

Instituto de Física Teórica Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.003/2008

_

Aplicação de um corte infravermelho natural para alguns processos em fenomenologia hadrônica

Carina Maria Zanetti

Orientador

Prof. Dr. Adriano Antônio Natale

Junho de 2008

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

"There is a theory which states that if anybody ever discovers exactly what the Universe is for and why it is here, it will instantly disappear and be replaced by something even more bizarre and inexplicable. There is another theory which states that this has already happened."

Douglas Adams, The Hitchhiker's Guide to the Galaxy

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço ao meu orientador, Adriano Antônio Natale.

À minha família, pelo apoio e incentivo: meus pais, Pedro e Marcia; a minha tia, Célia e meus avós, Giocondo e Jovina.

Agradeço ao Fabio, meu irmão e colega de profissão.

Ao Nicolau, meu namorado, il mio segno nello spazio, my sweet baboo, mein süß Herz.

Também sou muito grata às meninas Sheila e Denise que me receberam em seu lar em São Paulo, assim como à Gláucia e à Lucelene.

Aos amigos Fabiana Carvalho e Emerson Luna, agradeço pelos trabalhos realizados em colaboração. Ao Emerson também agradeço por uma parte dos cálculos numéricos que foram utilizados nesta tese.

Agradeço aos colegas pós-graduandos do IFT, aos professores e funcionários, e à Dona Maria, pelo suprimento diário de biscoitos e docinhos.

Também agradeço aos membros da banca examinadora pelas sugestões e comentários que contribuíram muito para a versão final desta tese: Professores Fernando Marroquim Leão de Almeida Jr., Carlos Ourívio Escobar, Marina Nielsen e Juan Carlos Montero Garcia.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Resumo

As Equações de Schwinger-Dyson consistem em um método não-perturbativo para calcular as funções de Green de uma teoria de campo. A geração de uma massa dinâmica do glúon é prevista na solução de Cornwall das Equações de Schwinger-Dyson para o propagador do glúon, implicando que este é finito e não-nulo na origem dos momentos. Além disso, a massa dinâmica do glúon também determina o congelamento da constante de acoplamento na origem dos momentos. Estudaremos a aplicação desta solução em processos fenomenológicos, empregando o propagador do glúon e a constante de acoplamento finitos na região infravermelha. A escala de massa do glúon aparece como um parâmetro natural de corte para a regularização de divergências infravermelhas no cálculo de amplitudes de processos hadrônicos. Neste contexto, vamos estudar algumas aplicações em duas classes de processos hadrônicos: espalhamento difrativo prótonpróton e decaimentos não-leptônicos de mésons B. Calcularemos as seções de choque total e diferencial do espalhamento próton-próton no modelo de Pomeron de Landshoff-Nachtmann, utilizando um fator de forma de QCD do próton válido em toda região de momento. Vamos determinar o comportamento de x pequeno da função de estrutura do glúon em função do crescimento da seção de choque total próton-próton a altas energias, a partir em um modelo eiconal baseado em QCD. As razões de ramificação para decaimentos não-leptônicos de mésons B em dois corpos serão calculadas para canais de aniquilação pura no formalismo de fatorização de QCD. As amplitudes de decaimento serão obtidas com a ajuda de propagadores de glúon e constantes de acoplamento que foram obtidas em diferentes soluções das Equações de Schwinger-Dyson de QCD. Verificaremos em cada caso que a prescrição de uma massa dinâmica do glúon fornece resultados em excelente concordância com os dados experimentais. Podemos considerar este acordo como um teste fenomenológico para o comportamento finito no infravermelho do propagador do glúon e da constante de acoplamento, que suporta a geração de uma massa dinâmica do glúon como um fenômeno próprio da QCD não-perturbativa.

Palavras Chaves: QCD; massa dinâmica do glúon; espalhamento pp; decaimentos do méson B

Áreas do conhecimento: Ciências exatas e da Terra; Física; Física das Partículas Elementares e Campos

Abstract

The Schwinger-Dyson equations provide a non-perturbative method for calculating the Green functions of a field theory. The dynamical generation of a gluon mass is predicted in Cornwall's solution of the Schwinger-Dyson equations for the gluon propagator, implying that the propagator is finite and non-null at the origin of the momenta. Besides that, the dynamical gluon mass yields the freezing of the coupling constant at the origin of the momenta. We will study the application of this solution in phenomenological processes, by employing the infrared finite gluon propagator and coupling constant. The gluon mass scale appears as a natural cutoff parameter for the regularization of infrared divergences in amplitudes calculations of hadronic processes. In this context, we shall study some applications in two different classes of hadronic processes: ppelastic scattering and non-leptonic B mesons decays. We will compute the total and differential pp elastic scattering cross sections within the Landshoff-Nachtmann Pomeron model, by using a QCD proton form factor for the full range of momenta. We will determine the small x behavior of the gluon structure function by relating it to the increase of the total cross section for ppscattering at high energies, within a QCD inspired eikonal model. It will be computed the branching ratios for two-body non-leptonic decays of B mesons for channels of pure annihilation within the QCD factorization approach. The decay amplitudes will be calculated with the help of infrared finite gluon propagators and coupling constants that were obtained in different solutions of the QCD Schwinger-Dyson equations. We shall verify in each case that the prescription of a dynamical gluon mass results in a remarkable agreement with the experimental data. We can regard such agreement as a phenomenological test for the infrared finite behavior of the gluon propagator and coupling constant, supporting the existence of the dynamical gluon mass generation as a proper phenomenon of the non-perturbative QCD.

Conteúdo

	Introdução				
1	Inte	aterações entre quarks			
	1.1	Introdução	6		
	1.2	Simetrias de gauge do Modelo Padrão	8		
	1.3	Interações Eletrofracas	9		
		1.3.1 Lagrangiana Eletrofraca	10		
		1.3.2 Correntes de quarks	14		
	1.4	Interações fortes	17		
		1.4.1 A constante de acoplamento efetiva	19		
		1.4.2 Liberdade assintótica	21		
	1.5	QCD perturbativa e fenomenologia hadrônica	23		
		1.5.1 Estados hadrônicos	23		
		1.5.2 Fatorização	24		
		1.5.3 Fator de forma: Espalhamento elástico	25		
		1.5.4 Funções de Estrutura: Espalhamento inelástico e Modelo de Pártons $\ .\ .$	26		
		1.5.5 Processos exclusivos	29		
	1.6	QCD não-perturbativa: as equações de Schwinger-Dyson	30		
		1.6.1 Propagadores finitos no infravermelho com $D(0) \neq 0$	32		
		1.6.2 Propagadores finitos no infravermelho com $D(0) = 0$	34		
2	\mathbf{Esp}	alhamento $pp/\bar{p}p$ a altas energias	36		
2.1 Introdução		Introdução	36		
	2.2	Cinemática	38		
	2.3 A matriz S e as quantidades físicas $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$		39		
	2.4	Seção de choque no canal t : Modelo de Pomeron $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	41		
		2.4.1 Pomeron de Landshoff & Nachtmann	45		
	2.5	Seção de choque total no canal $s:$ Modelo de Mini-jatos $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	47		
	2.6	Formulação eiconal	49		
3	Corte IR natural em processos difrativos				
3.1 Introdução			53		
	3.2 Fator de forma do próton				
		3.2.1 Cálculo do espalhamento elástico pp no modelo de LN $\ldots\ldots\ldots\ldots$	54		

		3.2.2	Fator de forma de QCD do próton	56		
		3.2.3	Análise numérica	59		
		3.2.4	Considerações finais	62		
	3.3	Funçã	o de estrutura do glúon para x pequeno $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	63		
		3.3.1	Distribuição de glúons e crescimento da seção de choque total	64		
		3.3.2	A distribuição de glúons em escalas de resolução Q^2 moderadas	67		
		3.3.3	Considerações finais sobre o modelo de MDG	71		
4	Decaimentos do méson B					
	4.1	Introd	ução	74		
	4.2	Decair	nentos não-leptônicos	75		
	4.3	Hamil	toniana efetiva para decaimentos fracos	76		
	4.4	Ampli	tudes de decaimento	79		
		4.4.1	Amplitudes de distribuição	82		
		4.4.2	Diagramas de Feynman em $\mathcal{O}(\alpha_s)$	83		
5	Corte IR natural em decaimentos de aniquilação não-leptônicos do méso n ${\cal B}$					
	5.1	Introd	ução	85		
	5.2	Cálcul	o das amplitudes	87		
		5.2.1	Canais sem charme	87		
		5.2.2	Decaimentos com charme	90		
	5.3	Result	ados numéricos	93		
	5.4	Anális	e dos resultados numéricos	96		
6	Conclusão					
\mathbf{A}	Coordenadas do Cone de Luz					
	Bib	liograf	ia	105		

Introdução

O modelo atômico, constituído por elétrons e um núcleo formado por prótons e nêutrons, é capaz de explicar as propriedades químicas das dezenas de elementos da tabela periódica. Até o início da década de 1930 estas três partículas e o fóton compunham o cenário das partículas elementares conhecidas. Em 1933, uma nova partícula fundamental foi descoberta: o pósitron, a anti-partícula do elétron. Em 1947 a descoberta do méson π abriu o caminho para o que seria uma multidão de novas partículas que interagem fortemente. Estas partículas não fazem parte da constituição da matéria comum, sendo produzidas somente em colisões de partículas a altas energias. Os raios cósmicos são uma fonte natural de partículas de altas energias, e foi através destes que diversas partículas novas foram descobertas, como o méson π , o múon, o pósitron, etc. Os experimentos com câmaras de bolhas e o desenvolvimento de aceleradores de partículas aumentaram o número de novas descobertas, e em meados da década de 1960 dezenas de partículas que interagem fortemente já haviam sido descobertas. A melhor classificação nesta época era a divisão entre partículas que interagem através das forças forte, eletromagnética e fraca, os hádrons, que por sua vez podem ser divididos entre mésons e bárions, e as partículas que interagem somente através das forças eletromagnética e fraca, os léptons. Os léptons são partículas fundamentais fermiônicas, cujo espectro é formado pelo elétron, o múon, o tau, os neutrinos correspondentes a cada um destes, e suas respectivas anti-partículas. Já os hádrons formam um espectro muito mais complexo com dezenas de partículas, sendo que os mésons são bósons e os bárions são férmions. Todas as partículas fundamentais também interagem através da força gravitacional. No entanto, devido à pequena massa destas partículas a interação gravitacional pode ser desprezada nas escalas de energias observadas em experimentos.

Uma estrutura simples é o que necessitamos geralmente para compreender uma fenomenologia complexa. Assim como os elementos químicos são entendidos através de um modelo simples que utiliza apenas três partículas elementares, a existência de um grande número de novas partículas torna desejável uma estrutura mais fundamental, levando à descoberta de um novo cenário de partículas fundamentais. Este é justamente o caso do complicado espectro de hádrons observado. Esta questão começou a ser resolvida em 1964, quando Gell-Mann [1] e Zweig [2] propuseram a existência de três constituintes fundamentais, os quarks, aos quais atribuíram propriedades que permitem acomodar todas as partículas que interagem fortemente. Os quarks são férmions, suas cargas elétricas são dadas por frações do módulo da carga elétrica fundamental do elétron e, e além disso possuem três "sabores", up, down, strange: o quark up possui carga elétrica $\frac{2}{3}e$, os quarks down e strange, cargas de $-\frac{1}{3}e$. O espectro de hádrons é obtido da seguinte maneira: os bárions são formados por três quarks, e os mésons por um quark e um anti-quark. Com a descoberta de novas partículas, mais quarks foram adicionados ao modelo, sendo que hoje tudo indica que existem seis sabores de quarks: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *bottom* e *top*, ou simplesmente *u*, *d*, *s*, *c*, *b*, *t*. As cargas elétricas para os quarks adicionais são de $-\frac{1}{3}e$ para o quark *b* e $\frac{2}{3}e$ os quarks *c* e *t*.

Inicialmente o modelo de quarks não foi encarado como uma realidade física, mas como um artifício matemático. Em 1969, o sucesso do modelo de pártons de Feynman [3] para explicar os dados experimentais de espalhamento profundamente inelástico elétron-próton foi fundamental para que o ceticismo inicial a respeito do modelo de quarks fosse superado. A construção de uma teoria das interações fortes com base no modelo de quarks teve início logo em 1964, quando a existência de um novo grau de liberdade para os quarks foi introduzida pelos trabalhos de O. W. Greenberg [4], M. Y. Han e Y. Nambu [5]. A Cromodinâmica Quântica ou QCD, a teoria de gauge não-abeliana que descreve as interações fortes, foi proposta em 1971 por M. Gell-Mann, H. Fritzsch e H. Leutwyler [6]. A QCD é baseada no grupo de simetria SU(3) deste novo grau de liberdade chamado de cor. Os campos fundamentais da QCD são os quarks, que possuem três cores, vermelho, verde e azul (e de maneira equivalente os anti-quarks possuem três anti-cores), e são descritos por um tripleto de cor. Os bósons de gauge da teoria são os glúons, representados por um octeto de cor. Há várias evidências experimentais indiretas que suportam a existência do grau de liberdade de cor, como o decaimento $\pi^0 \to 2\gamma$ e a aniquilação de pares e^+e^- [7]. No entanto somente os hádrons em estado de singleto de cor (estados sem cor) são observados na natureza como estados físicos. Quarks e glúons estão confinados em hádrons e não são observados como estados isolados. A QCD deve acomodar este fato experimental através da propriedade de confinamento de cor. Os mésons e bárions formam o espectro de hádrons em estado de singleto de cor conhecidos. Além disso a QCD prevê estados "exóticos" como por exemplo: partículas formadas apenas por glúons, os glueballs (gg, ggg, \dots) , estados híbridos $(q\bar{q}g)$, e também outros estados formados por quarks como os tetraquarks $(qq\bar{q}\bar{q})$ e pentaquarks $(qqqq\bar{q})$.

O fato de que a força forte é tão grande a ponto de confinar quarks e manter prótons e nêutrons juntos para formar o núcleo de um átomo é uma indicação de que o acoplamento forte é muito grande para que técnicas perturbativas usuais de teorias quânticas de campo possam ser aplicadas. Entretanto, a QCD é uma teoria de gauge não-abeliana, que possui a propriedade da *liberdade assintótica*, descoberta em 1973 por Politzer [8], David Gross e Wilczek [9]. A liberdade assintótica determina que a constante de acoplamento que caracteriza as interações fortes entre os quarks diminui assintoticamente e para escalas de alta energias (ou curtas distâncias) os quarks estão livres dentro dos hádrons. Por outro lado em escalas de baixas energias (ou longas distâncias) o acoplamento diverge invalidando a abordagem perturbativa, e tal divergência deve coincidir com a região de confinamento, que portanto deve ser tratada através de métodos não-perturbativos. Neste sentido a descoberta da liberdade assintótica foi extremamente importante, pois esta permite a aplicação das técnicas usuais de teoria de perturbação em cálculos de processos hadrônicos que envolvem energias altas. Portanto a QCD é caracterizada por dois regimes distintos: um regime perturbativo para energias altas e um regime não-perturbativo para energias baixas.

A QCD acumula inúmeros sucessos na descrição de fenômenos hadrônicos no limite de altas energias, graças à propriedade da liberdade assintótica, como por exemplo a descrição da produção de jatos hadrônicos, decaimentos de "quarkônios" pesados e aniquilação de pares e^+e^- em hádrons [7,10]. Entretanto, a teoria correta das interações fortes deve exibir tanto a propriedade da liberdade assintótica como também a de confinamento, e ser capaz de descrever fenômenos de altas e baixas energias. A liberdade assintótica, como já foi dito, é uma propriedade de teorias de gauge não-abelianas em geral. Por outro lado, a propriedade de confinamento só foi provada em algumas teorias em dimensões reduzidas, como a Eletrodinâmica Quântica (QED) em 1+1 dimensões [11]. Estes modelos foram bastante estudados e são importantes para entender as características de uma teoria quântica de campo que exibe confinamento. Porém, a prova de que o confinamento é uma propriedade da QCD em uma teoria realista de 3+1 dimensões permanece um problema em aberto.

Existem vários modelos fenomenológicos e técnicas não-perturbativas que permitem estudar a região de baixa energia da QCD. Entre as técnicas não-perturbativas mais utilizadas podemos citar por exemplo a QCD na rede (*lattice QCD*) e as Equações de Schwinger-Dyson (ESD), que têm permitido inúmeros avanços na área. Estas técnicas permitem obter as funções de Green, que são os objetos fundamentais que determinam a dinâmica em uma teoria quântica de campo. Os resultados obtidos a partir de técnicas não-perturbativas são válidos para todas as energias e devem portanto fornecer a dinâmica de baixas energias, ao mesmo tempo que no limite de altas energias devem ser compatíveis com as predições das teoria perturbativa. Nesta tese vamos nos concentrar em resultados obtidos através das ESD.

As técnicas não-perturbativas mencionadas acima possuem suas limitações práticas no entanto. Por exemplo, a QCD na rede é uma teoria baseada na discretização do espaço-tempo na forma de uma "rede", e portanto é limitada pelo tamanho finito das células de tal rede, o que impede o cálculo das funções exatamente na origem. As ESD são constituídas por uma torre infinita de equações acopladas. Na prática, portanto, para resolver tais equações é necessário recorrer a algum tipo de truncamento ou aproximação, e diferentes formas de truncamento das ESD podem fornecer diferentes soluções.

A solução das ESD para a função de dois pontos de um quark é capaz de descrever fenômenos não-perturbativos como a geração dinâmica de massa e a quebra de simetria quiral [12]. Já as soluções das ESD para o glúon, que são o objeto de estudo desta tese, estão diretamente relacionadas à propriedade de confinamento. Existem soluções das ESD para o propagador do glúon na literatura que propõem diferentes cenários para a propriedade de confinamento, como as soluções de Cornwall [13] e Alkofer *et al.* [14]. Ambas soluções prevêem que tanto a constante de acoplamento como o propagador do glúon são finitos na origem, e não singulares como prevê a teoria perturbativa. De fato, inúmeras evidências indicam que a constante de acoplamento é "congelada" na origem (ver [15] e referências lá contidas). Quanto ao propagador do glúon, apesar de haver um consenso de que este é finito na origem, o mesmo não ocorre no que diz respeito ao seu comportamento qualitativo, existindo duas classes de soluções: uma classe prevê um propagador com valor finito e diferente de zero na origem, e outra prevê um propagador nulo na origem. A solução de Cornwall pertence à primeira classe de soluções, enquanto a de Alkofer *et al.* pertence à segunda classe.

Para tentar selecionar qual das soluções das ESD para o propagador do glúon é a correta, é possível comparar estas diferentes soluções com resultados obtidos da QCD na rede e com análises fenomenológicas. Por enquanto, estudos de QCD na rede já eliminaram a existência de um propagador singular na origem para o glúon [16, 17], e resultados recentes apontam que uma solução como a de Cornwall com valor não-nulo na origem é provavelmente a correta [18]. Além disso, no campo de aplicações fenomenológicas, estas soluções são as mais satisfatórias para descrever os dados experimentais de vários tipos de processos [15, 19–29]. Nesta tese estamos interessados especificamente nas implicações fenomenológicas de tais soluções finitas e não-nulas das funções de Green do glúon obtidas pelas ESD. A principal implicação de uma solução na qual o propagador é finito e não-nulo na origem é a geração de uma massa dinâmica para o glúon. Uma solução deste tipo é a obtida por Cornwall [13], que estimou que esta massa dinâmica depende de uma escala dada por

$$m_q = 500 \pm 200 \,\mathrm{MeV} \approx 2\Lambda_{QCD}$$

Em primeiro lugar, devemos notar que uma massa dinamicamente gerada para o glúon depende do momento e deve ser nula no regime assintótico. Desta maneira não há violação da simetria de gauge pois não existem termos dependentes de estados assintóticos massivos para o glúon que entrariam na Lagrangiana da teoria. Também podemos inferir que esta escala de massa representa uma regularização das divergências infravermelhas da teoria, introduzindo desta maneira um *corte natural* para cálculos perturbativos de processos hadrônicos. Apesar de não ser possível uma medição direta desta massa, várias implicações fenomenológicas podem ser verificadas, como por exemplo a obtenção do espectro de *glueballs*. Muitos parâmetros dimensionais que são tomados *ad hoc* podem ser entendidos qualitativamente através de uma massa dinâmica para o glúon, como por exemplo a auto-energia do vácuo e o limiar de produção de glúons. Cornwall também discutiu a partir desta solução massiva a descrição de um cenário de confinamento através da formação de vórtices.

Outras comparações podem ser feitas através de aplicações fenomenológicas das soluções das ESD em geral no contexto da Teoria de Perturbação Dinâmica de Pagels e Stokar [12], na qual devemos substituir as funções de Green da teoria perturbativa por quantidades "vestidas" que contenham informações de física não-perturbativa. Este tipo de aplicação gera uma melhoria na série perturbativa que converge muito mais rapidamente. Por exemplo, observa-se que os dados experimentais do fator de forma do píon são bem descritos neste contexto [22]. Outros problemas que são afetados pela física não-perturbativa, como o espalhamento difrativo entre hádrons, também são beneficiados por estas idéias [19,20]. A inclusão de efeitos não-perturbativos, como o congelamento da constante de acoplamento em escalas de baixa energia, em cálculos de processos inclusivos também foi discutida por Brodsky [30, 31]. Tendo em vista estes resultados, acreditamos que as soluções massivas do propagador do glúon permitem uma descrição satisfatória de processos hadrônicos. Além disso, o tratamento destes processos em teoria de perturbação gera amplitudes que possuem divergências no infravermelho sempre que há a troca de um glúon. Ao introduzirmos uma escala de massa para o glúon, estamos introduzindo um corte infravermelho que surge naturalmente na teoria da QCD através do formalismo das ESD. Nesta tese, vamos aplicar estas idéias em dois tipos de processos em física hadrônica: a física difrativa de espalhamentos próton-próton e os decaimentos fracos não-leptônicos de aniquilação de mésons B.

Iniciamos nossos estudos apresentado no Capítulo 1 uma revisão de conceitos importantes para o estudo da fenomenologia hadrônica. Discutimos as interações fortes e fracas entre quarks, revisando alguns pontos básicos das teorias de Weinberg-Salam-Glashow da força eletrofraca e da QCD perturbativa. A aplicação da teoria de quarks para cálculos em fenomenologia hadrônica No segundo capítulo vamos iniciar os estudos de fenomenologia hadrônica através do estudo do espalhamento próton-próton a altas energias. Após um breve apanhado dos resultados do estudo da matriz de espalhamento S para interações hadrônicas, discutiremos dois modelos que explicam o crescimento das seções de choque totais hadrônicas a altas energias, observado experimentalmente: o modelo de Pomeron e o modelo de mini-jatos. No final do capítulo veremos como o formalismo eiconal é aplicado para garantir a unitaridade destes modelos.

No Capítulo 3 introduzimos a idéia de uma escala de massa do glúon aplicada a cálculos de espalhamento difrativo entre prótons e/ou anti-prótons. A massa do glúon será utilizada na determinação do fator de forma de QCD do próton e do comportamento de x pequeno para a função de distribuição do glúon.

O quarto capítulo é dedicado a uma introdução à física dos mésons B, os mésons que possuem um quark bottom. Neste capítulo revisamos dois aspectos da descrição teórica de decaimentos fracos não-leptônicos de mésons B. Primeiro, discutimos a descrição da teoria efetiva de baixa energia para estes decaimentos através do formalismo de Expansão do Produto de Operadores. Depois mostramos como tratar os elementos de matriz dos operadores de quatro-quarks efetivos da teoria através de teoremas de fatorização.

No Capítulo 5 vamos aplicar a massa do glúon como um corte natural para tratar as divergências infravermelhas em cálculos de amplitudes para alguns canais de decaimentos. Escolhemos os seguintes canais de decaimento que ocorrem somente através de diagramas aniquilação: $B_s^0 \to \pi^+\pi^-$, $D^{\pm}\pi^{\mp} \in B_d^0 \to K^+K^-$, $D_s^{\pm}K^{\mp}$. Os decaimentos de aniquilação são caracterizados pelo fato de que todos os quarks no estado final são diferentes dos quarks iniciais.

Na última parte da tese, apresentaremos nossas conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

Capítulo 1

Interações entre quarks

"Three Quarks for Muster Mark! Sure he hasn't got much of a bark And sure any he has it's all beside the mark." James Joyce, Finnegan's Wake (1939)

1.1 Introdução

Os *quarks* e *léptons* são as partículas fundamentais constituintes da matéria que são descritas pelo Modelo Padrão das interações fundamentais, e podem ser divididos em três famílias ou gerações

$$\begin{bmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b \end{bmatrix}.$$

Os valores das massas para cada sabor de léptons e quarks aumentam da primeira para a terceira geração (apenas as massas dos neutrinos (ν) são nulas^{*}). Devido à pequena massa destas partículas vamos desprezar a interação gravitacional. Cada uma destas partículas, possui spin 1/2, i.e., são férmions, e possuem diversas cargas relacionadas às interações fundamentais: as cargas elétrica, de isospin fraco e de cor, que determinam respectivamente os acoplamentos eletromagnéticos, fracos e fortes, sendo que somente os quarks possuem carga de cor. Enquanto os léptons (elétron, múon, tau e seus respectivos neutrinos) são observados diretamente na natureza, os quarks (up, down, strange, charm, top, bottom) são observados apenas em estados ligados, os hádrons. Até hoje conhecemos dois tipos de hádrons: os bárions que são estados ligados de três quarks e os mésons, estados ligados de quark-antiquark. Entretanto o espectro hadrônico pode ser ainda mais complexo. A QCD também prevê a existência de estados ligados de glúons, os glueballs, e estados mistos formados por quarks e glúons. Além disso, é muito discutido na literatura a existência de estados de multiquarks como os tetraquarks e os pentaquarks, da forma $qq\bar{q}\bar{q}$ e $qqqq\bar{q}$. Para um discussão a respeito da espectroscopia de hádrons, veja por exemplo [33–35].

O Modelo Padrão é uma *teoria de gauge* ou de *calibre*. Tais teorias relacionam a dinâmica de um sistema com a existência de simetrias internas, que por sua vez estão relacionadas às leis de conservação de acordo com o Teorema de Noether. De uma maneira sistemática é possível

^{*}Algumas extensões do Modelo Padrão incluem massa para os neutrinos, já que há evidências de fenômenos de oscilação de neutrinos que implicam na existência de uma massa para estes [32].

construir uma teoria de interações entre partículas aplicando o *princípio de gauge*, que estabelece que uma dada interação está relacionada a uma quantidade conservada localmente. Ao impor que uma quantidade seja conservada localmente, i.e., que haja uma simetria local, há a necessidade de introduzir novos campos bosônicos de spin 1 para garantir que a Lagrangiana da teoria seja invariante. Desta maneira, além dos férmions portadores de carga introduz-se naturalmente na teoria um segundo tipo de partícula fundamental, os bósons de gauge intermediários, que transmitem as interações ao acoplarem-se às cargas das partículas.

A teoria de Weinberg-Salam-Glashow, desenvolvida na década de 1960 [36–38], descreve o setor eletrofraco do Modelo Padrão. Esta teoria é baseada nas simetrias de isospin fraco e hipercarga. O isospin fraco foi introduzido em analogia ao isospin isobárico da teoria nuclear, e a hipercarga é necessária para unificação das forças eletromagnética e fraca. As interações entre léptons e quarks ocorrem através da troca de três tipos de bósons, o fóton γ , os bósons massivos carregados W^{\pm} e o bóson neutro Z^0 . Esta teoria descreve de maneira unificada as interações eletromagnéticas que são responsáveis por inúmeros fenômenos observados no dia-a-dia, e as interações fracas, responsáveis pelo decaimento de uma partícula em estados mais leves que são energeticamente mais favoráveis. O fato de que a força eletromagnética pode ser percebida em fenômenos de escala macroscópica se deve a seu caráter de longo alcance. Por outro lado a força fraca, assim como a força forte, são forças de curto alcance e só atuam em escalas de comprimento da ordem do tamanho de um núcleo. O exemplo mais conhecido de interação fraca é o decaimento beta, que pode ser entendido através do decaimento fraco de um dos quarks down do nêutron:

$$n(udd) \rightarrow p(uud) + e^- + \bar{\nu}_e \implies d \rightarrow u + W^- \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e.$$

As interações eletrofracas também explicam porque partículas que são mais pesadas que prótons, nêutrons e elétrons são detectadas somente em experimentos que envolvem energias altas, e não estão presentes na constituição da matéria a baixas energias. Ao contrário de tais partículas, a maioria dos léptons e hádrons são instáveis e decaem através de processos eletrofracos até atingirem estados que correspondem à partículas mais leves e estáveis.

A Cromodinâmica Quântica (QCD), como já foi discutido na Introdução, é uma teoria de gauge não-abeliana que descreve o setor forte do Modelo Padrão. As interações fortes são responsáveis pela ligação entre os quarks que constituem os hádrons, e também pela força nuclear que mantêm prótons e nêutrons ligados formando o núcleo de um átomo. A interação forte entre os quarks ocorre através da troca de glúons, sendo que os quarks formam um tripleto de cores e os glúons formam um octeto. As propriedades de *confinamento* e *liberdade assintótica* determinam a existência de dois regimes distintos na QCD: um regime perturbativo para energias altas e um regime não-perturbativo para energias baixas.

Vemos portanto que a fenomenologia de hádrons é um campo de estudo vasto e complexo, devido não somente ao grande número de hádrons já descobertos, mas também à ação das forças fortes e eletrofracas. O entendimento de muitos processos é comprometido pela falta de conhecimento que temos a respeito da região não-perturbativa da QCD. Apesar de avanços em métodos não-perturbativos, ainda não é possível realizar cálculos de processos no regime nãoperturbativo a partir de primeiros princípios de QCD. A utilização de modelos fenomenológicos é uma ferramenta importante para preencher o vazio desta falta de conhecimento, e serve como guia na construção de uma teoria completa que descreva as interações fortes de forma que seja válida para qualquer escala de energia.

1.2 Simetrias de gauge do Modelo Padrão

O grupo de simetria do Modelo Padrão é obtido através da combinação das simetrias da teoria eletrofraca e da QCD, formando um único grupo que é quebrado através de um processo de quebra espontânea de simetria (SSB):

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{SSB} SU(3)_C \otimes U(1)_Q.$$
 (1.1)

No processo de quebra espontânea de simetria, as partículas adquirem massa através do mecanismo de Higgs.

Os grupos de simetria relacionados às interações eletromagnéticas são abelianos, enquanto para as interações fortes e fracas são grupos não-abelianos. A Lagrangiana do Modelo Padrão é obtida impondo a simetria local sob transformações do grupo (1.1), tal que o resultado obtido seja invariante sob tais transformações. Podemos dividir tal Lagrangiana em dois termos relativos às simetrias fortes e eletrofracas, além do termo de Higgs

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QCD}} + \mathcal{L}_{\text{EW}} + \mathcal{L}_{\text{H}}, \qquad (1.2)$$

onde \mathcal{L}_{QCD} corresponde à simetria $SU(3)_C$, \mathcal{L}_{EW} à simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, e \mathcal{L}_{H} é o temo de Higgs. Dado um grupo de simetria, a aplicação do princípio de gauge oferece uma forma sistemática para a obtenção de Lagrangianas invariantes com termos de interação. Descrevemos a seguir de uma forma geral como aplicar este princípio para grupos abelianos e não-abelianos, dada uma Lagrangiana para um campo fermiônico,

$$\mathcal{L}_{\psi} = \bar{\psi}(i\partial)\psi, \tag{1.3}$$

invariante sob transformações globais. Para maiores detalhes, ver por exemplo [7,39-41].

Para simetrias descritas por grupos abelianos como
oU(1),sob uma transformação local dada por

$$\psi \to \psi' = \exp[-i\alpha(x)]\psi,$$
 (1.4)

a Lagrangiana (1.3) transforma-se como

$$\mathcal{L}_{\psi} \to \mathcal{L}'_{\psi} = \mathcal{L}_{\psi} + \bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi(\partial^{\mu}\psi), \qquad (1.5)$$

e portanto não é invariante sob tal transformação. Para tornar (1.3) invariante sob transformações locais é necessário introduzir um campo de gauge A_{μ} através de um acoplamento mínimo, definindo a derivada covariante

$$D_{\mu} \equiv \partial_{\mu} + ieA_{\mu} \,. \tag{1.6}$$

Este campo deve transformar-se de acordo com

$$A_{\mu}(x) \rightarrow A_{\mu}(x) + e^{-1}\partial_{\mu}\alpha(x),$$
 (1.7)

sendo e o acoplamento entre o campo de gauge e os campos de matéria. O termo cinético do campo de gauge, dado por

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \,, \tag{1.8}$$

é invariante sob (1.7), visto que o tensor de campo $F^{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ é invariante sob tal transformação. Já um termo de massa,

$$\mathcal{L}_{A}^{m} = -\frac{1}{2} A_{\mu} A^{\mu} \,, \tag{1.9}$$

não é invariante de gauge e não pode ser introduzido na Lagrangiana. As massas para os campos de gauge, assim como para os campos de matéria, devem ser geradas pelo mecanismo de Higgs.

A teoria de Yang-Mills [42] estende o princípio de gauge para grupos não-abelianos. Para grupos que obedecem a álgebra de Lie, como é o caso dos grupos SU(3) e SU(2), os geradores das transformações obedecem a relação de comutação

$$[T^a, T^b] = f^{abc} T^c , (1.10)$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura do grupo. Novamente a Lagrangiana de campos de matéria (1.3) deve ser invariante sob transformações de gauge locais

$$\psi \to \psi' = \mathcal{U}\psi, \qquad \mathcal{U} = \exp[-iT^a\alpha^a(x)].$$
 (1.11)

Introduzindo um campo de gauge para cada gerador, definimos assim a derivada covariante

$$D_{\mu} \equiv \partial_{\mu} - igT^a A^a_{\mu}, \tag{1.12}$$

sendo g o acoplamento entre os campos de gauge e os campos de matéria. Para que a Lagrangiana seja invariante sob as transformações locais (1.11) é necessário fixar as seguintes transformações

$$D^{\mu} \longrightarrow (D^{\mu})' = \mathcal{U} D^{\mu} \mathcal{U}^{\dagger}, \qquad A^{\mu} \longrightarrow (A^{\mu})' = \mathcal{U} A^{\mu} \mathcal{U}^{\dagger} + \frac{i}{g} (\partial^{\mu} \mathcal{U}) \mathcal{U}^{\dagger}.$$
 (1.13)

Da mesma forma que no caso abeliano, obtemos que os termos cinéticos da Lagrangiana correspondentes aos campos de gauge são invariantes, enquanto os termos de massa destes campos não são invariantes.

1.3 Interações Eletrofracas

O Modelo de Weinberg-Salam-Glashow, a teoria de gauge das interações eletrofracas, é baseado no grupo de simetria não-abeliano $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, onde $SU(2)_L$ [†] representa a simetria de isospin fraco T, e $U(1)_Y$ representa a simetria de hipercarga Y. Há uma relação entre os números quânticos T_3 (a terceira componente do isospin) e Y do $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \,. \tag{1.14}$$

Os geradores das transformações deste grupo satisfazem a álgebra de Lie:

$$[T^{i}, T^{j}] = i\epsilon^{ijk}T^{k}, \qquad [T^{i}, Y] = 0.$$
(1.15)

Os campos espinoriais podem ser decompostos em estados de mão-esquerda e mão-direita, ou seja, em seus estados de helicidade

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi = L\psi, \qquad \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi = R\psi.$$
 (1.16)

[†]O subscrito L indica que este grupo atua somente em estados de mão-esquerda ("Left-hand").

Para os espinores conjugados temos $\bar{\psi}_R = \bar{\psi}L \ e \ \bar{\psi}_L = \bar{\psi}R$.

Assim, vemos que termos de massa na Lagrangiana misturam componentes de mão esquerda e mão direita

$$\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R\,. \tag{1.17}$$

Há dois tipos de correntes de férmions na teoria eletrofraca: as correntes vetoriais e as correntes vetoriais-axiais (V - A). No caso de correntes vetoriais, que correspondem às correntes eletromagnéticas e correntes fracas neutras, não ocorre mistura entre as componentes dos campos

$$\bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi = \bar{\psi}_{L}\gamma_{\mu}\psi_{L} + \bar{\psi}_{R}\gamma_{\mu}\psi_{R}. \qquad (1.18)$$

As correntes carregadas fracas por sua vez são da forma (V - A) e podem ser escritas em termos dos estados de helicidade

$$\bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L = \bar{\psi} R \gamma_\mu L \psi = \frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi \,. \tag{1.19}$$

A representação dos campos fermiônicos de mão esquerda é dada por isodubletos e dos campos de mão direita por isosingletos do grupo $SU(2)_L$ [‡]:

$$\begin{bmatrix} \nu & q_u \\ l - & q_d \end{bmatrix} \Longrightarrow T_3 = \begin{cases} \frac{1}{2} & \longrightarrow L_e = \begin{pmatrix} \nu \\ l^- \end{pmatrix}_L, \quad L_q = \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L, \quad (1.20)$$

$$T_3 = 0 \longrightarrow R_e = l_R^-, \quad R_q = q_{uR}, \ d_{uR}.$$
(1.21)

1.3.1 Lagrangiana Eletrofraca

A Lagrangiana eletrofraca possui três termos: gauge (G), férmions (F) e Higgs (H),

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_H \,. \tag{1.22}$$

Introduzindo os bósons de gauge que se acoplam ao isospin e a hipercarga, respectivamente $\vec{W}^{\mu} = (W^{1}_{\mu}, W^{2}_{\mu}, W^{3}_{\mu})$ e B_{μ} , escrevemos o termo de gauge da Lagrangiana (1.22):

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} F_i^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} , \qquad (1.23)$$

onde $F^i_{\mu\nu}$ (i = 1, 2, 3) é o tensor de campo do SU(2),

$$F^{i}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}W^{i}_{\nu} - \partial_{\nu}W^{i}_{\mu} - g_{2}\epsilon^{ijk}W^{j}_{\mu}W^{k}_{\nu}, \qquad (1.24)$$

e $B_{\mu\nu}$ é o tensor de campo do U(1) dado por

$$B_{\mu\nu} = \partial_{\mu}B_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu} \,. \tag{1.25}$$

Este termo determina os propagadores e os acoplamentos triplos e quádruplos dos bósons de gauge.

O termo fermiônico da Lagrangiana (1.22) é escrito incluindo os campos de mão-direita e mão-esquerda

$$\mathcal{L}_{\rm F} = \sum_{j=1}^{3} \bar{\psi}_R i \gamma^{\mu} D_{\mu} \psi_R + \sum_{j=1}^{3} \bar{\psi}_L i \gamma^{\mu} D_{\mu} \psi_L.$$
(1.26)

[‡]Só existem neutrinos de mão esquerda.

Para simplificar a notação escrevemos os campos fermiônicos de uma maneira geral, com ψ_L e ψ_R representando respectivamente os dubletos de mão-esquerda e os singletos de mão-direita. O somatório corre por todo espectro de léptons e quarks. A partir deste termo determinamos os acoplamentos entre os férmions e os bósons da teoria.

As derivadas covariantes são diferentes para os dois termos. Os férmions de mão-direita não se acoplam ao isospin fraco, portanto a derivada que atua sobre o primeiro termo da relação anterior é

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + i \frac{g_1}{2} Y B_{\mu}, \qquad (1.27)$$

onde g_1 é o acoplamento do grupo U(1). A derivada covariante que atua sobre os férmions de mão-esquerda é dada por

$$D_{\mu} = \mathbb{1}\left(\partial_{\mu} + i\frac{g_1}{2}YB_{\mu}\right) + ig_2\frac{\vec{\tau}_2}{2}\vec{W}_{\mu},\tag{1.28}$$

onde g_2 é a constante de acoplamento e $\vec{\tau}$ são os geradores do grupo SU(2), e 1 é a matriz unidade 2×2 .

Os férmions e bósons de gauge foram introduzidos na teoria como partículas sem massa. Os termos de massa para estas partículas são gerados pelo mecanismo de Higgs através do termo \mathcal{L}_H que inclui o acoplamento de bósons de gauge e férmions a um bóson escalar complexo, o chamado bóson de Higgs, que é representado por um dubleto

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+\\ \phi^0 \end{pmatrix}. \tag{1.29}$$

Vamos descrever como este mecanismo é capaz de gerar massa para as partículas a partir da introdução da Lagrangiana de Higgs

$$\mathcal{L}_{H} = (D^{\mu}\Phi)^{*} D_{\mu}\Phi - V(\Phi) + (-f_{u}q_{L}\tilde{\Phi}u_{R} - f_{d}q_{L}\Phi d_{R} - f_{e}q_{L}\Phi e_{R} + h.c.), \qquad (1.30)$$

onde D^{μ} é dado por (1.28), f são constantes de acoplamento arbitrárias e $\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^*$ é o conjugado de Φ e o termo de auto-interação do campo de Higgs é dado por

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^{\dagger} + \lambda (\Phi^{\dagger} \Phi)^2, \quad \lambda > 0, \qquad (1.31)$$

Este campo é simétrico em $\langle \Phi \rangle = 0$. As massas das partículas são geradas por um processo de quebra espontânea de simetria (SSB):

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{SSB} U(1)_Q.$$
 (1.32)

Para isto utilizamos a configuração do vácuo para o campo de Higgs, que é obtida minimizando o potencial (1.31):

$$\langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0\\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \tag{1.33}$$

com $v \equiv \sqrt{\mu^2/\lambda}$ e $\mu^2 > 0$. Empregando esta configuração na Lagrangiana (1.30) obtemos os termos de massa para férmions e bósons de gauge §

$$\mathcal{L}_{massa} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \left(\sum_{\alpha} f_{\alpha} \bar{\psi}_{\alpha} \psi_{\alpha} \right) + \left(\frac{v g_2}{2} \right)^2 W_{\mu}^+ W_{-}^{\mu} + \frac{v^2}{8} (W_{\mu}^3 B_{\mu}) \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_1 g_2 \\ -g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3^{\mu} \\ B^{\mu} \end{pmatrix}.$$
(1.34)

[§]Ver detalhes destes cálculos em [40].

onde $\alpha = u, d, e, \cdots$. As massas das partículas podem ser obtidas diretamente a partir desta Lagrangiana. Vemos então que as massas dos férmions são dadas por

$$m_{\alpha} = \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\alpha} \,. \tag{1.35}$$

Para bósons de gauge carregados, que são definidos por

$$W^{\pm}_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{1\mu} \mp i W_{2\mu}), \qquad (1.36)$$

a massa é

$$M_W = \frac{v}{2} g_2 \,. \tag{1.37}$$

O processo de quebra de simetria induz uma mistura entre os bósons neutros $B_{\mu} \in W^{3}_{\mu}$:

$$Z_{\mu} = \cos \Theta_W W_{\mu}^3 - \sin \Theta_W B_{\mu} \tag{1.38}$$

$$A_{\mu} = \operatorname{sen} \Theta_W W^3_{\mu} + \cos \Theta_W B_{\mu} , \qquad (1.39)$$

onde Θ_W é o ângulo de mistura eletrofraco,

$$\tan \Theta_W = \frac{g_1}{g_2} \,. \tag{1.40}$$

As massas obtidas para os bósons neutros são obtidas inserindo os os campos A_{μ} e Z_{μ} na Lagrangiana (1.34), obtendo desta maneira

$$M_{\gamma} = 0, \qquad M_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}.$$
 (1.41)

O poder de previsão do Modelo Padrão é notável, entretanto este modelo não pode representar todo o cenário de física de partículas, pois deixa várias questões em aberto. Uma destas questões refere-se justamente à variedade de massas existente no espectro de partículas elementares. As relações obtidas para as massas que mostramos nesta seção dependem de parâmetros desconhecidos, como os acoplamentos com o bóson de Higgs e o valor esperado deste no vácuo, que devem ser obtidos experimentalmente. Portanto, apesar de acomodar todas as partículas fundamentais conhecidas, o Modelo Padrão não oferece uma explicação para a variedade de massas destas partículas, indo de $m_e = 0.511$ MeV do elétron até $m_t = 174$ GeV para o quark top (sem contar neutrinos e o bóson de Higgs, cujas massas são desconhecidas). Algumas propostas para a solução desta e de outras questões em aberto estão presentes em extensões do Modelo Padrão, como por exemplo a Technicolor [43], a Supersimetria [44] e modelos com dimensões extras [45]. Com o início da operação do LHC espera-se testar não só o Modelo Padrão, que necessita da descoberta do Higgs como última partícula que ainda não foi detectada pelos experimentos, mas também a existência de Nova Física *além* do Modelo Padrão.

Por último, apresentamos as regras de Feynman para as interações eletrofracas obtidas a partir da Lagrangiana (1.22). Nas relações abaixo, o parâmetro η é o parâmetro de gauge, $V_{ff'}$ fornece a intensidade do acoplamento entre diferentes sabores como veremos adiante, e v_f e a_f são os acoplamentos vetoriais e axiais.

1) Propagadores



2) Vértices de bósons-férmions



3) Vértices dos bósons de gauge



onde: $S_{\mu\nu,\lambda\rho} = 2g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda}$.

4) Vértice Bósons W, Z-Higgs

1.3.2 Correntes de quarks

Nesta seção vamos analisar com mais detalhes os termos que representam as correntes de quarks, que serão importantes para este trabalho.

O acoplamento entre férmions e bósons de gauge nasce do termo $\bar{\psi}i\gamma_{\mu}D_{\mu}\psi$ da Lagrangiana eletrofraca (1.22), que pode ser decomposto em duas partes

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \mathcal{L}_{\text{NC}} + \mathcal{L}_{\text{CC}} \,. \tag{1.42}$$

O termo \mathcal{L}_{NC} representa interações de *correntes neutras* e \mathcal{L}_{CC} de *correntes carregadas*, e são dados por

$$\mathcal{L}_{\rm NC} = -eJ_{\mu}^{em}A^{\mu} + \frac{g_2}{2\cos\Theta_W}J_{\mu}^0 Z^{\mu}, \qquad (1.43)$$

$$\mathcal{L}_{\rm CC} = \frac{g_2}{2\sqrt{2}} \left(J^{\mu}_{+}, W^{+}_{\mu} + J^{\mu}_{-} W^{-}_{\mu} \right), \qquad (1.44)$$

onde e é a constante de acoplamento da QED e J_{em}^{μ} , J_{μ}^{0} e J_{μ}^{\pm} representam respectivamente as correntes eletromagnéticas, correntes fracas neutras, e correntes fracas carregadas, sendo que $J_{\mu}^{-} = (J_{\mu}^{+})^{\dagger}$.

As correntes neutras representam interações onde não há troca de carga e sabor, e são dadas

explicitamente por

$$J_{em}^{\mu} = \sum_{f} Q_f \, \bar{\psi}_f \gamma_{\mu} \psi_f \,, \qquad (1.45)$$

$$J^0_{\mu} = \sum_f \bar{\psi}_f \gamma_{\mu} (v_f - a_f \gamma_5) \psi_f , \qquad (1.46)$$

sendo que os acoplamentos vetoriais v_f e axiais a_f são dados por

$$v_f = T_3^f - 2Q_f \sin^2 \Theta_W, \qquad a_f = T_3^f,$$
 (1.47)

onde $Q_f \in T_3^f$ são respectivamente a carga e a terceira componente do isospin fraco do férmions de mão-esquerda de sabor f.

As correntes carregadas representam termos de interações com troca de sabor e de carga e são dadas por

$$J^{\mu}_{+} = \bar{u}\gamma_{\mu}(1-\gamma_{5})d' + \bar{c}\gamma_{\mu}(1-\gamma_{5})s' + \bar{t}\gamma_{\mu}(1-\gamma_{5})b'.$$
(1.48)

A notação q' refere-se a mistura de sabores de três gerações de quarks que é governada pela matriz unitária 3×3 de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM):

$$\mathbb{V}_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}.$$
 (1.49)

É possível parametrizar esta matriz utilizando três ângulos de mistura e uma fase:

$$\mathbb{V}_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{12} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},$$
(1.50)

onde $s_{ij} = \text{sen}\theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, e δ é uma fase que viola a simetria de CP em processos fracos de troca de sabor.

Uma parametrização muito utilizada para a matriz de CKM é a parametrização de Wolfenstein dada por [40]. Nesta parametrização os elementos da matriz CKM são expandidos em uma série de potências do parâmetro $\lambda = |V_{us}| = 0.22$. Até ordem $\mathcal{O}(\lambda^4)$ a matriz de CKM é dada então por:

$$\mathbb{V}_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\varrho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \varrho - i\eta) & A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (1.51)

Os novos parâmetros estão relacionados aos parâmetros da matriz (1.50) por

$$s_{12} = \lambda, \quad s_{23} = A\lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\varrho - i\eta).$$

A matriz de CKM foi introduzida em 1972, um ano antes da descoberta do *charm*, uma época em que somente três quarks das duas primeiras famílias eram conhecidos. Postulando a existência de uma terceira família de quarks foi possível obter um mecanismo de violação das simetrias de



Figura 1.1: Exemplos de diagramas que contribuem para os vértices efetivos para processos FCNC: (a) Diagramas de caixa para a transição $\bar{B}^0 - B^0$, (b) pingüim eletrofraco e (c) pingüim de QCD para o processo $b \to \bar{q}qd(s)$.

conjugação de carga e paridade (violação de CP). A existência do *charm* foi confirmada em 1974, assim como a existência da terceira família, sendo que o *bottom* foi descoberto em 1977 e o *top* em 1995 ¶. Os termos V_{ij} desta matriz não são previstos pelo Modelo Padrão, e são obtidos experimentalmente. Cada termo desta matriz representa a intensidade do acoplamento fraco entre os diferentes sabores, tal que a corrente carregada pode ser escrita agora como

$$J^{+}_{\mu} = (\bar{u}d')_{V-A} + (\bar{c}s')_{V-A} + (\bar{t}b')_{V-A} = (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t})_{L}\gamma_{\mu}\mathbb{V}_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L}.$$
 (1.52)

A notação $(\bar{q}p)_{V-A}$ representa a estrutura do acoplamento vetorial-axial das correntes carregadas fracas. Um exemplo deste tipo de corrente pode ser dado pelo termo

$$V_{ud}(\bar{u}d)_{V-A}.$$

A Figura 1.1 mostra exemplos de correntes neutras com troca de sabor (flavor changing neutral currents, FCNC). Estas correntes são proibidas a nível de árvore devido à estrutura dos vértices que envolvem os bósons neutros. Entretanto, através dos vértices W^{\pm} é possível

[¶]Three <u>more</u> Quarks for Muster Mark!

construir diagramas a nível de um *loop* que descrevem processos do tipo FCNC. Há dois tipos destes diagramas de FCNC: os diagramas de *pingüim* e diagramas de *caixa*. Podemos definir vértices efetivos e derivar regras de Feynman efetivas que representam tais correntes. Os cálculos destes vértices foram realizados por vários autores, como por exemplo Inami e Lim [46].

Encerramos por ora a discussão a respeito das interações eletrofracas, que serão retomadas nos capítulos 4 e 5, quando discutiremos decaimentos fracos não-leptônicos do méson B.

1.4 Interações fortes

A teoria de gauge que descreve as interações fortes é baseada na conservação da carga de cor descrita pelo grupo de simetria não-abeliano $SU(3)_C$. Os quarks possuem carga de cor que pode ser vermelha (R), verde (G) e azul (B). O campo fermiônico de quarks é escrito como ψ_j^{α} , com índices de cor j = R, G, B (ou 1, 2, 3) e de sabor $\alpha = u, d, s, \cdots$. O índice de sabor geralmente é omitido, e quando necessário escreve-se a função de onda explicitamente através do sabor do quark $\psi = u, d, s, c, b, t$. Os bósons de gauge da teoria são os glúons, representados pelo campo G_{μ}^{a} , que carregam cor com índice $a = 1, 2, \cdots, 8$.

A Lagrangiana da cromodinâmica é dada por

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu}_{a} F^{a}_{\mu\nu} + \sum_{\alpha} \bar{\psi}^{\alpha}_{j} (i D\!\!\!/_{jk} - m^{\alpha} \delta_{jk}) \psi^{\alpha}_{k} \,. \tag{1.53}$$

O tensor de campo dos glúons é escrito como

$$F^{a}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}G^{a}_{\nu} - \partial_{\nu}G^{a}_{\mu} - g_{s}f^{abc}G^{b}_{\mu}G^{c}_{\nu}, \qquad (1.54)$$

onde g_s é o acoplamento do SU(3), e a derivada covariante é

$$D_{\mu} = \left(\partial_{\mu} + ig_s G^a_{\mu} \frac{\lambda_a}{2}\right) \,. \tag{1.55}$$

Os quarks, anti-quarks e glúons são dados pelas representações de tripleto e octeto do grupo $SU(3)_C$, **3**, **3**^{*} e **8** respectivamente. Os geradores do grupo para uma representação R são denotados por { $\mathbb{F}_a(R)$ }. As matrizes $\lambda/2$ são geradores do grupo para a representação fundamental de tripleto, $\mathbb{F}(3) = \lambda/2$. A representação matricial de $\lambda/2$ é dada pelas matrizes de Gell-Mann [10, 40].

Os geradores obedecem as seguintes propriedades

$$\begin{bmatrix} \lambda^a, \lambda^b \end{bmatrix} = 2if^{abc}\lambda_c, \qquad \left\{\lambda^a, \lambda^b\right\} = \frac{4}{3}\delta^{ab}\mathbb{1} + 2d^{abc}\lambda_c,$$

$$\operatorname{tr}(\lambda^a) = 0, \qquad \operatorname{tr}(\lambda^a\lambda^b) = 2\delta^{ab},$$
 (1.56)

onde d_{abc} e f_{abc} são coeficientes totalmente antissimétricos.

Os invariantes de Casimir para uma determinada representação podem ser definidos por

$$C(R)\mathbb{1} = \sum_{a=1}^{8} \mathbb{F}_{a}^{2}(R), \qquad (1.57)$$

sendo que para as representações de quark e antiquark temos $C(\mathbf{3}) = C(\mathbf{3}^*) = 4/3$ e para a representação dos glúons $C(\mathbf{8}) = 3$. Estas quantidades auxiliam na determinação de fatores de cor em cálculos perturbativos.

Para obter as regras de Feynman podemos decompor a Lagrangiana da QCD (1.53) em vários termos substituindo as definições (1.54) e (1.55):

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} (\partial^{\mu} G_{a}^{\nu} - \partial^{\nu} G_{a}^{\mu}) (\partial_{\mu} G_{\nu}^{a} - \partial_{\nu} G_{\mu}^{a}) + \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{j}^{\alpha} (i \partial_{\mu} - m^{\alpha}) \psi_{j}^{\alpha} + -g_{s} G_{a}^{\mu} \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{j}^{\alpha} \gamma_{\mu} \left(\frac{\lambda^{a}}{2}\right)_{\alpha\beta} \psi_{j}^{\beta} +$$
(1.58)

$$+\frac{g_s}{2}f^{abc}(\partial^{\mu}G^{\nu}_a - \partial^{\nu}G^{\mu}_a)G^{b}_{\mu}G^{c}_{\nu} - \frac{g_s^2}{4}f^{abc}f_{ade}G^{\mu}_bG^{\nu}_cG^{d}_{\mu}G^{e}_{\nu}.$$
 (1.59)

Todos os termos de interação dependem da constante de acoplamento forte g_s . A primeira linha corresponde aos termos cinéticos dos campos de gauge e dos férmions que dão origem aos propagadores. A segunda linha descreve o vértice de interação quark-glúon. Na última linha estão termos de auto-interação dos glúons com vértices triplos e quádruplos, que estão diretamente ligados à natureza não-abeliana da teoria.

Para deduzir o propagador do glúon é necessário a introdução de um termo de fixação de gauge na Lagrangiana da QCD, além da introdução de *campos de ghosts*,

$$\mathcal{L}_{fg+gh} = -\frac{1}{2\eta} (\partial^{\mu} G^{A}_{\mu})^{2} + \partial_{\mu} \bar{c}_{a} \partial_{\mu} c_{a} + g_{s,0} f_{abc} G^{\mu}_{a} (\partial_{\mu} \bar{c}_{b}) c_{e}, \qquad (1.60)$$

onde os campos de *ghosts* são denotados por c_a . Estes campos são quantidades anticomutativas (são variáveis de Grassmann) que se acoplam somente aos glúons. Os acoplamentos ocorrem somente na forma de *loops* e não aparecem em estados assintóticos. Neste procedimento é adotado o gauge covariante de Lorentz. Existem outros esquemas de fixação de gauge não-covariantes que não envolvem a introdução de *ghosts*, como o gauge axial ou temporal, veja por exemplo a Ref. [7].

As regras de Feynman para a QCD obtidas da Lagrangiana $\mathcal{L}_{QCD} + \mathcal{L}_{fg+gh}$ segundo as Eq. (1.58) e (1.60) são as seguintes (aqui η é o parâmetro de gauge):

1) Propagadores



2) Vértices



O fato de que todos os vértices de interação dependem de uma única constante de acoplamento g_s é uma consequência da invariância de gauge da teoria. Além disso, as interações entre quarks e glúons são independentes do sabor dos quarks. Observamos também que o propagador do glúon é singular na origem dos momentos, pois sua massa é nula. Uma consequência da presença de campos não-massivos é o surgimento de divergências infravermelhas do tipo *soft*, pois quando $k^2 \rightarrow 0$ temos $D_G(k^2) \rightarrow \infty$. Quando há o acoplamento do glúon com quarks não-massivos podem surgir ainda divergências colineares, nas quais o momento do glúon é paralelo ao momento do quark. Para uma discussão mais aprofundada deste problema veja por exemplo [7], onde também discute-se a questão da regularização destas divergências e a renormalização da QCD, que não serão abordadas neste trabalho.

1.4.1 A constante de acoplamento efetiva

O comportamento da constante de acoplamento de uma teoria de gauge pode ser derivado através do formalismo das Equações do Grupo de Renormalização (EGR) [7]. Define-se a função beta por

$$\beta(g_s) = \mu \frac{\partial g_s}{\partial \mu}. \tag{1.61}$$

onde μ é o parâmetro de renormalização e o acoplamento g_s contém as contribuições da renormalização

$$g_{s(R)} = g_s \mu^{\epsilon/2} Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{-1/2}, \qquad (1.62)$$

onde Z_1 é a constante de renormalização para o vértice quark-quark-glúon, e Z_2 e Z_3 são respectivamente as constantes de renormalização para a auto energia do quark e do glúon.

Definindo a variável $t = \ln(Q^2/\mu^2)$ e escrevendo a constante de acoplamento em termos de $\alpha_s = g_s^2/4\pi$, podemos reescrever a Eq. (1.61) como

$$\frac{d\alpha_s(t)}{dt} = \beta(\alpha_s(t)), \tag{1.63}$$

com as condições $\alpha_s(t=0) = \alpha_s(\mu^2) = \alpha_s$. A função beta pode ser então expandida perturbativamente em potências de $\alpha_s(t)$

$$-\beta(\alpha_s(t)) = b_0 \alpha_s(t) + b_1 \alpha_s^3(t) + b_2 \alpha_s^4(t) + \cdots .$$
 (1.64)

Os coeficientes b_n da expansão (1.64) são obtidos calculando perturbativamente as contribuições de *n-loops* para as constantes de renormalização do acoplamento, de acordo com a Eq. (1.62). Os cálculos para os dois primeiros termos da expansão fornecem

$$b_0 = \frac{\beta_0}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{11}{3} C(\mathbf{8}) - \frac{n_f}{2} C(\mathbf{3}) \right), \qquad (1.65)$$

$$b_1 = \frac{\beta_1}{16\pi^2} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{102}{3} C(\mathbf{8}) - \frac{9n_f}{2} C(\mathbf{3}) \right) , \qquad (1.66)$$

onde n_f é o número de sabores efetivos, ou seja, o número de sabores de quarks com massa $m_q < Q$. Os termos para $n \ge 2$ dependem do esquema de renormalização.

Das Eq. (1.63) e (1.64) obtemos uma equação diferencial para $\alpha_s(Q^2)$:

$$\frac{d\alpha_s(t)}{dt} = Q^2 \frac{d\alpha_s(Q^2)}{dQ^2} = -b_0 \alpha_s^2(Q^2) \left[1 + \frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2) + \frac{b_2}{b_0} \alpha_s^2(Q^2) + \cdots \right].$$
 (1.67)

Ao invés de truncar a série, definimos os termos de ordem n da seguinte maneira

$$b_n = b_0 \left(\frac{b_1}{b_0}\right)^n,\tag{1.68}$$

tal que a expansão (1.67) possa ser escrita em termos de uma série geométrica

$$\frac{d\alpha_s(Q^2)}{dt} = -b_0 \alpha_s^2(Q^2) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2)\right)^n = -\frac{b_0 \alpha_s^2(Q^2)}{1 - \frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2)}.$$
(1.69)

A expressão anterior é equivalente à Eq. (1.67) até a ordem $\alpha_s^3(Q^2)$, e podemos utilizá-la para calcular a constante de acoplamento em ordem dominante (*leading order*, LO) e próxima ordem dominante (*next to leading order*, NLO).

Integrando a expressão (1.69), obtemos

$$\int_{\alpha_s}^{\alpha_s(Q^2)} \left(\frac{b_1}{b_0^2} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{b_0 \alpha^2}\right) d\alpha = t, \qquad (1.70)$$

$$\implies \frac{1}{b_0 \alpha_s(Q^2)} - \frac{1}{b_0 \alpha_s(\mu^2)} + \frac{b_1}{b_0^2} \ln\left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(\mu^2)}\right) = \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \tag{1.71}$$

Separamos agora os termos que dependem de Q^2 e μ^2 :

$$-\frac{1}{b_0\alpha_s(Q^2)} - \frac{b_1}{b_0^2}\ln(\alpha_s(Q^2)) + \ln Q^2 = -\frac{1}{b_0\alpha_s(\mu^2)} - \frac{b_1}{b_0^2}\ln(\alpha_s(\mu^2)) + \ln \mu^2 = C, \quad (1.72)$$

onde C é uma constante arbitrária relacionada ao parâmetro μ . Introduzindo um parâmetro dimensional Λ , que representa a escala na qual o acoplamento $\alpha_s \to \infty$,

$$\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) = \int_{\infty}^{\alpha_s(Q^2)} \frac{d\alpha}{\beta(\alpha)},\tag{1.73}$$

podemos escrever a constante C como

$$C = \ln \Lambda^2 + \frac{b_1}{b_0^2} \ln b_0. \tag{1.74}$$

Com a definição acima para o parâmetro C, obtemos uma expressão para α_s independente de μ , de (1.72) e (1.74):

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \left[\ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2} \right) - \frac{b_1}{b_0^2} \ln(b_0 \alpha_s(Q^2)) \right]}.$$
(1.75)

Expandindo esta equação em potências de $1/\ln(Q^2/\Lambda^2)$ obtemos as expressões LO e NLO da constante de acoplamento

$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)},\tag{1.76}$$

$$\alpha_s^{NLO}(Q^2) = \alpha_s^{LO}(Q^2) \left[1 - \frac{\beta_1}{4\pi\beta_0} \alpha_s^{LO}(Q^2) \ln \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) \right] \\ = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \right].$$
(1.77)

A constante $\Lambda \equiv \Lambda_{\rm QCD}$ é chamada de escala da QCD, e o valor obtido experimentalmente para este parâmetro é $\Lambda_{\rm QCD} \simeq 300$ MeV.

A Fig. 1.2 mostra medidas experimentais da constante de acoplamento forte em função da escala Q e a curva prevista pela QCD perturbativa.

1.4.2 Liberdade assintótica

Das Eq. (1.76) e (1.77) vemos que o comportamento assintótico da constante de acoplamento é $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$, que caracteriza a propriedade da *liberdade assintótica*. Para entendermos a origem e a interpretação física desta propriedade, vamos fazer uma comparação com o caso da QED, cuja forma da constante de acoplamento é dada por [49]

$$\alpha_{QED}(Q^2) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{-Am^2}\right)}$$

$$\alpha_{QED}(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \to 0} 0$$

$$\alpha_{QED}(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \to \infty} \infty$$
(1.78)



Figura 1.2: Medidas de α_s em função da escala Q. Os símbolos abertos indicam que os cálculos utilizados na análise foram feitos em NLO, e os fechados em NNLO. As curvas são as previsões da QCD [47,48].

onde A = 5/3, m é a massa do elétron e $\alpha = e^2/4\pi$ é a constante de estrutura fina.

A constante de acoplamento da QCD, utilizando os termos em LO da Eq. (1.69), pode ser escrita como

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)\beta_0}{4\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)},$$

$$\alpha_s(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \to 0} \infty$$

$$\alpha_s(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \to \infty} 0,$$
(1.79)

sendo que para $n_f \leq 16$, temos $\beta_0 > 0$. Vemos portanto que o sinal de β_0 determina o comportamento de $\alpha_s(Q^2)$. Para momentos grandes (curtas distâncias) a constante de acoplamento é pequena e os quarks estão livres dentro dos hádrons, e é possível aplicar teoria de perturbação neste caso. Já para momentos pequenos (longas distâncias) a constante de acoplamento é infinita, portanto não é possível obter qualquer informação por métodos perturbativos neste regime. Qualitativamente isto significaria que a energia de ligação entre os quarks é infinita, e que este resultado poderia ser relacionado ao confinamento dos quarks. No entanto a análise para a obtenção da constante de acoplamento é perturbativa, e requer que α_s seja pequeno para que haja convergência, portanto para energias baixas o valor de α_s se torna cada vez maior até um ponto em que esta análise deixa de ser válida. Desta maneira, obtemos a separação da QCD em um regime *perturbativo* para momentos grandes e um regime *não-perturbativo* para momentos pequenos. Lembrando que

$$\beta_0 = \frac{11}{3}C(\mathbf{8}) - \frac{n_f}{2}C(\mathbf{3}) = 11 - \frac{2}{3}n_f, \qquad (1.80)$$

onde $C(\mathbf{8}) = 3 = N_C$ e $C(\mathbf{3}) = 4/3 = C_F$, sendo N_C o número de cores e C_F o fator de cor. Vemos que o segundo termo que corresponde à contribuição devido aos *loops* de férmions é negativo, e portanto o efeito qualitativo deste termo é o mesmo no caso da QED, de acordo com a Eq. (1.78). O termo positivo em (1.80) corresponde à contribuição devido a interações entre glúons. Desde que $n_f \leq 16$, o primeiro termo governa o sinal de β_0 e portanto o comportamento da constante de acoplamento. Termos de auto-acoplamento dos bósons de gauge existem em teorias não-abelianas, e desta maneira a liberdade assintótica está diretamente relacionada à natureza não-abeliana da QCD.

Podemos interpretar fisicamente este resultado da seguinte forma. No caso da QED, pares virtuais e^+e^- transformam o vácuo em torno de uma partícula com carga elétrica em um meio dielétrico, no qual ocorre um efeito de "blindagem" pois a carga medida a uma determinada distância é menor que a carga real. Este fenômeno é conhecido como polarização do vácuo. Já no caso da QCD um quark é cercado por um mar de partículas virtuais formado por glúons e pares quark-antiquark. Por um lado há o efeito de polarização do vácuo por pares quarksantiquark virtuais que diminuem a carga de cor do quark, e corresponde portanto ao termo negativo de β_0 . Por outro lado, os glúon virtuais possuem carga de cor cujo efeito é aumentar a carga do quark, causando um efeito "anti-blindagem", que corresponde ao termo positivo de β_0 . Por exemplo, um quark vermelho atrai uma componente vermelha da carga de cor de um glúon virtual aumentando sua carga efetiva. Desta maneira o valor positivo de β_0 é o resultado de uma disputa entre os efeitos de blindagem e anti-blindagem, que é vencida por este último para $n_f \leq 16$, condição satisfeita visto que o número de quarks conhecidos é $n_f = 6$. Portanto, vemos que o comportamento da constante de acoplamento da QED é o oposto da QCD pois, diferente do glúon que possui carga de cor, o fóton não carrega carga elétrica e portanto não há efeito anti-blindagem em QED.

1.5 QCD perturbativa e fenomenologia hadrônica

1.5.1 Estados hadrônicos

O modelo de quarks permite descrever o espectro de hádrons. Por exemplo, considerando apenas os três quarks mais leves — $u, d \in s$, o espectro é obtido através das representações fundamentais do grupo SU(3) de sabor. Desta forma um espectro de 9 mésons e 27 bárions é obtido, através da decomposição dos produtos das representações fundamentais de tripleto **3** e **3**^{*} para mésons

$$q\bar{q}: \quad \mathbf{3} \otimes \mathbf{3}^* = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8} \tag{1.81}$$

e para bárions

$$qqq: \quad \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{10}. \tag{1.82}$$

Além disso, mésons e bárions devem formar estados de singleto de cor, e podemos representar os seus estados como

$$|M\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta^{ij} |\bar{q}_i q_j\rangle, \qquad |B\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon^{ijk} |q_i q_j q_k\rangle.$$
(1.83)

Este cenário é estabelecido para compreender a variedade dos números quânticos dos hádrons. O estudo de estados quânticos ligados em sistemas relativísticos é entendido com base no formalismo de Bethe-Salpeter, desenvolvido em 1951 [50]. Um méson é descrito por uma função de onda que depende dos quadrimomentos do quark e do antiquark constituintes

$$\psi^{BS}(k_1, k_2) = \langle 0 | T\psi(k_1)\bar{\psi}(k_2) | M \rangle.$$
(1.84)

Em teoria quântica relativística, um estado ligado não possui um número fixo de constituintes, sendo que um estado hadrônico possui na verdade um mar infinito de partículas virtuais e a descrição acima seria apenas o termo de primeira ordem. A maneira apropriada de descrever um méson é através de uma superposição de estados da seguinte maneira [51]

$$|M\rangle = \sum_{n} \langle n|M\rangle |n\rangle$$

=
$$\sum_{q\bar{q}} \psi_{q\bar{q}/M} |q\bar{q}\rangle + \sum_{q\bar{q}g} \psi_{q\bar{q}g/M} |q\bar{q}\rangle + \sum_{q\bar{q}} \sum_{r\bar{r}} \psi_{q\bar{q}r\bar{r}/M} |q\bar{q}r\bar{r}\rangle + \cdots, \qquad (1.85)$$

onde $\psi_{n/M}$ são funções de onda que representam os estados de n partículas compostos por quarks e glúons dentro do méson. As funções de onda são definidas no cone-de-luz através de elementos de matriz de operadores não-locais. A expansão é realizada em termos do twist \parallel destes operadores. O estado que define os quarks de valência neste caso possui twist 2 e é o termo de twist principal. As correções de twist de ordem maior estão relacionadas aos estados de Fock com glúons e pares quark-antiquark adicionais, além de outras contribuições, como por exemplo o momento transversal dos quarks e anti-quarks nos componentes de twist principal (para uma discussão sobre estas correções veja por exemplo a Ref. [52]). Este formalismo pode ser estendido para a descrição de estados bariônicos [51].

1.5.2 Fatorização

No modelo de quarks a princípio é possível calcular interações hadrônicas através de interações dos quarks constituintes, e em alguns casos devemos considerar as interações das partículas do "mar virtual". Devido às propriedades de liberdade assintótica e confinamento da QCD, isto é verdadeiro somente para processos que envolvem escalas de energias altas, e ainda nestes casos não é possível obter uma descrição completa a partir de primeiros princípios de QCD. Sabemos que apenas as interações entre quarks livres não são suficientes para determinar a dinâmica de um processo hadrônico, pois este envolve quarks confinados nos estados assintóticos inicial e final, e devemos incluir de alguma maneira a "hadronização" nos cálculos. Infelizmente não somos capazes de calcular a hadronização pois não conhecemos o mecanismo de confinamento que produz os estados hadrônicos. Mas, por outro lado, em muitos processos os termos perturbativos e não-perturbativos podem ser separados em contribuições distintas através de teoremas de fatorização e as amplitudes são calculadas em termos de uma convolução entre estas diferentes contribuições. Nestes teoremas a parte perturbativa é calculada através das interações entre quarks livres, enquanto a parte não-perturbativa é descrita através de funções fenomenológicas que parametrizam a estrutura de um hádron, como fatores de forma ou funções e amplitudes de distribuição.

 $^{^{\}parallel}$ O twist é definido em termos da dimensão d
 e do spins de um operador, t=d-s.

Os processos hadrônicos podem ser divididos em processos *inclusivos*, nos quais não conhecemos a cinemática de todas as partículas do estado final, e processos *exclusivos*, nos quais todas as variáveis cinemáticas são conhecidas. Vamos introduzir os teoremas de fatorização de processos hadrônicos através de exemplos específicos destes tipos de reações, como os espalhamentos elástico e profundamente inelástico elétron-próton.

1.5.3 Fator de forma: Espalhamento elástico

Em processos hadrônicos exclusivos como o espalhamento elástico com momentos transferidos altos, a parte não-perturbativa que descreve os estados hadrônicos é parametrizada em termos de *fatores de forma*. O espalhamento elástico elétron-próton (ep), mostrado na Fig. 1.3*a*, que não envolve interações fortes, permite isolar o fator de forma do próton de uma maneira simples.

A amplitude do espalhamento ep é dada em boa aproximação pela troca de um fóton de momento q^2 [53]

$$T_{fi} = -i \int d^4x \, j_\mu \left(-\frac{1}{q^2} \right) J^\mu \,, \tag{1.86}$$

onde as correntes de transição do elétron e do próton são dadas por

$$j_{\mu} = -e \,\bar{u}(k') \gamma_{\mu} u(k) e^{i(k'-k) \cdot x} ,$$
 (1.87a)

$$J_{\mu} = e \,\bar{u}(k') \Gamma_{\mu} u(k) e^{i(p'-p) \cdot x} \,. \tag{1.87b}$$

Sabemos que o próton possui uma estrutura espacial e portanto possui uma distribuição de carga e momento magnético. Podemos parametrizar a interação entre correntes de prótons através de duas funções

$$\Gamma^{\mu}(q^2) = F_1(q^2)\gamma^{\mu} + \frac{\kappa}{2M}F_2(q^2)i\sigma^{\mu\nu}q_{\nu}, \qquad (1.88)$$

onde $F_1(q^2)$ é o fator de forma de Dirac e $F_2(q^2)$ é o fator de forma isoescalar, e κ é o momento magnético anômalo do próton.

Calculando a seção de choque obtemos

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}|_{lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{E'}{E} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \tag{1.89}$$

com $\tau = -q^2/4M^2$ e

$$G_E \equiv F_1 + \frac{\kappa q^2}{4M^2} F_2 \tag{1.90a}$$

$$G_M \equiv F_1 + \kappa F_2 \,. \tag{1.90b}$$

Uma interpretação física destas funções não é trivial devido ao recuo do próton durante a colisão. Entretanto, é possível mostrar que no referencial de Breit, onde $\mathbf{p}' = -\mathbf{p}$, as transformadas de Fourier de G_E e G_M correspondem às distribuições espaciais de carga e momento magnético do próton [53]. Uma expressão é obtida experimentalmente para estes fatores de forma:

$$G_E(t) \approx \frac{G_M(t)}{\mu} = F_1(t) = \frac{4m^2 - 2.79t}{4m^2 - t} \left(1 - \frac{q^2}{0.71}\right)^{-2},$$
 (1.91)

onde *m* é a massa do próton. Esta expressão é válida até $-t \approx 5 (GeV)^2$ [54].

Estas funções a princípio não nos revelam nada a respeito da estrutura interna do próton. Aumentando a energia transferida em colisões ep, i.e., a energia do fóton trocado, é possível aumentar a resolução e obter informações cada vez mais detalhadas da estrutura do próton.



Figura 1.3: (a) Espalhamento elástico elétron-próton; (b) Espalhamento profundamente inelástico elétron-próton.

1.5.4 Funções de Estrutura: Espalhamento inelástico e Modelo de Pártons

O modelo de pártons desenvolvido por Richard P. Feynman [3] é o primeiro modelo bem sucedido que permite descrever vários processos hadrônicos. Neste modelo os constituintes fundamentais dos hádrons são chamados genericamente de pártons, e atualmente sabemos que estes pártons são quarks e glúons. Para processos inclusivos é possível relacionar as funções de estrutura de hádrons às funções de distribuição partônicas e descrever as interações hadrônicas através das interações entre pártons livres.

Vamos considerar como exemplo o espalhamento profundamente inelástico (*Deep Inelastic Scattering*, DIS) entre um elétron e um próton (Fig. 1.3b). Neste processo a energia transferida é tão grande que o próton é fragmentado em vários hádrons no estado final,

$$e + p \to e + X, \tag{1.92}$$

onde X representa o estado final hadrônico. De maneira semelhante ao caso do espalhamento elástico, a amplitude para este processo pode ser parametrizada por duas funções de estrutura desconhecidas [53]

$$W^{\mu\nu} = F_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^{\mu}q^{\nu}}{q^2} \right) + F_2 \frac{1}{M^2} \left(p^{\mu} - \frac{q \cdot q}{q^2} q^{\mu} \right) \left(p^{\nu} - \frac{q \cdot q}{q^2} q^{\nu} \right).$$
(1.93)

A seção de choque para este processo pode ser escrita como

$$\frac{d^2\sigma}{dx\,dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \left[xy^2 F_1(x,Q^2), + (1-y) F_2(x,Q^2) \right].$$
(1.94)

As variáveis cinemáticas são dadas por

$$Q^2 = -q^2 \approx 4EE' \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}, \quad \nu \equiv \frac{p \cdot q}{M}, \quad y \equiv \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad s = (p+k)^2, \quad (1.95)$$

onde os momentos p, q, k, k' são indicados na Fig. 1.3b, sendo E, E' respectivamente as energias inicial e final. As funções de estrutura $F_1(x, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2)$ representam nossa ignorância a respeito da estrutura do próton. No limite de altas energias $(Q^2, \nu \to \infty)$ estas funções exibem um comportamento de escala

$$F_1(x, Q^2) \rightarrow F_1(x),$$
 (1.96a)

$$F_2(x, Q^2) \rightarrow F_2(x),$$
 (1.96b)

sendo que a variável de Bjorken x é dada por

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu}.\tag{1.97}$$

Este comportamento representa a *invariância de escala* prevista por Bjorken [55], e que foi verificada experimentalmente em 1969 em experimentos de DIS no SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*).

No modelo de pártons desenvolvido por Feynman é possível interpretar a invariância de escala e ainda relacionar as funções de estrutura do próton às *funções de distribuição partônicas*. Feynman considerou que no limite de Q^2 e ν altos, o elétron sofre espalhamento pelos pártons livres que constituem o próton. Esta interpretação é possível considerando que no limite de Q^2 e ν altos o fóton virtual emitido pelo elétron está sondando escalas de distância e tempo muito curtas e, considerando que a densidade de pártons não é muito alta, o fóton deve interagir somente com um párton. Feynman assumiu que no referencial do próton a dilatação temporal faz com que a escala de tempo das interações entre os pártons seja grande comparada com a escala de tempo de interação fóton-párton. Assim podemos considerar que no limite de altas energias e altos momentos transferidos a interaçõe entre os pártons pode ser desprezada e portanto o fóton interage com pártons livres. Durante o tempo da interação podemos atribuir ao próton um número definido de pártons, e como não há interação entre estes é possível atribuir a cada párton *a* uma fração definida do momento total do próton $p_a = \xi p$, sendo que $0 < \xi < 1$. Nesta aproximação a fração ξ é identificada com a variável de Bjorken *x*, pois

$$(q+\xi P)^2 = m_a^2 \approx 0 \to \xi = \frac{Q^2}{2M\nu} = x, \quad Q^2 = -q^2,$$
 (1.98)

e a invariância de escala em processos DIS pode ser interpretada como consequência do domínio da interação elétron-párton.

Para calcular a seção de choque de espalhamento neste cenário considera-se que as contribuições de diferentes pártons são somadas incoerentemente. Define-se então a função de distribuição partônica $f_a(\xi)$ como a probabilidade de existir um párton a com fração ξ do momento do próton. Esta função revela a estrutura interna do hádron, desacoplado da interação com outras partículas, como o elétron no caso do DIS. Além disso as funções de distribuição são universais, i.e. independem do processo considerado, e portanto o modelo de pártons pode ser generalizado para outros processos hadrônicos, como processos de Drell-Yan e produção de jatos hadrônicos. A seção de choque do DIS ep com momento transferido Q^2 é dada pela convolução entre a seção de choque de Born elétron-párton (ea) com a função de distribuição partônica:

$$\frac{d^2\sigma}{dx\,dQ^2} = \sum_a \int_0^1 d\xi\,f_a(\xi) \left(\frac{d^2\sigma}{dx\,dQ^2}\right)_{ea}.$$
(1.99)

A seção de choque do processo $ea \rightarrow ea$ é dada por

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dx\,dQ^2}\right)_{ea} = \frac{2\pi\alpha^2 e_a^2}{Q^4} [1+(1-y)^2]\delta(x-\xi),\tag{1.100}$$

onde e_a é a carga do párton a. Inserindo a Eq. (1.100) em (1.99) e comparando com (1.94) obtemos agora as funções de estrutura hadrônica em termos das funções de distribuição de

pártons:

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = x\sum_a e_a^2 \int_0^1 d\xi \, f_a(\xi)\delta(x-\xi) = \sum_a e_a^2 x f_a(x) \,. \tag{1.101}$$

Desta forma, a função de estrutura deve revelar o conteúdo de pártons de um hádron, permitindo a confrontação do modelo de pártons com o modelo de quarks. A igualdade $F_2(x) = 2xF_1(x)$ é conhecida como relação de Callan-Gross e é consequência da natureza fermiônica dos quarks [53].

Supondo que um próton é formado pelos quarks de valência uud e por um mar de partículas virtuais $q\bar{q}$ (desprezando a contribuição de quarks mais pesados que o *strange*), de acordo com a Eq. (1.101) a função de estrutura é dada por

$$\frac{F_2(x)}{x} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left[u(x) + \bar{u}(x)\right] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left[d(x) + \bar{d}(x)\right] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left[s(x) + \bar{s}(x)\right],\tag{1.102}$$

onde as funções de distribuição para os quarks q = u, d, s são representadas por contribuições de quarks de valência (v) e do mar de partículas virtuais (s)

$$f_q(x) \equiv q(x) = q_v(x) + q_s(x),$$
 (1.103)

$$f_{\bar{q}}(x) \equiv \bar{q}(x) = q_s(x).$$
 (1.104)

Para confirmar que de fato a Eq. (1.102) representa o conteúdo de pártons de um próton a soma de todas as frações deve totalizar 1. Mas de acordo com os dados experimentais de DIS temos

$$\int_0^1 x \, dx [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \approx 0.5. \tag{1.105}$$

Esta discrepância só foi resolvida com o desenvolvimento da QCD. Neste caso, o mar de partículas virtuais que cerca o próton não é composto somente por quarks, mas também por glúons, e como estes não se acoplam aos fótons é possível relacionar os pártons faltantes na função de estrutura medida no espalhamento DIS *ep* com os glúons. Assim concluímos que os glúons carregam cerca de metade do momento do próton. Além disto, o cenário de pártons livres a altas energias é compatível com a QCD devido à propriedade da liberdade assintótica.

É possível obter com base em argumentos fenomenológicos o comportamento das funções de estrutura para Q^2 fixo [56]. O limite $x \to 1$ corresponderia ao caso em que apenas um párton carrega todo o momento do hádron, o que é fisicamente impossível. Desta maneira a função de estrutura deve ser nula, e obtemos

$$f(x) \xrightarrow{x \to 1} (1-x)^{2n_s - 1}, \qquad (1.106)$$

onde n_s é o número de pártons de valência espectadores cujos momentos devem ser nulos neste limite. O regime de $x \to 0$ corresponde ao regime de altas energias para Q^2 fixo ($x \sim 1/\nu$, tal que $\nu \sim p \to \infty$). Este limite corresponde ao limite de Regge, que discutiremos no próximo capítulo. Para que o modelo de pártons seja compatível com as seções de choque calculadas na teoria de Regge devemos ter os seguintes limites

$$f_v(x) \xrightarrow{x \to 0} x^{-\alpha_R}, \qquad \alpha_R \approx 1/2, \text{ para quarks } u, d,$$
 (1.107a)

$$f_s(x) \xrightarrow{x \to 0} x^{-\alpha_P}, \qquad \alpha_P \approx 1, \text{ para o Pomeron},$$
 (1.107b)
onde $\alpha_P \in \alpha_R$ são as trajetórias de Regge.

Os cálculos de QCD para o modelo de pártons revelam a existência de violações da invariância de escala, i.e., as funções de distribuição possuem uma dependência com o momento transferido. Isto é fácil de entender pois quanto maior a resolução da escala Q^2 , mais pártons do mar virtual interagem com o elétron, e portanto a função de distribuição partônica deve aumentar com o aumento da escala de energia. O cálculo da evolução das funções de estrutura é realizado através das equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [57–59].

1.5.5 Processos exclusivos

Brodsky e Lepage desenvolveram uma análise sistemática de processos exclusivos com grandes momentos transferidos Q^2 (ou processos exclusivos duros) em QCD perturbativa [51, 60]. Na análise realizada, as amplitudes de tais processos no sistema de coordenadas do cone-de-luz ** são calculadas através da convolução da amplitude de espalhamento duro de quarks e glúons $T_H(x_i, Q)$ com as amplitudes de distribuição $\phi_H(x_i, Q)$ dos hádrons envolvidos no processo a ser calculado

$$\mathcal{M} = \int_0^1 [dx] \, T_H(x_i, Q) \prod_H \phi_H(x_i, Q) \,. \tag{1.108}$$

A análise feita por Brodsky e Lepage demonstrou que as reações exclusivas a curtas distâncias são dominadas pelas interações entre os quarks de valência, pois termos de ordem (ou *twist*) superiores são suprimidos por fatores $1/(Q^2)^n$. A contribuição perturbativa é dada pela amplitude T_H que é calculada substituindo cada hádron pelos respectivos quarks de valência colineares. O papel das amplitudes de distribuição em processos exclusivos é análogo ao papel das funções de distribuição em reações inclusivas, descrevendo a distribuição de frações de momento dos pártons em um hádron. A física não-perturbativa associada aos estados hadrônicos está contida nestas funções. A amplitude de distribuição de twist principal está relacionada à função de onda que descreve o estado ligado de quarks e anti-quarks constituintes

$$\phi(x_i, Q) \propto \int^Q \prod_{i=1}^n d^2 k_{\perp i} \delta^2 \left(\sum_i k_{\perp i}\right) \psi(x_i, k_{\perp i}) \,. \tag{1.109}$$

Para bárions a função de onda $\psi(x_i, Q)$ descreve o estado ligado de três quarks de valência qqq, enquanto para mésons descreve o estado ligado de quark-antiquark $q\bar{q}$. Os pártons são colineares até a escala Q, e carregam uma fração do momento colinear (no cone-de-luz) do hádron dada por

$$x_i = \frac{k_i^+}{p^+} = \frac{k_i^0 + k_i^3}{p^0 + p^3}$$

A dependência das amplitudes com Q^2 é pequena e pode ser determinada pela seguinte equação de evolução

$$Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} \phi(x_i, Q) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \int_0^1 [dy] V(x_i, y_i) \phi(y_i, Q), \qquad (1.110)$$

onde $V(x_i, y_i)$ pode ser calculado via troca de um glúon. A solução geral da equação de evolução

^{**}Ver o Apêndice A a definição de coordenadas do sistema de coordenadas do cone-de-luz.

para bárions é dada por

$$\phi(x_i, Q) = x_1 x_2 x_3 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right)^{-\gamma_n} \tilde{\phi}_n(x_i) , \qquad (1.111)$$

onde γ_n são dimensões anômalas e ϕ_n são as auto-funções da equação de evolução (ver [60]). Para mésons temos a seguinte solução:

$$\phi(x,Q) = x_1 x_2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n C_n^{3/2} (x_1 - x_2) \left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right)^{-\gamma_n} , \qquad (1.112)$$

onde $C_n^{3/2}(2x-1)$ são os polinômios de Gegenbauer e os coeficientes a_n são calculados por métodos não-perturbativos como QCD na rede ou regras de soma da QCD (veja por exemplo a Ref. [52]).

No regime assintótico $(Q^2\to\infty)$ as amplitudes de distribuição possuem uma forma simples. Para os bárions temos

$$\phi(x_i, Q) \to C \, x_1 x_2 x_3 \begin{cases} \times [\ln (Q^2 / \Lambda^2)]^{-2/3\beta}, & |h| = \frac{1}{2} \\ \times [\ln (Q^2 / \Lambda^2)]^{-2/\beta}, & |h| = \frac{3}{2} \end{cases},$$
(1.113)

onde C é determinado pelo valor da função de onda qqq na origem, |h| é o módulo da helicidade total do próton, que pode ser 1/2 para estados como " $\uparrow\downarrow\uparrow$ " nos quais os spins dos quarks estão desalinhados, e 3/2 para os estados alinhados " $\uparrow\uparrow\uparrow$ " e " $\downarrow\downarrow\downarrow$ ". Para os mésons a amplitude de distribuição assintótica é dada por

$$\phi(x_i, Q) \to \begin{cases} a_0 x_1 x_2, & h_1 + h_2 = 0\\ a_0 x_1 x_2 \left(\ln \left(Q^2 / \Lambda^2 \right) \right)^{-C_F / \beta_0}, & h_1 + h_2 = 1 \end{cases},$$
(1.114)

onde a_0 é o valor da função de onda quark-antiquark renormalizada na origem, e h_1, h_2 são as helicidades dos constituintes que podem ser paralelas $(h_1+h_2=1)$ ou anti-paralelas $(h_1+h_2=0)$.

1.6 QCD não-perturbativa: as equações de Schwinger-Dyson

Há vários métodos não-perturbativos que são utilizados para estudar a região infravermelha da QCD, como por exemplo a QCD na rede e as Equações de Schwinger-Dyson. As Equações de Schwinger-Dyson (ESD) formam uma torre infinita de equações acopladas que descrevem as funções de Green de uma dada teoria e podem ser vistas como uma soma completa das séries perturbativas das funções de n pernas. Para a solução das mesmas é necessário recorrer a algum tipo de truncamento. Por exemplo, em QED a auto-energia do elétron representada na Fig. 1.4 pode ser calculada cortando a contribuição de diagramas de ordem superior: ao invés de se calcular todas as contribuições de propagadores e vértices, considera-se apenas as correções para o propagador do elétron. Um exemplo das ESD para a QCD está na Fig. 1.5, mostrando uma representação gráfica do caso particular das ESD para o propagador do glúon, que na representação de Mandelstam, por exemplo, é truncada levando-se em conta apenas as duas primeiras contribuições. Para uma revisão sobre as ESD e o comportamento infravermelho das funções de Green, veja por exemplo [61].



Figura 1.4: Representação da equação de Schwinger-Dyson completa para o propagador do elétron. Os círculos representam as correções dos vértices e propagadores.



Figura 1.5: Representação da equação de Schwinger-Dyson completa para o propagador do glúon.

Nesta seção apresentamos diferentes soluções das ESD para o propagador do glúon, e para cada solução está associada uma constante de acoplamento. Estas soluções foram obtidas como resultado de aproximações diferentes feitas para resolver as ESD no espaço Euclideano para o gauge puro da QCD, i.e., desconsidera-se as contribuições fermiônicas. Embora as ESD tenham sido resolvidas para a teoria de gauge pura é usualmente assumido que suas soluções não serão fortemente afetadas pela introdução de férmions desde que n_f não seja muito grande. Há duas classes de soluções de acordo com o comportamento do propagador do glúon na origem dos momentos, e ambas levam a uma constante de acoplamento congelada no infravermelho (IR) (i.e. $\alpha_s(0) \neq 0$): (a) um propagador IR do glúon finito que é diferente de zero na origem dos momentos, e (b) um propagador IR do glúon finito que vai a zero na origem dos momentos. Embora os resultados de QCD na rede definitivamente apontem para um propagador IR finito, não há concordância sobre seu comportamento em $q^2 = 0$. Um resultado bastante recente de QCD na rede argumenta a favor de um valor não nulo para D(0) [18].

As soluções das ESD para os propagadores do glúon foram obtidas em diferentes gauges bem como em uma abordagem independente de gauge. Aqui assumiremos sua validade para qualquer gauge e escrevemos o propagador como

$$D_{\mu\nu}(q^2) = \left(\delta_{\mu\nu} - \eta \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2}\right) D(q^2)$$
 (1.115)

com $\eta = 0$ no gauge de Feynman e $\eta = 1$ no gauge de Landau. A seguir descrevemos brevemente algumas das soluções encontradas na literatura.

1.6.1 Propagadores finitos no infravermelho com $D(0) \neq 0$

Solução de Cornwall [13]

Esta solução foi obtida por Cornwal no início da década de 1980 e prevê uma constante de acoplamento corredora e propagador do glúon finitos e não nulos na origem dos momentos. Também prevê a existência de uma massa dinâmica do glúon que é a responsável pelo comportamento das quantidades supracitadas. Esta massa dinâmica possui uma dependência com o momento dada por

$$M_g^2(q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln\left(\frac{q^2 + 4m_g^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\left(\frac{4m_g^2}{\Lambda^2}\right)} \right]^{-\frac{12}{11}},$$
 (1.116)

onde m_g é a escala de massa do glúon
e $\Lambda=\Lambda_{QCD}$ é a escala da QCD. A constante de acoplamento é

$$\alpha_{\rm sC}(q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{q^2 + 4M_g^2(q^2)}{\Lambda^2}\right)},\tag{1.117}$$

com $\beta_0=11-\frac{2}{3}n_f,$
e n_f é o número de quarks ativos a uma dada escala. O propagador do glú
on é dado por

$$D_C(q^2) = \frac{1}{\left[q^2 + M_g^2(q^2)\right] bg^2 \ln\left(\frac{q^2 + 4M_g^2(q^2)}{\Lambda^2}\right)}.$$
(1.118)

Na notação usada por Cornwall $b = 11C_A/48\pi^2$, com $C_A = N$ para SU(N) (sem a presença de quarks), e g^2 é o acoplamento forte.

A escala da massa dinâmica do glúon m_g possui valores típicos [13, 15, 20, 22]

$$m_q = 500 \pm 200 \text{MeV}$$
 . (1.119)

Ajuste da Ref. [62]

Outra solução com uma massa dinâmica do glúon foi encontrada na Ref. [62]. Esta solução foi ajustada pela maneira mais simples para ter um glúon dinamicamente massivo, cuja massa obedece o comportamento da Expansão do Produto de Operadores a alta energia $(m_q^2 \propto m_0^4/q^2)$

$$D_{\rm Ib}(q^2) = \frac{1}{q^2 + M^2(q^2)},\tag{1.120}$$

onde $M^2(q^2)$ é a massa dinâmica do glúon dada por

$$M^2(q^2) = \frac{m_0^4}{q^2 + m_0^2}.$$
(1.121)

A constante de acoplamento é similar à solução anterior, com $M_g^2(q^2)$ sendo substituída por $M^2(q^2)$.

Solução de Aguilar-Papavassiliou [63]

A solução das ESD obtida por Aguilar e Papavassiliou resulta de uma análise bastante detalhada do propagador do glúon usando a técnica de "pinch", a qual mantém a propriedade desejável de



Figura 1.6: Constantes de acoplamento e propagadores para as três soluções com propagadores finitos e $D(q^2 = 0) \neq 0$, com $m_g = m_0 = 500$ MeV: (Ia) Solução de Cornwall, (Ib) solução da Ref. [62], (Ic) solução de Aguilar-Papavassiliou.

transversalidade do propagador. Esta solução é representada por

$$D_{\rm Ic}(q^2) = \frac{1}{q^2 + m^2(q^2)}.$$
(1.122)

A massa dinâmica é:

$$m^{2}(q^{2}) = \frac{m_{0}^{4}}{q^{2} + m_{0}^{2}} \left[\ln\left(\frac{q^{2} + \rho m_{0}^{2}}{\Lambda^{2}}\right) / \ln\left(\frac{\rho m_{0}^{2}}{\Lambda^{2}}\right) \right]^{\gamma_{2} - 1}, \qquad (1.123)$$

com $\gamma_2 > 1$. A constante de acoplamento é dada por

$$g^{2}(q^{2}) = \left[b\ln\left(\frac{q^{2} + f(q^{2}, m^{2}(q^{2}))}{\Lambda^{2}}\right)\right]^{-1}, \qquad (1.124)$$

onde a função $f(q^2,m^2(q^2))$ é dada por uma expressão de lei de potência

$$f(q^2, m^2(q^2)) = \rho_1 m^2(q^2) + \rho_2 \frac{m^4(q^2)}{q^2 + m^2(q^2)} + \rho_3 \frac{m^6(q^2)}{[q^2 + m^2(q^2)]^2}.$$
 (1.125)

Os parâmetros ρ , ρ_1 , ρ_2 , $\rho_3 \in \gamma_2$ são ajustados numericamente. Para $\Lambda = 300$ MeV e $m_0 = 500$ MeV os valores destes parâmetros são os seguintes: $\rho = 2.47$, $\gamma_2 = 1.76 \rho_1 = 5.615$, $\rho_2 = -8.523$, $\rho_3 = 3.584$; e para $m_0 = 600$ MeV os parâmetros são: $\rho = 1.234$, $\rho_1 = 1.64$, $\rho_2 = 2.894$, $\rho_3 = -4.534$, $\gamma = 2.043$.

A Fig. 1.6 mostra o comportamento dos propagadores e constantes de acoplamento das três soluções apresentadas nesta subseção.

1.6.2 Propagadores finitos no infravermelho com D(0) = 0

Solução de Alkofer et al. (A) [14]

Esta solução obtida no gauge de Landau, possui um comportamento qualitativo diferente em relação às soluções apresentadas até agora. Apesar desta solução prever também o congelamento da constante de acoplamento e a solução do propagador do glúon ser também finita no IR, o propagador do glúon vai a zero na origem dos momentos. O comportamento da constante de acoplamento é dado por

$$\alpha_{\rm sA}(q^2) = \frac{\alpha_A(0)}{\ln[e + a_1(q^2)^{a_2} + b_1(q^2)^{b_2}]},$$
(1.126)

e o propagador é igual a

$$D_A(q^2) = \frac{Z(q^2)}{q^2}, \qquad (1.127)$$

onde $Z(q^2)$ é ajustado como

$$Z(q^2) = \left(\frac{\alpha_{\rm sA}(q^2)}{\alpha_{\rm sA}(\mu)}\right)^{1+2\delta} R^2(q^2), \qquad (1.128)$$

е

$$R(q^2) = \frac{c(q^2)^{\kappa} + d(q^2)^{2\kappa}}{1 + c(q^2)^{\kappa} + d(q^2)^{2\kappa}}.$$
(1.129)

As constantes são parâmetros obtidos no ajuste da solução numérica das ESD:

$$\begin{split} &\alpha_A(0) = 2.972, \ \alpha_{\rm sA}(\mu) = 0.9676, \\ &a_1 = 5.292 {\rm GeV}^{-2a_2}, \ b_1 = 0.034 {\rm GeV}^{-2b_2}, \\ &a_2 = 2.324, \ b_2 = 3.169, \\ &\kappa = 0.5953, \ \delta = -9/4, \\ &c = 1.8934 \ {\rm GeV}^{-2\kappa}, \ d = 4.6944 \ {\rm GeV}^{-4\kappa}. \end{split}$$

Solução de Alkofer et al. (B) [64]

Um ajuste mais recente obtido por Alkofer, *et al.* [61,64], resultante de aproximações diferentes para as ESD, leva a seguinte expressão para a função $Z(q^2)$ que aparece na Eq. (1.127)

$$Z_{\rm fit}(q^2) = W\left(\frac{q^2}{q^2 + \Lambda^2}\right)^{2\kappa} (\alpha_{\rm fit}(q^2))^{-\gamma}.$$
 (1.130)

onde W é um parâmetro normalizado tal que $Z_{\rm fitt}(1\,{\rm GeV}^2) = 1$, e $\gamma = (-13N_C + 4n_f)/(22N_C - 4n_f)$. O propagador para esta solução é então

$$D_{\rm IIb}(q^2) = \frac{Z_{\rm fit}(q^2)}{q^2}, \qquad (1.131)$$

e a constante de acoplamento corredora é dada por

$$\alpha_{\rm fit}(q^2) = \frac{\alpha_{S(0)}}{1 + q^2/\Lambda^2} + \frac{4\pi}{\beta_0} \frac{q^2}{q^2 + \Lambda^2} \left(\frac{1}{\ln(q^2/\Lambda^2)} - \frac{1}{q^2/\Lambda^2 - 1}\right),$$

com $\beta_0 = (11N_C - 2n_f)/3.$

A Fig. 1.7 mostra o comportamento das constantes de acoplamento e propagadores do glúon das duas últimas soluções apresentadas nesta seção, com D(0) = 0.



Figura 1.7: Constantes de acoplamento e propagadores para as duas soluções com propagadores nulos no infravermelho: (IIa) solução de Alkofer *et al.* (A), (IIb) solução de Alkofer *et al.* (B).

Capítulo 2

Espalhamento $pp/\bar{p}p$ a altas energias

"What clashes here of wills gen wonts, oystrygods gaggin fishygods!" — James Joyce, Finnegan's Wake (1939)

2.1 Introdução

Experimentos que envolvem hádrons na região de altas energias ($\sqrt{s} > 1$ GeV) revelam a estrutura sub-nuclear destes objetos. As interações hadrônicas nesta região são governadas pelas interações entre os objetos (ou pártons) que constituem os hádrons, i.e., os quarks e glúons. Tais experimentos ocorrem nos chamados *colisores* ("*colliders*") nos quais acontece a colisão frontal de dois feixes de partículas de energia E_1 e E_2 , sendo que a energia do centro de massa cresce com a raiz quadrada das energias dos feixes, $E_{cm} \propto \sqrt{E_1 E_2}$. Comparados a experimentos com alvos fixos onde $E_{cm} \propto \sqrt{2E_1m_2}$ (sendo E_1 a energia do feixe e m_2 a massa do alvo), os colisores possuem uma vantagem evidente para a realização de experimentos de altas energias, devido ao valor fixo da massa do alvos. Obstáculos técnicos como a baixa luminosidade e baixa taxa de eventos foram contornados com a evolução da tecnologia para construção dos colisores. É interessante observar o conhecido gráfico de Livingston, mostrado na Fig. 2.1, onde constata-se uma progressão exponencial das energias atingidas pelos aceleradores construídos desde a década de 1960.

Um dos processos que podem ser estudados nos colisores é o espalhamento elástico hádronhádron, no qual o momento transferido é pequeno e o estado final possui os mesmos números quânticos que o estado inicial. Como a escala de momento transferido envolvida é pequena neste tipo de processo, a QCD perturbativa não pode ser aplicada. Apesar do desenvolvimento de técnicas não-perturbativas, até o presente não é possível calcular amplitudes de espalhamento através de uma análise puramente não-perturbativa. Avanços na compreensão deste tipo de processo têm sido realizados através de estudos fenomenológicos e construção de modelos baseados em idéias da QCD na tentativa de reproduzir as observações experimentais.

Uma das principais questões que um modelo que descreve processos de espalhamento elástico de hádrons deve explicar é o aumento das seções de choque hadrônicas a altas energias, que foi previsto teoricamente no início da década de 1970 [65]. Em 1970/1971 experimentos foram realizados no acelerador Serpukhov no intervalo de energia 30 a 70 GeV que iniciaram o caminho



Figura 2.1: O gráfico de Livingston.

para a confirmação desta previsão. Até então, medidas a energias mais baixas mostravam que a seção de choque hádron-hádron decresce com a energia até se aproximar de um valor constante. Este experimento no entanto mostrou que a seção de choque total K^+p começa a crescer após 30 GeV, o que na época foi chamado de *efeito Serpukhov*. Com aceleradores atingindo energias cada vez mais altas, os resultados experimentais posteriores no ISR (CERN), no Tevatron (Fermilab) e em outros aceleradores, além de dados provenientes de estudos de raios cósmicos, confirmaram os resultados do Serpukhov e constataram que o aumento das seções de choque hadrônicas a altas energias é um efeito universal, presente em todas as interações hádron-hádron. É possível observar este comportamento das seções de choque hadrônicas nos gráficos das seções de choque próton-próton e próton-antipróton apresentados no final deste capítulo.

Vamos discutir neste capítulo a existência de duas correntes de modelos que discutem o aumento da seção de choque como um fenômeno do canal t ou do canal s. Do ponto de vista do canal t o crescimento da seção de choque hadrônica é entendido com base na teoria de Regge em que a seção de choque cresce devido à troca de uma partícula com os números quânticos do vácuo, o *Pomeron*. Já do ponto de vista do canal s este aumento está ligado à produção de jatos devido às interações entre o grande número de glúons que aumenta com \sqrt{s} .

Nas próximas seções discutiremos os detalhas destes dois modelos. Antes vamos recordar alguns aspectos importantes da teoria de espalhamento, como a cinemática de processos de interações do tipo $1+2 \rightarrow 3+4$, as propriedades da matriz S, os teoremas óptico e de Pomeranchuck, simetria de cruzamento e o limite de Froissart. No final do capítulo apresentamos o formalismo eiconal (ou *eikonal*), necessário para garantir que a unitariedade seja preservada.



Figura 2.2: Espalhamento de dois corpos $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$.

2.2 Cinemática

Vamos considerar o processo de espalhamento de partículas de massas m_i e quadrimomento $p_i = (E_i, \mathbf{p}_i)$, com $i = 1 \cdots 4$ representado na Fig. 2.2.

É conveniente trabalhar com quantidades cinemáticas que são *invariantes de Lorentz*. Definese desta forma as *variáveis de Mandelstam*

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2,$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2,$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2.$$
(2.1)

Pela conservação de momento é possível mostrar que estas variáveis estão vinculadas através da seguinte relação

$$s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2.$$
(2.2)

A existência de antipartículas introduz diferentes canais de reação de espalhamento através do chamado cruzamento (*crossing*):

canal
$$s \longrightarrow 1 + 2 \rightarrow 3 + 4$$
,
canal $t \longrightarrow 1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4$,
canal $u \longrightarrow 1 + \bar{4} \rightarrow 3 + \bar{2}$.

No caso de um $espalhamento~elástico~1+2 \rightarrow 3+4$ de partículas de mesma massamno canalstemos

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 4(k^2 + m^2),$$
 (2.3)

$$t = (p_1 - p_3)^2 = -4k^2 \mathrm{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right),$$
 (2.4)

onde k é o módulo do momento e θ é o ângulo de espalhamento, ambos no referencial do centro de massa (c.m.). Para $k \ge 0$ e $0 \le \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2}\right) \le 1$ a região física do decaimento é definida por

$$s \ge 4m^2, \quad t \le 0. \tag{2.5}$$

Para o espalhamento elástico $1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4$ no canal t as variáveis s e t são dadas por

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_1 - p_{\bar{2}})^2 = -k_t^2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta_t}{2}\right),$$
 (2.6)

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_1 + p_{\bar{3}})^2 = 4(k_t^2 + m^2), \qquad (2.7)$$

onde k_t é o módulo do momento e θ_t é o ângulo de espalhamento no c.m. do canal-t. A região física é definida por

$$t \ge 4m^2, \quad s \le 0. \tag{2.8}$$

Assim, vemos que para uma reação que ocorre no canal s, a variável s representa a energia ao quadrado do centro de massa (c.m.), ou *massa invariante*, e a variável t é o quadrado do momento transferido. Já no canal t a massa invariante passa a ser dada pela variável t e o quadrado do momento transferido é dado por s.

2.3 A matriz S e as quantidades físicas

O espalhamento de partículas relativísticas é descrito em teoria quântica de campos através da matriz de espalhamento S, ou simplesmente matriz S, em analogia à mecânica quântica não-relativística.

Os elementos ab da matriz S são definidos como a superposição dos estados assintóticos in (inicial) e *out* (final) das partículas envolvidas no espalhamento:

$$S_{ab} = \langle b_{out} | a_{in} \rangle. \tag{2.9}$$

Se não há interação entre as partículas, a matriz S é o operador identidade, assim a parte que descreve a interação pode ser isolada definindo-se a matriz de transição T:

$$S_{ab} = 1 + iT_{ab}.$$
 (2.10)

Agora podemos definir os elementos de matriz da amplitude de espalhamento A_{ab} de um estado in $|a\rangle$ em um estado out $|b\rangle$ como

$$S_{ab} = \delta_{ab} + i(2\pi)^4 \delta^4 \left(\sum_a p_a - \sum_b p_b\right) \mathcal{A}_{ab}.$$
(2.11)

A amplitude de espalhamento é invariante de Lorentz, e pode portanto ser expressa em função das variáveis de Mandelstam. No caso de um processo de espalhamento de duas partículas $1+2 \rightarrow 1+2$ a amplitude pode ser escrita como $\mathcal{A}(s,t)$.

É conveniente representar a amplitude de espalhamento através de uma *expansão em ondas* parciais

$$\mathcal{A}(s,t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) a_{\ell}(s) P_{\ell}(z), \qquad (2.12)$$

onde ℓ é o momento angular, $a_{\ell}(k)$ é a amplitude de ondas parciais, $P_{\ell}(z)$ são polinômios de Legendre de ordem ℓ , e $z = \cos\theta = 1 + 2t/s$ é o cosseno do ângulo de espalhamento do momento no c.m..

A partir da amplitude de espalhamento podemos calcular as observáveis físicas que podem ser medidas em experimentos. A seção de choque diferencial é obtida a partir da seguinte relação

$$\frac{d\sigma_{1+2\to3+4}}{dt}(s,t) = \frac{1}{64\pi |p_{cm}|^2 s} |\langle p_3 p_4 | T | p_1 p_2 \rangle|^2 \delta(t - (p_1 - p_3)^2).$$
(2.13)

Para o caso particular de um espalhamento elástico de dois prótons a altas energias ($s \gg m_P$, sendo m_P a massa do próton) obtemos

$$\frac{d\sigma_{pp}}{dt}(s,t) = \frac{1}{16\pi s^2} |\mathcal{A}(s,t)|^2.$$
(2.14)

A matriz S possui algumas propriedades importantes: é (i) invariante de Lorentz, (ii) analítica e (iii) unitária, $SS^{\dagger} = 1$. Destas propriedades da matriz S decorrem quatro resultados importantes da teoria de espalhamento *:

• O *Teorema óptico* fornece uma relação entre a seção de choque total e a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal:

$$\sigma_{\rm tot}(s) = \frac{4\pi}{k} {\rm Im}[A(s, t=0)] \,. \tag{2.15}$$

• O comportamento assintótico da seção de choque total deve obedecer o Limite de Froissart:

$$\sigma_{tot} \le \frac{\pi}{m_{\pi}^2} \times \log^2\left(\frac{s}{s_0}\right) \,, \tag{2.16}$$

onde m_{π} é a massa do píon e s_0 é uma escala fixa. Escolhendo uma escala hadrônica $s_0 \sim 1$ GeV, para energias da ordem de $\sqrt{s} = 1$ a 20 TeV o limite d e Froissart é da ordem de $\sigma_{tot} \approx 10$ a 25 barns[†]. Considerando que 1 barn é aproximadamente o valor da seção de choque de um núcleo de Urânio, vemos que este limite é bastante alto.

• A simetria de cruzamento permite que a amplitude para um processo que ocorre no canal-s, cuja região cinemática é dada por s > 0 e t, u < 0, seja analiticamente continuada para a região t > 0 e s, u < 0, fornecendo a amplitude para o processo no canal-t. Assim temos

$$A_{1+2\to 3+4}(s,t) = A_{1+\bar{3}\to\bar{2}+4}(t,s).$$
(2.17)

• O *teorema de Pomeranchuck* estabelece que as seções de choque totais de dois processos relacionados por simetria de cruzamento devem ser iguais a altas energias se a parte real da amplitude for menor que a parte imaginária,

$$\frac{\sigma_{tot}(ab)}{\sigma_{tot}(\bar{a}b)} \xrightarrow{s \to \infty} 1.$$
(2.18)

^{*}Para detalhes e deduções destes resultados veja por exemplo a Ref. [66] †1 barn = $10^{-28} m^2 = 100 fm^2$.



Figura 2.3: Trajetória de Regge para a família de mésons leves, $\alpha(t) = 0.55 + 0.86 t$.

2.4 Seção de choque no canal t: Modelo de Pomeron

A *teoria de Regge*, desenvolvida na década de 1960, foi muito importante em estudos da fenomenologia de partículas que interagem fortemente na era pré-QCD. Além de estabelecer uma importante conexão entre a interação hadrônica a altas energias e a espectroscopia hadrônica, na teoria de Regge o comportamento da seção de choque de espalhamento total de hádrons a altas-energias é obtido naturalmente como veremos a seguir.

Formalmente, a teoria de Regge é construída a partir do formalismo de Sommerfeld-Watson, no qual a expansão da amplitude de espalhamento em ondas parciais pode ser reescrita em termos de uma integral de contorno no plano complexo do momento angular ℓ . Neste formalismo a amplitude de ondas parciais possui pólos simples, os chamados *pólos de Regge*, cuja posição é descrita pela função $\alpha(t)$, a *trajetória de Regge*. O comportamento assintótico da amplitude de espalhamento $(s \to \infty e \ s \gg |t|)$ é dado por:

$$A(s,t) \xrightarrow{s \to \infty} s^{\alpha(t)} \tag{2.19}$$

Esta equação é interpretada como a amplitude espalhamento pela troca no canal-t de um objeto chamado Reggeon, cujo momento angular é $\alpha(t)$. Os pólos de Regge correspondem à troca de partículas de spin J_i e massa m_i que obedecem a trajetória $\alpha(m_i^2) = J_i$. Um exemplo dessas trajetórias é dado pelo gráfico Chew & Frautschi mostrado na Fig. 2.3, onde são plotados os spins de mésons leves contra as respectivas massas ao quadrado obtendo uma relação linear. Neste caso a função $\alpha(t)$ corresponde a uma trajetória de Regge linear em t:

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t \tag{2.20}$$

sendo que o coeficiente linear ou interseção é $\alpha(0) = 0.55$ e o coeficiente angular ou inclinação é $\alpha' = 0.86 \text{ GeV}^{-2}$.

Através do comportamento assintótico da amplitude dado pela Eq. (2.19) obtêm-se a dependência assintótica em s para a seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto s^{2(\alpha(t)-1)},\tag{2.21}$$

e levando em conta o teorema óptico obtemos que cada trajetória contribui para a seção de choque total com um fator

$$\sigma_{tot} \propto s^{\alpha(0)-1}.\tag{2.22}$$

Para trajetórias como a representada na Fig. 2.3, temos $\alpha(0) < 1$, portanto numa região dominada por esta trajetória a seção de choque total diminui com o aumento de s. Conforme a Eq. (2.22), para que a seção de choque total cresça com a energia, a partícula trocada deve possuir $\alpha(0) > 1$. Além disso, um processo no qual a seção de choque total aumenta com s deve ser dominado pela troca de uma partícula com os números quânticos do vácuo (i.e., possui spin e isospin nulos, é par sob a conjugação de carga, C=+1) [66].

Dada a verificação experimental de que as seções de choque hadrônicas totais crescem lentamente com a energia para \sqrt{s} grande, conclui-se que o espalhamento hadrônico nesta região deve ser dominado pela troca de um único pólo de Regge com interseção $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ ligeiramente maior que um, e que possui os números quânticos do vácuo. Esta pólo de Regge é conhecido como *Pomeron* [67–69], sendo que no contexto da QCD este é descrito por um objeto composto por glúons, como veremos a seguir. A partir da análise de dados de seções de choque totais, espalhamento elástico e dissociação difrativa é possível identificar algumas propriedades fenomenológica do Pomeron.

Devemos notar que o crescimento da seção de choque total dado pela Eq. (2.22) leva a uma violação do limite de Froissart, embora acredite-se que a troca de mais pomerons eventualmente leve à unitarização da amplitude de espalhamento. Além disso, é possível usar o formalismo eiconal, que será descrito na última seção deste capítulo, para obter uma descrição da amplitude de espalhamento que não viola a unitariedade.

Os dados experimentais da seção de choque total $pp \in \bar{p}p$ são mostrados na Fig. 2.4. Donnachie & Landshoff [70] ajustaram estes dados através da soma de duas potências

$$\sigma_{pp} = 21.70 \, s^{0.0808} + 56.08 \, s^{-0.4525}, \qquad (2.23)$$

$$\sigma_{\bar{p}p} = 21.70 \, s^{0.0808} + 98.39 \, s^{-0.4525}.$$

O segundo termo, de potência $\eta = -0.4525$, está relacionado a troca dos mésons ρ , ω , f, a e é dominante a baixas energias. O primeiro termo, de potência $\epsilon = \alpha_{\mathbb{P}}(0) - 1 = 0.0808$, domina a altas energias e está relacionado à troca do Pomeron, obtendo assim o valor da interseção do Pomeron ligeiramente maior que 1:

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.0808. \tag{2.24}$$

Notamos também que o acoplamento do Pomeron é o mesmo para o próton e o antipróton, pois uma partícula com os números quânticos do vácuo não é capaz de distinguir diferentes cargas.

Donnachie & Landshoff também determinaram a inclinação da trajetória do Pomeron para o limite de altas energias [54], no qual os momentos transferidos são pequenos, através do ajuste da seção de choque diferencial mostrado na Fig. 2.4, ajustando os dados através da equação

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{[3\beta F_1(t)]^4}{4\pi} \left(\frac{s}{m^2}\right)^{2(\alpha(t)-1)},$$
(2.25)



Figura 2.4: Ajustes de Donnachie & Landshoff para a seção de choque total pp e $\bar{p}p$, e para a seção de choque diferencial elástica pp em $s = \sqrt{53}$ GeV.

onde $F_1(t)$ é o fator de forma de Dirac, obtendo

$$\beta = 1.70 \,\mathrm{mb}^{1/4} \,\mathrm{GeV}^{-1/2}, \qquad (2.26)$$

$$\alpha'_{\mathbb{P}} = 0.25 \,\mathrm{GeV}^{-2}. \tag{2.27}$$

De (2.24) e (2.27) portanto, obtemos que a trajetória do Pomeron é dada por

$$\alpha_{\mathbb{P}}(t) = 1.0808 + (0.25 \,\mathrm{GeV}^{-2}) t. \tag{2.28}$$

Além da determinação dos parâmetros da trajetória do Pomeron, várias análises de dados de seção de choque, espalhamento elástico e dissociação difrativa inelástica sugerem que o Pomeron se acopla a um único quark e se comporta como uma partícula isoescalar de C = +1. Todas essas propriedades obtidas a partir dos dados experimentais são características fenomenológicas que descrevem o Pomeron.

No formalismo da QCD o Pomeron pode ser entendido como a troca de ao menos dois glúons em um estado de singleto de cor, que é o objeto mais simples com os números quânticos do vácuo que pode ser trocado entre dois quarks. O resultado do cálculo da seção de choque total para troca de dois glúons é no entanto independente da energia. A dependência da seção de choque com a energia é obtida ao considerar correções para a troca de dois glúons, levando em conta



Figura 2.5: (a) Contribuição da troca de dois glúons para o Pomeron. (b) Escadas de glúons que contribuem para a equação de BFKL.

contribuições de "escadas" de glúons, como mostrado na Fig. 2.5. Os cálculos destas escadas de glúons são realizados através da equação de Балицки-Фадин-Кураев-Липатов (Balitski-Fadin-Kuraev-Lipatov, BFKL) [71, 72]. O valor da interseção do Pomeron obtida neste caso é dado por

$$J = 1 + 12 \ln 2 \,\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + \dots \approx 1.5\,, \qquad (2.29)$$

que não é compatível com a interseção "medida" $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.0808$. Outra inconsistência da descrição de QCD perturbativa do Pomeron é que a regra de adição de quarks é violada pela troca de dois glúons. Isto se deve à contribuição do diagrama onde os dois glúons interagem com quarks diferentes ser comparável à contribuição do diagrama com os glúons interagindo com o mesmo quark mostrado na Fig. 2.7.

Estes problemas relacionados à descrição de QCD perturbativa para o Pomeron podem estar de alguma forma relacionados à presença de uma singularidade infravermelha (i.e. em $k^2 = 0$) no propagador perturbativo do glúon. Algumas tentativas de incluir propriedades não-perturbativas em cálculos de interações fortes estão vinculadas a propagadores não-singulares para o glúon. De fato, a descrição de processos como o espalhamento hádron-hádron a altas energias e momento transferido pequeno deve levar em conta o caráter não-perturbativo deste tipo de processo, portanto o Pomeron deve ser um objeto *soft*. Tendo isto em vista, a utilização de propagadores

não-singulares no infravermelho para o glúon pode fornecer uma representação viável para a descrição do Pomeron. Descreveremos em seguida o modelo do Pomeron de Landshoff & Nachtmann que incorpora estas idéias para construir um Pomeron que satisfaça as propriedades fenomenológicas do Pomeron soft identificado nos dados da seção de choque total.

Devemos observar que além do Pomeron soft que descreve os dados de espalhamento difrativo há evidências de dados de espalhamento elástico para t grande para a existência de um Pomeron duro (perturbativo), que pode ser descrito através da equação de BFKL . Além disso deve haver um Pomeron de conjugação de carga ímpar (C = -1) formado por três glúons, o Odderon, capaz de descrever a diferença entre os dados de seção de choque diferencial de pp e $\bar{p}p$. [66]

2.4.1 Pomeron de Landshoff & Nachtmann

O modelo de Landshoff & Nachtmann (LN) para o Pomeron é baseado no cenário da troca de dois glúons [73]. Para incorporar efeitos não-perturbativos à descrição do Pomeron, levase em conta a propriedade de confinamento das interações fortes. Uma singularidade em um propagador para $k^2 = 0$ corresponde a uma partícula que se propaga por uma grande distância, conseqüentemente os glúons devem ser descritos por um propagador mais suave que $1/k^2$ na região infravermelha. Isto introduz uma escala de comprimento *a* na teoria, relacionada a um comprimento de correlação que corresponde à distância máxima de propagação para um glúon. Associado a este comprimento de correlação, temos também uma escala de massa dada por $M_c = 1/a$. A introdução destas escalas fornece um mecanismo natural para cortes que visam eliminar divergências no infravermelho. O propagador do glúon na região não-perturbativa (i.e. para k^2 pequeno) é escrito como

$$D_{\rm NP}(k^2) = a^2 f(a^2 k^2), \tag{2.30}$$

com f(0) = 1. Para $|k^2|$ grande o propagador do glúon deve ser dominado pela parte perturbativa, $D_{\rm P}(k^2) \sim 1/k^2$.

A estrutura das matrizes de Dirac para o acoplamento do Pomeron a um quark corresponde a um fóton isoescalar com C = +1, como previsto na teoria de Regge. Esta estrutura é obtida calculando-se os diagramas de Feynman da Fig. 2.6:

$$[\bar{u}\gamma^{\mu}(\not\!p-\not\!k)\gamma^{\nu}u] \otimes [\bar{u}\gamma_{\mu}(\not\!p'+\not\!k)\gamma_{\nu}u] \approx 4p \cdot p'[\bar{u}\gamma^{\mu}u] \otimes [\bar{u}\gamma_{\mu}u].$$
(2.31)

Para reproduzir os resultados da seção de choque total hadrônica, o acoplamento entre Pomeron e um quark u é escrito como

$$i\beta_0^2(\bar{u}\gamma_\mu u)(\bar{u}\gamma^\mu u),\tag{2.32}$$

onde a constante de acoplamento do Pomeron com é dada por

$$\beta_0^2 = \frac{1}{36\pi^2} \int d^2k \, [g^2 D(k^2)]^2 = \frac{4\pi}{9} \int dK^2 \, [\alpha_s D(-K^2)]^2, \qquad (2.33)$$

sendo que K^2 corresponde ao quadrimomento no espaço euclidiano $(K^2 = -k^2)$.

É possível mostrar que a regra de contagem de quarks é recuperada neste modelo. Calculando as contribuições devido a troca de dois glúons entre dois quarks como no exemplo da Fig. 2.7, é possível mostrar que o termo do gráfico de dois glúons que se acoplam ao mesmo quark é



Figura 2.6: Diagramas que contribuem para a troca de dois glúons não-perturbativos entre dois quarks: troca direta e troca cruzada.



Figura 2.7: Exemplo da troca de diagramas da dois glúons entre dois bárions nos quais (a) os glúons se acoplam ao mesmo quark, e (b) se acoplam à quarks diferentes. Para $a \ll R$, o gráfico (a) é dominante em relação a (b).

dominante em relação ao que os glúons se acoplam a quarks diferentes, desde que a escala a seja pequena comparada ao raio típico R de um hádron. Desta maneira, a regra de contagem de quarks é válida, com correções da ordem de a^2/R^2 .

O propagador não-perturbativo do glúon pode ser relacionado ao vácuo da QCD, que devido a efeitos não-perturbativos induz um condensado de glúons finito, que é obtido através do valor esperado do vácuo do quadrado do operador do glúon

$$\langle 0|: G_{\mu\nu}(x)G^{\mu\nu}(x): |0\rangle = M_c^4.$$
(2.34)

Em um modelo abeliano [73], que possui um campo de quark $\psi(x)$ e um glúon abeliano dado por G_{μ} e $G_{\mu\nu} = \partial_{\mu}G_{\nu} - \partial_{\nu}G_{\mu}$, é possível relacionar o valor esperado do vácuo ao propagador do glúon

$$\int dK^2 K^2 \alpha_s D_{\rm NP}(-K^2) = \frac{4\pi}{27} M_c^4.$$
(2.35)

A introdução da escala de comprimento a no propagador não perturbativo deve garantir que a equação acima seja finita.

Outro resultado do modelo de LN relaciona o comportamento para x pequeno das funções de estrutura do glúon ao condensado de glúons, obtendo uma relação com o propagador não-perturbativo

$$xg(x) = \frac{g_0^2}{3\pi^2} \int dK^2 K^2 D^2(-K^2), \qquad (2.36)$$

onde D é o propagador do glúon com a "cauda" perturbativa $(1/K^2)$ subtraída [74].



Figura 2.8: Espalhamento entre dois glúons $gg \to gg$ em ordem α_s^2 .

2.5 Seção de choque total no canal s: Modelo de Mini-jatos

Do ponto de vista do canal s o aumento das seções de choque hadrônicas com a energia é associado a interações semi-duras de pártons, onde por semi-duras entende-se que o momento transversal dos pártons p_T é da ordem de uns poucos GeVs [75]. Por exemplo, para $x \simeq p_{T\min}/\sqrt{s} \simeq 10^{-3}$, com $p_{T\min} \simeq 1$ GeV e $\sqrt{s} \simeq 1$ TeV. À medida que a energia aumenta em colisões hadrônicas, observa-se um número crescente de pequenos jatos de QCD semiduros, os chamados mini-jatos. Na região de x pequenos com domínio destes pártons semi-duros as interações são mediadas por glúons. A Fig. 2.8 mostra os diagramas dos processos elementares de espalhamento entre dois glúons em ordem α_s^2 que contribuem para as interações. Os modelos inspirados em QCD para a análise de processos hadrônicos a altas energias incorporam estas idéias. Em tais modelos o aumento da seção de choque com a energia é causado pelo aumento da densidade de pártons presentes em um hádron, que é traduzido pelo comportamento das funções de distribuição partônicas que crescem rapidamente na região de x pequeno, e com isto o número de interações entre os pártons cresce ocasionando a produção dos mini-jatos.

A seção de choque para produção de um jato de momento transversal p_T pode ser calculada perturbativamente, contanto que $p_T \ll \sqrt{s}$ e $p_T \gg \Lambda_{QCD}$. A seção de choque para produzir um jato com $p_T > p_{T\min}$ é dada por

$$\sigma_{\rm jet} = \frac{1}{2} \int_{p_{\rm T\,min}} dp_T^2 \int_{x_1 x_2 > 4p_T^2/s} dx_1 \, dx_2 \, f(x_1, Q^2) \, f(x_2, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}}{dp_T^2} \,, \tag{2.37}$$

onde $p_{T\min}$ é o limiar para produção do jato. A função $f(x, Q^2)$, que representa o fluxo de pártons (glúons g, e quarks q) dominado por glúons no regime considerado, é dada por

$$f(x,Q^2) = g(x,Q^2) + \frac{4}{9}q(x,Q^2) \approx g(x,Q^2).$$
(2.38)

A seção de choque de espalhamento Rutherford [‡] de pártons interagindo através da troca de um glúon é dada por

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dp_T^2} = \frac{9\pi\alpha_s(Q^2)}{2p_T^4}.$$
(2.39)

Nesta expressão há ainda um fator de simetria igual a 1/2 quando os pártons considerados são partículas idênticas (e.g., no espalhamento $gg \rightarrow gg$).

[‡]Diz-se que o espalhamento é do tipo "Rutherford" quando o este é elástico entre partículas escalares que interagem através da troca de um bóson vetorial não massivo. No caso de espalhamento $gg \rightarrow gg$ não são levados em conta portanto os termos de vértices triplos e quádruplos mostrados na Fig. 2.8. Além disso considera-se que a massa das partículas envolvidas no espalhamento são desprezíveis em relação à energia do centro de massa.

As interações hadrônicas a baixas energias são dominadas pelos quarks de valência, e a estrutura dos hádrons em termos destes constituintes é evidenciada pela relação obtida experimentalmente

$$\frac{\sigma_{tot}(\pi p)}{\sigma_{tot}(pp)} = \frac{2}{3}.$$
(2.40)

Na região de x pequenos temos o domínio de glúons, e a função de estrutura g(x) controla a transformação do hádron a altas energias em uma estrutura de glúons. Uma parametrização fenomenológica para a função de estrutura do glúon é dada por

$$g(x,Q^2) = h(Q^2) \frac{(1-x)^2}{x^J} \sim x^{-J}.$$
(2.41)

É possível mostrar que 1.03 < J < 1.3, através de ajustes de dados de espalhamento profundamente inelástico. Este valor é consistente com os valores estimados para a interseção do Pomeron.

A seção de choque de jato (2.37) portanto aumenta rapidamente com a energia devido ao crescimento de $g(x) \sim x^{-J}$ na região de x pequeno. A seção de choque total cresce portanto devido à produção de jatos que ocorrem devido ao aumento da função de estrutura do glúon. Como veremos no cálculo a seguir a seção de choque de jato viola o limite de Froissart, e portanto não é possível identificar diretamente σ_{tot} com σ_{jet} . É preciso um tratamento óptico dos glúons semiduros que inclui a estrutura transversal dos hádrons para descrever a interação entre estes.

A probabilidade de colisão com parâmetro de impacto b é dada por

$$\mathcal{P}_{ij}(b,s) = W_{ij}(b)\sigma_{ij}(s), \qquad (2.42)$$

onde i, j são pártons que colidem (quarks ou glúons), a função $W_{ij}(b, s)$ está associada a estrutura de carga do hádron, e σ_{ij} descreve a seção de choque da interação entre os hádrons mediada pelos pártons i, j. W_{ij} é uma função de estrutura que representa a sobreposição no parâmetro de impacto b da área ocupada pelos pártons dentro do hádron

$$W_{ij}(b) \equiv \int d^2 b' \rho_i(b') \rho_j(|\vec{b} - \vec{b}'|).$$
(2.43)

A função $\rho(b)$ é uma função de densidade dada pela transformada de Fourier de um fator de forma de dipólo $(1 - t/\mu^2)^{-2}$. Para i = j obtemos

$$W_{ii}(b) \equiv \frac{\mu_{ii}}{96\pi} (\mu_{ii}b)^3 K_3(\mu_{ii}b), \qquad (2.44)$$

onde $K_3(x)$ é a função modificada de Bessel de segundo tipo. Vamos calcular agora a seção de choque partônica $\sigma_{ij}(s)$. É conveniente reescrever a Eq. (2.37) como

$$\sigma_{ij}(s) = \int \left(\frac{\hat{s}}{s}\right) F_{ij}\left(x_1, x_2 = \frac{1}{x_1}\frac{\hat{s}}{s}\right) \sigma_{ij}(\hat{s}), \qquad (2.45)$$

com

$$F_{ij} = \int dx_1 \, dx_2 \, f_i(x_1) f_j(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau), \qquad (2.46)$$

$$\sigma_{ij} = c_{ij} \frac{9\pi \alpha_s^2}{m_0^2} \Theta(\hat{s} - m_0^2), \qquad (2.47)$$

onde c_{ij} são fatores de cor iguais a 1, $2\frac{4}{9}$, e $(\frac{4}{9})^2$ para gg, qg e $q\bar{q}$ respectivamente. A integração em p_T foi feita considerando $p_{T\min}^2 = m_0^2/4$:

$$\int_{p_{T\min}=m_0^2/4}^{\infty} dp_T^2 \frac{1}{(p_T^2)^2} = \frac{4}{m_0^2}$$
(2.48)

A escala m_0 é um limiar definido a partir do qual a seção de choque é constante, tal que neste limiar a Eq. (2.39) seja válida. Esta escala de momento é da ordem de 1 GeV e define o início das colisões semi-duras que dominam as interações dos hádrons a altas energias. A função F_{ij} dada pela Eq. (2.46) conta o número de pártons. A altas energias, com o domínio dos glúons, a Eq. (2.45) mostra que o crescimento da seção de choque total ocorre devido ao grande número de glúons que cresce rapidamente com $x \simeq m_0/\sqrt{s}$.

Vamos calcular somente o termo gg da equação já que este é dominante a altas energias. Utilizando as Eq. (2.45) a (2.48) e substituindo a função de estrutura do glúon dada por (2.41) temos que:

$$\sigma_{gg}(s) = \frac{9\pi}{m_0^2 \epsilon^2} (\alpha_s^2 (Q^2) h^2 (Q^2))^2 \left(\frac{s}{m_0^2}\right)^{J-1} \sim \left(\frac{s}{m_0^2}\right)^{J-1}$$
(2.49)

Obtemos assim o mesmo comportamento para a seção de choque total previsto na teoria de Regge, onde J é o coeficiente linear do Pomeron. Note que o parâmetro do expoente J controla o crescimento da função de estrutura gluônica para x pequeno e determina o crescimento da seção de choque total. Para calcular as seções de choque total, elástica, inelástica, *etc*, utiliza-se o resultado da Eq. (2.49) na Eq. (2.42). Isto é realizado no formalismo eiconal que descreveremos na próxima seção, onde $\mathcal{P}(s)$ representa a função eiconal.

2.6 Formulação eiconal

Para assegurar que os modelos aqui apresentados não violem a unitariedade devemos empregar o formalismo eiconal[§], construído para o regime de altas energias no espaço bidimensional do parâmetro de impacto b. Veja detalhes a respeito desta formulação em [69].

A amplitude de espalhamento elástico no espaço do centro de massa é escrita como

$$A(s,t) = \frac{k}{\pi} \int d^2 \vec{b} \, e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \, a(s,b), \tag{2.50}$$

onde a(s, b) é a amplitude de espalhamento no espaço do parâmetro de impacto, $d^2\vec{b} = 2\pi b \, db$, \vec{q} é um vetor bidimensional no espaço do parâmetro de impacto tal que $q^2 = -t$ é a transferência de momento invariante. Introduzindo a representação integral da função de Bessel J_0 ,

$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{iz\cos\phi} d\phi,$$
 (2.51)

podemos reescrever a amplitude de espalhamento como

$$A(s,t) = 2k \int_0^\infty db \, b \, J_0(qb) \, a(b,s) = \frac{k}{\pi} \int d^2 \vec{b} \, J_0(qb) \, a(b,s).$$
(2.52)

Definimos agora a função eiconal $\chi(s, b)$ como uma função complexa

$$\chi(b,s) = \chi_R(s,b) + i\,\chi_I(s,b) \tag{2.53}$$

[§]Eiconal ou *eikonal*, da palavra grega ειχον que significa "imagem", é um termo que vem emprestado da ótica.

tal que a amplitude de espalhamento no espaço do parâmetro de impacto b seja dada por

$$a(b,s) = \frac{i}{2} \left(1 - e^{-\chi_I(b,s) + i\chi_R(b,s)} \right).$$
(2.54)

A seguir, através das definições (2.50) e (2.54), vamos obter as observáveis físicas em termos da função eiconal.

Utilizando o teorema óptico, $\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}[A(s,t=0)]$ obtemos que seção de choque total é dada por

$$\sigma_{tot}(s) = 2 \int d^2 \vec{b} \left[1 - e^{-\chi_I(b,s)} \cos \chi_R(b,s) \right].$$
(2.55)

Dado que o teorema óptico é uma propriedade derivada da unitariedade da matriz de espalhamento, com a relação acima a unitariedade da formulação eiconal é garantida.

A seção de choque diferencial elástica é calculada através da seguinte relação

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{k^2} \left| A(s,t) \right|^2. \tag{2.56}$$

Integrando a equação acima em dt obtemos

$$\sigma_{el}(s) = \int d^2 \vec{b} \left| 1 - e^{-\chi_I(b,s) + i\chi_R(b,s)} \right|^2,$$
(2.57)

Agora, utilizando as Eq. (2.55) e (2.57) e a definição de seção de choque inelástica, $\sigma_{inel} = \sigma_{tot} - \sigma_{el}$, encontramos que esta é dada por

$$\sigma_{in}(s) = \int d^2 \vec{b} \left[1 - e^{-2\chi_I(b,s)} \cos \chi_R(b,s) \right].$$
(2.58)

A seção de choque diferencial é escrita como

$$\frac{d\sigma}{dt}(s,t) = \frac{1}{4\pi} \left| \int d^2 \vec{b} \left[1 - e^{i\chi(b,s)} \right] J_0(qb) \right|^2, \tag{2.59}$$

onde foi empregada a relação (2.52).

Todas as relações aqui calculadas satisfazem automaticamente a condição de unitariedade, pois foram derivadas empregando o teorema óptico. Podemos calcular também outros parâmetros importantes, como o parâmetro ρ , que mede a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal (t = 0):

$$\rho(s) = \frac{\operatorname{Re}\left[A(s,0)\right]}{\operatorname{Im}\left[A(s,0)\right]} = \frac{\mathcal{R}e\left[i\int b\,db(1-e^{i\chi(b,s)})\right]}{\mathcal{I}m\left[i\int b\,db(1-e^{i\chi(b,s)})\right]},\tag{2.60}$$

e a inclinação da seção de choque diferencial em t = 0

$$B(s) = \frac{d}{dt} \left[\ln \frac{d\sigma(s,t)}{dt} \right] \Big|_{t=0}.$$
(2.61)

Em problemas de espalhamento hadrônico descritos na formulação eiconal devemos conhecer a função eiconal $\chi(s, b)$ para realizar o cálculo das observáveis físicas como foi apresentado nesta seção. A função eiconal é dada pela soma das contribuições glúon-glúon, quark-glúon e quarkquark, que são fatorizadas em um produto da seção de choque multiplicada por uma função de distribuição no espaço de parâmetro de impacto W(b):

$$\chi(s,b) = \chi_{gg}(s,b) + \chi_{qg}(s,b) + \chi_{qq}(s,b) = i[\sigma_{gg}(s)W(b;\mu_{gg}) + \sigma_{qg}(s)W(b;\sqrt{\mu_{qq}\mu_{gg}}) + \sigma_{qq}(s)W(b;\mu_{qq})]$$
(2.62)

onde a função de distribuição no espaço do parâmetro de impacto é dada por

$$W(b) \equiv \frac{\mu}{96\pi} (\mu b)^3 K_3(\mu b), \qquad (2.63)$$

e é normalizada a unidade, tal que os σ possuem dimensão de seção de choque.

Vamos analisar agora a questão da unitariedade. A eiconal para processos hadrônicos a altas energias é dada por

$$\chi(b,s) \sim W(b)s^{J-1}.$$
 (2.64)

Para J > 1 o parâmetro de impacto de corte b_c é dado por

$$W(b_c)s^{J-1} \sim 1,$$
 (2.65)

e para μb grande, obtemos a seguinte relação

$$(\mu b_c)^{3/2} e^{-\mu b_c} s^{J-1} \sim 1.$$
(2.66)

O parâmetro de impacto crítico é dado portanto por

$$b_c = \frac{J-1}{\mu} \log \frac{s}{s_0} + \mathcal{O}\left(\log \log \frac{s}{s'_0}\right).$$
(2.67)

A seção de choque total é dada por uma seção de choque de "disco negro"

$$\sigma_{\rm tot} = 2\pi b_c^2 = 2\pi \left(\frac{J-1}{\mu}\right)^2 \log^2 \frac{s}{s_0}$$
(2.68)

recuperando o limite de Froissart, dado que $J \neq 1$. O fator μ representa a extensão espacial do próton dado por $\mu \simeq 1/R$, onde R é o raio do próton.

A última figura deste capítulo, Fig. 2.9, apresenta os dados experimentais da seção de choque total e da seção de choque diferencial elástica para colisões pp e $\bar{p}p$. É possível observar nestes gráficos a propriedade universal do crescimento da seção de choque total hadrônica a altas energias.



Figura 2.9: Seções de choque total e elástica para colisões pp e $\bar{p}p$ em função do momento do feixe do laboratório e energia total do centro de massa. *Fonte: PDG 2007*, [76].

Capítulo 3

Corte IR natural em processos difrativos

"So cut out the lonesome stuff!" -- James Joyce, Finnegan's Wake (1939)

3.1 Introdução

Neste capítulo vamos discutir a aplicação do conceito de massa dinâmica do glúon em cálculos de processos difrativos. Vamos apresentar como incorporar efeitos não-perturbativos para cálculos de espalhamento pp em modelos dos canais $s \in t$. Nestes cálculos a massa do glúon assume um papel importante introduzindo efeitos não-perturbativos, além de representar um corte natural para divergências infravermelhas.

Na primeira seção vamos utilizar o modelo de Pomeron da QCD proposto por Landshoff e Nachtmann para calcular seções de choque total e diferencial do espalhamento *pp*, com o objetivo de discutir uma abordagem baseada em QCD para o fator de forma do próton. Este modelo é bastante dependente do fator de forma eletromagnético experimental, e não está claro porque bons resultados são obtidos com este fator de forma mesmo para momento transferido moderado. Nós trocamos o fator de forma eletromagnético pelo fator de forma assintótico de QCD do próton determinado por Brodsky e Lepage (BL), mais uma prescrição para seu comportamento a baixa energia ditado pela existência de uma massa do glúon dinamicamente gerada. Ajustamos os dados com este fator de forma inspirado em QCD para um valor da massa dinâmica do glúon consistente com os valores determinados na literatura. Nossos resultados também fornecem uma determinação da função de onda do próton na origem, a qual aparece no fator de forma de BL.

Na segunda seção vamos discutir em um modelo eiconal baseado em QCD com uma escala de massa dinâmica do glúon como o comportamento de x pequeno da função de distribuição do glúon em Q^2 moderado é relacionado diretamente ao crescimento das seções de choque totais hadrônicas. Neste modelo, o crescimento da seção de choque total é dado por processos de espalhamento semiduros de glúon-glúon, onde o comportamento da função de distribuição em x pequeno exibe uma lei de potência $xg(x,Q^2) = h(Q^2)x^{-\epsilon}$. Assumindo que a escala Q^2 é proporcional à da massa dinâmica do glúon, mostraremos que os valores de $h(Q^2)$ obtidos neste modelo são compatíveis com um resultado anterior baseado em um modelo especifico de

Pomeron não-perturbativo. Discutiremos as implicações deste cenário para o comportamento das distribuições de glúon tipo valência em escalas de baixa resolução.

Os resultados apresentados neste capítulo estão publicados em [77,78].

3.2 Fator de forma do próton

Conforme visto no capítulo anterior, Donnachie e Landshoff [79] mostraram com base na teoria de Regge que os dados experimentais de espalhamento elástico pp podem ser ajustados através da expressão

$$\frac{d\sigma}{dt} = const. \times \left(F_1(t)\right)^4 (\alpha' s)^{2(\alpha(t)-1)} \quad , \tag{3.1}$$

onde $F_1(t)$ é o fator de forma do próton medido no espalhamento elástico *ep*. Esta expressão ajusta os dados de maneira satisfatória para t pequeno [80], e é razoável mesmo para valores moderados de t. Devido à dependência com $(F_1(t))^4$ esta seção de choque fornece um teste não trivial para a forma funcional do fator de forma do próton, e não é claro porque o fator de forma eletromagnético funciona tão bem para o Pomeron.

Nesta seção vamos considerar um modelo de Pomeron de QCD para calcular a Eq. (3.1). Este modelo já foi empregado com sucesso, portanto usamos os dados para discutir sua dependência com o fator de forma do próton. A idéia é trocar o fator de forma eletromagnético pelo fator de forma assintótico de QCD do próton determinado por BL [81]. Como este último não é válido na região infravermelha (IR), para esta região que introduzimos o conceito de uma massa dinâmica do glúon e uma hipótese sobre o comportamento do fator de forma no IR, igualando-o ao fator de forma do próton de BL a altas energias. Nosso modelo para o fator de forma do próton é usado para obter as seções de choque diferencial e total para o espalhamento pp, e ajusta os dados com um valor para a massa dinâmica do glúon consistente com aqueles determinados na literatura. Neste cálculo obtemos um valor razoável para a função de onda do próton na origem que aparece no fator de forma de BL, que é usado em muitas aplicações fenomenológicas, e está relacionado à massa dinâmica do glúon. Em nossos cálculos a expressão fenomenológica de $F_1(t)$ será modificada para uma que, a princípio, pode ser relacionada a uma expressão mais fundamental, baseada em QCD. Note que Donnachie e Landshoff [79] verificaram que o Pomeron se acopla ao próton como um fóton isoescalar. Portanto o Pomeron "vê" o próton até grandes momentos transferidos exatamente como em uma interação fóton-próton calculada por BL.

3.2.1 Cálculo do espalhamento elástico pp no modelo de LN

O modelo de Landshoff e Nachtmann (LN) pode explicar dados de espalhamento difrativo com grande êxito [19, 20, 24, 82], e ao mesmo tempo é um modelo simples. O cálculo de seções de choque hadrônicas neste modelo é direto, apesar de haverem duas aproximações que devem ser feitas para comparar o modelo aos dados. Primeiro, a dependência da troca de Pomerons com a energia deve ser introduzida de uma maneira *ad hoc*, multiplicando a amplitude de espalhamento por um fator da forma

$$Z = \left(\frac{s}{w_0^2}\right)^{0.08 + \alpha' t}, \qquad (3.2)$$

sendo que $w_0^2 \approx 1/\alpha'$ é uma escala de energia. Como já foi dito, sabemos que tal comportamento deve vir da troca de diagramas de escadas de glúons múltiplos descrita pela equação de BFKL [71,72]. Entretanto, também sabemos que o expoente da equação de BFKL não é simplesmente relacionado aos dados experimentais. É possível que no futuro a abordagem de LN possa ser compatível com a de BFKL, com a devida dependência com a energia, como já foi discutido por Ross em [83]. Isto significaria a obtenção da soma de uma escada de glúons não-perturbativos dada pela equação de BFKL, e não apenas o primeiro termo dado pela troca de dois glúons do modelo de LN. Enquanto isto não é possível seguimos como descrito acima e introduzimos à mão a dependência com a energia através do fator Z. Em segundo lugar, as seções de choque dependem do quadrado das funções de onda hadrônicas, que são relacionadas a seus respectivos fatores de forma. Como discutido acima, em geral adota-se o fator de forma eletromagnético, quando o ideal seria utilizar um fator de forma derivado de QCD.

Para calcular a seção de choque diferencial elástica pp utilizamos o modelo de Landshoff e Nachtmann discutido no capítulo anterior. A seção de choque diferencial do espalhamento elástico pp pode ser obtida de

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{|\mathcal{A}(s,t)|^2}{16\pi s^2},\tag{3.3}$$

onde a amplitude para o espalhamento elástico via troca de dois glúons representado na Fig. (2.6) pode ser escrita como [84]

$$\mathcal{A}(s,t) = i \, 8s \alpha_s^2 \, \left[\mathcal{T}_1 - \mathcal{T}_2 \right] \,, \tag{3.4}$$

 com

$$\mathcal{T}_{1} = \int d^{2}k D\left(\frac{q}{2} + k\right) D\left(\frac{q}{2} - k\right) |G_{p}(q, 0)|^{2}, \qquad (3.5)$$

$$\mathcal{T}_2 = \int d^2k D\left(\frac{q}{2} + k\right) D\left(\frac{q}{2} - k\right) G_p\left(q, k - \frac{q}{2}\right) \left[2G_p(q, 0) - G_p\left(q, k - \frac{q}{2}\right)\right], \quad (3.6)$$

onde $G_p(q,k)$ é a convolução das funções de onda do próton

$$G_p(q,k) = \int d^2 p \, d\kappa \, \psi^*(\kappa, p) \psi(\kappa, p - k - \kappa q) \,. \tag{3.7}$$

O termo \mathcal{T}_1 corresponde aos diagramas onde os dois glúons se acoplam ao mesmo quark dentro de um próton, e \mathcal{T}_2 corresponde aos que os glúons estão acoplados a quarks diferentes. A função $G_p(q,0)$ é o fator de forma $F_1(q^2)$. Para estimar $G_p(q, k - q/2)$ assume-se que a função de onda do próton possui um pico em $\kappa = 1/3$ implicando que

$$G_p\left(q, k - \frac{q}{2}\right) = F_1\left(q^2 + 9\left|k^2 - \frac{q^2}{4}\right|\right).$$
(3.8)

Em muitos cálculos deste modelo, $G_p(q,0)$ foi dado pelo fator de forma de Dirac do próton

$$F_1(t) = G_p(q,0) = \frac{4m^2 - 2.79t}{4m^2 - t} \frac{1}{(1 - t/0.71)^2}.$$
(3.9)

Isto significa que o Pomeron que interage fortemente vê o próton da mesma maneira que este é visto por um fóton. Isto não é totalmente surpreendente, como já foi discutido no trabalho de Landshoff e Nachtmann [73], visto que a descrição do Pomeron formado por glúons que propagam no vácuo até uma certa distância crítica leva naturalmente a um Pomeron que interage como um fóton isoescalar a altas energias. A seguir mostramos como tratamos o fator de forma do próton através da QCD.



3.2.2 Fator de forma de QCD do próton

Figura 3.1: (a) Estrutura do fator de forma do próton para Q^2 grande. (b) Diagramas que contribuem para função de espalhamento $T_p(x_i, y_i)$. As setas indicam as helicidades. (c) Contribuições da troca de um glúon para equação de evolução da função de onda do próton $\phi(x_i, Q)$.

Neste trabalho vamos diferir dos cálculos prévios do modelo de LN pelo uso da expressão do fator de forma assintótico determinado por BL [81]. No referencial de momento infinito (no cone-de-luz) o próton está se movendo inicialmente no eixo z e é atingido por um fóton com um grande momento transversal $q_{\perp}^2 = -q^2 = Q^2$. O fator de forma é interpretado como a amplitude para que o próton absorva o momento do fóton e permaneça intacto. O próton é descrito por três quarks de valência colineares que carregam uma fração do momento do próton x_i , com $\sum_i x_i = 1$, e após a colisão os pártons carregam uma fração y_i . Isto é representado na Fig. 3.1*a*. O fator de forma é dado por

$$F(Q^2) = \int_0^1 [dx_i] \int_0^1 [dy_i] \phi^{\dagger}(x_i, Q) T_p(x_i, y_i, Q^2) \phi(y_i, Q), \qquad (3.10)$$

onde a integração é feita sobre as frações de momentos longitudinais dos pártons constituintes

$$x_i = \frac{k_i^0 + k_i^3}{p^0 + p^3}, \quad \sum_{i=1}^3 x_i = 1,$$
(3.11)

sendo k_i o momento dos pártons e p o momento do próton, portanto a integração é dada por

$$[dx_i] \equiv dx_1 \, dx_2 \, dx_3 \, \delta\left(1 - \sum_i x_i\right). \tag{3.12}$$

A função de onda efetiva do próton $\phi(x_i, Q)$ é a função de onda do estado de Fock de três quarks integrada sobre o momento transversal $|k_{\perp}^{(i)}|^2 < Q^2$. Como visto no Capítulo 1, a forma

assintótica desta função de onda para Q^2 grande é dada por

$$\phi(x_i, Q) \to C x_1 x_2 x_3 \begin{cases} \chi[\ln (Q^2 / \Lambda^2)]^{-2/3\beta}, & |h| = \frac{1}{2}, \\ \chi[\ln (Q^2 / \Lambda^2)]^{-2/\beta}, & |h| = \frac{3}{2}. \end{cases}$$
(3.13)

Esta função de onda é calculada através da equação de evolução (1.110) utilizando a função $V(x_i, y_i)$ calculada a partir do núcleo da troca de um glúon, como mostrado na Fig. 3.1*c*.

A função T_p é calculada somando todos os diagramas minimamente conectados para $\gamma^* 3q \rightarrow 3q$ mostrados na Fig 3.1b:

$$T_p = 64\pi^2 \left[\frac{C_B \alpha_s(Q^2)}{Q^2} \right]^2 \left[\sum_{j=1}^3 e_j T_j(x_i, y_i) + (x_i \leftrightarrow y_i) \right],$$
(3.14)

onde $C_B = (N_C + 1)/2N_C = 2/3$, e_j é a carga eletromagnética em unidades de *e* da partícula *j*, e as amplitudes calculadas dos diagramas da Fig. 3.1b são dadas por

$$T_1 = T_3(1 \leftrightarrow 3) = \frac{1}{x_2 x_3(1 - x_3)} \frac{1}{y_2 y_3(1 - y_1)} - \frac{1}{x_3(1 - x_1)^2} \frac{1}{y_3(1 - y_1)^2}, \quad (3.15)$$

$$T_2 = -\frac{1}{x_1 x_3 (1-x_1)} \frac{1}{y_1 y_3 (1-y_3)}.$$
(3.16)

Convoluindo a função de onda (3.13) com (3.14) obtem-se a previsão de QCD para o fator de forma do próton

$$F_{QCD}(t) = G_p(q,0) \approx \frac{C[\alpha_s(q^2)]^{2+4/3\beta}}{q^4},$$
(3.17)

onde $\beta = 11 - (2/3) n_f$ é o coeficiente da função beta da QCD. O comportamento com q^{-4} vem dos propagadores de dois glúons trocados entre os quarks que formam o próton (ver Fig. 3.1b) e C é determinada pelo valor na origem da função de onda de três quarks (qqq). Ao contrário do fator de forma eletromagnético dado pela Eq. (3.9) aquele da Eq. (3.17) é apenas assintótico, e não é normalizado a 1 em $q^2 = 0$.

Sabemos que o fator de forma do próton de BL deve ser confiável em energias assintóticas, i.e., é apenas a cauda do fator de forma completo. Não podemos realizar um cálculo de QCD completo do espalhamento elástico diferencial pp sem conhecer o comportamento do fator de forma também no IR. Para supor algo a respeito de sua forma funcional no IR vamos introduzir no cálculo do fator de forma o conceito de uma massa dinamicamente gerada do glúon, que irá modificar a expressão da Eq. (3.17).

As equações (3.3) até Eq. (3.8) foram calculadas nas Ref. [19,20,24,82] usando propagadores de glúon não-perturbativos dotados com uma massa dinâmica de glúon, cuja existência implica também em uma constante de acoplamento finita no IR [23]. Utilizaremos o propagador não-perturbativo obtido por Cornwall em uma versão mais simples proposta na Ref. [62]

$$D^{-1}(q^2) = \left[q^2 + M_g^2(q^2)\right] \quad . \tag{3.18}$$

Em nossos cálculos desprezamos a dependência em q^2 de $M_g^2(q^2)$. O mesmo acontece no comportamento IR da constante de acoplamento. Em $q^2 = 0$ seu valor é aproximadamente 1 [15,85], e visto que os cálculos não são fortemente dependentes do comportamento logarítmico ultravioleta da constante de acoplamento, assumiremos um valor constante para esta quantidade. O efeito destas aproximações será comentado adiante. Uma vez admitida a idéia de uma massa do glúon dinamicamente gerada podemos supor o que seria esperado para o fator de forma do próton. Assintoticamente (vamos adotar na notação a expressão ultravioleta, UV), se desprezarmos a dependência com α_s na Eq. (3.17), temos

$$G_p^{(UV)}(q,0) \approx \frac{C}{(q^2 + m_g^2)^2}$$
 (3.19)

Poderia ser argumentado que esta aproximação é grosseira devido ao fato de que desprezamos a dependência em α_s . De fato isto não é tão trivial, pois Cornwall [13, 86, 87] aponta que o produto $g_s^2 D(q^2)$ é independente da constante de acoplamento. Na Ref. [15] foi mostrado que para massas de glúon no intervalo de $m_g = 500\pm200$ MeV os valores da constante de acoplamento variam entre 0.5 e 1. Iremos usar arbitrariamente o valor da constante de acoplamento de 0.8. Infelizmente ainda temos um conhecimento pobre do comportamento no IR da QCD, mas se o argumento de Cornwall está correto nossa aproximação pode ser mais correta do que aparenta.

Visto que a propagação do glúon é limitada pelo valor da massa m_g , esperamos que o fator de forma do próton no IR seja aproximadamente constante em um raio determinado por sua massa, e que depois caia rapidamente. Uma escolha simples que descreve este comportamento é

$$G_p^{(IR)}(q,0) \approx \exp[-q^2/2m_g^2]$$
, (3.20)

que é normalizada naturalmente a 1 na origem. Note que expressões mais complicadas poderiam ser usadas para descrever o comportamento no IR, mas estas não refletiriam de uma maneira tão simples um próton que é formado pela troca de dois glúons dinamicamente massivos. A expressão (3.20) já foi utilizada por vários autores (veja por exemplo Ref. [88,89]) como uma aproximação para o fator de forma. Na nossa proposta entretanto há uma motivação física para a largura da Gaussiana.

O fator de forma completo deve ser uma combinação das equações (3.19) e (3.20), que deve igualar-se em uma escala intermediária, e propomos que esta seja a escala da massa dinâmica do glúon. Desta maneira nosso *ansatz* para o fator de forma do próton válido para toda a extensão de momentos é dado por

$$G_p(q,0) = e^{\left[-q^2/2m_g^2\right]} \Theta(2m_g^2 - q^2) + \frac{9m_g^4/e}{(q^2 + m_g^2)^2} \Theta(q^2 - 2m_g^2) , \qquad (3.21)$$

onde $\Theta(x)$ é a função de Heaviside, introduzida para determinar a região de validade de cada termo da expressão. A Eq. (3.21) é normalizada corretamente na origem, e combina de maneira suave o fator de forma do próton para altas e baixas energias. Além disso, ao comparar (3.21) com a Eq. (3.19), obtemos uma previsão para a função de onda do próton na origem

$$C \equiv \frac{9m_g^4}{e}.\tag{3.22}$$

O valor deste parâmetro será determinado quando compararmos nossos cálculos da seção de choque ao dados experimentais. Note que a Eq. (3.21) deve ser considerada somente como uma *expressão funcional* para $F_1(t)$ com o momento Euclidiano trocado pela variável t. Ela pode não fornecer um comportamento perfeito para o fator de forma experimental do próton, entretanto esta fórmula é apenas um palpite de como poderia ser a dependência de um parâmetro fundamental em um cálculo completo de QCD do fator de forma em todos os intervalos de momento. Tanto quanto sabemos esta é a única parametrização que introduz uma escala nãoperturbativa com motivação física, que pode ser combinada com a expressão ultravioleta de QCD conhecida modificada por esta mesma escala.

3.2.3 Análise numérica

Calculamos as seções de choque total e diferencial do espalhamento pp no modelo de LN como foi descrito na seção 3.2.1, com a ajuda do fator de forma do próton da Eq. (3.21) e do propagador da Eq. (3.18). A partir das Eqs. (3.3) a (3.6) obtemos a amplitude de espalhamento pp

$$\mathcal{A}(s,t) = i8s\alpha_s^2 \int d^2k \, D\left(\frac{q}{2} + k\right) D\left(\frac{q}{2} - k\right) \left[G(q,0) - G\left(q,k - \frac{q}{2}\right)\right]^2, \tag{3.23}$$

onde D(q) é o propagador, G(q, 0) é o fator de forma do próton $F_1(q)$, e $G(q, k - \frac{q}{2})$ é dada pela Eq (3.8). A partir desta amplitude obtemos a seção de choque total pp através do teorema óptico

$$\sigma_{pp}^{0} = \frac{|A(s,t=0)|^2}{is}.$$
(3.24)

A dependência da seção de choque total com a energia é obtida introduzindo à mão o fator Z dado pela Eq. (3.2), de onde obtemos

$$\sigma_{tot} = \sigma_{pp}^0 \left(\frac{s}{m_P^2}\right)^{\epsilon}.$$
(3.25)

A seção de choque diferencial elástica pp é obtida através de

$$\frac{d\sigma_{pp}}{dt} = \frac{|A(s,t)|^2}{16\pi s^2}.$$
(3.26)

Na Fig. 3.2 os resultados numéricos são comparados aos dados experimentais de Breakstone et al. [80]. Os dados são bem ajustados assumindo uma massa dinâmica do glúon de $m_g = 460$ MeV, para $\Lambda = 300$ MeV, e para este valor a Eq. (3.21) é também compatível com o fator de forma de Dirac nos intervalos de momento baixo e intermediário. Os cálculos possuem alguma dependência na massa do glúon. Também apresentamos na Fig. 3.2 os resultados obtidos usando $m_g = 400$ e 550 MeV.

Note que para valores pequenos de |t| não há grandes diferenças nos cálculos de $d\sigma/dt$, não importa qual fator de forma estamos considerando. Entretanto para $|t| > 2m_g^2$ o cálculo já é sensível à cauda do fator de forma. Na Fig. 3.3 mostramos a seção de choque diferencial calculada com os fatores de forma das Eq. (3.9), (3.20) e (3.21), onde consideramos $m_g = 460$ MeV nas duas últimas equações. Também são mostrados na Fig. 3.3 os resultados obtidos com o fator de forma exponencial proposto por Bialas e Landshoff [89],

$$F_1(t) \equiv e^{\lambda t},\tag{3.27}$$

onde $\lambda \approx 2 \text{ GeV}^{-2}$. Para momentos transferidos grandes $(|t| > 2m_g^2)$ há diferenças na seção de choque calculada dependendo do fator de forma usado. Este é o caso para a Eq. (3.21), a qual para estes valores de t é dominada pela contribuição perturbativa. Vemos neste caso que as diferenças em $d\sigma/dt$ originadas pelas expressões do fator de forma são maiores que as incertezas experimentais. Portanto não podemos afirmar que temos um cálculo confiável da



Figura 3.2: Seção de choque diferencial do espalhamento pp do modelo de LN. Os dados experimentais são de Breakstone *et al.* [80].

seção de choque diferencial considerando o conhecimento atual do fator de forma nesta região de momento. Para a realização de um cálculo confiável da seção de choque diferencial na região de t grande, contribuições de ordem maior para o Pomeron devem ser levadas em conta.

Também calculamos a seção de choque total obtida da Eq. (3.25). Este cálculo no modelo de LN, que se torna uma função de m_g e C, pode reproduzir somente o termo de Pomeron (o termo que cresce com s) do ajuste para as seções de choque propostas por Donnachie e Landshoff [70], onde é mostrado que o comportamento de altas energias do espalhamento $pp \ (p\bar{p})$ é proporcional a $21.7s^{0.0808}$.

Os dados de altas energia do espalhamento pp da Ref. [90] são também mostrados na Fig. 3.4 e comparado com nossos cálculos, usando os mesmos valores da massa dinâmica do glúon, que se torna, junto com o ajuste de Donnachie e Landshoff, apenas mais uma verificação para nossos resultados. Das Fig. 3.2 e 3.4 vemos que os dados mostram um valor preferencial $m_g = 460$ MeV, que é compatível com determinações anteriores da massa dinâmica do glúon. Substituindo este valor de m_g na Eq. (3.22) obtemos o valor para o parâmetro C, que determina o a função de onda do próton na origem,

$$C = 0.15 \text{ GeV}^4$$
 . (3.28)

E interessante que nas Refs. [19, 20] os dados de espalhamento elástico pp são bem ajustados assumindo uma massa dinâmica do glúon de $m_g = 370 \text{ MeV}$ para $\Lambda = 300 \text{ MeV}$, enquanto cálculos recentes na Ref. [25] mostra um acordo excelente com os dados para $m_g = 400^{+350}_{-100} \text{ MeV}$. Nossos resultados estão em acordo com tais cálculos e fornecem uma nova determinação para a



Figura 3.3: Seção de choque diferencial de espalhamento pp para diferentes fatores de forma. A curva contínua foi obtida com o fator de forma da Eq. (3.21) com $m_g = 460$ MeV. As curvas tracejadas, pontilhadas e de traço-ponto foram obtidas respectivamente com os fatores de forma da Eq. 3.9, Eq. (3.20) e com $F_1(t) = \exp(\lambda t)$ e $\lambda \approx 2 \text{ GeV}^{-2}$. Os dados experimentais são os de Breakstone *et al.* [80].

função de onda do próton na origem.

O valor de *C* é compatível com os resultados obtidos da razão de ramificação $\frac{\Gamma(\psi \rightarrow pp)}{\Gamma(\psi \rightarrow hadrons)}$, cujo valor experimental é 0.0022. Neste cálculo usamos a expressão para a razão de ramificação dada por [91]:

$$\frac{\Gamma(\psi \to p\bar{p})}{\Gamma(\psi \to \text{hadrons})} = 3.2 \times 10^6 \,\alpha_s^3(s) \frac{|\vec{P}_{c.m.}|}{\sqrt{s}} \frac{\langle T \rangle^2}{s^4} \,, \tag{3.29}$$

onde $|\vec{P}_{c.m.}|/\sqrt{s}\simeq 0.4,\,s=9.6~{\rm GeV^2}$ e

$$\langle T \rangle \equiv \int_0^1 [dx] [dy] \frac{\phi^*(y_i, s)}{y_1 y_2 y_3} \frac{x_1 y_3 + x_3 y_1}{[x_1(1 - y_1) + y_1(1 - x_1)][x_3(1 - y_3) + y_3(1 - x_3)]} \frac{\phi(x_i, s)}{x_1 x_2 x_3}.$$
 (3.30)

Realizamos o cálculo acima usando a função de onda assintótica de três quarks

$$\phi(x_i, q^2) \to \phi_{\text{asy}}(x_i, q^2) = C x_1 x_2 x_3 \left(\log \frac{q^2}{\Lambda^2} \right)^{-2/3\beta}.$$
 (3.31)

Assim encontramos $C \simeq 0.13 \text{ GeV}^4$. Este valor é consistente com aquele aqui determinado (3.28), e mostra que nossa abordagem simples para o fator de forma é bastante satisfatória.



Figura 3.4: Seção de choque total pp. Os dados experimentais $(p\bar{p})$ são da Ref. [80] Também é mostrado a curva dada pelo ajuste de Donnachie e Landshoff.

3.2.4 Considerações finais

Introduzimos no cálculo do espalhamento elástico pp dentro do modelo de LN o comportamento assintótico do fator de forma da QCD, fornecido pela prescrição em termos de uma massa de glúon dinamicamente gerada. A idéia principal era introduzir uma expressão inspirada em QCD para o fator de forma do próton em tal cálculo. O comportamento a altas energias da seção de choque difrativa pp é determinado como uma função do fator C, relacionado à função de onda de três quarks na origem, e foi obtido como uma função da massa do glúon. Obtemos C = 0.15GeV⁴ após o ajuste dos dados de espalhamento elástico pp com $m_g = 460$ MeV para $\Lambda = 300$ MeV. Nossos resultados fornecem uma conexão desejável dos dados com o cálculo perturbativo do fator de forma do próton. Além disso acreditamos que a expressão do fator de forma apresentada em Eq. (3.21) pode ser estudada também em diferentes processos. Finalmente, as aproximações que foram feitas nos cálculos estão relacionadas ao pouco conhecimento do comportamento no IR do propagador do glúon e da constante de acoplamento, e qualquer progresso no cálculo pode ser realizado após um progresso equivalente na expressão das funções de Green da QCD no IR.

3.3 Função de estrutura do glúon para x pequeno

O crescimento das seções de choque totais hadrônicas pode ser explicado através dos modelos inspirados em QCD [25,75,92–98]. Como visto no capítulo anterior, neste formalismo a amplitude de espalhamento no referencial do c.m. está associada a processos semiduros, i.e. processos com x muito pequeno cujas amplitudes podem ser calculadas em QCD perturbativa: a altas energias o momento transversal típico é relativamente grande e, para pártons wee (i.e., pártons que carregam uma fração muito pequena do momento do hádron) em processos de espalhamento hadrônico, induz a valores pequenos da constante de acoplamento forte. Em altas energias os processos semiduros competem com os processos "moles", sendo que estes são tradicionalmente considerados responsáveis pela parte principal das seções de choque hadrônicas. Assim o estudo de processos de espalhamentos hadrônicos não está tão distante da teoria de QCD do que, por exemplo, o estudo de processos duros com distâncias transversais pequenas; à medida que a energia aumenta, esperase que os processos semiduros gerem uma parte crescente e significativa das seções de choque hadrônicas totais [99, 100]. Esta idéia atraente é viável visto que as observações experimentais demonstram que as componentes moles e semi-duras do espalhamento hádron-hádron a altas energias estão relacionadas tanto quanto, por exemplo, a observação da correlação entre os momentos transversais médios de hádrons produzidos e a densidade de multiplicidade em rapidez, [101] e a produção abundante de jatos de glúons com p_T moderado (fenômeno de mini-jato) em colisões hadrônicas. [102]

Os modelos inspirados em QCD incorporam processos moles e semiduros no tratamento de interações de alta energia entre hádrons através de uma formulação de espalhamento difrativo que é compatível com a analiticidade e a unitaridade. Para energias grandes e momento transversal fixo ocorre um crescimento rápido do número de glúons semiduros no hádron, que é a principal causa do aumento da seção de choque total. Portanto o aumento da seção de choque hadrônica está essencialmente conectado ao comportamento de x pequeno da função de distribuição de glúons e, dentro dos limites de aplicação destes modelos, pode ser usado para investigar a distribuição de glúon exatamente na região semi-dura $x \ll 1$.

Em cálculos dos modelos inspirados em QCD utiliza-se uma distribuição fenomenológica de glúons com o comportamento $g(x) \sim hx^{-J}$, onde J > 1. Poderíamos questionar porque esta abordagem não foi considerada previamente para determinar o comportamento para x pequeno da função g(x). Uma possível razão encontra-se no fato de que os modelos anteriores dependem de um corte infravermelho em uma escala de massa *ad hoc* e no valor infravermelho da constante de acoplamento forte (α_0) [75,92–98]. Portanto, se g(x) para x pequeno é dado pela expressão acima, a determinação de h não seria viável visto que esta aparece multiplicada por α_0 , que é um parâmetro de ajuste do modelo.

A liberdade para escolher os valores da escala de massa e de α_0 desaparece em um modelo aprimorado, onde a escala de massa arbitrária é modificada por uma escala dinâmica [25]. Neste modelo aprimorado com a massa dinâmica do glúon (o qual nos referimos daqui em diante como modelo de MDG) o início do domínio de glúons semiduros na interação de hádrons de alta-energia é controlado pela massa dinâmica do glúon m_g [13, 86, 87, 103] que, como visto no Capítulo 1, está intrinsecamente relacionada a um propagador do glúon finito. Além disso, no modelo de MDG a constante de acoplamento também é uma função da massa dinâmica do glúon. Portanto temos um significado físico preciso para o acoplamento no infravermelho bem como para a escala de massa dinâmica citada, que é um regulador natural das divergências associadas com as seções de choque de sub-processos semiduros de glúon-glúon. No modelo de MDG estas propriedades servem como instrumento para uma determinação confiável da distribuição de x pequeno prevista em QCD $g(x, Q^2) = h(Q^2)x^{-J}$ em Q^2 moderados, ou seja a determinação do fator $h(Q^2)$, onde a escala Q é da ordem da massa dinâmica do glúon. Esta escala dinâmica representa o início das contribuições semi-duras para espalhamentos difrativos de hádrons e portanto fornece a escala necessária para a aplicação do formalismo difrativo.

A função de distribuição de glúons é determinada geralmente na região de Q^2 grande e seu limite na região de x pequeno vem sendo discutido recentemente. Portanto os resultados que discutiremos podem ser considerados fenomenologicamente importantes se desejarmos entender a combinação entre estas diferentes regiões cinemáticas. Além disso, a distribuição de glúons para baixos valores de $Q^2 = Q_0^2$ deve ser levada em conta para calcular a distribuição para valores de Q^2 mais altos através das equações de evolução de DGLAP [57–59]. Mostramos que a origem de uma distribuição inicial baixa de Q_0^2 pode ser relacionada naturalmente ao fenômeno de geração de massa dinâmica de glúons.

3.3.1 Distribuição de glúons e crescimento da seção de choque total

Para estabelecer uma escala natural moderada Q^2 e determinar o fator $h(Q^2)$, exploramos a comportamento de x pequeno de $g(x, Q^2) = h(Q^2)x^{-J}$ em um modelo eiconalizado inspirado em QCD aprimorado com uma massa dinâmica para os glúons [25]. Este modelo (MDG) fornece um cálculo consistente de seções de choque totais consonantes com as restrições de analiticidade e unitariedade, e já foi aplicado com sucesso para descrever dados de espalhamento difrativo pp e $\bar{p}p$ [25], bem como dados de foto-produção γp e seções de choque totais para processos do tipo $\gamma \gamma \rightarrow$ hádrons [27]. Como visto no capitulo anterior, na representação eiconal a seção de choque total é dada por

$$\sigma_{tot}(s) = 4\pi \int_0^\infty b \, db \, [1 - e^{-\chi_I(b,s)} \cos \chi_R(b,s)], \qquad (3.32)$$

onde s é o quadrado da energia total do c.m., b é o parâmetro de impacto, e $\chi(b,s) = \chi_R(b,s) + i\chi_I(b,s)$ é uma função eiconal complexa. No modelo de MDG escrevemos uma eiconal par como a soma das contribuições das interações quark-quark, quark-glúon e glúon-glúon:

$$\chi^{+}(b,s) = \chi_{qq}(b,s) + \chi_{qg}(b,s) + \chi_{gg}(b,s)$$

= $i[\sigma_{qq}(s)W(b;\mu_{qq}) + \sigma_{qg}(s)W(b;\mu_{qg}) + \sigma_{gg}(s)W(b;\mu_{gg})],$ (3.33)

onde $\chi_{pp}^{\bar{p}p}(b,s) = \chi^+(b,s) \pm \chi^-(b,s)$. Aqui $W(b;\mu)$ é a função de estrutura no espaço do parâmetro de impacto e $\sigma_{ij}(s)$ são seções de choque dos sub-processos elementares de quarks e glúons em colisão (i, j = q, g). A função de estrutura é associada à transformada de Fourier de um fator de forma de dipolo,

$$W(b;\mu) = \frac{\mu^2}{96\pi} \,(\mu b)^3 \,K_3(\mu b) \,. \tag{3.34}$$
A eiconal ímpar $\chi^{-}(b,s)$, que dá conta da diferença entre os canais pp e $\bar{p}p$, é parametrizada como

$$\chi^{-}(b,s) = C^{-} \Sigma \frac{m_g}{\sqrt{s}} e^{i\pi/4} W(b;\mu^{-}), \qquad (3.35)$$

onde m_g é a massa dinâmica do glúon e os parâmetros C^- e μ^- são constantes a serem ajustadas. O fator Σ é definido como

$$\Sigma = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2(0)}{m_q^2},\tag{3.36}$$

com a constante de acoplamento dinâmica $\bar{\alpha}_s$ determinada em seu valor de congelamento. As funções eiconais $\chi_{qq}(b,s) \in \chi_{qg}(b,s)$, necessárias para escrever os dados de baixa energia frontal, são parametrizadas com termos ditados pela fenomenologia de Regge. As expressões formais destas quantidades, bem como detalhes referentes às propriedades de analiticidade das amplitudes do modelo podem ver vistos na Ref. [25].

No modelo de MDG a principal contribuição do comportamento assintótico das seções de choque totais párton-párton vem de colisões semi-duras glúon-glúon. O termo eiconal de glúon $\chi_{gg}(b,s)$ é escrito como $\chi_{gg}(b,s) \equiv \sigma_{gg}(s)W(b;\mu_{gg})$, onde

$$\sigma_{gg}(s) = \int_{4m_g^2/s}^{1} d\tau \, F_{gg}(\tau) \, \hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s}) \,. \tag{3.37}$$

Aqui $F_{gg}(\tau)$ é a função de estrutura convoluída para um par glúon-glúon ($\tau = x_1 x_2$), e $\hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s})$ é a seção de choque completa para o sub-processo $gg \to gg$, calculada através da teoria de perturbação dinâmica (TPD) [12], onde o propagador do glúon e a constante de acoplamento efetivos entram no cálculo. Para estas quantidades efetivas, vamos nos basear novamente na solução das ESD da Ref. [62], e utilizar a constante de acoplamento e propagador do glúon dependentes de um termo de massa dinâmica que é responsável pelo congelamento destas quantidades no IR,

$$\bar{\alpha}_s(q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{q^2 + 4M_g^2(q^2)}{\Lambda^2}\right)},$$
(3.38a)

$$D^{-1}(q^2) = [q^2 + M_g^2(q^2)],$$
 (3.38b)

onde q é o momento transferido entre os pártons que "entram" e os que "saem", e a massa dinâmica $M_g^2(q^2)$ é dada pela Eq. (1.116). A seção de choque diferencial elástica do sub-processo $gg \to gg$ calculada a nível de árvore obtida desta maneira é dada por

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(\hat{s},\hat{t}) = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s}{2\hat{s}^2} \left[3 - \frac{\hat{s}(4\,m_g^2 - \hat{s} - \hat{t})}{(\hat{t} - m_g^2)^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{(3\,m_g^2 - \hat{s} - \hat{t})^2} - \frac{\hat{t}(4\,m_g^2 - \hat{s} - \hat{t})}{(\hat{s} - m_g^2)^2} \right] \,. \tag{3.39}$$

Para o cálculo da seção de choque total $gg \to gg$, integramos sobre a seção de choque diferencial elástica (3.39) sobre os limites $4m_g^2 - \hat{s} \leq \hat{t} \leq 0$ [25], e obtemos

$$\hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s}) = \int_{\hat{t}_{min}}^{\hat{t}_{max}} \left(\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(\hat{s},\hat{t})\right) d\hat{t} \,. \tag{3.40}$$

Ao estabelecer estes limites cinemáticos desprezamos a dependência da massa dinâmica com o momento nas Eq. (3.38a), pois o cálculo de seções de choque hadrônicas não dependem fortemente

na forma especifica de $M_g(q^2)$, mas principalmente em seu valor infravermelho m_g (i.e. fazemos $M_g(q^2) \rightarrow m_g$). O resultado deste cálculo é o seguinte

$$\hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s}) = \frac{3\pi\bar{\alpha}_s^2}{\hat{s}} \left[\frac{12\,\hat{s}^4 - 55\,m_g^2\,\hat{s}^3 + 12\,m_g^4\,\hat{s}^2 + 66\,m_g^6\,\hat{s} - 8\,m_g^8}{4\,m_g^2\,\hat{s}[\hat{s} - m_g^2]^2} - 3\ln\left(\frac{\hat{s} - 3\,m_g^2}{m_g^2}\right) \right] \,. \tag{3.41}$$

No cálculo da função de estrutura,

$$F_{gg}(\tau) \equiv [g \otimes g](\tau) = \int \frac{dx}{x} g(x) g\left(\frac{\tau}{x}\right), \qquad (3.42)$$

adotamos uma função de distribuição motivada em QCD

$$g(x,Q^2) = h(Q^2) \,\frac{(1-x)^5}{x^J},\tag{3.43}$$

onde a quantidade $J \equiv 1 + \epsilon > 1$ controla o comportamento assintótico de $\sigma_{tot}(s)$. O fator $(1-x)^5$ é introduzido em acordo com as regras de soma de quarks espectadores para x alto [56]. Na terminologia de Regge, a quantidade J é a interseção do Pomeron. À medida que a energia cresce $(s \gg \Lambda^2$ e momento transferido $Q^2 \approx m_g^2$) o próton será preenchido com mais e mais glúons semiduros, e estaremos sondando a região de x pequeno. Portanto vemos que o comportamento da seção de choque total a altas energias é ditado por apenas quatro parâmetros: m_g , J, $h \in \mu_{gg}$ (veja Eqs. (3.32), (3.33), (3.34) e (3.43)). Os dois primeiros são parâmetros de entrada do modelo, enquanto $h \in \mu_{gg}$ são ajustados numericamente. Como veremos em detalhe na próxima seção, $h \in \mu_{gg}$ são determinados através de um ajuste global de dados de espalhamento a altas energias de $pp \in p\bar{p}$, i.e., dados de seção de choque σ_{tot} e parâmetro ρ .

No modelo de MDG a conexão entre a massa dinâmica do glúon m_g^2 e a escala $Q^2 \equiv -q^2$ surge da seguinte maneira: o modelo a pártons da QCD aprimorado não é aplicável somente na região em que o momento transversal p_T dos hádrons em colisão é da mesma ordem que a energia de seu centro de massa, mas também na região em que $\sqrt{s} \gg p_T$ contanto que $p_T \gg \Lambda_{QCD}$ [99,100]. Assim é possível investigar a interface entre a região de alto p_T e o limite de Regge através de métodos perturbativos. No modelo de MDG introduzimos o limite de energia física $s = 4m_g^2$ para os glúons do estado final (veja Eq. (3.37)), assumindo que estes são glúons blindados, em um procedimento similar ao calculo de Ref. [104]. Desta maneira, adotando a relação $p_T^2 = Q^2$, estabelecemos o limite de produção de partículas desejado $Q = 2m_g$. Note que a função de distribuição de glúons (3.43) reduz-se em $g(x, Q^2) = 0$ no limite $x \to 1$, como esperado pelas regras de soma, e, mais importante, reproduz a previsão de QCD para x pequeno

$$g(x, Q^2) \approx h(Q^2) x^{-J}.$$
 (3.44)

Neste contexto, dada a natureza de alta energia dos dados a serem ajustados na análise a seguir, estamos especialmente preocupados com a determinação de g(x,Q) na região de x pequeno e momento transferido da mesma ordem que as massas dinâmicas do glúon. Como discutiremos a seguir a seção de choque descrita pela Eq. (3.37) é totalmente dominada pela região de x pequeno e por processos em $Q^2 \approx 4m_g^2$. Entretanto temos que $m_g \approx 2\Lambda_{QCD}$, como discutido nas Refs. [13, 86, 87, 103] (embora a incerteza neste valor seja da ordem de Λ_{QCD}), e portanto estamos em uma região de momento moderado, e acima da região não-perturbativa determinada pela escala da QCD (Λ_{QCD}).

3.3.2 A distribuição de glúons em escalas de resolução Q² moderadas

Para determinar a dependência em pequenas escalas da distribuição de glúons exploramos o comportamento de x pequeno de g(x, Q) no modelo de MDG. Realizamos ajustes globais com dados de espalhamento de alta energia de $pp \in \bar{p}p$ acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV para determinar valores fenomenológicos para o fator h como uma função da massa dinâmica do glúon m_g . Note que neste valor de \sqrt{s} a dinâmica responsável pelo aumento da seção de choque com a energia já é efetiva. Este conjunto de dados inclui a seção de choque total (σ_{tot}) e a razão da parte real para a imaginária da amplitude de espalhamento frontal (parâmetro ρ). Usamos os conjuntos de dados compilados e analisados pelo Particle Data Group [76], com as estatísticas e erros sistemáticos adicionados em quadratura. Em todos os ajustes usamos um procedimento de ajuste de χ^2 , adotando um intervalo $\chi^2 - \chi^2_{min}$ correspondente, no caso de erros normais, para a projeção da hiper-superfície de χ^2 contendo 90% de probabilidade. No caso de 8 parâmetros de ajuste (modelo de MDG) isto corresponde ao intervalo $\chi^2 - \chi^2_{min} = 13.36$.

Como discutido na seção anterior, o comportamento das seções de choque totais $pp e p\bar{p}$ a altas energias é ditado por quatro parâmetros: m_g , J, $h e \mu_{gg}$. Os valores de entrada de m_g foram escolhidos no intervalo [300,750] MeV, como sugerido pelo valor $m_g = 400^{+350}_{-100}$ MeV obtido em uma análise anterior dos canais $pp e \bar{p}p$ através do modelo de MDG [25]. Este intervalo de valores para a massa dinâmica do glúon é também sustentado por estudos recentes de probabilidade de sobrevivência de intervalos de rapidez em espalhamento difrativo [27], bem como em reações de foto-produção (γp) e seção de choque total hadrônica ($\gamma \gamma$) [26]. Nós destacamos que se tivéssemos usado m_g como outro parâmetro a ser ajustado apenas reproduziríamos os resultados da Figura 3.5 da Ref. [25], indicando que os melhores valores da massa do glúon estariam no intervalo [300,750] MeV. Um valor de entrada consistente para o parâmetro J pode ser obtido ajustando dados de espalhamento via fenomenologia de Regge: no limite de s suficientemente grande a seção de choque glúon-glúon $\sigma_{gg}(s)$ obtida usando a distribuição de glúon (3.44) comporta-se como uma lei de potência de Pomeron s^{J-1} :

$$\lim_{s \to \infty} \int_{4m_g^2/s}^1 d\tau \, F_{gg}(\tau) \, \hat{\sigma}^{DPT}(\hat{s}) \sim \left(\frac{s}{4m_g^2}\right)^{\epsilon},\tag{3.45}$$

i.e. a quantidade ϵ controla o comportamento assintótico de $\sigma_{gg}(s)$. Vemos que o comportamento assintótico de $\sigma_{gg}(s)$ no modelo de MDG é similar àquele esperado pela fenomenologia de Regge, onde a quantidade J é relacionada à interseção do Pomeron, com $J \equiv 1+\epsilon > 1$ [67–69]. Ajustando dados de espalhamento através de um modelo de Regge estendido, o valor da interseção do Pomeron J imposto pelos dados de aceleradores disponíveis atualmente é $J = 1.088 \pm 0.011$ [105]. Este valor é compatível com o resultado recente $J = 1.085 \pm 0.006$, obtido através do uso de trajetórias não-lineares para ressonâncias de mésons [106]. Além disso, um ajuste de Regge dos dados da função de estrutura do próton indica a presença de um segundo Pomeron, com uma interseção dura $1 + \epsilon = 1.435$ [107]. Este ultimo valor de ϵ é compatível com o esperado para o expoente λ da abordagem de BFKL perturbativa [71,72], ou seja, $\lambda = \frac{12}{\pi}\alpha_s \ln 2 \approx 0.5$. Entretanto, há uma falta de precisão teórica sobre o valor exato de λ uma vez que este depende de um corte infravermelho k_0^2 no momento transversal dos glúons [108–111]. Além disso, é possível também que um fenômeno de geração de massa dinâmica do glúon "empurre" o valor λ perturbativo para um valor menor como foi mostrado por Ross [83]. Mais importante, no

m_g [MeV]	μ_{gg} [GeV]	h	χ^2/DOF		
$J = 1 + \epsilon = 1.085$					
300	$0.741 {\pm} 0.059$	$0.162{\pm}0.009$	1.112		
350	$0.782 {\pm} 0.064$	$0.226 {\pm} 0.013$	1.111		
400	$0.811 {\pm} 0.065$	$0.292{\pm}0.018$	1.101		
450	$0.857 {\pm} 0.073$	$0.357 {\pm} 0.021$	1.114		
500	$0.781 {\pm} 0.061$	$0.423 {\pm} 0.028$	1.115		
550	$0.878 {\pm} 0.072$	$0.525 {\pm} 0.037$	1.107		
600	$0.920{\pm}0.074$	$0.634{\pm}0.041$	1.108		
650	$0.909 {\pm} 0.071$	$0.708 {\pm} 0.052$	1.107		
700	$0.868 {\pm} 0.078$	$0.841{\pm}0.054$	1.124		
750	$0.956 {\pm} 0.078$	$0.993 {\pm} 0.065$	1.124		
$J = 1 + \epsilon = 1.435$					
400	$0.679 {\pm} 0.139$	$0.017 {\pm} 0.001$	1.950		

Tabela 3.1: Valores dos parâmetros de entrada e ajustados do modelo de MDG resultante do ajuste global para dados de espalhamento $pp \in \bar{p}p$.

que segue iremos mostrar que o uso de um valor duro da interseção do Pomeron resulta em um mau ajuste para os dados de σ_{tot} e ρ . Isto mostra que de fato o aumento da seção de choque total é governado por valores moles de J, como já é esperado em modelos analíticos e de Regge [54, 70, 112].

Os valores de ajuste para J foram extraídos da Ref. [105], onde uma parametrização de Regge estendida foi usada para estabelecer limites extremos para a interseção do Pomeron mole. Naquela análise a interseção do Pomeron mole foi determinada explorando a incerteza sistemática que vem da discrepância no que se refere aos resultados para $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV reportados pela Colaboração CDF [113] e aqueles reportados pelas Colaborações E710 [114] e E811 [115]; os valores para os limites inferiores e superiores são J = 1.085 e J = 1.095, respectivamente, e representam os limites para a interseção do Pomeron mole impostos pelos dados de aceleradores e raios cósmicos disponíveis atualmente [105]. Nos restringiremos ao intervalo acima de valores de J. Valores fora desta janela não fornecem bons ajustes para os dados experimentais.

Os resultados de nossos ajustes globais para o conjunto de dados discutidos acima são representados na Fig. 3.5. Nota-se um aumento rápido nos valores de h com a massa do glúon. Este comportamento não depende do valor especifico da interseção mole, visto que os resultados são totalmente compatíveis para os dois limites da interseção, ou seja J = 1.085 e J = 1.095. Os valores de χ^2 /DOF obtidos nos ajustes globais com J = 1.085 são relativamente baixos, como mostrado na Tabela 3.1 (os valores de χ^2 /DOF para a entrada J = 1.095 são similares). Estes resultados (para 148 graus de liberdade) indicam a excelência dos ajustes e mostram que é bem improvável que o Pomeron mole não domine o comportamento das seções de choque totais ao menos na região de energia que estamos considerando. Em outras palavras, nossos ajustes não suportam um Pomeron duro, como indicado na Tabela 3.1: o uso de um valor de entrada duro



Figura 3.5: O fator h como uma função da massa dinâmica do glúon m_g determinada através do modelo de MDG.

J = 1.435 resulta em um ajuste bastante pior ($\chi^2/\text{DOF} = 1.95$) e mostra que neste caso o modelo de MDG não acomoda o conjunto de dados usados no procedimento de ajuste. Além disso, a escolha do valor duro J = 1.435 resulta em um valor muito baixo para o fator h, i.e. $h = 0.017 \pm 0.001$. Como veremos a seguir, este valor é aproximadamente 1/10 do esperado [74].

O comportamento de x pequeno de $xg(x,Q^2) = h(Q^2)x^{-\epsilon}$ em $Q^2 = 1$ GeV², levando em conta nossos resultados de h para $m_g = 500$ MeV como indicado na Tabela 3.1, é dado por

$$xg(x) = (0.423 \pm 0.028)x^{-(0.085 \pm 0.05)}, \qquad (3.46)$$

onde adotamos o limite da interseção de $1 + \epsilon = 1.085$ que é consistente com o valor recente de *J* obtido na análise de dados de espectroscopia [106]. Este comportamento pode ser comparado com o resultado de MRST para a parametrização de LO de g(x) em $Q_0^2 = 1$ GeV² em x muito pequeno [116]:

$$xg^{MRST}(x) \approx 3.08x^{0.10};$$
 (3.47)

em $x' = 10^{-5}$ (os limites cinemáticos das distribuições de MRST) nossa distribuição é dada por $x'g(x') = 1.125^{+0.146}_{-0.133}$, enquanto $x'g^{MRST}(x') = 0.974$. Este acordo numérico reforça a afirmação de que o espalhamento hadrônico é dominado principalmente por Pomerons moles em escalas $Q^2 \leq 1 \text{ GeV}^2$. Este não é o caso para escalas maiores, como podemos ver na Fig. 3.6, onde comparamos nossa distribuição de glúons com as distribuições de glúons de ordem principal de MRST [116] e CTEQ6L1, CTEQ6L [117, 118] em $Q^2 = 1.69 \text{ GeV}^2$ e $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$. Estas distribuições de pártons são evoluídas com funções de desdobramento (*splitting*) de LO usando



Figura 3.6: As distribuições de glúon em $Q^2 = 1.69$ e 4.0 GeV² do modelo de MDG (curvas sólidas). As curvas de ponto, traço e traço-ponto são as distribuições de glúons MRST, CTEQ6L1 e CTEQ6L, respectivamente.

equações DGLAP a partir das escalas iniciais $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ (MRST) e $Q_0^2 = 1.69 \text{ GeV}^2$ (CTEQ6), e são obtidas usando formulas a nível de árvore para seções de choque duras. As distribuições de pártons CTEQ6 (MRST) são válidas nos intervalos cinemáticos $10^{-6} \le x \le 1$ ($10^{-5} \le$ $x \leq 1)$ e 1.3 GeV $\leq Q \leq 10^4$ GeV (1 GeV $\leq Q \leq 10^7$ GeV). A distribuição CTEQ6L usa o mesmo acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ que o ajuste de NLO padrão do CTEQ com $\alpha_s(M_Z^2)=0.118$ enquanto CTEQ6L1 usa a fórmula em LO para $\alpha_s(Q^2)$ com $\Lambda_{QCD}^{n_f=4} = 0.215$ GeV (que corresponde a $\alpha_s(M_Z^2) = 0.130$). As distribuições MRST em LO usam um valor de $\Lambda_{QCD}^{n_f=4} = 220$ MeV que corresponde a $\alpha_s(M_Z^2) \approx 0.130$. No modelo de MDG adotamos o valor da escala da QCD $\Lambda(n_f = 4) = 300$ MeV, que corresponde a $\bar{\alpha}_s(M_Z^2) \approx 0.130$. Os resultados representados na Fig. 3.6 indicam que os glúons de x pequeno em escalas Q^2 mais altas são gerados principalmente radiativamente: no valor $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ a distribuição de glúon de MDG e as CTEQ/MRST são diferentes por um fator maior que 5 em $x = 10^{-5}$, entretanto os resultados de MDG e MRST são compatíveis para a escala $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$. As distribuições de glúons de MDG a escalas maiores podem ser calculadas ajustando os resultados de h a uma função do tipo $h(Q^2) = A + BQ^2$, como mostrado na Figura 3.7, onde o melhor ajuste é dado por $A = 0.121 \times 10^{-1}$ e $B = 0.170 \times 10^{-5}$ MeV⁻². É claro que a forma funcional de $h(Q^2)$ não é conhecida e enfatizamos que a escolha feita acima é apenas um ansatz, bem como deve ser lembrado que os valores de Q^2 que estamos usando são da ordem de $4m_a^2$.

Vale a pena mencionar que os valores de massas $m_q \lesssim 500$ MeV são favorecidos em outros



Figura 3.7: O fator h como uma função da massa dinâmica do glúon m_g . A curva sólida é obtida através da função $h(Q^2) = A + BQ^2$, com $A = 0.121 \times 10^{-1}$ e $B = 0.170 \times 10^{-5}$ MeV⁻².

cálculos de processos com interações fortes. Desta maneira, consideramos o intervalo moderado de 0.36 GeV² $\leq Q^2 \lesssim 1$ GeV² (que corresponde ao intervalo da massa do glúon 300 MeV $\leq m_g \lesssim$ 500 MeV) como o mais apropriado para a distribuição de glúon de MDG. Este novo intervalo para o limiar de produção de glúons dinamicamente gerados é corroborado por nossos resultados em $Q^2 \gtrsim 1.69$ GeV² ($m_g \gtrsim 650$ MeV) visto que nossa distribuição de glúons é menor que aquelas do CTEQ6 em LO e MRST. Trata-se de uma clara indicação de que no modelo de MDG os valores limites $m_g \gtrsim 500$ MeV inibem a produção de glúons não-perturbativos. Para escalas ainda menores, por exemplo $Q^2 \lesssim 0.36$ GeV², o comportamento em x da distribuição de glúons é devido à dinâmica de estado ligado do próton e é um problema ainda não resolvido de QCD não-perturbativa.

3.3.3 Considerações finais sobre o modelo de MDG

A partir de um modelo baseado em QCD para a descrição de processos difrativos mostramos como o aumento das seções de choque hadrônicas totais podem ser naturalmente conectadas ao comportamento de x pequeno da função de distribuição de glúons prevista em QCD g(x, Q) para Q^2 moderado. Nós determinamos de uma forma precisa o fator $h(Q^2)$ que aparece na distribuição de glúons prevista em QCD no formalismo do modelo eiconal de MDG. Este modelo baseado em QCD é instrumental para uma determinação confiável do comportamento de x pequeno de g(x, Q) para Q^2 moderado visto que processos difrativos envolvem ambas escalas semi-dura e mole resultando em uma complicada interação entre efeitos perturbativos e não-perturbativos. Mais especificamente, determinamos o comportamento da distribuição de glúons $g(x, Q^2) = h(Q^2)x^{-J}$ para o intervalo de Q^2 moderado $Q^2 \leq 1$ GeV. A conexão entre a escala de resolução Q e a massa dinâmica do glúon m_g foi estabelecida pelo limiar de produção de partículas $Q = 2m_g$.

Nossos resultados mostram que em momentos $Q^2 \gtrsim 1 \text{ GeV}^2$ os glúons de x pequeno são gerados principalmente radiativamente. O coeficiente h depende de Q^2 como discutido no final da última seção. Verificamos que valores moles de J como $J = 1 + \epsilon \approx 1.08$ são preferidos ao invés de um valor grande (Pomeron duro perturbativo), $J = 1 + \epsilon \approx 1.43$. Entretanto o rápido aumento de $h(Q^2)$ com o momento não é o suficiente para produzir um número de glúons não-perturbativos tão alto como o de perturbativos. Para isto provavelmente é necessário um rápido aumento dos valores de J com o momento, tal que os valores moles de J são preferidos para Q^2 moderado e valores duros seriam necessários somente em Q^2 alto. Chamamos atenção ao fato de que esta declaração é corroborada por uma análise de distribuições de pártons de prótons feita pelo grupo MRST [119]. Ajustando as distribuições do mar de quarks (S) e glúons (G) dos pártons de MRST para as formas $xf_i(x,Q^2) = A(Q)x^{-\lambda_i(Q^2)}$ quando $x \to 0, i = S, G$, foi visto como os expoentes $\lambda_S \in \lambda_G$ variam com Q^2 . Foi observado que enquanto Q^2 aumenta da escala inicial $Q_0 = 1 \text{ GeV}^2$ o caráter do tipo valência do glúon desaparece rapidamente devido ao domínio da evolução pelo mar de pártons muito inclinado. Para valores mais altos de Q^2 o expoente do glúon λ_G cresce rapidamente e se torna maior que o expoente do mar de quarks λ_S , visto que o glúon conduz o mar de quark via transição $g \to \bar{q}q$. Tomando somente valores positivos para λ_G observamos que este começa em um valor onde a distribuição de glúons é quase plana, que é $\lambda_G \approx$ 0, e para $Q^2 \approx 4 \text{ GeV}^2$ tem o valor $\lambda_G = 0.2$. O valor duro $\lambda_G = 0.435$ é atingido em $Q^2 \approx 700$ GeV². Conseqüentemente nossos resultados são consistentes com a visão convencional de que a componente do glúon que cresce abruptamente está ausente em Q^2 moderado, e à medida que Q^2 aumenta esta componente é gerada através da evolução de QCD perturbativa.

O comportamento de x pequeno da distribuição de glúons (especificamente, o valor de h) foi obtido em uma abordagem diferente por Cudell, Donnachie e Landshoff (CDL) [74], dentro do modelo de Pomeron de Landshoff e Nachtmann (LN) [73, 120, 121]. Neste modelo a função de distribuição de x pequeno é dada por

$$xg(x) \equiv h = \frac{4\alpha_s}{3\pi} \int dk^2 k^2 D^2(-k^2),$$
 (3.48)

onde o propagador do glúon (D) é o propagador efetivo com a parte perturbativa subtraída da integral. Note que a Eq. (3.48) não contem a contribuição $x^{-\epsilon}$, que foi colocada à mão no modelo LN. Neste cálculo com o propagador do Cornwall, onde podemos substituir α_s por $\bar{\alpha}_s$, obtemos $h \approx 0.15$: este valor é compatível com o valor obtido na abordagem de CDL [74]. Uma comparação dos nossos resultados com os de CDL mostra que nossos valores de h são bem razoáveis. Mais especificamente, isto mostra que o resultado de CDL para h é compatível com o resultado da massa dinâmica do glúon em uma escala de massa da ordem de $m_g \approx 300$ MeV (veja Tabela 3.1). Massas dinâmicas do glúon desta mesma ordem foram obtidas em Ref. [27] com o objetivo de calcular a probabilidade de sobrevivência $\langle |S|^2 \rangle$ de intervalos de rapidez em espalhamentos difrativos da produção do bóson de Higgs via processos de fusão $WW \to H$. Estes fatores de sobrevivência são compatíveis com resultados recentes de $\langle |S|^2 \rangle$ obtidos por Khoze, Martin e Ryskin através de um modelo eiconal de dois canais que incorpora inserções de *loop* de píons na trajetória do Pomeron, dissociação difrativa, e efeitos de re-espalhamentos [122]. Além disso, na análise via modelo de MDG da seção de choque total de foto-produção γp e $\gamma \gamma \rightarrow$ hádrons, ambos derivados de amplitudes de espalhamento pp e $p\bar{p}$ assumindo o domínio de mésons vetoriais, é possível acomodar valores menores de m_g além da escala de massa adotada $m_g = 400 \text{ GeV}$ [26]. Todos estes resultados sugerem um intervalo de massa mais restritivo do que aquele que temos considerado até agora. Dado o comportamento de $g(x, Q^2)$ obtido através do modelo de MDG, podemos confiar no intervalo de massa $m_g \leq 500$ MeV como o mais confiável. Isto corresponde à escala $Q^2 \leq 1 \text{ GeV}^2$. A introdução da massa dinâmica do glúon não é feita de uma maneira totalmente compatível com a QCD perturbativa, o que provavelmente irá demandar muito mais tempo e esforço. Entretanto a introdução deste conceito é claramente consistente com os dados experimentais, e revela um cenário mais atraente para o comportamento de g(x)em x pequeno e Q^2 moderado.

Em resumo, consideramos que o modelo de MDG é uma ferramenta útil para determinar o comportamento da função de distribuição de glúons em Q^2 moderado através da fusão natural das componentes moles e semi-duras dos processos de espalhamentos. Enfatizamos que é um resultado não-trivial que o comportamento da nossa distribuição de glúons em x pequeno é da mesma ordem daquela de MRST em $Q^2 = 1$ GeV². Este resultado é obtido com apenas três parâmetros, i.e. m_g , J e h. A relação natural entre a escala de momento Q e a massa dinâmica do glúon m_g indica que a geração de massa dinâmica de pártons deve ser o principal mecanismo por trás da dinâmica não-perturbativa das distribuições de pártons de valência que estão presentes em escalas de baixa resolução.

Capítulo 4

Decaimentos do méson B

"Who dreamed that beauty passes like a dream?" —William Butler Yeats, The Rose (1893)

4.1 Introdução

Em 1973 Kobayashi e Maskawa postularam a existência de uma terceira família de quarks para construir uma matriz de mistura 3×3 que é capaz de incorporar violação de CP no modelo padrão. O quark *charm* foi descoberto em 1974, completando a segunda família de quarks. Alguns anos depois, em 1977, o primeiro quark da terceira família, o *quark bottom* (também chamado de *beauty*), foi descoberto no Fermilab, onde também foi descoberto o *top* (ou *truth*) em 1995, completando as três famílias de quarks. A descoberta do *bottom* ocorreu com a detecção de um ressonância com massa $m \sim 9.46$ GeV e $J^{PC} = 1^{--}$ no processo $p + Be \rightarrow \mu^+\mu^- + X$. Esta ressonância ficou conhecida como $\Upsilon(1S) = \Upsilon(9460)$, e foi interpretada como um estado ligado de quark e antiquark pesados, $b\bar{b}$, o que foi confirmado posteriormente por outros experimentos, e em seguida foram encontradas as ressonâncias $\Upsilon(2S)$ e $\Upsilon(3S)$. Na época estimava-se que o limiar para a produção de hádrons $B\bar{B}$ ($B = \bar{b}q$) seria atingido por ressonâncias a partir da ressonância $\Upsilon(4S)$, que foi detectada em 1980, e posteriormente em 1983 o decaimento do $\Upsilon(4S)$ em um par de mésons $B\bar{B}$ foi confirmado.

A possibilidade de que várias questões fundamentais possam ser abordadas através do estudo da fenomenologia dos mésons B impulsiona o interesse em experimentos para a aquisição de dados cada vez mais precisos nesta área. Entre os principais experimentos que investigam a física do méson B atualmente estão as "fábricas de B", Belle (KEK) e BaBar (SLAC), que são colisores de e^+e^- de alta luminosidade que produzem ressonâncias $\Upsilon(4S)$, e estas decaem 96% das vezes em pares $B\bar{B}$. O fato destas máquinas operarem um pouco acima do limiar de produção do B facilita a aquisição de dados devido à redução do *background*. Há também experimentos em colisores de hádrons, como o CDF e o D0 no Tevatron e em breve o LHCb no LHC–CERN. A produção de pares $b\bar{b}$ se dá através de reações do tipo $p\bar{p} \rightarrow b\bar{b}X$, que possuem seções de choque altas comparadas às seções de choque em colisores de e^+e^- . Outra vantagem é a energia de c.m. disponível que é alta o suficiente para produzir outros tipos de mésons B - além dos mésons B^0 e B^+ , produz-se os mésons mais pesados B_s^0 e B_c^+ . Por outro lado, obviamente o *background* em máquinas de hádrons é um grande desafio e a reconstrução dos eventos é mais

complexa, devido à grande multiplicidade de partículas. Algumas características dos decaimentos dos mésons B tornam essa tarefa viável. Por exemplo, considerando que os mésons B sofrem decaimentos leptônicos ou semi-leptônicos, isola-se estes eventos selecionando estados finais que contêm um ou mais léptons. Além disso, o tempo de vida dos mésons B são relativamente longos, o que permite diferenciar entre o *background* e decaimentos do B. Os quarks de sabores pesados são produzidos com momentos transversais em relação ao feixe grandes o suficientes, permitindo medir o deslocamento entre a produção e o decaimento ($\approx 5\mu m$) em detectores com resolução suficiente. Isto permite a reconstrução de eventos cujos estados finais são compostos apenas por hádrons.

A rica fenomenologia de decaimentos dos mésons B é um laboratório importante para a investigação de várias características do Modelo Padrão, tais como a estrutura de sabores e a violação de CP, e também abre uma janela para a busca por efeitos de Nova Física além do Modelo Padrão. Além disso as interações fortes possuem um papel importante em decaimentos de mésons B, que fornecem um campo vasto para a aplicação da QCD, principalmente decaimentos com estados finais formados somente por hádrons. Neste tipo de decaimento é preciso levar em conta efeitos de longa distância, que permitem testar métodos não-pertubativos e teoremas de fatorização da QCD. Na prática, os elementos de matriz hadrônicos que devem ser calculados representam um dos principais desafios teóricos, e vários métodos foram desenvolvidos recentemente para tratar este problema.

Neste capítulo vamos revisar alguns conceitos básicos da física do méson B referentes aos decaimentos cujos estados finais são compostos somente por hádrons, i.e. decaimentos nãoleptônicos. Iniciaremos apresentado os tipos de contribuições presentes em decaimentos fracos do quark-b, depois vamos revisar a teoria efetiva que descreve o decaimento do méson B em termos de uma Expansão do Produto de Operadores, e por último vamos discutir alguns métodos de fatorização que permitem o cálculo dos elementos de matriz hadrônicos.

4.2 Decaimentos não-leptônicos



Figura 4.1: Processos de decaimentos não-leptônicos do quark bottom: (a) corrente-corrente, (b) pingüim de QCD, (c) e (d) pingüins EW.

Decaimentos não-leptônicos do méso
nBsão governados por transições fracas do quark
 bottom do tipo

$$b \rightarrow q_1 \, \bar{q_2} \, d \, (s),$$

onde $q_1, q_2 \in \{u, d, c, s\}$. Estas transições podem ocorrer através de processos do tipo correntecorrente ou correntes neutras de troca de sabor (FCNC) vistas no Capítulo 1. Processos do tipo corrente-corrente ocorrem a nível de árvore através da troca ou emissão de um bóson W, quando $q_1 \neq q_2 \in \{u, c\}$ (Fig. 4.1*a*). Já processos tipo FCNC são proibidos à nível de árvore no Modelo Padrão e ocorrem somente a nível de um *loop*. Estes são os chamados "pingüins", e ocorrem quando $q_1 = q_2 \in \{d, s\}$, e podem ser ainda classificados em "pingüins de QCD" se a partícula emitida no loop for um glúon (Fig. 4.1*b*) e "pingüins EW" se a partícula for um fóton ou um bóson Z (Figs. 4.1*c* e *d*). Existem também processos nos quais há contribuições de ambos tipos, árvore e pingüim, quando $q_1 = q_2 \in \{u, c\}$.

4.3 Hamiltoniana efetiva para decaimentos fracos

Os processos de decaimentos fracos do méson B envolvem escalas de energia hadrônicas da ordem de $\mathcal{O}(m_B)$, enquanto as interações fracas elementares dos quarks são caracterizadas pela escala $\mathcal{O}(M_W)$ ($m_B \in M_W$ são as massas do méson B e do bóson W). A diferença entre as escalas de energia envolvidas nestes processos permitem a derivação de uma teoria efetiva de baixa energia para descrever a interação entre os quarks através do formalismo da Expansão do Produto de Operadores ("*Operator Product Expansion*", OPE) [123]. Nas teorias efetivas leva-se em conta que somente alguns graus de liberdade são importantes na descrição física de um processo. Para processos que ocorrem a uma dada escala μ , partículas com massa $M \gg \mu$ podem ser removidas da teoria. Neste caso teremos então que todas as partículas com massa maior que a massa do méson B, como o bóson W e o quark *top*, serão removidas da teoria e substituídas por uma interação efetiva. Uma discussão formal desta teoria está além do escopo desta tese, e nos restringiremos apenas a uma discussão das idéias básicas aplicadas aos decaimentos de mésons B. Para uma discussão formal sobre a OPE, veja por exemplo a Ref. [7].

Tomando como exemplo o decaimento $\bar{B}^0 \to D^+ K^-$ representado na Fig. 4.2*a*. Este decaimento ocorre através da transição elementar $b \to cs\bar{u}$, mostrada na Fig. 4.2*b*. Desprezando efeitos das interações fortes, o cálculo da Hamiltoniana deste decaimento resulta em

$$\mathcal{H} = -\frac{g_2^2}{8} V_{us}^* V_{cb} [\bar{s}\gamma^{\mu} (1-\gamma_5)u] \left[\frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_W^2}\right] [\bar{c}\gamma^{\nu} (1-\gamma_5)b].$$
(4.1)

Como a transferência de momento do bóson W é pequena em relação à sua massa, $k^2 \ll M_W$, podemos fazer a seguinte expansão do propagador:

$$\frac{1}{k^2 - M_W^2} = -\frac{1}{M_W^2} \left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{k^2}{M_W^2}\right) \right), \tag{4.2}$$

e desprezar os termos de ordem $\mathcal{O}(\frac{k^2}{M_W^2})$. Substituído na equação (4.1) a seguinte relação

$$\frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_W^2} \longrightarrow -\frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2} = -\left(\frac{8G_F}{\sqrt{2}g_2^2}\right)g_{\mu\nu},\tag{4.3}$$

obtemos a Hamiltoniana efetiva para a transição $b \rightarrow cs\bar{u}$:

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} [\bar{s}\gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) u] [\bar{c}\gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) b]$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} (\bar{s}u)_{V-A} (\bar{c}b)_{V_A} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* V_{cb} O_2 .$$
(4.4)



Figura 4.2: (a) Decaimento $\bar{B}^0 \to D^+ K^-$. (b) Transição $b \to cs\bar{u}$ através da troca de um bóson W. (c) Transição efetiva $b \to cs\bar{u}$.

A Hamiltoniana (4.4) descreve o vértice da transição $b \to cs\bar{u}$ através de um operador efetivo de "corrente-corrente" O_2 , como mostra a Fig. 4.2*c*.

Até aqui não foram levados em conta efeitos de interações fortes. Tais efeitos são importantes e suas contribuições devem ser incluídas na teoria. A Fig. 4.3 mostra exemplos de contribuições de QCD devido à troca de glúons que ocorre entre os quarks, sendo que estas podem ser fatorizáveis ou não-fatorizáveis. No caso de contribuições fatorizáveis, no exemplo da transição $b \rightarrow cs\bar{u}$, os glúons são trocados entre os quarks de cada corrente, e o efeito é apenas uma renormalização do operador O_2 . Já as contribuições não-fatorizáveis são geradas a partir da troca de glúons entre quarks das duas correntes, gerando outro operador tipo corrente-corrente com mesma estrutura de sabores mas estrutura de cores diferente dado por

$$O_1 = (\bar{s}_\alpha u_\beta)_{V-A} (c_\beta b_\alpha)_{V-A} \,. \tag{4.5}$$

A Hamiltoniana efetiva para processos que ocorrem a nível de árvore ao levar em conta efeitos de QCD é dada portanto por

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} [C_1(\mu)O_1 + C_2(\mu)O_2].$$
(4.6)

onde $V_{CKM} = V_{us}^* V_{cb}$ para o exemplo da transição $b \to cs\bar{u}$. As quantidades C_1 e C_2 são as constantes de acoplamento efetivas dos operadores Q_1 e Q_2 , são funções de α_s , M_W e da escala de renormalização μ , e são calculadas em teoria de perturbação utilizando equações do grupo de Renormalização [124]. A Eq. (4.6) pode ser generalizada para outras transições do quark b substituindo os operadores e fatores de CKM apropriados.

A inclusão da contribuição de diagramas de pingüim aumenta a base de operadores. Para generalizar a Hamiltoniana efetiva e incluir tais contribuições utiliza-se a seguinte relação de unitaridade da matriz de CKM:

$$V_{ur}^* V_{ub} + V_{cr}^* V_{cb} + V_{tr}^* V_{tb} = 0. ag{4.7}$$

Além disso remove-se o quark *top* que está presente no *loop* desses diagramas como um grau de liberdade explícito, como foi feito com o bóson W [124]. Desta maneira os diagramas de pingüim podem ser representados por operadores efetivos e a Hamiltoniana (4.6) pode ser generalizada para incluir as contribuições devido aos diagramas de pingüins de QCD e pingüins de EW:

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\sum_{j=u,c} V_{jr}^* V_{jb} \left(\sum_{k=1}^2 C_k(\mu) Q_k^{jr} + \sum_{k=3}^{10} C_k(\mu) Q_k^r \right) \right].$$
(4.8)



Figura 4.3: Efeitos de interações fortes em decaimentos não-leptônicos do quark b. Contribuições da troca de um glúon (a) fatorizáveis e (b) não-fatorizáveis.

Os operadores de quatro-quarks Q_k^{jr} , com $j \in \{u, c\}, r \in \{d, s\}$, são divididos nas seguintes classes:

• Operadores de corrente-corrente:

$$Q_1^{jr} = (\bar{r}_{\alpha}j_{\beta})_{V-A}(\bar{j}_{\beta}b_{\alpha})_{V-A},$$

$$Q_2^{jr} = (\bar{r}_{\alpha}j_{\alpha})_{V-A}(\bar{j}_{\beta}b_{\beta})_{V-A}$$

• Operadores de pingüins de QCD:

$$Q_3^r = (\bar{r}_{\alpha}b_{\alpha})_{V-A} \sum_q (\bar{q}_{\beta}q_{\beta})_{V-A}$$
$$Q_4^r = (\bar{r}_{\alpha}b_{\beta})_{V-A} \sum_q (\bar{q}_{\beta}q_{\alpha})_{V-A}$$

$$Q_5^r = (\bar{r}_{\alpha}b_{\alpha})_{V-A} \sum_q (\bar{q}_{\beta}q_{\beta})_{V+A}$$
$$Q_r^5 = (\bar{r}_{\alpha}b_{\beta})_{V-A} \sum_q (\bar{q}_{\beta}q_{\alpha})_{V+A}$$

• Operadores de pingüins eletrofracos:

$$Q_7^r = \frac{3}{2}(\bar{r}_{\alpha}b_{\alpha})_{V-A}\sum_q e_q(\bar{q}_{\beta}q_{\beta})_{V+A}$$

$$Q_8^r = \frac{3}{2}(\bar{r}_{\alpha}b_{\beta})_{V-A}\sum_q e_q(\bar{q}_{\beta}q_{\alpha})_{V+A}$$

$$Q_9^r = \frac{3}{2}(\bar{r}_{\alpha}b_{\alpha})_{V-A}\sum_q e_q(\bar{q}_{\beta}q_{\beta})_{V-A}$$

$$Q_{10}^r = \frac{3}{2}(\bar{r}_{\alpha}b_{\beta})_{V-A}\sum_q e_q(\bar{q}_{\beta}q_{\alpha})_{V-A}$$

onde α, β são índices de cor, j = u, c e $r = d, s, e_q$ é a carga do elétron em unidades de |e|. Os operadores Q_1, Q_2 são análogos aos operadores O_1, O_2 , apenas representam uma generalização

das estruturas de sabor, incluindo aquelas que não envolvem charme. Note que para transições envolvendo o *charm*, para j = c, há somente contribuição dos operadores de corrente-corrente.

Os coeficientes $C_k(\mu)$ na Eq. (4.8) são chamados de coeficientes de Wilson. Tais coeficientes contêm as contribuições de escalas maiores que μ , incluindo as contribuições do quark *top* e dos bósons $W \in Z$, e podem também conter outras partículas pesadas presentes em extensões do modelo padrão [124]. Existem cálculos destes coeficientes até NNLO (i.e. $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$), veja por exemplo a Ref. [125].

4.4 Amplitudes de decaimento

A QCD perturbativa descreve quarks e glúons em regimes assintóticos. Os estados confinados de singletos de cor que são observados na natureza na forma de hádrons são descritos por propriedades não-perturbativas. Portanto para sermos capazes de realizar cálculos que envolvem hádrons a dinâmica não-perturbativa deve ser separada da dinâmica perturbativa através de um esquema de fatorização, como veremos a seguir.

A amplitude de decaimento de um méson B em um estado final f é calculada a partir da Hamiltoniana (4.8)

$$\mathcal{A}(B \to f) = \langle f | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V^i_{CKM} C_i(\mu) \langle f | Q_i | B \rangle(\mu), \tag{4.9}$$

onde os elementos de matriz hadrônicos $\langle f|Q_i|B\rangle$ contêm as contribuições de escalas abaixo de μ , que incluem contribuições não-perturbativas devido à hadronização dos quarks. Desta maneira o formalismo da OPE nos permite separar a amplitude de decaimento em duas partes: a física de curta distância (perturbativa), representada pelos coeficientes de Wilson $C_i(\mu)$, e a física de longa distância (não-perturbativa) através dos elementos de matriz dos operadores Q_i . A separação entre os dois regimes é dada pela escala μ .

Devido à presença de interações de longa distância entre hádrons em decaimentos do tipo nãoleptônicos, o cálculo dos elementos de matriz $\langle Q_i \rangle$ torna-se inviável a partir de primeiros princípios de QCD. Faz-se necessário portanto recorrer a métodos não-perturbativos como cálculos de rede, regras de soma da QCD e teoria de perturbação quiral. Outros métodos são baseados na parametrização das amplitudes e cálculos baseados em QCD e esquemas de fatorização. Estes últimos têm recebido grande atenção nos últimos anos, e muitos métodos de realizar tais cálculos foram desenvolvidos. Assim como as contribuições de longa e curta distância no formalismo da OPE são separadas, para calcular os elementos de matrizes devemos recorrer novamente à fatorização e separar as contribuições dos diferentes regimes. A hipótese de fatorização foi o primeiro desses métodos a ser implementado [126, 127]. Posteriormente foram desenvolvidos os métodos da QCD perturbativa (pQCD) [128–133] e a fatorização de QCD (fQCD) [134–137], que vem sendo usados desde então para cálculos de um grande número de decaimentos. Estes métodos são baseados em diferentes noções da idéia de fatorização: enquanto no método da pQCD a fatorização implica na separação entre contribuições perturbativas e não-perturbativas, na hipótese de fatorização implica na separação de um processo de decaimento em mais de um sub-processo; já a fQCD empresta idéias destes dois métodos. A seguir descrevemos brevemente estes métodos.

Hipótese de Fatorização

A hipótese de fatorização (HF) é baseada no principio da transparência de cor [126, 127], que ocorre devido ao desacoplamento entre glúons "soft" e os estados de singleto de cor de quarks que formam os mésons do estado final de um decaimento. Para decaimentos não-leptônicos devese separar o elemento de matriz em um produto dos elementos de duas correntes bilineares de singletos de quarks. O elemento de matriz $\langle \pi^+\pi^-|Q_1|\bar{B}^0\rangle$, por exemplo, pode ser fatorizado em relação às duas correntes de quarks do processo da seguinte maneira:

$$\langle \pi^{+}\pi^{-}|Q_{1}|\bar{B}^{0}\rangle = \langle \pi^{+}\pi^{-}|(\bar{u}b)_{V-A}(\bar{d}u)_{V-A}|\bar{B}^{0}\rangle$$

$$\approx \langle \pi^{-}|(\bar{u}b)_{V-A}|0\rangle\langle \pi^{+}|(\bar{d}u)_{V-A}|\bar{B}^{0}\rangle$$

$$\propto f_{\pi} \times F^{B \to \pi},$$

$$(4.10)$$

onde f_{π} é a constante de decaimento de π que representa a produção de um píon a partir do vácuo, e $F^{B\to\pi}$ é o fator de forma da transição $B\to\pi$. Desta maneira um processo de decaimento com estado final de dois corpos, $B\to M_1, M_2$ pode ser descrito pela separação ("fatorização") em dois sub-processos: a criação de M_1 a partir do vácuo e a transição entre os mésons $B \in M_2$.

Entretanto, as contribuições do tipo "não-fatorizável" devido à troca de glúons duros entre as duas correntes de quarks não podem ser desprezadas de maneira generalizada, o que torna a HF não aplicável em muitos casos.

QCD perturbativa

A QCD perturbativa foi aplicada por Brodsky *et al.* para decaimentos de méson *B* na Ref. [128]. Aqui considera-se que decaimentos não-leptônicos são dominados por troca de glúons duros e a física "soft" é suprimida por fatores de Sudakov. As amplitudes podem ser calculadas com base na formula de fatorização de pQCD para decaimentos exclusivos desenvolvida por Brodsky e Lepage [60]. A amplitude é escrita como uma convolução da amplitude de espalhamento duro de quark-glúon H(x, y, z) e das amplitudes de distribuição dos mésons envolvidos no processo $\Phi_M(x)$:

$$\mathcal{A}(B \to M_1 M_2) = \int d[\chi] \,\Phi_B(x) \,\Phi_{M_1}(y) \,\Phi_{M_2}(z) \,H(x, y, z), \tag{4.11}$$

onde $[\chi] = x, y, z$ são frações de momento. Esta amplitude de espalhamento duro é dominada pela troca de um glúon em primeira ordem em α_s , e o cálculo é realizado substituindo os mésons por quarks colineares, i.e. apenas as componentes longitudinais dos momentos dos quarks são levadas em conta. As funções $\Phi_M(x)$ são amplitudes de distribuição no cone-de-luz para o estado de quark-antiquark do méson M em função da fração de momento x carregada pelos pártons (no cone-de-luz). Estas funções contem a física não-perturbativa que representa o processo nãoperturbativo de hadronização.

Uma generalização do formalismo de Brodsky e Lepage foi feita em Ref. [129, 138], levando-se em conta as componentes transversais dos quarks, e foi utilizada por Li *et al.* [130–133] para cálculos de decaimentos de mésons B. A amplitude de decaimento é escrita como

$$\mathcal{A}(B \to M_1 M_2) = \int d[x] d[b] C(t) \,\Phi_B(x_1, b_1) \,\Phi_{M_1}(x_2, b_2) \,\Phi_{M_2}(x_3, b_3) \,H([x], [b]) \,, \tag{4.12}$$

onde x_i são as frações de momento, b_i são os conjugados aos momentos transversais $k_{\perp i}$, e C(t) são os Coeficientes de Wilson calculados na escala dura t.

Fatorização de QCD

A fQCD, introduzida por Beneke, Buchalla, Neubert, e Sachrajda, é uma generalização da HF para incluir o cálculo de contribuições não-fatorizáveis [134–137]. Neste método leva-se em conta que a escala de energia típica dos decaimentos de mésons B é grande em comparação com a escala da QCD, $m_B \gg \Lambda_{QCD}$, portanto deve ocorrer um desacoplamento entre as interações de curta e longa distâncias (o que já é considerado no argumento do princípio da transparência de cor discutido anteriormente). Devido a este desacoplamento é possível então expandir os elementos de matriz em potências de Λ_{QCD}/m_B , e em primeira ordem podemos escrever:

$$\langle M_1 M_2 | Q_i | B \rangle = \langle M_1 | j_1 | B \rangle \langle M_2 | j_2 | 0 \rangle \left[1 + \sum_n r^n \alpha_s^n + \mathcal{O}(\Lambda_{QCD}/m_B) \right] , \qquad (4.13)$$

onde r_n são as correções em α_s e $j_{1,2}$ são as correntes de quarks bilineares. Em ordem α_s^0 recupera-se o resultado da HF. As correções em primeira ordem em α_s são as correções de vértice e não-fatorizáveis.

Os autores deste método, ao contrário dos autores da pQCD, assumem que os fatores de forma para as contribuições fatorizáveis não podem ser calculados perturbativamente pois são dominadas por física "soft" para $m_b \approx 5$ GeV e devem ser parametrizadas pela quantidade $F^{B\to M}$ que deverá ser extraída experimentalmente. Já as contribuições não-fatorizáveis podem ser calculadas como na pQCD pois são dominadas pela troca de glúons duros.

Dadas tais hipóteses, uma fórmula para o cálculo sistemático de decaimentos não-leptônicos é obtida. Para um decaimento não-leptônico de dois corpos $B \to M_1 M_2$ o elemento de matriz de um operador Q_i é dado por:

$$\langle M_1 M_2 | Q_i | B \rangle = \sum_j F_j^{B \to M_1}(m_2^2) \int_0^1 du \, T_{ij}^I(u) \, \Phi_{M_2}(u)$$

$$+ \sum_j F_j^{B \to M_2}(m_1^2) \int_0^1 dv \, T_{ij}^I(v) \, \Phi_{M_1}(v)$$

$$+ \int_0^1 d\xi \, du \, dv \, T_i^{II}(\xi, u, v) \, \Phi_B(\xi) \, \Phi_{M_2}(u) \, \Phi_{M_1}(v).$$

$$(4.14)$$

Aqui $F^{B\to M}$ é o fator de forma da transição $B \to M$, uma quantidade não-perturbativa. A função $\Phi_M(x)$ é a amplitude de distribuição que possui e mesma função de parametrização da física não-perturbativa que representa no formalismo da QCD perturbativa. As funções T^I e T^{II} são núcleos de espalhamento duro calculáveis perturbativamente em função das frações de momento dos pártons colineares: T^I contêm as contribuições a nível de árvore e as correções de vértices e pingüins, e T^{II} são funções "não-fatorizáveis" que correspondem às contribuições de "espectador duro" e de aniquilação fraca. Se o estado final é composto por um méson pesado e um leve, o último termo da Eq. (4.14) é geralmente omitido porque é suprimido (de *power suppressed*, em inglês) no limite de quarks pesados. As contribuições de aniquilação também são suprimidas no limite de quarks pesados, e geralmente são desprezadas.

Para que a fatorização seja verdadeira é preciso que as divergências devido às contribuições não-perturbativas sejam absorvidas pelas amplitudes de distribuição. Entretanto, existem divergências de pontos extremos (*endpoint*, em inglês) que quebram a fatorização. Estas divergências ocorrem nos valores extremos das variáveis (em $x \to 0$ e/ou $x \to 1$). De fato tais divergências aparecem nos cálculos do núcleo de espalhamento T^{II} que contêm as contribuições das interações com o espectador duro e contribuições de aniquilação. Faz-se necessário então a introdução de cortes, e isto é feito usualmente através da seguinte parametrização:

$$\int \frac{dx}{x} = X = \ln \frac{m_B}{\Lambda_h} (1 + \varrho e^{i\varphi}), \quad 0 < \varrho < 1.$$
(4.15)

Trata-se de uma inconsistência no método e a presença destes cortes introduzem uma grande incerteza nos cálculos, de maneira que é possível obter apenas uma estimativa das amplitudes.

4.4.1 Amplitudes de distribuição

Os cálculos dos elementos de matriz hadrônicos fatorizam as contribuições não-perturbativas em termos de amplitudes de distribuição. As amplitudes de distribuição são quantidades universais, ou seja, são independentes do processo, e descrevem a distribuição de probabilidade dos pártons em um méson. Para este trabalho será relevante conhecer as amplitudes de distribuição de mésons pseudo-escalares leves e pesados projetados no espaço dos momentos. Utilizamos as expressões apresentadas na Ref. [136].

Para um méson pseudo-escalar leve, o operador de projeção no cone-de-luz no espaço dos momentos incluindo contribuições de twist-3 é dado por

onde f_P é a constante de decaimento, $\mu_P = m_P^2/(m_1 + m_2)$, sendo $m_{1,2}$ as massas dos quarks que constituem o méson, $\Phi(x)$ é a amplitude de distribuição de twist principal (*leading twist*) (twist-2), e $\Phi_p(x)$ e $\Phi_{\sigma}(x)$ são de twist-3 ($\Phi'_{\sigma}(x)$ denota a derivada em relação a x).

Como vimos na Seção 1.5.5, a amplitude de distribuição de twist principal de um méson na escala de renormalização μ é representada por uma expansão em polinômios de Gegenbauer

$$\Phi_M(\mu, x) = 6x(1-x) \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^M(\mu) C_n^{3/2}(2x-1) \right].$$
(4.17)

O limite assintótico destas amplitudes de distribuição normalizadas a unidade é dado por $\Phi(x) = 6x(1-x)$.

Para mésons pesados H = B, D a contribuição principal em $1/m_H$ para a amplitude de distribuição é escrita como

$$M_{\alpha\beta}^{H} = -\frac{if_{H}}{4} [(\not p + m_{H})\gamma_{5}(\Phi_{H_{1}}(\xi) + \not n_{-}\Phi_{H_{2}}(\xi))]_{\alpha\beta}, \qquad (4.18)$$

onde $n_{-} = (1, 0, 0, -1)$ é um vetor tipo tempo e as funções de onda são normalizadas de acordo com

$$\int_{0}^{1} d\xi \,\Phi_{H_1}(\xi) = 1, \quad \int_{0}^{1} d\xi \,\Phi_{H_2}(\xi) = 0. \tag{4.19}$$

Em geral a contribuição da função $\Phi_{H_2}(\xi)$ pode ser negligenciada. Neste trabalho utilizaremos somente a contribuição de *twist* principal para os mésons leves e desprezaremos a contribuição de $\Phi_{H_2}(\xi)$ para os mésons pesados.



Figura 4.4: Diagramas de Feynman que contribuem para decaimentos não-leptônicos $B \to M_1 M_2$ até primeira ordem em α_s .

4.4.2 Diagramas de Feynman em $\mathcal{O}(\alpha_s)$

Nesta seção apresentamos os diagramas de Feynman que contribuem para decaimentos nãoleptônicos do méson B em dois mésons até $\mathcal{O}(\alpha_s)$. A ordem $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ é representada na Fig. 4.4*a*, e corresponde à HF.

Correções de ordem α_s correspondem a dois tipos de contribuições: fatorizáveis e não-fatorizáveis. As contribuições fatorizáveis são mostradas nos diagramas da segunda linha. Os diagramas 4.4b e c contribuem para o fator de forma da transição $B \to M_1$, e são calculados somente em pQCD e em fQCD são absorvidos pelos fatores de forma $F^{B\to M_1}$. As correções de vértice fatorizáveis são mostradas nos diagramas 4.4d e e. Em fQCD estes diagramas são absorvidos pelo fator de forma e amplitude de distribuição do méson M_2 . Em pQCD o diagrama 4.4d é suprimido devido à presença de dois propagadores de quarks, enquanto 4.4e é absorvido pela amplitude de distribuição do méson M_2 .

O restante dos diagramas mostrados correspondem às contribuições não-fatorizáveis. Na terceira linha, (Fig. 4.4f) estão as correções de vértice não-fatorizáveis; na quarta linha estão os diagramas de pingüim (Fig. 4.4g), dipólo magnético (Fig. 4.4h) e interações com o quark espectador (Fig. 4.4i). Na quinta e última linha estão os diagramas de aniquilação. Estes diagramas são suprimidos e podem ser desprezados na maioria dos cálculos. Entretanto existem canais de decaimentos que ocorrem somente através deste tipo de diagrama. Este tipo de canal de decaimento é o assunto do próximo capítulo.

Capítulo 5

Corte IR natural em decaimentos de aniquilação não-leptônicos do méson B

"Do you think I could walk pleasantly and well-suited toward annihilation?" —Walt Whitman, Leaves of Grass (1900)

5.1 Introdução

As contribuições do tipo aniquilação para decaimentos fracos de dois corpos do méson B ocorrem a nível de árvore via troca do bóson W e a nível de um *loop* via decaimento de pingüim, com um par quark-antiquark adicional criado no estado final, como mostra a Fig. 5.1. Em primeira ordem em α_s , o par quark-antiquark adicional é criado por um glúon que pode ser emitido por qualquer um dos quarks do vértice da interação fraca. Repare que neste tipo de contribuição todos os quarks do estado final são diferentes daqueles do estado inicial.

Infelizmente, como discutimos no capítulo anterior, os formalismos baseados em aproximações colineares falham nos casos em que temos contribuições não-fatorizáveis relacionadas a interações com o quark espectador e para interações de aniquilação, devido à aparição de divergências de pontos extremos indicando a presença de física não-perturbativa e a quebra da hipótese de fatorização. No formalismo da fQCD estas divergências podem ser parametrizadas ao custo de alguma incerteza no cálculo. Em geral estas contribuições são suprimidas e são desprezíveis em relação às contribuições fatorizáveis. Isto quer dizer que a fQCD pode ser aplicada com sucesso simplesmente desprezando tais contribuições. Entretanto existem certos canais de decaimento que ocorrem somente através de diagramas de aniquilação. Este tipo de decaimento é bastante raro e a maioria dos modos de decaimento está além dos limites experimentais atuais, mas com o início da operação do LHCb espera-se que sejam detectados em breve.

Neste trabalho vamos estudar a possibilidade de que os decaimentos de aniquilação do méson B sejam sensíveis ao comportamento infravermelho da QCD. De fato a física de decaimentos não-leptônicos dos mésons B pode fornecer outro importante teste na busca da compreensão do comportamento não-perturbativo do propagador do glúon e constante de acoplamento. Uma destas soluções (Ref. [13]) já foi usada para calcular amplitudes de decaimentos do B, [139–141], entretanto o efeito da constante de acoplamento finita associada não foi levada em conta nestes



Figura 5.1: Diagramas de Feynman que contribuem para a amplitude de canais de decaimento de aniquilação $B \to M_1 M_2$. A figura mostra a nomenclatura utilizada para os quarks e para os momentos internos destes e do glúon.

estudos. Neste capítulo testaremos várias soluções para mostrar que estas levam a diferentes previsões para as razões de ramificação do méson B. É claro que há muitas quantidades físicas que podem também modificar as taxas de decaimento, mas mantendo fixas todas as mesmas quantidades (como funções de onda e outras) enquanto variamos somente a constante de acoplamento e o propagador do glúon chegamos à conclusão que estudos sistemáticos destes decaimentos podem ajudar a selecionar o comportamento infravermelho correto para a QCD.

Neste capítulo vamos calcular alguns dos canais de decaimento dos mésons neutros $B_s^0(\bar{B}^0)$ e $B_d^0(\bar{B}_d^0)$ que ocorrem somente através de diagramas de aniquilação: $B_s^0 \to \pi^+\pi^-$, $D^{\pm}\pi^{\mp}$ e $B_d^0 \to K^+K^-$, $D_s^{\pm}K^{\mp}$. Trabalhando na aproximação de espalhamento duro colinear de Brodsky e Lepage vamos empregar as soluções não-perturbativas para o propagador do glúon e para a constante de acoplamento que foram obtidas com ajuda das ESD no cálculo das amplitudes de decaimento. Como vimos no Capítulo 1, estas soluções não-perturbativas levam a um propagador do glúon e uma constante de acoplamento que são finitos no infravermelho, e este fato irá naturalmente suplantar as divergências de pontos extremos discutidas anteriormente na forma de um corte natural. Vamos considerar apenas contribuições de *twist* principal. Para contribuições de *twist* superiores podem existir outras divergências relacionadas não ao propagador do glúon, mas aos propagadores dos quarks leves cujas massas são desprezadas nos cálculos.

Os resultados apresentados nestes capítulo estão na Ref. [142].

5.2 Cálculo das amplitudes

Nesta seção vamos calcular as amplitudes para os decaimentos não leptônicos de aniquilação de um méson B neutro em dois mésons pseudo-escalares, que ocorrem através do decaimento do quark *bottom* $\bar{b} \rightarrow q\bar{q_1}q_2$. Na Fig. 5.1 são mostrados os diagramas de Feynman que contribuem para a amplitude deste decaimento. Os canais de decaimentos com estas características que vamos analisar são os seguintes:

- Canais sem charme: $\bar{B}^0_s \to \pi^+\pi^-; \bar{B}^0_d \to K^+K^-;$
- Canais com charme: $\bar{B}^0_d \to D^{\pm}_s K^{\mp}; \bar{B}^0_s \to D^{\pm} \pi^{\mp}.$

Para o cálculo das amplitudes usaremos o formalismo de Brodsky e Lepage na aproximação colinear, que também é usado no formalismo da fQCD. Neste formalismo, para um decaimento do tipo $B \rightarrow M_1 M_2$, onde M_1 e M_2 são mésons pseudo-escalares, os elementos de matriz hadrônicos são calculados através da seguinte expressão:

$$\langle M_1 M_2 | Q_i | B \rangle = \int_0^1 dx \, dy \, dz \, T_i^{\rm II}(x, y, z) \, \Phi_{M_1}(x) \, \Phi_{M_2}(y) \, \Phi_B(z), \tag{5.1}$$

onde T_i^{II} é o núcleo de espalhamento duro que calcula-se perturbativamente, e $\Phi_M(\xi)$ são as funções de onda dos mésons pseudo-escalares envolvidos no decaimentos que descrevem a física não-perturbativa. Utilizaremos a seguinte convenção para os momentos do par quark-antiquark emitidos pelo glúon: o quark do méson M_1 (q_1) possui fração de momento y e o antiquark do méson M_2 (\bar{q}_2) possui fração de momento $\bar{x} = 1 - x$.

A seguir mostramos os detalhes dos cálculos das amplitudes para os casos sem charme, com o estado final composto por dois mésons leves, e com charme, por um méson leve e um pesado no estado final.

5.2.1 Canais sem charme

Existem dois canais de decaimento sem charme cujos estados finais são mésons pseudo-escalares leves que ocorrem somente através de diagramas de aniquilação: $B_s^0 \to \pi^+\pi^- e B_d^0 \to K^+K^-$. Estes decaimentos acontecem através dos processos elementares $b\bar{s} \to u\bar{u}$ e $b\bar{d} \to u\bar{u}$, respectivamente, e um par de quark-antiquark é criado através por um glúon, como mostrado nas Figs. 5.2.a e b. Estes decaimentos recebem contribuições de diagramas de troca de bóson W (operador Q_2) e de pingüim (operadores $Q_4, Q_6, Q_8, e Q_{10}$),

$$Q_{2} = (\bar{r}_{i}u_{j})_{V-A}(\bar{u}_{j}b_{i})_{V-A},$$

$$Q_{4} = (\bar{r}_{i}b_{j})_{V-A}\sum_{q}(\bar{q}_{j}q_{i})_{V-A},$$

$$Q_{6} = (\bar{r}_{i}b_{j})_{V-A}\sum_{q}(\bar{q}_{j}q_{i})_{V+A},$$

$$Q_{8} = \frac{3}{2}(\bar{r}_{i}b_{j})_{V-A}\sum_{q}e_{q}(\bar{q}_{j}q_{i})_{V+A},$$

$$Q_{10} = \frac{3}{2}(\bar{r}_{i}b_{j})_{V-A}\sum_{q}e_{q}(\bar{q}_{j}q_{i})_{V-A}.$$



Figura 5.2: Conteúdo de Quarks dos canais de decaimento: a) $B_s^0 \to \pi^+\pi^-$, b) $B_d^0 \to K^+K^-$.

com r = d para o méson B_d^0 e r = s para o méson B_s^0 .

O momento do méson B e dos mésons leves L_1 e L_2 são:

$$P_B = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(1, 1, \mathbf{0}_T), \quad P_{L_1} = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(1, 0, \mathbf{0}_T),$$

$$P_{L_2} = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(0, 1, \mathbf{0}_T), \quad (5.2)$$

satisfazendo a relação de conservação de momento $P_B = P_{L_1} + P_{L_2}$. O momento dos quarks e antiquarks de valência do méson $B(q, \bar{q}_b)$, méson $L_1(q_1, \bar{q}_1)$ e méson $L_2(q_2, \bar{q}_2)$ são os seguintes:

$$q = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(z, 0, \mathbf{0}_T), \quad \bar{q}_b = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(\bar{z}, 1, \mathbf{0}_T),$$

$$q_1 = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(y, 0, \mathbf{0}_T), \quad \bar{q}_1 = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(\bar{y}, 0, \mathbf{0}_T),$$

$$q_2 = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(0, x, \mathbf{0}_T), \quad \bar{q}_2 = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(0, \bar{x}, \mathbf{0}_T).$$
(5.3)

Os momentos internos indicados na Fig. 5.1 são dados por

$$\begin{split} k_g &= \bar{q}_2 + q_1 = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(y, \bar{x}, \mathbf{0}_T) \,, \\ p_b &= q_b - k_g = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(\bar{z} - y, \bar{x}, \mathbf{0}_T) \,, \\ p_q &= -(\bar{q}_1 - k_g) = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(y - z, x, \mathbf{0}_T) \,, \\ p_1 &= \bar{q}_2 + k_g = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(0, x, \mathbf{0}_T) \,, \\ p_2 &= -(\bar{q}_1 + k_g) = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(y, 0, \mathbf{0}_T). \end{split}$$

Os operadores Q_2 , $Q_4 \in Q_{10}$ possuem uma estrutura do tipo $(V - A) \otimes (V - A)$ enquanto os operadores $Q_6 \in Q_8$ são do tipo $(V - A) \otimes (V + A)$. Calculamos então a contribuição de cada operador para os diagramas da Fig. 5.1 com a ajuda da Eq. (5.1). As contribuições dos diagramas onde o glúon é emitido no estado final (Figs. 5.1c e 5.1d) são canceladas mutuamente (devido às massas dos quarks leves serem desprezadas nos cálculos), e para as amplitudes das Figs. 5.1a e 5.1b onde o glúon é emitido do estado inicial, obtemos as seguintes contribuições para os operadores do tipo $\Gamma_1 \otimes \Gamma_2 = (V - A) \otimes (V - A) \in (V - A) \otimes (V + A)$:

$$A_a = \operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^B(-ig_s\gamma^{\alpha}T^a_{ij})\frac{i}{\not{p}_b - m_b}\Gamma_1\right]\operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{M_2}\Gamma_2\mathcal{M}^{M_1}(-ig_s\gamma^{\beta}T^b_{kl})\right]\frac{-ig_{\alpha\beta}\delta_{ab}}{k_g^2},\qquad(5.4)$$

$$A_b = \operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^B \gamma_{\mu} \Gamma_1 \frac{i}{\not{p}_q} (-ig_s \gamma^{\alpha} T^a_{ij})\right] \operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{M_2} \gamma_{\mu} \Gamma_2 \mathcal{M}^{M_1} (-ig_s \gamma^{\beta} T^b_{kl})\right] \frac{-ig_{\alpha\beta} \delta_{ab}}{k_g^2}, \qquad (5.5)$$

onde \mathcal{M}^M são os operadores que projetam as amplitudes de distribuição dos mésons no espaço dos momentos, apresentados na Seção 4.4.2.

Calculando o traço das equações anteriores obtemos as contribuições dos gráficos 5.1a e 5.1b, e obtemos para os operadores $\Gamma_1 \otimes \Gamma_2 = (V - A) \otimes (V - A)$

$$A_{1} = \int_{0}^{1} dx \, dy \, dz \, \phi_{M_{1}}(x) \, \phi_{M_{2}}(y) \, \phi_{B}(z) \, D_{g}(x, y) \\ \times \left[\alpha_{s}(\mu_{h})(y-z) D_{q}(x, y, z) + \alpha_{s}(\mu)(1-x) \, D_{b}(x, y, z) \right],$$
(5.6)

enquanto para os operadores do tipo $\Gamma_1 \otimes \Gamma_2 = (V - A) \otimes (V + A)$ temos

$$A_{2} = \int_{0}^{1} dx \, dy \, dz \, \phi_{M_{1}}(x) \, \phi_{M_{2}}(y) \phi_{B}(z) \, D_{g}(x, y) \\ \times \left[\alpha_{s}(\mu_{h}) \, (\bar{x} - z) \, D_{q}(x, y, z) + \alpha_{s}(\mu) \, y \, D_{b}(x, y, z) \right], \qquad (5.7)$$

onde D_b , D_q (q = d para o méson B_d^0 ou q = s para B_s^0) são os propagadores dos quarks:

$$D_b^{-1}(x, y, z) = (1 - (x - z)(\bar{z} - y)),$$

$$D_q^{-1}(x, y, z) = (\bar{x} - z)(y - z),$$

e $D_g(x,y)$ é o propagador do glúon, com momento $k_g^2 = y(1-x)$. As escalas adotadas nos cálculos são: $\mu = m_b$ para as contribuições do diagrama mostrado na Fig. 5.1a onde o glúon é emitido do quark b, e $\mu_h = \sqrt{\Lambda_h m_b}$ para a contribuição mostrada na Fig. 5.1b onde o glúon é emitido do outro quark de valência do méson B, com $\Lambda_h = 500$ MeV [136]. Além disso, quando a escala efetiva $\mu < m_b$ usamos $\Lambda_{QCD} = 225$ MeV e quando $\mu = m_b$ usamos $\Lambda_{QCD} = 300$ MeV, e a diferença é para igualar os valores da constante de acoplamento devido a diferentes limiares de produção de quarks: para $\mu = m_b$ o número de sabores de quarks ativos nas interações é $n_f = 5$ e para $\mu < m_b$, $n_f = 4$.

A amplitude completa para estes decaimentos é dada por

$$\mathcal{A}(B \to f) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_B f_{L_1} f_{L_2} \pi \frac{C_F}{N_C^2} \left(V_{ub} \, V_{uq}^* \, \mathcal{A}_{\text{Tree}} - V_{tb} \, V_{tq}^* \, \mathcal{A}_{\text{Penguin}} \right),$$

com q = d para o méson B_d^0 e q = s para o méson B_s^0 , e C_F/N_C^2 é o fator de cor, onde $C_F = 4/3$ e $N_C = 3$. As amplitudes a nível de árvore e pingüim são

$$\mathcal{A}_{\text{Tree}} = C_2 A_1 \tag{5.8}$$

е

$$\mathcal{A}_{\text{Penguin}} = \left(2C_4 + \frac{C_{10}}{2}\right)A_1 + \left(2C_6 + \frac{C_8}{2}\right)A_2.$$
 (5.9)

Aqui as escalas dos coeficientes de Wilson para cada termo são as mesmas das constantes de acoplamento.

5.2.2 Decaimentos com charme

I) $B_d^0 \to D_s^\pm K^\mp$

O canal de decaimento fraco $B_d^0 \to D_s K$ ocorre através do processos elementares $\bar{b}d \to u\bar{c}$ ou $\bar{b}u \to \bar{c}d$. Além disso um par $\bar{s}s$ é produzido por um glúon no estado final. Isto é mostrado nas Figs. 5.3a e 5.3b. A Hamiltoniana para o processo $B_d^0 \to D_s^- K^+$ é dada por

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb}^* V_{ud} [C_1(\mu) Q_1(\mu) + C_2(\mu) Q_2(\mu)], \qquad (5.10)$$

onde os operadores de quatro quarks são:

$$Q_1 = (\bar{b}d)_{V-A}(\bar{u}c)_{V-A}, \quad Q_2 = (\bar{b}c)_{V-A}(\bar{u}d)_{V-A}, \tag{5.11}$$

e para o canal $B_d^0 \to D_s^+ K^-$ temos

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub}^* V_{cd} [C_1(\mu) Q_1(\mu) + C_2(\mu) Q_2(\mu)], \qquad (5.12)$$

onde os operadores de quatro quarks são:

$$Q_1 = (\bar{b}d)_{V-A}(\bar{c}u)_{V-A}, \quad Q_2 = (\bar{b}u)_{V-A}(\bar{c}d)_{V-A}.$$
(5.13)

II) $B_s^0 \to D^{\pm} \pi^{\mp}$

O canal de decaimento $B_s^0 \to D\pi$ ocorre via uma troca de bóson W através da interação elementar $\bar{b}s \to \bar{u}c$. Um par $\bar{d}d$ é produzido por um glúon como no caso anterior, como é mostrado nas Figs.5.3c e 5.3d. A Hamiltoniana e os operadores de quatro quarks para os decaimentos $B_s^0 \to D^{\mp}\pi^{\pm}$ são similares àqueles do decaimento $B_d \to D_s K$ mostrados anteriormente, e são obtidos através da substituição do quark leve do méson $B, d \to s$ nos fatores de CKM e nos operadores de quatro quarks. Desta maneira a Hamiltoniana é dada por

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{\text{CKM}} [C_1(\mu) Q_1(\mu) + C_2(\mu) Q_2(\mu)], \qquad (5.14)$$

Para o canal $B_s^0 \to D^- \pi^+$, os fatores de CKM são $V_{cb}^* V_{us}$ e os operadores de quatro quarks são dados por

$$Q_1 = (\bar{b}s)_{V-A}(\bar{u}c)_{V-A}, \quad Q_2 = (\bar{b}c)_{V-A}(\bar{u}s)_{V-A}, \tag{5.15}$$

e para o canal $B_s^0 \to D^- \pi^+$, os fatores de CKM são $V_{ub}^* V_{cs}$ e os operadores de quatro quarks são:

$$Q_1 = (\bar{b}d)_{V-A}(\bar{c}u)_{V-A}, \quad Q_2 = (\bar{b}u)_{V-A}(\bar{c}d)_{V-A}.$$
(5.16)

III) Amplitudes

Os momentos dos mésons pesados $B \in D = D_s^{\pm}, D^{\pm} \in \mathbb{C}$ dos mésons leves $M = \pi, K$ em coordenadas do cone de luz são respectivamente:

$$P_B = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(1, 1, \mathbf{0}_T), \quad P_D = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(1, r^2, \mathbf{0}_T), \quad P_M = \frac{m_B}{\sqrt{2}}(0, 1 - r^2, \mathbf{0}_T), \quad (5.17)$$



Figura 5.3: Conteúdo de Quarks dos canais de decaimento: a) $B_d^0 \to D_s^- K^+$, b) $B_d^0 \to D_s^+ K^-$, c) $B_s^0 \to D^- \pi^+$, d) $B_s^0 \to D^+ \pi^-$

onde $r = m_D/m_B$, com m_D, m_B como as massas dos mésons $D \in B$. Os momentos dos quarks e antiquarks de valência do méson $B(q, \bar{q}_b)$, méson $D(q_1, \bar{q}_1)$ e mésons leves (q_2, \bar{q}_2) para os modos de decaimento $B \to D^- M^+$ são os seguintes:

$$q = z \frac{m_B}{\sqrt{2}} (1, 0, \mathbf{0}_T), \quad \bar{q}_b = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (\bar{z}, 1, \mathbf{0}_T), \quad (5.18)$$

$$q_1 = y \frac{m_B}{\sqrt{2}} (1, r^2, \mathbf{0}_T), \quad \bar{q}_1 = \bar{y} \frac{m_B}{\sqrt{2}} (1, r^2, \mathbf{0}_T), \quad (5.18)$$

$$q_2 = x \frac{m_B}{\sqrt{2}} (0, 1 - r^2, \mathbf{0}_T), \quad \bar{q}_2 = \bar{x} \frac{m_B}{\sqrt{2}} (0, 1 - r^2, \mathbf{0}_T),$$

onde $\bar{x} = 1 - x$, etc. Para os decaimentos $B \to D^+ M^-$ basta trocar $x \leftrightarrow (1 - x)$ e $y \leftrightarrow (1 - y)$. Os momentos internos dos pártons indicados na Fig. 5.1 são os seguintes:

$$\begin{split} k_g &= \bar{q}_2 + q_1 = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (y, \bar{x}(1 - r^2), \mathbf{0}_T) \,, \\ p_b &= q_b - k_g = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (\bar{z} - y, 1 - x(1 - r^2), \mathbf{0}_T) \,, \\ p_q &= -(\bar{q}_1 - k_g) = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (y - z, x(1 - r^2), \mathbf{0}_T) \,, \\ p_1 &= \bar{q}_2 + k_g = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (1, x(1 - r^2), \mathbf{0}_T) \,, \\ p_2 &= -(\bar{q}_1 + k_g) = \frac{m_B}{\sqrt{2}} (y, (1 - r^2), \mathbf{0}_T) \,. \end{split}$$

Calculando as contribuições dos gráficos mostrados nas Figs. 5.1a, b, c e d obtemos respectivamente:

$$A_{a} = \operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{B}(-ig_{s}\gamma^{\alpha}T_{ij}^{a})\frac{i}{\not{p}_{b}-m_{b}}\Gamma_{1}\right]\operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{M_{2}}\Gamma_{2}\mathcal{M}^{M_{1}}(-ig_{s}\gamma^{\beta}T_{kl}^{b})\right]\frac{-ig_{\alpha\beta}\delta_{ab}}{k_{g}^{2}}, \quad (5.19)$$

$$A_{b} = \operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{B}\gamma_{\mu}\Gamma_{1}\frac{i}{\not{p}_{q}}(-ig_{s}\gamma^{\alpha}T_{ij}^{a})\right]\operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{M_{2}}\gamma_{\mu}\Gamma_{2}\mathcal{M}^{M_{1}}(-ig_{s}\gamma^{\beta}T_{kl}^{b})\right]\frac{-ig_{\alpha\beta}\delta_{ab}}{k_{g}^{2}}, \quad A_{c} = if_{B}P_{B}^{\mu}\operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{M_{2}}(-ig_{s}\gamma^{\alpha}T_{ij}^{a})\frac{i}{\not{p}_{1}}\gamma_{\mu}\mathcal{M}^{M_{1}}(-ig_{s}\gamma^{\beta}T_{kl}^{b})\right]\frac{-ig_{\alpha\beta}\delta_{ab}}{k_{g}^{2}}, \quad A_{d} = if_{B}P_{B}^{\mu}\operatorname{Tr}\left[\mathcal{M}^{M_{2}}\gamma_{\mu}(1-\gamma_{5})\frac{i}{\not{p}_{2}}(-ig_{s}\gamma^{\alpha}T_{ij}^{a})\mathcal{M}^{M_{1}}(-ig_{s}\gamma^{\beta}T_{kl}^{b})\right]\frac{-ig_{\alpha\beta}\delta_{ab}}{k_{g}^{2}}.$$

Em nossos cálculos levamos em conta somente a massa do quark b e desprezamos a massa dos outros quarks.

Após o cálculo dos traços nas equações anteriores, obtemos as amplitudes para os modos de decaimento $B^0 \rightarrow D^- M^+(f_1)$ e $B^0 \rightarrow D^+ M^-(f_2)$, que serão dadas pelas seguintes integrais:

$$\begin{aligned} A(B^{0} \to f_{1}) &= \int_{0}^{1} dx \, dy \, dz \, \phi_{D}(y) \, \phi_{K}(x) \, D_{g}(x, y) \left\{ \alpha_{s}(\mu_{f}) \left(C_{1}(\mu_{f}) + \frac{C_{2}(\mu_{f})}{2} \right) \times \right. \\ & \times \left[-(1 - r^{2}) \left((1 - 2r^{2} - (1 - r^{2}) x) \, D_{c}(x) - y \, D_{u}(y) \right) \right] + \\ & + \phi_{B}(z) \times \left[\alpha_{s}(\mu_{h}) \, C_{2}(\mu_{h}) \left(1 - r^{2} \right) \left((1 - r^{2}) \left(1 - x \right) + r^{2} \left(y - z \right) \right) D_{q}(x, y, z) - \\ & - \alpha_{s}(\mu) \, C_{2}(\mu) (1 - r^{2}) \left((1 + r^{2}) \left(y + z \right) - r^{2} \right) D_{b}(x, y, z) \right] \right\}, \end{aligned}$$
(5.20)

e

$$\begin{aligned} A(B^{0} \to f_{2}) &= \int_{0}^{1} dx \, dy \, dz \, \phi_{D_{s}}(y) \, \phi_{K}(x) \, D_{g}(x, y) \Big\{ \alpha_{s}(\mu_{f}) \Big(C_{1}(\mu_{f}) + \frac{C_{2}(\mu_{f})}{2} \Big) \times \\ & \times \left[(1 - r^{2}) \big((1 - 2r^{2} - (1 - r^{2}) \, x) \, D_{c}(x) - y \, D_{u}(y) \big) \right] + \\ & + \Phi_{B}(z) \Big[\alpha_{s}(\mu_{h}) C_{2}(\mu_{h}) (1 - r^{4}) \, (y - z) \, D_{q}(x, y, z) - \\ & - \alpha_{s}(\mu) C_{2}(\mu) (1 - r^{2}) \big((1 - r^{2})(1 - x) - r^{2} + r^{2}(y + z) \big) D_{b}(x, y, z) \Big] \Big\} (5.21) \end{aligned}$$

onde D_b , D_u , D_c e D_q são respectivamente os propagadores dos quarks b, u, c e q (q = d para o méson B_d^0 ou q = s para B_s^0), dados por

$$D_b(x, y, z) = y + z + (1 - y - z)(1 - x)(1 - r^2);$$

$$D_q(x, y, z) = x(z - y)(1 - r^2);$$

$$D_c(x) = (1 - x)(1 - r^2);$$

$$D_u(y) = y(1 - r^2).$$

 $D_g(x, y)$ é o propagador do glúon, cujo momento é $k_g^2 = y (1-x) (1-r^2)$. Note que as integrais nas equações anteriores, assim como nas Eqs. (5.6) e (5.7), são adimensionais após a simplificação

da dependência de m_B em ambos numerador e denominador. Estas amplitudes foram obtidas também no formalismo da pQCD por Lu *et al.* [143, 144].

As escalas adotadas nos cálculos são as mesmas que no caso dos decaimentos sem charme, ou seja, temos $\mu = m_b$ para a contribuição do diagrama onde o glúon é emitido pelo quark b, e $\mu_h = \sqrt{\Lambda_h m_b}$ para a contribuição onde o glúon é emitido do outro quark de valência do méson $B \operatorname{com} \Lambda_h = 500$ MeV. Para os diagramas das Figs. 5.1c e 5.1d onde o glúon é emitido pelos quarks no estado final usamos a escala $\mu_f = \mu/2 = m_b/2$. A escala da QCD também é a mesma do caso sem charme.

Vamos utilizar as expressões calculadas para obter as amplitudes para cada modo de decaimento. As amplitudes totais para os processos $B_d^0 \to D_s^{\mp} K^{\pm}$ serão calculadas a partir das Eqs. (5.20) e (5.21) como

$$\mathcal{A}(B^0_d \to D^{\mp}_s K^{\pm}) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_B f_{D_s} f_K \pi \frac{C_F}{N_C^2} V_{CKM} A(B^0_d \to D^{\mp}_s K^{\pm})$$
(5.22)

com $V_{CKM} = V_{cb}^* V_{ud}$ para o estado final $D_s^- K^+$ e $V_{CKM} = V_{ub}^* V_{cd}$ para o estado final $D_s^+ K^-$.

Para os modos de decaimento $B_s^0 \to D^{\mp} \pi^{\pm}$ os cálculos são realizados de maneira análoga substituindo as constantes de decaimento, fatores de CKM, massas e funções de onda características destes modos.

5.3 Resultados numéricos

Como mencionado anteriormente, as amplitudes de decaimentos de aniquilação contêm divergências quando tratadas na aproximação colinear, como na abordagem da fQCD. Tais divergências são eliminadas no método da pQCD quando os momentos transversais dos pártons são levados em conta. Entretanto, neste trabalho utilizaremos propagadores não-perturbativos obtidos através das ESD para eliminar as divergências infravermelhas. Cálculos semelhantes já foram realizados em [139–141,145] utilizando a solução de Cornwall, e nossa intenção é fazer uma discussão mais geral incluindo outras soluções, e verificar como os resultados são dependentes destas escolhas particulares de soluções das ESD. Também introduziremos o efeito da constante de acoplamento finita no IR, que não foi considerada nos trabalhos anteriores.

Assim, para calcular as amplitudes obtidas nas seções anteriores usaremos para o propagador do glúon $D_g(x, y)$ que aparece nas Eq. (5.6), (5.7), (5.20) e (5.21) diferentes soluções das ESD gluônicas obtidas na literatura. Utilizaremos as cinco soluções que foram revisadas na Seção 1.6. Cada uma destas soluções está associada a uma constante de acoplamento IR finita que entra no cálculo. A constante de acoplamento é calculada na escala μ , que é a energia média de emissão do glúon, onde podemos ainda ter uma pequena diferença entre as diversas soluções para os acoplamentos não-perturbativos. Como vimos, os propagadores não-perturbativos têm a interessante propriedade de serem finitos no IR eliminando divergências de pontos extremos, e a altas energias elas combinam com suas contrapartidas perturbativas. Note que, como discutido na Ref. [29], nestes cálculos estamos integrando sobre o propagador do glúon em uma grande região do espaço de fases, e esta integração é ponderada por diferentes funções de distribuição, portanto o resultado dependerá não-trivialmente na expressão formal do propagador, bem como dependerá de diferentes valores da constante de acoplamento não-perturbativa. Mesmo com a grande escala de massa envolvida no problema (a massa do méson B) podemos esperar uma manifestação do comportamento IR destas quantidades.

Obtidas as amplitudes de decaimento, calculamos as razões de ramificação a partir da seguinte equação

$$\mathcal{B}(B \to M_1 M_2) = \frac{\tau_B p_c}{8\pi m_B^2} |\mathcal{A}(B \to M_1 M_2)|^2,$$
(5.23)

onde τ_B é o tempo de vida do méson B, e p_c é o momento das partículas do estado final com massas m_1 e m_2 no referencial de repouso do méson B

$$p_c = \frac{\sqrt{(m_B^2 - (m_1 + m_2)^2)(m_B^2 - (m_1 - m_2)^2))}}{2m_B}.$$
(5.24)

Nos cálculos numéricos usamos para os mésons leves, píons e kaons, as expressões assintóticas das funções de onda:

$$\Phi(x)_{\pi,K} = 6 x (1-x), \qquad (5.25)$$

enquanto para os mésons D usamos

$$\Phi_D(x) = 6 x (1-x) [1 + a_D(1-2x)], \qquad (5.26)$$

com $a_D = 0.8$ para D^{\pm} e $a_D = 0.3$ para o méson D_s^{\pm} [143, 144]. Negligenciaremos o momento do quark leve do méson B nos cálculos, i.e. assumimos que $x, y \gg z$, e nesta aproximação a amplitude de distribuição do méson B é dada por uma função delta de Dirac, e a integração em z é portanto trivial. Alguns resultados serão apresentados no caso em que as funções de onda dos mésons leves são representadas pela expansão em polinômios de Gegenbauer. Os coeficientes de Wilson são obtidos usando as equações mostradas nos apêndices da Ref. [146], que levam em conta os termos em LO. Não incluímos fases fortes nos cálculos das integrais, i.e., nossas amplitudes serão reais a não ser pelas fases de CKM. Portanto não discutiremos violação de CP que poderia ocorrer por exemplo devido a interferências entre diagramas de árvore e pingüins ou devido a misturas $B^0 - \bar{B}^0$, como foi feito nas Refs. [141,145].

Utilizamos os seguintes parâmetros [76]:

• Massas:

$$m_{B_d} = 5.28 \text{ GeV}, m_{B_s} = 5.37 \text{ GeV}, m_D = 1.87 \text{ GeV}, m_{D_s} = 1.97 \text{ GeV}, m_b = 4.7 \text{ GeV};$$

• Constantes de decaimento:

 $f_{B_d} = 0.200$ GeV, $f_{B_s} = 0.236$ GeV, $f_D = 0.226$ GeV, $f_{D_s} = 0.241$ GeV $f_{\pi} = 0.132$ GeV, $f_K = 0.160$ GeV;

• Tempos de vida:

 $\tau_{B_d} = 1.54 \text{ ps}, \ \tau_{B_s} = 1.466 \text{ ps};$

- Parâmetros de CKM:
 - $A = 0.818, \ \lambda = 0.2272, \ \bar{\rho} = 0.221, \ \bar{\eta} = 0.340.$

A Tab. 5.1 mostra as razões de ramificação obtidas para cada canal de decaimento para os diferentes propagadores e constantes de acoplamento discutidas no Capítulo 1. Como detalharemos a seguir, podemos ver que os decaimentos não-leptônicos do méson B resultantes de canais de aniquilação são sensíveis ao comportamento infravermelho da QCD.

Canais de decaimento	D_{Ia}	D_{Ib}	D_{Ic}	D_{IIa}	D_{IIb}
$\mathcal{B}r(B^0_s \to \pi^+\pi^-) \times 10^7$	1.08	1.58	1.02	4.30	3.77
$\mathcal{B}r(B^0_d \to K^+K^-) \times 10^8$	4.92	7.18	4.63	19.63	17.11
$\mathcal{B}r(B^0_s\to D^-\pi^+)\times 10^6$	1.03	1.54	0.99	4.40	4.10
$\mathcal{B}r(B^0_s \to D^+\pi^-) \times 10^7$	1.28	1.90	1.22	5.41	4.97
$\mathcal{B}r(B^0_d \to D^s K^+) imes 10^5$	1.34	1.98	1.27	5.54	4.04
$\mathcal{B}r(B^0_d \to D^+_s K^-) \times 10^8$	0.67	0.99	0.6	2.80	2.00

Tabela 5.1: Razões de ramificação para decaimentos B obtidos com os diferentes propagadores do glúon e constantes de acoplamento infravermelhos, e com $m_g = m_0 = 500$ MeV e $\mu = m_b$: Cornwall (Ia); Ref. [62] (Ib); Aguilar-Papavassiliou (Ic); Alkofer *et al.* (IIa); Ref. [64] (IIb). Utilizamos $\Lambda_{QCD} = 0.225$ Gev, para $\mu \leq m_b$ e $\Lambda_{QCD} = 0.300$ Gev, para $\mu > m_b$.

Propagadores	$\mu = m_b$	$\mu = m_b/2$	Gegenbauer
$D_{Ia}(q^2), m_g = 400 \text{ MeV}$	1.95	3.25	2.00
$D_{Ia}(q^2), m_g = 500 \text{ MeV}$	1.34	2.09	1.36
$D_{Ib}(q^2), m_0 = 400 \text{ MeV}$	2.07	4.89	2.75
$D_{Ib}(q^2), m_0 = 500 \text{ MeV}$	1.98	3.48	2.02
$D_{Ic}(q^2), m_0 = 500 \text{ MeV}$	1.27	2.15	1.30
$D_{Ic}(q^2), m_0 = 600 \text{ MeV}$	0.99	1.66	1.76
$D_{IIa}(q^2)$	5.54	16.73	5.75
$D_{IIb}(q^2)$	4.04	8.18	4.24

Tabela 5.2: : Razões de ramificação para o decaimento $B_s^0 \to D_s^- K^+$, $\mathcal{B}r(B_d^0 \to D_s^- K^+) \times 10^5$, comparando duas diferentes escalas, $\mu = m_b$ e $\mu = m_b/2$, e usando duas a função de onda do kaon expandida em polinômios de Gegenbauer (na escala $\mu = m_b$, com $\alpha_1(1 \text{ GeV}) = 0.17$ e $\alpha_2(1 \text{ GeV}) = 0.2$ [52]). Também são mostrados os resultados para diferentes escalas de massa do glúon.

~	
Canais de decaimento	Dados Experimentais
$\mathcal{B}r(B^0_d \to K^+K^-)$	$(0.09^{+0.18}_{-0.13} \pm 0.01) \times 10^{-6}$ [147]
	$< 3.7 \times 10^{-7}$ [76]
	$(4 \pm 15 \pm 8) \times 10^{-8} [148]$
$\mathcal{B}r(B^0_s \to \pi^+\pi^-)$	$< 1.7 \times 10^{-4}$ [76]
	$< 1.36 \times 10^{-6} \ [149, 150]$
$\mathcal{B}r(B^0_d \to D^+_s K^-)$	$< 1.1 \times 10^{-3}$ [76]
$\mathcal{B}r(B^0_d\to D^sK^+)$	$(4.6^{+1.2}_{-1.1} \pm 1.0) \times 10^{-5} [151]$
	$(3.2 \pm 1.0 \pm 1.0) \times 10^{-5} [152]$
	$(3.1 \pm 0.8) \times 10^{-5}$ [76]
$\mathcal{B}r(B^0_s \to D^-\pi^+)$	
$\mathcal{B}r(B^0_s \to D^+\pi^-)$	

Tabela 5.3: Dados experimentais existentes para os decaimentos que foram discutidos.

5.4 Análise dos resultados numéricos

Neste capítulo estudamos alguns canais de decaimento dos mésons neutros $B_s^0(\bar{B}^0)$ e $B_d^0(\bar{B}_d^0)$ que ocorrem através de diagramas de aniquilação pura: $B_s^0 \to \pi^+\pi^-$, $D^{\pm}\pi^{\mp} e B_d^0 \to K^+K^-$, $D_s^{\pm}K^{\mp}$. Foi argumentado que propagadores finitos do glúon e constantes de acoplamento corredoras obtidas como soluções das equações de Schwinger-Dyson da QCD, podem servir como um corte natural para as divergências de pontos extremos que aparecem nos cálculos destes decaimentos.

Calculamos várias razões de ramificações para algumas das diferentes soluções de propagadores de glúons e constantes de acoplamento encontradas na literatura. Estas diferentes soluções aparecem devido a diferentes aproximações realizadas para resolver as ESD. Nossos resultados são mostrados na Tabela 5.1. Nós argumentamos que um estudo sistemático de decaimentos do B pode fornecer informações a respeito do comportamento infravermelho da QCD. Note que os resultados da Tabela 5.1 não são triviais, no sentido de que diferenças nas razões de ramificação vêm de diferentes propagadores multiplicados por diferentes funções de onda. É possível ver na Tabela 5.1 que as diferentes classes de propagadores dos glúon (de acordo com seus comportamentos no infravermelho) levam a razões de ramificação que diferem por um fator no intervalo de 2 até 4.

A Tabela 5.2 dá uma idéia de como os resultados do canal de decaimento $B_s^0 \to D_s^- K^+$ podem mudar à medida que variamos alguns dos vários parâmetros e funções de onda. Deve ser lembrado também que a próxima ordem de *twist* também deve modificar os resultados, mas se temos um grande nível de confiança nestes vários parâmetros ou funções, certamente podemos testar o comportamento infravermelho a QCD nestes decaimentos. Na Tabela 5.2 é também evidente a diferença entre usar soluções ESD dos tipos I e II para propagadores e constantes de acoplamento.

Na Tabela 5.3 mostramos os dados experimentais existentes dos mesmos canais de decaimentos que discutimos. Os dados experimentais da Tabela 5.3, quando confrontados com os resultados da Tabela 5.1, podem já ser usados para afirmar que algumas aproximações para resolver as ESD de

gauge puro da QCD levam a predições insatisfatórias para algumas das razões de ramificação (veja por exemplo os resultados relativos ao propagador indicado por D_{IIa} para o canal $B_d^0 \to D_s^- K^+$).

É claro que é necessário coletar mais dados para decidir a questão a respeito do comportamento infravermelho da QCD, ao menos no que concerne ao comportamento infravermelho do propagador do glúon e constante de acoplamento. Também sabemos que a comparação de dados experimentais dependerá de quantidades como funções de distribuição, mas em um futuro próximo, com novos dados provenientes do experimento LHCb–CERN, as incertezas nos dados experimentais será reduzida, e será possível explorar os modelos até que um cenário físico razoável destes decaimentos do méson B seja obtido.

Para compreender completamente os decaimentos não-leptônicos do B que discutimos neste trabalho vemos duas direções especificas de estudo. Uma delas é que é necessário encontrar um truncamento e um esquema independente de gauge para resolver as ESD, isto ajudará a diminuir a quantidade de soluções diferentes para o comportamento infravermelho da QCD. É possível que este problema já tenha sido resolvido com o resultado recente de Binosi e Papavassiliou [153]. A outra direção de estudo é que deve haver um uso sistemático de um propagador do glúon finito no infravermelho e constante de acoplamento em decaimentos de mésons, como aqueles discutidos neste trabalho. O propagador infravermelho do glúon fornece um corte natural para estes processos fenomenológicos. Como vimos na Tabela 5.1, as razões de ramificação de mésons pesados são sensíveis aos detalhes da QCD no infravermelho, e isto certamente acontecerá quando tivermos mésons leves no estado final. O resultado mais notável da Tabela 5.1 é que o conceito de um glúon dinamicamente massivo é capaz de prever razões de decaimento de alguns decaimentos B compatíveis com os dados experimentais, sem a ajuda de qualquer corte *ad hoc* e com a mesma escala de massa que ajusta os dados experimentais de muitos processos.

"The Road goes ever on and on Down from the door where it began, Now far ahead the Road has gone, And I must follow if I can, Pursuing it with eager feet, Until it joins some larger way Where many path and errands meet. And whither then? I cannot say."

- J. R. R. Tolkien, Lord of the Rings (1954).

Capítulo 6

Conclusão

Apresentamos nesta tese como é possível introduzir conceitos derivados de métodos não-perturbativos para a realização de cálculos de fenomenologia hadrônica. Discutimos como algumas soluções das Equações de Schwinger-Dyson para o propagador do glúon implicam na existência de uma nova escala de massa para a teoria relacionada à geração dinâmica de uma massa para o glúon. A existência de uma massa para o glúon permite entender vários parâmetros em cálculos de QCD, que na falta de uma escala de massa adequada são descritos de maneira *ad hoc*. Isto se deve ao fato desta massa regular as divergências que ocorrem em geral em teorias não-massivas.

Sabemos também que as soluções massivas não são as únicas soluções possíveis para as ESD do glúon, pois diferentes aproximações consideradas na solução das ESD podem levar a resultados diferentes. Vimos desta maneira que apesar das soluções das ESD concordarem que o propagador do glúon e a constante de acoplamento não divergem no infravermelho, existem soluções que implicam na geração dinâmica de uma massa do glúon e um propagador finito e não-nulo na origem dos momentos, enquanto outras soluções com aproximações diferentes fornecem como resultado um propagador também finito, porém com valor nulo na origem, descartando neste caso uma solução massiva.

Quando comparadas, as diferentes soluções das ESD para o glúon com os resultados da QCD na rede mostram que estas são compatíveis com um propagador do glúon e constante de acoplamento finitos. Ainda, resultados recentes indicam que uma solução massiva para o propagador do glúon é mais provável. Estudos fenomenológicos recentes também apontam nesta direção. Entretanto muito trabalho ainda deve ser feito para que haja um acordo sobre qual é o verdadeiro comportamento infravermelho das funções de Green. O conhecimento do comportamento infravermelho da QCD terá grande impacto no entendimento de um dos aspectos mais importantes da teoria, o confinamento, que é uma das questões mais relevantes que devem ser respondidas para a compreensão da fenomenologia das interações fortes.

Buscamos nesta tese mostrar como alguns cálculos de fenomenologia hadrônica podem ser beneficiados em uma teoria de QCD com uma massa dinamicamente gerada para o glúon. Fizemos isto invocando a consequência mais imediata das soluções massivas para o propagador do glúon, que é a existência de uma escala de massa que fornece um corte natural para divergências infravermelhas. Este tipo de estudo vem sendo realizado com sucesso nos últimos anos para diversos processos hadrônicos, mostrando a compatibilidade destas soluções massivas das ESD do glúon com a fenomenologia. Esta compatibilidade pode ser um indicativo de que são estas as soluções que descrevem corretamente o comportamento infravermelho destas funções de Green da QCD.

Para analisar as consequências fenomenológicas destes glúons massivos consideramos duas estratégias possíveis: a introdução de uma massa do glúon como parâmetro não-perturbativo em fenômenos que dependem intrinsecamente da dinâmica na região infravermelha; e a utilização das funções de Green vestidas no contexto da Teoria de Perturbação Dinâmica.

A primeira aplicação da massa dinâmica do glúon foi efetuada na obtenção de uma expressão inspirada em QCD para o fator de forma do próton. Nosso fator de forma possui uma expressão assintótica derivada a partir do tratamento perturbativo de Brodsky & Lepage, e regulada pela massa do glúon. Incluímos um *ansatz* para a descrição do fator de forma para a região infravermelha na forma de uma Gaussiana dependente da massa do glúon. Utilizamos então este fator de forma dentro do modelo de Pomeron de Landshoff e Nachtmann para calcular a seção de choque de espalhamento diferencial do espalhamento pp. Comparando com os dados experimentais, obtivemos um bom acordo para as regiões de momentos baixo e intermediário. Calculamos também a seção de choque total pp, onde reproduzimos o termo de Pomeron responsável pelo crescimento das seções de choque hadrônicas totais a altas energias.

A introdução de uma massa do glúon foi considerada a seguir em modelos inspirados em QCD para a descrição de seções de choque total hadrônicas. Este tipo de modelo já foi utilizado com sucesso para o cálculo da seção de choque de espalhamento total $pp \in \gamma p$. Algo que não havia sido considerado anteriormente é a possibilidade de determinar o comportamento de x pequeno da função de estrutura do glúon a partir do cálculo da seção de choque total. Isto se deve principalmente ao fato que estes modelos inspirados em QCD dependem em geral de parâmetros que são introduzidos de maneira ad hoc: uma escala de massa e o valor da constante de acoplamento no infravermelho. Entretanto, em um modelo com um glúon massivo estes parâmetros possuem um significado físico preciso e são introduzidos sem a necessidade de qualquer suposição arbitrária. Tendo isto em vista, calculamos a seção de choque total de espalhamento pp através de um formalismo eiconal, que preserva a unitaridade. A seção de choque neste caso depende de quatro parâmetros $J, \mu_{gg}, m_g \in h$. Através de um ajuste global dos dados de seção de choque σ_{tot} e do parâmetro ρ obtivemos o comportamento de x pequeno para a função de distribuição do glúon. A função obtida é válida para escalas moderadas no intervalos $0.36 \,\mathrm{GeV}^2 \leq Q^2 \lesssim 1 \,\mathrm{GeV}^2$. O resultado obtido é compatível com outros cálculos da função de estrutura do glúon para xpequeno.

No cálculo de amplitudes de decaimentos fracos de mésons *B* surgem divergências em esquemas de fatorização colineares. Escolhemos canais específicos de decaimentos que ocorrem através de diagramas de aniquilação e que possuem divergências de pontos extremos que podem ser tratadas introduzindo propagadores do glúon não-perturbativos. Calculamos as amplitudes utilizando cinco diferentes soluções das ESD apresentadas no primeiro capítulo e obtivemos as razões de ramificação para cada caso compatíveis com os dados experimentais. Pudemos constatar que estes decaimentos são afetados pelo comportamento infravermelho do glúon, e que um estudo sistemático de decaimentos pode ser útil para testar que tipo de solução para o propagador do glúon fornece uma descrição correta.

Acreditamos que este trabalho contribui para o estabelecimento da introdução de uma massa dinâmica para o glúon como um tratamento válido para regularização das divergências infravermelhas presentes nos cálculos de processos hadrônicos. Tendo em vista que isto é introduzido
com base nas soluções massivas das ESD do glúon, a viabilidade destes cálculos também é um acréscimo à determinação do comportamento infravermelho das interações fortes. Esta abordagem é indicativa para o caminho de uma prova rigorosa das propriedades não-perturbativas da QCD, que ainda é necessária para um completo entendimento da fenomenologia hadrônica.

Diversos processos ainda podem ser testados dentro do contexto que foi discutido nesta tese. Citamos alguns trabalhos que podem ser considerados como consequência direta dos cálculos aqui realizados:

- Em relação aos resultados obtidos da análise de processos difrativos, é possível a aplicação do fator de forma e da função de distribuição do glúon para x pequeno que foram obtidos em diferentes processos;
- Estender o estudo de decaimentos de mésons *B*, calculando fatores de forma de transição, correções de twist de ordens superiores, inclusão de fases fortes que permitem o cálculo de parâmetros de violação de CP, e decaimentos de mésons *B* em três corpos.

Apêndice A

Coordenadas do Cone de Luz

As coordenadas do cone-de-luz são dadas por

$$x^{\mu} = (x^{+}, x^{-}, x^{1}, x^{2}) = (x^{+}, x^{-}, \vec{x}_{\perp}),$$
(A.1)

onde

$$x^{\mu} = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) = (x^0, \vec{x}_{\perp}, x^3) = (x^0, \vec{x}),$$
(A.2)

são as coordenadas no espaço de Minkowsky. As componentes tipo-tempo e tipo-espaço são definidas por

$$x^{+} = x^{0} + x^{3}$$
 e $x^{-} = x^{0} - x^{3}$, (A.3)

e a componente transversal é

$$\vec{x}_{\perp} = (x^1, x^2).$$
 (A.4)

Os vetores covariantes são obtidos de $x_{\mu}=g_{\mu\nu}x^{\nu}$ através da métrica

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad e \quad g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Produtos escalares entre dois vetores x^{μ}
e p^{μ} são dados por

$$x \cdot p = x^{\mu} p_{\mu} = x^{+} p_{+} + x^{-} p_{-} + x^{1} p_{1} + x^{2} p_{2} = \frac{1}{2} (x^{+} p^{-} + x^{-} p^{+}) - \vec{x}_{\perp} \vec{p}_{\perp}.$$
 (A.5)

Bibliografia

- M. Gell-Mann, "A Schematic Model of Baryons and Mesons," *Phys. Lett.*, vol. 8, pp. 214–215, 1964.
- [2] G. Zweig, "An sU(3) model for strong interaction symmetry and its breakung. 2," CERN-TH-412.
- [3] R. P. Feynman, "Very high-energy collisions of hadrons," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 23, pp. 1415–1417, 1969.
- [4] O. W. Greenberg, "Spin and Unitary Spin Independence in a Paraquark Model of Baryons and Mesons," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 13, pp. 598–602, 1964.
- [5] M. Y. Han and Y. Nambu, "Three-triplet model with double SU(3) symmetry," Phys. Rev., vol. 139, pp. B1006–B1010, 1965.
- [6] H. Fritzsch, M. Gell-Mann, and H. Leutwyler, "Advantages of the Color Octet Gluon Picture," *Phys. Lett.*, vol. B47, pp. 365–368, 1973.
- [7] T. Muta, Foundations of quantum chromodynamics: An Introduction to perturbative methods in gauge theories, vol. 5. 1987. World Sci. Lect. Notes Phys.
- [8] H. D. Politzer, "Reliable perturbative results for strong interactions?," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 30, pp. 1346–1349, 1973.
- [9] D. J. Gross and F. Wilczek, "Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 30, pp. 1343–1346, 1973.
- [10] R. D. Field, Applications of Perturbative QCD. Redwood City, USA: Addison-Wesley (1989) 366 p. (Frontiers in physics, 77).
- [11] E. Abdalla and M. C. B. Abdalla and K. D. Rothe, Nonperturbative methods in twodimensional quantum field theory. Singapore: World Scientific, 2001.
- [12] H. Pagels and S. Stokar, "The Pion Decay Constant, Electromagnetic Form-Factor and Quark Electromagnetic Selfenergy in QCD," *Phys. Rev.*, vol. D20, p. 2947, 1979.
- [13] J. M. Cornwall, "Dynamical Mass Generation in Continuum QCD," *Phys. Rev.*, vol. D26, p. 1453, 1982.

- [14] C. S. Fischer, R. Alkofer, and H. Reinhardt, "The elusiveness of infrared critical exponents in Landau gauge Yang-Mills theories," *Phys. Rev.*, vol. D65, p. 094008, 2002. hepph/0202195.
- [15] A. C. Aguilar, A. Mihara, and A. A. Natale, "Freezing of the QCD coupling constant and solutions of Schwinger-Dyson equations," *Phys. Rev.*, vol. D65, p. 054011, 2002. hepph/0109223.
- [16] A. Cucchieri and T. Mendes, "What's up with IR gluon and ghost propagators in Landau gauge? A puzzling answer from huge lattices," *PoS*, vol. LATTICE, p. 297, 2007. arXiv:0710.0412 [hep-lat].
- [17] I. L. Bogolubsky, E. M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, and A. Sternbeck, "The Landau gauge gluon and ghost propagators in 4D SU(3) gluodynamics in large lattice volumes," *PoS*, vol. LATTICE, p. 290, 2007. arXiv:0710.1968 [hep-lat].
- [18] A. Cucchieri and T. Mendes, "Constraints on the IR behavior of the gluon propagator in Yang-Mills theories," 2007. arXiv:0712.3517 [hep-lat].
- [19] M. B. Gay Ducati, F. Halzen, and A. A. Natale, "Diffraction and the gluon mass," *Phys. Rev.*, vol. D48, pp. 2324–2328, 1993. hep-ph/9304276.
- [20] F. Halzen, G. I. Krein, and A. A. Natale, "Relating the QCD pomeron to an effective gluon mass," *Phys. Rev.*, vol. D47, pp. 295–298, 1993.
- [21] S. J. Brodsky, C.-R. Ji, A. Pang, and D. G. Robertson, "Optimal renormalization scale and scheme for exclusive processes," *Phys. Rev.*, vol. D57, pp. 245–252, 1998. hep-ph/9705221.
- [22] A. Mihara and A. A. Natale, "Dynamical gluon mass corrections in heavy quarkonia decays," *Phys. Lett.*, vol. B482, pp. 378–382, 2000. hep-ph/0004236.
- [23] A. C. Aguilar, A. A. Natale, and P. S. Rodrigues da Silva, "Relating a gluon mass scale to an infrared fixed point in pure gauge QCD," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 152001, 2003. hep-ph/0212105.
- [24] A. C. Aguilar, A. Mihara, and A. A. Natale, "Phenomenological tests for the freezing of the QCD running coupling constant," Int. J. Mod. Phys., vol. A19, pp. 249–269, 2004.
- [25] E. G. S. Luna, A. F. Martini, M. J. Menon, A. Mihara, and A. A. Natale, "Influence of a dynamical gluon mass in the *pp* and *pp̄* forward scattering," *Phys. Rev.*, vol. D72, p. 034019, 2005. hep-ph/0507057.
- [26] E. G. S. Luna, "Survival probability of large rapidity gaps in a QCD model with a dynamical infrared mass scale," *Phys. Lett.*, vol. B641, pp. 171–176, 2006. hep-ph/0608091.
- [27] E. G. S. Luna and A. A. Natale, "γp and γγ scattering from pp, pp forward amplitudes in a QCD eikonal model with a dynamical gluon mass," Phys. Rev., vol. D73, p. 074019, 2006. hep-ph/0602181.

- [28] E. G. S. Luna, "Diffraction and an infrared finite gluon propagator," Braz. J. Phys., vol. 37, pp. 84–87, 2007. hep-ph/0609149.
- [29] A. A. Natale, "Phenomenology of infrared finite gluon propagator and coupling constant," Braz. J. Phys., vol. 37, pp. 306–312, 2007. hep-ph/0610256.
- [30] S. J. Brodsky, "QCD phenomenology and light-front wavefunctions," Acta Phys. Polon., vol. B32, pp. 4013–4068, 2001. hep-ph/0111340.
- [31] S. J. Brodsky, "The Heisenberg matrix formulation of quantum field theory," Fortsch. Phys., vol. 50, pp. 503–511, 2002. hep-th/0111241.
- [32] M. C. Gonzalez-Garcia and Y. Nir, "Developments in neutrino physics," Rev. Mod. Phys., vol. 75, pp. 345–402, 2003.
- [33] E. Klempt, "Glueballs, hybrids, pentaquarks: Introduction to hadron spectroscopy and review of selected topics," 2004.
- [34] E. Klempt and A. Zaitsev, "Glueballs, Hybrids, Multiquarks. Experimental facts versus QCD inspired concepts," *Phys. Rept.*, vol. 454, pp. 1–202, 2007.
- [35] E. S. Swanson, "The new heavy mesons: A status report," Phys. Rept., vol. 429, pp. 243– 305, 2006.
- [36] S. Weinberg, "A Model of Leptons," Phys. Rev. Lett., vol. 19, pp. 1264–1266, 1967.
- [37] A. Salam, "Weak and Electromagnetic Interactions," Originally printed in *Svartholm: Elementary Particle Theory, Proceedings Of The Nobel Symposium Held 1968 At Lerum, Sweden*, Stockholm 1968, 367-377.
- [38] S. L. Glashow, "Partial Symmetries of Weak Interactions," Nucl. Phys., vol. 22, pp. 579– 588, 1961.
- [39] L. H. Ryder, Quantum Field Theory. Cambridge, Uk: Univ. Pr., 1985. 443p.
- [40] J. F. Donoghue, E. Golowich, and B. R. Holstein, *Dynamics of the standard model*, vol. 2. 1992. Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.
- [41] S. Weinberg, The quantum theory of fields. Vol. 2: Modern applications. Cambridge, UK: Univ. Pr. (1996) 489 p.
- [42] C.-N. Yang and R. L. Mills, "Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance," *Phys. Rev.*, vol. 96, pp. 191–195, 1954.
- [43] E. Farhi and L. Susskind, "Technicolor," Phys. Rept., vol. 74, p. 277, 1981.
- [44] S. Weinberg, "The quantum theory of fields. Vol. 3: Supersymmetry," Cambridge, UK: Univ. Pr. (2000) 419 p.
- [45] L. Randall, "Extra dimensions and warped geometries," Science, vol. 296, pp. 1422–1427, 2002.

- [46] T. Inami and C. S. Lim, "Effects of Superheavy Quarks and Leptons in Low-Energy Weak Processes $k(L) \rightarrow \mu \bar{m}u, K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ and $K_0 \leftrightarrow \bar{K}_0$," *Prog. Theor. Phys.*, vol. 65, p. 297, 1981.
- [47] S. Bethke, "Experimental tests of asymptotic freedom," Prog. Part. Nucl. Phys., vol. 58, pp. 351–386, 2007. hep-ex/0606035.
- [48] G. M. Prosperi, M. Raciti, and C. Simolo, "On the running coupling constant in QCD," Prog. Part. Nucl. Phys., vol. 58, pp. 387–438, 2007. hep-ph/0607209.
- [49] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, An Introduction to quantum field theory. Reading, USA: Addison-Wesley (1995) 842 p.
- [50] E. E. Salpeter and H. A. Bethe, "A Relativistic equation for bound state problems," *Phys. Rev.*, vol. 84, pp. 1232–1242, 1951.
- [51] S. J. Brodsky, "Exclusive Processes in Quantum Chromodynamics," in *Perturbative Quantum Chromodynamics* (E. Mueller, A. H., ed.), vol. 5 of *Advanced series on directions in high energy physics*, pp. 93–240, World Scientific, 1989.
- [52] P. Ball, "Theoretical update of pseudoscalar meson distribution amplitudes of higher twist: The nonsinglet case," *JHEP*, vol. 01, p. 010, 1999. hep-ph/9812375.
- [53] F. Halzen and A. D. Martin, Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics. New York, Usa: Wiley (1984) 396p.
- [54] A. Donnachie and P. V. Landshoff, "pp and pp Elastic Scattering," Nucl. Phys., vol. B231, p. 189, 1984.
- [55] J. D. Bjorken, "Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum," Phys. Rev., vol. 179, pp. 1547–1553, 1969.
- [56] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, "Scaling Laws at Large Transverse Momentum," Phys. Rev. Lett., vol. 31, pp. 1153–1156, 1973.
- [57] Y. L. Dokshitzer, "Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e+ e- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. (In Russian)," Sov. Phys. JETP, vol. 46, pp. 641–653, 1977.
- [58] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, "Deep inelastic e p scattering in perturbation theory," Sov. J. Nucl. Phys., vol. 15, pp. 438–450, 1972.
- [59] G. Altarelli and G. Parisi, "Asymptotic Freedom in Parton Language," Nucl. Phys., vol. B126, p. 298, 1977.
- [60] G. P. Lepage and S. J. Brodsky, "Exclusive Processes in Perturbative Quantum Chromodynamics," Phys. Rev., vol. D22, p. 2157, 1980.
- [61] R. Alkofer and L. von Smekal, "The infrared behavior of QCD Green's functions: Confinement, dynamical symmetry breaking, and hadrons as relativistic bound states," *Phys. Rept.*, vol. 353, p. 281, 2001. hep-ph/0007355.

- [62] A. C. Aguilar and A. A. Natale, "A dynamical gluon mass solution in a coupled system of the Schwinger-Dyson equations," *JHEP*, vol. 08, p. 057, 2004. hep-ph/0408254.
- [63] A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, "Power-law running of the effective gluon mass," Eur. Phys. J., vol. A35, pp. 189–205, 2008. arXiv:0708.4320 [hep-ph].
- [64] R. Alkofer, C. S. Fischer, F. J. Llanes-Estrada, and K. Schwenzer, "Dynamically induced scalar quark confinement: A link between chiral symmetry breaking and confinement," *POS*, vol. LAT2007, p. 286, 2007. arXiv:0710.1154 [hep-ph].
- [65] H. Cheng and T. T. Wu, "Limit of Cross-Sections at Infinite Energy," Phys. Rev. Lett., vol. 24, pp. 1456–1460, 1970.
- [66] J. R. Forshaw and D. A. Ross, Quantum chromodynamics and the pomeron, vol. 9. 1997.
- [67] P. D. B. Collins, "An Introduction to Regge Theory and High-Energy Physics," Cambridge Univ. Press, 1977.
- [68] S. Donnachie, H. G. Dosch, O. Nachtmann, and P. Landshoff, "Pomeron physics and QCD," *Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.*, vol. 19, pp. 1–347, 2002.
- [69] V. Barone and E. Predazzi, *High-energy particle diffraction*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2002. Berlin, Germany: Springer 407 p.
- [70] A. Donnachie and P. V. Landshoff, "Total cross-sections," Phys. Lett., vol. B296, pp. 227– 232, 1992. hep-ph/9209205.
- [71] I. I. Balitsky and L. N. Lipatov, "The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics," Sov. J. Nucl. Phys., vol. 28, pp. 822–829, 1978.
- [72] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin, "The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories," Sov. Phys. JETP, vol. 45, pp. 199–204, 1977.
- [73] P. V. Landshoff and O. Nachtmann, "Vacuum Structure and Diffraction Scattering," Z. Phys., vol. C35, p. 405, 1987.
- [74] J. R. Cudell, A. Donnachie, and P. V. Landshoff, "Quark and gluon condensates and the small x limit of the nucleon structure functions," Nucl. Phys., vol. B322, p. 55, 1989.
- [75] M. Block, R. Fletcher, F. Halzen, B. Margolis, and P. Valin, "The gluon structure of highenergy hadrons and their interactions," *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, vol. 12, pp. 238–253, 1990.
- [76] W. M. Yao et al., "Review of particle physics," J. Phys., vol. G33, pp. 1–1232, 2006.
- [77] F. Carvalho, A. A. Natale, and C. M. Zanetti, "Elastic scattering and the proton form factor," *Mod. Phys. Lett.*, vol. A21, pp. 3021–3030, 2006. hep-ph/0510172.
- [78] E. G. S. Luna, A. A. Natale, and C. M. Zanetti, "The small x behavior of the gluon structure function from total cross sections," *Int. J. Mod. Phys.*, vol. A23, pp. 151–165, 2008. hep-ph/0605338.

- [79] A. Donnachie and P. V. Landshoff, "Dynamics of Elastic Scattering," Nucl. Phys., vol. B267, p. 690, 1986.
- [80] A. Breakstone *et al.*, "A measurement of pp and pp elastic scattering at ISR energies," Nucl. Phys., vol. B248, pp. 253–260, 1984.
- [81] G. P. Lepage and S. J. Brodsky, "Exclusive Processes in Quantum Chromodynamics: The Form- Factors of Baryons at Large Momentum Transfer," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 43, pp. 545– 549, 1979.
- [82] J. R. Cudell and B. U. Nguyen, "A Consistent next-to-leading order QCD calculation of hadronic diffractive scattering," Nucl. Phys., vol. B420, pp. 669–694, 1994. hep-ph/9310298.
- [83] D. A. Ross, "The Pomeron trajectory in a quasiperturbative model of quarks and gluons," J. Phys., vol. G15, p. 1175, 1989.
- [84] J. R. Cudell and D. A. Ross, "Theory and phenomenology of the gluon propagator from the Dyson-Schwinger equation in QCD," Nucl. Phys., vol. B359, pp. 247–261, 1991.
- [85] A. Deur, V. Burkert, J.-P. Chen, and W. Korsch, "Experimental determination of the effective strong coupling constant," *Phys. Lett.*, vol. B650, pp. 244–248, 2007. hep-ph/0509113.
- [86] J. M. Cornwall and J. Papavassiliou, "Gauge Invariant Three Gluon Vertex in QCD," Phys. Rev., vol. D40, p. 3474, 1989.
- [87] J. Papavassiliou and J. M. Cornwall, "Coupled fermion gap and vertex equations for chiral symmetry breakdown in QCD," *Phys. Rev.*, vol. D44, pp. 1285–1297, 1991.
- [88] E. M. Levin and M. G. Ryskin, "Born approximation of QCD for description of high-energy hadronic interactions. (In Russian)," Yad. Fiz., vol. 34, pp. 1114–1122, 1981.
- [89] A. Bialas and P. V. Landshoff, "Higgs production in pp collisions by double pomeron exchange," Phys. Lett., vol. B256, pp. 540–546, 1991.
- [90] S. Eidelman et al., "Review of particle physics," Phys. Lett., vol. B592, p. 1, 2004.
- [91] S. J. Brodsky and G. P. Lepage, "Helicity Selection Rules and Tests of Gluon Spin in Exclusive QCD Processes," *Phys. Rev.*, vol. D24, p. 2848, 1981.
- [92] M. M. Block, E. M. Gregores, F. Halzen, and G. Pancheri, "Photon-proton and photonphoton scattering from nucleon-nucleon forward amplitudes," *Phys. Rev.*, vol. D60, p. 054024, 1999. hep-ph/9809403.
- [93] A. Corsetti, R. M. Godbole, and G. Pancheri, "Eikonalised minijet model analysis of $\sigma_{(inel)}(\gamma\gamma)$," *Phys. Lett.*, vol. B435, pp. 441–448, 1998. hep-ph/9807236.
- [94] G. Pancheri, R. M. Godbole, A. Grau, and Y. N. Srivastava, "Total cross-sections and Bloch-Nordsieck gluon resummation," *Acta Phys. Polon.*, vol. B36, pp. 735–742, 2005. hep-ph/0411006.

- [95] R. M. Godbole, A. Grau, G. Pancheri, and Y. N. Srivastava, "Soft gluon radiation and energy dependence of total hadronic cross-sections," *Phys. Rev.*, vol. D72, p. 076001, 2005. hep-ph/0408355.
- [96] L. Durand and H. Pi, "QCD and Rising Total Cross-Sections," Phys. Rev. Lett., vol. 58, p. 303, 1987.
- [97] L. Durand and H. Pi, "High-energy nucleon nucleus scattering and cosmic ray crosssections," *Phys. Rev.*, vol. D38, pp. 78–84, 1988.
- [98] L. Durand and H. Pi, "Semihard QCD and high-energy pp and pp scattering," Phys. Rev., vol. D40, p. 1436, 1989.
- [99] L. V. Gribov, E. M. Levin, and M. G. Ryskin, "Semihard Processes in QCD," Phys. Rept., vol. 100, pp. 1–150, 1983.
- [100] E. M. Levin and M. G. Ryskin, "High-energy hadron collisions in QCD," Phys. Rept., vol. 189, pp. 267–382, 1990.
- [101] G. Arnison *et al.*, "Transverse Momentum Spectra for Charged Particles at the CERN Proton anti-Proton Collider," *Phys. Lett.*, vol. B118, p. 167, 1982.
- [102] G. Arnison *et al.*, "Observation of Jets in High Transverse Energy Events at the CERN $p\bar{p}$ Collider," *Phys. Lett.*, vol. B123, p. 115, 1983.
- [103] A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, "Gluon mass generation in the PT-BFM scheme," JHEP, vol. 12, p. 012, 2006. hep-ph/0610040.
- [104] J. M. Cornwall and A. Soni, "Glueballs as Bound States of Massive Gluons," Phys. Lett., vol. B120, p. 431, 1983.
- [105] E. G. S. Luna and M. J. Menon, "Extrema bounds for the soft pomeron intercept," Phys. Lett., vol. B565, pp. 123–130, 2003. hep-ph/0305280.
- [106] E. G. S. Luna, M. J. Menon, and J. Montanha, "An analysis on extrema and constrained bounds for the soft Pomeron intercept," *Nucl. Phys.*, vol. A745, pp. 104–120, 2004. hepph/0408211.
- [107] A. Donnachie and P. V. Landshoff, "Small x: Two pomerons!," Phys. Lett., vol. B437, pp. 408–416, 1998. hep-ph/9806344.
- [108] J. Kwiecinski, A. D. Martin, and P. J. Sutton, "The Small x behavior of the gluon," Phys. Lett., vol. B264, pp. 199–203, 1991.
- [109] J. Kwieciński, A. D. Martin, and P. J. Sutton, "QCD predictions for the behavior of the gluon distribution at small x," *Phys. Rev.*, vol. D44, pp. 2640–2652, 1991.
- [110] J. Kwiecinski, A. D. Martin, and P. J. Sutton, "Deep inelastic events containing a measured jet as a probe of QCD behavior at small x," *Phys. Rev.*, vol. D46, pp. 921–930, 1992.

- [111] J. R. Forshaw and P. N. Harriman, "The Small x parton content of the photon," Phys. Rev., vol. D46, pp. 3778–3784, 1992.
- [112] R. F. Avila, E. G. S. Luna, and M. J. Menon, "Analytic models and forward scattering from accelerator to cosmic-ray energies," *Phys. Rev.*, vol. D67, p. 054020, 2003. hep-ph/0212234.
- [113] F. Abe *et al.*, "Measurement of the $\bar{p}p$ total cross-section at $\sqrt{s} = 546$ GeV and 1800-GeV," *Phys. Rev.*, vol. D50, pp. 5550–5561, 1994.
- [114] N. Amos *et al.*, "Measurement of ρ , the ratio of the real to imaginary part of the $\bar{p}p$ forward elastic scattering amplitude, at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 68, pp. 2433–2436, 1992.
- [115] C. Avila *et al.*, "A measurement of the proton antiproton total cross section at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV," *Phys. Lett.*, vol. B445, pp. 419–422, 1999.
- [116] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, "NNLO global parton analysis," *Phys. Lett.*, vol. B531, pp. 216–224, 2002. hep-ph/0201127.
- [117] J. Pumplin *et al.*, "New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis," *JHEP*, vol. 07, p. 012, 2002. hep-ph/0201195.
- [118] D. Stump *et al.*, "Inclusive jet production, parton distributions, and the search for new physics," *JHEP*, vol. 10, p. 046, 2003. hep-ph/0303013.
- [119] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, "Parton distributions: A new global analysis," *Eur. Phys. J.*, vol. C4, pp. 463–496, 1998. hep-ph/9803445.
- [120] A. I. Shoshi, F. D. Steffen, and H. J. Pirner, "S-matrix unitarity, impact parameter profiles, gluon saturation and high-energy scattering," *Nucl. Phys.*, vol. A709, pp. 131–183, 2002. hep-ph/0202012.
- [121] A. I. Shoshi, F. D. Steffen, H. G. Dosch, and H. J. Pirner, "Decomposition of the QCD string into dipoles and unintegrated gluon distributions," *Phys. Rev.*, vol. D66, p. 094019, 2002. hep-ph/0207287.
- [122] V. A. Khoze, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, "Soft diffraction and the elastic slope at Tevatron and LHC energies: A multi-pomeron approach," *Eur. Phys. J.*, vol. C18, pp. 167– 179, 2000. hep-ph/0007359.
- [123] K. G. Wilson and W. Zimmermann, "Operator product expansions and composite field operators in the general framework of quantum field theory," *Commun. Math. Phys.*, vol. 24, pp. 87–106, 1972.
- [124] G. Buchalla, A. J. Buras, and M. E. Lautenbacher, "Weak Decays Beyond Leading Logarithms," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 68, pp. 1125–1144, 1996. hep-ph/9512380.
- [125] M. Gorbahn and U. Haisch, "Effective Hamiltonian for non-leptonic |Delta(F)| = 1 decays at NNLO in QCD," Nucl. Phys., vol. B713, pp. 291–332, 2005. hep-ph/0411071.

- [126] M. Wirbel, B. Stech, and M. Bauer, "Exclusive Semileptonic Decays of Heavy Mesons," Z. Phys., vol. C29, p. 637, 1985.
- [127] M. Bauer, B. Stech, and M. Wirbel, "Exclusive Nonleptonic Decays of D, D_s, and B Mesons," Z. Phys., vol. C34, p. 103, 1987.
- [128] A. Szczepaniak, E. M. Henley, and S. J. Brodsky, "Perturbative QCD effects in heavy meson decays," *Phys. Lett.*, vol. B243, pp. 287–292, 1990.
- [129] H. N. Li and G. Sterman, "The Perturbative pion form-factor with Sudakov suppression," Nucl. Phys., vol. B381, pp. 129–140, 1992.
- [130] H.-N. Li and H.-L. Yu, "Extraction of V_{ub} from decay $B \rightarrow \pi$ lepton neutrino," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, pp. 4388–4391, 1995. hep-ph/9409313.
- [131] H.-N. Li and H.-L. Yu, "PQCD analysis of exclusive charmless B meson decay spectra," Phys. Lett., vol. B353, pp. 301–305, 1995.
- [132] Y. Y. Keum, H.-N. Li, and A. I. Sanda, "Penguin enhancement and $B \to K\pi$ decays in perturbative QCD," *Phys. Rev.*, vol. D63, p. 054008, 2001. hep-ph/0004173.
- [133] H.-N. Li, "Applicability of perturbative QCD to $B \rightarrow D$ decays," *Phys. Rev.*, vol. D52, pp. 3958–3965, 1995. hep-ph/9412340.
- [134] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, and C. T. Sachrajda, "QCD factorization for B → ππ decays: Strong phases and CP violation in the heavy quark limit," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 83, pp. 1914–1917, 1999. hep-ph/9905312.
- [135] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, and C. T. Sachrajda, "QCD factorization for exclusive, non-leptonic B meson decays: General arguments and the case of heavy-light final states," *Nucl. Phys.*, vol. B591, pp. 313–418, 2000. hep-ph/0006124.
- [136] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert, and C. T. Sachrajda, "QCD factorization in $B \rightarrow \pi K, \pi \pi$ decays and extraction of Wolfenstein parameters," *Nucl. Phys.*, vol. B606, pp. 245–321, 2001. hep-ph/0104110.
- [137] M. Beneke and M. Neubert, "QCD factorization for $B \rightarrow PP$ and $B \rightarrow PV$ decays," Nucl. Phys., vol. B675, pp. 333–415, 2003. hep-ph/0308039.
- [138] J. Botts and G. Sterman, "Hard Elastic Scattering in QCD: Leading Behavior," Nucl. Phys., vol. B325, p. 62, 1989.
- [139] S. Bar-Shalom, G. Eilam, and Y.-D. Yang, " $B \to \phi \pi$ and $B^0 \to \phi \phi$ in the standard model and new bounds on R parity violation," *Phys. Rev.*, vol. D67, p. 014007, 2003. hep-ph/0201244.
- [140] Y.-D. Yang, F. Su, G.-R. Lu, and H.-J. Hao, "Revisiting the annihilation decay $B_s \rightarrow \pi^+\pi^-$," *Eur. Phys. J.*, vol. C44, pp. 243–247, 2005. hep-ph/0507326.

- [141] F. Su, Y.-L. Wu, Y.-D. Yang, and C. Zhuang, "Large strong phases and CP violation in the annihilation processes $\bar{B}^0 \to K^+ K^-$, $K^{*\pm} K^{\mp}, K^{*+} K^{*-}$," *Eur. Phys. J.*, vol. C48, pp. 401–411, 2006. hep-ph/0604082.
- [142] A. A. Natale and C. M. Zanetti, "Non-leptonic annihilation B mesons decays with a natural infrared cut-off," 2008. arXiv:0803.0154 [hep-ph].
- [143] C.-D. Lu and K. Ukai, "Branching ratios of $B \to D_s K$ decays in perturbative QCD approach," *Eur. Phys. J.*, vol. C28, pp. 305–312, 2003. hep-ph/0210206.
- [144] Y. Li and C.-D. Lu, "Study Pure Annihilation Decays $B_s^0(\bar{B}_s^0) \to D^{\pm}\pi^{\mp}$ in PQCD Approach," *Commun. Theor. Phys.*, vol. 44, pp. 659–664, 2005. hep-ph/0502038.
- [145] F. Su, Y.-L. Wu, Y.-D. Yang, and C. Zhuang, "QCD approach to $B \to D\pi$ decays and CP violation," 2007. arXiv:0705.1575 [hep-ph].
- [146] C.-D. Lu, K. Ukai, and M.-Z. Yang, "Branching ratio and CP violation of $B \to \pi \pi$ decays in perturbative QCD approach," *Phys. Rev.*, vol. D63, p. 074009, 2001. hep-ph/0004213.
- [147] K. Abe et al., "Observation of B decays to two kaons," Phys. Rev. Lett., vol. 98, p. 181804, 2007. hep-ex/0608049.
- [148] B. Aubert *et al.*, "Improved measurements of branching fractions for $B^0 \to \pi^+\pi^-$, $K^+\pi^-$, and search for K^+K^- at BaBar," 2005. hep-ex/0508046.
- [149] A. Abulencia *et al.*, "Observation of $B_s^0 \to K^+K^-$ and Measurements of Branching Fractions of Charmless Two-body Decays of B^0 and B_s^0 Mesons in $\bar{p}p$ Collisions at $\sqrt{s} =$ 1.96-TeV," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 211802, 2006. hep-ex/0607021.
- [150] M. Morello, "Branching fractions and direct CP asymmetries of charmless decay modes at the Tevatron," Nucl. Phys. Proc. Suppl., vol. 170, pp. 39–45, 2007. hep-ex/0612018.
- [151] P. Krokovny *et al.*, "Observation of $D_s^+K^-$ and evidence for $D_s^+\pi^-$ final states in neutral *B* decays.," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 231804, 2002. hep-ex/0207077.
- [152] B. Aubert *et al.*, "A study of the rare decays $B^0 \to D_s^{(*)+}\pi^-$ and $B^0 \to D_s^{(*)-}K^+$," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 181803, 2003. hep-ex/0211053.
- [153] D. Binosi and J. Papavassiliou, "Gauge-invariant truncation scheme for the Schwinger-Dyson equations of QCD," *Phys. Rev.*, vol. D77, p. 061702, 2008. arXiv:0712.2707 [hep-ph].

Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo