INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

ALEXANDRE BACK E TRAVI

PLATAFORMA DE STEWART ACIONADA POR CABOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador:

Maj. Jorge Audrin Morgado de Gois – Dr.-Ing.

Rio de Janeiro 2009

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

C2009

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e dos orientadores.

629.8933	Travi, Alexandre Back e
Т782р	Plataforma de Stewart Acionada por Cabos / Alexandre Back e Travi Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2009. 114 p.: il.
	Dissertação (mestrado) - Instituto Militar de Engenharia, - Rio de Janeiro, 2009.
	1. Plataforma de Stewart. 2. Manipuladores Paralelos. 3. Modelo Cinemático. 4. Modelo Dinâmico. 5. Protótipo SAMUCA. I. Título II. Instituto Militar de Engenharia
	CDD 629.8933

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

ALEXANDRE BACK E TRAVI

PLATAFORMA DE STEWART ACIONADA POR CABOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Maj. Jorge Audrin Morgado de Gois - Dr.- Ing.

Aprovada em 21 de agosto de 2009 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Maj. Jorge Audrin Morgado de Gois - Dr.- Ing - Presidente

Prof. Dib Karam Junior, D.C. Universidade de São Paulo

Prof. Luciano Luporini Menegaldo, D.C. Instituto Militar de Engenharia

Prof. Fernando Ribeiro da Silva, D.C. Instituto Militar de Engenharia

Rio de Janeiro 2009 Aos meus pais que sempre me apoiaram nos momentos mais difíceis, sempre se sacrificando para que eu pudesse alcançar meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES pela bolsa de estudos que possibilitou o financiamento dos meus estudos durante o tempo de mestrado.

Agradeço aos meus pais, Mônica Back e Mário Henrique Felício, pelo apoio, dedicação, amor, carinho, compreensão, paciência e por todos sacrifícios realizados, sem os quais eu não estaria e nem seria a pessoa que me tornei hoje. Muito obrigado pai e mãe.

Agradeço a minha irmã, Aime Back Felício, por cuidar dos meus pais nos momentos que eu estive fora.

Agradeço ao meu orientador, professor e amigo Maj. Audrin pela sua dedicação nos momentos mais difíceis desta tese, pela competência e paciência para com minha pessoa.

Agradeço aos professores Dib Karam Junior, Luciano Luporini Menegaldo e Fernando Ribeiro da Silva por terem aceitado o convite de compor esta banca. Em especial ao professor Dib que sempre me ajudou nos momentos decisivos de minha vida, desde a faculdade onde foi, além de professor, um ótimo amigo, me possibilitando a oportunidade de ingressar no mestrado desta instituição

Agradeço ao mais novo casal que surgiu nas dependências do IME, Mauricio Brito e Bianca Borem, pela amizade e grande ajuda na correção e normalização deste trabalho.

Agradeço a todos os colegas de mestrado, em especial ao Chicão pela companhia de noites na Lapinha; ao Maj. Servilha e Maj. Louzada, pela sabedoria compartilhada; e aos amigos que já se foram, pois sem eles não seria possível a realização deste trabalho: Talita Sono, Geovanne Canela e Ten. Arantes.

SUMÁRIO

LISTA	DE ILUSTRAÇÕES	8
LISTA	DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	14
LISTA	DE SIGLAS	17
1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Manipuladores paralelos por atuadores rígidos	21
1.2	Manipuladores paralelos acionados por cabos	24
1.3	Revisão bibliográfica	27
1.3.1	Estudo de manipuladores paralelos por atuadores rígidos	27
1.3.2	Estudo de manipuladores paralelos acionados por cabos	29
1.4	Objetivo da dissertação	34
1.5	Organização da tese	35
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	37
2.1	Classificação	37
2.2	Espaço de trabalho controlável	42
2.2.1	Singularidades	45
2.2.2	Autocolisões dos cabos	46
3	MODELAGEM DA PLATAFORMA DE STEWART	
	ACIONADA POR CABOS	48
3.1	Cinemática	49
3.1.1	Cinemática e a estrutura topológica	50
3.1.2	Cinemática inversa	53
3.2	Dinâmica dos componentes	58
3.2.1	Plataforma	59
3.2.2	Cabos elásticos	62
4	RESULTADOS E SIMULAÇÕES	65
4.1	Geometria da plataforma	65
4.2	Geometria dos cabos	65

4.3	Simulações	70
5	PROTÓTIPO FÍSICO SAMUCA	86
5.1	Peças mecânicas do protótipo SAMUCA	86
5.2	Partes eletrônicas do protótipo	88
5.2.1	ARM7 e hardware de controle	89
5.2.2	PIC16f628a e hardware de controle	93
5.2.3	Motor de passos e fonte de alimentação	96
5.3	Programação dos microcontroladores	97
5.3.1	Programação dos PICs	97
5.3.2	Programação do ARM7	99
6	CONCLUSÃO	101
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
APÊN	DICES	109
Α	Demonstração da matriz de rotação ${}^{B}R_{p}$	110
В	Demonstração de $\omega = H_b^{-1} \dot{\Theta}$	111

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG 1.1	Manipulador paralelo por atuadores rígidos	20
FIG 1.2	Manipulador paralelo acionado por cabos	21
FIG 1.3	Simuladores de avião	22
FIG 1.4	Simulador de automóvel	23
FIG 1.5	Processos de trabalho com usinagem de peças	23
FIG 1.6	Posicionamento de câmeras em grandes espaços	25
FIG 1.7	Telescópio suspenso por balão e posicionado por seis cabos sobre a superfície refletora	26
FIG 1.8	Telescópio LSRT na China (300m de diâmetro)	30
FIG 1.9	Protótipo SEGESTA	33
FIG 2.1	Manipulador incompleto de cinemática restrita	38
FIG 2.2	Manipulador completo de cinemática restrita	38
FIG 2.3	Manipulador atuado redundantemente	39
FIG 2.4	1T:Movimento linear de um ponto	40
FIG 2.5	2T : Movimento de um ponto no plano	41
FIG 2.6	1R2T: Movimento de um corpo rígido no plano	41

FIG 2.7	3T: Movimento espacial de um ponto	41
FIG 2.8	2R3T: Movimento espacial de uma barra	42
FIG 2.9	3R3T: Movimento espacial de um corpo rigido	42
FIG 2.10	Definição simbólica para um manipulador paralelo acionado por cabos genérico (VERHOEVEN e HILLER, 2000)	43
FIG 2.11	Exemplos de singularidades para manipuladores paralelos acionados por cabos (HILLER et al., 2005)	46
FIG 2.12	Estratégias para evitar colisões de cabos em diferentes planos (VERHOEVEN, 2004)	47
FIG 2.13	Estratégias para evitar colisões de cabos com pontos de ligação coincidentes (Verhoeven, 2004)	47
FIG 3.1	Estrutura topológica	51
FIG 3.2	Junta prismática	51
FIG 3.3	Junta esférica	52
FIG 3.4	Junta universal	52
FIG 3.5	Estrutura cinemática de uma Plataforma de Stewart acionada por cabos	53
FIG 4.1	Configuração para cabos paralelos	67

FIG 4.2	Configuração para cabos longitudinais em planos diferentes	68
FIG 4.3	Configuração de cabos em diferentes planos	68
FIG 4.4	Configuração mista de cabos	69
FIG 4.5	Configuração de cabos longitudinais	69
FIG 4.6	Dimensões da base da plataforma	70
FIG 4.7	Evolução da posição da plataforma com o tempo	71
FIG 4.8	Posição da plataforma	71
FIG 4.9	Orientação da plataforma	72
FIG 4.10	Velocidade	72
FIG 4.11	Velocidade angular	72
FIG 4.12	Aceleração	73
FIG 4.13	Aceleração angular	73
FIG 4.14	Forças nos cabos	73
FIG 4.15	Comprimento dos cabos	74
FIG 4.16	Evolução da posição da plataforma com o tempo	74
FIG 4.17	Posição	75

FIG 4.18	Orientação	75
FIG 4.19	Velocidade	76
FIG 4.20	Velocidade angular	76
FIG 4.21	Aceleração	76
FIG 4.22	Aceleração angular	77
FIG 4.23	Força nos cabos	77
FIG 4.24	Comprimento dos cabos	77
FIG 4.25	Evolução da posição da plataforma com o tempo	78
FIG 4.26	Posição	79
FIG 4.27	Orientação	79
FIG 4.28	Velocidade	79
FIG 4.29	Velocidade angular	80
FIG 4.30	Aceleração	80
FIG 4.31	Aceleração angular	80
FIG 4.32	Força nos cabos	81
FIG 4.33	Comprimento dos cabos	81
FIG 4.34	Evolução da posição da plataforma com o tempo	82

FIG 4.35	Posição	82
FIG 4.36	Orientação	83
FIG 4.37	Velocidade	83
FIG 4.38	Velocidade angular	83
FIG 4.39	Aceleração	84
FIG 4.40	Aceleração angular	84
FIG 4.41	Força nos cabos	84
FIG 4.42	Comprimento dos cabos	85
FIG 5.1	(a) Armação da base da plataforma e (b) Detalhe do reforço e olhal localizado nos 4 cantos superiores da armação	86
FIG 5.2	Plataforma móvel	87
FIG 5.3	Olhal guia de cabo	87
FIG 5.4	Cabo preso à plataforma	88
FIG 5.5	Polia de nylon	88
FIG 5.6	Diagrama da ligação eletrônica do sistema	89
FIG 5.7	Esquemático do circuito integrado MAX232	91

FIG 5.8	Ligação multiponto de um sistema RS485	92
FIG 5.9	Hardware de controle do AMR7	92
FIG 5.10	Esquema de ligação do circuito do ARM7	93
FIG 5.11	Hardware de controle do motor de passo	94
FIG 5.12	Diagrama de Blocos do L298N	95
FIG 5.13	Esquema de ligação do circuito de controle do motor de passos	95
FIG 5.14	Torque X Passos/Seg	96
FIG 5.15	(a)Sequência de fases e (b) Esquema de ligação do motor	97
FIG 5.16	Pacote de dados enviado para os PICs	99
FIG 5.17	Janela de programação do ARM (matriz de trajetória)	100

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

SÍMBOLOS

C_B	-	referencial inercial
C_p	-	referencial local
b _i	-	vetor de conexão do sistema inercial ao ponto de fixação do
		cabo <i>i</i> na base
p_i	-	vetor de conexão do sistema local aos pontos de ancoragem
		do <i>i</i> cabo na placa
l _i	-	vetor comprimento do cabo <i>i</i>
v_i	-	versor do vetor l_i
f _i	-	tensão em cada cabo <i>i</i>
f_p	-	forças externas que agem sobre a plataforma
$ au_p$	-	torques que agem sobre a plataforma
A	-	matriz de estrutura do sistema
f	-	vetor de forças nos cabos
w	-	vetor de forças externas e torques que agem na plataforma
rank((X)	posto de uma matriz X
n_B	-	número de corpos de um sistema
n_G	-	número de juntas de um sistema
n_L	-	número de cadeias cinemáticas fechadas de um sistema
<i>f</i> _r	-	número de graus de liberdade de todo o sistema
$f_{g,i}$	-	número de graus de liberdade de uma junta
f_e	-	grau de liberdade adicional devido à elasticidade dos cabos
f_s	-	variável independente para descrever o estado do sistema
r_x	-	posição da plataforma em relação a coordenada no eixo X
r_y	-	posição da plataforma em relação a coordenada no eixo Y
r _z	-	posição da plataforma em relação a coordenada no eixo Z
ψ	-	ângulo Cardan em relação ao eixo Z
θ	-	ângulo Cardan em relação ao eixo Y
φ	-	ângulo Cardan em relação ao eixo X

r_P	-	vetor de posição da plataforma
$ heta_P$	-	vetor de orientação da plataforma
x	-	vetor da postura da plataforma
q_i	-	comprimento do cabo <i>i</i>
q	-	matriz comprimento dos cabos
^B l _i	-	vetor comprimento de cabo escrito no referencial inercial
^B b _i	-	vetor de conexão entre o sistema inercial ao ponto de fixação
		do cabo <i>i</i> na base, escrito no referencial inercial
${}^B\!r_p$	-	posição da plataforma, escrito no sistema inercial
${}^{B}R_{p}$	-	matriz de rotação
$ l_i $	-	modulo do vetor
$\phi_x(x)$	-	função da postura da plataforma
$\dot{q_{\iota}}$	-	velocidade do cabo i
$\frac{\partial \phi_x}{\partial x}$	-	derivada da função da postura da plataforma em relação à
		sua postura
ż	-	velocidade da plataforma
\ddot{q}_{ι}	-	aceleração do cabo i
J_x	-	matriz do jacobiano
ÿ	-	aceleração da plataforma
j _x	-	derivada da matriz do jacobiano em relação ao tempo
ω	-	velocidade angular da plataforma no sistema inercial C_B
H_B^{-1}	-	matriz de transformação
$\dot{ heta}$	-	derivada em relação ao tempo da orientação da plataforma
$\dot{r_p}$	-	derivada em relação ao tempo da posição da plataforma
J_A	-	matriz equivalente à matriz de estrutura A
E_3	-	matriz identidade (3 x 3)
w _{plat}	-	forças internas exercidas pelas tensões dos cabos sobre a
		plataforma
f _{soma}	-	resultante das forças
$ au_{soma}$	-	resultante dos torques
m_P	-	massa da plataforma
g	-	aceleração da gravidade

Ι	-	tensor de inércia
<i></i>	-	aceleração angular
H_B^{-T}	-	matriz auxiliar transposta de H_B^{-1}
M_p	-	matriz de massa da plataforma
g^{c}	-	vetor de forças centrífugas, de Coriolis e torques no espaço
		cartesiano
$g^{\scriptscriptstyle E}$	-	vetor das forças generalizadas aplicadas e torques, não
		incluindo as tensões resultantes do cabo
C _i	-	rigidez da mola
d_i	-	coeficiente de amortecimento
$\Delta q_{k,i}$	-	deformações longitudinais
$\Delta \dot{q}_{k,i}$	-	derivada no tempo das deformações longitudinais
$q_{i,0}$	-	comprimento original do cabo
Ε	-	"modulo de Young" ou modulo de elasticidade
A	-	área da seção transversal do cabo

ABREVIATURAS

С	-	cosseno
т	-	número de cabos
п	-	número de graus de liberdade
S	-	seno

LISTA DE SIGLAS

MATLAB®	(sigla em Inglês) LABoratório de MATrizes
SAMUCA	Sistema de Atuação por MÚltiplos CAbos
SEGESTA	SEilGEtriebene Systeme in Theorie und Anwendung -
	Sistemas atuados por Cabos em Teoria e Aplicação

RESUMO

Experimentos utilizando manipuladores paralelos por atuadores rígidos (Plataforma de Stewart) remetem a algumas limitações no espaço de trabalho. Podem-se verificar aplicações desses manipuladores em trabalhos nos quais os mesmos são utilizados no posicionamento de telescópios, construção naval, posicionamento de câmeras em grandes espaços, entre outros. Seguindo este pensamento surgiram os manipuladores paralelos acionados por cabos (Plataforma de Stewart acionada por cabos) que vem sendo estudados e empregados em problemas onde seria impossível a utilização da Plataforma de Stewart convencional. Além disso, outras vantagens da utilização da Plataforma de Stewart acionada por cabos estão na sua eficiência energética, grande velocidade de atuação, peso reduzido e grande espaço de trabalho. Neste trabalho são discutidos alguns aspectos da plataforma de Stewart acionada por quatro cabos, suas possíveis aplicações e seu estudo cinemático e dinâmico, mostrando resultados das forças de atuação nos cabos.

ABSTRACT

Experiments present based on Parallel manipulators with rigid links (Stewart platform) some limitations in the workplace. Some applications of such manipulators are positioning of telescopes, shipbuilding, placement of cameras in large spaces, among other. Following this main idea the tendon-based parallel manipulators where developed (tendonbased Stewart platform), which have been studied and applied in problems where it would be impossible to use a conventional Stewart platform. Other advantages of this platform relies on its energy efficiency, as well as, high speed performance, low weight and large workspace, if compared to conventional platform. In this work some aspects of the tendon-based Stewart platform driven by four cables are described its possible applications and their kinematical and dynamical study showing some results of the acting forces on cables.

1. INTRUDUÇÃO

Nos últimos anos houve um grande interesse em estruturas cinemáticas paralelas, também conhecidas como manipuladores paralelos, aplicados, na maioria das vezes, em máquinas-ferramentas com seis graus de liberdade. Tais máquinas estão disponíveis comercialmente, conforme ilustrado na FIG. 1.1. O interesse em estruturas cinemáticas paralelas é motivado pela sua alta rigidez e excelente capacidade de posicionamento, se comparadas às estruturas cinemáticas seriais. Além disso, como os atuadores estão posicionados sobre uma base, eles não precisam de apoio ou da unidade de massa de outros atuadores, podendo, dessa maneira, lidar com cargas pesadas e ainda ser energeticamente eficientes.



FIG. 1.1 - Manipulador paralelo com atuadores rígidos

A partir da idéia de manipuladores paralelos, manipuladores paralelos acionados por cabos, também conhecidos como plataforma Stewart acionada por cabos, têm sido propostos e têm atraído de forma crescente a atenção de pesquisadores desta área e até mesmo da indústria em diversos campos nas últimas décadas. Na FIG. 1.2 está ilustrado um manipulador paralelo acionado por cabos, no qual uma plataforma móvel é conectada à base fixa com certo número de cabos, ao invés dos atuadores rígidos convencionais, como nos manipuladores paralelos. Os cabos são enrolados em roldanas fixas a motores e estes, por sua vez, fixos à base. Dessa forma, as únicas partes móveis são os cabos, as roldanas e a plataforma.



FIG. 1.2 - Manipulador paralelo acionado por cabos

1.1. MANIPULADORES PARALELOS POR ATUADORES RÍGIDOS

As estruturas paralelas surgiram nos anos 60 associadas aos simuladores de vôo e, a partir do final dos anos 80, manipuladores paralelos com atuadores rígidos vêm sendo utilizados como base para simuladores com vários graus de liberdade. Stewart (1965) propôs uma estrutura paralela com seis graus de liberdade elaborada a partir da adaptação de um simulador de vôo a uma estrutura conhecida, desde 1947, como plataforma de Gough. Esta estrutura ficou conhecida como plataforma de Stewart.

O manipulador paralelo, também chamado de robô paralelo, consiste de uma base fixa e uma plataforma, ligada a base por meio de um número de atuadores. Estes atuadores, freqüentemente compostos por juntas cilíndricas, são ligados à plataforma através de juntas esféricas e/ou juntas universais. Assim, as ligações sofrem apenas a tração ou compressão, não sofrendo flexão, o que aumenta a precisão de posicionamento e permite uma construção mais leve.

Um manipulador paralelo é um dispositivo para a realização de movimentos, onde o efetuador esta ligado à base através de múltiplas cadeias cinemáticas. Quaisquer dois atuadores formam uma cadeia fechada. Este tipo de estrutura se opõe a clássica cadeia aberta de mecanismos seriais como, por exemplo, a cadeia de juntas articuladas utilizada na perna de um robô.

Os atuadores de juntas prismáticas podem ser ancorados na base da plataforma fixa. Dessa maneira, sua massa não tem de ser deslocada, o que, novamente, faz com que a construção destes manipuladores seja mais leve em comparação aos manipuladores seriais. Manipuladores paralelos têm, em princípio, elevada rigidez estrutural, tendo em vista que vários atuadores agem sobre o mesmo corpo. Todas estas características remetem à manipuladores com uma vasta gama de aplicações.

As principais aplicações industriais destes dispositivos são os simuladores de avião, simuladores de automóveis e usinagem de peças, conforme ilustrado nas FIG. 1.3, FIG. 1.4 e FIG. 1.5.



FIG. 1.3 - Simuladores de avião (http://www.defesanet.com.br/imagens/embraer/simulador.jpg)



FIG. 1.4 - Simuladores de automóvel (http://www.guanabara.info/wpcontent/uploads/2007/09/forcedynamics301.jpg)



FIG. 1.5 - Processos de usinagem de peças com manipuladores paralelos

(http://www.eng.nus.edu.sg/EResnews/0602/images/rd_12a.jpg)

Apesar do espaço de trabalho limitado, dos manipuladores paralelos, devido à sua alta velocidade e precisão, mostraram-se muito eficientes em atividades como a montagem de placas de computador. Robôs paralelos são geralmente mais rápidos do que os tradicionais robôs seriais, uma vez que o motor pode ser montado sobre a base, poupando dessa maneira, energia. Eles também possuem maior potencia útil do que manipuladores seriais de mesmo porte, porque os atuadores não estão interligados aos demais atuadores de forma sequencial. Além disso, o erro no final do curso é reduzido, pois não é acumulativo, como, o que não ocorre nos robôs com cadeias seriais, aonde os erros de cada atuador vão se somado. Entretanto, os manipuladores paralelos são mais limitados no que diz respeito ao seu espaço de trabalho, pois, em geral, não conseguem transpor obstáculos, trabalhando, dessa forma, em uma área restrita. Os cálculos envolvidos na execução de uma manipulação desejada (cinemática direta) também são, normalmente, mais difíceis, chegando até a 40 diferentes soluções (LAZARD, 1993 E MOURRAIN, 1993).

Sendo assim, verifica-se que o grande problema dos manipuladores paralelos é a limitação do espaço de trabalho porque seus atuadores podem colidir e, além disso, cada atuador tem cinco articulações passivas, tendo cada uma seus próprios limites mecânicos.

1.2. MANIPULADORES PARALELOS ACIONADO POR CABOS

O principal problema quanto à utilização de manipuladores paralelos é seu restrito espaço de trabalho, em comparação com o dos manipuladores com atuadores seriais. As plataformas de Stewart acionadas por cabos herdaram esta desvantagem, que foi agravada devido ao fato de que os cabos só podem ser tracionados. Ao contrário, no caso de manipuladores paralelos de atuadores rígidos, onde o espaço de trabalho é restrito por limites de juntas e de restrições mecânicas, o espaço de trabalho tecnicamente utilizável das plataformas de Stewart acionada por cabos é restrito principalmente pela condição das forças nos cabos serem, necessariamente, trativas. Em geral, o espaço de trabalho das plataformas de Stewart acionada por cabos é uma questão extremamente importante para sua aplicação, sendo, na maioria das vezes, relativamente pequeno e dependente da sua configuração geométrica. Tendo em vista as limitações às quais o espaço de trabalho

das plataformas de Stewart acionadas por cabos estão sujeitas, os mesmos não podem ser descritos de forma fechada. Sendo assim, podese usar algumas condições (critérios) para avaliar se uma determinada postura (posição e orientação) pertence ou não ao espaço de trabalho (VERHOEVEN E HILLER, 2000). Para poupar tempo computacional, as condições devem ser fáceis de calcular. Em um sistema real, além de considerar positiva a tensão no cabo, a tensão máxima e mínima admissível, bem como os limites de torque nos atuadores também deve ser considerada na etapa de investigação do espaço de trabalho. Portanto, deve-se estudar cuidadosamente o espaço de trabalho controlável da plataforma de Stewart acionada por cabos.



FIG. 1.6 - Posicionamento de câmeras em grandes espaços (http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/14/Skycam.jpg)

Estes mecanismos são muito eficientes em termos energéticos porque a massa das partes móveis é extremamente baixa em comparação com a de um manipulador com atuadores rígidos. Sendo assim, eles são adequados para a movimentação de cargas pesadas, funcionando como guindastes, e podem alcançar níveis elevados de aceleração e velocidade. Eles podem ser construídos em escala

extremamente grande, e também podem ter aplicações em micro-escala. Além disso, outras vantagens deste tipo de manipuladores são a flexibilidade e manobrabilidade. Eles podem ser aplicados em diversas como construção naval, telescópios e sistemas áreas, а de posicionamento de câmeras em grandes espaços, onde um manipulador com atuadores rígidos e pesados não é uma opção e o posicionamento exato do ponto final de fixação da plataforma não é primordial, conforme pode-se verificar nas FIG. 1.6 e FIG. 1.7.



FIG. 1.7 - Telescópio suspenso por balão e posicionado por seis cabos sobre a superfície refletora

Tendo em vista a característica desse tipo de manipuladores de só puxar e não empurrar um objeto fixado a um cabo, pelo menos n + 1 fios são necessários para se mover um objeto em um espaço *n*-dimensional. Levando em consideração o efeito dessa redundância nos atuadores, o controle do movimento dos manipuladores paralelos acionado por cabos não é um assunto trivial. Devido à redundância da tensão, a distribuição de tensão nos cabos deve ser avaliada para controlar o movimento da plataforma. Além disso, o controle do movimento no espaço operacional é muito difícil de realizar, devido ao complexo problema de cinemática para esse tipo de manipuladores. Na

prática, esses manipuladores são normalmente aplicados na execução alta velocidade de movimento com certa precisão, pois eles são muito eficientes em termos energéticos. Para garantir um desempenho desejado de controle, normalmente, o mesmo é programado com alta taxa de amostragem no controlador. Sendo assim, para controlar uma plataforma de Stewart acionada por cabos é muito importante encontrar uma estratégia onde a computação em tempo real seja eficiente.

1.3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.3.1. ESTUDO DE MANIPULADORES PARALELOS COM ATUADORES RÍGIDOS

Durante as últimas duas décadas, a teoria e a aplicação de manipuladores paralelos têm sido amplamente estudadas. O principal foco das pesquisas e trabalhos sobre manipuladores paralelos está no estudo do espaço de trabalho, uma vez que o espaço de trabalho dos manipuladores paralelos é relativamente pequeno se comparado com o dos manipuladores seriais. Vários pesquisadores têm estudado a determinação do espaço de trabalho de mecanismos paralelos, (GOSSELIN, 1990; KUMAR, 1992; HILLER, 2005).

Existem diversos modos de se analisar o espaço de trabalho, tais como: o alcance do espaço de trabalho, a orientação constante e a melhor orientação para o uso total desse espaço (KUMAR, 1992; MERLET, 2000). Com a finalidade de sintetizar um manipulador serial e um paralelo com 2 graus de liberdade foi apresentado um algoritmo por Gosselin e Guillot,(1991), onde eles prescrevem o espaço de trabalho. Posteriormente, Boudreau e Gosselin (1990) propuseram uma aproximação para obter uma orientação constante do espaço de trabalho, verificando que o mesmo está tão próximo quanto possível do verdadeiro prescrito. Além disso, verifica-se que, da mesma forma que

nos manipuladores seriais, a análise da matriz Jacobiana da função de posição é, usada para estudar as propriedades do espaço de trabalho nos manipuladores paralelos. Baseados nesses resultados, a manipulação e a capacidade de chegar a uma posição desejada no espaço de trabalho, foram estudadas por Müller, sendo apresentadas medidas de manipulação global (MÜLLER, 2003).

Merlet introduz um procedimento numérico para determinar todas as possíveis geometrias de manipuladores paralelos do tipo Gough de seis graus de liberdade, cujo espaço de trabalho é prescrito (MERLET, 1997). Pott, juntamente com outros pesquisadores, propuseram um método para uma eficiente linearização geométrica de sistemas de multicorpos complexos (POTT et al, 2007). No mesmo ano, com a finalidade de aperfeiçoar o espaço de trabalho utilizando algoritmo genético, Bandyopadhyay e Ghosal propuseram um novo método de estudo e projeto para plataforma de Stewart com seis atuadores rígidos (BANDYOPADHYAY e GHOSAL, 2007).

Estudos indicam que a cinemática direta é consideravelmente mais exigente computacionalmente, enquanto a cinemática inversa pode ser realizada facilmente. Por esse motivo, muitos pesquisadores têm mostrado interesse pelo estudo da cinemática direta aplicada aos manipuladores paralelos, mas, infelizmente, ainda não obtiveram o êxito esperado. Pesquisadores, tais como: (LAZARD, 1993; HUSTY, 1996; WAMPLER, 1996; MOURRAIN, 1993), têm apresentado alguns métodos para encontrar as soluções para este problema, demonstrando que o número máximo de soluções gerais para uma plataforma Stewart é de 40 e de seis para uma plataforma planar. Para modelar matematicamente o sistema de controle, as equações dinâmicas de corpo rígido para o manipulador paralelo são normalmente formuladas em coordenadas espaciais cartesianas, devido à simplicidade de sua cinemática inversa, enquanto a representação de juntas espaciais é mais natural em sistemas multicorpos (LEBRET et al., 1993). Para obter

todas as soluções da cinemática direta e determinar suas reais soluções, são necessários muitos cálculos, o que torna a aplicação destes métodos inviável para um controle em tempo real. A outra desvantagem desses métodos é a dificuldade de classificar a posição atual da plataforma em todas as possíveis soluções. Esse problema ainda não tinha sido estudado anteriormente, provavelmente devido à sua complexidade (MERLET, 2000).

As técnicas convencionais de controle de entrada e saída únicas foram empregadas por Pierrot para aumentar a precisão em altas velocidades de contorno (PIERROT et al., 1990). Essa formulação permitiu que o esforço de controle em missões espaciais fosse direcionado, primeiramente, para a redução de erros críticos no cumprimento da missão. E, partindo desse trabalho, Harib e Srinivasan formularam uma estratégia de controle de movimento para os manipuladores paralelos (HARIB e SRINIVASAN, 1998), onde foi utilizado inicialmente um modelo baseado em algoritmos de dissociação e linearização para simplificar a resposta de ação do controle de um manipulador. Além disso, no mesmo trabalho, Harib e Srinivasan propuseram uma solução aproximada do problema de cinemática direta, na qual utilizaram derivadas cartesianas para especificar o posicionamento espacial e a velocidade em tempo real a partir de medidas do movimento de juntas espaciais.

1.3.2. ESTUDO DE MANIPULADORES PARALELOS ACIONADOS POR CABOS

Somente nos últimos anos têm sido realizadas pesquisas baseadas em manipuladores paralelos acionado por cabos, principalmente no Japão e nos Estados Unidos. A maioria dessas pesquisas é especialmente direcionada para aplicações onde os robôs com atuadores rígidos e pesados se tornam inapropriados ou onde a

precisão não é tão importante (VERHOEVEN et al., 1998).

Com a finalidade de medir os seis graus de liberdade do efetuador de um robô, Jeong desenvolveu um mecanismo de cabos paralelo (JEONG et al., 1998). A partir do trabalho de Jeong, Kawamura, juntamente com outros pesquisadores, desenvolveu um robô ultra veloz, conhecido como FALCON, que utiliza sete cabos (KAWAMURA et al., 2000). No mesmo período, Tadokoro propôs um novo tipo de movimento para a sensação virtual de aceleração, aplicado à arquitetura de cabos (TADOKORO et al., 2000). Posteriormente, Kraft e Schäper estudaram a cinemática da plataforma de Stewart acionada por cabos e algumas técnicas para o controle no espaço de trabalho (KRAFT e SCHÄPER, 2005).

FIG. 1.8 - Telescópio LSRT (http://martianchronicles.files.wordpress.com/2009/01/arecibo-radiotelescope-puerto-rico.jpg)

Recentemente, manipuladores paralelos acionado por cabos vêm sendo vastamente utilizados, juntamente com os manipuladores de pequena escala. Na FIG.1.8 está ilustrado o grande rádio telescópio esférico LSRT, construído em Porto Rico, que possui um diâmetro que varia entre 299 e 499 m de diâmetro. Uma nova linha de estrutura suspensa por seis cabos foi projetada e está sendo desenvolvida por Duan (1999), onde os cabos são impulsionados por seis conjuntos de servomecanismos de modo que o movimento de varredura da linha de alimentação é realizado ao longo da trajetória designada.

Nos últimos anos, algumas pesquisas teóricas sobre plataforma de Stewart acionada por cabos têm sido desenvolvidas. Ming e Higuchi classificação (1994)fornecem uma básica, separando-as em mecanismos completos de posicionamento restrito, que são redundantemente atuados. mecanismos e incompletos de posicionamento restrito, que precisam de esforços adicionais para a estabilização como, por exemplo, a força da gravidade. A teoria básica do manipulador paralelo acionado por cabos vem sendo estudada por (VERHOEVEN et al., 1998; HILLER et al., 2005). Além disso, a análise e projeto cinemático de plataformas de Stewart acionadas por cabos, suas classificações e análise do espaço de trabalho, foi discutida por Bruckmann (2008).

Vários critérios para o espaço de trabalho têm sido apresentados. Verhoeven e Hiller (2003) desenvolveram um algoritmo que calcula as tensões ótimas de distribuição nos cabos, principalmente para manipuladores redundantes. O algoritmo proposto por eles é desenvolvido por meio da transformação de um problema de minimização normalizada em um problema de poliedro convexo. Como resultado, os candidatos às boas soluções são encontrados no entorno dos vértices convexos. Posteriormente, Verhoeven (2004) avalia as soluções ótimas apresentadas e discute sua continuidade ao longo de uma trajetória.

Um estudo da geometria e o do espaço de trabalho de um robô paralelo suspenso por seis cabos foi feito por Pusey (2004) com a finalidade de tratar o movimento específico de uma plataforma móvel.

No mesmo período, Fang (2004) desenvolveu um controle de movimento para um manipulador paralelo acionado por sete cabos utilizando uma tensão otimamente distribuída entre os cabos. Algum tempo depois, Pott (2006), juntamente como outros pesquisadores, desenvolveu um módulo de controle redundante para uma plataforma de Stewart acionada por cabos, onde um programa de otimização foi usado para adquirir a força otimizada. A simulação do modelo do controle de movimento da plataforma de Stewart acionada por cabos com 2 graus de liberdade no espaço operacional foi feita por Huang (2007), utilizando o programa MATLAB[®]. No mesmo ano, Bruckmann (2007) desenvolveu um novo algoritmo completamente restrito para a distribuição de forças na plataforma de Stewart acionada por cabos, visando sua aplicação em sistemas de tempo real. Posteriormente, Bruckmann (2008) analisou a cinemática e o modelo de robôs acionado por cabos e desenvolveu um estudo do espaço de trabalho para os manipuladores paralelos acionados por sete e quatro cabos. Mikelsons (2008) propôs um algoritmo para o cálculo das forças em tempo real para um manipulador paralelo redundante acionado por cabos. Esse algoritmo procura e utiliza a menor força possível para colocar a plataforma na posição desejada.

O problema da cinemática direta para plataforma de Stewart com atuadores redundantes, possuindo m cabos e n graus de liberdade, sendo m > n, foi estudado por Husty (2001). A plataforma de Stewart com atuadores redundantes é um caso trivial dos estudos de manipuladores paralelos acionados por mais de seis cabos. Estudos avaliando os modos diferentes de montagem dos sistemas paralelos atuados redundantemente vêm sendo realizados por Mielczarek e Hiller, juntamente com outros pesquisadores, e têm sido desenvolvidos algoritmos com um conjunto de máximas soluções (MIELCZAREK et al., 2002; HILLER et al., 2005).

Várias pesquisas na área de controle da plataforma de Stewart têm

sido feitas. Uma estratégia de controle direto baseado no plano, foi proposta por Woernle e Maier (1999), para realizar o monitoramento de uma trajetória controlada para um manipulador paralelo acionado por cabos incompletamente restrito. Após analisar brevemente o trabalho de Ming e Higuchi, Kawamura (2000) propôs uma forma de controle do comprimento e das coordenadas do cabo utilizando um controle de resposta PD com compensações para as forças gravitacional e internas. A estabilidade do movimento relacionada ao comprimento e às coordenadas do cabo é analisada utilizando uma função de Lyapunov. Neste trabalho, Kawamura também construiu um protótipo, conhecido como CABLEV. Fang (2004), juntamente com outros estudiosos, desenvolveu, modelou e controlou um manipulador paralelo acionado por cabos onde, por otimização, controlou-se a melhor distribuição das forças nos sete cabos com seis graus de liberdade. Além disso, foi desenvolvido nesse trabalho um protótipo, conhecido como SEGESTA, ilustrado na FIG 1.9.

FIG. 1.9 - Protótipo SEGESTA (FANG et al., 2004)

1.4. OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO

Manipuladores paralelos têm sido alvo de diversas pesquisas e estudos direcionados a simulações aeroespaciais e de sensores inerciais, dentre outros. A partir disso, foram desenvolvidas as plataformas de Stewart acionada por cabos que, além de conter uma gama de vantagens, ainda proporciona uma geometria de construção muito flexível, podendo ser composta por uma quantidade de cabos variável de acordo com sua aplicação.

Nesse sentido, este trabalho visa a apresentação da modelagem cinemática e dinâmica de um manipulador paralelo acionado por 4 cabos, bem como a programação de um protótipo virtual através do *software* MATLAB® e a construção de um protótipo físico atuado e controlado por atuadores. Os atuadores escolhidos para execução do protótipo foram os motores de passo.

A partir dos experimentos realizados utilizando o protótipo virtual foram adquiridos os resultados de forças e tensões atuantes nos cabos. Esses resultados foram demonstrados através da trajetória predefinida seguida pela plataforma. Além disso, com os resultados de forças e tensões atuantes nos cabos, foi projetada a construção do protótipo físico, bem como a escolha dos atuadores.

Como uma premissa para o controle, a utilização de um espaço de trabalho controlável para os manipuladores paralelos acionado por cabos foi estudado, onde a tensão máxima e mínima admissível e os limites de torque nos atuadores são estabelecidos a partir das tensões nos cabos.

Verifica-se que a discussão central deste trabalho está nas implicações da utilização de 4 cabos nos manipuladores paralelos, sendo que a plataforma pode ter até seis graus de liberdade. Optou-se

por esta configuração porque os estudos desses manipuladores realizados no plano são mais simples, podendo ainda estes trabalhar no espaço. Além disso, na etapa de construção do protótipo físico isso implica numa melhor relação custo benefício e em uma lógica de programação simplificada.

1.5. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos.

O Capítulo 1 apresenta uma breve revisão bibliográfica focada no estudo de manipuladores paralelos de atuadores rígidos e por cabos, bem como as vantagens e desvantagens do estudo e utilização de ambos. Além disso, apresentaram-se os objetivos do trabalho.

No Capítulo 2, uma breve introdução aos princípios teóricos e conceitos básicos dos manipuladores paralelos acionado por cabos é fornecida, tais como: suas classificações baseadas no número de cabos e a importância da questão do espaço de trabalho, contendo suas singularidades e os problemas de autocolisões de cabos.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem dos manipuladores paralelos acionado por cabos, onde o modelo matemático não é apenas um ponto de partida do conceito de controle, mas também o núcleo do controle. É feito um amplo estudo sobre a cinemática e a dinâmica dos componentes do manipulador. Além disso, um modelo dinâmico da plataforma é apresentado, desprezando os outros subsistemas como elasticidade nos cabos e dinâmica do motor, para simplificar o modelo geral.

O Capítulo 4 apresenta algumas simulações e resultados obtidos através do protótipo da plataforma de Stewart acionada por 4 cabos, e
são discutidas algumas singularidades existentes para este tipo de plataforma. Os resultados são apresentados e explicados.

No Capítulo 5 a concepção de uma plataforma de Stewart acionada por cabos é introduzida, onde uma abordagem baseada na arquitetura é proposta. Com base nesta abordagem foi projetado e desenvolvido o protótipo do Sistema de Atuação por MÚltiplos Cabos, também chamado de SAMUCA.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões sobre os resultados obtidos e propostas para pesquisas futuras utilizando a metodologia e protótipos propostos nesta dissertação.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo oferece uma breve introdução aos princípios teóricos e conceitos básicos da plataforma de Stewart acionada por cabos, à suas aplicações e ao seu desenvolvimento práticos. Primeiramente, foi feita uma classificação baseada no número de cabos. Em seguida, foi estudado o espaço de trabalho controlável, sendo esta uma questão importante para os manipuladores acionados por cabos, conforme demonstrado anteriormente por VERHOEVEN e HILLER (2000). Além disso, também foram discutidos os problemas relevantes desse espaço de trabalho, como a questão das singularidades e autocolisões dos cabos.

2.1. CLASSIFICAÇÃO

Pode-se classificar a plataforma de Stewart acionada por cabos de duas maneiras: pela redundância cinemática ou pela diferença entre os números de cabos. Seguindo estas linhas encontra-se a melhor maneira de tratar o problema desses tipos de manipuladores.

Com base na definição de redundância cinemática, a plataforma de Stewart acionada por cabos pode ser classificada de três maneiras:

1) Manipuladores incompletos de cinemática restrita: Neste caso, o número de cabos, m, é inferior ao número de graus de liberdade, n, da plataforma, ou seja, m < n, conforme ilustrado na FIG. 2.1. A posição da plataforma não está completamente especificada cinematicamente pelos comprimentos dos cabos, estando seu posicionamento condicionado às forças da gravidade. Isso permite a obtenção de diversas respostas de posição, porque nesta configuração, com o mesmo comprimento de cabos pode-se encontrar mais de uma possível solução. Os trabalhados dessa dissertação utilizam a metodologia adotada nesse tipo de manipulador, pois o problema se torna mais simples quando tratado no plano, mesmo que, posteriormente, seja aplicado ao espaço de trabalho tridimensional, alterando, para tanto, o número de graus de liberdade que pode variar de 2 a seis. Além disso, para a construção do protótipo físico, a utilização desse tipo de manipulador implica numa redução de gastos computacionais e financeiros.



FIG. 2.1 - Manipulador incompleto de cinemática restrita

2) Manipuladores completos de cinemática restrita: Neste tipo de manipulador, o número de cabos é igual ao número de graus de liberdade, ou seja, m = n, conforme pode-se verificar na FIG. 2.2. Com isso, a posição da plataforma é cinematicamente determinada pelo comprimento dos cabos. Entretanto, como o cabo só pode puxar e não empurrar um objeto, uma condição dinâmica adicional é necessária para posicionar a plataforma. O robô NIST Robocrane, pertence a esta classe de manipuladores (ALBUS, et al., 1992).



FIG. 2.2 - Manipulador completo de cinemática restrita

3) Manipuladores atuados redundantemente: Neste caso, a quantidade de cabos é maior ou igual a n + 1 vezes a quantidade de graus de liberdade, ou seja, $m \ge n + 1$, conforme ilustrado na FIG. 2.3. Sendo assim, os manipuladores têm atuação redundante. A posição da plataforma é completamente especificada pelo comprimento dos cabos, não havendo a necessidade de adicionar condições dinâmicas. Um sistema com maior redundância pode melhorar a manipulabilidade devido à geometria mais vantajosa. Além disso, a redundância também aumenta a segurança contra a ruptura dos cabos, o que é de fundamental importância para aplicações onde a plataforma de Stewart acionada por cabos for utilizada em transporte humano. A desvantagem deste tipo de manipulador é a possível autocolisão entre os cabos.



FIG. 2.3 - Manipulador atuado redundantemente

Tendo como base a quantidade de cabos, foi proposto por MING e HIGUCHI (1994) e VERHOEVEN et al. (1998) um outro modo de classificação para os manipuladores, conforme verifica-se abaixo:

a) Manipuladores paralelos incompletamente restritos: Neste tipo de manipulador, o número de cabos é inferior ou igual ao número de graus de liberdade, ou seja, $m \le n$. Com isso, uma restrição unilateral induzida pela tensão no cabo é adicionada ao sistema, o que torna necessária a inclusão de uma equação dinâmica para se posicionar a plataforma.

b) Manipuladores paralelos completamente restritos: Para este manipulador uma condição sempre tem que ser mantida: a quantidade de cabos é igual a n + 1 vezes a quantidade de graus de liberdade, ou seja, m = n + 1. Sendo assim, a posição da plataforma é completamente determinada pela restrição cinemática definida pela tensão dos cabos.

c) Manipuladores paralelos redundantemente restrito: Neste caso, a quantidade de cabos é maior do que n + 1, ou seja, m > n + 1. Por essa razão a posição da plataforma é completamente determinada pela restrição cinemática, tendo mais de um cabo redundante (VERHOEVEN, 2004).

A classificação dos manipuladores proposta, baseada nos números de graus de liberdade controlados, determina, de acordo com (VERHOEVEN, 2004), alguns tipos de movimento, tais como: movimento linear de um ponto com uma translação (1T), ilustrado na FIG. 2.4; movimento de um ponto no plano com duas translações (2T), ilustrado na FIG. 2.5; movimento de um corpo no plano com uma rotação e duas translações (1R2T), ilustrado na FIG. 2.6; movimento espacial de um ponto com três translações (3T), ilustrado na FIG. 2.7; movimento espacial de uma barra com duas rotações e três translações (2R3T), ilustrado na FIG. 2.8; e movimento espacial de um corpo com três rotações e três translações (3R3T), ilustrado na FIG. 2.9.



FIG. 2.4 - 1T: Movimento linear de um ponto



FIG. 2.5 - 2T : Movimento de um ponto no plano



FIG. 2.6 - 1R2T: Movimento de um corpo no plano



FIG. 2.7 - 3T: Movimento espacial de um ponto



FIG. 2.8 - 2R3T: Movimento espacial de uma barra



FIG. 2.9 - 3R3T: Movimento espacial de um corpo

Neste trabalho somente os manipuladores paralelos acionados por 4 cabos classificados através da redundância cinemática foram considerados.

2.2. ESPAÇO DE TRABALHO CONTROLÁVEL

A determinação do espaço de trabalho controlável é de fundamental importância nas pesquisas e estudos que se referem à plataforma de Stewart acionada por cabos. O principal problema na aplicação desse tipo de manipulador acontece devido ao seu pequeno espaço de trabalho se comparado aos manipuladores seriais. Ao contrário de um manipulador com ligações rígidas, cujo espaço de trabalho é restrito pelos limites das juntas e singularidades, tecnicamente o espaço de trabalho utilizável da plataforma de Stewart acionada por cabos é restrito principalmente pelas forças serem trativas nos cabos. Considerando esta condição, o espaço de trabalho controlável é definido e brevemente introduzido, conforme FIG. 2.10 abaixo (VERHOEVEN e HILLER, 2000).



FIG. 2.10 - Definição simbólica para uma plataforma de Stewart acionada por cabos

A FIG. 2.10 apresenta uma definição simbólica para uma plataforma de Stewart acionada por cabos. O sistema de coordenadas C_B é fixado na base e é chamado referencial inercial e o sistema de coordenadas fixado na plataforma móvel C_p é chamado de referencial local. Os vetores $b_1, ..., b_\mu$ conectam o sistema inercial aos pontos onde os cabos entram para o espaço de trabalho, onde $\mu = 1, ..., m$. Os vetores $p_1, ..., p_\mu$ são utilizados na conexão entre o sistema de coordenadas do referencial local da plataforma móvel aos pontos de ancoragem dos cabos na própria plataforma móvel, sendo escritos no referencial local C_p . Os vetores $l_1, ..., l_\mu$ denotam o vetor comprimento de cabo da plataforma para a base e seus versores são definidos por $v_1, ..., v_m$. As tensões nos cabos são descritas por $f_1, ..., f_m$, enquanto f_p e τ_p referem-se à resultante de todas as forças externas e torques agindo sobre a plataforma. Estas incluem, por exemplo, a gravidade, inércia, forças de contato e torques. Onde m é o numero de cabos do sistema e n o numero de graus de liberdade.

A matriz de forças de equilíbrio pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \nu_1 & \cdots & \nu_m \\ p_1 \times \nu_1 & \cdots & p_m \times \nu_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_p \\ \tau_p \end{bmatrix} = 0$$

$$A^T \qquad f + w = 0$$
(2.1)

onde $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, é a matriz de estrutura do sistema (OU et al., 1994) que transforma as forças nas direções dos cabos em forças no espaço operacional, dependendo da postura da plataforma.

O espaço de trabalho (VERHOEVEN et al., 1998) pode ser definido como:

• A postura da plataforma pertence ao espaço de trabalho controlável se para cada vetor de força resultante $w \in \mathbb{R}^n$ houver um vetor de forças nos cabos $f \in \mathbb{R}^m$ que satisfaça a EQ. 2.1 e atenda a condição abaixo:

$$f_i > 0, \ i = 1, \dots, m.$$
 (2.2)

O espaço de trabalho controlável é o conjunto de todas as posturas onde a plataforma pode ser controlada por meio às tensões positivas, isto é, o vetor f positivo.

Em um sistema real, a tensão além de ser positiva (trativa), deve também ser limitada a um máximo e um mínimo. Além disso, pode acontecer que, com referência a uma postura da plataforma, o requerido torque seja maior do que o máximo torque que os atuadores podem suprir. Portanto, o referido espaço de trabalho não é tecnicamente controlável no espaço de trabalho utilizável.

2.2.1. SINGULARIDADES

Um aspecto importante do espaço de trabalho de plataforma de Stewart acionada por cabos é a presença de configurações singulares. Configurações singulares são principalmente posturas da plataforma na quais os manipuladores perdem sua rigidez e, também, quando a plataforma adquire incontroláveis graus de liberdade. A primeira forma de demonstrar configurações singulares, quando perde-se a rigidez da plataforma, acontece quando examina-se as relações obtidas pela cinemática inversa (MERLET, 2000). A plataforma de Stewart acionada por cabos só possui configurações singulares do segundo tipo (YOSHIKAWA, 1985), ou seja, a matriz inversa do Jacobiano é singular. Em caso de singularidade, a plataforma é livre para realizar infinitos movimentos, os quais não podem ser controlados pelos atuadores, apesar das tensões nos cabos serem eventualmente positivas. De acordo com VERHOEVEN (2004) e HILLER (2005), a posição e orientação do sistema são singulares para plataformas com m = n + 1 se, e somente se, a matriz de estrutura for de posto deficiente, ou seja,

$$rank A^T < n \tag{2.3}$$

Para uma plataforma com menos cabos que graus de liberdade essa equação não é valida, tendo como critério para definição do espaço de trabalho as forças trativas nos cabos.

Na FIG. 2.11 verificam-se alguns exemplos de posturas nos sistemas planar e espacial em plataforma de Stewart acionada por cabos, onde as setas indicam a direção do movimento incontrolável.



FIG. 2.11 - Exemplos de singularidades para plataforma de Stewart acionada por cabos (HILLER et al., 2005) (a) singularidade planar e (b) singularidade espacial

Por definição, posturas singulares não fazem parte do espaço de trabalho controlável; em outras palavras, a região do espaço de trabalho controlável é livre de singularidades (VERHOEVEN, 2004).

2.2.2. AUTOCOLISÕES DOS CABOS

Outro aspecto importante de técnica, para melhor aproveitamento do espaço de trabalho utilizável da plataforma de Stewart acionada por cabos é evitar colisão entre os cabos. Uma análise global dos problemas e das soluções de colisão é um tópico em aberto para investigação. Contudo, serão introduzidos, brevemente, resultados obtidos por alguns pesquisadores.

Nas FIG. 2.12 e FIG. 2.13 verificam-se duas estratégias bastante utilizadas e extremamente eficazes para evitar colisões em cabos quando os mesmos estão em diferentes planos ou quando possuem pontos de ligação coincidentes. Esses cabos poderiam cruzar-se mutuamente quando sujeitos a grandes rotações, as quais certamente estariam fora do espaço de trabalho controlável. Uma boa estratégia para evitar a colisão dos cabos é conectá-los a um mesmo ponto na base ou a plataforma (VERHOEVEN, 2004 e HILLER et al., 2005). Isto também nos remete a um espaço de trabalho controlável relativamente grande e simplifica a computação da cinemática. Para uma plataforma de Stewart acionada por cabos com 3 graus de liberdade com uma rotação e duas translações, utiliza-se uma abordagem alternativa para evitar colisões. Substitui-se cada cabo por um par de cabos acionados simultaneamente, localizados em planos paralelos e em lados opostos do plano de movimento. Isso só poderá acontecer se o tipo de aplicação e ambiente o permitirem (VERHOEVEN, 2004).



FIG. 2.12 - Estratégias para evitar colisões de cabos em diferentes planos (VERHOEVEN, 2004)



FIG. 2.13 - Estratégias para evitar colisões de cabos com pontos de ligação coincidentes (VERHOEVEN, 2004)

Como a principal estrutura a ser estudada neste trabalho é um manipulador paralelo acionado por 4 cabos, a colisão entre cabos não se torna importante, pois com apenas 4 cabos é fisicamente impossível que esta colisão ocorra.

3. MODELAGEM DA PLATAFORMA DE STEWART ACIONADA POR CABOS

Neste capítulo são apresentados o modelo cinemático e o modelo dinâmico da plataforma de Stewart acionada por cabos. Estes modelos são usados como ponto de partida para o conceito de controle. Além disso, o modelo dinâmico é de fundamental importância para a construção da estrutura mecânica, a escolha dos atuadores e simulação computacional dos movimentos da plataforma.

Uma plataforma de Stewart representa um mecanismo paralelo cinemático, quando esta plataforma é diretamente dirigida por cabos, conforme foi ilustrado na FIG. 1.2. Se apenas o sistema mecânico é considerado, o mecanismo pode ser tratado como um sistema multicorpos, sendo composto pelo corpo rígido e pelas juntas, ambos atuados por forças (SCHIEHLEN, 1986; HILLER e KECSKEMÉTHY, 1987; HILLER e KECSKEMÉTHY, 1994; SCHNEIDER, 1999). A única diferença entre a plataforma de Stewart acionada por cabos e os manipuladores cinemáticos paralelos de atuadores rígidos consiste nos cabos flexíveis que transmitem as forças em uma única direção. A fim de resolver o problema da cinemática, tratou-se a plataforma de Stewart acionada por cabos como um manipulador paralelo convencional com atuadores rígidos. Em outras palavras, os cabos são tratados como juntas prismáticas. Com este modelo, o movimento da plataforma foi determinado pela rotação dos motores. Visto que a massa dos cabos é muito menor do que a da plataforma, esta será desconsiderada no modelo dinâmico.

48

3.1. CINEMÁTICA

O problema cinemático da plataforma de Stewart acionada por cabos consiste na determinação das relações entre a postura da plataforma e dos comprimentos dos cabos ou ângulos dos motores. Estritamente falando, a solução do problema cinemático fornece unicamente as relações entre a postura da plataforma e o comprimento dos vetores, os quais ligam os pontos de ancoragem na base aos respectivos pontos de conexão na plataforma. Admitindo-se que os cabos estão sempre tensionados, utiliza-se o comprimento dos vetores como sendo equivalente ao comprimento dos cabos. Sendo assim, podese tratar os dois lados dos cabos como restrições cinemáticas e, assim, todo o sistema é considerado como um sistema multicorpos solucionando, dessa forma, o problema cinemático.

Relevante discussão foi feita por JEONG et al., (1998) supondo que os cabos não possuem massa como conseqüência do seu peso muito pequeno, sendo o efeito gravitacional ignorado. Entretanto, em grandes plataformas de Stewart acionadas por cabos, onde são utilizados cabos longos e pesados, o efeito gravitacional deve ser considerado.

A seguir, a estrutura cinemática é introduzida. Logo após, a cinemática inversa é discutida de forma adimensional, ou seja, o comprimento dos cabos é tratado como um atuador variável. Para explicar o método de modelagem da plataforma de Stewart acionada por cabos em estudo, trata-se a plataforma como um manipulador incompleto de cinemática restrita de 4 cabos, conforme protótipo SAMUCA desenvolvido no Laboratório de Projetos Mecânicos do Instituto Militar de Engenharia.

49

3.1.1. CINEMÁTICA E A ESTRUTURA TOPOLÓGICA

A FIG. 3.5 ilustra, de forma adimensional, a estrutura cinemática de uma plataforma de Stewart acionada por cabos. Analisando esta figura, verifica-se que os cabos são representados por juntas prismáticas, ilustradas na FIG. 3.2, e o valor da variável de entrada dessas juntas é utilizado como sendo o comprimento do cabo. Os cabos conectam-se a base a partir de juntas universais, ilustradas na FIG. 3.4, e à plataforma por juntas esféricas, ilustradas na FIG. 3.3. Além disso, a plataforma se une à base diretamente por uma junta virtual, a qual é utilizada para descrever de forma eficiente a postura da plataforma contendo seis graus de liberdade, sendo 3 rotativos e 3 translacionais. Como a massa dos cabos é desprezada o problema é tratado como um sistema de um único corpo e pode-se descrever sua estrutura topológica de acordo com a FIG. 3.1. De acordo com essa ilustração tem-se: $n_B = 9$, desconsiderando a base, onde n_B é o número de corpos compostos pela plataforma móvel e a cada junta prismática conta-se 2 corpos; e $n_G = 12$, desconsiderando a junta virtual, onde n_G é o número de juntas, sendo 4 juntas universais, 4 prismáticas e 4 esféricas. O número de cadeias cinemáticas fechadas independentes, n_L , é dado por (FANG, 2004):

$$n_L = n_G - n_B = 3 \tag{3.1}$$

Usando o critério de GRÜBLER-Kutzbach (HILLER, 1983) o número de graus de liberdade de um sistema pode ser calculado como sendo:

$$f_r = \sum_{i=1}^{n_G} f_{g,i} - 6n_L \quad , \tag{3.2}$$

$$f_r = 24 - 18 = 6$$

onde f_r é o número de graus de liberdade de todo o sistema e $f_{g,i}$ é o número de graus de liberdade de uma junta. Na EQ. 3.2 utiliza-se o fato

de que uma junta universal permite 2 graus de liberdade, uma junta esférica permite 3 graus de liberdade e uma junta prismática permite 1 grau de liberdade ao corpo.



FIG. 3.1 - Estrutura topológica



FIG. 3.2 - Junta prismática



FIG. 3.3 - Junta esférica



FIG. 3.4 - Junta universal

Sendo assim, verifica-se que foram utilizadas seis variáveis independentes, ou seja, seis coordenadas de entrada na modelagem do protótipo virtual. Se os cabos são considerados como cabos elásticos longitudinalmente, aplica-se a EQ. 3.3 para calcular o número de variáveis independentes f_s necessárias para descrever o estado do sistema.

$$f_s = f_r + f_e av{3.3}$$

onde f_e é o grau de liberdade adicional utilizado devido à elasticidade dos cabos, sendo f_e dependente do número de cabos.



FIG. 3.5 - Cinemática de uma plataforma de Stewart acionada por cabos

No intuito de esclarecer a abordagem do problema cinemático, será introduzida a cinemática inversa desconsiderando a elasticidade nos cabos. Entretanto, a elasticidade dos cabos é brevemente tratada na Seção 3.2.2.

3.1.2. CINEMÁTICA INVERSA

A cinemática inversa foi aplicada à modelagem da plataforma de Stewart acionada por cabos para determinar o comprimento dos mesmos ou o movimento do atuador correspondente que determine a posição e orientação da plataforma. Isso permite que o comprimento dos cabos ou os ângulos dos motores possam ser expressos em função da posição e da orientação da plataforma. A aquisição desses dados a partir da cinemática inversa é de fundamental importância para que se possa gerar o movimento prescrito para a plataforma no espaço operacional.

Analisando a FIG. 3.5, verifica-se que o referencial inercial C_B está

fixado na base e o outro sistema de coordenadas C_P , o qual se desloca, é fixado no centro de gravidade da plataforma. A posição da plataforma no referencial inercial é descrita por:

$$r_P = \left[r_x, r_y, r_z\right]^T \tag{3.4a}$$

A orientação da plataforma é definida pelos ângulos de Cardan obtida pela rotação do referencial nas sequências sobre o eixo z dado pelo ângulo ψ , sobre o eixo y ângulo θ , e sobre o eixo x descrito pelo ângulo φ . Todos os ângulos são medidos pela regra da mão direita. Deste modo, a orientação da plataforma pode ser descrita por:

$$\theta_P = [\psi, \vartheta, \varphi]^T \tag{3.4b}$$

Sequencialmente, a postura, dada pela posição e orientação da plataforma, é especificada pelas coordenadas cartesianas, conforme EQ. 3.5 a seguir:

$$X = \left[r_p{}^T, \theta_p{}^T\right]^T \tag{3.5}$$

Assim, pode-se definir os comprimentos dos m cabos através das variáveis dependentes, mostradas na EQ. 3.6 abaixo:

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_m]^T$$
(3.6)

Os vetores $l_i = [l_{i,x}, l_{i,y}, l_{i,z}]^T$, mostrados na FIG. 3.5, onde i = 1, ..., m, são os vetores de conexão da plataforma com o ponto de ancoragem na base. O vetor b_i é o vetor que sai da origem do sistema inercial C_B até o ponto de ancoragem dos i_s cabos na própria base e o vetor p_i é um vetor de conexão entre os i_s cabos com origem no referencial local C_p e o ponto de fixação do cabo na própria plataforma, nas coordenadas do sistema local. Por meio da análise vetorial pode-se obter, de forma simplificada, as equações de fechamento para determinação das coordenadas dependentes. Sendo assim, para definir o vetor tamanho de cabo usa-se a equação a seguir, escrita no sistema local:

$$l_i = b_i - r_p - p_i$$
, com $i = 1, ..., m.$ (3.7)

Como não é possível trabalhar no sistema inercial com a EQ. 3.7 que esta escrita no sistema local, ela é transformada para as coordenadas inerciais, conforme EQ. 3.8 abaixo:

$${}^{B}l_{i} = {}^{B}b_{i} - {}^{B}r_{p} - {}^{B}R_{p}p_{i} , \qquad (3.8)$$

onde ${}^{B}R_{p}$ é a matriz de rotação, descrita abaixo:

$${}^{B}R_{p} = \begin{bmatrix} C\psi C\vartheta & C\psi S\vartheta S\varphi - S\psi C\varphi & C\psi S\vartheta C\varphi + S\psi S\varphi \\ S\psi C\vartheta & S\psi S\vartheta S\varphi + C\psi C\varphi & S\psi S\vartheta C\varphi - C\psi S\varphi \\ -S\vartheta & C\vartheta S\varphi & C\vartheta C\varphi \end{bmatrix}$$
(3.9)

onde *C* e *S* representam, respectivamente, a abreviação de cosseno e seno. O cálculo detalhado da matriz de rotação ${}^{B}\!R_{p}$ encontra-se no apêndice A.

Deste modo, o tamanho dos i_s cabos é calculado utilizando-se o vetor ${}^{B}l_i$, de acordo com a equação a seguir:

$$q_{i} = \left| {}^{B}l_{i} \right| = \sqrt{l_{x,i}^{2} + l_{y,i}^{2} + l_{z,i}^{2}} , \ com \ i = 1, \dots, m$$
(3.10)

e, verifica-se de acordo com a EQ. 3.11 que, o tamanho dos cabos é descrito em função da postura da plataforma:

$$q = \phi_x(X) . \tag{3.11}$$

A velocidade e a aceleração dos cabos são encontrados a partir da EQ.3.11 e são expressas por:

$$\dot{q} = \frac{\partial \phi_x}{\partial X} \dot{X} \quad e \tag{3.12}$$

$$\ddot{q} = J_x \ddot{X} + \dot{J}_x \dot{X} \tag{3.13}$$

onde $\phi_x(X)$ é uma função da postura da plataforma e J_x é sua matriz Jacobiana, $m \times n$.

A velocidade angular da plataforma no sistema inercial C_B é dada por:

$$\omega = \left[\omega_x, \omega_y, \omega_z\right]^T , \qquad (3.14)$$

calculada a partir da cinemática de corpos rígidos, conforme verifica-se abaixo:

$$\omega = H_B^{-1} \dot{\theta} \tag{3.15}$$

onde

$$H_B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -S\psi & C\psi C\vartheta \\ 0 & C\psi & S\psi C\vartheta \\ 1 & 0 & -S\vartheta \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} \quad \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}.$$
(3.16)

O cálculo da matriz de transformação H_B^{-1} encontra-se, de forma detalhada, no apêndice B.

A velocidade dos cabos também pode ser descrita como:

$$\dot{q} = J_A \begin{bmatrix} \dot{r_p} \\ \omega \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

Substituindo a EQ. 3.15 na EQ. 3.17, temos:

$$\dot{q} = J_A \begin{bmatrix} E_3 & 0\\ 0 & H_B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r_p}\\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$
(3.18)

onde E_3 é uma matriz identidade 3×3 . Analisando a equação acima verifica-se que J_x e J_A estão relacionadas conforme EQ. 3.19 abaixo:

$$J_{x} = J_{A} \begin{bmatrix} E_{3} & 0\\ 0 & H_{B}^{-1} \end{bmatrix} = J_{A} J_{H}$$
(3.19a)

$$J_A = J_x J_H^{-1} = J_x \begin{bmatrix} E_3 & 0\\ 0 & H_B \end{bmatrix}.$$
 (3.19b)

Partindo do princípio dos trabalhos virtuais verifica-se que a matriz de estrutura A, estudada na EQ. 2.1, é equivalente a J_A :

$$A = J_A \quad . \tag{3.20}$$

Pode-se derivar facilmente a matriz de estrutura A e, dessa forma, obter a matriz Jacobiana J_x . Para sistemas paralelos a aproximação de forças é mais simples e intuitiva (VERHOEVEN, 2004).

Outro método para calcular a cinemática inversa é o do par característico de juntas que consiste em três cadeias cinemáticas fechadas (WOERNLE, 1988), conforme ilustrado na FIG. 3.5. Para a derivação e solução das equações de restrição, para uma cadeia fechada, o método analítico de par característico de juntas pode ser usado. Para um mecanismo paralelo de cinemática inversa esse método não é tão eficaz comparado ao método de análise de vetores, por causa da estrutura cinemática simples, mas é muito adequado para os sistemas que são modelados por meio de elementos de transmissão. Entretanto, o método do par característico de juntas e o método de cinemática diferencial fornecem uma abordagem muito eficiente para gerar a equação de movimento de um sistema (GOIS, 2000).

É interessante notar que, na simulação do modelo dinâmico real, os cabos podem estar soltos e devem ser considerados como elementos de forças ou restrições unilaterais. Neste caso, o comprimento dos cabos depende da postura da plataforma e do ângulo dos motores. Portanto, a solução da cinemática inversa é apenas utilizada para determinar os comprimentos dos vetores que ligam o ponto de ancoragem da base aos respectivos pontos de conexão na plataforma.

3.2. DINÂMICA DOS COMPONENTES

O modelo dinâmico é muito útil para a simulação do movimento, análise da estrutura do manipulador e projeto do algoritmo de controle. Para facilitar o estudo da dinâmica dos componentes, o modelo dinâmico do sistema proposto é dividido em subsistemas, tais como: subsistema mecânico e elétrico. Sendo que, neste trabalho é estudado somente o subsistema mecânico, desconsiderando a dinâmica do sistema elétrico do motor e o efeito do atrito das polias e engrenagens.

A simulação do movimento do manipulador permite testar as estratégias de controle e planejar técnicas de movimento sem a necessidade de utilizar um sistema fisicamente disponível. O cálculo das forças e torques necessários para a execução de movimentos típicos, adquiridos a partir da dinâmica inversa, fornece informações úteis para a escolha dos atuadores.

Em geral, uma plataforma de Stewart acionada por cabos é composta por um mecanismo paralelo e por uma unidade de direção. O mecanismo paralelo consiste em uma plataforma móvel e uma série de cabos que ligam a plataforma a uma base fixa. Como a massa dos cabos

58

é desprezada no modelo dinâmico, o mecanismo paralelo é tratado como um simples sistema de corpo livre, que é constituído de uma única plataforma. Os cabos são considerados como elementos elásticos, elementos estes que atuam sobre a plataforma ao longo da direção dos cabos.

As unidades de direção são montadas sobre a armação. Geralmente, cada uma delas é constituída por polia, olhal, roldana e motor. Porém, para a simplificação do modelo dinâmico, não será considerada a influência da dinâmica desses componentes da unidade de direção no sistema proposto, desprezando também o efeito elástico dos mesmos.

De acordo com a modelagem proposta, a plataforma de Stewart acionada por cabos é composta de vários subsistemas mecânicos e eletrônicos. A dinâmica da plataforma pode ser descrita por um sistema de equações diferenciais que é composta pela combinação de equações não-lineares e equações diferenciais acopladas de subsistemas individuais. Quando se trabalha com a modelagem de sistemas multicorpos complexos, uma descrição em um conjunto mínimo de coordenadas é adequada para gerar as equações de movimento de uma forma compacta e eficiente (HILLER e KECSKEMÉTHY, 1994).

3.2.1. PLATAFORMA

De acordo com o que foi mostrado anteriormente, verifica-se que a cinemática direta se torna muito complexa quando aplicada aos mecanismos paralelos. Em contrapartida, verificou-se que a cinemática inversa se torna mais simples que a cinemática direta quando aplicada a um manipulador paralelo convencional. Isso é claramente observado, pois o cálculo das equações dinâmicas é feito de forma mais simples no espaço operacional do que no espaço comum, principalmente porque a postura da plataforma X e suas derivadas são utilizadas para descrever

o estado do sistema.

A resultante w_{plat} de todas as forças aplicadas pelos cabos, sobre a plataforma, é calculada por

$$w_{plat} = \begin{bmatrix} f_{soma} \\ \tau_{soma} \end{bmatrix} = A^T f \quad , \tag{3.21}$$

onde f_{soma} é a resultante de forças que agem na plataforma, τ_{soma} é a resultante dos torques aplicados sobre a plataforma e devidos à forças aplicadas, sendo todas em relação ao centro de gravidade da plataforma, A é a matriz de estrutura do sistema e f são as tensões dos m cabos.

Usando as leis de Newton-Euler, verifica-se que as equações de movimento para a translação e rotação são escritas, respectivamente, conforme EQ. 3.22 e EQ. 3.23, a seguir:

$$m_P \ddot{r}_p = \begin{bmatrix} 0\\0\\m_P g \end{bmatrix} + f_{soma}$$
(3.22)

$$I\dot{\omega} + \omega \times (I\,\omega) = \tau_{soma} , \qquad (3.23)$$

sendo

 m_p a massa da plataforma;

I o tensor de inércia definido a partir ao sistema inercial C_B , sendo uma expressão da rotação dos ângulos;

 r_p o vetor de localização a partir da origem da plataforma, referente ao sistema inercial C_B ;

 ω o vetor da velocidade angular absoluta da plataforma no sistema inercial C_B .

Analisando a EQ. 3.15, verifica-se que a aceleração angular do sistema inercial da plataforma no sistema inercial C_B é dado por:

$$\dot{\omega} = H_B^{-1}\ddot{\theta} + \dot{H}_B^{-1}\dot{\theta} \tag{3.24}$$

Substituindo as EQ. 3.15 e EQ. 3.23 em EQ. 3.24 e multiplicando o resultado por H_B^{-T} obtém-se:

$$H_{B}^{-T}IH_{B}^{-1}\ddot{\theta} + H_{B}^{-T}I\dot{H}_{B}^{-1}\dot{\theta} + H_{B}^{-T}H_{B}^{-1}\dot{\theta} \times (IH_{B}^{-1}\dot{\theta}) = H_{B}^{-T}\tau_{soma}$$
(3.25)

Manipulando as EQ. 3.21, EQ. 3.23 e EQ. 3.25, encontra-se a equação de movimento da plataforma, conforme EQ. 3.26 abaixo:

$$\begin{bmatrix} E_3 m_P & 0\\ 0 & H_B^{-T} I H_B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r}_p\\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\\ H_B^{-T} I \dot{H}_B^{-1} \dot{\theta} + H_B^{-T} H_B^{-1} \dot{\theta} \times (I H_B^{-1} \dot{\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_P \ g\\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_3 & 0\\ 0 & H_B^{-T} \end{bmatrix} A^T f$$
(3.26)

A partir das EQ. 3.19 e EQ. 3.20 sabe-se que:

$$\begin{bmatrix} E_3 & 0\\ 0 & H_B^{-T} \end{bmatrix} A^T = \left(A \begin{bmatrix} E_3 & 0\\ 0 & H_B^{-1} \end{bmatrix} \right)^T = J_x^T .$$
(3.27)

Sendo assim, a equação de movimento da plataforma é reescrita de uma forma mais simples, conforme a seguir:

$$M_P \ddot{x} + g^C = g^E + J_x^T f , \qquad (3.28)$$

onde

 M_p é a matriz de massa da plataforma;

 $g^{C} \in \mathbb{R}^{6 \times l}$ é o vetor de forças centrífugas de Coriolis e torques, no espaço cartesiano,

 $g^E \in R^{6 \times l}$ é o vetor das forças generalizadas aplicadas e torques, não incluindo as tensões resultantes do cabo.

Quanto maior as dimensões da plataforma de Stewart acionada por cabos, maiores, em comprimento e em diâmetro, devem ser os cabos utilizados para apoiá-la. Além disso, nessa situação, tanto a dinâmica da plataforma quanto a massa dos cabos devem ser consideradas. Consequentemente, o mecanismo paralelo construído será um típico sistema multicorpos, composto por uma plataforma e m cabos com massa. A fim de simplificar o modelo dinâmico do sistema, assume-se que a massa do cabo localiza-se no meio do mesmo e, como ele permanece sempre tencionado, suas deformações são sempre longitudinais, ocasionadas pelo próprio peso, uma vez que são mantidas, relativamente, grandes tensões. Neste caso, a equação de movimento é mais complexa devido à adição da massa dos cabos. De forma análoga ao sistema multicorpos com atuadores seriais, pela aproximação de Newton-Euler e a formulação de Lagrange são normalmente usadas para obter a equação de movimento para esse manipulador (LEBRET et al., 1993).

3.2.2. CABOS ELÁSTICOS

Da mesma forma que uma plataforma de Stewart convencional é caracterizada por seus atuadores rígidos, a plataforma de Stewart acionada por cabos é caracterizada pela elasticidade nos cabos. Com a finalidade de aumentar a precisão e controle do movimento no processo de simulação do comportamento dinâmico do sistema faz-se necessário um modelo correto dos cabos elásticos. Além disso, há a preocupação em se aplicar um modelo ágil computacionalmente, aumentando sua

62

viabilidade quando aplicado a sistema em tempo real.

Conforme mencionado anteriormente, a força no cabo existe apenas em uma direção e a massa do cabo é desprezada. Sendo assim, pode-se tratar cada cabo como um elemento de força que atua sobre os pontos de conexão na plataforma e olhal. Utilizando um elemento linear mola amortecedor como sendo um elemento de força, o modelo do cabo pode ser simplesmente descrito como:

$$f_{i} = \begin{cases} c_{i} \Delta q_{i} + d_{i} \Delta \dot{q}_{i} & f_{i} > 0 \\ 0 & f_{i} \le 0 \end{cases}, \text{ com } i = 1, \dots, m,$$
(3.29)

onde f_i é a tensão do cabo, c_i é o coeficiente de rigidez da mola, d_i é o coeficiente de amortecimento, $\Delta q_{k,i}$ são as deformações longitudinais e $\Delta \dot{q}_{k,i}$ são as derivadas das deformações longitudinais no tempo. A deformação longitudinal é calculada, conforme segue:

$$\Delta q_i = q_i - q_{i,0} , \qquad (3.30)$$

onde q_i é o comprimento atual dos *i* cabos e $q_{i,0}$ é o comprimento original do cabo.

O coeficiente de rigidez da mola depende do comprimento do cabo. As características elásticas do sistema variam quando a plataforma se move, uma vez que o comprimento do cabo muda de acordo com a posição da plataforma. Em geral, o espaço de trabalho da plataforma é relativamente grande, o que acarreta uma grande variação no comprimento do cabo. A partir desta análise, verifica-se que o coeficiente de rigidez da mola não pode ser definido como constante. Dessa forma, calcula-se o coeficiente de rigidez a partir da EQ. 3.31 a seguir:

$$c_i = \frac{EA}{q_{i,0}} = \frac{EA}{q_i(1-\varepsilon_i)}$$
, sendo $\varepsilon_i = \frac{\Delta q_i}{q_i}$, (3.31)

onde *E* é o módulo de Young, mais conhecido como módulo de elasticidade, ε é a variação relativa do tamanho do cabo e *A* é a área da seção transversal do cabo. Como $\varepsilon_{k,i} < 0.5 \%$, este é desprezado devido à contribuição do sistema de comando ser muito mais elevada.

O coeficiente de amortecimento também não é constante, pois depende do comprimento, da tensão e do material que o cabo é feito. Em geral, os coeficientes de rigidez e amortecimento devem ser investigados a partir de resultados experimentais. Porém, como trata-se de uma pequena escala com pequenas trações, o coeficiente de amortecimento do cabo é considerado constante. Entretanto, em uma plataforma de Stewart acionada por cabos com grandes proporções, com muitas roldanas e engrenagens, a elasticidade destas unidades deve ser considerada, juntamente com a elasticidade do cabo (KAWAMURA et al., 2000).

4. RESULTADOS E SIMULAÇÕES

Neste capitulo serão discutidas as configurações geométricas possíveis de se obter com a plataforma de Stewart acionada por 4 cabos. Definida a geometria a ser implementada, são feitas simulações em MATLAB[®] com a finalidade de calcular as forças atuantes nos cabos.

4.1. GEOMETRIA DA PLATAFORMA

Para definir a quantidade de graus de liberdade controláveis da plataforma de Stewart acionada por cabos, deve-se, definir a quantidade de cabos, o formato da plataforma e a geometria de ligação, ou seja, como os cabos estarão configurados na base.

A geometria da plataforma móvel normalmente escolhida quando se trabalha com muitos cabos é a triangular, pois esta geometria oferece uma quantidade mínima de pontos de fixação dos cabos necessária para se prescrever a postura da plataforma no espaço, podendo ter mais de um cabo fixado no mesmo ponto da plataforma. Porém, esta geometria pode variar, dependendo da aplicação da plataforma. Por exemplo, no caso de uma plataforma de Stewart acionada por cabos empregada para transporte humano, а plataforma móvel é simplesmente uma cinta que envolve a pessoa. Como o foco deste trabalho é o estudo de uma plataforma de Stewart com 4 cabos, escolheu-se a geometria quadrada para plataforma móvel, devido à quantidade de cabos relativamente baixa e a facilidade para construção.

4.2. GEOMETRIA DOS CABOS

De acordo com a disposição dos cabos na base da plataforma de

Stewart acionada por cabos, tendo em mente que o protótipo proposto foi construído com quatro cabos, podem ocorrer algumas alterações nas configurações, o que pode modificar a quantidade de graus de liberdade controláveis, demonstrando algumas restrições.

Considerando o modelo de corpos rígidos descrito no Capítulo 3, o sistema possui seis graus de liberdade. No entanto, serão usados como variáveis de entrada os comprimentos dos cabos, os quais são apenas 4. Assim, apenas através da dinâmica é possível a definição completa do movimento, sendo interessante notar que este sistema pode apresentar diferentes formas de singularidade, em especial do tipo bifurcação.

Utilizando a geometria de fixação de cabos mostrada na FIG. 4.1, é fácil notar que existe uma configuração simétrica para os mesmos comprimentos de cabos, onde a plataforma se encontra acima da estrutura da base. Na verdade, nesta configuração é possível a plataforma transladar descrevendo uma circunferência no plano *yz*, havendo então infinitas posições que satisfazem as restrições cinemáticas do sistema para um mesmo conjunto de variáveis de entrada, ou seja, infinitas bifurcações.

Para o cálculo das coordenadas de entrada do sistema é feita uma transformação de uma trajetória desejada partir do espaço das coordenadas cartesianas $(x, y, z, \psi, \vartheta, \varphi)^T$ para o espaço de coordenadas de junta (q1, q2, q3, q4), utilizando a cinemática inversa. Numa fase seguinte, o movimento propriamente dito é dado por uma transformação das coordenadas de junta para as coordenadas cartesianas (cinemática direta), surgindo assim as singularidades do tipo bifurcação.

Considerando um sistema real atuado por cabos, os quais podem exercer apenas forças trativas, certos movimentos tornam-se inalcançáveis de acordo com as configurações dos cabos. Sendo assim

66

para cada geometria de fixação de cabos, certos graus de liberdade tornam-se incontroláveis.

Na configuração, ilustrada na FIG 4.1, definidos os comprimentos dos cabos, a plataforma apresenta dois graus de liberdade, tendo seu movimento cinematicamente definido apenas nos eixos z e x, estando definidos também a arfagem, rolagem e guinada. O grau de liberdade incontrolável devido à sua geometria de fixação de cabos acontece no eixo y, onde se observa uma singularidade cinemática do tipo bifurcação.



FIG 4.1 - Configuração para cabos paralelos

Na FIG 4.2 a plataforma está suspensa por cabos longitudinais, sendo puxada para baixo também longitudinalmente. Nesta configuração a postura da plataforma é descrita a partir das 4 entradas dadas pelos cabos, sendo o movimento no eixo z e uma composição de movimentos nos eixos x e y. Nesta configuração a plataforma pode arfar e rolar simultaneamente. Entretanto, estes movimentos não podem ser executados separadamente, pois os ângulos ocorrem simultaneamente numa composição. Levando em conta a geometria da base, da plataforma, a distribuição dos cabos e a força unicamente trativa dos cabos o ângulo de guinada se torna incontrolável, sendo também

descrita como uma singularidade cinemática.



FIG 4.2 - Configuração para cabos longitudinais em planos diferentes

Na configuração de cabos em diferentes planos, mostrada na FIG 4.3, a plataforma possui 3 graus de liberdade controláveis, sendo eles o movimento no plano z y e o ângulo de rolagem. A singularidade cinemática se encontra no eixo x e nos ângulos de arfagem e guinada.



FIG. 4.3 - Configuração de cabos em diferentes planos

A FIG. 4.4 ilustra uma configuração mista. Nesta configuração a

plataforma apresenta 4 graus de liberdade controláveis, podendo se movimentar nos eixos x, y e z. É possível executar o controle nos ângulos de arfagem e guinada, sua singularidade cinemática está ligada ao ângulo de rolagem.



FIG. 4.4 - Configuração mista de cabos

Na configuração de cabos longitudinais, mostrada na FIG 4.5, a plataforma possui 4 graus de liberdade controláveis, podendo movimentar-se nos eixos z, $x \in y$, sendo também possível controlar os ângulos de arfagem e rolagem. Devido à geometria da plataforma e dos cabos ligados à base surge a singularidade cinemática no ângulo de guinada.



FIG. 4.5 - Configuração de cabos longitudinais

Cada uma das configurações descritas oferece vantagens e desvantagens, de acordo com a sua aplicação. A configuração escolhida para ser utilizada na simulação do protótipo proposto foi a configuração de cabos longitudinais FIG. 4.5. Esta configuração foi escolhida por oferecer um maior espaço de trabalho, devido à disposição dos cabos e por ter uma arquitetura simples para a implementação do protótipo virtual.

4.3. SIMULAÇÕES

Com a finalidade de adquirir os esforços solicitantes nos cabos, foi programada, com o auxílio do software MATLAB[®], a dinâmica inversa, na qual as posições da plataforma são utilizadas como entrada do sistema e, como saída, retorna as forças exercidas pelos cabos nas extremidades da plataforma.

O programa foi escrito para atender ao protótipo físico real, ou seja, com as mesmas dimensões dele. Na FIG. 4.6, pode-se ver a base da plataforma e os cabos ligando a base à plataforma móvel, a qual tem as dimensões de $0,05 \ m \times 0,05 \ m$.



FIG. 4.6 - Dimensões da base da plataforma

No primeiro exemplo está simulada a plataforma saindo da posição de repouso, que está localizada no centro da base z = 0, x = 0 e y = 0, movimentando-a com uma velocidade constante, no eixo z até esta chegar a z = 0.39 m, FIG 4.7, os gráficos de posição da plataforma, FIG.4.8, orientação da plataforma, FIG. 4.9, velocidade, FIG. 4.10, velocidade angular, FIG.4.11, aceleração, FIG. 4.12, aceleração angular, FIG. 4.13, forças exercidas nos cabos, FIG. 4.14, e os comprimentos iniciais e finais dos cabos, FIG. 4.15, estão a seguir.



FIG. 4.7 - Evolução da posição da plataforma com o tempo



FIG. 4.8 - Posição da plataforma






















FIG. 4.14 – Forças nos cabos



FIG. 4.15 – Comprimento dos cabos

Como pode ser observado nos gráficos anteriores, a plataforma executou um movimento de translação no eixo z, surgindo assim velocidade e aceleração somente no eixo z, mantendo a orientação da plataforma, e velocidade e aceleração angulares, constantes. Observa-se também as forças iguais em todos os cabos, bem como os comprimentos dos mesmos.

Na segunda simulação tem-se a plataforma com seu centro de gravidade nas coordenadas x = 0 m, y = 0 m e z = 0.39 m, o movimento prescrito transporta a plataforma para as extremidades da base num movimento retilíneo de velocidade constante, de uma ponta a outra da base e retornando ao centro, conforme FIG. 4.16.



FIG. 4.16 - Evolução da posição da plataforma com o tempo

A FIG. 4.17 descreve o movimento nos eixos $x, y \in z$, o qual ocorre somente nos eixos $x \in y$, a orientação mostrada na FIG. 4.18, permanece constante. Na FIG. 4.19 é interessante observar a velocidade sempre constante em 0.2 m/seg, fornecida pela aceleração descrita na FIG. 4.21. Como a plataforma somente translada, a velocidade e aceleração angular são nulas, como pode-se observar nas FIG. 4.20 e FIG 4.22. A FIG 4.23, mostra as forças exercidas pelos cabos sobre a plataforma, para que esta se movimente no espaço de trabalho. Deve-se também observar na FIG. 4.24 a variação no comprimento dos cabos em relação ao tempo.







FIG. 4.20 - Velocidade angular



FIG. 4.21 - Aceleração











FIG. 4.24 - Comprimento dos cabos

No exemplo abaixo a plataforma se move no eixo x, tendo a posição inicial em x = 0, y = 0 e z = 0.39, movendo-se para as laterais da base e retornando ao centro, FIG. 4.25. Na FIG. 4.26, pode-se ver a evolução da posição da plataforma no tempo, interessante notar que o movimento em y e z permanece constante. Como esperado a orientação apresentada na FIG. 4.27, a velocidade angular, FIG. 4.29 e a aceleração angular, FIG. 4.31, permanecem constantes no tempo, pois este movimento trata-se de uma translação pura. As FIG. 4.28 e FIG 4.30, velocidade mostram а e aceleração da plataforma, respectivamente. As forças nos cabos estão demonstradas na FIG. 4.32, verificamos uma dualidade nas forças, ou seja, uma semelhança as forças dos cabos 1 e 4, e entre os cabos 2 e 3, isto ocorre devido ao movimento prescrito. Este mesmo efeito é observado na FIG 4.33 onde os tamanhos de cabos coincidem.



FIG. 4.25 - Evolução da posição da plataforma com o tempo



















FIG. 4.32 – Forças nos cabos



FIG. 4.33 - Comprimento dos cabos

No exemplo a seguir, é simulado um movimento angular na plataforma, esta variou o seu ângulo de arfagem, iniciando seu movimento em x = 0 m, y = 0.23 m e z = 0.39 m e terminando o movimento com as coordenadas x = 0 m, y = 0.2482 m e z = 0.3669 m, como mostrado na FIG. 4.34, demonstrando assim a evolução de todas as coordenadas do movimento no tempo.



FIG. 4.34 - Evolução da posição da plataforma com o tempo

Pelos gráficos das FIG. 4.35 e FIG 4.36, é possível observar a variação angular e posição da plataforma no tempo, bem como nas FIG. 4.38 e FIG. 4.40, suas velocidade e aceleração angular. Nas FIG. 4.37 e FIG. 4.39, é mostrado um movimento de translação da plataforma somado a um de rotação. Mais uma vez é possível observar a dualidade de cabos, onde as forças se dividem de igual forma nos cabos opostos, FIG. 4.41, e os comprimentos dos cabos também coincidem, FIG. 4.42.









FIG. 4.41 – Força nos cabos



FIG. 4.42 - Comprimento dos cabos

Demonstrou-se somente os exemplos de simulação mais pertinentes, pois outros movimentos iriam unicamente mudar a direção e orientação tornando-se redundante sua demonstração.

5. PROTÓTIPO FÍSICO SAMUCA

Este capítulo é dedicado à apresentação do protótipo físico SAMUCA. Inicialmente, é detalhada a parte mecânica do protótipo. Em seguida são estudados os módulos de controle eletrônico e a integração entre eles. Finalmente, é detalhada a lógica de programação formulada para este trabalho.

5.1. PEÇAS MECÂNICAS DO PROTÓTIPO SAMUCA

Na montagem do protótipo SAMUCA foi utilizada uma armação feita de alumínio usada como base, conforme ilustrado na FIG. 5.1(a), composta por perfis em L de espessura de 1,5 mm, rebitada nas extremidades e reforçadas nos 4 cantos superiores com uma peça triangular, conforme detalhamento mostrado na FIG. 5.1(b). Essas peças triangulares também foram usadas para parafusar os olhais por onde passam os cabos. A base de montagem apresenta um formato de paralelepípedo com arestas $600 \times 600 \times 400$ mm, sendo a base quadrada.



FIG. 5.1 –(a) Armação da base da plataforma e (b) Detalhe do reforço e olhal localizado nos 4 cantos superiores da armação.

A plataforma móvel foi usinada em alumínio com 3 mm de

espessura, nas dimensões de 60X60 mm, com furo nas quatro extremidades para fixação do cabo, conforme ilustrado na FIG. 5.2.



FIG. 5.2 - Plataforma móvel

O olhal serve como guia para os cabos e é fixado um em cada canto superior da base de montagem da plataforma. Ele foi usinado em alumínio com um formato de meia lua no interior, conforme mostrado na FIG. 5.3, para minimizar o atrito com o cabo e servir, ao mesmo tempo, como guia para o mesmo.



FIG. 5.3 - Olhal guia de cabo

Os cabos são de algodão encerados com 1 m de comprimento por 1 mm de diâmetro. Eles estão presos nas pontas da plataforma móvel, conforme ilustrado na FIG. 5.4, e são enrolados em polias. Essas polias são usinadas em nylon com 20 mm de diâmetro e 20 mm de comprimento, a qual é presa no motor de passo, e mostrada na FIG. 5.5.



FIG. 5.4 - Cabo preso à plataforma



FIG. 5.5 - Polia de nylon

5.2. PROJETO ELETRÔNICO DO PROTÓTIPO SAMUCA

O protótipo SAMUCA é composto por componentes eletrônicos interligados entre si, formando o *driver* de controle da plataforma. Para

controlar uma trajetória pré-definida que a plataforma móvel deve executar, optou-se por um driver de controle com dois tipos de microcontroladores. Como driver de comando geral, ou seja, como controlador do protótipo proposto utiliza-se o microcontrolador ARM7 LPC2148 e para controlar os motores de passo utiliza-se os microcontroladores PIC16f628A. Ο trabalho conjunto desses microcontroladores, desempenhado de acordo com o diagrama da ligação eletrônica, mostrado na FIG.5.6, possibilita o controle dos motores de passo. Neste trabalho foram utilizados motores de passo da marca ACTION, família SM1.8-a17.



FIG. 5.6 - Diagrama da ligação eletrônica do sistema

5.2.1. ARM7 E HARDWARE DE CONTROLE.

O projeto elaborado para a construção do protótipo físico SAMUCA tinha como proposta que este fosse pequeno, portátil e de fácil manuseio, o que facilitaria sua exposição para fins didáticos. Sendo assim, a escolha do microcontrolador que desempenha a função de *driver* de comando geral é essencial. Faz-se necessário um microcontrolador com boa quantidade de memória, maleável e de fácil entendimento. Para tanto, optou-se pelo microcontrolador da Philips com o processador de 32 bits, ARM7 LPC2148, que trabalha em tempo real embarcado em um suporte combinado com uma memória flash de grande velocidade, com capacidade de 512kb. Os pontos mais relevantes na escolha do microcontrolador são sua capacidade de memória, o poder de utilização e configuração de seus periféricos entre outras, o que vem a ser fundamental para um protótipo embarcado. Em especial deve-se levar em conta a capacidade de memória, pois é nesta que estão armazenadas as matrizes de trajetória da plataforma.

Após a escolha do microcontrolador, desenvolve-se o *hardware* de comunicação com o computador para receber a programação. Porém, faz-se necessária a compreensão sobre como acontece à comunicação entre o computador e o microcontrolador.

A saída serial do computador utiliza o protocolo serial conhecido como RS232, onde os sinais são representados por níveis de tensão referentes ao referencial terra. No microcontrolador ARM7 existe um fio para transmissão, outro para recepção e um terra para referência dos níveis de tensão. O protocolo RS232 opera em níveis de tensão de 15 Volts a -15 Volts e o microcontrolador ARM7 opera com tensão TTL, variando entre 0 e 5 Volts. Solucionou-se este problema utilizando um circuito integrado simples, chamado MAX232, que funciona conforme o esquema mostrado na FIG. 5.7, convertendo a tensão do RS232 para TTL e vice-versa.

Após solucionar o problema de comunicação entre o computador e o microcontrolador, precisava-se resolver o problema da comunicação entre o ARM7 e os controladores dos motores de passo. Para isso, é necessária uma comunicação multiponto, pois o ARM envia ao mesmo tempo a informação para todos os *drivers* de controle. Tendo em vista

90

que a comunicação serial utilizando o MAX232 é uma comunicação ponto a ponto e sabendo-se que o ARM7 deve se comunicar com os quatro controladores ao mesmo tempo, optou-se por uma comunicação serial de fácil implementação onde é possível existir vários ramais de recepção conectados a um mesmo par de fios de transmissão. Para isso foi escolhido o protocolo de comunicação RS485, que além de trabalhar nível TTL, o mesmo nível de comunicação utilizado pelos no componentes, também permite a comunicação integrada de todos os drivers de controle, utilizando somente duas vias. Para utilização deste protocolo faz-se necessária a inclusão de outros circuitos integrados, os MAX485, interligados conforme ilustrado na FIG. 5.8. Outra vantagem da utilização do protocolo RS485 é a velocidade de transmissão de dados. Enquanto a transmissão segura para se trabalhar com o RS232 é a velocidade de 19200 bits/seg, com uma distância máxima de 15 m, no protocolo RS485 a taxa de transmissão pode chegar a 10 Mbits/seg, a uma distância de 1200 m.



FIG. 5.7 – Esquemático do circuito integrado MAX232 (MAXIM, data sheet Max 232. Rev 11; 2/2003)



FIG. 5.8 - Ligação multiponto do protocolo de comunicação RS485(MAXIM, *data sheet* Max 485. Rev 7; 6/2003)



FIG. 5.9 - Hardware de controle do AMR7

Na FIG. 5.9 está ilustrado o processo de integração entre o circuito integrado MAX232, o microcontrolador ARM7 e o MAX485. Além disso, a FIG. 5.10 mostra o esquema de ligação entre os

componentes da FIG.5.9.



FIG. 5.10 - Esquema de ligação do circuito do ARM7

5.2.2. PIC16F628A E HARDWARE DE CONTROLE

No processo de escolha dos microcontroladores que gerenciam os motores de passo, levou-se em consideração as seguintes qualidades: robustez, a relação custo beneficio e facilidade de manuseio. O PIC é um dos microcontroladores mais simples de trabalhar existentes no mercado, seu preço é extremamente acessível, tornado-se, dessa forma, a melhor opção a ser utilizada neste trabalho.

O módulo de controle de cada motor de passo é constituído por um circuito integrado MAX485, um microcontrolador PIC16f628A e um circuito integrado L298N de ponte H, conforme verifica-se na FIG. 5.11. Um circuito integrado de ponte H permite que o motor gire tanto em um sentido quanto em outro.



FIG. 5.11 - Hardware de controle do motor de passo

O PIC16f628A é o controlador motor de passo. Ele que fornece ao motor a quantidade de passos e o sentido que o mesmo deve se movimentar. Entretanto, a corrente e a tensão que saem deste componente são muito pequenas, tornando impossível a rotação do motor. Para solucionar esse problema utilizou-se o componente L298N que funciona como uma ponte de potência.

O L298N recebe o sinal fornecido pelo PIC, amplificando-o e enviando para o motor de passo. Este componente pode trabalhar com uma tensão de até 46 Volts e uma corrente máxima de 2A. Dessa forma, como o motor de passo escolhido para este trabalho funciona na tensão de 12 Volts e na corrente máxima de 500 mA, o L298N não terá problemas de operação. O L298N tem quatro entradas de sinal e quatro saídas, o que torna ideal sua ligação com o motor de passo que funciona com quatro fios de alimentação das bobinas, conforme o diagrama de blocos mostrado na FIG. 5.12, a seguir.



FIG. 5.12 - Diagrama de Blocos do L298N

Avaliando a tensão de alimentação do motor de passo, verifica-se que o L298N deve ser ligado a uma fonte de tensão de 12 Volts, mesma tensão de trabalho do motor, sendo a entrada de sinal advinda do PIC um mero gatilho de liga e desliga para o motor. A potência do motor será fornecida totalmente pelo L298N.

Por fim, interligando todos componentes e programando os PICs têm-se os 4 módulos de controle dos 4 motores de passo. A FIG. 5.13 abaixo mostra o esquema de ligação proposto para o circuito de controle do motor.



FIG. 5.13 - Esquema de ligação do circuito de controle dos motores de

passos

5.2.3. MOTOR DE PASSOS E FONTE DE ALIMENTAÇÃO

Os motores de passo utilizados no protótipo SAMUCA são os SM1.8-A1734C-MN, possuindo tensão nominal de 12 Volts, corrente por fase de 400 mA e torque de 0,2 Kgf×cm. O torque do motor varia de acordo com a sua velocidade, conforme mostrado na FIG. 5.14 retirada do manual de especificação técnica do motor de passo SM1.8-A1734C-MN.



FIG. 5.14 - Torque × Passos/seg

A fim de evitar perda de torque no motor e erros advindos do escorregamento no eixo, a velocidade máxima tomada é 500 passos/seg, o que fornece um torque mínimo de 0,2 Kgf×cm. O motor é construído com duas fases, tendo um ângulo de 1,8°/passo totalizando 200 passos/volta.

Na FIG. 5.15 (a) está demonstrada a sequência de fases utilizada para mover o motor no sentido horário. Para movê-lo no sentido antihorário é necessária a inversão desta sequência. O esquema de ligação do motor está ilustrado na FIG. 5.15 (b).

Para alimentar o protótipo físico proposto usou-se uma fonte de computador, modelo FX 650 ATX LPK-35. As saídas de +5 Volts foram usadas para alimentar o ARM7 e os PICs. Além disso, a saída de +12 Volts foi utilizada para a alimentação dos motores de passo.



FIG. 5.15 – (a)Sequência de fases e (b) Esquema de ligação do motor (ACTION Tecnology, *data sheet* SM1.8-A1734C-MN)

5.3. PROGRAMAÇÃO DOS MICROCONTROLADORES

A parte mais importante do protótipo físico SAMUCA reside na programação dos microcontroladores, consistindo da lógica de programação para os PICs e para o ARM7. Nesta seção será discutida a lógica de programação utilizada para cada microcontrolador.

5.3.1. PROGRAMAÇÃO DOS PICs

Tendo em vista o estudo feito até o momento, verifica-se que, cada PIC está destinado a controlar um motor de passo. Sendo assim, cada PIC foi programado de modo diferente. Entretanto, o programa básico utilizado é o mesmo. Tratou-se, a princípio, o problema geral de programação dos PICs e, posteriormente, detalhou-se a diferença entre cada programa.

Existem dois problemas importantes a serem sanados na programação deste microcontrolador. O primeiro refere-se à diferença de frequência entre os microcontroladores ARM7 e PIC16f. O ARM trabalha numa frequência de 48 MHz e o PIC numa frequência de 20 MHz. Dessa maneira, faz-se necessário um ajuste na programação do ARM, sendo inseridos atrasos (*delays*) para que os dados não sejam perdidos, pois a velocidade de leitura do PIC também é menor que a velocidade de envio de dados do ARM. Sendo assim, para sincronizar os microcontroladores é feito um ajuste no PIC, habilitando a interrupção onde o PIC executa a rotina programada e, ao mesmo tempo, "lê" os dados enviados pelo ARM. Esta programação é necessária para minimizar a vibração nos cabos e diminuir o tempo ocioso do microcontrolador, garantindo, dessa maneira, uma melhor sincronização entre os processadores.

O segundo problema resolvido é a diferença de velocidades entre os motores. A movimentação da plataforma no espaço de trabalho não é linear, ou seja, para a plataforma sair de uma posição e chegar à outra nem sempre os motores vão fornecer a mesma quantidade de passos, surgindo, por esse motivo, catenárias nos cabos, fazendo com que a plataforma perca o controle durante o movimento. Esse problema é minimizado fazendo-se a normalização das velocidades dos motores. Imagine que em certo momento têm-se os seguintes passos a serem executados por cada motor: motor (1) - 20 passos, motor (2) - 200 passos, motor (3) - 100 passos e motor (4) - 80 passos. Desprezando a direção na qual cada motor deve girar e sabendo que a velocidade máxima de qualquer motor não pode ultrapassar 1000 passos/seg, é programada uma rotina no microcontrolador que encontra o maior número de passos entre todos os motores, associando a este a velocidade máxima e modificando a velocidade dos outros motores para que todos levem o mesmo tempo na execução do movimento. Sendo assim, o motor (2) realizará os 200 passos em 200 mseg. Se a rotina proposta não fosse utilizada o motor (1) realizaria os mesmos 20 passos em 20 mseg. Entretanto, utilizando a rotina proposta todos os motores realizam seus passos no mesmo espaço de tempo, ou seja, com 200 mseg. O restante da programação comum a todos os PICs consiste em identificar qual rotação que o motor deve executar, se no sentido

98

horário ou anti-horário, e a quantidade de passos a ser dado por este.

A diferença existente entre a programação dos PICs ocorre na escolha dos dados que cada PIC seleciona para executar o programa. O ARM envia aos PICs um pacote de dados, contendo a rotação e a quantidade de passos a serem dados por cada motor, como mostrado na FIG.5.16, abaixo.



FIG. 5.16 - Pacote de dados enviado para os PICs

Todos os PICs recebem o mesmo pacote, porém cada um seleciona a informação que lhe cabe, transformando essa informação em passos a serem executados e em direção de rotação a ser tomada pelo motor. Analisando a FIG. 5.16, verifica-se que a letra e significa rotação no sentido horário, a letra d a rotação no sentido anti-horário e os números são a quantidade de passos a serem executados por cada motor.

5.3.2. PROGRAMAÇÃO DO ARM7

Para programar o ARM7 foi necessário o desenvolvimento do protótipo virtual em MATLAB[®]. A partir da programação do protótipo proposto obtém-se a matriz de trajetória contendo os passos a serem dados pelos motores e, dessa forma, movimenta-se a plataforma no

espaço de trabalho.

Conforme estudado anteriormente, verifica-se que o problema principal a ser resolvido na programação do ARM7 é a sincronização do mesmo com os PICs. Para isso foram inseridos atrasos no momento de enviar os dados para os PICs, ou seja, entre o envio de um pacote de dados e outro o ARM7 calcula o tempo que será gasto pelo PIC para efetuar a rotação nos motores e "espera" esse tempo antes de enviar o próximo pacote de dados. Dessa maneira, o PIC tem tempo de executar seu programa e receber um novo pacote de dados. Porém, a maior utilidade do ARM7 advém da sua capacidade de memória, pois a mesma armazena 3 trajetórias diferentes que a plataforma deve executar. A FIG. 5.17 ilustra uma parte da matriz de trajetória.

M IND Freehand de di Wardshamah IDF	
A TAK EMbedded Workbench IDE	
File Edit View Project Simulator Tools Window Help	
🗋 🖆 🖬 🎒 🎒 👗 🛍 🛍 🗠 o	× 📔 🔹 🔪
Workspace ×	usercode.c
Debug 💌	, -97, -97, 155, 155
Files B	, -59, -59, 165, 164
R Firmunan (2) Dahua	,34, -33, -17,16
	,34, -33, -18,15
Here KickStartCard_cstartup	,34, -32, -20,14
📗 🛏 📓 ma_acc.h	,34, -31, -21,12
📕 🛏 📓 ma_adc.c	,34, -29, -22,11
🛛 🛏 📓 ma_adc.h	.342723.10
– ⊞ 📓 ma_dac.c	,33, -25, -24, 9
📙 🔚 ma_dac.h	.332325. 7
	.331926. 6
	.321627. 5
	.321228. 3
	-31729. 2
	30 -3 -29 1
II 🛏 🖬 manch c	,JU,-J, -42, I

FIG. 5.17 – Janela de programação do ARM (matriz de trajetória)

Verifica-se na FIG. 5.17 que os sinais de menos (-) e mais (+) definem a direção que o motor deve girar, sendo que o sinal (-) indica o sentido anti-horário e o sinal (+) o sentido horário. Verifica-se que, posteriormente, o programa proposto substitui a utilização dos sinais pelas letras e ou d.

6. CONCLUSÃO

No decorrer dos últimos anos, vem crescendo o número de aplicações da plataforma de Stewart acionada por cabos como, por exemplo, na indústria de construção naval, no posicionamento de telescópio ou de câmeras, entre outras inúmeras aplicações possíveis. Para cada aplicação utiliza-se um tipo de plataforma diferente, umas contendo unicamente dois cabos e outras com inúmeros, chegando em até 8 cabos. Para isto, faz-se necessário o estudo da cinemática, da dinâmica e das novas tecnologias empregadas neste equipamento.

Neste trabalho foi feito um estudo cinemático e dinâmico de uma plataforma de Stewart acionada por 4 cabos, contendo seis graus de liberdade. As equações obtidas através desse estudo foram utilizadas para prescrever o movimento e, consequentemente, orientar a plataforma no seu espaço de trabalho. O critério para o estabelecimento do espaço de trabalho foi à existência de forças somente positivas nos cabos.

Verificou-se como proposta inicial que, para a plataforma estudada, devido à geometria de construção e posicionamento de cabos, ocorre uma singularidade cinemática de movimento, ou seja, um dos movimentos possíveis da plataforma não pode ser realizado, deixando a plataforma com 5 graus de liberdade.

Após formulação matemática do problema, o mesmo foi programado em software MATLAB® para simulação de movimentos e aquisição das forças, as quais são de extrema importância no projeto de um equipamento físico.

Para verificar da possibilidade e viabilidade de construção de um protótipo físico numa escala maior, um protótipo com dimensões

101

reduzidas foi concebido no Laboratório de Projetos Mecânicos do Instituto Militar de Engenharia, para demonstrações didáticas. Na construção deste protótipo foram utilizados motores de passo como *drivers* de direção da plataforma, microcontroladores PIC para o controle dos motores e um microcontrolador ARM7 para o envio das informações necessárias para execução do movimento.

Para trabalhos futuros, sugere-se a inclusão do peso dos cabos no modelo matemático com a finalidade de melhorar a dinâmica do sistema. Além disso, outra sugestão é a inserção da lógica de controle para otimização das forças nos cabos.

Um caminho a ser explorado pode ser a construção de um novo protótipo acionado por motores DC com *encoder* e sensor de tração nos cabos. Isso possibilitaria a programação de um sistema de controle em malha fechada.

E, finalmente, uma alternativa seria o desenvolvimento de um algoritmo de controle baseado na otimização de parâmetros com a finalidade de minimizar o tempo de reação ao movimento da plataforma, aplicando controle de tempo real.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBUS, J. S., BOSTELMAN, R. V. and DEGALAKIS, N. G. (1992). **The NIST ROBOCRANE, A Robot Crane**. Journal of Robotic System, July.
- BANDYOPADHYAY, S. and GHOSA, A. (2008). An algebraic formulation of kinematic isotropy and design of isotropic 6-6 Stewart platform manipulators. Mechanism and Machine Theory 43, 591–616, India.
- BEER, F. P. and JOHNSTON, E. R. (1994) Mecânica Vetorial para Engenheiros – Estática. 5a Ed., São Paulo, Makron, Mc Graw-Hill, 793 p.
- BEER, F. P. and JOHNSTON, E. R. (1994) Mecânica Vetorial para Engenheiros – Cinemática e Dinâmica. 5a Ed., São Paulo, Makron, Mc Graw-Hill, 982 p.
- BOUDREAU, R. and GOSSELIN, C. M. (1999). The Synthesis of Planar Parallel Maniulators with a Genetic Algorithm. Journal of Mechanical Design. vol. 121, pp. 533-537.
- BRUCKMANN, T., POTT, A., FRANITZA, D. and HILLER, M. (2006) A Modular controller for Redundantly Actuated Tendon-Based Stewart Platforms. Proceedings of EuCoMes]S, the first European Conference on Mechanism Science. Obergurgl, Austria.
- BRUCKMANN, T., MIKELSONS, L., HILLER, M. and SCHRAMM, D. (2007). A New Force Calculation Algorithim for Tendon-Based Parallel Manipulators. Chair for Mechatronics, University-Essen, Duisburg, Germany.
- BRUCKMANN, T., MIKELSONS, L., BRANDT, T. HILLER, M. and SCHRAMM, D. (2008). Wire Robots Part I Kinematics, Analysis & Design. I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria.
- BRUCKMANN, T., MIKELSONS, L., BRANDT, T. HILLER, M. and SCHRAMM, D. (2008). Wire Robots Part II Dynamics, Control & Application. I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria.
- DUAN, B. Y. (1999). A new design project of the line feed structure for large spherical radio telescope and its nonlinear dynamic analysis. In Mechatronics 9 (1999), pp. 53-64.
- FANG, S. (2005) Design, Modeling and Motion Control of Tendon-Based Parallel Manipulators. Ph. D. dissertation, Gehard-

Mercator-University, Dusburg, Germany. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 1076, Düsseldorf.

- FANG, S. Q., FRANITZA, D., VERHOEVEN, R. and HILLER, M. (2004). Optimum Motion Planning for Tendon-Based Stewart Plataforms. Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science (IFToMM), edited by Tian Huang, Tianjin, China.
- FANG, S. Q., FRANITZA, D., TORLO, M., BEKES, F. and HILLER, M. (2004). Motion Control of a Tendon-based Parallel Manipulator Using Optimal Tension Distribuion. Mechatroncs, IEEE/ASME Transactions on. ISSN: 1083-4435. Vol. 9, pp 561-568.
- GOIS, J. A. (1999) Modelo de Suspensão Ativa utilizando Transformadores Cinemáticos. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.
- GOSSELIN, C. (1990) **Determination of the Workspace of 6-DOF Parallel Manipulators**. ASME Journal of Mechanical Design, vol. 112, pp. 331-336.
- GOSSELIN, C. and GUILLOT, M. (1991). The systhesis of Manipulators with prescribed workspace. ASME Journal of mechanical design, vol. 113, pp. 451-455.
- GOUTTEFARDE, M., PIERRE, J. and DANEY, D. (2007). Wrench-Feasible Workspace of Parallel Cable-Driven Mechanisms. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Roma, Italy.
- HARIB, K. and SRINIVASAN, K. (1998). Evaluation of Control algorithms for High-Speed Motion Control of machine-tool structures Based on Stewart Platforms. japan-USA Symposium on Flexible Automation, Otsu, Japan.
- HAUG, E. J. (1989) Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems. vol. 1, Boston, Allyn and Bacon, 497 p.
- HAUG, E. J. (1992). **Intermediate Dynamics**. Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey. 420 p. ISBN 0-13-478926-1. Capa verde.
- HILLER, M. (1983). Mechanishe Systeme. Hochschultext. Springer-Verlag, Berlin.
- HILLER, M. (1996). Modeling, Simulation and Control design for large and heavy manipulators. Mechanism and Machine Theory 19 , pp. 167-177.
- HILLER, M. and KECSKEMÉTHY, A. (1987). A computer-oriented approach for the automatic generation and solution of the

equations of motion of complex mechanisms. In Bautista, E., Garcia-Lomas, J. and A., N. (editors), Proceedings 7th World congress Th. Mach. Mech., pp. 425-430. IFTo-MM, Pergamon Press, Sevilla.

- HILLER, M. and KECSKEMÉTHY, A. (1994). Dynamics of multibody systems with minimal coordinates. In Rereira, M. S. and Ambrósio, J. A. C. (editors), Computer-Aided Analysis ofRigid and Flexible Mechanical Systems, vol. 268 of NATO ASI Series E: Applied Sciences, pp. 61-100. Kluwer Academic Publishers.
- HILLER, M., FANG, S. Q., MIELCZAREK, S., VERHOEVEN, R. and FRANITZA, D. (2005). Design, Analysis and Realization of Tendon-Based Parallel Manipulators. Mechanism and Machine Theory 40 (2005), pp. 429-445.
- HUANG, J., HILLER, M. and FANG, S. (2007). Simulation Modeling of the Motion Control of a Two Degree of Freedom, Tendon Based, Parallel Manipulator in Operational Space Using MATLAB. J China Univ. Mining & Technol. pp. 179-183.
- HUSTY, M. L. (1996). An algorithm for solving the direct kinematics of Stewart-Gough-type platforms. Mechanism and Machine Theory 31 (4) (1996), pp. 365-380.
- HUSTY, M. L., MIELCZAREK, S. and HILLER, M. (2001). Constructing an overconstrained planar 4RPR manipulator with maximal forward kinematics solutions set. In Proceedings of the 10th Int. Workshop n Robotics in the Alpe-Adria_Danube Region, Vienna, Autria, 2001.
- JEONG, J. W., KIM, S. H., KWAK, Y. K. and CRAIG C. SMITH (1998). Development of a parallel tendon machine for measuring position and orientation of a robot end-effector. Mechatronics 8 (1998), pp. 845-861.
- KAWAMURA, S., KINO, H. and WON, C. (2000). **High-speed** manipulation by using parallel tendon-driven robots. In Robotica (2000), vol. 18, pp. 13-21.
- KRAFT, M. and SCHÄPER, E. (2005). Simulaton and Optimisation oh a Tendon-Based Stewart Platform. IPROMS 2005.
- KUMAR, V. (1992). Characterization of Workspaces of Parallel Manipulators. ASME of Mechanical Design, vol. 114, pp. 368-375.
- LAZARD, D. (1993). On the representation of rigid-body motion and its application to generalized platform manipulators.
 Computational Kinematics. editor: Angeles, J., Kovacs, P., G.

Hommel, pp. 175-182, Kluwer.

- LEBRET, G., LIU, K. and LEWIS, F. L. (1993). **Dynamic analysis and control of a Stewart platform manipulator**. In Journal of Robotic Systems 10 (5), pp. 629-655.
- MERLET, J.-P (1997). **Designing a parallel manipulator for a specific workspace**. The Int. Journal of Robotics Research. Vol. 16, No. 4, pp. 545, 556.
- MERLET, J.-P (2000). **Parallel Robots.** Kluwer Academic Publiushers, ISBN 0-7923-6308-6, Dordrecht/Boston/London.
- MIELCZAREK, S., HUSTY, M. L. and HILLER M. (2002). Designing a redundant Stewart platform with a maximal forward kinematics solution set. In Proc. Of Itn. Symsposium on Multibody Systems and Mechatronics, Mexico City, Mexico, 2002, pp. M31.
- MIKELSONS, L., BRUCKMANN, T., HILLER, M. and SCHRAMM, D. (2008). Areal-Time capable Force Calculation Algorithm for redundant Tendon-Based Manipulators. IEEE International Conference on Bobotics and Automation Pasadena, CA, USA.
- MING, A. and HIGUCHI, T. (1994). Study on multiple degree-offreedom positioning mechanism using wires (part1)- concept, design and control. Int. Journal of the Jap. Soc. for Precision Engeneering, 28 (2): pp 131-138.
- MING, A. and HIGUCHI, T. (1994). Study on multiple degree-offreedom positioning mechanism using wires (part2)- concept, design and control. Int. Journal of the Jap. Soc. for Precision Engeneering, 28 (2): pp 235-242.
- MOURAIN B. (1993). **The 40 generic positions of a parallel robot.** In Bronstein M., editor, ISSAC'93, ACM press, pp.173-182, Kiew (Ukraine).
- MÜLLER, A. (2003). Manipulability and Static Stability of Parallel Manipulators. In Multibody System Dynamics, vol. 9, No. 1, pp 1-23.
- OU, Y. J. and TSAN, LUNG-WEN (1994). **Theory of isotropic transmission for tendon-driven manipulators**. In Robotics: kinematics, Dynamics and control, pp. 53-61, Minneapolis, USA, ASME.
- PIERROT, F., BENOIT, M., DAUCHEZ, P. and GALMICHE, J-P. (1990). **High speed control of a parallel robot.** In IEEE Int. Workshop on intelligent robots and systems (IROS), pp. 949-954, Ibaraki, Japan.

- POTT, A., KECSKEMÉTHY, A. and HILLER, M. (2007), A simplified force-based method for the linearization and sensitivity analysis of complex manipulation systems. Mechanism and Machine Theory 42, 1445–1461, Germany.
- PUSEY, J., FATTAH, A., AGRAWAL, S. and MESSINA, E. (2004) Design and Workspace Analysis of a 6-6 Cable-Suspended Parallel Robot. Mechanism and Machine Theory. 39, pp 761–778, Germany.
- SCHIEHLEN, W. (1986). Technische Dynamik. Teubner Studienbücher Mechanik. Teubner, B. G., Stuttgart.
- SCHEINDER, M. (1999). Modellbildung, Simulation und nichtlineare Regelung elastischer, hydraulisch angetriebener Grobmanipulatoren. Fortschritt-Berichte VDI, Reuhe 8, Nr. 756. VDI Verlag, Düsseldorf.
- SHAHNAZI, R., SHANECHI, H. M. and PARIZ. N. (2008). Position Control of Induction and DC servomotors: Anovel Adaptive Fuzzy PI Sliding Mode Control. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 23.
- SOUSA, D. R. (2006). Microcontroladores ARM&, Philips-família LPC213x, Teoria e Prática, volume I Editora Érica Ltda. 1nd edition.
- TAKODORO, S., NISHIOKA, S., KIMURA, I., HATAORI, M., TAKAMORI, T. and MAEDA, K. (2000). Study on fundamental design of cable configurations of redundant cable-driven robots. Jap. Soc. for Mechanical Engineering Transactions, C-66 (647).
- TRAVI, A. B. e GOIS, J. A. M. (2008) Plataforma de Stewart por Cabos Tencionados. V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. Salvador - Bahia. - Brasil.
- VERHOEVEN, R., HILLER, M., and TAKODORO, S. (1998). Workspace, stiffness, singularities and classification of tendon-driven Stewart platform. in Jadran Lenarcic and Manfred L. Husty (editors), Advanced in Robot Kinematics: Analysis and Control, pp. 105-114, Strobl/Salzburg, Austria, June 1998, Kluwer Academic Publishers.
- VERHOEVEN, R. and HILLER, M. (2000)Estimating the controllable workspace of tendon-based Stewart platforms. In Proc. Of the ARK '00 "7th Int. Symposium on Advances in Robot Kinematics"., pp. 277-284, Portoroz, Slovenia.

VERHOEVEN, R. and HILLER, M. (2003) Tension distribution in
tendon-based Stewart platforms. In Proc. Of the ARK '02 "8th Int. Symposium on Advances in Robot kinematics", Caldes de Malavella, Spain, pp.117-124.

- VERHOEVEN, R. (2004). Analysis of the workspace of tendon-based Stewart platforms. Ph.D. dissertation. University Duisburg-Essen. Duisburg, Germany.
- WAMPLER C. W. (1996). Forward displacement analysis of general six-in-parallel SPS (Stewart) platform manipulators using soma coordinates. Mechanism and Machine Theory, 31(3):331-337.
- WOERNLE, C. (1995). Regelung von Mehrkörpersysteme durch externe Linearisierung. Fortschritt-Bericht VDI, Reihe 8, Nr. 517. VDI Verlag, Düsseldorf. Habulitationsschrift.
- YOSHIKAWA, T. (1985). Manipulability of robotic mechanisms. Int. J. Robotics Res., vol.4(2): pp. 3-9.

APÊNDICES

A. DEMONSTRAÇÃO DA MATRIZ DE ROTAÇÃO ${}^{B}R_{p}$

Para a sequência de rotação ZYX vem que, ${}^{B}R_{p} = R_{x}R_{y}R_{z}$ e sabendo que

 R_x rotação no eixo X é dado por:

$$R_{\chi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi \\ 0 & S\varphi & C\varphi \end{bmatrix}$$

 R_y rotação no eixo X é dado por:

$$R_{y} = \begin{bmatrix} C\vartheta & 0 & S\vartheta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\vartheta & 0 & C\vartheta \end{bmatrix}$$

 R_z rotação no eixo X é dado por:

$$R_z = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0\\ S\psi & C\psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vem a matriz de rotação ${}^{B}R_{p}$

$${}^{B}R_{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi \\ 0 & S\varphi & C\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\vartheta & 0 & S\vartheta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\vartheta & 0 & C\vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{B}R_{p} = \begin{bmatrix} C\psi C\vartheta & C\psi S\vartheta S\varphi - S\psi C\varphi & C\psi S\vartheta C\varphi + S\psi S\varphi \\ S\psi C\vartheta & S\psi S\vartheta S\varphi + C\psi C\varphi & S\psi S\vartheta C\varphi - C\psi S\varphi \\ -S\vartheta & C\vartheta S\varphi & C\vartheta C\varphi \end{bmatrix}$$

B. DEMONSTRAÇÃO DE $\omega = H_b^{-1}\dot{\Theta}$

Determinação da velocidade angular ω da plataforma e da matriz de transformação H_b^{-1} .

Deseja-se obter a relação entre a velocidade angular ω e as derivadas temporais, parâmetros de rotação, por meio da equação:

$$\omega = H_b^{-1} \dot{\Theta}$$

Dados os referenciais global (xyz) e local (xyz)', tem-se para um ponto \vec{P} da plataforma:



Assim:

 $\vec{r}_p = \vec{r} + \vec{s}_p$, sendo \vec{s}_p em coordenadas globais.

 $\vec{s}_p = {}^B R_p(\vec{x}) \vec{s}_p'$

obs.: ${}^{B}R_{p} = R_{x}R_{y}R_{z}$ ou A=B.C.D (será utilizada a segunda notação)

 $\vec{r}_p = \vec{r} + A \vec{s}_p'$ (I)

Derivando a equação (I):

 $\vec{r_p} = \vec{r} + \dot{A} s_p'$ (II), pois s_p' é constante no referencial local.

tem-se que:

$$\vec{s}_p = A^{-1} \vec{s}_p$$

e como A (matriz de rotação) é ortogonal $(A^{-1} = A^T)$, então vem

$$\vec{s}_p' = A^T \, \vec{s}_p$$

Aplicando a relação acima na equação (II):

$$\vec{r}_p = \vec{r} + \dot{A}A^T \vec{s}_p$$
 (III.a)

Como A é ortogonal, logo $\dot{A}A^T = 1$. Derivando: $\dot{A}A^T + A\dot{A}^T = 0$ e $\dot{A}A^T = -A\dot{A}^T = (\dot{A}A^T)^T$. Este termo demonstra que $\dot{A}A^T$ é uma matriz antisimétrica e será representada por $\tilde{\omega}$ que é a matriz anti-simétrica associada a o vetor ω .

Reescrevendo (III.a) na forma de $\tilde{\omega}$ obtém-se $\vec{r_p} = \vec{r} + \tilde{\omega} \vec{s_p}$ (III.b) que apresenta o produto vetorial $\omega \times \vec{s_p}$, na forma da matriz associada $\tilde{\omega}$, assim (III) passa a ser:

$$\dot{\vec{r}_p} = \vec{r} + \omega \times \vec{s}_p$$
 (IV),

que é a equação geral para o movimento de um ponto pertencente a um corpo rígido, logo ω é, de fato, a velocidade angular da plataforma (considerada corpo rígido).

A matriz $\tilde{\omega}'$ associada ao vetor ω' é dada pela relação, de onde se obtém ω no referencial local:

$$\omega' = \begin{bmatrix} 0 & -\omega'_z & \omega'_y \\ \omega'_z & 0 & -\omega'_x \\ -\omega'_y & \omega'_x & 0 \end{bmatrix}$$

Voltando a equação (III) na forma $\tilde{\omega} \vec{s}_p$, e sabendo que este termo é uma componente de velocidade no referencial global, a equação (III) pode ser escrita no ref. local como:

$$\dot{\vec{r_p}} = \vec{r} + A\widetilde{\omega}' \vec{s_p}$$
 (V)

Comparando (II) e (V), e (III.a) e (III.b):

chega-se a relação entre $\widetilde{\omega}$ e A:

$$\dot{A} = A\widetilde{\omega}$$
$$\widetilde{\omega}' = A^T \dot{A}$$

Obtenção de ω' (ref. Local):

 $\widetilde{\omega}' = A^T \dot{A}$, e sabe-se que A=B.C.D, $({}^BR_p = R_x R_y R_z)$

logo:

$$\dot{A} = \dot{B}CD + B\dot{C}D + B\dot{C}\dot{D}$$
$$A^{T}\dot{A} = D^{T}C^{T}B^{T}(\dot{B}CD + B\dot{C}D + B\dot{C}\dot{D}) = D^{T}C^{T}B^{T}\dot{B}CD + D^{T}C^{T}\dot{C}D + D^{T}\dot{D}$$

Realizando as operações acima, obtém-se:

$$\widetilde{\omega}' = \begin{bmatrix} 0 & -S\psi & S\vartheta S\psi \\ S\vartheta & 0 & -C\vartheta S\psi \\ -C\vartheta S\psi & C\vartheta S\psi & 0 \end{bmatrix} \dot{\varphi} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -C\psi \\ 0 & 0 & S\psi \\ C\psi & -S\psi & 0 \end{bmatrix} \dot{\vartheta} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\psi}$$

Logo :

$$\omega' = \begin{bmatrix} \mathcal{C}\vartheta S\psi & -S\psi & 0\\ -\mathcal{C}\vartheta S\psi & -\mathcal{C}\psi & 0\\ -S\vartheta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}\\ \dot{\vartheta}\\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Para obter ω no referencial global:

$$\omega = A\omega'$$
$$\omega = H_b^{-1}\dot{\theta}$$

Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo