



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.012/07

Energia Escura e Formação de Estruturas em Larga Escala

Lamartine Liberato

Orientador

Prof. Dr. Rogério Rosenfeld

DEZEMBRO.2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Agradecimentos

Dedico este trabalho à minha mãe, Ana Liberato. Agradeço aos amigos Ronaldo Castilho Marques Lima e Alexandre Stefani pela revisão deste trabalho. Sou grato ao Prof. Dr. Rogério Rosenfeld por sua orientação.

Este trabalho teve suporte financeiro da CAPES.

Resumo

Investigamos a formação, em larga escala, de estruturas no universo, na presença da energia escura. Sua influência sobre o crescimento de perturbações cosmológicas é exercida tanto através do efeito sobre a taxa de expansão do fundo cósmico homogêneo, quanto de suas próprias flutuações de densidade. Para calcularmos a taxa de formação de aglomerados de galáxias, empregamos uma generalização do formalismo de colapso esférico para a inclusão de fluidos com pressão. Um importante efeito de flutuações de energia escura associados a halos de matéria escura é a indução de halos de energia escura, que reprimem o crescimento de estruturas quando temos equações de estado não *phantom*; por outro lado, quando temos equações de estado *phantom*, são gerados vazios de energia escura, aumentando o crescimento de estruturas de matéria. Outro importante efeito ocorre quando consideramos a possibilidade da energia escura mudar sua equação de estado quando há grandes variações de sua densidade no interior dos halos em relação ao fundo homogêneo. O grande número de parametrizações da energia escura que foram obtidos com dados, de supernovas Ia são sensíveis apenas até desvios para o vermelho de ordem um. Mostramos que as parametrizações produzem assinaturas distintas na formação de aglomerados com o uso do formalismo de Press-Schechter. Portanto, futuras observações de aglomerados galácticos podem prover vínculos importantes no comportamento da energia escura durante a evolução do universo.

Abstract

We investigate large scale structure formation in universe with dark energy presence. The dark energy influence on cosmological perturbation growth is exerted both through its effect on the expansion rate of background, and through its own density fluctuation as well. To compute the rate of formation of massive objects we employed the spherical collapse formalism, which was generalized to include fluids with pressure. An important effect caused by fluctuations in dark energy associated with dark matter halos is the induction of dark energy halos damping the growth of structures when the equations of state are non-phantom; on the other hand, phantom models generate dark energy voids, enhancing the growth of matter halos. Other important effect occurs when we consider the possibility of dark energy changing its equation of state when there are large differences between densities in the background and in the halos. The large number of dark energy parametrizations obtained with supernova Ia data are only sensitive to redshifts up to order one. We show these parametrizations produce distinguishable signatures in cluster formation using the Press-Schechter formalism. Therefore, future observations of galaxy clusters can provide important constraints on the behavior of dark energy in the course of universe evolution.

Sumário

1	Introdução	1
2	O Modelo Padrão	4
2.1	A Métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker	4
2.2	As Equações de Einstein	5
2.3	Energia Escura e Parametrizações da Equação de Estado . . .	11
3	Modelo de Colapso Esférico	17
3.1	O Colapso Esférico	17
3.2	Energia Escura Homogênea e Evolução Linear das Perturbações	20
3.3	Energia Escura Homogênea e Evolução Não Linear do Halo . .	24
4	Contagens de Aglomerados	27
4.1	O Formalismo de Press-Schechter	28
4.2	Contagens de Aglomerados de Galáxias	33
5	Energia Escura Inomogênea	38
5.1	Evolução Não Linear das Perturbações	39
5.2	Evolução Linear das Perturbações	39
5.3	Modelos Não <i>Phantom</i> com w Constante	42
5.4	Modelos <i>Phantom</i> com w Constante	44
5.5	Equação de Estado Variável $w_e(z)$	46
5.6	Regime Não Linear	48
5.7	Função de Massa e Energia Escura Inomogênea	51
5.8	Contagens de Aglomerados de Galáxias	53

6	Transmutação da Energia Escura	59
6.1	Flutuações do Fluido	59
6.2	Evolução das Flutuações Não <i>Phantom</i>	62
6.3	Evolução das Flutuações <i>Phantom</i>	64
7	Conclusão	66
A	Colapso de Esfera Inomogênea	68

Capítulo 1

Introdução

Há fortes evidências que sugerem que o universo é aproximadamente plano e que sua componente dominante na densidade de energia possui natureza desconhecida. Análises de distâncias luminosas em grandes *desvios para o vermelho*, doravante denominados *redshifts*, de supernovas do tipo Ia levaram à conclusão de que a expansão do universo está acelerando, com indicações de que esta expansão é recente, iniciada há poucos bilhões de anos [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Tais observações são corroboradas por pelo menos três observações extensas e independentes, o espectro angular das flutuações de temperatura da radiação cósmica de fundo em microondas [7, 8], as observações da distribuição espacial de estruturas de larga escala [9, 10] e as oscilações acústicas de bárions [11].

Estes dados observacionais sinalizam para uma contribuição dominante à densidade de energia de um fluido com pressão negativa, usualmente chamado de “energia escura”. Não sabemos o que a energia escura é, e em nossa ignorância de sua real natureza muitas parametrizações constantes ou variáveis com relação ao tempo ou ao *redshift* foram introduzidas através de sua equação de estado, numa tentativa de descrição de sua evolução.

A abordagem mais direta à energia escura em seu contexto cósmico é a fenomenológica, recentemente adotada por vários autores [12, 13, 14, 15], na qual a equação de estado é expressa em termos do fator de escala a ou do *redshift* z , que são relacionados ao tempo cósmico. Este procedimento gerou vários modelos baseados na parametrização da equação de estado ou, de maneira equivalente, no comportamento da densidade de energia escura.

Embora determinar a equação de estado como função do *redshift* provavelmente não ajude muito em revelar a natureza da energia escura, poderá diminuir o longo o caminho através da eliminação de vários modelos existentes. Portanto, uma das mais importantes tarefas no avanço da cosmologia observacional é acumular dados suficientes em número e precisão para a inequívoca distinção entre tão numerosa diversidade de possibilidades. Assim, como para os teóricos, o desafio é determinar de que formas adicionais a energia escura pode se manifestar ou influenciar o comportamento do universo além, obviamente, da taxa de expansão acelerada do universo.

Os dados de supernovas Ia são sensíveis com relação à equação de estado da energia escura somente em uma pequena faixa de *redshifts*, tipicamente até $z = \mathcal{O}(1)$. Esta é a razão pela qual há grande variedade de parâmetros permitidos com diferentes equações de estado. De fato, a mais simples possibilidade, o modelo de constante cosmológica Λ CDM (Λ *Cold Dark Matter*), para o qual temos uma equação de estado constante e igual a -1 , ainda proporciona um dos melhores ajustes aos dados. Esse fato torna bastante desejável termos outro observável, sensível em altos *redshifts*, que possa quebrar a degenerescência entre tantas parametrizações propostas.

A energia escura tem um efeito dramático sobre a dinâmica do universo, alterando a forma como as estruturas cosmológicas crescem [16]. Isto oferece a possibilidade de que observações da formação de estruturas em larga escala possam fornecer um teste mais aprofundado das propriedades da energia escura, complementares às informações derivadas dos dados de supernovas Ia.

O desenvolvimento de estruturas no universo com energia escura é assunto de grande relevância em estudos correntes [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] particularmente através do modelo de colapso esférico [30], em associação com funções de massa como a do formalismo de Press & Schechter [31]. Usaremos estas técnicas na investigação de modelos cosmológicos onde a componente de energia escura permanece homogênea nas escalas de grandes estruturas ou permitimos sua aglomeração, *i.e.*, energia escura inhomogênea, para avaliarmos observacionalmente suas conseqüências na formação de estruturas, especialmente através do número de aglomerados de galáxias.

A base de nosso estudo é a influência da energia escura em dois casos essenciais quanto a perturbações, com objetivos diferentes. O primeiro caso considera a energia escura universalmente homogênea, *i.e.*, sem a possibilidade de flutuar sua densidade e de aglomerar-se, onde usaremos o formalismo

de Press-Schechter para distinguir e futuramente confrontar os diversos comportamentos ou parametrizações da energia escura aos dados observacionais de estruturas em larga escala, como desenvolvido em [32].

No segundo caso a densidade de energia escura poderá flutuar, *i.e.*, criar *halos* ou *vazios*. Isto alterará a formação de estruturas de matéria produzindo um cenário característico que poderá ser visto como uma assinatura sobre um comportamento fundamental da componente de energia escura, se esta aglomera ou não. Esta possibilidade foi explorada em [33].

Abordagens semelhantes também foram recentemente desenvolvidas por um modelo de Nunes & Mota [26], Manera & Mota [28] e Dutta & Maor [34]. Porém, estes trabalhos usaram campo escalar para a energia escura. Todavia, como já dissemos, aqui nosso foco está na descrição do comportamento da energia escura como parametrizações da equação de estado, que é mais geral do que o campo escalar, e possui caráter fenomenológico, pois a equação de estado pode ser relacionada diretamente com os observáveis mais amplamente usados na medida da aceleração cósmica.

Ademais, em contraste com [26, 28], somos capazes de investigar consistentemente o regime não linear de aglomeração de ambas as componentes, a de matéria e a de energia escura, e encontramos que há efeitos importantes sobre a formação de objetos com grandes massas ($M > 10^{13} M_{\odot}$).

Capítulo 2

O Modelo Padrão

2.1 A Métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

Para a Relatividade Geral a Cosmologia é a tarefa de encontramos as soluções das equações de campo de Einstein que são consistentes com a distribuição em larga escala da energia e da matéria no universo ao longo de sua evolução cósmica.

As observações cósmicas modernas têm demonstrado que o universo real é altamente simétrico em suas propriedades em larga escala. Entretanto, as evidências de tal simetridade ainda eram desconhecidas quando Friedmann e Lemaître começaram suas investigações pioneiras sobre um dos mais simples modelos de universo, que pressupõe homogeneidade e isotropia. De fato a isotropia implica em homogeneidade, *e.g.*, [35].

Posteriormente Robertson e Walker, independentemente, demonstraram que a métrica usada por Lemaître leva à geometria Riemanniana mais geral compatível com homogeneidade e isotropia.

Homogeneidade cósmica significa, grosso modo, que o universo é o mesmo em todo lugar em um dado tempo, ou de maneira mais precisa, que para cada evento no universo há uma "hipersuperfície de homogeneidade", *i.e.*, condições físicas idênticas para todo evento nesta hipersuperfície. Em cada evento desta hipersuperfície a densidade de energia total ρ e a pressão p são

as mesmas.

A métrica que condensa estes conceitos é conhecida como a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, ou métrica FLRW, comumente expressa como

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dy^\nu = -dt^2 + R^2(t) \left[\frac{dr^2}{f^2(r)} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (2.1)$$

onde os índices μ e ν referem-se às coordenadas, *i.e.*, $x^0 = t$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$ e $x^3 = \phi$. $R(t)$ é o fator de expansão do universo, conhecido como fator de escala, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$ e $f^2(r) = 1 - kr^2$ com $k = -1$ descrevendo, matematicamente, um universo "aberto"; $k = +1$, "fechado" e $k = 0$ "plano".

2.2 As Equações de Einstein

A dinâmica cósmica decorre dos vínculos impostos pelas equações de Einstein

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = \mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \mathcal{R} = -8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

sobre o tensor métrico. Encontraremos, a seguir, as equações de Einstein para a métrica de FLRW isotrópica e homogênea (2.1). As quantidades $\mathcal{R}_{\mu\nu}$, \mathcal{R} e $T_{\mu\nu}$ serão definidas ao longo dos cálculos.

Considere a lagrangeana de uma partícula livre no espaço-tempo definido pela métrica FLRW,

$$\mathcal{L} = g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda}, \quad (2.3)$$

onde λ é o *parâmetro afim*, *i.e.*, uma parametrização das coordenadas.

As equações de Euler-Lagrange são

$$\frac{d}{d\lambda} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\mu} = 0. \quad (2.4)$$

Usando o tensor métrico de FLRW (2.1) e a lagrangeana (2.3) encontramos as equações de Euler-Lagrange. Um método prático para determinar os símbolos de Christoffel $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$,

$$\ddot{t} + \left(\frac{R}{f^2} \frac{\partial R}{\partial t} \right) \dot{r}^2 + \left(R \frac{\partial R}{\partial t} r^2 \right) \dot{\theta}^2 + \left(R \frac{\partial R}{\partial t} r^2 \sin^2\theta \right) \dot{\phi}^2 = 0, \quad (2.5)$$

$$\ddot{r} + \left(\frac{2}{R} \frac{\partial R}{\partial t} \right) \dot{r} - \frac{R}{f} \frac{df}{dr} \dot{r}^2 + f^2 r \dot{\theta}^2 - f^2 r (\text{sen}^2 \theta) \dot{\phi}^2 = 0, \quad (2.6)$$

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{2}{R} \frac{\partial R}{\partial t} \right) \dot{\theta} + \frac{2}{r} \dot{r} \dot{\theta} - (\text{sen} \theta \cos \theta) \dot{\phi}^2 = 0, \quad (2.7)$$

$$\ddot{\phi} + \left(\frac{2}{R} \frac{\partial R}{\partial t} \right) \dot{\phi} + \frac{2}{r} \dot{r} \dot{\phi} - (2 \cot \theta) \dot{\theta} \dot{\phi} = 0, \quad (2.8)$$

onde o ponto significa derivada com respeito ao parâmetro λ .

Lembrando as equações da geodésica,

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0, \quad (2.9)$$

podemos extrair os símbolos de Christoffel das equações (2.5), (2.6), (2.7) e (2.8) de Euler-Lagrange, ou equações da geodésica,

$$\Gamma_{11}^0 = \frac{R}{f^2} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (2.10)$$

$$\Gamma_{22}^0 = R \frac{\partial R}{\partial t} r^2, \quad (2.11)$$

$$\Gamma_{33}^0 = R \frac{\partial R}{\partial t} r^2 \text{sen}^2 \theta, \quad (2.12)$$

$$\Gamma_{01}^1 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (2.13)$$

$$\Gamma_{11}^1 = -\frac{1}{f} \frac{df}{dr}, \quad (2.14)$$

$$\Gamma_{22}^1 = -f^2 r, \quad (2.15)$$

$$\Gamma_{33}^1 = -f^2 r \text{sen}^2 \theta, \quad (2.16)$$

$$\Gamma_{02}^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (2.17)$$

$$\Gamma_{12}^2 = \frac{1}{r}, \quad (2.18)$$

$$\Gamma_{33}^2 = -\text{sen}\theta\text{cos}\theta, \quad (2.19)$$

$$\Gamma_{03}^3 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (2.20)$$

$$\Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \quad (2.21)$$

$$\Gamma_{23}^3 = \text{cot}\theta, \quad (2.22)$$

onde os índices referem-se às coordenadas, *i.e.*, $x^0 = t$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$ e $x^3 = \phi$.

Com estes símbolos poderemos encontrar o tensor de Ricci, que é o tensor de Riemann-Christoffel contraído,

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\mu\nu} &= \mathcal{R}_{\mu\nu\alpha}^{\alpha} \\ &= \Gamma_{\alpha\mu,\nu}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^{\alpha} + \Gamma_{\mu\alpha}^{\beta} \Gamma_{\beta\nu}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\nu}^{\beta} \Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde a vírgula denota derivada parcial.

Utilizando o símbolos de Christoffel na expressão (2.23), do tensor de Ricci, encontramos os seguintes termos diferentes de zero:

$$\mathcal{R}_{00} = 3 \frac{\ddot{R}}{R}, \quad (2.24)$$

$$\mathcal{R}_{11} = -\frac{R\ddot{R}}{f^2} - \frac{2\dot{R}^2}{f^2} + \frac{2f'}{fr}, \quad (2.25)$$

$$\mathcal{R}_{22} = f^2 r^2 \left(-\frac{R\ddot{R}}{f^2} - \frac{2\dot{R}^2}{f^2} + \frac{f'}{fr} - \frac{1}{f^2 r^2} + \frac{1}{r^2} \right), \quad (2.26)$$

$$\mathcal{R}_{33} = (\text{sen}^2\theta)\mathcal{R}_{22}. \quad (2.27)$$

Acima, o ponto denota derivada com relação ao tempo e a linha derivada com relação à coordenada radial r . Com estes termos podemos efetuar mais uma contração,

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{\mu}^{\mu}$$

$$\begin{aligned}
&= g^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu} \\
&= g^{00}\mathcal{R}_{00} + g^{11}\mathcal{R}_{11} + g^{22}\mathcal{R}_{22} + g^{33}\mathcal{R}_{33}, \tag{2.28}
\end{aligned}$$

necessária para obtermos o escalar de curvatura (2.29), para as equações (2.2) de Einstein. Portanto, obtivemos,

$$\mathcal{R} = \frac{2f^2}{R^2} \left(-\frac{3R\ddot{R}}{f^2} - \frac{3\dot{R}^2}{f^2} + \frac{2f'}{fr} - \frac{1}{f^2r^2} + \frac{1}{r^2} \right). \tag{2.29}$$

O tensor de Energia-Momento para um fluido perfeito é dado por

$$T_{\mu\nu} = pg_{\mu\nu} + (p + \rho)U_\mu U_\nu, \tag{2.30}$$

sendo p pressão, ρ densidade e U^μ o quadri-vetor velocidade,

$$U^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}, \tag{2.31}$$

$$U^i = \frac{v^i}{\sqrt{(1 - v^2)}}, \tag{2.32}$$

$$U^0 = \frac{1}{\sqrt{(1 - v^2)}}. \tag{2.33}$$

Usando um referencial comóvel, ou seja, um referencial onde o observador desloca-se com o fluido em cada instante, temos $U^i \equiv 0$ e $U^0 \equiv 1$. Obtemos então os elementos não nulos do tensor Energia-Momento,

$$T_{00} = \rho, \tag{2.34}$$

$$T_{11} = p_r \frac{R^2}{f^2} \tag{2.35}$$

$$T_{22} = p_\theta R^2 r^2, \tag{2.36}$$

$$T_{33} = p_\phi R^2 r^2 \text{sen}^2\theta. \tag{2.37}$$

Portanto, finalmente obtemos os elementos diferentes de zero, do tensor de Einstein, (2.2),

$$\mathcal{G}_{00} = \frac{f^2}{R^2} \left(-\frac{3\dot{R}^2}{f^2} + \frac{2f'}{fr} - \frac{1}{f^2r^2} + \frac{1}{r^2} \right), \quad (2.38)$$

$$\mathcal{G}_{11} = \frac{2R\ddot{R}}{f^2} + \frac{\dot{R}^2}{f^2} + \frac{1}{f^2r^2} - \frac{1}{r^2}, \quad (2.39)$$

$$\mathcal{G}_{22} = f^2r^2 \left(\frac{2R\ddot{R}}{f^2} + \frac{\dot{R}^2}{f^2} - \frac{f'}{fr} \right), \quad (2.40)$$

$$\mathcal{G}_{33} = (\text{sen}^2\theta)\mathcal{G}_{22}. \quad (2.41)$$

A densidade $\rho(t)$ pode ser expressa através de $R(t)$ e sua derivada temporal pela componente tempo-tempo da equação (2.2) de Einstein. Ou seja, usando (2.38) e (2.34) temos

$$8\pi G \rho(t) = 3 \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{3k}{R^2}. \quad (2.42)$$

Com o uso de qualquer uma das componentes espaciais da equação de Einstein (2.2) e a hipótese de isotropia encontramos a mesma equação espaço-espaço, *i.e.*, usando (2.39) e (2.35) ou (2.40) e (2.36) ou (2.41) e (2.37) com $p = p_r = p_\theta = p_\phi$, encontramos

$$8\pi G p(t) = -2 \frac{\ddot{R}}{R^2} - \frac{\dot{R}}{R^2} - \frac{k}{R^2}. \quad (2.43)$$

Combinando as equações (2.42) e (2.43) encontramos

$$-4\pi G [\rho(t) + 3p(t)] = 3 \frac{\ddot{R}}{R^2}. \quad (2.44)$$

O que poderíamos ter feito diferenciando (2.42) com relação ao tempo e o uso da equação de continuidade abaixo,

$$\dot{\rho}(t) + 3 \frac{\dot{R}}{R}(\rho(t) + p(t)) = 0. \quad (2.45)$$

Note um fato crucial na expressão (2.44), sua independência quanto à curvatura, o que será bastante relevante em desenvolvimentos posteriores.

De fato esta independência é mais geral. No Apêndice A mostramos que, a taxa de aceleração, da contração ou expansão, de uma esfera radialmente inhomogênea também é independente da curvatura.

Podemos fazer o fator de escala $R(t)$ sem dimensão definindo

$$a(t) \equiv \frac{R(t)}{R_0}, \quad (2.46)$$

portanto $a_0 \equiv a(t_0) = 1$ no tempo t_0 atual. Definimos também o parâmetro de Hubble,

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \quad (2.47)$$

Neste caso podemos escrever as expressões (2.42) e (2.44), conhecidas como equações de Friedmann, em sua forma convencional

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) - \frac{k}{a^2}, \quad (2.48)$$

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a} = -\frac{4\pi G}{3} [\rho(t) + p(t)]. \quad (2.49)$$

A equação de Friedmann (2.48) revela o surpreendente fato de que há uma conexão direta entre a densidade do universo e sua geometria. Para uma dada taxa de expansão, há uma densidade crítica total, ρ_{cr} , soma de todas as componentes do fundo homogêneo, que leva a um universo plano, $k = 0$, *i.e.*,

$$\rho_{cr}(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi G}. \quad (2.50)$$

Um universo com densidade acima deste valor, crítico, será espacialmente fechado, por outro lado, uma densidade menor levará a um universo espacialmente aberto.

2.3 Energia Escura e Parametrizações da Equação de Estado

A história da expansão do universo é determinada pelo parâmetro de Hubble, $H(t) = \dot{a}/a$, onde $a(t) \equiv R(t)/R_0$ é o fator de escala definido de tal forma que $a(t_0) = a_0 = 1$ hoje. Assumimos que a energia escura possui uma equação que relaciona sua pressão p_e e com sua densidade de energia ρ_e em um dado instante através de $p_e(t) = w_e(t)\rho_e(t)$ ou, de forma mais apropriada, em um dado *redshift* $p_e(z) = w_e(z)\rho_e(z)$. A componente de matéria não relativística não possui pressão, $p_m = 0$. Para uma dada equação de estado a taxa de expansão do universo é governada pela equação de Friedmann

$$\frac{H^2(a)}{H_0^2} = \Omega_m^{(0)} a^{-3} + \Omega_K^{(0)} a^{-2} + \Omega_e^{(0)} e^{g(a)}, \quad (2.51)$$

onde usamos o parâmetro de densidade definido como

$$\Omega_i(t) \equiv \frac{\rho_i(t)}{\rho_{cr}(t)} = \frac{8\pi G}{3H^2(t)} \rho_i(t) = \Omega_i^{(0)} \frac{H_0^2}{H^2(t)} \frac{\rho_i(t)}{\rho_i(t_0)}, \quad (2.52)$$

para cada componente i de densidade, ou seja, $\Omega_m^{(0)}$, $\Omega_K^{(0)}$ e $\Omega_e^{(0)}$ que são os parâmetros de densidade relativos à matéria não relativística (bariônica e não bariônica), curvatura e energia escura, respectivamente. Adotamos um universo plano $\Omega_K \equiv (1 - \Omega_m - \Omega_e) = 0$. $H_0 \equiv H(t_0)$ é a constante de Hubble.

A equação de estado determina a função $g(a)$, ou seja, usando que $p_e = w_e \rho_e$ e que

$$\frac{d\rho_e}{da} = a H \frac{d\rho_e}{dt} \quad (2.53)$$

na equação da continuidade da energia escura, temos que

$$\dot{\rho}_e + 3H(\rho_e + p_e) \frac{d\rho_e}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\rho_e}{\rho_e} = -3(1 + w_e) \frac{da}{a}. \quad (2.54)$$

Portanto, o comportamento da energia escura é determinado por sua equação de estado com

$$g(a) = 3 \int_a^{a_0} [1 + w(x)] d \ln x. \quad (2.55)$$

O parâmetro de densidade de matéria $\Omega_m(a)$ e o parâmetro de densidade de energia escura $\Omega_e(a)$ evoluem como função do fator de escala $a(t)$:

$$\Omega_m(a) = \Omega_m^{(0)} a^{-3} \frac{H_0^2}{H^2(a)}, \quad (2.56)$$

e

$$\Omega_e(a) = \Omega_e^{(0)} e^{g(a)} \frac{H_0^2}{H^2(a)}. \quad (2.57)$$

Neste trabalho adotamos $\Omega_m^{(0)} = 0,25$, $\Omega_e^{(0)} = 0,75$, $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [8] e fizemos uso do *redshift* z como variável, cuja correspondência com o fator de escala é $z = (1 - a)/a$, para descrevermos a evolução de diferentes quantidades, especialmente as observacionais.

Medidas recentes de supernovas do tipo Ia [4, 5] levaram a uma evidência conclusiva de desaceleração da expansão do universo no passado ($z > 0,5$), evoluindo para um universo em expansão acelerada até o presente.

A existência da energia escura que recentemente acelera a expansão cósmica está estabelecida e a magnitude atual da densidade de energia escura é bem conhecida. O objetivo agora é determinar o comportamento da densidade de energia escura e sua equação de estado em épocas diferentes da evolução cósmica. O candidato mais simples e natural é a constante cosmológica Λ com parâmetro de densidade de energia Ω_Λ e equação de estado $\omega_e = -1$, o que ainda proporciona um bom ajuste aos dados atuais de supernovas Ia, pelo menos em *redshifts* menores que 1.

A exata forma funcional da equação de estado $\omega_e(z)$ da energia escura poderia seguir de uma teoria fundamental sobre a natureza desta energia. Os casos mais bem estudados são os modelos de *quintessência*, onde a energia escura resulta de um campo escalar com potencial decrescente.

Na ausência de uma teoria fisicamente bem motivada sobre a energia escura, têm-se usado uma abordagem fenomenológica com a adoção de formas paramétricas de $\omega_e(z)$ que permitam o uso dos dados de supernovas para diferentes parametrizações [13, 15, 21, 36, 37, 38, 39, 40].

Tabela 2.1: Parametrizações **P.**, para a energia escura. Alguns destes modelos são de [15].

P.	$H^2(z)$ ou $\omega(z)$	Parâmetros
Ia	$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{(1+z)^2} = \omega_0 + \omega_1(1-a)a$	$\omega_0 = -1.3$ $\omega_1 = 4$
Ib	$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{(1+z)^2} = \omega_0 + \omega_1(1-a)a$	$\omega_0 = -1.3$ $\omega_1 = -2$
II	$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{(1+z)^{1.8}} = \omega_0 + \omega_1(1-a)a^{0.8}$	$\omega_0 = -1.3$ $\omega_1 = 4$
III	$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_m^{(0)}(1+z)^3 + \Omega_e^{(0)} + a_1(1+z)^3 [\cos(a_2 z + a_3 \pi) - \cos(a_3 \pi)]]$	$a_1 = 0.13$ $a_2 = 6.83$ $a_3 = 4.57$
IV	$H^2(z) = H_0^2 \{ \Omega_m^{(0)}(1+z)^3 + a_1(1+z) + a_2(1+z)^2 + (\Omega_e^{(0)} - a_1 - a_2) \}$	$a_1 = -4.16$ $a_2 = 1.67$
V	$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_m^{(0)}(1+z)^3 - \sqrt{a_1 + a_2(1+z)^3} (\Omega_e^{(0)} + \sqrt{a_1 + a_2})]$	$a_1 = 29.08$ $a_2 = -0.097$
VI	$\omega(z) = \frac{\omega_0}{1+b \ln(1+z)}$	$\omega_0 = -1$ $b = 0.25$
VII	$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 z = \omega_0 + \omega_1 \frac{1-a}{a}$	$\omega_0 = -1.4$ $\omega_1 = 1.67$
VIII	$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{1+z} = \omega_0 + \omega_1(1-a)$	$\omega_0 = -1.6$ $\omega_1 = 3.3$
Λ	$\omega = -1$ ou $H^2(z) = H_0^2 [\Omega_m^{(0)}(1+z)^3 + \Omega_e^{(0)}]$	-

As parametrizações mostradas na Tabela 2.1 são obtidas de diversos autores, nas parametrizações Ia e Ib usamos a mesma função paramétrica com o mesmo valor de ω_0 mas com valor distinto para ω_1 na faixa de valores permitidos pelo *SuperNova Legacy Survey* (SNLS) e pelo *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) [38]. O modelo II é uma suave modificação do modelo I. Os modelos III, IV e V são *ansatze* motivados por oscilação, polinômios quadráticos [13] e branas para $H(z)$, respectivamente. Usamos os valores centrais de [15]. O modelo VI foi proposto por [41] e seu melhor ajuste aos parâmetros obtido por [24]. As parametrizações VII [36, 40] e VIII [21, 39] são expansões em Taylor até primeira ordem em torno de $z = 0$ e em torno de $a = 1$, respectivamente.

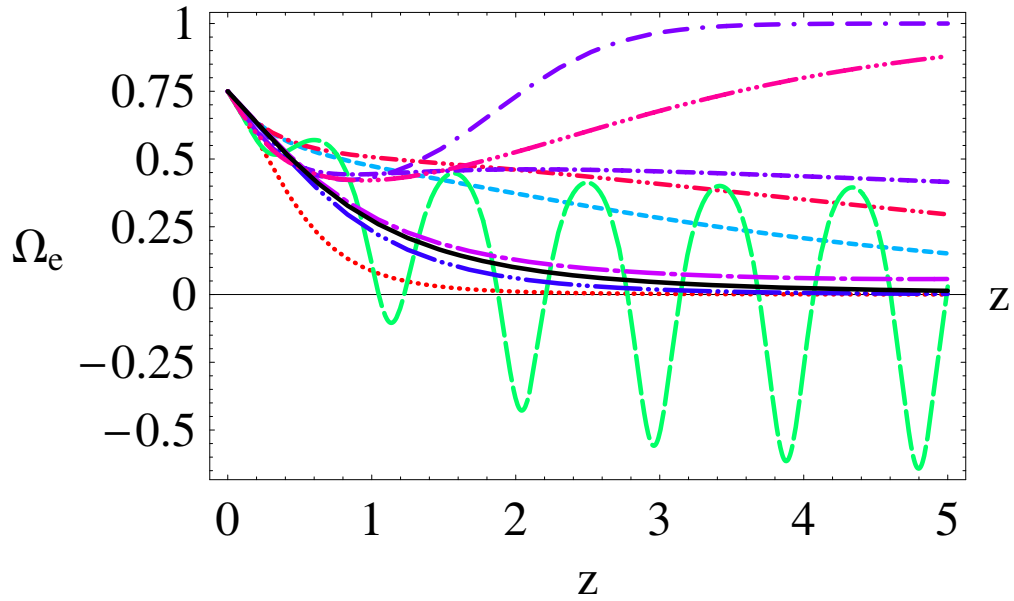


Figura 2.1: Evolução da energia escura Ω_e como função do *redshift* z para parametrizações da Tabela 1. As linhas são: Λ CDM (lisa), Ia (traço curto), Ib (pontos), II (ponto duplo e traço), III (traço longo), IV (ponto e traço curto), V (ponto e traço longo), VI (ponto duplo e traço longo), VII (traço duplo e ponto), VIII (ponto triplo e traço).

Na Fig. 2.1 mostramos o comportamento das densidades de energia escura resultantes destas parametrizações até $z = 5$, e podemos ver que a

maior parte delas apresenta problemas, valores excessivamente grandes para *redshifts* maiores que 1. Várias parametrizações apresentam valores muito altos para o parâmetro de densidade de energia escura no passado, indicando uma dominância desta componente que ainda não havia, uma outra mostra valores negativos do parâmetro de densidade, o que é absurdo por si só. Muitas parametrizações são eficazes no limite dos dados de supernovas Ia, entretanto, são fisicamente improváveis ou impossíveis quando consideradas em um cenário mais amplo.

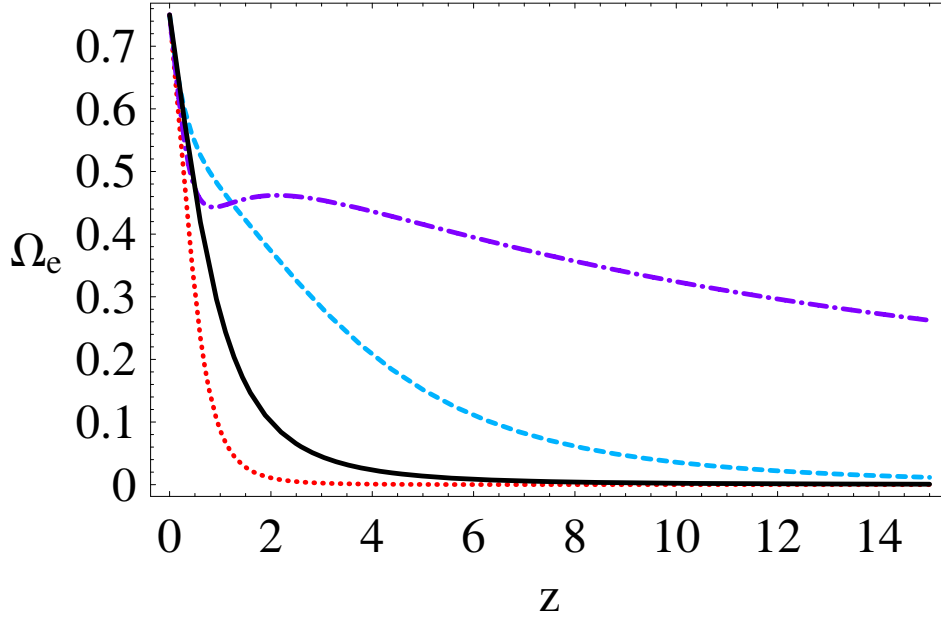


Figura 2.2: Evolução da energia escura Ω_e com relação ao *redshift* z para modelos selecionados da Tabela 1. As linhas são: Λ CDM (lisa), Ia (traço curto), Ib (pontos) e IV (ponto e traço curto).

Em nosso estudo selecionamos apenas alguns dos modelos, com contribuição decrescente de $\Omega_e(z)$ na direção do passado. Escolhemos modelos com comportamentos acima e abaixo dos valores da densidade de energia escura do modelo Λ CDM, com propósito comparativo, usando-o como limite entre os modelos que são ditos *phantom*, quando $w_e < -1$, e não-*phantom*, quando $w_e > -1$.

Os modelos escolhidos são Ia, Ib e IV, cujos parâmetros de densidade e

equações de estado são expostas, respectivamente, nas Figs. 2.2 e 2.3.

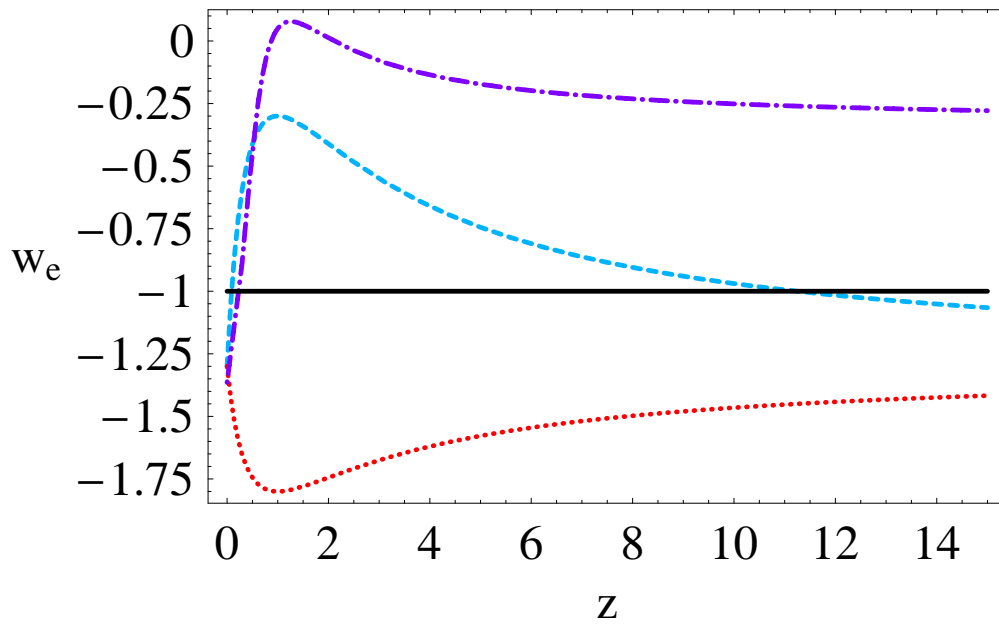


Figura 2.3: Evolução da equação de estado $\omega_e(z)$ com relação ao *redshift* z para modelos selecionados da Tabela 1. As linhas têm a mesma relação da Fig. 2.2.

Nas próximas Seções investigaremos as conseqüências destes diferentes modelos aos parâmetros cosmológicos que são relevantes na formação de estruturas em larga escala no universo.

Capítulo 3

Modelo de Colapso Esférico

A ferramenta semi-analítica mais simples no estudo de formação de estruturas em larga escala é o modelo de colapso esférico [30]. As equações de colapso esférico podem ser derivadas da Relatividade Geral, desde que o *shear* (cisalhamento) não tenha papel significativo [42].

A maior parte dos estudos sobre o impacto da energia escura na formação de estruturas foram realizados sob a hipótese de que esta é uniformemente distribuída. Neste caso a energia escura afeta apenas a evolução do fundo homogêneo.

O colapso esférico pode ser modificado para incorporar os efeitos de energia escura, por exemplo, a abundância de aglomerados de galáxias estimadas dentro do modelo de colapso esférico foram usadas para limitar as propriedades do fluido de energia escura no caso mais simples de uma constante cosmológica [17, 18], no caso da equação de estado constante $w_e \neq -1$ [16, 20, 25, 43, 44], assim como o caso de modelos de energia escura dinâmicos com algumas parametrizações de $w_e(t)$ [32, 33].

3.1 O Colapso Esférico

A equação de continuidade (2.45) para cada fluido j com densidade cósmica homogênea ρ_j e pressão $p_j = w_j \rho_j$ é dada por

$$\dot{\rho}_j + 3H\rho_j(1 + w_j) = 0, \quad (3.1)$$

onde $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble e o ponto denota derivada temporal.

Considere então uma região esfericamente simétrica de raio r e com densidade homogênea ρ_j^c , a chamada distribuição *top-hat*. Suponha que em um dado instante t tenhamos $\rho_j^c(t) = \rho_j(t) + \delta\rho_j(t)$. Se no instante inicial t_i tivermos $\delta\rho_j(t_i) > 0$ esta região esfericamente simétrica eventualmente colapsará devido a seu próprio puxão gravitacional. Caso contrário, $\delta\rho_j(t_i) < 0$, esta região se expandirá mais rápido do que o fluxo de Hubble, gerando o que conhecemos como vazio.

A equação de continuidade destas regiões esféricas homogêneas, simplificadas (*top-hat*), pode ser descrita em analogia próxima com a equação de continuidade (3.1). Usando a equação de estado para o halo, $p_j^c(t) = w_j^c(t)\rho_j^c(t)$, obtemos

$$\dot{\rho}_j^c + 3h\rho_j^c(1 + w_j^c) = 0, \quad (3.2)$$

onde $h = \dot{r}/r$ é a taxa de expansão local, no interior do halo.

Note que, em princípio, poderíamos ter equações de estado diferentes no exterior e no interior da região esférica $w_j^c \neq w_j$. De fato, a diferença entre a equação de estado local e a do fundo homogêneo, $\delta w_j \equiv w_j^c - w_j$, pode ser relacionada com a velocidade efetiva do som do fluido, $c_{\text{ef},j}^2 \equiv \delta p_j / \delta \rho_j$ [45], através de

$$\delta w_j = (c_{\text{ef},j}^2 - w_j) \frac{\delta_j}{1 + \delta_j}. \quad (3.3)$$

Usualmente c_{ef}^2 é considerado como um parâmetro livre, apesar de que, rigorosamente, em teoria de perturbação o único outro parâmetro livre é a verdadeira velocidade do som das inhomogeneidades, c_X^2 [46]. Porém a velocidade do som c_{ef}^2 é definida como a razão entre dois graus independentes de liberdade da perturbação, portanto também poderá depender das condições iniciais destas perturbações. Neste Capítulo consideraremos o caso onde a equação de estado é a mesma no interior da esfera colapsante e no fundo homogêneo, *i.e.* $w_{c,j} = w_j$. Desta forma, temos $c_{\text{ef},j}^2 = w_j$ e conseqüentemente $\delta w_j = 0$.

No Capítulo 6 exploramos, um pouco, a possibilidade da equação de estado da energia escura no halo w_j^c ser diferente da equação de estado da energia escura no fundo homogêneo w_j , como feito em [47].

Definimos, de maneira usual, o contraste de densidade de um dado fluido j pela equação

$$\delta_j = \frac{\rho_j^c - \rho_j}{\rho_j}. \quad (3.4)$$

Derivando (3.4) com relação ao tempo, podemos escrever

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_j &= 3(1 + \delta_j) \left[\frac{\dot{a}}{a} (1 + w_j) - \frac{\dot{r}}{r} (1 + w_{c_j}) \right], \\ &= 3(1 + \delta_j) (H - h) (1 + w_j),\end{aligned}\quad (3.5)$$

onde assumimos que $w_j^c = w_j$. Derivando novamente com relação ao tempo obtemos a seguinte equação não linear para δ_j

$$\begin{aligned}\left(\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\ddot{r}}{r} \right) + \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\dot{r}^2}{r^2} \right) = \\ - \frac{\dot{w}_j}{3(1 + w_j)^2} \frac{\dot{\delta}_j}{1 + \delta_j} + \frac{1}{3(1 + w_j)} \frac{\ddot{\delta}_j}{1 + \delta_j} - \frac{1}{3(1 + w_j)} \frac{\dot{\delta}_j^2}{(1 + \delta_j)^2}.\end{aligned}\quad (3.6)$$

Usando (3.5) temos que

$$\frac{\dot{r}^2}{r^2} = \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{2}{3(1 + w_j)} \frac{\dot{a}}{a} \frac{\dot{\delta}_j}{1 + \delta_j} + \frac{1}{9(1 + w_j)^2} \frac{\dot{\delta}_j^2}{(1 + \delta_j)^2}.\quad (3.7)$$

A segunda equação de Friedmann aplicada à região esférica e homogênea, *top-hat*, é

$$\frac{\ddot{r}}{r} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho^c + 3p^c).\quad (3.8)$$

Note que a esfera de sobredensidade ou subdensidade a que se refere a expressão acima, necessariamente deve ter curvatura $k \neq 1$. Entretanto, a Eq. (3.8) é independente desta curvatura, como pudemos comprovar anteriormente, quando encontramos (2.44).

Aplicando as equações de fundo homogêneo, além de (3.7) e (3.8) em (3.6) podemos obter a seguinte equação de evolução não linear para o contraste δ_j de um fluido qualquer

$$\begin{aligned}\ddot{\delta}_j + \left(2H - \frac{\dot{w}_j}{1 + w_j} \right) \dot{\delta}_j - \left[\frac{4 + 3w_j}{3(1 + w_j)} \right] \frac{\dot{\delta}_j^2}{1 + \delta_j} = \\ 4\pi G (1 + w_j) (1 + \delta_j) \sum_{k=1}^n (1 + 3w_k) \rho_k \delta_k.\end{aligned}\quad (3.9)$$

Note que a densidade e a pressão que aparecem em (3.8) são somas das densidades e pressões de *todos* os fluidos que podem sofrer flutuações de densidade, enquanto que, as equações de continuidade (3.2) são válidas apenas

para cada fluido, na ausência, é claro, de vínculos adicionais entre tais fluidos, além do gravitacional.

Observe que a hipótese de termos uma equação de estado dependente do tempo é fundamental em nossa abordagem de evolução da densidade de energia escura e é levada em consideração em (3.9).

Para um sistema de n fluidos que possam ser perturbados via interação gravitacional, devemos considerar n equações tais quais a (3.9), onde cada fluido j está gravitacionalmente acoplado com os demais através do lado direito da equação, o termo proporcional à constante gravitacional de Newton.

3.2 Energia Escura Homogênea e Evolução Linear das Perturbações

Nesta seção exploraremos inicialmente um caso mais simples de perturbações na componente não relativística de matéria, pois neste caso admitiremos que a energia escura não se aglomera, *i.e.*, contribui apenas como parte do fundo homogêneo em escalas menores do que o horizonte [48]. Entretanto veremos que a energia escura, mesmo homogênea, é capaz de influenciar a evolução do contraste de matéria além do comportamento do fundo homogêneo e portanto o crescimento de estruturas.

Considerando um universo composto por dois fluidos, principalmente, matéria e energia escuras. A densidade de radiação eletromagnética tem pouca influência, pois sua densidade é pequena e cai rapidamente. Além disso, as flutuações de densidade são consideradas apenas após o desacoplamento ($z \sim 1000$).

Por enquanto, investigaremos apenas uma componente com possibilidade de criar inhomogeneidades, a matéria. Podemos restringir a expressão (3.9) assumindo que a matéria tem pressão zero, $p_m = 0$, e que a energia escura é homogênea $\delta_e = 0$. Além disso desprezamos os termos não lineares. Obtemos então como caso particular a bem conhecida [49] equação de contraste para a matéria

$$\ddot{\delta}_m + 2H(t)\dot{\delta} - \frac{3}{2}H(t)^2\Omega_m(t)\delta = 0, \quad (3.10)$$

onde δ_m é o contraste de densidade da matéria.

A equação para a evolução do contraste de matéria servirá melhor aos nossos propósitos se usarmos como variável o *redshift* z . Portanto, utilizando as seguintes transformações de variável

$$\frac{d}{dt} = \frac{da}{dt} \frac{d}{da} = \frac{da}{dt} \frac{dz}{da} \frac{d}{dz} = \frac{\dot{a}}{a} \frac{d}{dz} = -\frac{H}{a} \frac{d}{dz}, \quad (3.11)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{da}{dt} \frac{d}{da} \right) = \frac{\ddot{a}}{a^2} \frac{d}{dz} + \left[\frac{d^2 z}{da^2} \frac{d}{dz} + \left(\frac{dz}{da} \right)^2 \frac{d^2}{dz^2} \right], \\ &= \frac{H^2(z)}{a^2} \frac{d^2}{dz^2} + \frac{H^2(z)}{a^2} \left[\frac{5}{2} + \frac{3}{2} \omega_e(z) \Omega_e(z) \right] \frac{d}{dz}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde usamos que $a \equiv \frac{1}{1+z}$ e as duas equações de Friedmann abaixo

$$H^2(z) = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho(z), \quad (3.13)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3} [\rho(z) + 3p(z)], \quad (3.14)$$

com $\rho(z) = \rho_m(z) + \rho_e(z)$ e $p(z) = p_e = w_e(z) \rho_e(z)$.

Desta forma encontramos

$$\begin{aligned} \delta_m'' + \left[\frac{1}{2(1+z)} - \frac{\omega_e'(z)}{1+w_e(z)} + \frac{3}{2(1+z)} w_e(z) \Omega_e(z) \right] \delta_m' &= \\ &= \frac{3}{2(1+z)^2} [1+w_e(z)] \Omega_m(z) \delta_m, \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde a linha denota derivada com relação ao *redshift* z .

Observe que esta transformação, da variável t para a z , torna mais aparente a influência da energia escura em (3.15), sendo que a evolução do fundo homogêneo ainda ocorre através do parâmetro de Hubble $H(z)$ presente em $\Omega_m(z)$ e $\Omega_e(z)$, reveja as expressões (2.56) e (2.57).

Na Fig. 3.1 mostramos a evolução do contraste de matéria normalizado por seu valor hoje $D(z) \equiv \delta_m(z)/\delta_m(0)$, para os modelos de energia escura que selecionamos, além de um caso de interesse comparativo, o de matéria pura, ou seja, $\Omega = \Omega_m = 1$.

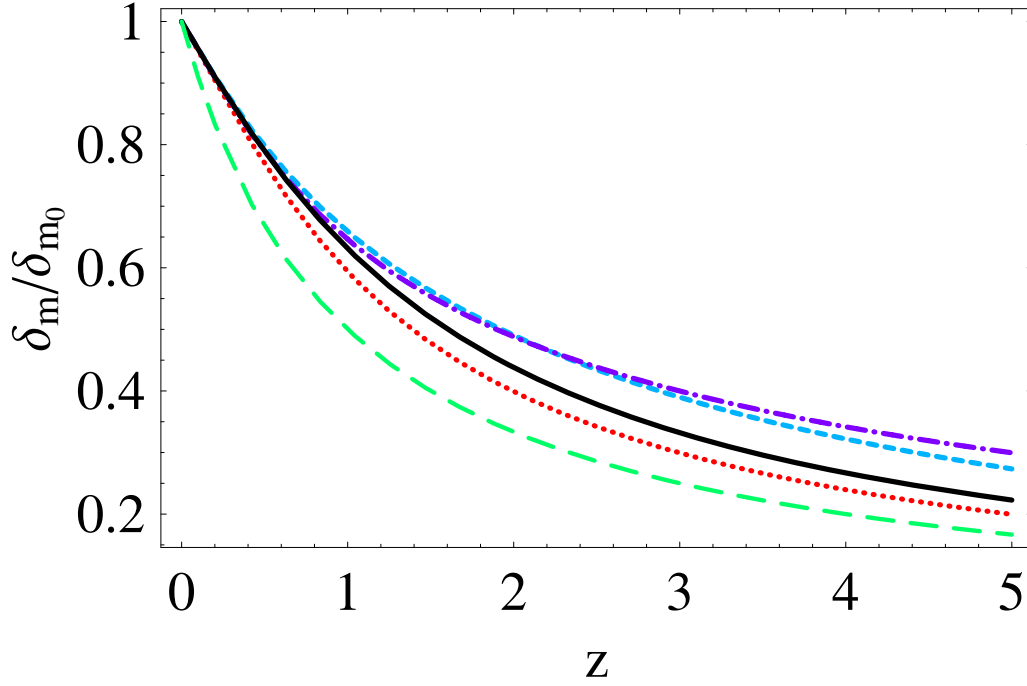


Figura 3.1: Evolução do contraste normalizado $\delta_m(z)/\delta_m(0)$ como função do *redshift* para os modelos de energia escura selecionados. As linhas são as mesmas da Fig. 2.2 e para o caso de matéria escura pura, que tem a solução $\delta_m(z)/\delta_m(0) = a(z) = \frac{1}{1+z}$, representada pela linha tracejada longa.

A solução analítica para o caso de matéria pura pode ser encontrada facilmente com o uso da equação (3.10) na variável a , e da hipótese de que a solução é do tipo $\delta_m = Aa^\lambda$ sendo A e λ constantes. Com isto temos que $\lambda = 1$ e portanto, $\delta_m(z)/\delta_m(0) = a(z) = \frac{1}{1+z}$.

A equação diferencial (3.1) é resolvida numericamente com o auxílio do programa *Mathematica 5*. Utilizamos o mesmo programa nas demais equações diferenciais deste trabalho.

Note que, como esperado, perturbações mais intensas no passado são necessárias para alcançarmos a mesma amplitude hoje para modelos onde a energia escura é mais importante, pois pressões negativas tendem a inibir o crescimento de perturbações, pelo menos nos casos onde a energia escura não

possui flutuações.

A influência do fundo de energia escura depende do quão negativa é a equação de estado e da proporção entre matéria e energia escura em cada estágio da evolução cósmica. Obviamente todas estas quantidade são dependentes da escolha da função $\omega(z)$, porém a compreensão física das quantidades que levam a formação de estruturas é mais facilmente vista quando analisamos estas quantidades com relação a seus efeitos na formação de aglomerados.

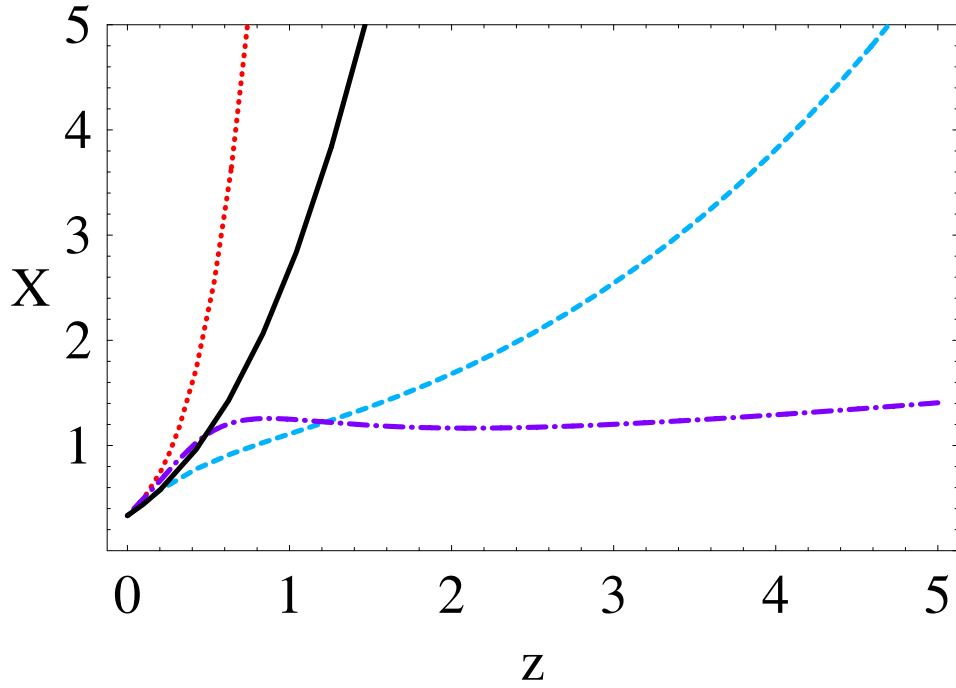


Figura 3.2: Comportamento da razão $X(z) \equiv \Omega_m(z)/\Omega_e(z)$ como função do *redshift* para os mesmos cenários de energia escura da Fig. 2.2. As linhas são mesmas da referida figura.

Definimos $X(a)$ como a razão entre a densidade de matéria e a densidade de energia escura

$$X(a) \equiv \frac{\Omega_m(a)}{\Omega_e(a)} = \frac{\Omega_m^{(0)}}{1 - \Omega_m^{(0)}} e^{-3 \int_a^1 d \ln y w(y)}. \quad (3.16)$$

Para valores grandes de X recuperamos o comportamento dominante da matéria $\delta_m \sim a$. A razão entre a densidade de matéria e a densidade de energia escura $X(z)$ pode ser vista na Fig. 3.2. Note que, para todos os modelos, exceto o modelo IV, a contribuição de energia escura decresce rapidamente com o crescimento do *redshift*. No modelo IV a densidade de energia escura decresce lentamente, mas para *redshifts* maiores do que 0,5 esta parametrização não acelera o universo.

3.3 Energia Escura Homogênea e Evolução Não Linear do Halo

Para prosseguirmos na descrição da evolução não linear do halo de matéria e energia escura, adotamos o modelo de colapso esférico [30] onde o raio $r(t)$ da região esférica homogênea sobredensa obedece a equação de Raychaudhuri,

$$\frac{\ddot{r}}{r} = -\frac{4\pi G}{3} [\rho + 3p] - \frac{2}{3}\sigma^2 + \frac{2}{3}\omega^2 + \frac{1}{3}\dot{v}_{;\mu}^{\mu}. \quad (3.17)$$

Esta equação tem sua origem na decomposição do campo de quadri-velocidades v^{μ} de um fluido no espaço curvo [50, 51]. A equação (3.17) está expressa em termos das quantidades da cosmologia FLRW aplicadas ao halo de matéria e energia escura. Considerando um fluido isotrópico e homogêneo no halo, não teremos cisalhamento, σ , nem vorticidade, ω , nem gradientes de pressão, $\dot{v}_{;\mu}^{\mu}$, onde o ponto e vírgula denotam derivada covariante.

Portanto, após uma breve manipulação, temos

$$\ddot{r} = -\frac{3}{2}\Omega_e^{(0)}[w(a) + 1/3]e^{g(a)}r - \frac{1}{2}\Omega_m^{(0)}(1 + \Delta_i)\frac{1}{r^2}, \quad (3.18)$$

onde o tempo t é medido em unidades de $1/H_0$ e Δ_i é a sobredensidade inicial na esfera. Note que esta equação já foi obtida antes de outra forma, (3.14).

Resolvemos esta a equação, (3.18), não-linear, numericamente para um tempo inicial t_i onde $a(t_i) = 10^{-5}$, com as condições iniciais escolhidas de tal forma que a esfera que colapsa está inicialmente no arrasto de Hubble, *i.e.* $r(t_i) = a(t_i)$ e $\dot{r}(t_i) = \dot{a}(t_i)$.

Utilizando a solução numérica, de maneira interativa, encontramos os valores de Δ_i para que o colapso ocorra hoje. A evolução linear do contraste

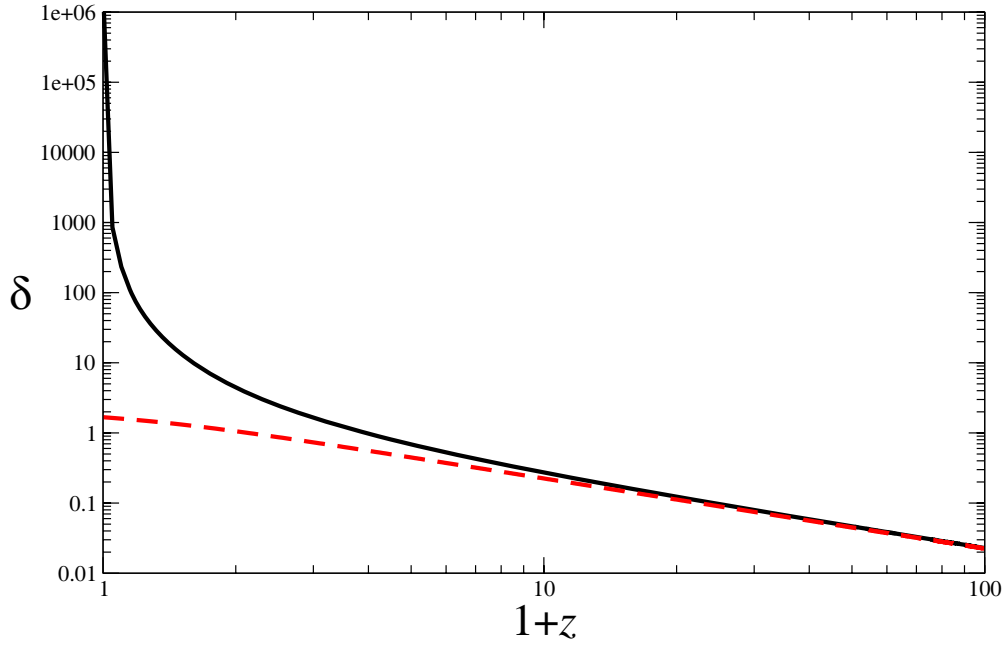


Figura 3.3: Evolução dos contrastes de densidade linear (traços) e não linear (linha lisa) no modelo Λ CDM para valores iniciais escolhidos de tal forma que o colapso ocorra hoje.

de matéria $\delta_m(z)$ é dado por (3.15), com a condição inicial $\delta_m(z_i)$ igual ao Δ_i que encontramos, o que resulta no valor do contraste de densidade linear crítico δ_c , que é um importante elemento no formalismo Press-Schechter [31], discutido no Capítulo seguinte.

Na Fig. 3.3 mostramos um exemplo do modelo Λ CDM de evolução linear e não linear para uma sobredensidade $\Delta_i = 10^{-4.446}$, escolhida de forma que o colapso do halo de matéria ocorra hoje.

Em um universo de Einstein-de Sitter, o valor exato obtido é de $\delta_c = 1.686$ [30], e verifica-se que seu valor é bastante independente da cosmologia de fundo [22].

Todavia, calculamos $\delta_c(z)$ nos diferentes modelos, e sua evolução com relação ao *redshift* z . Os resultados expostos na Fig. 3.4 mostram que de fato não há grandes diferenças entre os valores de cada modelo, em concordância com [16, 26]. Usamos os valores de $\delta_c(z)$ para calcular a abundância de halos na próxima Seção, quando então veremos que existe uma grande sensibilidade

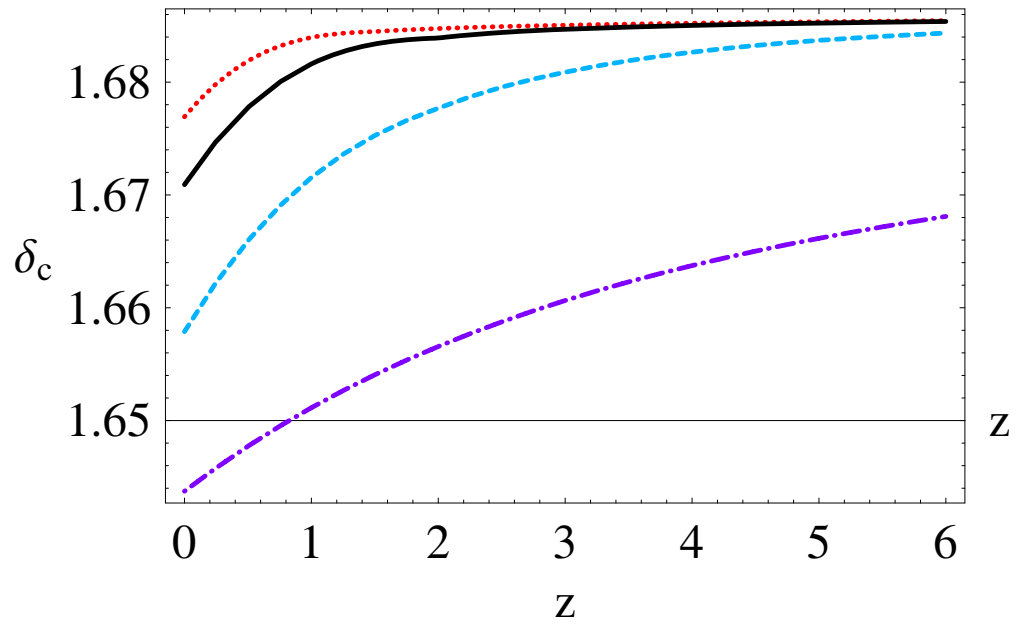


Figura 3.4: Limiar de sobredensidade com relação ao *redshift* para os diferentes modelos considerados. As linhas são as mesmas da Fig. 2.2.

ao valor de δ_c .

Capítulo 4

Contagens de Aglomerados

O universo que observamos, direta ou indiretamente, *i.e.*, a parte luminosa e não luminosa de matéria bariônica e a matéria escura, aparecem como adensamentos suaves de matéria em uma escala de $200h^{-1}Mpc$. Além desta escala, os adensamentos de matéria parecem se distribuir homoganeamente. As observações de galáxias, aglomerados de galáxias e super aglomerados possuem um amplo intervalo de massas que caracterizam estes sistemas, aproximadamente $10^9 - 10^{10}M_{\odot}$, $10^{11} - 10^{13}M_{\odot}$, $10^{12} - 10^{14}M_{\odot}$, e $10^{15}M_{\odot}$ onde M_{\odot} é a massa solar. Estes objetos, combinados, formam a chamada Estrutura em Larga Escala (LSS: *Large Scale Structure*) do universo.

Um desafio fundamental na cosmologia atual é entender a formação e evolução das LSS, e para tanto precisamos de um arcabouço teórico que possa fazer previsões da formação de tais estruturas.

As teorias de formação de estruturas têm como ponto de partida que estas nascem de pequenas perturbações da distribuição homogênea de densidades de matéria e energia no universo primordial, que na maior parte é suposta ser composta de matéria escura.

Como matéria escura supomos um gás não relativístico presente em todos os aglomerados galácticos, a segunda maior componente do universo atual, caracterizada por não emitir radiação eletromagnética nem interagir com esta, possuindo apenas, ou preponderantemente, interação gravitacional. É possível estender este modelo incluindo a possibilidade de interações, outras que a gravitacional, entre a matéria escura e a energia escura.

A distribuição de matéria, escura e bariônica, em estruturas cósmicas,

ocorre como aglomerados de galáxias. O número de aglomerados por unidade de volume em um intervalo de massa é comumente chamado de função de massa. A determinação precisa de tal função possui dificuldades ainda não totalmente resolvidas, do ponto de vista teórico e observacional.

Uma previsão exata, analítica da função de massa é impraticável, mesmo nos modelos cosmológicos mais simples, devido à forte não linearidade da dinâmica gravitacional envolvida na formação de tais objetos.

4.1 O Formalismo de Press-Schechter

Há um consenso geral de que uma boa aproximação que descreve uma função de massa em escala cósmica nasceu em 1974, com a publicação do trabalho de Press & Schechter (PS) [31]. Este trabalho propôs um raciocínio heurístico para obter a função de massa. Seu sucesso começou a ser reconhecido em 1988, com a verificação dos primeiros resultados de numerosas simulações de N-corpos, revelando surpreendentes semelhanças com a fórmula de PS. Muitos autores tentaram estender o formalismo de PS, ou propuseram alternativas *e.g.*, [52, 53, 54].

Os aglomerados de galáxias são, por suposição, formados por picos na flutuação da densidade de matéria que são aproximadamente esféricos, o que torna possível o uso do modelo de colapso esférico na formação destas estruturas. Com o formalismo de PS podemos obter uma função de massa que dará o número de sistemas gravitacionalmente ligados que estejam em um certo intervalo de massa ou, que excedam uma dada massa.

A principal hipótese do formalismo PS é a gaussianidade do campo de densidade de matéria, adotando o perfil de densidade *top-hat*, com o qual a condição para formar objetos maciços toma a média da densidade de matéria δ em torno de cada ponto. A densidade de probabilidade da amplitude das perturbações iniciais, por suposição, segue a lei de Gauss, assim temos

$$p(\delta_L, R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta_L^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.1)$$

onde $\sigma(R)$ é a variância da flutuação linear δ_L .

Ambos $\sigma(R)$ e δ_L são funções do *redshift* z . Desta forma se assumimos uma distribuição Gaussiana, a probabilidade de termos um objeto colapsado, um halo, de massa M tendo uma sobredensidade $\rho_c(z)$ em um modelo

linearizado maior ou igual a δ_c é

$$f(\delta_L \geq \delta_c; M) = \int_{\delta_c}^{\infty} p(\delta_L, R) d\delta_L = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(M)} \int_{\delta_c}^{\infty} e^{-\frac{\delta_L^2}{2\sigma^2(M)}} d\delta_L, \quad (4.2)$$

que é suposto ser igual a fração de massa em objetos ligados com $M \geq \frac{4\pi}{3}\rho_m R^3$. Esta probabilidade corresponde à fração de volume da região com contraste de densidade maior ou igual à $\delta_c(z)$ na amostra de universo com volume M/ρ_m . Portanto, a diferença entre $f(\delta_L \geq \delta_c; M)$ e $f(\delta_L \geq \delta_c; M+dM)$ representa a fração de volume para a região na qual $\delta_L = \delta_c$ precisamente.

Estamos interessados na densidade numérica comóvel de objetos colapsados em um dado intervalo de massa. Para obtermos tal quantidade devemos tomar a derivada de f com relação a M que fornece a quantidade de objetos com massa entre M e $M+dM$. Multiplicando por $\frac{\rho_m}{M}$, o resultado é convertido numa densidade numérica onde ρ_m é a densidade média de matéria. Desta forma temos que a previsão para a densidade numérica comóvel de objetos colapsados pelo formalismo PS é

O contraste de densidade de um halo precisa ser precisamente igual a δ_c , pois um objeto com $\delta_L > \delta_c$ seria eventualmente contado como um objeto de um escala de massa maior. Como o volume de cada objeto com massa M é M/ρ_m , então obtemos a seguinte relação

$$\begin{aligned} n(M) dM &= -2 \frac{\rho_m}{M} \frac{\partial f(\delta_L \geq \delta_c; M)}{\partial M} dM, \\ &= -2 \frac{\rho_m}{M} \frac{df}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dM} dM, \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde $n(M)$ é a densidade do número de halos com massa M , *i.e.*, a função de massa.

Entretanto, a região subdensa não é coberta na equação acima. Press e Schechter *simplesmente* multiplicaram a densidade numérica pelo fator dois.

O método mais confiável para se estudar a abundância de aglomerados de galáxias no universo é através de simulações numéricas. Entretanto, a aproximação analítica do formalismo PS [31] reproduz satisfatoriamente os resultados de simulações de N-corpos [55]. Existem aproximações melhores e mais recentes com parâmetros livres extras, como [53] e [52]. Todavia continuaremos, por enquanto, nossa explanação com a bem conhecida abordagem de PS.

Note que neste formalismo apenas quantidades lineares são usadas.

Com estas considerações e o uso de (4.2) em (4.3), levam à bem conhecida fórmula analítica para a densidade comóvel de halos de massa colapsados no intervalo de massa M e $M + dM$ em um *redshift* z .

$$\frac{dn}{dM}(M, z) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\rho_m}{M} \frac{\delta_c(z)}{\sigma(M, z)} \frac{d \ln \sigma(M, z)}{dM} \exp \left[-\frac{\delta_c^2(z)}{2\sigma^2(M, z)} \right], \quad (4.4)$$

onde ρ_m é a densidade de matéria média do universo e $\delta_c(z)$ é a densidade crítica, *i.e.*, a extrapolação linear do contraste de densidade limite acima da qual estruturas colapsam, ou seja, $\delta_c(z) = \delta(z = z_{\text{col}})$.

A variância da flutuação linear δ_L ,

$$\sigma(M, z) = D(z) \sigma_M, \quad (4.5)$$

é a flutuação de densidade em esferas de raio comóvel R contendo a massa M .

A escala R é sempre especificada pela massa e pelo volume definidos pela função janela do tempo presente, veja *e.g.* [56]. Em nossa análise usamos o ajuste dado por [18]

$$\sigma_M = \sigma_8 \left(\frac{M}{M_8} \right)^{-\gamma(M)/3}, \quad (4.6)$$

onde $M_8 = 6 \times 10^{14} \Omega_m^{(0)} h^{-1} M_\odot$ é a massa de uma esfera de raio $R_8 = 8h^{-1} \text{Mpc}$, e σ_8 é a variância da flutuação da densidade suavizada em uma escala de R_8 . O índice γ é função da massa e do fator de forma, $\Gamma = \Omega_m^{(0)} h e^{-\Omega_b - \Omega_b/\Omega_m^{(0)}}$ ($\Omega_b = 0.05$ é o parâmetro de densidade bariônica), do espectro de potência da matéria [18],

$$\gamma(M) = (0.3\Gamma + 0.2) \left[2.92 + \frac{1}{3} \log \left(\frac{M}{M_8} \right) \right]. \quad (4.7)$$

Denotando $\tilde{\gamma}(M) = \frac{d \ln \sigma(M, z)}{dM}$,

$$\tilde{\gamma}(M) = (0.3\Gamma + 0.2) \left[2.92 + \frac{2}{3} \log \left(\frac{M}{M_8} \right) \right], \quad (4.8)$$

podemos reescrever (4.4) como

$$\frac{dn}{dM}(M, z) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\rho_{m0}}{M} \frac{\delta_c(z)}{\sigma(M, z)} \tilde{\gamma}(M) \exp \left[-\frac{\delta_c(z)^2}{2\sigma(M, z)^2} \right]. \quad (4.9)$$

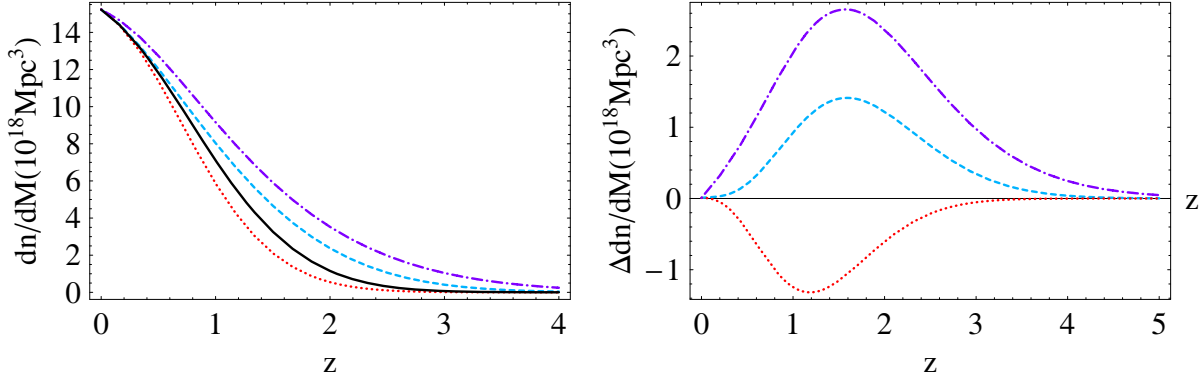


Figura 4.1: Funções de massa Press-Schechter para modelos diferentes normalizados a um mesmo valor em $z = 0$. As linhas são as mesmas da Fig. 2.2.

Para um σ_8 fixo o número de halos de matéria previstos dados pela fórmula acima é unicamente afetado pelos modelos de energia escura através da razão $\delta_c(z)/D(z)$. Para compararmos diferentes modelos normalizamos as funções de massa a um mesmo valor hoje, ou seja, em $z = 0$, com relação ao modelo Λ CDM, *i.e.*, impomos que

$$\sigma_8^{\mathcal{M}} = \frac{\delta_c^{\mathcal{M}}(z=0)}{\delta_c^{\Lambda}(z=0)} \sigma_8^{\Lambda}, \quad (4.10)$$

onde o índice \mathcal{M} indica um dado modelo \mathcal{M} , sendo que $\sigma_8^{\Lambda} = 0.76$ [8]. Mostramos na Fig. 4.1 o resultado de algumas funções de massa de diferentes modelos.

O efeito da energia escura sobre os halos de matéria é estudado pelo cálculo de duas quantidades. A primeira é o número de halos de matéria em um dado intervalo de massa em toda a esfera celeste, $\mathcal{N}_{\text{bin}}(z)$, dado por

$$\mathcal{N}_{\text{bin}}(z) = \int_{4\pi} d\Omega \int_{M_{\text{inf}}}^{M_{\text{sup}}} \frac{dn}{dM}(M, z) \frac{dV}{dz d\Omega}(z) dM, \quad (4.11)$$

onde o elemento de volume comóvel é dado por

$$\frac{dV(z)}{dz d\Omega} = \frac{r^2(z)}{H(z)}, \quad (4.12)$$

sendo que $r(z) = \int_0^z H^{-1}(x) dx$ é a distância comóvel.

A evolução do elemento de volume comóvel $dV/dzd\Omega$ com relação ao *redshift* para os diferentes modelos de energia escura são mostrados na Fig. 4.2. Note que o elemento de volume comóvel não depende das perturbações na matéria $\delta_m(z)$, depende apenas do comportamento do fundo de fluidos. O volume comóvel é maior para equações de estado mais negativas, pois isto implica em uma maior aceleração na expansão, compare as Figs. 2.3 e 4.2.

A segunda quantidade com relação à estruturas em larga escala que calculamos é o número de aglomerados integrado na esfera celeste, acima de uma dada massa M_{inf} , e até um *redshift* z [26]

$$N(z, M > M_{\text{inf}}) = \int_{4\pi} d\Omega \int_{M_{\text{inf}}}^{\infty} \int_0^z \frac{dn}{dM} \frac{dV}{dz'd\Omega} dM dz'. \quad (4.13)$$

Note que $\mathcal{N}_{\text{bin}}(z) = \frac{dN}{dz}(z)$.

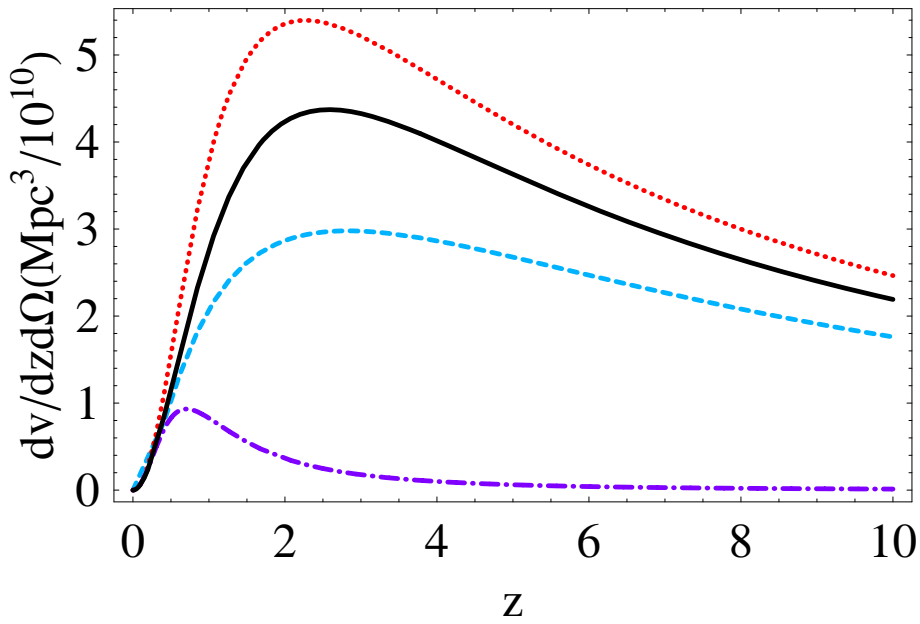


Figura 4.2: Evolução do elemento de volume comóvel com respeito ao *redshift* para os quatro cenários considerados até aqui. As linhas são as mesmas da Fig. 2.2.

4.2 Contagens de Aglomerados de Galáxias

As modificações causadas pela componente de energia escura no número de aglomerados de matéria são testados e confrontados com o modelo de constante cosmológica Λ CDM.

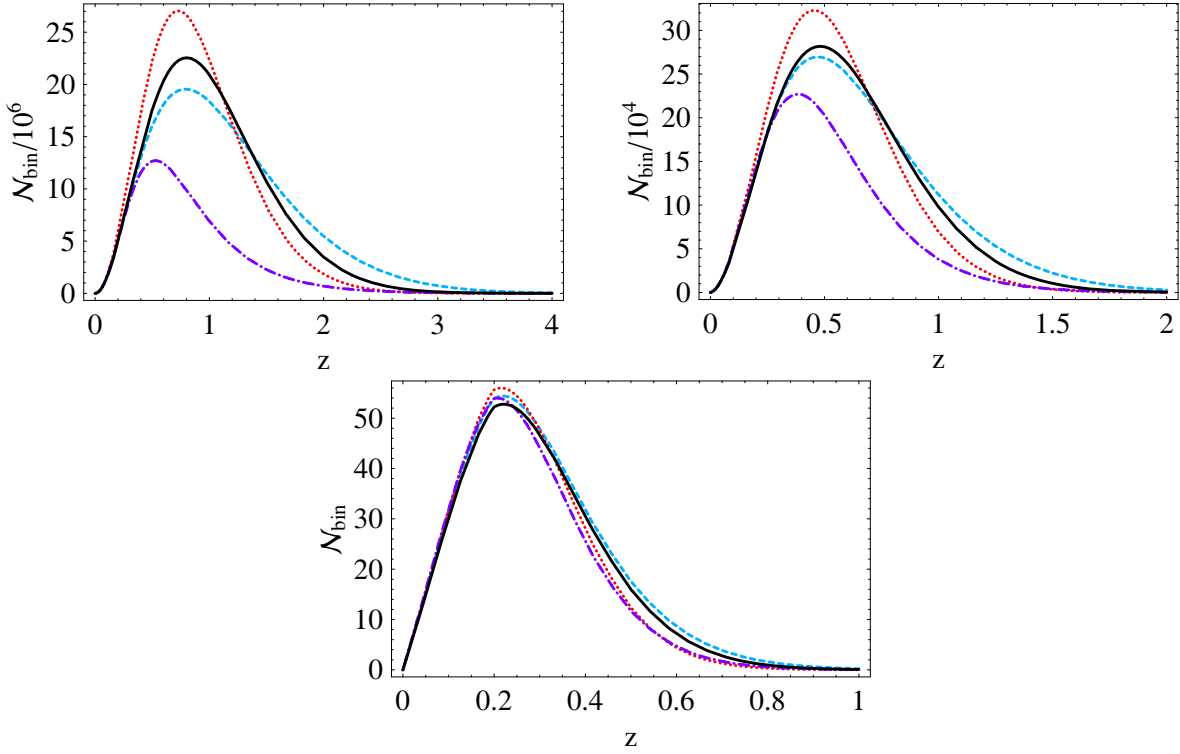


Figura 4.3: Número de aglomerados função do *redshift* para halos em intervalos de massa $10^{13} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{16}$ (quadro inferior). A linha lisa corresponde ao modelo de Λ CDM. Note os fatores de normalização $\frac{N_{\text{bin}}}{10^6}$ e $\frac{N_{\text{bin}}}{10^4}$ nos quadros superiores da figura. As linhas são as mesmas da Fig. 2.2.

Examinamos os efeitos de algumas parametrizações de equações de estado sobre o número de halos de matéria em intervalos de massa $[M_{\text{inf}}, M_{\text{sup}}]$ ilus-

trando diferentes classes, ou ordens de grandeza, de estruturas cósmicas. Os intervalos que usamos foram $[10^{13}, 10^{14}]$, $[10^{14}, 10^{15}]$ e $[10^{15}, 10^{16}]$ em unidades de $h^{-1}M_{\odot}$.

O número de aglomerados num dado intervalo de massa $\mathcal{N}_{\text{bin}} = dN/dz$, obtido em (4.11), são mostrados na Fig. 4.3. Em cada caso destas figuras expomos o efetivo número de aglomerados.

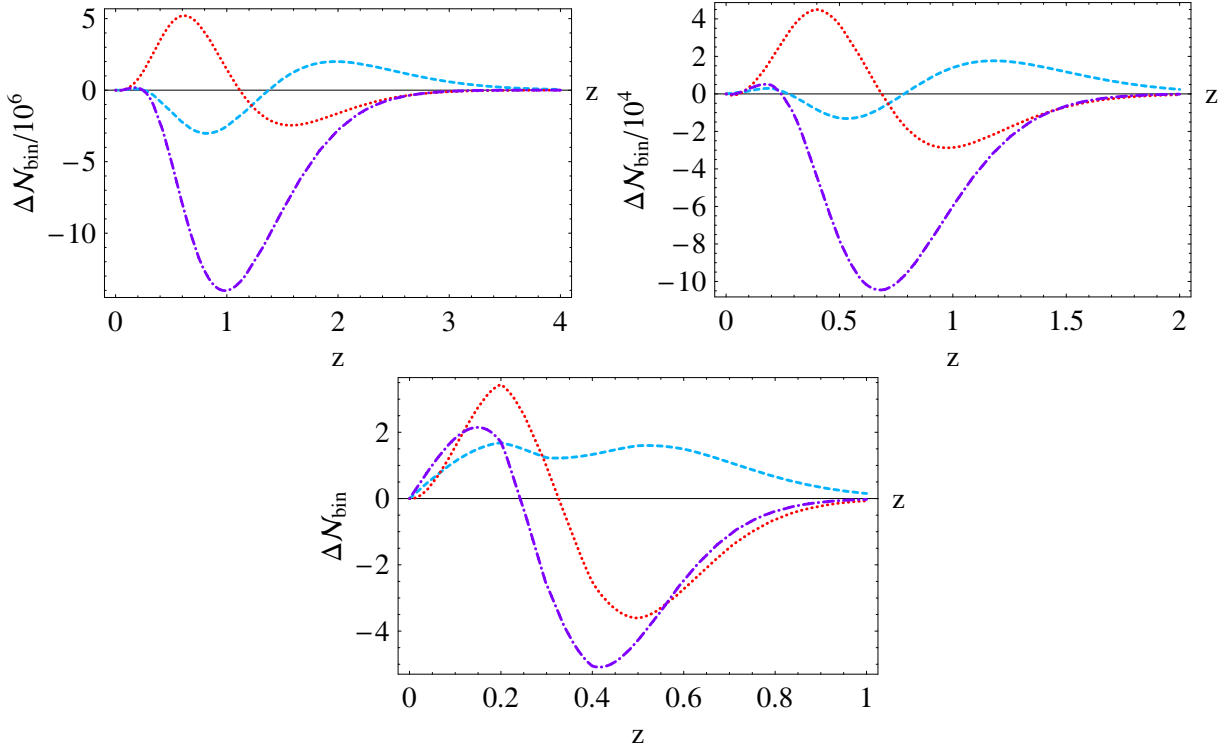


Figura 4.4: Diferença dos modelos da Fig. 4.3 com o relação ao modelo Λ CDM, sendo $\Delta\mathcal{N}_{\text{bin}} \equiv \mathcal{N}_{\text{bin}}^{\mathcal{M}} - \mathcal{N}_{\text{bin}}^{\Lambda}$. Os intervalos de massa são os mesmos da Fig. 4.3, $10^{13} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{16}$ (quadro inferior). Note os fatores de normalização $\frac{\mathcal{N}}{10^6}$ e $\frac{\mathcal{N}}{10^4}$ nos quadros superiores da figura. As linhas são as mesmas da Fig. 2.2.

Repare que estruturas com maior massa são menos abundantes e formam-se mais tarde, como deveria ser em modelos de formação hierárquica de

estruturas. Também há uma sutil diferença na posição z do pico de formação de aglomerados nos diferentes modelos de energia escura considerados.

Para que possamos comparar melhor os modelos entre si, e com nosso modelo padrão Λ CDM, subtraímos os valores $\mathcal{N}_{\text{bin}}^M$, de cada modelo dos valores de $\mathcal{N}_{\text{bin}}^\Lambda$ do modelo Λ CDM, como pode ser visto na Fig. 4.4.

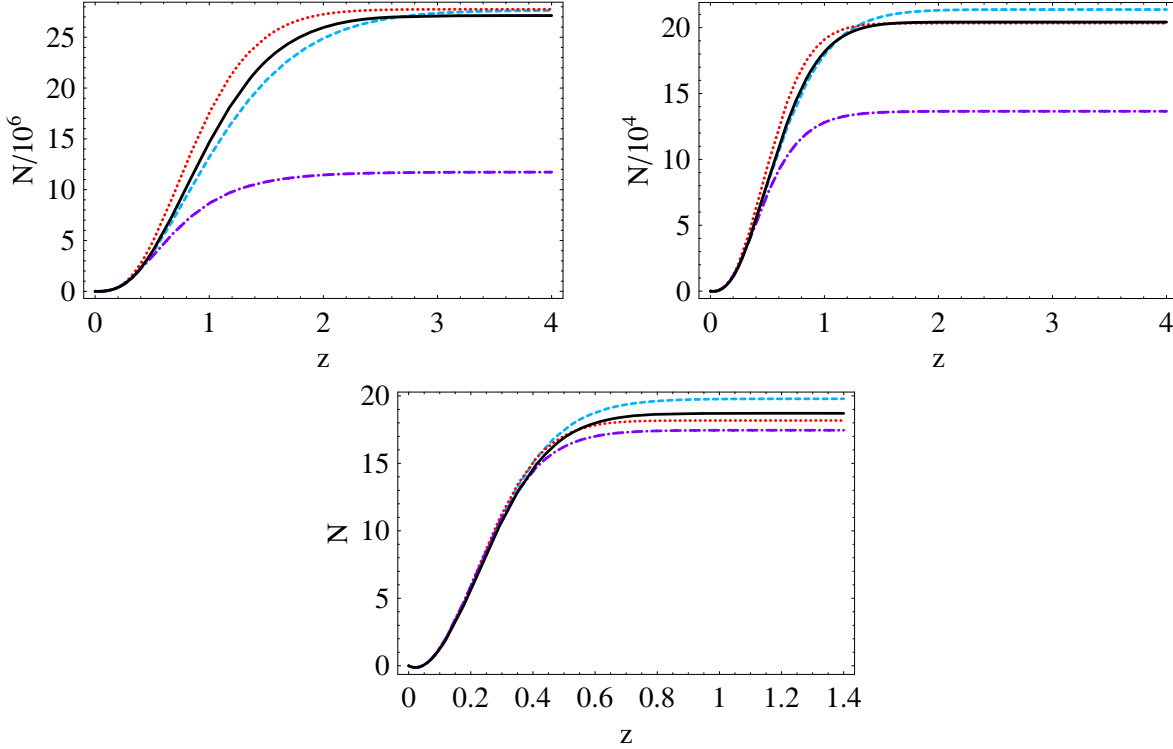


Figura 4.5: Número de aglomerados integrado até o *redshift* z . Os intervalos de massa são os mesmos da Fig. 4.3, $10^{13} < M/(h^{-1}M_\odot) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_\odot) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_\odot) < 10^{16}$ (quadro inferior). Note os fatores de normalização $\frac{N}{10^6}$ e $\frac{N}{10^4}$ nos quadros superiores da figura. As linhas são as mesmas da Fig. 2.2.

A diferença entre os modelos resulta de uma competição entre os diferentes volumes comóveis e diferentes contrastes de matéria. Em *redshifts* abaixo do valor 1 o volume comóvel tem o papel mais importante na integral da Eq. (4.11).

Acima deste *redshift* o elemento de volume comóvel não varia significativamente, onde então as perturbações tornam-se as fontes dominantes na caracterização de diferenças entre os valores dos números de aglomerados $\mathcal{N}_{bin}(z)$ de cada modelo.

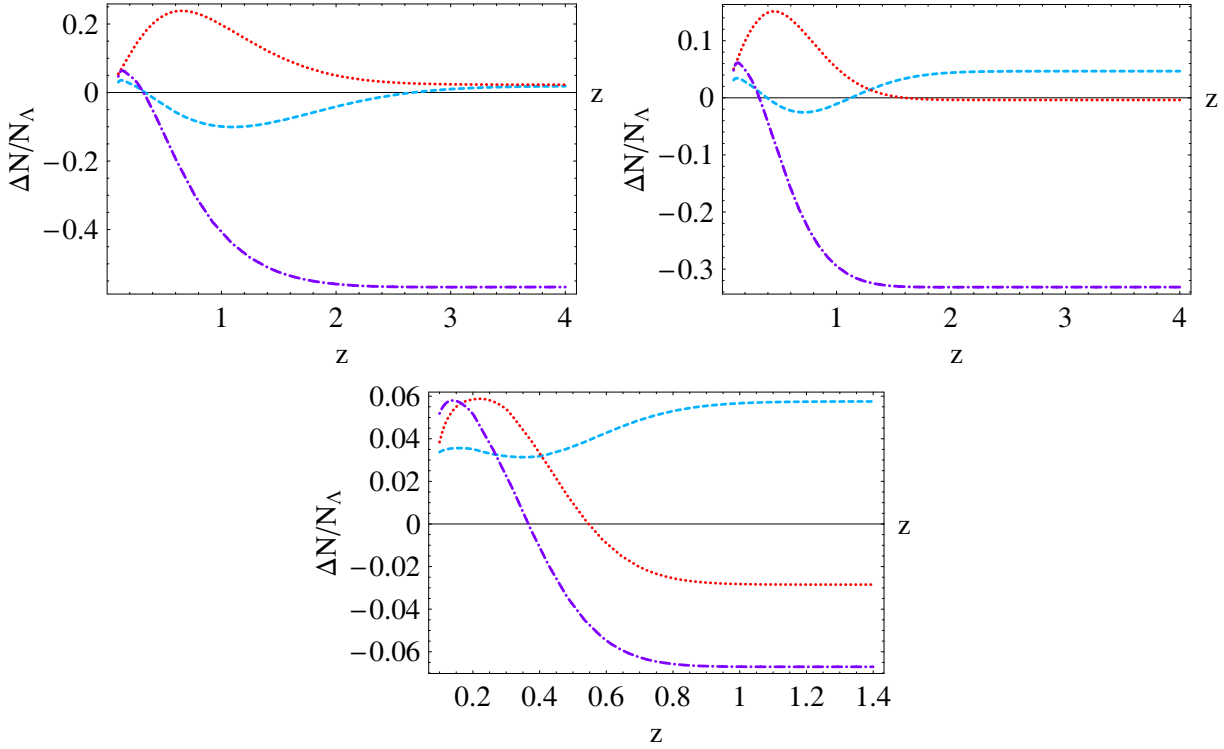


Figura 4.6: Diferenças absolutas do número de aglomerados integrado até o *redshift* z . Os intervalos de massa são os mesmos da Fig. 4.3, $10^{13} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{16}$ (quadro inferior). As linhas são as mesmas da Fig. 2.2.

Uma outra importante quantidade observacional é o número de estruturas acima de uma dada massa obtida com o uso de (4.13). Apresentamos os resultados do número de halos integrado com massa acima de $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$, $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ e $10^{15}h^{-1}M_{\odot}$. Estes são exibidos nos quadros da Fig. 4.5. Nos quadros da Fig. 4.6 mostramos as diferenças absolutas, $(N -$

$N_{\Lambda})/N_{\Lambda}$, com respeito ao nosso modelo fiducial Λ CDM. Interrompemos a integração numérica em $M_{\text{sup}} = 10^{18}h^{-1}M_{\odot}$ na Eq. (4.13).

Observe o platô no número de aglomerados integrado que reflete a época de formação de aglomerados de uma dada massa. Em outras palavras, não há formação de estruturas com massa acima de $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$, $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ e $10^{15}h^{-1}M_{\odot}$ para *redshifts* aproximadamente acima de $z = 2$, $z = 1$ e $z = 0.6$, respectivamente nos quadros superior esquerdo, superior direito e inferior na Fig. 4.5. Estes resultados foram publicados em [32].

Capítulo 5

Energia Escura Inomogênea

A maior parte dos estudos sobre o impacto da energia escura na formação de estruturas foram realizados sob a hipótese de que a energia escura está uniformemente distribuída. Nestes casos, a energia escura afeta apenas as quantidades do fundo homogêneo, tendo ainda assim alguma influência sobre o crescimento de estruturas de matéria, como vimos no Capítulo anterior.

Neste Capítulo exploraremos um caso um pouco mais complexo do que o anterior, onde além de flutuações na componente não relativística de matéria, admitimos flutuações na componente responsável pela recente expansão acelerada do universo. Permitiremos que a energia escura se aglomere, ou seja, que contribua como parte do fundo homogêneo em escalas menores do que o horizonte, e que também influencie diretamente o conteúdo da densidade de energia da esfera em colapso, com uma nova fonte de gravitação, que tem pressão negativa e variável.

Encontramos as equações diferenciais não lineares acopladas que mostram o crescimento destas flutuações, em regiões simetricamente esféricas sob a hipótese de perfil *top-hat*. O acoplamento entre os fluidos, neste caso, é apenas através da interação gravitacional.

Mostraremos como o contraste da componente de matéria influencia o crescimento das flutuações da energia escura, que por sua vez, altera o comportamento do halo de matéria, mais intensamente de que quando é homogênea. Mostraremos ainda que, a energia escura, em suas versões *phantom* e não *phantom* induzem efeitos contrários no halo de matéria.

Em seguida expomos os efeitos desta relação, entre dois fluidos, no número

de estruturas formadas.

5.1 Evolução Não Linear das Perturbações

Desta vez temos dois fluidos com flutuações, matéria não relativística, que inclui matéria bariônica e matéria escura e energia escura que é caracterizada por sua equação de estado.

As regiões esféricas com perfil de densidade *top-hat* evoluem de acordo com o sistema de equações deduzido anteriormente. Usando (3.9) para dois fluidos que com flutuações de densidade, temos

$$\begin{aligned} \ddot{\delta}_m + 2H \dot{\delta}_m - \frac{4}{3} \frac{\dot{\delta}_m^2}{(1 + \delta_m)} = \\ \frac{3}{2} H^2 (1 + \delta_m) [\Omega_m \delta_m + (1 + 3w_e)\Omega_e \delta_e] , \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\delta}_e + \left(2H - \frac{\dot{w}_e}{1 + w_e} \right) \dot{\delta}_e - \left[\frac{4 + 3w_e}{3(1 + w_e)} \right] \frac{\dot{\delta}_e^2}{1 + \delta_e} = \\ \frac{3}{2} H^2 (1 + w_e) (1 + \delta_e) [\Omega_m \delta_m + (1 + 3w_e)\Omega_e \delta_e] , \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde δ_m é o contraste de densidade de matéria e δ_e é o contraste de densidade de energia escura. Este é o sistema de equações não lineares acopladas que estudaremos nas próximas Seções.

5.2 Evolução Linear das Perturbações

O regime linear das perturbações é facilmente extraído do sistema (5.1)-(5.2). Desprezando os termos de ordem $\mathcal{O}(\delta^2)$, obtemos o sistema linear acoplado

$$\ddot{\delta}_m + 2H \dot{\delta}_m = \frac{3}{2} H^2 [\Omega_m \delta_m + (1 + 3w_e)\Omega_e \delta_e] , \quad (5.3)$$

$$\ddot{\delta}_e + \left(2H - \frac{\dot{w}_e}{1+w_e}\right) \dot{\delta}_e = \frac{3}{2} H^2 (1+w_e) [\Omega_m \delta_m + (1+3w_e)\Omega_e \delta_e] . \quad (5.4)$$

Podemos usar qualquer parametrização para a energia escura como função do tempo ou do *redshift*. Entretanto, seremos mais cautelosos neste modelo em que a energia escura aglomera. Inicialmente empregaremos a equação de estado $w_e = \text{constante}$.

Considere as Eqs. (5.3) e (5.4) no período em que a matéria é dominante ($z = 10^3$), quando podemos assumir que $\Omega_e \approx 0$ e $\Omega_m \approx 1$ no sistema acoplado (5.1)-(5.2). Realizando uma mudança de variável de t para a com

$$\frac{d}{dt} = \dot{a} \frac{d}{da} = H(a) a \frac{d}{da} , \quad (5.5)$$

e

$$\frac{d^2}{dt^2} = -\frac{1}{2} [1+3w(a)] H(a) a \frac{d}{da} + H^2(a) a^2 \frac{d^2}{da^2} , \quad (5.6)$$

onde usamos que $\dot{H} = -\frac{3}{2} (1+3w) H^2$, obtemos

$$\delta_m'' + \frac{3}{2a} \delta_m' - \frac{3}{2a^2} \delta_m = 0 , \quad (5.7)$$

$$\delta_e'' + \frac{3}{2a} \delta_e' - \frac{3}{2a^2} (1+w_e) \delta_m = 0 , \quad (5.8)$$

onde a linha denota derivada com relação ao fator de escala a .

A solução de (5.7) para o modo crescente do contraste de densidade de matéria, é $\delta_m = c_1 a$, onde c_1 é uma constante arbitrária. Em (5.8) o contraste de matéria é uma fonte para o crescimento de perturbações na energia escura. Substituindo a solução crescente do contraste de matéria em (5.8), encontramos a solução do modo crescente do contraste de energia escura

$$\delta_e = c_1 [(1+w_e) a + c_2] = (1+w_e) \delta_m \left[1 + \frac{c_2}{(1+w_e) a} \right] . \quad (5.9)$$

Esta solução mostra que $\delta_e \rightarrow (1+w_e) \delta_m$ para $(1+w_e) a \gg c_2$. Mesmo com $\delta_e \approx 0$ em um instante inicial, $|\delta_e|$ crescerá até que o equilíbrio acima seja alcançado, ou seja, as perturbações na energia escura crescem alimentadas pela matéria e influenciadas pela equação de estado.

É interessante notar que a condição de equilíbrio $\delta_e = (1 + w_e)\delta_m$ é conhecida como modo “adiabático”, pois pode ser obtida considerando-se que as expansões ou contrações do halo ocorrem sem troca de energia com o fundo [49]. Ademais, note que, as flutuações iniciais ocorrem em um período em que a matéria é dominante. Qualquer que seja o valor inicial das flutuações na energia escura este valor tenderá a ser suprimido ou incrementado para que ocorra o equilíbrio adiabático imposto, pela componente de matéria e pela equação de estado da própria energia escura.

Devemos observar ainda que, o caso do modelo Λ CDM não permite que as flutuações na energia escura cresçam, pois $w_e = -1$, logo $\delta_e = (1 - 1)\delta_m = 0$.

Finalmente, considere a distinção de comportamento que as flutuações na energia escura possuem, quando temos um modelo não *phantom*, $w_e > -1$, e um modelo *phantom*, $w_e < -1$, quando consideramos o equilíbrio do modo adiabático.

A obediência da adiabaticidade ocorre enquanto tivermos a razão entre contrastes $\delta_e(t)/\delta_m(t) = [1 + w_e(t)]$, o que leva o modelo não *phantom* a promover a aglomeração da energia escura quando a matéria aglomera, ou a promover a rarefação da energia escura quando a matéria é subdensa em relação ao fundo, $\delta_m(z) < 0$.

O modelo *phantom* por outro lado, promove um comportamento simetricamente contrário, *i.e.*, a sobredensidade de matéria promove uma subdensidade de energia escura. Em outras palavras, quando temos halos de matéria temos vazios de energia escura, e vice-versa. Esse é um comportamento oposto quanto a formação de halos entre os dois fluidos.

O efeito das perturbações de energia escura sobre a evolução das perturbações de matéria pode ser entendida de maneira pictórica. Como vimos, o contraste de matéria pode ser visto como uma fonte que alimenta as perturbações da energia escura e esta por sua vez retroalimenta o sistema servindo como uma fonte mais fraca para as perturbações da matéria.

Quanto a formação de halos de matéria, uma sobredensidade de energia escura diminui a eficiência com que a matéria aglomera, o que de fato é intuitivo, pois uma concentração local de energia escura é uma influência maior do que o fundo para a expansão. Isto ocorre apenas nos casos de energia escura não *phantom*. Analogamente nos casos de energia escura *phantom*, quando temos uma subdensidade de energia escura, a matéria aglomera com maior eficiência, pois a concentração de energia escura no interior do halo é menor do que no fundo, havendo menor oposição ao colapso.

Também podemos analisar esta influência com o auxílio da Eq. (5.3). Nela

a influência das perturbações de energia escura em halos de matéria ocorre apenas através do termo $\Omega_e \delta_e (1+3w_e)$. Como temos sempre $w < -1/3$, então $1+3w_e < 0$. Uma sobredensidade, $\delta_e > 0$, de energia escura, que ocorre no caso não *phantom*, posterga o colapso, enquanto uma subdensidade, $\delta_e < 0$, caso *phantom*, acelera o colapso.

Na próxima Seção teremos alguns exemplos que tornarão mais clara esta relação. Para o restante do trabalho adotamos $\Omega_m = 0,25$, $\Omega_e = 0,75$ e $h_0 = 0,72$, como antes.

Em nossos exemplos consideramos as condições iniciais que obedecem ao modo adiabático, *i.e.*, dado um contraste de matéria inicial δ_{m_i} , encontramos o contraste de energia equivalente δ_{e_i} por meio da condição de adiabaticidade inicial, $\delta_{e_i} = (1+w_e(z_i))\delta_{m_i}$. As outras duas condições iniciais são obtidas com a suposição de que em $z_i \sim 1000$ a densidade de matéria é dominante, e portanto, $\delta_{m_i} = A/(1+z_i)$, $\delta'_{m_i} = -A/(1+z_i)^2$ e $\delta'_{e_i} = A[1+w_e(z_i)]/(1+z_i)^2$, onde A é uma constante e a linha refere-se à derivada com relação ao *redshift* z .

Mesmo que tenhamos $\delta_{e_i} \neq (1+w_{e_i})\delta_{m_i}$ o sistema não linear (5.1)-(5.2) ou o sistema linear (5.3)-(5.4) evoluem de tal forma que $\delta_e \rightarrow (1+w_e)\delta_m$. Pelo menos enquanto estivermos no regime linear com $|\delta_{m_i}| \ll 1$ e $|\delta_{e_i}| \ll 1$. Note que, no caso *phantom*, com uma condição inicial $\delta_{m_i} > 0$ e $\delta_{e_i} > 0$, ou o contrário, $\delta_{m_i} < 0$ e $\delta_{e_i} < 0$, haverá troca de sinal do contraste de energia escura, passando pelo zero, pois contraria o modo adiabático deste caso. Devemos ter os contrastes de matéria e energia escura com sinais contrários no caso *phantom*. Por simplicidade usaremos condições iniciais adiabáticas, entre os contrastes de matéria e energia escura.

Observamos que condições iniciais diferentes do modo adiabático, em até uma ordem de grandeza, ou com sinal trocado, não alteram significativamente os resultados na formação de estruturas, pois tal diferença, evolui para o modo adiabático com diferenças muito pequenas no contraste de matéria, percentualmente próximas de zero, já em $z = 10$, do caso com a condição inicial adiabática.

5.3 Modelos Não *Phantom* com w Constante

Nos modelos de energia escura não *phantom* temos $w_e > -1$. A região contendo uma sobredensidade de matéria, $\delta_m > 0$, induz uma sobredensidade

de energia escura, $\delta_e > 0$, na mesma região. Contrariamente, uma subdensidade de matéria, $\delta_m < 0$, em tal região, induz uma subdensidade de energia escura, $\delta_{de} < 0$.

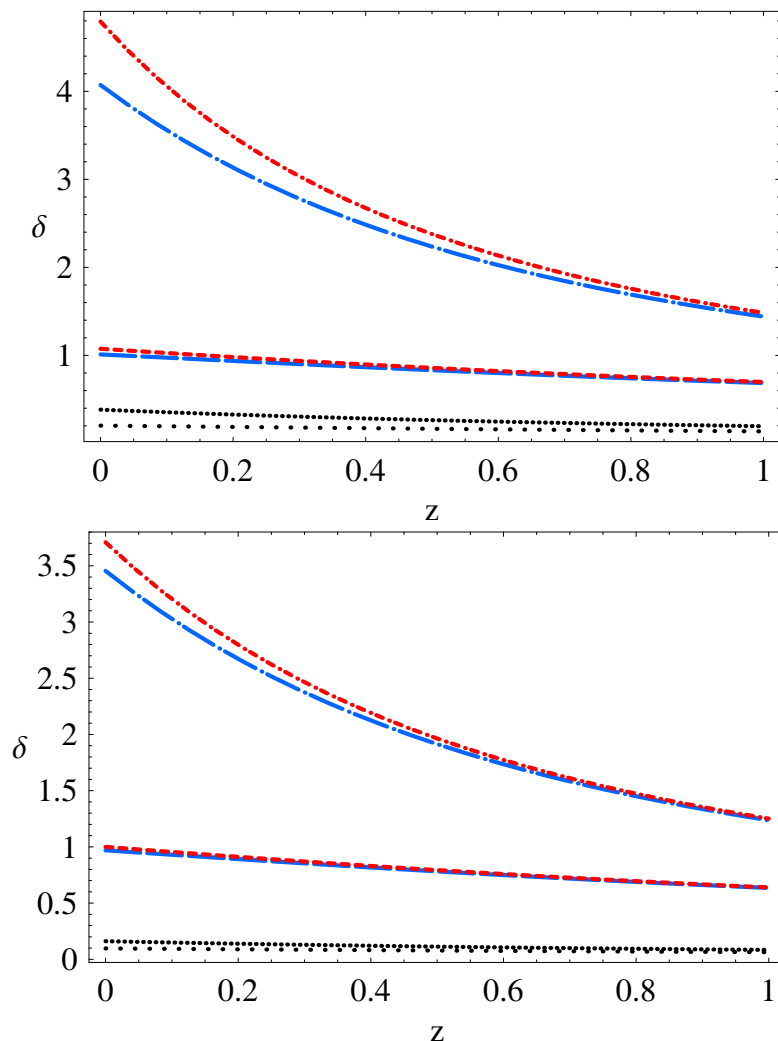


Figura 5.1: Contrastes com equações **não lineares**, (5.1)-(5.2), na matéria com (traço longo e ponto) e sem (traço e ponto) flutuações na energia escura (pontos densos) e contraste com equações **lineares**, (5.3)-(5.4), na matéria com (traços longos) e sem (traços) flutuações na energia escura (pontos esparsos) para $w_e = -0,8$ (quadro superior) e $w_e = -0,9$ (quadro inferior).

Desta forma, em modelos não *phantom* um halo de matéria induz a um halo de energia escura, e um vazio de matéria induz a um vazio de energia escura. Este comportamento é geral se estivermos limitados a condições iniciais adiabáticas $\delta_{e_i} = (1 + w_{e_i})\delta_{m_i}$.

Para prosseguirmos no estudo do impacto das flutuações da energia escura no crescimento das perturbações da matéria, mostramos na Fig. 5.1 a evolução do contraste de matéria $\delta_m(z)$ com as equações completas, *i.e.*, não lineares, (5.1)-(5.2) e as lineares, (5.3)-(5.4), com e sem a inclusão das perturbações da energia escura para dois valores constantes da equação de estado $w_e = -0,8$ e $w_e = -0,9$. Nestes casos usamos condições iniciais do modo adiabático em $z_i = 1000$.

A condição inicial sobre a derivada do contraste da energia escura vem da hipótese de que a energia escura é desprezível inicialmente. Como a figura mostra, a inclusão da flutuação da energia escura suprime o crescimento das perturbações na matéria neste caso. Na mesma figura mostramos também o crescimento das perturbações na energia escura, que é bem menor do que as flutuações da matéria, como esperado. Aproximadamente 20% de δ_m para $w_e = -0,8$ e 10% de δ_m para $w_e = -0,9$, mas também tende a formar um halo de energia escura.

A admissão de flutuações na energia escura não linear δ_e ou linear δ_{e_l} diminui os valores dos contrastes de matéria, ambos, o não linear δ_m e o linear δ_{m_l} , em relação as flutuações que consideram $\delta_e = \delta_{e_l} = 0$.

Note que no quadro superior da Fig. 5.1, $w_e = -0,8$, as flutuações da energia escura são mais influentes no caso não linear. Por exemplo, em $z = 0$ o contraste δ_{m_l} é cerca de 6% menor do que δ_{m_i} no caso linear e aproximadamente 12% menor no caso não linear quando consideramos $\delta_e \neq 0$.

5.4 Modelos *Phantom* com w Constante

No caso da energia escura *phantom* temos $w_e < -1$, e portanto a Eq. (5.9) implica que uma região de sobredensidade de matéria, $\delta_m > 0$, que se tornará um halo de matéria, induz a um vazio de energia escura, $\delta_e < 0$, e vice-versa. Novamente este comportamento é geral para condições iniciais adiabáticas e tende a ocorrer com outras condições iniciais.

Na Fig. 5.2 mostramos os efeitos das flutuações da energia escura sobre o crescimento das perturbações da matéria para dois valores diferentes e

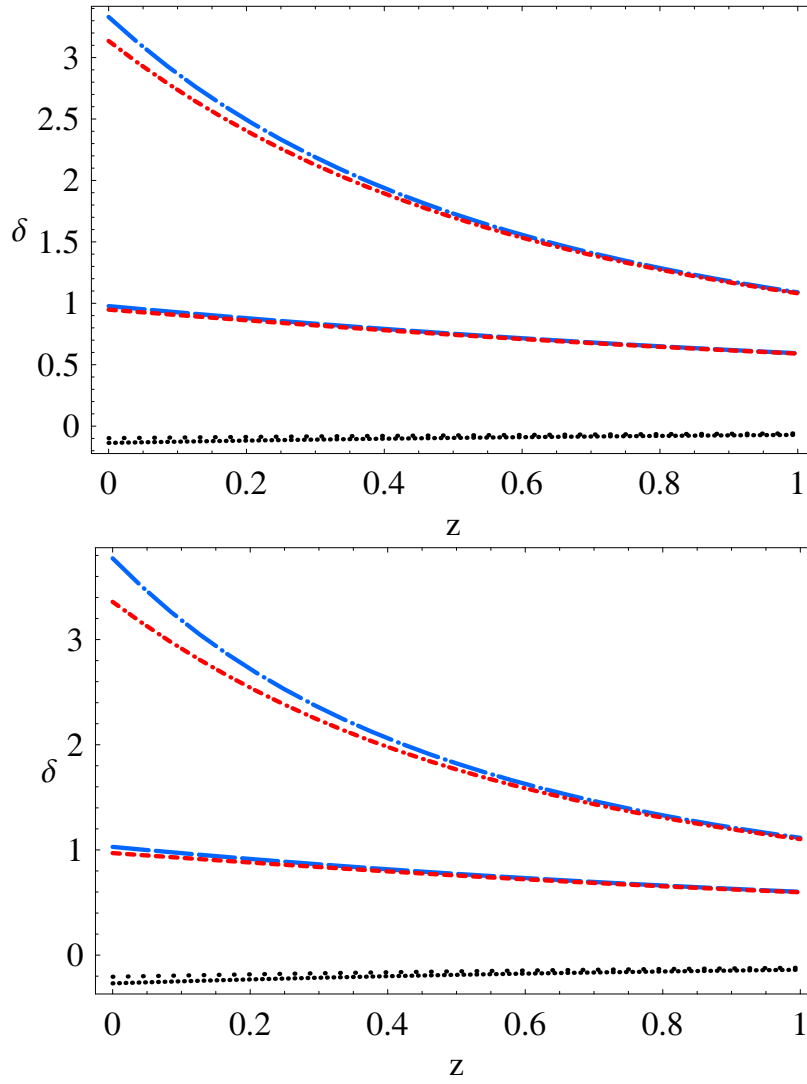


Figura 5.2: Contrastes com equações **não lineares**, (5.1)-(5.2), na matéria com (traço longo e ponto) e sem (traço e ponto) flutuações na energia escura (pontos densos) e perturbações com equações **lineares**, (5.3)-(5.4), na matéria com (traços longos) e sem (traços) flutuações na energia escura (pontos esparsos) para $w_e = -1,1$ (quadro superior) e $w_e = -1,2$ (quadro inferior).

constantes da equação de estado, $w_e = -1, 1$ e $w_e = -1, 2$. Como no caso da energia escura não *phantom*, as diferenças são pequenas, aproximadamente 10% para $w_e = -1, 1$ e 20% para $w_e = -1, 2$ do valor do contraste de matéria.

Entretanto, contrariamente ao caso não *phantom*, as flutuações na energia escura aumentam o crescimento das perturbações na matéria. Também mostramos na mesma figura, a evolução das flutuações da energia escura que, como esperávamos, tende a formar um vazão de energia escura.

5.5 Equação de Estado Variável $w_e(z)$

Na estrutura da descrição da energia escura por um campo escalar simples é impossível para a equação de estado cruzar a chamada barreira *phantom* em $w_e = -1$ [57]. Entretanto, em nossa abordagem fenomenológica podemos, em princípio, ter uma parametrização variável da equação de estado $w_e(z)$ que cruze a barreira *phantom*. De fato, este é o caso de muitas parametrizações ajustadas de dados de supernovas Ia [57], que inclusive já foram usadas neste trabalho, para o caso em que a energia escura é homogênea [32].

A existência da barreira *phantom*, é sugerida em nossa abordagem, para a energia escura que pode flutuar, pelo termo $\dot{w}_e/[1 + w_e(z)]$, na Eq. (5.4). Embora a divergência em $w_e = -1$ não seja necessariamente fatal para as soluções das equações diferenciais, por simplicidade e objetividade, iremos considerar parametrizações da energia escura que são apenas *phantom* ou não *phantom* no decurso de sua evolução cósmica.

Estudaremos parametrizações da equação de estado da energia escura da forma [39]

$$w_e(z) = w_0 + w_1 [1 - a(z)] = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z}, \quad (5.10)$$

com os parâmetros w_0 e w_1 escolhidos de tal maneira que sejam consistentes com regiões de 2σ , de observações da radiação cósmica de fundo, supernovas Ia e oscilações de bárions, *e.g.* [58, 59].

Na Fig. 5.3 mostramos o impacto das flutuações da energia escura para uma equação de estado variável, para não *phantom* e *phantom*. Os resultados são similares aos casos das equações de estado constantes.

Usamos a equação de estado (5.10) com dois conjuntos de parâmetros, $(w_0, w_1) = (0, 75, 0, 4)$, não *phantom*, que denominamos como modelo **NP**

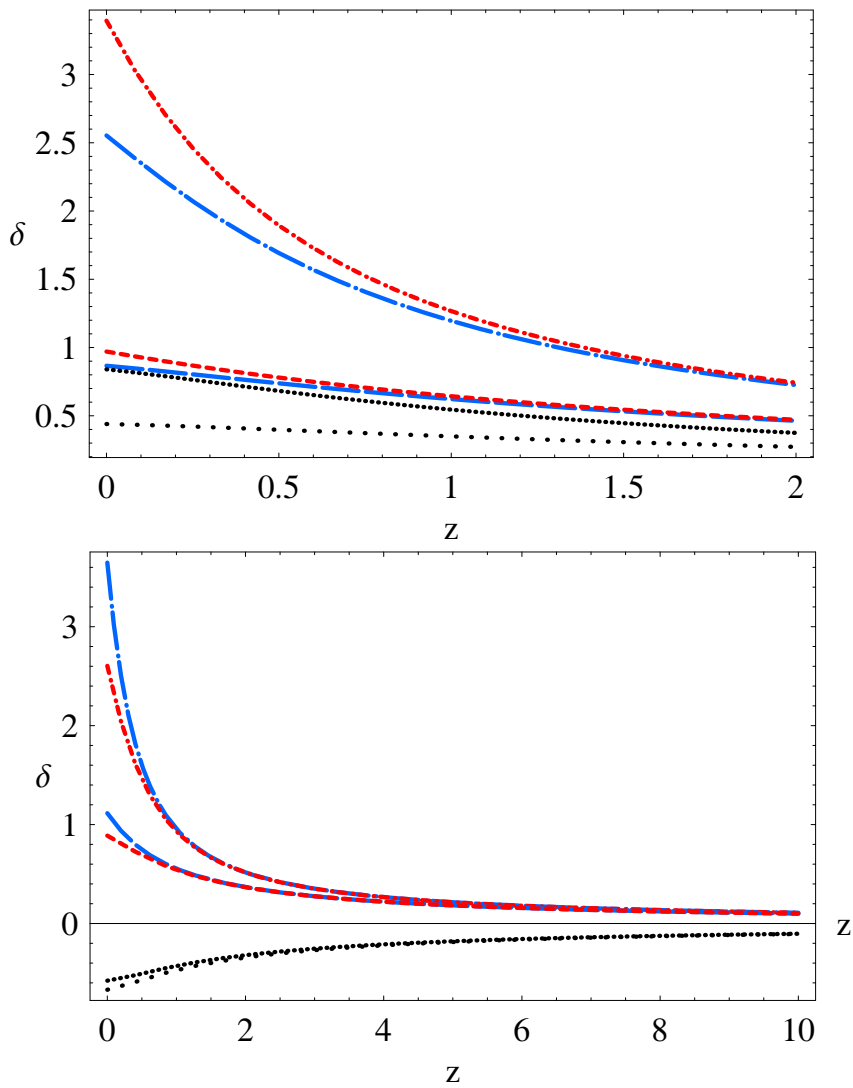


Figura 5.3: Contraste com equações **não lineares**, (5.1)-(5.2), na matéria com (traço longo e ponto) e sem flutuações (traço e ponto) na energia escura (pontos densos) e contraste com equações **lineares**, (5.3)-(5.4), na matéria com (traços longos) e sem flutuações (traços) na energia escura (pontos esparsos), para não *phantom* variável (quadro superior) e *phantom* variável (quadro inferior).

quando sem flutuações na energia escura e modelo **NPe** quando com flutuações na energia escura e $(w_0, w_1) = (-1, 1, -1)$, *phantom*, que denominamos como modelo **P** quando sem flutuações na energia escura, e modelo **Pe** quando com flutuações na energia escura.

5.6 Regime Não Linear

No regime não linear, assim como no regime linear, consideramos novamente os modelos que são *phantom* ou não *phantom* exclusivamente. Encontramos a evolução do sistema de Eqs. (5.1)-(5.2), e por motivo de brevidade e comparação usaremos as mesmas parametrizações variáveis de regime linear discutidas na Seção 5.5 e Eq.(5.10), *i.e.*, $w_e(z) = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z}$ com $(w_0, w_1) = (0, 75, 0, 4)$ e $(w_0, w_1) = (-1, 1, -1)$.

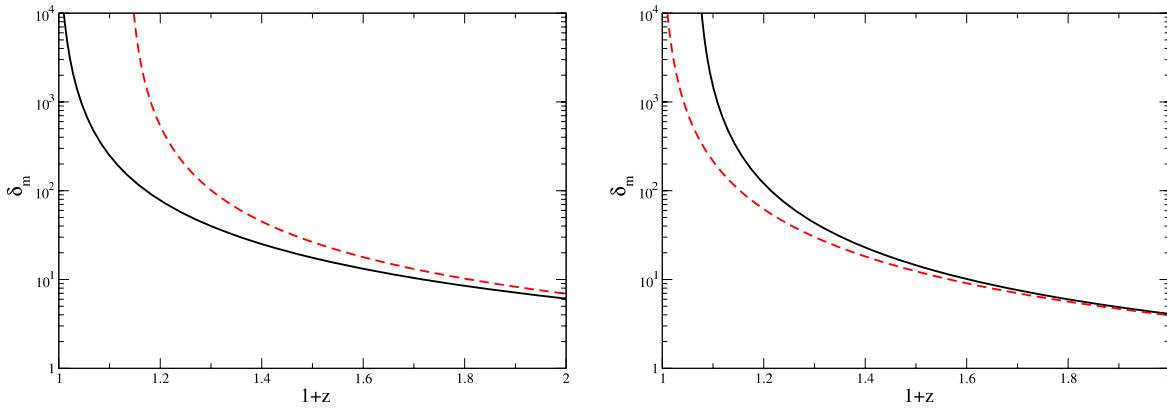


Figura 5.4: Contraste da matéria no regime não linear com condições iniciais adiabáticas tais que o colapso do halo de matéria com flutuações na energia escura ocorra em $z = 0$ para o caso não *phantom*, $w_0 = -0,75$ e $w_1 = 0,4$, (quadro da esquerda), enquanto que, no outro caso a condição é que o colapso do halo de matéria sem flutuações na energia escura ocorra em $z = 0$ para o caso *phantom*, $w_0 = -1,1$ e $w_1 = -1$, (quadro da direita). As linhas lisas incluem as flutuações na energia escura e os traços não. As flutuações na energia escura também são mostradas pelas linhas pontilhadas.

Em particular, estamos interessados no impacto das flutuações na energia escura sobre o colapso dos halos de matéria, em valores onde o regime linear, bem expresso pelo sistema de Eqs. (5.3)-(5.4) linearizadas não é mais confiável, *i.e.*, quando $\delta > 1$ para halos e $\delta \sim -1$ para vazios, quando então temos que usar o sistema completo, ou seja, o sistema de Eqs. (5.1)-(5.2) não lineares acoplado. Veremos que os efeitos encontrados no caso linear, são amplificados pela evolução não linear.

No quadro esquerdo da Fig. 5.4 mostramos o contraste de densidade de matéria para condições iniciais adiabáticas, escolhidas de tal forma que o colapso do halo de matéria ocorra atualmente, *i.e.*, em $z = 0$. Fisicamente podemos associar este colapso à formação de um objeto que corresponde a um super-aglomerado.

As presença de flutuações na energia escura têm um efeito dramático no colapso ou formação de estruturas no caso não *phantom*. Tais estruturas teriam colapsado muito antes se as perturbações na energia escura não fossem levadas em conta.

No quadro da direita da Fig. 5.4, temos a parametrização *phantom*, onde, igualmente, as condições iniciais são escolhidas de tal maneira que o colapso da estrutura de matéria tem lugar hoje, para o caso de energia escura homogênea, pois neste caso a admissão de flutuações na energia escura intensifica o colapso de matéria, causando o colapso da mesma estrutura mais cedo.

Na Fig. 5.5, defrontamos a evolução dos contrastes de densidade do sistema não linear (5.1)-(5.2), e do sistema linearizado (5.3)-(5.4). Nesta figura as condições iniciais são escolhidas de tal forma que as perturbações não lineares na matéria diverjam em $z = 0$. Conseqüentemente, o valor do contraste de matéria linearizado em $z = 0$, neste caso, corresponde à definição do contraste de densidade crítica $\delta_c(z = 0)$ para tal *redshift*.

Na próxima Seção empregaremos o contraste de densidade crítica como função do *redshift* para prosseguirmos ao cálculo da função de Press-Schechter.

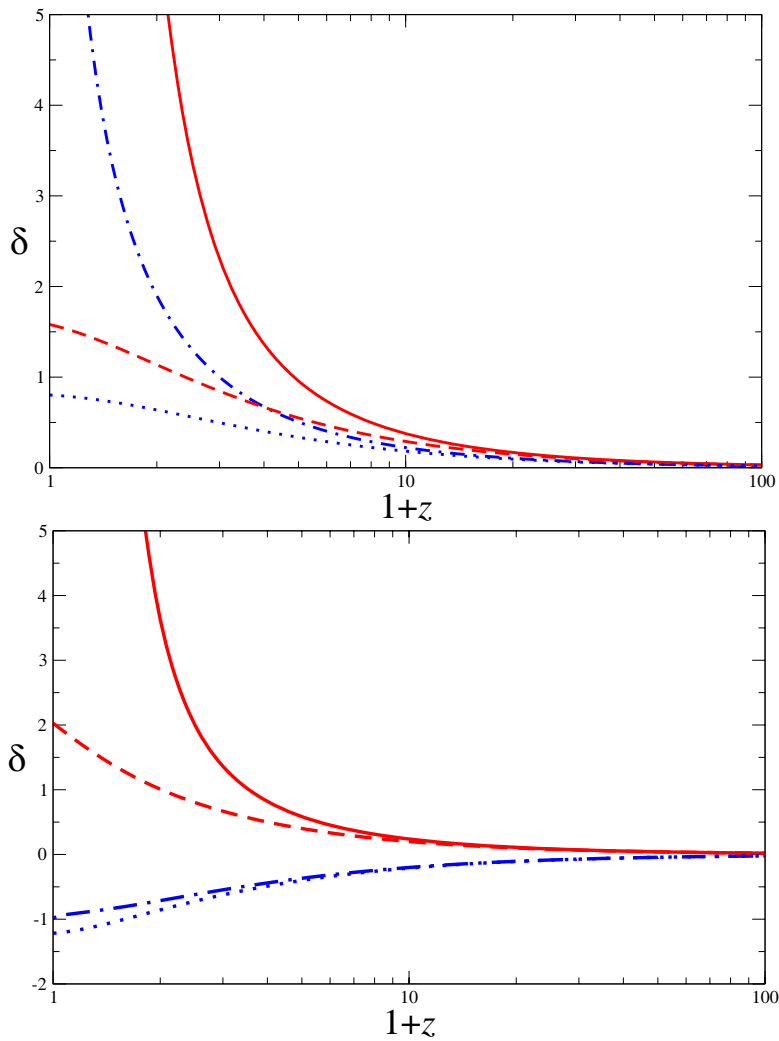


Figura 5.5: Contrastes de densidade $\delta(z)$ para a matéria (linha lisa) e energia escura (linha traço e ponto). As condições iniciais são escolhidas para que o colapso do halo de matéria ocorra hoje, $z = 0$. Também mostramos a evolução linearizada do contraste de matéria (traços) e do contraste de energia escura (pontos). Os quadros superior e inferior correspondem às parametrizações $(w_0, w_1) = (-0, 75, 0, 4)$ e $(w_0, w_1) = (-1, 1, -1)$, respectivamente.

5.7 Função de Massa e Energia Escura Inomogênea

No Capítulo 4 mostramos a origem e as quantidades necessárias à composição da função de massa do formalismo PS, a qual é usada para calcularmos os seguintes observáveis: número de halos de matéria em um dado intervalo de massa na esfera celeste, $\mathcal{N}_{\text{bin}}(M_{\text{inf}} < M < M_{\text{sup}}, z)$, (4.11), e o número de aglomerados integrado na esfera celeste, $N(M_{\text{inf}} < M, z)$, (4.13). Nesta Seção seremos mais breves.

Na Fig. 5.6 mostramos uma comparação dos casos homogêneos e inomogêneos, quanto a energia escura, e entre as parametrizações *phantom* e não *phantom*, para a função de massa. No quadro da esquerda temos os valores da função de massa, e no quadro da direita temos suas diferenças com relação ao modelo Λ CDM.

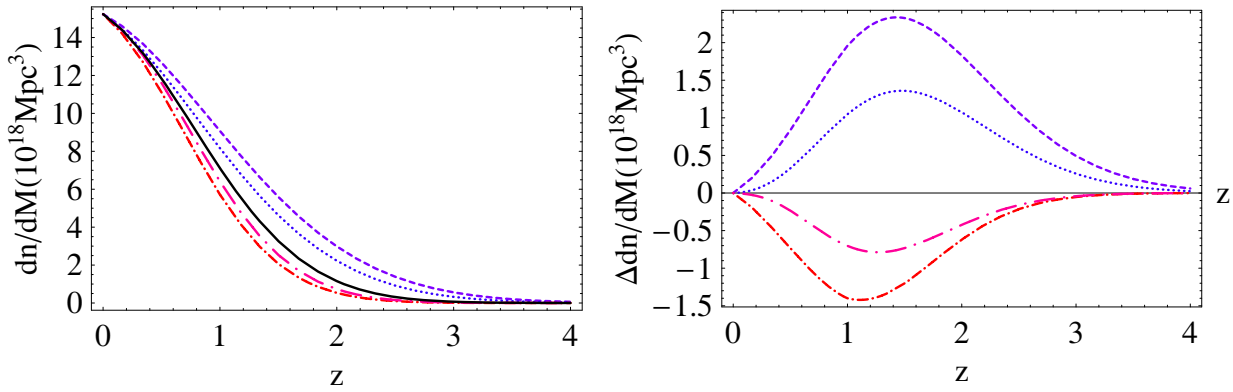


Figura 5.6: No quadro da esquerda temos as funções de massa para modelos diferentes, normalizados a um mesmo valor em $z = 0$. A linha lisa é o resultado do modelo Λ CDM. No quadro da direita temos os modelos em estudo, subtraídos do modelo Λ CDM. Os valores que não incluem as flutuações da energia escura são mostrados para os casos não *phantom* (traços) e *phantom* (ponto-traço). Os valores com perturbações na energia escura (traço longo) para o caso não *phantom*, e (ponto-traço longo) para o caso *phantom*.

Note que, os casos não *phantom* estão abaixo do modelo Λ CDM, no quadro da esquerda da Fig.5.6, e abaixo do eixo dos *redshifts* no quadro da direita, da mesma figura, e os *phantom* acima em ambos os quadros da figura.

Prosseguimos ilustrando como a energia escura inhomogênea pode afetar o colapso gravitacional de halos de matéria.

Na Fig. 5.7 mostramos como o contraste crítico de matéria $\delta_c(z)$ evolui em alguns cenários de energia escura. Note que, a consequência de admitirmos que a energia escura flutue, leva a uma influência intensa no comportamento de $\delta_c(z)$, com substancial supressão em modelos não *phantom* e apreciável aumento em modelos *phantom*. Se a energia escura é considerada homogênea reproduzimos os resultados do Capítulo 4 e de [32].

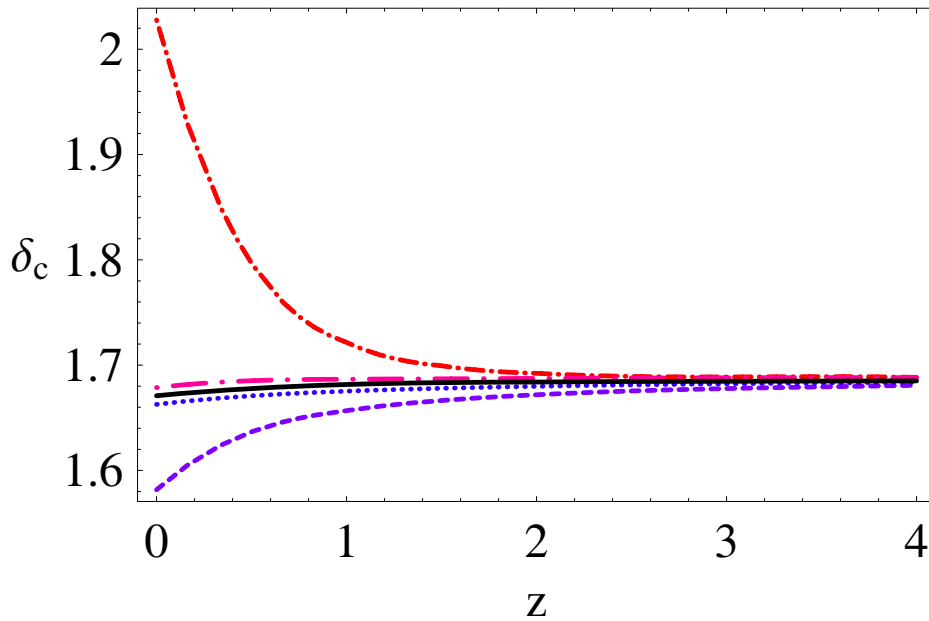


Figura 5.7: Contrastes de densidade crítica da matéria δ_c como função do *redshift* z . A linha lisa é o resultado do modelo Λ CDM usual. Os valores que não incluem as flutuações da energia escura são os casos não *phantom* (traços) e *phantom* (ponto-traço). Os valores com perturbações na energia escura não *phantom* (traço longo) e *phantom* (ponto-traço longo), que correspondem às mesmas parametrizações usadas na Fig. 5.3.

Observe que, na Fig.5.5 temos uma representação gráfica para um método de obtenção de $\delta_c(z=0)$, que é, por definição, a extrapolação do contraste de densidade, limite acima do qual estruturas colapsam, *i.e.*, $\delta_c(z_{col}) = \delta_{lin}(z = z_{col})$. O *redshift* de colapso z_{col} , ocorre para uma dada condição inicial, tal que, as Eqs. (5.1)-(5.2) não lineares fornecem a divergência de $\delta_m(z_{col})$.

No quadro superior da Fig.5.5, a linha tracejada mostra o valor do contraste crítico de densidade de matéria em $z=0$, $\delta_c(z=0) \sim 1,55$, para um caso não *phantom* com energia escura inhomogênea e no quadro inferior da Fig.5.5 a linha tracejada mostra o valor do contraste crítico de densidade de matéria em $z=0$, $\delta_c(z=0) \sim 2,1$, para um caso *phantom* com energia escura inhomogênea.

Usando sistematicamente este procedimento, encontramos vários valores de δ_c para os casos *phantom* e não *phantom*, com e sem flutuações na energia escura, para valores específicos de *redshift* z onde ocorreram os respectivos colapsos fornecidos pelas Eqs. (5.1)-(5.2). Interpolando os resultados, encontramos a evolução de $\delta_c(z)$ para cada modelo representado na Fig.5.7.

É útil esclarecer, que este método e o método descrito na Seção 3.3, na qual usamos a Eq. (3.18) para encontrar a evolução de $\delta_c(z)$, dos modelos de energia escura homogêneos, então considerados, fornece os mesmos resultados de $\delta_c(z)$ mostrados na Fig. 3.4. Naquele, encontramos o $\delta_c(z_{col})$ num dado z_{col} , quando o raio da esfera que colapsa tende à zero, $R(t) \rightarrow 0$. Neste, encontramos o $\delta_c(z_{col})$, como o valor que o sistema linearizado (5.3)-(5.4) fornece quando o sistema não linear (5.1)-(5.2) obtém $\delta_m(z_{col}) \rightarrow \infty$, para um dado z_{col} .

5.8 Contagens de Aglomerados de Galáxias

Com o uso do formalismo de PS e sua função de massa obteremos o número de sistemas gravitacionalmente ligados, que estejam em um intervalo de massa ou que excedam uma dada massa. Mostramos na Fig. 4.1 as funções de massa dos modelos representados pela equação de estado $w_e = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z}$, com $(w_0; w_1) = (-0,75; 0,4)$ e $(w_0; w_1) = (-1, 1; -1)$, que será usada para obtermos $\mathcal{N}_{bin}(M_{inf} < M < M_{sup}, z)$ e $N(M_{inf} < M, z)$, como antes.

Os efeitos da energia escura sobre o número de halos de matéria é estudado pelo cálculo de duas quantidades, já mostradas anteriormente no Capítulo 4. A primeira é o número de halos de matéria em um dado intervalo de massa na

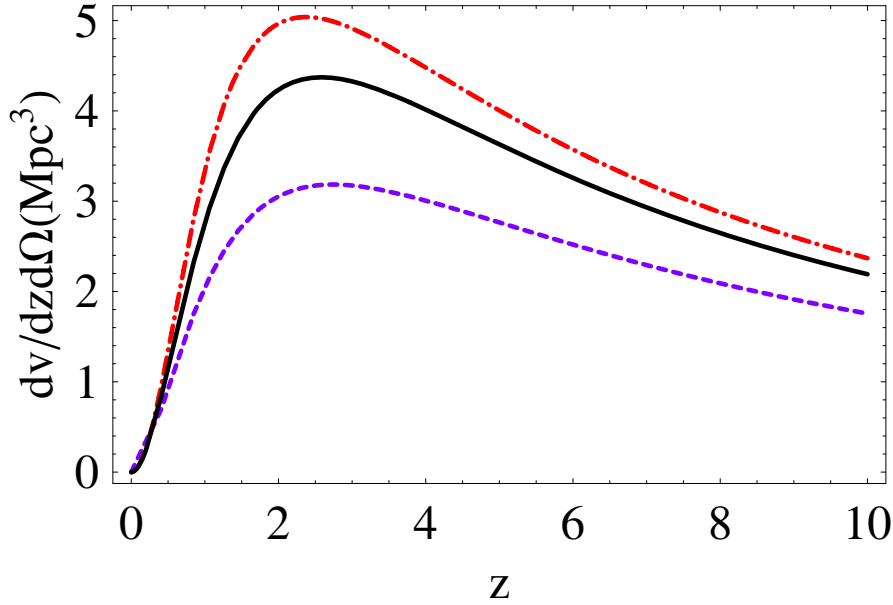


Figura 5.8: Evolução do elemento de volume comóvel com respeito ao *redshift* z para os quatro cenários consideramos, *i.e.*, os modelos NP, NPe, P e Pe. As linhas são NP e NPe são idênticas, assim como P e Pe.

esfera celeste, \mathcal{N}_{bin} , dado por (4.11). A segunda é o número de aglomerados integrado na esfera celeste, N , acima de uma dada massa M_{inf} , e até um *redshift* z . Nestas quantidades há uma parte dependente apenas do fundo cósmico, o elemento de volume comóvel, $dV/dz d\Omega = r^2(z)/H(z)$, (4.12), que merece comentário.

Note que, o elemento de volume comóvel é idêntico em ambos os casos, com e sem flutuações na energia escura. As diferenças entre as contagens de aglomerados serão devidas a modificações em $\delta_c(z)$ e $D(z) \equiv \delta(z)/\delta(0)$. No caso anterior, quando estudamos modelos diferentes onde a energia escura era sempre homogênea, cada modelo possuía um volume comóvel diferente, veja por exemplo a Fig.4.2 e [32].

A evolução do elemento de volume comóvel $dV/dz d\Omega$ com relação ao *redshift* para os diferentes modelos de energia escura são mostrados na Fig. 5.8. Veja que o elemento de volume comóvel não depende das perturbações na matéria, $\delta_m(z)$, ou na energia escura, $\delta_e(z)$. Depende apenas do compor-

tamento do fundo de fluidos. O volume comóvel é maior para equações de estado mais negativas, pois isto implica em uma maior aceleração na expansão, compare as Figs. 2.3 e 4.2.

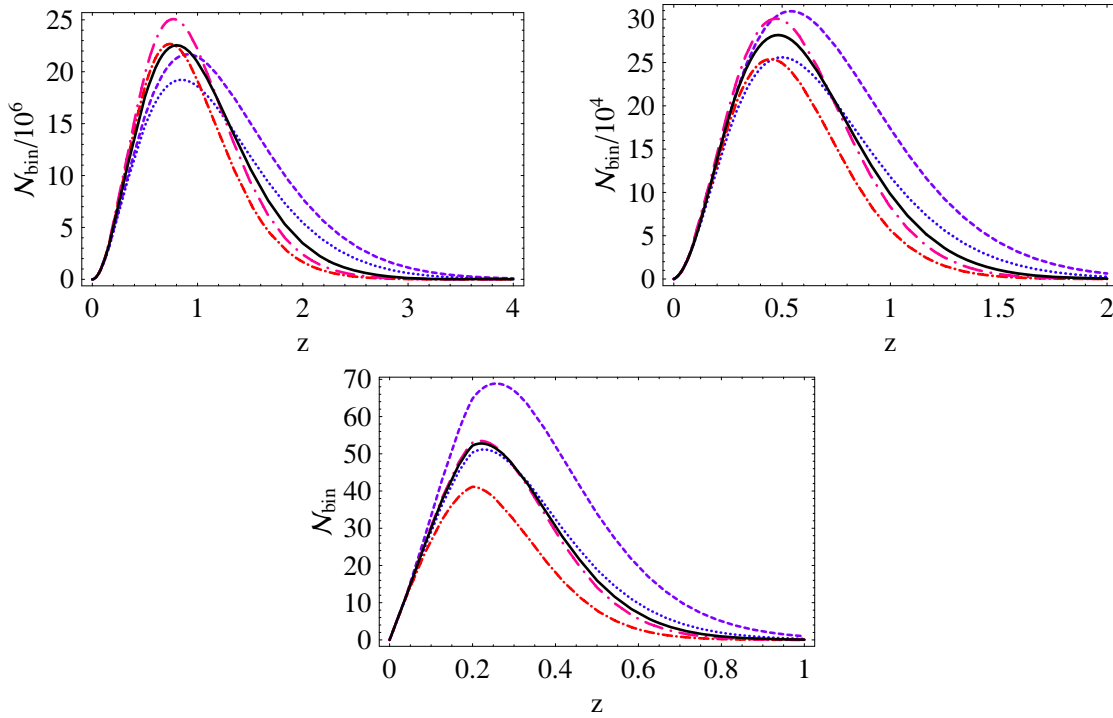


Figura 5.9: Número de aglomerados em um intervalo de massa função do *redshift* para halos dentro do alcance de massa $10^{13} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{16}$ (quadro inferior). A linha lisa corresponde ao modelo de comparação Λ CDM. O número de aglomerados incluindo as perturbações na energia escura são mostrados para o modelo não *phantom* (traço-longo ponto), Para o *phantom* (traço-longo). Os modelos com energia escura homogênea também são mostrados no caso não *phantom* (traço-ponto) e *phantom* (traço).

Nosso conhecimento, de ambas as quantidades, $\mathcal{N}_{\text{bin}}(M_{\text{inf}} < M < M_{\text{sup}}, z)$ e $N(M_{\text{inf}} < M, z)$, para aglomerados galácticos será bastantes aumentada com

grandes levantamentos observacionais em progresso, operando em diferentes faixas do espectro, tais como o *South Pole Telescope* [60].

As modificações causadas pela componente de energia escura no número de aglomerados de matéria são testados e confrontados com o modelo de constante cosmológica Λ CDM. Examinamos os efeitos de **NP**, **NPe**, **P** e **Pe** sob o número de halos de matéria nos intervalos de massa $[10^{13}, 10^{14}]$, $[10^{14}, 10^{15}]$ e $[10^{15}, 10^{16}]$, em unidades de massa solar $h^{-1}M_{\odot}$.

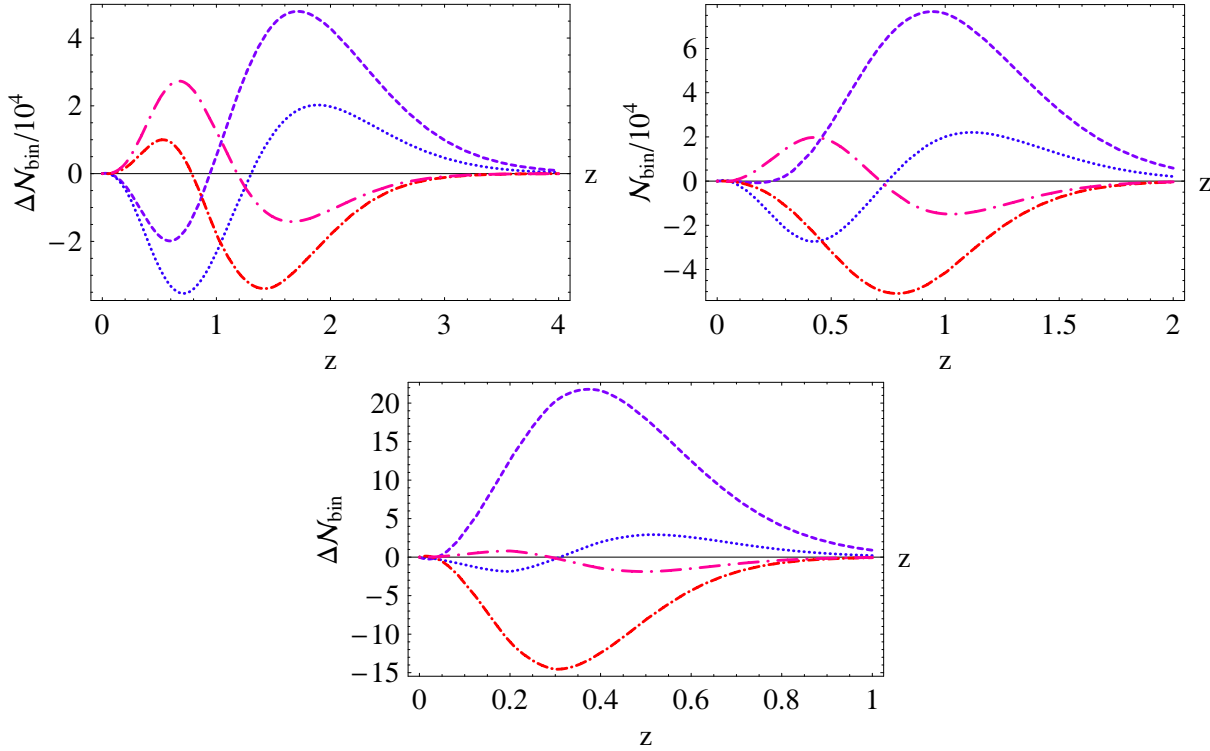


Figura 5.10: Evolução de diferença dos modelos da Fig. 5.9 com o modelo de comparação Λ CDM, sendo $\Delta\mathcal{N}_{\text{bin}} \equiv \mathcal{N}_{\text{bin}} - \mathcal{N}_{\text{bin}}^{\Lambda}$. Os intervalos de massa são os mesmos da Fig. 5.9, $10^{13} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{16}$ (quadro inferior). Note os fatores de normalização $\frac{\mathcal{N}}{10^6}$ e $\frac{\mathcal{N}}{10^4}$ nos quadros superiores da figura. As linhas são as mesmas da Fig. 5.9.

O número de aglomerados num dado intervalo de massa $\mathcal{N}_{\text{bin}} = dN/dz$,

obtido de (4.11), é mostrado na Fig. 5.9. Expomos em cada quadro o efetivo número de aglomerados de galáxias. Na Fig. 5.10 mostramos as diferenças com o modelo fiducial Λ CDM. Note que, como antes, estruturas com maior massa são menos abundantes e formam-se em tempos mais recentes.

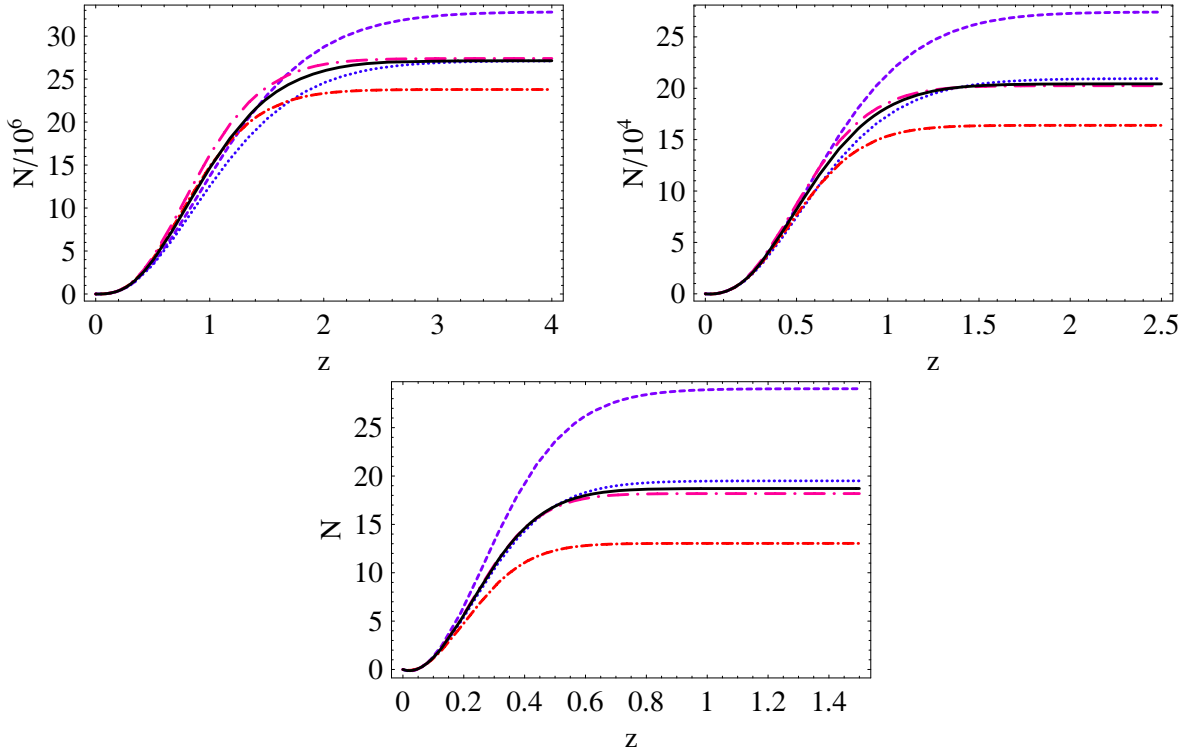


Figura 5.11: Número de aglomerados integrado até o *redshift* z . Os intervalos de massa são os mesmos da Fig. 4.3, $10^{13} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{16}$ (quadro inferior). Note os fatores de normalização $\frac{N}{10^6}$ e $\frac{N}{10^4}$ nos quadros superiores da figura.

Outra importante quantidade observacional é o número de estruturas acima de uma dada massa obtida com o uso de (4.13). Apresentamos os resultados do número de halos integrado com massa acima de $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$, $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ e $10^{15}h^{-1}M_{\odot}$. Estes são exibidos nos quadros da Fig. 5.11. Nos quadros da Fig. 5.12 mostramos as diferenças absolutas, $(N - N_{\Lambda})/N_{\Lambda}$,

com respeito ao nosso modelo fiducial Λ CDM. Interrompemos a integração numérica em $M_{\text{sup}} = 10^{18}h^{-1}M_{\odot}$ na Eq. (4.13).

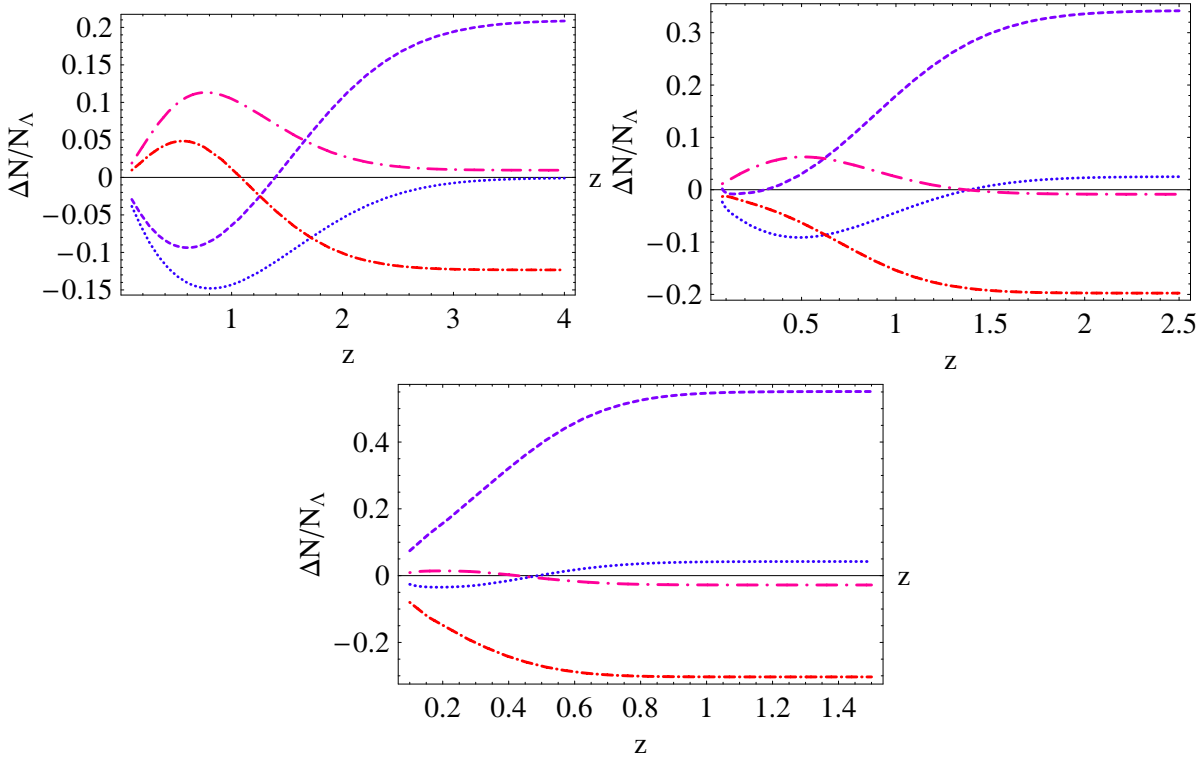


Figura 5.12: Diferenças absolutas do número de aglomerados integrado até o *redshift* z . Os intervalos de massa são os mesmos da Fig. 5.9, $10^{13} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{14}$ (quadro superior esquerdo), $10^{14} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{15}$ (quadro superior direito) e $10^{15} < M/(h^{-1}M_{\odot}) < 10^{16}$ (quadro inferior).

Observe o platô no número de aglomerados integrado, que reflete a época de formação de aglomerados de uma dada massa. Perceba que, as flutuações na energia escura alteram substancialmente o valor dos platôs, nos valores de $N(z)$, Fig. 5.11, em relação aos platôs sem flutuações na energia escura e em relação ao modelo Λ CDM. Sua diferença percentual é apreciável, Fig. 5.12. Estes resultados foram publicados em [33]

Capítulo 6

Transmutação da Energia Escura

Neste Capítulo apresentaremos uma intrigante possibilidade, a de que a energia escura pode sofrer uma transmutação de seu comportamento em um fluido com propriedades de aglomeração similares às da matéria escura. Mostraremos que este efeito possui uma origem simples. Quando as perturbações são grandes, a equação de estado efetiva no interior da região que colapsa pode ser completamente diferente da equação de estado de sua componente homogênea.

6.1 Flutuações do Fluido

Calcularemos as equações necessárias à descrição de um halo com matéria e energia escura, com a equação de estado da energia escura na região que colapsa w_e^c , diferente da equação de estado da energia escura do fundo homogêneo w_e .

Retomando a expressão (3.5), obtemos

$$\begin{aligned}
\dot{\delta}_j &= 3(1 + \delta_j) \left(\frac{\dot{a}}{a} (1 + w_j) - \frac{\dot{r}}{r} (1 + w_j^c) \right), \\
&= 3(1 + \delta_j) \left[(1 + w_j) \left(\frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{r}}{r} \right) - \frac{\dot{r}}{r} \delta_{w_j} \right], \\
&= -3(1 + \delta_j) \left[(1 + w_j) \frac{\Theta}{3a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\Theta}{3a} \right) \delta_{w_j} \right], \tag{6.1}
\end{aligned}$$

onde $\delta_{w_j} \equiv w_j^c - w_j$. O ponto refere-se à derivada temporal.

A relação entre a taxa de expansão local e a taxa de expansão do fundo homogêneo, usada acima, é definida por

$$\frac{\dot{r}}{r} = \frac{\dot{a}}{a} + \frac{\Theta}{3a}. \tag{6.2}$$

Derivando (6.2) com relação ao tempo temos,

$$\frac{\dot{\Theta}}{3a} - \frac{\dot{a}}{a} \frac{\Theta}{3a} = \frac{\ddot{r}}{r} - \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{r}^2}{r^2} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}. \tag{6.3}$$

Lembrando que

$$\frac{\ddot{r}}{r} - \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho^c + 3p^c - \rho - 3p); \tag{6.4}$$

e que os termos de densidade e pressão acima são totais, *i.e.*, contêm todas as componentes de densidade e pressão do fundo homogêneo em ρ e p e todas as componentes que colapsam em ρ^c e p^c .

Usando o quadrado de (6.3) e (6.4), encontramos a equação que descreve como a velocidade evolui, *i.e.*, como o halo colapsa ou se expande em relação à expansão do fundo homogêneo:

$$\dot{\Theta} + H(t) \Theta + \frac{\Theta^2}{3a(t)} + \frac{3}{2} H^2(t) a(t) \sum_{i=1}^n (1 + 3c_{ef_i}^2) \Omega_i(t) \delta_i(t) = 0. \tag{6.5}$$

Usamos

$$w_e^c(z) = \frac{p_e + \delta p_e}{\rho_e + \delta \rho_e} = w_e(z) + [c_{ef}^2(z) - w_e(z)] \frac{\delta_e(z)}{1 + \delta_e(z)}. \tag{6.6}$$

ou melhor, a relação (3.3), $\delta w_j = (c_{ef_j}^2 - w_j) \delta_j / (1 + \delta_j)$, sendo que a velocidade efetiva do som do fluido é $c_{ef_j}^2 \equiv \delta p_j / \delta \rho_j$.

Note que, agora no lugar de n equações de segunda ordem acopladas para n fluidos perturbáveis, reveja (3.9), teremos $n + 1$ equações de primeira ordem acopladas, para o mesmo número de fluidos, sendo uma delas a “fonte” de gravitação do halo, *i.e.* a equação (6.5), e outras n equações de (6.1). Adotamos esta estratégia pois de outra forma as equações equivalentes, de segunda ordem, neste caso, seriam de muito maior complexidade.

Em um universo composto por dois fluidos, principalmente, matéria não relativística, que inclui matéria bariônica e matéria escura e energia escura, sendo que ambos são capazes de criar inhomogeneidades. Podemos restringir a expressão (6.1), usando que a matéria tem pressão zero, $p_m = 0$. As regiões esféricas com perfil de densidade *top-hat* evoluem de acordo com um sistema de três equações.

Com o uso de (6.1) e de (6.5) para o contraste de densidade de dois fluidos, temos

$$\delta'_e - 3a(c_{ef}^2 - w_e)\delta_e - [1 + w_e + (1 + c_{ef}^2)\delta_e] \frac{\Theta}{H} = 0, \quad (6.7)$$

$$\delta'_m - (1 + \delta_m) \frac{\Theta}{H} = 0, \quad (6.8)$$

$$\Theta' + a\Theta - \frac{H}{3}\Theta^2 - \frac{3}{2}Ha^2 [\Omega_m \delta_m + (1 + 3c_{ef}^2)\Omega_e \delta_e] = 0, \quad (6.9)$$

onde usamos (3.11), $d/dt = (H/a)d/dz$. A linha corresponde à derivada com relação ao *redshift*. δ_m é o contraste de densidade de matéria e δ_e é o contraste de densidade de energia escura. Este é o sistema de equações lineares acopladas com $w_e^c \neq w_e$ que estudaremos neste Capítulo.

Há apenas uma equação para a velocidade peculiar, (6.9), mesmo no caso de dois fluidos. Isto é necessário pois no modelo de colapso esférico que adotamos, há somente uma região esfericamente homogênea que se desvincula do fundo homogêneo com uma taxa de expansão peculiar dada por $h \equiv \dot{r}/r = H + \Theta/3a$. Quando há pressão e gradientes de pressão, correções relativísticas, muito provavelmente, destroem esta identidade entre as velocidades dos fluidos, o que significa que o modelo de colapso esférico com perfil *top-hat* é inconsistente com o cálculo relativístico completo.

A consideração de que a velocidade efetiva do som c_{ef} seja dependente apenas do tempo implica que, a variação de pressão δ_p também esteja restrita à dependência temporal, o que garante a validade do modelo de colapso esférico com perfil *top-hat*, no contexto em que o usamos.

6.2 Evolução das Flutuações Não *Phantom*

Resolvemos as equações diferenciais acopladas (6.7)-(6.9) para $\delta_e(z)$, $\delta_m(z)$ e $\Theta(z)$, para alguns modelos representativos da energia escura. Nesta aproximação, um modelo de energia escura é determinado por sua equação de estado do fundo homogêneo e pela velocidade do som efetiva.

Nos Capítulos anteriores investigamos o caso particular onde a velocidade do som efetiva da energia escura é igual a sua equação de estado, $c_{ef}^2(z) = w(z)$, e portanto, $w_e^c = w^c$. Alguns dos resultados que mostraremos foram publicados em [47].

Neste Capítulo expandimos nossa análise para os seguintes casos: $c_{ef}^2(z) = -w(z)$, $c_{ef}^2 = 1$, $c_{ef}^2(z) = 0$ e $c_{ef}^2(z) = -1$. O primeiro caso é motivado pela situação comum onde a energia escura é modelada por um campo escalar canônico pois no *gauge* correspondente às coordenadas comóveis ao campo escalar, a velocidade do som efetiva é $c_{ef}^2 = 1$ [45].

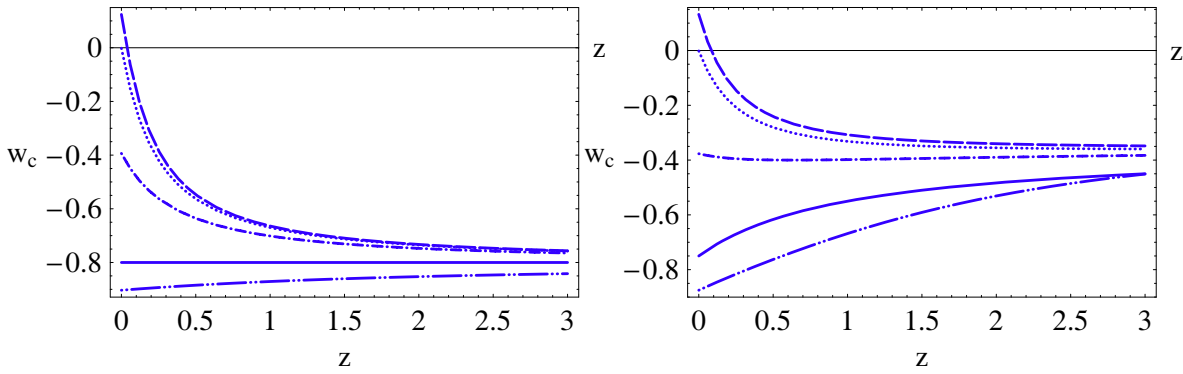


Figura 6.1: Equação de estado do halo de energia escura, sendo que a do fundo homogêneo é $w_e = -0,8$ no quadro da esquerda e $w_e = -0,75 + 0,4(1 - a)$, (5.10), no quadro da direita, para diferentes casos da velocidade do som efetiva: $c_{ef}^2(z) = w_e(z)$ (linha lisa), $c_{ef}^2(z) = -w_e(z)$ (pontos), $c_{ef}^2 = 1$ (traços), $c_{ef}^2(z) = 0$ (ponto-traço) e $c_{ef}^2(z) = -1$ (ponto duplo-traço).

Na Fig. 6.1 mostramos os valores da equação de estado do halo de energia escura como função do *redshift*. As condições iniciais foram escolhidas de tal forma que as flutuações da energia escura, nos casos de c_{ef}^2 da Fig 6.1, sejam

$\delta_e \simeq 1$ hoje. Isto foi feito para que o peso da influência do contraste de energia escura fosse o mesmo em w_e^c , em cada caso. Reveja a equação (6.6).

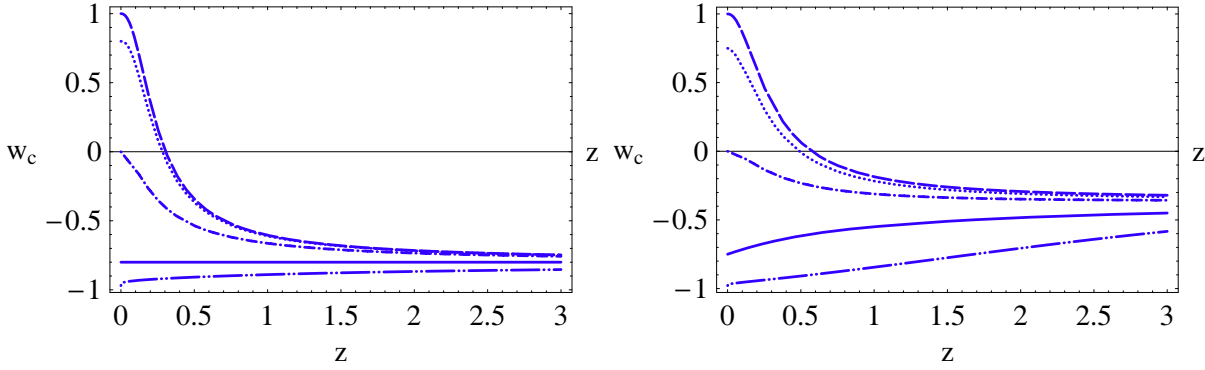


Figura 6.2: Equação de estado do halo de energia escura, sendo que a do fundo homogêneo é $w_e = -0,8$ no quadro da esquerda e $w_e = -0,75 + 0,4(1 - a)$, (5.10), no quadro da direita, para diferentes casos da velocidade do som efetiva: $c_{ef}^2(z) = w_e(z)$ (linha lisa), $c_{ef}^2(z) = -w_e(z)$ (pontos), $c_{ef}^2 = 1$ (traços), $c_{ef}^2(z) = 0$ (ponto-traço) e $c_{ef}^2(z) = -1$ (ponto duplo-traço).

Como discutido acima, para o caso $c_{ef}^2(z) = w_e(z)$ não obtivemos transmutação da equação de estado da energia escura na região perturbada. Entretanto, modificações substanciais foram encontradas para outras possibilidades de c_{ef}^2 . A maior transmutação ocorre com $c_{ef}^2 = 1$, que no exemplo da Fig. 6.1 é bastante similar ao caso $c_{ef}^2(z) = -w_e(z)$. Em ambos, ocorre uma completa transmutação da energia escura em um fluido que colapsa de maneira tão intensa quanto a matéria, em épocas recentes.

Isto é possível devido aos grandes valores que as flutuações da energia escura alcançam no interior do halo. De fato, se calculamos os mesmos w_e^c , para valores maiores de δ_e , como na Fig. (6.2), encontramos valores de w_e^c razoavelmente maiores do que zero, o que leva a um comportamento de colapso mais intenso do que a própria matéria nos casos $c_{ef}^2 = 1$ e $c_{ef}^2 = -w_e(z)$, ou seja, nestes casos a energia escura colapsa antes do que a matéria no halo.

Na Fig. 6.2 mostramos os valores da equação de estado do halo de energia escura como função do *redshift*. As condições iniciais foram escolhidas de tal forma que as flutuações da energia escura, ou da matéria levem ao colapso

de uma, ou ambas as componentes hoje. Isto testa a evolução dos contrastes de energia escura e matéria e w_e^c numa condição extrema.

6.3 Evolução das Flutuações *Phantom*

Parametrizações *phantom* puras, *i.e.*, com a equação de estado sempre menor do que -1 ao longo da evolução cósmica, $w_e(z) < -1$, não levam a uma transmutação do comportamento da energia escura no halo, mas não devido ao intervalo de variação dos valores do contraste de energia escura ser, nestes modelos, bastante limitado, $-1 \leq \delta_e(z) \leq 0$. Se prosseguíssemos ingenuamente, encontraríamos uma grande variação nos valores da equação de estado no halo, valores que divergem em $\delta_e(z) = -1$, como é fácil verificar por (6.6).

Os valores da velocidade do som efetiva que escolhemos para mostrarmos a transmutação do comportamento da energia escura no halo em dois casos não *phantom*, na Seção anterior, são irreais em casos *phantom*, principalmente se ocorre formação de vazios de densidade de energia escura no halo de matéria, *i.e.*, contrastes de energia escura tendendo a -1 .

Por construção, o valor mínimo que um contraste de densidade pode assumir é -1 , como podemos ver em (3.4). Quando há um vazio de densidade de uma componente no halo, a densidade desta tende a zero, $\rho_j^c \rightarrow 0$, e conseqüentemente $\delta_j \rightarrow -1$. Utilizando raciocínio análogo para a velocidade do som efetiva, é razoável que na ausência da densidade de energia de uma dada componente no halo, sua pressão também seja nula, ou seja, quando $\rho_j^c \rightarrow 0$, temos

$$c_{\text{ef}_j}^2 \equiv \frac{\delta p_j}{\delta \rho_j} = \frac{p_j^c - p_j}{\rho_j^c - \rho_j} \simeq \frac{p_j}{\rho_j} \simeq w_j. \quad (6.10)$$

Como vimos, é necessário que a velocidade do som efetiva, de um dado fluido no halo, seja próxima a equação de estado do mesmo fluido no fundo homogêneo, quando ocorre a formação de vazio desta componente no halo.

Portanto, por completeza, alteramos os casos de $c_{\text{ef}_j}^2$ com as parametrizações não *phantom* da Seção anterior, para outras funções que obedecem (6.10). Fizemos a seguinte mudança, $c_{\text{ef}_j}^2 \rightarrow c_{\text{ef}_j}^2 (1 + \delta_j) - w_j \delta_j$.

Note que, anteriormente tínhamos $w_e^c \rightarrow c_{\text{ef}}^2$, quando o contraste de energia escura é grande, com parametrizações não *phantom*. Agora temos

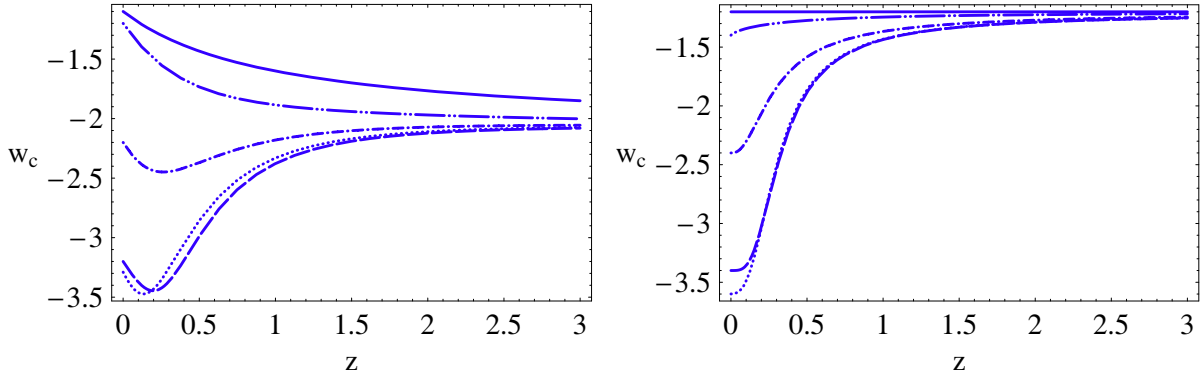


Figura 6.3: Equação de estado do halo de energia escura, sendo que a do fundo homogêneo é $w_e = -0,8$ no quadro da esquerda e $w_e = -0,75 + 0,4(1 - a)$, (5.10), no quadro da direita, para diferentes casos da velocidade do som efetiva: $c_{ef}^2(z) = w_e(z)$ (linha lisa), $c_{ef}^2(z) = -w_e(z)$ (pontos), $c_{ef}^2 = 1$ (traços), $c_{ef}^2(z) = 0$ (ponto-traço) e $c_{ef}^2(z) = -1$ (ponto duplo-traço).

$w_e^c \rightarrow (2w_e - c_{ef}^2)$, quando o contraste de energia escura tende a -1 , com parametrizações *phantom*.

Na Fig. 6.3 mostramos os valores da equação de estado da região esférica da energia escura como função do *redshift*. As condições iniciais foram escolhidas de tal forma que as flutuações da energia escura, levassem a uma formação completa do vazio da energia escura na esfera hoje, $\delta_e(t_0) \rightarrow -1$. Isto foi feito para que testássemos, analogamente as parametrizações não *phantom*, a evolução dos contrastes de energia escura e matéria nesta condição extrema. Observe que, não há um transmutação do comportamento da energia escura neste caso, e sim, uma intensificação de sua natureza *phantom*.

Capítulo 7

Conclusão

O propósito principal deste trabalho foi investigar os efeitos da energia escura na evolução de estruturas em larga escala de matéria no universo. Como não sabemos o que a energia escura realmente é, desenvolvemos um formalismo fenomenológico por meio do qual usamos diretamente as parametrizações de sua equação de estado, como ponto de partida para obtermos os resultados.

Mesmo participando apenas como uma componente do fundo, a energia escura interfere na formação de estruturas, quando então consideramos, a priori, que esta componente não se aglomera pela ação gravitacional. De fato, mostramos que a contagem de aglomerados é uma importante ferramenta para testarmos modelos de energia escura. Como a formação de estruturas ocorre em *redshifts* maiores do que os examinados pela observação de supernovas Ia, a contagem de aglomerados pode proporcionar informação complementar útil, com o intuito de limitar as diferentes parametrizações propostas.

Quando permitimos que a energia escura aglomere pela atuação da gravidade encontramos uma interferência ainda mais intensa na formação e evolução de estruturas, que inclui a ausência da componente de energia escura no interior do halo, em alguns casos *phantom*, com a formação de vazios. Neste caso, quando a matéria forma vazios a energia escura aglomera.

Encontramos comportamentos distintos na evolução do contraste de matéria para a energia escura *phantom* e não *phantom*. A inclusão de flutuações da energia escura inibe o crescimento do contraste de matéria no caso não *phan-*

tom, porém, o aumenta no caso *phantom*. A causa disto é que adensamentos de matéria induzem a adensamentos de energia escura nos casos não *phantom*.

Por outro lado, os mesmos adensamentos de matéria induzem a subdensidades de energia escura no caso *phantom*. Devido a sua natureza repulsiva, sobredensidades de energia escura inibem, enquanto subdensidades ajudam, o crescimento de perturbações da matéria.

Este efeito é pequeno no regime linear, mas torna-se dramático quando consideramos regiões colapsadas que formaram-se recentemente. Em particular, encontramos uma grande modificação do contraste de densidade crítica $\delta_c(z)$, mesmo para *redshifts* pouco maiores do que zero.

Usamos o formalismo PS para estimar as modificações devido a energia escura, quer sendo homogênea, quer sendo inhomogênea, para obtermos quantidades observacionais como aglomerados de galáxias ao longo do *redshift*, que refletem a formação e distribuição dos halos de matéria. Encontramos que há assinaturas específicas para as parametrizações, mesmo quando variamos apenas um parâmetro de uma dada parametrização, no caso de energia escura homogênea, que apresentou maiores diferenças para estruturas menores, com evoluções específicas ao longo de z , ora menores, ora maiores do que o modelo Λ CDM, e diferentes entre si.

Quanto a energia escura inhomogênea, encontramos os maiores desvios em relação ao modelo Λ CDM para as estruturas maiores. Temos a expectativa de que estes grandes desvios sejam uma consequência de levar em conta flutuações na energia escura, que são gravitacionalmente acopladas às flutuações da matéria.

Esperamos que dados futuros sobre aglomerados de galáxias serão capazes de discernir entre os modelos diferentes de energia escura.

Apêndice A

Colapso de Esfera Inomogênea

Considere uma métrica semelhante à métrica FRLW, entretanto com o fator de escala dependente da coordenada radial r , além da coordenada temporal t ,

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dy^\nu = -dt^2 + R^2(r, t) \left[\frac{dr^2}{f^2(r)} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (\text{A.1})$$

onde $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$ e $f^2(r) = 1 - kr^2$ com $k = -1$ descrevendo um universo "aberto"; $k = +1$, "fechado" e $k = 0$ "plano".

Nossa intenção com esta simples mudança, de $R(t)$ para $R(r, t)$, é analisar quais são as consequências de termos uma esfera de colapso, um halo, semi homogêneo no sentido de termos cascas esféricas concêntricas de densidades diferentes e por conseguinte, pressões radiais diferentes das angulares. Fizemos isto para a avaliação da possibilidade de construção de um modelo mais realista, quanto à formação e evolução de estruturas.

Vamos encontrar as equações de Einstein (2.2), para a métrica (A.1). Usando o tensor métrico (A.1) e a lagrangeana (2.3), encontramos as equações de Euler-Lagrange, para determinarmos os símbolos de Christofel $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$,

$$\ddot{t} + \left(\frac{R}{f^2} \frac{\partial R}{\partial t} \right) \dot{r}^2 + \left(R \frac{\partial R}{\partial t} r^2 \right) \dot{\theta}^2 + \left(R \frac{\partial R}{\partial t} r^2 \sin^2\theta \right) \dot{\phi}^2 = 0, \quad (\text{A.2})$$

$$\ddot{r} + \left(\frac{2}{R} \frac{\partial R}{\partial t} \right) \dot{t}\dot{r} + \left(\frac{\partial R}{\partial r} - \frac{R}{f} \frac{df}{dr} \right) \dot{r}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial r} f^2 r^2 + f^2 r \right) \dot{\theta}^2 +$$

$$-\left(\frac{\partial R}{\partial r}f^2r^2 + f^2r\right)(\text{sen}^2\theta)\dot{\phi}^2 = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial t}\right)\dot{\theta} + \left(\frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial r} + \frac{2}{r}\right)\dot{r}\dot{\theta} - (\text{sen}\theta\text{cos}\theta)\dot{\phi}^2 = 0, \quad (\text{A.4})$$

$$\ddot{\phi} + \left(\frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial t}\right)\dot{\phi} + \left(\frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial r} + \frac{2}{r}\right)\dot{r}\dot{\phi} - (2\text{cot}\theta)\dot{\theta}\dot{\phi} = 0, \quad (\text{A.5})$$

onde o ponto significa derivada com respeito ao parâmetro λ .

Com as equações da geodésica,

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0, \quad (\text{A.6})$$

podemos extrair os símbolos de Christoffel diferentes de zero das equações (A.2), (A.3), (A.4) e (A.5) de Euler-Lagrange,

$$\Gamma_{11}^0 = \frac{R}{f^2} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (\text{A.7})$$

$$\Gamma_{22}^0 = R \frac{\partial R}{\partial t} r^2, \quad (\text{A.8})$$

$$\Gamma_{33}^0 = R \frac{\partial R}{\partial t} r^2 \text{sen}^2\theta, \quad (\text{A.9})$$

$$\Gamma_{01}^1 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (\text{A.10})$$

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial r} - \frac{1}{f} \frac{df}{dr}, \quad (\text{A.11})$$

$$\Gamma_{22}^1 = -\frac{f^2r^2 + f^2r}{R} \frac{\partial R}{\partial r} f^2r^2 - f^2r, \quad (\text{A.12})$$

$$\Gamma_{33}^1 = -\left(\frac{f^2r^2 + f^2r}{R} \frac{\partial R}{\partial r} f^2r^2 + f^2r\right) \text{sen}^2\theta, \quad (\text{A.13})$$

$$\Gamma_{02}^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (\text{A.14})$$

$$\Gamma_{12}^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r}, \quad (\text{A.15})$$

$$\Gamma_{33}^2 = -\text{sen}\theta\text{cos}\theta, \quad (\text{A.16})$$

$$\Gamma_{03}^3 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t}, \quad (\text{A.17})$$

$$\Gamma_{13}^3 = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r}, \quad (\text{A.18})$$

$$\Gamma_{23}^3 = \text{cot}\theta, \quad (\text{A.19})$$

onde os índices referem-se às coordenadas, *i.e.*, $x^0 = t$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$ e $x^3 = \phi$.

Com estes símbolos poderemos encontrar o tensor de Ricci,

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = \Gamma_{\alpha\mu,\nu}^\alpha - \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^\alpha + \Gamma_{\mu\alpha}^\beta \Gamma_{\beta\nu}^\alpha - \Gamma_{\mu\nu}^\beta \Gamma_{\beta\alpha}^\alpha, \quad (\text{A.20})$$

onde a vírgula denota derivada parcial.

Utilizando o símbolos de Christoffel na expressão (A.20), do tensor de Ricci, encontramos os seguintes termos diferentes de zero,

$$\mathcal{R}_{00} = 3\frac{\ddot{R}}{R}, \quad (\text{A.21})$$

$$\mathcal{R}_{11} = -\frac{R\ddot{R}}{f^2} - \frac{2\dot{R}^2}{f^2} + \frac{2R''}{R} - \frac{2(R')^2}{R^2} + \frac{2R'}{Rr} + \frac{2R'f'}{Rf} + \frac{2f'}{fr}, \quad (\text{A.22})$$

$$\mathcal{R}_{22} = f^2 r^2 \left(-\frac{R\ddot{R}}{f^2} - \frac{2\dot{R}^2}{f^2} + \frac{R''}{R} + \frac{3R'}{Rr} + \frac{R'f'}{Rf} + \frac{f'}{fr} - \frac{1+f^2}{f^2 r^2} \right), \quad (\text{A.23})$$

$$\mathcal{R}_{33} = (\text{sen}^2\theta)\mathcal{R}_{22}, \quad (\text{A.24})$$

$$\mathcal{R}_{01} = \frac{2\dot{R}'}{R} - \frac{2\dot{R}R'}{R^2}. \quad (\text{A.25})$$

Acima, o ponto denota derivada com relação ao tempo e a linha derivada com relação à coordenada radial r .

Com os termos (A.21)-(A.25) podemos efetuar mais uma contração, necessária para obtermos o escalar de curvatura, para as equações (2.2) de

Einstein. Portanto, calculando temos,

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= g^{00}\mathcal{R}_{00} + g^{11}\mathcal{R}_{11} + g^{22}\mathcal{R}_{22} + g^{33}\mathcal{R}_{33}, \\ &= \frac{2f^2}{R^2} \left(-\frac{3R\ddot{R}}{f^2} - \frac{3\dot{R}^2}{f^2} + \frac{2R''}{R} - \frac{R'^2}{R^2} + \frac{4R'}{Rr} + \frac{2R'f'}{Rf} + \frac{2f'}{fr} - \frac{1+f^2}{f^2r^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

O tensor de Energia-Momento, para um fluido perfeito, é dado por

$$T_{\mu\nu} = pg_{\mu\nu} + (p + \rho)U_\mu U_\nu, \quad (\text{A.27})$$

sendo p pressão, ρ densidade e U^μ o quadri-vetor velocidade,

$$U^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}, \quad (\text{A.28})$$

$$U^i = \frac{v^i}{\sqrt{(1 - \bar{v}^2)}}, \quad (\text{A.29})$$

$$U^0 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \bar{v}^2)}}. \quad (\text{A.30})$$

Usando um sistema de coordenadas comóvel, ou seja, um referencial onde o observador desloca-se com o fluido em cada instante, temos $U^i \equiv 0$ e $U^0 \equiv 1$ ou, $U_i \equiv 0$ e $U_0 \equiv -1$. Então obtemos os elementos diferentes de zero do tensor Energia-Momento,

$$T_{00} = \rho, \quad (\text{A.31})$$

$$T_{11} = p_r \frac{R^2}{f^2}, \quad (\text{A.32})$$

$$T_{22} = p_\theta R^2 r^2, \quad (\text{A.33})$$

$$T_{33} = p_\phi R^2 r^2 \text{sen}^2\theta, \quad (\text{A.34})$$

Obtemos, com o uso da métrica (A.1), dos elementos do tensor de Ricci (A.21)-(A.25) e o escalar de curvatura (A.26) os elementos diferentes de zero

do tensor de Einstein, (2.2),

$$\mathcal{G}_{00} = \frac{f^2}{R^2} \left(-\frac{3\dot{R}^2}{f^2} + \frac{2R''}{R} - \frac{R'^2}{R^2} + \frac{4R'}{Rr} + \frac{2R'f'}{Rf} + \frac{2f'}{fr} - \frac{1}{f^2r^2} + \frac{1}{r^2} \right), \quad (\text{A.35})$$

$$\mathcal{G}_{11} = \frac{2R\ddot{R}}{f^2} + \frac{\dot{R}^2}{f^2} - \frac{R'^2}{R^2} - \frac{2R'}{Rr} + \frac{1}{f^2r^2} - \frac{1}{r^2}, \quad (\text{A.36})$$

$$\mathcal{G}_{22} = f^2r^2 \left(\frac{2R\ddot{R}}{f^2} + \frac{\dot{R}^2}{f^2} - \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} - \frac{R'}{Rr} - \frac{R'f'}{Rf} - \frac{f'}{fr} \right), \quad (\text{A.37})$$

$$\mathcal{G}_{33} = (\text{sen}^2\theta)\mathcal{G}_{22}, \quad (\text{A.38})$$

$$\mathcal{G}_{01} = \frac{2\dot{R}'}{R} - \frac{2\dot{R}R'}{R^2}. \quad (\text{A.39})$$

A densidade $\rho(t, r)$ e as pressões em cada direção podem ser expressas através de $R(t, r)$ e suas derivadas pelas componentes tempo-tempo e as três direções de espaço-espaço das componentes das equações de Einstein. Ou seja,

$$\begin{aligned} -8\pi G\rho(t, r) &= \frac{f^2}{R^2} \left(-\frac{3\dot{R}^2}{f^2} + \frac{2R''}{R} - \frac{R'^2}{R^2} + \frac{4R'}{Rr} + \frac{2R'f'}{Rf} + \frac{2f'}{fr} \right) + \\ &+ \frac{f^2}{R^2} \left(-\frac{1}{f^2r^2} + \frac{1}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

$$-8\pi Gp_r(t, r) = \frac{f^2}{R^2} \left(\frac{2R\ddot{R}}{f^2} + \frac{\dot{R}^2}{f^2} - \frac{R'^2}{R^2} - \frac{2R'}{Rr} + \frac{1}{f^2r^2} - \frac{1}{r^2} \right), \quad (\text{A.41})$$

$$-8\pi Gp_\theta(t, r) = \frac{f^2}{R^2} \left(\frac{2R\ddot{R}}{f^2} + \frac{\dot{R}^2}{f^2} - \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} - \frac{R'}{Rr} - \frac{R'f'}{Rf} - \frac{f'}{fr} \right), \quad (\text{A.42})$$

$$-8\pi Gp_\phi(t, r) = -8\pi Gp_\theta(t, r). \quad (\text{A.43})$$

Podemos combinar estas equações e obter uma equação independente de k ,

$$3 \frac{\ddot{R}(t, r)}{R^2(t, r)} = -4\pi G [\rho(t, r) + 3\mathcal{P}(t, r)], \quad (\text{A.44})$$

onde $3\mathcal{P} \equiv p_r + p_\phi + p_\theta$. Note que, esta equação é independente também das derivadas radiais sobre $R(t, r)$.

Este resultado é semelhante a (2.44), e nos diz que o colapso esférico não depende da curvatura do espaço-tempo, mesmo quando temos um halo esférico radialmente inhomogêneo.

Referências Bibliográficas

- [1] Supernova Search Team, A. G. Riess *et al.*, *Astron. J.* **116**, 1009 (1998), astro-ph/9805201.
- [2] Supernova Cosmology Project, S. Perlmutter *et al.*, *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999), astro-ph/9812133.
- [3] Supernova Cosmology Project, R. A. Knop *et al.*, *Astrophys. J.* **598**, 102 (2003), astro-ph/0309368.
- [4] Supernova Search Team, A. G. Riess *et al.*, *Astrophys. J.* **607**, 665 (2004), astro-ph/0402512.
- [5] The SNLS, P. Astier *et al.*, *Astron. Astrophys.* **447**, 31 (2006), astro-ph/0510447.
- [6] W. M. Wood-Vasey *et al.*, (2007), astro-ph/0701041.
- [7] WMAP, D. N. Spergel *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 175 (2003), astro-ph/0302209.
- [8] WMAP, D. N. Spergel *et al.*, (2006), astro-ph/0603449.
- [9] SDSS, M. Tegmark *et al.*, *Astrophys. J.* **606**, 702 (2004), astro-ph/0310725.
- [10] The 2dFGRS, S. Cole *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **362**, 505 (2005), astro-ph/0501174.
- [11] SDSS, D. J. Eisenstein *et al.*, *Astrophys. J.* **633**, 560 (2005), astro-ph/0501171.
- [12] E. V. Linder, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 091301 (2003), astro-ph/0208512.

- [13] V. Sahni, T. D. Saini, A. A. Starobinsky, and U. Alam, *JETP Lett.* **77**, 201 (2003), astro-ph/0201498.
- [14] U. Alam, V. Sahni, T. D. Saini, and A. A. Starobinsky, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **344**, 1057 (2003), astro-ph/0303009.
- [15] R. Lazkoz, S. Nesseris, and L. Perivolaropoulos, *JCAP* **0511**, 010 (2005), astro-ph/0503230.
- [16] W. J. Percival, *Astron. Astrophys.* **443**, 819 (2005), astro-ph/0508156.
- [17] O. Lahav, P. B. Lilje, J. R. Primack, and M. J. Rees, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **251**, 128 (1991).
- [18] P. T. P. Viana and A. R. Liddle, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **281**, 323 (1996), astro-ph/9511007.
- [19] K. Coble, S. Dodelson, and J. A. Frieman, *Phys. Rev.* **D55**, 1851 (1997), astro-ph/9608122.
- [20] L.-M. Wang and P. J. Steinhardt, *Astrophys. J.* **508**, 483 (1998), astro-ph/9804015.
- [21] E. V. Linder and A. Jenkins, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **346**, 573 (2003), astro-ph/0305286.
- [22] A. Klypin, A. V. Maccio, R. Mainini, and S. A. Bonometto, *Astrophys. J.* **599**, 31 (2003), astro-ph/0303304.
- [23] D. F. Mota and C. van de Bruck, *Astron. Astrophys.* **421**, 71 (2004), astro-ph/0401504.
- [24] S. A. Bidgoli, M. S. Movahed, and S. Rahvar, *Int. J. Mod. Phys.* **D15**, 1455 (2006), astro-ph/0508323.
- [25] C. Horellou and J. Berge, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **360**, 1393 (2005), astro-ph/0504465.
- [26] N. J. Nunes and D. F. Mota, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **368**, 751 (2006), astro-ph/0409481.
- [27] M. Bartelmann, M. Doran, and C. Wetterich, (2005), astro-ph/0507257.

- [28] M. Manera and D. F. Mota, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **371**, 1373 (2006), astro-ph/0504519.
- [29] M. Le Delliou, *JCAP* **0601**, 021 (2006), astro-ph/0506200.
- [30] J. E. Gunn and I. Gott, J. Richard, *Astrophys. J.* **176**, 1 (1972).
- [31] W. H. Press and P. Schechter, *Astrophys. J.* **187**, 425 (1974).
- [32] L. Liberato and R. Rosenfeld, *JCAP* **0607**, 009 (2006), astro-ph/0604071.
- [33] L. R. Abramo, R. C. Batista, L. Liberato, and R. Rosenfeld, *JCAP* **1107**, 012 (2007), arXiv:0707.2882 [astro-ph].
- [34] S. Dutta and I. Maor, *Phys. Rev.* **D75**, 063507 (2007), gr-qc/0612027.
- [35] J. A. Peacock, *Cosmological Physics* (New York: Cambridge University Press, 1999).
- [36] D. Huterer and M. S. Turner, *Phys. Rev.* **D64**, 123527 (2001), astro-ph/0012510.
- [37] H. K. Jassal, J. S. Bagla, and T. Padmanabhan, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **356**, L11 (2005), astro-ph/0404378.
- [38] H. K. Jassal, J. S. Bagla, and T. Padmanabhan, (2006), astro-ph/0601389.
- [39] M. Chevallier and D. Polarski, *Int. J. Mod. Phys.* **D10**, 213 (2001), gr-qc/0009008.
- [40] J. Weller and A. Albrecht, *Phys. Rev.* **D65**, 103512 (2002), astro-ph/0106079.
- [41] C. Wetterich, *Phys. Lett.* **B594**, 17 (2004), astro-ph/0403289.
- [42] E. Gaztanaga and J. A. Lobo, *Astrophys. J.* **548**, 47 (2001), astro-ph/0003129.
- [43] E. L. Lokas and Y. Hoffman, (2001), astro-ph/0108283.
- [44] S. Basilakos, *Astrophys. J.* **590**, 636 (2003), astro-ph/0303112.

- [45] W. Hu, *Astrophys. J.* **506**, 485 (1998), astro-ph/9801234.
- [46] J. Garriga and V. F. Mukhanov, *Phys. Lett.* **B458**, 219 (1999), hep-th/9904176.
- [47] L. R. W. Abramo, R. C. Batista, L. Liberato, and R. Rosenfeld, (2007), arXiv:0710.2368 [astro-ph].
- [48] C.-P. Ma, R. R. Caldwell, P. Bode, and L.-M. Wang, *Astrophys. J.* **521**, L1 (1999), astro-ph/9906174.
- [49] T. Padmanabhan, *Structure Formation in the Universe* (Cambridge University Press, Cambridge, U.K.; New York, U.S.A., 1993).
- [50] A. B. A. K. Raychaudhuri, S. Banerji, *General Relativity, Astrophysics and Cosmology* (Springer-Verlag New York Inc., 1999).
- [51] J. A. W. C. W. Misner, K. S. Thorne, *Gravitation* (New York: W. H. Freeman and Company, 1999).
- [52] A. Jenkins *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **321**, 372 (2001), astro-ph/0005260.
- [53] R. K. Sheth, H. J. Mo, and G. Tormen, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **323**, 1 (2001), astro-ph/9907024.
- [54] J. R. Bond, S. Cole, G. Efstathiou, and N. Kaiser, *Astrophys. J.* **379**, 440 (1991).
- [55] C. G. Lacey and S. Cole, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **271**, 676 (1994), astro-ph/9402069.
- [56] P. J. E. Peebles, *The Large Scale Structure of The Universe* (Princeton University Press, Cambridge, U.K.; New York, U.S.A., 1980).
- [57] A. Vikman, *Phys. Rev.* **D71**, 023515 (2005), astro-ph/0407107.
- [58] Y. Wang and P. Mukherjee, (0300), astro-ph/0703780.
- [59] E. L. Wright, (0100), astro-ph/0701584.
- [60] The SPT, J. E. Ruhl *et al.*, (2004), astro-ph/0411122.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)