

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

# Fluxo de Potência em Redes de Distribuição de Energia Elétrica Considerando Incertezas

Luis Alfonso Gallego Pareja

Tese de doutorado

Ilha Solteira – SP, Junho de 2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# Fluxo de Potência em Redes de Distribuição de Energia Elétrica Considerando Incertezas

Luis Alfonso Gallego Pareja

Antonio Padilha Feltrin  
Orientador

Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da UNESP, como parte dos requisitos para a obtenção do título *de Doutor em Engenharia Elétrica*.  
Área de concentração: Automação.

Ilha Solteira – SP, Junho de 2009

## FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

G166f Gallego Pareja, Luis Alfonso.  
Fluxo de potência em redes de distribuição de energia elétrica considerando incertezas / Luis Alfonso Gallego Pareja. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2009  
156 f. : il., color.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de concentração: Automação, 2009

Orientador: Antonio Padilha Feltrin  
Bibliografia: p. 132-136

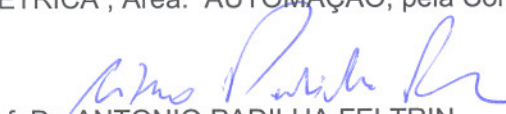
1. Fluxo de potência probabilístico. 2. Método de Monte Carlo. 3. Sistemas de energia elétrica-Distribuição. 4. Incerteza.

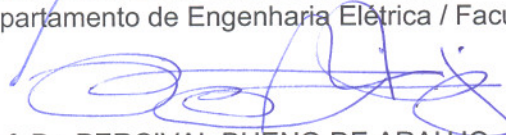
**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO:** Fluxo de Potência em Redes de Distribuição de Energia Elétrica Considerando Incertezas

**AUTOR:** LUIS ALFONSO GALLEGO PAREJA  
**ORIENTADOR:** Prof. Dr. ANTONIO PADILHA FELTRIN

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR em ENGENHARIA ELÉTRICA , Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. ANTONIO PADILHA FELTRIN  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dr. PERCIVAL BUENO DE ARAUJO  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dra. ANNA DIVA PLASENCIA LOTUFO  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dr. JOSÉ MANUEL ARROYO SÁNCHEZ  
Departamento de Ingeniería Eléctrica / Universidad Castilla - La Mancha - Ciudad Real - Espanha

  
Prof. Dr. PAULO AUGUSTO NEPOMUCENO GARCIA  
Departamento de Circuitos Elétricos / Universidade Federal de Juiz de Fora - Juiz de Fora

Data da realização: 25 de junho de 2009.

## Agradecimentos

A Deus por permitir-me dar um passo mais em minha vida profissional;

A meus pais Maria Del Carmen e Luis Alfonso, e meus irmãos Lina Sorany e Cesar Augusto, pelo amor incondicional, carinho, paciência que me há brindado em todo momento de minha vida;

A minha esposa por haver aparecido no momento certo e na hora certa, e por todo esse amor, carinho e ternura que me brinda todos os dias;

Ao professor Antonio Padilha Feltrin, pela dedicação, paciência, confiança e amizade durante a orientação deste trabalho;

Aos professores José Roberto Sanches Mantovani, Rubén Augusto Romero Lázaro, Sérgio Azevedo de Oliveira, pelas sugestões e pela amizade durante a realização deste trabalho.

Aos meus companheiros do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LaPSEE, pelas sugestões, pelo apoio e pelo convívio;

Aos meus amigos, em especial à Lina Paola Garces e Juan Carlos Galvis, pelos momentos bons e ruins que passamos juntos nesta ilha da fantasia;

A senhora Lucila Romero por ser como uma segunda mãe, neste período de minha vida;

A CAPES e Fundação de Ensino, Pesquisa e Extensão de Ilha Solteira FEPISA, pelo apoio financeiro;

## Resumo

Nesta tese é proposta e avaliada uma metodologia alternativa para o cálculo do fluxo de potência quando são consideradas incertezas no sistema de distribuição de energia elétrica. Especificamente é considerada incerteza na demanda dos usuários de baixa tensão, assim como também nas fases em que os usuários estão ligados no sistema. A demanda das unidades consumidoras é modelada através das funções de distribuição de probabilidades. A metodologia proposta vale-se das curvas de carga diárias típicas que foram estimadas através das curvas de carga medidas em uma campanha de medição. O fluxo de potência proposto emprega o método de simulação de Monte Carlo para gerar múltiplos cenários de demanda do sistema de distribuição. O método de fluxo de potência determinístico empregado é o denominado algoritmo *Backward-Forward Sweep*.

Neste trabalho também é realizado um estudo estatístico para determinar quais distribuições de probabilidade podem representar os dados das curvas de carga diárias obtidas na campanha de medições. Muitos trabalhos apresentados no âmbito acadêmico empregam a priori a função de distribuição de probabilidade normal para realizar os diversos estudos, isto pode levar a conclusões inadequadas. Também é realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos pelo fluxo de potência probabilístico, quando são utilizadas duas funções de distribuição de probabilidade diferentes para estimar as curvas de carga diárias (a função de distribuição de probabilidade que ficou no primeiro lugar na análise estatística e a função normal).

São apresentados resultados comparativos para diferentes distribuições de probabilidade, quando é considerada incerteza somente na demanda e quando é considerada conjuntamente incertezas na demanda e na conexão das fases.

Palavras Chaves: Fluxo de potência probabilístico, simulação de Monte Carlo, sistemas de distribuição de energia elétrica, incerteza.

# Abstract

In this thesis an alternative methodology to calculate the power flow considering uncertainty in the electrical distribution system is proposed and validated. Specifically, uncertainty is considered in the demand of the low voltage consumers, as well as the phases in which the users are connected to the system. The demand of the consumer units is modeled by means of probability distribution functions. The proposed methodology uses the daily load curves that were estimated by means of the load curves measured in measuring campaign. The proposed power flow uses the Monte Carlo simulation method to generate multiple demand scenarios of the distribution system. The deterministic power flow method implemented is the so called *Backward-Forward Sweep* algorithm.

In this work it is also implemented a statistical study to determine which distribution functions can represent the data of the daily load curves obtained in the measuring campaign. Many research works found in the academic ambit use a priori the normal distribution function to perform diverse studies; this can lead to wrong conclusions. This thesis also presents a comparative analysis between the results obtained by the probabilistic power flow, when two different probability distribution functions are used to estimate the daily load curves (the probability distribution function that was first in the statistical analysis and the normal function).

Comparative results are shown for different distribution functions considering uncertainty only in the demand, and considering uncertainty in the demand and the connection of the phases.

Keyword: Probabilistic power flow, Monte Carlo simulation, power de distribution system power, uncertainty.



## Lista de Figuras

Figura 2.1: Função de densidade acumulada.....	33
Figura 2.2: Função de densidade de probabilidade. ....	35
Figura 2.3: Procedimento para determinar qual função de distribuição de probabilidade representa melhor os dados de uma medição. ....	38
Figura 2.4: Energia consumida por 49 usuários residenciais para a subclasse acima de 80 até 220 kWh/mensal. ....	45
Figura 2.5: Diagrama de transições. ....	47
Figura 2.6: Diagrama de dispersão. ....	48
Figura 3.1: Sistema de distribuição simples. ....	51
Figura 3.2: Curvas de carga diárias medidas para os usuários residenciais. ....	53
Figura 3.3: Curvas representativas para os usuários residenciais para os dias úteis. ....	55
Figura 3.4: Curvas representativas para os usuários residenciais para sábados. ....	55
Figura 3.5: Curvas representativas para os usuários da classe residenciais para domingos. ....	56
Figura 3.6: Curvas representativas em p.u para os usuários residenciais para os dias úteis.....	56
Figura 3.7: Curvas representativas em p.u para os usuários residenciais para sábados. ....	57
Figura 3.8: Curvas representativas em p.u para os usuários residenciais para domingos. ....	57

Figura 3.9: Curvas de representativas para um usuário de 385 kWh/mês para os dias úteis.....	58
Figura 3.10: Curvaa de carga para um usuário de 385 kWh/mês para sábados. ....	58
Figura 3.11: Curvaa de carga para um usuário de 385 kWh/mês para domingos. ....	59
Figura 3.12: Curvas de carga diárias para um transformador de 75 kVA para os dias úteis.....	59
Figura 3.13: Curvas de carga diárias para um transformador de 75 kVA para sábados. ....	60
Figura 3.14: Curvas de carga diárias para um transformador de 75 kVA para domingos. ....	60
Figura 5.1: Potencia ativa e reativa medida no inicio do alimentador para a fase A. ....	78
Figura 5.2: Potencia ativa e reativa medida no inicio do alimentador para a fase B.....	78
Figura 5.3: Potencia ativa e reativa medida no inicio do alimentador para a fase C.....	79
Figura 5.4: Carregamento da fase A empregando a função lognormal. ....	85
Figura 5.5: Carregamento da fase B empregando a função lognormal. ....	85
Figura 5.6: Carregamento da fase C empregando a função lognormal. ....	86
Figura 5.7: Funções de densidade de probabilidade lognormal. ....	86
Figura 5.8: Funções de distribuição de probabilidade lognormal. ....	87
Figura 5.9: Tensões esperadas obtidas pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA. ....	91
Figura 5.10: Carregamentos esperados obtidos pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA. ....	91
Figura 5.11: Carregamento da fase A empregando a função normal. ....	94
Figura 5.12: Carregamento da fase B empregando a função normal. ....	94

Figura 5.13: Carregamento da fase C empregando a função normal. ....	95
Figura 5.14: Tensões esperadas obtidas pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA. ....	98
Figura 5.15: Carregamentos esperados obtidos pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA. ....	98
Figura 5.16: Comparação dos carregamentos esperados e o carregamento medido para a fase A. ....	99
Figura 5.17: Comparação dos carregamentos esperados e o carregamento medido para a fase B. ....	100
Figura 5.18: Comparação dos carregamentos esperados e o carregamento medido para a fase C. ....	100
Figura 5.19: Comparação das tensões esperadas nas fases. ....	102
Figura 5.20: Comparação entre os desvios padrões obtidos pelo algoritmo para a fase A. ....	103
Figura 5.21: Comparação entre os desvios padrões obtidos pelo algoritmo para a fase B. ....	103
Figura 5.22: Comparação entre os desvios padrões obtido pelos algoritmo para a fase C. ....	104
Figura 5.23: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase A. ....	107
Figura 5.24: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase B. ....	107
Figura 5.25: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase C. ....	108
Figura 5.26: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase A. ....	112

Figura 5.27: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase B. ....	112
Figura 5.28: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase C. ....	113
Figura 5.29: Comparação entre os carregamentos medidos na subestação e os carregamentos esperados obtidos pelos fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários. ....	113
Figura 5.30: Iterações que devem ser rodadas para encontrar a solução do fluxo de potência considerando incertezas para diferentes níveis de desequilíbrios do sistema. ....	117
Figura 5.31: Solução do fluxo de potência considerando incertezas e distribuindo a demanda segundo a formulação proposta, para a fase A. ....	120
Figura 5.32: Solução do fluxo de potência considerando incertezas e distribuindo a demanda segundo a formulação proposta, para a fase B. ....	120
Figura 5.33: Solução do fluxo de potência considerando incertezas e distribuindo a demanda segundo a formulação proposta, para a fase C. ....	121
Figura 5.34: Função de distribuição normal da tensão na hora 4. ....	125
Figura 5.35: Função de distribuição normal da tensão na hora 18. ....	126
Figura 5.36: Probabilidade de subtensão da rede na fase A, para hora 4 da curva de carga. ....	127
Figura 5.37: Probabilidade de subtensão da rede na fase A, para hora 10 da curva de carga. ....	127
Figura 5.38: Probabilidade de subtensão da rede na fase A, para hora 18 da curva de carga. ....	128
Figura A. 1: Sistema de distribuição teste. ....	138

Figura A. 2: Curva de carga para o usuário 2 do transformador 1 que tem um consumo mensal de energia de 141 kWh/mês, .....	150
Figura A. 3 : Solução do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para a fase A do sistema reduzido.....	152
Figura A. 4 : Solução do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para a fase B do sistema reduzido.....	152
Figura A. 5 : Solução do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para a fase C do sistema reduzido.....	153

## Lista de Tabelas

Tabela 1.1: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou superior a 230 kV. ....	21
Tabela 1.2: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou superior a 69 kV e inferior a 230 kV. ....	21
Tabela 1.3: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou superior a 1 kV e inferior a 69 kV. ....	22
Tabela 1.4: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (220/127). 22	
Tabela 1.5: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (380/220). 22	
Tabela 1.6: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (254/127). 22	
Tabela 1.7: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (440/220). 23	
Tabela 1.8: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (208/120). 23	
Tabela 1.9: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (230/115). 23	
Tabela 1.10: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (240/120). .....	23
Tabela 1.11: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (220/110). .....	24
Tabela 2.1: Energia consumida por 49 usuários residenciais para a subclasse acima de 80 até 220 kWh/mensal. ....	45
Tabela 2.2: Parâmetros das distribuições propostas. ....	48
Tabela 2.3: Resultado da análise estatística para os dados em estudo. ....	49

Tabela 5.1: Número de usuários medidos por classe.....	71
Tabela 5.2: Resultados da análise estatística para os usuários residenciais para dias úteis. .....	72
Tabela 5.3: Resultados da análise estatística para os usuários residenciais para sábados. .....	72
Tabela 5.4: Resultados da análise estatística para os usuários residenciais para domingos. ....	72
Tabela 5.5: Resultados da análise estatística para os usuários comerciais para dias úteis. .....	73
Tabela 5.6: Resultados da análise estatística para os usuários comerciais para sábados. .....	73
Tabela 5.7: Resultados da análise estatística para os usuários comerciais para domingos. .....	73
Tabela 5.8: Resultados da análise estatística para os usuários industriais para dias úteis. .....	74
Tabela 5.9: Resultados da análise estatística para os usuários industriais para sábados.	74
Tabela 5.10: Resultados da análise estatística para os usuários industriais para domingos. ....	74
Tabela 5.11: Resultados da análise estatística para os usuários rurais para dias úteis. ...	75
Tabela 5.12: Resultados da análise estatística para os usuários rurais para sábados.....	75
Tabela 5.13: Resultados da análise estatística para os usuários rurais para domingos. .	75
Tabela 5.14: Resultado final da análise estatística para os dias úteis.....	76
Tabela 5.15: Resultado final da análise estatística para sábados.....	76
Tabela 5.16: Resultado final da análise estatística para domingos.....	77

Tabela 5.17: Transformadores instalados do alimentador.....	79
Tabela 5.18: Bancos de capacitores ligados no alimentador. ....	79
Tabela 5.19: Fator de potência medido ao início do alimentador. ....	80
Tabela 5.20: Fator de potência ao início do alimentador sem considerar a potência injetada pelos bancos de capacitores. ....	81
Tabela 5.21: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição lognormal. ....	84
Tabela 5.22: Usuários da classe residencial para o transformador de 75 KVA. ....	87
Tabela 5.23: Usuários da classe Industrial para o transformador de 75 KVA. ....	88
Tabela 5.24: Usuários da classe comercial para o transformador de 75 KVA.....	88
Tabela 5.25: Tensões obtidas pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição lognormal para um transformador de 75 kVA.....	89
Tabela 5.26: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição lognormal para um transformador de 75 kVA.....	90
Tabela 5.27: Resultados do fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição normal.....	93
Tabela 5.28: Tensões obtidas pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição normal para um transformador de 75 kVA. ....	96
Tabela 5.29: Carregamentos em kW obtidos pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição normal para um transformador de 75 kVA.....	97
Tabela 5.30: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas.....	101
Tabela 5.31: Porcentagem das cargas pelas fases.....	105
Tabela 5.32: Carregamento em kW obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários.....	106



Tabela 5.33: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas.....	109
Tabela 5.34: Resultados do carregamento pelas fases com 10 sorteios de U1 e U2, em p.u.....	109
Tabela 5.35: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários.....	111
Tabela 5.36: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas.....	114
Tabela 5.37: Iterações que devem ser rodadas para encontrar a solução do fluxo de potência considerando incertezas para diferentes níveis de desequilíbrio do sistema.	116
Tabela 5.38: Carregamentos medidos na subestação com um desequilíbrio de 13%. .	118
Tabela 5.39: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários.....	119
Tabela 5.40: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas para desequilíbrio de 13 % do sistema.....	122
Tabela 5.41: Risco que as tensões não estejam nas faixas preestabelecidas.....	125
Tabela A. 1: Comprimento dos ramos do sistema reduzido.....	138
Tabela A. 2: Impedâncias dos ramos do sistema reduzido.....	138
Tabela A. 3: Capacitores do sistema de distribuição.....	139
Tabela A. 4: Potência ativa e fator de potência medidos na subestação do sistema. ...	139
Tabela A. 5: Potencia ativa na barra 1.....	140
Tabela A. 6: Valores médios e desvio padrões do transformador 1 para as fases A, B, e C.....	141

Tabela A. 7: Usuários ligados ao transformador 1.....	142
Tabela A. 8: Valores médios e desvio padrões do transformador 2 para as fases A, B, e C.....	143
Tabela A. 9: Usuários ligados ao transformador 2.....	144
Tabela A. 10: Usuários ligados ao transformador 2.....	145
Tabela A. 11: Valores representativos de carga em p.u. para os usuários da classe residencial.....	146
Tabela A. 12: Valores representativos de carga em p.u. para para os usuários da classe residencial.....	147
Tabela A. 13: Valores representativos de carga em p.u. para os usuários da classe comercial.....	148
Tabela A. 14: Valores representativos de carga em p.u. para os usuários da classe industrial.....	149
Tabela A. 15: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda para o sistema de distribuição reduzido.....	151

# Sumário

Folha de rosto	ii
Ficha catalográfica	iii
Certificado de aprovação	iv
Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Lista de figuras	viii
Lista de tabelas	xi
1. Introdução .....	16
1.1 Introdução .....	16
1.2 Motivação.....	18
1.3 Uma breve revisão bibliográfica.....	24
1.4 Estrutura do trabalho.....	30
2. Estatística e probabilidade .....	31
2.1 Introdução .....	31
2.2 Valor médio.....	31
2.3 Desvio padrão .....	32
2.4 Probabilidade de um evento ocorrer .....	32

2.5	Função de distribuição de probabilidade.....	33
2.6	Função de densidade de probabilidade.....	34
2.7	Distribuição normal.....	36
2.8	Distribuição lognormal .....	37
2.9	Procedimento para determinar quais funções distribuição de probabilidade que podem representar os dados de uma medição .....	37
2.10	Exemplo de aplicação do procedimento de ajuste a curvas de carga diárias de potência ativa .....	44
3.	Estimação das cargas em redes de distribuição de energia elétrica .....	50
3.1	Introdução .....	50
3.2	Sistemas de distribuição.....	50
3.3	Consumidores de energia.....	51
3.4	Campanha de medições para obtenção das curvas de carga .....	52
4.	Fluxo de potência considerando incertezas.....	62
4.1	Introdução .....	62
4.2	Algoritmo de fluxo de potência determinístico .....	63
4.3	Simulação de Monte Carlo.....	63
4.3.1	Critério de parada de uma simulação de Monte Carlo .....	64
4.4	Modelagem probabilística da demanda.....	65
4.4.1	Distribuição normal.....	65
4.4.2	Distribuição lognormal.....	66
4.5	Modelagem probabilística da conexão dos usuários ao sistema de distribuição..	66
4.6	Algoritmo de fluxo de potência probabilístico.....	67

5.	Resultados com um sistema real .....	69
5.1	Introdução .....	69
5.2	Análise estatística das curvas de carga diárias de potência ativa .....	69
5.3	Sistema de distribuição trifásico real. ....	77
5.4	Resultados do fluxo de potência considerando incerteza na demanda do sistema de distribuição. ....	82
5.5	Comparação entre uso da distribuição lognormal e normal .....	99
5.6	Consideração da incerteza na demanda e na conexão dos usuários do sistema de distribuição .....	104
5.7	Análise de risco da solução do fluxo de potência considerando incertezas .....	123
6.	Conclusões .....	129
7.	Referências .....	132
	Apêndice A – Sistema de distribuição teste .....	137
	A.1 Resultados do fluxo de potência considerando incertezas para o sistema de distribuição teste. ....	150
	Apêndice B – Tabela da função de distribuição de probabilidade normal .....	154

# Capítulo 1

## Introdução

### ***1.1 Introdução***

Por décadas o fluxo de potência tem sido uma ferramenta fundamental para os engenheiros no planejamento e na operação de sistemas elétricos (WANG; ALVARADO, 1992, MONTICELLI; GARCIA, 2004). Na atualidade existem muitos algoritmos para solucionar o problema e cada um deles apresenta características diferentes, entre elas se encontram: modelagem matemática, critérios de convergência, desempenhos diferentes, etc.

Entre os principais métodos para solucionar o problema do fluxo em sistemas elétricos de potência se encontram o Newton-Rapson, Gauss, Gauss-Seidel, desacoplado, desacoplado rápido, e método linearizado (GRAINGER; STEVENSON, 1996, MONTICELLI; GARCIA, 2004). Em sistemas de distribuição devido aos fatos de radialidade, alta relação R/X e o comprimento muito variável das linhas dos sistemas, os métodos de solução de fluxo de potência empregados em sistemas de transmissão podem se tornar inadequados. Nas últimas décadas, diferentes procedimentos para o cálculo do fluxo de potência nos sistemas de distribuição têm sido propostos (SHIRMOHAMMADI et al., 1988, CESPEDES, 1990, CHEN et al., 1990, LUO; SEMLYEN, 1990, CHEN et al., 1991, DIMITROVSKI et al., 1994, CHENG; SHIRMOHAMMADI, 1995, GARCIA et al., 2000, CIRIC et al., 2003, RIBEIRO et al., 2008). O método *Backward/Forward Sweep* (CHENG; SHIRMOHAMMADI,

1995) e o método de Newton por injeção de correntes (GARCIA et al., 2000) estão entre os mais destacados para aplicação em sistemas de distribuição de grande porte.

Por meio da solução do fluxo de potência determinístico se obtém as condições em regime permanente do sistema elétrico tais como as tensões em todas as barras, fluxos de potência ativa e reativa nas linhas, perdas de potência ativa e reativa nas linhas e transformadores, em função da topologia e dos níveis de demanda e geração atuais (GALLEGO; PADILHA-FELTRIN, 2008).

Tradicionalmente métodos de solução do fluxo de potência são denominados métodos determinísticos, devido principalmente ao fato de que as variáveis de controle são modeladas de forma determinística (só admitem valores fixos de demanda e dos parâmetros elétricos dos componentes), e não permitem serem variadas durante o processo de cálculo e qualquer variação destas grandezas leva a calcular uma nova solução do fluxo de potência (BORKOWSKA, 1974). Nos sistemas elétricos reais os dados de entrada tais como a demanda e parâmetros elétricos dos elementos empregados para o cálculo do fluxo de potência estão sujeitos a erros, comumente esta palavra é trocada por *incerteza*, o que significa o grau de precisão que se tem dos valores atuais com respeito aos valores reais das variáveis de interesse (BORKOWSKA, 1974, WANG; ALVARADO, 1992). A incerteza em um sistema elétrico pode ocorrer devido a:

1. Erro nas medidas, cálculo ou prognóstico dos valores de demanda futura nas barras de carga do sistema de potência;
2. Incerteza na distribuição das cargas pelas fases;
3. Erros nos cálculos ou medições dos parâmetros dos componentes do sistema.

A demanda de um consumidor individual ou de um grupo de consumidores presentes num sistema de distribuição está constantemente alterando-se, o que leva as concessionárias de energia elétrica a buscar por ferramentas de prognóstico de carga eficientes. A demanda futura do sistema de distribuição é um fenômeno que depende de variáveis econômicas, climáticas, demográficas, políticas e sociais e não é possível determinar de forma exata qual será seu valor futuro. Ela pode ser especificada em termos de uma faixa de valores junto com uma probabilidade associada. Além disso, a

geração disponível e a configuração exata das redes de distribuição não podem ser determinadas com exatidão, e também requerem um manejo probabilístico (GALLEGO; PADILHA-FELTRIN, 2008).

Devido à incerteza da demanda futura e nos parâmetros que compõem o sistema de distribuição, se torna indispensável introduzir este fenômeno de aleatoriedade no fluxo de potência para as análises dos sistemas de distribuição de energia elétrica. Desta forma pretende-se desenvolver uma ferramenta de cálculo do fluxo de potência probabilístico a partir do conhecimento das curvas de carga diárias dos consumidores de baixa e média tensão. Isto permitirá uma abordagem mais realista por considerar o fator de aleatoriedade típico das cargas presentes no sistema de distribuição. A aplicação do modelo em redes de baixa tensão possibilita o gerenciamento de redes de distribuição com critérios baseados na abordagem probabilística.

## **1.2 Motivação**

Os sistemas de distribuição de energia elétrica estão passando por profundas mudanças devido principalmente às políticas de melhoramento da qualidade e confiabilidade da energia fornecida aos usuários finais. Entre estas políticas se encontra melhoramento do nível da tensão, diminuição das perdas, correção do fator de potência, diminuição das horas de interrupção do serviço, etc.

No Brasil a situação atual é exatamente esta, sendo que o órgão regulador a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) estabeleceu recentemente no PRODIST (Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional) os requerimentos necessários para que os sistemas operem com segurança, eficiência, qualidade e confiabilidade (ANEEL-PRODIST, 2008).

Os Procedimentos de Distribuição são um conjunto de regras com vistas a subsidiar os agentes e consumidores do sistema elétrico nacional na identificação e classificação de suas necessidades para o acesso ao sistema de distribuição, disciplinando formas, condições, responsabilidades e penalidades relativas à conexão, planejamento da expansão, operação e medição da energia elétrica, sistematizando a



troca de informações entre as partes, além de estabelecer critérios e indicadores de qualidade (ANEEL-PRODIST, 2008).

A seguir é apresentado um pequeno resumo com o fim de ilustrar o que a ANEEL estabeleceu no PRODIST para as unidades consumidoras de baixa tensão do sistema de distribuição.

Segundo o disposto no PRODIST as distribuidoras de energia devem caracterizar a carga de suas unidades consumidoras e o carregamento de suas redes e transformadores, por meio de informações oriundas de campanhas de medição. Adicionalmente à campanha de medição, deve ser realizada, a cada dois ciclos de revisão tarifária periódica, uma pesquisa de posse de equipamentos e hábitos de consumo para as diversas classes de unidades consumidoras (ANEEL-PRODIST, 2008).

As unidades consumidoras do sistema conectadas em baixa tensão podem ser classificadas dependendo da atividade econômica desenvolvida em classes, como (ANEEL-PRODIST, 2008):

- a) Residencial;
- b) Rural;
- c) Comercial, serviços e outras atividades;
- d) Industrial;
- e) Iluminação Pública;
- f) Qualquer classe atendida a partir de sistema subterrâneo de distribuição.

Além da classificação das unidades consumidoras em classes, também podem ser classificadas em subclasses dependendo da energia mensal consumida. Sendo que para as unidades consumidoras residenciais a estratificação deve ser feita por faixa de consumo médio mensal dos últimos doze meses, como segue (ANEEL-PRODIST, 2008):

- a) Até 80 kWh;
- b) Acima de 80 kWh até LBR\* kWh;

- c) Acima de LBR\* kWh até 500 kWh;
- d) Acima de 500 kWh até 1.000 kWh;
- e) Acima de 1.000 kWh.

Em que LBR é o limite de consumo característico da unidade consumidora Residencial Baixa Renda autorizado para a distribuidora. Neste trabalho tomamos um o valor de LBR de 220 kWh.

Para as unidades consumidoras da classe rural a estratificação deve ser feita por faixa de consumo médio mensal dos últimos doze meses, como segue (ANEEL-PRODIST, 2008):

- a) Até 200 kWh;
- b) Acima de 200 até 500 kWh;
- c) Acima de 500 até 1.000 kWh;
- d) Acima de 1.000 até 5.000 kWh;
- e) Acima de 5.000 kWh.

Para as unidades consumidoras das classes comercial, serviços e outras atividades e da classe industrial, e para as unidades consumidoras com instalações conectadas ao sistema subterrâneo de distribuição, a estratificação deve ser feita por faixa de consumo médio mensal dos últimos doze meses, como segue (ANEEL-PRODIST, 2008):

- a) Até 500 kWh;
- b) Acima de 500 kWh até 1.000 kWh;
- c) Acima de 1.000 kWh até 5.000 kWh;
- d) Acima de 5.000 kWh até 10.000 kWh;
- e) Acima de 10.000 kWh.

No PRODIST também são estabelecidos os procedimentos relativos à qualidade da energia elétrica fornecida pelas distribuidoras aos consumidores. Um dos grandes objetivos é oferecer aos consumidores parâmetros para avaliação do serviço prestado pela distribuidora. Um dos aspectos considerados na qualidade da energia fornecida aos usuários em regime permanente ou transitório é a tensão de atendimento, que é classificada como: tensão adequada, precária e crítica para os diferentes níveis de tensão presentes nos sistemas de distribuição.

Nas tabelas 1.1 a 1.11 são apresentadas as faixas de classificação da tensão de atendimento (tensões em regime permanente) para as quais se consideram a tensão como adequada, precária e crítica para os diferentes níveis de tensão do sistema de distribuição (ANEEL-PRODIST, 2008). As unidades consumidoras atendidas com um nível de tensão superior a 69 kV são considerados consumidores de alta tensão, unidades consumidoras com tensão nominal superior a 1 kV e inferior a 69 kV são considerados unidades consumidoras de média tensão, e para unidades consumidoras atendidas com um nível de tensão inferior a 1 kV são considerados unidades consumidoras de baixa tensão.

**Tabela 1.1: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou superior a 230 kV.**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$0,95 TC \leq TL \leq 1,05 TC$
Precária	$0,93 TC \leq TL < 0,95 TC$ ou $1,05 TC < TL \leq 1,07 TC$
Crítica	$TL < 0,93 TC$ ou $TL > 1,07 TC$

**Tabela 1.2: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou superior a 69 kV e inferior a 230 kV.**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$0,95 TC \leq TL \leq 1,05 TC$
Precária	$0,90 TC \leq TL < 0,95 TC$ ou $1,05 TC < TL \leq 1,07 TC$
Crítica	$TL < 0,90 TC$ ou $TL > 1,07 TC$

**Tabela 1.3: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou superior a 1 kV e inferior a 69 kV.**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$0,93 TC \leq TL \leq 1,05 TC$
Precária	$0,90 TC \leq TL < 0,93 TC$
Crítica	$TL < 0,90 TC$ ou $TL > 1,05 TC$

**Tabela 1.4: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (220/127).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(201 \leq TL \leq 231) / (116 \leq TL \leq 133)$
Precária	$(189 \leq TL < 201$ ou $231 < TL \leq 233) /$ $(109 \leq TL < 116$ ou $133 < TL \leq 140)$
Crítica	$(TL < 189$ ou $TL > 233) /$ $(TL < 109$ ou $TL > 140)$

**Tabela 1.5: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (380/220).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(348 \leq TL \leq 396) / (201 \leq TL \leq 231)$
Precária	$(327 \leq TL < 348$ ou $396 < TL \leq 403) /$ $(189 \leq TL < 201$ ou $231 < TL \leq 233)$
Crítica	$(TL < 327$ ou $TL > 403) /$ $(TL < 189$ ou $TL > 232)$

**Tabela 1.6: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (254/127).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(232 \leq TL \leq 264) / (116 \leq TL \leq 132)$
Precária	$(220 \leq TL < 232$ ou $264 < TL \leq 269) /$ $(109 \leq TL < 116$ ou $132 < TL \leq 140)$
Crítica	$(TL < 220$ ou $TL > 269) /$ $(TL < 109$ ou $TL > 140)$

**Tabela 1.7: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (440/220).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(402 \leq TL \leq 458) / (201 \leq TL \leq 229)$
Precária	$(380 \leq TL < 402 \text{ ou } 458 < TL \leq 466) / (189 \leq TL < 201 \text{ ou } 229 < TL \leq 233)$
Crítica	$(TL < 380 \text{ ou } TL > 466) / (TL < 189 \text{ ou } TL > 233)$

**Tabela 1.8: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (208/120).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(196 \leq TL \leq 229) / (113 \leq TL \leq 132)$
Precária	$(189 \leq TL < 196 \text{ ou } 229 < TL \leq 233) / (109 \leq TL < 113 \text{ ou } 132 < TL \leq 135)$
Crítica	$(TL < 189 \text{ ou } TL > 233) / (TL < 109 \text{ ou } TL > 135)$

**Tabela 1.9: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (230/115).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(216 \leq TL \leq 241) / (108 \leq TL \leq 127)$
Precária	$(212 \leq TL < 216 \text{ ou } 241 < TL \leq 253) / (105 \leq TL < 108 \text{ ou } 127 < TL \leq 129)$
Crítica	$(TL < 212 \text{ ou } TL > 253) / (TL < 105 \text{ ou } TL > 129)$

**Tabela 1.10: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (240/120).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(216 \leq TL \leq 254) / (108 \leq TL \leq 127)$
Precária	$(212 \leq TL < 216 \text{ ou } 254 < TL \leq 260) / (109 \leq TL < 108 \text{ ou } 127 < TL \leq 130)$
Crítica	$(TL < 212 \text{ ou } TL > 260) / (TL < 106 \text{ ou } TL > 130)$

**Tabela 1.11: Pontos de conexão em tensão nominal igual ou inferior a 1 kV (220/110).**

Classificação da Tensão de Atendimento (TA).	Faixa de Variação de Tensão de Leitura (TL) em Relação à Tensão Controlada (TC)
Adequada	$(201 \leq TL \leq 229) / (101 \leq TL \leq 115)$
Precária	$(189 \leq TL < 201 \text{ ou } 229 < TL \leq 233) /$ $(95 \leq TL < 101 \text{ ou } 115 < TL \leq 117)$
Crítica	$(TL < 189 \text{ ou } TL > 233) /$ $(TL < 95 \text{ ou } TL > 117)$

Agora se torna indispensável que as concessionárias de energia elétrica possuam ferramentas eficientes para análises dos sistemas elétricos. Assim como também ferramentas estatísticas para determinar as probabilidades de ocorrência de eventos no sistema.

### 1.3 *Uma breve revisão bibliográfica*

Na literatura especializada existem várias metodologias nas quais se considera o fenômeno da incerteza dos sistemas elétricos de potência. As metodologias de fluxo de potência probabilístico podem ser divididas, em três grandes grupos:

1. Métodos de simulação;
2. Métodos analíticos;
3. Combinação de ambos.

O método de simulação mais conhecido é o denominado método de Monte Carlo. Este tem sido muito empregado para simular as incertezas dos componentes dos sistemas elétricos. Esta metodologia é tomada como referência para validar os resultados do fluxo de potência probabilístico quando são empregados os modelos analíticos. Todas as variáveis de interesse precisam ser representadas pelas funções de densidade de probabilidade. Uma vez tendo as funções de densidade de probabilidades, são gerados números aleatórios para encontrar todos os possíveis estados do sistema. Cada vez que se gera um estado é necessário rodar um fluxo de potência determinístico para determinar as condições em regime permanente.

Os primeiros algoritmos analíticos de fluxo de potência probabilísticos apareceram na década dos 70, sendo Borkowska (1974) a mais referenciada na literatura especializada. O algoritmo de fluxo de potência probabilístico proposto neste artigo emprega o modelo do fluxo de potência DC, considera as injeções de potência (demanda de potência ativa e reativa) nas barras de carga como variáveis aleatórias e encontra as funções de densidade de probabilidade dos fluxos de potência em todas as linhas do sistema, a metodologia é testada com um sistema de transmissão de 15 barras.

Um método para calcular os efeitos da propagação dos dados inexatos no cálculo do fluxo de potência é apresentado em Dopazo et al., (1975). Este método de mínimos quadrados é utilizado para calcular os efeitos da incerteza dos dados das variáveis de entrada (injeção de potência ativa e reativa nas barras de carga do sistema) sobre todas as variáveis da saída (perfis de tensão, ângulos, e fluxo de potência ativa e reativa nas linhas do sistema). Além disso, com o método podem-se obter o valor esperado e a variância da solução do fluxo de potência probabilístico.

Uma técnica de convolução discreta no domínio da frequência é empregada para obter a solução do fluxo de potência probabilístico (ALLAN et al., 1981). É empregado a transformada rápida de Fourier para linearizar as equações de fluxo de potência, isto melhora a precisão do método. São empregados os sistemas de transmissão de 14 e 32 barras para testar a metodologia, é realizada uma análise comparativa entre os resultados e tempos de execução obtidos pelo método proposto e pela simulação de Monte Carlo considerando 2000, 5000, 10000 e 20000 iterações. É considerado que as funções de densidade das variáveis de saída seguem uma distribuição normal.

Allan e Leite da Silva (1981) apresentam um algoritmo de fluxo de potência probabilístico que toma as equações não lineares do sistema e realiza uma multilinearização destas equações. Através da aplicação do algoritmo proposto se determinam as distribuições de probabilidade das variáveis de saída que são consideradas normalmente distribuídas (fluxo de potência ativa e reativa nas linhas), os autores consideram variáveis incertas as demandas e as gerações de potência do sistema. É empregada a simulação de Monte Carlo para encontrar a solução do problema quando é empregado o conjunto de equações não lineares, e quando é realizada a linearização das equações. São comparadas as funções de densidade de probabilidade obtidas na simulação de Monte Carlo para o modelo não lineal e lineal mostrando resultados

similares, na simulação de Monte Carlo são realizadas 5000 iterações. Também, são apresentados os resultados obtidos com o algoritmo de multilinearização das equações do fluxo de potência e são comparados aos obtidos pela simulação de Monte Carlo. É empregado o sistema transmissão IEEE de 14 barras como sistema teste.

Na referência Meliopoulos et al., (1990) se propõe um método de fluxo de potência probabilístico que calcula as funções de distribuição de probabilidade dos fluxos de potência nas linhas e as magnitudes das tensões em cada barra dos sistema. Neste artigo são consideradas as injeções de potência nas barras como variáveis aleatórias. Os fluxos de potência nas linhas e as magnitudes das tensões são obtidas como uma combinação linear das injeções de potência nas barras. Para avaliar a metodologia é empregado o sistema transmissão teste de IEEE 24 barras, e os resultados obtidos são comparados aos obtidos através de uma simulação de Monte Carlo.

O modelo de fluxo de potência DC e o método de expansão de Cumulants and Gram-Chanlier são combinados para considerar a incerteza nas injeções de potencia nas barras (ZHANG; LEE, 2004). Com isto se melhora a precisão do cálculo do fluxo de potência nas linhas e das funções de distribuição acumuladas. Os resultados obtidos são comparados aos da simulação de Monte Carlo considerando 5000 iterações e mostram uma grande precisão e apresenta uma diminuição significativa na memória requerida para armazenar as variáveis aleatórias do sistema. O tempo computacional é 20 a 30 vezes mais rápido que o método de simulação de Monte Carlo. Teoricamente segundo os autores, o tempo computacional para sistemas de grande porte não se incrementa significativamente.

Um método de fluxo de potência baseado na teoria de conjuntos fuzzy para encontrar os valores dos extremos das variáveis de estado do problema do fluxo de potência é proposto por Dimitrovski e Tomsovic (2004). O algoritmo proposto pelos autores considera incerteza na geração e na potência demandada nas barras do sistema e são modeladas em um intervalo fuzzy. Para avaliar o desempenho da metodologia são empregados os sistemas de transmissão teste IEEE de 14, 57, 118, 300 barras. A solução obtida pelo método são valores extremos (mínimos e máximos) permitidos para as variáveis de estado, os resultados são comparados como obtidos como uma simulação de Monte Carlo.



A referência Chun-Lien (2005) propõe um algoritmo de fluxo de potência probabilístico que considera como variáveis incertas os dados de entrada do fluxo tais como as demandas nas barras e nos parâmetros elétricos que compõem o sistema, o resultado obtidos pelo método são as funções de distribuição de probabilidade dos perfis de tensão na barras e os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas. O algoritmo empregado para solucionar o problema é denominado método de estimação de dois pontos, este método é muito eficiente já que precisa apenas  $2m$  fluxos de potência para solucionar o problema (onde  $m$  é o número de variáveis incertas do sistema). Para testar a eficiência e a precisão do algoritmo proposto é utilizado um sistema de transmissão de 6 barras. Os resultados obtidos são comparados aos obtidos pelo método de simulação de Monte Carlo quando são realizadas 5000 iterações, mostrando resultados similares.

Morales, e Pérez-Ruiz (2007) propõem utilizar o denominado método de estimação de Hong's para solucionar o problema do fluxo de potência probabilístico. O método de estimação de Hong's também é denominado método estimação de pontos. São consideradas como variáveis aleatórias as injeções de potência ativa e reativa nas barras de carga, e o resultado do problema são as funções de distribuição de probabilidade das variáveis de estado (perfis de tensão na barras) e dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas do sistema. Nesta referência além do esquema de dois pontos são considerados mais pontos para obter as funções de distribuição de probabilidade, mostrando que o desempenho do método aumenta muito quando são empregados três pontos para estimar as funções. Para os esquemas com mais pontos o tempo computacional é elevado. Para testar a eficiência do algoritmo são empregados os sistemas transmissão IEEE 14 e 118 barras. Os resultados obtidos são comparados aos da simulação de Monte Carlo considerando 10000 iterações.

Para simplificar o processo de cálculo e principalmente para melhorar a precisão do fluxo de potência probabilístico, uma combinação entre os métodos de simulação e os métodos analíticos é apresentada em Leite da Silva et al., (1984), Leite da Silva et al., (1985), Leite da Silva e Arienti (1990).

Em Leite da Silva et al., (1984) se apresenta um metodologia que está baseada na técnica de simulação de Monte Carlo, que emprega equações lineares do fluxo de potência combinada com um método analítico de convolução, este método utiliza a

transformada rápida de Fourier para obter a solução do fluxo de potência. Para testar a metodologia é utilizado o sistema de transmissão de 14 barras.

Um algoritmo de fluxo de potência probabilístico combinado com a técnica de simulação de Monte Carlo e uma multilinearização das equações do fluxo de potência para considerar incerteza nos dados de entrada do problema (demandas nas barras) do problema é proposto em Leite da Silva e Arienti (1990). O algoritmo de multilinearização utiliza o critério baseado na potência ativa total da carga do sistema para determinar os diferentes pontos de linearização, este enfoque diminui o erro no vetor de estado (tensões e ângulos), e conseqüentemente nas variáveis de saída (fluxos de potência nas linhas). A metodologia é testada com o sistema de transmissão teste de 14 barras e com o sistema de transmissão Brasileiro de 84 barras.

Leite da Silva, Allan e Arienti (1985) propõem um algoritmo de fluxo de potência probabilístico que considera a configuração do sistema como uma variável aleatória discreta. As incertezas são modeladas dependendo da disponibilidade dos componentes do sistema, tais como linhas de transmissão, transformadores, etc. Normalmente estes elementos estão sujeitos a contingências devido a faltas ou a manutenção. O método emprega as funções de distribuição de probabilidade para obter todas as possíveis configurações do sistema. É empregado o modelo de fluxo de carga AC para determinar o estado em regime permanente do sistema quando são consideradas as incertezas. Para testar a metodologia é empregado o sistema de transmissão IEEE de 14 barras.

Nas referências Conti e Raiti (2007), Conti et al., (2007) são considerados geradores fotovoltaicos no modelo do fluxo de potência probabilístico. Com aplicação do método podem-se determinar as funções de distribuição de probabilidade de todas as cargas do sistema. Uma simulação de Monte Carlo é empregada para gerar todos os possíveis estados aleatórios de carga do sistema.

Uma metodologia para considerar a incerteza na demanda e na geração distribuída (produção eólica) é proposta por Bracele et al., (2008). O método é baseado na simulação de Monte Carlo que consiste em solucionar várias vezes o conjunto de equações não lineares do fluxo de potência. O conjunto de dados de entrada são variáveis aleatórias (demanda nas barras) geradas através das funções de distribuição de probabilidade. Empregam-se séries de tempo Bayesianas para predizer as funções de

distribuição de probabilidade da velocidade do vento. Para testar a metodologia é empregado o sistema de distribuição IEEE de 34 barras, e são considerando dois geradores distribuídos. Os resultados obtidas as funções de densidade de probabilidade dos perfis de tensão e ângulos, e os fluxos de potência nas linhas.

A aritmética de intervalos é empregada para considerar a incerteza nos dados de entrada (injeções de potência ativa e reativa nas barras) e nos parâmetros (impedância das linhas) do sistema (WANG; ALVARADO, 1992, BISWARUP, 2006). Na referência (WANG; ALVARADO, 1992) o algoritmo foi testado com um sistema de transmissão de 6 barras e os resultados são comparados como os obtidos com uma simulação de Monte Carlo. Em (BISWARUP, 2006) a metodologia proposta foi testada com os sistemas de distribuição trifásico IEEE de 13, 34 e 123 barras, são mostrados resultados do fluxo considerando incerteza somente na demanda, somente nos parâmetros e quando é considerado conjuntamente incerteza na demanda e nos parâmetros, para o sistema de distribuição trifásico IEEE de 34 barras. Os resultados obtidos pelos algoritmos implementados nestes artigos são tensões nas barras, fluxo nos ramos e perdas do sistema, em uma faixa preestabelecida.

A teoria de conjuntos fuzzy têm sido empregada para introduzir o fenômeno de incerteza na demanda, geração, e parâmetros dos componentes através de funções de distribuição trapezoidais (MIRANDA; SARAIVA, 1991, SARAIVA et al., 1991). Na referência (MIRANDA; SARAIVA, 1991) o algoritmo implementado foi testado com um sistema de transmissão de 60 kV do Oporto – Portugal, os resultados obtidos são comparados aos de uma simulação de Monte Carlo e é empregado o modelo de fluxo de potência AC. Na referência (SARAIVA et al., 1991) o algoritmo de fluxo de potência fuzzy implementado é testado com um sistema transmissão de 6 barras, neste caso é empregado o modelo de fluxo de potência DC.

Na referência Saraiva, Miranda et al., (1991) é apresentado um modelo de fluxo de potência AC fuzzy onde os dados de carga são modelados através de funções fuzzy. Com o modelo proposto podem-se obter as possíveis distribuições de probabilidade das tensões, os fluxos de potência ativa e reativa e perdas, correntes e geração de potência. Estas distribuições são comparadas com as obtidas através de uma simulação de Monte Carlo.

## **1.4 Estrutura do trabalho**

A estrutura deste trabalho é a seguinte:

- No Capítulo 2, são apresentados alguns conceitos estatísticos e probabilidade fundamentais, assim como também a metodologia para determinar quais distribuições de probabilidade podem representar os dados das curvas de carga diárias medidas num sistema de distribuição;
- No Capítulo 3, é apresentada a metodologia para estimar as curvas de cargas de usuários de baixa e média tensão de um sistema de distribuição;
- No Capítulo 4, é apresentado o algoritmo de fluxo de potência trifásico determinístico; assim como também o algoritmo de fluxo de potência considerando incertezas que emprega as curvas de carga dos consumidores de média e baixa tensão do sistema de distribuição;
- No Capítulo 5, são apresentados os resultados do fluxo de potência considerando incertezas para um sistema de distribuição real, e é realizada uma comparação entre os resultados obtidos do fluxo quando é empregada a função de distribuição de probabilidade estimada através do procedimento descrito no Capítulo 2 e a função de distribuição de probabilidade normal para estimar as curvas de carga diárias típicas das unidades consumidoras do sistema;
- No Capítulo 6, são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Estatística e probabilidade

### **2.1** *Introdução*

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos estatísticos e de probabilidade fundamentais que serão empregados neste trabalho. Além disso, é apresentado o procedimento para determinar quais funções de distribuição de probabilidade podem representar os dados de uma amostra em estudo (curvas de carga diárias medidas).

### **2.2** *Valor médio*

O valor médio pode ser definido como o valor típico ou o valor mais representativo de uma população. Uma das limitações do valor médio é que pode ser afetado por valores extremos, valores muito altos tendem a aumentá-lo. Ao contrário, valores muito pequenos tendem a abaixá-lo, isto implica que pode deixar de ser um valor representativo da população.

Conhecendo-se uma série de  $n$  valores de uma variável  $x$ , o valor médio aritmético  $\mu$ , de um conjunto de valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , pode ser determinado pela seguinte expressão (BILLINTON; ALLAN, 1992, BILLINTON; LI, 1994, PAPOULIS, 2001):

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (2.1)$$

### 2.3 *Desvio padrão*

O desvio padrão representa o grau de dispersão dos dados medidos com respeito ao valor médio. Um desvio grande indica que os pontos estão longe do valor médio e um desvio pequeno indica que os dados estão agrupados perto do valor médio. O desvio padrão tem as mesmas unidades que a variável de interesse analisada. O desvio padrão comumente é denotado com a letra  $\sigma$  (sigma). O desvio padrão pode ser calculado como (BILLINTON; ALLAN, 1992, BILLINTON; LI, 1994, PAPOULIS, 2001):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2.2)$$

O desvio padrão pode ser interpretado também como uma medida de incerteza. O desvio de um grupo repetido de medições nos dá a precisão. Quando se determina se um grupo de medidas está de acordo com o modelo teórico, o desvio padrão dessas medidas é de vital importância: se a média das medidas está demasiadamente distante da predição (com a distância média em desvios padrões), então se considera que as medidas contradizem a teoria. Isto é coerente, já que as medições ficam fora da faixa no qual seria razoável esperar que ocorressem se o modelo teórico fora correto.

### 2.4 *Probabilidade de um evento ocorrer*

A palavra probabilidade frequentemente é empregada para definir o grau de certeza que se tem sobre a ocorrência de um evento ou eventos. A probabilidade de ocorrência de um evento está definida para valores entre 0 e 1. Quando se tem uma probabilidade 0 o evento não ocorre, caso contrário, quando se tem probabilidade 1, tem-se uma probabilidade absoluta de ocorrência do evento (BILLINTON; ALLAN, 1992).

Para analisar e avaliar os dados de uma amostra obtida aleatoriamente pode-se empregar as funções de densidade de probabilidade ou as funções de distribuição de probabilidade.

## 2.5 Função de distribuição de probabilidade

A função de distribuição de probabilidade também é conhecida como função de densidade acumulada e é representada comumente como  $F(x)$ . A função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória  $X$  é a probabilidade de que  $X$  seja menor ou igual a um valor específico de  $x$  ( $P_x(x)$ ); isto pode ser representado por (BILLINTON; LI, 1994, PAPOULIS, 2001):

$$F_x(x) = P(X \leq x) \quad \text{para todo } x \text{ entre } (-\infty, +\infty) \quad (2.3)$$

Na Figura 2.1 apresenta-se um exemplo da função de distribuição de probabilidade, neste caso a função de densidade acumulada corresponde à função de distribuição normal (BILLINTON; ALLAN, 1992, LAW; KELTON, 2000), com um valor médio ( $\mu$ ) de zero e para quatro diferentes valores de desvio padrão ( $\sigma$ ).

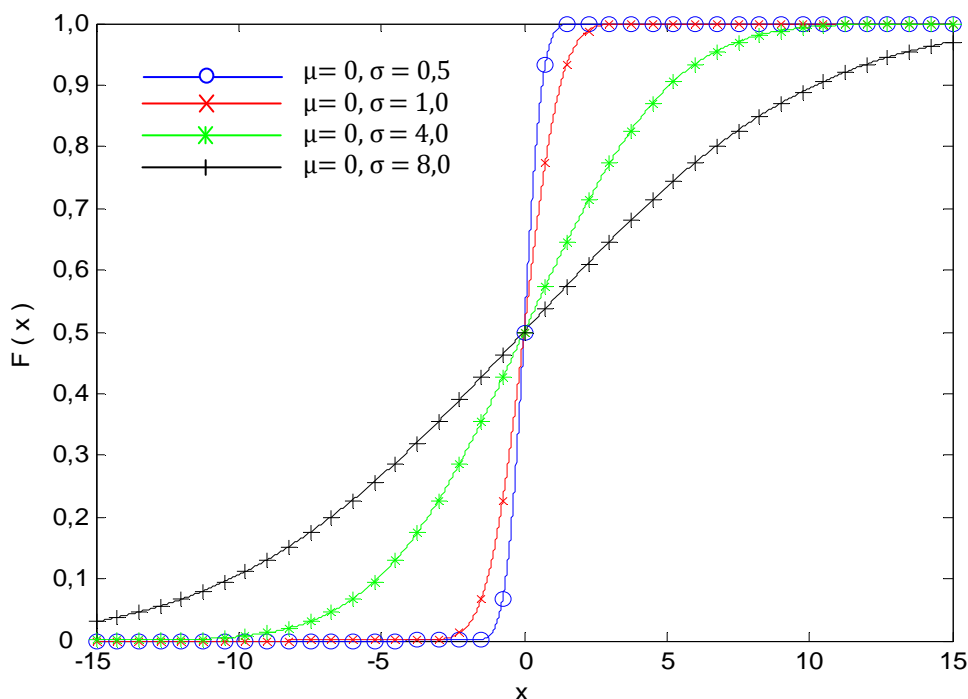


Figura 2.1: Função de densidade acumulada.

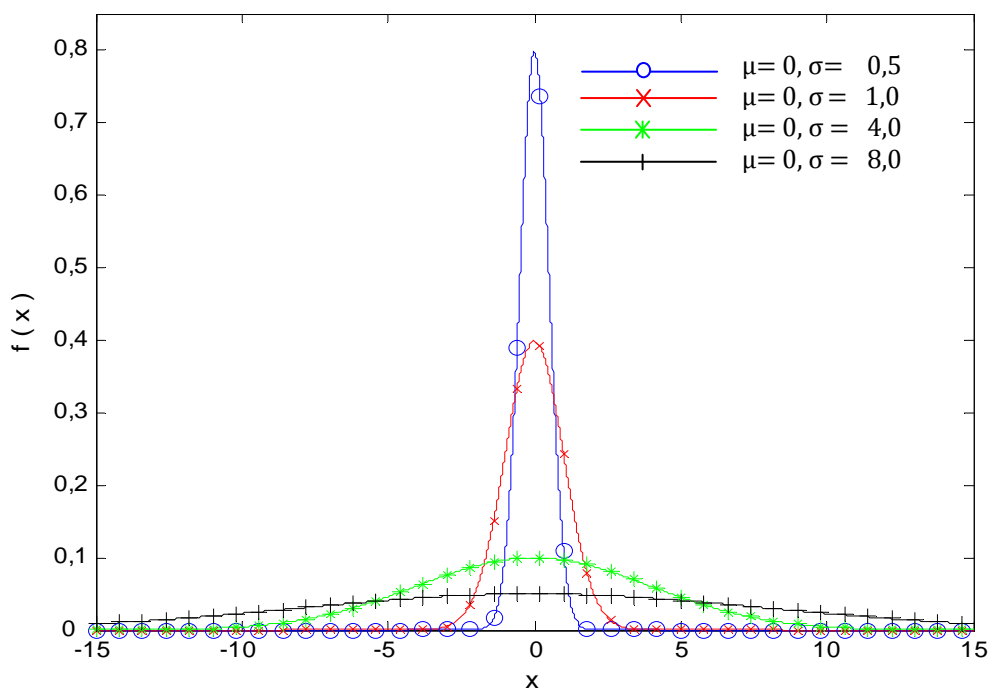
Os resultados obtidos de uma distribuição de probabilidade é a probabilidade de ocorrência de um evento. As variáveis aleatórias de um experimento podem tomar qualquer destes valores. A soma de todos os valores de uma distribuição de probabilidades deve ser igual a 1 (BILLINTON; ALLAN, 1992).

## 2.6 *Função de densidade de probabilidade*

A função de densidade de probabilidade é representada comumente como  $f(x)$ , é utilizada com o propósito de conhecer como se distribuem as probabilidades de um evento, em relação ao resultado do sucesso (BILLINTON; ALLAN, 1992, LAW; KELTON, 2000).

Ao considerar os valores de uma variável aleatória, frequentemente podemos atribuir uma probabilidade a cada um desses valores. Quando se conhece todos os valores de uma variável aleatória conjuntamente com suas respectivas probabilidades tem-se uma função de distribuição (*densidade*) de probabilidades da variável  $x$ . Na Figura 2.2 se apresenta a função de densidade de probabilidade da função normal também chamada função Gaussiana (BILLINTON; ALLAN, 1992, LAW; KELTON, 2000, PAPOULIS, 2001). Para os quatro casos apresentados na figura o valor médio ( $\mu$ ) é igual a zero e para diferentes valores do desvio padrão ( $\sigma$ ), se pode notar como varia a função de densidade de probabilidade dependendo do valor de desvio padrão.





**Figura 2.2: Função de densidade de probabilidade.**

A função de densidade de probabilidade é a derivada da função de probabilidade acumulada em relação à variável  $x$ . (BILLINTON; ALLAN, 1992, BILLINTON; LI, 1994, LAW; KELTON, 2000, PAPOULIS, 2001).

A função de densidade de probabilidade de uma variável  $x$  é:

$$f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} \quad \text{para todo } x \text{ entre } (-\infty, +\infty) \quad (2.4)$$

A função de densidade de probabilidade  $f_x(x)$  ou a função de distribuição de probabilidade  $F_x(x)$  representa um modelo probabilístico de um experimento aleatório. As funções de distribuição de probabilidade contínuas mais empregadas são normal, lognormal, exponencial, Weibull, gama, beta (BILLINTON; ALLAN, 1992). A seguir são apresentadas algumas destas distribuições de probabilidade que serão empregadas neste trabalho.

## 2.7 Distribuição normal

A distribuição normal é uma das mais importantes distribuições da estatística, conhecida também como distribuição de Gauss ou Gaussiana. Além de descrever uma série de fenômenos físicos e financeiros, possui grande uso na estatística e na engenharia. É inteiramente descrita por seus parâmetros de valor médio e desvio padrão, ou seja, conhecendo-se estes se consegue determinar qualquer probabilidade em uma distribuição normal (BILLINTON; ALLAN, 1992, LAW; KELTON, 2000, PAPOULIS, 2001). Outro interessante uso da distribuição normal é que ela serve de aproximação para o cálculo de outras distribuições quando o número de observações fica grande (BILLINTON; ALLAN, 1992, LAW; KELTON, 2000, PAPOULIS, 2001).

A função densidade de probabilidade da distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  pode ser representada por (BILLINTON; ALLAN, 1992, BILLINTON; LI, 1994, LAW; KELTON, 2000):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{para } -\infty < x < +\infty \quad (2.5)$$

A função densidade de probabilidade da distribuição normal é simétrica e possui uma forma de sino, por este jeito pode ser aplicada a um grande número de variáveis estatísticas.

A probabilidade de que uma variável  $X$  assumira valores menores ou iguais a  $x$  ( $P(X \leq x)$ ) quando ela tem  $N(\mu, \sigma^2)$  de uma distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  pode ser estimada por (BILLINTON; ALLAN, 1992, BILLINTON; LI, 1994, LAW; KELTON, 2000):

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^x f(x) \quad \text{ou} \quad F_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (2.6)$$

## 2.8 Distribuição lognormal

A distribuição lognormal é uma distribuição de probabilidade de qualquer variável aleatória com seu logaritmo normalmente distribuído. Uma variável aleatória  $x$  tem uma distribuição lognormal quando seu logaritmo  $Y = \log(x)$  tem uma distribuição normal (BILLINTON; ALLAN, 1992, BILLINTON; LI, 1994, LAW; KELTON, 2000).

A função densidade de probabilidade da distribuição lognormal com média  $\mu_{ln}$  e desvio padrão  $\sigma_{ln}$ , pode ser definida por:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_{ln}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu_{ln})^2}{2\sigma_{ln}^2}} \quad (2.7)$$

Para este caso a média logarítmica e o desvio padrão logarítmico devem ser calculados da seguinte forma:

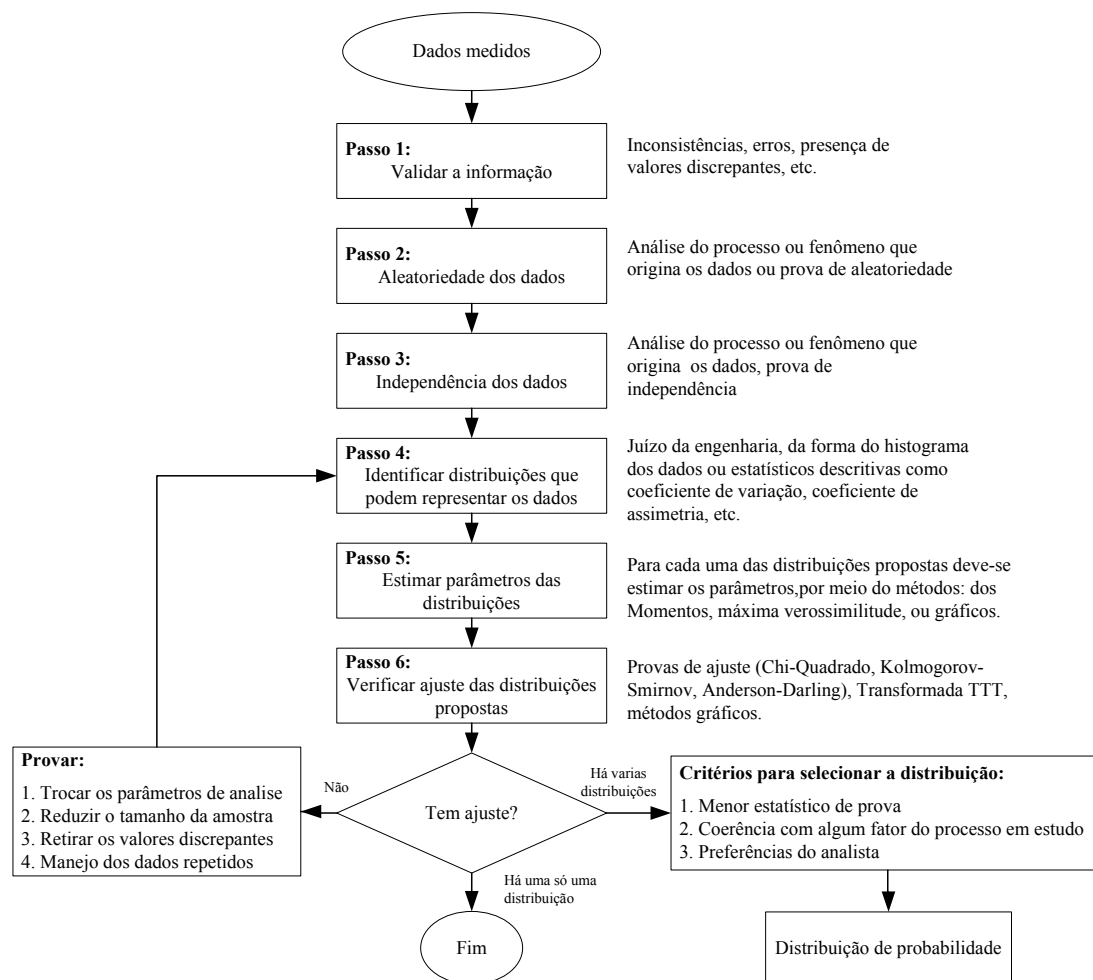
$$\mu_{ln} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad \sigma_{ln} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \mu_{ln})^2}{n}} \quad (2.8)$$

A função de distribuição de probabilidade acumulada de uma variável  $x$  que seu logaritmo esta normalmente distribuída pode ser definida como:

$$F_x(x) = \frac{1}{\sigma_{ln}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \frac{1}{x} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu_{ln})^2}{2\sigma_{ln}^2}} dx \quad (2.9)$$

## 2.9 Procedimento para determinar quais funções distribuição de probabilidade que podem representar os dados de uma medição

Na Figura 2.3 é apresentado por meio do fluxograma o procedimento para determinar quais funções de distribuição de probabilidade podem representar os dados de uma medição. Sendo a seguir descritos cada passo do fluxograma para um melhor entendimento do procedimento.



**Figura 2.3: Procedimento para determinar qual função de distribuição de probabilidade representa melhor os dados de uma medição.**

A seguir se descreve detalhadamente os passos mostrados na Figura 2.3:

### Passo 1: Validar a informação

Deve-se verificar se nos dados em estudo têm-se:

1. *Inconsistências ou erros*: Dados que não pertencem à faixa de valores possíveis da variável, por exemplo, se os dados em estudo só podem ser positivos então se deve excluir valores negativos.
2. *Valores discrepantes*: São dados muito diferentes ou estranhos com respeito aos outros dados que se tem em estudo. Um procedimento para

determinar os valores discrepantes é considerar como valor discrepante se o valor está fora da faixa  $\mu \pm 3 * \sigma$ .

## **Passo 2: Aleatoriedade dos dados em estudo**

Os modelos probabilísticos devem-se ajustar unicamente a dados que provenham de um fenômeno do processo aleatório. Existem dois procedimentos para verificar se os dados de uma amostra realmente são aleatórios:

1. Análise crítica da natureza do fenômeno do processo em estudo;
2. Aplicar uma prova de aleatoriedade.

### **Prova de aleatoriedade**

A prova de aleatoriedade pode ser realizada nos seguintes passos (LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005):

1. Sejam:

$n_1$ : Quantidade de dados menores que a mediana da amostra

$n_2$ : Quantidade de dados maiores que a mediana da amostra

$U$ : Sucessão de dados contínuos menores ou maiores que a média da amostra.

2. Define-se:

$$\mu_U = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \quad (2.10)$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}} \quad (2.11)$$

3. Calcular o valor probabilidade crítica:

$$z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} \quad (2.12)$$

4. Hipóteses:

- Hipótese nula: Os dados são aleatórios;
- Hipótese alternativa: Existe um padrão nos dados que se repete com frequência, por tanto os dados não foram obtido através de um processo aleatório.

5. Critérios de decisão: Se rechaça a hipótese nula caso:  $z < -z_{\alpha/2}$  ou  $z > z_{\alpha/2}$

Onde  $\alpha$  é a probabilidade crítica ou de rechaço do proposto e é o complemento do intervalo de confiança (*intervalo de confiança*: é a probabilidade de aceitação do modelo estatístico). Um valor típico do intervalo de confiança é 95%. Assim, o valor de  $\alpha$  é 5%. Os valores de  $z_{\alpha/2}$  sai da tabela da distribuição normal (por exemplo).

Para aplicar a prova de aleatoriedade se deve conservar a seqüência cronológica em que se produzirão os dados. Se os dados são ordenados se altera a sucessão de dados contínuos maiores e menores que a média.

### **Passo 3: Independência dos dados**

Alguns procedimentos no fluxograma assumem que os dados em estudo são independentes, pelo qual se tem que verificar com antecedência a independência dos dados. A independência dos dados de uma amostra pode ser verificada por meio (LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005):

1. Da análises a natureza do fenômeno do processo em estudo;
2. Da aplicação das provas de independência.

Existem alguns métodos gráficos para identificar a independência dos dados de uma amostra:

1. Diagrama de dispersão;
2. Gráfico de correlação.

Neste trabalho se empregou o diagrama de dispersão para identificar a independência entre os dados; o procedimento é o seguinte (LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005):

- A partir de uma amostra de  $n$  dados  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sendo não negativos e ordenados cronologicamente o diagrama de dispersão é um desenho dos pares  $(x_i, x_{i+1})$ , para  $i = 1, 2, \dots, (n-1)$ .
- Se os dados são independentes os pontos estão no primeiro quadrante no plano  $(x_i, x_{i+1})$ .
- Se os dados estão correlacionados positivamente, os pontos têm uma forma de uma linha reta com pendente positiva no primeiro quadrante no plano  $(x_i, x_{i+1})$ .
- Se os dados estão correlacionados negativamente, os pontos têm uma forma de uma linha reta com pendente negativa no primeiro quadrante no plano  $(x_i, x_{i+1})$ .

#### **Passo 4: Identificar distribuições que podem representar os dados em estudo**

Neste passo se faz uma hipótese sobre as funções de distribuição de probabilidade que podem representar os dados em estudo. Isto é feito considerando (ZAPATA, 2005):

1. Conhecimento sobre o fenômeno aleatório que se deseja modelar:
  - Tipo de variável aleatória (discreta ou contínua);
  - Faixa de valores da variável;
  - Taxa de eventos;
  - Tipo de dados (positivos ou negativos).

2. Da análise da informação contida na amostra:

- A forma do histograma;
- Coeficiente de variação estatístico;
- Coeficiente de assimetria.

Neste trabalho se empregam as funções de distribuição uniforme, normal, lognormal, Weibull, exponencial, pareto, gamma, e beta.

### **Passo 5: Estimar os parâmetros das distribuições**

O cálculo dos parâmetros de algumas funções de distribuição é de difícil estimação devido à complexidade matemática. A estimação dos parâmetros das distribuições se podem fazer com os seguintes métodos (LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005):

1. Métodos gráficos;
2. O método dos momentos;
3. O método de máxima verossimilhança.

O melhor método para calcular os parâmetros das distribuições é método da máxima verossimilhança, porque os métodos gráficos são subjetivos e os métodos dos momentos não têm justificativa matemática.

### **Passo 6: Verificar ajuste das distribuições propostas**

Uma vez calculados os parâmetros de todas as funções de distribuição de probabilidade se pode determinar se existem distribuições de probabilidade que podem representar os dados em estudo. Pode-se verificar se existe ajuste mediante os seguintes métodos (LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005):

1. Métodos gráficos;



2. Provas de ajuste: Chi-quadrado, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling;
3. Transformada TTT.

Como no item anterior os métodos gráficos são subjetivos e as provas de ajuste tendem a falhar quando a amostra de dados é muito grande. Neste trabalho se emprega as provas de ajuste já que os dados empregados para as análises são de tamanho moderado.

### **Decisão final**

Algumas situações para definição surgem quando se tenta determinar quais funções de distribuição de probabilidade representam melhor os dados em estudo:

1. Não existe ajuste a nenhuma função de distribuição de probabilidade;
2. Têm-se várias funções de distribuição de probabilidade que se ajustam;
3. Só existe uma distribuição de probabilidade que se ajusta.

No caso de não ter função de distribuição que se ajuste, podem-se tentar os seguintes procedimentos:

1. Mudar os parâmetros de análise: trocar o nível de confiança;
2. Diminuir o tamanho da amostra, se esta é muito grande;
3. Retirar os valores discrepantes;
4. Manejo dos dados repetidos:
  - Retirar os dados repetidos;
  - Conservar estes dados para calcular os parâmetros das distribuições, mas retirar os dados quando seja realizada a prova de ajuste.

Deve-se ter cuidado nos item 2, 3 e 4 já que alteram a amostra de dados.

No caso de que existam várias funções de distribuição de probabilidade que apresentem ajuste, pode-se avaliar os seguintes critérios para escolha da distribuição (ZAPATA, 2005):

1. Escolher a distribuição de probabilidade que tenha o menor estatístico de prova;
2. Escolher a distribuição de probabilidade cujo valor esperado e variância sejam iguais aos mais próximas das correspondentes estatísticas descritivas;
3. Escolher a distribuição de probabilidade que melhor se ajusta às condições naturais do problema em estudo.

Neste trabalho se emprega o menor estatístico de prova para determinar a função de distribuição de probabilidade que melhor se ajusta as dados em estudo (medições de potência ativa nos usuários do sistema de distribuição).

### ***2.10 Exemplo de aplicação do procedimento de ajuste a curvas de carga diárias de potência ativa***

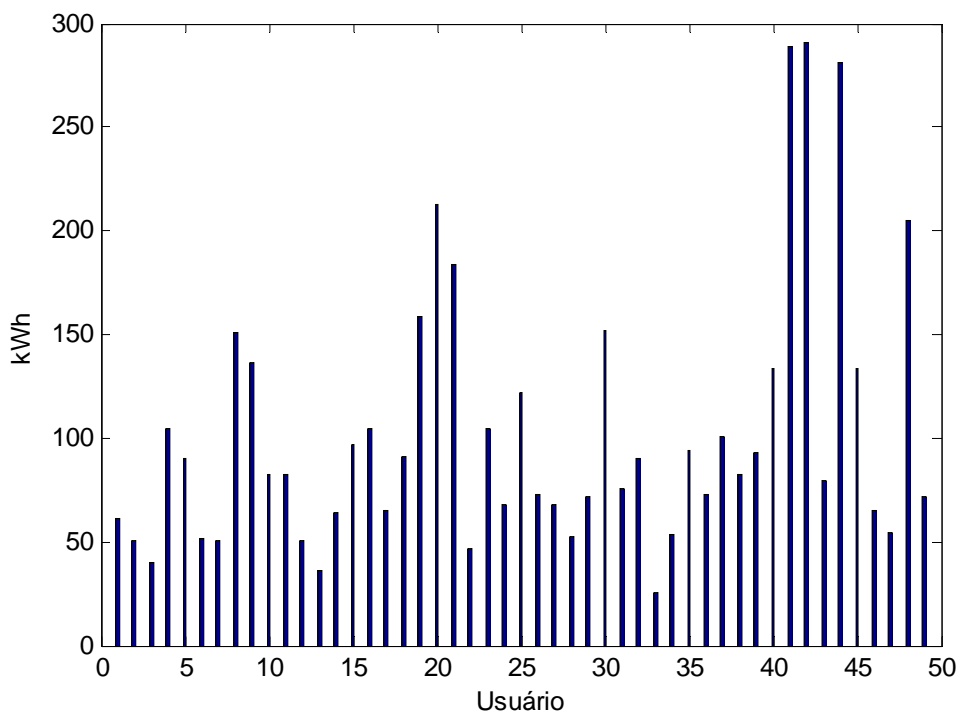
Para realizar o procedimento de ajuste de curvas de carga são empregadas as curvas de carga diárias de potência ativa medidas por uma concessionária de energia elétrica do estado de São Paulo. As medições foram realizadas para os dias úteis, sábados e domingos durante as 24 horas do dia. Estas medições fazem parte de uma campanha de medição realizada durante o ano de 2007.

A seguir se apresenta através de um exemplo o procedimento de ajuste para determinar quais distribuições de probabilidade podem representar os dados medidos de um grupo de usuários residenciais de um sistema de distribuição. Estes usuários se caracterizam por ter um consumo de energia mensal acima de 80 até 220 kWh/mensal. O procedimento de ajuste é descrito por meio do fluxograma da Figura 2.3.

**Amostra de dados:** Os dados para o estudo são a energia consumida de um grupo de usuários residenciais da subclasse acima de 80 até 220 kWh/mês. Na Figura 2.4 e na Tabela 2.1: Energia consumida por 49 usuários residenciais para a subclasse acima de 80 até 220 kWh/mensal.são apresentados os dados da energia consumida em uma hora pelos usuários do sistema de distribuição para um dia útil.

**Tabela 2.1: Energia consumida por 49 usuários residenciais para a subclasse acima de 80 até 220 kWh/mensal.**

Usuário	kWh	Usuário	kWh	Usuário	kWh	Usuário	kWh	Usuário	kWh
1	61,2	11	82,7	21	183,6	31	75,6	41	288,8
2	50,4	12	50,3	22	46,8	32	90,3	42	290,8
3	39,6	13	36,1	23	104,8	33	25,2	43	79,2
4	104,4	14	64,2	24	68,4	34	53,9	44	280,8
5	90,1	15	97,2	25	122,4	35	93,6	45	133,2
6	51,6	16	104,6	26	72,4	36	73,2	46	64,9
7	50,2	17	64,8	27	68,3	37	100,8	47	54,1
8	151,2	18	90,7	28	52,2	38	82,8	48	205,2
9	136,8	19	158,4	29	72,1	39	93,2	49	72,2
10	82,5	20	212,4	30	151,8	40	133,9		



**Figura 2.4: Energia consumida por 49 usuários residenciais para a subclasse acima de 80 até 220 kWh/mensal.**

**Passo 1: Validar a informação:** análises de dados inconsistentes ou erros; para os dados mostrados na Tabela 2.1 têm-se alguns dados inconsistentes devido aos valores de kWh acima da faixa estabelecida; mas estes estão um pouco acima e podem ser considerados para realizar o estudo estatístico. Estes usuários foram classificados nesta faixa devido ao histórico da demanda mensal consumida, e pode ser que o mês em que a concessionária instalou os medidores, foram apresentadas algumas mudanças nos hábitos de consumo desses usuários (novo integrante na família, foi uma época de verão intenso, etc.), o que levou a um incremento na energia mensal consumida.

*Análise de dados discrepantes;* como se mencionou no capítulo 2 se considera que existem valores discrepantes quando  $\mu \pm 3\sigma$ , neste caso o valor médio dos dados em estudo é igual a 102,32 kWh e o desvio padrão é 63,42 kWh, assim se consideram valores discrepantes quando se têm valores maiores a 292,59 kWh. Portanto nos dados em estudo não se tem valores discrepantes.

**Passo 2: Aleatoriedade dos dados:** se realiza a prova de aleatoriedade:

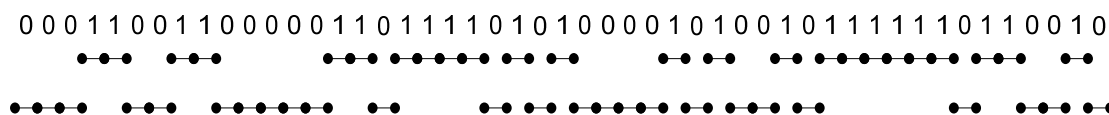
- Calcular a mediana dos dados da Tabela 2.1: *mediana = 82,7 kWh*; (a mediana é o elemento central do conjunto de dados ordenados, assim, para um conjunto de dados ímpares a mediana é o valor que está na posição  $(n+1)/2$ ; e no caso par a mediana está na posição  $n/2$ , sendo  $n$  o número de elementos do conjunto de dados).

- Calcular:

$n_1 = 24$       quantidade de dados menores que a mediana

$n_2 = 24$       quantidade de dados maiores que a mediana

$U = 25$       para obter este valor é realizado um diagrama de transições, no qual se marca com um “0” os dados que são menores à mediana e com um “1” os maiores, logo se conta quantas vezes se passa de um valor superior a um inferior ou vice-versa. Na Figura 2.5 é mostrado o diagrama de transições que corresponde a este problema.



**Figura 2.5: Diagrama de transições.**

- Estimar  $\mu_U$  e  $\sigma_U$  a partir das equações (2.10) e (2.11):

$$\mu_U = 25$$

$$\sigma_U = 3,42$$

- Calcular a probabilidade crítica:

$$z = 0$$

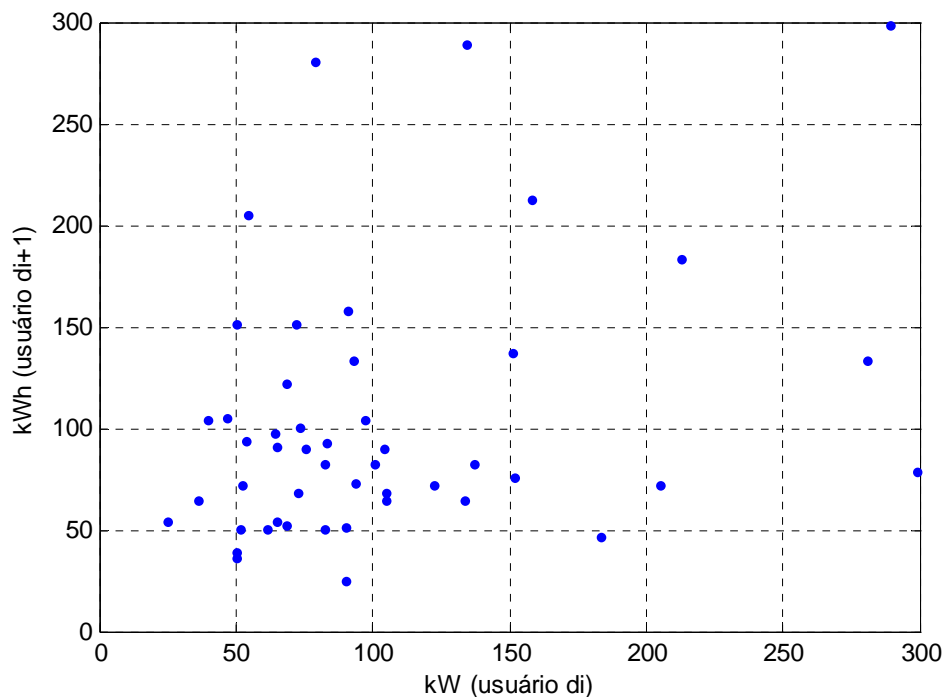
- Calcular a probabilidade crítica para  $z_{\alpha/2}$ : para a probabilidade crítica de 5 % o valor do estatístico de prova crítico é 1,65;
- Hipótese nula: Os dados da Tabela 2.1 são aleatórios;
- Critérios de decisão: Se rechaça a hipótese nula se:

- a.  $z < -z_{\alpha/2} : 0 < -1,65$

- b.  $z > z_{\alpha/2} : 0 > 1,65$

- Decisão final: Como as duas condições não se satisfazem a hipótese nula é aceita como verdadeira. Assim estes dados estão distribuídos aleatoriamente.

**Passo 3: Independência dos dados:** Seguindo o procedimento descrito no Capítulo 2 para verificar a independência dos dados em estudo realiza-se o diagrama de dispersão. Na Figura 2.6 se apresenta o diagrama de dispersão e se pode notar da figura que todos os dados estão no primeiro quadrante. Assim, os dados são independentes entre si.



**Figura 2.6: Diagrama de dispersão.**

**Passo 4: Identificar as distribuições que podem representar os dados em estudo:**

As possíveis funções são: uniforme, normal, lognormal, Weibull, pareto, exponencial, gamma.

**Passo 5: Estimar os parâmetros das distribuições:** Na Tabela 2.1 se mostram os valores dos parâmetros para as distribuições propostas.

**Tabela 2.2: Parâmetros das distribuições propostas.**

Distribuição	Parâmetro 1	Parâmetro 2
Uniforme	$a = 25,20$	$b = 298,8$
Normal	$\mu = 102,48$	$\sigma = 63,92$
Lognormal	$\mu_{ln} = 4,47$	$\sigma_{ln} = 0,54$
Weibull	$\alpha = 116,16$	$\beta = 1,77$
Pareto	$a = 25,20$	$b = 1,32$
Exponencial	$\beta = 102,48$	-----
Gamma	$\alpha = 3,42$	$\beta = 29,92$

**Passo 6: Verificar ajuste das distribuições propostas:** Para a probabilidade crítica de 5% o coeficiente estatístico crítico é 0,2155. Na Tabela 2.3 são mostrados os resultados do cálculo do estatístico de prova para cada distribuição. Os resultados estão ordenados de acordo com o valor do coeficiente estatístico de menor a maior. Pode-se

notar que a distribuição com menor coeficiente estatístico é a distribuição lognormal. O coeficiente para as distribuições normal, exponencial, uniforme e pareto é maior que o valor crítico, assim estas distribuições não são consideradas para posteriores estudos.

**Tabela 2.3: Resultado da análise estatística para os dados em estudo.**

<b>Distribuição</b>	<b>Coefficiente estatístico</b>	<b>Tem-se ajuste?</b>
Lognormal	0,1059	Sim
Gama	0,1467	Sim
Weibull	0,1694	Sim
Normal	0,2203	Não
Exponencial	0,3056	Não
Uniforme	0,4438	Não
Pareto	0,5174	Não

**Decisão final:** Como várias distribuições de probabilidade apresentaram ajuste, pode-se escolher a distribuição de probabilidade com menor coeficiente estatístico. Neste caso a distribuição é a distribuição de probabilidade lognormal. Esta distribuição de probabilidade pode representar os dados de kWh medidos do grupo de usuários residenciais (Tabela 2.1).

## Capítulo 3

# Estimação das cargas em redes de distribuição de energia elétrica

### **3.1** *Introdução*

A metodologia empregada neste trabalho para determinar as curvas de carga dos consumidores individuais e dos transformadores de distribuição baseia-se nas idéias apresentadas na referência (JARDINI et al., 2000) e na tese de mestrado (FRANCISQUINI, 2006), nos quais se obtêm as curvas de carga dos usuários através de um tratamento estatístico. Estas metodologias apresentam bom desempenho quando a base de dados utilizada é representativa para a área de estudo.

### **3.2** *Sistemas de distribuição*

A função de um sistema de distribuição de energia elétrica é fornecer energia das subestações de subtransmissão ou de pequenas estações geradoras a cada consumidor, transformando a tensão em valores apropriados para o consumo. Os sistemas de distribuição de energia elétrica se diferenciam dos sistemas de transmissão por ter topologia radial, múltiplas conexões, alta relação R/X, cargas desbalanceadas, e a maioria de vezes redes sem transposição. Um sistema de distribuição geralmente inicia em uma subestação que é alimentada por linhas de subtransmissão ou em alguns casos



por linhas de transmissão. Uma subestação de distribuição pode alimentar um ou vários alimentadores (KERSTING, 2006, GÖNEN, 2007). Na Figura 3.1 se mostra um sistema de distribuição radial simples que tem usuários residenciais, comerciais e industriais.

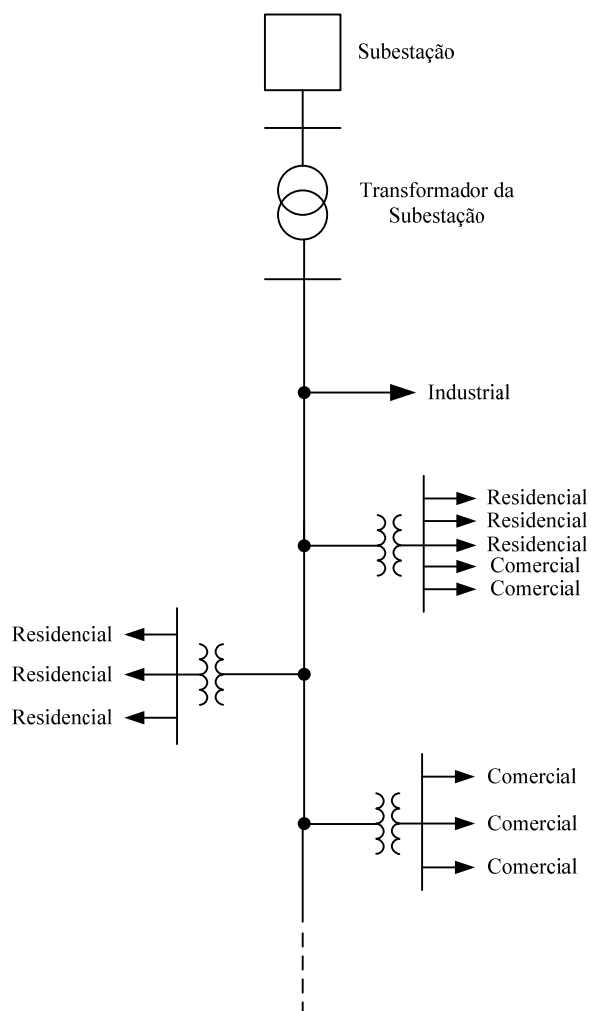


Figura 3.1: Sistema de distribuição simples.

### 3.3 Consumidores de energia

As unidades consumidoras do sistema de distribuição podem-se conectar ao sistema de diferentes formas, entre as que se encontram: trifásicas, bifásicas ou monofásicas. Sendo que predominam as conexões trifásicas na média tensão e existe uma grade variedade de conexões para a baixa tensão.

Como se mencionou no Capítulo 1 os consumidores de um sistema de distribuição podem ser classificados dependendo da atividade econômica desenvolvida em: residenciais, comerciais, industriais, rurais e iluminação pública (ANEEL-PRODIST, 2008). Os usuários residenciais se caracterizam por ter um consumo de energia elétrica pequeno durante o dia, tendo um aumento ao final da tarde e um pico de demanda entre as 18:00 e 22:00 horas. A principal característica dos usuários comerciais é ter um consumo de energia durante o horário comercial (das 8:00 as 12:00 e das 14:00 as 18:00 horas), tendo uma leve queda nas horas do almoço, fora do horário comercial a demanda consumida por este tipo de usuário se deve praticamente a iluminação e refrigeração. No caso dos usuários industriais devido à grande variedade de atividades desenvolvidas e em horários diferentes não apresentam uma característica fixa. Os usuários rurais comumente são caracterizados por ter um consumo constante de energia durante o dia e tendo um aumento nas horas da noite. A iluminação pública é caracterizada por ter um consumo de energia elétrica constante nas horas da noite. Os usuários também podem ser classificados em subclasses dependendo da energia mensal consumida segundo apresentado no Capítulo 1, e o valor de LBR (limite de consumidores de baixa renda) depende de cada concessionária de energia elétrica (ANEEL-PRODIST, 2008), neste trabalho é empregado um LBR igual a 220 kWh, que corresponde a uma empresa de energia elétrica do estado do São Paulo.

### ***3.4 Campanha de medições para obtenção das curvas de carga***

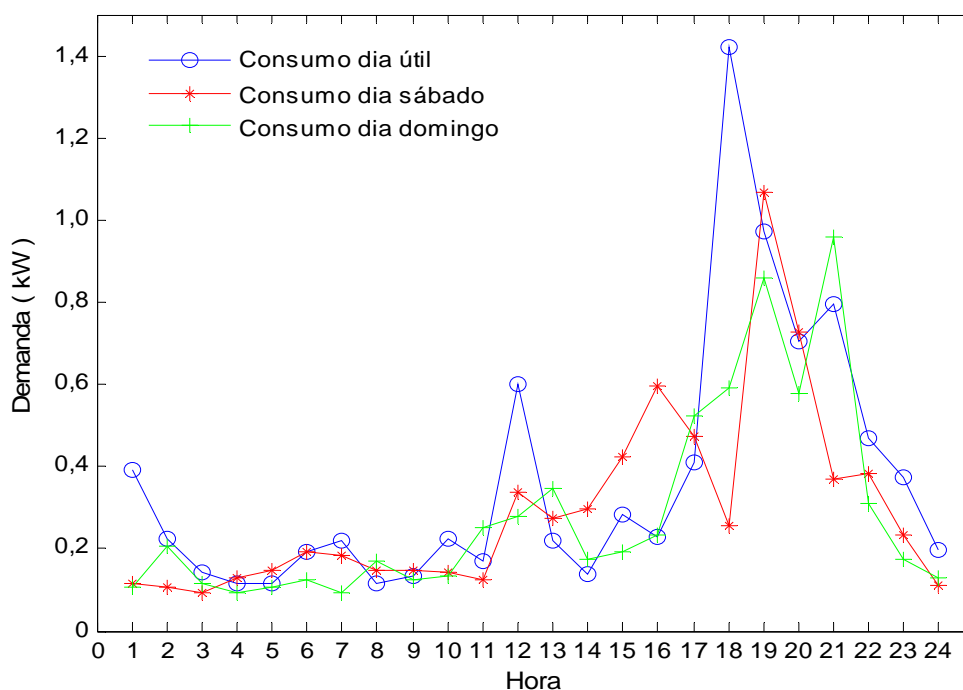
As concessionárias de energia elétrica realizam campanhas de medições nos sistemas de distribuição com o propósito de melhorar a operação de seus sistemas. Entre os estudos que se podem fazer com a base de dados das campanhas estão: prognóstico de demanda, alocação de novos elementos, perdas, estimação das curvas de carga diárias dos usuários, entre outras.

Normalmente as concessionárias realizam medições de energia mensal consumida em todos os pontos de consumo do sistema, obtendo os kWh/mensal de cada usuário, esta é a energia mensal faturada que cada usuário deve pagar.

As medições obtidas nas campanhas são realizadas com equipamentos apropriados para obter o consumo de energia em períodos de tempo (de 15 em 15

minutos, ou 1 em 1 hora). A medição com estes equipamentos apresentam um elevado custo (custo do equipamento, instalação e manutenção), por tal motivo o número de usuários medidos nas campanhas é limitado. Normalmente é realizado um estudo a priori para identificar os usuários mais representativos de cada classe de consumo, nos quais serão instalados os equipamento de medida. Comumente as medições são denominadas curvas de carga diárias.

Na Figura 3.2 são mostradas as curvas de carga diárias medidas para um usuário residencial para: dia útil, sábado e domingo. Estas curvas fazem parte de uma campanha de medição realizada durante o ano de 2007 em uma cidade do estado de São Paulo.



**Figura 3.2:** Curvas de carga diárias medidas para os usuários residenciais.

As curvas de carga diárias de todos os usuários e dos transformadores do sistema de distribuição podem ser estimadas seguindo passo a passo o seguinte algoritmo:

1. Com base nos dados das campanhas de medição pode-se obter as curvas representativas em kW para cada subclasse de consumo para: dia útil, sábado e domingo (JARDINI et al., 2000). Nas Figuras 3.3 a 3.5 são mostradas as curvas representativas de valor médio e desvio padrão em kW, para os

- usuários residenciais da subclasse com um consumo acima de 220 até 500 kWh/mensal para o dia útil, sábado e domingo;
2. Determinada as curvas representativas em kW pode-se obter as curvas em valores em p.u. para cada subclasse de consumo para: dia útil, sábado e domingo (JARDINI et al., 2000).. Nas Figuras 3.6 a 3.8 são mostradas as curvas representativas em valores em p.u de valor médio e desvio padrão para os usuários residenciais da subclasse de consumo acima de 220 até 500 kWh/mensal para o dia útil, sábado e domingo;
  3. Com a medição de energia mensal (kWh) de cada consumidor, são estimadas as curvas de carga mensal de cada usuário (usando as curvas representativas em p.u) (JARDINI et al., 2000). Nas Figuras 3.9 a 3.11 são mostradas as curvas de carga diárias de valor médio e desvio padrão para um dia útil, sábado e domingo para um usuário residencial que tem um consumo mensal de energia de 385 kWh/mês;
  4. Com as curvas de carga estimadas de todos os consumidores, são obtidas as curvas de carga de cada transformador do sistema, através da metodologia de agregação (JARDINI et al., 2000). Nas Figuras 3.12 a 3.14 se mostram as curvas diárias de carga agregadas para um transformador de 75 kVA que possui 67 usuários entre residências comerciais e industriais para os dias úteis, sábados e domingos

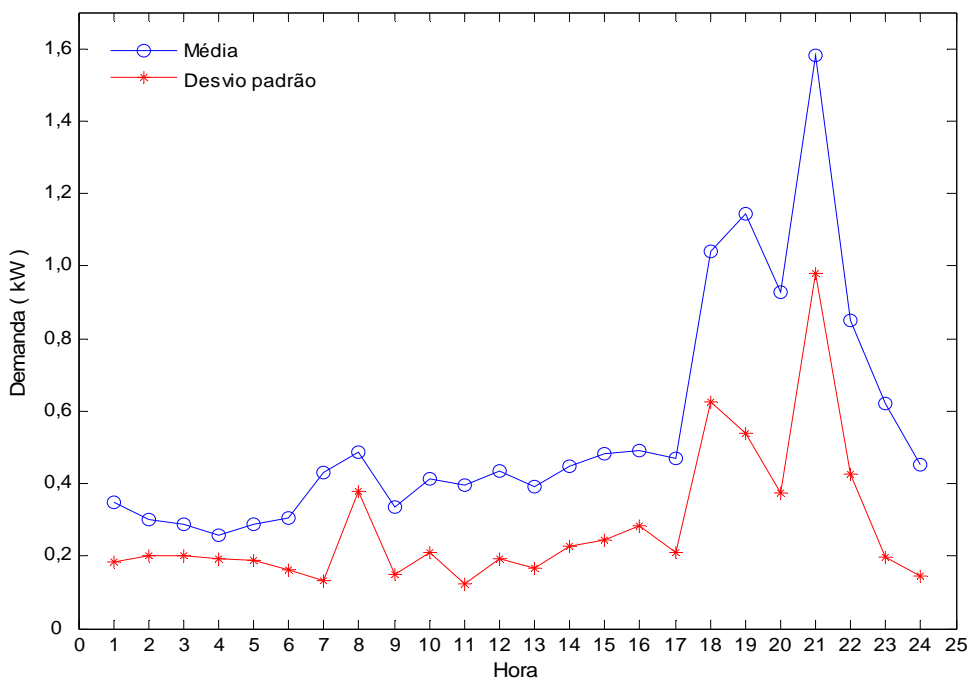


Figura 3.3: Curvas representativas para os usuários residenciais para os dias úteis.

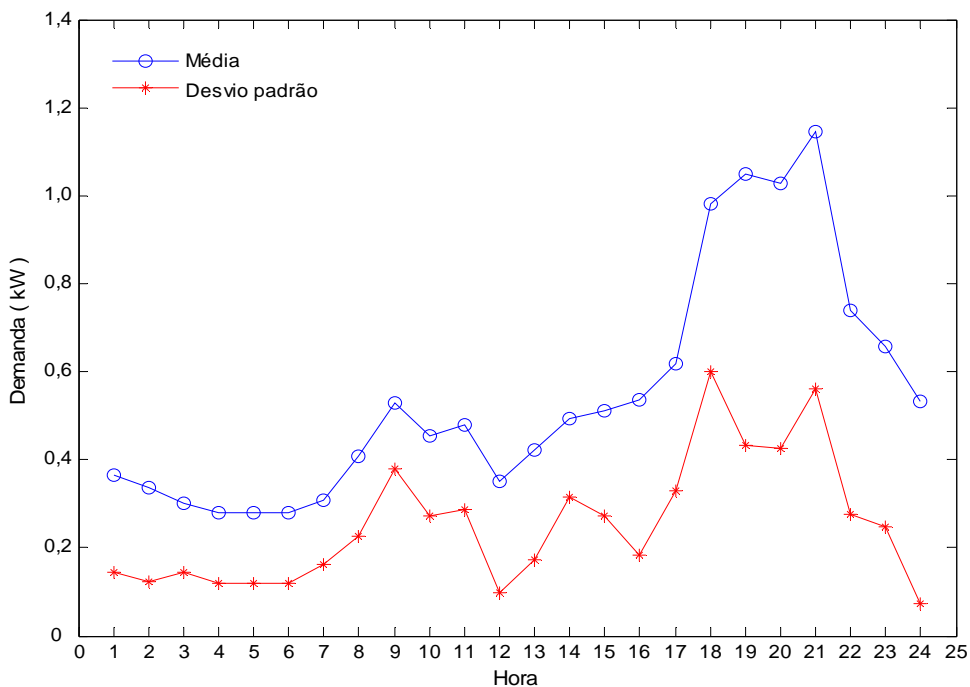


Figura 3.4: Curvas representativas para os usuários residenciais para sábados.

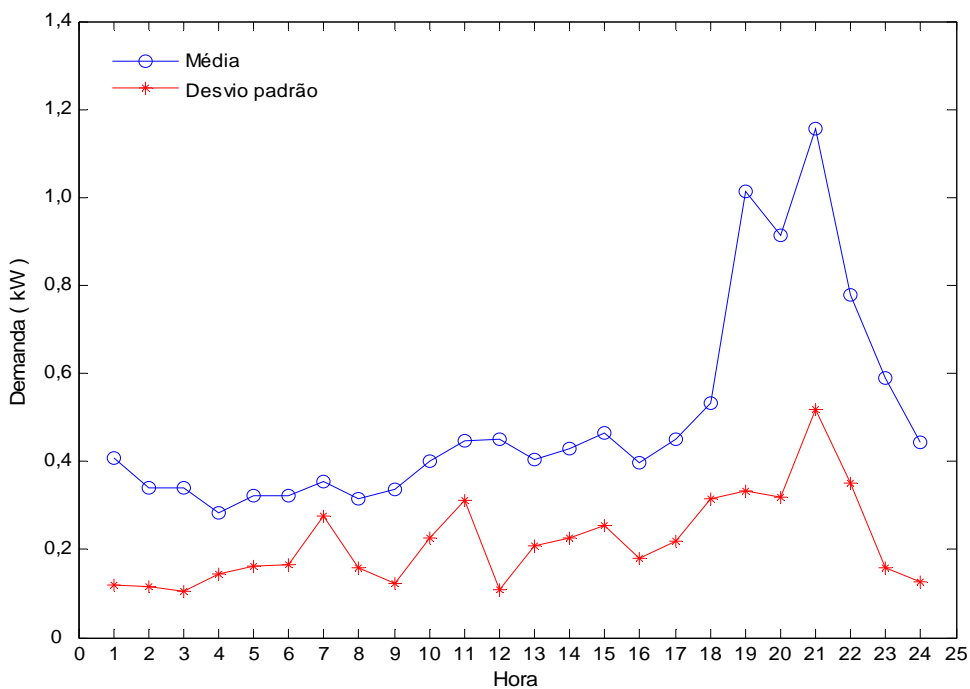


Figura 3.5: Curvas representativas para os usuários da classe residenciais para domingos.

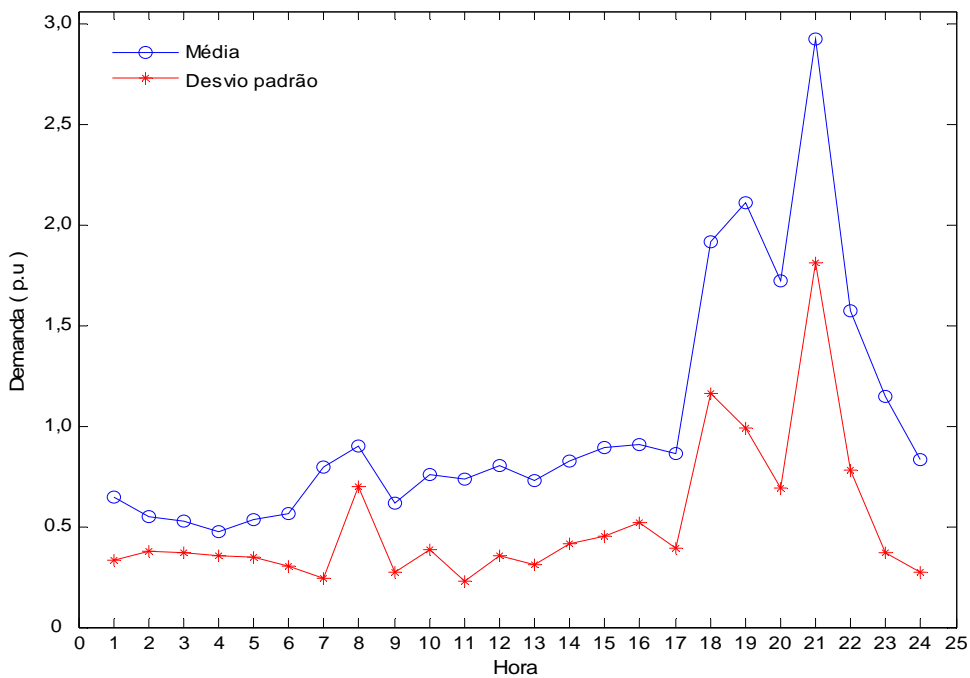


Figura 3.6: Curvas representativas em p.u para os usuários residenciais para os dias úteis.

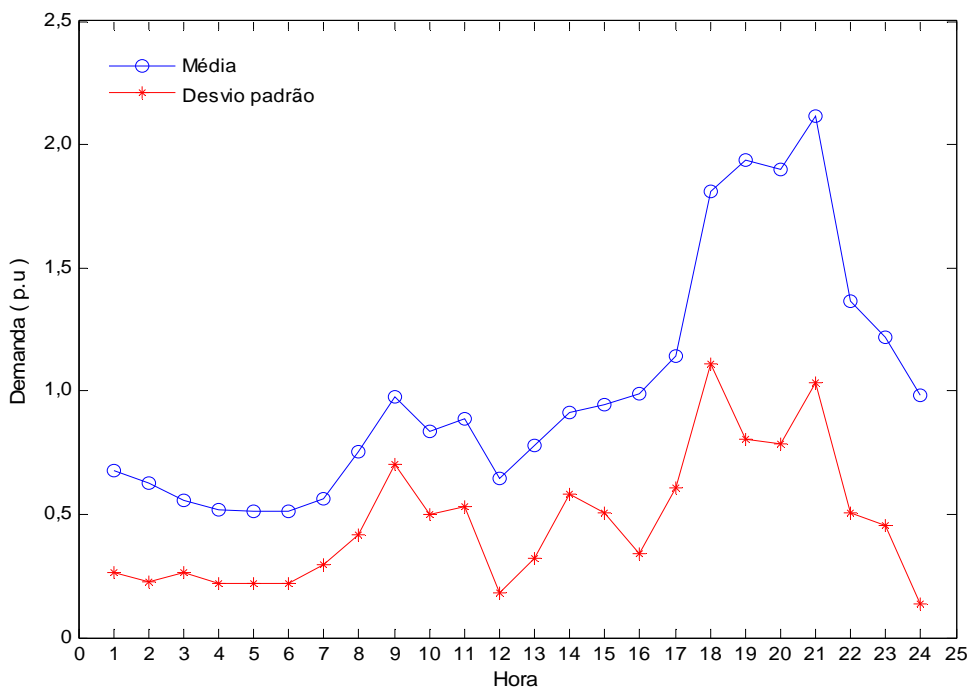


Figura 3.7: Curvas representativas em p.u para os usuários residenciais para sábados.

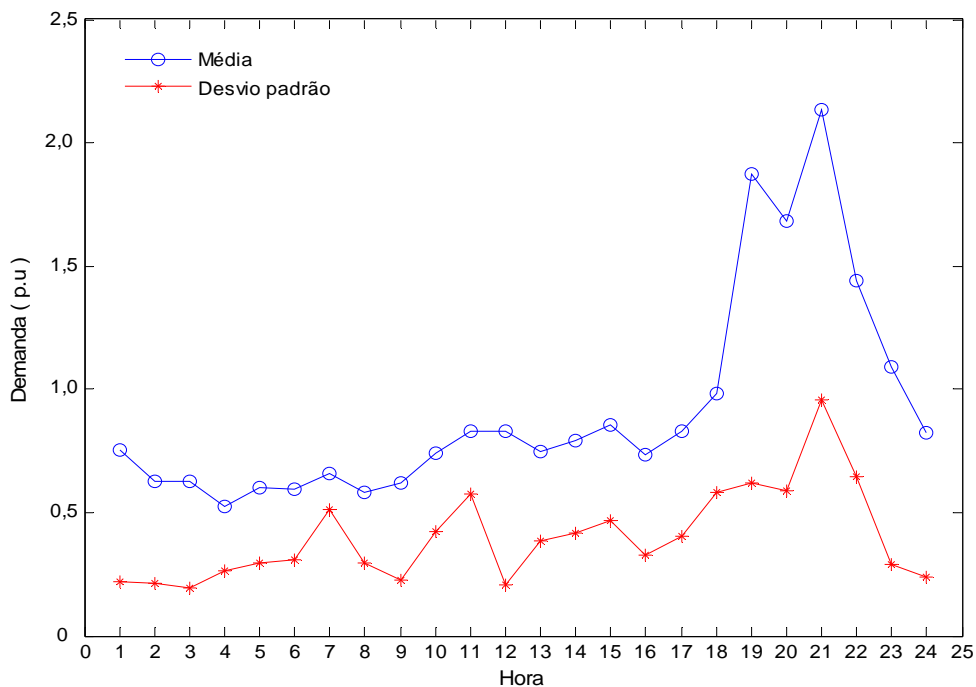
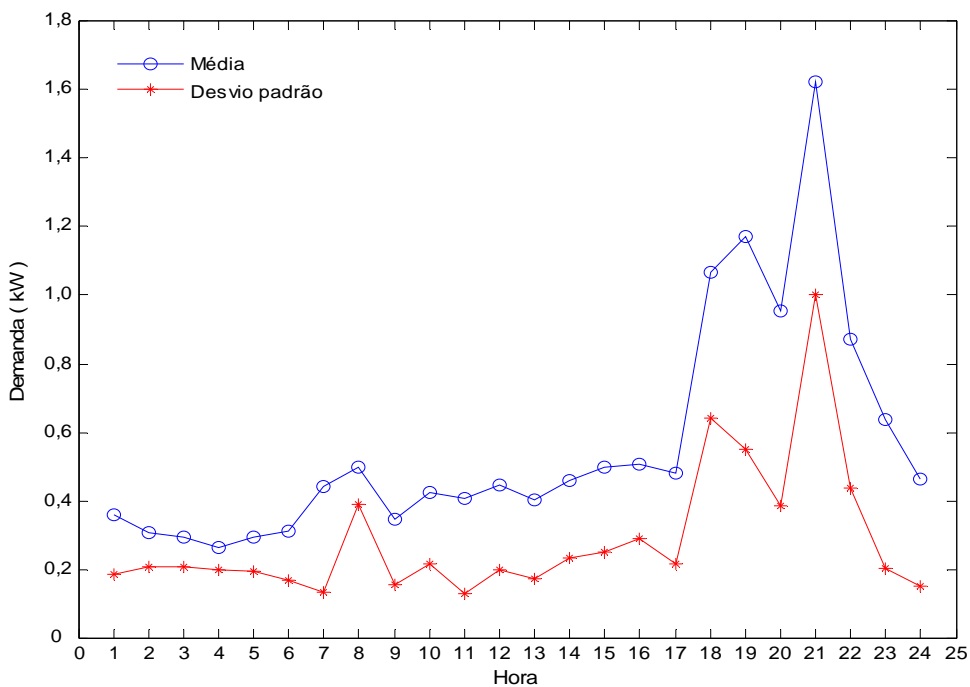
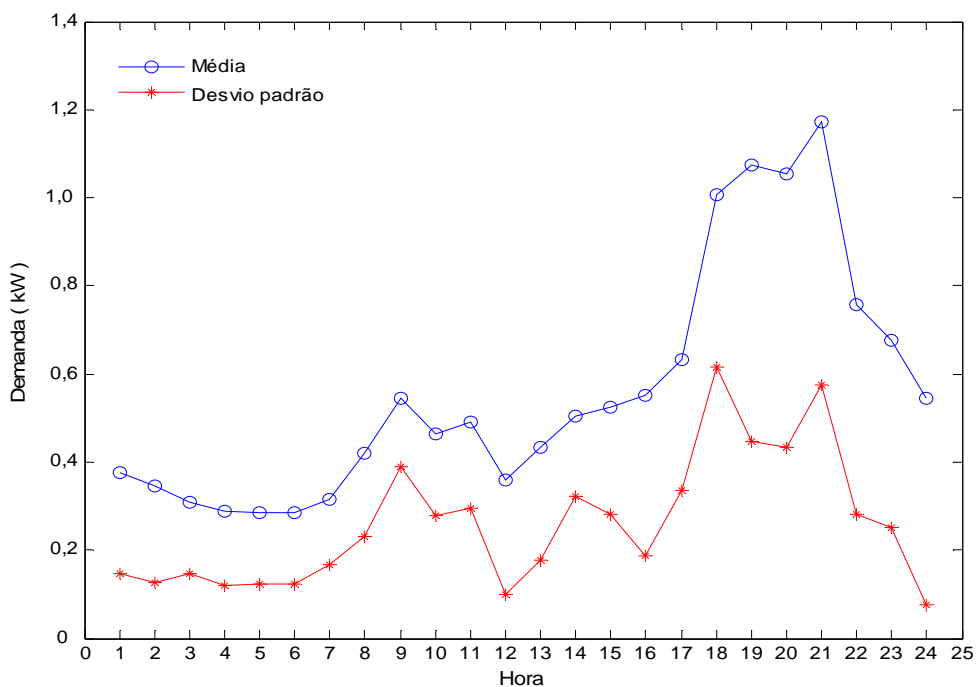


Figura 3.8: Curvas representativas em p.u para os usuários residenciais para domingos.



**Figura 3.9: Curvas de representativas para um usuário de 385 kWh/mês para os dias úteis.**



**Figura 3.10: Curva de carga para um usuário de 385 kWh/mês para sábados.**



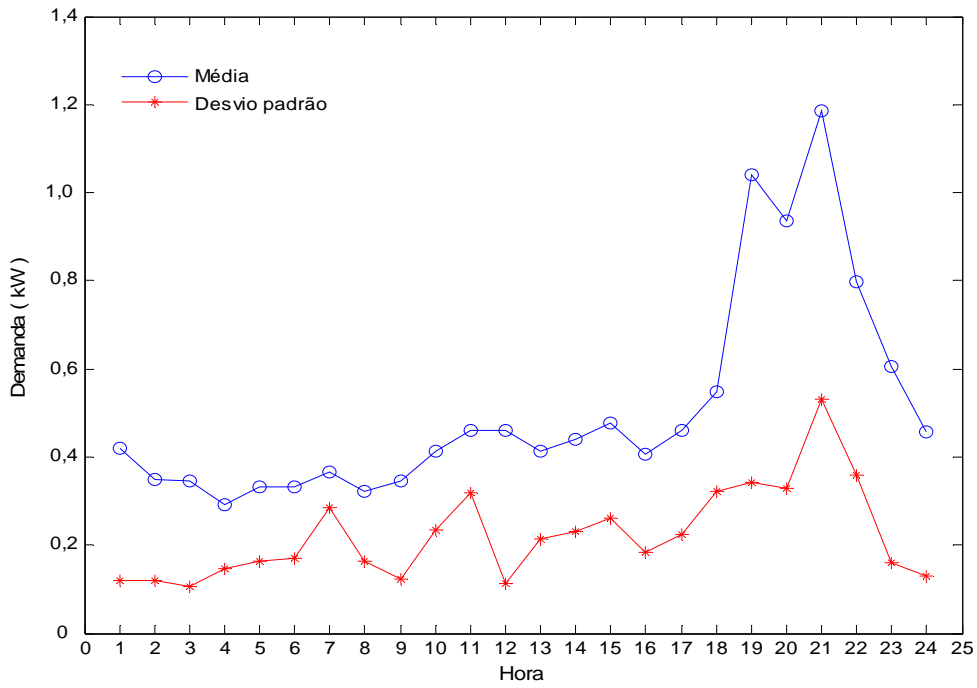


Figura 3.11: Curva de carga para um usuário de 385 kWh/mês para domingos.

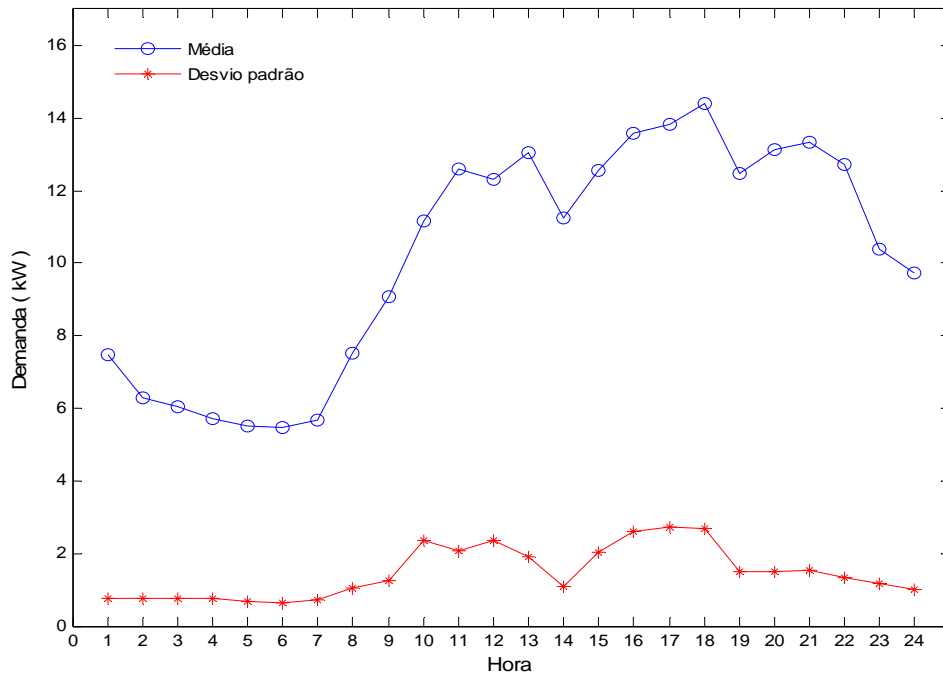


Figura 3.12: Curvas de carga diárias para um transformador de 75 kVA para os dias úteis.

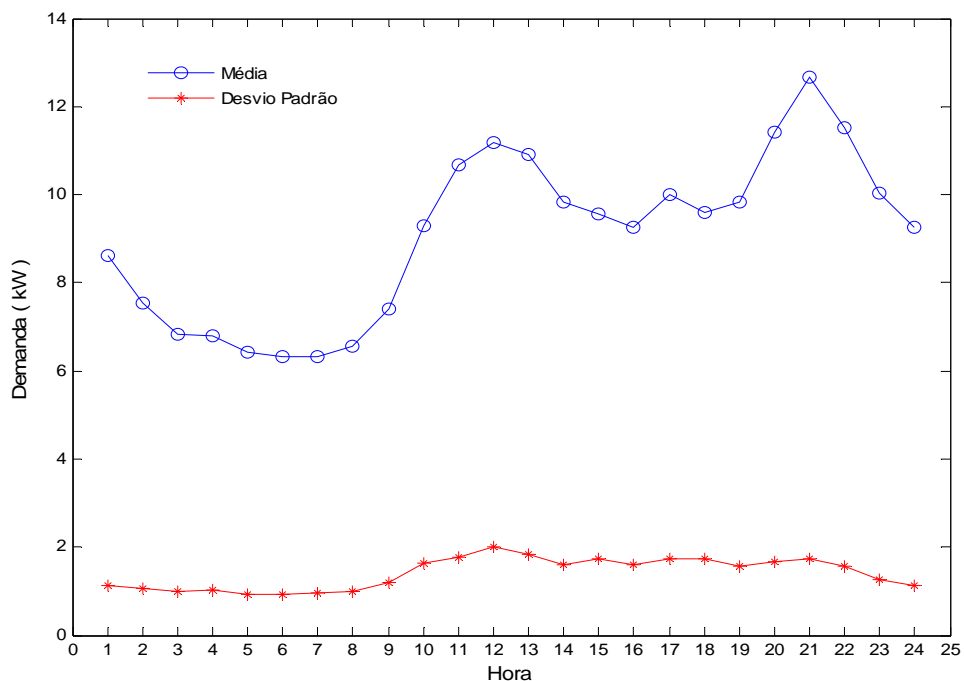


Figura 3.13: Curvas de carga diárias para um transformador de 75 kVA para sábados.

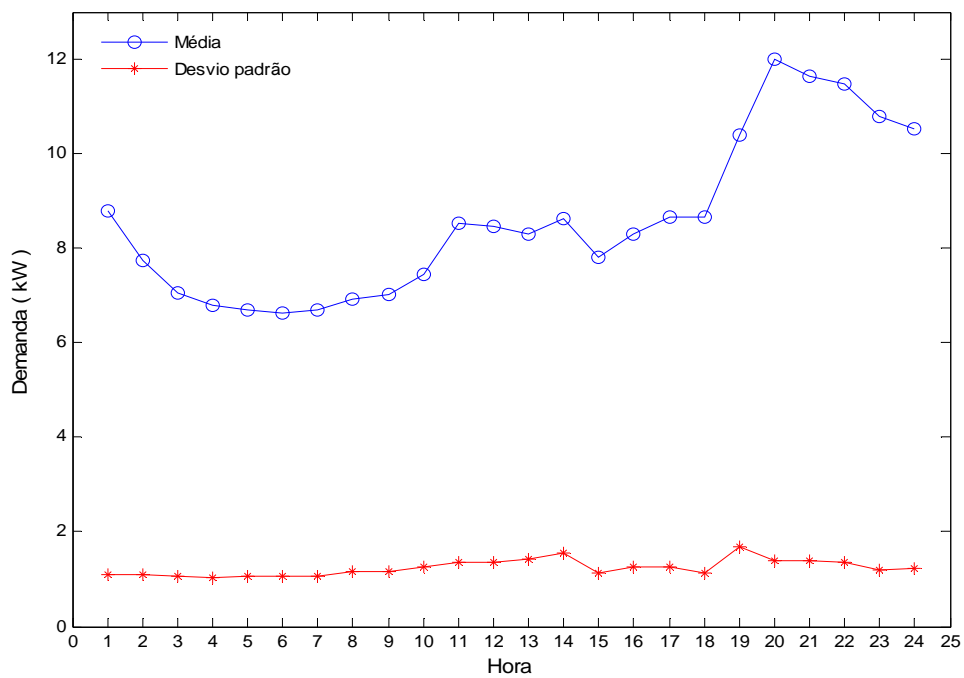


Figura 3.14: Curvas de carga diárias para um transformador de 75 kVA para domingos.

A metodologia proposta por (JARDINI et al., 2000) descrita anteriormente é aplicada neste trabalho para determinar as curvas de carga diárias de todos os usuários do sistema de distribuição. Esta metodologia apresenta bons resultados quando a base de dados é boa, isto se refere a tempo de duração das medições, medição aos usuários mais representativos, equipamentos de medida em ótimo estado. Na literatura especializada existem outras metodologias para estimar as curvas de carga diárias, como por exemplo: redes neurais, lógica difusa (SRINIVASAN et al., 1994, FALCÃO; HENRIQUES, 2001)

Para estimar as curvas de carga diárias do sistema de distribuição em estudo, neste trabalho se conta com a base de dados da campanha de medições feita no ano de 2007 por uma concessionária do estado de São Paulo. As curvas de carga diárias medidas da campanha são classificadas segundo o disposto pela ANEEL no PRODIST (ANEEL-PRODIST, 2008), e tomando um valor de 220 kWh para o LBR (Limite de consumo característico da unidade consumidora Residencial Baixa Renda) na classe residencial.

Uma das bases principais da metodologia de fluxo potência considerando incertezas proposta neste trabalho, são as curvas de carga dos usuários do sistema de distribuição, já que demanda do sistema será modelada probabilisticamente através das funções de distribuição de probabilidade.

Na metodologia descrita por (JARDINI et al., 2000), as curvas de carga diárias dos usuários do sistema de distribuição são estimadas com a função de distribuição de probabilidade normal. Neste trabalho as curvas podem ser estimadas dependendo da função de distribuição de probabilidade que melhor represente os dados da campanha de medição (algoritmo descrito na Figura 2.3), ou por qualquer distribuição de probabilidade das propostas neste texto.

## Capítulo 4

# Fluxo de potência considerando incertezas

### **4.1** *Introdução*

O fluxo de potência é uma ferramenta fundamental para as análises de sistemas elétricos. Por meio da solução do problema são obtidas as condições em regime permanente do sistema (níveis de tensão nas barras, fluxos de potência nas linhas, perdas, etc.). Nos sistemas reais devido ao fato da demanda estar variando constantemente, e a alguns eventos inesperados no sistema (perdas de energia não técnicas, contingências, manutenção dos elementos do sistema, etc.) não é possível determinar com precisão o estado do sistema em um determinado instante. Além do anterior, são apresentados alguns erros nos dados cadastrados nas bases de dados, como por exemplo erro no cadastro das fases nas quais os usuários estão ligados. Devido aos fatos mencionados anteriormente torna-se importante uma modelagem probabilística do fluxo de potência. Uma das grandes vantagens da modelagem probabilística do fluxo de potência é que são simulados muitos cenários possíveis de carga do sistema, no caso determinístico só é simulado um cenário de carga.

Este capítulo está dividido da seguinte forma: primeiro se descreve o algoritmo de fluxo de potência determinístico que será empregado em cada passo do processo de simulação, logo são apresentados os conceitos da simulação de Monte Carlo, que é utilizado para gerar aleatoriamente os possíveis cenários de carga do sistema de distribuição. Na seção seguinte é apresentado o modelo probabilístico quando se

considera incerteza na demanda, logo após é apresentado a modelagem probabilística quando se considera incerteza na demanda e na conexão dos usuários ao sistema de distribuição, finalmente é apresentado o algoritmo de fluxo de potência probabilístico.

## **4.2 Algoritmo de fluxo de potência determinístico**

O algoritmo de fluxo de potência determinístico empregado neste trabalho é o *backward/forward sweep* descrito em (CHENG; SHIRMOHAMMADI, 1995), que é um método muito empregado. O método utiliza duas etapas consecutivas para encontrar uma solução do fluxo de potência. A primeira etapa consiste em determinar as correntes nos ramos começando desde os nós terminais até chegar à subestação; é necessário supor um nível de tensão inicial nas barras. A segunda etapa consiste em obter as tensões em todos os nós começando desde a subestação até os nós terminais; para isto se utilizam os dados de correntes encontradas na primeira etapa. Uma vez realizada as duas etapas anteriores se completa uma iteração. O processo de simulação para quando é atendido um determinado critério de convergência.

## **4.3 Simulação de Monte Carlo**

O método de simulação de Monte Carlo é o processo de geração de números aleatórios empregando qualquer distribuição de probabilidade para avaliar em forma numérica, indireta ou artificial um modelo matemático que permite estimar o comportamento de um sistema ou um processo que envolve variáveis estocásticas (BILLINTON; ALLAN, 1992, LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005).

Os números aleatórios de qualquer distribuição de probabilidade são gerados empregando números aleatórios uniformes, designados com a letra  $U$ , que devem cumprir com as propriedades de uniformidade e independência (LAW; KELTON, 2000, PAPOULIS, 2001, ZAPATA, 2005).

Uma vez determinado um número aleatório uniforme  $U$ , se pode gerar uma observação da variável aleatória de interesse da seguinte forma (LAW; KELTON, 2000, PAPOULIS, 2001, ZAPATA, 2005):

1. Qualquer função de distribuição de probabilidade avaliada em qualquer valor  $x$  é igual a um número entre 0 e 1, isto pode ser representado da seguinte forma:

$$F_x(x) = U \quad (4.1)$$

2. Assim se pode obter artificialmente uma observação da variável  $x$  encontrando a função inversa da distribuição de probabilidade:

$$x = F_x^{-1}(U) \quad (4.2)$$

### 4.3.1 Critério de parada de uma simulação de Monte Carlo

Existem várias formas para determinar o procedimento de parada de uma simulação de Monte Carlo. Um dos procedimentos mais conhecidos emprega o coeficiente de variação estatístico de uma variável de interesse (LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005). Quando o coeficiente de variação estatístico é menor que um valor preestabelecido o processo de simulação de Monte Carlo para. Os valores típicos do coeficiente de variação são 5% a 6%.

Neste trabalho se emprega o coeficiente de variação estatístico para determinar quando o fluxo de potência probabilístico deve parar. Neste caso a variável de interesse para calcular o coeficiente é a variação da demanda de potência em cada fase do sistema de distribuição. O coeficiente de variação da demanda se pode determinar com a seguinte expressão:

$$cv_d = \max(cv_a, cv_b, cv_c) \quad (4.3)$$

O coeficiente estatístico para cada fase se deve calcular a partir da segunda iteração, e pode ser determinado com a seguinte expressão matemática (LAW; KELTON, 2000, ZAPATA, 2005):

$$cv = \frac{\sigma}{\mu\sqrt{n}} \quad (4.4)$$

sendo:

- $\mu$  : valor médio da demanda por fase;  
 $\sigma$  : desvio padrão da demanda por fase;  
 $n$  : número da iteração.

#### 4.4 Modelagem probabilística da demanda

O modelo probabilístico da demanda do sistema elétrico pode ser modelado matematicamente através das funções de densidade e distribuição de probabilidade. Quando é realizada uma simulação de Monte Carlo para solucionar o problema do fluxo de potência considerando incertezas, são gerados números aleatórios entre 0 e 1 e é determinado o valor da demanda através da inversa da função de distribuição de probabilidade. A seguir são apresentadas as funções de densidade e distribuição de probabilidade para as funções normal e lognormal.

##### 4.4.1 Distribuição normal

Função de densidade de probabilidade normal da demanda pode ser representada da seguinte forma:

$$f_L(L) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(L-\bar{L})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.5)$$

Função de distribuição de probabilidade normal para a demanda pode ser representada como:

$$F_L(L) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_L^{\infty} e^{-\frac{(L-\bar{L})^2}{2\sigma^2}} dL \quad (4.6)$$

sendo:

- $\bar{L}$  : valor médio da demanda;  
 $\sigma$  : desvio padrão da demanda.

#### 4.4.2 Distribuição lognormal

Função de densidade de probabilidade lognormal para demanda pode ser representada por:

$$f_L(L) = \frac{1}{L\sigma_{ln}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(L)-\bar{L}_{ln})^2}{2\sigma_{ln}^2}} \quad (4.7)$$

Função de distribuição de probabilidade lognormal da demanda pode ser representada da seguinte forma:

$$F_L(L) = \frac{1}{\sigma_{ln}\sqrt{2\pi}} \int_L^{\infty} \frac{1}{L} e^{-\frac{(\ln(L)-\bar{L}_{ln})^2}{2\sigma_{ln}^2}} dL \quad (4.8)$$

sendo:

$\bar{L}_{ln}$  : valor médio da demanda;

$\sigma_{ln}$  : desvio padrão da demanda.

#### 4.5 Modelagem probabilística da conexão dos usuários ao sistema de distribuição

As concessionárias de energia fazem medições aos usuários dos sistemas de distribuição com o propósito de determinar a energia mensal consumida e o custo do serviço prestado. Estas medições são feitas com aparelhos que determinam a energia total consumida e não levam em conta as fases em que estão ligados os usuários. Além, em muitos casos as bases de dados dos usuários apresentam erros no cadastramento das fases em que estão ligadas nas unidades consumidoras. Devido aos fatos anteriores, se apresenta uma incerteza sobre a energia que está sendo fornecida em cada fase.

Quando existe incerteza na conexão das unidades consumidoras ao sistema, se pode aplicar o seguinte procedimento para distribuir aleatoriamente a demanda nas fases do sistema (KARAKI et al., 1999, ZAPATA, 2005):



*Para usuários com conexão trifásica:*

$$\begin{aligned}d_a &= d_{3\phi} * U_1 \\d_b &= d_{3\phi} * (1 - U_1) * U_2 \\d_c &= d_{3\phi} * (1 - U_1) * (1 - U_2)\end{aligned}\tag{4.9}$$

*Para usuários com conexão monofásica:*

$$\begin{aligned}d_x &= d_{2\phi} * U_1 \\d_y &= d_{2\phi} * (1 - U_1)\end{aligned}\tag{4.10}$$

em que  $U_1$  e  $U_2$  são números gerados aleatoriamente entre 0 até 1,  $d_a$ ,  $d_b$  e  $d_c$  são as demandas das fases A, B, e C respectivamente,  $d_x$  e  $d_y$  são a demanda alocada em duas fases do sistema (fases AB, AC ou BC),  $d_{3\phi}$  é a demanda trifásica do usuário e  $d_{2\phi}$  é a demanda bifásica do usuário.

#### **4.6 Algoritmo de fluxo de potência probabilístico**

O algoritmo de fluxo de potência probabilístico proposto neste trabalho se baseia no método de simulação de Monte Carlo que serve para gerar possíveis cenários de carga do sistema de distribuição em estudo. Uma vez gerado um possível estado do sistema é necessário rodar um fluxo de potência para determinar as condições de regime permanente do sistema.

O algoritmo proposto neste trabalho para o fluxo de potência considerando incertezas é o seguinte:

**Passo 1:** Determinar qual distribuição de probabilidade representa melhor os dados medidos de potência ativa dos usuários do sistema de distribuição, através do procedimento de ajuste descrito no Capítulo 2;

**Passo 2:** Determinar as curvas de valor médio e desvio padrão para todos os transformadores do sistema de distribuição através da metodologia proposta no Capítulo 3, e empregando a função de distribuição de probabilidade encontrado no passo 1;

**Passo 3:** Determinar as funções de distribuição de probabilidade da demanda ( $F_d(d)$ ), a partir da curva média e desvio padrão de cada transformador, este procedimento é realizado em todos os transformadores do sistema de distribuição. Para cada transformador se conta com 24 funções de distribuição de probabilidade, já que trabalha com a curva de carga diária e um valor por hora.

**Passo 4:** Processo iterativo do fluxo de potência considerando incertezas:

$$k = 1$$

- i. Gerar aleatoriamente um valor de probabilidade entre 0 e 1;
- ii. Para a probabilidade encontrada no passo i, determinar o valor da demanda de potência ativa em kW, através das funções de distribuição de probabilidade de cada transformador do sistema,
- iii. Determinar a demanda de potência reativa kVAr a partir da potência ativa kW e o fator de potência.
- iv. Para os valores de potência encontrados em cada transformador nos passos ii e iii, obter as condições de regime permanente do sistema de distribuição, calculando do fluxo de potência determinístico;
- v. Se  $k = 1$ , faça  $k = k + 1$  e retorne ao passo i; caso contrário, calcular o coeficiente de variação estatístico da demanda ( $CV_d$ ), e seguir ao passo vi.
- vi. Se o  $CV_d > 5\%$  faça  $k = k + 1$  e regressar ao passo i; caso contrário o processo de simulação do fluxo de potência para.

## Capítulo 5

# Resultados com um sistema real

### **5.1 *Introdução***

Este capítulo se divide em duas partes. Na primeira parte se realiza um estudo estatístico sobre quais funções de distribuição de probabilidade podem representar melhor os dados medidos dos usuários de um sistema de distribuição. Na segunda parte são apresentados os resultados obtidos para o fluxo de potência considerando incerteza na demanda. Realiza-se uma comparação entre os resultados obtidos pelo fluxo para várias funções de distribuição de probabilidade.

As metodologias empregadas para solucionar problema do fluxo de potência considerando incertezas, foram implementadas em linguagem C++, em um computador com um processador Core 2 Duo de 3GHz, e com memória RAM de 4 GB.

### **5.2 *Análise estatística das curvas de carga diárias de potência ativa***

Um erro muito comum nas análises estatísticas de curvas de carga diárias é desprezar as características próprias das medições realizadas nos sistemas de distribuição. Tradicionalmente se toma a função de distribuição normal para realizar os estudos o que pode levar a conclusões inadequadas. Assim, é importante realizar um estudo a priori para identificar características próprias das medições, como qual

distribuição de probabilidade pode representar melhor os dados, cálculo do valor esperado e desvio padrão, entre outras.

Neste trabalho é empregado o algoritmo de ajuste para identificar qual distribuição de probabilidade pode representar as curvas de carga diárias de potência ativa medidas dos usuários de um sistema de distribuição. Como os dados em estudo são curvas de carga diárias, tem-se 24 medidas de potência ativa para cada usuário do sistema de distribuição. Assim se aplica o algoritmo de ajuste a cada hora, para todos os usuários, obtendo como resultado uma distribuição de probabilidade para cada hora.

Como foi mencionado no Capítulo 1 as curvas de carga diárias medidas são classificadas em classes e em sub-classes. No caso da classificação por subclasses para os usuários da classe residencial o valor LBR (Limite de consumo característico da unidade consumidora Residencial Baixa Renda) é definido com um valor de 220 kWh (ANEEL-PRODIST, 2008); assim, esta subclasse fica definida da seguinte forma: usuários até 80 kWh, acima de 80 até 220 kWh, acima de 220 até 500 kWh, acima de 500 a 1.000 kWh e para usuários maiores que 1.000 kWh.

O procedimento de ajuste é realizado para as curvas de carga diária medidas para cada classe de consumo, já que os consumidores de cada classe apresentam tendências de consumo muito diferentes, o que pode levar a ter a presença de valores discrepantes na hora de fazer as provas de ajuste. Na Tabela 5.1 é apresentado o número de consumidores medidos para cada classe de consumo.

**Tabela 5.1: Número de usuários medidos por classe.**

Classe	Sub-classe kWh/mensal	# usuários	Classe	Sub-classe kWh/mensal	# usuários
Residencial	Até 80	9	Industrial	Até 500	28
	81 até 200	49		501 até 1.000	18
	201 até 500	54		1.001 até 5.000	22
	501 até 1.000	15		5.001 até 10.000	7
	Acima 1.001	15		Acima 10.000	8
		<b>Total: 142</b>			<b>Total: 83</b>
Comercial	Até 500	29	Rural	Até 200	27
	501 até 1.000	20		201 até 500	40
	1.001 até 5.000	30		501 até 1.000	30
	5.001 até 10.000	12		1.001 até 5.000	19
	Acima 10.001	12		Acima 5.001	18
		<b>Total: 103</b>			<b>Total: 134</b>

Nas tabelas 5.2 a 5.13 se apresentam os resultados obtidos do algoritmo de ajuste aplicado às curvas de carga diárias medidas dos usuários residenciais, comerciais, industriais e rurais, para os dias úteis, sábados e domingos. Nas tabelas são mostradas as funções de distribuição de probabilidade, e o número de vezes que ficou no primeiro lugar no ranking.

Os resultados do algoritmo de ajuste mostrado nas tabelas são obtidos da seguinte forma: se aplica o algoritmo a cada hora e para cada subclasse de consumo, obtendo-se uma distribuição para cada hora. Pode ocorrer o caso que a mesma distribuição apresente ajuste em várias horas. Assim, para cada subclasse se somam quantas vezes cada distribuição apresenta ajuste. Este procedimento é realizado para cada subclasse, finalmente são somadas quantas vezes cada distribuição apresentou ajustes nas subclasses, obtendo-se uma classificação por classe.

**Tabela 5.2: Resultados da análise estatística para os usuários residenciais para dias úteis.**

	<b>Dias úteis</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	65	54,17
2	Gamma	19	15,83
3	Weibull	14	11,67
4	Pareto	13	10,83
5	Normal	8	6,67
6	Uniforme	1	0,83
7	Exponencial	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.3: Resultados da análise estatística para os usuários residenciais para sábados.**

	<b>Dias sábados</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	56	46,67
2	Normal	20	16,67
3	Gamma	20	16,67
4	Weibull	18	15,00
5	Uniforme	4	3,33
6	Pareto	2	1,67
7	Exponencial	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.4: Resultados da análise estatística para os usuários residenciais para domingos.**

	<b>Dias domingos</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	58	48,33
2	Gamma	20	16,67
3	Normal	17	14,17
4	Weibull	14	11,67
5	Pareto	10	8,33
6	Uniforme	1	0,83
7	Exponencial	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.5: Resultados da análise estatística para os usuários comerciais para dias úteis.**

	<b>Dias úteis</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Weibull	40	33,33
2	Lognormal	36	30,00
3	Gamma	18	15,00
4	Normal	14	11,67
5	Pareto	6	5,00
6	Exponencial	6	5,00
7	Uniforme	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.6: Resultados da análise estatística para os usuários comerciais para sábados.**

	<b>Dias sábados</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Weibull	32	26,67
2	Lognormal	29	24,17
3	Normal	25	20,83
4	Exponencial	18	15,00
5	Gamma	16	13,00
6	Pareto	0	0,00
7	Uniforme	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.7: Resultados da análise estatística para os usuários comerciais para domingos.**

	<b>Dias domingos</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Weibull	32	26,67
2	Normal	27	22,50
3	Lognormal	25	20,83
4	Exponencial	22	18,33
5	Gamma	14	11,67
6	Pareto	0	0,00
7	Uniforme	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.8: Resultados da análise estatística para os usuários industriais para dias úteis.**

	<b>Dias úteis</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	62	51,67
2	Weibull	23	19,67
3	Exponencial	18	15,00
4	Normal	10	8,33
5	Gamma	7	5,83
6	Pareto	0	0,00
7	Uniforme	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.9: Resultados da análise estatística para os usuários industriais para sábados.**

	<b>Dias sábados</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	69	57,50
2	Weibull	18	15,00
3	Gamma	17	14,17
4	Normal	8	6,67
5	Exponencial	5	4,17
6	Parero	3	2,50
7	Uniforme	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.10: Resultados da análise estatística para os usuários industriais para domingos.**

	<b>Dias domingos</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Weibull	43	35,83
2	Lognormal	33	27,50
3	Gamma	22	18,33
4	Normal	14	11,67
5	Exponencial	4	3,33
6	Uniforme	4	3,33
7	Pareto	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>



**Tabela 5.11: Resultados da análise estatística para os usuários rurais para dias úteis.**

	<b>Dias úteis</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	75	62,50
2	Gamma	20	16,67
3	Weibull	13	10,83
4	Normal	10	8,33
5	Exponencial	2	1,67
6	Pareto	0	0,00
7	Uniforme	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.12: Resultados da análise estatística para os usuários rurais para sábados.**

	<b>Dias sábados</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	43	35,83
2	Gamma	33	27,50
3	Weibull	22	18,33
4	Normal	14	11,67
5	Exponencial	4	3,33
6	Pareto	4	3,33
7	Uniforme	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.13: Resultados da análise estatística para os usuários rurais para domingos.**

	<b>Dias domingos</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	51	42,50
2	Weibull	29	24,17
3	Gamma	28	23,33
4	Normal	10	8,33
5	Uniforme	2	1,67
6	Pareto	0	0,00
7	Exponencial	0	0,00
	<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100</b>

Nas tabelas 5.14 a 5.16 são apresentados os resultados finais da análise estatística para os dias úteis, sábados e domingos. Neste caso são somados os resultados obtidos para cada classe de consumo e realiza-se um novo ranking para identificar qual distribuição de probabilidade apresentou o melhor desempenho nos estudos.

Pode-se notar das tabelas que a função de distribuição que melhor se ajustou em todos os estudos foi a função de distribuição lognormal. Também se pode notar que a função de distribuição normal poucas vezes aparece nos primeiros lugares.

**Tabela 5.14: Resultado final da análise estatística para os dias úteis.**

<b>Resultado final dias úteis</b>			
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	238	49,58
2	Weibull	90	18,75
3	Gamma	64	13,33
4	Normal	42	8,75
5	Exponencial	26	5,42
6	Pareto	19	3,96
7	Uniforme	1	0,21
	<b>Total</b>	<b>480</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.15: Resultado final da análise estatística para sábados.**

<b>Resultado final sábados</b>			
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	220	45,83
2	Gamma	86	17,92
3	Weibull	83	17,19
4	Normal	57	11,88
5	Exponencial	25	5,21
6	Pareto	5	1,04
7	Uniforme	4	0,83
	<b>Total</b>	<b>480</b>	<b>100</b>

**Tabela 5.16: Resultado final da análise estatística para domingos.**

	<b>Resultado final domingos</b>		
<b>#</b>	<b>Distribuição</b>	<b>No.</b>	<b>%</b>
1	Lognormal	163	34,79
2	Weibull	117	24,38
3	Gamma	85	17,71
4	Normal	68	14,17
5	Exponencial	26	5,42
6	Pareto	10	2,08
7	Uniforme	7	1,46
	<b>Total</b>	<b>480</b>	<b>100</b>

### **5.3 Sistema de distribuição trifásico real.**

Para realizar o estudo de fluxo de potência considerando incerteza foi usado um sistema de distribuição trifásico. Este sistema tem tensão nominal de 11,4 kV fase-fase, conta com 205 transformadores e um total de 5550 usuários entre residenciais, comerciais, industriais e rurais.

Para este alimentador são conhecidas as curvas de carga de potência ativa e reativa, e os resultados das medições são mostrados nas Figura 5.1 a 5.3.

A fim de caracterizar a carga do alimentador mostram-se na Tabela 5.17 as potências e número de transformadores de distribuição. Na Tabela 5.18 são informadas as potências dos capacitores existentes.

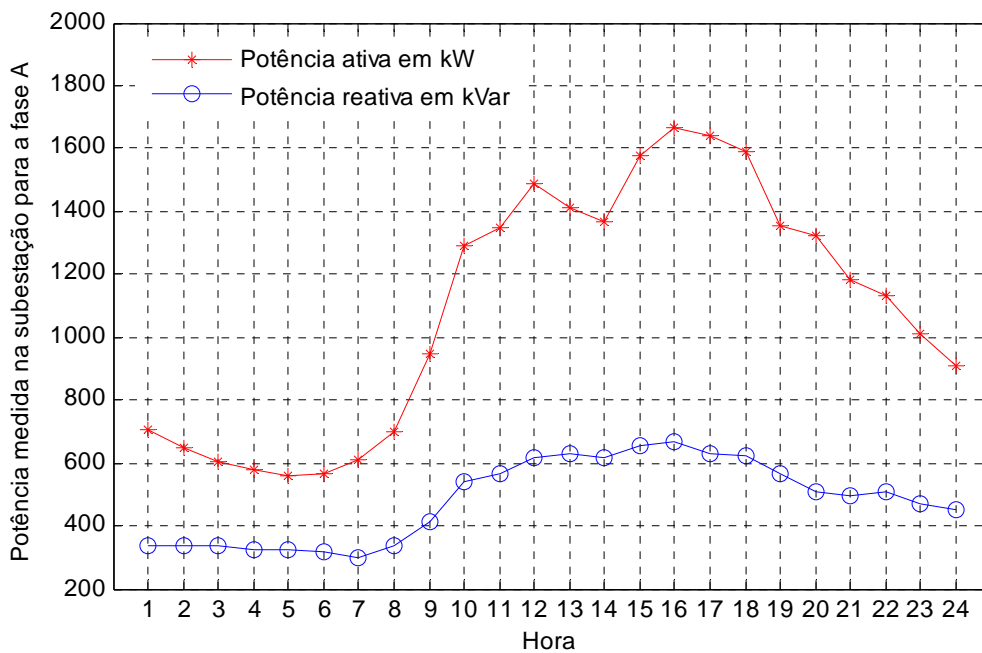


Figura 5.1: Potencia ativa e reativa medida no inicio do alimentador para a fase A.

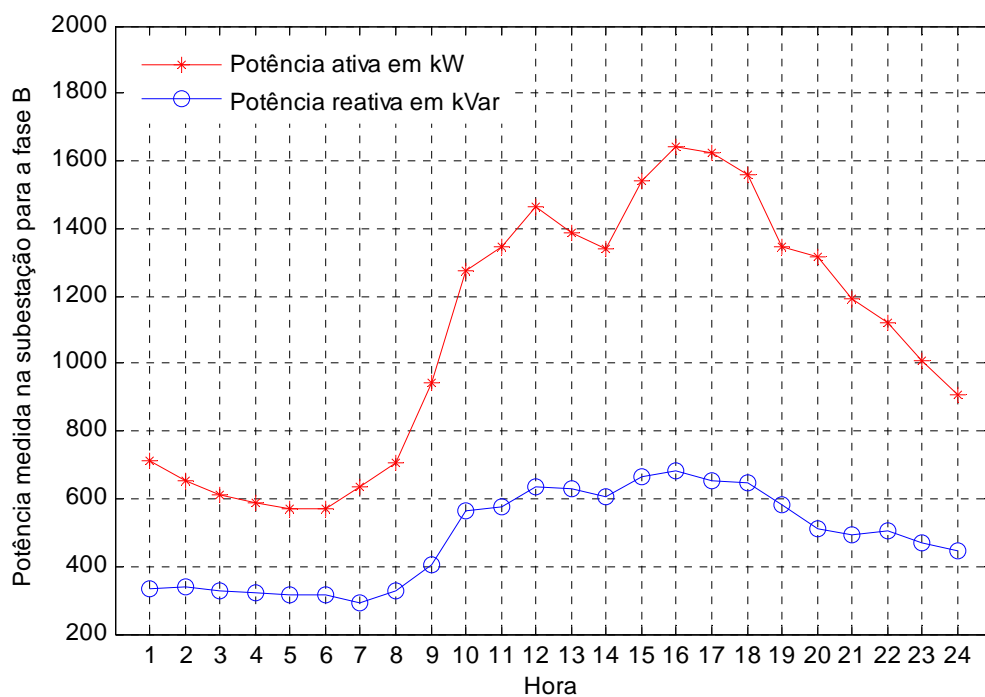


Figura 5.2: Potencia ativa e reativa medida no inicio do alimentador para a fase B.

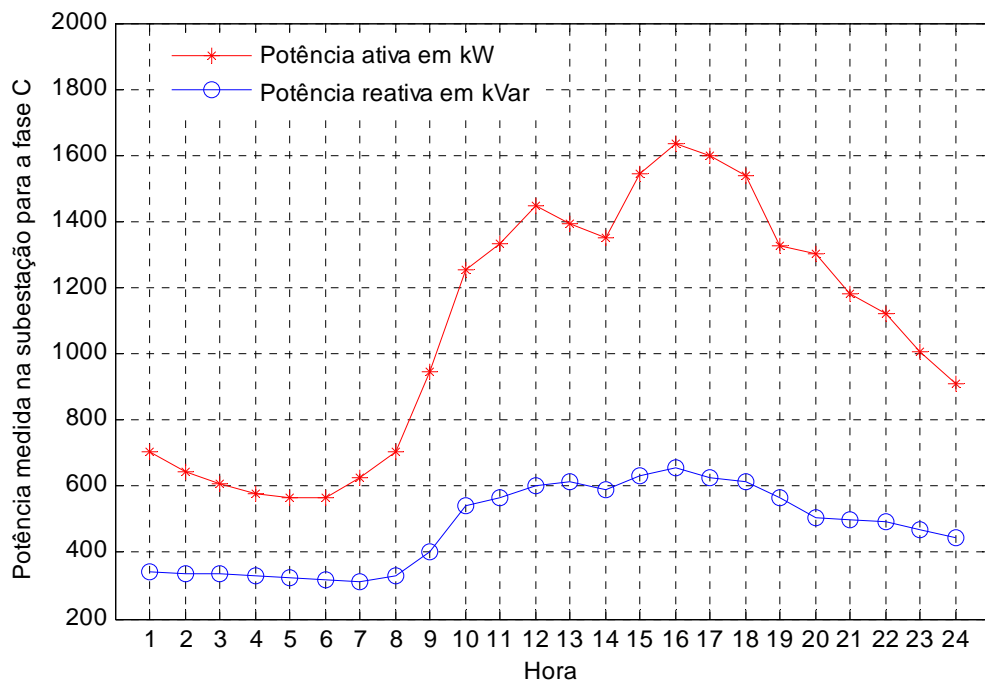


Figura 5.3: Potencia ativa e reativa medida no inicio do alimentador para a fase C.

Tabela 5.17: Transformadores instalados do alimentador.

Potência do transformador em KVA	# de transformadores no alimentador	Tipo de transformador
5	1	Monofásico
10	8	Monofásico
10	21	Trifásico
15	21	Trifásico
20	1	Trifásico
30	12	Trifásico
45	46	Trifásico
75	47	Trifásico
112,5	36	Trifásico
150	5	Trifásico
180	3	Trifásico
225	3	Trifásico
300	1	Trifásico

Tabela 5.18: Bancos de capacitores fixos no alimentador.

	Qca (kVAr)	Qcb (kVAr)	Qcc (kVAr)
<b>Banco 1</b>	100,0	100,0	100,0
<b>Banco 2</b>	100,0	100,0	100,0

Os fatores de potência medidos ao início do alimentador são apresentados na Tabela 5.19, para as três fases do sistema. Estes fatores de potência têm em conta todas as cargas do sistema de distribuição, assim como também a potência reativa injetada pelos bancos de capacitores.

**Tabela 5.19: Fator de potência medido ao início do alimentador.**

Hora	Fator de potência		
	Fase A	Fase B	Fase C
1	0,9029	0,9044	0,8999
2	0,8880	0,8864	0,8851
3	0,8757	0,8798	0,8751
4	0,8716	0,8752	0,8666
5	0,8655	0,8731	0,8658
6	0,8722	0,8764	0,8709
7	0,8977	0,9097	0,8952
8	0,9022	0,9074	0,9049
9	0,9179	0,9198	0,9204
10	0,9227	0,9145	0,9177
11	0,9219	0,9197	0,9207
12	0,9242	0,9168	0,9236
13	0,9124	0,9106	0,9154
14	0,9115	0,9112	0,9175
15	0,9229	0,9179	0,9256
16	0,9283	0,9233	0,9277
17	0,9335	0,9272	0,9308
18	0,9313	0,9229	0,9289
19	0,9227	0,9182	0,9200
20	0,9336	0,9318	0,9324
21	0,9227	0,9250	0,9215
22	0,9129	0,9122	0,9152
23	0,9066	0,9079	0,9064
24	0,8965	0,8979	0,8981

A potência reativa das cargas será calculada usando-se a potência ativa estimada e atribuindo-se a cada uma delas o valor do fator de potência no início do alimentador, mas os valores da Tabela 5.20 não podem ser utilizados diretamente, devido ao fato que aqueles valores são obtidos com a influência dos bancos de capacitores fixos. Então a fim de obter o fator de potência para atribuição para todas as cargas, deve-se retirar da potência reativa medida a potência injetada pelos bancos de capacitores, assim, na Tabela 5.20 mostram-se os valores do fator de potência corrigidos.

**Tabela 5.20: Fator de potência ao início do alimentador sem considerar a potência injetada pelos bancos de capacitores.**

Hora	Fator de potência		
	Fase A	Fase B	Fase C
1	0,7963	0,7989	0,7926
2	0,7714	0,7697	0,7668
3	0,7503	0,7553	0,7497
4	0,7397	0,7453	0,7346
5	0,7303	0,7394	0,7317
6	0,7383	0,7437	0,7371
7	0,7742	0,7915	0,7743
8	0,7950	0,8012	0,7986
9	0,8411	0,8430	0,8438
10	0,8677	0,8579	0,8603
11	0,8693	0,8666	0,8673
12	0,8772	0,8679	0,8751
13	0,8611	0,8583	0,8638
14	0,8584	0,8569	0,8645
15	0,8784	0,8717	0,8804
16	0,8871	0,8808	0,8854
17	0,8923	0,8845	0,8881
18	0,8883	0,8778	0,8840
19	0,8705	0,8650	0,8662
20	0,8817	0,8794	0,8795
21	0,8625	0,8657	0,8611
22	0,8485	0,8471	0,8504
23	0,8332	0,8347	0,8327
24	0,8139	0,8152	0,8154

Devido a extensa base dados do sistema de distribuição não serão apresentados estes dados em detalhes, entretanto, mostram-se os principais dados deste sistema, quando é reduzido para 7 barras, a fim de permitir a realização de comparações de resultados. Os dados do sistema de 7 barras são apresentados no apêndice A.

#### ***5.4 Resultados do fluxo de potência considerando incerteza na demanda do sistema de distribuição.***

Os resultados da análise estatística mostram que a função de distribuição de probabilidade lognormal ficou no primeiro lugar em ranking. Assim, o fluxo de potência proposto neste trabalho pode ser simulado com as curvas de carga diárias obtidas com a função de distribuição lognormal ou através de outra função de distribuição de probabilidade.

Neste trabalho se faz uma análise comparativa entre os resultados obtidos pelo fluxo quando é empregada a função de distribuição lognormal e normal para estimar as curvas de carga diárias das unidades consumidoras.

O fluxo de potência considerando incertezas proposto é realizado hora a hora para a curva de carga, tendo assim um problema para cada hora. Cada simulação do algoritmo requer  $n$  vezes um fluxo de potência determinístico até que o coeficiente estatístico da variação da demanda seja menor que um valor preestabelecido, neste caso 5%. Os resultados finais do fluxo de potência com incertezas são valores esperados e desvios padrões das variáveis de interesse, por exemplo: o carregamento no início do alimentador, tensões nas barras de carga, fluxos de potência nos ramos, carregamento esperado dos transformadores, etc.

Na Tabela 5.21 são apresentados os resultados obtidos do fluxo de potência considerando incerteza na demanda, quando é empregada a função de distribuição lognormal para estimar as curvas de carga diárias do sistema de distribuição. Na tabela é apresentada a hora em que foi feita a simulação, o número de fluxos de potência determinísticos necessários para atingir o coeficiente de variação da demanda ( $CVd$ ), o carregamento esperado ( $E(P)$ ) e desvio padrão ( $DP(P)$ ) no início do alimentador para cada fase do sistema.



Para calcular os valores esperados e desvios padrões das variáveis de interesse se tomam os valores obtidos dos fluxos de potência determinísticos rodados até que o coeficiente de variação da demanda seja atendido. Os valores esperados e desvios padrão são estimados dependendo da função de distribuição de probabilidade proposta.

Nas Figura 5.4 a 5.6 são mostrados os resultados obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda para carregamento esperado (probabilidade de 50% de acerto) das fases A, B e C, assim como também é apresentado o carregamento medido na subestação de distribuição (medições fornecidas pela empresa de energia). Pode-se notar da Figura 5.4 que o carregamento esperado fica um pouco acima do carregamento medido. No caso da Figura 5.5 o carregamento esperado fica próximo ao carregamento medido. Na Figura 5.6 o carregamento esperado fica abaixo do carregamento medido.

**Tabela 5.21: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição lognormal.**

Hora	# de fluxos	Tempo (s)	Carregamento do sistema em kW					
			Fase A		Fase B		Fase C	
			E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)	E(P)	DP (P)
1	830	19	862,44	183,23	701,36	166,23	422,07	151,86
2	721	16	703,69	137,49	579,62	128,17	356,03	119,38
3	952	21	683,21	154,73	565,59	144,12	354,12	136,45
4	1034	23	653,28	153,89	542,49	144,16	346,57	139,19
5	805	18	635,12	132,61	523,86	123,73	331,56	117,39
6	902	22	630,15	137,52	514,92	127,23	317,78	119,11
7	958	23	696,24	162,11	560,80	146,00	349,00	134,90
8	935	23	853,20	193,30	689,05	175,94	425,51	162,43
9	1052	27	999,90	276,59	851,39	251,98	566,73	229,58
10	2325	82	1506,93	652,52	1328,06	614,63	1044,98	629,45
11	824	25	1527,94	410,75	1345,27	379,40	1035,62	371,30
12	1329	43	1601,45	528,95	1404,37	493,04	1095,12	498,74
13	422	13	1656,44	346,62	1399,71	297,03	1028,32	263,66
14	175	3	1386,23	199,64	1175,59	169,81	844,14	138,93
15	895	31	1581,78	441,47	1359,36	399,15	1026,29	383,32
16	1428	50	1773,93	595,98	1540,66	553,66	1201,31	567,14
17	1420	48	1807,75	593,42	1554,21	549,33	1203,64	566,47
18	1487	52	1871,16	632,38	1606,07	583,18	1240,15	597,26
19	621	18	1498,90	329,43	1237,46	290,58	845,53	263,06
20	768	23	1699,65	370,15	1311,86	313,75	808,88	279,92
21	1126	35	1822,72	481,78	1374,33	395,10	828,90	347,34
22	1062	32	1623,77	416,16	1259,04	350,97	758,60	308,87
23	1165	34	1397,55	360,76	1094,38	313,81	670,06	285,70
24	1220	35	1306,43	338,97	1023,79	296,81	624,97	272,57

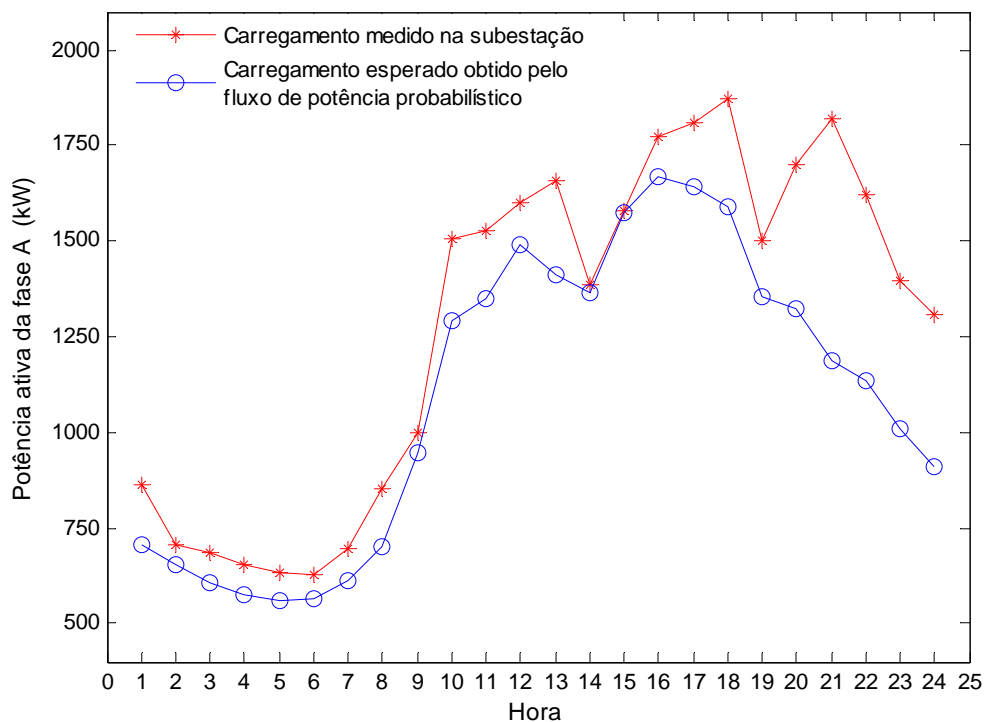


Figura 5.4: Carregamento da fase A empregando a função lognormal.

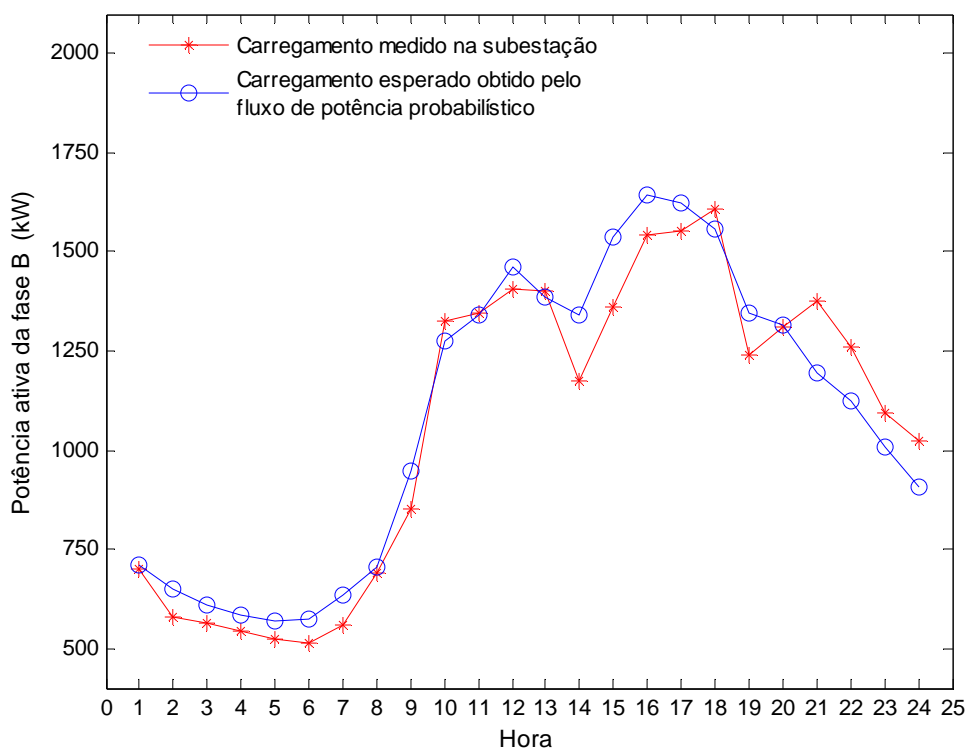


Figura 5.5: Carregamento da fase B empregando a função lognormal.

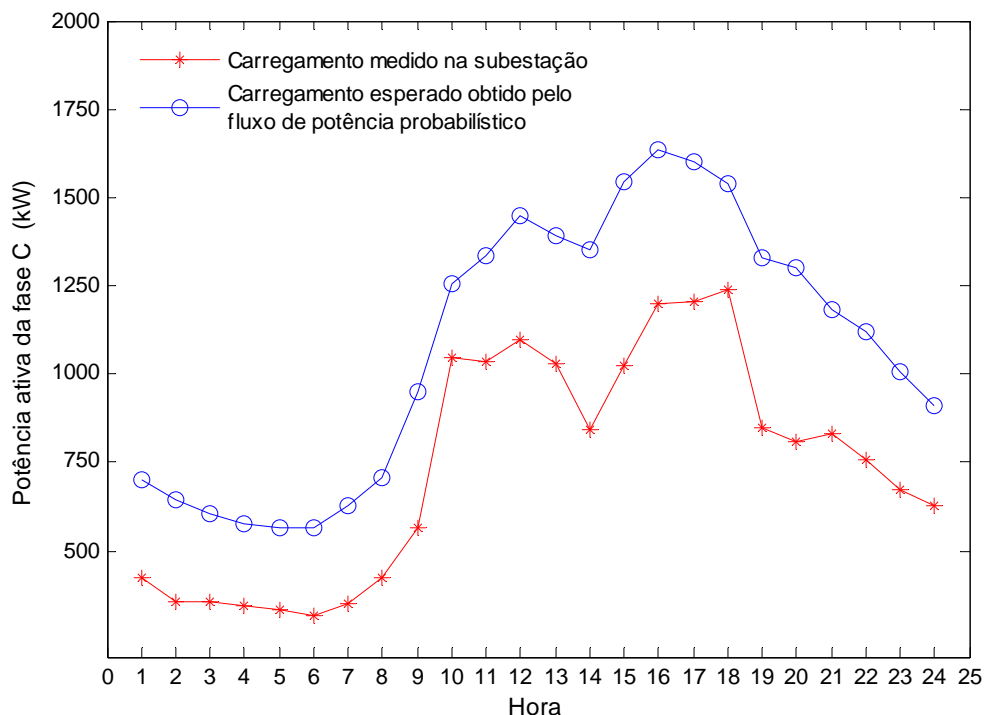


Figura 5.6: Carregamento da fase C empregando a função lognormal.

Nas Figura 5.7 e 5.8 são apresentadas as funções de densidade e de distribuição de probabilidade lognormal do carregamento no início do alimentador para as horas 4, 10 e 18, para a fase A.

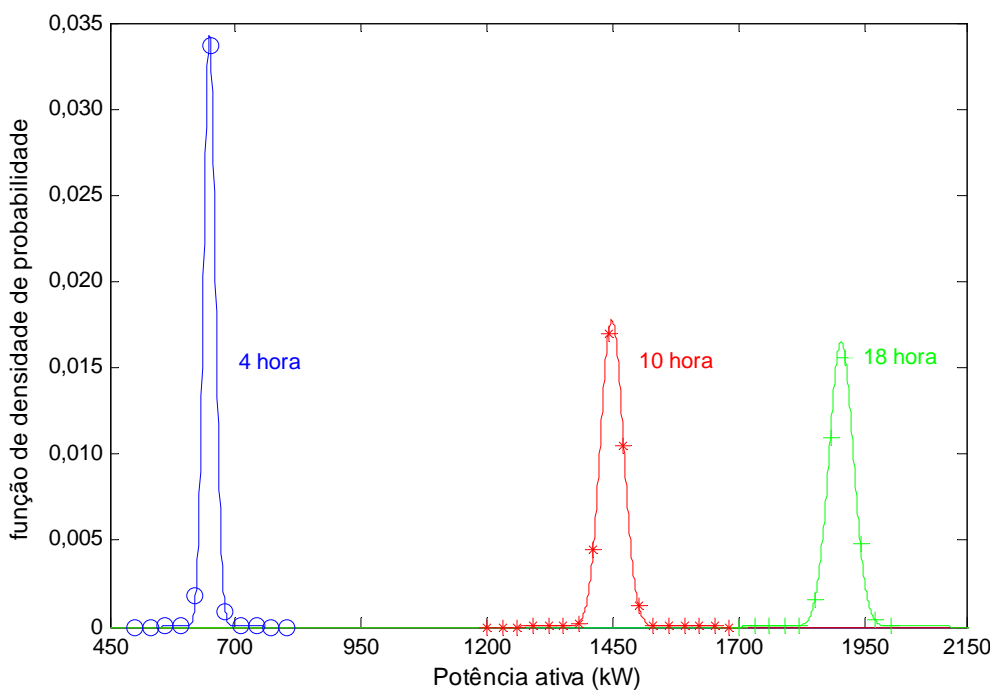
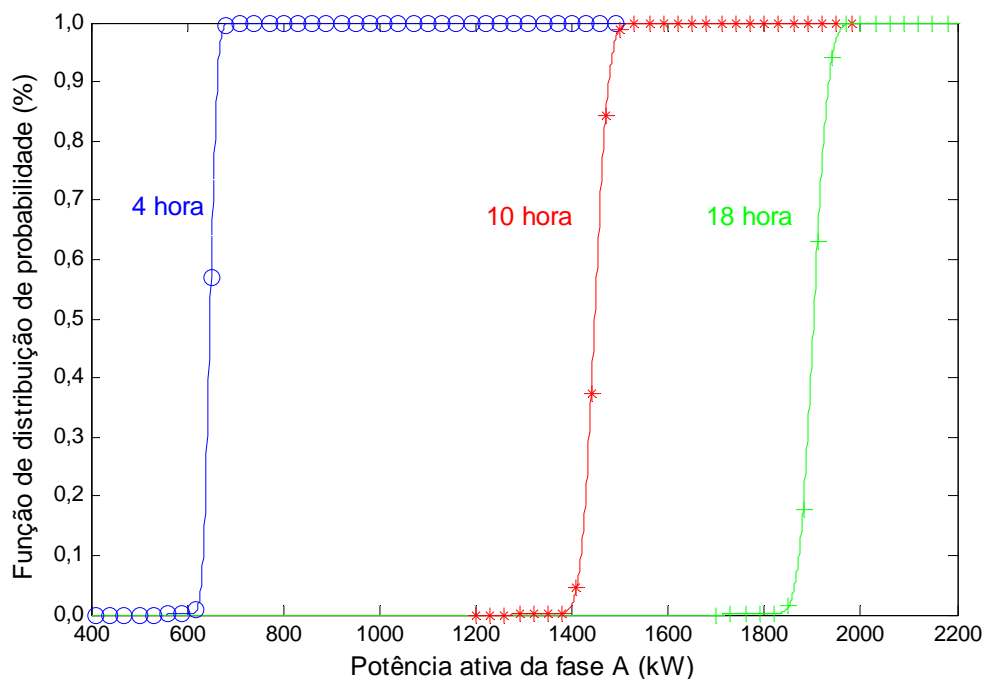


Figura 5.7: Funções de densidade de probabilidade lognormal.



**Figura 5.8: Funções de distribuição de probabilidade lognormal.**

A seguir são destacados os resultados em uma barra com um transformador trifásico de 75 kVA que tem 39 usuários residenciais, 3 usuários industriais, e 22 usuários comerciais. Nas Tabela 5.22 a 5.24 são apresentados o número de usuários que se tem em cada subclasse das diferentes classes de consumo para este transformador.

**Tabela 5.22: Usuários da classe residencial para o transformador de 75 KVA.**

Classe Subclasse	Residencial
0-80	4
80 até 220	13
220 até 500	8
500 até 1000	3
Maiores a 1000	1

**Tabela 5.23: Usuários da classe Industrial para o transformador de 75 KVA.**

<b>Classe</b> <b>Subclasse</b>	<b>Industrial</b>
Até 500	2
500 até 1000	1

**Tabela 5.24: Usuários da classe comercial para o transformador de 75 KVA.**

<b>Classe</b> <b>Subclasse</b>	<b>Comercial</b>
Até 500	16
500 até 1000	4
1000 até 5000	2

Na Tabela 5.25 são apresentadas as tensões que foram obtidas pelo algoritmo proposto quando é empregada a função de distribuição lognormal. Na tabela é mostrada a hora em que foi feita a simulação, os valores esperados e desvios padrões da tensão para as três fases do sistema de distribuição.

As tensões esperadas para o transformador de 75 kVA para a curva de carga horária são apresentadas na Figura 5.9. Pode-se notar que a tensão esperada mínima para a fase A é na hora de carregamento alto é menor que 0,95 p.u.

Na Tabela 5.26 é apresentada a hora em que foi feita a simulação e os carregamentos esperados e desvios padrões para as três fases do transformador de 75 kVA.

Na Figura 5.10 são mostrados os carregamentos esperados para o transformador de 75 kVA para a curva de carga horária. Pode-se notar que os carregamentos esperados das fases A e B, estão próximos entre si. Também se pode notar o carregamento da fase C é baixo.

**Tabela 5.25: Tensões obtidas pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição lognormal para um transformador de 75 kVA.**

Hora	Tensões					
	Fase A		Fase B		Fase C	
	E(V)	DP (V)	E(V)	DP (V)	E(V)	DP (V)
1	0,9719	0,0065	0,9844	0,0049	0,9879	0,0047
2	0,9762	0,0053	0,9860	0,0043	0,9894	0,0040
3	0,9771	0,0056	0,9868	0,0043	0,9900	0,0042
4	0,9776	0,0057	0,9867	0,0045	0,9897	0,0045
5	0,9786	0,0049	0,9877	0,0038	0,9907	0,0037
6	0,9785	0,0053	0,9874	0,0042	0,9903	0,0041
7	0,9769	0,0061	0,9870	0,0046	0,9891	0,0046
8	0,9724	0,0071	0,9842	0,0054	0,9876	0,0051
9	0,9637	0,0115	0,9776	0,0087	0,9817	0,0084
10	0,9507	0,0216	0,9659	0,0173	0,9703	0,0171
11	0,9469	0,0181	0,9648	0,0140	0,9691	0,0141
12	0,9483	0,0187	0,9650	0,0150	0,9699	0,0146
13	0,9458	0,0162	0,9662	0,0115	0,9713	0,0116
14	0,9537	0,0105	0,9708	0,0080	0,9759	0,0076
15	0,9473	0,0185	0,9663	0,0113	0,9710	0,0123
16	0,9422	0,0215	0,9617	0,0166	0,9667	0,0166
17	0,9407	0,0210	0,9606	0,0164	0,9651	0,0165
18	0,9390	0,0248	0,9594	0,0190	0,9644	0,0192
19	0,9494	0,0169	0,9689	0,0129	0,9733	0,0127
20	0,9493	0,0163	0,9724	0,0118	0,9766	0,0116
21	0,9472	0,0164	0,9725	0,0113	0,9769	0,0113
22	0,9495	0,0150	0,9727	0,0107	0,9784	0,0102
23	0,9563	0,0137	0,9758	0,0102	0,9806	0,0099
24	0,9608	0,0110	0,9786	0,0082	0,9836	0,0079

**Tabela 5.26: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição lognormal para um transformador de 75 kVA.**

Hora	Carregamento de um transformador 75 kVA					
	Fase A		Fase B		Fase C	
	E(P)	DP (P)	E(P)	DP (P)	E(P)	DP (P)
1	7,6578	0,9561	8,1078	0,9657	3,0615	0,5731
2	6,4253	0,7884	6,7863	0,7931	2,5971	0,4827
3	6,1409	0,8358	6,4886	0,8400	2,4837	0,5101
4	5,8018	0,8292	6,1184	0,8314	2,3120	0,4822
5	5,5480	0,7082	5,8687	0,7110	2,2069	0,4244
6	5,5520	0,7653	5,8607	0,7677	2,1919	0,4343
7	5,7859	0,8433	6,1031	0,8502	2,2661	0,4746
8	7,6311	1,2014	8,0418	1,2218	3,0548	0,7727
9	9,4641	2,0049	9,9697	2,0117	3,5990	1,0550
10	11,5985	3,1959	12,1544	3,1702	4,3007	1,7615
11	12,7565	2,3502	13,4447	2,3424	4,9173	1,2876
12	12,4827	2,4304	13,2152	2,4208	4,8175	1,2437
13	13,4466	2,3835	14,1856	2,3855	5,2722	1,8001
14	11,6046	1,4028	12,3320	1,4289	4,5166	0,8401
15	13,1998	4,5966	13,9352	4,4724	6,2151	7,0548
16	13,6739	2,6119	14,4833	2,6178	5,2933	1,3553
17	14,0554	2,6394	14,8660	2,6438	5,3557	1,3569
18	14,6094	3,0628	15,4471	3,0772	5,6142	1,5864
19	12,9589	2,3098	13,7867	2,3567	5,1023	1,2407
20	13,6786	2,2969	14,5267	2,3254	5,3444	1,3421
21	13,9527	2,4085	14,6413	2,4460	5,2742	1,4074
22	13,3695	2,2700	14,1541	2,3659	5,1984	1,3698
23	10,8431	1,9050	11,4654	1,9238	4,1383	1,0024
24	10,1414	1,6081	10,7284	1,6177	3,8960	0,8861



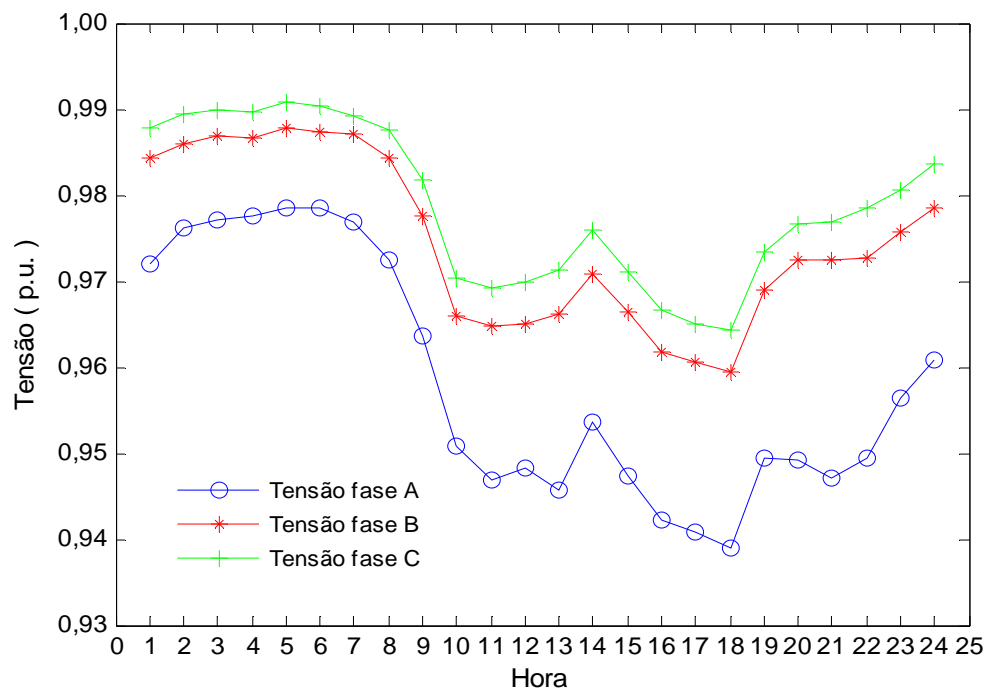


Figura 5.9: Tensões esperadas obtidas pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA.

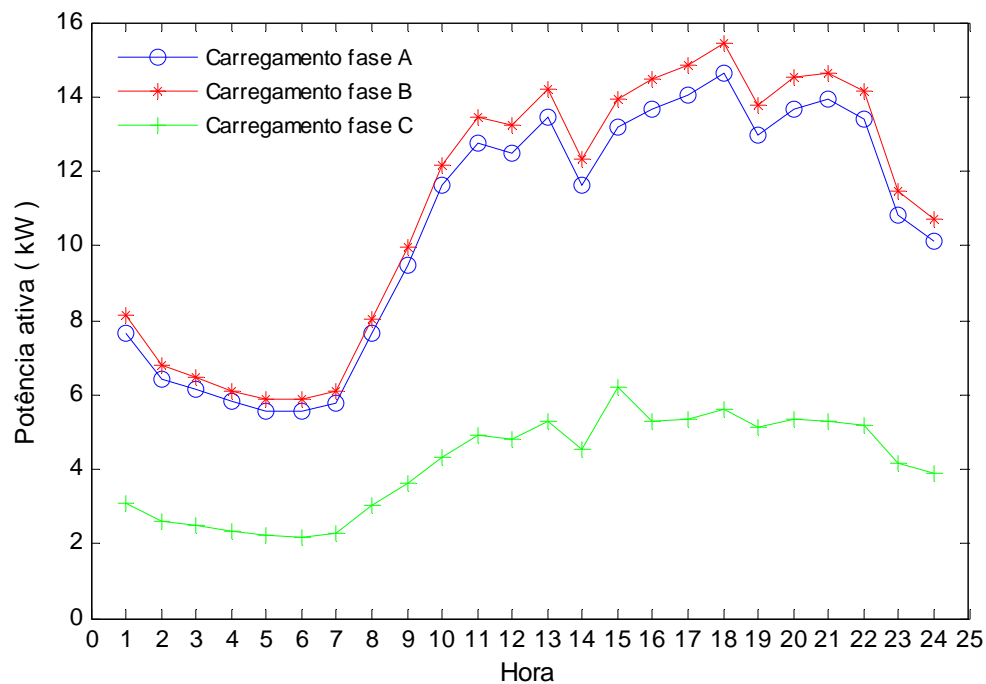


Figura 5.10: Carregamentos esperados obtidos pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA.

Como se mencionou a função de distribuição de probabilidade normal é tradicionalmente empregada para estimar as curvas de carga diárias dos usuários do sistema de distribuição. Por tal motivo neste trabalho é realizado um estudo para encontrar os resultados do fluxo de potência considerando incerteza na demanda quando é utilizada a distribuição normal para estimar as curvas de carga diárias.

Na Tabela 5.27 são apresentados os resultados obtidos do fluxo de potência considerando incerteza na demanda quando é empregada a função de distribuição normal para estimar as curvas de carga diárias do sistema de distribuição. Nesta tabela é apresentada a hora em que foi feita a simulação, o número de fluxos de potência necessários para atingir o coeficiente de variação estatístico, o carregamento esperado ( $E(P)$ ) e a desvio padrão ( $DP(P)$ ) no início do alimentador para cada fase.

Nas Figura 5.11 a 5.13 são apresentados os resultados obtidos pelo algoritmo para carregamento esperado das fases A, B e C, assim como também é apresentado o carregamento medido na subestação do sistema. Pode-se notar da Figura 5.11 que o carregamento esperado fica um pouco acima do carregamento medido. O carregamento esperado mostrado na Figura 5.12 para a fase B fica próximo ao carregamento medido. Na Figura 5.13 o carregamento esperado fica abaixo do carregamento medido.

**Tabela 5.27: Resultados do fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição normal.**

Hora	# de fluxos	Tempo (s)	Carregamento do sistema em kW					
			Fase A		Fase B		Fase C	
			E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)
1	560	8	861,90	155,78	699,84	140,18	418,66	123,53
2	610	8	708,48	132,08	583,42	122,64	357,64	110,16
3	624	10	677,68	129,41	559,33	119,38	345,40	107,62
4	709	8	660,61	136,37	550,69	127,62	352,50	117,16
5	585	8	640,61	118,57	527,94	109,93	332,85	100,49
6	555	10	630,44	113,32	514,38	103,64	315,52	92,75
7	749	15	694,19	146,29	561,69	132,83	350,33	119,74
8	562	8	857,72	162,56	692,33	145,46	425,47	125,96
9	553	9	986,54	211,53	837,21	190,00	547,84	160,71
10	1110	21	1435,23	458,18	1259,59	426,02	968,23	402,98
11	608	12	1550,49	375,24	1364,13	344,63	1045,62	321,83
12	887	18	1652,25	481,38	1449,14	443,03	1132,94	421,40
13	425	9	1698,33	354,44	1435,80	306,06	1056,64	271,94
14	130	2	1405,07	170,11	1193,80	146,41	861,73	121,78
15	694	14	1620,52	409,88	1398,97	373,07	1063,97	349,71
16	941	20	1813,09	537,34	1574,85	490,73	1222,38	468,33
17	975	21	1905,00	572,42	1637,81	517,31	1270,46	495,22
18	930	21	1898,58	552,06	1630,15	499,69	1251,90	476,83
19	448	8	1517,18	290,96	1255,39	256,64	861,84	227,37
20	348	6	1686,55	264,86	1303,02	221,06	803,85	187,17
21	426	8	1770,81	304,12	1329,29	243,72	781,99	201,31
22	416	8	1547,31	250,42	1195,52	210,86	700,54	178,35
23	479	8	1295,12	214,86	1004,85	185,30	582,28	159,11
24	525	9	1208,86	207,36	935,98	178,79	537,68	153,78

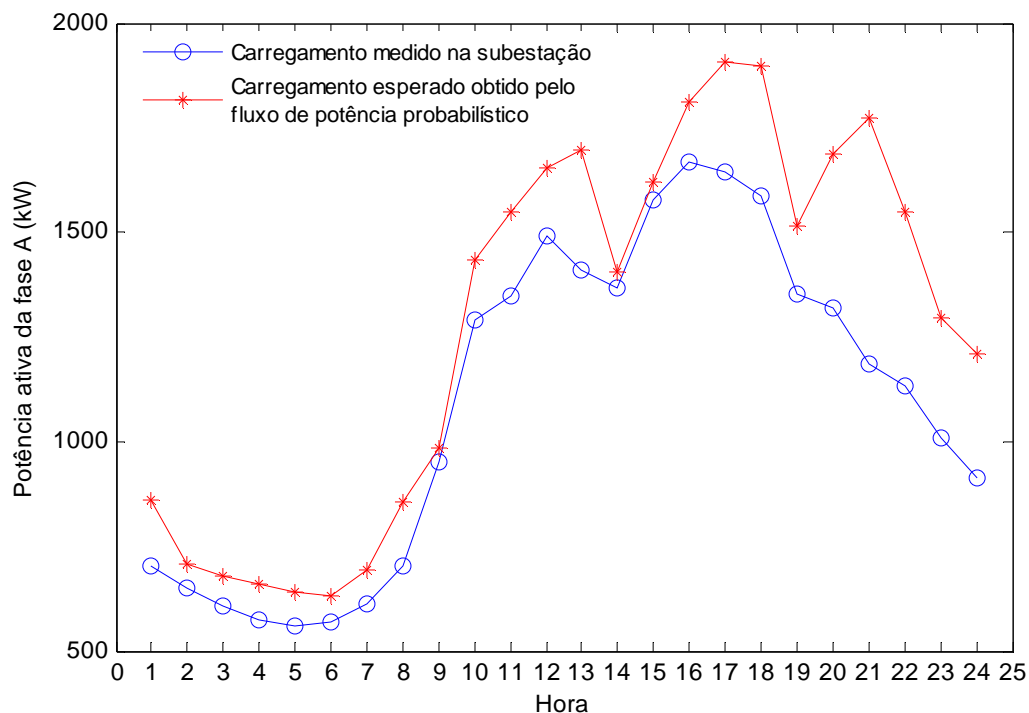


Figura 5.11: Carregamento da fase A empregando a função normal.

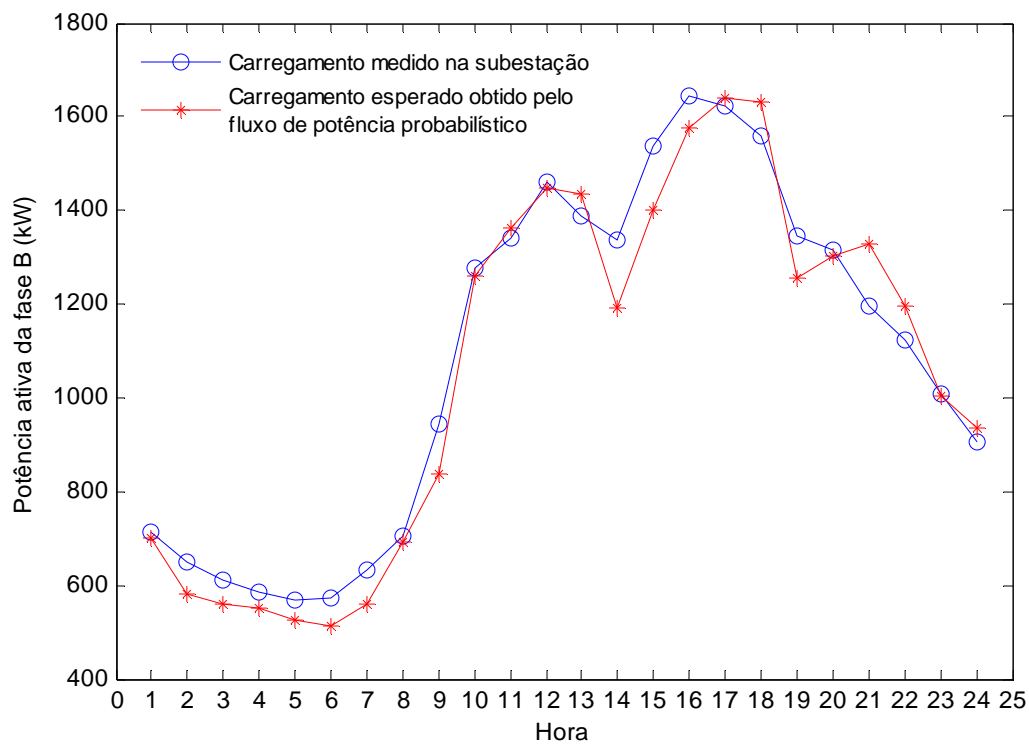
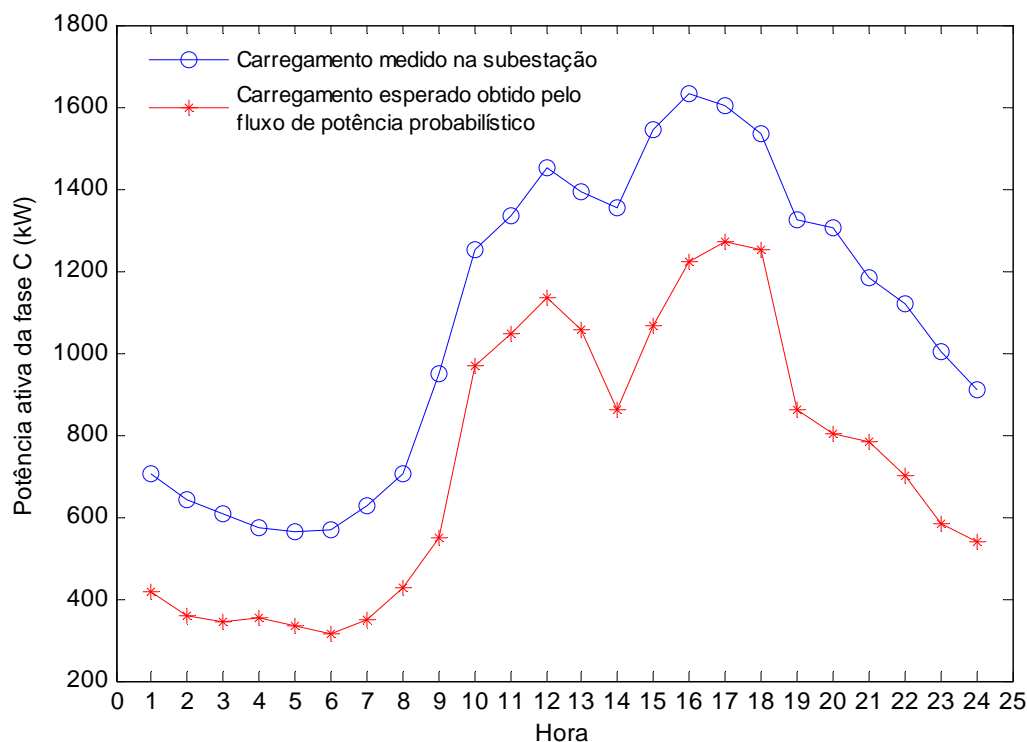


Figura 5.12: Carregamento da fase B empregando a função normal.



**Figura 5.13: Carregamento da fase C empregando a função normal.**

Assim como na simulação do fluxo de potência considerando incerteza na demanda feita com a função lognormal, aqui são apresentados alguns resultados para um transformador de 75 kVA quando é empregada a função normal para estimar as curvas de carga diárias.

Na Tabela 5.28 são apresentados os valores esperados e desvios padrões da tensão que foram obtidas pelo fluxo de potência probabilístico quando é empregada a função de distribuição normal. Na tabela é mostrada a hora em que foi feita a simulação, as tensões esperadas e os desvios padrões para as três fases do sistema.

Na Figura 5.14 são mostradas as tensões esperadas para o transformador de 75 kVA para a curva de carga horária. Pode-se notar que a tensão esperada mínima para a fase A na hora de carregamento alto fica abaixo de 0,95 p.u.

Os resultados obtidos pelo algoritmo de fluxo de potência considerando incerteza na demanda para um transformador de 75 kVA são apresentados na Tabela 5.29, nesta tabela é mostrada a hora em que foi feita a simulação e os carregamentos esperados e desvios padrões para as três fases do transformador.

Na Figura 5.15 são mostrados os carregamentos esperados (com probabilidade de 50% de acerto) para o transformador de 75 kVA para a curva de carga horária. Pode-se notar que os carregamentos esperados das fases A e B, estão próximos entre si. Também se pode notar o carregamento da fase C é baixo.

**Tabela 5.28: Tensões obtidas pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição normal para um transformador de 75 kVA.**

Hora	Tensões (p.u.)					
	Fase A		Fase B		Fase C	
	E(V)	DP (V)	E(V)	DP (V)	E(V)	DP (V)
1	0,9726	0,0055	0,9848	0,0042	0,9883	0,0040
2	0,9764	0,0050	0,9861	0,0040	0,9895	0,0038
3	0,9774	0,0050	0,9870	0,0039	0,9901	0,0038
4	0,9781	0,0049	0,9871	0,0040	0,9900	0,0039
5	0,9788	0,0045	0,9877	0,0036	0,9907	0,0035
6	0,9789	0,0047	0,9876	0,0037	0,9906	0,0036
7	0,9778	0,0054	0,9876	0,0041	0,9897	0,0041
8	0,9730	0,0057	0,9846	0,0043	0,9880	0,0039
9	0,9653	0,0086	0,9788	0,0066	0,9828	0,0062
10	0,9530	0,0189	0,9674	0,0154	0,9719	0,0151
11	0,9471	0,0169	0,9647	0,0133	0,9690	0,0133
12	0,9483	0,0195	0,9647	0,0157	0,9696	0,0154
13	0,9452	0,0152	0,9650	0,0114	0,9704	0,0111
14	0,9553	0,0082	0,9718	0,0063	0,9768	0,0059
15	0,9486	0,0162	0,9659	0,0129	0,9711	0,0124
16	0,9426	0,0218	0,9618	0,0170	0,9668	0,0169
17	0,9414	0,0226	0,9610	0,0177	0,9655	0,0178
18	0,9391	0,0224	0,9592	0,0174	0,9643	0,0173
19	0,9520	0,0120	0,9707	0,0092	0,9751	0,0088
20	0,9523	0,0107	0,9741	0,0077	0,9785	0,0072
21	0,9507	0,0107	0,9747	0,0073	0,9791	0,0072
22	0,9533	0,0102	0,9751	0,0074	0,9807	0,0069
23	0,9596	0,0094	0,9781	0,0070	0,9830	0,0066
24	0,9633	0,0077	0,9803	0,0057	0,9854	0,0054

**Tabela 5.29: Carregamentos em kW obtidos pelo fluxo de potência probabilístico empregando a função de distribuição normal para um transformador de 75 kVA.**

Hora	Carregamento em kW para um transformador 75 kVA					
	Fase A		Fase B		Fase C	
	E(P)	DP (P)	E(P)	DP (P)	E(P)	DP (P)
1	7,4622	0,7669	7,8950	0,7738	2,9649	0,4382
2	6,3458	0,7419	6,6994	0,7466	2,5616	0,4494
3	6,0446	0,7458	6,3792	0,7493	2,4426	0,4498
4	5,7050	0,6977	6,0176	0,7013	2,2689	0,4010
5	5,5024	0,6335	5,8146	0,6362	2,1887	0,3686
6	5,4627	0,6399	5,7618	0,6428	2,1596	0,3687
7	5,6329	0,7399	5,9439	0,7484	2,1925	0,4078
8	7,5242	0,9891	7,9298	1,0103	3,0240	0,6494
9	9,0937	1,2663	9,5968	1,2919	3,4796	0,6906
10	11,1888	2,4188	11,6996	2,4212	4,0765	1,1313
11	12,6298	2,0165	13,3133	2,0219	4,8379	0,9961
12	12,3126	2,4016	13,0319	2,4074	4,7361	1,1507
13	13,2196	1,8619	13,9362	1,8766	5,0447	0,9360
14	11,2175	1,0113	11,8993	1,0218	4,3182	0,5553
15	12,4849	1,9701	13,2221	1,9970	4,7575	0,9977
16	13,4674	2,5896	14,2508	2,6080	5,1626	1,2563
17	13,7811	2,7391	14,5765	2,7636	5,2168	1,3347
18	14,4678	2,5709	15,2612	2,5916	5,5666	1,2616
19	12,5109	1,5438	13,2901	1,5871	4,9403	0,8502
20	13,1189	1,4906	13,9343	1,5227	5,1101	0,8810
21	13,3211	1,4424	13,9558	1,4518	4,9972	0,7811
22	12,6800	1,3384	13,3645	1,3478	4,8644	0,7018
23	10,3780	1,1666	10,9623	1,1799	3,9485	0,6021
24	9,7485	1,0479	10,3065	1,0548	3,7314	0,5733

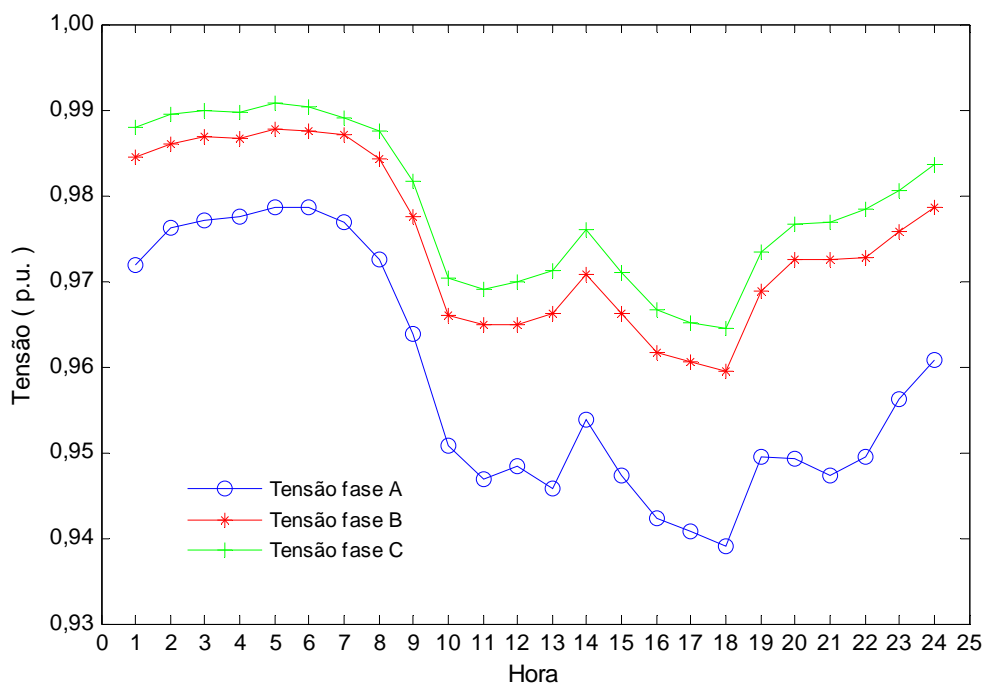


Figura 5.14: Tensões esperadas obtidas pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA.

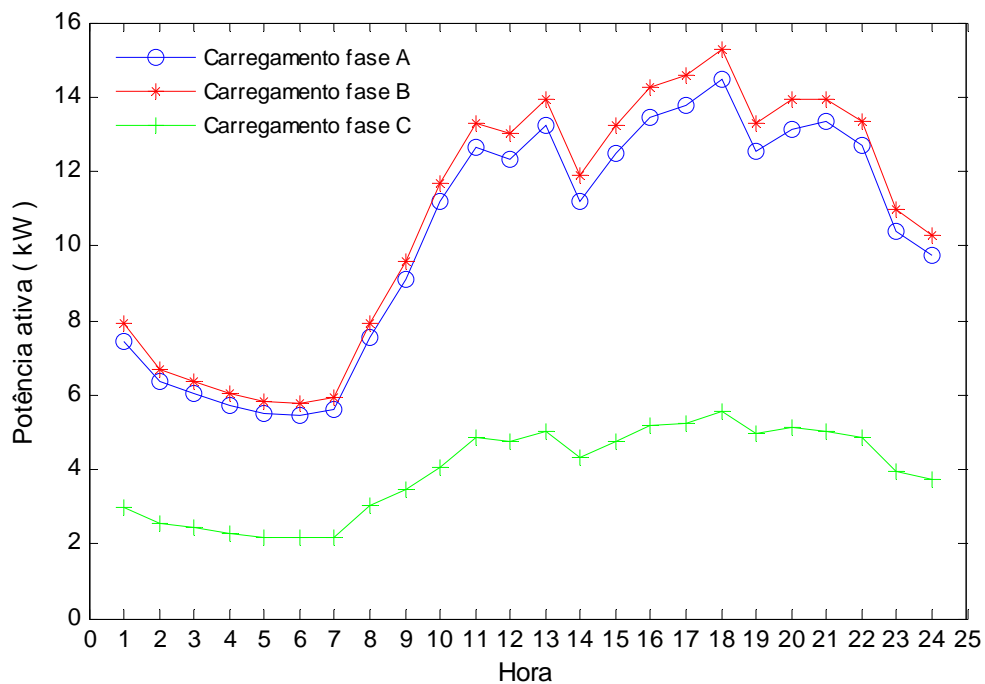


Figura 5.15: Carregamentos esperados obtidos pelo fluxo de potência probabilístico para um transformador de 75 kVA.



## 5.5 Comparação entre uso da distribuição lognormal e normal

Nesta seção se faz uma análise comparativa dos resultados obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda quando são empregadas as funções de distribuição de probabilidade lognormal e normal para estimar as curvas de carga diárias das unidades consumidoras do sistema de distribuição.

Nas Figura 5.16, a 5.18 são apresentados os carregamento esperados (probabilidade de ocorrência de 50% de acerto) no início do alimentador para as fases do sistema. Pode-se notar das figuras que os carregamentos esperados obtidos tanto com a função lognormal como com a função normal ficam próximos entre si (resultados muito parecidos).

Uma análise comparativa entre o número de fluxos de potência determinísticos necessários para atingir o coeficiente de variação estatístico (coluna 2 da Tabela 5.21 e da Tabela 5.27 ), mostra que é necessário um número menor de fluxos quando é utilizada a função de distribuição normal. O anterior leva a um menor tempo computacional e um melhor desempenho do fluxo quando é empregada a função de distribuição normal.

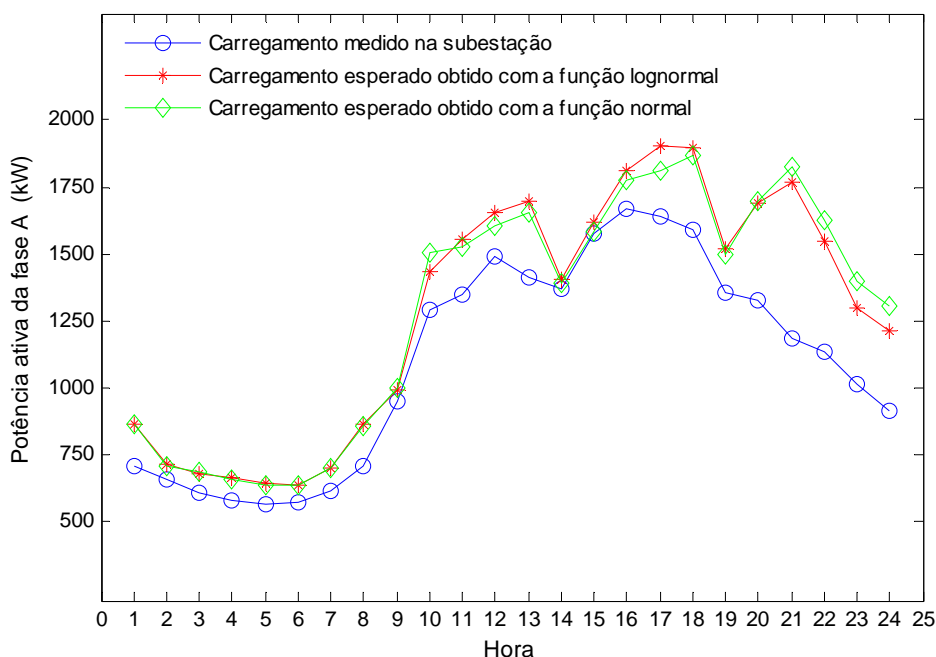


Figura 5.16: Comparação dos carregamentos esperados e o carregamento medido para a fase A.

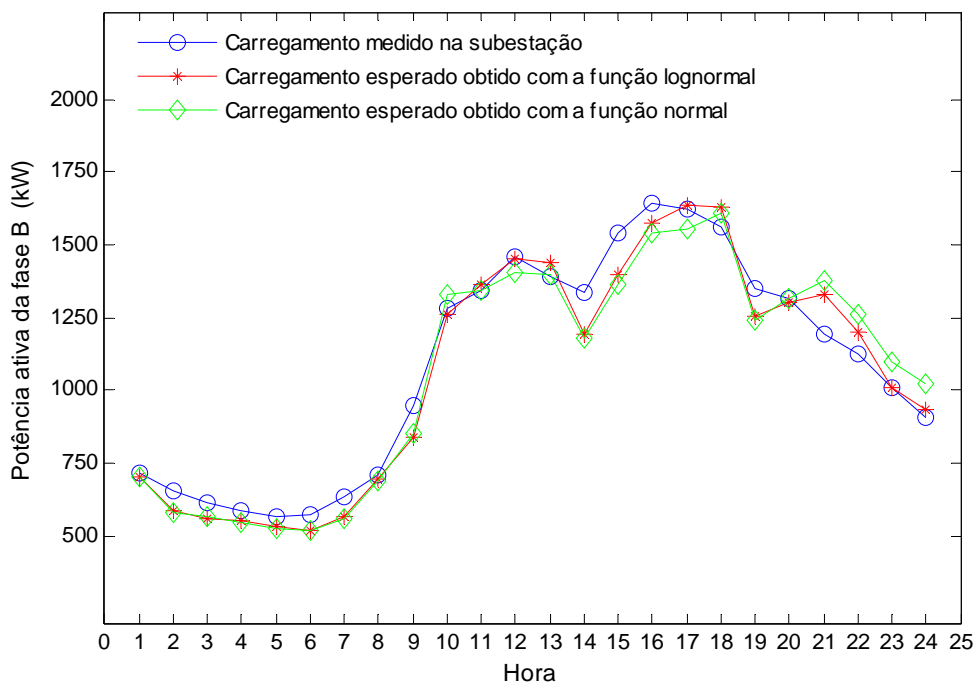


Figura 5.17: Comparação dos carregamentos esperados e o carregamento medido para a fase B.

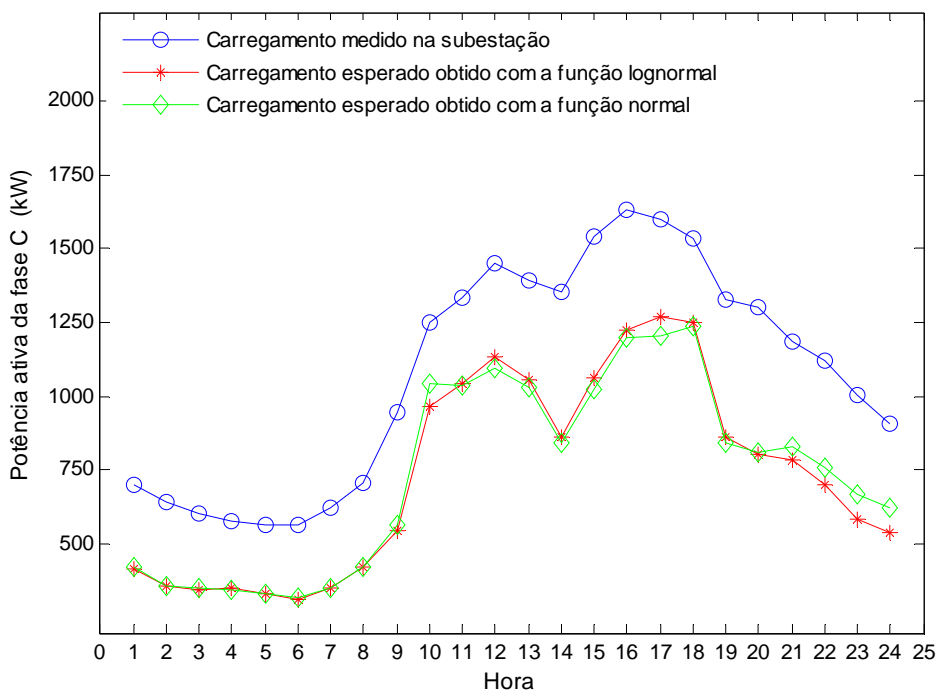


Figura 5.18: Comparação dos carregamentos esperados e o carregamento medido para a fase C.

Pode-se determinar o erro que existe entre as curvas estimadas pelo fluxo de potência considerando incertezas e as curvas de potência ativa medidas na subestação através da seguinte formulação:

$$\varepsilon_{\mu}^t = \left| \frac{P_{medida}^t - \mu P_{estimada}^t}{P_{medida}^t} \right| * 100 \quad [\%]$$

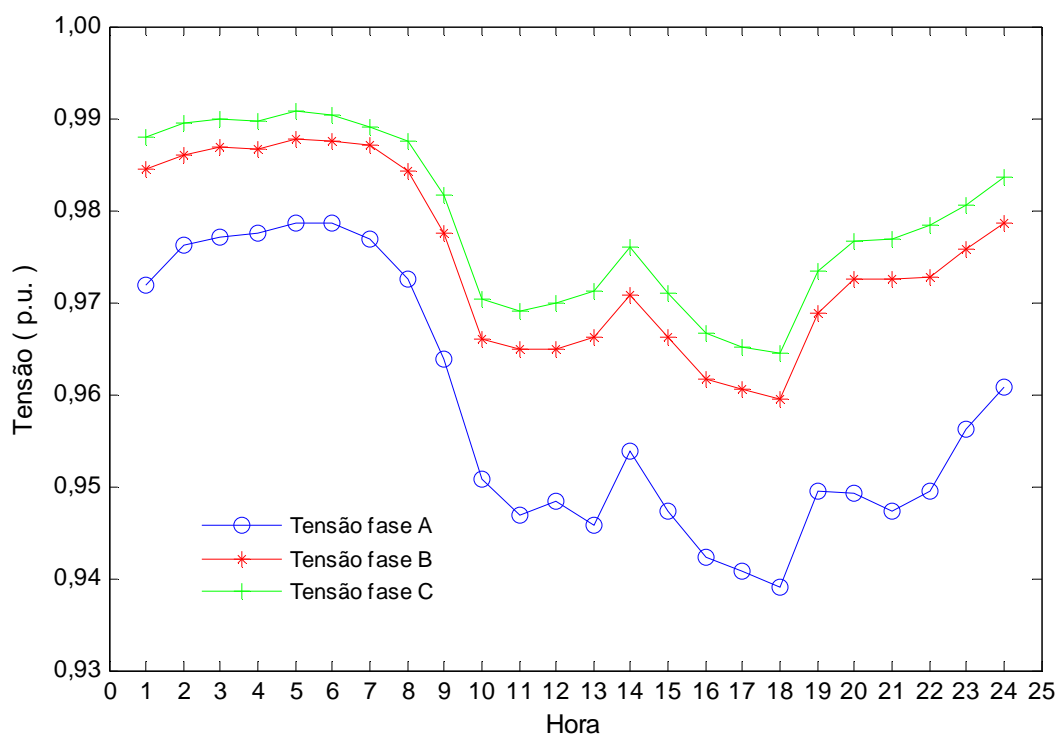
Sendo  $P_{medida}^t$  a potência medida na subestação do alimentador,  $\mu P_{estimada}^t$  a potência esperada obtida pelo fluxo de potência considerando incertezas e  $t$  a hora em que foi feita a simulação.

Na Tabela 5.30 são apresentados os erros estimados entre as curvas medidas na subestação e as calculadas pelo fluxo, pode-se notar da tabela que nas fases A, e C, apresentam um erro maior e a fase B os erros em alguns casos é baixo.

**Tabela 5.30: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas**

Hora	Erro de potencia ativa ( $\varepsilon_{\mu}^t$ ) em [%]					
	Função lognormal			Função normal		
	Fase A	Fase B	Fase C	Fase A	Fase B	Fase C
1	22,26	1,45	39,92	22,19	1,67	40,40
2	8,01	10,97	44,60	8,74	10,39	44,35
3	12,63	7,38	41,60	11,72	8,40	43,04
4	13,46	7,31	39,73	14,73	5,91	38,70
5	13,26	7,78	41,35	14,24	7,06	41,13
6	11,12	10,04	44,01	11,17	10,13	44,40
7	13,77	11,49	44,27	13,43	11,35	44,06
8	21,53	2,21	39,74	22,18	1,75	39,74
9	5,34	10,01	40,16	3,93	11,50	42,16
10	16,83	3,96	16,61	11,27	1,39	22,73
11	13,25	0,17	22,26	14,92	1,58	21,51
12	7,46	3,89	24,42	10,87	0,82	21,81
13	17,49	0,83	26,14	20,46	3,43	24,11
14	1,47	12,18	37,61	2,85	10,89	36,31
15	0,32	11,69	33,43	2,77	9,12	30,99
16	6,28	6,31	26,45	8,63	4,22	25,16
17	10,04	4,13	24,78	15,91	1,02	20,60
18	17,82	3,09	19,27	19,55	4,64	18,51
19	10,65	8,07	36,25	12,01	6,74	35,02
20	28,60	0,43	37,90	27,61	1,10	38,29
21	53,83	15,03	29,96	49,45	11,23	33,92
22	43,24	12,22	32,36	36,49	6,56	37,53
23	38,51	8,32	33,30	28,36	0,53	42,04
24	43,40	12,76	31,13	32,69	3,09	40,75

Na Figura 5.19 é apresentada uma análise comparativa entre as tensões do transformador de 75 kVA, que foram obtidas pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda, e utilizando as funções de distribuição de probabilidade lognormal e normal para estimar as curvas de carga diárias. As tensões foram obtidas com as curvas de carga diárias esperadas, tendo-se uma probabilidade de 50% de acerto. Pode-se notar da figura que as tensões esperadas por fase nos dois casos simulados ficam próximas entre si.



**Figura 5.19: Comparação das tensões esperadas nas fases.**

Uma análise comparativa entre os desvios padrões calculados pelo algoritmo quando são empregadas as funções de distribuição de probabilidade normal e lognormal (ver Figura 5.20 a 5.22), mostra que o desvio padrão obtido com a função de distribuição normal apresenta um valor menor, isto é devido a que a demanda nos cenários simulados tem uma variância menor. Além do anterior, o desvio calculado com a função lognormal apresenta valores muito altos em algumas horas da curva de carga. Valores muito altos de desvio padrão podem levar a conclusões erradas, quando são empregados os valores médios e desvio padrão para tomada de decisões.

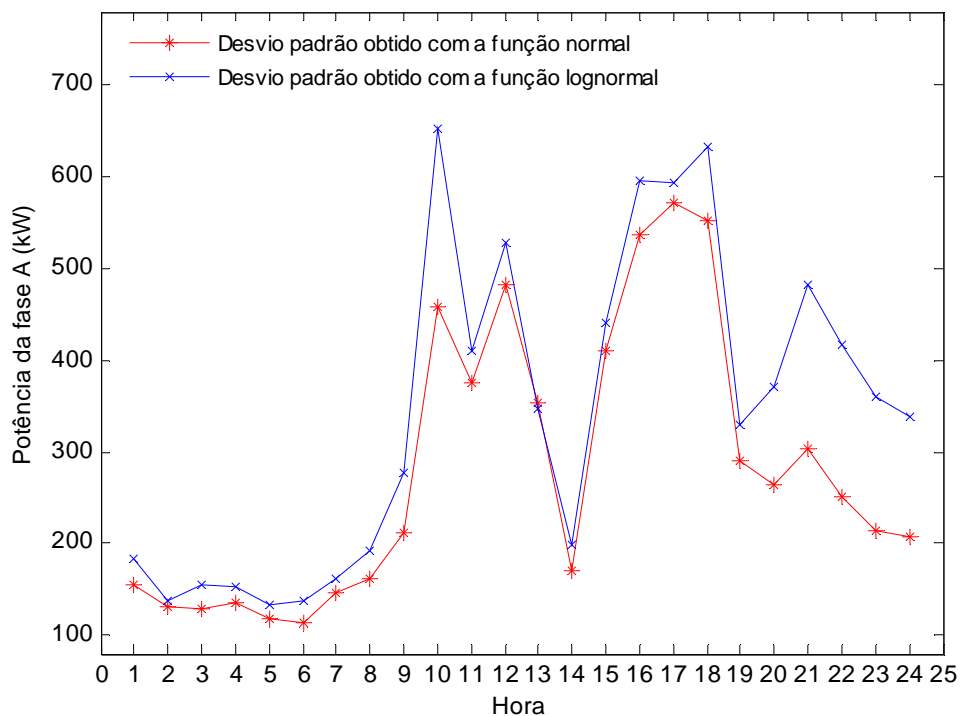


Figura 5.20: Comparação entre os desvios padrões obtidos pelo algoritmo para a fase A.

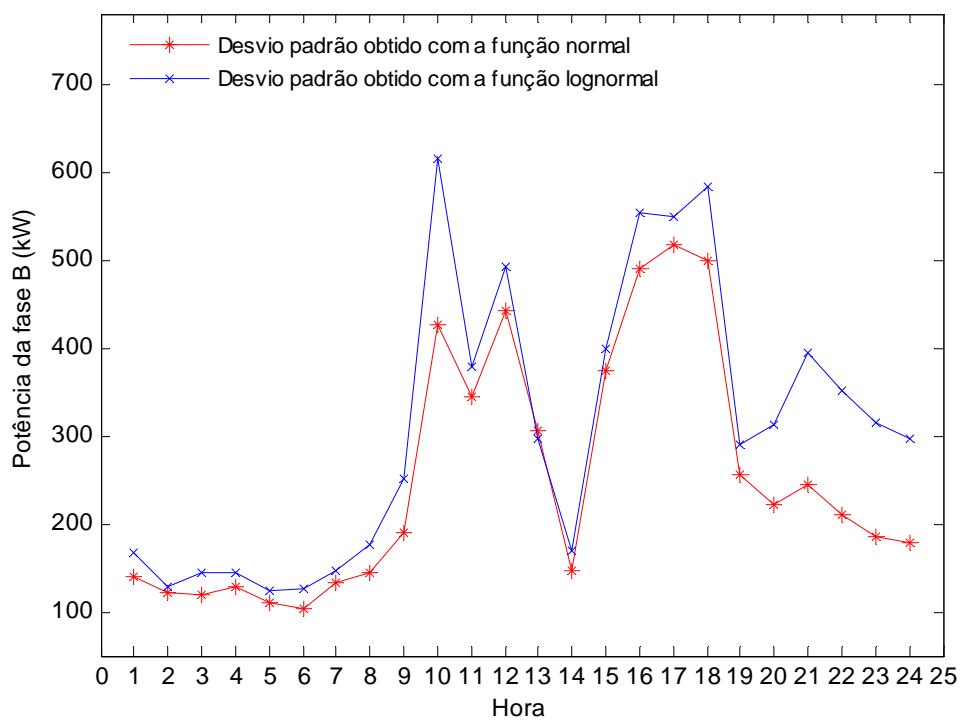


Figura 5.21: Comparação entre os desvios padrões obtidos pelo algoritmo para a fase B.

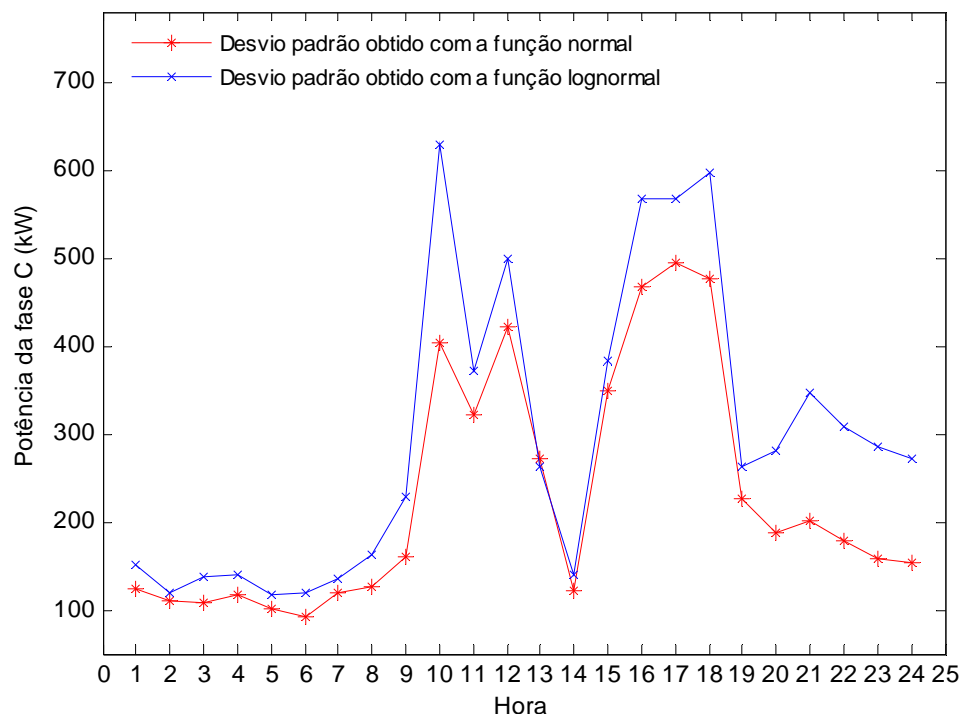


Figura 5.22: Comparação entre os desvios padrões obtido pelos algoritmo para a fase C.

### 5.6 Consideração da incerteza na demanda e na conexão dos usuários do sistema de distribuição

Como se pode notar das Figura 5.4 a 5.6, e nas Figura 5.11 a 5.13, os carregamentos obtidos pelo fluxo de potência quando são empregadas as funções de distribuição de probabilidade normal e lognormal, para estimar as curvas de carga diárias das unidades consumidoras estão um pouco distante dos carregamentos medidos na subestação pela empresa distribuidora de energia. Isto mostra que existe um problema no cadastramento das unidades consumidoras. Neste caso existem mais usuários cadastrados na fase A, e menos na fase C.

Este problema é evidenciado na Tabela 5.31 que mostra o carregamento pelas fases medido na subestação e calculado com os dados cadastrados para a hora 10, 15 e 19.

**Tabela 5.31: Porcentagem das cargas pelas fases.**

Fases	Hora 10		Hora 15		Hora 19	
	Medidos	Calculados	Medidos	Calculados	Medidos	Calculados
<b>A</b>	33,76	39,18	33,85	39,68	33,63	41,74
<b>B</b>	33,43	34,39	33,04	34,26	33,44	34,54
<b>C</b>	32,81	26,43	33,11	26,06	32,93	23,71

Assim é notório que existe um erro de cadastro dos consumidores, e isto não é uma particularidade deste sistema de distribuição. Na verdade este tipo de informação sempre é uma dúvida, pois muitas vezes as conexões dos consumidores é realizada sob condições desfavoráveis: chuva, vento, noite, etc.

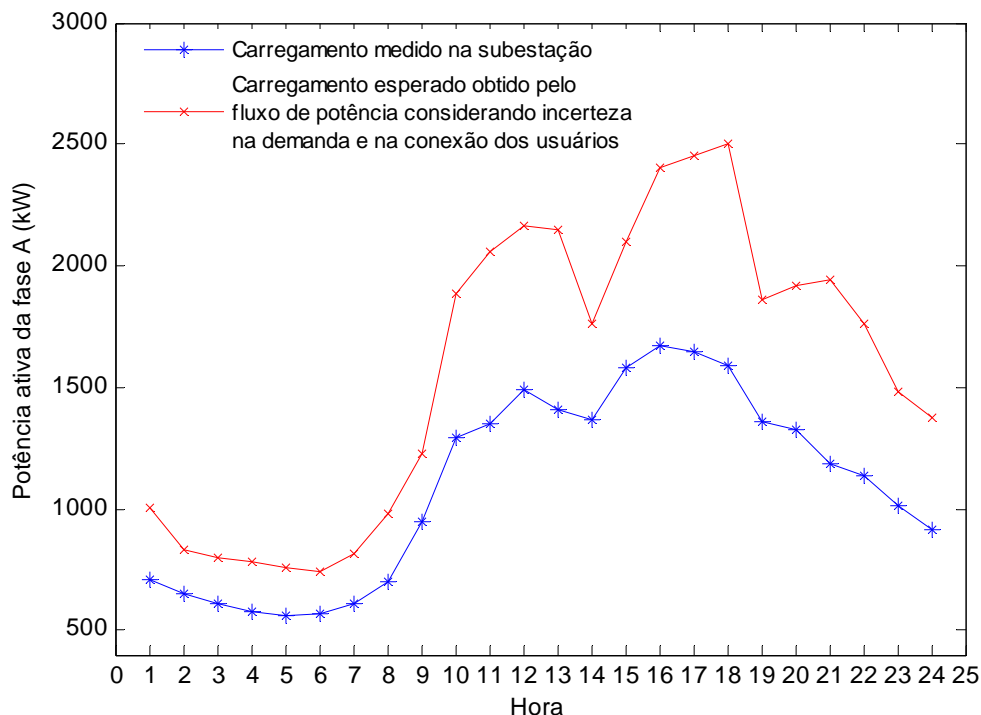
Para avaliar uma forma de obter melhores resultados, tentando considerar mais esta incerteza, tentou-se, neste trabalho, empregar inicialmente a formulação proposta nas equações (4.9) e (4.10).

Os resultados do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão das unidades consumidoras, com utilização desta formulação, são apresentados na Tabela 5.32 e nas Figura 5.23 a 5.25 (carregamentos esperados com uma probabilidade de 50% de acerto).

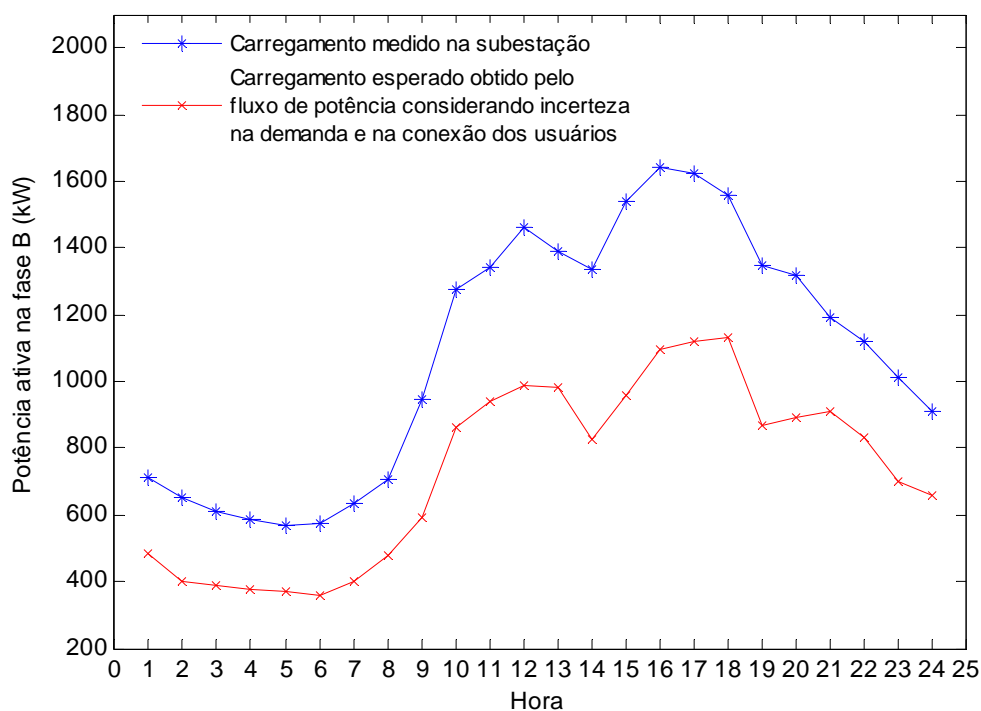
**Tabela 5.32: Carregamento em kW obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários.**

Hora	# de fluxos	Tempo (s)	Carregamento do sistema em KW					
			Fase A		Fase B		Fase C	
			E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)
1	500	8	1006,49	67,32	488,49	46,18	502,41	46,07
2	500	7	823,74	54,28	402,80	40,03	413,43	39,58
3	500	7	797,85	53,73	388,90	40,87	399,09	39,08
4	500	7	774,16	56,44	376,70	37,76	388,89	38,51
5	500	7	759,49	51,75	368,44	36,87	375,02	36,13
6	500	7	741,06	47,30	357,46	32,32	366,29	35,49
7	500	7	818,50	60,10	400,85	39,27	407,40	40,75
8	500	8	989,27	67,97	475,09	46,34	491,98	46,13
9	500	9	1232,41	82,39	587,96	56,04	611,82	65,23
10	500	9	1879,39	199,97	871,85	115,25	926,73	119,29
11	500	9	2062,13	188,66	940,65	111,66	1018,44	130,09
12	500	9	2152,73	217,10	987,69	131,64	1062,35	142,06
13	500	9	2158,53	176,89	980,02	109,99	1063,52	120,02
14	500	10	1764,00	127,13	825,38	89,95	866,81	89,50
15	500	9	2104,03	204,92	967,27	119,46	1028,77	120,53
16	500	10	2416,21	268,21	1083,42	150,23	1178,53	153,47
17	500	10	2467,08	274,07	1108,92	139,39	1224,43	166,73
18	500	10	2497,36	270,30	1138,24	153,43	1220,02	160,58
19	500	10	1843,74	133,84	871,48	95,51	923,16	100,88
20	500	9	1902,32	114,59	897,01	88,57	952,10	88,42
21	500	10	1940,33	125,87	913,77	82,78	962,41	88,54
22	500	9	1772,99	118,01	830,37	84,45	870,47	77,48
23	500	9	1475,25	98,88	698,67	65,92	734,64	68,96
24	500	10	1368,98	90,26	655,78	59,31	683,09	63,40

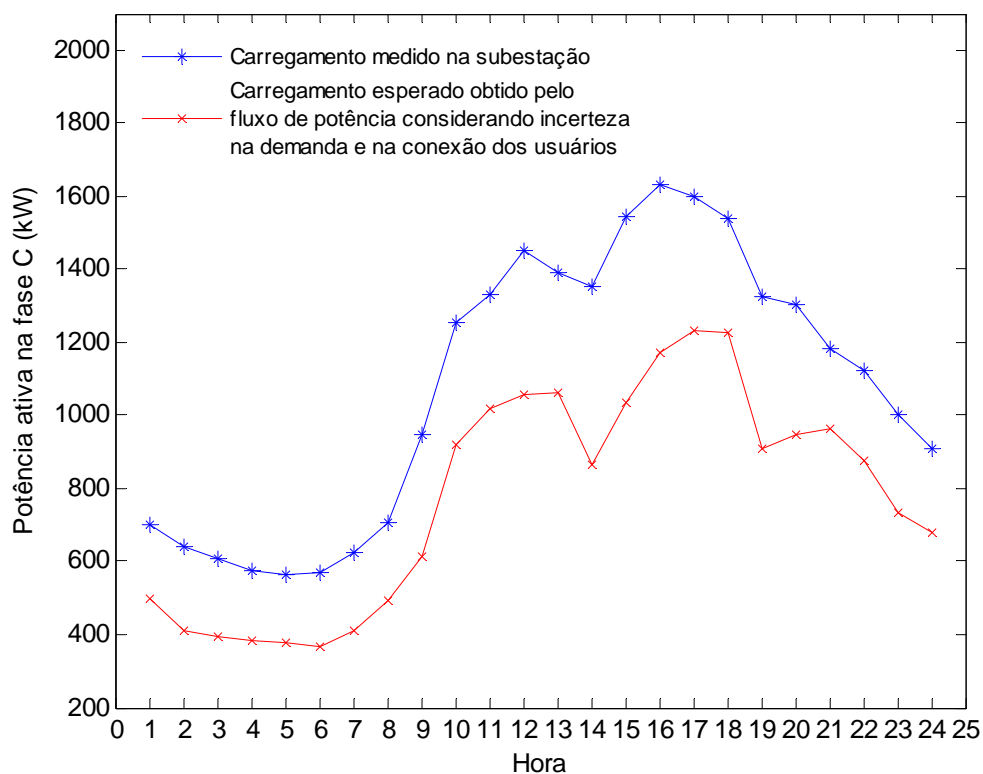




**Figura 5.23: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase A.**



**Figura 5.24: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase B.**



**Figura 5.25: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase C.**

Na Tabela 5.33 são mostrados os erros entre as curvas de carga medidas subestação e as curvas de carga calculadas pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e distribuindo a carga nas fases segundo a formulação proposta. Pode-se notar da tabela que os erros neste caso são um pouco maiores.

Nota-se, por estes resultados, que a fase A apresentou agora um carregamento superior ao real (curva medida) e que as fases B e C ficaram com carregamentos menores. Na verdade a formulação da equação (4.9) produz esta deformação, e para ilustrar este fato realiza-se um teste simples: considera uma  $d_{3\phi} = 1$  p.u. e realiza-se 10 sorteios de  $U_1$  e  $U_2$  e calcula-se a carga atribuída para cada fase com uso de (4.9). Os resultados mostrados na Tabela 5.34 confirmam que, na maioria dos casos, a fase A fica mais carregada, a C menos e a B permanece com um valor intermediário.

**Tabela 5.33: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas**

Hora	Erro de potencia ativa ( $\varepsilon_{\mu}^t$ ) em [%]		
	Fase A	Fase B	Fase C
1	42,68	31,36	28,48
2	26,43	38,13	35,67
3	31,53	36,31	34,18
4	34,45	35,63	32,37
5	35,45	35,14	33,67
6	30,68	37,54	35,46
7	33,75	36,73	34,94
8	40,92	32,57	30,33
9	29,84	37,84	35,40
10	45,71	31,74	26,05
11	52,84	29,95	23,55
12	44,45	32,40	26,68
13	53,11	29,39	23,61
14	29,12	38,34	35,94
15	33,44	37,16	33,27
16	44,77	34,10	27,85
17	50,17	31,59	23,48
18	57,26	26,93	20,58
19	36,11	35,26	30,40
20	43,94	31,92	26,91
21	63,76	23,51	18,68
22	56,40	25,98	22,38
23	46,21	30,84	26,88
24	50,27	27,77	24,73

**Tabela 5.34: Resultados do carregamento pelas fases com 10 sorteios de U1 e U2, em p.u..**

Sorteio	Fase A	Fase B	Fase C	U1	U2
1	0,62	0,10	0,29	0,62	0,25
2	0,23	0,76	0,02	0,23	0,98
3	0,46	0,05	0,49	0,46	0,09
4	0,64	0,15	0,21	0,64	0,41
5	0,85	0,05	0,10	0,85	0,33
6	0,04	0,06	0,91	0,04	0,06
7	0,36	0,60	0,04	0,36	0,93
8	0,47	0,30	0,23	0,47	0,56
9	0,30	0,14	0,56	0,30	0,20
10	0,85	0,04	0,11	0,85	0,29
<b>Valor médio</b>	<b>0,482</b>	<b>0,225</b>	<b>0,296</b>		

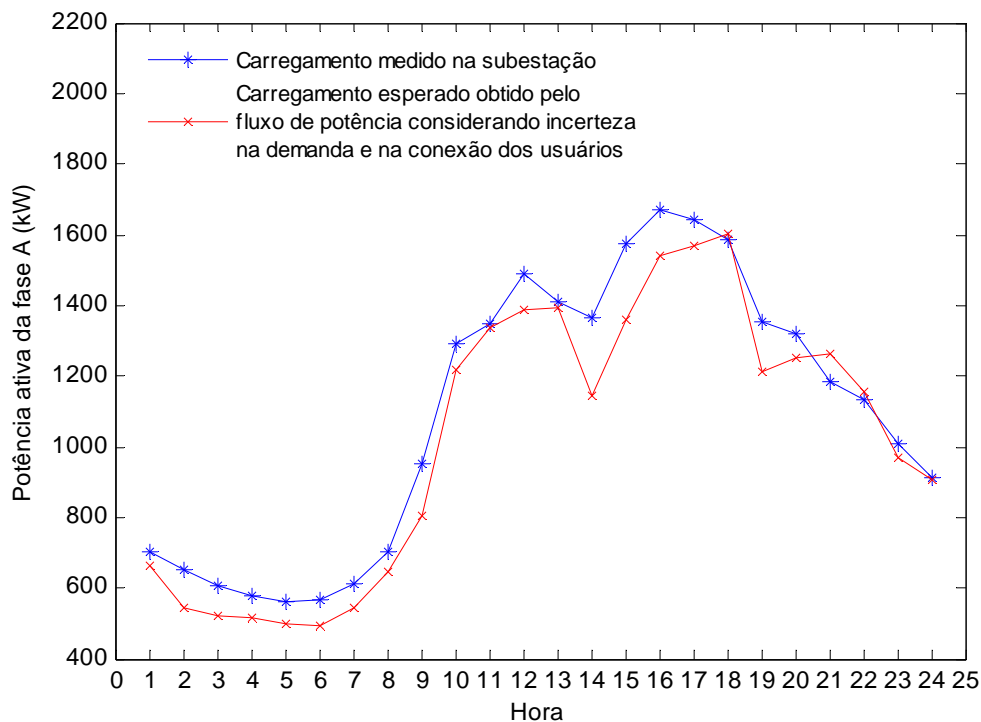
Para tentar resolver este inconveniente, propõe-se o seguinte procedimento: em cada passo da simulação probabilística é realizado um sorteio aleatório para indicar qual equação corresponde a cada fase. Por exemplo: para um usuário trifásico a distribuição da carga nas fases pode ser realizada aleatoriamente da seguinte forma (em 3 diferentes iterações):

Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3 ...
$d_a = d_{3\phi} * U_1$	$d_a = d_{3\phi} * (1 - U_1) * U_2$	$d_a = d_{3\phi} * (1 - U_1) * (1 - U_2)$
$d_b = d_{3\phi} * (1 - U_1) * U_2$	$d_b = d_{3\phi} * (1 - U_1) * (1 - U_2)$	$d_b = d_{3\phi} * U_1$
$d_c = d_{3\phi} * (1 - U_1) * (1 - U_2)$	$d_c = d_{3\phi} * U_1$	$d_c = d_{3\phi} * (1 - U_1) * U_2$

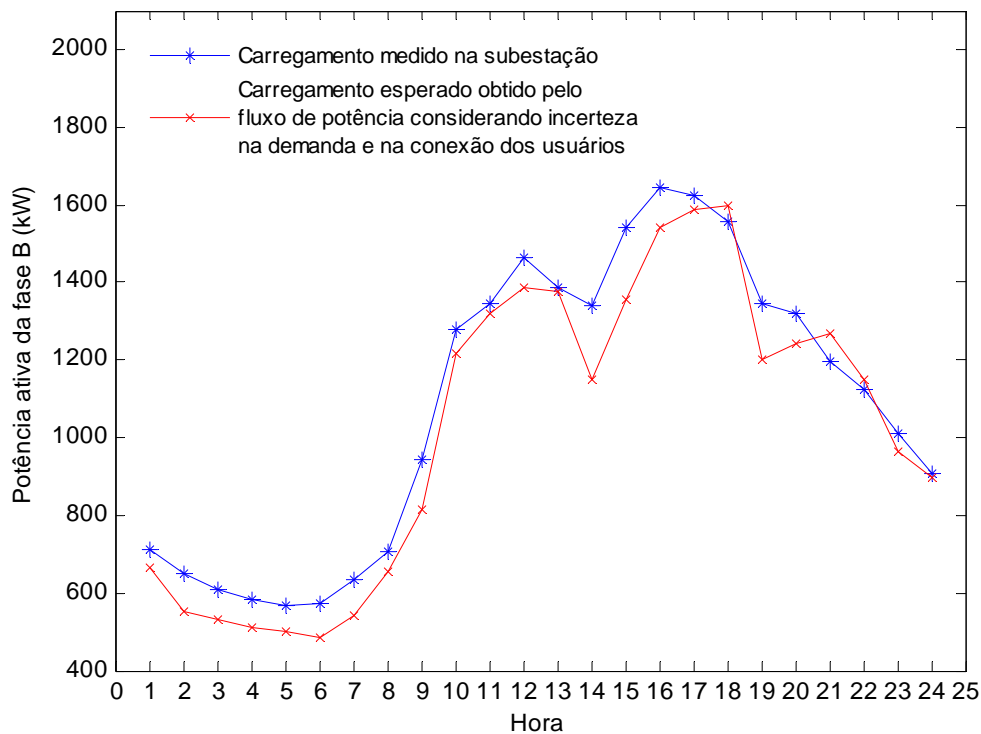
Os resultados do fluxo de potência considerando a modificação anterior são apresentados na Tabela 5.35, e nas Figura 5.26 a 5.28. Pode-se notar que os carregamentos esperados ficam mais próximos dos valores medidos na subestação. Além disso, observa-se da Figura 5.29, que os carregamentos esperados são muito parecidos entre si.

**Tabela 5.35: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários.**

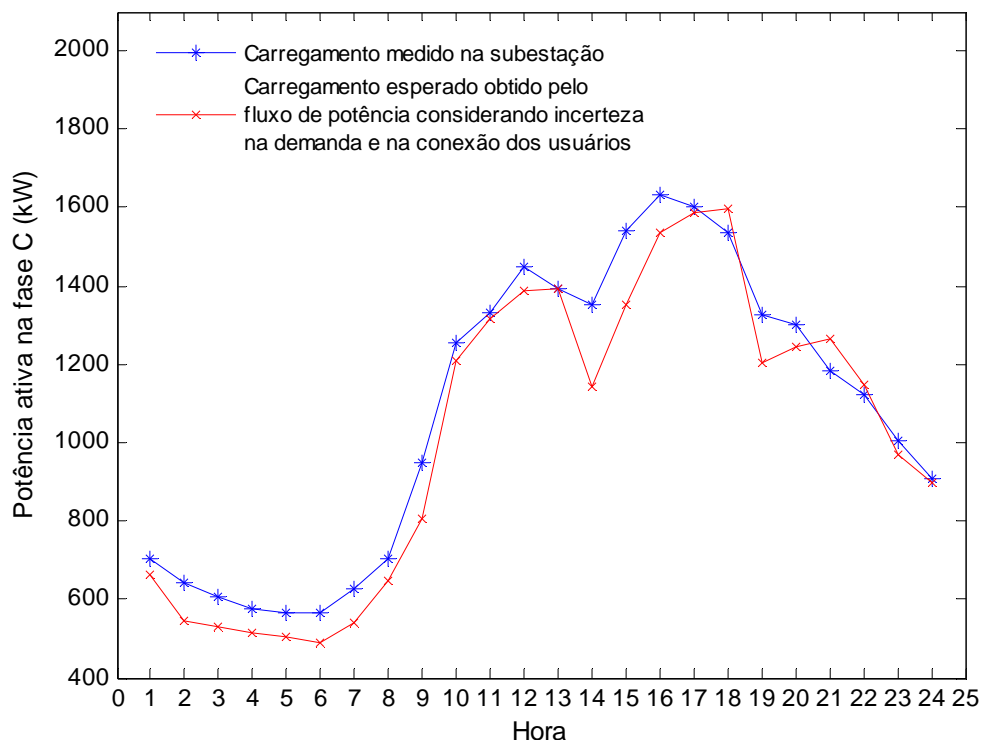
Hora	# de fluxos	Tempo (s)	Carregamento do sistema em kW					
			Fase A		Fase B		Fase C	
			E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)
1	500	8	663,96	62,19	666,20	59,27	661,65	60,76
2	500	7	546,63	45,81	550,26	50,23	545,75	46,13
3	500	7	524,24	49,56	530,25	49,62	529,91	49,32
4	500	6	514,22	49,13	512,34	48,11	515,26	49,35
5	500	7	500,54	44,46	500,07	45,67	506,13	48,04
6	500	7	493,86	43,48	487,27	41,23	488,61	43,70
7	500	7	543,08	47,26	543,70	51,76	540,13	51,21
8	500	7	646,18	57,58	653,82	57,92	648,49	59,70
9	500	7	802,86	71,72	812,57	74,26	805,19	77,54
10	500	8	1218,71	156,44	1217,72	161,78	1210,94	154,86
11	500	8	1339,09	166,58	1317,37	167,89	1317,80	152,41
12	500	9	1390,25	171,28	1384,33	175,89	1388,55	172,75
13	500	9	1393,04	152,19	1375,03	155,46	1390,59	150,27
14	500	7	1145,78	111,95	1147,38	108,14	1144,62	113,44
15	500	9	1359,11	163,51	1353,21	156,20	1351,45	154,99
16	500	9	1537,99	194,33	1543,08	195,70	1535,02	203,33
17	500	9	1571,54	209,32	1585,77	196,18	1586,62	197,66
18	500	9	1601,53	203,46	1598,97	201,21	1599,31	210,96
19	500	8	1209,49	118,63	1200,81	111,50	1205,89	110,73
20	500	8	1249,64	105,12	1241,05	109,59	1245,59	112,19
21	500	9	1264,04	106,43	1269,62	109,09	1265,04	104,27
22	500	8	1158,43	97,11	1147,28	102,45	1145,86	99,10
23	500	7	968,74	86,15	965,86	86,10	967,28	85,27
24	500	8	907,17	84,46	899,21	76,53	897,00	77,15



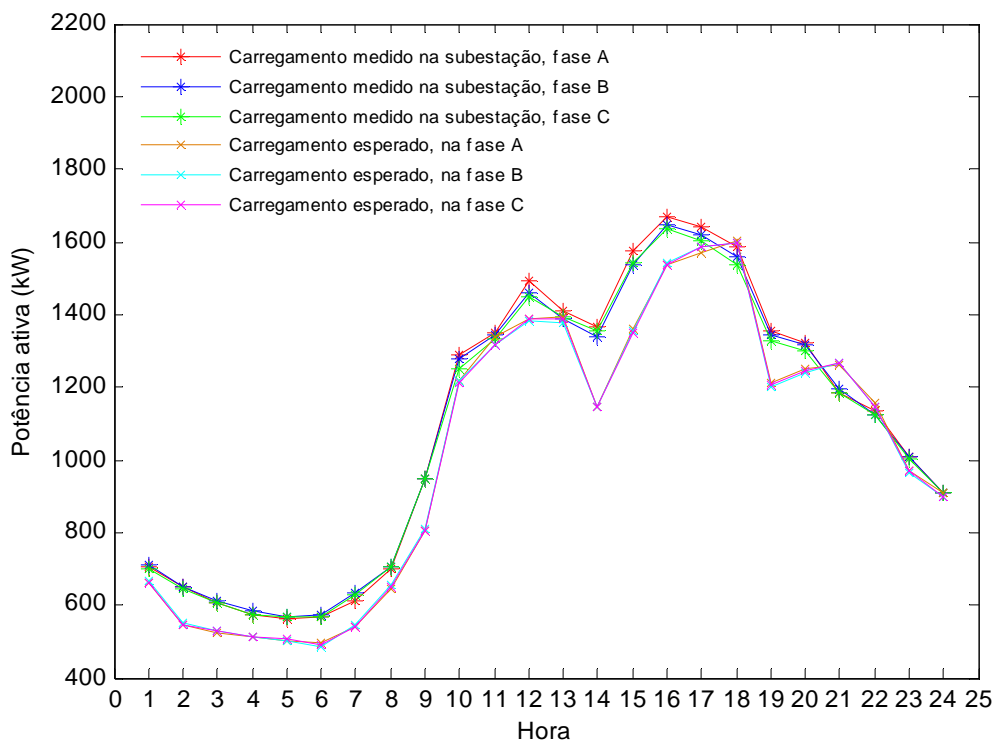
**Figura 5.26: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase A.**



**Figura 5.27: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase B.**



**Figura 5.28: Resultado do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários na fase C.**



**Figura 5.29: Comparação entre os carregamentos medidos na subestação e os carregamentos esperados obtidos pelos fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários.**

Podem-se estimar os erros entre as curvas medidas na subestação e as curvas calculadas neste caso (deixando a formulação completamente aleatória), na Tabela 5.36 são mostrados os erros calculados, pode-se notar da tabela que os erros neste caso são menores que os calculados anteriormente na Tabela 5.33.

**Tabela 5.36: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas**

Hora	Erro de potencia ativa ( $\varepsilon_{\mu}^t$ ) em [%]		
	Fase A	Fase B	Fase C
1	5,87	6,39	5,82
2	16,09	15,48	15,08
3	13,57	13,17	12,61
4	10,68	12,46	10,40
5	10,73	11,97	10,48
6	12,90	14,87	13,91
7	11,25	14,18	13,75
8	7,95	7,21	8,16
9	15,41	14,10	14,99
10	5,51	4,67	3,37
11	0,74	1,89	1,08
12	6,70	5,26	4,17
13	1,18	0,94	0,12
14	16,12	14,28	15,41
15	13,80	12,09	12,34
16	7,84	6,15	6,02
17	4,33	2,18	0,84
18	0,85	2,64	4,11
19	10,71	10,79	9,08
20	5,44	5,81	4,38
21	6,68	6,27	6,88
22	2,19	2,26	2,16
23	3,98	4,39	3,72
24	0,42	0,95	1,16

Os resultados obtidos com o procedimento anterior levaram a uma distribuição equilibrada das cargas. Isto ocorre porque na simulação de Monte Carlo empregada neste trabalho são realizadas, normalmente, mais de 500 iterações. Assim é necessário um procedimento adicional para sair desta situação de particularizar o problema.



Para investigar uma solução adota-se um procedimento de gerar, teoricamente, desequilíbrios neste mesmo sistema de distribuição. Os desequilíbrios são obtidos da seguinte forma:

- Calcula-se a carga trifásica, e atribui-se este valor médio por fase para a fase B;
- Atribui-se o médio por fase mais X% para a fase A;
- Atribui-se o valor médio por fase menos X% para a fase C.

Para os seguintes testes são considerados os desequilíbrios (X%) de 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30% e 35%.

A fim de considerar tais desequilíbrios, durante a simulação de Monte Carlo empregada no fluxo probabilístico, adota-se neste trabalho um procedimento de deixar um número de iteração fixo com a atribuição de cargas exatamente como na formulação (4.9) e considerar nas iterações restantes uma atribuição aleatória, exatamente como realizado para a obtenção da Tabela 5.37.

Na Tabela 5.37 é apresentada a porcentagem de iterações que devem ser rodadas, deixando a formulação fixa, para os diferentes níveis de desequilíbrio do sistema. Por exemplo: na hora 1, para um desequilíbrio de 5%, considerando 500 iterações, o 10% de essas iterações tem que ser simuladas deixando a formulação fixa (50 iterações), e o resto de iterações deve ser realizado o sorteio (450 iterações), para que o fluxo de potência probabilístico obtenha carregamentos parecidos aos do sistema desequilibrado.

Através dos resultados mostrados na Tabela 5.37 pode-se obter uma regra para determinar o número de iterações nas quais se deve manter a formulação fixa para atingir os níveis de desequilíbrio do sistema.

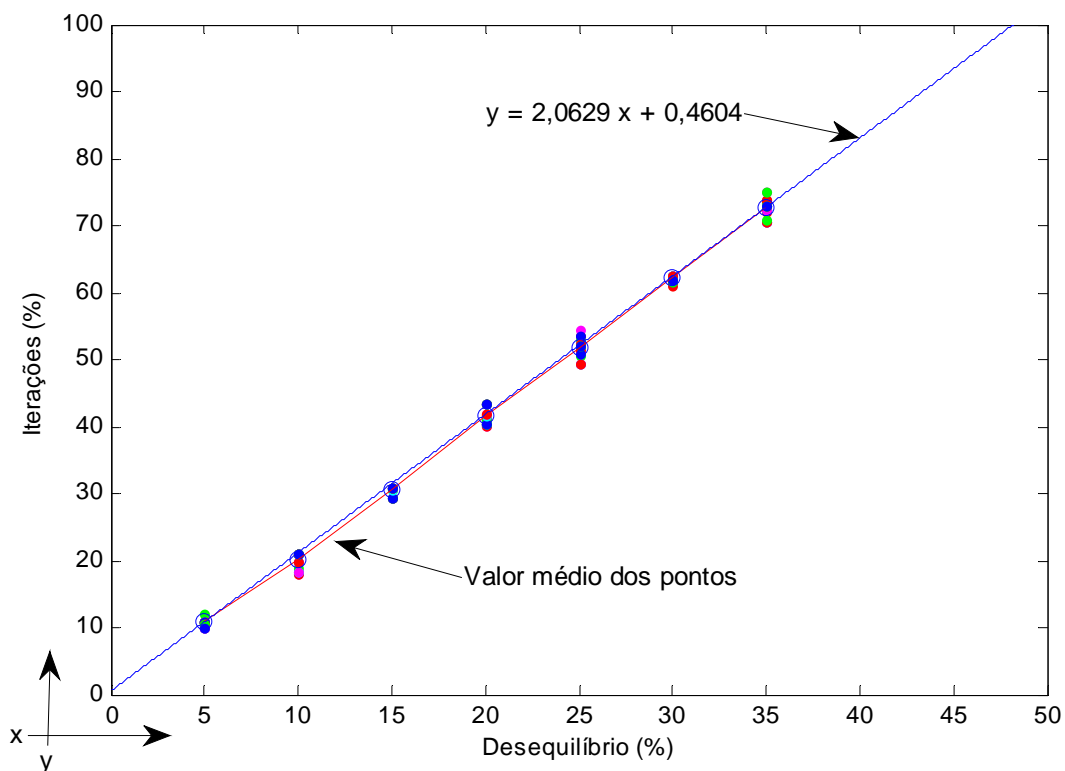
Na Figura 5.30 são desenhados todos os pontos da Tabela 5.37, e são calculados os pontos médios para cada nível de desequilíbrio e traçada uma reta para unir estes pontos (linha vermelha). Através dos pontos médios é obtida a equação da reta que fica mais próxima de todos os pontos (linha azul), tendo como resultado a seguinte equação matemática:

$$y = 2,0629x + 0,4604$$

Onde o eixo  $x$  é a porcentagem de desequilíbrio das fases do sistema de distribuição, e o eixo  $y$  é a porcentagem de iterações que devem ser simuladas deixando a formulação fixa, para atingir os níveis de desequilíbrio do sistema.

**Tabela 5.37: Iterações que devem ser rodadas para encontrar a solução do fluxo de potência considerando incertezas para diferentes níveis de desequilíbrio do sistema.**

Hora	Desequilíbrio no sistema de distribuição							
	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	
1	10,0	18,0	30,8	40,1	51,2	62,0	72,7	Número de iterações para atingir o desfase do sistema (%)
2	10,1	18,0	30,8	40,2	51,5	61,0	72,2	
3	12,0	19,0	30,5	41,5	50,5	62,5	73,5	
4	11,0	18,5	29,5	41,0	49,5	62,0	70,5	
5	11,0	18,5	29,5	40,5	49,5	61,5	71,0	
6	11,0	21,0	29,5	40,5	49,5	61,0	71,0	
7	10,5	21,0	29,5	40,5	49,5	61,5	70,5	
8	11,0	20,0	29,5	41,0	52,1	61,5	71,0	
9	11,0	20,0	29,5	40,5	52,0	62,0	73,0	
10	11,0	20,0	30,5	40,5	53,5	62,5	72,5	
11	11,0	20,0	31,0	41,5	52,5	62,5	72,5	
12	11,0	20,0	31,0	41,5	53,5	62,0	74,0	
13	11,0	21,0	31,0	10,5	53,0	62,5	72,5	
14	11,0	21,0	31,0	40,5	51,0	62,0	73,0	
15	11,0	21,0	31,0	41,5	52,5	62,5	73,0	
16	11,0	21,0	31,0	42,0	54,5	62,5	75,0	
17	11,0	21,0	31,0	42,0	52,5	62,5	74,0	
18	11,0	21,0	31,0	43,5	52,5	62,5	75,0	
19	11,0	21,0	31,0	43,5	53,5	62,5	72,5	
20	10,0	21,0	31,0	43,5	52,5	62,5	72,5	
21	10,0	21,0	31,0	43,5	52,5	62,5	72,5	
22	10,5	21,0	31,0	43,5	52,5	62,5	73,0	
23	10,5	21,0	31,0	43,5	52,0	62,0	73,0	
24	10,0	21,0	31,0	43,5	52,0	62,0	73,0	
<b>Valor médio</b>	<b>10,77</b>	<b>20,14</b>	<b>30,57</b>	<b>41,74</b>	<b>51,93</b>	<b>62,13</b>	<b>72,66</b>	



**Figura 5.30: Iterações que devem ser rodadas para encontrar a solução do fluxo de potência considerando incertezas para diferentes níveis de desequilíbrios do sistema.**

A fim de ilustrar o proposto anteriormente, é realizado um teste para comparar os resultados do fluxo de potência considerando incertezas, quando o sistema de distribuição teste é desequilibrado. Neste caso considerou-se que as fases do sistema estão desequilibradas um 13%, assim segundo a formulação proposta 27,27 % das iterações devem ser simuladas deixando a formulação fixa. São consideradas 500 iterações em cada hora. Porém o número de iterações nas quais se deve deixar a formulação fixa pode ser aproximada para 137 iterações.

Considerou-se como referência as curvas de cargas medidas na subestação, foram calculados os valores trifásicos. Atribui-se o valor médio para a fase B, mais 13% para a fase A e menos 13% para a fase C (ver Tabela 5.38).

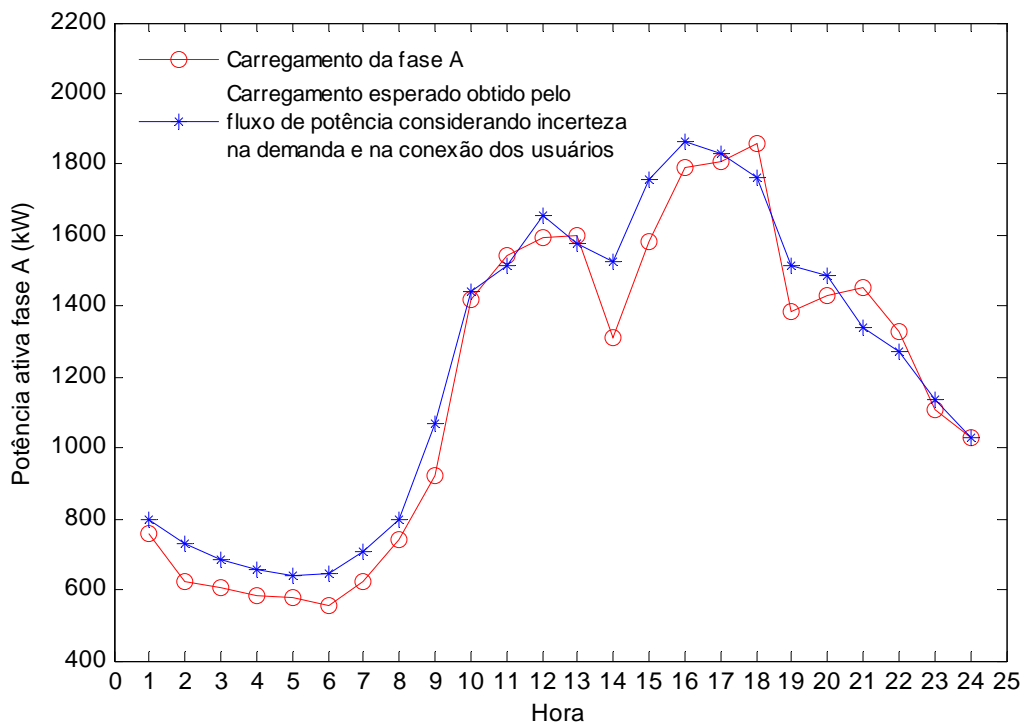
**Tabela 5.38: Carregamentos medidos na subestação com um desequilíbrio de 13%.**

Hora	Carregamento do sistema em kW		
	Fase A	Fase B	Fase C
1	798,42	706,56	614,71
2	732,73	648,44	564,14
3	686,92	607,89	528,86
4	653,95	578,72	503,49
5	638,15	564,73	491,32
6	642,97	569,00	495,03
7	705,07	623,95	542,84
8	795,84	704,28	612,72
9	1070,64	947,47	824,30
10	1439,02	1273,47	1107,92
11	1515,81	1341,42	1167,04
12	1657,52	1466,83	1276,14
13	1578,33	1396,75	1215,17
14	1528,47	1352,63	1176,78
15	1754,48	1552,64	1350,80
16	1863,28	1648,92	1434,56
17	1832,17	1621,39	1410,61
18	1763,61	1560,72	1357,83
19	1516,92	1342,41	1167,89
20	1484,77	1313,95	1143,14
21	1342,09	1187,69	1033,29
22	1272,03	1125,69	979,35
23	1139,02	1007,98	876,95
24	1026,99	908,84	790,69

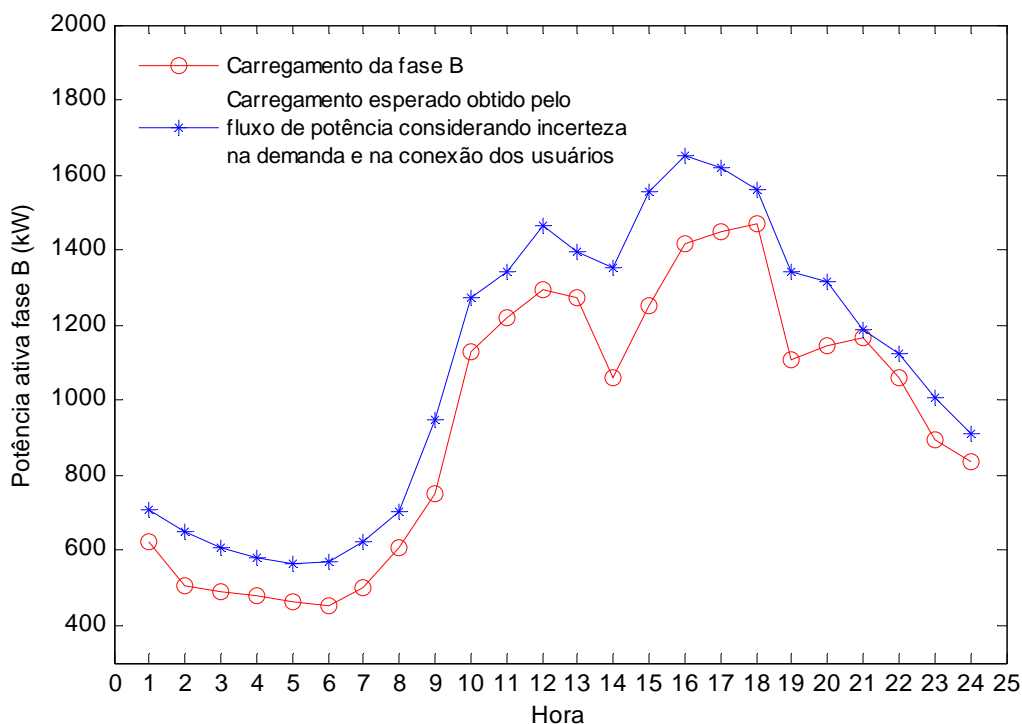
Na Tabela 5.39 e nas Figura 5.31 a 5.33 são apresentados os carregamentos esperados para o sistema (com uma probabilidade de 50% de acerto), que foram obtidos pelo fluxo de potência quando é considerada incerteza na demanda, e distribuindo a aleatoriamente a demanda nas fases segundo a formulação proposta. Pode-se notar das figuras, que os carregamentos esperados ficam mais próximos dos medidos na subestação.

**Tabela 5.39: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários.**

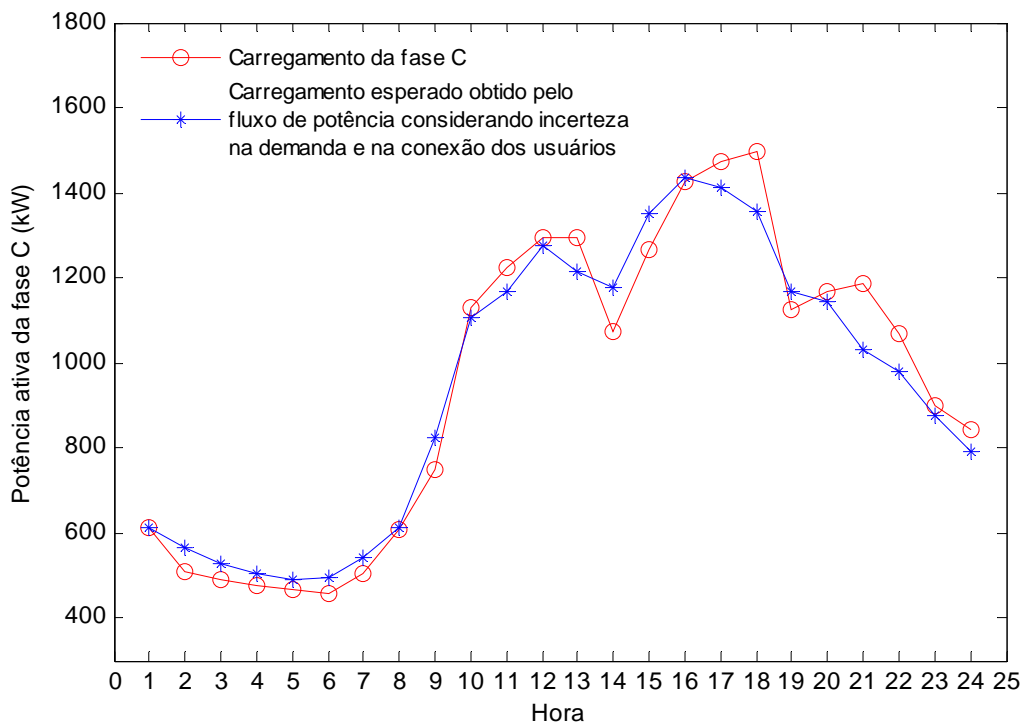
Hora	# de fluxos	Tempo (s)	Carregamento do sistema em kW					
			Fase A		Fase B		Fase C	
			E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)	E(p)	DP (P)
1	500	8	760,37	167,43	619,86	96,58	614,52	91,43
2	500	7	623,14	133,47	506,84	78,76	510,43	75,36
3	500	7	605,77	133,32	488,44	77,51	492,16	75,72
4	500	7	585,02	126,98	476,57	78,36	477,85	75,48
5	500	7	575,90	124,19	460,90	74,30	467,27	70,51
6	500	7	557,43	122,27	454,48	72,66	456,81	66,11
7	500	7	623,08	140,55	501,95	80,40	504,31	80,37
8	500	7	743,39	165,30	605,12	97,10	606,37	90,19
9	500	8	919,33	201,93	748,16	120,17	750,74	117,15
10	500	8	1416,00	345,05	1128,98	218,78	1131,82	194,08
11	500	9	1543,76	369,15	1221,27	225,23	1221,77	198,86
12	500	9	1591,17	378,58	1292,38	241,14	1294,08	216,51
13	500	9	1601,35	369,33	1273,52	232,33	1295,92	208,26
14	500	8	1308,51	293,08	1059,74	177,60	1074,07	160,71
15	500	9	1580,74	386,04	1249,33	226,98	1265,29	216,38
16	500	9	1788,28	453,25	1418,99	265,83	1424,03	256,51
17	500	9	1809,83	425,52	1449,20	286,07	1472,27	248,09
18	500	10	1859,65	617,30	1472,34	290,17	1496,04	262,82
19	500	8	1384,68	316,03	1109,10	195,23	1125,10	169,16
20	500	9	1430,56	325,42	1146,31	187,19	1166,11	169,69
21	500	9	1450,85	322,46	1166,80	183,31	1186,36	174,19
22	500	8	1330,36	296,23	1061,03	164,76	1067,14	158,53
23	500	8	1109,39	244,61	894,47	145,83	899,90	130,29
24	500	8	1029,95	221,72	834,29	130,33	841,90	121,65



**Figura 5.31: Solução do fluxo de potência considerando incertezas e distribuindo a demanda segundo a formulação proposta, para a fase A.**



**Figura 5.32: Solução do fluxo de potência considerando incertezas e distribuindo a demanda segundo a formulação proposta, para a fase B.**



**Figura 5.33: Solução do fluxo de potência considerando incertezas e distribuindo a demanda segundo a formulação proposta, para a fase C.**

Na Tabela 5.40 são mostrados os erros entre as curvas de carga medidas subestação e as curvas de carga calculadas pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda e distribuindo a carga nas fases segundo a formulação proposta para um desequilíbrio de 13% no sistema. Pode-se notar da tabela que os erros calculados neste caso são pequenos.

**Tabela 5.40: Erros de potência ativa entre a curva medida na subestação e as curvas calculadas pelo fluxo de potência considerando incertezas para desequilíbrio de 13 % do sistema.**

Hora	Erro de potencia ativa ( $\varepsilon_{\mu}^t$ ) em porcentagem		
	Fase A	Fase B	Fase C
1	4,76	12,27	0,03
2	14,95	21,83	9,52
3	11,81	19,64	6,93
4	10,54	17,65	5,09
5	9,75	18,38	4,89
6	13,31	20,12	7,72
7	11,62	19,55	7,09
8	6,59	14,07	1,03
9	14,13	21,03	8,92
10	1,59	11,34	2,15
11	1,84	8,95	4,68
12	4,01	11,89	1,40
13	1,45	8,82	6,64
14	14,39	21,6	8,72
15	9,92	19,53	6,33
16	4,02	13,94	0,73
17	1,21	10,61	4,37
18	5,44	5,66	10,17
19	8,71	17,37	3,66
20	3,65	12,75	2,00
21	8,10	1,75	14,81
22	4,58	5,74	8,96
23	2,60	11,26	2,61
24	0,28	8,20	6,47



## 5.7 *Análise de risco da solução do fluxo de potência considerando incertezas*

O risco em um sistema elétrico é devido ao comportamento probabilístico dos elementos que compõem o sistema (linhas, transformadores, cargas) (LI, 2004). O risco pode ser definido como o grau de incerteza que se tem das variáveis de interesses com respeito aos valores considerados como adequados para essas variáveis (KUMANORO; HENLEY, 1996). Normalmente é determinada a probabilidade de ocorrência do evento e o risco é o complemento deste valor. Se a probabilidade de um evento ocorrer é igual  $Pr(a)$ , o risco será igual a  $1 - Pr(a)$ .

A fim de determinar o risco de transgressão dos limites estabelecidos para a tensão nos sistemas de distribuição (ANEEL – PRODIST, 2008) é realizado um estudo para identificar o comportamento das tensões.

Na Figura 5.34 e 5.35 são apresentadas as funções de distribuição de probabilidade normal, para a barra de mínima tensão, nas horas de carregamento leve, e alto. O valor esperado da tensão para a hora 4 é igual a 0,9781 p.u. e o desvio padrão de 0,0049. Tendo uma probabilidade de 95 %, as tensões podem estar na faixa 0,9685 até 0,9677. Podem-se determinar as probabilidades e riscos que as tensões obtidas pelo fluxo de potência considerando incertezas não estejam nas faixas impostas pela ANNEL (ANEEL-PRODIST, 2008), para isto é calculada a probabilidade crítica, para as diferentes faixas. A probabilidade crítica para a hora 4 na faixa adequada pode ser calculadas da seguinte forma (LAW; KELTON, 2000):

$$Z_{T=0,93} = \frac{X - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{0,93 - 0,9781}{0,0049} = -9,8163$$

$$Z_{T=1,05} = \frac{X - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{1,05 - 0,9781}{0,0049} = 14,6734$$

A partir deste valor para o escore  $Z$  e consultando a tabela da função de distribuição de probabilidade normal (apêndice B), pode-se determinar a probabilidade que a tensão nesta hora seja superior a 0,93 p.u. e inferior a 1,05 p.u.:

$$\text{Probabilidade}(Tens\tilde{a}o \geq 0,93) \cong 100,00\%$$

$$\text{Probabilidade}(Tens\tilde{a}o \leq 1,05) \cong 100,00\%$$

Assim, o risco que as tensões na hora 4 sejam inferiores a 0,93 p.u e superiores a 1,05 é igual a zero. Então, não existe risco de que as tensões estejam na faixa precária ou crítica.

A mesma análise pode ser feita para as outras horas, por exemplo: para a hora 18 a probabilidade crítica para a faixa de tensão adequada é igual a:

$$Z_{T=0,93} = \frac{X - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{0,93 - 0,9391}{0,0224} = -0,40625$$

$$Z_{T=1,05} = \frac{X - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{1,05 - 0,9391}{0,0224} = 4,9508$$

A partir dos valores de Z pode-se determinar a probabilidade:

$$\text{Probabilidade}(Tens\tilde{a}o \geq 0,93) \cong 65,7721\%$$

$$\text{Probabilidade}(Tens\tilde{a}o \leq 1,05) \cong 100,00\%$$

Neste caso existe uma probabilidade de 65,7721 % que as tensões sejam superiores a 0,93 p.u., e uma probabilidade de 100,00 % de que as tensões sejam inferiores a 1,05 p.u.. Porém existe um risco 34,2279 % de que as tensões nesta hora sejam inferiores a 0,93 p.u, ou que estejam na faixa precária ou crítica.

Pode-se também estimar a probabilidade das tensões estejam nas outras faixas, calculando a probabilidade crítica para uma tensão igual a 0,9 p.u.:

$$Z_{T=0,90} = \frac{X - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{0,93 - 0,9391}{0,0224} = -1,7455$$

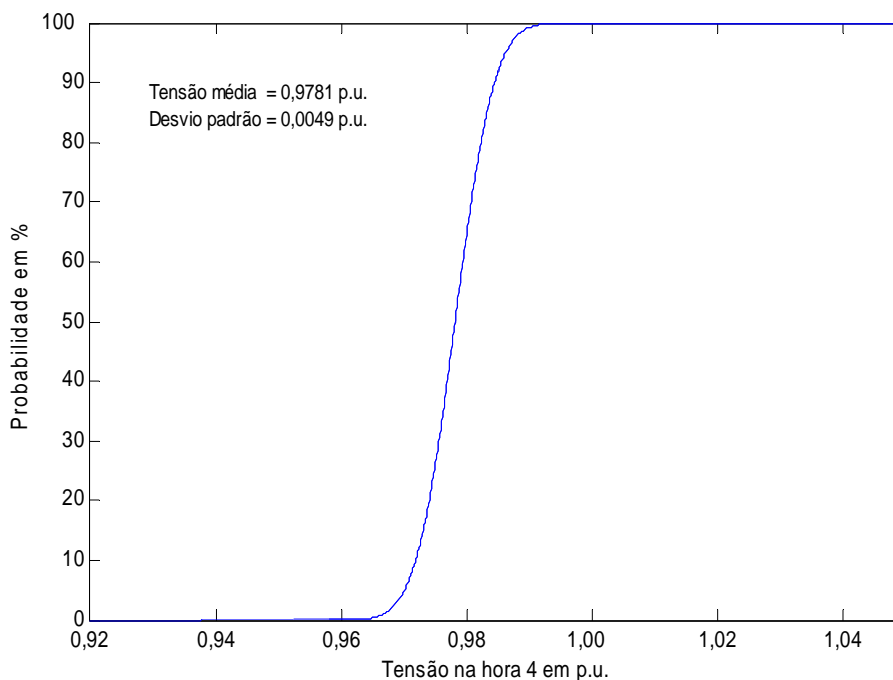
A partir deste valor para o escore  $Z$  e consultando a tabela da função de distribuição de probabilidade normal (apêndice B), pode-se determinar a probabilidade que a tensão nesta hora seja maior ou igual a 0,90 p.u

$$Probabilidade(Tensão \geq 0,90) \cong 95,9554 \%$$

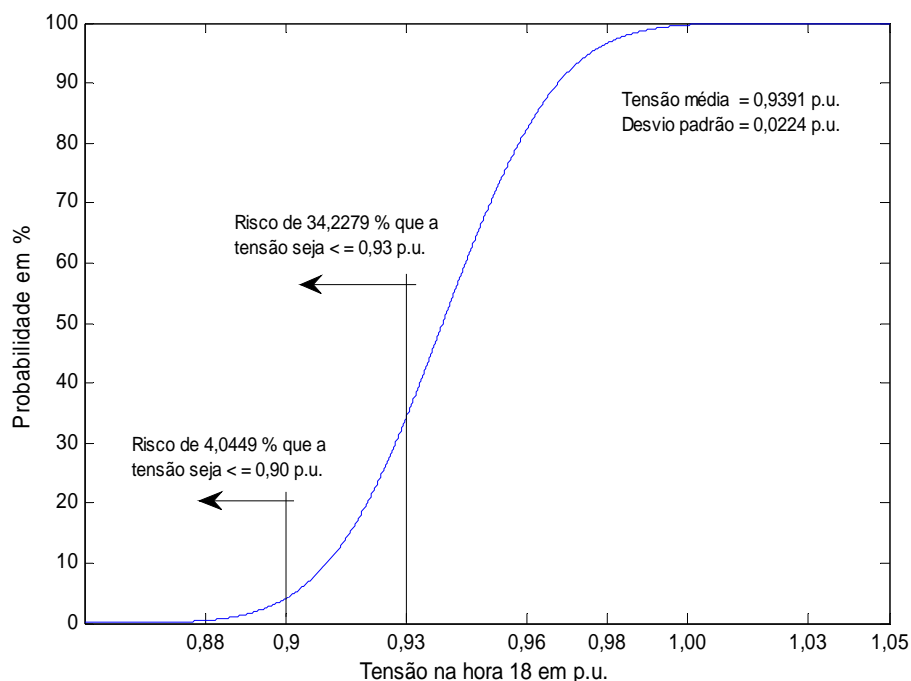
Neste caso existe uma probabilidade de 95,9554 % que os valores da tensão nesta hora 18 sejam superiores a 0,90 p.u., e existe um risco igual a 4,0446 % de que as tensões sejam inferiores a este valor. Na Tabela 5.41 são apresentados os riscos que as tensões não estejam nas faixas preestabelecidas pela ANEEL.

**Tabela 5.41: Risco que as tensões não estejam nas faixas preestabelecidas.**

Classificação da tensão de atendimento (TA).	Faixa de variação de tensão de leitura (TL) em relação à tensão controlada (TC)	Risco de não estar na faixa (%)
Adequada	$0,93 TC \leq TL \leq 1,05 TC$	34,2279 %
Precária	$0,90 TC \leq TL < 0,93 TC$	4,0449 %



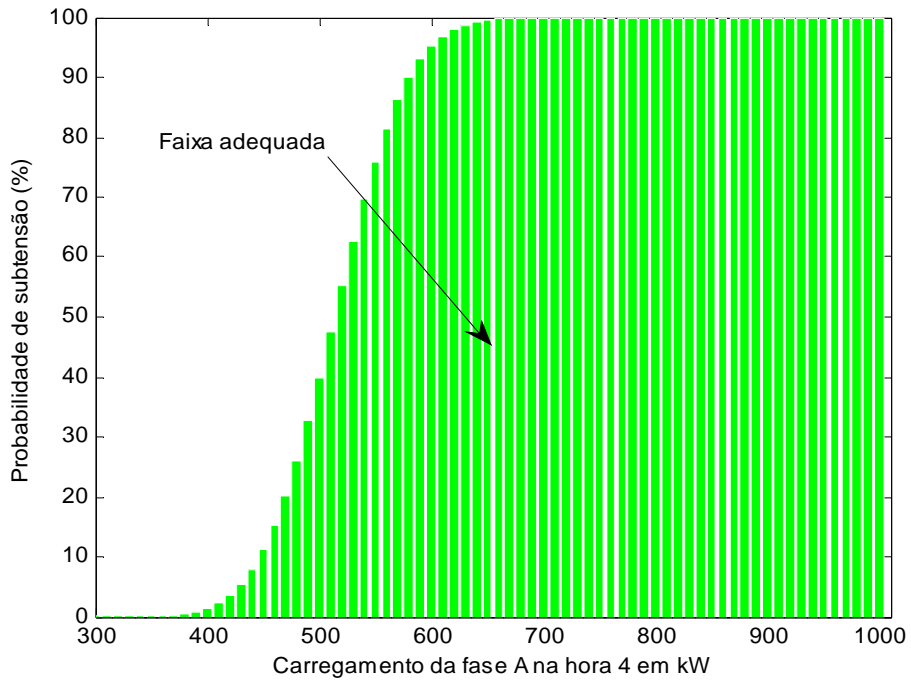
**Figura 5.34: Função de distribuição normal da tensão na hora 4.**



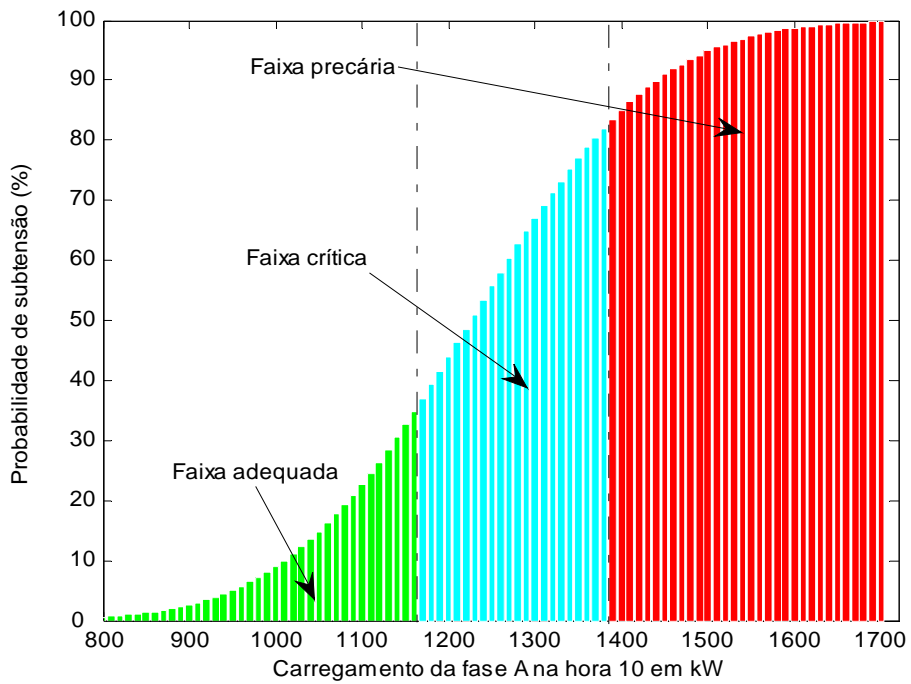
**Figura 5.35: Função de distribuição normal da tensão na hora 18.**

Nas Figura 5.36 a 5.38 são apresentadas as probabilidades de subtensão da rede de distribuição para a fase A em função do carregamento do sistema (carregamento leve, médio, alto). As probabilidades de subtensão apresentadas nas figuras são estimadas para a barra de mínima tensão. Tais probabilidades são calculadas com os carregamentos esperados estimados, através do fluxo de potência considerando incerteza na demanda e na conexão dos usuários e empregando a função de distribuição de probabilidade normal, para estimar as curvas de carga diárias das unidades consumidoras. Nesta análise é realizada na fase A, pois o algoritmo indicou que esta fase apresenta um carregamento maior que as demais fases e, portanto, uma maior queda de tensão.

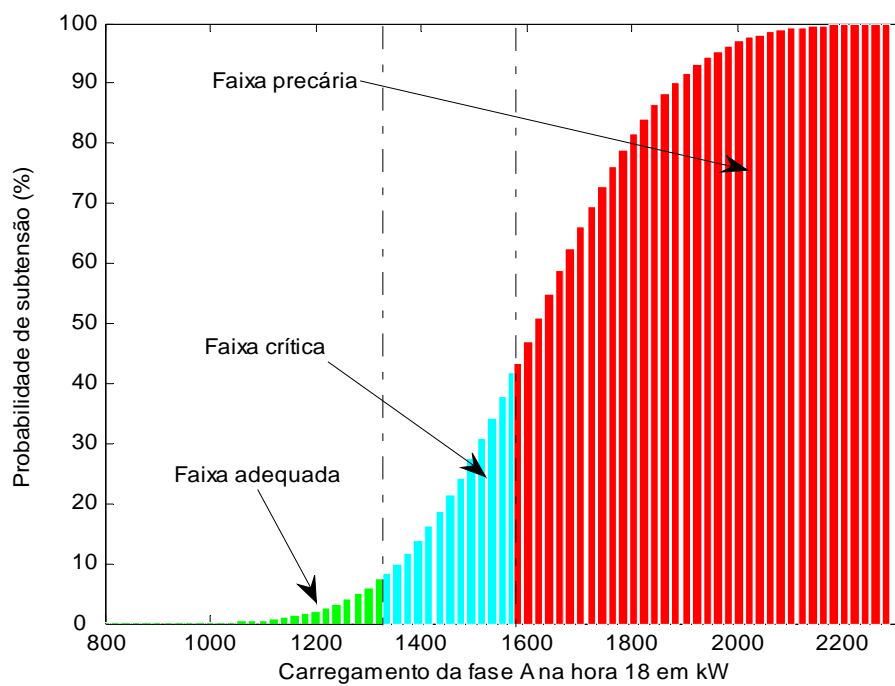
Nas figuras podem-se notar as faixas nas quais a tensão é considerada adequada, crítica, ou precária. No caso do carregamento leve existe uma probabilidade muito grande de que as tensões estejam na faixa adequada. No carregamento médio e alto a probabilidade de que as tensões estejam na faixa adequada é menor.



**Figura 5.36: Probabilidade de subtensão da rede na fase A, para hora 4 da curva de carga.**



**Figura 5.37: Probabilidade de subtensão da rede na fase A, para hora 10 da curva de carga.**



**Figura 5.38: Probabilidade de subatensão da rede na fase A, para hora 18 da curva de carga.**

## Capítulo 6

# Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para o cálculo do fluxo de potência quando são consideradas incertezas na demanda e nas conexões dos usuários ao sistema de distribuição. A metodologia proposta emprega as curvas de carga diárias das unidades consumidoras, que foram estimadas a partir das curvas de carga medidas em uma campanha de medição. A classificação das unidades consumidoras foi realizada por classes e subclasses segundo o imposto pela ANEEL no PRODIST.

Para considerar a aleatoriedade natural das cargas do sistema, as demanda em cada ponto de carga foram modeladas através de funções de distribuição de probabilidade. Empregou-se o método de simulação de Monte Carlo para gerar aleatoriamente os possíveis cenários de carga do sistema. Em cada passo da simulação é utilizado o algoritmo de fluxo de potência determinístico conhecido como *backward/forward sweep* para determinar as condições em regime permanente.

Emprega-se uma metodologia que esta disponível na literatura especializada para determinar as curvas de carga individuais de todas as unidades consumidoras de sistema de distribuição, além disso, é utilizado o método de agregação de carga para determinar as curvas de carga dos transformadores do sistema. A partir das curvas de carga dos transformadores e com a função de distribuição de probabilidade proposta são obtidas todas as funções de distribuição de probabilidade de todos os transformadores.

Neste trabalho foi realizado um estudo estatístico minucioso das curvas de carga diárias medidas de um sistema de distribuição. Este estudo é denominado “procedimento de ajuste”, no qual se determina quais distribuições de probabilidade

podem representar as curvas de carga diárias das unidades consumidoras. Dos resultados do estudo estatístico se notou que a função de distribuição de probabilidade que melhor pode representar as curvas medidas é a função de distribuição lognormal. A função de distribuição de probabilidade normal que tradicionalmente é utilizada em muitos estudos, neste estudo não fica nos primeiros lugares do ranking.

Uma análise entre os resultados obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda, quando são utilizadas as funções de distribuição de probabilidade normal e lognormal, para estimar as curvas de carga diárias das unidades consumidoras, mostra que o carregamento esperado obtido (com probabilidade de 50% de acerto) é parecido com as duas funções. Enquanto, que os desvios padrões estimados nos dois casos são diferentes, no caso do desvio com a função normal apresentam valores inferiores aos obtidos com a função lognormal. Em alguns casos o desvio padrão calculado com a função lognormal apresenta valores muito altos o que pode levar a ter conclusões erradas quando são empregados os valores médios e desvio padrão para tomada de decisões. Além das questões apresentadas anteriormente, o número de fluxos de potência determinísticos necessários para atingir o critério de parada com a função normal é menor, levando isto a um menor tempo computacional para encontrar a resposta do fluxo de potência considerando incerteza na demanda. O anterior mostra um melhor desempenho do fluxo quando é empregada a função de distribuição normal para estimar as curvas de carga diárias das unidades consumidoras.

Os resultados obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda mostram que existe um problema no cadastramento das fases nas quais os usuários estão ligados ao sistema de distribuição. Para tentar mitigar este problema, Para tentar mitigar o problema foi empregada uma formulação matemática para distribuir aleatoriamente a carga nas fases. Os testes realizados mostram que deixando a formulação fixa em todas as iterações do processo de simulação, uma das fases do sistema fica com um carregamento maior. No caso contrário, quando é deixada a formulação matemática completamente aleatória, o carregamento esperado das fases ficam quase equilibrados e próximos aos medidos pela empresa de energia na subestação.

Os sistemas de distribuição normalmente são desequilibrados. Nesta tese foi proposta uma forma de considerar o desequilíbrio das cargas. Os testes com cenários



---

criados para os testes demonstram que o método tem potencialidade para aplicação em casos reais.

Como trabalhos futuros sugerem-se algumas análises a partir da contribuição deste trabalho:

- Verificar outras metodologias de considerar a incerteza na conexão das cargas;
- Considerar também incerteza na geração em redes com geradores distribuídos, como por exemplo, redes com geradores eólicos;
- Verificar o desempenho com outras formulações de fluxo de potência determinístico;
- Considerar o fator de potência como uma variável aleatória.

# Referências

ALLAN, R. N.; LEITE DA SILVA, A. M. L. Probabilistic load flow using multilinearisations. **IEE Proc. C: Generation, Transmission, Distribution**, London, v. 128, n. 5, p. 280-287, Sept., 1981.

ALLAN, R. N.; LEITE DA SILVA, A. M. L.; BURCHETT, R. C. Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions. **IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems**, London, v. PAS-100, n. 5, p. 2539-2546, May, 1981.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA - ANEEL-PRODIST - **Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional**. Brasília: [s.n]. 2008. 337 p.

BILLINTON, R.; ALLAN, R. N. **Reliability evaluation of engineering systems -- concepts and techniques**. 1992 (Plenum Press).

BILLINTON, R.; LI, W. **Reliability assessment of electric power systems using Monte Carlo methods**. 1994 (Plenum Press).

BISWARUP, D. Consideration of input parameter uncertainties in load flow solution of three-phase unbalanced radial distribution system. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 21, n. 3, p. 1088-1095, Aug., 2006.

BORKOWSKA, B. Probabilistic load flow. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. PAS-93, n. 3, p. 752-755, May/June, 1974.

BRACELE, A.; CARAMIA, P.; CARPINELLI, G.; VARIOLONE, P. A probability method for very short-term steady state analysis of a distribution system with wind farms. **International Journal of Emerging Electric Power Systems**, v. 9, n. 5, art 2, Nov, 2008.

- CESPEDES, R. G. New method for the analysis of distribution networks. **IEEE Trans. on Power Delivery**, New York, v. 5, n. 1, p. 391-396, Jan., 1990.
- CIRIC, R. M.; PADILHA-FELTRIN, A.; OCHOA, L. F. Power flow in four-wire distribution network-general approach. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 18, n. 4, p. 1283-1290, Nov., 2003.
- CONTI, S.; RAITI, S. Probabilistic load flow for distribution networks with photovoltaic generators part 1: theoretical concepts and models. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY – ICCEP, 2007, Capri. Proceedings... Capri: [s.n], p. 132-136, May, 2007.
- CONTI, S.; RAITI, S.; DI-GREGORIO, C. Probabilistic load flow for distribution networks with photovoltaic generators Part 2: application to a case study. INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY – ICCEP, 2007, Capri. Proceedings... Capri: [s.n], p. 132-136, May, 2007.
- CHEN, B. K.; CHEN, M. S.; SHOUTLS, R. R.; LIANG, C. C. Hybrid three phase load flow. **IEE Proceedings - C**, v. 138, n. 3, p. 177-185, May, 1990.
- CHEN, T. H.; CHEN, M. S.; HWANG, K. J.; KOTAS, O.; CHEBLI, E. A. Distribution system power flow analysis-a rigid approach. **IEEE Trans. on Power Delivery**, New York, v. 6, n. 3, p. 1146-1152, July, 1991.
- CHENG, C. S.; SHIRMOHAMMADI, D. A three phase power flow method for real time distribution system analysis. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 10, n. 2, p. 671-679, May, 1995.
- CHUN-LIEN, S. A new probabilistic load flow method. **Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE**, New York, v. 1, p. 389-394, June, 2005.
- DIMITROVSKI, A.; ACKOCSKI, R.; TALESKI, R. Voltage correction power flow. **IEEE Trans. on Power Delivery**, New York, v. 9, n. 2, p. 1056-1062, Abr, 1994.
- DIMITROVSKI, A.; TOMSOVIC, K. Boundary load flow solutions. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 19, n. 1, p. 348-355, Feb., 2004.
- DOPAZO, J. F.; KLITIN, O. A.; SASSON, A. M. Stochastic load flows. **IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems**, New York, v. 2, p. 299-309, March/April 1975.

FALCÃO, D. M.; HENRIQUES, H. O. Load estimation in radial distribution systems using neural networks and fuzzy set techniques. **IEEE Power Engineering Society Summer Meeting**, v. 2, p. 1002-1006, July, 2001.

FRANCISQUINI, A. A. **Estimação de curvas de carga em pontos de consumo e em transformadores de distribuição**. 2006. 108f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista – UNESP, Ilha Solteira, 2006.

GALLEGO, L. A.; PADILHA-FELTRIN, A. Fluxo de potência para sistemas de distribuição considerando incertezas na demanda e nos parâmetros de redes parâmetros de redes. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS 2008, Belo Horizonte. **Anais...**: Belo Horizonte: [s.n], 2008. p. 1-8

GARCIA, P. A.; PEREIRA, J. L. R.; CARNEIRO, S.; COSTA, V. M. D.; MARTINS, N. Three-phase power flow calculations using the current injection method. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v.15, n. 2, May, p.508-514. 2000.

GÖNEN, T. **Electric Power Distribution System Engineering**. New York: McGraw-Hill. 2007. 824 p.

GRAINGER, J.; STEVENSON, W. **Análisis de sistemas eléctricos de potencia**. México: Mc Graw Hill. 1996. 740 p.

JARDINI, J. A.; TAHAN, C. M. V.; GOUVEA, M. R.; FIGUEIREDO, F. M. Daily load profiles for residential, commercial and industrial low voltage consumers. **IEEE Trans. on Power Delivery**, New York, v. 15, n. 1, p. 375 - 380, January, 2000.

KARAKI, S. H.; CHEDID, R., B.; RAMADAN, R. Probabilistic performance assessment of wind energy conversion systems. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 14, n. 2, p. 217-224, June, 1999.

KERSTING, W. H. **Distribution system modeling and analysis**, 2nd ed. Boca Raton: CRC Press. Florida, 2006. 421 p.

KUMANOTO, H.; HENLEY, J. H. **Probabilistic risk assessment and management for engineers and scientists**, 2nd ed., New York, Wiley-IEEE press, 1996, 597 p.

LAW, A. M.; KELTON, W. D. **Simulation modeling & analysis**. New York: McGraw-Hill. 2000. 745 p.

LEITE DA SILVA, A. M.; ALLAN, R. N.; ARIENTI, V. L. Probabilistic load flow considering network outages. **IEE Proc. C: Generation, Transmission, Distribution**, Stevenage, v. 132, n. 3, p. 139-145, May, 1985.

LEITE DA SILVA, A. M.; ARIENTI, V. L. Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm. **IEE Proc. C: Generation, Transmission, Distribution**, Stevenage, v. 137, n. 4, p. 276-282, July, 1990.

LEITE DA SILVA, A. M.; ARIENTI, V. L.; ALLAN, R. N. Probabilistic load flow considering dependence between input nodal powers. **IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-103, n. 6, p. 1524-1530, June, 1984.

LI, W. **Risk assessment of power systems: model, methods and applications**, New York, Wiley-IEEE press, 2004, 325 p.

LUO, G. X.; SEMLYEN, A. Efficient load flow for large weakly meshed networks. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 5, n. 4, p. 1309-1316, Nov., 1990.

MELIPOULIS, A. P. S.; COKKINIDES, G. J.; CHAO, X. Y. A new probabilistic power flow analysis method. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 5, n. 1, p. 182-190, Feb., 1990.

MIRANDA, V.; SARAIVA, J. T. Fuzzy modelling of power system optimal load flow. In: **POWER INDUSTRY COMPUTER APPLICATION CONFERENCE, 17.**, Baltimore.: **Proceeding...** Baltimore: [s.n], 1991. p. 386-392.

MORALES, J. M.; PÉREZ-RUIZ, J. Point Estimate Schemes to Solve the Probabilistic Power Flow. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 22, No. 4, p. 1594-1601, Nov., 2007.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A. **Introdução a sistema de energia elétrica**. Campinas: Unicamp. 2004. 148 p.

PAPOULIS, A. **Probability, random variables and stochastic processes**. New York: McGraw-Hill. 2001. 847 p.

RIBEIRO, D. R.; ARAUJO, L. R.; CARNEIRO, S.; R. PEREIRA, J. L.; GARCIA, P. A. three-phase power flow based on four-conductor current injection method for unbalanced distribution networks. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 23, n. 2, May, p.494-503. 2008.

---

SARAIVA, J. T.; MIRANDA, V.; MATOS, M. A. C. C. Generation and load uncertainties incorporated in load flow studies. In: ELECTROTECHNICAL CONFERENCE, 6., 1991, Ljubljana. **Proceedings...** Ljubljana: [s.n] p. 1339 -1342.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A.; LUO, G. X. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. **IEEE Trans on Power Systems**, New York, v. 3, n. 2, p. 753-762, May., 1988.

SRINIVASAN, D.; LIEW, A. C.; CHANG, C. S. Forecasting daily load curves using a hybrid fuzzy-neural approach. **Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings**, London, v. 141, n. 6, Nov., 1994.

WANG, Z.; ALVARADO, F. L. Interval arithmetic in power flow analysis. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 7, n. 3, p. 1341-1349, Aug., 1992.

ZAPATA, C. J. **Análisis probabilístico y simulación** Colombia: Universidade Tecnológica de Pereira, Pereira. 2005

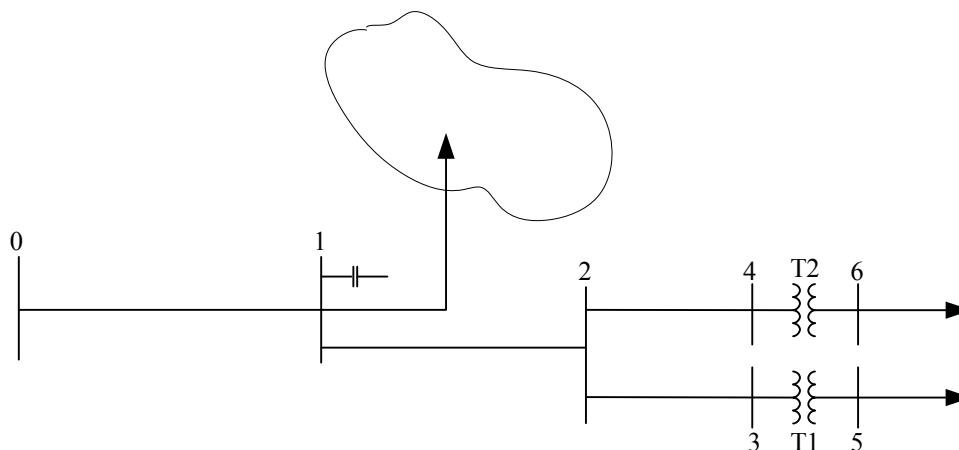
ZHANG, P.; LEE, S. T. Probabilistic load flow computation using the method of combined Cumulants and Gram-Charlier expansion. **IEEE Trans. on Power Systems**, New York, v. 19, n. 1, p. 676-682, Feb., 2004.

## Apêndice A – Sistema de distribuição teste

Neste apêndice é apresentado um sistema de distribuição teste pequeno, que é empregado para ilustrar o procedimento do fluxo de potência considerando incertezas. O sistema possui 7 barras, 2 transformadores e uma carga equivalente. Na Figura A. 1 é apresentado o sistema de distribuição, na barra 1 está alocada a carga equivalente e os transformadores estão alocados entre as barras 3-5 e entre 4-6. Nas Tabelas A.1 e A.2 são apresentados os comprimentos dos cabos e impedâncias do sistema, respectivamente. Na Tabela A. 4 é mostrada a demanda de potência ativa e os fatores de potência na subestação (barra 0). Na Tabela A. 5 são apresentados os carregamentos esperados e desvios padrões equivalentes alocados na barra 1. As curvas de carga dos transformadores do sistema teste são apresentadas na Tabela A. 6 e A.7 (curvas médias e desvio padrão de potência ativa em kWh). O número de usuários, o tipo e o consumo mensal de energia elétrica para cada transformador são mostrados na Tabela A. 7, A.8 e A.9 respectivamente, estes dados foram fornecidos pela empresa de energia.

Nas Tabela A. 11 a A.13 são mostradas as cargas representativas em valores p.u., para os usuários das classes residencial, comercial e industrial, para várias subclasses de consumo. A partir de estas tabelas representativas podem ser estimadas as curvas de carga dos usuários dos transformadores do sistema. Na Figura A. 2 é mostrada a curva de carga para um usuário residencial que tem um consumo mensal de 141 kWh/mês, e que está ligado no transformador 1. Com as curvas de todos os consumidores obtém-se a curva do transformador por agregação (JARDINI et al., 2000).

Neste apêndice é mostrada a solução do problema do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para o sistema de distribuição teste. É apresentada as curvas do carregamento esperado obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza para as três fases do sistema, e são comparadas com as medidas na subestação.



**Figura A. 1: Sistema de distribuição teste.**

**Tabela A. 1: Comprimento dos ramos do sistema reduzido**

Nó inicial	Nó final	Longitude (m)
0	1	320,3
1	2	37,2
2	3	85,0
2	4	95,9

**Tabela A. 2: Impedâncias dos ramos do sistema reduzido**

$Z_{0-1} = \begin{bmatrix} 0,0788 + j0,2849 & 0,0191 + j0,2201 & 0,0191 + j0,2025 \\ & 0,0788 + j0,2849 & 0,0191 + j0,2186 \\ & & 0,0788 + j0,2849 \end{bmatrix} \Omega$
$Z_{1-2} = \begin{bmatrix} 0,0092 + j0,0331 & 0,0022 + j0,0254 & 0,0022 + j0,0234 \\ & 0,0092 + j0,0331 & 0,0022 + j0,0254 \\ & & 0,0092 + j0,0331 \end{bmatrix} \Omega$
$Z_{2-3} = \begin{bmatrix} 0,0949 + j0,0865 & 0,0051 + j0,0583 & 0,0051 + j0,0538 \\ & 0,0949 + j0,0865 & 0,0051 + j0,0583 \\ & & 0,0949 + j0,0865 \end{bmatrix} \Omega$
$Z_{2-4} = \begin{bmatrix} 0,1064 + j0,0970 & 0,0058 + j0,0656 & 0,0058 + j0,0605 \\ & 0,1064 + j0,0970 & 0,0058 + j0,0656 \\ & & 0,1064 + j0,0970 \end{bmatrix} \Omega$



**Tabela A. 3: Capacitores do sistema de distribuição**

Barra	Qca (kVAR)	Qcb (kVAR)	Qcc (kVAR)
1	200,0	200,0	200,0

**Tabela A. 4: Potência ativa e fator de potência medidos na subestação do sistema.**

Hora	Potência ativa em kW			Fator de potência		
	Fase A	Fase B	Fase C	Fase A	Fase B	Fase C
1	705,37	711,75	702,56	0,7963	0,7989	0,7926
2	651,51	651,09	642,70	0,7714	0,7697	0,7668
3	606,56	610,68	606,42	0,7503	0,7553	0,7497
4	575,76	585,28	575,10	0,7397	0,7453	0,7346
5	560,71	568,07	565,40	0,7303	0,7394	0,7317
6	567,04	572,39	567,56	0,7383	0,7437	0,7371
7	611,95	633,60	626,29	0,7742	0,7915	0,7743
8	702,00	704,67	706,17	0,7950	0,8012	0,7986
9	949,17	946,03	947,21	0,8411	0,8430	0,8438
10	1289,85	1277,39	1253,21	0,8677	0,8579	0,8603
11	1349,15	1342,87	1332,23	0,8693	0,8666	0,8673
12	1490,20	1461,23	1449,04	0,8772	0,8679	0,8751
13	1409,76	1388,10	1392,37	0,8611	0,8583	0,8638
14	1366,12	1338,60	1353,14	0,8584	0,8569	0,8645
15	1576,73	1539,37	1541,81	0,8784	0,8717	0,8804
16	1668,98	1644,28	1633,50	0,8871	0,8808	0,8854
17	1642,78	1621,21	1600,17	0,8923	0,8845	0,8881
18	1588,03	1557,84	1536,28	0,8883	0,8778	0,8840
19	1354,59	1346,20	1326,42	0,8705	0,8650	0,8662
20	1321,59	1317,60	1302,65	0,8817	0,8794	0,8795
21	1184,85	1194,70	1183,50	0,8625	0,8657	0,8611
22	1133,57	1121,90	1121,57	0,8485	0,8471	0,8504
23	1008,93	1010,29	1004,71	0,8332	0,8347	0,8327
24	911,01	907,92	907,59	0,8139	0,8152	0,8154

**Tabela A. 5: Potencia ativa na barra 1**

Hora	Potencia ativa na barra 1					
	Fase A		Fase B		Fase C	
	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)
1	861,90	155,78	699,84	140,18	418,66	123,53
2	708,48	132,08	583,42	122,64	357,64	110,16
3	677,68	129,41	559,33	119,38	345,40	107,62
4	660,61	136,37	550,69	127,62	352,50	117,16
5	640,61	118,57	527,94	109,93	332,85	100,49
6	630,44	113,32	514,38	103,64	315,52	92,75
7	694,19	146,29	561,69	132,83	350,33	119,74
8	857,72	162,56	692,33	145,46	425,47	125,96
9	986,54	211,53	837,21	190,00	547,84	160,71
10	1435,23	458,18	1259,59	426,02	968,23	402,98
11	1550,49	375,24	1364,13	344,63	1045,62	321,83
12	1652,25	481,38	1449,14	443,03	1132,94	421,40
13	1698,33	354,44	1435,80	306,06	1056,64	271,94
14	1405,07	170,11	1193,80	146,41	861,73	121,78
15	1620,52	409,88	1398,97	373,07	1063,97	349,71
16	1813,09	537,34	1574,85	490,73	1222,38	468,33
17	1905,00	572,42	1637,81	517,31	1270,46	495,22
18	1898,58	552,06	1630,15	499,69	1251,90	476,83
19	1517,18	290,96	1255,39	256,64	861,84	227,37
20	1686,55	264,86	1303,02	221,06	803,85	187,17
21	1770,81	304,12	1329,29	243,72	781,99	201,31
22	1547,31	250,42	1195,52	210,86	700,54	178,35
23	1295,12	214,86	1004,85	185,30	582,28	159,11
24	1208,86	207,36	935,98	178,79	537,68	153,78

**Tabela A. 6: Valores médios e desvio padrões do transformador 1 para as fases A, B, e C.**

Hora	Transformador 1					
	Fase A		Fase B		Fase C	
	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)
1	9,11	0,74	4,73	0,51	1,41	0,27
2	7,18	0,49	3,76	0,38	1,12	0,18
3	6,79	0,53	3,56	0,38	1,06	0,19
4	6,25	0,44	3,26	0,34	0,98	0,16
5	6,51	0,48	3,35	0,34	1,02	0,18
6	6,80	0,57	3,51	0,39	1,05	0,21
7	7,69	0,71	3,87	0,46	1,18	0,26
8	9,27	0,87	4,76	0,61	1,41	0,31
9	8,02	0,87	4,48	0,70	1,18	0,26
10	7,84	0,82	4,23	0,66	1,14	0,23
11	8,07	0,88	4,55	0,75	1,13	0,26
12	8,37	0,84	4,49	0,62	1,19	0,27
13	10,86	1,34	5,68	0,90	1,57	0,47
14	9,69	0,81	5,11	0,58	1,42	0,29
15	9,51	0,90	5,02	0,67	1,35	0,27
16	9,83	0,93	5,28	0,74	1,39	0,30
17	11,15	1,21	5,85	0,86	1,58	0,41
18	11,20	1,06	5,91	0,78	1,57	0,34
19	12,15	1,12	6,34	0,82	1,74	0,35
20	18,50	1,74	9,06	1,11	2,75	0,61
21	21,22	2,29	10,26	1,39	3,18	0,85
22	17,34	1,38	8,65	0,92	2,62	0,49
23	15,24	1,23	7,65	0,84	2,31	0,45
24	14,44	1,15	7,22	0,75	2,21	0,42

**Tabela A. 7: Usuários ligados ao transformador 1.**

<b>Usuários do transformador 1 de 45.0 kVA delta- estrela aterrado</b>							
<b># de usuários</b>	<b>Tipo</b>	<b>Fases</b>	<b>KWh/mes</b>	<b># de usuários</b>	<b>Tipo</b>	<b>Fases</b>	<b>KWh/mes</b>
1	Residencial	AN	204	36	Residencial	AN	241
2	Residencial	ABN	141	37	Residencial	AN	210
3	Residencial	AN	238	38	Residencial	CN	72
4	Residencial	AN	121	39	Residencial	AN	154
5	Residencial	ABN	197	40	Residencial	AN	222
6	Residencial	AN	166	41	Residencial	AN	59
7	Residencial	AN	183	42	Comercial	AN	125
8	Residencial	AN	111	43	Residencial	AN	282
9	Residencial	AN	100	44	Residencial	AN	30
10	Residencial	BN	177	45	Residencial	AN	163
11	Residencial	AN	79	46	Residencial	CN	252
12	Residencial	AN	110	47	Residencial	ABN	300
13	Residencial	AN	168	48	Residencial	AN	178
14	Residencial	AN	128	49	Residencial	ABN	168
15	Residencial	ABN	99	50	Residencial	AN	141
16	Residencial	ABN	276	51	Residencial	ABN	105
17	Residencial	ABN	51	52	Residencial	ABN	202
18	Residencial	AN	77	53	Residencial	ABCN	331
19	Residencial	ABN	286	54	Residencial	ABN	627
20	Residencial	ABN	184	55	Residencial	BN	315
21	Residencial	ABN	345	56	Residencial	CN	191
22	Residencial	ABN	210	57	Comercial	ABCN	80
23	Comercial	ABN	857	58	Residencial	AN	77
24	Residencial	ABN	192	59	Residencial	ABN	186
25	Residencial	ABN	171	60	Residencial	AN	200
26	Residencial	ABN	159	61	Residencial	BCN	103
27	Residencial	AN	213	62	Residencial	BCN	161
28	Residencial	ABN	226	63	Residencial	ABN	125
29	Residencial	AN	206	64	Residencial	BCN	50
30	Residencial	AN	109	65	Residencial	BCN	219
31	Residencial	ABN	244	66	Residencial	BCN	207
32	Residencial	AN	93	67	Residencial	BCN	158
33	Residencial	AN	154	68	Comercial	ABN	80
34	Residencial	ABN	126	69	Residencial	AN	113
35	Comercial	AN	76				

**Tabela A. 8: Valores médios e desvio padrões do transformador 2 para as fases A, B, e C.**

Hora	Transformador 2.					
	Fase A		Fase B		Fase C	
	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)	$\mu$ (kW)	$\sigma$ (kW)
1	11,16	0,98	15,08	1,08	7,89	0,75
2	8,88	0,79	11,93	0,86	6,17	0,57
3	8,47	0,81	11,33	0,88	5,85	0,59
4	8,00	0,87	10,63	0,92	5,45	0,59
5	8,07	0,76	10,62	0,81	5,56	0,55
6	8,14	0,77	10,75	0,82	5,70	0,58
7	9,06	1,00	11,69	1,06	6,33	0,73
8	10,94	1,01	14,29	1,13	7,68	0,80
9	11,33	1,14	14,99	1,30	7,34	0,85
10	14,42	2,91	17,43	2,94	8,10	1,77
11	15,39	2,17	18,71	2,26	8,55	1,38
12	16,12	2,77	19,12	2,81	8,82	1,70
13	17,54	1,98	21,44	2,18	10,34	1,44
14	14,98	0,91	18,54	1,06	9,05	0,74
15	16,21	2,30	19,37	2,33	9,21	1,43
16	18,06	3,16	21,51	3,22	10,06	1,95
17	19,26	3,47	22,78	3,53	10,94	2,16
18	19,18	3,27	22,68	3,32	10,86	2,02
19	16,55	1,50	20,77	1,61	10,48	1,07
20	21,13	1,80	26,94	2,03	14,701	1,49
21	23,36	2,20	30,09	2,44	16,61	1,86
22	20,08	1,58	26,59	1,87	14,17	1,26
23	17,63	1,52	23,37	1,73	12,53	1,20
24	16,60	1,41	22,03	1,58	11,85	1,11

**Tabela A. 9: Usuários ligados ao transformador 2.**

<b>Usuários do transformador 2 de 112.5 kVA delta- estrela aterrado</b>							
<b># de usuários</b>	<b>Tipo</b>	<b>Fases</b>	<b>KWh/mes</b>	<b># de usuários</b>	<b>Tipo</b>	<b>Fases</b>	<b>KWh/mes</b>
1	Residencial	ABCN	179	34	Residencial	CN	208
2	Residencial	BN	163	35	Residencial	CN	144
3	Residencial	BN	83	37	Residencial	AN	156
4	Residencial	BN	137	36	Residencial	BN	32
5	Residencial	AN	89	37	Residencial	AN	156
6	Residencial	AN	136	38	Residencial	BN	40
7	Residencial	ABN	314	39	Residencial	ACN	190
8	Residencial	ABN	98	40	Residencial	BCN	277
9	Residencial	ABN	241	41	Residencial	ABN	204
10	Residencial	ABN	318	42	Residencial	ABN	115
11	Residencial	ABN	437	43	Residencial	ABN	138
12	Residencial	BCN	119	44	Residencial	ABN	232
13	Residencial	CN	134	45	Residencial	BCN	258
14	Residencial	CN	176	46	Residencial	BCN	393
15	Residencial	CN	69	47	Residencial	AN	231
16	Residencial	CN	115	48	Residencial	ABN	225
17	Residencial	ABN	172	49	Residencial	ABN	172
18	Residencial	BN	186	50	Residencial	BCN	299
19	Residencial	CN	99	51	Residencial	ABN	347
20	Residencial	ABN	95	52	Residencial	CN	115
21	Residencial	CN	233	53	Residencial	ABN	98
22	Residencial	BCN	152	54	Residencial	AN	163
23	Residencial	BN	283	55	Residencial	BN	227
24	Residencial	BN	147	56	Residencial	AN	100
25	Residencial	BCN	188	57	Residencial	ACN	220
26	Residencial	ABN	111	58	Residencial	BCN	258
27	Residencial	CN	86	59	Residencial	AN	71
28	Residencial	CN	101	60	Residencial	AN	123
29	Residencial	BCN	209	61	Residencial	AN	201
30	Residencial	BN	223	62	Residencial	BN	328
31	Residencial	ACN	269	63	Residencial	AN	201
32	Residencial	ABN	289	64	Residencial	BN	228
33	Residencial	AN	95	65	Residencial	ABCN	163

**Tabela A. 10: Usuários ligados ao transformador 2.**

<b>Usuários do transformador 2 de 112.5 kVA delta- estrela aterrado</b>							
<b># de usuários</b>	<b>Tipo</b>	<b>Fases</b>	<b>KWh/mes</b>	<b># de usuários</b>	<b>Tipo</b>	<b>Fases</b>	<b>KWh/mes</b>
66	Residencial	ABN	180	95	Residencial	AN	116
67	Residencial	ABN	516	96	Residencial	BCN	513
68	Residencial	BN	198	97	Residencial	ACN	315
69	Residencial	ACN	160	98	Residencial	ABN	101
70	Residencial	CN	252	99	Comercial	ABCN	2931
71	Residencial	ACN	146	100	Residencial	BCN	206
72	Residencial	CN	89	101	Residencial	ABN	320
73	Residencial	ABN	244	102	Residencial	ABN	136
74	Residencial	BCN	49	103	Residencial	BCN	177
75	Residencial	ABN	247	104	Residencial	ABN	162
76	Residencial	ABN	57	105	Comercial	ABCN	350
77	Residencial	ABN	192	106	Residencial	BCN	228
78	Residencial	BCN	282	107	Residencial	ABN	215
79	Residencial	BN	246	108	Residencial	ABN	150
80	Residencial	CN	165	99	Comercial	ABCN	2931
81	Industrial	ABN	200	100	Residencial	BCN	206
82	Residencial	BCN	433	109	Residencial	ABCN	396
83	Residencial	BCN	95	110	Residencial	ABN	361
84	Residencial	CN	336	111	Residencial	ABN	227
85	Residencial	BN	108	112	Industrial	ABCN	700
86	Residencial	AN	134	113	Residencial	BCN	220
87	Comercial	ABN	1437	114	Residencial	ABN	43
88	Residencial	AN	211	115	Residencial	ABN	268
89	Residencial	BN	189	116	Residencial	BN	167
90	Residencial	ABN	427	117	Residencial	ABN	221
91	Residencial	BCN	246	118	Residencial	ABN	338
92	Residencial	ABN	267	119	Industrial	BCN	600
93	Residencial	ABN	222	120	Residencial	ABN	441
94	Industrial	BCN	112	121	Comercial	ABN	2243

**Tabela A. 11: Valores representativos de carga em p.u. para os usuários da classe residencial.**

Hora	Faixa até 80 kWh/mes		Faixa desde 80 até 220 kWh/mes	
	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)
1	1,10234960	0,48706732	0,76391182	0,51997551
2	0,85103670	0,28518272	0,59803076	0,27150329
3	0,73680357	0,30193548	0,57011547	0,32803649
4	0,84532518	0,22423251	0,50784294	0,23183312
5	0,78820851	0,26834148	0,57709422	0,31116840
6	0,61685882	0,25051652	0,63399843	0,40910899
7	0,74251530	0,25066299	0,76230123	0,55220400
8	0,64541716	0,17827780	0,90831950	0,59789356
9	0,67397544	0,27735369	0,58783089	0,28702898
10	0,87388335	0,43542715	0,61843039	0,37937736
11	0,67397539	0,24308114	0,59427296	0,32381393
12	0,75965028	0,29280245	0,69143958	0,52839192
13	0,77107358	0,30193548	0,94536097	0,79410342
14	0,82819015	0,37638472	0,83477352	0,47714861
15	1,04523304	0,35335031	0,81276352	0,52470264
16	0,79392019	0,21055800	0,84443644	0,47117375
17	0,80534360	0,23416049	1,05004324	0,84080714
18	0,91957656	0,42888795	1,02803308	0,68037011
19	0,87959509	0,33059835	1,11446276	0,69119268
20	1,59355205	0,75418198	1,92615276	1,31573417
21	1,87913497	0,71880126	2,25308362	1,83278447
22	1,78774845	1,00067326	1,64002139	0,90521690
23	1,38222084	0,37462543	1,47521402	0,82306363
24	1,34795077	0,43297597	1,39898404	0,81826548



**Tabela A. 12: Valores representativos de carga em p.u. para para os usuários da classe residencial.**

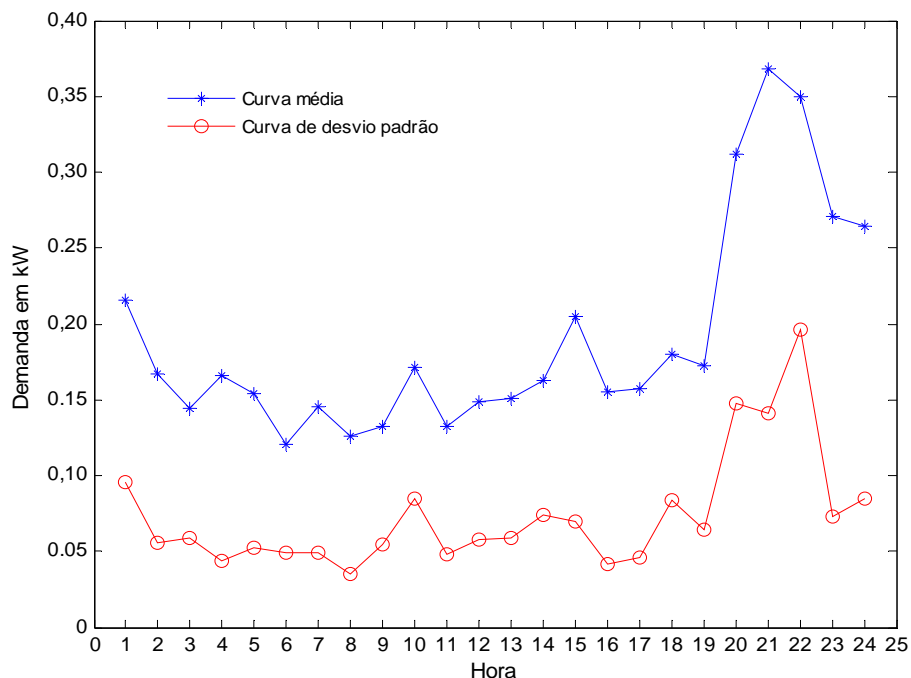
Hora	Faixa desde 220 até 500 kWh/mes		Faixa desde 500 até 1000 kWh/mes	
	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)
1	1,01046847	0,42182996	1,09421798	0,43867395
2	0,78929032	0,31080252	0,83957436	0,40119556
3	0,74007278	0,30074349	0,82359790	0,39027330
4	0,68784163	0,27953678	0,66611661	0,29026002
5	0,65710582	0,26631757	0,70328610	0,26895298
6	0,66353442	0,28567468	0,68241903	0,30138735
7	0,67418130	0,32953023	0,72513127	0,30809047
8	0,86341814	0,48887696	0,90054523	0,43527384
9	0,93613990	0,56793735	1,12910522	0,75821959
10	0,75453670	0,41286696	0,84935575	0,36554298
11	0,81721397	0,55291537	0,99933790	0,61850783
12	0,75031797	0,40777544	0,73360859	0,34119092
13	1,01287928	0,89240025	0,87739592	0,54446302
14	0,92850599	0,53444592	0,83468359	0,38215066
15	0,79712498	0,39111065	0,79294929	0,30855261
16	0,86562802	0,59533780	0,94064928	0,40160837
17	0,89756938	0,59599687	0,83957428	0,34705275
18	0,87506985	0,53238741	0,94456178	0,40294708
19	1,06511001	0,56578485	0,95075678	0,43757553
20	1,50043538	0,88428106	1,28952090	0,78222247
21	1,73105501	1,00752697	1,64556563	0,98218159
22	1,68625717	0,83616570	1,63904460	0,62083817
23	1,49380594	0,81870454	1,37657573	0,36346277
24	1,41887448	0,69720416	1,32342995	0,52927035

**Tabela A. 13: Valores representativos de carga em p.u. para os usuários da classe comercial.**

Hora	Faixa até 500 kWh/mes		Faixa desde 500 até 1000 kWh/mes		Faixa desde 1000 até 5000 kWh/mes	
	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)
1	0,71988951	0,50344102	0,61882486	0,34072696	0,42485002	0,30745042
2	0,57611841	0,41951222	0,56393954	0,33447001	0,36856369	0,27699786
3	0,57529155	0,52408799	0,51425673	0,33200116	0,36697371	0,28582110
4	0,52419866	0,44551151	0,53480618	0,33405079	0,40004592	0,33414475
5	0,45008088	0,35502641	0,49370721	0,31460222	0,37810376	0,27228434
6	0,43854767	0,34975119	0,53896811	0,32912463	0,33231156	0,25136253
7	0,42986688	0,35910284	0,54495079	0,33754770	0,39400381	0,34350717
8	0,60121011	0,60472912	0,70596492	0,55456211	0,43534403	0,28069426
9	0,91140553	1,55531111	1,11071124	0,74434497	0,76892758	0,37395850
10	1,05534205	1,14859232	1,27796811	0,88994208	1,75218825	1,23524803
11	1,11652125	0,94632502	1,62184650	0,94668411	1,91373297	0,88048664
12	1,27186691	0,95576294	1,49360735	0,73946320	2,10039989	1,15681245
13	1,77597592	2,31680705	1,47409853	0,70749176	1,84313660	0,68233516
14	1,25235572	1,09161649	1,33077246	0,52089166	1,44468076	0,22494942
15	1,28604574	1,30560340	1,67022887	0,87548387	1,92390906	0,95591543
16	1,26963480	0,91000826	1,68323453	0,88888630	2,25749290	1,33020508
17	1,20287508	0,79181957	1,78156008	0,96014503	2,30169499	1,44687721
18	1,34077642	1,00429660	1,92254484	0,90842917	2,31155296	1,37055336
19	1,50352130	1,29359789	1,70300373	0,97810289	1,30412416	0,52323993
20	1,50740688	1,19335289	1,33441420	0,77848941	0,91711640	0,41048978
21	1,55982288	1,66062920	1,01342639	0,77398606	0,77942174	0,43957069
22	1,54857917	1,60851050	0,99469790	0,72375314	0,70818937	0,43542385
23	1,01512075	0,94313770	0,87790424	0,68301576	0,56636064	0,42266924
24	1,01615419	1,01101860	0,72625431	0,44828283	0,51166434	0,40165883

**Tabela A. 14: Valores representativos de carga em p.u. para os usuários da classe industrial.**

Hora	Faixa desde até 500 kWh/mes		Faixa desde 500 até 1000 kWh/mes	
	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)	$\mu$ (p.u)	$\sigma$ (p.u)
1	0,69670188	0,70573747	0,49139762	0,32370526
2	0,43588870	0,31870995	0,42479658	0,29696891
3	0,39199982	0,26846894	0,49366299	0,46732683
4	0,33954913	0,22681054	0,42008474	0,27654312
5	0,34054937	0,25031059	0,40277749	0,27586736
6	0,34194963	0,22726363	0,40005913	0,27788360
7	0,36071343	0,27729476	0,41102339	0,28380900
8	0,64593152	0,81347953	0,53570773	0,30744544
9	0,94759295	1,31239325	1,19555601	1,27834543
10	1,34599394	1,64062860	1,96839966	1,99384111
11	2,05021745	2,47725790	2,07188020	1,57670229
12	1,86349955	2,75416610	1,64209989	1,32174407
13	1,17195849	1,03886224	1,33392315	0,98935791
14	0,84733246	0,93394678	1,26496610	1,10303256
15	1,41732848	1,34403767	1,70199547	0,98488781
16	1,55519651	1,48572787	1,60775725	1,22207161
17	1,35403555	1,18146762	1,84579951	1,13626927
18	1,60024585	1,49786618	2,01470303	1,19363691
19	1,64453488	1,47244932	1,91366880	0,84329049
20	1,54363413	2,04964084	1,48352612	0,85541780
21	1,18988221	1,13384015	1,15450810	1,00115745
22	1,22953029	1,12962107	1,03290462	0,91009483
23	1,24337315	1,69974118	0,94337833	0,83026141
24	0,81136520	0,95150920	0,68367973	0,57176646



**Figura A. 2: Curva de carga para o usuário 2 do transformador 1 que tem um consumo mensal de energia de 141 kWh/mês,**

***A.1 Resultados do fluxo de potência considerando incertezas para o sistema de distribuição teste.***

Nesta seção do apêndice são ilustrados os resultados do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para o sistema de distribuição teste (Figura A. 1). Para calcular as curvas de carga dos consumidores é empregada a função de distribuição normal. A partir de estas curvas de carga são calculadas as curvas de carga dos transformadores. O procedimento para calcular as curvas de carga dos usuários e dos transformadores é a metodologia proposta em (JARDINI et al., 2000).

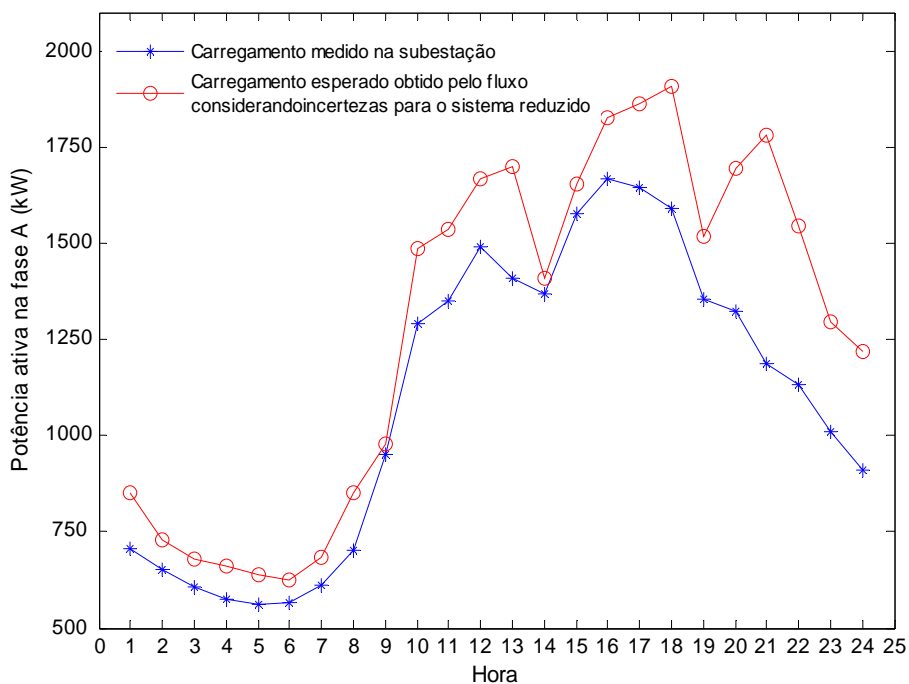
Para realizar as simulações são consideradas 1000 iterações para cada hora da curva de carga, já que o sistema é pequeno e o tempo computacional da solução de um fluxo de potência determinístico muito pequeno, é considerado que um fator de potência constante para calcular a potência reativa.

Na Tabela A. 15 é apresentado o resultado do problema do fluxo de potência considerando incerteza na demanda, para o sistema de distribuição reduzido. Da tabela

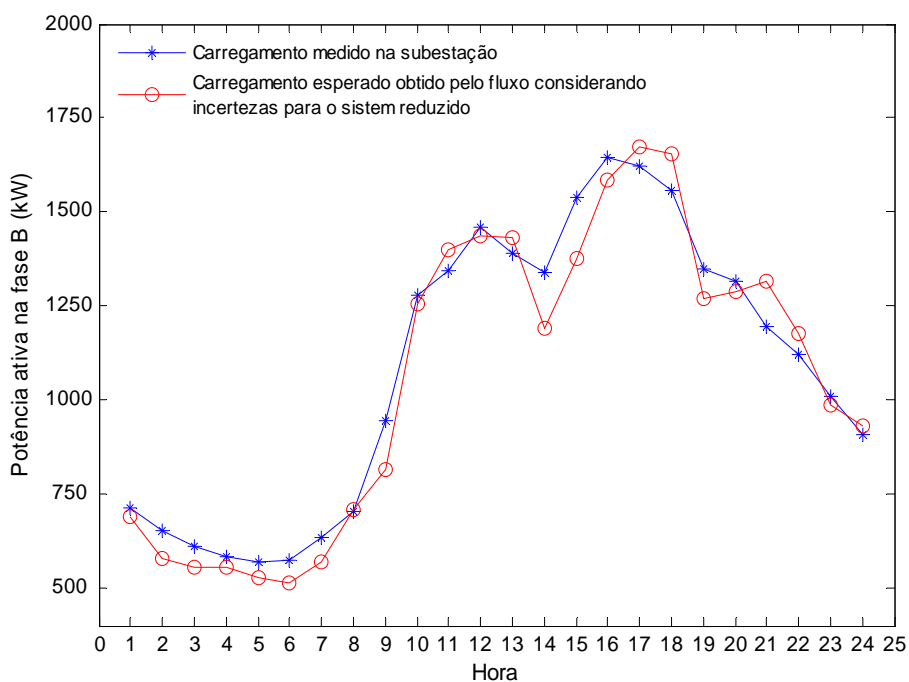
se poder notar, a hora em que foi feita a simulação, o número de fluxos de potência determinísticos rodados, o tempo computacional requerido, os valores de demanda de potência ativa esperada e desvios padrões para as três fases do sistema.

**Tabela A. 15: Carregamentos obtidos pelo fluxo de potência considerando incerteza na demanda para o sistema de distribuição reduzido.**

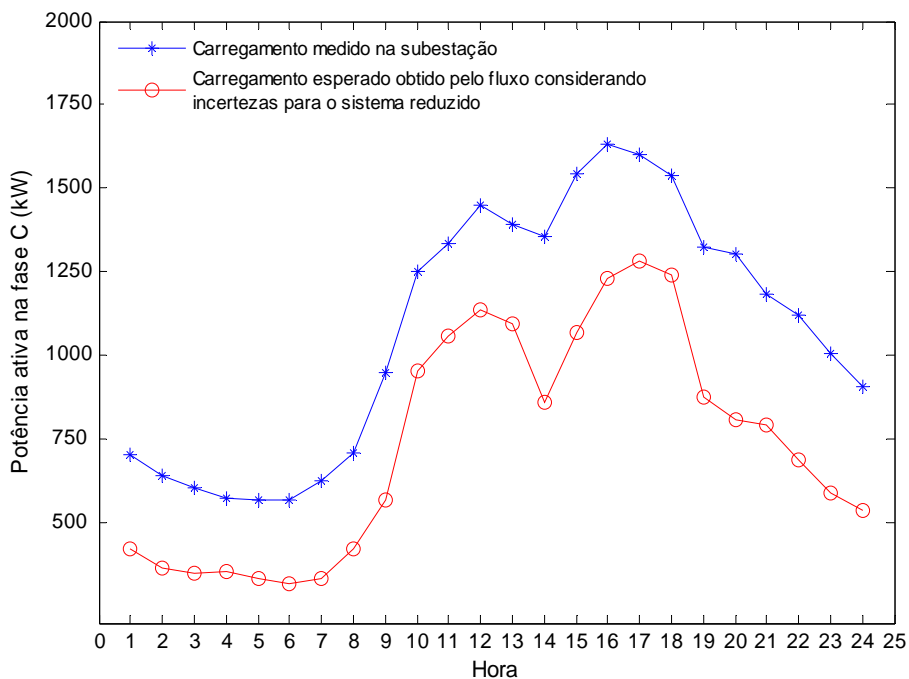
Hora	# de fluxos	Tempo (s)	Carregamento do sistema em kW					
			Fase A		Fase B		Fase C	
			E(P)	DP(P)	E(P)	DP(P)	E(P)	DP (P)
1	1000	0,094	852,04	153,96	690,02	151,15	421,44	121,82
2	1000	0,109	729,18	126,30	580,46	132,04	365,58	106,17
3	1000	0,406	678,32	126,36	553,91	124,12	347,33	113,67
4	1000	0,563	662,32	141,39	553,24	138,31	356,28	117,77
5	1000	0,453	638,49	123,47	525,36	123,53	335,33	99,35
6	1000	0,344	623,99	114,76	512,13	119,81	318,74	88,43
7	1000	0,578	682,27	142,57	567,65	143,09	335,54	125,01
8	1000	0,578	851,69	166,47	708,82	159,56	422,77	124,94
9	1000	0,562	980,06	212,78	815,93	206,74	566,41	154,23
10	1000	0,360	1485,30	473,94	1256,47	453,16	952,45	401,66
11	1000	0,562	1533,92	397,07	1398,26	391,88	1058,37	320,55
12	1000	0,5780	1667,27	473,18	1438,32	498,17	1137,05	424,38
13	1000	0,563	1699,19	329,93	1431,11	366,98	1094,24	267,76
14	1000	0,359	1410,14	172,84	1192,09	164,15	862,07	122,30
15	1000	0,563	1655,71	400,41	1377,26	414,07	1070,47	348,12
16	1000	0,578	1823,63	516,95	1585,42	530,11	1231,54	462,60
17	1000	0,344	1860,58	613,31	1675,00	593,06	1282,55	512,50
18	1000	0,578	1907,22	582,71	1655,17	551,19	1240,40	488,67
19	1000	0,578	1516,94	285,78	1270,40	288,60	875,38	233,17
20	1000	0,562	1695,34	257,19	1289,83	284,15	809,31	188,91
21	1000	0,344	1780,43	315,92	1313,74	315,32	791,34	201,45
22	1000	0,578	1543,01	251,94	1175,29	238,88	689,57	174,96
23	1000	0,563	1297,14	211,43	988,97	212,68	586,27	149,92
24	1000	0,578	1217,77	215,74	931,65	209,57	538,10	158,87



**Figura A. 3 : Solução do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para a fase A do sistema reduzido.**



**Figura A. 4 : Solução do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para a fase B do sistema reduzido.**



**Figura A. 5 : Solução do fluxo de potência considerando incertezas na demanda para a fase C do sistema reduzido.**

Outras análises podem ser realizadas no sistema de distribuição teste, como foi feito no Capítulo 5, por exemplo: considerar incerteza na conexão dos usuários ao sistema.

## Apêndice B – Tabela da função de distribuição de probabilidade normal

Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob
-3.09	0.0000	-2.70	0.0035	-2.31	0.0104	-1.92	0.0274	-1.53	0.0630	-1.14	0.1271
-3.08	0.0001	-2.69	0.0036	-2.30	0.0107	-1.91	0.0281	-1.52	0.0643	-1.13	0.1292
-3.07	0.0001	-2.68	0.0037	-2.29	0.0110	-1.90	0.0287	-1.51	0.0655	-1.12	0.1314
-3.06	0.0002	-2.67	0.0038	-2.28	0.0113	-1.89	0.0294	-1.50	0.0668	-1.11	0.1335
-3.05	0.0002	-2.66	0.0039	-2.27	0.0116	-1.88	0.0300	-1.49	0.0681	-1.10	0.1357
-3.04	0.0003	-2.65	0.0040	-2.26	0.0119	-1.87	0.0307	-1.48	0.0694	-1.09	0.1379
-3.03	0.0005	-2.64	0.0041	-2.25	0.0122	-1.86	0.0314	-1.47	0.0708	-1.08	0.1401
-3.02	0.0007	-2.63	0.0043	-2.24	0.0126	-1.85	0.0322	-1.46	0.0722	-1.07	0.1423
-3.01	0.0010	-2.62	0.0044	-2.23	0.0129	-1.84	0.0329	-1.45	0.0735	-1.06	0.1446
-3.00	0.0013	-2.61	0.0045	-2.22	0.0132	-1.83	0.0336	-1.44	0.0749	-1.05	0.1469
-2.99	0.0014	-2.60	0.0047	-2.21	0.0136	-1.82	0.0344	-1.43	0.0764	-1.04	0.1492
-2.98	0.0014	-2.59	0.0048	-2.20	0.0139	-1.81	0.0352	-1.42	0.0778	-1.03	0.1515
-2.97	0.0015	-2.58	0.0049	-2.19	0.0143	-1.80	0.0359	-1.41	0.0793	-1.02	0.1539
-2.96	0.0015	-2.57	0.0051	-2.18	0.0146	-1.79	0.0367	-1.40	0.0808	-1.01	0.1562
-2.95	0.0016	-2.56	0.0052	-2.17	0.0150	-1.78	0.0375	-1.39	0.0823	-1.00	0.1587
-2.94	0.0016	-2.55	0.0054	-2.16	0.0154	-1.77	0.0384	-1.38	0.0838	-0.99	0.1611
-2.93	0.0017	-2.54	0.0055	-2.15	0.0158	-1.76	0.0392	-1.37	0.0853	-0.98	0.1635
-2.92	0.0017	-2.53	0.0057	-2.14	0.0162	-1.75	0.0401	-1.36	0.0869	-0.97	0.1660
-2.91	0.0018	-2.52	0.0059	-2.13	0.0166	-1.74	0.0409	-1.35	0.0885	-0.96	0.1685
-2.90	0.0019	-2.51	0.0060	-2.12	0.0170	-1.73	0.0418	-1.34	0.0901	-0.95	0.1711
-2.89	0.0019	-2.50	0.0062	-2.11	0.0174	-1.72	0.0427	-1.33	0.0918	-0.94	0.1736
-2.88	0.0020	-2.49	0.0064	-2.10	0.0179	-1.71	0.0436	-1.32	0.0934	-0.93	0.1762
-2.87	0.0021	-2.48	0.0066	-2.09	0.0189	-1.70	0.0446	-1.31	0.0951	-0.92	0.1788
-2.86	0.0021	-2.47	0.0068	-2.08	0.0188	-1.69	0.0455	-1.30	0.0968	-0.91	0.1814
-2.85	0.0022	-2.46	0.0069	-2.07	0.0192	-1.68	0.0465	-1.29	0.0985	-0.90	0.1841
-2.84	0.0023	-2.45	0.0071	-2.06	0.0197	-1.67	0.0475	-1.28	0.1003	-0.89	0.1867
-2.83	0.0023	-2.44	0.0073	-2.05	0.0202	-1.66	0.0485	-1.27	0.1020	-0.88	0.1894
-2.82	0.0024	-2.43	0.0075	-2.04	0.0207	-1.65	0.0495	-1.26	0.1038	-0.87	0.1922
-2.81	0.0025	-2.42	0.0078	-2.03	0.0212	-1.64	0.0505	-1.25	0.1056	-0.86	0.1949
-2.80	0.0026	-2.41	0.0080	-2.02	0.0217	-1.63	0.0516	-1.24	0.1075	-0.85	0.1977
-2.79	0.0026	-2.40	0.0082	-2.01	0.0222	-1.62	0.0526	-1.23	0.1093	-0.84	0.2005
-2.78	0.0027	-2.39	0.0084	-2.00	0.0228	-1.61	0.0537	-1.22	0.1112	-0.83	0.2033
-2.77	0.0028	-2.38	0.0087	-1.99	0.0233	-1.60	0.0548	-1.21	0.1131	-0.82	0.2061
-2.76	0.0029	-2.37	0.0089	-1.98	0.0238	-1.59	0.0559	-1.20	0.1151	-0.81	0.2090
-2.75	0.0030	-2.36	0.0091	-1.97	0.0244	-1.58	0.0570	-1.19	0.1170	-0.80	0.2119
-2.74	0.0031	-2.35	0.0094	-1.96	0.0250	-1.57	0.0582	-1.18	0.1190	-0.79	0.2148
-2.73	0.0032	-2.34	0.0096	-1.95	0.0256	-1.56	0.0594	-1.17	0.1210	-0.78	0.2177
-2.72	0.0033	-2.33	0.0099	-1.94	0.0262	-1.55	0.0606	-1.16	0.1230	-0.77	0.2206
-2.71	0.0034	-2.32	0.0102	-1.93	0.0268	-1.54	0.0618	-1.15	0.1251	-0.76	0.2236



Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob	Z	Prob
-0.75	0.2266	-0.32	0.3745	0.23	0.5910	0.78	0.7823	1.33	0.9082	1.88	0.9700
-0.74	0.2297	-0.31	0.3783	0.24	0.5948	0.79	0.7852	1.34	0.9099	1.89	0.9706
-0.73	0.2327	-0.30	0.3821	0.25	0.5987	0.80	0.7881	1.35	0.9115	1.90	0.9713
-0.72	0.2358	-0.29	0.3859	0.26	0.6026	0.81	0.7910	1.36	0.9131	1.91	0.9719
-0.71	0.2389	-0.28	0.3897	0.27	0.6064	0.82	0.7939	1.37	0.9147	1.92	0.9726
-0.70	0.2420	-0.27	0.3936	0.28	0.6103	0.83	0.7967	1.38	0.9162	1.93	0.9732
-0.69	0.2451	-0.26	0.3974	0.29	0.6141	0.84	0.7995	1.39	0.9177	1.94	0.9738
-0.68	0.2483	-0.25	0.4013	0.30	0.6179	0.85	0.8023	1.40	0.9192	1.95	0.9744
-0.67	0.2514	-0.24	0.4052	0.31	0.6217	0.86	0.8051	1.41	0.9207	1.96	0.9750
-0.66	0.2546	-0.23	0.4090	0.32	0.6255	0.87	0.8078	1.42	0.9222	1.97	0.9756
-0.65	0.2578	-0.22	0.4129	0.33	0.6293	0.88	0.8106	1.43	0.9236	1.98	0.9762
-0.64	0.2611	-0.21	0.4168	0.34	0.6331	0.89	0.8133	1.44	0.9251	1.99	0.9767
-0.63	0.2643	-0.20	0.4207	0.35	0.6368	0.90	0.8159	1.45	0.9265	2.00	0.9772
-0.62	0.2676	-0.19	0.4247	0.36	0.6406	0.91	0.8186	1.46	0.9278	2.01	0.9778
-0.61	0.2709	-0.18	0.4286	0.37	0.6443	0.92	0.8212	1.47	0.9292	2.02	0.9783
-0.60	0.2743	-0.17	0.4325	0.38	0.6480	0.93	0.8238	1.48	0.9306	2.03	0.9788
-0.59	0.2776	-0.16	0.4364	0.39	0.6517	0.94	0.8264	1.49	0.9319	2.04	0.9793
-0.58	0.2810	-0.15	0.4404	0.40	0.6554	0.95	0.8289	1.50	0.9332	2.05	0.9798
-0.57	0.2843	-0.14	0.4443	0.41	0.6591	0.96	0.8315	1.51	0.9345	2.06	0.9803
-0.56	0.2877	-0.13	0.4483	0.42	0.6628	0.97	0.8340	1.52	0.9357	2.07	0.9808
-0.55	0.2912	-0.12	0.4522	0.43	0.6664	0.98	0.8365	1.53	0.9370	2.08	0.9811
-0.54	0.2946	-0.11	0.4562	0.44	0.6700	0.99	0.8389	1.54	0.9382	2.09	0.9812
-0.53	0.2981	-0.10	0.4602	0.45	0.6736	1.00	0.8413	1.55	0.9394	2.10	0.9821
-0.52	0.3015	-0.09	0.4641	0.46	0.6772	1.01	0.8438	1.56	0.9406	2.11	0.9826
-0.51	0.3050	-0.08	0.4681	0.47	0.6808	1.02	0.8461	1.57	0.9418	2.12	0.9830
-0.50	0.3085	-0.07	0.4721	0.48	0.6844	1.03	0.8485	1.58	0.9430	2.13	0.9834
-0.49	0.3121	-0.06	0.4761	0.49	0.6879	1.04	0.8508	1.59	0.9441	2.14	0.9838
-0.48	0.3156	-0.05	0.4801	0.50	0.6915	1.05	0.8531	1.60	0.9452	2.15	0.9842
-0.47	0.3192	-0.04	0.4840	0.51	0.6950	1.06	0.8554	1.61	0.9463	2.16	0.9846
-0.46	0.3228	-0.03	0.4880	0.52	0.6985	1.07	0.8577	1.62	0.9474	2.17	0.9850
-0.45	0.3264	-0.02	0.4920	0.53	0.7019	1.08	0.8599	1.63	0.9484	2.18	0.9854
-0.44	0.3300	-0.01	0.4960	0.54	0.7054	1.09	0.8621	1.64	0.9495	2.19	0.9857
-0.43	0.3336	0.00	0.5000	0.55	0.7088	1.10	0.8643	1.65	0.9505	2.20	0.9861
-0.42	0.3372	0.01	0.5040	0.56	0.7123	1.11	0.8665	1.66	0.9515	2.21	0.9864
-0.41	0.3409	0.02	0.5080	0.57	0.7157	1.12	0.8686	1.67	0.9525	2.22	0.9868
-0.40	0.3446	0.03	0.5120	0.58	0.7190	1.13	0.8708	1.68	0.9535	2.23	0.9871
-0.39	0.3483	0.04	0.5160	0.59	0.7224	1.14	0.8729	1.69	0.9545	2.24	0.9874
-0.38	0.3520	0.05	0.5199	0.60	0.7257	1.15	0.8749	1.70	0.9554	2.25	0.9878
-0.37	0.3557	0.06	0.5239	0.61	0.7291	1.16	0.8770	1.71	0.9564	2.26	0.9881
-0.36	0.3594	0.07	0.5279	0.62	0.7324	1.17	0.8790	1.72	0.9573	2.27	0.9884
-0.35	0.3632	0.08	0.5319	0.63	0.7357	1.18	0.8810	1.73	0.9582	2.28	0.9887
-0.34	0.3669	0.09	0.5359	0.64	0.7389	1.19	0.8830	1.74	0.9591	2.29	0.9890
-0.33	0.3707	0.10	0.5398	0.65	0.7422	1.20	0.8849	1.75	0.9599	2.30	0.9893
-0.32	0.3745	0.11	0.5438	0.66	0.7454	1.21	0.8869	1.76	0.9608	2.31	0.9896
-0.31	0.3783	0.12	0.5478	0.67	0.7486	1.22	0.8888	1.77	0.9616	2.32	0.9898
-0.30	0.3821	0.13	0.5517	0.68	0.7517	1.23	0.8907	1.78	0.9625	2.33	0.9901
-0.29	0.3859	0.14	0.5557	0.69	0.7549	1.24	0.8925	1.79	0.9633	2.34	0.9904
-0.28	0.3897	0.15	0.5596	0.70	0.7580	1.25	0.8944	1.80	0.9641	2.35	0.9906
-0.27	0.3936	0.16	0.5636	0.71	0.7611	1.26	0.8962	1.81	0.9648	2.36	0.9909
-0.26	0.3974	0.17	0.5675	0.72	0.7642	1.27	0.8980	1.82	0.9656	2.37	0.9911
-0.37	0.3557	0.18	0.5714	0.73	0.7673	1.28	0.8997	1.83	0.9664	2.38	0.9913
-0.36	0.3594	0.19	0.5753	0.74	0.7703	1.29	0.9015	1.84	0.9671	2.39	0.9916
-0.35	0.3632	0.20	0.5793	0.75	0.7734	1.30	0.9032	1.85	0.9678	2.40	0.9918
-0.34	0.3669	0.21	0.5832	0.76	0.7764	1.31	0.9049	1.86	0.9686	2.41	0.9920
-0.33	0.3707	0.22	0.5871	0.77	0.7794	1.32	0.9066	1.87	0.9693	2.42	0.9922

---

<b>Z</b>	<b>Prob</b>	<b>Z</b>	<b>Prob</b>	<b>Z</b>	<b>Prob</b>	<b>Z</b>	<b>Prob</b>	<b>Z</b>	<b>Prob</b>	<b>Z</b>	<b>Prob</b>
2.43	0.9925	2.55	0.9946	2.67	0.9962	2.79	0.9974	2.91	0.9982	3.03	0.9995
2.44	0.9927	2.56	0.9948	2.68	0.9963	2.80	0.9974	2.92	0.9983	3.04	0.9997
2.45	0.9929	2.57	0.9949	2.69	0.9964	2.81	0.9975	2.93	0.9983	3.05	0.9998
2.46	0.9931	2.58	0.9951	2.70	0.9965	2.82	0.9976	2.94	0.9984	3.06	0.9998
2.47	0.9932	2.59	0.9952	2.71	0.9966	2.83	0.9977	2.95	0.9984	3.07	0.9999
2.48	0.9934	2.60	0.9953	2.72	0.9967	2.84	0.9977	2.96	0.9985	3.08	0.9999
2.49	0.9936	2.61	0.9955	2.73	0.9968	2.85	0.9978	2.97	0.9985	3.09	1.0000
2.50	0.9938	2.62	0.9956	2.74	0.9969	2.86	0.9979	2.98	0.9986		
2.51	0.9940	2.63	0.9957	2.75	0.9970	2.87	0.9979	2.99	0.9986		
2.52	0.9941	2.64	0.9959	2.76	0.9971	2.88	0.9980	3.00	0.9987		
2.53	0.9943	2.65	0.9960	2.77	0.9972	2.89	0.9981	3.01	0.9990		
2.54	0.9945	2.66	0.9961	2.78	0.9973	2.90	0.9981	3.02	0.9993		

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)