



**ESTACIONARIEDADE E PERIODICIDADE DO FATOR DE
DESEQUILIBRIO DE TENSÃO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA**

EUMANN MAGALHÃES FEITOSA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ESTACIONARIEDADE E PERIODICIDADE DO FATOR DE
DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO EM SISTEMAS DE
POTÊNCIA**

EUMANN MAGALHÃES FEITOSA

ORIENTADOR: FRANCISCO ASSIS DE OLIVEIRA NASCIMENTO

CO-ORIENTADOR: GEOVANY ARAÚJO BORGES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM – 389/2009

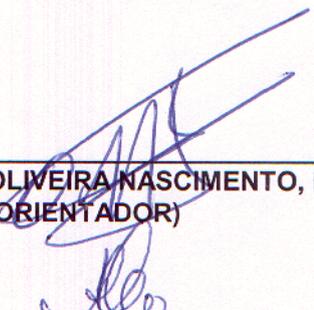
BRASÍLIA/DF: JULHO – 2009

ESTACIONARIEDADE E PERIODICIDADE DO FATOR DE
DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO EM SISTEMAS
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

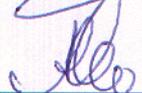
EUMANN MAGALHÃES FEITOSA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

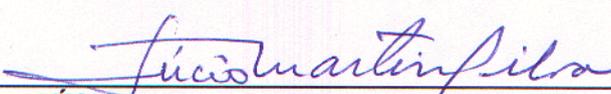
APROVADA POR:



FRANCISCO ASSIS DE OLIVEIRA NASCIMENTO, Dr, ENE/UNB
(ORIENTADOR)



ANÉSIO DE LELES FERREIRA FILHO, Dr., ENE/UNB
(EXAMINADOR INTERNO)



LÚCIO MARTINS DA SILVA, Dr., ENE/UNB
(EXAMINADOR INTERNO)

BRASÍLIA, 10 DE JULHO DE 2009.

FICHA CATALOGRÁFICA

FEITOSA, EUMANN MAGALHÃES

Estacionariedade e Periodicidade do Fator de Desequilíbrio de Tensão em Sistemas de Potência [Distrito Federal] 2009.

xvii, 85p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Engenharia Elétrica, 2009).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Elétrica.

- | | |
|------------------------------------|---------------------|
| 1. Desequilíbrio de Tensão | 2. Fator K |
| 3. Qualidade da energia elétrica | 4. Filtro de Kalman |
| 5. Processamento digital de sinais | 6. |
| I. ENE/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FEITOSA, E. M. (2009). Estacionariedade e Periodicidade do Fator de Desequilíbrio de Tensão em Sistemas de Potência. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica. Publicação PPGENE.DM 389/2009, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 85p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Eumann Magalhães Feitosa.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Estacionariedade e Periodicidade do Fator de Desequilíbrio de Tensão em Sistemas de Potência.

GRAU: Mestre ANO: 2009

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

DEDICATÓRIA

À minha família.

*"O inimigo mais perigoso que você poderá encontrar
será sempre você mesmo."*

FRIEDRICH WILHELM NIETZSCHE

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Professor Francisco Assis de Oliveira Nascimento, pelo incentivo e imensa paciência.

Também ao meu co-orientador, Professor Geovany Araújo Borges, pela orientação e discussões esclarecedoras.

Ao professor Anésio pelo apoio e pela gentil cessão dos dados utilizados neste trabalho.

Aos meus amigos do Grupo de Processamento Digital de Sinais, pelas discussões e apoio. Em especial ao Marcus Chaffim e ao Tiago Alves, pelos ensinamentos e pela grande amizade.

RESUMO

ESTACIONARIEDADE E PERIODICIDADE DO FATOR DE DESEQUILIBRIO DE TENSÃO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Autor: Eumann Magalhães Feitosa

Orientador: Francisco Assis de Oliveira Nascimento

Co-orientador: Geovany Araújo Borges

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Brasília, Julho de 2009

No contexto da avaliação da qualidade de energia, é comum recorrer ao emprego de estatísticas de primeira ordem aplicadas ao fator de desequilíbrio de tensão (ou fator K), durante um determinado período de aquisição. No entanto, a confiabilidade de tais estatísticas, tal como a média, costuma ser negligenciada. Ou ainda, questiona-se se o período de medição comumente empregado (7 dias) é suficiente para efetuar qualquer julgamento sobre a qualidade da energia. Em rápida análise, vê-se que vários fatores influenciam no desequilíbrio de tensão. Dentre estes, um bastante notório é o horo-sazonal, o qual imbui o comportamento do desequilíbrio de tensão de uma componente aleatória, cujas características afetam diretamente qualquer metodologia a ser empregada para sua avaliação. Assim sendo, a duração e a época do monitoramento são questões importantes para a aplicação de critérios de avaliação de desempenho. Este trabalho propõe três algoritmos de estimação recursiva para a média e um para a variância do fator K. Além disso, a similaridade entre os resultados dos três algoritmos é avaliada com o emprego da Distância de Mahalanobis e é apresentada uma métrica para avaliar a confiança de tal estatística e as alterações que esta apresenta, quando considerados períodos de medição diferentes (nos casos aqui estudados, uma semana e treze semanas). Os 3 algoritmos mostraram similaridade de 95% em seus resultados, apontando para a convergência destes. Quanto à métrica, esta mostrou que seus resultados podem variar bastante de acordo com a duração do período de medição considerado. As principais contribuições deste trabalho foram: a proposição e implementação dos algoritmos; a validação da métrica com o uso de dados reais do sistema de transmissão de energia elétrica; e a avaliação da estacionariedade do índice de desequilíbrio considerado pela norma brasileira.

ABSTRACT

STATIONARITY AND PERIODICITY OF VOLTAGE UNBALANCE FACTOR IN POWER SYSTEMS

Author: Eumann Magalhães Feitosa

Supervisor: Francisco Assis de Oliveira Nascimento

Co-supervisor: Geovany Araújo Borges

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Brasília, July, 2009

In order to evaluate the unbalance levels of voltage samples obtained from field measurements taken over a determined period, it is common to use first order statistics. However, in this type of study procedures capable of determining the reliability of said statistics are often neglected. As a result, questions arise whether the average is an adequate metric, or whether the measurement period normally called for by norms (7 days) is sufficient to conduct an adequate power quality assessment. On overview, many important factors arise to be considered. A notorious one is related to the season and time, that contributes to a random component to the voltage unbalance and affect directly any methodology used for its measurement. Therefore, duration and period are important questions about performance evaluation judgment. This study proposes three recursive estimation algorithms for the mean and one to the variance of K factor. Besides, similarity between these algorithms is assessed using Mahalanobis Distance and also a metric is described for the reliability of such statistics and its changes when different monitoring time intervals are considered (at this study, one week and thirteen weeks). All algorithms results showed similarity of 95%, indicating a convergence of them. About the metric, were obtained that its results can significantly vary depending upon the time period used. The main contributions of this study are: proposition and implementation of the algorithms; validation of the metric employing real data from Brazilian's power transmission system; and assessment of the stationary behavior characteristic of voltage unbalance used by Brazilian's regulation.

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	3
1.2 – ESTRUTURA DO TRABALHO	4
2 – DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO.....	6
2.1 – CONCEITUAÇÃO.....	6
2.2 – MÉTODOS PARA QUANTIFICAÇÃO	7
2.2.1 – Método das Componentes Simétricas	8
2.2.2 – Método CIGRÉ.....	10
2.2.3 – Método NEMA	10
2.2.4 – Método IEEE	10
2.3 – CAUSAS DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO	11
2.4 – EFEITOS	11
2.5 – NORMAS INTERNACIONAIS E BRASILEIRAS	12
2.5.1 – International Electrotechnical Commission (IEC)	13
2.5.2 – European Committee for Electrotechnical Standardization (CENELEC).....	13
2.5.3 – American National Standard Institute (ANSI)	14
2.5.4 – Normas Brasileiras	14
2.6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	15
3 – METODOLOGIA E MODELOS MATEMÁTICOS	16
3.1 – CONCEITOS DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	16
3.1.1 – Probabilidade.....	16
3.1.2 – Estatística.....	18
3.1.3 – Variáveis Aleatórias	18
Características de Variáveis Aleatórias.....	19
Variáveis Aleatórias Multidimensionais.....	20
3.1.4 – Processos Estocásticos.....	21
3.1.5 – Estacionariedade.....	22
3.2 – ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS.....	23
3.2.1 – Estimação por Mínimos Quadrados	24
3.3 – ESTIMAÇÃO SEQUENCIAL.....	26
3.4 – FILTRO DE KALMAN	27
3.4.1 – Filtro de Kalman Adaptativo	30
3.5 – METODOLOGIA APLICADA AO TRABALHO	31
3.6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
4 – ALGORITMOS IMPLEMENTADOS PARA A ANÁLISE DO FATOR DE DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO.....	34
4.1 – PRÉ-PROCESSAMENTO DOS DADOS	34
4.2 – ESTIMADOR RECURSIVO	35
4.3 – FILTRO DE KALMAN	36
4.4 – FILTRO DE KALMAN ADAPTATIVO	38
4.5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
5.1 – RESULTADOS DOS ALGORITMOS DE ESTIMAÇÃO	40

5.1.1 – Algoritmo de Estimação de Média Recursiva	40
5.1.2 – Algoritmo de Estimação com Filtro de Kalman.....	44
5.1.3 – Algoritmo de Estimação com Filtro de Kalman Adaptativo	46
5.2 – RESULTADOS DA COMPARAÇÃO ENTRE OS ALGORITMOS.....	48
5.3 – RESULTADO DA MÉTRICA EMPREGADA.....	50
6 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	54
6.1 – CONCLUSÕES GERAIS	54
6.2 – PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57
APÊNDICES	61
A – RESULTADOS DO ESTIMADOR RECURSIVO COM 13 SEMANAS DE MEDIÇÃO	62
B – RESULTADOS DO FK PARA 13 SEMANAS DE MEDIÇÃO.....	68
C – RESULTADOS FKA PARA 13 SEMANAS DE MEDIÇÃO.....	74
D – RESULTADOS OBTIDOS COM A COMPARAÇÃO ENTRE OS ESTIMADORES	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Jargão empregado na teoria de conjuntos e na teoria de probabilidades (modificado- Grimmett, 2001). A e B são dois eventos quaisquer de Ω	17
Tabela 5.1 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final de cada semana. Estimador com Filtro de Kalman.....	50
Tabela 5.2 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final de cada semana. Estimador seqüencial.....	51
Tabela 5.3 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final de cada semana. Estimador com Filtro de Kalman Adaptativo.....	51
Tabela 5.4 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final após o decurso de treze semanas para cada local.....	52
Tabela 5.5 – Valores mínimos (MIN) e máximos (MAX) da métrica para cada algoritmo, considerando as localidades estudadas.....	53

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Exemplo de desequilíbrio de tensão. (Leles, 2008)	7
Figura 2.2 – Diagrama fasorial. (Leles, 2008).....	8
Figura 2.3 - Custos Adicionais Anuais de Um Sistema Industrial de Pequeno Porte	12
Figura 3.1 – Relações entre os graus de estacionariedade de um processo aleatório.....	23
Figura 4.1 – Esquema do processo de funcionamento do algoritmo do estimador recursivo.	36
Figura 4.2 – Esquema do processo de funcionamento do algoritmo do FK.....	38
Figura 4.3 – Esquema do processo de funcionamento do algoritmo do FKA.....	39
Figura 5.1- Exemplo de caso onde observa-se a sensibilidade da média recursiva à variações abruptas no fator K. Local B, linha 01, 2º semana.....	42
Figura 5.2 - Exemplo de caso onde observa-se a sensibilidade da média recursiva à variações abruptas no fator K. Local C, 1º semana.....	42
Figura 5.3 – Exemplo do comportamento do algoritmo. Local F, 2º semana.....	43
Figura 5.4 – Exemplo de situação onde o período de medição não foi suficiente para adaptação do estimador as mudanças no fato K. Local G, 10º semana.	43
Figura 5.5 – Exemplo de caso com poucas variações no desequilíbrio. Note a considerável redução da incerteza em comparação com as figuras anteriores. Local I, 5º semana.	44
Figura 5.6 –Exemplo onde o algoritmo com filtro de Kalman diverge do fator K. Local F, 2º semana.....	45
Figura 5.7 – Local G, 5ºsemana. Note a pouca redução do intervalo de confiança durante todo o período.....	46
Figura 5.8 – Exemplo de caso exemplificando o comportamento do FKA. Local D, 10º semana.	47
Figura 5.9 – Local I, 6º semana. Repare em como a estimativa é afetada pela mudança brusca no valor do fator K próximo à 400ª amostra.	47
Figura 5.10 – Resultado do FKA para a 8º semana do local J.	48
Figura 5.11- Resultado do local J, 8º semana, com o FK.	49
Figura 5.12 - Valor da distância de Mahalanobis na comparação entre os estimadores para cada semana do local J.....	49
Figura A.1 - Local A, Linha 01.	62
Figura A.2 - Local A, Linha 02.	62

Figura A.3 - Local B, Linha 01.	63
Figura A.4 - Local B, Linha 02.	63
Figura A.5 - Local C.	64
Figura A.6 - Local D.	64
Figura A.7 - Local E.	65
Figura A.8 - Local F.	65
Figura A.9 - Local G.	66
Figura A.10 - Local H.	66
Figura A.11 - Local I.	67
Figura A.12 - Local J.	67
Figura B.1- Local A, Linha 01.	68
Figura B.2 - Local A, Linha 02.	68
Figura B.3 - Local B, Linha 01.	69
Figura B.4 - Local B, Linha 02.	69
Figura B.5 - Local C.	70
Figura B.6 - Local D.	70
Figura B.7 - Local E.	71
Figura B.8 - Local F.	71
Figura B.9 - Local G.	72
Figura B.10 - Local H.	72
Figura B.11 - Local I.	73
Figura B.12 - Local J.	73
Figura C.1 - Local A, Linha 01.	74
Figura C.2 - Local A, Linha 02.	74
Figura C.3 - Local B, Linha 01.	75
Figura C.4 Local B, Linha 02.	75
Figura C.5 Local C.	76
Figura C.6 Local D.	76
Figura C.7 - Local E: em virtude de não ficar visível a estimativa, a escala desta figura foi posta com ordem de grandeza diferente dos resultados para os outros algoritmos.	77
Figura C.8 - Local F.	77
Figura C.9 - Local G.	78
Figura C.10 - Local H: em virtude de não ficar visível a estimativa, a escala desta figura foi posta com ordem de grandeza diferente dos resultados para os outros algoritmos.	78

Figura C.11 - Local I: em virtude de não ficar visível a estimativa, a escala desta figura foi posta com ordem de grandeza diferente dos resultados para os outros algoritmos.	79
Figura C.12 - Local J.	79
Figura D.1 – Local A, linha 1.	80
Figura D.2 – Local A, linha 2.	80
Figura D.3 – Local B, linha 1.	81
Figura D.4 – Local B, linha 2.	81
Figura D.5 – Local C.	82
Figura D.6 – Local D.	82
Figura D.7 – Local E.	83
Figura D.8 – Local F.	83
Figura D.9 – Local G.	84
Figura D.10 – Local H.	84
Figura D.11 – Local I.	85
Figura D.12 – Local J.	85

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

a	Operador rotacional com módulo unitário e ângulo de 120°
$A[n]$	Matriz de transição de estados
AIEE	<i>American Institute of Electrical Engineers</i>
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ANSI	<i>American National Standard Institute</i>
$\arg_{\theta} \min[J(\theta)]$	Representa o valor de θ que minimiza a função $J(\theta)$
$B[n]$	Matriz de ruído branco gaussiano
CENELEC	<i>European Committee for Electrotechnical Standardization</i>
CIGRE	<i>International Council on Large Electric Systems</i>
$\text{cov}(S_i, S_j)$	Covariância entre as variáveis aleatórias S_i e S_j
d	Distância de Mahalanobis
DNAEE	Departamento Nacional de Água e Energia Elétrica
$E[S]$	Expectância (média ou valor esperado) de S
$E[(S - E[S])^l]$	momento central de ordem l (sendo este um número inteiro) de S .
F_S	Função de distribuição acumulada da variável aleatória S
FK	Filtro de Kalman
FKA	Filtro de Kalman Adaptativo
$H[n]$	Matriz de medição
g	Ganho do Filtro de Kalman
$G[n]$	Matriz de ganho do Filtro de Kalman
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>

K	Fator de desequilíbrio de tensão
$m_s(\cdot)$	Função de massa de S
MSE	Erro médio quadrático (<i>Mean Square Error</i>)
NEMA	<i>National Electrical Manufacturers Association</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
P[n]	Matriz de covariância
q	Valor da variância do processo de evolução da média (escalar)
Q[n]	Matriz de covariância do processo de evolução da média
r	Valor da variância de medição
R[n]	Matriz de covariância de medição
S	Variável aleatória qualquer
SIN	Sistema Interligado Nacional
STATCOM	Compensador Estático (<i>Static Compensator</i>)
SVC	Compensador Estático de Reativos (<i>Static Var Compensator</i>)
W[n]	Seqüência de ruído branco gaussiano
\bar{V}_i	Fasor de tensão da fase i
V_i	Módulo da tensão na fase i
V_{ij}	Módulo da tensão entre as fases i e j
$\bar{V}_{i0}, \bar{V}_{i1}, \bar{V}_{i2}$	Fasores de seqüência zero, positiva e negativa, respectivamente, da fase i
V_{i0}, V_{i1}, V_{i2}	Módulos dos fasores de seqüência zero, positiva e negativa, respectivamente, da fase i
X[n]	Vetor de Estados

$x[n]$	Elemento do vetor de estados
$Y[n]$	Vetor de observação
$y[n]$	Elemento do vetor de observação

SÍMBOLOS GREGOS

μ	Média
$\hat{\mu}$	Estimativa da média
ρ	Covariância de processos aleatórios
σ^2	Variância
θ	Parâmetro desconhecido
$\hat{\theta}$	Estimativa do parâmetro desconhecido θ

1 – INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, por todo o mundo vem crescendo a preocupação com a qualidade de energia elétrica. Enquanto, anteriormente, a preocupação era basicamente com a manutenção do fornecimento, a evolução tecnológica e a disseminação de aparelhos eletrônicos fazem necessário considerar a qualidade com que o fornecimento é realizado e, também, como estas cargas afetam o sistema ao qual estão ligadas. Todas estas interações passam a ser tratadas sob uma nova ótica, onde o estabelecimento de critérios de avaliação - e quantificação destes – se tornam pontos chave para tomadas de decisão sobre procedimentos para redução dos efeitos danosos e a criação de medidas normativas pertinentes ao assunto.

No contexto nacional, a qualidade de energia elétrica tornou-se mais premente com as privatizações no setor elétrico. A entrada de entes privados força a uma maior preocupação com a manutenção dos padrões de fornecimento de energia elétrica e a determinação clara dos critérios a serem seguidos. Especialmente com o Estado passando a exercer um papel de regulação e fiscalização da oferta de energia elétrica ao invés de provedor da mesma.

De fato, vários requisitos e procedimentos de avaliação vêm sendo postos visando ter-se um julgamento objetivo desses requisitos. Partindo de diversas grandezas físicas, características intrínsecas ao sistema, como tensão, corrente, forma de onda e frequência, são avaliados diversos parâmetros a fim de determinar se estão de acordo com valores pré-estabelecidos, baseados em desvios que podem ser aceitos e os quais não afetarão o funcionamento dos equipamentos dos consumidores ou a interrupção do fornecimento (Baltazar, 2007). Concomitantemente, estes procedimentos também auxiliam a comparar o desempenho de diferentes localidades.

Dentre as várias considerações quanto à qualidade de energia elétrica, o desequilíbrio de tensão é um dos quesitos de avaliação. Este desequilíbrio é visto pela diferença entre os módulos e(ou) entre as defasagens angulares das tensões entre as fases do sistema elétrico. Conceitualmente, um sistema trifásico equilibrado é constituído por 3 tensões cossenoidais, com módulos idênticos e defasadas entre si em 120° elétricos. A realidade é apenas uma aproximação do conceito devido a fatores construtivos, de equipamentos e sistemas de

distribuição e transmissão, e a fatores funcionais, como distribuição não uniforme de carga entre as fases.

As normas nacionais e internacionais apresentam diversas formas de quantificação para o desequilíbrio de tensão, além de valores limites aceitáveis para o usuário final. De fato, é comum a abordagem da adequação dos índices de quantificação frente aos efeitos causados por diferentes condições de desequilíbrio, com o emprego de testes em laboratório em motores de indução e também com simulações computacionais. Em Lee (1997) e Siddique (2004) são analisados como diferentes condições de desequilíbrio - que resultam em um mesmo fator de desequilíbrio - e o módulo do fasor de sequência positiva se relacionam quanto aos efeitos observados em motores de indução trifásicos, recomendando a consideração deste fasor nas avaliações de desequilíbrio. Faiz (2004) apresenta que o método NEMA de quantificação caracteriza de modo mais fiel as condições de desequilíbrio. Em Costa (2007) é realizada o estudo do comportamento do fator K e das componentes de sequência positiva e negativa em face das variações dos ângulos e amplitudes das tensões, com o intuito de verificar: os inconvenientes que existam nos índices, a aplicabilidade do uso do módulo e do ângulo do fator K complexo nas análises e se o fator K tem mais sensibilidade às variações nos ângulos ou nas amplitudes dos fasores de tensão. Em Leles (2008) é ratificado, de modo teórico e por ensaios de laboratório, que o desequilíbrio de tensão não é quantificado adequadamente pelo fator K.

Quanto aos trabalhos sobre o comportamento do desequilíbrio de tensão, a maioria parte do interesse na modelagem do desequilíbrio de tensão para simulações em computador. Em Pierrat e Morrison (1995) é desenvolvida uma abordagem probabilística caracterizada pelos parâmetros referentes a rede (tida como com comportamento determinístico) e a carga (modelada como aleatória e com características estacionárias), separando as contribuições de cada uma e analisando os resultados do modelo quanto a: caracterização do desequilíbrio da rede, interação entre o desequilíbrio e a geração de frequências harmônicas e a função de probabilidade de sobreaquecimento de um motor assíncrono frente a flutuação de desequilíbrio de tensão. Em Wang e Pierrat (2001), integrase um teorema de redução de rede, estudo de fluxo de carga e simulação de Monte Carlo em uma nova proposta de método para a simulação do desequilíbrio causado pela flutuação aleatória das cargas.

1.1 – DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Uma crítica aos métodos empregados pelas normas existentes (estas serão comentadas no Capítulo 2) é que, em nenhuma delas, existem considerações quanto à escolha da época de medição, se o mesmo período de medição aplica-se a qualquer época, sobre a representatividade do período ou mesmo se a duração deste é suficiente para uma conclusão fidedigna das condições operativas existentes.

Em rápida análise, vê-se que vários fatores influenciam no desequilíbrio de tensão. Dentre estes, um bastante notório é o horo-sazonal, visto a alteração de carregamento dos sistemas de transmissão e de distribuição muda de modo considerável ao longo dos meses do ano, ou mesmo, no decurso de uma semana. Este, *per se*, imbuí o comportamento do desequilíbrio de tensão de uma componente aleatória, cujas características afetam diretamente qualquer metodologia a ser empregada para sua avaliação (como apropriadamente é considerado por Pierrat e Morrison, 1995). Assim sendo, a duração e a época do monitoramento são questões importantes para a aplicação de critérios de avaliação de desempenho. Dentro da nova sistematização do mercado de energia, essas considerações são cruciais para a adoção de medidas preventivas, corretivas ou punitivas aos agentes envolvidos na manutenção da adequada operação dos sistemas de transmissão e distribuição.

Como todo processo com comportamento aleatório, as peculiaridades do mesmo fazem diferença na eficácia ou não de uma dada abordagem quanto ao seu estudo. Aspectos como estacionariedade, periodicidade, função de densidade de probabilidade (ou estimação desta) e estatísticas de diversas ordens são alguns dos pontos alterados por esta consideração.

O que há de comum entre os trabalhos sobre o comportamento do desequilíbrio de tensão, citados na seção anterior, é que eles se preocupam em modelar o fenômeno do desequilíbrio, não tecendo maiores considerações sobre a existência ou não de estacionariedade no comportamento do fator K durante período utilizado no estudo (em Wang e Pierrat, 2001, os dados empregados abrangem 27 horas de medição).

Tendo isto em vista, este trabalho abordará a questão da duração do período de medição e sua representatividade quanto ao comportamento operacional de um ponto do sistema de transmissão de energia elétrica segundo o comportamento de três algoritmos e de uma métrica, abrangendo dois tempos de monitoramento diferentes. São propostos três algoritmos para estimação recursiva da média e um para a variância do fator K, analisando a similaridade entre os resultados dos três algoritmos com o emprego da Distância de Mahalanobis. Uma métrica é apresentada para avaliar a confiança de tal estatística e as alterações que essa apresenta, quando considerados períodos de medição diferentes (nos casos aqui estudados, uma e treze semanas consecutivas), sendo baseada nas estimativas da média e da variância. Se estiverem presentes características de estacionariedade dentro dos períodos de medição avaliados, se reduz a necessidade de considerações mais criteriosas sobre a duração do período de medição do fator K.

1.2 – ESTRUTURA DO TRABALHO

O texto tem início com este capítulo introdutório, seguido de apresentação das definições e métodos utilizados para quantificação de desequilíbrios de tensão no Capítulo 2, além das causas mais comuns dos desequilíbrios, suas conseqüências e um breve resumo sobre a legislação nacional e internacional pertinente.

Na seqüência, o Capítulo 3 apresenta-se a metodologia e os modelos matemáticos empregados no trabalho, além da motivação para as escolhas realizadas.

Em seguida, o Capítulo 4 trata dos algoritmos implementados para a análise do desequilíbrio de tensão e as considerações relevantes quanto a sua implementação. Adiante, o Capítulo 5 apresenta alguns dos resultados obtidos por meio desses algoritmos para exemplificação das discussões e comparações pertinentes.

As conclusões, no Capítulo 6, dão destaque aos aspectos mais relevantes da dissertação e as discussões a partir dos resultados obtidos do estudo. Também são sugeridas propostas para trabalhos futuros.

Por último, são listadas as referências bibliográficas e os apêndices, onde constam resultados alcançados durante a execução deste trabalho para o período de treze semanas consecutivas e para a convergência dos resultados de cada algoritmo para o período de 7 dias. Em virtude da extensa quantidade de resultados - já que são dez locais (sendo 2 com circuito duplo), cada um com 13 semanas de medição, sendo que a análise do comportamento para os 3 algoritmos são feitas considerando cada semana separadamente, o que totaliza 468 (sem contar os resultados já citados nos Apêndices) - não foram postos ao longo do Capítulo 5 para não sobrecarregar o leitor durante a apresentação das discussões.

2 – DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO

Desequilíbrio de tensão ocorre devido às assimetrias das impedâncias das próprias linhas de transmissão e da distribuição desigual das cargas entre as fases. O primeiro se deve a geometria da construção do sistema de transmissão, a qual influi nos acoplamentos eletromagnéticos entre os condutores das fases e entre estes e a terra. A medida mais comum para mitigar esses efeitos é a transposição dos condutores durante o percurso destes. Já quanto à distribuição das cargas, é mais difícil atenuar seus efeitos devido à quantidade de cargas monofásicas existentes nas redes de média e, principalmente, baixa tensão. Em especial, devido ao comportamento aleatório do funcionamento das cargas, as quais – mesmo estando distribuídas igualmente entre as fases – apresentam demandas instantâneas diferentes para cada fase (Wang e Pierrat, 2001).

Posto isto, este capítulo visa mostrar as definições e os métodos utilizados para quantificação de desequilíbrios de tensão. Serão mostradas as causas mais comuns dos desequilíbrios, suas conseqüências e um resumo sobre as normas internacionais e a legislação nacional.

2.1 – CONCEITUAÇÃO

Um sistema trifásico é dito equilibrado quando as tensões possuem mesmo módulo e estão defasadas de 120° entre si.

$$\bar{V}_A = V_A \angle 0^\circ \quad (2.1)$$

$$\bar{V}_B = V_B \angle -120^\circ \quad (2.2)$$

$$\bar{V}_C = V_C \angle 120^\circ \quad (2.3)$$

Onde:

- \bar{V}_A , \bar{V}_B e \bar{V}_C são os respectivos fasores de tensão das fases A, B e C;
- V_A , V_B e V_C são os valores eficazes das tensões das fases A, B e C, respectivamente.

Assim sendo, o desequilíbrio de tensão é definido como a condição na qual ocorram diferenças nos módulos das tensões, na defasagem entre elas distinta de 120° elétricos ou estas duas condições concomitantemente. A figura 2.1 apresenta dois exemplos de

ocorrência de desequilíbrio de tensão. O primeiro, onde a amplitude da fase A apresenta redução - em relação ao valor nominal – durante dois ciclos e, o segundo, no qual a fase B tem a defasagem angular diferente de 120° elétricos durante 3,5 ciclos.

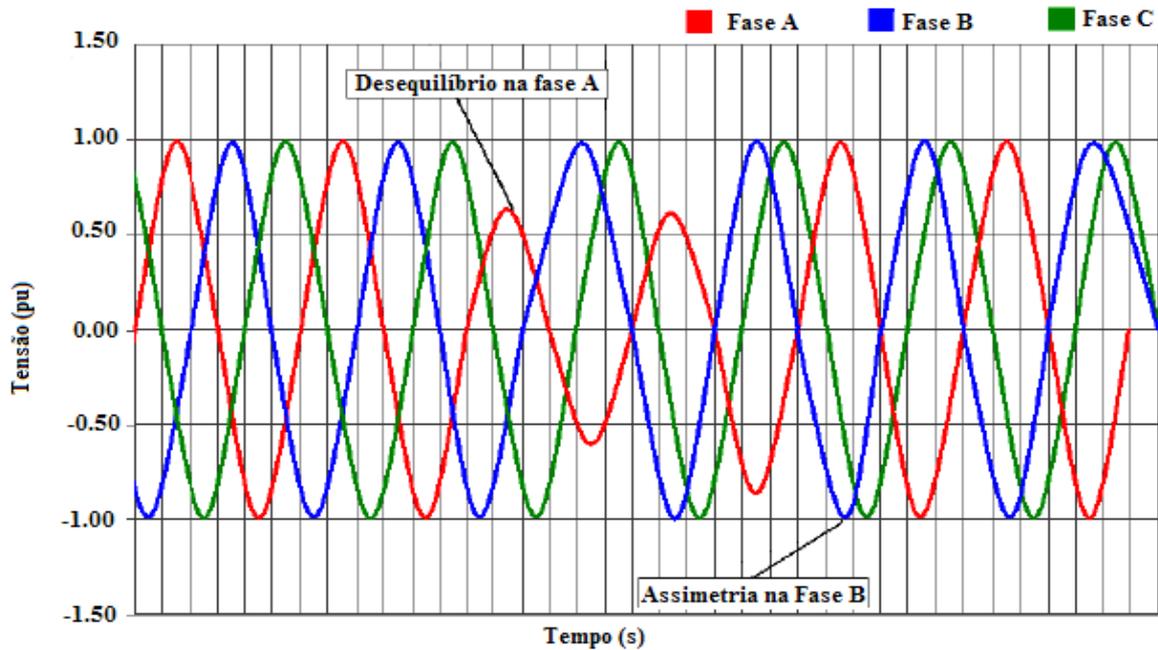


Figura 2.1 – Exemplo de desequilíbrio de tensão. (Leles, 2008)

2.2 – MÉTODOS PARA QUANTIFICAÇÃO

A quantificação do desequilíbrio de tensão é feita com o indicador denominado fator de desequilíbrio de tensão ou fator K. Atualmente, existem quatro métodos mais comumente empregados para o cálculo do fator K: método das componentes simétricas, método *International Council on Large Electric Systems (CIGRÉ)*, método *National Electrical Manufacturers Association (NEMA)* e método *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*.

Considerando o fato de que alguns equipamentos de medição não fornecem as defasagens angulares entre as tensões, foram criados métodos que realizam o cálculo de K usando apenas as amplitudes das tensões. Isto é visto nas subseções seguintes nos métodos CIGRÉ, NEMA e IEEE. Mas, primeiramente, será explicado o método considerado pela norma brasileira, o das componentes simétricas.

2.2.1 – Método das Componentes Simétricas

O método das Componentes Simétricas se baseia em estudos de C. L. Fortescue, divulgados em 1918 no anuário do AIEE. O teorema de Fortescue diz:

Qualquer grupo desequilibrado de n fasores associados, do mesmo tipo, pode ser resolvido em n grupos de fasores equilibrados, denominados componentes simétricas, dos fasores originais

Com isso, um sistema trifásico desequilibrado, com seqüência de fases ABC, pode ser decomposto nos três seguintes sistemas simétricos e equilibrados:

- Um sistema equilibrado de fasores, com mesma seqüência de fases do sistema desequilibrado original, dito sistema de seqüência positiva;
- Um sistema equilibrado de fasores, com seqüência de fases inversa da seqüência do sistema desequilibrado original, denominado sistema de seqüência negativa;
- Um sistema de fasores simétricos e paralelos, denominado sistema de seqüência zero;

A figura 2.2 ilustra o diagrama fasorial de um sistema trifásico desequilibrado e suas componentes simétricas.

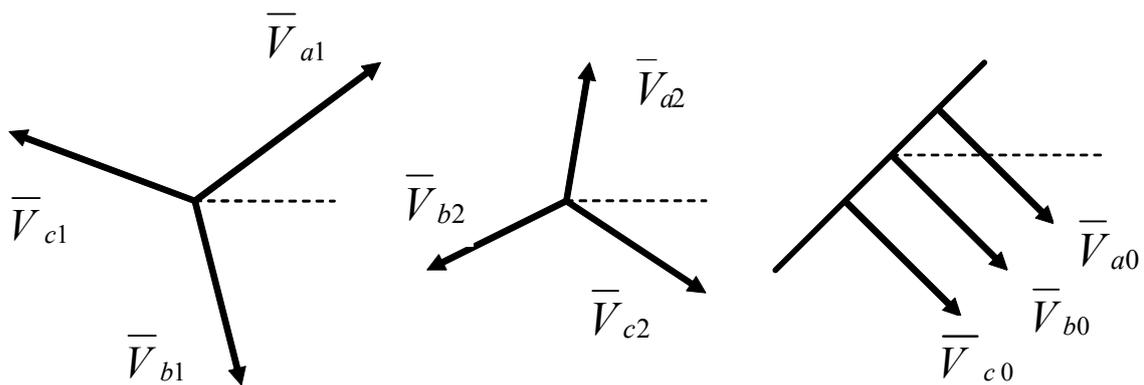


Figura 2.2 – Diagrama fasorial. (Leles, 2008)

Onde:

- \bar{V}_{a0} , \bar{V}_{a1} e \bar{V}_{a2} são respectivamente os fasores das tensões das seqüências zero, positiva e negativa da fase A;

- \bar{V}_{b0} , \bar{V}_{b1} e \bar{V}_{b2} são respectivamente os fasores das tensões das seqüências zero, positiva e negativa da fase B;
- \bar{V}_{c0} , \bar{V}_{c1} e \bar{V}_{c2} são respectivamente os fasores das tensões das seqüências zero, positiva e negativa da fase C.

A determinação analítica das componentes simétricas se dá a partir da chamada Matriz de Fortescue:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ \bar{V}_B \\ \bar{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Na qual:

- a é o operador rotacional, cujo módulo é unitário e o ângulo vale 120° .
- \bar{V}_0 , \bar{V}_1 e \bar{V}_2 são os fasores das tensões das seqüências zero, positiva e negativa, respectivamente.

O fator de desequilíbrio de tensão é expresso pela relação, em termos percentuais, entre as componentes de seqüência negativa e a seqüência positiva da tensão, da seguinte forma:

$$K\% = \frac{V_2}{V_1} \times 100\% \quad (2.5)$$

Onde:

- V_2 é o módulo da tensão de seqüência negativa;
- V_1 é o módulo da tensão de seqüência positiva.

Os valores V_1 e V_2 são obtidos por:

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{3} \left(\bar{V}_a + a^2 \bar{V}_b + a \bar{V}_c \right) \quad (2.6)$$

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{3} \left(\bar{V}_a + a \bar{V}_b + a^2 \bar{V}_c \right) \quad (2.7)$$

2.2.2 – Método CIGRÉ

Este método aplica uma grandeza adimensional, obtida a partir dos módulos das tensões de linha, para obter o fator K como apresentado na equação a seguir.

$$K\% = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{3 - 6\beta}}{1 + \sqrt{3 - 6\beta}}} \times 100 \quad (2.8)$$

Sendo a grandeza adimensional β dada por:

$$\beta = \frac{V_{ab}^4 + V_{bc}^4 + V_{ca}^4}{(V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2)^2} \quad (2.9)$$

Na qual V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} são os módulos das tensões trifásicas fase-fase.

2.2.3 – Método NEMA

O procedimento de cálculo é citado na norma NEMA–MG–14.34. Nesta, ele é obtido à partir da relação entre o maior desvio da tensão média e da tensão de linha média, segundo:

$$K\% = \frac{\Delta V}{V_m} \times 100\% \quad (2.10)$$

Onde:

- ΔV é o máximo desvio das tensões de linha em relação ao valor médio;
- V_m é a média aritmética dos módulos das tensões de linha.

2.2.4 – Método IEEE

A sugestão de cálculo do IEEE é obter o fator K como este sendo a relação entre a maior diferença das tensões de linha medidas e a média dessas tensões, conforme a equação abaixo (Bollen, 2002).

$$K\% = \frac{(V_{m\acute{a}x} - V_{m\acute{i}n})}{\left[\frac{(V_{ab} + V_{bc} + V_{ca})}{3} \right]} \times 100\% \quad (2.11)$$

Onde:

- $V_{\text{máx}}$ é o maior valor dentre os módulos das tensões trifásicas;
- $V_{\text{mín}}$ é o menor valor dentre os módulos das tensões trifásicas;
- $V_{\text{ab}}, V_{\text{bc}}, V_{\text{ca}}$ são os módulos das tensões fase-fase.

2.3 – CAUSAS DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO

Existem várias causas para o desequilíbrio de tensão. Algumas são:

- Distribuição desigual de cargas monofásicas entre as fases;
- Cargas trifásicas desequilibradas;
- Linhas de transmissão imperfeitamente transpostas;
- Transformadores com impedâncias assimétricas;
- Bancos de capacitores deteriorados ou com fusíveis rompidos;
- Emprego de sistemas de compensação de potência reativa, como STATCOM (*Static Compensator*) e SVC (*Static Var Compensator*);
- Diferentes níveis de distorção harmônica em cada fase do sistema elétrico;
- Ocorrência de interrupções, afundamentos, sub-tensões, sobretensões, transitórios, dentre outros.

2.4 – EFEITOS

Desequilíbrio de tensão acarreta vários problemas. Muitos deles devidos ao desequilíbrio das correntes que circulam pelo sistema elétrico, levando a sobreaquecimento de equipamentos (com conseqüente redução de sua vida útil), aumento das perdas na rede de distribuição de energia elétrica, má operação e falhas de sistemas de proteção.

Os efeitos dos desequilíbrios são intensificados à medida que um pequeno desequilíbrio de tensão pode levar a um desequilíbrio de corrente de maneira não-proporcional, com conseqüências incomensuráveis. O desequilíbrio de corrente chega a ser seis a dez vezes maior que o desequilíbrio de tensão, aumentando as perdas elétricas em linhas e cabos (Jouanne, 2001).

Outro efeito relevante desse fenômeno diz respeito ao fato de que o sistema pode se tornar menos estável, haja vista a diminuição da capacidade de responder a solicitações de transferência de cargas. O desequilíbrio de tensão modifica as características de funcionamento das máquinas elétricas, alterando o consumo das potências ativa e reativa, podendo afetar seriamente a estabilidade transitória do sistema (Lee, 1997).

Os gráficos da Figura 2.3 ilustram os prejuízos com os efeitos dos desequilíbrios de tensão em um sistema industrial típico de pequeno porte. A situação 1 é em condições ideais de tensão de alimentação. Na situação 2 o sistema opera com 10% de desequilíbrio (Oliveira, 2005).

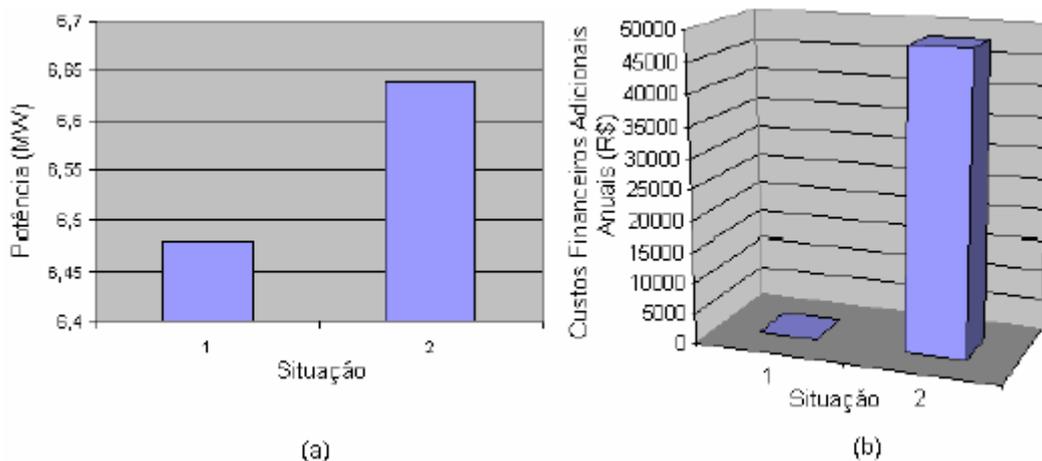


Figura 2.3 - Custos Adicionais Anuais de Um Sistema Industrial de Pequeno Porte
(a) Potência; (b) Custos Adicionais (Oliveira, 2005)

De fato, as medidas corretivas necessárias para este problema são, comumente, de elevado custo financeiro. Em vista disso, usualmente, o que se observa é uma tentativa de convivência harmoniosa entre elementos do sistema elétrico e os problemas advindos dos distúrbios na tensão de suprimento (Bronzeado, 2002).

2.5 – NORMAS INTERNACIONAIS E BRASILEIRAS

Internacionalmente, as primeiras recomendações e orientações sobre qualidade de energia surgiram a partir do final da década de 1960. A partir da década de 1970, começou a surgir, de fato, os marcos regulatórios sobre o tema na Europa e nos Estados Unidos da América.

Sendo criada a primeira norma em 1975 na Europa, aprovada pelo *European Committee for Electrotechnical Standardization* (CENELEC), adotada por 14 países.

No Brasil, historicamente, sempre houve uma preocupação com a qualidade de energia. Há referências no Decreto nº 24.643, de 10 de julho de 1934 – Código de Águas, cujos artigos 178 e 179 já se referiam a continuidade e a qualidade do serviço de fornecimento de energia elétrica (Baltazar, 2007). Até 1978, a tônica sobre o assunto restringia-se a questão da continuidade do fornecimento. Nesse ano, várias portarias começaram a ser editadas pelo Departamento Nacional de Água e Energia Elétrica (DNAEE) visando estabelecer um padrão mínimo de qualidade para o fornecimento. Esses documentos apontavam a necessidade de abordar a questão da qualidade por um conjunto maior de parâmetros além da continuidade do serviço.

A seguir são apresentadas algumas das principais normas e recomendações sobre desequilíbrio de tensão. É importante ressaltar que nenhum desses documentos atribui, no ponto de suprimento, a responsabilidade pelos níveis de desequilíbrio unicamente à geração, à transmissão, à distribuição ou ao consumidor de energia elétrica (Garcia 2007).

2.5.1 – International Electrotechnical Commission (IEC)

Criado na Europa para investigar os efeitos dos harmônicos causados por circuitos eletrônicos usados em equipamentos domésticos, este comitê procura promover a cooperação internacional em relação às normas e as recomendações nas áreas da engenharia elétrica e eletrônica. A recomendação IEC 1000-2-2 aborda a questão do desequilíbrio de tensão com o método das componentes simétricas e propondo como máximo tolerável o valor de 2 %, embora tenha limite diferente para alguns casos específicos com determinada duração.

2.5.2 – European Committee for Electrotechnical Standardization (CENELEC)

Em sua norma EN 50160 de 1994 o CENELEC trata os principais aspectos e valores gerais permissíveis para a tensão, sob considerações técnico-econômicas. Para o desequilíbrio, a avaliação baseia-se no valor médio quadrático, integralizado a cada dez minutos, da componente de seqüência negativa cujo valor predomina por 95% do tempo, durante uma

semana de monitoramento. Devendo esta ser limitada a 2% do valor da componente de seqüência positiva para consumidores trifásicos e 3% para os atendidos com outros tipos de ligação.

2.5.3 – American National Standard Institute (ANSI)

A norma ANSI – C84.1-1995 trata de valores operacionais nominais e aceitáveis para tensões com freqüência de 60 Hz e valor eficaz entre 100 V e 230 kV. Com respeito ao desequilíbrio de tensão, a quantificação deve ser feita pelo método NEMA, com o limite de 3% sob condições à vazío (Garcia, 2007).

2.5.4 – Normas Brasileiras

Com as mudanças no modelo do Setor Elétrico, foram criados dois órgãos para coordenar, regular e fiscalizar o setor, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e o Operador Nacional do Sistema (ONS). Ambos criam documentos sobre qualidade de energia e sua avaliação. Nesse processo, há a participação dos agentes – sejam da geração, da transmissão ou da distribuição – e da opinião pública, sob a forma de consulta pública.

A ANEEL é responsável, dentro deste novo modelo, pela fiscalização e regulamentação da parte de geração, transmissão, distribuição e comercialização da energia elétrica. Recentemente, em dezembro de 2008, foi aprovado o documento Procedimentos de Distribuição, visando normatizar, padronizar as conexões do sistema de distribuição e estabelecer os procedimentos relativos à qualidade de energia elétrica, tanto abordando a qualidade do produto como à do serviço prestado.

O ONS é o órgão responsável pela operação do Sistema Interligado Nacional (SIN). Já tendo instituído os Procedimentos de Rede, os quais são marcos dos procedimentos e requisitos técnicos para planejamento, implantação, uso e operação do SIN, além dos critérios de avaliação da qualidade do serviço executado e da energia fornecida. Nesta documentação, o indicador para avaliar o desequilíbrio de tensão SIN é o fator de desequilíbrio de tensão, o qual exprime a relação entre as componentes de seqüência negativa e a seqüência positiva da tensão, em termos percentuais da componente de seqüência positiva.

Segundo os Procedimentos de Rede, em seu Módulo 2, cada localidade deve ser avaliada por um período de sete dias consecutivos. O valor a ser comparado com o critério da norma é obtido do seguinte modo:

1. Identifica-se qual é o valor com probabilidade de 95% de não ser excedido (P95%) calculado considerando 1 dia, para 7 dias de análise.
2. O valor do indicador corresponde ao maior dentre os sete valores adquiridos anteriormente.

Sendo o cálculo do fator K feito segundo o método das Componentes Simétricas e expresso em termos percentuais. O limite global imposto pela norma é de dois por cento, exceto no caso onde as tensões de seqüência negativa variem de forma intermitente e repetitiva. Nesta situação, será permitido que os limites especificados sejam ultrapassados até o dobro, desde que a duração cumulativa das tensões de seqüência negativa, acima dos limites contínuos estabelecidos, não ultrapasse 5% do período de monitoração total.

2.6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos e as definições relativas ao desequilíbrio de tensão. Expondo algumas de suas causas e seus efeitos no funcionamento de equipamentos. Além de apresentar algumas normas e recomendações nacionais e internacionais existentes sobre o assunto, com suas metodologias de cálculo do fator de desequilíbrio e limites máximos aceitos.

O próximo capítulo irá tratar da metodologia e dos modelos matemáticos empregados neste trabalho, antes de apresentarem-se os algoritmos implementados.

3 – METODOLOGIA E MODELOS MATEMÁTICOS

O monitoramento contínuo dos sinais de tensão, como é feito hoje, caracteriza-se como um processo oneroso e complexo. As causas disto são as limitações no armazenamento de dados e também o elevado custo do módulo responsável pelo processamento e extração dos parâmetros relevantes do sinal.

Buscando superar estas dificuldades, foram escolhidos métodos de análise com emprego de recursão. O uso deste possibilita que, a cada nova medição, novos valores para a média e para a variância sejam obtidos sem a necessidade de se processar todas as amostras anteriores. Deste modo, os requisitos de processamento são reduzidos para a aquisição das informações relevantes sobre o indicador de desequilíbrio. Isso também proporciona a criação de um perfil estatístico sobre o local, o qual permite acompanhar a evolução do indicador ao longo do tempo e detectar com antecedência a necessidade de medidas corretivas

Os três métodos escolhidos para este trabalho assumem que a distribuição estatística é gaussiana (Pierrat, 1995 e Wang, 2001). No entanto, o enfoque não é modelar o processo que gerou o comportamento observado para o fator K , mas obter informações relativas a esse indicador e usá-las para acompanhá-lo, com possibilidade de empregá-las em outras análises do desequilíbrio. Assim, assumir esta ou outra distribuição só muda a metodologia de cálculo a ser aplicada nos algoritmos.

Serão apresentadas, e explanadas de forma sucinta, as bases matemáticas das ferramentas utilizadas para o estudo, com o foco voltado às aplicações deste trabalho. Ao final do capítulo, apresenta-se a metodologia na qual foram empregadas.

3.1 – CONCEITOS DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

3.1.1 – Probabilidade

A teoria das probabilidades é um ramo da matemática o qual se propõe a descrever e prever fenômenos em termos das chances de uma dada ocorrência vir a ser observada dentre todas as suas repetições. Isto se baseia em que, embora cada observação individual

de uma repetição seja irregular, o total de observações apresenta uma regularidade estatística após um grande número de repetições. Ao conjunto formado por todos os possíveis resultados advindos de um fenômeno denomina-se Espaço Amostral (Ω), onde cada subconjunto dele corresponde a um evento.

A álgebra usada no trato de probabilidades tem paralelismo perfeito com a álgebra de conjuntos, mudando apenas o jargão utilizado, como é exemplificado na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Jargão empregado na teoria de conjuntos e na teoria de probabilidades (modificado- Grimmett, 2001). A e B são dois eventos quaisquer de Ω .

Notação típica	Teoria dos conjuntos	Teoria das probabilidades
Ω	Coleção de objetos	Espaço de probabilidades
ω	Membro de Ω	Evento elementar
A	Subconjunto de Ω	Evento A
A^c	Complemento de A	Outro evento que não A
$A \cap B$	Intersecção	Eventos A e B
$A \cup B$	União	Seja A, B ou ambos
$A \setminus B$	Diferença	A, mas não B
$A \subseteq B$	Inclusão	Se A, então B
$\{\}$	Conjunto vazio	Resultado impossível

A análise deste tipo de problema comumente envolve três etapas:

1. determinação *a priori* das probabilidades de certos eventos;
2. operações sobre essas probabilidades sob as regras da probabilidade;
3. previsões físicas com base nos resultados da etapa anterior.

A primeira etapa costuma ser feita por um dos seguintes modos:

- Frequência relativa: obtém-se a razão entre a quantidade de eventos desejados e o total de repetições, para um grande número de repetições.
- Método clássico: considerar todos os eventos com a mesma probabilidade.
- Atribuição de probabilidade segundo algum conhecimento prévio do problema.

Na segunda e terceira etapas, usam-se as regras da probabilidade obtidas a partir dos axiomas. Recomenda-se ver (Jazwinski, 1970) para detalhes quanto aos axiomas e a dedução das regras a partir deles.

3.1.2 – Estatística

A estatística é definida como uma ciência baseada na teoria das probabilidades. Tal ciência compreende os métodos científicos para coleta, organização, resumo, apresentação e avaliação de dados. Em outras palavras, a estatística pode ser definida como um conjunto de métodos e processos quantitativos, que constitui uma ferramenta útil para se estudar e medir os fenômenos aleatórios.

3.1.3 – Variáveis Aleatórias

Nem sempre um fenômeno em si é o interesse de um estudo, mas sim os resultados aleatórios que ele apresenta. Quantidades regidas por incertezas correspondem a funções no espaço de probabilidades ditas variáveis aleatórias. Os valores por ela assumidos estão sujeitos a uma chance de ocorrerem e, as semelhanças associadas são descritas pelas funções de distribuição de probabilidade ou também chamada de função de distribuição acumulada. (Grimmett, 2001).

As variáveis aleatórias podem ser discretas ou contínuas. No caso deste trabalho, nos restringimos ao tipo discreto, onde apenas uma quantidade enumerável de valores pode ser assumida pela variável, e tem sua função de distribuição chamada de função de massa. Neste caso, aos elementos que compõem Ω são atribuídos valores (tenham significado em si – como o índice pluviométrico de uma região – ou seja este apenas simbólico).

Assim, se S é uma variável aleatória (v.a.), existe uma função de massa $m_S(\cdot)$ tal que sua função de distribuição é:

$$F_S(s) = \sum_{\xi \leq s} m_S(\xi) \quad (3.1)$$

onde $s \in \Omega$, $F_S(s)$ é a função de distribuição acumulada da v.a. S .

A função de distribuição descreve completamente as propriedades de uma variável aleatória, ou seja, dado uma função de distribuição, pode-se calcular probabilidade que seja de interesse (Jazwinski, 1970). E ela apresenta as seguintes propriedades:

- $F_S(s) \in [0,1]$;
- $F_S(-\infty) = 0$ e $F_S(\infty) = 1$;
- É uma função monotonicamente não decrescente;
- Possui um número finito de descontinuidades;
- É contínua à direita.

Características de Variáveis Aleatórias

As v.a's são descritas em termos de seus momentos. O momento de ordem l de uma v.a. é o valor esperado:

$$E[S^l] = \sum_S s^l \cdot m_S(s) \quad (3.2)$$

no qual $s \in \Omega$, $m_S(s)$ é a função de massa da v.a. S para o ponto s e l é um número inteiro positivo. Dentre estes, o mais importante é o primeiro momento, dito valor médio ou valor esperado ou expectância da v.a., comumente representado por μ ou por $E[S]$.

Há também os momentos centrais, os quais são definidos a partir da expectância segundo:

$$E[(S - E[S])^l] = \sum_S (s - E[S])^l \cdot m_S(s) \quad (3.3)$$

onde $s \in \Omega$, $m_S(s)$ é a função de massa da v.a. S para o ponto s , $E[S]$ é a média de S e l é um número inteiro positivo. Dentre estes, destaca-se o momento de segunda ordem chamado de variância e normalmente designado por σ^2 . A raiz quadrada da variância é denominada desvio padrão.

A variância é uma medida de dispersão da variável aleatória em torno do seu valor esperado. Quanto menor for seu valor, mais próximos da média serão os valores da variável aleatória.

Variáveis Aleatórias Multidimensionais

De modo semelhante a extensão de equações de uma para várias dimensões, pode-se estender a teoria apresentada acima para a relação entre diversas variáveis aleatórias (S_1, \dots, S_j) que sejam relacionadas, ou seja, sejam definidas dentro do mesmo espaço de probabilidades Ω . Normalmente, estas v.a.s são apresentadas como vetores de modo a simplificar a notação e manipulação. No caso da explicação abaixo, foi adotado o uso de escalares ao invés de matrizes para maior clareza.

Estas v.a.s são caracterizadas por uma função de distribuição conjunta definida em Ω .

$$F_{S_1, \dots, S_j} = \sum_S m_{S_1, \dots, S_j}(s_1, \dots, s_j) \quad (3.4)$$

onde $m_{S_1, \dots, S_j}(s_1, \dots, s_j)$ é a função de massa conjunta e s_1, \dots, s_j são os valores assumidos pelas v.a.s. As propriedades que ela possui são análogas para o caso com uma v.a. e algumas são citadas a seguir.

- $F_{S_1, \dots, S_j}(s_1, \dots, s_i \rightarrow -\infty, \dots, s_j) = 0$;
- $F_{S_1, \dots, S_j}(\infty, \dots, \infty) = 1$;
- $F_{S_1, \dots, S_j}(-\infty, \dots, -\infty) = 0$;

No caso de apenas algumas v.a.s serem de interesse, é possível trabalhar-se apenas com estas através da função de distribuição marginal. Esta é obtida da função de distribuição conjunta considerando-se as v.a.s não desejadas com valores infinitos. Assim, se quer apenas as variáveis até i , onde $i < j$:

$$F_{S_1, \dots, S_i}(s_1, \dots, s_i) = F_{S_1, \dots, S_j}(s_1, \dots, s_i, s_{i+1} \rightarrow \infty, \dots, s_j \rightarrow \infty) \quad (3.5)$$

A expectância e a variância de apenas uma das v.a.s é dita expectância e variância marginais. E são calculadas de modo similar ao apresentado anteriormente, apenas trocando-se a função de distribuição de probabilidade pela função de distribuição conjunta.

Os demais momentos e momentos centrais também são definidos de modo análogo. Um destes que merece destaque é o momento central definido por:

$$\text{cov}(S_i, S_j) = E[(S_i - E[S_i]) \cdot (S_j - E[S_j])] \quad (3.6)$$

o qual representa a relação entre as medidas de dispersão das variáveis S_i e S_j . Note também que ela é uma generalização da variância (Grimmett, 2001). Caso a covariância seja nula, isto indica que as v.a.s são não-correlacionadas.

Outra medida da relação entre duas v.a.s é dada pelo coeficiente de correlação, definido como:

$$\rho(S_i, S_j) = \frac{\text{cov}(S_i, S_j)}{\sqrt{\sigma_{S_i}^2 \cdot \sigma_{S_j}^2}} \quad (3.7)$$

onde $\sigma_{S_i}^2$ representa a variância da v.a. S_i e, $\sigma_{S_j}^2$, a da v.a. S_j . Esse coeficiente mostra se há uma relação linear entre as dispersões das v.a.s e, caso positivo, como ela se dá (na razão direta ou inversa) e em qual proporção. Caso seja nula, estas são ditas não-correlacionadas.

Se estas v.a.s não possuem relação quanto as suas ocorrências, elas são ditas independentes. E, neste caso, prova-se que também são não-correlacionadas embora o inverso não seja necessariamente verdadeiro. A independência possui algumas propriedades interessantes nas relações entre as v.a.s como:

- $F_{S_1, \dots, S_i}(s_1, \dots, s_i) = \prod_j F_{S_j}(s_j)$
- $E[S_i \cdot S_j] = E[S_i] \cdot E[S_j]$

3.1.4 – Processos Estocásticos

Processos estocásticos são famílias de v.a.s definidas em um espaço Ω e indexadas por um conjunto de parâmetros T , podendo este ser discreto ou contínuo. Se a v.a. for discreta, o processo é dito com espaço de estados discreto. Caso seja contínua, é dito espaço de estados contínuo (Jazwinsky, 1970).

A caracterização desse processo é feita pela função de distribuição de probabilidade, sendo que as estatísticas de primeira e segunda ordem são de especial interesse (valor esperado, correlação e covariância). Comumente, a expectância e a correlação são mais fáceis de

serem obtidos do que as outras estatísticas do processo. Ao mesmo tempo, proporcionam considerável quantidade de informação sobre o mesmo.

3.1.5 – Estacionariedade

O estudo de um processo aleatório costuma ser simplificado aplicando a hipótese de que esse é estacionário sob um determinado ponto de vista. Estacionariedade significa que as características estatísticas de um processo aleatório não dependem do tempo absoluto considerado, ou seja, se este processo for dividido em outros com duração determinada, não se verá diferenças significativas nas propriedades estatísticas destes (Haykin, 2001). Dentro deste conceito, podem ser separados dois níveis de estacionariedade: sentido amplo e sentido estrito. O relacionamento entre eles é esquematizado na figura 3.1.

Estacionariedade em sentido amplo é o nível mais fraco e abrangente. Bastando um processo exibir invariância temporal em relação a sua média e ter sua função de autocorrelação dependente apenas do tamanho do intervalo de tempo considerado para ser assim classificado. É o mais utilizado em vista da maioria dos métodos de investigação de um processo aleatório basear-se nas estatísticas de primeira e de segunda ordem.

No caso do sentido estrito, além do citado para o sentido amplo, a função de densidade de probabilidade ou sua função de distribuição de probabilidade devem ser invariantes para translações no tempo. Assim, suas estatísticas dependem apenas do lapso de tempo considerado entre as observações.

Ainda em sentido estrito, há um subgrupo de processos no qual todas as estatísticas que o descrevem são invariantes no tempo. Assim, todas as características estatísticas que desejem ser obtidas podem sê-lo utilizando a medição do comportamento temporal do processo durante apenas um de seus períodos. Isto torna esse tipo de processo bastante útil em engenharia por permitir que essas características sejam obtidas de amostras obtidas por um tempo finito de observação. Estes são chamados de processos ergódigos.

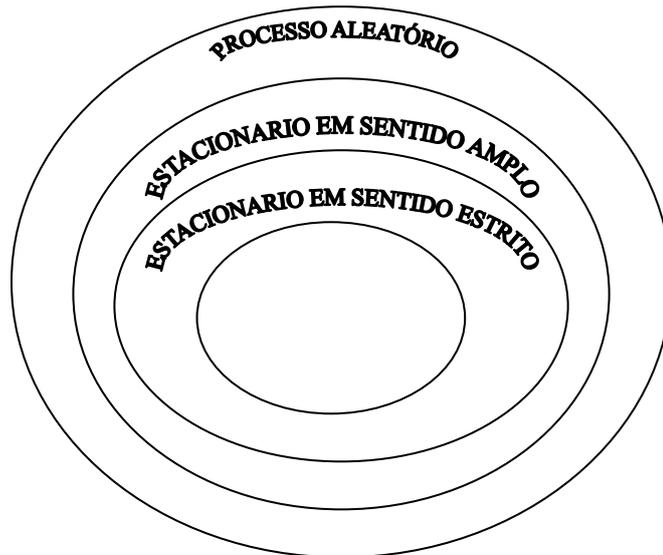


Figura 3.1 – Relações entre os graus de estacionariedade de um processo aleatório.

3.2 – ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Estimação é o processo pelo qual, a partir de um conjunto de valores observados, infere-se algum conhecimento sobre os parâmetros de um fenômeno sob estudo. Geralmente, os estimadores são variáveis aleatórias (Krishnan, 2006).

Existem vários critérios para avaliar se um estimador é razoável ou quão próximo ele está do valor real do parâmetro buscado. Alguns destes critérios são:

1. Não-polarização ou estimativa não-tendenciosa: o valor esperado para o estimador deve tender ao valor real buscado, ou seja, a diferença entre o valor estimado e o valor real deve ser nulo na média.
2. Variância: geralmente é procurado o estimador com a menor variância possível. Contudo, em alguns casos isto pode ser incompatível com a menor polarização possível.
3. Erro quadrático médio (*Mean Square Error*, MSE): é definido como a expectância do quadrado da diferença entre a estimativa e o valor real:

$$MSE(\theta) = E[(\hat{\theta} - \theta)^2] \quad (3.8)$$

onde θ é o valor real do parâmetro desconhecido e $\hat{\theta}$ é a estimativa deste.

4. Consistência: o estimador consistente é aquele cuja média da diferença entre o valor da estimativa e o valor real é nulo, juntamente com a variância da estimativa sendo igual a do valor real.

Há basicamente três abordagens para a estimação: mínimos quadrados, máximo verossimilhança e estimação bayesiana. Em vista dos métodos empregados neste trabalho usarem a abordagem por mínimos quadrados, esta será explicada a seguir.

3.2.1 – Estimação por Mínimos Quadrados

É um método bastante usado em problemas práticos devido a sua fácil implementação e por não requerer nenhuma hipótese probabilística sobre os dados, apenas sobre o modelo para o sinal (Kay, 1993). O problema é descrito como:

$$\hat{\theta} = \arg_{\theta} \min[J(\theta)] \quad (3.9)$$

onde $\hat{\theta}$ é o valor que minimiza a função $J(\theta)$ definida como:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N \{y[i] - x[i]\}^2 \quad (3.10)$$

com $y[i]$ sendo um dos valores do vetor de observação do experimento (com estes valores incluindo perturbações que possam ter sofrido durante a mensuração), $x[i]$ um valor do vetor que seria o de medidas esperadas segundo o modelo de sinal assumido caso não houvesse perturbação e θ é o parâmetro sob estudo. Podendo o modelo proposto para o sinal ser linear ou não.

Por exemplo, assumindo que o sinal tenha um modelo linear, $x[i]$ seria da forma:

$$x[i] = \theta \cdot h[i] \quad (3.11)$$

com $h[i]$ sendo um elemento de um vetor conhecido. Substituindo este modelo em $J(\theta)$ tem-se:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N \{y[i] - \theta \cdot h[i]\}^2 \quad (3.12)$$

Cuja minimização para o ponto $\theta = \hat{\theta}$ resulta em:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^N y[i] \cdot h[i]}{\sum_{i=1}^N h^2[i]} \quad (3.13)$$

No entanto, em muitos casos os dados são obtidos pela amostragem de um sinal contínuo durante a sua observação. Se for necessário processar os dados durante a aquisição, surgirá uma seqüência de erros quadráticos mínimos. Especificamente, considere que tenha sido determinado valor da estimativa $\hat{\theta}$ baseado nas amostras de $\{y[1], \dots, y[N]\}$. Pode-se atualizar esta estimativa $\hat{\theta}$ para cada novo dado usando-se mínimos quadrados recursivos (Kay, 1993).

Um exemplo disto pode ser visto fazendo-se $x[i] = \theta$, onde θ é uma constante e considerando as n primeiras amostras. Assim:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^n \{y[i] - \theta\}^2 \quad (3.14)$$

De onde obtém-se que a estimativa é :

$$\hat{\theta}[n] = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y[i] \quad (3.15)$$

Com a obtenção da amostra $n+1$:

$$\hat{\theta}[n+1] = \frac{1}{n+1} \cdot \sum_{i=1}^{n+1} y[i] \quad (3.16)$$

Para chegar neste novo estimador, não há necessidade de recalcular o somatório novamente pois:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}[n+1] &= \frac{1}{n+1} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n y[i] + y[n+1] \right\} \\ \hat{\theta}[n+1] &= \frac{n+1}{n+1} \cdot \hat{\theta}[n] + \frac{1}{n+1} \cdot y[n+1] \end{aligned} \quad (3.17)$$

ou, rearranjando os termos:

$$\hat{\theta}[n+1] = \hat{\theta}[n] + n \frac{1}{n+1} \cdot \{y[n+1] - \hat{\theta}[n]\} \quad (3.18)$$

Onde fica explícito que a nova estimativa é atualizada com a soma de um termo de correção, o qual diminui com o aumento da quantidade de amostras. E, também, refletindo que a estimativa $\hat{\theta}[n]$ é baseado em mais amostras e, por isso, tem peso maior.

Esta idéia é a mesma empregada no algoritmo de estimação sequencial apresentado na próxima seção.

3.3 – ESTIMAÇÃO SEQUENCIAL

O primeiro algoritmo utiliza estimação sequencial (Komo, 1986), o qual nada mais é do que a reformulação recursiva da média e da variância amostrais não-polarizadas. O objetivo é, para cada novo dado lido da série, as estimativas para a média e para a variância sejam atualizadas de modo ponderado pela diferença entre a amostra atual e a estimativa anterior.

Partindo-se de um número quaisquer de n amostras, a média é obtida por:

$$\mu[n] = \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n y[i] \right) \quad (3.19)$$

É possível obter uma versão recursiva, considerando n um número qualquer de amostras, reescrevendo (3.19) em função das $n-1$ amostras anteriores e da n -ésima amostra, assim:

$$\mu[n] = \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} y[i] + y[n] \right) \quad (3.20)$$

O somatório em i pode ser visto como:

$$\sum_{i=1}^{n-1} y[i] = (n-1) \cdot \mu[n-1] \quad (3.21)$$

Substituindo (3.21) em (3.20):

$$\mu[n] = \frac{1}{n} \cdot \{(n-1) \cdot \mu[n-1] + y[n]\} \quad (3.22)$$

A qual pode ser reescrita na forma:

$$\mu[n] = \mu[n-1] + \frac{1}{n} \cdot (y[n] - \mu[n-1]) \quad (3.23)$$

Onde $\mu[n-1]$ é a estimativa anterior do valor da média, n indica quantas amostras já foram usadas (ou, analogamente, quantas estimações já foram feitas), $y[n]$ é a última amostra lida do conjunto e $\mu[n]$ é a estimativa atualizada pela última amostra recebida.

De modo semelhante, um estimador seqüencial para a variância pode ser obtido para o mesmo caso partindo-se de:

$$\sigma^2[n] = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y[i] - \mu[n])^2 \quad (3.24)$$

À partir do qual, seguindo manipulações algébricas semelhantes ao feito anteriormente, se obtém:

$$\sigma^2[n] = \sigma^2[n-1] + \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{n-1}{n} \cdot (y[n] - \mu[n-1])^2 - \sigma^2[n-1] \right] \quad (3.25)$$

Em que n indica quantas amostras já foram usadas, $y[n]$ é a última amostra lida do conjunto, $\mu[n-1]$ é a estimativa da média feita com a amostra anterior a atual e $\sigma^2[n-1]$ é a estimativa da variância com a última amostra recebida.

3.4 – FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman (FK) é uma técnica de filtragem estocástica bastante conhecida, sendo uma generalização do filtro de Wiener capaz de lidar com sinais adicionados com ruído, mesmo que esses sejam não-estacionários. É o estimador recursivo ótimo no sentido do mínimo erro médio quadrático da estimação de estado para um sistema estocástico linear (Jazwinski, 1970).

A grande vantagem no seu uso é que seus parâmetros evoluem com a dinâmica do processo modelado de modo que, para cada nova amostra, apenas a nova informação que

essa possui contribui para a saída do filtro. Para melhor clareza, far-se-á uma apresentação sucinta sobre o filtro de Kalman com a notação adotada neste trabalho.

A abordagem é feita baseada em um modelo de estado para o sistema estocástico linear dado por:

$$\mathbf{X}[n] = \mathbf{A}[n]\mathbf{X}[n-1] + \mathbf{W}[n] \quad (3.26)$$

em que $\mathbf{X}[n]$ é o vetor de estados de dimensão i , $\mathbf{A}[n]$ é uma matriz quadrada de transição de estado, $\mathbf{W}[n]$ é uma seqüência de ruído branco gaussiano de média nula. Tem-se ainda um modelo de observação representado por:

$$\mathbf{Y}[n] = \mathbf{H}[n]\mathbf{X}[n] + \mathbf{B}[n] \quad (3.27)$$

no qual $\mathbf{Y}[n]$ é o vetor de observação de dimensão j , $\mathbf{H}[n]$ é a matriz de medição e $\mathbf{V}[n]$ representa ruído branco gaussiano de média nula. Supõe-se que $\mathbf{W}[n]$ e $\mathbf{B}[n]$ são descorrelacionados entre si e que:

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{W}[n]\mathbf{W}[i]^T\} &= \begin{cases} \mathbf{Q}[n], & \text{para } n = i \\ 0, & \text{para } n \neq i \end{cases} \\ E\{\mathbf{B}[n]\mathbf{B}[i]^T\} &= \begin{cases} \mathbf{R}[n], & \text{para } n = i \\ 0, & \text{para } n \neq i \end{cases} \end{aligned} \quad (3.28)$$

O estado inicial $\mathbf{X}[0]$ é uma variável aleatória gaussiana de média $\hat{\mathbf{X}}[0]$, supostamente conhecida e descorrelacionada de $\mathbf{W}[n]$ e $\mathbf{B}[n]$, com matriz de covariâncias $\mathbf{P}[0]$.

O problema principal consiste em obter uma estimativa *a posteriori* $\hat{\mathbf{X}}[n|n]$ de $\mathbf{X}[n]$ partindo das medições $\{\mathbf{X}[1], \mathbf{X}[2], \dots, \mathbf{X}[n]\}$, de forma a minimizar uma métrica de erro médio quadrático. Esta métrica é o traço da matriz de covariâncias do erro *a posteriori*:

$$\mathbf{P}[n|n] = E\{(\mathbf{X}[n] - \hat{\mathbf{X}}[n|n])(\mathbf{X}[n] - \hat{\mathbf{X}}[n|n])^T\} \quad (3.29)$$

Este problema apresenta solução recursiva em duas etapas. A primeira é a de predição feita entre duas amostras consecutivas:

$$\hat{\mathbf{X}}[n|n-1] = \mathbf{A}[n]\hat{\mathbf{X}}[n-1|n-1] \quad (3.30)$$

$$\mathbf{P}[n | n-1] = \mathbf{A}[n]\mathbf{P}[n-1 | n-1]\mathbf{A}[n]^T + \mathbf{Q}[n] \quad (3.31)$$

A seguir faz-se a etapa da correção, na qual a observação atual é usada para corrigir as predições feitas em (3.30) e (3.31):

$$\hat{\mathbf{X}}[n | n] = \hat{\mathbf{X}}[n | n-1] + \mathbf{G}[n](\mathbf{Y}[n] - \mathbf{H}[n]\hat{\mathbf{X}}[n | n-1]) \quad (3.32)$$

$$\mathbf{P}[n | n] = \mathbf{P}[n | n-1] - \mathbf{G}[n]\mathbf{H}[n]\mathbf{P}[n | n-1] \quad (3.33)$$

no qual

$$\mathbf{G}[n] = \mathbf{P}[n | n-1]\mathbf{H}[n]^T \{ \mathbf{H}[n]\mathbf{P}[n | n-1]\mathbf{H}[n]^T + \mathbf{R}[n] \}^{-1} \quad (3.34)$$

é denominado ganho de Kalman.

Algumas propriedades importantes do filtro de Kalman são (Kay, 1993):

1. É um filtro linear variante no tempo. Partindo das equações 3.30 e 3.32, temos:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}[n | n] &= \mathbf{A}[n]\hat{\mathbf{X}}[n-1 | n-1] + \mathbf{G}[n](\mathbf{Y}[n] - \mathbf{A}[n]\hat{\mathbf{X}}[n-1 | n-1]) \\ &= \mathbf{A}[n](1 - \mathbf{G}[n])\hat{\mathbf{X}}[n-1 | n-1] + \mathbf{G}[n]\mathbf{Y}[n] \end{aligned} \quad (3.35)$$

Correspondendo a um filtro recursivo de primeira ordem com os coeficientes variando no tempo.

2. O estágio de predição eleva o valor do traço da matriz de covariância do erro, enquanto o estágio de correção o diminui. Há uma relação interessante entre o mínimo erro médio quadrático predito e o seu valor corrigido pela amostra atual. Atingindo-se um estado estacionário ($n \rightarrow \infty$), $\mathbf{P}[n | n]$ e $\mathbf{P}[n | n-1]$ tendem para um valor constante com $\mathbf{P}[n | n-1] > \mathbf{P}[n-1 | n-1]$. Assim, o valor do traço da matriz de covariância aumenta no estágio de predição. Quando uma nova amostra é obtida, é corrigido segundo (3.15), levando a sua redução.
3. O FK é direcionado pela seqüência de inovação não-correlacionada e, em estado estacionário, pode ser visto como um filtro de branqueamento. De (3.30) e (3.32) temos que:

$$\hat{\mathbf{X}}[n | n] = \mathbf{A}[n]\hat{\mathbf{X}}[n-1 | n-1] + \mathbf{G}[n](\mathbf{Y}[n] - \mathbf{A}[n]\hat{\mathbf{X}}[n-1 | n-1]) \quad (3.36)$$

Então, a entrada do FK é a seqüência de inovação da diferença entre o valor observado e o predito. Como o valor desta diferença é descorrelacionado em relação ao valor observado, isto se traduz em uma seqüência de variáveis aleatórias descorrelacionadas.

4. Caso não seja válida a consideração sobre o comportamento gaussiano do processo, este filtro ainda é ótimo estimador linear com mínimo erro médio quadrático (para demonstração, veja Kay, 1993).

Contudo, este filtro pressupõe o completo conhecimento relativo às características estatísticas do ruído. Este fato não é satisfeito normalmente em aplicações práticas por falta de informação suficiente. Assim, $\mathbf{R}[n]$ e $\mathbf{Q}[n]$ têm forte influência na convergência do estimador, devendo representar também o desconhecimento acerca do modelo. Estas matrizes são definições de projeto.

3.4.1 – Filtro de Kalman Adaptativo

Quando o modelo do sinal ou as estatísticas do ruído são conhecidos, é fácil conseguir um estimador ótimo. Entretanto, em algumas aplicações de engenharia, o processo subjacente é muito complexo ou obscuro para uma modelagem precisa. Quando há modelos para a incerteza do sinal, a análise à partir do erro pode ser útil, a menos que haja pouco ou nenhum conhecimento sobre o modelo do sinal.

Foi apresentado - na seção anterior – que o filtro de Kalman é um processo de estimação ótimo bastante eficiente. De fato, ele consegue obter estimativas razoáveis dentro de um espaço de tempo relativamente curto, mesmo com escolhas de condições iniciais pouco adequadas. No entanto, se nem todos os parâmetros ($\mathbf{A}[n]$, $\mathbf{H}[n]$, $\mathbf{R}[n]$, $\mathbf{Q}[n]$) são conhecidos, o algoritmo deve ser alterado para que estimações ótimas sejam feitas sobre o estado e sobre as matrizes desconhecidas a partir dos dados. Algoritmos deste tipo são denominados de algoritmos adaptativos (Chui, 2009).

Métodos de filtragem adaptativa visam permitir que o filtro mude suas características ao longo do tempo, de modo a acompanhar a evolução do processo sobre o qual age. Como visto na seção anterior, os parâmetros $\mathbf{R}[n]$ e $\mathbf{Q}[n]$ representam a incerteza *a priori* sobre o modelo do fenômeno. Caso haja pouca informação sobre tal modelo, é conveniente deixar que o mesmo corrija-as.

O filtro de Kalman possui várias derivações que visam identificar as características do ruído ao longo do processo de estimação, embora nenhuma delas seja derivada realmente do critério de estimação ótimo. Algoritmos adaptativos propostos por (Mehra,1970) e (Noriega, 1992) são exemplos de propostas. Outros são os métodos como a correlação do termo de inovação ou casamento de covariâncias, os quais tendem a apresentar estimativas das incertezas condizentes com o modelo, porém, podem levar a divergência do filtro. O método utilizado neste trabalho é explicado no Capítulo 4, e foi proposto por (Jazwinski, 1970).

3.5 – METODOLOGIA APLICADA AO TRABALHO

Para o estudo, utilizaram-se dados reais relativos a dez locais de medição. Para citação neste trabalho, os locais foram identificados empregando as letras de A até J, sendo que 2 destes (A e B) possuem circuito duplo, sendo diferenciados pelas inscrições Linha 1 e Linha 2. Todos eles pertencem ao Sistema Interligado Nacional na região Norte do Brasil. Os equipamentos estavam configurados para registrar valores de tensões de linha e de fase, correntes em cada fase, cintilação luminosa (*flicker*) e distorção harmônica em intervalos de 10 minutos. Os dados correspondem ao período de primeiro de setembro até primeiro de dezembro de 2006, totalizando 13 semanas de medição. A única diferença entre eles é que, para os locais D, E e G, o equipamento já calculava o valor do fator K referente a cada registro. Para o restante, utilizou-se o programa *Desequilíbrio de Tensão* (GARCIA, 2006) para o cálculo do fator K pelo método das componentes simétricas a partir dos dados coletados.

Estes valores de fator K foram portados para o programa MATLAB®, no qual se programou os algoritmos apresentados no Capítulo 4. Cada semana é tratada individualmente como uma série temporal $\mathbf{K} = \{k[1], k[2], \dots, k[N]\}$, na qual os valores do

sinal estão adicionados com ruído. Considera-se como ruído todo o efeito indesejável presente, como perturbações nos aparelhos de medição, e são modelados como ruído branco gaussiano. Cada série corresponde a 7 dias de monitoramento conforme rege o Módulo 2 do Procedimentos de Rede do ONS.

Aplicaram-se algoritmos empregando estimação recursiva da média e da variância, filtro de Kalman e FK adaptativo para estimar a média ao longo de cada série relativa a cada um dos locais citados anteriormente. Mesmo sem poder afirmar que a média para a qual converge o estimador seja a do processo que gera o fator de desequilíbrio, ele permite analisar se a média apresenta evolução temporal ou não, ou seja, se é ou não constante. Como um processo estacionário deve apresentar uma média constante, a característica importante aqui não é o valor em si, mas o comportamento temporal da média.

Além disso, no caso do filtro de Kalman, se a redução do erro médio quadrático depender do tempo, isto enfatiza a não estacionariedade do processo (Haykin, 2001).

Para comparar as estimativas dos resultados de cada algoritmo, foi criada uma métrica para confrontar os resultados de cada um deles. E, ainda, permitir avaliar se o período de aquisição de dados foi adequado ou não, baseado na qualidade final da estimativa.

Tal métrica consiste na razão entre o intervalo de confiança de 95% da estimativa da média e a própria estimativa, comparada com um limiar de decisão. Assumindo distribuição gaussiana, tem-se:

$$\frac{(2 \cdot 1,96 \cdot \sigma)}{\hat{\mu}} \leq 0,05 \quad (3.37)$$

onde $\hat{\mu}$ é a média estimada e σ é o desvio padrão do estimador, o valor 0,05 representa o limiar aceitável para esta razão, ou seja, o intervalo de confiança de 95% deve ser no máximo equivalente à 5% do valor da estimativa. Quanto menor for esta razão, mais a estimativa está próxima do seu real valor. Isto, porque o intervalo de 95% de confiança de uma distribuição gaussiana com média μ e desvio padrão σ esta no intervalo $[\mu - 1,96 \cdot \sigma; \mu + 1,96 \cdot \sigma]$.

O valor da métrica é calculado a cada nova recursão do algoritmo para acompanhamento de sua evolução. Considera-se como seu valor mais representativo o último do período de avaliação, pois este indica se a duração da avaliação permite este nível de certeza sobre a estimação.

Para comparar os resultados dos estimadores dos três algoritmos utilizou-se a hipótese probabilística qui-quadrado através da distância de Mahalanobis. Esta indica, do ponto de vista probabilístico, quão próximas são as estimações entre si:

$$d = \frac{(\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2)^2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} \quad (3.38)$$

em que $\hat{\mu}_1$ e $\hat{\mu}_2$ são as estimativas da média e σ_1^2 e σ_2^2 são as variâncias das estimativas ao final de uma semana para dois algoritmos distintos. Esta comparação foi feita para todos os locais, semana a semana. No caso de existir mais de cinco por cento de chance de duas estimativas não serem similares (ou da mesma distribuição), o valor d será superior a 3,84.

Quanto menor for a incerteza do estimador (ao final da avaliação), juntamente com o comportamento da estimativa - em comparação ao seu valor final - e a convergência dos resultados dos algoritmos, maior a probabilidade do processo ter características estacionárias.

Para a avaliação da métrica proposta, utilizou-se o período de uma semana também (como feito com os algoritmos) e, para comparação frente à dependência do período de medição, um estudo do comportamento do mesmo para um período maior. Este, considerando o total de amostras disponíveis, ou seja, um período de avaliação de treze semanas consecutivas.

3.6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram apresentadas as ferramentas matemáticas empregadas nos algoritmos para a análise da estacionariedade e ergodicidade do fator K, bem como a metodologia e razões para as escolhas realizadas. No capítulo seguinte, é realizada a apresentação dos algoritmos implementados.

4 – ALGORITMOS IMPLEMENTADOS PARA A ANÁLISE DO FATOR DE DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO

Far-se-á a apresentação dos algoritmos feitos para o estudo do comportamento do fator K e seu funcionamento. Todos estes foram elaborados no programa MATLAB® e, na medida do possível, utilizando as funções já existentes neste.

Inicialmente, foi criada uma rotina para importar os dados relativos aos locais D, F e H visto que – para estes – o fator K já fora calculado pelo equipamento de medição.

Para os outros locais, empregou-se o programa *Desequilíbrio de Tensão* (Garcia, 2007) para o cálculo do fator K pelo método das componentes simétricas a partir dos dados coletados. Este programa já possibilita salvar o fator K calculado como arquivo de dados em formato nativo do MATLAB®, para maiores detalhes veja (Garcia, 2007).

Em todos os casos, como os dados estão armazenados como uma única série, esta é dividida em períodos de 7 dias, os quais correspondem a 1008 amostras cada segundo, o tempo de amostragem utilizado (que é de 10 minutos para os casos aqui abordados). Apenas o estudo comparativo considera todo o conjunto de dados como uma série ininterrupta.

Para que nenhum dos métodos de estimação tivesse seu desempenho prejudicado pela presença de dados aberrantes, em todos os casos as amostras são tratadas, antes do processamento, como explicado na próxima seção.

4.1 – PRÉ-PROCESSAMENTO DOS DADOS

Para evitar que dados aberrantes corrompam as estimativas e haja perda de sua representatividade, um tratamento é aplicado para amostras com valores acima de um dado limiar. Tanto o limiar quanto o tratamento foram definidos a luz das normas dos órgãos reguladores e da manutenção da fidelidade da estimativa.

O limiar de decisão adotado considera valores de fator K acima de cinco por cento como aberrantes. Com isso, não se influencia a análise do ponto de vista da norma, pois esta tem como limite o valor de dois por cento (e quatro por cento no caso de intermitência no valor da seqüência negativa), e propicia a exclusão de dados referentes a eventos não condizentes com a operação normal do sistema, por exemplo, a ocorrência de intervenções.

O tratamento dado para estas amostras consiste em substituí-las pelo valor da mediana das dez amostras anteriores, ou, na falta desta quantidade, pela mediana dos valores disponíveis. A escolha pela mediana é devido a sua maior robustez frente a este tipo de problema sem afetar a fidelidade do ponto de vista estatístico (Huber, 2004). Cabe aqui ressaltar que a escolha por um algoritmo com média recursiva ao invés de um com mediana recursiva foi em virtude de este trabalhar com janelas, utilizando tanto saídas anteriores como novos dados, o que aumenta a exigência quanto a processamento e memória.

4.2 – ESTIMADOR RECURSIVO

O algoritmo de estimação recursiva trata-se do emprego das equações em (3.23) e (3.25) descritas na seção 3.3 do capítulo anterior aos dados. A média é feita segundo:

$$\hat{\mu}[n] = \hat{\mu}[n-1] + \frac{1}{n} \cdot (y[n] - \hat{\mu}[n-1]) \quad (4.1)$$

Onde $\mu[n-1]$ é a estimativa anterior do valor da média, n indica quantas amostras já foram usadas (ou, analogamente, quantas estimações já foram feitas), $y[n]$ é a última amostra lida do conjunto e $\hat{\mu}[n]$ é a estimativa atualizada pela última amostra recebida.

Para o cálculo da variância da estimação, após todos os dados terem sido empregados para a estimação da média, considera-se o último valor da média como o sendo o valor correto para esta. Assim, repassasse a série e calcula-se a variância para cada amostra.

$$\sigma^2[n] = \sigma^2[n-1] + \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{n-1}{n} \cdot (y[n] - \hat{\mu})^2 - \sigma^2[n-1] \right] \quad (4.2)$$

no qual $\hat{\mu}$ representa o último valor da média estimado para o período, n indica quantas amostras já foram usadas, $y[n]$ é a última amostra e $\sigma^2[n]$, a variância atualizada.

Os valores iniciais das estimativas da média e da variância são nulos para cada início de semana. E os resultados são apresentados ao final do processamento na forma de um gráfico, onde é mostrado a evolução da estimativa da média e o comportamento do limite de confiança de 95% da estimativa - tanto para o caso com uma semana quanto para o com treze semanas de duração - juntamente com os valores do fator K da medição. A figura 4.1 mostra um esquema do funcionamento do algoritmo, sem incluir a saída gráfica.

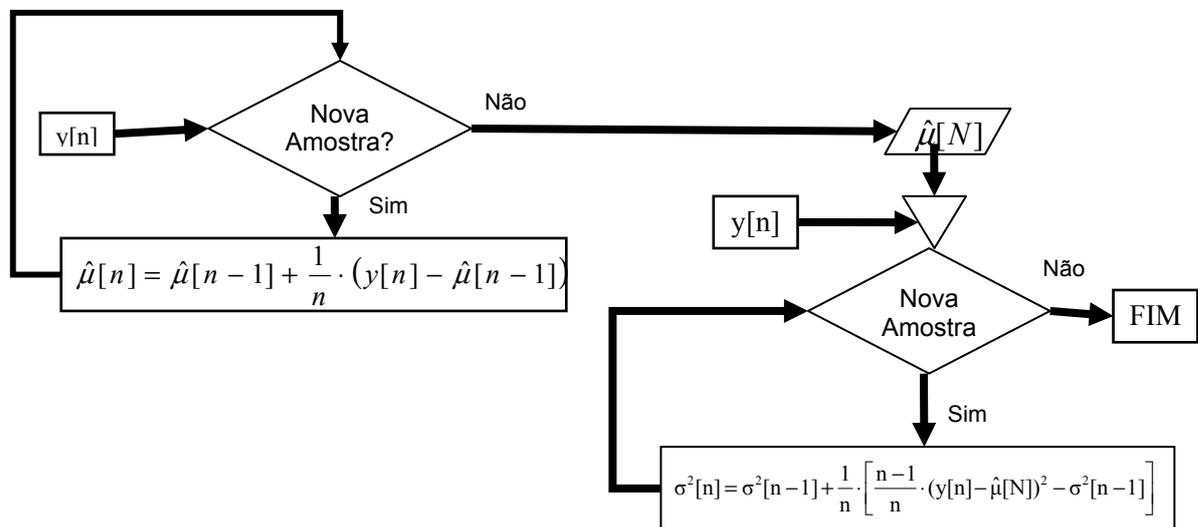


Figura 4.1 – Esquema do processo de funcionamento do algoritmo do estimador recursivo.

4.3 – FILTRO DE KALMAN

No caso deste trabalho, como a intenção é estimar a média do fator K , estimativa esta representada por $\mathbf{X}[n|n]$, utilizou-se um modelo com $\mathbf{A}[n]$ e $\mathbf{H}[n]$ escalares e iguais a um. Isto representa que a média de K é um processo que pode apresentar evolução temporal (não constante) e cujas medições são de distribuição normal em torno da média. Assim, os escalares $r[n]$ e $q[n]$ representam respectivamente a variância de medição e a variância do processo de evolução da média do fator K . A escolha destes parâmetros representa um compromisso entre a capacidade do filtro em rastrear a evolução da média e

a sensibilidade a medições ruidosas e, para este algoritmo, foram considerados como constantes ($r = r[n]$ e $q = q[n]$) ao longo da estimação.

Considerando as cinco primeiras semanas dos locais A, B e G, o compromisso entre evolução da média e sensibilidade ao ruído, foi considerado que um desempenho satisfatório foi obtido com $r = 1,78 \cdot 10^{-4}$ e $q = 10^{-5}$. Estes valores foram escolhidos empiricamente, partindo-se do valor de $3,0 \cdot 10^{-3}$ e reduzindo-o até $2,0 \cdot 10^{-4}$ para r enquanto era mantido $q = 10^{-2}$. Após, deixou-se $r = 2,0 \cdot 10^{-4}$ enquanto q era reduzido de 10^{-2} até 10^{-6} . Tendo em vista a influencia de cada um desses parâmetros nos resultados para estes locais, foi escolhido que $q = 10^{-5}$ e seguiu-se para um ajuste fino de r , sendo considerado o como satisfatório o valor de $1,78 \cdot 10^{-4}$. Assim, a formulação da forma unidimensional fica:

$$g = \frac{p[n | n-1]}{p[n | n-1] + r^2} \quad (4.3)$$

$$x[n] = x[n-1] + g \cdot [y[n] - y[n-1]] \quad (4.4)$$

$$p[n | n-1] = p[n-1 | n-1] + q^2 \quad (4.5)$$

$$p[n | n] = (1 - g)p[n | n-1] \quad (4.6)$$

em que g é o ganho de Kalman com $r = 1,78 \cdot 10^{-4}$, $p[n|n-1]$ é a predição da variância para a próxima amostra obtido com $q = 10^{-5}$, $x[n]$ refere-se ao valor da predição e $y[n]$, o valor medido. As condições iniciais são: $x[1]$ igual a $y[1]$ e $p[0|0]$ com valor 0,1.

A variância das amostras é estimada utilizando (4.2), do mesmo modo feito para o algoritmo anterior. Note que a covariância $p[n|n]$ representa a incerteza do estimador, e não a estimativa da incerteza do processo que gerou a amostra. A figura 4.2 mostra um esquema do funcionamento do algoritmo, sem incluir a saída gráfica.

O algoritmo emprega as equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) para os dados de cada semana. Os resultados são apresentados em um gráfico do mesmo modo feito para o algoritmo anterior.

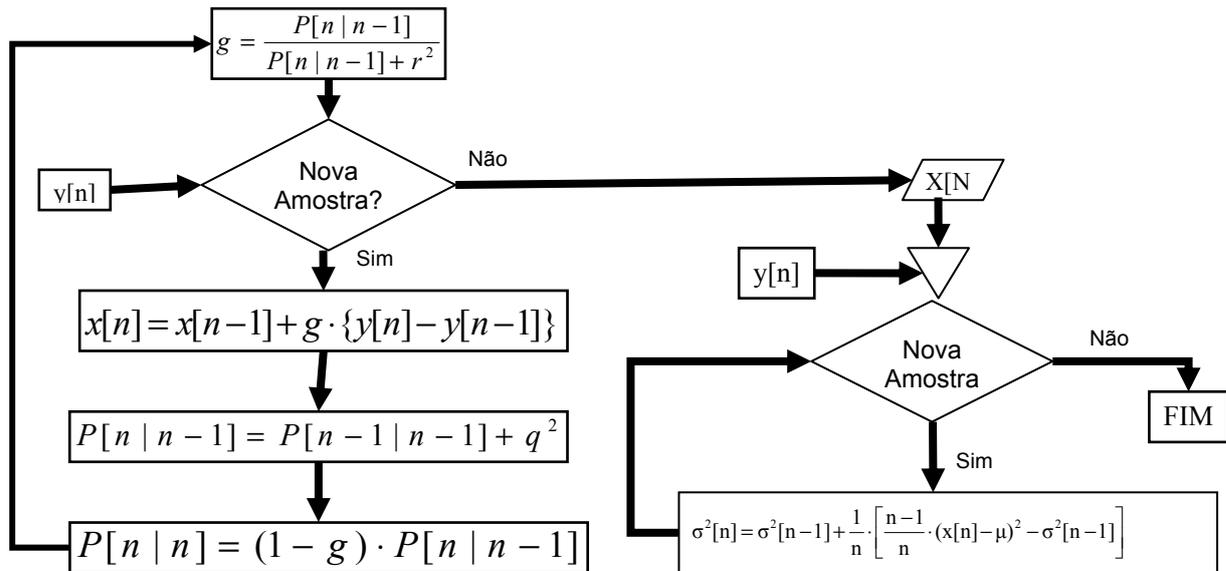


Figura 4.2 – Esquema do processo de funcionamento do algoritmo do FK.

4.4 – FILTRO DE KALMAN ADAPTATIVO

Para evitar os problemas advindos da presunção das variâncias de medição e da evolução da média, foi empregado um modelo adaptativo do filtro de Kalman. Assumindo que a matriz de covariâncias $\mathbf{Q}[n]$, relativa ao modelo de estado, seja conhecida *a priori*, o parâmetro $\mathbf{R}[n]$ passa a ser determinado pelo processo com o operador de quarta diferença proposto por (Jazwinski, 1970), por meio de uma média temporal ponderada de N amostras dada por:

$$r[n] = \frac{1}{256n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \{y[i] + 4y[i-1] - 6y[i-2] + 4y[i-3] + y[i-4]\}^2 \quad (4.7)$$

No caso deste trabalho, o valor de q foi considerado igual ao empregado para o FK já que ele continua sendo um valor desconhecido. Apenas permitindo que a variância da medição seja corrigida de acordo com os dados.

A evolução da variância de medição foi realizada empregando-se (4.7), considerando as cinco amostras anteriores a atual sendo que, na falta desta quantidade, é utilizada a média ponderada (pelos mesmos pesos) para os valores disponíveis.

O cálculo da variância do estimador e a apresentação dos resultados são realizados da mesma forma que para o filtro de Kalman.

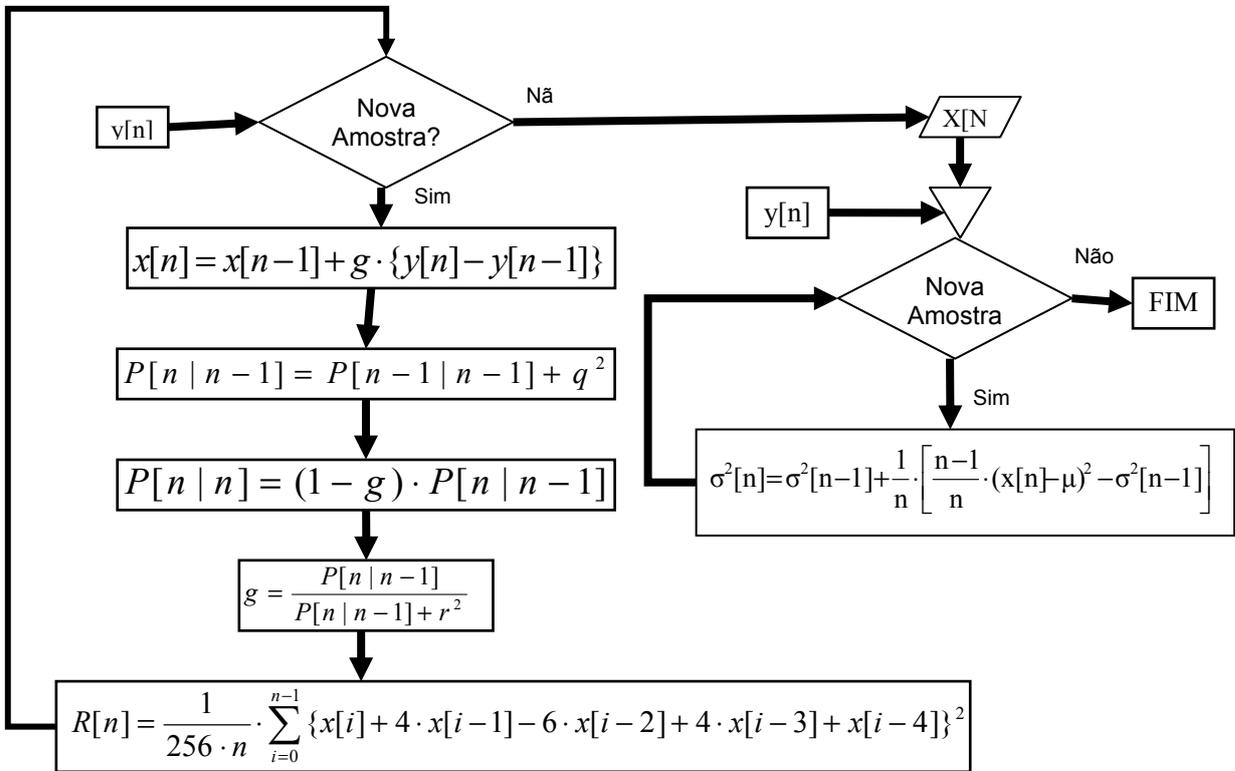


Figura 4.3 – Esquema do processo de funcionamento do algoritmo do FKA.

4.5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente capítulo descreveu-se de modo sucinto os algoritmos empregados no trabalho e as considerações pertinentes. No próximo capítulo, são apresentados os resultados obtidos.

5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, realiza-se a apresentação e respectivas discussões dos resultados adquiridos com os algoritmos apresentados no capítulo 4. E os resultados obtidos com a métrica e as comparações de similaridade entre eles.

Ao longo do capítulo são apresentados alguns dos resultados obtidos a título de ilustração das discussões. Nos Apêndices deste trabalho, são apresentados os resultados referentes às análises - considerando treze semanas consecutivas de medição - com os algoritmos e das comparações das respostas destes - para cada semana - através da distância de Mahalanobis. Optou-se por resumir a apresentação dos resultados desta forma em virtude da grande quantidade de figuras com os resultados (já que foram estudados dez locais - sendo que dois com circuito duplo -, cada um com treze semanas, onde cada uma destas é analisada por três algoritmos, totalizando 468 imagens, além dos resultados já postos nos Apêndices).

5.1 – RESULTADOS DOS ALGORITMOS DE ESTIMAÇÃO

5.1.1 – Algoritmo de Estimação de Média Recursiva

Dentre os algoritmos empregados, este é o que apresenta a dinâmica mais lenta. Sendo muito sensível à presença de dados aberrantes. Além disso, se nota que o algoritmo tornasse mais confiante em relação às amostras passadas após um longo período de estimação, o que é especialmente notado quando visto o caso com treze semanas de monitoramento, como pode ser visto nos resultados postos no Apêndice A.

Nos casos estudados, à medida que mudanças abruptas ocorrem no valor do desequilíbrio de tensão, a incerteza da estimação cresce. Ocorrendo casos nos quais tal incerteza possui magnitude similar ao intervalo de variação do fator K. Exemplos disto são vistos nos locais B, linha 01, em sua segunda semana, e C, primeira semana, apresentados nas figuras 5.1 e 5.2 respectivamente. As curvas ditas *Limites de Confiança* apresentadas demarcam os intervalos de 95% de confiança obtido pela estimativa da variância segundo a métrica estabelecida para comparar os algoritmos. Note que ocorre um aumento da distância entre

essas duas curvas quando há variações abruptas no fator K , o que representa o aumento da incerteza referente ao valor estimado.

Também vê-se nas figuras 5.1 e 5.2 que, à medida que a estimação evolui, ela torna-se menos suscetível às mudanças abruptas do processo observado. Com a estimativa tendo pouca variação próximo ao final do período de medição e, por conseguinte, levando a uma redução gradual de sua incerteza.

A figura 5.3 mostra a 2ª semana relativa ao local F como amostra do comportamento dinâmico encontrado para este estimador. É visível a demora deste em adequar-se as alterações de comportamento do desequilíbrio, sendo que – para o período de 1 semana – há situações onde o tempo não é suficiente para esta adaptação, como o exemplificado com o local G na figura 5.4. Fato similar foi observado na análise com 13 semanas, contudo, a diferença entre o comportamento do estimador e do fator de desequilíbrio é menor, devendo-se mais ao menor peso dado pelo estimador as novas informações das amostras mais recentes - em relação às amostras passadas (como citado no início desta seção) – do que a quantidade de informação propriamente.

Nos casos onde há poucas variações súbitas ou há uma dinâmica mais lenta, a incerteza da estimativa decresce de modo mais rápido ao longo do tempo, seja para uma ou para treze semanas. O resultado visto na 5ª semana do local I, figura 5.5, e no Apêndice A, figura A.12 (referente ao local J), ilustram isso, principalmente se comparado aos resultados expostos nas figuras 5.2 a 5.4.

Do exposto, pode ser inferido que este algoritmo mostra a dependência do comportamento valor da média em relação aos eventos do período de avaliação. Principalmente, quando o período de uma semana é utilizado.

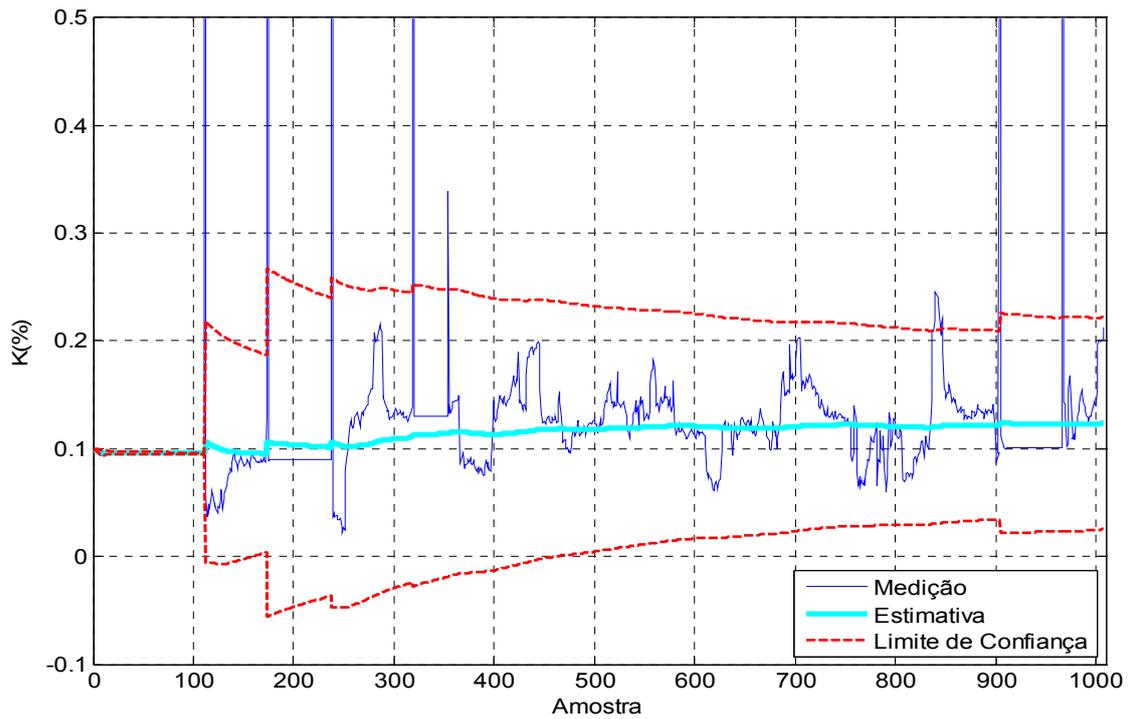


Figura 5.1- Exemplo de caso onde observa-se a sensibilidade da média recursiva à variações abruptas no fator K. Local B, linha 01, 2º semana.

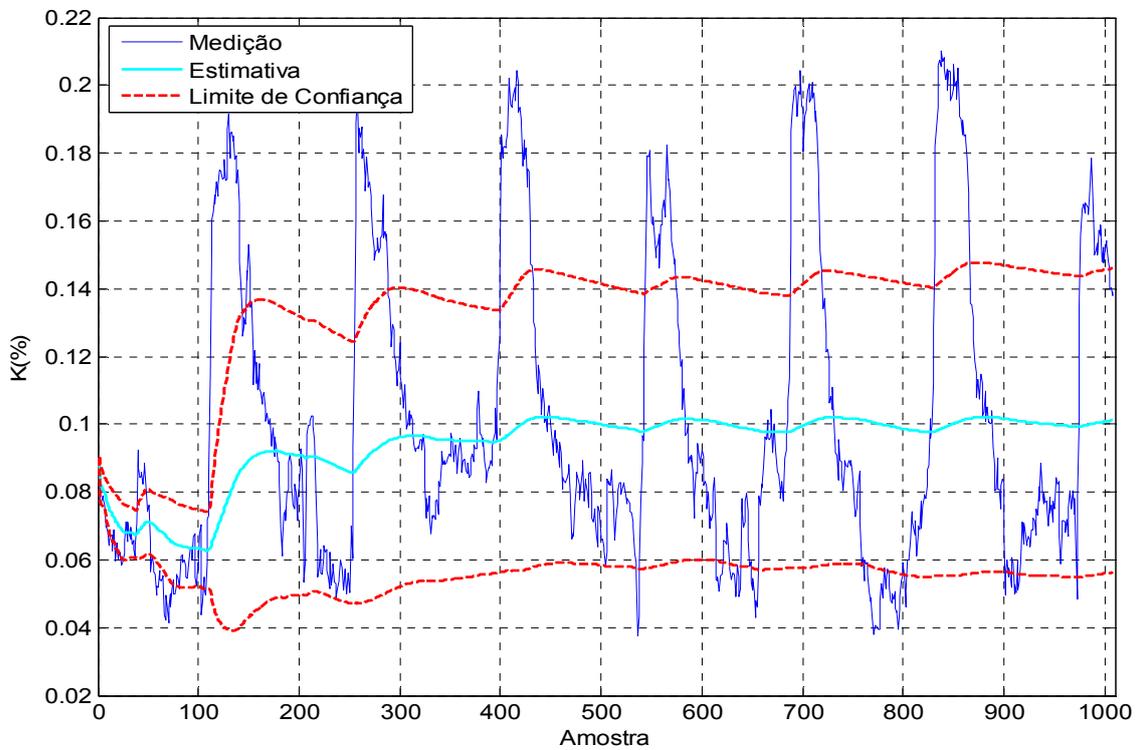


Figura 5.2 - Exemplo de caso onde observa-se a sensibilidade da média recursiva à variações abruptas no fator K. Local C, 1º semana.

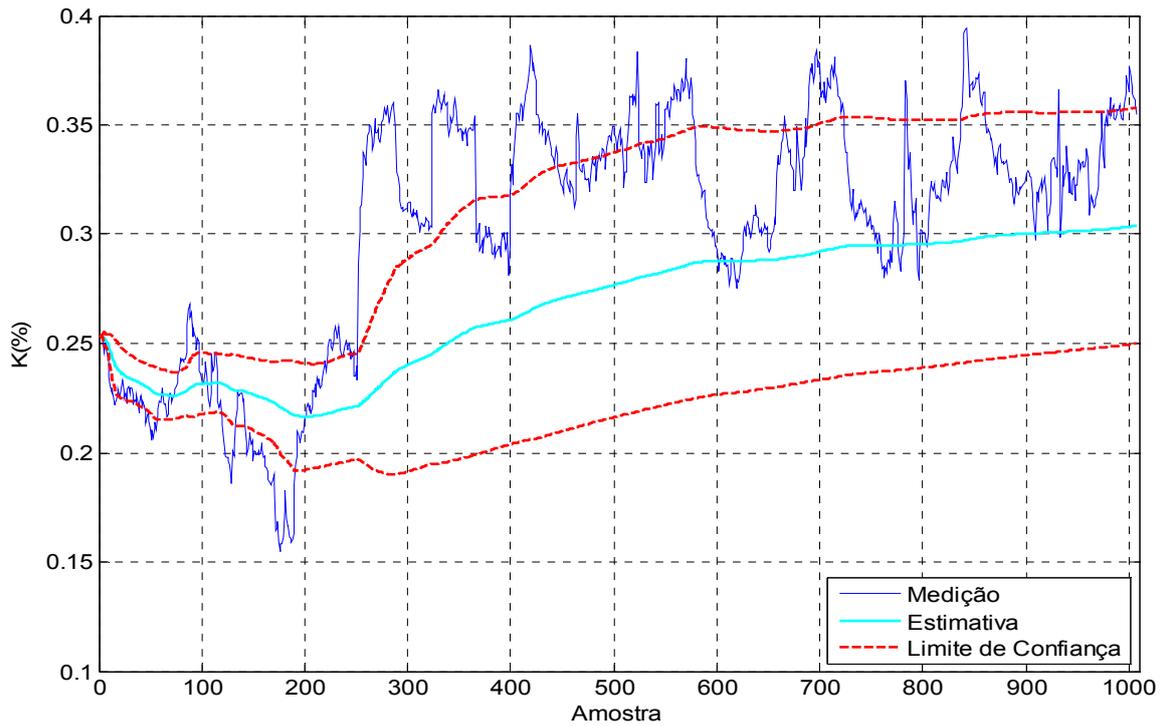


Figura 5.3 – Exemplo do comportamento do algoritmo. Local F, 2^o semana.

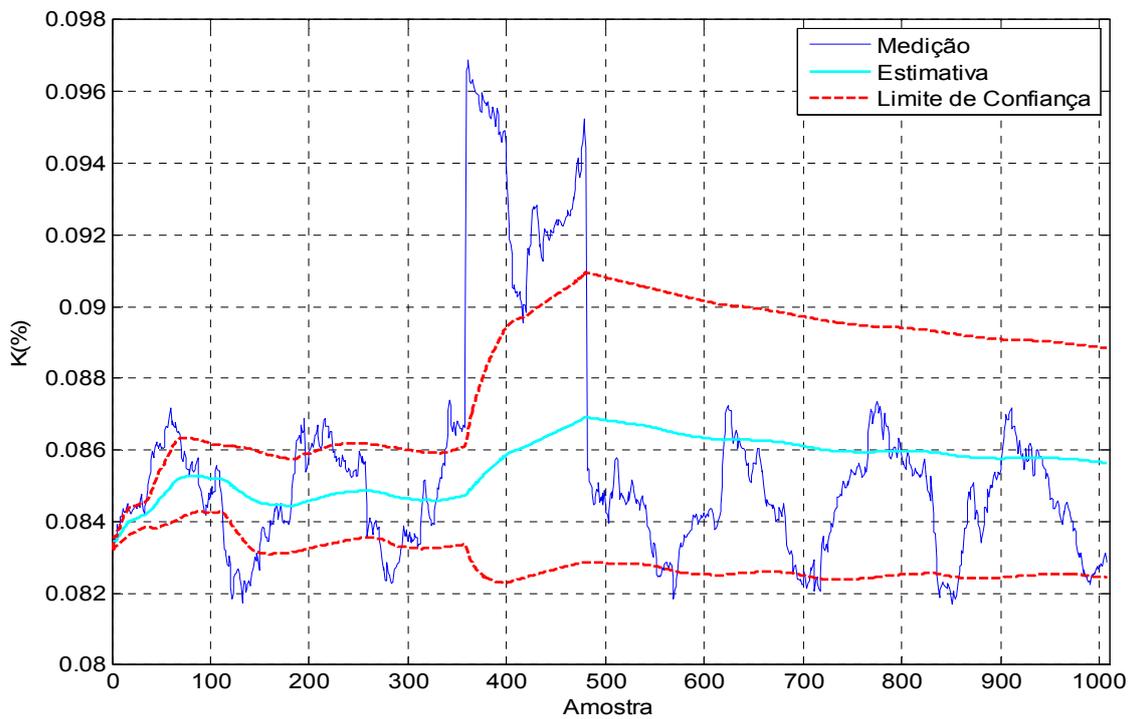


Figura 5.4 – Exemplo de situação onde o período de medição não foi suficiente para adaptação do estimador as mudanças no fato K. Local G, 10^o semana.

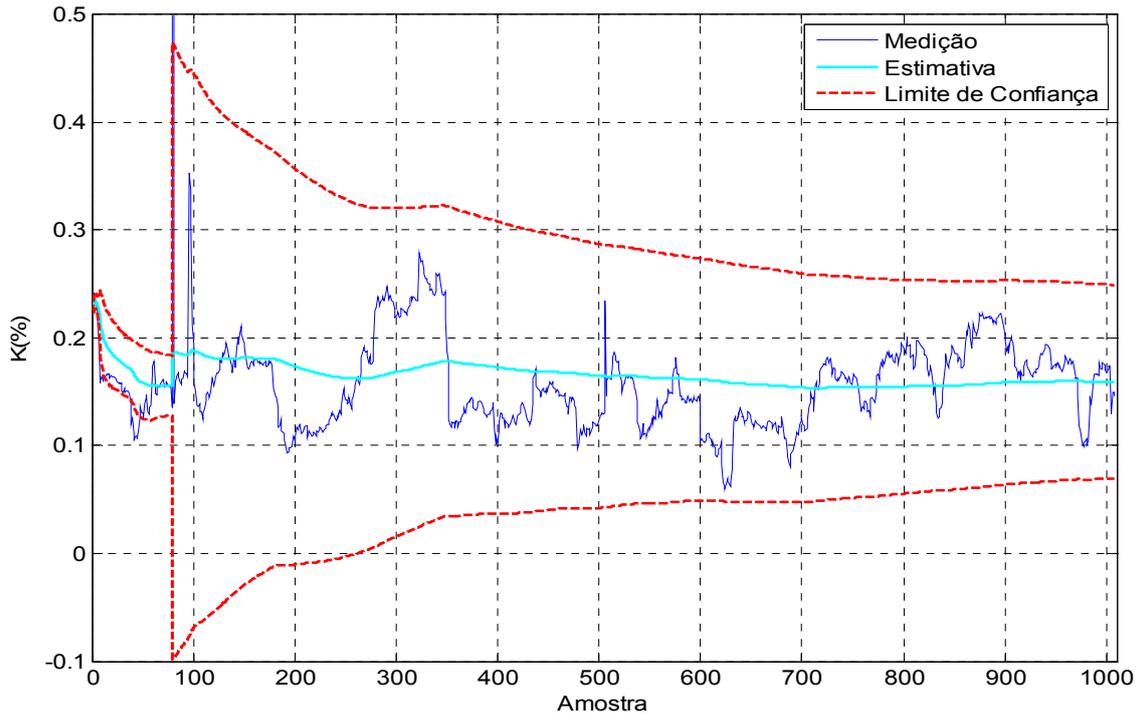


Figura 5.5 – Exemplo de caso com poucas variações no desequilíbrio. Note a considerável redução da incerteza em comparação com as figuras anteriores. Local I, 5° semana.

5.1.2 – Algoritmo de Estimação com Filtro de Kalman

Este algoritmo, com os parâmetros escolhidos conforme apresentado no capítulo 3, também mostrou um comportamento dinâmico lento em relação ao apresentado pelo fator K . Entretanto, teve como vantagem uma maior robustez às variações abruptas do valor do fator de desequilíbrio frente ao algoritmo anterior. Mesmo acompanhando-as, não as deixa preponderar sobre a informação advinda das amostras prévias, resultando em uma estimativa menos influenciada por esse tipo de ocorrência. Embora, em alguns casos, o mesmo mostre-se mais confiante na predição da estimativa do que na informação advinda da amostra, causando divergência deste estimador em relação ao comportamento do fator K (como o exibido na figura 5.6).

Esta divergência aponta que os valores escolhidos para os parâmetros r e q não podem ser generalizados para todos os casos, havendo a necessidade de sua particularização para cada um deles. Isto vai de encontro ao citado no Capítulo 1, sobre a eficácia de uma abordagem de estudo de um processo aleatório depender das suas peculiaridades.

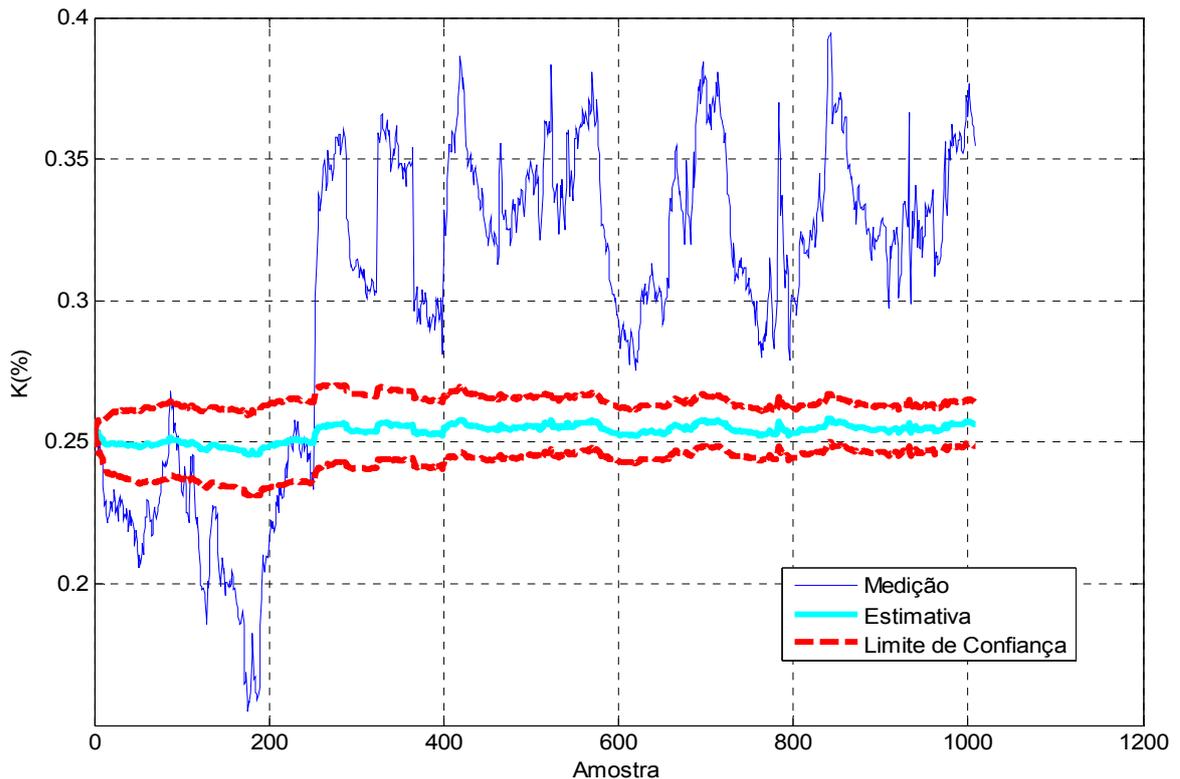


Figura 5.6 –Exemplo onde o algoritmo com filtro de Kalman diverge do fator K.

Local F, 2º semana.

Este estimador mostra uma grande “inércia” frente a flutuações no sinal. Isto acaba refletindo no limite de confiança dele, o qual é bastante reduzido frente o intervalo de variação do fator K e, mais ainda, frente ao resultado visto com o algoritmo anterior. E, também, afeta a estimativa da média, por ser consequência do pouco peso das informações contidas nas amostras para a correção da predição usada pelo modelo. Independente do tempo de avaliação. Levando a pouca mudança no valor da média ao longo do tempo.

Também, em virtude dessa relativa “insensibilidade” às mudanças do desequilíbrio, nota-se pouca mudança no intervalo do limite de confiança do estimador considerando períodos de 7 dias, como exemplificado na figura 5.7. Só vê-se alteração significativa nos casos com treze semanas de duração, apresentados no Apêndice B.

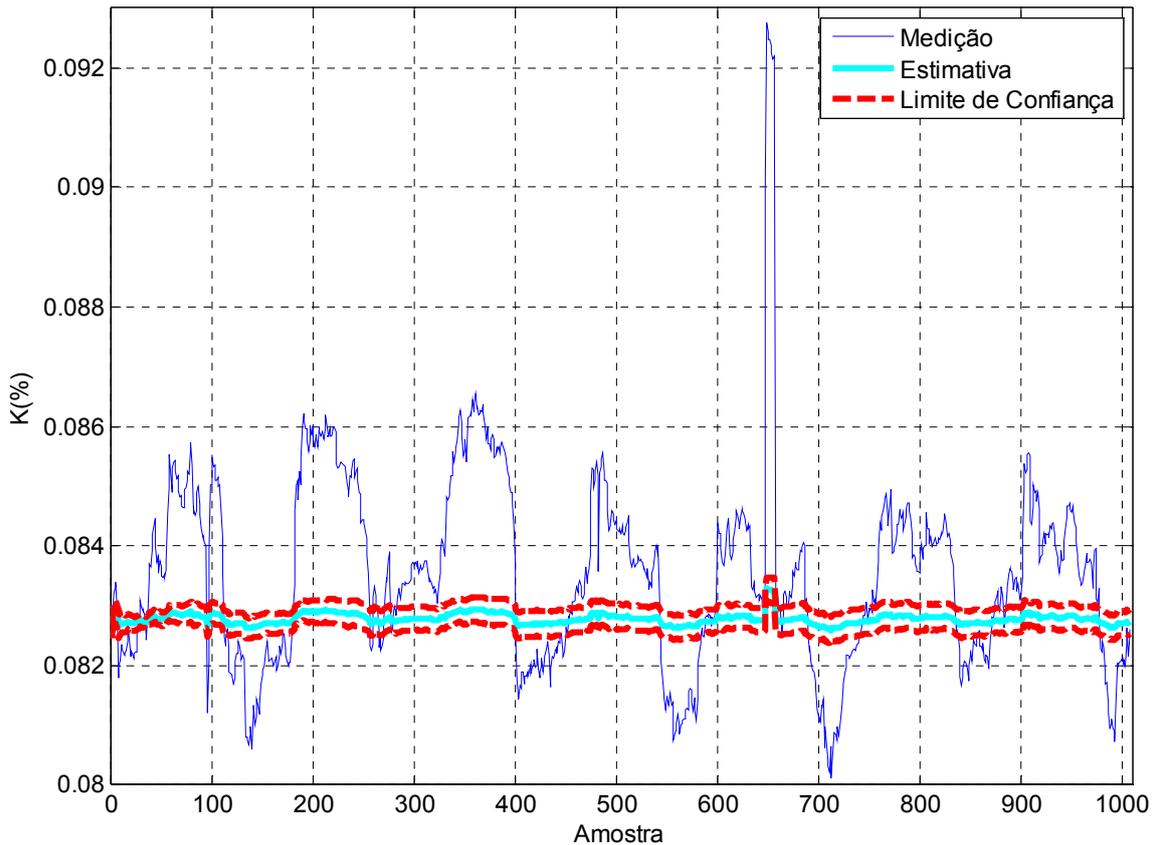


Figura 5.7 – Local G, 5ª semana. Note a pouca redução do intervalo de confiança durante todo o período.

5.1.3 – Algoritmo de Estimação com Filtro de Kalman Adaptativo

Ao contrário dos resultados mostrados nas seções anteriores, o filtro de Kalman adaptativo (FKA) exibiu um comportamento de rastreamento do sinal. No caso, permitir que a variância do erro de medição (parâmetro r) fosse atualizada - conforme a equação (4.5) - possibilitou que a estimativa da média fosse bastante próxima do valor da amostra seguinte. Isto mostra um comportamento oposto ao do FK, com o FKA sendo mais confiante na medição do que na predição para a estimativa.

Isto levou o estimador a ampliar o horizonte do intervalo de confiança, de modo a ter ordem de grandeza para abranger o próprio intervalo de variação do fator K. Contudo, faz com que rápidas variações no sinal – na maioria dos casos – afetem menos a estimativa em relação aos resultados obtidos anteriormente. Um exemplo do qual foge-se a regra ocorreu com o local I, na sexta semana como é exibido na figura 5.8, onde ocorreu uma divergência do FKA.

Infelizmente, em virtude da proximidade entre os valores da medição e da estimativa, estas curvas ficaram sobrepostas em todos os casos onde não ocorreu divergência do FKA.

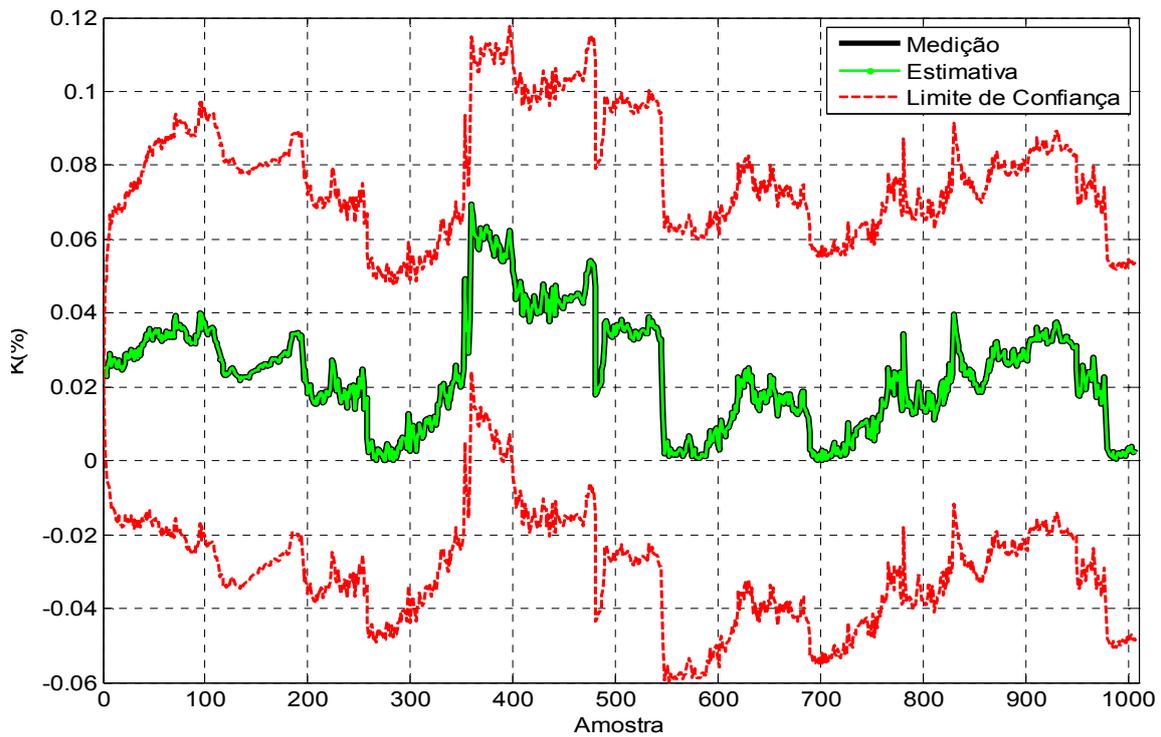


Figura 5.8 – Exemplo de caso exemplificando o comportamento do FKA. Local D, 10^o semana.

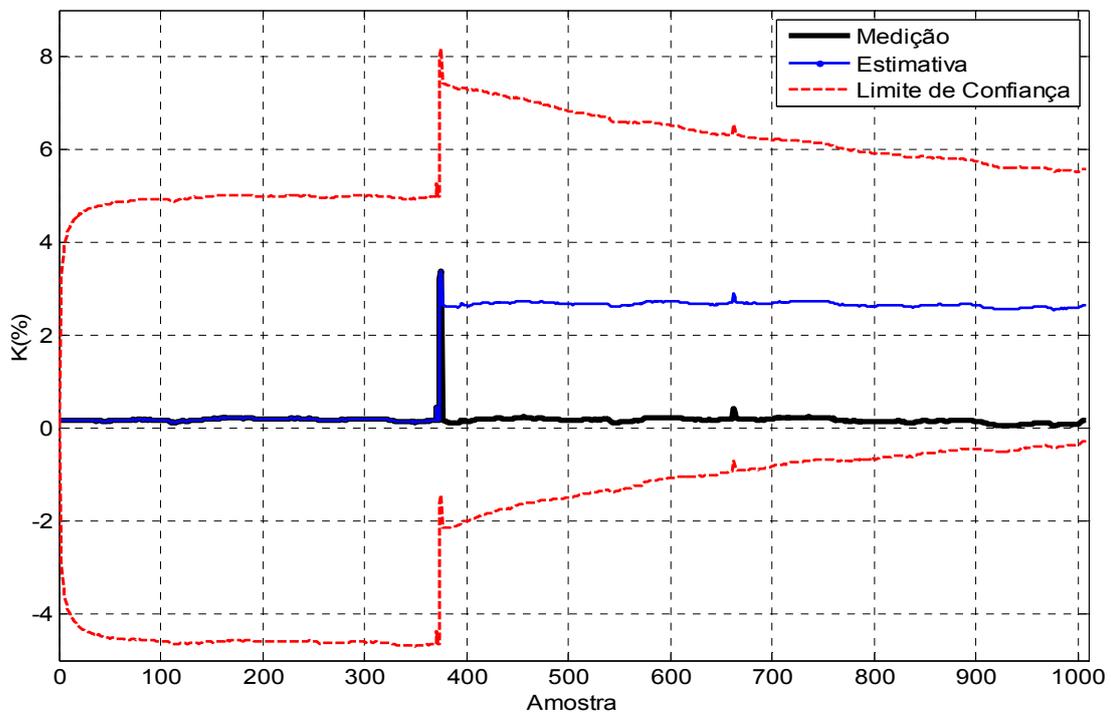


Figura 5.9 – Local I, 6^o semana. Repare em como a estimativa é afetada pela mudança brusca no valor do fator K próximo à 400^o amostra.

5.2 – RESULTADOS DA COMPARAÇÃO ENTRE OS ALGORITMOS

Na comparação entre os algoritmos obteve-se que, para quase todos os períodos, a similaridade é de 95% nos resultados fornecidos por um ou por outro algoritmo empregado. Apenas na localidade J, o critério de distância foi ultrapassado na estimação dos dados relativos à oitava semana.

As figuras 5.10 e 5.11 respectivamente mostram os resultados com o FK adaptativo e o FK para a citada semana do local J. Vê-se nelas a diferença entre os intervalos de confiança e os valores para a média que cada algoritmo forneceu. Por isso a maior distância probabilística entre eles. Isto se deve a súbita variação do valor de K ao final do período aliado a dinâmica do filtro de Kalman adaptativo.

Este local foi o pior resultado encontrado dentre os dados disponíveis. Assim, com o uso de qualquer dos algoritmos, deve-se obter as mesmas conclusões sobre o valor da média para a maioria dos casos, apenas com diferentes intervalos de confiança. Os resultados da comparação dos algoritmos para cada um dos locais do estudo é apresentado no Apêndice D deste trabalho.

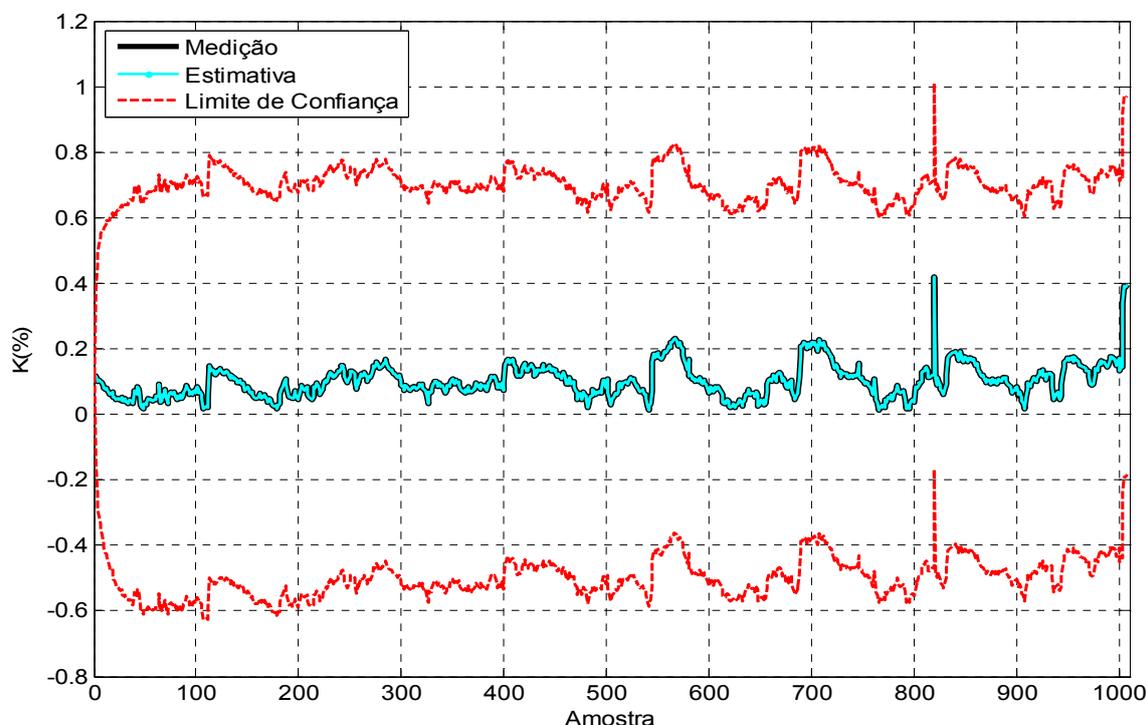


Figura 5.10 – Resultado do FKA para a 8ª semana do local J.

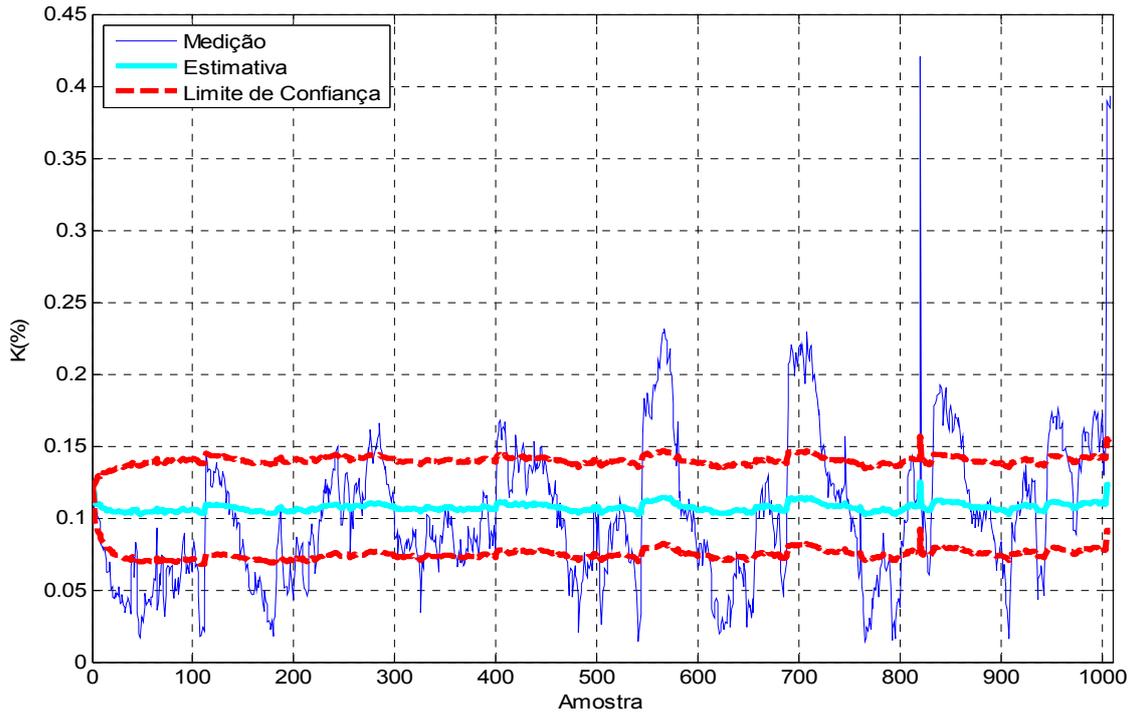


Figura 5.11- Resultado do local J, 8^o semana, com o FK.

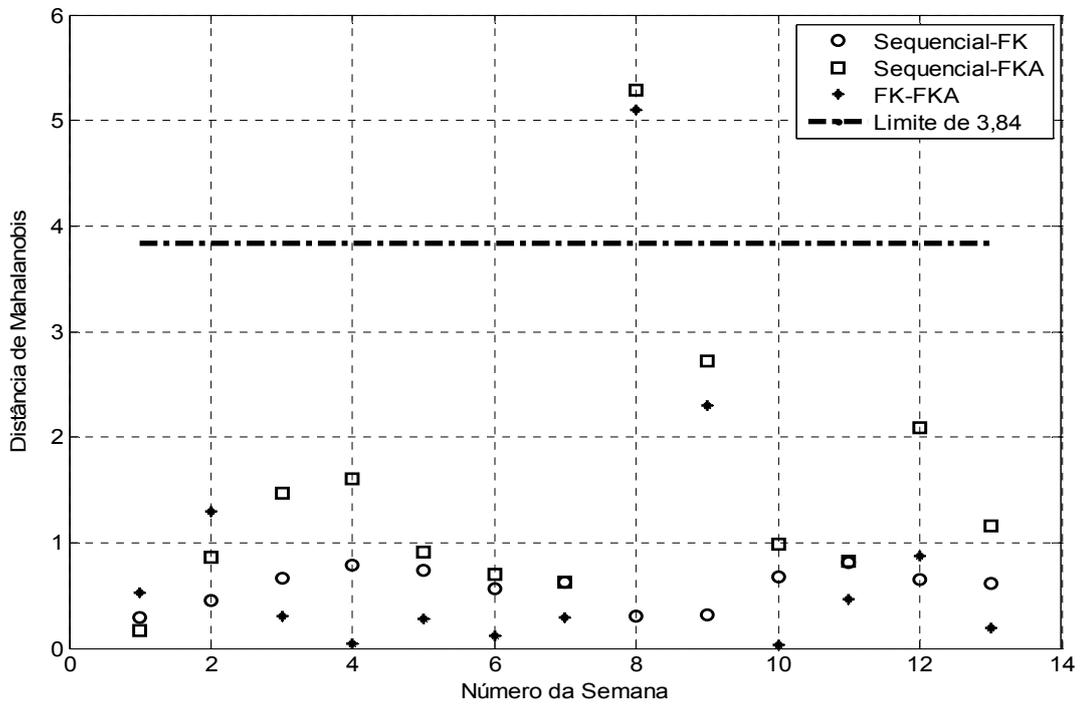


Figura 5.12 - Valor da distância de Mahalanobis na comparação entre os estimadores para cada semana do local J.

5.3 – RESULTADO DA MÉTRICA EMPREGADA

Os resultados da métrica aplicada para avaliação período de medição tem os resultados para filtro de Kalman, estimador sequencial e filtro de Kalman adaptativo, nessa ordem, apresentados nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 para o monitoramento durante 7 dias. Os valores destacados em azul referem-se às semanas onde a métrica foi atendida.

Para o FK, vê-se que o critério apresentado na seção 3.5 - equação (3.37) - não é satisfeito em mais de 55% das semanas. No caso do estimador sequencial, apenas 28% das semanas atendem o referido critério. Para o FKA, nenhum caso atende. Este resultado indica que o período de 7 dias não é o mais adequado para a maioria dos casos e que, pelo menos sob estas considerações, não há um indício de existir estacionariedade para este intervalo de acompanhamento, ou ainda, este pode não englobar o que corresponde a um ciclo completo do fenômeno. Isto, também, aponta que esta duração não abrange o completo comportamento do desequilíbrio e, assim, não seria suficiente para conclusões fiéis ao que ocorre no local.

Mesmo considerando que há problemas com os algoritmos para alguns locais, estes representam uma pequena parte dos casos. Logo, não justificam a quantidade observada de valores com superação ao estabelecido para a métrica.

Tabela 5.1 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final de cada semana. Estimador com Filtro de Kalman.

Local	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A L1	0,056	0,042	0,046	0,032	0,054	0,106	0,060	0,047	0,076	0,063	0,079	0,062	0,053
A L2	0,014	0,012	0,016	0,009	0,012	0,026	0,023	0,025	0,017	0,033	0,021	0,010	0,012
B L1	0,088	0,271	0,060	0,090	0,061	0,171	0,063	0,089	0,149	0,152	0,232	0,097	0,297
B L2	0,061	0,089	0,037	0,062	0,051	0,050	0,036	0,045	0,067	0,102	0,079	0,064	0,082
C	0,152	0,101	0,105	0,092	0,126	0,086	0,118	0,099	0,140	0,081	0,095	0,105	0,073
D	0,651	0,242	0,136	0,081	0,149	1,575	0,372	0,210	0,483	0,233	0,222	0,368	0,190
E	0,052	18,52	0,076	0,659	0,182	0,092	23,63	0,193	0,610	0,337	0,184	0,057	0,113
F	0,031	0,061	0,030	0,042	0,029	0,056	0,028	0,044	0,044	0,035	0,046	0,043	0,032
G	0,005	0,007	0,010	0,005	0,005	0,005	0,004	0,005	0,008	0,011	0,007	0,007	0,008
H	0,014	0,038	0,016	0,025	0,016	0,024	0,014	0,011	0,035	0,015	0,041	0,048	0,023
I	0,134	0,145	0,043	0,074	0,087	0,188	0,031	0,118	0,085	0,056	0,338	0,068	0,075
J	0,128	0,158	0,121	0,111	0,084	0,088	0,082	0,512	0,213	0,110	0,075	0,185	0,096

Tabela 5.2 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final de cada semana. Estimador sequencial.

Local	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A L1	0,076	0,103	0,233	0,075	0,113	0,082	0,098	0,116	0,079	0,164	0,134	0,083	0,111
A L2	0,019	0,056	0,085	0,026	0,038	0,031	0,041	0,108	0,031	0,103	0,047	0,016	0,041
B L1	0,122	0,218	0,156	0,158	0,168	0,162	0,362	0,214	0,235	0,148	0,248	0,289	0,268
B L2	0,064	0,122	0,139	0,120	0,196	0,078	0,194	0,082	0,106	0,191	0,063	0,139	0,061
C	0,247	0,337	0,184	0,191	0,212	0,138	0,128	0,212	0,169	0,317	0,178	0,255	0,163
D	0,371	0,842	0,593	0,262	0,274	0,343	0,452	0,273	0,369	0,333	0,366	0,266	0,517
E	0,100	1,540	0,235	0,168	0,158	0,162	1,551	0,145	0,188	0,153	0,239	0,087	0,138
F	0,084	0,301	0,044	0,066	0,093	0,048	0,086	0,069	0,179	0,230	0,182	0,093	0,083
G	0,013	0,006	0,011	0,026	0,007	0,009	0,009	0,022	0,016	0,018	0,011	0,023	0,026
H	0,010	0,036	0,023	0,015	0,033	0,050	0,035	0,014	0,032	0,044	0,078	0,072	0,058
I	0,104	0,506	0,110	0,124	0,150	0,137	0,078	0,057	0,208	0,231	0,360	0,162	0,118
J	0,265	0,358	0,268	0,204	0,230	0,179	0,201	0,392	0,170	0,246	0,243	0,155	0,133

Tabela 5.3 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final de cada semana. Estimador com Filtro de Kalman Adaptativo.

Local	Semana												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A L1	1,18	0,66	0,92	0,63	1,06	2,45	0,89	0,87	1,50	1,06	1,87	1,03	1,04
A L2	0,26	0,20	0,30	0,16	0,23	0,51	0,37	0,50	0,32	0,58	0,42	0,17	0,23
B L1	0,82	1,20	0,70	0,80	0,83	1,48	0,81	0,95	0,94	4,88	1,03	0,79	1,22
B L2	0,95	1,38	0,89	1,16	1,07	0,97	0,79	0,85	1,08	2,31	1,11	1,16	1,19
C	1,65	1,54	1,61	1,61	1,91	1,58	1,74	1,68	1,89	1,67	1,72	1,93	1,55
D	3,86	2,83	1,84	1,60	11,75	5,75	2,13	59,08	2,13	49,9	41,4	4,92	38,8
E	1,00	3,70	2,17	15,51	1,67	1,58	4,26	1,67	298,8	5,69	2,11	1,09	1,40
F	0,49	0,81	0,53	0,73	0,64	1,30	0,44	0,68	0,70	0,70	0,75	0,76	0,66
G	0,10	0,13	0,17	0,10	0,09	0,09	0,08	0,10	0,15	0,20	0,12	0,12	0,15
H	0,27	1,23	0,29	0,45	0,27	0,43	0,23	0,20	0,59	0,26	0,65	0,83	0,40
I	2,65	1,33	0,86	1,23	2,38	2,20	0,61	2,05	1,20	1,92	4,18	1,81	1,35
J	1,72	1,53	1,96	1,98	1,76	1,70	1,72	2,94	2,17	2,07	1,79	2,37	1,64

A Tabela 5.4 mostra os resultados da mesma métrica, com o mesmo critério, considerando que a estimação prossegue por treze semanas seguidas. O valor representativo da métrica continua sendo o último do período e os valores que atendem o critério também estão destacados em azul como para as outras tabelas. Vê-se que os resultados são, de modo geral, melhores em relação aos resultados anteriores para cada algoritmo. Assim, um período superior a uma semana parece ser desejável dentro das várias situações contempladas, embora ainda haja casos onde nem mesmo este tempo seja satisfatório e nos quais ainda valem as mesmas observações para o período de 7 dias.

Tabela 5.4 - Resultados obtidos para a métrica correspondente ao valor final após o decurso de treze semanas para cada local.

Local	Algoritmo		
	Seqüencial	FK	FK Adaptativo
A L1	0,2359	0,02902	0,7254
A L2	0,0831	0,01032	0,1974
B L1	0,1154	0,09662	1,215
B L2	0,06456	0,04427	0,6986
C	0,1522	0,07321	0,7635
D	0,3457	0,6609	18,4
E	0,7212	3,926	0,8385
F	0,1494	0,02572	0,3919
G	0,01741	0,003406	0,06246
H	0,06801	0,01455	0,5355
I	0,2017	0,07399	1,172
J	0,1447	0,1574	1,059

A comparação entre os resultados considerando os períodos de uma e de treze semanas apontam também que há considerável dependência do resultado da métrica em relação à semana sob estudo, ou melhor, dos eventos ocorridos durante o período, além dos efeitos que estes têm sobre o algoritmo em uso (como já foi citado na seção 5.1). Outro fato que corrobora isto é a grande disparidade observada entre o menor e o maior valor da métrica para um dado local com o período de uma semana, sintetizado na tabela 5.5. Isto leva a crer que, nas observações com apenas 7 dias de duração, os efeitos dos eventos sobressaem em relação ao comportamento geral do indicador, a despeito de qual algoritmo seja empregado. Por exemplo, o local A linha 1 apresenta nove semanas fora do critério de confiança para estimador com FK. Todavia, considerando o monitoramento por treze semanas, alcança-se o nível desejado.

Esta prevalência dos eventos sobre o comportamento do fator K – para o tempo de uma semana - indica que a média não seja constante neste intervalo. Assim, o monitoramento de uma localidade por sete dias não é necessariamente representativo do que seria visto no desequilíbrio de tensão em qualquer outro conjunto de sete dias consecutivos ou, mesmo, do que seria esperado como resultado de um tempo maior de acompanhamento.

Tabela 5.5 – Valores mínimos (MIN) e máximos (MAX) da métrica para cada algoritmo, considerando as localidades estudadas.

Local	Algoritmo					
	Seqüencial		FK		FK Adaptativo	
	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
A L1	0,075	0,233	0,032	0,106	0,63	2,45
A L2	0,016	0,103	0,009	0,033	0,16	0,58
B L1	0,122	0,362	0,060	0,297	0,70	4,88
B L2	0,061	0,196	0,036	0,102	0,79	2,31
C	0,128	0,337	0,073	0,152	1,54	1,93
D	0,262	0,842	0,081	1,575	1,60	59,08
E	0,087	1,551	0,052	23,63	1,00	298,81
F	0,044	0,301	0,028	0,061	0,44	1,30
G	0,006	0,026	0,004	0,011	0,08	0,20
H	0,010	0,078	0,011	0,048	0,20	1,23
I	0,057	0,506	0,031	0,338	0,61	4,18
J	0,133	0,392	0,075	0,512	1,53	2,94

6 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 – CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho foram propostos e aplicados três algoritmos de estimação recursiva para o comportamento estatístico das medidas de qualidade de energia referentes à análise do comportamento do fator de desequilíbrio de tensão. Vale ressaltar que o intuito não era modelar o processo que gera o desequilíbrio, mas sim extrair informações pertinentes à ele de modo a empregá-las em outras formas de análise.

Observou-se que o algoritmo com estimador empregando o Filtro de Kalman mostrou um melhor compromisso entre rastrear as informações do sinal de desequilíbrio de tensão e robustez a quanto a confiança da estimativa. Contudo, os valores empregados em seus parâmetros (r e q) precisem de um melhor ajuste para cada localidade para evitar problemas de divergência do filtro em relação ao fator K .

A similaridade entre os algoritmos foi analisada utilizando-se a distância de Mahalanobis. Mostrando-se que, de modo geral, os três apresentam similaridade de 95% em seus resultados, sendo um indicador de que as médias podem estar convergindo para um único valor, apesar de não se saber qual este seja e se corresponde ao valor real do processo que gera K .

Destaca-se também o resultado da métrica proposta para a confiança sobre a estimação de cada algoritmo. Observou-se que o resultado desta pode variar consideravelmente dependendo do tempo de monitoramento para um dado algoritmo, sendo que a confiança sobre a estimação apresentou melhora com o aumento do tempo de avaliação na maioria dos casos estudados. Fato este o qual indica que pode não haver estacionariedade do fator K quanto a um período de 7 dias de medição. Pelo menos, para a maior parte dos casos aqui estudados.

As principais contribuições apresentadas foram:

- proposição e aplicação de algoritmos para estudo do desequilíbrio de tensão;

- validação da métrica proposta através do emprego de dados reais obtidos do sistema de transmissão de energia elétrica;
- avaliação da estacionariedade do índice de desequilíbrio de tensão utilizado pela norma brasileira, considerando o período de medição posto por esta e comparando-o com um tempo maior de monitoramento, neste caso, 13 semanas consecutivas.

6.2 – PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Vários desdobramentos podem ser realizados a partir deste trabalho. Um deles seria a aplicação de análise de variância (ANOVA) e outros testes estatísticos para um conjunto de amostras compreendendo um tempo de medição de 1 ano ou mais, o que permitiria avaliar se há - e em qual grau - a influência da época do ano sobre o comportamento do desequilíbrio de tensão. Além disso, seria útil o emprego de um modelo adaptativo do filtro de Kalman que também corrigisse a incerteza da evolução da média (q) e não só a incerteza da medição (r), de forma a que haja melhor conformação da resposta do filtro as alterações do sinal.

Também seria oportuno avaliar se o tempo de amostragem empregado (10 minutos no caso dos dados aqui estudados) e o modo como o equipamento de medição afere tal valor influem nas conclusões apresentadas. Este aspecto não foi coberto pelo presente trabalho em virtude de não ter sido possível obter informação sobre qual(is) equipamento(s) foi(ram) utilizados nas medições analisadas e nem como estes operariam internamente, não sendo possível julgar ou considerar quais alterações ocorreriam nas conclusões à luz dessas considerações.

É promissor também analisar qual o grau de influência da topologia da rede no grau de desequilíbrio, a exemplo de como é visto em Paranavithana (2008). Neste sentido abrem-se várias possibilidades.

Outro exemplo seria a modelagem do(s) processo(s) que geram tal desequilíbrio do ponto de vista da interação das suas diferentes causas e da contribuição destas para o efeito visto na rede de energia elétrica. Realmente, analisando um período maior (1 ano ou mais) poder-se-ia partir para a modelagem do processo que gera o desequilíbrio com o emprego de Modelo Oculto de Markov, onde a transição entre cada estado pode considerar as

diferentes interações entre as variáveis que influem no desequilíbrio, como nível de carregamento, equipamentos, dentre outros. Sendo que, para cada estado do modelo markoviano, o fator K poderia ser estacionário. O casamento dos estados do modelo com as observações em campo permitiria avaliar se esse apresenta estados representativos de situações danosas e apontar como poderiam se evitadas ou corrigidas.

Embora não abordado neste trabalho, a análise no domínio da frequência também pode apresentar informações não explícitas no domínio temporal. Possibilitando buscar características da evolução do desequilíbrio que mostrem quando há iminência de ultrapassagem de sua tolerância ou a buscar qual o local (da rede de distribuição ou de transmissão, no caso de propagação do desequilíbrio pelo sistema) onde este começou ou que mais contribui para ele. A aplicação de transformada de Wavelets seria uma ferramenta bastante útil sob esta ótica, permitindo cruzar informações temporais da operação do sistema com a análise frequencial através da exploração de sua característica de boa localização nesses dois domínios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALTAZAR, A. C. DOS S. (2007) *QUALIDADE DA ENERGIA NO CONTEXTO DA REESTRUTURAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO*. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, PROGRAMA INTERUNIDADES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENERGIA, UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO.
- BOLLEN, M.H.J (2002) “DEFINITIONS OF VOLTAGE UNBALANCE”. IN: *IEEE POWER ENGINEERING REVIEW*, PG. 49, NOVEMBRO 2002
- BOLLEN, M.H.J; GU, I. Y. H. (2006). *SIGNAL PROCESSING OF POWER QUALITY DISTURBANCES*, ED. JOHN WILEY&SONS INC.
- BRONZEADO, H. S. (2002) *QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA - CONCEITOS, PROBLEMAS E SOLUÇÕES*, MAIO.
- CHUI, CHARLES K.; CHEN, GUANRONG (2009) *KALMAN FILTERING WITH REAL-TIME APPLICATIONS*, 4º EDIÇÃO, ED. SPRINGER-VERLANG BERLIN HEIDELBERG.
- COSTA, M. V. C.; FILHO, A. L. F.; NASCIMENTO, F. A. O. (2007) *ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO FATOR K COMPLEXO E DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS COM A VARIAÇÃO DOS FASORES DE TENSÃO*. IN: VII CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA
- DAMASCENO, F.F., ALMEIDA, W.G. (1995). *CIRCUITOS POLIFÁSICOS*, FUNDAÇÃO DE EMPREENDIMENTOS CIENTÍFICOS E TECNOLÓGICOS - FINATEC, BRASÍLIA.
- FAIZ, J.; EBRAHIMPOUR, H. (2005) “PRECISE DERATING OF THREE-PHASE INDUCTION MOTORS WITH UNBALANCED VOLTAGES”, IEEE.
- FEITOSA, E. M.; BORGES, G. A.; FILHO, A. L. F.; NASCIMENTO, F. A. O. (2007) *ALGORITMOS DE ESTIMAÇÃO RECURSIVA DE MÉDIA DO FATOR K PARA QUALIDADE DE ENERGIA*. IN: VII CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA

- GARCIA, D. C.; FILHO, A. L. F.; DE OLIVEIRA, M. A. G.; NASCIMENTO, F. A. O.; AMORIM, R. (2007) *FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA REDUÇÃO DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO FATOR K*. IN: VII CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA.
- GARCIA, D. C. (2007) *AValiação e Minimização Numérica do Desequilíbrio de Tensão: Estimativa por Análise de Sensibilidade Incremental e Soluções Analíticas*. DISSERTAÇÃO DE Mestrado em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília
- GRAY, R. M. ; DAVISSON, L. D. (2004) *INTRODUCTION TO STATISTICAL SIGNAL PROCESSING*, ED. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS
- GRIMMETT, G.; STIRZAKER, D. (2001) *PROBABILITY AND RANDOM PROCESSES*, 3º EDIÇÃO, ED. OXFORD UNIVERSITY PRESS.
- HAYKIN, S. (2001) *COMMUNICATION SYSTEMS*, 4º EDIÇÃO, ED. JOHN WILEY&SONS INC.
- HAYKIN, S. (2001) *KALMAN FILTERING AND NEURAL NETWORKS*, ED. JOHN WILEY&SONS INC.
- HUBER, P. J. (2004) *ROBUST STATISTICS*, ED. JOHN WILEY&SONS INC.
- JANNUZZI, A. C. (2007). *REGULAÇÃO DA QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA SOB O FOCO DO CONSUMIDOR*. DISSERTAÇÃO DE Mestrado em Sistemas Elétricos de Potência, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília.
- JAZWINSKI, H. (1970) *STOCHASTIC PROCESSES AND FILTERING THEORY*, 1ST ED., J. ACADEMIC PRESS INC
- JOUANNE A.V. E BEN, B. (2001). “ASSESSMENT OF VOLTAGE UNBALANCE”. IN: *IEEE TRANSACTION ON POWER DELIVERY*, VOL. 16, Nº 4.
- KAY, S. M. (1993) *FUNDAMENTALS OF STATISTICAL SIGNAL PROCESSING: ESTIMATION THEORY*. ED. PRENTICE-HALL.

- KOMO, J. J. (1987) *RANDOM SIGNAL ANALYSIS IN ENGINEERING SYSTEMS*. ED. ACADEMIC PRESS
- KRISHNAN, V. (2006) *PROBABILITY AND RANDOM PROCESSES*. ED. JOHN WILEY & SONS.
- LEE, C.Y, CHEN, B.K., LEE, W.J., HSU, Y.F. (1997). “EFFECTS OF VARIOUS UNBALANCED VOLTAGES ON THE OPERATION PERFORMANCE OF AN INDUCTION MOTOR UNDER THE SAME UNBALANCE FACTOR CONDITION”, IEEE.
- LELES, A. F. F. (2008) *ANÁLISE DE COMPORTAMENTO DO FATOR DE DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO FRENTE A VARIAÇÃO DA AMPLITUDE E DO ÂNGULO DA TENSÃO*. TESE DE DOUTORADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, BRASÍLIA.
- MEHRA, R. K. (1970) “ON THE IDENTIFICATION OF VARIANCES AND ADAPTATIVE KALMAN FILTERING”. IN: *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, VOL. 15(2), 1970, PP.175-184.
- NORIEGA, G.; PASUPATHHY, S. (1992) “ADAPTATIVE ESTIMATION OF NOISE COVARIANCE MATRIX IN REAL-TIME PREPROCESSING OF GEOPHYSICAL DATA”. IN: *IEEE TRANSACTIONS ON GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING*, VOL. 35(5), 1992, PP. 1146-1159.
- OLIVEIRA, J.C (2005). “A QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA”, 7ª SEMANA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, BRASÍLIA.
- ONS, OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. (2002). PROCEDIMENTOS DE REDE, *MÓDULO-PADRÕES DE DESEMPENHO DA REDE BÁSICA E REQUISITOS MÍNIMOS PARA SUAS INSTALAÇÕES*.
- PIERRAT, L.; MORRISON, R. E. (1995) “PROBABILISTIC MODELING OF VOLTAGE ASYMETRY”. IN: *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, VOL. 10, No. 3, JUL. 1995, PP. 1614-1620.

- PINTO, M. G. S. (2006) *UMA CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO NOS SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA*. PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, BRASÍLIA.
- PARANAVITHANA, P. ; PERERA, S. ; SUTANTO, D. “A SYSTEMATIC APPROACH TOWARDS EVALUATING VOLTAGE UNBALANCE PROBLEM IN INTERCONNECTED SUB-TRANSMISSION NETWORK: SEPARATION OF CONTRIBUTION BY LINES, LOADS AND MITIGATION”, 2008 IEEE.
- SIDDIQUE, M.; YADAVA, G.S.; SINGH; B. (2004) “EFFECTS OF VOLTAGE UNBALANCE ON INDUCTION MOTORS”. IN: *CONFERENCE RECORD OF THE 2004 IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTRICAL INSULATION*, INDIANAPOLIS, ESTADOS UNIDOS DA AMÉRICA, 19-22.
- WANG, Y. J.; YANG, M. J. (2000) “PROBABILISTIC MODELING OF THREE-PHASE VOLTAGE UNBALANCE CAUSED BY LOAD FLUCTUATIONS”; 2000 IEEE; PG 2588.
- WANG, Y. J.; PIERRAT, L. (2001) “A METHOD INTEGRATING DETERMINISTIC AND STOCHASTIC APPROACHES FOR THE SIMULATION OF VOLTAGE UNBALANCE IN ELECTRIC POWER DISTRIBUTION SYSTEMS”. IN: *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, VOL. 16, NO. 2, MAY 2001, PP. 241-246.
- WANG, Y. J. (2001) “MODELLING OF RANDOM VARIATION OF THREE-PHASE VOLTAGE UNBALANCE IN ELECTRIC DISTRIBUTION SYSTEMS USING THE TRIVARIATE GAUSSIAN DISTRIBUTION”. IN: *IEEE PROCEEDINGS-GENERATION, TRANSMISSION AND DISTRIBUTION*, VOL. 148, NO. 4, JULY 2001.
- WANG, Y. J. (2001) “ANALYSIS OF EFFECTS OF THREE-PHASE VOLTAGE UNBALANCE ON INDUCTION MOTORS WITH EMPHASIS ON THE ANGLE OF THE COMPLEX VOLTAGE UNBALANCE FACTOR”. IN: *IEEE TRANSACTIONS ON POWER CONVERSION*, VOL. 16, NO. 3, SEPTEMBER 2001.

APÊNDICES

A – RESULTADOS DO ESTIMADOR RECURSIVO COM 13 SEMANAS DE MEDIÇÃO

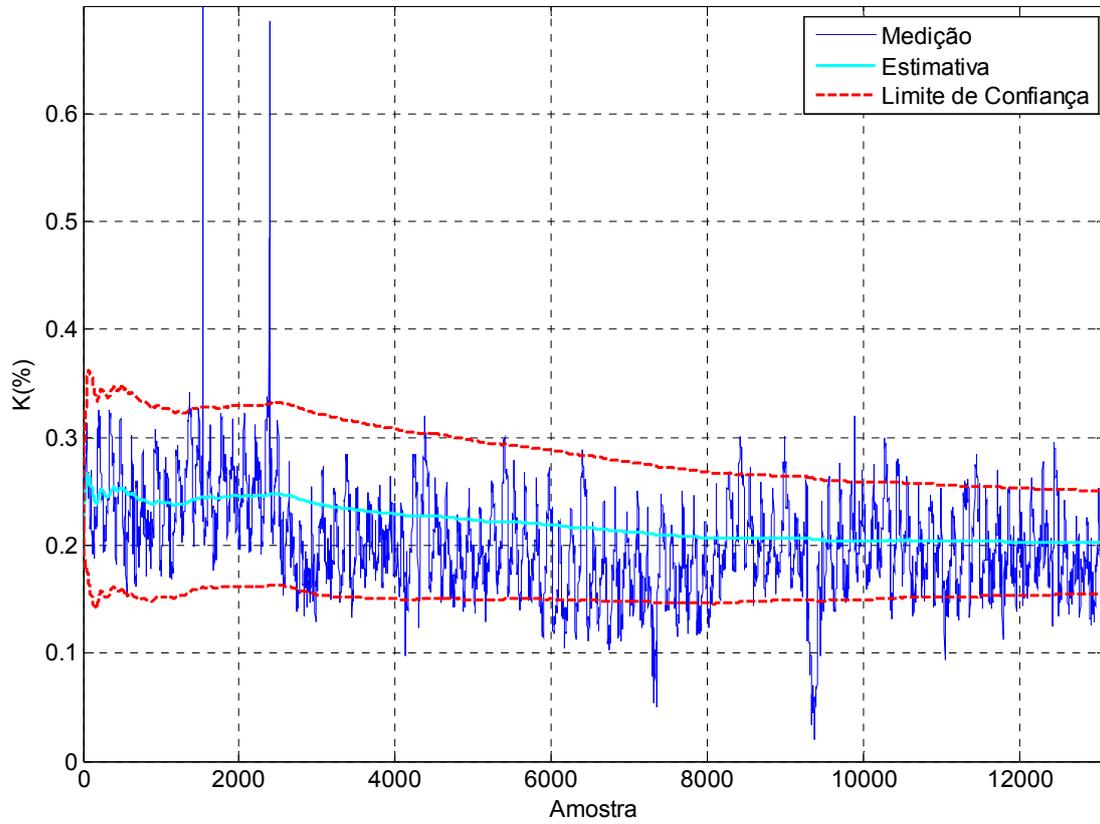


Figura A.1 - Local A, Linha 01.

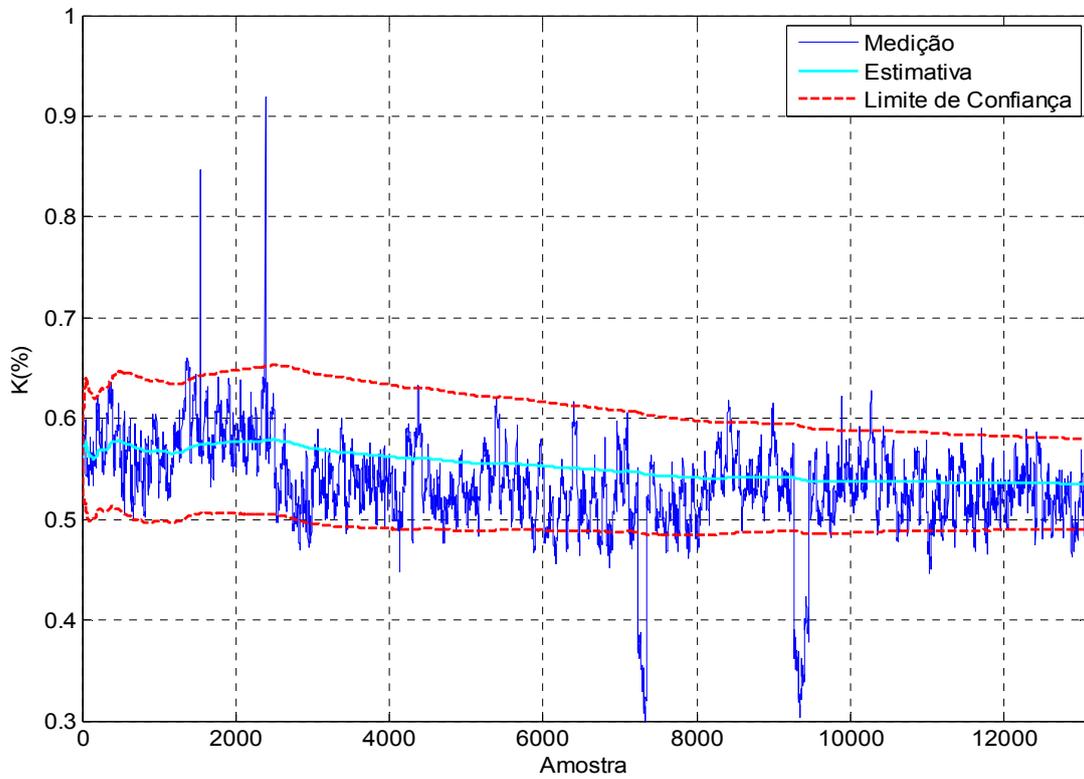


Figura A.2 - Local A, Linha 02.

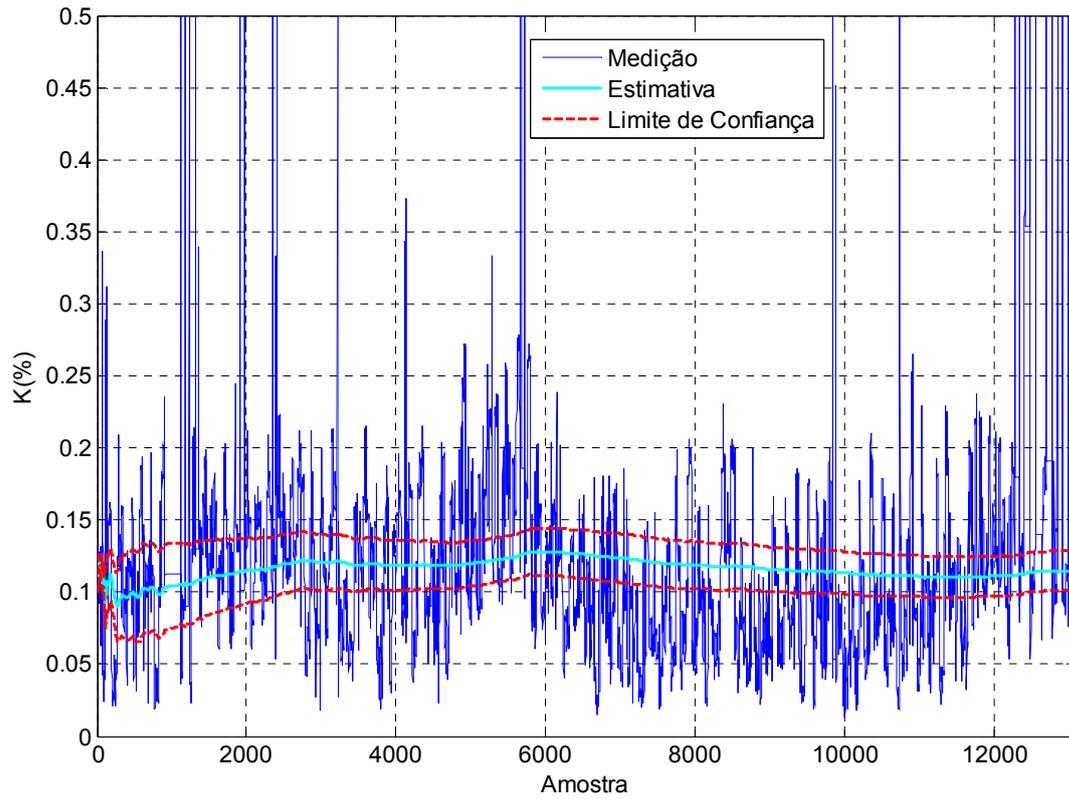


Figura A.3 - Local B, Linha 01.

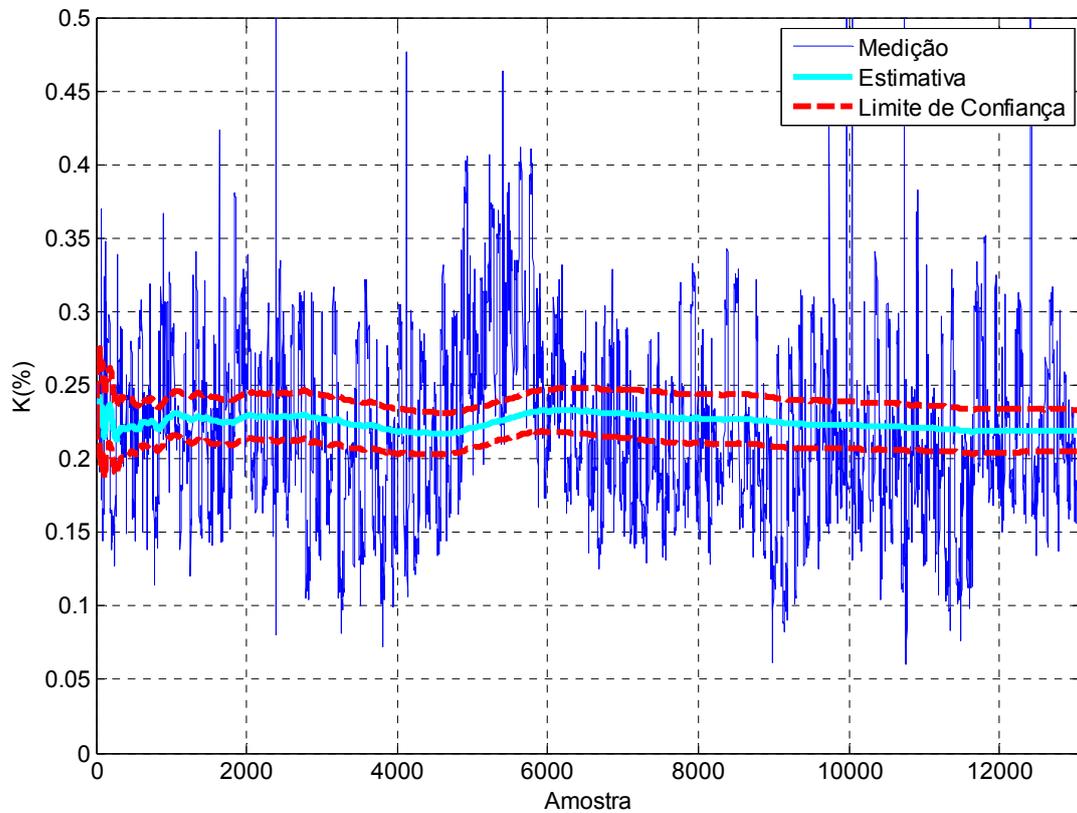


Figura A.4 - Local B, Linha 02.

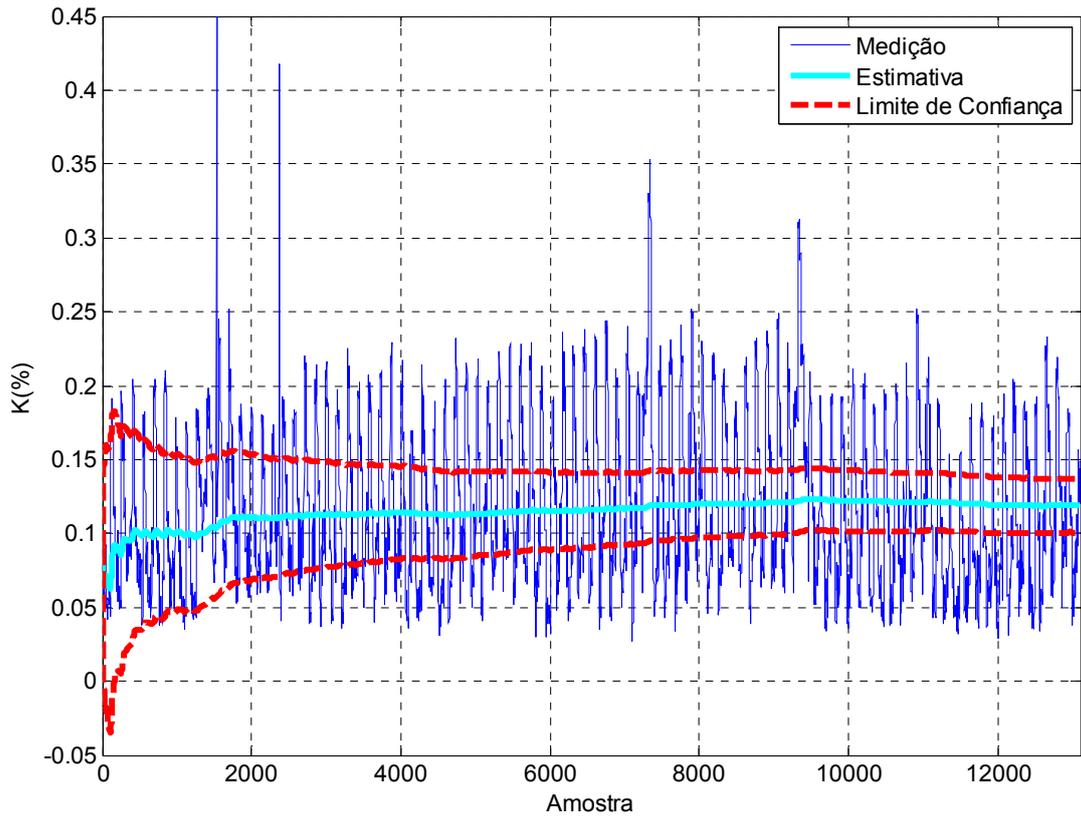


Figura A.5 - Local C.

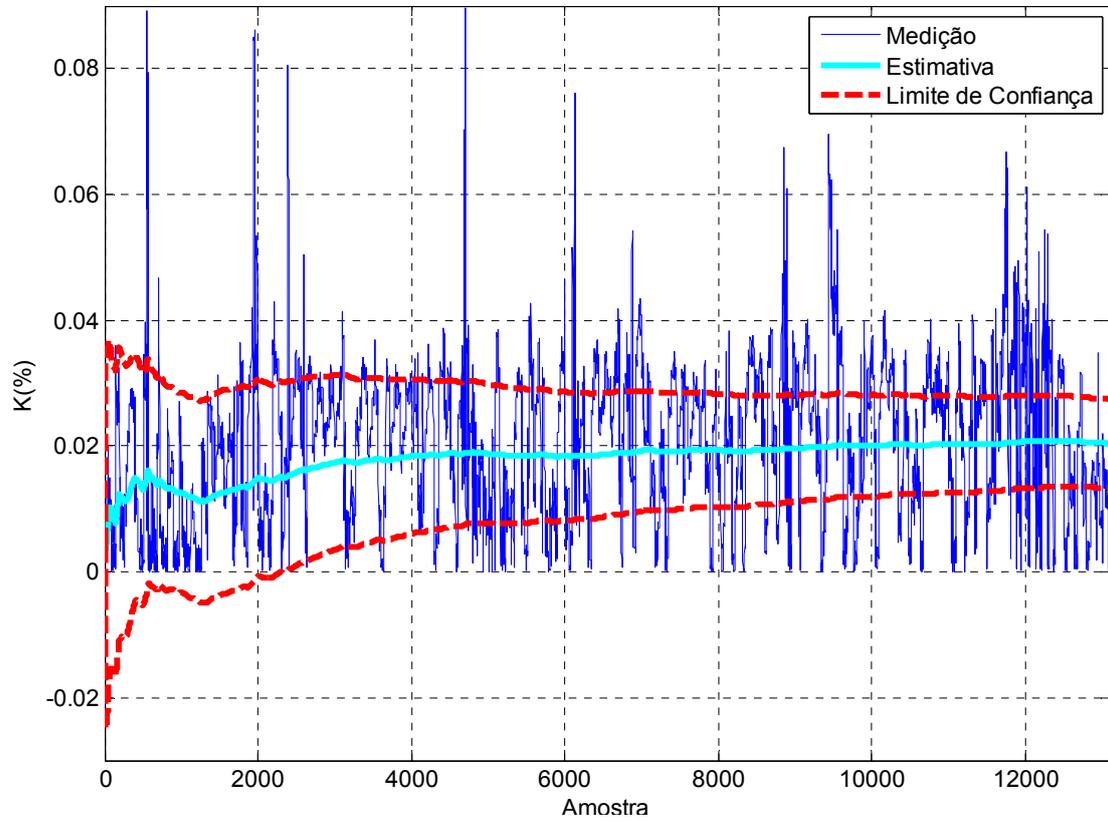


Figura A.6 - Local D.

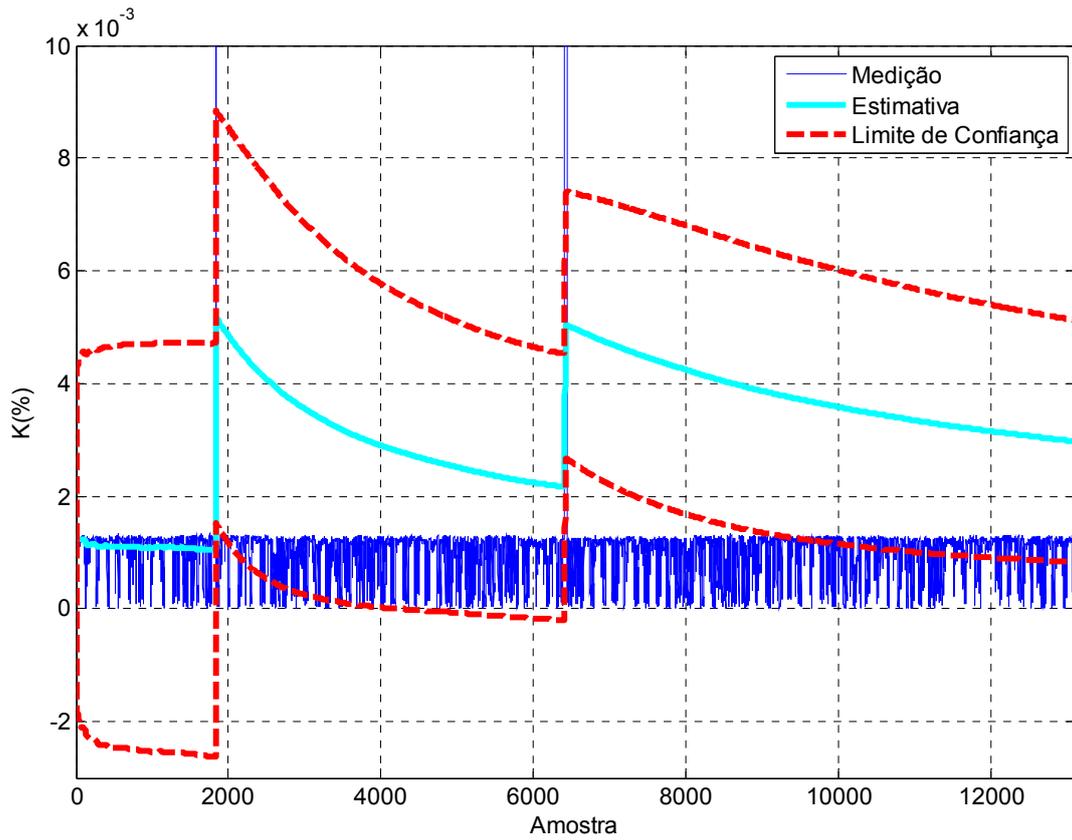


Figura A.7 - Local E.

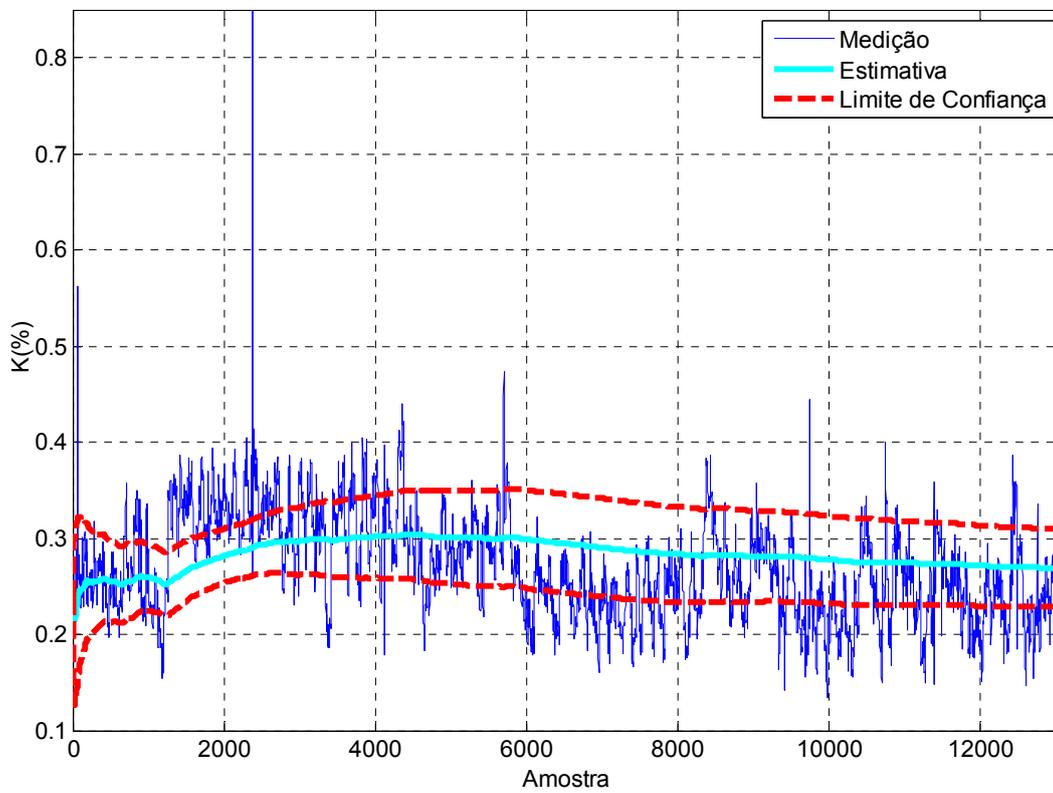


Figura A.8 - Local F.

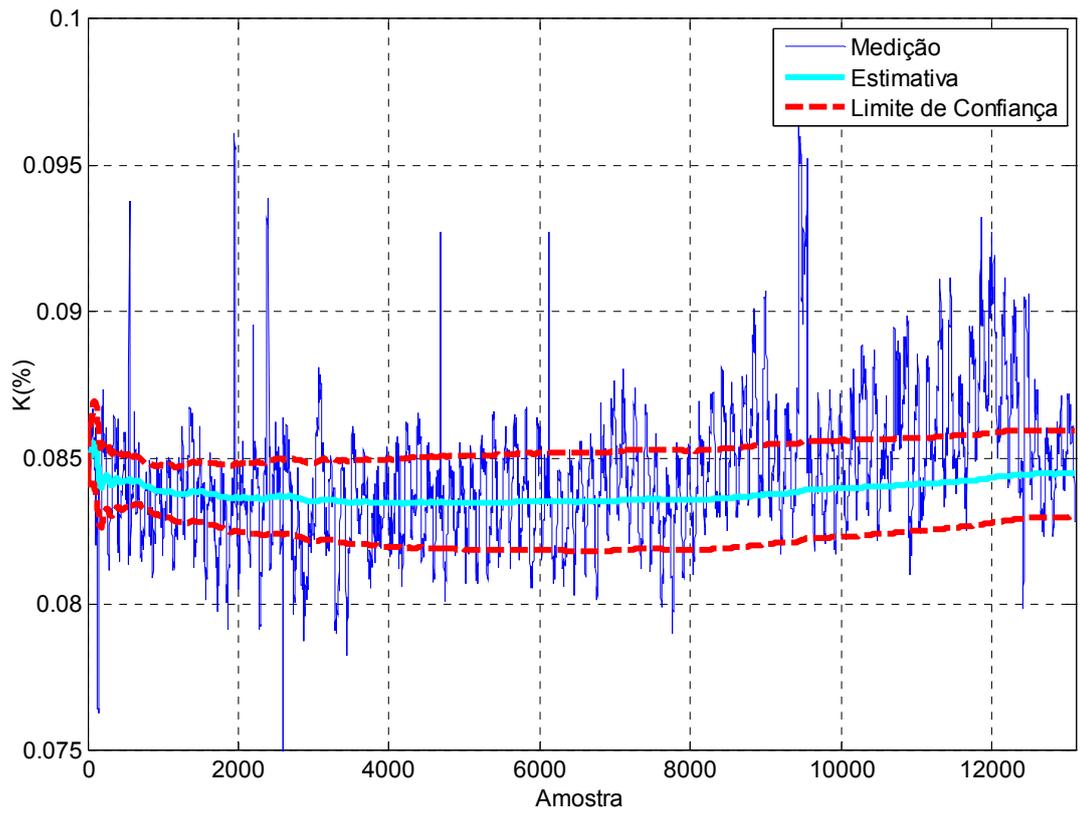


Figura A.9 - Local G.

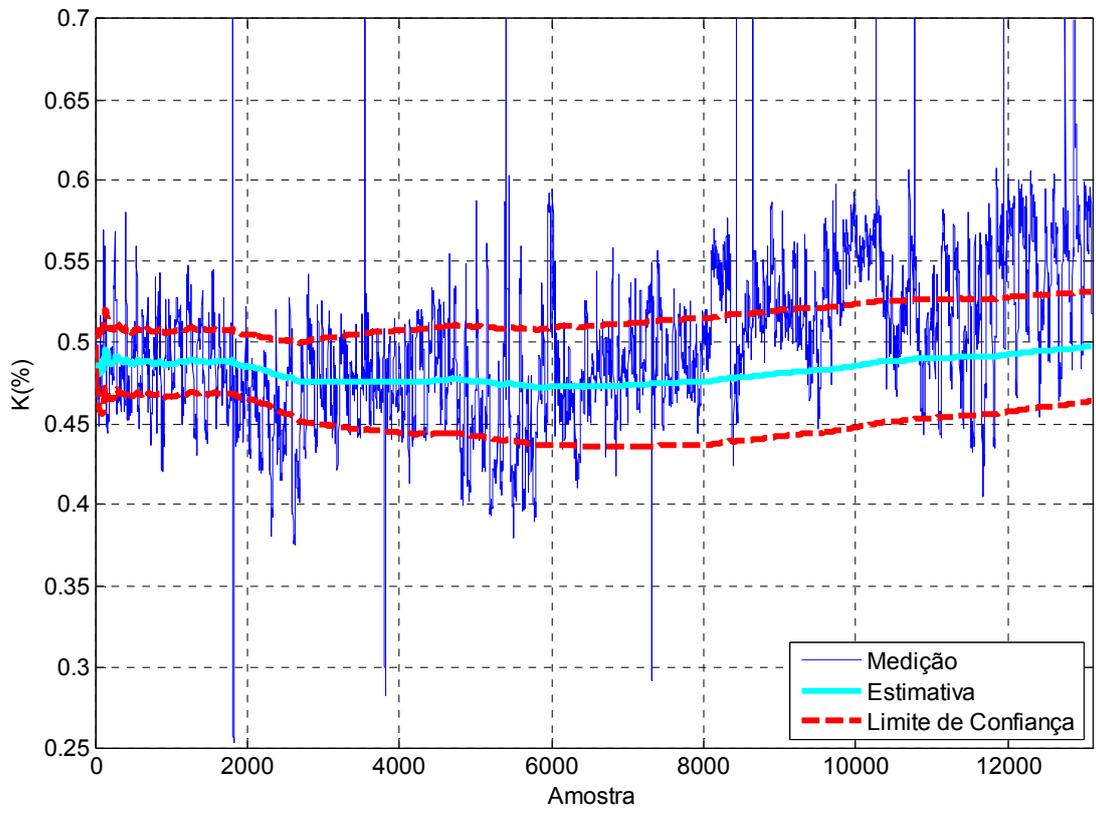


Figura A.10 - Local H.

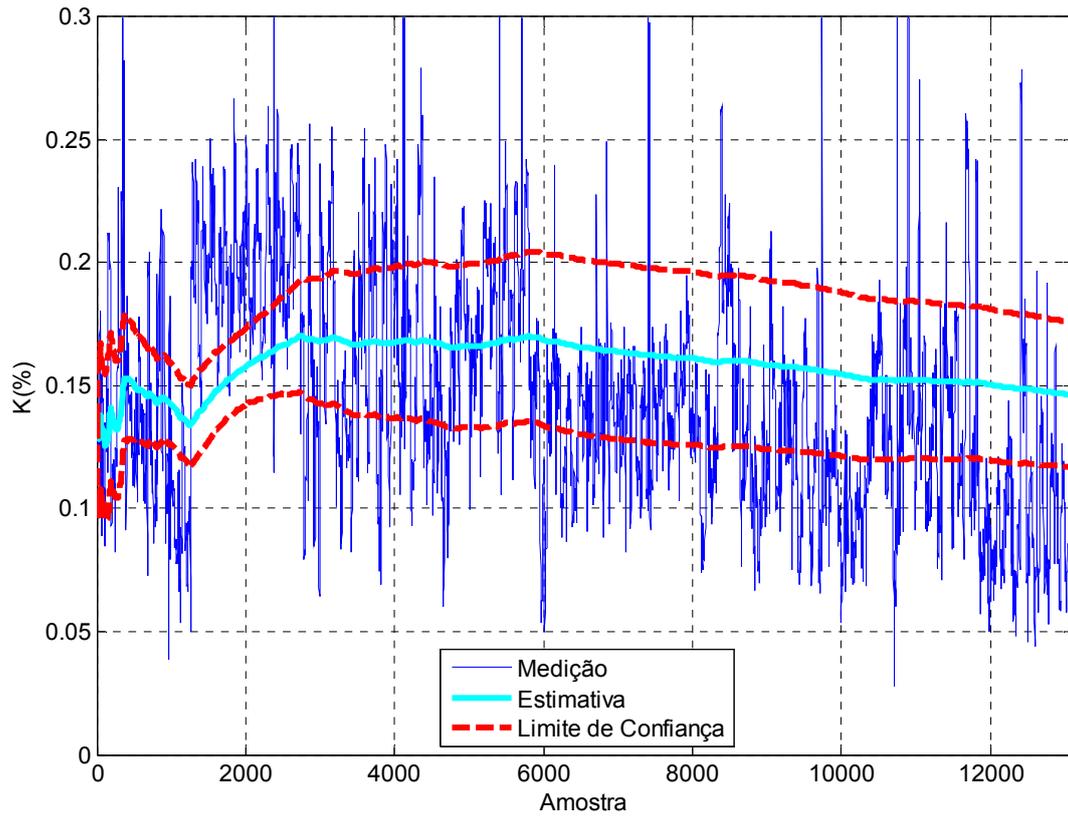


Figura A.11 - Local I.

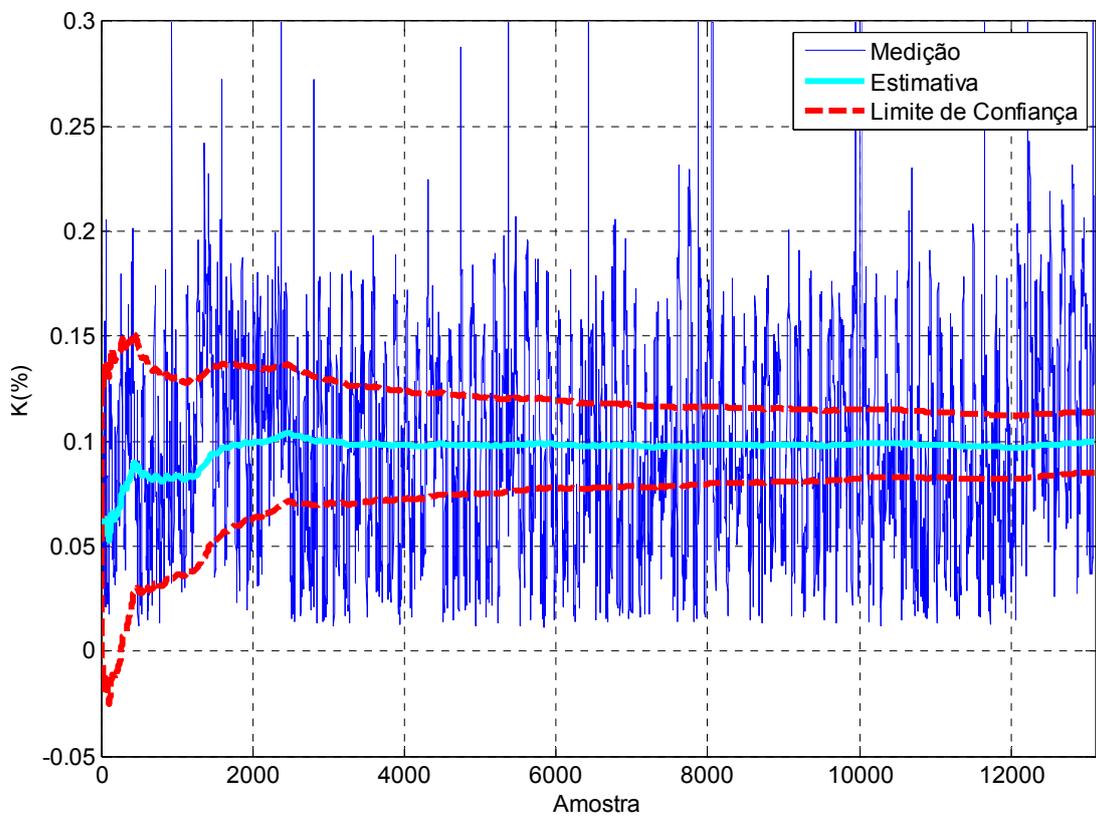


Figura A.12 - Local J.

B – RESULTADOS DO FK PARA 13 SEMANAS DE MEDIÇÃO

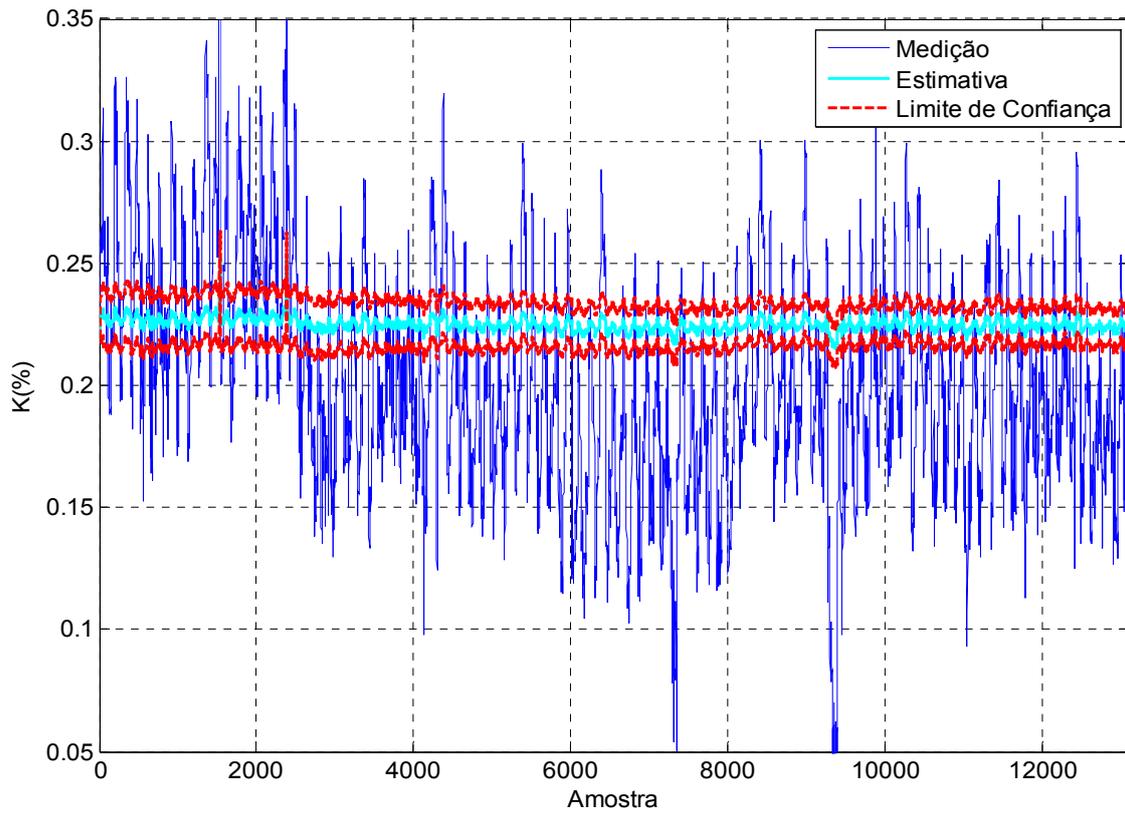


Figura B.1- Local A, Linha 01.

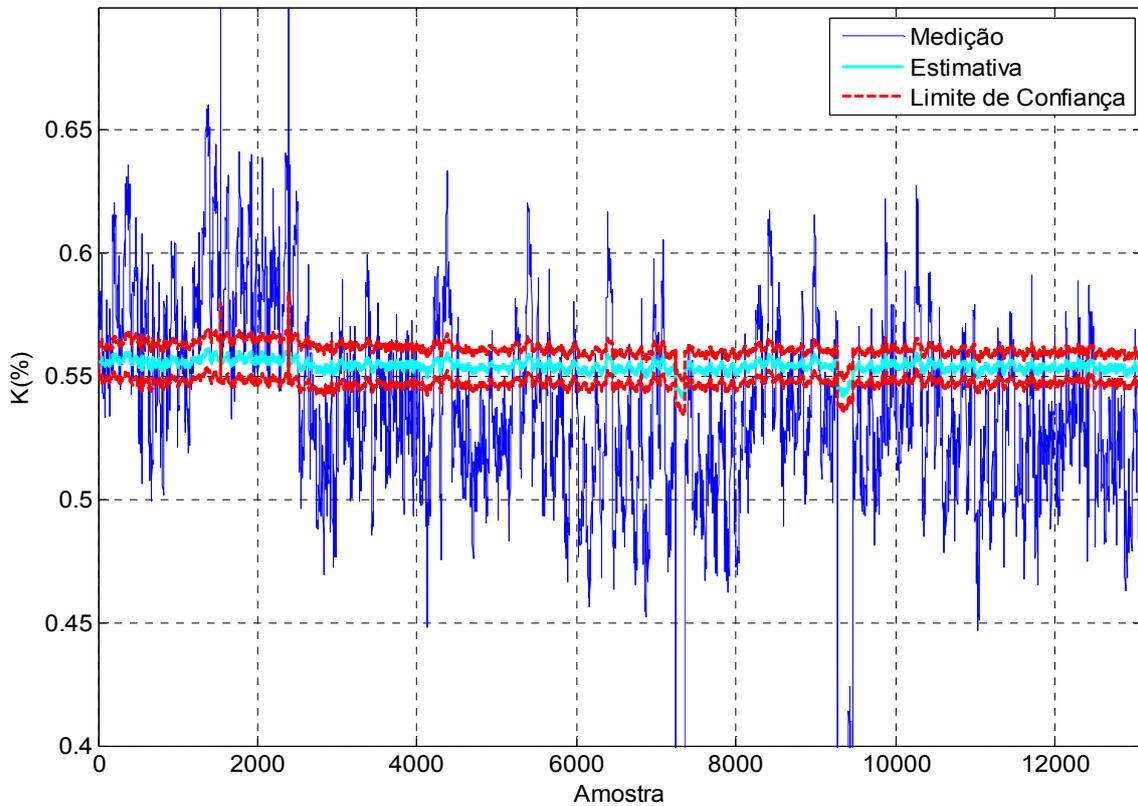


Figura B.2 - Local A, Linha 02.

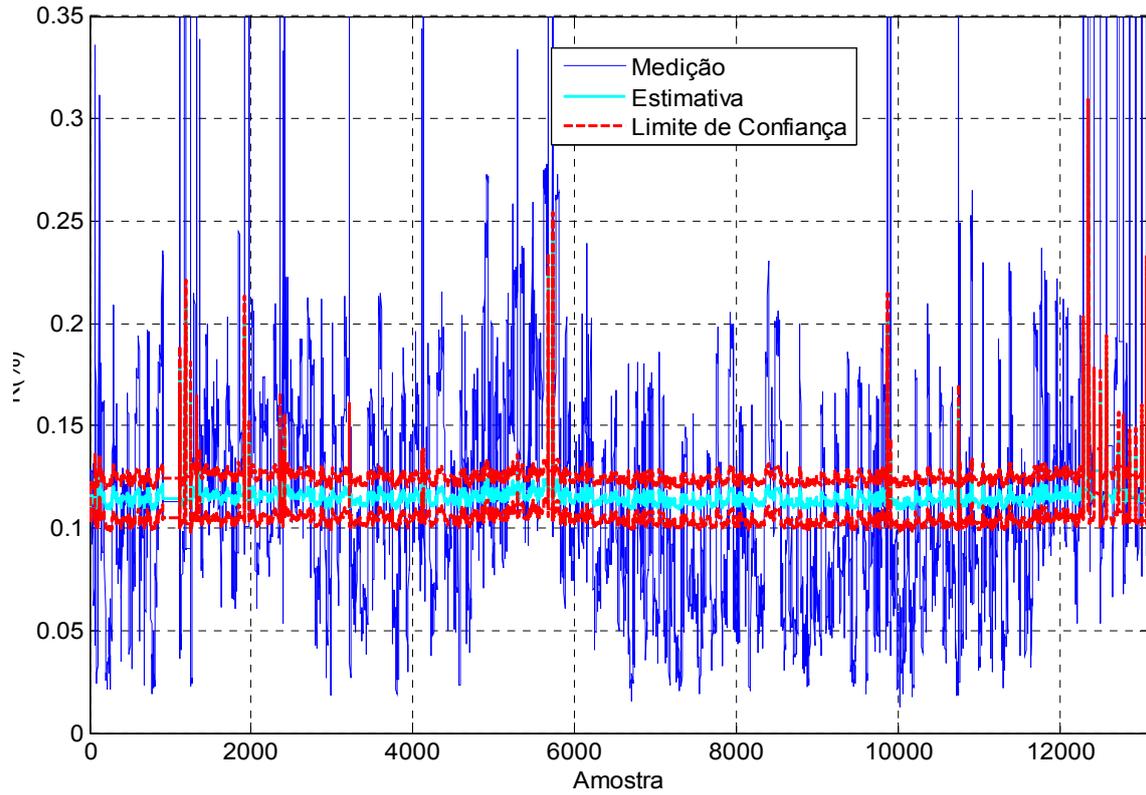


Figura B.3 - Local B, Linha 01.

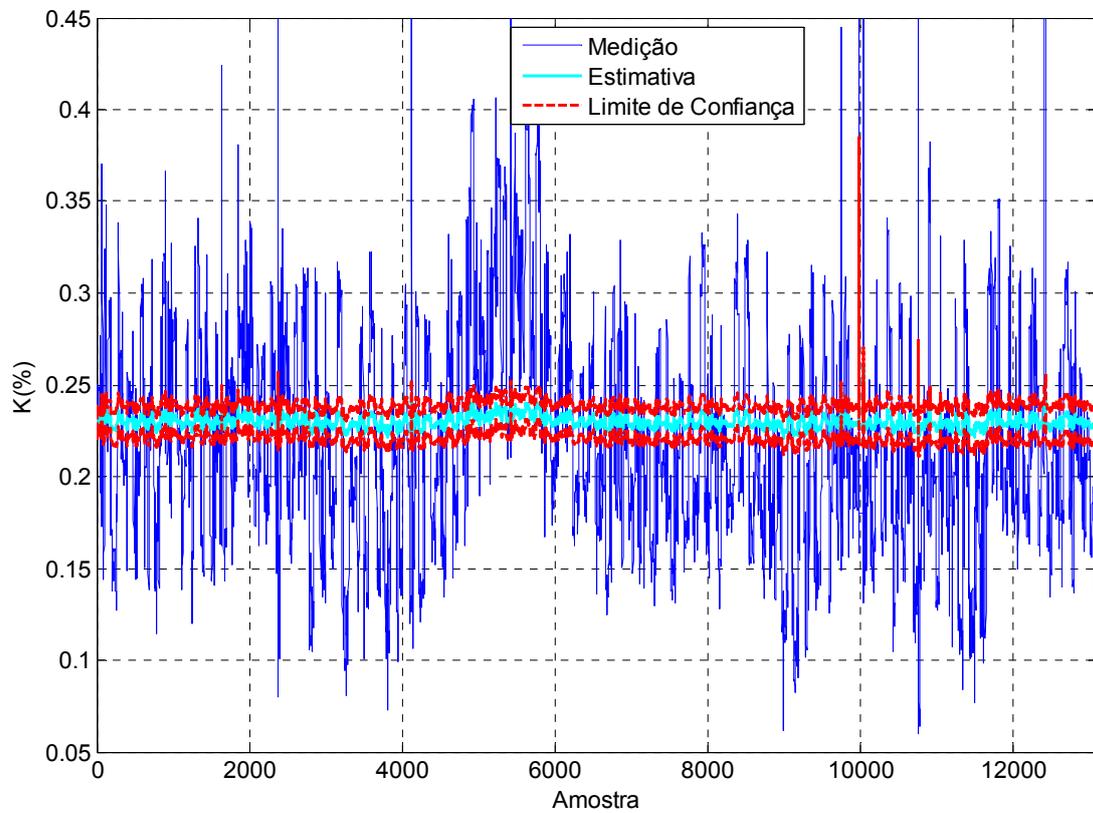


Figura B.4 - Local B, Linha 02.

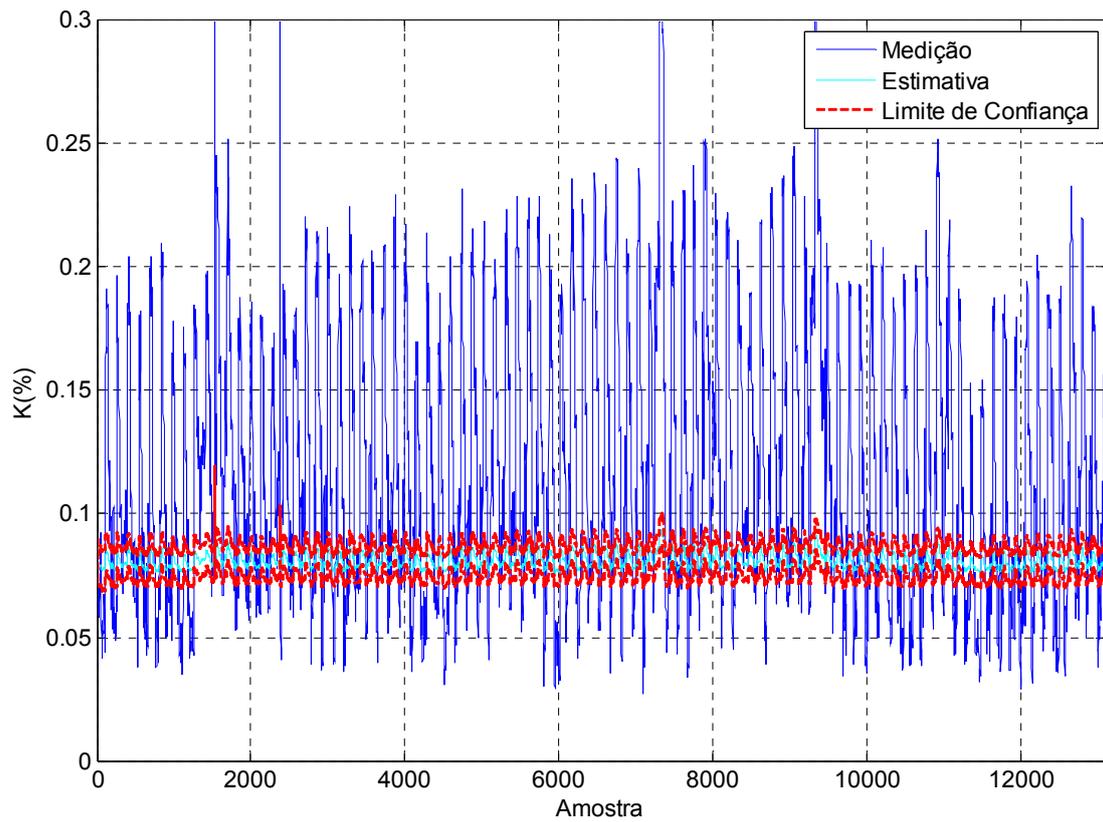


Figura B.5 - Local C.

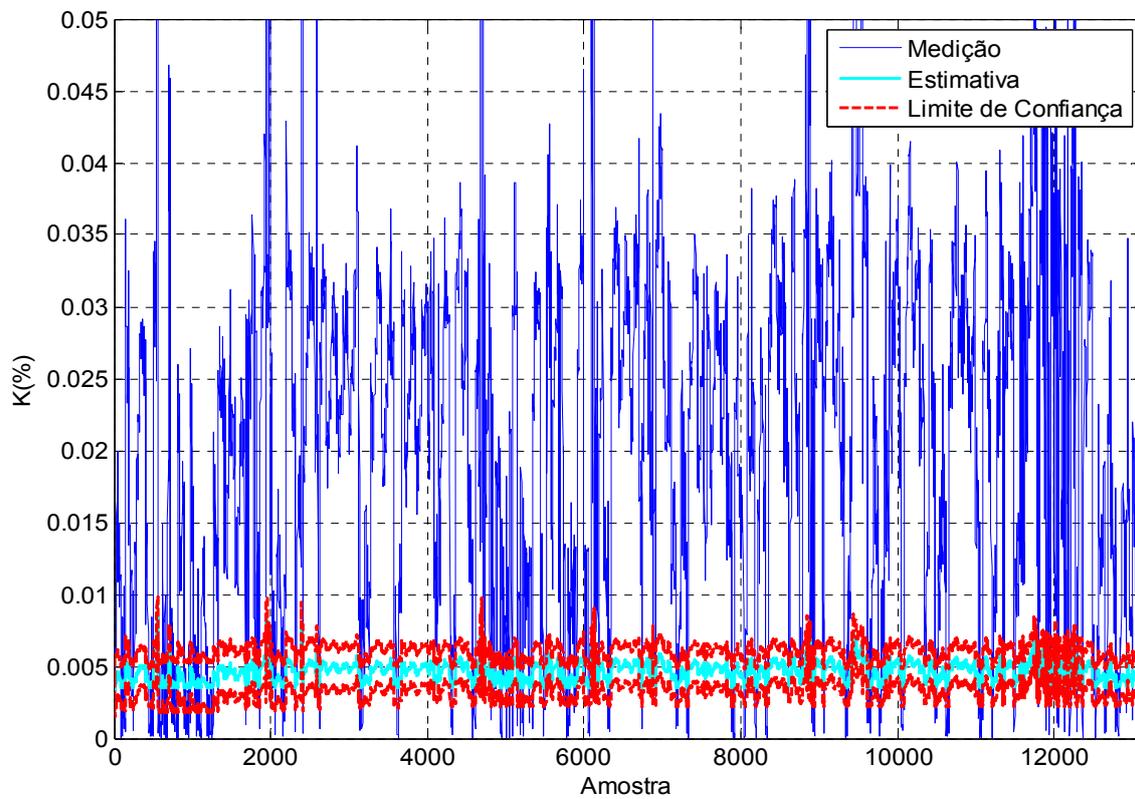


Figura B.6 - Local D.

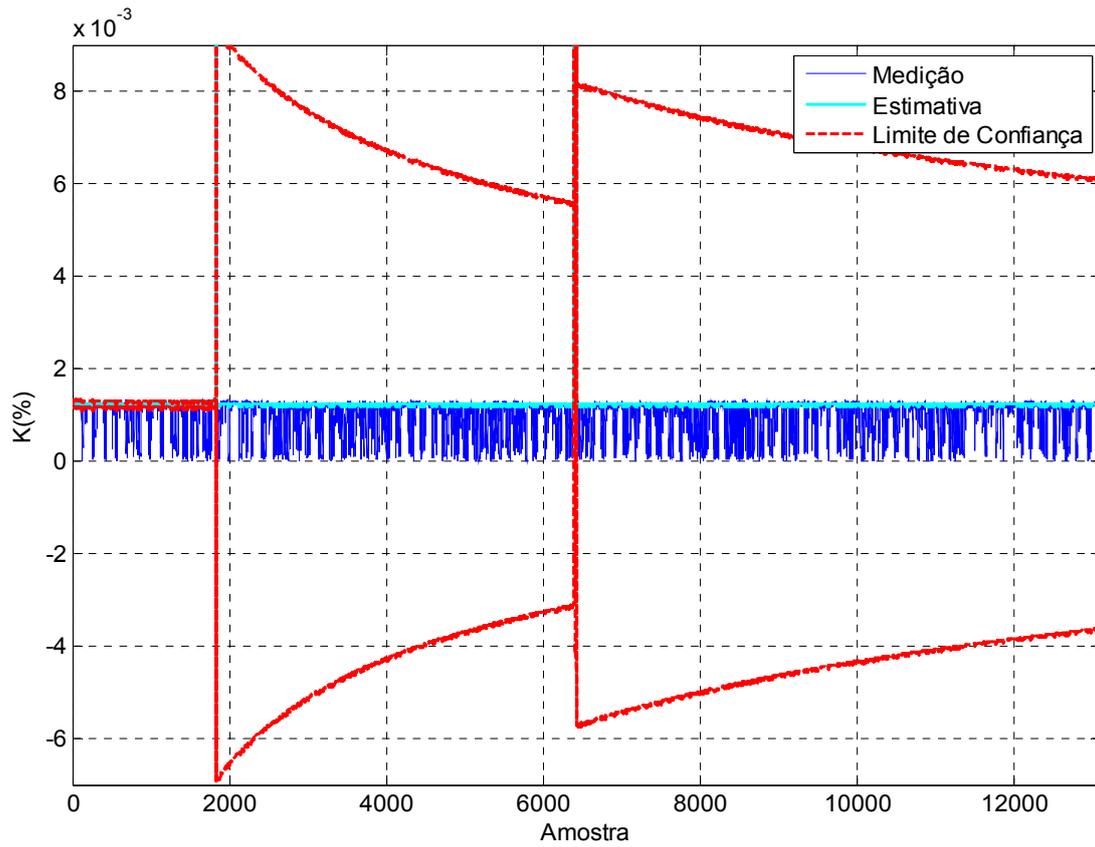


Figura B.7 - Local E.

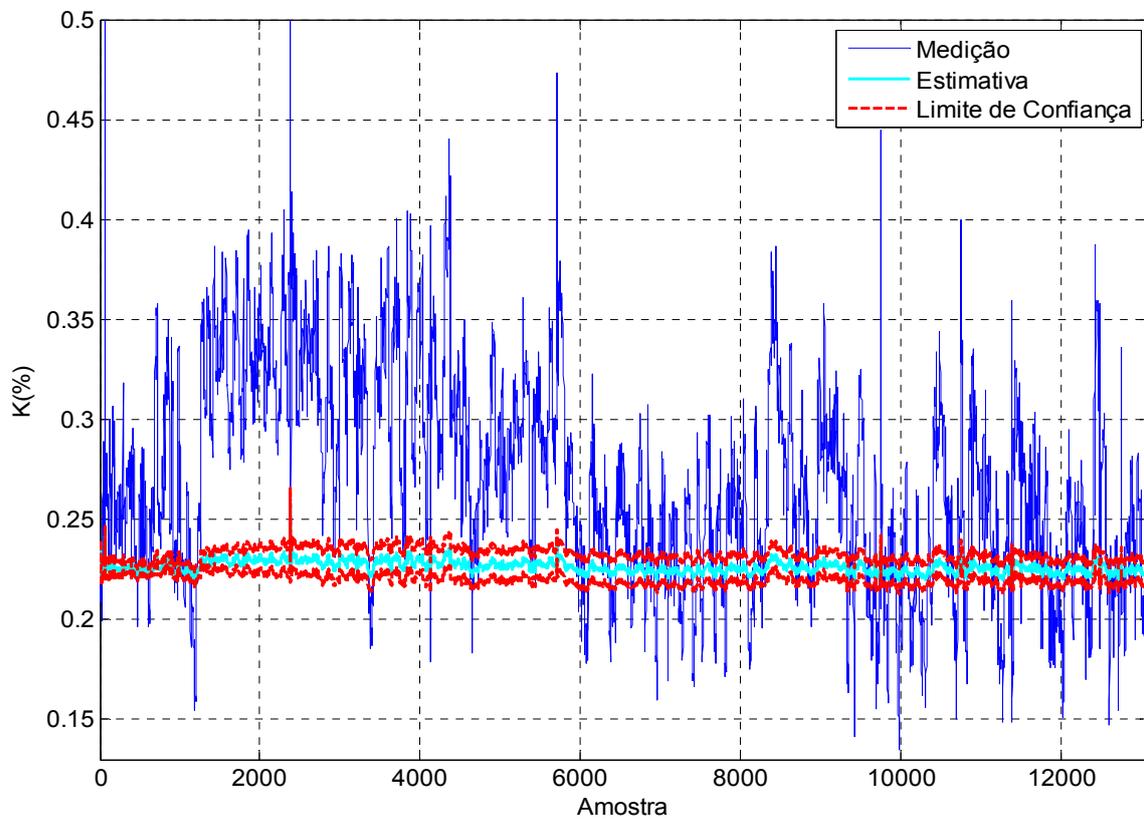


Figura B.8 - Local F.

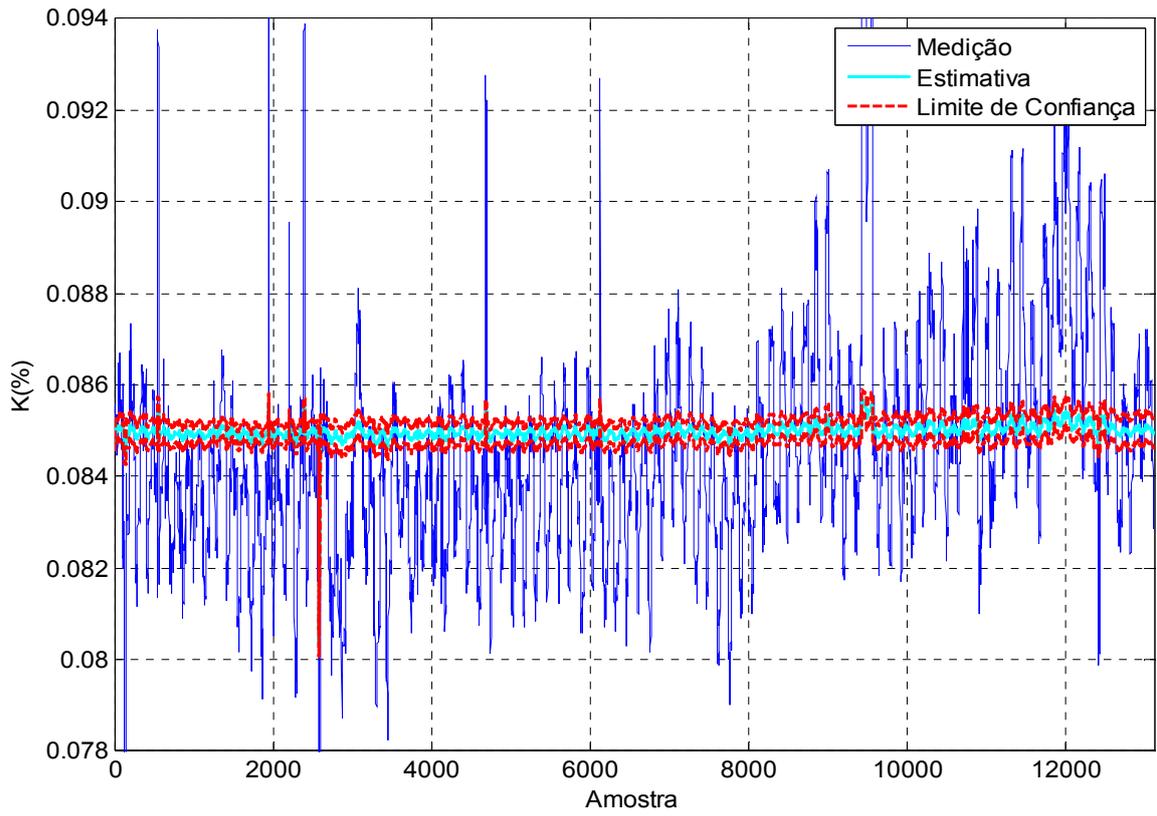


Figura B.9 - Local G.

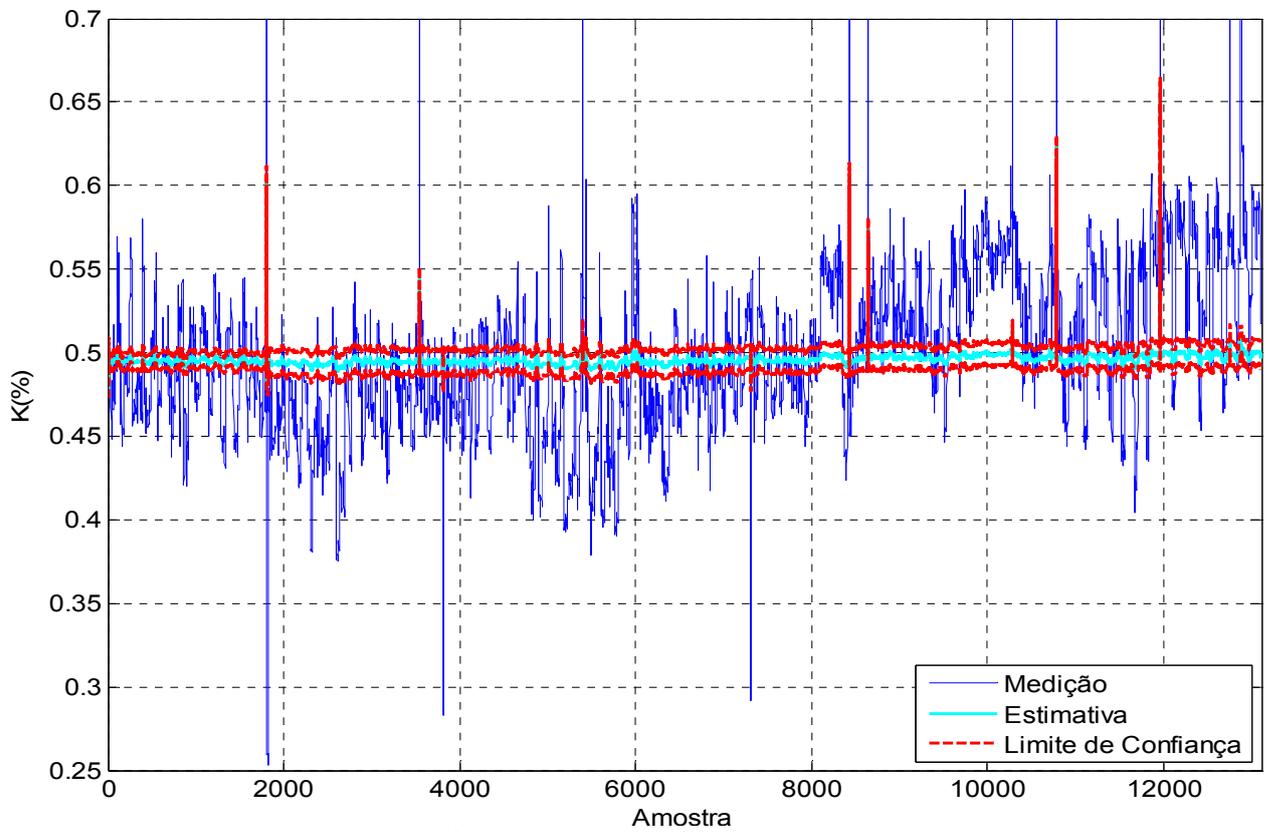


Figura B.10 - Local H.

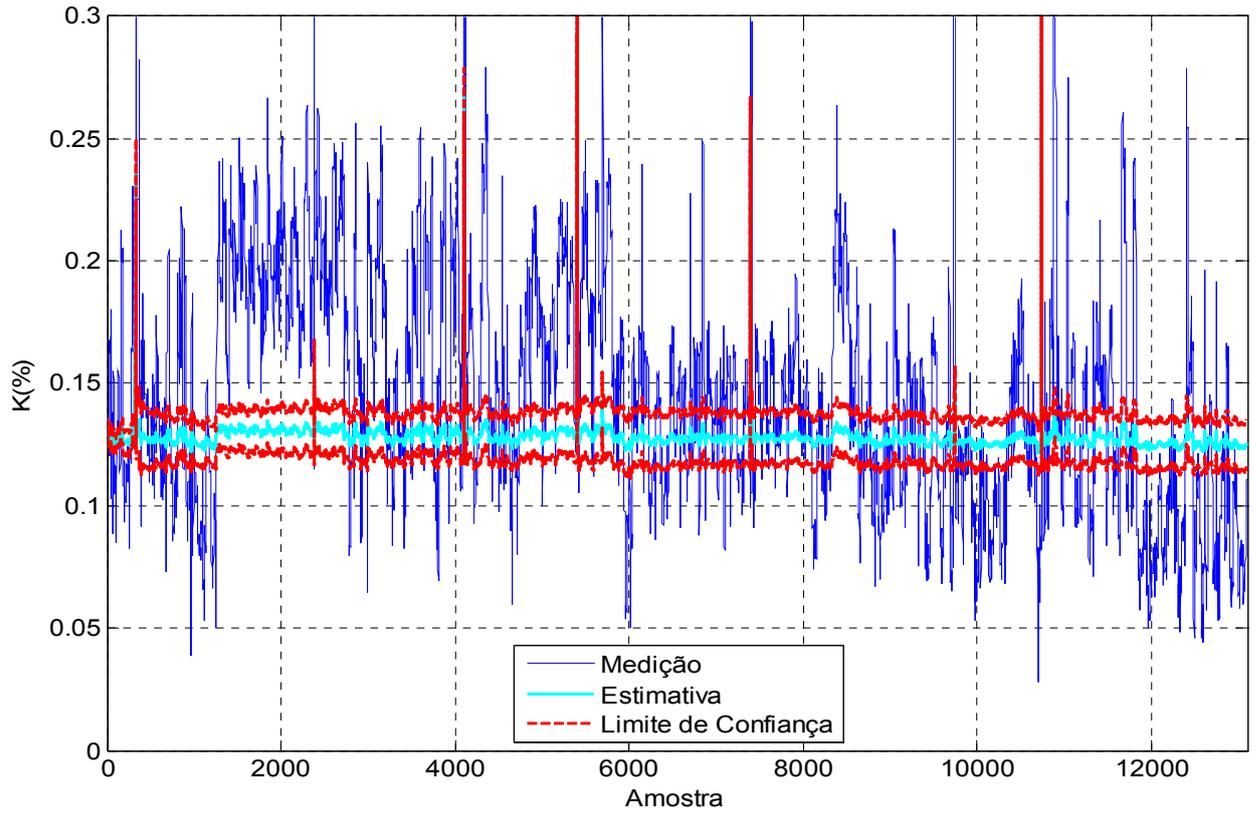


Figura B.11 - Local I.

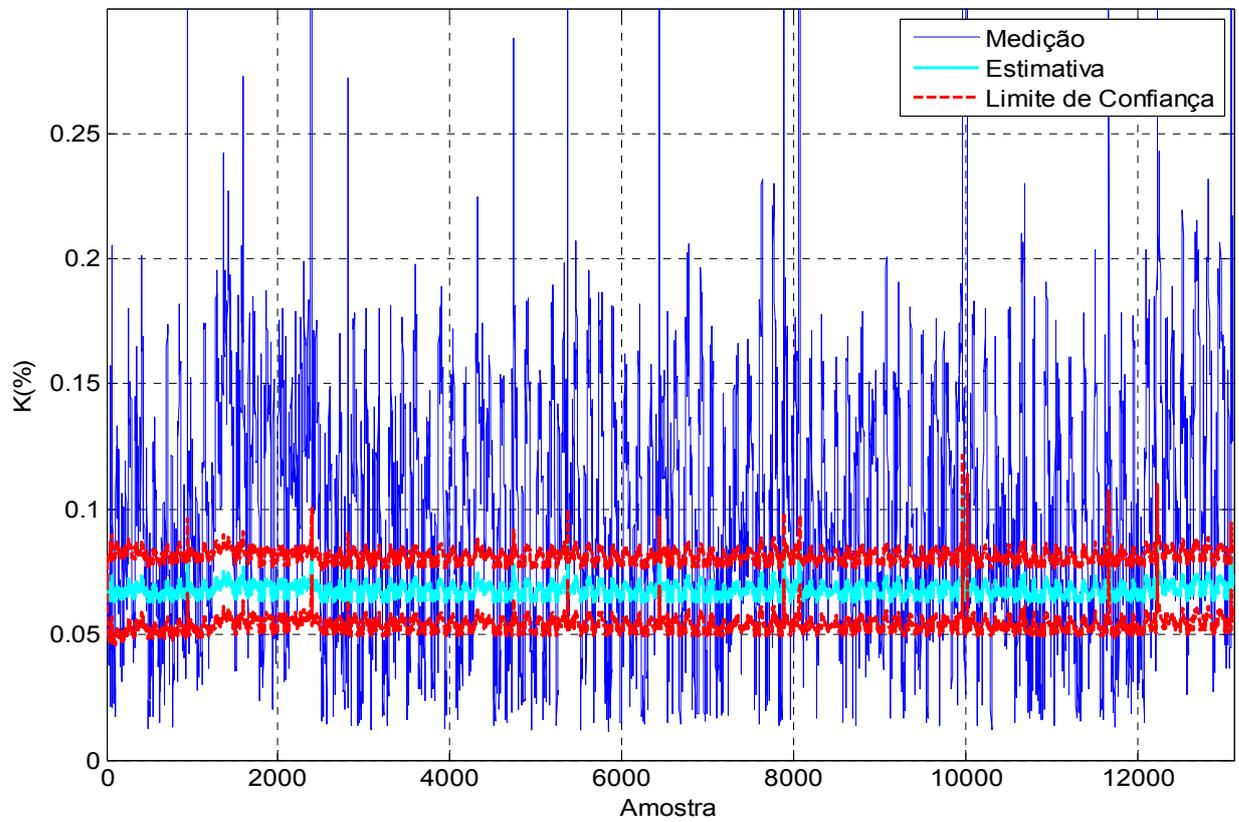


Figura B.12 - Local J.

C – RESULTADOS FKA PARA 13 SEMANAS DE MEDIÇÃO

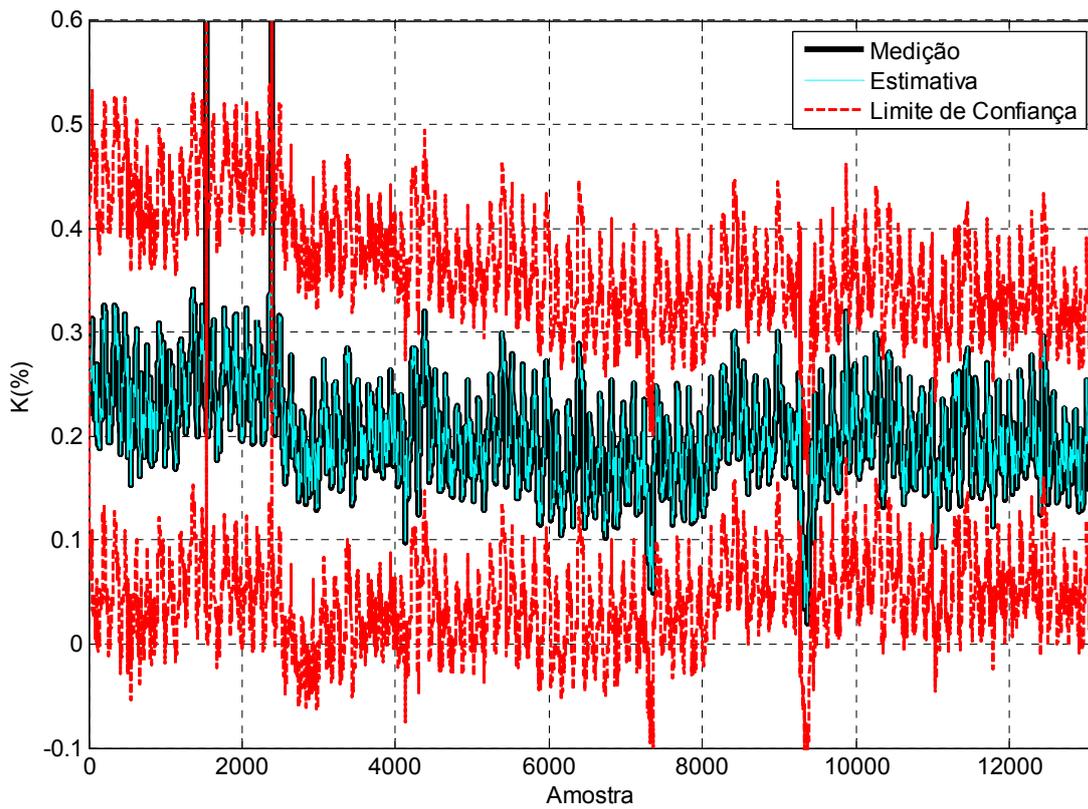


Figura C.1 - Local A, Linha 01.

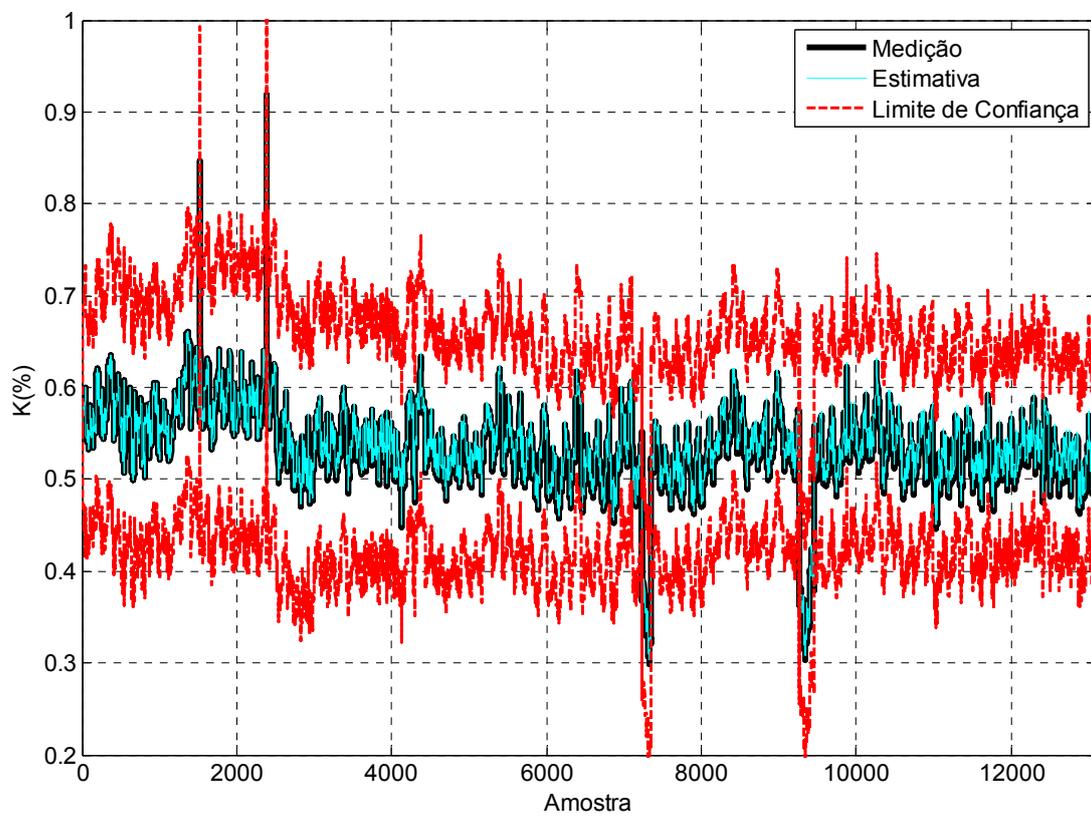


Figura C.2 - Local A, Linha 02.

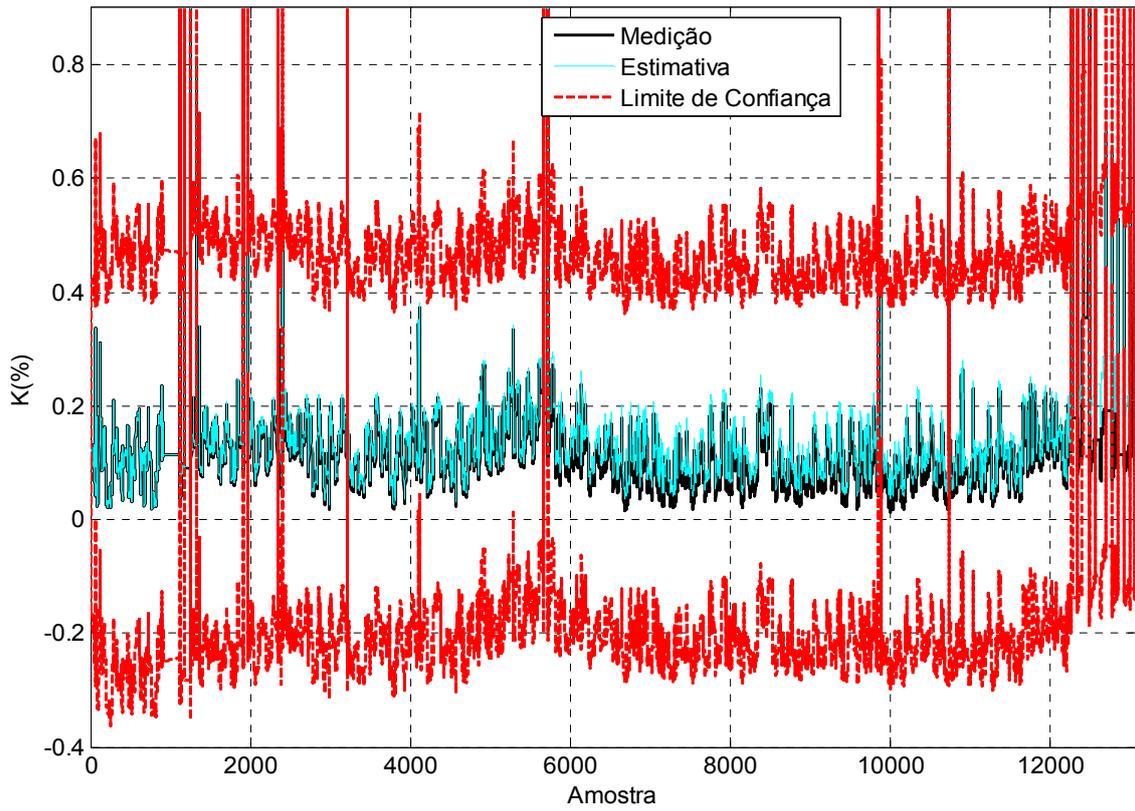


Figura C.3 - Local B, Linha 01.

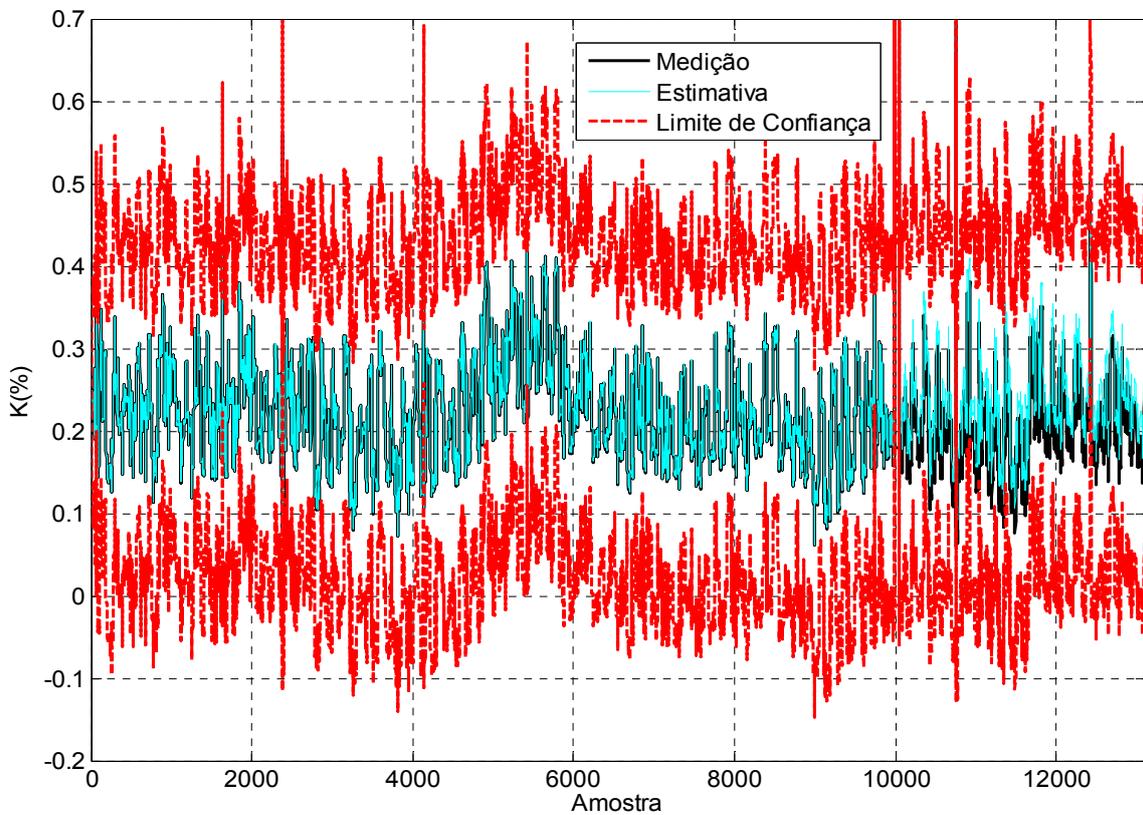


Figura C.4 Local B, Linha 02.

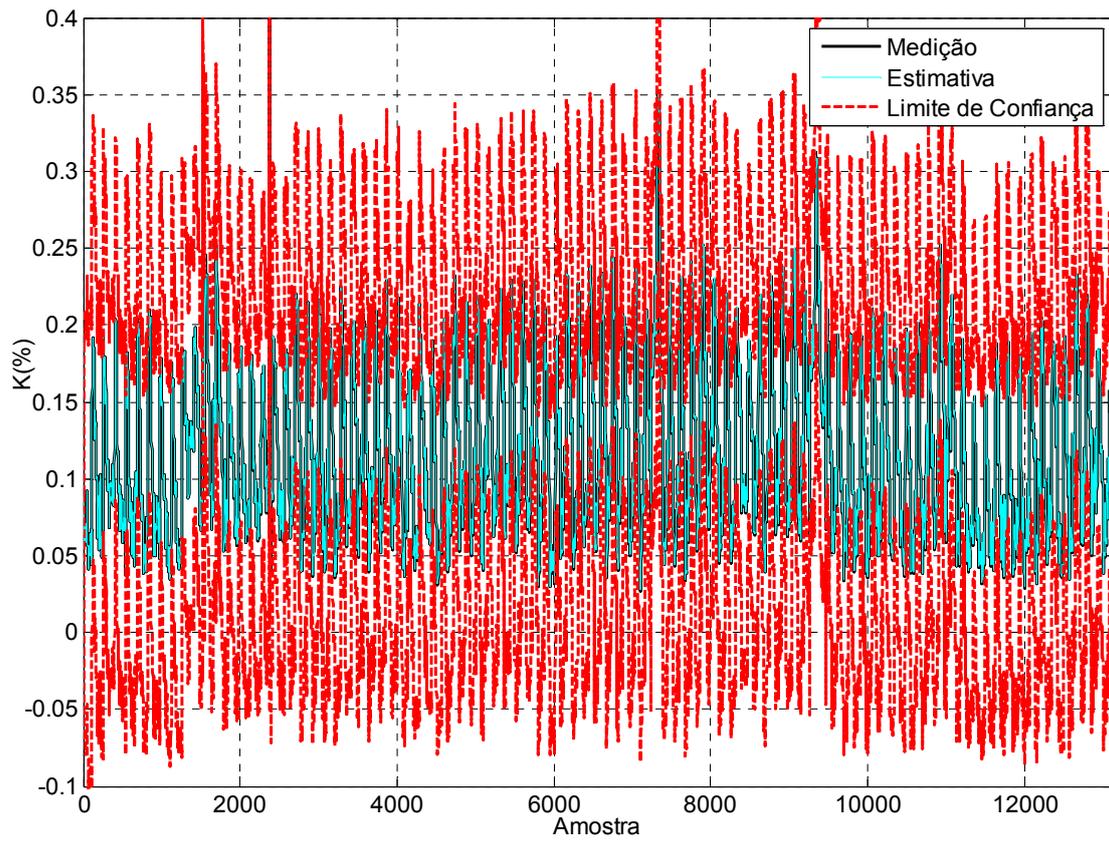


Figura C.5 Local C.

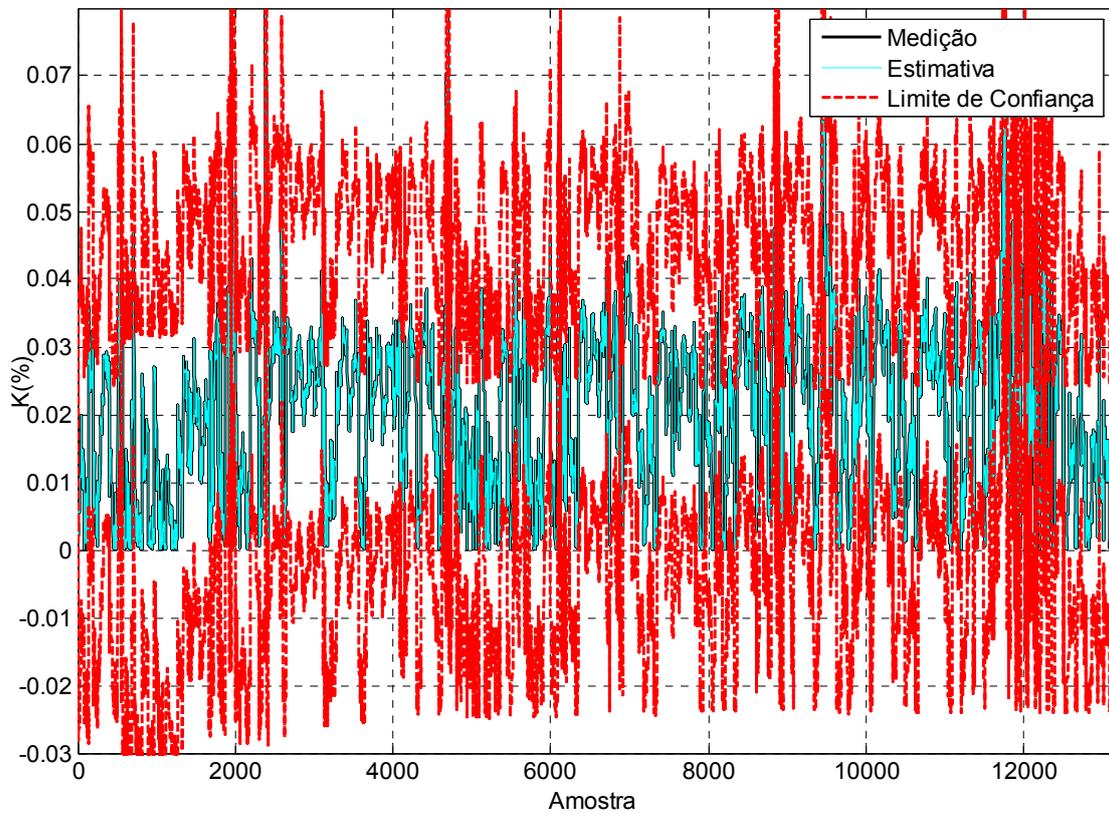


Figura C.6 Local D.

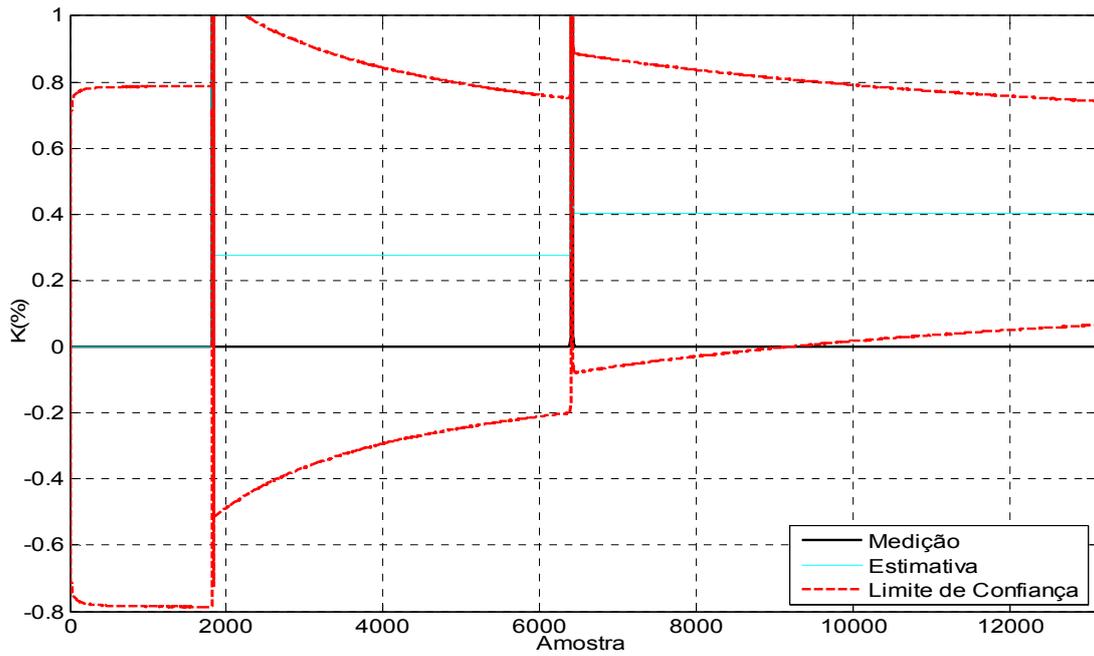


Figura C.7 - Local E: em virtude de não ficar visível a estimativa, a escala desta figura foi posta com ordem de grandeza diferente dos resultados para os outros algoritmos.

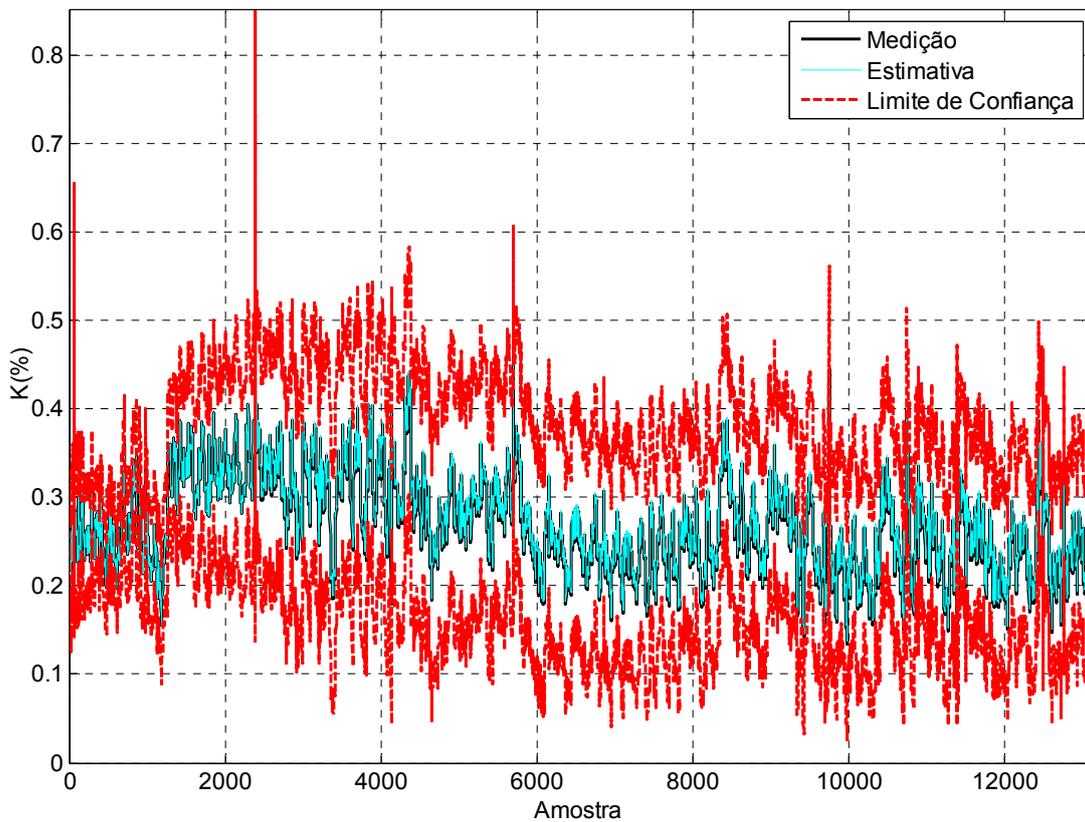


Figura C.8 - Local F.

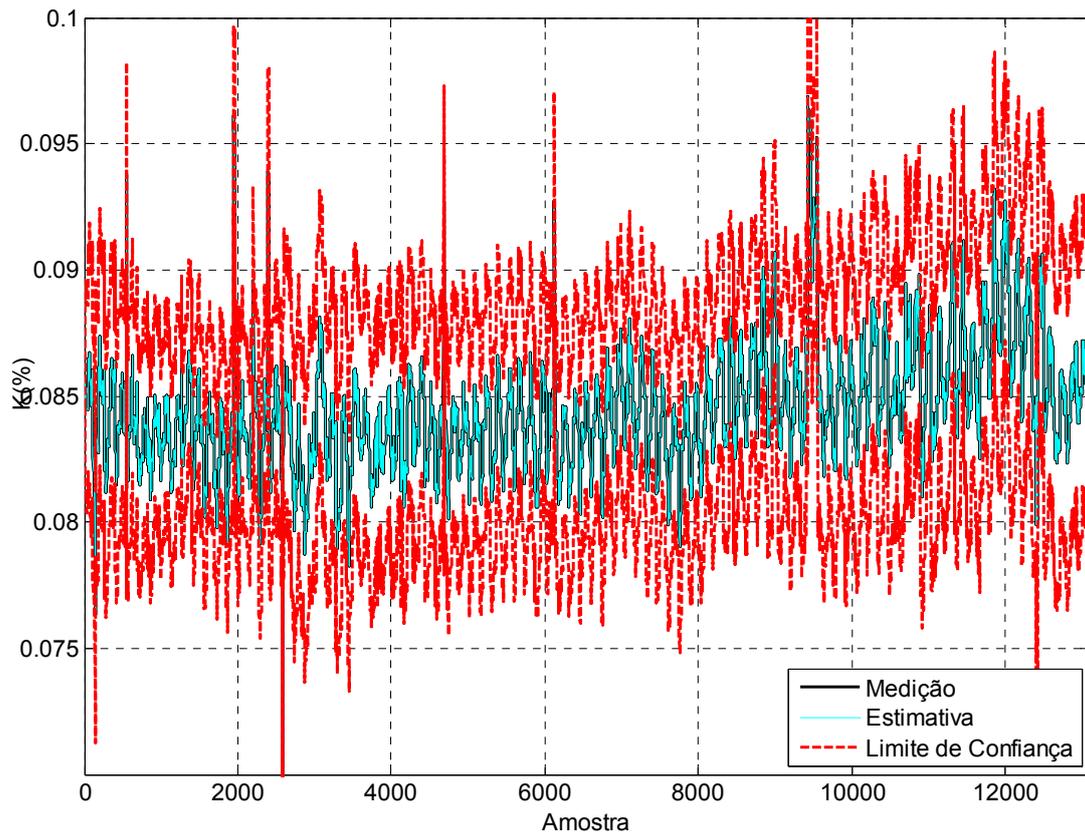


Figura C.9 - Local G.

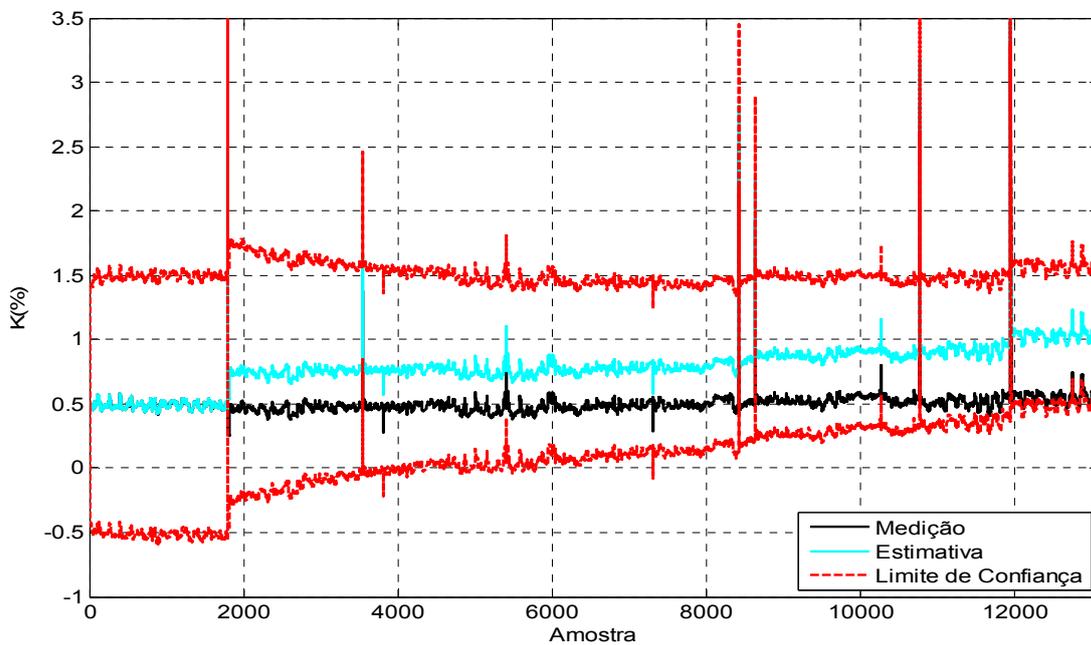


Figura C.10 - Local H: em virtude de não ficar visível a estimativa, a escala desta figura foi posta com ordem de grandeza diferente dos resultados para os outros algoritmos.

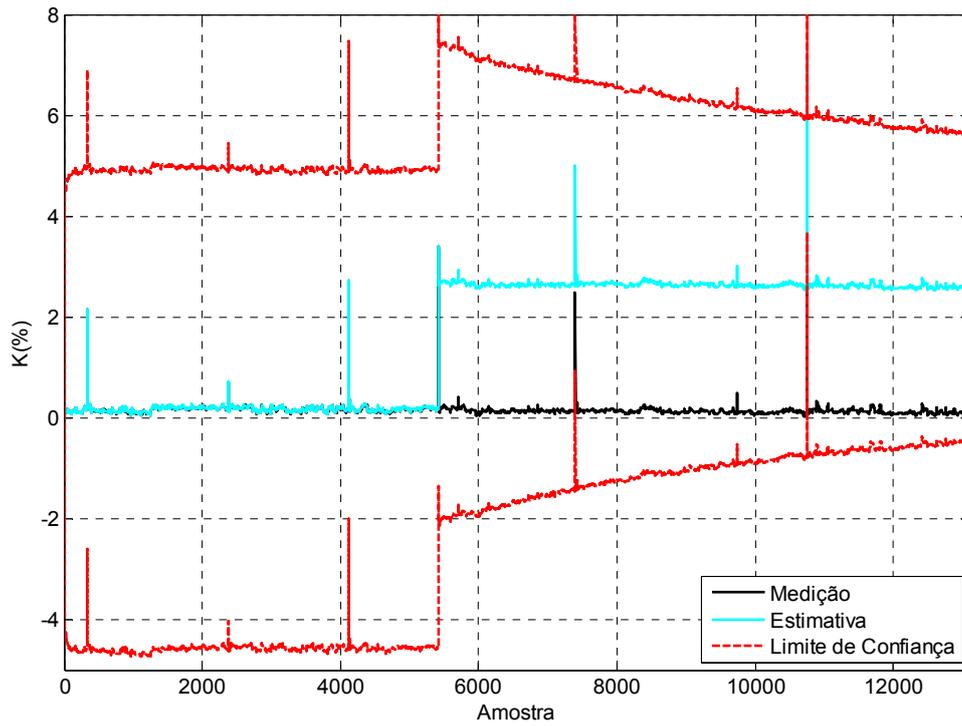


Figura C.11 - Local I: em virtude de não ficar visível a estimativa, a escala desta figura foi posta com ordem de grandeza diferente dos resultados para os outros algoritmos.

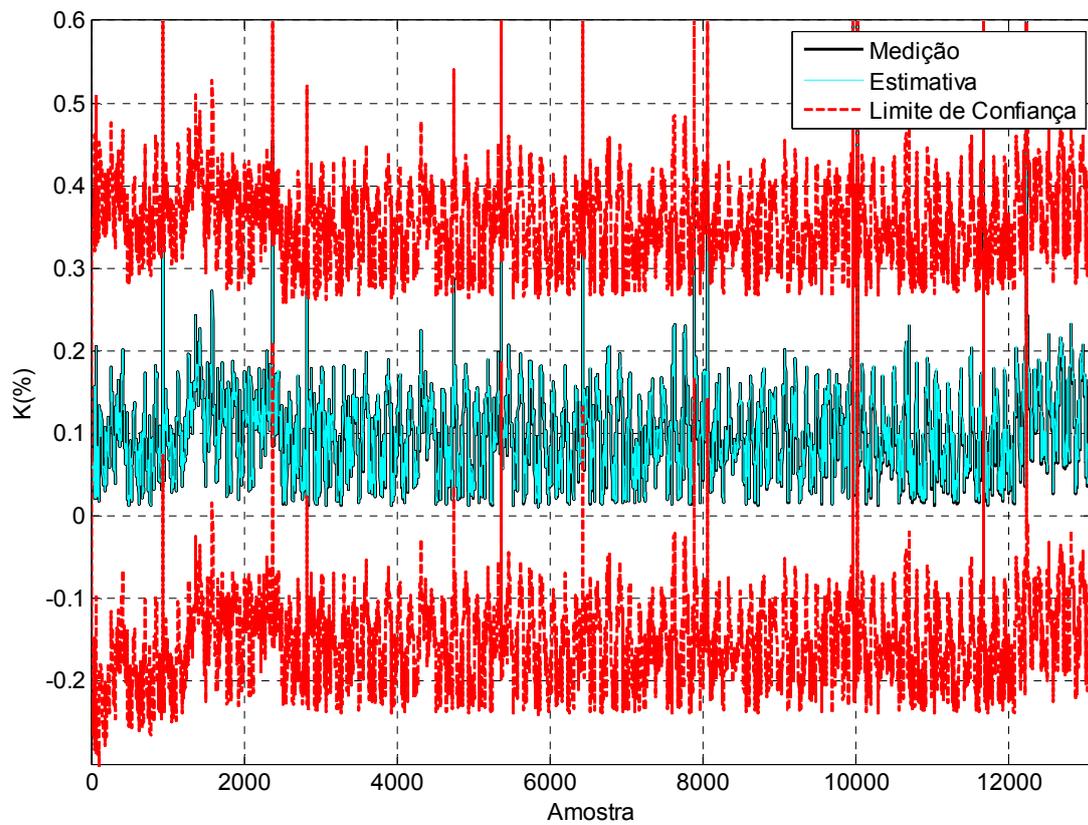


Figura C.12 - Local J.

D – RESULTADOS OBTIDOS COM A COMPARAÇÃO ENTRE OS ESTIMADORES

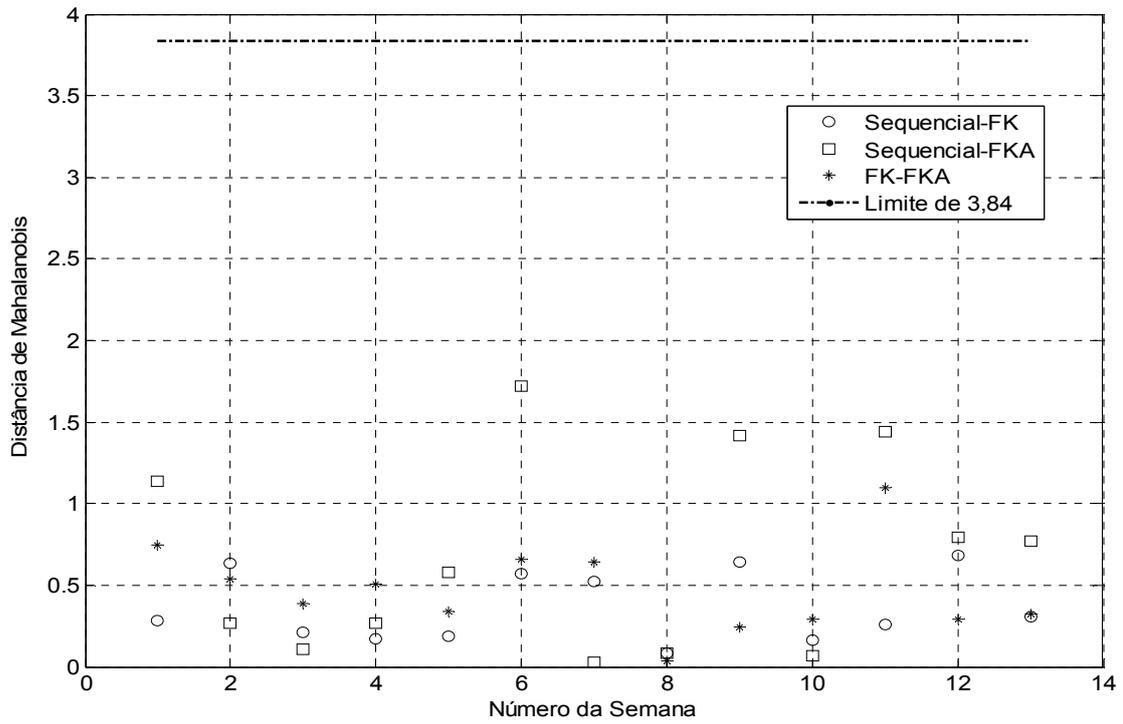


Figura D.1 – Local A, linha 1.

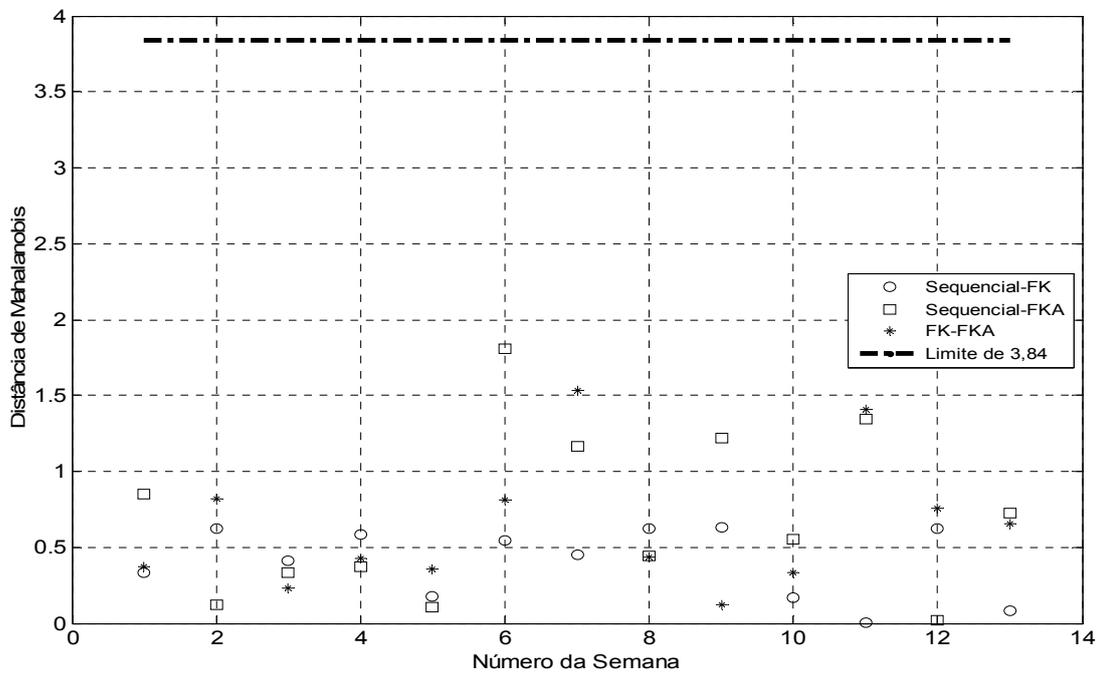


Figura D.2 – Local A, linha 2.

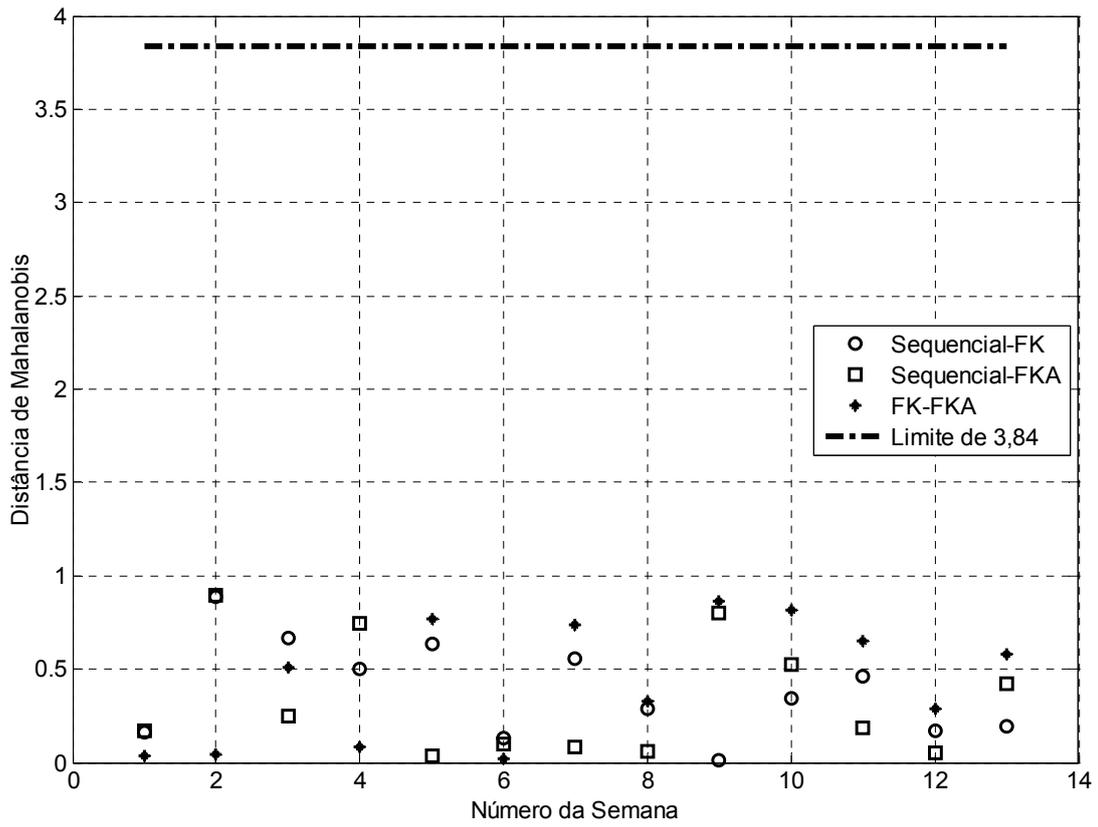


Figura D.3 – Local B, linha 1.

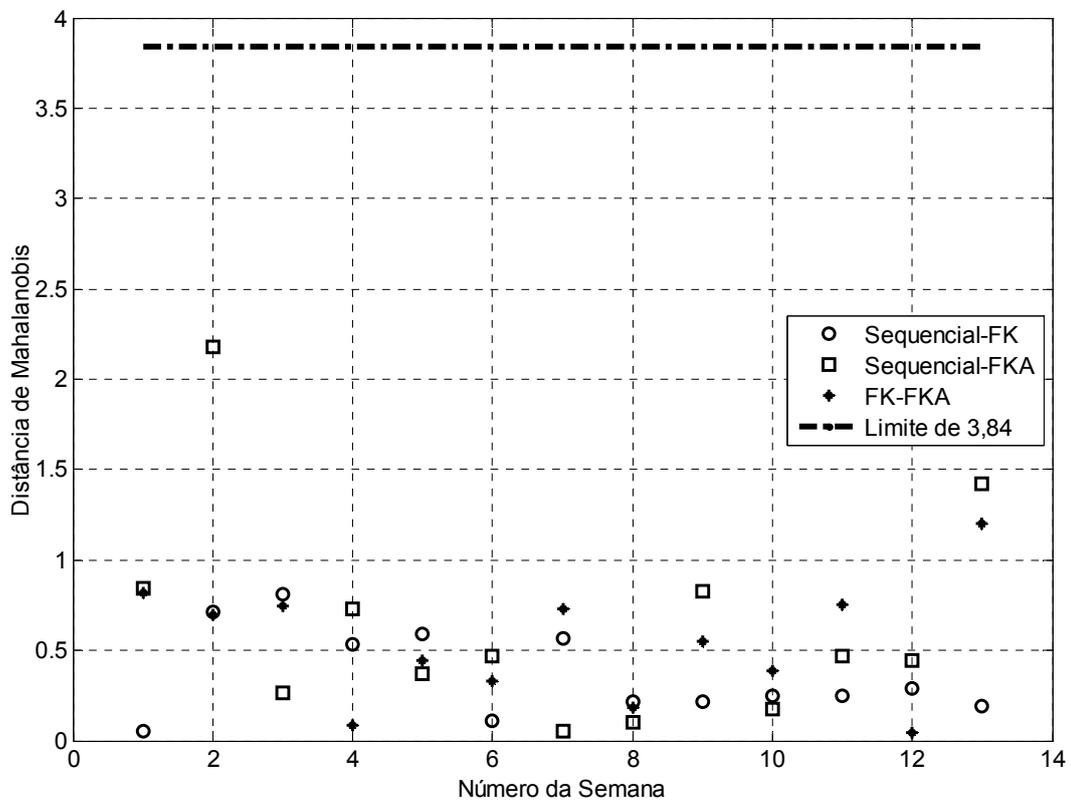


Figura D.4 – Local B, linha 2.

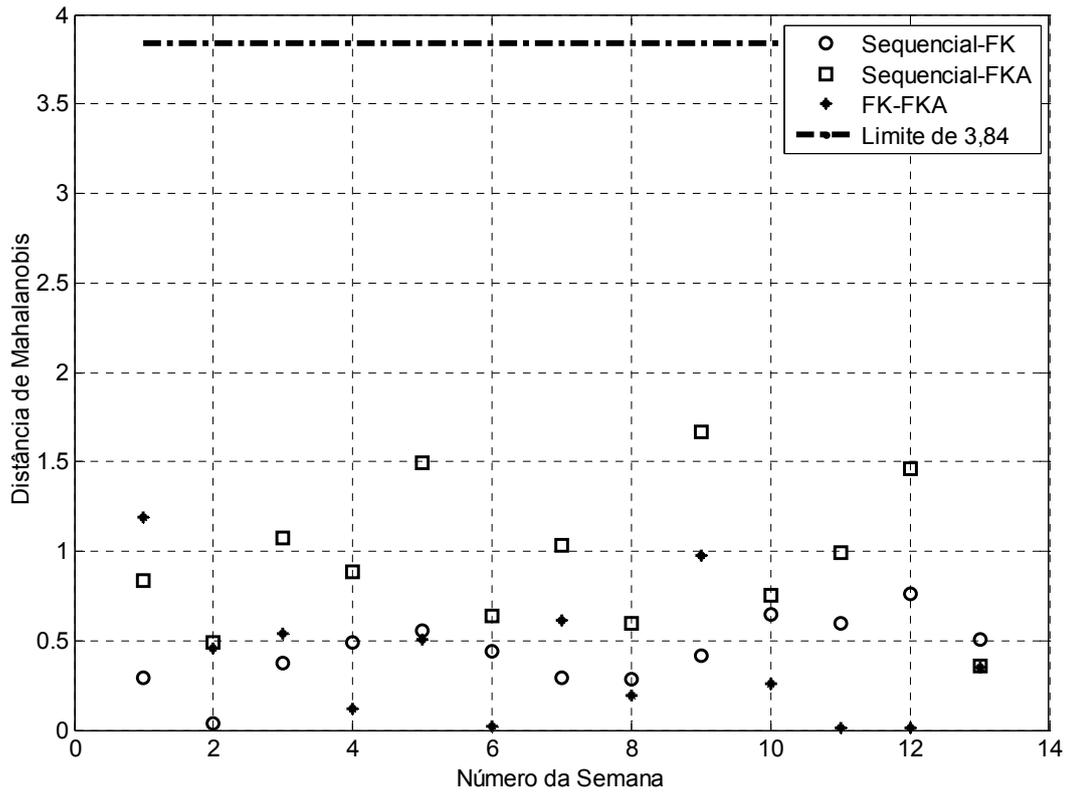


Figura D.5 – Local C.

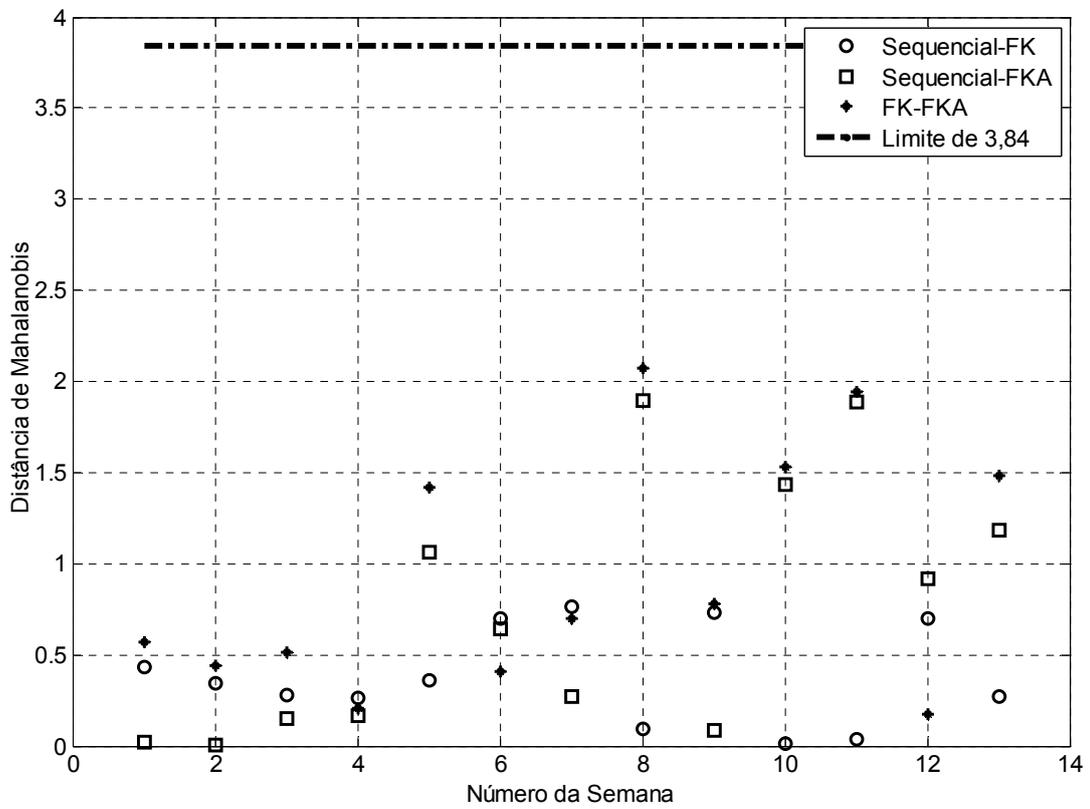


Figura D.6 – Local D.

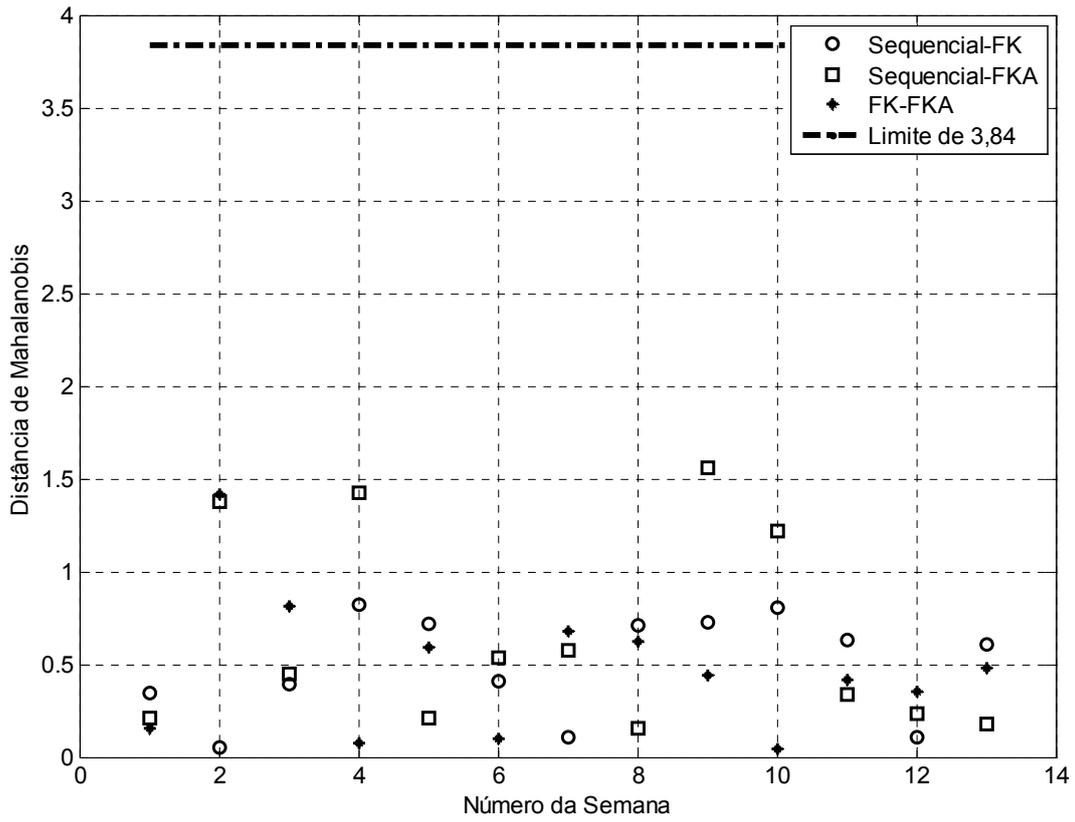


Figura D.7 – Local E.

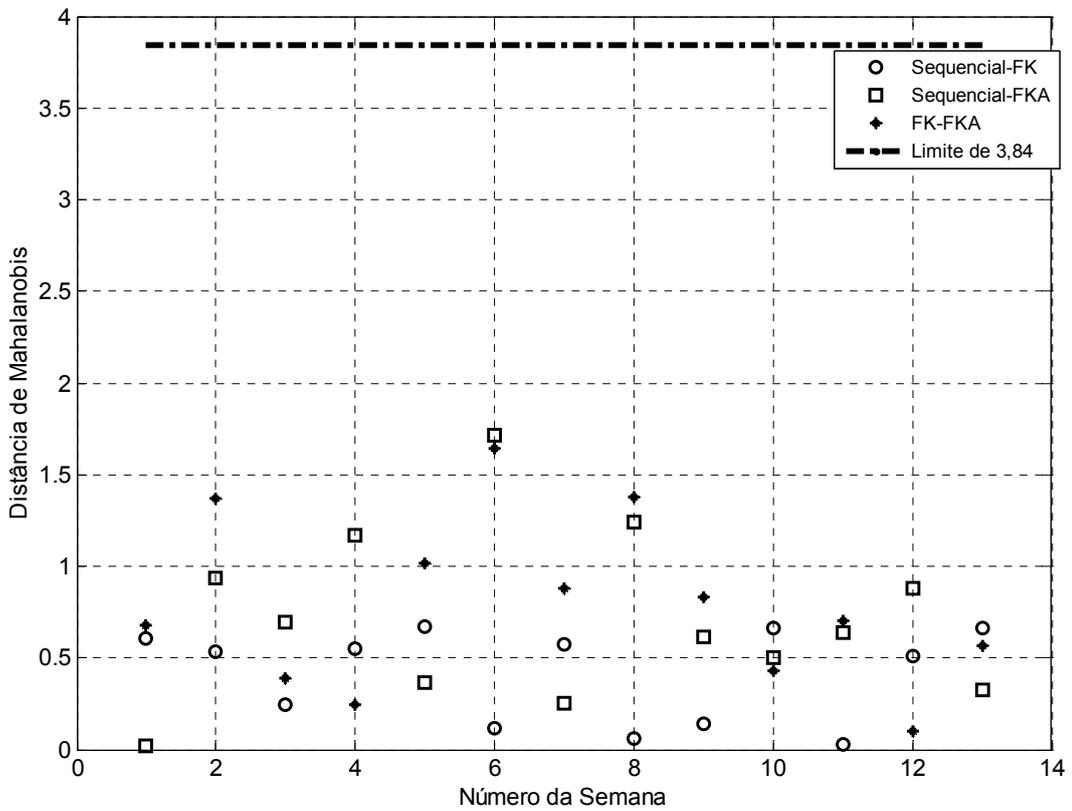


Figura D.8 – Local F.

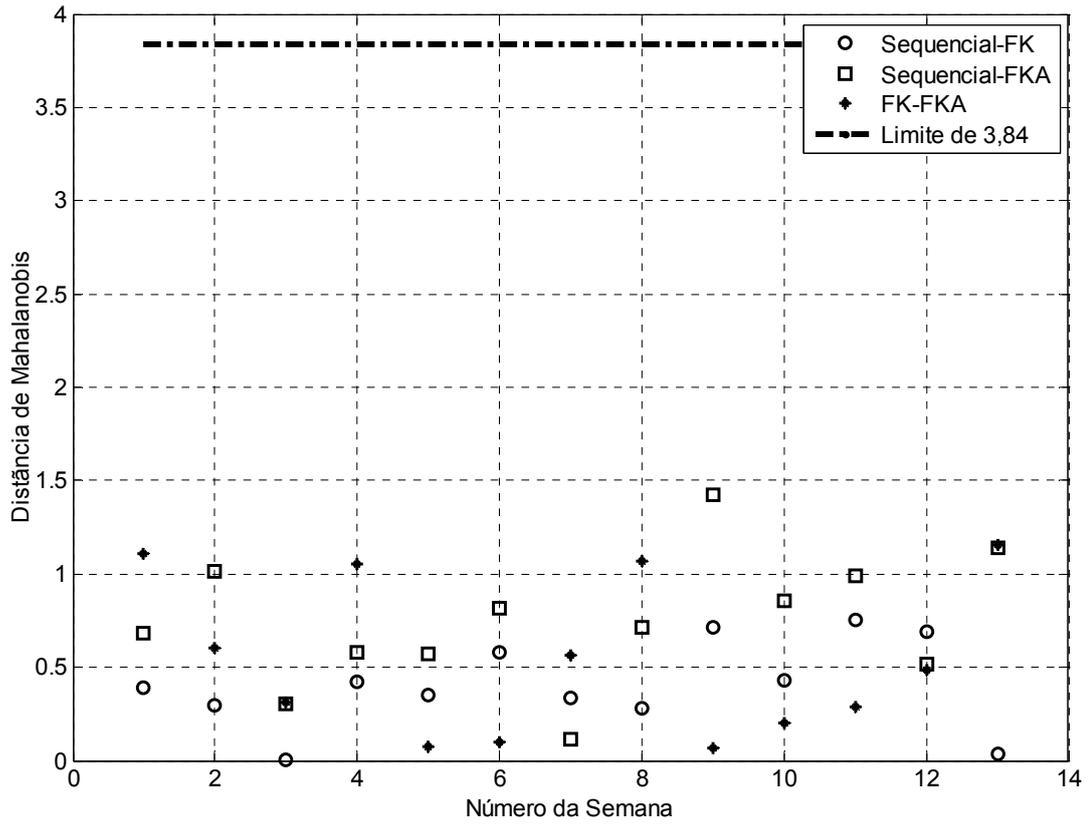


Figura D.9 – Local G.

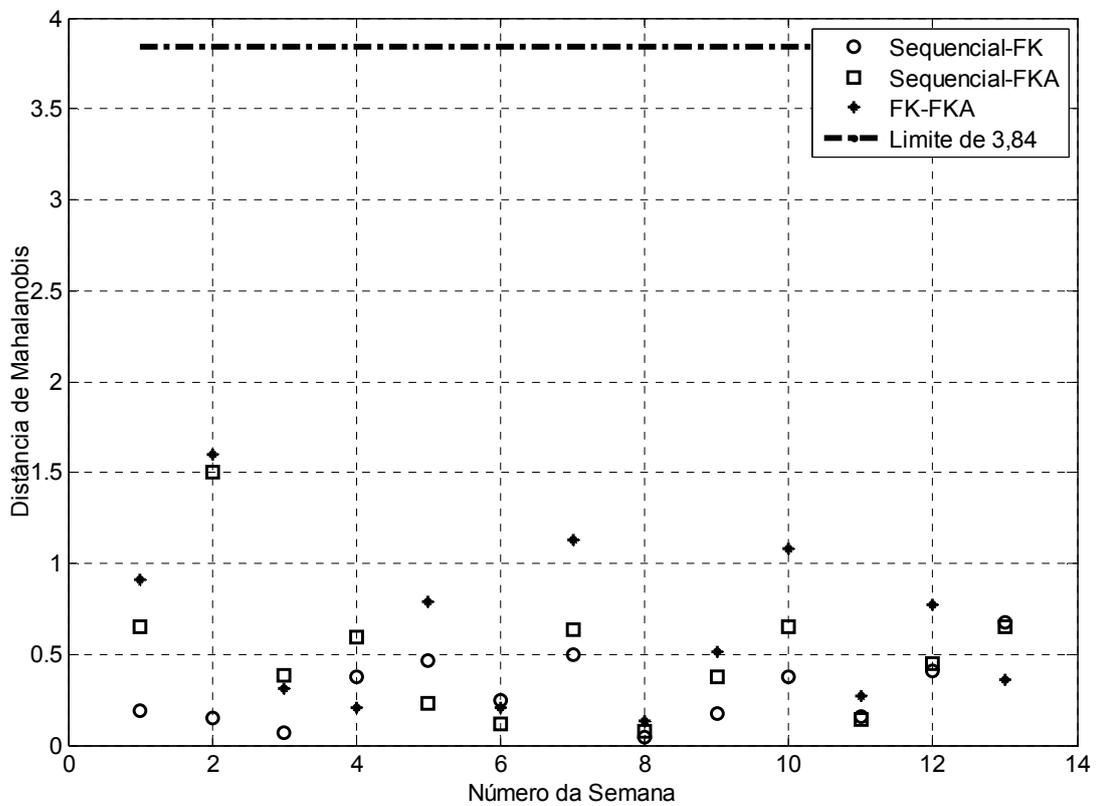


Figura D.10 – Local H.

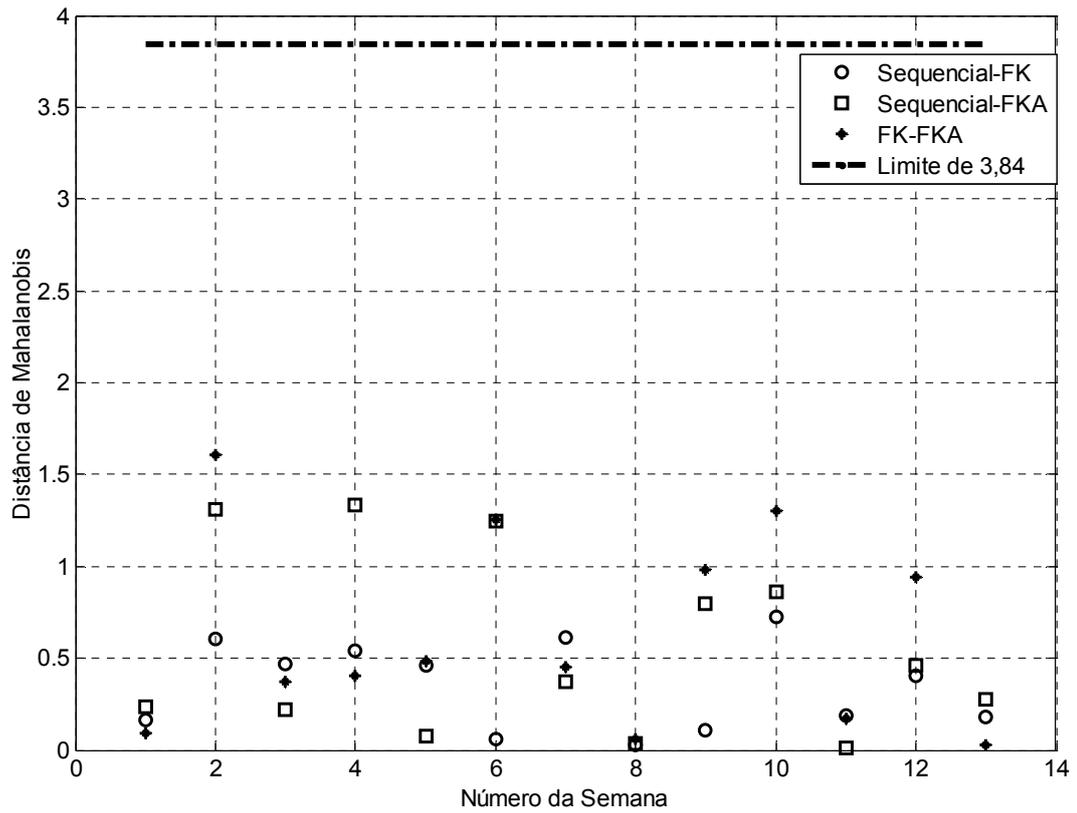


Figura D.11 – Local I.

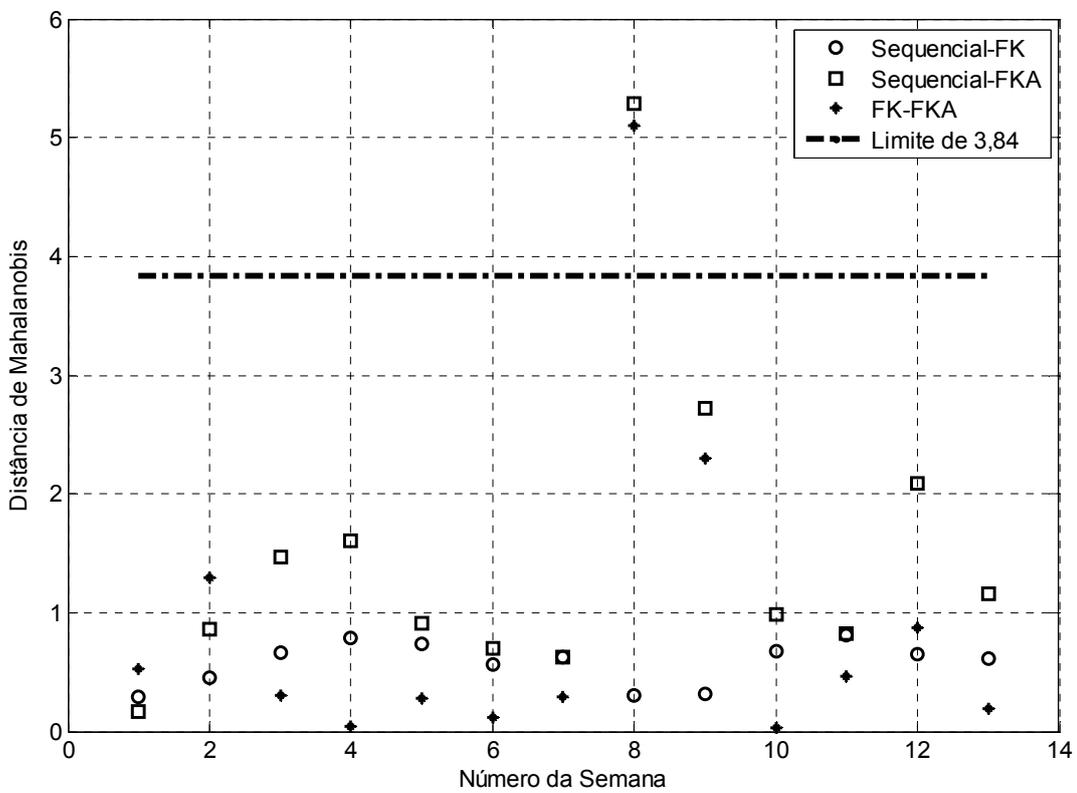


Figura D.12 – Local J.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)