



Ministério da
Ciência e Tecnologia



INPE-15300-TDI/1352

DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA E MANOBRAS UTILIZANDO GPS E MOTOR COM BAIXO EMPUXO

Vivian Martins Gomes

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado e Hélio Koiti Kuga, aprovada em 1 de agosto de 2008.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/08.11.15.18>>

INPE
São José dos Campos
2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3945-6911/6923

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO:

Presidente:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Membros:

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Haroldo Fraga de Campos Velho - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Jefferson Andrade Ancelmo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Simone A. Del-Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Marilúcia Santos Melo Cid - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Viveca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
Ciência e Tecnologia



INPE-15300-TDI/1352

DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA E MANOBRAS UTILIZANDO GPS E MOTOR COM BAIXO EMPUXO

Vivian Martins Gomes

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado e Hélio Koiti Kuga, aprovada em 1 de agosto de 2008.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/08.11.15.18>>

INPE
São José dos Campos
2008

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

V585d Gomes, Vivian Martins.

Determinação de órbita e manobras utilizando GPS e motor com baixo empuxo/ Vivian Martins Gomes. – São José dos Campos: INPE, 2008.

184p. ; (INPE-15300-TDI/1352)

1. Determinação de órbita. 2. Manobras orbitais. 3. Filtro de Kalman. 4. Satélites artificiais. 5. Astrodinâmica. I. Título.

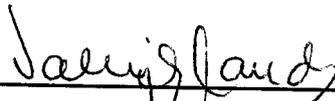
CDU 629.7.062.2

Copyright © 2008 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, microfílmico, reprográfico ou outros, sem a permissão escrita da Editora, com exceção de qualquer material fornecido especificamente no propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2008 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, microfilming, recording or otherwise, without written permission from the Publisher, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Doutor(a) em
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle

Dr. Valcir Orlando



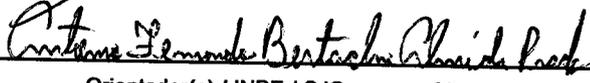
Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Hélio Koiti Kuga



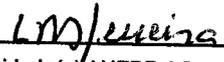
Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado



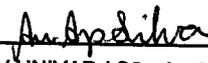
Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira



Convidado(a) / UFPR / Curitiba - PR

Dra. Aurea Aparecida da Silva



Convidado(a) / UNIVAP / São José dos Campos - SP

Aluno (a): Vivian Martins Gomes

São José dos Campos, 19 de junho de 2008

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, que ao longo desses anos foi não só meu orientador, sempre competente e seguro sobre os tópicos deste trabalho, mas também mostrou-se ser um grande amigo, sempre me incentivando, apoiando, auxiliando e apontando o melhor caminho a ser seguido. Obrigada por ter feito minha caminhada mais leve e por ter sido especial na minha vida.

Ao Dr. Hélio Koiti Kuga, que me orientou de forma segura, demonstrando experiência e conhecimento no assunto.

À minha mãe Luiza, que não mediu esforços para que eu pudesse atingir mais essa etapa da minha vida.

Ao Dr. Edwin Wnuk e todo o pessoal do Observatório Astronômico Adam Mickiewicz, em Poznan, na Polônia, por me receber e orientar durante meu estágio de doutorando no exterior.

Um agradecimento especial para as minhas amigas polonesas, Regina Rudawska, Magdalena Polinska e Justyna Golebiewska por toda atenção e amizade que tiveram por mim durante minha estadia na Polônia. Com certeza, elas fizeram minha vida muito mais fácil e feliz nesse período.

À Dra. Magdalena Kuzmicz-Cieslak do Joint Center for Earth Systems Technology, (JCET/UMBC), University of Maryland, Baltimore County pela ajuda e suporte no uso do software Geodyn.

Um agradecimento muito especial também para meu amigo Leandro Baroni, que esteve presente desde o início do mestrado e que sempre me ajudou com meus problemas computacionais (que foram muitos), mostrando ser um grande companheiro.

À Divisão de Mecânica Espacial e Controle, professores e funcionários, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela bolsa concedida para a realização do trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio concedido para realização de estágio de doutorando no exterior.

Aos membros da banca examinadora pela atenção dispensada ao avaliar este trabalho.

RESUMO

O Sistema de Posicionamento Global (GPS) é um sistema de navegação por satélites que permite determinar o posicionamento tridimensional e tempo com alta precisão. Seus principais objetivos são: auxílio a radionavegação, navegação em tempo real, cobertura global e rápida aquisição de dados enviados pelos satélites GPS. Propõe-se neste trabalho estimar, em tempo real, o vetor de estado orbital de satélites artificiais, composto pelas coordenadas de posição e velocidade, através do processamento da solução de navegação obtida pelo receptor GPS a bordo. Neste trabalho é usado o filtro de Kalman para estimar o vetor de estado a partir das observações do receptor. O filtro de Kalman é usado devido a sua robustez em aplicações de tempo real, sem a necessidade de armazenar observações, já que elas podem ser processadas à medida que são coletadas. O modelo dinâmico inclui perturbações devido ao geopotencial, à pressão de radiação solar e às perturbações devidas ao Sol e a Lua e as observações são as soluções de navegação, obtidas de um receptor GPS a bordo do satélite, que são compostas de estimativas de posição e tendência do relógio do receptor. Simulações e testes são feitos utilizando dados reais do satélite TOPEX/POSEIDON. O vetor de estado estimado é comparado com as efemérides precisas POE (*Precise Orbit Ephemeris*), produzidas pelo JPL/NASA. Após essa etapa é implementado um algoritmo para converter elementos osculadores (instantâneos) em elementos médios e vice-versa, que é necessário ao problema de manobras orbitais. Para a realização das manobras orbitais, é desenvolvido um software para o cálculo de manobras ótimas, que será usado como referência para comparação e análise do método sub-ótimo que seria utilizado a bordo. É também estudado e desenvolvido um método para o caso de manobras sub-ótimas contínuas. Esse método é baseado em um desenvolvimento analítico, que gera equações que podem ser utilizadas com rápido tempo de processamento, adequado para utilizações em tempo real.

ORBIT DETERMINATION AND AUTONOMOUS MANEUVER USING GPS AND LOW THRUST

ABSTRACT

The Global Positioning System (GPS) is a satellite navigation system that allows the users to determine 3D positioning and the time with high precision. Its main purposes are: aid to radionavigation in three dimensions with high precision positioning, navigation in real time, global coverage and quick acquisition of data sent by the GPS satellites. In this work, it is proposed to estimate, in real time, an orbital state vector composed by position, velocity, bias and drift of the GPS receiver clock on board satellites by processing the raw navigation solution obtained by the on-board receiver. In this work the Kalman filter is used to estimate the state vector based on the incoming observations from the receiver. The Kalman filter is used due to its robustness in real time applications, without unnecessary storage of observations, as they can be processed while being collected. The filter dynamic model includes perturbation due to geopotential, solar radiation pressure and perturbations due to the Sun and the Moon and the observations are the raw navigation solution composed of position and receiver clock bias. Simulations and tests are done using real data from TOPEX/POSEIDON satellite. A comparison is done between the estimated state vector and the precise orbit ephemeris (POE) produced by JPL/NASA. After that an algorithm to convert osculating elements in mean elements and vice versa is implemented because it is required to the orbital maneuvers problem. To perform the orbital maneuvers, a software that calculates an optimal maneuver is developed. This method will be used as a reference for comparison and analyses of the suboptimal methods to be used on board. This method is based on an analytical development that generate equations that can be computed in a shorter time, allowing real time applications.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Objetivos.....	18
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
3 SISTEMA GPS	37
3.1 Segmento espacial.....	38
3.2 Segmento de controle.....	39
3.3 Segmento usuário.....	39
3.4 Sinais dos satélites GPS.....	39
3.5 Mensagem de navegação.....	41
3.6 Medidas de observação do GPS.....	44
3.7 Fontes de erros.....	45
4 METODOLOGIA DE DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA	49
4.1 Modelagem da dinâmica.....	50
4.1.1 Problema dos dois corpos.....	51
4.2 Geopotencial.....	53
4.3 O potencial luni solar.....	54
4.4 Pressão de radiação solar direta.....	54
4.5 Propagação de órbita.....	55
4.5.1 Runge Kutta.....	57
4.6 Técnicas de estimação.....	58
4.6.1 Filtro de Kalman.....	58
4.7 Aplicação do filtro de Kalman.....	62
4.7.1 Modelo da dinâmica do estimador.....	62
4.7.2 Modelo das medidas do estimador.....	64
4.7.3 Matriz de transição.....	66
4.7.4 Cálculo do ruído dinâmico.....	67
4.7.5 Transformação de coordenadas.....	68
5 TESTES DA MODELAGEM DINÂMICA UTILIZANDO O SOFTWARE GEODYN	71
5.1 Resultados.....	72
5.2 Conclusões.....	80
6 TESTE DO PROPAGADOR E DADOS DO FILTRO	83
6.1 Teste do propagador.....	84
6.2 Configuração do filtro de Kalman.....	88

7 RESULTADOS E ANÁLISES DA DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA.....	91
7.1 Estatística dos resultados para o dia 19/11/93.....	91
8 CONVERSÃO ENTRE ELEMENTOS OSCULADORES E MÉDIOS.....	99
8.1 Elementos médios e osculadores.....	99
8.1.1 Transformação de elementos osculadores para elementos médios.....	103
8.1.2 Transformação de elementos médios para elementos osculadores.....	104
8.2 Resultados.....	105
8.3 Perturbação devido ao terceiro e quarto corpo.....	111
9 METODOLOGIA DE MANOBRAS ORBITAIS.....	113
9.1 Manobras orbitais básicas.....	114
9.1.1 Tipos de manobras.....	114
9.1.1.1 Transferências de órbita.....	115
9.1.1.2 Correções de órbita.....	115
9.1.2 Manobras orbitais impulsivas.....	115
9.1.2.1 Transferência de Hohmann.....	116
9.1.2.2 Transferência bi-elíptica tri-impulsiva.....	117
9.1.2.3 Transferência bi-parabólica.....	117
9.2 O caso com empuxo finito.....	118
9.2.1 Ângulos de aplicação de empuxo lineares.....	118
9.2.2 Método híbrido.....	125
9.2.3 Método sub-ótimo de alta velocidade de processamento.....	130
9.2.3.1 Obtenção das leis de aplicação do empuxo para casos específicos.....	142
10 RESULTADOS DAS MANOBRAS ORBITAIS.....	145
10.1 Manobra 1.....	145
10.2 Manobra 2.....	150
10.3 Manobra 3.....	152
10.4 Manobra 4.....	157
10.5 Manobra 5.....	160
10.6 Direções lineares de aplicação da propulsão.....	161
11 CONCLUSÕES.....	167
11.1 Sugestões de trabalhos futuros.....	169
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	171
A APÊNDICE A – DETALHAMENTO DO GEODYN.....	181

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
3.1 Constelação do sistema GPS.....	40
3.2 Mensagem de navegação.....	42
5.1 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem arrasto.....	74
5.2 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem marés terrestres.....	75
5.3 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem marés oceânicas.....	75
5.4 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem a Lua.....	76
5.5 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando geopotencial até 20 x 20.....	77
5.6 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando geopotencial até 30 x 30.....	77
5.7 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando geopotencial até 50 x 50.....	78
5.8 Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando JGM1 até 36 x 36 para o geopotencial.....	79
5.9 Diferença em posição entre o modelo de referência e outros modelos para o geopotencial.....	80
6.1 Erro em posição propagada.....	85
6.2 Erro em velocidade propagada.....	86
7.1 Erro em posição.....	97
7.2 Erro em velocidade.....	98
8.1 Diferença na posição do satélite calculada a partir de elementos osculadores antes e depois das transformações.....	107
8.2 Diferença entre integração numérica e analítica na posição do satélite.....	108
8.3 Diferença na posição do satélite calculada a partir de elementos osculadores antes e depois das transformações.....	109
8.4 Diferença entre integração numérica e analítica na posição do satélite.....	109
8.5 Diferença na posição do satélite calculada a partir de elementos osculadores antes e depois das transformações.....	110
8.6 Diferença entre integração numérica e analítica na posição do satélite.....	111
10.1 Variação do semi eixo maior por órbita em função da direção de aplicação do empuxo.....	148
10.2 Variação do elemento orbital h por órbita em função da direção da aplicação do empuxo.	148

10.3	Varição do elemento orbital k por órbita em função da direção da aplicação do empuxo.	149
10.4	Varição do semi eixo maior por órbita em função da direção de aplicação do empuxo.	155
10.5	Varição do elemento orbital h por órbita em função da direção da aplicação do empuxo.....	155
10.6	Varição do elemento orbital k por órbita em função da direção da aplicação do empuxo.	156
10.7	Varição do semi eixo maior em função das constantes A e B	162
10.8	Varição do h em função das constantes A e B	163
10.9	Varição do k em função das constantes A e B	164

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
6.1	Condição Inicial para Teste do Propagador..... 84
6.2	Média do erro em posição e velocidade propagadas..... 87
6.3	Condições iniciais das coordenadas de posição, velocidade e tendência para o filtro às 00 horas GPS..... 88
6.4	Covariância inicial do filtro..... 89
6.5	Covariância do ruído dinâmico..... 89
6.6	Erros de medida (Solução de Navegação)..... 89
7.1	Estatística dos resíduos – 19/11/93..... 92
7.2	Estatística dos erros na determinação de órbita – 19/11/93..... 94
7.3	Estatística dos erros na determinação de órbita – 19/11/93..... 95
7.4	Estatística dos erros na determinação de órbita – 19/11/93..... 96
8.1	Elementos orbitais do primeiro teste..... 105
8.2	Elementos orbitais do segundo teste..... 108
8.3	Elementos orbitais do terceiro teste..... 110
10.1	Elementos da órbita inicial e final para a manobra 1..... 146
10.2	Dados para a manobra 1 usando o método ótimo. 146
10.3	Elementos keplerianos finais obtidos para a manobra 1..... 150
10.4	Elementos da órbita inicial e final para a manobra 2..... 150
10.5	Dados para a manobra 2 usando o método ótimo. 151
10.6	Elementos keplerianos finais obtidos para a manobra 2..... 152
10.7	Elementos da órbita inicial e final para a manobra 3..... 152
10.8	Dados para a manobra 3 usando o método ótimo..... 153
10.9	Elementos keplerianos finais para a manobra 3..... 157
10.10	Elementos da órbita inicial e final para a manobra 4..... 157
10.11	Dados para a manobra 4 usando o método ótimo..... 158
10.12	Elementos keplerianos finais para a manobra 4..... 160
10.13	Elementos keplerianos finais para a manobra 6..... 160
10.14	Tempo e consumo com direção linear de aplicação do empuxo..... 164

1 INTRODUÇÃO

A determinação de órbita de um satélite artificial consiste em estimar a posição e a velocidade do satélite em um dado instante, em relação a um dado referencial, utilizando como informações um conjunto de medidas observacionais do satélite. As observações podem ser obtidas de várias maneiras, como por exemplo, sistemas de rastreamento no solo ou por sensores navegacionais a bordo do satélite.

No processo de determinação de órbita, necessita-se do modelo da dinâmica do movimento orbital do satélite, que descreve a trajetória do mesmo; do modelo observacional definido pelo tipo de medidas a serem utilizadas; e de técnicas de estimação de estado. A determinação de órbita pode ser executada de diversas maneiras e depende, em parte, das características da órbita do satélite e das necessidades da missão.

A necessidade de maior cobertura de rastreamento, comunicação, precisão e tempo para determinação de órbita fez com que constelações de satélites se tornassem estações de rastreamento operacionais, como é o caso do *Global Positioning System* (GPS), um excelente sistema para navegação por satélites, que vem sendo utilizado em terra, mar e espaço terrestre.

A determinação de órbita e o cálculo de manobras orbitais de um satélite artificial são problemas de extrema importância na área de Mecânica Orbital e o problema de transferir um veículo espacial de uma órbita para outra tem crescido de importância nos últimos anos. Aplicações podem ser encontradas em diversas atividades espaciais, como na colocação de um satélite em órbita geoestacionária, no deslocamento de uma estação espacial, na manutenção de órbita de um satélite, entre outras.

1.1 Objetivos

O problema de determinação de órbita de satélites artificiais é muito atual e de importância fundamental nas atividades aeroespaciais. Os métodos que usam a constelação GPS estão entre os mais interessantes. Com isso, este trabalho tem o objetivo principal de desenvolver ferramentas de navegação autônoma, isto é, de determinação de órbita em tempo real e a bordo, que não requeiram comunicação entre o veículo espacial e o centro de controle para serem implementadas. Complementando este objetivo, também é estudada a aplicação das ferramentas de navegação autônoma via GPS aqui desenvolvidas, na determinação de manobras orbitais, viabilizando o desenvolvimento de um sistema de controle autônomo de órbita.

Para o desenvolvimento de procedimentos de determinação de órbita, é necessário usar um modelo dinâmico para o movimento orbital do veículo espacial. Adicionando mais forças perturbativas pode-se obter maior precisão, mas a carga computacional torna-se também maior, aumentando o tempo necessário ao processamento. O tempo de processamento é muito importante, pelo fato de se estar interessado no estudo de procedimentos de determinação de órbita para aplicações em tempo real. Serão então estudados a precisão e o tempo computacional para diversos modelos com o objetivo de obter conclusões que possibilitem a implementação somente das perturbações adequadas a aplicações em tempo real. Os resultados serão aplicados no desenvolvimento de um conjunto de programas computacionais específicos que será deixado disponível para possíveis aplicações em missões reais do INPE. Estes programas computacionais podem ser utilizados em conjunto para efetuar a tarefa de determinação de órbita e das manobras orbitais envolvidas no processo.

Em aplicações reais, pode haver a necessidade de se fazer uma manobra complementar, sendo esta uma transferência orbital ou apenas correções periódicas. Este problema consiste em alterar a posição, velocidade e massa do satélite de seu estado atual para um novo estado pré-determinado. A transferência pode ser completamente vinculada ou parcialmente livre (tempo livre, velocidade final livre, etc). No caso mais geral, deve-se

fazer a escolha da direção, sentido e magnitude do empuxo a ser aplicado, respeitando-se os limites dos equipamentos disponíveis. Para a realização desta transferência, pretende-se usar manobras ótimas ou sub-ótimas contínuas, que são aquelas que são obtidas através da aplicação de um empuxo de baixa magnitude durante um tempo relativamente longo, ao invés do uso de propulsores com alto empuxo que fazem a transferência em tempo quase nulo. Sendo assim, para cumprir essa tarefa serão desenvolvidos e implementados dois métodos para o cálculo de manobras orbitais. O primeiro deles irá buscar uma otimização sem a preocupação com o tempo de processamento e o segundo método será sub-ótimo e aproximará as direções de aplicação do empuxo para permitir um cálculo mais rápido do controle.

Para auxiliar o problema de manobras orbitais, é implementado um algoritmo para converter elementos osculadores (instantâneos) em elementos médios e vice-versa, adaptado aos objetivos do presente trabalho. Esta conversão é necessária porque o processo de determinação de órbita fornece os elementos osculadores de uma órbita específica, mas o controle considera a órbita definida por um conjunto de elementos médios. Um algoritmo eficiente para esta conversão é uma ferramenta muito importante que poderá ser usada no INPE em diversos projetos.

Sendo assim, as contribuições obtidas no presente trabalho são:

- Estudo do efeito de diferentes perturbações no processo de determinação de órbita utilizando o software *GEODYN*, desenvolvido no Observatório Astronômico da Universidade Adam Mickiewicz, em Poznan, Polônia, com a supervisão do Dr. Edwin Wnuk, até então não disponível para utilização no INPE;
- Implementação de um método para determinação de órbita levando em conta várias perturbações modeladas e análise do melhor custo benefício para utilização em tempo real.

- Adaptação e desenvolvimento de um método para transformação de elementos orbitais médios em elementos orbitais osculadores e vice versa, também desenvolvido no Observatório Astronômico da Universidade Adam Mickiewicz, em Poznan, Polônia,, com a supervisão do Dr. Wnuk. Esse desenvolvimento incluiu a adição de forças perturbadoras ainda não disponíveis na versão existente na Polônia;
- Adaptação e implementação de um método para o cálculo de manobras orbitais ótimas com baixo empuxo. Esse método foi baseado em um método anteriormente desenvolvido por Prado (1989), e que recebeu melhorias no presente trabalho no que diz respeito ao intervalo e velocidade de convergência. Isso implica que foi possível obter solução em situações onde não havia convergência. Em situações onde já existia convergência, a solução foi obtida de forma mais rápida;
- Desenvolvimento e equacionamento de um método que calcule manobras orbitais sub ótimas que possa ser executado com baixo tempo de processamento. Esse método pode ser utilizado para manobras orbitais de pequena amplitude, baseado em equações analíticas que podem ser adaptadas para um largo intervalo de órbitas. Sendo assim, foi possível obter um equacionamento genérico que pode ser simplificado para um grande número de situações específicas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em relação a métodos para determinação de órbita de satélites artificiais, vários trabalhos podem ser encontrados na literatura. As diferenças entre eles estão baseadas nas escolhas de modelos de sistema dinâmico, tipos de medidas e técnicas de estimação.

Kuga (1982) implementou e testou procedimentos de estimação com o objetivo de verificar a possibilidade de sua utilização na determinação de órbita, em tempo real, de satélites artificiais de baixa altitude. Em seu trabalho, o procedimento de estimação consiste em uma técnica adaptativa utilizando o filtro de Kalman.

Também Kuga (1989) apresentou um trabalho para determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres através de técnicas de estimação combinadas com técnicas de suavização de estado. Nesse trabalho foi proposto um processo de estimação de órbita em tempo real utilizando o filtro de Kalman em conjunto com técnicas adaptativas para prevenir a divergência e aumentar as características de robustez do filtro. Num pós-processamento foram utilizadas técnicas de suavização ("smoothing") para melhorar as precisões a partir dos resultados de tempo real. Outros estudos foram realizados no INPE com respeito à estimação adaptativa, como os de Rios Neto e Kuga (1981, 1982), Rios Neto *et. al.* (1982), Rios Neto e Paiva (1983) e Orlando e Rios Neto (1984).

São encontrados também vários trabalhos sobre determinação de órbitas de satélites artificiais utilizando o sistema GPS, como o de Lopes e Kuga (1986, 1988, 1997), que apresentam procedimentos de determinação de órbita com processamento de medidas GPS em única frequência. Nesses procedimentos os elementos orbitais são estimados através do método de mínimos quadrados. Os erros e a matriz de covariância são obtidos considerando os erros das medidas e as incertezas nas posições e velocidades dos satélites GPS. Resultados obtidos através de simulação digital indicam que o procedimento é uma ferramenta promissora para a determinação estática de órbita.

Paiva (1988) desenvolveu um procedimento para determinação de órbita a bordo de satélites artificiais terrestres. Utilizou um modelo simples para a dinâmica do satélite e o filtro de Kalman estendido, como estimador de estado. A dinâmica do movimento do satélite foi representada por expressões polinomiais para cada elemento orbital. As observações GPS, como alcance e velocidade radial, obtidas a bordo do satélite artificial foram processadas seqüencialmente. Os resultados de testes foram obtidos sob condições simuladas.

Bertiger *et. al.* (1994) fizeram uma comparação entre as órbitas precisas calculadas por três grupos: *Jet Propulsion Laboratory (JPL/NASA)*, CSR ("Center of Space Research" da Universidade do Texas em Austin) e *Goddard Space Flight Center (GSFC/NASA)*. Cada grupo usa diferentes *softwares* de análise aplicados para um ou mais dos três tipos de dados precisos de rastreamento: GPS, *Doppler Orbitography and Radio positioning Integrated by Satellite (DORIS)* e *Satellite Laser Ranging (SLR)*. A precisão obtida em termos da componente radial da posição para o satélite TOPEX/POSEIDON (TOPEX / POSEIDON) foi melhor do que 3 cm RMS (*Root Mean Square*), usando a técnica de dinâmica reduzida do JPL.

Gold *et. al.* (1994) mostraram, com o satélite EUVE (órbita baixa de aproximadamente 500 km de altitude), que é possível obter precisão de 10 a 20 m com ou sem Disponibilidade Seletiva (SA) utilizando navegação por satélite em tempo real e um modelo de força limitado. Além disso, esses autores estimaram outros termos, como a tendência da fase para cada satélite. O estado estimado consistiu em posição, velocidade, tendência e deriva do relógio do receptor GPS. Usaram medidas de pseudodistância e fase da portadora em uma frequência.

Nos trabalhos de Binning (1996, 1997a) também foram utilizados dados do satélite TOPEX / POSEIDON. Dois modos diferentes de processamento são apresentados: dados pós-processados dos GPS foram usados para estimar o estado do satélite TOPEX / POSEIDON, via suavizador; e os parâmetros da navegação transmitida são usados para estimar o estado do TOPEX / POSEIDON em tempo real simulado. A precisão da

órbita foi aferida comparando as estimativas do filtro de Kalman com as *Precision Orbit Ephemeris* (POE's) calculadas pelo JPL. Binning utilizou as medidas da pseudodistância em duas frequências. Foi feita correção ionosférica nas medidas utilizando o modelo de duas frequências. O modelo de dinâmica considerou perturbações devidas ao geopotencial (JGM 50×50), perturbações do terceiro corpo, marés devidas à Lua e ao Sol e a pressão de radiação solar. O estado estimado consistiu de posição, velocidade, tendência e a deriva do relógio do receptor GPS. Foi utilizado um modelo de atitude para remover os efeitos do movimento da antena.

Em Binning (1997) foram descritos métodos e implementações do filtro de Kalman estendido, suavizador e resolução da ambigüidade para a fase da portadora. Estes métodos foram aplicados no problema de determinação absoluta de órbita de satélite e navegação relativa, satélite a satélite, utilizando medidas GPS. Quatro algoritmos foram apresentados na área de navegação relativa: aqueles que usaram somente pseudodistância e aqueles que usaram somente a fase da portadora. Os erros em posição da navegação absoluta foram de 50 cm para a solução suavizada utilizando informação precisa do GPS e de 3 a 7 m usando os parâmetros da navegação transmitidos.

Montenbruck *et. al.* (1996) e Gill (1997) utilizaram a solução de navegação do GPS e o método dos mínimos quadrados para determinar a órbita da estação espacial MIR. O erro em posição da MIR resultou em precisão melhor do que 50 m durante o intervalo de dados.

Em Lopes e Kuga (1997) é apresentado um algoritmo (ORBEST) para a determinação de órbita baseando-se em medidas GPS. Tal algoritmo processa medidas de pseudodistância de todos os satélites GPS visíveis utilizando o método de mínimos quadrados. Constatou-se que a precisão melhora com o número de satélites em visibilidade e conseqüentemente apresentam-se melhores resultados que aqueles que selecionam Diluição de Precisão (PDOP) ótimo em apenas quatro satélites.

Nascimento *et. al.* (1997) também utilizaram a solução de navegação GPS e o método dos mínimos quadrados, como estimador, para determinar a órbita de satélites artificiais. No modelo da dinâmica, foi considerado o efeito do achatamento da Terra. Os dados foram simulados obtendo erro estimado em posição em torno de $13 \pm 4,5$ m e erro estimado em velocidade da ordem de $9,95 \times 10^{-3} \pm 3,7 \times 10^{-3}$ m/s.

Gill *et. al.* (2000) descreveram a missão do pequeno satélite alemão BIRD com um receptor GPS de uma frequência (L1) a bordo para determinação de órbita. Este satélite seria lançado em órbita heliossíncrona com altitude média de 565 km. A determinação de órbita foi baseada na integração numérica (Runge Kutta de quarta ordem) das equações do movimento usando o modelo de campo gravitacional da Terra JGM-3 10×10 e aplicação do filtro de Kalman estendido para processamento de dados. Isto permitiu fornecer dados precisos da posição do veículo espacial com uma precisão melhor do que 90 m em intervalos de 30 s, depois de o receptor ter sido desligado. Uma aproximação kepleriana da matriz de transição é usada. Um estudo da visibilidade de satélites GPS pelo BIRD foi apresentado neste mesmo trabalho e em Gill (1999).

Chiaradia (2000) desenvolveu um algoritmo para determinação de órbitas e manobras orbitais de satélites artificiais em tempo real e a bordo utilizando medidas GPS de uma frequência. O modelo de medidas utilizado incluiu as correções dos erros de origem sistemática e aleatória. O vetor de estado, que consistiu na posição, velocidade e no desvio do relógio, foi estimado pelo filtro estendido de Kalman. Nas equações do movimento orbital foram consideradas perturbações devidas ao geopotencial. As equações de movimento foram integradas através do Runge Kutta de passo fixo de quarta ordem (RK4). A matriz de covariância dos erros no estado foi propagada no tempo através do cálculo da matriz de transição de maneira simplificada. O erro em posição obtido por este modelo foi de 15 a 20 m com desvio padrão em torno de 6 a 10 m com ou sem degradação das medidas através da Disponibilidade Seletiva (SA). O erro em velocidade obtido foi de 0,014 a 0,018 m/s com desvio padrão em torno de 0,006 a 0,008 m/s com ou sem SA. Resultados semelhantes foram obtidos por Gold *et. al.* (1994) com um modelo um pouco menos simplificado do que este e usando

pseudodistância e fase da portadora como observações. Estudos sobre determinação de órbita utilizando medidas GPS podem ser encontrados em Chiaradia *et. al.* (1999, 2001, 2002, 2003).

Yoon *et. al.* (2000) utilizaram a solução de navegação GPS para a determinação de órbita do satélite KOMPSAR-1. Foi utilizado o método de Cowell para propagação da órbita e modeladas perturbações devidas ao geopotencial, atração gravitacional do Sol e da Lua, efeito de marés, pressão de radiação solar e arrasto atmosférico. Para o processo de estimação foi utilizado o filtro de Kalman. Para validar o método para utilização no KOMPSAT-1, foi feita a determinação de órbita utilizando as soluções de navegação dos satélites TOPEX/POSEIDON e TAOS. Os resultados foram comparados com os arquivos precisos, POE, gerados pela NASA.

Em Galski (2001) e Galski *et. al.* (2001) desenvolveu-se e analisou-se um sistema simplificado de determinação autônoma, a bordo, de órbitas de satélites artificiais, via GPS. Em uma primeira etapa foi desenvolvido e analisado um procedimento de determinação autônoma de órbita, com o objetivo de refinar a solução geométrica grosseira fornecida por receptores do sistema GPS através da utilização direta desta solução como entrada para um processo de estimação de estado em tempo real via filtragem de Kalman. Em uma segunda etapa, as saídas refinadas desse processo foram utilizadas na implementação de um sistema de controle autônomo do desvio de fase no Equador da órbita do satélite. A meta de desempenho para o navegador GPS simplificado era a obtenção de estimativas autônomas, a partir do refinamento direto da solução geométrica na navegação do GPS, com erros médios quadráticos da ordem de 10 m no vetor posição e de 0,1m/s no vetor velocidade. Foram obtidas, no melhor caso, estimativas autônomas com erros médios quadráticos da ordem de 40 m no vetor posição e de 0,15 m/s no vetor velocidade. A partir da estimação conjunta, via filtro de Kalman, do vetor de estado e do erro sistemático esperava-se reduzir em, pelo menos, uma ordem de grandeza (90%) o erro tendencioso nas estimativas refinadas do navegador. No melhor caso, foi obtida uma redução da ordem de 60% para o erro tendencioso presente nas estimativas refinadas pelo navegador. Para os erros de posição

a redução foi da ordem de 60% e para os erros de velocidade da ordem de 85%. O navegador mostrou-se, entretanto, bastante satisfatório para os propósitos em vista.

Em Silva (2001) e Silva *et. al.* (2001, 2002, 2007), apresenta-se um método de determinação de órbita para satélites com um receptor GPS a bordo. São usadas medidas de pseudodistância para estimar o vetor de estado. O estimador considerado é o método de mínimos quadrados recursivo, através de rotações ortogonais de Givens, com a finalidade de evitar problemas numéricos e de inversão de matrizes. É considerada a modelagem das forças devido ao geopotencial de alto grau e ordem. Os resultados, utilizando dados reais do satélite Topex/Poseidon foram comparados com os arquivos de referência do POE/JPL. A precisão de posição obtida foi melhor que 10 m com ou sem degradação das medidas através da SA. A precisão em velocidade obtida foi melhor que 0,01 m/s. O resíduo de pseudodistância teve um desvio padrão de cerca de 5 m.

Machado *et. al.* (2002) apresentam o efeito da SA no posicionamento antes e depois de sua desativação. Para avaliar a magnitude do efeito causado pela SA, foi desenvolvido um programa para calcular as coordenadas e o desvio do relógio dos satélites GPS, usando informação dos arquivos de navegação como entrada. A magnitude do efeito causado foi obtida através de discrepâncias entre as coordenadas estimadas e as efemérides precisas produzidas pelo *International GPS Service* (IGS). Resultados mostraram que, depois de desativada a SA, o posicionamento estático ficou 5 vezes mais preciso.

Gomes *et. al.* (2003) fizeram a estimação do vetor posição de um marco estático através da solução de navegação obtida por receptores GPS do INPE e também através de uma solução de navegação própria, gerada por método de mínimos quadrados. Foi usado filtro de Kalman para estimação do vetor de estado. Uma comparação foi feita entre o vetor de estado estimado e as coordenadas do marco previamente pesquisadas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, IBGE. Visou-se uma investigação de técnicas de posicionamento em tempo real, que pode ser estendida para navegação de veículos espaciais, incluindo características mais complexas da dinâmica. Foi notado

que o desempenho do filtro de Kalman é afetado pela qualidade da solução de navegação que é utilizada. Estatisticamente, quando utilizada a solução de navegação pelo método de mínimos quadrados, o filtro apresenta um melhor desempenho.

Em Gomes (2004) é proposto estimar, em tempo real, o vetor de estado orbital composto de posição e velocidade através do processamento da solução de navegação obtida pelo receptor a bordo. Além destes fatores, é determinada a tendência e a deriva do relógio do receptor GPS a bordo de satélites. Neste trabalho é usado o filtro de Kalman para estimar o vetor de estado baseado nas observações do receptor. O modelo dinâmico inclui perturbações devido ao geopotencial e as observações são as soluções de navegação, obtidas de um receptor GPS a bordo do satélite, composta de posição e tendência do relógio de receptor. Simulações e testes são feitos utilizando dados reais do satélite TOPEX/POSEIDON e observações compreendendo três dias. O vetor de estado estimado é comparado com as efemérides precisas POE (*Precise Orbit Ephemeris*), produzidas pelo JPL/NASA. O desempenho e características do procedimento proposto, tais como o efeito do modelo dinâmico, tamanho do passo de integração e efeito da disponibilidade seletiva (SA), são analisados para mostrar o impacto em termos da precisão global alcançada. Para os três dias analisados, a precisão atingida em posição, sem SA, é menor que 2 m e desvio padrão menor que 36 m, e menor que 5 m com desvio padrão menor que 62 m para o caso de SA ativada. Em velocidade, a precisão atingida foi menor que 0,0015 m/s e desvio padrão menor que 0,7 m/s, sem SA, e menor que 0,0005 com desvio padrão menor que 1,2 m/s com SA. Foi também feita a determinação da órbita do satélite usando uma solução de navegação própria, a fim de comparar a precisão dessa em relação àquela que utiliza a solução do receptor. O erro médio obtido em posição utilizando a solução de navegação própria é até 1,2 m menor que o erro obtido quando utilizada a solução de navegação do receptor, e desvio padrão até 17 m menor. No caso testado, conclui-se que utilizando a solução de navegação própria é obtido melhor resultado em posição, sem melhora significativa em velocidade.

No que se refere a manobras orbitais, também podem ser encontrados diversos trabalhos na literatura. Goddard (1919) foi um dos primeiros a estudar o problema da

transferência ótima de um veículo espacial entre dois pontos, propondo soluções ótimas aproximadas para o problema de enviar um foguete a grandes altitudes, da forma mais econômica possível.

Mais tarde, Hohmann (1925) obteve a solução ótima do problema de transferência de um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares em um campo gravitacional Newtoniano (que atua com uma lei do inverso do quadrado da distância). Essa solução ainda é usada até hoje, sob certas circunstâncias, e foi considerada como a solução final do problema até 1959. Extensões desse trabalho para o caso de órbitas elípticas e não coplanares apareceram mais tarde.

Porém, no final da década de 50, Hoelker et al. (1959) mostraram que a solução de Hohmann era a solução ótima apenas para certas relações entre os raios das órbitas inicial e final e que, em outros casos, a transferência bi-elíptica tri-impulsiva era mais econômica, em relação ao consumo de combustível. Outros trabalhos seguiram nessa mesma linha, como o de Roth (1967) que incluía mudança no plano orbital, mas ainda mantendo as órbitas circulares.

Prado (1989) considera o problema de transferência de órbita de um veículo espacial em termos de seleção, implementação e testes numéricos de métodos de otimização. São mostrados dois esquemas de solução do problema, que foram considerados satisfatórios. No primeiro, o problema de controle ótimo associado é tratado numericamente através de um método de busca direta, junto com uma parametrização sub-ótima do controle. No segundo, é usado um método híbrido, onde a determinação dos valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange é transformada em um problema de busca direta. Nos dois métodos a solução numérica do problema em cada iteração é reduzida a um problema de programação não linear, que é resolvido pelo método da projeção do gradiente. Com os resultados obtidos foi possível sugerir uma nova versão do método, onde é possível se levar em conta os erros na satisfação dos vínculos.

Stewart e Melton (1991) apresentam uma solução de perturbações multi-variáveis para as equações de um veículo se movendo sob a influência de empuxo constante de pequena magnitude, usando uma lei de ângulo fixo de direção, e se movendo em um campo gravitacional que varia com o quadrado da distância, em um plano simples. Comparações com integrações numéricas diretas mostram erros relativamente baixos e vantagens em velocidade para aproximações analíticas.

Carroll e Williams (1994) desenvolveram um método direto de otimização baseado em conceitos de inclusão diferencial para calcular trajetórias com baixo empuxo. Também é discutido um exemplo de trajetória bidimensional livre de gravidade envolvendo uma transferência de velocidade máxima para um caminho retilíneo. São incluídos três exemplos de trajetórias interplanetárias, uma transferência Terra–Marte e uma Terra–Júpiter com impulso específico constante e uma transferência Terra–Vênus–Marte com impulso específico variável e gravidade assistida.

Kechichian (1994) apresentou o problema de otimização de trajetórias usando um conjunto de elementos orbitais não singulares envolvendo a longitude excêntrica numa dada época. A aceleração constante contínua é otimizada em direção e as condições de contorno apropriadas são desenvolvidas para o otimizador. O estado e as equações diferenciais adjuntas são funções explícitas no tempo nesta formulação que envolve elementos orbitais. A Hamiltoniana ótima é também variante no tempo, mas uma certa condição de transversalidade é mostrada ser constante durante toda a duração da transferência. Esta formulação é fortemente relacionada à formulação que usa a longitude excêntrica como a sexta variável de estado. Também é mostrada a relação matemática entre a Hamiltoniana e os multiplicadores de Lagrange destas duas formulações.

Pernicka *et. al.* (1995) iniciaram um trabalho para pesquisar trajetórias Terra–Lua com baixo ΔV . A integração numérica das equações de movimento do problema circular restrito de três corpos resultou no cálculo de uma trajetória que economiza mais que 100 m/s sobre a transferência de Hohmann, apesar de o tempo de vôo ser de quase 10 meses.

A aproximação usada envolve o cálculo de duas partes da trajetória: primeiro, a trajetória de uma órbita terrestre baixa para o ponto de libração L_1 do sistema Terra–Lua, e segundo, a trajetória de L_1 para uma órbita em torno da Lua. Órbitas múltiplas em torno da Terra usando perturbação lunar facilitam a transferência para L_1 . De maneira similar, a transferência de L_1 para a Lua utiliza perturbações da Terra para alcançar uma órbita baixa em torno da Lua. São usadas pequenas manobras nas duas partes para controlar o período orbital.

Em Broucke e Prado (1996), foi considerado o problema de mínimo ΔV para transferências impulsivas entre órbitas keplerianas coplanares. Foram estudados dois tipos de manobras, sendo uma desenvolvida com dois impulsos e outra com três ou quatro impulsos que vão ao infinito no meio da transferência. Para a manobra de dois impulsos, foram desenvolvidas condições ótimas que levam a um sistema não linear de três equações e três incógnitas. Para a manobra de três impulsos foi desenvolvida uma nova manobra que utiliza uma transferência elíptica que são conectadas por um impulso desprezível aplicado a uma distância infinita do corpo de atração. São apresentadas regiões de otimalidade para a maioria dos casos de transferências triviais, como entre duas órbitas circulares, uma órbita circular e uma elíptica e duas órbitas elípticas coaxiais. É apresentado também um esquema para reduzir o ΔV total para algumas dessas manobras, adicionando um segundo impulso no infinito, fazendo assim uma manobra de quatro impulsos.

Kechichian (1997) analisou o problema de transferência de órbita em tempo mínimo usando aceleração intermediária (entre o mínimo e o máximo possível), assim como métodos de média e integração precisa. São consideradas acelerações contínuas constantes da ordem de 10^{-2} m/s^2 usando propulsão nuclear em estágios superiores. O vetor aceleração é otimizado em relação a direção e magnitude e permanece constante ao longo do vôo. Estas trajetórias, que circulam a Terra por apenas poucas órbitas antes de alcançar uma órbita geoestacionária, são sensíveis em relação aos pontos de partida e chegada.

Kluever (1997) desenvolveu e utilizou um método direto de otimização para calcular uma vasta extensão de trajetórias ótimas interplanetárias com baixo empuxo. Este método recoloca o problema de controle ótimo como um problema de programação não linear, que por sua vez é resolvido usando programação seqüencial quadrática. A aproximação direta é capaz de modelar forças múltiplas e arcos sem propulsão, gravidade planetária assistida e sistemas de propulsão elétrico com empuxo constante e variável. As vantagens da aproximação direta incluem simplificação do projeto e facilidade em estabelecer boas estimativas iniciais para os parâmetros do projeto. São apresentados resultados numéricos para três missões interplanetárias e os resultados do método direto mostram uma excelente aproximação em relação a trajetórias ótimas publicadas na literatura.

Thorne e Hall (1997) fizeram um estudo de transferência de órbita em tempo mínimo com empuxo contínuo. Para resolver o problema de transferência orbital em tempo mínimo com empuxo contínuo, são necessários valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange no cálculo da formulação variacional. Assumindo uma transferência entre duas órbitas circulares, são desenvolvidas expressões para os valores aproximados dos multiplicadores de Lagrange iniciais ótimos, que então são usados como estimativas iniciais para o problema de valor de contorno em dois pontos associados. Os multiplicadores de Lagrange iniciais ótimos são modelados como funções do empuxo e raio final em unidades canônicas. Estas aproximações funcionam para órbitas de destino não circulares, assim como para transferências não coplanares. São mostrados exemplos para transferências orbitais coplanares e não coplanares.

Geffroy e Epenoy (1997) apresentaram um estudo sobre transferência ótima com baixo empuxo, baseado no uso de técnicas de média. Tempo mínimo e economia de combustível também são estratégias investigadas usando aceleração não constante para otimizar trajetórias entre órbitas arbitrariamente distantes. Manobras ótimas de Rendezvous com baixo empuxo também poderiam ser tratadas da mesma maneira. Muitos vínculos são incluídos, tanto ambientais como o efeito do achatamento e da sombra da Terra, ou tecnológicos, como limites de direção do empuxo. Os resultados

são analisados e comparados com missões de transferência geostacionária com baixo empuxo.

Um método para calcular transferência orbital quase ótima e de tempo mínimo em torno da Terra para veículos espaciais com propulsor solar elétrico foi desenvolvido por Kluever e Oleson (1997). É utilizada uma aproximação de otimização direta para resolver o problema de controle ótimo. As trajetórias ótimas calculadas pela aproximação direta apresentam uma ligação muito próxima com trajetórias ótimas calculadas usando uma aproximação de cálculo variacional. O método direto também apresenta propriedades de convergência e é insensível a estimativas iniciais das variáveis de otimização.

Em Herman e Conway (1998) são encontradas transferências orbitais ótimas Terra-Lua, de baixo empuxo, usando o método de colocação com programação não linear. A órbita inicial do veículo espacial na Terra é arbitrária, assim como a órbita final em torno da Lua. A dinâmica do veículo inclui os efeitos da gravidade da Lua durante a fase de partida da Terra e os efeitos da gravidade da Terra durante a fase de chegada a Lua. O tempo de transferência total é minimizado. Contudo, devido ao sistema de propulsão operar continuamente, não são permitidos arcos balísticos e o propelente na trajetória também é minimizado. A gravidade do terceiro corpo é ignorada, resolvendo o problema como um problema de dois corpos, mudando a trajetória ótima suavemente, diminuindo o tempo de viagem por algumas poucas horas.

Em Vadali *et. al.* (1999) é feito um estudo sobre a determinação de trajetórias para foguetes, com consumo de combustível ótimo, movido por propulsores de baixo empuxo com impulso específico variável. Foram usadas neste trabalho as características de um propulsor de plasma desenvolvido para missões a Marte. As equações de estado são escritas em um sistema girante, com coordenadas polares e a trajetória é dividida em duas fases, ligadas em um ponto intermediário entre a Terra e Marte. Os efeitos gravitacionais do Sol, da Terra e de Marte são incluídos nas duas fases. O problema de controle ótimo é resolvido usando um método indireto.

Um estudo de otimização de trajetórias de um veículo espacial para Terra–Lua–Terra é apresentado por Miele e Mancuso (2001). O critério de otimização é a velocidade característica total e os parâmetros a serem utilizados são o ângulo de fase inicial do veículo espacial com relação a Terra ou a Lua, o tempo de vôo e a velocidade do impulso na partida e chegada. O problema foi formulado usando uma versão simplificada do problema restrito de três corpos e foi resolvido usando um algoritmo de restauração de gradiente seqüencial para problemas de programação matemática. O problema de otimização foi resolvido para várias condições finais, tanto para órbitas diretas como retrógradas em torno da Lua, em diferentes altitudes. O mesmo problema foi estudado para o vôo de volta Lua–Terra, com as mesmas condições de contorno. Os resultados mostraram que o tempo de vôo obtido para trajetórias ótimas (aproximadamente 4.5 dias) é maior que os obtidos pelas missões Apollo (aproximadamente 3 dias). Com isso, foi desenvolvido um estudo mais longo. Para condições iniciais e finais dadas, o problema de transferência foi resolvido de novo para tempo de vôo fixo menor ou maior que o tempo ótimo. Estes resultados mostraram que, se o tempo de vôo prescrito está dentro de 1 dia do tempo ótimo, a penalidade em velocidade característica é relativamente pequena. Para variações maiores de tempo, a penalidade em velocidade característica se torna mais severa.

Nah *et. al.* (2001) apresentam trajetórias ótimas tridimensionais da Terra a Marte para um veículo espacial comandado por um foguete com baixo empuxo, com capacidade de impulso específico variável. A formulação do problema trata a massa do veículo espacial como uma variável de estado. São incluídos efeitos gravitacionais do Sol, Terra e Marte por toda a trajetória. Para evitar sensibilidade numérica, a trajetória é dividida em dois segmentos, cada um definido em relação a um corpo central diferente. Estes segmentos são ligados em dois pontos intermediários, nos estados e co-estados. O problema de otimização é resolvido usando um método indireto de múltiplos tiros. São investigados também efeitos devidos a variação no tempo de viagem e inclinação das órbitas de partida e chegada.

Whiffen e Sims (2001) apresentaram uma aplicação de um novo algoritmo de otimização chamado Static/Dynamic Control (SDC) para a busca de trajetórias interplanetárias de baixo empuxo. O SDC é um método de otimização baseado no gradiente, que é diferente de parâmetros de otimização e de cálculos variacionais. Trajetórias interplanetárias são integradas com um modelo de forças de múltiplos corpos e pode ser incluída a manobra assistida por gravidade. A operação do motor é modelada como queimas infinitas. O SDC não requer uma boa estimativa de trajetórias iniciais para iniciar a otimização. O algoritmo tem habilidade para iniciar com uma estimativa pobre e adicionar fly-bys intermediários favoráveis na identificação de trajetórias não óbvias, mas altamente eficientes. Os resultados produzidos por esse algoritmo são comparados com resultados obtidos de um programa computacional baseado no cálculo variacional e um programa computacional baseado em parâmetros de otimização.

No trabalho de Herman e Spencer (2002), é usada a técnica de otimização de trajetória baseada em colocação de alta ordem para resolver problemas de transferência ótima de órbita em torno da Terra, com baixo empuxo. Para alguns casos analisados, um veículo espacial é transferido de uma órbita terrestre baixa para uma variedade de órbitas finais. São usados empuxos de acelerações de aproximadamente 1 a 10^{-3} g. É feita uma comparação entre as transferências ótimas encontradas e transferências usando métodos analíticos combinados ao controle.

Kiforenko *et. al.* (2003) fizeram um estudo sobre o problema de transferência com mínimo tempo usando baixo empuxo entre órbitas elípticas arbitrárias no campo gravitacional central. É assumido que o motor do foguete produza magnitude constante e controlável na direção do empuxo, que é essencialmente menor que a força da gravidade. Uma solução aproximada é obtida com o uso de método de média. Equações de movimento médias ótimas são escritas de forma analítica. As soluções analíticas são obtidas para várias manobras. São propostos algoritmos de controle mais simples para realizações práticas e sua eficiência é comparada com as fornecidas pelo controle ótimo.

Em Haberkorn *et. al.* (2004) é descrito o estudo de uma transferência orbital da Terra com um sistema de propulsão de baixo empuxo. O objetivo é a maximização da massa final, que conduz a um controle descontínuo com um grande número de arcos de propulsão. A resolução do método é baseada no método de tiros simples, combinada com uma aproximação homotópica para solucionar o problema de estimativa inicial. Um aspecto importante é que não são feitas hipóteses na estrutura de controle e não é estabelecido um número de arcos de propulsão. Esta estratégia permite resolver o problema, que consiste numa transferência de uma órbita terrestre baixa para uma órbita equatorial geossíncrona de um veículo espacial de 1500 kg com ou sem rendezvous, para empuxos tão baixos quanto 0,1 N, o que corresponde a uma transferência de 1 ano envolvendo centenas de revoluções e arcos de propulsão. Os resultados numéricos revelam uma forte regularidade na estrutura de controle ótimo, assim como interessantes leis empíricas em relação à dependência da massa final com respeito ao tempo de transferência e empuxo máximo.

Golfetto (2004) apresenta o desenvolvimento de métodos numéricos diretos e indiretos para otimização de trajetórias e determinação de controle ótimo baseados na teoria da variação segunda. São desenvolvidos os métodos do gradiente combinado e da variação segunda, também conhecidos como método dos extremos vizinhos. O primeiro é um método direto, resultante da utilização do método do gradiente e do método do gradiente em segunda ordem. O segundo é um método indireto que resolve o problema de valor de contorno em dois pontos associado ao problema de controle ótimo. Os métodos são aplicados a problemas de trajetórias espaciais envolvendo transferências entre órbitas circulares e de pequenas excentricidades.

3 SISTEMA GPS

O *Global Positioning System* (GPS) é um sistema de navegação por satélites, desenvolvido pela Força Aérea dos Estados Unidos durante as décadas de 70 e 80 e colocado em operação na década de 90 (Parkinson e Spilker, 1996). O Departamento de Defesa (DoD) dos Estados Unidos utilizou a experiência adquirida com projetos anteriores, tais como os sistemas TRANSIT e TIMATION (que utilizavam o princípio do efeito Doppler) para a criação desse novo sistema.

O princípio básico do GPS é determinar a posição e a velocidade tridimensionais de qualquer corpo que possua um receptor adequado, além de especificar o tempo com alta precisão. O sistema GPS permite ao receptor determinar sua posição e tempo em qualquer lugar da superfície terrestre e a qualquer hora utilizando dados de apenas quatro satélites. O sistema pode ter um número ilimitado de usuários simultaneamente.

O princípio de navegação por satélites consiste na transmissão de sinais e dados das posições dos satélites da constelação GPS em relação a um sistema de coordenadas. O receptor mede o tempo de transmissão do sinal, o que lhe permite calcular a distância entre o usuário e os satélites GPS, e decifra os dados. Se o relógio do receptor estiver sincronizado com os relógios dos satélites GPS, as medidas das distâncias de três diferentes satélites GPS, em posições conhecidas, permitirão ao usuário calcular a sua posição. Se o relógio do receptor não estiver sincronizado com os relógios dos satélites, serão necessários quatro satélites GPS, sendo o quarto para determinar o desvio do relógio, uma quantidade desconhecida. As medidas da distância com relógio impreciso e outros efeitos menores são chamadas de pseudodistâncias.

Os parâmetros orbitais dos satélites da constelação GPS são, basicamente, os elementos orbitais keplerianos clássicos: semi-eixo maior, excentricidade, inclinação do plano da órbita, longitude do nodo ascendente, argumento do perigeu e tempo de passagem pelo perigeu. Entre os dados transmitidos encontram-se também coeficientes relacionados

com as perturbações dominantes sobre cada corpo. Com esses parâmetros podem-se obter as coordenadas de posição e as respectivas velocidades de cada satélite.

O sistema de coordenadas de referência para o GPS é o geocêntrico terrestre WGS 84. Este tem origem no centro de massa da Terra, eixo-x no sentido do centro da Terra para o ponto de interseção entre o Equador e o Meridiano de Greenwich, o eixo-z no sentido do centro da Terra para o Pólo Norte Verdadeiro e o eixo-y completando o triedro ortogonal dextrógiro.

O Sistema GPS é compreendido por três segmentos: Espacial, Controle e Usuário, que são descritos a seguir.

3.1 Segmento espacial

O segmento espacial tem a função de gerar e transmitir códigos, a fase da portadora e a mensagem de navegação. Para defini-lo foram realizados estudos sobre o número de satélites, os parâmetros orbitais e a tecnologia de fabricação dos veículos espaciais. O segmento consiste de uma constelação em torno de 27 satélites GPS (24 navegando e três de reserva, nominalmente) em seis planos orbitais com período de 11 h e 58 min. O raio da órbita é 26.560 km com excentricidade de 0,0131. Cada plano orbital contém quatro satélites igualmente espaçados, como mostra a Figura 3.1. Estes estão distribuídos de tal forma a garantir uma visibilidade simultânea de pelo menos quatro satélites para um usuário localizado em qualquer parte do mundo e em qualquer instante. Entretanto, o mesmo satélite se torna visível quatro minutos mais cedo a cada dia devido à diferença de quatro minutos por dia, gerada por duas revoluções do satélite em relação a rotação da Terra. A meta de tempo de vida dos satélites é de 7,5 anos (LEICK, 1994).

3.2 Segmento de controle

As funções do segmento de controle são: executar as atividades operacionais da constelação, produzir o Tempo GPS e as efemérides dos satélites e gerencia-los, isto é, atualizar periodicamente as informações que são transmitidas por todos os satélites. Isto inclui as efemérides dos satélites, o *status*, os dados do relógio e o Almanaque.

O segmento de controle consiste de uma Estação Mestre de Controle (MCS), localizada na base de *Falcon Air Force* próxima a Colorado Springs no Colorado, Estados Unidos, e mais quatro estações de monitoramento no Hawaii, Kwajalein, no Oceano Pacífico, Diego Garcia, no Oceano Índico e Ascension Island, no Atlântico Sul.

3.3 Segmento usuário

O segmento usuário consiste de receptores militares e/ou civis especialmente projetados para receber, decodificar e processar os sinais dos satélites GPS. O usuário observa e registra as transmissões de vários satélites e aplica algoritmos para obter a sua posição, velocidade e tempo.

Os receptores GPS convertem os sinais recebidos em estimativas da posição, velocidade e desvio do relógio, que são chamadas de solução de navegação. No mínimo quatro satélites são exigidos para calcular as quatro dimensões de X, Y, Z (posição) e tempo. Em geral, cada receptor tem seu algoritmo próprio para calcular a solução de navegação.

3.4 Sinais dos satélites GPS

O sinal GPS é transmitido em duas frequências: um sinal primário de 1575,42 MHz (chamado de L1) e um sinal secundário de 1227,6 MHz (chamado de L2). Estes sinais são gerados simultaneamente de modo que o usuário que recebe os dois sinais pode

diretamente calibrar o atraso ionosférico e aplicar correções apropriadas. Entretanto, muitos usuários civis somente usam a frequência L1.

O sinal na frequência L1 carrega a mensagem de navegação e o sinal na frequência L2, em conjunto com L1, são usados para medir o atraso ionosférico através de receptores devidamente equipados.

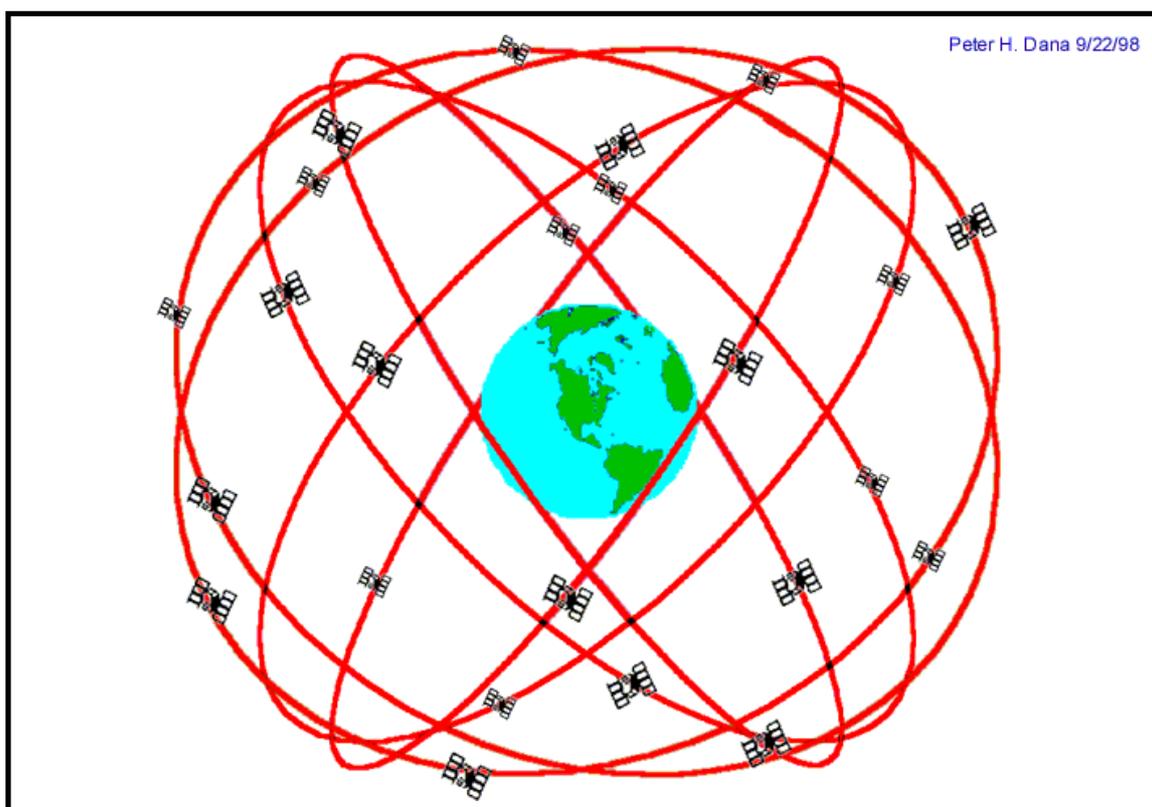


Figura 3.1 - Constelação do sistema GPS.

Fonte: Dana (2003).

Os sinais são modulados com dois tipos de códigos. Existem duas modulações na frequência mais alta (L1), mas somente uma modulação (protegida) em L2.

O código *Coarse/Acquisition* (C/A) é transmitido em 1,023 MHz e é modulado na frequência L1. É de uso civil e é sempre transmitido, mas está sujeito a degradações. O uso deste sinal é chamado de Serviço Padrão de Posicionamento (SPS). O código P

(*Precise*) é, algumas vezes, chamado de código protegido e é transmitido em 10,23 MHz (10 vezes mais rápido que C/A), modulado em L1 e L2. Devido à sua modulação mais alta, o sinal é mais preciso. O sinal fornece o Serviço de Posicionamento Preciso (PPS). É de uso militar e para usuários autorizados. Esta característica é conhecida como *Antispoofing* (A-S). Quando criptografado, o código P torna-se código Y (ou P/Y).

Os operadores militares do sistema têm a capacidade de degradar intencionalmente a precisão do sinal C/A des-sincronizando o relógio do satélite e/ou incorporando pequenos erros nas efemérides transmitidas. Esta degradação intencional é chamada Disponibilidade Seletiva (SA).

3.5 Mensagem de navegação

Os receptores recebem continuamente uma série de dados dos satélites GPS na forma de bits modulados em sinais. Estes dados são chamados de mensagem de navegação e são transmitidos nas duas frequências L1 e L2. Estas informações são computadas e controladas pelo segmento de controle. Os sinais L1 e L2 transmitem ao usuário as efemérides do satélite, as correções do relógio do satélite, parâmetros atmosféricos, parâmetros orbitais de todos os satélites da constelação e outros dados relevantes sobre o sistema em geral.

A mensagem de navegação consiste em 25 quadros, cada um contendo 1500 bits. Cada quadro é subdividido em cinco subquadros de 300 bits e cada subquadro consiste em 10 palavras de 30 bits cada uma. É transmitida a uma taxa de 50 bits por segundo, levando 6 segundos para transmitir um subquadro, 30 segundos para completar um quadro e 12,5 minutos para uma transmissão completa da mensagem. As mensagens são atualizadas a cada duas horas (Leick, 1994). Veja na Figura 3.2 um exemplo da mensagem de navegação.

Cada subquadro de dados inicia-se com duas palavras que são a *Telemetry Word* (TLM), seguida da *Handover Word* (HOW). Ambas são geradas pelo veículo espacial. As oito palavras restantes são dadas pelo segmento de controle. A TLM facilita a aquisição das mensagens de dados ou contêm somente informações que são necessárias para o usuário autorizado. A HOW permite a transferência do código C/A para o P.

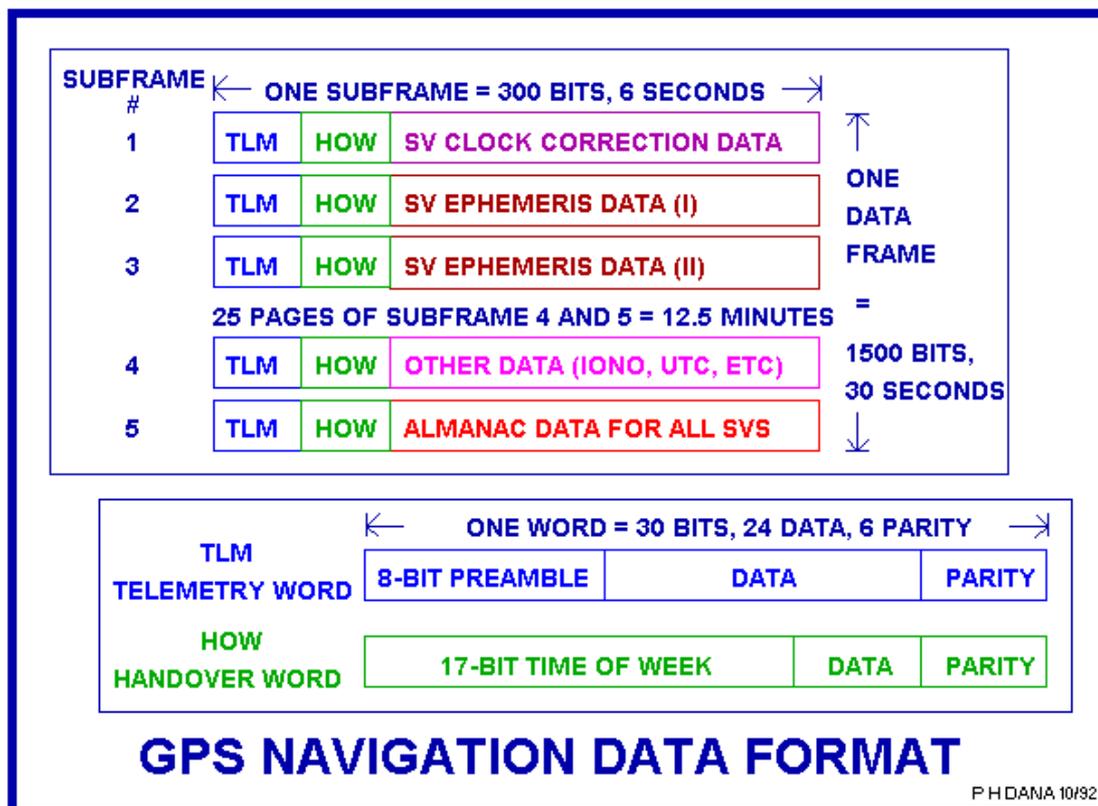


Figura 3.2 - Mensagem de navegação.

Fonte: Dana (2003).

O primeiro subquadro é repetido a cada 30 segundos. É gerado pelo segmento de controle e contém o padrão de frequência das correções e os coeficientes de atraso da propagação ionosférica. O modelo de atraso ionosférico é para usuários de única frequência (L1). A finalidade dos parâmetros de correção do relógio é fornecer ao usuário uma descrição do *offset* do tempo do veículo espacial em relação ao tempo GPS. Este *offset* não é constante porque o padrão de frequência do veículo espacial tem derivas características definidas. Estas derivas determinam como o atraso do tempo

deve ser representado e apresentado para o usuário. Para a correção do tempo do veículo espacial é necessária uma deriva devida à relatividade geral. Estas derivas aparecem pelo fato do relógio do veículo espacial estar localizado em diferentes potenciais gravitacionais em relação ao usuário e estar viajando a velocidades muito mais altas. Os efeitos relativísticos causam uma mudança aparente nas frequências dos relógios.

Os segundo e terceiro subquadros também são repetidos a cada 30 segundos e também gerados pelo segmento de controle. O modelo de representação das efemérides do veículo espacial é caracterizado por um conjunto de parâmetros descrevendo as efemérides do veículo espacial durante um intervalo de tempo (mínimo de uma hora) para cada parâmetro que é transmitido.

Um bloco de mensagens ocupa o quarto subquadro. Este subquadro fornece espaço para a transmissão de caracteres. Este bloco de mensagens também é gerado pelo segmento de controle e a finalidade é conduzir informação alfanumérica para os usuários. Ele foi incluído na mensagem de navegação GPS para aplicações operacionais futuras. Este subquadro contém mensagens especiais, termos de correção ionosférica, coeficientes para converter o tempo GPS para *Universal Time Coordinate* (UTC) e o almanaque para 25 satélites. Para derivar o UTC tão corretamente quanto possível a partir do tempo GPS, a mensagem fornece um termo *offset* constante, um termo polinomial linear, um tempo de referência e um valor corrente de um segundo salto. Com esses dados uma correção pode ser computada e adicionada ao tempo GPS.

O quinto subquadro aparece a cada 30 segundos, mas não se repete a cada 30 segundos como acontece nos outros dois blocos. Há 25 subquadros de dados no bloco três de dados, aparecendo em seqüência no quinto subquadro, um a cada 30 segundos. Cada um desses 25 subquadros repete a cada 750 segundos. O almanaque do veículo espacial contém parâmetros de representação das efemérides, de correção do relógio e do *status* do satélite. A finalidade desse almanaque é fornecer ao usuário informações sobre posição e correção do relógio do veículo espacial com menos precisão. Tanto a

representação das efemérides como da correção do relógio são versões truncadas das representações nos blocos 1 e 2.

3.6 Medidas de observação do GPS

A determinação da posição (solução de navegação) é feita através do método de triangulação. O receptor GPS a bordo do satélite usuário recebe sinais que permitem calcular a posição dos satélites GPS em relação a um sistema de referência, e mede o tempo de transmissão do sinal, que permite calcular a distância entre o receptor e o satélite GPS que enviou o sinal. Com isso, o receptor pode calcular sua posição em relação a um sistema de referência.

Os observáveis GPS são as distâncias deduzidas das diferenças medidas de tempo ou fase medidas com base na comparação entre os sinais recebidos e os sinais gerados pelo receptor. Pode-se dizer que esta diferença de tempo é simplesmente o tempo que o sinal leva para se propagar do satélite à antena do receptor. Portanto, um dado observável é a diferença de tempo multiplicada pela velocidade da luz. O observável assim obtido é chamado de pseudodistância, porque utiliza dois relógios não sincronizados no tempo, um no satélite e outro no receptor, além de incluir todos os erros atmosféricos e de propagação do sinal. O receptor pode determinar este erro de sincronização junto com as suas coordenadas de posição e velocidade.

Os observáveis básicos do GPS são a pseudodistância do código, que é chamada somente de pseudodistância, e a pseudodistância da fase da portadora, que é chamada somente de fase da portadora.

A equação fundamental da pseudodistância, medida em metros, é dada por:

$$\rho_c = \rho + c[\Delta t_{\text{GPS}}(t) - \Delta t_u(t)] + \Delta_{\text{ION}} + \Delta_{\text{TRO}} + \varepsilon \quad (3.1)$$

onde $\rho = \sqrt{(x_{GPS} - x)^2 + (y_{GPS} - y)^2 + (z_{GPS} - z)^2}$ é a distância geométrica entre a antena do satélite GPS e a do receptor; x , y , e z (incógnitas) são as coordenadas da posição da antena do receptor GPS no instante de recepção do sinal; x_{GPS} , y_{GPS} , e z_{GPS} (enviadas) são as coordenadas da posição do satélite GPS no instante de transmissão do sinal; c é a velocidade da luz (conhecida); Δt_{GPS} é o erro do relógio do satélite GPS com respeito ao tempo do GPS (calculado); Δt_u é o erro de sincronização entre o relógio do satélite GPS e o receptor GPS, chamado de desvio do relógio do receptor (incógnita); t aqui é utilizado para explicitar a dependência temporal de Δt_{GPS} e Δt_u ; Δ_{ION} e Δ_{TRO} são os erros devidos aos atrasos ionosféricos e troposféricos, respectivamente (estimados); ε são os ruídos de observação (estimados ou negligenciados); e τ é o tempo de propagação do sinal observado entre o satélite GPS e a antena do receptor (medido).

A medida da fase da portadora é definida como a diferença entre a fase da portadora do satélite GPS recebida pela antena do receptor e a fase do oscilador interno do receptor na época da medida. A equação fundamental da fase da portadora é dada por:

$$\phi_c = \rho + c[\Delta t_{GPS}(t) - \Delta t_u(t)] - \Delta_{ION} + \Delta_{TRO} + \lambda N + \varepsilon, \quad (3.2)$$

onde λ é o comprimento de onda da portadora (conhecido) e N é o número inteiro de ciclos completos da portadora (incógnita).

3.7 Fontes de erros

Cada segmento do sistema GPS apresenta diferentes fontes de erros que afetam os observáveis.

Os erros devidos a ruídos são efeitos combinados do ruído do código *Pseudorandom Noise* (PRN) e do ruído gerado no receptor. Ambos podem chegar a provocar erros de cerca de um metro na determinação da posição.

Os erros sistemáticos são resultados da disponibilidade seletiva, erros do relógio do satélite, erros nos dados das efemérides, atrasos troposféricos, atrasos ionosféricos não modelados e multi-caminho. Isto pode resultar em erros de centenas de metros.

Como dito anteriormente, a SA é uma degradação intencional dos sinais GPS para os usuários não autorizados, realizada através de variação do tempo do relógio do satélite e manipulação das efemérides. Foi formalmente implementada em 25 de março de 1990 pelo Departamento de Defesa Americano (DoD). Em maio de 2000, o governo americano desativou a SA, porém reservando-se o direito de ativá-la seletivamente em regiões sensíveis e áreas de conflito. A SA é diferente para o sinal de cada satélite e é a maior fonte de erros do relógio. Segundo as especificações do DoD, a exatidão é degradada em 100 m para a posição horizontal e em 156 m para a altitude. Estas especificações também implicam em um erro em velocidade de 0,3 m/s e um erro em tempo de 340 ns (Hofman-Wellenhof *et. al.*, 1994).

O segmento de controle pode introduzir erros devidos aos processos computacionais e falhas humanas, que podem atingir valores de um metro a centenas de quilômetros. Também o receptor, devido às falhas de *software* e *hardware*, pode causar erros graves de qualquer tamanho, embora os recentes avanços na tecnologia do receptor GPS indiquem baixa probabilidade de erros grosseiros.

Os erros das efemérides podem ser introduzidos artificialmente pelo segmento de controle e também devido a imperfeições no lançamento, distúrbios provocados por pressão de radiação solar (direta e albedo), forças gravitacionais do Sol e da Lua e outros.

Os erros em tempo são devidos aos desvios de sincronização dos relógios dos satélites e do receptor com o tempo GPS e à degradação via disponibilidade seletiva.

Os erros do meio de propagação são devidos à propagação das ondas do sinal GPS através da ionosfera e troposfera e ao multi-caminho (reflexões do sinal principal, onde o receptor do usuário recebe vários sinais devido às múltiplas trajetórias provocadas por reflexões em superfícies diversas – prédios, superfícies metálicas, etc), localizadas principalmente nas proximidades da antena do usuário. Essa é a maior fonte de erros não modelável no que diz respeito ao posicionamento por GPS.

4 METODOLOGIA DE DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA

O objetivo principal deste trabalho é investigar e implementar um algoritmo que utilize as soluções de navegação GPS para determinar órbitas de satélites artificiais em tempo real, com baixo custo computacional. O equipamento padrão utilizado para determinar a órbita a bordo consiste em um receptor GPS de única frequência com baixo custo financeiro (Gill, 1997). O receptor pode fornecer, além das medidas de pseudodistância e fase da portadora, a solução de navegação proprietária com uma precisão compatível e suficiente para propósitos de manobra orbital. A determinação final da órbita, em tempo real, pode ser feita através de filtragem da solução de navegação que é fornecida pelo receptor GPS.

Galski (2001) apresentou procedimento semelhante, conforme mencionando no capítulo 2. Considerou o movimento orbital apenas pelo movimento kepleriano mais geopotencial até J_2 para o estimador.

O estado a ser estimado neste trabalho será a posição e a velocidade em coordenadas cartesianas inerciais, a tendência e a deriva do relógio do receptor GPS a bordo do veículo espacial. Para estimar este estado, será utilizado o filtro de Kalman, por ser uma ferramenta com características próprias para estimação em tempo real.

O filtro de Kalman é um dos estimadores recursivos mais usados. Por ser recursivo, há uma economia de memória de armazenamento, já que as observações podem ser processadas à medida que vão sendo coletadas. Este fato o torna ideal para aplicações em tempo real, onde iterações sobre o total de observações não precisam ser realizadas e a convergência é obtida à medida que certa quantidade de observações é processada. Em geral, na determinação de órbita de satélites artificiais, a dinâmica e as medidas são não lineares. Portanto, para aplicar o filtro neste caso é necessário que se faça uma linearização em torno de uma solução de referência. Para tanto, o filtro estendido de Kalman será utilizado (Brown e Hwang, 1985).

Para escolher o modelo dinâmico a ser adotado neste trabalho, foram considerados os seguintes fatores: a precisão da órbita, o tempo de processamento, a memória utilizada e a capacidade de processamento, considerando que a determinação de órbita será realizada em tempo real e a bordo do veículo espacial. Portanto, as forças devidas ao geopotencial, atração gravitacional do Sol e da Lua, pressão de radiação solar e arrasto atmosférico serão modeladas. No entanto, só serão mantidas na implementação de bordo do satélite se, ao final do estudo, for possível concluir que isso não acarreta um custo computacional que inviabilize os objetivos de tempo real. A escolha da dinâmica a ser utilizada será influenciada pelas simulações feitas com o *software GEODYN*, mostradas no capítulo seguinte.

O integrador numérico utilizado para as equações diferenciais do movimento é o Runge Kutta de quarta ordem, por se tratar de um integrador sem grande complexidade computacional, que ainda assim produz precisão satisfatória. Este método consiste em integrar passo a passo as equações de movimento com todas as perturbações e envolve integração direta das componentes de posição e da velocidade. As perturbações podem ser incluídas ao mesmo tempo e a perturbação resultante é encontrada somando-se todas as forças que agem no satélite (método de Cowell).

Para propagar a matriz de covariância do estado utiliza-se a matriz de transição. Esta apresenta uma forma mais simplificada que o modelo de forças usado para propagar o estado, onde será considerado somente o movimento kepleriano.

4.1 Modelagem da dinâmica

O problema de determinação de órbita de satélites artificiais terrestres é não linear, de tratamento matemático complexo, agravado pelo fato do satélite ser influenciado por forças perturbadoras gravitacionais e não gravitacionais.

O primeiro método para encontrar a órbita de um corpo em três dimensões foi uma das descobertas de Newton, uns 50 anos depois das contribuições dos astrônomos Tycho Brahe e Johann Kepler (Kuga e Kondapalli, 1995).

Para se obter uma boa eficiência no problema de determinação de órbita de satélites artificiais, deve-se modelar o problema da forma mais adequada possível que atenda os requisitos impostos a sua missão. Nem sempre a modelagem dinâmica mais sofisticada é a mais adequada, pois comumente requisitos de processamento em tempo real, ou quase real, memória limitada, estão presentes. Muitas vezes o modelo pode ser simplificado ou reduzido sem prejudicar o desempenho do procedimento. No caso específico de determinação de órbita, uma simplificação comum é a adoção do modelo que representa a maior parcela de magnitude das forças atuantes no sistema: o movimento kepleriano (Kuga, 2001).

4.1.1 Problema dos dois corpos

Caso não houvesse perturbações de qualquer natureza, a órbita de um satélite artificial terrestre poderia ser modelada como um movimento kepleriano puro, onde somente a força central gravitacional age sobre o veículo espacial.

Adaptando as três leis de Kepler para o problema dos satélites artificiais terrestres, tem-se que:

1ª lei: Lei das órbitas elípticas – A órbita descrita pelos satélites artificiais são elipses com um dos focos no centro da Terra.

2ª lei: Lei das áreas – O segmento que liga o centro da Terra a um satélite descreve áreas iguais em tempos iguais.

3ª lei: Lei harmônica – Os quadrados dos períodos orbitais de dois satélites quaisquer estão na mesma relação que os cubos de suas distâncias médias ao centro da Terra.

Então, considere um satélite artificial em órbita kepleriana ao redor da Terra. Seu movimento é interpretado como uma trajetória sob a ação de um campo central, onde o ponto fixo é o centro da Terra. Como foi dito, as órbitas de todos os planetas no sistema solar, assim como as órbitas de todos os satélites terrestres, desconsiderando perturbações, são elípticas. Como as elipses são curvas fechadas, um objeto numa órbita elíptica viaja o mesmo caminho de um lado a outro. O tempo que o satélite leva para dar uma volta em sua órbita é chamado período. O valor da energia é dado por:

$$E = -\frac{\mu}{2a} \quad (4.1)$$

onde a é o semi-eixo maior da elipse orbital e μ é a constante gravitacional terrestre.

No caso de satélites artificiais terrestres, existem diversas fontes de perturbação sobre suas órbitas, tanto gravitacionais como não-gravitacionais, tais como: geopotencial, arrasto atmosférico, pressão de radiação solar direta e indireta, atração gravitacional do Sol e da Lua, efeito de marés, etc. Essas perturbações podem afetar os chamados elementos keplerianos que representam a órbita do satélite.

É necessário então, investigar quais as forças perturbadoras que podem ser implementadas no modelo da dinâmica de órbita para um processamento em tempo real, que proporcionem precisão suficiente e ao mesmo tempo um baixo custo computacional.

4.2 Geopotencial

Neste trabalho, as forças devidas ao geopotencial foram modeladas. Trabalhos recentes indicam que para um nível de precisão melhor que 100 m é suficiente considerar o modelo do geopotencial até um certo grau e ordem de truncamento (Gill *et. al.*, 2000; Montenbruck *et. al.* 1996; Yoon *et. al.*, 2000, Galski, 2001).

O vetor aceleração do veículo espacial \mathbf{a}_{GEO} devido ao geopotencial é dado por:

$$\mathbf{a}_{GEO} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} \quad (4.2)$$

onde \mathbf{r} é o vetor posição do satélite e U é o potencial gravitacional da Terra, incluindo também o termo kepleriano. A representação do campo gravitacional é usualmente feita através de série de harmônicos esféricos:

$$U(\mathbf{r}, \phi, \lambda) = \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_e}{r} \right)^n \bar{P}_{n,m}(\text{sen}\phi) [\bar{C}_{n,m} \text{cos}m\lambda + \bar{S}_{n,m} \text{sen}m\lambda] \quad (4.3)$$

onde r é a distância radial, ϕ é a latitude geocêntrica, λ é a longitude do veículo espacial nas coordenadas fixas na Terra, μ é a constante gravitacional do corpo central e r_e é o raio do corpo central. Os valores $\bar{C}_{n,m}$ e $\bar{S}_{n,m}$ são os coeficientes harmônicos esféricos normalizados de grau n e ordem m , enquanto $\bar{P}_{n,m}$ são as funções de Legendre associadas normalizadas de grau n e ordem m . As constantes μ , r_e e os coeficientes $\bar{C}_{n,m}$ e $\bar{S}_{n,m}$ definem um potencial gravitacional específico. As funções de Legendre associadas podem ser encontradas calculando:

$$P_{n,m}(\text{sen}\phi) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{n+m}}{d\text{sen}\phi^{n+m}} (\text{sen}^2\phi - 1)^n \quad (4.4)$$

A equação diferencial do movimento, considerando o geopotencial, é portanto dada por:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_{\text{GEO}} \quad (4.5)$$

4.3 O Potencial luni solar

Considerando que a massa do satélite é desprezível em relação à massa da Terra, do Sol e da Lua, a perturbação gravitacional de um terceiro corpo (Sol ou Lua ou planetas) pode ser estudada através do problema restrito de três corpos.

Sendo assim, o potencial perturbador devido ao terceiro corpo é dado por:

$$R_i = G M_i \left(\frac{1}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}_i|} - \frac{\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}_i}{r_i^3} \right) \quad (4.6)$$

onde M_i e r_i são, respectivamente, a massa e distância do corpo perturbador ao corpo principal. A aceleração sobre o satélite, causada por estes corpos, é dada pelo gradiente do R_i em relação a $\vec{\mathbf{r}}$:

$$\vec{\mathbf{a}}_i = \nabla R_i = -G M_i \left[\frac{\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}_i}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}_i|^3} + \frac{\vec{\mathbf{r}}_i}{r_i^3} \right] \text{ ou } \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = -G M_i \begin{bmatrix} (x - x_i)/D_i^3 + x_i/r_i^3 \\ (y - y_i)/D_i^3 + y_i/r_i^3 \\ (z - z_i)/D_i^3 + z_i/r_i^3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

onde $D_i = |\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}_i| = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{1/2}$.

4.4 Pressão de radiação solar direta

A pressão de radiação é causada pela troca de quantidade de movimento dos fótons solares com a superfície externa do satélite. A quantidade de movimento associada a

cada fóton depende da energia do próprio fóton e, portanto, a força aplicada ao satélite depende da energia irradiada pelo Sol. Na órbita da Terra, este valor é aproximadamente 1350 W/m^2 .

A aceleração causada pela pressão de radiação direta atua na direção Sol-satélite, no sentido oposto ao versor Terra-Sol, \hat{r}_s , e é dada por:

$$\vec{A}_{PR} = -\nu C_R \frac{S}{m} P_S \hat{r}_s \quad (4.8)$$

aonde ν é o fator de eclipse, que vale 0 quando o satélite se encontra na sombra da Terra e 1 quando o satélite está iluminado, C_R é um fator que depende da refletividade do satélite, denominado de coeficiente de pressão de radiação, S é a secção transversal quando observada na direção de incidência dos raios solares e m é a massa do satélite. P_S é a pressão de radiação na órbita terrestre, e vale aproximadamente $4,55 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2$. \vec{r}_s é o raio vetor do Sol relativo à Terra e \hat{r}_s é o versor na direção de \vec{r}_s .

4.5 Propagação de órbita

Propagar a órbita de um satélite é calcular a sua trajetória sujeita à ação do campo gravitacional e demais perturbações, a partir do conhecimento da sua posição e velocidade iniciais, em uma época de referência. Esse cálculo pode ser realizado através de métodos de resolução das equações diferenciais do movimento.

O método deve ser escolhido visando as exigências requeridas, como precisão, tempo de processamento, utilização de memória, confiabilidade, etc.

A propagação de órbita pode ser feita por métodos analíticos, semi-analíticos ou numéricos. Na prática, os métodos numéricos são os mais utilizados em aplicações nas quais o requisito de alta precisão é determinante.

Nestes métodos numéricos a derivação da teoria resulta em um programa de computador que integra diretamente as equações de movimento do satélite perturbado usando um procedimento numérico apropriado. Entre as características principais deste método encontram-se a simplicidade na sua formulação, a possibilidade de incluir modelos complexos e mais realísticos de forças perturbadoras, o fato de serem muito específicos e apresentarem melhor precisão (embora os erros de truncamento e arredondamento sejam significativos nas previsões de longos períodos) e os cálculos serem feitos passo a passo seqüencialmente (Kuga, 1987).

O método numérico tem a capacidade de lidar com qualquer tipo de situação com uma precisão arbitrária, utilizando procedimento de cálculos passo a passo. Este método é bastante utilizado quando o número de revoluções da órbita a ser integrada é limitado, porque sua maior desvantagem é a lentidão devido à seqüência de cálculos executados passo a passo. Basicamente esses métodos tentam fazer aproximações polinomiais da trajetória e, portanto, integram um polinômio de certo grau a menos de erros de discretização.

Os métodos numéricos tendem a ser dispendiosos ao longo do tempo, porém, na estimação de trajetória são muito eficientes (Kondapalli, 1986). Entretanto, o método de integração numérica é um dos métodos mais poderosos conhecidos em Mecânica Celeste para calcular o movimento de qualquer corpo no sistema solar em torno de um corpo primário (Kuga, 1987).

Os métodos de integração numérica podem ser divididos em duas categorias: passo-fixo e multi-passos. Os métodos multi-passos geralmente requerem um método de passo-fixo para inicialização. Alguns métodos representativos de passo-fixo são Runge Kutta, Gill, Euler-Cauchy e Bowie, e alguns de multi-passo são Milne, Adams-Moulton, Gauss-Jackson, Obrechhoff e Adams-Bashforth. Os métodos de multi-passos mais conhecidos são os métodos preditor-corretor combinando, por exemplo, Adams-Bashforth e Adams-Moulton (Kuga, 1987).

4.5.1 Runge Kutta

O integrador numérico utilizado aqui é o Runge Kutta de quarta ordem (RK4), que é um integrador estável, simples, não exige um procedimento de inicialização, tem relativamente um pequeno erro de truncamento e o tamanho do passo é fácil de ser mudado. As desvantagens deste integrador são: não existir um caminho simples para determinar o erro de truncamento, o que torna difícil determinar o tamanho do passo adequado, bem como utilização somente da informação do último passo calculado.

O método de Runge Kutta aproxima uma extrapolação da função da série de Taylor por vários cálculos das primeiras derivadas em pontos pertencentes ao intervalo de extrapolação. A ordem de um membro particular da família é a ordem da potência mais alta do tamanho do passo h na expansão da série de Taylor equivalente. A formulação para o método padrão de quarta ordem é dada por:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.9)$$

onde

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, x_n), \\ k_2 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{k_1}{2}\right), \\ k_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{k_2}{2}\right), \\ k_4 &= f(t_n + h, x_n + k_3) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Nestas expressões, f é a função que representa as derivadas das equações diferenciais ordinárias. O algoritmo é inicializado especificando o estado inicial em alguma época. Em seguida, especifica-se um passo de integração $\Delta t = h$, calculam-se as Equações 4.10 na ordem apresentada e, então, substituem-se estes resultados na Equação 4.9. No

problema em questão, $f(t_n, x_n)$ representa as forças do veículo espacial no instante t_n e para o estado x_n .

4.6 Técnicas de estimação

O objetivo de um estimador é calcular um vetor de estado com base em um conjunto de observações, de modo que seja ótimo segundo um dado critério. Em outras palavras, é um algoritmo computacional que processa medidas para produzir uma estimativa de erro mínimo do estado de um sistema utilizando conhecimentos da dinâmica deste sistema e das medidas; estatísticas do ruído do sistema dinâmico e erros das medidas, além de informações da condição inicial.

No processo de estimação existem dois métodos básicos para obter o vetor de estado: estimador por lotes e estimador sequencial.

O estimador é dito por lotes quando o vetor de estado é atualizado num instante de referência ou época, usando um bloco de observações obtido durante um intervalo de tempo. Destaca-se aqui o método de mínimos quadrados por lotes;

No estimador sequencial o vetor de estado é atualizado após cada observação ser processada. Exemplos típicos são os métodos dos mínimos quadrados recursivo e filtro de Kalman.

4.6.1 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um dos estimadores recursivos mais usados atualmente por ser de fácil implementação e utilização em computador. Por ser recursivo, há uma economia de memória de armazenamento, já que as observações podem ser processadas à medida que vão sendo coletadas. Este fato o torna ideal para aplicações em tempo real, onde iterações sobre o total de observações não precisam ser realizadas e a convergência é obtida à medida que uma certa quantidade de observações é processada.

Na determinação de órbita de satélites artificiais, em geral a dinâmica e as medidas são não lineares, portanto, para se aplicar o filtro neste caso é necessário que se faça uma linearização em torno de uma solução de referência. Há dois métodos básicos para a aplicação do filtro de Kalman em sistemas não lineares: o filtro linearizado de Kalman e o filtro estendido de Kalman.

Filtro linearizado: gera uma trajetória de referência válida do início ao fim do processo de estimação e as linearizações são sempre em torno dessa referência.

Filtro estendido: gera trajetórias de referência que são atualizadas a cada processamento das medidas no instante correspondente (Brown e Hwang, 1985).

Se o modelo da dinâmica de estado é bastante preciso, pode-se usar o filtro linearizado, desde que a informação *a priori* seja próxima dos valores verdadeiros, de modo que as linearizações sejam válidas. Caso contrário, se o modelo é impreciso e simplificado, é preferível o filtro estendido, que converge atualizando sempre a trajetória de referência.

Algumas das vantagens e desvantagens do filtro de Kalman são (Paiva, 1988 e Kuga, 1989):

- A utilização do filtro de Kalman reduz a carga de processamento por não requerer reiterações do processo para resolução das não linearidades;
- O filtro de Kalman é útil para processamento a bordo de veículos espaciais porque, ao contrário dos estimadores por lotes, não precisa iterar sobre dados previamente observados (minimizando a necessidade de armazenagem) e é freqüentemente capaz de estimar o estado atual em tempo real;
- O tempo de execução requerido pelo filtro de Kalman depende da complexidade dos cálculos necessários para atualizar as matrizes de transição de estado e de covariância do ruído no estado;

- O filtro de Kalman está freqüentemente sujeito ao problema de divergência, que ocorre quando o estado estimado se desvia do estado verdadeiro.

Devido à complexidade de se modelar a dinâmica da órbita de um satélite artificial com precisão, o filtro estendido de Kalman é utilizado neste trabalho.

Seja então a dinâmica não linear dada por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(x, t) + \mathbf{G}\boldsymbol{\omega} \quad (4.11)$$

onde $\mathbf{x}(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T$ é o vetor de estado do sistema, composto pelas coordenadas de posição, velocidade, bias e deriva, com dimensão 8; $\mathbf{f}(x, t)$ é a função vetorial não linear do estado \mathbf{x} e do tempo t , com componentes definidas pela Equação 4.11; \mathbf{G} é uma matriz de distribuição do ruído dinâmico no vetor de estado e $\boldsymbol{\omega}$ é o ruído dinâmico contínuo.

O vetor $\boldsymbol{\omega}$ representa a parte estatística da equação, que tem por objetivo modelar as flutuações, erros no modelo e outros de natureza aleatória ou impossíveis de serem modelados e segue as seguintes estatísticas:

$$\begin{aligned} E[\boldsymbol{\omega}(t)] &= 0 \\ E[\boldsymbol{\omega}(t)\boldsymbol{\omega}^T(\tau)] &= \mathbf{Q}(t)\delta(t-\tau) \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde E representa o operador esperança, \mathbf{Q} é a matriz de covariância do ruído dinâmico, δ é a função delta de Dirac e t e τ são dois instantes de tempo diferentes.

O modelo das observações é dado por:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (4.13)$$

onde \mathbf{y} é o vetor de m observações independentes coletadas, \mathbf{H} é a matriz que relaciona as observações ao estado e \mathbf{v} é o vetor de ruídos brancos discretos e k representa os sucessivos instantes de amostragem das observações.

A matriz \mathbf{H} modela como as observações se relacionam com o estado sendo aqui uma matriz de constantes. O vetor de ruído branco \mathbf{v} modela os erros de natureza aleatória cometidos durante a realização das respectivas observações. Ele é modelado por:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{v}_k] &= 0 \\ E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T] &= \mathbf{R}_k \delta_{kj} \end{aligned} \quad (4.14)$$

onde \mathbf{R} é a matriz de covariância dos erros de observações e δ é o delta de Kronecker. A matriz \mathbf{R} contém as variâncias, que são os quadrados dos desvios padrão em sua diagonal.

O filtro de Kalman consiste de duas etapas: a fase de propagação e a fase de atualização. A fase de propagação propaga o estado e a covariância do instante t_{k-1} a t_k e a fase de atualização corrige o estado e a covariância para o instante t_k devido à medida y_k . Esse método tem, portanto, natureza recursiva e não necessita armazenar as medidas previamente em grandes matrizes.

Fase de propagação: esta fase é utilizada para propagar o estado e a covariância entre instantes discretos através do modelo dinâmico do sistema. As equações desta fase são as seguintes:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_k &= f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \\ \bar{\mathbf{P}}_k &= \boldsymbol{\varphi}_{k,k-1} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_{k,k-1}^T + \boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde $\bar{\mathbf{x}}_k$ e $\bar{\mathbf{P}}_k$ são o estado e a covariância propagados para o instante t_k . $\boldsymbol{\varphi}$ é a matriz de transição que relaciona os desvios no estado entre os instantes t_{k+1} e t_k , e $\boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T$ é uma matriz de adição do ruído dinâmico dada por:

$$\boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \boldsymbol{\varphi}(t_k, t_{k-1}) \mathbf{G}(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{G}^T(t) \boldsymbol{\varphi}^T(t_k, t_{k-1}) dt \quad (4.16)$$

Fase de atualização: esta fase só é utilizada para corrigir o estado e a covariância do instante k devido à medida y_k , através do modelo de observações dado pela Equação 4.13. As medidas do instante k fornecem informação para corrigir o estado e a covariância. As equações para esta fase são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{P}}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k) \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde \mathbf{K}_k é o ganho de Kalman e $\hat{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{P}}$ são o estado e a covariância atualizados para o instante k .

4.7 Aplicação do filtro de Kalman

Nesta seção é descrito como o problema de determinação de órbita é modelado para a resolução através do Filtro de Kalman.

4.7.1 Modelo da dinâmica do estimador

O modelo dinâmico para filtro de Kalman é dado por:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v} \\
\dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{a} + \boldsymbol{\omega}_a \\
\dot{b} &= d \\
\dot{d} &= 0 + \omega_d
\end{aligned}
\tag{4.18}$$

onde \mathbf{r} é o vetor contendo as componentes de posição, \mathbf{v} é o vetor contendo as componentes de velocidade, b é a tendência do relógio do receptor GPS, d é a deriva, $\boldsymbol{\omega}_a$ é o ruído dinâmico nas coordenadas de aceleração e ω_d é o ruído dinâmico na deriva.

As equações diferenciais de primeira ordem do movimento do satélite, que serão integradas pelo método de Runge Kutta, são explicitamente dadas por:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_4 \\
\dot{x}_2 &= x_5 \\
\dot{x}_3 &= x_6 \\
\dot{x}_4 &= a_x \\
\dot{x}_5 &= a_y \\
\dot{x}_6 &= a_z \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= 0
\end{aligned}
\tag{4.19}$$

O seguinte vetor de estado é considerado:

$$\mathbf{x} = [x \quad y \quad z \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad b \quad d]^T
\tag{4.20}$$

ou, explicitamente:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8]^T
\tag{4.21}$$

Neste caso, x_7 e x_8 são resolvidos de forma analítica e a_x , a_y e a_z são as acelerações do satélite considerando somente as perturbações devidas ao geopotencial e que, portanto, só dependem das coordenadas de posição, conforme a Equação 4.2.

4.7.2 Modelo das medidas do estimador

O modelo das observações é dado por:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (4.22)$$

onde $\mathbf{y} = (x, y, z, b)$ é o vetor de observações cujos valores são obtidos da solução de navegação do receptor GPS, e a matriz \mathbf{H} dada é por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

O vetor de ruído branco \mathbf{v} que modela os erros de natureza aleatória cometidos durante a realização das respectivas observações é modelado por:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{v}_k] &= 0 \\ E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T] &= \mathbf{R}_k \delta_{kj} \end{aligned} \quad (4.24)$$

onde \mathbf{R} é dado por:

$$\mathbf{R} = \text{diag}[\sigma^2 \quad \sigma^2 \quad \sigma^2 \quad \sigma^2] \quad (4.25)$$

com $\sigma = 30$ m quando não se tem a informação de Diluição de Precisão (DOP).

Quando a informação de DOP está disponível, pode-se calcular a matriz \mathbf{R} de uma forma mais sistemática. As seguintes definições são clássicas (Parkinson e Spilker, 1996):

$$\sigma_r = \sigma_p \text{PDOP} \quad (4.26)$$

$$\sigma_b = \sigma_p \text{TDOP} \quad (4.27)$$

onde σ_p é o desvio padrão da medida de pseudodistância, PDOP é a diluição de precisão em posição, TDOP é a diluição de precisão no tempo, σ_r é o desvio padrão em posição 3D e σ_b é o desvio padrão no bias de tempo. Assumindo que: $\sigma_r \cong (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2}$, e na falta de melhor critério, assumindo também que $\sigma_{x_i} = \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$, tem-se que $\sigma_{x_i}^2 = \sigma_r^2 / 3$.

Logo, de acordo com a Equação 4.26, tem-se:

$$\sigma_{x_i}^2 = \frac{\sigma_r^2}{3} = \sigma_p^2 \frac{\text{PDOP}^2}{3} \quad \text{ou} \quad \sigma_{x_i} = \frac{\sigma_p \text{PDOP}}{\sqrt{3}} \quad (4.28)$$

Então a matriz \mathbf{R} de erros da solução de navegação pode ser calculada por:

$$\mathbf{R} = \text{diag} \left[\left(\frac{\sigma_p \text{PDOP}}{\sqrt{3}} \right)^2, \left(\frac{\sigma_p \text{PDOP}}{\sqrt{3}} \right)^2, \left(\frac{\sigma_p \text{PDOP}}{\sqrt{3}} \right)^2, (\sigma_p \text{TDOP})^2 \right] \quad (4.29)$$

quando PDOP e TDOP estão disponíveis na solução de navegação.

4.7.3 Matriz de transição

A matriz de transição Φ modela matematicamente a maneira pela qual o erro no estado varia do instante t_k para o instante t_{k+1} .

Para o cálculo da matriz de transição, de dimensão 8 x 8, foi considerado somente o movimento kepleriano na partição referente ao geopotencial, que é dada por:

$$\Phi(t, t_0) = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{b}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{d}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{b}_0} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{d}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{b}_0} & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{d}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{b}_0} & \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{d}_0} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

onde as submatrizes Φ_{11} , Φ_{12} , Φ_{21} e Φ_{22} são calculadas segundo Kuga (1986).

Goodyear (1965) publicou um método para calcular analiticamente a matriz de transição para o problema de dois corpos, válido para qualquer tipo de órbita. Kuga (1986) implementou esse método, otimizado para o problema elíptico kepleriano. Este método foi implementado em linguagem Fortran.

As submatrizes Φ_{13} , Φ_{23} , Φ_{31} e Φ_{32} são nulas e a submatriz Φ_{33} corresponde a tendência e a deriva do relógio do receptor GPS. Essa submatriz é dada por:

$$\Phi_{33} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

4.7.4 Cálculo do ruído dinâmico

A matriz de ruído dinâmico necessária para o cálculo da matriz de covariância propagada, Equação 4.15, é dada por:

$$\Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \varphi(t_k, t_{k-1}) \mathbf{G}(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{G}^T(t) \varphi^T(t_k, t_{k-1}) dt \quad (4.32)$$

Para o cálculo da matriz \mathbf{G} , tem-se que:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}\boldsymbol{\omega} \quad (4.33)$$

ou seja, a Equação 4.18 pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{b}} \\ \dot{\mathbf{d}} \end{bmatrix} = [\mathbf{f}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{b}, \mathbf{d})] + \mathbf{G} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_a \\ \boldsymbol{\omega}_d \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_a$ é um vetor de 3 componentes. Como $\mathbf{G}\boldsymbol{\omega}$ é dado explicitamente por:

$$\mathbf{G}\boldsymbol{\omega} = (0 \ 0 \ 0 \ \omega_a \ \omega_a \ \omega_a \ 0 \ \omega_d)^T \quad (4.35)$$

tem-se que \mathbf{G} é dada por:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

e

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[\sigma_v^2 \quad \sigma_v^2 \quad \sigma_v^2 \quad \sigma_d^2] \quad (4.37)$$

com $E[\mathbf{w}_a^2] = \sigma_a^2$ e $E[\mathbf{w}_d^2] = \sigma_d^2$.

Para resolução da Equação 4.32 define-se:

$$\mathbf{I1} = \varphi_{k,k} \mathbf{G} \mathbf{Q} \mathbf{G}^T \varphi_{k,k}$$

$$\mathbf{I2} = \varphi_{k,k-1} \mathbf{G} \mathbf{Q} \mathbf{G}^T \varphi_{k,k-1} \quad (4.38)$$

Com isso, a matriz de adição do ruído dinâmico, calculada pela regra do trapézio, é dada por:

$$\mathbf{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{\Gamma}_k \cong \frac{1}{2} (\mathbf{I1} + \mathbf{I2}) \Delta t \quad (4.39)$$

com $\varphi_{k,k} = \mathbf{I}$ e $\varphi_{k,k-1}$ dada por:

$$\varphi = \begin{bmatrix} \phi_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 6} & \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

onde $\phi_{6 \times 6}$ foi calculada conforme a Seção 4.7.3. Esta simplificação é considerada satisfatória para Δt pequenos, e mais adequada do que assumir $\mathbf{\Gamma} \mathbf{Q} \mathbf{\Gamma}^T$ constante durante o processamento.

4.7.5 Transformação de coordenadas

Esta seção resume a transformação de coordenadas utilizada na implementação do algoritmo.

T_1 – Inercial J2000 para inercial verdadeiro da data.

T_2 – Inercial verdadeiro da data para WGS 84.

Em T_1 foram utilizadas as matrizes de precessão e nutação, que foram calculadas e mantidas constantes por um dia.

Em T_2 , calculou-se o tempo sideral aparente, incluindo a equação dos equinócios e a correção $\Delta UT1$ (UTC – UT1) para o movimento do pólo, mantidas constantes por um dia. Para transformações para o sistema ECEF (*Earth Centered Earth Fixed*) foram utilizadas as constantes do sistema WGS 84. As coordenadas do movimento do pólo Δx e Δy foram desprezadas.

As simplificações propostas justificam-se pelo fato dos erros da solução de navegação do GPS serem de magnitude muito maior que os termos desprezados.

5 TESTES DA MODELAGEM DINÂMICA UTILIZANDO O SOFTWARE *GEODYN*

Para o desenvolvimento da determinação de órbita, é necessário usar um modelo dinâmico para o veículo espacial. Adicionando um maior número de forças perturbadoras pode-se obter maior precisão na determinação de órbita, mas a carga computacional é também maior. Este tempo de processamento é muito importante na presente pesquisa, pelo fato de se planejar aplicações em tempo real para a determinação de órbita.

O software *GEODYN* (Pavlis, 2007) é muito utilizado em âmbito internacional e tem várias perturbações modeladas, com equacionamento no estado da arte, tanto em termos teóricos quanto práticos. Este software é uma excelente ferramenta para estudar a precisão e o tempo computacional de cada modelo. Deste modo, através desse software, é possível tirar conclusões para implementar somente as perturbações adequadas à aplicações em tempo real em um software específico e otimizado, e deixá-lo disponível para aplicações em missões reais.

Com essa finalidade, essa parte do trabalho foi realizada no Observatório Astronômico da Universidade Adam Mickiewicz, em Poznan, Polônia, sob a supervisão da Dra. Magdalena Kuzmicz-Cieslak, pesquisadora do Joint Center for Earth Systems Technology, (JCET/UMBC), University of Maryland, Baltimore County, nos Estados Unidos.

O programa *GEODYN* foi desenvolvido para a NASA/Goddard Space Flight Center pelo EG&G Washington Analytical Services Center, Inc. e está em operação desde novembro de 1985. O principal grupo usuário é a NASA/GSFC, onde o *GEODYN* foi operado pela primeira vez num computador IBM 3081 e em um CDC Cyber, onde o programa tinha uma alta eficiência. Como este último computador não está mais disponível, o *GEODYN* foi reestruturado para operar em um computador Cray Y-MP.

Em meados de 1990, o *GEODYN* foi otimizado para tirar vantagem dos processadores paralelos dessa máquina.

Com a evolução de pequenas estações de trabalhos, o *GEODYN* passou a ser usado principalmente em computadores HP 900 e durante os últimos poucos anos em SUN workstations. Em 2002, a manutenção do código e do executável *GEODYN* foi feita inteiramente em estações de trabalho SUN.

O *GEODYN* é usado intensivamente para determinação de órbita de satélites, estimação de parâmetros geodésicos, calibração de instrumentos de rastreamento, previsão de órbitas de satélites, bem como para muitos outros itens relacionados a pesquisas aplicadas em geodésia de satélites, usando virtualmente todos os tipos de dados de rastreio de satélites.

Desde que foi criado, este programa passou por diversas modificações. Neste trabalho, foi usada a versão 0407, de 2004.

O *GEODYN* é um sistema extremamente complexo com mais de 2000 programas e subprogramas. Ele pode ser usado para muitos tipos de cálculos com muitas opções diferentes, que são definidas via dados de entrada, que são chamados de *cards*.

Cada *card* tem seu próprio nome e o dado de entrada é representado por uma única linha. Para executar o *GEODYN* é necessário preparar alguns tipos de dados em formato específico e preciso. Veja Apêndice I, para descrição mais completa.

5.1 Resultados

Para estudar a importância do modelo dinâmico no processo de determinação de órbita, foram feitas muitas simulações. O satélite Topex / Poseidon foi escolhido para os testes por ser o satélite que será utilizado também nas simulações posteriores. Este satélite está

em órbita a uma altitude de 1.336 km e inclinação de 66° . É usado como modelo de referência a seguinte dinâmica:

- geopotencial modelado de acordo com GRACE até 90×90
- consideração do movimento polar
- nutação e precessão
- todos os planetas
- lua
- sol
- correção relativística
- fluxo solar e magnético
- marés oceânicas
- marés terrestres
- arrasto atmosférico
- pressão de radiação solar direta e indireta, incluindo o painel.

Para obtenção dos resultados, foi usado apenas a parte de propagação orbital do *GEODYN*, já que não são usados, neste caso, observações reais.

Desta forma, para cada simulação, uma perturbação é removida do propagador para verificar o impacto dessa perturbação na órbita do satélite.

A Figura 5.1 mostra a influência do arrasto. Nota-se que, em um período de tempo de sete dias, a diferença de posição verificada, entre este modelo e o usado como referência (que inclui todas as perturbações mencionadas anteriormente), é maior que 200 m. Este foi o maior efeito de todas as perturbações consideradas nas simulações que foram

feitas, o que significa que o arrasto tem uma grande importância na previsão de órbita do satélite Topex/ Poseidon.

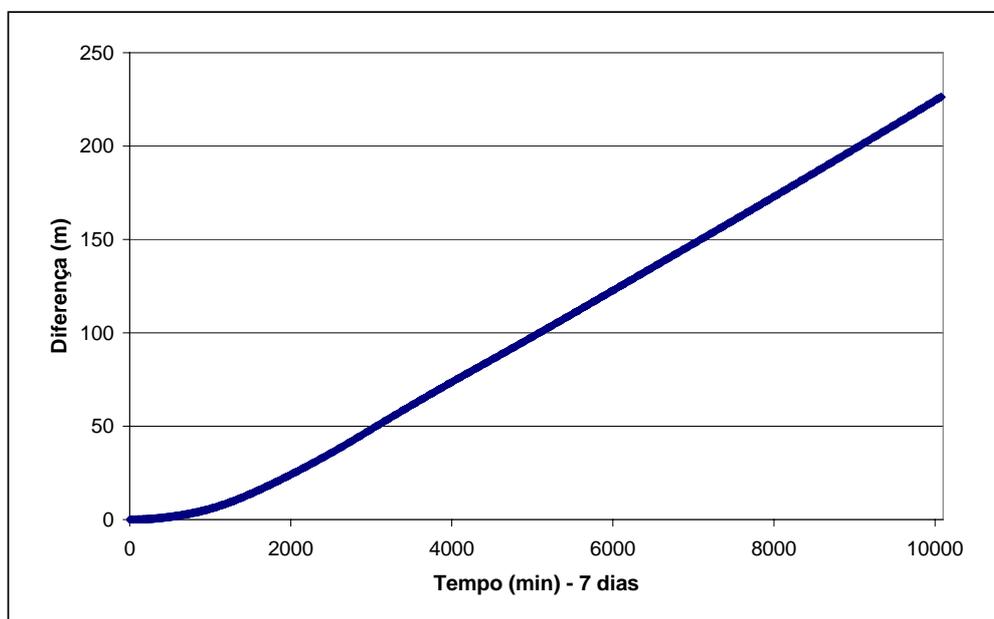


Figura 5.1 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem arrasto.

A Figura 5.2 mostra a influência apenas das marés terrestres na órbita do satélite. Pode-se notar que, em um período de tempo de sete dias, a diferença é menor que 14 m. Este efeito é muito menor do que o causado pelo arrasto, mas ainda assim é uma força relevante quando se há a necessidade de uma alta precisão. Similar a essa força, o efeito de marés oceânicas, mostrado na Figura 5.3, mostra um erro um pouco maior que o erro causado pelas marés terrestres, mas fica sempre menor que 20 m.

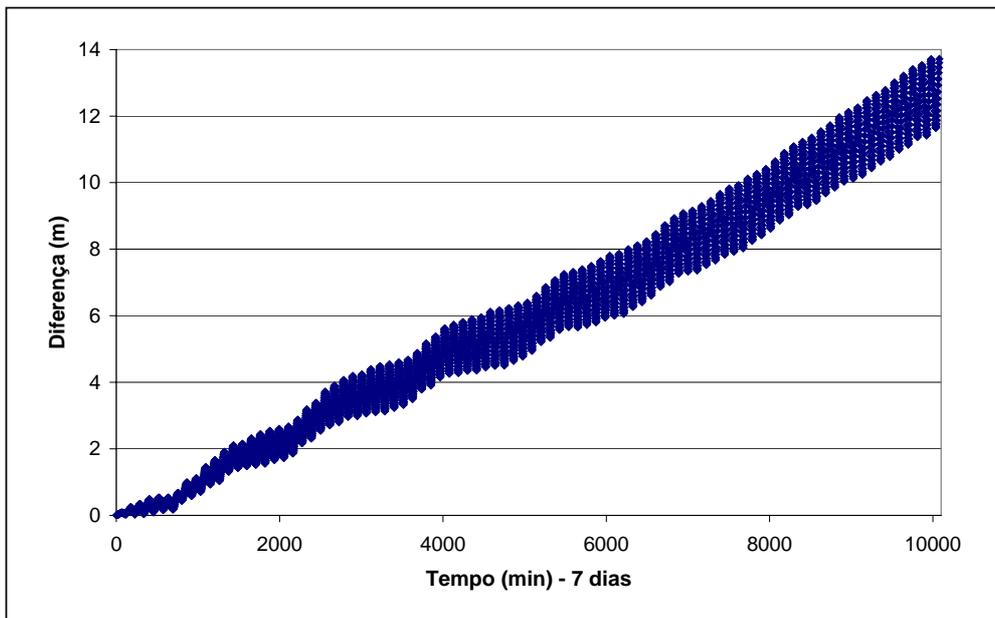


Figura 5.2 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem marés terrestres.

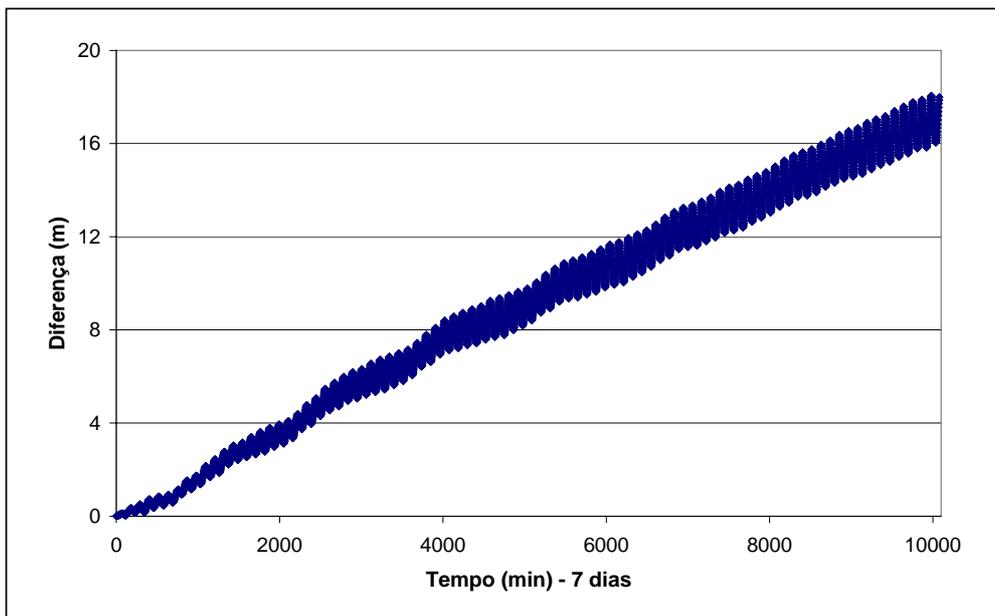


Figura 5.3 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem marés oceânicas.

A Figura 5.4 mostra a influência da Lua. Ela tem um efeito muito pequeno, menor que 0,015 m e necessita ser modelada apenas se for necessária uma precisão muito alta.

Foram incluídos também todos os planetas, mas os resultados mostraram que esta perturbação tem um efeito desprezível para o satélite em questão.

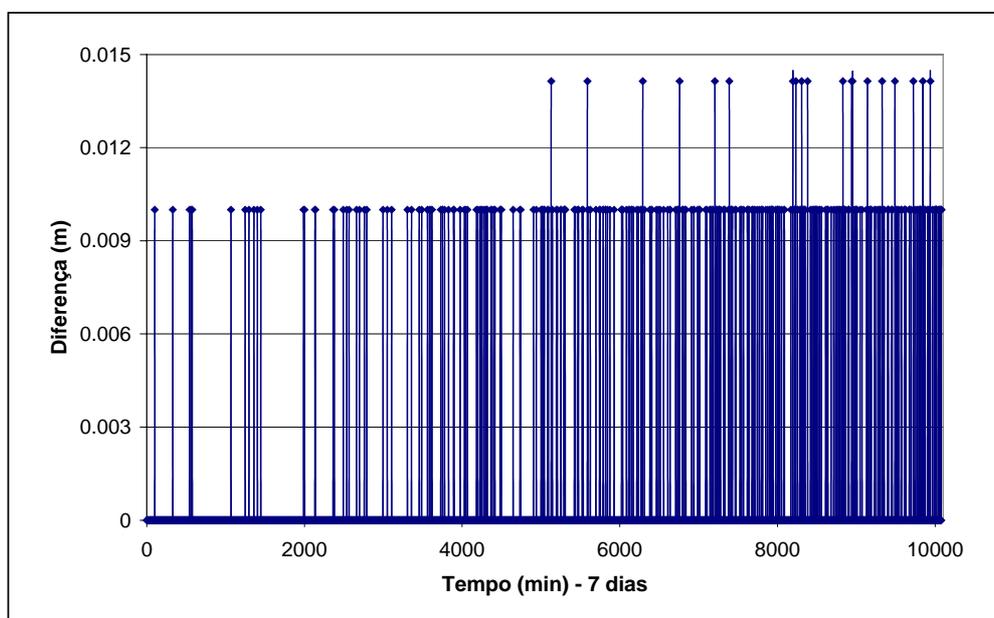


Figura 5.4 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo de referência sem a Lua.

As Figuras 5.5 a 5.7 mostram a influência do modelo gravitacional da Terra. Estes resultados são comparados com o modelo de referência, mudando-se apenas o grau e ordem dos coeficientes harmônicos. Na Figura 5.5 é usado o modelo GRACE até 20 x 20, na Figura 5.6 o modelo GRACE até 30 x 30 e na Figura 5.7 o modelo GRACE até 50 x 50. Pode-se notar que, quando os coeficientes harmônicos são usados até ordem e grau 50 x 50, há apenas uma pequena diferença, com máximo de 0.2 m quando comparado à referência, onde o modelo é usado até 90 x 90. Quando os harmônicos são usados até 30 x 30, são obtidas diferenças da ordem das obtidas quando foi removido o efeito de marés, por volta de 12 m, mas quando usado o modelo até 20 x 20 o erro cresce para mais de 100 m. Depois de analisar diferentes graus e ordens dos coeficientes harmônicos, pode-se notar que, no caso do Topex, é suficiente usar o geopotencial modelado até 50 x 50, a menos que seja requerido um nível muito alto de precisão.

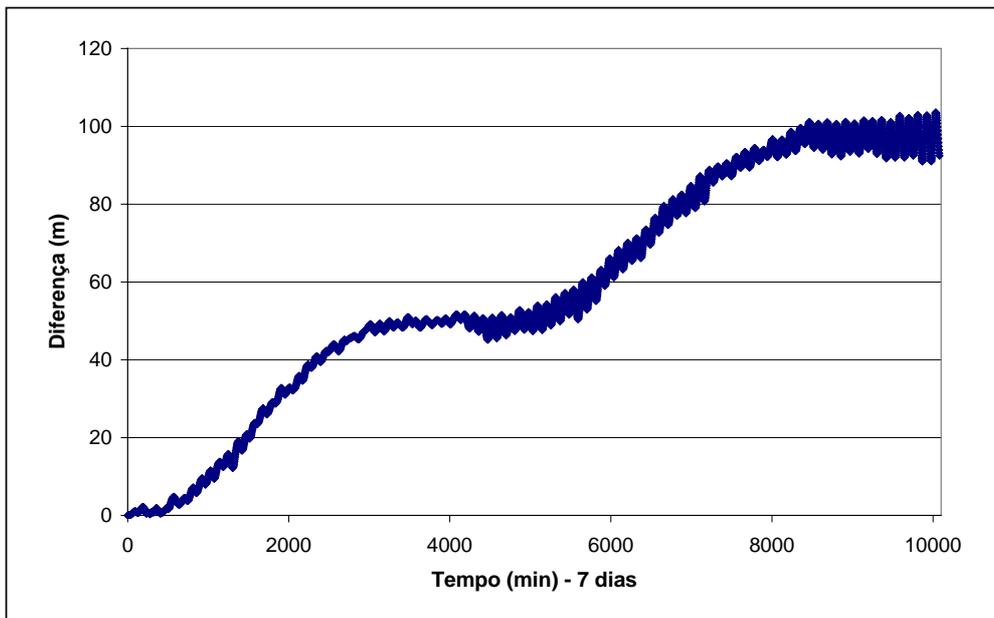


Figura 5.5 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando geopotencial até 20 x 20.

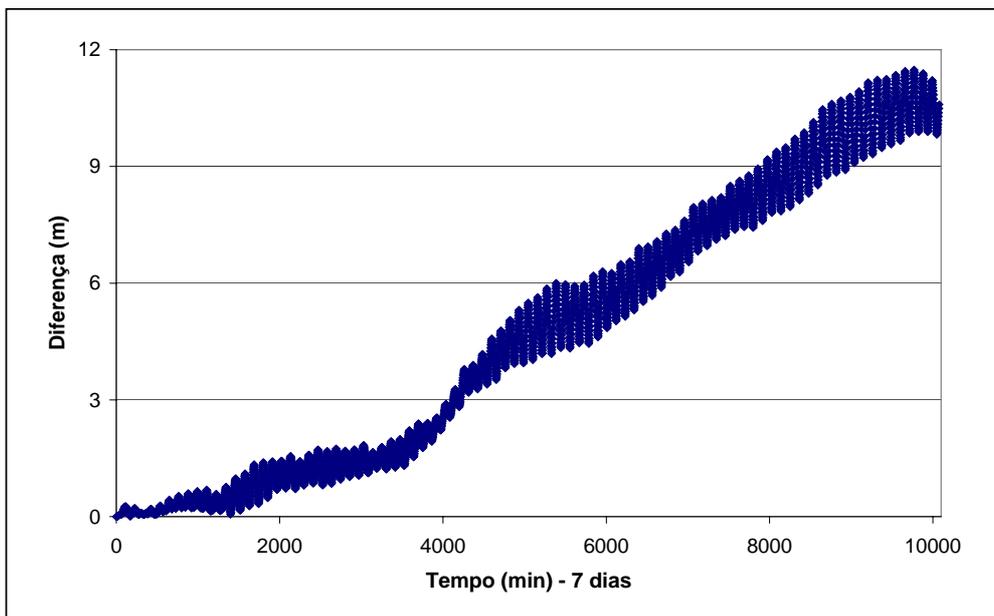


Figura 5.6 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando geopotencial até 30 x 30.

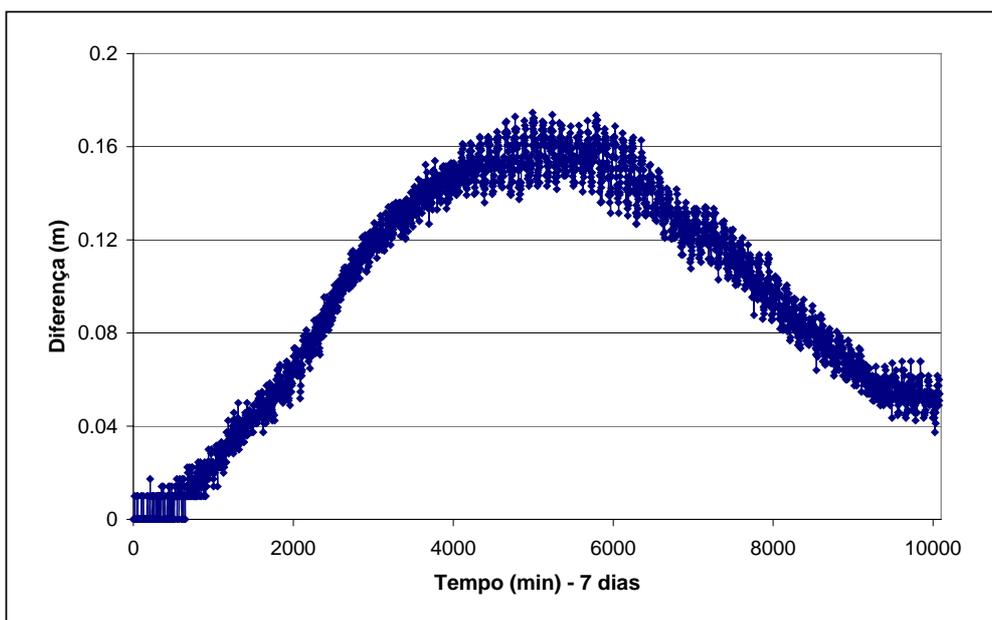


Figura 5.7 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando geopotencial até 50x50.

Nesta parte do trabalho, também foram testados diferentes modelos do geopotencial. A Figura 5.8 mostra resultados quando é usado o modelo JGM-1, comparado com a referência, onde é usado o modelo GRACE. Neste caso, são considerados os harmônicos somente até 36 x 36, pelo fato deste ser o maior valor disponível para este modelo.

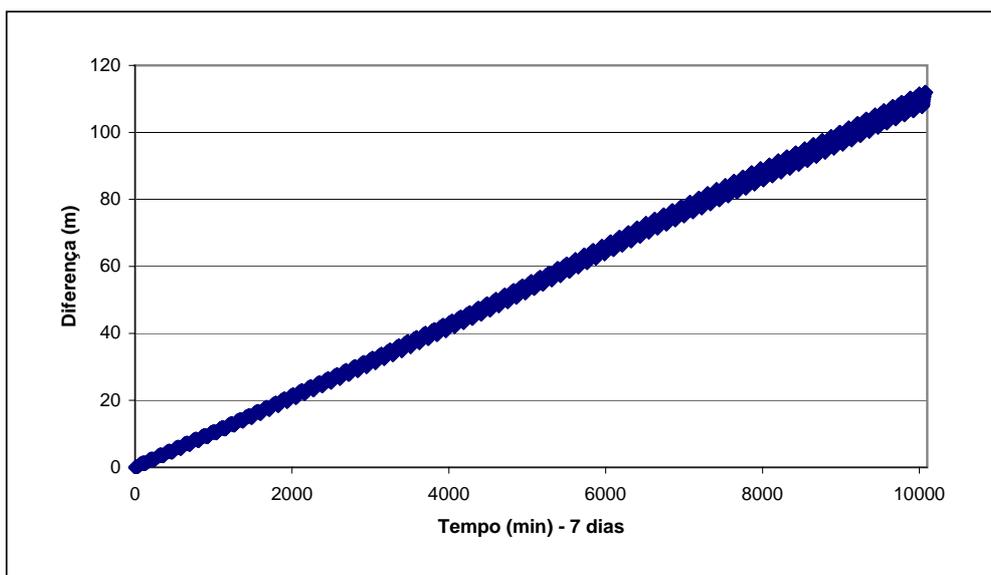


Figura 5.8 - Diferença em posição entre o modelo de referência e o modelo usando JGM-1 até 36 x 36 para o geopotencial.

Na Figura 5.9 são apresentados os resultados correspondentes aos modelos JGM-2, JGM-3, DGM, EGM-96 e GRIM-5, todos com coeficientes harmônicos considerados até 70x70, em relação ao modelo GRACE 90x90. Todas as outras perturbações são as mesmas.

Pode-se notar, comparando a Figura 5.8 e a Figura 5.9, que o modelo JGM-1 difere drasticamente dos outros. Isto acontece pelo fato deste modelo ter sido criado antes do Topex ter sido colocado em órbita. Depois do lançamento deste satélite, os modelos JGM-2 e 3 foram desenvolvidos com base em observações de altímetros e medidores com laser do satélite. Os outros modelos usados na simulação têm o mesmo nível de precisão, exceto o modelo GRIM-5, que apresentou uma diferença bem maior que os demais.

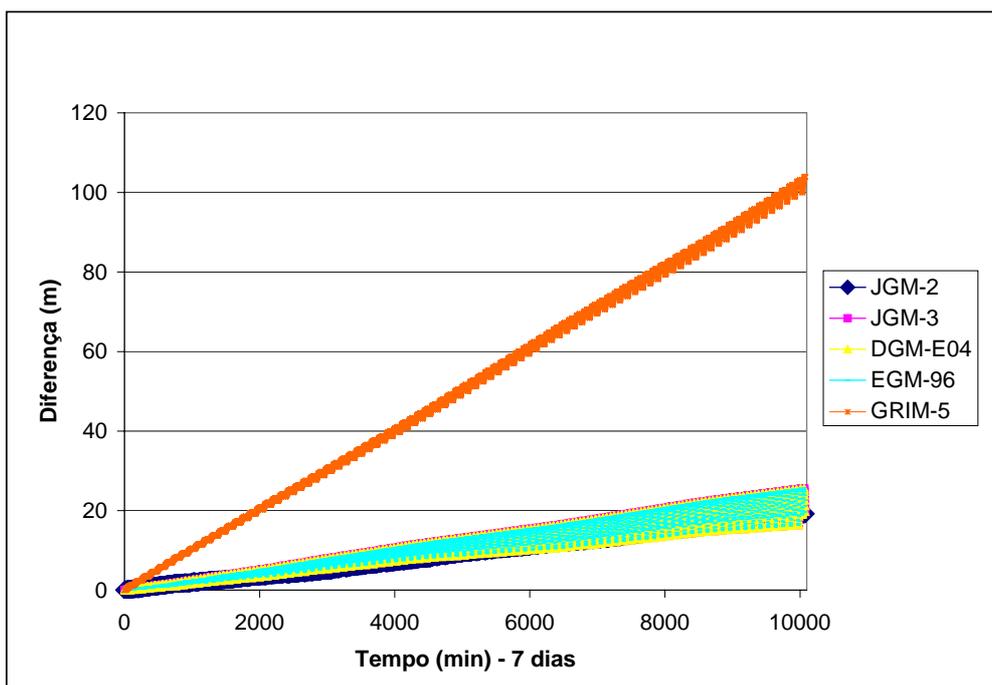


Figura 5.9 - Diferença em posição entre o modelo de referência e outros modelos para o geopotencial.

5.2 Conclusões

O *GEODYN* é uma excelente ferramenta para verificação da importância de cada termo da dinâmica na trajetória de um satélite artificial da Terra. Ele pode ser utilizado para qualquer satélite em órbita da Terra. Para o caso particular do Topex/Poseidon, foi verificado que o arrasto atmosférico é um elemento de grande importância na órbita do satélite, tendo produzido diferenças em posição, em relação ao modelo de referência, da ordem de 100 m, caso não seja considerado. As marés produzem uma diferença intermediária, da ordem de 14 m, e devem ser consideradas apenas para aplicações de alta precisão. O efeito gravitacional da Lua e dos planetas na órbita do satélite considerado é muito pequeno, da ordem de 0,015 m e não tem grande importância. Quanto ao modelo do potencial da Terra, a comparação sempre foi com o modelo 90x90. Nessas comparações, foi verificado que o potencial 20x20 apresenta uma diferença da ordem daquela obtida para o arrasto atmosférico (100 m), o potencial 30x30 apresenta diferenças da ordem das produzidas pelas marés (cerca de 14 m) e o

potencial 50x50 já apresenta diferenças mínimas em relação à referência. Além disso, foi mostrado que o modelo JGM-1, desenvolvido antes da colocação em órbita do Topex, apresenta resultados ruins, enquanto que os modelos JGM-2 e JGM-3 possuem resultados bem melhores.

6 TESTE DO PROPAGADOR E DADOS DO FILTRO

Como entradas para o filtro de Kalman desenvolvido, foram utilizados dados GPS do satélite Topex/Poseidon. Esse satélite leva um receptor GPS de seis canais e duas frequências a bordo. Sua missão é fazer medidas precisas do nível do mar para estudo da circulação global do oceano. Entre suas outras aplicações, realiza medidas de marés oceânicas, altura das ondas e velocidade do vento. O satélite está em órbita a uma altitude de 1336 km e inclinação de 66°. Seus dados de solução de navegação, arquivos RINEX e POE estão disponíveis na internet.

Foram utilizados dados do dia 19 de novembro de 1993, pela disponibilidade, nesta data, de todos os dados necessários, além da possibilidade de comparar os resultados obtidos com outros trabalhos encontrados na literatura, que também utilizaram a mesma data. Os arquivos utilizados são as soluções de navegação fornecidas pelo receptor GPS e os arquivos *Precision Orbit Ephemeris* (POE) processados pelo JPL/NASA, que são utilizados para comparação.

A solução de navegação, no formato SP3, fornece as coordenadas de posição, velocidade, tendência e deriva do relógio do receptor GPS, em km, dm/s, microsegundos e 10^{-4} ms/s, respectivamente, a cada 10 segundos em tempo GPS. O sistema de coordenadas é o WGS-84.

Neste trabalho, somente serão utilizadas como observações as coordenadas de posição fornecidas pelo receptor GPS a bordo, desconsiderando-se as coordenadas de velocidade, por possuírem precisão muito inferior (Gill *et. al.*,1996).

O arquivo POE, utilizado como referência, fornece a posição do satélite Topex/Poseidon com precisão radial de 3 cm. Neste arquivo as coordenadas de posição e velocidade do TOPEX / POSEIDON encontram-se no sistema inercial *True of Date* (ToD) em tempo UTC, e são atualizadas a cada 1 minuto.

Como os arquivos POE, utilizados para comparação, não estão no mesmo sistema de tempo e referência que os arquivos de solução de navegação usados como entrada para o filtro de Kalman, fez-se necessário executar as devidas transformações.

De acordo com *International Earth Rotation Service* (IERS), a diferença entre os tempos UTC e GPS, para as datas em questão é de 9 segundos (IERS, 1995), sendo esta informação utilizada para as devidas conversões.

6.1 Teste do propagador

Para propagar a órbita do satélite, foi usado o integrador numérico Runge Kutta de quarta ordem e passo fixo. Este processo consiste em integrar passo a passo as equações do movimento com todas as perturbações.

Com o objetivo de verificar a confiabilidade e precisão do propagador, foi feito um teste que consistiu da propagação da órbita do satélite usando como condição inicial as coordenadas de posição e velocidade do dia 19/11/93. Estes dados foram obtidos do arquivo de referência (POE), mostrados na Tabela 6.1. O modelo dinâmico foi considerado apenas com coeficientes harmônicos até grau e ordem 50 e passo de integração de 10 s. O mesmo teste foi feito, comparando essa modelagem com uma mais complexa, que além de coeficientes harmônicos 50x50 e passo de integração de 10 s, incluiu também a atração gravitacional do Sol e da Lua e pressão de radiação solar. Os resultados são mostrados nas Figuras. 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1 - Condição Inicial para Teste do Propagador.

Condição inicial - 19/11/93	
X (m)	2973502,721
Y(m)	-2580522,134
Z (m)	-6636205,811
Vx (m/s)	6572,892
Vy (m/s)	1868,198
Vz (m/s)	2217,053

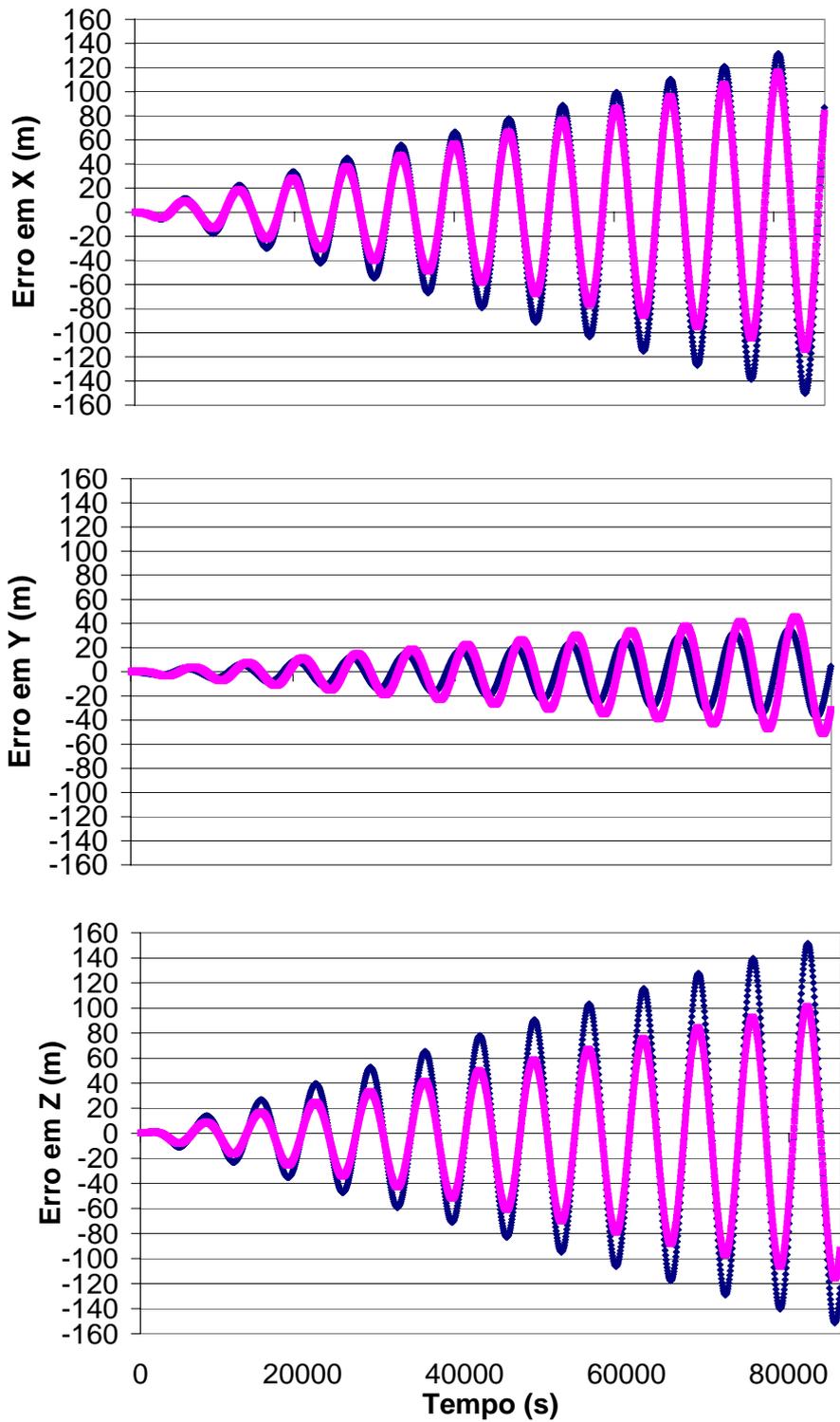


Figura 6.1 - Erro em posição propagada: linha azul representa modelo apenas com geopotencial; linha rosa representa modelo com geopotencial, Sol, Lua e pressão de radiação solar.

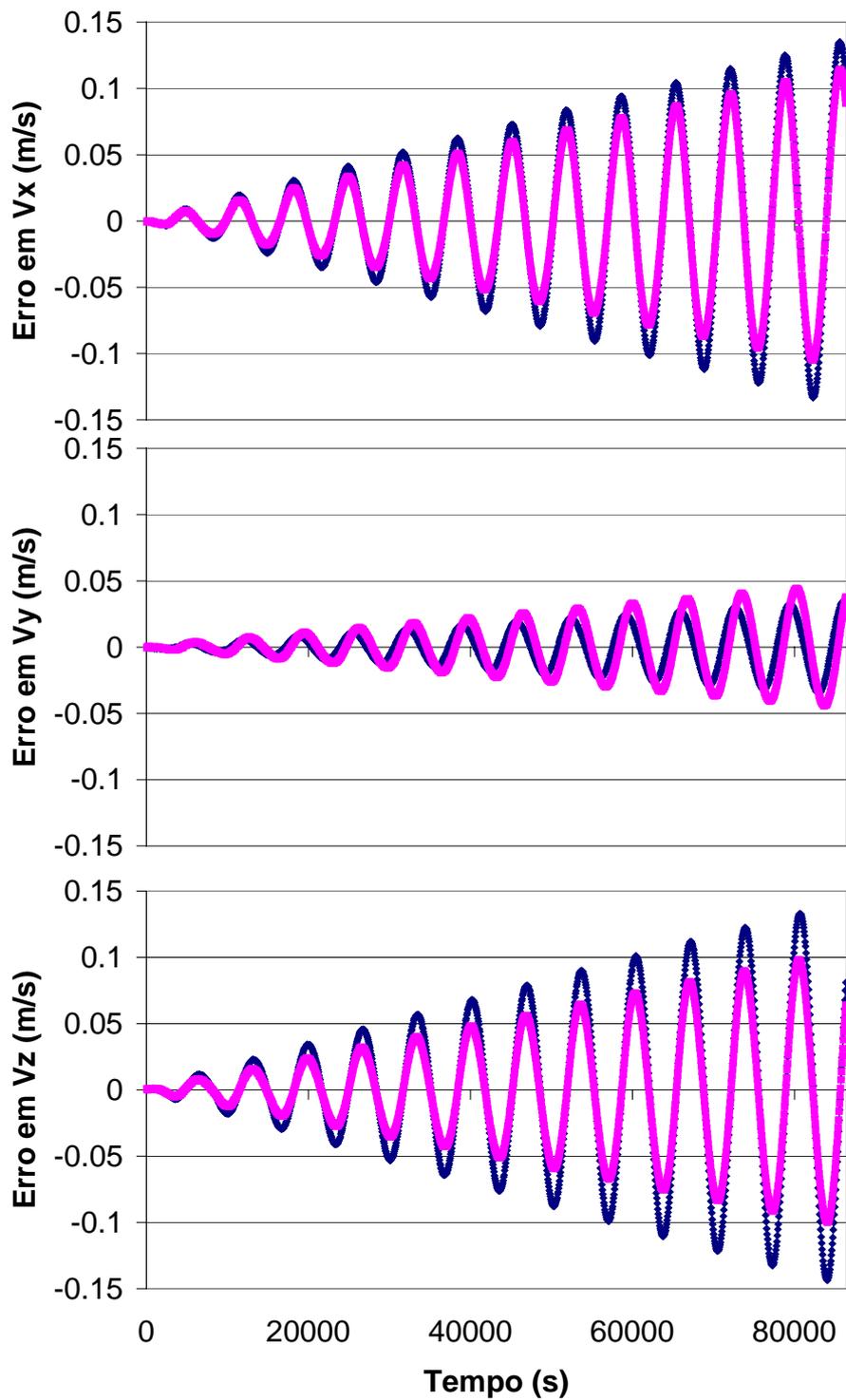


Figura 6.2 - Erro em velocidade propagada: linha azul representa modelo apenas com geopotencial; linha rosa representa modelo com geopotencial, Sol, Lua e pressão de radiação solar.

A Tabela 6.2 mostra a média do erro em posição e velocidade propagadas quando comparados com as efemérides precisas POE, para 1 dia de propagação.

Tabela 6.2 - Média do erro em posição e velocidade propagadas.

Modelo	Erro em posição (m)		
	x	y	z
Geopotencial 50 x 50	$-3,9294 \pm 60,3105$	$-0,5945 \pm 15,6449$	$-0,8559 \pm 64,91437$
Geopotencial 50 x 50 + sol + lua + PRS	$0,2065 \pm 48,49848$	$-1,47548 \pm 20,4684$	$-3,31431 \pm 45,72453$
Modelo	Erro em velocidade (m/s)		
	V_x	V_y	V_z
Geopotencial 50 x 50	$0,0010 \pm 0,0571$	$0,00006 \pm 0,0146$	$-0,00139 \pm 0,0594$
Geopotencial 50 x 50 + sol + lua + PRS	$0,001001 \pm 0,04608$	$-0,00035 \pm 0,01872$	$-0,00105 \pm 0,04175$

A Tabela 6.2 quantifica a melhoria obtida na média dos erros devido ao modelo de dinâmica mais realista, que adiciona as forças do Sol, da Lua e da pressão de radiação solar. Por exemplo, nota-se que o erro médio quadrático em x diminui de 60,3105 m para 48,49848 m e o erro médio quadrático em z diminui de 64,91437 m para 45,72453 m. Embora o erro médio em y aumente cerca de 5 m as diminuições em x e z compensam esse fato e mostram uma maior precisão em relação à dinâmica simplificada. Os mesmos fatos de repetem em relação as componentes de velocidade.

Pelos resultados mostrados, nota-se que os erros continuam oscilando de forma senoidal com uma amplitude crescente no tempo. O efeito de acrescentar perturbações à dinâmica é o de reduzir a amplitude desse erro oscilatório na maior parte das situações. Porém essa redução é de pequena magnitude e, dependendo dos testes de tempo de processamento, pode não ter uma relação favorável em termos de custo benefício. Nota-se que a maior parte das oscilações não modeladas tem tendência cíclica, com provável frequência correspondente a um período orbital. Sugere-se, portanto, que para maior

precisão, deve-se incluir ou estimar as acelerações não modeladas, mesmo que de forma empírica (Soyka e Davis, 2001).

6.2 Configuração do filtro de Kalman

Para a utilização do filtro, as condições iniciais de posição e velocidade não foram obtidas do arquivo POE, mas sim foram consideradas as observações no primeiro instante do arquivo de solução de navegação, 00:00:00 horas UTC. A Tabela 6.3 mostra as condições iniciais usadas para o filtro, em coordenadas *Earth Centered Earth Fixed* (ECEF) do sistema WGS 84.

Tabela 6.3 - Condições iniciais das coordenadas de posição, velocidade e tendência para o filtro às 00 horas GPS.

	19/11/93
X (m)	-609774,625
Y (m)	-3893841,000
Z (m)	-6633746,000
Vx (m/s)	4780,821289
Vy (m/s)	-4539,563477
Vz (m/s)	2223,616699
b (m)	-37404586,9163
d (m/s)	0,0

A Tabela 6.4 mostra a matriz de covariância inicial do filtro, onde σ representa o desvio padrão. Estes valores foram utilizados em todos os testes realizados.

A Tabela 6.5 mostra os valores das covariâncias do ruído dinâmico \mathbf{Q}_v e \mathbf{Q}_d utilizados no filtro. Esses valores são utilizados para propagação da covariância, conforme Equação 4.37 e foram assumidos após sintonização do filtro.

A Tabela 6.6 mostra os valores dos erros de medidas utilizadas no procedimento. Quando não havia informação de DOP (como nos arquivos de solução de navegação SP3), utilizaram-se valores constantes. Se as informações de PDOP e TDOP estiverem disponíveis, pode-se utilizá-las para estabelecer, com maior fidelidade, os erros das medidas. No caso presente, assumindo pelo lado conservador (a favor da segurança), o erro da medida adotado foi de 30 m para cada componente da solução de navegação.

Tabela 6.4 - Covariância inicial do filtro.

Parâmetro	Valor inicial
σ^2 da posição - P_r (m) ²	diag (1000 ²)
σ^2 da velocidade - P_v (m/s) ²	diag (10 ²)
σ^2 da tendência - P_b (m) ²	1000 ²
σ^2 da deriva - P_d (m/s) ²	10 ²

Tabela 6.5 - Covariância do ruído dinâmico.

Parâmetro	Valor
$E[\omega_v^2] = Q_v$ (m/s ²) ²	diag (0,5) ²
$E[\omega_d^2] = Q_d$ (m/s ²) ²	0,5 ²

Tabela 6.6 - Erros de medida (Solução de Navegação).

Utilização	Parâmetro	Valor
Sem DOP	$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = \sigma_b^2$ (m) ²	30 ²

7 RESULTADOS E ANÁLISES DA DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA

No presente capítulo será feita uma análise dos resultados da determinação de órbita, em tempo real, utilizando a solução de navegação dos receptores GPS.

Será mostrada uma análise resumida de alguns resultados obtidos em Gomes (2004), relativos a um estudo da influência do modelo e passo de integração utilizados no processo.

No trabalho citado acima foi feito um estudo da determinação de órbita utilizando uma modelagem dinâmica que levava em consideração apenas a perturbação devido ao geopotencial. No presente trabalho será feita uma análise do efeito das perturbações devidas ao Sol, Lua e a pressão de radiação no processo de determinação de órbita.

7.1. Estatística dos Resultados para o Dia 19/11/93

A Tabela 7.1 apresenta os resultados obtidos por Gomes (2004). Nela são mostrados os resíduos das coordenadas de posição e tendência para todos os casos testados no referido trabalho. Nota-se que, usando-se um passo de integração pequeno, como o de 10 s, não há diferença significativa quando utilizado um modelo simples ou mais sofisticado, sendo que todos os modelos testados apresentam resíduos com média em torno de zero e desvios padrão semelhantes.

Para o caso do intervalo de integração de 60 s, nota-se que há um aumento da ordem de 30 m nos desvios padrão, porém, a média dos resíduos permanece em torno de zero em todos os modelos testados.

Para o intervalo de 300 s, nota-se que, em relação ao passo usado anteriormente (60 s), os desvios padrão dos resíduos aumentaram da ordem de dezenas de metros para centenas de metros quando utilizando apenas o modelo kepleriano. Nota-se, porém, que quando o J_2 é considerado no modelo são obtidas médias em torno de zero com desvios

padrão em torno de 400 m menores, ficando com valores da ordem dos obtidos com passo de integração de apenas 60 segundos. Nota-se ainda que os casos 10 x 10 e 50 x 50 não apresentam diferenças significativas, sendo suficiente a utilização do modelo considerando apenas o J_2 .

Quando utilizado um passo de integração de 600 s, nota-se que as médias e desvios padrões dos resíduos aumentam muito, mesmo quando utilizado o modelo mais sofisticado.

Tabela 7.1 - Estatística dos resíduos – 19/11/93.

Passo (s)	Modelo	Resíduos (m)			
		x	y	z	tendência
10	Kepl.	0,012 ± 10,640	0,035 ± 8,111	0,015 ± 19,326	-0,020 ± 12,426
	J_2	0,001 ± 10,494	-0,001 ± 7,950	-0,001 ± 19,259	-0,020 ± 12,426
	10 x 10	0,001 ± 10,494	0,001 ± 7,950	-0,002 ± 19,259	-0,020 ± 12,426
	50 x 50	0,001 ± 10,494	0,001 ± 7,950	-0,002 ± 19,259	-0,020 ± 12,426
60	Kepl.	0,144 ± 38,007	0,420 ± 30,649	0,188 ± 58,028	-0,947 ± 44,231
	J_2	0,003 ± 31,918	-0,001 ± 24,138	0,017 ± 54,873	-0,947 ± 44,231
	10 x 10	0,001 ± 31,917	0,021 ± 24,138	0,005 ± 54,872	-0,947 ± 44,231
	50 x 50	0,000 ± 31,917	0,022 ± 24,138	0,006 ± 54,873	-0,947 ± 44,231
300	Kepl.	-1,413 ± 470,528	11,813 ± 438,534	1,674 ± 423,275	-0,030 ± 50,730
	J_2	-0,405 ± 62,013	-0,078 ± 28,715	0,110 ± 62,654	-0,030 ± 50,729
	10 x 10	-0,458 ± 61,843	0,450 ± 28,343	-0,127 ± 62,578	-0,030 ± 50,729
	50 x 50	-0,442 ± 61,825	0,454 ± 28,337	-0,124 ± 62,586	-0,030 ± 50,729
600	Kepl.	-71,934 ± 2341,234	28,673 ± 1274,758	-36,383 ± 2123,751	0,030 ± 57,982
	J_2	-52,464 ± 1586,162	-15,894 ± 715,830	-20,933 ± 1564,720	0,030 ± 57,982
	10 x 10	-52,322 ± 1586,465	-13,903 ± 714,839	-21,952 ± 1565,111	0,030 ± 57,982
	50 x 50	-52,240 ± 1586,635	-13,886 ± 714,890	-21,923 ± 1565,002	0,030 ± 57,982

As Tabelas 7.2 e 7.3 apresentam a estatística dos erros em posição e velocidade na determinação de órbita, para os quatro diferentes passos e modelos utilizados.

Quando utilizado passo de 10 s, o modelo não apresenta influência significativa, com diferenças menores que 1 cm e 1 mm/s na média dos erros de posição e velocidade, respectivamente. Neste caso, os resultados mostram que um modelo simples é suficiente para se obter bons resultados.

O mesmo acontece quando utilizado um passo de 60 s. Percebe-se que, mesmo apresentando resíduos maiores, não há impacto sobre os erros de estimação, apresentando-os sem diferença significativa em relação ao passo de 10 s, com variações menores que 0,5 m e 1 mm/s em média e menores que 1,5 m e 0,3 m/s em desvio padrão.

Para o caso de passo de 300 s, apesar de o resíduo ter aumentado bastante quando usado o modelo kepleriano, também não houve grande impacto sobre o erro. Isto mostra que o filtro reage muito bem, mesmo com um passo de integração grande e um modelo simplificado.

Apenas para o passo de 600 s foi observado grande impacto nos erros de posição e velocidade, com alguma melhora quando utilizado o modelo com J_2 . Em relação ao passo de 300 s, utilizando o modelo kepleriano, foi observado um aumento de até 1,1 m na média do erro em posição com aumento de até 276 m em desvio padrão. Em termos de velocidade, foi notado um aumento de até 0,15 m/s nas médias e um aumento de até 3,6 m/s em desvio padrão. Nota-se que, assim como para os resíduos, há melhora nos resultados quando usado o modelo com J_2 , porém não há melhora significativa quando utilizados os casos 10 x 10 e 50 x 50.

Conclui-se que é recomendável considerar pelo menos o coeficiente J_2 no modelo orbital do satélite, para passos de 10 s a 600 s. Um modelo normalmente utilizado em computadores de bordo que não causam problemas de tempo de processamento é o geopotencial até 10 x 10 (Gill *et. al.*, 2000; Chiaradia, 2000).

Tabela 7.2 - Estatística dos erros na determinação de órbita – 19/11/93.

Passo (s)	Modelo	Erro em posição (m)		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
10	Kepl	-2,608 ± 27,438	-4,310 ± 33,422	1,434 ± 37,357
	J₂	-2,612 ± 27,429	-4,323 ± 33,402	1,428 ± 37,385
	10 x 10	-2,612 ± 27,428	-4,322 ± 33,402	1,428 ± 37,385
	50 x 50	-2,612 ± 27,428	-4,322 ± 33,402	1,428 ± 37,385
60	Kepl	-2,195 ± 27,260	-4,420 ± 33,573	1,439 ± 35,961
	J₂	-2,197 ± 27,255	-4,426 ± 33,559	1,437 ± 35,975
	10 x 10	-2,197 ± 27,255	-4,426 ± 33,559	1,437 ± 35,975
	50 x 50	-2,197 ± 27,255	-4,426 ± 33,559	1,437 ± 35,975
300	Kepl	-2,685 ± 24,493	-3,899 ± 29,842	0,901 ± 38,966
	J₂	-2,684 ± 24,497	-3,800 ± 32,027	1,461 ± 29,765
	10 x 10	-2,684 ± 24,497	-3,800 ± 32,027	1,449 ± 29,759
	50 x 50	-2,684 ± 24,497	-3,800 ± 32,027	1,448 ± 29,759
600	Kepl	-3,203 ± 22,153	-3,907 ± 104,954	1,984 ± 314,483
	J₂	-3,198 ± 22,191	-3,445 ± 72,168	4,884 ± 140,561
	10 x 10	-3,198 ± 22,191	-3,460 ± 72,201	4,676 ± 140,645
	50 x 50	-3,198 ± 22,191	-3,461 ± 72,210	4,674 ± 140,664

Tabela 7.3 - Estatística dos erros na determinação de órbita – 19/11/93.

Passo (s)	Modelo	Erro em velocidade (m/s)		
		V_x	V_y	V_z
10	Kepl	0,0006 ± 0,4839	0,0018 ± 0,3561	-0,0002 ± 0,8368
	J ₂	0,0001 ± 0,4761	0,0001 ± 0,3416	-0,0009 ± 0,8333
	10 x 10	0,0001 ± 0,4761	0,0002 ± 0,3416	-0,0010 ± 0,8333
	50 x 50	0,0001 ± 0,4761	0,0002 ± 0,3416	-0,0010 ± 0,8333
60	Kepl	0,0012 ± 0,3905	0,0036 ± 0,3098	0,0008 ± 0,5612
	J ₂	0,0000 ± 0,3491	0,0001 ± 0,2501	-0,0006 ± 0,5385
	10 x 10	0,0000 ± 0,3491	0,0003 ± 0,2502	-0,0007 ± 0,5385
	50 x 50	0,0000 ± 0,3491	0,0003 ± 0,2502	-0,0007 ± 0,5385
300	Kepl	0,0065 ± 0,8238	0,0210 ± 0,7894	-0,0013 ± 0,7726
	J ₂	0,0085 ± 0,2830	0,0005 ± 0,1275	-0,0013 ± 0,2756
	10 x 10	0,0084 ± 0,2828	0,0014 ± 0,1275	-0,0017 ± 0,2754
	50 x 50	0,0084 ± 0,2828	0,0014 ± 0,1275	-0,0017 ± 0,2754
600	Kepl	0,1537 ± 4,3683	0,0430 ± 2,0999	-0,0487 ± 4,1250
	J ₂	0,1504 ± 4,2184	0,0024 ± 1,7322	-0,0337 ± 3,8230
	10 x 10	0,1502 ± 4,2185	0,0042 ± 1,7319	-0,0345 ± 3,8235
	50 x 50	0,1503 ± 4,2185	0,0043 ± 1,7319	-0,0345 ± 3,8234

Nas análises subsequentes, considera-se como modelo básico o geopotencial truncado até o grau e ordem 10 x 10. A este são adicionados as perturbações de pressão de radiação solar e os efeitos gravitacionais do Sol e da Lua.

A Tabela 7.4 apresenta a estatística dos erros em posição e velocidade na determinação de órbita, também quando utilizada a dinâmica incluindo as perturbações devido ao Sol, a Lua e a pressão de radiação solar.

Tabela 7.4 - Estatística dos Erros na Determinação de Órbita – 19/11/93.

Modelo	Erro em posição (m)		
	x	y	z
1	-2,6121293 ± 27,4285067	-4,3222859 ± 33,4019768	1,4279681 ± 37,3849305
2	-2,6121327 ± 27,4285099	-4,3222926 ± 33,4019467	1,4279669 ± 37,3849280
3	-2,6121079 ± 27,4284953	-4,3222804 ± 33,4019381	1,4279734 ± 37,3849385
Modelo	Erro em velocidade (m/s)		
	V _x	V _y	V _z
1	0,0000702 ± 0,4761041	0,0002127 ± 0,3416321	-0,0010083 ± 0,8333067
2	0,0000694 ± 0,4761042	0,0002106 ± 0,3416309	-0,0010081 ± 0,8333069
3	0,0000726 ± 0,4761042	0,0002150 ± 0,3416274	-0,0010086 ± 0,8333065

Modelo 1: geopotencial 10 x 10 (básico)

Modelo 2: geopotencial 10 x 10 + sol + lua + Pressão de radiação solar

Modelo 3: geopotencial 50 x 50 + sol + lua + Pressão de radiação solar

Os resultados apresentados mostram que a inclusão das perturbações devido ao Sol, Lua e pressão de radiação solar, assim como maior grau e ordem do geopotencial, tem efeitos positivos na redução de erros, porém de uma magnitude muito pequena. Levando-se em conta que o tempo de processamento aumenta quando se inclui essas perturbações, e o foco é aplicação em tempo real, em geral não se justifica a inclusão dessas forças.

Desta forma, é mostrado nas Figuras 7.1 e 7.2 a seguir, o erro médio em posição e velocidade, utilizando o modelo que considera apenas o geopotencial até 10x10. Observa-se que o erro médio em posição continua menor que 4,5 m e o desvio padrão menor que 37,5 m. O erro médio em velocidade é menor que 0,2 mm/s e o desvio padrão menor que 0,8 m/s.

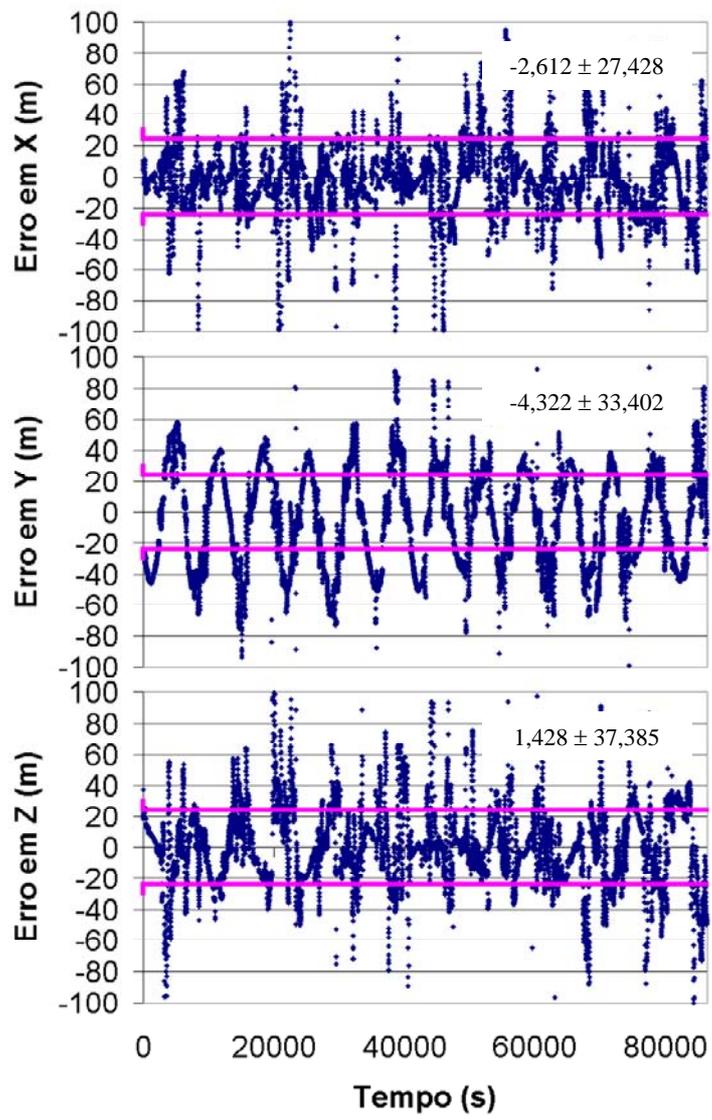


Figura 7.1 – Erro em posição

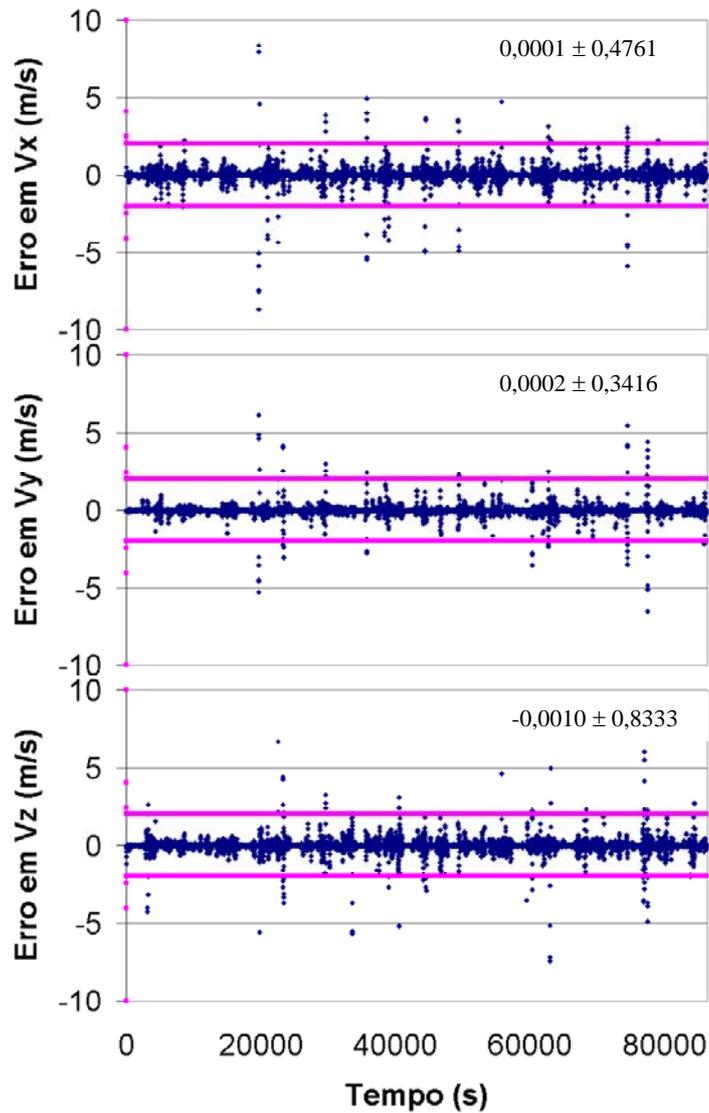


Figura 7.2 – Erro em velocidade

Estes erros nas estimativas estão consistentes com os erros das medidas (solução de navegação) que foram assumidos pelo filtro de Kalman (capítulo 6), ou seja, desvio padrão em cada componente de 30 m.

8 CONVERSÃO ENTRE ELEMENTOS OSCULADORES E MÉDIOS

O objetivo desta parte do trabalho é desenvolver e implementar um algoritmo para converter as variáveis que expressam a órbita instantânea de um satélite (elementos osculadores), em um conjunto de variáveis que descrevem uma órbita média desse mesmo satélite (elementos médios). Em resumo, pretende-se estudar a conversão de elementos orbitais osculadores para elementos orbitais médios e vice-versa, adaptados aos objetivos deste trabalho.

Um algoritmo eficiente que faça esta conversão é uma ferramenta muito importante para ser utilizada no processo de manobras orbitais a partir das órbitas determinadas pelo procedimento anteriormente descrito neste trabalho. Para isso, um método de conversão foi estudado, melhorado e implementado, de acordo com as necessidades deste trabalho, no Observatório Astronômico da Universidade Adam Mickiewicz, na cidade de Poznan, na Polônia, sob a supervisão do Professor Dr. Edwin Wnuk. A melhoria efetuada no método existente na universidade Adam Mickiewicz consistiu na inclusão de novas forças perturbadoras no modelo dinâmico, que passou a incluir os efeitos gravitacionais do Sol e da Lua.

8.1 Elementos médios e osculadores

Os elementos orbitais osculadores representam, de modo geral, o verdadeiro vetor contendo a posição e velocidade de um satélite em um dado instante de tempo. A desvantagem de sua utilização é que eles têm um comportamento inadequado para obtenção de previsões ao longo do tempo.

Os elementos orbitais médios são uma abstração matemática, e não representam o verdadeiro vetor posição e velocidade de um satélite em um dado instante de tempo, mas representam o valor médio dos elementos orbitais. Eles têm um bom comportamento ao longo do tempo, o que facilita o cálculo de manobras de órbita.

Os elementos orbitais afetados pelo vetor aceleração perturbado são definidos como elementos osculadores. As perturbações na aceleração causam variações seculares, de curto e de longo período nos elementos orbitais clássicos. Curto período é da ordem de tempo de uma passagem do satélite em torno da Terra. Longo período é da ordem de tempo de uma volta completa do perigeu em torno da Terra.

Se os efeitos periódicos forem removidos, então os novos elementos orbitais obtidos são definidos como elementos médios. Isto é, os elementos médios são afetados somente por perturbações seculares. A diferença entre elementos osculadores e médios é a variação muito pequena dos elementos orbitais devido às perturbações de curto e longo período.

O método usado para fazer a conversão entre elementos médios e osculadores é feito aplicando-se uma teoria analítica do movimento do satélite, que é baseada no algoritmo de Mersman para o método de perturbação de Hori-Lie. É usada uma transformação canônica e o seu resultado, como o desenvolvido por Hori, tem a característica que a transformação inversa é obtida mudando o sinal da função geratriz. Quando o algoritmo de Mersman é aplicado, transformações diretas e inversas podem ser feitas usando fórmulas similares e a precisão de ambas é a mesma. Essa transformação possui uma representação por meio de um algoritmo triangular recursivo.

De acordo com Wnuk (1999), a transformação direta converte elementos médios em elementos osculadores usando 2 passos: primeiramente é feita a conversão de elementos médios para elementos com média simples e então a segunda conversão leva os elementos com média simples para elementos osculadores. Estas transformações são dadas por:

$$\alpha = \alpha' + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} D^n \alpha' \quad \text{e} \quad \alpha' = \alpha'' + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} D^n \alpha'' \quad (8.1)$$

A transformação inversa converte os elementos osculadores para elementos médios. Neste caso, de modo similar a transformação direta, também são aplicadas duas transformações. A primeira converte elementos osculadores em elementos com média simples e a segunda converte os elementos com média simples para elementos médios. Estas transformações são dadas por:

$$\alpha' = \alpha + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} D^n \alpha \quad \text{e} \quad \alpha'' = \alpha' + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} D^n \alpha' \quad (8.2)$$

No caso da transformação inversa, as funções geratrizes são funções de elementos que não passaram por médias e elementos que passaram por apenas uma média simples. Deste modo, as equações das transformações direta e inversa são diferentes.

Nas expressões acima, α representa os elementos orbitais osculadores, α' representa os elementos com média simples, que significa elementos sem os termos de curto período e α'' representa os elementos de média dupla, que significa elementos sem os termos de curto e longo período e representa os elementos orbitais médios. D é o operador de Lie, definido por colchetes de Poisson e dado por:

$$\begin{aligned} D^0 \alpha' &= \alpha'; \\ D\alpha' &= \{\alpha', S^*\}; \\ D^{n+1} \alpha' &= DD^n \alpha'; \\ D^0 \alpha'' &= \alpha''; \\ D\alpha'' &= \{\alpha'', S^{**}\}; \\ D^{n+1} \alpha'' &= DD^n \alpha'' \end{aligned} \quad (8.3)$$

S é a função geratriz e é dada por:

$$S^* = S^*(\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_6) \quad \text{e} \quad S^{**} = S^{**}(\alpha''_1, \alpha''_2, \dots, \alpha''_6) \quad (8.4)$$

S^* e S^{**} são aqui funções de elementos obtidos com médias simples e duplas, respectivamente.

De acordo com a teoria apresentada por Wnuk (1995), a função geratriz até segunda ordem é:

$$S^* = S_1^* + S_2^* \quad (8.5)$$

$$S_1^* = S_1^{*1}(J_2) \quad (8.6)$$

$$S_2^* = S_2^{*1}(J_2^2) + S_2^{*2}(J_n)_{n>2} + S_2^{*3}(C_{1,m}, S_{1,m}) \quad (8.7)$$

e

$$S^{**} = S_1^{**} + S_2^{**} \quad (8.8)$$

$$S_1^{**} = S_1^{**1}(J_2) + S_2^{**}(J_n/J_2)_{n>2} \quad (8.9)$$

$$S_2^{**} = S_2^{**1} + S_2^{**2}(J_n)_{n>2} + S_2^{**3}((J_n * J_n')/J_2)_{n,n'>2} \quad (8.10)$$

O modelo de forças inclui perturbação de geopotencial levando em conta a influência de harmônicos zonais e tesserais para grau e ordem arbitrários. De acordo com Wnuk (1988), o potencial V é dado por:

$$V = \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{a} \sum_{m=0}^N \sum_{k=-N}^N \sum_{q=-Q}^Q \gamma_{km} \sum_{j=j_1}^N \left(\frac{a_e}{a} \right)^j \bar{A}_{jm}^k G_{j,(j-k)/2,q} [\bar{C}_{j,m} \cos \psi + \bar{S}_{j,m} \sin \psi] \quad (8.11)$$

onde:

$$j_1 = \max \left[k_1, k_1 + 2E \left(\frac{m - k_1 + 1}{2} \right) \right];$$

$$k_l = |k| + 2(\delta_{0k} + \delta_{1k});$$

$$\gamma_{km} = (-1)^{E[(k-m+1)/2]};$$

$$N = \max l;$$

$$Q = \max |q|.$$

8.1.1 Transformação de elementos osciladores para elementos médios

Para a obtenção dos elementos médios é aplicada a transformação inversa. Rearranjando as funções geratrizes dadas pelas Equações 8.5 a 8.7 e Equações 8.8 a 8.10 na Equação 8.2, pode-se obter as expressões para a transformação de elementos osciladores para médios até segunda ordem.

Os termos de curto período são dados por:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= -\{\alpha, S^*(\alpha)\} + \frac{1}{2} \{\{\alpha, S^*(\alpha)\}, S^*(\alpha)\} = \\ &= -\{\alpha, S_1^{*1}(\alpha)\} - \{\alpha, S_2^{*1}(\alpha)\} - \{\alpha, S_2^{*2}(\alpha)\} - \{\alpha, S_2^{*3}(\alpha)\} + \\ &+ \frac{1}{2} \{\{\alpha, S_1^{*1}(\alpha)\}, S_1^{*1}(\alpha)\} \end{aligned} \quad (8.12)$$

E os termos de longo período são dados por:

$$\begin{aligned}
\alpha'' - \alpha' &= -\{\alpha, S^{**}(\alpha')\} + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha', S^{**}(\alpha') \}, S^{**}(\alpha') \} = \\
&= -\{\alpha', S_1^{**1}(\alpha')\} - \{\alpha', S_1^{**2}(\alpha')\} - \\
&\quad - \{\alpha', S_2^{**1}(\alpha')\} - \{\alpha', S_2^{**2}(\alpha')\} - \{\alpha', S_2^{**3}(\alpha')\} + \\
&\quad + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha', S_1^{**1}(\alpha') \}, S_1^{**1}(\alpha') \} + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha', S_1^{**2}(\alpha') \}, S_1^{**2}(\alpha') \} + \\
&\quad + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha', S_1^{**1}(\alpha') \}, S_1^{**2}(\alpha') \} + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha', S_1^{**2}(\alpha') \}, S_1^{**1}(\alpha') \}
\end{aligned} \tag{8.13}$$

8.1.2 Transformação de elementos médios para elementos osciladores

A transformação de elementos médios para elementos osciladores é obtida aplicando-se a transformação direta. Da mesma maneira, rearranjando as Equações 8.5 a 8.7 e as Equações 8.8 a 8.10 na Equação 8.1, pode-se obter as expressões para a transformação de elementos osciladores para médios até segunda ordem.

Os termos de longo período são dados por:

$$\begin{aligned}
\alpha' - \alpha'' &= \{\alpha'', S^{**}(\alpha'')\} + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha'', S^{**}(\alpha'') \}, S^{**}(\alpha'') \} = \\
&= \{\alpha'', S_1^{**1}(\alpha'')\} + \{\alpha'', S_1^{**2}(\alpha'')\} + \\
&\quad + \{\alpha'', S_2^{**1}(\alpha'')\} + \{\alpha'', S_2^{**2}(\alpha'')\} + \{\alpha'', S_2^{**3}(\alpha'')\} + \\
&\quad + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha'', S_1^{**1}(\alpha'') \}, S_1^{**1}(\alpha'') \} + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha'', S_1^{**2}(\alpha'') \}, S_1^{**2}(\alpha'') \} + \\
&\quad + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha'', S_1^{**1}(\alpha'') \}, S_1^{**2}(\alpha'') \} + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha'', S_1^{**2}(\alpha'') \}, S_1^{**1}(\alpha'') \}
\end{aligned} \tag{8.14}$$

e os de curto período são dados por:

$$\begin{aligned}
\alpha - \alpha' &= \{\alpha', S^*(\alpha')\} + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha', S^*(\alpha') \}, S^*(\alpha') \} = \\
&= \{\alpha', S_1^*(\alpha')\} + \{\alpha', S_2^*(\alpha')\} + \{\alpha', S_2^*(\alpha')\} + \{\alpha', S_2^*(\alpha')\} + \\
&\quad + \frac{1}{2} \{ \{ \alpha', S_1^*(\alpha') \}, S_1^*(\alpha') \}
\end{aligned} \tag{8.15}$$

8.2 Resultados

A precisão da transformação entre elementos osculadores e médios foi testada de duas maneiras. A primeira foi uma comparação simples das duas transformações; de elementos osculadores para elementos médios de acordo com as Equações 8.12 e 8.13, e de elementos médios para osculadores, de acordo com as Equações 8.14 e 8.15.

A segunda maneira usa integração numérica. Inicia-se dos elementos osculadores e a posição do satélite é prevista por integração numérica e teoria analítica. Em ambos os casos são usados coeficientes harmônicos 10×10 .

O primeiro conjunto de elementos testados é para o satélite Topex/Poseidon. A razão para se usar esse satélite é que já se tem resultados obtidos usando dados desse satélite e ele será a base para a presente tese de doutorado. Os elementos orbitais iniciais encontram-se na Tabela 8.1.

Tabela 8.1 - Elementos orbitais do primeiro teste.

Elementos Iniciais	Semi-eixo maior	7714,42830000 km	
	Excentricidade	0,00007200	
	Inclinação	66,04260000°	
	Argumento do perigeu	106,67400000°	
	Longitude do nodo ascendente	9,65910000°	
	Anomalia média	252,17530000°	
Posição inicial (km)	$x = 7614,3047880$	$y = 1231,6945356$	$z = -142,5447676$
Velocidade inicial (km/s)	$\dot{x} = -0,3468331$	$\dot{y} = 2,90107651$	$\dot{z} = 6,5673934$

Outros parâmetros usados neste caso são:

- Geopotencial até 10×10 ;

- $q = 5$, onde q representa o número de termos usados para a função de excentricidade na equação do potencial, Equação 8.11;
- Início as 00:00:00 hs do dia 18 de novembro de 1993; final 24 hs depois.

A Figura 8.1 mostra a diferença na posição do satélite, calculadas a partir de elementos osculadores antes e depois das transformações. O eixo vertical mostra a diferença em posição medida em centímetros entre a posição dada do satélite e a posição obtida depois de converter os elementos osculadores para médios e reconvertê-los de volta para elementos osculadores, para o mesmo instante de tempo. Desta forma, não há propagação envolvida. Essa diferença representa o erro envolvido no processo de conversão de ida e volta entre os elementos osculadores e médios. O eixo horizontal representa a anomalia média do satélite, em graus. Esta diferença resulta uma função periódica com respeito à anomalia média, portanto, é mostrado apenas um período na Figura. 8.1.

Pode-se notar que o erro está por volta de 1 m para a maioria dos valores de anomalia média e tem um pico máximo perto de 4 m, para anomalia média em torno de 330° . Esta precisão é considerada suficiente para os propósitos deste trabalho, de modo que não foram necessários mais esforços para se conseguir uma melhora. De fato, a precisão está consistente e melhor que as precisões típicas obtidas na determinação de órbita via GPS utilizando a solução de navegação do receptor.

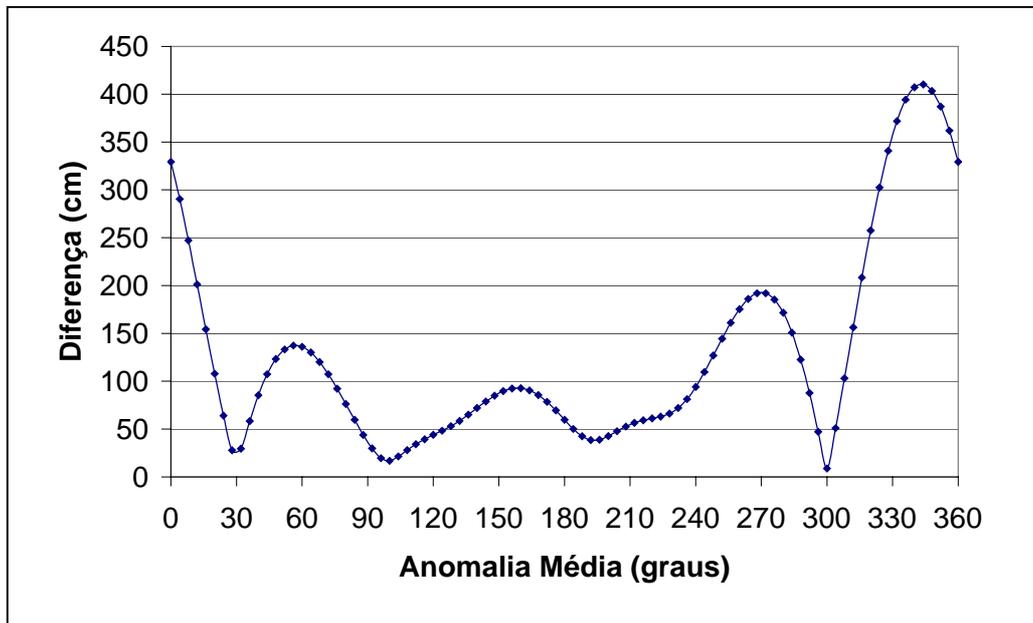


Figura 8.1 - Diferença na posição do satélite calculada a partir de elementos osciladores antes e depois das transformações.

A Figura 8.2 mostra os resultados da comparação entre propagação analítica e numérica. Os resultados analíticos são obtidos através da conversão das condições iniciais osciladoras para elementos médios, fazendo-se uma propagação analítica dos elementos médios e finalmente convertendo-se de volta para elementos osciladores. A propagação numérica é apenas o resultado de uma integração numérica. Ambos os processos usam o mesmo modelo dinâmico de forças.

A linha azul representa a diferença entre a integração analítica e numérica. Pode-se notar que a causa de erro mais importante é devido ao movimento médio. Deste modo, foi implementado um processo onde o movimento médio é corrigido a cada passo e, com isso, há uma melhora significativa nos resultados, como é mostrado através da linha vermelha, que representa a diferença entre a integração analítica e numérica depois da correção do movimento médio. Estes resultados estão de acordo com Wnuk (1999).

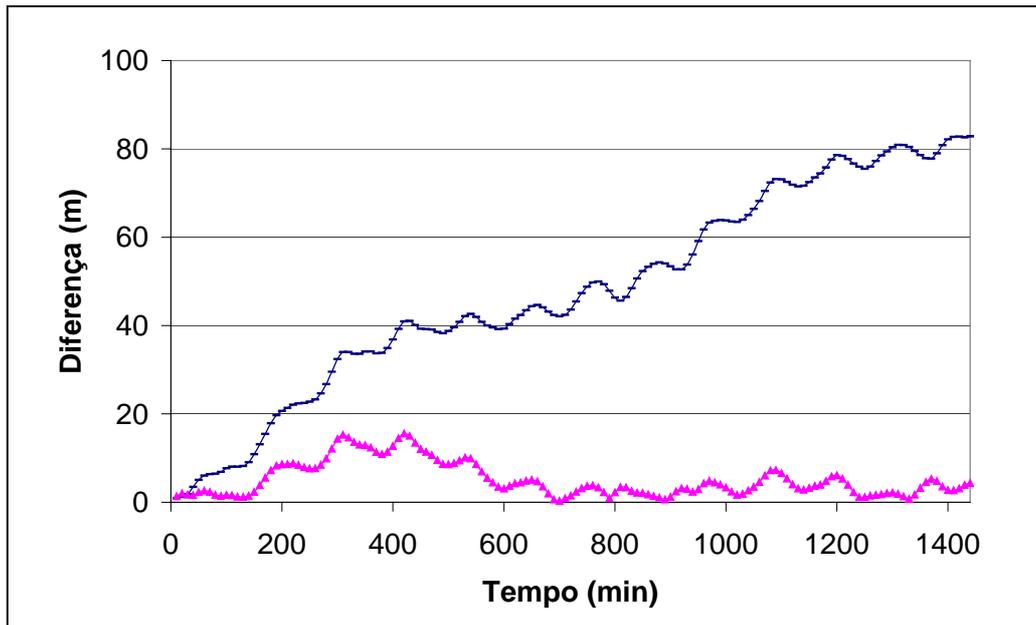


Figura 8.2 - Diferença entre integração numérica e analítica na posição do satélite.

Linha azul indica resultado antes da correção de movimento médio e linha rosa depois da correção de movimento médio.

O segundo conjunto de elementos testado tem os mesmos valores de elementos orbitais do primeiro caso, com exceção do semi-eixo maior, como mostra a Tabela 8.2.

Tabela 8.2 - Elementos orbitais do segundo teste.

Elementos Iniciais	Semi-eixo maior		15000,00000000 km
	Excentricidade		0,00007200
	Inclinação		66,04260000°
	Argumento do perigeu		106,67400000°
	Longitude do nodo ascendente		9,65910000°
	Anomalia média		252,17530000°
Posição inicial (km)	$x = 14805,318991$	$y = 2394,9173309$	$z = -277,1652585$
Velocidade inicial (km/s)	$\dot{x} = -0,24872924$	$\dot{y} = 2,08048901$	$\dot{z} = 4,70976543$

Os resultados apresentados nas Figuras 8.3 e 8.4 são similares aos obtidos no caso anterior, mas a essa altitude os erros são menores, o que mostra que a dinâmica tem uma

precisão melhor nessa altitude. Esse comportamento é similar ao obtido por Wnuk (1999).

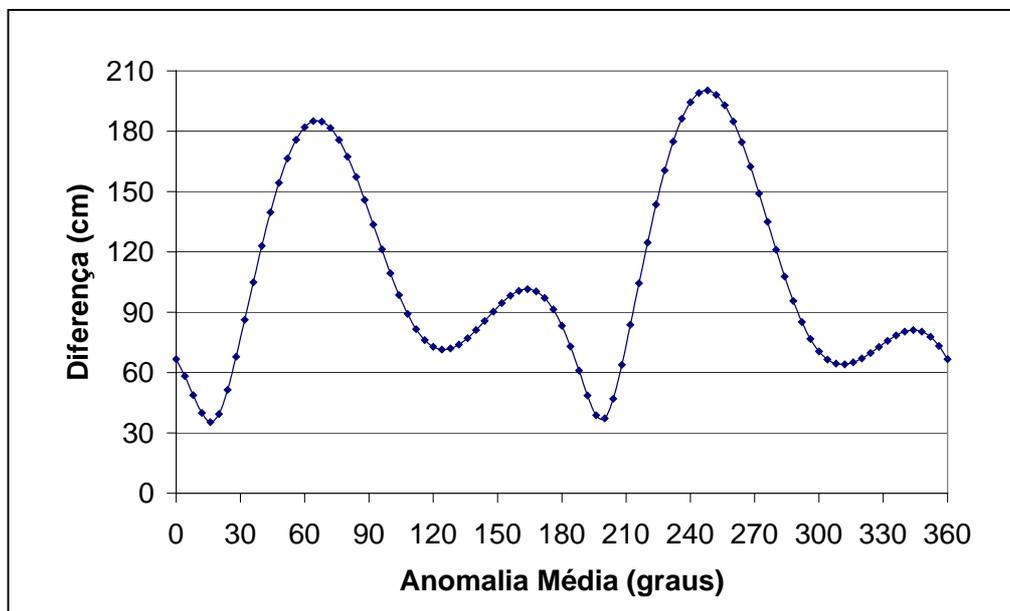


Figura 8.3 - Diferença na posição do satélite calculada a partir de elementos osculadores antes e depois das transformações.

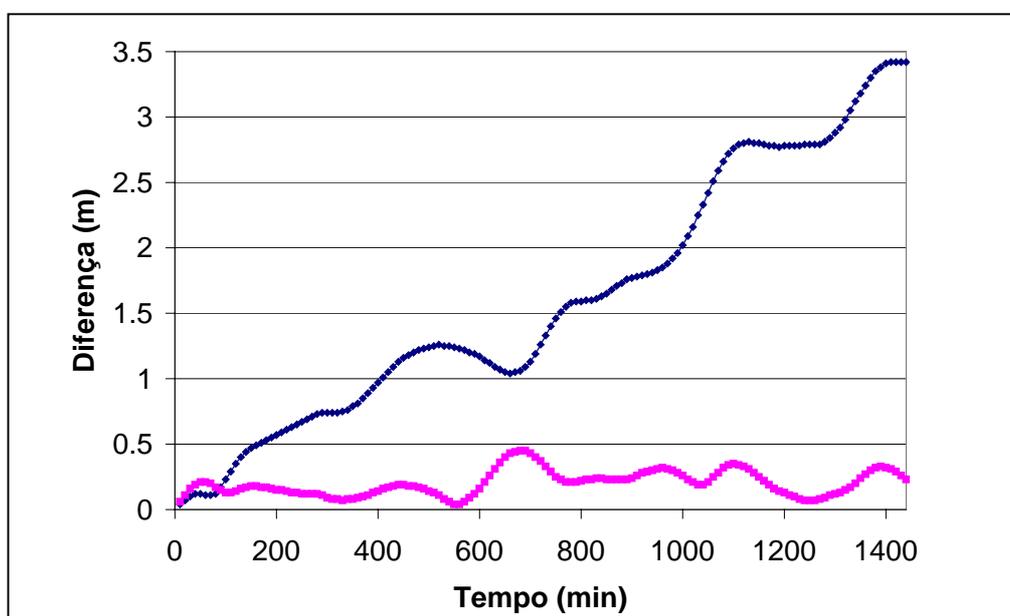


Figura 8.4 - Diferença entre integração numérica e analítica na posição do satélite. Linha azul indica resultado antes da correção de movimento médio e linha rosa depois da correção de movimento médio.

O terceiro conjunto de elementos testado tem os mesmos valores para os elementos orbitais do primeiro caso, exceto agora para a inclinação, como mostra a Tabela 8.3.

Tabela 8.3 - Elementos orbitais do terceiro teste.

Elementos Iniciais	Semi-eixo maior		7714,42830000 km
	Excentricidade		0,00007200
	Inclinação		30,00000000°
	Argumento do perigeu		106,67400000°
	Longitude do nodo ascendente		9,65910000°
	Anomalia média		252,17530000°
Posição inicial (km)	$x = 7626,3429494$	$y = 1160,9644187$	$z = -77,99154082$
Velocidade inicial (km/s)	$\dot{x} = -0,90146132$	$\dot{y} = 6,15978963$	$\dot{z} = 3,59326506$

A Figura 8.5 tem quase o mesmo comportamento da Figura 8.1, estando ambas na mesma altitude. A Figura 8.5 tem um pico máximo por volta de 3,2 m, mas na maior parte do tempo a diferença está em torno de 1 m. Na Figura 8.6 pode-se notar que, com essa inclinação, a diferença em posição é um pouco melhor.

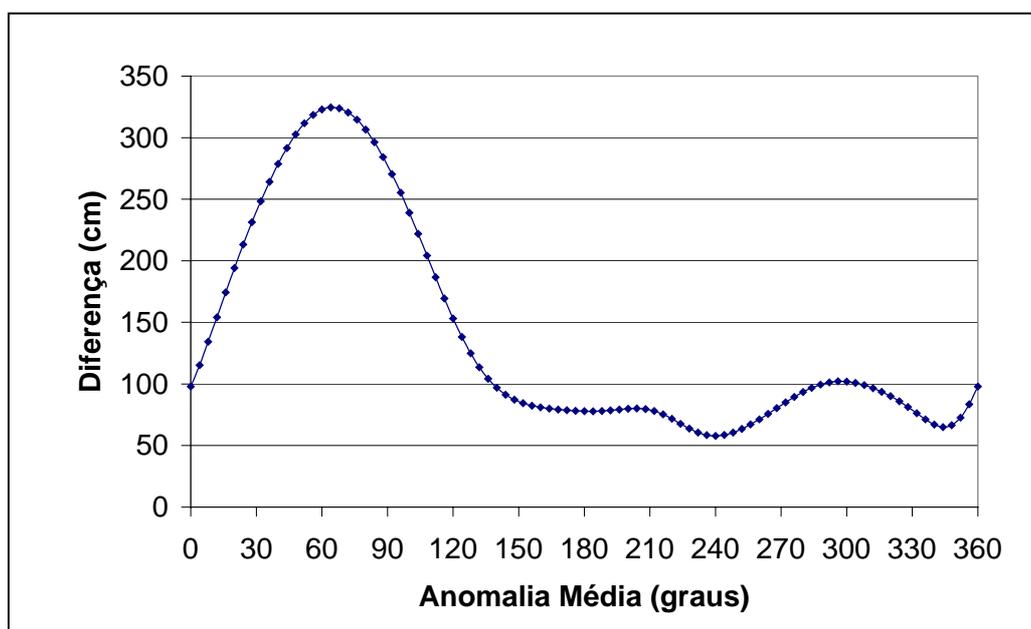


Figura 8.5 - Diferença na posição do satélite calculada a partir de elementos osculadores antes e depois das transformações.

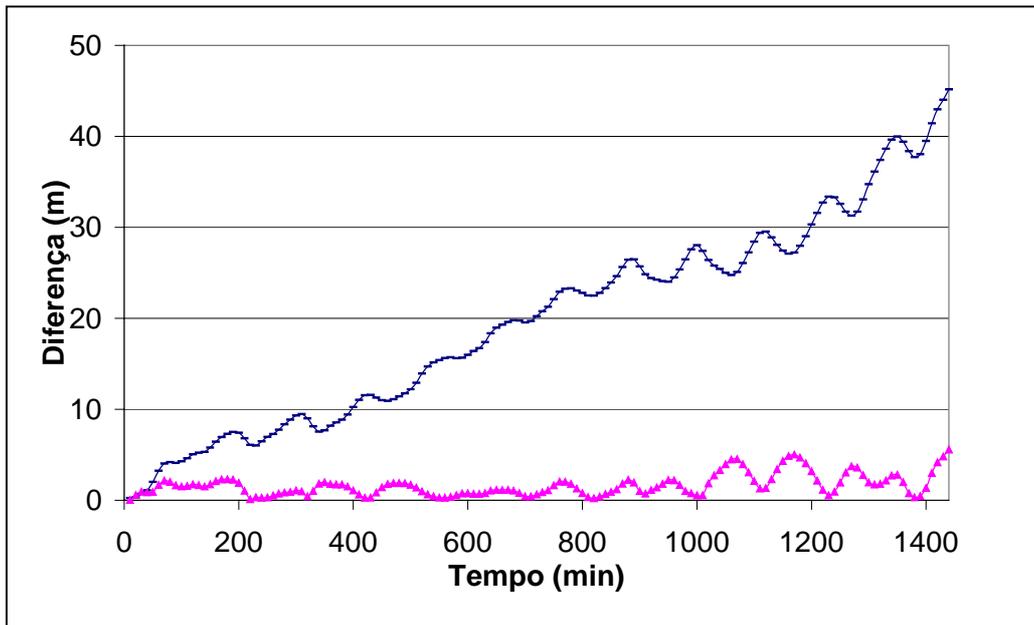


Figura 8.6 - Diferença entre integração numérica e analítica na posição do satélite.

Linha azul indica resultado antes da correção de movimento médio e linha rosa depois da correção de movimento médio.

8.3 Perturbação devido ao terceiro e quarto corpo

Como complemento e contribuição do presente trabalho, nesta etapa, foram incluídas perturbações devidas a Lua e ao Sol, conforme descrito na Seção 4.3 do capítulo 4, para simular seus efeitos nas transformações dos elementos.

Essas perturbações foram incluídas tanto na propagação numérica quanto na analítica, e muitas simulações foram feitas. Quando é feita uma comparação direta entre os modelos numérico e analítico, a diferença entre os resultados gerados por eles aumentou. Isso é esperado, dado que, quanto mais complexo for o modelo, mais aproximações são inseridas pelas aproximações analíticas.

Quando foram feitas comparações mais adequadas, ou seja, um mesmo modelo numérico completo contra modelos analíticos com diferentes graus de complexidade (quantidade de forças modeladas), os resultados mostraram que a aproximação analítica

implementada para essas perturbações ajuda a obter resultados mais precisos. Esse fato foi observado quando as diferenças entre as posições do satélite previstas pelo modelo numérico que considera os efeitos da Lua e do Sol foram comparadas com os modelos analíticos sem essas perturbações. Quando o modelo analítico tem o Sol e a Lua incluídos, essas diferenças são menores que a situação aonde não foram incluídas. Porém, existe um custo adicional em termos de tempo de processamento que dificulta aplicações em tempo real com essas forças. Esse aumento de tempo foi da ordem de vários minutos, quando executado em um computador com processador Intel Core 2 Duo 2.2 MHz, com 2 GB de memória RAM. Sendo assim, essa nova e mais complexa implementação não é recomendada para aplicações em tempo real, ou em aplicações aonde um grau muito elevado de precisão não é requerido.

9 METODOLOGIA DE MANOBRAS ORBITAIS

A determinação de órbita e o cálculo de manobras orbitais de um satélite artificial são problemas de extrema importância no estudo de Mecânica Orbital. Assim, o problema de transferir um veículo espacial de uma órbita para outra tem crescido de importância nos últimos anos. Aplicações deste estudo podem ser encontradas em diversas atividades espaciais, como na colocação de um satélite em órbita geoestacionária, no deslocamento de uma estação espacial, na manutenção de órbita de um satélite, entre outras.

Em aplicações reais, pode haver a necessidade de se fazer uma manobra complementar, seja esta para uma transferência orbital ou apenas para correções periódicas de menor amplitude. Este problema de transferência consiste em alterar a posição, velocidade e massa do satélite de seu estado atual para um novo estado pré-determinado. A transferência pode ser completamente vinculada ou parcialmente livre (tempo livre, velocidade final livre, etc). No caso mais geral, deve-se fazer a escolha da direção, sentido e magnitude do empuxo a ser aplicado, respeitando-se os limites dos equipamentos disponíveis. Para a realização desta transferência, pretende-se usar manobras ótimas ou sub-ótimas contínuas. Sendo assim, para cumprir essa tarefa serão desenvolvidos dois métodos para o cálculo de manobras.

O primeiro deles irá buscar uma otimização sem a preocupação com o tempo de processamento. O segundo método será sub-ótimo e aproximará as direções de aplicação do empuxo para permitir um cálculo mais rápido do controle.

O método ótimo será utilizado como um balizamento para comparar o consumo obtido pelo método sub-ótimo, que envolve simplificações para cada situação específica, com o objetivo de obter uma alta velocidade de processamento, favorecendo a possibilidade de utilização em tempo real. Em ambos os métodos, será assumido que a magnitude do empuxo a ser aplicado é constante e pequena e a busca será a de encontrar a sua direção, seja livre (método ótimo) ou com algum tipo de vínculo (método sub-ótimo).

9.1 Manobras orbitais básicas

Em termos conceituais, a manobra de um satélite com consumo mínimo de combustível consiste (Marec, 1979) em se alterar o estado (posição, velocidade e massa) de um veículo espacial das condições \underline{r}_0 , \underline{v}_0 e m_0 no instante t_0 , para \underline{r}_f , \underline{v}_f e m_f no instante t_f ($t_f \geq t_0$) com o menor gasto de combustível ($m_0 - m_f$) possível. A manobra orbital pode ser completamente vinculada (no caso de "rendezvous"), ou parcialmente livre (tempo livre, velocidade final livre, etc). No caso mais geral, deve-se fazer a escolha da direção, sentido e magnitude do empuxo (o controle disponível) a ser aplicado, respeitando-se os limites dos equipamentos disponíveis.

Em linguagem matemática, utilizando o ferramental de Controle Ótimo, tem-se a seguinte formulação:

Deseja-se minimizar globalmente: $-m_f$ (massa final do satélite)

Com relação a: $\mathbf{u}(\cdot)$, o controle procurado, pertencente a um domínio U.

Sujeito a: Equações dinâmicas do movimento; vínculos devidos às órbitas inicial e final; outros vínculos desejados (regiões proibidas à propulsão, valores máximos e/ou mínimos das variáveis de controle, etc).

Dados: Todos os parâmetros necessários (gravitacionais, características do satélite, etc).

9.1.1 Tipos de manobras

Pode-se agrupar o problema de controle de órbita em duas categorias principais quanto ao tipo de manobras envolvidas: transferência de órbita e correções de órbita.

9.1.1.1 Transferências de órbita

São as manobras de grande amplitude usadas quando se deseja transferir o satélite de uma órbita para outra. É o caso de transferência de um satélite em baixa órbita terrestre para uma órbita alta. Nessa situação, é comum o uso de manobras impulsivas, pois devido as grandes magnitudes de transferência envolvidas, sistemas de baixo empuxo podem demandar um tempo muito grande de manobra, dependendo da situação envolvida.

9.1.1.2 Correções de órbita

São manobras de pequena amplitude, utilizadas quando o objetivo é fazer correções nos elementos orbitais para manter o movimento do satélite em uma órbita específica, ao invés de alterá-la significativamente. Essas manobras são necessárias, por exemplo, para compensar efeitos perturbadores que tendem a alterar a órbita nominal do veículo espacial (Prado e Rios-Neto, 1993). Nessa situação, é possível utilizar um motor de baixo empuxo e efetuar aproximações para obter formas mais rápidas de cálculo, embora menos precisas.

Resumindo, transferência orbital e correção orbital são as chamadas manobras orbitais.

9.1.2 Manobras orbitais impulsivas

O que caracteriza uma manobra orbital impulsiva é a mudança da velocidade orbital. Se um incremento de velocidade ΔV é adicionado instantaneamente, a manobra é chamada de manobra impulsiva. Uma mudança de velocidade ΔV , que se encontra no plano da órbita pode mudar sua forma ou tamanho, já uma componente aplicada fora do plano orbital pode alterar o plano da órbita final obtida.

9.1.2.1 Transferência de Hohmann

Hohmann, em 1925, obteve a solução ótima do problema de transferência de um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares em um campo gravitacional Newtoniano. Essa solução é usada até hoje e foi considerada como a solução final do problema até 1959.

A transferência de Hohmann é a transferência com consumo mínimo executada com dois impulsos entre órbitas circulares e coplanares. Na órbita inicial aplica-se um impulso na direção do movimento e de magnitude dada por (Prado e Rios-Neto, 1993):

$$\Delta V_0 = V_0 \sqrt{\frac{2 \frac{r_f}{r_0}}{1 + \frac{r_f}{r_0}}} - 1 \quad (9.1)$$

onde r_0 é o raio da órbita inicial, r_f o raio da órbita final e V_0 a velocidade do veículo na órbita inicial.

Com isso o veículo entra numa órbita de transferência elíptica com perigeu r_0 e apogeu r_f . Então, espera-se que o veículo complete meia revolução e atinja o apogeu, quando é aplicado o segundo impulso, na direção do movimento e com magnitude dada por:

$$\Delta V_f = \frac{1}{\sqrt{\frac{r_f}{r_0}}} - \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{r_f}{r_0}}} V_0 \quad (9.2)$$

que faz com que o veículo entre em uma órbita circular de raio r_f .

9.1.2.2 Transferência bi-elíptica tri-impulsiva

No final de década de 50, foi mostrado que a solução de Hohmann era a solução ótima apenas quando a razão entre os raios das órbitas final e inicial é menor que 11.94. Nos outros casos, a transferência bi-elíptica tri-impulsiva é mais econômica (Prado e Rios-Neto, 1993).

Este método utiliza uma série de três impulsos na manobra, da seguinte maneira:

- aplica-se o primeiro impulso (ΔV_0) na órbita inicial, na direção do movimento do veículo e com uma magnitude tal que ele entre em uma órbita de transferência coplanar com a órbita inicial e com perigeu em r_1 e apogeu em r_2 ;
- quando o veículo atinge o apogeu r_2 , é aplicado um segundo impulso (ΔV_1), também na direção do movimento, e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita elíptica com apogeu em r_2 e perigeu em r_f , ou seja, este impulso é utilizado para efetuar a mudança de semi-eixo maior e excentricidade da órbita. Caso seja necessário, é possível adicionar uma componente fora do plano orbital para alterar a inclinação da órbita;
- o terceiro e último impulso é aplicado quando o veículo, que se encontra na órbita de transferência, atinge o perigeu, ou seja, quando ele passa pela órbita final desejada. Este impulso é, agora, contrário a direção do movimento e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita circular de raio r_f . Este impulso é então aplicado com o objetivo de finalizar a transferência.

9.1.2.3 Transferência bi-parabólica

A transferência bi-parabólica é obtida através dos seguintes passos:

- Na órbita inicial aplica-se um impulso, na direção do movimento e com magnitude (ΔV_0) tal que faça com que o veículo entre em uma órbita parabólica O_1 ;
- Quando o veículo, teoricamente, atinge o infinito, aplica-se um segundo impulso, infinitesimal, que faz com que o veículo passe da órbita O_1 para outra órbita parabólica O_2 . Esse impulso não consome combustível devido ao fato de R ser infinito;
- Quando o veículo passa pelo periapses da órbita parabólica O_2 aplica-se o terceiro impulso, na direção oposta ao movimento e com magnitude (ΔV_f) tal que faça com que o veículo entre na órbita circular O_f .

Claro que não é possível usar esse método na prática, pois o tempo necessário seria infinito devido ao segundo passo aplicado, mas esse cálculo é um importante balizador do consumo mínimo que pode ser obtido.

9.2 O caso com empuxo finito

Visando considerar hipóteses mais realistas para o problema de manobras orbitais, encontra-se o caso mais geral que é o da propulsão finita, aonde a mudança de velocidade devido à aplicação do impulso não é mais instantânea, e existe um tempo finito aonde a dinâmica é composta pela força gravitacional e a de empuxo. Nesse contexto, Tsien (1953) mostrou que uma força aplicada na direção do movimento é mais eficiente que na sua perpendicular e Lawden (1955) buscou direções ótimas para a aplicação do empuxo (do ponto de vista de máxima transferência de energia por unidade de massa expelida) próximas à direção do movimento. Uma aproximação linear foi desenvolvida por Biggs (1978), do tipo $A = A_0 + A' \cdot s$ e $B = B_0 + B' \cdot s$, onde A e B são os ângulos de *pitch* e *yaw*, respectivamente, A_0 , A' , B_0 , e B' são constantes e s é o *range angle*, que é o ângulo que o raio vetor do satélite faz com uma linha arbitrária

pertencente ao plano da órbita. O *range angle* é uma anomalia verdadeira generalizada que substitui o tempo como variável independente nas equações de movimento.

9.2.1 Ângulos de aplicação de empuxo lineares

Como se vai tratar do problema de transferência geral, incluindo mudança do plano orbital, é preciso aplicar o empuxo com duas componentes, uma dentro e outra fora do plano orbital.

Para o equacionamento que se segue, o ângulo de *pitch*, que é o ângulo formado entre a direção do empuxo e a perpendicular ao raio vetor, será chamado de A , o ângulo de *yaw*, que é o ângulo formado entre a direção do empuxo e o plano orbital, será chamado de B e o *range angle* será chamado por s . Com a hipótese de linearidade, tem-se que:

$$A(s) = A_0 + A' (s - s_0) \quad (9.3)$$

$$B(s) = B_0 + B' (s - s_0) \quad (9.4)$$

Onde A_0 e B_0 são os valores de A e B no início da aplicação do empuxo, A' e B' as taxas (assumidas constantes) de variação de A e B com respeito à s .

O problema então se reduz a escolha de A_0 , B_0 , A' , B' , s_0 (*range angle* no início da fase com propulsão) e s_f (*range angle* no final da fase com propulsão), já que foi feita a hipótese de empuxo de magnitude constante, de tal forma que se atinja uma órbita desejada, com o menor consumo de combustível possível.

O conjunto de variáveis de estado definidas a seguir será utilizado para resolver esse problema. Estas equações foram utilizadas inicialmente por Biggs (1978) e evitam singularidades em $e = 0$ e $i = 0$. As variáveis de estado são definidas pelas seguintes equações:

$$X_1 = \sqrt{\frac{a(1-e^2)}{\mu}} \quad (9.5)$$

$$X_2 = e \cos(\omega - \phi) \quad (9.6)$$

$$X_3 = e \sin(\omega - \phi) \quad (9.7)$$

$$X_4 = (\text{combustível consumido}) / m_0 \quad (9.8)$$

$$X_5 = t = \text{tempo} \quad (9.9)$$

$$X_6 = \cos(i / 2) \cos((\Omega + \phi) / 2) \quad (9.10)$$

$$X_7 = \sin(i / 2) \cos((\Omega - \phi) / 2) \quad (9.11)$$

$$X_8 = \sin(i / 2) \sin((\Omega - \phi) / 2) \quad (9.12)$$

$$X_9 = \cos(i / 2) \sin((\Omega + \phi) / 2) \quad (9.13)$$

Onde:

a = semi-eixo maior

e = excentricidade

i = inclinação

Ω = argumento do nodo ascendente

ω = argumento do perigeu

v = anomalia verdadeira do veículo

$s = \text{range angle}$ do veículo

$$\phi = \nu + \omega - s$$

$\mu = \text{constante gravitacional}$

$m_0 = \text{massa inicial do veículo.}$

Utilizando as equações mostradas anteriormente, as equações de movimento passam a ser (Biggs,1978), tendo s como variável independente:

$$\frac{dX_1}{ds} = f_1 = \text{Si}X_1F_1 \quad (9.14)$$

$$\frac{dX_2}{ds} = f_2 = \text{Si}\{[(\text{Ga} + 1)\cos(s) + X_2]F_1 + \nu F_2 \text{sen}(s)\} \quad (9.15)$$

$$\frac{dX_3}{ds} = f_3 = \text{Si}\{[(\text{Ga} + 1)\text{sen}(s) + X_3]F_1 - \nu F_2 \cos(s)\} \quad (9.16)$$

$$\frac{dX_4}{ds} = f_4 = \frac{\text{Si}\nu F(1 - X_4)}{(X_1 W)} \quad (9.17)$$

$$\frac{dX_5}{ds} = f_5 = \frac{\text{Si}\nu F(1 - X_4)m_0}{X_1} \quad (9.18)$$

$$\frac{dX_6}{ds} = f_6 = \frac{-\text{Si}F_3[X_7 \cos(s) + X_8 \text{sen}(s)]}{2} \quad (9.19)$$

$$\frac{dX_7}{ds} = f_7 = \frac{\text{SiF}_3 [X_6 \cos(s) - X_9 \sin(s)]}{2} \quad (9.20)$$

$$\frac{dX_8}{ds} = f_8 = \frac{\text{SiF}_3 [X_9 \cos(s) + X_6 \sin(s)]}{2} \quad (9.21)$$

$$\frac{dX_9}{ds} = f_9 = \frac{\text{SiF}_3 [X_7 \sin(s) - X_8 \cos(s)]}{2} \quad (9.22)$$

onde:

$$\text{Ga} = 1 + X_2 \cos(s) + X_3 \sin(s) \quad (9.23)$$

$$\text{Si} = (\mu X_1^4) / [\text{Ga}^3 m_0 (1 - X_4)] \quad (9.24)$$

$$F_1 = F_E \cos(\alpha \cos(\alpha) \beta) \quad (9.25)$$

$$F_2 = F_E \sin(\alpha \sin(\alpha) \beta) \quad (9.26)$$

$$F_3 = F_E \sin(\beta i) \quad (9.27)$$

sendo F_E = força de empuxo, e W = velocidade de ejeção dos gases.

Para evitar problemas numéricos (por exemplo, o mais comum deles, $s_f < s_0$) na solução, as seguintes transformações de coordenadas podem ser usadas:

$$u_1 = s_0 \quad (9.28)$$

$$u_2 = (s_f - s_0) \cos(A_0) \cos(B_0) \quad (9.29)$$

$$u_3 = (s_f - s_0) \text{sen}(A_0) \cos(B_0) \quad (9.30)$$

$$u_4 = (s_f - s_0) \text{sen}(B_0) \quad (9.31)$$

$$u_5 = A' \quad (9.32)$$

$$u_6 = B' \quad (9.33)$$

Sendo assim, $s_f = s_0 + \sqrt{u_2^2 + u_3^2 + u_4^2}$ e isso garante que $s_f < s_0$.

A formulação matemática do problema pode ser feita da seguinte forma:

$$\min \frac{J(u)}{J} \quad (9.34)$$

sendo J a estimativa de combustível necessário a manobra.

Sujeito a:

$$u_1 \geq 0 \quad (9.35)$$

$$f_2(.) \geq 0 \quad (9.36)$$

$$\frac{(a - a^*)}{|a_0 - a^*|} = 0 \quad (9.37)$$

$$\frac{[a(1 + e) - a^*(1 + e^*)]}{|(a_0(1 + e_0) - a^*(1 + e^*))|} = 0 \quad (9.38)$$

$$\frac{(i - i^*)}{|i_0 - i^*|} = 0 \quad (9.39)$$

$$\frac{(\Omega - \Omega^*)}{|\Omega_0 - \Omega^*|} = 0 \quad (9.40)$$

$$\frac{(\omega - \omega^*)}{|\omega_0 - \omega^*|} = 0 \quad (9.41)$$

onde * indica o valor nominal desejado.

A Equação 9.35 representa a proibição de aplicação de empuxo em tempos negativos, a Equação 9.36 representa as regiões proibidas ao empuxo (ou qualquer outro vínculo) e as Equações 9.37 a 9.41 representam os elementos orbitais finais especificados. No caso de órbitas circulares, os vínculos das Equações 9.38 e 9.41 desaparecem, e no caso de órbitas equatoriais, o vínculo da Equação 9.40 desaparece e o da Equação 9.41 precisa ser escrito em termos da longitude verdadeira, que é a soma da longitude do nodo ascendente com o argumento do perigeu e a anomalia verdadeira.

Quantidades adimensionais são utilizadas para diminuir problemas numéricos devido a quantidades numericamente muito diferentes.

Sendo assim, o algoritmo é:

1. parte-se de uma estimativa inicial para A_0 , B_0 , A' , B' , s_0 e s_f e calcula-se o vetor \mathbf{u} correspondente;
2. com esses valores integra-se numericamente as equações de movimento e obtém-se os valores de $X_i(s_f)$;
3. com esses valores calcula-se os elementos keplerianos da órbita obtida;

4. assim verifica-se a satisfação ou não dos vínculos e procura-se o vetor $\Delta \mathbf{u}$, tal que $\mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}$ se aproxime da satisfação dos vínculos e da minimização de $J(\mathbf{u})$;
5. com o valor de $\mathbf{u} = \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}$ obtém-se os valores de A_0 , B_0 , A' , B' , s_0 e s_f e volta-se para o passo 2.

O procedimento termina quando for obtido um valor de $\Delta \mathbf{u}$ (no passo 4) menor que uma certa tolerância definida a priori.

Este procedimento pode ser usado para manobras com vários arcos de aplicação de empuxo, apenas aumentando-se a dimensão do vetor \mathbf{u} .

9.2.2 Método híbrido

O método híbrido aqui descrito foi desenvolvido por Biggs (1979) e posteriormente utilizado por Prado (1989). Esse algoritmo foi implementado em uma versão compatível com versões atuais de FORTRAN e computadores pessoais baseados no sistema operacional Windows. Além disso, um novo método de minimização foi utilizado, baseado no método quadraticamente convergente de Powell (Press *et. al.*, 1989). A utilização desse método em manobras orbitais se encontra exposto em Gomes *et. al.* (2007). A utilização desse método permitiu a convergência do problema de otimização em um número maior de situações e sempre de forma mais rápida, necessitando de um número menor de iterações. Esse passo foi muito importante na melhoria do método apresentado. Sendo assim, o problema passa a ser então:

Determinar o mínimo de:

$$J(\cdot) = X_4(s_f) \tag{9.42}$$

Sujeito a:

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, s, A, B), i = 1, \dots, 9 \tag{9.43}$$

$$S_j(\mathbf{X}(s_f)) = 0, j = 1, \dots, n \quad (9.44)$$

Outros vínculos podem ser incorporados, caso desejado.

Como os ângulos de *pitch* e *yaw* são livres em cada instante, utiliza-se o Princípio de Pontryagin para calculá-los e reduzir o problema em programação linear.

Tem-se as seguintes equações adjuntas:

$$\frac{dp_i}{ds} = -\sum_{j=1}^9 p_j \frac{\partial f_j}{\partial X_i}, j = 1, \dots, 9 \quad (9.45)$$

Utilizando-se os valores de f_i , tem-se que:

$$\frac{dp_1}{ds} = -\frac{1}{X_1} \left[4 \sum_{j=1}^9 p_j f_j + p_1 f_1 - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] \quad (9.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{ds} = \frac{\cos(s)}{Ga} \left[3 \sum_{j=1}^9 p_j f_j - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] - Si p_2 F_1 - Si \cos^2(s) (p_2 F_1 - p_3 F_2) + \\ - Si \cos(s) \sin(s) (p_2 F_2 + p_3 F_1) \end{aligned} \quad (9.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_3}{ds} = \frac{\sin(s)}{Ga} \left[3 \sum_{j=1}^9 p_j f_j - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] - Si p_3 F_1 - Si \cos(s) \sin(s) (p_2 F_1 - p_3 F_2) + \\ - Si \sin^2(s) (p_2 F_2 + p_3 F_3) \end{aligned} \quad (9.48)$$

$$\frac{dp_4}{ds} = \frac{1}{m_0(1-X_4)} \left[\sum_{j=1}^9 p_j f_j - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] \quad (9.49)$$

$$\frac{dp_5}{ds} = 0 \quad (9.50)$$

$$\frac{dp_6}{ds} = -\frac{\text{SiF}_3[p_7 \cos(s) + p_8 \text{sen}(s)]}{2} \quad (9.51)$$

$$\frac{dp_7}{ds} = \frac{\text{SiF}_3[p_6 \cos(s) - p_9 \text{sen}(s)]}{2} \quad (9.52)$$

$$\frac{dp_8}{ds} = \frac{\text{SiF}_3[p_6 \text{sen}(s) + p_9 \cos(s)]}{2} \quad (9.53)$$

$$\frac{dp_9}{ds} = -\frac{\text{SiF}_3[p_8 \cos(s) - p_7 \text{sen}(s)]}{2} \quad (9.54)$$

As condições de transversalidade são dadas por:

$$p_i(s_f) = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{X}_f} + \lambda \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{X}_f} \quad (9.55)$$

que, com a expressão para $J(\cdot)$ fica:

$$p_i(s_f) = -\sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{\partial S_j}{\partial X_i}, \quad i = 1, \dots, 9, \text{ mas } i \neq 4 \quad (9.56)$$

$$p_4(s_f) = -1 - \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial X_4} \quad (9.57)$$

O Princípio de máximo de Pontryagin é dado por:

$$\text{Max}_{A,B} \sum_{i=1}^9 p_i f_i \quad (9.58)$$

que fornece as seguintes equações, para os ângulos de *pitch* e *yaw*:

$$\text{sen}(A) = \frac{q_2}{S'} \text{ e } \cos(A) = \frac{q_1}{S'} \quad (9.59)$$

$$\text{sen}(B) = \frac{q_3}{S''} \text{ e } \cos(B) = \frac{S'}{S''} \quad (9.60)$$

onde:

$$S' = \pm\sqrt{q_1^2 + q_2^2} \quad (9.61)$$

$$S'' = \pm\sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (9.62)$$

$$q_1 = p_1 X_1 + p_2 [X_2 + (Ga + 1) \cos(s)] + p_3 [X_3 + (Ga + 1) \text{sen}(s)] \quad (9.63)$$

$$q_2 = p_2 Ga \text{sen}(s) - p_3 Ga \cos(s) \quad (9.64)$$

$$q_3 = -\{p_6 [X_7 \cos(s) + X_8 \text{sen}(s)] + p_7 [X_6 \cos(s) - X_9 \text{sen}(s)] + p_8 [X_6 \text{sen}(s) + X_9 \cos(s) + p_9 [X_7 \text{sen}(s) - X_8 \cos(s)]] / 2\} \quad (9.65)$$

E no caso de s_0 e/ou s_f livre, tem-se:

$$\sum_{i=1}^9 p_i f_i = 0 \quad (9.66)$$

no extremo livre. $p_i(s)$ são os multiplicadores de Lagrange associados com as equações de movimento e λ_j são os multiplicadores de Lagrange associados aos vínculos.

Assim sendo, pode-se transformar o problema de otimização com dimensão infinita em:

Determinar o mínimo de $X_4(s_f)$, com relação à $s_0, s_f, p_i(s_0)$, sujeito a:

$$S_j(\mathbf{X}(s_f)) = 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (9.67)$$

Que é um problema de programação não linear com dimensão finita. É bom mencionar que esse novo problema equivale ao antigo, mas $X_4(s_f)$ e $S_j(\mathbf{X}(s_f))$ são obtidos através de um procedimento de integração que satisfaz simultaneamente as equações de movimento e as condições de otimalidade.

Desta forma, tem-se o seguinte algoritmo:

1. escolhe-se estimativas iniciais para s_0, s_f e $p_i(s_0)$;
2. integra-se as equações adjuntas e as de movimento em paralelo, de s_0 a s_f , obtendo-se os valores de A e B através do Princípio de Máximo de Pontryagin;
3. verifica-se a satisfação ou não dos vínculos iniciais no final da integração. Caso não exista concordância, altera-se os valores de i , segundo o critério do procedimento de minimização adotado.

O procedimento termina quando o valor encontrado no passo 3 é menor que uma tolerância pré-estabelecida.

Pode-se incluir vínculos do tipo:

$$A_u \geq A \geq A_L \quad (9.68)$$

$$B_u \geq B \geq B_L \quad (9.69)$$

E eles serão considerados resolvendo o problema sem restrição (achando A^* e B^*) e tomando, como valores para A e B, os resultados:

$$A = A_u \text{ se } A^* \geq A_u \quad (9.70)$$

$$A = A_L \text{ se } A^* \leq A_L \quad (9.71)$$

$$A = A^* \text{ se } A_u \geq A^* \geq A_L \quad (9.72)$$

E, para o ângulo B:

$$B = B_u \text{ se } \underline{B} \geq B_u \quad (9.73)$$

$$B = B_L \text{ se } \underline{B} \leq B_L \quad (9.74)$$

$$B = \underline{B} \text{ se } B_u \geq \underline{B} \geq B_L \quad (9.75)$$

Onde:

$$B = \tan^{-1} \frac{q_3}{|q_1 \cos(A) + q_2 \sin(A)|}, \frac{\pi}{2} \geq B \geq \frac{-\pi}{2} \quad (9.76)$$

B_u é o ângulo mínimo permitido ao ângulo B e B_L é o ângulo máximo permitido ao ângulo B, assim como A_u é o ângulo mínimo permitido ao ângulo A e A_L é o ângulo máximo permitido ao ângulo A.

9.2.3 Método sub-ótimo de alta velocidade de processamento

Esse tópico tem como objetivo desenvolver um método sub-ótimo de alta velocidade computacional para o cálculo de manobras orbitais baseadas em empuxo contínuo e de pequena magnitude. A idéia é ter um método que gere um resultado rápido e, se possível, com um resultado em termos de custo de combustível não muito diferente do método ótimo descrito anteriormente. Esse método deverá ser utilizado em casos de transferências de pequena magnitude, que usualmente são as mais freqüentes nas etapas

que se seguem a inserção do veículo espacial em sua órbita nominal. Para solucionar esse problema, foi feita uma pesquisa bibliográfica e, a partir dela, foi escolhido um método base para efetuar expansões e adaptações as necessidades deste trabalho. O método está descrito abaixo.

Um método para calcular transferência orbital quase ótima e de tempo mínimo (logo consumo mínimo, dado que a magnitude do empuxo é constante o que implica que o tempo de aplicação de empuxo e consumo são diretamente proporcionais) em torno da Terra para veículos espaciais com propulsor solar elétrico foi desenvolvido por Kluever e Oleson (1997). É utilizada uma técnica de otimização direta para resolver o problema de controle ótimo, com aproximações na direção de aplicação do empuxo. As trajetórias ótimas calculadas pela aproximação direta apresentam resultados muito próximos as trajetórias ótimas obtidas através do cálculo variacional.

As equações de movimento para o veículo quando o empuxo está ligado são mostradas abaixo. As equações são escritas em termos de elementos equinociais não singulares para abranger tanto órbitas circulares como órbitas planas ($i = 0^\circ, 180^\circ$). A relação entre os elementos equinociais (a, h, k, p, q, F) e os elementos orbitais clássicos ($a, e, i, \Omega, \omega, E$) é dada por:

$$h = e \operatorname{sen}(\omega + \Omega) \quad (9.77)$$

$$k = e \operatorname{cos}(\omega + \Omega) \quad (9.78)$$

$$p = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \operatorname{sen} \Omega \quad (9.79)$$

$$q = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \operatorname{cos} \Omega \quad (9.80)$$

$$F = \Omega + \omega + E \quad (9.81)$$

sendo: a = semi-eixo maior, e = excentricidade, i = inclinação, Ω = longitude do nodo ascendente, ω = argumento do perigeu, E = anomalia excêntrica e F = longitude excêntrica.

Para um veículo espacial se movendo no campo gravitacional e sujeito a força propulsiva, as equações de movimento são apresentadas da seguinte forma:

$$\dot{x} = a_T M \hat{\alpha} \quad (9.82)$$

Na Equação 9.82 o vetor de estado é $x = [a, h, k, p, q]^T$ e o sinal ($\dot{\quad}$) indica a derivada com relação ao tempo. O vetor $\hat{\alpha}$ (3×1) é um vetor unitário ao longo da direção de aplicação do empuxo. O valor a_T é a magnitude da aceleração do empuxo dada por:

$$a_T = \frac{2\eta P_0}{mg I_{sp}} \quad (9.83)$$

onde η é a eficiência do sistema de propulsão, P_0 é a força inicial dada ao sistema de propulsão, m é a massa do veículo, g é a aceleração gravitacional ao nível do mar e I_{sp} é o impulso específico. A equação de estado para F não é incluída porque está sendo usada a média dos elementos orbitais e assim só são considerados elementos que variam lentamente.

Os elementos da matriz M na Equação 9.82 são:

$$M_{11} = \frac{2a}{nr} [hkb \cos F - (1 - h^2 b) \sin F] \quad (9.84)$$

$$M_{12} = \frac{2a}{nr} [(1 - k^2 b) \cos F - hkb \sin F] \quad (9.85)$$

$$M_{13} = 0 \quad (9.86)$$

$$M_{21} = \frac{G}{na^2} \left(\frac{\partial X}{\partial k} - hb \frac{\dot{X}}{n} \right) \quad (9.87)$$

$$M_{22} = \frac{G}{na^2} \left(\frac{\partial Y}{\partial k} - hb \frac{\dot{Y}}{n} \right) \quad (9.88)$$

$$M_{23} = \frac{k}{Gna^2} (qY - pX) \quad (9.89)$$

$$M_{31} = -\frac{G}{na^2} \left(\frac{\partial X}{\partial h} + kb \frac{\dot{X}}{n} \right) \quad (9.90)$$

$$M_{32} = -\frac{G}{na^2} \left(\frac{\partial Y}{\partial h} + kb \frac{\dot{Y}}{n} \right) \quad (9.91)$$

$$M_{33} = -\frac{h}{Gna^2} (qY - pX) \quad (9.92)$$

$$M_{41} = 0 \quad (9.93)$$

$$M_{42} = 0 \quad (9.94)$$

$$M_{43} = \frac{KY}{2Gna^2} \quad (9.95)$$

$$M_{51} = 0 \quad (9.96)$$

$$M_{52} = 0 \quad (9.97)$$

$$M_{53} = \frac{KX}{2Gna^2} \quad (9.98)$$

$$X = a[(1 - h^2b) \cos F + hkb \operatorname{sen} F - k] \quad (9.99)$$

$$Y = a[(1 - k^2b) \operatorname{sen} F + hkb \cos F - h] \quad (9.100)$$

$$\dot{X} = \frac{a^2 n}{r} [hkb \cos F - (1 - h^2b) \operatorname{sen} F] \quad (9.101)$$

$$\dot{Y} = \frac{a^2 n}{r} [(1 - k^2b) \cos F - hkb \operatorname{sen} F] \quad (9.102)$$

$$G = \sqrt{1 - k^2 - h^2} \quad (9.103)$$

$$b = \frac{1}{1 + G} \quad (9.104)$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (9.105)$$

$$r = a(1 - k \cos F - h \operatorname{sen} F) \quad (9.106)$$

$$K = 1 + p^2 + q^2 \quad (9.107)$$

O tempo de processamento é bastante reduzido quando se usa médias orbitais. Como todos os elementos orbitais utilizados são variáveis que variam lentamente, devido ao fato da força de empuxo ter pequena magnitude, pode-se utilizar passos de integração grandes, da ordem de dias. A equação de movimento do veículo espacial pode ser aproximada calculando-se o incremento de cada elemento orbital em um período e dividindo-se por esse tempo. Assim sendo, a variação no tempo dos elementos equinociais por órbita completa com o propulsor ligado pode ser obtida a partir da equação:

$$\bar{\mathbf{x}}' = \frac{1}{T} \int_{-\pi}^{\pi} \bar{\mathbf{a}}_T \bar{\mathbf{M}} \hat{\alpha} \frac{dt}{dF} dF \quad (9.108)$$

onde $\bar{\mathbf{x}}$ é a aproximação do estado e T o período orbital. A barra em cima das variáveis significa que elas foram avaliadas usando o vetor de estado médio. A integral representa a mudança dos elementos orbitais em uma revolução com os elementos orbitais mantidos constantes, a menos da longitude excêntrica F , que é variada entre $-\pi$ e $+\pi$.

Definindo a direção de aplicação do empuxo $\hat{\alpha}$ pelas componentes (id, jd, kd) , pode-se obter o produto mostrado dentro do integrando $\bar{\mathbf{M}} \hat{\alpha}$. Como a aceleração é assumida constante, isso significa que esse valor pode ser colocado do lado de fora da integral. Sendo assim, as equações analíticas utilizadas para os termos correspondentes a cada um dos elementos são mostradas a seguir, onde id, jd e kd representam as três componentes do vetor direção de aplicação do empuxo.

Para o semi-eixo maior (a):

$$\dot{a} = \frac{2jdA_1}{\sqrt{\frac{\mu}{a^3}(1-k \cos F - h \sin F)}} + \frac{2idA_2}{\sqrt{\frac{\mu}{a^3}(1-k \cos F - h \sin F)}} \quad (9.109)$$

onde

$$A_1 = \left(\left(1 - \frac{k^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \cos F - \frac{hk \operatorname{sen} F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \quad (9.110)$$

$$A_2 = \left(\frac{hk \cos F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} - \left(1 - \frac{h^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \operatorname{sen} F \right) \quad (9.111)$$

Para o elemento h:

$$\begin{aligned} \dot{h} = & \frac{id\sqrt{1 - h^2 - k^2}(a * B_1 - B_2)}{a^2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} + \frac{jd\sqrt{1 - h^2 - k^2}(-B_3 + a(B_4 + B_5)\operatorname{sen} F)}{a^2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} + \\ & + \frac{kkd(-a * p * B_6 + a * q * B_7)}{a^2 \sqrt{1 - h^2 - k^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} \end{aligned} \quad (9.112)$$

onde:

$$B_1 = \left(-1 - \frac{h^2 k \cos F}{\sqrt{1 - h^2 - k^2} (1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2})^2} + \frac{hk^2 \operatorname{sen} F}{\sqrt{1 - h^2 - k^2} (1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2})^2} + \frac{h \operatorname{sen} F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \quad (9.113)$$

$$B_2 = \frac{ah \left(\frac{hk \cos F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} - \left(1 - \frac{h^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \operatorname{sen} F \right)}{(1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2})(1 - k \cos F - h \operatorname{sen} F)} \quad (9.114)$$

$$B_3 = \frac{ah \left(\left(1 - \frac{k^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \cos F - \frac{hk \operatorname{sen} F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right)}{(1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2})(1 - k \cos F - h \operatorname{sen} F)} \quad (9.115)$$

$$B_4 = \left(\frac{hk^2 \cos F}{\sqrt{1-h^2-k^2} \left(1 + \sqrt{1-h^2-k^2}\right)^2} + \frac{h \cos F}{1 + \sqrt{1-h^2-k^2}} \right) \quad (9.116)$$

$$B_5 = -\frac{k^3}{\sqrt{1-h^2-k^2} \left(1 + \sqrt{1-h^2-k^2}\right)^2} - \frac{2k}{1 + \sqrt{1-h^2-k^2}} \quad (9.117)$$

$$B_6 = -k + \left(1 - \frac{h^2}{1 + \sqrt{1-h^2-k^2}}\right) \cos F + \frac{hk \operatorname{sen} F}{1 + \sqrt{1-h^2-k^2}} \quad (9.118)$$

$$B_7 = -h + \frac{hk \cos F}{1 + \sqrt{1-h^2-k^2}} + \left(1 - \frac{k^2}{1 + \sqrt{1-h^2-k^2}}\right) \operatorname{sen} F \quad (9.119)$$

Para o elemento k:

$$\begin{aligned} \dot{k} = & -\frac{jd\sqrt{1-h^2-k^2}(a * C_1 + C_2)}{a^2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} - \frac{id\sqrt{1-h^2-k^2}(a(C_3 \cos F + C_4) + C_5)}{a^2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} + \\ & -\frac{hkd(-a * p * C_6 + a * q * C_7)}{a^2 \sqrt{1-h^2-k^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} \end{aligned} \quad (9.120)$$

onde:

$$\begin{aligned} C_1 = & -1 + \frac{h^2 k \cos F}{\sqrt{1-h^2-k^2} \left(1 + \sqrt{1-h^2-k^2}\right)^2} + \frac{k \cos F}{1 + \sqrt{1-h^2-k^2}} + \\ & -\frac{hk^2 \operatorname{sen} F}{\sqrt{1-h^2-k^2} \left(1 + \sqrt{1-h^2-k^2}\right)^2} \end{aligned} \quad (9.121)$$

$$C_2 = \frac{ak \left(\left(1 - \frac{k^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \cos F - \frac{hk \operatorname{sen} F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right)}{\left(1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2} \right) (1 - k \cos F - h \operatorname{sen} F)} \quad (9.122)$$

$$C_3 = \left(-\frac{h^3}{\sqrt{1 - h^2 - k^2} \left(1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2} \right)^2} - \frac{2h}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \quad (9.123)$$

$$C_4 = \frac{h^2 k \operatorname{sen} F}{\sqrt{1 - h^2 - k^2} \left(1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2} \right)^2} + \frac{k \operatorname{sen} F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \quad (9.124)$$

$$C_5 = \frac{ak \left(\frac{hk \cos F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} - \left(1 - \frac{h^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \operatorname{sen} F \right)}{\left(1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2} \right) (1 - k \cos F - h \operatorname{sen} F)} \quad (9.125)$$

$$C_6 = -k + \left(1 - \frac{h^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \cos F + \frac{hk \operatorname{sen} F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \quad (9.126)$$

$$C_7 = -h + \frac{hk \cos F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} + \left(1 - \frac{k^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \operatorname{sen} F \quad (9.127)$$

Para o elemento p:

$$\dot{p} = \frac{kd(1 + p^2 + q^2) \left(-h + \frac{hk \cos F}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} + \left(1 - \frac{k^2}{1 + \sqrt{1 - h^2 - k^2}} \right) \operatorname{sen} F \right)}{2a\sqrt{1 - h^2 - k^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} \quad (9.128)$$

Para o elemento q:

$$\dot{q} = \frac{kd(1+p^2+q^2) \left(-k + \left(1 - \frac{h^2}{1+\sqrt{1-h^2-k^2}} \right) \cos F + \frac{hk \operatorname{sen} F}{1+\sqrt{1-h^2-k^2}} \right)}{2a\sqrt{1-h^2-k^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} \quad (9.129)$$

Essas equações estão escritas em termos dos elementos orbitais equinociais. É possível também escreve-las em função dos elementos keplerianos tradicionais. Neste caso elas ficam:

$$\dot{a} = \frac{-(C_8)\hat{j} \cos F + e^2 \hat{j} \cos[F-2(\Omega+\omega)] + \hat{i} \left((C_8) \operatorname{sen} F + e^2 \operatorname{sen}[F-2(\Omega+\omega)] \right)}{(1+\sqrt{1-e^2}) \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} (-1 + e \cos[F-\Omega-\omega])} \quad (9.130)$$

onde

$$C_8 = 2 - e^2 + 2\sqrt{1-e^2}. \quad (9.131)$$

$$\begin{aligned} \dot{h} = & \frac{1}{8a\sqrt{1-e^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} * \\ & \left(8(1-e^2)\hat{i} \left(-1 + \frac{e \operatorname{sen} F \operatorname{sen}(\Omega+\omega)}{1+\sqrt{1-e^2}} + \frac{e^3 \cos(\Omega+\omega)^2 \operatorname{sen} F \operatorname{sen}(\Omega+\omega)}{\sqrt{1-e^2} (1+\sqrt{1-e^2})^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{e^3 \cos F \cos(\Omega+\omega) \operatorname{sen}(\Omega+\omega)^2}{\sqrt{1-e^2} (1+\sqrt{1-e^2})^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{e \operatorname{sen}(\Omega+\omega) \left((e^2 - 2(1+\sqrt{1-e^2})) \operatorname{sen} F - e^2 \operatorname{sen}[F-2(\Omega+\omega)] \right)}{2(1+\sqrt{1-e^2})^2 (-1 + e \cos[F-\Omega-\omega])} \right) \right) - \\ & \left(e\sqrt{1-e^2} \hat{j} \left(-e(e^2 - 2(1+\sqrt{1-e^2})) \operatorname{sen}(2F) + (-8 + 4e^2 - 8\sqrt{1-e^2}) \operatorname{sen}(F-\Omega-\omega) + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 6e \operatorname{sen}[2(F - \Omega - \omega)] - 4e^3 \operatorname{sen}[2(F - \Omega - \omega)] + \\
& + 6e\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}[2(F - \Omega - \omega)] + 2e \operatorname{sen}[2(\Omega + \omega)] - \\
& + 2e^3 \operatorname{sen}[2(\Omega + \omega)] + 2e\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}[2(\Omega + \omega)] - 8 \operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) + \\
& + 6e^2 \operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) - \\
& + 8\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) + 2e^2\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) - 2e^2 \operatorname{sen}[F - 3(\Omega + \omega)] - \\
& + 2e^2\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}[F - 3(\Omega + \omega)] + e^3 \operatorname{sen}[2(F - 2(\Omega + \omega))] \Big) / \\
& \left(\left(1 + \sqrt{1-e^2} \right)^2 (-1 + e \cos[F - \Omega - \omega]) \right) - \frac{4e\hat{k} \cos(\Omega + \omega)}{1 + \sqrt{1-e^2}} * \\
& \left. \frac{\left((e^2 - 2(1 + \sqrt{1-e^2})) \operatorname{sen}[F - \Omega] + e \left(e \operatorname{sen}[F - \Omega - 2\omega] + 2(1 + \sqrt{1-e^2}) \operatorname{sen} \omega \right) \right) \tan \frac{i}{2}}{1 + \sqrt{1-e^2}} \right)
\end{aligned}
\tag{9.132}$$

$$\begin{aligned}
\hat{k} &= \frac{1}{8a\sqrt{1-e^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} * \\
& \left(-8(1-e^2) \hat{j} \left(-1 + \frac{e \cos F \cos(\Omega + \omega)}{1 + \sqrt{1-e^2}} \right) + \right. \\
& + \frac{e \cos(\Omega + \omega) \left((e^2 - 2(1 + \sqrt{1-e^2})) \cos F + e^2 \cos[F - 2(\Omega + \omega)] \right)}{2(1 + \sqrt{1-e^2})^2 (-1 + e \cos[F - \Omega - \omega])} + \\
& \left. - \frac{e^3 \cos(\Omega + \omega)^2 \operatorname{sen} F \operatorname{sen}(\Omega + \omega)}{\sqrt{1-e^2} (1 + \sqrt{1-e^2})^2} + \frac{e^3 \cos F \cos(\Omega + \omega) \operatorname{sen}(\Omega + \omega)^2}{\sqrt{1-e^2} (1 + \sqrt{1-e^2})^2} \right) + \\
& + \left(e\sqrt{1-e^2} \hat{i} \left(-e(e^2 - 2)(1 + \sqrt{1-e^2}) \right) \operatorname{sen}(2F) + (8 - 4e^2 + 8\sqrt{1-e^2}) \operatorname{sen}(F - \Omega - \omega) + \right. \\
& - 6e \operatorname{sen}[2(F - \Omega - \omega)] + \\
& \left. + 4e^3 \operatorname{sen}[2(F - \Omega - \omega)] - 6e\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}[2(F - \Omega - \omega)] + 2e \operatorname{sen}[2(\Omega + \omega)] + \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2e^3 \operatorname{sen}[2(\Omega + \omega)] + 2e\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}[2(\Omega + \omega)] - 8\operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) + \\
& + 6e^2 \operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) + \\
& - 8\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) + 2e^2\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}(F + \Omega + \omega) - 2e^2 \operatorname{sen}[F - 3(\Omega + \omega)] + \\
& - 2e^2\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}[F - 3(\Omega + \omega)] + e^3 \operatorname{sen}[2[F - 2(\Omega + \omega)]] \Big/ \\
& \left(\left(1 + \sqrt{1-e^2} \right)^2 (-1 + e \cos[F - \Omega - \omega]) \right) + \\
& + \frac{4e\hat{k} \left(e^2 - 2 \left(1 + \sqrt{1-e^2} \right) \right) \operatorname{sen}(F - \Omega)}{1 + \sqrt{1-e^2}} + \\
& + \frac{e \left(e \operatorname{sen}[F - \Omega - 2\omega] + 2 \left(1 + \sqrt{1-e^2} \right) \operatorname{sen} \omega \right) \operatorname{sen}(\Omega + \omega) \tan\left(\frac{i}{2}\right)}{1 + \sqrt{1-e^2}} \Bigg) \quad (9.133)
\end{aligned}$$

$$\dot{p} = - \frac{\hat{k} \sec\left(\frac{i}{2}\right)^2 \left(e^2 - 2(C_9) \operatorname{sen} F + e(2(C_9) \operatorname{sen}(\Omega + \omega) + e \operatorname{sen}[F - 2(\Omega + \omega)]) \right)}{4a\sqrt{1-e^2} (C_9) \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} \quad (9.134)$$

$$\dot{q} = \frac{\hat{k} (C_{10} \cos F + e(-2(C_9) \cos(\Omega + \omega) + e \cos[F - 2(\Omega + \omega)])) \sec\left(\frac{i}{2}\right)^2}{4a\sqrt{1-e^2} (C_9) \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} \quad (9.135)$$

onde

$$C_9 = 1 + \sqrt{1-e^2} \quad \text{e} \quad C_{10} = \left(2 - e^2 + 2\sqrt{1-e^2} \right) \quad (9.136)$$

A realização da integração indicada na Equação 9.108 gera equações excessivamente longas para aplicações reais, principalmente levando-se em conta a necessidade de executá-las em tempo real para uma manobra. Sendo assim, embora essas equações, em

sua forma completa aqui mostrada, gerem um método novo para o cálculo de manobras orbitais, sua utilização será focada em casos particulares. Isso implica em definir uma órbita de referência, que pode ser a órbita final desejada, a órbita inicial do veículo espacial ou mesmo uma média dessas duas órbitas. Como será considerado apenas manobras de pequena amplitude, essa restrição não trará grandes perdas em termos de precisão.

A seguir, com essas aproximações efetuadas, pode-se colocar os valores numéricos, fazendo com que essas funções sejam apenas funções de F e de constantes numéricas. A partir daí pode-se efetuar a integral indicada na Equação 9.108 e obtém-se equações analíticas simples para a variação de cada elemento orbital considerado como função da direção e da magnitude do empuxo aplicado. Sendo assim, o problema de obter o menor consumo de combustível em uma manobra pode ser definido como o de encontrar a direção ótima de aplicação do empuxo que minimize:

$$J = t_f \quad (9.137)$$

Sujeito as equações médias de movimento e com a condição inicial:

$$\bar{x}(0) = x_0 \quad (9.138)$$

e também sujeito aos vínculos no estado final:

$$\psi[\bar{x}(t_f), t_f] = \bar{x}(t_f) - x_f = 0 \quad (9.139)$$

9.2.3.1 Obtenção das leis de aplicação do empuxo para casos específicos

De uma forma geral, a direção de aplicação do empuxo deve ser obtida pelo método mostrado acima. Porém, existem soluções analíticas para a forma de buscar as direções ótimas de aplicação do empuxo para casos específicos. Sendo assim, a primeira direção

é aquela que maximiza a alteração do semi-eixo maior. A equação da taxa de variação do semi-eixo maior é dada por (Kluever e Oleson, 1997):

$$\dot{a} = \frac{2a^2 v}{\mu} a_T \cos \theta \quad (9.140)$$

onde v é a magnitude da velocidade orbital e θ o ângulo dentro do plano de aplicação do empuxo medido em relação ao vetor velocidade. Logo, para obter a direção ótima, toma-se a derivada dessa equação e iguala-se a zero:

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial \theta} = -\frac{2a^2 v}{\mu} a_T \sin \theta = 0 \quad (9.141)$$

Com isso obtém-se que a direção ótima de aplicação do empuxo é a direção do vetor velocidade.

A seguir, é repetida a mesma estratégia para a excentricidade. A equação para a taxa de variação da excentricidade é dada por:

$$\dot{e} = \frac{a_T}{v} \left[2(e + \cos v) \cos \theta + \frac{r}{a} \sin v \sin \theta \right] \quad (9.142)$$

Efetuada a derivada para a obtenção da máxima taxa de variação tem-se:

$$\frac{\partial \dot{e}}{\partial \theta} = \frac{a_T}{v} \left[-2(e + \cos v) \sin \theta + \frac{r}{a} \sin v \cos \theta \right] = 0 \quad (9.143)$$

Que fornece a solução:

$$\tan \theta^* = \frac{r \operatorname{sen} v}{2a(e + \cos v)} \quad (9.144)$$

A verificação da segunda derivada confirma que se trata de um ponto que maximiza a Equação 9.142.

Para levar em conta a componente fora de plano, será considerada a equação da taxa de variação da inclinação:

$$\dot{i} = \frac{r}{\sqrt{\mu a(1 - e^2)}} \cos(\omega + v) a_T \operatorname{sen} \sigma \quad (9.145)$$

onde σ é o ângulo de aplicação do empuxo formado com o plano orbital. Aplicando a condição de derivada nula obtém-se as condições:

$$\sigma^* = +\frac{\pi}{2}, \text{ se } \cos(\omega + v) > 0 \text{ e } \sigma^* = -\frac{\pi}{2}, \text{ se } \cos(\omega + v) < 0 \quad (9.146)$$

Deve-se levar em conta que a aplicação do empuxo quando $\omega + v$ esta próxima de ± 90 graus consome muito combustível. Sendo assim, pode-se resumir a lei de controle para:

$$\sigma^* = \frac{\pi}{2} \cos(\omega + v) \quad (9.147)$$

No próximo capítulo, serão obtidas as equações necessárias para a solução de problemas específicos mais gerais e de maior interesse para o presente trabalho e os métodos serão comparados para avaliação do prejuízo obtido no consumo de combustível em função das aproximações envolvidas no método.

10 RESULTADOS DAS MANOBRAS ORBITAIS

O presente capítulo tem por objetivo mostrar algumas simulações feitas com os algoritmos implementados para o cálculo de manobras, tanto para o método ótimo, a ser executado em solo, como o método sub-ótimo que pode ser implementado a bordo.

Foram simuladas diversas manobras para testar os métodos desenvolvidos. As duas primeiras envolvem a mesma órbita inicial, mas as direções de aplicação do empuxo e a duração da manobra são diferentes, com o objetivo de atingir uma órbita final mais distante. A terceira manobra envolve uma amplitude maior de variação em semi-eixo maior e serve para demonstrar a aplicabilidade do método em situações como essa. As manobras 4 e 5 estudam a variação do plano orbital envolvendo alteração da inclinação.

10.1 Manobra 1

No caso específico dessa manobra, foi alterado o semi-eixo maior e mantidos constantes a excentricidade e o argumento do perigeu da órbita. As alterações foram de pequena magnitude (cerca de 47 metros em semi-eixo maior, o principal objetivo da manobra), para serem compatíveis com o método desenvolvido. O argumento do perigeu foi mantido constante no valor 90 graus, mas poderia ser qualquer valor.

A Tabela 10.1 mostra os elementos da órbita inicial e os elementos da órbita que se pretende atingir depois da manobra 1.

A tabela 10.2 mostra os dados de entrada requeridos para a simulação da primeira manobra com o método ótimo: elementos orbitais da órbita inicial, características do veículo (massa inicial, magnitude do empuxo, posição inicial do veículo, anomalia verdadeira), condição imposta à órbita final e estimativa da solução para iniciar o processo de iteração (início e fim de propulsão, ângulos de *pitch* e *yaw* e suas taxas de variação iniciais e uma estimativa do consumo de combustível).

Tabela 10.1 – Elementos da órbita inicial e final para a manobra 1.

Órbita inicial	Condição imposta à órbita final
Semi-eixo maior = 7259,650 km	Semi-eixo maior = 7259,697 km
Excentricidade = 0,0629	Excentricidade = 0,0629
Inclinação = 66,52°	Argumento do perigeu = 90°
Longitude do nodo ascendente = 110°	
Argumento do perigeu = 90°	

Caso ótimo

Tabela 10.2 – Dados para a manobra 1 usando o método ótimo.

Dados iniciais do veículo	Massa total (veículo + combustível) = 2500 kg
	Empuxo disponível = 1 N
	Posição inicial = 0
	Anomalia verdadeira = 0°
Estimativa inicial da solução	Início de propulsão = 0°
	Fim de propulsão = 5°
	Ângulo de pitch inicial = 0°
	Ângulo de yaw inicial = 0°
	Taxa inicial de variação em pitch = 0
	Taxa inicial de variação em yaw = 0
	Combustível necessário a manobra = 2 kg

Caso sub-ótimo

Transformando os elementos keplerianos iniciais para elementos não singulares, conforme as Equações 9.77 a 9.81, tem-se:

$$a = 7,25965 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = -0,0220906$$

$$k = -0,0588826$$

$$p = 0,614085$$

$$q = -0,230383$$

Assim sendo, pode-se agora utilizar os valores numéricos dessa órbita, que será utilizada como órbita de referência, realizar a integração mostrada na Equação 9.108 e com isso obter um conjunto de equações que fornecem a variação de cada um dos elementos utilizados para descrever a órbita por revolução orbital com os propulsores ligados o tempo todo. Assim sendo, essas passam a ser as equações de movimento do veículo espacial com as hipóteses adotadas. Essas equações, já levando em conta o fato de se tratar de uma manobra plana, logo $k_d = 0$, em função das componentes do vetor que define a direção do empuxo aplicado, ficam:

$$daa = acel * (1987180 * id + 5296820 * jd) \quad (10.1)$$

$$dha = acel * (-0,832233 * id + 0,00831686 * jd) \quad (10.2)$$

$$dka = acel * (-0,00831686 * id + 0,851282 * jd) \quad (10.3)$$

$$dpa = 0 \quad (10.4)$$

$$dqa = 0 \quad (10.5)$$

onde $acel$ é a aceleração imposta ao satélite pelo propulsor.

Para mostrar em detalhes a utilidade dessas equações, as Figuras 10.1 até 10.3 mostram a variação dos elementos por órbita em função da direção de aplicação do empuxo. É

possível obter muitas informações sobre o efeito da direção de aplicação do empuxo nos elementos orbitais. A Figura 10.1, feita para a situação onde a direção de aplicação do empuxo é uma constante, mostra que existe um valor da componente x para o qual o semi-eixo apresenta uma variação máxima. Esse valor é da ordem de 0,35. Essa figura pode ser utilizada para um cálculo prévio da direção do empuxo aplicado em função dos objetivos da missão.

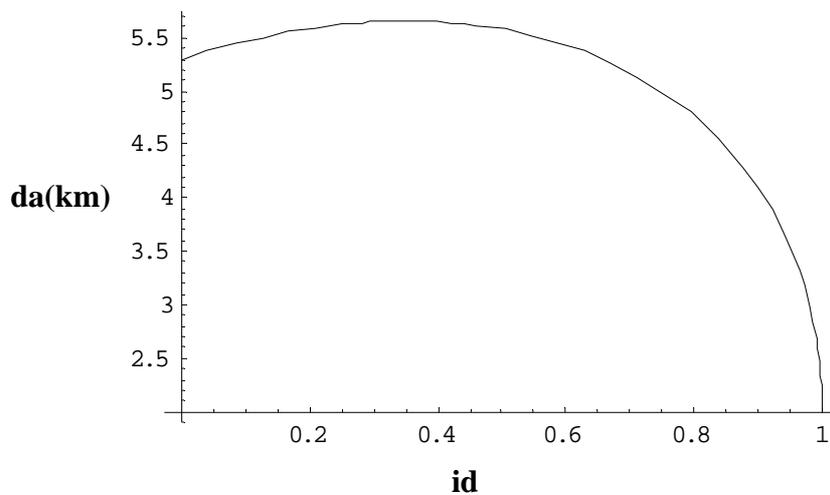


Figura 10.1 – Variação do semi-eixo maior em função da direção de aplicação do empuxo.

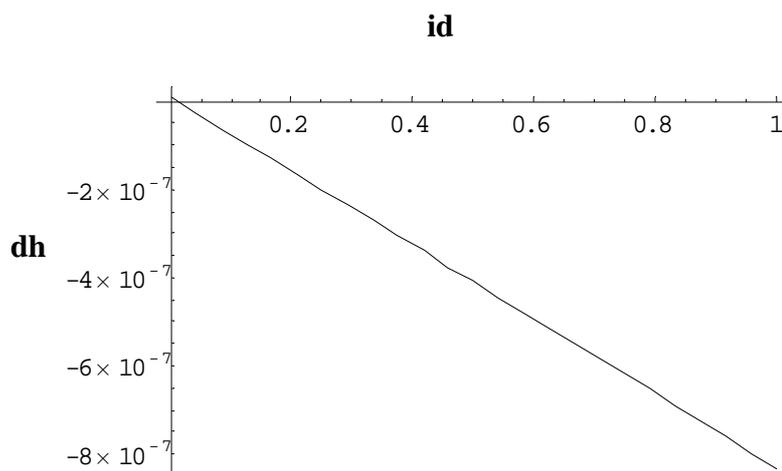


Figura 10.2 - Variação do elemento orbital h em função da direção da aplicação do empuxo.

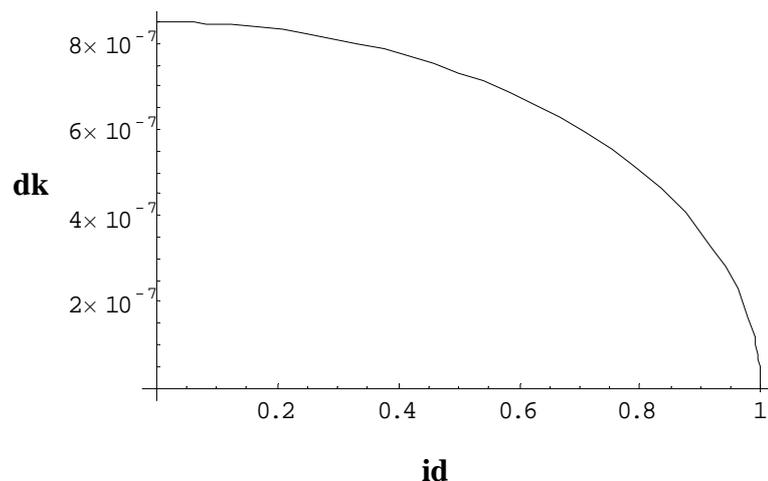


Figura 10.3 - Variação do elemento orbital k em função da direção da aplicação do empuxo.

Como p e q são constantes, não é apresentado nenhum gráfico.

Com essas equações, o software Mathematica é utilizado para resolver o problema de otimização e obter a solução ótima. Diversas hipóteses podem ser feitas sobre a direção de aplicação do empuxo. A mais simples delas é assumir uma direção constante. Assim procedendo, o problema passa a ser o de encontrar o valor de id que gera o mínimo consumo de combustível, pois $k_d = 0$ (manobra plana) e j_d é obtido da condição de que o vetor que define a direção de aplicação do empuxo ser unitário. A solução encontrada foi $id = 0,38$. Considerar relações lineares ou parabólicas podem reduzir em muito o consumo e o tempo de manobra obtidos. Essa solução será adotada mais à frente, ainda no presente capítulo.

A Tabela 10.3 mostra a órbita final atingida pelo veículo espacial após a manobra, para o caso ótimo e sub-ótimo, assim como o combustível consumido e o tempo de realização da manobra.

Tabela 10.3 - Elementos keplerianos finais obtidos para a manobra 1.

Elementos finais	Método ótimo	Método sub-ótimo
Semi-eixo maior (km)	7259,697	7259,697
Excentricidade	0,062887	0,062887
Inclinação (°)	66,52	66,52
Longitude no nodo ascendente (°)	110	110
Argumento do perigeu (°)	90	90
Consumo (kg)	0,1652	0,2808
Duração da manobra (min)	302	512

10.2 Manobra 2

Para a manobra 2, foi também alterado o semi-eixo maior e mantidos constantes a excentricidade e argumento do perigeu da órbita. As alterações foram de magnitude um pouco maior que no caso anterior, cerca de 120 metros em semi-eixo maior, o principal objetivo da manobra, também com o objetivo de serem compatíveis com o método desenvolvido. O argumento do perigeu foi mantido constante no valor 90 graus, mas poderia ser qualquer valor.

A Tabela 10.4 mostra os elementos da órbita inicial e as condições impostas para a manobra 2.

Tabela 10.4 – Elementos da órbita inicial e final para a manobra 2.

Órbita inicial	Condição imposta à órbita final
Semi-eixo maior = 7259,650 km	Semi-eixo maior = 7259,770 km
Excentricidade = 0,062900	Excentricidade = 0,062900
Inclinação = 66,52°	Argumento do perigeu = 90°
Longitude do nodo ascendente = 110°	
Argumento do perigeu = 90°	

Caso ótimo

A Tabela 10.5 apresenta os parâmetros utilizados para a manobra 2, com o método ótimo.

Tabela 10.5 - Dados para a manobra 2 usando o método ótimo.

Dados iniciais do veículo	Massa total (veículo + combustível) = 2500 kg
	Empuxo disponível = 1 N
	Posição inicial = 0
	Anomalia verdadeira = 0°
Estimativa inicial da solução	Início de propulsão = 0°
	Fim de propulsão = 5°
	Ângulo de pitch inicial = 0°
	Ângulo de yaw inicial = 0°
	Taxa inicial de variação em pitch = 0
	Taxa inicial de variação em yaw = 0
	Combustível necessário a manobra = 2 kg

Caso sub-ótimo

Como a órbita inicial (que também é utilizada como órbita de referência) é a mesma do exemplo anterior, tanto os elementos orbitais iniciais quanto as equações de movimento aproximadas são as mesmas.

Pode-se então utilizar novamente o software Mathematica para resolver o problema de otimização e obtermos a solução ótima. Mais uma vez será assumida uma direção constante. Assim procedendo, o problema passa a ser o de encontrar o valor de i_d que gere o mínimo consumo de combustível, pois $k_d = 0$ (manobra plana) e j_d é obtido da condição de que o vetor que define a direção de aplicação do empuxo ser unitário. A solução encontrada foi $i_d = 0,41$.

A Tabela 10.6 mostra a órbita final atingida pelo veículo espacial após a manobra, para o caso ótimo e sub-ótimo, assim como o combustível consumido e o tempo de realização da manobra.

Tabela 10.6 - Elementos keplerianos finais obtidos para a manobra 2.

Elementos finais	Método ótimo	Método sub-ótimo
Semi-eixo maior (km)	7259,77	7259,77
Excentricidade	0,0628876	0,0628876
Inclinação (°)	66,52	66,52
Longitude no nodo ascendente (°)	110	110
Argumento do perigeu (°)	90	90
Consumo (kg)	0,2520 kg	0,3900 kg
Duração da manobra (min)	601,8	1020,2

10.3 Manobra 3

A seguir será feita uma manobra de maior magnitude, com uma variação em cerca de 31 km em semi-eixo maior e de 0,0026 em excentricidade, bem como cerca de 38 graus no argumento do perigeu. A Tabela 10.7 mostra os dados de entrada da manobra 3. Esses resultados mostram que esse método pode ser aplicado em transferências que envolvem alterações da ordem de dezenas de quilômetros em semi-eixo maior.

Tabela 10.7 – Elementos da órbita inicial e final para a manobra 3.

Órbita inicial	Condição imposta à órbita final
Semi-eixo maior = 7738,87 km	Semi-eixo maior = 7707,438 km
Excentricidade = 0,00371677	Excentricidade = 0,0011589
Inclinação = 66,0353°	Argumento do perigeu = 90°
Longitude do nodo ascendente = 7,57006°	
Argumento do perigeu = 128,059°	

Caso ótimo

Na Tabela 10.8 são apresentados os dados de entrada para o método ótimo, no caso da manobra 3.

Tabela 10.8 - Dados para a manobra 3 usando o método ótimo.

Dados iniciais do veículo	Massa total (veículo + combustível) = 2500 kg
	Empuxo disponível = 1 N
	Posição inicial = 0
	Anomalia verdadeira = 0°
Estimativa inicial da solução	Início de propulsão = 0°
	Fim de propulsão = 5°
	Ângulo de pitch inicial = 0°
	Ângulo de yaw inicial = 0°
	Taxa inicial de variação em pitch = 0
	Taxa inicial de variação em yaw = 0
	Combustível necessário a manobra = 12 kg

Caso sub-ótimo

Transformando os elementos keplerianos iniciais para elementos não singulares conforme as Equações 9.77 a 9.81, tem-se:

$$a = 7,71544 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = 0,0011488$$

$$k = -0,000152672$$

$$p = 0,0856096$$

$$q = 0,644182$$

Assim sendo, pode-se agora utilizar os valores numéricos dessa órbita, que será utilizada como órbita de referência, realizar a integração mostrada na Equação 9.108 e com isso obter um conjunto de equações que fornecem a variação de cada um dos elementos utilizados para descrever a órbita por revolução orbital com os propulsores ligados o tempo todo. Assim sendo, essas passam a ser as equações de movimento do veículo espacial com as hipóteses adotadas. Essas equações, em função das componentes do vetor que define a direção do empuxo aplicado, ficam:

$$daa=acel*(7146070*id+949690*jd) \quad (10.6)$$

$$dha=acel*(-0,936935*id-0,000068*jd) \quad (10.7)$$

$$dka=acel*(0,000070817*id+0,936411*jd) \quad (10.8)$$

$$dpa=0 \quad (10.9)$$

$$dqa=0 \quad (10.10)$$

Para mostrar em detalhes a utilidade dessas equações, as Figuras 10.4 até 10.6 mostram a variação dos elementos por órbita em função da direção de aplicação do empuxo. Nessas figuras foi assumida uma manobra plana, que implica em fazer $k_d = 0$ nas equações mostradas acima. Essa figura pode ser utilizada para um cálculo prévio da direção do empuxo aplicado em função dos objetivos da missão.

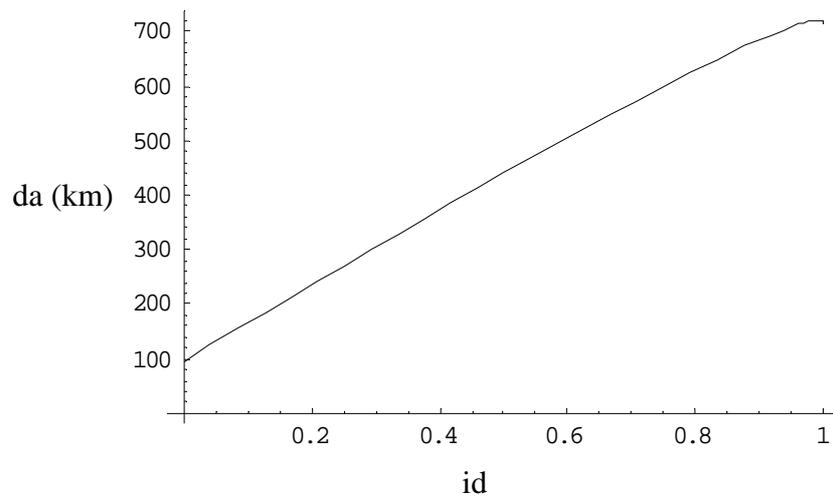


Figura 10.4 - Variação do semi-eixo maior por órbita em função da direção de aplicação do empuxo.

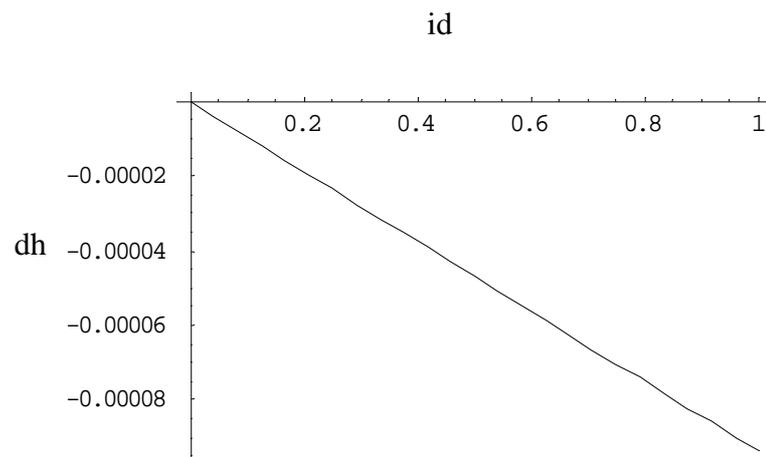


Figura 10.5 - Variação do elemento orbital h por órbita em função da direção da aplicação do empuxo.

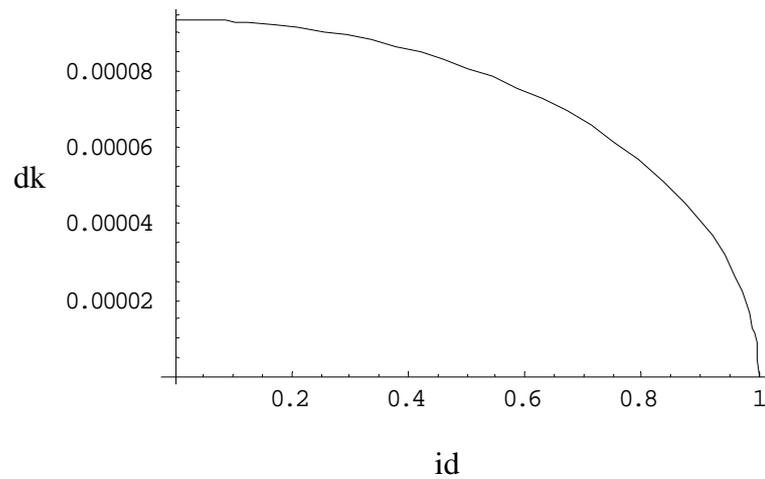


Figura 10.6 - Variação do elemento orbital k por órbita em função da direção da aplicação do empuxo.

Como p e q são constantes, os gráficos não são mostrados.

Com essas equações, o software Mathematica é utilizado para resolver o problema de otimização e obter a solução ótima. Assumindo direção constante, o valor encontrado foi de $id = 0,94$.

A Tabela 10.9 mostra a órbita final atingida pelo veículo espacial após a manobra, para o caso ótimo e sub-ótimo, assim como o combustível consumido e o tempo de realização da manobra.

Tabela 10.9 - Elementos keplerianos finais para a manobra 3.

Elementos finais	Método ótimo	Método sub-ótimo
Semi-eixo maior (km)	7707,4380	7707,4380
Excentricidade	0,0011589	0,0011589
Inclinação (°)	66,0353	66,0353
Longitude no nodo ascendente (°)	7,57006	7,57006
Argumento do perigeu (°)	90	90
Consumo (kg)	14,01	21,13
Duração da manobra (min)	322	504

10.4 Manobra 4

O objetivo da presente manobra é testar o algoritmo desenvolvido para manobras fora do plano orbital. Será feita uma mudança de 0,1 grau na inclinação, para simular uma pequena correção orbital.

A Tabela 10.10 mostra os elementos da órbita inicial e a órbita que se pretende atingir na manobra 4.

Tabela 10.10 – Elementos da órbita inicial e final para a manobra 4.

Órbita inicial	Condição imposta à órbita final
Semi-eixo maior = 8154,3723 km	Semi-eixo maior = 8154,3723 km
Excentricidade = 0,1	Excentricidade = 0,1
Inclinação = 30°	Inclinação = 29,9°
Longitude do nodo ascendente = 50°	
Argumento do perigeu = 30°	

Caso ótimo

A Tabela 10.11 apresenta os dados de entrada usados para a manobra 4 no método ótimo.

Tabela 10.11 - Dados para a manobra 4 usando o método ótimo.

Dados iniciais do veículo	Massa total (veículo + combustível) = 2000 kg
	Empuxo disponível = 1 N
	Posição inicial = 0
	Anomalia verdadeira = 0°
Estimativa inicial da solução	Início de propulsão = 0°
	Fim de propulsão = 5°
	Ângulo de pitch inicial = 0°
	Ângulo de yaw inicial = 0°
	Taxa inicial de variação em pitch = 0
	Taxa inicial de variação em yaw = 0
	Combustível necessário a manobra = 1 kg

Caso sub-ótimo

Transformando os elementos keplerianos iniciais para elementos não singulares conforme as Equações 9.77 a 9.81, tem-se:

$$a = 8154,370 \text{ m}$$

$$h = 0,0984808$$

$$k = 0,0173648$$

$$p = 0,205261$$

$$q = 0.172234$$

Utilizando agora os valores numéricos dessa órbita, que será utilizada como órbita de referência e realizando a integração mostrada na Equação 9.108 pode-se obter um conjunto de equações que fornecem a variação de cada um dos elementos utilizados para descrever a órbita por revolução orbital com os propulsores ligados o tempo todo. Essas passam a ser as equações de movimento do veículo espacial com as hipóteses adotadas. Essas equações, em função das componentes do vetor que define a direção do empuxo aplicado, ficam:

$$daa=0 \quad (10.11)$$

$$dha=acel*(-0,00147045) \quad (10.12)$$

$$dka=acel*(0,00833933) \quad (10.13)$$

$$dpa=acel*(-0,333573) \quad (10.14)$$

$$dqa=acel*(-0,058818) \quad (10.15)$$

Na Tabela 10.12 são apresentados os elementos orbitais finais atingidos com a manobra 4.

Tabela 10.12 - Elementos keplerianos finais para a manobra 4.

Elementos finais	Método ótimo	Método sub-ótimo
Semi-eixo maior (km)	8154,3724	8154,3700
Excentricidade	0,1	0,1
Inclinação (°)	29,900	29,900
Longitude no nodo ascendente (°)	50	48,877
Argumento do perigeu (°)	30	30,978
Consumo (kg)	18,000	25,432
Duração da manobra (min)	978	3005

10.5 Manobra 5

Essa manobra é similar a manobra 4 em relação aos dados iniciais. A diferença agora está na utilização de um tempo maior para a manobra, expressa pelo número de voltas em que o propulsor fica ligado, que agora é de 300 voltas, ao invés de 30 voltas usadas na manobra 4. O objetivo é aumentar a amplitude da manobra para 1 grau em variação de inclinação. Os resultados desta manobra são mostrados na Tabela 10.13.

Tabela 10.13 - Elementos keplerianos finais para a manobra 5.

Elementos finais	Método ótimo	Método sub-ótimo
Semi-eixo maior (km)	8154,3724	8154,3700
Excentricidade	0,1	0,1
Inclinação (°)	29,0425	29,000
Longitude no nodo ascendente (°)	50	48,877
Argumento do perigeu (°)	30	30,978
Consumo (kg)	175,35 kg	289,04
Duração da manobra (min)	3606,8	6120

Esses resultados mostram que o método sub-ótimo implementado é bastante útil. A precisão de cálculo é uma função da aproximação utilizada na direção de queima. No caso de uma direção constante, os resultados estão cerca de 50% piores que o caso ótimo. A utilização de direções lineares irá reduzir essas diferenças.

10.6 Direções lineares de aplicação da propulsão

Como uma etapa posterior objetivando uma melhor aproximação sub-ótima, foi estudada a possibilidade de aplicação de empuxo em uma direção linear em relação a anomalia verdadeira do satélite. Sendo assim, a direção i_d de queima foi assumida como variando de forma linear com a anomalia verdadeira, isto é, $i_d = \lambda_1 + \lambda_2 * v$.

Para estudar essa aproximação, o software Mathematica foi utilizado para desenvolver as equações de movimento do satélite. Essas equações, que expressam a taxa de variação dos elementos orbitais em relação a F , foram a seguir programadas em Fortran, para gerar um estudo da variação de cada elemento orbital como função das constantes λ_1 e λ_2 . Com isso foi possível mapear essa variação e escolher os melhores valores dessas constantes.

As Figuras 10.7 a 10.9 mostram as variações de semi-eixo maior, h e k .

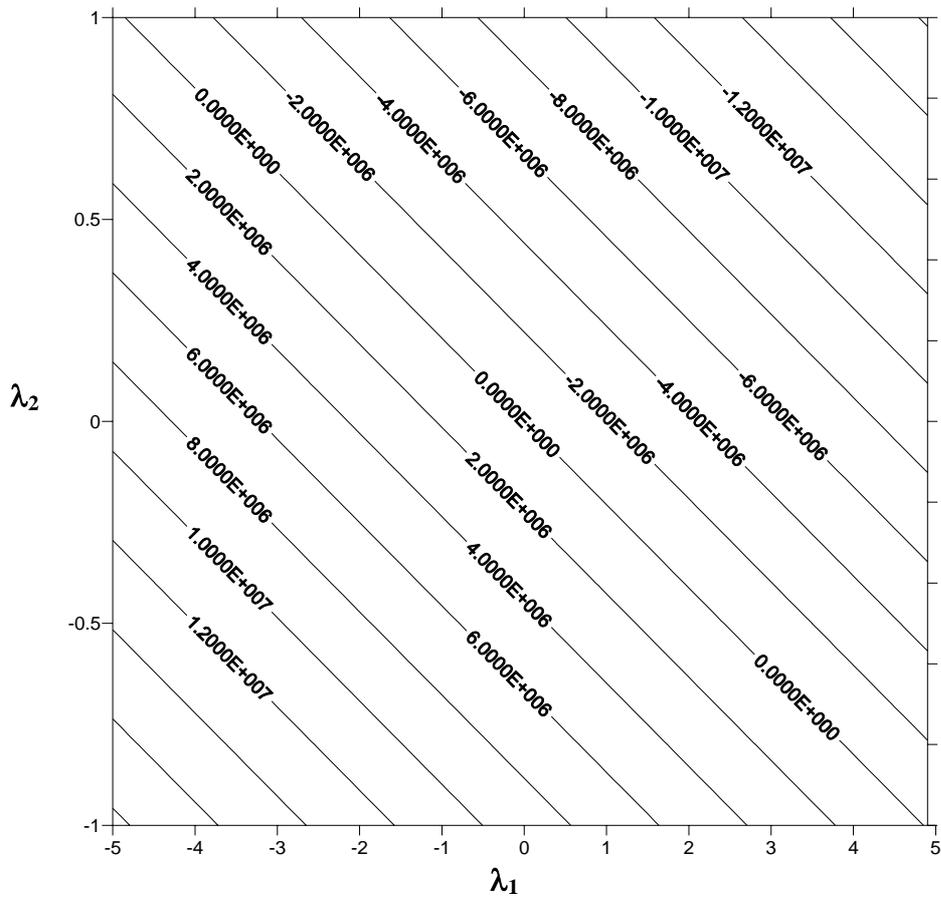


Figura 10.7 – Variação do semi-eixo maior em função das constantes λ_1 e λ_2 .

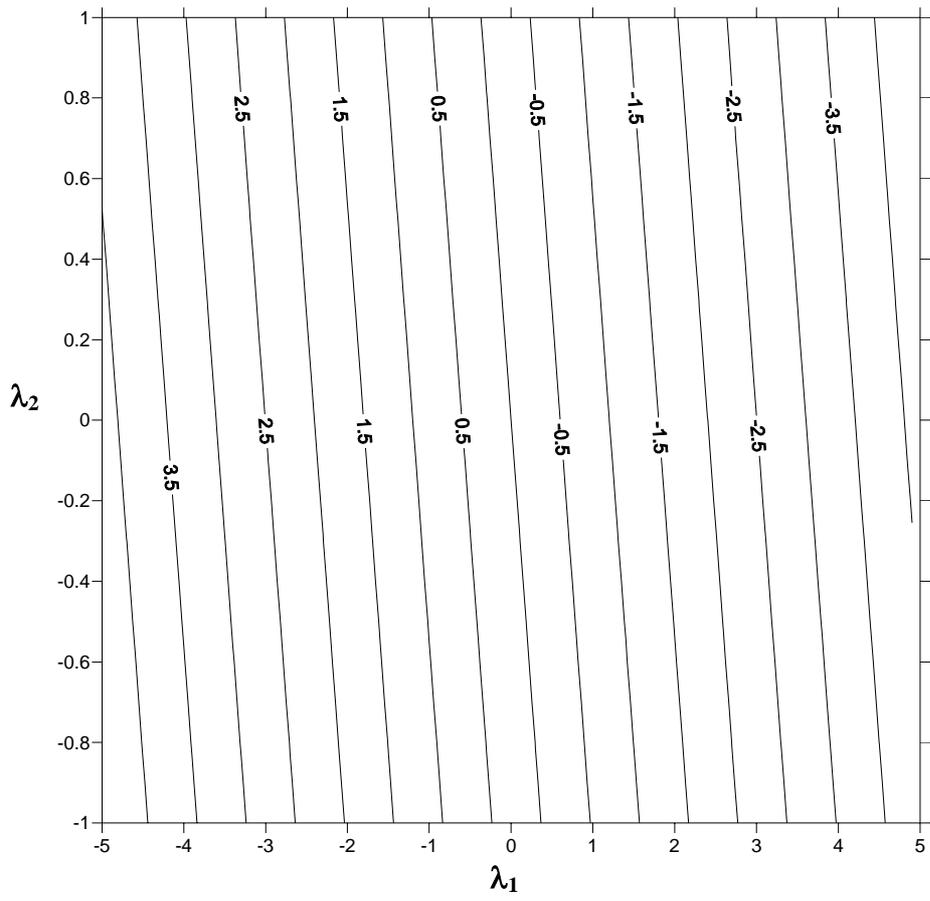


Figura 10.8 – Variação do h em função das constantes λ_1 e λ_2 .

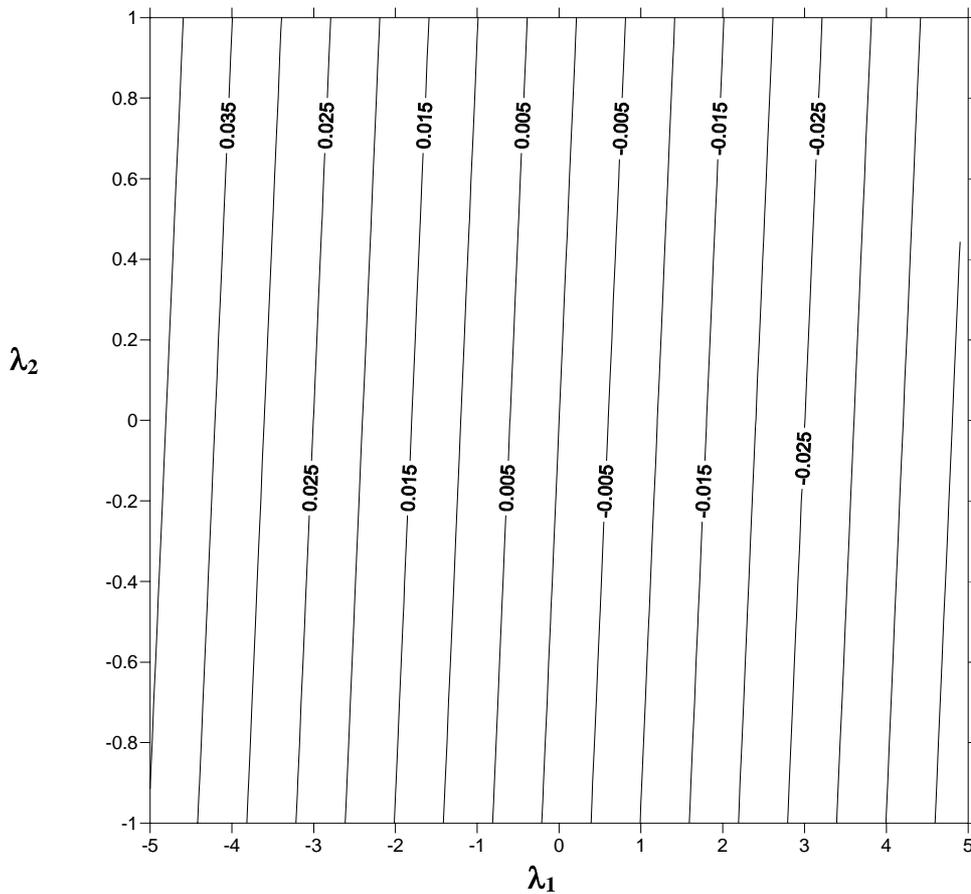


Figura 10.9 – Variação do k em função das constantes λ_1 e λ_2 .

Os gráficos acima foram montados para o caso particular da manobra 1. Eles mostram que, para obter uma maximização da variação do semi-eixo maior, deve-se escolher o conjunto de constantes $\lambda_1 = -5,0$ e $\lambda_2 = -1,0$. Com as escolhas dessas constantes, a direção de aplicação do empuxo passa a ser determinada e pode-se efetuar a manobra completa para obtenção do tempo e do consumo relativo a essa manobra. Todas as manobras planas mostradas anteriormente são refeitas dentro dessa metodologia. Os novos tempos e consumos obtidos estão mostrados na tabela a seguir. Para as manobras de variação de inclinação essa mudança não é necessária, dada que a direção já é definida como sendo na direção kd e essa direção já é a direção ótima de aplicação do empuxo.

A Tabela 10.14 mostra os tempos e consumos das manobras efetuadas com direção linear de aplicação do empuxo.

Tabela 10.14 - Tempo e consumo com direção linear de aplicação do empuxo.

		Caso ótimo	Caso sub-ótimo Direção constante	Caso sub-ótimo Direção linear
Manobra 1	Consumo (kg)	0,1652	0,2808	0,1732
	Duração (min)	302	512	316
Manobra 2	Consumo (kg)	0,2520	0,3900	0,279
	Duração (min)	601,8	1020,2	665
Manobra 3	Consumo (kg)	14,01	21,13	15,43
	Duração (min)	322	504	354

De forma geral mostra-se que existe uma melhoria bastante significativa nos consumos e tempos. Com a aplicação da direção linear da aplicação de empuxo, chega-se a um tempo e consumo que dista cerca de 10% dos resultados obtidos pelo método ótimo. Isto representa uma grande melhoria em relação aos cerca de 50% de diferença obtidas com a aplicação da direção constante do empuxo.

11 CONCLUSÕES

Este trabalho teve o objetivo de estudar o problema de determinação de órbita e também o problema de manobras orbitais de veículos espaciais.

Para o desenvolvimento da determinação de órbita, é necessário a escolha de um modelo dinâmico para o veículo espacial. Esta escolha tem impacto na carga computacional, sendo assim, foram estudados a precisão e o tempo computacional para diversos modelos e, então, obtidas conclusões para implementar somente as perturbações adequadas a aplicações em tempo real, que é um dos objetivos deste trabalho, em um software próprio.

Para isso, foi utilizado o software *GEODYN*, que mostrou ser uma excelente ferramenta para verificação da importância de cada termo da dinâmica na trajetória de um satélite artificial da Terra. Foram feitos testes para o caso particular do satélite Topex/Poseidon. Foram mostradas diversas conclusões sobre a importância de cada força perturbativa no movimento do satélite, como o efeito que o arrasto atmosférico impacta na órbita do satélite considerando este efeito por vários dias. Foi verificado também que para o caso do satélite analisado, é suficiente considerar o modelo do geopotencial até grau e ordem 50x50. Foi mostrada também a influência de diferentes modelos para o geopotencial, sendo que os modelos JGM-2 e JGM-3 apresentam resultados muito satisfatórios.

A seguir foi analisada a influência do modelo e do passo de integração, na determinação de órbita, em tempo real, utilizando a solução de navegação dos receptores GPS. Perturbações devido ao Sol, Lua e pressão de radiação solar foram incluídas na determinação da órbita, e os resultados mostraram que essas perturbações precisam ser incluídas apenas em casos onde uma precisão muita elevada é requerida. Além disso, essas perturbações aumentam o tempo de processamento, o que é uma desvantagem para o trabalho em geral.

Desta forma, para o processo de determinação de órbita, foi adotado o modelo considerando apenas o geopotencial até 10×10 , com passo de integração de 10 segundos. Sendo assim, a precisão atingida em posição é menor que 2 m e o desvio padrão menor que 36 m. Em velocidade, a precisão atingida foi menor que 0,0015 m/s e o desvio padrão menor que 0,7 m/s.

Após essa etapa, foi implementado um algoritmo para converter variáveis que expressam a órbita de um satélite (elementos osculadores), em um conjunto de variáveis (elementos médios) adequados ao cálculo de manobras orbitais. O método apresenta bons resultados, conforme mostram as simulações feitas no presente trabalho. Um estudo do método implementado mostrou que o erro desta conversão está por volta de 1 m, com picos de no máximo 4 m. Esta precisão foi considerada suficiente para os objetivos deste trabalho.

Para a realização das manobras orbitais, foi desenvolvido um software para o cálculo de manobras ótimas, que será usado como referência para comparação e análise do método sub-ótimo para avaliar a possibilidade de utilização a bordo. Este método analisa uma manobra com empuxo contínuo com magnitude de força constante e direção variável. O método utiliza as condições de otimalidade dadas pelo Princípio de Máximo de Pontryagin e busca as direções ótimas de aplicação do empuxo para minimizar o consumo de combustível.

A seguir, foi também estudado e desenvolvido um método para o caso de manobras sub-ótimas contínuas. Esse método é baseado em um desenvolvimento analítico, que gera equações que podem ser utilizadas com rápido tempo de processamento, permitindo utilizações em tempo real. Do ponto de vista da direção de aplicação do empuxo das manobras orbitais, com a aplicação da direção linear da aplicação de empuxo, chega-se a um tempo e consumo que dista cerca de 10% dos resultados obtidos pelo método ótimo. Isso representa uma grande melhoria em relação aos cerca de 50% de diferença obtidos com a aplicação da direção constante do empuxo. Sendo assim, a decisão sobre o tipo de direção a ser aplicada depende da necessidade de precisão no consumo de

combustível e do hardware disponível para a execução das manobras, ou seja, se ele pode ou não permitir direção linear de aplicação linear e/ou constante.

De forma geral, o presente trabalho desenvolveu uma série de técnicas que podem ser implementadas para o problema de determinação de órbitas e cálculo de manobras orbitais. Vários desses tópicos podem ser implementados a bordo e o tempo de processamento é compatível com aplicações em tempo real. Não foi desenvolvido um único software integrado e implementado para a execução dessas manobras. Além do grande tempo envolvido nessa tarefa, esse nível de detalhe deve ser feito tendo em vista uma missão e um satélite específicos, incluindo detalhes de computador de bordo, etc. Como o enfoque desse trabalho é mais genérico e acadêmico, optou-se por desenvolver uma série de métodos e softwares que executam cada parte do processo completo de determinação de órbita e manobras orbitais.

11.1 Sugestões de trabalhos futuros

Do ponto de vista de manobras orbitais, seria interessante desenvolver diferentes versões para o algoritmo de manobras sub-ótimas. Aproximações parabólicas ou polinomiais em geral, seriam interessantes de serem exploradas, além das aproximações com direção de aplicação de empuxo constantes e lineares aqui consideradas.

Um método simplificado, mas com menor tempo de processamento, para a conversão entre elementos osculadores e médios deveria ser investigada, para avaliar o custo/benefício da implementação mais completa aqui desenvolvida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bertiger, W.I.; Bar-Server, Y.E.; Christensen, E.J.; Davis, E.S.; Guinn, J.R.; Haines, B.J.; Ibanez-Meier, R.W.; Jee, J.R.; Lichten, S.M.; Melbourne, W.G.; Muellerschoen, R.J.; Munson, T.N.; Vigue, Y.; Wu, S.C.; Yunck, T.P.; Schutz, B.E.; Abusali, P.A.M.; Rim, H.J.; Watkins, M.M.; Willis, P. GPS precise tracking of TOPEX/Poseidon: results and implications. **Journal of Geophysical Research**. v. 99, n. C12, p. 24449-24463, Dec. 1994.

Biggs, M. C. B. **The optimisation of spacecraft orbital manoeuvres. Part I: linearly varying thrust angles**. Herts: The Hatfield Polytechnic. Numerical Optimisation Centre. Out, 1978.

Biggs, M. C. B. **The optimisation of spacecraft orbital manoeuvres. Part II: using Pontryagin's maximum principle**. Herts: The Hatfield Polytechnic. Numerical Optimisation Centre. Jan, 1979.

Binning, P. W. **Absolute and relative satellite to satellite navigation using GPS**. Colorado. 1997. 163p. Thesis (Ph.D.) – Department of Aerospace Engineering Sciences – University of Colorado, Colorado, 1997.

Binning, P. W. GPS, dual frequency, SA free satellite navigation. In: ION Annual Meeting, 52. Boston, 1996. **Anais...** Alexandria: The Institute of Navigation. p. 803-812.

Binning, P. W. Satellite orbit determination using GPS pseudoranges under SA. In: Howell, K. C.; Cicci, D. A.; Cochran Jr, J. E.; Kelso, T. S. (ed.) **Advances in the Astronautical Sciences**. Huntsville, Alabama: American Astronautical Society, 1997a. v.95, n.1, p.183-193.

Broucke, R. A.; Prado, A. F. B. A. Orbital planar maneuvers using two and three-four (through infinity) impulses. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 19, n. 2, p. 274-281, Mar – Apr, 1996.

Brown, R. G.; Hwang, P.Y.C. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1985. 502p.

Carroll, V. C.; Williams, S. N. Optimal low thrust trajectories using differential inclusion concepts. **The Journal of the Astronautical Sciences**, v. 42, n. 4, p. 379-393, Oct – Dec, 1994.

Carrou, J. P. **Spaceflight Dynamics. Part 1**. Toulouse: CNES Agende Française de l'Espace, Toulouse Space Center, 1995.

Chiaradia, A. P. M. **Determinação e manobras autônomas de órbitas de satélites artificiais em tempo real usando medidas GPS de uma frequência**. 2000-11-14. 202 p. (INPE-8755-TDI/798). Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos. 2000. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/iris@1913/2005/08.01.16.23>>.

Chiaradia, A.P.M.; Kuga, H.K.; Prado, A.F.B.A. Autonomous artificial satellite orbit determination in real-time using single frequency GPS measurements. In: International Symposium on Space Flight Dynamics, 16., Dec. 2001. **Proceedings...** Pasadena: [S.n], 2001. p. 03-07. 1 CD-ROM.

Chiaradia, A.P.M.; Kuga, H.K.; Prado, A.F.B.A. Investigation of simplified models for orbit determination using single frequency gps measurements. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**. v. 21, n. Especial, 1999, p. 165-172. (INPE-8057-PRE/3873).

Chiaradia, A.P.M.; Kuga, H.K.; Prado, A.F.B.A. Single frequency gps measurements for real time determination of artificial satellite orbit. In: Othon C. Winter e A. F. Bertachini A. Prado (ed.) **Advances in space dynamics 3 applications in astronautics**. São José dos Campos: INPE, 2002. ISBN: 85-85-17-00006-4, p. 88-99.

Chiaradia, A.P.M.; Kuga, H.K.; Prado, A.F.B.A. Single frequency gps measurements in real-time artificial satellite orbit determination. **Acta Astronáutica**, v. 53, p. 123-133, 2003.

Cieslak, M. K. **Wyznaczenie parametrów geofizycznych oraz parametrów orbitalnych sztucznych satelitów Ziemi na podstawie pomiarów satelitarnym dalmierzem laserowym**. Praca doktorska przedstawiona do obrony na Wydziale Fizyki, Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu, Poznan, 2003.

Dana, P. H. **Global Positioning System Overview**. Department of Geography, University of Texas: Austin. Disponível em:

http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps_f.html Acesso em: 10 dec. 2003.

Der, G. J.; Danchick, R. **Conversion of osculating orbital elements to mean orbital elements.** Flight Mechanics / Estimation Theory Symposium, Greenbelt, Maryland, May, 1996.

Galski, R. L. **Desenvolvimento de um navegador autônomo, usando GPS, aplicado ao controle autônomo de órbita.** 2001. 162p. (INPE-8982-TDI/813). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2002.

Galski, R. L.; Orlando, V.; Kuga, H. K. Autonomous orbit control procedure, using a simplified GPS navigator, applied to the CBERS satellite. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 16., 2001, Pasadena, USA. **Proceedings...** 2001. (INPE-9573-PRE/5203).

Geffroy, S.; Epenoy, R. Optimal low-thrust transfers with constraints – generalization of averaging techniques. **Acta Astronautica**, v. 41, n. 3, p. 133-149, 1997.

Gill, E. Orbit determination of the MIR space station from GPS navigation data. In: International Symposium on Space Flight Dynamics, 12. Darmstadt, 1997. **Proceedings...** ESOC:ESA, 1997. SFD 97/17 ESA SP-403, p. 79-82.

Gill, E. **Visibility analysis of the GPS space segment for the BIRD satellite mission.** Wessling, Alemanha: DLR, 1999. (GSOC TN 99-04).

Gill, E.; Montenbruck, O.; Fraile_Ordonez, J. M. Orbit determination of the MIR space station using MOMSNAV GPS measurements. In: International Astrodynamics Symposium, 11. International Symposium on Space Technology and Science, 20. Gifu, Japão, 1996. **Proceedings...** Gifu: ISAS, 1996. p.295-300.

Gill, E.; Montenbruck, O.; Terzibaschian, T. An autonomous navigation system for the german small satellite mission BIRD. In: AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Clearwater, Flórida, 2000. **Proceedings...** San Diego: American Astronautical Society, AAS00-122, 2000.

Goddard, R. H. **A method of reaching extreme altitudes.** Smithsonian Inst. Publ. Misc. Collect 71(2), 1919.

Gold, K.; Bertiger, W. I.; Wu, S.; Yunck, T.; Mullerschoen, R.; Born, G.; Larson, K. A study of real-time GPS orbit determination for the extreme ultraviolet explorer. In: ION National Technical Meeting, San Diego, 1994. **Proceedings...** Alexandria: The Institute of Navigation, v.41-3, p.1-10, 1994.

Golfetto, W. A. **Aplicações de métodos de segunda ordem para a otimização de trajetórias espaciais.** 2004. 267p. Tese (Doutorado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica). Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2004.

Gomes, V. M. **Determinação de órbita de satélites artificiais em tempo real através da solução de navegação do GPS.** 2004. 107p. (INPE-14649-TID/1208). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2004.

Gomes, V. M.; Kuga, H. K.; Lopes, R. V. F. Filtering GPS navigation solutions for static positioning. In: 17th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM), 2003. **Proceedings...** São Paulo, 2003. Symposium AE-04, paper 0516, ISBN 85-85769-14-9. CD-ROM.

Gomes, V. M.; Prado, A. F. B. A.; Kuga, H. K. Orbital Maneuvers Using Low Thrust to Place a Satellite in a Constellation. **Mathematical Problems in Engineering**, Volume 2007 (2007), Article ID 98532.

Goodyear, W. H. Completely general closed-form solution for coordinates and partial derivatives of the two-body problem. **The Astronomical Journal**, v.70 n.3, p.189-192, Apr. 1965.

Haberkorn, T.; Martinon, P.; Gergaud, J. Low-thrust minimum-fuel orbital transfer: a homotopic approach. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 27, n. 6, p. 1046-1059, Nov – Dec, 2004.

Herman, A. L.; Conway, B. A. Optimal, low-thrust, Earth – Moon orbit transfer. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 21, n. 1, p. 141-147, Jan – Feb, 1998.

Herman, A. L.; Spencer, D. B. Optimal, low-thrust Earth orbit transfers using higher order collocation methods. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 25, n. 1, p. 40-47, Jan – Feb, 2002.

Hoelker, R. F.; Silber, R. **The bi-elliptic transfer between circular co-planar orbits**. Alabama, Army Ballistic Missile Agency, Redstone Arsenal, Jan. 1959 (DA Tech Memo 2-59).

Hofman-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; Collins, J. **Global Positioning System - GPS Theory and Practice**. 3.ed. Wien: Springer-Verlag, New York, 1994.

Hohmann, W. **Die erreichbarkeit der himmelskorper**. Oldenbourg, Munique, 1925.

International Earth Rotation Service (IERS). **1995 IERS Annual Report**. Paris: Observatoire de Paris, 1996.

Kechichian, J. A. Low-thrust trajectory optimization based on epoch eccentric longitude formulation. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 87, n. 2, p. 863-884, 1994.

Kechichian, J. A. Optimal low-Earth-orbit-geostationary-Earth-orbit intermediate acceleration orbit transfer. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 20, n. 4, p. 803-811, July – Aug, 1997.

Kiforenko, B. M.; Pasechnik, Z. V.; Kyrychenko, S. B.; Vasiliev, I. Y. Minimum time transfers of a low-thrust rocket in strong gravity fields. **Acta Astronautica**, v. 52, n. 8, p. 601-611, April, 2003.

Kluever, C. A. Optimal low-thrust interplanetary trajectories by direct method techniques. **The Journal of the Astronautical Sciences**, v. 45, n. 3, p. 247-262, July – Sep, 1997.

Kluever, C. A.; Oleson, S. R. A direct approach for computing near optimal low-thrust transfers. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 97, n. 2, p. 1783-1800, 1997.

Kondapalli, R. R. **Um estudo de métodos de perturbação na determinação de órbitas de satélites artificiais de baixa atitude.** São José dos Campos: INPE, 1986. INPE-3781-RPI/151.

Kuga, H. K. **Determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres através de técnicas de estimação combinadas a técnicas de suavização de estado.** 1989. 249p. (INPE-4959-TDL/079). Tese (Doutorado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1989.

Kuga, H. K. **Estimação adaptativa de órbitas aplicada a satélites a baixa altitude.** 1981. 128p. (INPE-2316-TDL/079). Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1982.

Kuga, H. K. **Matriz de transição do movimento kepleriano elíptico.** São José dos Campo: INPE, 1986. 20p. (INPE-3779-NTE/250).

Kuga, H. K. **Métodos numéricos em propagação de órbita de satélites artificiais terrestres.** São José dos Campos: INPE, 1987. 62p. (INPE – 4405 – RPE/556).

Kuga, H. K. Técnicas de determinação de órbita de satélites artificiais. In: Prado, A. F. B. A.; Kuga, H. K. (ed.) **Fundamentos de Tecnologia Espacial.** São José dos Campos: INPE, 2001. p.137-169.

Kuga, H. K.; Kondapalli, R. R. **Introdução à mecânica orbital.** São José dos Campos: INPE, 1995. INPE-5615-PUD/064.

Lawden, D. F. Optimal programming of rocket thrust direction. **Astronautica Acta:** 1(1), 41-56, Jan-fev, 1955.

Leick, A. **GPS Satellite Surveying.** Department of Surveying Engineering – University of Maine, 2.ed. New York: Wiley-interscience Publication, 1994. 559p.

Lopes, R. V. F.; Kuga, H. K. **Fast optimal orbit estimation from GPS measurments.** São José dos Campos: INPE, 1986. 40p. (INPE-4016-PRE/263).

Lopes, R. V. F.; Kuga, H. K. ORBEST - A GPS navigation solution algorithm without DOP analysis. In: Howell, K. C.; Cicci, D. A.; Cochran Jr, J. E.; Kelso, T.S. (ed.) **Advances in the Astronautical Sciences**. Huntsville, Alabama: American Astronautical Society, 1997. AAS97-108, v. 95, n.1, p. 153-166.

Lopes, R.V.F; Kuga. H. K. Optimal estimation of local orbit from GPS measurements. **AAIA Journal of Guidance, Control and Dynamics**. v. 11, n. 2, p. 186-188, Mar./Apr. 1988.

Machado, W. C.; Monico, J. F. G.; Camargo, P. O. GPS positioning before and after SA. In: Winter, O. C.; Prado, A. F. B. A. (ed.) **Advances in Space Dynamics 3: Applications in Astronautics**. São José dos Campos: INPE, 2002. p.150-159.

Marec, J. P. **Optimal Space Trajectories**. New York, NY, Elsevier, 1979.

Miele, A.; Mancuso, S. Optimal trajectories for Earth – Moon – Earth flight. **Acta Astronautica**, v. 49, n. 2, p. 59-71, 2001.

Montenbruck, O.; Gill, E.; Ordonez, J. M. F. Orbit determination of the Mir space station using MOMSNAV GS measurements. In: 20th International Symposium on Space Technology and Science, Gifu, May. 1996. **Proceedings...** Gifu: ISTS, 1996, 96-c-53, p. 1-6.

Nah, R.; Vadali, S. R.; Braden, E. Fuel-optimal, low-thrust, three-dimensional Earth-Mars trajectories. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 24, n. 6, p. 1100-1107, Nov – Dec, 2001.

Nascimento, J. M.; Kuga, H. K.; Prado, A. F. B. A. Utilização da solução de navegação do GPS para determinação de órbita de satélites a baixa altitude. In: XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Bauru, 1997. **Anais...** (COB 1347). CD-ROM

Orlando, V.; Rios Neto, A. **Aplicação de técnica de ruído adaptativo em estimação de estado à suavização de dados**. São José dos Campos: INPE, 1984. 7p. (INPE-3187-PRE/552).

Paiva, R. N. **Determinação autônoma de órbita usando GPS**.1988. 230p. (INPE-4815-TDL/361). Tese (Doutorado em CEA/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1988.

Parkinson, B. W.; Spilker Jr. J. J. (ed.) **Global Positioning System: theory and applications**. V. I. Washington: AIAA, 1996. 793p.

Pavlis, D. Geodyn website. [online]: <http://terra.sgt-inc.com/geodyn/>, 2007.

Pernicka, H. J.; Scarberry, D. P.; Marsh, S. M.; Sweetser, T. H. A search for low ΔV Earth-to-Moon trajectories. **The Journal of the Astronautical Sciences**, v. 43, n. 1, p. 77-88, Jan – Mar, 1995.

Prado, A. F. B. A. **Análise, seleção e implementação de procedimentos que visem manobras ótimas de satélites artificiais**. 220p. Dissertação de Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1989.

Prado, A. F. B. A.; Neto, A. R. **Um Estudo Bibliográfico Sobre o Problema de Transferências de Órbitas**. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, 15(1):65-78, 1993.

Press, W. H.; Flannery, B. P.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T. **Numerical Recipes**. Cambridge University Press, New York, 1989.

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. Estimação adaptativa do ruído no estado para o filtro de Kalman. In: Quarto Congresso Brasileiro de Automática (CBA). 1982. **Anais...** v. 1, p. 101-105.

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. Estimação adaptativa e em tempo real de órbitas de satélites artificiais a baixa altitude. In: Sexto Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM). 1981. **Anais...** v. B, p. 405-414.

Rios Neto, A.; Lopes, R. V. F.; Paiva, R. N. Estimação adaptativa da atitude de satélites artificiais via filtro de Kalman com compensação do modelo dinâmico. 1982. **Anais...** Quarto Congresso Brasileiro de Automática.

Rios Neto, A.; Paiva, R. N. An adaptive satellite orbit estimation scheme using an analytical approach and a dynamical model compensation technique. In: Ferraz-Mello, S.; Nacozy, P. E. (ed). **The motion of planets and natural and artificial satellites**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Instituto Astronômico e Geofísico, 1983.

Roth, H. L. Minimization of the velocity increment for a bi-elliptic transfer with plane change. **Astronautical Acta**: 13(2), 119-130, Maio-Abr, 1967.

Silva, A. A. **Determinação de Órbitas com o GPS através de Mínimos Quadrados Recursivo com Rotações de Givens**. 2001. 103p. Dissertação (Mestrado em Física - Faculdade de Engenharia), Guaratinguetá, 2001.

Silva, A. A.; Vilhena de Moraes, R.; Kuga, H. K Orbit Determination Using GPS and Improved Recursive Least Squares Method. In: 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Uberlândia, Brazil, 2001, **COBEM Proceedings...** Aerospace Engineering, v. 6, p. 440-445.

Silva, A. A.; Vilhena de Moraes, R.; Kuga, H. K Orbit determination with GPS using recursive least squares method with givens rotations. In: Winter, O. C.; Prado, A. F. B. A. (ed.) **Advances in Space Dynamics 3**: applications in astronautics. São José dos Campos: INPE, 2002. p.122-131.

Silva, A. A.; Kuga, H. K.; Moraes, R.V. Simple orbit determination using gps based on a least squares algorithm employing sequential givens rotations. **Mathematical Problems in Engineering**. Volume 2007 (2007), Article ID 49781.

Soyka, M.T.; Davis, M.A. Estimation of periodic accelerations to improve orbit ephemeris accuracy. *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 108, part II, 2001, pp. 1123-1140.

Stewart, D. J.; Melton, R. G. Approximate analytic representations for low-thrust trajectories. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 76, n. 2, p. 1455-1467, 1991.

Thorne, J. D.; Hall, C. D. Minimum-time continuous-thrust orbit transfers. **The Journal of the Astronautical Sciences**, v. 45, n. 4, p. 411-432, Oct – Dec, 1997.

Tsien, H. S. Take-off from satellite orbit. **Journal of the American Rocket Society:** 23(4), 233-236, Jul-ago, 1953.

Vadali, S. R.; Nah, R.; Braden, E.; Johnson Jr, I. L. Fuel-optimal planar interplanetary trajectories using low-thrust exhaust-modulated propulsion. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 102 (I), p. 431-448, 1999.

Walter, H. G. **Conversion of osculating orbital elements into mean elements.** The Astronomical Journal, Volume 72, N.8, October, 1967.

Wells, D. **Guide to GPS Positioning.** Canada. Canadian GPS Associates, Fredericton, N.B., 1986.

Whiffen, G. J.; Sims, J. A. Application of a novel optimal control algorithm to low-thrust trajectory optimization. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 108 (II), p. 1525-1540, 2001.

Wnuk, E. **Relation between osculating and mean orbital elements in the case of the second order theory.** AAS 99-448, 1999.

Wnuk, E. **Second order perturbations due to the gravity potential of a planet.** From Newton to Chaos, Ed. A. E. Roy; B. A. Steves, Plenum Press, New York, pp.259-267, 1995.

Wnuk, E. **Tesseral harmonic perturbations for high order and degree harmonics.** Celestial Mechanics, Vol. 44, pp. 179-191, 1988.

Yoon, J. C.; Lee, B. S.; Choi, K. H. **Spacecraft orbit determination using GPS navigation solutions** Aerospace Science and Technology 4, 2000. p.215-221, Editions scientifiques et medicales Elsevier SAS.

Zhang, Z.; Yang, X. A new method to determine low Earth orbit using GPS. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 84, n. 1, p. 359-365, 1993.

A APÊNDICE A – DETALHAMENTO DO *GEODYN*

Esquema para Executar o Programa *GEODYN*:

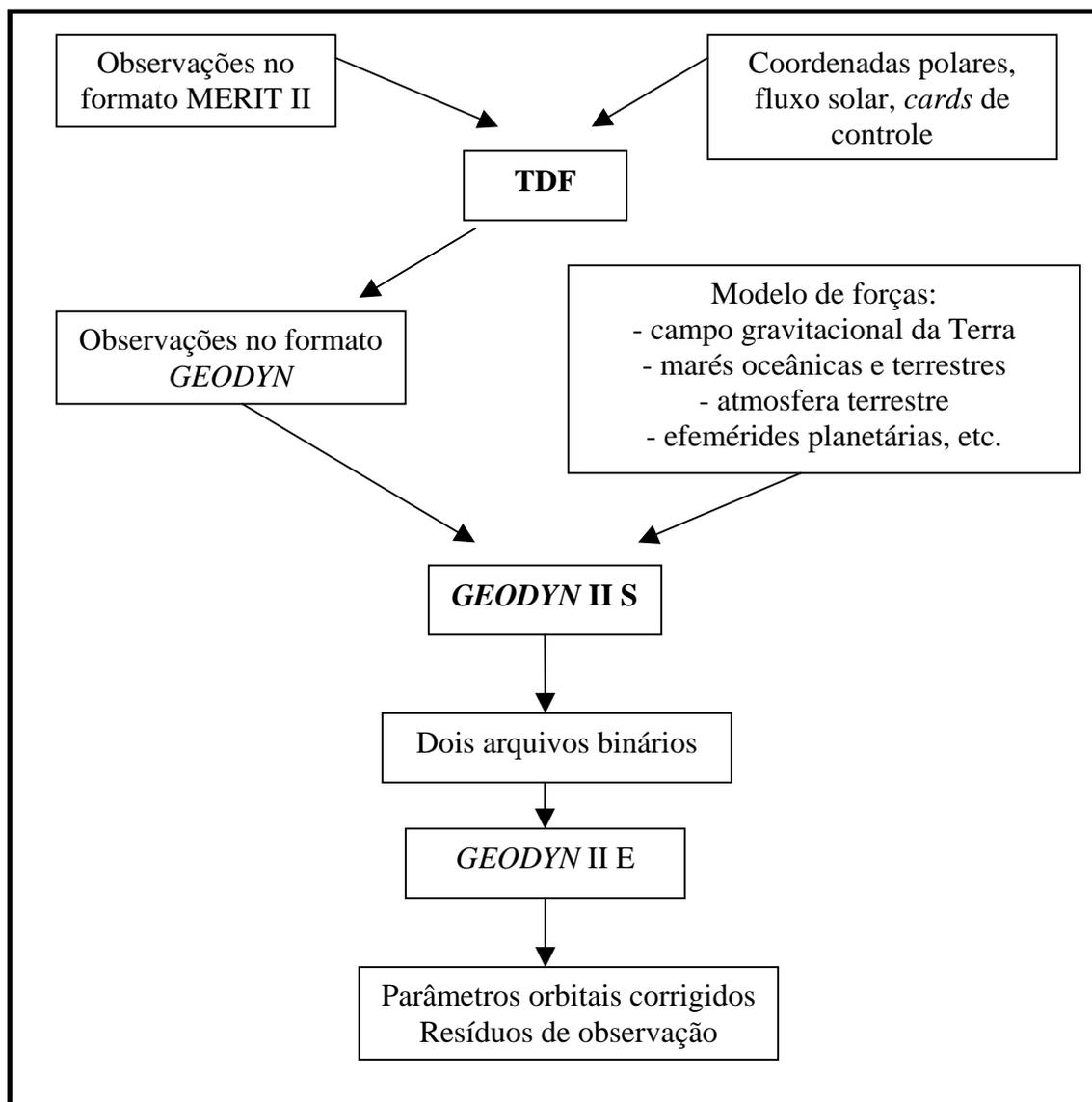


Figura A.1 - Esquema de execução do *GEODYN*.

TDF – esta é a primeira parte do *GEODYN II*. TDF comprime e obtém as observações necessárias para os cálculos (Cieslak, 2003). Os dados de observações (observações laser) são convertidos do formato MERIT II para um formato binário do *GEODYN*. Para executar a parte TDF são necessários os seguintes arquivos:

- Arquivo com coordenadas polares e parâmetros de coeficientes descrevendo o fluxo solar e atividade geomagnética;
- Arquivo com *cards* de entrada, que fornecem os arquivos de observações, dados iniciais e finais das observações

Depois de executar a parte TDF, é obtido um arquivo binário com observações, que é um dos muitos arquivos de entrada necessários para executar a parte *GEODYN II S*.

GEODYN II S – para esta parte são necessários:

- Arquivo com *cards* que incluem instruções para as partes *GEODYN II E* e *GEODYN II S*;
- Arquivo binário com observações da parte TDF;
- Arquivo com coeficientes geomagnéticos, parâmetros solares e coordenadas polares;
- Arquivo com efemérides planetárias do JPL;
- Arquivo com modelo de forças, incluindo campo gravitacional terrestre, atmosférico, marés oceânicas e terrestres, etc;
- Arquivo com coordenadas de posição e velocidade.

O principal objetivo desta parte do programa é ler esses arquivos e interpretá-los de acordo com as instruções contidas nos *cards*. Com isso, *GEODYN II S* cria dois arquivos binários que são usados na parte *GEODYN II E*.

Nesta parte, os *cards* são arquivos de entrada extremamente importantes. Os *cards* definem, por exemplo, quais forças devem ser incluídas nos cálculos, como esses cálculos devem ser feitos e quais parâmetros devem ser obtidos.

Os *cards* são divididos em duas principais categorias: os *cards* globais e os *cards* de arcos.

Cards globais: aqui são estabelecidas informações globais que são comuns para todos os processos ligados ao satélite. Estes *cards* podem ser divididos em 4 grupos.

O primeiro grupo engloba três *cards* que são usados para iniciar o processo dos cálculos. O segundo grupo define parâmetros que são comuns para cada arco observacional. Estes *cards* descrevem o modelo gravitacional, marés terrestres e oceânicas e efemérides planetárias. Eles são também responsáveis para se estabelecer opções para os cálculos dos parâmetros mencionados. Neste grupo também são dados modelos que são usados em correções, como refração troposférica, centro de massa do satélite e precisão da posição da antena. O terceiro grupo de *cards* descreve as coordenadas geocêntricas das estações. Finalmente, o quarto grupo é usado para fechar o bloco dos *cards* globais.

Cards de arcos: aqui é incluído o que se chama de informações de arcos, que são apropriadas para o satélite utilizado. Eles descrevem parâmetros de forças perturbativas e observações. Estes *cards* também são divididos em quatro grupos.

De modo similar aos *cards* globais, o primeiro grupo é usado para abrir esta parte do processo. O segundo grupo fornece o total de iterações globais e internas e a época. Aqui também são fornecidos os parâmetros iniciais da órbita do satélite, a época para os cálculos, massa e seção transversal do satélite, coeficientes de atmosfera, acelerações empíricas, coeficientes de radiação solar, tempo de intervalo de predição de órbita, etc. No terceiro grupo há *cards* que permitem escolher observações de determinados arcos e remover dados com erros. O último grupo é usado para fechar a seção de arcos.

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programa de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. São aceitos tanto programas fonte quanto executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.

Ao término da execução do *GEODYN II S*, obtém-se dois arquivos binários com informações que serão necessárias para se executar à última parte, o *GEODYN II E*.

GEODYN II E – Esta é a principal parte de cálculos e o método utilizado pelo *GEODYN* para previsão de órbita é o método de Cowell, que é uma integração numérica direta das equações de movimento do satélite em coordenadas retangulares. As condições iniciais para essas equações diferenciais são a posição e a velocidade em um dado instante de tempo. No caso de se usar dados de observação reais, esta parte do programa fornece não somente posição e velocidade do satélite em coordenadas castesianas e elementos keplerianos, mas também a diferença residual entre as coordenadas calculadas e as observações reais. Depois de executar o *GEODYN II E*, também são obtidas conclusões de todo o processo de cálculos para cada arco, como por exemplo:

- Coordenadas do satélite antes e depois de cada iteração e seus desvios padrões;
- Elementos keplerianos da órbita do satélite antes e depois de cada iteração;
- Número total de iterações e dados individuais de cada uma;
- A raiz média quadrática ponderada global para cada tipo de observação;
- Coordenadas retangulares e geodésicas das estações e outras informações.

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programa de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. São aceitos tanto programas fonte quanto executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)