Universidade Federal do Ceará
Departamento de Ciência da Computação
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

Nova Abordagem para o Raciocínio Não Monotônico

Rodrigo de Melo Souza Veras

Fortaleza – Ceará
Agosto 2007

Universidade Federal do Ceará
Departamento de Computação
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

Nova Abordagem para o Raciocínio Não Monotônico

Autor
Rodrigo de Melo Souza Veras

Orientador
Prof. Dr. Marcelino Cavalcante Pequeno

*Dissertação de Mestrado apresentada à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal do Ceará como parte dos requisitos para obtenção do grau de **Mestre em Ciência da Computação**.*

Fortaleza – Ceará
Agosto 2007

Dedico este trabalho a minha família, em especial, a minha mãe Marta Maria de Melo Souza Veras e a meu pai Rogério de Carvalho Veras e a minha namorada Danusa Alencar, futura membro da família Veras.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela oportunidade de estar fazendo o que gosto e o que escolhi fazer. Aos meus pais e familiares, por estarem sempre ao meu lado. A minha namorada Danusa Alencar pelo amor e amizade que ela tem por mim. Aos meus amigos Romulo Araújo e Ialis Cavalcante por estarem sempre presentes nesta etapa da minha vida.

A meu orientador Prof. Marcelino Pequeno, pelo acompanhamento, atenção e dedicação no decorrer deste trabalho. Ao meu amigo Wladimir Tavares, pela amizade, conversas e apoio nos estudos. Aos membros do Mestrado e Doutorado em Ciência da Computação da UFC pelo acolhimento, convívio e amizade adquirida.

Por fim, agradeço, também, à CAPES pelo suporte financeiro ao estudo realizado.

Resumo

A lógica default foi introduzida para manipular raciocínio com conhecimento incompleto e tornou-se o principal paradigma para a formalização do raciocínio não monotônico. Muitas variações foram propostas com o objetivo de solucionar algumas limitações do formalismo ou para proporem diferentes intuições sobre o papel das informações inconlusivas. Porém, algumas das principais características foram mantidas: a informação inconclusiva é representada por regras default, objetivam o cálculo de extensões e, para isso, utilizam uma caracterização através de operadores de ponto fixo. Nós propomos uma nova abordagem para o raciocínio não monotônico. Nesta dissertação, apresentamos a Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções. As principais vantagens desta proposta são a não utilização de pontos fixos para definição das expansões (nosso correspondente de extensões) e a propriedade de prioridade às exceções que não permite que uma proposição inconclusiva interfira na derivação de sua exceção. Além disso, apresentamos uma nova maneira de definir as extensões da lógica default e de duas das suas principais variantes a lógica default justificada e a lógica default com restrições.

Abstract

Default logic was introduced to manipulate reasoning with incomplete information and became the main paradigm to formalize nonmonotonic reasoning. Many variations have been proposed with the objective to solve some limitations of the formalism or to consider different intuitions on the role of inconclusive information. However, some of the main characteristics had been kept: inconclusive information is represented as default rules, objectifies the calculation of extensions and, because this, they use characterizations through fixed-point operators. We consider a new approach for nonmonotonic reasoning. In this dissertation, we present the Defeasible Logic with Exception-First. The main advantages of this approach are: it does not use fixed-points operators to define expansions (our correspondent of extensions) and exception-first property that does not allow that a inconclusive proposition intervenes with the derivation of its exception. Moreover, we present a new way to define the extensions of default logic and two of its main variants, justified default logic and constrained default logic.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Teoremas

Lista de Definições

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A modelagem do raciocínio é um dos objetivos centrais da área de Inteligência Artificial. Busca-se a construção de "sistemas inteligentes" que possam realizar processos como a tomada autônoma de decisões, elaboração de planos de ação, atendimento de consultas etc. O método geral mais utilizado para a realização destas tarefas utiliza-se da lógica matemática empregada tanto na representação do conhecimento quanto na automatização do raciocínio. No entanto, a lógica matemática clássica mostra-se inadequada para tal fim.

O raciocínio matemático tem a característica de ser dedutivo, ou seja, é analítico (as conclusões obtidas dedutivamente de um conjunto de premissas, de certa forma, estão contidas nas premissas) e conservativo (a adição de novas premissas não invalida as conclusões anteriores). Conclui-se, então, que o raciocínio dedutivo é monotônico: se concluímos q a partir de um conjunto de premissas Γ, então, também, concluímos q a partir de um conjunto Γ'$\subseteq \Gamma$.

Por outro lado, o raciocínio do senso comum não é dedutivo. Ele trata com informações imprecisas, incompletas e, inclusive, com a falta de informações. O raciocínio do senso comum é ampliativo (as conclusões não são logicamente vinculadas às premissas) e seu conteúdo transcende ao conteúdo das premissas. Dessa forma, a característica básica do raciocínio do senso comum é a não monotonicidade. Devido a isso, o raciocínio não monotônico se constituiu na principal ferramenta para o tratamento computacional do raciocínio do senso comum.

No início da década de 1980, face ao crescente interesse pela formalização do raciocínio não monotônico, surgiram importantes trabalhos com essa finalidade. Dentre estes trabalhos, Reiter apresentou a Lógica Default (REITER, 1980) que junto com outras propostas foram publicadas na revista *Artificial Intelligence* (número 13, 1980). A partir de então, a lógica default se tornou o paradigma para formalização do raciocínio não monotônico mais conhecido e estudado, devido, principalmente, à sua simplicidade conceitual, ao poder de formalizar diferentes aplicações do mundo real e pelo seu alto grau de expressividade.

1.2 Visão Geral

O objetivo do raciocínio não monotônico é extrair de uma base de conhecimento o maior número de informações inconclusivas possível. A maneira de como conseguir este objetivo é o ponto crucial de qualquer formalismo não monotônico. Essa preocupação está presente já nas lógicas não monotônicas seminais: Lógica Default (REITER, 1980), Circunscrição (MCCARTHY, 1980) e Lógica Autoepistêmica (MOORE, 1985). Como é comum neste tipo de raciocínio em IA, assumimos uma base de conhecimento contendo informações conclusivas (os fatos) e informações inconclusivas (estas podem ser rejeitadas com o surgimento de novas informações). Porém, diferente das propostas tradicionais, nós temos uma maneira distinta de abordar o raciocínio não monotônico. Essa se distinção se dá, basicamente, em quatro pontos que são:

Generalizações A lógica default representa as informações inconclusivas por regras default da forma $\frac{\alpha:\beta}{\omega}$ que pode ser lido como "se α é conhecido e β é consistente com o que se sabe, então conclua ω". Essa forma de representação foi reproduzida pelas variantes da lógica default. Nós, entretanto, representamos estas informações como expressões da forma: '$P - (Q$', que pode ser lida como "geralmente P, a não ser que Q". Onde 'P' representa a conjectura da proposição e 'Q' sua condição ou exceção. Vale ressaltar, como será mostrado na Definição 4.1.4 , que esta representação é equivalente a um default semi-normal livre de pré-requisitos (por exemplo: $\frac{:P\wedge\neg Q}{P}$).

Expansões O que diferencia a lógica default de suas variantes é a forma como são geradas as extensões. Uma extensões é um completamento das informações conclusivas com inferências inconclusivas, preservando-se a consistência e não violando as exceções (condições de aplicabilidade das regras inconclusivas). Nós, no entanto, preferimos definir qual conjunto de informações inconclusivas pode ser aplicado com relação a uma base de conhecimento dada. Denominamos esse conjunto de expansão. Dessa forma, conseguimos deixar claro quais regras inconclusivas foram utilizadas para se chegar a um conjunto de conclusões. Além disso, separamos o processamento não monotônico do processamento clássico.

Propriedades A estratégia para definição de extensão da lógica default e suas variantes é a utilização de operadores de ponto fixo sobre conjuntos de fórmulas. Do nosso ponto de vista, expansões são conjuntos maximais, com respeito a algumas propriedades, de informações inconclusivas. Dessa forma, além de definirmos nossa lógica defeasible com prioridade às exceções, também, somos capazes, somente alterando as propriedades, de definir expansões equivalentes às extensões da lógica default e de e suas principais sucessoras: lógica default justificada (LUKASZEWICZ, 1988) e com restrições (SCHAUB, 1992; DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994). Tornando, assim, a formulação destas lógicas mais simples e intuitivas.

Prioridade às Exceções Uma característica importante destas propostas de raciocínio não monotônico é que elas não concordam quando há um conflito entre uma proposição sujeita a uma exceção e a proposição que representa esta exceção como por exemplo na teoria $(\emptyset, \{P{-\!\!(}Q, Q{-\!\!(}\ \})$. As duas proposições, obviamente, são incompatíveis, mas qual deve ser aplicada, a exceção ou a proposição original? Não existe consenso para esta pergunta, e as opiniões se dividem em dois ramos: um em que se aplica somente a exceção e outro em que as duas proposições são aplicadas em diferentes extensões. A lógica default de Reiter ora funciona de uma forma ora de outra. Com o objetivo de corrigir este problema, as suas variantes geram duas extensões.

Do nosso ponto de vista, a derivabilidade de uma exceção de uma proposição deve preceder a aplicabilidade da respectiva proposição. Esta opinião está de acordo com o Exception-First Principle que caracteriza a `DLEF` (Defeasible Logic with Exception-First) (PEQUENO, 1994). Dessa forma, evitamos que uma proposição interfira na inferência de sua própria exceção. Análoga a essa idéia, a teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel (ENDERTON, 1977) adota uma hierarquia entre conjuntos. Os elementos de conjunto são conjuntos hierarquicamente inferiores. Afirmamos que exceções induzem uma hierarquia inferencial: proposições sujeitas a exceções estão abaixo na hierarquia.

O diferencial da nossa proposta é a maneira como enxergamos o papel das informações inconclusivas. Para nós, essas informações são vistas como regras sujeitas à exceções e o princípio de prioridade às exceções é quem norteia o relacionamento entre essas regras. Dessa forma, somos capazes de simplificar o formalismo da lógica default (por exemplo, generalizações são equivalentes a regras default semi-normais livres de pré-requisitos) e caracteriza-lá de uma maneira mais natural, flexível uniforme e simples.

1.3 Objetivos

O objetivo principal dessa dissertação é propor uma nova formalização para o raciocínio não monotônico. Para isso, propomos um nova forma de representação das informações inconclusivas, damos ênfase em encontrar quais dessas informações podem gerar conclusões para a teoria, caracterizamos nossa lógica através de propriedades e usamos como princípio regulador do conflito entre regras inconclusivas o princípio de prioridades às exceções. Além disso, outro objetivo é propor uma caracterização da lógica default de suas variantes através de propriedades, deixando de lado as definições através de operadores de ponto fixo.

1.4 Organização da Dissertação

Neste primeiro capítulo apresentamos as motivações que nos levaram a estudar o raciocínio não monotônico e em particular a lógica default. Além disso, foi mostrada uma visão geral sobre nossa proposta de formalização do raciocínio não monotônico. O Capítulo 2 é reservado para uma discussão sobre as características do raciocínio não monotônico e apresenta algumas das principais propostas lógicas de formalização desse tipo de raciocínio.

A lógica default e suas variantes - justificada e com restrições - são apresentadas formalmente no Capítulo 3. O Capítulo 4 propõe nossa forma de formalização do raciocínio não monotônico. Nele são apresentadas a lógica *defeasible* com prioridade às exceções e as definições de expansões para a lógica default, lógica default justificada e lógica default com restrições. No Capítulo 5 apresentamos a proposta de definição das lógicas default de (FROIDEVAUX; MENGIN, 1994) realizando um estudo comparativo com a nossa. As conclusões e perspectivas futuras são apresentadas no Capítulo 6.

O Apêndice A apresenta as provas dos teoremas que relacionam nossas definições de expansões com as definições originais da lógica default, lógica default justificada e com restrições. No Apêndice B, estendemos a formulação apresentada no Capítulo 4 para a linguagem da lógica de primeira ordem.

Capítulo 2

Formalismos Não Monotônicos

2.1 Introdução

Assim como a lógica dedutiva possui sua relação de conseqüência, as lógicas não monotônicas propõem diferentes tipos de relações de conseqüência para lidar com informações inconclusivas. Dentre as principais propostas de formalização lógica do raciocínio não monotônico encontram-se a Lógica Default (REITER, 1980), a Lógica Não Monotônica (MCDERMOTT; DOYLE, 1980), a Lógica Autoepistêmica (MOORE, 1985) e a Circunscrição (MCCARTHY, 1980).

Neste capítulo apresentamos, inicialmente, uma discussão geral sobre o raciocínio não monotônico. Introduzimos o tema comparando-o com o raciocínio matemático e com o raciocínio do senso comum. Em seguida, mostramos como são tomadas as decisões nesse tipo de raciocínio. Concluímos a Seção 2.2 apresentando a classificação de Moore (MOORE, 1985) para as diferentes formas de raciocínio não monotônico. Além disso, na Seção 2.3 fazemos uma breve apresentação da Lógica Default. Na seção 2.4 encontramos duas propostas modais de formalização do raciocínio não monotônico: a Lógica Não Monotônica e a Lógica Autoepistêmica. Por fim, apresentamos a Circunscrição na Seção 2.5.

2.2 Raciocínio Não Monotônico

O raciocínio não monotônico vem sendo objeto de estudos tanto de filósofos quanto de cientistas da computação (especialmente aqueles envolvidos com inteligência artificial). Desde Aristóteles, filósofos concordam que a lógica matemática dedutiva possui um importante papel no entendimento da ciência, deduzindo fenômenos que podem ser observados a partir de definições da natureza que valem universalmente e que não possuem exceções.

A lógica matemática dedutiva possui as seguintes características:

- é analítica e conservativa: a conclusão de um raciocínio dedutivo a partir de um conjunto de premissas está, de certa forma, nas premissas; ou seja, podemos afirmar que a lógica matemática é não-informativa pois não produz novas informações;
- preserva a verdade: se as premissas são verdadeiras, então a conclusão também é;
- é monotônica: a adição de novas premissas (axiomas) nunca invalida antigas conclusões (teoremas). De forma equivalente, dizemos que o conjunto de conclusões cresce monotonicamente com o conjunto de premissas;
- é desmembrável: depois que se chega a uma conclusão, esta é considerada verdadeira por conta própria, se as premissas forem verdadeiras (HEMPEL, 1960). Ou seja, uma conclusão pode ser desmembrada das premissas que contribuíram para sua inferência.

Formalmente, uma lógica é monotônica se e somente se sua relação de provabilidade, $\vdash$, possui a seguinte propriedade: para qualquer conjunto de premissas S e S' se $S \subseteq S'$ implica $\{A|S \vdash A\} \subseteq \{A|S' \vdash A\}$.

Apesar de todas as importantes características da lógica matemática tornou-se necessário encontrar outra forma de raciocínio para podermos representar o raciocínio do senso comum, pois, nos problemas do dia a dia, sempre nos defrontamos com situações nas quais nosso conhecimento não é completo. Possuímos a habilidade para lidar com informações incompletas. Ou seja, somos capazes de tirar conclusões mesmo que não tenhamos evidências suficientes para garantir sua corretude (as conclusões podem ser invalidadas com o surgimento de novas informações).

Suponha, por exemplo, que tenho que falar com meu amigo Pedro numa segunda-feira pela manhã. Sei que Pedro às segundas pela manhã costuma estar em seu escritório. Posso imaginar vários lugares onde ele possa estar, porém, com as informações disponíveis, o comportamento racional é concluir que Pedro se encontra no escritório. Suponha, agora, que ligando para o escritório recebo a informação que Pedro não foi trabalhar pois seu filho está doente. À luz desse novo fato, a informação inicial de que Pedro poderia está no escritório deixa de ser plausível e devo procurar por Pedro em sua casa ou em um hospital.

Essa forma de raciocinar é chamada, na terminologia da IA, de *raciocínio não monotônico.*

Definição 2.2.1. *(MINSKY, 1975) Por raciocínio não monotônico entendemos a obtenção de conclusões que podem ser invalidadas sob a luz de novas informações. Um sistema lógico é dito não monotônico se e somente se sua relação de provabilidade viola a propriedade da monotonicidade.*

Uma característica básica do raciocínio do senso comum é a não monotonicidade, o que invalida sua formalização pelas lógicas dedutivas tradicionais. Assim, o raciocínio não monotônico se constituiu como a principal proposta de formalização e tratamento computacional do raciocínio do senso comum em IA. Na Seção 2.2.2 mostramos o relacionamentos de vários tipos de raciocínio não monotônico com maneiras distintas de tomar decisões utilizando o senso comum.

A definição de não monotonicidade é uma propriedade sintática e não nos dá ferramentas para sabermos como devem ser as inferências não monotônicas. Analisamos esta característica na próxima seção.

2.2.1 Inferência Não Monotônica

As conclusões do dia a dia são sempre baseadas na presença e na ausência de informações, dessa forma, é impossível que estejamos certos em todas as situações que nos ocorrem. Porém, procuramos tomar decisões empregando conhecimentos e experiências anteriores. Apesar de algumas dessas decisões serem erradas, elas acabam sendo tomadas porque possuem uma justificativa. Essas decisões são denominadas *crenças* na literatura de IA e devem ser consideradas apenas como o que melhor se pode estimar a partir do conhecimento que se possui do domínio. A inferência não monotônica nos dá um padrão de como podemos chegar a essas crenças.

Uma definição informal para padrão de inferência não monotônica é:

Definição 2.2.2. *(LUKASZEWICZ, 1990) Por padrão de inferência não monotônica (uma regra não monotônica) entendemos o seguinte esquema de raciocínio:*

Dada uma informação A; na ausência de evidência de B, infira a conclusão C.

A intuição por trás da definição é a de que A dá suporte à conclusão (premissa positiva) enquanto B (premissa negativa) é visto como exceção da regra e sua ausência valida a conclusão. Ou seja, uma regra não monotônica tem a forma: "Geralmente As são Cs, exceto Bs". Dado um indivíduo t, que está em A, a regra não monotônica pode ser usada para deduzir que t está em C, se nós não tivermos razões para acreditar que t é um caso excepcional da regra (t está em B). Diante do que foi dito surgem três questões sobre a interpretação de uma regra sujeita a exceção (FROIDEVAUX; MENGIN, 1994).

i. O que é um indivíduo excepcional com respeito a uma regra?

De maneira geral, um indivíduo é uma exceção de uma regra não monotônica se ele é verificado na premissa da regra. Essa verificação pode ser explicita, ele é uma das exceções mencionadas na regra (no exemplo, t está em B), ou implícita, não é um dos indivíduos mencionados na regra, contudo, não se verifica a conclusão da regra, ou seja, apesar de t não está em B ele não estar em C, também.

ii. O que pode nos fazer crer que um indivíduo é excepcional com respeito a uma regra?

Existem duas situações capazes de nos fazer crer que um indivíduo é excepcional com respeito a uma regra. Primeiro, se ele for provado pelo conhecimento conclusivo (fatos que admitimos corretos sem sombra de dúvida). Neste caso, a regra não pode ser aplicada de forma alguma. Segundo, alguma regra R': Geralmente A's são C's, exceto B's pode nos fazer crer que um indivíduo B é excepcional à regra R: Geralmente As são Cs, exceto Bs. Isto é, C's são exceções de R. Dessa forma, não é possível assumir, simultaneamente, que:

(a) t está em A' e não é uma exceção da regra R'. Dessa forma, podemos deduzir que t está em C'.

(b) t está em A e não é uma exceção da regra R.

As duas regras são incompatíveis. Nesse caso, a maioria dos pesquisadores da área optam por "criar" duas linhas de raciocínio contendo, cada uma, uma das regras. Nós, no entanto, damos preferência às exceções. Ou seja, se temos razões para acreditar que a regra R' pode ser aplicada ela será, em contrapartida, R não será usado.

iii. Como uma regra sujeita a exceção é usada quando nada nos faz crer que um indivíduo é uma exceção à regra?

Neste caso, se o individuo em questão está de acordo com as premissas da regra pode-se inferir a conclusão. Isto é, se t está em A podemos inferir que t está em C.

2.2.2 Classificação do Raciocínio Não Monotônico

Existem várias formas de classificar o raciocínio não monotônico identificadas na literatura. A classificação aqui apresentada é baseada na diferença entre informação incompleta e representação incompleta da informação (MOORE, 1985). Para exemplificar essa diferença, considere as seguintes regras não monotônicas:

(1) Na ausência de informação contrária, assuma que uma ave pode voar.

(2) A menos que seu nome esteja na lista dos aprovados, assuma que você foi reprovado.

A primeira regra lida com informações incompletas. Ou seja, se tudo o que eu sei sobre um indivíduo é que ele é uma ave, então devo concluir que ele pode voar. Essa regra é não monotônica pois a conclusão é plausível, mas pode ser que, à luz de novos conhecimentos, seja falsa.

Já no segundo caso, o raciocínio se baseia na hipótese de que a lista de aprovados é completa, logo ela, implicitamente, contém informações sobre os reprovados. A regra não se refere a informação incompleta e sim à representação incompleta de um conhecimento considerado completo. Dessa forma, no momento do anúncio da lista o conhecimento sobre o domínio está completo, porém, a regra é considerada não monotônica pois se refere a ausência de evidência e, caso a lista de aprovados seja atualizada, a conclusão tomada anteriormente pode se tornar falsa.

Para Moore existe dois tipos de inferências não monotônicas: *raciocínio autoepistêmico* e *raciocínio por default.*

O raciocínio autoepistêmico toma decisões a partir da representação incompleta da informação. Ele se baseia na hipótese de que possuímos um conhecimento completo sobre a situação, mas sua representação é incompleta por razões como: praticidade de economia de espaço. Distinguimos duas formas de raciocínio autoepistêmico. Essa distinção é feita levando-se em conta a forma como essa hipótese é estabelecida se por uma convenção explícita ou por opiniões subjetivas:

i. Raciocínio autoepistêmico *explícito*: há uma convenção explícita de que a informação disponível é completa. O exemplo da lista de aprovados ilustra esse tipo de raciocínio. Se seu nome não se encontra na lista dos aprovados, você deve concluir que foi reprovado.

ii. Raciocínio autoepistêmico *subjetivo*: aqui as inferências são baseadas em opiniões subjetivas. Um exemplo desse tipo de regra é: 'na falta de evidências contrárias, assuma que você não tem um irmão mais velho'[1]. É razoável acreditar que uma pessoa sabe ou não se possui um irmão mais velho.

Já o raciocínio por default busca obter conclusões, a partir de informações inconclusivas, baseado no fato de não haver evidências que tornem essa conclusão falsa. Afirma-se, assim, que qualquer conclusão derivada por default pode ser invalidada por novas evidências. Denominamos essa característica de anulabilidade[2]. Assim como o raciocínio autoepistêmico, o raciocínio por default também pode ser subdividido em várias classes:

i. Raciocínio Prototipal: as inferências são baseadas em observações estáticas. Considerar que uma ave em especial voa é uma crença baseada no fato de que a maioria das aves voa, ou que quase todas as aves voam etc;

ii. Raciocínio sem riscos: tipifica situações onde resultados errados podem ter conseqüências desastrosas como por exemplo o caso de um julgamento onde deve-se assumir, inicialmente, que o acusado é inocente;

iii. Raciocínio da melhor escolha: quando não encontramos evidências de suporte para tomar uma decisão, pulamos para uma conclusão que parece ser a melhor;

iv. Raciocínio default probabilístico: utiliza métodos probabilísticos para obter mais evidências ou obter maior conhecimento sobre uma evidência[3].

[1]Exemplo retirado de (MOORE, 1985).

[2]Do inglês *defeasibility*.

[3]Em (KYBURG; TENG, 2006) os autores defendem que as lógicas não monotônicas, em geral, necessitam levar em conta certas características da inferência estatística.

Toda proposta de classificação do raciocínio não monotônica é incompleta, porém, servem para ilustrar os principais exemplos desse raciocínio. A tabela 2.1 foi adaptada de (LUKASZEWICZ, 1990) e ilustra a variedade de fatores que dão suporte às inferências do senso comum.

Tipo de Raciocínio	Explicação de uma conclusão A
Raciocínio autoepistêmico subjetivo	De acordo com minha opinião subjetiva, eu saberia se A fosse falso. Como não tenho essa informação, A deve ser verdadeiro.
Raciocínio autoepistêmico explícito	De acordo com uma convenção explícita, eu saberia se A fosse falso. Como não tenho essa informação, A deve ser verdadeiro.
Raciocínio prototipal	A descreve uma situação típica. Assim, há boas chances de A ser válido.
Raciocínio sem riscos	Se eu aceito $\neg A$, e depois isso se mostrar falso, as conseqüências podem ser fatais. Então, se tenho que escolher entre A e $\neg A$, devo aceitar A.
Raciocínio da melhor escolha	Em vista das evidências disponíveis, A é a melhor escolha a fazer.
Raciocínio default probabilístico	Assumindo que os valores probabilísticos são suficientemente altos, é razoável inferir A.

Tabela 2.1: Formas de raciocínio não monotônico

Concluímos esta seção afirmando que o raciocínio não monotônica é uma das principais ferramentas da IA. Ele pode ser aplicado em diferentes áreas de estudo como visão computacional, processamento de linguagem natural, planejamento de tarefas, sistemas especialistas etc, pois, todas as áreas citadas dependem da habilidade de lidar com informações inconclusivas. Em seguida, apresentamos os principais formalismos de representação do raciocínio não monotônico.

2.3 Lógica Default

A Lógica Default foi introduzida por Reiter (REITER, 1980) como uma técnica formal de raciocínio utilizada em situações no qual há ausência de informações completas. A partir de então, se tornou um das propostas de formalização do raciocínio não monotônico mais conhecidas e estudadas. Ela faz parte da primeira geração de sistemas formais desenvolvidos no campo da Inteligência Artificial.

A proposta de Reiter é baseada no uso de regras default. Ele incorporou o raciocínio default à lógica de primeira ordem. Uma teoria default consiste de um conjunto de fórmulas (os fatos) e um conjunto de regras default. Essas regras possuem um padrão de inferência diferente das regras de inferência da lógica de primeira ordem, já que se baseiam tanto na presença como na ausência de informações.

As regras default são vistas como regras de conjecturas cujo papel é complementar uma teoria de primeira ordem considerada incompleta. Formalmente, uma regra default é uma expressão da forma

$$\frac{\alpha(\overrightarrow{x}) : \beta_1(\overrightarrow{x}), ..., \beta_n(\overrightarrow{x})}{\omega(\overrightarrow{x})}$$

onde $\alpha(\overrightarrow{x}), \beta_1(\overrightarrow{x}), ..., \beta_n(\overrightarrow{x})$ e $\omega(\overrightarrow{x})$ são fórmulas de primeira ordem cuja variáveis livres estão entre $\overrightarrow{x} = (x_1, ..., x_m)$. $\alpha(\overrightarrow{x})$ é denominado pré-requisito, $\omega(\overrightarrow{x})$ é o conseqüente e $\beta_i(\overrightarrow{x})$ são chamadas de justificativas da regra default. Se $\alpha(\overrightarrow{x}), \beta_i(\overrightarrow{x})$ e $\omega(\overrightarrow{x})$ não contêm variáveis livres a regra default é dita fechada.

Informalmente, uma regra default é aplicável (ou seja, podemos crer no seu conseqüente) se seu pré-requisito é derivado e cada uma de suas justificativas é consistente com as crenças atuais, isto é, a negação das justificativas (formam a exceção) não são derivadas.

Como exemplo, a regra default "aves geralmente voam" é formalizada pela regra default

$$\frac{Ave(x) : Voa(x)}{Voa(x)}$$

que é interpretada como: *"se x é uma ave e é consistente assumir que x voa, então conclua que x voa"*.

Uma teoria default $\Delta = (W, D)$ consiste de um conjunto W de fórmulas de primeira ordem fechadas e um conjunto de regras default D. O conjunto de fatos W é, por hipótese, considerado verdadeiro, porém, é geralmente uma descrição incompleta do mundo. Já as regras default D representam regras que sancionam conclusões plausíveis mas não necessariamente verdadeiras (crenças).

Exemplo 2.3.1. *Considere a seguinte teoria default:*

$$\Delta = \left(\{Ave(Condor), Ave(Pinguim), \neg Voa(Pinguim)\}, \left\{ \frac{Ave(x) : Voa(x)}{Voa(x)} \right\} \right)$$

A partir da teoria conclui-se que Condor voa, pois o pré-requisito $Ave(Condor)$ é satisfeito e a justificativa $Voa(Condor)$ é consistente com o nosso conjunto de crenças atuais. Note que quando as justificativas de uma regra default são consistentes a regra funciona como uma regra de inferência específica, no caso $\frac{Ave(Condor)}{Voa(Condor)}$. Porém, não podemos concluir que Pingüim voa, pois, apesar do pré-requisito $Ave(Pinguim)$ ser satisfeito a justificativa $Voa(Pinguim)$ é inconsistente com o que sabemos.

Um conjunto de conclusões sancionadas por uma teoria default é chamado de *extensão*. Informalmente, uma extensão é o conjunto de todas as fórmulas deriváveis a partir de W utilizando-se as regras de inferências da lógica clássica e algumas regras default específicas. Ou seja, um conjunto de defaults D induz uma ou mais extensões em um conjunto de fórmulas (que representam um conhecimento incompleto) da lógica de primeira ordem W. Reiter especifica três propriedades que uma extensão deve possuir: ela deve conter o conjunto inicial de fatos W; deve ser dedutivamente fechada; e para cada regra default, se seu pré-requisito pertence a extensão mas a negação de suas justificativas não, então seu conseqüente pertence a extensão. Vejamos um exemplo:

Exemplo 2.3.2.

$$\Delta = \left(\{Homem(Pedro)\}, \left\{ \frac{Homem(x) : ComeCarne(x)}{ComeCarne(x)} \right\} \right)$$

Na Seção 3.1 descrevemos como uma extensão é caracterizada formalmente. Entretanto, no caso da teoria do Exemplo 2.3.2 a extensão seria formada pelas conseqüências lógicas das fórmulas $Homem(Pedro)$ e $ComeCarne(Pedro)$.

Como as conclusões da lógica default levam em conta a falta de informações, elas estão sempre sujeitas à revisão na presença de novas informações. Vamos ilustrar essa característica adicionando à teoria do exemplo anterior as regras

$$Vegetariano(Pedro)$$

$$\forall x(Vegetariano(x) \rightarrow \neg ComeCarne(x))$$

Na primeira situação concluímos $ComeCarne(Pedro)$ pois não havia nenhuma informação que fosse contrária a ela. Já na segunda, os fatos adicionados vão de encontro com a conclusão anterior. Dessa forma, a extensão seria formada pelas conseqüências lógicas das fórmulas $Homem(Pedro)$, $Vegetariano(Pedro)$ e $\neg ComeCarne(Pedro)$.

Na Seção 3.1.3 apresentamos algumas características da lógica default que são consideradas problemas ou falhas por grande parte do pesquisadores da área. Em contrapartida, para o caso específico de termos teoria defaults normais Reiter (REITER, 1980) demonstrou que sua lógica possui grande parte das propriedades que falham para teorias arbitrárias.

Teorias default normais são compostas apenas por regras default da forma,

$$\frac{\alpha : \beta}{\beta}$$

isto é, a justificativa é equivalente ao conseqüente da regra. Teorias default normais cobrem um grande conjunto de aplicações práticas. Todavia, o próprio Reiter em (REITER; CRISCUOLO, 1981) chegou à conclusão que muitas regras não monotônicas, que isoladamente podem ser expressadas como regras defaults normais, devem ser re-representadas quando se encontram em um contexto mais amplo, principalmente para se evitar a transitividade que acontecem em algumas teorias defaults normais.

Dessa forma, foi introduzido em (REITER; CRISCUOLO, 1981) as teorias default semi-normais. Essas teorias são compostas apenas por regras default da forma

$$\frac{\alpha : \beta \wedge \omega}{\omega}$$

ou seja, a justificativa da regra engloba sua conclusão. Teorias default semi-normais não possuem grande parte das propriedades das teorias default normais. Porém, possuem um grau muito maior de expressividade.

Para nós, as informações inconclusivas de uma base de conhecimento não monotônica são vistas como regras sujeitas a exceções, dessa forma, teorias default normais são de pouco interesse para nós já que não representam as exceções. No Capítulo 4 apresentamos nossa proposta de formalização do raciocínio não monotônico. Devido à nossa forma de trabalhar com as informações inconclusivas somos capazes de dá maior clareza ao nosso trabalho, realizando algumas simplificações. Dentre essas, trabalhamos apenas com informações inconclusivas (denominamos generalizações) que equivalem a regras default semi-normais livres de pré-requisito. Decidimos por essa simplificação baseados nos seguintes resultados:

i. Qualquer teoria default arbitrária pode ser representada como uma teoria default semi-normal (MAREK; TRUSZCZYNSKI, 1993);

ii. Qualquer teoria default arbitrária pode ser transformado em uma regra default livre de pré-requisito (DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994);

iii. Regras defaults semi-normais tem o mesmo poder expressivo de regras default arbitrárias (JANHUNEN, 2003).

2.4 Lógicas Modais

O termo "lógica não monotônica modal" é reservado para alguns formalismos não monotônicos que estendem a linguagem de primeira ordem para representar a noção de consistência e (ou) crença. Elas empregam o operador modal 'M' que é interpretado como "é consistente interpretar". Dessa forma, Mp é lido como: "p é consistente com a teoria". As regras inconclusivas têm, nessas lógicas, a seguinte forma:

$$q \wedge Mp \rightarrow p$$

Isto é, se q é verdadeiro e p é "possível", então p também é verdadeiro. Nessa regra, Mp representa o fato de $\neg p$ não pertencer à teoria.

A principal dificuldade dessas lógicas é capturar o significado pretendido do operador 'M'. Cada lógica possui seu próprio significado e, assim como na lógica de Reiter, as extensões das teorias são definidas por meio de operadores de ponto fixo. Discutiremos, nessa seção, duas das principais lógicas não monotônicas modais. Primeiro, apresentamos a proposta seminal de Mcdermott e Doyle (MCDERMOTT; DOYLE, 1980). Na seção 2.4.2, apresentamos a lógica autoepistêmica, proposta por Moore (MOORE, 1985) com o objetivo de solucionar algumas fragilidades da lógica não monotônica modal de Mcdermott e Doyle.

2.4.1 Lógica Não Monotônica

A primeira lógica não monotônica modal foi proposta em (MCDERMOTT; DOYLE, 1980) e denominada Lógica Não Monotônica. Nessa proposta, os autores acrescentaram à linguagem da lógica de primeira ordem o operador modal 'M', onde Mp é lido como "p é consistente". Como exemplo, a regra (2.1) pode ser usada para representar o fato de que "geralmente Homens comem carne".

$$Homem(x) \wedge MComeCarne(x) \rightarrow ComeCarne(x) \tag{2.1}$$

Adicionando-se o fato de que "Pedro é Homem", $Homem(Pedro)$, e nada mais, é consistente acreditar que ele come carne. Entretanto, se ficarmos sabendo que Pedro é vegetariano, $Vegetariano(Pedro) \rightarrow \neg ComeCarne(Pedro)$, é inconsistente acreditar que Pedro come carne e a conclusão da regra (2.1) não é aplicada.

Nessa lógica, uma teoria é um conjunto computável de sentenças da linguagem que são interpretadas como um conjunto de premissas sobre o mundo. As extensões[4] de uma teoria devem ser vistas como um conjunto de crenças que podem ser verdadeiras. Três condições são esperadas para esse conjunto E:

i. E deve ser dedutivamente fechado;

ii. E deve conter as premissas;

iii. E deve conter qualquer sentença da forma Mp, tal que $E \nvdash \neg p$.

Formalmente, uma extensão E é obtida a partir de uma teoria Δ de acordo com a Def. 2.4.1.

Definição 2.4.1. *Seja Δ uma teoria. Um conjunto de sentenças $E \in L_T$ é uma extensão de Δ sse*

$$E = Th(\Delta \cup \{Mp \;/\; p \text{ é uma sentença de } L_T \text{ e } \neg p \notin E\})$$

No nosso exemplo, se Δ contém o fato de $Homem(Pedro)$ e a regra $Homem(x) \wedge MComeCarne(x) \rightarrow ComeCarne(x)$ podemos assumir,

[4]Na terminologia original de Mcdermott e Doyle uma extensão de uma teoria Δ é denominada de ponto fixo de Δ.

consistentemente, $ComeCarne(Pedro)$ e obtemos a proposição modal $MComeCarne(Pedro)$ o que nos permite derivar $ComeCarne(Pedro)$.

Apesar da Lógica Não Monotônica gerenciar bem o nosso exemplo sobre Pedro, ela falha em muitos casos. Essa ineficácia é causada pela fraca relação de inferência entre fórmulas com ou sem modalidade. Ou seja, a lógica não captura bem o significado desejado dos operadores modais. Os exemplos a seguir ilustram duas dessas falhas (LUKASZEWICZ, 1990).

Exemplo 2.4.1. *Seja $\Delta = \{Mp, \neg p\}$ uma teoria não monotônica modal. O conjunto $E = Th(\{Mp, \neg p\})$ é a extensão associada à teoria. Esse resultado vai de encontro ao significado pretendido do operador modal M pois é o mesmo que afirmamos que p é consistente e enquanto $\neg p$ é válido.*

Exemplo 2.4.2. *Seja $\Delta = \{\neg Mp\}$. A teoria afirma que p é sempre inconsistente e, implicitamente, sugere que $\neg p$ é válido. Porém, no cálculo da extensão, apesar de $\neg Mp$ ser inferido de Δ, $\neg p$ não é. Isso força a proposição Mp ser assumida e, conseqüentemente, Δ não possui extensão.*

Por causa dessas e de outras fragilidades algumas correções foram propostas. Uma delas foi feita pelo próprio Mcdermott (MCDERMOTT, 1982). Ele manteve as principais idéias do formalismo original, porém, seu novo sistema baseou-se na inferência da lógica modal. Outra tentativa de correção foi feita por Moore (MOORE, 1985). Descrevemos essa proposta na próxima seção.

2.4.2 Lógica Autoepistêmica

Com o objetivo de solucionar os problemas encontrados na proposta de Mcdermott e Doyle (MCDERMOTT; DOYLE, 1980), Moore propôs uma reconstrução dessa lógica trocando a noção de consistência pela noção de crença (MOORE, 1985). Dessa forma, ele estendeu a linguagem da lógica de primeira ordem com o operador modal unário L, onde Lp é lida "p é acreditável". A grosso modo, o operador modal L pode ser interpretado como o operador dual do operador modal M de Mcdermott e Doyle .

Como exemplo, a regra "geralmente Homens comem carne" pode ser representada por:

$$Homem(x) \wedge \neg L(\neg ComeCarne(x)) \rightarrow ComeCarne(x)$$

A fórmula $\neg L(\neg ComeCarne(Pedro))$ é interpretada como "não é acreditável que Pedro não come carne".

Diferente da Lógica Não Monotônica, a Lógica Autoepistêmica permite a derivação de fórmulas modais positivas e negativas.

Definição 2.4.2. *Seja Δ uma teoria. E é uma extensão autoepistêmica de |Delta sse:*

$$E = Th(W \cup \{Lp|p \in E\} \cup \{\neg Lp|p \notin E\})$$

Em nosso exemplo, podemos concluir que a partir de $ComeCarne(Pedro)$ e da regra inconclusiva 2.4.2 que "Pedro come carne". Note que, comparada com a Def. 2.4.1, a lógica autoepistêmica adiciona o conjunto $\{Lp|p \in E\}$ às extensões. Como resultado, os dois problemas mostrados nos exemplos 2.4.1 e 2.4.2 são solucionados. No primeiro caso, a lógica autoepistêmica não gera extensões consistentes e no segundo gera a extensão esperada $\{L\neg p\}$.

2.5 Circunscrição

A Circunscrição é uma lógica criada por John McCarthy (MCCARTHY, 1980) para formalizar a suposição do senso comum de que as coisas são como esperadas, a menos que seja especificado o contrário. A proposta se baseia na idéia que os objetos que podem ser mostrados que possuem uma certa propriedade A são todos os objetos que satisfazem A. Genericamente, a circunscrição pode ser usada para conjecturar que as tuplas $\langle x, y, ..., z\rangle$ que são apresentadas como as que satisfazem a relação $A(x, y, ..., z)$ são todas as tuplas que satisfazem a relação.

O problema original considerado por McCarthy foi o dos missionários e canibais: existem três missionários e três canibais na margem de um rio; eles devem atravessar o rio até a outra margem em um bote com capacidade para duas pessoas com a condição de que nunca deve haver um número de missionários menor que o de canibais em qualquer das das margens. McCarthy não estava interessado em solucionar o problema, mas sim em excluir as opções que não estão explicitamente declaradas. Por exemplo, a solução "caminhe um quilômetro ao norte e atravesse o rio pela ponte" não é, intuitivamente, válida pois a descrição do problema não menciona tal ponte. Por outro lado, não podemos afirmar que a ponte não existe unicamente porque não é citada na descrição problema. Acreditar que a ponte não existe é conseqüência de assumirmos, implicitamente, que a descrição do problema contêm tudo o que é relevante para sua solução. Caso contrário, deveríamos explicitar todas as condições que devem ser excluídas. Segundo esse raciocínio, desejamos que Pedro seja o único homem envolvido no nosso exemplo. Ou seja, queremos inferir que não existe outro homem além de Pedro na descrição do cenário.

Inicialmente, McCarthy (MCCARTHY, 1980) formulou a circunscrição baseada na lógica de primeira ordem, minimizando a extensão[5] de um predicado, onde a extensão de um predicado é o conjunto de tuplas onde o valor do predicado é verdadeiro. Essa minimização é similar a da hipótese de mundo fechado, onde o que não é conhecido como verdadeiro é considerado falso. Já em (MCCARTHY, 1986) a idéia foi formalizada por meio da lógica de segunda ordem. Para formalizar que "Pedro é Homem" e que "geralmente Homens comem carne" devemos introduzir um predicado anormal adicional.

$$Homem(Pedro) \wedge \forall x(Homem(x) \wedge \neg anormal(x) \rightarrow ComeCarne(x))$$

O propósito do predicado $\neg anormal(x)$ é indicar que somente Homens "anormais" violam as regra.

A circunscrição foi usada por McCarthy para formalizar o suposição implícita de inércia: as coisas não sofrem alterações a menos que seja especificado. A princípio, a circunscrição se mostrou bastante poderosa na tarefa de especificar que as condições de uma cena não são alteradas pelas ações com exceção daquelas onde foi especificado explicitamente que sofreram alterações. Situações como essa são conhecidas como *frame problem* (MCCARTHY; HAYES, 1969). Entretanto, foi demonstrado, posteriormente, que a solução proposta por McCarthy chegava a soluções erradas em algumas ocasiões como no cenário do *Yale Shooting Problem* (HANKS; MCDERMOTT, 1987). Outras soluções para o frame problem que formalizam corretamente o Yale Shooting Problem existem. Muitas dessas soluções foram analisadas e comparadas em (SANDEWALL, 1994). Algumas usam formalismos variantes da circunscrição.

[5]Aqui, o termo extensão é utilizado com um significado diferente do das seções anteriores.

2.6 Considerações Finais

Neste capítulo o leitor teve a oportunidade de conhecer as principais características do raciocínio não monotônico, bem como, quatro dos principais formalismos lógicos utilizados para sua representação. No capítulo seguinte, apresentamos formalmente a lógica default e suas variantes justificada e com restrições.

Capítulo 3

Lógica Default e suas Principais Variantes

Neste capítulo apresentamos formalmente a lógica default de Reiter e suas variantes: lógica default justificada e com restrições. Mostramos as principais propriedades de cada uma das lógicas, assim como as motivações que levaram à construção de cada variante.

3.1 Lógica Default

A lógica default foi introduzida por Reiter em (REITER, 1980) e se tornou um dos principais formalismos para o raciocínio não monotônico desde então. Esse fato deve-se, basicamente, a quatro fatores:

- a lógica default é simples, intuitiva e modela bem o raciocínio sujeito à exceções;
- pode ser aplicada em várias áreas para formalizar diferentes aplicações (ETHERINGTON; R., 1983; REITER, 1987; MERCER, 1988; FROIDEVAUX, 1990; PERRAULT, 1990);
- ela agrupa outras propostas como, por exemplo, a circunscrição (LIFSCHITZ, 1990);
- em algumas situações é mais expressiva que as demais propostas (foi demonstrado em (TRUSZCZYNSKI, 1991) que a lógica default formaliza de

maneira mais eficiente programas lógicos com negação do que a lógica autoepistêmica).

Ela se baseia na lógica clássica de primeira ordem. Como dito na Seção 2.3, uma teoria default (W, D) é formada por um conjunto de fórmulas W e um conjunto de regras default D.

Uma regra default tem a forma:

$$\frac{\alpha : \beta}{\omega}$$

onde α, β e ω são fórmulas da lógica clássica. α é chamado de pré-requisito, β de justificativa e ω de conseqüente ou conclusão da regra default.

Uma regra default $\frac{\alpha:\beta}{\omega}$ é aplicável se seu pré-requisito α é provado e sua justificativa β é consistente com o conjunto de crenças atuais, ou seja, não se pode provar a negação da justificativa $(\neg\beta)$.

Antes de continuarmos com a apresentação da lógica default, introduzimos algumas notações que serão usadas no resto da dissertação.

Notação 3.1.1. *Dado uma regra default* $d = \frac{\alpha:\beta}{\omega}$*:*

- $Pre(d) = \alpha$ *(pré-requisito de d);*
- $Jus(d) = \beta$ *(justificativa de d);*
- $Cons(d) = \omega$ *(conseqüente de d).*

Similarmente, se D *é um conjunto de regras default:*

- $Pre(D) = \{Pre(d) | d \in D\}$*;*
- $Jus(D) = \{Jus(d) | d \in D\}$*;*
- $Cons(D) = \{Cons(d) | d \in D\}$*.*

Lembramos que uma teoria default é dita normal quando a justificativa e o conseqüente, de todas suas regras default, são equivalentes como em $\frac{\alpha:\beta}{\beta}$, e é chamada semi-normal quando a justificativa de cada regra default implica em seu conseqüente como em $\frac{\alpha:\beta\wedge\omega}{\omega}$.

3.1.1 Formalização da Lógica Default

Uma extensão E de uma teoria default (W, D) é definida como todas as fórmulas deriváveis a partir de W usando-se a inferência da lógica de primeira ordem e todas as regras default de D aplicáveis (inferências específicas). Uma regra default é aplicável se seu pré-requisito é provado e sua justificativa é consistente com E.

De acordo com (REITER, 1980), E deve ser o menor conjunto de fórmulas que contenha o conjunto inicial de fatos W, seja dedutivamente fechado e inclua o conseqüente de cada regra default aplicável. Formalmente, uma extensão DL é definida através do operador de ponto fixo Γ_R[1] como:

Definição 3.1.1. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default. Para qualquer conjunto S de fórmulas, seja $\Gamma_R(S)$ o menor conjunto que satisfaz as seguintes propriedades:*

i. $W \subseteq \Gamma_R(S)$;

ii. $\Gamma_R(S) = Th(\Gamma_R(S))$;

iii. *Para todo $\frac{\alpha:\beta}{\omega} \in D$, se $\alpha \in \Gamma_R(S)$ e $\neg\beta \notin S$, então $\omega \in \Gamma_R(S)$.*

E é uma extensão DL[2] *da teoria default Δ sse $\Gamma_R(E) = E$.*

A interação de uma extensão DL com uma regra default é ilustrada na Figura 3.1[3]. Nela vemos que o conseqüente ω da regra default $\frac{\alpha:\beta}{\omega}$ só é adicionado à extensão DL E se e somente se o pré-requisito α da regra default está em E e se sua justificativa β é consistente com E.

Vejamos um exemplo do cálculo de extensões DL.

Exemplo 3.1.1. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{A \rightarrow C, B \rightarrow C\}, \left\{ \frac{: A \wedge \neg B}{A}, \frac{: B \wedge \neg A}{B} \right\} \right)$$

possui duas extensões DL: $E_1 = Th(\{A, C\})$ e $E_2 = Th(\{B, C\})$.

[1] A letra R subscrita em Γ_R identifica que o operador Γ é da lógica default de Reiter. Para a lógica justificada utilizamos Γ_J e para a lógica default com restrições Γ_C.

[2] Reiter chama simplesmente de extensão.

[3] Figura adaptada de (SCHAUB, 1992).

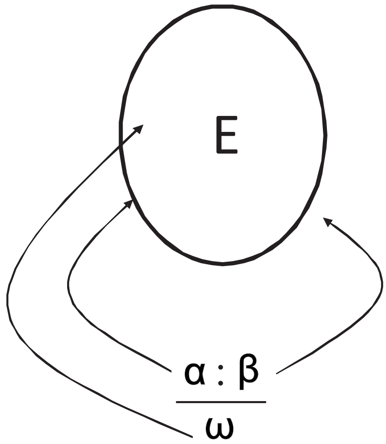

Figura 3.1: Interação entre uma extensão DL e uma regra default

3.1.2 Propriedades da Lógica Default

Nesta seção apresentamos as principais propriedades da lógica default. A definição de extensão dada na seção anterior é um pouco complexa já que apela para um operador de ponto fixo Γ_R. Um resultado importante conseguido por Reiter (REITER, 1980) nos dá uma caracterização mais intuitiva de uma extensão.

Teorema 3.1.1. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default e* E *um conjunto de fórmulas. Defina:*

$E_0 = W$
e para $i \geq 0$ $E_{i+1} = Th(E_i) \cup \left\{\omega | \frac{\alpha:\beta}{\omega} \in D, \alpha \in E_i, \neg\beta \ \notin E\right\}$.

E *é uma extensão DL de* Δ *sse* $E = \bigcup_{i=0}^{\infty} E_i,$.

A caracterização acima é pseudo-iterativa pois E é usado na definição de E_i.

Um resultado imediato do Teorema 3.1.1 é expressado no Corolário 3.1.1.

Corolário 3.1.1. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default e* E *uma extensão DL. Temos:*

- E *é inconsistente sse* W *é inconsistente;*
- *se* E *for uma extensão DL inconsistente, então* E *é única extensão de* Δ.

Reiter também demonstrou a maximalidade das extensões DL.

Teorema 3.1.2. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default, E e E' extensões DL de Δ. Então, $E \subseteq E'$ implica em $E = E'$.*

Além das duas caracterizações para uma extensão DL já vistas (Def. 3.1.1 e Teo. 3.1.1), uma caracterização bastante útil é a definida através regras default geradoras (ou default geradores).

Definição 3.1.2. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default e S um conjunto de fórmulas. O conjunto de defaults geradores para S com relação a D é definido como:*

$$GD_D^S = \left\{ \frac{\alpha : \beta}{\omega} \in D | \alpha \in S, \neg\beta \notin S \right\}$$

A partir da definição acima temos o seguinte teorema:

Teorema 3.1.3. *Seja E uma extensão DL para a teoria default $\Delta = (W, D)$. Temos:*

$$E = Th(W \cup Cons(GD_D^E))$$

O teorema acima afirma que uma extensão pode ser caracterizada por meio do conjunto inicial de fatos e as conclusões dos defaults geradores. Esse fato, ao contrário de Reiter e das lógicas baseadas na lógica default, é o nosso ponto de partida. Nosso objetivo inicial é encontrar um conjunto de informações inconclusivas (denominamos esse conjunto de expansão) que junto com os fatos iniciais nos retornem as conclusões da teoria em mãos.

3.1.3 Problemas da Lógica Default

A lógica default lida muito bem com o raciocínio não monotônico. Porém, para alguns pesquisadores da área, ela possui algumas deficiências em casos que lidamos com teorias default arbitrárias. Algumas da deficiências são causadas por limitações do próprio formalismo como a não existência de extensões para algumas teorias. Outras surgem de diferentes intuições sobre o papel das regras default, como a propriedade de comprometimento com as premissas[4].

As principais variantes da lógica default, notadamente lógica default justificada (LUKASZEWICZ, 1988) e lógica default com restrições (SCHAUB, 1992; DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994), surgiram com o objetivo de 'consertar' essas deficiências.

[4]Do inglês *commitment to assumptions*.

No Cap. 4 apresentamos a lógica defeasible com prioridade às exceções. O diferencial da nossa lógica é o princípio de prioridade às exceções. Esse princípio, gerencia o conflito entre regras sujeitas a exceções a as regras que representam essas exceções.

Nesta seção, apresentamos as principais 'deficiências' da lógica default.

Coerência ou Existência de Extensões

O principal objetivo da lógica default é a geração de extensões, entretanto, existem teorias default que não geram extensões. Etherington (ETHERINGTON, 1986) se refere as essas teorias como teorias incoerentes. Os Exemplos 3.1.2 e 3.1.3 ilustram teorias que não possuem extensões na lógica default.

Exemplo 3.1.2. *(REITER, 1980) A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{\frac{:\neg A}{A}\right\}\right)$$

Não possui extensões DL.

Exemplo 3.1.3. *(REITER, 1980) A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{d_1 = \frac{:\neg A \wedge B}{\neg A}; d_2 = \frac{:\neg B \wedge C}{\neg B}; d_3 = \frac{:\neg C \wedge A}{\neg C}\right\}\right)$$

Não possui extensões DL.

Na nossa opinião, o problema de falta de coerência da lógica default não é um problema da lógica em si, mas sim das teorias que são mal-formadas. Note que no Exemplo 3.1.2 podemos ler a regra default $\frac{:\neg A}{A}$ como: 'conclua A, a não ser que A'. Afirmamos que a regra não possui sentindo algum e a teoria é mal-formada. No segundo exemplo, a aplicação de uma regra default força a aplicação de uma das outras duas, porém, a aplicação desta última contradiz a justificativa da primeira aplicada: se escolhermos iniciar com a aplicação de d_1 somos forçados a aplicar d_2, mas aplicação de d_2 contradiz a justificativa de d_1; se iniciamos com d_2, somos forçados a aplicar d_3 mas aplicação de d_3 contradiz a justificativa de d_2; por fim, iniciando com d_3 temos d_1 aplicável, mas a aplicação de d_1 contradiz a justificativa de d_3. Neste caso, também temos uma teoria mal-formada, pois ela contêm um ciclo já que d_1 prova a exceção de d_2 que prova a exceção de d_3 que prova a exceção de d_1.

Existem duas situações onde podemos garantir a existência de extensões: quando o conjunto de defaults $D = \emptyset$, fica claro que a única extensão desse tipo de teoria é $E = Th(W)$; e quando a teoria default é normal (REITER, 1980).

Teorema 3.1.4. *(Existência de Extensões) Toda teoria default normal possui uma extensão DL.*

Uma falha na construção de uma extensão ocorre sempre por causa da necessidade de se aplicar uma regra default que não poderia ser aplicada. Uma das razões que impediria a aplicação de uma regra default seria se seu conseqüente junto com os axiomas e conseqüentes das outras regras default aplicadas negasse as justificativas de algumas regras default já aplicadas (Exemplo 3.1.3). No caso de teorias default semi-normais, se uma regra default $\frac{\alpha:\beta\wedge\omega}{\beta}$ deve ser aplicada, somente a parte não normal de sua justificativa, ω, pode ser refutada por outra regra default. Essa observação levou Etherington (ETHERINGTON, 1986) a especificar uma classe de teorias default semi-normais, que podem ser ordenadas de uma certa maneira, e sempre possuem ao menos uma extensão.

Semi-monotonicidade

A propriedade de semi-monotonicidade trata da monotonicidade com relação às regras default. Ela garante que a adição de regras default a uma teoria default preserva ou engrandece as extensões existentes. Segundo Reiter (REITER, 1980), as teorias default normais possuem essa propriedade.

Teorema 3.1.5. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default normal e D' um conjunto de regras default tal que $D \subseteq$ D'. Se E é uma extensão DL de Δ, então existe uma extensão DL E' de Δ tal que $E \subseteq E'$.*

A importância da propriedade de semi-monotonicidade vem do fato de que ela permite procedimentos de provas locais. Ou seja, para se provar uma proposição de uma teoria default normal $\Delta = (W, D)$ é necessário apenas um subconjunto de D. Dessa forma, somente as regras default relevantes para a prova da proposição são levadas em conta. Esse resultado, todavia, não vale para teorias default arbitrárias como ilustrado no Exemplo 3.1.4.

Exemplo 3.1.4. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{: A \wedge B}{A} \right\} \right) \tag{3.1}$$

possui uma extensão DL: $E_1 = Th(\{A\})$.

Adicionando a regra default $\frac{:\neg B \wedge C}{\neg B}$ *teremos a seguinte teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{: A \wedge B}{A}, \frac{: \neg B \wedge C}{\neg B} \right\} \right) \tag{3.2}$$

que possui a extensão DL $E_2 = Th(\{\neg B\})$

Claramente $E_1 \not\subseteq E_2$. Na teoria default 3.1, a regra $\frac{:A \wedge B}{A}$ pode ser aplicada porque sua justificativa $A \wedge B$ é consistente. Porém, na teoria 3.2, essa hipótese é falsa por causa da presença da regra default $\frac{:\neg B \wedge C}{\neg B}$.

Comprometimento com as premissas

Uma extensão DL pode ser justificada por premissas contraditórias. Esse problema foi descrito por Poole em (POOLE, 1989) que mostrou que a lógica default não possui a propriedade de concordância com as hipóteses.

O comprometimento com as premissas exige que a união de uma extensão consistente com todas as hipóteses de consistência assumidas (as justificativas dos defaults aplicados) é um conjunto consistente.

Em (SCHAUB, 1992) Schaub mostrou que a causa da falha da semi-monotonicidade é a falha na concordância com as hipóteses. Toda lógica default que concorda com as hipóteses também é semi-monotônica e também garante a existência de extensões. Ele definiu duas classes de comprometimento com as premissas.

i. Comprometimento fraco com as premissas: ocorre quando a consistência da justificativa de uma regra default aplicada é checada individualmente.

ii. Comprometimento forte com as premissas: ocorre quando é preservada a consistência do conjunto de justificativas de todas as regras default aplicadas.

Vejamos um exemplo que demonstra a falha da propriedade na lógica default.

Exemplo 3.1.5. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\emptyset, \left\{ \frac{: B \wedge A}{B}, \frac{: C \wedge \neg A}{C} \right\} \right)$$

possui uma extensão DL: $E = Th(\{B, C\})$.

Podemos notar, no exemplo acima, que as duas regras default foram aplicadas apesar de elas terem justificativas contraditórias entre si. Ou seja, a conclusão de B é baseada no fato de que A é consistente, enquanto a conclusão C baseia-se em $\neg A$ consistente. Dessa forma, a conclusão $\{B \wedge C\}$ é justificada simultaneamente por A e $\neg A$.

As teorias default normais concordam com as hipóteses. Isso se deve ao fato de que as justificativas e os conseqüentes das regras default serem equivalentes.

Contra Positiva e Raciocínio por Casos

Regras default, quando aplicadas a uma extensão, funcionam como regras de inferência específicas. Por exemplo, se uma regras default $\frac{\alpha:\beta}{\omega}$ é aplicada ele funciona como $\alpha \rightarrow \omega$. Porém, essas implicações não se comportam como a implicação clássica. O Exemplo 3.1.6 mostra a falha da contra positiva e o Exemplo 3.1.7 mostra que teorias default não permitem raciocínio por casos.

Exemplo 3.1.6. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\neg B\}, \left\{ \frac{A : B}{B} \right\} \right)$$

possui uma extensão DL: $E = Th(\{\neg B\})$.

Na lógica clássica se tivermos as regras $A \rightarrow B$ e $\neg B$, então $\neg A$ é verdadeiro pois, $A \rightarrow B$ é equivalente a $\neg B \rightarrow \neg A$. Porém, a extensão E da teoria acima não contêm $\neg A$.

Exemplo 3.1.7. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{A : B}{B}, \frac{\neg A : B}{B} \right\} \right)$$

possui uma extensão DL: $E = Th(\emptyset)$.

Na lógica clássica, a partir das formulas $A \rightarrow B$ e $\neg A \rightarrow B$ podemos inferir B, pois, $A \vee \neg A$ é uma tautologia. No entanto, a teoria default não conclui B já que nem A e nem $\neg A$ sozinhos são provados.

3.2 Lógica Default Justificada

Lukaszewicz (LUKASZEWICZ, 1988), motivado pela falta de extensões DL para algumas teorias, propôs uma nova definição de extensões para uma teoria default, criando, assim, a Lógica Default Justificada (justified default logic - JusDL). Seu objetivo era ter uma lógica com a propriedade de semi-monotonicidade.

Como foi dito na Seção 3.1.3, essa propriedade garante que a adição de um conjunto de regras default a uma teoria default preserva ou aumenta as extensões existentes. Sua importância vem do fato de permitir procedimentos de provas locais que podem descartar algumas regras defaults, ou seja, para se provar uma proposição em uma teoria default $\Delta = (W, D)$ é suficiente considerar apenas um subconjunto finito de D. Além disso, a semi-monotonicidade garante a existência de extensões de uma teoria default.

3.2.1 Formalização da Lógica Default Justificada

Para conseguir seu objetivo, Lukaszewicz alterou a condição de aplicabilidade de uma regra default. Ele uniu as justificativas das regras default às extensões. Dessa forma, uma extensão JusDL é formada por uma par de conjuntos (E, J) onde o primeiro constitui a extensão propriamente dita e o segundo impõe restrições a E. Formalmente, uma extensão é definida como:

Definição 3.2.1. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default. Para qualquer par de conjuntos de fórmulas (S, U), seja $\Gamma_J(S, U)$ o par dos menores conjuntos de fórmulas S', U' que satisfazem:*

i. *$W \subseteq S'$;*

ii. *$Th(S') = S'$;*

iii. *Para todo $\frac{\alpha:\beta}{\omega} \in D$, $\alpha \in S'$ e $\forall \eta \in U \cup \{\beta\}$. $S \cup \{\omega\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp$, então $\omega \in S'$ e $\beta \in U'$.*

Um conjunto de fórmulas E é uma extensão JusDL[5] *da teoria default Δ com respeito ao conjunto de formulas J se e somente se $\Gamma_J(E, J) = (E, J)$.*

Vejamos um exemplo do cálculo de extensões JusDL.

[5]Denominada *modified extension* em (LUKASZEWICZ, 1988).

Exemplo 3.2.1. *Considere a Teoria Default:*

$$(W, D) = \left(\{A\}, \left\{\frac{: A \wedge C}{A}, \frac{\neg C \wedge B}{\neg C}\right\}\right)$$

Essa teoria possui duas extensões JusDL: $E_1 = Th(\{A\})$, *com relação ao conjunto* $J_1 = \{A \wedge C\}$, *e* $E_2 = Th(\{A, \neg C\})$, *com relação ao conjunto* $J_2 = \{\neg C \wedge B\}$.

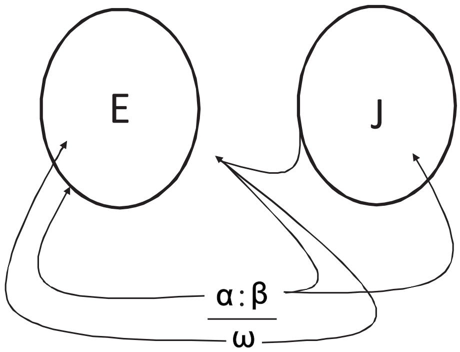

Figura 3.2: Interação entre uma extensão JusDL e uma regra default.

O conjunto J é chamado de *conjunto de justificativas de suporte* a E. Como ilustrado na Figura 3.2, uma regra default $\frac{\alpha:\beta}{\omega}$ é aplicada somente se todas as justificativas das outras regras default aplicadas são consistentes com a extensão E e ω, além disso, ω e β devem ser consistentes com E.

3.2.2 Propriedades da Lógica Default Justificada

Assim como Reiter, Lukaszewicz também forneceu uma definição pseudo-iterativa de sua lógica.

Teorema 3.2.1. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default e* E *e* J *conjuntos de fórmulas. Defina:* $E_0 = W$ *e* $J_0 = \emptyset$
e para $i \geq 0$

$$E_{i+1} = Th(E_i) \cup \left\{\omega | \tfrac{\alpha:\beta}{\omega} \in D, \alpha \in E_i, \forall \eta \in J \cup \{\beta\}. E \cup \{\omega\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp\right\}$$

$$J_{i+1} = J_i \cup \left\{\beta | \tfrac{\alpha:\beta}{\omega} \in D, \alpha \in E_i, \forall \eta \in J \cup \{\beta\}. E \cup \{\omega\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp\right\}$$

(E,J) é uma extensão JusDL de (W,D) sse $(E, J) = (\bigcup_{i=0}^{\infty} E_i, \bigcup_{i=0}^{\infty} J_i)$.

Analogamente a (REITER, 1980) segue-se o seguinte corolário do Teorema 3.2.1.

Corolário 3.2.1. *Seja (W,D) uma teoria default e E uma extensão JusDL com relação J. Temos:*

- *E é inconsistente sse W é inconsistente;*
- *se E for uma extensão JusDL inconsistente, então E é única extensão de (W,D).*

Em (RISCH, 1996) Risch formulou uma definição de extensão JusDL baseada no conjunto de regras default geradoras de uma extensão.

Definição 3.2.2. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default e S e T conjuntos de fórmulas. O conjunto de regras default geradoras para (S, T) com relação a D é definido como:*

$$GD_D^{(S,T)} = \left\{ \frac{\alpha : \beta}{\omega} \in D | \alpha \in S, \forall \eta \in T \cup \{\beta\}. S \cup \{\omega\} \cup \{\eta\} \nvdash \bot \right\}$$

Baseado na definição acima segue-se o seguinte teorema:

Teorema 3.2.2. *Seja (E, J) uma extensão JusDL para a teoria default (W,D). Temos:*

$E = Th(W \cup Cons(GD_D^{(E,J)}))$

$J = Jus(GD_D^{(E,J)}))$

O teorema abaixo relaciona as extensões DL com as extensões JusDL. Lukaszewicz (LUKASZEWICZ, 1988) provou que todas as extensões DL também são extensões JusDL.

Teorema 3.2.3. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default e suponha que E é uma extensão DL de Δ. Então E é uma extensão JusDL de Δ*

A principal propriedade da lógica default justificada é a semi-monoticidade o que garante que toda teoria default possui, pelo menos, uma extensão JusDL. Seguindo a classificação adotada em (SCHAUB, 1992) e mostrada na Seção 3.1.3 a semi-monotonicidade é garantida já que a lógica concorda fracamente com as hipóteses devido a forma como os defaults são aplicados a uma extensão ou não.

No Exemplo 3.1.4 ilustramos a falha da semi-monotonicidade da lógica default. No exemplo abaixo mostramos como a lógica default justificada corrigiu a falha.

Exemplo 3.2.2. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{: A \wedge B}{A} \right\} \right)$$

possui uma extensão DL: $E_{DL} = Th(\{A\})$ *e uma extensão JusDL,* $E_{JusDL} = Th(\{A\})$.

Adicionando a regra default $\frac{:\neg B \wedge C}{\neg B}$ *teremos a seguinte teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{: A \wedge B}{A}, \frac{: \neg B \wedge C}{\neg B} \right\} \right)$$

que possui a extensão DL: $E_{DL1} = Th(\{\neg B\})$ *e duas extensões JusDL:,* $E_{JusDL1} = Th(\{A\})$ *e* $E_{JusDL2} = Th(\{\neg B\})$.

Com as modificações Lukaszevicz obteve uma lógica semi-monotônica, o que lhe propicia trabalhar com o conceito de extensão local, iterativo e construtivo. A dificuldade está na maneira como foi feita a alteração. Como pode ser visto na Definição 3.2.1, ele apela para um operador de ponto fixo sobre dois conjuntos de fórmulas. Além disso, entendemos que não capta de maneira correta o papel das exceções no raciocínio não monotônico. A proposta de Lukaszevicz vai de encontro ao critério de prioridade às exceções. Para ele, não há nada de errado no fato de uma regra default participar na derivação de sua própria exceção.

3.3 Lógica Default com Restrições

Em (SCHAUB, 1992; DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994) os autores consideram que a lógica default de Reiter não é um modelo apropriado para a descrição do mundo. Como argumento eles citam dois 'problemas'. Para eles, as pessoas têm um grande poder de tirar conclusões verificando hipóteses ou, simplesmente, assumindo que hipóteses são válidas. Entretanto, essas hipóteses não são assumidas de forma arbitrária: tenta-se verificar as hipóteses e verificar se elas não são contraditórias entre si. Como mostrado na Seção 3.1.3 a lógica default falha nesse ponto já que ela não possui a propriedade de comprometimento com as premissas.

Outro 'problema' da lógica default pode ser visto através da teoria default do Exemplo 3.3.1

Exemplo 3.3.1. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{: B \wedge A}{B}, \frac{: \neg A \wedge C}{\neg A} \right\} \right)$$

possui uma extensão DL: $E = Th(\{\neg A\})$.

Para Delgrande, Schaub e Jackson esse resultado vai de encontro à intuição, já que não há nenhum conhecimento prévio que barre a primeira regra default[6]. Dessa forma, eles argumentam que deve haver uma outra extensão onde a regra $\frac{:B \wedge A}{B}$ é aplicada.

Em (BREWKA, 1991) Brewka introduz uma variante da lógica default que não é baseada na lógica clássica, mas sim na lógica das asserções[7]. O objetivo era criar uma lógica que concordasse com as hipóteses e fosse cumulativa. Para isso, Brewka introduziu asserções que são fórmulas rotuladas com o conjunto de justificativas e conseqüentes das regras default que foram utilizadas para sua derivação. Intuitivamente, as asserções representam as fórmulas e as razões para acreditarmos nelas.

Baseado no trabalho de Brewka, Schaub propôs uma variante da lógica default que obrigasse que o conjunto de justificativas usadas para o cálculo de uma extensão ser consistente, ao invés de cada uma individualmente.

3.3.1 Formalização da Lógica Default com Restrições

Para evitar os problemas citados na Seção 3.1.3, Schaub (SCHAUB, 1992) introduziu uma nova variante da lógica default denominada Lógica Default com Restrições (constrained default logic - ConDL). O objetivo era propor uma lógica default onde a união das justificativas e dos conseqüentes de uma regra default forneçam um contexto ou um conjunto de hipóteses para a aplicação da regra default. Em outras palavras, deseja-se que o conjunto de justificativas usadas para especificar uma extensão seja consistente, ao contrário de cada uma individualmente.

[6]Não compartilhamos da mesma opinião. Na Seção 4.3.3 apresentamos o princípio de prioridade às exceções que regula esse tipo de conflito entre regras inconclusivas.

[7]Do inglês *assertion logic.*

Uma extensão ConDL é formada por dois conjuntos de fórmulas E e C onde $E \subseteq C$. E é a extensão em si, ou seja, contêm todas as fórmulas que são assumidas como verdadeiras; C é o conjunto de restrições[8], ele é composto por E junto com as justificativas de todas as regras default aplicadas. A Figura 3.3 ilustra uma extensão ConDL.

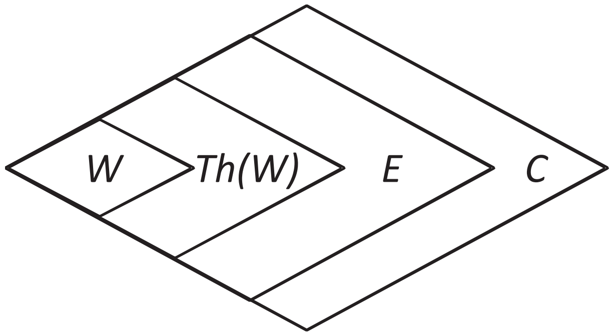

Figura 3.3: Um extensão ConDL (E,C) de uma teoria default (W,D).

Comparativamente, uma regra default $\frac{\alpha:\beta}{\omega}$ é aplicada na lógica default se seu pré-requisito α está em E e se sua justificativa β for consistente com E; enquanto na lógica default com restrições a consistência da justificativa β é checada com respeito ao conjunto de restrições C. C pode ser visto como o contexto estabelecido pelas premissas W, pelos teoremas não monotônicos (conclusões derivadas a partir de regras default) e pelas hipóteses de consistência implícitas (as justificativas das regras default aplicadas).

Formalmente, uma extensão ConDL é caracterizada como:

Definição 3.3.1. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default. Para qualquer conjunto de fórmulas T seja $\Gamma_C(T)$ o par dos menores conjuntos de fórmulas (S', T') tais que:*

i. $W \subseteq S' \subseteq T'$;

ii. $S' = Th(S')$ *e* $T' = Th(T')$;

iii. *para qualquer* $\frac{\alpha:\beta}{\omega} \in D$, *se* $\alpha \in S'$ *e* $T \cup \{\beta\} \cup \{\omega\}$ *é consistente, então* $\gamma \in S'$ *e* $\beta \wedge \omega \in T'$.

Um par de conjuntos de fórmulas (E, C) é uma extensão ConDL de Δ se e somente se $\Gamma_C(C) = (E, C)$.

[8]Do inglês *constraints*.

Vejamos dois exemplos que mostram como essa nova caracterização de extensão dirimiu dois dos principais problemas da lógica default de Reiter. O exemplo 3.3.2 é o mesmo utilizado para demonstrar a falha da propriedade de comprometimento com as premissas.

Exemplo 3.3.2. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{: B \wedge A}{B}, \frac{: C \wedge \neg A}{C} \right\} \right)$$

possui uma extensão DL: $E_{DL} = Th(\{B, C\})$ *e duas extensões ConDL:* $(E_1, C_1) = (Th(\{B\}), Th(\{B, A\}))$ *e* $(E_2, C_2) = (Th(\{C\}), Th(\{C, \neg A\}))$

Na primeira extensão ConDL, o conjunto de restrições é composto pela justificativa e pelo conseqüente da primeira regra default B e A. Dessa forma, a segunda regra default não pode ser aplicado já que sua justificativa $C \wedge \neg A$ é inconsistente com o conjunto de restrições. O mesmo acontece ne segunda extensão ConDL. Dessa forma, diferente da lógica default, não existem extensões justificadas por premissas contraditórias.

Exemplo 3.3.3. *A teoria default*

$$\Delta = \left(\{\emptyset\}, \left\{ \frac{: B \wedge A}{B}, \frac{: \neg A \wedge C}{\neg A} \right\} \right)$$

possui uma extensão DL: $E_{DL} = Th(\{\neg A\})$ *e duas extensões ConDL:* $(E_1, C_1) = (Th(\{B\}), Th(\{B, A\}))$ *e* $(E_2, C_2) = (Th(\{\neg A\}), Th(\{\neg A, C\}))$.

Neste exemplo, a lógica default gera somente a extensão $E_{DL} = Th(\{\neg A\})$, o que para os autores da lógica default com restrições é um resultado errado por ser não intuitivo. Em contra partida obtemos duas extensões ConDL. Na primeira concluímos B assumindo verdadeira a condição $B \wedge A$ e na segunda, concluímos $\neg A$, assumindo $\neg A \wedge C$. Nós não concordamos com a proposta da lógica default com restrições de separar em duas extensões regras default conflitantes como as do Exemplo 3.3.3. Note que a primeira regra default pode ser lida como: 'conclua B, a não ser que $\neg A$' e a segunda como: 'conclua $\neg A$, a não ser que A'. Dessa forma, é fácil notar que a segunda regra é exceção da primeira. O princípio de prioridade às exceções garante que uma regra que representa a exceção possui prioridade de aplicação sobre a regra sujeita à exceção. Assim, somente a segunda extensão ConDL é correta. Concordando, nesse caso, com a DL.

O conjunto de restrições é formado pelo acúmulo das justificativas das regras default aplicadas. Uma extensão ConDL é construída de forma semelhante a uma extensão DL. A diferença principal se deve ao fato de que para uma regra default ser aplicada sua justificativa e seu conseqüente devem ser consistentes com o conjunto de restrições. Isso é ilustrado na Figura 3.4. Dada uma extensão ConDL (E,C), uma regra default $\frac{\alpha:\beta}{\omega}$ é aplicada se seu pré-requisito α está na extensão E e se sua justificativa β e seu conseqüente ω são consistentes com o conjunto de restrições C.

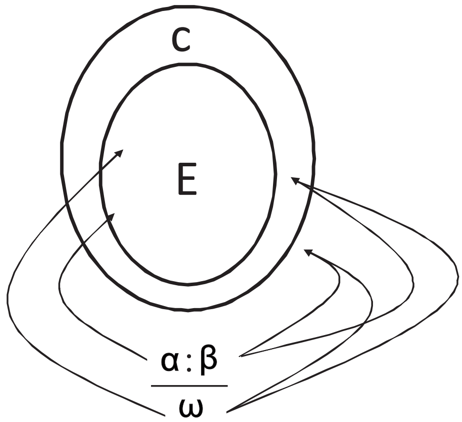

Figura 3.4: Relacionamento de uma extensão ConDL e uma regra default.

3.3.2 Propriedades da Lógica Default com Restrições

Assim como na lógica default, a lógica default com restrições também possui uma definição mais intuitiva e pseudo-iterativa de extensão (SCHAUB, 1992; DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994).

Teorema 3.3.1. *Seja (W, D) uma teoria default e E e C conjuntos de fórmulas. Defina:*

$$E_0 = W \text{ e } C_0 = \emptyset$$

e para $i \geq 0$

$$E_{i+1} = Th(E_i) \cup \left\{\omega | \tfrac{\alpha:\beta}{\omega} \in D, \alpha \in E_i, C \cup \{\beta\} \cup \{\omega\} \nvdash \bot\right\}$$

$$C_{i+1} = C_i \cup \left\{\beta \wedge \omega | \tfrac{\alpha:\beta}{\omega} \in D, \alpha \in E_i, C \cup \{\beta\} \cup \{\omega\} \nvdash \bot\right\}$$

(E,C) é uma extensão ConDL de (W,D) sse $(E, C) = (\bigcup_{i=0}^{\infty} E_i, \bigcup_{i=0}^{\infty} C_i)$.

Analogamente a (REITER, 1980) segue-se o seguinte corolário do Teorema 3.3.1

Corolário 3.3.1. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default e (E,C) uma extensão ConDL. Temos:*

- *C é inconsistente sse W é inconsistente;*
- *se (E,C) for uma extensão ConDL inconsistente, então (E,C) é única extensão ConDL de* Δ*.*

Além da caracterização pelo Teorema 3.3.1 também podemos caracterizar uma extensão ConDL por meio do conjunto de regras default geradoras.

Definição 3.3.2. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default e* S *e* T *conjuntos de fórmulas. O conjunto de defaults geradores para (S,T) com relação a D é definido como:*

$$GD_D^{(S,T)} = \left\{ \frac{\alpha : \beta}{\omega} \in D | \alpha \in S, T \cup \{\beta\} \cup \{\omega\} \nvdash \perp \right\}$$

Baseado na definição acima segue Teorema 3.3.2:

Teorema 3.3.2. *Seja* (E, C) *uma extensão ConDL para a teoria default (W,D). Temos:*

$E = Th(W \cup Cons(GD_D^{(E,C)}))$

$C = Th(W \cup Cons(GD_D^{(E,C)}) \cup Jus(GD_D^{(E,C)}))$.

Duas importantes propriedades da lógica são enunciadas pelos Teoremas 3.3.3 e 3.3.4. O primeiro garante a semi-monotonicidade da lógica e o segundo a existência de extensões.

Teorema 3.3.3. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default e D' um conjunto de regras default tal que* $D \subseteq D'$*. Se (E,C) é uma extensão ConDL de* Δ*, então existe uma extensão ConDL (E',C') de* Δ *tal que* $E \subseteq E'$ *e* $E \subseteq E'$*.*

Teorema 3.3.4. *Toda teoria default possui uma extensão ConDL.*

3.4 Considerações Finais

Terminamos aqui a apresentação das três principais lógicas não monotônicas baseadas no raciocínio default. A Tabela 3.1 sumariza as propriedades apresentadas. Ela mostra para quais tipos de teorias default as propriedades são válidas. Por exemplo, todas as teorias default são coerentes nas lógicas justificada e com restrições, enquanto que para a lógica de Reiter essa propriedade é válida somente para as teorias default normais. No próximo capítulo apresentamos a nossa proposta de formalização do raciocínio não monotônico.

	DL	JusDL	ConDL
Coerência	Normais	Arbitrárias	Arbitrárias
Semi-monotonicidade	Normais	Arbitrárias	Arbitrárias
Concordância	Normais	Normais	Arbitrárias

Tabela 3.1: A variantes da lógica default de Reiter

Capítulo 4

Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções

Neste Capítulo apresentamos nossa proposta para a formalização do raciocínio não monotônico, a Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções. Inicialmente, introduzimos algumas definições utilizadas na nossa proposta para podermos apresentar as propriedades que utilizamos para definir a nossa lógica. Além disso, apresentamos uma nova maneira de formular a lógica default e suas variantes justificada e com restrições. Para facilitar o entendimento do leitor utilizamos uma linguagem proposicional L com o acréscimo do novo operador "$-($ " para representar as informações inconclusivas. No apêndice B, ampliamos a linguagem para uma de primeira ordem.

4.1 Generalizações

Nossas informações inconclusivas são representadas não mais por regras default, e sim por *generalizações*.

Definição 4.1.1. *Uma generalização em L é uma expressão da forma $P -(Q$ onde P e Q são fórmulas de L.*

Uma generalização g da forma $P-(Q$ é lida "geralmente P, a menos que Q" (note que P e Q não contem o conectivo "$-($"). 'P' representa uma proposição, que chamamos de conjectura de g, sujeita a uma exceção 'Q', que chamamos de restrição de g (como simplificação, uma generalização da forma $P-(\perp$, onde $\perp$ representa uma contradição, é representada como $P-(\ )$. Dessa forma, temos:

Definição 4.1.2. *Seja g uma generalização da forma $P -(\ Q$ especificamos:*

i. *Conj(g)* $\equiv P$.

ii. *Rest(g)* $\equiv Q$.

Denominamos nossa base de conhecimento de base axiomática inconclusiva. Ela é composta por um par de conjuntos de fórmulas e generalizações representando informações tidas como verdadeiras e inconclusivas, respectivamente.

Definição 4.1.3. *Uma base axiomática inconclusiva em L é um par (W,G), onde W representa uma coleção de fórmulas de L e G é uma coleção de generalizações.*

Por que damos preferência ao uso de generalizações ao invés de regras default? A razão de fundo é: generalizações são equivalentes a regras default semi-normais, múltiplas, livres de pré-requisito. Esse resultado é apresentados nas Definições 4.1.4 e 4.1.5.

Definição 4.1.4. *Seja* $\tau = (W, G)$ *uma base axiomática inconclusiva,* $\Delta = (W, D)$ *é sua teoria default correspondente, onde:*

$$D = \left\{ \frac{: P, \neg Q}{P} \mid P -(\ Q \in G \right\} \quad . \tag{4.1}$$

De forma semelhante, dada uma teoria default $\Delta = (W, D)$ onde todas as regras default são normais ou semi-normais, múltiplas, livres pré-requisitos temos o seguinte esquema de tradução:

Definição 4.1.5. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *onde todas as regras default são normais ou semi-normais, múltiplas, livres de pré-requisito,* $\tau = (W, G)$ *é sua base axiomática inconclusiva correspondente, onde:*

$$G = \left\{ P -(\ \neg Q \mid \frac{: P, Q}{P} \in D \right\} \tag{4.2}$$

Como foi mostrado na Seção 3.1.3 regras default arbitrárias não permitem duas importantes propriedades da lógica clássica: o raciocínio por contrapositiva e o raciocínio por casos. Em (DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994) os autores defendem o uso de regras default livres de pré-requisitos. Para isso apresentam o seguinte esquema de tradução:

$$\frac{\alpha : \beta}{\omega} \mapsto \frac{: (\alpha \to \omega) \wedge \beta}{\alpha \to \omega} \tag{4.3}$$

e descrevem como regras default livres de pré-requisitos permitem o raciocínio por contrapositiva e o raciocínio por casos. Nosso objetivo é manter a lógica não monotônica o mais próximo da lógica clássica quanto possível, assim, manter propriedades como contrapositiva e raciocínio por casos é desejável. Outra vantagem da ausência de pré-requisitos é que, assim, podemos linearizar a notação.

Além disso, em (MAREK; TRUSZCZYNSKI, 1993) os autores demonstraram que qualquer teoria default pode ser representada como uma teoria default semi-normal. Esse resultado foi complementado em por Janhunem (JANHUNEN, 2003). O autor avaliou o efeito da semi-normalidade na expressividade das regras default. Ele aplicou um método de classificação baseado em uma tradução proposta em (JANHUNEN, 1999) para poder comparar o poder expressivo das teorias default semi-normais com o das teorias arbitrárias e normais. Além disso, a mesma comparação foi realizada para os casos onde essas teorias são livres de pré-requisito. Os resultados dessas comparações mostraram que as teorias default semi-normais e arbitrárias possuem o mesmo poder de expressão. Da mesma forma, teorias semi-normais livres de pré-requisitos são expressivamente equivalentes às arbitrárias livres de pré-requisito. Ao contrário disso, teorias default normais são menos expressivas que teorias arbitrárias.

Mais importante, a lógica default é definida em termos de consistência. Dessa maneira, regras default não normais implicam que a consistência do conseqüente, que é o que participa da formação da extensão, não é testada. Assim, regras default não normais, se forem aplicáveis aonde a regra semi-normal não é, implica em se introduzir uma contradição em uma extensão, trazendo o colapso da mesma.

Resumidamente, a utilização de generalizações na representação das informações inconclusivas nos garante o mesmo poder de expressividade das regras default arbitrárias além de nos livrar de deficiências dessas regras.

4.2 Expansões

Qual a diferença entre uma teoria da lógica clássica (entendida como o conjunto de teoremas) e uma teoria não monotônica? Na lógica clássica, todas as premissas, compõem a teoria final. Na lógica não monotônica, por ser composta de regras sujeitas a exceção, algumas premissas não passam para a teoria final. Tomando uma extensão da lógica default, como saber quais regras inconclusivas foram utilizadas no seu cálculo? Nosso mérito é separar o processamento não monotônico do processamento clássico, ou seja, localizar quais generalizações colaboraram no cálculo de uma extensão. Esse conjunto de generalizações é denominado *expansão*.

Entendemos o cálculo de expansões como um pré-processamento para a geração de uma extensão. Uma vez decidido quais generalizações que passam, daí pra frente, colapsamos na lógica clássica. Os teoremas da Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções serão os teoremas da lógica clássica tomando as conjecturas das generalizações que passaram como premissas. Note que nas lógicas default a parte monotônica e não monotônica estão sempre entremeadas, nelas acontece o processo contrário. São calculadas as extensões levando-se em conta conjuntamente as partes monotônica e não monotônica das teorias default e depois as regras default geradoras são separadas (Teoremas 3.1.3, 3.2.2, 3.3.2).

Para nós, expansões nos fornecem um conjunto de ferramentas para entendermos o porque de chegarmos a uma conclusão. Em termos práticos, não se deseja saber apenas a conclusão de que algo está com defeito, mas sim localizar exatamente aonde está o defeito. Ou seja, na normalidade, todas as regras funcionam, mas no defeito, alguma falhou. Qual?

A noção de expansão também é encontrada em (FROIDEVAUX; MENGIN, 1994). Neste trabalho, os autores calculam, inicialmente, quais defaults serão aplicados na extensão antes de calcular os teoremas da teoria default[1].

Na Seção 4.3 definiremos as propriedades utilizadas na definição da nossa lógica. Porém, gostaríamos de deixar claro nosso conceito de expansão.

Uma expansão é um conjunto de generalizações que possui as seguintes propriedades:

i. Consistência: suas conclusões junto com o conjunto de fatos é um conjunto consistente;

ii. Corretude: nenhuma restrição de uma generalização é violada no sentido de que nenhuma restrição é inferida na extensão associada;

[1]No Capítulo 5 apresentamos essa formulação fazendo uma comparativo com a nossa.

iii. Prioridade às exceções: regras cujas conjecturas levam à derivação de outra têm prioridade sobre esta. Em caso de conflito, são estas que são derivadas e não a segunda. Por exemplo, entre as generalizações P–(Q e Q–(, como Q–(representa a exceção de P–(Q ela deve pertencer a expansão, jamais a segunda.

iv. Maximalidade: nenhuma generalização é deixada de lado se sua inclusão não viola nenhuma das propriedades acima.

Definição 4.2.1. *Um candidato γ em uma base axiomática inconclusiva $\tau = (W, G)$ é uma coleção de generalizações em τ.*

A motivação para a denominação *candidato* vem do fato de que coleções de generalizações são candidatas a expansões em τ.

Exemplo 4.2.1. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{P\text{–(} Q, Q\text{–(} R, \neg P\text{–(} \})$$

Alguns candidatos a expansão são:

$\gamma_1 = \{Q$–(R, $\neg P$–($\}$;

$\gamma_2 = \{P$–(Q, Q–($R\}$;

$\gamma_3 = \{P$–(Q, $\neg P$–($\}$.

Para candidatos, definimos os seguintes conjuntos:

Definição 4.2.2. *Seja γ um candidato, especificamos:*

i. *Conj(γ) $\equiv$ {Conj(g) $\mid$ $g \in \gamma$ }.*

ii. *Rest(γ) $\equiv$ {Rest(g) $\mid$ $g \in \gamma$ }.*

"Conj(γ)" é lido "conjecturas de γ" e "Rest(γ)" é lido "restrições de γ".

Já definimos o conceito de expansão, mais quais serão as conclusões de uma base axiomática inconclusiva? Na lógica clássica dado um conjunto de fórmulas Γ, $Th(\Gamma)$ é o conjunto de teoremas de Γ. No nosso caso, dado um candidato γ, o conjunto de teoremas induzidos por γ em τ é especificado como se segue.

Definição 4.2.3. *Dado um candidato* γ *em* $\tau = (W, G)$, $Th_{\tau}(\gamma) \equiv Th(W \cup Conj(\gamma))$.

'$Th_{\tau}(\gamma)$' é denominada *teoria* associada a γ em τ.

Definição 4.2.4. *Um candidato* γ *é consistente em* τ *sse* $Th_{\tau}(\gamma)$ *é consistente.*

No Exemplo 4.2.1 as teorias associadas aos candidatos são:

$Th_{\tau}(\gamma_1) = Th(\{\mathrm{Q}, \neg\mathrm{P}\})$;

$Th_{\tau}(\gamma_2) = Th(\{\mathrm{P}, \mathrm{Q}\})$;

$Th_{\tau}(\gamma_3) = Th(\{\mathrm{P}, \neg\mathrm{P}\})$.

Neste caso, γ_1 and γ_2 são candidatos consistentes, enquanto γ_3 não é.

Por fim, definimos os seguintes conjuntos.

Definição 4.2.5. *Se* $\Gamma = \{P_1, .., P_n\}$ *é uma coleção de fórmulas em L:*

i. $\bigvee \Gamma \equiv \{P_1 \vee ... \vee P_n\}$*;*

ii. $\neg\Gamma \equiv \{\neg P_1, ..., \neg P_n\}$*.*

Apresentadas estas definições estamos aptos a apresentar as propriedades que irão caracterizar as expansões.

4.3 Propriedades

Determinamos algumas propriedades que uma expansão precisa satisfazer (por exemplo, preservação da consistência) e então definimos expansões como conjuntos maximais satisfazendo estas propriedades. São definidas três propriedades: corretude, completude e prioridade às exceções. Antes, porém, precisamos definir as importantes noções de *rejeição* e *exclusão* entre candidatos. A grosso modo, um candidato γ_1 rejeita um candidato γ_2 se as restrições de γ_2 são provadas por γ_1. Exclusão implica que as teorias dos dois candidatos são inconsistentes.

i. γ' *rejeita* γ em τ sse $Th_{\tau}(\gamma') \vdash \bigvee Rest(\gamma)$;

ii. $\gamma_0 \subseteq \gamma$ *é uma menor parte de* γ *rejeitada* por γ' em τ se e somente se γ' rejeita γ_0 em τ e para todo $\gamma_1 \subsetneq \gamma_0$, γ' não rejeita γ_1 em τ;

iii. γ' *exclui* γ em τ sse $\gamma \cup \gamma'$ é inconsistente em τ.

As rejeições e exclusões envolvendo generalizações são casos especiais quando um candidato é formado por uma única generalização. Em particular dizemos que

i. g *rejeita* γ em τ, se $\{g\}$ rejeita γ em τ, isto é, $Th_\tau(\{g\}) \vdash \bigvee Rest(\gamma)$;

ii. γ *rejeita* g em τ, se γ rejeita $\{g\}$ em τ, isto é, $Rest(g) \in Th_\tau(\gamma)$.

iii. γ *exclui* g em τ sse γ exclui $\{g\}$ em τ, isto é, $\gamma \cup \{g\}$ é inconsistente.

No Exemplo 4.2.1, $\gamma_1 = \{Q -\!(\; R, \neg P -\!(\; \}$ rejeita $\gamma_3 = \{P -\!(\; Q, \neg P -\!(\; \}$ porque $Th_\tau(\gamma_1) \vdash \bigvee Rest(\gamma_3) = \{Q\}$. Além disso, podemos notar que $\{P -\!(\; Q\}$ é a menor parte de γ_3 rejeitada por γ_1.

4.3.1 Corretude

A corretude possui duas variantes: corretude local e corretude global. Em sua variante local ela garante que uma generalização não pertence a uma expansão se sua exceção é provada. Globalmente, a corretude garante que, para candidatos finitos γ, a disjunção das restrições das generalizações de γ não é provada em uma base τ. Em suma, a corretude de um candidato γ garante a consistência de sua teoria associada em τ.

Definição 4.3.1. *Corretude:*

i. *Um candidato γ é localmente correto em τ sse não existe $g \in \gamma$ tal que $Th_\tau(\gamma) \vdash Rest(g)$.*

ii. *Um candidato γ é globalmente correto em τ sse $Th_\tau(\gamma) \nvdash \bigvee Rest(\gamma)$.*

Exemplo 4.3.1. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{P -\!(\; Q \; , \; R -\!(\; \neg Q \; \})$$

Existem três candidatos localmente corretos:

$\gamma_1 = \{P -\!(\; Q \; \}$;

$\gamma_2 = \{R -\!(\; \neg Q\}$;

$\gamma_3 = \{P{-}(\ Q,\ R{-}(\ \neg Q\}$.

Os candidatos γ_1 *e* γ_2 *também são globalmente corretos em* τ. *Por outro lado,* γ_3 *não é globalmente correto já que* $Th_\tau(\gamma_3) \vdash \bigvee Rest(\gamma_3) = Q \vee \neg Q$.

4.3.2 Completude

A completude estabelece que uma generalização só não pertencerá a uma expansão se ela for excluída ou rejeitada por esta. Ou seja, a generalização torna a expansão inconsistente ou sua exceção é provada pela expansão. A completude requer que o maior número de generalizações possível pertença a uma expansão.

Definição 4.3.2. *Completude: um candidato* γ *é completo em* τ *sse se* $g \notin \gamma$ *então* γ *rejeita ou exclui* g *em* τ.

Exemplo 4.3.2. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{g_1{=}P{-}(\ Q,\ g_2{=}R{-}(\ \neg Q,\ g_3{=}Q{-}(\ ,\ g_4{=}\neg Q{-}(\ \})$$

Existem dois candidatos completos:

$\gamma_1 = \{P{-}(\ Q\ ,\ \neg Q{-}(\ \}$;

$\gamma_2 = \{R{-}(\ \neg Q\ ,\ Q{-}(\ \}$.

Note que:

- g_2 *não está em* γ_1 *porque* γ_1 *rejeita* g_2, *pois,* $Th_\tau(\gamma_1) = Th(\{P, \neg Q\}) \vdash Rest(g_2) = \{\neg Q\}$.
- g_3 *não está em* γ_1 *já que* γ_1 *exclui* g_3, *pois,* $Th_\tau(\gamma_1) = Th(\{P, \neg Q\}) \cup \{Conj(g_3)\} = \{Q\}$ *é inconsistente.*

Da mesma forma, g_1 *não está em* γ_2 *porque* γ_2 *rejeita* g_1 *e* g_4 *não está em* γ_2 *pois* γ_2 *exclui* g_4.

4.3.3 Prioridade às Exceções

O princípio de prioridade às exceções captura uma importante característica do raciocínio sujeito a exceções. De acordo com esta propriedade, as exceções determinam meta condições para a aplicabilidade de uma generalização, ou seja, para se aplicar uma generalização, primeiro devemos determinar se sua exceção está presente. Somente no caso da ausência da exceção, a generalização poderá ser aplicada. O Princípio de Prioridade às Exceções foi enunciado pela primeira vez em (PEQUENO, 1994), entretanto sua especificação não foi feita em propriedades como aqui. Lá introduziu-se uma ordenação parcial entre os defaults de uma base de conhecimentos. Antes de enunciar a propriedade, vamos analisar sua atuação.

Em uma base axiomática inconclusiva, uma generalização $P{-}(\ \ Q$ pode ser conflitada de duas maneiras:

i. Pela presença da negação de sua conjectura, $\neg P$;

ii. Pela presença de sua restrição, Q.

Argumentamos que estes dois casos devem ser tratados diferentemente.

Em qualquer dos casos se o conflito vem da informação em W, não há o que discutir. A informação tida como certa se sobrepõe à informação evidencial e a generalização é descartada de qualquer extensão.

A situação é mais interessante se o conflito vem da informação contida em outras generalizações em G. Se o conflito é do tipo (i), com a negação da conjectura, então há um consenso que deve haver uma separação da informação conflitante em diferentes extensões. Mas, e se o conflito é do tipo (ii), com a presença da exceção Q? A maioria dos autores em IA vão argumentar que a situação é análoga à primeira e deve, simplesmente, haver uma separação em extensões. Nós contrapomos que não, que a situação não é simétrica ao caso (i), e a derivação da exceção deve se sobrepor, que esta deve entrar na extensão, descartando a outra, não havendo necessidade de uma divisão de extensões.

Vamos ilustrar os conflitos de tipos (i) e (ii), para simplificar, vamos colocar os conflitos diretamente entre duas generalizações.

Exemplo 4.3.3. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{g_1 = A{-}(\ \ , g_2 = \neg A{-}(\ \ \})$$

As conjecturas de g_1 e g_2 são inconsistentes e a situação é simétrica, não há porque escolher uma alternativa a outra. Devemos ter a separação em duas extensões como de fato a lógica default e suas variantes fazem. Obtemos as extensões $E_1 = Th\{A\}$, $E_2 = Th\{\neg A\}$.

Exemplo 4.3.4. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{g_1 = A{-}(\ B, g_2 = B{-}(C\})$$

Temos um conflito do tipo (ii), entre as generalizações g_1 e g_2, g_2 deriva a exceção de g_1. Muitos autores vêem uma analogia entre os dois exemplos e argumentam que também aqui deveria haver uma divisão em extensões. Formalmente estes autores argumentam que deveríamos gerar duas extensões: $E_1 = Th\{B\}$ e $E_2 = Th\{A\}$. Este é o caso das lógicas default justificada e com restrições.

Nosso argumento é que não há simetria nas condições de aplicação entre as generalizações g_1 e g_2. Enquanto g_2 representa um desafio de tipo (ii) para a generalização g_1, a generalização g_1 permanece inquestionada. Que tipo de desafio g_1 impõe para g_2? Nem sua conjectura B é questionada nem tampouco sua restrição C. Segundo o Princípio de Prioridade às Exceções, a aplicação de uma regra não pode ocasionar a não aplicação de uma regra que deriva sua própria exceção em nenhuma extensão. Assim, segundo o Princípio de Prioridade às Exceções, no Exemplo 4.3.4, E_1 deveria ser a única extensão.

Definição 4.3.3. *Prioridade às Exceções: um candidato γ satisfaz o critério de Prioridade às Exceções em τ sse, para todo candidato consistente γ' se γ_0 é a menor parte de γ rejeitada por γ' então $\gamma - \gamma_0$ rejeita ou exclui γ' em τ.*

Exemplo 4.3.5. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{P{-}(\ Q,\ Q \rightarrow \neg P{-}(\ ,\ Q{-}(\ \})$$

Analisemos os candidatos abaixo:

$\gamma_1 = \{Q \rightarrow \neg P{-}(\ ,\ Q{-}(\ \}$;

$\gamma_2 = \{P{-}(\ Q,\ Q \rightarrow \neg P{-}(\ \}$.

O candidato γ_1 é globalmente correto e completo e como nenhum candidato consistente rejeita γ_1, ele satisfaz o princípio de prioridade às exceções. Já o candidato γ_2 é globalmente correto e completo, mas não satisfaz o princípio de *prioridade às exceções, pois:* γ*'*$= \{Q-(\ \}$ *rejeita* $P-(\ Q \in \gamma_2$*, mas* γ*' não é rejeitado ou excluído por* $\{Q \rightarrow \neg P-(\ \}$*.*

Vejamos outro exemplo.

Exemplo 4.3.6. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{P-(\ S,\ R \rightarrow S-(\ ,\ R-(\ \})$$

Analisemos os candidatos abaixo:

$\gamma_1 = \{R \rightarrow S-(\ ,\ R-(\ \}$*;*

$\gamma_2 = \{P-(\ S,\ R \rightarrow S-(\ \}$*;*

$\gamma_3 = \{P-(\ S,\ R-(\ \}$*.*

O candidato γ_1 *é o único que satisfaz o princípio de prioridade às exceções. Pois,* γ*'*$= \{R \rightarrow S-(\ ,\ R-(\ \}$ *rejeita* $P-(\ S \in \gamma_2$*, mas* $\gamma_2 - \{P-(\ S\}$ *não rejeita ou exclui* γ*'. Logo* γ_2 *não satisfaz o princípio de prioridade às exceções. O leitor é convidado a verificar que* γ_3 *também não satisfaz o princípio de prioridade às exceções*

Mas qual a fundamentação teórica para o Princípio de Prioridade às Exceções? Em uma visão instrumentalista de ciência o simples fato de ele produzir as soluções corretas evitando as extensões anômalas já seria justificação suficiente. Mas vamos mais além, acreditamos que ele aponta para a razão de surgirem extensões anômalas em lógicas não monotônicas. A origem está na maneira como as exceções de uma regra de inferência são manipuladas dentro da lógica. Exceções ou premissas negativas são meta condições regulando a aplicação da inferência. Note que a introdução de premissas negativas faz com que a lógica deixe até mesmo de ser um sistema formal[2]. O que o Princípio de Prioridade às Exceções afirma é que uma regra de inferência não monotônica não deve interferir na derivação de sua própria exceção. Primeiro deve-se verificar se a exceção é derivada ou não, só então, a regra de inferência é chamada a intervir no raciocínio, sendo descartada caso tenha se dado a derivação da exceção, ou aplicada, caso a exceção não tenha sido derivada. A melhor analogia que conhecemos está na teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel, (ENDERTON, 1977). Um conjunto só pode ser formado a partir

[2]Alguns autores, como em (ISRAEL, 1980), argumentavam que, por não ser sistemas formais, lógicas não monotônicas não deveriam serem consideradas lógicas.

de conjuntos já existentes, evitando-se assim que conjuntos sejam elementos de si mesmos (por exemplo, a coleção de todos os conjuntos não é um conjunto mas uma classe) ou que um conjunto seja elemento de um outro e vice-versa. O mesmo ocorre com as regras de inferências em relação a suas exceções. Uma regra só pode ter como exceção proposições cujas derivações já estejam decididas. Ou melhor, uma regra só intervém no curso do raciocínio após a derivação de sua exceção ter sido estabelecida. A analogia vai mais além, esta visão permite que tenhamos um critério sobre a má formação de teorias: uma teoria não poderá ser cíclica, isto é, conter regras relevantes para a derivação de sua própria exceção (análogo a um conjunto ser elemento de si mesmo), nem conter regras em que uma seja relevante para a derivação da exceção da outra e vice-versa (análogo a um conjunto ser elemento do outro reciprocamente). Um estudo sobre teorias cíclicas é encontrado em (MARTINS; PEQUENO; PEQUENO, 1996). Neste estudo, mostrou-se que teorias acíclicas sempre possuem extensão.

4.4 Lógica Defeasible com Prioridade às exceções

Quais são as inferências permitidas por uma base axiomática inconclusiva $\tau = (W, G)$? O que se exige de uma extensão é que ela deve incluir o conhecimento tido com certo W e o maior número possível de proposições inconclusivas compatíveis entre si e com W. A Lógica Default conforme originalmente proposta por Reiter (REITER, 1980) utilizou-se de uma formulação usando o ponto fixo de um operador sobre conjuntos de fórmulas para definir a extensão de uma base de conhecimento (Def. 3.1.1). Nós, por outro lado, definimos expansões como conjuntos de generalizações maximais com respeito a algumas propriedades.

Como dito na Seção 4.2, do nosso ponto de vista, uma expansão deve ser consistente, correta, priorizar as exceções e ser maximal com respeito a essas propriedades. Os dois primeiros critérios estão codificados na propriedade de corretude, o terceiro na propriedade de prioridade às exceções e a maximalidade é exigida para que o conjunto seja o maior possível que satisfaça essas propriedades. Dessa forma, definimos uma expansão da Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções como:

Definição 4.4.1. *Um candidato γ é uma expansão da lógica defeasible com prioridade às exceções em τ sse*

i. *γ é globalmente correto em τ;*

ii. *γ satisfaz o princípio de prioridade às exceções em τ;*

iii. *γ é maximal em relação às duas propriedades em τ, ou seja, se $\gamma \subsetneq \gamma'$ então γ' não globalmente correto ou não satisfaz o princípio de prioridade às exceções em τ.*

Vamos ilustrar o papel do princípio de prioridade às exceções. Considere a seguinte base de conhecimento:

- Animais não voam a não ser que sejam aves;
- Aves voam a não ser que sejam pingüins;
- Animais de bicos são aves a não ser que sejam ornitorrincos;
- Animais de bico são animais.

A questão é: dado que temos um animal de bico, o que esperamos deste animal, que ele voe ou não?

O Exemplo 4.4.1 representa formalmente essa base de conhecimento onde A representa animais, B representa aves, F a característica de voar, G animais de bico, P pingüins e O ornitorrinco.

Exemplo 4.4.1. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\{G, G \rightarrow A\}, \{A \rightarrow \neg F \multimap B, B \rightarrow F \multimap P, G \rightarrow B \multimap O\})$$

Essa base contem somente uma expansão da Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções: $\gamma_1 = \{B \rightarrow F \multimap P, G \rightarrow B \multimap O\}$.

O raciocínio é o seguinte: como sabemos que o animal é de bico (e nada a respeito dele ser um ornitorrinco), concluímos que ele é uma ave, portanto a regra sobre animais que não voam não se aplica a ave, e como não sabemos nada a respeito dele ser um pingüim, concluímos que ele voa.

Já o candidato $\gamma_2 = \{A \rightarrow \neg F \multimap B, G \rightarrow B \multimap O\}$ é um candidato correto e completo mas, não concorda com o princípio de prioridade às exceções já que γ_1 rejeita $A \rightarrow \neg F \multimap B \in \gamma_2$, porém, $\gamma_2 - \{A \rightarrow \neg F \multimap B\}$ não rejeita ou exclui γ_1.

Como veremos na seção seguinte, as propriedades de corretude local e completude caracterizam as expansões da lógica default, portanto γ_2 é uma expansão da lógica default. Note, contudo, que γ_2 é anômala. O raciocínio das conclusões de γ_2 é o seguinte: sendo um animal de bico ele é um animal e como tal não voa a não ser que seja uma ave. Por que não é um ave? Porque se fosse ave voaria, contrariando a inferência de que animais não voam. Porém, voar é justamente o que se espera de um ave! A regra de que animais não voam não traz nenhuma evidência sobre algo ser ou não uma ave.

Na próxima seção apresentamos definições de expansões que correspondem à lógica default, lógica default justificada e à lógica default com restrições; compararemos melhor as expansões geradas por essas lógica e pela lógica defeasible com prioridade às exceções.

4.5 Expansões para Lógicas Default

Como foi dito, uma expansão é um conjunto de generalizações maximal com respeito a algumas propriedades. Dependendo das propriedades escolhidas conseguimos diferentes variações de expansões. Nesta seção, mostramos que existem definições de expansão que correspondem às definições originais da lógica default de Reiter (REITER, 1980), lógica default justificada (LUKASZEWICZ, 1988) e à lógica default com restrições (SCHAUB, 1992; DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994).

Iniciamos com a lógica default de Reiter.

Definição 4.5.1. *Um candidato γ é uma expansão DL em τ sse*

i. *γ é localmente correto em τ;*

ii. *γ é completo em τ.*

O Teoremas 4.5.1 e 4.5.2 estabelecem a correspondência entre expansões DL e as extensões da definição original da lógica.

Teorema 4.5.1. *Se γ é uma expansão DL de $\tau = (W, G)$, então $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, onde D é a tradução de G.*

Teorema 4.5.2. *Se E é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, e GD_D^E são as regras default geradoras de E então a tradução de GD_D^E é uma expansão DL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.*

Para a lógica default justificada temos:

Definição 4.5.2. *Um candidato γ é uma expansão JusDL em τ sse*

i. *γ é localmente correto em τ;*

ii. *γ é maximal localmente correto em τ, isto é, se $\gamma \subsetneq \gamma'$ então γ' não é localmente correto em τ.*

Os Teoremas 4.5.3 e 4.5.4 estabelecem que expansões JusDL correspondem às extensões da definição original da lógica.

Teorema 4.5.3. *Se γ é uma expansão JusDL de $\tau = (W, G)$ então $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão JusDL de $\Delta = (W, D)$ com relação ao conjunto de fórmulas $J = \{Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)\}$, onde D é a tradução de G.*

Teorema 4.5.4. *Se E é uma extensão JusDL de $\Delta = (W, D)$, com relação ao conjunto de fórmulas J e $GD_D^{(E,J)}$ são as regras default geradoras de E então a tradução de $GD_D^{(E,J)}$ é uma expansão JusDL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.*

Para a lógica default com restrições temos:

Definição 4.5.3. *γ é uma expansão ConDL em τ sse*

i. *γ é globalmente correto em τ;*

ii. *γ is maximal globalmente correto em τ, isto é, se $\gamma \subsetneq \gamma'$ então γ' não é globalmente correto em τ.*

Os Teoremas 4.5.5 e 4.5.6 estabelecem que expansões ConDL correspondem às extensões da definição original da lógica.

Teorema 4.5.5. *Se γ é uma expansão ConDL de $\tau = (W, G)$ então $(E = Th_\tau(\gamma), C = Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$ é uma extensão ConDL de $\Delta = (W, D)$, onde D é a tradução de G.*

Teorema 4.5.6. *Se (E, C) é uma extensão ConDL de $\Delta = (W, D)$ e $GD_D^{(E,C)}$ são as regras default geradoras de E, então a tradução de $GD_D^{(E,C)}$, é uma expansão ConDL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.*

As provas dos teoremas estão no Apêndice A.

Definidos os conceitos de expansão veremos alguns exemplos. As expansões da lógica defeasible com prioridade às exceções são referenciadas pela sua sigla em inglês DLEF. No primeiro exemplo temos duas generalizações conflitando, onde uma é a exceção da outra.

Exemplo 4.5.1. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{P{-}(\ Q,\ Q{-}(\ \ \})$$

Esta base gera as seguintes expansões:

Expansões JusDL:

$\gamma_{JusDL_1} = \{\ Q{-}(\ \ \};$

$\gamma_{JusDL_2} = \{\ P{-}(\ Q\ \}.$

Expansões ConDL:

$\gamma_{ConDL_1} = \{\ Q{-}(\ \ \};$

$\gamma_{ConDL_2} = \{\ P{-}(\ Q\ \}.$

Expansão DL:

$\gamma_{DL_1} = \{\ Q{-}(\ \ \}.$

Expansão DLEF:

$\gamma_{\mathtt{DLEF}_1} = \{\ Q{-}(\ \ \}.$

Note que a JusDL e ConDL geram duas expansões, enquanto DL e DLEF geram apenas uma (de acordo com o princípio de prioridade às exceções).

No exemplo 4.5.2 adicionamos à base axiomática inconclusiva do exemplo anterior a suposição de que ‘Q’ não é somente uma exceção para ‘P’, além disso, ele implica a negação de ‘P’.

Exemplo 4.5.2. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{P{-}(\ Q,\ Q{-}(,\ Q \to \neg P{-}(\ \})$$

Esta base gera as seguintes expansões:

Expansões JusDL:

$$\gamma_{JusDL_1} = \{Q\text{–(}\ ,\ Q \rightarrow \neg P\text{–(}\ \};$$

$$\gamma_{JusDL_2} = \{P\text{–(}\ Q,\ Q \rightarrow \neg P\text{–(}\ \}.$$

Expansões ConDL:

$$\gamma_{ConDL_1} = \{Q\text{–(}\ ,\ Q \rightarrow \neg P\text{–(}\ \};$$

$$\gamma_{ConDL_2} = \{P\text{–(}\ Q,\ Q \rightarrow \neg P\text{–(}\ \}.$$

Expansões DL:

$$\gamma_{DL_1} = \{Q\text{–(}\ ,\ Q \rightarrow \neg P\text{–(}\ \};$$

$$\gamma_{DL_2} = \{P\text{–(}\ Q,\ Q \rightarrow \neg P\text{–(}\ \}.$$

Expansão `DLEF`*:*

$$\gamma_{\mathtt{DLEF}_1} = \{Q\text{–(}\ ,\ Q \rightarrow \neg P\text{–(}\ \}.$$

Note que somente a `DLEF` concorda com o princípio de prioridade às exceções. As demais geram uma segunda expansão (chamaremos, genericamente, de γ_2) que não satisfaz o princípio de prioridade às exceções pois, $\{Q\text{–(}\ \}$ rejeita $P\text{–(}\ Q \in \gamma_2$ mas $\gamma_2 - \{P\text{–(}\ Q\}$ não rejeita ou exclui $\{Q\text{–(}\ \}$. A extensão gerada por essa segunda expansão é apontada na literatura como extensão anômala.

Schaub acreditava que a concordância forte com as hipóteses implicava na concordância fraca, contudo, isto não é verdade. O próximo exemplo é similar ao usado em (SCHAUB, 1992) para mostrar as características de concordância fraca e forte com as hipóteses, mostraremos que a lógica default não concorda com as hipóteses nem fraca nem fortemente. A lógica default justificada concorda fracamente com as hipóteses mas não fortemente. Já a lógica default com restrições concorda fraca e fortemente com as hipóteses. No caso da `DLEF`, ela concorda fortemente, mas não fracamente.

Exemplo 4.5.3. *Dada a base axiomática inconclusiva*

$$\tau = (\emptyset, \{P\text{–(}\ \neg Q, R\text{–(}\ Q, S\text{–(}\ P \vee R\})$$

Esta base gera as seguintes expansões:

Expansões JusDL:

$\gamma_{JusDL1} = \{P\text{–(}\ \neg Q,\ R\text{–(}\ Q\ \};$

$\gamma_{JusDL2} = \{S\text{–(}\ \ P \vee R\ \}.$

Ao permitir a expansão γ_{JusDL1} a JusDL não concorda fortemente com as hipóteses, porém, ao permitir γ_{JusDL2} concorda fracamente.

Expansões ConDL:

$\gamma_{ConDL1} = \{P\text{–(}\ \neg Q\};$

$\gamma_{ConDL2} = \{R\text{–(}\ \ Q\ \};$

$\gamma_{ConDL3} = \{S\text{–(}\ \ P \vee R\}.$

As expansões γ_{ConDL1} e γ_{ConDL2} mostram que a ConDL concorda fortemente com as hipóteses. Ao permitir γ_{ConDL3} mostramos que ela, também, concorda fracamente.

Expansões DL:

$\gamma_{DL1} = \{\ P\text{–(}\ \neg\ Q,\ R\text{–(}\ \ Q\}.$

Ao gerar γ_{DL1} a lógica default não concorda fortemente com as hipóteses e por não permitir uma expansão com a regra $S\text{–(}\ P \vee R$ ela não concorda fracamente.

Expansão **DLEF***:*

$\gamma_{\mathbf{DLEF}1} = \{P\text{–(}\ \neg Q\};$

$\gamma_{\mathbf{DLEF}2} = \{R\text{–(}\ \ Q\ \}.$

A **DLEF** *geras as expansões $\gamma_{\mathbf{DLEF}1}$ e $\gamma_{\mathbf{DLEF}2}$, o que mostra que ela concorda fortemente com as hipóteses, porém, por não permitir uma expansão com a regra $S\text{–(}\ P \vee R$, ela não concorda fracamente com as hipóteses.*

Na nossa opinião, a concordância fraca com as hipótese não é uma propriedade desejável. A explicação é muito simples: ela é o oposto do princípio de prioridade às exceções. Com esta propriedade, um conflito entre uma generalização e sua exceção (a não ser que a exceção seja provada conclusivamente) nunca será resolvido, pois sempre acarretará na aplicação da generalização em uma expansão e da exceção em outra. Isto é tecnicamente conveniente para restaurar a localidade no raciocínio não monotônico e permitir uma teoria da prova para as lógicas não monotônicas. Entretanto, ele á uma característica muito forte pois implica em *monotonicidade* com respeito às regras inconclusivas, isto é, mesmo com a adição de novas informações inconclusivas as inferências anteriores serão sempre válidas.

4.6 Tradução em Regras Default Semi-normais Unitárias

A literatura em Lógica Default prefere trabalhar com regras default semi-normais unitárias, isto é, regras default da forma $\frac{\alpha:\alpha\wedge\beta}{\omega}$. Desta forma as generalizações $P -(\; Q$ seriam traduzidas em lógica default por $\frac{:P\wedge\neg Q}{P}$. Assim, porém, não teríamos uma correspondência entre expansões DL e extensões da lógica default para teorias arbitrárias, mas a correspondência ainda valeria para teorias acíclicas. Como defendemos que teorias cíclicas são teorias mal formadas, isto quer dizer que: traduzindo na forma mais usada de regras default manteríamos a correspondência em todas teorias bem formadas.

4.6.1 Definição de Teorias Cíclicas

Uma teoria é considerada cíclica se possui regras que são relevantes para a conclusão de sua própria exceção.

Lema 4.6.1. *Considere* $\tau = (W, G)$, $P -(\; Q \in G$ *e* $\gamma \subseteq G$, *um candidato. Suponha que* $\neg P \vee Q \in Th_\tau(\gamma)$, *mas* $\neg P \notin Th_\tau(\gamma)$ *e* $Q \notin Th_\tau(\gamma)$. *Então,* τ *é uma teoria cíclica.*

Demonstração. Temos que $Th_\tau(\gamma) \vdash \neg P \vee Q$ e que $Th_\tau(\gamma) \nvdash \neg P$ e $Th_\tau(\gamma) \nvdash Q$. A afirmação abaixo é suficiente para mostrar que a teoria τ é cíclica, pois $P -(\; Q$ seria relevante para a sua própria exceção.

Afirmação: $P -(\; Q$ é relevante para Q.

Note que $Th_\tau(\gamma \cup \{P -(\; Q\}) \vdash Q$. Logo existe γ'$\subseteq \gamma$ tal que:

i. γ' é consistente. Como $Th_\tau(\gamma) \nvdash \neg P$, $\gamma \cup \{P -(\; Q\}$ é consistente.

ii. $Th_\tau(\gamma')\vdash Q$.

iii. γ' é minimal, no sentindo que para todo γ"$\subsetneq \gamma$', $Th_\tau(\gamma'') \nvdash Q$.

iv. $P -(\; Q \in \gamma$'. Senão, $Th_\tau(\gamma) \vdash Q$, contrariando a hipótese. $\square$

4.6.2 Teoremas de Correspondência

Podemos provar o teorema de correspondência entre expansões DL e extensões usando a tradução em regras default semi-normais unitárias para teorias acíclicas de acordo com as Definições 4.6.1 e 4.6.2.

Definição 4.6.1. *Seja $\tau = (W, G)$ uma base axiomática inconclusiva, $\Delta = (W, D)$ é sua teoria default correspondente, onde:*

$$D = \left\{ \frac{: P \wedge \neg Q}{P} \mid P \mathrel{-\!(} Q \in G \right\} \ . \tag{4.4}$$

De forma semelhante, dada uma teoria default $\Delta = (W, D)$ onde todas as regras default são normais ou semi-normais, livres pré-requisitos temos o seguinte esquema de tradução:

Definição 4.6.2. *Seja $\Delta = (W, D)$ onde todas as regras default são normais ou semi-normais livres de pré-requisito, $\tau = (W, G)$ é sua base axiomática inconclusiva correspondente, onde:*

$$G = \left\{ P \mathrel{-\!(} \neg Q \mid \frac{: P \wedge Q}{P} \in D \right\} \tag{4.5}$$

Teorema 4.6.1. *Se γ é uma expansão DL de uma base acíclica $\tau = (W, G)$, então $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, onde D é a tradução de G para regras default semi-normais unitárias.*

Teorema 4.6.2. *Se E é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, e GD_D^E são as regras default geradoras de E então a tradução de GD_D^E é uma expansão DL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.*

4.7 Considerações Finais

Nesse capítulo apresentamos nossa proposta de formalização para o raciocínio não monotônico. O diferencial da proposta é o princípio de prioridade às exceções como guia em situações de conflito entre regras inconclusivas. Definimos os conceitos de generalizações, expansões e formulamos a lógica defeasible com prioridade às exceções através três de propriedades básicas: corretude, prioridade às exceções e maximalidade. Além disso, formulamos novas definições para a lógica default e suas variantes justificada e com restrições.

Capítulo 5

Trabalhos Relacionados

Dentre as propostas de caracterização da lógica default sem a utilização de operadores de ponto fixo a que mais nos interessa, pela sua natureza, é a de Froidevaux e Mengin (FROIDEVAUX; MENGIN, 1994). Neste capítulo, buscamos apresentar essa proposta e compará-la com a nossa.

5.1 Introdução

Além da nossa, encontramos outras propostas de caracterização da lógica default e de suas variantes sem a utilização de operadores de ponto fixo. A primeira caracterização sem ponto fixo foi obtida por Etherington em (ETHERINGTON, 1986) através de uma definição semântica para a lógica default. Alternativas sintáticas também foram propostas, dentre elas podemos citar: em (FROIDEVAUX; MENGIN, 1994) extensões são definidas em termos de algumas propriedades básicas; em (RISCH, 1996; SCHWIND, 1990) as caracterizações são baseadas em implementações tableau; em (LINKE; SCHAUB, 2000), o objetivo dos autores é fornecer uma alternativa onde somente os testes estritamente necessários sejam feitos. Eles se baseiam no fato de que a refutação de uma justificativa é necessariamente baseada na existência de uma prova da sua negação e provas são finitas. É feita uma análise da teoria default com o objetivo de extrair todos os padrões de interação entre as regras default. A partir destas interações, é construído o grafo de bloqueio (block graph) que delimita quais regras default devem ser levados em conta para o teste de consistência.

5.2 Proposta de Froidevaux e Mengin

Froidevaux e Mengin apresentam uma nova abordagem para lógica default, inspirada nos trabalhos de Lévy (LEVY, 1991a, 1991b), que não utiliza operadores de ponto fixo. De maneira geral, o objetivo é a construção de caminhos de raciocínio *regulares* e *saturados*: um caminho de raciocínio é considerado regular se não contêm contradições e é saturado se é o maior possível sem infringir a condição de regularidade. Dada uma teoria default, esses caminhos regulares e saturados podem ser considerados como visões válidas e completas sobre o mundo.

Os passos para obtenção das extensões são os mesmos que nós utilizamos. Em resumo:

- ▶ Isolam-se conjuntos de regras inconclusivas não contraditórias;
- ▶ Esses conjuntos devem ser tão grandes quanto o possível para podermos explorar o maior número de informações;
- ▶ Constrói-se, para cada conjunto, um conjunto de conclusões que podem ser deduzidas.

5.2.1 Princípios Gerais

A proposta é baseada na idéia de que as regras default devem ser aplicados um após o outro, de acordo com algumas condições. Ou seja, dada uma teoria default $\Delta = (W, D)$, o conjunto W será expandido com a aplicação de algumas regras default, seguindo quatro princípios básicos:

i. Atividade: uma regra default pode ser aplicada somente se estiver *ativa*, ou seja, se seu pré-requisito pode ser provado.

ii. Regularidade: um conjunto de regras default aplicadas juntas para construir uma extensão deve mantê-la *regular*. A condição de regularidade varia para cada variante da lógica default, mas, na maioria dos casos, requer que a extensão resultante seja consistente.

iii. Saturação: uma extensão deve ser *saturada*, ou seja, qualquer regra default que é aplicável a uma extensão deve ser aplicada. Assim como a regularidade, a saturação também varia de acordo com a lógica. A condição de saturação garante que as extensões são geradas somente por conjuntos regulares maximais de defaults.

iv. Fechamento Dedutivo: Uma extensão é *dedutivamente fechada* com relação a provabilidade na linguagem.

Apresentados os princípios gerais, mostraremos, a seguir, a formalização destes princípios.

5.2.2 Conjunto Aterrados de Defaults

Froidevaux e Mengin utilizam a linguagem usual da lógica default e, devido ao princípio da atividade, necessitam que as extensões sejam baseadas em conjuntos aterrados de regras default[1]. Intuitivamente, diz-se que um conjunto de regras defaults é aterrado em W se os pré-requisitos de todos os seus elementos podem ser provados a partir de W e com os conseqüentes de outras regras defaults do mesmo conjunto e não há ciclos nessas provas.

Comparativamente, nós representamos as informações inconclusvas através de generalizações. Como mostrado na Definição 4.1.4, generalizações são equivalentes a regras default semi-normais livres de pré-requisitos. Portanto, o princípio da aplicabilidade pode ser descartado já que as generalizações são sempre aplicáveis.

5.2.3 Regularidade

A regularidade formaliza a noção de compatibilidade entre regras default: a regularidade de um conjunto aterrado de regras defaults exige que o conjunto de teoremas gerados seja consistente. Existem dois tipos de regularidade: fraca e forte;

Regularidade Fraca: para esta noção de regularidade, as justificativas das regras default devem ser individualmente consistentes com a extensão. Desta forma, o significado da regra default $\frac{\alpha:\beta}{\gamma}$ é: "se α é conhecido e β é consistente com o que se sabe, então infira γ."

Definição 5.2.1. *(LEVY, 1991b) Seja (W, D) uma teoria default, um conjunto de regras default $U \subseteq D$ aterrado em W é dito fracamente regular*[2] *se $W \cup Con(U) \cup \{Jus(d)\}$ é consistente para todo d em U.*

[1]Schwind em (SCHWIND, 1990) foi quem primeiro formalizou a noção de "conjunto aterrado de regras default".

[2]Levy denomina somente "regular".

Regularidade Forte: esta noção de regularidade interpreta a justificativa de uma regra default como uma hipótese que é concluída implicitamente sempre que uma regra default for aplicada. Dessa forma, o significado da regra default $\frac{\alpha:\beta}{\gamma}$ é: "se α é conhecido e β é consistente com o que se sabe, então assuma β e infira γ."

Definição 5.2.2. *Seja (W, D) uma teoria default, um conjunto de defaults $U \subseteq D$ aterrado em W é dito fortemente regular se $W \cup Con(U) \cup Jus(U)$ é consistente.*

A propriedade de regularidade relaciona-se com a nossa propriedade de corretude. Ambas tem o objetivo de garantir que as extensões geradas sejam conjuntos consistentes. A regularidade fraca exige que as justificativas das regras defaults aplicadas sejam individualmente consistentes com a extensão, assim como a corretude local exige que as restrições das generalizações, também o sejam. A regularidade forte requer que as justificativas das regras defaults aplicadas sejam, todas juntas, consistentes com a extensão gerada. A corretude global de uma candidato γ possui a mesma exigência.

5.2.4 Aplicabilidade

A noção de aplicabilidade está intimamente conectada a de saturação (Def. 5.2.3). Intuitivamente, um conjunto de regras default é dito saturado se contêm todas as regras default que são aplicáveis e ele.

Definição 5.2.3. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default. Um conjunto $U \subseteq D$ de regras default, aterrado em W, é saturado se todas as regras default de D que são aplicáveis a U estão em U.*

Existem dois tipos de aplicabilidade: cautelosa e arriscada.

A Aplicabilidade Cautelosa exige que o conjunto aterrado resultante permaneça regular.

Definição 5.2.4. *Seja $\Delta = (W, D)$ uma teoria default e suponha que definimos a noção de regularidade para os conjuntos aterrados de defaults de Δ. Um default d é cautelosamente aplicável a um conjunto aterrado de regras default U se d é ativo com respeito a U e se o conjunto de regras default resultante $U \cup \{d\}$ é regular. Um conjunto aterrado de regras default saturado por esta noção de aplicabilidade é cautelosamente saturado.*

A Aplicabilidade Arriscada foi formulada para capturar a noção usada por Reiter (REITER, 1980).

Definição 5.2.5. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default. Um default* d *é arriscadamente aplicável a um conjunto aterrado de regras default* U *se* d *é ativo com respeito a* U *e se* $W \cup Con(U) \cup \{Jus(d)\}$ *é consistente. Um conjunto de regras default* U *tal que todos as regras default arriscadamente aplicáveis a* U *pertencem a* U *é arriscadamente saturado.*

A aplicabilidade cautelosa leva em conta a regularidade do conjunto de regras default já com a nova regra aplicada. Enquanto a aplicabilidade arriscada, de certa forma, aplica a nova regra e depois verifica se o conjunto resultante é regular.

A propriedade de saturação tem, na nossa proposta, um ligação com as propriedades de maximalidade e completude que buscam tornar as expansões tão grandes quanto possível. Conjuntos maximais, com relação a uma propriedade, de generalizações são equivalentes a conjuntos cautelosamente saturados de defaults. Além disso, conjunto de generalizações completos correspondem a conjuntos arriscadamente saturados.

5.2.5 Classificação das várias definições da Lógica Default

Nesta seção apresentamos os teoremas de equivalências entre conjuntos aterrados de regras default, regulares e saturados e as definições de extensões da lógica default propostas em (REITER, 1980; LUKASZEWICZ, 1988; DELGRANDE; SCHAUB; JACKSON, 1994).

O teorema a seguir mostra que o conceito de extensão DL corresponde às noções de regularidade fraca (Def. 5.2.1) e de aplicabilidade arriscada (Def. 5.2.5).

Teorema 5.2.1. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default, então um conjunto de fórmulas* E *é uma extensão DL de* Δ *sse existe um subconjunto aterrado* U *de* D *em* W *fracamente regular e arriscadamente saturado que gere* E*.*

No caso da lógica default justificada a diferença com relação a lógica de Reiter é que a noção de aplicabilidade aplicada é a cautelosa (Def. 5.2.4).

Teorema 5.2.2. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default, então um conjunto de fórmulas* E *é uma extensão JusDL de* Δ *sse* E *for gerado por um conjunto aterrado de defaults, fracamente regular e cautelosamente saturado.*

O teorema a seguir mostra que o conceito de extensão ConDL corresponde às noções de regularidade forte (Def. 5.2.2) e de aplicabilidade cautelosa (Def. 5.2.4).

Teorema 5.2.3. *Seja* $\Delta = (W, D)$ *uma teoria default. Um par* (E, C) *é uma extensão ConDL de* Δ *sse existe existe um subconjunto aterrado* U *de* D*, fortemente regular e cautelosamente saturado que gere* E *e tal que* $C = Th(W \cup Jus(U) \cup Con(U))$.

5.3 Considerações Finais

O principal ponto em comum entre a nossa proposta e a de Froidevaux e Megin é a busca pela formação de conjuntos de regras inconclusivas que não sejam contraditórias entre si (ou seja, uma regra não prova a exceção da outra) e que sejam tão grandes quanto possível. Froidevaux e Megin se referem a estes conjuntos como "caminhos de raciocínio", enquanto nós os denominamos *expansões*. Por outro lado, é importante salientar que nosso objetivo inicial era a formulação da lógica defeasible com prioridade às exceções. Porém, nossa proposta se mostrou flexível a ponto de propormos as novas formulações para as lógicas default apresentadas na Seção 4.5.

Capítulo 6

Conclusões

Motivados pela importância do raciocínio não monotônico para a área de Inteligência Artificial e com o objetivo de simplificar o formalismo não monotônico modificamos alguns dos conceitos utilizados pela maioria dos pesquisadores da área.

Devido ao grande sucesso da abordagem original de Reiter como paradigma de lógica default seus conceitos foram repetidamente reproduzidos. Nós ousamos tomar um caminho diferente, modificando alguns desses conceitos e investigando mais profundamente a relação entre os padrões inferências e suas exceções.

Formulamos uma nova forma de representação das informações inconclusivas, as generalizações. Estas, são equivalentes a regras default semi-normais, múltiplos, livres de pré-requisito o que nos garante expressividade e nos livra de vários problemas causados pela presença de pré-requisitos (como a falha da contrapositiva). Além disso, antes de conhecermos quais são as conclusões de uma teoria, optamos por saber quais regras inconclusivas colaboraram para estas conclusões. Esses conjuntos, denominados expansões, são definidos através de propriedades básicas e não por operadores de ponto fixo com nas lógicas default.

Adotamos o Princípio de Prioridade às Exceções como princípio norteador para dirimir os conflitos entre regras sujeitas a exceção e regras que representam essas exceções e formulamos a Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções. Além disso, nossa proposta mostrou-se flexível o suficiente para implementar a lógica default e sua variantes.

6.1 Contribuições

A principal contribuição deste trabalho foi a formulação da Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções. Além disso, propomos novas formulações para a lógica default e suas variantes justificada e com restrições.

O estudo realizado nesta dissertação resultou na publicação de dois artigos.

- O primeiro no Encontro Nacional de Inteligência Artificial 2007 intitulado *Lógica Não Monotônica com prioridade às exceções* (PEQUENO; VERAS; TAVARES, 2007b).
- O segundo no Third Latin American Workshop on Non-Monotonic Reasoning (LANMR'07) intitulado *Handling Exceptions in Nonmonotonic Reasoning* (PEQUENO; VERAS; TAVARES, 2007a).

6.2 Perspectivas de Trabalhos Futuros

Como perspectivas de trabalhos futuros vislumbramos as seguintes investigações:

- As implicações e as aplicações do Princípio de Prioridade às Exceções devem ser investigadas. É importante ressaltar que nós não o consideramos como um princípio heurístico que deva ser usado somente em situações particulares. Na realidade, pensamos nele como um princípio geral que regula o raciocínio não monotônico.
- Realização de um estudo do relacionamento entre a lógica aqui apresentada e outras lógicas para raciocínio complexo que também concordam com o Princípio de Prioridade às Exceções como a Lógica do Raciocínio Plausível em (BUCHSBAUM; PEQUENO; PEQUENO, 2007).
- Realização de um estudo do relacionamento da Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções com Prolog com negação por falha, que é um tipo de negação não monotônica. O objetivo é investigar se a teoria construída utilizando o Princípio de Prioridade às Exceções é equivalente aos diversos formalismos já existentes em programação lógica com negação por falha. Em particular, pretendemos investigar a relação entre o Princípio de Prioridade às Exceções e a Semântica de Modelos Estáveis para programas lógicos com negação por falha (GELFOND; LIFSCHITZ, 1988).

- O conjunto de teoremas de uma lógica monotônica pode ser obtido através de um sistema formal (SMULLYAN, 1961), ou equivalentemente pode ser indutivamente definido. As propriedades dos sistemas formais e das definições indutivas (ACZEL, 1977) e também suas relações com pontos fixos de operadores monotônicos (GUREVICH; SHELAH, 1985) estão muito bem estabelecidas. Entendemos que as lógicas não monotônicas são casos especiais do que podemos chamar de sistemas formais estendidos (LANGE; GRIESER; JANTKE, 2003) ou de definições indutivas não monotônicas (MOSCHOVAKIS, 1974). Estes últimos, assim como as lógicas não monotônicas, são áreas de pesquisa em aberto que poderiam se beneficiar mutuamente. Em particular, intuímos que o Princípio de Prioridade às Exceções pode ser visto como uma maneira de se conseguir predicatividade (FEFERMAN, 2005) em definições indutivas não monotônicas.

Apêndice A

Provas do Teoremas do Capítulo 4

Este capítulo apresenta as provas dos teoremas propostos no capítulo 4. Em todas as provas supomos que o conjunto W é consistente.

A.1 Prova do Teorema 4.5.1

Teorema 4.5.1 Se γ é uma expansão DL de $\tau = (W, G)$, então $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, onde D é a tradução de G.

Demonstração. Prova da Teorema 4.5.1

Hipótese: γ é um candidato localmente correto e completo em τ.

Tese: $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão DL em Δ.

Para demonstrar o teorema, mostraremos que $\Gamma_R(E) = E$, ou seja, $E = Th_\tau(\gamma)$ é o menor conjunto que satisfaz as condições para ser uma extensão DL de acordo com a Definição 3.1.1.

i. $\Gamma_R(E) \subseteq E$

Para mostrar que $\Gamma_R(E) \subseteq E$ é suficiente mostrar que E satisfaz as três propriedades que definem uma extensão DL já que $\Gamma_R(E)$ é o menor conjunto que as satisfaz.

(a) $E = Th(W \cup Conj(\gamma))$, portanto as condições $W \subseteq E$ e $E = Th(E)$ são satisfeitas.

(b) Mostrar que é E satisfaz a terceira condição: para qualquer $\frac{:P,\neg Q}{P} \in \Delta$, se $\neg P \notin E$ e $Q \notin E$, então $P \in E$ temos;

Para toda $g = P {-}(\; Q \in \gamma$, como γ é localmente correto e completo temos: $\neg P \notin E$ e $Q \in E$.

Traduzindo cada g de γ para a regra default correspondente d em D temos que: $d = \frac{:P,\neg Q}{P}$ onde $\neg P \notin E$, $Q \notin E$ e $P \in E$.

Portanto, a condição é satisfeita.

ii. $E \subseteq \Gamma_R(E)$

Como $\Gamma_R(E)$ é dedutivamente fechado, é suficiente mostramos que $W \cup Conj(\gamma) \subseteq \Gamma_R(E)$.

(a) Note que $W \subseteq \Gamma_R(E)$ pela primeira condição de Reiter.

(b) Mostraremos agora que $Conj(\gamma) \subseteq \Gamma_R(E)$:

Para toda $g = P {-}(\; Q \in \gamma$, como γ é localmente correto e completo, temos: $\neg P \notin E$ e $Q \in E$.

Traduzindo cada g de γ para a regra default correspondente d em D temos que: $d = \frac{:P,\neg Q}{P}$ onde $\neg P \notin E$, $Q \notin E$ e $P \in E$.

Portanto, $Conj(\gamma) \subseteq \Gamma_R(E)$. □

A.2 Prova do Teorema 4.5.2

Para nos auxiliar na prova do teorema, demonstraremos, inicialmente, o seguinte lema:

Lema A.2.1. *Seja $\tau = (W, G)$ uma base axiomática inconclusiva e γ candidato em τ, então $Th_\tau(\gamma) = Th(W \cup Cons(U))$, onde U é a tradução de γ para teoria default correspondente.*

Demonstração. Note que $Th_\tau(\gamma) = Th(W \cup Conj(\gamma))$. Temos que, para toda generalização $g = P {-}(\; Q \in \gamma$, e sua regra default correspondente $d = \frac{P,\neg Q}{P}$, $Conj(g) = Cons(d) = P$. □

Teorema 4.5.2. Se E é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, e GD_D^E são as regras default geradoras de E então a tradução de GD_D^E é uma expansão DL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.

Demonstração. Prova do Teorema 4.5.2

Hipótese: E é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$.

Tese: GD_D^E, traduzido, é uma expansão DL em $\tau = (W, G)$.

$GD_D^E = \left\{\frac{P, \neg Q}{P} \mid \neg P \notin E \text{ e } Q \notin E\right\}$ a tradução de GD_D^E é o conjunto:

$\gamma = \{P \text{–}(Q \mid \neg P \notin E \text{ e } Q \notin E\}$.

Pelo Teorema 3.1.3, $E = Th(W \cup Cons(GD_D^E))$. Pelo Lema A.2.1, concluímos $E = Th_\tau(\gamma)$. Mostraremos que γ é correto (ítem (i)) e completo (ítem (ii)).

i. γ é correto pois não há $g \in \gamma$ tal que $E = Th_\tau(\gamma) \vdash Rest(g)$.

ii. suponha que γ não é completo.

Então, existe g'= P'–(Q'$\in G - \gamma$ tal que: $\neg P' \notin E$ e $Q' \notin E$.

Traduzindo g' teríamos:

$\left\{\frac{P', \neg Q'}{P'} \mid \neg P' \notin E \text{ e } Q' \notin E\right\}$.

O que é um absurdo pois todas as regras default que possuem essa propriedade pertencem ao GD_D^E, logo g'$\in \gamma$. □

A.3 Prova do Teorema 4.5.3

Para nos auxiliar na prova do teorema, demonstraremos, inicialmente, o seguinte lema:

Lema A.3.1. *Seja γ um candidato em $\tau = (W, G)$ e $E = Th_\tau(\gamma)$. Se γ é localmente correto então E é consistente.*

Demonstração. Prova do Lemma A.3.1

γ é localmente correto;

sse para toda $g \in \gamma$, $Th_\tau(\gamma) \nvdash Rest(g)$;

sse para toda $g \in \gamma$, $Th(W \cup Conj(\gamma)) \nvdash Rest(g)$;

sse para toda $g \in \gamma$, $E \nvdash Rest(g)$;

Como existe g tal que $E \nvdash Rest(g)$ concluímos que E é consistente. □

Teorema 4.5.3. Se γ é uma expansão JusDL de $\tau = (W, G)$ então $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão JusDL de $\Delta = (W, D)$ com relação ao conjunto de fórmulas $J = \{Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)\}$, onde D é a tradução de G de acordo com a Definição 4.1.4.

Demonstração. Prova do Teorema 4.5.3

Hipótese: γ é um candidato localmente correto e maximal localmente correto.

Tese: (E, J) onde $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão JusDL com relação ao conjunto de fórmulas $J = \{Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)\}$.

Para demonstrar o teorema, mostraremos que $\Gamma_J(E, J) = (E, J)$. Ou seja, $E = Th_\tau(\gamma)$ e $J = \{Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)\}$ é o par dos menores conjunto de fórmulas que satisfazem as condições de uma extensão JusDL de acordo com a Definição 3.2.1.

i. $\Gamma_J(E, J) \subseteq (E, J)$. Para mostrar que $\Gamma_J(E, J) \subseteq (E, J)$ é suficiente mostrar que (E, J) satisfaz as três propriedades que definem uma extensão JusDL já que $\Gamma_J(E, J)$ é o menor conjunto que as satisfaz.

(a) $E = Th(W \cup Conj(\gamma))$, portanto as condições $W \subseteq E$ e $E = Th(E)$ são satisfeitas.

(b) Demonstração que (E, J) satisfaz a terceira condição: para todo $\frac{:P, \neg Q}{P} \in \Delta$, se $\forall \eta \in J \cup \{P, \neg Q\}$, $E \cup \{P\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp$, então $P \in E$, $P \in J$ e $\neg Q \in J$.

Pela definição dos conjuntos E e J temos que mostrar que se $\forall \eta \in J \cup \{P, \neg Q\}.S \cup \{P\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp$ então P–($Q \in \gamma$.

Suponha: $\forall \eta \in J \cup \{P, \neg Q\}.E \cup \{P\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp$.

Para qualquer $g = P$–($Q \in G$ se a suposição é válida temos: $Q \notin E$.

Como γ é maximal localmente correto e para qualquer $g = P$–(Q, $Q \notin Th_\tau(\gamma)$ então P–($Q \in \gamma$.

ii. $(E, J) \subseteq \Gamma_J(E, J) = (E', J')$

Como E' é dedutivamente fechado, é suficiente mostrarmos que $W \cup Conj(\gamma) \subseteq E$'.

(a) Note que $W \subseteq E$' pela primeira condição da definição de extensão JusDL.

(b) Mostraremos agora que $Conj(\gamma) \subseteq E$'.

Para toda $g = P$–($Q \in \gamma$, como γ 'e localmente correto:

i. E é consistente, pelo Lema A.3.1;

ii. $Q \notin E$.

Além disso, temos que $P \in E$.

Como $J = \{Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)\}$ temos, $\forall \eta \in J \cup \{P, \neg Q\}. E \cup \{P\} \cup \{\eta\} \nvdash \bot$, pois:

Para toda $g = P$–$(Q \in \gamma$ temos:

i. se $\eta \in Conj(g)$ a condição é válida pois $Conj(g) \in E$ e E é consistente;

ii. se $\eta \in Rest(g)$ a condição é válida pois $Rest(g) \notin E$. □

Conclusão: Para qualquer $g = P$–$(Q \in \gamma$ temos que: $\frac{:P, \neg Q}{P} \in \Delta$ e $\forall \eta \in J \cup \{P, \neg Q\}$, $E \cup \{P\} \cup \{\eta\} \nvdash \bot$

Logo, toda $g = P$–$(Q \in \gamma$, traduzida, satisfaz, em Δ, as condições pra pertencer a (E', J').

A.4 Prova do Teorema 4.5.4

Para nos auxiliar na prova do teorema, demonstraremos, inicialmente, o seguinte lema:

Lema A.4.1. *Seja $\tau = (W, G)$ uma base axiomática inconclusiva e γ um candidato em τ, então $\{Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)\} = Jus(U)$, onde U é a tradução de γ para teoria default correspondente.*

Demonstração. Note que para toda generalização $g = P$–$(\ Q \in \gamma$, $Conj(g) = P$ e $\neg Rest(g) = \neg Q$. E para toda regra default correspondente $d = \frac{P, \neg Q}{P}$, $Jus(d) = \{P, \neg Q\}$. □

Teorema 4.5.4. Se E é uma extensão JusDL de $\Delta = (W, D)$, com relação ao conjunto de fórmulas J e $GD_D^{(E,J)}$ são as regras default geradoras de E então a tradução de $GD_D^{(E,J)}$ é uma expansão JusDL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.

Demonstração. Prova do Teorema 4.5.4.

Hipótese: (E, J) é uma extensão JusDL de $\Delta = (W, D)$.

Tese: $GD_D^{(E,J)}$, traduzido, é uma expansão JusDL em $\tau = (W, G)$.

$GD_D^{(E,J)} = \left\{\frac{:P,\neg Q}{P} \mid \forall\eta \in J \cup \{P, \neg Q\}\ ,\ E \cup \{P\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp\right\}$. A tradução de $GD_D^{(E,J)}$ é o conjunto:

$\gamma = \{P \multimap Q \mid \forall\eta \in J \cup \{P, \neg Q\}\ ,\ E \cup \{P\} \cup \{\eta\} \nvdash \perp\}$.

Pelo Teorema 3.2.2, $E = Th(W \cup Cons(GD_D^E))$. Pelo Lema A.2.1, concluímos $E = Th_\tau(\gamma)$. Mostraremos que γ é localmente correto (ítem (i)) e maximal localmente correto (ítem (ii)).

i. Suponha que γ não é localmente correto:

Então, existe $g = P \multimap Q \in \gamma$ tal que $Rest(g) \in E = Th_\tau(\gamma)$ (*).

Porém, pela regra de formação de γ, se $g \in \gamma$, então $E \cup \{P\} \cup \{\neg Q\} \nvdash \perp$ (**).

De (*) e (**) concluímos que $E \cup \{P\} \cup \{\neg Q\} \vdash \perp$.

ii. Suponha que γ não é maximal localmente correto:

Logo, existe $\gamma' \supsetneq \gamma$ tal que γ' é localmente correto. Seja $g' = P' \multimap Q' \in \gamma' - \gamma$.

Se γ' é localmente correto, concluímos que $Th_\tau(\gamma') \nvdash Q'$. Além disso, pelo Lema A.3.1, $E' = Th\tau(\gamma')$ é consistente.

Porém, como $P' \multimap Q' \notin \gamma$: $\exists\eta \in J \cup \{P', \neg Q'\}$ tal que $E \cup \{P'\} \cup \{\eta\} \vdash \perp$.

Como $Th_\tau(\gamma') = Th(W \cup \{Conj(\gamma) \cup \{P'\}\})$, temos: $E \cup \{P'\} \subseteq Th_\tau(\gamma')$ e $Q' \notin E \cup \{P'\}$. Podemos concluir que $\eta \neq P$' e $\eta \neq \neg Q$'. Logo $\eta \in J$.

Pelo Teorema 3.2.2, $J = Jus(GD_D^{(E,J)})$. Assim, pelo Lema A.4.1, concluímos que $\eta \in \{Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)\}$.

(a) se $\eta \in Conj(\gamma)$:

$E \cup \{P\} \cup Conj(g) \vdash \perp$, onde g é uma generalização de γ;

Como $E \cup \{P\}$ é consistente: $E \cup \{P\} \vdash \neg Conj(g)$;

Dessa forma, $Th_\tau(\gamma') \vdash Conj(g)$.

Conclui-se, então, que $Th_\tau(\gamma')$ é inconsistente. O que vai de encontro à hipótese de que γ' é localmente correto.

(b) se $\eta \in \neg Rest(\gamma)$:

$E \cup \{P\} \cup \neg Rest(g) \vdash \perp$, onde g é uma generalização de γ;

Como $E \cup \{P\}$ é consistente: $E \cup \{P\} \vdash Rest(g)$;

Dessa forma, $Th_\tau(\gamma') \vdash Rest(g)$. O que vai de encontro à hipótese de que γ' é localmente correto. $\square$

A.5 Prova do Teorema 4.5.5

Para nos auxiliar, demonstraremos, inicialmente, dois lemas:

Lema A.5.1. *Seja* Γ *um conjunto de fórmulas e* A_i *uma fórmula. Se* $\Gamma \vdash A_1 \vee ... \vee A_n$ *então* $\Gamma \cup \{\neg A_1, ..., \neg A_2\}$ *é inconsistente.*

Demonstração. Prova do Lema A.5.1

$\Gamma \vdash A_1 \vee ... \vee A_n$

sse $\Gamma \cup \neg\{A_1 \vee ... \vee A_2\}$ é inconsistente;

sse $\Gamma \cup \{\neg A_1 \wedge ... \wedge \neg A_2\}$ é inconsistente;

sse $\Gamma \cup \{\neg A_1, ..., \neg A_2\}$ é inconsistente. $\square$

Lema A.5.2. *Seja* γ *um candidato em* $\tau = (W, G)$ *e* $C = Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$ *um conjunto de fórmulas. Se,* γ *é globalmente correto então* C *é consistente.*

Demonstração. Prova do Lemma A.5.2

Suponha: γ não é globalmente correto e C é consistente:

γ não é globalmente correto:

sse existe $\gamma_n \subseteq \gamma$ tal que $Th_\tau(\gamma) \vdash \bigvee Rest(\gamma_n)$;

sse existe $\gamma_n \subseteq \gamma$ tal que $Th(W \cup Conj(\gamma)) \vdash \bigvee Rest(\gamma_n)$;

sse existe $\gamma_n \subseteq \gamma$ tal que $Th(W \cup Conj(\gamma)) \cup \neg Rest(\gamma_n)$ é inconsistente; (Lemma A.5.1)

Dessa forma, $C = Th(T \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$ é inconsistente. $\square$

Teorema 4.5.5. Se γ é uma expansão ConDL de $\tau = (W, G)$ então $(E = Th_\tau(\gamma), C = Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$ é uma extensão ConDL de $\Delta = (W, D)$, onde D é a tradução de G de acordo com a Definição 4.1.4.

Demonstração. Prova do Teorema 4.5.5.

Hipótese: γ é um candidato globalmente correto e maximal globalmente correto em $\tau = (W, G)$.

Tese: (E, C) onde $E = Th_\tau(\gamma)$ e $C = Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$ é uma extensão ConDL.

Para demonstrar o teorema, mostraremos que $\Gamma_C(C) = (E, C)$. Ou seja, $E = Th_\tau(\gamma)$ e $C = Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$ é o par dos menores conjunto de fórmulas que satisfazem as condições de uma extensão ConDL de acordo com a Definição 3.2.1

i. $\Gamma_C(C) \subseteq (E, C)$

Para mostrar que $\Gamma_C(C) \subseteq (E, C)$ é suficiente mostrar que (E, C) satisfaz as três propriedades que definem uma extensão ConDL, já que $\Gamma_C(C)$ é o menor par de fórmulas que as satisfaz.

(a) $E = Th_\tau(\gamma)$ e $C = Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$, portanto as condições $W \subseteq E \subseteq C$, $E = Th(E)$ e $C = Th(C)$ são satisfeitas.

(b) Demonstração de que (E, C) satisfaz a terceira condição: para qualquer $\frac{:P, \neg Q}{P} \in \Delta$, se $C \cup \{P, \neg Q\} \nvdash \bot$, então $P \in E$, $P \in C$ e $\neg Q \in C$.

Como $E = Th(W \cup Conj(\gamma))$ e $C = Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$ temos que mostrar que se $C \cup \{P, \neg Q\} \nvdash \bot$ então $P \text{−(} Q \in \gamma$.

Suponha que $C \cup \{P, \neg Q\} \nvdash \bot$:

Para toda $g = P \text{−(} Q \in G$ se a suposição é válida temos: $Q \notin C$, assim, $Q \notin E$.

Como γ é maximal globalmente correto e para toda $g = P \text{−(} Q \in \gamma$, $Q \notin Th_\tau(\gamma)$ então $g \in \gamma$.

ii. $(E, C) \subseteq \Gamma_C(C) = (E', C')$

Como todos os conjuntos são dedutivamente fechados, temos que mostrar que $W \subseteq E$, $W \subseteq C$ e que todas a generalizações de γ, traduzidas, satisfazem, em Δ, a terceira propriedade para pertenceram a $\Gamma_C(C)$.

(a) Note que $W \subseteq E' \subseteq C'$ pela primeira condição da definição de extensão ConDL.

(b) Seja uma $g = P{-}(Q \in \gamma$ qualquer;

Pelas definições de E e C: $P \in E$, $P \in C$ e $\neg Q \in C$. Além disso, pelo Lema A.5.2, C é consistente, pois γ é globalmente correto.

Concluímos que $C \cup \{P, \neg Q\} \nvdash \bot$;

Conclusão:

Para toda $g = P{-}(Q \in \gamma$ temos que: $\frac{:P, \neg Q}{P} \in \Delta$ e $C \cup \{P, \neg Q\} \nvdash \bot$.

Logo, toda $g = P{-}(Q \in \gamma$, traduzida, satisfaz, em Δ, as condições pra pertencer a $\Gamma_C(C)$. $\square$

A.6 Prova do Teorema 4.5.6

Para nos auxiliar na prova do teorema, demonstraremos, inicialmente, o seguinte lema:

Lema A.6.1. *Seja $\tau = (W, G)$ uma base axiomática inconclusiva e γ um candidato em τ, então $Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma)) = Th(W \cup Cons(U) \cup Jus(U))$, onde U é a tradução de γ para teoria default.*

Demonstração. Note que para toda generalização $g = P{-}(\ Q \in \gamma$, $Conj(g) = P$ e $\neg Rest(g) = \neg Q$. E para toda regra default correspondente $d = \frac{P, \neg Q}{P}$, $Jus(d) = \{P, \neg Q\}$. $\square$

Teorema 4.5.6. Se (E, C) é uma extensão ConDL de $\Delta = (W, D)$ e $GD_D^{(E,C)}$ são as regras default geradoras de E, então a tradução de $GD_D^{(E,C)}$, é uma expansão ConDL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.

Demonstração. Prova do Teorema 4.5.6.

Hipótese: (E, C) é uma extensão ConDL de $\Delta = (W, D)$.

Tese: $GD_D^{(E,C)}$, traduzido, é uma expansão ConDL em $\tau = (W, G)$.

$GD_D^{(E,C)} = \left\{\frac{:P, \neg Q}{P} \mid C \cup \{P, \neg Q\} \nvdash \bot\right\}$ a tradução de $GD_D^{(E,C)}$ é o conjunto:

$\gamma = \{P{-}(\ Q \ \mid C \cup \{P, \neg Q\} \nvdash \bot\}$. Mostraremos que γ é globalmente correto (ítem (i)) e maximal globalmente correto (ítem (ii)).

i. Suponha que γ não seja globalmente correto.

Então existe $g = P{-}(Q \in \gamma$ tal que $Th_\tau(\gamma) \vdash Q$.

Temos, por definição, $E = Th_{\tau}(\gamma) \subseteq C$. Portanto, $Q \in E$ e $C \cup \{P, \neg Q\} \vdash \bot$.

O que é um absurdo pela lei de formação de γ.

ii. Suponha que γ não seja maximal globalmente correto.

Logo, existe $\gamma' \supsetneq \gamma$ tal que γ' é globalmente correto. Seja $g = P -(\ Q \in \gamma' - \gamma$.

Como, por hipótese, γ' é globalmente correto, pelo Lema A.5.2, $C' = Th(W \cup Conj(\gamma') \cup \neg Rest(\gamma'))$ é consistente.

Pelo Teorema 3.3.2, $C = Th(W \cup Cons(GD_D^{(E,C)}) \cup Jus(GD_D^{(E,C)}))$ que é igual, pelo Lema A.6.1 a $Th(W \cup Conj(\gamma) \cup \neg Rest(\gamma))$. Dessa forma, como $\gamma \subset \gamma'$, $C \subset C'$.

Porém, como $g = P -(\ Q \notin \gamma$ temos: $C \cup \{P, \neg Q\} \vdash \bot$. Isso é um absurdo pois $C \cup \{P, \neg Q\} \subseteq C'$ e C' é, por hipótese, consistente. □

A.7 Prova do Teorema 4.6.1

Para nos auxiliar na prova do teorema, demonstraremos, inicialmente, o seguinte lema:

Lema A.7.1. *Um candidato γ é uma expansão DL sse* $\gamma = \{P -(\ Q \ / \ \neg P \vee Q \notin Th_{\tau}(\gamma)\}$

Demonstração. Como γ é uma expansão DL temos que γ é localmente correto e completo.

i. se $P -(\ Q \in \gamma$:

Como γ é localmente correto, $Th_{\tau}(\gamma) \nvdash Q$, além disso, $Th_{\tau}(\gamma) \vdash P$. Assim, $Th_{\tau}(\gamma) \nvdash \neg P \vee Q$.

Portanto, $P -(\ Q$ satisfaz a condição para perecer a γ.

ii. se $P -(\ Q \notin \gamma$

Como γ é completo:

(a) $Th_{\tau}(\gamma) \vdash \neg P$, logo $Th_{\tau}(\gamma) \vdash \neg P \vee Q$.

Dessa forma, $P -(\ Q$ não satisfaz a condição para perecer a γ.

(b) $Th_\tau(\gamma) \vdash Q$, logo $Th_\tau(\gamma) \vdash \neg P \vee Q$.

Dessa forma, P–(Q não satisfaz a condição para perecer a γ. □

Teorema 4.6.1. Se γ é uma expansão DL de uma base acíclica $\tau = (W, G)$, então $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, onde D é a tradução de G para regras default semi-normais unitárias.

Demonstração. Prova do Teorema 4.6.1

Hipótese: γ é um candidato localmente correto e completo em τ.

Tese: $E = Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão DL em Δ.

Como γ é uma expansão DL, pelo Lema A.7.1:

$\gamma = \{P$–($Q \mid \neg P \vee Q \notin E\}$. Logo, a tradução de γ para a teoria default é:

$U = \left\{\frac{:P \wedge \neg Q}{P} \mid \neg P \vee Q \notin E\right\}$

Note que $U = GD_D^E$ (Def. 3.1.2). Pelo Teorema 3.1.3, $Th(W \cup Cons(GD_D^E))$ é uma extensão DL. Além disso, pelo Lema A.2.1, $Th(W \cup Cons(GD_D^E)) = Th_\tau(\gamma)$. Portanto, $Th_\tau(\gamma)$ é uma extensão DL

A.8 Prova do Teorema 4.6.2

Teorema 4.6.2. Se E é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$, e GD_D^E são as regras default geradoras de E então a tradução de GD_D^E é uma expansão DL em $\tau = (W, G)$, onde G é a tradução de D.

Demonstração. Prova do Teorema 4.6.2

Hipótese: E é uma extensão DL de $\Delta = (W, D)$.

Tese: GD_D^E, traduzido, é uma expansão DL em $\tau = (W, G)$.

$GD_D^E = \left\{\frac{P \wedge \neg Q}{P} \mid \neg P \vee Q \notin E\right\}$ a tradução de GD_D^E é o conjunto:

$\gamma = \{P$–($Q \mid \neg P \vee Q \notin E\}$.

Pelo Teorema 3.1.3, $E = Th(W \cup Cons(GD_D^E))$. Pelo Lema A.2.1, concluímos $E = Th_\tau(\gamma)$.

Assim, pelo Lema A.7.1, γ é uma expansão DL.

Apêndice **B**

Formulação com Linguagem de Primeira Ordem

No Capítulo 4 apresentamos a Lógica Defeasible com Prioridade às Exceções baseada em uma linguagem proposicional. Porém, todos os resultados do capítulo podem ser estendidos para uma linguagem de primeira ordem. Para isso, torna-se necessário redefinimos alguns dos conceitos. Neste apêndice apresentamos essas definições.

Agora, adotamos uma linguagem de primeira ordem L com o acréscimo do novo operador "–(" para representar as informações inconclusivas.

B.1 Generalizações e Candidatos

O conceito de generalização é o mesmo, porém, agora, os candidatos são formados por instâncias de generalizações.

Definição B.1.1. *Uma generalização em L é uma expressão da forma P –(Q onde P e Q são fórmulas de L*[1]*. Uma instância de uma generalização P –(Q em L é uma expressão P'–(Q', onde P' e Q' são instâncias consistentes de P e Q em L.*

Com instâncias consistentes estamos dizendo que as variáveis que ocorrem em ambos, P e Q, são substituídas pelos mesmos termos de L.

Definição B.1.2. *Um candidato γ em uma base axiomática inconclusiva $\tau = (W, G)$ é uma coleção de instâncias de generalizações em τ.*

[1] Logo, P e Q não contem o conectivo "–("

A seguir apresentamos alguns detalhes técnicos necessários.

Definição B.1.3. *Se P é uma fórmula e $x_1, .., x_n$ são variáveis livres de P:*

i. *uc(P), o fechamento universal de P, é a fórmula $\forall x_1, .., x_n P$.*

ii. *ec(P), o fechamento existencial de P, é a fórmula $\exists x_1, .., x_n P$.*

Definição B.1.4. *Se $\Gamma = \{P_1, .., P_n\}$ é uma coleção finita de fórmulas em L:*

i. $\bigwedge \Gamma \equiv uc\ (P_1 \wedge ... \wedge P_n)$.

ii. $\bigvee \Gamma \equiv ec\ (P_1 \vee ... \vee P_n)$.

Dado um candidato, para propriedades globais é importante considerar a união de suas restrições. Restrições são unidas por dinjunções. A definição de $Lim(\gamma)$ realiza esta união para candidatos γ arbitrários (finitos ou infinitos).

Definição B.1.5. *Seja γ um candidato, especificamos:*

i. *Lim(γ)* $\equiv \{\bigvee Rest\,(\gamma')\,|\gamma'$ *é finito e* $\gamma' \subseteq \gamma\}$.

"Lim(γ)" é lido "limites de γ".

B.2 Rejeição e Exclusão

A relação de rejeição sofre algumas alterações, enquanto a de exclusão não.

i. γ' *rejeita* γ em τ sse $Th_\tau(\gamma') \bigcap \mathrm{Lim}(\gamma) \neq \emptyset$;

ii. γ_0 *é a menor parte de* γ *rejeitada* por γ' em τ se e somente se γ' rejeita γ_0 em τ e para todo $\gamma_1 \subsetneq \gamma_0$, γ' não rejeita γ_1 em τ;

iii. γ' *exclui* γ em τ sse $\gamma \cup \gamma'$ é inconsistente em τ.

Em particular dizemos que

i. g *rejeita* γ em τ, se $\{g\}$ rejeita γ em τ, isto é, $Th_\tau(\{g\}) \bigcap \mathrm{Lim}(\gamma) \neq \emptyset$;

ii. γ *rejeita* g em τ, se γ rejeita $\{g\}$ em τ, isto é, $Rest(g) \in Th_\tau(\gamma)$.

iii. γ *exclui* g em τ sse γ exclui $\{g\}$ em τ.

B.3 Propriedades

As propriedades de corretude local, completude e prioridade às exceções continuam iguais. Alteramos somente a corretude global.

Definição B.3.1. *Corretude*

i. *γ é localmente correto em τ se e somente se não existe $g \in \gamma$ tal que Rest(g) $\in Th_\tau(\gamma)$.*

ii. *γ é globalmente correto em τ se e somente se $Th_\tau(\gamma) \bigcap$ Lim(γ) $= \emptyset$.*

Definição B.3.2. *Completude*

i. *γ é completo em τ sse se $g \notin \gamma$ então γ rejeita ou exclui g em τ.*

Definição B.3.3. *Prioridade às Exceções*

i. *γ satisfaz o critério de Prioridade às Exceções em τ se e somente se, se γ_0 é a menor parte de γ rejeitada por γ' então $\gamma - \gamma_0$ rejeita γ' em τ.*

Referências Bibliográficas

ACZEL, P. An introduction to inductive definitions. In: BARWISE, J. (Ed.). *Handbook of Mathematical Logic*. Amsterdam: Elsevier, 1977. p. 739–782.

BREWKA, G. Cumulative dafault logc: In defense of nonmonotonic rules. *Artificial Intelligence*, n. 50(2), p. 183–205, 1991.

BUCHSBAUM, A.; PEQUENO, T.; PEQUENO, M. A logical expression of reasoning. *Synthese*, n. 154, p. 431–466, 2007.

DELGRANDE, J. P.; SCHAUB, T.; JACKSON, W. K. Alternative aproaches to default logic. *Artificial Intelligence*, n. 70, p. 167–237, 1994.

ENDERTON, B. H. *Elements of Set Theory*. Nova York: Academic Press, 1977.

ETHERINGTON, D. *Reasoning with Incomplete Information: Investigations of Nonmonotonic Reasoning*. Tese (Doutorado) — Department of Computer Science, University of British Columbia, Vancouver, BC, 1986.

ETHERINGTON, D.; R., R. On inheritance hierarchies with exceptions. In: *Proceedings of AAAI National Conference on Artificial Intelligence*. Washington, D.C.: The MIT Press, 1983. p. 104–108.

FEFERMAN, S. Predicativity. In: SHAPIRO, S. (Ed.). *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. New York: Oxford University Press, 2005. p. 590–624.

FROIDEVAUX, C. Taxonomic default theories. In: *European Conference on Artificial Intelligence*. Stockholm, Sweden: [s.n.], 1990. p. 123–129.

FROIDEVAUX, C.; MENGIN, J. Default logic: A unified view. *Computational Intelligence*, n. 31, p. 41–85, 1994.

GELFOND, M.; LIFSCHITZ, V. Stable model semantics for logic programming. In: *Proceedings of the Fifth Logic Programming Symposium*. Seattle - USA,: MIT Press, 1988. p. 1070–1080.

GUREVICH, Y.; SHELAH, S. Fixed point extensions of first order logic. In: *Proceedings of the 26th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*. Portland, Oregon, USA: IEEE, 1985. p. 346–353.

HANKS, S.; MCDERMOTT, D. Nonmonotonic logic and temporal projection. *Artificial Intelligence*, n. 33, p. 379–412, 1987.

HEMPEL, C. G. Inductive inconsistencies. *Synthese*, v. 12, n. 4, p. 439–469, December 1960.

ISRAEL, D. What's wrong with non-monotonic logic. In: BALZER, R. (Ed.). *Proceedings of the 1st Annual National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-1980)*. Stanford, CA: MIT Press, 1980. p. 99–101.

JANHUNEN, T. On the intertranslatability on non-monotonic logics. *Artificial Intelligence*, n. 27, p. 79–128, 1999.

JANHUNEN, T. Evaluating the effect os semi-normality on the expressiveness of defaults. *Artificial Intelligence*, n. 144, p. 233–250, 2003.

KYBURG, H.; TENG, C. M. Nonmonotonic logic and statistical inference. *Computational Intelligence*, v. 22, n. 1, p. 26–51, 2006.

LANGE, S.; GRIESER, G.; JANTKE, K. P. Advanced elementary formal systems. *Theor. Comput. Sci*, n. 298, p. 51–70, 2003.

LEVY, F. *An A.T.M.S. for Default Theories*. Paris, Novembro 1991.

LEVY, F. Computing extensions of default theories. *Kruse and Siegel*, p. 219–226, 1991.

LIFSCHITZ, V. On open defaults. *Computational Logic*, p. 80–95, 1990.

LINKE, T.; SCHAUB, T. Alternative foundations for reiter's default logic. *Artificial Intelligence*, n. 124, p. 75–94, 2000.

LUKASZEWICZ, W. Considerations on default logic - an alternative approach. *Computacional Intelligence*, n. 4, p. 1–16, 1988.

LUKASZEWICZ, W. *Non-Monotonic Reasoning: Formalization of Commonsense Reasoning.* 1^a. ed. Nova York: Ellis Horwood, 1990.

MAREK, W.; TRUSZCZYNSKI, M. Normal forms results for default logics. In: BREWKA, G.; JANTKE, K.; SCMITT, P. H. (Ed.). *Nonmonotonic and Inductive Logic*. Londres: Springer Verlag, 1993. p. 153–174.

MARTINS, A. T. C.; PEQUENO, M. C.; PEQUENO, T. Well-behaved idl theories. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, n. 1159, p. 11–20, 1996.

MCCARTHY, J. Circumscription - a form of nonmonotonic reasoning. *Artificial Intelligence*, n. 13, p. 27–39, 1980.

MCCARTHY, J. Applications of circunscription to formalizing common-sense knowledge. *Artificial Intelligence*, n. 28, p. 89–116, 1986.

MCCARTHY, J.; HAYES, P. J. Some philosophical problems from the standpoint of artificial intelligence. In: MELTZER, B.; MICHIE, D. (Ed.). *Machine Intelligence*. Nova York, NY: American Elsevier, 1969. p. 463–502.

MCDERMOTT, D. Non-monotonic logic ii:non-monotonic modal theories. *Journal of ACM*, n. 29, p. 33–57, 1982.

MCDERMOTT, D.; DOYLE, J. Non-monotonic logic i. *Artificial Intelligence*, n. 13, p. 41–72, 1980.

MERCER, R. E. Using default logic to derive natural language suppositions. In: GOEBEL, R. (Ed.). *Proceedings of the Seventh Biennial Canadian Conference on Artificial Intelligence*. San Mateo, Canadá: Morgan Kaufmann, 1988. p. 14–21.

MINSKY, M. A framework for representing knowledge. In: WINSTON, P. (Ed.). *The Psychology of Computer Vision*. Nova York: McGraw-Hill, 1975. p. 211–277.

MOORE, R. C. Semantical considerations on nonmonotonic logics. *Artificial Intelligence*, n. 25, p. 75–94, 1985.

MOSCHOVAKIS, Y. *Elementary Induction on Abstract Structures*. Amsterdam: North-Holland, 1974.

PEQUENO, M.; VERAS, R.; TAVARES, W. Handling exceptions in nonmonotonic reasoning. In: *In Proceedings of the Third Latin American Workshop on Non-Monotonic Reasoning 2007 (LANMR'07)*. Puebla - Mexico: [s.n.], 2007.

PEQUENO, M.; VERAS, R.; TAVARES, W. Lógica não monotônica com prioridade às exceções. In: *Anais do Congresso da Sociedade Brasileira de Computação*. Rio de Janeiro, Brasil: [s.n.], 2007. p. 1192–1201.

PEQUENO, M. C. *Defeasible Logic with Exception-First*. Tese (Doutorado) — Department of Computing Imperial College of Science, Technology and Medicine, 1994.

PERRAULT, C. R. An application of default logic to speech act theory. In: COHEN, P. R.; MORGAN, J.; POLLACK, M. E. (Ed.). *Intentions in Communication*. Cambridge, MA: MIT Press, 1990. p. 161–185.

POOLE, D. L. What the lottery paradox tell us about default reasoning. In: *First International Conferesnde on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning*. [S.l.: s.n.], 1989. p. 333–340.

REITER, R. A logic of default reasoning. *Artificial Intelligence*, n. 13, p. 81–132, 1980.

REITER, R. Theory of diagnosis from first principles. *Artificial Intelligence*, n. 32, p. 57–96, 1987.

REITER, R.; CRISCUOLO, G. On interacting defaults. In: *Proceedings of International Joint Conference on Artificial Intelligence (7th IJCAI)*. Vancouver, Canada: [s.n.], 1981. p. 270–276.

RISCH, V. Analytic tableaux for default logics. *J. Appl. Non-Classical Logics*, n. 6, p. 71–88, 1996.

SANDEWALL, E. *Features and fluents : the representation of knowledge about dynamical systems*. Nova York: Oxford University Press, 1994.

SCHAUB, T. *Considerations on Default Logic*. Tese (Doutorado) — Technische Hochschule Darmstadt, FB Informatik, FG Intellektik, Alexanderstr, 1992.

SCHWIND, C. A tableau-based theorem prover for a decidable subset of default logic. *Lectures Notes in Computer Science*, n. 6, p. 541–546, 1990.

SMULLYAN, R. *Theory of Formal Systems*. Princeton: Princeton University Press, 1961.

TRUSZCZYNSKI, M. Embedding default logic into modal nonmonotonic logics. In: *International Joint Conference on Artificial Inteligence*. Washington, D.C.: The MIT Press, 1991. p. 151–165.

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo