

Álison Marques de Miranda

## Propagação de Fluidos em Meios Porosos

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA

MINAS GERAIS - BRASIL

2008

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

"Deus, do alto de sua ilimitada sabedoria, preside o nosso destino. Somos um minúsculo grão de areia que todo dia se movimenta no turbilhão dentro de uma pequena ampulheta nas mãos divinas. Embora pequeninos, carregamos dentro de nós o sopro do Espírito Santo e, por isto, somos capazes de transformarmos em gigantes e até de modificarmos o planeta terra. A nossa fé em Deus e o amor a nossa Pátria, devem ser o nosso lema de cada dia. Se agirmos de acordo com nossa consciência — que é sopro de Deus — jamais arreponderemos de nossas ações e estaremos contribuindo para a paz e o progresso do mundo".

JOSÉ PEREIRA DE ASSUNÇÃO (Zé de Calú - meu avô)

## AGRADECIMENTOS

- ✓ Primeiramente a Deus por estar aqui.
- ✓ À minha família que tanto me deu força e apoio para sempre poder continuar.
- ✓ Aos meus Pais e irmãos que sempre me apoiaram e deram a oportunidade de continuar meus estudos. Amo todos vocês.
- ✓ À minha querida namorada Raquel, que mesmo com a distância, sempre esteve ao meu lado e soube me compreender nos momentos mais difíceis. Te amo muito Kel.
- ✓ Aos professores Marcos da Silva Couto e Ismael Lima Menezes-Sobrinho, pela oportunidade de desenvolver esse projeto de pesquisa no Laboratório de Sistemas Complexos I do DPF sob a orientação dos mesmos e também pela amizade e confiança.
- ✓ À Capes pelo suporte financeiro.
- ✓ Aos amigos do alojamento, companheiros de todas as horas.
- ✓ Aos amigos do curso de Física.

- ✓ Aos amigos que tive o prazer de conhecer durante o mestrado, dentre eles os amigos da república.
- ✓ Ao amigo Samarone Lopes, pelas valiosas ajudas com a linguagem de programação C++; valeu Sam.
- ✓ Aos professores e funcionários do Departamento de Física.
- ✓ À Universidade Federal de Viçosa.
- ✓ A todos que contribuíram direta ou indiretamente para o meu crescimento e aprendizado.

# SUMÁRIO

<b>RESUMO</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>ix</b>
<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Crescimento de Superfícies e Leis de Escala</b>	<b>5</b>
1.1 Auto-Similaridade e Auto-Afinidade . . . . .	6
1.2 Rugosidade e Expoentes de Escala Dinâmicos . . . . .	9
1.3 Correlações . . . . .	15
1.4 Equações de Crescimento e Classes de Universalidade . . . . .	16
<b>2 Interfaces na Natureza</b>	<b>30</b>
2.1 Propagação de Fluidos em Meios Desordenados . . . . .	33
2.1.1 Resultados Experimentais Sobre Embebição . . . . .	38
<b>3 O Papel</b>	<b>43</b>
<b>4 Materiais e Métodos</b>	<b>47</b>
<b>5 Resultados e Discussões</b>	<b>55</b>

5.1	Temperatura e umidade variáveis . . . . .	65
5.1.1	Cálculo do Expoente de Crescimento . . . . .	65
5.1.2	Cálculo do Expoente da lei de Washburn . . . . .	67
5.1.3	Análise do Expoente de Hurst . . . . .	70
5.2	Temperatura e umidade constantes . . . . .	73
5.2.1	Cálculo do Expoente de Crescimento . . . . .	73
5.2.2	Cálculo do Expoente da lei de Washburn . . . . .	75
5.2.3	Análise do Expoente de Hurst . . . . .	78
	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>86</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>89</b>

## RESUMO

MIRANDA, Alisson Marques de, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, Dezembro de 2008.  
**Propagação de Fluidos em Meios Porosos.** Orientador: Marcos da Silva Couto. Co-Orientadores: Ismael Lima Menezes-Sobrinho e Silvio da Costa Ferreira Junior.

O crescimento de interfaces rugosas transformou-se num campo de intensa pesquisa nos últimos anos. Particularmente, experiências em que uma suspensão (tinta por exemplo) é embebida em um meio desordenado, têm sido executadas a fim de caracterizar a rugosidade da superfície produzida. O objetivo deste trabalho é investigar experimentalmente as interfaces geradas pelo movimento de tinta em amostras de papel jornal a fim de verificar o comportamento da rugosidade com o tempo e a orientação do papel. Uma amostra de papel jornal é mantida na vertical com a extremidade mais baixa imersa em um reservatório de tinta. A tinta é absorvida pelo papel, criando uma interface rugosa que se move para cima. Em intervalos determinados de tempo a amostra é fotografada com uma câmera digital. Depois de alguns dias a rugosidade da interface alcança um estado estacionário. As fotografias são processadas a fim de que se transformem em uma imagem com apenas duas cores (preto para a parte com tinta e branco para a parte seca). Um programa

de computador é usado para extrair a altura de cada pixel da interface e um outro programa de computador calcula a rugosidade da interface. Estes parâmetros são usados na determinação dos expoentes de crescimento,  $\beta$ , de Hurst,  $H$  e de Washburn,  $\delta$ . Isto é feito para duas orientações (perpendiculares entre si) das amostras. Os resultados mostram uma possível dependência dos expoentes  $\delta$  e  $H$  com a orientação da amostra.

# ABSTRACT

MIRANDA, Alisson Marques de, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, December 2008.

**Propagation of Fluids in Porous media.** Adviser: Marcos da Silva Couto.

Co-advisers: Ismael Lima Menezes-Sobrinho and Silvio da Costa Ferreira Junior.

The growth of rough interfaces has become an intense field of research in the last years. Particularly, imbibition experiments, in which a suspension (for example ink) is imbibed into a disordered medium, have been performed in order to characterize the roughness of the surface produced. The objective of this work is to investigate experimentally the interfaces generated by the movement of ink in newspaper samples in order to verify the behavior of the interface roughness with time and orientation of the paper. A sample of newspaper is kept vertically with the lower extremity immersed in an ink reservoir. The ink is absorbed into the paper, creating a rough interface that moves upward. At determined time intervals the sample is photographed with a digital camera. After some days the interface roughness reaches a stationary (pinned) state. The photographs are processed in order to produce a two color picture (black for the ink part and white for the dry part). A computer program is used to extract the height of each pixel of the interface and another one calculates the roughness of the interface. These parameters are used in the determination of the growth,  $\beta$ , Hurst,  $H$ ,

and Washburn,  $\delta$ , exponents. This is done for two orientations (perpendicular to each other) of the samples. The results indicate a possible dependence of the exponents  $\delta$  and  $H$  with sample orientation.

# Introdução

Grande importância vem sendo dada aos estudos de superfícies provenientes da interação de um fluido com um meio poroso. Com o avanço da Física Estatística moderna, juntamente com os conceitos da geometria fractal, novos métodos de caracterização foram propostos sendo que muita atenção tem sido dada à medida dos expoentes críticos relacionados com a rugosidade da interface. Essa caracterização por meio de expoentes críticos sugere a hipótese de universalidade, possibilitando com isso relacionar um determinado processo de crescimento com modelos teóricos descritos por equações contínuas que descrevem os processos físicos inerentes ao crescimento. Simulações de modelos discretos fornecem expoentes em acordo com as previsões analíticas [1]. Contudo, estudos experimentais encontram expoentes que são significativamente maiores do que as previsões teóricas [2, 3]. Alguns estudos experimentais apresentam valores para o expoente de rugosidade,  $\alpha$ , variando de 0,63 a 0,8 para 1+1 dimensões [2, 3]. Valores experimentais do expoente de Hurst,  $H$ , para uma grande variedade de sistemas significativamente diferentes, variam em um intervalo de 0,4 a 0,9 [4-8]. Muita atenção tem sido concentrada na medida do expoente de rugosidade, enquanto medidas do expoente de crescimento,  $\beta$ , e do expoente de Washburn,  $\delta$ , muito raras-

mente são relatados experimentalmente [3, 9, 10, 11].

Fenômenos de interfaces em movimento são abundantes na natureza e se tornaram um dos paradigmas na física de sistemas fora do equilíbrio. Os aspectos cinéticos da superfície de crescimento são, assim, de grande interesse científico e tecnológico, sendo que a difusão de um líquido através de um meio poroso tem sido amplamente estudada experimentalmente e teoricamente, para uma melhor compreensão da evolução da rugosidade dessas interfaces. Uma boa parte da fascinação por este campo vem da possibilidade do comportamento da rugosidade poder ser descrito para diferentes tipos de interfaces em termos de expoentes e funções de escalas. A rugosidade da interface pode ser caracterizada pela largura da interface, que é definida como a flutuação quadrática média da altura em torno de seu valor médio [4]. Existem alguns trabalhos que conjecturam valores universais para os expoentes relacionados com a rugosidade [1, 12, 13]. Em 1996, Kumar e Jana já haviam mostrado uma dependência do expoente de rugosidade com a taxa de evaporação em experimentos de embebição de tinta em papel [14]. Outros trabalhos realizados, recentemente, por Menezes Sobrinho *et al.*, utilizando amostras de papel, conjecturam uma relação entre o expoente de Hurst e a orientação em que o papel foi submetido à fratura [15]. Percebe-se, assim, que a hipótese de universalidade segundo a qual os expoentes críticos podem receber somente certos valores universais tem sido bastante questionada.

Neste trabalho concentraremos nossa atenção no processo de difusão espontânea de um líquido em um meio poroso (papel). Esse experimento, no qual uma suspensão de tinta é embebida em um papel, tem despertado grande interesse, visto

que poderá ajudar no entendimento da natureza da difusão através de um meio poroso irregular. Nesse experimento, amostras de papel são fixadas com uma das extremidades mergulhada em uma suspensão de tinta, que é embebida nos poros do papel por ação da capilaridade sendo que uma interface é formada pela frente úmida que se eleva. O movimento da frente úmida pode ser dificultado por diversos fatores tais como: taxa de evaporação, concentração da suspensão, a razão do tamanho das partículas suspensas para o tamanho dos poros do papel, viscosidade do fluido, orientação do papel, entre outros.

Nosso objetivo nesse trabalho é investigar experimentalmente as interfaces geradas a fim de verificar o comportamento da rugosidade com o tempo e a orientação do papel. Até onde sabemos, esta é a primeira vez que tal estudo é feito.

No capítulo 1 apresentaremos uma revisão bibliográfica sobre rugosidade e leis de escala. Nessa parte definiremos os expoentes críticos relacionados com a rugosidade e mostraremos alguns modelos e equações de crescimento que fornecerão um panorama de classes de universalidade definidas por estes expoentes. No capítulo 2 chamaremos a atenção para alguns tipos de interfaces presentes na natureza e que apresentam estruturas complexas bastante interessantes. Neste capítulo, apresentaremos também alguns trabalhos teóricos e experimentais sobre embebição realizados recentemente. No capítulo 3 mostraremos alguns aspectos importantes do papel, em especial o papel jornal utilizado em nossos experimentos. Ainda no capítulo 3 faremos uma breve discussão do trabalho realizado por Menezes-Sobrinho *et al.* [15] que nos motivou a realizar esse experimento. O nosso experimento será relatado no capítulo 4, onde descreveremos todo o processo utilizado para obtenção e tratamento das amostras.

Nossos resultados serão apresentados e discutidos no capítulo 5 e, finalmente, apresentaremos nossas conclusões e perspectivas para esse trabalho.

# Capítulo 1

## Crescimento de Superfícies e Leis de Escala

Para esse capítulo utilizamos como referência principal o livro *Fractal Concepts in Surface Growth* [4], que é uma ótima referência para pessoas interessadas em se aprofundar mais na teoria de leis de escala.

A formação de interfaces e superfícies rugosas é influenciada por um grande número de fatores e é quase impossível distinguir todos eles. Contudo os cientistas sempre esperam que exista um pequeno número de leis básicas determinando a morfologia e a dinâmica do crescimento. A ação dessas leis pode ser descrita em detalhes microscópicos através de modelos de crescimento discretos, os quais mantêm a física essencial mas se desfazem de alguns detalhes menos essenciais. Exemplos de tais modelos são o modelo de deposição balística (DB) e o de Eden [4].

Na análise da morfologia de uma superfície torna-se essencial o conceito de leis de escala. Este conceito vem sendo estudado pela Física Estatística moderna para

demonstrar os chamados comportamentos universais de escala, ou seja, mostrar que sistemas aparentemente diferentes, apresentam um comportamento de escala em comum. Existem, portanto, certas leis de escala que são básicas e independentes de muitos detalhes desses sistemas. A caracterização de sistemas através de expoentes leva à definição de classes de universalidade: dois sistemas pertencem à mesma classe de universalidade se podem ser descritos pelos mesmos expoentes de escala [4, 16]. Em outras palavras, esse tipo de descrição é uma tentativa de evidenciar novas "simetrias" embutidas em sistemas aparentemente distintos. Espera-se que sistemas pertencentes à mesma classe de universalidade possam ser descritos por leis de formação semelhantes. No caso de superfícies, um conceito importante é a medida de sua rugosidade, a qual será definida adiante.

## 1.1 Auto-Similaridade e Auto-Afinidade

Os fractais são objetos que exibem a mesma riqueza de detalhes à medida que variamos a escala de observação. Desta forma o objeto visto em uma escala menor é semelhante ao objeto visto em uma escala maior.

Em um sentido estatístico, os fractais são objetos capazes de se sobreporem ao tomarmos duas partes distintas de tamanhos diferentes de um mesmo objeto. Essa sobreposição pode ser conseguida através de uma transformação ou reescala. Quando o fator de escala é o mesmo em todas as direções, os fractais são classificados como auto-similares enquanto um fator de escala dependente da direção caracteriza os fractais como auto-afins.

A auto-similaridade é portanto um processo isotrópico. A idéia de auto-similaridade aparece em vários padrões naturais, por exemplo, o litoral. A baía de Guanabara ou a de Todos os Santos, à primeira vista podem ser aproximadas por uma curva lisa. Mais de perto vemos que elas são compostas de uma série de baías e enseadas, que olhadas com mais detalhes também são formadas por pequenas baías e enseadas. O mesmo tipo de estruturas dentro de estruturas ocorrem em nuvens, montanhas, raios etc.

Enquanto no período entre os anos de 1982 a 1987 o crescimento de superfícies fractais auto-similares atraía a maioria do interesse [17], durante os últimos anos a investigação de superfícies auto-afins tem atraído muita atenção, já que muitas interfaces e superfícies são exemplos de objetos auto-afins. Os fractais auto-afins, por apresentarem um fator de escala dependente da direção, são anisotrópicos. Quando efetuamos uma mudança de escala que é a mesma em todas as direções, objetos auto-afins mudam sua morfologia. Por outro lado, quando efetuamos uma mudança de escala adequada, que é diferente para cada direção, então interfaces auto-afins não mudam sua morfologia. A Fig. 1.1 mostra uma estrutura auto-afim. Note que o fator de escala  $b_x$  na direção  $x$  é diferente do fator de escala  $b_y$  na direção  $y$ .

Vamos nos ater a estruturas fractais auto-afins com dimensão  $d = 2$ , por exemplo, perfis. Esses perfis auto-afins podem ser representados por uma função  $h = f(x)$  que é uma função unívoca. Pensando em  $h$  como uma altura, podemos definir a altura média e a dispersão, também denominada rugosidade  $W$ , em torno da altura média. Essa dispersão é uma medida da largura do perfil, ou seja, uma medida na direção  $h$ . Se o perfil tem um comprimento  $L$ , a dispersão é uma função desse com-

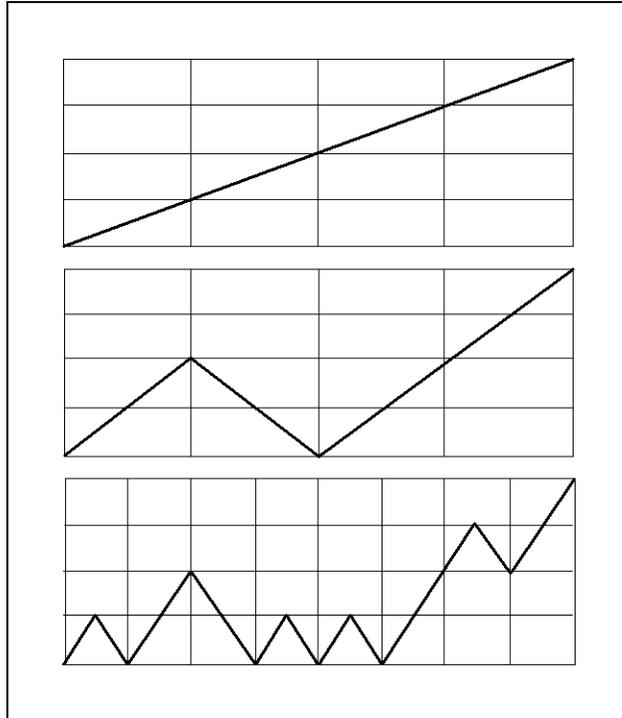


Figura 1.1: Exemplo de geração de uma estrutura auto-afim. O fator de escala na direção  $x$  ( $b_x = 4$ ) é diferente do fator na direção  $y$  ( $b_y = 2$ ).

primário  $W = f(L)$ . Ao multiplicarmos o comprimento  $L$  por um fator  $b_x$  teremos que multiplicar a dispersão  $W$  por um outro fator  $b_y$ , ou seja, a relação:

$$b_y W = f(b_x L), \quad (1.1)$$

tem que ser válida para qualquer valor de  $L$ . A única função que satisfaz essa relação é:

$$f(L) = L^\alpha. \quad (1.2)$$

Assim:

$$W \sim L^\alpha, \quad (1.3)$$

onde  $\alpha$  é o expoente da rugosidade.

## 1.2 Rugosidade e Expoentes de Escala Dinâmicos

Em um sistema discreto a superfície pode ser definida como sendo o conjunto das partículas nos agregados que estão mais elevados em cada coluna [4]. A Fig. 1.2 mostra a posição da interface gerada pelo modelo de deposição balística DB para sucessivos intervalos de tempo, de forma que o processo de crescimento possa ser acompanhado qualitativamente.

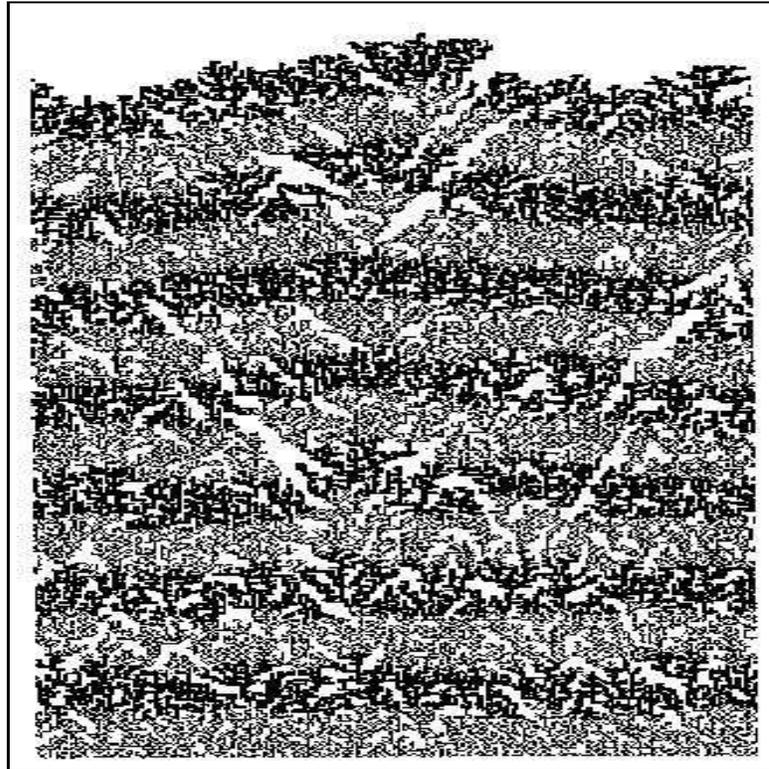


Figura 1.2: Um agregado obtido pela deposição balística de 35000 partículas sobre um substrato de tamanho horizontal  $L = 200$  [4].

A fim de descrever o crescimento quantitativamente, introduzimos duas funções:

✓ A altura média da superfície,  $\bar{h}$ , que é definida por:

$$\bar{h} \equiv \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h(i, t), \quad (1.4)$$

onde  $h(i, t)$  é a altura da coluna  $i$  para o tempo  $t$ ;

✓ A largura da interface que, como já foi dito antes, caracteriza a rugosidade da interface e é definida pela flutuação quadrática média da altura:

$$W(L, t) \equiv \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [h(i, t) - \bar{h}(t)]^2}. \quad (1.5)$$

Para monitorar o processo de crescimento quantitativamente, medimos a largura da interface como uma função do tempo. Na deposição balística de partículas, descrita na Fig. 1.2, o crescimento se inicia a partir de uma linha horizontal. A interface para o tempo zero é simplesmente uma linha reta, com largura zero. À medida que a deposição prossegue a interface vai se tornando gradualmente rugosa. Um gráfico típico da evolução temporal da rugosidade da superfície (Fig. 1.3) possui duas regiões que apresentam comportamentos distintos.

Inicialmente, a rugosidade aumenta como uma lei de potência no tempo:

$$W(L, t) \sim t^\beta \quad [t \ll t_x], \quad (1.6)$$

onde  $\beta$  é o expoente de crescimento que caracteriza a dependência temporal do crescimento da rugosidade.

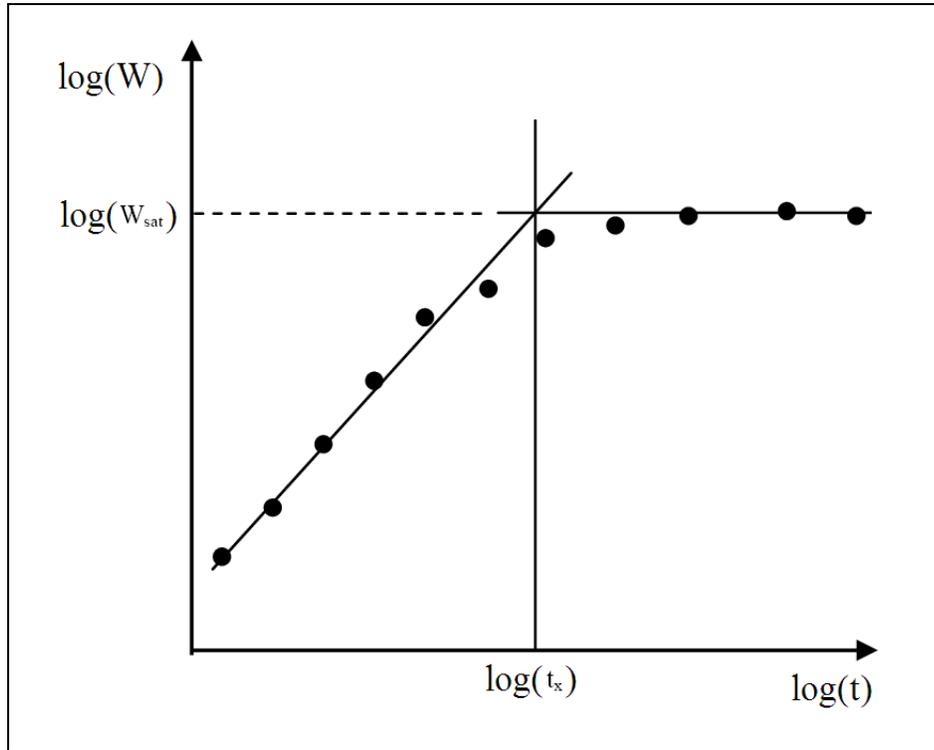


Figura 1.3: Rugosidade da interface em função do tempo para o modelo DB.

O crescimento da rugosidade como uma lei de potência não continua indefinidamente, mas é seguido por um regime de saturação (linha horizontal da Fig. 1.3) durante o qual a rugosidade alcança um valor de saturação,  $W_{sat}$ . O tempo no qual ocorre a mudança no comportamento é denominado tempo de saturação e é denotado por  $t_x$  (Fig. 1.3).

Na Fig. 1.4, três curvas diferentes correspondem à evolução temporal da rugosidade obtida em sistemas simulados com três valores diferentes para o tamanho do sistema. Com o aumento de  $L$ , o valor de saturação da rugosidade,  $W_{sat}$ , também aumenta e a dependência de  $W_{sat}$  com  $L$  segue a lei de potência:

$$W_{sat}(L) \sim L^\alpha \quad [t \gg t_x], \quad (1.7)$$

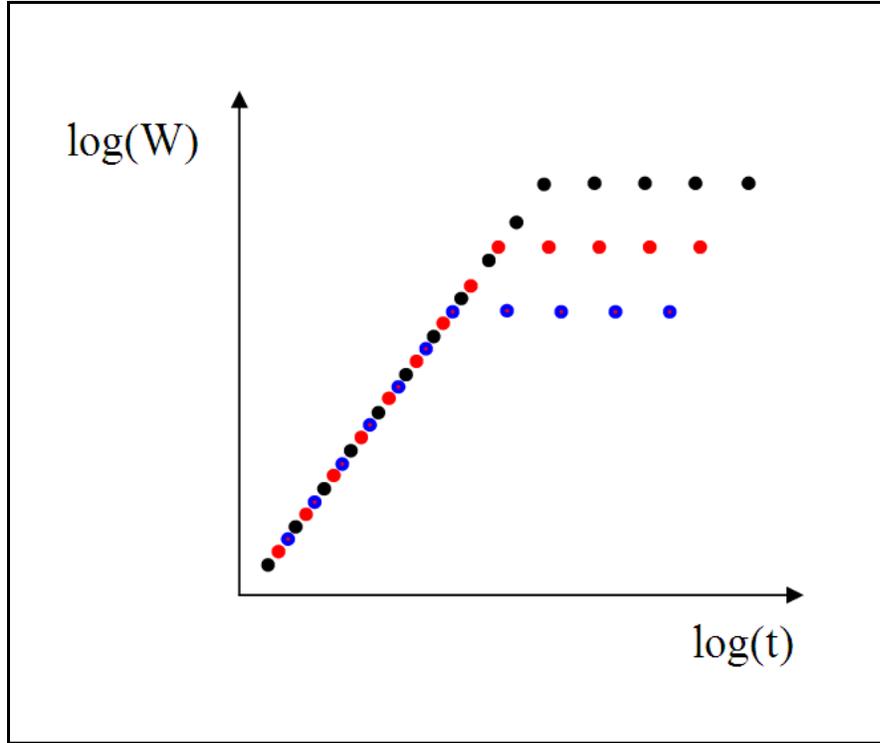


Figura 1.4: Evolução temporal da rugosidade da superfície para a DB.

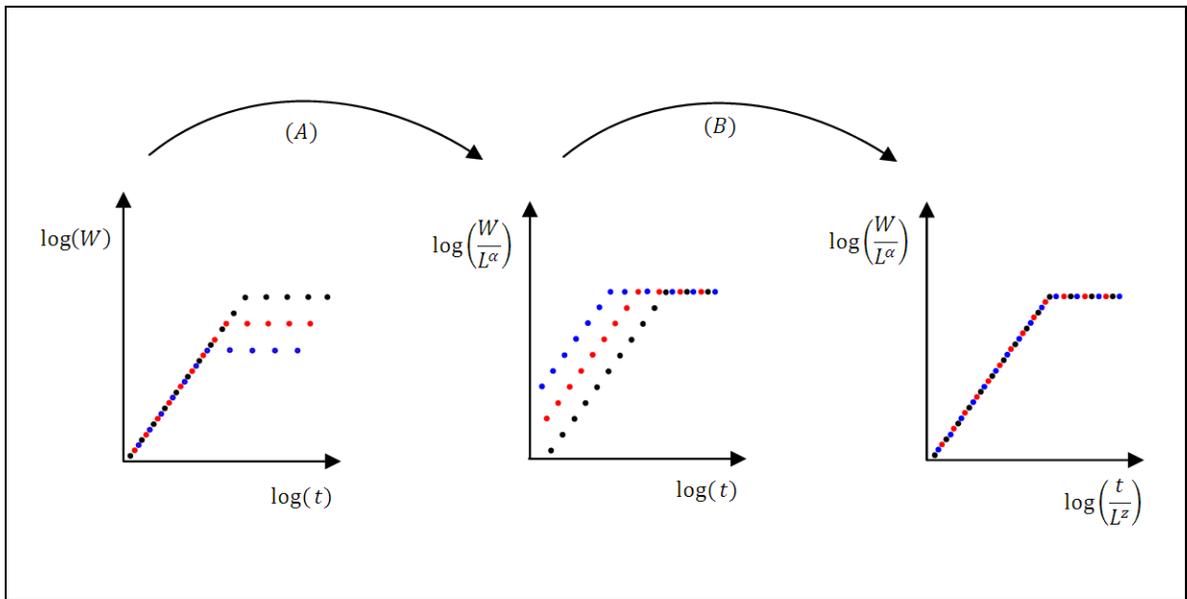


Figura 1.5: As curvas da Fig. 1.4 foram reescaladas utilizando a equação 1.9. As setas (A) e (B) mostram os passos utilizados para o colapso das curvas.

em que  $\alpha$  é o expoente da rugosidade [4].

O tempo  $t_x$ , para que a interface mude o comportamento de (1.6) para (1.7), depende do tamanho do sistema:

$$t_x \sim L^z, \quad (1.8)$$

em que  $z$  é chamado de expoente dinâmico, que caracteriza a rapidez com que a informação de um determinado sítio do substrato se propaga.

A Fig. 1.4 pode ser reescalada, definindo as novas variáveis  $\frac{W}{L^\alpha}$  e  $\frac{t}{L^z}$ . As etapas (A) e (B) na Fig. 1.5, mostram o processo utilizado para o colapso das curvas da Fig. 1.4. Como as curvas se colapsam podemos dizer  $\frac{W}{L^\alpha}$  é uma função somente de  $\frac{t}{L^z}$  e então que:

$$W = L^\alpha f\left(\frac{t}{L^z}\right), \quad (1.9)$$

que é a relação de escala de Family e Vicsek [5], sendo que  $f(x) \sim x^\beta$  para  $x \ll 1$  e  $f(x) = \text{constante}$  para  $x \gg 1$ .

Os expoentes  $\beta$ ,  $\alpha$  e  $z$  não são independentes entre si. Uma vez que  $W \sim L^\alpha$  para  $t \rightarrow t_x$  pela direita e  $W \sim t_x^\beta$  para  $t \rightarrow t_x$  pela esquerda na Fig. 1.3, como  $W(t)$  é contínua, então  $L^{\beta z} \sim L^\alpha$ , resultando na lei de escala:

$$z \equiv \frac{\alpha}{\beta}, \quad (1.10)$$

que é válida para todo processo que obedeça a equação (1.9).

A rugosidade local  $W(\epsilon)$  pode ser definida como as flutuações da altura da

superfície  $h_i = h(x_i)$  sobre uma escala de comprimento  $\epsilon$  [15]:

$$W(\epsilon) = \frac{1}{L} \sum_{i=\epsilon}^{L-\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2\epsilon+1} \sum_{j=i-\epsilon}^{i+\epsilon} (h(x_j) - \langle h_i \rangle)^2}, \quad (1.11)$$

em que,

$$\langle h_i \rangle = \frac{1}{2\epsilon+1} \sum_{j=i-\epsilon}^{i+\epsilon} h(x_j), \quad (1.12)$$

é a altura média ao longo das posições  $i$ .

Calculando a rugosidade local para janelas de tamanho  $\epsilon < L$  obtemos a lei de potência:

$$W(\epsilon) \sim \epsilon^H, \quad (1.13)$$

sendo  $H$  o expoente de Hurst, que satisfaz a condição  $0 < H < 1$ .

Para superfícies auto-afins, a função  $h(x)$  é estatisticamente invariante sobre uma transformação de escala anisotrópica adequada. Isto mostra que  $h(x)$  tem as mesmas propriedades estatísticas que  $k^{-H}h(kx)$ , sendo  $k$  um fator de escala. O expoente  $H$  é um parâmetro que caracteriza como a rugosidade depende da escala lateral usada para medi-la.

Uma interface em movimento também pode ser caracterizada por uma função de correlação altura-altura generalizada de ordem  $q$ , onde  $q$  são os momentos da distribuição. A função de correlação é escrita da seguinte forma [10]:

$$C_q(\epsilon) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |h(x_i) - h(x_i + \epsilon)|^q, \quad (1.14)$$

Muitas interfaces rugosas na natureza, exibem um comportamento multi-afim caracterizado por diferentes expoentes de escala para diferentes momentos da distribuição de alturas dada pela equação (1.14). A multiafinidade é caracterizada por um espectro de expoentes de escala  $H_q$  definido pela relação de escala:

$$C_q(\epsilon, t \gg \xi^z) \sim \epsilon^{qH_q} \quad (1.15)$$

Para superfícies auto-afins  $H_q$  é independente de  $q$ .

### 1.3 Correlações

Uma propriedade importante observada na dinâmica de interfaces é a saturação do valor da rugosidade em tempos suficientemente longos. O fato do tempo de saturação,  $t_x$ , e da rugosidade de saturação,  $W_{sat}$ , crescerem com o tamanho do sistema indica que a saturação é um efeito de tamanho finito [4], ou seja, um sistema de tamanho  $L = \infty$  nunca satura. Contudo, os sistemas físicos reais têm tamanhos finitos e, portanto, o fenômeno de saturação é observado. A propriedade do modelo DB que gera esta saturação é a correlação entre os sítios da superfície que não são completamente independentes, pois a posição onde a partícula irá ancorar depende da altura do sítio de deposição e dos seus vizinhos.

No modelo DB, cada partícula depositada terá uma altura maior ou igual à dos seus vizinhos. Depositando uma partícula no sítio  $i$ , esta influenciará as alturas dos sítios  $i - 1$  e  $i + 1$ , que por sua vez influenciarão seus vizinhos, e assim sucessiva-

mente. Assim, à medida que as partículas são depositadas, a correlação na altura da superfície se propaga lateralmente. Embora a regra de crescimento seja local, existe uma propagação de informação lateral que se espalha globalmente.

A distância na qual os sítios conseguem "enxergar" uns aos outros, ou seja, o alcance da informação de um determinado sítio do substrato, é chamada de comprimento de correlação paralelo ou longitudinal  $\xi_{\parallel}$ . No início os sítios são totalmente descorrelacionados, mas durante o processo de crescimento  $\xi_{\parallel}$  cresce com o tempo:

$$\xi_{\parallel} \sim t^{\frac{1}{z}} \quad [t \ll t_x], \quad (1.16)$$

Contudo,  $\xi_{\parallel}$  não pode exceder o tamanho do sistema  $L$  e, portanto,  $\xi_{\parallel} = L$  para tempos suficientemente longos resultando na saturação da rugosidade da interface.

O comprimento de correlação perpendicular,  $\xi_{\perp}$ , caracteriza as flutuações na direção do crescimento e exhibe o mesmo comportamento de escala da largura da superfície,  $W(L, t)$ .

## 1.4 Equações de Crescimento e Classes de Universalidade

Muitos modelos para o crescimento de superfícies auto-afins  $h(x, t)$  podem ser descritos em termos de equações diferenciais estocásticas do tipo equações de Langevin. Para alguns poucos modelos essas equações podem ser resolvidas analiticamente fornecendo com isso soluções exatas para os expoentes críticos. Nesta seção

iremos apresentar alguns modelos, discretos e contínuos, que descrevem o crescimento de interfaces. Será verificado como os conceitos de fractalidade e leis de escala podem ser aplicados numa equação contínua que representa um modelo de crescimento. É importante esclarecer que nosso objetivo não é fazer um tratamento matemático mostrando detalhadamente todas as passagens matemáticas, principalmente as mais sofisticadas. Faremos uma descrição sistemática de diferentes processos de crescimento (discretos e contínuos) e a sua correspondente classe de universalidade. A idéia de associação de uma equação contínua com um modelo de crescimento discreto simples é útil para a compreensão de modelos de crescimento mais complexos.

Na seção anterior vimos que o modelo de deposição balística apresentava uma regra para a deposição das partículas, que implicava uma correlação (crescimento lateral) na altura da interface. Vamos introduzir agora o modelo de crescimento discreto chamado de deposição aleatória (DA) [4, 16] que não apresenta correlações.

Em vários modelos de crescimento de superfícies existe um substrato de tamanho  $L^d$  (d-dimensional) onde as partículas são depositadas seguindo uma regra característica daquele modelo. O modelo de deposição aleatória é o modelo de crescimento mais simples que se pode implementar e este segue a seguinte regra de deposição:  $h(i, t + 1) = h(i, t) + 1$  na qual o sítio  $i$  é sorteado aleatoriamente a cada passo. A diferença mais importante entre o modelo de deposição balística e o modelo de deposição aleatória, é que no modelo de deposição aleatória a interface é totalmente descorrelacionada, ou seja, o comprimento de correlação lateral é nulo e a superfície não apresenta crescimento lateral. Portanto, o modelo DA permite que a rugosidade da interface cresça indefinidamente com o tempo, ou seja, a rugosidade nunca satura

e o expoente  $\alpha$  não é definido. Contudo, já que as colunas não são correlacionadas, a interface não é auto-afim.

O modelo DA possui solução exata [4] e dessa solução encontra-se para a rugosidade:  $W(t) \sim t^{\frac{1}{2}}$  que implica  $\beta = \frac{1}{2}$ . Portanto, o modelo DA define uma classe de universalidade com expoentes  $\beta = \frac{1}{2}$  e  $\alpha$  não definido.

Apesar de existir a solução exata, vamos introduzir uma equação contínua de crescimento para descrever a deposição aleatória. Vamos supor para a DA a seguinte equação:

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = \Phi(x, t) \quad (1.17)$$

onde a função  $\Phi$  representa o número de partículas por unidade de tempo chegando no sítio  $x$ .

O fluxo de partículas não é uniforme, já que as partículas são depositadas em posições aleatórias. Para incorporar a estocacidade na teoria, vamos decompor  $\Phi$  em dois termos, assim a equação (1.17) torna-se:

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = \phi + \eta(x, t). \quad (1.18)$$

O primeiro termo,  $\phi$ , é o número médio de partículas chegando no sítio  $x$  e  $\eta(x, t)$  que reflete as flutuações aleatórias no processo de deposição é um ruído branco. O ruído branco tem distribuição Gaussiana, ou seja, é um número aleatório descorrelacionado que tem média configuracional nula:

$$\langle \eta(x, t) \rangle = 0, \quad (1.19)$$

e o segundo momento do ruído é dado por:

$$\langle \eta(x, t) \eta(x', t') \rangle = 2D \delta^d(x - x') \delta(t - t'), \quad (1.20)$$

onde  $D$  é o coeficiente de difusão.

Integrando a equação (1.18) teremos:

$$h(x, t) = \phi t + \int_0^t dt' \eta(x, t'), \quad (1.21)$$

de onde encontramos a dependência temporal da altura média:

$$\langle h(x, t) \rangle = \phi t. \quad (1.22)$$

Elevando ao quadrado a equação (1.21) chegamos a:

$$\langle h^2(x, t) \rangle = \phi^2 t^2 + 2Dt, \quad (1.23)$$

de onde encontramos:

$$W^2(t) = \langle h^2 \rangle - \langle h \rangle^2 = 2Dt, \quad (1.24)$$

que novamente mostra a relação  $W(t) \sim t^\beta$  com  $\beta = \frac{1}{2}$ .

Para a maioria dos modelos não é possível encontrar uma solução exata para uma versão discreta do modelo. No entanto, a construção das equações contínuas que representam o crescimento se baseiam em princípios de simetria [4] que permitem associar uma equação estocástica a um dado modelo. Vejamos algumas simetrias que

devem ser obedecidas pela equação de crescimento:

(1) A equação de crescimento deve ser independente de onde definimos o instante inicial ( $t_o$ ), em outras palavras, o sistema deve ser invariante com relação à translação  $t + \Delta t$ . Assim, termos como  $t^n$ , com  $n \neq 0$ , não devem fazer parte da equação de crescimento. Atente que termos como  $\frac{\partial h}{\partial t}$  satisfazem a esta simetria.

(2) A equação de crescimento deve ser independente do ponto ( $h_o$ ) de onde definimos a altura, em outras palavras, o sistema deve ser invariante com relação à translação  $h + \Delta h$ . Assim, qualquer termo com algum  $h^n$ , não pode pertencer a equação de crescimento. Observe que termos como  $\nabla^n h$ , satisfazem esta simetria.

(3) A equação de crescimento deve ser independente de onde definimos a posição  $x$  inicial ( $x_o$ ), em outras palavras, o sistema deve ser invariante com relação à translação  $x + \Delta x$ . Portanto, termos explícitos de  $x$  por não satisfazerem este princípio de simetria, não devem fazer parte da equação.

(4) A equação de crescimento deve ser independente da direção do eixo da coordenada paralela à superfície, em outras palavras, o sistema deve ser invariante com relação à inversão de  $x$  para  $-x$ . Este princípio exclui termos como,  $\nabla^{2n+1}h$ , com  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Porém, atente que os termos  $(\nabla^{2n+1}h)^{2m}$ , com  $m = 1, 2, \dots$  sobrevivem a este princípio de simetria.

(5) A equação de crescimento deve ser independente de onde definimos o sentido do eixo da coordenada perpendicular à superfície, em outras palavras, o sistema deve ser invariante com relação à inversão de  $h$  para  $-h$ . Este princípio exclui termos como,  $(\nabla^2 h)^m$ , com  $m = 1, 3, 5, 7 \dots$ . A quebra deste princípio de simetria indica a existência de termos não-lineares no crescimento.

O próximo modelo que vamos estudar é o modelo de deposição aleatória com relaxação de superfície, também chamado de modelo de Family [18]. Esse modelo permite que as partículas ao serem depositadas difundam ao longo da superfície até encontrarem uma posição de menor altura. Esse processo gera uma interface final mais suave quando comparada ao modelo sem relaxação. Para a versão mais simples desse modelo, as partículas ao chegarem na superfície comparam as alturas das colunas vizinhas antes de decidirem se acomodar e são depositadas no sítio que minimiza a altura, isso gera correlações entre os sítios vizinhos e faz com que a interface fique correlacionada. Essas correlações levam à saturação da largura da interface se tempos suficientemente longos forem considerados. Os resultados de escala que são encontrados por esse modelo concordam com a forma de escala proposta por Family e Vicsek para o modelo de deposição balística, mas com expoentes diferentes. Para  $d = 1$  os resultados de simulação indicam para o modelo DB  $\alpha = 0,47 \pm 0,02$  e  $\beta = 0,33 \pm 0,01$  [4, 19]. Isto implica que a deposição aleatória com relaxação de superfície pertence a uma classe de universalidade diferente da deposição balística. Simulações em uma dimensão levam aos expoentes de escala  $\beta = 0,24 \pm 0,01$  e  $\alpha = 0,48 \pm 0,02$  que formam a classe de universalidade EW, pois foram Edwards e Wilkinson [13] que propuseram uma teoria capaz de descrever esse modelo. Para encontrar a equação estocástica que descreve esse modelo, Edward e Wilkinson consideraram, em sua teoria, que o crescimento deveria possuir as simetrias básicas descritas acima. Considerando as simetrias do crescimento e sabendo que as equações de crescimento que estamos procurando têm a forma de uma equação de Langevin, vamos generalizar a equação

(1.18) de forma a obter a seguinte equação estocástica:

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = G(h, x, t) + \eta(x, t), \quad (1.25)$$

onde  $G(h, x, t)$ , é uma função geral que depende da altura da interface, da posição e do tempo e  $\eta(x, t)$  é o termo de ruído. Da equação de Langevin (1.25), podemos encontrar qualquer equação diferencial estocástica para qualquer modelo, bastando apenas saber quem é  $G(h, x, t)$  e  $\eta(x, t)$ . Para encontrar o termo equivalente ao  $G(h, x, t)$  na equação (1.25) são consideradas todas as combinações possíveis de potências de  $\nabla^n h$  com  $n$  par, sendo que os termos que violam algum dos princípios de simetria são eliminados. Assim, a equação EW pode ser escrita da seguinte forma [4, 13]:

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = (\nabla^2 h) + (\nabla^4 h) + \dots + (\nabla^{2n} h) + (\nabla^2 h)(\nabla h)^2 + \dots + (\nabla^{2k} h)(\nabla h)^{2j} + \eta(x, t), \quad (1.26)$$

onde  $n, k, j$  podem tomar qualquer valor inteiro positivo. O termo de ruído  $\eta(x, t)$  na equação (1.26) incorpora o caráter estocástico das flutuações da interface no processo de crescimento. Uma vez que estamos interessados em propriedades de escala, temos que no limite hidrodinâmico, no qual  $t \rightarrow \infty$  e  $L \rightarrow \infty$  os termos de ordem  $n > 2$ , ou seja, a partir de  $\nabla^4 h$  são irrelevantes se comparados com  $\nabla^2 h$ . Um argumento similar pode ser usado para mostrar que  $(\nabla^2 h)(\nabla h)^2$  é o mais relevante dos possíveis termos  $(\nabla^{2k} h)(\nabla h)^{2j}$  na equação (1.26), mas é irrelevante comparado com  $\nabla^2 h$ . Assim a equação mais simples que descreve as flutuações de uma interface em equilíbrio é a

equação de EW dada por:

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = \sigma \nabla^2 h + \eta(x, t), \quad (1.27)$$

em que a constante  $\sigma$  é chamada de tensão superficial, uma vez que o termo  $\sigma \nabla^2 h$  tende a suavizar a interface. A equação EW (1.27) possui solução exata que fornece os expoentes [4]:

$$\alpha = \frac{2-d}{2}, \quad \beta = \frac{2-d}{4}, \quad z = 2. \quad (1.28)$$

É importante observar que se substituirmos  $d = 1$  nessa última equação veremos que a equação EW pertence à mesma classe de universalidade do modelo de deposição aleatória com relaxação de superfície.

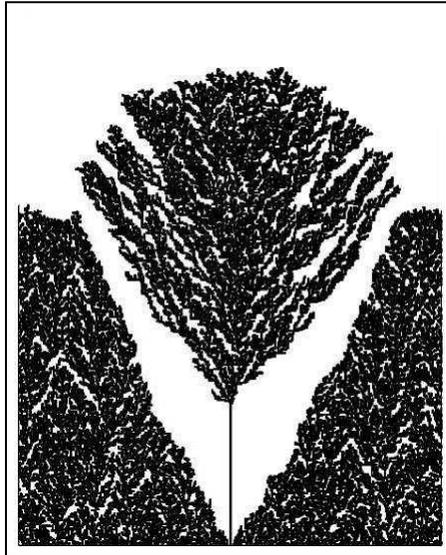


Figura 1.6: Crescimento lateral para o modelo da deposição balística [4].

Passaremos agora ao estudo de uma nova equação que não somente explica a origem das relações de escala mas também os expoentes encontrados para o modelo

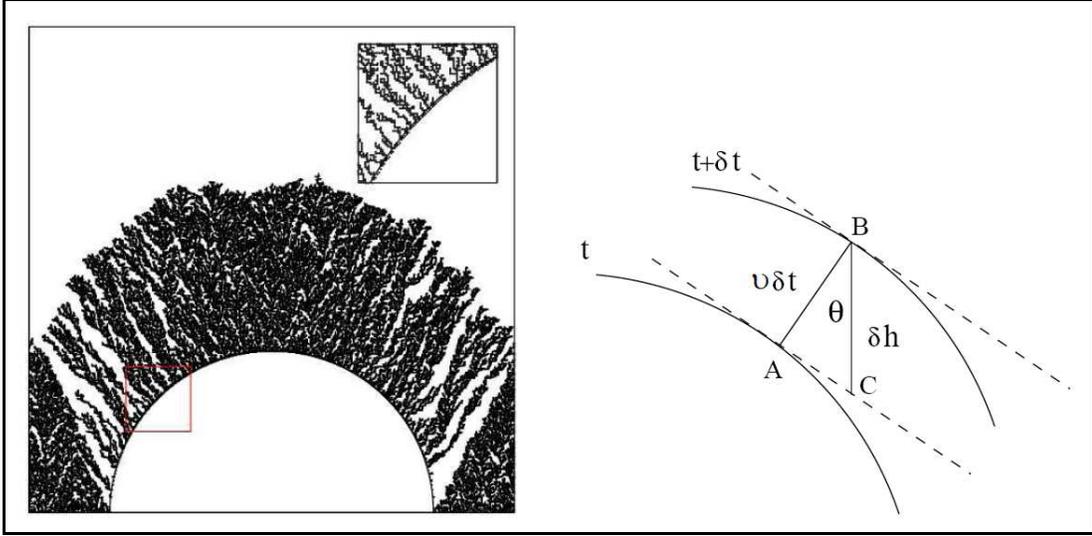


Figura 1.7: Crescimento lateral normal para o modelo da deposição balística [20].

de deposição balística. A regra para deposição balística gera crescimento lateral (Fig. 1.6) implicando que o crescimento ocorre na direção da normal local da superfície.

Quando uma partícula é adicionada o crescimento ocorrerá localmente normal à interface, gerando um aumento  $\delta h$  ao longo do eixo  $h$ , conforme mostra a Fig. 1.7.

Fazendo  $\tan \theta = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$  e tomando  $\tan \theta \approx \nabla h$  quando  $\delta t \rightarrow 0$ , teremos  $\overline{AC} = v\delta t \nabla h$ .

Aplicando o teorema de Pitágoras obtém-se:

$$\delta h = [(v\delta t)^2 + (v\delta t \nabla h)^2]^{\frac{1}{2}} = v\delta t [1 + (\nabla h)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.29)$$

onde  $v$  é a velocidade na direção do crescimento da superfície. Se  $|\nabla h| \ll 1$ , podemos expandir a equação (1.29) o que resulta em:

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = v + \frac{v}{2}(\nabla h)^2 + \dots \quad (1.30)$$

Na equação (1.30), chamamos a atenção para o termo  $(\nabla h)^2$ , que é o termo não linear de mais baixa ordem e o responsável pelo crescimento lateral. Sendo assim, adicionando esse termo à equação de EW (1.27), obtém-se a equação:

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = \sigma \nabla^2 h + \frac{v}{2} (\nabla h)^2 + \eta(x, t), \quad (1.31)$$

onde o primeiro termo do lado direito é o termo que descreve a relaxação da interface causada pela tensão superficial  $\sigma$ ,  $v$  representa o coeficiente não linear e  $\eta$  é o ruído estocástico. A equação (1.31) é conhecida por Equação de Kardar-Parisi-Zhang-(KPZ) [1].

A equação de KPZ (1.31) é uma equação de crescimento que possui as simetrias (1)-(4) [4] da teoria linear discutida anteriormente, mas a presença do termo não linear é uma evidente quebra em relação à simetria (5), chamada *up-down*. A causa desta quebra pode ser associada à existência de uma força motriz, perpendicular à interface, que seleciona uma direção preferencial para o seu crescimento. A solução completa para essa equação ainda não foi obtida. Porém, através do grupo de renormalização, obtém-se o seguinte resultado, para  $d = 1$  [4]:

$$\alpha = \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{1}{3}, \quad z = \frac{3}{2}, \quad (1.32)$$

sendo que a relação:

$$\alpha + z = 2, \quad (1.33)$$

é válida em qualquer dimensão. Dessa maneira, é possível obter uma nova classe de

universalidade cujos expoentes em  $d = 1$  foram apresentados acima, chamada de KPZ, que engloba o modelo de deposição balística.

A maneira mais geral de descrevermos o problema de uma interface em meio poroso desordenado, sob a ação de uma força  $F$ , é através da equação KPZ com ruído congelado (*quenched noise*), gerado pela desordem, conhecida como equação QKPZ:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = F + \sigma \nabla^2 h + \frac{v}{2} (\nabla h)^2 + \eta(x, h), \quad (1.34)$$

em que,

$$\langle \eta(x, h) \rangle = 0 \quad e \quad \langle \eta(x, h) \eta(x', h') \rangle = \delta^d(x - x') \Delta(h - h'). \quad (1.35)$$

Os  $\langle \dots \rangle$  denotam uma média sobre diferentes realizações de aleatoriedades e o  $\Delta$  é um correlacionador, que possui as seguintes propriedades:  $\Delta(u) = \Delta(-u)$  e  $\Delta(u)$  é uma função monotonicamente decrescente de  $u$ , para  $u > 0$ , e que decai rapidamente para zero além de uma certa distância finita  $a$ . Um caso especial desta função de correlação é para  $a = 0$ , onde  $\Delta(u) = \delta(u)$  [4].

O termo  $\eta(x, h)$  que aparece na equação (1.34) é um outro tipo de ruído, intrínseco ao meio no qual a interface evolui, conhecido como ruído congelado. É importante observar que todas as equações anteriores à equação (1.34) apresentavam apenas o ruído térmico  $\eta(x, t)$ , que se associava apenas à natureza estocástica do processo de deposição. Entretanto, para uma classe de fenômenos de interface, ao invés de deposição nós temos uma interface que se move em um meio desordenado. Como exemplo, podemos citar o movimento de um fluido em um papel toalha. A velocidade da interface é afetada pela desordem do meio: a resistência do meio contra

o fluxo é diferente de ponto a ponto. Nós chamamos isto de ruído congelado, uma vez que ela não muda com o tempo. A pressão do fluido e a força de capilaridade, empurram o fluido e a desordem do meio retarda sua propagação. Se a desordem vence a competição, a interface torna-se ancorada. No sentido inverso, a interface é dita desancorada. Esta transição de uma interface ancorada para uma interface em movimento é chamada de transição de desancoramento [4].

A presença do ruído congelado não só permitiu a explicação para valores dos expoentes críticos acima do esperado, como também, possibilitou uma interessante analogia entre a Teoria de Fenômenos Críticos e o movimento de uma interface em um meio aleatório. O movimento contínuo da interface requer a aplicação de uma força  $F$ . Existe um valor crítico para esta força,  $F_c$ , tal que, se  $F < F_c$ , após um certo tempo a interface irá parar de se movimentar, situação na qual dizemos que a interface foi ancorada. Para  $F > F_c$ , a interface move-se indefinidamente com velocidade constante  $v$ . Isto significa que o movimento de uma interface rugosa, dirigida por uma força  $F$  em um meio desordenado, pode ser estudado como uma transição de fase, chamada de Transição de Desancoramento (*depinning transition*) (Fig. 1.8).

A velocidade da interface desempenha o papel de parâmetro de ordem, assim quando  $F \rightarrow F_c^+$ ,  $v$  tende a zero da seguinte forma:

$$v \sim f^\omega, \tag{1.36}$$

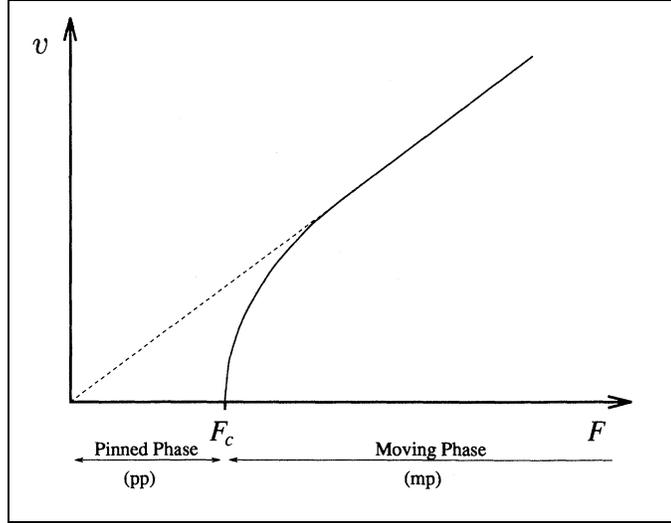


Figura 1.8: Transição de Desancoramento [21].

em que  $\omega$  é conhecido como o expoente da velocidade e  $f$  é a força reduzida:

$$f = \frac{F - F_c}{F_c}. \quad (1.37)$$

Para  $F \rightarrow F_c^-$  regiões finitas da interface se tornam ancoradas pela desordem (ruído).

Próxima da transição, o comprimento de correlação característico destas regiões,  $\xi$ ,

diverge com:

$$\xi \sim (F - F_c)^{-\mu}, \quad (1.38)$$

em que  $\mu$  é o expoente do comprimento de correlação.

As classes de universalidade discutidas até agora estão sintetizadas na Tabela 1.1.

Nome	Equação	Expoente de Escala $d = 1 + 1$
Deposição Aleatória-DA (Eq. 1.17)	$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \Phi(x, t)$	$\beta = \frac{1}{2}$ $\alpha$ não definido
Edwards-Wilkinson-EW (Eq. 1.27)	$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \sigma \nabla^2 h + \eta(x, t)$	$\beta = \frac{(2-d)}{4} = \frac{1}{4}$ $\alpha = \frac{(2-d)}{2} = \frac{1}{2}$
Kardar-Parisi-Zhang-KPZ (Eq. 1.31)	$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \sigma \nabla^2 h + \frac{v}{2} (\nabla h)^2 + \eta(x, t)$	$\beta = \frac{1}{3}$ $\alpha = \frac{1}{2}$
QEW	$\frac{\partial h}{\partial t} = F + \sigma \nabla^2 h + \eta(x, h)$	$\alpha = 0,41 \pm 0,03$
QKPZ (Eq. 1.34)	$\frac{\partial h}{\partial t} = F + \sigma \nabla^2 h + \frac{v}{2} (\nabla h)^2 + \eta(x, h)$	$\alpha = 0,633 \pm 0,001$

Tabela 1.1: Classes de Universalidade.

## Capítulo 2

# Interfaces na Natureza

A estrutura de muitos sistemas pode ser descrita em termos de regiões mais ou menos uniformes, contínuas e homogêneas separadas por interfaces nas quais as propriedades físicas e químicas mudam abruptamente [16]. Nas últimas décadas, grande importância vem sendo dada a uma parte da Física que se preocupa com os fenômenos que acontecem nas interfaces entre dois meios [4, 16, 22].

No nosso dia a dia estamos sempre em contato com a superfície de alguma coisa. Então, o conceito de superfície se torna bastante corriqueiro e ao mesmo tempo importante pois, caso se queira estudar o interior de alguma coisa deve-se primeiro passar por sua superfície, onde diversos fenômenos ocorrem.

Aspectos geométricos relacionados com a morfologia de uma superfície podem se tornar completamente diferentes, dependendo da escala com que nós a observamos. Vista do espaço a Terra pode ter a aparência de uma esfera completamente lisa, mas ao aumentarmos a escala de observação, por exemplo, observando a Terra do alto de uma montanha, ou até mesmo caminhando por sua superfície, esta nos parecerá

completamente rugosa devido a presença de uma infinidade de outras montanhas e vales. Então, podemos dizer que superfícies podem ser lisas, tais como o Himalaia visto do espaço, mas a mesma superfície pode também ser rugosa, tal como a mesma montanha vista de um ponto qualquer na Terra. Em geral a morfologia depende, sobretudo, do comprimento da escala de observação.

Algumas teorias e métodos de caracterização quantitativa [1, 4, 13, 16, 22, 23], foram propostos nas últimas décadas com o intuito de tentar encontrar respostas para problemas relacionados à interface de superfícies, tal como o problema de descrever a morfologia de algo que é liso visto a olho nu, mas rugoso visto com a ajuda de um microscópio. De fato, conceitos como rugosidade são trocados por expoentes que em alguns casos, não se referem à rugosidade propriamente dita, mas sim, em entender como a rugosidade muda quando a escala de observação é variada.

Superfícies e interfaces rugosas, tais como as produzidas por agregação limitada por difusão, epitaxia por feixe molecular, crescimento de tumores, colônias de bactérias e cristais, pela formação de nuvens na atmosfera, por fraturas em materiais fibrosos (Fig. 2.1), propagação de fluidos em meios porosos e propagação de fogo em papel (Fig. 2.2) são exemplos concretos que têm sido investigados. Aos três últimos processos descritos, vem sendo dada uma especial atenção devido ao fato de suas interfaces apresentarem uma morfologia bastante próxima. Essas superfícies vêm sendo muito bem descritas em termos dos conceitos da geometria fractal sendo que muitas superfícies rugosas apresentam um comportamento de escala auto-afim sobre uma significativa escala de comprimento [4, 9, 15, 16, 24].

Na próxima seção, bem como no restante desse trabalho, vamos nos ater às

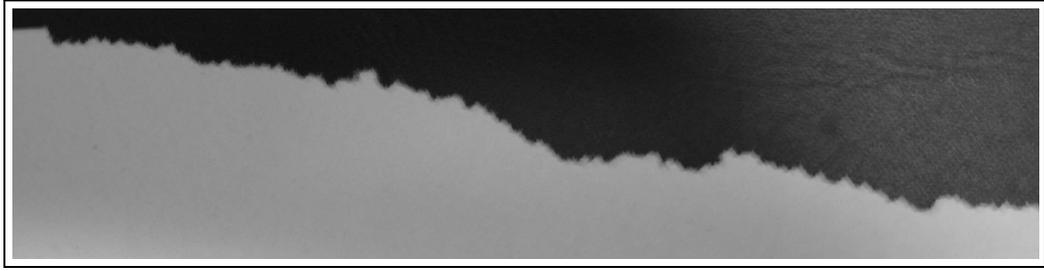


Figura 2.1: Fraturas em amostras de papel jornal. Essa figura foi obtida a partir de uma amostra dos trabalhos realizados por Menezes-Sobrinho *et al.* [15].

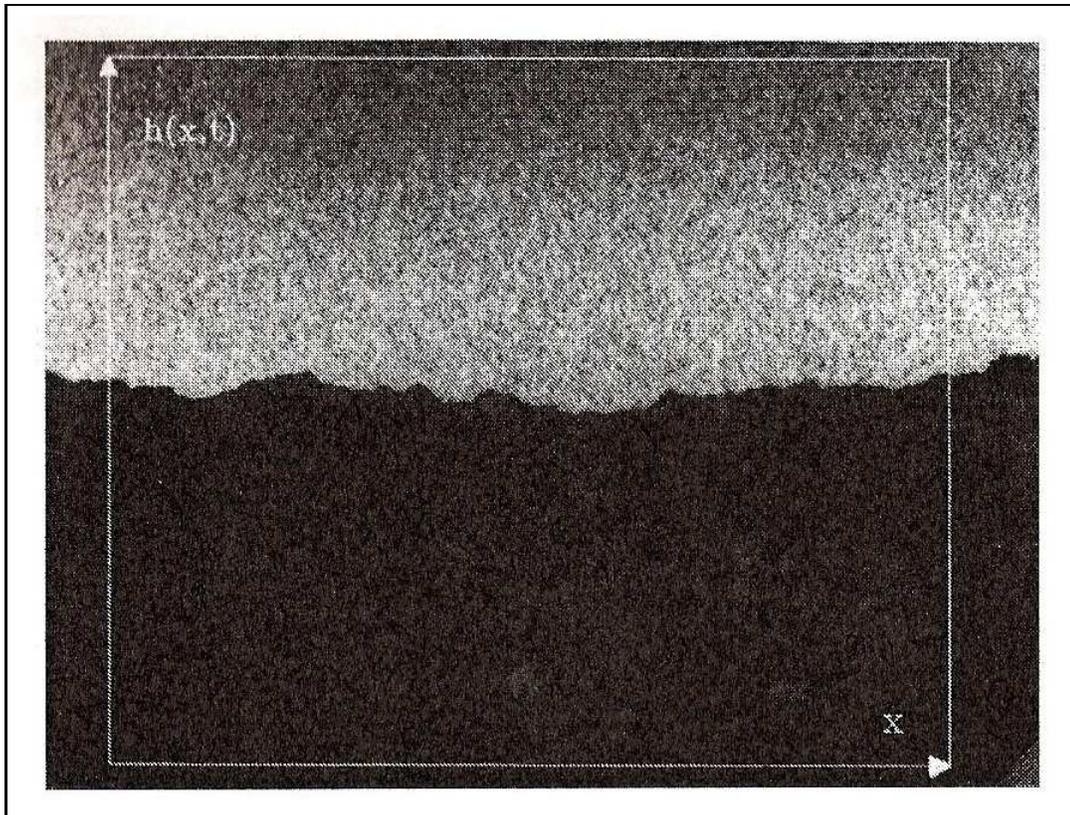


Figura 2.2: Interface devido à propagação de fogo em amostras de papel [4].

superfícies formadas devido à propagação de um fluido em um meio poroso.

## 2.1 Propagação de Fluidos em Meios Desordenados

Desde os trabalhos realizados em 1921 por Washburn [26] muita atenção vem sendo dada à Física de líquidos em meios porosos, principalmente embebição, na qual um fluido viscoso desloca-se por um menos viscoso [2, 9, 14, 27]. Muitos anos se passaram desde os trabalhos de Washburn, mas no entanto o entendimento a respeito de embebição tem avançado relativamente pouco. Uma grande quantidade de trabalhos teóricos e experimentais vêm sendo realizados nas últimas décadas e o que se tem observado é que a aproximação simplificada da mecânica estatística prediz comportamentos de escala, mas tem dificuldades para fazer previsões quantitativas e não existe, frequentemente, conexão satisfatória entre experimento e teoria.

É fácil fazer observações qualitativas sobre a Física da penetração de fluidos em meios não homogêneos. Imagine que ao tomar café da manhã, você deixe o café cair sobre a toalha de mesa. Devido às forças de capilaridade, você percebe que as partículas de café se espalham através da toalha. Como sabemos, esse espalhamento não acontece indefinidamente e após um certo tempo as partículas de café se depositam em alguma parte da toalha, paralisando, assim, o movimento. Nesse momento uma interface se forma entre a parte úmida e a parte seca da toalha. Essa situação pode ser repetida em laboratório, imergindo uma extremidade de um papel em um fluido (por exemplo, tinta) e esperando o momento em que a interface cessa o movimento. A interface úmida-seca, pode ser caracterizada utilizando leis de escala.

Existem muitos exemplos de situações em que um líquido invade um meio poroso e empurra outro líquido viscoso ou gás. Eles são frequentemente bastante importantes para aplicações tecnológicas ou como ingredientes em outros campos além da Física de fluidos. Fluxo, dispersão, e processos de deslocamento em meios porosos naturais ou matrizes porosas sintetizadas industrialmente surgem em diversos campos de ciência e engenharia, abrangendo várias áreas desde agricultura, biomédica, construção, cerâmica, química, e engenharia de petróleo, até alimentícia e ciências dos solos. Os estudos relacionados com a restauração de aquíferos poluídos por várias substâncias são importantes áreas de pesquisa com problemas de meios porosos. Áreas de pesquisas clássicas da engenharia química que lidam com meios porosos incluem filtração, centrifugação e secagem. Para a indústria de construção, a transmissão de água pelos materiais (tijolo, concreto), é um problema importante a ser considerado quando um novo prédio é projetado. Madeira também é um interessante meio poroso cujas propriedades têm sido estudadas por um longo período de tempo [27, 28].

Quando um fluido é submetido a uma matriz porosa, dois fenômenos podem ocorrer. Se o fluido molhante desloca o não-molhante o processo é chamado embebição, enquanto o contrário é chamado drenagem. Se o fluido se propaga sob a influência única de forças de capilaridade, sem nenhuma pressão externa, o processo de embebição é chamado de embebição espontânea. Caso o processo de embebição envolva uma combinação de forças de capilaridade e uma diferença de pressão externa que ajuda a empurrar o fluido, o processo de embebição passa a se chamar embebição forçada.

Para determinarmos se um fluido é molhante ou não-molhante vamos observar

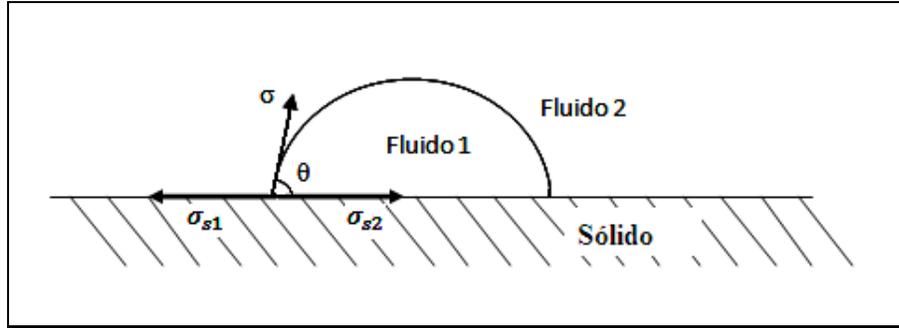


Figura 2.3: Gota de líquido em contato com uma superfície sólida [9].

a Fig. 2.3. Na Fig. 2.3,  $\sigma_{s1}$  e  $\sigma_{s2}$  são as tensões superficiais do sólido com os fluidos 1 e 2, respectivamente, enquanto  $\sigma$  é a tensão superficial na interface entre os dois fluidos. Se o fluido for molhante, o ângulo de contato é  $\theta < \frac{\pi}{2}$  e se o fluido for não-molhante, o ângulo de contato é  $\theta > \frac{\pi}{2}$ . As tensões superficiais mostradas na Fig. 2.3 obedecem a equação de Young-Dupré [9, 29]:

$$\sigma_{s1} - \sigma_{s2} = \sigma \cos \theta. \quad (2.1)$$

Para o processo de embebição espontânea, a velocidade da interface entre a região invadida pelo líquido e a região seca depende somente da combinação de forças de viscosidade e capilaridade [9].

Os fundamentos da teoria de embebição por capilaridade, foram concebidos primeiramente no início do século XX. Por volta de 1920, Lucas [25] e Washburn [26] publicaram independentemente, a equação que tem sido usada para descrever fluxo por capilaridade. A equação de Lucas-Washburn, frequentemente chamada de equação de Washburn, descreve a distância de penetração em um tubo capilar como sendo proporcional a raiz quadrada do tempo e tem relação com as propriedades

de molhamento do capilar e a viscosidade do líquido. A equação presume um fluxo constante. No caso de um fluido dentro de um tubo capilar horizontal de raio  $r$ , considerando que o fluido molha as paredes do capilar e que os efeitos devido a gravidade e a resistência do ar podem ser negligenciados, Washburn mostrou que a equação que descreve a posição do fluido dentro do capilar pode ser escrita como [26]:

$$\dot{h} = \frac{r\sigma \cos \theta}{4\vartheta h}, \quad (2.2)$$

em que  $\sigma$  é a tensão superficial da interface,  $\vartheta$  é a viscosidade do fluido,  $h$  é o comprimento da porção preenchida do capilar e  $\theta$  é o ângulo de contato entre o líquido e as paredes do capilar. A solução da equação de Washburn é dada por:

$$h = \sqrt{\frac{r\sigma t \cos \theta}{2\vartheta}} \quad (2.3)$$

e

$$\dot{h} = \sqrt{\frac{r\sigma \cos \theta}{8\vartheta t}}. \quad (2.4)$$

A equação 2.3 mostra que em um processo de embebição espontânea em que o fluido penetrava pelos capilares do corpo sujeito apenas a pressão de capilaridade, a altura média,  $\bar{h}$ , da interface aumenta no tempo como:

$$\bar{h}(t) \sim t^{\frac{1}{2}}, \quad (2.5)$$

conhecida como lei de Washburn [26]. Essa lei prediz uma taxa de fluxo infinita quando o tempo tende a zero e que a força que empurra o líquido do reservatório para

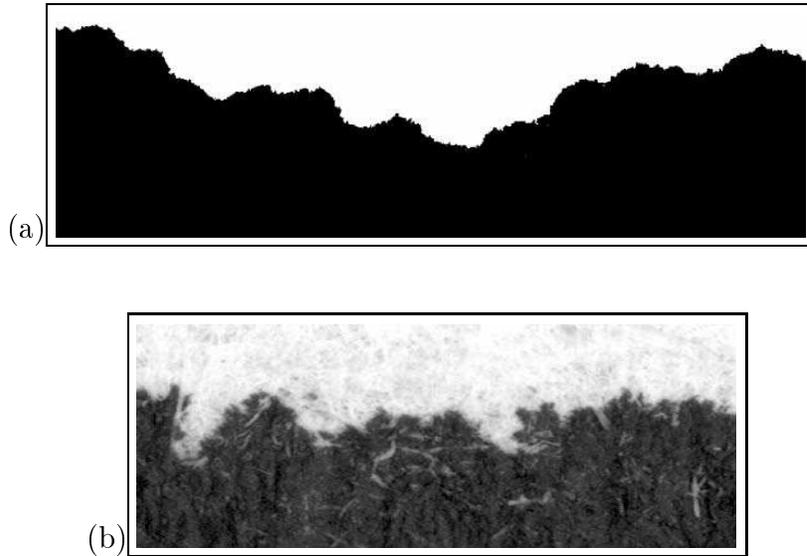


Figura 2.4: Frente de tinta preta, embebida em um papel toalha. a) fotografia digital com resolução lateral de 1200 pixels. b) varredura de alta resolução (1000 pontos por cm) de uma pequena parte (0,8 cm de largura) em escala cinza [29].

a interface entre a região úmida e o ar na região seca, tem um efeito muito fraco sobre o fluxo quando a distância entre esses dois fica muito grande. Um exemplo de uma interface formada em um experimento de embebição pode ser visto na Fig. 2.4.

A aplicabilidade ou não da lei de Washburn para a absorção de um líquido por um corpo poroso em um dado caso, pode somente ser determinada por experimentos [26].

Em muitos experimentos de embebição espontânea, a lei de escala de Washburn, tal como descrita pela equação (2.5) não é observada e outras leis são obtidas. Uma hipótese para explicar esse desvio é o fato de alguns fluidos se comportarem como fluidos não-Newtonianos. Como a velocidade de propagação varia com o tempo, para fluidos que apresentam esse comportamento a viscosidade do fluido também varia, o que causa o desvio da lei de escala de Washburn. Para um fluido Newtoniano

a viscosidade é constante. Deve ser ressaltado que tinta é um fluido frequentemente utilizado em embebição e esta se comporta como fluido não-Newtoniano. Devido a esses efeitos a lei de Washburn pode ser reescrita como [9]:

$$\bar{h}(t) \sim t^\delta \quad [\delta \neq \frac{1}{2}]. \quad (2.6)$$

### 2.1.1 Resultados Experimentais Sobre Embebição

Nos experimentos de difusão de fluidos em meios porosos, frequentemente diferentes tipos de papel são utilizados como o meio poroso e desordenado que será mergulhado no reservatório com a suspensão de tinta, para que a propagação da frente úmida seja observada. Depois de um certo tempo, o processo atinge o estado estacionário e a interface é digitalizada para que o expoente de rugosidade possa ser medido [10, 30]. A fig. 2.4 mostra uma amostra digitalizada.

Buldyrev *et al.* [12] reportaram experimentos em que tinta, café e outras suspensões foram absorvidas por um papel suspenso formando uma interface rugosa entre a região úmida e seca. Eles analisaram a morfologia e mediram o expoente de rugosidade,  $\alpha$ . Baseados nesse experimento eles propuseram um modelo para a interface rugosa. Eles observaram que parâmetros tais como, tipo de papel, suspensão de tinta, temperatura e umidade, concentração de café, apesar de afetarem a área, a velocidade de molhamento e a largura global da superfície rugosa, não afetam as propriedades de escala da superfície. Eles analisaram 15 diferentes interfaces e encontraram  $\alpha = 0,63 \pm 0,04$ . Eles encontraram para o modelo,  $\alpha = 0,63 \pm 0,02$ , um valor idêntico ao valor experimental.

Amaral *et al.* [2] realizaram experimentos com embebição com o intuito de verificar o efeito da taxa de evaporação e da concentração da suspensão sobre o processo de crescimento. Eles encontraram que as leis de escala relacionadas com a rugosidade da interface mudam quando a taxa de evaporação é variada.

Kumar e Jana [14] realizaram experimentos onde utilizaram papel filtro como meio poroso e tinta como suspensão. A taxa de evaporação foi variada mudando a temperatura e umidade da sala. A (umidade, temperatura) para alta e baixa evaporação foram (50%; 21, 0°C) e (60%; 23, 0°C), respectivamente. Após a formação e paralisação da interface, esta foi digitalizada usando uma câmera CCD e um *frame grabber* com resolução de 260 pixels por polegada. Eles analisaram 10 amostras com alta taxa de evaporação e 10 com baixa taxa de evaporação. O expoente de rugosidade encontrado por eles foi  $\alpha = 0,67 \pm 0,004$  para baixa taxa de evaporação e  $\alpha = 0,45 \pm 0,004$  para alta taxa de evaporação. Esse resultado mostra que o expoente de rugosidade é muito diferente para os dois casos, indicando que  $\alpha$  não é universal.

Soriano *et al.* [3] estudaram a rugosidade cinética de uma interface óleo-ar em um experimento de embebição forçado utilizando uma célula de Hele-Shaw horizontal com desordem congelada. Inicialmente, eles fixaram uma certa configuração de desordem para um espaçamento de 0,36 mm entre as placas da célula e exploraram interfaces com cinco velocidades diferentes. Eles mostraram que todas as curvas de rugosidade em função do tempo apresentavam o mesmo expoente de crescimento  $\beta = 0,47 \pm 0,04$ , independente da velocidade. Eles também exploraram diferentes padrões de desordem utilizando um espaçamento de 0,36 mm e uma velocidade fixa nessa parte do experimento. Eles encontraram uma lei de potência com expoente  $\beta =$

$0,52 \pm 0,03$ . Eles concluíram então que o expoente  $\beta \approx 0,5$  independe de parâmetros tais como configuração da desordem, velocidade da interface e espaçamento das placas da célula.

Recentemente, Balankin *et al.* [10] realizaram experimentos com amostras de papel embedidas em uma suspensão de tinta. Eles obtiveram 30 amostras em um ambiente com condições de temperatura e umidade controladas ( $T = 25 \pm 3^\circ\text{C}$  para 45% de umidade). As amostras obtidas por eles apresentavam duas frentes de propagação, uma frente principal de tinta e uma precursora. A Fig. 2.5 mostra algumas amostras obtidas por eles e na tabela 2.1.1 podemos ver valores dos expoentes de Washburn,  $\delta$ , de crescimento,  $\beta$  e de Hurst,  $H$  relacionados à interface. Para o primeiro estágio do experimento, ou seja, para  $t < t_1 = 115$  s os expoentes estão de acordo com previsões teóricas sendo que o expoente  $\delta = 0,5$ , indica o regime de Washburn e os expoentes  $\beta$  e  $H$  indicam que esse regime pertence à classe de universalidade de percolação dirigida [4] em  $2 + 1$  dimensões como esperado para embebição em um meio  $3D$ .

Nota-se ainda que para o segundo estágio,  $t_1 < t < t_s$ , os expoentes  $\beta$  e  $H$  da frente precursora estão de acordo com os expoentes da classe de universalidade Edwards-Wilkinson em  $1 + 1$  dimensões.

Balankin *et al.* realizaram outros experimentos onde utilizaram diversas amostras retangulares de papel de diferentes comprimentos  $L$  ( $L = 5, 10, 15, 20$  e  $25$  cm) [30]. As amostras utilizadas por eles foram embebidas em uma solução de tinta nankin e os experimentos foram realizados em um ambiente com condições de umidade e temperatura controladas ( $T = 20 \pm 3^\circ\text{C}$  para  $38 \pm 6\%$  de umidade).

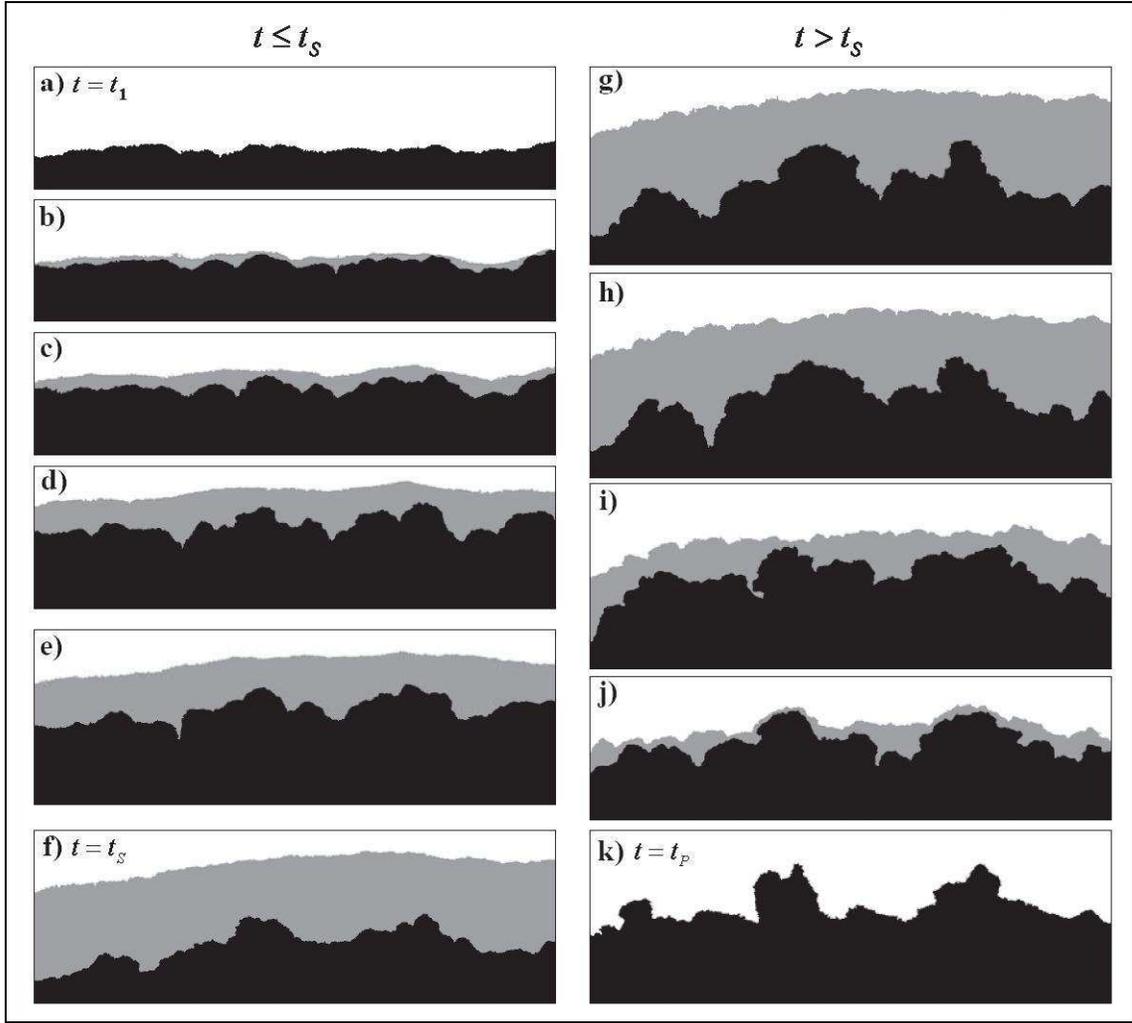


Figura 2.5: Algumas amostras obtidas por Balankin *et al.*. Podemos perceber a separação das duas frentes de propagação. Em (a)  $t = t_1 = 115$  s, (b)  $t = 150$  s, (c)  $t = 500$  s, (d)  $t = 1000$  s, (e)  $t = 2000$  s, (f)  $t = t_s = 3600$  s, (g)  $t = 4000$  s, (h)  $t = 4500$  s, (i)  $t = 5000$  s, (j)  $t = 5600$  s, (k)  $t = t_p = 6100$  s [10].

	$\delta$	$\delta$	$\beta$	$\beta$	$H$	$H$
Estágio	Precursor	Tinta	Precursor	Tinta	Precursor	Tinta
$t < t_1$	$0,50 \pm 0,02$	$0,50 \pm 0,02$	$0,40 \pm 0,05$	$0,40 \pm 0,05$	$0,50 \pm 0,02$	$0,50 \pm 0,02$
$t_1 < t < t_s$	$0,41 \pm 0,03$	$0,38 \pm 0,02$	$0,24 \pm 0,02$	$0,46 \pm 0,04$	$0,50 \pm 0,02$	$H(t)$
$t_s < t < t_p$	$0,19 \pm 0,03$	$0,38 \pm 0,02$	$0,48 \pm 0,02$	–	$H(t)$	$0,80 \pm 0,02$
$t \geq t_p$	0	0	0	0	$0,80 \pm 0,02$	$0,80 \pm 0,02$

Tabela 2.1: Valores de expoentes encontrados por Balankin *et al.* para 4 estágios de tempo [10].

Eles utilizaram o software Scion-Image [31] para determinar a interface, ou seja, a função de alturas dos padrões, considerada como a altura máxima de cada sítio. Eles calcularam os expoentes de rugosidade global,  $\alpha$ , e de Hurst,  $H$ , para diferentes tipos de papel e encontram  $\alpha > H$  para o papel toalha e  $\alpha = H$  para o papel filtro indicando que a interface formada em papel toalha possui rugosidade anômala e a interface formada em papel filtro é estatisticamente auto-afim.

# Capítulo 3

## O Papel

Papel é um material não homogêneo formado por fibras. Ele pode ser considerado um protótipo de uma rocha porosa não homogênea que retém petróleo. Desta maneira, podemos utilizar uma amostra de papel de 20 cm de comprimento para ajudar a desenvolver o nosso entendimento de um campo petrolífero. Uma diferença entre o fluxo de um fluido em um papel e em uma rocha com petróleo resulta do comprimento de escala em que esses fenômenos ocorrem. O uso de papel no estudo de fenômenos em meios desordenados tem encontrado muitas aplicações. Devido à estrutura desordenada das fibras, papel tem provado ser um material de teste conveniente para novos modelos teóricos, principalmente na parte da mecânica estatística que estuda fraturas [15, 29]. Para os experimentos de embebição, a natureza desordenada das fibras do papel atuam como um obstáculo (desordem congelada) dificultando a propagação da interface. Para tempos longos, a interface tende a se tornar ancorada, uma vez que o fluido atinge um estágio onde não consegue mais vencer a desordem do meio. Uma das primeiras aplicações foi o uso de papel como um material modelo para

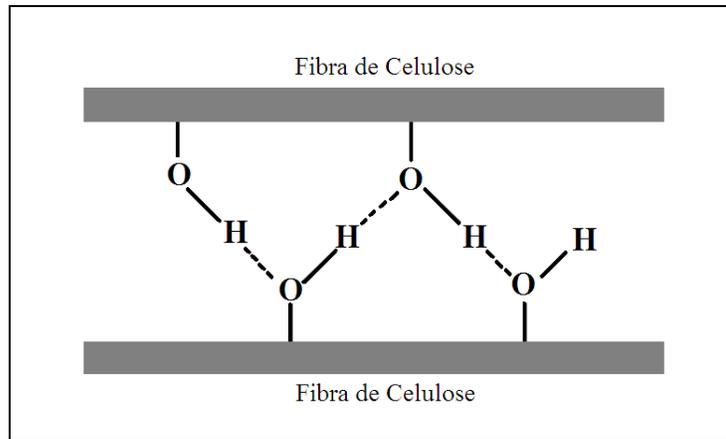


Figura 3.1: Esquema ilustrando a formação das pontes de hidrogênio entre duas fibras adjacentes [32].

o estudo do módulo de elasticidade e resistência de sistemas aleatórios bi-dimensionais [32].

Microscopicamente, a estrutura básica do papel é uma rede estocástica de fibras de celulose, sendo que a adesão entre as fibras é feita por ligações de hidrogênio (Fig. 3.1) [33]. Geralmente essa rede de fibras é altamente desordenada, uma vez que são aleatoriamente posicionadas e orientadas. A origem da não-homogeneidade no papel encontra-se no processo de formação da folha [29]. Contudo, em alguns tipos de papel, o processo de fabricação é tal que as fibras adquirem alguma ordem, tendendo a alinhar-se ao longo de uma direção. Para alguns tipos de papéis, dependendo de qual será sua finalidade, são adicionados aditivos químicos em seu processo de fabricação. Esses aditivos químicos podem fazer com que apareçam mais ou menos ligações de hidrogênio entre uma fibra e outra modificando com isso a morfologia do papel. Com esses aditivos químicos, consegue-se a produção dos mais diversos tipos de papel, variando desde papéis bastante suaves até papéis melhores absorventes de água [32].

Menezes-Sobrinho *et al.* [15], chamaram a atenção para uma direção preferencial quanto a orientação das fibras no papel jornal. Eles estudaram a influência da direção de propagação da trinca durante a fratura de amostras de papel. Foram utilizados 5 tipos de papel: jornal (Fig. 3.2(a)), toalha, sulfite, couchê (Fig. 3.2(b)) e seda. Os resultados obtidos indicam uma anisotropia do perfil de ruptura, dependendo do tipo de papel. Foi observado que a função altura  $h(x)$ , que descreve a rugosidade do perfil depende da orientação do papel. Para caracterizar as linhas de ruptura do papel, eles utilizaram o expoente de Hurst,  $H$ . Na Fig. 3.2, podemos observar a tendência de orientação das fibras no papel jornal. Já para o papel couchê, além de não haver orientação alguma, as fibras parecem ser mais grossas em relação as fibras do papel jornal. Os resultados encontrados indicam uma dependência do expoente  $H$  com a orientação em que o papel foi submetido à fratura.

O motivo principal para a utilização do papel jornal em nossos experimentos, foi os trabalhos de fraturas realizados por Menezes-Sobrinho *et al.* [15].

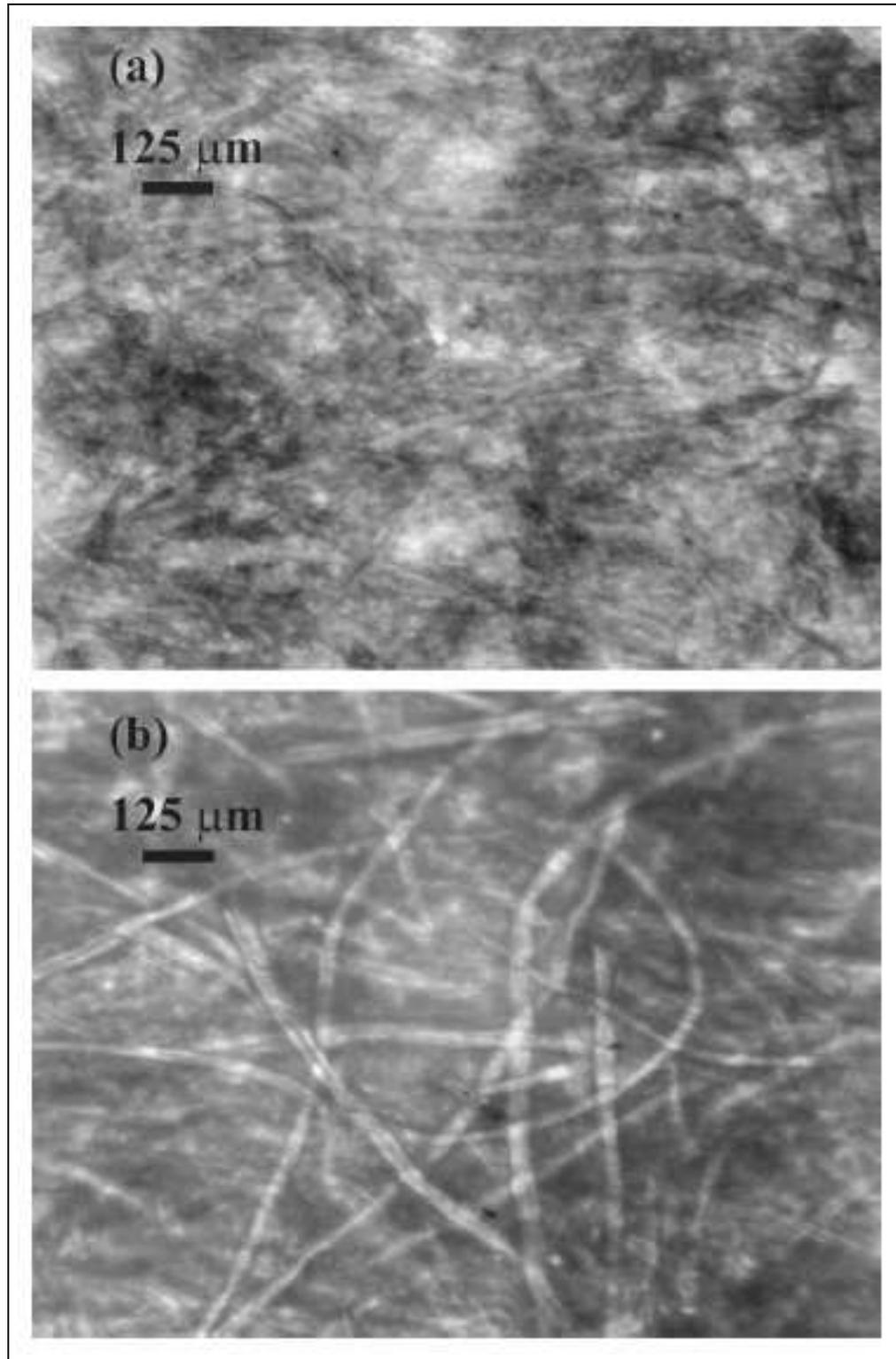


Figura 3.2: Imagem de Microscopia Óptica da superfície do papel jornal (a) e do papel couchê (b). Percebe-se a diferença quanto a disposição das fibras em (a) e (b) [15].

# Capítulo 4

## Materiais e Métodos

Para que fosse possível investigar a propagação de um fluido em um meio poroso, primeiramente construímos um sistema que permitisse o desenvolvimento do experimento. Para descobrir qual tipo de papel e qual tipo de tinta usar, fizemos alguns testes com vários papéis e vários tipos de tinta e verificamos que o papel jornal e a tinta de carimbo Pilot TC 42 seriam, a princípio, mais adequados para a realização do experimento, pois além de serem mais viáveis economicamente, permitem a formação de um padrão bastante interessante para o bom andamento da pesquisa. O papel usado em todos os experimentos foi o papel jornal, com densidade de  $(36,8 \pm 0,2) \text{ g/m}^2$ . As amostras usadas foram cortadas com tamanhos de  $(21,6 \times 6) \text{ cm}$ , sendo cortadas de maneira que, para algumas a direção do lado maior coincidia com a direção do lado maior da folha original. Chamamos estas amostras de verticais. Para outras amostras, a direção do lado maior coincidia com a direção do lado menor da folha original. Chamamos estas amostras de horizontais. Esse processo pode ser melhor entendido pela Fig. 4.1.

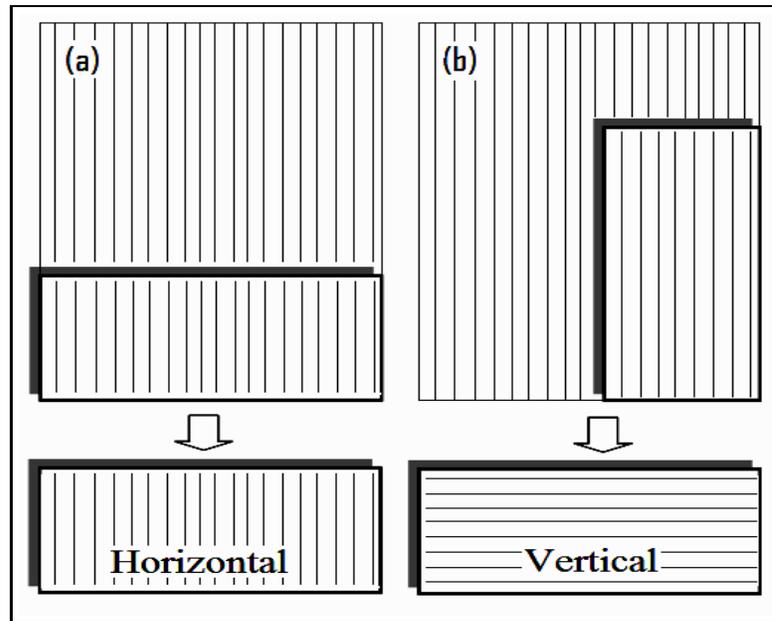


Figura 4.1: Esquema de preparação do papel que será embebido em tinta. (a) Papel recortado de maneira que o lado maior da amostra coincida com o lado menor do papel. Esta orientação é chamada de horizontal. A direção de propagação da tinta é paralela à orientação das fibras. (b) O lado maior da amostra coincide com o lado maior do papel. Esta orientação é chamada de vertical. A direção de propagação da tinta é perpendicular à orientação das fibras.

Todas as amostras de papel foram fixadas de maneira que o plano da folha ficasse na vertical, com uma das bordas maiores mergulhada no reservatório de tinta.

No decorrer do tempo foram necessárias algumas implementações em nosso experimento. Essas implementações foram sendo incorporadas ao nosso experimento à medida que julgávamos necessárias e essas tornaram-se essenciais para o bom andamento da pesquisa. Vamos dividir o nosso experimento em três partes, na sequência em que foram realizadas as medições.

Na parte inicial do trabalho, não dispunhamos de uma máquina fotográfica digital e de um sistema de controle de temperatura e umidade. O nosso sistema (Fig. 4.2) constituía de duas barras de ferro ligadas por uma terceira a dois tripés de forma

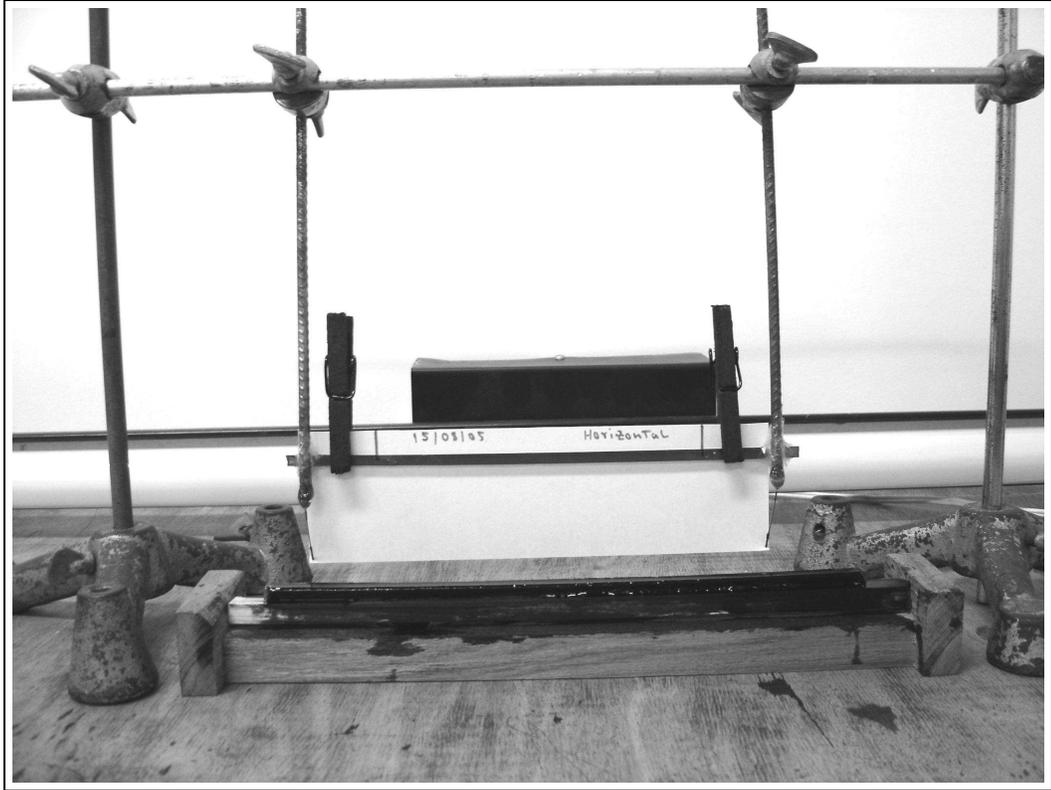


Figura 4.2: Montagem experimental. Visão geral.

que essas ficassem dispostas paralelamente, cada uma contendo um alfinete levemente inclinado na ponta (Fig. 4.3(a)), de forma que a região do papel, acima do nível da tinta que receberá a tinta não encoste nas barras. O reservatório onde fica a tinta (Fig. 4.3(b)) é móvel de forma que possa ser deslocado para a troca do papel.

As amostras eram colocadas na tinta e após ocorrer a difusão durante o tempo programado, eram retiradas da tinta e rapidamente prensadas com papel toalha, de forma a interromper a propagação da tinta. As amostras eram posteriormente digitalizadas de forma que fosse possível investigar tanto qualitativamente quanto quantitativamente as interfaces formadas.

Na segunda parte do trabalho o sistema de obtenção das amostras foi mo-

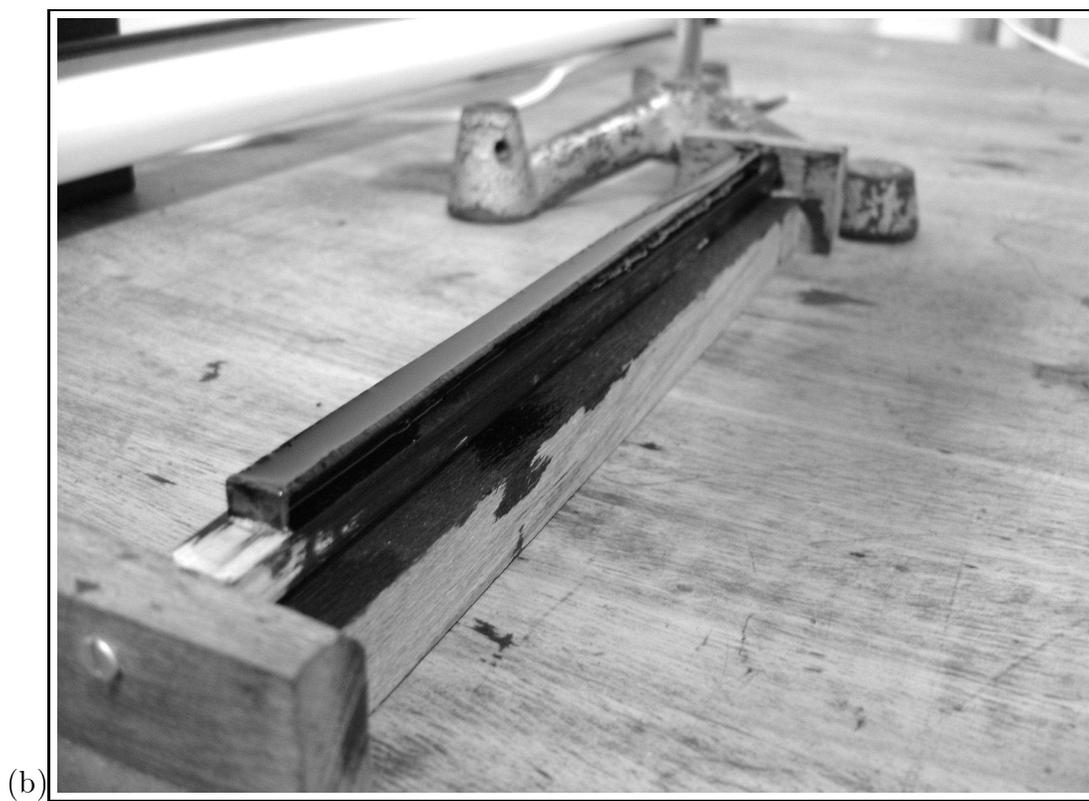
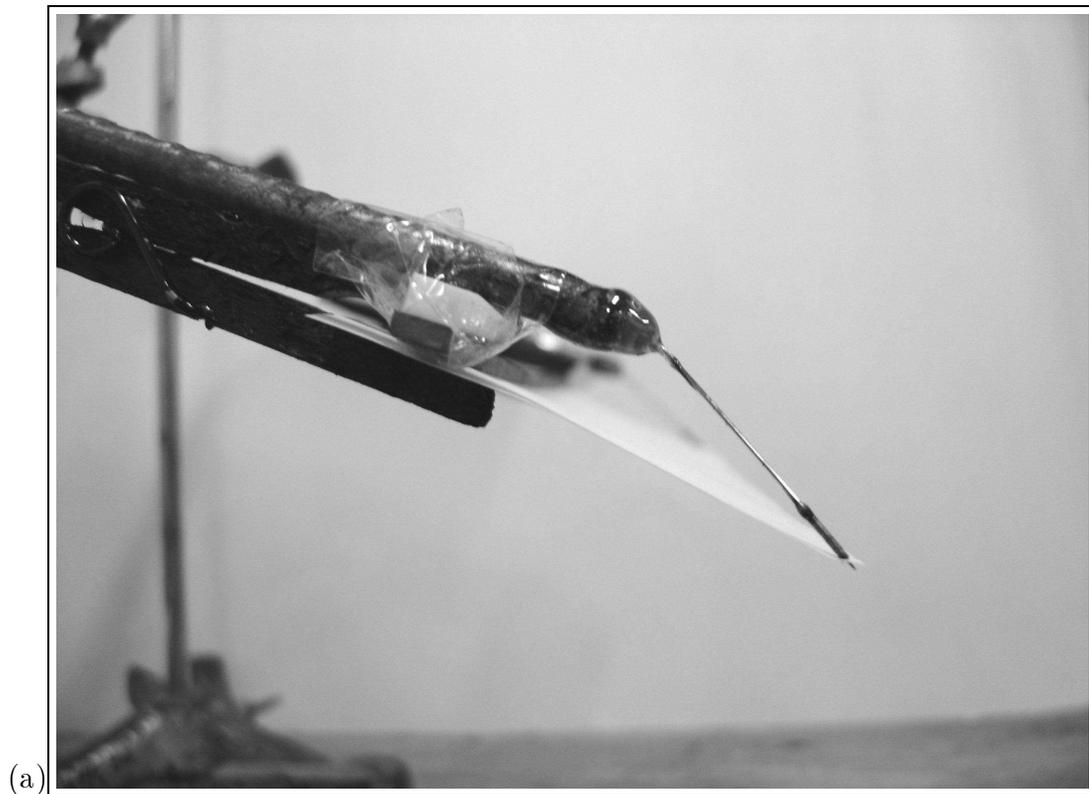


Figura 4.3: Montagem experimental. (a) Esquema de fixação do papel. (b) Reservatório de tinta.

dificado. Uma câmera digital, Sony P93, com resolução de 5 milhões de pixels, foi utilizada para fotografar as amostras, sendo com isso desnecessário retirar o papel da tinta e secá-lo como era feito anteriormente. Uma vez colocado na tinta, o papel era fotografado em determinados intervalos de tempo até que a tinta alcançasse um estado de equilíbrio em que a mesma não mais se propagava. Para acentuar o contraste entre a parte com tinta e a parte sem tinta, a amostra era iluminada por trás com uma lâmpada fluorescente e a foto era feita sem o uso do flash da câmera. Entretanto ainda não dispunhamos de um sistema que permitisse o controle do ambiente (temperatura e umidade).

Na parte final do trabalho, não só construímos um sistema que permitisse controlar a umidade e temperatura (Fig. 4.4) como também utilizamos uma câmera digital de maior resolução, a Canon A620, com resolução de 7,1 milhões de pixels.

Para controlar a umidade e temperatura, construímos uma caixa de dimensões  $(2,0 \times 0,8 \times 0,4) m^3$ . Essa caixa foi devidamente isolada para que as trocas de calor com o ambiente externo fossem minimizadas. Para fazer esse isolamento térmico forramos a parte interior da caixa com uma camada de plástico e por cima dessa colocamos uma camada de isopor. A parte da frente da caixa é móvel e contém duas janelas, feitas de duas camadas de vidro transparente, uma de onde as fotos eram feitas e outra onde ficava posicionado o medidor de umidade e temperatura. A parte superior da caixa continha uma abertura transversal para que fosse possível realizar a troca de amostras sem a necessidade de que a parte da frente fosse completamente removida. A lâmpada fluorescente foi colocada dentro da caixa de forma que ficasse sempre acesa e posicionada a 20 cm atrás da amostra, aumentando o contraste das

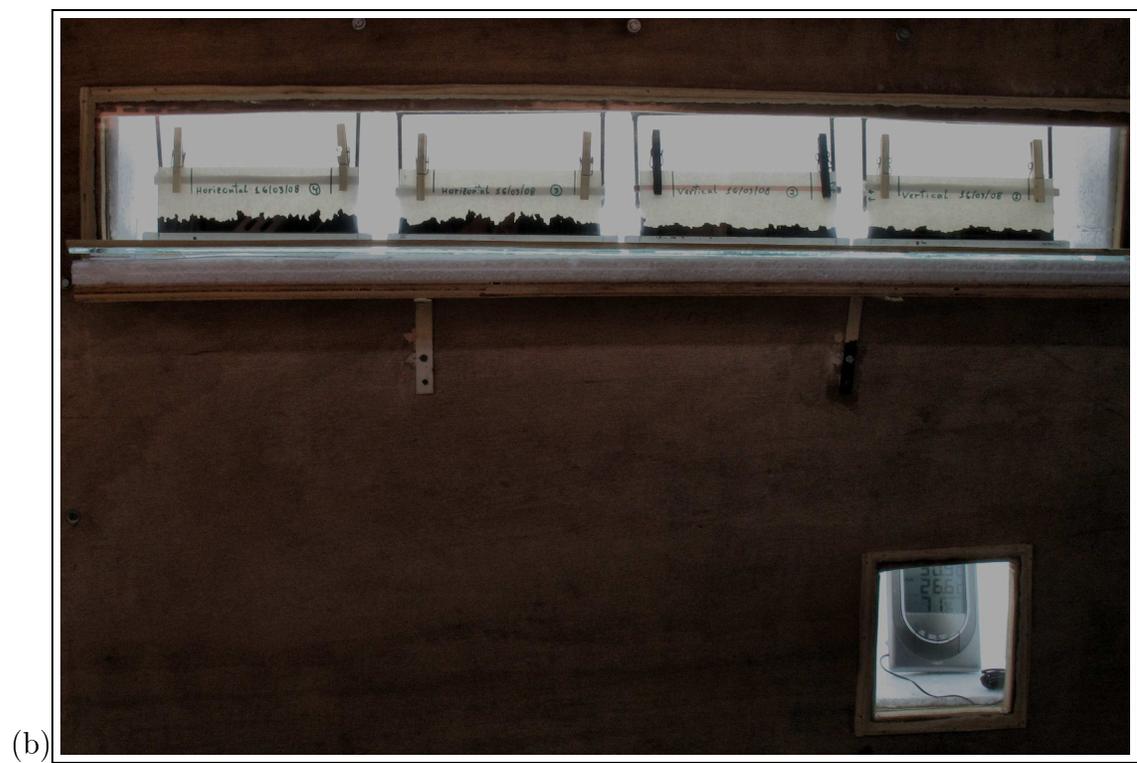


Figura 4.4: Montagem experimental com sistema de controle de umidade e temperatura. (a) Visão geral, (b) Visão geral frontal.

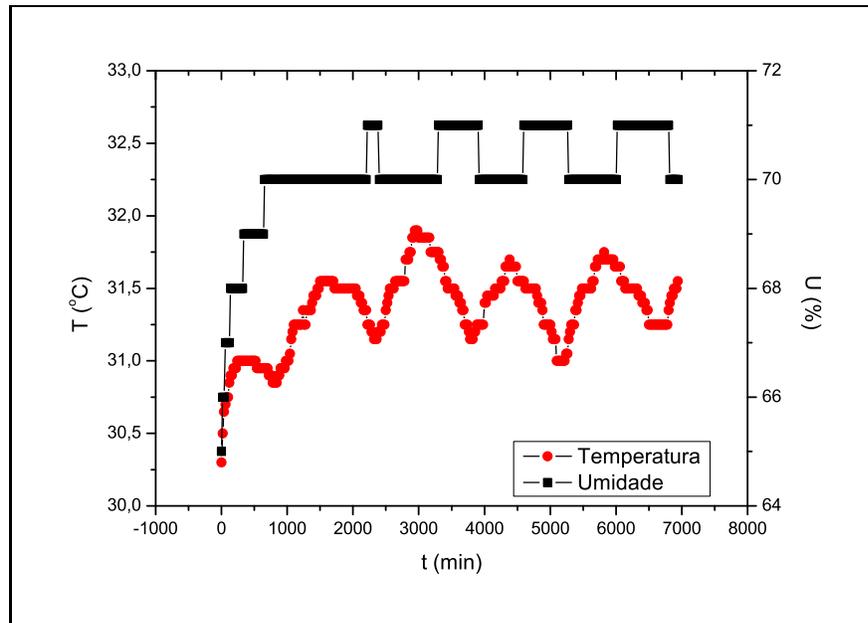


Figura 4.5: Curvas de umidade e temperatura em função do tempo.

fotos. Para o controle da umidade utilizamos uma solução saturada de água e sal (NaCl) que, combinada com o aquecimento proporcionado pela lâmpada fluorescente, mantinha a atmosfera dentro da caixa constante. Durante todo o experimento a umidade e temperatura foram monitorados através do medidor. Um gráfico da umidade e temperatura em função do tempo é mostrado na Fig. 4.5. O instante  $t = 0$  corresponde ao momento em que a caixa foi fechada. O experimento começava quando a umidade já se encontrava constante. O valor da temperatura durante o experimento foi de  $(31,5 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ . Essa variação da temperatura é desprezível se comparada a outros trabalhos na literatura [10]. A umidade também se manteve constante com um valor de  $(70,5 \pm 0,5)\%$ . Com esse novo sistema foi possível também obter um número maior de amostras em um intervalo de tempo menor, uma vez que o sistema permitia a análise de 4 amostras por vez como pode ser visto na Fig. 4.4.

Os resultados obtidos pelo primeiro método, referentes à primeira parte do trabalho não foram colocados em nossas discussões, pois a interface poderia continuar a se propagar enquanto o papel estivesse sendo prensado, a fim de secar o papel. Após obter as amostras nas partes 2 e 3, utilizamos quatro programas computacionais para extrair a interface desejada.

Primeiramente utilizamos o Corel Photo-Paint para deixar as fotos com uma tonalidade de preto e branco (papel branco e a tinta preta). Depois, com o Paint Shop Pro, cortamos a parte da fotografia que é de maior interesse, ou seja, a região que compreendia a parte da foto que se estendia desde o reservatório até pouco acima da interface tinta-papel. Todas as fotos foram cortadas desprezando-se os primeiros 15 pixels e os últimos 16 pixels das laterais, produzindo imagens com um total de 2550 pixels (1 pixel igual a 0,0059 cm) de largura para as amostras capturadas com a câmera da Sony e 3037 pixels (1 pixel igual a 0,0049 cm) de largura para as amostras capturadas com a câmera Canon. As fotos eram, então, tratadas com a ajuda do Paint de forma a retirar todas as manchas pretas que estão acima e, portanto, fora da interface e também preencher todos os buracos brancos que se encontram abaixo da interface. Após este procedimento as amostras já estavam prontas para determinar a linha que marca a interface entre a parte com tinta e a parte sem tinta. Para esse último processo, elaboramos um programa computacional na linguagem de programação C++ que lê o padrão preto e branco e gera um arquivo com os valores da altura máxima  $h(x)$  em função da posição  $x$  de cada coluna que descreve o perfil da interface. A caracterização das interfaces foram feitas utilizando os conceitos da geometria fractal e da hipótese de escalas.

# Capítulo 5

## Resultados e Discussões

Após serem embebidas em tinta, as amostras de papel jornal foram fotografadas com a câmera digital e pudemos obter assim o perfil, ou seja, a interface formada.

A Fig. 5.1 mostra a fotografia da interface tinta-papel para as direções vertical e horizontal respectivamente, após 3 horas de propagação da tinta, no experimento sem controle do ambiente e com a câmera Sony P93 com resolução de 5 milhões de pixels. Nessa figura podemos observar algumas ondulações presentes na amostra colocada na direção horizontal e ausentes na amostra vertical. A visualização das ondulações ficou um pouco dificultada nas fotografias. Para auxiliar a visualização colocamos algumas setas na Fig. 5.1(b) indicando o local em que as ondulações se formaram. Essas ondulações foram observadas em todas as amostras colocadas na direção horizontal em ambos os experimentos, com e sem controle do ambiente. Na amostra horizontal mostrada na Fig. 5.3(a), a captura das ondulações pela câmera ficou dificultada talvez pela presença das duas camadas de vidro transparente na parte da frente da caixa.

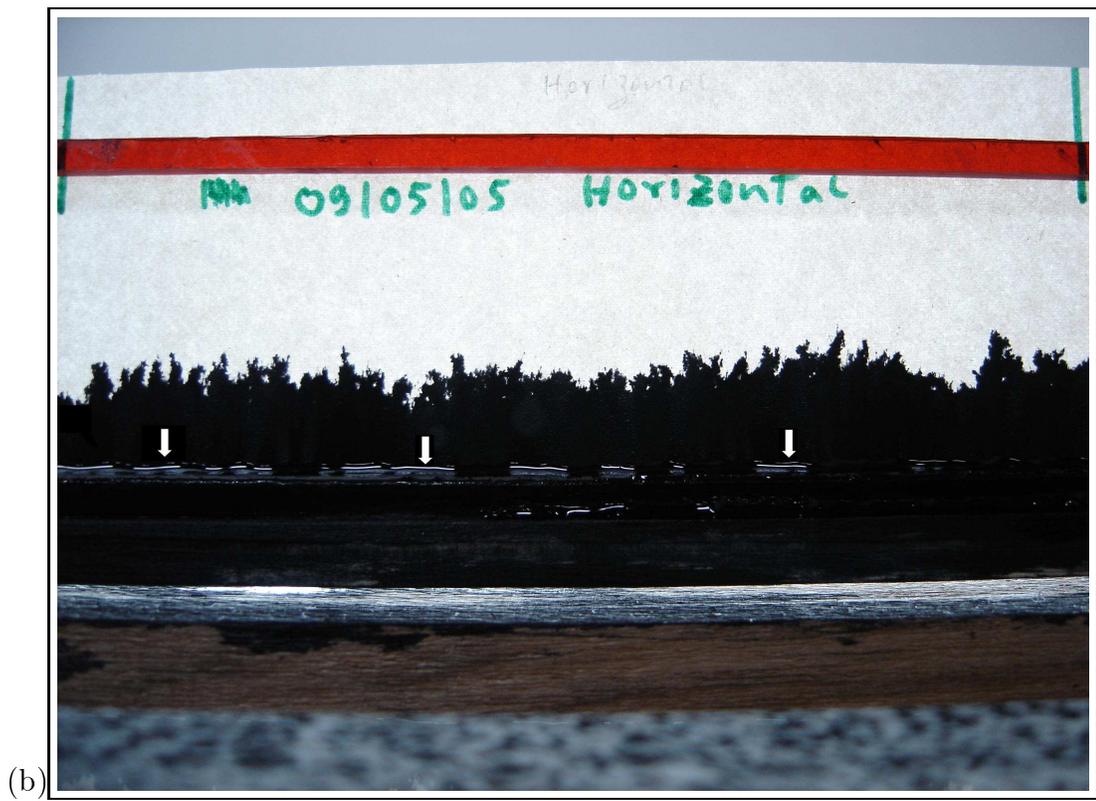
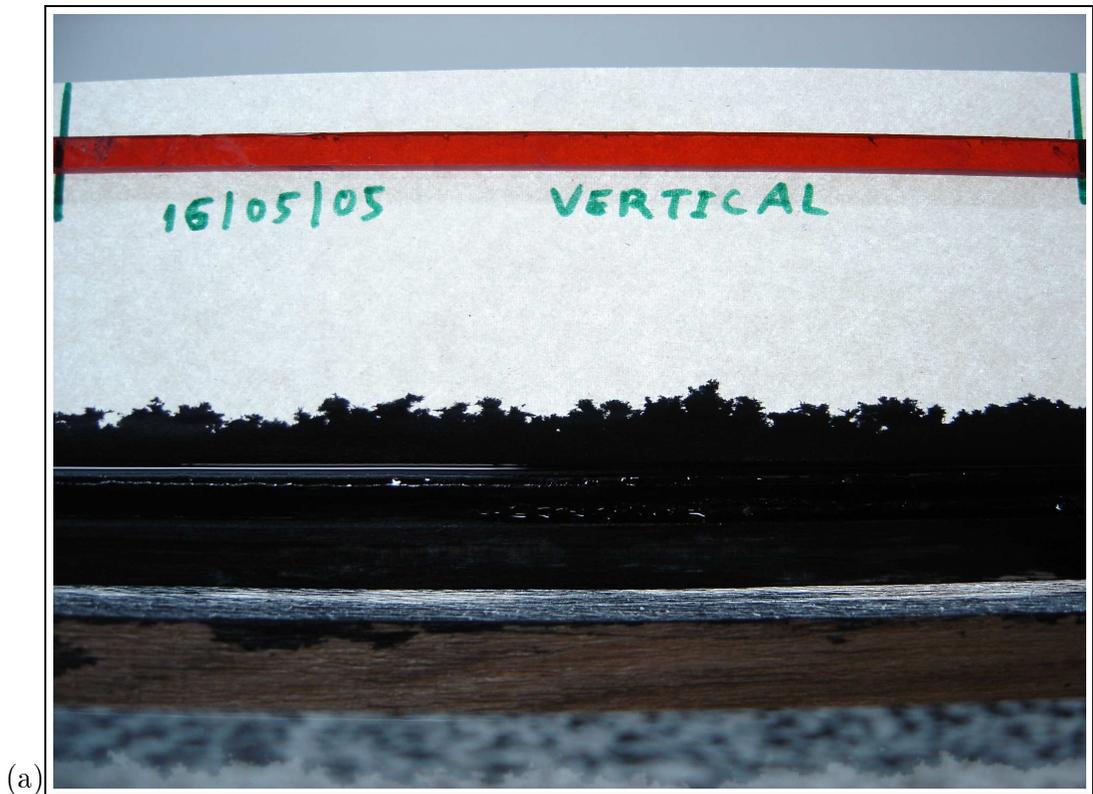


Figura 5.1: Padrão produzido pela tinta com o papel colocado na direção vertical (a) e horizontal (b) no experimento sem controle de temperatura e umidade.

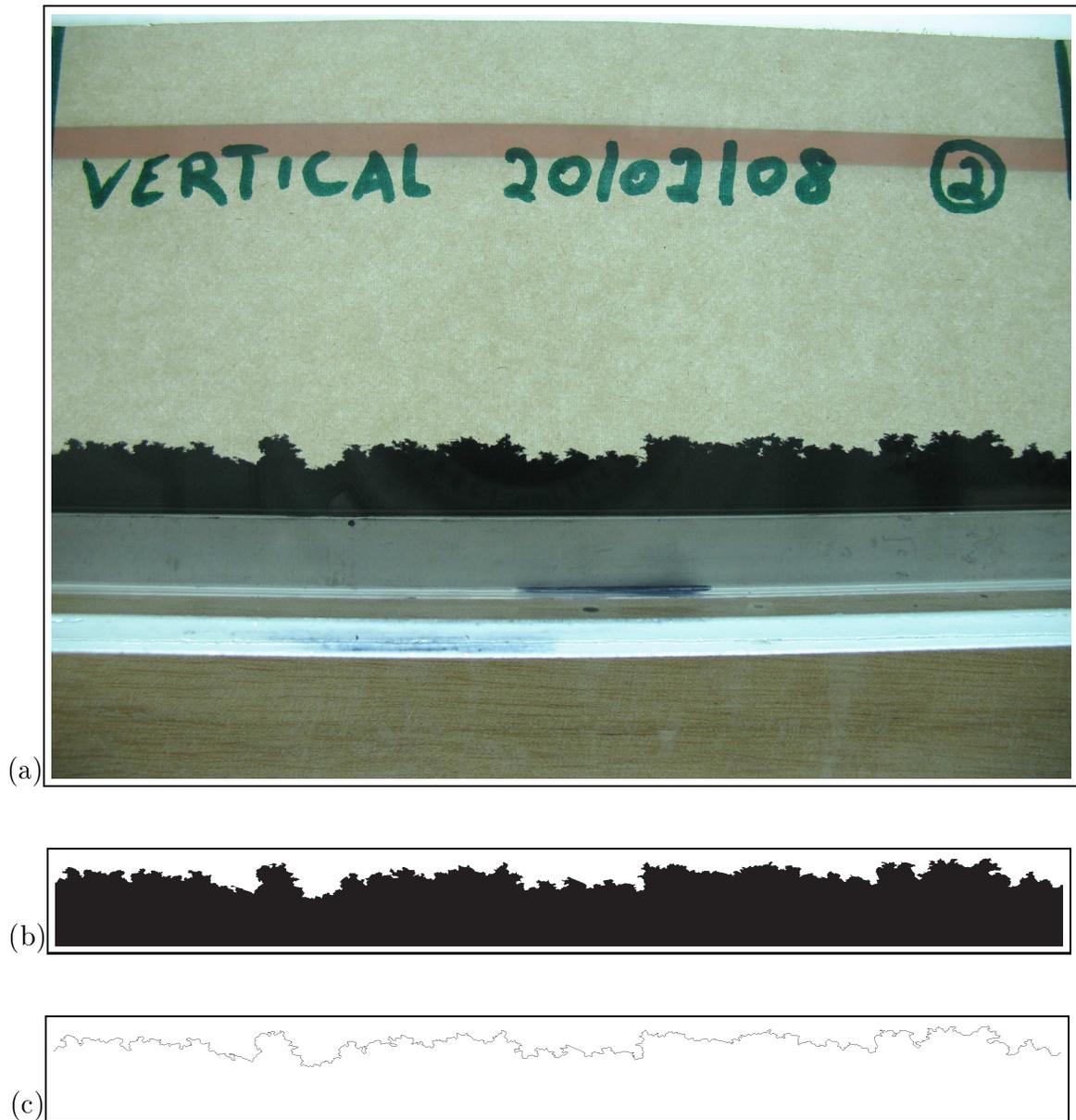


Figura 5.2: (a) Padrão produzido pela tinta com o papel colocado na direção vertical no experimento com controle de temperatura e umidade. (b) Imagem tratada da região mais próxima à interface do padrão mostrado em (a). (c) Perfil do padrão mostrado em (b).

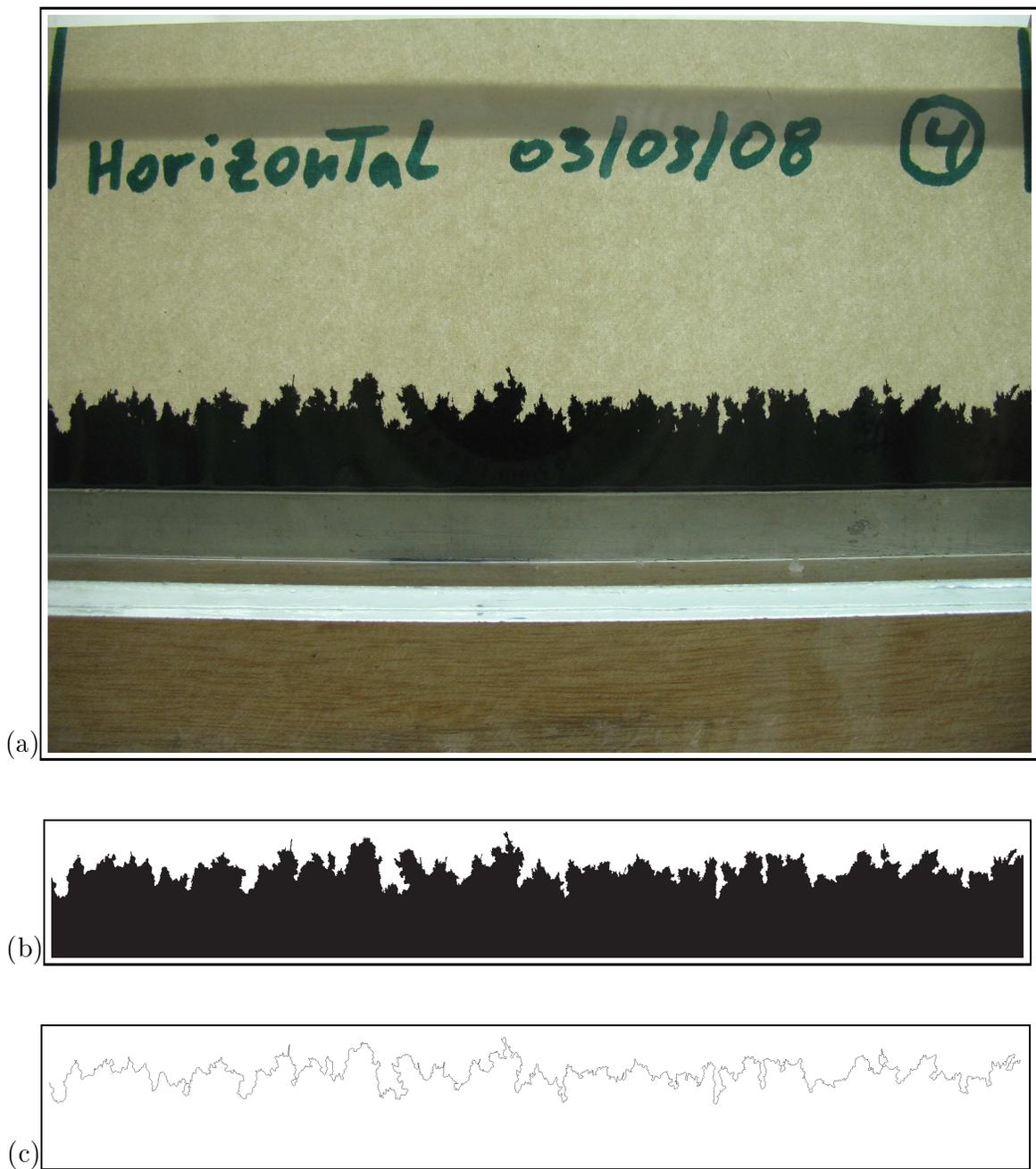


Figura 5.3: (a) Padrão produzido pela tinta com o papel colocado na direção horizontal no experimento com controle de temperatura e umidade. (b) Imagem tratada da região mais próxima à interface do padrão mostrado em (a). (c) Perfil do padrão mostrado em (b).

Na Fig. 5.2(a) mostramos a fotografia da interface tinta-papel obtida para a direção vertical, após 3 horas de propagação da tinta, no experimento com controle do ambiente e com a câmera Canon A620, com resolução de 7,1 milhões de pixels. A imagem tratada da interface e a função  $h(x)$  estão mostradas nas Figs. 5.2(b) e 5.2(c), respectivamente.

Na Fig. 5.3(a) é mostrada a fotografia da interface tinta-papel para a direção horizontal, após 3 horas de propagação da tinta, no experimento com controle do ambiente e com a câmera Canon A620, com resolução de 7,1 milhões de pixels. A imagem tratada da interface e a função  $h(x)$  estão mostradas nas Figs. 5.3(b) e 5.3(c), respectivamente.

Podemos observar na Fig. 5.4 a evolução temporal da interface nas amostras de papel jornal ao longo das direções horizontal e vertical para o experimento sem controle de temperatura e umidade. É notável a diferença dos padrões para as duas orientações, sendo que para a horizontal, além das alturas serem maiores os perfis são aparentemente mais rugosos. A morfologia dos padrões formados no experimento com ambiente controlado é semelhante à morfologia apresentada pelas interfaces mostradas na Fig. 5.4.

Podemos perceber também que os perfis nas Figs. 5.2 e 5.3 apresentam algumas reentrâncias onde temos vários valores de  $h(x)$  para um único valor de  $x$ . Estas regiões são chamadas de *overhangs* e como os perfis são representados por funções que não possuem tais reentrâncias, em nosso trabalho consideraremos apenas o valor máximo do perfil para um dado valor de  $x$  para definir  $h(x)$ . As Figs. 5.5(a) e 5.6(a) mostram gráficos de  $h(x)$  com reentrâncias e as Figs. 5.5(b) e 5.6(b) mostram os

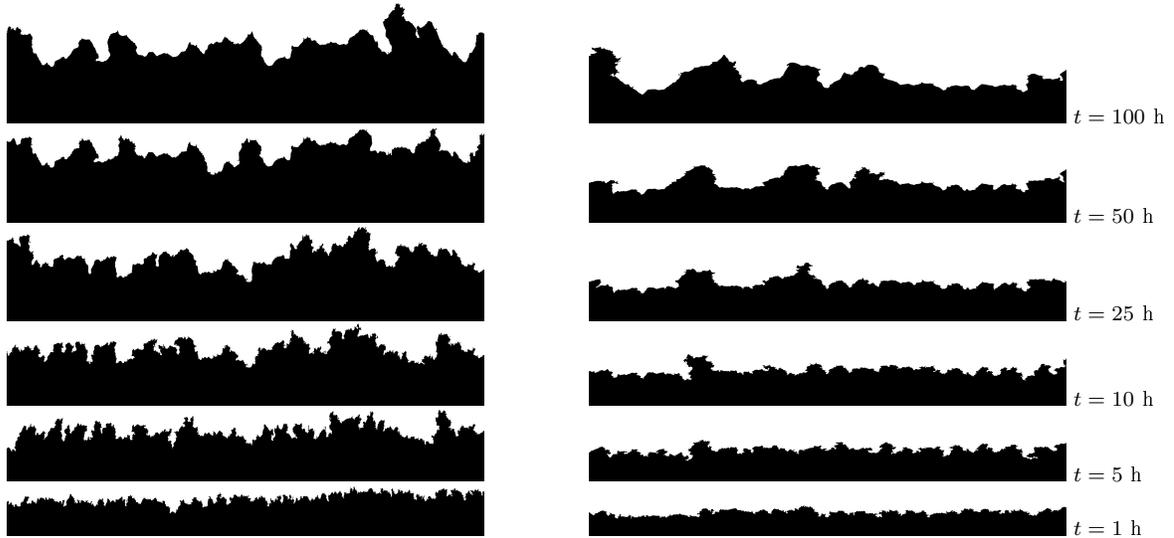


Figura 5.4: Evolução temporal da interface formada pela tinta com o papel na direção horizontal (esquerda) e vertical (direita).

mesmos perfis sem reentrâncias para um experimento com duração de 3 horas. Calculando o expoente de Hurst para os perfis mostrados nas Figs. 5.5 e 5.6 encontramos comportamentos bem distintos para os perfis com reentrâncias e sem reentrâncias. Analisando os gráficos da rugosidade local em função da escala de observação (Fig. 5.7 e Fig. 5.8), podemos dizer que as curvas encontradas para os perfis com reentrâncias apresentam um comportamento bastante diferente do comportamento esperado para um perfil auto-afim. Já para os dados sem reentrâncias, fica evidente a lei de potência entre a rugosidade local e a escala de observação, indicando ser esses perfis auto-afins. Nos perfis com reentrâncias, a rugosidade era calculada utilizando ponto a ponto do perfil.

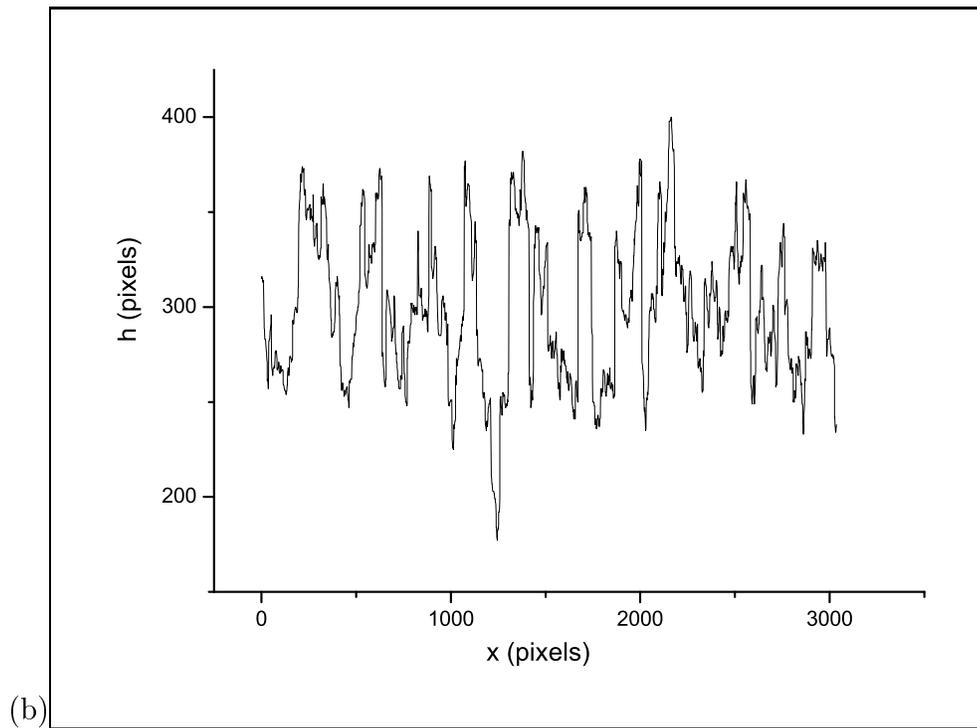
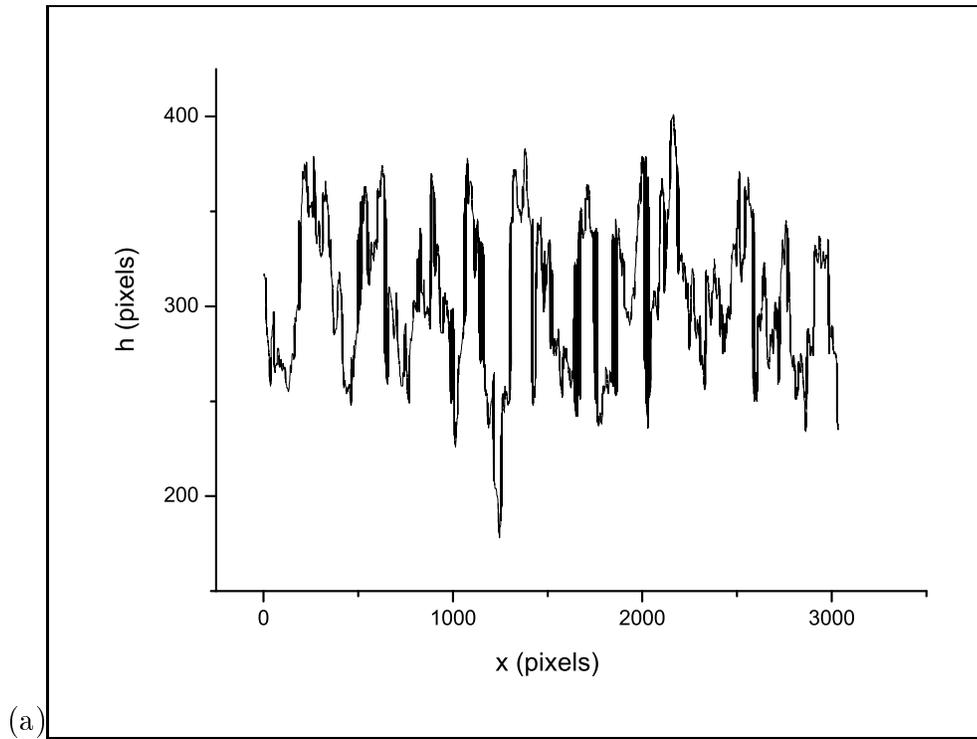


Figura 5.5: Gráfico de  $h(x)$  para uma amostra com  $t = 3$  h na direção horizontal (a) com reentrâncias e (b) sem reentrâncias.

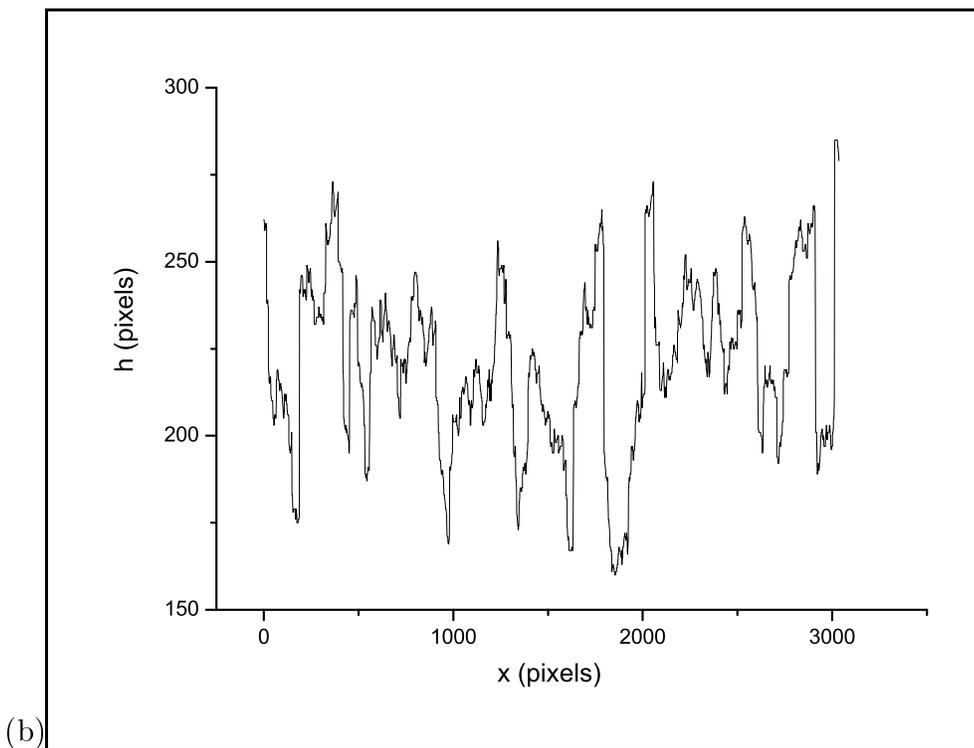
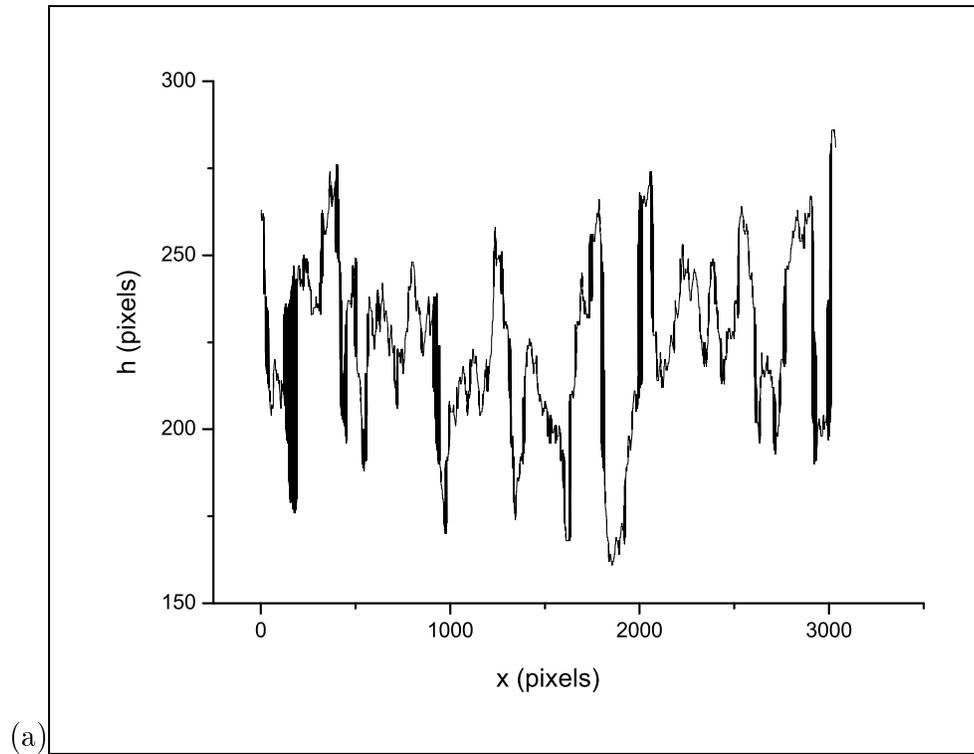


Figura 5.6: Gráfico de  $h(x)$  para uma amostra com  $t = 3$  h na direção vertical (a) com reentrâncias e (b) sem reentrâncias.

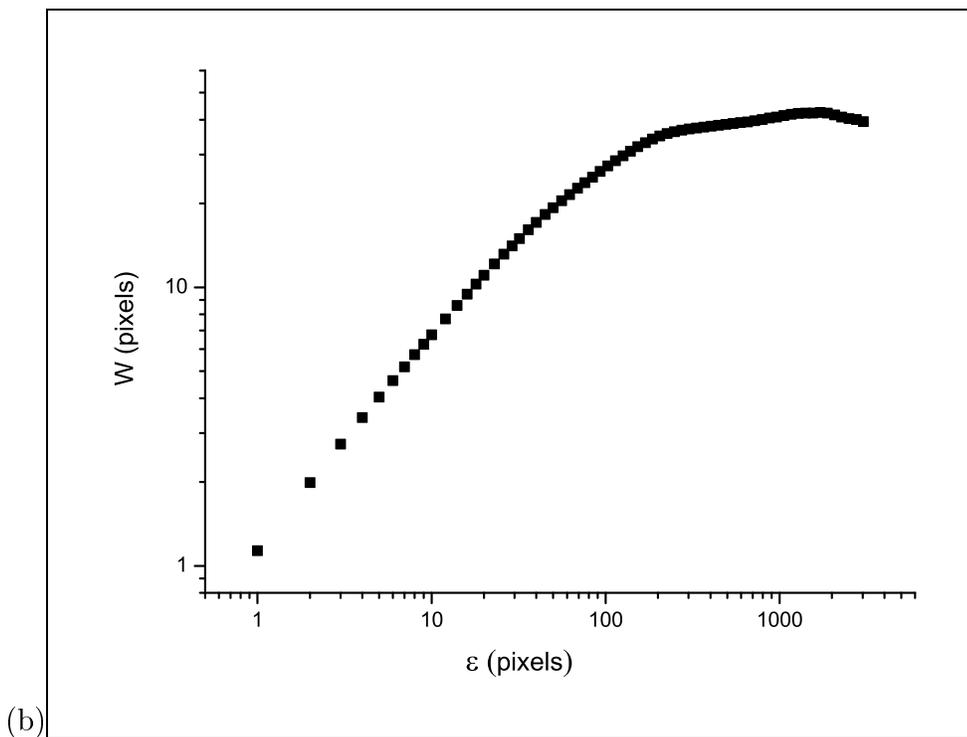
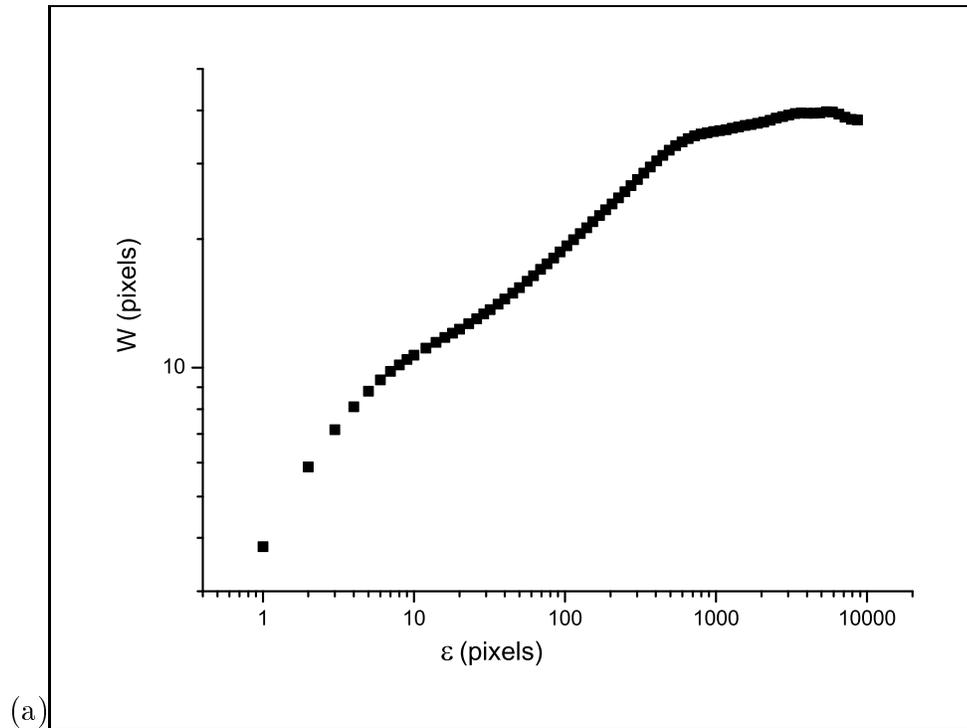


Figura 5.7: Gráfico da rugosidade local em função da escala de observação para uma amostra da Fig. 5.5 com  $t = 3$  h na direção horizontal (a) com reentrâncias e (b) sem reentrâncias.

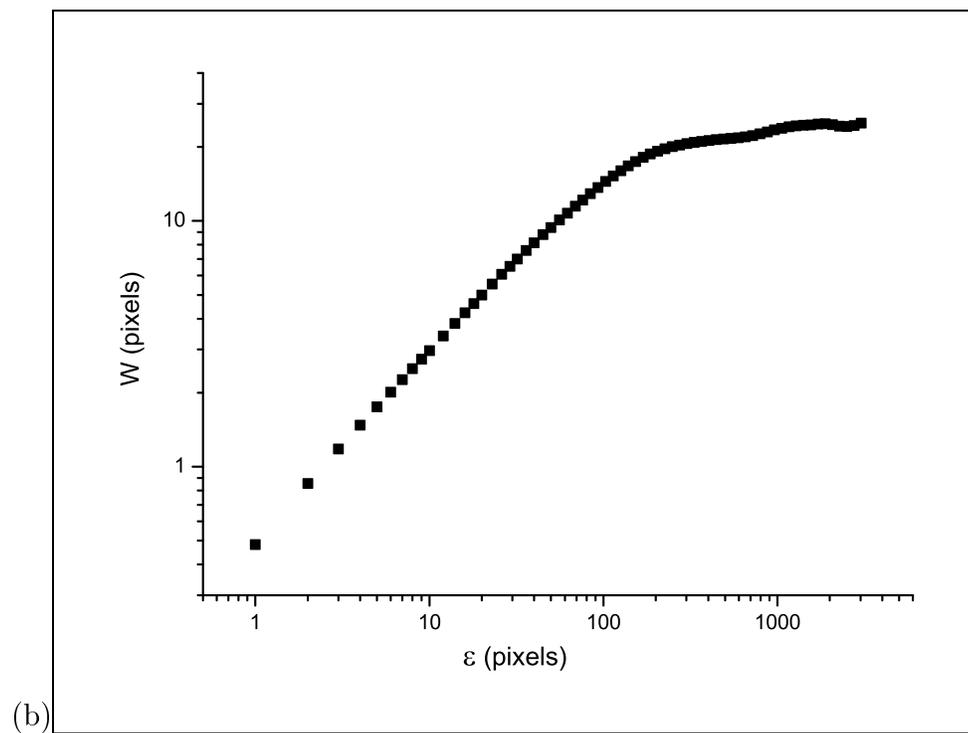
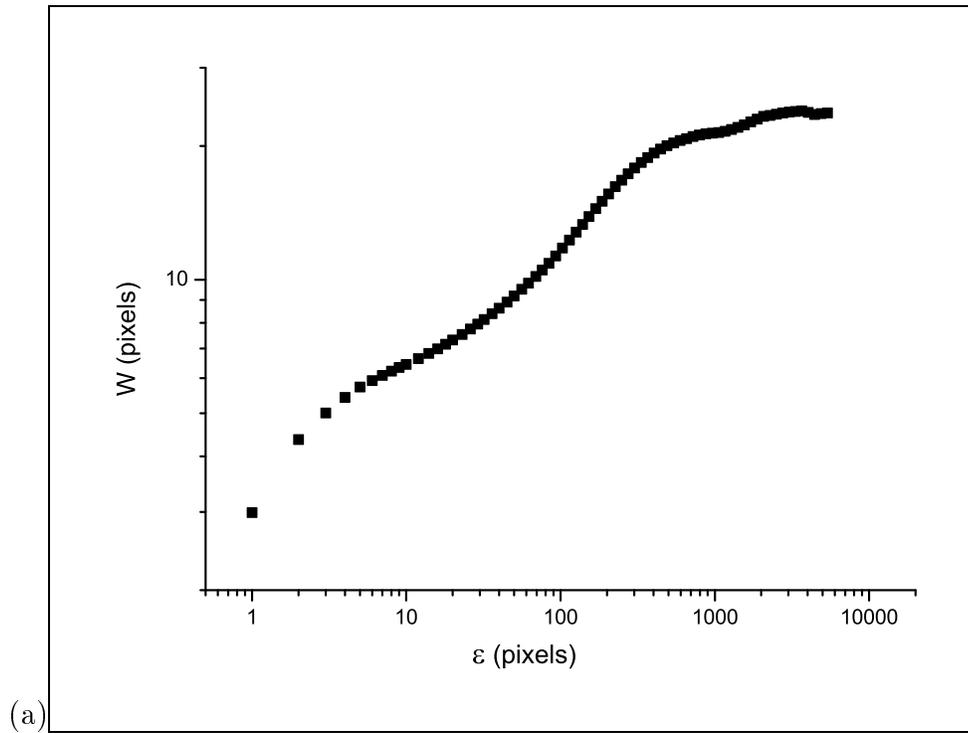


Figura 5.8: Gráfico da rugosidade local em função da escala de observação para uma amostra da Fig. 5.6 com  $t = 3$  h na direção vertical (a) com reentrâncias e (b) sem reentrâncias.

## 5.1 Temperatura e umidade variáveis

Para essas amostras, a umidade e a temperatura variavam pois o experimento era realizado em um ambiente aberto e portanto sem isolamento térmico. Os resultados apresentados nessa seção, foram obtidos com a câmera digital Sony P93.

### 5.1.1 Cálculo do Expoente de Crescimento

Para cada amostra que colocávamos na tinta, foram tiradas várias fotografias em instantes de tempo determinados até que a interface atingisse um estado de equilíbrio. Essas fotografias eram tratadas seguindo o método descrito no capítulo 4 e em seguida calculamos a rugosidade da interface usando a equação (1.5). Os valores da rugosidade em função do tempo estão mostrados nos gráficos da Fig. 5.9. Cada ponto nos gráficos corresponde à média dos valores da rugosidade no instante de tempo em que as amostras foram fotografadas.

Analisando os gráficos da Fig. 5.9, percebemos duas regiões lineares que nos fornece duas inclinações, as quais vamos chamar de  $\beta_1$  para o primeiro estágio de tempo onde  $t < 40$  min e  $\beta_2$  para o segundo estágio onde temos  $40 < t < 600$  min. Os valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  para as direções horizontal e vertical são comparados na tabela 5.1.

tempo (min)	expoente	horizontal	vertical
$t < 40$	$\beta_1$	$0,19 \pm 0,04$	$0,20 \pm 0,03$
$40 < t < 600$	$\beta_2$	$0,38 \pm 0,03$	$0,34 \pm 0,04$

Tabela 5.1: Tabela com os valores dos expoentes de crescimento para a direção horizontal e vertical do experimento sem controle da umidade.

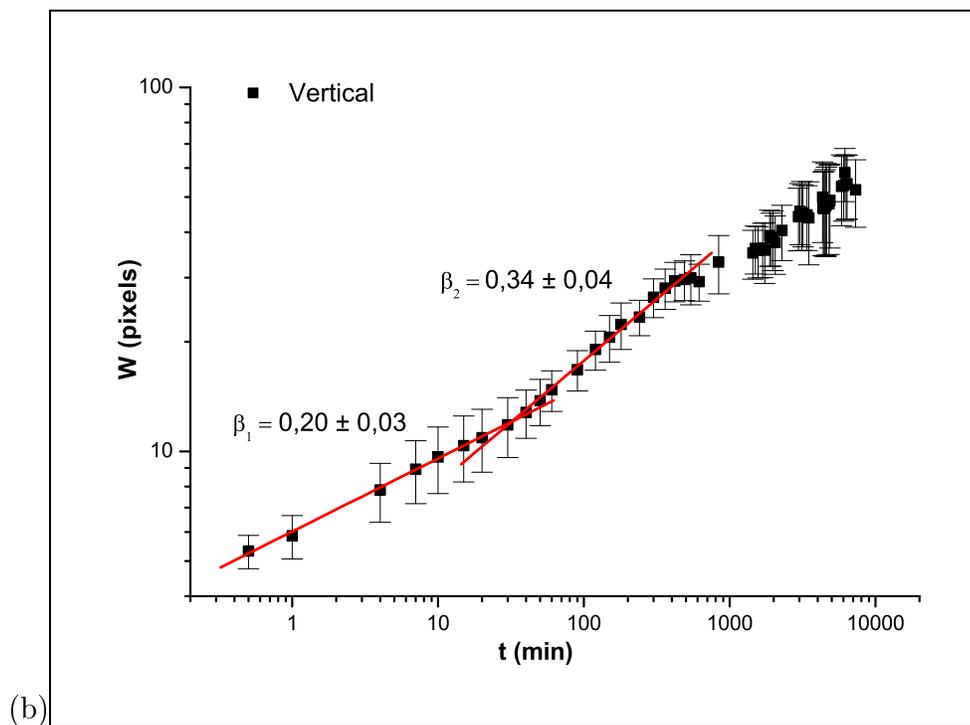
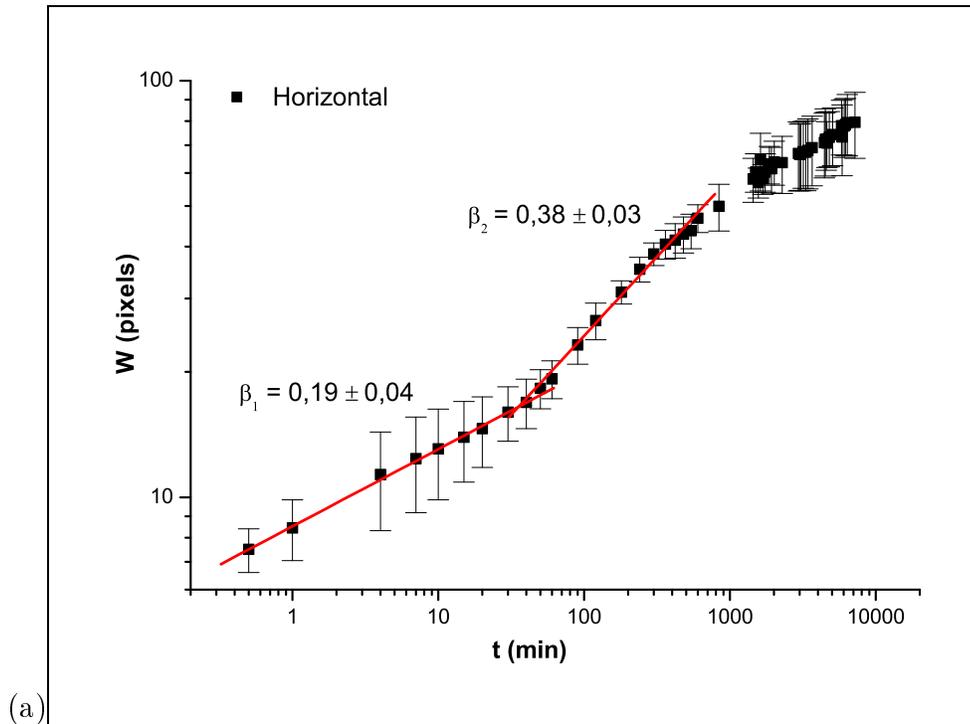


Figura 5.9: Gráfico da rugosidade em função do tempo para o papel jornal na direção horizontal (a) e vertical (b). Cada ponto corresponde a uma média sobre onze amostras.

Como pode ser visto na tabela 2.1.1 da seção 2.1.1, Balankin *et al.* também encontraram dois expoentes de crescimento tanto para a tinta quanto para o precursor. No entanto, a escala de tempo a que corresponde os expoentes encontrados por Balankin é bem diferente da escala de tempo em nossos experimentos. No primeiro estágio do experimento deles ( $t < 2$  min), o expoente  $\beta$  para a tinta é bastante próximo ao encontrado no segundo estágio de nosso experimento ( $40 < t < 600$  min), para escalas de tempo grandes. Convém lembrar que nessa parte dos nossos experimentos as condições de temperatura e umidade eram variáveis (temperatura ambiente), enquanto o experimento realizado por eles foi feito em ambiente controlado ( $T = 25 \pm 3^\circ\text{C}$  para 45% de umidade).

### 5.1.2 Cálculo do Expoente da lei de Washburn

Como as amostras foram recortadas tomando como referencial o reservatório de tinta, podemos analisar também o comportamento da altura média em função do tempo, ou seja, podemos fazer um estudo da lei de Washburn descrita na primeira seção. No gráfico da Fig. 5.10 podemos perceber que o valor da altura média é diferente para as duas orientações em todo intervalo de tempo em que as amostras foram monitoradas sendo menor para a direção vertical. Na direção vertical, a orientação das fibras é contrária à direção de propagação do fluido criando-se com isso um maior obstáculo à propagação da interface que tende a ancorar mais rapidamente. No detalhe da Fig. 5.10 percebemos que os valores de altura média são menores para a direção vertical mesmo para tempos pequenos. Os gráficos mostrados na Fig. 5.11, indicam o desvio em relação ao comportamento de Washburn. Assim como vimos

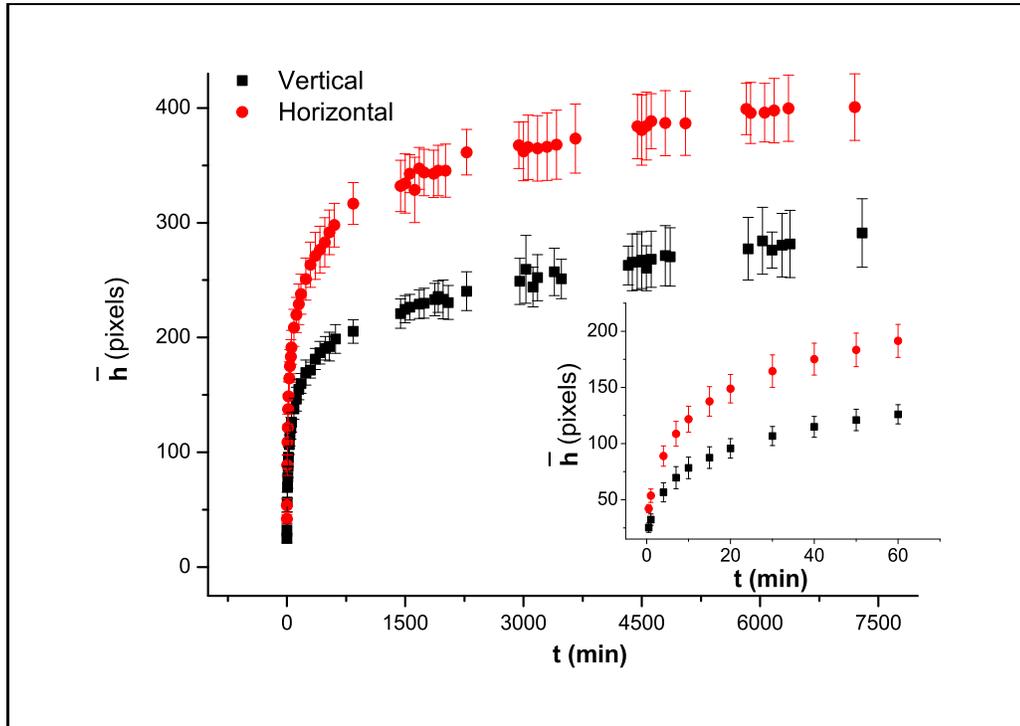


Figura 5.10: Gráfico da altura média em função do tempo para o papel jornal nas direções vertical e horizontal. Cada ponto corresponde a uma média sobre onze amostras. O detalhe na figura mostra a altura média para tempos pequenos.

para o expoente de crescimento, o expoente  $\delta$ , da lei de Washburn também possui dois valores. Os valores de  $\delta_1$  e  $\delta_2$  para as direções horizontal e vertical podem ser comparados na tabela 5.2.

tempo (min)	expoente	horizontal	vertical
$t < 20$	$\delta_1$	$0,36 \pm 0,04$	$0,38 \pm 0,06$
$t > 20$	$\delta_2$	$0,156 \pm 0,007$	$0,167 \pm 0,007$

Tabela 5.2: Tabela com os valores dos expoentes da lei de Washburn para as direções horizontal e vertical do experimento sem controle da umidade.

O valor de  $\delta$  esperado para uma interface que segue o regime de Washburn é  $\delta = 0,5$  e, como podemos perceber pela tabela 5.2, os valores mostrados acima se desviam bastante desse valor. Logo, a interface devido a propagação de tinta em

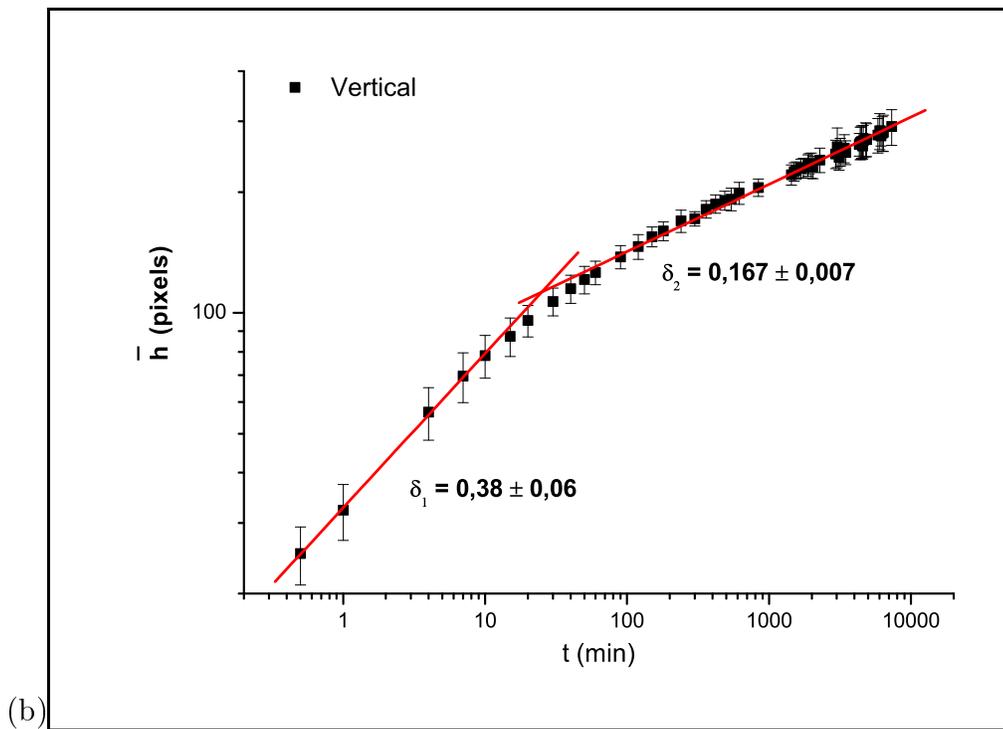
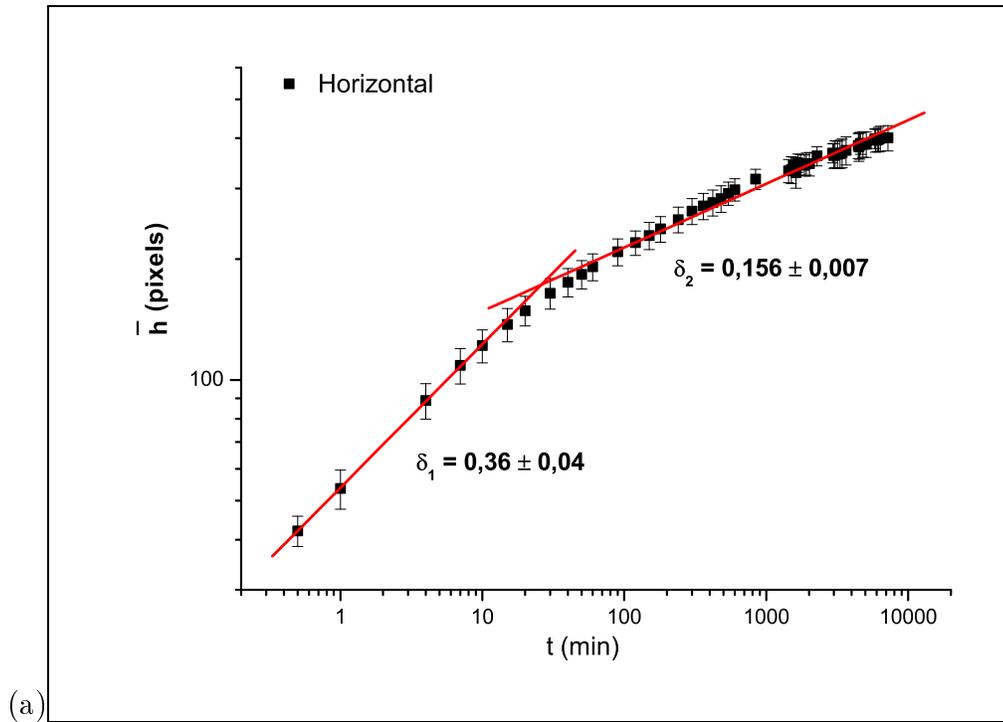


Figura 5.11: Gráfico da altura média em função do tempo para o papel jornal na direção horizontal (a) e vertical (b). Cada ponto corresponde a uma média sobre onze amostras.

papel nas direções horizontal e vertical sem controle de temperatura e umidade não obedece a lei de Washburn e isso se deve possivelmente à variações da viscosidade da tinta no decorrer do experimento. Como já dissemos anteriormente, a tinta é um fluido não-Newtoniano pois sua viscosidade varia com o decorrer do tempo. Essa variação da viscosidade se deve às variações da velocidade de propagação da interface durante o tempo em que a amostra foi observada. Outro fator que pode contribuir para a diferença entre o valor medido e o valor esperado de  $\delta$  é o fato das fibras do papel, provavelmente, aumentarem de diâmetro quando molhadas pela tinta [9, 10]. Apesar da altura média ser diferente, os valores de  $\delta$  não mostraram grandes variações quanto a orientação do papel. Para intervalos de tempos curtos os valores de  $\delta$  se aproximaram mais de 0,5 (regime de Washburn). Para tempos longos, os valores de  $\delta$  se distanciaram bastante do regime de Washburn. O valor de  $\delta$  encontrado no primeiro estágio de nosso experimento é bastante próximo ao encontrado no segundo e no terceiro estágios do experimento de Balankin *et al.* [10].

### 5.1.3 Análise do Expoente de Hurst

O expoente de Hurst, é obtido através do cálculo da rugosidade local do perfil. Construindo um gráfico em escala logarítmica com os valores da rugosidade local em função da escala de observação  $\epsilon$  onde  $\epsilon \leq L$  ( $L$  sendo o tamanho da amostra), encontramos uma lei de potência similar aos gráficos mostrados nas Figs. 5.7 e 5.8. Calculamos o expoente de Hurst para todas as amostras em ambas as direções (horizontal e vertical) em que o papel foi embebido na tinta. A Fig. 5.12 mostra os valores encontrados para  $H$  em função do tempo.

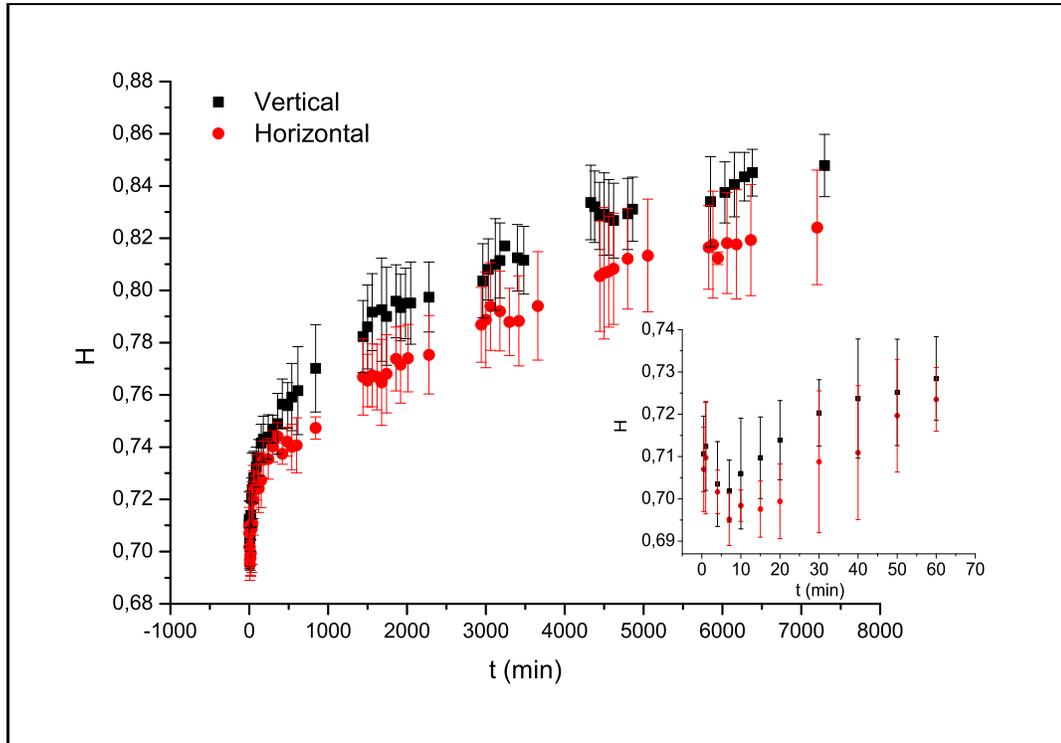


Figura 5.12: Gráfico do Expoente de Hurst em função do tempo para o papel jornal nas direções vertical e horizontal. Cada ponto corresponde a uma média sobre onze amostras. O detalhe na figura mostra o comportamento do expoente de Hurst para tempos pequenos.

Esse gráfico mostra que o expoente  $H$  cresce com o tempo ( $H = H(t)$ ) e depois satura ( $H = \text{cte.}$ ) para tempos longos. Esse comportamento é devido ao ancoramento do perfil para tempos longos. Um outro comportamento bastante interessante é o fato de  $H$  para as direções horizontal e vertical serem diferentes para as duas orientações. No detalhe da Fig. 5.12 percebemos que  $H$  é diferente para as duas orientações mesmo para tempos pequenos. As curvas indicam a tendência de anisotropia da rugosidade das interfaces formadas devido a propagação da tinta no papel jornal. Esse comportamento foi observado por Menezes-Sobrinho *et al.* [15] em perfis gerados devido à fratura das fibras de papel jornal nas direções horizontal e vertical. Observando os

trabalhos realizados por Balankin *et al.* [10, 30], percebemos que o valor de saturação de  $H$  observado em nosso experimento para a direção horizontal é bastante semelhante ao encontrado por eles para  $t \geq t_s$ .

## 5.2 Temperatura e umidade constantes

Os resultados que serão apresentados daqui até o final dessa dissertação foram obtidos com a câmera digital Canon A620 e a temperatura e umidade foram controlados pelo método descrito na seção 4.

### 5.2.1 Cálculo do Expoente de Crescimento

Novamente as amostras foram monitoradas até que fosse alcançado o estado estacionário. Foram feitas 10 amostras com temperatura e umidade devidamente controladas como descrito anteriormente. Após coletar e tratar as amostras, encontramos a interface considerando apenas a altura máxima para cada valor de  $x$  e calculamos a rugosidade para cada amostra.

tempo (min)	expoente	horizontal	vertical
$15 < t < 300$	$\beta$	$0,51 \pm 0,02$	$0,49 \pm 0,03$

Tabela 5.3: Tabela com os valores dos expoentes de crescimento para a direção horizontal e vertical do experimento com controle da umidade.

A Fig. 5.13 mostra os gráficos da rugosidade em função do tempo para o papel nas direções horizontal e vertical. Cada ponto nos gráficos representa uma média sobre 10 amostras. Como podemos perceber, cada um dos gráficos da Fig. 5.13 apresenta apenas um expoente de crescimento exceto por um pequeno transiente. Os valores de  $\beta$  para as direções horizontal e vertical estão mostrados na tabela 5.3. Como podemos ver, considerando as barras de erro, os expoentes  $\beta$  para as direções horizontal e vertical do papel no experimento realizado com controle de temperatura e umidade são iguais. Apesar de o expoente  $\beta$  ser igual, a rugosidade de saturação é diferente

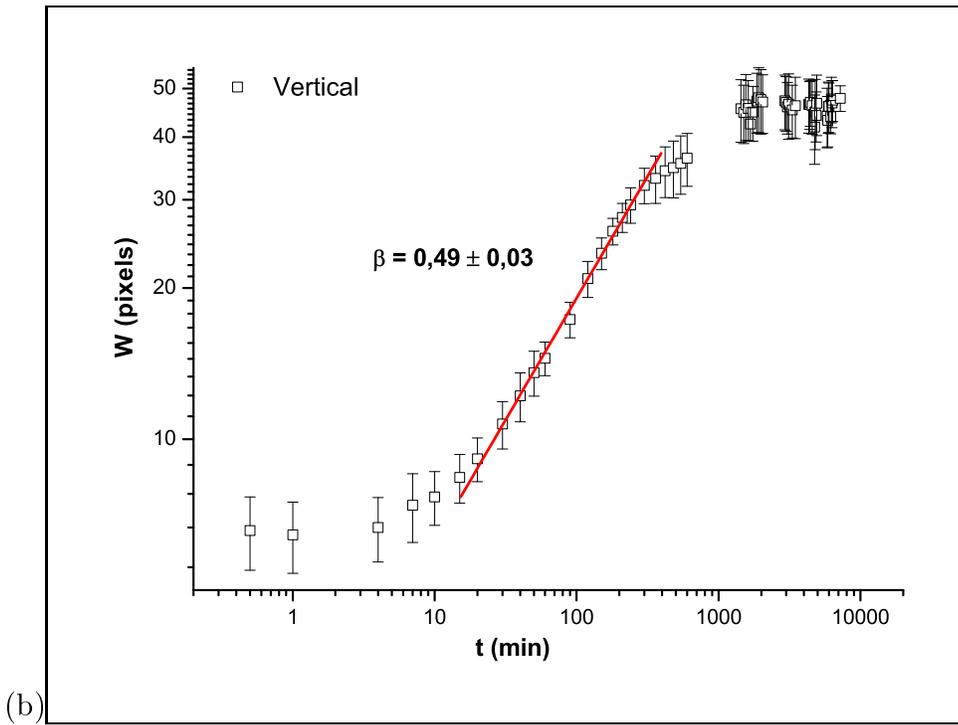
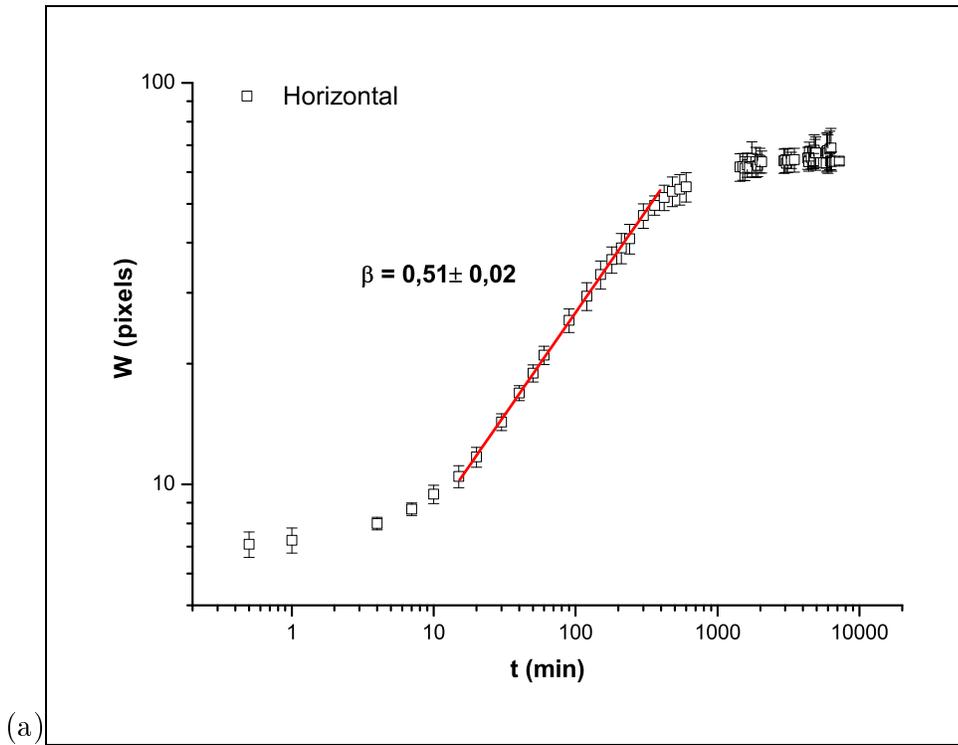


Figura 5.13: Gráfico da rugosidade em função do tempo para o papel jornal na direção horizontal (a) e vertical (b). Cada ponto corresponde a uma média sobre dez amostras.

para as duas orientações. Lembramos novamente que esses expoentes são bastante próximos ao encontrado por Balankin *et al.* [10] para a tinta no intervalo de tempo  $t_1 < t < t_s$ , sendo iguais dentro do erro experimental. Os valores da temperatura e da umidade em nosso experimento são diferentes do experimento realizado por Balankin *et al.*, assim como são diferentes o tipo de papel e a tinta utilizados. Os resultados para o expoente de crescimento,  $\beta$ , obtidos por Soreano *et al.* [3], concordam com os resultados obtidos em nosso trabalho. Soreano *et al.* mostraram que esse expoente independe de parâmetros tais como configurações de desordem e velocidade de propagação da interface em um experimento de embebição forçada.

Como podemos ver, os expoentes  $\beta$  para as direções horizontal e vertical do papel no experimento realizado com controle de temperatura e umidade são iguais, mostrando ser o expoente  $\beta$  pouco sensível a flutuações da interface para a amostra colocada na direção horizontal e vertical. No entanto, a rugosidade de saturação é diferente para as duas orientações. Comparando os expoentes  $\beta$  nos experimentos com e sem controle de temperatura e umidade, percebemos que esses expoentes apresentam diferenças não só no valor do expoente, quanto na forma da curva encontrada. A saturação da rugosidade é melhor observada para os experimentos com ambiente controlado.

### 5.2.2 Cálculo do Expoente da lei de Washburn

Na Fig. 5.14, percebemos que o valor da altura média novamente é diferente em todo intervalo de tempo para as duas orientações. No detalhe da Fig. 5.14 percebemos que os valores de altura média são menores para a direção vertical mesmo

para tempos pequenos. Na direção vertical, a orientação das fibras é contrária a direção de propagação do fluido criando-se com isso um maior obstáculo à propagação da interface que tende a ancorar mais rapidamente.

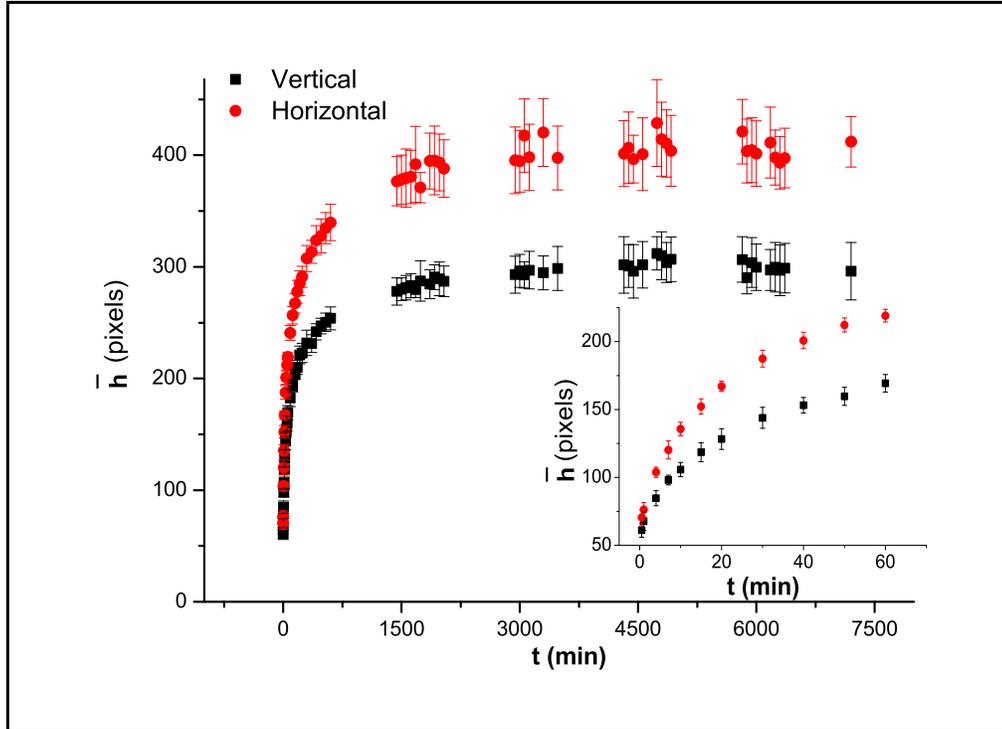


Figura 5.14: Gráfico da altura média em função do tempo para o papel jornal nas direções vertical e horizontal. Cada ponto corresponde a uma média sobre dez amostras. O detalhe na figura mostra a altura média para tempos pequenos.

Analizando os gráficos da Fig. 5.15, encontramos novamente uma lei de potência. A tabela 5.4 mostra os valores dos expoentes.

tempo (min)	orientação	expoente
$4 < t < 300$	horizontal	$\delta = 0,28 \pm 0,01$
$4 < t < 400$	vertical	$\delta = 0,26 \pm 0,02$

Tabela 5.4: Tabela com os valores dos expoentes da lei de Washburn para a direção horizontal e vertical do experimento com controle da umidade.

Esses expoentes novamente diferiram do expoente da lei de Washburn e são

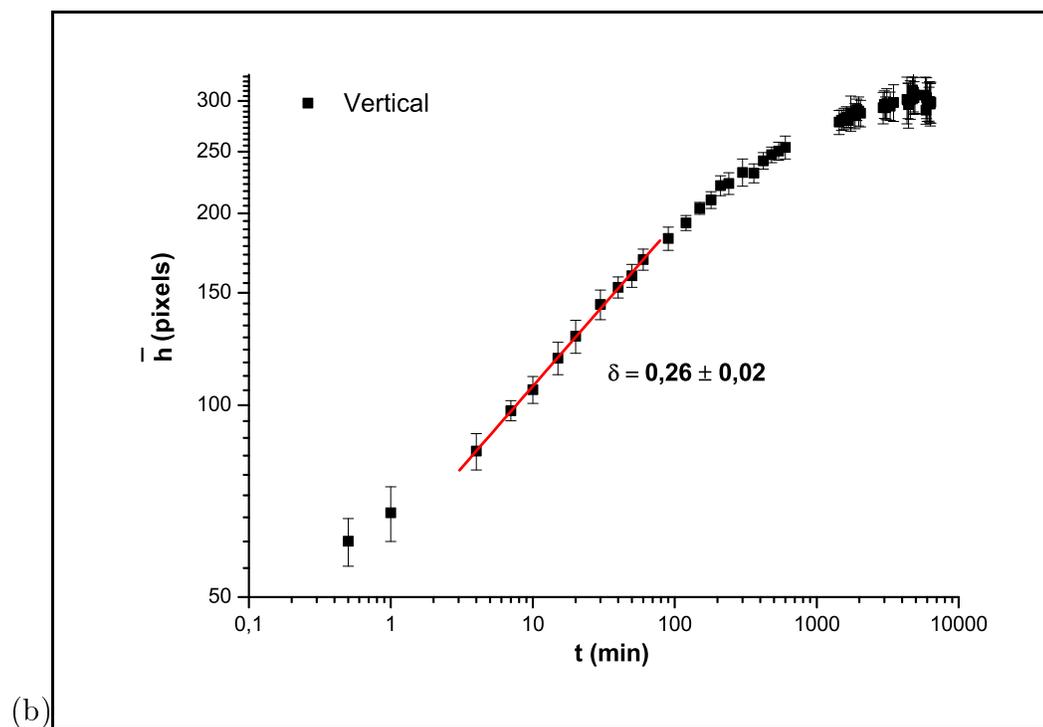
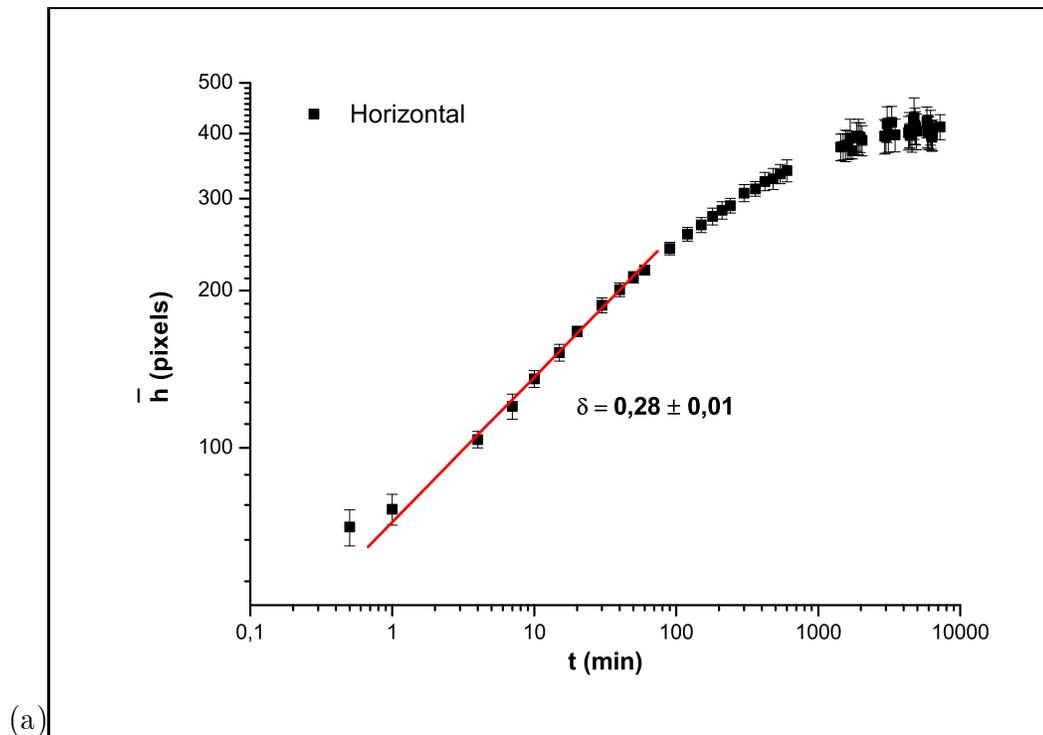


Figura 5.15: Gráfico da altura média em função do tempo para o papel jornal na direção horizontal (a) e vertical (b). Cada ponto corresponde a uma média sobre dez amostras.

diferentes dos expoentes encontrados para o experimento sem o controle da temperatura e umidade, no qual tínhamos duas retas. Os expoentes  $\delta$  se distanciaram mais do regime de Washburn.

Comparando o expoente  $\delta$  para as duas direções (horizontal e vertical), percebemos que são iguais levando em conta a barra de erro.

### 5.2.3 Análise do Expoente de Hurst

Analisamos também o expoente de Hurst, seguindo a mesma metodologia utilizada na seção 5.1.3. Apresentamos no gráfico mostrado na Fig. 5.16, os resultados para o expoente  $H$  em função do tempo e percebemos que o comportamento de  $H$  é o mesmo mostrado na seção 5.1.3, na qual  $H = H(t)$  para o regime anterior ao ancoramento da interface e  $H = \text{cte.}$  após a interface ancorar. O valor do expoente  $H$  após a interface ancorar é constante e diferente para as duas orientações em que o papel foi embebido na suspensão de tinta. O expoente  $H$  se mostrou diferente quanto as duas orientações durante todo o intervalo de tempo em que as amostras foram monitoradas. No detalhe da Fig. 5.16 percebemos que  $H$  é diferente para as duas orientações mesmo para tempos pequenos. Comparando os valores de  $H$  para o experimento realizado com ambiente controlado e com ambiente sem controle, vemos que, ao contrário dos expoentes  $\beta$  e  $\delta$  que se mostraram diferentes, o expoente  $H$  não sofreu variação. O comportamento de  $H = H(t)$  no regime anterior ao ancoramento da interface e  $H = \text{cte.}$  no regime posterior ao ancoramento, também foi observado por Balankin *et al.* para a tinta [10]. A explicação sugerida por Balankin *et al.* para esse comportamento do expoente  $H$  foi a dependência temporal das forças de

capilaridade devido ao esticamento das fibras pela frente precursora. É importante observar que em nosso trabalho a tinta se propaga pelas fibras do papel sem nenhuma frente precursora, e no entanto, o comportamento foi o mesmo descrito por Balankin. Balankin *et al.* observou também que a interface no regime no qual  $H$  varia com o tempo é multi-afim enquanto no regime onde  $H$  é constante a interface é auto-afim.

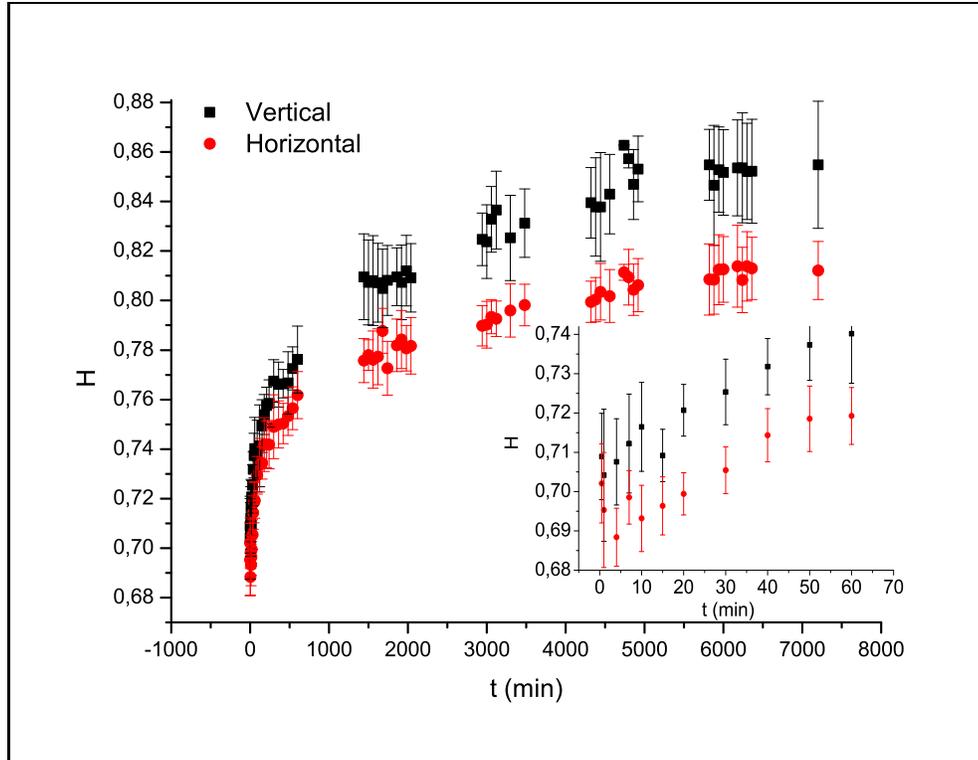


Figura 5.16: Gráfico do Expoente de Hurst em função do tempo para o papel jornal nas direções vertical e horizontal. Cada ponto corresponde a uma média sobre dez amostras. O detalhe na figura mostra o comportamento do expoente de Hurst para tempos pequenos.

A fim de verificarmos se as interfaces produzidas em nossos experimentos também são multi-afins, utilizamos a equação (1.14) para calcular a função de correlação em nossas amostras para três valores diferentes do momento  $q$  ( $q = 1, q = 2, q = 4$ ).

As Figs. 5.17 e 5.18, mostram as curvas de  $C_q$  em função de  $\epsilon$  para as direções horizontal e vertical respectivamente. Ao analisar o expoente de Hurst,  $H_q$ , para os três valores de  $q$ , encontramos que durante todo o intervalo de tempo em que as amostras foram monitoradas,  $H$  varia quando  $q$  varia, ou seja, a dinâmica de crescimento é multi-afim para todo valor de  $t$  e para ambas as orientações. Esse comportamento também se mostrou diferente do encontrado por Balankin *et al.*. Nos gráficos das Figs. 5.17 e 5.18 apresentamos as curvas de  $C_q$  em função de  $\epsilon$  para apenas uma amostra, mas é importante ressaltar que o comportamento da função de correlação foi o mesmo para as demais amostras.

A Fig. 5.19 mostra gráficos de  $C_q$  em função de  $\epsilon$  com  $q = 2$  para as duas orientações, horizontal (a) e vertical (b), para diferentes tempos de embebição. As curvas mostradas indicam que o expoente  $H_{q=2}$  cresce com o tempo. Esse comportamento foi observado para todas as amostras em ambas as orientações apesar dos gráficos na Fig. 5.19 se referirem apenas a uma amostra. Calculamos o expoente de Hurst,  $H_{q=2}$ , para vários intervalos de tempo, antes e após a interface ancorar e observamos o mesmo comportamento mostrado pelos gráficos da Fig. 5.19. Apresentamos o comportamento de  $H_{q=1}$  e  $H_{q=2}$  em função do tempo nos gráficos da Fig. 5.20, onde podemos observar que o expoente  $H_q$ , cresce e tende a saturar para tempos longos, como observado anteriormente. Percebemos novamente que o expoente  $H_q$  é maior para a direção vertical.

As medidas do expoente de Hurst realizadas utilizando a rugosidade dos perfis, contrastam com as medidas de multiafinidade apresentadas no final do trabalho. Motivados pelos trabalhos de fraturas realizados por Menezes-Sobrinho *et al.* [15],

acreditávamos serem os perfis de tinta em papel jornal auto-afins, obedecendo a lei de escala de Family e Vicsek [5]. Contudo, os cálculos de multiafinidade feitos ao final da pesquisa nos mostram que os perfis de tinta em papel jornal não são auto-afins e sim multi-afins. Acreditamos também que essa multiafinidade é um indício de que o expoente  $H$  e o expoente  $\alpha$  são diferentes devendo as interfaces encontradas em nosso trabalho seguir a lei de escala Anômala ( $H \neq \alpha$ ). Os cálculos do expoente  $\alpha$  também ainda não foram realizados por nós sendo que pretendemos realiza-los em breve e concluir com segurança se os nossos perfis seguem ou não a lei de escala anômala.

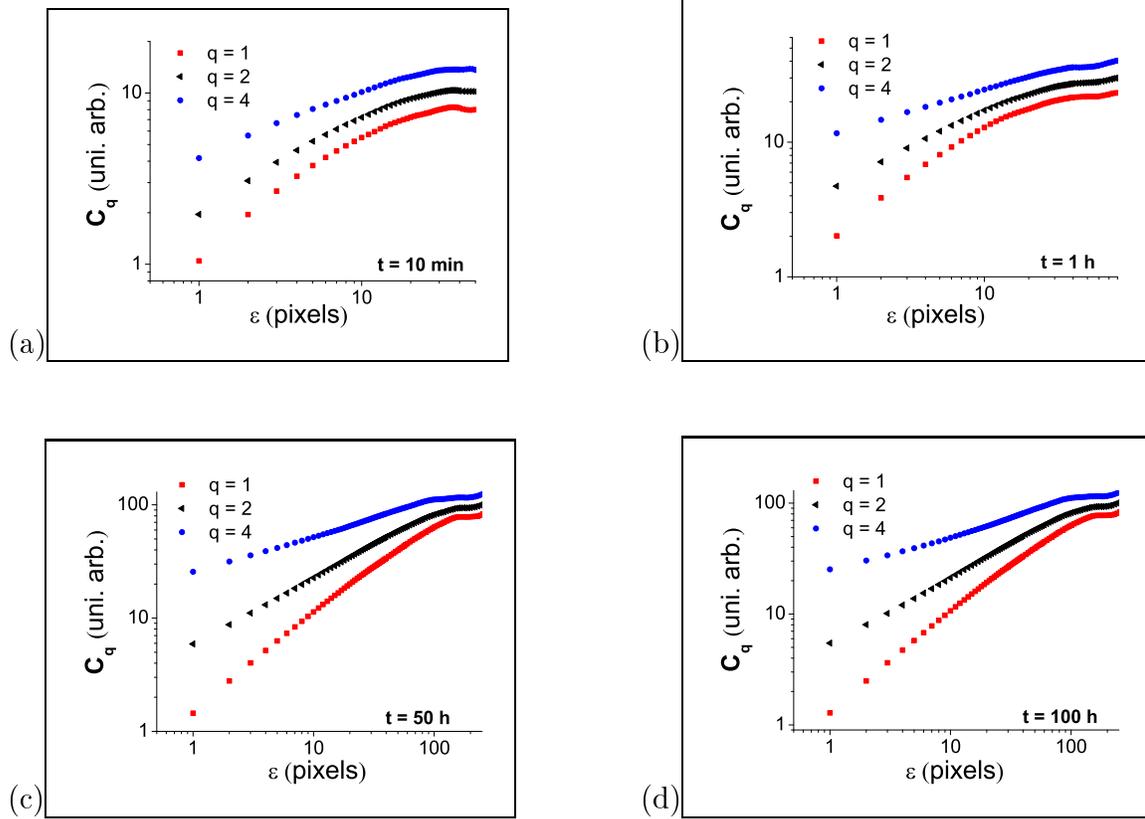


Figura 5.17: Gráficos da função de correlação com  $q = 1$ ,  $q = 2$  e  $q = 4$  para (a) 10 min, (b) 1 h, (c) 50 h, (d) 100 h, para a direção horizontal.

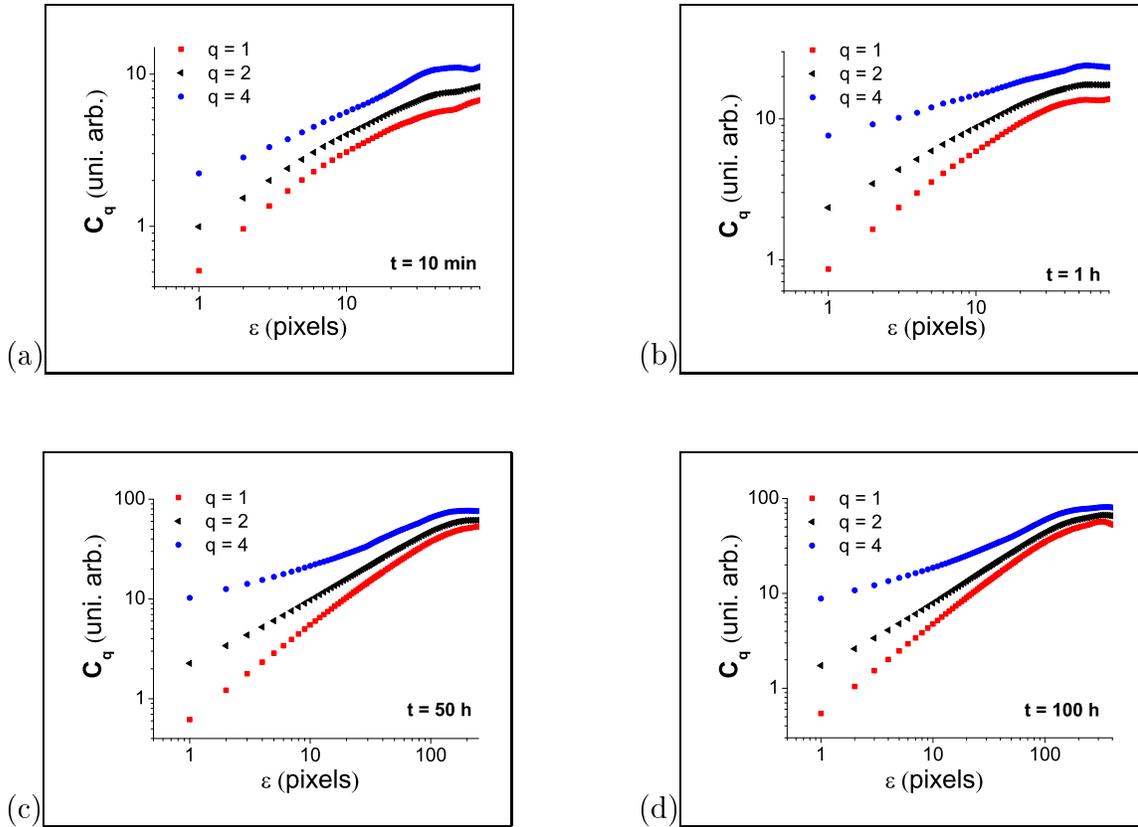


Figura 5.18: Gráficos da função de correlação com  $q = 1$ ,  $q = 2$  e  $q = 4$  para (a) 10 min, (b) 1 h, (c) 50 h, (d) 100 h, para a direção vertical.

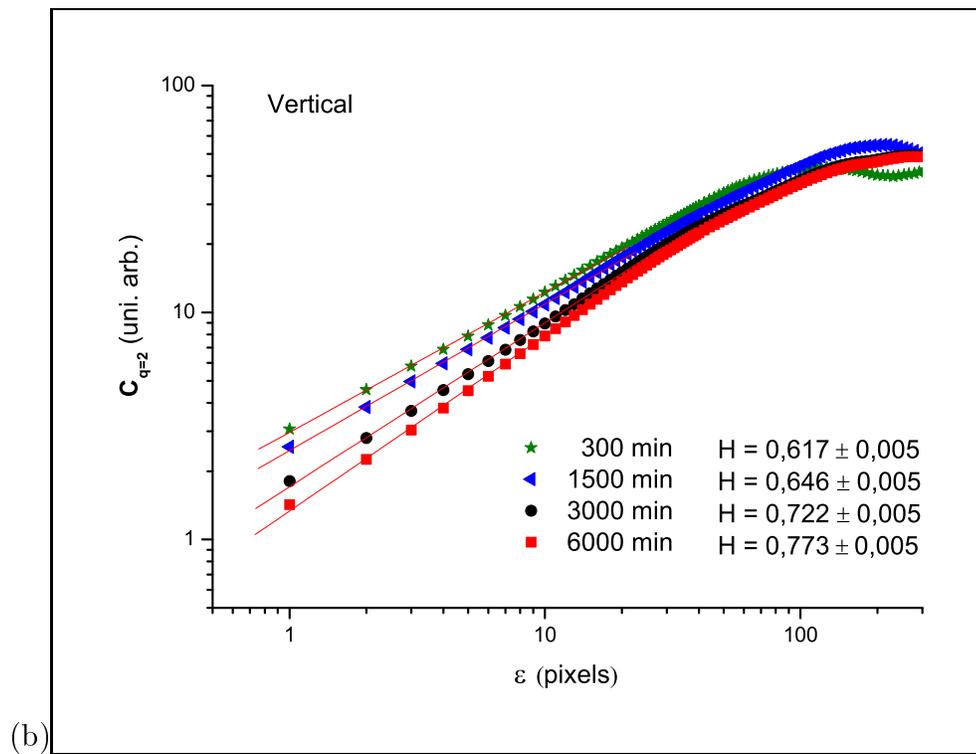
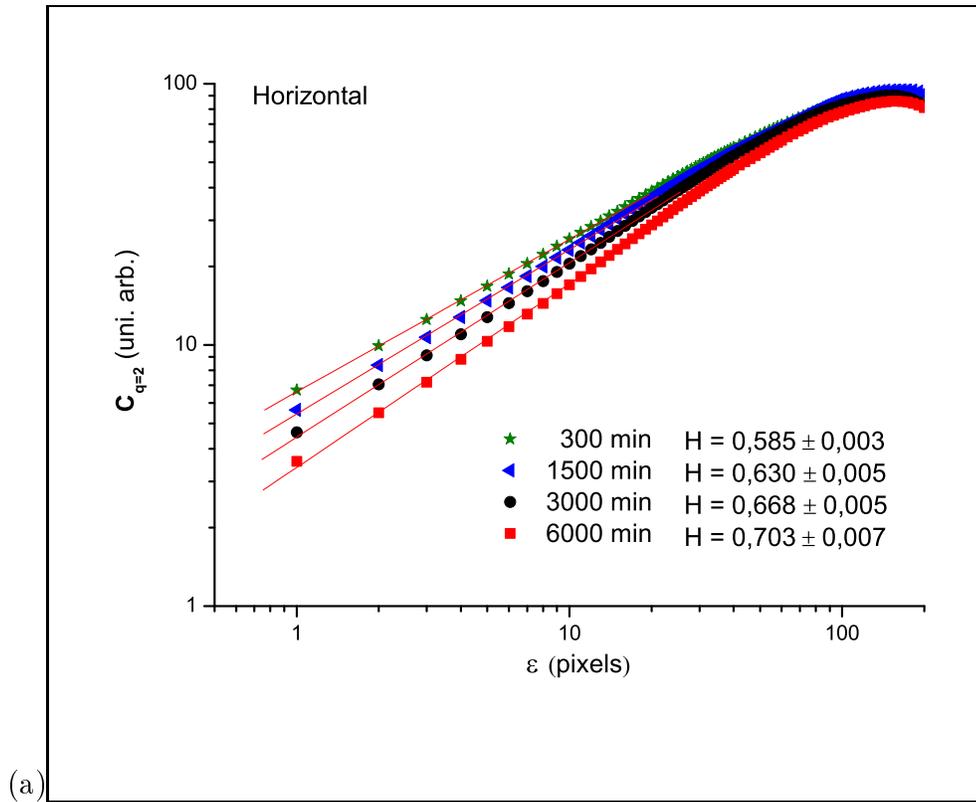


Figura 5.19: Gráfico da função de correlação ( $C_{q=2}$ ), para o papel jornal na direção horizontal (a) e vertical (b).

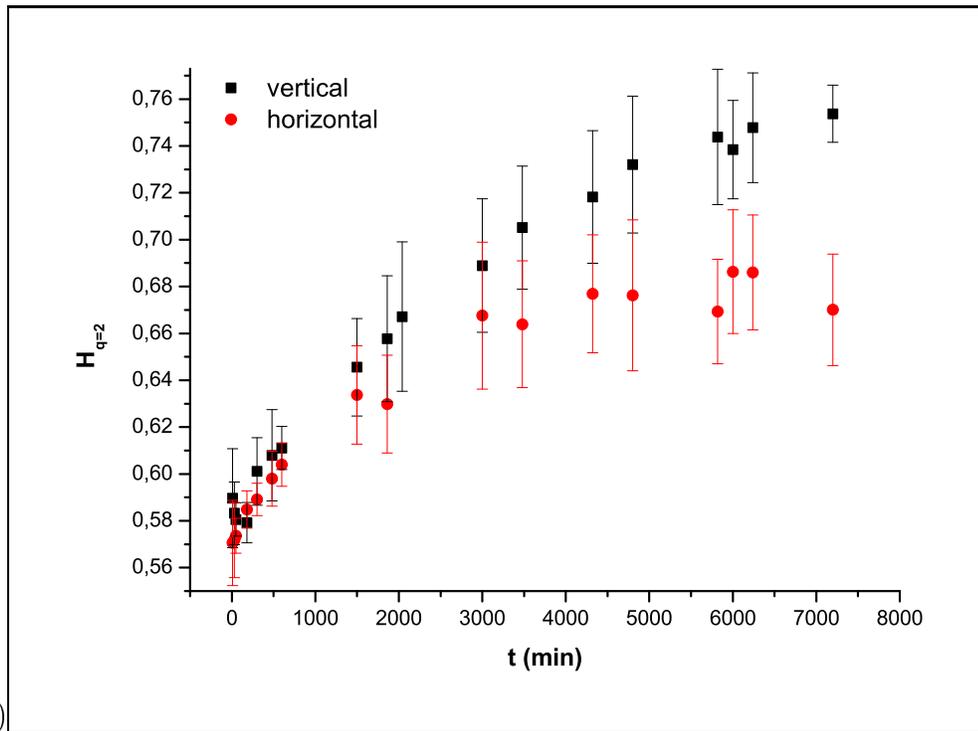
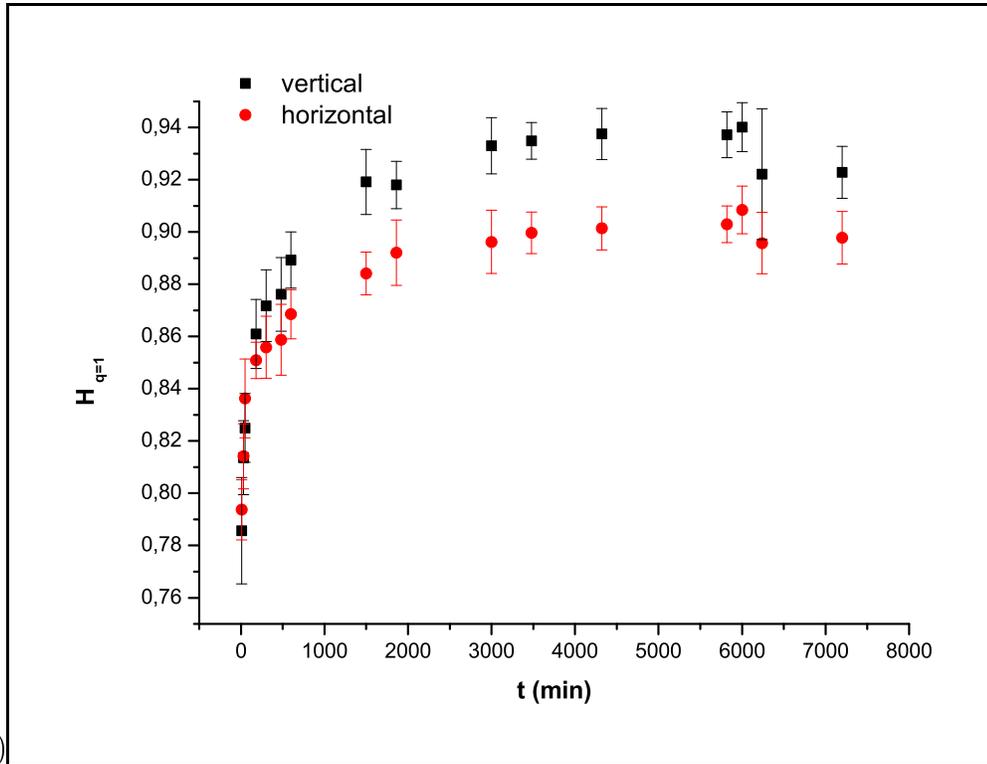


Figura 5.20: Gráfico do Exponente de Hurst em função do tempo com  $q = 1$  (a) e  $q = 2$  (b) para o papel jornal nas direções vertical e horizontal. Cada ponto corresponde a uma média sobre dez amostras.

# Conclusões e Perspectivas

Através do experimento montado, foi possível estudar a rugosidade cinética das interfaces formadas pela difusão de tinta em papel. As amostras obtidas revelam um perfil bastante rugoso e interessante para os propósitos desse trabalho. A simples observação visual dos padrões formados pela propagação de tinta em papel jornal nas duas orientações, horizontal e vertical, já é um indício de que duas orientações do papel não são equivalentes. Os gráficos da altura média em função do tempo mostram valores de altura média bastante diferentes para as duas orientações.

Os gráficos analisados nos fornecem informações sobre o expoente de crescimento  $\beta$ , do expoente da lei de Washburn  $\delta$  e sobre o expoente de Hurst  $H$ . A Tabela 5.5 mostra todos os expoentes encontrados nesse trabalho. Os expoentes  $\beta$  e  $\delta$  não apresentaram dependência com a orientação do papel mas quando comparamos em relação a temperatura e umidade eles se mostraram bastante diferentes.

O expoente  $\delta$  se mostrou diferente do expoente da lei de Washburn ( $\delta = 0,5$ ) para as duas orientações e para ambos os experimentos, com e sem controle de temperatura e umidade. Conjecturamos que isto se deva ao fato de tinta ser um fluido não-Newtoniano e/ou à mudança no diâmetro das fibras ao serem molhadas pela tinta.

Tabela 5.5: Tabela com os vários valores de expoentes encontrados nesse trabalho.

UR(%) / T(°C)	Orientação	$\delta_1$	$\delta_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$H_1$	$H_2$
Variável	horizontal	0,36(0,04)	0,156(0,007)	0,19(0,04)	0,38(0,03)	$H(t)$	0,80(0,02)
Variável	vertical	0,38(0,06)	0,167(0,007)	0,20(0,03)	0,34(0,04)	$H(t)$	0,85(0,02)
constante	horizontal	–	0,28(0,01)	–	0,51(0,02)	$H(t)$	0,80(0,02)
constante	vertical	–	0,26(0,02)	–	0,49(0,03)	$H(t)$	0,85(0,02)

O expoente  $H$  se mostrou dependente quanto a orientação das amostras em todo o intervalo de tempo em que as amostras foram monitoradas. O expoente  $H$  apresentou dois estágios. Inicialmente  $H = H(t)$  para as duas orientações e para ambos os experimentos, com e sem controle de temperatura e umidade. Após a rugosidade da interface saturar, o expoente de Hurst se torna constante mas diferente para as duas orientações do papel. Comparando o expoente de Hurst no experimento com ambiente controlado e sem ambiente controlado vemos não haver dependência do expoente  $H$  com a temperatura e a umidade.

O crescimento se mostrou multi-afim para ambas as orientações uma vez que  $H$  é diferente para momentos diferentes da função de correlação (Fig. 5.17 e Fig. 5.18).

Não foi possível uma comparação com classes de universalidades uma vez que medimos apenas um dos expoentes críticos necessários para tal comparação.

Como perspectivas para esse trabalho, esperamos traçar o gráfico da rugosidade em função do comprimento  $L$  do papel para podermos avaliar o expoente de rugosidade  $\alpha$  e também encontrar o expoente dinâmico  $z$ . Encontrando o expoente  $\alpha$ , poderemos buscar uma classe de universalidade em que esses expoentes se enquadrem. Outra análise que poderá ser feita é quanto a rugosidade de nossos perfis pertencerem ou não a lei de escala de Family ( $\alpha = H$ ). Caso essa igualdade não seja observada,

poderíamos classificar nossos perfis como pertencentes a lei de escala anômala. O caráter multi-afim da interface já pode ser considerado sinal da existência da escala anômala. Esperamos também analisar se existe dependência dos expoentes quanto a outros tipos de papéis, tais como o papel sulfite. Outra possibilidade também seria a obtenção de amostras em outras orientações diferentes das encontradas nesse trabalho.

# Referências Bibliográficas

- [1] M. Kardar, G. Parisi, e Y.-C. Zhang, *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 889 (1986);
- [2] L. A. N. Amaral, A.-L. Barabási, S. V. Buldyrev, S. Havlin, e H. E. Stanley, *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 641 (1994);
- [3] J. Soreano, J. Ortín, and A. H. Machado *Phys. Rev. E*, **66**, 031603(2002);
- [4] A.-L. Barabási e H.E. Stanley; *Fractal Concepts in Surface Growth* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995);
- [5] F. Family e T. Vicsek, *J. Phys A*, **18**, L75 (1985);
- [6] J. Krug, *Adv. Phys.*, **46**, 139 (1997);
- [7] J. J. Ramasco, J. M. López, and M. A. Rodríguez, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 2199 (2000);
- [8] J. M. López and J. Schmittbuhl, *Phys. Rev. E*, **57**, 6405 (1998);
- [9] M. Alava, M. Dubé, M. Rost; *Advances in Physics*, **53**, No. 2, 83-175 (2004);
- [10] A. S. Balankin, R. G. Paredes, O. Susarrey, D. Morales and F. C. Vacio; *Phys Rev Lett*, **96** 056101 (2006);

- [11] V. K. Horváth and H. E. Stanley, *Phys. Rev. E*, **52**, 5166 (1995);
- [12] S. V. Buldyrev, A.-L. Barabási, F. Caserta, S. Havlin, H. E. Stanley, T. Vicsek  
*Phys. Rev. A*, **45**, R8313(1992);
- [13] S. F. Edwards and D. R. Wilkinson, *Proc. R. Soc. London A*, **381**, 17-31 (1982);
- [14] P. B. S. Kumar e D. Jana, *Physica A*, **224**, 199 (1996);
- [15] I. L. M. Sobrinho, M. S. Couto, I. R. Ribeiro, *Phys. Rev. E*, **71**, 066121 (2005);
- [16] P. Meakin, *Fractals; Scaling and Growth Far From Equilibrium* (Cambridge University Press, Cambridge, 1998);
- [17] B. B. Mandelbrot; *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman, 1982;
- [18] F. Family, *J. Phys. A*, **19** L441 (1986);
- [19] P. Meakin, P. Ramandal, L. M. Sander e R. C. Ball, *Phys. Rev. A*, **34**, 5091 (1986);
- [20] S. G. Alves; *Tese de Doutorado*, UFMG (2006);
- [21] L. A. N. Amaral, A.-L. Barabási, S. V. Buldyrev, S. Harrington, S. Havlin, R. Sadr-Lahijany e H. E. Stanley, *Phys. Rev. E*, **51**, 4655 (1995);
- [22] P. Meakin; *J. Phys. A: Math. Gen.*, **20** L1113-L1119 (1987);
- [23] J. Feder; *Fractals* (Plenum Press, New York, 1989);
- [24] T. Vicsek; *Fractal Growth Phenomena* (World Scientific, Singapore, 1992);

- [25] R. Lucas, *Kolloid Zeitschrift*, **23**, 15 (1918);
- [26] E. W. Washburn, *Phys. Rev.*, **17**, 273 (1921);
- [27] M. Sahimi, *Rev. Mod. Phys.*, **65**, 1393 (1993);
- [28] J. A. Redinz, P. R. C. Guimarães, *Society of Wood Science & Technology*, **29**, 333 (1997);
- [29] M. Alava and K. Niskanen, *Rep. Prog. Phys.*, **69**, 669 (2006);
- [30] A. S. Balankin, O. Susarrey, J. M. Gonzáles; *Phys Rev Lett*, **90** 096101 (2003);
- [31] <http://www.sciocorp.com> (Scion-Image, 1999);
- [32] J. Liu; *Tese de Doutorado*, Georgia Institute of Technology (2004).
- [33] L. Salminen; *Tese de Doutorado*, Laboratory of Physics, Helsinki University of Technology Espoo, Finland (2003);

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)