visto pela tabela 4.19, todas as variâncias a posteriori são maiores do que as variâncias a priori. Utilizar-se-á estes valores para verificar o desempenho dos ajustamentos.

#### 4.2.2.3 Coordenadas dos Pontos de Monitoramento e seus Respectivos Desvios Padrão

As coordenadas dos pontos de monitoramento utilizadas neste trabalho são aquelas provenientes dos processamentos das linhas de base, como descrito na seção 4.2.2.1.1. Não se realizou o ajustamento dos pontos de monitoramento devido ao fato de que, cada um deles foi posicionado utilizando-se apenas um ponto base, portanto, não há correlações a serem consideradas. Um ajustamento realizado nestas condições permitiria estabelecer o conceito de “rede geodésica” – no que se refere aos pontos de monitoramento – neste trabalho, porém, em contrapartida propiciaria uma ligeira degradação da precisão dos resultados já alcançados no processamento. A justificativa

principal pela qual os pontos de monitoramento foram posicionados utilizando-se apenas um ponto base – vide tabela 4.9, é devido ao tempo e aos custos associados na campanha de levantamentos GPS, não permitindo que se formasse um número de linhas de base maior.

As tabelas 4.20, 4.21 e 4.22 mostram as coordenadas cartesianas geocêntricas dos pontos de monitoramento, referentes à primeira campanha, posicionados pelos Pontos de Controle PC207, PC318 e PC611, respectivamente, e seus respectivos desvios padrão.

TABELA 4.20 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC207, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
P202	3.421.100,8428	0,0105	-4.635.823,4694	0,0108	-2.727.766,3071	0,0098
P203	3.421.169,8953	0,0099	-4.635.143,0001	0,0085	-2.728.846,4545	0,0099
P204	3.421.804,4422	0,0085	-4.634.306,6680	0,0101	-2.729.289,7430	0,0079
P205	3.422.545,4578	0,0088	-4.633.548,0649	0,0092	-2.729.550,9111	0,0072
P206	3.423.033,1800	0,0052	-4.632.944,2253	0,0043	-2.729.938,9951	0,0039
P301	3.424.751,1282	0,0049	-4.632.038,7689	0,0049	-2.729.318,1622	0,0052
P302	3.425.546,9808	0,0063	-4.631.796,7323	0,0075	-2.728.884,8995	0,0058
P303	3.426.128,2269	0,0072	-4.631.552,2887	0,0085	-2.728.656,9955	0,0092
P304	3.427.007,8662	0,0065	-4.630.989,5822	0,0061	-2.728.505,5901	0,0059
P306	3.428.486,5157	0,0088	-4.630.562,1674	0,0095	-2.727.480,6975	0,0078
P307	3.429.173,0181	0,0110	-4.630.374,0533	0,0095	-2.726.981,3704	0,0089
P502	3.42.5059,0635	0,0054	-4.631.198,9625	0,0068	-2.730.587,0316	0,0081
P505	3.426.270,6132	0,0068	-4.629.574,1451	0,0072	-2.731.930,2600	0,0088

TABELA 4.21 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC318, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
P308	3.429.694,1750	0,0115	-4.630.610,4063	0,0118	-2.725.942,9138	0,0111
P309	3.430.080,8339	0,0099	-4.630.906,2109	0,0113	-2.724.945,7414	0,0095
P312	3.431.876,2719	0,0097	-4.630.913,0913	0,0102	-2.722.719,5002	0,0092
P313	3.432.688,5813	0,0095	-4.630.227,6806	0,0087	-2.722.724,1506	0,0082
P315	3.433.968,8242	0,0081	-4.629.236,2175	0,0079	-2.722.762,7188	0,0074
P319	3.435.674,3748	0,0065	-4.627.403,4133	0,0058	-2.723.960,8628	0,0054
P401	3.435.599,5925	0,0080	-4.626.828,7558	0,0081	-2.725.018,9126	0,0082
P402	3.435.777,8855	0,0083	-4.626.223,1275	0,0087	-2.725.807,2869	0,0075
P404	3.436.007,8335	0,0092	-4.625.117,0857	0,0088	-2.727.399,5542	0,0086
P405	3.436.308,9631	0,0095	-4.624.547,1025	0,0099	-2.727.939,6471	0,0091
P407	3.435.629,9668	0,0101	-4.624.473,9976	0,0097	-2.728.803,6456	0,0099
P408	3.434.810,4730	0,0105	-4.624.768,8604	0,0102	-2.729.183,8952	0,0100

TABELA 4.22 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC611, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (1ª CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
P602	3.426.341,7192	0,0110	-4.628.105,7831	0,0099	-2.734.014,2871	0,0087
P603	3.425.821,8591	0,0115	-4.627.996,2106	0,0102	-2.734.819,1105	0,0101
P604	3.426.004,4786	0,0109	-4.627.468,0671	0,0104	-2.735.511,7113	0,0098
P606	3.427.302,4980	0,0092	-4.626.166,8336	0,0090	-2.736.054,3723	0,0088
P607	3.428.073,5545	0,0082	-4.625.629,0362	0,0081	-2.735.990,8319	0,0066
P608	3.428.881,1820	0,0068	-4.625.275,5074	0,0061	-2.735.635,4276	0,0054
P609	3.429.516,0077	0,0061	-4.624.653,2900	0,0054	-2.735.869,3725	0,0057
P610	3.430.150,9878	0,0053	-4.624.011,8533	0,0045	-2.736.182,9801	0,0038
P612	3.431.066,8734	0,0049	-4.622.786,7992	0,0042	-2.737.191,0246	0,0034
P613	3.431.239,2063	0,0059	-4.622.354,1012	0,0053	-2.737.796,2286	0,0056

Observa-se por meio das tabelas 4.20, 4.21 e 4.22 que os desvios padrão das coordenadas estão ao nível do milímetro e centímetro, sendo que o maior valor é de 0,0118m referente a componente Y do ponto P308, enquanto o menor valor é de 0,0034m referente a componente Z do ponto P612.

As tabelas 4.23, 4.24 e 4.25 mostram as coordenadas cartesianas geocêntricas dos pontos de monitoramento, referentes à segunda campanha, posicionados pelos PC207, PC318 e PC611, respectivamente, e seus respectivos desvios padrão.

TABELA 4.23 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC207, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
P202	3.421.100,8373	0,0109	-4.635.823,4612	0,0111	-2.727.766,3053	0,0103
P203	3.421.169,8888	0,0105	-4.635.142,9920	0,0096	-2.728.846,4516	0,0115
P204	3.421.804,4364	0,0097	-4.634.306,6597	0,0110	-2.729.289,7382	0,0087
P205	3.422.545,4527	0,0094	-4.633.548,0402	0,0093	-2.729.550,9340	0,0075
P206	3.423.033,1739	0,0055	-4.632.944,2172	0,0048	-2.729.938,9908	0,0062
P301	3.424.751,1226	0,0058	-4.632.038,7616	0,0061	-2.729.318,1567	0,0074
P302	3.425.546,9756	0,0069	-4.631.796,7246	0,0082	-2.728.884,8954	0,0070
P303	3.426.128,2211	0,0073	-4.631.552,2812	0,0088	-2.728.656,9898	0,0098
P304	3.427.007,8606	0,0074	-4.630.989,5740	0,0078	-2.728.505,5862	0,0071
P306	3.428.486,5102	0,0100	-4.630.562,1601	0,0109	-2.727.480,6939	0,0089
P307	3.429.173,0131	0,0115	-4.630.374,0466	0,0098	-2.726.981,3680	0,0096
P502	3.42.5059,0571	0,0062	-4.631.198,9543	0,0077	-2.730.587,0268	0,0084
P505	3.426.270,6063	0,0079	-4.629.574,1362	0,0083	-2.731.930,2547	0,0098

TABELA 4.24 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC318, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
P308	3.429.694,1718	0,0120	-4.630.610,4018	0,0121	-2.725.942,9118	0,0119
P309	3.430.080,8302	0,0105	-4.630.906,2057	0,0114	-2.724.945,7387	0,0098
P312	3.431.876,2707	0,0097	-4.630.913,0898	0,0108	-2.722.719,4993	0,0097
P313	3.432.688,5792	0,0100	-4.630.227,6779	0,0095	-2.722.724,1497	0,0089
P315	3.433.968,8235	0,0086	-4.629.236,2162	0,0082	-2.722.762,7182	0,0079
P319	3.435.674,3739	0,0067	-4.627.403,4122	0,0059	-2.723.960,8624	0,0058
P401	3.435.599,5915	0,0083	-4.626.828,7541	0,0084	-2.725.018,9119	0,0086
P402	3.435.777,8801	0,0084	-4.626.223.1275	0,0089	-2.725.807,2845	0,0077
P404	3.436.007,8302	0,0097	-4.625.117,0814	0,0092	-2.727.399,5514	0,0091
P405	3.436.308,9610	0,0096	-4.624.547,0992	0,0101	-2.727.939,6453	0,0093
P407	3.435.629,9633	0,0102	-4.624.473,9931	0,0099	-2.728.803,6427	0,0105
P408	3.434.810,4693	0,0107	-4.624.768,8556	0,0104	-2.729.183,8921	0,0101

TABELA 4.25 – COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS DOS PONTOS DE MONITORAMENTO, POSICIONADOS PELO PC611, E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO (2ª CAMPANHA)

Ponto	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_z$ (m)
P602	3.426.341,7147	0,0130	-4.628.105,7760	0,0101	-2.734.014,2841	0,0095
P603	3.425.821,8555	0,0114	-4.627.996,2052	0,0098	-2.734.819,1067	0,0089
P604	3.426.004,4732	0,0112	-4.627.468,0632	0,0108	-2.735.511,7089	0,0104
P606	3.427.302,4931	0,0097	-4.626.166,8286	0,0095	-2.736.054,3686	0,0089
P607	3.428.073,5521	0,0084	-4.625.629,0319	0,0083	-2.735.990,8300	0,0068
P608	3.428.881,1797	0,0069	-4.625.275,5037	0,0066	-2.735.635,4258	0,0057
P609	3.429.516,0048	0,0063	-4.624.653,2869	0,0055	-2.735.869,3718	0,0058
P610	3.430.150,9870	0,0057	-4.624.011,8508	0,0049	-2.736.182,9777	0,0041
P612	3.431.066,8713	0,0042	-4.622.786,7966	0,0034	-2.737.191,0232	0,0029
P613	3.431.239,2058	0,0064	-4.622.354,1000	0,0055	-2.737.796,2282	0,0057

Observa-se por meio das tabelas 4.23, 4.24 e 4.25 que os desvios padrão das coordenadas estão ao nível do milímetro e centímetro, sendo que o maior valor é de 0,0130m referente a componente X do ponto P602, enquanto o menor valor é de 0,0029m referente a componente Z do ponto P612.

Na seqüência serão realizados os testes estatísticos dos pontos em que foram realizados ajustamentos, ou seja, PA e PC.

### 4.3 TESTES ESTATÍSTICOS UTILIZADOS NA DETECÇÃO DE ERROS E DESLOCAMENTOS DOS PA E PC

#### 4.3.1 Análises Estatísticas para Detecção de Erros

Com o objetivo de detectar possíveis erros embutidos nos vetores de posições obtidos no processamento das linhas de base, dos PA e PC, durante a primeira e a segunda campanha, foram aplicados os testes estatísticos descritos na seção 2.6. Esta etapa será dividida nas seguintes fases:

- Teste Global Bilateral (seção 2.6.1), para verificar a qualidade dos ajustamentos, por meio da comparação entre sigma a priori e a posteriori;
- Teste Data Snooping (seção 2.6.2), para detectar possíveis erros embutidos em cada observação por meio dos resíduos individuais.

##### 4.3.1.1 Análise do Teste Global

Aplicando-se a teoria do teste Global Bilateral, analisou-se a qualidade dos ajustamentos, comparando o fator de variância a priori ( $\sigma_0^2$ ) com o fator de variância a posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ) a um nível de confiança  $(1 - \alpha)$  de 95%. Desta maneira, verificou-se o desempenho de cada ajustamento, por meio do cálculo da estatística qui-quadrado

$(\chi^{*2})$  – calculada a partir da equação (2.71) ou (2.72), empregada neste teste. Os resultados alcançados podem ser vistos na tabela 4.26.

TABELA 4.26 – RESULTADOS DOS TESTES GLOBAL DOS PA E PC REFERENTES A 1ª E A 2ª CAMPANHA

PTO.	$\sigma_0^2$	$\hat{\sigma}_0^2$ (1ª Camp.)	$\hat{\sigma}_0^2$ (2ª Camp.)	$\chi^{*2}$ (1ª Camp.)	$\chi^{*2}$ (2ª Camp.)	Intervalo ( $\alpha = 5\%$ ) $v = 3$ $0,22 < \chi^{*2} < 9,30$	
						1ª Camp.	2ª Camp.
PA01	1	1,40	1,60	4,20	4,80	ACEITA	ACEITA
PA02	1	1,90	2,3	5,70	6,90	ACEITA	ACEITA
PA03	1	2,10	1,80	6,30	5,40	ACEITA	ACEITA
P109	1	1,60	1,90	4,80	5,70	ACEITA	ACEITA
P207	1	1,60	1,80	4,80	5,40	ACEITA	ACEITA
P310	1	1,50	2,60	4,50	7,80	ACEITA	ACEITA
P318	1	2,10	1,80	6,30	5,40	ACEITA	ACEITA
P506	1	1,90	1,80	5,70	5,40	ACEITA	ACEITA
P611	1	1,50	2,10	4,50	6,30	ACEITA	ACEITA
P615	1	1,60	1,80	4,80	5,40	ACEITA	ACEITA
P807	1	1,60	2,20	4,80	6,60	ACEITA	ACEITA

Pode-se observar pela tabela 4.26 que os ajustamentos dos PA e PC referentes à primeira e a segunda campanha apresentaram desempenho satisfatório. Observa-se também que os índices de variância a posteriori de todos os pontos, na primeira e segunda campanha, resultaram maior que o índice de variância a priori. Provavelmente, o motivo que gerou estes altos índices de variância a posteriori seja a presença de resíduos relativamente altos em algumas observações.

Deste modo, realizar-se-á na seqüência o teste Data Snooping com o propósito de verificar se tais resíduos foram gerados por erros nas observações.

#### 4.3.1.2 Análise do Teste Data Snooping

Aplicando a teoria deste teste que se encontra descrito na seção 2.6.2, os resíduos individuais calculados foram analisados ao nível de significância ( $\alpha_0$ ) de 0,83%, que provêm da Desigualdade de Bonferroni calculada a partir da equação

(2.81). As tabelas 4.27 e 4.28 mostram os resultados destes testes, para a primeira e a segunda campanha, respectivamente.

TABELA 4.27 – RESULTADOS DO TESTE DATA SNOOPING PARA A PRIMEIRA CAMPANHA

PTO. BASE	PTO. RELAT.	PRIMEIRA CAMPANHA					
		$(\omega_i)$ $\Delta X$	$(\omega_i)$ $\Delta Y$	$(\omega_i)$ $\Delta Z$	ACEITAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES ( $\alpha_0=0,83\%$ , $h=2,63$ )		
PARA	PA01	2,02	2,15	1,17	Aceita	Aceita	Aceita
UEPP		2,39	1,96	1,01	Aceita	Aceita	Aceita
PARA	PA02	2,06	2,22	2,52	Aceita	Aceita	Aceita
UEPP		1,99	2,58	2,61	Aceita	Aceita	Aceita
PARA	PA03	2,50	2,50	2,07	Aceita	Aceita	Aceita
UEPP		2,33	1,67	2,44	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P109	1,97	2,33	2,33	Aceita	Aceita	Aceita
PA03		2,35	1,21	1,88	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P207	2,19	1,67	2,25	Aceita	Aceita	Aceita
PA03		2,13	1,91	2,00	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P310	2,30	1,90	1,90	Aceita	Aceita	Aceita
PA03		2,10	1,80	1,70	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P318	2,17	2,50	2,08	Aceita	Aceita	Aceita
PA03		1,71	1,33	2,19	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P506	2,18	1,67	1,75	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		2,15	2,07	2,08	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P611	2,00	2,25	2,50	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		2,23	2,25	2,15	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P615	2,14	1,84	2,13	Aceita	Aceita	Aceita
PA03		2,33	2,40	2,00	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P807	1,92	1,95	1,88	Aceita	Aceita	Aceita
PA03		1,95	2,01	1,90	Aceita	Aceita	Aceita

TABELA 4.28 – RESULTADOS DO TESTE DATA SNOOPING PARA A  
SEGUNDA CAMPANHA

PTO. BASE	PTO. RELAT.	SEGUNDA CAMPANHA					
		$(\omega_i)$ $\Delta X$	$(\omega_i)$ $\Delta Y$	$(\omega_i)$ $\Delta Z$	ACEITAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES ( $\alpha_0=0,83\%$ , $h=2,63$ )		
PARA	PA01	1,33	1,25	1,58	Aceita	Aceita	Aceita
UEPP		1,44	1,88	2,10	Aceita	Aceita	Aceita
PARA	PA02	2,45	2,59	2,62	Aceita	Aceita	Aceita
UEPP		2,33	2,01	1,98	Aceita	Aceita	Aceita
PARA	PA03	2,42	2,09	2,24	Aceita	Aceita	Aceita
UEPP		2,21	1,50	2,33	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P109	2,00	2,25	2,29	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		2,26	2,20	1,78	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P207	1,75	2,17	1,68	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		1,96	1,71	2,14	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P310	2,10	2,15	1,82	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		1,82	1,69	1,81	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P318	2,04	2,10	1,95	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		2,20	1,82	2,07	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P506	1,79	2,08	2,15	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		1,67	2,09	2,18	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P611	1,96	1,67	1,59	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		1,75	1,84	1,52	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P615	2,04	1,81	1,79	Aceita	Aceita	Aceita
PA02		1,62	2,11	1,94	Aceita	Aceita	Aceita
PA01	P807	1,93	2,07	2,29	Aceita	Aceita	Aceita
PA03		2,40	1,79	1,89	Aceita	Aceita	Aceita

Por meio das tabelas 4.27 e 4.28 verifica-se que este teste não detectou nenhum erro significativo, ou seja, não detectou nenhum resíduo individual acima do valor limite. Porém, em alguns pontos, o teste se mostrou mais sensível, do que em outros. Por exemplo, na segunda campanha, o resíduo da observação  $\Delta Y_{(PARA-PA01)}$  (-0,0016), em valor absoluto, é maior que o resíduo da observação  $\Delta Y_{(PA01-P310)}$  (0,0004) (tabela 4.18), no entanto, a observação  $\Delta Y_{(PARA-PA01)}$  obteve um resíduo padronizado (1,25) menor que o da observação  $\Delta Y_{(PA01-P310)}$  (2,15) (tabela 4.28). Esta variação de sensibilidade detectada com este teste foi provocada provavelmente pela diferença de peso embutido em cada uma dessas observações. Lembrando-se que o desvio padrão

do resíduo é obtido em função da matriz variância-covariância dos resíduos, matriz esta, ligada diretamente com o peso das observações. É válido citar que a comparação de resíduos padronizados só deve ser feita entre componentes homólogas ( $\Delta X_i$  com  $\Delta X_j$ ,  $\Delta Y_i$  com  $\Delta Y_j$ ,  $\Delta Z_i$  com  $\Delta Z_j$ ), devido ao fato de que cada componente GPS possui a sua acuracidade.

#### 4.3.1.3 Análise Final do Teste Global e do Teste Data Snooping

Alguns pesquisadores recomendam a realização do teste Data Snooping apenas nos casos em que o ajustamento não obtiver desempenho satisfatório, por meio do teste Global. Sabe-se que para a realização deste teste emprega-se a forma quadrática  $\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}$ , pois:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{n - u} . \quad (4.5)$$

Deste modo, um erro na observação, que provavelmente irá gerar um resíduo relativamente alto, não será detectado no teste Global, pois a citada forma quadrática tende a escondê-lo dentro do conjunto total dos resíduos das observações utilizadas no ajustamento. De outra maneira, as observações podem não conter erros, e a forma quadrática elevar o valor de  $\hat{\sigma}_0^2$ , ocasionando a decisão de ajustamento com desempenho não satisfatório. Por isso, é prudente realizar o teste Data Snooping após o ajustamento das observações, mesmo quando o teste Global apresentar desempenho satisfatório.

No presente trabalho, não houve problemas, pois os ajustamentos e suas respectivas observações obtiveram aprovação em ambos os testes. No entanto, é válido lembrar que isto não é regra geral, e pode não ocorrer em outros trabalhos, como por exemplo, em XAVIER (2000) e TEIXEIRA (2001) onde o ajustamento não obteve

desempenho satisfatório, porém, suas observações foram aceitas no teste Data Snooping.

#### 4.3.1.4 Análise Estatística dos Deslocamentos dos Pontos de Referência (PA e PC)

Como descrito na seção 2.6.3.1.1, a metodologia utilizada na estimativa dos deslocamentos baseia-se no M.M.Q. A tabela 4.29 mostra os deslocamentos estimados nas direções das componentes (X, Y, Z) e seus respectivos desvios padrão, de todas os pontos aprovados nos testes Global e Data Snooping.

TABELA 4.29 – DESLOCAMENTOS ESTIMADOS E RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO

PTO. RELAT.	1 <sup>a</sup> / 2 <sup>a</sup> CAMPANHA					
	X (m)	Y (m)	Z (m)	$\sigma_x$ (m)	$\sigma_y$ (m)	$\sigma_z$ (m)
PA01	-0,0126	0,0237	0,0042	0,0059	0,0072	0,0054
PA02	-0,0105	0,0250	0,0228	0,0083	0,0097	0,0093
PA03	-0,0044	0,0044	0,0028	0,0066	0,0075	0,0067
PC109	0,0223	0,0029	-0,0015	0,0056	0,0055	0,0047
PC207	0,0069	0,0072	-0,0080	0,0066	0,0065	0,0069
PC310	0,0733	-0,0687	-0,0558	0,0040	0,0008	0,0050
PC318	0,0002	0,0081	0,0004	0,0054	0,0061	0,0063
PC506	-0,0119	-0,0172	0,0064	0,0064	0,0066	0,0059
PC611	-0,0089	0,0072	0,0070	0,0064	0,0063	0,0061
PC615	-0,0273	0,0158	0,0043	0,0022	0,0058	0,0058
PC807	-0,0099	-0,0046	-0,0049	0,0059	0,0054	0,0061

Por meio da tabela 4.29 observam-se deslocamentos na ordem do centímetro e do milímetro, exceto o deslocamento da componente (Z) do ponto PC318 de ordem sub-milimétrica (0,0004). Os maiores deslocamentos foram os do ponto PC310 (X, Y, Z), enquanto, que os menores deslocamentos foram os dos pontos PA03 (X) e PC109 (Y, Z). Observa-se também que a precisão dos deslocamentos é da ordem do milímetro e sub-milímetro.

Os deslocamentos foram testados estatisticamente por meio do teste de sensibilidade, conforme descrito na seção 2.6.3.1.2. O objetivo de se utilizar este teste é o de verificar a significância dos deslocamentos. Para atingir tais objetivos, foram calculadas as variâncias a posteriori única de cada ponto, por meio da equação (2.89). Estes valores estão indicados na tabela 4.30.

TABELA 4.30 – VARIÂNCIA A POSTERIORI ÚNICA ENTRE AS DUAS CAMPANHAS

PONTOS	$\overline{\sigma}_0^2$	PONTOS	$\overline{\sigma}_0^2$
PA01	1,50	PC318	1,95
PA02	2,10	PC506	1,85
PA03	1,95	PC611	1,80
PC109	1,75	PC615	1,70
PC207	1,70	PC807	1,90
PC310	2,05		

Inicia-se este teste calculando a estatística ( $F_{0_i}$ ) associada a hipótese nula ( $H_{0_i}$ ), o qual é realizado discretamente, ou seja, para cada um dos deslocamentos contidos no vetor  $d$  (tabela 4.29). A tabela 4.31 mostra o resultado deste teste, bem como, a respectiva decisão a respeito da estabilidade de cada ponto.

TABELA – 4.31 RESULTADOS DO TESTE DE SENSIBILIDADE E DECISÃO A RESPEITO DA ESTABILIDADE DOS PONTOS

PTO.	HIPÓTESE NULA ( $F_{0i}$ )			F ( $\alpha=1\%$ ) ( $v_1 + v_2= 6$ ) $m_i=1$ CONDIÇÃO: $F_{0i} < F(1, 6, 1)= 13,74$			DECISÃO A RESPEITO DA ESTABILIDADE
	X	Y	Z	X	Y	Z	
PA01	4,48	10,97	0,61	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL
PA02	1,60	6,67	5,96	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL
PA03	0,44	0,34	0,17	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL
PC109	<b>15,96</b>	0,27	0,06	<b>NÃO</b>	ACEITA	ACEITA	<b>INSTÁVEL</b>
PC207	1,09	1,22	1,35	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL
PC310	<b>338,82</b>	<b>8.098,91</b>	<b>61,32</b>	<b>NÃO</b>	<b>NÃO</b>	<b>NÃO</b>	<b>INSTÁVEL</b>
PC318	0,001	1,76	0,004	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL
PC506	3,42	6,69	1,16	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL
PC611	1,92	1,29	1,32	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL
PC615	<b>154,61</b>	7,39	0,55	<b>NÃO</b>	ACEITA	ACEITA	<b>INSTÁVEL</b>
PC807	2,84	0,72	0,65	ACEITA	ACEITA	ACEITA	ESTÁVEL

Observa-se pela tabela 4.31 que o teste de sensibilidade detectou deslocamentos significativos em três pontos, sendo que as maiores estatísticas foram as do ponto P310, onde ocorreram os maiores deslocamentos (ver tabela 4.29).

Outro fator importante a se considerar nos resultados descritos na tabela 4.31 é de que os três PC (PC207, PC318 e PC611) utilizados para o posicionamento dos pontos de monitoramento foram considerados pontos estáveis. Este fator atende a exigência imposta aos pontos de referência, no monitoramento geodésico de movimentos da crosta, de que sejam estáveis ao longo do tempo, ou seja, que não sofram deslocamentos, conforme descrito na seção 2.6.3. Isto propicia uma confiabilidade e segurança maior com relação às coordenadas dos pontos de monitoramento, e conseqüentemente, aos próprios deslocamentos – estimados a partir destas coordenadas, os quais serão utilizados para estimar os parâmetros de deformação por Colocação e pela função polinomial.

Para os três pontos (PC109, PC310 e PC615) considerados estatisticamente instáveis é válida a hipótese alternativa ( $H_A$ ), e a estatística segue a distribuição F não-central. A hipótese alternativa tem como objetivo testar se o vetor de

deslocamento (**d**) é detectável a um nível de confiança  $(1 - \alpha_0)$  e poder de teste  $(1 - \beta_0)$ . A tabela 4.32 mostra o resultado deste teste para os três pontos considerados instáveis pela hipótese nula.

TABELA 4.32 – ESTATÍSTICA DA HIPÓTESE ALTERNATIVA

PTO.	$F_A$	$(\alpha_0 = 5\%, \beta_0 = 20\%)$ Condição: $F_A > \delta_0^2 = 7,84$
PC109	11,66	ACEITA
PC310	495,45	ACEITA
PC615	61,33	ACEITA

Observa-se por meio da tabela 4.32 que todas as estatísticas obedeceram a condição imposta pela hipótese alternativa, ou seja, o vetor de deslocamentos de todos os pontos instáveis é detectável. A obediência desta condição comprova o quanto os deslocamentos são significativos a um nível de confiança  $(1 - \alpha_0)$  e poder de teste  $(1 - \beta_0)$ .

Com relação à estatística da hipótese nula e a estatística da hipótese alternativa, observa-se que a primeira é realizada discretamente, ou seja, o deslocamento referente a cada componente (X, Y, Z) é testado isoladamente, enquanto, que na segunda os deslocamentos em cada ponto são testados globalmente.

Nota-se que os valores estatísticos variaram de acordo com a magnitude dos deslocamentos. Por exemplo, o ponto PA03 possui deslocamentos relativamente pequenos (tabela 4.29). As estatísticas deste ponto obedeceram à condição imposta pela hipótese nula com valores muito pequenos (tabela 4.31). Porém, no ponto PC310 que possui os maiores deslocamentos, estas estatísticas foram muito altas (tabelas 4.31 e 4.32).

Após comprovar estatisticamente as significâncias dos deslocamentos, calculou-se as respectivas sensibilidades, que fornecem estatisticamente os valores mínimos de cada deslocamento estimado (seção 2.6.3.1.2, equação (2.98)). Por meio destes valores

é possível verificar fisicamente o quanto os deslocamentos são significativos. Estes valores, em módulo, podem ser vistos na tabela 4.33.

TABELA 4.33 – DESLOCAMENTOS MÍNIMOS DETECTÁVEIS

PTO.	$\alpha_0 = 5\%; 1-\beta_0 = 80\% \Rightarrow \delta_0 = 2,80$		
	X (m)	Y (m)	Z (m)
PC109	0,0194	0,0130	0,0139
PC310	0,0145	0,0006	0,0030
PC615	0,0053	0,0198	0,0024

A tabela 4.33 mostra o quanto os deslocamentos estimados (tabela 4.29) são significativos. Observa-se que as diferenças entre os deslocamentos estimados e os deslocamentos mínimos detectáveis em algumas componentes foram muito altas. As maiores diferenças foram as do ponto PC310 (X, Y, Z).

Correlacionado as tabelas 4.29, 4.31 e 4.33 observa-se que todos os deslocamentos estimados, com valores maiores que os seus respectivos deslocamentos mínimos detectáveis, foram rejeitados no teste de sensibilidade – hipótese nula.

#### 4.3.1.5 Deslocamentos dos Pontos de Monitoramento

Os deslocamentos dos pontos de monitoramento e seus respectivos desvios padrão foram estimados pelo M.M.Q, como descrito na seção 2.6.3.1. A tabela 4.34 mostra os deslocamentos estimados nas direções das componentes (X,Y,Z) e seus respectivos desvios padrão, bem como, o deslocamento resultante.

TABELA 4.34 – DESLOCAMENTOS ESTIMADOS E RESPECTIVOS DESVIOS  
PADRÃO DOS PONTOS DE MONITORAMENTO

PONTO	X (m)	$\sigma_x$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_Z$ (m)	Result. (m)
P202	-0,0055	0,0214	0,0082	0,0219	-0,0137	0,0201	0,0169
P203	-0,0065	0,0204	0,0081	0,0181	-0,0100	0,0214	0,0144
P204	-0,0058	0,0182	0,0083	0,0211	-0,0128	0,0166	0,0163
P205	-0,0051	0,0182	0,0247	0,0185	0,0062	0,0147	0,0260
P206	-0,0061	0,0107	0,0081	0,0091	-0,0010	0,0101	0,0102
P301	-0,0056	0,0107	0,0073	0,0110	-0,0037	0,0126	0,0099
P302	-0,0052	0,0132	0,0077	0,0157	-0,0080	0,0128	0,0123
P303	-0,0058	0,0145	0,0075	0,0173	-0,0098	0,0190	0,0136
P304	-0,0056	0,0139	0,0082	0,0139	-0,0057	0,0130	0,0114
P306	-0,0055	0,0188	0,0073	0,0204	-0,0131	0,0167	0,0160
P307	-0,0050	0,0225	0,0067	0,0193	-0,0126	0,0185	0,0151
P308	-0,0032	0,0235	0,0045	0,0239	-0,0194	0,0230	0,0202
P309	-0,0037	0,0204	0,0052	0,0227	-0,0175	0,0193	0,0186
P312	-0,0012	0,0196	0,0015	0,0210	-0,0195	0,0189	0,0196
P313	-0,0021	0,0195	0,0027	0,0182	-0,0155	0,0171	0,0159
P315	-0,0007	0,0167	0,0013	0,0161	-0,0148	0,0153	0,0149
P319	-0,0009	0,0132	0,0011	0,0117	-0,0106	0,0112	0,0107
P401	-0,0010	0,0163	0,0017	0,0165	-0,0148	0,0168	0,0149
P402	-0,0054	0,0167	0,0000	0,0176	-0,0176	0,0152	0,0184
P404	-0,0033	0,0189	0,0043	0,018	-0,0137	0,0177	0,0147
P405	-0,0021	0,0191	0,0033	0,02	-0,0167	0,0184	0,0172
P407	-0,0035	0,0203	0,0045	0,0196	-0,0151	0,0204	0,0161
P408	-0,0037	0,0212	0,0048	0,0206	-0,0158	0,0201	0,0169
P502	-0,0064	0,0116	0,0082	0,0145	-0,0063	0,0165	0,0122
P505	-0,0069	0,0147	0,0089	0,0155	-0,0066	0,0186	0,0131
P602	-0,0045	0,0240	0,0071	0,0200	-0,0129	0,0182	0,0154
P603	-0,0036	0,0229	0,0054	0,0200	-0,0146	0,0190	0,0160
P604	-0,0054	0,0221	0,0039	0,0212	-0,0173	0,0202	0,0185
P606	-0,0049	0,0189	0,0050	0,0185	-0,0135	0,0177	0,0152
P607	-0,0024	0,0166	0,0043	0,0164	-0,0121	0,0134	0,0131
P608	-0,0023	0,0137	0,0037	0,0127	-0,0090	0,0111	0,0100
P609	-0,0029	0,0124	0,0031	0,0109	-0,0078	0,0115	0,0089
P610	-0,0008	0,0110	0,0025	0,0094	-0,0069	0,0079	0,0074
P612	-0,0021	0,0091	0,0026	0,0076	-0,0050	0,0063	0,0060
P613	-0,0005	0,0123	0,0012	0,0108	-0,0096	0,0113	0,0097

Por meio da tabela 4.34 observam-se deslocamentos na ordem do centímetro, milímetro e sub-milímetro, exceto a componente (Y) do ponto P402 com

deslocamento nulo. Os maiores deslocamentos foram os dos pontos P505 (X), P205 (Y) e P312 (Z) enquanto, que os menores deslocamentos foram dos pontos P613 (X) e P402 (Y) e P206 (Z). Observa-se também que a precisão dos deslocamentos é da ordem do centímetro e do milímetro. Pode-se observar que tais desvios padrão são maiores que os respectivos deslocamentos. Isso se dá, principalmente, pela metodologia utilizada para se estimar tanto os deslocamentos como sua respectiva MVC, que pode ser visto na seção 2.6.3.1.1.

Na próxima seção estes deslocamentos serão utilizados para estimar os parâmetros de deformação por ambas metodologias propostas neste trabalho, Colocação e função polinomial. Os deslocamentos com relação as coordenadas geodésicas ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) podem ser vistos no APÊNDICE 4.

## 5 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO

A análise dos parâmetros de deformação, realizada neste capítulo será dividida em cinco etapas, que são:

- Análise dos parâmetros de deformação estimados utilizando-se a função polinomial descrita no capítulo 3;
- Análise dos parâmetros de deformação utilizando-se a Colocação por Mínimos Quadrados;
- Comparação dos resultados obtidos pela função polinomial e pela Colocação;
- Representação dos parâmetros de deformação; e
- Análise da interpolação

Para a consecução destas etapas, ou seja, a obtenção dos parâmetros de deformação, tanto pela função polinomial quanto pela Colocação por Mínimos Quadrados, desenvolveu-se rotinas apropriadas no programa computacional MatLab, versão 6.5. Os arquivos de entrada e saída, bem como, os arquivos que contém os códigos estão no formato texto com a extensão “m”, os quais são compatíveis com o MatLab. A representação dos parâmetros de deformação simétrica, utilizando-se de elipses de deformação, e de deformação anti-simétrica, utilizando-se de arcos de circunferência, foi obtida utilizando-se o programa computacional AutoCad R14.

### 5.1 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO ESTIMADOS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL

O primeiro passo desta etapa é a estimação dos coeficientes dos polinômios de 2º grau definidos pelas equações (3.87), (3.88) e (3.89), seguidas de suas respectivas análises estatísticas. Para isto, gerou-se a matriz  $\mathbf{A}$  por meio da equação (3.91), utilizando-se as coordenadas dos pontos de monitoramento contidos nas tabelas 4.20, 4.21 e 4.22. O vetor  $\mathbf{d}$  e a matriz  $\mathbf{P}_d$ , foram gerados, respectivamente, pelos deslocamentos e seus respectivos desvios padrão, os quais encontram-se na tabela

4.34. Arbitrou-se um valor unitário para a variância a priori  $\sigma_{0e}^2$ , de forma que  $\sigma_{0e}^2 = 1$ . Deste modo, estimou-se os coeficientes pela equação (3.90) e sua respectiva MVC pela equação (3.93). Os coeficientes dos polinômios, em função das componentes u, v e w, e seus respectivos desvios padrão podem ser vistos na tabela 5.1.

TABELA 5.1 – COEFICIENTES DA FUNÇÃO DESLOCAMENTO DAS COMPONENTES u, v, w E SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO

Componente u			Componente v			Componente w		
Coeficientes $a_i$		$\sigma$	Coeficientes $b_i$		$\sigma$	Coeficientes $c_i$		$\sigma$
$a_0$	0,18315	0,15315	$b_0$	0,049594	0,1544	$c_0$	0,29087	0,1504
$a_1$	9,2354E-006	7,4300E-006	$b_1$	6,4712E-006	7,5400E-006	$c_1$	2,272E-005	7,400E-006
$a_2$	2,5676E-010	2,0263E-010	$b_2$	1,9651E-010	2,0750E-010	$c_2$	-3,7221E-010	2,0728E-010
$a_3$	-1,4099E-014	1,3596E-014	$b_3$	-2,898E-015	1,3629E-014	$c_3$	-7,0134E-014	1,3134E-014
$a_4$	-1,2863E-010	4,4343E-011	$b_4$	4,7753E-011	4,5929E-011	$c_4$	5,0618E-010	4,6532E-011
$a_5$	-2,7138E-015	1,9746E-015	$b_5$	4,7214E-015	2,0012E-015	$c_5$	2,4658E-014	1,9182E-015
$a_6$	-1,037E-019	2,2078E-019	$b_6$	-2,3158E-019	2,2250E-019	$c_6$	-1,397E-018	2,1412E-019
$a_7$	-4,8976E-024	8,4691E-024	$b_7$	-1,3348E-023	8,6104E-024	$c_7$	-1,8317E-023	8,4695E-024
$a_8$	2,015E-028	2,5813E-028	$b_8$	-4,9969E-029	2,5708E-028	$c_8$	2,0807E-027	2,4503E-028

Os coeficientes da função deslocamento das componentes u, v, w mostrados na tabela 5.1 são grandezas adimensionais. Pode-se observar também que um número expressivo de desvios padrão é maior que os próprios coeficientes estimados, principalmente para a componente v (coeficientes  $b_i$ ). No entanto, os resultados para a componente w são melhores, haja visto que os seus valores são bem menores que os seus respectivos coeficientes. Um provável fator causador da “alta” destes desvios padrão é o procedimento seguido para a formação da matriz dos pesos dos deslocamentos, que consiste na adição da matriz dos pesos das observações da primeira e segunda campanha, ver equação (2.85). Este procedimento tornou os desvios padrão dos deslocamentos maiores que os próprios deslocamentos, conforme mostrado na tabela 4.34.

Após a estimação dos coeficientes da função deslocamento, estimou-se o fator de variância a posteriori ( $\hat{\sigma}_e^2$ ), o qual resultou em:  $\hat{\sigma}_e^2 = 0,12$ . Na próxima seção realizar-se-á o teste estatístico aplicado à função deslocamento.

### 5.1.1 Estatística Aplicada a Função Deslocamento

Com o objetivo de verificar a qualidade dos coeficientes dos polinômios ajustados, aplicou-se o teste estatístico descrito na seção 3.2.2. Como mencionado anteriormente, em uma primeira etapa é feita a análise da qualidade do modelo ajustado. Caso se verifique que tal modelo não possui qualidade satisfatória a um nível de significância ( $\alpha$ ), então é realizada uma segunda etapa, na qual testa-se a significância de cada um dos coeficientes estimados.

#### 5.1.1.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

A análise da qualidade do modelo ajustado a um nível de significância ( $\alpha$ ) de 5%, inicia-se com o conhecimento de ( $\hat{\sigma}_e^2$  e  $r_e$ ) e ( $\hat{\sigma}_0^2$  e  $r$ ), que são, respectivamente, os fatores de variância a posteriori e os graus de liberdade associados aos coeficientes dos polinômios ajustados e aos ajustamentos das observações da rede realizadas em duas campanhas. Estes valores podem ser vistos na tabela 5.2.

TABELA 5.2 – QUANTIDADES NECESSÁRIAS À ANÁLISE DA QUALIDADE DO MODELO AJUSTADO

Coeficientes dos Polinômios Ajustados	
$\hat{\sigma}_e^2 = 0,12$	$r_e = 78$
Ajustamentos das Observações da Rede	
$\hat{\sigma}_0^2 = 0,98$	$r = 210$

De posse destes valores e aplicando a equação (3.95), calculou-se a estatística  $w_e$ , bem como, determinou-se o valor teórico  $F_{1-\alpha}(r_e, r)$ . Na tabela 5.3 podem ser vistos estes valores, bem como, o resultado do teste que analisa a qualidade do modelo ajustado.

TABELA 5.3 – RESULTADO DO TESTE APLICADO AO MODELO AJUSTADO

Componentes	Estatística Calculada ( $w_e$ )	$F_{95\%}(78, 210) = 3,84; w_e \leq 3,84$
u, v, w	0,12	Aceita

Como pode ser visto pela tabela 5.3 o teste que verifica a qualidade do modelo ajustado mostrou-se satisfatória a um nível de confiança de 95%. Isto indica que os coeficientes estimados são adequados ao modelo, no caso presente, à função polinomial das componentes u, v, w nas direções dos eixos X, Y e Z, respectivamente. Esta função polinomial é também denominada de função deslocamento.

Conforme mencionado na seção 3.2.2.1, como a estatística  $w_e$  resultou menor que o valor teórico  $F_{1-\alpha}(r_e, r)$ , não é necessário o emprego do teste de significância dos coeficientes da função deslocamento. Deste modo, a função deslocamento com relação as componentes u, v e w ficam assim definidas, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 u(x; y; z; t_2 - t_1) = & 0,18315 + 9,2354 \cdot 10^{-6} (X) + 2,5676 \cdot 10^{-10} (XY) - 1,4099 \cdot 10^{-14} (XYZ) \\
 & - 1,2863 \cdot 10^{-10} (X^2) - 2,7138 \cdot 10^{-15} (X^2Y) - 1,037 \cdot 10^{-19} (X^2YZ) - 4,8976 \cdot 10^{-24} (X^2Y^2Z) + \\
 & + 2,015 \cdot 10^{-28} (X^2Y^2Z^2) , \quad (5.1a)
 \end{aligned}$$

$$v(x; y; z; t_2 - t_1) = 0,049594 + 6,4712 \cdot 10^{-6} (X) + 1,9651 \cdot 10^{-10} (XY) - 2,898 \cdot 10^{-15} (XYZ) - 4,7753 \cdot 10^{-11} (X^2) - 4,7214 \cdot 10^{-15} (X^2Y) - 2,3158 \cdot 10^{-19} (X^2YZ) - 1,3348 \cdot 10^{-23} (X^2Y^2Z) - 4,9969 \cdot 10^{-29} (X^2Y^2Z^2), \quad (5.1b)$$

$$w(x; y; z; t_2 - t_1) = 0,29087 + 2,272 \cdot 10^{-5} (X) - 3,7221 \cdot 10^{-10} (XY) - 7,0134 \cdot 10^{-14} (XYZ) + 5,0618 \cdot 10^{-10} (X^2) + 2,4658 \cdot 10^{-14} (X^2Y) - 1,397 \cdot 10^{-18} (X^2YZ) - 1,8317 \cdot 10^{-23} (X^2Y^2Z) + 2,0807 \cdot 10^{-27} (X^2Y^2Z^2). \quad (5.1c)$$

### 5.1.2 Estimação dos Parâmetros de Deformação

Uma vez definida, a função deslocamento com relação as componentes u, v e w procedeu-se à estimação dos parâmetros de deformação. Para a consecução deste propósito, calculou-se em primeiro lugar os gradientes dados pelas equações (3.102) a (3.110), que são as componentes do tensor de deformação da equação (2.51). Estes gradientes podem ser vistos por meio das figuras 5.1, 5.2 e 5.3.

FIGURA 5.1 – COMPONENTES  $\partial U$  DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO

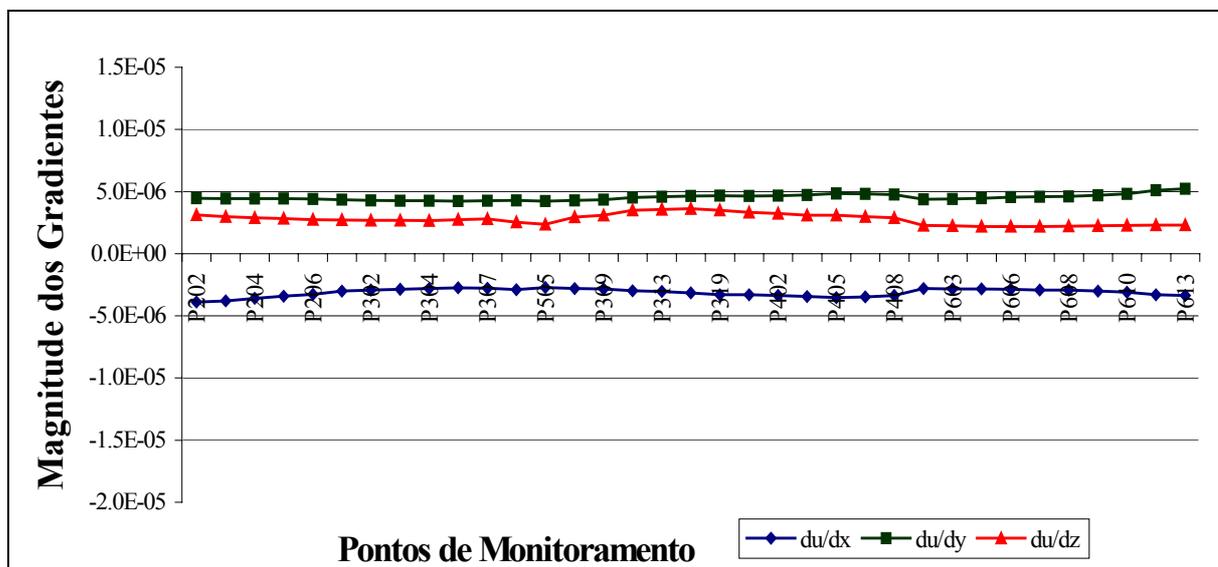
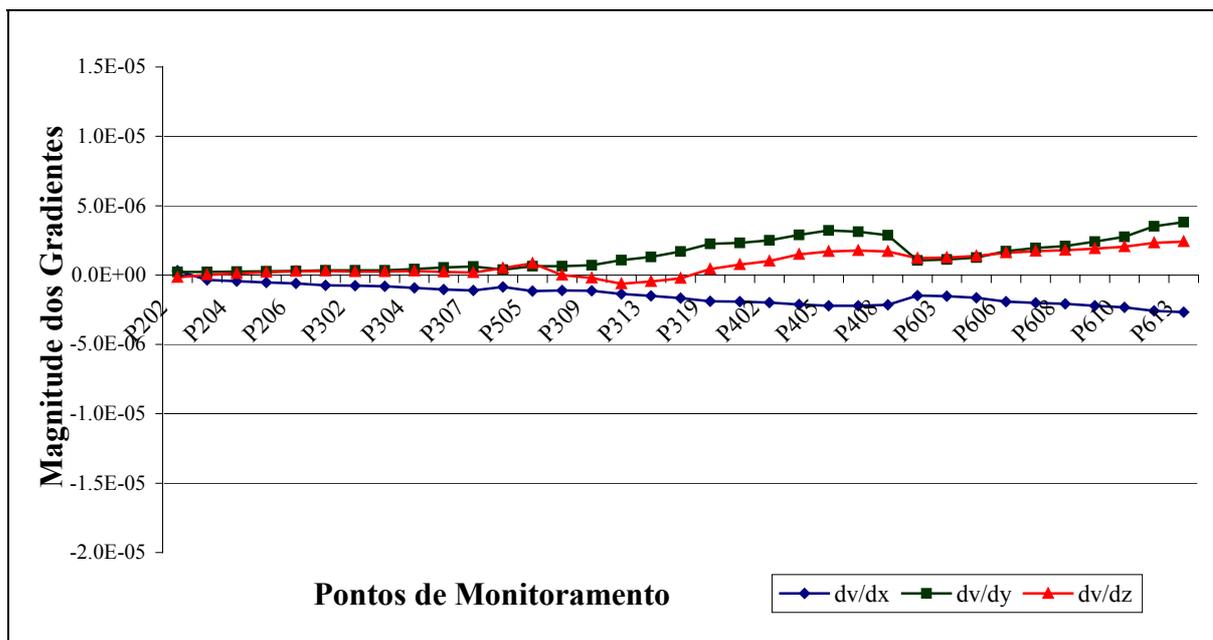
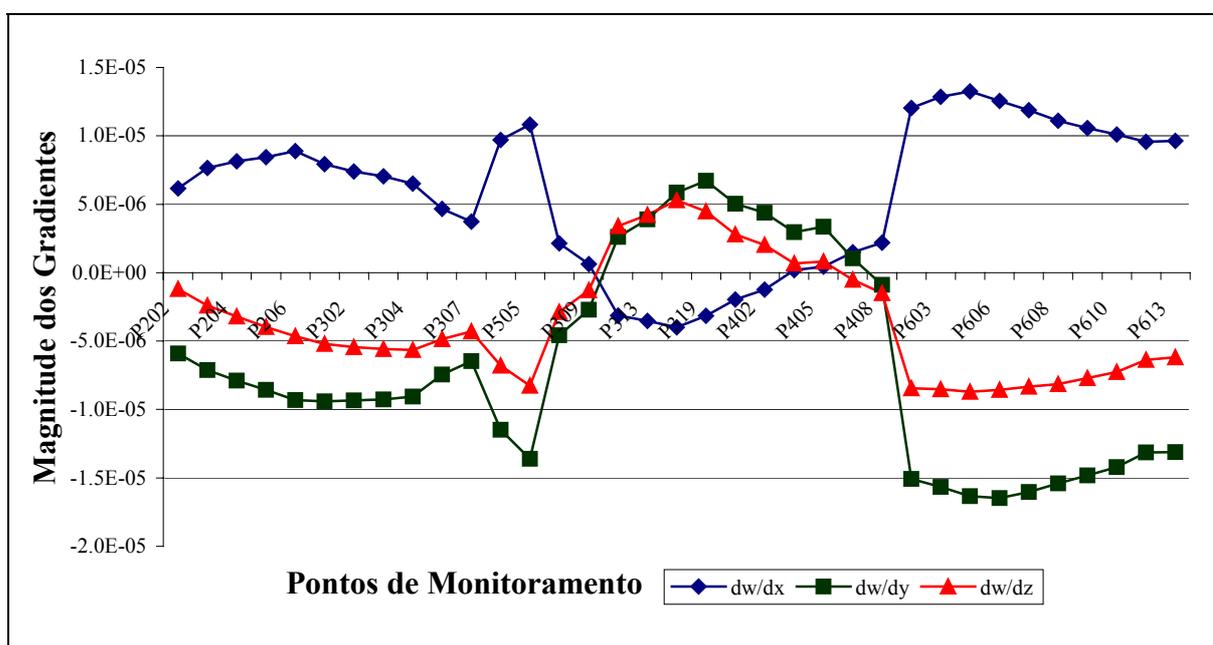


FIGURA 5.2 – COMPONENTES  $\partial v$  DO TENSOR DE DEFORMAÇÃOFIGURA 5.3 - COMPONENTES  $\partial w$  DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO

Por meio das figuras 5.1, 5.2 e 5.3 pode-se observar que a magnitude dos componentes do tensor de deformação variaram entre  $\approx -10^{-5}$  a  $\approx 10^{-5}$ , sendo o menor valor para o gradiente  $\partial w/\partial y$ , da estação P606 ( $-1,6478 \times 10^{-5}$ ), e o maior valor para gradiente  $\partial w/\partial x$  da estação P604 ( $1,3252 \times 10^{-5}$ ). É válido ressaltar que as grandezas

destes gradientes são adimensionais. Na seqüência, eles serão utilizados para calcular os parâmetros de deformação simétrica e anti-simétrica.

Deste modo, utilizando estes valores nas equações 2.44 e 2.45, calculou-se as componentes dos parâmetros da deformação simétrica e anti-simétrica, respectivamente; e com as equações (2.56) e (2.57) calculou-se, respectivamente, a dilatação (divergente do vetor deslocamento) e a deformação máxima. Os parâmetros de deformação específica, a dilatação e a deformação máxima podem ser vistos na tabela 5.4.

TABELA 5.4 – DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS ( $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ ), DEFORMAÇÃO MÁXIMA E DILATAÇÃO

Estação	Deformação Específica			Deformação Máxima	Dilatação
	$\epsilon_x$	$\epsilon_y$	$\epsilon_z$		
P202	-2,7589E-06	2,1550E-07	-1,1931E-06	4,0725E-06	-4,8654E-06
P203	-2,7636E-06	2,2078E-07	-2,4022E-06	4,4888E-06	-5,9669E-06
P204	-2,8889E-06	2,5007E-07	-3,2052E-06	4,8263E-06	-6,5547E-06
P205	-2,7322E-06	2,7528E-07	-3,9617E-06	5,2360E-06	-7,0989E-06
P206	-2,8006E-06	3,0431E-07	-4,6504E-06	5,7034E-06	-7,6340E-06
P301	-2,8468E-06	3,4263E-07	-5,2063E-06	6,0302E-06	-7,8870E-06
P302	-2,9845E-06	3,3415E-07	-5,4418E-06	6,1828E-06	-8,0235E-06
P303	-3,0506E-06	3,4716E-07	-5,5899E-06	6,2849E-06	-8,0944E-06
P304	-3,1552E-06	4,3152E-07	-5,6512E-06	6,3193E-06	-8,0145E-06
P306	-3,3028E-06	5,3957E-07	-4,8588E-06	5,6134E-06	-7,0781E-06
P307	-3,3045E-06	6,1088E-07	-4,2854E-06	5,1357E-06	-6,4381E-06
P308	-3,3507E-06	3,9278E-07	-6,7977E-06	7,3965E-06	-9,2938E-06
P309	-3,4419E-06	6,3670E-07	-8,2615E-06	8,7248E-06	-1,0357E-05
P312	-3,5354E-06	6,5074E-07	-2,8759E-06	4,0666E-06	-5,0258E-06
P313	-3,4740E-06	7,0080E-07	-1,2868E-06	3,2018E-06	-3,4328E-06
P315	-3,3757E-06	1,0755E-06	3,3992E-06	4,6496E-06	1,4902E-06
P319	-2,8068E-06	1,3172E-06	4,2090E-06	5,3625E-06	2,4756E-06
P401	-2,8461E-06	1,6935E-06	5,2855E-06	6,3843E-06	3,8238E-06
P402	-2,8485E-06	2,2510E-06	4,4825E-06	6,0057E-06	3,4307E-06
P404	-2,8786E-06	2,3209E-06	2,8001E-06	4,9139E-06	1,8165E-06
P405	-2,9118E-06	2,5087E-06	2,0359E-06	4,6546E-06	1,1939E-06
P407	-2,9344E-06	2,9065E-06	6,7567E-07	4,5553E-06	1,4027E-07
P408	-3,0156E-06	3,2166E-06	8,0418E-07	4,8469E-06	4,8538E-07
P502	-3,1070E-06	3,1230E-06	-5,1238E-07	4,6994E-06	-8,6338E-07
P505	-3,3067E-06	2,8666E-06	-1,5035E-06	4,6769E-06	-2,0126E-06
P602	-3,3714E-06	1,0610E-06	-8,4586E-06	8,9751E-06	-1,0204E-05
P603	-2,7589E-06	1,1146E-06	-8,5191E-06	9,0508E-06	-1,0251E-05
P604	-2,7636E-06	1,2720E-06	-8,7008E-06	9,2432E-06	-1,0277E-05
P606	-2,8889E-06	1,7213E-06	-8,5745E-06	9,2071E-06	-9,7318E-06
P607	-2,7322E-06	1,9423E-06	-8,3386E-06	9,0434E-06	-9,3081E-06
P608	-2,8006E-06	2,0990E-06	-8,1353E-06	8,8994E-06	-8,9707E-06
P609	-2,8468E-06	2,4136E-06	-7,6985E-06	8,6131E-06	-8,3005E-06
P610	-2,9845E-06	2,7670E-06	-7,2541E-06	8,3625E-06	-7,5941E-06
P612	-3,0506E-06	3,5275E-06	-6,3686E-06	7,9960E-06	-6,1478E-06
P613	-3,1552E-06	3,8128E-06	-6,1833E-06	8,0086E-06	-5,7419E-06

Pela tabela 5.4 observa-se que as deformações específicas variaram de  $-8,7008 \mu\text{strain}$  a  $0,7008 \mu\text{strain}$ . É válido lembrar que o  $\mu\text{strain}$  expressa as variações relativas de uma grandeza linear em unidades da sexta casa decimal ( $1 \mu\text{strain} = 1 \text{ p.p.m.}$ ). Deste modo, estes parâmetros descrevem as variações (deformações) nos comprimentos de segmentos de retas associados a um determinado ponto da estrutura monitorada, segundo três direções mutuamente perpendiculares. Neste trabalho, estes segmentos de retas, correspondem às distâncias entre os pontos de monitoramento e as estações base utilizadas nos rastreamentos dos mesmos. Observa-se também que todos os pontos de monitoramento sofreram uma contração nos seus respectivos eixos X, extensão em Y, enquanto em Z, sofreram ambos os fenômenos.

No que diz respeito à deformação máxima, esta ocorreu com maior intensidade, seqüencialmente, nos pontos P602 a P608, os quais estão localizados a jusante da barragem, e imediatamente próximos da mesma. A princípio pode-se correlacionar a magnitude da deformação máxima nestes pontos com suas respectivas proximidades à barragem. No entanto, cuidados devem ser tomados nesta análise, pois a magnitude da deformação máxima do ponto P309, que não está localizado tão próximo da barragem quanto o ponto P608, possui uma magnitude aproximadamente igual a deste.

Verifica-se também que todos os pontos, cujos eixos X e Z foram contraídos, ocorreu uma contração volumétrica, ou seja, em aproximadamente 77% dos pontos. Por outro lado, em todos os pontos, cujos eixos Y e Z sofreram extensão, ocorreu uma alongação volumétrica.

A tabela 5.5 mostra as deformações de cisalhamento simples e a rotação diferencial média.

TABELA 5.5 – CISALHAMENTO SIMPLES ( $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ ) E ROTAÇÃO  
DIFERENCIAL MÉDIA ( $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ )

Estação	Cisalhamento Simples			Rotação Diferencial Média		
	$\gamma_{xy}$	$\gamma_{xz}$	$\gamma_{yz}$	$\omega_x (")$	$\omega_y (")$	$\omega_z (")$
P202	2,0749E-06	4,6392E-06	-3,0346E-06	0,59	-0,31	0,49
P203	2,0412E-06	5,3136E-06	-3,5558E-06	0,74	-0,48	0,49
P204	1,9966E-06	5,5159E-06	-3,8829E-06	0,82	-0,54	0,50
P205	1,9457E-06	5,6259E-06	-4,1918E-06	0,90	-0,58	0,51
P206	1,8986E-06	5,8197E-06	-4,5094E-06	0,99	-0,63	0,52
P301	1,8072E-06	5,3166E-06	-4,5597E-06	1,00	-0,54	0,52
P302	1,7625E-06	5,0454E-06	-4,5410E-06	0,99	-0,49	0,52
P303	1,7253E-06	4,8599E-06	-4,5117E-06	0,98	-0,45	0,52
P304	1,6656E-06	4,5828E-06	-4,3809E-06	0,97	-0,40	0,53
P306	1,6001E-06	3,6988E-06	-3,6077E-06	0,79	-0,20	0,54
P307	1,5728E-06	3,2585E-06	-3,1321E-06	0,69	-0,10	0,55
P308	1,7094E-06	6,1141E-06	-5,4858E-06	1,24	-0,74	0,53
P309	1,5327E-06	6,5897E-06	-6,3854E-06	1,49	-0,88	0,55
P312	1,5849E-06	2,5358E-06	-2,2875E-06	0,47	0,08	0,56
P313	1,6030E-06	1,8559E-06	-1,4565E-06	0,26	0,25	0,56
P315	1,5717E-06	1,9215E-07	9,9509E-07	-0,33	0,68	0,61
P319	1,5418E-06	1,5750E-08	1,7147E-06	-0,45	0,73	0,63
P401	1,4921E-06	-1,8985E-07	2,8138E-06	-0,63	0,79	0,65
P402	1,3875E-06	1,6940E-07	3,5785E-06	-0,65	0,69	0,68
P404	1,3585E-06	6,8235E-07	2,8876E-06	-0,44	0,55	0,68
P405	1,3373E-06	1,0062E-06	2,6980E-06	-0,35	0,46	0,69
P407	1,3013E-06	1,6396E-06	2,2226E-06	-0,15	0,30	0,71
P408	1,3103E-06	1,7688E-06	2,5195E-06	-0,17	0,27	0,73
P502	1,3032E-06	2,2240E-06	1,4036E-06	0,07	0,15	0,72
P505	1,3084E-06	2,5343E-06	4,0064E-07	0,27	0,07	0,71
P602	1,4490E-06	7,1535E-06	-6,9366E-06	1,68	-1,01	0,60
P603	1,4523E-06	7,5488E-06	-7,2052E-06	1,75	-1,10	0,61
P604	1,4079E-06	7,7244E-06	-7,4820E-06	1,83	-1,14	0,63
P606	1,3190E-06	7,3660E-06	-7,4321E-06	1,87	-1,07	0,67
P607	1,2886E-06	7,0322E-06	-7,1636E-06	1,83	-1,00	0,68
P608	1,2595E-06	6,6616E-06	-6,8156E-06	1,77	-0,92	0,69
P609	1,2470E-06	6,4053E-06	-6,4515E-06	1,73	-0,86	0,71
P610	1,2383E-06	6,1852E-06	-6,0764E-06	1,68	-0,81	0,74
P612	1,2556E-06	5,9352E-06	-5,4120E-06	1,59	-0,75	0,79
P613	1,2633E-06	5,9677E-06	-5,3568E-06	1,60	-0,76	0,81

Observa-se pela tabela 5.5 que o cisalhamento simples variou de  $-7,482E-06$  a  $7,7244E-06$ , enquanto que as rotações diferenciais médias variaram de  $1,87$  a  $-1,14$  segundos. É válido ressaltar que o cisalhamento simples pode ser entendido como um deslocamento de planos materiais paralelos ao plano (X,Y), na direção do eixo X, segundo distâncias proporcionais aos espaçamentos entre os aludidos planos materiais e o plano (X,Y). A rotação diferencial média mostra a variação média da orientação das direções, em relação ao sistema de referência utilizado, em torno do vértice investigado.

Os parâmetros de deformação simétrica e anti-simétrica, vistos nesta seção, serão utilizados para comparar com os valores obtidos pela colocação.

## 5.2 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO ESTIMADOS PELA COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

Nesta estratégia, arbitrou-se um valor unitário para a variância a priori  $\sigma_0^2$ , de forma que  $\sigma_0^2 = 1$ . A MVC das observações para a Colocação foi estimada pela equação (3.28) e a MVC do sinal  $\mathbf{s}'$  foi estimada pela função covariância Gaussiana dada pela equação (3.60). De modo semelhante, a MVC do sinal  $\mathbf{s}$  e a matriz covariância cruzada entre  $\mathbf{s}$  e  $\mathbf{s}'$  foram estimadas também pela função covariância Gaussiana modelada a partir dos dados.

As covariâncias amostrais foram estimadas utilizando a metodologia descrita na seção 3.1.5.1, que foram utilizadas no processo de ajustamento para estimativa dos parâmetros da função covariância. Os dados utilizados para a estimativa das covariâncias amostrais foram os deslocamentos mostrados na tabela (4.34).

### 5.2.1 Estimação das Covariâncias Amostrais

As covariâncias amostrais foram estimadas pela equação (3.68) onde as observações utilizadas são os deslocamentos dos pontos de monitoramento, contidos na tabela (4.34). As distâncias espaciais foram calculadas pela equação (3.79) compondo um perfil que é dividido em intervalos  $\delta$  iguais. Em cada intervalo, as covariâncias foram estimadas para as três componentes X, Y e Z, que são utilizadas na modelagem da função covariância. A tabela 5.6 mostra o resultado das covariâncias amostrais  $C_1(\Delta)$  estimadas a partir dos deslocamentos.

TABELA 5.6 – COVARIÂNCIAS AMOSTRAIS

Distância (km)	Componentes		
	$C_1(\Delta)_X$ (m <sup>2</sup> )	$C_1(\Delta)_Y$ (m <sup>2</sup> )	$C_1(\Delta)_Z$ (m <sup>2</sup> )
1,0	0.000002	0.000006	0.000008
3,0	0.000001	0.000006	0.000002
5,0	0.000001	0.000003	-0.000001
7,0	0.000000	0.000003	-0.000003
9,0	-0.000002	-0.000005	-0.000006
11,0	-0.000001	-0.000002	-0.000002
13,0	-0.000001	-0.000004	0.000002
15,0	0.000000	0.000000	0.000000
17,0	0.000001	-0.000004	-0.000005
19,0	-0.000002	-0.000005	-0.000003

Pode-se observar por meio da tabela 5.6 que para cada intervalo a covariância foi estimada para o ponto médio, onde o valor de  $\delta$  foi arbitrado igual a 2,0 km. Deste modo, para cada distância existe uma covariância associada às três componentes em questão (X,Y,Z). Observa-se também, que a unidade das covariâncias amostrais é o m<sup>2</sup>.

### 5.2.2 Modelagem Numérica da Função Gaussiana

Modelou-se a função covariância por meio de uma regressão dos dados para as covariâncias amostrais, obtendo-se assim a estimativa dos parâmetros da função. Deste modo, as covariâncias  $C(r)$  mostradas na tabela 5.6 compõem o vetor  $\mathbf{L}$  da equação (3.74), onde os valores de  $Y$  são calculados utilizando-se a equação (3.71). A matriz  $A$  é calculada pela equação (3.73), em que as distâncias  $r$  são dadas na primeira coluna da tabela 5.6. As equações (3.75) e (3.76) formam o sistema de equações normais cuja solução é dada pela equação (3.77). O valor de “a” foi estimado pela equação (3.77), o valor de  $C_0$  pela equação (3.78) e o comprimento de correlação  $\xi$  pela equação (3.64). A tabela 5.7 mostra os parâmetros da função covariância Gaussiana estimados pelo M.M.Q. para cada uma das componentes X, Y e Z.

TABELA 5.7 – PARÂMETROS DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA GAUSSIANA

Parâmetros	Componentes		
	X	Y	Z
$C_0$ (m <sup>2</sup> )	0,000001	0,000006	0,000004
a (km <sup>-1</sup> )	0,030925	0,128466	0,067288
$\xi$ (km)	26,9217	6,4807	12,3730

Na tabela 5.7 têm-se a variância  $C_0$  que representa o valor da função covariância  $C(r)$  quando a distância  $r = 0$ , o coeficiente “a” fornece a forma da curva interpolada, enquanto  $\xi$  é inversamente proporcional ao valor de “a” escalada pelo fator  $\sqrt{\ln(2)}$ , como mostra a equação (3.64).

A variância das observações  $C_1$  foi estimada pela equação (3.67), enquanto que a variância do ruído foi estimada pela equação (3.66). A variância do sinal  $C_s$  é o próprio valor de  $C_0$ , como mostra a figura 3.2. Estes valores podem ser vistos na tabela 5.8.

TABELA 5.8 – VARIÂNCIAS ESTIMADAS

Parâmetros	Componentes		
	X	Y	Z
$C_1$ (m <sup>2</sup> )	3,763E-006	1,7832E-005	3,0409E-005
$C_s$ (m <sup>2</sup> )	1,285E-006	6,0000E-006	4,1595E-006
$C_n$ (m <sup>2</sup> )	2,478E-006	1,1832E-005	2,6249E-005

Pode-se observar por meio da tabela 5.8 que na variância das observações  $C_1$ , nas três componentes, estão contidas a variância do sinal  $C_s$  e a variância do ruído  $C_n$  como mostra a equação (3.66).

As figuras 5.4, 5.5 e 5.6 mostram a função covariância Gaussiana modelada a partir das covariâncias amostrais  $C_1(\Delta)$  dadas na tabela 5.6.

FIGURA 5.4 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA PARA A COMPONENTE X

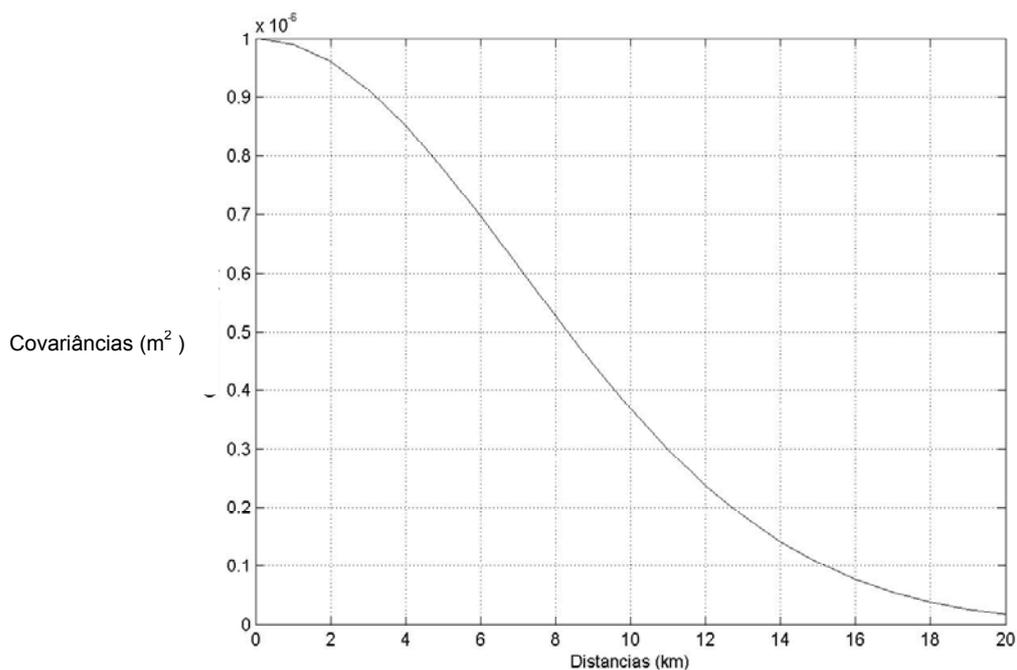


FIGURA 5.5 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA PARA A COMPONENTE Y

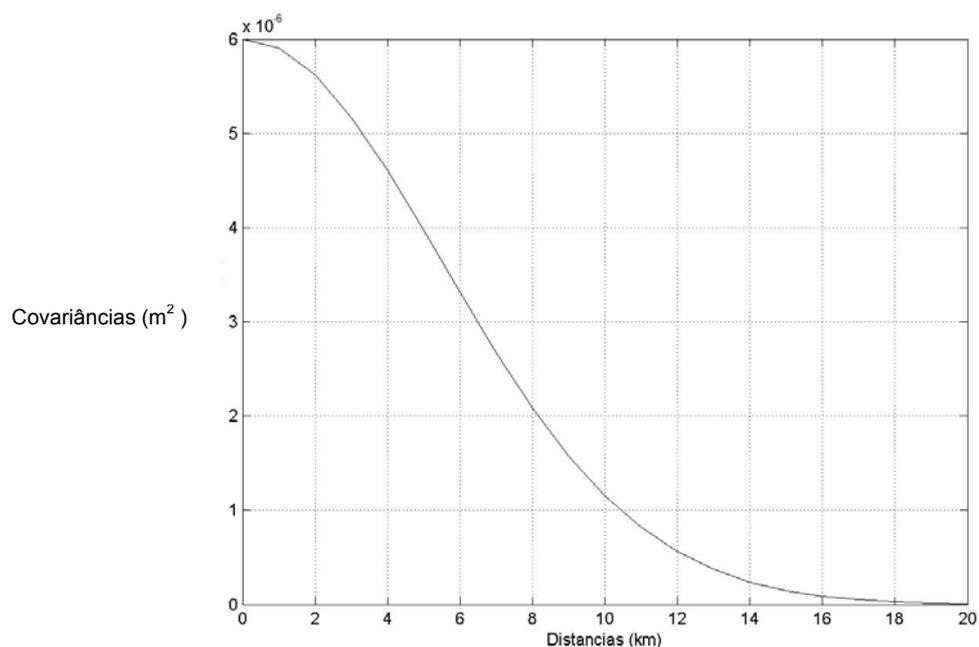
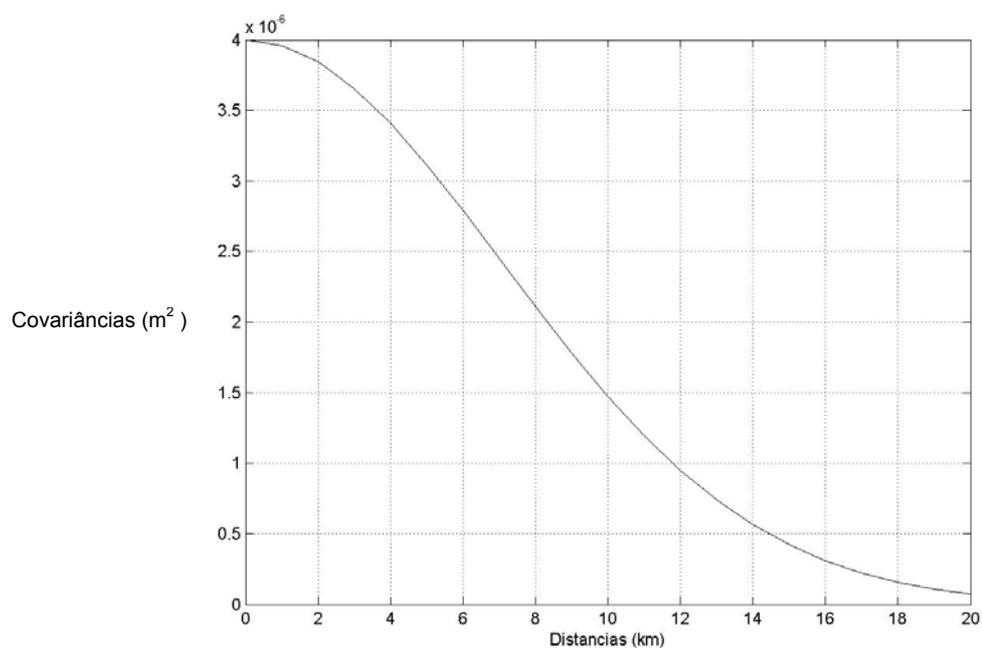


FIGURA 5.6 – FUNÇÃO COVARIÂNCIA PARA A COMPONENTE Z



Pelas figuras 5.4, 5.5 e 5.6 pode-se observar que as distâncias  $\Delta$  no eixo das abscissas são dadas em km e as covariâncias amostrais correspondentes são dadas em  $m^2$ . As curvas destas figuras representam a função covariância da equação (3.60),

cujos parâmetros são mostrados na tabela 5.7. Observa-se também, que o valor da ordenada onde a curva intercepta o eixo Y é o próprio valor de  $C_0$  correspondente a variância do sinal  $C_s(0)$  e a constante “a” fornece a forma da curva interpolada, em outras palavras, fornece o decaimento da função (COSTA, 2003).

### 5.2.3 Estimação dos Parâmetros de Deformação Global

O modelo matemático para a estimação dos parâmetros de deformação global foi mostrado na seção 2.4, especificamente pelas equações (2.49), nas quais estão contidos os nove parâmetros de deformação. É a partir desta equação que é estimada a matriz A para a Colocação. A MVC das observações para a Colocação foi estimada pela função covariância modelada a partir dos deslocamentos, como visto na seção anterior.

Deste modo, estimou-se os parâmetros de deformação global pela equação (3.42). Aqui é válido lembrar que nesta fase é estimado apenas um conjunto de parâmetros de deformação para toda a região em estudo, distintamente, da função polinomial, onde é estimado um conjunto de parâmetros de deformação em cada um dos pontos de monitoramento. Por isso, os parâmetros de deformação estimados pela Colocação são denominados de parâmetros de deformação global. A tabela 5.9 mostra os parâmetros de deformação global com seus respectivos desvios padrão estimados pela Colocação.

TABELA 5.9 – PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO GLOBAL COM SEUS RESPECTIVOS DESVIOS PADRÃO ESTIMADOS PELA COLOCAÇÃO

Parâmetros	Magnitude	Desvio Padrão
$\varepsilon_x$	-1,1892E-007	8,4432E-008
$\varepsilon_y$	2,2721E-007	5,8952E-008
$\varepsilon_z$	2,3684E-007	3,8871E-008
$\gamma_{xy}$	1,1482E-007	1,5350E-008
$\gamma_{xz}$	1,2039E-007	8,2356E-008
$\gamma_{yz}$	1,3285E-008	1,0028E-009
$\omega_x$ (arcseg)	0,0027	0,0012
$\omega_y$ (arcseg)	0,0221	0,0103
$\omega_z$ (arcseg)	0,0436	0,0187

Observa-se pela tabela 5.9 que a precisão dos parâmetros de deformação global mostrou-se satisfatória, uma vez que apresentou valores bem menores que estes. Observa-se também que a magnitude das rotações diferenciais médias apresentou valores menores que a metade de um segundo de arco. Estes parâmetros de deformação foram estimados considerando que a região da UHE de Salto Caxias, representada pelos 35 pontos de monitoramento, sofreu um processo de deformação homogêneo e infinitesimal. Na próxima seção realizar-se-á análises estatísticas para verificar se tais parâmetros são quantidades intrínsecas a um campo de deformação homogêneo e infinitesimal.

#### 5.2.4 Análise Estatística

Nesta etapa é realizado primeiramente o teste global unilateral (seção 3.1.6.1). Caso este não seja aceito, então é realizado o teste de Fischer (seção 3.1.6.2). O teste global unilateral empregado nesta seção tem como objetivo verificar:

- O desempenho da Colocação na estimação dos parâmetros de deformação global; e
- Se a hipótese de um campo de deformação homogêneo é adequada.

Deste modo, é feita a comparação do fator de variância a priori ( $\sigma_0^2$ ) com o fator de variância a posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ) a um nível de confiança  $(1-\alpha)$  de 95%. A consecução dos dois objetivos delineados anteriormente, é feita por meio do cálculo da estatística qui-quadrado ( $\chi^{*2}$ ), empregada neste teste. O resultado deste teste pode ser visto na tabela 5.10.

TABELA 5.10 – RESULTADO DO TESTE GLOBAL UNILATERAL

Variância a Priori ( $\sigma_0^2$ )	Variância a Posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ )	Qui-Quadrado ( $\chi^{*2}$ )	Intervalo ( $\alpha = 5\%$ ) $v = 96; \chi^{*2} < 119,90$
1,0	1,11	106,66	Aceita

Observa-se por meio da tabela 5.10 que a estimação dos parâmetros de deformação por Colocação apresentou desempenho satisfatório. Também é válida a hipótese de um campo de deformação homogêneo, ou seja, estatisticamente os parâmetros de deformação contidos na tabela 5.8 representam quantidades intrínsecas a um campo de deformação homogêneo. Observa-se também que o índice de variância a posteriori resultou maior que o índice de variância a priori. Provavelmente, o motivo que gerou este alto índice de variância a posteriori seja a presença de valores altos no vetor aleatório  $\mathbf{z}$ , uma vez que ele representa o efeito integrado do sinal  $\mathbf{s}'$  e do ruído  $\mathbf{n}$  nos pontos de monitoramento. Estes valores serão analisados na próxima seção.

### 5.2.5 Vetor Aleatório $\mathbf{z}$ , do Sinal $\mathbf{s}'$ e do Ruído $\mathbf{n}$

Como mencionado anteriormente, o vetor aleatório  $\mathbf{z}$  representa o efeito integrado do sinal  $\mathbf{s}'$  e do ruído  $\mathbf{n}$  nos pontos de monitoramento. Este vetor foi estimado pela equação (3.48), o qual pode ser visto por meio das figuras 5.5, 5.6 e 5.7 nas três componentes X, Y e Z, respectivamente.

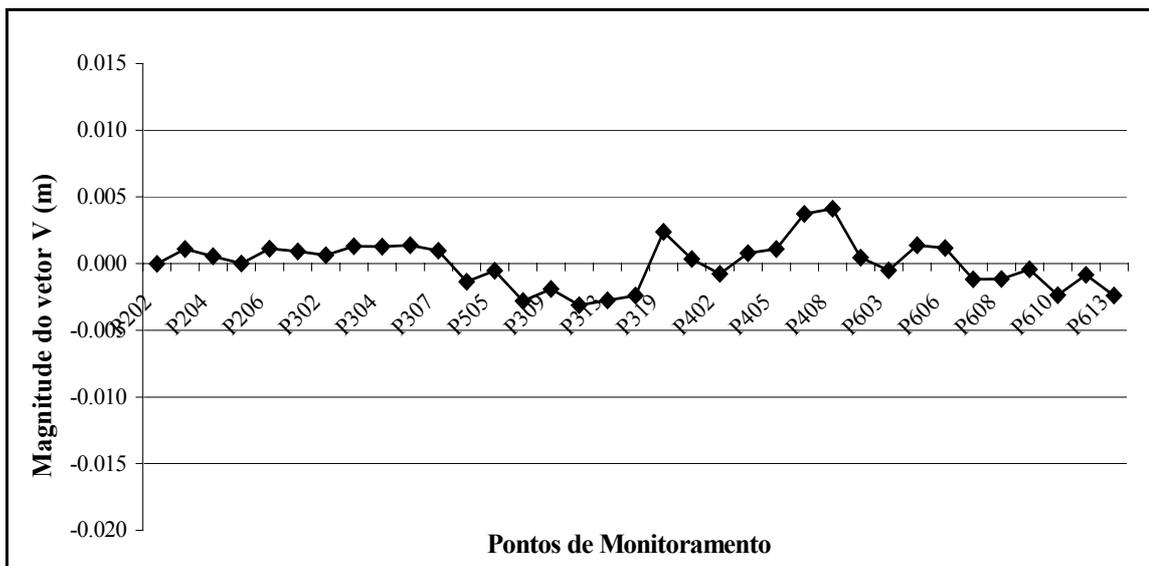
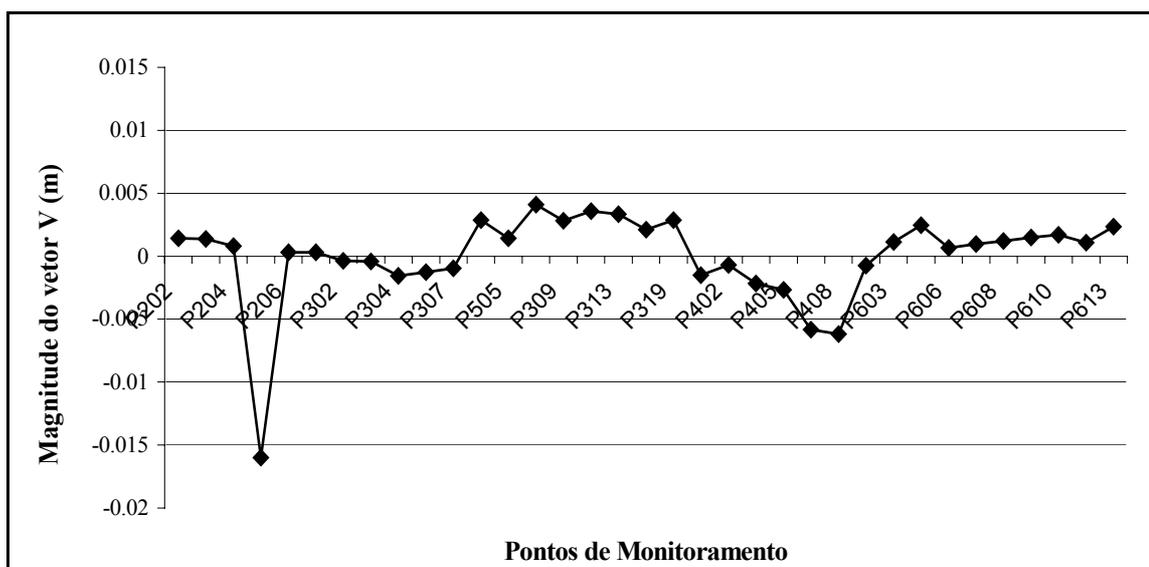
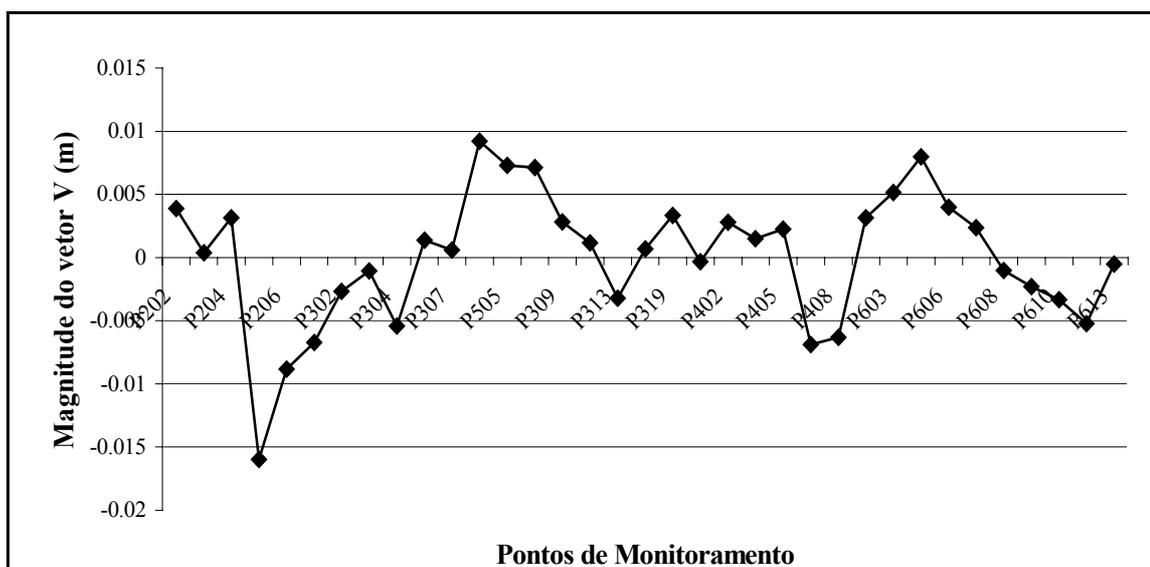
FIGURA 5.7 – COMPONENTE X DO VETOR ALEATÓRIO  $z$ FIGURA 5.8 – COMPONENTE Y DO VETOR ALEATÓRIO  $z$ 

FIGURA 5.9 – COMPONENTE Z DO VETOR ALEATÓRIO  $\mathbf{z}$ 

Pode-se observar pelas figuras 5.7, 5.8 e 5.9 que as maiores variações do vetor aleatório  $\mathbf{z}$ , foram as advindas da componente  $Z$ , enquanto que as menores variações são da componente  $X$ . Como este vetor contém a informação integrada do sinal  $\mathbf{s}'$  e do ruído  $\mathbf{n}$ , ele pode ser decomposto nestas duas componentes. O sinal  $\mathbf{s}'$  representa o efeito conjunto de diferentes influências, tais como a inadequabilidade do modelo matemático, distorções locais da rede geodésica, efeitos não modelados da refração atmosférica nas observações GPS, etc. Deste modo, o sinal  $\mathbf{s}'$  foi estimado pela equação (3.50), enquanto que sua respectiva MVC foi estimada pela função covariância da equação (3.60), cuja modelagem foi dada na seção 3.1.5. O sinal  $\mathbf{s}'$  encontra-se representado pelas figuras 5.10, 5.11 e 5.12.

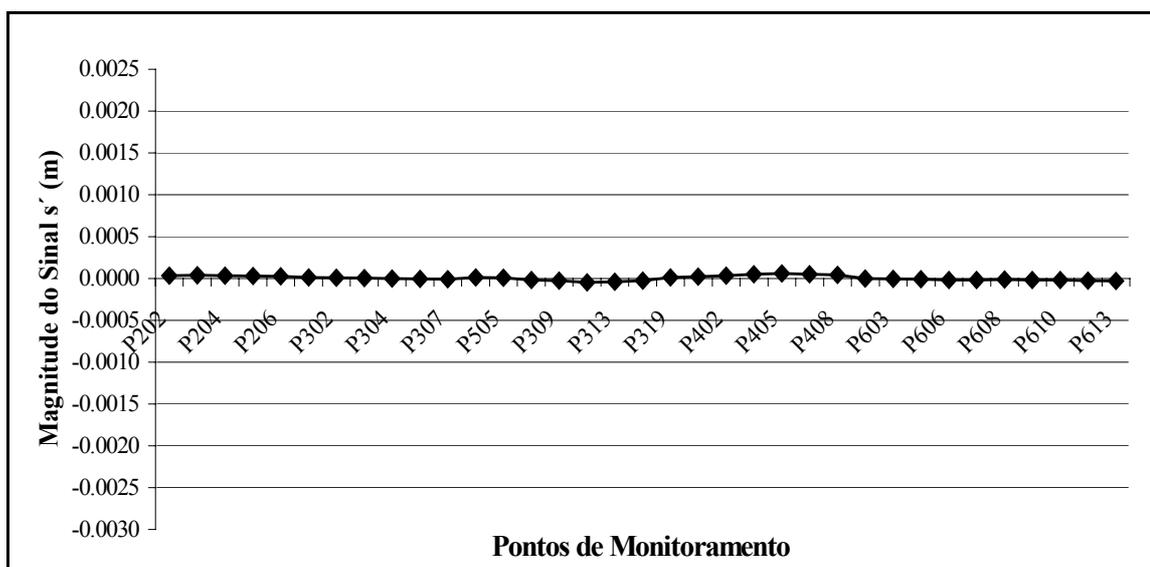
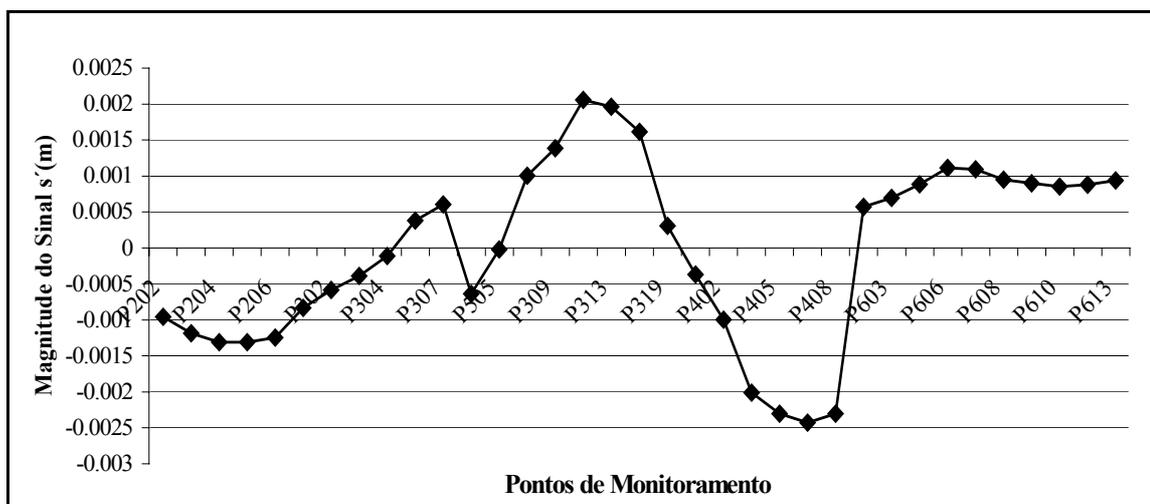
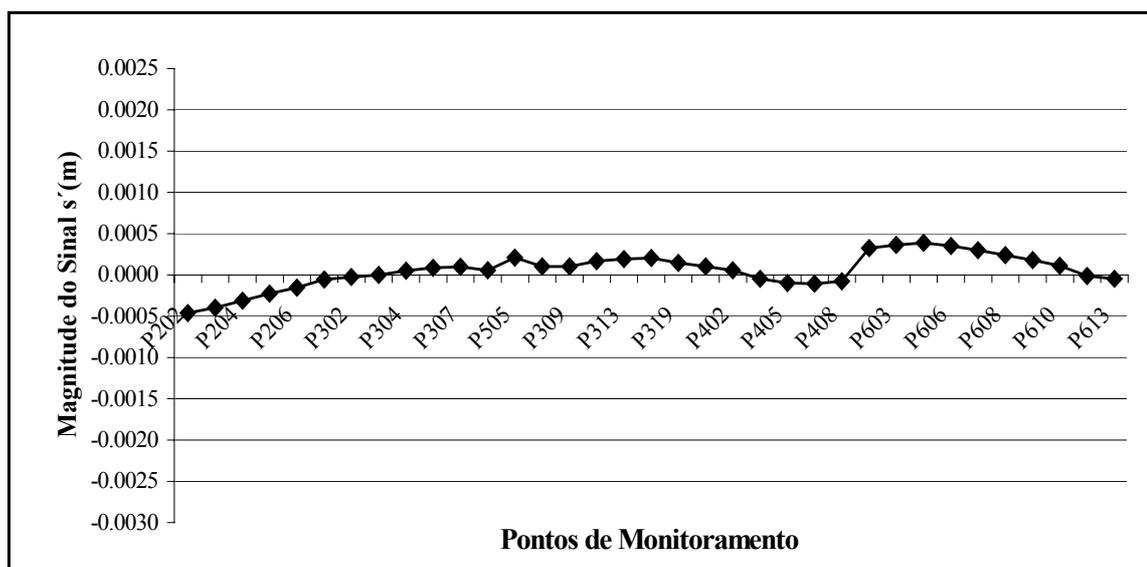
FIGURA 5.10 – COMPONENTE X DO SINAL  $s'$ FIGURA 5.11 – COMPONENTE Y DO SINAL  $s'$ 

FIGURA 5.12 – COMPONENTE Z DO SINAL  $s'$ 

Por meio das figuras 5.10, 5.11 e 5.12 pode-se observar que as maiores variações do sinal  $s'$  foram as da componente Y. No entanto, as componentes X e Z do sinal  $s'$  obtiveram um comportamento mais uniforme, haja visto, suas magnitudes reduzidas.

O ruído  $n$  constitui os erros das observações, que no caso deste trabalho são os deslocamentos dos pontos de monitoramento, o qual foi estimado pela equação (3.51), e sua respectiva MVC pela equação (3.57). As figuras 5.13, 5.14 e 5.15 mostram os ruídos com relação as componentes X, Y e Z, respectivamente.

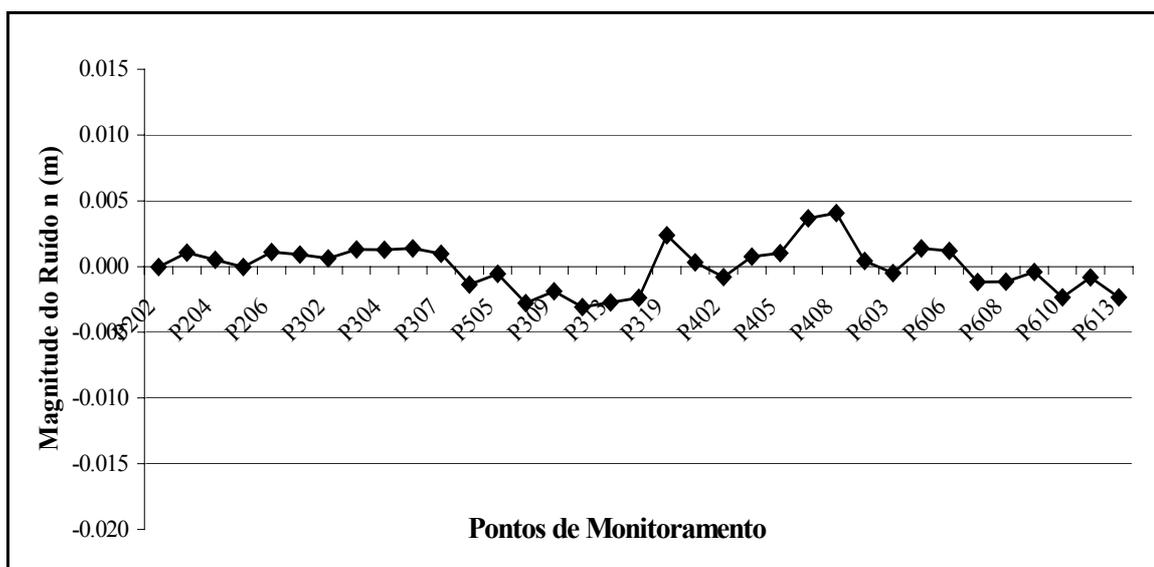
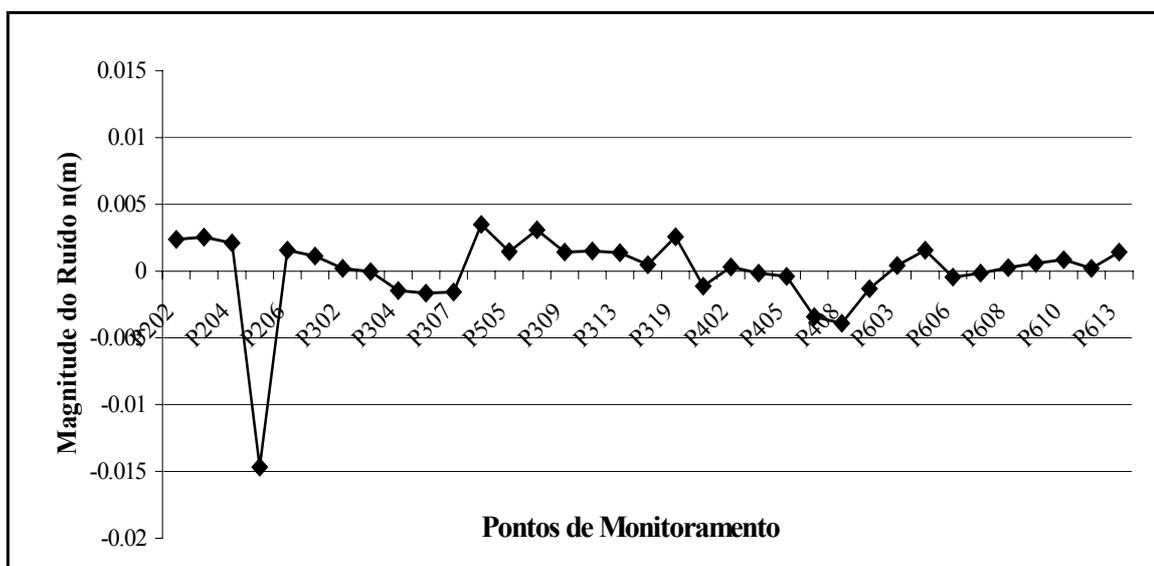
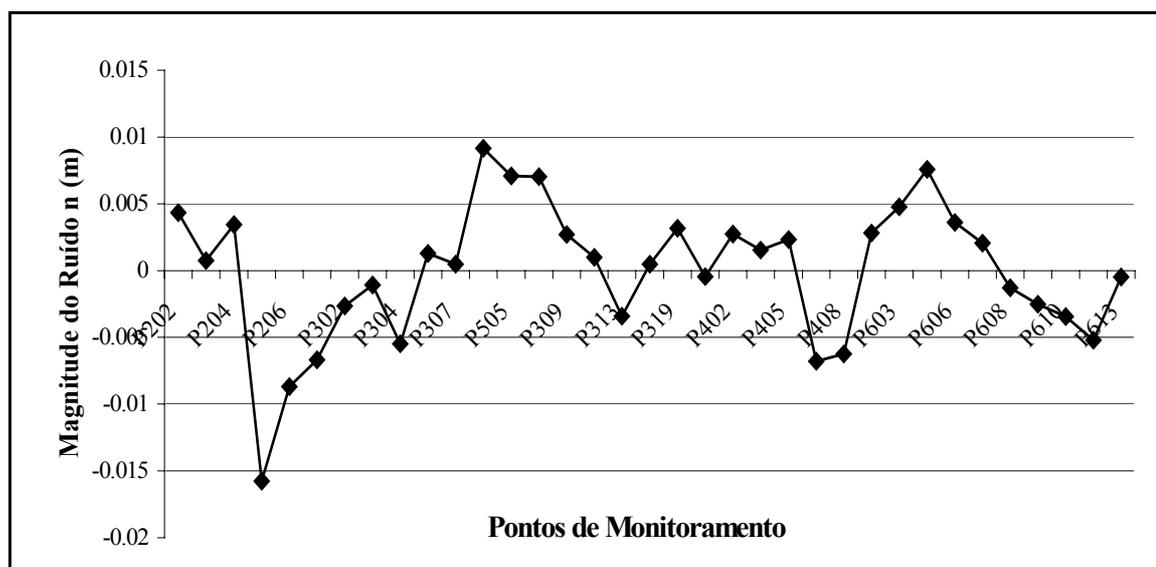
FIGURA 5.13 – COMPONENTE X DO RUÍDO  $n$ FIGURA 5.14 – COMPONENTE Y DO RUÍDO  $n$ 

FIGURA 5.15 – COMPONENTE Z DO RUÍDO  $n$ 

Observa-se pelas figuras 5.13, 5.14 e 5.15 que os ruídos de maiores magnitudes são aqueles provenientes da componente Z. Verifica-se também um comportamento completamente aleatório do ruído  $n$ .

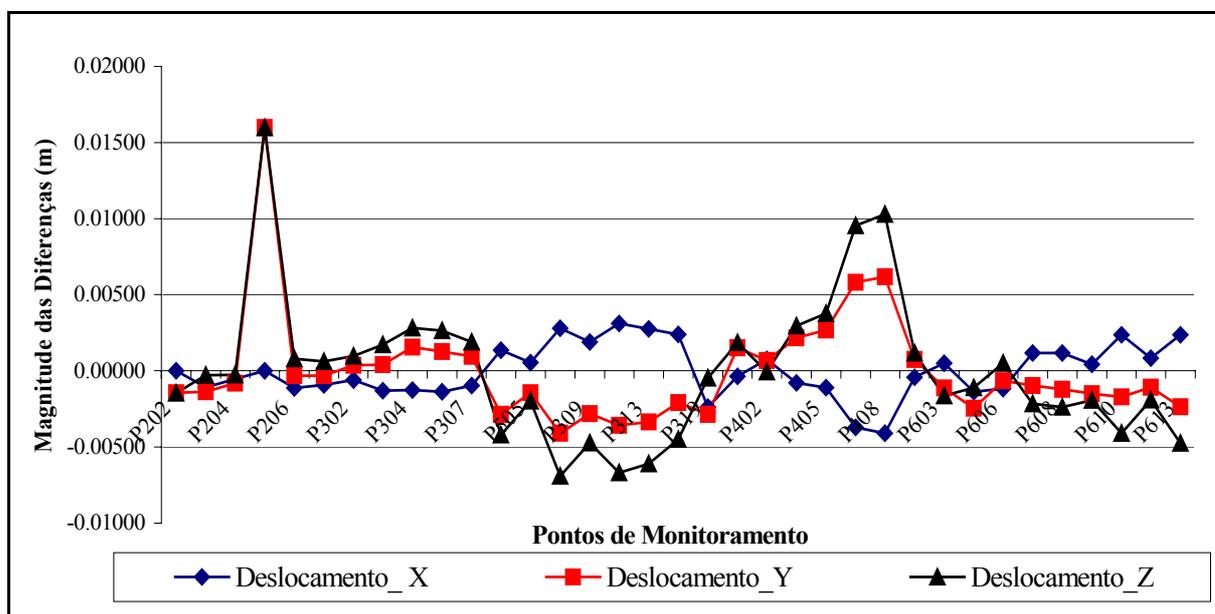
Estes ruídos, que constituem os erros contidos nas observações, podem ser removidos das mesmas, ou seja, dos deslocamentos, de modo a se ter deslocamentos isentos da influência de erros observacionais. Este processo é denominado de filtragem. A tabela 5.11 mostra os deslocamentos filtrados do ruído  $n$ .

TABELA 5.11 – DESLOCAMENTOS FILTRADOS DO RUÍDO n

Estação	X (m)	Y (m)	Z (m)
P202	-0,00551	0,00964	-0,00983
P203	-0,00542	0,00947	-0,00964
P204	-0,00526	0,00911	-0,00968
P205	-0,00510	0,00871	-0,00979
P206	-0,00498	0,00842	-0,00985
P301	-0,00468	0,00761	-0,01042
P302	-0,00459	0,00732	-0,01068
P303	-0,00450	0,00708	-0,01087
P304	-0,00434	0,00664	-0,01114
P306	-0,00413	0,00604	-0,01173
P307	-0,00404	0,00575	-0,01201
P308	-0,00455	0,00736	-0,01020
P309	-0,00424	0,00664	-0,01021
P312	-0,00401	0,00560	-0,01238
P313	-0,00401	0,00551	-0,01270
P315	-0,00382	0,00487	-0,01363
P319	-0,00366	0,00445	-0,01383
P401	-0,00340	0,00380	-0,01413
P402	-0,00301	0,00287	-0,01428
P404	-0,00295	0,00279	-0,01404
P405	-0,00286	0,00261	-0,01391
P407	-0,00271	0,00234	-0,01361
P408	-0,00261	0,00211	-0,01357
P502	-0,00268	0,00237	-0,01320
P505	-0,00280	0,00271	-0,01291
P602	-0,00407	0,00636	-0,00975
P603	-0,00411	0,00652	-0,00945
P604	-0,00403	0,00636	-0,00935
P606	-0,00374	0,00566	-0,00953
P607	-0,00359	0,00526	-0,00976
P608	-0,00347	0,00492	-0,01004
P609	-0,00333	0,00459	-0,01012
P610	-0,00318	0,00421	-0,01023
P612	-0,00294	0,00367	-0,01023
P613	-0,00288	0,00356	-0,01012

Os deslocamentos contidos na tabela 5.11 estão filtrados do ruído  $n$ , mas contém a influência do sinal  $s'$ , que como já mencionado anteriormente  $s'$  representa o efeito conjunto de diferentes influências. Uma análise importante é feita quando se compara a tabela 5.11 com a tabela 4.34, em que se observa que os deslocamentos de alguns pontos de monitoramento tiveram suas magnitudes modificadas de forma significativa. Como exemplo tem-se o deslocamento na direção do eixo Y do ponto P205. O deslocamento original é de 0,0247m (tabela 4.34) e o deslocamento filtrado do ruído  $n$  é de 0,00871m (tabela 5.11), tendo-se uma diferença de 1,60cm. Este fenômeno é explicado pelo fato de haver ruído de magnitude elevada em alguns pontos, como pode ser visto por meio das figuras 5.13, 5.14 e 5.15. A figura 5.16 mostra as diferenças existentes entre os deslocamentos originais e os filtrados pelo ruído  $n$ , para as componentes X, Y e Z.

FIGURA 5.16 – DIFERENÇAS EXISTENTES ENTRE OS DESLOCAMENTOS ORIGINAIS E OS FILTRADOS PELO RUÍDO  $n$



Verifica-se por meio da figura 5.16 que as maiores diferenças foram a dos deslocamentos na direção do eixo Z, enquanto as menores foram a dos deslocamentos na direção do eixo X. No ponto P205 as diferenças foram praticamente semelhantes para as componentes Y e Z, enquanto que para a componente X, a diferença foi

praticamente nula. Correlacionado-se as figuras 5.13, 5.14 e 5.15 com a figura 5.16, observa-se que as maiores diferenças são explicadas pela presença de ruídos elevados, como já mencionado anteriormente.

### 5.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Nesta etapa serão mostradas algumas diferenças entre os resultados obtidos pela função polinomial e os obtidos pela Colocação. Devido ao fato da função polinomial estimar um conjunto de parâmetros de deformação em cada um dos pontos de monitoramento, e a Colocação estimar apenas um conjunto de parâmetros para toda a região (hipótese de um campo de deformação homogêneo), optou-se em realizar a análise dos resultados de ambas as metodologias com seus parâmetros de deformação rotacionados para o Sistema Geodésico Local (SGL). Tal consideração permite não somente analisar os parâmetros num único sistema de referência, como também propicia um conjunto de parâmetros de deformação para cada um dos pontos de monitoramento, no que diz respeito à solução por Colocação.

Deste modo, utilizando-se a equação (3.111) rotacionou o tensor de deformação não translacional de segunda ordem, referido ao SIRGAS época 1995,40, para o SGL, com relação às duas soluções – função polinomial e Colocação. Esta tarefa foi realizada pela rotina LOCAL (APÊNDICE 2), que além de efetuar esta rotação, calcula também os valores e vetores próprios, bem como, os semi-eixos e a orientação de cada uma das elipses da deformação simétrica. Estes resultados podem ser vistos por meio das tabelas 5.12, 5.13 e 5.14.

TABELA 5.12 – DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS ESTIMADAS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL E PELA COLOCAÇÃO NO SGL

Estação	Função Polinomial			Colocação		
	$\varepsilon'_x$	$\varepsilon'_y$	$\varepsilon'_z$	$\varepsilon'_x$	$\varepsilon'_y$	$\varepsilon'_z$
P202	2,4693E-06	4,1647E-07	-6,8763E-06	2,3929E-07	1,1721E-07	-7,5578E-09
P203	2,1356E-06	4,2003E-07	-7,6803E-06	2,3928E-07	1,1722E-07	-7,5635E-09
P204	1,8036E-06	4,4222E-07	-8,0251E-06	2,3928E-07	1,1725E-07	-7,5943E-09
P205	1,4560E-06	4,6004E-07	-8,3039E-06	2,3928E-07	1,1728E-07	-7,6284E-09
P206	1,2038E-06	4,6945E-07	-8,6333E-06	2,3927E-07	1,1730E-07	-7,6510E-09
P301	5,8720E-07	4,8584E-07	-8,3685E-06	2,3928E-07	1,1735E-07	-7,7246E-09
P302	2,7146E-07	4,8013E-07	-8,2134E-06	2,3929E-07	1,1736E-07	-7,7567E-09
P303	5,8655E-08	4,7775E-07	-8,0825E-06	2,3929E-07	1,1738E-07	-7,7806E-09
P304	-1,7684E-07	4,8785E-07	-7,7773E-06	2,3929E-07	1,1741E-07	-7,8188E-09
P306	-3,9740E-07	4,9967E-07	-6,6203E-06	2,3930E-07	1,1744E-07	-7,8797E-09
P307	-4,1810E-07	5,1032E-07	-5,9562E-06	2,3931E-07	1,1746E-07	-7,9081E-09
P308	2,7302E-07	4,7854E-07	-9,4728E-06	2,3927E-07	1,1737E-07	-7,7389E-09
P309	-6,2224E-08	5,0379E-07	-1,0221E-05	2,3926E-07	1,1742E-07	-7,7943E-09
P312	-1,3127E-07	5,2394E-07	-4,8326E-06	2,3932E-07	1,1746E-07	-7,9280E-09
P313	3,3076E-07	5,4252E-07	-3,7070E-06	2,3933E-07	1,1746E-07	-7,9425E-09
P315	1,8964E-06	6,3459E-07	-3,6472E-07	2,3935E-07	1,1749E-07	-8,0149E-09
P319	2,0566E-06	6,9321E-07	4,4520E-07	2,3935E-07	1,1752E-07	-8,0519E-09
P401	2,2014E-06	7,8271E-07	1,6287E-06	2,3935E-07	1,1756E-07	-8,1085E-09
P402	1,3099E-06	9,0095E-07	2,1218E-06	2,3934E-07	1,1763E-07	-8,1838E-09
P404	6,1821E-07	9,1057E-07	1,2031E-06	2,3933E-07	1,1764E-07	-8,1834E-09
P405	2,8575E-07	9,5805E-07	8,9563E-07	2,3932E-07	1,1765E-07	-8,1934E-09
P407	-1,8619E-07	1,0643E-06	2,6483E-07	2,3931E-07	1,1768E-07	-8,2075E-09
P408	-1,7763E-07	1,1622E-06	5,4198E-07	2,3930E-07	1,1770E-07	-8,2226E-09
P502	-3,4959E-07	1,1361E-06	-6,3370E-07	2,3929E-07	1,1769E-07	-8,1963E-09
P505	-4,1270E-07	1,0652E-06	-1,6960E-06	2,3929E-07	1,1767E-07	-8,1629E-09
P602	4,5002E-07	5,9728E-07	-1,0603E-05	2,3924E-07	1,1745E-07	-7,8061E-09
P603	7,5768E-07	6,1042E-07	-1,0953E-05	2,3923E-07	1,1744E-07	-7,7858E-09
P604	8,9327E-07	6,4298E-07	-1,1128E-05	2,3922E-07	1,1746E-07	-7,7953E-09
P606	8,6855E-07	7,5152E-07	-1,0614E-05	2,3922E-07	1,1751E-07	-7,8539E-09
P607	7,6745E-07	8,0851E-07	-1,0118E-05	2,3922E-07	1,1753E-07	-7,8876E-09
P608	5,6473E-07	8,4540E-07	-9,5914E-06	2,3922E-07	1,1755E-07	-7,9214E-09
P609	6,0895E-07	9,3586E-07	-9,0136E-06	2,3922E-07	1,1758E-07	-7,9500E-09
P610	6,7281E-07	1,0402E-06	-8,4299E-06	2,3922E-07	1,1760E-07	-7,9784E-09
P612	9,3951E-07	1,2828E-06	-7,4099E-06	2,3921E-07	1,1764E-07	-8,0203E-09
P613	1,1010E-06	1,3762E-06	-7,2329E-06	2,3921E-07	1,1765E-07	-8,0284E-09

TABELA 5.13 – CISALHAMENTO SIMPLES ESTIMADOS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL E PELA COLOCAÇÃO NO SGL

Estação	Função Polinomial			Colocação		
	$\gamma'_{xy}$	$\gamma'_{xz}$	$\gamma'_{yz}$	$\gamma'_{xy}$	$\gamma'_{xz}$	$\gamma'_{yz}$
P202	-2,9071E-07	2,4875E-06	-1,0611E-06	-5,6071E-09	-5,5865E-08	-1,5012E-07
P203	-2,9790E-07	3,4994E-06	-1,0325E-06	-5,6313E-09	-5,5874E-08	-1,5016E-07
P204	-3,8054E-07	4,1011E-06	-9,5635E-07	-5,6345E-09	-5,5891E-08	-1,5019E-07
P205	-4,8852E-07	4,6429E-06	-8,6549E-07	-5,6322E-09	-5,5909E-08	-1,5021E-07
P206	-5,7609E-07	5,1849E-06	-8,0419E-07	-5,6356E-09	-5,5922E-08	-1,5024E-07
P301	-7,7878E-07	5,3189E-06	-6,5278E-07	-5,6015E-09	-5,5954E-08	-1,5025E-07
P302	-8,6128E-07	5,3294E-06	-5,7843E-07	-5,5821E-09	-5,5966E-08	-1,5024E-07
P303	-9,1378E-07	5,3288E-06	-5,4219E-07	-5,5700E-09	-5,5976E-08	-1,5024E-07
P304	-9,6304E-07	5,2339E-06	-5,4753E-07	-5,5564E-09	-5,5994E-08	-1,5026E-07
P306	-9,1057E-07	4,2610E-06	-6,1953E-07	-5,5156E-09	-5,6016E-08	-1,5024E-07
P307	-8,4170E-07	3,6603E-06	-6,9140E-07	-5,4961E-09	-5,6027E-08	-1,5024E-07
P308	-9,6146E-07	6,7696E-06	-5,5524E-07	-5,6268E-09	-5,5968E-08	-1,5030E-07
P309	-1,2934E-06	8,1172E-06	-4,8313E-07	-5,6437E-09	-5,6002E-08	-1,5037E-07
P312	-6,8085E-07	2,4156E-06	-7,9899E-07	-5,4662E-09	-5,6030E-08	-1,5021E-07
P313	-5,1348E-07	1,1230E-06	-9,1765E-07	-5,4388E-09	-5,6031E-08	-1,5018E-07
P315	6,7278E-08	-2,4750E-06	-1,4302E-06	-5,3668E-09	-5,6052E-08	-1,5013E-07
P319	3,2900E-07	-3,1580E-06	-1,7017E-06	-5,3577E-09	-5,6070E-08	-1,5015E-07
P401	7,5197E-07	-4,1121E-06	-2,1324E-06	-5,3440E-09	-5,6097E-08	-1,5018E-07
P402	1,1718E-06	-3,8955E-06	-2,6716E-06	-5,3516E-09	-5,6140E-08	-1,5025E-07
P404	9,8374E-07	-2,6718E-06	-2,6209E-06	-5,3768E-09	-5,6146E-08	-1,5029E-07
P405	9,6327E-07	-2,1091E-06	-2,7248E-06	-5,3929E-09	-5,6156E-08	-1,5032E-07
P407	8,6060E-07	-1,0022E-06	-2,9147E-06	-5,4269E-09	-5,6172E-08	-1,5038E-07
P408	9,9634E-07	-1,0923E-06	-3,1709E-06	-5,4359E-09	-5,6182E-08	-1,5041E-07
P502	5,9798E-07	1,4176E-07	-2,9148E-06	-5,4638E-09	-5,6175E-08	-1,5043E-07
P505	2,4222E-07	1,0976E-06	-2,5814E-06	-5,4822E-09	-5,6162E-08	-1,5043E-07
P602	-1,4653E-06	8,8065E-06	-6,4831E-07	-5,6914E-09	-5,6021E-08	-1,5045E-07
P603	-1,4702E-06	9,1186E-06	-6,8583E-07	-5,7160E-09	-5,6016E-08	-1,5047E-07
P604	-1,5831E-06	9,4488E-06	-7,1644E-07	-5,7298E-09	-5,6025E-08	-1,5050E-07
P606	-1,7934E-06	9,3811E-06	-8,6342E-07	-5,7274E-09	-5,6056E-08	-1,5054E-07
P607	-1,8295E-06	9,0914E-06	-9,7303E-07	-5,7170E-09	-5,6072E-08	-1,5055E-07
P608	-1,8228E-06	8,7459E-06	-1,0660E-06	-5,6994E-09	-5,6086E-08	-1,5055E-07
P609	-1,8015E-06	8,3684E-06	-1,2663E-06	-5,6975E-09	-5,6101E-08	-1,5058E-07
P610	-1,7694E-06	8,0027E-06	-1,4954E-06	-5,6973E-09	-5,6116E-08	-1,5060E-07
P612	-1,6896E-06	7,3846E-06	-1,9943E-06	-5,7098E-09	-5,6143E-08	-1,5065E-07
P613	-1,7135E-06	7,3557E-06	-2,1529E-06	-5,7215E-09	-5,6150E-08	-1,5068E-07

TABELA 5.14 – ROTAÇÕES DIFERENCIAIS MÉDIAS ESTIMADAS PELA FUNÇÃO POLINOMIAL E PELA COLOCAÇÃO NO SGL

Estação	Função Polinomial			Colocação		
	$\omega'_x (")$	$\omega'_y (")$	$\omega'_z (")$	$\omega'_x (")$	$\omega'_y (")$	$\omega'_z (")$
P202	0,036645	0,58173	-0,44199	-0,01566	0,04822	-0,00534
P203	0,1435	0,68396	-0,50127	-0,01566	0,04822	-0,00534
P204	0,18833	0,72656	-0,54877	-0,01566	0,04822	-0,00534
P205	0,2234	0,75524	-0,59442	-0,01566	0,04822	-0,00534
P206	0,26704	0,79283	-0,63879	-0,01566	0,04822	-0,00534
P301	0,22909	0,74195	-0,66646	-0,01566	0,04822	-0,00535
P302	0,20585	0,70915	-0,66895	-0,01566	0,04822	-0,00535
P303	0,18919	0,68886	-0,67146	-0,01566	0,04822	-0,00536
P304	0,15817	0,66397	-0,67399	-0,01566	0,04822	-0,00536
P306	0,022829	0,55495	-0,60293	-0,01566	0,04822	-0,00536
P307	-0,052314	0,50022	-0,55632	-0,01566	0,04822	-0,00537
P308	0,37687	0,86505	-0,77959	-0,01566	0,04822	-0,00535
P309	0,49345	0,96526	-0,92206	-0,01566	0,04822	-0,00535
P312	-0,18909	0,39921	-0,45554	-0,01566	0,04822	-0,00537
P313	-0,32489	0,30299	-0,35364	-0,01567	0,04822	-0,00537
P315	-0,69113	0,079743	-0,069581	-0,01567	0,04822	-0,00538
P319	-0,75522	0,06717	-0,0097945	-0,01567	0,04822	-0,00538
P401	-0,84428	0,054681	0,085192	-0,01567	0,04822	-0,00538
P402	-0,82455	0,13452	0,10952	-0,01567	0,04822	-0,00539
P404	-0,7088	0,21785	0,0051953	-0,01567	0,04822	-0,00539
P405	-0,65296	0,27539	-0,041282	-0,01566	0,04822	-0,00539
P407	-0,54274	0,38894	-0,14039	-0,01566	0,04822	-0,00539
P408	-0,54814	0,42068	-0,1287	-0,01566	0,04822	-0,00539
P502	-0,42669	0,48953	-0,26078	-0,01566	0,04822	-0,00538
P505	-0,33056	0,52821	-0,36496	-0,01566	0,04822	-0,00538
P602	0,57666	1,0845	-1,0291	-0,01566	0,04822	-0,00535
P603	0,62598	1,1437	-1,0569	-0,01566	0,04822	-0,00535
P604	0,65917	1,1829	-1,1036	-0,01566	0,04822	-0,00535
P606	0,62353	1,1718	-1,1519	-0,01566	0,04822	-0,00535
P607	0,57664	1,1414	-1,1477	-0,01566	0,04822	-0,00535
P608	0,52381	1,0991	-1,1282	-0,01566	0,04822	-0,00536
P609	0,47406	1,0839	-1,1148	-0,01566	0,04822	-0,00536
P610	0,42641	1,0745	-1,100	-0,01566	0,04822	-0,00536
P612	0,34922	1,084	-1,0736	-0,01565	0,04822	-0,00536
P613	0,34328	1,1055	-1,0823	-0,01565	0,04822	-0,00536

Pode-se observar por meio das tabelas 5.12, 5.13 e 5.14 que a solução para os parâmetros de deformação são diferentes, empregando ambas as metodologias. No entanto, as diferenças foram bem acentuadas para a deformação específica ( $\epsilon'_z$ ), para os cisalhamentos simples ( $\gamma'_{xy}$  e  $\gamma'_{xz}$ ) e para as rotações diferenciais média ( $\omega'_x$ ,  $\omega'_y$  e  $\omega'_z$ ). Provavelmente, estas diferenças são devidas a dois fatores:

1. Formulação do problema: a) a função polinomial considera que as deformações ao longo do corpo, ou região de estudo, são distintas, estimando assim um conjunto de parâmetros de deformação para cada ponto de monitoramento; b) a Colocação considera a região de estudo como um corpo rígido, na qual é formulada a hipótese de um campo de deformação homogêneo e infinitesimal. Deste modo, é estimado apenas um conjunto de parâmetros de deformação, o qual representa toda a região investigada. Mesmo quando este conjunto de parâmetros é rotacionado para o SGL em cada um dos pontos de monitoramento, devido ao fato da estrutura monitorada ser de âmbito puramente local, a magnitude destes parâmetros praticamente não se altera, como pode ser visto pelas tabelas 5.12, 5.13 e 5.14.
2. Modelo matemático da Colocação: mesmo que no processo de estimação fosse utilizada uma mesma formulação do problema para ambas as metodologias empregadas neste trabalho, como por exemplo, a consideração da região de estudo como um corpo rígido, as soluções para os parâmetros de deformação seriam distintas devido à correlação do sinal  $s'$ , que por sua vez se propaga na MVC das observações como mostra a equação (3.32).

A significância destas diferenças pode ser testada estatisticamente a um determinado nível de confiança ( $1 - \alpha$ ). Este teste será visto na próxima seção.

### 5.3.1 Análise Estatística da Diferença Existente entre as Duas Soluções

O teste para a diferença entre duas médias populacionais  $\mu_1$  e  $\mu_2$  – para o caso de dados emparelhados – é baseado na distribuição t de Student, e tem como objetivo verificar se a diferença existente entre as duas soluções é significativa. Deste modo, esta verificação é realizada para cada um dos nove parâmetros estimados, com o cálculo da estatística t, e considerando um nível de confiança  $(1-\alpha)$  de 95%. Detalhes a respeito deste teste podem ser vistos no APÊNDICE 3. O resultado deste teste para cada parâmetro de deformação estimado pode ser visto na tabela 5.15.

TABELA 5.15 – RESULTADO DO TESTE DA DIFERENÇA DAS SOLUÇÕES ENTRE A FUNÇÃO POLINOMIAL E A COLOCAÇÃO

Parâmetro	Estatística (t)	Intervalo ( $\alpha = 5\%$ ) $v = 34;  t  < 2,03$
$\varepsilon'_x$	3,27	Rejeita
$\varepsilon'_y$	13,07	Rejeita
$\varepsilon'_z$	7,91	Rejeita
$\gamma'_{xy}$	3,60	Rejeita
$\gamma'_{xz}$	5,30	Rejeita
$\gamma'_{yz}$	8,44	Rejeita
$\omega'_x$	0,48	Aceita
$\omega'_y$	10,42	Rejeita
$\omega'_z$	8,57	Rejeita

Verifica-se por meio da tabela 5.15 que oito dos nove parâmetros de deformação tiveram a hipótese nula rejeitada, sendo válida então a hipótese alternativa, ou seja, existe diferença significativa entre as duas soluções ao nível de significância de 5%. Somente a rotação diferencial  $\omega'_x$  teve a hipótese nula aceita, de forma que não existe diferença significativa entre as duas soluções para este

parâmetro. Os prováveis fatores de estas diferenças serem significativas encontram-se delineados na seção anterior.

Surge então um questionamento que é: qual das duas soluções está correta ou é a melhor?

Estatisticamente as duas soluções estão corretas, pois ambas passaram por testes estatísticos, nos quais obtiveram aprovação a um determinado nível de significância  $\alpha$ , como foi visto nas seções anteriores. As diferenças significativas existentes entre as duas soluções, são provenientes da formulação a priori do problema, como discutido na seção anterior, e não de erros de estimativa. No entanto, inferências devem ser feitas no que diz respeito aos modelos matemáticos envolvidos no processo de estimação destes parâmetros, bem como, com respeito aos dados originais utilizados.

Em primeiro lugar deve-se considerar a metodologia utilizada na formulação da matriz dos pesos na função polinomial. Tal matriz é formada pela adição da matriz dos pesos das observações das primeira e segunda campanha, ver equação (2.85). Este procedimento tornou os desvios padrão dos deslocamentos maiores que os próprios deslocamentos, conforme mostrado na tabela 4.34; enquanto que esta mesma matriz na Colocação é gerada por meio de uma função covariância, cujos desvios padrão em nenhum momento se tornam maiores que os próprios deslocamentos. No entanto, sabe-se que a matriz dos pesos não tem influência na estimação dos parâmetros, mas sim na precisão dos mesmos, haja visto que a MVC das observações contém importantes informações a respeito da geometria da rede.

As observações originais apresentam um conjunto de diferentes influências, tais como a inadequabilidade do modelo matemático, distorções locais da rede geodésica, efeitos não modelados da refração atmosférica nas observações GPS, entre outros efeitos oriundos deste sistema de posicionamento, que podem conduzir a erros de observação. Quando se leva em conta este conjunto de fatores, o modelo matemático utilizado é fator preponderante no que diz respeito à confiabilidade dos parâmetros estimados. Deste modo, o modelo matemático da função polinomial não contempla tais fatores, e a confiabilidade de seus resultados é conseguida pela adição

de testes estatísticos apropriados. Por outro lado, a Colocação por Mínimos Quadrados contempla todos estes efeitos em um mesmo modelo matemático, em que as influências mencionadas anteriormente são modeladas por meio do sinal  $s'$ , e o ruído  $n$  – que contém os erros de observação – são filtrados dos deslocamentos. Neste modelo matemático também é necessária a realização de testes estatísticos apropriados, para verificar, por exemplo, o desempenho do ajustamento. No entanto, a própria essência do modelo conduz a uma maior confiabilidade nos resultados.

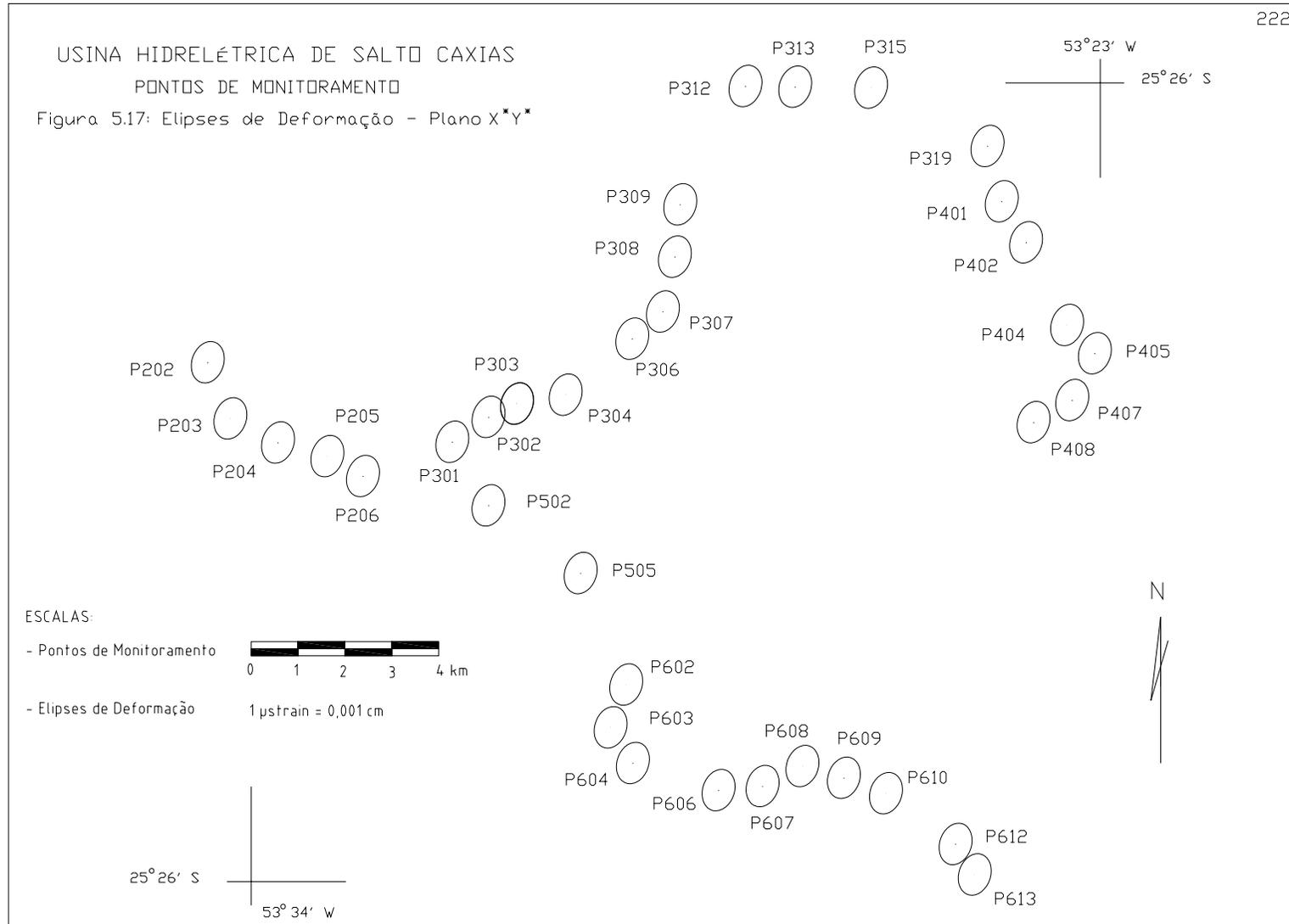
## 5.4 REPRESENTAÇÃO DOS PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO

Como visto anteriormente os 35 pontos de monitoramento sofreram deslocamentos, exceto a componente Y do ponto P402, conforme visto na tabela (4.34). Decorre destes deslocamentos que a estrutura monitorada sofre uma deformação generalizada composta de extensões, contrações e rotações diferenciais. As extensões e contrações sofridas pelos vértices da estrutura monitorada estão contidas no tensor de deformação simétrica, que podem ser representadas por meio de elipses de deformação. As rotações diferenciais estão contidas no tensor de deformação anti-simétrica, que podem ser representadas por meio de arcos de circunferência. Deste modo, a representação dos parâmetros de deformação será dividida em duas etapas: a primeira será a deformação simétrica, e depois a deformação anti-simétrica.

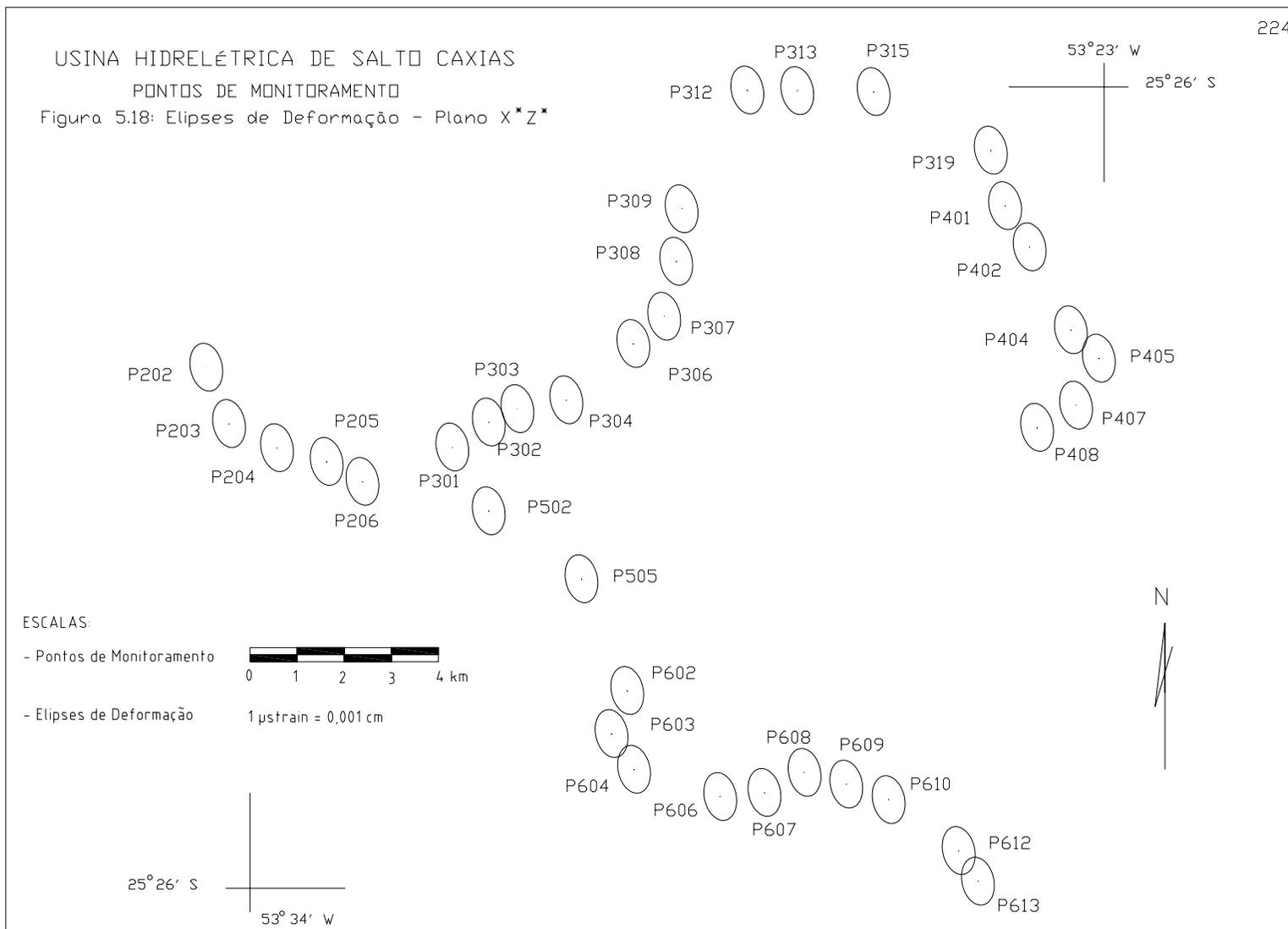
### 5.4.1 Deformação Simétrica

A representação da deformação simétrica será realizada por meio dos parâmetros de deformação estimados pela Colocação e rotacionados ao SGL, conforme visto nas tabelas 5.12 e 5.13. Cada ponto de monitoramento possui um tensor de deformação simétrica, que constitui uma matriz – cuja dimensão é  $3 \times 3$  –

análoga ao 1º termo do 2º membro da equação (2.53). Este tensor pode ser decomposto em valores próprios e vetores próprios por meio da equação (3.114), que constituem, respectivamente, o quadrado dos semi-eixos das elipses de deformação e sua respectiva orientação, segundo os planos  $X^*Y^*$ ,  $X^*Z^*$  e  $Y^*Z^*$  do SGL. A figura 5.17 mostra as elipses de deformação dos pontos de monitoramento com relação ao plano  $X^*Y^*$ .

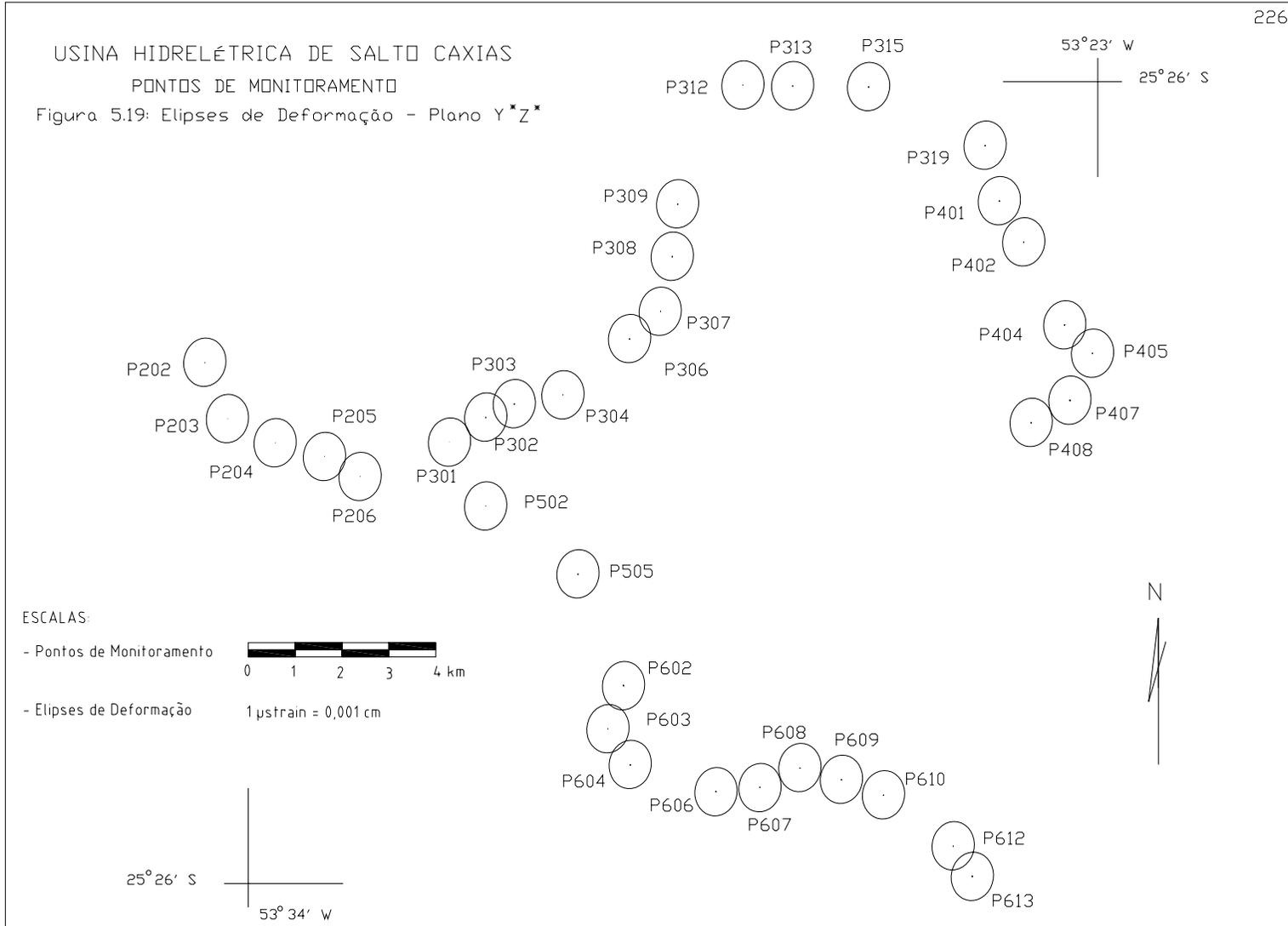


Verifica-se por meio da figura 5.17 que as elipses de deformação possuem praticamente as mesmas dimensões. Isto é causado pelo fato de possuírem praticamente os mesmos valores de deformação específica e cisalhamento simples, como pode ser visto pelas tabelas 5.12 e 5.13. A deformação se manifesta por contração no eixo  $X^*$  de todos os pontos de monitoramento, cujo valor médio é de 339,29  $\mu\text{strain}$ ; e de extensão no eixo  $Y^*$  com valor médio de 449,62  $\mu\text{strain}$ . É importante ressaltar, que os parâmetros de extensão e contração traduzem na verdade variações médias de escalas, positivas e negativas, respectivamente, em cada vértice analisado. Deste modo, há uma evidente diminuição de escala na direção do eixo  $X$ , e um aumento da mesma na direção do eixo  $Y^*$ . A figura 5.18 mostra a elipse de deformação dos pontos de monitoramento com relação ao plano  $X^*Z^*$ .



Semelhantemente à figura 5.17, Verifica-se por meio da figura 5.18 que as elipses de deformação possuem praticamente as mesmas dimensões, cujo fator causativo é o mesmo. A deformação se manifesta por contração no eixo  $X^*$  de todos os pontos de monitoramento, cujo valor médio é de 339,29  $\mu\text{strain}$ ; e de extensão no eixo  $Z^*$  com valor médio de 511,67  $\mu\text{strain}$ , sendo este, então, o maior valor em módulo da deformação simétrica. São válidas, aqui, as mesmas inferências para o eixo  $X^*$ , referente ao plano  $X^*Y^*$ , ou seja, há uma diminuição de escala na direção do eixo  $X^*$ , e um aumento da mesma na direção do eixo  $Y^*$ .

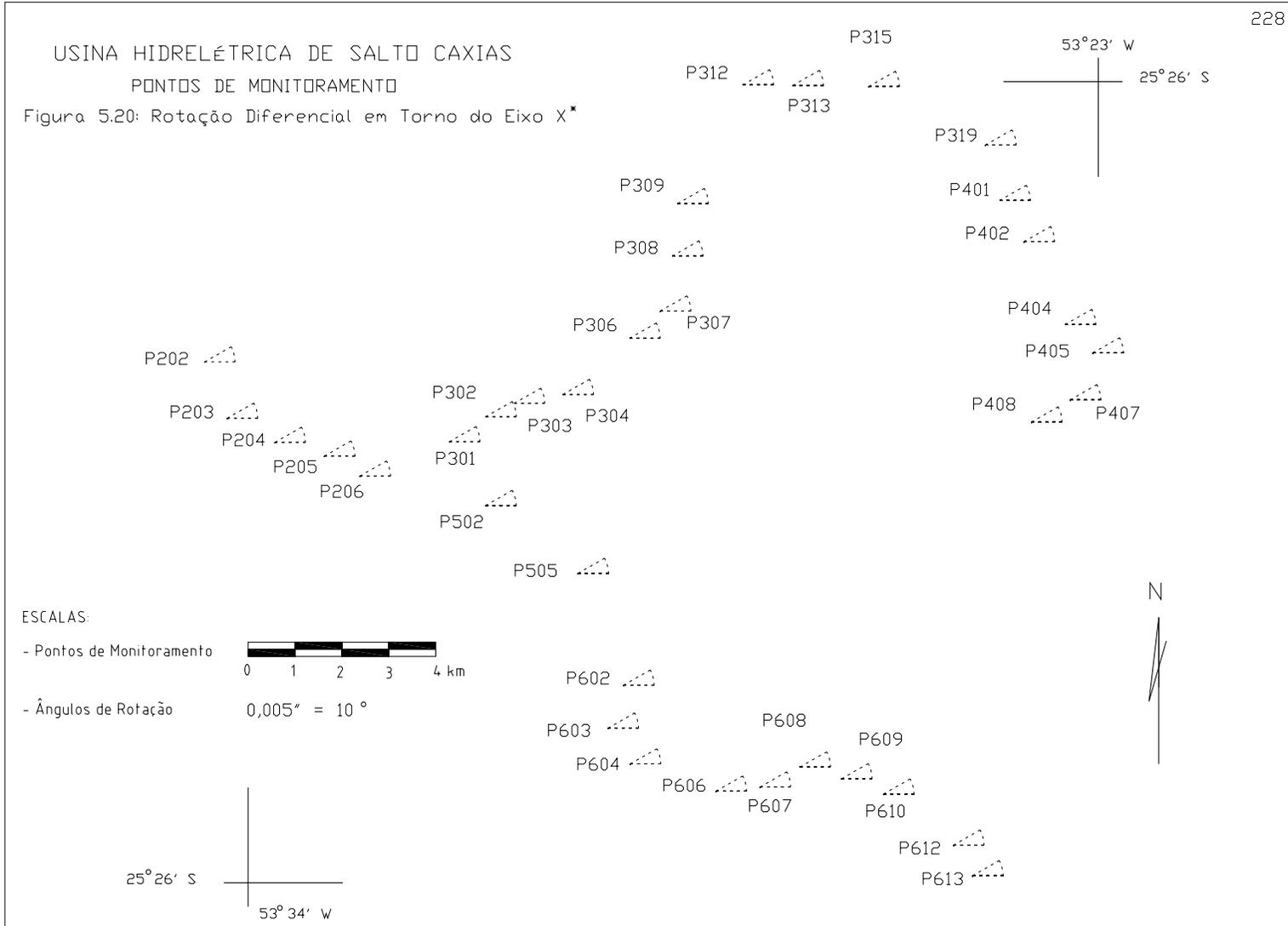
A figura 5.19 mostra a elipse de deformação dos pontos de monitoramento com relação ao plano  $Y^*Z^*$ .

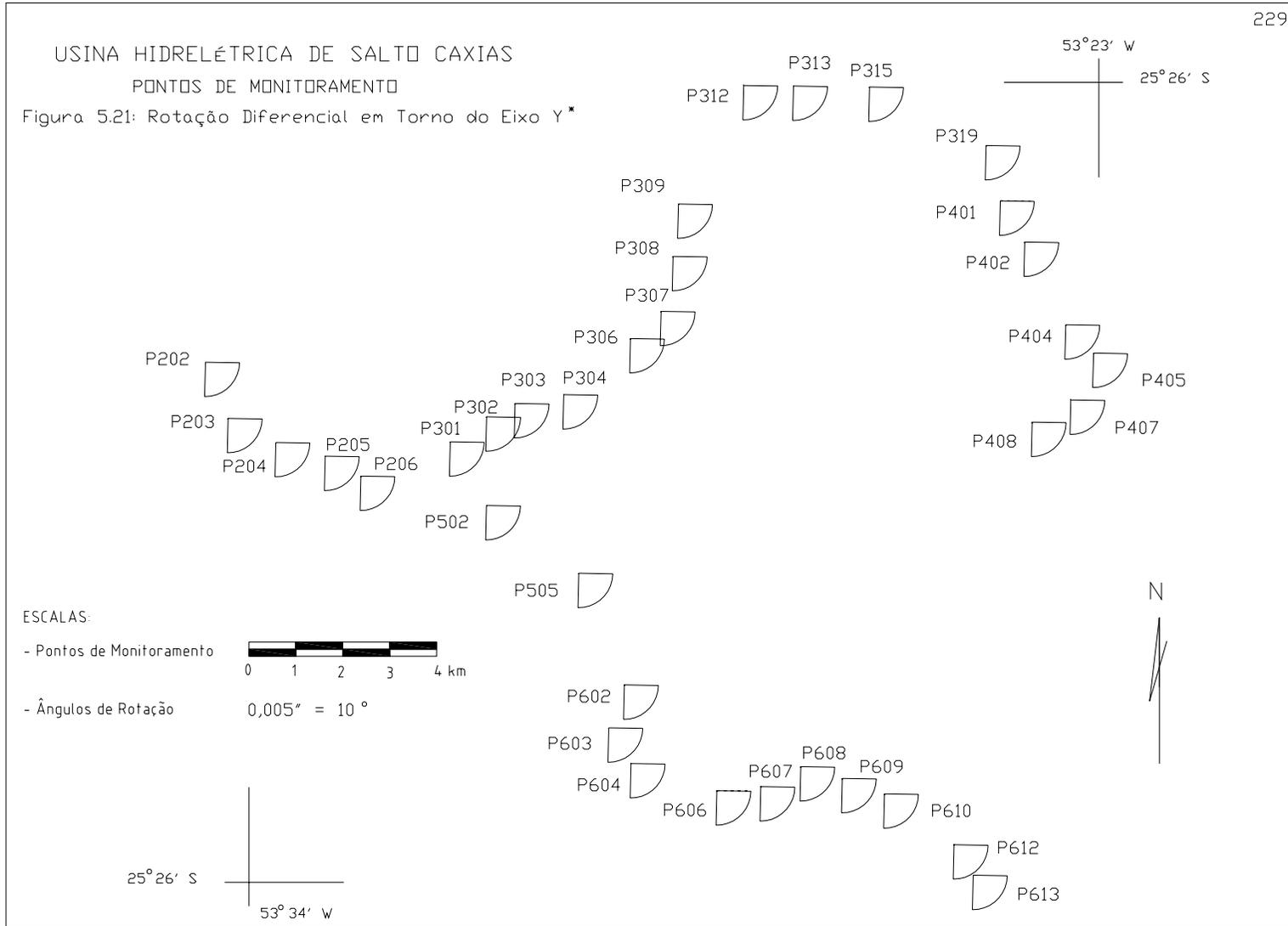


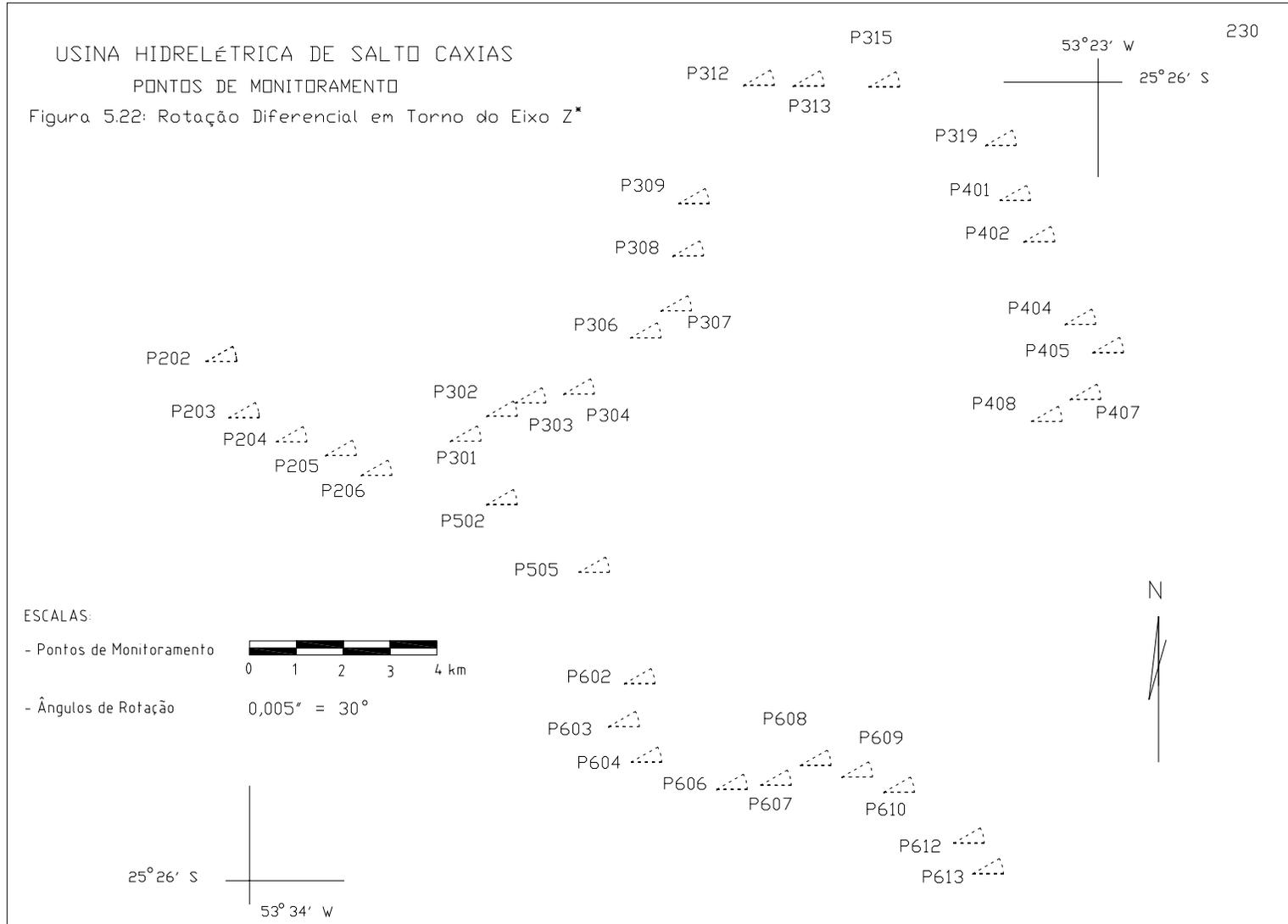
No plano  $Y^*Z^*$ , a deformação se manifesta por extensão tanto no eixo  $Y^*$  como no eixo  $Z^*$  de todos os pontos de monitoramento, cujo valor médio é de 449,62  $\mu\text{strain}$  e 511,67  $\mu\text{strain}$ , respectivamente. Por isso, há um evidente aumento de escala na direção de ambos os eixos. Salienta-se novamente que o  $\mu\text{strain}$  expressa as variações relativas de uma grandeza linear em unidades da sexta casa decimal, ou ainda, em partes por milhão ( $1 \mu\text{strain} = 1 \text{ p.p.m.}$ ).

#### 5.4.2 Deformação Anti-Simétrica

Os ângulos de rotação diferencial média foram plotados segundo os valores constantes na tabela 5.14. Estas rotações com respeito aos eixos  $X^*$ ,  $Y^*$  e  $Z^*$  podem ser vistas nas figuras 5.20, 5.21 e 5.22, respectivamente.







Pode-se observar por meio das figuras 5.20, 5.21 e 5.22 um predomínio de rotações anti-horárias em torno dos eixos  $X^*$  e  $Z^*$ , e de rotações horárias em torno do eixo  $Y^*$ . Verifica-se também que a ordem de grandeza das rotações em cada um dos pontos de monitoramento são praticamente iguais, segundo cada um dos eixos coordenados  $X^*$ ,  $Y^*$  e  $Z^*$ .

É importante mencionar que o comportamento apresentado pelos parâmetros de deformação, simétricos e anti-simétricos, segue padrões lógicos refletindo o efeito deformante, da mesma maneira que ele se apresenta. Deste modo, as variações de escala e orientação – os quais refletem as características de redes geodésicas, sempre que por algum motivo as coordenadas de seus vértices são modificadas – ficam evidenciadas pelos seus referidos parâmetros.

## 5.5 ANÁLISE DA INTERPOLAÇÃO

Os pontos de interpolação aqui utilizados são os mesmos pontos de monitoramento, os quais foram utilizados como teste, sendo retirado um ponto a cada etapa e testado individualmente possibilitando a utilização de um total de  $(n-1)$  pontos de monitoramento e 1 ponto de interpolação em cada estimativa, no que diz respeito a Colocação. Quanto à função polinomial, a interpolação foi feita simplesmente pela substituição das coordenadas dos pontos monitorados nas equações (5.1a), (5.1b) e (5.1c).

Inicia-se esta fase estimando o vetor dos sinais  $\mathbf{s}$ , pela equação (3.47), para os pontos de interpolação, o qual representa as correções feitas para a parte sistemática do modelo. As componentes  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  do vetor  $\mathbf{s}$  podem ser vistas por meio das figuras 5.23, 5.24 e 5.25, respectivamente.

FIGURA 5.23 – COMPONENTE X DO SINAL s

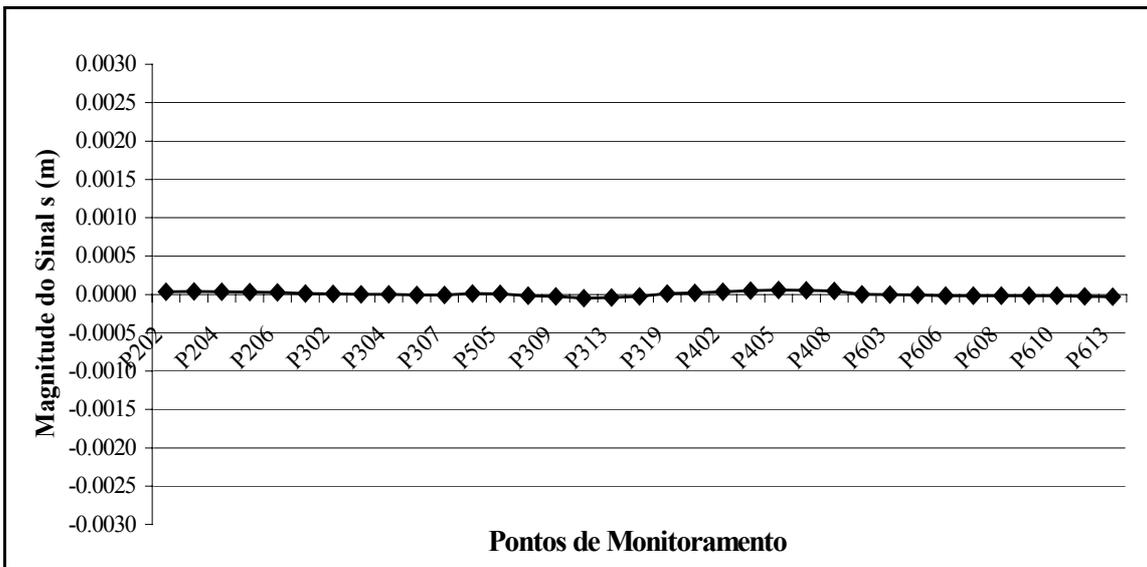


FIGURA 5.24 – COMPONENTE Y DO SINAL s

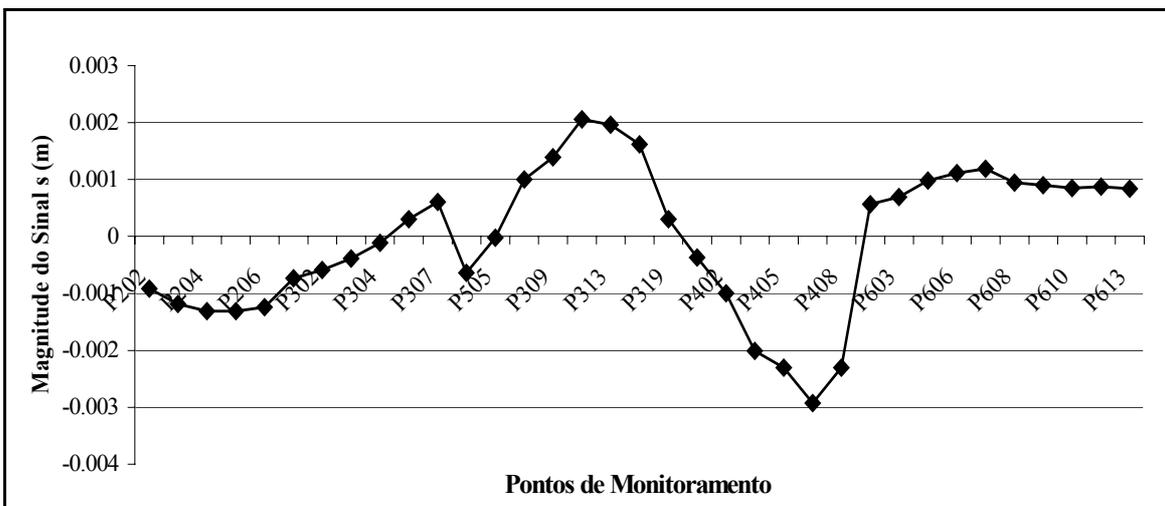
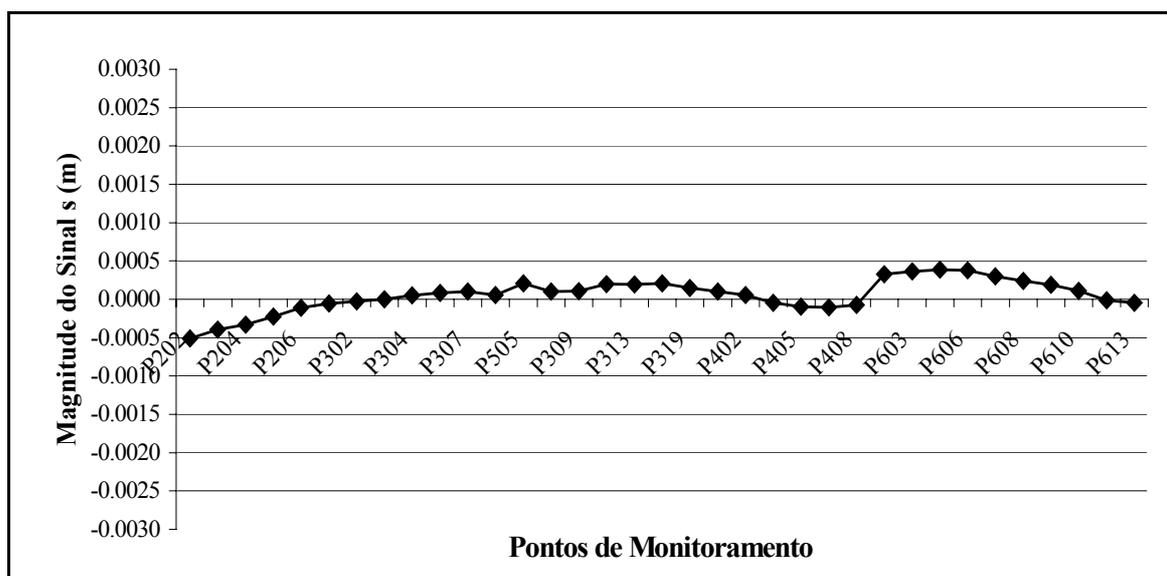


FIGURA 5.25 – COMPONENTE Z DO SINAL  $s$ 

Verifica-se por meio das figuras 5.23, 5.24 e 5.25 uma semelhança muito significativa com as figuras 5.10, 5.11 e 5.12, respectivamente. Um provável motivo gerador desta semelhança podem ser as próprias equações que dão origem aos vetores  $s$  e  $s'$ , ou seja, as equações (3.47) e (3.50), onde observa-se também uma semelhança entre as mesmas, sendo que o único termo que diferencia ambas é a matriz covariância cruzada entre o sinal  $s$  e as observações  $L_b$ , no caso do vetor  $s$ ; e no caso do vetor  $s'$ , este termo é a MVC do sinal  $s'$  nos pontos de observação.

Logo após estimou-se os deslocamentos nos pontos de interpolação por meio da equação (3.52) para a Colocação; e no caso da função polinomial os deslocamentos foram estimados pelas equações (5.1a), (5.1b) e (5.1c), como mencionado anteriormente. A análise do desempenho de ambas as estratégias no que se refere à interpolação, será feita pela diferença entre os deslocamentos conhecidos (ver tabela 4.34), e os deslocamentos estimados pelas referidas equações. Estas diferenças nos eixos X, Y e Z, podem ser vistas por meio das figuras 5.26, 5.27 e 5.28, respectivamente.

FIGURA 5.26 – DIFERENÇA X PARA COLOCAÇÃO E FUNÇÃO POLINOMIAL

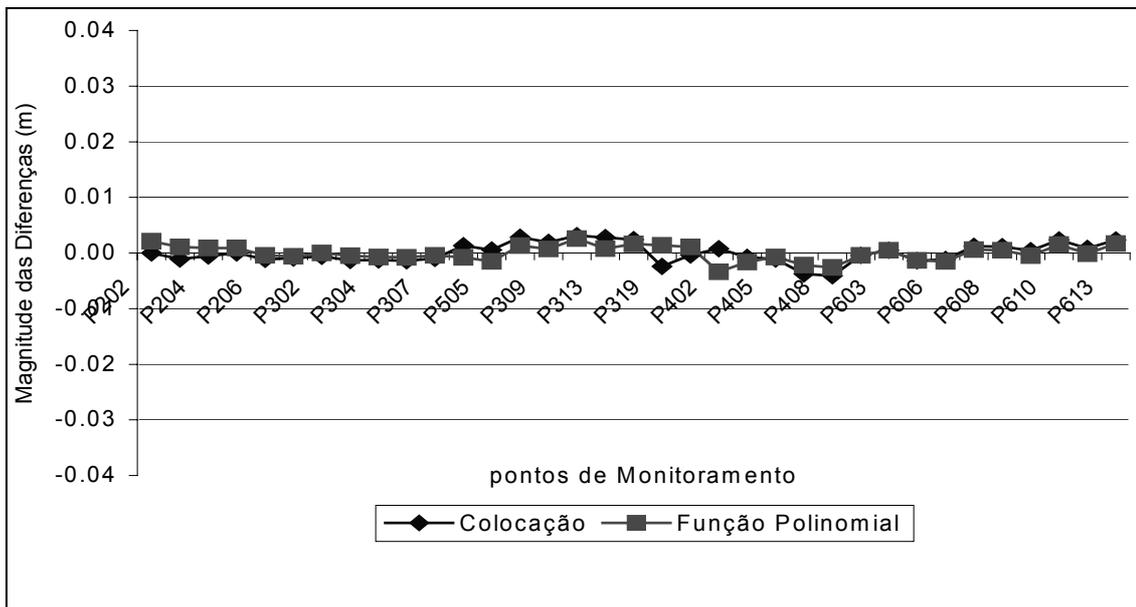


FIGURA 5.27 – DIFERENÇA Y PARA COLOCAÇÃO E FUNÇÃO POLINOMIAL

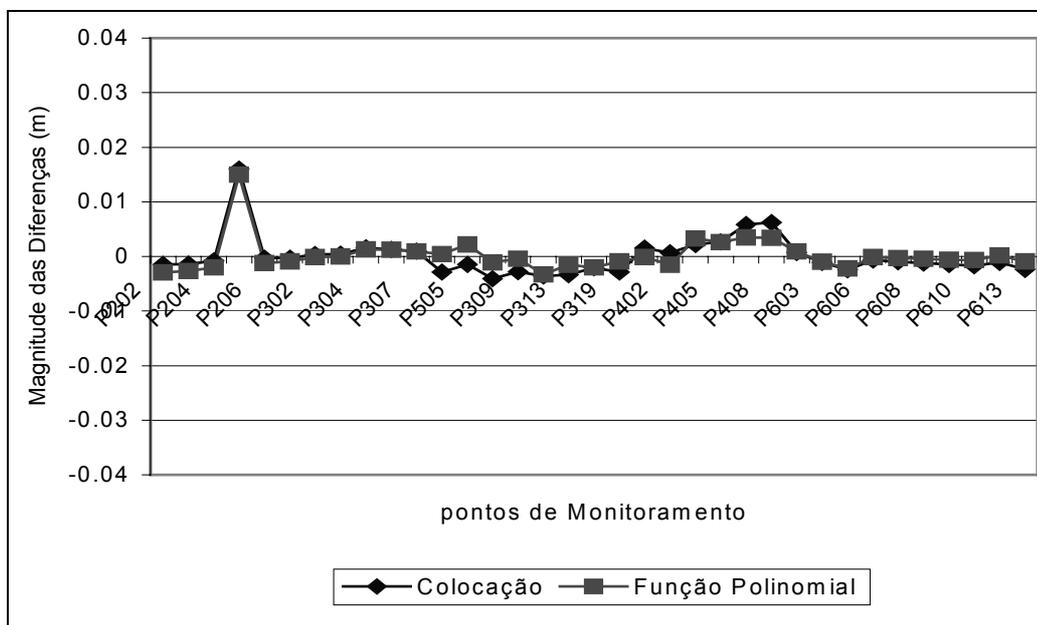
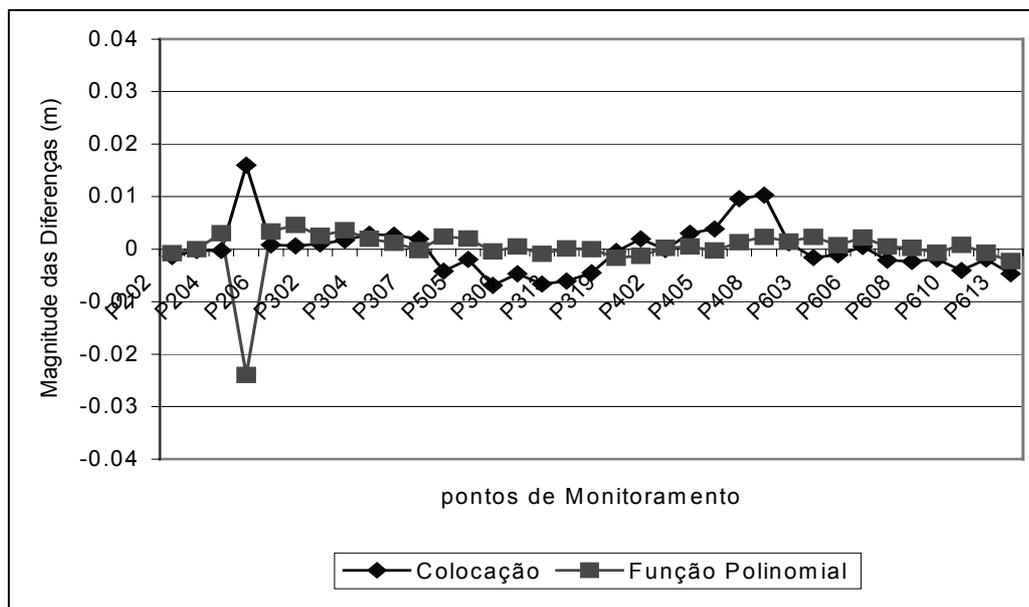


FIGURA 5.28 – DIFERENÇA Z PARA COLOCAÇÃO E FUNÇÃO POLINOMIAL



Observa-se pelas figuras 5.26, 5.27 e 5.28 que as maiores diferenças foram àquelas provenientes da Colocação. Teoricamente, os deslocamentos estimados pela função polinomial se aproximam mais dos deslocamentos de referência. No entanto, há de se considerar que no processo de predição de deslocamentos pela função polinomial, todo o procedimento se resume em um problema de interpolação comum, ou seja, sem se considerar o efeito sistemático. Ainda deve-se considerar o fato destes mesmos pontos terem participado do processo de estimativa dos coeficientes das funções deslocamentos – equações (5.1a), (5.1b) e (5.1c) – sendo as diferenças explicitas nas figuras 5.26, 5.27 e 5.28, os seus próprios resíduos, o que não ocorreu com Colocação, onde foi, como mencionado anteriormente, retirado um ponto a cada etapa e testado individualmente possibilitando a utilização de um total de  $(n-1)$  pontos de monitoramento e 1 ponto de interpolação em cada estimativa. Por outro lado, o procedimento de interpolação pela Colocação contempla o efeito sistemático presente nas observações, ver equação (3.52). Mesmo assim, as diferenças apresentadas pela colocação ficaram próximas ao nível do ruído.

## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 6.1 CONCLUSÕES

O objetivo desta pesquisa foi de proceder ao estudo sistemático de uma metodologia de análise geodésica de deformações da crosta em regiões de grandes barragens a partir de deslocamentos tridimensionais obtidos pelo Sistema de Posicionamento Global. Tal objetivo, conforme delineado no capítulo 1, no qual está inserido a principal contribuição deste trabalho, que é a utilização da Colocação por Mínimos Quadrados – associada à modelagem da função covariância – em sua incomum aplicação na estimação dos parâmetros de deformações da crosta em regiões de grandes barragens, foi atingido conforme os comentários e as sugestões a seguir.

Inicialmente, constatou-se que os desvios padrão das coordenadas das linhas de base processadas foram satisfatórios para ambas as campanhas realizadas. Isto está diretamente relacionado com o tempo de rastreio em cada estação, e com as estratégias adotadas no processamento dos dados, no programa científico Bernese, versão 4.2, de uso ainda restrito no país, referente ao estudo de movimentos da crosta. No entanto, verificou-se uma redução da precisão da maioria das coordenadas da 2<sup>a</sup> campanha com relação a 1<sup>a</sup> campanha, haja visto que foram utilizados os mesmos procedimentos e equipamentos. Um fator preponderante para a consecução dos objetivos delineados, foi o da utilização de testes estatísticos para detecção de erros e de deslocamentos dos PA e PC. Inicialmente, utilizou-se o teste global bilateral após os ajustamentos referentes às duas campanhas, para verificar a compatibilidade do fator de variância a priori com o fator de variância a posteriori, a um nível de confiança de 95%. Mesmo com a aprovação de todos os ajustamentos, verificou-se resíduos relativamente altos, os quais poderiam ter sido gerados pela presença de erros embutidos em suas correspondentes observações. Desta forma, com objetivo de detectar observações com tais resíduos, utilizou-se o teste data snooping, a um nível de significância de 0,83%. Entretanto, este teste não detectou nenhum erro significativo nas observações.

No que se refere às estatísticas empregadas na análise dos deslocamentos, o teste de sensibilidade mostrou-se eficaz na indicação de deslocamentos significativos. Em todas as 11 estações analisadas foram estimados deslocamentos. Detectou-se deslocamentos significativos em três estações, as quais foram consideradas estatisticamente instáveis. Nas outras oito estações, sendo três PA e cinco PC, os deslocamentos não foram significativos, sendo estatisticamente estáveis. Destaca-se aqui, a importância do teste de sensibilidade, pois, se o mesmo não fosse realizado, essas estações poderiam ser consideradas instáveis.

Selecionou-se como pontos de referência para o rastreamento dos pontos de monitoramento o PC207, PC318 e o PC611, os quais foram considerados estatisticamente estáveis. Deste modo, dos 46 pontos de monitoramento rastreados inicialmente, aproveitou-se somente 35 pontos no total, os quais apresentaram deslocamentos ao nível do centímetro, milímetro e sub-milímetro. Estes deslocamentos foram utilizados no processo de estimação dos parâmetros de deformação pela função polinomial e pela Colocação.

No entanto, verificou-se por meio do teste para a diferença entre duas médias populacionais  $\mu_1$  e  $\mu_2$ , que a solução para os parâmetros de deformação, empregando ambas as metodologias, possuem diferenças significativas. Mas estas diferenças são provenientes da formulação a priori do problema, e não de erros de estimativa, pois a função polinomial considera que as deformações ao longo do corpo, ou região de estudo, são distintas, estimando assim um conjunto de parâmetros de deformação para cada ponto de monitoramento; enquanto a Colocação considera a região de estudo como sendo um corpo rígido, na qual é formulada a hipótese de um campo de deformação homogêneo e infinitesimal. No entanto, tal hipótese foi aceita a um nível de significância de 5%.

O resultado da Colocação por Mínimos Quadrados depende essencialmente da função covariância utilizada. Por isso, inicialmente, buscou-se uma função que fosse capaz de representar o grau de dependência entre as variáveis envolvidas por meio de sua matriz variância-covariância. Observou-se, então, por meio das referências consultadas a respeito deste assunto, que a função covariância Gaussiana faria tal

representação de forma eficiente. Escolhida esta função procedeu-se a modelagem da mesma. Durante o processo de modelagem, foram estimados os coeficientes desta função por meio de um ajustamento pelo M.M.Q., utilizando-se para isto os deslocamentos dos pontos de monitoramento. Determinados os coeficientes da função covariância Gaussiana, estimou-se as covariâncias dos sinais  $s$  e  $s'$ , somente em função da distância entre dois pontos. Também, utilizando a mesma concepção, foi possível estimar a matriz covariância cruzada entre  $s$  e  $s'$ , a qual traduz a correlação entre o sinal  $s'$  nos pontos de observação e o sinal  $s$  nos pontos de cálculo. Os resultados obtidos com a modelagem da função covariância Gaussiana, nesta pesquisa, mostram que a mesma pode ser utilizada irrestritamente nos problemas que envolvem estimação de parâmetros de deformação a partir de deslocamentos tridimensionais. Esta conclusão deve-se ao fato desta função adequar-se apropriada e satisfatoriamente ao problema ora exposto.

Durante o processo de filtragem, na Colocação por Mínimos Quadrados, verificou-se diferenças muito acentuadas entre os deslocamentos originais, àqueles que foram utilizados como observações na fase de estimação dos parâmetros de deformação, e os deslocamentos cujo ruído  $n$  foi extraído. Estas diferenças foram mais significativas para os deslocamentos na direção do eixo Z. No entanto, houve uma diferença de 0,0160m para o deslocamento na direção do eixo Y no ponto P205. Constatou-se que estas diferenças significativas ocorreram pela presença de ruídos de magnitude elevada nos deslocamentos.

Após a remoção do ruído  $n$ , os deslocamentos podem ser considerados, teoricamente, como “sem erro”, que é equivalente a uma observação na qual seu erro foi extraído. Mesmo assim, estes deslocamentos contêm ainda a influência de uma outra parte aleatória da equação (3.4), ou seja, o sinal  $s'$ , que representa o efeito sistemático. No entanto, verificou-se um comportamento aproximadamente uniforme e de magnitude reduzida deste efeito, exceto para a componente Y.

Os deslocamentos apresentam um conjunto de diferentes influências, como por exemplo, os efeitos não modelados da refração atmosférica nas observações GPS e o efeito multicaminho, os quais podem conduzir a erros de observação. Quando se leva

em conta este conjunto de fatores, o modelo matemático utilizado é fator preponderante no que diz respeito à confiabilidade dos parâmetros estimados. Deste modo, o modelo matemático da função polinomial não contempla tais fatores, e a confiabilidade de seus resultados é conseguida pela adição de testes estatísticos apropriados. Por outro lado, a Colocação por Mínimos Quadrados contempla todas estas influências em um mesmo modelo matemático, em que o efeito sistemático é modelado por meio do sinal  $s'$ , e o ruído  $n$  – que contém os erros de observação – são filtrados dos deslocamentos. Neste modelo matemático também é necessário a realização de testes estatísticos apropriados, para verificar, por exemplo, o desempenho do ajustamento. No entanto, a própria essência do modelo conduz a uma confiabilidade maior nos resultados.

Deste modo, pelo exposto acima e com base nos resultados obtidos pela Colocação, juntamente com a modelagem da função covariância, conclui-se também que a aplicação deste método na estimação de parâmetros de deformação mostrou-se promissora, podendo ser utilizado amplamente em estudos de deformações, não somente da crosta em regiões de grandes barragens, mas de quaisquer estruturas, quer sejam naturais e/ou artificiais.

Quanto aos parâmetros de deformação estimados pela Colocação, verificou-se que os pontos de monitoramento sofreram uma variação de escala negativa na direção do eixo  $X^*$ , constituindo, assim, uma contração. Nos eixos  $Y^*$  e  $Z^*$ , a variação de escala foi positiva, que traduz em extensão na direção dos mesmos. No que diz respeito às rotações diferenciais, constatou-se um predomínio de rotações anti-horárias em torno dos eixos  $X^*$  e  $Z^*$ , e de rotações horárias em torno do eixo  $Y^*$ . Salienta-se então, que estas variações de escala e orientação – as quais refletem as características não somente de redes geodésicas, como também de qualquer estrutura monitorada, sempre que por algum motivo sua forma original é modificada – ficam evidenciadas pelos seus referidos parâmetros, os quais estão encerrados no tensor de deformação não translacional de segunda ordem ( $\mathbf{E}$ ).

## 6.2 RECOMENDAÇÕES

As recomendações para futuros trabalhos são as seguintes:

1. Conduzir um estudo envolvendo outras técnicas geodésicas (nivelamento geométrico, gravimetria, etc.) juntamente com outras áreas do conhecimento, como por exemplo, a geologia, no qual poder-se-á comprovar se os deslocamentos verificados neste trabalho são provenientes da construção da barragem seguida do enchimento de seu reservatório.
2. Implantar bases de centragem forçada, para que as antenas dos receptores GPS sejam posicionadas sobre os mesmos. Tal procedimento propiciará assim, uma confiabilidade muito maior nos resultados finais – coordenadas e deslocamentos – do que o procedimento atual, em que as antenas são acopladas em bases, que comumente não passam por retificações, sobre tripé.
3. Rastrear os pontos de monitoramento, utilizando-se o método estático rápido, com uma taxa de gravação de dados de 5 segundos, ao invés de 15 segundos como foi utilizado neste trabalho.
4. Estimar os parâmetros de deformação por Colocação integrando deslocamentos oriundos de naturezas distintas, como por exemplo, aqueles mencionados na primeira recomendação.
5. Modelar uma função covariância diversa daquela utilizada neste trabalho;
6. Modelar o campo local de deslocamentos e estimar os parâmetros de deformações decorrentes deste, pelo Método dos Elementos Finitos e comparar com os resultados obtidos pela Colocação; e
7. Finalmente, estudar uma forma de representação visual da deformação simétrica no espaço tridimensional, utilizando-se para tal propósito o seu elipsóide triaxial, para que não seja mais necessária a decomposição em elipses nos três planos correntes  $X^*Y^*$ ,  $X^*Z^*$  e  $Y^*Z^*$ .

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, T. W. (1963): Asymptotic Theory for Principal Component Analysis. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 34, p. 122-148.

ANDERSON, R. C.; DAVENPORT, J. A.; JEKELI, C. (2000): Determination of Gravity Data Spacing Required For Inercial Navigation. **Navigation**, vol. 47, N° 1, pp. 1 a 6.

ANDERSON, J. M.; MIKHAIL, E. M. (1998): **Surveying: Theory and Practice**. WCB/McGraw-Hill. Seventh edition.

AINDRIOTTI, J. L. S. (1997): Análise de Componentes Principais: Fundamentos de uma Técnica de Análise de Dados Multivariada Aplicável a Dados Geológicos. **Acta Geológica Leopoldinense**, São Leopoldo, v. 20, n° 44, p. 27-50.

ARGESEANUT, V. (1986): Three Dimensional Adjustment of a Terrestrial Geodetic Network – A Collocation Solution. Department of Civil Engineering and Surveying, the University of Newcastle. **Australian Journal of Geodesy, Photogrammetry and Surveying**, N° 44, pp. 1-37.

ASHTECH Z-12<sup>TM</sup> GPS Receiver. **Operating Manual**. May 1994.

BARNES, J.; RIZOS, C.; WANG, J.; MENG, X.; COSSER, E.; DODSON, A. H.; ROBERTS, G. W. (2003): The Monitoring of Bridge Movements Using GPS and Pseudolites. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 9p.

BEUTLER, G.; BOCK, H.; BROCKMANN, E.; DACH, R.; FRIDEZ, P.; GURTNER, W.; HUGENTOBLER, D.; JOHNSON, J.; MEINDL, M.; MERVART, L.; ROTACHER, M.; SCHAER, S.; SPRINGER, T.; WEBER, R. (2001): **Bernese GPS Software – Version 4.2**. Astronomical Insitute, University Of Berne. Switzerland.

BIAN, S.; MENZ, J. (1999): Determining the parameter of a covariance function by analytical rules. **Zeitschrift Für Vermessungswesen** 124. Jahrgang – Heft 7 – jahrgang.

BOCK, Y.; SHIMADA, S. (1989): Continuosly Montoring GPS Networks for Deformation Measurements. **Global Positioning System: An Overview**. Symposium n. 102, Edinburg, Scotland, p. 40-50, Aug. 7-8.

BOWRING, B. R. (1976): Transformation from spatial to geographical coordinates. **Survey Review**, vol. 23, No 181, p. 323-327.

CAI, J. (2001): **Hypothesis Tests Sampling Statistics of the Eigenvalues and Eigendirections of a Random Tensor of Type Deformation Tensor**. Diplomarbeit, Geodätisches Institut, Universität Stuttgart, Stuttgart, 72p.

CAMARGO, P. O.; DALMOLIN, Q. (1995): **Correção da Deformação do Filme por Colocação**. Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Curitiba.

CAPORALI, A.; MARTIN, S. (2000): First Results form GPS Measurements on Present Day Alpine Kinematics. **Journal of Geodynamics**, v. 30.

CASTAÑEDA, R. M. (1986): **Ensaio para Definição de Parâmetros de Transformação entre o SAD69 e NSW92**. Universidade Federal do Paraná, Dissertação de Mestrado.

CATALÁN, J. R. M. (2002): **Geología Estructural y Dinámica Global**. Departamento de Geología, Universidade de Salamanca, Espanha, 429p.

ÇELEBI, M.; HUDNUT, K.; BEHR, J.; WILSON, S. (1998): Monitoring of Structures using GPS . In: ION GPS-98, Nashville, 1998. **Proceedings of Institute of Navigation**: ION, 1998. p. 929-935.

CHANG, C. C. (2000a): Estimates of Horizontal Displacements Associated with the 1999 Taiwan Earthquake. **Surveying Review**, vol. 35, n.º 275, p.563-568.

CHANG, C. C. (2000b): Estimation of Local Subsidence Using GPS and Leveling Data. **Surveying an Land Information Systems**, vol. 60, n.º 2, p.85-94.

CHATFIELD, C.; COLLINS, A. J. (1980): **Introduction to Multivariate Analysis**. (reimpressão de 1996). London: Chapman & Hall.

CHAVES, J. C. (2001): **Uso da Tecnologia GPS na Monitoração de Deformações: Sistemas, Etapas e Experimentos**. Tese de Doutorado. Curso de Transportes, São Carlos. São Carlos.

CHEN, R. (1991): **On The Horizontal Crustal Deformation in Finland**, Reports of Finnish Geodetic Institute, n. 91.

CHEN, Y. Q. (1983): **Analysis of Deformation Surveys, a Generalized Method**. Departament of Surveying Engineering Technical Report, n.º 94, University of New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada.

CHEN, Y. Q.; KAVOURAS, M.; CHRZANOWISKI, A. (1987): A Strategy for Detection of Outlying Observations in Measurements of High Precision. **The Canadian Surveyor**, vol. 41, n.º 4, p.529-540.

CHOU, P. C.; PAGANO, N. J. (1967): **Tensor, Dyadic, and Engineering Approaches**. Princeton: D. Van Nostrand Company, Inc.

CHRZANOWISKI, A; CHEN, Y.; LEEMAN, R. W.; MARAVEN, J. L. (1989): Integration of the Global Positioning System with Geodetic Leveling Surveys in Ground Subsidence Studies. **CISM JOURNAL ACSGC**, p. 377-386.

CHRZANOWISKI, A; CHEN, Y.; SECORD, J. M.; ROMERO, P. (1986): Integration of Geodetic and Geotechnical Deformation Surveys in the Geosciences. **Tectonophysics**, v. 130, n. 1-4, p. 369-383.

CLARKE, P. J.; DAVIES, R. R.; ENGLAND, P. C.; PARSONS, B.; BILLIRIS, H.; PARADISSIS, D.; VEIS, G.; CROSS, P. A.; DENYS, P. H.; ASHKENAZI, V.; BINGLEY, R.; KHALE, H. G.; MULLER, M. V.; BRIOLE, P. (1998): Crustal Strain in Central Greece from Repeated GPS Measurements in the Interval 1989-1997. **Geophysical Journal International**, v. 135.

COSSER, E.; ROBERTS, G. W.; MENG, X.; DODSON A. H. (2003): The Comparison of Single Frequency and Dual Frequency GPS for Bridge Deflection and Vibration Monitoring. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 8p.

COSTA, M. F. (2003): **Modelagem da Função Covariância para Integração de Referenciais Geodésicos por Colocação**. Tese de doutorado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 112p.

COSTA, S. M. A. (1999): **Integração da Rede Geodésica Brasileira aos Sistemas de Referência Terrestres**. Tese de Doutorado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 156p.

COSTA NETO, P. L. O. (1977): **Estatística**. 17<sup>a</sup> reimpressão. São Paulo: E. Blücher.

CRESPI, M; PIETRANTONIO, G.; RIGUZZI, F. (2000): Strain Tensor Estimation by GPS Observations: Software and Applications. **Bolletino di Geodesia e Scienze Affini**, n. 3.

CROSILLA, F. (1986): Improving the Outlier Separability in Geodetic Networks According to the Generalized Orthomax Criterion. **Manuscripta Geodaetica**, Berlin, v. 11, n° 1, p. 38-47.

CROSILLA, F; MARCHESINI, C. (1983): Geodetic Network Optimization for the Detection of Crustal Movements Using a Mekometer. **Bolletino di Geodesia e Scienze Affini**, Firenze, v. 42, n° 3, p. 301-315.

CUNNINGHAM, J. P.; SWIFT, E. R.; MÜELLER, F. (1999): **Improvement of the NIMA Precise Orbit and Clock Estimates**. Proceedings of ION GPS-99, Kansas City, MO, p. 1587-1596.

DALMOLIN, Q. **Ajustamento por Mínimos Quadrados**. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Editora da UFPR, Curitiba, 2002.

DAVIS, J. C. (1973): **Statistical and Data Analysis in Geology**. New York: J. Wiley.

DEMELTS, C.; DIXON, T. H. (1999): **New Kinematic Models for Pacific-North America Motion from 3 Ma to Present**. I: Evidence for Steady Motion and Biases in the NUVEL-1A Model.

DEMELTS, C. (1994): Effect of Recent Revisions to the Geomagnetic Reversal Time Scale on Estimates of Current Plate Motions. **Geophysical Research Letters**. Vol. 2, nº 20, p. 2191-2194.

DEPENTHAL, C.; SCHMITT, G. (2003): Monitoring of a Landslide in Vorarlberg/Austria. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 7p.

DERMANIS, A. (1985): **Optimization Problems in Geodetic Network with Signals**. Sicily: Springer Verlag.

DERMANIS, A.; GRAFAREND, E. W. (1993): The Finite Element Approach to the Geodetic Computation of Two-Dimensional and Three-Dimensional Deformation Parameters. A Study of Frame Invariance and Parameter Estimability, **Proceedings of the International Conference on Cartography-Geodesy**, Maracaibo (Venezuela).

DONAV, G. (1993): **Die Deutsch-Osterreichische NAVSTAR Kampagne**. DGK B, Munchen (in press).

DONG, D.; BOCK, Y. (1989): Global Positioning System Network Analysis with Phase Ambiguity Resolution Applied to Crustal Deformations Studies in California. **Journal Of Geophysical Research**, v. 94, n. B4, p. 3949-3966, Apr.

DREWES, H.; SANCHEZ, L. (2003): **Sistemas de Referência Cinemáticos em Geodésia: Definição, Realização e Manutenção**. DGF, Germany.

DUPRAZ, H.; NIEMEIER, W. (1981): Un Critère pour L'analyse des Réseaux Géodésiques de Controle. **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik / Mensuration, Photogrammetrie, Génie Rural**, Baden-Dätwill, nº 4, p. 70-76.

E.PLA, L. (1986): **Análisis Multivariado: Método de Componentes Principales**. Washington: The General Secretariat of the Organization of American States.

EVEN-TZUR, G. (2003): Monitoring Vertical Movements in Mount Carmel Region. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 10p.

FERREIRA, L. D. D.; GARNÉS, S. J. A. (2000): Análise da Deformação de Estruturas de Redes Geodésicas Horizontais. **In: Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, 4º COBRAC**. Florianópolis, Anais (CD).

FIORI, A. P. (1997): **Análise da Deformação**. Curitiba: ed. da UFPR.

FORWARD, T.; STEWART, M. P.; TSAKIRI, M. (2003): GPS Data Stacking for Small Scale GPS Deformation Monitoring Applications. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 7p.

FRANK, F. C. (1966): Deduction of Earth Strains from Survey Data. **Bulletin Seismological Society American**, v. 56, n. 1.

FREI, E. (1991): Rapid Differential Positioning with the Global Positioning System (GPS), **Geodätisch-geophysikalische Arbeiten** in der Schweiz, Band 44.

FREI, E.; BEUTLER, G. (1990): Rapid Static Positioning Based on the Fast Ambiguity Resolution Approach "FARA". Theory and First Results, **Manuscripta Geodaetica**, 15(6), p. 325-356.

GAGG, G. (1997): **Ausculção na Região da Barragem Bento Munhoz da Rocha**, Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR. 89p.

GEMAEL, C. (1983): Vertical Crustal Deformations Near Large Dams. **XVIII General Assembly, International Union of Geodesy**, Hamburg.

GEMAEL, C. (1993): Ausculção Geodésica da Região da Hidrelétrica de Salto Segredo. **Proceedings of the Third Congress of the Brazilian Society of Geophysics**, Rio de Janeiro, September, Vol. 1, p. 634-636.

GEMAEL, C. (1994): **Introdução ao Ajustamento de Observações: aplicações geodésicas**. 1ª ed. Curitiba, PR.

GEMAEL, C.; DOUBECK, A. (1982): **Ausculção Geodésica da Região da Barragem Bento Munhoz das Rocha**. Boletim da UFPR, n.º 28.

GEMAEL, C.; FAGGION, P. L. (1996): Subsidência na Região de Grandes Barragens. **Revista Geofísica Brasileira**, vol. 14, n.º 3, p.281-285.

GRAFAREND, E. W. (1986): Three-Dimensional Deformation Analysis: Global Vector Spherical Harmonics and Local Finite Element Representation,. **Tectonophysics**, v. 130.

GREEN. A. E.; ZERNA, W. (1975): **Theoretical Elasticity**. London: Oxford University Press.

GUPTA, H. K.; RASTOGI, B. K. (1976): **Dams and Earthquakes**. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.

HAWKINS, D. M. (1974): The Detection of Errors in Multivariate Data Using Principal Components. **Journal of American Statistical Association**, v. 69, nº 346, p. 340-344.

HEUNECKE, O.; WELSCH, W. (2000): A Contribution to Terminology and Classification of Deformation Models in Engineering Surveys. **Journal Of Geospatial Engineering**, vol. 2, n. 1, p. 35-44, Hong Kong.

HOFFMANN, R. B. (1968): **Earthquake Predictions from Fault Movement and Strain Precursors in California**. D. Reidel, Dordrecht.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. (2001): **Global Positioning System: Theory and Praticce**. 6<sup>th</sup> ed., Springer, Wien-New York.

HOTINE, M. (1969): **Mathematical Geodesy**. Washington: U.S. Department of Commerce.

HUDNUT, K. W.; KING, N. E.; BEHR, J. A. (1998): Monitoring Structural Deformation at Pacoima Dam, Califórnia Using Continuous GPS. **Seismological Research Letters**, vol. 69, n.º 4, p.299-309.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (1997): **SIRGAS – Relatório Final**, IAG97, Rio de Janeiro.

IDEA – INSTITUTO DE DESENVOLVIMENTO AGROINDUSTRIAL LTDA (1996): **Introdução ao GPS**. Apostila de Curso. São Paulo.

JAGER, R. (1988): Analyse und Optmierung Geodästischer Netze nach Spektralen Kriterien und Mechanische Analogien. **Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften**, München, série C, nº 342.

JACKSON, J. E.; MUDHOLKAR, G. S. (1979): Control Procedures for Residuals Associated with Principal Component Analysis. **Technometrics**, v. 21, n° 3, p. 341-349.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. (1998): **Applied Multivariate Statistical Analysis**. 4<sup>th</sup> ed. Upper Saddle River: Prentice Hall.

KAKKURI, J.; CHEN, R. (1992): On Horizontal Crustal Strain in Finland. **Bulletin Geodesique**, v. 66.

KASHARA, K.; SUGIMURA, A. (1964): Horizontal Secular Deformation of Land Deduced from Retriangulation Data. . **Bull. Earthquake Res.** Inst., University of Tokyo, Japan, v. 35.

KAVOURAS, M. (1982): **On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks**. Technical Report N° 87, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada.

KLOBUCHAR, J. A. (1986): **Design na Characteristics of the Ionospheric Time Delay Algorithm for Single Frequency Users**. In: PLANS-86 CONFERENCE. Las Vegas. Proceedings..., p. 280-286.

KLOTZ, J.; REINKING, D.; ANGERMANN, D. (1996): Die Vermessung der Deformation der Erdoberfläche. **Geowissenschaften** 14: 389-394.

KONTNY, B.; STANISLAW, D.; CACON, S. (2003): Natural Tectonic Hazard for Water Dams System in the Sudetes and Fore-Sudetic Block. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 8p.

KRAKIWSKY, E. J. (1975): **A synthesis of advances in the Method of Least Squares**. Lecture note N° 42, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada.

KRAKIWSKY, E. J.; BIACS, Z. F. (1990): Least Squares Collocation and Statistical Testing. **Bulletin Geodesique**, 64, pp.73-87.

KRAUS, K.; MIKHAIL, E. M. (1972): Linear Least Squares Interpolation. **Photogrammetric Engineering**, october.

KRUEGER, C. P. (1996): **Investigações sobre Aplicações de Alta Precisão do GPS no Âmbito Marinho**. Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (UFPR), como requisito parcial á obtenção do grau de Doutora.

KUANG, S. (1996): **Geodetic Network Analysis and Optimal Design: concepts and applications**. Chelsea: Ann Arbor Press.

LARSON, K. M.; AGNEW, D. C. (1991): Application of the Global Positioning System to Crustal Deformation Measurement: Precision and Accuracy. **Journal of Geophysical Research**, v. 96, n. B10, p. 16547-61565, Set.

LIU, Q. (1998a): Recent Crustal Deformation Across the Datong-Yanggao (DTYG) Area, Inferred from the Terrestrial and GPS Measurements. **Bolletino de Geodesia e Scienzi Afinni**, Anno LVII, n.º 4, p.405-419.

LIU, Q. (1998b): Time-Dependent Models of Vertical Crustal Deformation from GPS – Leveling Data. **Surveying and Land Information Systems**, vol. 58, n.º 1, p.5-12.

LIU, Q. W.; CHEN, Y. Q.; LI, Y. X. (2000): The Estimation of Crustal Deformation in The Shanxi Area, China from the 1996 and 1997 GPS Observations. **Survey Review**, vol. 35, n.º 275, p.349-355.

LEACH, M. P.; CARDOZA, M. A.; AITKEN, J. A.; HOWARD, M. F. (1991): **Results from a Bridge Motion Monitoring Experiment**. P. 801-810.

LEICK, A. (1995): **GPS Satellite Surveying**. John Wiley & Sons, Inc: New York.

LOVE, A. H. E. (1944): **A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity**. New York: ed. Dover.

LOVSE, J. W.; TESKEY, W. F.; LACHAPELLE, G. (1995): Dynamic Deformation Monitoring of Tall Structure Using GPS Technology. **Journal of Surveying Engineering**, v. 121, n. 1, p. 35-40, Feb.

MAACK, R. (1947). **Breves notícias sobre a Geologia dos Estados do Paraná e Santa Catarina**. I.B.P.T. Curitiba, Arq. Biol. e Tecn., vol. II, Art. 7.

MADER, G. L. (2000): **GPS Antenna Calibration at the National Geodetic Survey**. International GPS Service (IGS).

MARGRAV, G. F.; NYLAND, E. (1980): Strain from Repeated Geodetic Surveys by Generalized Inverse Methods. **Can. Journal of Earth Sciences**, v. 17, n. 8.

MARQUES, J. M. (1994): **O Método da Análise de Componentes Principais na Detecção e Identificação de Outliers Múltiplos em Fototriangulação**. Curitiba, 1994. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná.

MEANS, W. D. (1967): **Stress and Strain Basic Concepts of Continuum Mechanics for Geologists**. New York: Springer.

MIKHAIL, E. M. (1976.): **Observations and Least Squares**. University Press of America, New York.

MIKHAIL, E. M.; GRACIE, G. (1981): **Analysis and Adjustment of Survey Measurement**. Van Nostrand Reinhold Company, New York.

MONICO, J. F. G. (2000): **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS – descrição, fundamentos e aplicações**. São Paulo: UNESP.

MORAES, C. V. (2001): **Aprimoramento da Concepção do Modelo Geodésico para a Caracterização de Estremas no Espaço Geométrico**. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 277 p.

MORITZ, H. (1972): **Advanced Least Squares Methods**. Report N° 175, The Ohio University, Research Foundation. Columbus.

MORITZ, H. (1973): Determination of the gravity field by Collocation. **Bollettino di Geodesia e Scienze affini**, Anno XXXII, N° 1.

MORITZ, H. (1976): **Covariance Functions in Least Squares Collocation**. Report N° 240, The Ohio University, Department of Geodetic Science. Columbus.

MORITZ, H. (1978): Least Squares Collocation. **Reviews of Geophysics and Space Physics**, Vol. 16, N° 3.

MORITZ, H.; SÜNDEL, H. (1978): **Approximation Methods in Geodesy**. Herbert Wichmann Verlag. Karlsruhe.

MORITZ, H. (1980a): Geodetic Reference System 1980. **Bulletin Geodesique**, vol. 54, No 3.

MORITZ, H. (1980b): **Advanced Physical Geodesy**. Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe. Karlsruhe.

MORRISON, D. F. (1976): **Multivariate Statistical Methods**. 2<sup>nd</sup> Tokyo: McGraw-Hill.

NICKITOPOULOU, A.; PROTOPSALTI, K.; KONTOGIANNI, V.; TRIANTAFILLIDIS, P.; STIROS, S. (2003): Experimental Assessment of the accuracy of RTK – GPS for Monitoring Movements / Oscillations of Flexible Engineering Structures. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 6p.

NIEMEIER, W.; HOLLMANN, R. (1984): Hauptkomponenten-und Sensitivitätsanalyse geodatischer Netze aufgezeigt am Überwachungsnetz “Varna”. In: **Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover**, n.º 133.

NIMA – National Imagery and Mapping Agency (2000). **Department of Defense World Geodetic System 1984**, NIMA TR 8350.2, 171 p.

OLIVEIRA, R. (2003): **Otimização dos Pesos das Observações Geodésicas pelo Problema de Valor Próprio Inverso**. Dissertação de mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 88p.

PARGARETE, J.; PINTO, J. T.; MENDES, V. B.; ANTUNES, C.; RIBEIRO, H. (1998): The Importance of Classical Geodetic Observations for Analyzing the Geodynamic Behavior of the Acores Archipelago, **Tectonophysics**, v. 294.

PELZER, H. (1971): **Analyse Geodatischer Deformatiosmessungen**. Deutsche Geos. Kom., Series C, N. 164, Munchen.

PICCIRILLO, E. M.; MELFI, A. J.; COMIN-CHIARAMONTI, P.; BELLINI, G.; ERNESTO, M.; MARQUES, L. S.; NARDY, A. J. R.; PACCA, I. G.; ROISENBERG, A.; STOLFO, D. (1988): Continental flood volcanism from the Paraná Basin (Brazil). In: **MACDOUGALL, J. D.** (ed.) Continental flood basalts. Kluwer Acad. Publishers, p. 195-238.

PRESCOTT, W. H.; LISOWSKI, M.; SAVAGE, J. C. (1981): Geodetic Measurement of Crustal Deformation on the San Andreas, Hayward, and Calaveras Faults Near San Francisco, California. **Journal Geophysical Research**, v. 86, n. B11.

RAMPAL, K. K. (1976): Least Squares Collocation in Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**.

REILINGER, R. E.; MCCLUSKY, S. C.; SOUTER, B. J. (1997): Preliminary Estimates of Plate Convergence in the Caucasus Collision Zone from Global Positioning System Measurements. **Geophysical Research Letters**, v. 24, n. 14.

REILLY, W. I. (1989): Geodetic Analysis of Motion at a Convergent Plate Boundary. **Proceedings of Ron Mother Symposium on Four-Dimensional Geodesy**, Lectures Notes in Earth Sciences, p. 29.

ROTHER, J. R. (1968): Fill a Lake, Start an Earthquake. **New Scientist**, v. 39, pp. 75-78.

SAADA, A. S. (1974): **Elasticity: Theory and Applications**. New York: Pergamon Press, Inc.

SALAMUNI, R. (1969): **Fundamentos geológicos do Paraná: in História do Paraná**. Ed. Grafipar. Curitiba, v.II, p. 13-128.

SALAMUNI, R.; SALAMUNI, E.; ROCHA, L. A.; ROCHA, A. L. (1999): **O Parque Nacional do Iguaçu**. In: Schobbenhaus, C.; Campos, D. A.; Queiroz, E. T.; Winge, M.; Berbert-Born, M. (Edit.) **Sítios Geológicos e Paleontológicos do Brasil**. Publicado na Internet no endereço <http://www.unb.br/ig/sigep/sitio011/sitio011.htm>.

SANTOS, M. C. (1999): **Estabilidade das Estruturas Geodésicas**. Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, PR, 74p.

SANTOS, M. C.; GEMMEL, C.; BLAKE, B.; FAGGION, P. L.; KRUEGER, C. P.; FERREIRA, L. D. D.; SOARES, M.; SZOSTAK-CHRZANOWSKI, A. (2001): Stage Of Subsidence of the Area Surrounding Salto Caxias Power Dam, in Brazil. **Proceedings, 10<sup>o</sup> International FIG Symposium on Deformation Measurements**, 19-22 March, Orange/California, USA.

SAVAGE, J. C.; BURFORD, R. O. (1970): Accumulation of Tectonic Strain in California. **Bulletin Seismological Society American**, v. 60, n. 6.

SAVAGE, J. C.; PRESCOTT, W. H. (1976): Strain Accumulation on the San Jacinto Fault Near Riverside, California. **Bulletin Seismological Society American**, v. 66, n. 5.

SCHALL, R. E. (1998): **Medições de Deslocamentos em Obras Cíveis de Grande Porte com GPS. Proposta de Metodologia de Análise dos Resultados e Tratamento dos Dados**. Tese de Doutorado. Curso de Engenharia de Transportes, Universidade de São Paulo. São Paulo.

SCHNEIDER, D. (1982): **Complex Crustal Strain Approximation**. University of New Brunswick, Dept. of Surveying Engineering, Technical Report, n. 91, 221p.

SCHWARZ, K. P. (1974): Combination of Spatial Networks Using an Estimated Covariance Matrix. **Bulletin Geodésique**, vol. 68, No 3, p. 168-172.

SCHWARZ, K. P. (1976): Least Squares Collocation for Large Systems. **Bollettino di Geodesia e Scienze affini**, Anno XXXV, N° 3.

SEEBER, G. (2003): **Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications**. W. de Gruyter, Berlin-New York.

SEGANTINE, P. C. L. (1996): **Curso de Atualização em Topografia e GPS (Segundo a Norma NBR 13.133)**. Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP. 195 p.

SCHALL, R. E. (1998): **Medições de Deslocamentos em Obras Civis de Grande Porte com GPS. Proposta de Metodologia de Análise dos Resultados e Tratamento dos Dados**. Tese de Doutorado. Curso de Engenharia de Transportes, Universidade de São Paulo. São Paulo.

SCHÖN, S.; KUTTERER, H. (2003): Imprecision in Geodetic Observations Case Study GPS Monitoring Network. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 8p.

SILVA, M. C. D. (1986): **Aplicação da Mecânica dos Corpos Deformáveis à Análise de Consistência de Observações em Redes Geodésicas Horizontais**. Dissertação de mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 72p.

SMITH, J. O.; SIDEBOTTON, O. M. (1969): **Elementary Mechanics of Deformable Bodies**. New York, The Macmillan Company.

SNAY, R. A.; CLINE, M. W. (1980): Geodetically Derived Strain at Shelter Cove, California. **Bulletin Seismological Society American**, v. 70, n. 3.

SOKOLNIKOFF, I. S. (1956): **Mathematical Theory of Elasticity**. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc.

SOKOLNIKOFF, I. S. (1965): **Tensor Analysis: Theory and Applications to Geometry and Mechanics of Continua**. California: John Wiley & Sons, In.

SOHRAB, S. (1972): **Earthquakes related to reservoir filling**. National Academy of Sciences, Washington.

STRANGE, W. E. (1989): GPS Determination of Groundwater Withdrawal Subsidence. **Journal Of Surveying Engineering**, v. 115, n. 2, p. 198-217, May.

TEAGUE, E. H.; HOW, J. P.; LAWSON, L. G.; PARKINSON, B. W. (1995): GPS as a Structural Deformation Sensor. In: AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, INC., Baltimore MD. **Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference**: AIAA, p. 1-9.

TEIXEIRA, N. N. (2001): **Detecção e Análise de Deslocamento Vertical Utilizando o Sistema NAVSTAR-GPS**. Dissertação de Mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 112 p.

TEIXEIRA, N. N.; FERREIRA, L. D. D. (2002): Determinação e Análise Estatística dos Parâmetros Envolvidos no Monitoramento de Deformações. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v. 8, n. 2.

TERADA, T.; MIYABE, N. (1929): Deformation of the Earth's Crust in Kwansai District and its Relation to the Orographic Feature. **Bull. Earthquake Res. Inst.**, Univ. of Tokyo, Japan, v. 7.

THAPA, K. (1980): **Strain as Diagnostic Tool to Identify Inconsistent Observations and Constraints in Horizontal Geodetic Networks**. Technical Report n. 68, Fredericton, New Brunswick: Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

THÉRIAULT, Y. (1995): Filtrage par Collocation: Application au Changement de Système de Référence Géodésique. **Service des technologies à référence spatiale Secteur des terres**, ministère des Ressources naturelles, Québec. *Geomatica*, vol 49, N° 2, pp. 213 a 221.

THOMSON, D. B. (1976): **Combination of Geodetic Networks**. Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada.

TREGONING, P.; LAMBECK, K.; STOLZ, A.; MORGAN, P.; MCCLUSKY, S.; BEEK, P.; MCQUEEN, H.; JACKSON, R. J.; LITTLE, R. P.; MURPHY, B. (1998): Estimation of Current Plate Motions in Papua New Guinea from Global Positioning System Observations. **Journal of Geophysical Research**, v. 103, n. B6.

TSAKIRI, M.; LEKIDIS, V.; STEWART, M.; KARABELAS, J. (2003): Testing Procedures for the Monitoring of Seismic Induced Vibrations on a Cable-Stayed Highway Bridge. XI International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Santorini, 25-28/05/2001. **Proceedings**. 8p.

VALLIAPAN, S. (1981): **Continuum Mechanics Fundamentals**. Rotterdam, Netherlands, A. A. Balkema.

VANICEK, P. (1972): Tensors. **Lectures Notes**, n° 27. Department of surveying engineering, University of New Brunswick, Canada.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. (1996): **Geodesy: The Concepts**. Second edition. North – Holland Publishing Company.

VANÍČEK, P.; STEEVES, R. R. (1996): Transformation of coordinates between two horizontal geodetic datums. **Journal of Geodesy**, vol. 70, No 11, p. 740-745.

VOOSOGHI, B. (2000): **Intrinsic Deformation Analysis of the Earth Surface Based on 3-Dimensional Displacement Fields Derived from Space Geodetic Measurements**. Doctoral Thesis, Faculty of Civil Engineering and Surveying of the University of Stuttgart, Department of Geodesy and GeoInformatics, Stuttgart, 99p.

WARD, S. T. (1998a): On the Consistency of Earthquake Moment Rates, Geological Fault Data, and Space Geodetic Strain: the United States. **Geophysical Journal International**, v. 134, n. 1.

WARD, S. T. (1998b): On the Consistency of Earthquake Release and Space Geodetic Strain Rates: Europe. **Geophysical Journal International**, v. 135, n. 3.

WELLS, D. E.; KRAKIWSKY, E. J. (1971): **The Method of Least Squares**. Lecture notes N° 18, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada.

WELLS, D.; BECK, N.; DELIKARAOGLOU, D.; KLEUSBERG, A.; KRAKIWSKY, E. J.; LACHAPELLE, G.; LANGLEY, R. B.; SCHWARZ, K. P.; TRANQUILLA, J. M.; VANICEK, P. (1986): **Guide to GPS Positioning**. Fredericton, New Brunswick, Canada: Canadian GPS Associates.

WELSCH, W. (1981): Description of Homogeneous Horizontal Strains and Some Remarks to their Analysis. **Proceedings of the International Association of Geodesy – Symposium on Horizontal Geodetic Network**, Munich.

WELSCH, W.; HEUNECKE, O. (2001): Models and Terminology for the Analysis of Geodetic Monitoring Observations. Official Report of the Ad-Hoc Committee on the Analysis of Deformation Surveys. X International FIG-Symposium on Deformation Measurements, Orange, 19-22/03/2001. **Proceedings**. 22p.

WHITTEN, C. A. (1968): **Geodetic Measurements for the Study of Crustal Movements**. AGU Geophysical Monograph, n. 12.

WILSON, P.; MICHEL, G. (1998): The Geodynamics of S and SE Asia (GEODYSSSEA) Project. **Scientific Technical Report STR 98/14**, GeoForschungsZentrum Potsdam.

XAVIER, J. H. (2000): **Análise de Estabilidade de uma Rede Local GPS Situada no Litoral Paranaense**, Dissertação de mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 111p.

YONG-QI, C. (1983): Analysis of Deformation Surveys – A Generalized Method. **Technical Report**, nº 94. Department of surveying engineering, University of New Brunswick, Canada.

ZAKATOV, P. S. (1981): **Curso de Geodesia Superior**. Editora Rubiños-1860, S.A., Madrid.

ZHANG, Z.; LI, X. (1990): A New Optimization Method for Monitoring Networks Based on the Sensitivity Criterion. **Zeitschrift für Vermessungswesen**, Stuttgart, v. 115, nº 6, p. 247-255.

## APÊNDICE 1 – BERNESE 4.2

### A1.1 HISTÓRICO

O programa científico BERNESE foi desenvolvido pelo *Astronomisches Institut Universität Bern* – Instituto Astronômico da Universidade de Berne, localizado na Suíça. A versão 4.2 corresponde a versão atual do programa BERNESE. A primeira demonstração deste programa foi em meados de 1985 com o nome: BERNESE *Second Generation GPS Software*. Três anos depois, em março de 1988, foi lançada a versão 3.0. No entanto, entre 1988 e 1995 lançou-se mais cinco versões, levando-se em conta o rápido desenvolvimento no campo de aplicações GPS de alta precisão: versão 3.1 em dezembro de 1988, versão 3.2 em abril de 1990, versão 3.3 em maio de 1991, versão 3.4 em maio de 1993 e versão 3.5 em fevereiro de 1995.

A versão 4.2 é baseada na versão 4.0 (lançada em setembro de 1996), a qual por sua vez é baseada na versão 3.5. Os novos componentes da versão 4.0 com relação a versão 3.5 são:

- Parte orbital completamente revisada, gerando um novo modelo orbital chamado de *Bern* (BEUTLER et al., 1994);
- Elaboração de novo programa de processamento – ADDNEQ, utilizado para combinar sistemas de equações normais gerados pelo programa GPSEST. O ADDNEQ não trabalha com observações, e sim com sistemas de equações normais. Isto propicia uma significativa melhora em análises de multi-campanhas. Novos parâmetros, como por exemplo, as velocidades das estações podem ser estimadas neste programa;
- O modelamento da ionosfera foi completamente revisado (SCHAER et al., 1995). A versão 4.0 permite estimar modelos de ionosfera regionais e/ou globais, os quais podem ser usados para solucionar os parâmetros de ambigüidade da fase da portadora com linhas de base até 2000km. Os parâmetros do modelo são calculados por meio das observações da dupla diferença de fase;

- Ajustamento de dados gerados por grandes redes geodésicas; e
- Processamento de dados pseudo-cinemáticos no modo pós-processamento.

Dentre as diversas implementações da versão 4.2 com respeito a versão 4.0, as principais são:

- Processamento de dados GPS e GLONASS (*GLObalnaya Navigatsionnaya Sputnikova Sistema*) a partir de receptores GLONASS ou receptores combinados GLONASS – GPS;
- Processamento de dados do *Satellite Laser Ranging* (SLR); e
- Melhora significativa da estimação e modelagem da troposfera;
- Estudo de simulação, como por exemplo, simulação de órbitas dos satélites
- Elaboração de um novo programa de processamento – ADDNEQ2, com as mesmas funções de seu predecessor – ADDNEQ, mas com possibilidades de muitas outras operações, tais como:
  - a) Mudança de parâmetros auxiliares, como por exemplo, informações dos satélites e informação do pólo;
  - b) Re-escalamento do sistema de equações normais;
  - c) Transformação de coordenadas entre diferentes sistemas de referência;
  - d) Eliminação de parâmetros;
  - e) Injunção de parâmetros;
  - f) Expansão do sistema de equações normais;
  - g) etc.

## A1.2 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS

O programa possibilita as seguintes operações (BEUTLER et al., 2001):

- Processamento rápido de pequenos levantamentos utilizando código C/A,  $L_1$  e  $L_2$ ;

- Possibilidade de se utilizar cinco diferentes tipos de combinações lineares ( $L_0$ ,  $L_4$ ,  $L_5$ ,  $L_{12}$ ,  $L_{34}$ ) durante a fase de processamento;
- Processamento de dados gerados por levantamentos estáticos e cinemáticos;
- Processamento do Posicionamento por Ponto de Alta Precisão – *Precise Point Positioning* (PPP);
- Processamento de redes permanentes;
- Resolução de ambigüidades em linhas de base longas (até 2000km), utilizando órbitas de alta precisão;
- Modelagem da ionosfera e troposfera;
- Estimação dos erros dos relógios dos satélites;
- Estimação dos parâmetros de rotação da Terra;
- Estimação da variação do centro de fase da antena;
- Determinação de órbitas;
- Processamento utilizando vários tipos de receptores (levando em conta as variações do centro de fase das antenas e que seja compatível com as marcas Aerospace, Texas Instruments, Trimble, Wild/Magnavox, Leica, Ashtech e Osborne);
- Geração da chamada solução de “rede livre”.

### A1.3 ESTRUTURA DO PROGRAMA

- sistema contém mais de 100 programas diferentes. Eles são distribuídos logicamente em cinco partes:
- Parte de Transferência: geração de arquivos no formato BERNESE a partir do formato RINEX (observações, informações transmitidas, meteorologia e etc.);
- Parte Orbital: gera uma representação de órbitas de origem independente (órbitas padrão), atualiza órbitas, gera órbitas no formato de órbitas precisas, compara órbitas, etc.;

- Parte de Processamento: processamento de código (posicionamento por ponto de alta precisão), pré-processamento de fase e código (dupla frequência), estimação de parâmetros baseado em observações GPS e/ou GLONASS (programa GPSEST) e na superposição de sistemas de equações normais (programas ADDNEQ e ADDNEQ2);
- Parte de Simulação: geração de observações simuladas GPS e GLONASS (código e/ou fase,  $L_1$  ou  $L_1/L_2$ ) a partir de informações estatísticas (RMS das observações, biases, perdas de ciclos);
- Parte de Serviço: edição e leitura de arquivos de dados binários, comparação de conjuntos de coordenadas, visualização de resíduos, etc.

A versão 4.2 possui alta modularidade em linguagem FORTRAN 77 (alguns programas foram escritos em FORTRAN 90, como por exemplo, o ADDNEQ2), níveis de rotinas e um sistema de cálculos independentes, podendo ser acessado tanto no sistema operacional UNIX, DOS ou VMS. O painel principal do programa é dividido em nove menus principais. Cada menu é inicialmente acessado através do símbolo de igualdade (=) mais o número corresponde. Este procedimento é necessário somente para acessar os menus principais. Para acessar os submenus é necessário somente digitar o número de acesso. A tela principal está ilustrada na figura 1.

FIGURA 1 – PAINEL PRINCIPAL DO BERNESE

Primary	<b>BERNESE GPS SOFTWARE VERSION 4.2</b>	
S:Y:C:0		
0..	<b>DEFAULTS</b>	<b>: Defaults for Processing, Program and files names</b>
1..	<b>CAMPAIGNS</b>	<b>: Transformation and Update of campaigns</b>
2..	<b>TRANSFER</b>	<b>: Data transfer to bernese format ; Simulation</b>
3..	<b>ORBITS</b>	<b>: Orbit computation, check and Update</b>
4..	<b>PROCESSING</b>	<b>: Preprocessing and Processing of observations</b>
5..	<b>SERVICES</b>	<b>: Services Programs</b>
6..	<b>BPE</b>	<b>: Bernese Processing Engine</b>
7..	<b>DOCU</b>	<b>: Documents, Help Panels</b>
9..	<b>USER</b>	<b>: Individual User Program</b>
=H	<b>HELP</b>	<b>: Get Help Panel</b>
=X	<b>EXIT</b>	<b>: Terminate GPS Processing</b>

As principais funções dos menus mais utilizados no processamento são:

- MENU (0) – este contém as opções *Default* para o processamento, os nomes de todos os programas acessíveis por meio do menu do programa e as extensões de todos os tipos de arquivos utilizados no programa BERNESE 4.2;
- MENU (1) – responsável pela criação de um projeto/campanha, bem como, pelos diretórios de trabalho da campanha. Ainda é possível neste menu definir o período da campanha e as sessões envolvidas;
- MENU (2) – responsável pela transformação de dados brutos para o formato RINEX, de RINEX em formato BERNESE. e vice-versa;
- MENU (3) – responsável pelo cálculo das órbitas no formato BERNESE;
- MENU (4) responsável pelo cálculo das órbitas;
- MENU (5) – este menu é responsável pela realização de alguns tipos de serviços, tais como:
  - a) Leitura, edição e gráficos dos arquivos de observação;
  - b) Criação de arquivos de resíduos (\*.RES);

- c) Compara arquivos de coordenadas e permite realizar a transformação de Helmert;
- d) Conversão de certo arquivos no formato binário para o formato ascii ou vice-versa.

#### A1.4 PROCESSAMENTO DOS DADOS GPS NO BERNESE 4.2

A tarefa de processamento inicia-se com a atualização de alguns arquivos do programa, como por exemplo:

- Arquivos oficiais do Pólo (IERS): estes arquivos contém informações com respeito às coordenadas do pólo. São basicamente dois arquivos: C04\_ano.ERP e RAP\_ano.ERP;
- Arquivos de informações sobre os satélites: SATELLIT.TTT e SAT\_ano.CRX;
- Arquivos de informações sobre o carregamento oceânico: ITRFCODE.BLQ;
- Arquivo que contém informações com relação ao centro de fase de diversas antenas. Estes arquivos, basicamente contém o tipo de antena, seus offsets do ARP ao centro de fase e as variações do centro de fase para ambas as portadoras ( $L_1$  e  $L_2$ ): PHAS\_IGS.01. as correções do centro de fase, contidas neste arquivo foram obtidas das calibrações das antenas publicadas pelo *National Geodetic Survey* (NGS). Detalhes dos procedimentos para a obtenção das respectivas calibrações encontram-se em MADER (2000).

Neste trabalho, todos estes arquivos foram atualizados a partir do *Center for Determination in Europe* – Centro de Determinação de Órbita da Europa (CODE) (<ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE>), o qual é um dos centros de análises do *International GPS Service* (IGS).

Para um melhor entendimento, dividir-se-á a fase de processamento dos dados nas seguintes etapas: criação da campanha, transferência, órbitas e processamento.

A etapa de criação da campanha é subdividida em quatro fases:

1ª Fase – definição do nome da campanha (diretório) e as datas de início e término da mesma;

2ª Fase – criação de subdiretórios de trabalho da campanha. Nesta fase são criados os seguintes subdiretórios para o processamento dos dados da campanha:

ATM – armazena dados atmosféricos;

DATPAN – armazena arquivos que contém os dias de rastreo, sessões, altura da antena, nome das estações e seus respectivos receptores;

OBS – contém arquivos de observação no formato BERNESE;

ORX – não foi encontrada a sua função;

OUT – contém os arquivos de saída dos programas;

RAW – contém arquivos os de rastreo;

STA – contém o arquivo de coordenadas iniciais (aproximadas), coordenadas geradas a cada processamento e carregamento oceânico.

3ª Fase – definição das sessões da campanha;

4ª Fase – criação de arquivo contendo as coordenadas aproximadas de todas as estações envolvidas no processamento.

A etapa de transferência é subdividida em duas fases:

1ª Fase – por meio da rotina CCRINEXO procede-se a transformação de arquivos brutos em arquivos RINEX;

2ª Fase – a rotina RXOBV3 transforma arquivos RINEX em arquivos no formato BERNESE;

A etapa de órbitas é subdividida me três fases:

1ª Fase – por meio da rotina PRETAB procede-se a transformação de órbitas precisas ou transmitidas em órbitas tabulares;

2ª Fase – esta rotina também é responsável pela criação do arquivo dos erros dos relógios dos satélites;

3ª Fase – criação de órbitas padrão a partir das órbitas tabulares por meio da rotina ORBGEN.

A etapa de processamento é subdividida em seis fases:

1ª Fase – programa CODSP: calcula a correção do relógio do receptor com relação ao tempo GPS e determina as coordenadas das estações a partir das observações de código;

2ª Fase – programa SINGDIF: gera os arquivos de simples diferença de fase;

3ª Fase – programa MAUPRP: o objetivo desta fase é o pré-processamento das medidas de simples diferença de fase. O programa percorre todas as medidas de fase procurando as perdas de ciclo. Se uma perda de ciclo for encontrada o programa tenta corrigi-la, caso não consiga as observações ruins são eliminadas (análise de *outliers*<sup>A1</sup>) ou um novo parâmetro de ambigüidade é introduzido. E por fim, determina as coordenadas das estações por meio da solução da tripla diferença de fase;

4ª Fase – programa GPSEST: realiza o ajustamento pelo M.M.Q. para determinação das coordenadas, baseado nas observações de dupla diferença de fase. Este programa deve ser executado pelo menos três vezes. Na primeira execução do GPSEST verifica-se a qualidade dos dados armazena os resíduos para uma posterior análise e eliminação das observações com resíduos altos. Na segunda execução, as ambigüidades são resolvidas e fixadas, e na última execução, calcula-se a solução final do processamento e gera os arquivos contendo as equações normais;

5ª Fase – programa ADDNEQ: combina resultados obtidos por várias soluções no GPSEST. As informações de entrada são os arquivos de equações normais gerados no GPSEST;

6ª Fase – programa ADDNEQ2: permite traçar estratégias com o objetivo de se obter resultados mais precisos do que aqueles gerado pelo ADDNEQ. No entanto, segundo BEUTLER et al. (2001) este programa ainda está em fase de testes.

---

<sup>A1</sup> outliers são observações com resíduos que excederam o limite definido pelo usuário (BEUTLER et al., 2001).



```
% TENSOR DE DEFORMAÇÃO
NAO-TRANSLACIONAL DE
SEGUNDA ORDEM
```

```
g(3*i-2,1)=Ei(3*i-2,3*j-2);
g(3*i-1,2)=Ei(3*i-1,3*j-1);
g(3*i,3)=Ei(3*i,3*j);
g(3*i-2,2)=Ei(3*i-2,3*j-1);
g(3*i-2,3)=Ei(3*i-2,3*j);
g(3*i-1,1)=Ei(3*i-1,3*j-2);
g(3*i-1,3)=Ei(3*i-1,3*j);
g(3*i,1)=Ei(3*i,3*j-2);
g(3*i,2)=Ei(3*i,3*j-1);
```

```
% TENSOR DE DEFORMAÇÃO
SIMETRICA
```

```
o(3*i-2,1)=ei(3*i-2,3*j-2);
o(3*i-1,2)=ei(3*i-1,3*j-1);
o(3*i,3)=ei(3*i,3*j);
o(3*i-2,2)=ei(3*i-2,3*j-1);
o(3*i-2,3)=ei(3*i-2,3*j);
o(3*i-1,1)=ei(3*i-2,3*j-1);
o(3*i-1,3)=ei(3*i-1,3*j);
o(3*i,1)=ei(3*i,3*j-2);
o(3*i,2)=ei(3*i-1,3*j);
```

```
% FORMA [Ex Ey Ez Exy Exz
Eyz]
```

```
o1(i,1)=ei(3*i-2,3*j-2);
o1(i,2)=ei(3*i-1,3*j-1);
o1(i,3)=ei(3*i,3*j);
o1(i,4)=ei(3*i-2,3*j-1);
o1(i,5)=ei(3*i-2,3*j);
o1(i,6)=ei(3*i-1,3*j);
```

```
% TENSOR DE DEFORMAÇÃO
ANTI-SIMETRICA
```

```
t(3*i-2,1)=0;
t(3*i-1,2)=0;
t(3*i,3)=0;
t(3*i-2,2)=wi(3*i-2,3*j-1);
t(3*i-2,3)=wi(3*i-2,3*j);
t(3*i-1,1)=-wi(3*i-2,3*j-1);
t(3*i-1,3)=wi(3*i-1,3*j);
t(3*i,1)=-wi(3*i-2,3*j);
t(3*i,2)=-wi(3*i-1,3*j);
```

```
% FORMA [wx wy wz] EM
SEGUNDOS DE ARCO (")
```

```
t1(i,1)=(wi(3*i-2,3*j-
1)*(180/pi)*3600);
t1(i,2)=(wi(3*i-
2,3*j)*(180/pi)*3600);
t1(i,3)=(wi(3*i-
1,3*j)*(180/pi)*3600);
```

```
end
end
```

```
% SAIDA DOS TENSORES:
DEFORMAÇÃO (Local);
DEFORMAÇÃO SIMETRICA;
DEFORMAÇÃO ANTI-SIMETRICA
```

```
E=[g];
Simetrica=[o];
AntiSimetrica=[t];
```

```
% SAIDA DA MATRIZ DE
ROTAÇÕES NA FORMA [wx wy
wz] EM SEGUNDOS DE ARCO (")
```

```
Rotacao_Segundos=[t1];
```

```
% SAIDA DA MATRIZ DE
DEFORMAÇÃO SIMETRICA NA
FORMA [Ex Ey Ez Exy Exz Eyz]
```

```
Ve=[o1];
```

```
% CALCULO DOS VALORES
PROPRIOS E VETORES PROPRIOS
DA DEFORMAÇÃO SIMETRICA
% DOS PONTOS DE
MONITORAMENTO
```

```
% CARREGAR OS ARQUIVOS
QUE CONTEM O TENSOR DE
DEFORMAÇÃO SIMETRICA DE
CADA
% PONTO DE
MONITORAMENTO
```

```
load g1.m; load g2.m; load g3.m; load
g4.m; load g5.m; load g6.m; load
g7.m; load g8.m; load g9.m;
load g10.m; load g11.m; load g12.m;
load g13.m; load g14.m; load g15.m;
load g16.m; load g17.m; load g18.m;
load g19.m; load g20.m; load g21.m;
load g22.m; load g23.m; load g24.m;
load g25.m; load g26.m; load g27.m;
load g28.m; load g29.m; load g30.m;
load g31.m; load g32.m; load g33.m;
load g34.m; load g35.m;
```

```
%CALCULO DOS VALORES E
VETORES PROPRIOS
```

```
[D1,T1]=schur(g1);
[D2,T2]=schur(g2);
[D3,T3]=schur(g3);
[D4,T4]=schur(g4);
[D5,T5]=schur(g5);
[D6,T6]=schur(g6);
[D7,T7]=schur(g7);
[D8,T8]=schur(g8);
[D9,T9]=schur(g9);
[D10,T10]=schur(g10);
[D11,T11]=schur(g11);
[D12,T12]=schur(g12);
[D13,T13]=schur(g13);
[D14,T14]=schur(g14);
[D15,T15]=schur(g15);
[D16,T16]=schur(g16);
[D17,T17]=schur(g17);
[D18,T18]=schur(g18);
[D19,T19]=schur(g19);
[D20,T20]=schur(g20);
[D21,T21]=schur(g21);
[D22,T22]=schur(g22);
[D23,T23]=schur(g23);
[D24,T24]=schur(g24);
[D25,T25]=schur(g25);
[D26,T26]=schur(g26);
[D27,T27]=schur(g27);
[D28,T28]=schur(g28);
[D29,T29]=schur(g29);
[D30,T30]=schur(g30);
[D31,T31]=schur(g31);
[D32,T32]=schur(g32);
```

```
[D33,T33]=schur(g33);
[D34,T34]=schur(g34);
[D35,T35]=schur(g35);
```

```
% CALCULO DOS SEMI-EIXOS E
DA ORIENTAÇÃO DAS ELIPES DE
DEFORMAÇÃO
% REFERENTE AOS PLANOS XY,
XZ E YZ
```

```
%Colocar a Matriz dos Vetores
Proprios na Forma de Matriz Bloco
Diagonal
```

```
D=cat(1,D1,D2,D3,D4,D5,D6,D7,D8,
D9,D10,D11,D12,D13,D14,D15,D16,
D17,D18,D19,D20,D21,D22,D23,D24,
D25,D26,D27,D28,D29,D30,D31,D32,
D33,D34,D35);
```

```
%Colocar a Matriz dos Valores
Proprios na Forma de Matriz Bloco
Diagonal
```

```
T=cat(1,T1,T2,T3,T4,T5,T6,T7,T8,T9,
T10,T11,T12,T13,T14,T15,T16,T17,T
18,T19,T20,T21,T22,T23,T24,T25,T26
,T27,T28,T29,T30,T31,T32,T33,T34,T
35);
```

```
for i=1:35
```

```
% MATRIZ COM OS VETORES
PROPRIOS NECESSARIOS
```

```
m(i,1)=D(3*i-2,2); %m12
m(i,2)=D(3*i-1,2); %m22
m(i,3)=D(3*i-1,3); %m23
m(i,4)=D(3*i-2,3); %m13
m(i,5)=D(3*i,3); %m33
```

```
% MATRIZ COM OS EIXOS
PRINCIPAIS DE DEFORMAÇÃO
```

```
r(i,1)=T(3*i-2,1);
r(i,2)=T(3*i-1,2);
r(i,3)=T(3*i,3);
```

```
rk(i,1)=T(3*i-2,1);
rk(i,2)=T(3*i-1,2);
rk(i,3)=T(3*i,3);
```

```
end
```

```
for i=1:35
```

```
if T(3*i-2,1)<0
r(i,1)=T(3*i-2,1)*(-1);
elseif T(3*i-1,2)<0
r(i,2)=T(3*i-1,2)*(-1);
elseif T(3*i,3)<0
r(i,3)=T(3*i,3)*(-1);
end
```

```
for i=1:35
```

```
% Calculo dos Semi-Eixo das
Elipses
```

```
% Plano XY
```

```
XY(i,1)=r(i,1)^0.5;
XY(i,2)=r(i,2)^0.5;
```

```

XY(i,3)=(atan(m(i,1)/m(i,2)))*(180/pi)
+360; % VERIFICAR O
QUADRANTE DO ANGULO DE
ORIENTAÇÃO

```

```

% Plano XZ

```

```

XZ(i,1)=r(i,1)^0.5;
XZ(i,2)=r(i,3)^0.5;

```

```

XZ(i,3)=(atan(m(i,4)/m(i,5)))*(180/pi)
+360; % VERIFICAR O
QUADRANTE DO ANGULO DE
ORIENTAÇÃO

```

```

% Plano YZ

```

```

YZ(i,1)=r(i,2)^0.5;
YZ(i,2)=r(i,3)^0.5;

```

```

YZ(i,3)=(atan(m(i,3)/m(i,5)))*(180/pi)
+360; % VERIFICAR O
QUADRANTE DO ANGULO DE
ORIENTAÇÃO

```

```

% VETOR DOS EIXOS
PRINCIPAIS DE DEFORMAÇÃO

```

```

%r(i,1)=T(3*i-2,3*j-2);
%r(i,2)=T(3*i-1,3*j-1);
%r(i,3)=T(3*i,3*j);

```

```

EixoDefor=[r];
EixoDefor_ComSinal=[rk];
Elipse_XY=[XY];
Elipse_XZ=[XZ];
Elipse_YZ=[YZ];

```

```

%diary saida.m

```

```

%diary off
end
end

```

### APÊNDICE 3 – TESTE PARA A DIFERENÇA ENTRE DUAS MÉDIAS POPULACIONAIS $\mu_1$ E $\mu_2$ PARA O CASO DE DADOS EMPARELHADOS

Este teste é baseado na distribuição t de Student, que deve ser realizado quando os dados estão relacionados dois a dois de acordo com algum critério. Resumidamente, as etapas para a consecução deste teste são (COSTA NETO, 1977):

1. Formulação da hipótese nula:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0 \quad (\text{A3.1})$$

2. Formulação da hipótese alternativa:

$$H_1 : \left. \begin{array}{l} \text{a) } \mu_1 - \mu_2 < d_0. \\ \text{b) } \mu_1 - \mu_2 > d_0. \\ \text{c) } \mu_1 - \mu_2 \neq d_0. \end{array} \right\} \quad (\text{A3.2})$$

3. Fixar o nível de significância  $\alpha$ .
4. Determinar a Região de Rejeição, com  $v = n - 1$ .
5. Calcular a estatística do teste:

$$t = \frac{\bar{d} - d_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (\text{A3.3})$$

onde:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}}, \quad (\text{A3.4})$$

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}, \quad (\text{A3.5})$$

com

$$d_i = x_{1i} - x_{2i}, \quad (\text{A3.6})$$

em que  $x_{1i}$  e  $x_{2i}$ , representam duas observações emparelhadas.

6. Conclusões:

- a) se  $t < -t_{\alpha}$ , rejeita – se  $H_0$ .
  - b) se  $t > t_{\alpha}$ , rejeita – se  $H_0$ .
  - c) se  $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}$ , rejeita – se  $H_0$ .
- $$(\text{A3.7})$$

## APÊNDICE 4 – DESLOCAMENTOS EM COORDENADAS GEODÉSICAS

TABELA A4.1 - DESLOCAMENTOS EM COORDENADAS GEODÉSICAS

PONTO	$\Delta\varphi$ (m)	$\Delta\lambda$ (m)	$(\Delta\varphi^2 + \Delta\lambda^2)^{1/2}$ (m)	$\Delta h$ (m)
P202	-0,0026	0,0004	0,0027	-0,0097
P203	-0,0018	-0,0004	0,0019	-0,0106
P204	0,0000	0,0003	0,0003	-0,0112
P205	-0,0305	0,0106	0,0323	-0,0108
P206	-0,0005	-0,0001	0,0005	-0,0110
P301	0,0010	-0,0002	0,0010	-0,0107
P302	-0,0003	0,0004	0,0005	-0,0101
P303	0,0011	-0,0002	0,0011	-0,0110
P304	-0,0008	0,0004	0,0008	-0,0106
P306	-0,0007	-0,0001	0,0007	-0,0098
P307	-0,0014	0,0000	0,0014	-0,0086
P502	-0,0001	-0,0003	0,0003	-0,0115
P505	-0,0001	-0,0003	0,0003	-0,0124
P308	-0,0006	0,0001	0,0006	-0,0058
P309	-0,0003	0,0001	0,0003	-0,0069
P312	0,0000	-0,0001	0,0001	-0,0021
P313	-0,0007	-0,0001	0,0007	-0,0035
P315	-0,0001	0,0002	0,0002	-0,0016
P319	-0,0002	-0,0001	0,0003	-0,0015
P401	-0,0002	0,0002	0,0003	-0,0021
P402	0,0008	-0,0043	0,0044	-0,0039
P404	0,0002	-0,0001	0,0002	-0,0061
P405	-0,0001	0,0003	0,0003	-0,0043
P407	0,0002	-0,0001	0,0002	-0,0064
P408	0,0002	-0,0001	0,0002	-0,0068
P602	-0,0009	0,0006	0,0011	-0,0089
P603	0,0006	0,0003	0,0007	-0,0075
P604	-0,0006	-0,0020	0,0021	-0,0068
P606	0,0003	-0,0010	0,0010	-0,0079
P607	-0,0004	0,0006	0,0007	-0,0052
P608	-0,0002	0,0004	0,0004	-0,0047
P609	-0,0012	-0,0005	0,0013	-0,0041
P610	0,0011	0,0008	0,0014	-0,0033
P612	-0,0002	-0,0001	0,0002	-0,0036
P613	-0,0002	0,0003	0,0004	-0,0013

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)