



FACULDADE DE ECONOMIA E FINANÇAS IBMEC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM
ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
PROFISSIONALIZANTE EM ECONOMIA

**ESTIMANDO O *VALUE-AT-RISK* DE UMA
CARTEIRA DE OPÇÕES DE IDI**

FELIPE NORONHA TAVARES

ORIENTADOR: JOSE VALENTIM MACHADO VICENTE

Rio de Janeiro, 16 de dezembro de 2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

“ESTIMANDO O *VALUE-AT-RISK* DE UMA CARTEIRA DE OPÇÕES DE *IDI*”

FELIPE NORONHA TAVARES

Dissertação apresentada ao curso de
Mestrado Profissionalizante em Economia
como requisito parcial para obtenção do
Grau de Mestre em Economia.
Área de Concentração: Finanças &
Controladoria.

ORIENTADOR: JOSE VALENTIM MACHADO VICENTE

Rio de Janeiro, 16 de dezembro de 2008.

“ESTIMANDO O *VALUE-AT-RISK* DE UMA CARTEIRA DE OPÇÕES DE *IDI*”

FELIPE NORONHA TAVARES

Dissertação apresentada ao curso de
Mestrado Profissionalizante em Economia
como requisito parcial para obtenção do
Grau de Mestre em Economia.
Área de Concentração: Finanças &
Controladoria.

Aprovada em 16 de dezembro de 2008.

BANCA EXAMINADORA:

Professor JOSE VALENTIM MACHADO VICENTE (Orientador)
Instituição: IBMEC/RJ

Professor MARCELO DE ALBUQUERQUE E MELLO
Instituição: IBMEC/RJ

Professor CAIO IBSEN RODRIGUES DE ALMEIDA
Instituição: FGV/RJ

Rio de Janeiro, 16 de dezembro de 2008.

332.67
T231

Tavares, Felipe Noronha

Estimando o value-at-risk de uma carteira de opções de IDI /
Felipe Noronha Tavares - Rio de Janeiro: Faculdades Ibmecc, 2008.

Dissertação de Mestrado Profissionalizante apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Economia das Faculdades Ibmecc,
como requisito parcial necessário para a obtenção do título de
Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças & Controladoria.

1. Investimentos - Análise. 2. Risco (mercado financeiro). 3.
Derivativos. 4. Opções – Renda fixa.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, minha mulher, meus amigos.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estimar o Valor em Risco (*Value-at-Risk*) de uma carteira de opções de IDI, que são opções de taxa de juros negociadas no mercado brasileiro. É empregado um método de simulação histórica, adaptado para tratar opções. O VaR estimado é avaliado segundo o teste de Kupiec. O método emprega apreçamento de opções sintéticas utilizando dois métodos: o primeiro baseado na interpolação na Superfície de Volatilidade de Black, o segundo baseado na hipótese de que a taxa de juros de curtíssimo prazo segue uma dinâmica dada pelo modelo de Vasicek. Os resultados indicam boa performance de ambas as metodologias testadas, evidenciando a viabilidade do método proposto. Uma análise gráfica indica que o modelo Vasicek produz resultados mais estáveis.

Palavras Chave: Risco de Mercado, Valor em Risco para Derivativos, Risco de Opções, Superfície de Volatilidade, Vasicek, Kupiec, *Backtesting*.

ABSTRACT

The goal of this work is to estimate the Value-at-Risk of a portfolio of Brazilian IDI Options, a kind of interest rate options. The historical simulation method is used, with a modification to deal with options. The estimated VaR is evaluated based on the Kupiec test. The method applies the pricing of synthetic options, using two methods: the first based on an interpolation of the Black's Volatility Surface, the second based on the hypothesis that the short-rate dynamics follows the Vasicek model. The results show good performance for both methodologies, an indication of the viability of the method proposed. A graphical analysis indicates that the Vasicek model is more stable.

Key Words: Market Risk, Value-at-Risk for Derivatives, Options Risk, Volatility Surface, Vasicek, Kupiec, Backtesting.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1– <i>Grid</i> construído com dados das opções do dia 29/05/2008.	17
Figura 2- <i>Superfície de Volatilidade de Black</i> , referente ao dia 29/05/2008.....	18
Figura 3- α estimado	22
Figura 4 - γ estimado	23
Figura 5 - Exemplo de otimização realizada para o dia 21/11/2006.	24
Figura 6 – Opção at-the-money sintética. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.	30
Figura 7 – Opção at-the-money sintética. VaR(95%), método Vasicek.	31
Figura 8- Opção negociada mais at-the-money. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.	33
Figura 9 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(95%), método Vasicek.....	34
Figura 10 – Opção mais negociada. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.	36
Figura 11 – Opção mais negociada. VaR(95%), método Vasicek.	37
Figura 12 – Carteira com as 4 opções mais negociadas. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.	38
Figura 13 – Carteira com as 4 opções mais negociadas. VaR(95%), método Vasicek.	39
Figura 14 – Opção at-the-money sintética. VaR(99%) , método Superfície de Volatilidade. .	45
Figura 15 – Opção at-the-money sintética. VaR(99%), método Vasicek.	46
Figura 16 – Opção at-the-money sintética. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade. ..	47
Figura 17 – Opção at-the-money sintética. VaR(90%), método Vasicek.	48
Figura 18 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(99%), método Superfície de Volatilidade.	49
Figura 19 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(99%), método Vasicek.....	50
Figura 20 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade.	51
Figura 21 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(90%), método Vasicek.	52
Figura 22 - Opção mais negociada. VaR(99%), método Superfície de Volatilidade.....	53
Figura 23 - Opção mais negociada. VaR(99%), método Vasicek.	54
Figura 24 - Opção mais negociada. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade.....	55
Figura 25 - Opção mais negociada. VaR(90%), método Vasicek.	56
Figura 26 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(99%), método Superfície de Volatilidade.	57
Figura 27 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(99%), método Vasicek.....	58
Figura 28 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade.	59
Figura 29 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(90%), método Vasicek.....	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados do Backtesting onde a carteira é formada por 1 opção at-the-money sintética.	30
Tabela 2 - Resultados do Backtesting onde a carteira é formada pela opção “mais” at-the-money que foi negociada no dia.	32
Tabela 3 – Resultados do Backtesting onde a carteira é formada pela opção mais negociada na BM&FBOVESPA, com prazo mais próximo de 1 ano.	36
Tabela 4 - Resultados do Backtesting onde a carteira é formada pelas 4 opções mais negociadas na BM&FBOVESPA, com prazo mais próximo de 1 ano.	38

LISTA DE ABREVIATURAS

BCBS	<i>Basel Committee on Banking Supervision</i>
BM&FBOVESPA	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros
CDI	Certificado de Depósitos Interfinanceiros
CETIP	Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos
DI	Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia
IDI	Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia
VaR	<i>Value-at-Risk</i> (Valor em risco)
P&L	<i>“Profit and Loss”</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DA LITERATURA	5
3	INSTRUMENTOS FINANCEIROS	7
3.1	FUTURO DE DI.....	7
3.2	OPÇÃO DE DI.....	8
3.3	VOLATILIDADE DE TAXA DE JURO SPOT.....	9
4	METODOLOGIA	11
4.1	AVALIAÇÃO DE OPÇÕES SINTÉTICAS.....	14
4.1.1	INTERPOLAÇÃO NA SUPERFÍCIE DE VOLATILIDADE DE BLACK.....	15
4.1.2	UTILIZAÇÃO DO MODELO DE VASICEK.....	19
4.2	ALGORITMO DA ROTINA DE CÁLCULO DO VALUE-AT-RISK.....	24
4.3	AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE: o teste de kupiec.....	25
4.4	DESCRIÇÃO DA BASE DE DADOS.....	27
5	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	29
6	CONCLUSÃO	40
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43
	APÊNDICE A	45
	APÊNDICE B	49
	APÊNDICE C	53

APÊNDICE D	57
------------------	----

1 INTRODUÇÃO

Quando uma empresa possui uma dívida indexada a uma taxa de juros variável, uma alternativa para a proteção com relação à subida da taxa seria efetuar uma operação de *swap* de troca da taxa de juros variável por uma pré-fixada. Com uma operação deste tipo, a empresa fixa a taxa de juros da sua dívida, sabendo exatamente o valor do fluxo de caixa dos juros que serão pagos. Supondo que a dívida seja indexada ao CDI (Certificado de Depósitos Interfinanceiros) e que ocorra uma queda desta taxa, a diminuição da dívida será compensada por uma perda na operação de *swap*.

Uma segunda alternativa de *hedge* seria utilizar contratos de opções de taxa de juros. No caso do mercado brasileiro, as opções de IDI (Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia) podem ser utilizadas para *hedge* de posições indexadas ao CDI. No caso de uma dívida indexada ao CDI, ao comprar uma opção de compra de IDI, a empresa irá travar uma taxa máxima de juros. Ou seja, havendo um aumento da taxa CDI, o aumento da dívida será compensado com um ganho no contrato de opção. Diferente do *hedge* baseado em *swap*, havendo uma diminuição da taxa CDI, a empresa se beneficiará com a diminuição de sua dívida sem obter perdas no contrato de opção. Este “seguro” tem um preço, que é o prêmio da opção negociado no momento de sua compra.

Do outro lado de uma operação deste tipo, podemos ter, por exemplo, um banco de investimentos atuando como *market-maker*: um banco que publica constantemente suas cotações de compra e venda, gerenciando um livro com várias posições em contratos de opções de IDI e demais instrumentos utilizados para o *hedge* destas posições. Um dos problemas que este banco deve resolver é como gerenciar o risco desta carteira de opções. Dado que a carteira é marcada a mercado diariamente, como medir o risco desta carteira? De forma mais específica, qual a perda máxima esperada?

Conforme descrito nas recomendações do Comitê de Supervisão Bancária de Basileia¹, existem várias medidas de risco: desvio padrão, *Value-at-Risk*, *Expected Shortfall*, etc. Cada medida possui vantagens e desvantagens. Pode-se afirmar que o Valor em Risco (*Value-At-Risk*, ou simplesmente VaR) é uma das principais medidas para fins de controle de risco de carteiras, devido a sua popularidade e facilidade de compreensão do seu significado. Podemos definir o VaR de uma carteira a um nível de significância $1 - \alpha$ como o α -quantil da distribuição de probabilidade dos ganhos desta carteira (P&L, ou “*profit and loss*”). Conforme Campbell (2005), esta idéia pode ser expressa matematicamente como:

$$VaR_t(1 - \alpha) = F^{-1}(\alpha | \Omega_t) , \quad (1.1)$$

onde F é a função de distribuição de probabilidade acumulada do P&L da carteira. Ω_t indica o conjunto de informação disponível até o momento da avaliação do VaR_t .

Por exemplo, se $VaR_t(99\%) = 1.000,00$, então esperamos que 1 vez a cada 100 períodos observemos uma perda maior do que 1.000,00 na carteira considerada. Assim, o VaR representa uma medida de perda máxima esperada para a carteira.

¹ Basle Committee on Banking Supervision (2008).

De acordo com Dowd (2002), existem diversas formas de estimar o VaR de uma carteira, porém uma etapa comum entre elas é o mapeamento das posições com relação aos fatores de risco. Cada fator de risco é uma variável aleatória para a qual atribuímos uma distribuição de probabilidade, e que sua mudança de valor implica em mudança no valor da carteira. Por exemplo, para uma carteira de ações, podemos derivar a distribuição de probabilidade do retorno da carteira baseado na distribuição de probabilidade dos retornos de cada ação da carteira. Neste caso, a derivação da distribuição de probabilidade da carteira é relativamente simples, visto que temos uma combinação linear dos fatores de risco.

Diferente do caso das ações, o valor de uma opção é uma função não-linear dos fatores de risco, sendo eles: o valor do ativo subjacente (no caso da opção de IDI, pode-se afirmar que o ativo subjacente é a taxa DI acumulada até o vencimento da opção), o prazo até o vencimento da opção, a volatilidade da taxa de juros; e isto trás dificuldades para a estimação do VaR. Conforme descrito pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia², os modelos de avaliação de risco dos bancos devem capturar as características não-lineares das posições em opções.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho será implementar um método de cálculo do *Value-at-Risk* de uma carteira de opções de IDI que seja capaz de capturar de forma satisfatória a não-linearidade das opções.

Este é o primeiro trabalho acadêmico a realizar um estudo sobre a estimação do *Value-at-Risk* para uma carteira de opções de IDI³. Estas opções se encaixam na modalidade de opções sobre taxa de juros, porém diferem do padrão do mercado internacional, que costuma adotar opções sobre um título de renda fixa que vence numa data posterior ao vencimento da opção.

² Basel – Amendment to the Capital Accord to incorporate market risks, nov. 2005.

³ Conforme descrito na seção 2, existem trabalhos estudando VaR para opções sobre moedas e opções sobre ações.

No caso brasileiro, a opção de IDI irá negociar uma opção sobre a taxa DI acumulada entre a data de negociação e a data de vencimento da opção⁴. Desta forma, este trabalho contribui para a literatura com o estudo do VaR para este tipo específico de opção, utilizando uma metodologia potencialmente aplicável a outros tipos de opções.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. A seção II faz uma revisão da literatura, citando trabalhos de temas relacionados. A seção III apresenta os instrumentos financeiros utilizados neste trabalho. A seção IV discute a metodologia utilizada neste trabalho, descrevendo como é estimado o *Value-at-Risk*, bem como o método de avaliação de performance desta estimativa. A seção V apresenta os resultados obtidos. A conclusão deste trabalho é realizada na seção VI.

⁴ Podemos então classificar esta opção como asiática.

2 REVISÃO DA LITERATURA

É recente o estudo sobre avaliação de risco de carteiras com instrumentos que são não-lineares com relação aos fatores de risco. O RiskMetrics Group, do J. P. Morgan, sugere no “RiskMetrics Technical Document” (1995) aproximações para o *Value-at-Risk* de carteiras com instrumentos não-lineares através do método Delta. Este método se assemelha a uma aproximação utilizando a expansão de Taylor de primeira ordem, onde um método tradicional de cálculo de VaR⁵ é aplicado a uma carteira de $\frac{dh}{ds}$ unidades do ativo subjacente, onde h é o preço do derivativo e s o preço do ativo subjacente. O método Delta-Gamma se assemelha a este primeiro método, sendo que a expansão de Taylor é de segunda ordem.

El-Jahel, Perraudin e Sellin (1999) analisam o viés introduzido pelas metodologias Delta e Delta-Gamma, e concluem que, com frequência, estes métodos produzem medidas de VaR não realistas, e altamente imprecisas. Uma alternativa interessante seria a aplicação da simulação de Monte Carlo, mas isso teria um alto custo computacional. É sugerido então um método baseado em formas quadráticas para os fatores de risco não gaussianos, resultando num método eficiente, com obtenção de bons resultados para carteiras com uma única opção sobre um ativo teórico, para o qual é assumida uma determinada dinâmica.

Lehar (2000) compara diversas metodologias de cálculo de VaR para opções sobre ações. As metodologias diferem nos seguintes aspectos: escolha dos fatores de risco (considerar ou não a volatilidade como um fator de risco junto com o preço da ação), escolha do modelo de avaliação das opções (modelo Black-Scholes, Hull-White), escolha entre *Full-Valuation* (simulação de Monte Carlo) ou aproximação por expansão de Taylor de primeira ordem (Delta). Lehar conclui que a aproximação pelo método Delta não é satisfatória, que a inclusão

⁵ Ver Dowd(2002) ou Jorion (2003) para uma introdução aos métodos tradicionais de cálculo de VaR.

da volatilidade como fator de risco é importante, e que os modelos de avaliação de opções podem fazer grande diferença na estimação (no caso, obteve resultados melhores com o modelo Hull-White).

Oya (2006) aplicou uma técnica de análise de componentes principais sobre a superfície de volatilidade para obter o VaR de uma carteira de opções européias da paridade Real / Dólar no mercado brasileiro, obtendo resultados mais eficientes em comparação com métodos baseados na expansão de Taylor.

Também é recente o estudo das opções de IDI, que possuem características diferentes das opções de taxa de juros negociadas no mercado internacional. Vieira (1999) obteve a fórmula para o preço de uma opção de IDI supondo que a taxa de juros de curtíssimo prazo segue a dinâmica dada pelo modelo de Vasicek (1977). Fajardo e Ornelas (2003) fazem o mesmo supondo a dinâmica dada pelo modelo de Cox, Ingersoll e Ross (1985). Almeida, Yoshino e Schirmer (2003) utilizam o modelo Hull-White (1990) para apreçar as opções de IDI. Vicente (2006) deriva o preço da opção de IDI baseado num modelo Gaussiano multi-fator. Vicente e Almeida (2006a) testam a performance do modelo Gaussiano multi-fator baseado em dados de mercado. Vicente e Almeida (2006b) estudam como a utilização de dados de opções de IDI impacta na maneira com que são capturados os movimentos da estrutura a termo da taxa de juros.

3 INSTRUMENTOS FINANCEIROS

Nesta seção serão apresentados os instrumentos financeiros, específicos do mercado brasileiro, utilizados neste trabalho.

3.1 FUTURO DE DI

O Contrato Futuro da Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia⁶, ou Futuro de DI, é negociado na BM&FBOVESPA pelo código DI1. Possui como objeto de negociação a taxa de juro efetiva até o vencimento do contrato.

Atualmente, cada contrato tem preço unitário (PU) de 100.000 reais no vencimento. Na abertura da posição, as partes negociam a taxa pela qual o PU será descontado. No vencimento as partes pagam entre si a diferença entre o PU descontado no momento da abertura corrigido pelo DI acumulado no período em comparação com o mesmo valor corrigido à taxa negociada (que no vencimento será sempre 100.000 por contrato). Ou seja, uma posição comprada em DI Futuro a uma taxa TX mantida até o vencimento implica na seguinte função de ganho / perda (sendo n a quantidade de saques-reserva entre a abertura e o vencimento, DI_i a taxa DI referente ao dia i):

$$P \& L = 100.000 \left(\frac{\prod_{i=1}^n (1 + DI_i)^{\frac{1}{252}}}{(1 + TX)^{\frac{n}{252}}} - 1 \right) . \quad (3.1)$$

A BM&FBOVESPA conta com um mecanismo de ajuste diário para diminuir o risco de não pagamento. Se desconsiderarmos a diferença no fluxo de caixa com relação ao ajuste diário, podemos afirmar que, financeiramente, comprar um contrato de DI Futuro a uma taxa TX é

⁶ A Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI) é calculada e divulgada diariamente pela Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos (Cetip).

equivalente a tomar $\frac{100.000}{(1+TX)^{\frac{n}{252}}}$ reais emprestados a uma taxa TX e aplicar esta quantia num

título atrelado ao DI. Assim, no vencimento haverá o pagamento do empréstimo num valor de 100.000 e o investidor irá resgatar o seu investimento corrigido pelo DI, produzindo o resultado mostrado em (3.1).

Por este motivo, este contrato se comporta exatamente como um *zero-coupon*. Desta forma,

seja $P = \frac{100.000}{(1+TX)^{\frac{n}{252}}}$ o valor associado a um contrato de DI Futuro cotado a uma taxa TX , seja

$n = (T - t)$ o prazo do contrato, então $P(t,T) = \frac{P}{100.000}$ será o valor em t de um *zero-coupon*

que paga 1 unidade de dinheiro em T .

3.2 OPÇÃO DE IDI

O Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia, ou IDI, é um índice que representa a taxa DI acumulada. Ele foi fixado em 100.000 em 2 de janeiro de 1997 e, a partir desta data, vem sendo corrigido pela taxa DI diária. Em 2 de janeiro de 2003 foi fixado em 100.000 novamente.

$$IDI_t = IDI_{t-1}(1 + DI_{t-1}) \quad (3.2)$$

A BM&FBOVESPA oferece os contratos de Opção de Compra e Opção de Venda sobre o índice IDI.

Seja K o *strike* da opção, seja IDI_T o IDI na data de vencimento T , a opção de compra possui o *payoff* $(IDI_T - K)^+$ no vencimento⁷. Para uma opção de venda, o *payoff* será $(K - IDI_T)^+$.

3.3 VOLATILIDADE DE TAXA DE JURO SPOT

A BM&FBOVESPA oferece, desde 12/12/2003, a Operação Estruturada de Volatilidade de Taxa de Juro Spot, negociada pelo código VID. Esta operação permite ao investidor apostar na volatilidade da taxa de juros.

A operação consiste na negociação conjunta do Contrato de Opção de Compra/Venda sobre o IDI, e do Contrato de Futuro de DI. Por exemplo, suponha que o investidor tenha comprado q_{VID} contratos de opção de compra de IDI com *strike* K e vencimento em T , a bolsa irá gerar automaticamente uma posição vendida (natureza inversa) em DI Futuro em uma quantidade q_{fut} de contratos dada pela seguinte fórmula:

$$q_{fut} = q_{VID} \Delta_{série} \frac{IDI_{spot}}{PU_{DI-Futuro}}, \quad (3.3)$$

onde IDI_{spot} é o valor do IDI à vista, $PU_{DI-Futuro}$ é o PU do DI Futuro com mesmo vencimento da opção, e $\Delta_{série}$ é o delta da opção dado pelo modelo de Black (1976) sobre futuros. Mais especificamente, o delta é dado pelas seguintes equações:

$$\Delta_{série} = N(d_1) \quad , \text{ para opções de compra}$$

$$\Delta_{série} = N(d_1) - 1 \quad , \text{ para opções de venda}$$

⁷ Utilizando a notação $(X)^+$ como o valor máximo entre X e 0.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}t\right)}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$F = IDI_{spot} (1 + DI1)^{\frac{du}{252}}$$

onde K é o *strike* da opção, t a fração do ano até o vencimento, N é a função normal acumulada, $DI1$ a taxa do DI Futuro com mesmo vencimento da opção, du é a quantidade de dias úteis até o vencimento da opção, e σ é a volatilidade da taxa de juros spot, apurada diariamente pela Bolsa junto ao mercado, referente ao dia anterior ao da negociação, expressa na forma anual base 252 dias úteis.

Este trabalho não irá analisar diretamente operações de VID. Porém, será utilizada a base de volatilidades da taxa de juros spot que a BM&FBOVESPA divulga diariamente para fins de marcação do delta da operação de VID.

4 METODOLOGIA

O método escolhido para a estimação do *Value-at-Risk* é o da simulação histórica, com uma adaptação para lidar com opções. Este método possui a vantagem de não necessitar da derivação de uma fórmula funcional para a distribuição de probabilidade do preço (ou retorno) da carteira. Em contrapartida, ele leva em consideração que é possível obter uma distribuição de probabilidade empírica para este preço, hipótese que pode ser problemática especialmente no caso de opções, que são ativos não-lineares. Um teste de performance é aplicado ao VaR estimado de forma a verificar a viabilidade do método proposto.

A técnica da simulação histórica parte da hipótese de que o retorno observado do ativo estudado segue uma distribuição de probabilidade que não muda dentro do período de simulação. Supondo que se deseja estimar o VaR de um ativo a um nível de significância $1 - \alpha$ para a data $D+1$, onde D é a data atual. A primeira etapa é definir o período de simulação, que é o período em que coletamos os retornos observados do ativo em questão, por exemplo: entre $D-252$ e D (D medido em dias). A segunda etapa é, sem especificar sua forma funcional, obter a distribuição de probabilidade empírica do retorno do ativo, a partir dos retornos observados no período de simulação (um histograma). A terceira etapa é extrair o retorno relativo ao α -quantil desejado: ordenando o vetor de retornos observados dentro do período de simulação, extraímos o retorno que equivale à i -ésima posição do vetor, onde i é o número inteiro mais próximo de $\alpha * N$, e N é o número de retornos observados no período de simulação. Seja r o retorno extraído, O VaR será dado pela equação:

$$\text{VaR}(1 - \alpha) = r * V, \quad (4.1)$$

onde V é o valor do ativo em D . Desta forma, o VaR representa a pior variação esperada para o valor do ativo dado o nível de significância $1 - \alpha$.

No caso de uma carteira, basta tratá-la como um ativo e aplicar o mesmo procedimento descrito anteriormente. Ou seja, para cada dia do período de simulação obtemos o retorno observado da carteira.

A este procedimento, será realizada uma adaptação para o caso de uma carteira de opções, observando os fatores que afetam o prêmio da opção: o *moneyness*, e o prazo até o vencimento.

O valor do fluxo de caixa no vencimento da opção depende da diferença entre o preço do ativo e o preço de exercício. Portanto, o prêmio da opção também varia de acordo com esta diferença, ou melhor, varia de acordo com a expectativa que se tem sobre qual será a diferença entre o preço do ativo e o preço de exercício na data de vencimento da opção. Neste ponto, temos o conceito de *moneyness* da opção, que é uma medida da diferença entre o preço do ativo e o preço de exercício da opção, e que serve como um indicador da probabilidade da ocorrência do exercício da opção⁸: uma opção dentro do dinheiro (*in-the-money*) possui grande probabilidade de ser exercida, uma opção fora do dinheiro (*out-of-the-money*) possui baixa probabilidade de ser exercida, e uma opção no dinheiro (*at-the-money*) possui iguais probabilidades de exercício e não-exercício. O *moneyness* pode ser especificado de várias formas⁹, e neste trabalho, no caso das opções de IDI, será utilizada a seguinte forma:

⁸ O *moneyness* não é a probabilidade de ocorrência do exercício da opção no vencimento. Ele é uma medida da diferença entre o preço do ativo e o preço de exercício da opção. Esta diferença, por sua vez, implica numa maior ou menor probabilidade de exercício da opção na data de vencimento.

⁹ Ver Hull (2008), cap. 18, sobre *Volatility Smiles*.

$$moneyness = \frac{IDI_t}{KP(t,T)}, \quad (4.2)$$

onde IDI_t é o índice IDI na data t , K é o preço de exercício da opção, $P(t,T)$ é o preço em t de 1 unidade de dinheiro disponível em T (ou seja, o preço de um título *zero-coupon*). Esta medida de *moneyness* pode ser vista como a razão da expectativa do valor do índice IDI no vencimento da opção num mundo neutro ao risco (ou seja, levando a valor futuro o índice IDI da data t utilizando o *zero-coupon* que vence em T) com relação ao preço de exercício K . Desta forma, um *moneyness* igual a 1 indica uma opção *at-the-money*.

Com relação ao prazo até o vencimento, à medida que a data de vencimento se aproxima, a opção tipicamente perde valor, visto que as incertezas sobre a variação no valor do ativo subjacente, entre a data atual e o vencimento, diminuem. Por exemplo, no caso das opções de IDI, se estamos a 1 ano do vencimento, temos uma determinada incerteza sobre as variações na taxa de juros que ocorrerão durante o próximo ano. Se estamos a 1 dia do vencimento, esta incerteza, tipicamente, será menor.

Levando em consideração estes fatores, pode-se afirmar que seria inadequado realizar a simulação histórica de uma determinada opção verificando como esta opção, ou seja, uma opção com mesma data de vencimento e mesmo preço de exercício, se comportou no passado. Além de problemas de tamanho de amostra (em geral as opções possuem vida curta, diferente do caso das ações), esta abordagem não levaria em consideração os fatores que afetam o preço da opção:

- esta abordagem não leva em consideração as mudanças na estrutura a termo da taxa de juros, que afeta o *moneyness*. Ou seja, provavelmente o *moneyness* desta opção no

período de simulação muda a cada dia, implicando em apreçamentos diferentes, dificultando a comparação.

- Também não é levado em consideração que comparar opções de mesma data de vencimento pode ser problemático pois, naturalmente, o prazo da opção vai diminuindo conforme a data de vencimento se aproxima. Como a opção de IDI é uma “aposta” sobre a taxa de juros acumulada até o vencimento, com o passar do tempo temos um número cada vez menor de realizações de taxas de juros diárias a serem verificadas. Conforme descrito no parágrafo anterior, esperamos que, tudo mais constante, o valor desta opção diminua conforme a data de vencimento se aproxima.

A fim de contornar esta problemática, a adaptação feita no método de simulação histórica será conforme o descrito a seguir: para cada opção da carteira, avaliamos como uma opção com características “semelhantes” se comportou no passado. De forma mais clara, avaliamos como uma opção com mesmo moneyness e mesmo prazo até o vencimento se comportou no passado.

4.1 AVALIAÇÃO DE OPÇÕES SINTÉTICAS

Neste ponto, surge outro problema a ser considerado. Visto que a quantidade de séries de opções disponíveis é limitada, e dada a metodologia proposta de simulação histórica para as opções, certamente será necessário obter o preço de uma opção com vencimento e preço de exercício que não possui série em aberto. Ou seja, dados o *moneyness* e o prazo da opção, deve-se utilizar algum método para calcular seu preço, independente desta opção ter sido negociada. Aqui surge a idéia de opções sintéticas. Serão consideradas duas formas de avaliar opções sintéticas: utilizando uma interpolação na *Superfície de Volatilidade de Black*, e

utilizando os parâmetros estimados a partir de um modelo que supõe que a taxa de juros de curtíssimo prazo segue uma dinâmica dada pelo modelo de Vasicek.

4.1.1 INTERPOLAÇÃO NA SUPERFÍCIE DE VOLATILIDADE DE BLACK

O modelo de Black (1976) faz uma adaptação no modelo de Black-Scholes (1973) para o caso de contratos futuros. Este modelo supõe que a dinâmica do preço do futuro, num mundo neutro ao risco¹⁰, é dada pela seguinte equação diferencial estocástica:

$$dF_t = F_t \sigma dW_t \quad , \quad (4.3)$$

onde F_t é o preço futuro do ativo, W_t é o processo de Wiener, σ é a volatilidade do contrato futuro (suposta constante).

Baseado neste modelo, o preço da opção sobre um contrato futuro é dado pela fórmula:

$$\begin{aligned} c &= P(t, T) [FN(d_1) - KN(d_2)] \\ p &= P(t, T) [KN(-d_2) - FN(-d_1)] \\ d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \left[\frac{(T-t)\sigma^2}{2}\right]}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \quad , \\ d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde c é o preço da opção de compra, p é o preço da opção de venda, $(T-t)$ é o prazo em anos até o vencimento da opção (t é a data atual e T a data de vencimento da opção), N é a função normal acumulada, $P(t, T)$ é o preço de um *zero-coupon* avaliado em t e com vencimento em T , K é o *strike* da opção, F é o preço do contrato futuro. No caso das opções de IDI, o preço

¹⁰ Ver Hull J. (2008) para uma introdução a *risk-neutral valuation*.

do contrato futuro pode ser substituído pelo índice IDI à vista levado a valor futuro pelo *zero-coupon* que vence na mesma data de vencimento da opção, ou seja:

$$F = \frac{IDI_t}{P(t, T)}. \quad (4.5)$$

Neste modelo, o único fator não observável é o termo de volatilidade σ . Através do artifício de inversão numérica, dado o preço de mercado de uma opção, podemos obter a volatilidade que iguala o preço do modelo ao preço de mercado. Definimos este valor como a volatilidade implícita no preço de mercado da opção. Se obtivermos as volatilidades implícitas das opções com mesmo vencimento, mas com diferentes preços de exercício, observaremos diferentes valores para as volatilidades. Gerando um gráfico do preço de exercício contra a volatilidade implícita, obtemos o que é chamado de *Smile de Volatilidade*. A ocorrência deste efeito é uma evidência contra a hipótese do modelo de que a volatilidade do ativo em questão é constante. Sabendo disso, é prática comum no mercado utilizar métodos de interpolação no gráfico do *Smile de Volatilidade* para obter a volatilidade implícita de opções sintéticas. Adicionando ainda a dimensão do vencimento da opção, obtemos o que é chamada de *Superfície de Volatilidade*.

O seguinte procedimento será adotado para a construção da *Superfície de Volatilidade de Black*. Utilizando os preços observados numa determinada data para todas as opções de IDI negociadas, podemos aplicar o método de inversão numérica para encontrar a volatilidade implícita baseado no modelo de Black (1976) para cada opção. Em seguida, para cada prazo, é aplicada uma interpolação pelo método *spline cúbico* nas volatilidades das opções com mesmo vencimento. São escolhidos valores de referência para o preço de exercício. É feito um produto cartesiano entre os vencimentos e os preços de exercício de referência, resultando

num *grid* que servirá de entrada para o algoritmo de interpolação *spline cúbico de 2 dimensões*, conforme mostrado na Figura 1. Por último, é aplicado o algoritmo de interpolação no *grid* construído, gerando a *Superfície de Volatilidade de Black* (Figura 2).

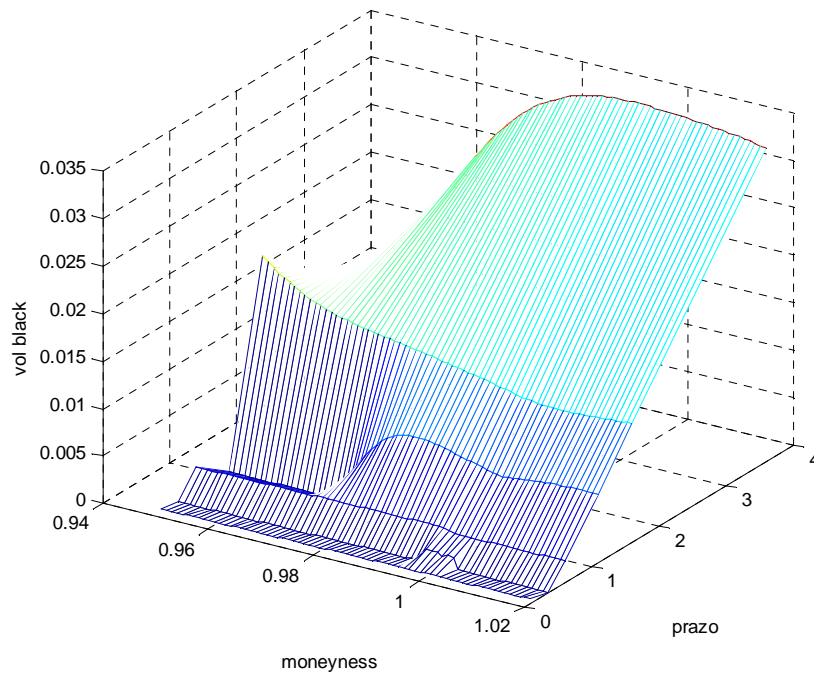


Figura 1– Grid construído com dados das opções do dia 29/05/2008.

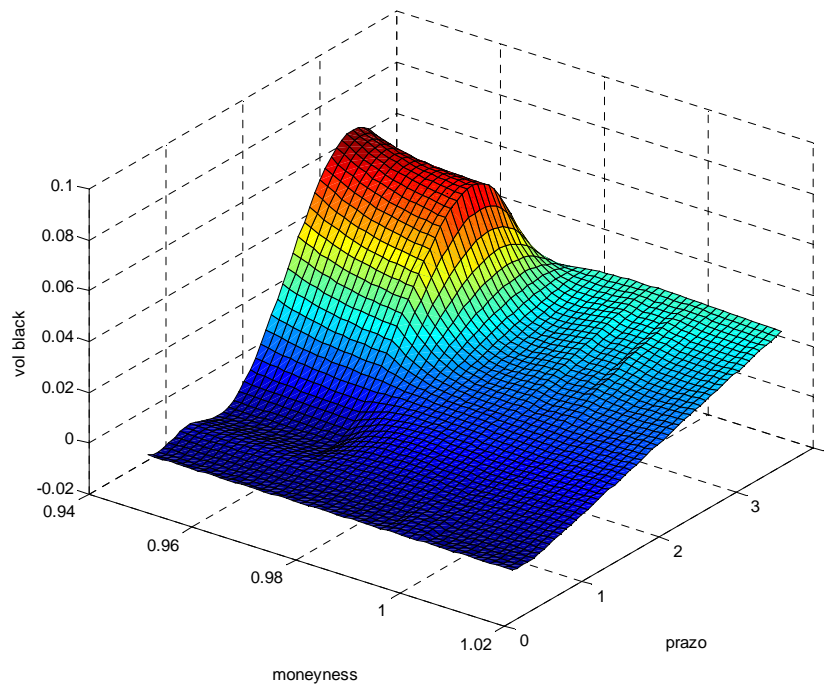


Figura 2- Superfície de Volatilidade de Black, referente ao dia 29/05/2008.

Este modelo possui uma falha teórica com relação à dinâmica admitida para o ativo subjacente (no caso o índice IDI levado a valor futuro pelo preço de um *zero-coupon*, o que seria o preço a termo do índice IDI). Conforme argumentam Fajardo e Ornelas (2003), este modelo não admite uma característica normalmente aceita para a dinâmica da taxa de juros, que é a presença de reversão à média. Também admite taxas de juros negativas, visto que, baseado na dinâmica postulada, existe a possibilidade do IDI no vencimento ser menor do que o IDI em uma data anterior. Existe ainda a hipótese de volatilidade constante para o ativo objeto, sendo que, no caso de títulos pré-fixados, a volatilidade é maior quanto maior for o prazo até o vencimento do título. Outra falha ocorre com relação aos preços das opções sintéticas geradas pela interpolação: como o método de interpolação é escolhido de forma relativamente arbitrária (temos apenas a idéia de que a curva que une dois pontos deve ser suave), um resultado disso é que não podemos garantir não-arbitragem entre os preços gerados pelo modelo. Também por conta da utilização de interpolação, temos o risco de

obtermos resultados de baixa qualidade ou duvidosos no caso de extrapolação na superfície. Por exemplo, a região vermelha da *Figura 2* indica volatilidade elevada, sendo que não existem pontos observados¹¹ nesta região da superfície, e também não existe nenhum outro ponto observado que indique volatilidade tão elevada.

De um lado temos a vantagem da simplicidade do método, por ser uma interpolação direta, por outro lado temos as falhas teóricas do modelo. Fica a critério do teste de performance do VaR se este método implica ou não em bons resultados.

4.1.2 UTILIZAÇÃO DO MODELO DE VASICEK

Vasicek (1977) incorporou a característica de reversão à média à dinâmica da taxa de juros de curtíssimo prazo¹². Na medida neutra ao risco Q , a dinâmica da *short-rate* no modelo de Vasicek é dada por um processo do tipo Ornstein-Uhlenbeck, descrita pela seguinte equação diferencial estocástica:

$$dr(t) = \alpha(\theta - r(t))dt + \gamma dW(t) \quad , \quad (4.6)$$

onde α é a velocidade de reversão à média, $r(t)$ é a *short-rate*, γ é o termo de difusão (volatilidade), θ é a taxa de juros de longo prazo¹³, $W(t)$ é um movimento browniano. α , θ e γ são constantes positivas.

¹¹ “Ponto observado”, neste contexto, representa uma medida de volatilidade implícita extraída diretamente do preço de uma opção que foi negociada.

¹² Neste trabalho, será considerada a taxa DI cotada de forma contínua como a taxa de juros de curtíssimo prazo.

¹³ Neste modelo, o prêmio de risco λ é escolhido constante de forma que a dinâmica da *short-rate* siga um processo do tipo Ornstein-Uhlenbeck tanto na medida objetiva (mundo real), quanto na medida neutra ao risco. Na medida objetiva, a taxa de juros de longo prazo muda de acordo com o prêmio de risco λ , considerado constante neste modelo: $\theta = \theta^{(obj)} - \frac{\lambda\gamma}{\alpha}$, onde (obj) indica o parâmetro na medida objetiva. A seguir a relação

entre o processo de Wiener no mundo neutro ao risco e na medida objetiva: $dW(t) = \lambda dt + dW(t)^{(obj)}$. Assim, a *short-rate* segue a seguinte dinâmica na medida objetiva: $dr(t) = \alpha(\theta^{(obj)} - r(t))dt + \gamma dW(t)^{(obj)}$.

Utilizando *risk-neutral valuation*, o preço de um *zero-coupon* é dado pela relação:

$$P(t, T) = E^Q \left[e^{-\int_t^T r(s) ds} \mid F_t \right], \quad (4.7)$$

onde F_t é uma filtração crescente num espaço de probabilidade (Ω, F, Q) , onde Ω representa o espaço amostral, F a σ -álgebra, Q a medida neutra ao risco.

Como resultado, temos a seguinte relação para o preço de um *zero-coupon*¹⁴:

$$\begin{aligned} P(t, T) &= A(t, T) e^{-B(t, T)r(t)} \\ A(t, T) &= \exp \left[\left(\theta - \frac{\gamma^2}{2\alpha^2} \right) (B(t, T) - (T - t)) - \frac{\gamma^2}{4\alpha} B(t, T)^2 \right]. \\ B(t, T) &= \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha(T-t)}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

O preço de uma opção de compra de *IDI* é dado pela relação:

$$c(t, T) = E^Q \left[e^{-\int_t^T r(s) ds} (IDI_T - K)^+ \mid F_t \right], \quad (4.9)$$

onde t é a data de avaliação da opção, T é a data de vencimento, IDI_T é o valor do índice *IDI* em T , K é o *strike*.

¹⁴ Baseado em Brigo e Mercurio (2007).

Em Vieira (1999), está demonstrada a seguinte fórmula de apreçamento para opções de IDI, tomando como base o modelo de Vasicek para a dinâmica da *short-rate*, como solução para a equação (4.9):

$$\begin{aligned}
 c_t &= B_{0,t}N(h) - EP(t,T)N(h-k) \\
 h &= \left[\ln\left(\frac{B_{0,t}}{EP(t,T)}\right) + \frac{k^2}{2} \right] \frac{1}{k} \quad , \\
 k^2 &= \frac{\gamma^2}{2\alpha^3} (4e^{-\alpha\tau} - e^{-2\alpha\tau} + 2\alpha\tau - 3)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

onde c_t é o preço da opção de compra, $B_{0,t}$ é a taxa de juros acumulada até t (na prática é o índice IDI dividido pelo seu valor inicial de 100.000)¹⁵, N é a função a normal acumulada, E é o *strike* da opção¹⁶, α é a velocidade de reversão à média, τ é o prazo em anos entre t e T , γ é o termo de difusão (volatilidade), $P(t,T)$ é o preço de um *zero-coupon* em t com vencimento em T .

O preço da opção de IDI descrito em (4.10) não depende do parâmetro θ (taxa de longo prazo). Conforme descrito em Vieira (1999), este parâmetro está implícito no preço do *zero-coupon* $P(t,T)$.

A partir da base de preços de opções de compra de IDI, foram extraídos, para cada dia, os parâmetros α e γ implícitos nos preços das opções. O procedimento adotado foi uma

¹⁵ Observar que o índice IDI, pelo fato de representar a taxa de juros acumulada a partir de uma data base,

funciona como um *Bank Account*, ou seja, $IDI_t = 10^5 B_{0,t} = 10^5 \exp\left(\int_0^t r(s)ds\right)$.

¹⁶ As unidades utilizadas nas quantidades $B_{0,t}$ e E devem estar consistentes. Na BM&FBOVESPA, o *strike* E é cotado com base 100.000, assim como o índice IDI. Portanto, ao utilizar a fórmula (4.10), $B_{0,t}$ será o índice IDI em t dividido por 100.000, e E será o *strike* da opção dividido por 100.000, e o resultado da fórmula será multiplicado por 100.000 para representar 1 contrato da BM&FBOVESPA. Outra opção, que de fato foi utilizada neste trabalho, seria substituir $B_{0,t}$ pelo índice IDI e utilizar E como o *strike* cotado no mercado com base 100.000, eliminando a necessidade de multiplicar o resultado da fórmula (4.10) por 100.000.

otimização por mínimos quadrados não-lineares. Para uma determinada data, seja $C_{obs,i}$ a i -ésima observação de preço de opção. Utilizando a fórmula (4.10) para opções de compra de IDI, a seguinte otimização foi executada:

$$\min_{\alpha, \gamma} \sum_{i=1}^n (C_{obs,i} - C(IDI_t, E_i, (T_i - t), P(t, T_i), \alpha, \gamma))^2, \quad (4.11)$$

onde t é a data escolhida, IDI_t é o índice IDI em t , E_i é o strike da opção $C_{obs,i}$, T_i é a data de vencimento da opção $C_{obs,i}$, $P(t, T)$ é o *zero-coupon*.

Para garantir a convergência do algoritmo, o procedimento de otimização foi executado a partir de 1377 pares ordenados (α, γ) diferentes. O software utilizado foi o Matlab. O algoritmo de otimização por mínimos quadrados não-lineares aplica métodos numéricos de gradientes.

As Figuras 3 e 4 apresentam os resultados da estimação.

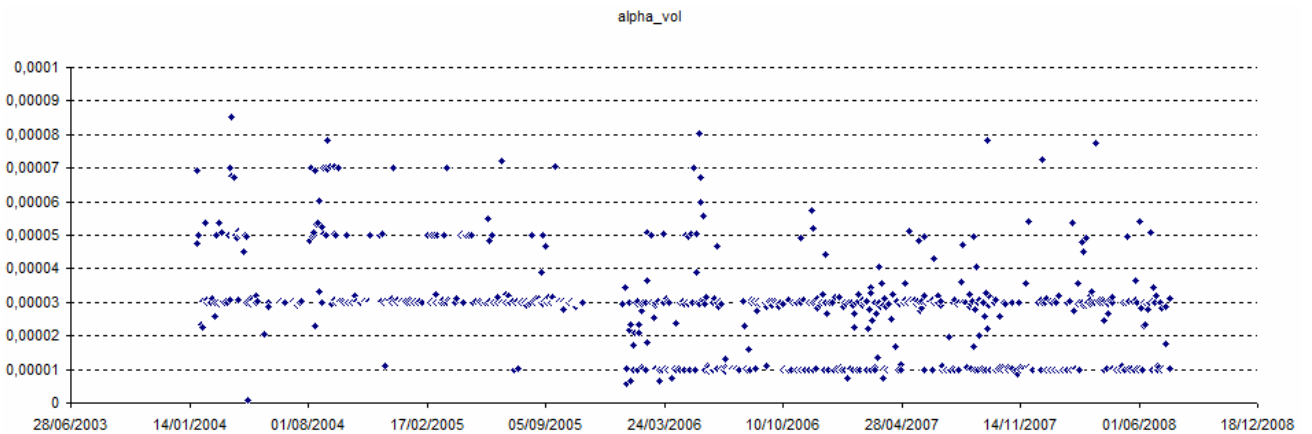


Figura 3- α estimado

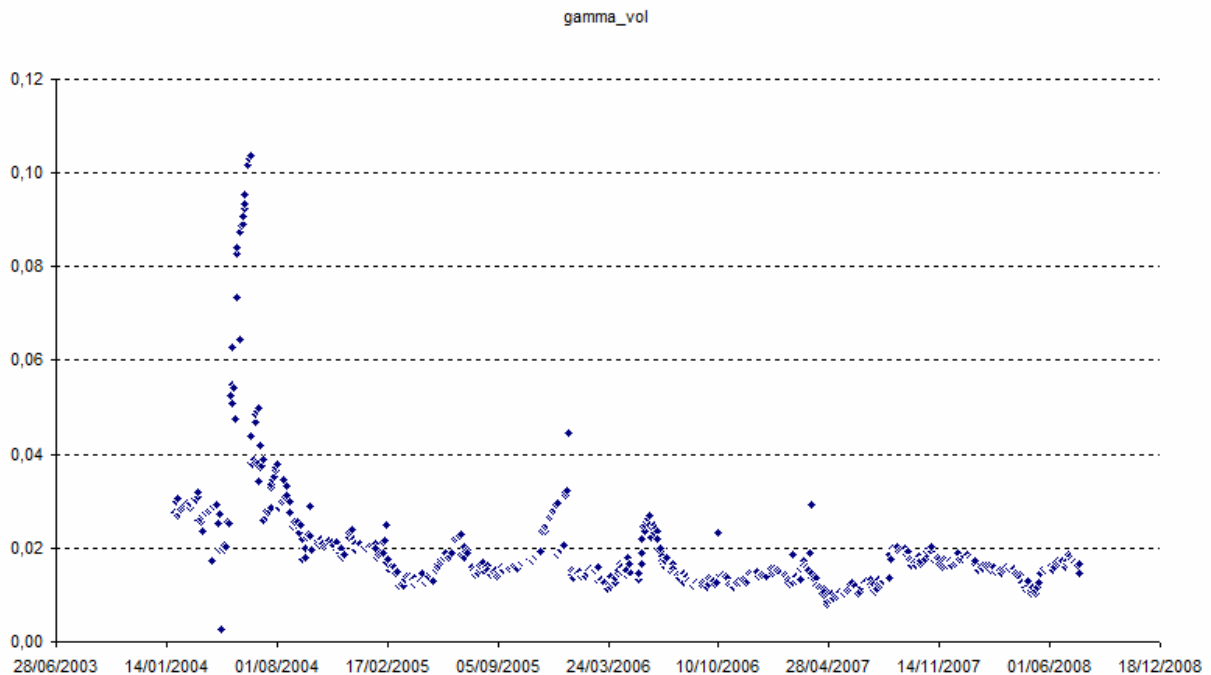


Figura 4 - γ estimado

A utilização deste modelo implica numa melhor hipótese sobre a dinâmica da *short-rate* com relação ao modelo de Black¹⁷. Outra vantagem é o fato de que não é possível arbitrar com os preços gerados pelo modelo¹⁸. Uma desvantagem seria o fato de que, tipicamente, a estrutura a termo da taxa de juros gerada pelo modelo não reflete aquela observada no mercado. Outro risco associado à utilização deste modelo é a quantidade limitada de preços de opções observadas, e o fato de não ser um modelo linear, implicando em mais de 1 solução possível para o par-ordenado (α, γ) em alguns casos, conforme exemplo da Figura 5, onde o eixo $resid^2$ indica o resíduo ao quadrado dado pela equação (5.1) para cada par (α, γ) .

¹⁷ Embora ainda admita valores negativos para a *short-rate*, há uma evolução ao considerar a característica de reversão à média.

¹⁸ Isso dentro da hipótese de que a *short-rate* segue o processo especificado. Se esta hipótese não for verdadeira, um *trader* que conhece o verdadeiro processo da *short-rate* conseguirá, em geral, arbitrar com os preços de derivativos gerados a partir do modelo de Vasicek. Backus, Foresi e Zin (1996) oferecem uma discussão sobre esta questão.

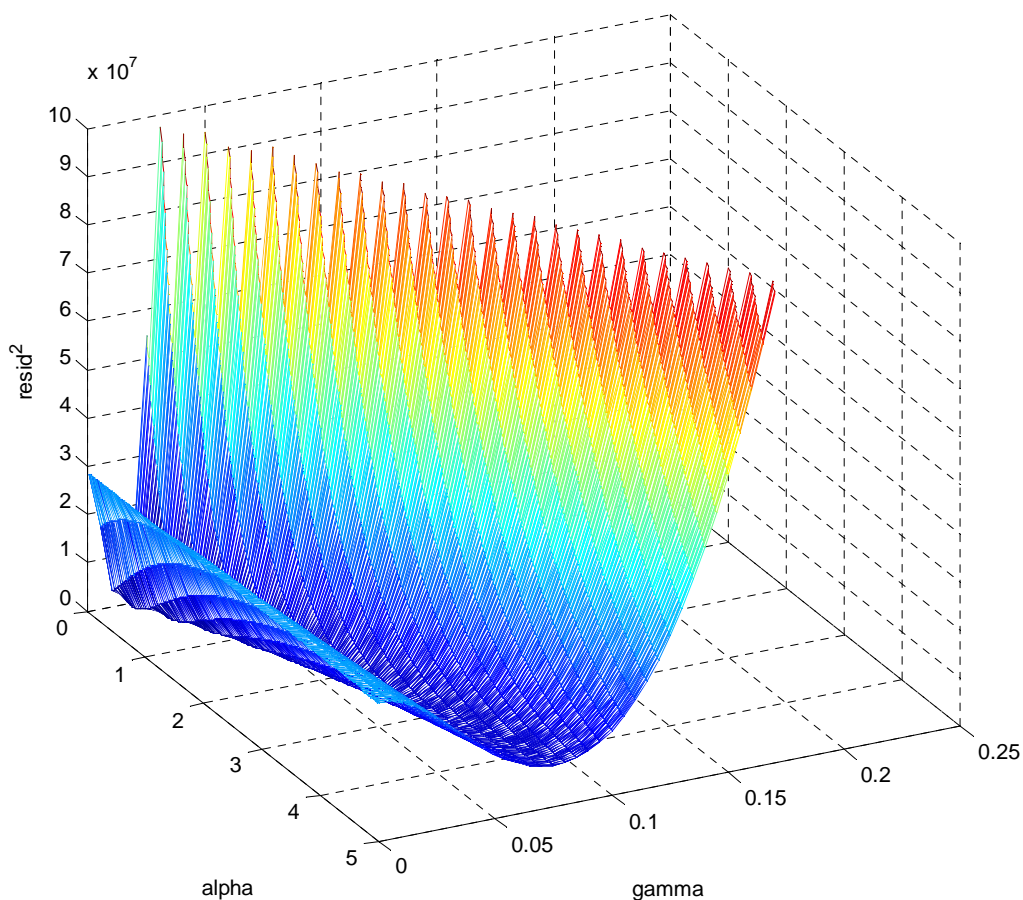


Figura 5 - Exemplo de otimização realizada para o dia 21/11/2006.

4.2 ALGORITMO DA ROTINA DE CÁLCULO DO VALUE-AT-RISK

Aqui está representado o algoritmo utilizado para cálculo do *Value-at-Risk* para uma carteira de opções, seguindo os conceitos apresentados no início desta seção. O período de simulação escolhido foi de 252 dias anteriores à data de avaliação do VaR. Os passos do algoritmo são:

- Dados: o dia D , *strike* e prazo da opção.
- Obter o *moneyness* da opção.
- Simular o retorno para os 252 dias anteriores:
 - A partir do *moneyness*, resgatar o strike K (ajustado) da opção.
 - Avaliar a opção com as características: K , prazo, dia X .

- Avaliar a opção com as características: K, prazo – 1/252, dia X+1.
- Ordenar a série de retornos e escolher o retorno correspondente ao α -quantil desejado.

4.3 AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE: O TESTE DE KUPIEC

Um procedimento de *Backtesting* tenta avaliar a performance de um estimador, simulando a estimação em datas em que o valor observado da variável de interesse é conhecido. No caso da avaliação de um modelo de previsão de uma série de retornos, o *Backtesting* seria imediato, pois a série de retornos é observada, bastando compará-la diretamente à série estimada de retornos. Porém, no caso deste trabalho, o objetivo é avaliar a estimação de um intervalo de confiança¹⁹. Embora seja possível observar o retorno, o desvio padrão é não-observável.

O procedimento de *Backtesting* que será aplicado aos resultados obtidos será o teste proposto por Kupiec (1995). Este teste foca na análise da série de exceções, definida por:

$$I_{t+1}(\alpha) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } P\&L_{t,t+1} < VaR_t(1-\alpha) \\ 0 & , \text{ se } P\&L_{t,t+1} \geq VaR_t(1-\alpha) \end{cases} \quad (4.12)$$

onde $P\&L_{t,t+1}$ é a variação da carteira entre t e $t+1$. Ou seja, a soma da série $\{ I_t(\alpha) \}$ conta o número de vezes em que o P&L observado foi pior do que o VaR calculado (número de exceções).

Suponha que o tamanho da amostra seja de 100 observações e construimos uma série de VaR com nível de significância de 95%. Se a metodologia de cálculo de VaR é boa, esperamos que seja observada uma taxa de 5% de exceções. Porém, suponha que sejam observadas 6

¹⁹ Ver Christoffersen (1998).

exceções, ou seja, a taxa de exceções observada é de 6%. O teste de Kupiec estuda se a taxa de 6% observada é estatisticamente diferente da taxa teórica de 5%.

Dada a série $\{ I_t(\alpha) \}$, o teste de Kupiec parte do princípio de que a distribuição de probabilidade desta série deveria seguir um processo de Bernoulli. Assim, o teste estatístico de Kupiec é um teste de razão de verossimilhança, assumindo a seguinte forma:

$$K = 2 \ln \left(\frac{\left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N}{(1-\alpha)^{T-N} \alpha^N} \right), \quad (4.13)$$

onde $N = \sum_{t=1}^T I_t(\alpha)$, ou seja, o número de exceções, T o tamanho da amostra. K possui uma distribuição assintótica Chi-Quadrada com 1 grau de liberdade. A hipótese nula é de que o modelo está “correto”.

Embora seja um teste bastante utilizado, é conhecida sua baixa potência em rejeitar modelos que não reproduzem a taxa de exceções teórica. Uma das causas é que o teste assume que a série de exceções é independente, o que pode não ser verdade. Outra causa seria de que o teste foca em apenas um nível α .

Embora existam outros testes que melhorem estes problemas do teste de Kupiec²⁰, por simplicidade será adotado este teste, porém levando em consideração diferentes níveis α .

²⁰ Ver Campbell (2005)

4.4 DESCRIÇÃO DA BASE DE DADOS

Como foi citado no ítem 3.3, para fins de cálculo do delta da opção de IDI, a BM&FBOVESPA apura diariamente junto ao mercado a volatilidade para a taxa de juros spot. A volatilidade para cada preço de exercício e para cada vencimento de opção de IDI é calculada pela BM&FBOVESPA por interpolação *spline cúbico* a partir dos preços coletados no mercado. A base de dados é divulgada em arquivos para cada dia no *site* da empresa (www.bmf.com.br , arquivo “*Mercado de Derivativos - Volatilidade Implícita para Cálculo de Margem de Ativos Líquidos*”) . Esta base de dados será referenciada neste trabalho como “*Base de Volatilidades de Black*”.

A BM&FBOVESPA divulga diariamente dados sobre os negócios realizados em pregão (arquivo “*Mercado de Derivativos - Negócios Realizados em Pregão*”). Esta base de dados será referenciada neste trabalho como “*Base Histórica de Negócios*”.

No arquivo “*Mercado de Derivativos - Indicadores Econômicos e Agropecuários*” a BM&FBOVESPA divulga índices importantes, como o IDI e o DI. Este arquivo foi utilizado para construir a série de IDI.

A série de preços dos *zero-coupons* foi extraída a partir da Base Histórica de Negócios, utilizando as cotações de fechamento do DI Futuro. A liquidez deste contrato é considerada suficiente para a análise, com uma média de 345,3 negócios por dia para cada contrato de DI Futuro negociado na BM&FBOVESPA. Nas situações em que é necessário utilizar o preço de um *zero-coupon* para uma data de vencimento que não possui contrato em aberto, será utilizado um procedimento de interpolação *spline cúbico* considerando os preços de todos os

contratos de DI Futuro em aberto. Ou seja, a estrutura a termo da taxa de juros utilizada neste trabalho é construída através da interpolação direta nos preços dos títulos *zero-coupon*.

Atualmente, o contrato de opção de IDI não tem boa liquidez na BM&FBOVESPA, sendo mais negociado no mercado de balcão. A média de negócios diários de opções de IDI é de 0,6 para cada contrato. Com isso, a série de preços de opções de IDI foi extraída a partir da Base de Volatilidades de Black, acreditando que o conjunto de informação utilizado na obtenção destas volatilidades seja maior do que aquele observado nos negócios realizados na BM&FBOVESPA²¹.

A partir da Base de Volatilidades de Black, podemos aplicar o modelo de Black (1976) para apreçar opções de IDI, conforme fórmula (4.4) apresentada no item 4.1 .

Cruzando as bases, calculando o preço da opção a partir das volatilidades e filtrando apenas as Calls, foi construída uma base de dados com as seguintes informações: Índice IDI do dia, *strike*, prazo, *zero-coupon*, preço da opção. A base possui 75.024 observações, referente ao período de 26/01/2004 até 24/07/2008, num total de 1110 dias.

²¹ Na Base de Volatilidades de Black, não são divulgados dados sobre a quantidade de elementos na amostra coletada no mercado. A análise das opções de IDI também foi feita com a Base Histórica, mas não foi obtido resultado bom para os anos de 2004 a 2006. A partir de 2007 observa-se resultado parecido. Neste trabalho, iremos mostrar apenas os resultados obtidos utilizando a Base de Volatilidades de Black para obter preços de opções de IDI.

5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

A seguir serão apresentados os resultados obtidos com o procedimento de estimação do VaR, e do *Backtesting* comparando o VaR estimado pelo modelo com a variação observada no valor de algumas carteiras de opções de compra²². Cada teste considera o VaR nos níveis de confiança: 99%, 95% e 90%. Os testes comparam os dois métodos de avaliação de opções sintéticas apresentados na seção 4: Superfície de Volatilidade de Black, e Vasicek. O período de simulação é de 252 dias. O *Backtesting* avalia a qualidade do VaR no período entre 26/06/2006 e 17/07/2008²³.

A primeira carteira testada é composta, a cada dia, por uma única opção de compra sintética perfeitamente *at-the-money* (*moneyness* igual a 1), com prazo de 1 ano. Este teste simula uma situação ideal, visto que é esperada uma maior precisão dos modelos empregados quando se trata de opções *at-the-money*. Por se tratar de uma opção sintética, temos que escolher um dos modelos para utilizar no cálculo do P&L observado da carteira. Neste caso, foi escolhido o método da interpolação na Superfície de Volatilidade de Black, o que pode causar algum viés indicando melhor qualidade deste modelo quando comparado com o de Vasicek.

Nas figuras a seguir, a linha azul representa o P&L observado, e a linha verde representa o VaR estimado pelo modelo.

²² opções de venda não foram analisadas por sua baixa liquidez.

²³ Para fins de organização da base de dados, foi atribuído um número seqüencial para cada dia. As datas de 26/06/2006 a 17/07/2008 são representadas pelos seqüenciais de 600 a 1105. O eixo X dos gráficos de *Backtesting* são apresentados com valores baseados nestes seqüenciais.

Carteira: 1 opção sintética
Critério: moneyness 1, prazo 1 ano

(teste 1)

Método: Superfície Volatilidade de Black

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	0,79%	0,2417	0,6230
95%	4,74%	0,0715	0,7892
90%	7,71%	3,1826	0,0744

Método: Vasicek

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	0,20%	4,9101	0,0267
95%	3,56%	2,4547	0,1172
90%	4,74%	18,9212	0,0000

Tabela 1 – Resultados do Backtesting onde a carteira é formada por 1 opção at-the-money sintética.

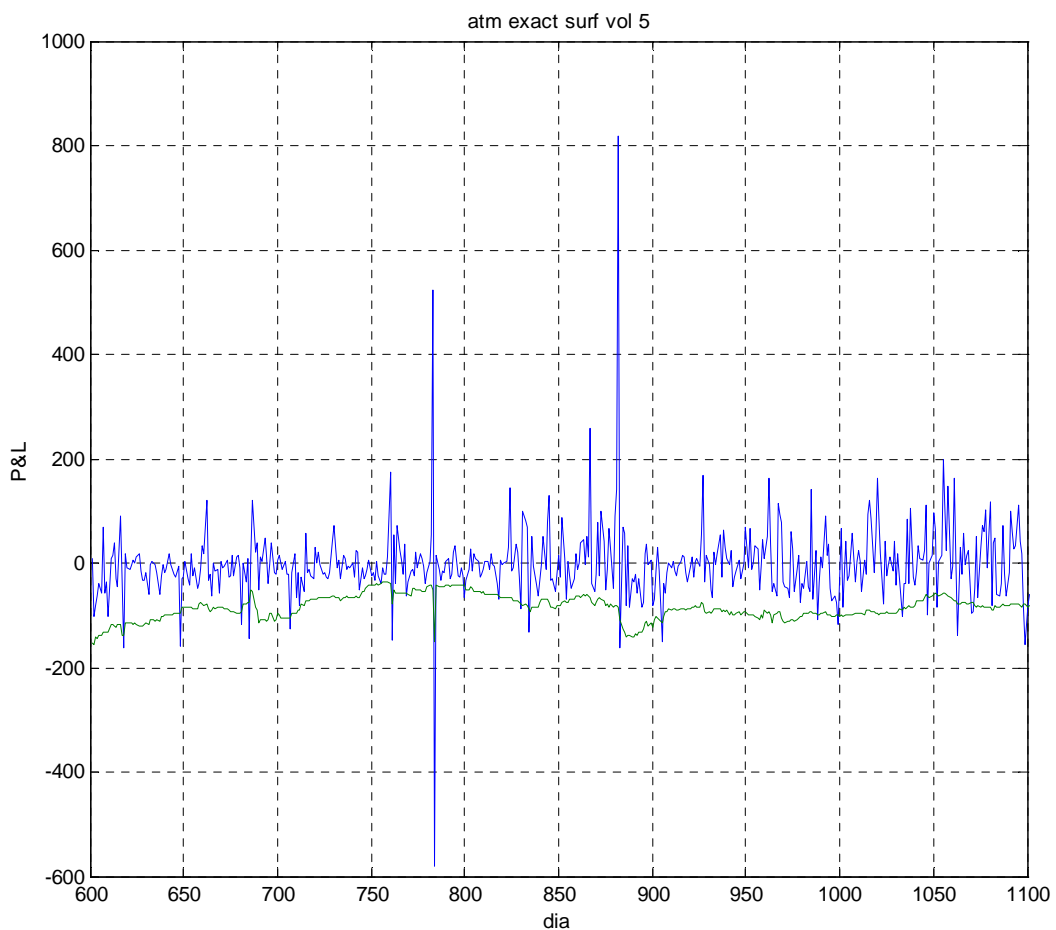


Figura 6 – Opção at-the-money sintética. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.

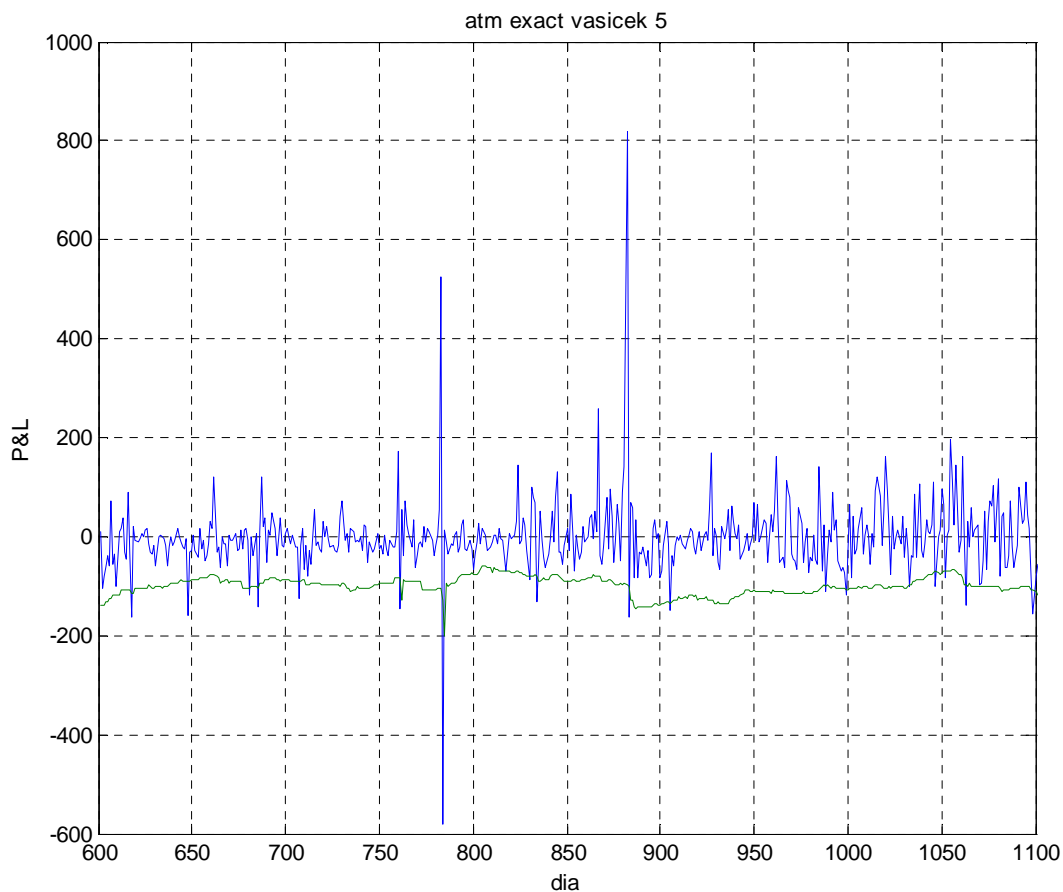


Figura 7 – Opção at-the-money sintética. VaR(95%), método Vasicek.

Conforme mostrado na Tabela 1, o VaR estimado pelo modelo de Vasicek foi consistentemente mais “conservador”, ou seja, reportando uma perda esperada maior do que a que foi observada, reduzindo a taxa de exceções, e sendo rejeitado pelo teste de Kupiec²⁴ nos casos do VaR de 99% e 90%. O modelo baseado na Superfície de Volatilidade de Black performou de forma satisfatória em todos os quantis testados.

Demais gráficos do primeiro teste são apresentados no Apêndice A.

²⁴ Utilizando nível de significância de 5%.

A segunda carteira testada é formada, a cada dia, por uma opção de compra que foi negociada na BM&FBOVESPA, escolhida de acordo com os seguintes critérios (em ordem de prioridade):

- opção “mais” *at-the-money* (*moneyness* próximo de 1),
- prazo até o vencimento próximo de 252 dias,
- maior número de negócios.

À princípio, é esperada uma pior performance de ambos os modelos com relação ao primeiro teste, pois temos uma situação menos ideal, onde a opção avaliada não é perfeitamente *at-the-money*. Espera-se que este teste não mostre o viés citado no primeiro teste, pois o P&L observado é calculado apenas com base no preço de mercado das opções, ou seja, não é calculado com base em um dos modelos²⁵.

Carteira: 1 opção negociada na BM&FBOVESPA (teste 2)
Critério: mais at-the-money, prazo mais próximo de 1 ano, mais negociada

Método: Superfície Volatilidade de Black

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	0,40%	2,4258	0,1194
95%	3,56%	2,4547	0,1172
90%	8,70%	0,9961	0,3182

Método: Vasicek

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	3,95%	25,5447	0,0000
95%	6,32%	1,7294	0,1885
90%	7,31%	4,4377	0,0352

Tabela 2 - Resultados do Backtesting onde a carteira é formada pela opção “mais” at-the-money que foi negociada no dia.

²⁵ A quantidade de negociações é obtida através da base diária de negociações divulgada na BM&FBOVESPA (Base Histórica de Negócios, conforme seção 4.4). Porém, para obter o preço observado da opção é utilizada a Base de Volatilidades de Black, visto que espera-se que ela seja construída a partir de um conjunto de informação maior. Embora seja aplicado o modelo de Black para converter a volatilidade em preço, não é realizada nenhuma interpolação neste procedimento, logo o segundo teste não deve apresentar o viés citado no primeiro teste, que aplica a interpolação na Superfície de Volatilidade de Black para a obtenção do preço observado de mercado.

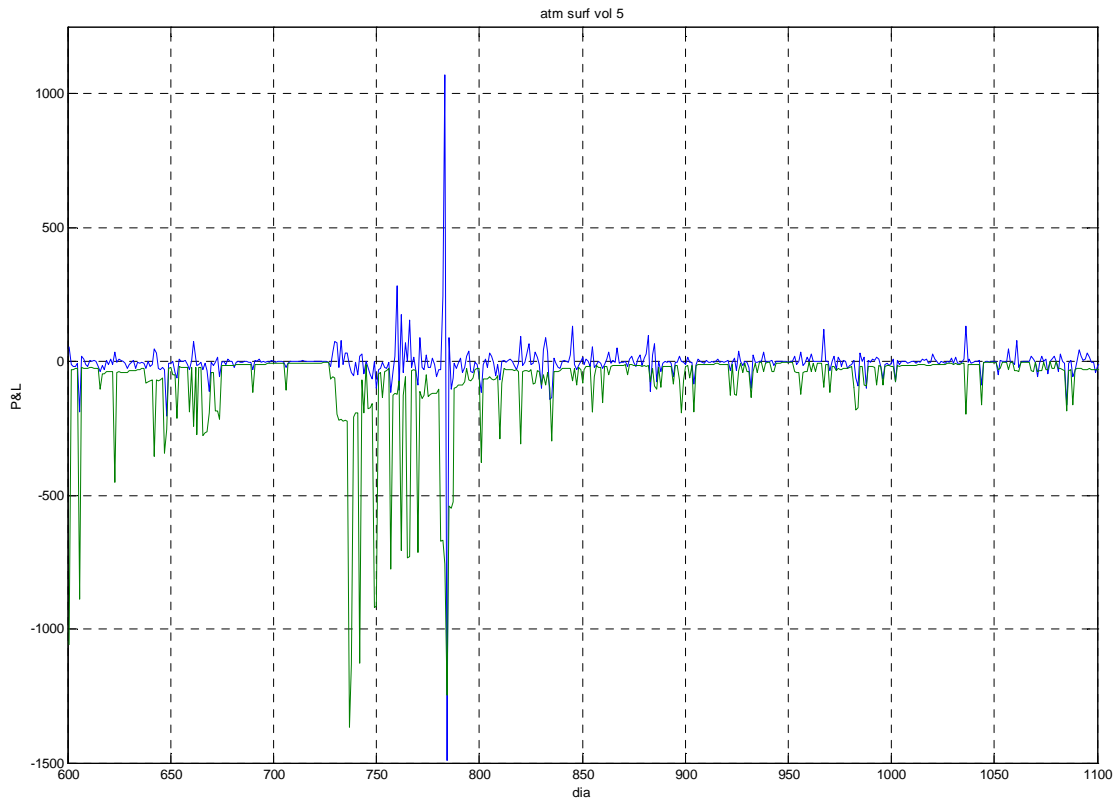


Figura 8- Opção negociada mais at-the-money. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.

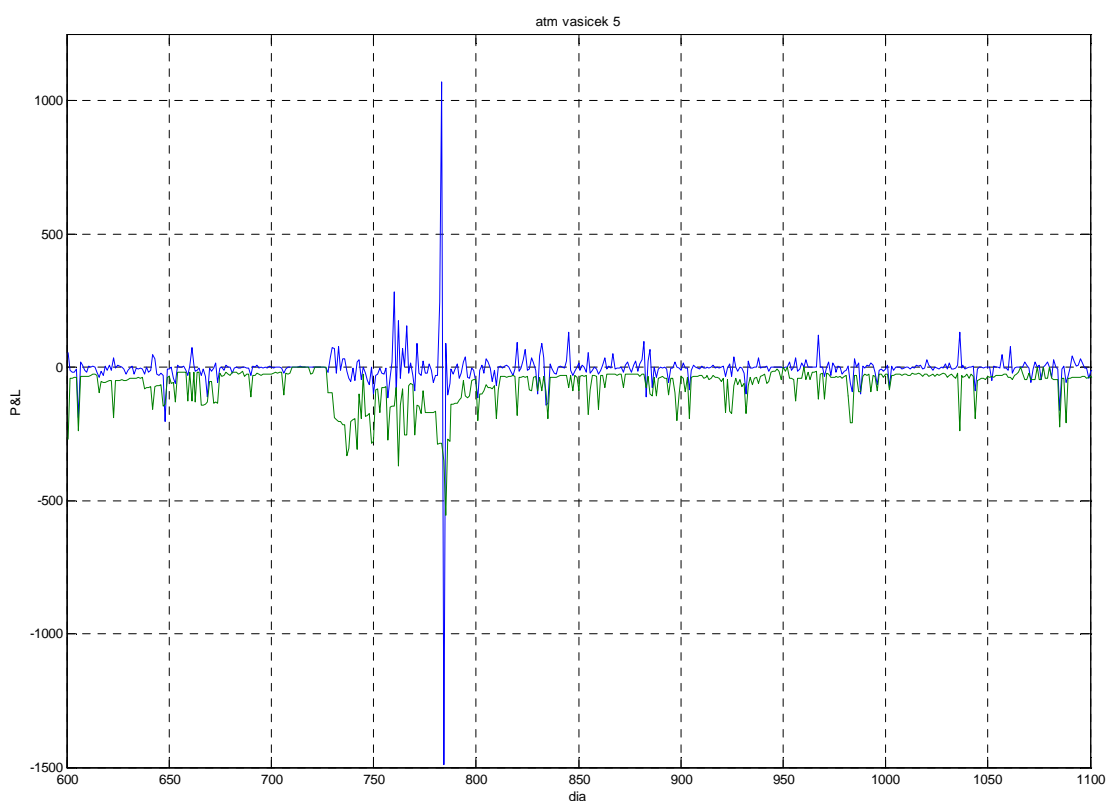


Figura 9 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(95%), método Vasicek.

Conforme mostrado na Tabela 2, os modelos performaram de forma parecida com o primeiro teste, com a diferença de que o teste baseado no modelo de Vasicek reportou um VaR(99%) abaixo do esperado (taxa de exceções acima da teórica), e um VaR(90%) um pouco mais próximo do desejado. Entretanto, a Figura 8 indica uma instabilidade no VaR reportado pelo modelo baseado na Superfície de Volatilidade de Black, apresentando picos abaixo de -1000. Depurando os passos do cálculo do VaR para estes dias de instabilidade, foi identificado que isso ocorre quando a simulação indica que o preço da opção atinge 0 (“vira pó”) várias vezes durante o período de simulação. Vários destes casos ocorreram onde o método de interpolação aplicado indicou uma volatilidade negativa²⁶. Este é um efeito de uma das falhas teóricas

²⁶ Como a volatilidade é um termo maior ou igual a zero, nos casos em que a interpolação resulta numa volatilidade negativa, a rotina implementada considera volatilidade igual a zero no cálculo do preço da opção.

indicadas na seção 4.1.1 : o método de interpolação é escolhido de forma relativamente arbitrária, logo existe o risco de se obter um preço não razoável para uma determinada opção cuja volatilidade foi obtida pela interpolação. Este problema não impactou de forma significativa o teste de Kupiec, pois, como o VaR reportado é muito acima do P&L observado, não é registrada exceção para esta data; e nos dias em que esta instabilidade não ocorre, a taxa de exceções é coerente com o quantil testado.

Demais gráficos do segundo teste são apresentados no Apêndice B.

A terceira carteira testada é composta, a cada dia, por 1 opção de compra que foi negociada na BM&FBOVESPA, escolhida de acordo com os critérios abaixo (em ordem de prioridade):

- maior número de negócios,
- prazo mais próximo de 1 ano.

O objetivo deste teste é avaliar como se comporta o VaR estimado com base nas opções mais negociadas, ou seja, simulando uma situação mais realista de mercado. Além disso, a maior quantidade de negociações pode implicar num preço de mercado mais eficiente, beneficiando a aderência de modelos baseados em não-arbitragem.

Carteira: 1 opção negociada na BM&FBOVESPA
Critério: mais negociada, prazo mais próximo de 1 ano

(teste 3)

Método: Superfície Volatilidade de Black

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	0,79%	0,2417	0,6230
95%	4,35%	0,4731	0,4916
90%	8,89%	0,7126	0,3986

Método: Vasicek

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	0,99%	0,0007	0,9786
95%	3,16%	4,1159	0,0425
90%	7,51%	3,7817	0,0518

Tabela 3 – Resultados do Backtesting onde a carteira é formada pela opção mais negociada na BM&FBOVESPA, com prazo mais próximo de 1 ano.

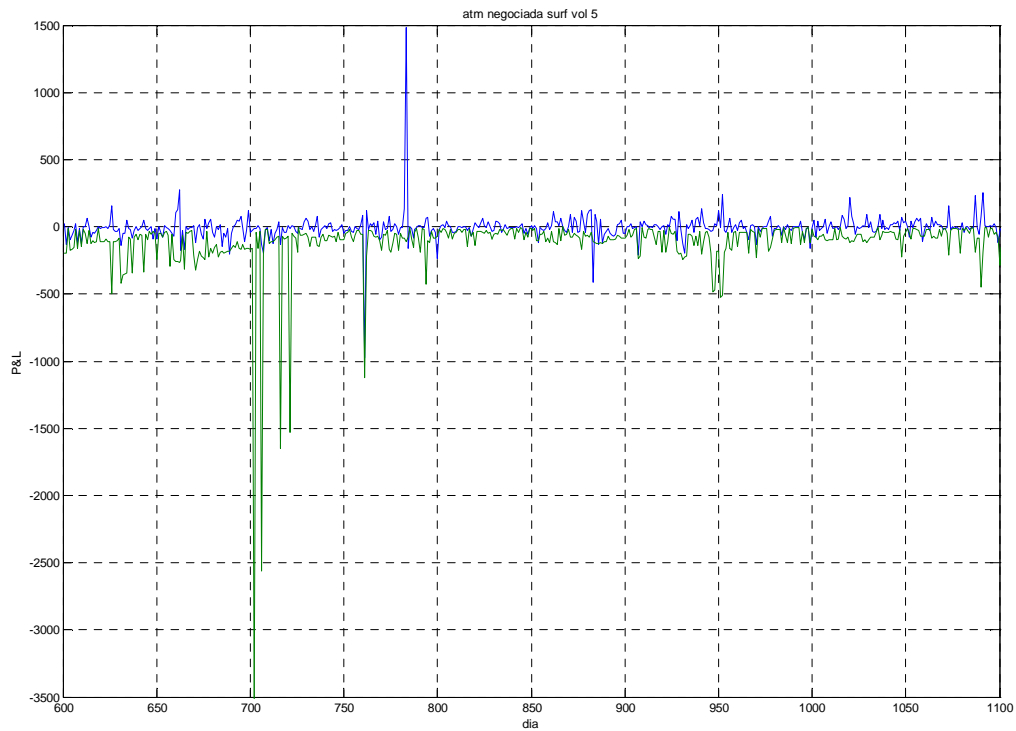


Figura 10 – Opção mais negociada. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.

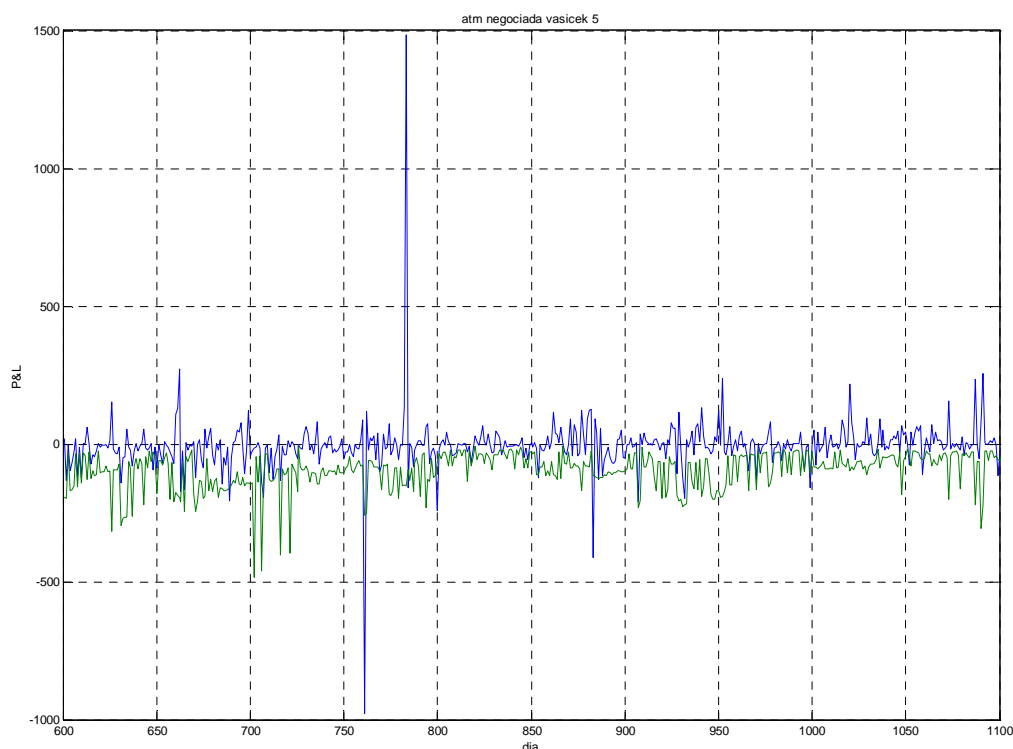


Figura 11 – Opção mais negociada. VaR(95%), método Vasicek.

A Tabela 3 indica boa performance de todos os quantis testados, para ambos os modelos²⁷. Entretanto, a Figura 10 indica novamente a presença de instabilidade do VaR calculado baseado no modelo da Superfície de Volatilidade de Black.

Demais gráficos do terceiro teste são apresentados no Apêndice C.

O quarto teste visa o objetivo final deste trabalho: testar o método de cálculo do VaR levando em consideração uma carteira composta de várias opções. Neste caso, a carteira é composta, a cada dia, por 4 opções de compra negociadas na BM&FBOVESPA, escolhida de acordo com os critérios abaixo (em ordem de prioridade):

- maior número de negócios,

²⁷ VaR(95%) relativo ao modelo Vasicek aceito pelo teste de Kupiec se utilizado nível de significância de 4,25%.

- prazo mais próximo de 1 ano.

Carteira: 4 opções negociadas na BM&FBOVESPA (teste 4)
Critério: mais negociada, prazo mais próximo de 1 ano

Método: Superfície Volatilidade de Black

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	0,40%	2,4258	0,1194
95%	3,56%	2,4547	0,1172
90%	8,89%	0,7126	0,3986

Método: Vasicek

VaR	Taxa Exceções Observada	Estat. Kupiec	p-valor
99%	0,79%	0,2417	0,6230
95%	3,95%	1,2553	0,2625
90%	8,30%	1,7137	0,1905

Tabela 4 - Resultados do Backtesting onde a carteira é formada pelas 4 opções mais negociadas na BM&FBOVESPA, com prazo mais próximo de 1 ano.

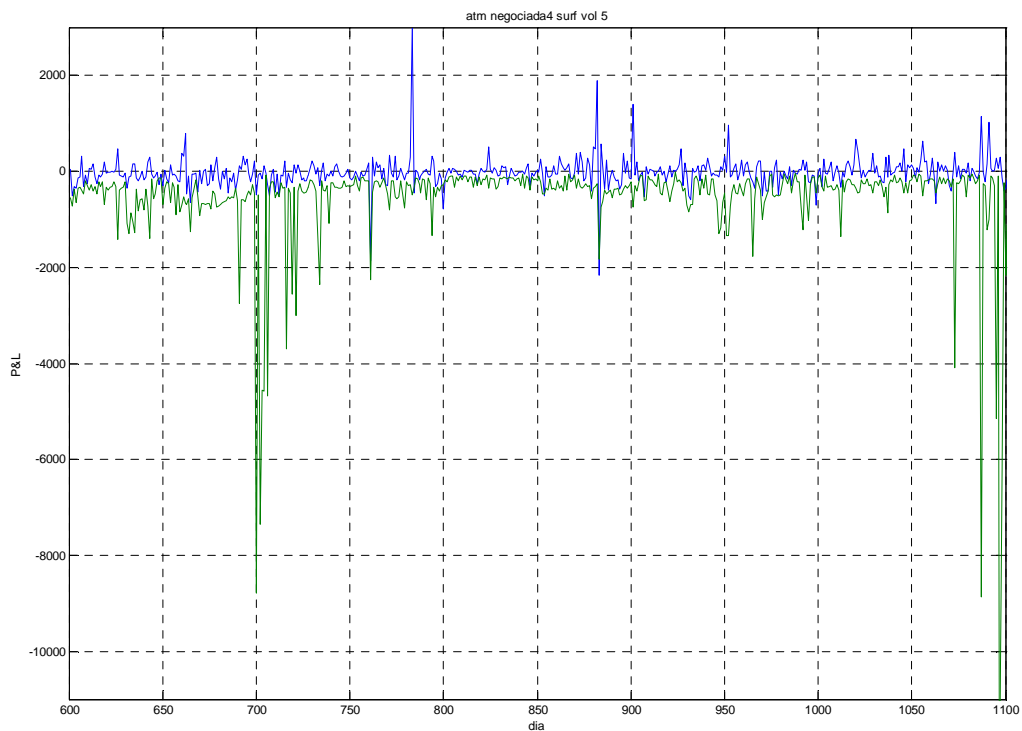


Figura 12 – Carteira com as 4 opções mais negociadas. VaR(95%), método Superfície de Volatilidade.

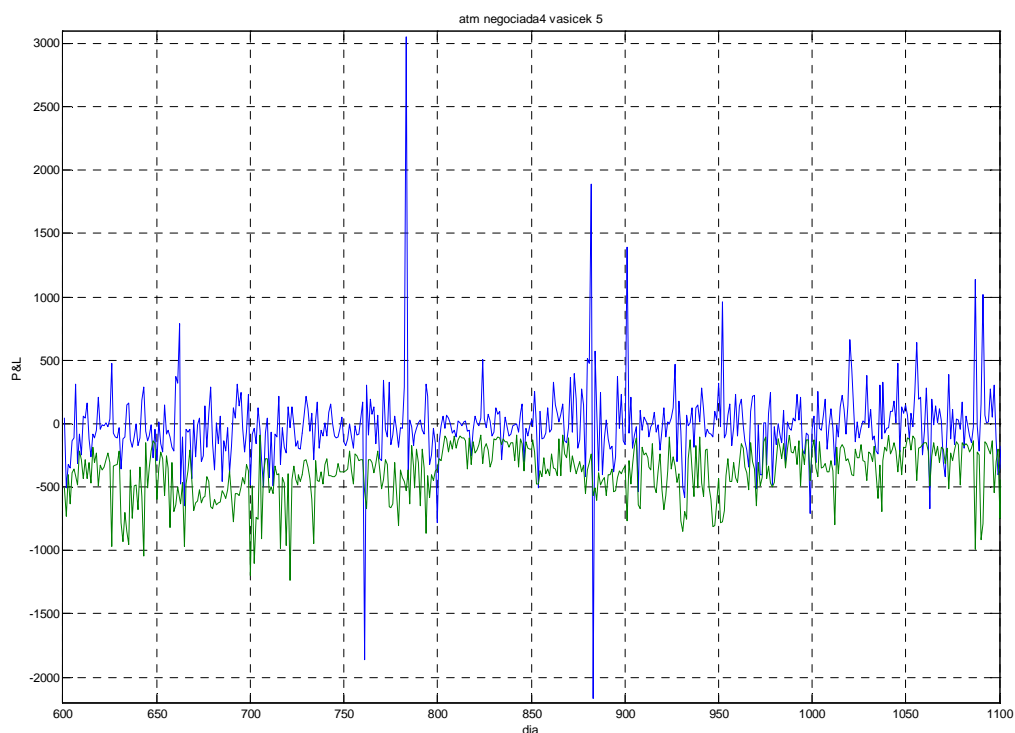


Figura 13 – Carteira com as 4 opções mais negociadas. VaR(95%), método Vasicek.

Os resultados exibidos na Tabela 4 indicam qualidade satisfatória para todos os quantis testados, em ambos os modelos. Entretanto, a Figura 12 indica novamente instabilidade para o VaR obtido baseado no modelo da Superfície de Volatilidade de Black. Neste teste, o modelo de Vasicek mostrou-se superior.

Demais gráficos do quarto teste são apresentados no Apêndice D.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho implementou um procedimento de simulação histórica, com uma adaptação para lidar com opções, para o cálculo do *Value-at-Risk* de uma carteira de opções de IDI.

Um ponto crítico identificado foi com relação à especificação do *moneyness*. Ele possui um papel fundamental para realizar o relacionamento entre opções dos diferentes dias de simulação. Porém, o *moneyness* não possui uma especificação única. A forma escolhida neste trabalho foi a da fórmula (4.2), repetida abaixo, baseada no argumento de que esta medida pode ser vista como a razão da expectativa do valor do índice IDI no vencimento da opção num mundo neutro ao risco com relação ao *strike* da opção. Diferentes formas de especificação do *moneyness* também foram testadas, porém os resultados não foram satisfatórios²⁸.

$$\text{moneyness} = \frac{IDI_t}{KP(t,T)}. \quad (6.1)$$

Dado que o relacionamento das opções de diferentes dias é realizado pelo *moneyness* e pelo prazo até o vencimento da opção, tornou-se necessário adotar um método de avaliação de opções sintéticas. Foram testados dois métodos: o primeiro baseado na interpolação na Superfície de Volatilidade de Black, o segundo baseado na hipótese de que a taxa de juros de curtíssimo prazo segue a dinâmica dada pelo modelo de Vasicek.

Os resultados obtidos utilizando o método da Superfície de Volatilidade foram, em sua totalidade, aceitos pelo teste de Kupiec, ao contrário do que ocorreu com os resultados utilizando o método de Vasicek, onde alguns quantis foram rejeitados. Isso é um indício de

²⁸ Estes resultados não foram incluídos neste trabalho.

que, em alguns casos, mesmo havendo possibilidade de arbitragem nos preços gerados pelo método da Superfície de Volatilidade, uma interpolação direta nos preços (abordagem mais simples) pode performar melhor do que impor restrições de não-arbitragem, como feito no modelo de Vasicek. Isso porque, embora seja um modelo mais completo, temos a dificuldade de estimar uma quantidade maior de parâmetros com uma amostra reduzida.

Por outro lado, utilizar interpolação possui um risco, pois não podemos garantir não-arbitragem nos preços gerados. Ou seja, podemos gerar preços inadequados visto que a escolha do método de interpolação é relativamente arbitrária (temos apenas a idéia de que a curva que une dois pontos deve ser suave). Isso se traduz nas instabilidades identificadas, por exemplo, na Figura 8: até onde foi investigado neste trabalho, estas instabilidades ocorrem com frequência nos casos em que o algoritmo de interpolação resultou numa volatilidade negativa.

No último teste realizado na seção 5, foi feita a simulação de uma carteira com 4 opções. Todos os modelos performaram de forma satisfatória segundo o teste de Kupiec, porém o método baseado em interpolação na Superfície de Volatilidade de Black continuou apresentando as instabilidades citadas anteriormente. Desta forma, dada a coerência em todos os preços gerados pelo modelo Vasicek, este método de avaliação de opções sintéticas mostrou-se superior, servindo como indício de que argumentos de não-arbitragem colaboram para melhorar a performance de modelos de previsão, corroborando com o resultado obtido no estudo de Vicente e Almeida (2008).

A metodologia apresentada neste trabalho requer estudos mais aprofundados. Como idéias para trabalhos futuros, pode-se citar:

- analisar de forma mais aprofundada as instabilidades geradas pelo modelo baseado na interpolação na Superfície de Volatilidade de Black. Quando as instabilidades não ocorrem, a qualidade da previsão dos quantis gerada por este modelo é superior, baseado no teste de Kupiec reportado. Logo, existindo solução para o problema da instabilidade, este modelo se mostrará superior.
- Testar modelos de avaliação de opções sintéticas baseados em outras hipóteses sobre a dinâmica da taxa de juros. O modelo Vasicek estudado neste trabalho apresenta um único fator. Tipicamente este modelo não reproduz a estrutura a termo da taxa de juros observada no mercado. Isso poderia ser um motivo pelo qual o teste de Kupiec rejeitou o modelo de Vasicek para alguns quantis.
- Comparar a metodologia de cálculo de VaR deste trabalho com outras metodologias. Por exemplo, no caso do modelo Vasicek, pode-se assumir uma dinâmica para os parâmetros α e γ . Em seguida, pode ser feita uma simulação de Monte Carlo para estimar o VaR, tratando estes parâmetros como fatores de risco.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, L.; YOSHINO J.; SCHIRMER P. (2003) “**Derivativos de Renda Fixa no Brasil: Modelo Hull-White**”, Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 33, n. 2.
- BACKUS, D.; FORESI, S.; ZIN S. (1996). “**Arbitrage Opportunities in Arbitrage-Free Models of Bond Pricing**”, NBER Working Papers 5638, National Bureau of Economic Research.
- Basle Committee on Banking Supervision (2008) “**Range of practices and issues in economic capital modeling**”. Disponível em <<http://www.bis.org/bcbs/>>. Data de acesso: 08 de dezembro de 2008.
- BLACK F. (1976) “**The Pricing of Commodity Contracts**”, Journal of Financial Economics, 3, 167-79.
- BLACK, F.; SCHOLES M. (1973) “**The Pricing of Options and Corporate Liabilities**”, Journal of Political Economy.
- BRIGO D.; MERCURIO F. (2007) “**Interest Rate Models – Theory and Practice**”, 2ª edição, Springer.
- CAMPBELL, S. (2005) “**A Review of Backtesting and Backtesting Procedures**”. Disponível em: <<http://www.federalreserve.gov/PUBS/feds/2005/200521/200521pap.pdf>>. Data de acesso: 22 de abril de 2008.
- CHRISTOFFERSEN, P. (1998) “**Evaluating Interval Forecasts**”, McGill University Canada International Economic review, v. 39, n. 4.
- COX, J.; INGERSOLL, J.; ROSS, S. (1985) “**A theory of the term structure of interest rates**”, Econometrica, 53, p. 385-407.
- DOWD, K. (2002) “**An Introduction to market risk measurement**”, Wiley.
- EL-JAHEL L.; PERRAUDIN W.; SELLIN P. (1999) “**Value at risk for derivatives**”, Journal of Derivatives, v. 6 n. 3, p. 7-26.
- FAJARDO, J.; ORNELAS J. (2003) “**Apreçamento de Opções de IDI Usando o modelo CIR**”, Est. Econ., São Paulo, v. 33, n. 2, p. 287-434.
- HULL, J. (2008); “**Options Futures and Other Derivatives**”, 7ª. Edição, Prentice Hall.
- HULL, J.; WHITE A. (1990) “**Pricing interest rate derivative securities**”, Review of Financial Studies, v. 3, p. 573-592.
- JORION, P. (2003) “**Value at Risk: A nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro**”, 2ª edição, BM&F Brasil.
- KUPIEC, P. (1995) “**Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models**”, Journal of Derivatives, 3, 1995, 73-84.

LEHAR, A. (2000) “**Alternative Value-at-Risk Models for Options**”. Disponível em: <<http://ideas.repec.org/p/sce/scecf0/99.html>>. Data de acesso: 08 de dezembro de 2008.

OYA, D. (2006) “**Estudo Sobre o Risco de Uma Carteira de Opções Através da Análise de Componentes Principais**”, Dissertação de Mestrado, Fundação Getúlio Vargas.

Risk Metrics Group (1995) “**RiskMetrics Technical Document**”. Disponível em: <<http://www.riskmetrics.com>>. Data de acesso: 08 de dezembro de 2008.

VASICEK, O. (1977) “**An equilibrium characterization of the term structure**”, Journal of Financial Economics, 5, p. 177-188.

VICENTE, J. (2006) “**Essays on Risk Regulation and on Affine Term Structure Models**”, Tese de Doutorado, Instituto de Matemática Pura e Aplicada.

VICENTE, J.; ALMEIDA, C. (2006a) “**Pricing and Hedging Brazilian Fixed Income Options**”. Artigo apresentado no VI Encontro Brasileiro de Finanças.

VICENTE, J.; ALMEIDA, C. (2006b) “**Term Structure Movements Implicit in Option Prices**”. Disponível em: <www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps128.pdf>. Data de Acesso: 08 de dezembro de 2008.

VICENTE, J.; ALMEIDA, C. (2008) “**The Role of No-Arbitrage on Forecasting: Lessons from a Parametric Term Structure Model**”. Artigo apresentado no VIII Encontro Brasileiro de Finanças.

VIEIRA, C. A. (1999) “**Modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros e Avaliação de Contratos Derivativos**”. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.

APÊNDICE A

A seguir, demais resultados do procedimento de *Backtesting* com uma carteira composta por uma opção *at-the-money* sintética, prazo de 1 ano. O valor observado do P&L da carteira é calculado com base no modelo que utiliza interpolação na Superfície de Volatilidade Black. A linha azul indica o P&L observado, a linha verde indica o VaR calculado pelo modelo.

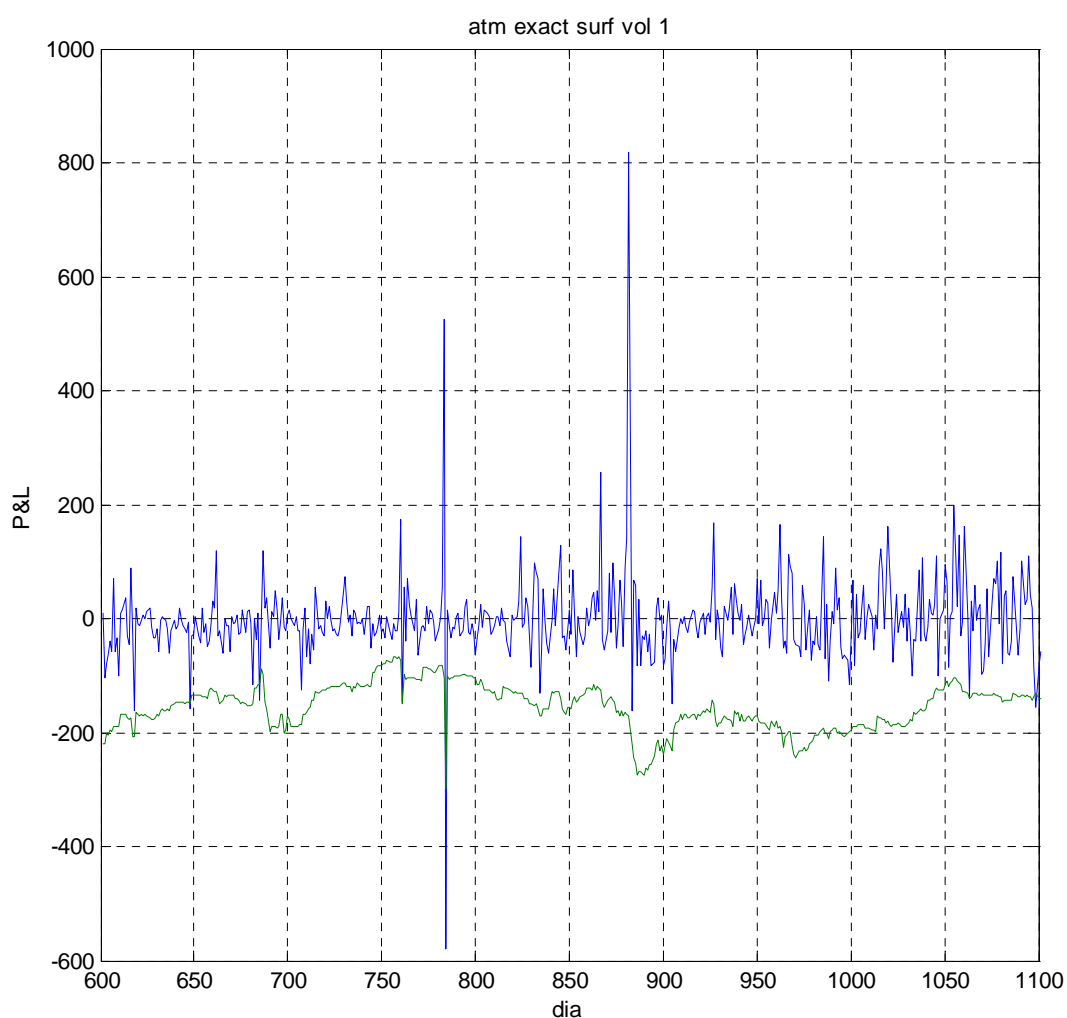


Figura 14 – Opção at-the-money sintética. VaR(99%) , método Superfície de Volatilidade.

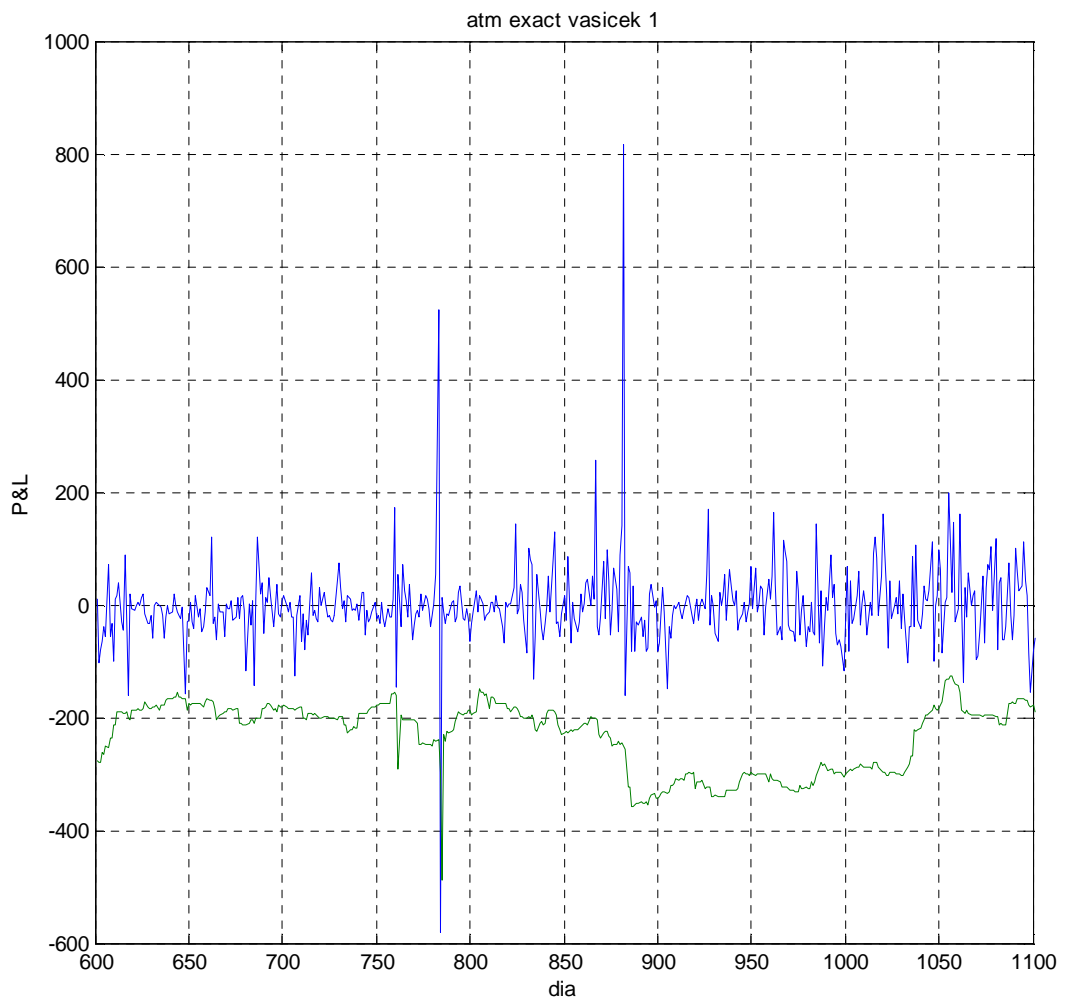


Figura 15 – Opção at-the-money sintética. VaR(99%), método Vasicek.

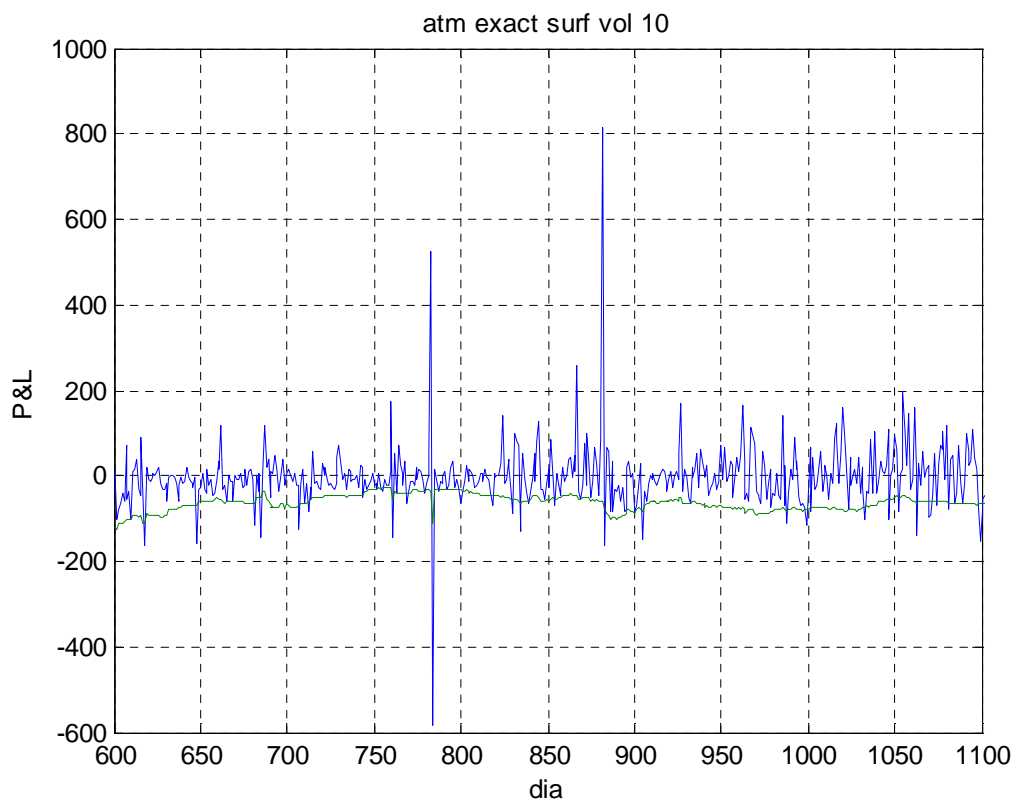


Figura 16 – Opção at-the-money sintética. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade.

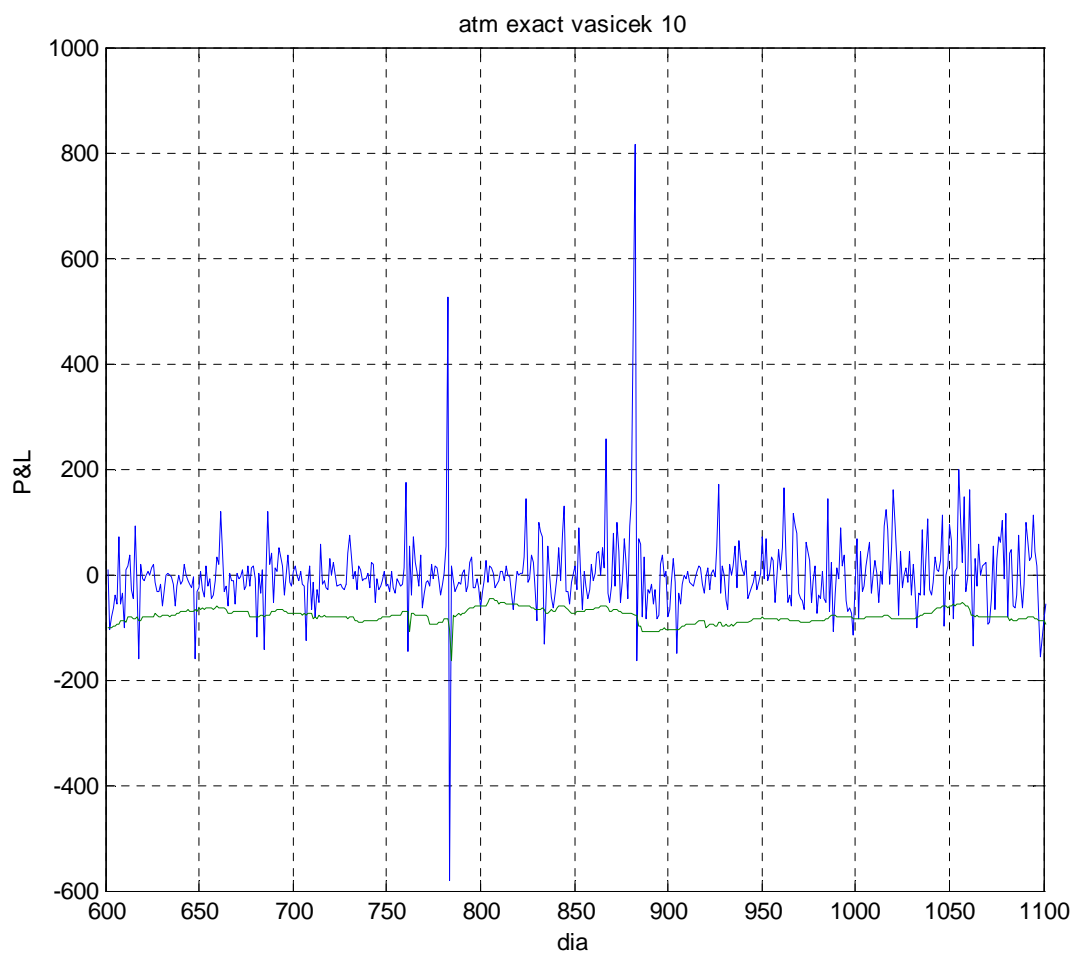


Figura 17 – Opção at-the-money sintética. VaR(90%), método Vasicek.

APÊNDICE B

A seguir, demais resultados do procedimento de *Backtesting* com uma carteira composta por uma opção negociada na BM&FBOVESPA, filtrando pelos seguintes critérios, na ordem: opção mais *at-the-money*, prazo mais próximo de 1 ano, mais negociada. A linha azul indica o P&L observado, a linha verde indica o VaR calculado pelo modelo.

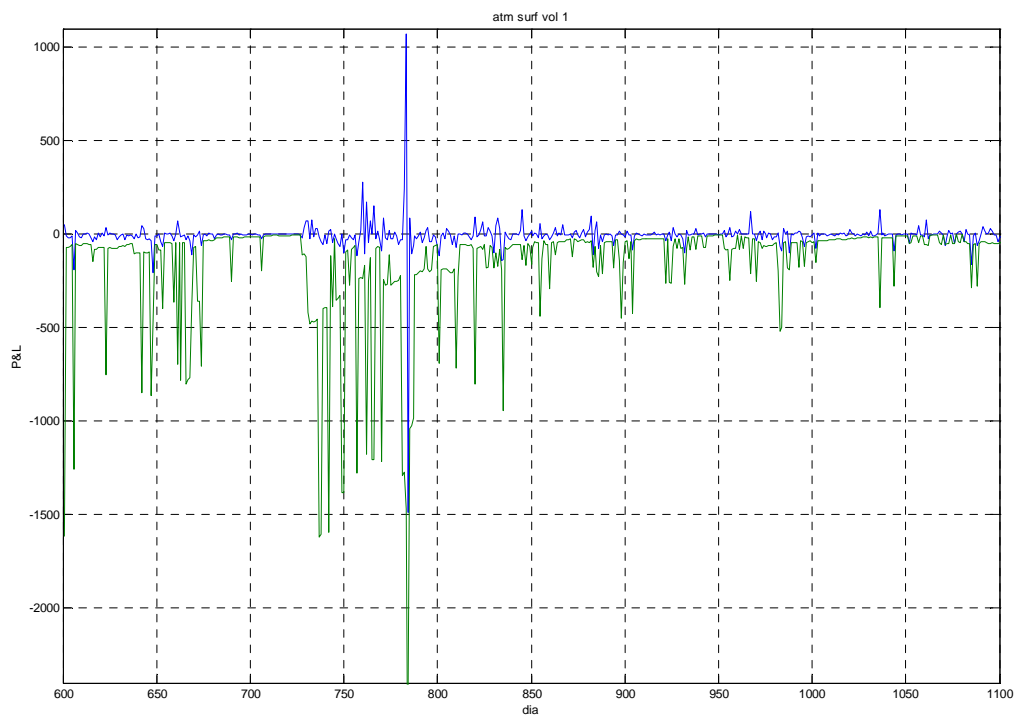


Figura 18 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(99%), método Superfície de Volatilidade.

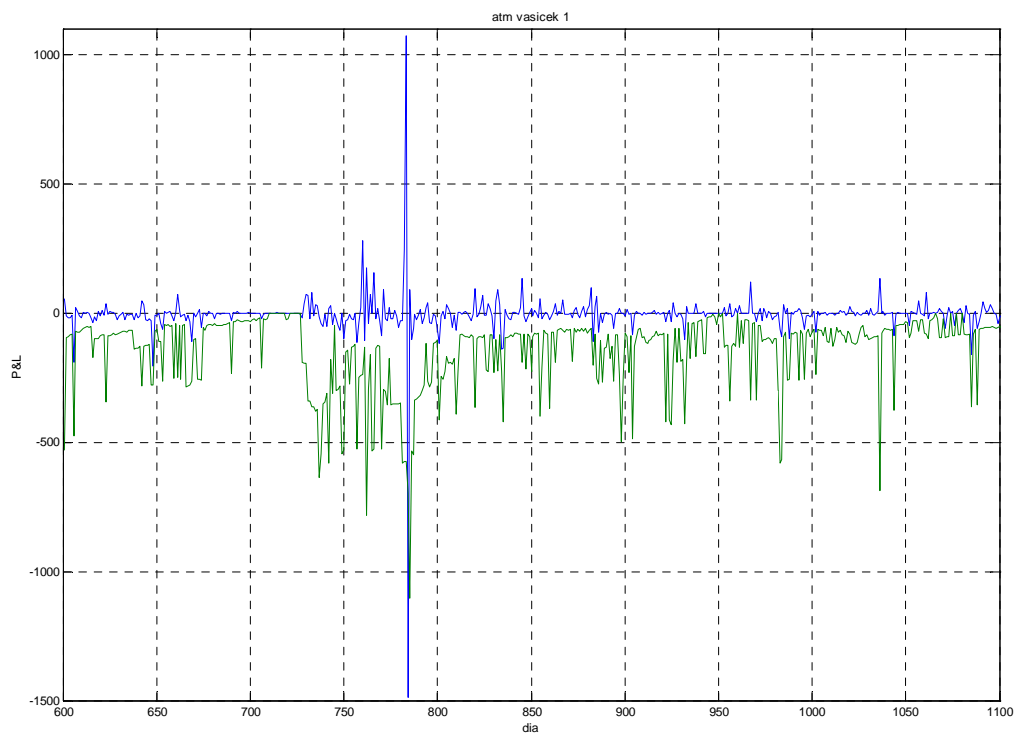


Figura 19 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(99%), método Vasicek.

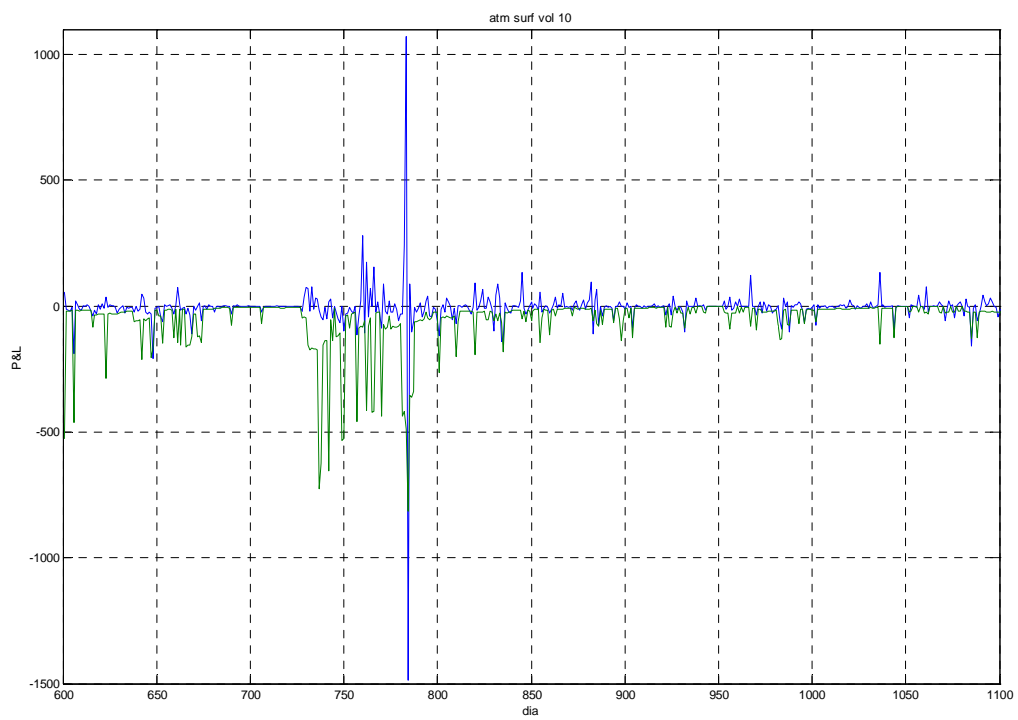


Figura 20 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade.

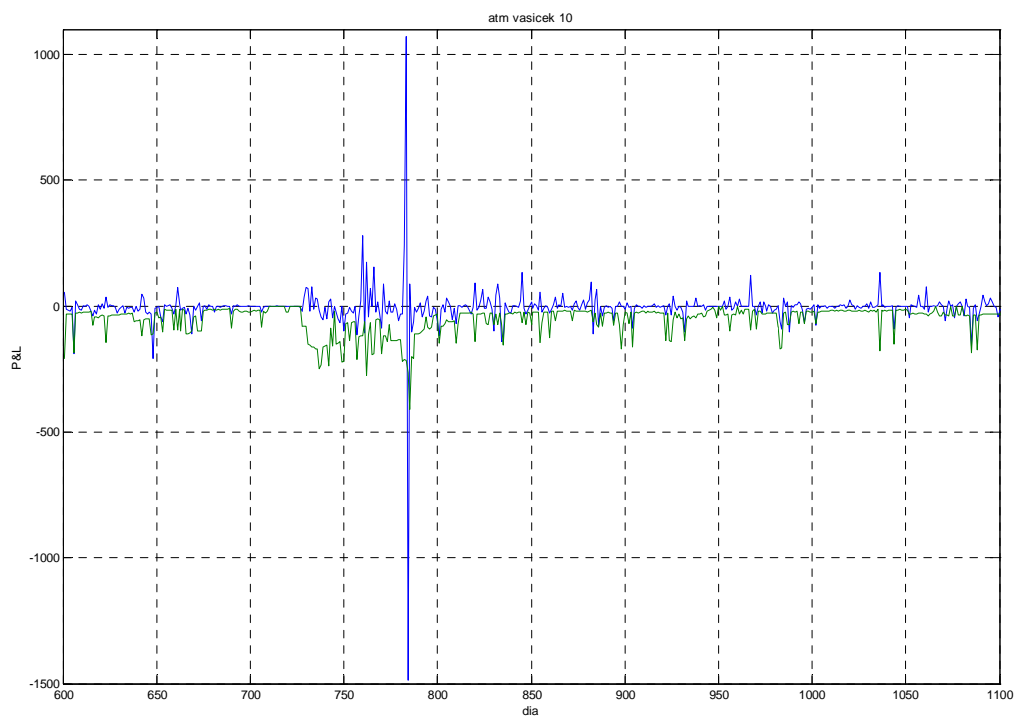


Figura 21 – Opção negociada mais at-the-money. VaR(90%), método Vasicek.

APÊNDICE C

A seguir, demais resultados do procedimento de *Backtesting* com uma carteira composta por uma opção negociada na BM&FBOVESPA, filtrando pelos seguintes critérios, na ordem: a mais negociada, prazo mais próximo de 1 ano. A linha azul indica o P&L observado, a linha verde indica o VaR calculado pelo modelo.

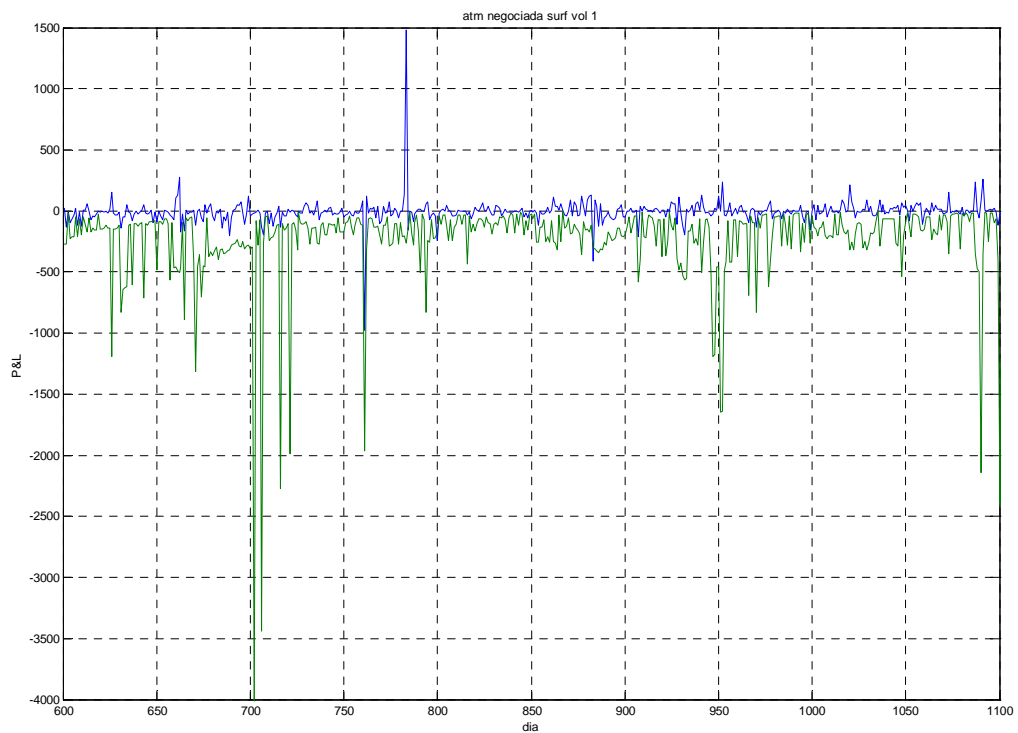


Figura 22 - Opção mais negociada. VaR(99%), método Superfície de Volatilidade.

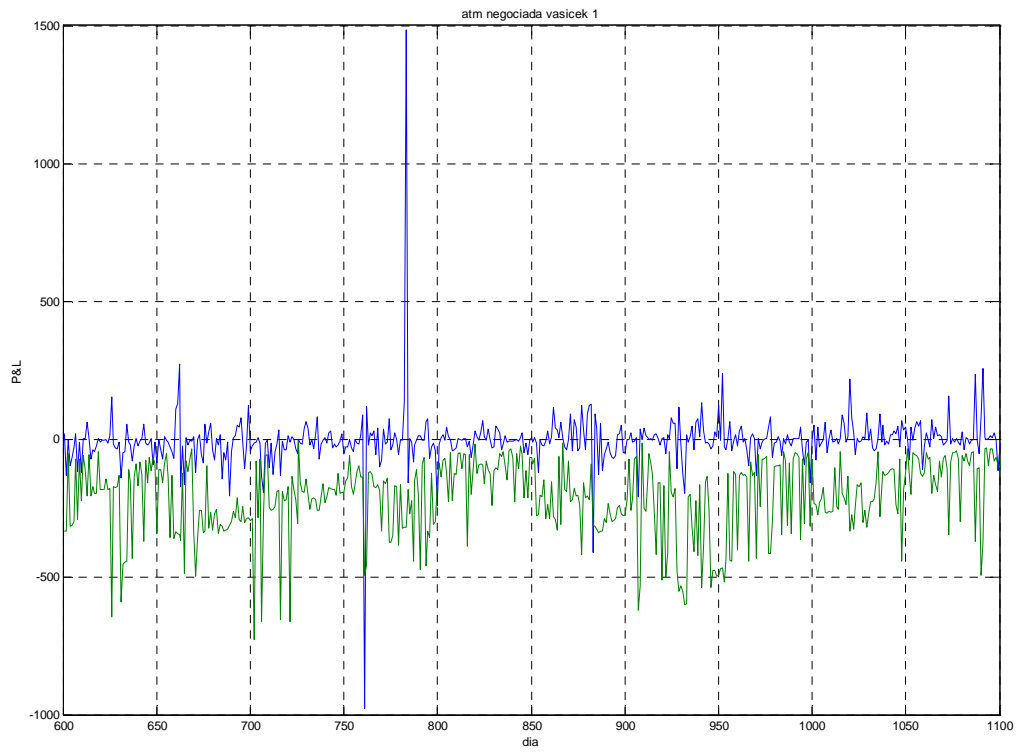


Figura 23 - Opção mais negociada. VaR(99%), método Vasicek.

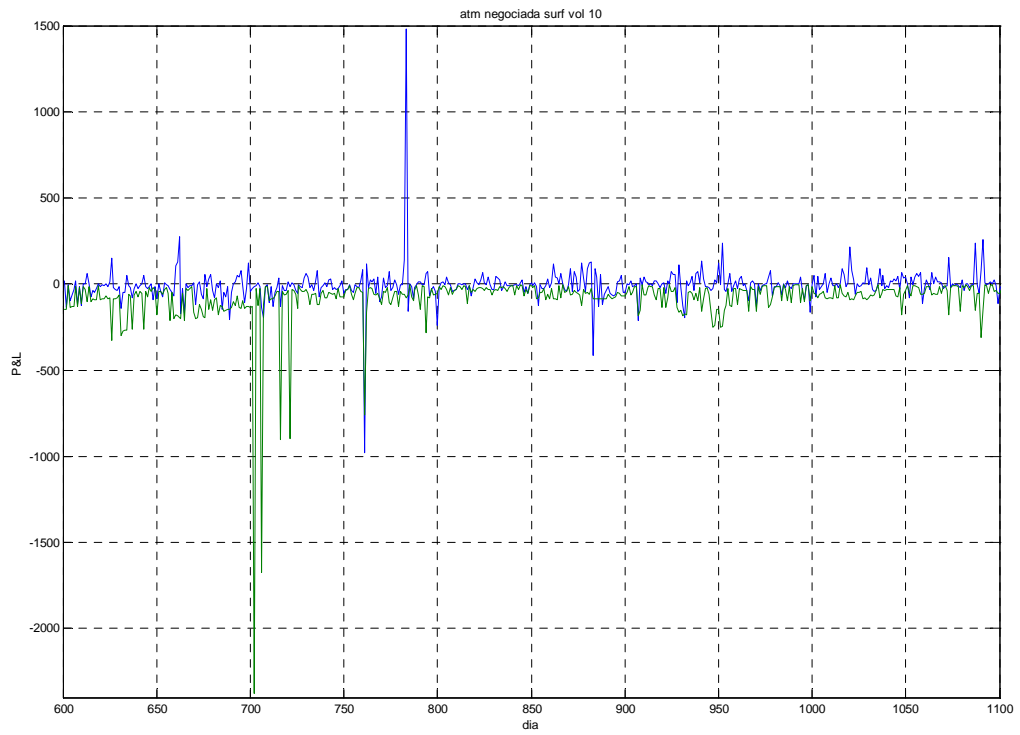


Figura 24 - Opção mais negociada. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade.

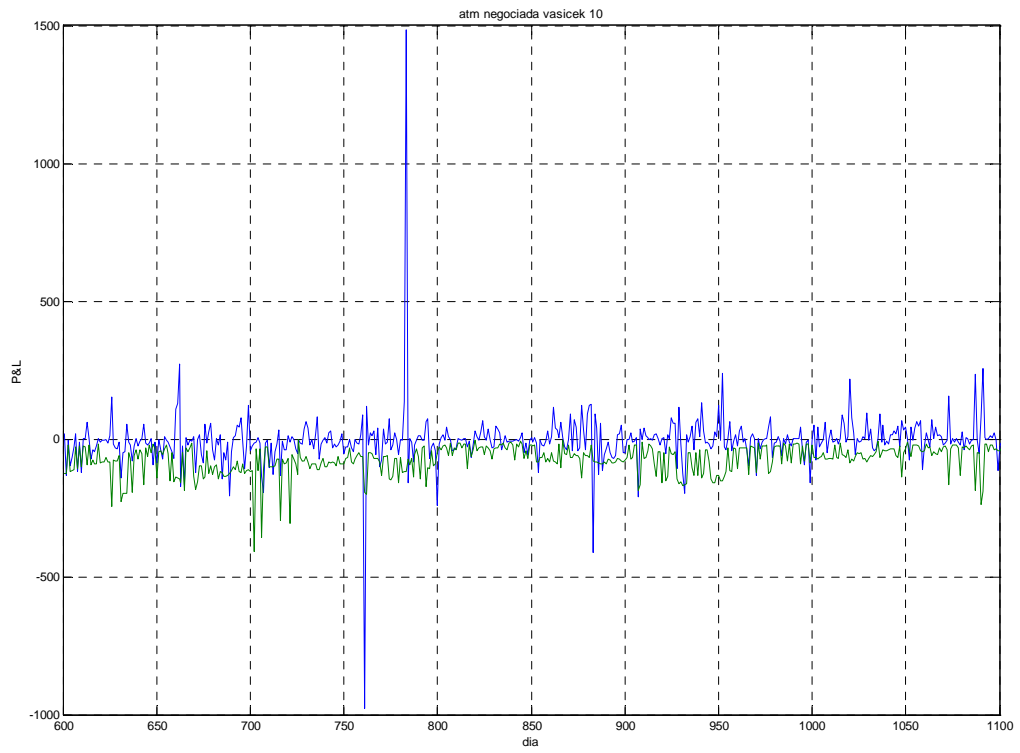


Figura 25 - Opção mais negociada. VaR(90%), método Vasicek.

APÊNDICE D

A seguir, demais resultados do procedimento de *Backtesting* com uma carteira composta por 4 opções negociadas na BM&FBOVESPA, filtrando pelos seguintes critérios, na ordem: a mais negociada, prazo mais próximo de 1 ano. A linha azul indica o P&L observado, a linha verde indica o VaR calculado pelo modelo.

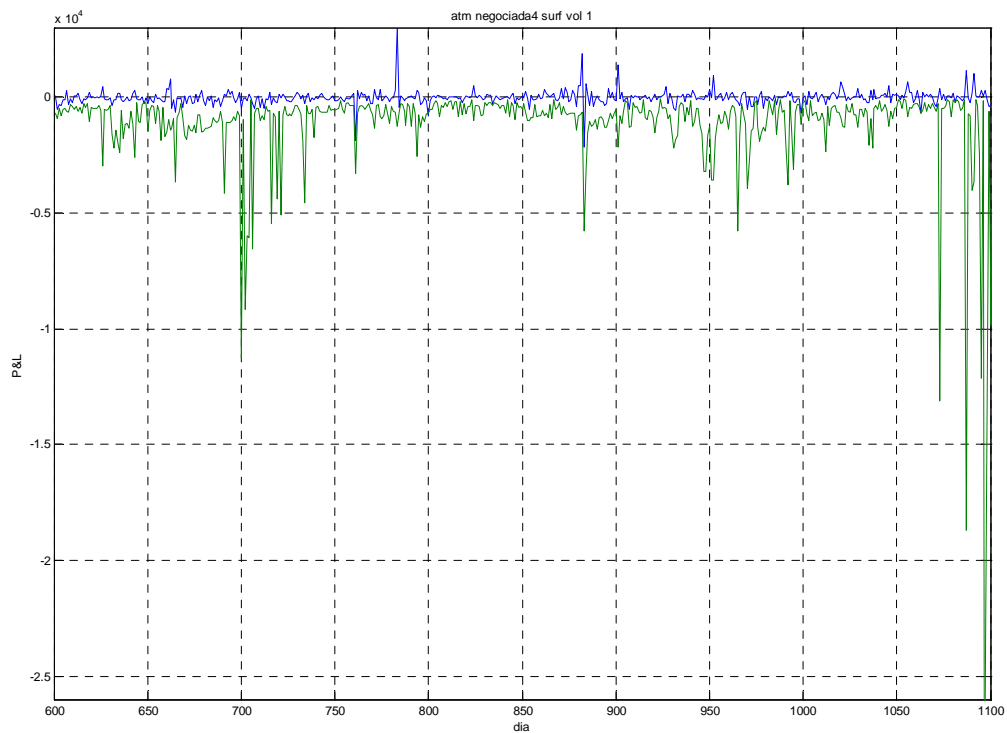


Figura 26 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(99%), método Superfície de Volatilidade.

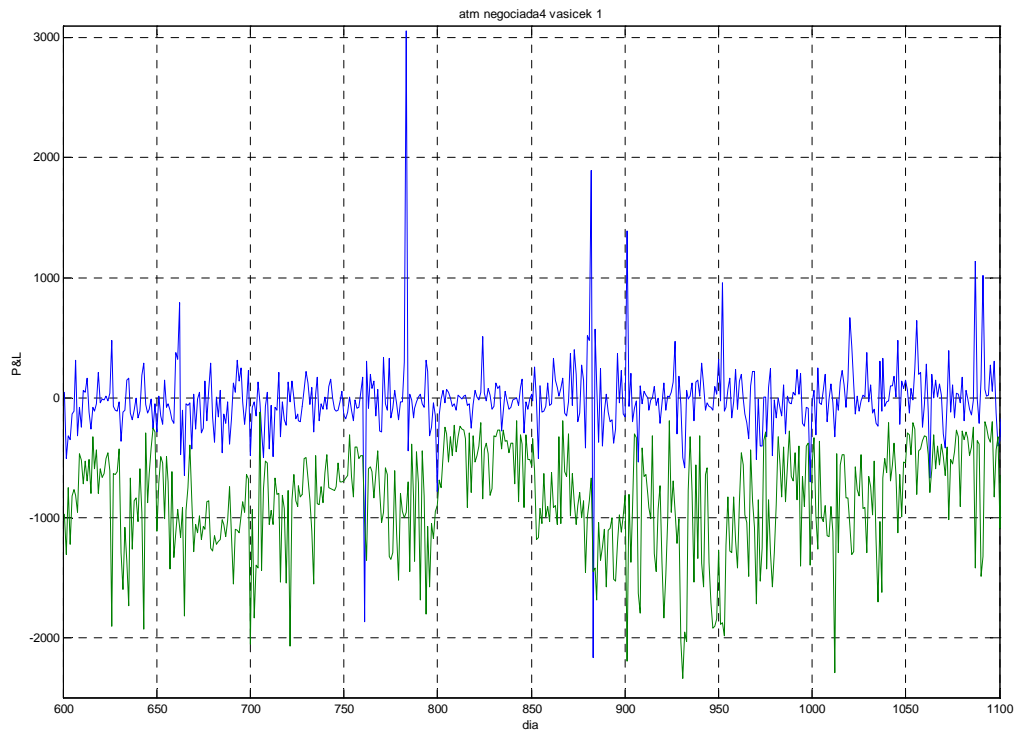


Figura 27 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(99%), método Vasicek.

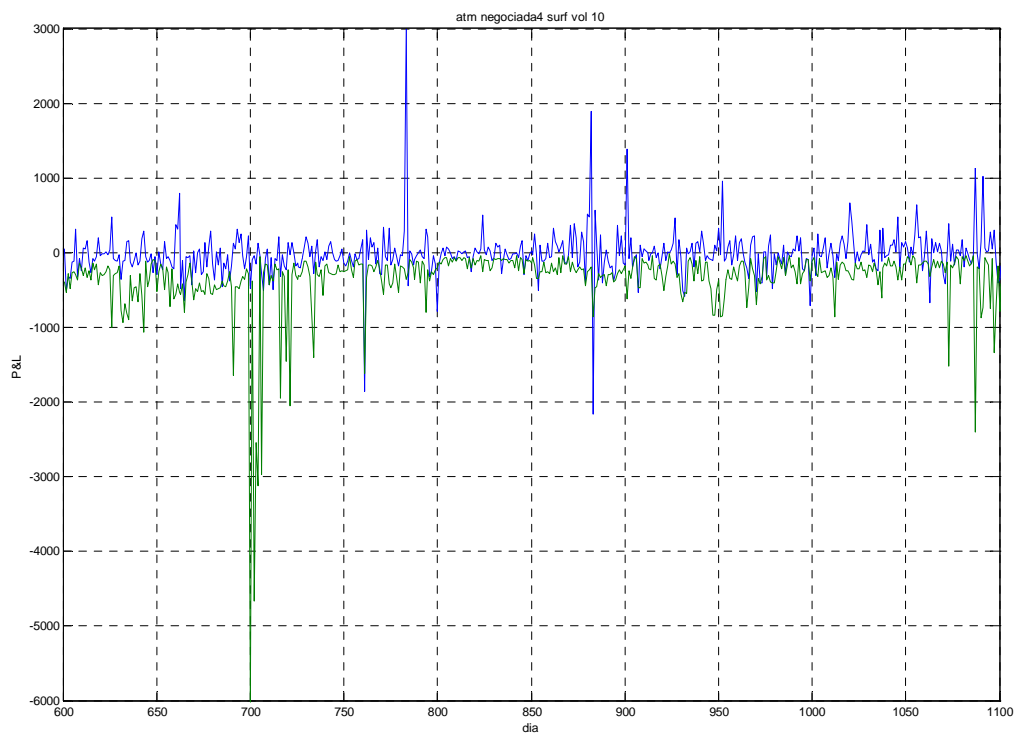


Figura 28 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(90%), método Superfície de Volatilidade.

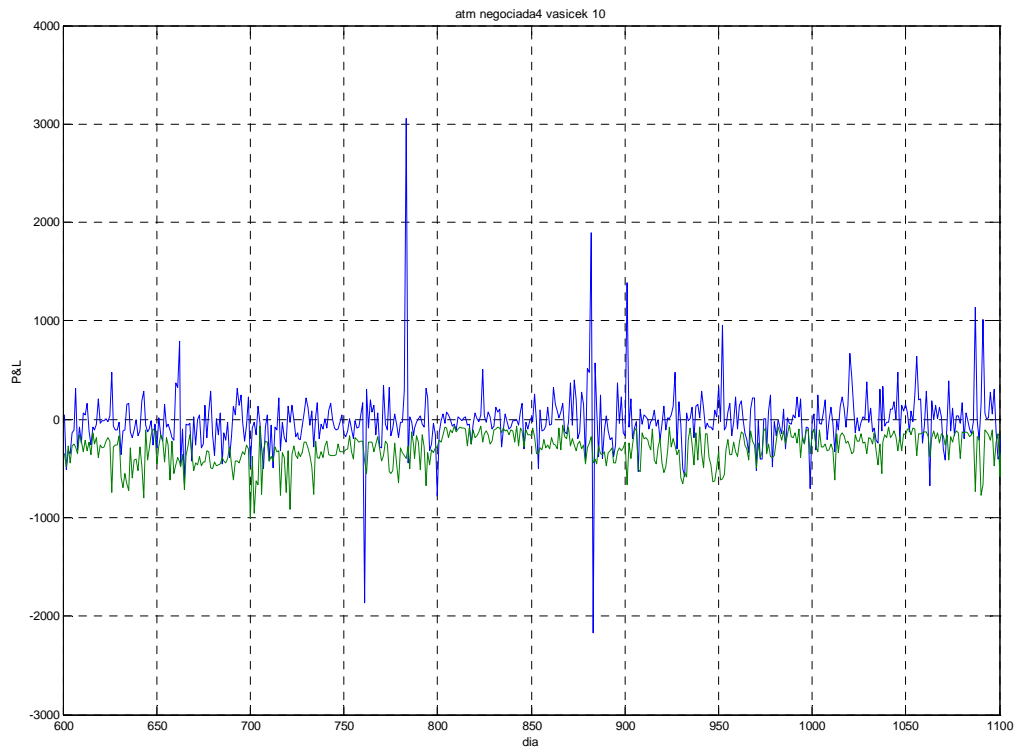


Figura 29 - Carteira com as 4 Opções mais negociadas. VaR(90%), método Vasicek.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)