

ANDERSON MAGNO CHAVES CUNHA

*ONDAS DE SPIN EM SISTEMAS
MAGNÉTICOS BIDIMENSIONAIS COM
INTERAÇÃO DE TROCA ALEATÓRIA*

Dissertação apresentada ao Departamento de Física da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Física.

Orientador:

Prof. Dr. Raimundo Nogueira da Costa Filho

MESTRADO EM FÍSICA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CENTRO DE CIÊNCIAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ.

FORTALEZA – CE

2009

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

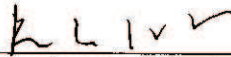
Anderson Magno Chaves Cunha

**Ondas de Spin em sistemas magnéticos bidimensionais
com interação de troca aleatória**

Dissertação submetida à Coordenação do
Curso de Pós-Graduação em Física, da
Universidade Federal do Ceará, como
requisito parcial para a obtenção do grau
de Mestre em Física.

Aprovada em 21/07/2009

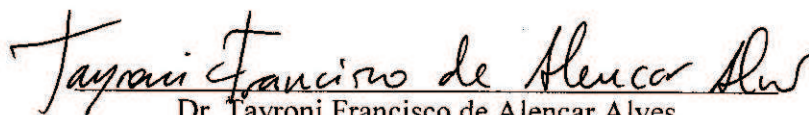
BANCA EXAMINADORA



Dr. Raimundo Nogueira da Costa Filho - Orientador
Universidade Federal do Ceará



Dr. João Milton Pereira Júnior
Universidade Federal do Ceará



Dr. Tayroni Francisco de Alencar Alves
Universidade Federal do Piauí

*À minha eterna amiga, Mônica Kelly.
Sempre em nossas memórias e corações.*

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Raimundo Nogueira da Costa Filho, pela orientação, compreensão e paciência, muita paciência.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Física da UFC que, direta ou indiretamente, contribuíram para que eu chegasse até aqui.

Aos meus amigos, pela ajuda e, principalmente, pela descontração.

A minha família, pelo apoio.

A Deus, por tudo.

Ao CNPQ, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio financeiro.

À mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho original.

Albert Einstein.

Resumo

Ondas de spin são excitações coletivas que surgem em materiais magnéticos. No caso ferromagnético, essas excitações coletivas são o movimento em fase da precessão de todos os spins de uma rede cristalina, representando um cristal magnético. Essa precessão é causada por perturbações no sistema magnético em estudo, por exemplo, uma pequena variação na temperatura provoca variação no número de precessões do sistema. Essa variação na temperatura provoca a precessão de um momento de dipolo magnético que interage com seus vizinhos levando a uma propagação dessa perturbação. Essa perturbação tem caráter ondulatório, e a mesma intensidade para diferentes vizinhos próximos. Essas ondas de spin podem ser observadas através de alguns métodos experimentais, tais como: espalhamento inelástico de nêutrons, espalhamento inelástico de luz incluindo espalhamento Raman e Brillouin, para citar alguns. A importância das ondas de spin surge claramente quando aparelhos magnetoelétrônicos são operados a altas frequências. Nessa situação a geração de ondas de spin pode ser um processo significativo na perda de energia desses sistemas, pois a excitação de tais ondas consome uma pequena parte da energia do sistema. Portanto, a geração de ondas de spin limita a largura de linha e o fator de potência ou qualidade Q de alguns aparelhos de microondas. Devido a essa aplicabilidade tecnológica, é importante estudar ondas de spin em sistemas de multicamadas magnéticas, e sistemas de baixa dimensionalidade, pois, tais sistemas são candidatos a obtenção de novos sistemas eletrônicos. Nosso objetivo aqui é estudar o comportamento de ondas de spin em sistemas bi-dimensionais onde as interações de troca são aleatórias. Interações de troca aleatórias implicam que a resistência que o sistema impõe a mudança da orientação dos seus momentos de dipolo magnético não são as mesmas de linha por linha do meio em estudo. O sistema é modelado através de um Hamiltoniano de Heisenberg onde os operadores de spin são tratados a baixas temperaturas usando as transformações de Holstein-Primakoff. Observamos que o espectro de ondas de spin varia significativamente quando comparado àquele sem a perturbação aleatória.

Abstract

Spin waves are collective excitations that occur in magnetic materials. In the ferromagnetic case, these collective excitations are the motion in phase of the spin precession in a magnetic crystal lattice, representing a magnetic crystal. This precession is caused by disturbances in the magnetic system under study, for example, a small change in temperature causes variation in the number of precessions system. This variation in temperature causes the precession of a magnetic dipole moment of which interacts with its neighbors, leading to a spread of the disturbance. This disturbance has wave character, and the same intensity for different neighbors next. These waves of spin can be observed by some experimental methods, such as: the inelastic neutron scattering, inelastic scattering of light including Raman and Brillouin scattering, to name a few. The importance of spin waves emerges clearly when magnetoelectronic devices are operated at high frequencies. This situation, the generation of spin waves can sing in a significant loss of energy of these systems, because the excitation of such waves consumes a small part of the energy of the system. Therefore, the generation of spin wave limits the width of line and the power factor, or quality, Q , of some microwave devices. Due to the application technologic, is major study spin waves in magnetics multilayer systems and systems of low dimensionality, because these systems are candidates for obtaining new electronic systems. Our goal here is to study the behavior of the spin waves in two-dimensional systems where the exchange interactions are random. Random exchange interactions imply that the resistance that the system requires changing the orientation of their magnetic dipole moments of are not the same line by line in the environment under study. The system is model by Heisenberg Hamiltonian where the spin operators are treated at low temperatures using the transformations of Holstein-Primakoff. We observed that the spectrum of spin waves changes significantly when compared to that without the random disturbance.

Lista de Figuras

1	Onda de spin em uma cadeia ferromagnética com spins mostrados em perspectiva, em (a), e de cima em (b), enfatizando o seu comprimento de onda.	p. 19
2	Spins paralelos (a) e anti-paralelos (b).	p. 21
3	Angulo azimutal.	p. 24
4	Esferóide oblato.	p. 25
5	Analogia entre os efeitos de um campo magnético e um campo gravitacional.	p. 28
6	Gráfico de uma distribuição normal ou gaussiana.	p. 32
7	Comportamento da distribuição gaussiana com variações nos parâmetros.	p. 33
8	Gráfico de uma distribuição uniforme entre a e b.	p. 35
9	Gráfico da distribuição Geométrica.	p. 38
10	Gráfico da distribuição Poisson para diferentes parâmetros.	p. 39
11	Gráfico de uma distribuição Exponencial.	p. 41
12	Gráfico de uma distribuição de numeros correlacionados. [47]	p. 43
13	Esboço do nosso sistema magnético.	p. 44
14	Gráfico de uma distribuição beta gerada computacionalmente.	p. 54
15	Gráfico de uma distribuição exponencial gerada computacionalmente.	p. 54
16	Gráfico de uma distribuição gaussiana gerada computacionalmente.	p. 55
17	Gráfico de uma distribuição de Laplace gerada computacionalmente.	p. 56
18	histogramas com dist. uniforme: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.	p. 58
19	histogramas com dist. beta: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.	p. 59

20	histogramas com dist. gaussiana: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.	p. 60
21	histogramas com dist. exponencial: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.	p. 61
22	histogramas com dist. laplace: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.	p. 62
23	Histogramas de matrizes cheias para diferentes valores de correlação.	p. 63
24	Histogramas de matrizes penta-diagonais para diferentes valores de correlação.	p. 64
25	Histogramas de matrizes tri-diagonais para diferentes valores de correlação.	p. 65
26	Relação de dispersão sem interação de troca aleatória.	p. 67
27	Relações de dispersão com aleatoriedade: várias realizações.	p. 68
28	Relação de dispersão com aleatoriedade: caso apresentando cruzamento anti-crossing.	p. 69
29	Relação de dispersão com aleatoriedade: uma média sobre os valores encontrados em 50 realizações.	p. 70
30	Gráfico mostrando o comportamento do ΔE entre modos vizinhos.	p. 71

Sumário

1	Introdução	p. 12
1.1	Propriedades magnéticas	p. 13
1.2	Modelagem de impurezas	p. 15
1.3	Descrição do trabalho	p. 17
2	Ondas de spin	p. 18
2.1	Introdução	p. 18
2.2	Descrição geral	p. 19
2.3	Interações	p. 20
2.3.1	Interação de troca	p. 20
2.3.2	Anisotropia magnética	p. 22
2.3.2.1	Anisotropia magnetocristalina	p. 23
2.3.2.2	Anisotropia de forma (magnetostática)	p. 25
2.3.2.3	Anisotropia magnetoelástica	p. 26
2.3.2.4	Anisotropia de superfície	p. 27
2.3.3	Interação Zeeman	p. 27
2.3.3.1	Efeito Zeeman normal	p. 29
2.3.3.2	Efeito Zeeman anômalo	p. 30
3	Estudo das distribuições	p. 31
3.1	Introdução	p. 31
3.2	Distribuição normal	p. 32

3.3	Distribuição uniforme	p. 34
3.4	Distribuição de Bernoulli	p. 36
3.5	Distribuição binomial	p. 37
3.6	Distribuição geométrica	p. 38
3.7	Distribuição de Poisson	p. 39
3.8	Distribuição exponencial	p. 41
3.9	Distribuição correlacionada	p. 42
4	Sistema de multicamadas aleatórias	p. 44
4.1	Hamiltoniano	p. 45
4.2	Transformação de Holstein-Primakoff	p. 46
5	Resultados	p. 53
5.1	Geração de variáveis aleatórias	p. 53
5.1.1	Distribuição beta	p. 53
5.1.2	Distribuição exponencial	p. 54
5.1.3	Distribuição gaussiana	p. 55
5.1.4	Distribuição de Laplace	p. 55
5.1.5	Distribuição correlacionada	p. 56
5.2	Histogramas de autovalores	p. 56
5.3	Relações de dispersão	p. 66
6	Conclusões e perspectivas	p. 72
	Referências	p. 74

1 *Introdução*

Tales de Mileto foi o primeiro a relatar a existência de uma substância magnética. Ele observou que pequenas pedras eram atraídas pela ponta de ferro de um cajado. Esse foi o início de um estudo que séculos depois resultou na descoberta da eletricidade e do magnetismo. Contudo, essas pedras que hoje chamamos de materiais magnéticos só passaram a ter sua devida importância no século XIII, com a criação e o extensivo uso da bússola, aparelho que foi fundamental para o início das grandes navegações, culminando com a descoberta da América. Essas navegações tiveram tamanha importância para a história da humanidade ao ponto de serem consideradas, por alguns, como o primeiro passo no processo de globalização, e tudo isso não seria possível sem a bússola, que orientava as embarcações. Ela funciona orientada pelo campo magnético terrestre, o globo terrestre funcionando como um ímã, com pólos sul e norte, com o último sendo aquele para o qual a agulha de uma bússola aponta sempre que não houver a interferência de um outro campo magnético mais forte. Esse campo magnético terrestre é semelhante a um dipolo magnético, onde os pólos variam suas posições com o tempo, sofrendo oscilações independentes um do outro. É importante ressaltar que os pólos magnéticos da Terra não coincidem com os pólos geográficos da mesma.

A partir deste período onde se deram as grandes navegações, a importância dos materiais magnéticos vem crescendo dia a dia. Hoje, esses materiais têm papel fundamental na tecnologia dos equipamentos eletrônicos, sendo utilizados, por exemplo, em fechaduras, balanças elétricas, sensores de posição, e estando fortemente presentes em sofisticados componentes de computadores e de sistemas de comunicação. Uma de suas mais importantes aplicações está relacionada a produção de discos rígidos (HDs de computadores) que têm mecanismos para a gravação e a leitura magnética de dados. Em 2005, somente o mercado de gravações magnéticas movimentava algo em torno de 100 bilhões de dólares por ano, com um crescimento anual médio girando em torno de 17%.

1.1 Propriedades magnéticas

As propriedades magnéticas aparecem em toda e qualquer matéria que estiver submetida a um campo magnético externo. Tal comportamento é determinado pelas origens dos dipolos magnéticos e pela natureza das interações entre eles. Alguns materiais apresentam essas características de uma forma mais marcante, sendo chamados de materiais magnéticos.

Esse campo magnético externo aplicado provoca um alinhamento dos dipolos magnéticos. Devido a isso, esses materiais podem ser classificados como paramagnéticos, quando essa magnetização for paralela ao campo externo, e como diamagnéticos, quando os dipolos se alinham de forma antiparalela.

Existem alguns materiais que mantêm os dipolos magnéticos alinhados mesmo após a retirada do campo magnético ao qual estava submetido, tais materiais são chamados de ferromagnéticos, quando o alinhamento for paralelo. Há também aqueles que, nesta mesma situação, mantêm um alinhamento antiparalelo, ou seja, seus momentos de dipolo dispostos na mesma direção mas, em sentidos alternados. Estes são chamados de anti-ferromagnéticos, nos casos em que o módulo da magnetização se anula, como consequência deste arranjo apresentar a soma total dos dipolos magnéticos igual a zero. Ou são chamados de ferrimagnéticos, nesses materiais existe uma magnetização, embora os momentos de dipolo estejam orientados anti-paralelamente, pois há uma diferença de magnitude entre os momentos de dipolo de sentidos opostos.

Além do arranjo magnético, uma outra propriedade importante desses materiais é a variação da resistência elétrica que aparece ao serem submetidos a um campo magnético externo. Descoberto por William Thomson, em 1856, esse efeito é conhecido como magnetoresistência. Essa propriedade é classificada em: magnetoresistência anisotrópica, comum a metais ferromagnéticos, como Fe, Co, e ligas. Essa resistência é proveniente da interação spin-orbita e depende da direção da magnetização espontânea do meio; magnetoresistência comum, presente em materiais metálicos comuns, é causada por efeitos da força de Lorentz; magnetoresistência gigante, encontrada em filmes finos formados por camadas alternadas de material magnético e material metálico, ela é consequência da diferença de espalhamento do spin nas regiões com diferentes direções de magnetização; e magnetoresistência colossal, semelhante a anterior, mas com diferentes regiões em escala atômica, ela é encontrada em óxidos metálicos complexos e tem como característica uma grande diminuição da resistência elétrica com a aplicação de um campo magnético.

A magnetização dessas estruturas mencionadas acima sempre precessiona na mesma direção. Essa precessão é a base de muitos dos novos equipamentos eletrônicos baseados em excitações magnéticas. Para entender isso, podemos imaginar uma amostra saturada magneticamente submetida a uma radiação de microondas com polarização circular. Se a polarização gira na mesma direção da magnetização, vai acontecer uma forte interação entre as microondas e o material. Porém, se a polarização ocorre no sentido oposto, não vai haver interação. Esse é um exemplo da idéia de um diodo de microondas. Esse movimento precessional simples é a base para uma rica variedade de excitações em materiais magnéticos.

A precessão do vetor magnetização implica que os momentos individuais, que chamaremos de spins a partir de agora, precessionam com a mesma frequência e a mesma fase. Temos portanto um modo uniforme de propagação.

Neste trabalho, a propriedade que mais nos interessa está relacionada ao spin dos átomos dos materiais magnéticos, mais especificamente, a quantidade de energia e de momento que flui numa partícula numa determinada direção. O conjunto dos spins determinará as ondas de spin, que constituem um dos tipos de excitações elementares de um sistema magnético. Essas excitações são quantizadas, sendo que o seu quanta é chamado de magnon. Os magnons são excitações coletivas dos spins que ocorrem em redes magnéticas com simetria contínua. Eles podem ser excitados termicamente e obedecem as estatísticas de Bose-Einstein ou de Fermi-Dirac, para partículas com spins inteiro ou semi-inteiro, respectivamente.

O estudo das ondas de spin se tornou importante devido a um variado leque de aplicações. Esses estudos visam o desenvolvimento das tecnologias onde materiais magnéticos são utilizados, havendo a necessidade de se conhecer sobre essas ondas, em um ramo da eletrônica conhecido como spintrônica. Como exemplo, temos a gravação de dados em memórias RAM magnéticas, que nada mais é do que a utilização de uma corrente polarizada em spin atravessando um elemento magnético, produzindo um torque sobre a magnetização. Os materiais magnéticos podem ser utilizados também pela indústria das telecomunicações na produção de emissores de sinais eletromagnéticos, dentre varias outras aplicações. A partir dos conhecimentos sobre as ondas de spin é possível determinar inúmeras propriedades termodinâmicas de um sistema, por exemplo, o calor específico.

Os sistemas de multicamadas magnéticas consistem de conjuntos de filmes finos sobrepostos um ao outro, onde os filmes finos usados podem ser tanto de materiais ferromagnéticos como de materiais anti-ferromagnéticos. Assim, fica obvia a existência de

várias possibilidades de combinações entre esses dois tipos de filmes, dando origem a vários tipos de multicamadas. Quando estamos lidando com um material onde esses filmes magnéticos são dispostos de uma maneira periódica, ou seja, camadas de filme magnético intercaladas por um espaçador, falamos então de super-redes magnéticas, que são um caso especial das multicamadas magnéticas. Há também diversas outras formas ou combinações para a obtenção desses materiais, sendo que, cada uma delas fará com que o material resultante apresente propriedades físicas diferentes uns dos outros, como a histerese, a magnetização e a temperatura crítica, por exemplo, e também diferentes das propriedades dos materiais das camadas que o constituem. Neste trabalho tratamos apenas de filmes envolvendo materiais ferromagnéticos, mais especificamente, uma camada destes filmes, em sistemas ditos bidimensionais.

O avanço nas técnicas de crescimento de materiais magnéticos abriu a possibilidade da fabricação de filmes finos com aplicação em aparelhos eletrônicos, e com variadas utilidades. Pode-se usá-los para isolar camadas condutoras, nas conexões das regiões ativas de um dispositivo, ou em superfícies do ambiente externo, como fonte dopante e também como barreira para a dopagem. Esses filmes finos proporcionam características nas quais o avanço da tecnologia dos aparelhos eletrônicos está bastante ligado, como por exemplo, redução das dimensões de dispositivos de alta tecnologia, baixa voltagem de operação e alta velocidade. Atualmente, estes filmes estão aparecendo com dimensões cada vez mais reduzidas, chegando inclusive ao ponto de serem tratados como sistemas magnéticos em apenas duas dimensões. Deixamos claro que isto é apenas uma aproximação, devido a uma dessas dimensões ser bem menor do que outra, o que está relacionado aos graus de liberdade do sistema.

1.2 Modelagem de impurezas

Apesar dos diversos métodos de produção de filmes finos com materiais magnéticos, e dos avanços pelos quais estes métodos estão passando, ainda não é possível se ter um controle sobre a pureza dos materiais. Utiliza-se materiais que já sejam encontrados na natureza com o mais alto grau de pureza possível. Neste trabalho, consideramos casos nos quais não se tem controle sobre a homogeneidade dos materiais. Dentre outras coisas, a não-homogeneidade pode causar distorções no fluxo local em algumas regiões de um circuito magnético de uma máquina elétrica. Isso mostra a importância de usarmos materiais magnéticos que sejam o mais puros e homogêneos possíveis.

Em virtude desse não controle sobre características como a pureza e a homogeneidade dos materiais, é feito um trabalho no intuito de modelar esses sistemas com interações de troca aleatórias, utilizando algumas distribuições estatísticas. Ou seja, como não temos controle sobre elas, tentamos tratá-las como tendo uma distribuição conhecida, o que possibilita o estudo e o entendimento de fatores importantes, como os efeitos causados sobre as características do sistema.

As distribuições de probabilidade são modelos matemáticos que relacionam um certo valor de uma variável em estudo com a sua probabilidade de ocorrência, ou seja, estruturas matemáticas que descrevem aproximadamente as características de um determinado fenômeno. Basicamente, cada distribuição possui uma função de distribuição que a define, e é caracterizada por duas propriedades: a média, que é uma média aritmética dos valores que a variável pode assumir; e o desvio padrão, que mede a dispersão dos valores individuais em torno da média, ou a variância, que é o quadrado do desvio padrão. Dentre as várias distribuições de probabilidade existentes podemos destacar algumas como sendo as mais importantes.

A Distribuição normal, ou gaussiana, possui gráficos unimodais e simétricos em relação a sua média, além de terem forma de sino. Uma característica importante dessa distribuição é o fato de a soma de variáveis aleatórias com uma certa distribuição, seja ela qual for, tende a ser uma variável normalmente distribuída, o que é uma consequência direta do Teorema do Limite Central, cujo enunciado é: a soma de muitas variáveis aleatórias independentes, e com mesma distribuição de probabilidades, tende à ter distribuição normal. Isso nos mostra que todas as outras distribuições de probabilidade possuem uma forte relação com ela.

A distribuição de Poisson é aquela onde as variáveis aleatórias são provenientes de um processo de Poisson, caracterizado da seguinte maneira: a ocorrência de um evento em um intervalo de espaço ou de tempo não tem qualquer efeito sobre a probabilidade de ocorrência de um segundo evento; um número infinito de ocorrências de um determinado evento devem ser possíveis no intervalo; a probabilidade de uma única ocorrência do evento em um dado intervalo é proporcional ao tamanho do intervalo; em um intervalo infinitesimal, a probabilidade de mais de uma ocorrência do evento é desprezível.

Uma variável aproximadamente nesta distribuição é encontrada sempre que for feito um grande número de observações de um evento com pequena probabilidade de ocorrer. Os seus parâmetros de média e variância são iguais, e suas aplicações são encontradas em casos muito importantes no nosso cotidiano, e casos simples como, por exemplo, um

estudo sobre o número de automóveis que cruzam um viaduto em um certo intervalo de tempo. Ela está intimamente ligada a uma outra distribuição muito importante, a distribuição exponencial, ligação dada da seguinte forma: enquanto temos uma variável de Poisson representando o número de ocorrências de um certo evento em um intervalo de tempo, temos uma variável exponencial equivalendo exatamente ao intervalo de tempo médio entre duas dessas ocorrências. Essa distribuição exponencial é sempre utilizada em casos que são denominados como problemas de fila de espera.

1.3 Descrição do trabalho

No Capítulo 2 deste trabalho, falamos a respeito de ondas de spin e descrevemos três tipos de interações pertinentes a sistemas magnéticos: a interação de troca; a interação Zeeman; e a anisotropia uniaxial. Sendo apresentados termos de energia relativos a cada uma delas.

No Cap. 3, descrevemos as distribuições estatísticas mais importantes, discriminando características e algumas aplicações, como uma forma de saber a respeito delas antes de utilizarmos algumas no processo de modelagem das impurezas e das não-homogeneidades dos materiais magnéticos que estamos estudando. Mostramos também uma distribuição de números correlacionados com a mesma finalidade.

No Cap. 4, apresentamos o nosso sistema bidimensional. Definimos seu Hamiltoniano considerando interação de troca, interação Zeeman, e anisotropia uniaxial. Posteriormente, aplicamos a Transformação de Holstein-Primakoff para fazê-lo função dos operadores bosônicos de criação e de destruição, ou seja, bosonizar o nosso Hamiltoniano. E então, mostramos como são encontradas as relações de dispersão, usando a equação do movimento de Heisenberg.

No Cap. 5, são apresentados os resultados obtidos. Primeiramente, as distribuições estatísticas geradas computacionalmente, que podem ser usadas para modelar as impurezas e a não homogeneidade do nosso sistema, além da distribuição de números correlacionados. Mostramos também histogramas encontrados para conjuntos de autovalores de matrizes aleatórias. E, por fim, as relações de dispersão encontradas. No Cap. 6 são expostas as conclusões tiradas a partir dos resultados obtidos.

2 *Ondas de spin*

2.1 Introdução

O conceito de spin surgiu como sendo a rotação, sobre o seu próprio eixo, de uma partícula capaz de produzir um campo magnético. Esse campo seria semelhante ao gerado por uma volta de fio percorrido por uma certa corrente elétrica. Posteriormente, foi verificado que essa definição não era válida, pois, dentre outras razões, não satisfazia aos nêutrons, que não possuem carga. Com isso, foi então criada a definição dizendo que o spin refere-se as orientações possíveis das partículas sob o efeito de um campo magnético. Identificado como o quarto numero quântico das partículas, ele é indispensável para uma total definição das mesmas. O spin é uma propriedade puramente quântica, sem equivalente clássico.

Foram dois físicos alemães, Otto Stern e Walter Gerlach, que, em 1921, constataram as primeiras evidências da existência de dois diferentes sentidos para o movimento de rotação dos elétrons. Eles realizaram um experimento que consistia, basicamente, de um feixe de átomos carregados lançado em direção a um campo magnético não-uniforme. Foi observado que os átomos sofriam desvios causados por esse campo magnético, mas com um comportamento diferente daquele que era esperado. Esses desvios foram então explicados com a introdução do conceito de spin, neste experimento que ficou conhecido como experimento de Stern-Gerlach[1].

O spin está relacionado ao momento angular intrínseco das partículas. A lei de conservação do momento angular é uma consequência da isotropia do espaço com respeito a um sistema fechado [2], o que é válido tanto para a Mecânica Clássica quanto para a Mecânica Quântica. A relação entre o momento angular e as propriedades de simetria sobre rotação é muito importante para a Mecânica Quântica, sendo as bases do conceito de momento angular.

O movimento coletivo dos spins é uma excitação do meio magnético. Essas ondas de spin são estudadas devido a sua importância na determinação de propriedades magnéticas de materiais, tendo em vista que o modo como essas ondas reagem a determinadas influências externas é consequência direta das propriedades magnéticas do material.

2.2 Descrição geral

De um ponto de vista microscópico, temperatura é a medida da energia cinética associada ao movimento aleatório das partículas que compõem um sistema. Assim, quando um sistema está a uma temperatura de 0 Kelvin, o zero absoluto, dizemos que ele se encontra em seu estado de mais baixa energia, estado fundamental, onde as suas partículas não possuem energia cinética.

Em um sistema ferromagnético com um pequeno campo magnético aplicado na direção z , os momentos magnéticos são completamente ordenados, como exige a terceira lei da termodinâmica. Um pequeno fornecimento de calor, provocando um sutil aumento na temperatura do sistema, faz com que ele mude de seu estado fundamental para um estado excitado. Conseqüentemente, ocorre o desvio de um de seus spins, que pode ser o de qualquer um dos átomos, com iguais probabilidades. Devido as interações que existem entre os spins, essa excitação passa a ser transmitida de spin em spin, na tentativa de realinhá-los, e então, o sistema voltar ao seu estado fundamental. Essa interação é a chamada interação de troca, e denominamos tal excitação coletiva como onda de spin.

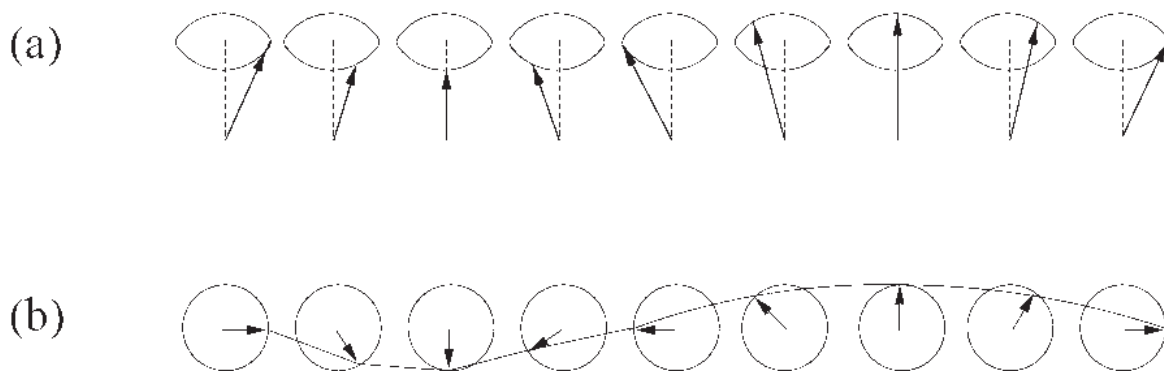


Figura 1: Onda de spin em uma cadeia ferromagnética com spins mostrados em perspectiva, em (a), e de cima em (b), enfatizando o seu comprimento de onda.

As ondas de spin, mostradas na fig.1[3], são excitações magnéticas elementares do tipo onda. Um caso especial de ondas magnéticas de superfície [4,5,6], na qual a interação de troca é a energia dominante. Essas excitações são quantizadas, e o seu quantum é conhecido como mágnon. O vetor de onda \vec{q} é quem determina a fase de um spin em relação ao outro.

Variações maiores na temperatura desse sistema provocarão a excitação de dois ou mais spins, o que gera dificuldades ao nosso sistema, como por exemplo, esses spins desviados irão se propagar até chegar um momento no qual eles irão se encontrar, devido a terem diferentes velocidades de propagação, causando espalhamentos no sistema. Para evitar essa e outras complicações possíveis, a teoria de ondas de spin usa uma aproximação, que só é válida para temperaturas muito abaixo da temperatura de Curie, com um pequeno número de spins desviados, tornando as ondas de spin independentes. Assim, é ignorada a possibilidade da existência de interações entre essas ondas de spin. Essa aproximação provoca um erro que já foi calculado por Dyson [7], como sendo menor que 5 % para o valor da magnetização.

2.3 Interações

De uma maneira geral, as ondas de spin sofrem influência de interações de troca, dipolos, efeitos de geometria do sistema, e orientação do cristal e do campo magnético, entre outras. Citaremos aqui três destas interações.

2.3.1 Interação de troca

A interação de troca consiste de uma interação eletrostática pertinente a dois campos que estão situados a uma certa distância um do outro. Esse tipo de interação gera no sistema uma energia que é conhecida como energia de troca, e em muitos casos, energia de interação de Heisenberg. Essa interação esta relacionada à nuvem eletrônica que fica envolvida nas ligações químicas entre os átomos, e tem como característica importante a sua isotropia.

Ela é considerada de curto alcance, ou seja, seu valor diminui a medida que a distância entre os spins envolvidos aumenta, possuindo valores consideráveis para pequenas distâncias. Na grande maioria dos sistemas que possuem esse tipo de energia, considera-se apenas a interação de cada um dos spins com os seus primeiros vizinhos, desprezando as outras, em virtude de seus efeitos serem relativamente insignificantes.

Essa interação pode ser facilmente compreendida se tomarmos como exemplo um sistema simples, com apenas dois elétrons, considerando que os seus spins são dados por \vec{S}_1 e \vec{S}_2 . Analisando as duas configurações abaixo[fig.2], percebemos que elas possuem energias diferentes. Isso pode ser constatado a partir do Princípio da exclusão de Pauli [8], que diz que o sistema deve ter uma função de onda total anti-simétrica [8,9]. Para isso, um sistema com spins paralelos (anti-paralelos) apresenta uma função de onda espacial anti-simétrica(simétrica). E como a função de onda espacial influencia na energia eletrostática total do sistema, podemos afirmar que essas duas configurações têm energias diferentes.

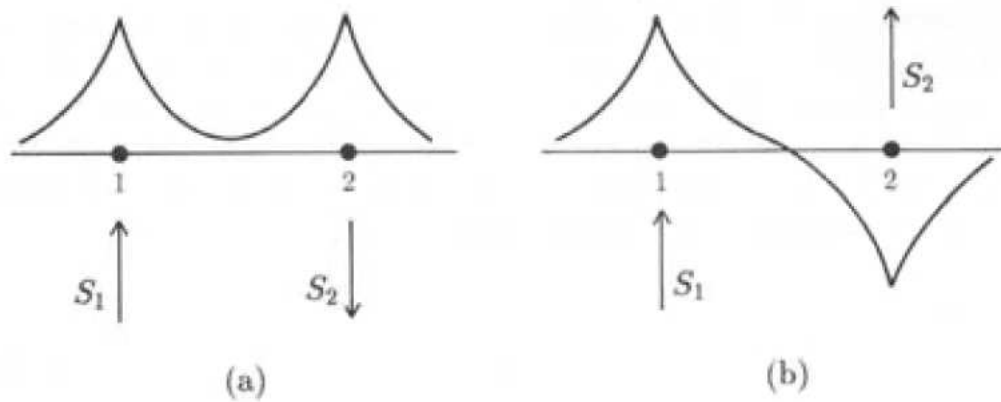


Figura 2: Spins paralelos (a) e anti-paralelos (b).

A energia de troca é exatamente a diferença entre as energias dessas duas configurações, ou seja, é a energia necessária para a inversão no sentido de um spin, e é dada por:

$$U_{12} = -2J_{12}\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2, \quad (2.1)$$

onde J_{12} é conhecido como constante de troca(integral de Heisenberg), que caracteriza essas interações como curto alcance, já que o seu valor costuma ser o mesmo para vizinhos próximos, e tende a diminuir para vizinhos mais afastados. Quando há o envolvimento de elétrons do mesmo átomo, os valores dessa energia são significativamente mais elevados, no entanto, há um decaimento exponencial para distâncias acima do raio orbital, se tratando de átomos vizinhos.

O termo da energia de troca depende do vetor de onda da excitação, e para grandes valores do vetor de onda dá uma maior contribuição na energia total de um sistema, sendo o responsável pelo caráter ferromagnético que o mesmo possa apresentar. Considerando apenas esta forma de energia, podemos afirmar que o sistema tende a se organizar em uma configuração ferromagnética, com spins paralelos, quando J_{12} é positivo, e em uma

configuração anti-ferromagnética, com spins anti-paralelos, quando o valor de J_{12} é negativo. Estas são as configurações que apresentam menores valores de energia, o que torna os sistemas mais estáveis, fazendo com que eles tendam a se organizar em uma dessas formas. Também podemos afirmar que quando a constante de troca é nula, não existe uma direção privilegiada para os spins, sendo iguais as possibilidades de eles serem encontrados um qualquer uma das configurações possíveis, e o sistema é paramagnético.

Em sistemas mais complexos, a energia de troca é dada por:

$$E_H = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j, \quad (2.2)$$

que é um somatório entre todas as interações possíveis no sistema. Nesta equação notamos a presença do termo $1/2$, que aparece simplesmente para cancelar a duplicidade de interações que os dois somatórios fariam aparecer. Por exemplo, a interação de \vec{S}_1 com \vec{S}_2 e a de \vec{S}_2 com \vec{S}_1 apareciam após os somatórios serem efetuados, porém, existe apenas um valor desse tipo de interação para cada par de spins, em seus respectivos sitios. E como a equação trata de um produto escalar, não há relevância alguma quanto a ordem dos termos.

A equação 2.2 possui uma abordagem discreta, porém, é possível convertê-la a uma representação contínua. Para isso é preciso remover sua dependência em detalhes de pequena escala, obtendo a seguinte equação [10]:

$$E_{ex} = A \int d^3r \sum_{\alpha=1}^3 (\nabla M_\alpha(\vec{r}))^2, \quad (2.3)$$

onde A é a constante de troca, e $M_\alpha(\vec{r})$ representa o conjunto de spins.

2.3.2 Anisotropia magnética

Um sistema é dito isotrópico, quando os seus spins podem rotacionar em qualquer direção sem que haja a necessidade de um gasto de energia. Isso quer dizer que a magnetização é livre, podendo apontar para qualquer direção ou sentido.

A anisotropia magnética [11,12] é uma preferência que os spins têm de se alinharem em determinadas direções [13], que são conhecidas como direções de fácil magnetização [14]. Quando um sistema apresenta essa característica, os seus spins tendem a se alinhar em uma direção, e para serem rotacionados à outras direções haverá gasto de energia, então, o seu Hamiltoniano terá que apresentar um termo relativo a essa energia.

Os materiais ferromagnéticos não possuem uma perfeita simetria no que diz respeito às suas propriedades magnéticas. Estas geralmente apresentam diferenças entre as direções possíveis. Isso traz consequências muito importantes como, por exemplo, a influência da anisotropia ser maior (menor), gerando uma maior(menor) magnetização, envolvendo uma maior(menor) quantidade de energia em uma determinada direção, do que em outra, dependendo apenas da dificuldade que esta venha a ter em girar a direção da referida magnetização. Essa dificuldade depende diretamente da medida da propriedade referida[12], propriedade esta que esta relacionada à estrutura eletrônica do material.

Especificamente no caso de filmes finos, a redução de espessura do material provoca um acentuamento nos efeitos causados pela anisotropia. As assimetrias locais de superfícies e interfaces são mais relevantes [15-27], tornando-se fundamentais para a definição do comportamnto magnético, o que não acontece em materiais massivos, onde os efeitos da anisotropia não são realmente significativos. Assim, uma boa descrição desses sistemas físicos exige que tenhamos um Hamiltoniano com um termo onde sejam consideradas as influências das anisotropias em sua energia livre.

Um campo magnético externo aplicado a um material magnético pode causar enormes variações nas suas curvas de magnetização[12,28-33]. Isso é muito utilizado no processo de melhora de materiais.

A anisotropia pode ser causada por diferentes fatores: estrutura cristalina, forma da amostra, stress interno, temperatura, etc. A partir disso, ela é classificada em vários tipos, dentre eles estão a anisotropia magnetocristalina, a magnetostática e a magnetoelástica. Apesar desses diferentes tipos, é importante ressaltar que os respectivos efeitos sobre a energia necessária para a magnetização são equivalentes, não importando o mecanismo gerador da anisotropia [12,13], ou seja, o importante não é a causa, e sim a consequência.

2.3.2.1 Anisotropia magnetocristalina

A anisotropia magnetocristalina é aquela devida às direções cristalográficas do material. Essa energia aparece quando a direção preferencial corresponde a um eixo cristalográfico do cristal, e é dada por:

$$E_k = K_1 \sin^2 \theta + O(\sin^4), \quad (2.4)$$

onde K_1 é a constante de anisotropia uniaxial, θ é o ângulo que o vetor magnetização faz com a direção de fácil magnetização e $O(\sin^4)$ representa os termos de quarta ordem, ou superiores.

O primeiro modelo com anisotropia uniaxial foi proposto por Stoner e Wohlfarth, em 1948. Um modelo que descrevia o magnetismo de partículas finas monodomínio e em forma de elipsóides, levemente alongadas, considerando que a reversão do momento magnético ocorre com a rotação coerente de todos os momentos magnéticos atômicos, e desprezando as interações entre partículas [34].

Outras formas de simetria podem dar origem a outras equações para a anisotropia magnetostática, por exemplo, a simetria cúbica, que juntamente com a uniaxial constituem a maioria dos casos, tem energia dada por:

$$E = V[K_0 + \frac{K_1}{4}(\sin^2 2\theta + \sin^4 \theta \sin^2 2\varphi) + \frac{K_2}{16}(\sin^2 \theta \sin^2 2\theta \sin^2 2\varphi) + \dots], \quad (2.5)$$

onde φ é o ângulo azimutal ao plano XY, como é mostrado na figura 3 [35].

Van Vleck utilizou um modelo localizado, e a partir de seus resultados atribuiu a origem da anisotropia magnetostática à interação spin-orbita [36,37]. Posteriormente, as mesmas conclusões foram tiradas com o uso de um modelo itinerante [37].

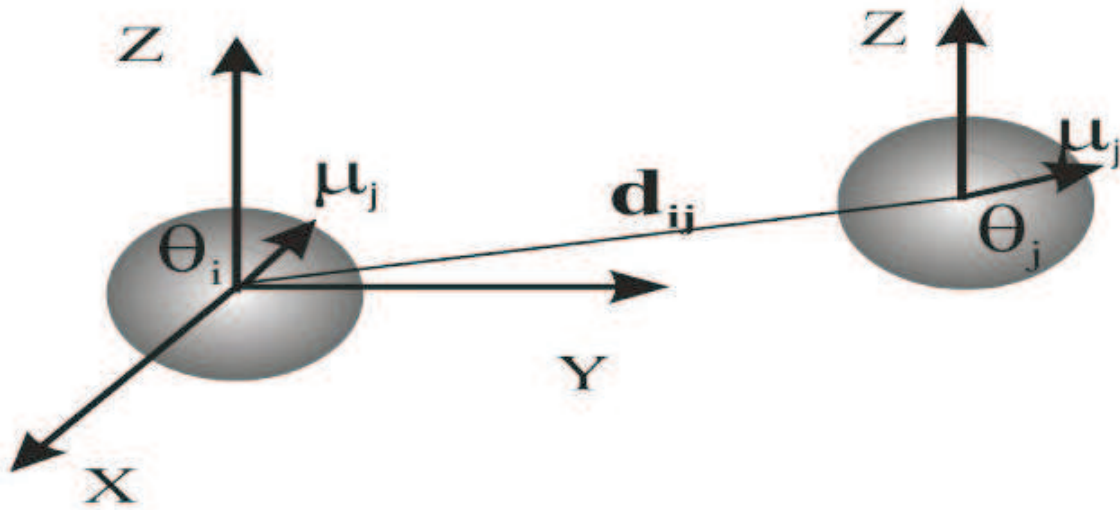


Figura 3: Ângulo azimutal.

2.3.2.2 Anisotropia de forma (magnetostática)

A anisotropia de forma é aquela que aparece devido ao formato do material. Por exemplo, se considerarmos uma partícula em forma de elipsóide, que não é uma forma geométrica totalmente simétrica, a aplicação de um campo magnético externo faz aparecerem pólos magnéticos, norte e sul, e devido a forma de elipsóide haverão pólos mais afastados do que outros, com forças magnetostáticas menos intensas em suas direções. Isso caracteriza o surgimento de uma anisotropia devido a forma [28].

Essa anisotropia é devida a energia magnetostática que o campo anti-paralelo à magnetização origina dentro do material ferromagnético, o que tem origens na sua própria magnetização. Por isso ele é chamado de campo desmagnetizante [39].

A energia relacionada a ela é uma função dependente das componentes da magnetização \vec{M} , sendo dada por:

$$E = \frac{1}{2V}(N_x M_x^2 + N_y M_y^2 + N_z M_z^2), \quad (2.6)$$

onde M_x, M_y e M_z são as componentes da magnetização, e N_x, N_y e N_z são os fatores de desmagnetização relativos a forma da partícula, que dependem da direção da magnetização, sendo maiores naquelas direções onde o material for menos alongado.

Esses fatores de desmagnetização em uma esfera, por exemplo, são dados por $N_x = N_y = N_z = \frac{4\pi}{3}$. Eles também foram calculados para o caso de esferóides, por Osborn [40] e Stoner [41].

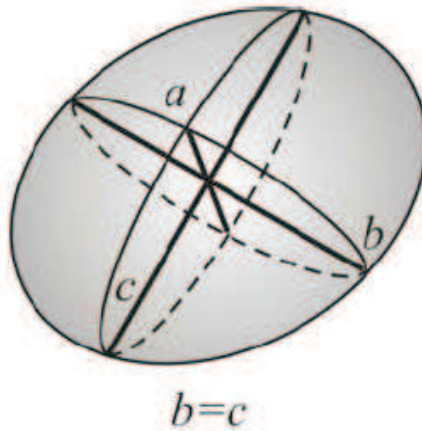


Figura 4: Esferóide oblato.

Um esferóide que apresente-se com a sua altura muito maior do que a sua largura é geometricamente similar a um filme fino. Sabendo dos valores individuais de cada um dos fatores de desmagnetização de um esferóide oblato, fig. 4 [39], encontrados por Osborn [40],

$$\begin{cases} N_a = \frac{4\pi r^2}{r^2-1} \left(1 - \sqrt{\frac{1}{r^2-1}} \arcsin \frac{\sqrt{r^2-1}}{r}\right) \\ N_b = N_c = \frac{4\pi-N_a}{2} \end{cases} . \quad (2.7)$$

Podemos chegar aos valores de um filme fino usando o limite para valores muito grandes de r na equação 2.7:

$$\begin{cases} N_a \cong 4\pi \\ N_b = N_c = \frac{\pi^2}{r} \end{cases} , \quad (2.8)$$

cuja energia desmagnetizante será dada por

$$E = 2\pi(\hat{n} \cdot \vec{M})^2, \quad (2.9)$$

onde \hat{n} é o vetor normal ao plano dos eixos longos do esferóide.

Isso mostra uma forte tendência da magnetização ficar no plano, minimizando a energia magnetostática. A presença de energia nesse campo desmagnetizante faz com que haja magnetização nesta direção mesmo na ausência de um campo magnético externo.

Esta forma de anisotropia tem importantes contribuições na anisotropia total de um filme fino, devido a baixa dimensionalidade do mesmo.

2.3.2.3 Anisotropia magnetoelástica

A anisotropia magnetoelástica esta ligada a elasticidade dos materiais, quando tensões mecânicas provocam deformações na estrutura cristalina. Ela é descrita como uma anisotropia uniaxial, dada por:

$$E = K_\sigma \sin^2 \theta, \quad (2.10)$$

com constante de anisotropia

$$K_\sigma = \left(\frac{3}{2}\right) \lambda_s \sigma, \quad (2.11)$$

onde λ_s é a magnetostricção, deformação de estruturas cristalinas devido à aplicação de campos magnéticos. A letra σ simboliza a tensão interna e θ , o ângulo entre o momento magnético e os eixos de "stress".

Os efeitos desta anisotropia podem ser minimizados com o uso de tratamentos térmicos que aliviem as tensões mecânicas geradas sobre o material.

2.3.2.4 Anisotropia de superfície

Néel [42] mostrou a existência de um tipo de anisotropia relacionada a superfície dos materiais. Ele usou um modelo localizado, propondo que a quebra de simetria translacional causaria essa anisotropia de superfície, representando uma descontinuidade para as interações magnéticas. Em filmes finos, essa anisotropia pode causar uma redução na magnetização em função da espessura do material, com energia envolvida dada por:

$$E_S = -K_S \cos^2 \theta, \quad (2.12)$$

onde θ é o ângulo entre a normal à superfície e o momento magnético, e K_S é o coeficiente de anisotropia magnética de superfície, uma constante que pode ter valores positivos ou negativos, dependendo do tipo de filme magnético e da sua espessura.

Bennet e Copper estudaram os efeitos da anisotropia de superfície sobre filmes finos [43] a partir de um modelo de elétron itinerante, confirmando a possibilidade da constante K_S ter valores positivos ou negativos.

2.3.3 Interação Zeeman

O efeito Zeeman é o deslocamento das raias espectrais do espectro de um sistema, como consequência à aplicação de um campo magnético sobre o mesmo. Esse efeito é muito utilizado na determinação dos números quânticos dos níveis de energia, além de ser base nas técnicas de ressonância magnética.

Isso foi descoberto pelo físico holandês Peter Zeeman que, em 1896, iniciou um estudo relativo as influências de um campo magnético sobre o estado de polarização da luz. Ele observou que as duas linhas amarelas do sódio se alargavam com a presença de um campo magnético, e também que essas linhas eram circularmente polarizadas, quando observadas paralelamente às linhas de força do campo magnético, ou linearmente plano-polarizadas, se observadas perpendicularmente.

Após a sua descoberta experimental, veio então a sua explicação teórica, feita por Lorentz, em 1897 [44]. Ele utilizou a teoria do elétron, de sua autoria, e considerou íons(elétrons) presos aos átomos por uma força elástica, e sobre a influência de uma força externa. Demonstrou que o campo magnético fazia com que esses íons oscilassem na

direção do campo magnético, com uma certa frequência ν_0 , ao mesmo tempo que girassem com órbitas circulares em planos normais à direção de \vec{B} , com frequência:

$$\nu = \nu_0 \pm \frac{eh_{mag}}{4\pi m_e c}, \quad (2.13)$$

onde e é a carga do elétron, m_e é a massa do elétron, e c é a velocidade da luz no vácuo.

A teoria quântica diz que quando há uma mudança da frequência relacionada a uma linha espectral, há também uma variação do nível de energia de um dos estados envolvidos na transição, ou até mesmo a de ambos os estados. Essas transições entre estados estão associadas à presença de um ou mais elétrons opticamente ativos. Os respectivos estados atômicos são construídos a partir do spin total desses elétrons, que pode ser inteiro, semi-inteiro, ou nulo. Quando o spin total é nulo, classifica-se como efeito Zeeman normal, e pode-se analisar com a teoria clássica proposta por Lorentz. Os casos em que o spin total não é nulo exigem o uso da teoria quântica, e sua explicação qualitativa não foi possível antes do aparecimento da referida teoria, e da descoberta do spin.

Os efeitos causados por um campo magnético agindo sobre um átomo e aqueles causados pelo campo gravitacional da Terra agindo sobre um pião se assemelham bastante, como pode ser visto na fig. 5.

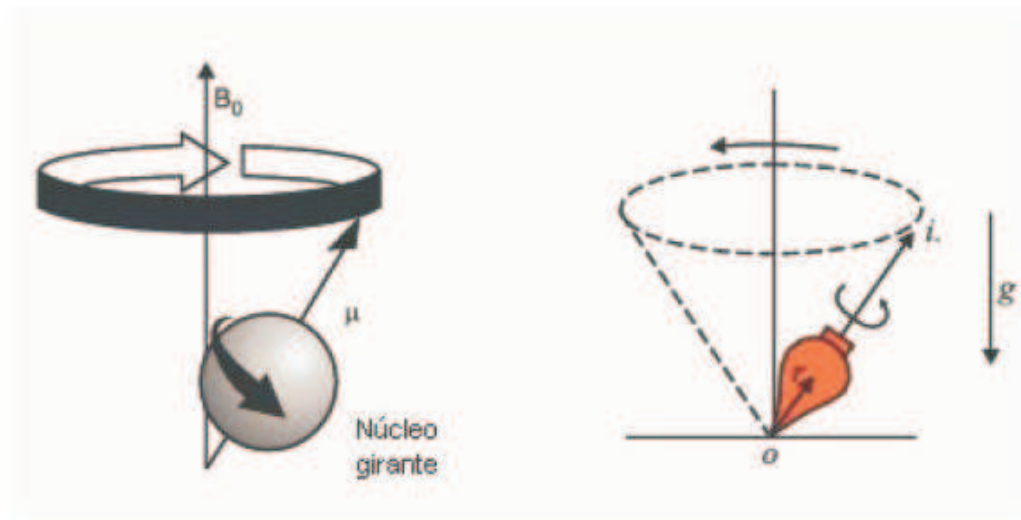


Figura 5: Analogia entre os efeitos de um campo magnético e um campo gravitacional.

2.3.3.1 Efeito Zeeman normal

No efeito Zeeman normal, observar ao longo de uma direção paralela ao vetor de indução magnética \vec{B} mostra um desdobramento da raia espectral em duas raias. Já ao se observar por uma direção perpendicular ao vetor \vec{B} , vê-se um desdobramento em três.

Com estados tendo o spin total dos elétrons nulo, os deslocamentos dos níveis de energia causados pelo campo magnético externo associam-se somente aos momentos de dipolo magnético orbital dos elétrons. A interação entre \vec{B} e \vec{L} desdobra o estado de energia em $(2l + 1)$ níveis igualmente separados.

Isso pode ser explicado com o uso de um modelo semi-clássico [45], considerando um elétron atômico, de massa m_0 e carga $-e$, movendo-se em uma órbita circular. Esse movimento circular origina uma corrente elétrica que gera, a grandes distâncias, um campo magnético, que seria equivalente ao produzido por um dipolo no centro dessa trajetória, cujo momento magnético é dado por:

$$\mu = -\frac{e}{2m_0c}L, \quad (2.14)$$

que, na presença do campo aplicado, fica sob o efeito de um torque magnético dado por $\vec{\mu} \times \vec{B}$, com uma tendência de alinhamento entre os momentos de dipolo e o campo externo.

O ângulo entre \vec{L} e \vec{B} pode assumir somente certos valores, pois a projeção de \vec{L} sobre o eixo \hat{z} é quantizada por

$$m = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l + 1, l,$$

e a energia de um estado particular também será função do seu número quântico m :

$$\Delta E = -\mu_B m B \quad (2.15)$$

onde μ_B é o magneton de Bohr, dado por:

$$\vec{\mu} = \frac{\mu_B}{h} \vec{L} \mu_B = \frac{e}{2m_0} = 9,2741 \times 10^{-24} \text{ J/T} = 5,7884 \times 10^{-9} \text{ eV/G} \quad (2.16)$$

Esses resultados mostrados acima também podem ser obtidos com um formalismo de mecânica ondulatória [46].

2.3.3.2 Efeito Zeeman anômalo

O efeito Zeeman anômalo ocorre quando também há a presença de spin, caso bem mais comum que o anterior. Consequentemente, o momento angular total será dado por:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (2.17)$$

e o momento magnético pode ser encontrado pelas equações:

$$\mu = g\mu_B\vec{J} \quad (2.18)$$

$$\vec{\mu} = -\frac{\mu_B}{\hbar}[g_L\vec{L} + g_S\vec{S}] \quad (2.19)$$

onde g é o fator de Landé,

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (2.20)$$

Essa interação entre o momento magnético $\vec{\mu}$ e o campo magnético \vec{B} , uniforme, e orientado na direção \hat{z} , causa o surgimento de um torque

$$\vec{\Gamma} = -\vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (2.21)$$

que tende a girar o dipolo afim de alinhá-lo paralelamente ao campo, como no efeito Zeeman normal, gerando uma energia dada por

$$H_{zeeman} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (2.22)$$

Esse termo anômalo surgiu apenas porque, na época em que as características que o definem foram observadas, ainda não existia a teoria quântica para interpretar todos os aspectos dos desdobramentos Zeeman.

3 *Estudo das distribuições*

3.1 Introdução

Uma distribuição de probabilidade é a relação entre um valor e a sua probabilidade de ocorrência. Há dois tipos de distribuições de probabilidade:

1. Distribuições Contínuas: quando a variável que está sendo medida é expressa em uma escala contínua, como no caso de uma característica dimensional. As probabilidades são especificadas em termos de intervalos. Nesses casos, a probabilidade associada a um número específico é zero, com exceção à distribuição δ .

Exemplos:

- ⇒ Distribuição exponencial
- ⇒ Distribuição normal (gaussiana)
- ⇒ Distribuição log-normal
- ⇒ Distribuição de Laplace (dupla exponencial)
- ⇒ Distribuição beta
- ⇒ Distribuição gama
- ⇒ Distribuição chi-quadrado
- ⇒ Distribuição de Pareto
- ⇒ Distribuição de Weibull

2. Distribuições Discretas: quando a variável que está sendo medida só pode assumir certos valores, por exemplo, os valores inteiros: 0, 1, 2, etc. Nelas, a probabilidade de que a variável X assumira um valor específico x_o é dada por: $P(X = x_o) = P(x_o)$, denominada função massa de probabilidade dessas distribuições.

Exemplos:

- ⇒ Distribuição de Poisson
- ⇒ Distribuição binomial
- ⇒ Distribuição binomial negativa
- ⇒ Distribuição de Bernoulli
- ⇒ Distribuição geométrica
- ⇒ Distribuição hipergeométrica

Descrevemos agora algumas dessas distribuições.

3.2 Distribuição normal

Nesta distribuição, a área sob a curva entre um ponto qualquer e a média é função somente do número de desvios-padrões que o ponto está distante da média. Seu gráfico possui forma de sino, fig.6, é unimodal e simétrica em relação á sua média, o que nos indica que os valores da variável aleatória podem variar de $-\infty$ a $+\infty$.

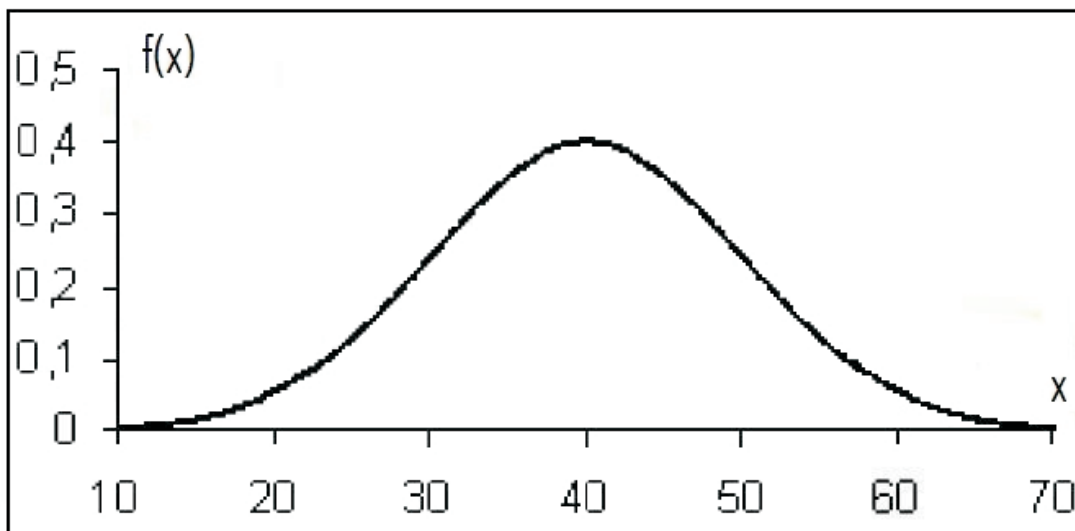


Figura 6: Gráfico de uma distribuição normal ou gaussiana.

A probabilidade de uma variável aleatória tomar um valor entre dois pontos quaisquer é igual a área compreendida entre esses dois pontos. E a sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (3.1)$$

A função de distribuição acumulada determina a probabilidade da variável assumir um valor menor ou igual a x , no caso contínuo:

$$F_{acu}(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_{acu}(x)dx, \quad (3.2)$$

que representa a área sob a curva até o valor x . A função acumulada da distribuição normal é dada por:

$$F_{acu}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (3.3)$$

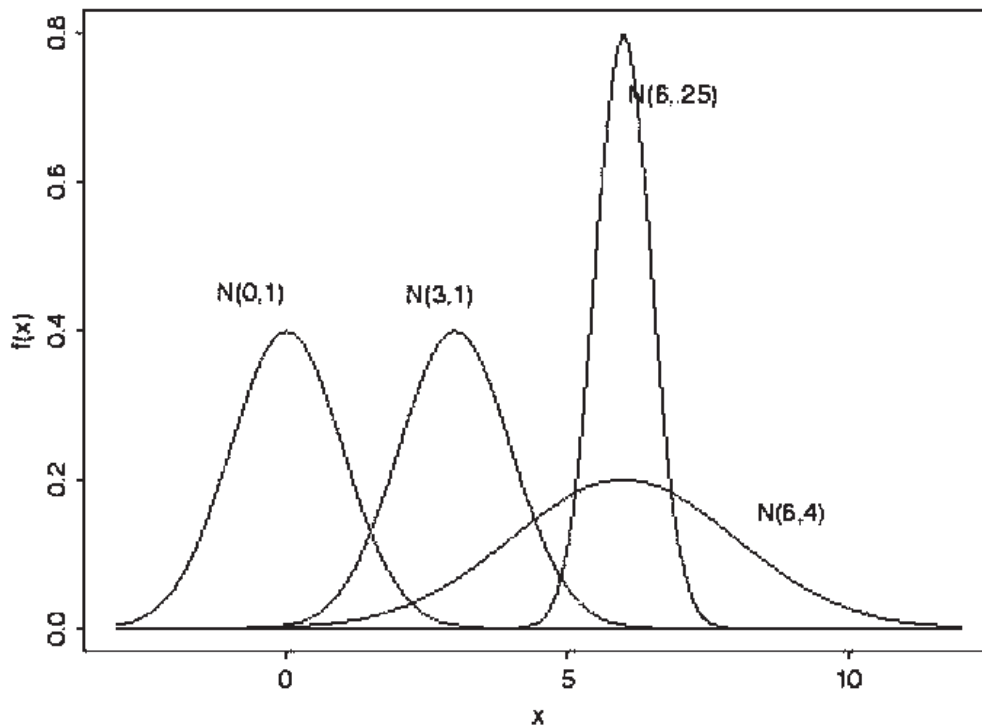


Figura 7: Comportamento da distribuição gaussiana com variações nos parâmetros.

A eq.3.1 indica que não existe uma única distribuição normal, e sim uma família de distribuições normais, representadas como $N(\mu, \sigma)$, pois cada par de valores atribuídos para μ e σ constitui uma distribuição diferente, como vemos na fig.7. Um caso especial desta distribuição é dado por $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, a chamada distribuição normal padrão.

PROPRIEDADES

A distribuição gaussiana é simétrica em torno da média, implicando em média, mediana e moda coincidentes; Qualquer combinação linear de variáveis normalmente distribuídas também seguirá o modelo Normal, ou seja, se X_1, X_2, \dots, X_n têm distribuição normal, e são independentes, a variável Y que é uma combinação linear de X :

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n,$$

também é normalmente distribuída, com média

$$\mu_\gamma = a_1\mu_1 + \dots + a_n\mu_n, \quad (3.4)$$

e variância

$$\sigma_\gamma^2 = a_1^2\sigma_1^2 + \dots + a_n^2\sigma_n^2, \quad (3.5)$$

onde a_1, \dots, a_n são constantes.

Ela serve de aproximação para o cálculo de outras distribuições quando o número de observações fica grande. Esta é uma propriedade que provém do Teorema Limite Central, cujo enunciado é: A soma de muitas variáveis aleatórias independentes, e com mesma distribuição de probabilidade, tende à ter uma distribuição normal.

Dentre todos os tipos de distribuições que possuem a mesma variância, ela é a que possui maior entropia. E, por ser normalizada, a área total sob sua curva é igual a 1, ou 100%.

Pode ser aplicada à várias situações, por exemplo: retorno de ativos financeiros; os prazos da gravidez tem distribuição normal com média de 268 dias e desvio padrão de 15 dias; medidas de dimensões e características humanas como altura, peso, pressão sanguínea, etc.

3.3 Distribuição uniforme

É a distribuição cuja função densidade de probabilidade é constante dentro de um intervalo de valores da variável aleatória X , o que significa que cada um dos valores que X pode assumir tem a mesma probabilidade de ocorrer.

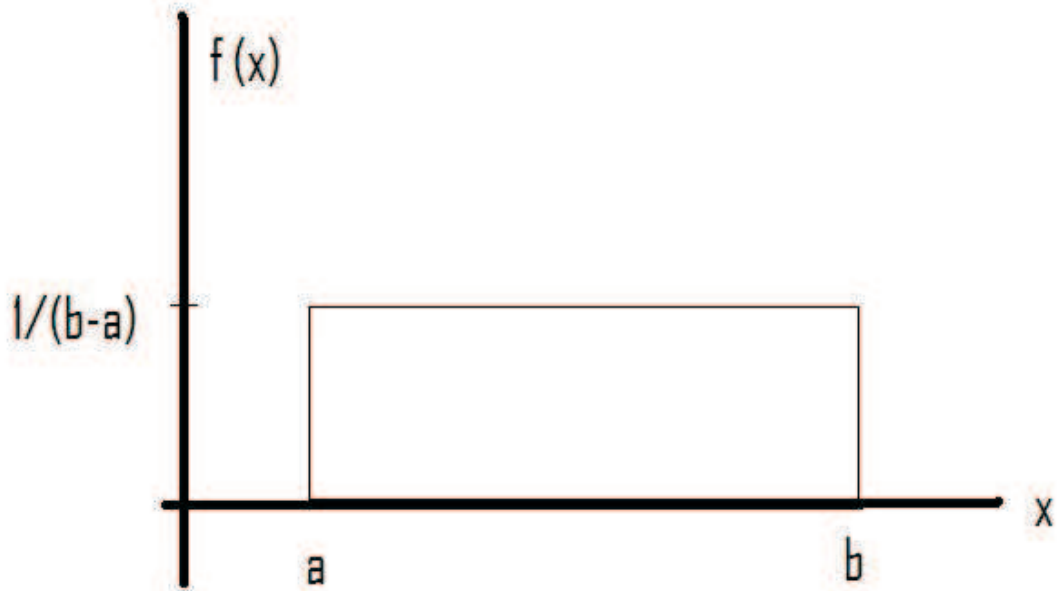


Figura 8: Gráfico de uma distribuição uniforme entre a e b.

A sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad (3.6)$$

mostrado na fig. 8, com $a \leq x \leq b$.

PROPRIEDADES

A média é dada por

$$\mu = \frac{(a+b)}{2}, \quad (3.7)$$

e a variância por

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{2}. \quad (3.8)$$

A probabilidade de que X esteja em um sub-intervalo de $(0, 1)$ é igual ao próprio tamanho deste sub-intervalo:

$$P\{a \leq X \leq b\} = \int_a^b f(x)dx = b-a, \quad (3.9)$$

para qualquer $0 < a < b < 1$.

3.4 Distribuição de Bernoulli

Quando tratamos de eventos nos quais os resultados podem ser classificados como sucesso ou falha, podemos fazer $X = 1$, para o caso de sucesso e $X = 0$, para o caso contrário, assim, obtemos uma função massa de probabilidade dada por:

$$\begin{cases} p(0) = P\{X = 0\} = 1 - p \\ p(1) = P\{X = 1\} = p \end{cases} \quad (3.10)$$

onde p , $0 \leq p \leq 1$, é a probabilidade de que o evento seja um sucesso. A sua função acumulada é:

$$F_{acu}(x) = \begin{cases} 1 - p, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases} \quad (3.11)$$

Esses eventos descritos acima são chamados de eventos de Bernoulli. Uma variável aleatória é chamada de variável aleatória de Bernoulli quando sua função massa de probabilidade é dada pela equação acima e, por tanto, qualquer conjunto dessas variáveis constituirá uma Distribuição de Bernoulli.

PROPRIEDADES

Sua média é dada por

$$\mu = p, \quad (3.12)$$

e a variância por

$$\sigma^2 = p \cdot q, \quad (3.13)$$

onde, $q = 1 - p$ é a probabilidade de falha no evento.

Dentre as várias, citamos algumas das aplicações desta distribuição: uma peça é classificada como boa ou defeituosa; o resultado de um exame médico para detectar uma doença é positivo ou negativo; um paciente submetido a um tratamento durante um período de tempo fixo, cura-se ou não da doença; um entrevistado concorda ou não com a afirmação feita; no lançamento de um dado ocorre, ou não, a face 5; verificar se um servidor de intranet está ativo ou não.

3.5 Distribuição binomial

Supondo termos n eventos independentes, cuja ordem não seja relevante no resultado final, e que cada um possa resultar em um sucesso, com probabilidade p , ou em um fracasso, com probabilidade $1 - p$. Se X representar o número de sucessos que ocorrerem nesses n eventos, então X é uma variável aleatória binomial com parâmetros (n, p) , onde $0 < p < 1$. A distribuição binomial tem uma forte ligação com a Distribuição de Bernoulli: uma Distribuição Binomial do tipo $(1, p)$ é uma distribuição de Bernoulli.

A sua Função massa de probabilidade é dada por:

$$F(i) = \frac{n!}{(n-i)!i!} p^i (1-p)^{(n-i)} \quad (3.14)$$

onde $i = 0, 1, 2, \dots, n$. E sua função acumulada é:

$$F_{acu}(x) = \sum_{i=0}^x \frac{n!}{(n-i)!i!} p^i (1-p)^{(n-i)} \quad (3.15)$$

A validade da equação 3.14 pode ser verificada observando que a probabilidade de qualquer seqüência particular dos n contendo i sucessos e $n - i$ fracassos é, assumindo a independência dos eventos, $p^i (1-p)^{n-i}$. Portanto, o outro termo da equação indica o número de seqüências diferentes que possuem i sucessos e $n - i$ fracassos.

PROPRIEDADES

Os parâmetros média e variância, respectivamente, são dados por:

$$\mu = n \cdot p \quad (3.16)$$

$$\sigma^2 = np(1-p) \quad (3.17)$$

Como exemplo, essa distribuição pode ser aplicada nos seguintes casos: controle de qualidade, quando a amostragem é feita sobre uma população infinita ou muito grande; contagem da quantidade de produtos defeituosos obtidos em uma linha de produção. Se considerarmos que dois times de futebol, A e B, jogam entre si 6 vezes, a probabilidade do time A ganhar 4 jogos é: $n = 6$, $i = 4$, $p = 1/3$, $q = 1 - p = 2/3$

$$F(X = 4) = \frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{1}{81} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{243}.$$

3.6 Distribuição geométrica

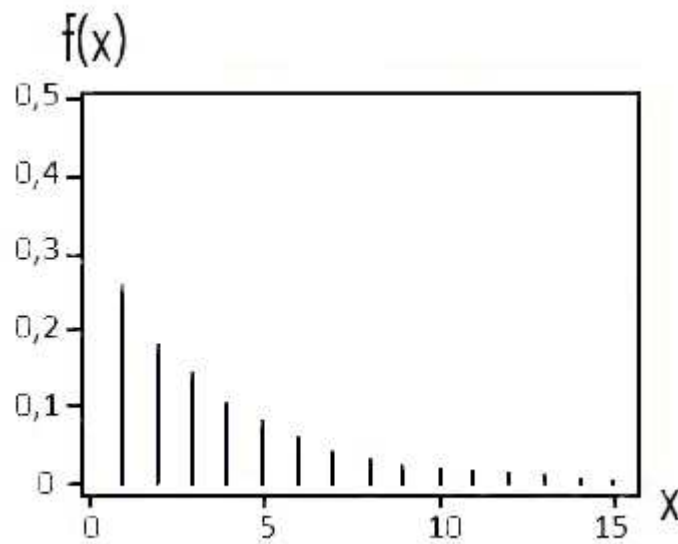


Figura 9: Gráfico da distribuição Geométrica.

Considerando uma série de n eventos de Bernoulli, com probabilidade p de se obter sucesso, X é uma variável com distribuição geométrica de parâmetro p , mostrada na figura 9, se for igual ao número de eventos necessários até que se obtenha o primeiro sucesso. Assim, a probabilidade de n tentativas serem necessárias para se obter um sucesso é:

$$F(n) = P\{X = n\} = p \cdot (1 - p)^{n-1}, \quad (3.18)$$

e sua função acumulada é dada por:

$$F_{acu}(x) = \sum_{n=0}^x p \cdot (1 - p)^{n-1}, \quad (3.19)$$

com $x = 1, 2, 3, \dots$.

PROPRIEDADES

Uma sequência de probabilidades forma uma progressão geométrica. A média é dada por:

$$\mu = \frac{1}{p}, \quad (3.20)$$

e a variância por

$$\sigma^2 = \frac{1 - p}{p^2}. \quad (3.21)$$

Exemplo de distribuição binomial: se cada dia tem uma probabilidade $p = 0,01$ de que um satélite seja danificado em uma colisão, a probabilidade de sobrevivência diária é, conseqüentemente, igual a $1 - p = 0,99$. As probabilidades de que o satélite seja danificado exatamente no vigésimo e no centésimo dias de operação são:

$$\begin{cases} P(X = 20) = p(20) = 0,01 \cdot (0,99)^{19} = 0,0083 \\ P(X = 100) = p(100) = 0,01 \cdot (0,99)^{99} = 0,0037. \end{cases}$$

3.7 Distribuição de Poisson

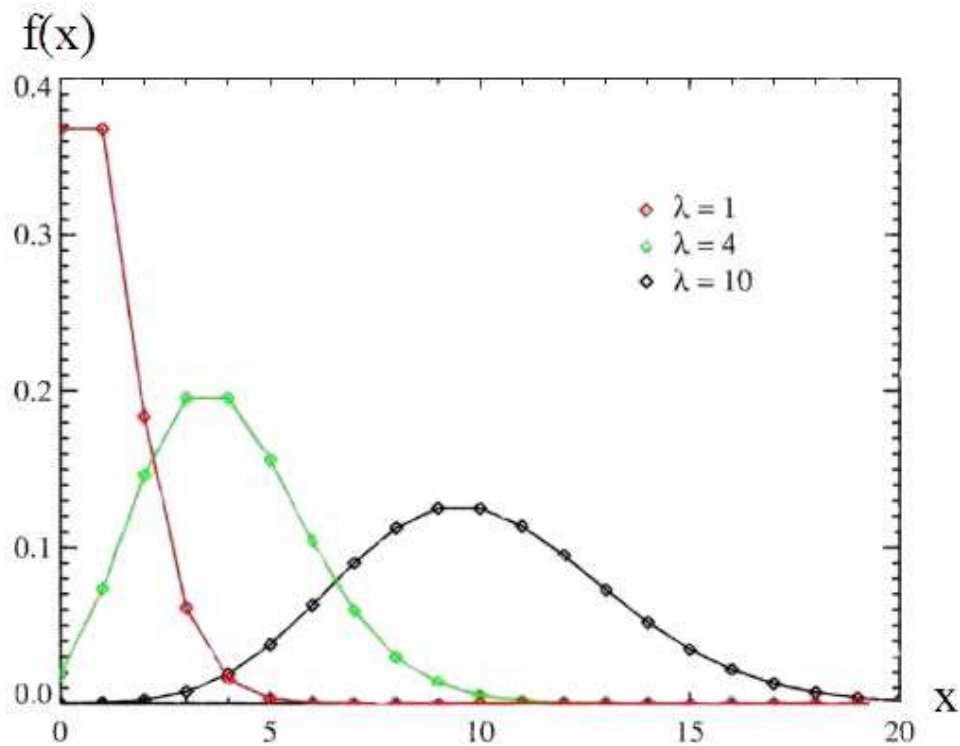


Figura 10: Gráfico da distribuição Poisson para diferentes parâmetros.

Uma distribuição de Poisson, fig.10, é toda aquela cujos dados são provenientes de um processo de Poisson. A sua função massa de probabilidade é:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad (3.22)$$

onde λ é o parâmetro de distribuição, e $x = 0, 1, 2, \dots, n$. E a sua função acumulada é dada por:

$$F_{acu}(y) = \sum_{x=0}^y \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}. \quad (3.23)$$

PROPRIEDADES

Sempre que se faz um grande número de observações em casos cujo evento tem uma pequena probabilidade de ocorrer, o número total de eventos tem aproximadamente uma distribuição de Poisson, cuja taxa de ocorrência é dada por:

$$\lambda = n \cdot p. \quad (3.24)$$

A média e variância são iguais a λ , parâmetro de distribuição, que representa a taxa com que os eventos são observados.

A probabilidade de dois eventos simultâneos é nula. Se a probabilidade de sucesso (p) em um evento aproxima-se de zero, enquanto o número de tentativas tende para o infinito, a média ($\lambda = n \cdot p$) permanecerá fixa, e então, essa distribuição binomial se aproximará de uma Poisson com média λ .

APLICAÇÕES

A distribuição de Poisson é muito empregada como um recurso para a aproximação da distribuição binomial. No entanto, a mesma exerce por si só um papel extremamente importante, pois representa um modelo probabilístico adequado para um grande número de fenômenos observáveis, por exemplo: número de átomos desintegráveis de um material radioativo; número de telefonemas recebidos em um intervalo de tempo; número de automóveis que passam por um viaduto em um certo intervalo de tempo; eação letal a uma determinada droga; a distribuição das estrelas no céu; distribuição de fótons sobre uma placa fotográfica.

Com a invenção do computador e a descoberta de que a estatística tem usos importantes em medicina, economia, administração, sociologia, psicologia, educação física e outras mais, o impacto do uso da distribuição de Poisson ainda está por ser totalmente percebido.

3.8 Distribuição exponencial

É uma distribuição contínua de probabilidade cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x \geq 0, \\ 0 & , x \leq 0, \end{cases} \quad (3.25)$$

onde λ é o parâmetro de distribuição, denominado média. Esta equação esta representada graficamente na fig.11.

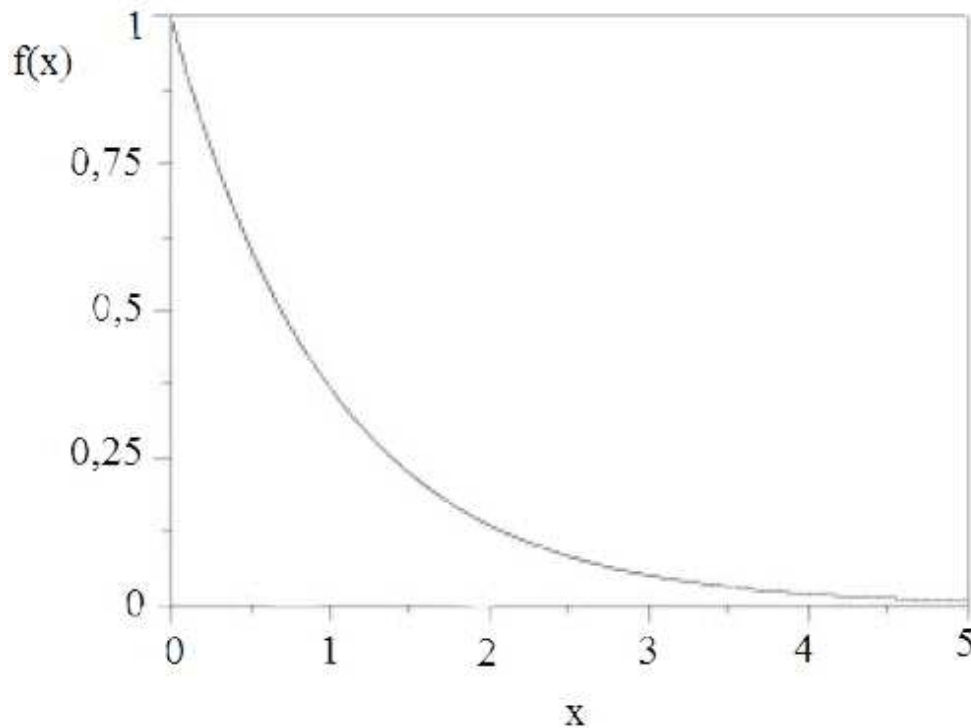


Figura 11: Gráfico de uma distribuição Exponencial.

Sua função acumulada é

$$F(x; \lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0. \end{cases} \quad (3.26)$$

A média e o desvio padrão da distribuição exponencial são definidos por:

$$\mu = 1/\lambda \quad (3.27)$$

$$\sigma = 1/\lambda \quad (3.28)$$

Ela é aplicada em muitos problemas de empresas nas áreas de serviços e manufaturas, em geral denominados problemas de fila de espera. Indicada para a análise de experimentos envolvendo serviços prestados por empresas para clientes externos ou internos que são de duração variável, por exemplo, a duração do atendimento do caixa de um banco ou de postos de saúde, o tempo de operação sem interrupção de um equipamento, etc.

Na distribuição de Poisson, a variável aleatória é definida como o número de ocorrências em determinado período, sendo a média das ocorrências no período definida como λ . Já na distribuição Exponencial, a variável aleatória é definida como o tempo entre duas ocorrências, sendo a média de tempo entre ocorrências de $1/\lambda$. Por exemplo, se a média de atendimentos no caixa bancário é $\lambda = 6/min$, então, o intervalo tempo médio entre dois atendimentos é $1/\lambda = 1/6$ de minuto, 10 segundos.

3.9 Distribuição correlacionada

As distribuições com números aleatórios correlacionados são muito utilizadas para descrever correlações internas, tanto de curto, como de longo alcance, em sistemas físicos. Existem várias correlações que podem ser consideradas nos estudos sobre um sistema. Neste trabalho, usamos um espectro de valores gerado a partir de um potencial como um traço de um movimento Browniano fracional. Esses valores são dadas pela relação [47]:

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^{N/2} \left[k^{-\alpha} \left| \frac{2\pi}{N} \right|^{(1-\alpha)} \right]^{1/2} \cos \left(\frac{2\pi i k}{N} + \phi_k \right), \quad (3.29)$$

onde N é o numero de sítios, ϕ_n são as $N/2$ fases aleatórias independentes uniformemente distribuídas no intervalo $[0, 2\pi]$, e α o nosso parâmetro de correlação, quanto maior o valor dele, maior é a correlação da distribuição.

Quando fazemos $\alpha = 0$, temos uma sequência de numeros não-correlacionados, e estamos lidando com o conhecido modelo de Anderson[48], o modelo teórico mais simples que existe para se estudar os elétrons em sistemas desordenados. Já para o valor de $\alpha = 2$, a sequência de valores se assemelha muito ao traço de um movimento Browniano usual. E para $\alpha = 2,5$ temos um movimento Browniano fracional. A aparência das sequências de valores geradas com esses três valores de correlação é mostrada na fig. 12.

É importante lembrar também que esse expoente α possui uma relação direta com o coeficiente de Hurst (H) de análise dimensionada de séries, relação essa que é dada pela equação:

$$\alpha = 2H + 1, \quad (3.30)$$

coeficiente que descreve a característica semi-circular das séries.

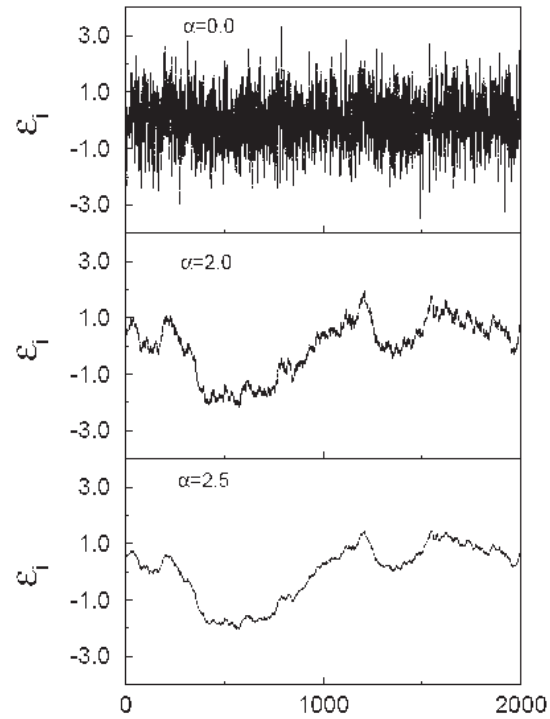


Figura 12: Gráfico de uma distribuição de numeros correlacionados. [47]

4 *Sistema de multicamadas aleatórias*

O sistema que estudamos consiste de uma fita de spins magnéticos descrita pelo modelo de Heisenberg à baixas temperaturas. Nele incluímos os efeitos causados pelas interações de troca e de Zeeman, e pela anisotropia magnética, incluindo diferentes estruturas de rede.

A fita está localizada no plano XY ($Z=0$), e os spins estão alinhados na direção Z. O sistema é infinito na direção X ($-\infty \leq x \leq \infty$), e finito na direção Y, com N linhas ($n = 1, 2, \dots, N$), formando uma rede quadrada, com parâmetro de rede a . Os sítios dessa rede estão localizados em $\vec{r} = a(m, n, 0)$, como mostrado na fig.13:

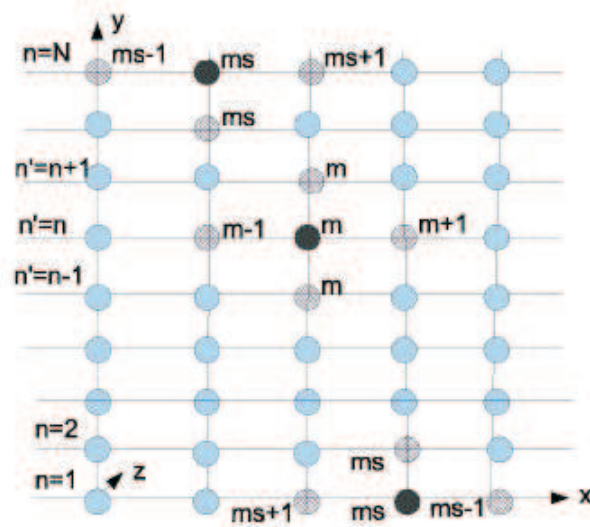


Figura 13: Esboço do nosso sistema magnético.

4.1 Hamiltoniano

A evolução da mecânica clássica, por si só, não permitiria um completo entendimento de certos sistemas físicos, com uma análise de todas as partículas que o compoem, e das interações às quais elas estão submetidas. Mas, paralelamente a ela, a termodinâmica se desenvolveu, e os conhecimentos de ambas foram unidos, dando origem à mecânica estatística. Esse ramo da física estuda os sistemas físicos a partir de aproximações matemáticas. Em um modelo de Heisenberg, por exemplo, a mecânica estatística não determina a solução de cada um dos spins em particular, e sim uma solução média que será atribuída a todos eles.

O Hamiltoniano de um sistema físico é um operador que sintetiza todas as características do mesmo. Ele indica toda a energia envolvida no sistema físico, havendo uma soma de todos os tipos de energia existentes. O sistema ferromagnético que estudamos neste trabalho é representado pelo Hamiltoniano a seguir:

$$H = H_{ex} + H_z + H_{ani}, \quad (4.1)$$

onde cada um destes três termos representa um tipo de energia diferente.

O primeiro termo, H_{ex} , termo de Heisenberg, Eq.(4.2), diz respeito às interações de troca, por essa razão, ele também é conhecido como Energia de troca. Estas interações se dão entre dois spins que estão em sitios imediatamente vizinhos (os termos que dizem respeito a spins em sitios mais distantes costumam ser desprezados, e são desconsiderados no nosso problema). O J_{ij} é conhecido como constante de troca. E o vetor \vec{S}_i é o operador de spin no sítio i .

$$H_{ex} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{i,j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (4.2)$$

O segundo termo, H_z , também conhecido como termo de Zeeman, Eq.(4.3), representa a energia envolvida devido a interações entre cada um dos spins e um campo magnético externo H_0 , orientado para o sentido positivo do eixo z , aplicado ao sistema. Ele é dado por:

$$H_z = -g\mu_B H_0 \sum_i S_i^Z \quad (4.3)$$

E o terceiro termo, H_{ani} , conhecido como anisotropia uniaxial, Eq.(4.4), trata de interações dos dipolos magnéticos, envolvendo uma direção preferencial de alinhamento dos mesmos.

$$H_{ani} = - \sum_i D_i (S_i^z)^2 \quad (4.4)$$

Da forma que esta apresentado agora, o Hamiltoniano não é muito útil para nós, pois estamos trabalhando com mágnons, e o nosso Hamiltoniano está escrito em função de operadores não-bosônicos. Então, faremos com que a nossa equação Hamiltoniana seja dada em função de operadores bosônicos.

4.2 Transformação de Holstein-Primakoff

Dentre os vários métodos existentes para tal finalidade, iremos utilizar um cálculo conhecido como transformações de Holstein-Primakoff (HP)[49]. Antes disso, usamos um pouco de algebra com as relações de comutação da mecânica quântica:

$$[\hat{S}_i^l, \hat{S}_j^m] = i\delta_{ij}\varepsilon^{lmn}\hat{S}_k^n, \quad (4.5)$$

onde as letras l,m e n simbolizam os eixos x, y e z.

Sabemos que

$$\hat{S}_j^\pm = \hat{S}_j^x \pm i\hat{S}_j^y, \quad (4.6)$$

de onde encontramos facilmente que

$$\hat{S}_j^x = \frac{1}{2}(\hat{S}_j^+ + \hat{S}_j^-) \quad (4.7)$$

e

$$\hat{S}_j^y = \frac{1}{2i}(\hat{S}_j^+ - \hat{S}_j^-). \quad (4.8)$$

Agora, substituímos isso em:

$$J_{i,j}\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = J_{i,j}(S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y + S_i^z S_j^z) \quad (4.9)$$

$$J_{i,j}\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = J_{i,j} \left[\frac{1}{4}(S_i^+ + S_i^-)(S_j^+ + S_j^-) - \frac{1}{4}(S_i^+ - S_i^-)(S_j^+ - S_j^-) + S_i^z S_j^z \right]$$

$$J_{i,j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = J_{i,j} \left[\frac{1}{2} (S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+) + S_i^z S_j^z \right]. \quad (4.10)$$

Assim, reduzimos nosso hamiltoniano a

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{i,j} \left[\frac{1}{2} (S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+) + S_i^z S_j^z \right] - g\mu_B H_0 \sum_i S_i^z - \sum_i D_i (S_i^z)^2, \quad (4.11)$$

e agora utilizamos as transformações HP dadas abaixo:

$$\begin{cases} \hat{S}_j^- = (2S)^{1/2} b_j^\dagger \left(1 - \frac{b_j^\dagger b_j}{2S} \right)^{1/2} \\ \hat{S}_j^+ = (2S)^{1/2} \left(1 - \frac{b_j^\dagger b_j}{2S} \right)^{1/2} b_j \\ \hat{S}_j^z = S - S_j^\dagger S_j \end{cases}, \quad (4.12)$$

onde b_i e b_i^\dagger são, respectivamente, operadores bosônicos de criação e de destruição que obedecem as seguintes relações de comutação:

$$[b_i, b_j^\dagger] = \delta_{ij}, [b_i^\dagger, b_j^\dagger] = [b_i, b_j] = 0. \quad (4.13)$$

À baixas temperaturas, $T \ll T_c$, onde T_c é a Temperatura de Curie, podemos expandir usando uma série de Taylor:

$$\left(1 - \frac{b_j^\dagger b_j}{2S} \right) \approx 1 - \frac{b_j^\dagger b_j}{4S} + \dots, \quad (4.14)$$

já que $2S \gg b_j^\dagger b_j$, o que torna os próximos valores da expansão cada vez menores, sendo desprezados. Também é importante falar que esses termos aqui desprezados são relativos a parte não-linear do sistema. Com isso, obtemos o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{cases} \hat{S}_j^+ \approx \sqrt{2S} b_j \\ \hat{S}_j^- \approx \sqrt{2S} b_j^\dagger \\ \hat{S}_j^z = S - b_j^\dagger b_j \end{cases} \quad (4.15)$$

cujos valores substituímos na Eq.(4.11), obtendo:

$$\begin{aligned} H \approx -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} [S(b_i b_j^\dagger + b_i^\dagger b_j) + (S - b_i^\dagger b_i)(S - b_j^\dagger b_j)] - \\ g\mu_B H_0 \sum_i (S - b_i^\dagger b_i) - \sum_i D_i (S - b_i^\dagger b_i)^2 \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned}
H \approx & -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} [S(b_i b_j^\dagger + b_i^\dagger b_j) + S^2 - S b_i^\dagger b_i - S b_j^\dagger b_j + b_i^\dagger b_i b_j^\dagger b_j] - \\
& g\mu_B H_0 \sum_i S + g\mu_B H_0 \sum_i b_i^\dagger b_i - S^2 \sum_i D_i + \\
& 2S \sum_i D_i b_i^\dagger b_i - \sum_i D_i b_i^\dagger b_i b_i^\dagger b_i
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
H \approx & S^2 \left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} - \sum_i D_i \right) - \sum_i D_i b_i^\dagger (1 + b_i^\dagger b_i) b_i - \\
& \frac{1}{2} S \sum_{i,j} J_{i,j} (b_i b_j^\dagger + b_i^\dagger b_j - b_i^\dagger b_i - b_j^\dagger b_j) - g\mu_B H_0 \sum_i S + \\
& \sum_i (g\mu_B H_0 + 2S D_i) (b_i^\dagger b_i) - \frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} b_i^\dagger b_i b_j^\dagger b_j,
\end{aligned} \tag{4.18}$$

e desprezando os termos de ordens superiores chegamos a:

$$\begin{aligned}
H \approx & S^2 \left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{i,j} - \sum_i D_i \right) - g\mu_B H_0 \sum_i S - \frac{1}{2} S \sum_{i,j} J_{ij} (b_i b_j^\dagger + b_i^\dagger b_j - b_i^\dagger b_i - b_j^\dagger b_j) + \\
& \sum_i (g\mu_B H_0 + (2S - 1) D_i) (b_i^\dagger b_i).
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Esse resultado pode ser escrito na forma:

$$H = E_0 + H_S, \tag{4.20}$$

onde esses dois termos são dados por:

$$E_0 = S^2 \left[-\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{i,j} - \sum_i D_i \right] - g\mu_B H_0 \sum_i S, \tag{4.21}$$

e

$$H_S = -\frac{1}{2} S \sum_{i,j} J_{ij} (b_i b_j^\dagger + b_i^\dagger b_j - b_i^\dagger b_i - b_j^\dagger b_j) + \sum_i [g\mu_B H_0 + (2S - 1) D_i] (b_i^\dagger b_i). \tag{4.22}$$

Um rearranjo desse Hamiltoniano leva à:

$$H = -S \sum_{i,j} J_{ij} (b_i^\dagger b_j - b_i^\dagger b_i) + \sum_i [g\mu_B H_0 + (2S - 1) D_i] (b_i^\dagger b_i). \tag{4.23}$$

Nesse momento, nós precisamos utilizar os operadores de criação e de destruição para magnons. Para introduzir esses operadores realizamos uma transformada de Fourier em uma dimensão na nossa equação, a tornando dependente do vetor de onda \vec{q}_x . Essa transformada de Fourier faz com que haja uma transformação nas variáveis da equação, ela muda a dependência da equação em uma determinada variável para outra, no nosso caso, ele faz uma mudança na dependência de operadores bosons para o vetor de onda \vec{q}_x . Para isso, vamos utilizar as seguintes equações:

$$\begin{cases} b_k^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q,n} b_{q,n}^\dagger e^{i\vec{q}\cdot\vec{k}} \\ b_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q,n} b_{q,n} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{k}} \end{cases} . \quad (4.24)$$

Essas eq.(4.24) são duas transformadas de Fourier, onde, b_k^\dagger é o operador de criação de um magnon, e b_k é o operador de aniquilação de um magnon. A toda transformada de Fourier está relacionada uma transformada inversa. Em nossa situação, ela faria a nossa equação perder a dependência no vetor de onda, voltando a ser relacionada aos operadores bósons. Essas são as duas equações de transformada inversa do nosso problema:

$$\begin{cases} b_{q,n}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k b_k^\dagger e^{i\vec{q}\cdot\vec{k}} \\ b_{q,n} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k b_k e^{-i\vec{q}\cdot\vec{k}} \end{cases} , \quad (4.25)$$

sendo, $b_{q,n}^\dagger$, o operador criação, e $b_{q,n}$, aniquilação.

Agora podemos aplicar a Transformada de Fourier, através dos operadores criação e destruição, substituindo os valores mostrados na Eq.(4.25) no nosso hamiltoniano, Eq.(4.23):

$$\begin{aligned} H = & -\frac{S}{N} \sum_{k,j} \sum_{q,q',n,n'} J_{k,j} (b_{q,n}^\dagger b_{q',n'} e^{i(\vec{q}\cdot\vec{k}-\vec{q}'\cdot\vec{j})} - b_{q,n}^\dagger b_{q',n'} e^{i(\vec{q}-\vec{q}')\cdot\vec{k}}) + \\ & \frac{1}{N} \sum_k \sum_{q',q,n} \alpha b_{q,n}^\dagger b_{q',n} e^{i(\vec{q}-\vec{q}')\cdot\vec{k}} \end{aligned} \quad (4.26)$$

onde α , usado apenas para melhorar a aparência dos cálculos, é uma constante de valor:

$$\alpha = g\mu_B H_0 + (2S - 1)D. \quad (4.27)$$

Neste momento, vamos introduzir dois termos à nossa equação, $e^{i\vec{q}' \cdot \vec{k}}$ e $e^{-i\vec{q}' \cdot \vec{k}}$, observando que o produto desses dois termos é igual a um, o que, portanto, não causa nenhuma alteração na mesma:

$$H = -\frac{S}{N} \sum_{k,j} \sum_{q,q',n,n'} J_{k,j} (b_{q,n}^\dagger b_{q',n'} e^{i(\vec{q} \cdot \vec{k} - \vec{q}' \cdot \vec{j})} e^{i\vec{q}' \cdot \vec{k}} e^{-i\vec{q}' \cdot \vec{k}} - b_{q,n}^\dagger b_{q',n} e^{i(\vec{q} - \vec{q}') \cdot \vec{k}}) + \frac{1}{N} \sum_k \sum_{q',q,n} \alpha b_{q,n}^\dagger b_{q',n} e^{i(\vec{q} - \vec{q}') \cdot \vec{k}}, \quad (4.28)$$

Agora vamos usar o seguinte fato:

$$\sum_i e^{i(\vec{q} - \vec{q}') \cdot \vec{k}} = N \delta_{q,q'}. \quad (4.29)$$

Analisando essa equação, podemos observar que substituí-la na nossa Eq(4.28) nos levará a eliminar o somatório em q' , o que é consequência da presença da função delta de Kronecker, $\delta_{q,q'}$:

$$H = -S \sum_{k,j} \sum_{q,n,n'} J_{kj} (b_{qn}^\dagger b_{q'n'} e^{i\vec{q}' \cdot (\vec{k} - \vec{j})} - b_{qn}^\dagger b_{q'n}) + \sum_k \sum_{q,n} \alpha b_{q,n}^\dagger b_{q'n}. \quad (4.30)$$

Agora podemos introduzir o termo $J(\vec{q})$ em nosso Hamiltoniano, substituindo de acordo com a equação abaixo:

$$J(\vec{q}) = \sum_j J_{kj} e^{i\vec{q} \cdot (\vec{k} - \vec{j})}, \quad (4.31)$$

e chegamos ao seguinte Hamiltoniano:

$$H = -S \sum_{q,n,n'} (J(\vec{q}) b_{q,n}^\dagger b_{q,n'} - J(0) B_{,n} b_{q',n}) + \sum_{q,n} \alpha b_{q,n}^\dagger b_{q,n}, \quad (4.32)$$

onde o valor do $J(0)$ pode ser facilmente encontrado substituindo \vec{q} por 0 na Eq.(4.31):

$$J(0) = \sum_j J_{kj} \cdot 1$$

$$J(\vec{q}) = u_n(\vec{q}) \delta_{n,n'} + v_{n,n+1}(\vec{q}) \delta_{n',n+1} + v_{n,n-1}(\vec{q}) \delta_{n',n-1}, \quad (4.33)$$

onde

$$u_n(\vec{q}) = 2J \cos(q_x a) \quad (4.34)$$

e

$$v_{n\pm 1}(\vec{q}) = J. \quad (4.35)$$

Então, o nosso Hamiltoniano será dado por

$$H = \sum_{q,q'} A(q_x) b_{q,n}^\dagger b_{q,n'}, \quad (4.36)$$

onde

$$\begin{aligned} A(q_x) = & -S[u_n(q_x) - u_n(0) - v_{n,n-1}(0) - v_{n,n+1}(0) - \alpha] \delta_{n,n'} \\ & -S[v_{n,n+1}(q_x) \delta_{n',n+1} + v_{n,n-1}(q_x) \delta_{n',n-1}]. \end{aligned} \quad (4.37)$$

A partir de agora, com o nosso Hamiltoniano conhecido, vamos proceder com os cálculos necessários para encontrar as relações de dispersão das ondas de spin. Para isso, nós precisamos utilizar a equação do movimento de Heisenberg

$$i\hbar \frac{db}{dt} = [b, H], \quad (4.38)$$

onde b é um operador qualquer.

Assumindo que os modos do nosso sistema se comportam como uma função de $e^{-i\omega t}$, e fazendo $\hbar = 1$, obtemos:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{db}{dt} &= i\hbar \frac{d}{dt}(e^{-i\omega t}) = i(-i\omega)b \\ i\hbar \frac{db}{dt} &= \omega b. \end{aligned}$$

Então,

$$\omega b = [b, H]. \quad (4.39)$$

Agora vamos aplicar essa equação aos operadores bosônicos que estamos usando em nosso sistema:

$$\omega b_{q_x,n} = [b_{q_x,n}, H], \quad (4.40)$$

substituindo H de acordo com a Eq(4.36):

$$\omega b_{q_x,n} = \sum_{q'_x,n',n''} A(q'_x) [b_{q_x,n}, b_{q'_x,n'}^\dagger b_{q'_x,n''}].$$

Agora nós usamos uma das propriedades das relações de comutação:

$$[A, BC] = B[A, C] + [A, B]C$$

e usamos também as próprias relações de comutação para os operadores bósons, Eq.(4.13), obtendo:

$$\omega b_{q_x, n} = \sum_{q'_x, n', n''} A(q'_x) b_{q'_x, n''} \delta_{q_x q'_x} \delta_{nn'}.$$

Observando a equação acima, percebemos que, ao realizar os somatórios em q'_x e em n' , a função delta de Kronecker, δ , como já aconteceu em um cálculo anterior, fará com que reste apenas um termo, aquele no qual $q_x = q'_x$ e $n = n'$:

$$\omega b_{q_x, n} = \sum_{n'} A(q_x) b_{q_x, n'} \quad (4.41)$$

Agora procedemos com os mesmos cálculos para o operador de criação, $b_{q_x, n}^\dagger$:

$$\omega b_{q_x, n}^\dagger = [b_{q_x, n}^\dagger, H] \quad (4.42)$$

$$\omega b_{q_x, n}^\dagger = \sum_{q'_x, n', n''} A(q'_x) b_{q'_x, n''}^\dagger \delta_{q_x q'_x} \delta_{nn'} (-1).$$

$$\omega b_{q_x, n}^\dagger = - \sum_{n'} A(q_x) b_{q_x, n'}^\dagger. \quad (4.43)$$

A Eq.(4.41) e a Eq.(4.43) podem ser escritas de uma forma matricial:

$$\omega \begin{bmatrix} b_n \\ b_n^\dagger \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ 0 & -\tilde{A} \end{bmatrix} [b_n, b_n^\dagger], \quad (4.44)$$

onde \tilde{A} é uma matriz que depende das vizinhanças dos spins

$$\tilde{A} = S \begin{bmatrix} -\gamma & -J & 0 & 0 & \cdots \\ -J & -\gamma & -J & 0 & \cdots \\ 0 & -J & -\gamma & -J & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (4.45)$$

onde

$$\gamma = [u_n(q_x) - u_n(0) + \alpha] = 2J[\cos q_x a - 1] + \alpha. \quad (4.46)$$

5 *Resultados*

Neste capítulo serão mostrados os resultados numéricos encontrados. Primeiramente, mostramos a geração de variáveis aleatórias, com os respectivos histogramas das distribuições obtidas. Depois, mostramos histogramas de autovalores de matrizes compostas por elementos com essas distribuições. Esse estudo sobre os autovalores foi feito no intuito de conhecer o seu comportamento antes de introduzirmos aleatoriedade, observar se há alteração neste comportamento, e se o mesmo ocorre com as relações de dispersão. Por fim, mostramos as relações de dispersão encontradas para o sistema magnético em estudo.

5.1 Geração de variáveis aleatórias

Os geradores de números pseudo-aleatórios são extremamente necessários para a realização de simulações computacionais. Em virtude disso, ao longo dos anos foram criadas várias fórmulas que possuem essa finalidade, por exemplo, os geradores lineares congruenciais e os geradores de Lagged-Fibonacci. Esses geradores produzem sequências de números que obedecem uma distribuição uniforme e, a partir de uma distribuição uniforme, é possível se obter qualquer tipo de distribuição desejado.

Vamos agora demonstrar como se obter algumas distribuições estatísticas a partir de um programa em Fortran com a subrotina rand48, que gera uma distribuição uniforme.

5.1.1 Distribuição beta

Uma distribuição beta com parâmetros 1 e n (fig.14) pode ser obtida a partir da seguinte fórmula:

$$Y = 1 - X^{\frac{1}{n}}, \quad (5.1)$$

onde X é uma variável uniformemente distribuída, ou seja, X é a variável gerada pela função rand48 no nosso código.

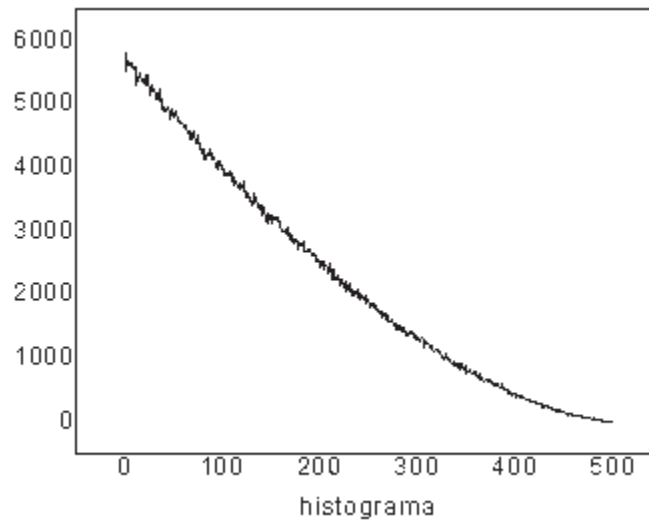


Figura 14: Gráfico de uma distribuição beta gerada computacionalmente.

5.1.2 Distribuição exponencial

Toda distribuição de probabilidades contínua pode ser obtida usando-se a inversa daquela função que a determina, assim, obtemos uma exponencial fazendo:

$$X = \frac{-\ln Y}{\lambda} \quad (5.2)$$

onde X é a variável aleatória desejada, com distribuição exponencial, Y é uma variável uniformemente distribuída e λ é o parâmetro de distribuição.

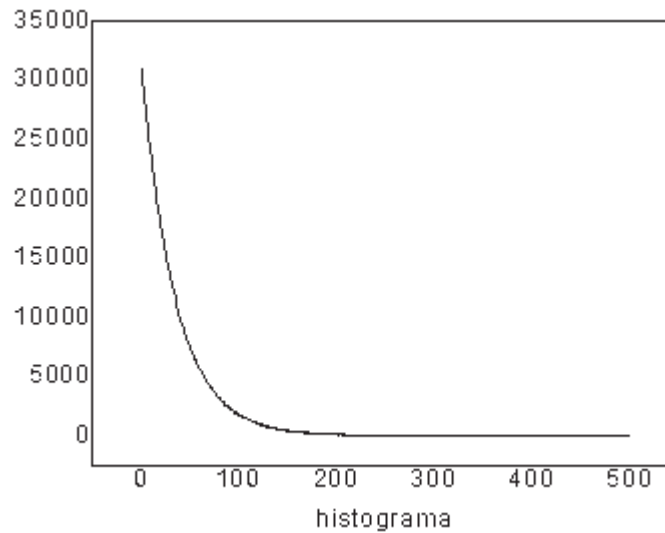


Figura 15: Gráfico de uma distribuição exponencial gerada computacionalmente.

5.1.3 Distribuição gaussiana

Baseando-se no teorema do limite central, obtemos a seguinte distribuição (fig.16), ao realizar somas de 50 valores uniformemente distribuídos:

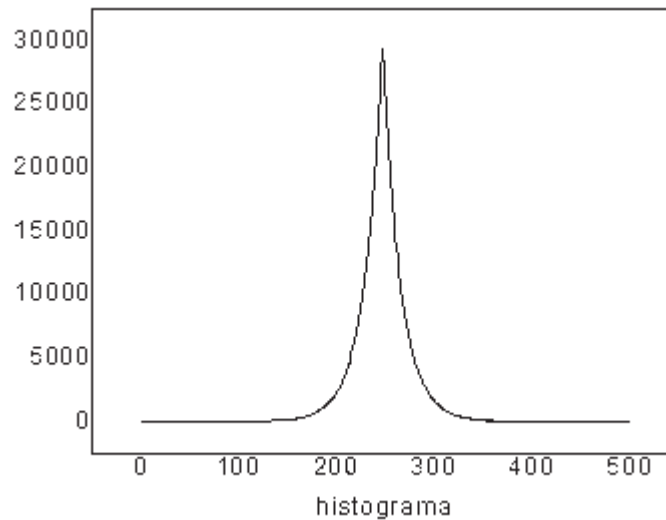


Figura 16: Gráfico de uma distribuição gaussiana gerada computacionalmente.

Ao somarmos 50 variáveis aleatórias uniformemente distribuídas no intervalo de 0 a 1, obtemos uma variável aleatória que varia de 0 a 50. Então, o seguinte cálculo foi feito para que a nossa variável aleatória possuísse média 0 e desvio padrão 1:

$$Y = \frac{(Z - 25)}{50}, \quad (5.3)$$

onde Z é a soma das 50 variáveis aleatórias uniformemente distribuídas, e Y é a variável com a distribuição gaussiana padrão que obtivemos.

5.1.4 Distribuição de Laplace

Também chamada de distribuição dupla exponencial, pode ser facilmente obtida a partir da seguinte fórmula:

$$Y = aX_1 - bX_2 \quad (5.4)$$

onde X_1 e X_2 são variáveis exponencialmente distribuídas, e a e b são os seus respectivos parâmetros.

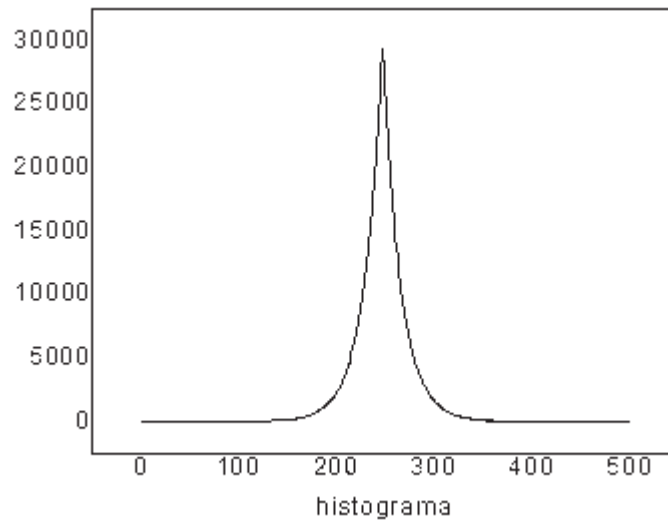


Figura 17: Gráfico de uma distribuição de Laplace gerada computacionalmente.

5.1.5 Distribuição correlacionada

Como os valores das fases ϕ_n são uniformemente distribuídas, eles foram gerados diretamente a partir da função rand48, em código computacional, usando FORTRAN. Então, usamos esses valores das fases aleatórias gerando uma sequência de valores que obedecem a Eq.(3.29), e que possuem a cara da fig.12, variando apenas no que diz respeito a aleatoriedade.

5.2 Histogramas de autovalores

Nesta seção são apresentados histogramas de autovalores de matrizes. As simulações foram realizadas com matrizes de dimensões 32x32, em um código que fazia 34000 rotações, assim, obtivemos um conjunto da ordem de 10^6 autovalores, o que representa uma quantidade significativa para se fazer histogramas.

Essas matrizes são formadas por elementos aleatórios com as distribuições geradas computacionalmente. Trabalhamos em três casos: com matrizes cheias, onde todos os elementos das mesmas são diferentes de zero, e aleatoriamente distribuídos; com matrizes penta-diagonais, onde apenas as cinco diagonais centrais possuem essas características, e os outros elementos são zero; e com matrizes tri-diagonais, onde as três diagonais centrais são formadas por elementos aleatórios, com os elementos restantes iguais a zero.

Primeiramente, mostramos os histogramas das distribuições de autovalores para as distribuições uniforme, beta, gaussiana, exponencial e para a distribuição de Laplace. Estes histogramas correspondem às figuras de numeros 18 a 22, mostradas abaixo, cada uma correspondendo ao uso de uma distribuição estatística, e apresentadas na mesma ordem aqui enumerada para as respectivas distribuições usadas. Cada uma das cinco figuras apresenta três histogramas, obtidos para matriz cheia, penta-diagonal e tri-diagonal, respectivamente. Observando estes histogramas percebemos que há características em comum para as diferentes distribuições. Uma delas é o fato de, apesar de alguns histogramas apresentarem desvios, de uma maneira geral, todos eles possuem uma tendência a serem normalmente distribuídos. Isso era esperado, já que as redes aleatórias se comportam como uma distribuição semi-circular de Wigner-Dyson [50], enquanto uma rede completamente aleatória apresenta uma distribuição de muitos picos.

Mostramos também os histogramas obtidos com o uso da distribuição correlacionada. Estes histogramas correspondem às figuras 23, 24 e 25, obtidos com o uso de matriz cheia, penta-diagonal e tri-diagonal, respectivamente. Cada uma dessas figuras apresenta seis histogramas, correspondendo a diferentes valores do coeficiente de correlação. Observamos que o aumento no valor desse coeficiente de correlação provocou um afinilamento na curva gaussiana da distribuição de autovalores, ou seja, uma maior quantidade de autovalores esta na região próxima à média da distribuição obtida, consequentemente, há uma redução no valor do desvio padrão e da variância.

Esse estudo relativo aos histogramas de autovalores foi realizado para conhecermos o comportamento das distribuições de autovalores de cada uma das distribuições, antes de utiliza-las em simulações para encontrar relações de dispersão.

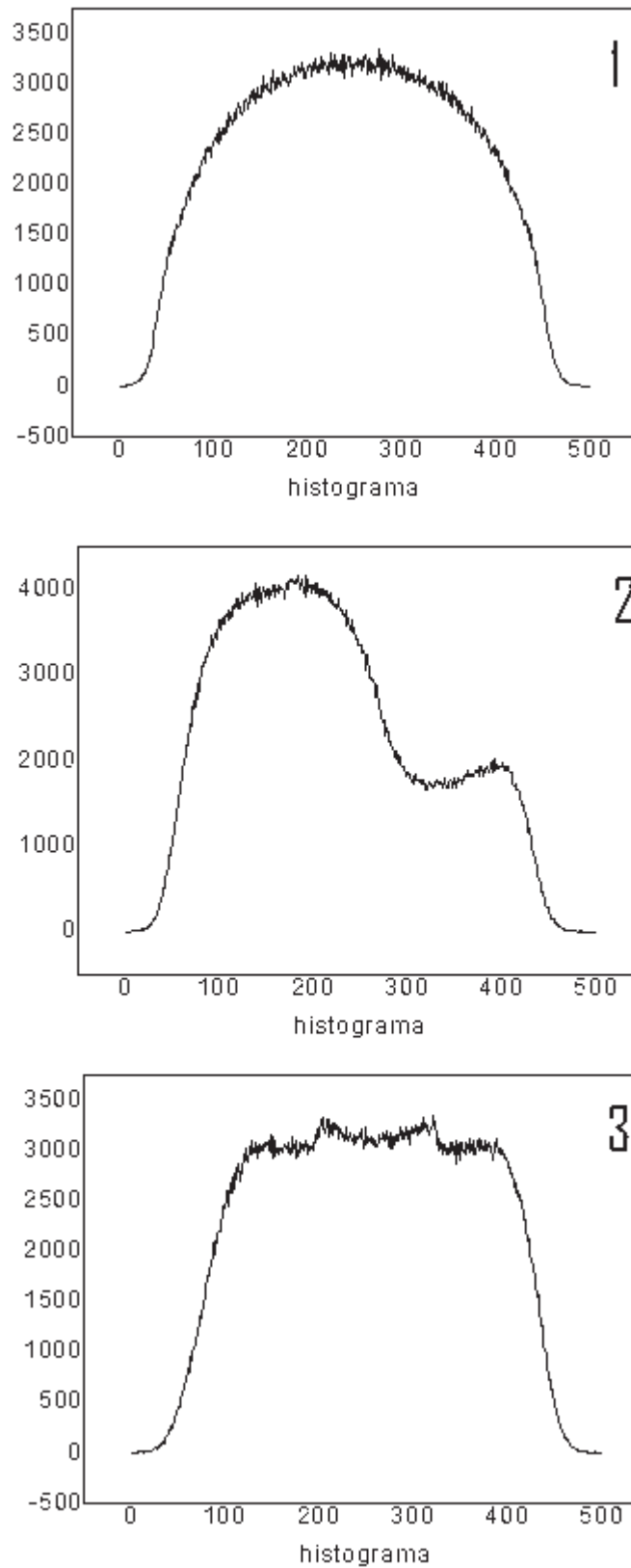


Figura 18: histogramas com dist. uniforme: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.

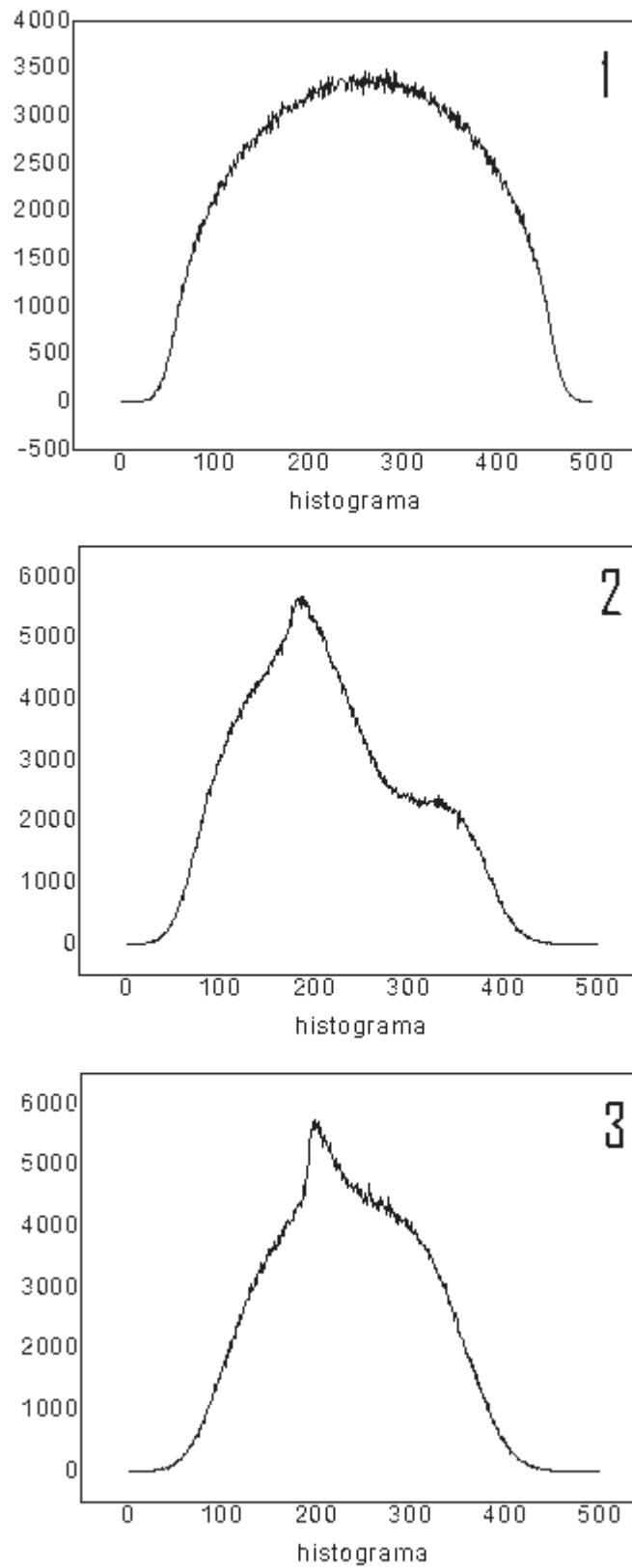


Figura 19: histogramas com dist. beta: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3- matriz tri-diagonal.

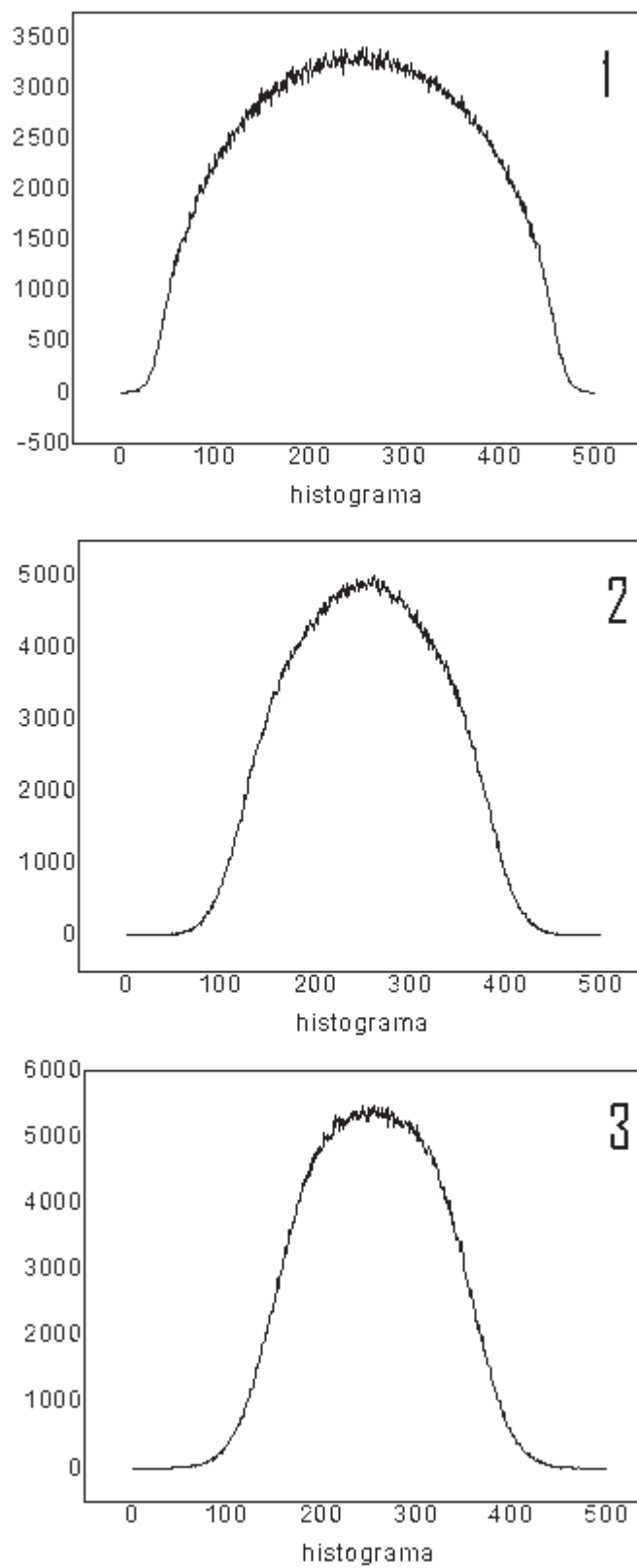


Figura 20: histogramas com dist. gaussiana: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.

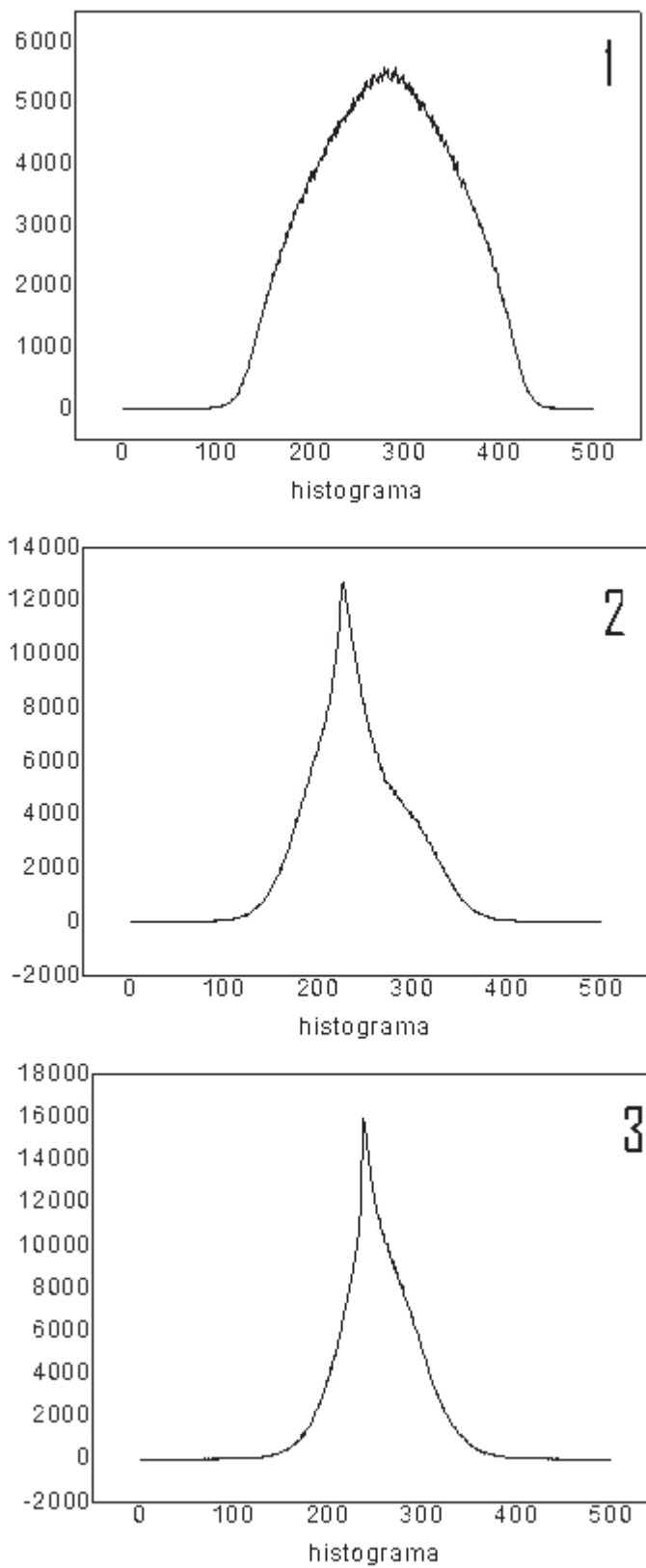


Figura 21: histogramas com dist. exponencial: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.

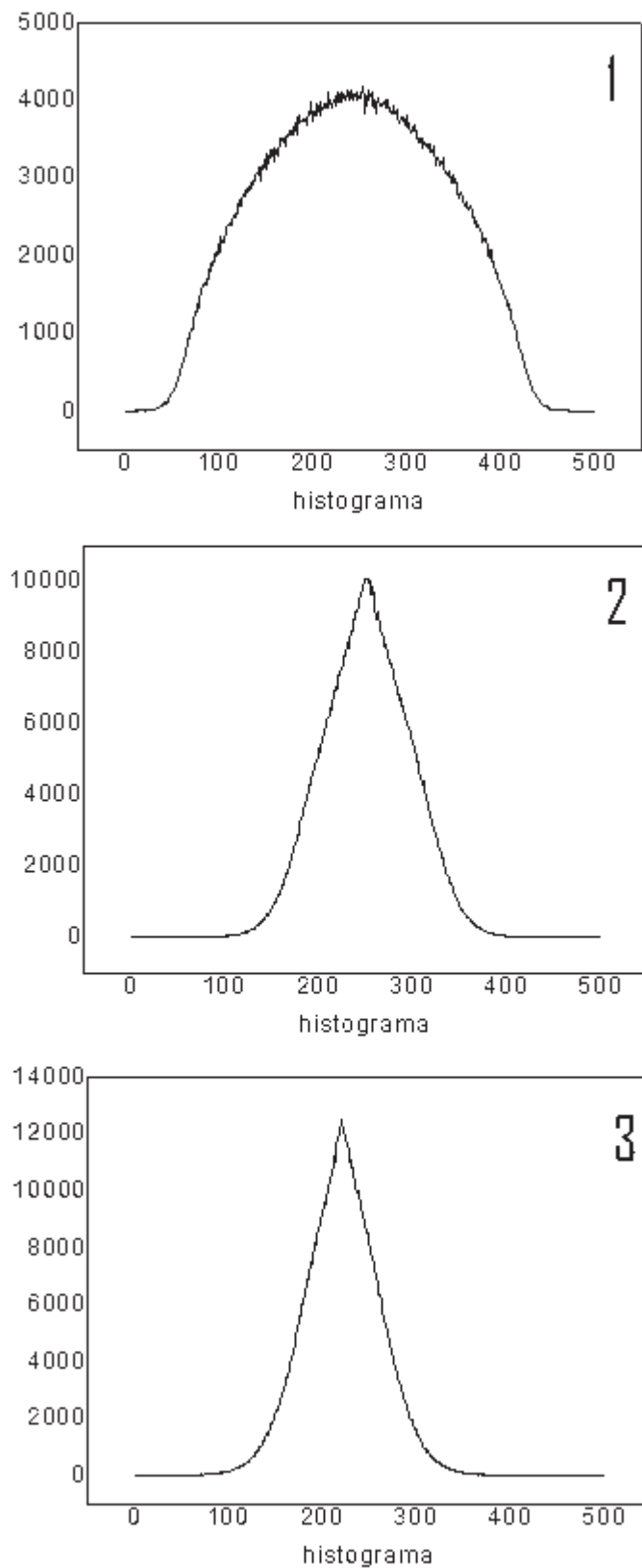


Figura 22: histogramas com dist. laplace: 1-matriz cheia. 2- matriz penta-diagonal. 3-matriz tri-diagonal.

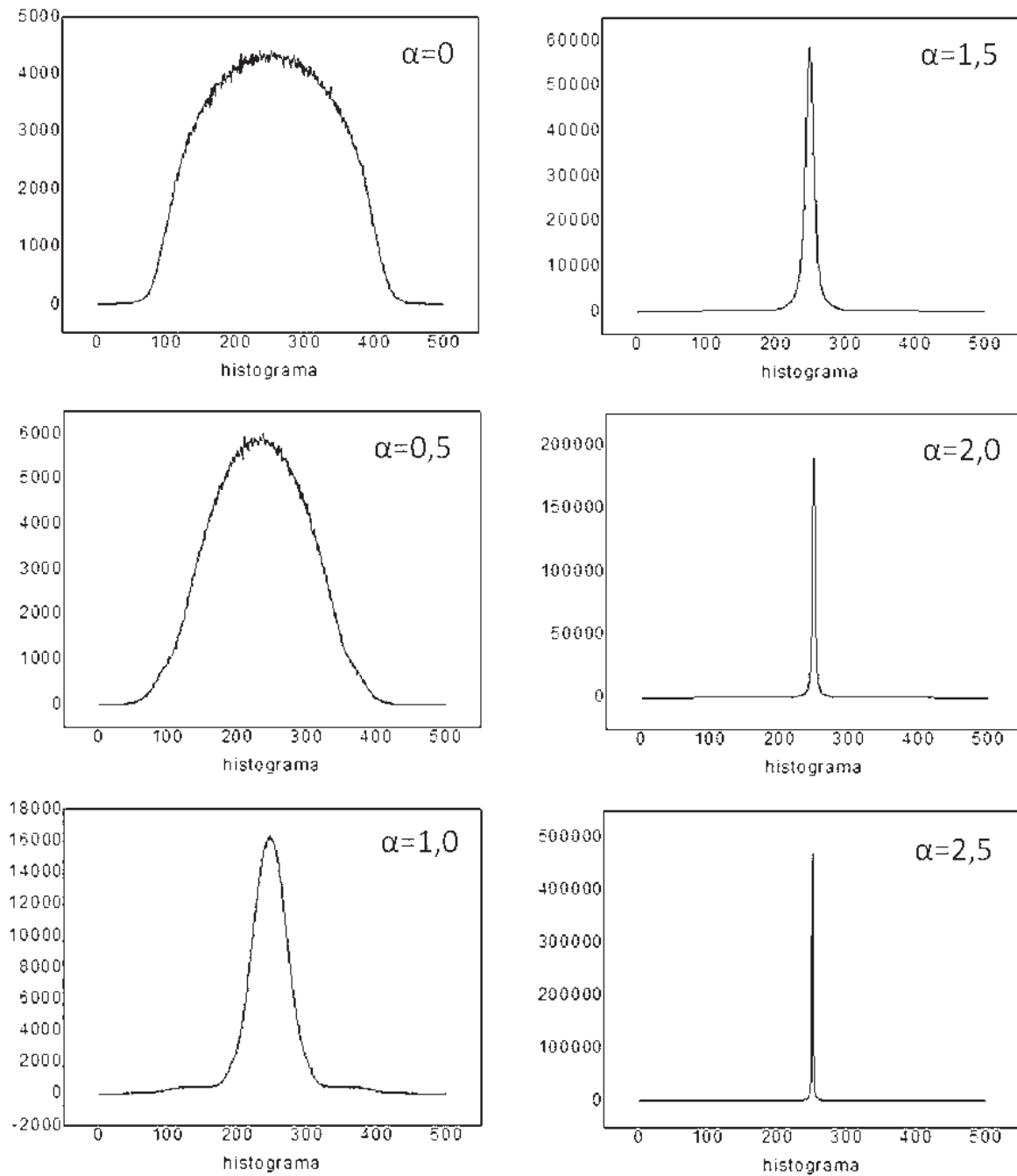


Figura 23: Histogramas de matrizes cheias para diferentes valores de correlação.

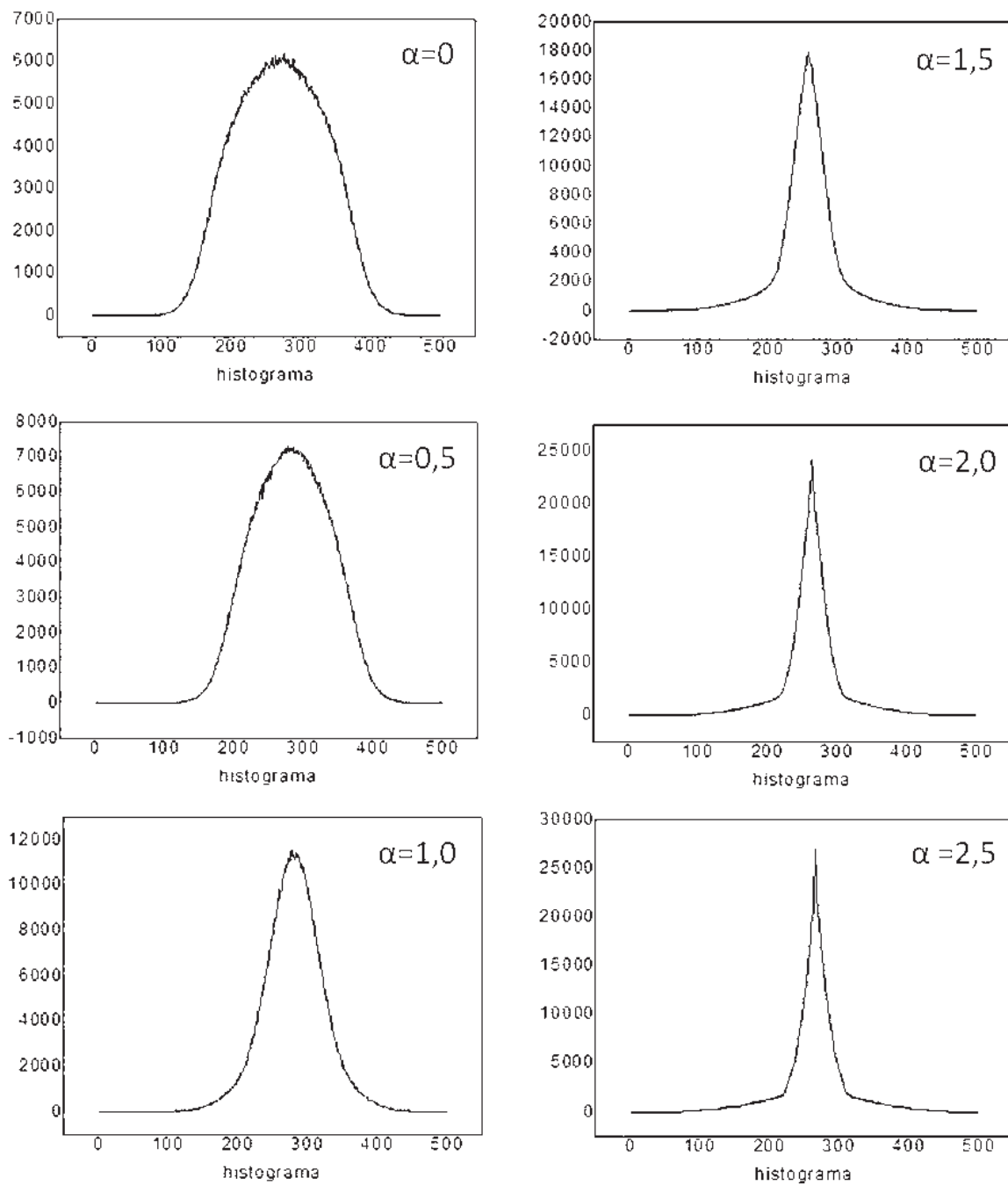


Figura 24: Histogramas de matrizes penta-diagonais para diferentes valores de correlação.

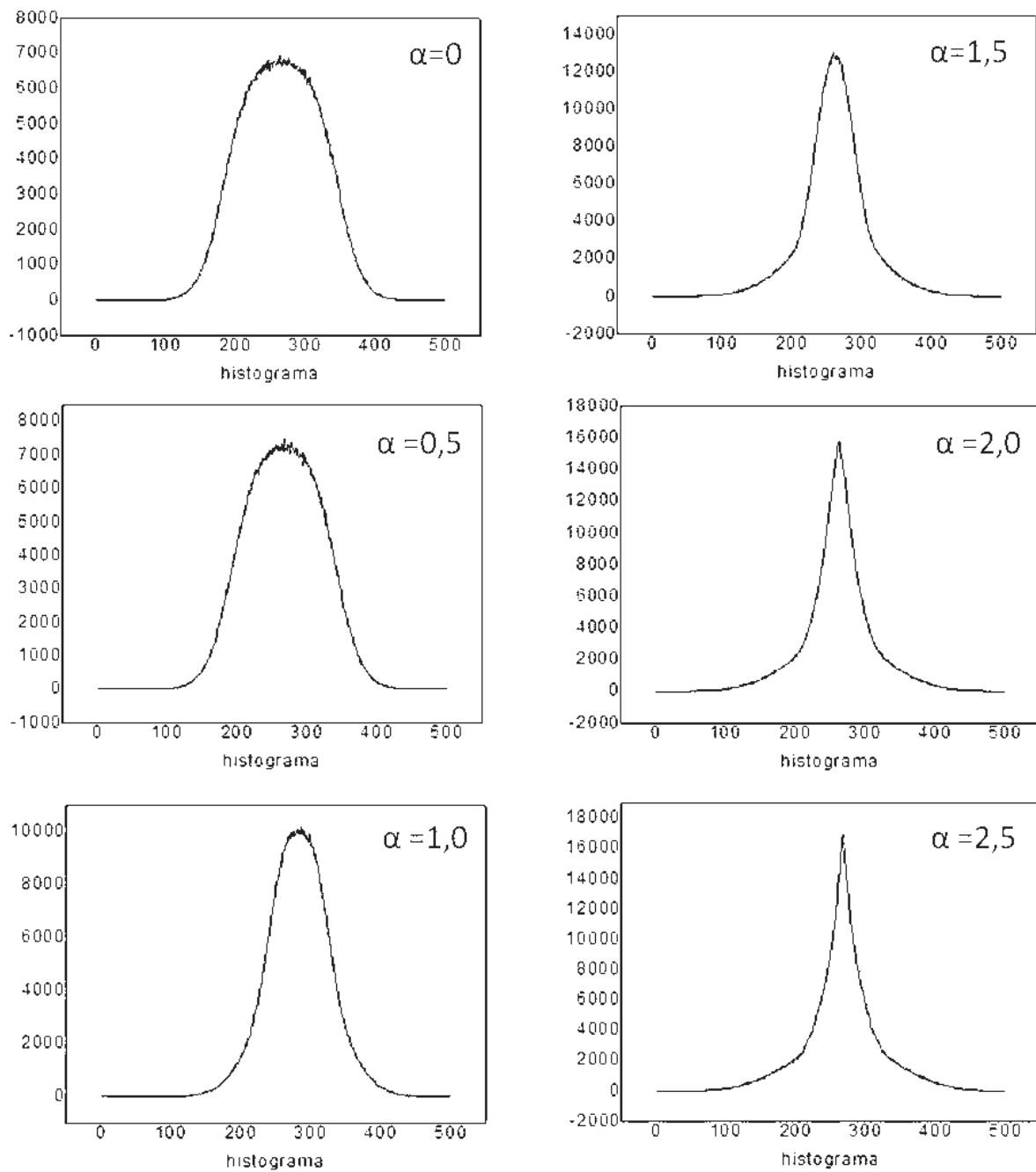


Figura 25: Histogramas de matrizes tri-diagonais para diferentes valores de correlação.

5.3 Relações de dispersão

Em primeiro lugar, mostramos uma relação de dispersão de um sistema sem aleatoriedade. Ao observar a Fig.26, notamos que há uniformidade entre os modos, a relação entre os modos é perfeitamente simétrica. Para dois modos quaisquer, tem-se uma mesma diferença de valores entre as frequências de um certo vetor de onda, valendo para todos os vetores de onda usados.

As relações de dispersão do sistema magnético em estudo são encontradas a partir da Eq.(3.45). Introduzimos uma aleatoriedade nos elementos de matriz, especificamente na variável J , que é a constante de troca referente às interações de troca do nosso sistema. Por esse motivo, podemos falar que o nosso sistema possui uma interação de troca aleatória.

A Fig.27 mostra 12 relações de dispersão referentes a diferentes simulações, de um total de 50 realizações com a aleatoriedade oriunda de uma distribuição uniforme. Usamos como base matrizes 20×20 , dando como resultado figuras que apresentam 20 modos. Cada um destes modos foi obtido a partir de 100 pontos, ou seja, 100 diferentes vetores de onda, pois o intervalo de 0 a π foi dividido em 99 partes iguais.

Esses gráficos da Fig.27 mostram muitas modificações em relação a Fig.26, que representa um sistema onde não há aleatoriedade. Essas diferenças são consequência da introdução de aleatoriedade nas interações de troca do sistema. Essa aleatoriedade representa a existência de impurezas e de não-homogeneidades no sistema.

A relação de dispersão na Fig.28 possui a característica que mais chama atenção, nela vemos que ocorre uma total quebra da uniformidade dos modos, com cruzamentos de modos, chamados de cruzamentos anti-crossing, assim denominados por não haver o cruzamento em si. Os modos não se cruzam porque não é possível termos dois diferentes modos apresentando valores iguais de frequência para um determinado vetor de onda. Assim, o que realmente acontece é uma repulsão entre esses dois modos, fazendo com que eles não cheguem a se cruzar.

Como estamos lidando com aleatoriedade, notamos a necessidade do cálculo de uma média sobre realizações. Então, observamos que essa média ainda apresenta modificação no comportamento, porém, menos intensos, como podemos ver na Fig.29. O mesmo pode ser notado na Fig. 30, um gráfico mostrando a diferença entre os valores das frequências de dois modos vizinhos. Lembrando que no caso sem aleatoriedade essa figura apresenta linhas paralelas.

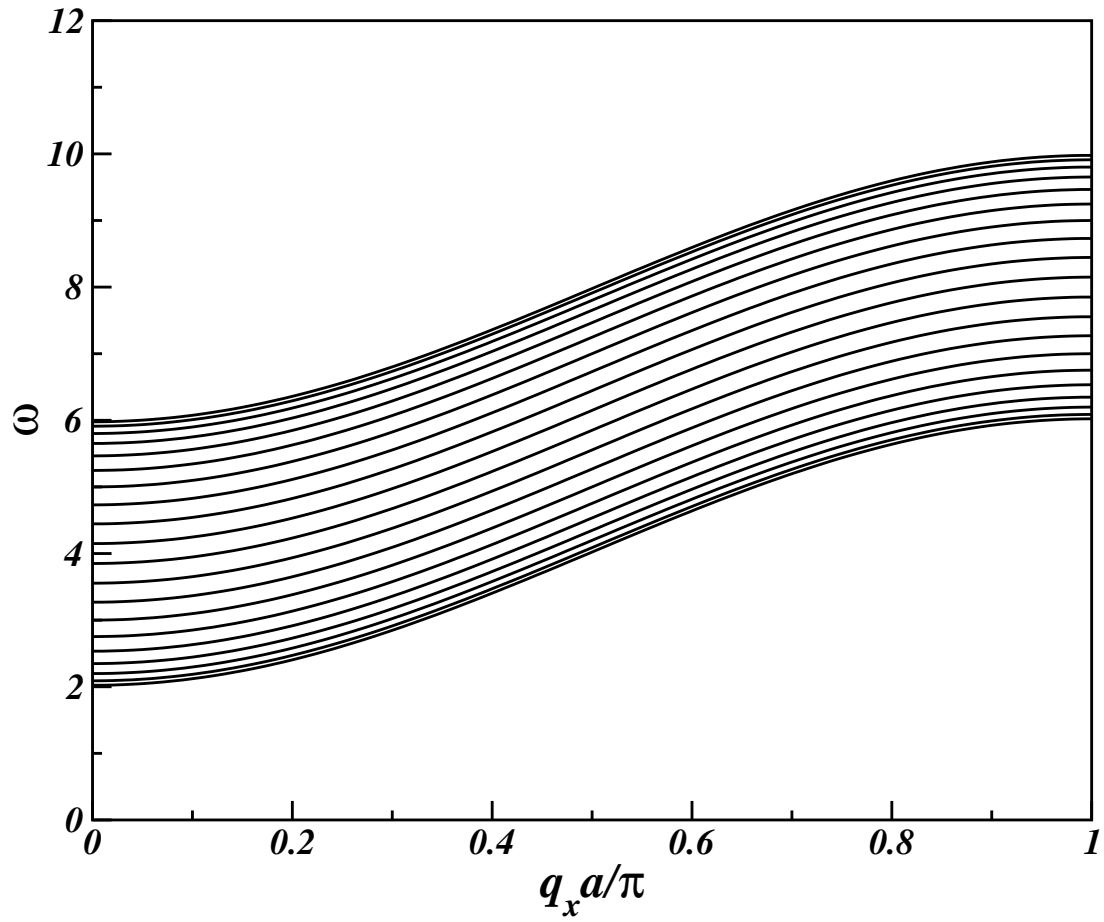


Figura 26: Relação de dispersão sem interação de troca aleatória.

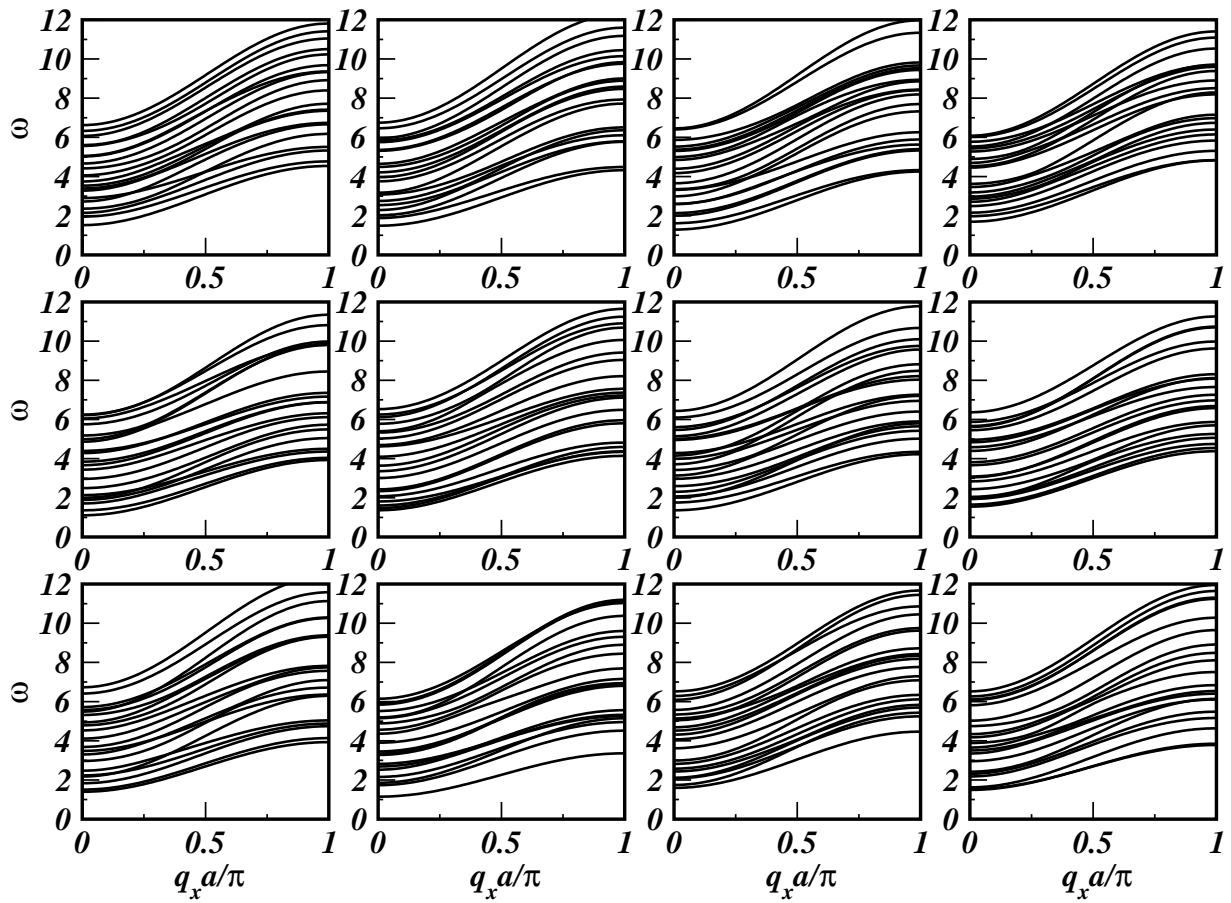


Figura 27: Relações de dispersão com aleatoriedade: várias realizações.

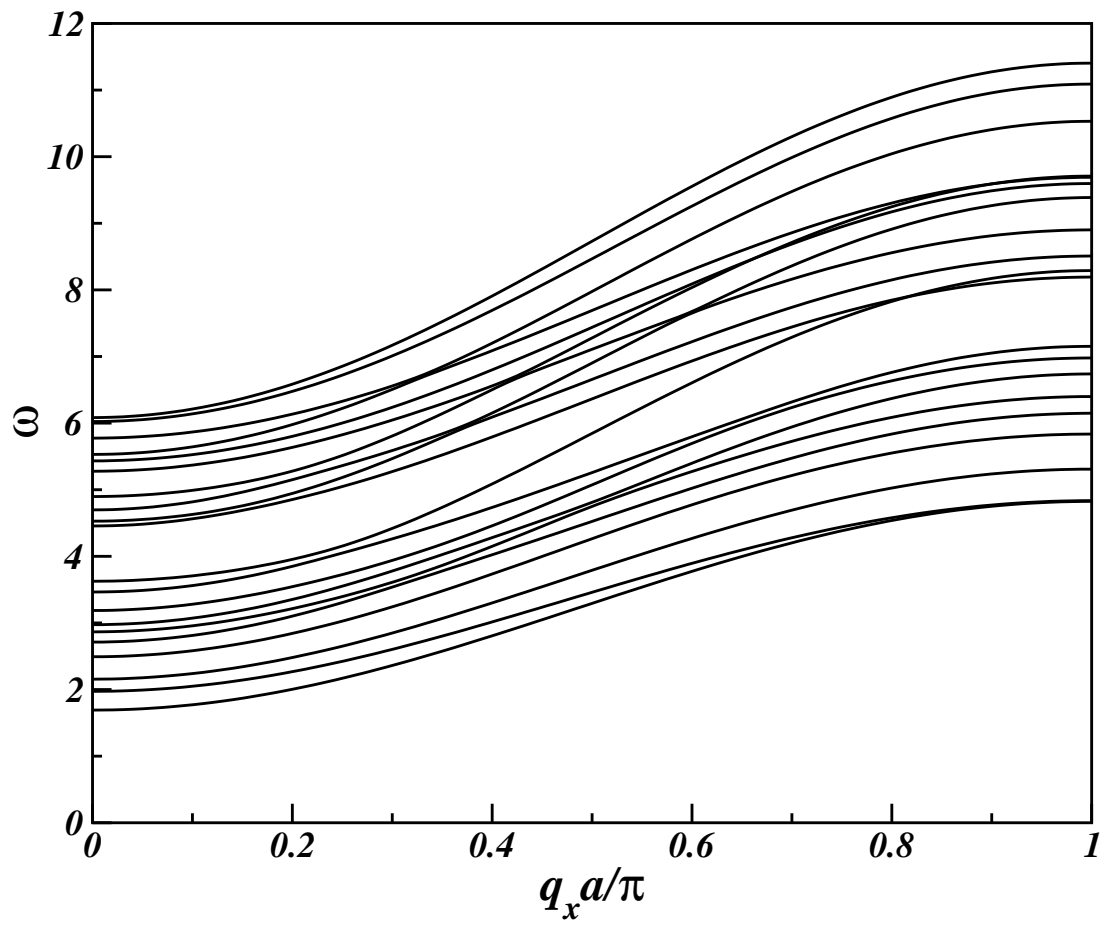


Figura 28: Relação de dispersão com aleatoriedade: caso apresentando cruzamento anti-crossing.

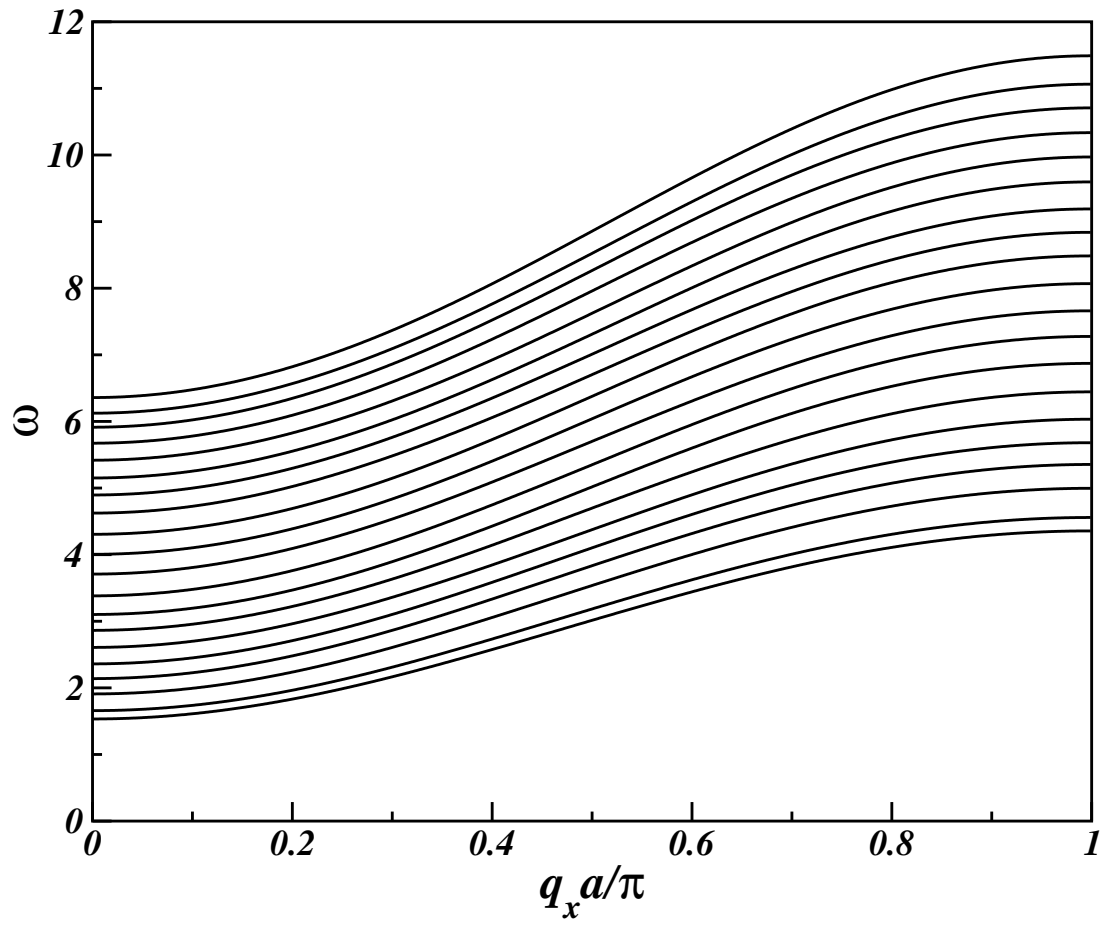


Figura 29: Relação de dispersão com aleatoriedade: uma média sobre os valores encontrados em 50 realizações.

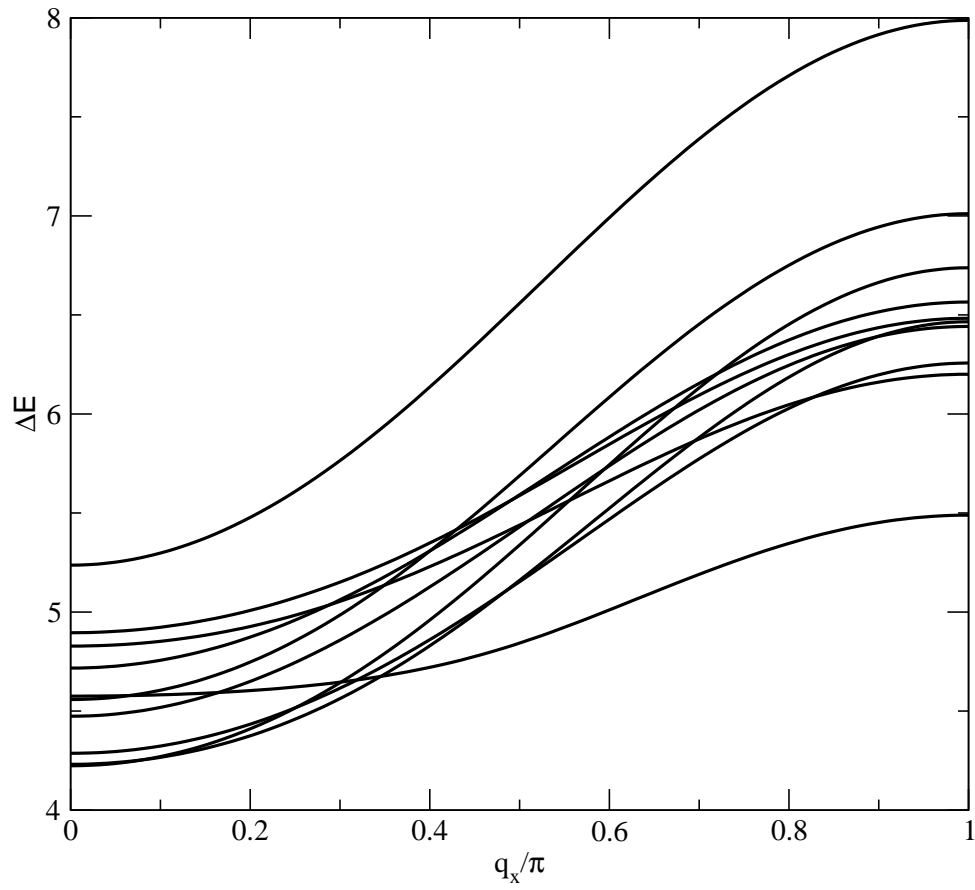


Figura 30: Gráfico mostrando o comportamento do ΔE entre modos vizinhos.

6 *Conclusões e perspectivas*

Neste trabalho, estudamos o comportamento das relações de dispersão das de um sistema magnético bidimensional, no qual consideramos que hajam interações de troca aleatórias. E mostramos como elas são nos casos sem aleatoriedade, para poder fazer um comparativo e, então, concluir sobre o que representa a introdução desta aleatoriedade.

A introdução de aleatoriedade, através da distribuição uniforme, provocou alterações significativas nos modos das relações de dispersão do sistema magnético. Os gráficos mostram muita diferença em relação àquelas onde não havia aleatoriedade. As relações de dispersão passaram a apresentar não uniformidade entre os modos, variações nas diferenças entre as energias, além de cruzamentos anti-crossing.

Cada uma das várias realizações apresentou gráficos diferentes, uma consequência direta da aleatoriedade. Porém, eles indicam para um mesmo ponto, para mudanças semelhantes nas relações de dispersão. Após encontrarmos 50 relações de dispersão, todas diferentes, porém, obtidas da mesma forma, calculamos a média dos valores de frequência para cada um dos vetores de onda, chegando então a uma relação de dispersão que representa a média das 50 que foram encontradas, para, finalmente, ser possível concluir algo a respeito dos efeitos que a aleatoriedade causa ao sistema.

O mais interessante a ser observado aqui é o fato dessa relação de dispersão média continuar apresentando algumas dessas características, mesmo que com menor intensidade. Intuitivamente, esperava-se que essa média causasse um cancelamento dos efeitos causados pela introdução da aleatoriedade, o que só aconteceu em parte.

Então, nossos resultados indicam que considerar interações de troca aleatória tem um efeito semelhante a se introduzir um certo tipo de interação ao nosso sistema, como se o nosso Hamiltoniano passasse agora a ter 4 termos, ao invés de três, como é considerado neste trabalho.

Os resultados mostrados neste trabalho nos dão perspectivas de um aprofundamento no assunto. Em primeiro lugar, verificar os efeitos causados por interações de troca aleatórias com o uso de outras distribuições estatísticas, por exemplo, as distribuições que geramos computacionalmente: a beta, a gaussiana, a exponencial, a Laplaciana, e a correlacionada. Isto também pode ser feito para qualquer outra distribuição, visto que todas podem ser obtidas a partir de uma distribuição uniforme.

Podemos também trabalhar com sistemas magnéticos nos quais sejam consideradas outras interações, por exemplo, interações dipolo-dipolo. Neste caso, a matriz utilizada no cálculo das relações de dispersão seria cheia, pois esta interação é de longo alcance. Esta foi a razão de termos estudado as distribuições de autovalores utilizando, além de matrizes tri-diagonais, matrizes penta-diagonais e cheias.

Uma aplicação interessante para este sistema magnético bidimensional aqui estudado é pensar nele como sendo uma floresta de fios magnéticos.

Referências

- [1] Modern Quantum Mechanics - J. J. Sakurai - edição revisada - Addison-Wesley (1994)
- [2] Quantum mechanics (non-relativistic Theory) - Course of theoretical Physics - vol 3 - Third edition L. D. Landau e E. M. Lifshitz institute of physical problems, USSR academy of sciences
- [3] Teoria Microscópica de Ondas de Spin em Nanofios Magnéticos. Roberto Ferreira Sena Filho. Dissertação de mestrado. 2007 - UFC
- [4] Propagação de Poláritons e Magnons em Gratings, Filmes e Super-redes. Raimundo Nogueira da Costa Filho. Tese de doutorado. 1996 - UFC
- [5] R P Erickson e D L Mills. Phys. Rev. B 43, 10715 (1991)
- [6] F. Keffer. Spin Waves. em Handbuch der Physik. Vol XVIII/B. Ed. S Flüge (Springer-verlag. 1966)
- [7] F. J. Dyson, Phys. Rev. 102, 1217 (1956).
- [8] R. Eisberg, R. Resnick, Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas (Editora Campus Ltda., Rio de Janeiro, 1979).
- [9] S.R.A Salinas, Introdução á Física Estatística (Edusp, São Paulo, 1999).
- [10] Magnetostricção e ruídos Barkhausen em aços elétricos de grão não-orientado. Felipe Bohn. Dissertação de mestrado, 2005. Universidade Federal de Santa Maria.
- [11] CHIKAZUMI, S. Physics of magnetism. New York: Robert E. Krieger, 1978
- [12] CULLITY, B. D. Introduction to magnetic materials. Reading: Addison -Wesley, 1972
- [13] A.P. Guimarães - Propriedades Magnéticas de Sistemas Granulares. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 22, no. 3, Setembro, 2000
- [14] H. Moyses Nussenzveig, Curso de Física Básica 3 - Eletromagnetismo, Editora Edgard Blcher Ltda, 1a edição, 1997
- [15] BOVENSIEPEN, U.; CHOI, H. J.; QIU, J. Q. Step-induced magnetic anisotropy in vicinal Ni/Cu(001) and its effect on the spin-reorientation transition. Physical Review B, Melville, v. 61, n. 5, p. 3235-3238, Feb. 2000.
- [16] DAN DAHLBERG, E.; MILLER, B. H. Use of the anisotropic magnetoresistance to measure exchange anisotropy in Co/CoO bilayers. Applied Physics Letters, Woodbury v. 69, n. 25, p. 3932-3934, Dec. 1996.

- [17] FRITZSCHE, H.; ELMERS, H. J.; GRADMANN, U. Magnetic anisotropies or Fe(110) interfaces. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Amsterdam, v. 135, n. 3, p. 343-354, Aug. 1994.
- [18] CHEIKH-ROUHO, W.; SAMPAIO, L. C.; BARTENLIAN, B.; BEAUVILAIN, P.; BRUN, A.; FERR, J.; GEORGES, P.; JAMET, J. P.; MATHET, V.; STUPAKEWITZ, A. Anisotropy of the optical and magneto-optical response of Au/Co/Au/Cu multilayers grown on vicinal Si(111) surfaces. *Applied Physics B*, Berlin, v. 74, n.7/8, p. 665-670, May 2002.
- [19] KIM, M. R.; GURUSWAMY, S. Microstructural origin of in-plane magnetic anisotropy in magnetron in-line sputtered COPtCr/Cr thin-film disks. *Journal of Applied Physics*, Woodbury, v. 74, n. 7, p. 4643-4650, Oct. 1993.
- [20] HAINES, W. G. Anisotropy in thin-film media-origins and applications. *Journal of Applied Physics*, Woodbury, v. 61, n. 8, p. 4497-3502, Apr. 1987.
- [21] WIN, W.; YUN, E. J.; WALSER, R. M. Rotatable anisotropy in radio frequency diode sputtered iron thin films. *Journal of Applied Physics*, Woodbury, v. 79, n. 8, p. 4933-4935, Apr. 1996.
- [22] WEBER, W.; ALLENSPACH, R.; BISCHOF, A.; BLAND, J. A. Determining magnetic anisotropies from hysteresis loops. *Applied Physics Letters*, Woodbury, v. 70, n. 4, p. 520-522, Jan. 1997.
- [23] COWBURN, R. P.; GRAY, S. J.; FERR, J.; BLAND, J. A. C.; MILLAT, J. Magnetic switching and in-plane uniaxial anisotropy in ultrathin Ag/Fe/Ag(100) epitaxial films. *Journal of Applied Physics*, Woodbury, v. 78, n. 12, p. 7210-7219, Dec. 1995.
- [24] LEEB, T.; BROCKMANN, M.; BENSCH, F.; MIETHANER, S.; BAYREUTHER, G. In-plane magnetic anisotropies in Fe films on vicinal Ag(001) and Au(001) surfaces. *Journal of Applied Physics*, Melville, v. 85, n. 8, p. 4964-4966, Apr. 1999.
- [25] GESTER, M.; DABOO, C.; HICKEN, R. J.; GRAY, S. J.; ERCOLE, A.; BLAND, J. A. C. Continuous evolution of the in-plane magnetic anisotropies with thickness in epitaxial Fe films. *Journal of Applied Physics*, Woodbury, v. 80, n. 1, p. 347-348, July 1996.
- [26] PARK, Y.; FULLERTON, E. E.; BADER, S. D. Growth-induced uniaxial in-plane magnetic anisotropy for ultrathin Fe deposited on MgO(001) by oblique-incidence molecular beam epitaxy. *Applied Physics Letters*, Woodbury, v. 66, n. 16, p. 2140-2142, Apr. 1995.
- [27] SEBASTIAAN, V. D.; SANTO, G. D.; POELSEMA, B. Influence of the deposition angle on the magnetic anisotropy in thin Co films on Cu(001). *Physical Review B*, Melville, v. 63, n. 10, 104431 4p., Feb. 2001.
- [28] *Magnetism and Metallurgy of soft magnetic materials*. C.W.Chen, North Holland (1977)
- [29] *Introduction to Solid State Physics*. C. Kittel, Willey.

- [30] Solid state Physics. N.W.Ashcroft and N.D.Mermin, Holt Rinehart and Wiston (1976)
- [31] Magnetic Glasses. K.Moorjani and J.M.D.Coe, Elsevier (1984)
- [32] Opportunities in Magnetic Materials. R.M.White, Science V.229, 4708 (1985).
- [33] Magnetism-Principles and applications. Derek Craik, Wiley (1995)
- [34] Síntese e caracterização de nanopartículas magnéticas de ferritas - Amanda Defendi Arelaro - USP - Dissertação de mestrado 2008
- [35] Síntese e caracterização de Fluidos Magnéticos de Ferrita de Cádmio - Osni Silva - U de Brasiia - tese doutorado - 2006
- [36] Vleck, J. H. van. On the Anisotropy of Cubic Ferromagnetic Crystals. Physical Review. v. 52, 1178 - 1198 (1937)
- [37] Brooks,H. Ferromagnetic Anisotropy and the Itinerant Electron Model. Physical Review. v. 58, 909 - 918 (1940)
- [38] Schmid, G. (2004). Nanoparticles: From Theory to Application. Wiley-VCH
- [39] Nanoestruturas de ferro crescidas em superfícies vicinais de silício: morfologia, estrutura e magnetismo - Maurício Cougo dos Santos - UFRS - tese de doutorado (2004)
- [40] OSBORN, J. A. Desmagnetizing factors of the general ellipsoid. Physical Review, New York, v. 67, n. 11/12, p. 351-357, June 1945.
- [41] STONER, E. C. The demagnetizing factors for ellipsoids. Philosophical Magazine, London, v. 36, n. 236, p. 803-821, Dec. 1945.
- [42] Simple models of magnetism - Ralph Skomski- Oxford Graduate Texts, 2008
- [43] Bennet, A.; Cooper, B. Physical Review., v. 3, p. 1642, 1972.
- [44] Annalen der Physik 63, p. 278; Philosophical Magazine 43, p. 232
- [45] Semat, H; Albright, John R. Introduction to atomic and nuclear physics. Holt, Rinehart and Winston (New York, London). 1972
- [46] The Zeeman effect. J. C. Van der Bosch. Handbuch der Physic, vol. 28, pg. 296-332
- [47] Francisco A. B. F. de Moura and Marcelo L. Lyra Phys. Rev. Let., vol 81, numero 17. Delocalization in the 1D Anderson Model with Long-Range Correlated Disorder
- [48] Anderson, P. W. Physical Review, 109. p.1492 (1958).
- [49] T. Holstein e H. Primakoff. Phys. Rev. 58. 1098 (1940)
- [50] Jalan, Sarika; Bandyopadhyay, Jayendra N. How much random a random network is : a random matrix analysis. Max-Planck Institute for the Physics of Complex Systems, Nöthnitzerstr. 38, D-01187 Dresden, Germany, 2008.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)