



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**O ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO COMO  
INSTRUMENTO PARA AVALIAÇÃO DO PROCESSO EM  
UMA OPERAÇÃO DE USINAGEM**

**ARY DE ALMEIDA SOARES**

**Orientador: Robert Wayne Samohyl, *Ph. D.***

**Florianópolis, março de 2006.**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**Ary de Almeida Soares**

**O ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO COMO  
INSTRUMENTO PARA AVALIAÇÃO DO PROCESSO EM  
UMA OPERAÇÃO DE USINAGEM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

**Orientador:** Prof. Robert Wayne Samohyl, *Ph. D.*

**Florianópolis, março de 2006**

Ary de Almeida Soares

O ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO COMO INSTRUMENTO PARA  
AVALIAÇÃO DO PROCESSO EM UMA OPERAÇÃO DE USINAGEM

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia de Produção** no Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.

**Florianópolis, 06 de março de 2006.**

---

Prof. Edson Pacheco Paladini *Dr.*

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

---

Prof. Robert Wayne Samohyl, *Ph. D.*

Universidade Federal de Santa Catarina

Orientador

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Pedro Alberto Barbetta *Dr.*

Universidade Federal de Santa Catarina

Presidente

---

Prof. Marcelo Menezes Reis *Dr.*

Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Gustavo Daniel Donatelli *Dr.*

Universidade Federal de Santa Catarina

---

Rodrigo Gabriel de Miranda *Mestre*

Universidade Federal de Santa Catarina

## **AGRADECIMENTOS**

A realização deste trabalho é fruto da ajuda e colaboração de diversas pessoas, ao longo de todo o processo de elaboração deste trabalho. Deste modo o meu muito obrigado a vocês todos que tornaram possível a realização de um projeto de longa data acalentado:

a Deus, pelos dons recebidos, sem os quais este trabalho não seria possível e pela graça de colocar no meu caminho todas estas pessoas que tornaram viável a realização deste projeto;

ao professor e orientador Robert Wayne Samohyl pelo excelente ambiente de amizade e companheirismo, que construiu entre seus alunos e orientados, tornando prazeroso a realização das atividades necessárias para este trabalho e pela confiança em mim depositada;

a Tupy Fundições Ltda., na pessoa do Vice-presidente de Operações Luiz Carlos Guedes e do Gerente da Engenharia da Qualidade Éder Mesquita de Oliveira F°, pelo apoio recebido;

aos colegas do NNQ, Custódio, Rodrigo, Andréa, Rubson, Éder, Manoel e Gueibi pela amizade demonstrada durante nossa convivência e a forma desprendida com que sempre estiveram prontos a auxiliar;

ao colega de trabalho, Cássio Luiz pelos questionamentos que estimularam a procura através da estatística, de respostas simples para os problemas de capacidade de processo propostos;

à Universidade Federal de Santa Catarina e o Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, pela oportunidade oferecida.

## DEDICATÓRIA

Dedico em especial para meus filhos Rafael Eduardo e Ana Carolina pelo carinho e compreensão. A minha esposa Miriam que com amor e dedicação esteve sempre presente.

Dedico também a meus pais Nilza e Ary (in memória) que sempre foram meus incentivadores.

## RESUMO

Esta dissertação apresenta o estudo da capacidade de processo utilizando a abordagem multivariada.

Inicialmente é apresentado um resumo dos índices de capacidade univariados  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$  dos quais muitas propriedades, em diversos casos, são estendidas para os índices multivariados. A seguir são apresentados diversos índices de capacidade multivariados sugeridos na literatura.

Posteriormente é proposta a utilização do índice de capacidade  $MC_{pm}$  definido por Taam, Subbaiah e Liddy (1993). A análise dos componentes deste índice permite avaliar a contribuição da média e da variabilidade no desempenho do processo. Para que este índice possa ser calculado é necessário que o conjunto de dados atenda os requisitos de distribuição normal, não sejam autocorrelacionados e possuam estabilidade estatística. São apresentadas ferramentas estatísticas para a avaliação do atendimento a estes requisitos. Uma planilha de cálculo é construída e validada em relação à literatura para calcular o índice de capacidade multivariado.

Na seqüência é utilizado o índice proposto, com o auxílio da planilha construída para avaliar a capacidade do processo em uma operação de usinagem. Os resultados obtidos são analisados e propostas dos parâmetros a serem avaliados são apresentadas para a melhoria do processo.

Palavras-chave: Índice de Capacidade Multivariado, Ferro Fundido – Usinagem, Métodos estatísticos, Avaliação de Processo, Controle Estatístico do Processo.

## ABSTRACT

In this thesis it is studied the process capability according to a multivariate approach.

Initially, it is made a resume of the univariate capability indices  $C_p$ ,  $C_{pk}$  and  $C_{pm}$  whose proprieties are extended to the multivariate capability indices in many cases. Next, some indices from the literature are presented.

It is then proposed to use the  $MC_{pm}$  multivariate capability index defined by Taam, Subbaiah and Liddy (1993). This index has two components, one of them reflects the variability and the other the process mean, by analyzing the index and the components it is possible to evaluate the contribution of each component to the result. In order to calculate the index it is necessary to verify if the set of data follow a normal distribution, are not auto correlated and the process they represent are statistically stable. Some statistical tools are presented to evaluate these conditions. One spreadsheet is made and evaluate against the literature in order to be evaluated.

In sequence the proposed index is used, with the spreadsheet, to evaluate the process capability in a machining operation. The results are analyzed and some issues are proposed in order to be evaluated and improve the process.

Key words: multivariate capability index, Iron casting – Machining, statistical Methods, Process evaluation, Statistical Process Control.



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Proporção mínima de NC .....	36
Tabela 2 – Exemplo de tabela ANOVA .....	61
Tabela 3 – Quantidade de dados contidos dentro da faixa de especificação em função da “Base de Cálculo” escolhida .....	69
Tabela 4 – Comparativo entre os resultados do artigo de Taam <i>et al</i> (1993) e planilha Excel .....	69
Tabela 5 – ANOVA – Análise de Variância para os dados dos eixos X e Y das operações OP 10 e OP 100. ....	81
Tabela 6 – Verificação da adequação ao modelo de distribuição normal .....	83
Tabela 7 – Resultado do índice de capacidade multivariado $\hat{MC}_{pm}$ para o posicional do furo 1 após as operações OP 10 e OP 100.....	85
Tabela 8 – Desvio padrão para os componentes X e Y na operação inicial e de acabamento.....	86
Tabela 9 – Valor dos Índices de Capacidade uni e multivariado das características do item 4.4 .....	88
Tabela 10 – Variação dos valores de $M_{Cp}$ , $1/D$ e $MC_{pm}$ em função do afastamento da média em relação ao valor alvo.....	89
Tabela 11 – ANOVA – Análise de Variância para os dados do posicional do furo 1 e distância deste furo em relação ao furo 2 após a operação OP 100.....	92
Tabela 12 – Verificação da adequação ao modelo de distribuição normal .....	93
Tabela 13 – Resultado do índice de capacidade multivariado $\hat{MC}_{pm}$ para o posicional do furo 1 após a operação OP 100 para a situação de 2 e 3 características .....	95
Tabela 14 – Estatística descritiva para o furo 1 das características X, Y e distância ao furo 2 após operação OP 100 .....	95
Tabela 15 – Resultado do índice de capacidade multivariado $\hat{MC}_{pm}$ para o posicional do furo 1 após a operação OP 100 para a situação de 2 e 3 características na situação de 99,75 % e 99,993% dos dados contidos. ....	97

Tabela 16 – Coordenadas X e Y do furo 1 na operação de pré-furo, na furação de acabamento e a distância entre os centros dos furos 1 e 2 após a operação de furação de acabamento (medidas em mm). ..... 107

Nota: a fonte das tabelas é o autor, a menos quando explicitamente designado.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Distribuição normal bivariada .....	28
Figura 2 – Distribuição normal bidimensional.....	28
Figura 3 – Processo com localização e variação diferentes e mesmo $C_{pk}$ .....	32
Figura 4 – Relação entre $C_{pk}$ e fração de NC para $C_p = 1$ .....	35
Figura 5 – Distância $D$ entre a posição verdadeira e a especificada do centro do furo.....	37
Figura 6 – Regiões de tolerância para as características 1 e 2, região de tolerância modificada e região contendo 99,73% dos dados do processo.....	39
Figura 7 – Região de tolerância, do processo e modificada do processo para as características 1 e 2.....	42
Figura 8 – Esquema para obtenção dos índices $P_o$ e $P_{ok}$ .....	51
Figura 9 – Exemplo de correlograma .....	60
Figura 10 – Especificação das características em análise .....	74
Figura 11 – Zona de tolerância circular para a localização de um furo .....	75
Figura 12 – Fluxo resumido do processo de usinagem da peça .....	76
Figura 13 – Fluxo para cálculo do índice $MC_{pm}$ .....	78
Figura 14 – Gráfico de Controle $T^2$ Hotelling X – Y OP 10 .....	79
Figura 15 – Gráfico de Controle $T^2$ Hotelling X – Y OP 100 .....	79
Figura 16 – Correlograma dos dados do eixo X OP 10.....	80
Figura 17 – Correlograma dos dados do eixo Y OP 10.....	80
Figura 18 – Correlograma dos dados do eixo X OP 100.....	80
Figura 19 – Correlograma dos dados do eixo Y OP 100.....	81
Figura 20 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo X OP 10 .....	83
Figura 21 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo Y OP 10 .....	83
Figura 22 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo X OP 100.....	84
Figura 23 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo Y OP 100.....	84

Figura 24 – Gráfico da dispersão dos dados nos eixos X e Y na OP 10.....	86
Figura 25 – Gráfico da dispersão dos dados nos eixos X e Y na OP 100.....	87
Figura 26 – Gráficos da dispersão para a situação em que as médias são próximas do valor alvo (esquerda) e para quando o valor de $MC_{pm}$ é próximo da unidade (direita). .....	90
Figura 27 – Correlograma dos dados da distância entre os furos 1 e 2 após a OP 100 .....	92
Figura 28 – Gráfico de Controle $T^2$ Hotelling para o posicional do furo 1 no eixo X, Y e distância entre o furo 1 e 2 após a OP 100 .....	93
Figura 29 – Gráfico normal de probabilidade para os valores da distância entre os furos 1 e 2 na operação OP 100.....	94
Figura 30 – Resultado de $\hat{MC}_{pm}$ utilizando os dados do artigo de Taam <i>et al.</i> (1993).....	108
Figura 31 – Resultado de $\hat{MC}_{pm}$ para o furo 1 após a operação de pré-furo, OP10 .....	109
Figura 32 – Resultado de $\hat{MC}_{pm}$ para o furo 1 após a operação de acabamento, OP 100 .....	110
Figura 33 – Resultado de $\hat{MC}_{pm}$ para o posicional do furo 1 no eixo X, Y e distância ao furo 2 após a OP 100 .....	113

Nota: a fonte das figuras é o autor, a menos quando explicitamente designado.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Categorização das medidas da capacidade do processo .....	30
Quadro 2 – Métodos multivariados para calculo de índices de capacidade.....	55
Quadro 3 – Descrição dos campos para utilizar a planilha de calculo do índice $MC_{pm}$ .....	68
Quadro 4 – Valores simulados .....	112
Quadro 5 – Dados exemplo para análise de autocorrelação .....	114

Nota: a fonte dos quadros é o autor, a menos quando explicitamente designado.

## LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

ANOVA	<i>Analyse of Variance</i> – Análise da Variância
ass	Assimetria
CEP	Controle Estatístico do Processo
Curt	Curtose
ICP	Índice de Capacidade do Processo
JB	Jarque-Bera
LIC	Limite Inferior de Controle
LSC	Limite Superior de Controle
LIP	Limite Inferior de Processo
LSP	Limite Superior de Processo
NC	Não Conforme
OP	Operação de Usinagem
PPAP	<i>Production Part Approval Process</i> – Processo de Aprovação de Peça de Produção
ppm	partes por milhão
RJ	Ryan e Joiner
$\chi^2$	qui quadrado
$\sigma^2$	Variância
$\nu$	Número de características da qualidade
$\Sigma$	Matriz de variância-covariância
$ \Sigma $	Determinante da matriz de variância-covariância
$T$	Valor alvo
$\Gamma(.)$	Função gama

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS .....	8
LISTA DE FIGURAS .....	10
LISTA DE QUADROS .....	12
LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS .....	13
1 INTRODUÇÃO .....	16
1.1 APRESENTAÇÃO .....	16
1.2 JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA .....	17
1.3 OBJETIVO DO TRABALHO .....	18
1.3.1 Objetivo Geral .....	19
1.3.2 Objetivos Específicos .....	19
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	19
1.5 A METODOLOGIA DO TRABALHO .....	20
1.6 DELIMITAÇÕES DO TRABALHO .....	21
2 REVISÃO TEÓRICA .....	23
2.1 GRÁFICO DE CONTROLE MULTIVARIADO .....	23
2.1.1 Gráfico $\chi^2$ .....	24
2.1.2 Gráfico $T^2$ de Hotelling .....	25
2.2 DISTRIBUIÇÃO NORMAL UNIVARIADA E MULTIVARIADA .....	26
2.3 ÍNDICES DE CAPACIDADE DE PROCESSOS MULTIVARIADOS .....	29
2.3.1 Perspectiva Histórica .....	29
2.3.2 Índice de Capacidade $C_p$ , $C_{pk}$ e $C_{pm}$ .....	30
2.3.3 Índices de Capacidade e Fração de Não Conformes .....	34
2.3.4 A Abordagem dos Índices Multivariados .....	36
2.3.5 Índice de Capacidade Multivariado $MC_{pm}$ – Taam, Subbaih e Liddy ...	37
2.3.6 Vetor de Capacidade Multivariado – Shahriari, Hubele e Lawrence ...	41
2.3.7 Índices $C_{p^*}$ , $C_{pp}$ e $k$ - Littig .....	43
2.3.8 Índice $MC_p$ - Chen .....	45
2.3.9 Componentes Principais $MC_p$ – Wang e Chen .....	46
2.3.10 Índice Multivariado $C_{pm}$ - Chan .....	47
2.3.11 Índice $MC_{pk}$ – Wierda .....	48
2.3.12 Índice $C_b$ – Bernardo e Irony .....	49
2.3.13 Índice $P_o$ e $P_{ok}$ – Dietrich e Schulze .....	50
2.3.14 Índice $BC_p$ , $BC_{pk}$ e $BC_{pm}$ – Pal .....	51
2.3.15 Índice $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_m$ , $C_{mk}$ - Perakis .....	52
2.3.16 Outros índices .....	53
2.3.17 Considerações finais .....	57
3 UMA ESTRATÉGIA DE AVALIAÇÃO DO PROCESSO .....	58
3.1 ANÁLISE INICIAL .....	59
3.1.1 Análise da Autocorrelação .....	59
3.1.2 Análise da Estabilidade do Processo .....	61
3.1.3 Análise da Distribuição .....	62
3.2 CÁLCULO DO ÍNDICE $MC_{pm}$ .....	66

3.3	PLANILHA DE CÁLCULO.....	67
3.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	70
4	APLICAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DO ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO EM UMA LINHA DE USINAGEM.....	72
4.1	APRESENTAÇÃO DA EMPRESA.....	72
4.2	DESCRIÇÃO DA PEÇA.....	74
4.3	ANÁLISE DOS DADOS PARA DUAS CARACTERÍSTICAS .....	77
4.3.1	Estabilidade Estatística.....	78
4.3.2	Autocorrelação.....	79
4.3.3	Normalidade.....	82
4.4	DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO PARA DUAS CARACTERÍSTICAS .....	84
4.5	ANÁLISE DOS DADOS PARA TRÊS CARACTERÍSTICAS.....	91
4.6	DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO PARA TRÊS CARACTERÍSTICAS.....	94
4.7	ALTERAÇÃO NO CÁLCULO DO $MC_{PM}$ .....	96
4.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	97
5	CONCLUSÃO .....	99
5.1	RECOMENDAÇÕES.....	102
	APÊNDICE A.....	107
	APÊNDICE B.....	108
	APÊNDICE C .....	109
	APÊNDICE D .....	110
	APÊNDICE E.....	111
	APÊNDICE F.....	112
	APÊNDICE G .....	113
	ANEXO A .....	114



# **1 INTRODUÇÃO**

Este capítulo apresenta o trabalho a ser desenvolvido, sua justificativa e importância, seu objetivo geral e os específicos bem como as suas delimitações. O resumo do conteúdo de cada capítulo é discorrido no item estrutura e no item metodologia o trabalho é classificado quanto a sua natureza, forma de abordagem e objetivos.

## **1.1 APRESENTAÇÃO**

Dentro de uma perspectiva histórica o Controle Estatístico do Processo teve seu início com Walter Shewhart em meados da década de 1920, com o desenvolvimento dos Gráficos de Controle, e da percepção de que a variabilidade era o inverso da qualidade (SAMOHYL, 2005b, p.262). Nos anos de 1970, Juran introduz o conceito de índice de capacidade do processo (KOTZ, 1998 p. 6), o qual permite avaliar a variabilidade natural de um processo em relação à variabilidade permitida nas especificações de engenharia. No princípio foi largamente utilizado pela indústria japonesa e, a partir da década de 80, pela indústria americana principalmente no seguimento da cadeia produtiva automotiva. Como este segmento é, talvez, o mais globalizado, contribuiu de forma decisiva para a sua disseminação e utilização generalizada em outros ramos, seja na manufatura, seja em serviços.

De início o monitoramento do processo e a avaliação da sua capacidade em produzir peças boas é realizado sobre as características individuais. Como alguns processos apresentam uma natureza multivariada, surge a motivação para o desenvolvimento e o emprego de métodos estatísticos multivariados, que definem

sob quais condições é possível testar a hipótese de que um processo desta natureza seja suficientemente capaz (WIERDA, p. 20, 1994).

Na área de projetos de veículos automotores encontramos diversas aplicações para a necessidade de monitoramento simultâneo de diferentes variáveis para descrever uma característica, como é o caso da posição verdadeira de centro de furos e paralelismo entre planos de faces. Como neste seguimento globalizado a competição é acirrada, a utilização de ferramentas que permitam avaliar os processos adequadamente de forma a auxiliar na proposta de ações corretivas, ou de melhoria contínua, torna-se um diferencial competitivo.

## **1.2 JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA**

Para os índices de capacidade univariados há extensa literatura sobre o assunto seja na forma de livros, como por exemplo, Kotz e Johnson (1993), Kotz e Lovelace (1998), Bothe (2001) e Wheeler (2000), seja pela grande quantidade de artigos de revistas ou trabalhos de congressos, como, por exemplo, os constates da bibliografia dos livros citados anteriormente. Outro aspecto da sua utilização freqüente é a existência de métodos de calculo estruturados para toda uma cadeia produtiva, com os respectivos valores a serem atendidos, como é o caso da indústria automotiva onde os requisitos são definidos no Manual de Aprovação de Peça para a Produção – PPAP (2000) e no Manual de Controle Estatístico do Processo – SPC (2005).

O mesmo não ocorre para os índices de capacidade multivariados, onde há diferentes propostas com poucos artigos efetuando comparações entre estes diferentes índices. Até o presente não é de conhecimento do autor que haja um

consenso sobre qual índice utilizar, que exista uma especificação mencionando um destes índices, ou uma definição de valores a serem atendidos pelo fornecedor, ainda que algumas empresas utilizem índices de capacidade multivariados. Mesmo o Manual de Controle Estatístico do Processo – SPC (2005) em sua segunda edição apenas menciona a existência destes índices sem entrar em detalhes.

Dos artigos pesquisados, alguns utilizaram dados obtidos por simulação (TAAM *et al*, 1993) ou obtidos de processos (PAL, 1999) com uma interpretação do resultado referente à dispersão e afastamento do valor alvo. Os requisitos para o cálculo dos índices são considerados na sua maioria, como atendidos, não apresentando as ferramentas para a avaliação. Neste trabalho é realizada a apresentação de ferramentas de análise, bem como da interpretação dos resultados e também das possíveis causas de afastamento do valor alvo ou da dispersão apresentada pelo processo, de forma a possibilitar a definição de ações para a melhoria deste processo.

A necessidade de possuir um indicador de desempenho para avaliar um processo determinado simultaneamente por diferentes características justifica a proposição do emprego de um índice de capacidade multivariado e os cuidados exigidos para a sua correta utilização.

### **1.3 OBJETIVO DO TRABALHO**

Os objetivos do trabalho foram divididos em dois grupos, o primeiro aborda o objetivo geral e o segundo os objetivos específicos.

### 1.3.1 Objetivo Geral

Utilizar um índice de capacidade multivariado, descrito na literatura, para avaliar a capacidade de um processo de usinagem em atender simultaneamente duas ou três características da qualidade.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Revisar a literatura referente a índices de capacidade multivariado;
- Apresentar os requisitos para a utilização de índices de capacidade multivariado;
- Utilizar conjuntamente uma abordagem visual com os valores das estatísticas obtidas;
- Apresentar propostas de melhoria do processo em função da interpretação dos resultados obtidos;
- Apresentar uma tabela resumindo os índices propostos por diferentes autores na literatura;
- Desenvolver uma planilha eletrônica para o cálculo do índice.

## 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura do trabalho proposto é composta de 5 capítulos, descritos a seguir:

Capítulo 1: é definido o tema apresentado, as justificativas e a importância do tema, os objetivos que se pretende alcançar, o método utilizado, as delimitações e a estrutura do trabalho.

Capítulo 2: apresenta a revisão teórica abordando de início os conceitos básicos dos índices de capacidade univariados e posteriormente as diferentes propostas de índices de capacidade multivariados.

Capítulo 3: apresenta o índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$ , proposto por Taam *et al.* (1993) para ser utilizado na determinação da capacidade de um processo de usinagem, as condições necessárias de serem atendidas para o uso, do índice de capacidade multivariado, o método de cálculo utilizado e a validação deste método em relação à literatura disponível.

Capítulo 4: apresenta um estudo de caso para a determinação da capacidade de um processo de usinagem em atender simultaneamente as especificações do posicional de um furo utilizado como referência para as operações posteriores de usinagem em uma linha de produção de um bloco de motor, utilizando o método descrito no capítulo 3. São apresentadas hipóteses sobre parâmetros do processo produtivo e do sistema de medição com objetivo de melhorar continuamente o resultado obtido.

Capítulo 5: são apresentadas as conclusões do trabalho e proposições para trabalhos futuros.

## **1.5 A METODOLOGIA DO TRABALHO**

Neste item serão utilizados as definições e conceitos apresentados por Silva e Menezes (2001). Esta dissertação é do ponto de vista quanto a sua natureza uma

pesquisa aplicada, pois esta voltada a gerar conhecimentos para aplicação prática, e do ponto de vista da forma de abordagem é quantitativa, pois utiliza recursos e técnicas estatísticas. Quanto a seus objetivos é exploratória, pois visa proporcionar maior familiaridade com o problema através de pesquisa bibliográfica em conjunto com um estudo de caso.

Pela classificação apresentada pelas autoras a metodologia utilizada é da obtenção de amostras estatísticas por agrupamento, com coleta de dados sistemática para obter as amostras representativas da população de forma planejada e em condições controladas.

## **1.6 DELIMITAÇÕES DO TRABALHO**

As delimitações do trabalho são:

- Não foram considerados os erros do sistema de medição na determinação dos índices de capacidade;
- A distribuição dos dados é contínua, o incremento dos valores não é discreto;
- A especificação das características da qualidade é bilateral, há limite inferior e superior de especificação;
- O valor nominal está centrado na média da especificação;
- Na avaliação da aderência do conjunto de dados a uma distribuição normal multivariada, utilizou-se de uma abordagem que avalia cada característica isoladamente e não o conjunto de dados simultaneamente;

- Ainda que efetuada abordagem de métodos de avaliar a autocorrelação, a estabilidade estatística com a utilização de gráficos de controle multivariados e testes não paramétricos, estes métodos não fazem parte do escopo deste trabalho;
- Embora sejam apresentadas diversas propostas de índices de capacidade multivariados, limitou-se a aplicação do índice  $MC_{pm}$ , não efetuando comparação entre os diferentes índices propostos pelos respectivos autores.

## 2 REVISÃO TEÓRICA

Neste capítulo é efetuada uma breve abordagem dos gráficos de controle multivariados. Estes gráficos são utilizados para avaliar a estabilidade estatística do processo quando duas ou mais características da qualidade do produto são analisadas simultaneamente. É apresentado também o desdobramento da curva da distribuição normal para a curva de distribuição normal multivariada, pois um requisito para a correta utilização dos índices univariados  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$  é que os dados apresentem uma distribuição normal e da mesma forma para alguns índices de capacidade multivariados esta condição de aderência a normal multivariada também é exigida. Em seguida é introduzido o cálculo dos índices de capacidade do processo univariado  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$  e posteriormente são apresentadas diversas propostas de índices de capacidade multivariados encontrados na literatura.

### 2.1 GRÁFICO DE CONTROLE MULTIVARIADO

A medida de capacidade é uma quantificação da variação devido a causas comuns, na presença de causas especiais o significado do valor obtido para o índice de capacidade não é claro (KANE, 1986, p. 48). Os gráficos de controle são uma ferramenta para avaliar a presença de causas especiais. Conforme Montgomery (2004, p. 323), quando há necessidade de monitorar simultaneamente duas características de qualidade,  $x_1$  e  $x_2$ , e o fazemos de forma independente, o processo é considerado estar sob controle estatístico se as médias das amostras  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  estão dentro dos limites de controle. A probabilidade de que cada característica exceda o limite de  $3\sigma$  é 0,0027, ou seja a probabilidade das duas



características estarem simultaneamente fora dos limites de controle é  $(0,0027)^2 = 0,0000729$ . Desta forma ao utilizar gráficos de controle independentes para  $\bar{x}_1$  e  $\bar{x}_2$  faz com que o erro tipo I e a probabilidade de um ponto na região de controle estatístico não sejam iguais aos níveis de alerta para os gráficos de controle individuais.

Um outro aspecto é que as correlações entre as  $\nu$  características não são consideradas, pois os gráficos não usam a matriz de variância-covariância  $\Sigma$  do processo, tornando-se pouco sensíveis para detectar mudanças desta natureza (KONRATH, 2002 p. 30).

Nos itens 2.1.1 e 2.1.2 consideramos a abordagem descrita por Montgomery (2004 p. 325)

### 2.1.1 Gráfico $\chi^2$

O gráfico de controle  $\chi^2$  é utilizado quando se conhece as médias e os desvios padrões das características que compõem o processo. Uma pressuposição para utilizar a distribuição qui quadrado é a de normalidade dos dados. Os limites de controle deste gráfico são definidos por:

$$\text{LIC} = 0 \qquad \qquad \qquad 2-1$$

$$\text{LSC} = \chi_{\nu, \alpha}^2 \qquad \qquad \qquad 2-2$$

Onde  $\chi_{\nu, \alpha}^2$  representa o percentil da distribuição do qui quadrado com  $\nu$  graus de liberdade e  $\alpha$  a probabilidade de alarme falso. Neste trabalho  $\nu$  é o número de características de qualidade. A estatística de teste colocada no gráfico para cada amostra é calculada por:

$$\chi_0^2 = n(\bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}) \quad 2-3$$

O vetor  $\bar{\mathbf{x}}$  representa o conjunto das médias  $\bar{x}_i$  calculadas para cada uma das  $\nu$  características de qualidade,

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{x}_\nu \end{bmatrix} \quad 2-4$$

$n$  é o tamanho da amostra,  $\boldsymbol{\mu}' = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_\nu]$  é o vetor transposto das médias do processo sob controle e  $\boldsymbol{\Sigma}$  é a matriz de variância-covariância.

### 2.1.2 Gráfico $T^2$ de Hotelling

Este gráfico é utilizado quando o vetor de médias e a matriz de variância-covariância são estimados através de amostras preliminares recolhidas do processo, quando este está sob controle estatístico (KONRATH, 2002, p. 36). Desta forma a estatística de teste é:

$$T^2 = n(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}})' \bar{\bar{\mathbf{S}}}^{-1} (\bar{\mathbf{x}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}) \quad 2-5$$

onde  $\bar{\mathbf{x}}$  é o vetor das médias descrito em 2.4,  $\bar{\bar{\mathbf{x}}}$  é a estimativa para o vetor das médias do processo e  $\bar{\bar{\mathbf{S}}}$  a estimativa da matriz de variância covariância deste processo.

Para a determinação dos limites de controle há duas fases; a fase inicial para obter um conjunto de dados sob controle e a fase 2 para monitorar a produção. Detalhes podem ser obtidos em Konrath (2002) e Montgomery (2004). Os cálculos dos limites de controle na fase 2 são abaixo apresentados:

a) para amostras individuais

$$LIC = 0 \quad 2-6$$

$$LSC = \frac{\nu(m+1)(m-1)}{m^2 - m\nu} F_{\alpha, \nu, m-\nu} \quad 2-7$$

Onde:

$\nu$ : é o número de características da qualidade;

$m$ : é o número de observações da amostra;

$\alpha$ : é a probabilidade de alarme falso;

$F_{\alpha, \nu, m-\nu}$  representa o percentil da distribuição  $F$  com  $\nu$  e  $(m-\nu)$  graus de liberdade.

b) amostras com 2 ou mais elementos

$$LIC = 0 \quad 2-8$$

$$LSC = \frac{\nu(m+1)(n-1)}{mn - m - \nu + 1} F_{\alpha, \nu, mn - m - \nu + 1} \quad 2-9$$

onde:  $n$ : é o tamanho do subgrupo;

$F_{\alpha, \nu, mn - m - \nu + 1}$  representa o percentil da distribuição  $F$  com  $\nu$  e  $(mn - m - \nu + 1)$  graus de liberdade.

## 2.2 DISTRIBUIÇÃO NORMAL UNIVARIADA E MULTIVARIADA

Muitos dos índices de capacidade de processo, que serão apresentados nos itens seguintes, possuem como pressuposição que o comportamento dos dados das características seja conforme uma distribuição normal multivariada. Para o caso específico da análise de duas características, a distribuição deve ser conforme uma normal bivariada.

A distribuição normal univariada é definida pela função de densidade de probabilidade (MONTGOMERY, 2004, p. 324):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < +\infty \quad 2-10$$

onde os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma^2$  são respectivamente a média e a variância da distribuição. Podemos reescrever o termo do expoente como:

$$\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2} = \frac{(x-\mu)(x-\mu)}{\sigma^2} = (x-\mu)(\sigma^2)^{-1}(x-\mu) \quad 2-11$$

Sendo que este termo mede a distância padronizada ao quadrado de  $x$  à média  $\mu$ .

No caso multivariado, onde temos  $\nu$  variáveis dadas por  $x_1, x_2, \dots, x_\nu$ , estas são arranjadas em um vetor  $\mathbf{x}' = [x_1, x_2, \dots, x_\nu]$  e as médias das variáveis são agrupadas em um vetor  $\boldsymbol{\mu}' = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_\nu]$ . A correlação entre as variáveis é considerada em uma matriz de variância-covariância  $\Sigma$  de dimensão  $\nu \times \nu$ . A distância padronizada ao quadrado de  $\mathbf{x}$  a  $\boldsymbol{\mu}$  é:

$$(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \quad 2-12$$

Na equação (2.12) é necessário usar uma forma mais geral do termo  $1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$  para adequar a um espaço  $n$ -dimensional, de forma que o espaço sob a função de densidade de probabilidade seja unitário (o resultado da integral de  $f(x)$  é igual a um), independente da quantidade de variáveis  $\nu$ .

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\nu/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})} \quad 2-13$$

A Figura 1 apresenta uma distribuição normal bivariada, onde a função de densidade é uma superfície.

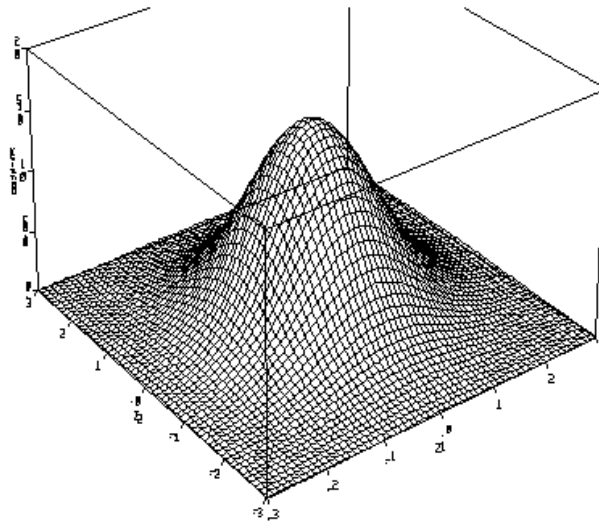


Figura 1 – Distribuição normal bivariada

Fonte: McMaster University

Para o caso de duas características o corte por um plano perpendicular ao eixo  $f(x)$  resulta em uma elipse, o que é visualizado na Figura 2, junto com as correspondentes curvas de nível. Cada curva de nível é um conjunto de pontos para o qual a função de densidade de probabilidade é constante.

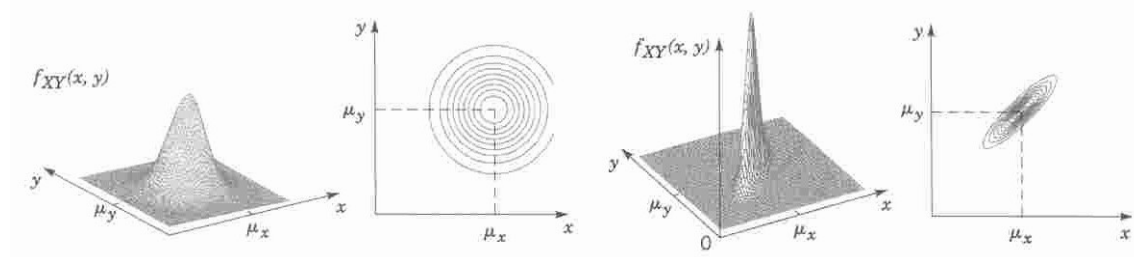


Figura 2 – Distribuição normal bidimensional

Fonte: Montgomery (2003, p.119)

Quando o coeficiente de correlação tende a zero os eixos da elipse tendem ao mesmo valor, formando uma circunferência. Quanto maior o coeficiente de correlação maior a diferença entre os eixos da elipse.

Os contornos de uma função de densidade de probabilidade de uma distribuição normal multivariada possuem uma forma elipsoidal (PERAKIS, 2001, p.

43), e muitos autores desenvolveram índices que utilizam a relação de elipsóides, tais como Chan (*apud* PERAKIS, 2001, p. 42) e Taam *et al.* (1993).

## 2.3 ÍNDICES DE CAPACIDADE DE PROCESSOS MULTIVARIADOS

Nesta seção será apresentado um breve histórico dos índices de capacidade, indo do univariado para o multivariado, com especial atenção na evolução da indústria automotiva. Como os índices multivariados de capacidade são considerados uma extensão dos índices univariados é apresentada uma breve introdução aos índices  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$ . Em seguida são apresentadas várias propostas de índices de capacidade encontrados na literatura.

### 2.3.1 Perspectiva Histórica

Segundo Kotz e Lovelace (1998, p. 6) o conceito de índice de capacidade de processo foi introduzido por Juran, o qual conceituou capacidade de processo como sendo uma medida da reprodutibilidade inerente de um produto resultante de um processo, sendo neste contexto uma propriedade mensurável do processo (JURAN *et al.* 1974, p.9-16). É interessante observar que os exemplos mencionados por Juran no capítulo de seu livro sobre medida da capacidade de processo são da indústria automotiva japonesa.

Nos Estados Unidos, de modo similar ao que ocorreu no Japão, o emprego de índice de capacidade de processo também iniciou na indústria automotiva no princípio dos anos 80 sendo a Ford Motor Company a primeira a utilizar esta técnica de forma intensiva, descrevendo sua utilização em uma publicação interna em 1984

cujo título é “Continuing Process Control and Process Capability Improvement” (Kane, 1986, p.41).

As demais montadoras americanas Chrysler e General Motors, logo seguiram o mesmo caminho e com o surgimento em 1994 da QS-9000 (1994) em conjunto com seus manuais de referência, em especial à primeira edição do Manual de Controle Estatístico de Processo (1994), foi consolidado de modo estruturado o requisito para a utilização de índices de capacidade de processo. No presente além da cadeia produtiva automotiva, várias outras organizações, sejam prestadoras de serviço ou de manufatura utilizam índices de capacidade de processo.

Nos anos 90 surgiram, com maior frequência, artigos sobre índices de capacidade multivariada, e mais uma vez com exemplos de utilização no setor automotivo, como por exemplo, os artigos de Taam, Subbaiah e Liddy (1993) e Littig (1992). Refletindo esta necessidade de mudança em 2005 é publicada a segunda edição do Manual de Controle Estatístico de Processo (2005 p. 144) abordando a distribuição multivariada e índice de capacidade multivariado.

### 2.3.2 Índice de Capacidade $C_p$ , $C_{pk}$ e $C_{pm}$

Um primeiro aspecto a ser abordado é referente a terminologia utilizada para os índices. Bothe (2001, p. 85) categoriza os índices conforme o quadro abaixo:

Tipo da variação do processo	Interesse do estudo	
	Capacidade do processo	Capacidade de desempenho do processo
Curto Prazo	$C_p$	$C_{pk}$
Longo Prazo	$P_p$	$P_{pk}$

Quadro 1 – Categorização das medidas da capacidade do processo

Fonte: Adaptado de Bothe (2001, p. 85)

Para os índices de curto prazo,  $C_p$  e  $C_{pk}$ , este autor sugere utilizar como estimador do desvio padrão a média da amplitude das amostras retiradas do processo estatisticamente estável e o coeficiente  $d_2$ , ou seja:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad 2-14$$

Os índices de longo prazo utilizam como estimador o desvio padrão da amostra:

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad 2-15$$

Kotz (1998, p. 16) comenta que para o caso do estimador utilizando  $\bar{R}$  não foi desenvolvido até o presente os limites de confiabilidade, as propriedades não foram avaliadas e não foi derivada a distribuição do estimador. Como vantagem comenta a sua fácil utilização.

Neste trabalho optamos por utilizar a abordagem dos índices de capacidade  $C_p$ , e  $C_{pk}$  utilizada por Kotz (1998), não considerando o desdobramento dos índices  $P_p$ , e  $P_{pk}$  descritos tanto no manual de PPAP (2000) quanto por Bothe (2001).

Os índices  $C_p$ , e  $C_{pk}$  medem respectivamente a capacidade potencial e o desempenho de um processo e são os principais índices utilizados (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 33). Estes índices para a sua utilização pressupõem dados com distribuição normal, independentes e estatisticamente estáveis e o resultado obtido é também influenciado pelo tamanho da amostra (MIRANDA, 2004). Na indústria automotiva a sua utilização é requisito de cliente e são utilizados para a tomada de decisão quanto da provação do processo de fabricação da peça (PPAP, 2000).

O índice  $C_p$  mede o potencial de um processo em produzir produtos aceitáveis e não considera onde o processo está centrado e é definido por:



$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad 2-16$$

Este índice apresenta como principal fraqueza o fato de não considerar a média do processo (KOTZ, 1998, p. 47) e outro aspecto a ser considerado é não poder ser utilizado quando a especificação é unilateral.

O segundo índice,  $C_{pk}$ , mede o desempenho do processo e considera no seu cálculo a média do processo, sendo definido por:

$$C_{pk} = \min\left\{\frac{(\mu - LIE)}{3\sigma}; \frac{(LSE - \mu)}{3\sigma}\right\} \quad 2-17$$

O índice  $C_{pk}$  pode ser utilizado tanto para especificações bilaterais, como para especificações unilaterais, e neste último caso desconsidera-se o componente não especificado. O índice  $C_{pk}$  não é uma medida efetiva da centralização do processo, nem indica a direção na qual o processo esta fora do alvo. Para diferentes combinações de variação e média do processo, o valor de  $C_{pk}$  pode ser o mesmo. A Figura 3 (KOTZ, 1998, p. 49) é ilustrativa deste contexto, onde o valor de  $C_{pk}$  é igual a 1 embora para diferentes valores da média e do desvio padrão:

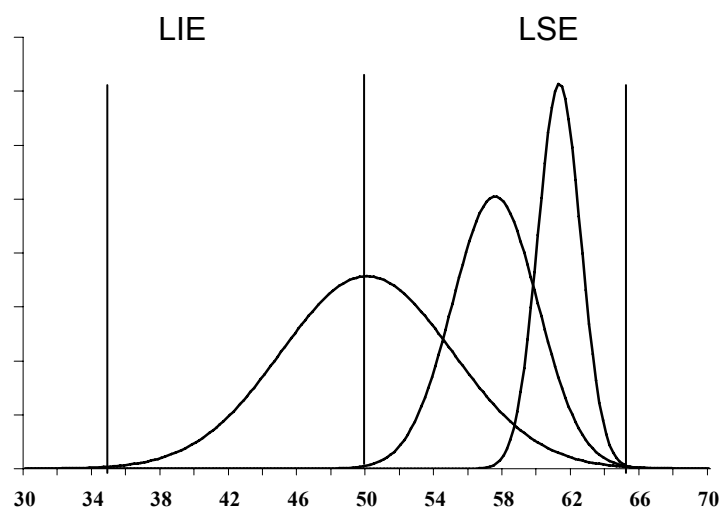


Figura 3 – Processo com localização e variação diferentes e mesmo  $C_{pk}$   
 Fonte: Adaptado de Kotz (1998, p. 49)

A análise simultânea dos índices  $C_p$ , e  $C_{pk}$  fornece uma indicação da capacidade do processo em relação a sua localização e dispersão.

Quando há presença de não normalidade ou autocorrelação é possível, em determinados casos, utilizar a transformação de dados ou aplicar modelos autoregressivos (MIRANDA, 2004).

Como os índices  $C_p$ , e  $C_{pk}$  não consideram o valor alvo do processo, foi desenvolvida a segunda geração de índices de capacidade de processo que incorporam o conceito da função perda de Taguchi (KOTZ, 1998, p. 77). Segundo este conceito, há uma perda à medida que nos afastamos do valor alvo. É uma mudança da mentalidade “trave de gol”, onde o objetivo é atender o especificado para uma mentalidade em que há uma crescente perda para o consumidor ou para a sociedade, à medida que nos afastamos do valor alvo (SPC, 2005, p. 148).

O índice que considera este conceito é  $C_{pm}$  (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 78) definido por:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad 2-18$$

onde:  $\sigma^2 + (\mu - T)^2$  é uma medida da precisão e da exatidão do processo (BOTHE, 2001, p. 275).

É importante salientar que o valor alvo deve ser o valor médio entre os limites de especificação, pois do contrário há desvantagens no emprego deste índice (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 78). Este índice não distingue, para um mesmo valor se o desvio é para o lado inferior ou para o lado superior da especificação, em relação ao alvo, bem como não é aplicável para especificações unilaterais, o que pode ser avaliado da análise da equação 2.18.

Enquanto o índice  $C_p$  mede qual a variação que o processo possui em relação à especificação e o índice  $C_{pk}$  mede quão próximo o processo está do limite de especificação, o índice  $C_{pm}$  mede quão distante a média do processo está do valor alvo. Para os dois primeiros índices,  $C_p$  e  $C_{pk}$ , a obtenção de valores superiores a 1,0 indica uma situação favorável; para o índice  $C_{pm}$  deve-se seguir a filosofia de Taguchi (COSTA *et al*, 2004, p. 126) de melhoria contínua, onde o objetivo é melhorar continuamente e, no caso, é obter valores de  $C_{pm}$  cada vez maiores.

### 2.3.3 Índices de Capacidade e Fração de Não Conformes

É usual procurar associar o valor do índice de capacidade obtido com a quantidade de produtos não conformes (NC). Para que esta transformação possa ser realizada, é necessário assumir uma distribuição para estes dados, o que para os índices  $C_p$  e  $C_{pk}$  é a distribuição normal.

O índice  $C_p$ , por não considerar a média do processo, permite tão somente ser uma medida do valor mínimo esperado de produto NC quando a média é diferente do valor nominal. Se o processo está centrado no valor nominal e este valor corresponde ao ponto médio entre as especificações o valor obtido de fração de NC é o melhor resultado que se pode obter com o processo (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 36).

A definição do índice  $C_{pk}$  é de ser o valor mínimo, representando a extremidade da distribuição do processo mais próxima do limite de especificação, conforme equação (2-17). Kotz (1998, p. 50) apresenta diferentes abordagens para a obtenção de fração de NC e mesmo assim o que se pode obter são aproximações, considerado pelo autor como a maior desvantagem deste índice.

Wheeler (2000, p.32), faz comentários interessantes sobre a conversão do índice de capacidade em fração de não conformes. O primeiro é sobre a relação não linear existente entre eles. Na Figura 4, para um  $C_p = 1$  foi obtida a fração de não conformes (%) em função da variação do  $C_{pk}$ . Com a redução do valor de  $C_{pk}$  de 1,1 até 0,7 o aumento da fração de NC não é tão acentuado quanto à queda do valor do índice. Para  $C_{pk}$  variando de 0,7 até 0 há um maior incremento da fração de NC, ocorrendo um ponto de inflexão para  $C_{pk}$  igual à zero. A partir deste ponto há uma inversão do comportamento com o aumento do valor da fração de NC passando de um incremento acentuado para incrementos discretos. Quando trabalhamos com  $C_{pk}$  da ordem de 1,1 a fração de não conformes é da ordem de 1000 ppm onde a curva é uma assíntota próxima de zero para a fração de não conformes. Como será visto a partir do capítulo 3, o valor especificado mínimo para os índices é de 1,33. Significa que a variação do processo ocupa no máximo 75% da faixa de especificação.

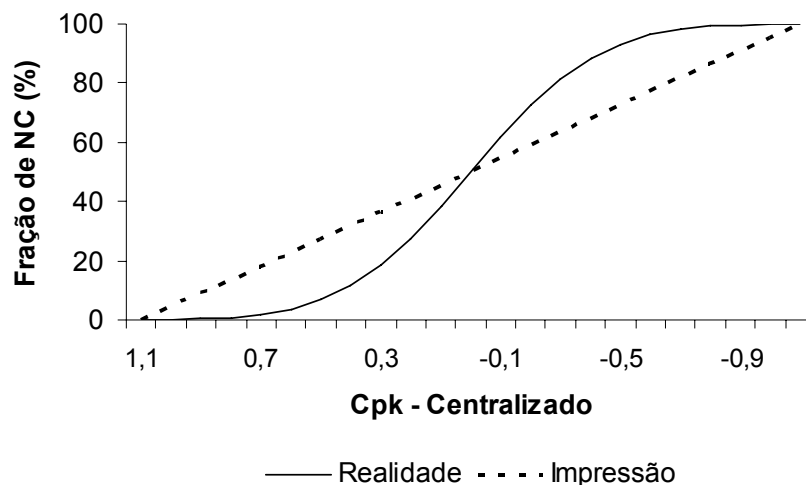


Figura 4 – Relação entre  $C_{pk}$  e fração de NC para  $C_p = 1$

Fonte: Adaptado de Wheeler, 2000, p. 35

O segundo comentário é de que para índices com resultado desta ordem de grandeza os valores das áreas sobre a curva da distribuição estarão nas extremidades, de forma que o melhor modelo de probabilidade utilizado será

diferente da realidade, pois nos modelos a extremidade vai ao infinito e nos histograma dos dados do processo há um valor finito obtido. Uma vez que a extremidade não mais caracteriza adequadamente o processo, procurar calcular com precisão de nove casas decimais não teria propósito prático (WHEELER, 2000, p. 38).

Os valores calculados de fração de não conformes nas extremidades da curva em função do índice de capacidade, presumindo o modelo de probabilidade normal e que a média do processo esteja centrada no valor alvo, são conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Proporção mínima de NC

<b>Quantidade de dados contidos dentro da faixa de especificação</b>	<b>Índice de Capacidade</b>	<b>Mínimo de NC %</b>	<b>Mínimo de NC ppm</b>
6 $\sigma$	1,0	0,27 x 10 <sup>-2</sup>	2700
8 $\sigma$	1,33	0,6334 x 10 <sup>-4</sup>	63
10 $\sigma$	1,67	0,5733 x 10 <sup>-6</sup>	5,7
12 $\sigma$	2,00	0,1973 x 10 <sup>-8</sup>	0,002

Fonte: modificado de Kotz (1998, p. 36) e Wheeler (2000, p. 39)

Com relação ao índice  $C_{pm}$  há possibilidade de compensação entre a variação de  $\sigma^2$  e  $(\mu-T)$  de forma que processos com percentagens de itens não conformes muito diferentes podem ter valores de  $C_{pm}$  próximos (COSTA *et al*, 2004, p. 126).

#### 2.3.4 A Abordagem dos Índices Multivariados

Para determinar a capacidade em atender uma especificação de posição verdadeira para a localização de um furo é necessário um índice que considere os componentes de localização nos eixos x e y. É usual que a posição verdadeira de um furo seja dada pela equação:

$$D = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

onde:  $x_0$  e  $y_0$  são as coordenadas da posição do centro do furo em relação a um ponto referencial determinado no desenho; e  $x$  e  $y$  é a posição real do centro do furo, obtida, em geral, com auxílio de uma máquina de medição bi ou tridimensional. A Figura 5 representa a situação acima descrita.

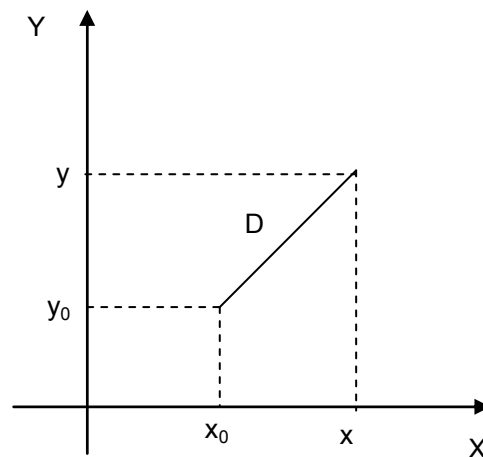


Figura 5 – Distância  $D$  entre a posição verdadeira e a especificada do centro do furo.

Ao se tentar calcular  $C_p$ ,  $C_{pk}$  pela média e desvio padrão de  $D$  há que se considerar que  $D \geq 0$ , não sendo de se esperar que a distribuição resultante seja normal (LITTIG, 1992, p. 5), condição para cálculo de  $C_p$  e  $C_{pk}$ .

Na construção de índices de capacidade multivariados é considerada também a correlação entre as características, bem como os desvios em relação ao vetor alvo (KOTZ e JOHNSON, 1993, p. 180).

### 2.3.5 Índice de Capacidade Multivariado $MC_{pm}$ – Taam, Subbaiah e Liddy

Taam, Subbaiah e Liddy (1993) propuseram o índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  motivados por questões relativas a desenhos com tolerâncias e dimensões geométricas que apresentam inter-relacionamento. O conceito deste índice é similar ao do índice  $C_{pm}$ , visto na seção 2.3.2, no que se refere a incorporar

o desvio da média do processo em relação ao alvo como uma função de perda quadrática. A definição de  $MC_{pm}$ , utilizando a notação do artigo dos autores, é:

$$MC_{pm} = \frac{Vol(R_1)}{Vol(R_2)} \quad 2-20$$

onde  $Vol(R_1)$  é uma região de tolerância modificada e  $Vol(R_2)$  é a região do processo que contém 99,73% dos valores padronizados mensurados.

A região de tolerância modificada  $R_1$  é a maior elipsóide centrada no alvo completamente dentro da região original de tolerância. A forma elipsoidal é motivada porque a distribuição multivariada normal possui uma região de probabilidade elipsoidal e muitas regiões de tolerância não possuem a forma elipsoidal. Outro motivo para uma região de tolerância modificada é para observar a razão entre o volume do maior elipsóide dentro da região de tolerância e o volume da região original de tolerância. Esta razão entre os dois volumes pode ser considerada um índice que reflete a correção de forma necessária para transformar a região de especificação numa região elipsoidal. Este conceito de fator de correção é importante quando se deseja considerar outros tipos de distribuição (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 212).

Na Figura 6 são apresentadas as regiões de tolerância original, modificada e do processo, que contém 99,73% dos valores obtidos.

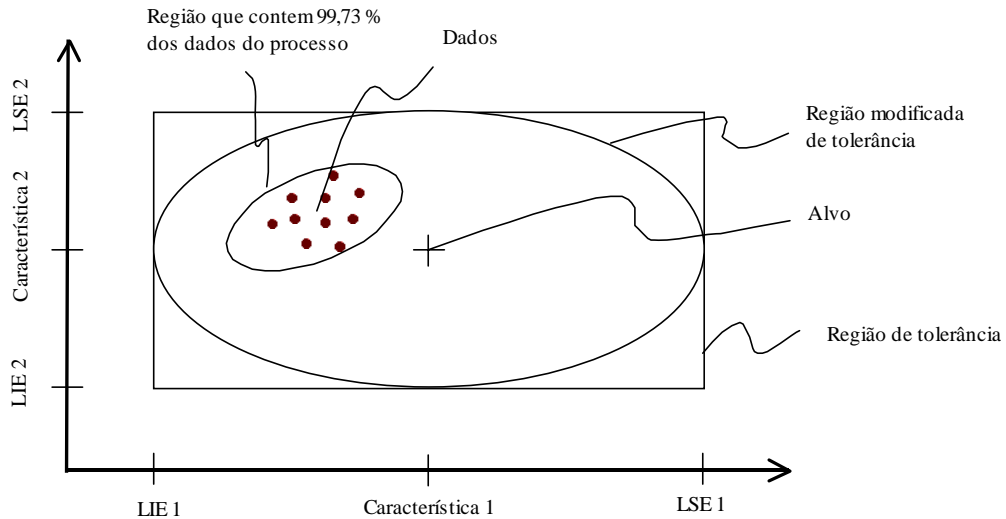


Figura 6 – Regiões de tolerância para as características 1 e 2, região de tolerância modificada e região contendo 99,73% dos dados do processo.

Fonte: Adaptado de Taam *et al* (1998, p. 211)

O conjunto de todos os pontos  $\mathbf{x}$  que satisfazem à desigualdade  $(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}_T^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \leq K(\nu)$  é geometricamente uma elipsóide (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 213), onde:

$(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})'$ : vetor transposto resultante da diferença entre o vetor das medidas pertencentes a uma distribuição normal e o vetor da média;

$\boldsymbol{\Sigma}_T^{-1}$ : matriz inversa de variância-covariância ;

$(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})$ : vetor resultante da diferença entre o vetor das medidas pertencentes a uma distribuição normal e o vetor da média;

$K(\nu)$ : é o 99,73º percentil da distribuição  $\chi^2_\nu$  que é determinado pela suposição da distribuição dos dados e pelo número de variáveis ( $\nu$ ).

Desta forma, o índice de capacidade multivariado pode ser assim escrito:

$$MC_{pm} = \frac{\text{vol}(\text{região de tolerância modificada})}{\text{vol}((\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}_T^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \leq k(\nu))} \quad 2-21$$

Taam *et al* (1998) desmembrou o denominador em duas partes:



$$|\Sigma_0|^{1/2} (\pi K(\nu))^{v/2} \left[ \Gamma\left(\frac{\nu}{2} + 1\right) \right]^{-1} = R_3 \quad 2-22$$

Onde:  $|\Sigma_0|$  é o determinante da matriz de variância-covariância; ( $\nu$ ) o número de variáveis;  $K(\nu)$  é o 99,73° percentil da distribuição  $\chi^2$  com  $\nu$  graus de liberdade e  $\Gamma(\cdot)$  é a função gama.

$$\left[ 1 + (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T}) \right]^2 = D \quad 2-23$$

de forma que o índice  $MC_{pm}$  pode ser reescrito da seguinte forma:

$$MC_{pm} = \frac{vol.(R_1)}{vol.(R_3)} x \frac{1}{\left[ 1 + (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T}) \right]^{1/2}} = MC_p \times D^{-1} \quad 2-24$$

Onde  $MC_p = \frac{vol(R_1)}{vol(R_3)}$  representa a variabilidade do processo relativa à região

de tolerância modificada e  $D$  reflete o desvio do processo em relação ao alvo  $T$ . Desta forma, o índice  $MC_{pm}$  possui a mesma propriedade dos índices univariados, de que para um processo centrado no alvo, ou seja, o vetor da média do processo  $\boldsymbol{\mu}$  é igual ao vetor alvo  $\mathbf{T}$ , o valor do índice  $MC_{pm}$  é igual a 1, indicando que 99,73% dos valores do processo situam-se dentro da região de tolerância modificada, propriedade análoga a do índice univariado  $C_{pm}$  (KOTZ e JOHNSON, 1993, p. 188).

Para uma amostra de  $n$  medidas, cada qual com  $\nu$  características do processo, uma estimativa  $\hat{MC}_{pm}$  para  $MC_{pm}$  é obtida com o vetor da média e matriz de variância-covariância determinados por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{e} \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \quad 2-25$$

Para estimar o componente da variação do processo é:

$$\hat{MC}_p = \frac{Vol(R1)}{|\hat{\Sigma}|^{1/2} (\pi K)^{v/2} [\Gamma(v/2 + 1)]^{-1}} \quad 2-26$$

E para calcular o componente do desvio do processo em relação ao alvo:

$$\hat{D} = \left[ 1 + \frac{n}{n-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \hat{\Sigma}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \right]^{1/2} \quad 2-27$$

Por definição, se o vetor da média  $\mu$  ou  $\bar{x}$  não estiver contido dentro da região de tolerância modificada, o valor do índice correspondente  $MC_{pm}$  ou  $\hat{MC}_{pm}$  é zero, uma vez que o processo está distante do alvo especificado. O índice  $MC_{pm}$  apresenta a mesma desvantagem descrita na seção 2.3.3 para o índice  $C_{pm}$ , de que diferentes proporções de itens não conformes podem corresponder a valores idênticos do índice de controle (KOTZ e JOHNSON, 1993, p. 189).

### 2.3.6 Vetor de Capacidade Multivariado – Shahriari, Hubele e Lawrence

Shahriari, Hubele e Lawrence (*apud* WANG et al, p. 265) propuseram um vetor multivariado de capacidade com três componentes. Este método também faz a suposição de distribuição normal multivariada com contornos elípticos definindo as regiões de probabilidade.

O primeiro componente é a relação entre o volume da região definida pelas especificações de engenharia e o volume da região modificada do processo, definida como a menor região de mesma forma que circunscreve um contorno de probabilidade especificado. Desta forma são obtidos os Limites Superiores e Inferiores de Processo (LIP e LSP) para cada característica. Quando os dados do processo apresentam uma distribuição normal, os limites são calculados por:

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{(v,\alpha)}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}} \quad 2-28$$

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{(v,\alpha)}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}} \quad 2-29$$

Os limites de processo assim obtidos também são funções da matriz de variância-covariância (forma elíptica) e pela distribuição  $\chi^2$  com  $v$  graus de liberdade e nível de confiabilidade  $\alpha$  (tamanho do contorno). O índice  $C_{pm}$  é então determinado pela relação:

$$C_{pm} = \left[ \frac{\prod_{i=1}^v (LSE_i - LIE_i)}{\prod_{i=1}^v (LSP_i - LIP_i)} \right]^{\frac{1}{v}} \quad 2-30$$

Na Figura 7 é apresentada, para o caso bi-variado, as áreas de especificação e de processo modificado, sendo a relação entre elas obtida pela equação (2.30) do que resulta  $C_{pm}$ , o primeiro componente do vetor de capacidade multivariado.

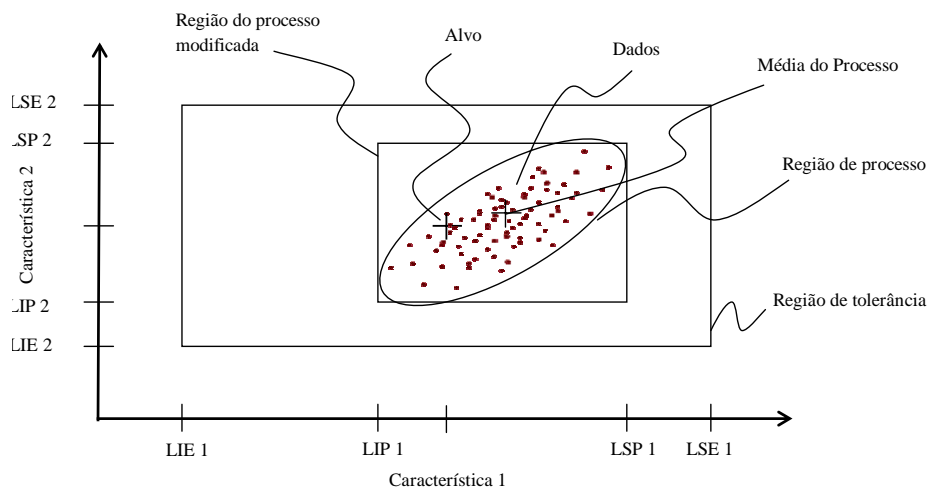


Figura 7 – Região de tolerância, do processo e modificada do processo para as características 1 e 2.

Fonte: Adaptado de Wang *et al.* (2000)

O segundo componente efetua uma comparação entre o valor alvo e a média do processo e é definido utilizando-se a estatística  $T^2$  de Hotelling:

$$PV = P\left(T^2 > \frac{\nu(n-1)}{n-\nu} F_{(\nu, n-\nu)}\right) \quad 2-31$$

onde  $F_{(\nu, n-\nu)}$  é a distribuição F de Snedecor com  $\nu$ , e  $n-\nu$  graus de liberdade. Uma vez que PV é um valor de probabilidade o valor 1 indica processo centrado no alvo e quanto mais próximo de zero mais distante do alvo.

O terceiro e último componente do vetor indica se a região de processo modificada está contida na região de especificação ou não. Os valores que apresenta são:

- ◆ LI = 1 quando a região de processo modificada está contida na região de tolerância
- ◆ LI= 0 caso contrário

Para o caso bivariado o valor deste elemento é calculado por:

$$\max\left\{1, \frac{|UPR_1 - L_1|}{U_1 - L_1}, \frac{|LPR_1 - U_1|}{U_1 - L_1}, \frac{|UPR_2 - L_2|}{U_2 - L_2}, \frac{|LPR_2 - U_2|}{U_2 - L_2}\right\} \quad 2-32$$

O vetor é então representado pelos seus três componentes:  $[C_{pm}, PV, LI]$ . Ao representar um índice de capacidade por um vetor de três componentes estamos em direção oposta à representação por um único valor da capacidade de um processo.

### 2.3.7 Índices $C_{p^*}$ , $C_{pp}$ e $k$ - Littig

Os índices propostos por Littig (1992) tinham por objetivo uma estreita relação entre o valor obtido e um significado físico associado, mesmo à custa de propriedades estatísticas consistentes de seus estimadores (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 220), o que é inclusive reconhecido pelo autor que

menciona serem as propriedades de seus estimadores não totalmente exploradas. Para atender estes objetivos, Littig (1992) considerou que a abordagem mais adequada seria de que os índices deveriam ser uma extensão direta dos índices univariados, de fácil interpretação e implementação. Para tanto propõe utilizar três índices,  $C_{pp}$ ,  $C_{p^*}$  e  $k$  para avaliar o desempenho do processo..

A definição de  $C_{pp}$  e  $C_{p^*}$  é dada por:

$$C_{pp} \equiv f(p) \quad 2-33$$

$$C_{p^*} \equiv f(p^*) \quad 2-34$$

onde:

- $p$   $\equiv$  proporção real de não conformes, produzido no processo, função da média e da variação do processo;
- $p^*$   $\equiv$  proporção potencial de não conformes, mede a proporção mínima possível de peças não conformes que pode ser obtida através de uma pequena mudança na média do processo. O valor mínimo para uma distribuição normal, é obtido quando a média do processo é centrada dentro da zona de tolerância.

Os valores de  $p$  e  $p^*$  são obtidos á partir de medições, estimações ou cálculos, envolvendo métodos de integração e cálculos com a utilização intensiva do computador. Uma vez obtido estes valores, calcula-se os índices  $C_{pp}$  e  $C_{p^*}$  com o auxílio de algoritmos computacionais.

O terceiro índice  $k$  é calculado para avaliar a centralização da média em relação ao alvo. Para o caso de uma característica bi-variada, com especificação diferente para cada direção, o valor de  $k$  é obtido por:

$$k_L \equiv \sqrt{\left(\frac{\mu_x - x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_y - y_0}{b}\right)^2} \quad 2-35$$

onde  $(\mu_x, \mu_y)$  é a média do processo bi-variado;  $(x_0, y_0)$  é a posição do centro do furo especificada em relação a um ponto referencial e  $a$  e  $b$  são as tolerâncias de  $x$  e  $y$ , respectivamente.

As equações e métodos utilizados pelo autor não são aqui apresentados, pois utilizam processos estatísticos de estimação do tipo reamostragem (*bootstrap*), fora do escopo deste trabalho.

### 2.3.8 Índice $MC_p$ - Chen

Este índice proposto por Chen (1994) não pressupõe uma distribuição normal multivariada, diferente dos índices anteriormente vistos. A proposta parte da noção de uma região de tolerância que inclui um sólido retangular como caso especial. Chen (1994) supõe que a região de tolerância é definida por:

$$V = \left\{ X \in R^V : h(X - T) \leq r_0 \right\} \quad 2-36$$

onde  $h(X-T)$  é uma função de distribuição cumulativa utilizada para especificar os limites do processo  $X$ ,  $T \in R^V$  é um vetor alvo constante com  $\nu$  dimensões e  $r_0$  é um número positivo, que representa o raio da região de tolerância.

Considerando  $\alpha$  a proporção permitida esperada de produto não conforme,  $r$  é definido como um valor para o raio desta região, obtido por:

$$r = \min\{c : p(h(X - \mu_0) \leq c) \geq 1 - \alpha\} \quad 2-37$$

A relação entre os dois raios é o índice  $MC_p$ :

$$MC_p = \frac{r_0}{r} \quad 2-38$$

Chen (1994) considera que similar ao índice univariado  $C_p$ , quando  $MC_p \geq 1$  o processo é considerado capaz. O resultado de  $MC_p = 1$  indica que a proporção esperada de produtos não conformes do processo é exatamente a permitida. Deve-se observar que no presente há especificações onde um processo é considerado capaz quando  $C_p$  é  $\geq 1,33$  (PPAP, 2000).

Uma dificuldade apontada por Wang *et al.* (2000, p. 272) para este índice é a necessidade de se utilizar conceitos de integração multivariada, reconhecido como de difícil utilização na prática por Kotz (1998, p. 216).

### 2.3.9 Componentes Principais $MC_p$ – Wang e Chen

Componentes principais são combinações lineares dos valores das variáveis originais (MONTGOMERY, 2004 p. 330). A partir de  $n$  variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  obtêm-se combinações destas variáveis para produzir índices  $z_1, z_2, \dots, z_n$  que não são correlacionados. Estes índices são ordenados de forma que  $z_1$  apresente a maior quantidade de variação,  $z_2$  a segunda maior e assim sucessivamente (MANLY, 1994, p. 76).

Wang e Chen (1999) propuseram um índice de capacidade multivariado calculado a partir dos valores dos componentes principais. Como em geral, poucos dos componentes principais são responsáveis por 80 - 90% da variabilidade é possível reduzir o número de dimensões do problema, utilizando o conjunto de componentes responsáveis pela maior parte esta variabilidade.

Para um processo cujos dados apresentam uma distribuição normal multivariada, os componentes principais resultantes serão distribuídos conforme a normal e mutuamente independentes. O cálculo do índice é dado por:

$$MC_p = \left[ \prod_{i=1}^{\nu} C_{p:PC_i} \right]^{1/\nu} \quad 2-39$$

Onde:  $C_{p:PC_i}$  é a medida univariada da capacidade do processo do  $i$ -ésimo componente principal. Da mesma forma, podem-se calcular os índices,  $C_{pk:PC_i}$ ,  $C_{pm:PC_i}$  e  $C_{pmk:PC_i}$ .

O valor destes índices não possui uma correlação direta com o resultado prático, o que dificulta a interpretação entre o valor obtido e o que está acontecendo no processo.

### 2.3.10 Índice Multivariado $C_{pm}$ - Chan

A região de especificação pode ser considerada como um paralelogramo de  $\nu$  dimensões, definida pelos limites de especificação das características que compõe a análise multivariada. Chan *et al.* apud Kotz (1993, p.180), considerando esta forma de especificação, propôs um índice de capacidade multivariado como sendo o resultado da média geométrica dos índices de capacidade individuais de cada característica.

$$\text{Multivariado } C_{pm} = \sqrt[\nu]{\prod_{i=1}^{\nu} C_{p_i}} \quad 2-40$$

Onde  $C_{p_i}$  é o valor do índice de capacidade  $C_p$  da  $i$ -ésima característica.

Da equação acima é possível observar que pode ocorrer compensação entre os índices que compõem a média. Um índice de valor elevado compensa um índice de valor baixo (PERAKIS, 2001, p. 44). Um outro aspecto é a não consideração da correlação entre as características que compõem o índice.



### 2.3.11 Índice $MC_{pk}$ – Wierda

Wierda (1994, p. 172) propôs um índice de capacidade do processo para ser utilizado em situações univariadas ou multivariadas. Um requisito é que as características da qualidade em análise apresentem distribuição normal dos dados, sendo esta uma imposição maior para o caso multivariado do que para o univariado (KOTZ, 1998, p. 218).

Para um processo univariado sob controle estatístico, com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , temos da definição de  $C_p$  e  $C_{pk}$  que:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad 2-41$$

$$C_{pk} = \left\{ \frac{LSE - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \right\} \quad 2-42$$

Quando a média está centrada no ponto médio do intervalo de especificação a proporção de itens conformes esperada de produtos produzidos pelo processo é:

$$\theta = \phi\left(\frac{LSE - \mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{LIE - \mu}{\sigma}\right) \quad 2-43$$

e este valor  $\theta$  pode ser usado como um índice de capacidade do processo.

Substituindo na equação (2.42), temos o índice:

$$\tilde{C}_{pk} = \frac{1}{3}\phi^{-1}(\theta) \quad 2-44$$

Para o caso multivariado, em que há  $\nu$  características determinando a qualidade do produto, é definido um vetor  $\mathbf{X}$  de  $\nu$  dimensões, com distribuição  $N_\nu(\mu, \Sigma)$ . Calcula-se a proporção de produtos conformes, que atendam a uma região de especificação definida pelos vetores  $l$  e  $S$  (respectivamente os limites de especificação inferiores e superiores), que definem uma área retangular no caso bi-variado, por:

$$\theta = \int_{|I,S|} n_V(x | \mu, \Sigma) dx \quad 2-45$$

Esta proporção é o índice de capacidade de processo proposto por Wierda (1994, p. 175):

$$MC_{pk} = \frac{1}{3} \phi^{-1}(\theta) \quad 2-46$$

Quanto maior a probabilidade de o processo produzir um produto conforme, mais capaz o processo será de produzir produtos conformes. Para determinar o índice é necessário estimar a verdadeira proporção de itens conformes, utilizando o autor diferentes estimadores que utilizam técnicas estatísticas de difícil utilização no dia a dia como o método de reamostragem (*bootstrap*).

### 2.3.12 Índice $C_b$ – Bernardo e Irony

Bernardo e Irony (1996) propuseram um índice de capacidade utilizando o método de Bayes. Este método, segundo Costa Neto (2002, p. 62),

baseia-se na existência de uma função de perda associada ao erro da estimativa e também na consideração de uma distribuição *a priori* para os possíveis valores do parâmetro. Será adotada a estimativa que minimiza o valor médio ou expectância da perda, calculado com base na distribuição resultante para o parâmetro após o conhecimento dos valores da amostra.

O método de Bayes possui como uma de suas principais aplicações à análise estatística de decisão e os autores Bernardo e Irony (1996) consideraram a análise de capacidade como um problema de decisão.

O índice é definido por:

$$C_b(D) = \frac{1}{3} \phi^{-1} \{ \Pr(\mathbf{x} \in A | D) \} \quad 2-47$$

onde:  $A$  é a região de tolerância,  $\phi$  é função de distribuição para a distribuição padrão normal e  $D$  os dados disponíveis.

É importante salientar que o índice  $C_b$  é uma função dos dados, conseqüência da abordagem do método de Bayes, diferente do que ocorre com o índice proposto por Wierda (1994), visto anteriormente. Neste último caso o índice de capacidade é definido em função da verdadeira proporção desconhecida de itens conformes  $\theta$ , que deve ser estimada.

Este índice exige um conhecimento estatístico do método de Bayes para efetuar os cálculos necessários à obtenção do índice  $C_b$ , o que dificulta o seu emprego no dia a dia das indústrias.

### 2.3.13 Índice $P_o$ e $P_{ok}$ – Dietrich e Schulze

Dietrich e Schulze (1999, p. 233) definiram os índices  $P_o$  e  $P_{ok}$  para o cálculo de capacidade em que se deseja avaliar duas características simultaneamente e os dados apresentam uma distribuição normal. Para determinar o índice de capacidade potencial do processo  $P_o$  calcula-se a relação entre a elipse que representa a tolerância especificada e uma elipse que tangencia a primeira e que possui uma área que abrange uma probabilidade  $1-\alpha$ , as duas centradas na média do processo. O segundo índice que mede a capacidade do processo  $P_{ok}$  é a relação entre a elipse da tolerância centrada no valor alvo e a elipse centrada na média do processo, que tangencia a elipse de tolerância e que contém a mesma probabilidade  $1-\alpha$  utilizada no cálculo de  $P_o$ . A obtenção destes índices é esquematicamente apresentada na Figura 8.

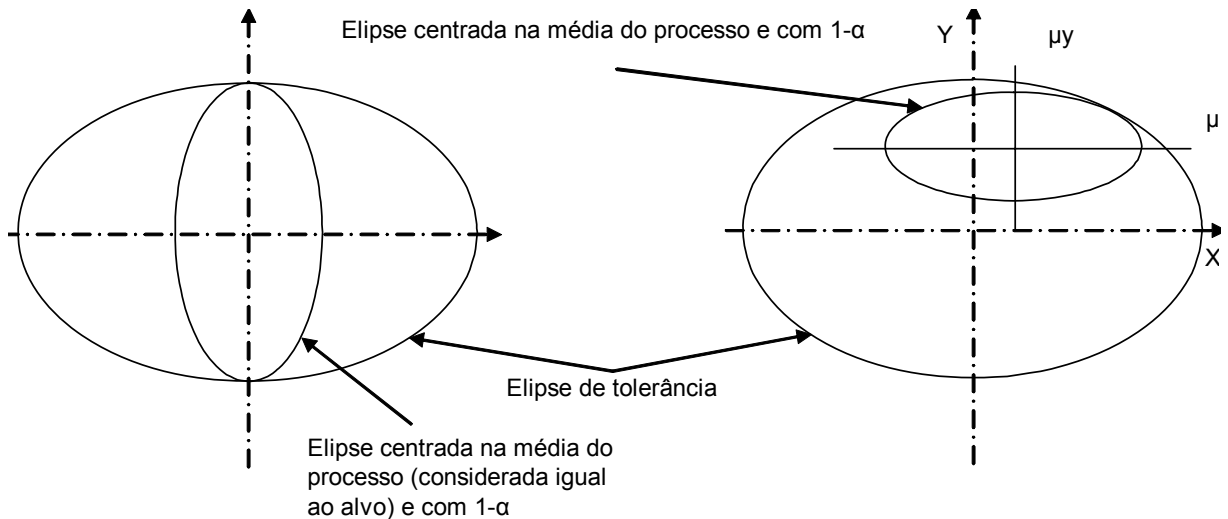


Figura 8 – Esquema para obtenção dos índices  $P_o$  e  $P_{ok}$

Fonte: Adaptado de Dietrich e Schulze (1999 p.234)

Os autores não apresentam as equações ou outra referência sobre o cálculo destes índices, mas mencionam que os mesmos são utilizados pelo software QS-STAT utilizado na indústria, inclusive por alguns fabricantes de veículos.

#### 2.3.14 Índice $BC_p$ , $BC_{pk}$ e $BC_{pm}$ – Pal

Para o caso bivariado Pal (1999), a semelhança de Taam (1993), propõe o índice  $BC_{pm}$  que é calculado a partir do índice  $BC_p$ , o qual é uma relação entre áreas, mas não considera a modificação da região de especificação em uma elipse para obter o numerador, mantendo a forma de paralelogramo.

$$BC_p = \frac{(LSE_1 - LIE_1)(LSE_2 - LIE_2)}{\pi \chi_{2,0,9973}^2 \sqrt{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2}} \quad 2-48$$

Para cálculo do índice bivariado, similar ao  $C_{pk}$ , utiliza a abordagem de Wierda (1994).

$$BC_{pk} = -1/3 \phi^{-1}(p) \quad 2-49$$

onde  $p$  é a proporção esperada de não conformes.

O índice bivariado similar ao  $C_{pm}$  é definido por Pal (1999) como:

$$BC_{pm} = \frac{BC_p}{\sqrt{1 + T^2/n}} \quad 2-50$$

onde:

$$T^2 = \frac{n}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho)^2} * \left[ \sigma_2^2 (\mu_1 - T_1)^2 + \sigma_1^2 (\mu_2 - T_2)^2 - 2\sigma_{12} (\mu_1 - T_1)(\mu_2 - T_2) \right]$$

2-51

$n$  é o tamanho do subgrupo;

$T_i$  é o valor alvo da  $i$ -ésima característica.

### 2.3.15 Índice $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_m$ , $C_{mk}$ - Perakis

Perakis (2001, p. 201) também propôs índices de capacidade multivariados e manteve a mesma notação dos índices univariados. Os índices propostos também consideram relações entre áreas de especificação e as áreas elipsóides que contêm 99, 97% dos valores do processo. As equações para cálculo dos índices são:

$$C_P = \frac{d(\mathbf{l}, \mathbf{u})}{6^r \sqrt{|\Sigma|}} \quad 2-52$$

onde  $d(\mathbf{l}, \mathbf{u})$  é a distância entre os vetores  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{u}$  dado por:

$$d(\mathbf{l}, \mathbf{u}) = \sqrt{\sum_{i=1}^v (LSE_i - LIE_i)^2} \quad 2-53$$

$v$  é o número de variáveis sob análise e  $|\Sigma|$  é o determinante da matriz de variância-covariância.

$$C_{pk} = C_p (1 - k) \quad 2-54$$

$$k = \frac{2d(\mathbf{m}, \mathbf{u})}{d(\mathbf{l}, \mathbf{u})} \quad 2-55$$

e  $\mathbf{m}$  é o vetor cujos elementos são os pontos médios da especificação.

$$C_{pm} = \frac{d(\mathbf{l}, \mathbf{u})}{6^v \sqrt{|\Sigma| + d^2(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{t})}} \quad 2-56$$

onde  $\boldsymbol{\mu}$  é o vetor da média e  $\mathbf{t}$  o vetor dos valores alvo.

$$C_{pmk} = C_{pm}(1-k) \quad 2-57$$

### 2.3.16 Outros índices

Niverthi e Dey apud Kotz (1998, p. 216), definem índices de capacidade de processo diretamente relacionados com os índices univariados:

$$C_{pk} = \min\left(\Sigma^{-1/2} \frac{LSE - \mu}{3}, \Sigma^{-1/2} \frac{\mu - LIE}{3}\right) \quad 2-58$$

Estes índices requerem o emprego da abordagem de Bayes e reamostragem, o que os torna de difícil utilização no presente (KOTZ e LOVELACE, 1998, p.217).

Pearn et al. (apud KOTZ e JOHNSON, 1993, p. 186 e apud PERAKIS, 2001, p. 45) sugeriu um índice considerando  $\chi_{v,0,9973}^2$  como um comprimento correspondente à proporção de 0,0027 de itens não conformes e para processos cuja região de especificação satisfaça a desigualdade:

$$(\mathbf{x} - \mathbf{T})' \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{T}) \leq c^2 \quad 2-59$$

O primeiro índice é um desdobramento do índice  $C_p$ :

$${}_v C_p^2 = \frac{c^2}{\chi_{v,0,9973}^2} \quad 2-60$$

O segundo índice é um desdobramento do índice  $C_{pm}$ :

$${}_v C_{pm}^2 = \frac{{}_v C_p^2}{\left\{ 1 + \frac{(\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T})}{r} \right\}} \quad 2-61$$

Diferente de autores anteriores que propuseram regiões elípticas para o caso bivariado, Castagliola e Castelanos (2005) propuseram os índices  $BC_p$  e  $BC_{kp}$  os quais são obtidos pela consideração da proporção teórica de produtos não conformes em polígonos convexos e são válidos quando a distribuição dos dados é conforme a binormal. Para obter estes índices os autores utilizaram métodos de integração com a abordagem da fórmula de Green.

Jessenberger (1998) propôs uma alternativa, que simplifica o cálculo do índice de capacidade originalmente proposto por Taam et al. (1993):

$$MVC_p^* = \min_{i=1, \dots, v} \left\{ \left( \frac{3}{\chi_{v,0,9973}^2} C_{pi} \right)^v \right\} \quad 2-62$$

onde  $C_{pi}$  é dado por  $C_{pi} = \frac{(LSE_i - LSE_i)}{6\sigma}$ .

È comentado pelo próprio Jessenberger e Weihs (1999, p.3) de que este índice ignora a importante informação contida na matriz de variância-covariância.

Concluimos com a abordagem de Kocherlakota e Kocherlakota (1991) os quais para o caso bi-dimensional derivaram a distribuição amostral dos vetores  $(\hat{C}_{p1}, \hat{C}_{p2})$ ,  $(\hat{CPL}_1, \hat{CPL}_2)$  e  $(\hat{CPU}_1, \hat{CPU}_2)$ , considerando que a distribuição dos dados do processo é uma normal bivariada.

Uma breve descrição de alguns índices, anteriormente descritos, é apresentada no Quadro 2.

Autor	Equação do Índice de Capacidade Multivariado	Descrição
Taam <i>et al.</i>	$\frac{\text{vol.}(R_1)}{\text{vol.}(R_3)} x \frac{1}{\left[1 + (\mu - T)' \Sigma^{-1} (\mu - T)\right]^{1/2}}$	<u>Elipsoidal</u> <u>Elipsoidal</u>
Pal	$BC_p = \frac{(U_1 - L_1)(U_2 - L_2)}{\pi \chi_{2,0,9973}^2 \sqrt{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2}}$	<u>Re tan gular</u> <u>Elipsoidal</u>
Wang e Chen	$MC_p = \left[ \prod_{i=1}^v C_{p:PC_i} \right]^{1/v}$	Componentes Principais
Shahriari <i>et al.</i>	$\left[ \frac{\prod_{i=1}^v (LSE_i - LIE_i)}{\prod_{i=1}^v (LSP_i - LIP_i)} \right]^{\frac{1}{v}}$ $LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{(v,\alpha)}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}}$ $LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{(v,\alpha)}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}}$	<u>Re tan gular</u> <u>Elipsoidal</u>
Chen	$V = \{X \in R^v : h(X - T) \leq r_0\}$ $r = \min\{c : p(h(X - \mu_0) \leq c) \geq 1 - \alpha\}$ $MC_p = \frac{r_0}{r}$	<u>Re tan gular</u> <u>Re tan gular / Elipsoidal</u>
Littig	$C_{pp} \equiv f(p)$ $C_{p^*} \equiv f(p^*)$ $k_L \equiv \sqrt{\left(\frac{\mu_x - x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_y - y_0}{b}\right)^2}$	Re-amostragem e número de não conformes
Chan	$C_{pm} = \sqrt{\prod_{i=1}^v C_{p_i}}$	Paralelogramo
Wierda	$MC_{pk} = \frac{1}{3} \phi^{-1}(\theta)$	Probabilidade de produto não conforme.
Bernardo e Irony	$C_b(D) = \frac{1}{3} \phi^{-1}\{\Pr(x \in A   D)\}$	Método de Bayes

Quadro 2 – Métodos multivariados para cálculo de índices de capacidade.

Fonte: Adaptado de Castagliola e Castelanos (2005, p. 209) e Kotz (1993, p. 193)



Autor	Equação do Índice de Capacidade Multivariado	Descrição
Castagliola e Castelanos	$BC_{pk} = \frac{1}{3} \min \left\{ -\phi^{-1}(2p_1), -\phi^{-1}(2p_2), -\phi^{-1}(2p_3), -\phi^{-1}(2p_4) \right\}$ $BC_p = -\frac{1}{3} \phi^{-1} \{ 2x(p/4) \}$	Probabilidade de produtos não conformes em polígonos convexos
Perakis	$C_p = \frac{d(l,u)}{6^r \sqrt{ \Sigma }}$ $C_{pk} = C_p (1-k)$ $C_{pm} = \frac{d(l,u)}{6^r \sqrt{ \Sigma  + d^2(\mu,t)}}$ $C_{pmk} = C_{pm} (1-k)$	Re tan gular <i>Elipsoidal</i>
Jessenberguer e Weihs	$MVC_p^* = \min_{i=1, \dots, v} \left\{ \left( \frac{3}{\chi_{v,0,9973}^2} C_{pi} \right)^v \right\}$	Equivalente ao cálculo do menor valor univariado de $C_p$
Dietrich e Schulze	Não apresentam	<i>Elipsoidal</i> <i>Elipsoidal</i>

Quadro 2 – Continuação – Métodos multivariados para cálculo de índices de capacidade.

Estes índices podem ser divididos em dois grandes grupos. O primeiro grupo procura identificar o índice como uma relação entre a região de especificação e a região da variação natural do processo, mantendo uma correlação com os índices tradicionais. O segundo são índices que utilizam uma abordagem de cálculo do índice a partir do número de não conformes ou utilizando métodos estatísticos que exigem a utilização intensiva de computador e conhecimento mais profundo de técnicas estatísticas.

### 2.3.17 Considerações finais

Neste capítulo apresenta-se uma breve introdução ao controle estatístico de processo multivariado, com a utilização dos gráficos de controle  $\chi^2$  e  $T^2$  de Hotelling, bem como o desdobramento da normal univariada para a normal multivariada com exemplo da normal bivariada. Após um resumo dos índices de capacidade de processo univariados  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$  foi apresentado um histórico do desenvolvimento e utilização dos índices de capacidade do processo passando do univariado para o multivariado. Foi comentado como este desenvolvimento está fortemente ligado à indústria automotiva. Procurou-se apresentar uma revisão dos índices de capacidade multivariada propostos considerando a literatura disponível até o presente.

Não há um índice que no presente seja o mais utilizado ou requerido pelos clientes, como regra geral. A seleção do índice de capacidade multivariado a ser utilizado pode ser uma função da sua praticidade e correlação com o que na prática acontece com o processo ou da abordagem da teoria estatística utilizada no seu desenvolvimento.

No capítulo a seguir será apresentada uma proposta de um método para obter de um índice de capacidade multivariado para o caso de duas ou três variáveis da qualidade controladas simultaneamente na usinagem de um bloco de motor produzido em ferro fundido.

### 3 UMA ESTRATÉGIA DE AVALIAÇÃO DO PROCESSO

Neste capítulo, propõe-se utilizar um método para calcular um índice de capacidade do processo multivariado (ICPM) como uma medida da qualidade que resuma a capacidade de um processo em atender simultaneamente duas ou mais características da qualidade de um produto. Para a determinação de índices de capacidade de processo univariados é usual o cálculo dos índices  $C_p$ ,  $C_{pk}$ , pertencentes à primeira geração de índices de capacidade, os quais para as empresas da cadeia automotiva possuem o método de cálculo descrito no Statistical Process Control Manual (SPC, 2005) e valores mínimos especificados no Production Part Approval Process (PPAP, 2000). Diferente do que ocorre com os índices univariados, não há, segundo Wang *et al.* (2000, p. 263), um consenso sobre a metodologia para calcular a capacidade multivariada e, mesmo autores como Kotz e Lovelace (1998, p. 220), mencionam:

O conflito entre índices que possuem propriedades estatísticas apropriadas, mas não possuem um significado físico claro (principalmente em termos da proporção de não conformes e centralização do processo) versus aqueles que possuem significado físico direto (assumindo normalidade ou multi normalidade no caso de várias características), mas que apresentam propriedades estatísticas "difíceis", as quais não podem ser exploradas sem a ajuda de procedimentos auxiliados por computador ... Mesmo os autores não estão certos em qual direção seguir.

O índice multivariado proposto de ser utilizado, neste trabalho, é o  $MC_{pm}$  descrito por Taam *et al.* (1993) e, análogo ao trabalho mencionado, será analisado para o caso de duas variáveis simultaneamente, o que permite a utilização conjunta de gráficos para visualizar os valores nominais (valor alvo), os limites de especificação e os valores medidos, auxiliando na interpretação dos resultados obtidos. Para a análise de três variáveis, a análise será restrita à obtenção do índice, devido à limitação de trabalhar com figuras geométricas no espaço tri-dimensional.

### 3.1 ANÁLISE INICIAL

Kotz (1998, p. 209) ressalta que para o universo multivariado devem-se tomar maiores precauções do que para o universo univariado. As condições para que os índices univariados possam ser utilizados de não autocorrelação dos dados, estabilidade estatística e distribuição normal, são estendidas para os índices multivariados (KOTZ e LOVELACE, 1998, p. 35).

#### 3.1.1 Análise da Autocorrelação

Os dados do processo devem ser independentes. O desvio padrão na presença de autocorrelação, é subestimado e, por estar no denominador da equação para o cálculo de  $MC_{pm}$ , o índice de capacidade será superestimado. Dentre as técnicas propostas por Mason e Young (2002, p.72) para a avaliação de autocorrelação, está à observação do correlograma e a utilização de inferência estatística, como por exemplo, a análise de variância.

O correlograma é um gráfico onde são colocados os valores dos coeficientes de autocorrelação para várias defasagens em uma série temporal e os limites de confiança para rejeitar a hipótese nula (HANKE *et al*, 2001, p. 58). Quando há autocorrelação o valor do coeficiente está além destes limites e a hipótese nula é rejeitada.

A Figura 9 apresenta um exemplo de correlograma, utilizando os dados de Mason e Young (2001, p.73) obtido com auxílio do programa MINITAB. No eixo vertical são dispostos os valores possíveis do coeficiente de autocorrelação. As linhas pontilhadas representam os limites para 95% de confiança e as linhas verticais (estacas) representam os coeficientes de autocorrelação. No nosso

exemplo há uma correlação significativa na primeira defasagem. Os dados utilizados encontram-se no anexo A.

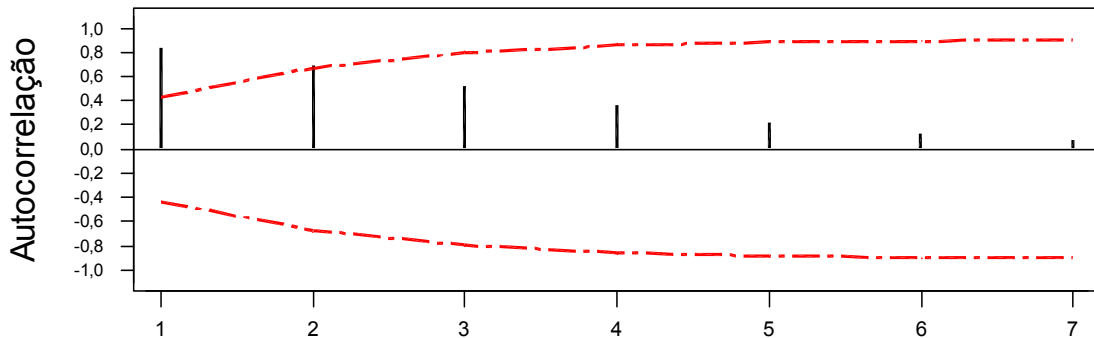


Figura 9 – Exemplo de correlograma

Fonte: Modificado de Mason e Young (2002, p.73)

Para avaliar o comportamento de uma série temporal quanto à autocorrelação é usual efetuar uma comparação entre esta série e uma segunda obtida com os dados defasados por um, dois ou mais períodos. Considerando os dados os dados originais e uma defasagem, os dois conjuntos de dados são o mesmo, só que defasados por um determinado número de períodos, o resultado da análise é a medida da autocorrelação.

Ao analisar o quadro da ANOVA da regressão de um modelo para verificar a existência de autocorrelação as hipóteses testadas são;

$H_0$  : os dados não são correlacionados

$H_1$  : os dados são correlacionados

O *valor de p* dá a probabilidade de obter uma estatística  $F$  com valor tão grande quanto o calculado para os dados, se de fato o valor verdadeiro da inclinação é zero. Quando o *valor p* observado for inferior a 0,05 a regressão é significativa (MAKRIDAKIS, 1998, p.213) e a hipótese nula é rejeitada.

Utilizando os mesmos dados do Quadro 5 se obtém a ANOVA apresentado na tabela 2. O baixo valor  $p$  encontrado para a estatística  $F$  é uma evidência da autocorrelação.

Tabela 2 – Exemplo de tabela ANOVA

Fonte de Variação	Graus de liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrado Médio	F	Valor de p
Regressão	1	490,71	490,71	105,82	0,000
Resíduo	20	92,74	4,64		
Total	21	583,45			

Fonte: Mason e Young (2001, p. 73), modificado pelo autor.

A equação de regressão obtida é:

$$y_t = 2,69 + 0,97 * y_{t-1} \quad 3-1$$

Os valores de 2,69 e 0,97 são os coeficientes estimados do modelo relacionando a variável  $y_t$  com o valor defasado  $y_{t-1}$ .

Outros testes estatísticos podem ser utilizados para avaliar a autocorrelação, como por exemplo, o de Ljung e Box (Miranda, 2004, p. 72).

### 3.1.2 Análise da Estabilidade do Processo

Como último requisito o processo deve ser estável, ou seja, sob controle estatístico (KOTZ, 1998 p. 209) a fim de permitir estimar uma capacidade do processo confiável (MONTGOMERY, 1997). Para avaliar o atendimento a este requisito deve ser avaliado o gráfico de controle multivariado. Os gráficos de controle apresentados em 2.1.1 e 2.1.2, respectivamente  $\chi^2$  (qui-quadrado) e  $T^2$  de Hotelling, podem ser utilizados como uma extensão do gráfico de Shewhart (BRAUN, 2001 p. 5), para verificar o comportamento estatístico do processo (KONRATH, 2002 p. 33).

Uma das dificuldades que ocorre na presença de um ponto fora dos limites de controle é interpretar este sinal. Qual das variáveis, ou o conjunto destas ou mesmo a correlação entre elas é responsável pelo sinal? Esta é a questão que deve ser solucionada.

Uma abordagem para auxiliar a detecção das variáveis significativas é a decomposição da estatística  $T^2$  através de um algoritmo computacional como apresentado nos trabalhos de Konrath (2002) e Tavares (2003). Este método abordado por estas autoras, sugere que a estatística  $T^2$  seja dividida em componentes independentes, de forma que cada componente reflita a contribuição de uma variável individual.

Caso haja ocorrência no gráfico de controle  $T^2$  de sinal de instabilidade estatística deve-se utilizar o algoritmo desenvolvido no trabalho das autoras mencionadas no parágrafo anterior de forma a detectar a variável ou variáveis responsáveis pelo sinal. Os passos seguintes seguem a mesma sistemática dos gráficos univariados com o descarte do valor após análise da causa raiz responsável pela ocorrência do sinal, a definição e a efetiva implementação de ações corretivas que demonstrem ser eficazes.

### 3.1.3 Análise da Distribuição

O primeiro requisito a ser atendido é que os valores dos dados devem apresentar uma distribuição normal multivariada. Com relação ao teste de normalidade utilizaremos a abordagem de Gnanadesikan (*apud* WIERDA, 1994, p. 60) segundo a qual “embora a normalidade marginal não implique em normalidade conjunta, a presença de diferentes padrões de não normalidade é em geral refletida

nas distribuições marginais”. Desta forma considera-se que, caso individualmente cada característica apresente distribuição aproximadamente normal, a distribuição conjunta será conforme uma normal multivariada.

Para o cálculo do índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  é utilizada a estatística qui-quadrado. Para o caso univariado, a estatística  $\chi_v^2$  é definida pela equação:

$$\chi_v^2 = \sum_{i=1}^v \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \quad 3-2$$

onde  $x_i$  são valores aleatórios independentemente retirados de uma *população normal* de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , tem distribuição  $\chi^2$  com  $v$  graus de liberdade (COSTA NETO, 2002, p. 51). Nesta definição da estatística há a pressuposição dos dados apresentarem uma distribuição normal.

Há diferentes meios de verificar a normalidade, seja através de métodos gráficos seja através de testes não paramétricos. Os testes aqui propostos são os testes de Ryan-Joiner (similar ao de Shapiro-Wilk) e o teste de Jarque-Bera (JB). A escolha do primeiro teste é devido a sua disponibilidade no software MINITAB, o qual é de utilizado em várias empresas. Outro aspecto é o poder deste teste ser superior (SEIER, 2002) aos outros testes disponíveis no software, Anderson-Darling e Kolmogorov-Smirnov. A escolha do segundo, JB, é devido a sua facilidade de aplicação (TAVARES, 2003, p. 42).

O teste R de Ryan e Joiner (1976) é similar ao teste W de Shapiro-Wilk, pois ambos calculam o “coeficiente de correlação” entre os dados colocados de forma ordenada em um gráfico de probabilidade normal em relação aos pontos de percentagem a partir da distribuição normal padrão. Quanto maior a correlação maior a probabilidade de não rejeitar a normalidade. O uso deste gráfico especial é



equivalente ao obtido em papel comum de  $Y_i$  X  $b_i$ , onde  $Y_i$  são as observações ordenadas da amostra e  $b_i$  é o p-ésimo ponto da distribuição normal padrão, ou seja:

$$b_i = \Phi^{-1}(p_i) \quad 3-3$$

As hipóteses neste caso são:

$H_0$  : os dados seguem a distribuição normal

$H_1$  : os dados não seguem a distribuição normal

Quando os dados são provenientes de uma distribuição normal, estes se aproximam de uma linha reta quando colocados num gráfico de papel normal. Quando a linha formada pelos dados se aproxima de uma reta o coeficiente de correlação se aproxima do valor  $R_p = 1$  e a hipótese nula é aceita.

A versão do coeficiente de correlação do gráfico de probabilidade, proposta por Ryan e Joiner (1976) é:

$$R_p = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})(b_i - \bar{b})}{\sqrt{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 \sum (b_i - \bar{b})^2}} \quad 3-4$$

uma vez que:  $\bar{b} = 0$ ,  $R_p$  é simplificado para:

$$R_p = \frac{\sum Y_i b_i}{\sqrt{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 \sum b_i^2}}, \text{ ou } \frac{\sum Y_i b_i}{\sqrt{s^2 (n-1) \sum b_i^2}} \quad 3-5$$

onde,  $Y_i$  são as observações ordenadas numa amostra de tamanho  $n$ ;  $s^2$  é a variância da amostra e, segundo Ryan e Joiner (1976),  $b_i$  pode ser calculado pelas seguintes aproximações:

$$b_i \approx 4,91 \left[ p_i^{0,14} - (1-p_i)^{0,14} \right] \quad 3-6$$

ou

$$b_i = \frac{g_0 + g_1 u + g_2 u^2}{1 + g_3 u + g_4 u^2 + g_5 u^3} - u \quad 3-7$$

onde  $u = [-2 \log e(\pi)]$  e  $(g_0, g_1, \dots, g_5) = (2,515517; 0,802853; 0,010328; 1,432788; 0,189269; 0,001308)$ .

Com estas aproximações não há necessidade de se utilizar as tabelas de coeficientes, requeridas pelo teste  $W$ , facilitando o cálculo em computadores. Uma vez calculado  $R_p$  obtém-se o valor  $p$  do teste, que para valores inferiores a 0,05 rejeita a hipótese nula de normalidade.

O outro teste mencionado, Jarque Bera (JB), utiliza as características de assimetria e curtose para caracterizar a forma da distribuição de frequência em relação à normal (SAMOHYL, 2005a).

O momento centrado de terceira ordem da distribuição é uma medida da assimetria, mas é conveniente utilizar um coeficiente, adimensional que permite a comparação entre diversos casos (COSTA NETO, 2002, p. 30):

$$ass = \frac{M_3}{s^3} \quad 3-8$$

$$\text{onde: } M_3 = \frac{\sum_1^N (x_i - \mu)^3}{N} \quad 3-9$$

sendo  $x_i$  o conjunto de dados,  $s$  o seu desvio padrão,  $\mu$  a sua média e  $N$  o número de dados.

Quando uma distribuição é simétrica em relação a sua média, como é o caso da distribuição normal, o valor de  $ass$  é zero.

A curtose procura caracterizar a forma da distribuição quanto ao seu achatamento. O termo médio de comparação é dado pela distribuição normal, que possui valor 3 (COSTA NETO, 2002, p. 31).

Seguindo o mesmo procedimento utilizado para a assimetria é calculado o coeficiente de curtose:

$$curt = \frac{M_4}{s^4} \quad 3-10$$

$$\text{onde: } M_4 = \frac{\sum_1^N (x_i - \mu)^4}{N} \quad 3-11$$

sendo:  $X_i$  o conjunto de dados,  $s$  o seu desvio padrão,  $\mu$  a sua média e  $N$  o número de dados.

O cálculo da estatística de Jarque-Bera é dado através de:

$$JB = n \left[ \frac{ass^2}{6} + \frac{(curt - 3)^2}{24} \right] \quad 3-12$$

A expressão acima quando possui valor superior a 5,99 rejeita a hipótese nula a favor da normalidade (SAMOHYL, 2005a).

É com a observação conjunta do valor  $p$ , do gráfico de probabilidade, e de medidas das estatísticas  $JB$  e  $RJ$  que se obtém um diagnóstico mais completo (SEIER, 2002)

### 3.2 CÁLCULO DO ÍNDICE $MC_{pm}$

Uma vez atendidos os pré-requisitos de distribuição normal dos dados, independência entre eles e estatisticamente estáveis, podemos efetuar o cálculo do Índice de Capacidade Multivariado  $MC_{pm}$  proposto por Taam *et al.* (1993) e abordado em detalhe no item 2.3.5.

Vimos no item 2.3.5 que a estatística  $\chi_{v,0,9973}^2$  foi utilizada para calcular a região do processo, onde  $v$  é o número de variáveis e 0,9973 representa a região elipsoidal do processo ajustada para conter 99,73% dos dados obtidos.

Para os índices  $C_p$  e  $C_{pk}$  na indústria automotiva, o valor mínimo requerido é 1,33, pois, devido a variações na amostragem e limitações do equipamento de teste, o valor 1,0 não é considerado como aceitável (KANE, 1986, p. 42). Considerando um processo centrado na média e com distribuição normal temos:

$$C_{pk} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} = \frac{LSE - \mu}{\sigma} \times \frac{1}{3} \quad 3-13$$

$$z = \frac{LSE - \mu}{\sigma} \quad 3-14$$

De 3.13 e 3.14 temos:

$$z = 3 C_{pk}$$

para  $C_{pk}=1,33$  temos  $z=3,99$ . De uma tabela de distribuição normal obtemos o valor de 0,99993.

Para manter uma estreita relação com os valores especificados para os índices univariados, propõe-se utilizar também no cálculo do índice  $MC_{pm}$  tanto o valor da estatística  $\chi^2_{v,0,9973}$  como  $\chi^2_{v,0,99993}$ , de forma a obter uma região de processo ajustada para conter 99,73% e 99,993% dos resultados obtidos, respectivamente.

### 3.3 PLANILHA DE CÁLCULO

Para a obtenção do índice de capacidade multivariado  $MC_{Pm}$  foi utilizada uma planilha em Excel, apresentada no Apêndice B.

A descrição dos principais campos e as condições para a utilização é apresentada no Quadro 3:

Campo	Descrição
Nome da característica	Nome de duas a três características a serem consideradas no cálculo de capacidade multivariada.
LIE	Limite inferior de especificação
LSE	Limite superior de especificação
Alvo	É calculado como a média entre as especificações. Para situações em que o valor alvo não corresponda a este valor médio ou a especificação seja unilateral esta planilha não é aplicável
Base de Cálculo	Definir qual a percentagem de valores que a região de processo irá conter. Os valores usuais são 1, 1,33 ou 1,67.
$R_1$	Região de especificação modificada, correspondente à área do maior elipsóide contido dentro da região de especificação.
$R_3$	Região que contém um percentual dos valores do processo, definido na “Base de cálculo”
$\hat{MC}_p = R_1/R_3$	Variabilidade do processo em relação à região de tolerância modificada. Valores superiores a 1 sugerem que a variação do processo é menor do que a amplitude da especificação
$1/\hat{D}$	Desvio do processo em relação ao alvo. O valor 1 representa um processo centrado no alvo.
$\hat{MC}_{pm}$	Índice de capacidade multivariado calculado utilizando os estimadores desvio padrão e média da amostra
Comentário	Quando $\hat{MC}_p = R_1/R_3 > 1$ é sugerido que a variação do processo seja menor do que a amplitude da especificação. Este comentário é para o caso em que a “Base de cálculo” = 1. Utilizou-se para quando a relação $1/\hat{D}$ for inferior a 0,9 o comentário de que o processo não está próximo do alvo. O valor 0,9 foi utilizado segundo experiência do autor. Para o caso em que as características possuem diferentes ordens de grandeza pode ser necessário padronizar os dados, esta observação aparece quando houver uma ordem de grandeza superior a 10.

Quadro 3 – Descrição dos campos da planilha de cálculo do índice  $\hat{MC}_{pm}$ .

O campo “Base de Cálculo” foi incluído para permitir calcular um índice  $\hat{MC}_{pm}$  para diferentes quantidades de dados contidos dentro da faixa de especificação. Desta forma podemos utilizar um raciocínio similar às especificações de 1 ou 1,33 ou 1,67 utilizados para os índices univariados. A coluna “Mínimo de NC”, na Tabela 3, apresenta os valores teóricos.

Tabela 3 – Quantidade de dados contidos dentro da faixa de especificação em função da “Base de Cálculo” escolhida

Base de Cálculo	Quantidade de dados contidos dentro da faixa de especificação	Mínimo de NC %
1,0	6 $\sigma$	0,27 x 10 <sup>-2</sup>
1,33	8 $\sigma$	0,6334 x 10 <sup>-4</sup>
1,67	10 $\sigma$	0,5733 x 10 <sup>-6</sup>
2,00	12 $\sigma$	0,1973 x 10 <sup>-8</sup>

Para validar os cálculos da planilha utilizou-se dos dados do artigo de Taam *et al.* (1993), na condição de duas variáveis. Embora os autores não apresentem os dados originais, estes fornecem os valores do vetor da média da amostra  $\bar{X}$ , a matriz de variância-covariância  $\Sigma$  e os limites de especificação para a espessura e largura:

$$\bar{X} = (4,3;0,8)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0,02 & 0,009 \\ 0,009 & 0,006 \end{bmatrix}$$

$$\text{Espessura} = (4 \ 0,5)'$$

$$\text{Largura} = (5 \ 1)'$$

Os resultados obtidos foram os mesmos. Na Tabela 4 são apresentados os valores obtidos utilizando a planilha e os valores do artigo de Taam *et al.* (1993), com o mesmo número de casas decimais utilizadas pelos autores do artigo.

Tabela 4 – Comparativo entre os resultados do artigo de Taam *et al.* (1993) e planilha Excel

Valor	Taam <i>et al.</i>	Planilha
Qui quadrado	11,829	11,829
Determinante da matriz de variância-covariância	3,90 E-5	3,90 E-5
$(\bar{x} - T)' \hat{\Sigma}^{-1} (\bar{x} - T)$	12,0513	12,0513
$\hat{D}$	3,6466	3,6465
$R1/R3 = \hat{MC}_p$	1,6921	1,6921
$\hat{MC}_{pm}$	0,464	0,464

A planilha permite o cálculo do índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  para até 3 variáveis. Para este caso não foi realizada uma validação com a literatura disponível, pois não há entre os artigos pesquisados dados para três variáveis para a comparação com os resultados obtidos pela planilha.

### 3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram apresentados neste capítulo os requisitos de distribuição normal dos dados, independência entre eles e estabilidade estatística, que devem ser atendidos para o cálculo do índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$ . Para cada requisito foi também apresentada uma metodologia para avaliar o seu atendimento.

Elaborou-se uma proposta para uma alteração no cálculo para a obtenção da região elipsoidal de forma a conter 99,993% dos dados obtidos ao invés do valor de 99,95% originalmente utilizado por Taam *et al.* (1993). Esta alteração é para manter uma consistência com a especificação usual na indústria automotiva de valor superior a 1,33 para os índices de capacidade univariados  $C_p$  e  $C_{pk}$ .

O cálculo do índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  foi desenvolvido em uma planilha do Excel e confrontado os resultados obtidos, para o caso de duas características, com os apresentados no artigo de Taam *et al.* (1993) os quais foram idênticos. Para três características a validação não foi realizada, pois não foi identificado nenhum artigo nesta situação utilizando este índice.

No capítulo a seguir serão apresentados os resultados obtidos com a implementação da determinação do índice de capacidade multivariado, de um processo de usinagem, de um bloco de motor produzido em ferro fundido, destinado

ao mercado automotivo para atender a especificação de uma característica de posição verdadeira.



## **4 APLICAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DO ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO EM UMA LINHA DE USINAGEM**

Neste capítulo é apresentada uma breve descrição da empresa onde o trabalho prático foi desenvolvido e da peça, um bloco de motor, que serviu para a coleta de dados. É desenvolvida a análise preliminar dos dados para verificar se atendem aos requisitos de independência entre eles, estabilidade estatística e distribuição normal, que devem ser atendidos para a utilização do modelo de cálculo de índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  proposto.

A análise de capacidade é realizada em duas operações distintas de usinagem. A primeira operação é uma pré-furação e a segunda uma operação de acabamento do furo. Os resultados obtidos são comparados com parâmetros do processo de usinagem e do equipamento de medição utilizado e hipóteses são apresentadas para serem analisadas em função da interpretação dos valores obtidos.

### **4.1 APRESENTAÇÃO DA EMPRESA**

A Fundação Tupy Ltda. foi fundada em 1938 na cidade de Joinville, estado de Santa Catarina. Empresa de capital 100% nacional teve nas conexões de ferro fundido seu primeiro produto reconhecido em todo o território nacional pela sua qualidade, atestada posteriormente em todos os continentes para a qual hoje exporta. Com a implantação da indústria automotiva na década de 50 a Tupy produziu como primeira peça para este mercado um tambor de freio. Hoje além de

produzir peças fundidas para mais de 20 fabricantes de veículos e vários fabricantes de diversos sistemas (freio, transmissão de força), também produz peças usinadas, sendo as de maior complexidade blocos e cabeçotes.

No ano de 2005 a Fundição Tupy possui uma capacidade de produção de 500.000 t/ano em suas unidades de Joinville e Mauá, o que a coloca como a maior fundição do hemisfério sul e a 5º no mundo. A distribuição de sua produção atual é 75% destinada ao mercado automotivo, sendo 50% exportado principalmente para a América do Norte e Europa.

Para sustentar a situação de destaque em que se encontra uma de suas prioridades é ser reconhecida como uma fundição de qualidade, que utiliza tecnologia de ponta e que valoriza as pessoas dentro do seu ambiente de trabalho. No aspecto qualidade foi certificada conforme ISO 9002:1988 já em 1992, quando a quantidade de organizações certificadas no Brasil não atingia a casa de meia centena. Posteriormente em 1997 obteve a certificação QS9000:1995, específica para os fornecedores da indústria automotiva e atualmente possui seu Sistema Integrado de Gestão certificado conforme as normas ISO 9001:2000, ISO/TS 16949:2002 e ISO 14001:2004.

Quanto à tecnologia sempre está entre as organizações de ponta na sua área de atuação, seja no passado na década de 40 introduzindo o ferro maleável no Brasil seja na atualidade com a produção de ferro fundido vermicular, uma das poucas fundições no mundo a dominar a sua tecnologia de fabricação. No quesito ambiente de trabalho foi a primeira colocada em 2004 na lista da revista Exame das empresas que mais incentivam o espírito empreendedor de seus funcionários.

## 4.2 DESCRIÇÃO DA PEÇA

A peça em questão, um bloco de motor para veículo de passeio, foi produzida em ferro fundido e posteriormente usinada para envio ao cliente. Para preservar informações sigilosas referentes ao projeto da peça utilizada no trabalho não apresentamos o desenho desta, mas tão somente as especificações das características para as quais foi calculado o índice  $MC_{pm}$ .

Na Figura 10, a seguir, são definidas as características em análise e as especificações utilizando a terminologia da norma ASME Y 14.5M - 1994. O campo da tolerância do eixo dos furos 1 e 2 é limitado por um cilindro de diâmetro de 0,16 mm. As cotas de referência para a localização do furo 1 são 5 mm e 103,25 mm para os eixos X e Y respectivamente. A distância entre os dois furos é 194,27 mm e a diferença de posição entre os centros dos furos 1 e 2 é delimitada por um cilindro de diâmetro de 0,04 mm. O diâmetro dos furos é 14,84 mm  $+0/-0,05$  mm.

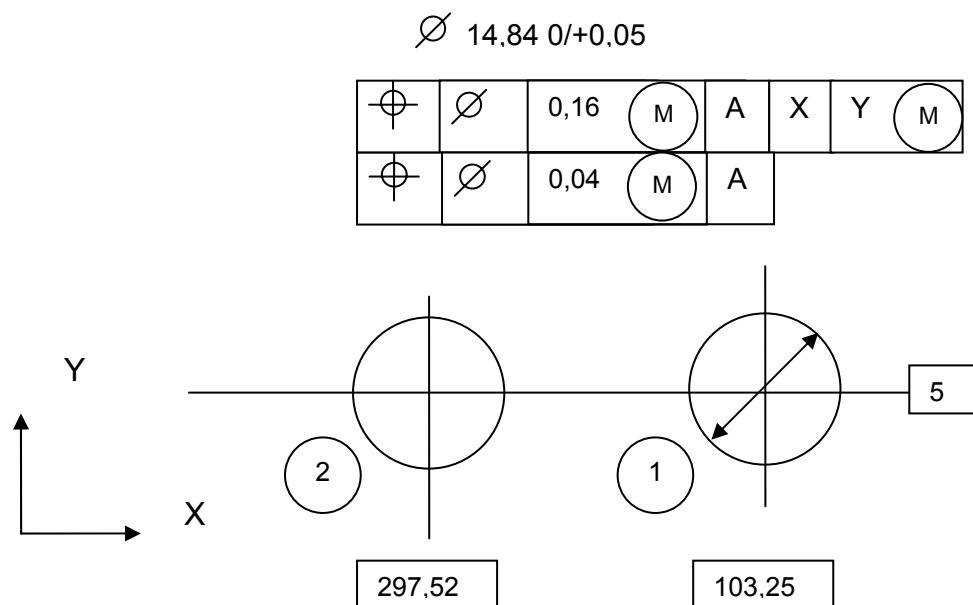


Figura 10 – Especificação das características em análise

Embora na Figura 10 haja especificação de máximo material  $\textcircled{M}$ , esta condição não será considerada na aplicação do índice de capacidade multivariado.

Estes dois furos são referências para o posicionamento da peça no dispositivo de fixação a cada operação de usinagem realizada em diferentes máquinas. Na primeira operação de usinagem é realizada furação em desbaste das guias do bloco, com a utilização de broca de metal duro e alargador. Nesta etapa inicial do processo o objetivo é centrar o posicional no valor nominal. A especificação da região de tolerância do processo, nas direções dos eixos X e Y, é definida pela equação abaixo:

$$\text{tolerância\_no\_eixo} = (\text{tolerância} - \text{posicional}) / 2\sqrt{2} \quad 4-1$$

Desta forma a especificação no eixo X é 103,25 +/- 0,0566 mm e no eixo Y é 5 +/- 0,0566 mm. Estes valores delimitam a zona de tolerância quadrada das coordenadas X e Y e corresponde ao quadrado inscrito da Figura 11.

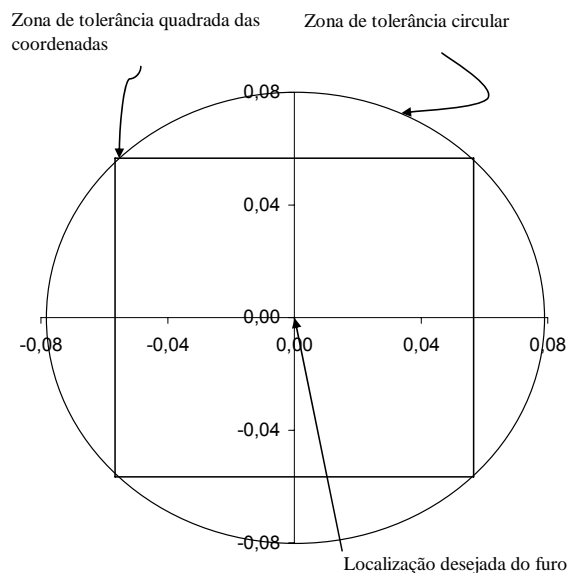


Figura 11 – Zona de tolerância circular para a localização de um furo

Fonte: modificado de Bothe (2001, p. 808)

Com relação ao diâmetro do furo é objetivado, nesta primeira operação, o limite inferior da especificação, pois na operação de furação de acabamento o objetivo será o valor nominal.

Após as operações iniciais é realizada a usinagem de acabamento do furo guia do bloco acabado com a utilização de barra de mandrilar com guias de cermet. Nesta operação o objetivo é o nominal do diâmetro e o nominal do posicional. Utilizando o posicional como guia são em seguida realizadas as operações de acabamento na peça. O fluxo resumido do processo de usinagem para a obtenção da peça é esquematizado na Figura 12 a seguir.

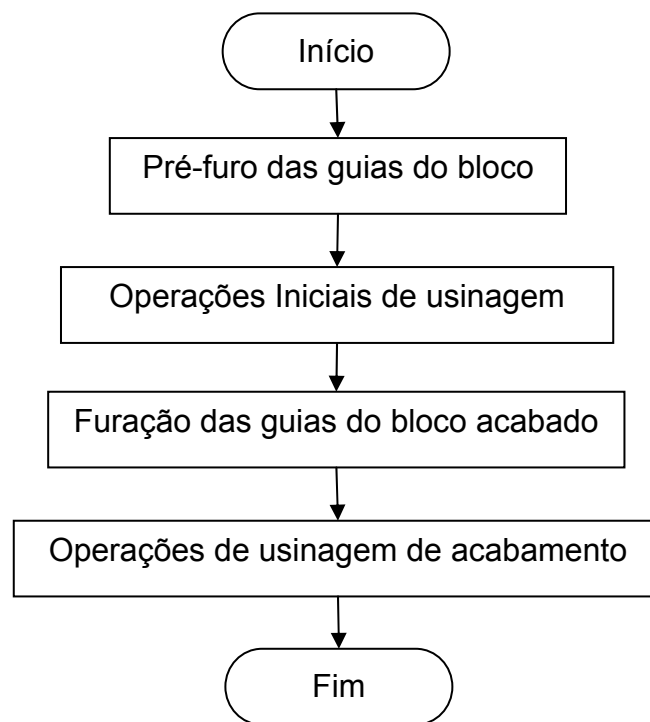


Figura 12 – Fluxo resumido do processo de usinagem da peça

Para facilitar iremos denominar a operação de pré-furo de operação 10 (OP 10) e a operação de furação das guias do bloco acabado de operação 100 (OP 100). Para o estudo de duas características estaremos avaliando o posicional do furo 1

nas duas etapas do processo. Para o estudo de três características estaremos incluindo a distância entre centros dos furos 1 e 2.

### 4.3 ANÁLISE DOS DADOS PARA DUAS CARACTERÍSTICAS

Conforme visto no item 3.1, é necessária uma análise preliminar dos dados para avaliar o atendimento às condições de distribuição normal dos dados, a existência de autocorrelação e a estabilidade estatística para que possam ser utilizados na obtenção do  $MC_{pm}$ . Os dados foram coletados durante a etapa do Processo de Aprovação de Produção da Peça (aprovação do PPAP) e consistiu na produção seqüencial das peças seguido de medição logo após cada operação em uma maquina de medição por coordenadas. Por se tratar de peça de grande porte foi definido em conjunto com o cliente a realização dos estudos de capacidade com a medição de 30 peças. Estudos posteriores serão realizados com um mínimo de 125 peças. Nesta etapa iniciou-se a produção de 34 peças, de forma a garantir que no mínimo 30 peças estivessem aprovadas para envio ao cliente. Ao final da produção foram obtidas 31 peças, estando os dados disponíveis no Apêndice A. A seqüência utilizada para a obtenção e análise do índice de capacidade multivariado é conforme o fluxograma da Figura 13.

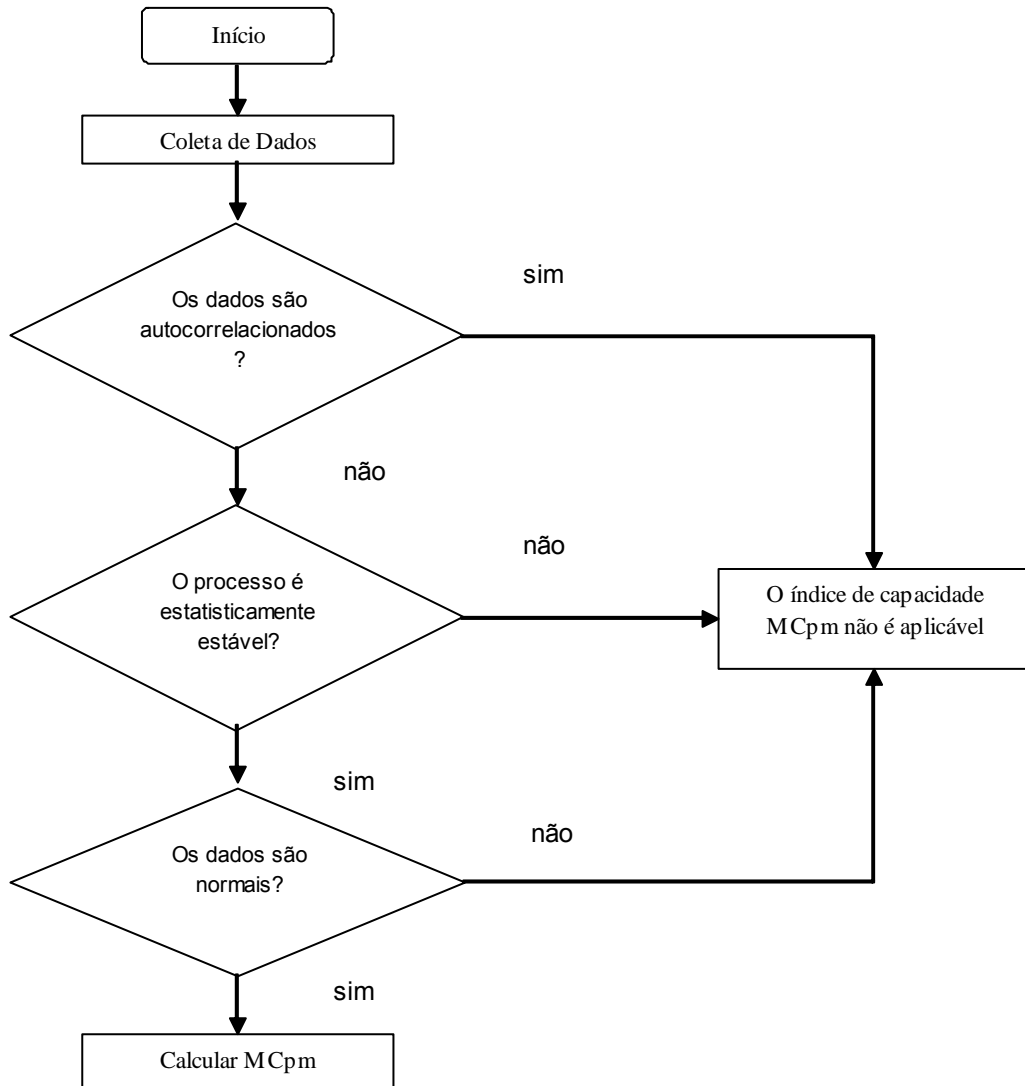


Figura 13 – Fluxo para cálculo do índice  $MC_{pm}$

#### 4.3.1 Estabilidade Estatística

A avaliação da estabilidade estatística foi efetuada utilizando o gráfico  $T^2$  de Hotelling, obtido com o MINITAB. Na análise da Figura 14 e Figura 15 não foram observados pontos além dos limites de controle do processo, indicando que os dados são estatisticamente estáveis.

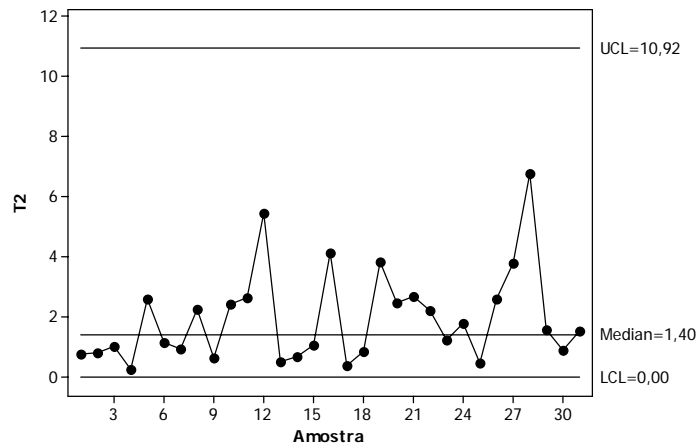


Figura 14 – Gráfico de Controle  $T^2$  Hotelling X – Y OP 10

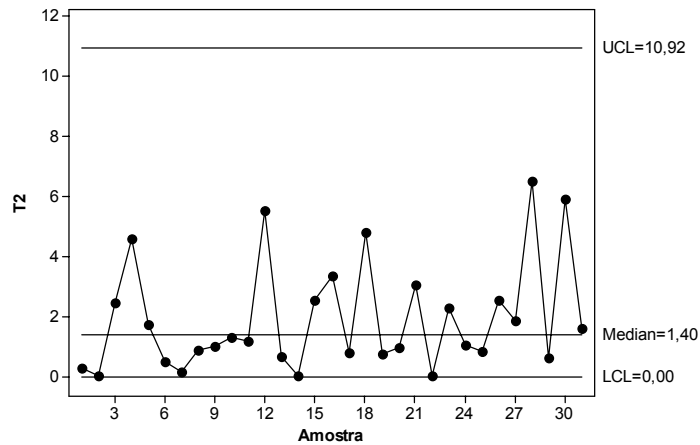


Figura 15 – Gráfico de Controle  $T^2$  Hotelling X – Y OP 100

#### 4.3.2 Autocorrelação

A análise dos correlogramas, das figuras de Figura 16 a Figura 19, para os dados das operações OP 10 e OP 100 nos eixos X e Y, obtidos com o auxílio da MINITAB, indica que não há correlação significativa, embora para a OP 100 eixo Y haja estacas próximas dos limites de confiança na primeira e segunda defasagem. Para efeito comparativo do correlograma com inferência estatística foi efetuado análise de variância, com resultados apresentados na Tabela 5.



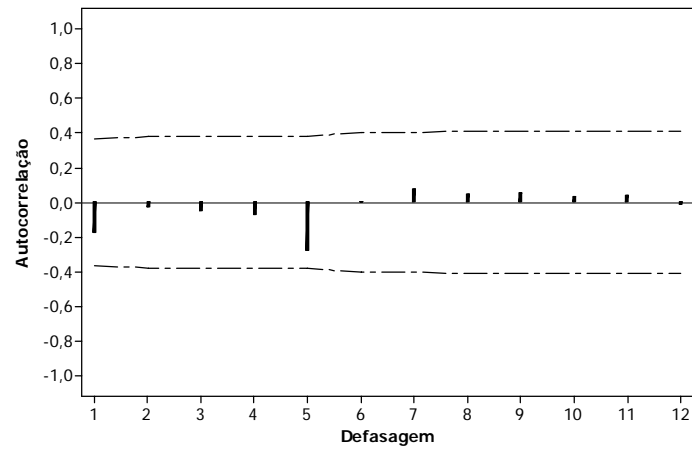


Figura 16 – Correlograma dos dados do eixo X OP 10

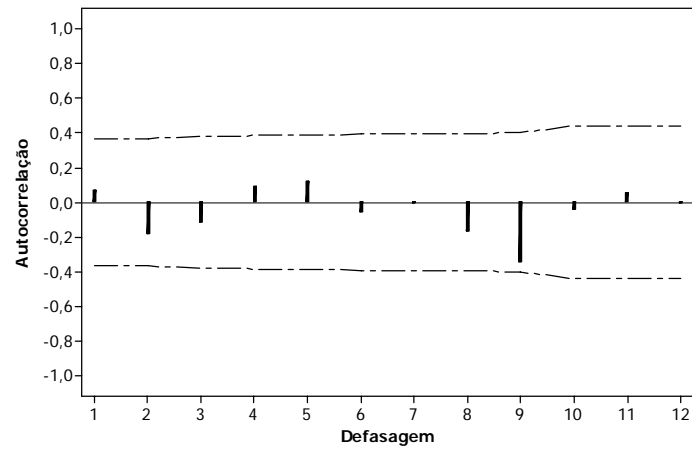


Figura 17 – Correlograma dos dados do eixo Y OP 10

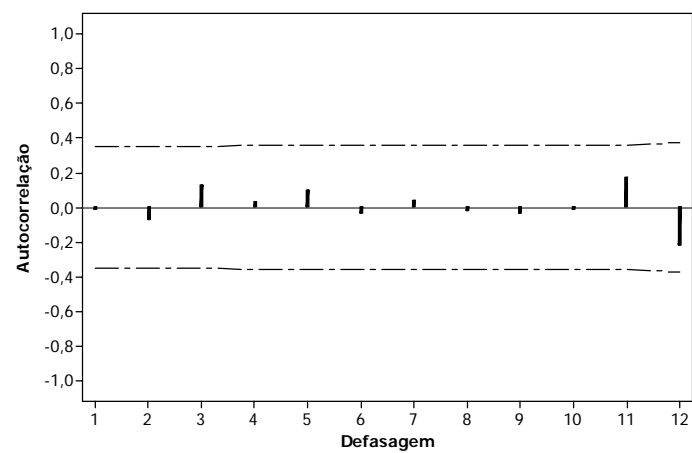


Figura 18 – Correlograma dos dados do eixo X OP 100

Na Figura 19, o correlograma da operação OP100 para os dados do eixo Y apresentou estaca do coeficiente de autocorrelação de 2º ordem superior ao de primeira ordem e próximo ao limite superior de confiança. Para este caso foi efetuado análise de variância para a primeira e segunda defasagem.

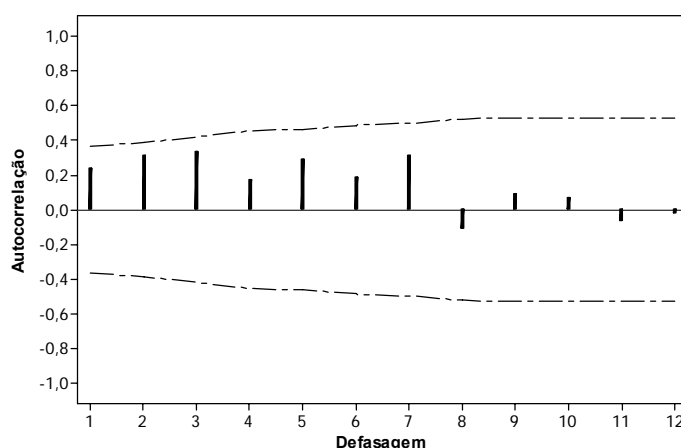


Figura 19 – Correlograma dos dados do eixo Y OP 100

A avaliação da existência de autocorrelação para os dados dos eixos X e Y, foi realizada utilizando a tabela ANOVA, obtida com o MINITAB, para obter os valores  $F$  e  $p$  e comparar com os gráficos das figuras acima.

Tabela 5 – ANOVA – Análise de Variância para os dados dos eixos X e Y das operações OP 10 e OP 100.

Operação	Eixo	Fonte de Variação	Graus de liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrado Médio	F	Valor de p
10	X	Regressão	1	0,00020	0,00020	0,88	0,36
		Resíduo	28	0,00644	0,00023		
		Total	29	0,00664			
	Y	Regressão	1	0,00005	0,00005	0,13	0,72
		Resíduo	28	0,01028	0,00037		
		Total	29	0,01033			
100	X	Regressão	1	0,000002	0,000002	0,01	0,94
		Resíduo	28	0,009268	0,000300		
		Total	29	0,009270			
	Y (1)	Regressão	1	0,00032	0,0003	1,71	0,20
		Resíduo	28	0,00554	0,0002		
		Total	29	0,00577			
	Y (2)	Regressão	1	0,00072	0,0007	3,94	0,06
		Resíduo	28	0,00513	0,0002		
Total		29	0,00577				

(1) Resultados 1º defasagem  $Y_{t-1}$

(2) Resultados 2º defasagem  $Y_{t-2}$

As equações de regressão para a primeira e segunda defasagem são respectivamente:

$$Y_t = 78,4 + 0,241 Y_{t-1} \quad 4-2$$

$$Y_t = 61,9 + 0,400 Y_{t-2} \quad 4-3$$

Os valores de  $p$  apresentados na Tabela 5, passam pelo critério definido em 3.1.1, de serem superiores a 0,05. Na operação OP 100, direção Y, o resultado indica a presença de uma maior probabilidade de autocorrelação na segunda defasagem do que na primeira. No processo de usinagem são utilizados centros de usinagem que possuem dois dispositivos para a fixação das peças. Enquanto uma peça é usinada num dispositivo, o outro dispositivo fica livre para a retirada e fixação de nova peça. Desta forma, numa seqüência de usinagem, as peças “ímpares” foram usinadas em um mesmo dispositivo e as peças “pares” no segundo dispositivo do centro de usinagem. Nesta condição operacional é importante avaliar no correlograma se o coeficiente de correlação na segunda defasagem está próximo dos limites para 95% de confiança e, quando afirmativo, efetuar a análise da ANOVA também para a segunda defasagem.

#### 4.3.3 Normalidade

A avaliação da adequação da distribuição dos dados ao modelo normal foi realizada utilizando os métodos de *JB* e o teste *RJ*. Os valores de *JB* e os gráficos normal de probabilidade foram obtidos com a planilha BER-Lambda e os valores de *RJ* e  $p$  com auxílio do MINITAB.

Tabela 6 – Verificação da adequação ao modelo de distribuição normal

Operação	Variável	JB	RJ	Valor p
10	Eixo X	2,39	0,97	0,10
	Eixo Y	1,18	0,98	> 0,10
100	Eixo X	1,42	0,97	> 0,10
	Eixo Y	1,54	0,98	> 0,10

Os resultados obtidos da estatística *JB* são inferiores a 5,99, e os de *p* superiores a 0,05 o que leva a não rejeição da hipótese nula de normalidade. É possível observar graficamente os resultados da Tabela 6 nas Figura 20 a Figura 23.

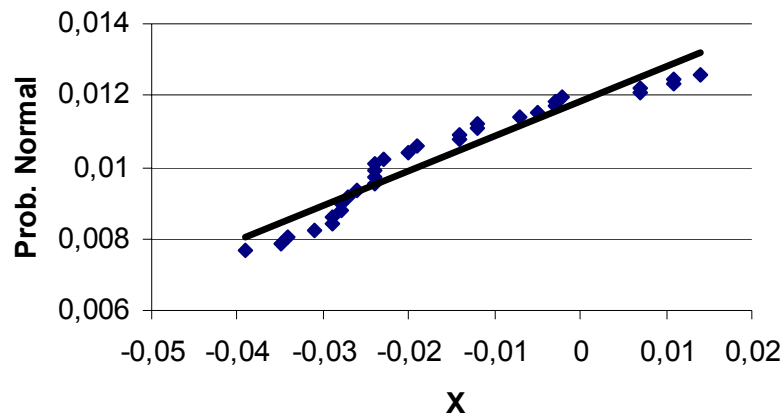


Figura 20 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo X OP 10

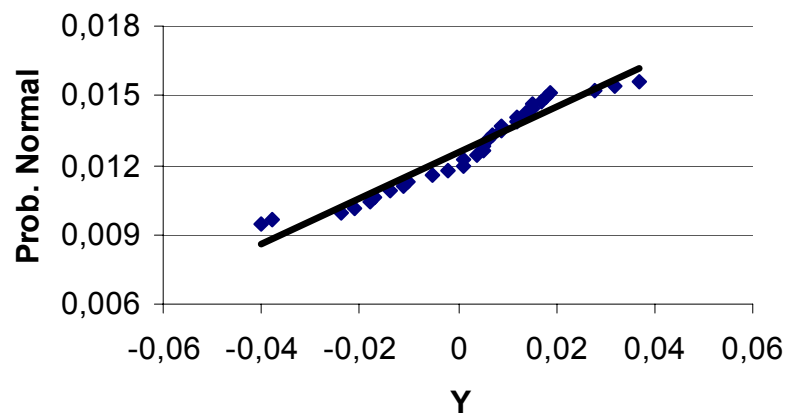


Figura 21 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo Y OP 10

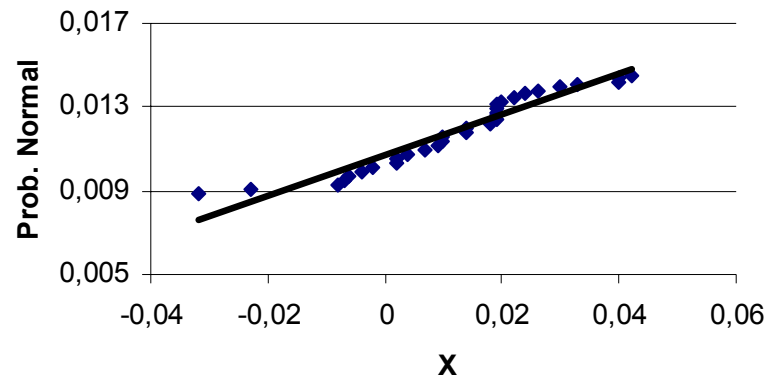


Figura 22 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo X OP 100

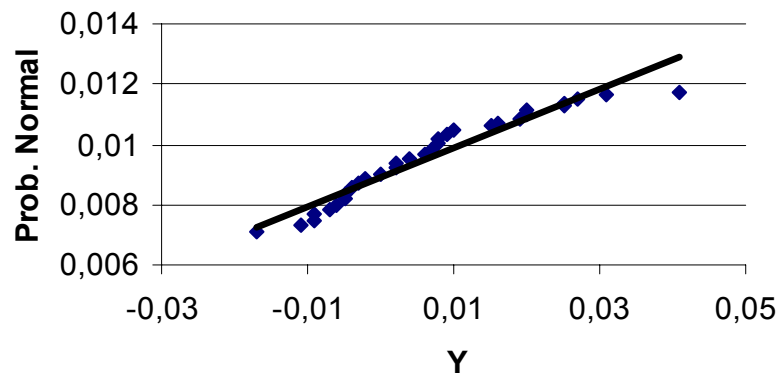


Figura 23 – Gráfico normal de probabilidade para os valores do eixo Y OP 100

#### 4.4 DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO PARA DUAS CARACTERÍSTICAS

Utilizou-se da planilha descrita em 3.3 para calcular o índice  $MC_{pm}$  para o posicional do furo 1, após a operação de usinagem de pré-furação e após a operação de acabamento, cujos resultados são apresentados nos Apêndices C e D, respectivamente. No Apêndice E é apresentada a seqüência de cálculo para a

obtenção do índice  $\hat{MC}_{pm}$ , da OP 10. O resumo dos valores do índice de capacidade  $\hat{MC}_{pm}$  e dos seus componentes  $\hat{MC}_p$  e  $1/\hat{D}$  estão na Tabela 7.

Tabela 7 – Resultado do índice de capacidade multivariado  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 após as operações OP 10 e OP 100

<b>Resultado</b>	<b>Pré-furação OP 10</b>	<b>Acabamento OP 100</b>
$R1/R3 = \hat{MC}_p$	1,96	2,62
$1/\hat{D}$	0,69	0,62
$\hat{MC}_{pm}$	1,34	1,62

O valor de  $\hat{MC}_{pm}$  aumentou de 1,34 para 1,62 devido a uma redução da variabilidade da OP 100 em relação a OP 10. Numa primeira análise a variabilidade pode ser função do método de ensaio ou do tipo de ferramenta utilizada. Para efetuar a medição o apalpador da máquina de medição por coordenadas estabelece um plano de referência a partir de uma superfície usinada em desbaste, onde a rugosidade pode ser um fator que esteja influenciando o resultado (DONATELLI, 2005). Esta superfície é a mesma nas duas medições de forma que a sua contribuição é similar para as duas operações. O segundo aspecto a ser considerado é o tipo de ferramenta utilizado em cada operação, para o qual esta redução é coerente, pois foi utilizada broca de metal duro e alargador na OP 10 e barra de mandrilar com guias de Cermet na OP 100. Outro fator é a maior rigidez da peça, pois nesta operação as capas de mancal estão colocadas. Ações para reduzir a variabilidade devem considerar o equipamento para realizar a operação de usinagem e também a repetitividade do equipamento de medição.

Foi efetuada uma análise das variabilidades individuais nos eixos X e Y para as duas situações, apresentada na Tabela 8, verificamos que houve efetivamente

uma redução na direção Y, embora na direção X houvesse um aumento menos representativo.

Tabela 8 – Desvio padrão para os componentes X e Y na operação inicial e de acabamento.

Operação	Eixo X		Eixo Y	
	10	100	10	100
Desvio padrão	0,0151	0,0173	0,0186	0,0140

O componente de cálculo 1/D, que representa o desvio do processo em relação ao alvo, apresentou valores aproximados, indicando que não houve melhoria na centralização do processo.

Da mesma forma que o índice  $C_{pm}$  o índice  $\hat{MC}_{pm}$  não permite por si só avaliar a direção do desvio. Esta avaliação é possível com a elaboração de um gráfico de dispersão dos dados obtidos, como os apresentados na Figura 24 e figura 25. Nestas figuras o quadrado inscrito delimita a especificação de processo em cada eixo e o círculo é a especificação do posicional de projeto. O valor da média dos pontos na direção X e Y é representado pelo ponto de forma circular.

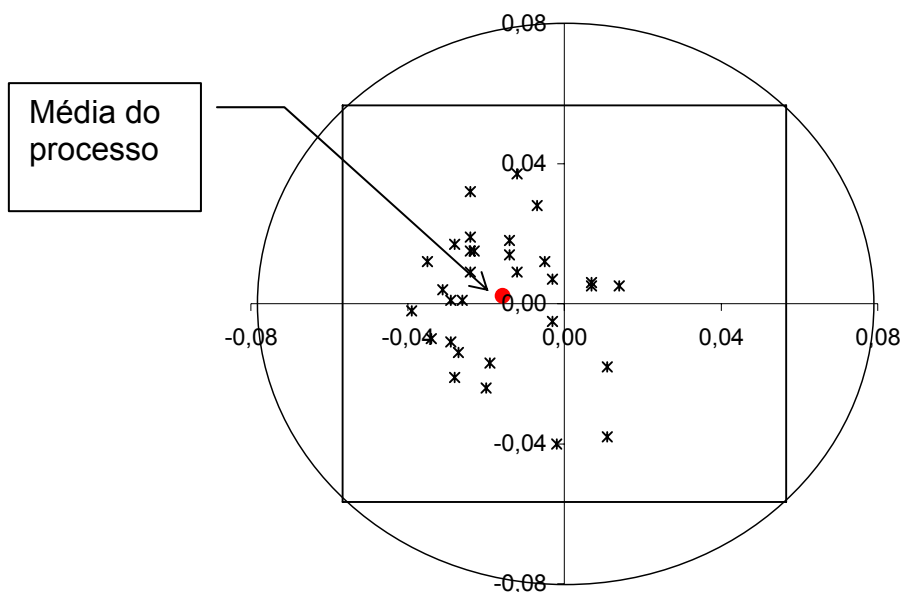


Figura 24 – Gráfico da dispersão dos dados nos eixos X e Y na OP 10

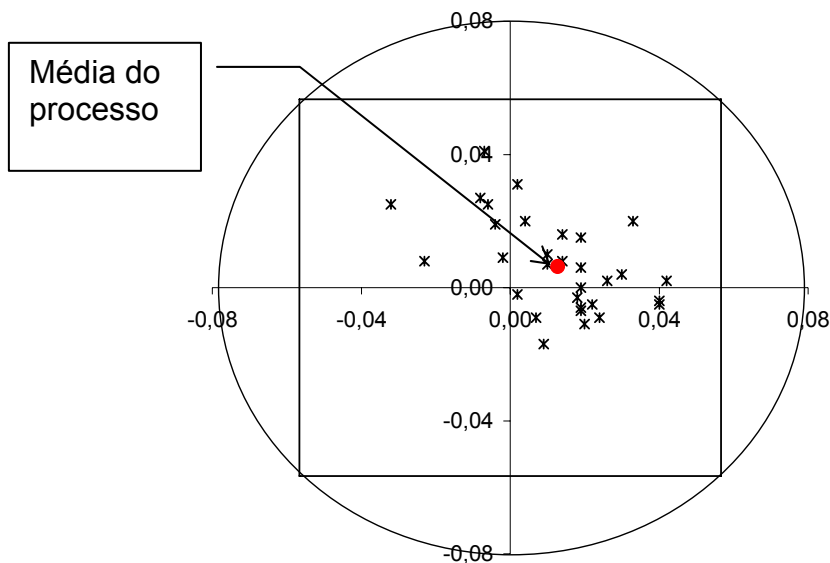


Figura 25 – Gráfico da dispersão dos dados nos eixos X e Y na OP 100

O eixo X apresenta maior distanciamento do valor alvo do que o eixo Y. Este equipamento possui uma função para compensação da temperatura, que foi ajustada com valores diferentes para o eixo X e Y. Este dado deveria ser considerado em eventuais ações a serem realizadas no equipamento de usinagem com objetivo de centralizar os furos.

#### 4.5 ANÁLISE DO ÍNDICE MULTIVARIADO $\hat{MC}_{pm}$

Uma questão apontada por Perakis (2001, p. 44) para o índice de Chan *al.* (apud KOTZ, 1993, p.180) é a possibilidade de ocorrer compensação entre os índices que compõem a média. Para avaliar a possibilidade de ocorrer compensação realiza-se a seguir uma análise, para o caso de duas variáveis, com dados simulados, o comportamento do índice  $\hat{MC}_{pm}$ , considerando que uma das variáveis



possua índice de capacidade univariado próximo de um e a segunda variável o índice de capacidade é próximo de dois.

Inicialmente, na Tabela 9, apresenta-se o resultado individual dos valores dos índices de capacidade univariados  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e do multivariado  $\hat{MC}_{pm}$ , das características da qualidade abordadas no item 4.4.

Tabela 9 – Valor dos Índices de Capacidade uni e multivariado das características do item 4.4

Operação	Posição	$C_p$	$C_{pk}$	$\hat{MC}_p$	$1/\hat{D}$	$\hat{MC}_{pm}$
<b>Pré-furo</b>	X	1,76	1,41	1,96	0,69	1,34
	Y	1,42	1,38			
<b>Acabamento</b>	X	1,52	1,29	2,62	0,62	1,62
	Y	1,89	1,72			

Há exceção do valor de  $C_{pk}$  igual a 1,29, para a posição X, na operação de acabamento, todos os demais valores são superiores a 1,33.

Utilizando-se de uma rotina do SPSS (fornecida por Reis, 2006) obteve-se: um conjunto de dados normais, para duas características, denominadas de X e Y, com 31 valores cada e apresentados no Apêndice F. A especificação adotada, tanto para X, quanto para Y, foi de 0 +/- 3. A média de Y foi centrada próximo ao valor alvo, enquanto que para X, a média foi inicialmente centrada próxima ao alvo e deslocada de - 0,2 até obter o primeiro valor de  $\hat{MC}_{pm}$  inferior à unidade. Os valores de  $C_p$  e  $C_{pk}$ , para Y, são próximos da unidade, enquanto que para X, os valores iniciais de  $C_p$  e  $C_{pk}$  são próximos de 2. Deste modo a dispersão dos dados de Y é superior à dispersão dos dados de X. Com o deslocamento da média, o valor de  $C_{pk}$  resulta no mínimo igual a 1,49, quando a condição de obtenção do primeiro valor de  $\hat{MC}_{pm}$  inferior à unidade é atingida. Os resultados, para cada incremento na

média de X, dos índices de capacidade  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $\hat{MC}_p$ ,  $1/\hat{D}$  e  $\hat{MC}_{pm}$  são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Variação dos valores de  $\hat{MC}_p$ ,  $1/\hat{D}$  e  $\hat{MC}_{pm}$  em função do afastamento da média em relação ao valor alvo.

Posição	Média	$C_p$	$C_{pk}$	$\hat{MC}_p$	$1/\hat{D}$	$\hat{MC}_{pm}$
Y	-0,160	1,14	1,07	1,84	0,98	1,80
	-0,055		2,00			
	-0,205		1,90			
X	-0,405	2,04	1,76	1,84	0,76	1,40
	-0,605		1,63			
	-0,805		1,49			

Como da equação 2.23 temos  $\hat{D} = \left[ 1 + \frac{n}{n-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})' \hat{\Sigma}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \right]^{1/2}$ , o

distanciamento da média em relação ao alvo é capturado pelos vetores  $(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})'$  e  $(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})$ , de modo que antes de qualquer ponto estar além dos limites de

especificação o valor do índice  $\hat{MC}_{pm}$  será inferior à unidade. A Figura 26 auxilia na análise da dispersão dos pontos e da posição das médias

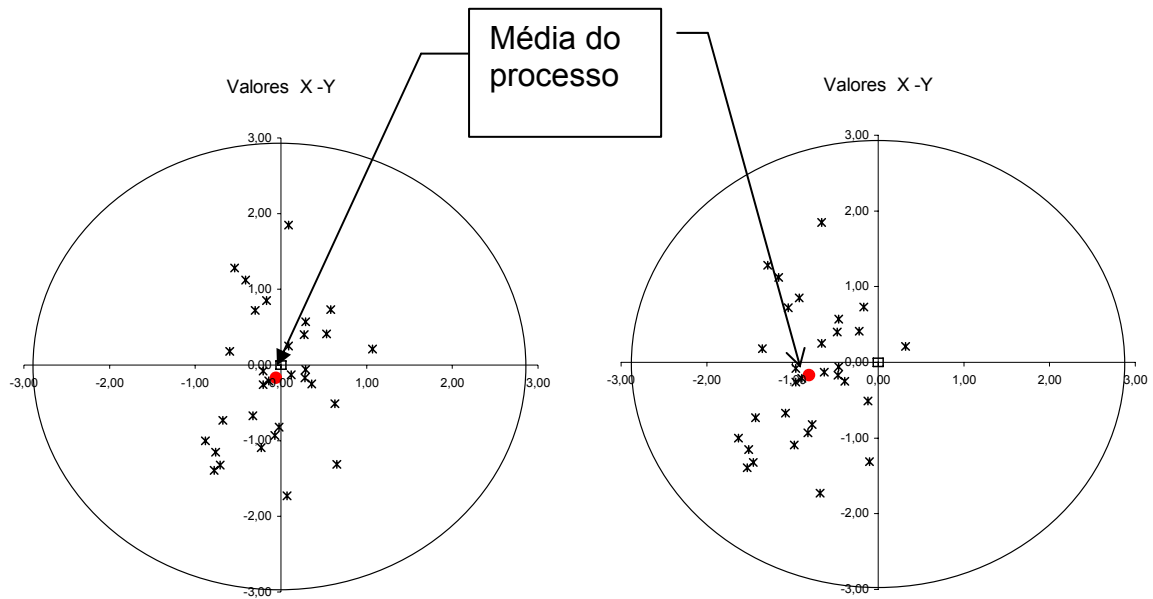


Figura 26 – Gráficos da dispersão para a situação em que as médias são próximas do valor alvo (esquerda) e para quando o valor de  $MC_{pm}$  é próximo da unidade (direita).

Para o caso em que ocorrer aumento da dispersão de uma ou mais variáveis (com conseqüente aumento do desvio padrão), com as médias permanecendo constantes, haveria uma redução do valor de  $\hat{MC}_p$  uma vez que este componente do índice é uma medida de dispersão. O outro componente  $1/\hat{D}$  também apresentaria redução do valor, pois compõe a matriz de variância-covariância o valor do desvio padrão. Para o caso de duas variáveis a matriz de variância-covariância ficaria:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}$$

4-4

onde,  $\sigma_x^2$  e  $\sigma_y^2$  são a variância de X e Y, respectivamente, e  $\sigma_{xy}$  e  $\sigma_{yx}$  são a covariância de X e Y,.

O índice de capacidade  $MC_{pm}$  só apresenta valores superiores à unidade, quando todos os pontos estiverem dentro dos limites de especificação, para qualquer composição da dispersão das variáveis que compõe o índice apresentem seja.

#### **4.6 ANÁLISE DOS DADOS PARA TRÊS CARACTERÍSTICAS**

Para esta peça não só o posicional dos furos 1 e 2 é importante, mas também a distância entre eles. A distância é entre dois planos paralelos, perpendiculares ao plano dos furos e que contêm o eixo determinado pelo centro do furo. A terceira característica a ser analisada conjuntamente é esta distância, para a qual também foi verificado o atendimento às condições da não existência de autocorrelação, a estabilidade estatística e de distribuição normal dos dados.

Na análise de autocorrelação foi obtido o correlograma da Figura 27, onde não há presença de coeficientes de correlação significativos. A análise da ANOVA, Tabela 11, apresenta valor de  $p$  superior a 0,05 para a estatística  $F$ , o qual é uma evidência da não autocorrelação dos dados.

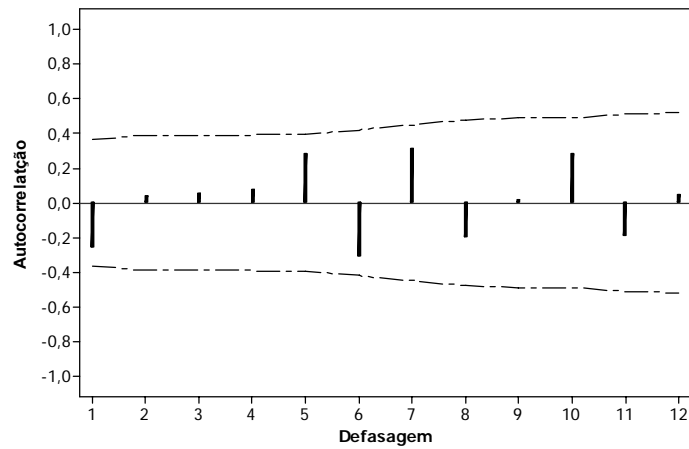


Figura 27 – Correlograma dos dados da distância entre os furos 1 e 2 após a OP 100.

Tabela 11 – ANOVA – Análise de Variância para os dados do posicional do furo 1 e distância deste furo em relação ao furo 2 após a operação OP 100.

Operação	Fonte de Variação	Graus de liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrado Médio	F	Valor de p
100	Regressão	1	0,000016	0,000016	1,98	0,17
	Resíduo	28	0,000232	0,000008		
	Total	29	0,000249			

Não são observados pontos fora dos limites de controle no gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling, Figura 28, obtido com os dados das três variáveis em análise.

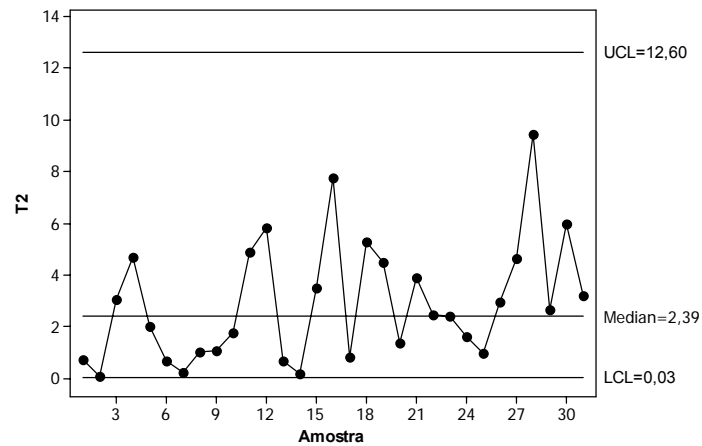


Figura 28 – Gráfico de Controle  $T^2$  Hotelling para o posicional do furo 1 no eixo X, Y e distância entre o furo 1 e 2 após a OP 100

O valor da estatística  $JB$  foi inferior a 5,99 e o valor de  $p$  superior a 0,10, Tabela 12 abaixo, o que leva a não rejeição da hipótese nula de normalidade.

Tabela 12 – Verificação da adequação ao modelo de distribuição normal

Operação	Característica	JB	RJ	Valor p
100	Eixo X	1,42	0,97	> 0,10
	Eixo Y	1,54	0,98	> 0,10
	Distância	0,54	0,99	> 0,10

No gráfico normal de probabilidade, Figura 29, para os valores da distância entre os furos 1 e 2 na operação OP 100 é visualizada a aderência dos dados a uma normal.

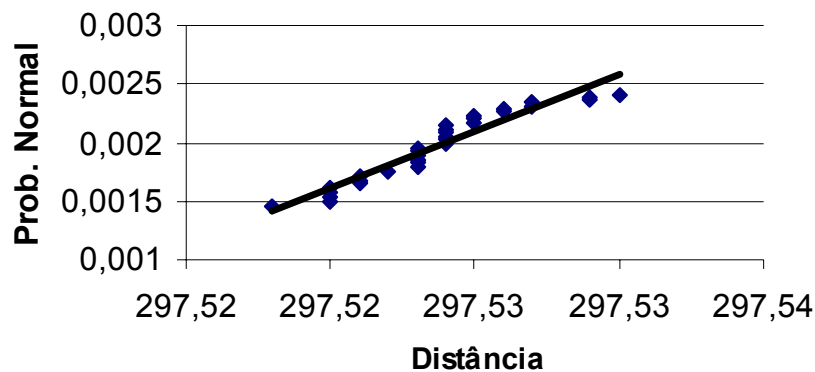


Figura 29 – Gráfico normal de probabilidade para os valores da distância entre os furos 1 e 2 na operação OP 100.

Para a análise conjunta da terceira variável foi verificado que esta atende às condições de distribuição normal dos dados, a não existência de autocorrelação e a estabilidade estatística.

#### 4.7 DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO PARA TRÊS CARACTERÍSTICAS

Para a determinação do índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  do furo 1 relativo às características de posição nos eixos X, Y e distância ao furo 2, utilizou-se da planilha descrita em 3.3. Os resultados obtidos para o índice  $\hat{MC}_{pm}$  e dos seus componentes são resumidos na Tabela 13, onde são comparados com o obtido na situação de duas características. No Apêndice G, está o resultado da planilha.

Tabela 13 – Resultado do índice de capacidade multivariado  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 após a operação OP 100 para a situação de 2 e 3 características

Resultado	Número de Características	
	2	3
R1/R3	2,62	2,07
$1/\hat{D}$	0,62	0,46
$\hat{MC}_{pm}$	1,62	0,96

O índice  $\hat{MC}_{pm}$  obtido foi de 0,96. Para interpretar este valor é interessante primeiro analisar os seus componentes  $\hat{MC}_p$  e  $D^{-1}$ . O primeiro componente  $\hat{MC}_p = R_1/R_3 = 2,07$ , que representa a variabilidade, sugere que a variação do processo é menor do que a amplitude da especificação, pois  $\hat{MC}_p > 1$ , ainda que inferior ao valor na condição de análise anterior de duas variáveis. O segundo componente,  $1/\hat{D}$ , sugere que a média do processo está mais distante do alvo, do que na condição de duas características. A “distância” entre os furos contribuiu tanto para o afastamento da média como para o aumento da dispersão, mesmo para valores de desvio padrão e média mais próxima do valor alvo, Tabela 14. O índice multivariado  $\hat{MC}_{pm}$  com o aumento do número de variáveis irá apresentar valores menores.

Tabela 14 – Estatística descritiva para o furo 1 das características X, Y e distância ao furo 2 após operação OP 100

Variável	média	desvio padrão	mínimo	máximo
Eixo X	0,012	0,017	-0,032	0,042
Eixo Y	0,007	0,014	-0,017	0,041
Distância	0,004	0,003	-0,002	0,010



Um fator que pode ter contribuído para o menor desvio padrão da variável *distância* é que na obtenção desta distância a face usinada do bloco utilizada como referência para a obtenção do posicional dos furos não é utilizada, desta forma não há influência da rugosidade sobre o resultado desta característica.

Nesta análise foi considerada somente a contribuição isolada de cada componente, mas no cálculo do índice  $\hat{MC}_{pm}$  também entra a correlação existente entre as variáveis expressa na matriz de variância-covariância.

#### 4.8 ALTERAÇÃO NO CÁLCULO DO $MC_{PM}$

Na proposta original de Taam *et. al* (1993) o cálculo do índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  é realizado considerando a região elipsoidal que contém 99,73 % dos dados. Este valor de 99,73% corresponde, no caso univariado de um processo centrado no valor alvo, a  $C_{pk} = 1$ . Segundo Juran (1974, p. 9-22) os processos nem sempre são operados nas condições de maior desempenho, havendo necessidade de um fator de segurança, daí a especificação de  $C_{pk} \geq 1,33$  onde é utilizada no máximo 75 % da faixa de especificação.

No item 3.2 foi proposto o cálculo do índice  $MC_{pm}$  considerando diferentes percentuais dos dados obtidos na região elipsoidal do processo ajustada de forma a reproduzir as mesmas situações dos índices univariados. Na planilha descrita em 3.3 no campo “Base de Cálculo” ao utilizar o valor 1 considera-se a situação original proposta por Taam *et al* (1993). Ao utilizar na “Base de Cálculo” o valor 1,33 o valor do índice de capacidade multivariado  $\hat{MC}_{pm}$  obtido é mais conservador uma vez que a região elipsoidal contém 99,993% dos dados.

Foram calculados os valores do índice  $\hat{MC}_{pm}$  e seus componentes  $\hat{MC}_p = R1/R3$  e  $1/\hat{D}$  para a “Base de Cálculo = 1,33” e comparados com os valores já obtidos quando a “Base de Cálculo = 1” e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Resultado do índice de capacidade multivariado  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 após a operação OP 100 para a situação de 2 e 3 características na situação de 99,75 % e 99,993% dos dados contidos.

Base de Cálculo	1		1,33	
% Dados contidos	99,73%		99,993%	
Resultado	Número de Características		Número de Características	
	2	3	2	3
$R1/R3 = \hat{MC}_p$	2,62	2,07	1,61	1,07
$1/\hat{D}$	0,62	0,46	0,62	0,46
$\hat{MC}_{pm}$	1,62	0,96	1,00	0,50

A alteração no percentual afeta somente o componente  $\hat{MC}_p$ , que representa a variabilidade do processo. Deste modo o valor de  $\hat{MC}_p > 1$  sugere que a variação do processo, para 99,993% dos dados, está contida dentro da amplitude da especificação. Para conter um percentual maior de dados do processo a área  $R_3$  é maior nesta condição, do que resulta o menor valor de  $\hat{MC}_p$ .

#### 4.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foi calculado o índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$ , conforme proposto por Taam *et al.* (1993), para a condição de duas e três

características do furo guia de um bloco de motor após operações de usinagem. Antes do cálculo do índice foram verificadas as condições necessárias de distribuição normal dos dados, a não existência de autocorrelação e a estabilidade estatística para o cálculo do índice e em todas as situações do estudo estas condições foram atendidas.

Através dos componentes do índice,  $R1/R3$  e  $1/\hat{D}$ , foi possível avaliar a contribuição da dispersão e do afastamento em relação ao valor alvo. Foram apresentadas análises sobre o processo de produção e de medição com propostas de ações que deveriam ser objeto de estudo posterior com objetivo de melhoria contínua, para obtenção de crescentes valores do índice de capacidade. Estas ações propostas foram resultado de análise conjunta com os operadores do equipamento, programadores do centro de usinagem, operadores do equipamento de medição, engenheiros de processo e metrologia.

Utilizou-se da planilha para o cálculo do índice  $MC_{pm}$  para diferentes regiões ajustadas do processo de forma a conter diferentes percentuais dos resultados obtidos. Com a utilização de percentuais superiores ao utilizado por Taam *et al.* (1993) seria adotada uma abordagem conservadora na análise do índice de capacidade.

Sempre que possível, foi realizada uma abordagem gráfica em conjunto com os valores das estatísticas obtidas, de forma a manter uma estreita correlação entre os resultados numéricos e a representatividade física do que ocorre com a peça no processo objeto de estudo.

Como último item deste trabalho, no próximo capítulo, serão apresentadas as considerações finais e as recomendações para trabalhos futuros.

## 5 CONCLUSÃO

Nesta dissertação foi apresentada a utilização de um Índice de Capacidade Multivariado para medir a capacidade de um processo de usinagem em atender simultaneamente duas ou três características.

Mais especificamente, no capítulo 2, efetuamos a revisão teórica sobre vários índices de capacidade multivariados encontrados na literatura. Procurou-se apresentar um conjunto abrangente de índices, apresentando os autores, descrevendo os métodos de cálculo, algumas particularidades e resumindo-os na Tabela 1. Esta tabela vem complementar os resumos encontrados na literatura de índices da capacidade multivariados, mas que são limitados a até seis diferentes autores.

Os índices podem ser classificados de modos diferentes. Há conjuntos de índices que utilizam o conceito de relação entre duas regiões, a de especificação e a que contêm um percentual mínimo de pontos do processo. Outro conjunto de índices parte do número de produtos não conformes resultantes do processo para chegar a um resultado e um terceiro utiliza métodos estatísticos como, por exemplo, componentes principais ou amostragem. Verifico-se que há propostas de autores que optam pela simplicidade (Chan et al. apud KOTZ, 1993, p. 180), enquanto outros argumentam ser importante adotar modelos com propriedades estatísticas apropriadas e que devem ser deixados para os estatísticos efetuarem as análises, como é o caso de Bernardo e Irony (1996 p. 14).

Dentre os índices de capacidade multivariados encontrados na literatura, optou-se pelo índice  $MC_{pm}$  de Taam (1993). A escolha foi devido à simplicidade de cálculo e possuir um significado físico direto, pois foi possível de correlacionar o

resultado numérico obtido e o resultado prático. Este índice é discutido em detalhe no capítulo 3, onde também são apresentadas as ferramentas necessárias para a análise prévia do conjunto de dados, quanto à distribuição normal dos dados, independência entre eles e estabilidade estatística.

Foi desenvolvida uma planilha eletrônica para o cálculo do índice de capacidade multivariado para 2 ou 3 características da qualidade, seguindo o método proposto por Taam *et al* (1993). A sua validação foi realizada em relação à literatura disponível, com resultados similares entre esta literatura e a planilha de cálculo utilizada. Esta planilha também desdobra a informação em termos da variação do processo e do desvio do valor alvo, que são os componentes do índice de capacidade multivariado. Com este desdobramento é possível avaliar qual a contribuição de cada componente no valor final do índice, fornecendo uma orientação para a definição das ações necessárias para a correção ou melhoria do processo.

Para o caso de duas variáveis, foi avaliada a sensibilidade do índice para diferentes valores da média e mesma dispersão dos dados. O fato do índice considerar, no seu método de cálculo, o distanciamento da média em relação ao valor alvo resultou que quando o valor obtido for igual a unidade todos os resultados considerados para o cálculo do índice estão dentro dos limites de especificação.

Para auxiliar a interpretação dos resultados utilizou-se de gráficos de dispersão, que também apresentam a média do processo, e permitiram visualizar o comportamento dos dados, para as diferentes situações. Comparou-se os valores do índice de capacidade multivariado obtidos com estes gráficos o que auxiliou na interpretação física dos resultados obtidos.

Também foi proposto que o índice possa ser calculado para diferentes regiões elipsoidais que contenham não só os 99,97% usualmente observados na literatura, mas também 99,993% de forma a refletir condições mais restritivas de especificação, do mesmo modo que para os índices univariados trabalha-se com valores de  $C_p$  e  $C_{pk}$  de 1 ou 1,33.

No capítulo 4 é utilizado o índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  para avaliar a capacidade de processo de usinagem em atender as especificações de posicional de um furo que é referência para as operações de usinagem posteriores.

Os resultados obtidos de que na operação de furação final o valor do  $\hat{MC}_{pm} = 1,62$  é superior ao valor do índice  $\hat{MC}_{pm} = 1,34$  após a operação de pré-furo foi coerente com as ferramentas e equipamentos utilizados. A análise dos componentes do índice, dispersão e posicional do conjunto de dados, em conjunto com gráficos permitiram a visualização do comportamento do processo, facilitando a proposição de ações de melhoria. A abordagem utilizando recursos gráficos mostrou-se de grande valia durante a interpretação dos resultados e definição de ações junto aos operadores e responsáveis pelo processo de produção, pois permitiu comunicar com maior clareza o significado dos valores de capacidade obtidos e de seus componentes, sem que fosse necessário detalhar o método de cálculo. Este benefício observado da utilização de figuras e gráficos é mencionado por Samohyl (2005b, p. 298) e Wheeler (2000).

Para o caso de três variáveis analisadas simultaneamente o índice identificou que a média do processo está afetando o resultado mais que a dispersão, embora por dificuldades de programação não tenha sido realizada análise gráfica deste resultado, o que pode ser objeto de trabalho futuro.

## 5.1 RECOMENDAÇÕES

Na seqüência alguns itens são ressaltados como sugestão para trabalhos futuros:

- Aplicar o teste de normalidade para o conjunto de dados;
- Definir intervalos de confiança para os resultados obtidos;
- Apresentar graficamente os resultados para a análise de três características simultâneas;
- Estabelecer critérios para a determinação de valores de  $1/D$  a partir dos quais um processo possa ser considerado próximo do alvo;
- Comparação para um mesmo conjunto de dados, do resultado dos valores obtidos para os diferentes índices de capacidade multivariados de forma a determinar qual índice reflete melhor o resultado físico encontrado, considerando também o seu entendimento pelos operadores.

## REFERÊNCIAS

- ASME Y14.5M – 1994 **DIMENSIONING AND TOLERANCING** The American Society of Mechanical Engineers, New York, N.Y.
- BARBETTA, P. A.; REIS, M. A.; BORNIA, A. C. **Estatística: para Cursos de Engenharia e Informática**. São Paulo, SP. Editora Atlas, 2004.
- BER-Lambda Regressão Múltipla Planilha, Disponível em < <http://www.qualimetria.ufsc.br/sprevisao.htm>> Acesso em 9/março/2005.
- BERNARDO, J. M.; IRONY, T. Z. **A General Multivariate Bayesian Process Capability Index**. The Statistician, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/~bernardo/capability.pdf>> Acesso em 29/06/2005.
- BOTHE, D. R., **Measuring Process Capability: a Reference Handbook for Quality and Manufacturing Engineers**. Cedarburg, WI: Landmark Publishing, Inc, 2001.
- BRAUN, L. **New Methods in Multivariate Statistical Process Control (MSPC)**. University of Hohenheimn, p. 1-12. 2001. Disponível em: <[http://www.ufo.uni-hohenheim.de/infos/pdf\\_files/wp\\_mspc.pdf](http://www.ufo.uni-hohenheim.de/infos/pdf_files/wp_mspc.pdf)> Acesso em 28/maio/2005.
- CASTAGLIOTA, P.; CASTELLANOS, J. V. G. **Capability Indices Dedicated to the Two Quality Characteristics Case**. Quality Technology & Quantitative Management, vol. 2 n°. 2, p. 201 – 220, 2005.
- CHEN, H. **A Multivariate Process Capability Index over a Rectangular Solid Tolerance Zone**. Statistica Sinica, vol. 4, p. 794 – 758 1994.
- COHEN, D. O ranking da inovação. **EXAME**, 23 jun 2004 Edição 820, p.108-113.
- COSTA NETO, P. O. **Estatística** 3ª edição. São Paulo, SP: Edgard Blücher, 2002.
- COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E.K.; CARPINETTI, L.C.R. **Controle Estatístico de Qualidade** 1º Edição. São Paulo, SP. Editora Atlas, 2004.
- DIETRICH, E.; SCHULZE, A. **Statistical Procedure for Machine and Process Qualification**, Milwaukee, Wisconsin. ASQ Quality Press, 1999.
- DONATELLI, G. D. Comentários comunicação pessoal. Laboratório de Metrologia e Automação – LABMETRO – Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.
- HANKE, J. E.; WICHERN, D. W.; REITSCH, A.G. **Business Forecasting** 7<sup>th</sup> Edition, New Jersey, Prentice Hall, 2001.
- JESSENBERGUER, J.; WEIHS, C. **A Note on a Multivariate Analogue of the Capability Index  $C_p$** , 1998, Department of Statistics, University of Dortmund, D-44221 Dortmund, Germany. Disponível em [http://eldorado.uni.dortmund.de:8080/FB5/sfb475/1998/7/98\\_7.pdf](http://eldorado.uni.dortmund.de:8080/FB5/sfb475/1998/7/98_7.pdf) . Acesso em 28/06/2005



JURAN, J. M.; EKVALL, Donald. Manufacturing Planning. In: JURAN, J. M.; GRZYMA, F. M.; BINGHAM, R. S. Jr. **Quality Control Handbook** New York. NY McGraw-Hill, 1974, p. 9-18 9-29.

KANE, E. V. **Process Capability Indices**. Journal of Quality Technology, vol. 18 n<sup>o</sup>. 1, p 41-52, 1986.

KOCHERLAKOTA, S. e KOCHERLAKOTA, K. **Process Capability Index: Bivariate Normal Distribution**. Commun. Statist. – Theory Method., 20 (8), 2529-2547, 1991.

KONRATH, ANDRÉA C. **Decomposição da Estatística do Gráfico de Controle Multivariado  $T^2$  de Hotelling por meio de um Algoritmo Computacional**. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

KOTZ, S.; JOHNSON, N. L. **Process Capability Indices**. London: Chapman & Hall, 1993.

KOTZ, S.; LOVELACE, C. R. **Process Capability Indices in Theory and Practice**. London: Arnold, 1998.

LITTIG, S. J.; LAM, C. T.; POLLOCK, S. M. **Capability Measurements for Multivariate Process**: Definitions and an Example for a Gear Carrier. Technical Report 92-42 University of Michigan, 1992. Disponível em <<http://www.hti.umich.edu/cgi/t/text/pageviewer-idx?c=umr;cc=umr;sid=07e5c904a3aa920c1620fa1a20f47f0c;rgn=full%20text;idno=BAP4084.0001.001;view=pdf;seq=00000001>>. Acesso em: 08/3/2005

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. **Forecasting: Methods and Applications**, 3<sup>rd</sup> edition, New York, NY, John Wiley & Sons, Inc. 1998

MANLY, B. F. J. **Multivariate Statistical Methods**, 2<sup>nd</sup> edition, London, Chapman & Hall, 1994

MASON, R. L.; YOUNG, J. C. **Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications**. Philadelphia, PA. ASA-SIAM Series on Statistics and Applied Probability. 2002.

MCMaster UNIVERSITY. Disponível em: [http://www.math.mcmaster.ca/peter/s4m03/s4m03\\_9899/I02.html](http://www.math.mcmaster.ca/peter/s4m03/s4m03_9899/I02.html). Acesso em 09/10/2005.

MINITAB Statistical Software, Release 14,0: MINITAB Inc, 2000. Conjunto de programas. 1 CD-ROM.

MIRANDA, R. G. de. **Um Modelo para a Análise da Capacidade de Processos com Ênfase na Transformação de Dados**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico do Processo**, tradução da 4<sup>o</sup> Edição Rio de Janeiro, RJ. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 2004.

MONTGOMERY, D. C; RUNGER, G. C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**, tradução da 2ª Edição Rio de Janeiro, RJ. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 2003.

PAL, S. **Performance Evaluation of a Bivariate Normal Process**. Quality Engineering, 11(3), 379 - 386, 1999.

PERAKIS, MICHAEL. **Inferential Problems Connected With Process Capability Indices**. 2001. Thesis – Department of Statistics – Athens University of Economics and Business. Athens. Greece.

**Production Part Approval Process (PPAP)**, 3<sup>rd</sup> Edition, DaimlerChrysler, Ford, GM, Automotive Industry Action Group (AIAG), 2000

**Quality System Requirements QS-9000**, 1<sup>st</sup> Edition, Chrysler, Ford, GM, Automotive Industry Action Group (AIAG), 1994

REIS, M. M. Rotina computacional fornecida em SPSS. Departamento de Informática e Estatística – Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

RYAN JR. T. A. e JOINER, B. L. **Normal Probability Plots and Tests for Normality**, Statistics Department, The Pennsylvania State University, 1976. Disponível em: [http://www.minitab.com/resources/articles/normprob.aspx#\[16.\]](http://www.minitab.com/resources/articles/normprob.aspx#[16.]). Acesso em 25/09/2005

SAMOHYL, R. W. **Distribuição Normal**. Apostila Capítulo 2, EPS 6502 Previsão em Engenharia de Produção: Aspectos Quantitativos E Qualitativos. UFSC. 2005a

SAMOHYL, R. W. Controle Estatístico de Processo e Ferramentas da Qualidade. In: CARVALHO, M. M.; PALADINI, E. P. **Gestão da Qualidade: Teoria e Casos**. Rio de Janeiro, Elsevier, 2005b.

SEIER, E. **Comparison of Tests for Univariate Normality**. InterStat. 2002. Disponível em: <http://ip.statjournals.net:2002/interstat/articles/2002/articles/J02001.pdf> . Acesso em 02/agosto/2005

SILVA, E. L.; Menezes, E. M. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação** 3ª Edição, Laboratório de Ensino a Distância da UFSC; Florianópolis, 2001.

SPSS Production Facility, Release 11.0.0: SPSS Inc, 2001. Conjunto de programas. 1 CD-ROM.

**Statistical Process Control Reference Manual (SPC)**, First Edition, Second Printing, Chrysler, Ford, GM, Automotive Industry Action Group (AIAG), 1995

**Statistical Process Control Reference Manual (SPC)**, Second Edition, DaimlerChrysler, Ford, GM, Automotive Industry Action Group (AIAG), 2005

TAAM, W; SUBBAIAH, P. ; LIDDY, J. W. **A Note on Multivariate Capability Indices**. Journal of Applied Statistics, vol. 20, nº. 3, p. 339-351, 1993.

TAVARES, PATRÍCIA S. **O Gráfico de Controle Multivariado  $T^2$  de Hotelling como Instrumento de Análise da Qualidade Numa Indústria de Alumínio.** 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

WANG, F. K.; CHEN, J. C. **Capability Index Using Principal Components Analysis.** Quality Engineering, vol. 11, nº. 1, p. 21-27, 1999.

WANG, F. K.; HUBELE, N. F.; LAWRENCE, F. P.; MISKULIN, J. D.; SHAHRIARI, H. **Comparison of Three Multivariate Process Capability Indices.** Journal of Quality Technology, vol. 32, nº. 3, p. 263-275, July 2000

WHEELER, D. J. **Beyond Capability Confusion: The Average Cost-of-Use,** 2<sup>nd</sup> Edition, Knoxville Tennessee. SPC Press. 2000.

WIERDA, SIJBRAND J. **Multivariate Statistical Process Control.** 1994. Groningen Theses in Economics, Management & Organization. Wolters-Noodhoff Groningen, The Netherlands, 1994.

## APÊNDICE A – Dados das operações de pré-furo e acabamento

Tabela 16 – Coordenadas X e Y do furo 1 na operação de pré-furo, na furação de acabamento e a distância entre os centros dos furos 1 e 2 após a operação de furação de acabamento (medidas em mm).

Número da Observação	Operação de Pré-Furo		Furação de Acabamento		Distância entre Centros
	Coordenada		Coordenada		
	X	Y	X	Y	
1	-0,003	-0,005	0,019	0,000	0,004
2	-0,014	0,018	0,010	0,007	0,004
3	-0,024	0,019	0,007	-0,009	0,003
4	-0,012	0,009	0,009	-0,017	0,001
5	-0,028	-0,021	0,020	-0,011	0,000
6	-0,028	0,017	0,018	-0,003	0,003
7	-0,005	0,012	0,019	0,006	0,004
8	-0,02	-0,024	0,019	-0,006	0,001
9	-0,023	0,015	0,019	-0,007	0,002
10	0,007	0,005	0,024	-0,009	0,000
11	-0,039	-0,002	0,030	0,004	0,007
12	-0,002	-0,04	-0,023	0,008	0,003
13	-0,026	0,001	0,014	0,016	0,005
14	-0,024	0,015	0,014	0,008	0,003
15	-0,031	0,004	0,040	-0,004	0,000
16	0,014	0,005	0,042	0,002	0,007
17	-0,024	0,009	-0,002	0,009	0,004
18	-0,029	0,001	0,033	0,020	0,004
19	-0,012	0,037	0,022	-0,005	-0,002
20	0,007	0,006	0,019	0,015	0,006
21	-0,024	0,032	0,002	0,031	0,009
22	-0,034	-0,01	0,010	0,010	0,001
23	-0,019	-0,017	-0,008	0,027	0,006
24	-0,035	0,012	-0,004	0,019	0,004
25	-0,014	0,014	0,004	0,020	0,005
26	-0,007	0,028	0,040	-0,005	0,003
27	0,011	-0,018	-0,006	0,025	0,003
28	0,011	-0,038	-0,032	0,025	0,010
29	-0,027	-0,014	0,026	0,002	0,000
30	-0,003	0,007	-0,007	0,041	0,009
31	-0,029	-0,011	0,002	-0,002	0,005

Nota: na distância entre centros é apresentado o resultado da medida considerando a diferente para o valor nominal especificado.

**APÊNDICE B – Apresentação do Resultado de  $\hat{MC}_{pm}$  utilizando os dados do artigo de Taam et al. (1993).**



CAPACIDADE MULTIVARIADA  $\hat{MC}_{PM}$



Nome da Peça:		Data do Estudo:			
Código da Peça:		Operação :			
Nome da característica	Especificação		Alvo	Amplitude	Unidade
	LIE	LSE			
Eixo X	4	5	4,5	1	mili micron
Eixo Y	0,5	1	0,75	0,5	mili micron
Número de Características:		2	Número de Observações:		31
Base de Cálculo:		1			

**Resultado**

Valor de R1 =	0,3927	Área da maior elipse dentro do retângulo de especificação
Valor de R3 =	0,2321	Região do processo que contém <b>99,730%</b> dos valores
$R1/R3 = \hat{MC}_p$	<b>1,69</b>	Variabilidade do processo em relação a região de tolerância modificada
<b>D</b>	<b>3,65</b>	
<b>1/D</b>	<b>0,274</b>	Desvio do Processo em relação ao alvo
$\hat{MC}_{pm}$	<b>0,464</b>	Capacidade do Processo

**Comentários:**

$MC_p > 1$  sugere que a variação do processo é menor do que a amplitude da especificação

$1/D < 0,9$  sugere que o processo não está próximo do alvo

Não há necessidade de padronizar os dados - ordem de grandeza entre as unidades inferior a 10

Ary de Almeida Soares

Versão: 0

Figura 30 – Resultado de  $\hat{MC}_{pm}$  utilizando os dados do artigo de Taam et al. (1993).

## APÊNDICE C – Apresentação do resultado de $\hat{MC}_{pm}$ para o posicional do furo 1 após a operação de pré-furo, OP10.

CAPACIDADE MULTIVARIADA  $\hat{MC}_{pm}$ 

Nome da Peça:		Data do Estudo:			
Código da Peça:		Operação :		Pré-furo	
Nome da característica	Especificação		Alvo	Amplitude	Unidade
	LIE	LSE			
Eixo X	4,92	5,08	5	0,16	mm
Eixo Y	103,17	103,33	103,25	0,16	mm
Número de Características:		2	Número de Observações:		31
Base de Cálculo:		1			

### Resultado

Valor de R1 =	0,0201	Área da maior elipse dentro do retângulo de especificação
Valor de R3 =	0,0103	Região do processo que contém <b>99,730%</b> dos valores
$R1/R3 = \hat{MC}_p$	<b>1,96</b>	Variabilidade do processo em relação a região de tolerância modificada
$D$	<b>1,46</b>	
$1/D$	<b>0,69</b>	Desvio do Processo em relação ao alvo
$\hat{MC}_{pm}$	<b>1,34</b>	Capacidade do Processo

### Comentários:

$MC_p > 1$  sugere que a variação do processo é menor do que a amplitude da especificação

$1/D < 0,9$  sugere que o processo não está próximo do alvo

Não há necessidade de padronizar os dados - ordem de grandeza entre as unidades inferior a 10

Ary de Almeida Soares

Versão: 0

Figura 31 – Resultado de  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 após a operação de pré-furo, OP10

**APÊNDICE D – Apresentação do resultado de  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 após a operação de acabamento, OP 100.**



CAPACIDADE MULTIVARIADA  $MC_{PM}$



Nome da Peça:		Data do Estudo:			
Código da Peça:		Operação :		Furação de Acabamento	
Nome da característica	Especificação		Alvo	Amplitude	Unidade
	LIE	LSE			
Eixo X	4,92	5,08	5	0,16	mm
Eixo Y	103,17	103,33	103,25	0,16	mm
Número de Características:		2	Número de Observações:		31
Base de Cálculo:		1			

**Resultado**

Valor de R1 =	0,0201	Área da maior elipse dentro do retângulo de especificação
Valor de R3 =	0,0077	Região do processo que contém <b>99,730%</b> dos valores
$R1/R3 = \hat{MC}_p$	<b>2,62</b>	Variabilidade do processo em relação a região de tolerância modificada
<b>D</b>	<b>1,61</b>	
<b>1/D</b>	<b>0,62</b>	Desvio do Processo em relação ao alvo
$\hat{MC}_{pm}$	<b>1,62</b>	Capacidade do Processo

**Comentários:**

$MC_p > 1$  sugere que a variação do processo é menor do que a amplitude da especificação

$1/D < 0,9$  sugere que o processo não está próximo do alvo

Não há necessidade de padronizar os dados - ordem de grandeza entre as unidades inferior a 10

Ary de Almeida Soares

Versão: 0

Figura 32 – Resultado de  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 após a operação de acabamento, OP 100

## APÊNDICE E – Seqüência para cálculo do $\hat{MC}_{pm}$ .

Seqüência para Cálculo do Índice  $\hat{MC}_{pm}$ :

Dados para a OP 10:

Número de variáveis:  $v = 31$

Vetor das médias:  $\bar{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 4,98 \\ 103,50 \end{pmatrix}$

Vetor alvo:  $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 5,00 \\ 103,50 \end{pmatrix}$

Matriz de variância-covariância:  $\Sigma = \begin{bmatrix} 0,000227 & -0,000044 \\ -0,000044 & 0,000346 \end{bmatrix}$

Determinante da matriz de variância-covariância:  $|\hat{\Sigma}| = 7,65E-0,8$

Região de tolerância modificada para o caso bi-dimensional:  $\pi \times \frac{0,16}{2} \times \frac{0,16}{2} = 0,02011$

Função gama  $\Gamma(2) = 1! = 1$

$$\hat{MC}_p = \frac{Vol.(R1)}{|\hat{\Sigma}|^{1/2} (\pi K)^{v/2} [\Gamma(v/2 + 1)]^{-1}}$$

$$\hat{MC}_p = \frac{0,02011}{\sqrt{7,65 \times 10^{-8}} \times (3,14 \times 11,829)^{2/2} \times 1^{-1}} = 1,96$$

$$\hat{D} = \left[ 1 + \frac{n}{n-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \hat{\Sigma}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \right]^{1/2}$$

$$\hat{D} = \left[ 1 + \frac{31}{31-1} (4,98 - 5,00, 103,250 - 103,252) \begin{pmatrix} 0,000227 & -0,000044 \\ -0,000044 & 0,000346 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4,98 - 5,00 \\ 103,252 - 103,250 \end{pmatrix} \right]^{1/2}$$

$$\hat{D} = 1,46$$

$$\hat{MC}_{pm} = \frac{1,96}{1,46} = 1,34$$



**APÊNDICE F – Valores simulados para o cálculo de  $\hat{MC}_{pm}$  em diferentes situações.**

<b>X</b>	<b>Y</b>
0,120	-0,130
0,580	0,730
-0,680	-0,730
-0,020	-0,820
-0,880	-1,000
-0,600	0,180
0,530	0,410
-0,300	0,720
-0,070	-0,930
0,090	0,250
0,070	-1,730
0,290	-0,060
-0,780	-1,390
-0,710	-1,320
0,290	0,570
-0,210	-0,260
-0,330	-0,670
-0,230	-1,090
-0,760	-1,150
-0,170	0,850
0,090	1,850
0,270	0,400
0,650	-1,310
0,280	-0,170
-0,210	-0,080
-0,410	1,120
-0,140	-0,210
-0,540	1,280
1,070	0,210
0,360	-0,250
0,630	-0,510

Quadro 4 – Valores simulados

**APÊNDICE G – Apresentação do resultado de  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 no eixo X, Y e distância ao furo 2 após a OP 100.**



CAPACIDADE MULTIVARIADA  $\hat{MC}_{PM}$



Nome da Peça:		Data do Estudo:			
Código da Peça:		Operação :		Furação de Acabamento	
Nome da característica	Especificação		Alvo	Amplitude	Unidade
	LIE	LSE			
Eixo X	4,92	5,08	5	0,16	mm
Eixo Y	103,17	103,33	103,25	0,16	mm
Distância entre furos	-0,02	0,02	0,00	0,04	mm
Número de Características:		3	Número de Observações:		31
Base de Cálculo:		1			

**Resultado**

<b>Valor de R1 =</b>	0,0005	Volume do maior elipsóide dentro do paralelepípedo de especificação
<b>Valor de R3 =</b>	0,0003	Região do processo que contém <b>99,730%</b> dos valores
<b><math>R1/R3 = \hat{MC}_p</math></b>	<b>2,07</b>	Variabilidade do processo em relação a região de tolerância modificada
<b>D</b>	<b>2,16</b>	
<b><math>1/D \hat{MC}_{pm}</math></b>	<b>0,46</b>	Desvio do Processo em relação ao alvo
	<b>0,96</b>	Capacidade do Processo

**Comentários:**

$MC_p > 1$  sugere que a variação do processo é menor do que a amplitude da especificação

$1/D < 0,9$  sugere que o processo não está próximo do alvo

Não há necessidade de padronizar os dados - ordem de grandeza entre as unidades inferior a 10

Figura 33 – Resultado de  $\hat{MC}_{pm}$  para o posicional do furo 1 no eixo X, Y e distância ao furo 2 após a OP 100.

### ANEXO A – Dados exemplo para análise de autocorrelação

Número da Observação	Valor observado $y_t$	Valor defasado $y_{t-1}$
1	103	
2	103	103
3	106	103
4	106	106
5	107	106
6	105	107
7	102	105
8	103	102
9	99	103
10	99	99
11	99	99
12	98	99
13	98	98
14	97	98
15	94	97
16	99	94
17	99	99
18	96	99
19	93	96
20	92	93
21	90	92
22	91	90
23	90	91

Quadro 5 – Dados exemplo para análise de autocorrelação

Fonte: Mason e Young (2001, p. 73) – Modificado pelo autor.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)