

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE PISOS DE
EDIFICAÇÕES EM ESTRUTURA METÁLICA QUANTO
AOS CRITÉRIOS DE VIBRAÇÃO**

AUTOR: BRUNO CAMPOS MOREIRA

ORIENTADOR: Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica.

Ouro Preto, julho de 2004.

Moreira, Bruno Campos.
B894a Avaliação comparativa de pisos de edificações em estrutura metálica
quanto aos critérios de vibração. / Bruno Campos Moreira.– Ouro Preto:
UFOP, 2004.
xxv, 182p. : il.; graf., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola
de Minas. Departamento de Engenharia Civil.

1. Construção metálica - Teses. 2. Engenharia civil - Teses. 3.
Dinâmica estrutural. 4. Estruturas metálicas – Pisos. I. Universidade Federal
de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. II.
Título.

CDU: 624.014

Catálogo: Sisbin@sisbin.ufop.br

*“Obrigado Senhor,
pelos meus braços perfeitos,
quando há tantos mutilados;
pelos meus olhos perfeitos,
quando há tantos sem luz;
pela minha voz que canta,
quando muitos emudecem;
pelas minhas mãos que trabalham,
quando tantos mendigam.
É maravilhoso Senhor,
ter um lar para voltar, quando há os que não tem aonde ir;
sorrir, quando há tantos que choram;
amar, quando há tantos que odeiam;
sonhar, quando há tantos que se revolvem em pesadelo;
viver, quando há tantos que morrem antes de nascer;
sobretudo, ter pouco a pedir e
tanto a agradecer.”*

AGRADECIMENTOS

Tenho muito que agradecer meus pais pelo incentivo dado para a realização de mais esse importante passo da minha vida. Apoiaram-me nos momentos difíceis, dando forças para completar minha tarefa. Agradeço também o carinho e paciência que sempre tiveram.

Agradeço a minha família pela compreensão e apoio durante esses longos dois anos devido as constantes ausências. Meus avós, tios, tias, primos, primas, enfim, todos familiares que estão presentes no meu coração.

À Escola de Minas que abriu seus braços desde minha graduação. Ela não só me deu o título de Engenheiro Civil e Mestre em Engenharia, como também me ensinou muitas lições da vida.

Ao meu orientador Francisco de Assis das Neves, que sempre me ajudou e perdeu várias noites de sono para tentar solucionar alguns problemas.

À minha namorada Lívia, que esteve sempre perto com muito carinho e paciência. Não deve ter sido nada fácil agüentar tantos problemas e dores de cabeça durante esse tempo.

Aos professores da Escola de Minas, funcionários e amigos das longas jornadas de estudos. Aos companheiros do LAMEC e do LCC-DECIV.

A todos meus amigos da cidade de Ouro Preto, principalmente aos moradores da República Penitenciária. São pessoas que estarão marcadas pra sempre na minha memória, seja pelos momentos de alegria, de tristezas e, sobretudo, companheirismo.

RESUMO

A tendência da arquitetura moderna em proporcionar ambientes interiores com grandes vãos livres implica em utilizar materiais mais resistentes para viabilizar uma solução estrutural leve e esbelta. Uma consequência direta dessa tendência é o considerável aumento dos problemas estruturais, em particular aqueles relacionados a vibrações indesejáveis nos painéis de pisos. Isso porque as frequências naturais de vibração desses painéis estão se tornando cada vez mais baixas, se aproximando da faixa de frequências associadas com as atividades humanas, tais como, por exemplo, caminhar, correr e pular, além dos movimentos aeróbicos e esportivos.

As vibrações induzidas nas estruturas são freqüentemente esquecidas ou ignoradas na fase de projeto, muito embora se constitua num dos critérios prescritos nas normas de projeto para verificação do estado limite de serviço. Entretanto, por serem cada vez mais evidentes em novas construções, estão tornando imperioso esse critério relacionado ao conforto humano e satisfação dos usuários. As vibrações excessivas podem ocorrer devido a uma série de fatores, dentre esses: rigidez inadequada, baixo amortecimento ou pequena massa.

Visando um melhor entendimento do comportamento dinâmico desses componentes estruturais, foram realizadas diversas análises de painéis típicos modelados com o método de elementos finitos, utilizando o programa ANSYS. Investigou-se a influência de alguns parâmetros estruturais, como vão e rigidez das vigas de piso, na resposta dinâmica em termos de acelerações nodais. Demonstra-se, por meio de correlações com outros resultados analíticos e numéricos disponíveis na literatura que uma modelagem criteriosa do carregamento, gerado durante o caminhar, é de extrema importância para obtenção de bons resultados dinâmicos. Finalmente examinam-se alguns critérios de avaliação estrutural, indicados em Normas e Recomendações Técnicas nacional e internacional, a luz dos resultados numéricos obtidos em termos de acelerações em painéis de piso típico de construções mistas induzidas por cargas impulsivas e decorrentes do caminhar de pessoas.

ABSTRACT

The architectural tendency in proportionating in modern buildings wide open interior spaces to be covered by large free-span ceilings, has the implication of searching for light and slender structural solutions making use of new and high strength materials. A straightforward consequence of this ever strong tendency is the increase of the undesirable vibration problems of floor structures. Because of their increasing slenderness and lightness their natural free-vibration-frequencies are getting too close to the frequency range associated with the ordinary human activities, i.e., to walk, run and jump; and some other associated with the human body's movements typical of aerobics, gymnastics and indoor sports.

Although being an acknowledge serviceability criterion, the desirable or admissible level of vibration in floor-structures is frequently omitted or neglected in the design stage. Nevertheless, because excessive vibrations are even more evidents in new constructions the referred serviceability criterion has become imperative, as it is related to the human comfort and user satisfaction.

To better understand the dynamic behavior of these structural components several analyses of typical floor panels were performed. The numerical modeling was made by using the finite element method and the program ANSYS. These analyses were performed in time and frequency domains and the influences of some structural parameters were investigated. Correlations with other analytical and numerical results found in the literature were used to show that a criterious modeling of the human loading is of great importance in getting good results.

Finally, few criteria for structural evaluation as prescribed in national and international design codes were examined in the light of the obtained numerical results, in terms of accelerations induced in typical composite floor-structural by human impulsive and walking loads.

ÍNDICE

RESUMO	V
ABSTRACT	VI
LISTA DE FIGURAS	XII
LISTA DE TABELAS	XVII
LISTA DE SÍMBOLOS	XIX
LISTA DE SIGLAS	XXV
 CAPÍTULO 1	
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJETIVOS / MOTIVAÇÃO.....	4
1.2. ESCOPO DO TRABALHO.....	5
 CAPÍTULO 2	
2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE VIBRAÇÃO EM PISOS QUANTO AO CONFORTO HUMANO	7
2.1. FLUXOGRAMA ILUSTRATIVO.....	7
2.2. IDENTIFICAÇÃO DAS PARCELAS DA EQUAÇÃO DINÂMICA.....	12
2.2.1. Sistemas com um grau de liberdade.....	12
2.2.1.1. Carga harmônica.....	15

2.2.2. Características físicas e dinâmicas dos principais tipos de pisos.....	19
2.2.3. Cargas dinâmicas induzidas por atividades humanas.....	24
2.2.3.1. Caminhar.....	25
2.2.3.2. Correr.....	32
2.2.3.3. Pular.....	33
2.2.3.4. Exercícios aeróbicos.....	34
2.2.3.5. Impacto da queda de calcanhar.....	36
2.2.4. Tipos de movimentos induzidos pelos carregamentos dinâmicos.....	37
2.2.5. Lado humano da equação.....	38
2.2.5.1. Critérios de conforto de acordo com especificações de normas..	41
2.2.6. Fatores que influenciam a resposta dinâmica dos pisos.....	47
2.2.7. Procedimentos adotados para resolver o problema de vibração em pisos..	48
2.2.7.1. Redução dos efeitos.....	48
2.2.7.2. Relocação.....	49
2.2.7.3. Redução da massa.....	49
2.2.7.4. Enrijecimento.....	49
2.2.7.5. Aumento do amortecimento.....	50
2.2.7.6. Controle passivo.....	50

CAPÍTULO 3

3. PROCEDIMENTOS SIMPLIFICADOS PARA AVALIAÇÃO DE PISOS.....	52
3.1. HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DOS CRITÉRIOS.....	52
3.2. GUIA DE PROJETO PARA VIBRAÇÕES DE PISOS.....	57

3.3. VIBRAÇÕES EM PISOS DEVIDO A ATIVIDADES HUMANAS.....	58
3.3.1. Critério aceitável para o conforto humano.....	58
3.3.2. Frequência natural de sistemas apertados de pisos em aço.....	61
3.3.2.1. Relações fundamentais.....	61
3.3.2.2. Ação composta.....	63
3.3.2.3. Peso distribuído.....	64
3.3.2.4. Deflexão devido à flexão: continuidade.....	64
3.3.3. Projeto para excitações provocadas por caminhadas.....	67
3.3.3.1. Critérios recomendados.....	67
3.3.3.2. Estimativa de parâmetros exigidos.....	68
3.4. IMPLEMENTAÇÃO.....	71

CAPÍTULO 4

4. MODELAGENS NUMÉRICAS EM ELEMENTOS FINITOS.....	75
4.1. ANÁLISE ESTÁTICA.....	75
4.2. ANÁLISE DINÂMICA.....	76
4.2.1. Tipos de análises.....	76
4.2.2. Elementos finitos.....	77
4.2.3. Malha em elementos finitos.....	79
4.2.4. Função de carga.....	79
4.2.5. Taxa de amortecimento.....	84
4.2.6. Algoritmo de integração.....	87
4.2.6.1. Estabilidade.....	89
4.2.6.2. Precisão.....	91

4.3. ABORDAGEM EXPERIMENTAL.....	93
----------------------------------	----

CAPÍTULO 5

5. SIMULAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM PISOS VIA ELEMENTOS FINITOS.....	97
5.1. EXEMPLO 1: PASSARELA.....	97
5.1.1. Análise estática.....	98
5.1.2. Análise de vibração livre.....	99
5.1.3. Análise harmônica.....	101
5.1.4. Análise transiente.....	103
5.1.4.1. Carregamento harmônico.....	104
5.1.4.2. Carregamento completo.....	110
5.1.4.3. Carregamento variando de posição.....	115
5.2. EXEMPLO 2: PISO GERAL.....	120
5.2.1. Análise estática.....	122
5.2.2. Análise de vibração livre.....	122
5.2.3. Análise harmônica.....	124
5.2.4. Análise transiente.....	125
5.2.4.1. Carregamento harmônico.....	126
5.2.4.2. Carregamento completo.....	130
5.2.4.3. Carregamento variando de posição (Caminho 1).....	134
5.2.4.4. Carregamento variando de posição (Caminho 2).....	140
5.3. EXEMPLO 3: ANÁLISES PARAMÉTRICAS DO PISO GERAL.....	143
5.3.1. Variação do amortecimento.....	144

5.3.1.1. Análise de vibração livre.....	144
5.3.1.2. Análise harmônica.....	145
5.3.1.3. Análise transiente.....	146
5.3.2. Variação da espessura de laje.....	148
5.3.2.1. Análise de vibração livre.....	149
5.3.2.2. Análise transiente.....	150
5.3.3. Variação do tamanho da coluna.....	152
5.3.3.1. Análise de vibração livre.....	153
5.3.3.2. Análise transiente.....	154
5.3.3.3. Alteração da ligação viga-coluna.....	157
5.3.4. Variação do vão das vigas de piso.....	159
5.3.4.1. Análise de vibração livre.....	159
5.3.4.2. Análise transiente.....	160
5.3.5. Variação da inércia das vigas de piso.....	164
5.3.5.1. Análise de vibração livre.....	165
5.3.5.2. Análise transiente.....	166
 CAPÍTULO 6	
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	171
6.1. CONCLUSÕES.....	171
6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	176
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	178

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

Figura 2.1 - Fluxograma ilustrativo da avaliação de pisos.....	7
Figura 2.2 - Pessoa caminhando sobre um piso.....	9
Figura 2.3 - Picos de acelerações recomendados para o conforto humano a vibrações induzidas por atividades humanas (ISO 2631/2, 1989).....	11
Figura 2.4 - Sistema com um grau de liberdade.....	12
Figura 2.5 - Formas modais de uma viga (Ohlsson, 1982).....	13
Figura 2.6 - Sentido da forças inerciais em uma viga contínua (problema dinâmico).....	14
Figura 2.7 - Viga contínua com atuação das cargas (problema estático).....	14
Figura 2.8 - Placa ortotrópica simplesmente apoiada nos quatro lados.....	15
Figura 2.9 - Variação do fator de amplificação dinâmica em função da razão entre as frequências.....	18
Figura 2.10 - Lajes em painéis pré-moldados de concreto.....	20
Figura 2.11 - Vedação horizontal com <i>Steel Deck</i> (METFORM).....	21
Figura 2.12 - Geometria simplificada de uma passada (Ohlsson, 1982).....	26
Figura 2.13 - Força de descida da passada e reação no piso de uma caminhada (Ohlsson, 1982).....	26
Figura 2.14 - Reação no apoio central produzido por uma pessoa caminhando ao longo de uma passarela com três apoios (Rainer <i>et al</i> , 1988).....	28
Figura 2.15 - Amplitudes das componentes de Fourier para uma caminhada regular (Ohlsson, 1982).....	30

Figura 2.16 - Sinais característicos, no domínio do tempo e da frequência, da força de excitação gerada por uma pessoa pulando a 2 Hz (Vasconcelos, 1998)...	34
Figura 2.17 - Histórico no tempo de exercícios aeróbicos.....	35
Figura 2.18 - Espectro de resposta em termos de aceleração.....	35
Figura 2.19 - Resposta, em termos de aceleração, de um teste de calcanhar.....	36
Figura 2.20 - Descrição qualitativa da reação humana à oscilação contínua uniforme (Ohlsson, 1982).....	40
Figura 2.21 - Direções do sistema de eixos coordenados definidos pela ISO 2631	41
Figura 2.22 - Critério de desconforto para vibrações em pisos (ocupações: residencial, escolar e em escritórios) (Ohlsson, 1982).....	42
Figura 2.23 - Curvas das acelerações verticais limites, segundo a ISO 2631/1.....	45
Figura 2.24 - Curva base de acelerações verticais perceptíveis ao ser humano, segundo a ISO 2631/1.....	45

CAPÍTULO 3

Figura 3.1 - Escala modificada de Reither-Meister.....	54
Figura 3.2 - Deflexão modal devida à flexão, Δ , para vigas contínuas sobre os apoios.....	65
Figura 3.3 - Organograma AISC.....	71

CAPÍTULO 4

Figura 4.1 - Esquema do elemento BEAM44 (ANSYS 6.0).....	78
Figura 4.2 - Esquema do elemento SHELL63 (ANSYS 6.0).....	79
Figura 4.3 - Função de carga na caminhada (todos harmônicos).....	80
Figura 4.4 - Espectro de frequência da força (todos harmônicos).....	81

Figura 4.5 - Função de carga na caminhada (terceiro harmônico).....	81
Figura 4.6 - Espectro de frequência da força (harmônico).....	82
Figura 4.7 - Representação da carga durante caminhada.....	83
Figura 4.8 - Aplicação da carga variando a posição.....	84
Figura 4.9 - Gráfico do amortecimento utilizado na análise do piso.....	86
Figura 4.10 - Porcentagem de erros em função de $\Delta t/T$, segundo alguns métodos (Bathe, 1982).....	92
Figura 4.11 - Arranjo do piso em questão.....	94
Figura 4.12 - Modelo em elementos finitos.....	95
Figura 4.13 - Correlações entre as formas modais experimentais e analíticas.....	96

CAPÍTULO 5

Figura 5.1 - Passarela com vão de 12 metros.....	97
Figura 5.2 - Gráfico do FAD em função da razão entre as frequências de um ponto no meio do vão.....	102
Figura 5.3 - Histórico e espectro do deslocamento no centro da passarela (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência do deslocamento).....	112
Figura 5.4 - Histórico e espectro da aceleração no centro da passarela (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração).....	114
Figura 5.5 - Histórico do deslocamento no centro da passarela (a-ANSYS e b-SAP2000).....	117
Figura 5.6 - Histórico e espectro da aceleração no centro da passarela (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração).....	118
Figura 5.7 - Histórico da aceleração no centro da passarela considerando um passo de tempo igual a 0,00025 s.....	119
Figura 5.8 - Arranjo do piso geral.....	121

Figura 5.9 - Gráfico do FAD em função da razão entre as frequências de um ponto no meio do vão.....	124
Figura 5.10 - Histórico do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000).....	128
Figura 5.11 - Histórico da aceleração no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000).....	129
Figura 5.12 - Histórico e espectro do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência do deslocamento).....	132
Figura 5.13 - Histórico e espectro da aceleração no centro do piso (a-ANSYS , b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração).....	133
Figura 5.14 - Histórico e espectro do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência do deslocamento).....	136
Figura 5.15 - Histórico e espectro da aceleração no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração).....	138
Figura 5.16 - Histórico da aceleração no centro do piso considerando um passo de tempo igual a 0,001 s.....	139
Figura 5.17 - Histórico do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000).....	141
Figura 5.18 - Histórico da aceleração no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000).....	142
Figura 5.19 - Gráfico do FAD em função da razão entre as frequências de um ponto no meio do vão.....	145
Figura 5.20 - Variação da aceleração máxima pelo amortecimento, segundo diversos tipos de carregamentos.....	147
Figura 5.21 - Variação das frequências naturais em função das espessuras das lajes.....	149

Figura 5.22 - Variação da aceleração máxima em função da espessura da laje, segundo diversos tipos de carregamentos.....	151
Figura 5.23 - Representação das condições de contorno das colunas.....	153
Figura 5.24 - Variação das frequências naturais em função do tamanho das colunas.....	154
Figura 5.25 - Variação da aceleração máxima em função do tamanho das colunas, segundo diversos tipos de carregamentos.....	156
Figura 5.26 - Variação das frequências naturais em função dos vãos das vigas de piso.....	160
Figura 5.27 - Variação da aceleração máxima em função dos vãos das vigas de piso, segundo diversos tipos de carregamentos.....	163
Figura 5.28 - Adicionamento de uma linha de tendência linear para o carregamento 1.....	164
Figura 5.29 - Variação das frequências naturais em função das inércias das vigas de piso.....	166
Figura 5.30 - Variação da aceleração máxima em função das inércias das vigas de piso, segundo diversos tipos de carregamentos.....	168
Figura 5.31 - Adicionamento de uma linha de tendência linear para o carregamento 1.....	170

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

Tabela 2.1 - Frequências naturais recomendadas (Bachmann, 1992).....	24
Tabela 2.2 - Coeficientes dinâmicos para diversas atividades.....	29
Tabela 2.3 - Frequências de carregamento induzido por pessoas (Bachmann e Ammann, 1987).....	31
Tabela 2.4 - Faixas de valores (usados em diversos países) multiplicativos das acelerações obtidas da curva básica apresentada na Figura 2.24, conforme a ISO 2631/2.....	46

CAPÍTULO 3

Tabela 3.1 - Valores recomendados de alguns parâmetros e limites a_0/g	67
--	----

CAPÍTULO 4

Tabela 4.1 - Características das caminhadas (Bachmann e Ammann, 1987).....	82
Tabela 4.2 - Parâmetros readaptados do modelo fissurado.....	95

CAPÍTULO 5

Tabela 5.1 - Comparação das formas modais entre o ANSYS e SAP2000.....	100
Tabela 5.2 - a) Histórico do deslocamento no tempo de um ponto central da passarela (1° e 2° Harmônico).....	105
Tabela 5.2 - b) Histórico do deslocamento no tempo de um ponto central da passarela (3° e 4° Harmônico).....	106

Tabela 5.3 - a) Histórico da aceleração no tempo de um ponto central da passarela (1° e 2° Harmônicos).....	107
Tabela 5.3 - b) Histórico da aceleração no tempo de um ponto central da passarela (3° e 4° Harmônicos).....	108
Tabela 5.4 - Comparação das formas modais entre o ANSYS e SAP2000.....	123
Tabela 5.5 - Tipos de carregamentos.....	144
Tabela 5.6 - Parâmetros α e β	146
Tabela 5.7 - Acelerações máximas (ANSYS).....	146
Tabela 5.8 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo espessura da laje.....	150
Tabela 5.9 - Acelerações máximas (ANSYS).....	151
Tabela 5.10 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo tamanho da coluna.....	155
Tabela 5.11 - Acelerações máximas (ANSYS).....	155
Tabela 5.12 - Frequências naturais segundo variação da ligação.....	157
Tabela 5.13 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo tipo de ligação	158
Tabela 5.14 - Acelerações máximas (ANSYS).....	158
Tabela 5.15 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo variação do vão.....	161
Tabela 5.16 - Acelerações máximas (ANSYS).....	162
Tabela 5.17 - Perfis de aço soldados.....	165
Tabela 5.18 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo variação das inércias.....	167
Tabela 5.19 - Acelerações máximas (ANSYS).....	168

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

- A_0 = amplitude inicial de um impacto gerado pela queda de calcanhar (in.).
- B_g = largura efetiva da viga principal.
- B_j = largura efetiva da viga de piso.
- \tilde{C} = matriz de amortecimento, na qual cada coeficiente \tilde{C}_{ij} representa a força de amortecimento viscoso por unidade de velocidade na direção i devido uma velocidade unitária na direção j .
- C_g = fator para cálculo da largura efetiva da viga principal.
- C_j = fator para cálculo da largura efetiva da viga de piso.
- D = porcentagem de amortecimento crítico.
- D_g = momento de inércia transformado da viga principal por unidade de largura.
- Dif = diferença entre dois valores quaisquer X_{maior} e X_{menor} .
- D_j = momento de inércia transformado da viga de piso por unidade de largura.
- D_s = momento de inércia transformado da laje por unidade de comprimento.
- E_c = módulo de elasticidade do concreto.
- EI = rigidez à flexão por unidade de comprimento da viga.
- EI_l = rigidez à flexão por unidade de comprimento da laje.
- E_s = módulo de elasticidade do aço.
- FAD = fator de amplificação dinâmica.
- F_i = componente harmônica da força dependente do tempo.

- I = momento de inércia.
- I_c = inércia da coluna.
- I_g = inércia transformada das vigas principais.
- I_j = inércia transformada das vigas de piso.
- I_m, I_s = inércias das vigas nos vãos principais e adjacentes, respectivamente.
- I_t = momento de inércia transformado.
- \tilde{K} = matriz de rigidez da estrutura, na qual cada coeficiente \tilde{K}_{ij} representa a força na direção i devido ao deslocamento unitário na direção j .
- L = vão da viga.
- L_c = comprimento da coluna.
- L_e = vão efetivo do elemento.
- L_g = vão da viga principal.
- L_j = vão da viga de piso.
- L_m, L_s = comprimento do vão principal e adjacente, respectivamente.
- \tilde{M} = matriz de massa global, na qual cada coeficiente \tilde{M}_{ij} representa a força de inércia por unidade de aceleração na direção i devido à aceleração unitária na dir. j .
- P = peso de uma pessoa, tomado com 0,7 kN para projeto.
- P_i = cargas aplicadas nos tempos 1, 2, 3, 4 e 5.
- P_0 = força constante igual a 0,29 kN para pisos.
- R = fator de resposta adotado pela SCI.
- R_f = fator de redução.
- S = espaçamento efetivo entre vigas.
- T = tempo de análise do problema de vibração.
- T_i = o período relativo à frequência do modo mais alto que contribui para

respostas dinâmicas do piso.

T_K = espessuras obtidas nas seções transversais.

T_n = menor período da estrutura.

T_p = período do passo.

T_∞ = período relativo à frequência w_o^∞ .

W_e = peso efetivo do piso.

W_g, W_j = peso efetivo das vigas principais e de piso respectivamente.

\tilde{Y} = vetor dos deslocamentos.

$\dot{\tilde{Y}}$ = vetor das velocidades.

$\ddot{\tilde{Y}}$ = vetor das acelerações.

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

a/g = razão entre a aceleração do piso e a da gravidade.

a_{max} = máxima aceleração devido a uma carga transiente.

a_0/g = pico de aceleração limite.

a_p/g = pico de aceleração estimado.

b = espaçamento entre vigas.

b_f = largura do flange.

c = constante de amortecimento.

c_{cr} = constante de amortecimento crítico.

d = distância de aplicação das cargas transientes.

d_e = espessura efetiva da laje de concreto, usualmente tomada como a

profundidade do concreto acima da forma do *deck* mais metade da profundidade.

d_{\max} = máximo deslocamento devido a uma carga transiente.

d_p = altura do perfil em forma de I.

e = espessura da laje.

$f_A(t)$ = forças de amortecimento.

f_{ck} = resistência característica do concreto a compressão.

$f_E(t)$ = forças elásticas.

f_g = frequência correspondente ao modo do painel da viga principal.

$f_I(t)$ = forças inerciais.

f_j = frequência correspondente ao modo do painel da viga de piso.

f_n = frequência natural da estrutura.

f_0 = frequência fundamental do sistema.

f_{step} = frequência de passo da atividade.

g = aceleração da gravidade.

i = múltiplo harmônico da frequência do passo (1, 2, 3 ...).

k = rigidez da mola.

k_c = relação entre a inércia e o tamanho da coluna.

k_L = parâmetro de rigidez da laje.

k_m = relação entre a inércia e o tamanho do vão principal.

k_p = relação entre $p(t)_{\max}$ e P .

k_s = relação entre a inércia e o tamanho do vão adjacente.

k_{vg} = parâmetro de rigidez da viga de piso.

m = massa do sistema.

m_a = peso suportado por unidade de área.

n = razão do módulo dinâmico = $E_s/1,35E_c$.
 $p(t)$ = força variável com o tempo.
 $p(t)_{\max}$ = maior amplitude da função senoidal.
 p_o = amplitude da força harmônica.
 t = tempo.
 t_a = duração de aplicação da força quando uma pessoa corre.
 t_c = tempo de contato dos pés com o chão em um pulo.
 t_f = espessura do flange.
 t_p = intervalo de tempo no qual a força aplicada durante pulos é zero.
 t_w = espessura da alma.
 v = velocidade.
 w = massa uniformemente distribuída por unidade de comprimento.
 w_g = massa suportada pelas vigas principais por unidade de comprimento.
 w_j = massa suportada pelas vigas de piso por unidade de comprimento.
 w_o^∞ = quatro vezes w_s .
 w_{oi} = frequência natural circular do modo i .
 w_s = frequência mais alta do carregamento que pode excitar a estrutura.
 wt = frequência da excitação em termos de ciclos por tempo.
 \bar{w} = frequência circular da força.
 x, y, z = eixo das coordenadas globais.
 $y_p(t)$ = resposta particular da amplitude variando com o tempo.
 y_w = deflexão estática.

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Δ = deflexão estática no meio do vão do elemento devido ao peso suportado.

Δ_c = encurtamento da coluna devido ao peso suportado.

Δ_j e Δ_g = deflexão estática da viga de piso e a principal, respectivamente.

Δ'_g = redução da deflexão da viga principal.

ΔP_i = magnitudes associadas com as três amplitudes harmônicas.

Δ_{ss} = deflexão de vigas simplesmente apoiada devido ao peso suportado.

Δt = intervalo de tempo.

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α = parâmetro de amortecimento proporcional a matriz de massa.

α_i = coeficiente dinâmico para a componente harmônica i da força.

β = parâmetro de amortecimento proporcional a matriz de rigidez.

β_f = razão entre a freq. da força de excitação e a freq. natural da estrutura.

δ e α_i = parâmetros relacionados com a precisão e estabilidade da integração.

ϕ_i = ângulo de fase para o harmônico.

φ_i = modos naturais de vibração.

φ_i^T = vetor transposto dos modos naturais de vibração.

λ = $(L_s/L_m)^2$.

ρ = amplitude máxima da resposta (deslocamento).

ξ_i = taxa de amortecimento modal.

LISTA DE SIGLAS

AISC = *American Institute of Steel Construction.*

ANSYS = programa computacional que utiliza o método de elementos finitos para a realização de vários tipos de análises como, por exemplo, as estruturais.

BSI = *British Standards Institute.*

CEB = *Comitê Euro-International du Betón.*

CSA = *Canadian Standards Association.*

ISO = *International Standard Organization.*

Mathcad = programa do Windows projetado para trabalhar com fórmulas, textos e gráficos.

NBR = Norma Brasileira.

SAP2000= programa computacional que utiliza o método de elementos finitos para a realização de análises estruturais. Foi desenvolvido em Berkeley em 1995.

SCI = *Steel Construction Institute.*

TMD = *Tuned mass damper.*

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO

A vibração dos pisos não é um fenômeno novo. A percepção de um piso de madeira se movendo quando pessoas passam por ele já está bem estabelecida. Tendo isso em mente, sabe-se o quanto é incômodo trabalhar ou se concentrar com tais movimentos. O intuito desse trabalho é analisar tais vibrações a fim de evitar a percepção humana ou mesmo ter conhecimento suficiente para minimizar seus efeitos.

Vibrações ocorrem quando o sistema de piso tem rigidez inadequada, baixo amortecimento e/ou pouca massa. Quando a resposta de um piso sujeito a atividades normais causadas por ocupantes se torna desconfortável ou perturbadora, o sucesso da utilização do edifício é seriamente prejudicado (Laman, 1999).

Tradicionalmente, as estruturas de engenharia civil são analisadas supondo-se as cargas atuantes aplicadas muito lentamente. Tal hipótese é a base da análise estática, sendo apropriada para o tratamento, por exemplo, de ações como o peso próprio. No entanto, nos casos em que as ações são variáveis no tempo, tais como a incidência de vento sobre edifícios altos, sismos, frenagens e acelerações de veículos em pontes e movimentos de pessoas sobre uma laje, os efeitos dinâmicos podem ser importantes, devendo ser considerados no projeto visto que podem produzir níveis de vibração elevados.

Com o desenvolvimento da construção industrializada em aço, novos elementos construtivos têm sido introduzidos no mercado e no cotidiano das obras e, assim, sua eficiência vem sendo questionada por profissionais e usuários. Isso ocorre devido à necessidade dos clientes obterem construções mais rápidas, com grandes áreas ininterruptas e capacidade de acomodação de aparelhos sofisticados de ar condicionado e outros sistemas de serviços. Entretanto, no que diz respeito às vibrações em pisos, o que se detecta é o aumento da esbeltez das estruturas, vãos maiores, diminuição da

massa dos painéis de vedação horizontal e a utilização de novos materiais e sistemas, o que tem levado a frequências e amortecimentos naturais efetivos mais baixos e, assim, mais próximas das frequências de excitação geradas por atividades humanas, tais como: caminhar, correr, pular, etc (Sales, 2001). Tais estruturas são mais susceptíveis a ações variáveis no tempo, podendo sofrer vibrações indesejadas.

A vibração dos pisos pode surgir devido à ação de várias fontes. Onde esses problemas podem ser antecipados, entretanto, é melhor isolar o edifício como um todo. Uma vez construído, é muito difícil de modificar um piso existente para reduzir sua suscetibilidade à vibração, visto que somente algumas mudanças significativas na massa, rigidez ou amortecimento do sistema de piso irá produzir uma redução perceptível na vibração causada pelo tráfego regular de pessoas. É, então, importante que os níveis de aceitabilidade da vibração sejam estabelecidos em um estágio conceitual antecipado levando em consideração a utilização do piso. O cliente deve estar envolvido nessa decisão, visto que o nível alvo do projeto selecionado em relação a sua resposta à vibração vai ter um significativo comportamento envolvendo custo e estrutura do piso de projeto.

As vibrações afetam as pessoas de muitas formas causando desconforto, problemas de saúde, diminuição da capacidade de concentração e eficiência no trabalho ou enjôo, no caso de vibrações de baixa frequência. A forma pela qual a vibração estrutural de prédios influencia o conforto dos ocupantes depende da frequência, da direção que atinge o corpo humano e de seu comportamento ao longo do tempo, se contínua, intermitente ou transitória. Além disso, a percepção e tolerância à vibração dependem do local, do tipo de atividade, do horário e da expectativa de conforto e privacidade das pessoas. Uma avaliação precisa da aceitabilidade das vibrações e o estabelecimento de limites quanto ao conforto ambiental podem ser feitos somente com o conhecimento desses fatores.

O piso de uma edificação, quando submetido a uma excitação dinâmica induzida por atividades humanas (caminhar, correr, pular, etc.), pode gerar vibrações excessivas e tornar o mesmo inadequado quanto ao critério de conforto humano. Verificar se o piso, quando sujeitos a tais excitações, atende o critério de conforto humano é objeto de pesquisa desse trabalho.

O problema dinâmico associado às vibrações induzidas por atividades humanas sobre o piso é regido pela seguinte equação diferencial:

$$\tilde{M} \ddot{\tilde{Y}}(t) + \tilde{C} \dot{\tilde{Y}}(t) + \tilde{K} \tilde{Y}(t) = \tilde{p}(t), \quad (1.1)$$

onde,

\tilde{M} = matriz de massa global, na qual cada coeficiente \tilde{M}_{ij} representa a força de inércia por unidade de aceleração na direção i devido à aceleração unitária na direção j.

\tilde{C} = matriz de amortecimento, na qual cada coeficiente \tilde{C}_{ij} representa a força de amortecimento viscoso por unidade de velocidade na direção i devido uma velocidade unitária na direção j.

\tilde{K} = matriz de rigidez da estrutura, na qual cada coeficiente \tilde{K}_{ij} representa a força na direção i devido ao deslocamento unitário na direção j.

\tilde{Y} = vetor dos deslocamentos.

$\tilde{p}(t)$ = vetor de forças nodais equivalentes.

A força $p(t)$ representará a força gerada durante uma caminhada na forma já estudada anteriormente por outros autores:

$$p(t) = P \left[1 + \sum \alpha_i \cdot \cos(2\pi \cdot i \cdot f_{step} \cdot t + \phi_i) \right], \quad (1.2)$$

onde,

P = peso de uma pessoa.

α_i = coeficiente dinâmico para força harmônica.

i = múltiplo harmônico (1, 2, 3 ...).

f_{step} = frequência de passo da atividade.

t = tempo.

ϕ_i = ângulo de fase para o harmônico.

Verificar se o piso atende ao critério de conforto humano implica em calcular as máximas acelerações induzidas pela carga dinâmica. Essas acelerações máximas são comparadas com acelerações limites fornecidas por normas internacionais, como a ISO 2631 (1985), cujos valores são dependentes da direção da vibração, do tipo de excitação, intensidade, duração da atuação etc. Se o nível de aceleração calculado para o piso for menor que aquele limite estabelecido pela norma, então o piso atende ao critério de conforto.

1.1. OBJETIVOS / MOTIVAÇÃO

Este trabalho tem como objetivo estudar detalhadamente as vibrações que ocorrem nos pisos de edificações devido ao carregamento dinâmico, gerado em uma caminhada, através de uma simulação numérico-computacional via elementos finitos (ANSYS) e através do procedimento simplificado fornecido pelo *American Institute of Steel Construction* (2001).

Foi realizada uma discussão quanto aos aspectos dinâmicos envolvidos nas normas internacionais para avaliação do problema de vibrações em pisos quanto ao critério de conforto humano e feito uma comparação crítica dos resultados segundo o emprego dessas normas. Foram feitas diversas análises estáticas, de vibração livre, harmônicas e transientes de algumas estruturas a fim de se investigar as características estáticas e dinâmicas dos pisos e verificar a sua influência na resposta dinâmica quanto às suas condições de contorno, massa, frequência natural, rigidez e capacidade de

amortecimento. A malha em elementos finitos foi previamente estabelecida para ser capaz de fornecer resultados corretos. Outro ponto importante foi o estudo do algoritmo de integração e a determinação de um intervalo ideal para a geração de resultados corretos durante as análises transientes.

Serão apresentados estudos sobre o carregamento gerado em uma caminhada (carga de excitação) levando em conta sua variabilidade com o tempo, suas frequências de excitação e magnitudes possíveis. Várias análises paramétricas foram realizadas com o intuito de analisar a influência de parâmetros como variação da rigidez, vão da viga de piso, espessura da laje, amortecimento e presença de colunas sobre a resposta final da estrutura em termos de deslocamento, velocidade e aceleração.

O tema de dissertação proposto faz parte do projeto “Conforto Humano”, tendo já sido desenvolvidos dois trabalhos: uma dissertação de mestrado, na qual foram avaliados os parâmetros de resposta dinâmica estrutural quanto ao critério de conforto de vedações horizontais industrializadas segundo o guia do SCI - *Design Guide on the Vibration of Floors*; e em seguida, um projeto de iniciação científica, no qual foi utilizado o método dos elementos finitos através do programa ANSYS, que consistiu em se avaliar algumas situações de arranjos de pisos que haviam sido estudados na dissertação de mestrado. Este trabalho visa, portanto, alargar e ampliar os estudos anteriores, atuando em duas frentes: uma, na parte relativa aos procedimentos simplificados de projeto de pisos quanto às vibrações e indicações de parâmetros de resposta para quantificar o nível de conforto humano de um dado piso e outra no estudo das características dinâmicas do problema de vibrações de pisos induzidos por atividades humanas.

1.2. ESCOPO DO TRABALHO

No Capítulo 1 é feita uma breve introdução da dissertação. Foi elaborado um resumo sobre o problema da vibração de pisos, apresentado a equação de movimento que rege o problema dinâmico e mostrado o objetivo da dissertação.

No Capítulo 2 foi feito um fluxograma ilustrativo do problema de vibração para facilitar a visualização do problema. Conceitos dinâmicos em um sistema de um grau de liberdade, características físicas, comportamento dinâmico dos principais tipos de piso e uma breve descrição dos carregamentos dinâmicos foram realizados. Foram apresentados também os tipos de movimentos que os pisos estão sujeitos, assim como elementos importantes relacionados com a percepção humana. Por fim, alguns procedimentos adotados para resolver o problema de vibração foram analisados.

O Capítulo 3 contém um histórico evolutivo dos principais procedimentos adotados para a análise de estruturas sujeitas à vibração. Um desses procedimentos (AISC) foi detalhado por estar entre os mais importantes e completos. Foram mostrados os conceitos dinâmicos envolvidos em tal procedimento e o processo de análise.

O Capítulo 4 explica os vários tipos de análises que serão realizadas nessa dissertação, os elementos finitos e malhas utilizadas, descreve os vários tipos de carregamentos induzidos pelos humanos e os algoritmos de integração das equações de movimento. Será descrita também uma técnica de ajuste de modelo para comparação da análise de vibração livre feita experimentalmente e através do ANSYS.

No Capítulo 5 foram realizadas análises estáticas, modais, harmônicas e transientes de dois exemplos através do ANSYS e do SAP2000. Foram mostradas as acelerações resultantes de cargas geradas em uma caminhada através de diferentes formas de considerações destas. Foram realizadas algumas análises paramétricas para o estudo da influência da taxa de amortecimento, espessura de laje, presença de colunas, variação do vão e das inércias das vigas de piso sobre a resposta dinâmica.

O Capítulo 6 apresenta algumas conclusões. Ele encerra a dissertação fazendo algumas análises importantes sobre a importância da configuração estrutural no comportamento dinâmico. São feitas também considerações sobre o procedimento simplificado da AISC. Sugestões para trabalhos futuros são indicadas.

CAPÍTULO 2

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE VIBRAÇÃO EM PISOS QUANTO AO CONFORTO HUMANO

2.1. FLUXOGRAMA ILUSTRATIVO

A aceitabilidade dos pisos sob ponto de vista da vibração depende de três fatores: características do piso, tipo de ação de excitação no piso e limites aceitáveis de vibração (Rainer *et al*, 1988). Na Figura 2.1 pode ser visto um fluxograma ilustrativo do problema de vibração de pisos.

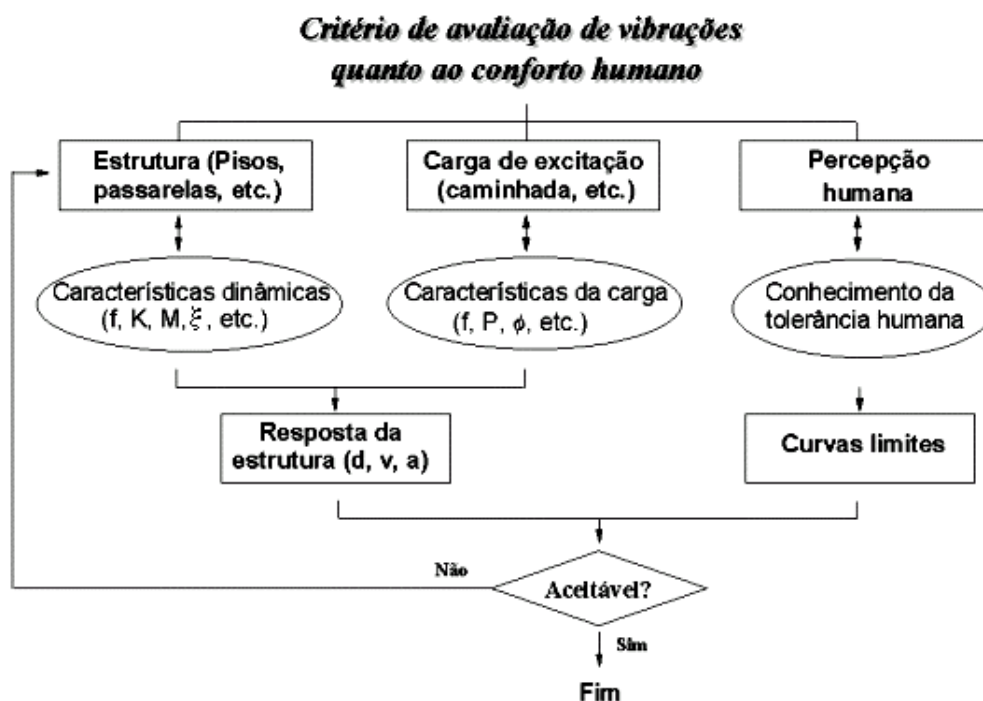


Figura 2.1 - Fluxograma ilustrativo da avaliação de pisos

É importante que durante a avaliação de um piso quanto ao critério de conforto humano se siga, de alguma forma, os passos citados no fluxograma acima. À medida que os parâmetros acima ficam sendo conhecidos de forma detalhada, maior a probabilidade de o resultado final do processo de análise estar correto.

Em termos de características estruturais do piso, é essencial que a massa, rigidez e amortecimento sejam estabelecidos a priori para a correta resolução da Equação 1.1. A partir do conhecimento desses parâmetros, faz-se necessário a realização de uma análise de vibração livre da estrutura, que é uma etapa preliminar das mais importante para determinação das duas características dinâmicas: frequência e modos naturais de vibração. Para encontrá-las, utiliza-se a equação de movimento de sistemas em vibrações livres e sem amortecimento:

$$\tilde{M} \ddot{\tilde{Y}}(t) + \tilde{K} \tilde{Y}(t) = 0 \quad (2.1)$$

As frequências e modos naturais de vibração são determinados a partir do problema de autovalor generalizado derivado da Equação 2.1:

$$(\tilde{K} - w_{oi}^2 \tilde{M}) \varphi_i = 0, \quad (2.2)$$

onde,

φ_i = modos naturais de vibração.

w_{oi} = frequências naturais circulares.

Alguns procedimentos simplificados modelam a estrutura com um grau de liberdade na tentativa de facilitar as análises. Entretanto, para se ter resultados mais reais, é necessário utilizar modelagens mais refinadas em elementos finitos. Após o conhecimento das características dinâmicas da estrutura, é necessário estabelecer o

carregamento de excitação. Existem diversos tipos de fontes excitadoras de pisos, entretanto, como objeto de estudo dessa dissertação, a fonte de excitação considerada é aquela induzida por pessoas durante uma caminhada.

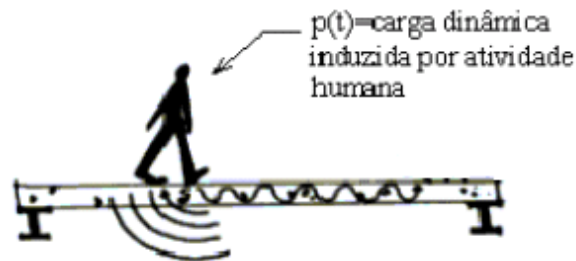


Figura 2.2 - Pessoa caminhando sobre um piso

A força $p(t)$ gerada durante uma caminhada deve ser corretamente representada para que a resposta da Equação 1.1 produza resultados reais. Vários autores estudaram experimentalmente esta força na tentativa de modelar o carregamento e notaram que ela pode ser muito bem representada por uma série de Fourier, como mostrado pela Equação 1.2. Maiores detalhes do carregamento pode ser visto no item 2.2.3.

O próximo passo da avaliação de um piso é a resolução da equação de movimento da estrutura. A resposta da estrutura pode ser dada em termos de deslocamento, velocidade e aceleração. Basicamente existem duas considerações que podem ser feitas para determinar as acelerações dos pisos. Como falado anteriormente, é possível modelar o sistema de pisos via modelos de um grau de liberdade, o que em geral é adotado nos guias de projeto, ou vários graus de liberdade.

- Um grau de liberdade:

Os critérios adotados pelos procedimentos simplificados (guias de projeto) gerados pela *Steel Construction Institute* e *American Institute of Steel Construction* para verificar o piso quanto ao conforto é desenvolvido associando o modelo estrutural a um sistema dinâmico de um grau de liberdade. No procedimento da SCI, é adotada uma aceleração limite de acordo com a ISO 2631. Essa aceleração é incorporada na sua

formulação em termos de um fator de resposta R. Ao verificar a aceitabilidade do piso, a SCI estabelece limites para esse fator R. Já no procedimento da AISC, a aceleração imposta em um piso devido à atuação de uma força de excitação pode ser calculada através da fórmula:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 \cdot \exp(-0,35 \cdot f_n)}{\xi \cdot W_e} \leq \frac{a_0}{g}, \quad (2.3)$$

onde,

a_p/g = pico de aceleração estimado.

a_0/g = pico de aceleração limite.

f_n = frequência natural da estrutura do piso.

P_0 = força constante igual a 0,29 kN para pisos.

ξ = taxa de amortecimento modal.

W_e = peso efetivo do piso.

- Vários graus de liberdade:

Um sistema com n graus de liberdade requer, portanto, n coordenadas para descrição do movimento. Ele terá n frequências naturais, cada uma delas associada a um modo de vibração. O piso pode, então, ser discretizado em elementos finitos, por exemplo. As equações de equilíbrio do sistema podem ser formuladas expressando o equilíbrio das forças efetivas associadas com cada um dos seus graus de liberdade.

Outro ponto importante é a determinação dos níveis de vibração que causam desconforto. Esses níveis representam o lado humano do problema de vibração de pisos. Existem gráficos fornecidos por normas internacionais, como a ISO 2631 (1985), onde a ordenada representa os picos de aceleração limite e a abscissa representa a frequência natural de vibração das estruturas. Para a correta utilização dos mesmos é necessário

entrar corretamente com a frequência representativa da estrutura e utilizar dados de projeto, como para que fins a construção será utilizada, para que valores considerados aceitáveis de aceleração sejam estabelecidos. Com esses valores limites e os valores de aceleração da estrutura, obtidos através da equação de movimento, basta compará-los para saber se a estrutura é ou não aceitável. A Figura 2.3 mostra um gráfico fornecido pela ISO 2631, considerando a direção vertical de vibração. Esses gráficos foram obtidos experimentalmente e levam em conta a influência de diversos fatores como, por exemplo, direção da vibração, do tipo de excitação, intensidade, duração da atuação, local da vibração, etc.

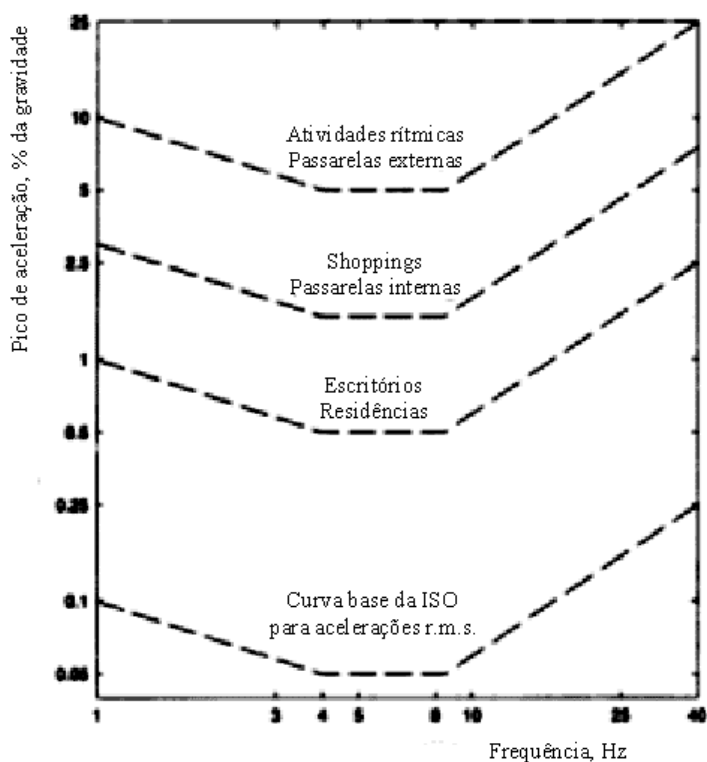


Figura 2.3 - Picos de acelerações recomendados para o conforto humano a vibrações induzidas por atividades humanas.

Fonte - ISO 2631/2, 1989

2.2. IDENTIFICAÇÃO DAS PARCELAS DA EQUAÇÃO DINÂMICA

2.2.1. Sistemas com um grau de liberdade

Um modelo simples que ilustra o comportamento dinâmico da estrutura pode ser visto na Figura 2.4. A rigidez à flexão da estrutura é modelada como uma mola de rigidez k , e a massa do piso é modelada como uma massa concentrada m . O amortecimento é convenientemente modelado como viscoso. Praticamente as estruturas de piso apresentam baixo amortecimento, com um valor menor que 20 % do valor crítico.

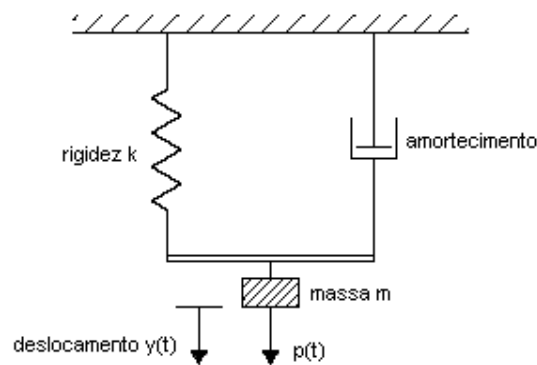


Figura 2.4 - Sistema com um grau de liberdade

A partir da equação de movimento, demonstra-se que a frequência natural de oscilação desse sistema, em vibração livre, é dada por uma relação entre a rigidez da mola e a massa do corpo:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (Hz)} \quad (2.4)$$

Frequências naturais são as frequências da estruturas na ausência de carga e amortecimento. Utilizando o valor da rigidez em função da deflexão estática (y_w) causada pela massa (m) e aceleração da gravidade (g), tem-se:

$$y_w = \frac{mg}{k} \quad (2.5)$$

Portanto, a frequência natural indicada pela Equação 2.4 pode ser escrita como:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{y_w}} \quad (2.6)$$

A deflexão de peso próprio é uma quantidade que o engenheiro pode geralmente caracterizar com boa aproximação, sem a necessidade de cálculos detalhados. Além de ser um parâmetro que segue uma forma padrão como uma função do vão para qualquer forma estrutural dada.

O modo fundamental tem a forma mais simples daquelas ilustradas na Figura 2.5. Para muitos problemas de vigas e placas, a deflexão estática y_w , na equação da frequência, para sistemas com um grau de liberdade, deve ser tomada como cerca de 3/4 do máximo valor da deflexão de peso próprio.

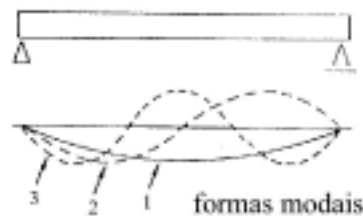


Figura 2.5 - Formas modais de uma viga

Fonte - Ohlsson, 1982

Para uma viga contínua, as cargas inerciais atuam no sentido mostrado na Figura 2.6 e aumentam as deflexões, enquanto que no processo estático, os efeitos do peso próprio sobre vãos adjacentes se combinam para reduzir as deflexões (Figura 2.7).

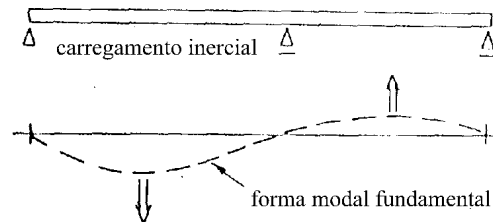


Figura 2.6 - Sentido da forças inerciais em uma viga contínua
(problema dinâmico)

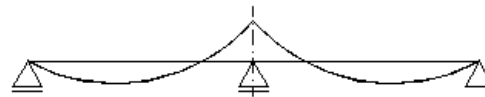


Figura 2.7 - Viga contínua com atuação das cargas
(problema estático)

Um critério útil envolvendo o comportamento de alguns pisos é dado pelo comportamento de uma placa ortotrópica, mostrada na Figura 2.8. A forma modal fundamental da placa se assemelha à forma modal correspondente de uma viga biapoiada nas duas direções. Esse princípio se aplica também aos modos mais elevados; mas se a rigidez é altamente ortotrópica, a deformação na direção mais fraca tem relativamente pouco efeito na frequência, e as famílias básicas de modos, contendo a forma fundamental na direção mais forte, pode ocorrer a frequências próximas.

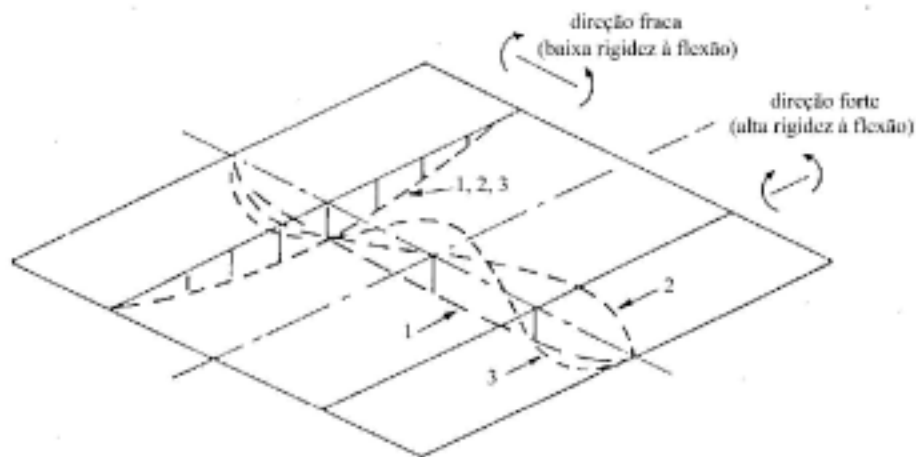


Figura 2.8 - Placa ortotrópica simplesmente apoiada nos quatro lados

2.2.1.1. Carga harmônica

Para o sistema com um grau de liberdade mostrado na Figura 2.4 (massa/mola/amortecedor) sobre vibração forçada, $f_I(t)$ representa as forças inerciais, $f_A(t)$ representa as forças de amortecimento, $f_E(t)$ representa as forças elásticas (molas), e $p(t)$ representa a excitação externa. A equação do movimento do sistema é gerada pelo equilíbrio dessas forças:

$$f_I(t) + f_A(t) + f_E(t) = p(t) \quad (2.7)$$

De acordo com o princípio de d'Alembert, a força inercial é igual ao produto entre a massa (m) e a aceleração (\ddot{y} = derivada segunda do deslocamento). Assumindo um amortecimento viscoso, a força de amortecimento é igual ao produto da constante de amortecimento (c) pela velocidade (\dot{y} = derivada primeira do deslocamento). Finalmente, a força elástica é igual ao produto da rigidez da mola (k) pelo deslocamento (y). Reescrevendo a Equação 2.7 tem -se:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = p(t) \quad (2.8)$$

Assumindo que a força externa $p(t)$ está sujeita a uma variação harmônica, ela pode ser descrita como uma função seno com amplitude p_0 e frequência circular \bar{w} ($p(t) = p_0 \cdot \text{sen } \bar{w} t$). Resolvendo a Equação 2.8 encontra-se uma solução composta de dois termos. Uma parte representando a resposta transiente e outra a resposta particular. Entretanto, como a resposta transiente é amortecida rapidamente, somente a resposta particular (estado permanente) é considerada:

$$y_p(t) = \rho \cdot \text{sen}(\bar{w}t - \phi), \quad (2.9)$$

onde,

$$\rho = \frac{p_0}{k \sqrt{(1 - \beta_f^2)^2 + (2\xi\beta_f)^2}}; \quad (2.10)$$

$y_p(t)$ = resposta particular da amplitude variando com o tempo.

ρ = amplitude máxima da resposta.

w_0 = frequência natural circular do sistema.

\bar{w} = frequência circular da força.

t = tempo.

ϕ = ângulo de fase.

β_f = razão entre a freq. da força de excitação e a freq. natural do sistema.

= \bar{w} / w_0 .

ξ = taxa de amortecimento modal.

$$=c/c_{cr}.$$

c_{cr} = constante de amortecimento crítico.

Sendo a força aplicada de maneira estática com magnitude dada pela amplitude p_o e o sistema tendo uma rigidez k , a deflexão estática é dada por:

$$y_w = \frac{P_o}{k} \quad (2.11)$$

A razão entre amplitude máxima da resposta (ρ) e a deflexão estática (y_w) é conhecida como fator de amplificação dinâmica e é calculada pela relação:

$$FAD = \frac{\rho}{y_w} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta_f^2)^2 + (2\beta_f\xi)^2}} \quad (2.12)$$

Com a definição do fator de amplificação dinâmica (FAD), a Equação 2.9 pode ser reescrita como:

$$y_p(t) = y_w \times FAD \times \text{sen}(\bar{\omega}t - \phi) = \frac{P_o}{k} \times FAD \times \text{sen}(\bar{\omega}t - \phi) \quad (2.13)$$

Portanto, a amplitude máxima da resposta em uma análise dinâmica da estrutura é dada pela multiplicação da deflexão estática pelo fator de amplificação dinâmica:

$$\rho = y_w \times FAD \quad (2.14)$$

Na ressonância, quando β_f igual a 1, o fator de amplificação dinâmica é inversamente proporcional à taxa de amortecimento e tem-se:

$$FAD(\beta_f = 1) = \frac{1}{2\xi} = \frac{0,5}{\xi} \quad (2.15)$$

A Figura 2.9 mostra o gráfico do fator de amplificação dinâmico em função de β_f (razão entre as frequências) e da taxa de amortecimento. Percebe-se que quando β_f é igual a 1 e a taxa de amortecimento é muito baixa (próxima de zero), o FAD tende para o infinito, ou seja, a resposta se torna muito grande. À medida que se aumenta a taxa de amortecimento mantendo β_f igual a 1, o FAD diminui bastante. Quando a frequência da força de excitação for igual a zero, significa que a força está sendo aplicada de forma estática. Quando a frequência da força de excitação é muito grande ou a frequência do sistema é muito baixa ($\beta_f \rightarrow \infty$), o FAD tende para zero, ou seja, as amplitudes de vibração se tornam muito pequenas.

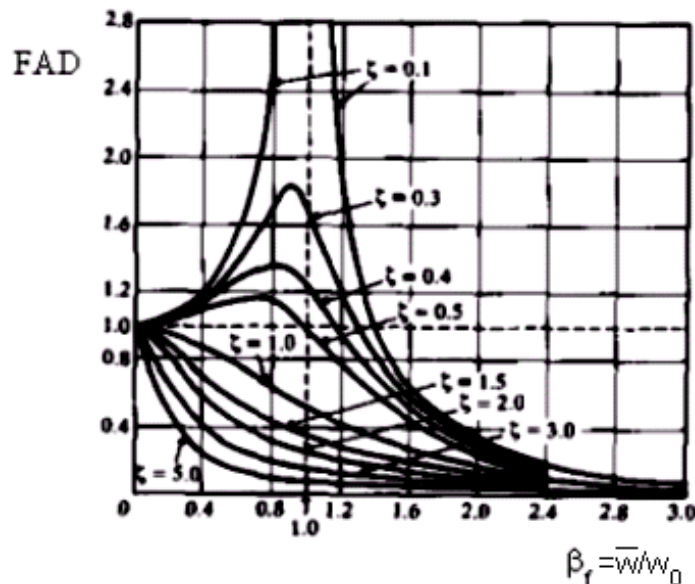


Figura 2.9 - Variação do fator de amplificação dinâmica em função da razão entre as frequências

2.2.2. Características físicas e dinâmicas dos principais tipos de pisos

As características dos elementos constituintes de um piso sujeito a vibrações são de grande importância no estudo da suscetibilidade dos pisos à ação de cargas dinâmicas. Esses elementos são os painéis de piso ou lajes, as vigas principais e as vigas de piso. Suas características são definidas pelas dimensões e pelo material constituinte.

O objetivo essencial de um piso é atuar como uma superfície de distribuição de cargas. A construção de uma laje de piso é geralmente em concreto, madeira ou composição de aço e concreto e normalmente recebe algum material de acabamento e mobília (contrapisos, carpetes, revestimentos de madeira, ou similar). Há poucas evidências de que acabamentos tenham muita influência em problemas de vibração, exceto através de resultados alcançados pelo aumento da massa. É possível um certo aumento no amortecimento da carga impulsiva através da utilização do acabamento apropriado.

Um piso de concreto com vigas metálicas usualmente apresenta frequências naturais entre 3 e 10 Hz. Uma pessoa andando pelo piso aplica uma força na frequência de 2 Hz, o que pode resultar em ressonância quando a frequência do piso está em torno de 2, 4, 6 e 8 Hz.

Pisos mais leves compostos por laje de madeira e vigas do mesmo material ou com perfis de aço leves tipicamente apresentam frequências entre 10 e 30 Hz. Uma pessoa andando no piso pode perturbar outra pessoa devido aos movimentos de subida e descida do piso causados em cada passo (Allen e Pernica, 1998).

Outro tipo de laje são as de concreto pós-tensionadas. Elas são capazes de reduzir a sua altura a um valor mínimo devido a aplicação de uma pré-tensão para ganhar resistência e controlar deflexões (Pavic *et al*, 2001). A espessura das lajes pode ser 30% inferior às lajes feitas com reforços não tensionados. Entretanto, embora tais lajes ainda tenham resistência suficiente, essa altura reduzida leva a uma drástica redução da massa, que pode aumentar o risco de problemas estruturais em serviço, tais como níveis inaceitáveis de deflexão de piso, fissuração e vibração (Pavic e Reynolds, 2002).

Os painéis pré-moldados de concreto, para vedações horizontais, são compostos basicamente de concreto armado, tendo modulação de 100 cm de largura e comprimento variável de acordo com projeto (Figura 2.10). Essas dimensões são variáveis, também, de acordo com fabricantes e necessidades de projeto.



Figura 2.10 - Lajes em painéis pré-moldados de concreto

A laje em *Steel Deck* é constituída por três elementos principais: um tablado de aço galvanizado, ASTM A653 Grau 40 (ZAR-280), tensão de escoamento de 280 MPa, uma armadura em tela soldada para controle de fissuração; e uma camada de concreto de resistência mínima à compressão de 20 MPa (Figura 2.11). O *Steel Deck* possui dupla função, atuando como fôrma para o concreto durante a construção e como armadura positiva de lajes para as cargas de serviço. Conformado a frio e cobrindo uma largura de 820 mm o *Steel Deck* possui nervuras largas, permitindo a utilização de conectores (*stud bolts*), o que possibilita o cálculo de vigas mistas e reduz o peso da estrutura (METFORM).



Figura 2.11 - Vedação horizontal com *Steel Deck*

Fonte - METFORM

Desenvolvimentos recentes em materiais de alta resistência, uso de componentes estruturais na engenharia como viga I e viga treliçada, melhorias no detalhamento das construções e projetos computacionais otimizados têm resultado em pisos que podem acomodar vãos longos e que são extremamente eficientes em suportar o carregamento para o qual foi projetado. Do ponto de vista da resistência, as estruturas são seguras e falhas raramente ocorrem. Por outro lado, esses pisos modernos são geralmente muito leves, com baixo amortecimento e são facilmente excitáveis por atividades humanas normais tais como caminhar, correr e pular.

Outro exemplo de modificações nos materiais com intuito de alcançar esbeltez na seção das lajes é a utilização lajes *in situ* de concreto de alta resistência. Essas lajes possuem f_{ck} maiores que 100 MPa (Pavic e Reynolds, 2003).

Além do material constituinte do piso, existem outras características que interferem na resposta estrutural a uma ação dinâmica. Devido à presença de computadores, os escritórios são mais leves e, portanto possuem um amortecimento inerente menor que os escritórios convencionais com cadeiras e estantes pesadas. Para aumentar o problema, tem-se que os modernos arranjos de pisos são muito abertos, com poucas divisórias fixas, divisórias desmontáveis espaçadas ou, em alguns casos, sem divisórias. Finalmente, áreas com átrios e muros menos rígidos têm aumentado a flexibilidade dos pisos (Murray, 1998).

Um parâmetro de rigidez da forma, k_L , pode ser considerado como auxílio na apreciação da importância da rigidez da laje.

$$k_L = \frac{EI_l}{L_e^4}, \quad (2.16)$$

onde EI_l é a rigidez à flexão por unidade de comprimento e L_e é o vão efetivo a ser considerado. A rigidez real da laje sob carga distribuída seria obtida pela multiplicação do parâmetro de rigidez por um coeficiente dependente das condições de apoio e da distribuição de carga. Considerando o vão entre as vigas de piso adjacentes, de modo que o vão efetivo L_e é posto igual ao espaçamento entre vigas, b , o parâmetro de rigidez resulta na faixa de 30 - 100 kN/m³. Por outro lado, considerando a habilidade da laje para suportar carga além da largura total da faixa de área, este parâmetro, k_L , muito raramente excede 1 kN/m³. Para faixas largas de área contínuas além de 8 vigas de piso, por exemplo, este parâmetro será menor que 0,01 kN/m³. O parâmetro de rigidez k_{vg} , para as vigas de piso, está tipicamente na faixa 1 - 10 kN/m³ e é dado por:

$$k_{vg} = \frac{EI}{bL^4}, \quad (2.17)$$

onde EI é a rigidez à flexão por unidade de comprimento, b é o espaçamento entre vigas de piso e L é o vão das vigas.

A rigidez relativa da laje e das vigas de piso indicado por estes parâmetros tem como consequência, que sob um carregamento distribuído global, a deflexão da laje entre vigas é relativamente pequena. O resultado, em termos de ação dinâmica, é que o piso se comporta fortemente como uma placa ortotrópica (apresenta comportamento diferente nas duas direções) e uma faixa contendo uma ou duas vigas de piso pode ser considerada como a unidade estrutural dominante quando se considera vibração devido à caminhada.

Para vãos muito longos, ou onde padrões muito altos são requeridos, o sistema de piso pode compreender vigas de rigidezes comparáveis nas duas direções ortogonais constituindo um vão efetivo nas duas direções, e em conseqüência, aproximadamente um sistema dinâmico isotrópico. Submetida às limitações acima sobre a deflexão da laje entre vigas, esta mobiliza o piso completo para resistir à excitação dinâmica e, assim, constitui-se uma configuração muito favorável.

No caso de um painel simplesmente apoiado tal como uma passarela, a freqüência natural é igual à freqüência fundamental de uma viga na qual a massa equivalente é igual à massa do painel. Pisos construídos em aço, entretanto, são sistemas de duas direções com muitos modos de vibração, tendo freqüências pouco espaçadas entre si. A freqüência natural e a massa equivalente de um modo crítico em ressonância com um harmônico da freqüência do passo é, portanto, difícil de se avaliar. Uma análise de vibração livre da estrutura de um piso pode ser usada para determinar as propriedades críticas modais, mas existem fatores que são difíceis de serem incorporados no modelo estrutural. Ações compostas e condições de descontinuidades são dois fatores, porém, mais difícil de se avaliar é o efeito das divisórias e outros componentes não estruturais. Um piso contínuo em sua vizinhança pode ter uma grande variedade de configurações modais se estendendo ao longo de toda a área, mas divisórias e outros componentes não estruturais tendem a restringir as configurações modais a áreas locais de tal modo que o piso vibre como um simples painel.

Ao realizar um projeto, é importante estabelecer que as freqüências naturais dominantes das estruturas devem ser afastadas das freqüências dos harmônicos críticos da força dinâmica para evitar problemas de ressonância. A Tabela 2.1 mostra as freqüências naturais recomendadas para importantes tipos de estruturas submetidas às vibrações induzidas por pessoas (Bachmann, 1992).

Tabela 2.1 - Frequências naturais recomendadas

Tipo de estrutura	Tipo de construção			
	Concreto armado	Concreto protendido	Concreto/aço (misto)	Aço
Ginásios e salões (esporte)	> 7,5	> 8,0	> 8,5	> 9,0
Salões de dança e locais para concertos sem acentos	> 6,5	> 7,0	> 7,5	> 8,0
Shows e teatros com acentos – música clássica ou popular “leve”	> 3,4	> 3,4	> 3,4	> 3,4
Shows e teatros com acentos - música “pesada”	> 6,5	> 6,5	> 6,5	> 6,5

Fonte - Bachmann, 1992

2.2.3. Cargas dinâmicas induzidas por atividades humanas

As cargas dinâmicas, estudadas nessa dissertação, são aquelas associadas às atividades humanas. Elas são impostas em muitas estruturas como estádios, discotecas, teatros, escritórios e residências.

Segundo Ebrahimpour e Sack (1989), as cargas dinâmicas geradas pelos espectadores podem ser contínuas ou transientes. Exemplos de carregamentos permanentes são pulos periódicos, pulos sem tirar os pés do chão, balanços lado a lado e de trás para frente, andar com passos pesados e pulos aleatórios. Um simples pulo, levantar e sentar repentinamente são diferentes tipos de carregamentos transientes.

O carregamento transiente gerado por uma multidão não é tipicamente crítico para a realização de um projeto visto que o grupo que produz o carregamento não atua em conjunto. O sincronismo entre os movimentos será baixo e o pico de carga será menor que o carregamento máximo teórico, o qual pode ocorrer se todos se moverem

juntamente na mesma frequência. É duvidoso que cargas transientes governem o projeto de uma estrutura completa, mas com baixos amortecimentos estruturais, esse carregamento pode produzir oscilações de grande duração que irão perturbar os ocupantes. Cargas aleatórias também são improváveis de governar a fase de projeto. Carregamentos periódicos humanos, especialmente aqueles que tem ou estão próximos da frequência natural da estrutura, serão os mais prováveis de influenciar o estágio de projeto estrutural. De qualquer forma, a estrutura não atenderá plenamente os requisitos de projeto, quanto aos estados limites de serviço, se vibrações resultantes causarem desconforto humano (Pernica, 1983).

Para eliminar excessivos problemas de vibrações em estruturas sujeitas a atividades humanas, geralmente é recomendado alterar a rigidez global ou a rigidez de certos elementos. Alternativamente, é possível a instalação de amortecedores, ou até mesmo a restrição do uso das estruturas em situações onde o carregamento dinâmico crítico induzido pelas pessoas acontece (Silva *et al*, 2003).

Algumas atividades humanas serão caracterizadas abaixo.

2.2.3.1. Caminhar

O tipo de excitação mais comum é o efeito da caminhada em pisos. A geometria do corpo humano andando, em uma primeira aproximação, é um movimento organizado de pernas que causa uma subida e uma descida da massa efetiva do corpo em cada passada (Figura 2.12). Esse movimento de subida e descida é de aproximadamente 50 mm, de pico a pico, mas é sensível ao ângulo entre uma perna e outra completamente esticada, ou seja, à extensão das passadas que o pedestre está imprimindo à sua caminhada.

As acelerações da massa do corpo são associadas com reações no piso, e elas são aproximadamente periódicas, na frequência do passo. A flutuação pode ser resolvida como uma série de componentes senoidais (série de Fourier) e o termo fundamental corresponde bem à simplificação visual da Figura 2.12, gerando uma amplitude de força

entre 100 N e 300 N (Figura 2.13). O grau de aproximação da adição das três primeiras componentes de Fourier são mostradas na Figura 2.13.

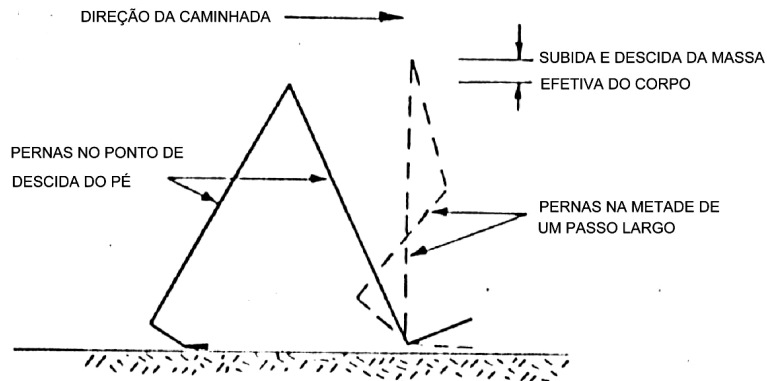


Figura 2.12 - Geometria simplificada de uma passada

Fonte - Ohlsson, 1982

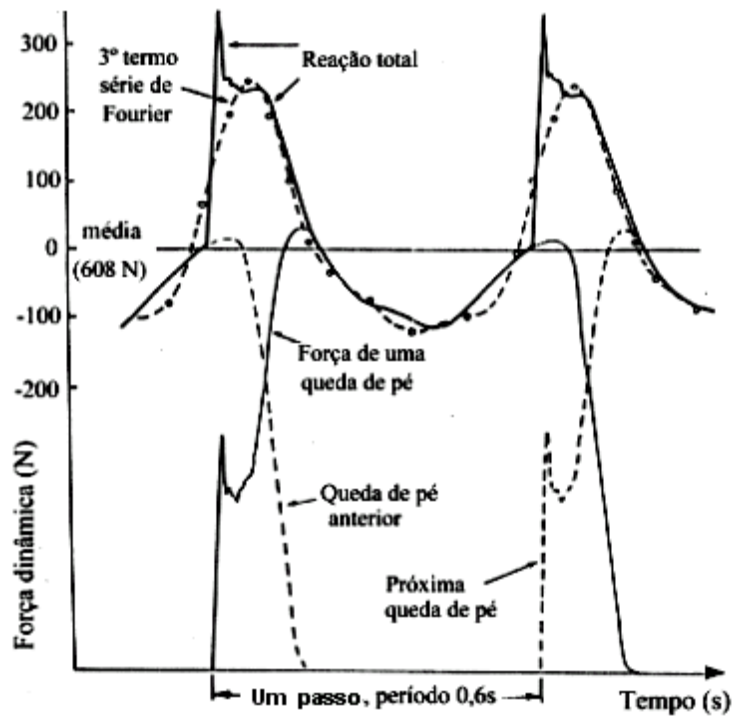


Figura 2.13 - Força de descida da passada e reação no piso de uma caminhada

Fonte - Ohlsson, 1982

A frequência de passos em uma caminhada pode variar entre 1,4 Hz e 2,5 Hz (Wyatt, 1989) com amplitude de força tendendo a aumentar severamente com o aumento da frequência. Entretanto, passos numa caminhada, que acontece no interior de uma edificação, estão mais comumente por volta de 1,6 Hz.

É vastamente aceito que o carregamento gerado pela queda do pé de uma única pessoa provou ser a maior fonte de vibração em escritórios como acontece frequentemente e, na prática, não pode ser isolado (Pavic e Reynolds, 1999).

A caminhada é um carregamento um pouco mais complicado que os outros por causa da variação da posição do carregamento em cada passo. Em alguns casos, a força aplicada é senoidal ou próxima disso. No geral, uma força repetitiva pode ser representada por uma combinação de forças senoidais cujas frequências são múltiplos ou harmônicos da frequência básica da força repetitiva, por exemplo, a frequência do passo, f_{step} , das atividades humanas. Esse carregamento é produzido pelos dois pés, como função da parcela estática associada com o peso do indivíduo e três ou quatro componentes harmônicos do carregamento. Esses harmônicos surgem devido à interação entre a carga crescente representada por um pé e pelo simultâneo descarregamento do outro pé.

A Figura 2.14 (a) mostra a reação dinâmica no apoio do meio de uma passarela devido à ação de uma pessoa caminhando pela estrutura. A Figura 2.14 (b) mostra o espectro de Fourier da reação, que claramente indica a presença de componentes senoidais do carregamento no primeiro, segundo e terceiro harmônico múltiplo da frequência do passo (Rainer *et al*, 1988). A força $p(t)$ pode, portanto, ser representada no tempo pela série de Fourier:

$$p(t) = P \left[1 + \sum \alpha_i \cdot \cos(2\pi \cdot i \cdot f_{step} \cdot t + \phi_i) \right], \quad (2.18)$$

onde,

P = peso de uma pessoa = 700 N.

α_i = coeficiente dinâmico para força harmônica.

i = múltiplo harmônico (1, 2, 3 ...).

f_{step} = frequência de passo da atividade.

t = tempo.

ϕ_i = ângulo de fase para o harmônico.

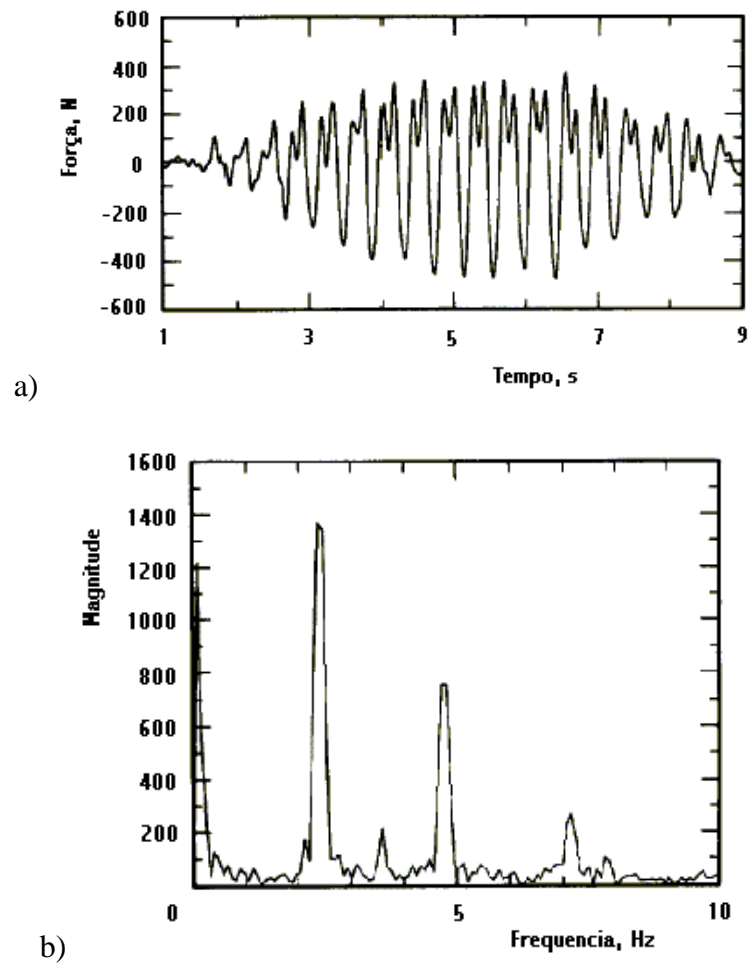


Figura 2.14 - Reação no apoio central produzido por uma pessoa caminhando ao longo de uma passarela com três apoios

a) Histórico no tempo

b) Espectro de Fourier

Fonte - Rainer *et al*, 1988

Como uma regra geral, a magnitude do coeficiente dinâmico diminui com o aumento do harmônico. Por exemplo, os coeficientes dinâmicos associados com os quatro primeiros harmônicos de uma caminhada são 0,5 – 0,2 – 0,1 – 0,05, respectivamente. Na teoria, se qualquer frequência associada com as forças senoidais igualam com a frequência natural do modo de vibração, então a ressonância irá ocorrer, causando uma grave amplificação da vibração. Os coeficientes de Fourier α_i para a função da Equação 2.18 são determinados a partir de medições experimentais considerando um caso específico de atividade desenvolvida. Apresenta-se na Tabela 2.2 as faixas de frequências fundamentais de várias atividades, associadas aos coeficientes dinâmicos dos quatro primeiros harmônicos, segundo Wyatt (1989).

Tabela 2.2 - Coeficientes dinâmicos para diversas atividades

Harmônico i	Pessoa caminhando		Exercícios aeróbicos		Grupo de dança	
	f_{step} , Hz	α_i	f_{step} , Hz	α_i	f_{step} , Hz	α_i
1	1,6-2,2	0,5	2-2,75	1,5	1,5-3	0,5
2	3,2-4,4	0,2	4-5,5	0,6	-	-
3	4,8-6,6	0,1	6,8-25	0,1	-	-
4	6,4-8,8	0,05	-	-	-	-

A magnitude da segunda componente de Fourier varia com os passos na caminhada de forma similar à componente básica. Os efeitos das frequências mais altas, especialmente o impulso devido ao contato dos pés com o piso, variam consideravelmente de pessoa para pessoa. Os valores médios dos coeficientes de Fourier relatados por Rainer, Pernica e Allen em um estudo canadense para carregamentos em passarelas de pedestres são mostrados na Figura 2.15 (Ohlsson, 1982). O impulso de contato está normalmente por volta de 3 Ns.

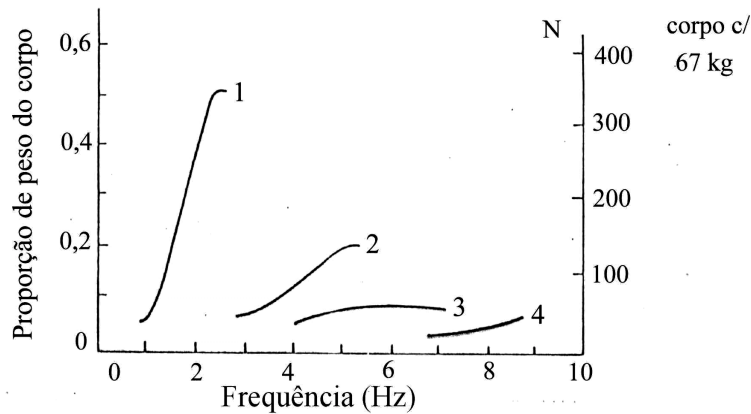


Figura 2.15 - Amplitudes das componentes de Fourier para uma caminhada regular

Fonte - Ohlsson, 1982

Andar pesadamente, ou mais de uma pessoa caminhar em conjunto, é um carregamento dinâmico mais severo, mas somente para os dois primeiros harmônicos. Geralmente tais casos são raros demais para ser um problema na prática. Similarmente um grande grupo de pessoas andando em uma área produz um carregamento dinâmico significativo quando em andando em conjunto (frequência do passo de aproximadamente 2 Hz), mas a falta de conexão com harmônicos mais altos e o efeito do amortecimento causado pelas pessoas faz com que tais carregamentos não sejam um problema na prática (Bachmann, 1992).

Andar por uma passarela ou piso gera uma resposta dinâmica complexa, envolvendo diferentes modos naturais de vibração, assim como movimentos devido a variação no tempo da deflexão estática. O problema é simplificado no procedimento da AISC através da consideração da pessoa andando para cima e para baixo no meio de uma viga simplesmente apoiada, a qual tem somente um modo de vibração, o fundamental. Máxima resposta dinâmica irá ocorrer quando a frequência natural corresponde a um dos harmônicos da força.

Para simplificar o problema, aproximações nos cálculos manuais tipicamente assumem que a excitação de caminhada não é móvel, é perfeitamente periódica, um de seus harmônicos pode excitar a ressonância do piso e ele excita a relevante forma modal de vibração no ponto de máxima amplitude absoluta.

Um passo importante a ser realizado durante uma análise dinâmica consiste na identificação e distinção das várias frequências dos carregamentos induzidos pelas pessoas. Investigações prévias demonstraram a interdependência de parâmetros como: velocidade da caminhada, distância de um passo e sua frequência. A Tabela 2.3 apresenta alguns desses valores.

Tabela 2.3 - Frequências de carregamento induzido por pessoas

Tipo de carregamento	Velocidade (m/s)	Distância do passo (m)	Frequência do passo (Hz)
Caminhada lenta	1,1	0,6	1,7
Caminhada normal	1,5	0,75	2,0
Caminhada rápida	2,2	1,0	2,3
Corrida normal	3,3	1,3	2,5
Corrida rápida	5,5	1,75	3,2

Fonte - Bachmann e Ammann, 1987

O suplemento do código nacional do Canadá CAN/CSA-S16.1-94 (1995) considera que indivíduos ou grupo de pessoas podem gerar forças periódicas com frequências associadas variando na faixa de 1 a 4 Hz. Isso pode ser claramente visto na Tabela 2.3.

Segundo Bachmann e Ammann (1987), a expressão da força induzida pela caminhada é a seguinte:

$$p(t) = P + \Delta P_1 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f_{step} \cdot t) + \Delta P_2 \cdot \text{sen}(4\pi \cdot f_{step} \cdot t - \phi_1) + \Delta P_3 \cdot \text{sen}(6\pi \cdot f_{step} \cdot t - \phi_2) \quad , \quad (2.19)$$

onde,

P = parcela estática correspondente ao peso do indivíduo.

ΔP_i = magnitudes associadas com as três amplitudes harmônicas.

f_{step} = frequência do passo.

ϕ_i = ângulos de fase dos harmônicos.

Segundo Bachmann e Ammann (1987), investigações prévias consideram que o peso da pessoa é igual a 800 N. A primeira amplitude de harmônico, ΔP_1 , é igual a $0,4.P$ para $f_{\text{step}} = 2,0\text{Hz}$ e $0,5.P$ para $f_{\text{step}} = 2,4\text{ Hz}$, considerando uma interpolação entre os valores em casos intermediários. O segundo e terceiro harmônico, ΔP_2 e ΔP_3 , são iguais a $0,1.P$ para $f_{\text{step}} = 2,0\text{ Hz}$. Os ângulos de fase ϕ_1 e ϕ_2 dependem de vários fatores, e devem representar as combinações de cargas mais desfavoráveis. Entretanto, esses ângulos não afetam significativamente a resposta do sistema estrutural, considerando a caminhada, desde que o fenômeno seja governado por um único harmônico.

2.2.3.2. Correr

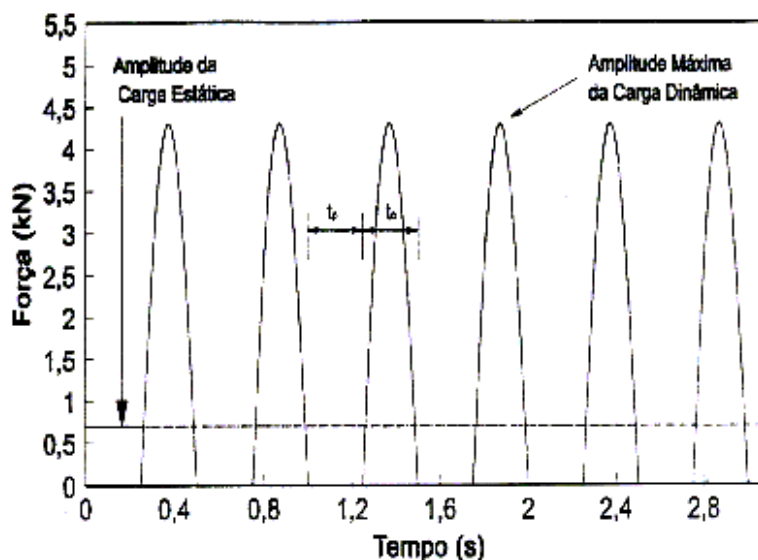
A corrida é um movimento em que o contato da excitação dinâmica com a superfície da estrutura é descontínuo. Essa descontinuidade é representada pela metade de uma curva senoidal durante o contato, enquanto apresentando valor zero quando o contato é perdido. A Equação 2.20 representa esse carregamento, onde t_a representa a duração de aplicação da força quando uma pessoa corre, T_p é o período do passo e a variável k_p é definida pela relação $p(t)_{\text{máx}}/P$. Nessa expressão, $p(t)_{\text{máx}}$ é a maior amplitude da função senoidal e P é o peso do indivíduo (Bachmann e Ammann, 1987).

$$\begin{aligned} p(t) &= k_p . P . \text{sen}(\pi . f_{\text{step}} . t) \rightarrow t < t_a \\ p(t) &= 0 \rightarrow t_a < t < T_p \end{aligned} \quad (2.20)$$

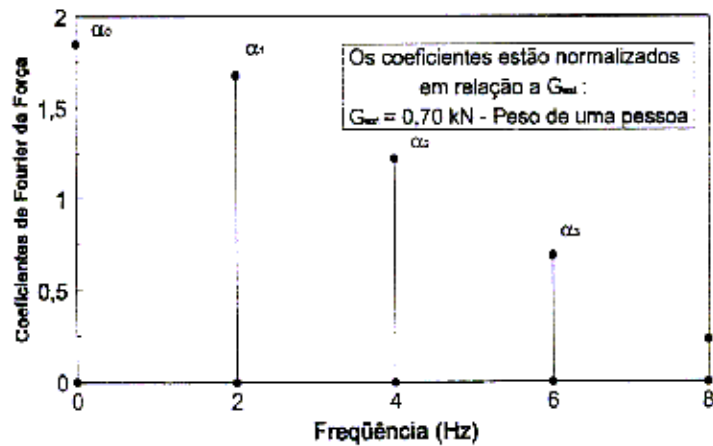
2.2.3.3. Pular

Outro tipo de carregamento gerado pela atividade humana está associado com o pulo. Essa excitação usualmente acontece em ginásios, estádios e salas de ginásticas. Como critério de projeto, a faixa de frequência de 1,8 a 3,4 Hz é geralmente considerada para essa excitação, a qual é freqüentemente governada pelo ritmo da música. A metade da curva senoidal é também usada para modelar esse tipo de carregamento. Essa situação, associada com saltos individuais no sistema estrutural, considera que o efeito gerado por um grupo de pessoas leva a um crescimento linear do carregamento máximo dinâmico, dependendo somente do número de pessoas (Bachmann e Ammann, 1987).

O carregamento em função do tempo para atividades que envolvam pulos pode ser simulado por uma seqüência de forças impulsivas com um certo intervalo de duração t_c (tempo de contato) seguido por intervalo t_p em que a força é zero, quando os pés deixam de estar em contato com o piso. Propõe-se que a função para este tipo de carregamento possa ser expressa por uma seqüência de pulsos semi-senoidais, conforme Figura 2.16 (a) e (b) (Vasconcelos, 1998).



a)



b)

Figura 2.16 - Sinais característicos, no domínio do tempo e da frequência, da força de excitação gerada por uma pessoa pulando a 2 Hz

a) Histórico no tempo

b) Coeficientes de Fourier

Fonte - Vasconcelos, 1998

2.2.3.4. Exercícios aeróbicos

Outro caso a ser considerado como excitação dinâmica provocada por atividade humana é a dança, a qual pode acontecer em concertos. Como critério de projeto, a faixa de frequência de 1,6 a 3,0 Hz é geralmente considerada para essa excitação, a qual também é frequentemente governada pelo ritmo da música. O mesmo modelo matemático adotado para carregamento contínuo (caminhada, por exemplo) é recomendado para esse caso. Para certas atividades rítmicas, é o comportamento perto ou na ressonância que resulta em significantes ampliações dinâmicas e conseqüentemente desconforto humano. A estratégia de projeto mais racional é fornecer um espaçamento suficiente entre a frequência natural do piso e as frequências dominantes de excitação. Enquanto para a maioria das atividades rítmicas considerações do primeiro harmônico da atividade é suficiente, para aeróbica e outros exercícios com saltos sincronizados, o segundo e o terceiro harmônicos pode contribuir

significativamente e deve ser considerado na análise. A Figura 2.17 mostra o histórico no tempo de exercícios aeróbicos na frequência de 2,25 Hz e o a Figura 2.18 o espectro de resposta em um piso com frequência fundamental de 6,7 Hz (Naeim, 1991). Nota-se que o terceiro harmônico da excitação exerce grande influência na resposta ressonante.

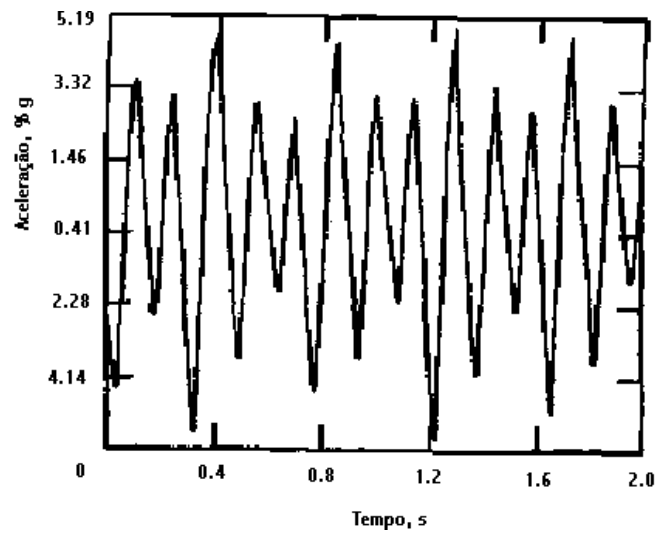


Figura 2.17 - Histórico no tempo de exercícios aeróbicos

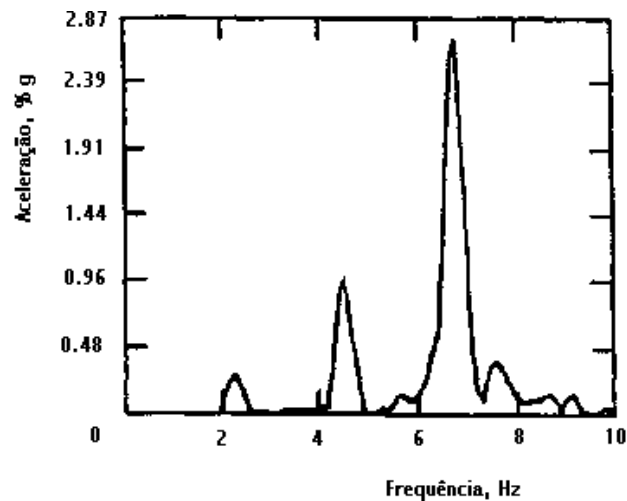


Figura 2.18 - Espectro de resposta em termos de aceleração

Em alguns casos, é possível notar que o espectro do deslocamento não possui a mesma forma que o da aceleração. Ellis e Ji (1994) fizeram um experimento no qual para uma certa viga sujeita a saltos, os dois primeiros termos de Fourier dominaram a resposta do deslocamento, entretanto para a aceleração, o sexto componente foi predominante. Portanto, para esses casos, analisar somente os quatros primeiros componentes pode não ser suficiente.

2.2.3.5. Impacto da queda de calcanhar

Existem critérios de verificação de vibração, como o critério de Murray (1981), que são baseados em outros tipos de atividades humanas, como por exemplo, o impacto provocado pela queda de calcanhar durante uma caminhada. Para modelar o impulso causado por uma pessoa andando, um teste padrão de queda de calcanhar foi definido. Uma pessoa pesando 77 kg suporta seu peso na ponta dos pés a uma altura de aproximadamente 6,35 cm, e de repente solta seu peso no piso deixando cair seu calcanhar. A Figura 2.19 mostra o resultado de um teste de calcanhar (Naeim, 1991).

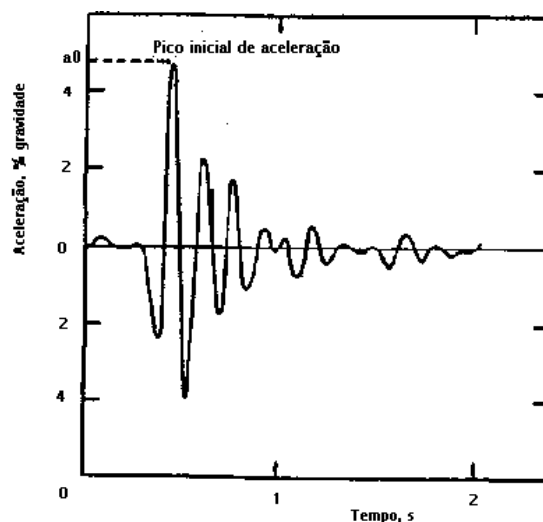


Figura 2.19 - Resposta, em termos de aceleração, de um teste de calcanhar

Uma pessoa, em pé na ponta dos pés, que retorna pesadamente sobre seus calcanhares pode descarregar um impulso de 70 Ns, com a duração de uns 0,04 s. Essa situação pode ser ilustrada por uma pessoa procurando alguma coisa em uma prateleira alta na ponta dos pés, quando ela volta de uma só vez sobre seus calcanhares.

Entretanto, Ellingwood e Tallin (1984) realizaram diversos testes de queda de calcanhar e chegaram à conclusão que a variação da resposta dinâmica era muito grande. Portanto é muito difícil encontrar um critério de projeto baseado nesse tipo de teste visto que vários fatores, como o peso da pessoa, interferem na resposta. O uso da função de força mais realística é importante na avaliação da sensibilidade e movimentos dinâmicos.

2.2.4. Tipos de movimentos induzidos pelos carregamentos dinâmicos

De acordo com os movimentos induzidos nos pisos, as vibrações estruturais podem ser classificadas como:

- a) Vibrações contínuas.
- b) Vibrações intermitentes (temporária).
- c) Vibrações transientes (impulsiva).

A fronteira entre vibrações transientes e intermitentes é de difícil definição. Vibrações transientes (impulsivas) são definidas como uma rápida elevação a um pico, seguida por um amortecimento o qual pode ou não envolver muitos ciclos de vibração (dependendo da frequência e amortecimento). Pode também consistir em um certo número de ciclos de amplitudes aproximadas, contanto que a duração seja curta (menor que 2 s). As vibrações intermitentes são uma seqüência de incidentes vibracionais, todas de curta duração, separadas por intervalos de magnitudes menores de vibração. Podem ser originadas de fontes impulsivas, repetitivas ou de fontes que operam

intermitentemente, mas que poderiam produzir vibrações contínuas se operadas continuamente. As vibrações contínuas são aquelas que permanecem ininterruptas por um certo período de tempo em consideração.

As vibrações intermitentes são como aquelas provocadas por um bate estaca, enquanto as transientes são eventos raros como explosões. A caminhada é intermitente de natureza, mas não freqüente e repetitiva como no caso de um bate estaca.

2.2.5. Lado humano da equação

A resposta humana ao movimento do piso é um fenômeno muito complexo, envolvendo a magnitude do movimento, o ambiente em questão e a sensibilidade humana. Um movimento contínuo pode ser mais perturbador que um movimento causado por um impacto transiente. O começo da percepção do movimento dos pisos em um local de trabalho barulhento e cheio pode ser maior que para um apartamento calmo. A reação de um cidadão velho morando no décimo quinto andar pode ser considerada diferente daquela de um adulto jovem morando em um apartamento no segundo andar, se ambos estiverem sujeitos ao mesmo movimento.

A reação das pessoas que sentem a vibração depende fortemente do que elas estão fazendo. Pessoas em escritórios ou residências não aceitam vibrações com picos superiores a aceleração de 0,5% da aceleração da gravidade, enquanto que pessoas tomando parte de uma atividade rítmica irão aceitar vibrações aproximadamente 10 vezes maiores.

A percepção humana à vibração é sensível quando se trata em notar a presença de movimentos dinâmicos e insensível quando ocorre uma mudança quantitativa na amplitude da vibração. Se uma pessoa é solicitada para expressar a opinião sobre sua percepção de vibração em dois quartos diferentes em ocasiões separadas, ela não fará distinção a menos que a diferença quantitativa seja de pelo menos um fator de 2. Existem também diferenças substanciais entre as pessoas e pode haver diferenças entre nacionalidades. Reações humanas nesse nível são substancialmente psicológicas, dependendo da sutileza da atividade sendo desempenhada. Embora a vibração do piso

possa induzir a um senso de insegurança em algumas pessoas, deve ser dada ênfase que a percepção de vibração do piso não implica em falta de segurança estrutural.

As grandes amplitudes de oscilação para frequências na faixa de 2 a 20 Hz podem provocar deformações significativas no corpo humano, incluindo ressonância de órgãos específicos, aumentando a sensação de desconforto, prejudicando a habilidade em desenvolver tarefas mecânicas e até mesmo provocando lesões. Os critérios apropriados para ambientes de residências e de escritórios são associados a níveis intermediários de vibração, para os quais os efeitos fisiológicos ficam em segundo plano em relação aos fatores psicológicos. A importância dos fatores psicológicos faz com que seja difícil quantificar a reação humana para estes níveis de vibração. Qualquer experimento no qual a pessoa sabe que sua reação está sendo testada é claramente sujeito à dúvida.

No limite inferior da faixa de frequência intermediária, dentro do intervalo de 2 a 20 Hz (Figura 2.20), a reação é fortemente ligada ao sentimento de insegurança, baseado na associação instintiva dos movimentos perceptíveis em uma estrutura sólida com uma expectativa de inadequação estrutural ou falha. Para o limite superior da faixa de frequência, a reação é fortemente ligada aos níveis de barulho associados. Devido à larga faixa de frequências a ser coberta, é usual plotar contornos indicando a reação humana em escalas logarítmicas de frequência e amplitude de resposta.

A verificação do piso quanto ao critério de conforto humano devido às vibrações impostas por atividades humanas é realizada confrontando-se as acelerações obtidas como resposta de piso com aquelas acelerações limites estabelecidas pelas normas. Como as normas apresentam os resultados em curvas que são funções da frequência da vibração, é importante conhecer qual a frequência predominante na estrutura, seja experimental ou numericamente.

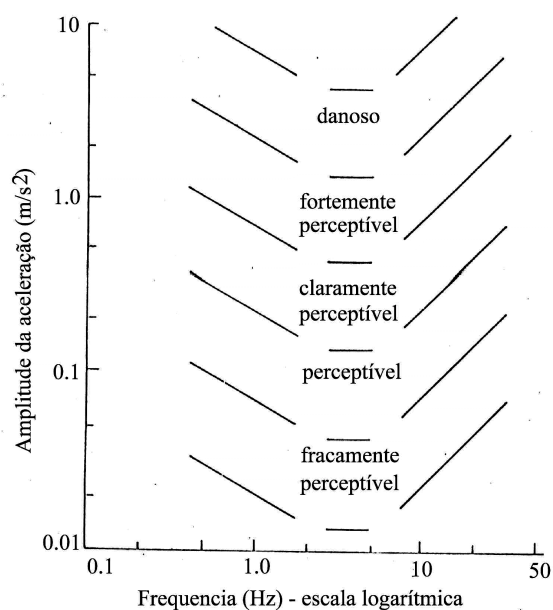


Figura 2.20 - Descrição qualitativa da reação humana à oscilação contínua uniforme

Fonte – Ohlsson, 1982

Alguns fatores que influenciam o nível de percepção e o grau de sensibilidade das pessoas sujeitas à vibração são:

- Tempo de exposição: a tolerância humana decai com o aumento do tempo de exposição (ver Figura 2.23).
- Características do piso: frequência natural, amortecimento e massa.
- Nível de expectativa: ansiedade e desconforto podem ser reduzidos se os ocupantes forem alertados da natureza da vibração e assegurados que nada ameaçará sua segurança.
- Características da fonte de excitação: amplitude, frequência e duração.
- Tipo de atividade realizada: o nível de percepção varia com a natureza da atividade que está sendo realizada pelo ocupante. Pessoas fazendo ginástica aceitam maiores vibrações que outras trabalhando em escritórios.

- Amortecimento: se o movimento estrutural é amortecido mais rápido, maior a tolerância à vibração.
- Posição do corpo humano: a Figura 2.21 mostra um sistema de coordenada em relação ao corpo humano. Dependendo da posição da pessoa, diferentes valores de acelerações limites são estabelecidos.

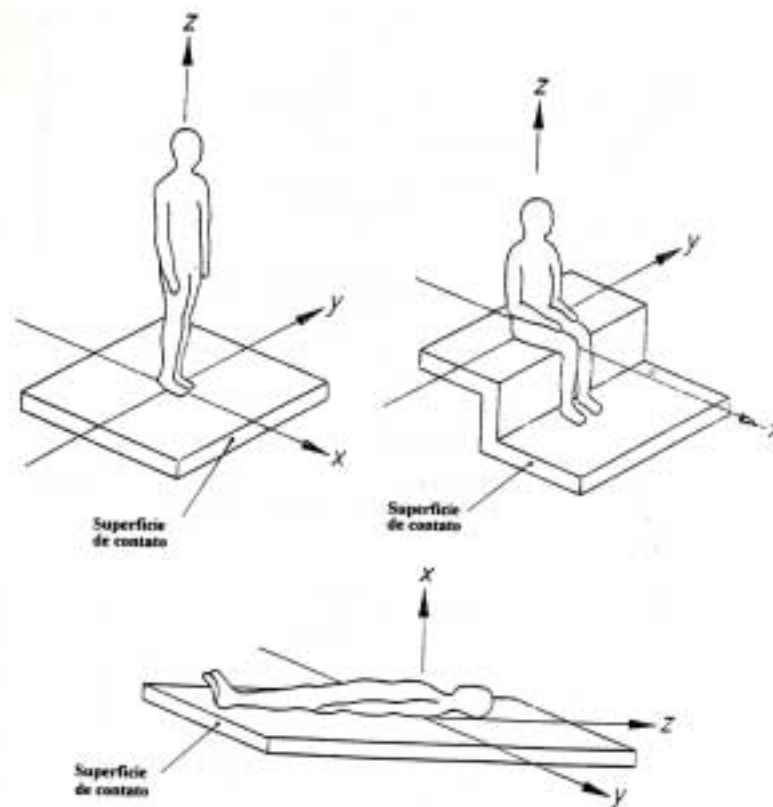


Figura 2.21 - Direções do sistema de eixos coordenados definidos pela ISO 2631

2.2.5.1. Critérios de conforto de acordo com especificações de normas

A especificação canadense, CAN3-S16.1 (1984) Estruturas de Aço para Prédios, inclui um apêndice intitulado “Guia para vibrações em pisos”. Os limites propostos pelo critério de perturbação para vibrações dos pisos estão mostrados na Figura 2.22. O procedimento foi calibrado entre 1960 e 1970 quando escritórios possuíam diferentes

arranjos e materiais. Naquele tempo, os vãos eram menores e as cadeiras e mesas eram mais pesadas. Logo é possível concluir que os limites estabelecidos por essa especificação podem não corresponder aos problemas atuais.

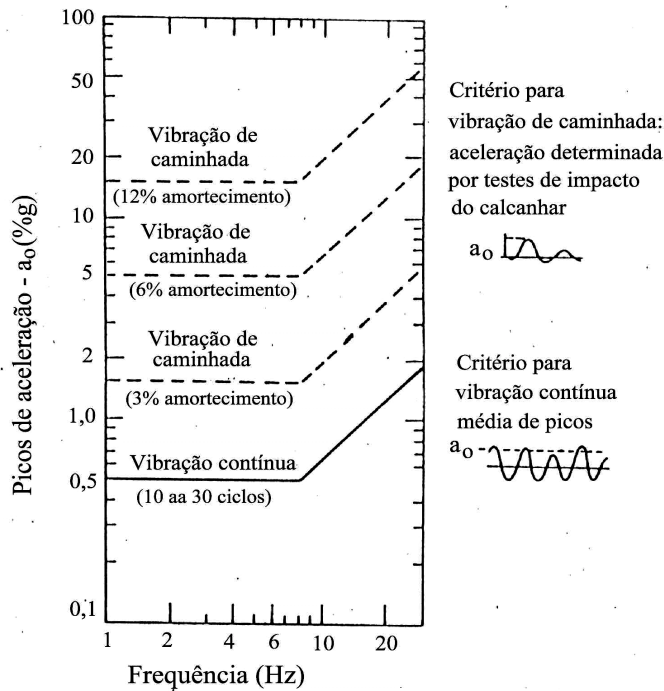


Figura 2.22 - Critério de desconforto para vibrações em pisos
(ocupações: residencial, escolar e em escritórios)

Fonte - Ohlsson, 1982

Os critérios para as vibrações em pisos são estabelecidos em função dos picos de aceleração em relação à frequência, sendo a resposta em aceleração dada em porcentagem da aceleração da gravidade (g). As curvas classificadas como vibração de caminhada devem ser usadas para avaliar a resposta do impulso gerado pela queda do calcanhar sobre o piso. Já as curvas classificadas como vibração contínua devem ser usadas para avaliar o movimento causado por uma pessoa caminhando pelo piso. As especificações canadenses sugerem uma taxa de 6 % do amortecimento crítico para pisos tipicamente mobiliados e sem divisórias.

O “Suplemento do Código Nacional de Construção do Canadá” (1995) estabelece limites para a tolerância humana em casos de atividades de grupo: para salas de dança e de jantar uma amplitude de aceleração de 0,02 g e para locais de concertos ao vivo e de eventos esportivos uma amplitude de aceleração de 0,05 g. Para essas atividades, a verificação do estado limite de vibração é aplicada somente para a componente de excitação relativa à frequência fundamental. Assim, a resposta considerada é para frequências até 3 Hz, e a ressonância do piso por componentes de frequências mais altas não é levada em conta.

A mais relevante especificação inglesa é a BS 6472: Avaliação da exposição humana à vibração em edifícios (1 a 80 Hz) (*British Standards Institute*, 1984), a qual é fortemente ligada à norma internacional ISO 2631: Guia de Avaliação da exposição humana à vibração total do corpo, que é em parte descendente das especificações alemãs feitas para condições industriais de trabalho. Entretanto, ela incorporou uma revisão substancial num contexto mais amplo, incluindo o trabalho de Irwin (1978). A BS 6472 define uma curva base de aceleração em função da frequência, com multiplicadores para definir os níveis aceitáveis em relação à função do edifício e a natureza da excitação. A curva base é idêntica em forma às linhas da Figura 2.22, com os valores numéricos um décimo em relação às curvas canadenses para oscilações. Entretanto, a medida usada na BS 6472 é o valor quadrático médio (r.m.s.) da aceleração, e não o pico médio. Para respostas dominadas por componentes simples de excitação harmônica, o valor r.m.s. vale $1/\sqrt{2}$ vezes o pico.

No Brasil, para a avaliação de vibrações em pisos, tem-se como guia a NBR 8800 - Anexo N (1986). A qual segue os conceitos da ISO 2631/1 e 2, que é também a base dos cálculos no *Design Guide on the Vibration of floors*. Nas especificações da ISO são fornecidas curvas de picos de aceleração em função da frequência e do tempo de exposição, levando em consideração a posição do corpo. Para procurar caracterizar as faixas de parâmetros de conforto humano, a ISO 2631/1 define três limites ligados à sensação humana:

- Limite do conforto reduzido - está relacionado com o nível de aceleração vertical a partir do qual as pessoas sentem-se incomodadas pela vibração, tendo mais dificuldades para executar tarefas que exigem certa concentração, tais como comer, ler e escrever.
- Limite de queda de eficiência - define o limite além do qual a exposição prolongada à vibração pode trazer um significativo risco de queda de eficiência na atividade desenvolvida pela pessoa exposta, particularmente fadiga, quando tal exposição é demasiadamente prolongada. Esse limite é três vezes maior que o limite associado ao conforto reduzido.
- Limite de tolerância - é o limite em termos de valores de máximos de aceleração que uma pessoa pode ficar exposta de modo seguro, para qualquer condição de frequência, duração e direção, estimado em duas vezes superior ao limite de queda de eficiência.

A Figura 2.23 mostra curvas da ISO 2631 relacionadas com o limite de queda de eficiência para vibrações verticais. Essas curvas variam com o tempo de exposição à vibração. Os valores do gráfico se referem à raiz da média quadrática - r.m.s.

A ISO 2631/2 fornece, entre outras, a curva base que representa o limite para o qual as acelerações verticais passam a ser perceptíveis ao ser humano. Esta curva de percepção, representada na Figura 2.24, mostra a variação dos valores limite da aceleração vertical dada em termos de r.m.s. em função da frequência de vibração experimentada pela pessoa. As acelerações fornecidas em termos de r.m.s. podem ser convertidas para valores de pico, multiplicando-se estas por $\sqrt{2}/2$ (somente para históricos no tempo que sejam aproximadamente senoidais). Fatores multiplicativos da aceleração obtida da curva base são usadas para elevar estes valores a limites de tolerância humana, de acordo com os dados coletados em diversos países. Faixas de valores destes fatores também são mostradas pela ISO 2631/2 em seu Anexo A e resumidos na Tabela 2.4.

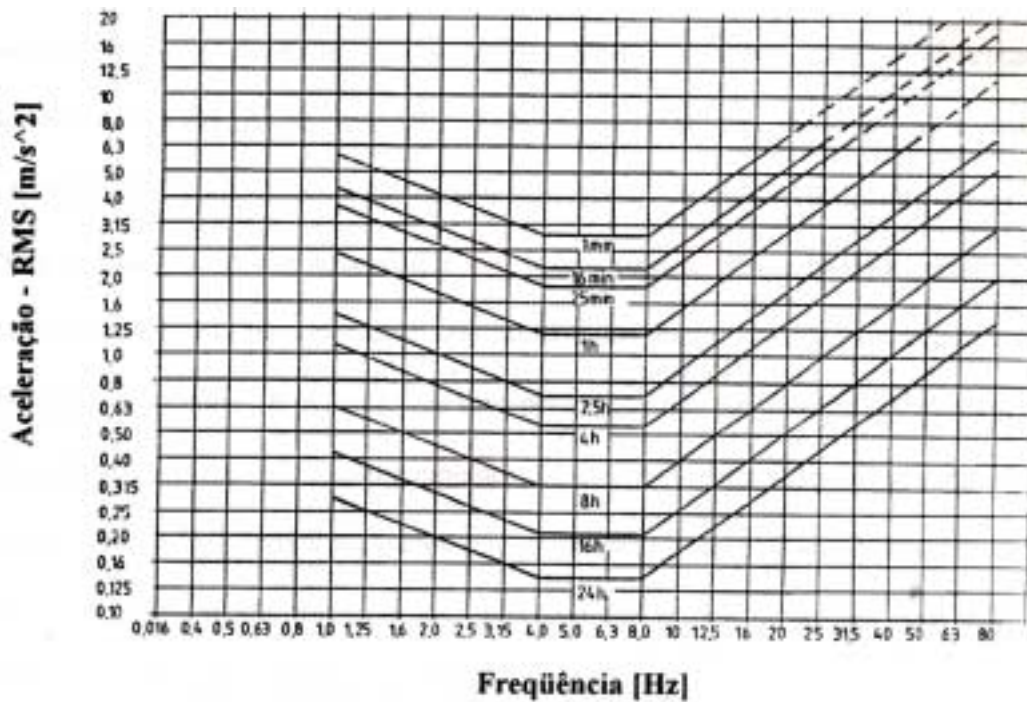


Figura 2.23 - Curvas das acelerações verticais limites, segundo a ISO 2631/1.

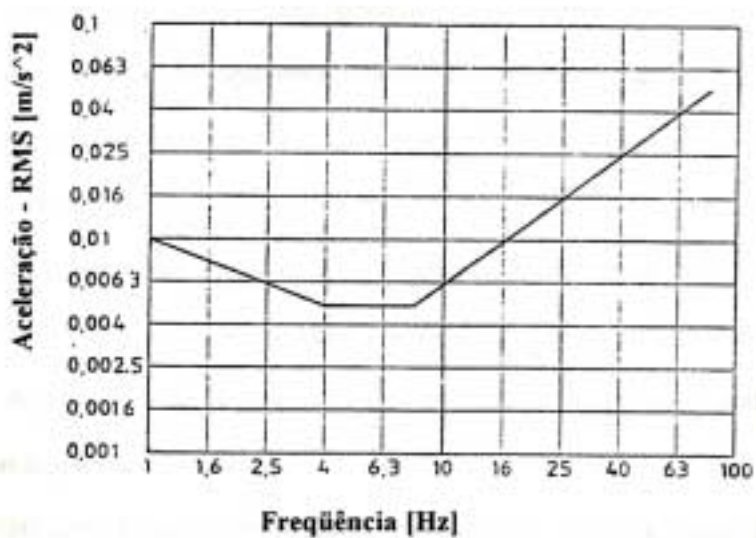


Figura 2.24 - Curva base de acelerações verticais perceptíveis ao ser humano, segundo a ISO 2631/1.

Tabela 2.4 - Faixas de valores (usados em diversos países) multiplicativos das acelerações obtidas da curva básica apresentada na Figura 2.24, conforme a ISO 2631/2.

Locais	Horários de utilização	Vibração contínua ou intermitente	Vibração transiente
Área críticas (hospitais, laboratórios de precisão, etc.)	Diurno	1	1
	Noturno		
Residência	Diurno	2 – 4	30 – 90
	Noturno	1,4	1,4 - 20
Escritório	Diurno	4	60 - 128
	Noturno		
Oficinas	Diurno	8	90 - 128
	Noturno		

Observando-se a tabela acima, vê-se que a ISO 2631/2 não faz nenhuma referência a áreas destinadas a atividades humanas sócio-culturais, tais como ginásios, espaços musicais, teatros, salões de baile etc, onde são desenvolvidas atividades ligadas a danças e pulos.

Outra observação feita pela ISO 2631 é de que para áreas residenciais existe uma ampla variação da tolerância de vibração, onde valores específicos são dependentes dos fatores sociais, culturais e da influência psicológica causada pela interferência da vibração na privacidade dos usuários da edificação. Assim, mesmo a ISO 2631/2 definindo parâmetros mais rígidos, ainda deixa margem para aplicação de critérios subjetivos quando sugere a Tabela 2.4, o que evidencia o quão difícil é quantificar a sensação de desconforto do ser humano submetido a vibrações e estabelecer limites em termos de aceleração de forma a possibilitar a utilização da estrutura, sujeita à vibração, sem desconforto para os usuários.

2.2.6. Fatores que influenciam a resposta dinâmica dos pisos

Algumas evidências experimentais deveriam ser consideradas na análise de estruturas submetidas à excitação dinâmica induzida por pessoas. Uma das dificuldades em analisar lajes altamente carregadas consiste em como considerar as massas humanas, sabendo que isso controla características importantes do sistema estrutural, tal como a frequência fundamental. Se esse parâmetro não é apropriadamente considerado, a resposta estrutural dinâmica pode ser substancialmente mudada (Silva *et al*, 2003).

Um critério usualmente adotado é o de considerar as pessoas como massa adicionada à massa global estrutural, o que implica em um aumento da massa e em uma redução da frequência fundamental. Entretanto, algumas considerações baseadas no fenômeno físico associado com esse problema sugerem que as pessoas devem ser estritamente modeladas como um sistema adicional massa-mola-amortecedor (Ellis e Ji, 1994).

Baseado em muitas investigações que amplamente avaliam esse assunto, pode ser verificado que no caso de pessoas pulando com os dois pés simultaneamente, ou durante atividades nas quais o contato das pessoas com a estrutura é relativamente curto, a massa das pessoas não está vibrando junto com a massa do sistema estrutural. Adicionando a isso, o envolvimento humano, nesses casos, é restringido à adição de cargas não incluindo qualquer adcionamento de massa ao sistema. Tal conclusão foi obtida através de testes experimentais, onde foi observado que as características dinâmicas do sistema investigado, tal como frequência natural e amortecimento, não foram modificadas pela presença humana (Ellis e Ji, 1994).

Outro importante fato relacionado com esse tipo de carregamento refere-se ao contato do corpo com o sistema estrutural. Esse contato pode ser contínuo ou não. Existem também fatores que podem alterar o comportamento como: a influência da rugosidade da superfície, o sexo da pessoa, peso e outras características pessoais. Finalmente, pode também ser mencionado que o número de pessoas que irão provocar um certo tipo de ação no sistema estrutural deve ser apropriadamente considerado, em outras palavras, o efeito de multidão (Ellis e Ji, 1994).

Ellis e Ji (1995) expandiram a pesquisa e especificaram que a interação homem-estrutura precisa ser considerada somente quando a massa humana é relativamente substancial comparada com a massa da estrutura. Essa situação tipicamente ocorre em pisos sujeitos a um carregamento de multidão ou em estruturas com pisos leves onde até mesmo uma única pessoa pode mudar substancialmente as características dinâmicas. Conseqüentemente, a interação parece não ser importante para a avaliação das vibrações de pisos de escritórios pesados feitos inteiramente de concreto, para o qual um carregamento de multidão não é normalmente considerado.

2.2.7. Procedimentos adotados para resolver o problema de vibração em pisos

As estruturas sujeitas a vibrações excessivas devem ser cuidadosamente avaliadas com o intuito de diminuir os níveis perturbadores. Muitos problemas acontecem com as mudanças na utilização da construção, tais como a realização de exercícios aeróbicos em pisos projetados para escritórios ou a instalação de aparelhos sensíveis. Portanto, primeiramente é importante determinar a origem das vibrações, podendo ser causadas pelas caminhadas, atividades rítmicas, equipamentos, ou origens externas ao edifício que transmitem vibrações através do solo. O próximo passo é a escolha e projeto de medidas de controle específicas para o problema de vibração localizado. Abaixo serão citadas algumas medidas de controle:

2.2.7.1. Redução dos efeitos

Em algumas situações, deve ser suficiente não fazer nada sobre a vibração estrutural propriamente dita, mas usar medidas que reduzam a perturbação associada com a vibração. Isso inclui a eliminação do desempenho da vibração perturbadora tal como o barulho devido à agitação, removendo ou alterando móveis ou componentes não estruturais que vibram em ressonância com o movimento do piso.

2.2.7.2. Relocação

A origem da vibração e/ou a ocupação ou equipamento sensível deve ser relocado. Isso, obviamente, é preferencialmente feito antes da locação ser finalizada. Por exemplo, exercícios aeróbicos simplesmente devem ser relocados do topo de um prédio para o primeiro andar ou para um piso rígido acima da caixa do elevador. Reclamações sobre vibrações originadas das caminhadas podem, algumas vezes, ser resolvidas relocando pessoas mais sensíveis, atividades, ou itens de equipamentos, por exemplo, colocando esses perto de uma coluna onde as vibrações são menos severas que no meio do vão.

2.2.7.3. Redução da massa

A redução de massa não é usualmente muito efetiva por causa da redução resultante da resistência inercial ao impacto ou à vibração ressonante. Ocasionalmente, entretanto, a redução da massa pode aumentar suficientemente a frequência natural fazendo com que a ressonância seja evitada.

2.2.7.4. Enrijecimento

Aumentar a rigidez, e conseqüentemente as frequências naturais, não é sempre um meio efetivo de reduzir as acelerações. Aumentar a rigidez pode aumentar a diferença entre as frequências das excitações e estruturais, reduzindo assim a possibilidade de ressonância.

Os componentes estruturais com as maiores flexibilidades dinâmicas são usualmente os que devem ser enrijecidos. Para pequenos carregamentos dinâmicos, tais como as caminhadas, uma avaliação do sistema estrutural do piso considerando somente as vigas principais e de piso é usualmente suficiente. Para carregamentos dinâmicos

severos, como atividades rítmicas, a avaliação deve considerar a estrutura do edifício como um todo, incluindo as colunas e possivelmente as fundações.

Uma nova coluna apoiada na fundação existente entre outras colunas é o meio mais efetivo para estruturas de pisos flexíveis, mas algumas vezes essa medida não é aceita pelo proprietário. Elementos amortecedores, tais como a utilização de materiais visco-elásticos, podem absorver alguma energia vibracional, mas testes recentes de amortecimento têm mostrado que seus efeitos estão limitados a aproximadamente a largura efetiva do painel da viga de piso. O enrijecimento das vigas de piso e principais aumenta substancialmente a rigidez do elemento.

2.2.7.5. Aumento do amortecimento

Vibrações dos pisos podem ser melhoradas através do aumento do amortecimento do sistema de piso. Amortecimento em pisos existentes depende da presença de componentes não estruturais, tais como divisórias, forros, móveis e o número de pessoas no piso.

A adição de componentes não estruturais que interagem com a estrutura do piso, tais como divisórias *dry wall*, fornece um acréscimo no amortecimento. A adição de tais divisórias pode ser benéfica para vibrações devido às caminhadas se o amortecimento do piso existente for pequeno.

2.2.7.6. Controle passivo

O controle passivo de pisos na forma de amortecedores com uma massa sincronizada (*tuned mass damper* = TMD) foi utilizado com vários graus de sucesso. Um TMD é uma massa anexada à estrutura do piso através de uma mola e um amortecedor. O TMD previne o crescimento da vibração ressonante do piso através da transferência de energia cinética do piso para a massa TMD e dissipando alguma energia cinética através do amortecedor. O TMD é efetivo, entretanto, somente se a

freqüência natural do TMD se aproximar daquela que causa o modo de vibração do piso problemático. Os TMD são mais efetivos se existir somente um modo significativo de vibração. Eles são menos efetivos se existir dois a mais modos de vibrações problemáticos cujas freqüências naturais estão próximas umas das outras. Finalmente, os TMD inicialmente sincronizados aos modos de vibração do piso podem se tornar fora de sintonia devido mudanças na freqüência natural do piso resultante de adições ou remoções de materiais em certos locais.

CAPÍTULO 3

3. PROCEDIMENTOS SIMPLIFICADOS PARA AVALIAÇÃO DE PISOS

3.1. HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DOS CRITÉRIOS

O primeiro critério de rigidez conhecido apareceu há aproximadamente 170 anos. Tredgold (1828) escreveu que viga sobre vão longo deve ter “altura suficiente para evitar o inconveniente de não ser capaz de se mover junto com o piso sem balançar tudo no quarto”.

Um critério tradicional de rigidez para pisos em aço limita a deflexão de vigas de piso ou principais, sujeitas a cargas móveis, a um valor máximo $vão/360$. Essa limitação, junto com a restrição dos elementos quanto à relação vão-altura de 24 ou menos, tem sido largamente aplicada em sistemas estruturais de pisos para controlar vibrações, mas com sucesso limitado.

O fenômeno da ressonância vinha sendo ignorado no projeto de pisos e passarelas até recentemente. Há aproximadamente 30 anos, problemas surgiram com vibrações induzidas por pessoas caminhando nas vigas suportes dos pisos que satisfaziam o critério tradicional de rigidez. Desde então tem se aprendido mais sobre a função-carregamento devido a caminhadas e seu risco potencial de provocar ressonância. Lenzen (1966) determinou que o amortecimento e a massa são os fatores mais importantes na prevenção das vibrações.

Procedimentos analíticos têm sido desenvolvidos, os quais permitem ao projetista estrutural avaliar a estrutura dos pisos quanto ao conforto da ocupação devido a certa atividade. Geralmente, essas ferramentas analíticas exigem o cálculo da frequência natural do piso e a amplitude máxima de aceleração, velocidade ou deslocamento para uma certa excitação. Uma estimativa de amortecimento é também

exigida em algumas circunstâncias. Uma escala de conforto humano é então usada para determinar se o sistema de piso passa pelas exigências.

Três critérios para ambientes de escritórios e residência têm sido largamente usados na América do Norte: a escala modificada de Reither-Meister, a especificação CSA e o critério de Murray. O critério de Allen para atividades rítmicas e o critério de Ellingwood e Tallin para *shoppings* são usados frequentemente. A norma ISO 2631 forma uma base para vários critérios Europeus.

- **Escala modificada Reither-Meister**

Nos primeiros anos depois de 1930, Reither e Meister (1931) sujeitaram um grupo de pessoas em pé a vibrações permanentes, com uma variação na frequência de 5 a 100 Hz e na amplitude de 0,01 mm a 10 mm. Eles notaram reações na faixa de “poucamente perceptível” até “intolerável”. Após o estudo de um certo número de sistemas de pisos compostos por vigas metálicas e laje de concreto, Lenzen (1966) sugeriu que a escala original Reither-Meister é aplicável a sistemas de pisos com amortecimento crítico menor que 5 % se a amplitude da escala for aumentada por um fator 10. A escala resultante modificada está mostrada na Figura 3.1. Murray (1975), depois de testar e analisar diversos pisos compostos por vigas metálicas e laje de concreto, sugeriu que sistemas com amortecimento crítico de 4 a 10 %, se tiverem suas frequências e deslocamentos plotados na escala modificada de Reither-Meister e resultarem em pontos acima da linha média da região “Claramente perceptível”, irão gerar reclamações dos ocupantes, e sistemas na faixa “Fortemente perceptível” serão inaceitáveis para ocupantes e proprietários.

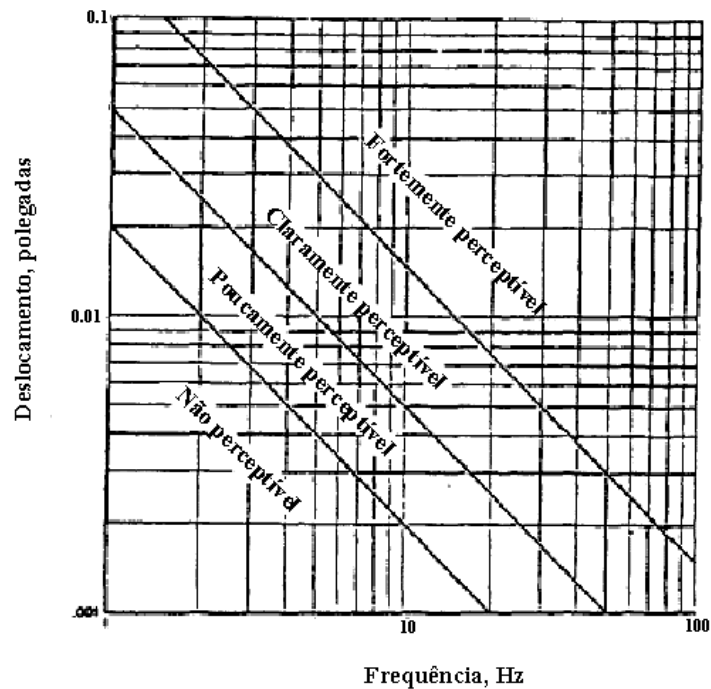


Figura 3.1 - Escala modificada de Reither-Meister

McCormick (1974) apresentou um estudo sobre critério de projeto e testes de vibrações de pisos de escritórios, objetivando encontrar um critério evoluído para ser usado no projeto de duas torres novas construídas em pórticos metálicos para abrigar escritórios. Após rever algumas literaturas e desenvolver testes com os edifícios propostos, McCormick concluiu que sistemas de pisos em que o amortecimento excede 3 % devem ser aceitáveis se, ao plotar a frequência pelo deslocamento, o ponto estiver localizado abaixo de um terço da faixa “Claramente perceptível”, embora vibrações causadas pelo uso normal podem ser perceptíveis para os ocupantes. McCormick também sugeriu que um limite maior deve ser aceitável se o amortecimento excede 10 %.

- **Escala CSA**

Uma escala da resposta humana baseada no trabalho de Allen e Rainer (1976) está presente no Anexo G da CAN3-S16.1 (CSA 1984 - *Canadian Standards*

Association) para quantificar o limite de perturbação das vibrações nos pisos de residências, escolas e escritórios devido a “passadas” das pessoas. A escala está mostrada na Figura 2.22. Uma fórmula de projeto para estimar a aceleração a ser usada, levando em conta o critério de impacto de calcanhar, está incluída na CSA. A escala foi desenvolvida com dados de testes de 42 sistemas de pisos com vãos longos, combinados com a avaliação subjetiva dos ocupantes ou pesquisadores.

- **Critério de Murray**

Murray (1981) recomendou que sistemas de pisos projetados para suportar um ambiente de escritório ou residência satisfaçam:

$$D > 35A_0f_0 + 2,5, \quad (3.1)$$

onde,

D = porcentagem de amortecimento crítico.

A_0 = amplitude inicial de um impacto gerado pela queda de calcanhar (in.).

f_0 = primeira frequência natural (Hz).

- **Escala ISO**

A norma *International Organization for Standardization ISO 2631-2* (1989) foi escrito para cobrir muitos ambientes vibracionais. A ISO 2631 fornece limites de aceleração para vibrações mecânicas em função do tempo de exposição e da frequência, para as direções longitudinais e transversais de uma pessoa em pé, sentada ou deitada.

- **Critério de Ellingwood e Tallin**

Ellingwood e Tallin (1984) e Ellingwood *et al* (1986) recomendaram um critério para projetos de pisos comerciais baseado no limite de tolerância da aceleração de 0,005 g e excitações devido caminhadas. O critério é satisfeito se a deflexão máxima sobre uma força de 2 kN, aplicada em qualquer lugar do sistema, não exceder a 0,5 mm, isto é, uma rigidez de 4 kN/mm.

- **Critério Europeu**

Os critérios europeus aceitáveis são geralmente mais rigorosos que os critérios norte americanos, provavelmente por causa do uso tradicional de pisos de concreto com pequenos vãos. A princípio, Bachmann e Ammann (1987) recomendaram que o sistema de piso composto de laje de concreto e vigas metálicas tenham uma frequência natural fundamental de pelo menos 9 Hz. A maioria dos pisos citados acima em edifícios comerciais da América do Norte tem uma frequência natural fundamental entre 5 e 9 Hz, e ainda, a vasta maioria desses pisos são aceitáveis pelos ocupantes. Desde que a frequência é proporcional à raiz quadrada do momento de inércia, uma quantidade substancial de material é requerida para satisfazer o critério de 9 Hz. Wyatt (1989), entretanto, propôs recentemente um critério de projeto (SCI) para vibrações devido caminhadas similar àqueles recomendados no procedimento simplificado de projeto da AISC para frequência natural fundamental menor que 7 Hz. Suas recomendações são mais conservadoras que as recomendações do procedimento para altas frequências.

Nessa dissertação, somente o procedimento simplificado da AISC será apresentado, embora os dois tenham sido estudados e implementados no Mathcad. Maiores detalhes sobre o procedimento simplificado da SCI podem ser encontrados em Wyatt (1989) e Sales (2001).

- **Critério de Allen**

Allen (1990) apresentou orientações específicas para o projeto de sistemas de piso utilizados para atividades aeróbicas. Ele recomendou que tais pisos sejam projetados de tal maneira que sua frequência natural fundamental seja maior que a frequência do maior harmônico que produz carregamento dinâmico significativo.

O critério proposto pelo procedimento simplificado da AISC pode ser comparado com os critérios expostos acima e com o procedimento da SCI. Existem certos estudos que indicam que todos os critérios são similares para ressonância com o terceiro harmônico do passo (5 a 7 Hz).

Os critérios, entretanto, se diferem em outras faixas de frequências. O critério CSA é insuficiente para frequências menores que 5 Hz e conservador para frequências maiores que 7 Hz. O critério de Murray tem a mesma tendência que o critério CSA, mas a discrepância com o critério proposto pelo procedimento da AISC é menos severa. O procedimento da SCI possui o critério que mais se aproxima da AISC dentro da faixa de frequência de 3 a 8 Hz, mas é mais conservadora para frequências maiores que 8 Hz. Para realizar uma comparação válida, Allen e Murray (1993) concluíram que cada critério deve ser considerado como um pacote fechado. Essa exigência é feita para levar em conta as diferenças nas formas das equações e nos valores recomendados para os parâmetros.

3.2. GUIA DE PROJETO PARA VIBRAÇÕES DE PISOS

O nome completo desse procedimento é *Design Guide on the Vibration of Floors* (Guia de Projeto para vibrações de pisos). Ele foi desenvolvido por Wyatt (*Steel Construction Institute*) em 1989. O principal propósito desse procedimento é fornecer um método prático para avaliar a probabilidade de um piso em edifícios estruturados em aço produzir perturbação a ocupantes durante a vibração. O tema vibração de pisos é

complexo e conseqüentemente o guia contém seções que tratam do presente estado-da-arte, experiências em um determinado método proposto e comentários de tal forma que o projetista possa desenvolver uma avaliação do fenômeno mais bem elaborada que uma simples aplicação do método de projeto de forma rotineira.

O procedimento ensina de uma maneira prática como calcular a frequência natural, e depois, encontrar um fator de resposta que será a solução do problema. Se esse fator estiver dentro dos limites, então a estrutura não sofrerá movimentos dinâmicos perturbantes. É importante lembrar que para calcular o fator resposta, o SCI se baseou nas acelerações limites indicadas pela ISO 2631.

3.3. VIBRAÇÕES EM PISOS DEVIDO A ATIVIDADES HUMANAS

O nome completo desse guia é *Floor Vibrations Due to Human Activity* (Vibrações em pisos devido a atividades humanas). Ele foi desenvolvido pela AISC (*American Institute of Steel Construction*) em 2001 e faz parte de uma série de livros denominada *Steel Design Guide Series 11* (11 séries de guias de projetos de aço).

3.3.1. Critério aceitável para o conforto humano

O critério é baseado na resposta dinâmica das vigas de piso quando submetidas a forças geradas nas caminhadas, e pode ser usado para avaliar sistemas estruturais que suportam escritórios e ocupações similares. O desenvolvimento do critério é explicado nos próximos parágrafos:

- As acelerações limites são iguais às recomendadas pela ISO 2631, porém ajustadas de acordo com a intenção da ocupação. A ISO 2631 sugere limites em termos de acelerações r.m.s. como um múltiplo da curva-base mostrada na Figura 2.3. Com o propósito de projeto, o limite pode ser assumido em uma faixa entre 0,8 a 1,5 vezes do

valor recomendado dependendo da duração da vibração e da frequência de vibração dos eventos.

- Nesse procedimento, uma componente harmônica da força dependente do tempo se iguala à frequência fundamental do piso, na tentativa de provocar ressonância. Essa força vale:

$$F_i = P.\alpha_i.\cos(2\pi.i.t.f_{step}), \quad (3.2)$$

onde,

P = peso de uma pessoa, tomado com 0,7 kN para projeto.

α_i = coeficiente dinâmico para a componente harmônica i da força (Tabela 2.2).

i = múltiplo harmônico da frequência do passo.

f_{step} = frequência do passo.

- A função de resposta ressonante vale:

$$\frac{a}{g} = \frac{R_f.P.\alpha_i}{\xi.W_e}.\cos(2\pi.i.t.f_{step}), \quad (3.3)$$

onde,

a/g = razão entre a aceleração do piso e a da gravidade.

R_f = fator de redução.

ξ = taxa de amortecimento modal.

W_e = peso efetivo do piso.

O fator de redução R_f leva em conta o fato de que o movimento ressonante permanente não é alcançado através da caminhada e que a pessoa caminhando e a perturbada não estão simultaneamente no local de máximo deslocamento modal. É recomendado que R_f seja 0,5 para estruturas de pisos com 2 possibilidades de configurações de forma modal e 0,7 para passarelas.

Para avaliação, o pico de aceleração devido a caminhada pode ser estimado através da equação anterior selecionando o menor harmônico, i , para o qual a frequência da força, $f = i.f_{\text{step}}$, pode se igualar a uma frequência natural da estrutura do piso. O pico de aceleração é então comparado com o limite apropriado da Figura 2.3. Para projeto, a equação anterior pode ser simplificada através da aproximação de uma relação entre o coeficiente dinâmico, α_i , e a frequência pela fórmula $\alpha_i = 0,83 \cdot \exp(-0,35 \cdot f_n)$. Com essa substituição, o seguinte critério simplificado é obtido:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 \cdot \exp(-0,35 \cdot f_n)}{\xi \cdot W_e} \leq \frac{a_0}{g}, \quad (3.4)$$

onde,

a_p/g = pico de aceleração estimado.

a_0/g = pico de aceleração limite.

f_n = frequência natural da estrutura do piso.

P_0 = força constante igual a 0,29 kN para pisos.

= $R_f \cdot P \cdot 0,83$.

W_e = peso efetivo do piso.

3.3.2. Freqüência natural de sistemas aporticados de pisos em aço

O parâmetro mais importante para projeto, de utilização na vibração e avaliação de sistemas de pisos, é a freqüência natural. Esse item fornece uma estimativa para a freqüência natural de vigas principais de aço e vigas de piso, incluindo o efeito da continuidade.

3.3.2.1. Relações fundamentais

A freqüência natural, f_n , de um modo crítico é estimada primeiramente considerando um modo do painel da viga de piso e um modo do painel da viga principal separadamente e, então, combinando eles. As freqüências naturais dos modos de painéis de vigas de piso e principais podem ser estimadas através da equação da freqüência natural fundamental de uma viga simplesmente apoiada:

$$f_0 = \frac{\pi}{2} \left[\frac{g \cdot E_s \cdot I_t}{w \cdot L^4} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.5)$$

onde,

f_0 = freqüência natural fundamental, Hz.

g = aceleração da gravidade, 9,806 m/s².

E_s = módulo de elasticidade do aço.

I_t = momento de inércia transformado.

w = massa uniformemente distribuída por unidade de comprimento.

L = vão do elemento.

As frequências dos modos combinados podem ser estimados usando a relação de Dunkerley:

$$\frac{1}{f_0^2} = \frac{1}{f_j^2} + \frac{1}{f_g^2}, \quad (3.6)$$

onde,

f_j = frequência correspondente ao modo do painel da viga de piso.

f_g = frequência correspondente ao modo do painel da viga principal.

A Equação 3.5 pode ser reescrita como:

$$f_0 = 0,18 \cdot \sqrt{\frac{g}{\Delta}}, \quad (3.7)$$

onde,

Δ = deflexão estática no meio do vão do elemento devido ao peso suportado.

Para o modo combinado, se a viga de piso e a principal forem assumidas simplesmente apoiadas, a relação de Dunkerley pode ser reescrita como:

$$f_0 = 0,18 \cdot \sqrt{\frac{g}{\Delta_j + \Delta_g}}, \quad (3.8)$$

onde Δ_j e Δ_g são deflexões estáticas da viga de piso e a principal, respectivamente.

Prédios altos podem ter colunas verticais com frequências bastante baixas a ponto de criar sérios problemas de ressonância com a atividade rítmica. Para esses casos, a Equação 3.8 deve ser modificada:

$$f_n = 0,18 \cdot \sqrt{\frac{g}{\Delta_j + \Delta_g + \Delta_c}}, \quad (3.9)$$

onde,

Δ_c = encurtamento estático da coluna devido ao peso suportado.

3.3.2.2. Ação composta

Calculando a frequência natural fundamental, o momento de inércia transformado deve ser utilizado se a laje for anexada aos elementos suportes. Essa hipótese deve ser aplicada até mesmo se conectores estruturais cisalhantes não forem utilizados, isso porque as forças cisalhantes que atuam na interface laje/viga são resistidas pelos pontos de solda ou através da fricção entre o concreto e a superfície do metal.

Para levar em conta uma maior rigidez do concreto no *deck* metálico, sob carregamento dinâmico quando comparado com o estático, é recomendado que o módulo de elasticidade do concreto seja tomado como 1,35 vezes o especificado em padrões estruturais atuais para o cálculo do momento transformado de inércia. Para determinação do momento transformado de inércia de vigas típicas, é recomendado que a largura efetiva da laje de concreto seja tomada do mesmo valor que o espaçamento entre vigas, mas não maior que 0,4 vezes seu vão. Para vigas que limitam a laje, a largura efetiva da laje deve ser tomada como metade do valor anterior.

3.3.2.3. Peso distribuído

O peso suportado, utilizado nas equações acima deve ser estimado cuidadosamente. A real carga permanente e carga móvel, não a de projeto, deve ser considerada nos cálculos. Para pisos de escritórios e residências, sugere-se que a carga móvel seja de $0,5 \text{ kN/m}^2$ e de $0,25 \text{ kN/m}^2$ respectivamente. Essa carga sugerida é para escritórios típicos com mesas, estantes, etc. Um valor menor pode ser utilizado se esses itens não estiverem presentes.

3.3.2.4. Deflexão devido à flexão: continuidade

- **Vigas contínuas:**

As Equações 3.7 a 3.9 também se aplicam aproximadamente para vigas contínuas sobre apoios para a situação onde o peso distribuído atua na direção do deslocamento modal. Vãos adjacentes deslocam-se em direção oposta e, portanto, para uma viga contínua com vãos iguais, a frequência fundamental é igual à frequência natural de um vão simples e bi apoiado. Quando os vãos forem diferentes, as seguintes relações podem ser utilizadas para estimar a deflexão (devido à flexão) de elementos contínuos. Elas são desenvolvidas através da deflexão de vigas simplesmente apoiadas, Δ_{ss} , com um vão principal, L_m , devido ao peso suportado. Para dois vãos contínuos:

$$\Delta = \left[\frac{0,4 + \frac{k_m}{k_s} \left(1 + 0,6 \cdot \frac{L_s^2}{L_m^2} \right)}{1 + \frac{k_m}{k_s}} \right] \cdot \Delta_{ss} \quad (3.10)$$

Para três vãos contínuos:

$$\Delta = \left[\frac{0,6 + 2 \frac{k_m}{k_s} \left(1 + 1,2 \frac{L_s^2}{L_m^2} \right)}{3 + 2 \frac{k_m}{k_s}} \right] \cdot \Delta_{ss}, \quad (3.11)$$

onde,

$$k_m = I_m/L_m.$$

$$k_s = I_s/L_s.$$

I = momento de inércia.

L_m, L_s = são definidos na Figura 3.2.

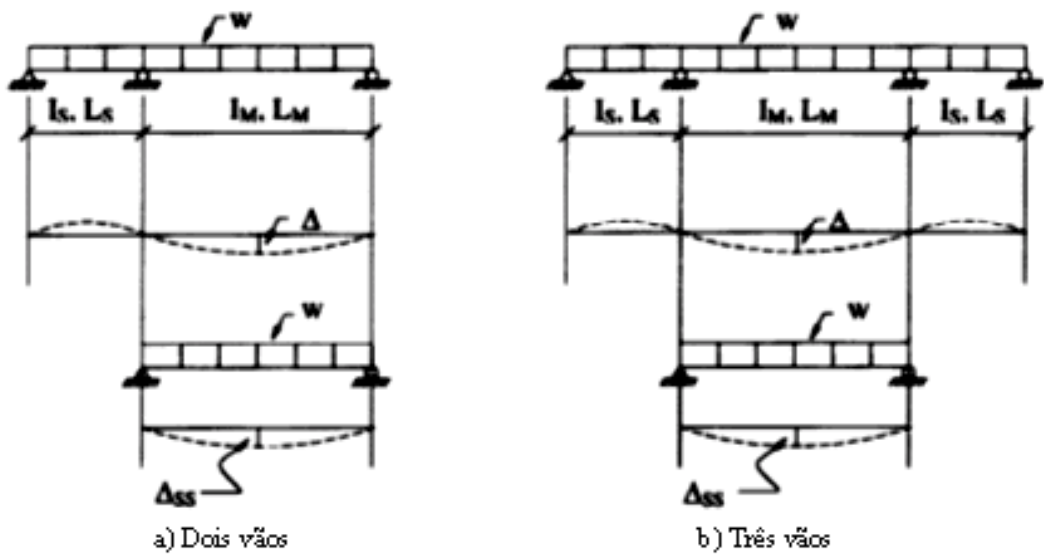


Figura 3.2 - Deflexão modal devida à flexão, Δ , para vigas contínuas sobre os apoios

- **Elementos contínuos com colunas:**

A frequência natural de uma viga conectada a coluna é aumentada devido à rigidez à flexão provocada pela presença da coluna. Isso é importante para prédios altos com grandes colunas. A seguinte relação pode ser usada para estimar a deflexão de uma viga conectada a colunas:

$$\Delta = \left[\frac{0,6 + 2 \frac{k_m}{k_s} \cdot (1 + 1,2\lambda) + n_c \frac{k_c}{k_s}}{3 + 2 \frac{k_m}{k_s} + 3n_c \frac{k_c}{k_s}} \right] \Delta_{ss}, \quad (3.12)$$

onde,

$$k_m = I_m/L_m.$$

$$k_s = I_s/L_s.$$

$$k_c = I_c/L_c.$$

Δ_{ss} = deflexão devido a flexão de uma viga simplesmente bi apoiada de vão L_m devido ao peso suportado.

$$\lambda = (L_s/L_m)^2.$$

L_m = comprimento do vão principal como na Figura 3.2.

L_s = comprimento dos vão adjacentes como na Figura 3.2.

L_c = comprimento da coluna.

3.3.3. Projeto para excitações provocadas por caminhadas

3.3.3.1. Critérios recomendados

O critério recomendado no item 3.3.1 estabelece que o sistema de piso é satisfatório se o pico de aceleração, a_p , devido a excitações nas caminhadas, em função da aceleração da gravidade, g , determinada através da Equação 3.4, não exceder o limite de aceleração, a_0/g , para a apropriada ocupação. Valores recomendados para P_0 e ξ , assim como a_0/g para várias ocupações, são mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Valores recomendados de alguns parâmetros e limites a_0/g

Local	Força constante P_0	Taxa de amortecimento ξ	Limite de acel. $a_0/g \times 100\%$
Escritórios, residências e igrejas	0,29 kN	0,02-0,05*	0,5 %
“Shopping”	0,29 kN	0,02	1,5 %
Passarelas – internas	0,41 kN	0,01	1,5 %
Passarelas – externas	0,41 kN	0,01	5,0 %

*0,02 para pisos com poucos componentes não estruturais como pode ocorrer em áreas abertas nos trabalhos e igrejas.

0,03 para pisos com componentes não estruturais e móveis e com somente pequenas divisórias desmontáveis, típico de muitas áreas de escritórios modulares.

0,05 para pisos com divisórias de altura total entre pisos.

Se a frequência natural do piso for maior que 9 a 10 Hz, experiências indicam que o piso deve ter uma rigidez mínima de 1 kN por mm sob uma força concentrada.

3.3.3.2. Estimativa de parâmetros exigidos

Alguns parâmetros da Equação 3.4 são obtidos da Tabela 3.1 e item 3.3.2.1. Para pisos, a frequência natural fundamental, f_0 , e o peso efetivo do painel, W_e , para um modo crítico são estimados primeiramente considerando os modos da viga de piso e da principal separadamente e então combinando-os posteriormente.

- **Peso efetivo do painel:**

Os pesos efetivos para os modos das vigas de piso e vigas principais são estimados de:

$$W_e = m_a \cdot B \cdot L, \quad (3.13)$$

onde,

m_a = peso suportado por unidade de área.

L = vão do elemento.

B = largura efetiva.

Para os modos de painéis das vigas de piso, a largura efetiva é

$$B_j = C_j (D_s / D_j)^{1/4} L_j, \quad (3.14)$$

limitada a 2/3 da largura do piso,

onde,

C_j = 2,0 para vigas na maioria das áreas.

= 1,0 para vigas paralelas a um limite interior.

D_s = momento de inércia transformado da laje por unidade de comprimento.

= $d_e^3/12n$.

d_e = espessura efetiva da laje de concreto, usualmente tomada como a profundidade do concreto acima da forma do *deck* mais metade da profundidade do *deck*.

n = razão do módulo de elasticidade dinâmico.

= $E_s/1,35E_c$.

E_s = módulo de elasticidade do aço.

E_c = módulo de elasticidade do concreto.

D_j = momento de inércia transformado da viga de piso por unidade de largura.

= I_t/S .

I_t = momento efetivo de inércia da viga "T".

S = espaçamento efetivo entre vigas.

L_j = vão das vigas de piso.

Para os modos de painéis das vigas principais, a largura efetiva é

$$B_g = C_g (D_j / D_g)^{1/4} L_g , \quad (3.15)$$

limitada a 2/3 do comprimento do piso,

onde,

C_g = 1,6 para vigas principais suportando vigas conectadas em seu flange.

= 1,8 para vigas principais suportando vigas conectadas em sua alma.

D_g = momento de inércia transformado da viga por unidade de largura.

= I_g/L_j para quaisquer vigas e $I_g/2L_j$ para vigas de extremidade.

L_g = vão das vigas principais.

Quando as vigas forem contínuas, além de seus apoios, e o vão adjacente maior que 0,7 vezes o vão em consideração, o peso efetivo, W_j ou W_g , pode ser aumentado em 50 %. Essa consideração não é feita para o caso de vigas principais que chegam nas colunas.

Para o modo combinado, o peso equivalente é aproximadamente:

$$W_e = \frac{\Delta_j}{\Delta_j + \Delta_g} W_j + \frac{\Delta_g}{\Delta_j + \Delta_g} W_g, \quad (3.16)$$

onde,

Δ_j, Δ_g = deflexão máxima da viga de piso e principal, respectivamente devido ao peso suportado.

W_j, W_g = peso efetivo dos painéis da viga de piso e principal, respectivamente.

Ação composta com o *deck* de concreto é normalmente assumida quando se calcula Δ_j e Δ_g , aceitando que haja conexões cisalhantes suficientes entre a laje e a viga. Se o vão da viga principal, L_g , é menor que a largura do painel da viga de piso, B_j , o modo combinado é restrito e o sistema é efetivamente rígido. Isso pode ser levado em conta através da redução da deflexão, Δ_g , usada na Equação 3.16:

$$\Delta_g' = \frac{L_g}{B_j} \Delta_g, \quad (3.17)$$

onde L_g/B_j é tomada maior que 0,5 e menor que 1,0.

3.4. IMPLEMENTAÇÃO

Foi desenvolvido no *software* Mathcad (2001) um programa para a avaliação de pisos segundo o procedimento da AISC. Como apresentado neste capítulo, o organograma abaixo indica os principais passos seguidos. Esse programa não leva em conta a continuidade de vigas nem a presença de colunas. Foi desenvolvido para a resolução mais rápida de problemas simples a fim de se comparar com os resultados gerados no ANSYS.

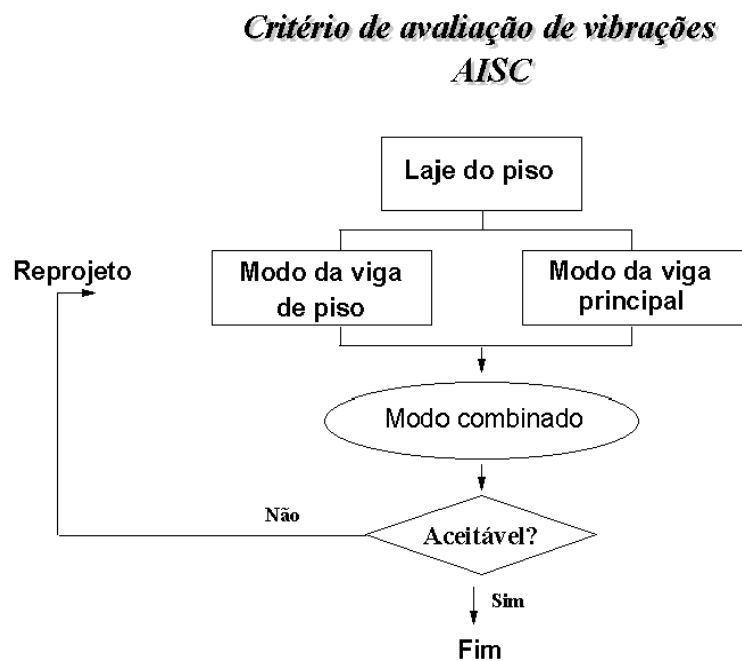


Figura 3.3 - Organograma AISC

- Laje do piso: nesta etapa são determinados o peso e espessura efetiva (d_e) da laje. Depois é calculada a inércia da laje (D_s):

$$D_s = \frac{d_e^3}{12.n} \quad (3.18)$$

- Modo da viga de piso: é verificada a largura efetiva da laje para o cálculo da inércia transformada da viga. Esse número é dado pelo menor valor entre o espaçamento entre vigas e 0,4 vezes o vão da viga de piso. O valor n de transformação da seção em aço para concreto é calculado pela relação $E_s/1,35.E_c$, onde E_s é o módulo de elasticidade do aço e E_c do concreto. Calcula-se a inércia transformada da viga de piso (I_j), a massa suportada por unidade de comprimento (w_j) e o deslocamento(Δ_j):

$$\Delta_j = \frac{5.w_j.L_j^4}{384.E_s.I_j} \quad (3.19)$$

É também calculada a frequência da viga de piso:

$$f_j = 0,18 \cdot \sqrt{\frac{g}{\Delta_j}} \quad (3.20)$$

O momento de inércia transformado por unidade de largura (= espaçamento efetivo = S) da viga de piso é dado por:

$$D_j = \frac{I_j}{S} \quad (3.21)$$

A largura do painel de viga efetiva que entrará em vibração será de:

$$B_j = C_j \cdot \left(\frac{D_s}{D_j} \right)^{1/4} \cdot L_j \quad (3.22)$$

limitada a 2/3 da largura do piso,

onde,

C_j = 2,0 para painéis interiores.

= 1,0 para painéis de extremidade.

L_j = vão da viga de piso.

O peso do painel da viga de piso é calculado por:

$$W_j = \left(\frac{w_j}{S} \right) B_j \cdot L_j \quad (3.23)$$

Esse valor é multiplicado por 1,5 caso ocorra continuidade do painel.

- Modo da viga principal: do mesmo modo é calculado a largura efetiva da laje, a inércia transformada da viga principal (I_g), a massa distribuída por unidade de comprimento (w_g) e o deslocamento (Δ_g). Com a Equação 3.20 também se calcula a frequência da viga principal. O momento de inércia transformado por unidade de largura é dado por $D_g = \frac{I_g}{L_j}$.

A largura do painel de viga efetiva que entrará em vibração, para painéis interiores, será de:

$$B_g = C_g \cdot \left(\frac{D_g}{D_j} \right)^{1/4} \cdot L_g \quad (3.24)$$

limitada a 2/3 do comprimento do piso,

onde,

C_j = 1,8 para ligações cisalhantes.

= 1,6 para as outras.

L_g = vão da viga principal.

Para painéis de extremidade $B_g = \frac{2}{3} \cdot L_j$. O peso do painel da viga principal é calculado por:

$$W_g = w_j \cdot B_g \cdot L_g \quad (3.25)$$

Esse valor é multiplicado por 1,5 caso ocorra continuidade do painel.

- Modo combinado: Se B_j for maior que L_g , então se deve utilizar o valor da Equação 3.17 na representação de Δ_g . A frequência do sistema de piso é calculada pela Equação 3.9. O peso efetivo total é dado pela Equação 3.16. A escolha do amortecimento é feita através da utilização da Tabela 3.1. Com todos esses valores é possível calcular a aceleração no piso através da Equação 3.4.
- Checagem: Através da Tabela 3.1 encontra-se o valor da aceleração limite para cada tipo de piso. Compara-se o valor com o encontrado anteriormente. Se for menor, o piso não terá problemas quanto ao conforto humano.

CAPÍTULO 4

4. MODELAGENS NUMÉRICAS EM ELEMENTOS FINITOS

4.1. ANÁLISE ESTÁTICA

Foram realizadas diversas análises estáticas no ANSYS com o intuito de se aprender sobre os diversos tipos de elementos finitos possíveis de serem utilizados na análise dinâmica. Por exemplo, uma viga biapoiada foi modelada utilizando-se para isso elementos de pórtico, elementos de placa e elementos sólidos (contínuos 3D e 2D). As características deles foram estudadas e a escolha do elemento ideal começou a ser feita nesta etapa. Outro fator de extrema importância analisado nesta fase foi a influência da variação da malha e condições de contorno no resultado final. Todos os modelos tiveram sua malha refinada até um limite em que a resposta estrutural não variasse mais.

Foram modelados desde exemplos simples como uma viga e uma laje até os mais complexos como os pisos propriamente ditos. A laje foi modelada utilizando elementos de placas e elementos sólidos. O mesmo ocorreu para os exemplos de pisos. Importante salientar que os modelos realizados no ANSYS também foram modelados no SAP2000, e os resultados foram muito satisfatórios em termos de comparação.

Uma conclusão que se tirou dessas análises foi que a utilização de elementos mais simples, como elementos de pórtico espacial e de placa, apresentou bons resultados quando comparado com modelos usando elementos sólidos. Portanto, as análises dinâmicas utilizaram modelos mais simples sem que isso comprometesse a resposta estrutural.

Todos os pisos foram verificados quanto ao método de estado limite, fornecido pela NBR 8800, entretanto os cálculos não foram mostrados já que o principal objetivo deste trabalho é a análise do comportamento dinâmico estrutural. A maioria dos exemplos passa, estaticamente, com uma certa folga.

4.2. ANÁLISE DINÂMICA

4.2.1. Tipos de análises

Basicamente foram realizados três tipos de análises dinâmicas nos exemplos que serão mostrados no Capítulo 5: vibrações livres, harmônicas e transientes. Na análise de vibração livre, como citado anteriormente, são calculados parâmetros importantes da estrutura como frequência natural e formas modais. Este é um ponto inicial para as outras análises (harmônica e transiente).

Na análise harmônica, a resposta dinâmica permite prever o comportamento dinâmico da estrutura sob carregamento cíclico. Isso permite verificar se a estrutura irá sofrer ressonância, fadiga ou outros efeitos. Qualquer carga cíclica produz uma resposta cíclica estacionária (função temporal conhecida). A análise da resposta harmônica é uma técnica usada para determinar a resposta de uma estrutura linear sob a ação de cargas que variam harmonicamente com o tempo. A idéia é calcular a resposta da estrutura para várias frequências e obter um gráfico da resposta (deslocamento nodal) em função da frequência. Os picos de resposta são identificados no gráfico e as tensões podem ser analisadas para esses valores. Picos na resposta ocorrem quando as frequências das forças se igualam às frequências naturais da estrutura. Essa fase é muito importante, pois é através dela que se obtém a contribuição dos modos que participam da resposta para um certo tipo de carregamento. Na análise harmônica é possível entrar com o amortecimento da estrutura em termos de taxa de amortecimento.

A análise transiente é uma técnica usada para determinar a resposta dinâmica de uma estrutura sob ação de uma carga geral dependente do tempo. Pode-se utilizar esse tipo de análise para determinar a variação com o tempo dos deslocamentos, tensões e forças na estrutura como resposta de uma combinação da ação de cargas estáticas, harmônicas e transientes. Na análise transiente, o amortecimento considerado é do tipo proporcional (ou de Rayleigh), sendo a matriz de amortecimento montada a partir dos parâmetros α e β , determinados em função das taxas de amortecimentos modais.

O ANSYS utiliza o método de Newmark para integração numérica das equações de movimento. O incremento de tempo é chamado de passo de tempo. Uma análise transiente é mais trabalhosa que uma estática. Ela exige melhores recursos computacionais e melhor conhecimento da formulação. É recomendado estudar preliminarmente o comportamento físico do problema através de:

- Análise de um modelo mais simples primeiramente. Um modelo composto por vigas, massas e molas fornece bons resultados.
- Entendimento do problema dinâmico fazendo uma análise de vibração livre. Isso ensina como a estrutura responde quando alguns modos são excitados. A frequência natural é útil para calcular o passo de tempo de integração.

4.2.2. Elementos finitos

As simulações realizadas nessa dissertação tiveram a intenção de modelar fielmente pisos feitos com lajes de concreto apoiados em vigas metálicas. Para isso foi utilizado o programa ANSYS. Os elementos utilizados para representar as vigas foram de pórtico espacial e denominam-se BEAM44. O elemento utilizado para representar a laje foi o SHELL63.

Esse elemento tem seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações). Ele permite a utilização de diferentes geometrias nas extremidades opostas da barra e, além disso, permite que seus nós sejam distanciados do eixo do centróide da viga. Esta última opção será muito útil visto que a laje e a viga não estão posicionadas no mesmo eixo. Essa excentricidade, não visualizada durante a modelagem, se não fosse considerada poderia invalidar as respostas estruturais dinâmicas.

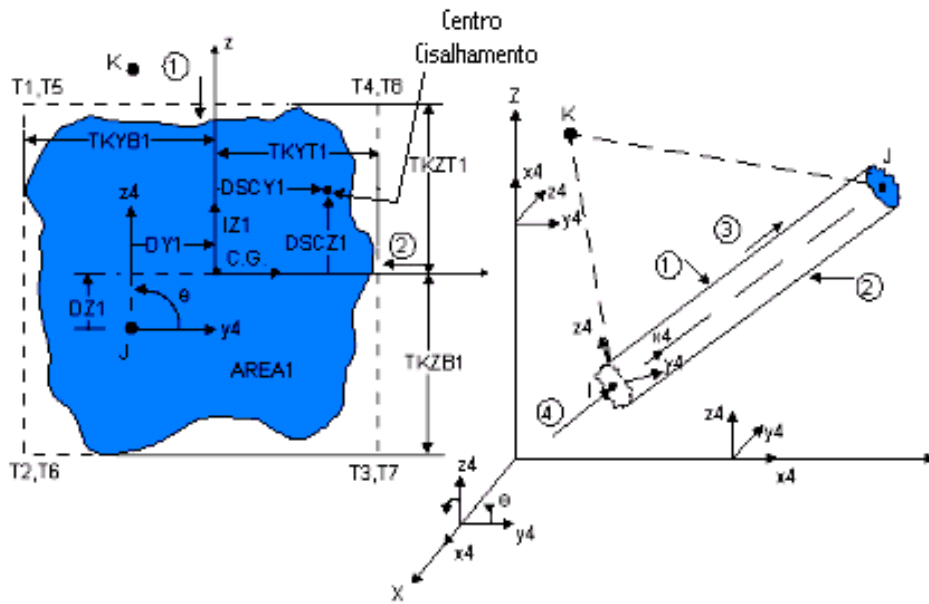


Figura 4.1 - Esquema do elemento BEAM44

Fonte - ANSYS 6.0

A orientação do elemento vai do nó I para o J, sendo esse eixo o x. Os eixos principais y e z estão localizados na seção transversal. Alguns itens de essencial importância para a utilização deste elemento são: área, inércia e espessuras (TK) das seções transversais; módulo de elasticidade, massa específica, coeficiente de Poisson e carregamentos.

O elemento SHELL63 é formado por quatro nós, quatro espessuras e considera efeitos de membrana e/ou flexão. O elemento tem seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações) e admite a utilização de propriedades ortotrópicas dos materiais. Cargas normais e no plano são permitidas.

Alguns itens de essencial importância para a utilização deste elemento são: módulo de elasticidade em todas as direções, coeficientes de Poisson e, entre outros, massa específica.

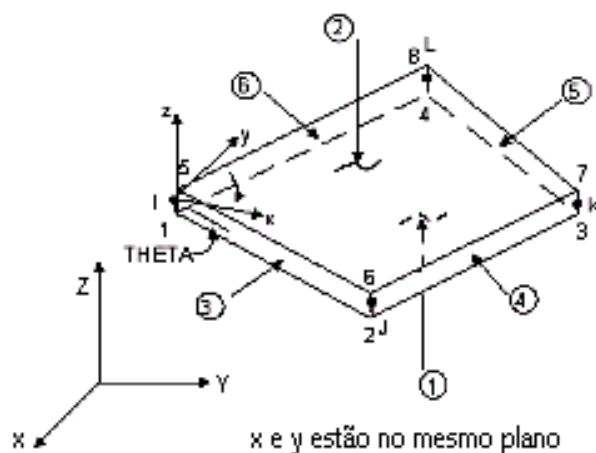


Figura 4.2 - Esquema do elemento SHELL63

Fonte - ANSYS 6.0

4.2.3. Malha em elementos finitos

A malha em elementos finitos utilizada foi definida através de testes de validação de modelagem (*patch test*). À medida que os elementos iam sendo refinados, as respostas das análises de vibração livre (modos e frequências) iam variando. No momento em que as respostas convergiram, as malhas foram consideradas como boas. Em todos os exemplos de pisos aqui resolvidos, os resultados se mostraram satisfatórios com elemento de pórtico apresentando uma malha de comprimento 0,1 m e o elemento de placa com a malha 0,1 x 0,1 m. Já a passarela foi muito bem modelada com elementos de pórticos com comprimento 0,2 m e de placa com 0,2 x 0,2 m.

4.2.4. Função de carga

Existem algumas possibilidades de modelagem do carregamento gerado em uma caminhada. Uma delas é a colocação da carga representativa da caminhada (Equação 2.18), composta pela parcela estática mais quatro harmônicos, no ponto de maior

amplitude modal da estrutura. Essa carga é aplicada em um só ponto (não-móvel), ou seja, não se simula o deslocamento espacial da carga, é transiente e sua frequência varia conforme a frequência fundamental da estrutura. Por exemplo, se um piso possui frequência fundamental de 6,9 Hz, o terceiro harmônico de uma caminhada de 2,3 Hz seria capaz de provocar ressonância. Abaixo será indicada a descrição temporal desse carregamento e o espectro dessa força encontrado através de uma transformada de Fourier. Os coeficientes dinâmicos valem, respectivamente, 0,5 – 0,2 – 0,1 – 0,05 (ver Tabela 2.2). O peso da pessoa é de 700 N. A frequência adotada nesse exemplo é de 2,3 Hz. Os ângulos de fase valem $0 - (\pi/2) - (\pi/2) - (\pi/2)$, respectivamente. Portanto, a Equação 2.18 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 p(t) = & 700 + 350.\cos(4,6.\pi.t) + 140.\cos(9,2.\pi.t + \frac{\pi}{2}) \\
 & + 70.\cos(13,8.\pi.t + \frac{\pi}{2}) + 35.\cos(18,4.\pi.t + \frac{\pi}{2})
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

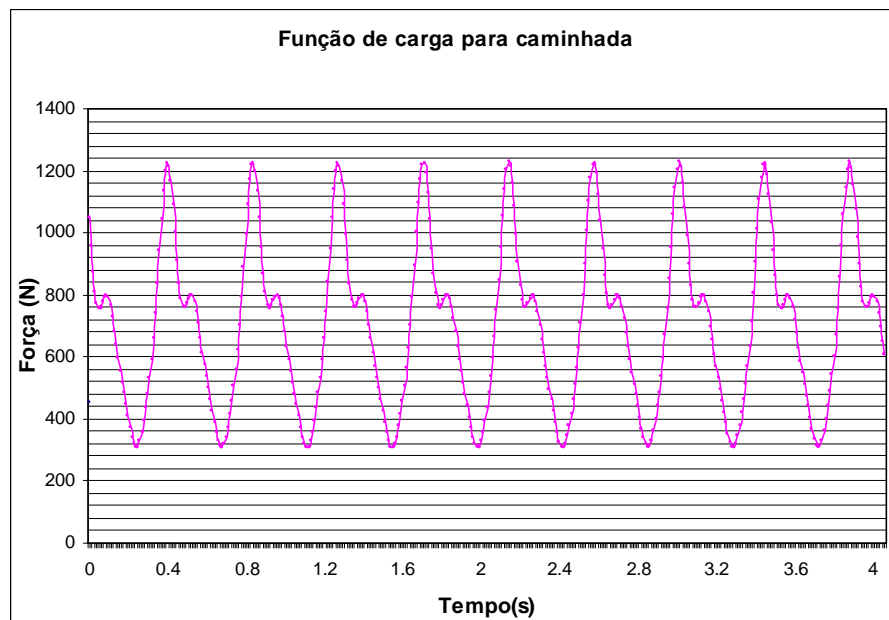


Figura 4.3 - Função de carga na caminhada (todos harmônicos)

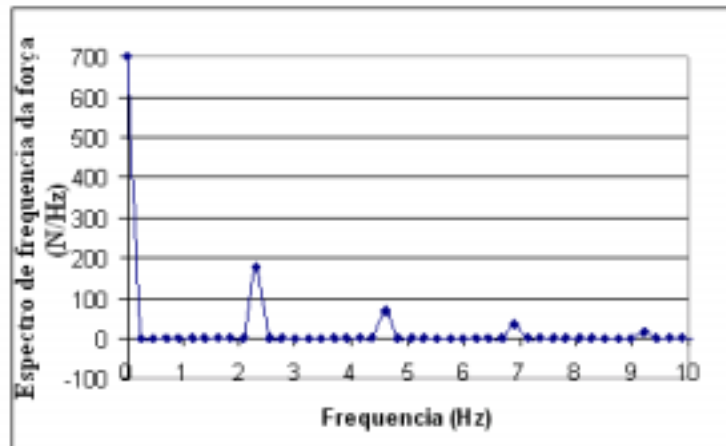


Figura 4.4 - Espectro de frequência da força (todos harmônicos)

Outra possibilidade de representação da carga seria a aplicação de somente o harmônico ressonante da carga no ponto de maior amplitude modal (igual ao método da AISC). No caso de uma estrutura com frequência fundamental de 6,9 Hz, o 3º harmônico seria o carregamento aplicado.

$$p(t) = 70.\cos(13,8.\pi.t) \tag{4.2}$$

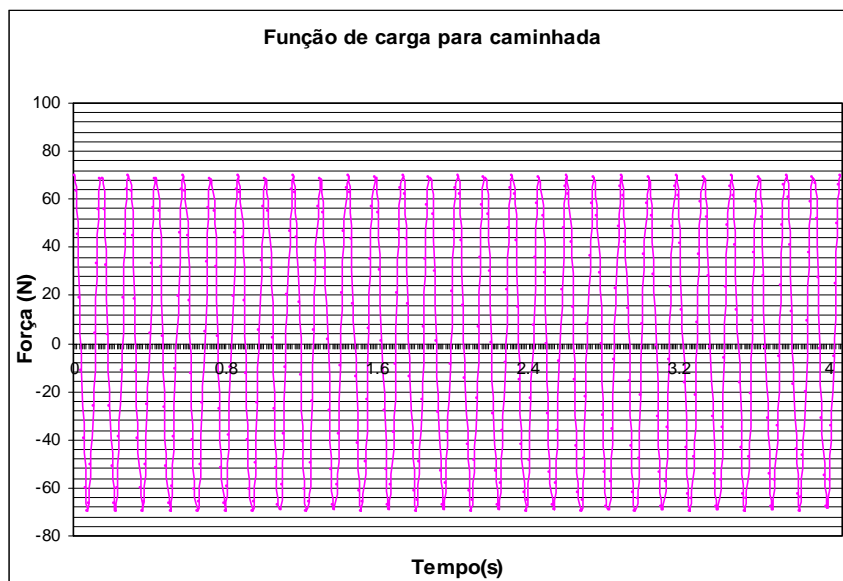


Figura 4.5 - Função de carga na caminhada (terceiro harmônico)

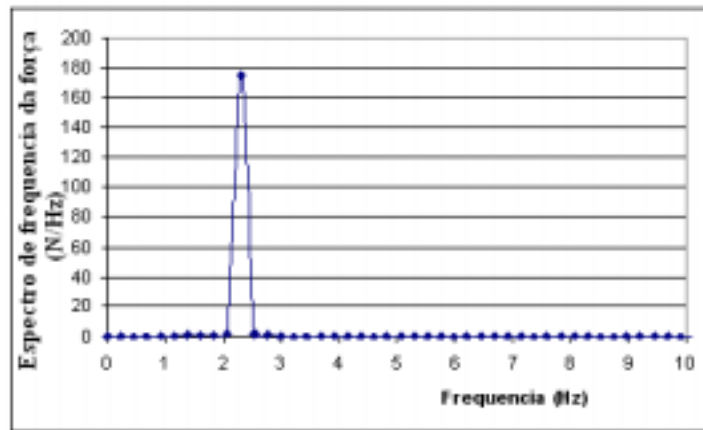


Figura 4.6 - Espectro de frequência da força (harmônico)

A 3ª opção de representação do carregamento seria a mais realista. O carregamento passa a variar sua posição com o tempo, ou seja, uma descrição espacial e temporal. Essa opção tem o intuito de representar realmente os passos dados durante uma caminhada. Entretanto, o fato de não simplificar o carregamento faz com que seja necessário o estudo de vários outros parâmetros na representação como a distância do passo e sua velocidade. Esses parâmetros estão interligados com a frequência e podem ser visualizados na Tabela 4.1. Nota-se que à medida que a frequência do passo aumenta, a distância das passadas também aumenta. Quando valores intermediários de frequência da caminhada, mostrados na Tabela 4.1, são utilizados, é feita uma interpolação linear para se descobrir a distância e velocidade do passo.

Tabela 4.1 - Características das caminhadas

Tipo de carregamento	Vel. (m/s)	Tamanho do passo (m)	Frequência do passo (Hz)
Caminhada lenta	1,10	0,60	1,70
Caminhada normal	1,50	0,75	2,0
Caminhada rápida	2,20	1,0	2,3

Fonte - Bachmann e Ammann, 1987

Idealmente esse carregamento deveria ser aplicado como mostrado na Figura 4.7, onde a carga é constantemente aplicada na estrutura a uma certa velocidade. Essa carga $p(t)$ seria representada pela Equação 2.18, portanto variável com o tempo também.



Figura 4.7 - Representação da carga durante caminhada

Entretanto, para aplicar a carga dessa forma, a malha em elementos finitos teria que ser muito refinada. Adotou-se a seguinte simplificação (ver Figura 4.8): a carga foi aplicada de 0,2 em 0,2 metros. O tempo de contato de aplicação da carga com a estrutura depende da distância e frequência do passo. No caso da frequência de 2,3 Hz, a distância do passo foi de 1,0 m. O período do passo é igual a $1/f = 0,4349$ s. Esse período corresponde a uma distância de 1,0 m, portanto, o tempo de contato da carga seria de $0,4349/5 = 0,08698$ s. Logo, cada uma das cargas P1, P2, P3, P4 e P5 ficaria aplicada na estrutura durante 0,08698 s. Entretanto as cargas não seriam aplicadas simultaneamente. A primeira carga aplicada seria a P1 (regida pela Equação 2.18) por 0,08698 s. Ao final desse tempo, a carga P1 passa a ser 0 e a carga P2 entra em ação por 0,08698 s. Assim sucessivamente todas as cargas seriam aplicadas varrendo a estrutura de um lado a outro. A distância d tem o valor 0,2 m. Nota-se que todos os valores da função de carga serão corretamente aplicados na estrutura.

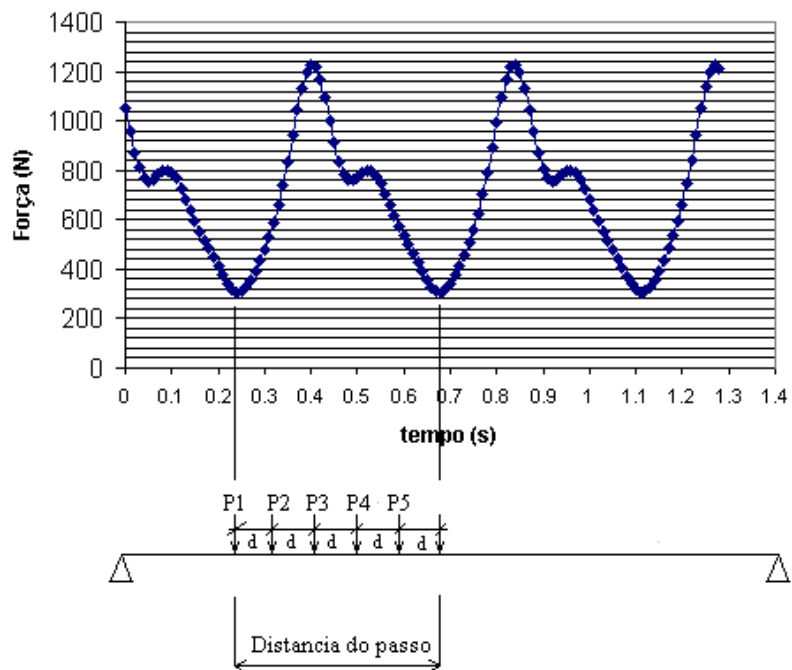


Figura 4.8 - Aplicação da carga variando a posição

É válido lembrar que o valor adotado para a distância do passo para faixas de frequência acima de 2,3 Hz foi de 1,0 m. Segundo Pavic e Reynolds (1999), a faixa de frequência adotada para uma caminhada vai até 2,7 Hz. Acima desse valor a caminhada se transforma em corrida. Esse mesmo limite foi adotado para resolução dos exemplos do Capítulo 5. O limite inferior foi de 1,6 Hz.

4.2.5. Taxa de amortecimento

Na prática é difícil avaliar fisicamente a matriz de amortecimento (\tilde{C}). Por esta razão, o amortecimento é expresso em termos de taxas de amortecimento obtidas experimentalmente através de ensaios dos sistemas estruturais, ou de seus componentes constituídos do mesmo material. A matriz de amortecimento é geralmente construída a

partir dessas taxas. É usual se utilizar a matriz de amortecimento do tipo proporcional ou de Rayleigh, cuja matriz \tilde{C} é proporcional à matriz de rigidez e de massa.

$$\tilde{C} = \alpha \cdot \tilde{M} + \beta \cdot \tilde{K} \quad (4.3)$$

Em termos de taxa de amortecimento modal e frequência natural circular (rad/s), a equação acima pode ser reescrita como:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2 \cdot w_{oi}} + \frac{\beta \cdot w_{oi}}{2} \quad (4.4)$$

onde,

ξ_i = taxa de amortecimento do modo i.

w_{oi} = frequência natural circular do modo i = $2 \cdot \pi \cdot f_{ni}$.

Isolando os termos α e β da Equação 4.4 para duas frequências naturais importantes, tem-se que:

$$\beta = \frac{2 \cdot (\xi_2 \cdot w_{o2} - \xi_1 \cdot w_{o1})}{w_{o2} \cdot w_{o2} - w_{o1} \cdot w_{o1}} \quad (4.5)$$

$$\alpha = 2 \cdot \xi_1 \cdot w_{o1} - \beta \cdot w_{o1} \cdot w_{o1} \quad (4.6)$$

A partir de duas frequências naturais é possível descobrir o valor desses dois parâmetros. Em geral, as frequências naturais circulares, w_{o1} e w_{o2} , são escolhidas como

limites do espectro de projeto. Sendo assim, w_{o1} é tomada como a menor frequência natural da estrutura e w_{o2} a maior frequência de interesse no carregamento ou resposta. O problema consiste em que valores serão considerados para as taxas de amortecimentos modais. Como não foram realizadas análises experimentais nessa dissertação, foi admitida uma taxa de amortecimento constante para as duas primeiras frequências de todas estruturas. No caso da passarela foi admitida uma taxa de 1 % e no piso, 3 %.

Na Figura 4.9 é apresentado um gráfico da taxa de amortecimento em função da frequência da estrutura de um piso (Exemplo 2 mostrado no Capítulo 5). Os valores de α e β foram calculados a partir da primeira e da terceira frequência natural obtidas da análise de vibração livre e de uma taxa de 3 %. Os valores das frequências são 7,3354 e 14,287 Hz. Usando as Equações 4.5 e 4.6 os valores de α e β valem 1,8272 e 0,0004416 respectivamente.

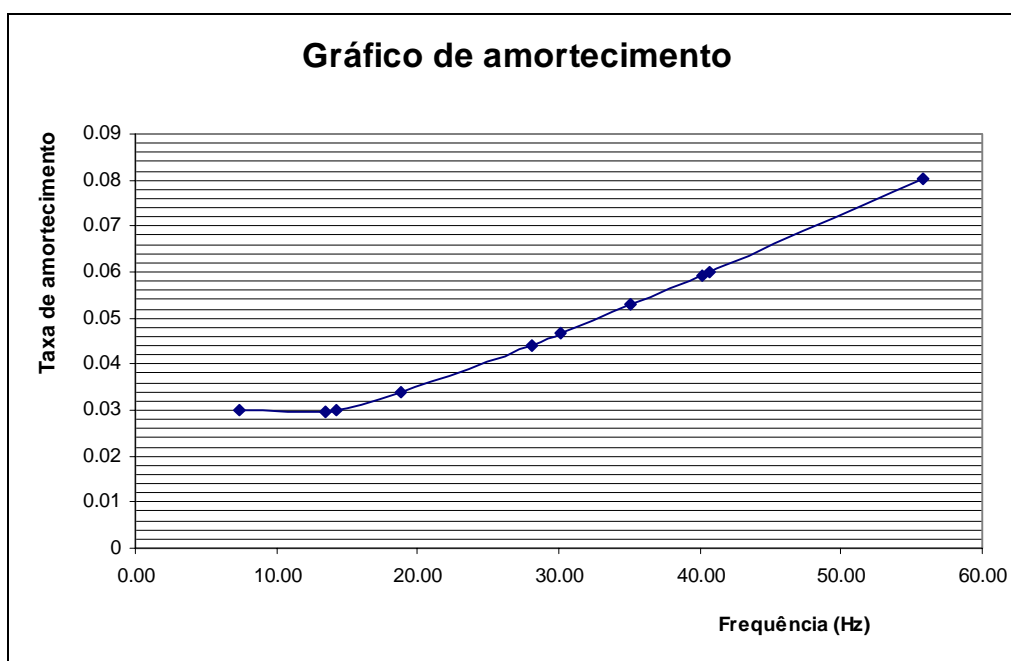


Figura 4.9 - Gráfico do amortecimento utilizado na análise do piso

Através da Figura 4.9 é possível perceber que a taxa se mantém constante somente para as três primeiras frequências, aumentando gradativamente para os modos superiores.

4.2.6. Algoritmo de integração

A Equação 4.7 representa um sistema de equações diferenciais lineares de 2ª ordem no tempo.

$$\tilde{M} \ddot{\tilde{Y}}(t) + \tilde{C} \dot{\tilde{Y}}(t) + \tilde{K} \tilde{Y}(t) = \tilde{p}(t) \quad (4.7)$$

A resolução da equação pode ser estabelecida no domínio do tempo ou da frequência. No domínio do tempo, existem vários métodos de integração que podem ser aplicados, como o método de Newmark, o método de Wilson θ , Houbolt, Runge-Kutta, integral de Duhamel, etc. Os exemplos resolvidos nesse trabalho, através do ANSYS, utilizaram o método de Newmark para a integração das equações de movimento.

A aplicação dos métodos citados anteriormente para a resolução da equação de movimento pode ser realizada de forma direta ou através de uma mudança do espaço de solução, empregando uma transformação de coordenadas, constituindo-se no conhecido método da superposição modal.

Pelos métodos de integração direta, as equações são integradas usando um procedimento numérico passo a passo. Esse método é baseado em duas idéias. Primeiramente, a solução das equações é obtida em tempos discretos separados por intervalos Δt . Em segundo lugar, a forma da variação dos deslocamentos, velocidades e acelerações dentro de cada intervalo de tempo determina a precisão, estabilidade e custo computacional do processo de solução.

Nesses processos, é assumido que os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração no tempo 0 são conhecidos e a solução requerida vai do tempo 0 ao tempo T.

Esse tempo T é subdividido em n intervalos iguais de tempo Δt , e o esquema de integração empregado estabelece soluções aproximadas nos tempos 0, Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, $4\Delta t$, $5\Delta t$, ..., T. Desde que o algoritmo calcule a solução do próximo tempo requerido através das soluções do tempo anterior ao considerado, pode-se derivar os algoritmos assumindo que as soluções nos tempos t_i são conhecidas e as soluções nos tempos $t_i + \Delta t$ são requeridas.

O esquema de integração de Newmark adota as seguintes hipóteses para a velocidade e deslocamento. Na realidade, é assumida uma aceleração variando de forma linear ou constante entre os tempos t_i e $t_i + \Delta t$, e encontradas as equações para a velocidade e deslocamento por integração.

$${}^{t+\Delta t}\dot{\tilde{Y}} = {}^t\dot{\tilde{Y}} + \left[(1-\delta) {}^t\ddot{\tilde{Y}} + \delta {}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{Y}} \right] \Delta t \quad (4.8)$$

$${}^{t+\Delta t}\tilde{Y} = {}^t\tilde{Y} + {}^t\dot{\tilde{Y}} \cdot \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha_i \right) {}^t\ddot{\tilde{Y}} + \alpha_i {}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{Y}} \right] \Delta t^2 \quad (4.9)$$

onde, δ e α_i são parâmetros que podem ser determinados para obter a precisão e estabilidade da integração. Quando $\delta = 1/2$ e $\alpha_i = 1/6$, as Equações 4.8 e 4.9 correspondem ao método da aceleração linear. Newmark originalmente propôs, por ser um esquema incondicionalmente estável, o método da aceleração média constante, na qual $\delta = 1/2$ e $\alpha_i = 1/4$ (parâmetros esses utilizados nas análises do ANSYS).

Em adição à Equação 4.8 e 4.9, considera-se que:

$$\tilde{M} {}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{Y}} + \tilde{C} {}^{t+\Delta t}\dot{\tilde{Y}} + \tilde{K} {}^{t+\Delta t}\tilde{Y} = {}^{t+\Delta t}p \quad (4.10)$$

Isolando ${}^{t+\Delta t}\ddot{\underline{Y}}$ da Equação 4.9 em termos de ${}^{t+\Delta t}\underline{Y}$, e substituindo ${}^{t+\Delta t}\ddot{\underline{Y}}$ na Equação 4.8, obtém-se equações de ${}^{t+\Delta t}\ddot{\underline{Y}}$ e ${}^{t+\Delta t}\dot{\underline{Y}}$ em termos de deslocamentos desconhecidos ${}^{t+\Delta t}\underline{Y}$. Essas duas relações são substituídas na Equação 4.10 a fim de se encontrar ${}^{t+\Delta t}\underline{Y}$, após o qual, utiliza-se novamente as Equações 4.8 e 4.9 para calcular ${}^{t+\Delta t}\ddot{\underline{Y}}$ e ${}^{t+\Delta t}\dot{\underline{Y}}$.

O custo de uma análise através da integração direta é diretamente proporcional ao número de passos de tempo requeridos na solução. Segue que a escolha de um passo de tempo apropriado nesse tipo de integração é muito importante. Por um lado, o passo de tempo deve ser pequeno o suficiente para obter uma boa solução, mas por outro lado, o passo de tempo não deve ser menor que o necessário, pois isso significa que a solução passa a ser mais cara. Os dois conceitos fundamentais a serem considerados são o de estabilidade e precisão do algoritmo de integração. A análise desses dois parâmetros resulta em orientações para a seleção do passo de tempo apropriado.

4.2.6.1. Estabilidade

O objetivo da integração numérica de um sistema de equações de equilíbrio em elementos finitos é avaliar uma boa aproximação para a resposta dinâmica da estrutura. Para prever a resposta dinâmica exatamente, pode ser visto que toda as equações de equilíbrio formadas pela Equação 4.7 devem ser integradas com alta precisão. Desde que na integração direta o mesmo passo de tempo é usado para cada equação de equilíbrio, Δt deveria ser selecionado correspondendo ao menor período do sistema, o que poderia significar que o passo de integração seria muito pequeno.

Como uma estimativa de Δt é necessária, se o menor período da estrutura é T_n , Δt deveria valer cerca de $T_n/10$, como sugerido por Bathe (1982). Entretanto, em muitas análises, a resposta principal é afetada somente por alguns modos de vibração e por essa razão, somente algumas formas modais são consideradas em análises de superposição

modal. Considerando a integração direta das equações de movimento e tendo por base a técnica de superposição modal, pode ser concluído que em muitas análises é necessário integrar de forma exata somente as primeiras equações de movimento. Isso significa que o valor Δt poderia ser revisado para ser $T_i/10$, isto é, T_i/T_n vezes maior que a primeira estimativa (T_i = período ideal e T_n = menor período). Em análises práticas, a razão T_i/T_n pode ser grande, da ordem 1000, significando que a análise deve ser mais efetiva usando $\Delta t = T_i/10$. Conseqüentemente, assumindo um passo de tempo Δt da magnitude $T_i/10$, conclui-se que na integração direta a resposta também nos modos mais altos será automaticamente integrada com o mesmo passo de tempo.

A estabilidade do método de integração significa que as condições iniciais das equações para um valor grande de $\Delta t/T_i$ não devem ser amplificadas artificialmente, tornando a integração dos menores modos desprezíveis. Estabilidade também significa que quaisquer erros nos deslocamentos, velocidades e acelerações nos tempos t , os quais podem ser causados por arredondamentos do computador, não cresçam durante o processo de integração. A estabilidade é assegurada se o passo de tempo for pequeno o suficiente para integrar exatamente a resposta nas componentes de freqüência mais altas. Porém, integrar a resposta nas componentes de freqüências mais altas requer um passo de tempo muito pequeno e, como visto, tendo por base a técnica de superposição modal, integrar de forma exata a resposta daqueles componentes relativos às freqüências mais altas, fornecidas pela discretização da malha em elementos finitos, é em muitos casos desnecessário. Seguindo o que é sugerido por Bathe (1982), em termos de considerações práticas a serem adotadas para integração das equações de movimento, pode ser estabelecido o seguinte procedimento:

- i). identificar o conteúdo de freqüência contido no carregamento usando, quando preciso, uma análise de Fourier. Com isso se determina a freqüência mais alta contida no carregamento que pode excitar a estrutura (w_s).
- ii). adotar uma malha em elementos finitos que possa representar exatamente a resposta estática e todas as freqüências naturais até cerca de $w_o^\infty = 4.w_s$. Este limite superior é estabelecido tendo por base que para a razão de freqüências

$\beta_f = \bar{w}/w_o \leq 0,25$, pelo gráfico do fator de amplificação dinâmica (ver Figura 2.9) percebe-se que o valor do FAD = 1. Logo, para valores de $\beta_f \leq 0,25$, tem-se que a estrutura responde estaticamente.

- iii). realizar a integração direta das equações. O passo de tempo t escolhido deve ser algo em torno de $T_\infty/20$, onde $T_\infty = 2\pi/w_o^\infty$; ou menor, por razões de estabilidade, quando se usa um método condicionalmente estável.

A seleção dos elementos finitos apropriados para modelar a estrutura e a escolha de um método efetivo de integração para a solução da resposta estrutural a um estímulo dinâmico estão juntamente relacionadas. Considerando o método de Newmark, os dois parâmetros δ e α_i podem ser variados para obter estabilidade e precisão. O esquema de integração incondicionalmente estável fornece que $\delta \geq 0,5$ e $\alpha_i \leq 0,25.(\delta+0,5)^2$. Os valores de $\delta = 0,5$ e $\alpha_i = 0,25$ mostraram ter as características de precisão mais desejáveis. Um método de integração é incondicionalmente estável se a solução para as condições iniciais não crescem sem limite para qualquer passo de tempo, em particular quando $\Delta t/T_i$ for grande.

4.2.6.2. Precisão

Vamos supor o seguinte problema:

$$\ddot{\tilde{Y}} + w_{oi}^2 \tilde{Y} = 0, \quad (4.11)$$

onde,

$${}^0\tilde{Y} = 1, \quad (4.12)$$

$${}^0\dot{\tilde{Y}} = 0, \quad (4.13)$$

$${}^0\ddot{\tilde{Y}} = -w_{oi}^2 \quad (4.14)$$

A solução exata desse problema é $Y = \cos w_{oi}t$. A solução numérica usando diferentes métodos de integração mostra que erros na integração podem ser medidos em termos de alongamento do período e decaimento da amplitude. A Figura 4.10 mostra a porcentagem do alongamento do período e decaimento da amplitude em alguns métodos de integração implícitos discutidos em função de $\Delta t/T_i$.

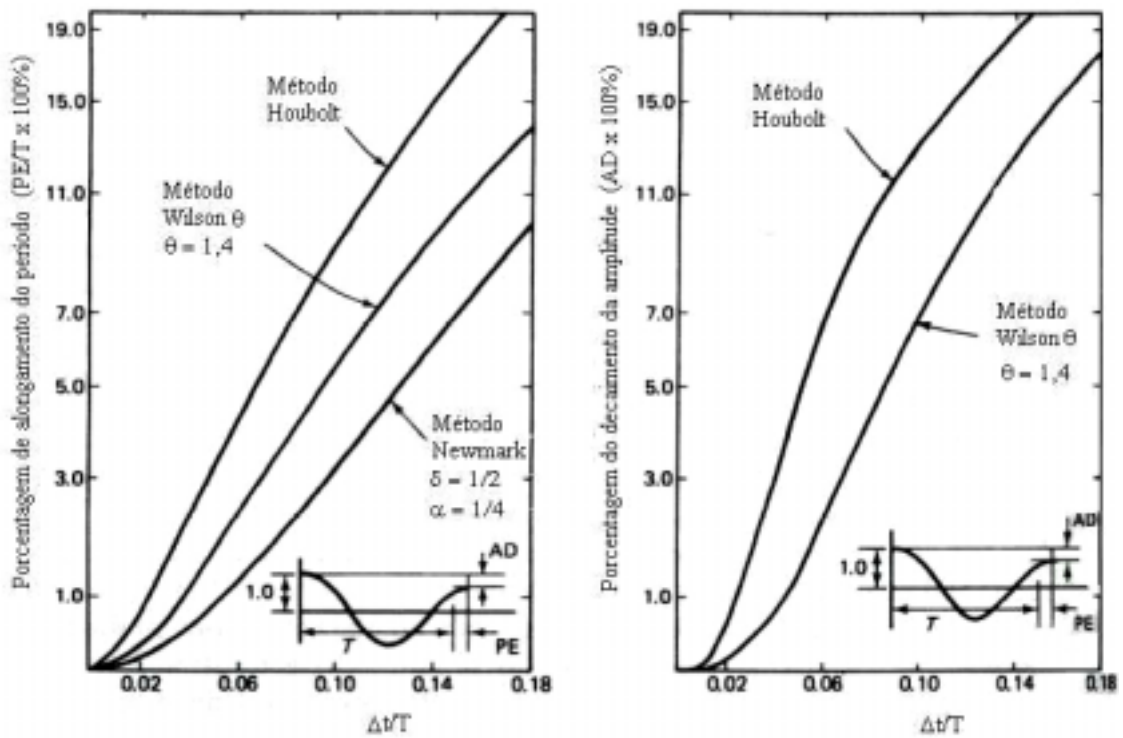


Figura 4.10 - Porcentagem de erros em função de $\Delta t/T$, segundo alguns métodos

Fonte - Bathe, 1982

A Figura 4.10 mostra que, no geral, a integração numérica usando qualquer método é precisa quando $\Delta t/T_i$ é menor que 0,01. Entretanto, quando a razão $\Delta t/T_i$ é grande, os métodos exibem diferentes características. O método de Newmark (método da aceleração média constante) introduz alongamento no período e nenhum decaimento da amplitude. O problema é a escolha de um passo de tempo apropriado. Usando um método incondicionalmente estável, Δt deve ser pequeno o suficiente para que a resposta de todos os modos que contribuem significativamente para a resposta estrutural total seja calculada precisamente.

4.3. ABORDAGEM EXPERIMENTAL

Pavic e Reynolds (2003) realizaram uma investigação analítica e experimental das propriedades modais de um piso de concreto de alta resistência, após a ocorrência da fissuração, devido a um grande carregamento aplicado. Eles chegaram a realizar experimentalmente análises transientes nesse mesmo piso considerando uma pessoa caminhando de um lado para outro. O objetivo inicial desse item era refazer no ANSYS a análise de vibração livre, que já tinha sido feita por eles através de tentativas e erros (*patch test*) e modelar numericamente a carga de caminhada para realizar comparações com os resultados experimentais. Acontece que os resultados obtidos com o modelamento da carga não foram próximos dos resultados experimentais. A explicação que se encontra para o ocorrido é que ao modelar o piso, durante as análises de vibração livre, várias alterações estruturais foram realizadas para que os modos se aproximassem dos obtidos na prática. Alterações nos comprimentos das colunas e módulos de elasticidade foram feitas. Portanto, o modelo da carga também deveria apresentar alterações para que os resultados se aproximassem. Como esse não era o objetivo dessa dissertação, abaixo será feito um pequeno comentário sobre a análise de vibração livre.

O piso tem 15 x 15 m, espessura da laje de concreto 250 mm, sendo diretamente apoiado em 4 colunas de 300 x 300 mm. A coluna mede 1,6 m de altura e estão distanciadas 3 m das extremidades da laje (ver Figura 4.11). Elas estão fixadas em sapatas de concreto de 400 mm de espessura e 2 x 2 m de área. A laje possui as

extremidades completamente livres. Ela foi reforçada com armadura nas regiões inferiores e superiores. Um vão de 9 m entre as colunas, faz com que a razão vão/espessura seja de 36, a qual é considerada extremamente esbelta.

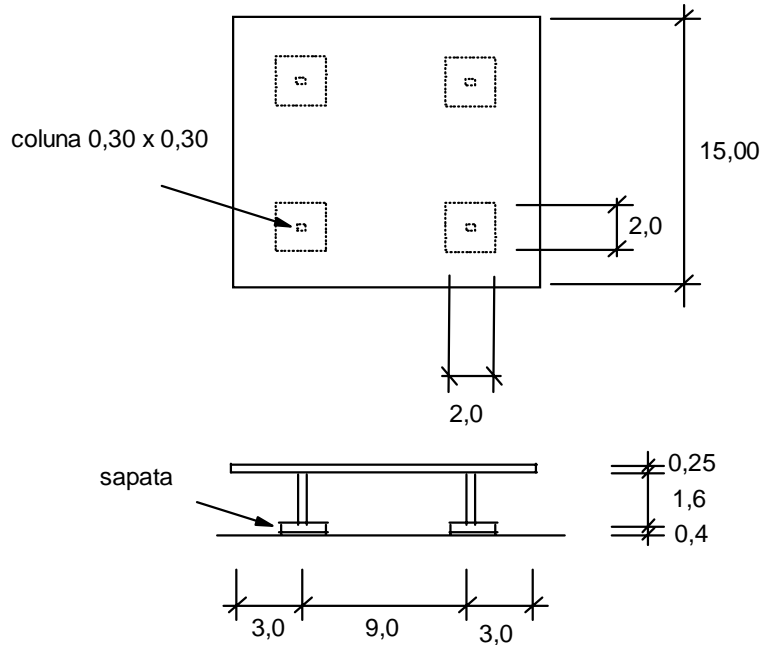


Figura 4.11 - Arranjo do piso em questão

O piso foi carregado com $13,125 \text{ kN/m}^2$, incluindo carga permanente, através de um sistema de 36 macacos hidráulicos e barras pré-tensionadas que passam por dentro da laje e são ancoradas no chão. Esse carregamento provocou deformações e o aparecimento de fissuras, mesmo estando dentro do limite de carregamento de projeto.

Foi feita uma readaptação do modelo em elementos finitos para levar em conta a fissuração da estrutura. Certas regiões da laje foram divididas de acordo com a presença de fissuras e tiveram seus módulos de elasticidade alterados. Após um certo número de tentativas e erros, a laje foi dividida em quatro tipos de áreas retangulares e uma quadrada em volta da coluna, como mostrado na Figura 4.12. Elas foram modeladas com o elemento SHELL63. A dimensão dessas áreas e as rigidezes ortotrópicas podem ser vistas na Tabela 4.2. Esses valores foram mudados parametricamente durante a fase de readaptação até a aproximação dos resultados com a análise experimental.

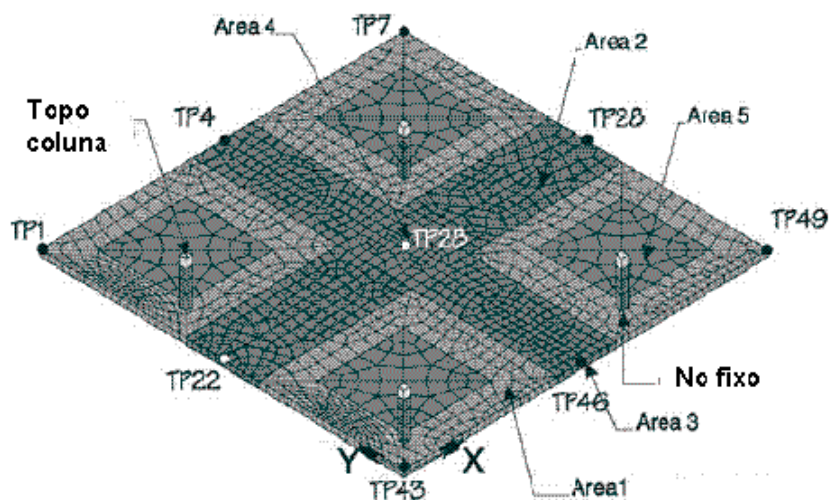


Figura 4.12 - Modelo em elementos finitos

Tabela 4.2 - Parâmetros readaptados do modelo fissurado

Área	Dimensão em x (m)	Dimensão em y (m)	% da rigidez (flexão em x)	% da rigidez (flexão em y)
1	n.a*	n.a*	100	100
2	12,6	3,0	100	58
3	2,4	12,0	40	100
4	2,4	3,0	40	75
5	3,6	3,6	90	35

* Área 1 não é fissurada.

Através da Tabela 4.2 é possível notar que a rigidez à flexão na direção y da área 2, por exemplo, foi reduzida 58 % devido à fissuração do concreto.

As colunas foram modeladas com 1,925 m de altura sendo que seus topos (25 % da altura) estavam fissurados. O elemento utilizado foi o BEAM4. A rigidez à flexão dos topos das colunas tiveram seus valores mudados parametricamente e diferentes das

partes inferiores. O módulo de elasticidade dinâmico foi de 47,5 GPa e a rigidez da coluna à flexão foi reduzida 78 % da rigidez não fissurada.

Uma análise visual das formas modais pode ser feita de acordo com a Figura 4.13.

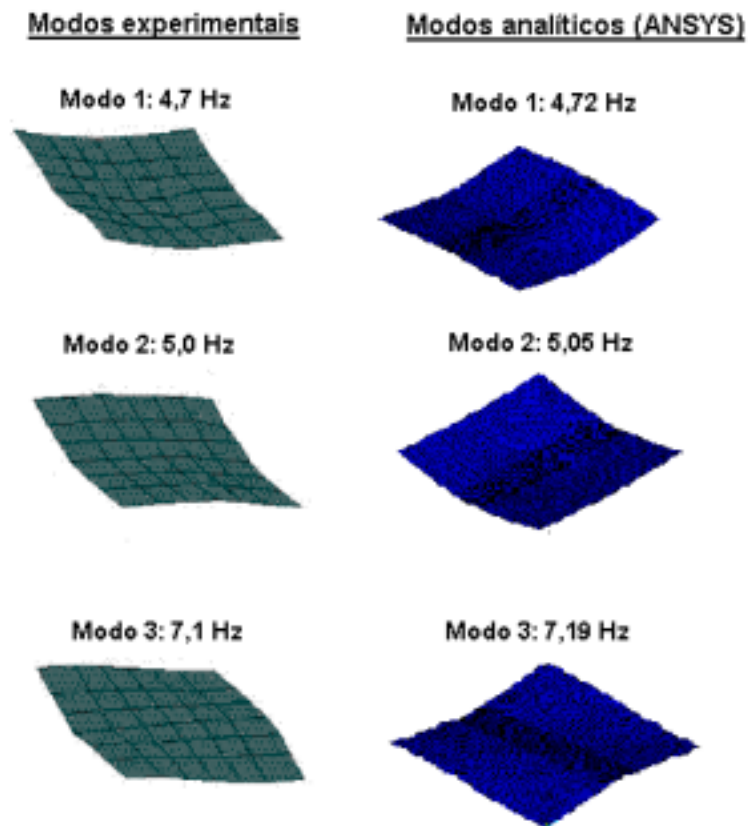


Figura 4.13 - Correlações entre as formas modais experimentais e analíticas

CAPÍTULO 5

5. SIMULAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM PISOS VIA ELEMENTOS FINITOS

5.1. EXEMPLO 1: PASSARELA

Nesta seção será analisada uma passarela simplesmente apoiada com 12 m de comprimento, composta por duas vigas metálicas W530x66 e uma laje de concreto. As vigas estão espaçadas 1,5 m entre si e 0,75 m das extremidades. As dimensões dos perfis I são: $d_p = 525$ mm, $b_f = 165$ mm, $t_f = 11,7$ mm e $t_w = 9$ mm, além de um comprimento de 12 m. O módulo de elasticidade longitudinal do aço utilizado é de 2×10^{11} N/m², coeficiente de Poisson de 0,3 e massa específica 7850 kg/m³. A laje tem espessura 0,15 m, largura 3 m e mesmo comprimento. O módulo de elasticidade longitudinal do concreto utilizado é de $2,4 \times 10^{10}$ N/m², coeficiente de Poisson de 0,1 e massa específica 2400 kg/m³. A passarela pode ser visualizada na Figura 5.1.

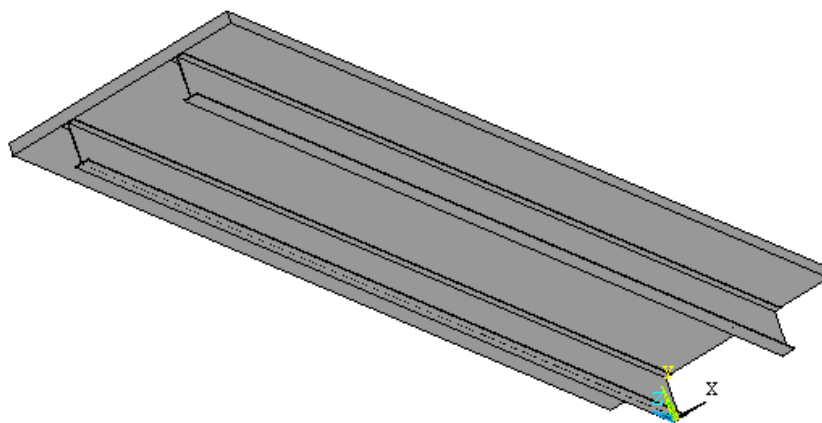


Figura 5.1 - Passarela com vão de 12 metros

Este exemplo foi um exercício resolvido retirado da AISC, onde é possível encontrar maiores detalhes sobre a estrutura e sobre a resolução do problema através do procedimento simplificado, descrito no Capítulo 3.

Para a modelagem da estrutura no ANSYS, utilizou-se o elemento BEAM44 para representar a viga (material: aço) e SHELL63 para representar a laje (material: concreto). A excentricidade existente entre a laje e a viga não pode ser visualizada na modelagem, porém ela foi devidamente considerada utilizando para isso algumas ferramentas especiais desse tipo de elemento (BEAM44). Essa excentricidade tem o valor de 0,3375 m ($0,525/2 + 0,15/2 = 0,3375$). A passarela é apoiada nos nós extremos das vigas, restringindo os movimentos na direção vertical (y) de todos os quatros nós. Na direção horizontal (x) a passarela foi restringida em dois nós e em um nó na direção z (horizontal: ao longo do comprimento). A laje está rigidamente ligada com a viga.

5.1.1. Análise estática

Foi realizada uma análise estática nessa passarela a fim de se conhecer o máximo deslocamento nodal que ocorre devido a um carregamento concentrado no meio do vão de 700 N, correspondendo ao peso de uma pessoa. O peso dessa pessoa foi considerado para o correto estudo do gráfico de amplificação dinâmica mostrado com maiores detalhes no item 5.1.3. O resultado desse carregamento foi um deslocamento de 0,0000593 m no meio do vão, segundo o ANSYS.

Toda diferença entre valores calculada neste capítulo teve como base o erro percentual relativo dado por:

$$Dif = \frac{X_{maior} - X_{menor}}{X_{maior}} \times 100\% , \quad (5.1)$$

onde X_{maior} e X_{menor} são as grandezas a serem comparadas.

5.1.2. Análise de vibração livre

Para calcular a frequência natural fundamental através do procedimento simplificado sugerido pela AISC, calcula-se a inércia do conjunto laje-viga, o peso próprio da laje e das vigas, a deflexão estática (Δ) causada por esse peso e a partir desse valor utiliza-se a Equação 5.2:

$$f_0 = 0,18 \cdot \sqrt{\frac{g}{\Delta}}, \quad (5.2)$$

onde,

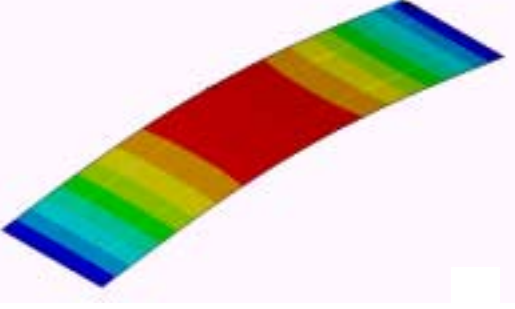
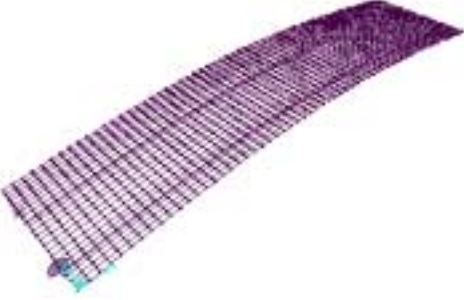
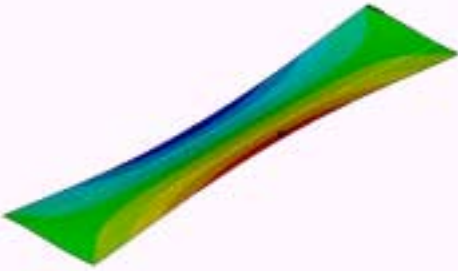
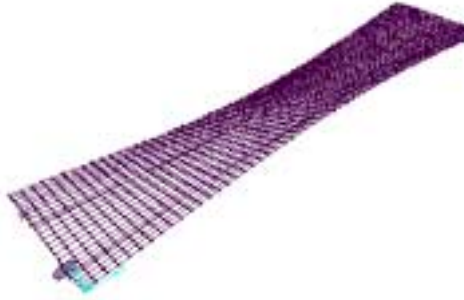
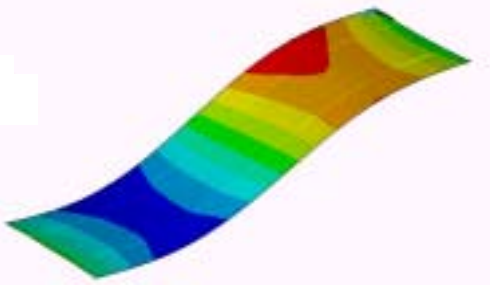
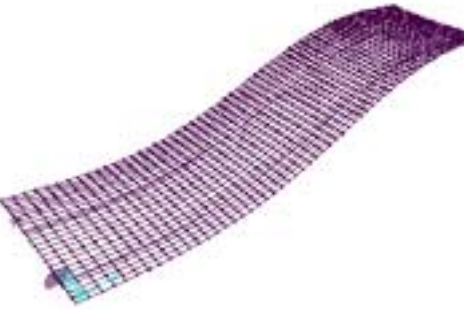
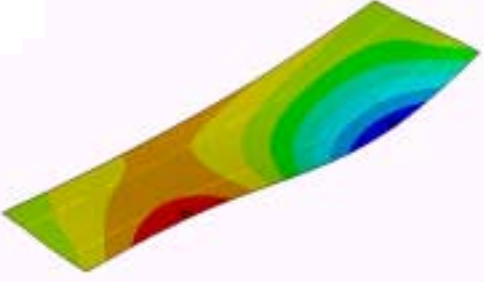
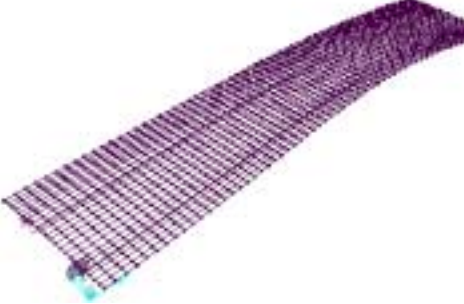
g = aceleração da gravidade.

Essa análise de vibração livre também foi realizada através do ANSYS e do SAP2000, na qual foi possível obter as primeiras frequências naturais e suas respectivas formas modais. O resultado do primeiro modo de vibração foi de 6,62 Hz e sua forma modal pode ser vista na Tabela 5.1.

O segundo modo de vibração foi torcional ao longo do eixo z (comprimento da passarela) e sua frequência natural teve um valor de 9,77 Hz. A terceira frequência natural foi 25,88 Hz e representa um modo de flexão em torno do eixo x. A quarta frequência foi de 26,79 Hz correspondendo a um modo torcional associado à flexão. Abaixo (Tabela 5.1) serão mostradas as formas modais dessas primeiras quatro frequências obtidas através do ANSYS e do SAP2000.

O resultado calculado pelo procedimento simplificado foi de 6,87 Hz e pelo ANSYS 6,62 Hz. A diferença entre os métodos foi de 3,69 %.

Tabela 5.1 - Comparação das formas modais entre o ANSYS e SAP2000

Formas modais ANSYS	Formas modais SAP2000
 <p data-bbox="411 698 737 734">$f_{n1} = 6,62 \text{ Hz}$ (1ª Flexão)</p>	 <p data-bbox="1040 698 1200 734">$f_n = 6,59 \text{ Hz}$</p>
 <p data-bbox="411 1093 737 1128">$f_{n2} = 9,77 \text{ Hz}$ (1ª Torção)</p>	 <p data-bbox="1040 1093 1225 1128">$f_n = 10,51 \text{ Hz}$</p>
 <p data-bbox="402 1482 746 1518">$f_{n3} = 25,88 \text{ Hz}$ (2ª Flexão)</p>	 <p data-bbox="1034 1505 1216 1541">$f_n = 25,41 \text{ Hz}$</p>
 <p data-bbox="370 1899 785 1935">$f_{n4} = 26,79 \text{ Hz}$ (Torção+Flexão)</p>	 <p data-bbox="1034 1899 1216 1935">$f_n = 26,32 \text{ Hz}$</p>

É possível notar uma pequena diferença entre os resultados obtidos através do ANSYS e do SAP2000. Apesar da malha utilizada ser a mesma nos dois programas, assim como as condições de contorno, os elementos são diferentes. O SAP2000 possui somente um elemento de pórtico espacial e um de casca, enquanto o ANSYS têm vários.

5.1.3. Análise harmônica

Essa análise é de extrema importância no estudo do comportamento dinâmico estrutural, pois permite analisar quais são os modos de vibração que contribuem para a resposta estrutural dinâmica. Isso porque a resposta dessa análise é dada em termos do espectro de frequência dos deslocamentos nodais. Com eles podemos calcular o FAD (fator de amplificação dinâmica), parâmetro esse obtido através da razão entre o deslocamento máximo dinâmico e o deslocamento máximo estático gerado pela mesma carga. Pode-se, então, fazer um gráfico desse FAD em função de β_f , onde este último representa a razão entre a frequência de excitação e a frequência fundamental da estrutura.

A análise é feita da seguinte forma: aplica-se uma carga que varia senoidalmente no tempo com amplitude 700 N (peso da pessoa) no centro do vão de acordo com a Equação 5.3:

$$p(wt) = 700 \cdot \text{sen}(wt + \phi), \quad (5.3)$$

onde,

wt = frequência da excitação em termos de ciclos por tempo.

ϕ_i = ângulo de fase.

No caso da passarela, o ângulo de fase aplicado foi de 0 e o valor da frequência de excitação variou de 0 a 50 Hz. Aplicada a carga, entra-se com a taxa de amortecimento modal da estrutura. Esse valor foi de 0,01 (1 % - retirado das tabelas do AISC) para todos os modos. É necessário entrar também com o passo de tempo da integração das equações de movimento. Resultados obtidos foram satisfatórios com $\Delta t = 0,1$ s. A Figura 5.2 mostra o resultado dessa análise.

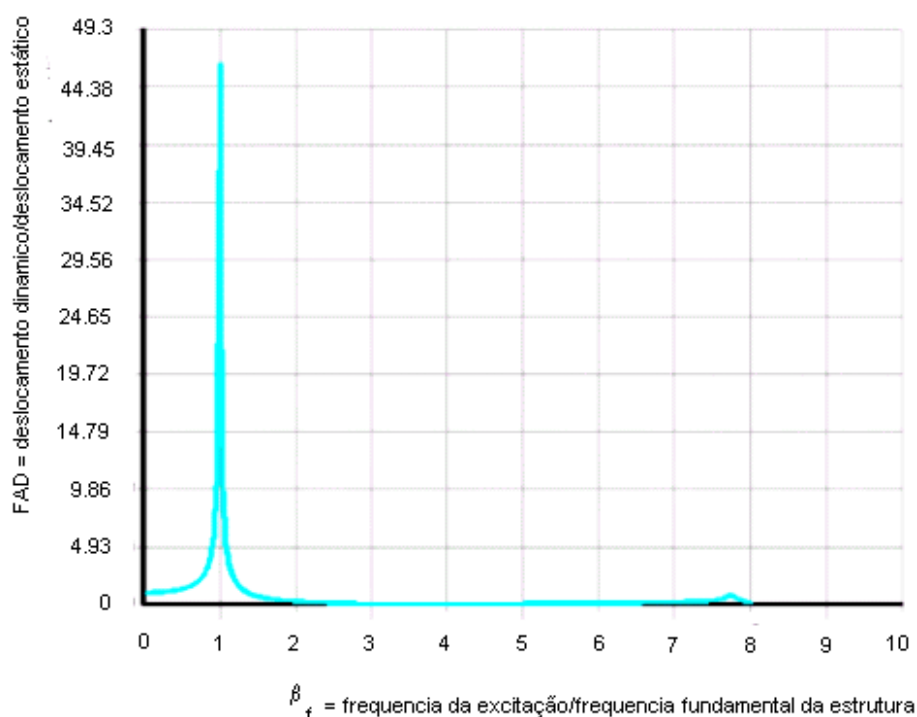


Figura 5.2 - Gráfico do FAD em função da razão entre as frequências de um ponto no meio do vão

Com o intuito de retirar as dúvidas sobre o passo de tempo utilizado na integração, foi realizada outra análise com o mesmo carregamento, porém escolhendo uma frequência de excitação próxima de $\beta_f = 1$. O Δt foi de 0,002 s e o resultado foi muito próximo do obtido anteriormente com um intervalo maior.

O gráfico acima mostra que para $\beta_f = 1$, isto é, para a frequência de excitação igual à frequência da estrutura, ocorreu uma amplificação máxima da resposta. O valor

de FAD foi de 46,35, o que significa que o deslocamento dinâmico foi bem maior que o deslocamento estático. Através do FAD encontra-se um valor de 0,0027485 m para o deslocamento dinâmico máximo.

Nota-se que para um $\beta_f = 7,74$, ou seja, uma frequência de excitação de 51,3 Hz, ocorreu um pico pequeno no gráfico de FAD. Esse valor é de 0,756, o que mostra que não influencia em nada a resposta estrutural.

5.1.4. Análise transiente

O AISC considera que um dos harmônicos, quando aplicado no ponto de maior deflexão estática, ou seja, no centro da passarela, pode provocar ressonância da estrutura. Para isso, o valor da frequência de um dos harmônicos do passo deve estar próximo ao valor de alguma frequência natural. Além disso, o procedimento utiliza um fator de redução igual a 0,7 para passarelas e 0,5 para pisos, para levar em conta o fato de que o movimento ressonante permanente não é alcançado pela caminhada e que a pessoa que está caminhando e a pessoa perturbada não estão simultaneamente localizadas no ponto de máximo deslocamento modal.

O valor da aceleração no centro da passarela, calculado pelo procedimento simplificado, foi $0,254 \text{ m/s}^2$. Dividindo por g e multiplicando por 100 % encontra-se 2,58 %. Esse valor é menor que o limite para passarelas externas (5 %), porém maior que o limite para passarelas internas (1,5 %), segundo a Tabela 3.1. Portanto, se for passarela interna, a vibração é excessiva, se for externa, a passarela está segura.

Essa dissertação teve como objetivo verificar se realmente essas acelerações foram calculadas corretamente, através de uma análise mais precisa utilizando elementos finitos. Abaixo serão mostrados não somente a resposta da estrutura ao mesmo tipo de carregamento aplicado pelo procedimento simplificado (somente um harmônico), mas também um carregamento completo composto pela parcela estática mais quatro harmônicos e outro carregamento variando a posição, na tentativa de melhor representar uma caminhada. Essas cargas foram detalhadas no Capítulo 4.

5.1.4.1. Carregamento harmônico

Neste item foi considerado que os harmônicos da Equação 2.18 foram aplicados separadamente no ponto de maior amplitude modal da primeira frequência (no centro da passarela). A frequência do passo utilizada foi de $6,624/3 = 2,208$ Hz, possibilitando assim que o terceiro harmônico provoque ressonância. O peso da pessoa aplicado foi de 700 N, de acordo com a AISC. Os quatro primeiros coeficientes dinâmicos foram de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente. Os ângulos de fase são: $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = 0$.

O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,001 s, valor esse menor que o obtido através da relação $(1/20)T_i$, onde T_i é o período relativo à frequência do modo mais alto que contribui para respostas dinâmicas do piso. Para essa passarela, por exemplo, o carregamento com frequência 2,208 Hz pode ter seus harmônicos excitando até a frequência de ordem 4. $2,208 \times 4 = 8,833$ Hz. Portanto, o intervalo é de $1/20 \cdot (1/8,833) = 0,0056$ s. Para a resposta em termos de deslocamento, o valor de 0,0056 já é suficiente para a resposta da equação, entretanto, em termos de aceleração é necessário diminuir o passo de tempo. Por isso o valor usado foi de 0,001 s.

O tempo de aplicação da carga corresponde ao necessário para uma pessoa andar de um lado para o outro, uma vez. Por exemplo, para frequência 2,208 Hz, a distância de um passo é de 0,9 m (segundo Tabela 2.3) e o período é de 0,453 s ($= 1/f_{\text{step}}$), ou seja, para andar 12 m ela gastará 6,138 s (esse valor foi calculado com base na aplicação da carga variando sua posição - item 5.1.4.3). O amortecimento utilizado no procedimento foi de 1% (esse valor foi retirado do procedimento da AISC para o caso de passarelas). No caso de pisos de escritórios e residências, a AISC considera que a taxa de amortecimento pode variar de 2 a 5 %. O menor valor corresponde a pisos com poucos componentes não estruturais (forros, divisórias, etc). O valor 3 % representa que o piso possui poucas divisórias, porém sem mobília e outros componentes não estruturais. Já o valor 5 % da taxa de amortecimento indica a presença de divisórias entre os pisos com altura igual ao pé direito da estrutura. No ANSYS, esses valores precisam ser transformados em termos de α e β , através da Equação 4.4. Fazendo as contas para a 1ª

e 3ª frequência encontrada na análise de vibração livre, tem-se que $\alpha = 0,662819$ e $\beta = 0,0000979$. Na Tabela 5.2 encontra-se o histórico do deslocamento para um ponto no centro da passarela e na Tabela 5.3 encontra-se o histórico da aceleração desse mesmo ponto em função dos harmônicos (ANSYS e SAP2000).

Tabela 5.2 - a) Histórico do deslocamento no tempo de um ponto central da passarela (1º e 2º Harmônico)

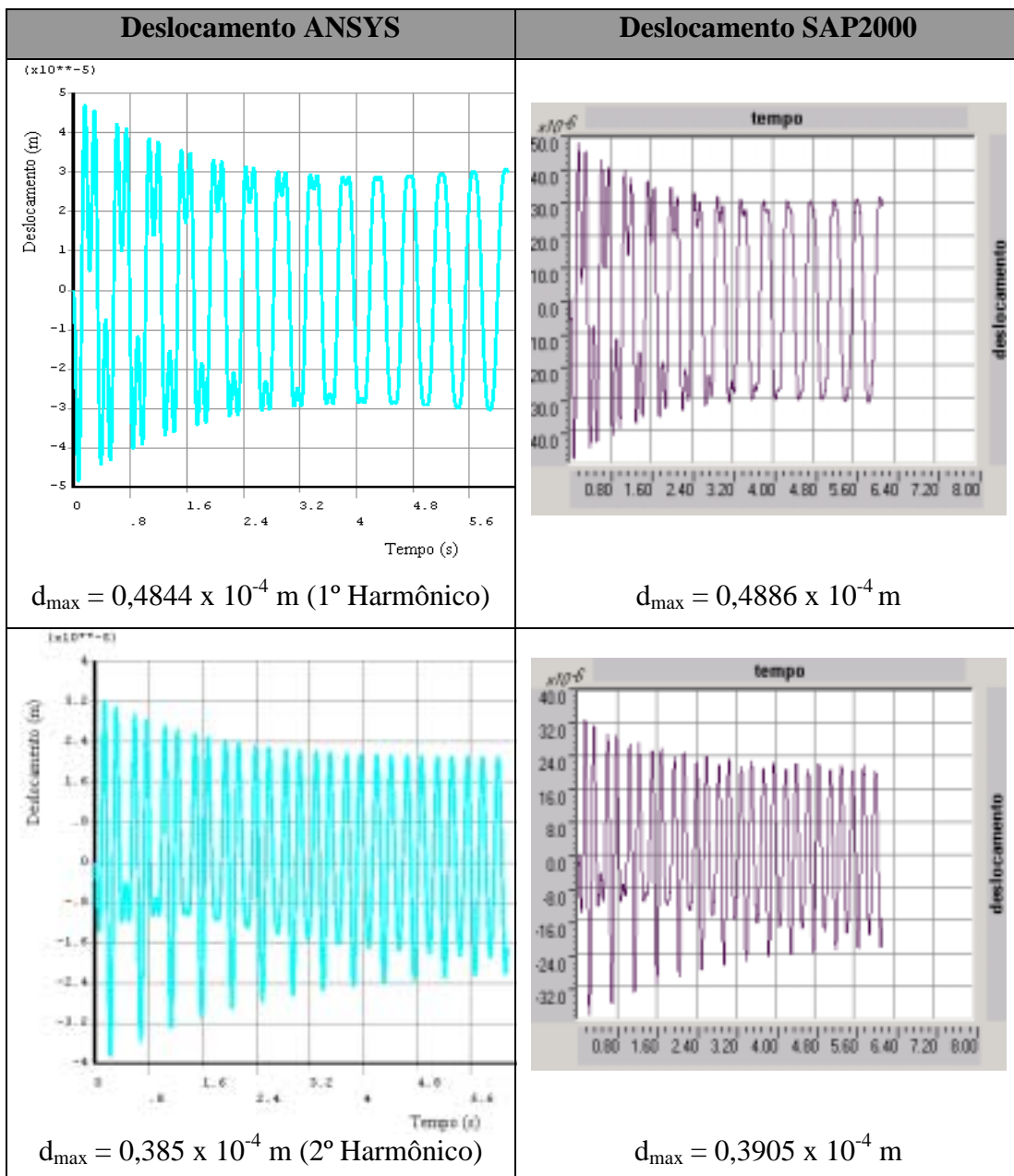


Tabela 5.2 - b) Histórico do deslocamento no tempo de um ponto central da passarela
(3° e 4° Harmônico)

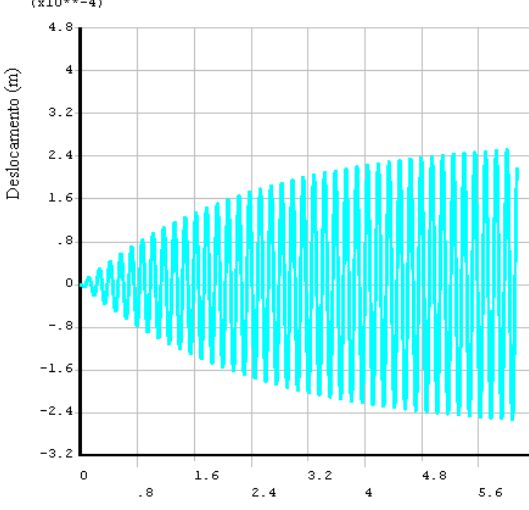
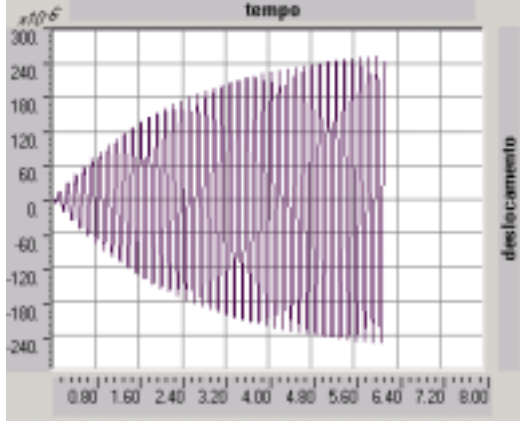
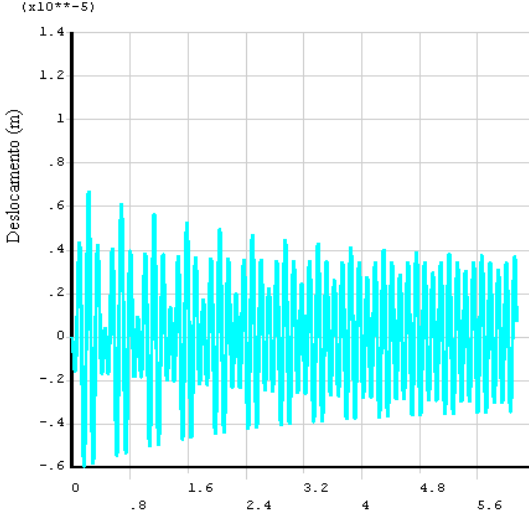
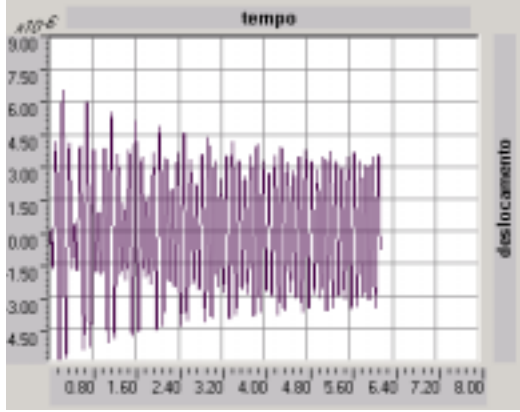
Deslocamento ANSYS	Deslocamento SAP2000
 <p>$d_{\max} = 0,2526 \times 10^{-3} \text{ m (3}^{\circ} \text{ Harmônico)}$</p>	 <p>$d_{\max} = 0,2543 \times 10^{-3} \text{ m}$</p>
 <p>$d_{\max} = 0,6675 \times 10^{-5} \text{ m (4}^{\circ} \text{ Harmônico)}$</p>	 <p>$d_{\max} = 0,6565 \times 10^{-5} \text{ m}$</p>

Tabela 5.3 - a) Histórico da aceleração no tempo de um ponto central da passarela (1° e 2° Harmônicos)

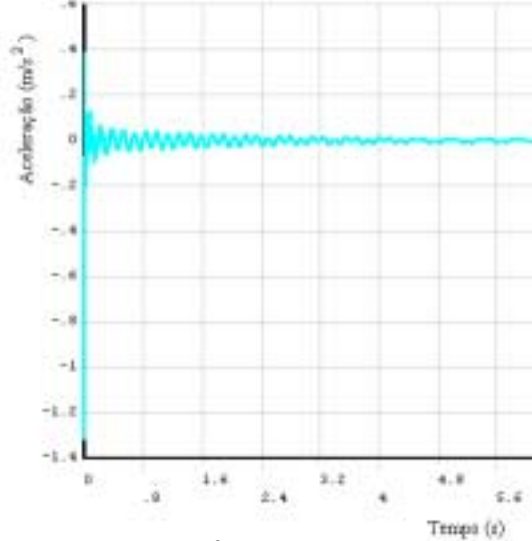
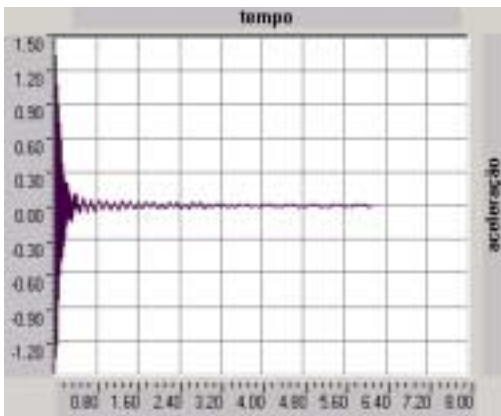
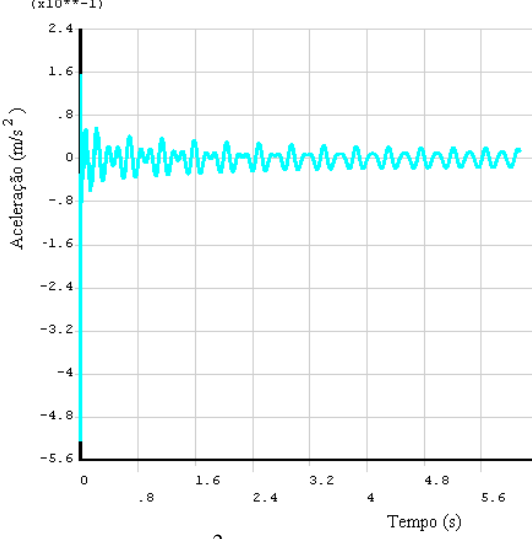
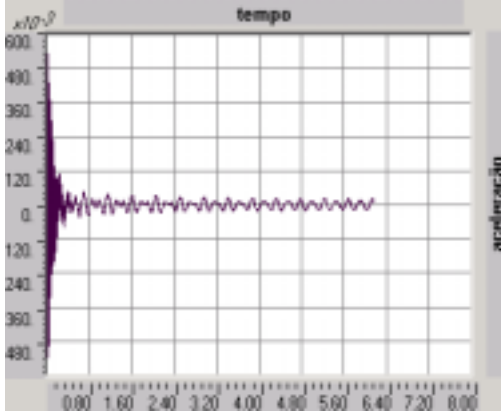
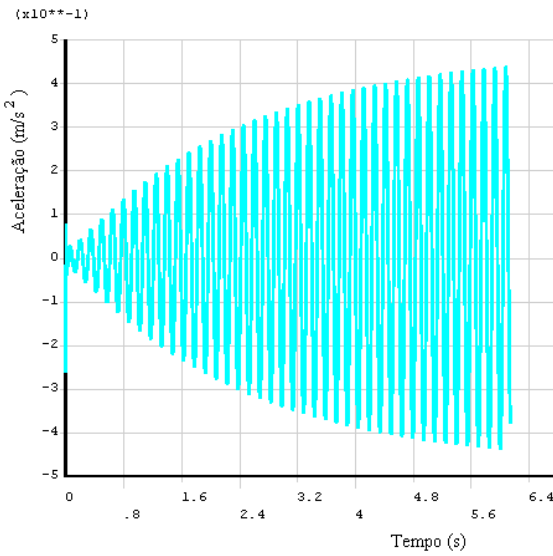
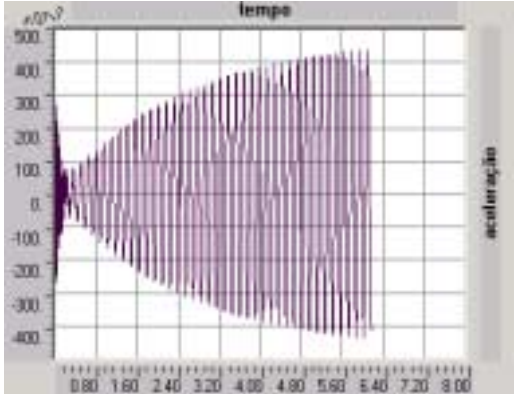
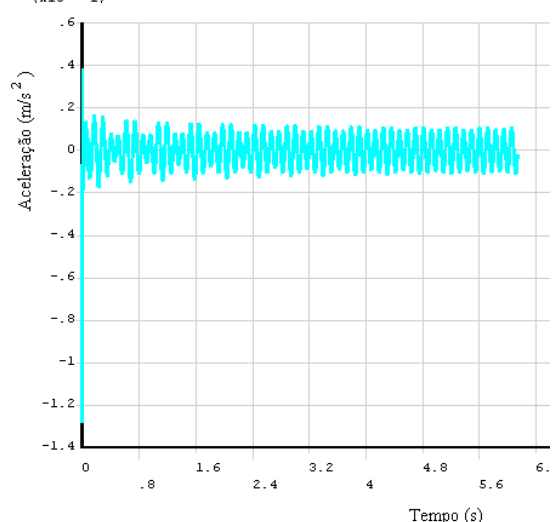
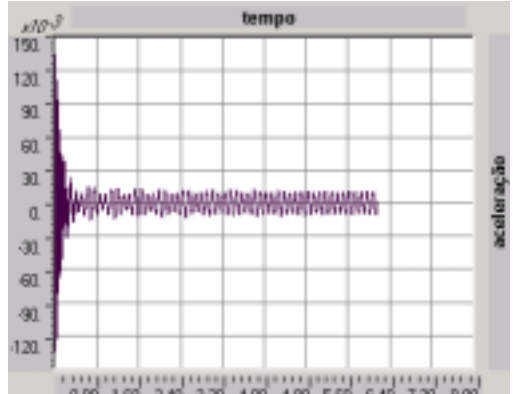
Aceleração ANSYS	Aceleração SAP2000
 <p>$a_{\max} = 1,319 \text{ m/s}^2$ (pico inicial)-(1° harm)</p>	 <p>$a_{\max} = 1,341 \text{ m/s}^2$</p>
 <p>$a_{\max} = 0,525 \text{ m/s}^2$ (pico inicial)-(2° harm)</p>	 <p>$a_{\max} = 0,5363 \text{ m/s}^2$</p>

Tabela 5.3 - b) Histórico da aceleração no tempo de um ponto central da passarela
(3° e 4° Harmônicos)

Aceleração ANSYS	Aceleração SAP2000
 <p>$a_{\max} = 0,437 \text{ m/s}^2$ (resp. perm.)-(3° harm)</p>	 <p>$a_{\max} = 0,4371 \text{ m/s}^2$</p>
 <p>$a_{\max} = 0,128 \text{ m/s}^2$ (pico inicial)-(4° harm)</p>	 <p>$a_{\max} = 0,1349 \text{ m/s}^2$</p>

Tanto na Tabela 5.2 quanto na Tabela 5.3, as linhas representam, em ordem crescente, a aplicação de cada harmônico separadamente. Esses harmônicos valem respectivamente:

$$F_1 = 350.\cos(2.\pi.2,208233.t) \quad (5.4)$$

$$F_2 = 140.\cos(2.\pi.4,416466.t) \quad (5.5)$$

$$F_3 = 70.\cos(2.\pi.6,624699.t) \quad (5.6)$$

$$F_4 = 35.\cos(2.\pi.8,832932.t) \quad (5.7)$$

No caso da análise no SAP2000, como a frequência fundamental da passarela foi um pouco diferente (6,59 Hz), os valores das cargas acima também mudaram um pouco. A frequência do passo foi de 2,197 Hz, os coeficientes dinâmicos e ângulos de fase foram os mesmos. A taxa de amortecimento foi colocada com o valor de 0,01 (1 %).

Fazendo uma análise da Tabela 5.2 de deslocamento, percebe-se que o gráfico do terceiro harmônico da carga corresponde ao gráfico que provoca a resposta ressonante da estrutura. Para os outros harmônicos, o amortecimento diminui gradativamente a amplitude do deslocamento com o tempo. O deslocamento obtido para o terceiro harmônico foi de 0,0002526 m, enquanto os deslocamentos obtidos pelo 1º, 2º e 4º foram de 0,00004844, 0,0000385 e 0,000006675 m, respectivamente. É importante lembrar que esses valores de deslocamentos para o 1º, 2º e 4º harmônicos foram iniciais, diminuindo gradativamente com o tempo. Os resultados obtidos pelo ANSYS foram muito próximos dos obtidos pelo SAP2000. As diferenças dos resultados foram de 0,85 %, 1,4 %, 0,67 % e 1,65 % respectivamente para os deslocamentos máximos.

Fazendo uma análise da Tabela 5.3 de aceleração, percebe-se também que o terceiro harmônico da carga também é o responsável pela resposta ressonante estrutural. Os outros harmônicos tem seu valor reduzido rapidamente através do amortecimento. Nota-se que para o primeiro, segundo e quarto harmônico, a resposta apresenta-se alta inicialmente (resposta transiente), mas rapidamente (menos de 0,3 s) ela é amortecida tendendo a uma amplitude de aceleração 0. Logo, esses valores de aceleração não

podem ser considerados como permanentes, ou seja, como influenciáveis na resposta para o conforto humano. A resposta que realmente influencia o conforto é a resposta gerada pelo terceiro harmônico (como no guia AISC) e vale $0,438 \text{ m/s}^2$ (ANSYS). Esse valor, se for multiplicado por 0,7, como feito pela AISC, vai gerar uma aceleração de $0,306 \text{ m/s}^2$. Como dito anteriormente, a aceleração calculada pelo procedimento simplificado foi de $0,254 \text{ m/s}^2$. Portanto, o valor calculado pelo guia é menor 17,1 %. O valor da aceleração como porcentagem da aceleração da gravidade (g) calculada pelo ANSYS é de 3,13 %. Da mesma forma, essa aceleração é aceita no caso de passarelas externas e inaceitável para as internas. Portanto, é possível concluir que mesmo para estruturas fortemente dominadas pela primeira frequência natural (como é o caso dessa passarela), o procedimento simplificado apresenta acelerações menores que as calculadas utilizando programas computacionais. Essa diferença é bastante considerável.

Conclui-se que para o caso dessa passarela, na qual a frequência dominante é a frequência fundamental, o terceiro harmônico da carga foi o responsável pelas respostas críticas.

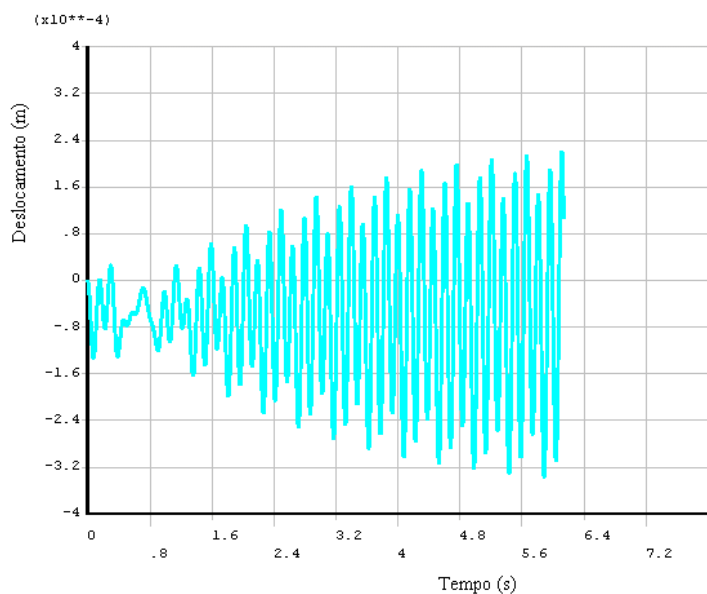
É possível notar através da Tabela 5.3 que os gráficos das acelerações apresentaram picos de respostas iniciais muito altos e que rapidamente foram amortecidos. Esses picos foram encontrados tanto para as respostas do ANSYS quanto do SAP2000. Eles aparecem justamente no ponto inicial de aplicação da carga e somente nos gráficos das acelerações.

5.1.4.2. Carregamento completo

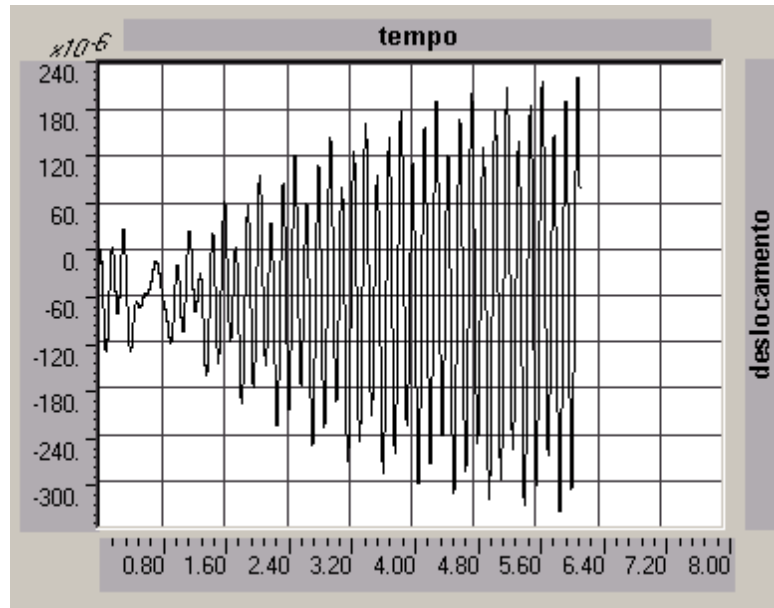
O carregamento completo é aquele composto pela parcela estática mais os quatros harmônicos do carregamento, ou seja, aquele representado pela Equação 2.18. Neste item, a carga foi aplicada, da mesma forma, no ponto de maior amplitude modal da primeira frequência (no centro da passarela). A frequência do passo utilizada foi de $6,62/3 = 2,208 \text{ Hz}$, peso da pessoa de 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$.

$$\begin{aligned}
 p(t) = & 700 + 350.\cos(4,416466.\pi.t) + 140.\cos(8,832932.\pi.t + \frac{\pi}{2}) \\
 & + 70.\cos(13,249398.\pi.t + \frac{\pi}{2}) + 35.\cos(17,665864.\pi.t + \frac{\pi}{2})
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

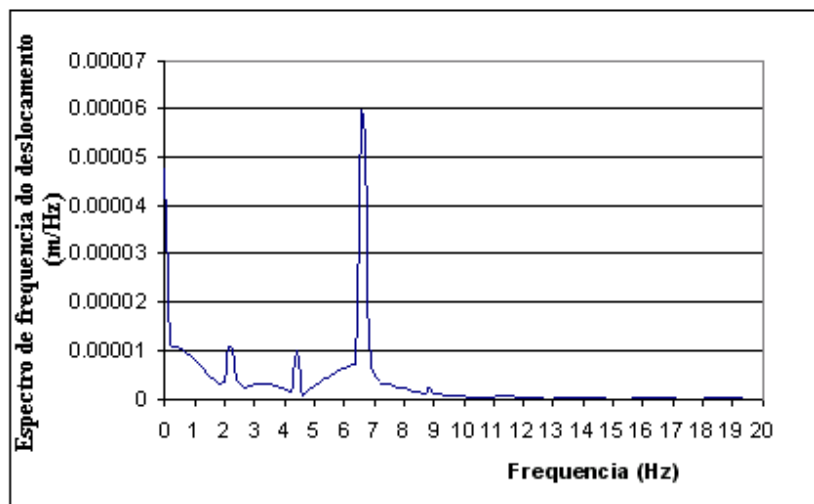
O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,001 s. O tempo de aplicação da carga foi de 6,138 s (esse valor foi calculado com base na aplicação da carga variando sua posição - item 5.1.4.3). O amortecimento utilizado no procedimento foi de 1 %, ou seja, $\alpha = 0,662819$ e $\beta = 0,0000979$. Nas figuras abaixo são mostrados os históricos no tempo e os espectros de frequência dos deslocamentos e acelerações de um ponto no centro da passarela devido ao carregamento completo. Esses espectros foram obtidos através de uma transformada de Fourier das respostas no tempo. Os históricos foram gerados pelo ANSYS e SAP2000.



a) $d_{\max} = 0,3366 \times 10^{-3} \text{ m}$

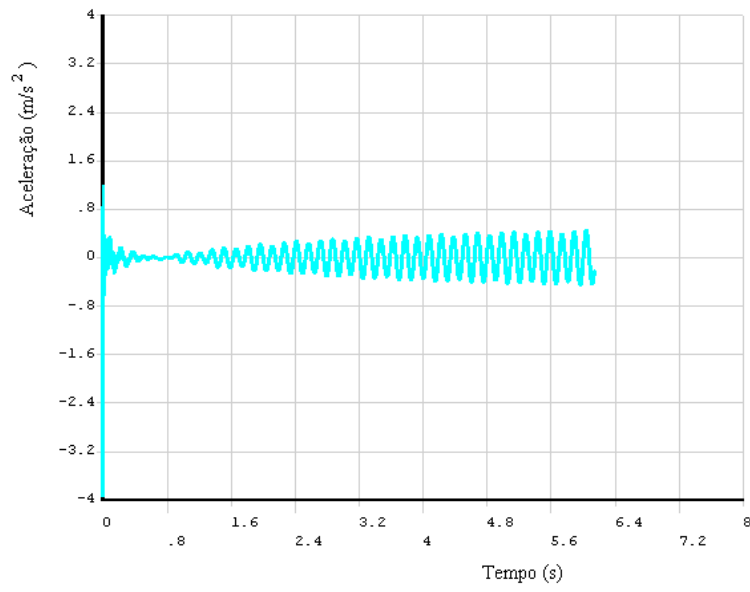


b) $d_{\max} = 0,3386 \times 10^{-3} \text{ m}$

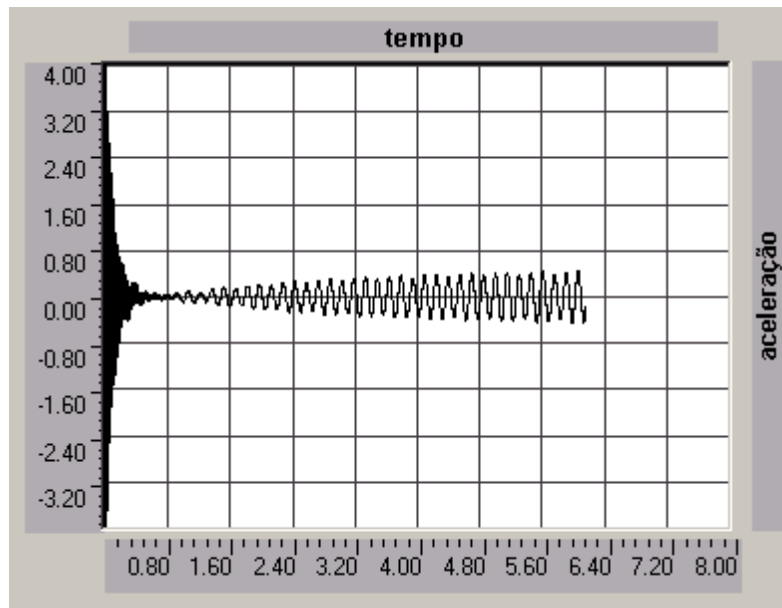


c) Espectro de frequência do deslocamento

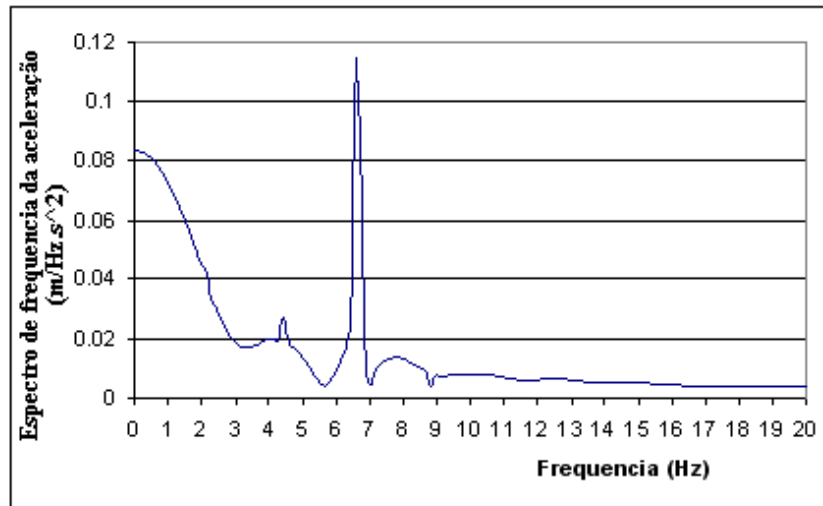
Figura 5.3 - Histórico e espectro do deslocamento no centro da passarela (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência do deslocamento)



a) $a_{\max} = 0,444247 \text{ m/s}^2$ (resposta permanente)



b) $a_{\max} = 0,44319 \text{ m/s}^2$ (resposta permanente)



c) Espectro de frequência da aceleração

Figura 5.4 - Histórico e espectro da aceleração no centro da passarela (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração)

No caso da análise no SAP2000, como a frequência fundamental da passarela foi um pouco diferente (6,59 Hz), logo a frequência do passo adotada foi de 2,197 Hz, os coeficientes dinâmicos e ângulos de fase foram os mesmos. A taxa de amortecimento foi colocada com o valor de 0,01 (1 %).

Os resultados dos deslocamentos gerados pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram valores próximos, com uma diferença de 0,59 % em relação aos deslocamentos máximos. Fazendo a soma dos deslocamentos máximos gerados pelos harmônicos aplicados separadamente encontra-se um valor de $0,3462 \times 10^{-3}$ m, valor esse próximo ao encontrado pela equação completa do carregamento. Nota-se através do espectro do deslocamento que a frequência fundamental da estrutura é a dominante e que as outras frequências não influenciam a resposta. Portanto, somente o terceiro harmônico da carga pode provocar ressonância da estrutura.

Os resultados das acelerações geradas pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram uma diferença de 0,23 % em relação às acelerações máximas. No ANSYS, apareceu um pico inicial de $3,94 \text{ m/s}^2$ ($3,99$ no SAP2000), valor esse que foi logo amortecido para o surgimento de um máximo da resposta permanente de $0,444 \text{ m/s}^2$. Esse valor está próximo ao valor gerado pela aplicação do terceiro harmônico sozinho ($0,438 \text{ m/s}^2$),

mostrando que esse harmônico realmente é o mais importante. A resposta do ANSYS, se for multiplicada por 0,7, como feito pela AISC, vai gerar uma aceleração de $0,311 \text{ m/s}^2$. Como dito anteriormente, a aceleração calculada pelo procedimento simplificado foi de $0,254 \text{ m/s}^2$. Portanto, o valor calculado pelo guia é menor 18,31 %. O valor da aceleração como porcentagem da gravidade é de 3,17 %. Da mesma forma, essa aceleração é aceita no caso de passarelas externas e inaceitável para as internas.

Analisando o espectro da aceleração é possível notar que a frequência fundamental da estrutura é a crítica, podendo gerar respostas ressonantes caso algum dos harmônicos da carga aproxime desse valor. Para o caso dessa passarela o terceiro harmônico da carga é o ressonante. Ele tem a mesma forma do espectro do deslocamento.

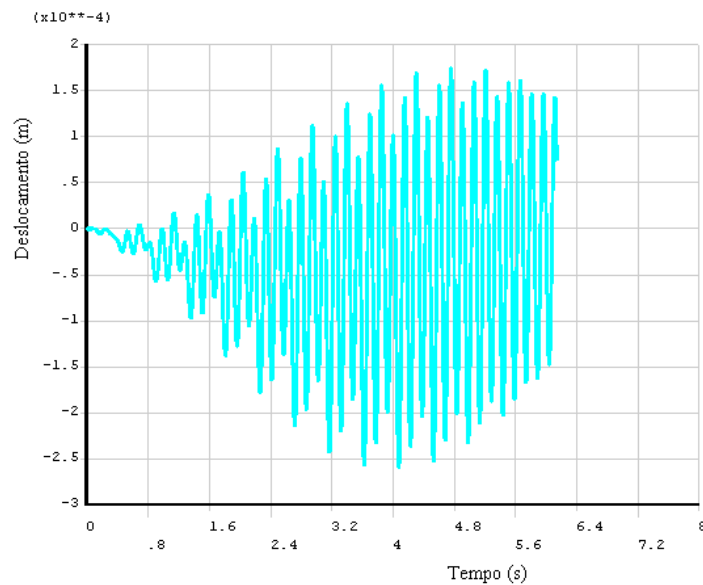
Através da Figura 5.4 percebe-se que novamente os gráficos das acelerações apresentaram picos iniciais muito altos no momento de aplicação da carga.

5.1.4.3. Carregamento variando de posição

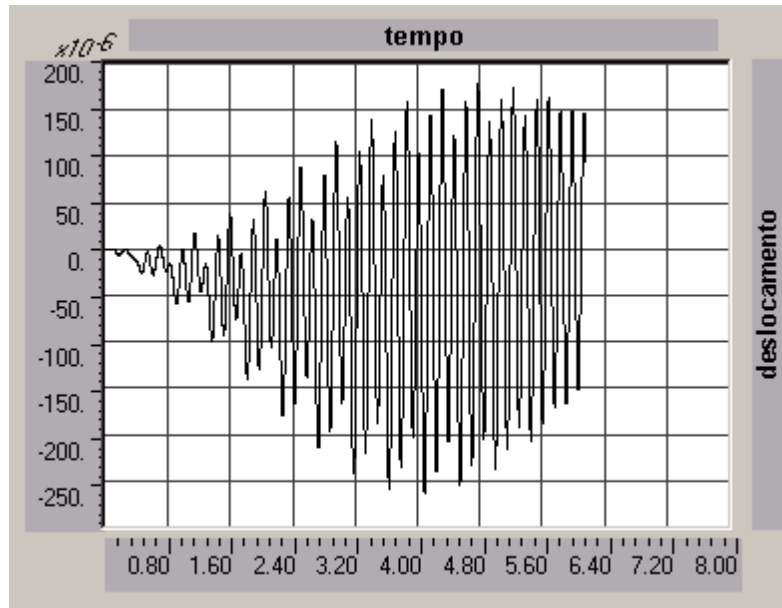
Nesta etapa, a carga da Equação 5.8 será considerada juntamente com a variação da posição ao longo do tempo. Como citado no item 4.2.4, a carga será colocada alternadamente de 0,2 em 0,2 m e terá um certo tempo de contato com a estrutura. A frequência do passo utilizada foi de $6,62/3 = 2,208 \text{ Hz}$, portanto um período de 0,453 s para dar uma passada. Como o passo nessa frequência tem uma distância de 0,9 m (Tabela 4.1) e a pessoa demora 0,453 s para completá-lo, demora-se 0,101 s para andar 0,2 m. Portanto, o tempo final de análise será de $(12/0,2) \cdot 0,101 \text{ s} + 0,101 \text{ s} = 6,138 \text{ s}$. O peso da pessoa foi 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,001 s. O amortecimento utilizado no procedimento foi de 1 %, ou seja, $\alpha = 0,662819$ e $\beta = 0,0000979$.

Portanto, uma primeira carga será aplicada no início da passarela, ou seja, onde os valores nodais no eixo z são iguais a 0 (ao longo do comprimento da estrutura) por um tempo de 0,101 s. Após esse tempo, a carga será retirada e colocada 0,2 m de distância da primeira, ou seja, onde $z = 0,2$ m, por 0,101 s. Isso será repetido até a carga ser colocada no eixo $z = 12$ m, andando ao longo de toda estrutura. É válido lembrar que a linha de caminhada é a central, ou seja, onde $x = 1,5$ m.

Nas figuras abaixo são mostrados os históricos no tempo dos deslocamentos e acelerações de um ponto no centro da passarela devido ao carregamento completo. Também será mostrado o espectro de frequência da aceleração, obtido através de uma transformada de Fourier da resposta no tempo. Os históricos foram gerados pelo ANSYS e SAP2000.

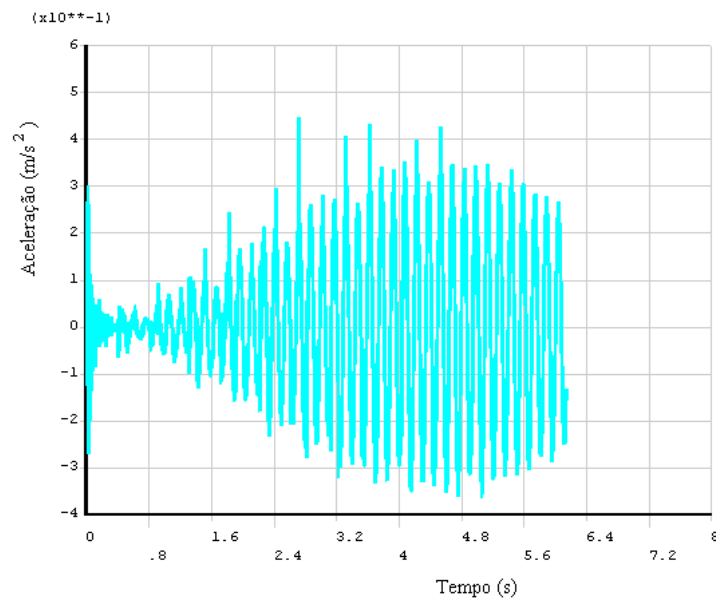


a) $d_{\max} = 0,2594 \times 10^{-3}$ m

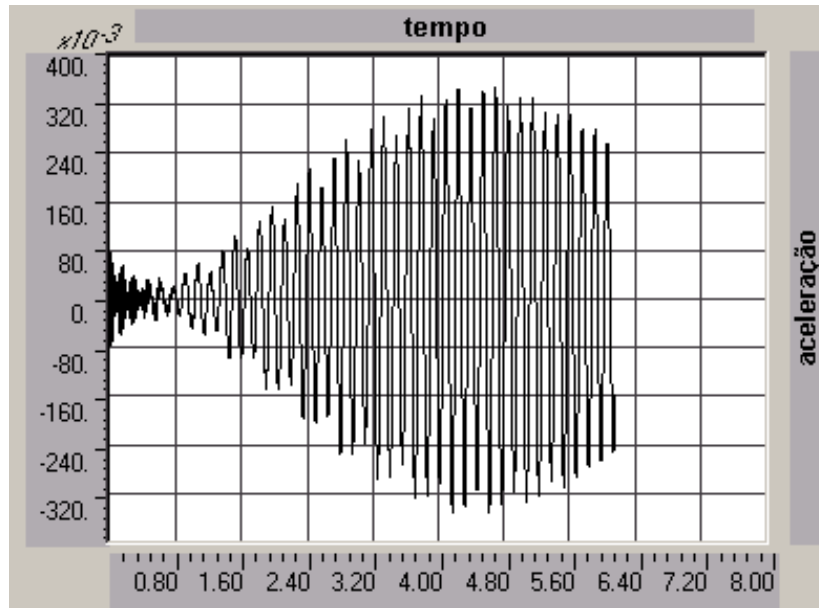


b) $d_{\max} = 0,2628 \times 10^{-3} \text{ m}$

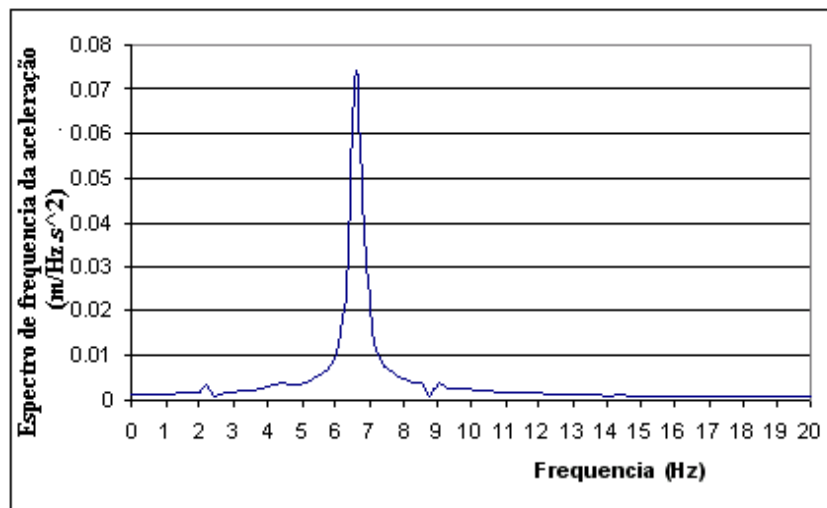
Figura 5.5 - Histórico do deslocamento no centro da passarela (a-ANSYS e b-SAP2000)



a) $a_{\max} = 0,364 \text{ m/s}^2$



b) $a_{\max} = 0,3525 \text{ m/s}^2$



c) Espectro de frequência da aceleração

Figura 5.6 - Histórico e espectro da aceleração no centro da passarela (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração)

No caso da análise no SAP2000, como a frequência fundamental da passarela foi um pouco diferente (6,59 Hz), logo a frequência do passo adotada foi de 2,197 Hz, o período de 0,455 s, tempo de contato de 0,101 s e o tempo final de 6,169 s. Os

coeficientes dinâmicos e ângulos de fase foram os mesmos. A taxa de amortecimento foi colocada com o valor de 0,01 (1 %).

Os resultados dos deslocamentos gerados pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram uma diferença pequena de 1,29 % em relação aos deslocamentos máximos. É possível notar que o deslocamento máximo gerado em uma caminhada onde o carregamento varia sua posição com o tempo vale $0,2594 \times 10^{-3}$ m, enquanto o valor do deslocamento máximo para um carregamento não móvel (completo) vale $0,3366 \times 10^{-3}$ m. A simplificação da não mobilidade da carga faz com que os valores dos deslocamentos sejam amplificados em relação ao que realmente pode ocorrer.

Os resultados das acelerações geradas pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram valores próximos, com uma diferença de 3,16 % em relação às acelerações máximas. No ANSYS, apareceram picos na resposta toda vez que a carga era colocada em uma dada posição (Figura 5.6 - a). Entretanto, para esse passo de tempo, os picos foram pequenos. Se o passo de tempo for diminuído, esses picos aumentam. Isso pode ser visto na Figura 5.7, onde é mostrado o mesmo histórico, porém com o valor do passo de integração menor ($\Delta t = 0,00025$ s) em comparação com a Figura 5.6 (a).

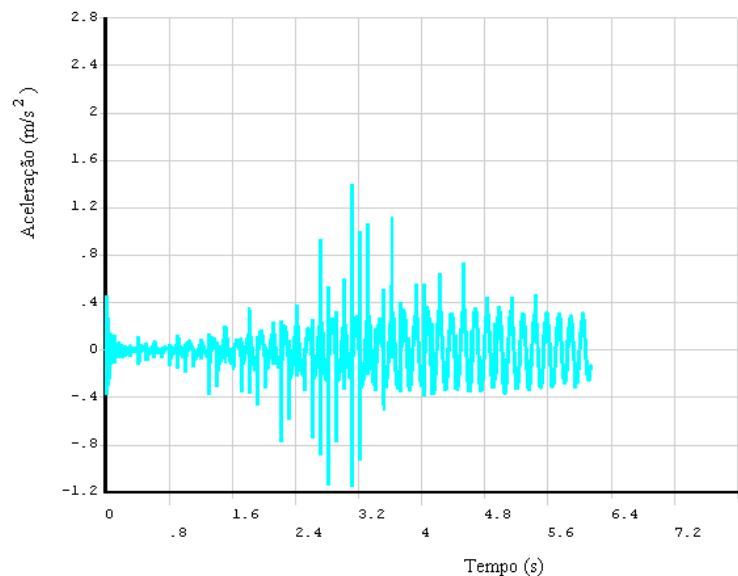


Figura 5.7 - Histórico da aceleração no centro da passarela considerando um passo de tempo igual a 0,00025 s

O valor da resposta em termos de aceleração visto na Figura 5.7 é de $0,37 \text{ m/s}^2$, se os picos de acelerações forem desconsiderados. Isso significa que à medida que se diminui o passo de tempo da integração, os valores de picos das acelerações (local de aplicação da carga) aumentam, entretanto a resposta desconsiderando-os permanece constante.

A resposta do ANSYS, portanto, foi considerado valendo $0,364 \text{ m/s}^2$. Nesse caso não há a necessidade de multiplicar por 0,7 visto que o carregamento se move em função do tempo. Já a aceleração calculada pelo guia foi de $0,254 \text{ m/s}^2$. Portanto, o valor calculado pelo guia é menor 30 %. O valor da aceleração como porcentagem da aceleração da gravidade é de 3,71 %. Da mesma forma, essa aceleração é aceita no caso de passarelas externas e inaceitável para as internas.

Esse valor encontrado na tentativa de modelar corretamente uma caminhada foi relativamente próximo ao valor encontrado pelo carregamento atuando em um único ponto e completo ($0,311 \text{ m/s}^2$).

Através do espectro da aceleração, novamente chega-se a conclusão que a frequência fundamental da passarela é a dominante.

5.2. EXEMPLO 2: PISO GERAL

Outro exemplo fornecido pela AISC foi escolhido para estudo nesta seção. A diferença é que no procedimento simplificado a laje é feita de *steel deck* e aqui será uma laje maciça de concreto. As vigas de piso são perfis em I: VS450 x 51 ($d_p = 450 \text{ mm}$, $b_f = 200 \text{ mm}$, $t_f = 9,5 \text{ mm}$ e $t_w = 6,3 \text{ mm}$) e as vigas principais, perfis I: VS550 x 64 ($d_p = 550 \text{ mm}$, $b_f = 250 \text{ mm}$, $t_f = 9,5 \text{ mm}$ e $t_w = 6,3 \text{ mm}$). O material das vigas é aço com módulo de elasticidade longitudinal $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, coeficiente de Poisson de 0,3 e massa específica 7850 kg/m^3 . A laje tem uma espessura de 0,15 m e material com módulo de elasticidade igual a $2,4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, coeficiente de Poisson de 0,1 e massa específica 2400 kg/m^3 . O piso não é contínuo em sua vizinhança.

O comprimento da viga principal (L_g) para essa análise é igual a 9 m com espaçamento entre vigas (b) de 3 m (ver Figura 5.8). Os comprimentos das vigas de piso (L_j) para esse exemplo valem 7 m.

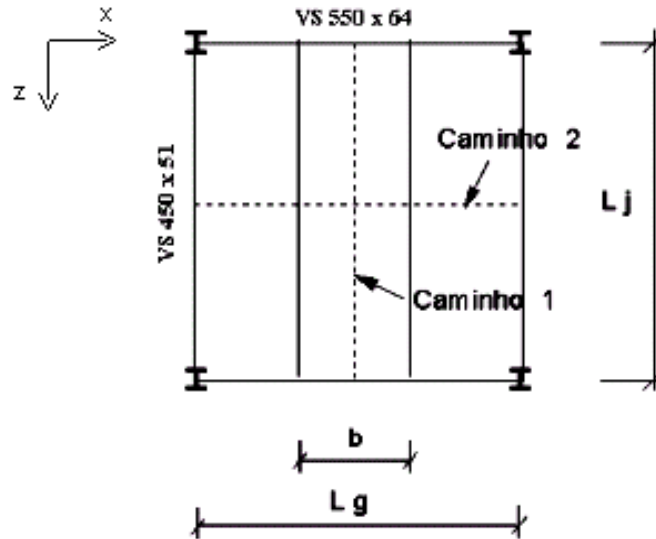


Figura 5.8 - Arranjo do piso geral

O caminho 1 representa uma direção de caminhada paralela às vigas de piso (ao longo do eixo z), enquanto o caminho 2 representa uma direção perpendicular a essas vigas (ao longo do eixo x).

A laje do piso foi modelada com elemento SHELL63 e as vigas com BEAM44. As excentricidades existentes entre a laje e as vigas foram consideradas (0,35 e 0,3 m para as vigas principais e de piso, respectivamente). Esse parâmetro é de extrema importância na resposta dinâmica estrutural. O elemento BEAM44 permite a utilização dessa característica. As colunas foram modeladas como apoios, restringindo somente a direção y (vertical). A malha discretizada em elementos finitos teve dimensões 0,1 x 0,1 m para o caso das placas e 0,1 m para os elementos de pórtico. Esses valores representam muito bem o piso em estudo. A laje está rigidamente ligada com a viga.

5.2.1. Análise estática

Foi realizada uma análise estática desse piso a fim de se conhecer o máximo deslocamento nodal que ocorre devido a um carregamento concentrado no meio do vão (cruzamento do caminho 1 com o 2) de 700 N, correspondendo ao peso de uma pessoa. O peso dessa pessoa foi considerado para o correto estudo do gráfico do fator de amplificação dinâmica mostrado com maiores detalhes no item 5.2.3.

O resultado desse carregamento foi um deslocamento de 0,000045 m no meio do vão, segundo o ANSYS.

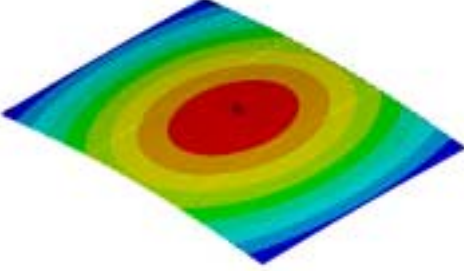
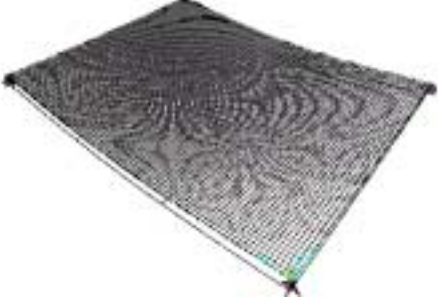
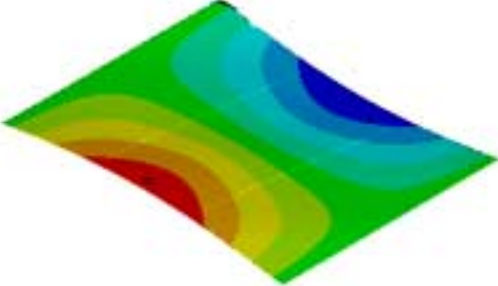

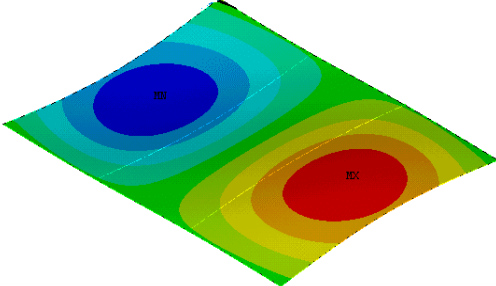

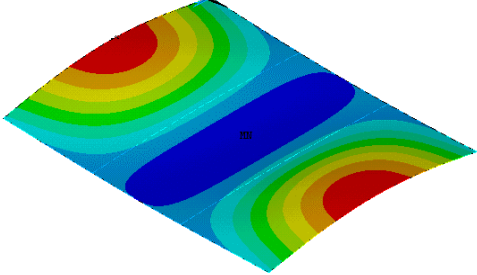

5.2.2. Análise de vibração livre

A análise de vibração livre desse piso foi realizada através do ANSYS e do SAP2000, na qual foi possível obter as primeiras frequências naturais e suas respectivas formas modais. Os resultados dos quatro primeiros modos de vibração e suas formas modais podem ser vistas na Tabela 5.4.

O resultado calculado pelo procedimento simplificado foi de 6,79 Hz e pelo ANSYS 7,34 Hz. A diferença entre os métodos foi de 7,41 %. Entretanto, analisando o cálculo feito pelo procedimento simplificado, é considerado uma sobrecarga de 500 N/m^2 mais um peso devido ao forro de 200 N/m^2 , que não são considerados na análise feita através do ANSYS. Retirando esses valores do modelo encontra-se uma frequência fundamental de 7,38 Hz, reduzindo a diferença para 0,72 %. Se for utilizado o mesmo módulo de elasticidade dinâmico do concreto utilizado no procedimento simplificado no ANSYS, essa diferença diminui mais ainda.

Essas frequências naturais encontradas através do ANSYS convergiram ao se fazer um refinamento da malha.

Tabela 5.4 - Comparação das formas modais entre o ANSYS e SAP2000

Formas modais ANSYS	Formas modais SAP2000
 <p data-bbox="384 707 762 741">$f_n = 7,34 \text{ Hz}$ (1ª Flexão em z)</p>	 <p data-bbox="1038 707 1203 741">$f_n = 7,34 \text{ Hz}$</p>
 <p data-bbox="392 1095 762 1128">$f_n = 13,43 \text{ Hz}$ (Torção em x)</p>	 <p data-bbox="1031 1088 1211 1122">$f_n = 13,30 \text{ Hz}$</p>
 <p data-bbox="379 1487 775 1520">$f_n = 14,28 \text{ Hz}$ (2ª Flexão em z)</p>	 <p data-bbox="1031 1480 1211 1514">$f_n = 14,32 \text{ Hz}$</p>
 <p data-bbox="376 1861 772 1895">$f_n = 18,85 \text{ Hz}$ (3ª Flexão em z)</p>	 <p data-bbox="1031 1854 1211 1888">$f_n = 18,94 \text{ Hz}$</p>

5.2.3. Análise harmônica

Essa análise é de extrema importância no estudo do comportamento dinâmico estrutural, pois permite analisar quais são os modos de vibração que contribuem para a resposta estrutural dinâmica. Abaixo será mostrado o gráfico do FAD (fator de amplificação dinâmica) em função de β_f , onde este último representa a razão entre a frequência da excitação e a frequência fundamental da estrutura.

A análise é feita aplicando uma carga que varia senoidalmente no tempo com amplitude 700 N (peso da pessoa) no centro do vão de acordo com a Equação 5.3. No caso do piso geral de 7 metros, o ângulo de fase aplicado foi de 0 e o valor da frequência de excitação variou de 0 a 40 Hz. Aplicada a carga, entra-se com a taxa de amortecimento modal da estrutura. Esse valor foi de 0,03 (3 % - retirado das tabelas do AISC) para todos os modos. É necessário entrar também com o passo de tempo da integração das equações de movimento. Resultados obtidos foram satisfatórios com $\Delta t = 0,32$ s. A Figura 5.9 mostra o resultado dessa análise.

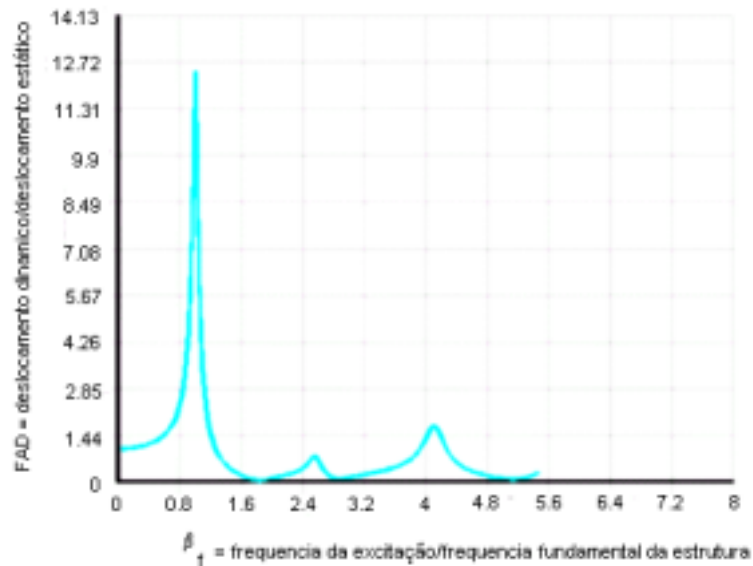


Figura 5.9 - Gráfico do FAD em função da razão entre as frequências de um ponto no meio do vão

Com o intuito de retirar as dúvidas sobre o passo de tempo utilizado na integração, foi realizada outra análise com o mesmo carregamento, porém escolhendo uma frequência de excitação próxima de $\beta_f = 1$. O Δt foi de 0,004 s e o resultado foi muito próximo do obtido anteriormente com um intervalo maior.

O gráfico acima mostra que para $\beta_f = 1$, isto é, para a frequência de excitação igual à frequência da estrutura, ocorreu uma amplificação máxima da resposta. O valor de FAD foi de 12,58, o que significa que o deslocamento dinâmico foi maior que o deslocamento estático. Através do FAD encontra-se um valor de 0,000566 m para o deslocamento dinâmico.

Nota-se que para um β_f perto de 2,57, ou seja, uma frequência de excitação de 18,85 Hz, ocorreu um pico pequeno no gráfico de FAD. Esse valor é de 0,77, o que mostra que não influencia em nada a resposta estrutural. Para um β_f perto de 4,11, ou seja, uma frequência de excitação de 30,16 Hz, ocorreu um pico um pouco maior que o anterior, tendo um valor de $FAD = 1,71$.

5.2.4. Análise transiente

O AISC considera que um dos harmônicos, quando aplicado no ponto de maior deflexão estática, ou seja, no centro do piso, pode provocar ressonância da estrutura. Para isso, o valor da frequência de um dos harmônicos do passo deve estar próximo do valor da frequência natural fundamental.

O valor calculado para a aceleração no centro do piso, através do procedimento simplificado, foi de $0,051 \text{ m/s}^2$. Dividindo esse valor pela aceleração da gravidade e multiplicando por 100 % encontra-se o valor 0,51 %. Esse valor é maior que o limite para pisos de escritórios e residências 0,5 %, segundo a Tabela 3.1. Portanto, o piso é inaceitável quanto ao critério de conforto humano.

Abaixo serão mostrados as respostas dinâmicas geradas através do ANSYS para um carregamento harmônico composto por todos os harmônicos, um carregamento

variável com a posição andando pelo Caminho 1 (ver Figura 5.8) e outro andando pelo Caminho 2.

5.2.4.1. Carregamento harmônico

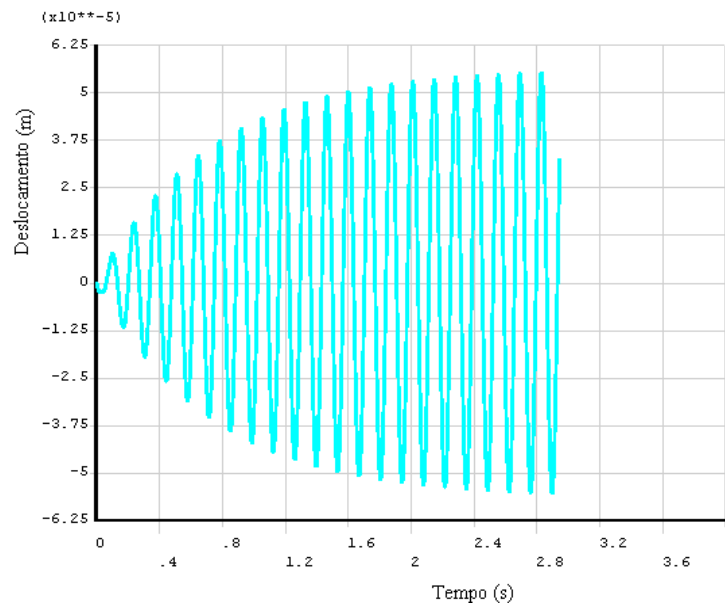
Nesta seção será aplicado, no meio do piso, um harmônico do carregamento obtido da Equação 2.18. A frequência do passo utilizada foi de $7,34/3 = 2,445$ Hz, possibilitando assim que o terceiro harmônico provocasse ressonância. O peso da pessoa aplicado foi de 700 N, de acordo com a AISC. O terceiro coeficiente dinâmico foi de 0,1. O valor do ângulo de fase $\phi_3 = 0$. A equação do terceiro harmônico vale:

$$F_3 = 70.\cos(2\pi.7,335399.t) \quad (5.9)$$

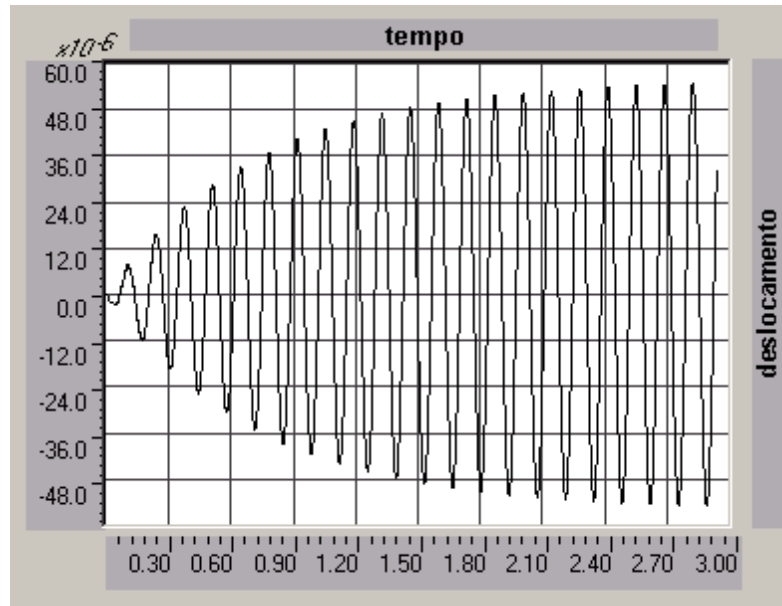
O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,0005 s, valor esse menor que o obtido através da relação $(1/20)T_i$, onde T_i é o período relativo ao modo associado à frequência natural mais alta que contribui para respostas dinâmicas do piso. Para esse piso, por exemplo, o carregamento com frequência 2,445 Hz pode ter seus harmônicos excitando até a frequência de ordem 4. $2,445 = 9,781$ Hz. Portanto, o intervalo é de $1/20.(1/9,781) = 0,005$ s. Para a resposta em termos de deslocamento, o valor de 0,005 s já é suficiente para a resposta da equação, entretanto, em termos de aceleração é necessário diminuir o passo de tempo. Por isso o valor usado foi de 0,0005 s. Na verdade, valores em torno de 0,001 s já seria suficiente para integrar com precisão as equações dinâmicas.

O tempo de aplicação da carga corresponde ao necessário para uma pessoa andar de um lado para o outro uma vez (Caminho 1). Para a frequência do passo de 2,445 Hz, a distância de um passo é de 1,0 m (segundo Tabela 2.3) e o período é de 0,409 s ($= 1/f_{\text{step}}$), ou seja, para andar 12 m ela gastará 2,944 s (esse valor foi calculado com base na aplicação da carga variando sua posição - item 5.2.4.3).

O amortecimento utilizado no procedimento foi de 3 % (esse valor foi retirado do procedimento da AISC para o caso de pisos de escritórios com poucas divisórias e sem mobílias). No ANSYS, esses valores precisam ser transformados em termos de α e β (amortecimento proporcional à matriz de massa e rigidez), através da Equação 4.4. Fazendo as contas para a primeira e terceira frequência encontrada na análise de vibração livre, tem-se que $\alpha = 1,8272$ e $\beta = 0,0004416$. Na Figura 5.10 pode ser visualizado o histórico do deslocamento para um ponto no centro do piso e na Figura 5.11 encontra-se o histórico da aceleração desse mesmo ponto, ambos devido ao terceiro harmônico aplicado no centro (ANSYS e SAP2000).

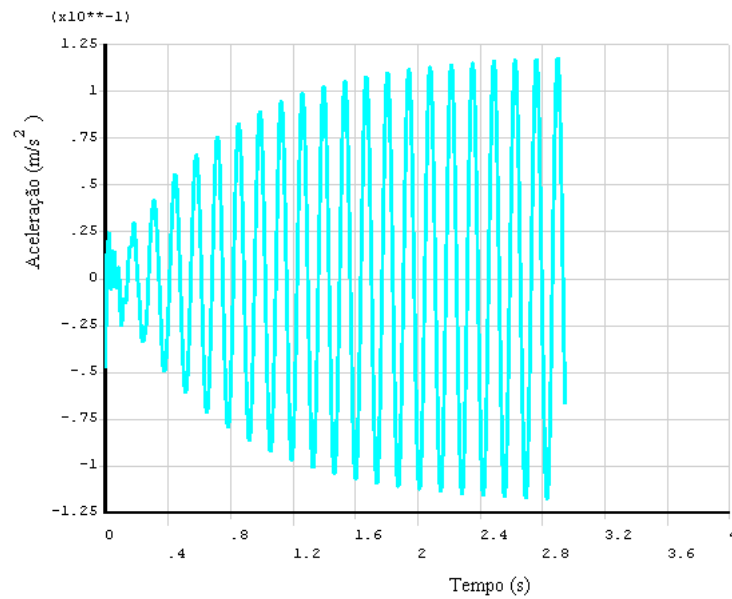


a) $d_{\max} = 0,5534 \times 10^{-4} \text{ m}$

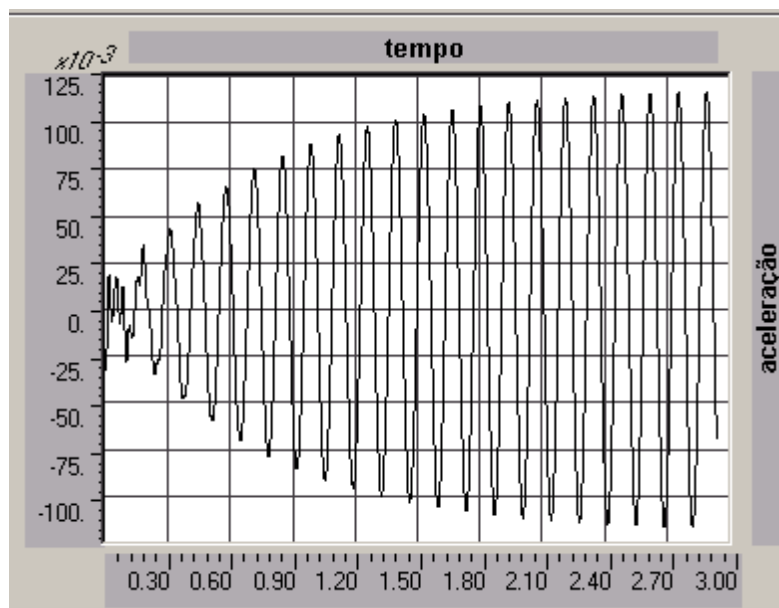


b) $d_{\max} = 0,5483 \times 10^{-4} \text{ m}$

Figura 5.10 - Histórico do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000)



a) $a_{\max} = 0,1176 \text{ m/s}^2$



$$b) a_{\max} = 0,1168 \text{ m/s}^2$$

Figura 5.11 - Histórico da aceleração no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000)

No caso da análise no SAP2000, como a frequência fundamental do piso foi um pouco diferente (7,35 Hz), o valor da carga acima também mudou um pouco. A frequência do passo foi de 2,448 Hz, o coeficiente dinâmico e ângulo de fase foram os mesmos. A taxa de amortecimento foi colocada com o valor de 0,03 (3 %).

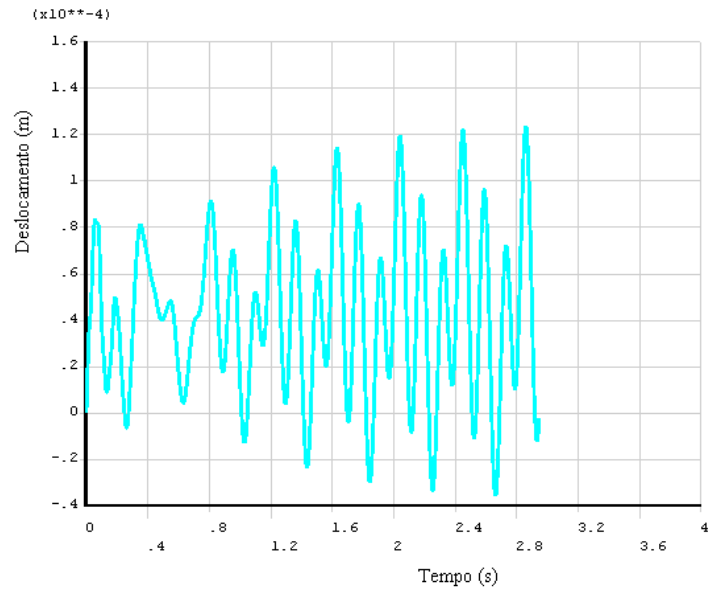
Fazendo uma análise das Figuras 5.10 e 5.11, percebe-se que esse harmônico (terceiro) é o ressonante do piso. Os resultados obtidos pelo ANSYS foram muito próximos dos obtidos pelo SAP2000. As diferenças dos resultados foram de 0,92 % e 0,68 %, respectivamente para o deslocamento e aceleração máximos. A resposta gerada pelo terceiro harmônico (como no guia AISC) vale $0,118 \text{ m/s}^2$ (ANSYS). Esse valor, se for multiplicado por 0,5, como feito pela AISC, vai gerar uma aceleração de $0,059 \text{ m/s}^2$. Como dito anteriormente, a aceleração calculada pelo procedimento simplificado foi de $0,051 \text{ m/s}^2$. Portanto, o valor calculado pela AISC é menor 13,45 %. O valor da aceleração como porcentagem da aceleração da gravidade (g) calculada pelo ANSYS é de 0,59 %. Da mesma forma, essa aceleração provoca perturbações no piso, já que o limite é 0,5 %.

5.2.4.2. Carregamento completo

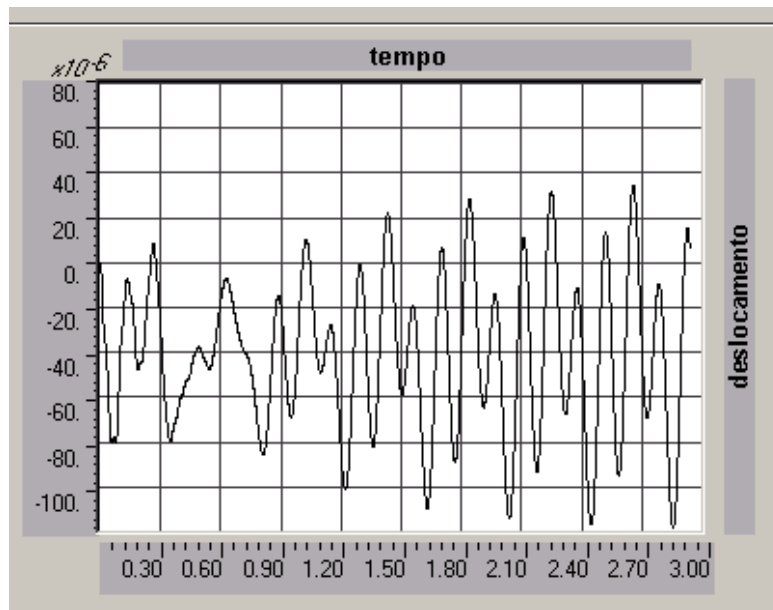
O carregamento completo é aquele composto pela parcela estática mais os quatros harmônicos do carregamento, ou seja, aquele representado pela Equação 2.18. Neste item, a carga foi aplicada, da mesma forma, no ponto de maior amplitude modal da primeira frequência (no centro do piso). A frequência do passo utilizada foi de $7,34/3 = 2,445$ Hz, peso da pessoa de 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$.

$$\begin{aligned} p(t) = & 700 + 350.\cos(4,890266.\pi.t) + 140.\cos(9,780532.\pi.t + \frac{\pi}{2}) \\ & + 70.\cos(14,670798.\pi.t + \frac{\pi}{2}) + 35.\cos(19,561064.\pi.t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (5.10)$$

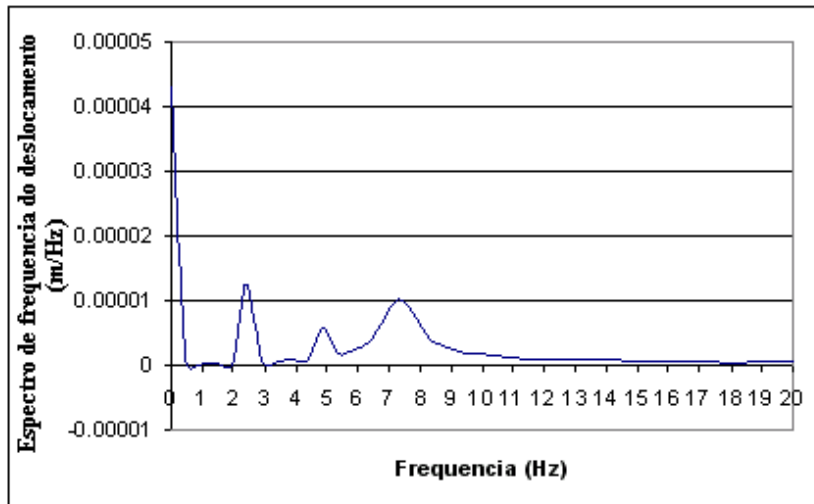
O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,0005 s. O tempo de aplicação da carga foi de 2,94408 s. O amortecimento utilizado no procedimento foi de 3 %, ou seja, $\alpha = 1,8272$ e $\beta = 0,0004416$. Na Figura 5.12 e 5.13 são mostrados os históricos no tempo e o espectro de frequência dos deslocamentos e das acelerações de um ponto no centro do piso devido ao carregamento completo.



a) $d_{\max} = 0,1234 \times 10^{-3} \text{ m}$

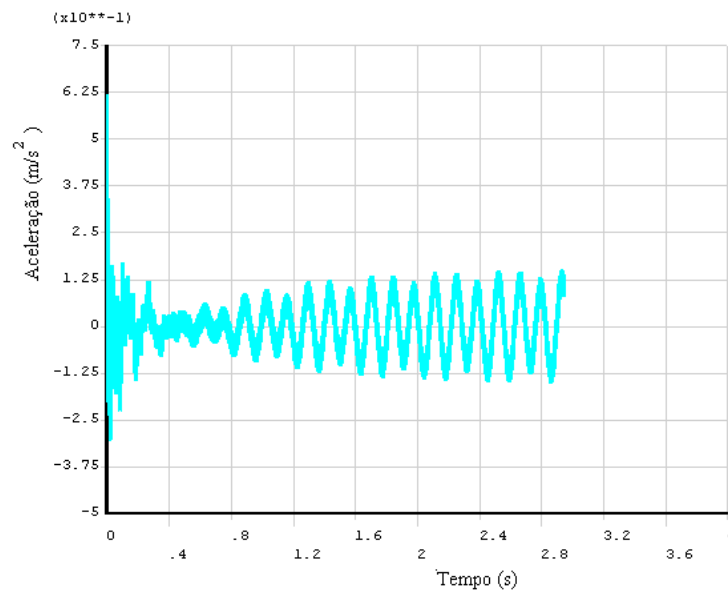


b) $d_{\max} = 0,1185 \times 10^{-3} \text{ m}$

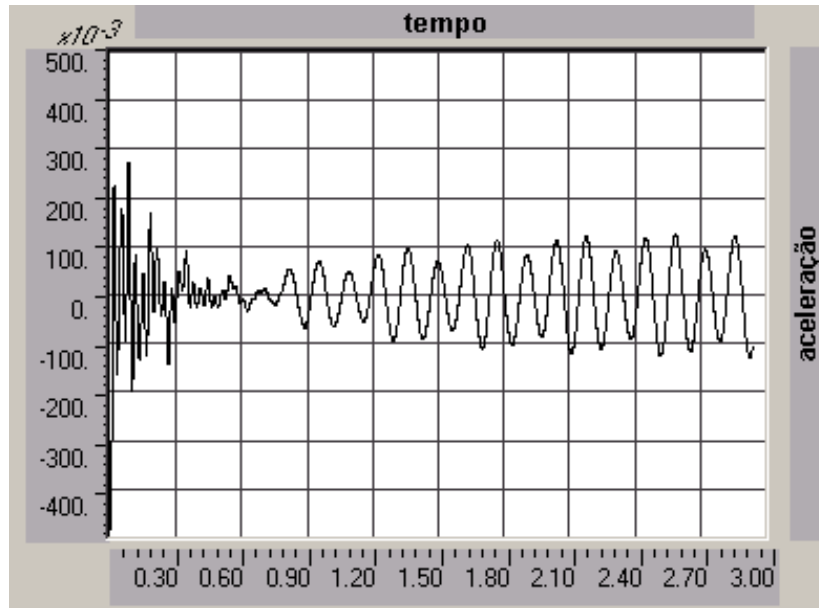


c) Espectro de frequência do deslocamento

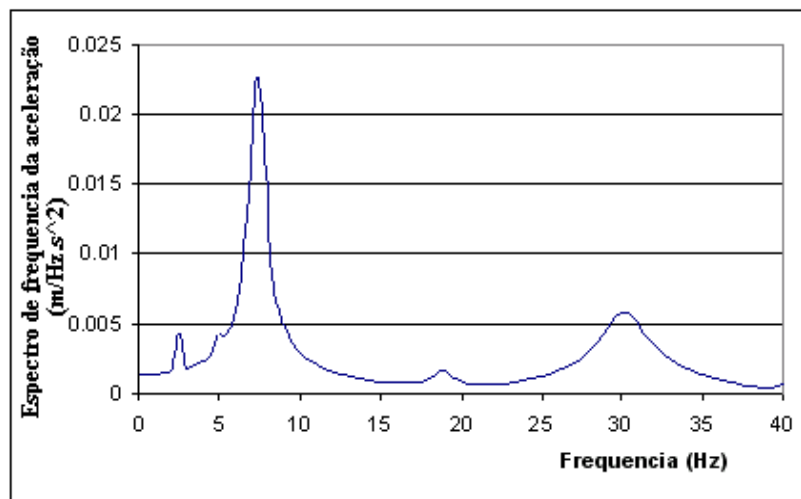
Figura 5.12 - Histórico e espectro do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência do deslocamento)



a) $a_{\max} = 0,1531 \text{ m/s}^2$ (resposta permanente)



b) $a_{\max} = 0,12966 \text{ m/s}^2$ (resposta permanente)



c) Espectro de frequência da aceleração

Figura 5.13 - Histórico e espectro da aceleração no centro do piso (a-ANSYS , b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração)

No caso da análise no SAP2000, como a frequência fundamental da passarela foi um pouco diferente (7,35 Hz), logo a frequência do passo adotada foi de 2,448 Hz, os coeficientes dinâmicos e ângulos de fase foram os mesmos. A taxa de amortecimento foi colocada com o valor de 0,03 (3 %).

Os resultados dos deslocamentos gerados pelo ANSYS e SAP2000 foram próximos, com uma diferença de 3,97 % em relação aos deslocamentos máximos. Já os resultados das acelerações geradas pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram gráficos com a mesma forma, entretanto as acelerações máximas tiveram uma diferença de 15,3 %.

Nos dois gráficos das acelerações apareceram picos ao aplicar a carga, ou seja, no tempo próximo de 0. Entretanto, como esses valores rapidamente decrescem, eles serão desconsiderados. A resposta do ANSYS, se for multiplicada por 0,5, como feito pela AISC, vai gerar uma aceleração de $0,077 \text{ m/s}^2$. Como dito anteriormente, a aceleração calculada pela AISC foi de $0,051 \text{ m/s}^2$. Portanto, o valor calculado pelo procedimento é menor 33,52 %. O valor da aceleração como % da g é de 0,78 %. Da mesma forma, essa aceleração é inaceitável. Comparando a aceleração obtida pela aplicação do terceiro harmônico com a aplicação de todos harmônicos nota-se uma diferença de 23 % entre as duas. Percebe-se, então, que os outros três harmônicos dão uma boa contribuição no valor do resultado final.

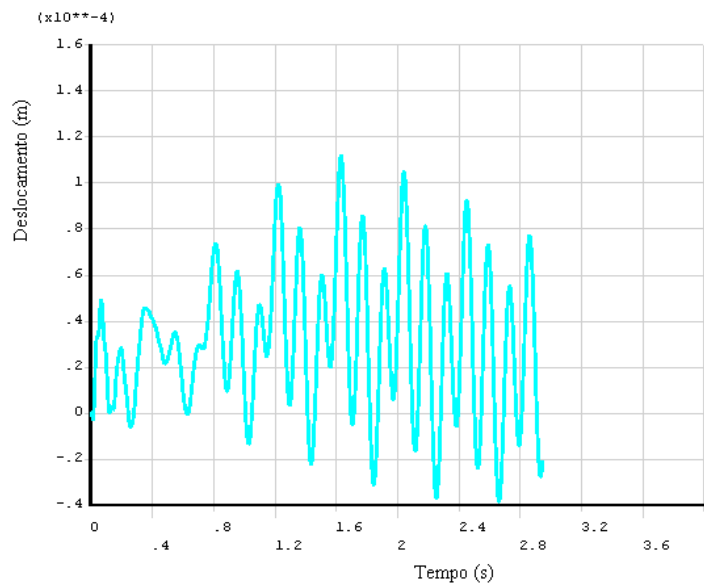
Através do espectro da aceleração mostrado na Figura 13 (c) é possível ver que a frequência fundamental é a dominante, porém outra frequência (próxima de 30 Hz) também pode ser excitada. No caso da caminhada, a amplitude da força que pode atingir essa frequência natural mais alta é muito pequena, não influenciando a resposta dinâmica estrutural.

5.2.4.3. Carregamento variando de posição (Caminho 1)

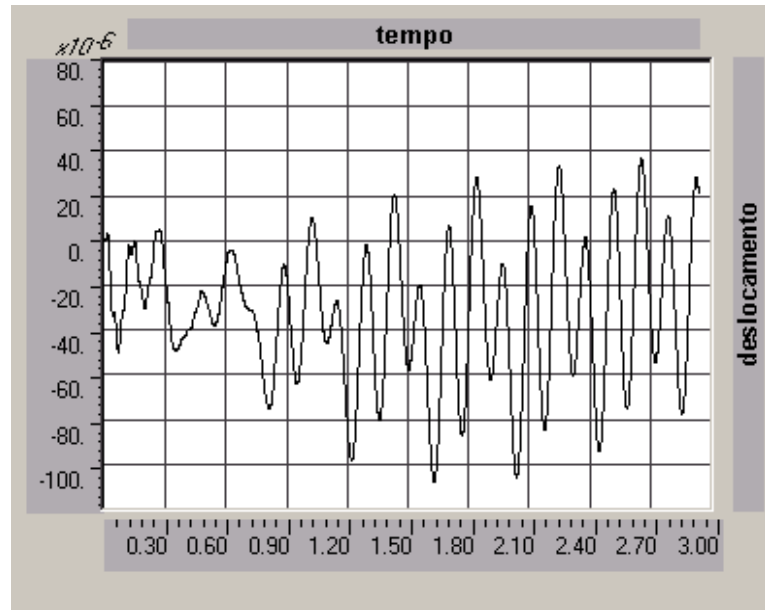
Nesta etapa, a carga da Equação 5.10 será considerada juntamente com a variação da posição ao longo do tempo. Como citado no item 4.2.4, a carga será colocada alternadamente de 0,2 em 0,2 m e terá um certo tempo de contato com a estrutura. A frequência do passo utilizada foi de $7,34/3 = 2,445 \text{ Hz}$, portanto um período de 0,409 s para dar uma passada. Como o passo nessa frequência tem uma distância de 1,0 m (Tabela 4.1) e a pessoa demora 0,409 s para completá-lo, demora-se 0,0818 s para andar 0,2 m. Portanto, o tempo final de análise será de $(7/0,2) \cdot 0,0818 \text{ s} + 0,0818 \text{ s} = 2,944 \text{ s}$. O peso da pessoa foi 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05,

respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,0005 s. O amortecimento utilizado no procedimento foi de 3 %, ou seja, $\alpha = 1,8272$ e $\beta = 0,0004416$.

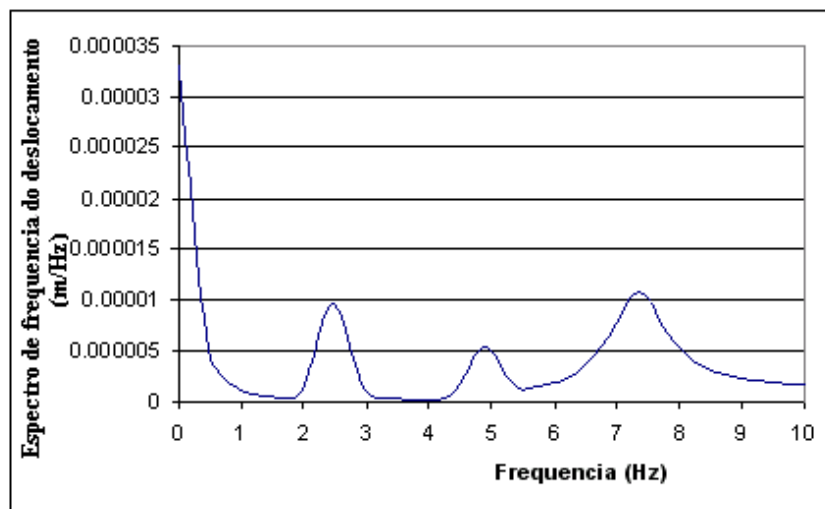
Portanto, uma primeira carga será aplicada no início do piso, ou seja, onde os valores nodais no eixo z são iguais a 0 (ao longo do comprimento da viga de piso) por um tempo de 0,0818 s. Após esse tempo, a carga será retirada e colocada 0,2 m de distância da primeira, ou seja, onde $z = 0,2$ m, por 0,0818 s. Isso será repetido até a carga ser colocada no eixo $z = 7$ m, andando ao longo de toda estrutura. É válido lembrar que o Caminho 1 está localizado no eixo central do piso. Nas Figuras 5.14 e 5.15 são mostrados os históricos no tempo e os espectros da frequência dos deslocamentos e das acelerações de um ponto situado no meio do piso. O espectro foi obtido através da transformada de Fourier da resposta. Os históricos foram obtidos através do ANSYS e do SAP2000.



a) $d_{\max} = 0,1119 \times 10^{-3} \text{ m}$

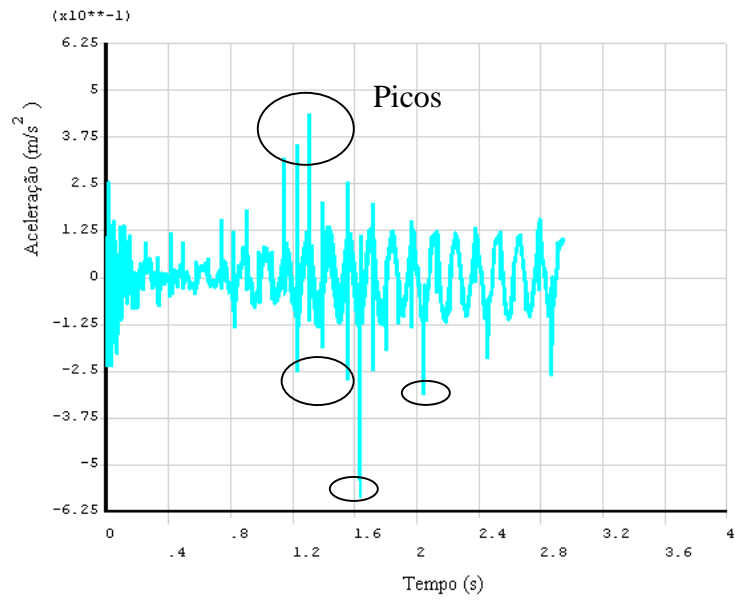


b) $d_{\max} = 0,108 \times 10^{-3} \text{ m}$

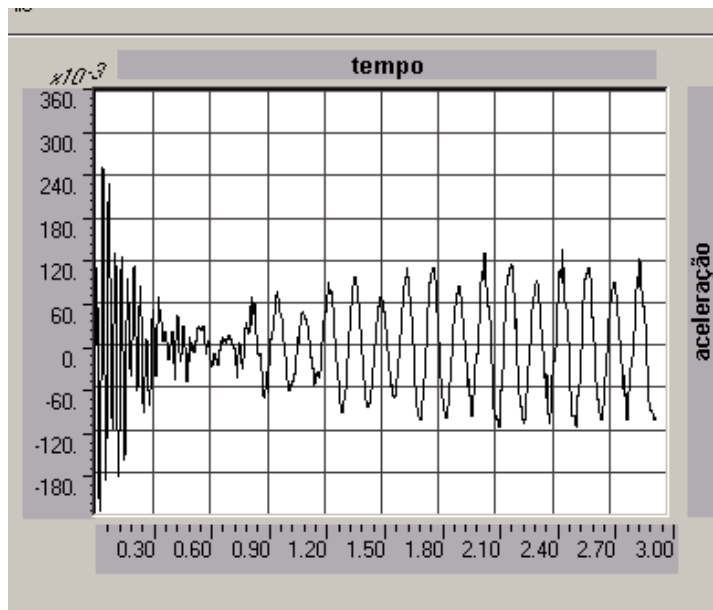


c) Espectro de frequência do deslocamento

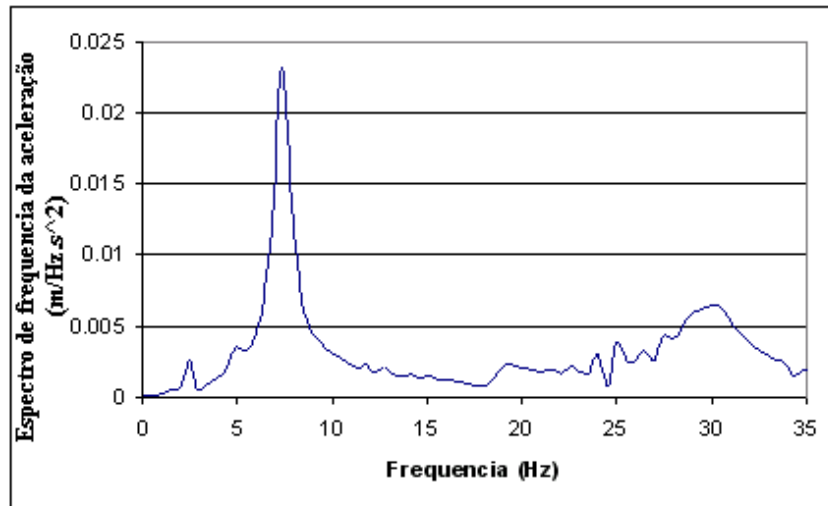
Figura 5.14 - Histórico e espectro do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS, b-SAP2000 e c-Espectro de frequência do deslocamento)



a) $a_{\max} = 0,1161 \text{ m/s}^2$



b) $a_{\max} = 0,12191 \text{ m/s}^2$



c) Espectro de frequência da aceleração

Figura 5.15 - Histórico e espectro da aceleração no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000 e c-Espectro de frequência da aceleração)

No caso da análise via SAP2000, como a frequência fundamental do piso foi um pouco diferente (7,35 Hz), logo a frequência do passo adotada foi de 2,448 Hz, o período de 0,408 s, tempo de contato de 0,0817 s e o tempo final de 2,94 s. Os coeficientes dinâmicos e ângulos de fase foram os mesmos. A taxa de amortecimento foi colocada com o valor de 0,03 (3 %).

Os resultados dos deslocamentos gerados pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram valores próximos, com uma diferença de 3,48 % em relação aos deslocamentos máximos. Os gráficos tiveram o mesmo comportamento ao longo do tempo. É possível notar que o deslocamento máximo gerado em uma caminhada onde o carregamento varia sua posição com o tempo vale $0,1119 \times 10^{-3}$ m, enquanto o valor do deslocamento máximo para um carregamento estacionário (completo) vale $0,1234 \times 10^{-3}$ m. A simplificação da não mobilidade da carga faz com que os valores dos deslocamentos sejam amplificados em relação ao que realmente pode ocorrer.

Os resultados gerados pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram valores de acelerações máximas próximas, com uma diferença de 4,76 %. Porém, no gráfico gerado pelo ANSYS apareceram picos na resposta toda vez que a carga era colocada em uma dada posição. Essa variação pode ser vista na Figura 5.16, onde é mostrado o

mesmo histórico, porém com o valor do passo de integração maior ($\Delta t = 0,001$ s) em comparação com a Figura 5.15 (a). Novamente, os picos de aceleração foram maiores para o caso do menor passo de tempo.

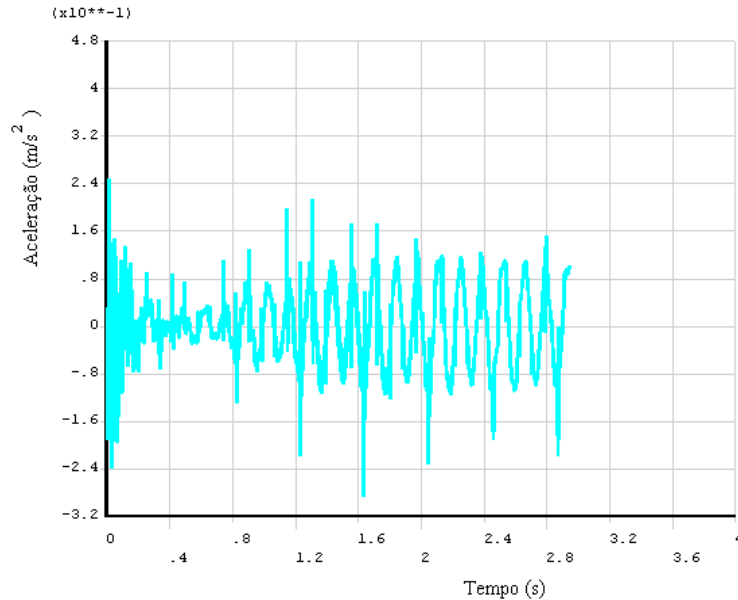


Figura 5.16 - Histórico da aceleração no centro do piso considerando um passo de tempo igual a 0,001 s

O valor da resposta em termos de aceleração visto na Figura 5.15 é de $0,116 \text{ m/s}^2$, se os picos de acelerações forem desconsiderados. Isso significa que à medida que se diminui o passo de tempo da integração, os valores de picos das acelerações (local de aplicação da carga) aumentam, entretanto a resposta desconsiderando-os permanece constante.

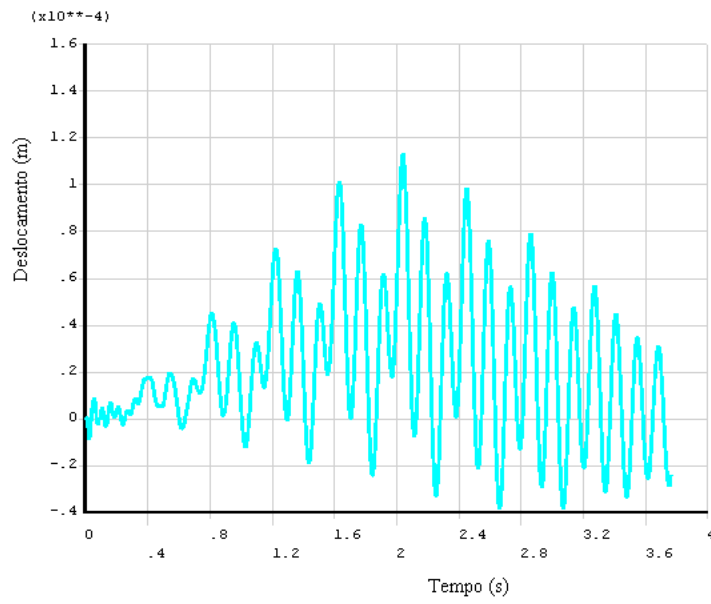
A resposta do ANSYS, portanto, foi considerada valendo $0,116 \text{ m/s}^2$. Nesse caso não há a necessidade de multiplicar por 0,5 visto que o carregamento varia sua posição ao longo do tempo. Já a aceleração calculada pelo procedimento simplificado foi de $0,051 \text{ m/s}^2$. Portanto, o valor calculado pela AISC é menor 56,16 %. O valor da aceleração como porcentagem da aceleração da gravidade é de 1,18 %. Da mesma forma, essa aceleração é inaceitável para pisos de escritório e residências.

Através do espectro da aceleração mostrado na Figura 15 (c) é possível ver que a frequência fundamental é a dominante, porém outra frequência (próxima de 30 Hz) também pode ser excitada. No caso da caminhada, a amplitude da força que pode atingir essa frequência natural mais alta é muito pequena, não influenciando a resposta dinâmica estrutural.

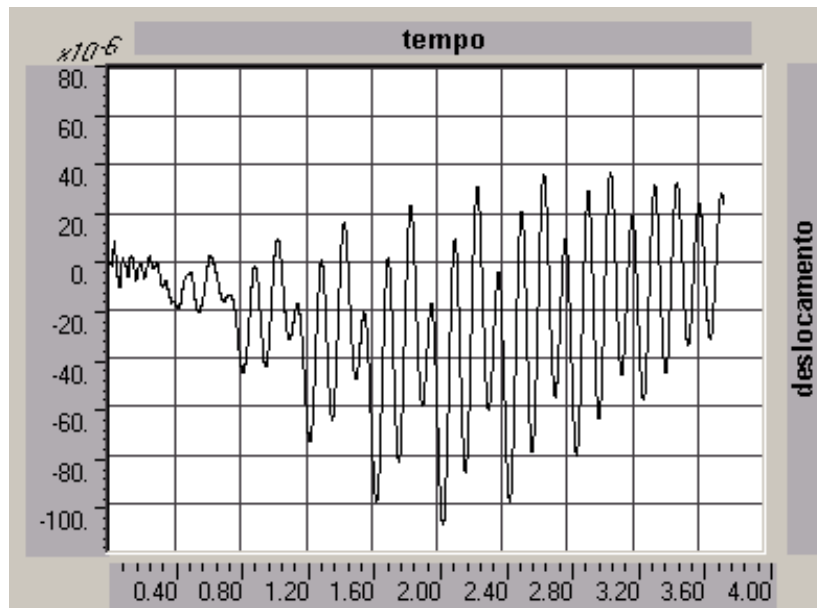
5.2.4.4. Carregamento variando de posição (Caminho 2)

Nesta etapa, a carga da Equação 5.10 será considerada juntamente com a variação da posição ao longo do tempo. A diferença desse carregamento para o anterior (item 5.2.4.3) é que a pessoa irá caminhar pelo Caminho 2 (ver Figura 5.8), ou seja, perpendicularmente às vigas de piso. A frequência e distância dos passos utilizados serão os mesmos. O tempo de contato da força com a estrutura também permanece inalterada. Uma alteração a ser feita é que o tempo final da análise irá mudar, já que a distância a ser percorrida é maior. Portanto, o tempo final de análise será de $(9/0,2) \cdot 0,0818 \text{ s} + 0,0818 \text{ s} = 3,762 \text{ s}$. O peso da pessoa, coeficientes dinâmicos e ângulos de fase permanecem constantes. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,0005 s. O amortecimento utilizado no procedimento foi de 3 %, ou seja, $\alpha = 1,8272$ e $\beta = 0,0004416$.

Na Figura 5.17 e 5.18 são mostrados os históricos dos deslocamentos e das acelerações de um ponto situado no meio do piso obtidos através do ANSYS e do SAP2000.

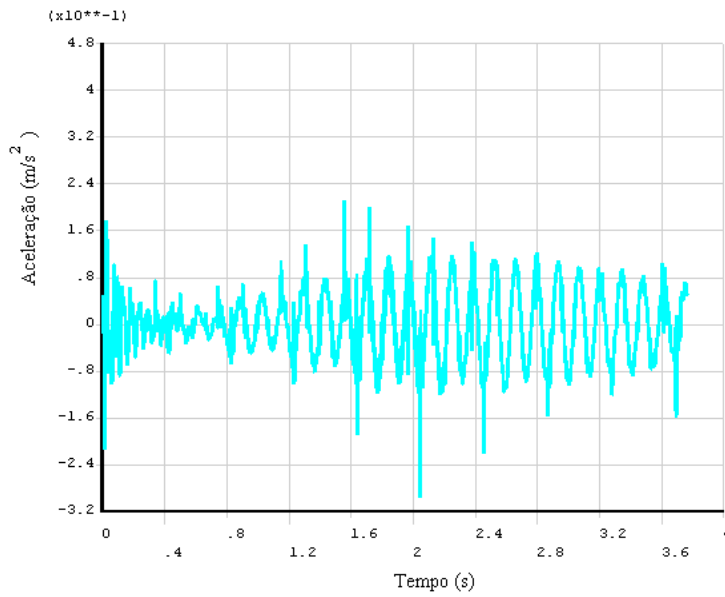


a) $d_{\max} = 0,1129 \times 10^{-3} \text{ m}$

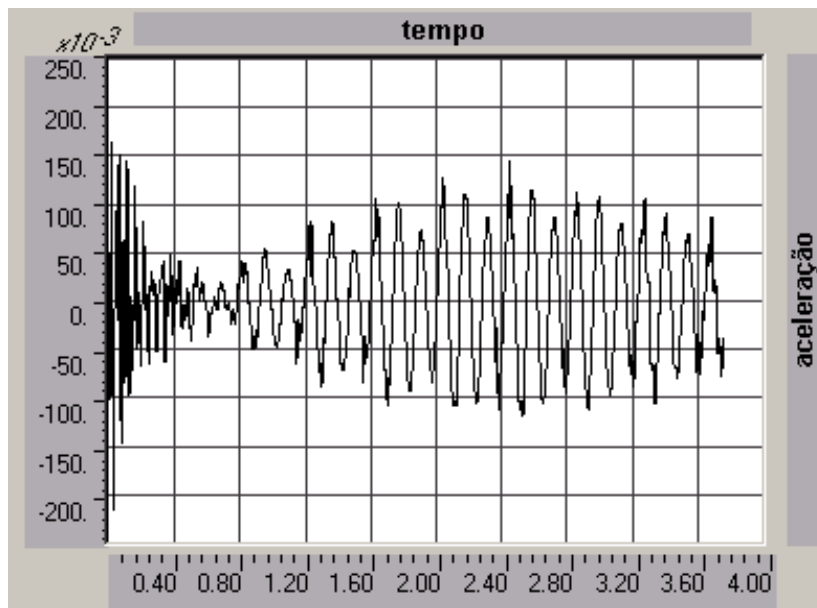


b) $d_{\max} = 0,1092 \times 10^{-3} \text{ m}$

Figura 5.17 - Histórico do deslocamento no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000)



a) $a_{\max} = 0,122949 \text{ m/s}^2$



b) $a_{\max} = 0,12663 \text{ m/s}^2$

Figura 5.18 - Histórico da aceleração no centro do piso (a-ANSYS e b-SAP2000)

No caso da análise no SAP2000, como a frequência fundamental do piso foi um pouco diferente (7,35 Hz), logo a frequência do passo adotada foi de 2,448 Hz, o período de 0,408 s, tempo de contato de 0,0817 s e o tempo final de 3,757 s. Os

coeficientes dinâmicos e ângulos de fase foram os mesmos. A taxa de amortecimento foi colocada com o valor de 0,03 (3 %).

Os resultados dos deslocamentos gerados pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram valores próximos, com uma diferença de 3,27 % em relação aos deslocamentos máximos. Os gráficos tiveram o mesmo comportamento ao longo do tempo (estão invertidos). É possível notar que o deslocamento máximo gerado em uma caminhada onde o carregamento varia sua posição com o tempo vale $0,1129 \times 10^{-3}$ m, enquanto o valor do deslocamento máximo para um carregamento estacionário (completo) vale $0,1234 \times 10^{-3}$ m. A simplificação da não mobilidade da carga faz com que os valores dos deslocamentos sejam amplificados em relação ao que realmente pode ocorrer. O valor encontrado para o caminho 1 é próximo do valor encontrado para o caminho 2.

Os resultados gerados pelo ANSYS e SAP2000 apresentaram valores de acelerações máximas próximas, com uma diferença de 2,91 %. Porém, no gráfico gerado pelo ANSYS, novamente os picos na resposta ficaram acentuados em relação aos do SAP2000. Acontece que o passo de tempo da integração utilizado no SAP2000 foi maior que o utilizado no ANSYS.

O valor da resposta em termos de aceleração visto na Figura 5.18 é de $0,112 \text{ m/s}^2$, se os picos de acelerações forem desconsiderados. Esse valor é 5 % maior que o calculado pelo Caminho 1, mostrando que nesse caso o caminho crítico não é paralelo às vigas de piso. O valor da aceleração como porcentagem da aceleração da gravidade é de 1,25 %. Da mesma forma, essa aceleração é inaceitável para pisos de escritório e residências.

5.3. EXEMPLO 3: ANÁLISES PARAMÉTRICAS DO PISO GERAL

Nas análises paramétricas feitas nestas seções serão alterados separadamente parâmetros dinâmicos ou estruturais do piso geral apresentado no item 5.2. Os parâmetros modificados são: amortecimento estrutural, espessura da laje, presença de colunas, alteração da ligação viga-coluna, tamanho do vão da viga de piso e alteração das rigidezes das vigas de piso. Serão realizadas análises modais e transientes de todas

estruturas de piso. Nas análises transientes serão aplicados os mesmos carregamentos que no item 5.2. Eles foram indicados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Tipos de carregamentos

Carregamento	Tipo de análise	Variação espacial da carga
Carreg. 1	Transiente (um único harmônico)	Não-móvel
Carreg. 2	Transiente (todos harmônicos)	Não-móvel
Carreg. 3	Transiente (todos harmônicos)	Paralelo às vigas de piso
Carreg. 4	Transiente (todos harmônicos)	Perpendicular às vigas de piso

5.3.1. Variação do amortecimento

O piso considerado aqui não apresentará alterações estruturais. Ele continuará tendo um vão de 9 m para as vigas principais e 7 m para as vigas de piso. A laje tem espessura de 0,15 m e os materiais permanecem inalterados. O parâmetro que será alterado é o amortecimento, passando pelos valores 1, 3, 5 e 10 %. Um amortecimento de 1 % representaria um piso com poucos componentes não estruturais (forros, divisórias, etc.). O valor de 3 % representa pisos com alguns componentes não estruturais, porém sem mobília. Já o valor 5 % o piso possui divisórias e mobílias. O valor de 10 % representa um número idealizado para esse estudo.

5.3.1.1. Análise de vibração livre

Como as alterações foram feitas somente no amortecimento estrutural, as frequências naturais e formas modais não mudaram. Elas permanecem iguais às indicadas pela Tabela 5.4.

5.3.1.2. Análise harmônica

Na figura abaixo será mostrado o gráfico do FAD (fator de amplificação dinâmica) em função de β_f , para os quatro valores de taxa de amortecimento. A análise é feita aplicando uma carga que varia senoidalmente no tempo com amplitude 700 N (peso da pessoa) no centro do vão de acordo com a Equação 5.3.

Os ângulos de fase aplicados foram de 0 e o valor da frequência de excitação variou de 0 a 40 Hz. As taxas de amortecimentos modais foram de 0,01, 0,03, 0,05 e 0,1 para todos os modos. Os passos de tempo da integração das equações de movimento foram de $\Delta t = 0,32$ s. A Figura 5.19 mostra os resultados dessas análises.

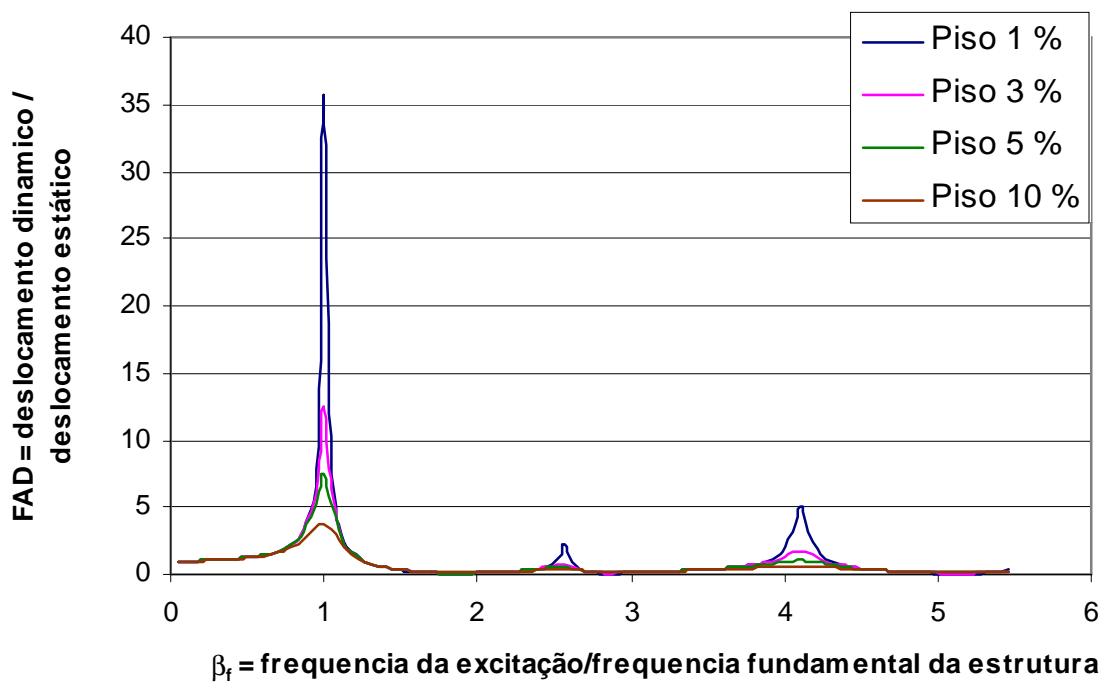


Figura 5.19 - Gráfico do FAD em função da razão entre as frequências de um ponto no meio do vão

O gráfico acima mostra que para $\beta_f = 1$, isto é, para a frequência de excitação igual à frequência da estrutura, ocorreu uma amplificação máxima da resposta para

todos os casos das taxas de amortecimento. O valor de FAD diminuiu à medida que se aumentava o amortecimento estrutural.

5.3.1.3. Análise transiente

A frequência, período e distância dos passos utilizados aqui foram às mesmas do item 5.2. O peso da pessoa foi 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,001 s. O amortecimento varia segundo a Tabela 5.6. Os resultados podem ser vistos nas tabelas e figuras seguintes.

Tabela 5.6 - Parâmetros α e β

Amortecimento	$\xi = 0,01$	$\xi = 0,03$	$\xi = 0,05$	$\xi = 0,1$
α	0,609076	1,8272	3,045382	6,090765
β	0,0001472	0,0004416	0,00073606	0,00147

Tabela 5.7 - Acelerações máximas (ANSYS)

Estrutura	Carreg. 1* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 2* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 3 (m/s ²)	Carreg. 4 (m/s ²)	AISC (m/s ²)
Piso 1%	0,13165	0,123	0,1935	0,2399	0,15267
Piso 3%	0,0588	0,07655	0,1161	0,122949	0,05089
Piso 5%	0,03589	0,04053	0,08682	0,08699	0,03053
Piso 10%	0,0181	0,0231	0,05834	0,05454	0,01527

* Os Carregamentos 1 e 2 foram multiplicados por 0,5, segundo o AISC

Nota-se na Tabela 5.7 que o valor da aceleração nodal gerada pelo carregamento 1 foi maior que a aceleração gerada pelo carregamento 2 somente no piso com taxa de amortecimento de 1 %. Para amortecimentos maiores, os outros harmônicos passaram a influenciar mais a resposta dinâmica (ver Figura 5.20). Certamente isso se deve ao fato de que para sistemas com pouco amortecimento, a resposta da estrutura se deve basicamente àqueles modos de vibração que possuem frequências naturais próximas da frequência da força de excitação.

Quando o sistema é muito amortecido, maior número de modos é excitado. Isto pode ser verificado através do gráfico do fator de amplificação dinâmica, quando o sistema é submetido a uma força harmônica.

Comparando os valores das acelerações geradas pelos carregamentos 3 e 4, percebe-se que os valores do carregamento 4 são maiores com exceção do piso com 10 % de amortecimento. Porém, esses resultados se mostraram mais próximos, quando comparados com aqueles verificados para o carregamento 1 e 2, com uma diferença máxima entre eles de 19 %.

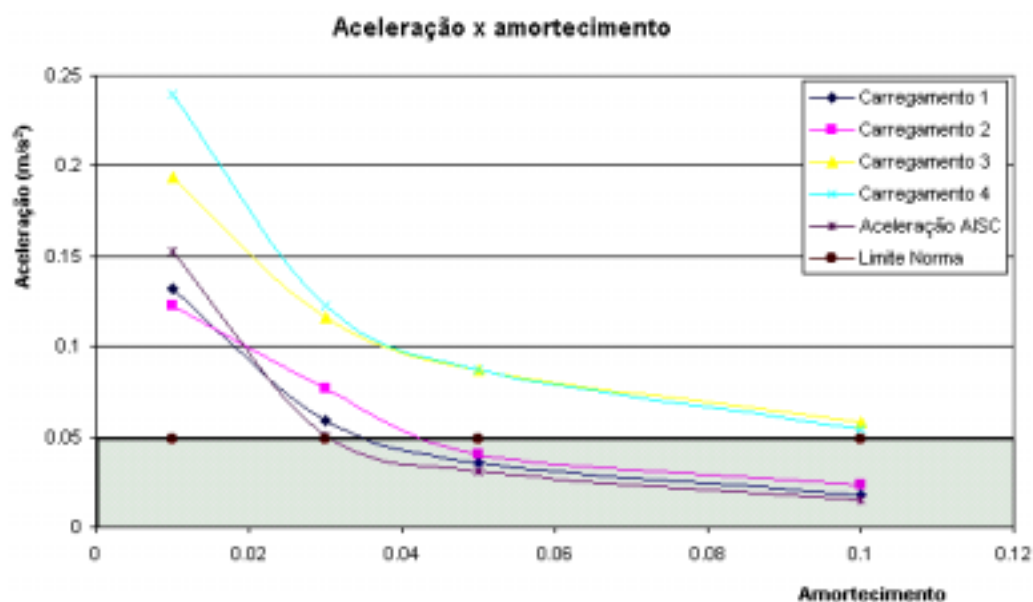


Figura 5.20 - Variação da aceleração máxima pelo amortecimento, segundo diversos tipos de carregamentos

A região hachurada do gráfico representa uma área onde as acelerações são permitidas sem influenciar o conforto humano. O valor de aceleração limite foi adotado como 0,5 % da gravidade, segundo o procedimento da AISC. Porém, os limites da ISO 2631 estabelecem curvas que variam com a frequência natural da estrutura.

Através do gráfico da Figura 5.20 é possível dizer que os valores das acelerações calculados pelo procedimento simplificado são menores que todos os outros meios de aplicação do carregamento, com exceção do carregamento 1 e 2 para o caso de pisos com amortecimento menor que 2 %. O procedimento, portanto, não é conservador. Para valores de amortecimento maiores que 0,03 (3 %), as acelerações calculadas pelo procedimento simplificado se mostram inferiores ao valor limite, enquanto as acelerações calculadas pelo ANSYS são inferiores que o valor limite somente no caso de amortecimentos maiores.

Nota-se que a aceleração mais alta foi a calculada pelo carregamento 4, para baixos valores de amortecimento. À medida que se aumenta a taxa de amortecimento do piso esses valores se aproximam dos calculados pelo carregamento 3 (paralelo às vigas de piso).

Fora da faixa de variação da taxa de amortecimento de 0,02 a 0,04, os carregamentos 1 e 2 apresentaram acelerações próximas. Para essa análise paramétrica, os valores do carregamento 3 e 4 são sempre maiores que os valores calculados pelo carregamento 1 e 2.

5.3.2. Variação da espessura de laje

O piso agora apresentará alterações estruturais. Ele continuará tendo um vão de 9 m para as vigas principais (VS550 x 64) e 7 m para as vigas de piso (VS450 x 51), entretanto a laje terá sua espessura alterada. As novas espessuras serão de 0,05, 0,1, 0,15 e 0,2 m. As propriedades dos materiais (aço e concreto) permanecem inalteradas. O amortecimento para todos os casos será de 3 %. As colunas continuaram sendo modeladas como apoios restringindo somente a direção vertical.

5.3.2.1. Análise de vibração livre

Alterando a espessura da laje, novos valores das frequências naturais apareceram. Os valores das frequências naturais em função da ordem dos modos de vibração serão apresentados na Figura 5.21. Essas frequências foram apresentadas em termos das formas modais, pois essas são semelhantes àsquelas da Tabela 5.4. O que muda é o valor da frequência e, em alguns casos, a ordem de aparecimento de um dado modo, isto é, o segundo modo de um piso pode ter a mesma forma do terceiro modo de outro piso.

Nota-se na Figura 5.21 que as formas modais 2 e 3 nos pisos com espessura 0,05 e 0,1 m estão trocadas em relação às formas da Tabela 5.4. Outro fato importante acontecendo com o aumento da espessura da laje é a diminuição da frequência natural. Conclui-se que o aumento da massa, provocado pela espessura, diminuiu a frequência fundamental. Entretanto, esse comportamento não se repetiu para o terceiro e quarto modo de vibração. Nestes casos, a frequência aumentou à medida que a espessura era aumentada.

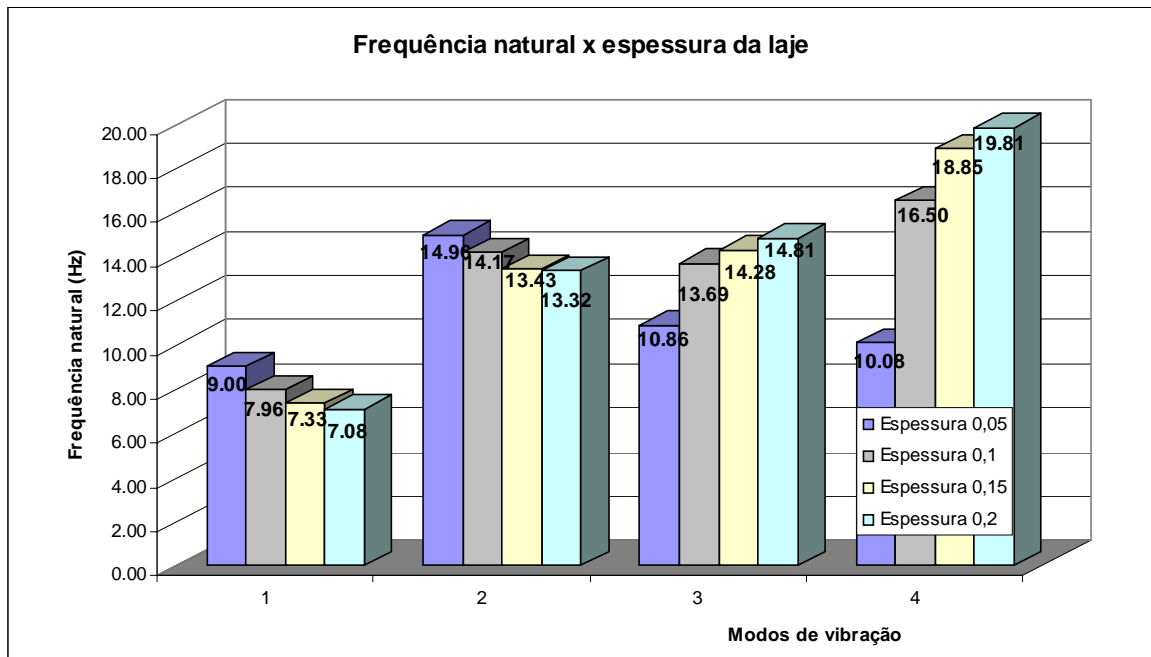


Figura 5.21 - Variação das frequências naturais em função das espessuras das lajes

5.3.2.2. Análise transiente

A frequência, período e distância dos passos utilizados tiveram seus valores variados, já que a frequência fundamental da estrutura varia conforme alteração da espessura. Os valores podem ser vistos na Tabela 5.8. O peso da pessoa foi 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,001 s. O amortecimento foi de 3 %, mas os parâmetros α e β variaram conforme Tabela 5.8. Os resultados das acelerações foram expostos nas tabelas e figuras seguintes. É válido lembrar que as cargas utilizadas seguiram a forma expressa pela Equação 2.18.

Tabela 5.8 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo espessura da laje

Parâmetros	e = 0,05 m	e = 0,1 m	e = 0,15 m	e = 0,2 m
f_{step} (Hz)	2,25	2,65	2,445	2,361
Harmônico ressonante	4°	3°	3°	3°
Período_{step} (s)	0,444	0,377	0,409	0,424
Distância_{step} (m)	1,0	1,0	1,0	1,0
Tempo contato (s)	0,0888	0,0754	0,0818	0,0847
Tempo final (s)	3,198	2,713	2,944	3,049
α	1,792796	1,897963	1,8272	1,806622
β	0,0005	0,00044	0,0004416	0,00043607

Tabela 5.9 - Acelerações máximas (ANSYS)

Estrutura	Carreg. 1* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 2* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 3 (m/s ²)	Carreg. 4 (m/s ²)	AISC (m/s ²)
e = 0,05 m	0,1665	0,2265	0,5742	0,4912	0,08258
e = 0,1 m	0,0958	0,10525	0,2318	0,242963	0,06588
e = 0,15 m	0,0588	0,07655	0,1161	0,122949	0,05089
e = 0,2 m	0,04129	0,0459	0,085446	0,08665	0,03818

* Os Carregamentos 1 e 2 foram multiplicados por 0,5, segundo o AISC

Nota-se na Tabela 5.9 que o valor da aceleração nodal gerada pelo carregamento 1 foi sempre menor que a aceleração gerada pelo carregamento 2. Portanto, os outros harmônicos influenciam a resposta dinâmica em todos os casos.

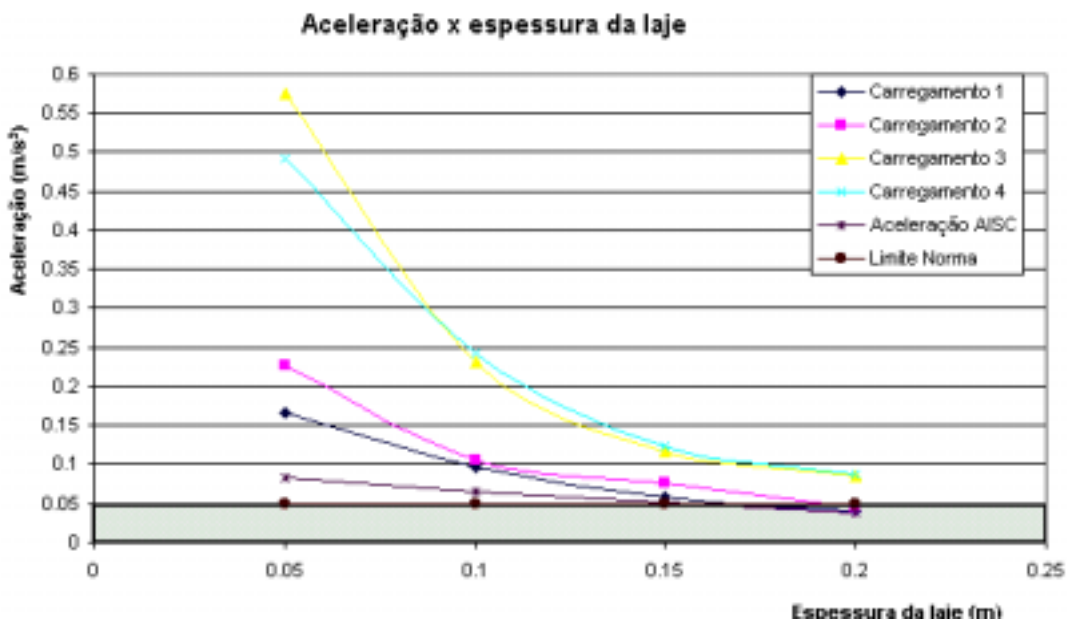


Figura 5.22 - Variação da aceleração máxima em função da espessura da laje, segundo diversos tipos de carregamentos

Comparando os valores das acelerações geradas pelos carregamentos 3 e 4, percebe-se que os valores do carregamento 4 são maiores com exceção do piso com espessura de laje 0,05 m. Porém, esses resultados se mostraram mais próximos com uma diferença máxima entre eles de 14,45 %.

Através do gráfico da Figura 5.22 é possível dizer que os valores das acelerações calculados pelo procedimento simplificado são menores que todos os outros meios de aplicação do carregamento. O procedimento, portanto, não é conservador. Para valores de espessura de laje entre 0,15 e 0,2 m, o piso atende ao critério de conforto para valores de aceleração calculados segundo a AISC. Por outro lado, as acelerações calculadas com o procedimento estabelecido neste trabalho, tornam o piso inadequado quanto ao atendimento desse critério, com exceção dos carregamentos 1 e 2 quando aplicados no piso com espessura de laje 0,2 m.

A diferença entre todos os métodos aumenta à medida que a espessura de laje diminui. O que pode ter acontecido é que a estrutura com laje de menor altura, portanto, com menos massa, tenha apresentado forças inerciais maiores.

Abaixo da espessura de 0,1 m, os valores gerados pelos carregamentos 1 e 2 foram bem diferentes, chegando a atingir uma diferença de 26,5 %. A partir dessa espessura os dois meios de aplicar os carregamentos geram valores próximos.

Para essa análise paramétrica, os valores do carregamento 3 e 4 são sempre maiores que os valores calculados pelo carregamento 1 e 2 (considerando o fator de multiplicação 0,5).

5.3.3. Variação do tamanho da coluna

O piso agora apresentará alterações na modelagem das condições de contorno. Ele continuará tendo um vão de 9 m para as vigas principais (VS550 x 64) e 7 m para as vigas de piso (VS450 x 51), laje com espessura de 0,15 m e as propriedades dos materiais inalteradas. O amortecimento para todos os casos será de 3 %. O parâmetro que será alterado é o apoio. No lugar do apoio, serão colocadas colunas formadas pelo

perfil VS550 x 64, porém variando suas alturas. Portanto, as análises serão feitas com colunas de 0 m (representadas pelos apoios), colunas de 0,1 m (colunas bastante rígidas para fornecer valores próximos com os resultados gerados pela presença de apoios), colunas de 2,5 m e colunas de 5 m. As condições de contorno das colunas são apresentadas na Figura 5.23. Suas bases são completamente engastadas e as ligações com as vigas rotuladas. O único grau de liberdade que mantém em contato as colunas das vigas é a direção vertical. Os outros cinco graus de liberdade estão rotulados.

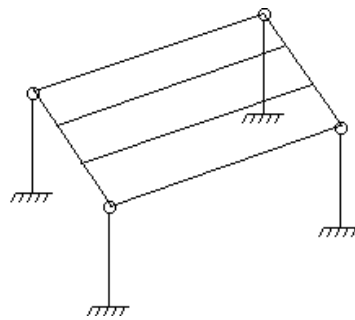


Figura 5.23 - Representação das condições de contorno das colunas

5.3.3.1. Análise de vibração livre

Alterando-se o tamanho das colunas, novos valores das frequências naturais apareceram. Os valores serão apresentados na Figura 5.24 em função da ordem dos modos de vibração. Essas frequências foram apresentadas em termos das formas modais, pois essas são semelhantes àsquelas mostradas na Tabela 5.4. A única variação é no valor das frequências naturais, mantendo as mesmas formas modais.

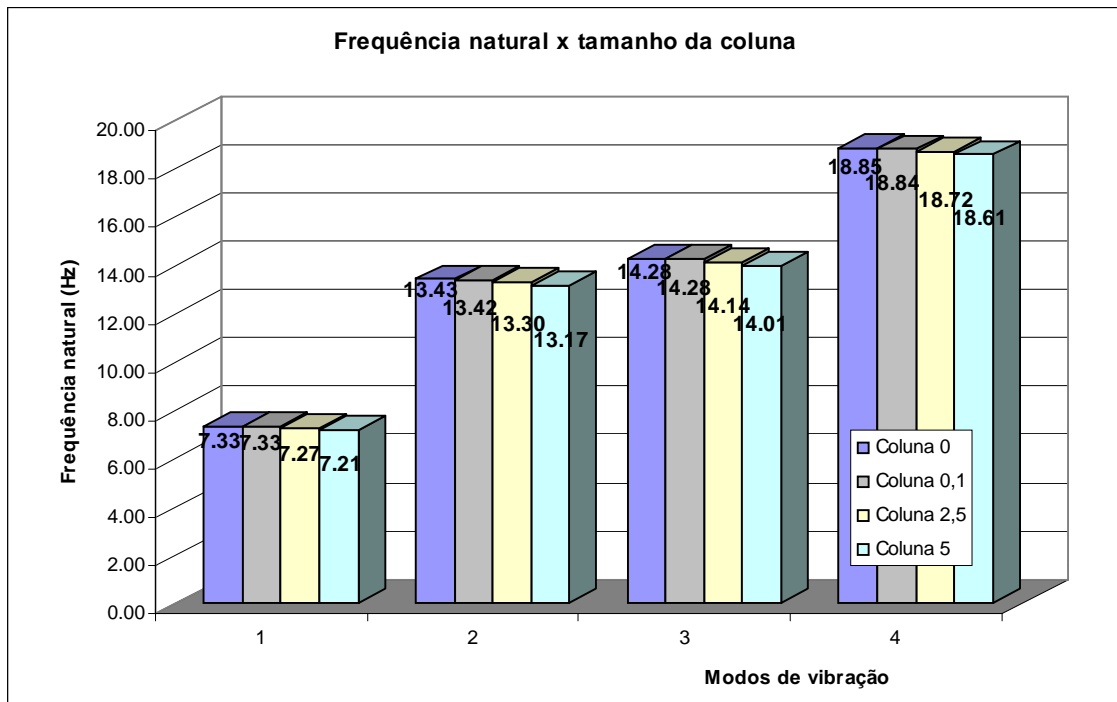


Figura 5.24 - Variação das frequências naturais em função do tamanho das colunas

Nota-se na Figura 5.24 que as frequências naturais e formas modais praticamente não tiveram alterações. As máximas diferenças entre os valores das frequências naturais em cada modo de vibração foram de 1,63 %, 1,93 %, 1,89 % e 1,27 %, respectivamente.

5.3.3.2. Análise transiente

A frequência, período e distância dos passos utilizados tiveram seus valores variados, já que a frequência fundamental da estrutura varia conforme alteração do tamanho da coluna. Mesmo pequenas, essas variações serão consideradas para as análises. Os valores podem ser vistos na Tabela 5.10. O peso considerado da pessoa foi de 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,001 s. A taxa de

amortecimento se manteve constante, mas os parâmetros α e β variaram conforme Tabela 5.10. Os resultados das acelerações foram expostos nas tabelas e figuras seguintes. É válido lembrar que as cargas utilizadas seguiram a forma da Equação 2.18.

Tabela 5.10 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo tamanho da coluna

Parâmetros	Coluna 0 m	Coluna 0,1 m	Coluna 2,5 m	Coluna 5 m
f_{step} (Hz)	2,445	2,444	2,425	2,405
Harmônico ressonante	3°	3°	3°	3°
Período_{step} (s)	0,409	0,409	0,4124	0,416
Distância_{step} (m)	1,0	1,0	1,0	1,0
Tempo contato (s)	0,0818	0,0818	0,0825	0,0832
Tempo final (s)	2,944	2,946	2,969	2,994
α	1,8272	1,826574	1,811131	1,795205
β	0,0004416	0,0004418	0,00044578	0,00044996

Tabela 5.11 - Acelerações máximas (ANSYS)

Estrutura	Carreg. 1* (m/s²) x 0,5	Carreg. 2* (m/s²) x 0,5	Carreg. 3 (m/s²)	Carreg. 4 (m/s²)
Coluna 0 m	0,0588	0,07655	0,1161	0,122949
Coluna 0,1 m	0,0586	0,065	0,1163	0,1213
Coluna 2,5 m	0,05795	0,0642	0,11513	0,12047
Coluna 5 m	0,05725	0,0635	0,11394	0,1194

* Os Carregamentos 1 e 2 foram multiplicados por 0,5, segundo o AISC

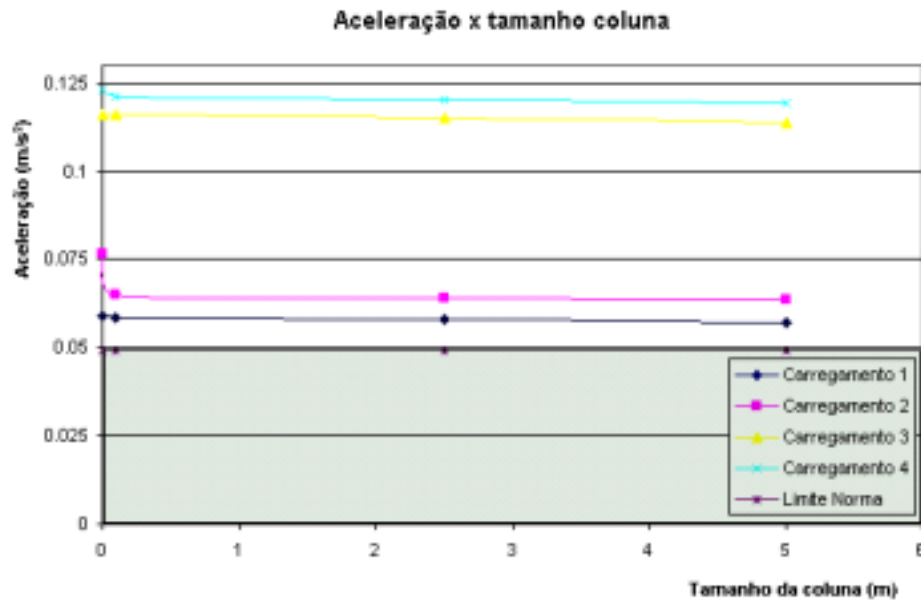


Figura 5.25 - Variação da aceleração máxima em função do tamanho das colunas, segundo diversos tipos de carregamentos

Nota-se na Figura 5.25 que as variações dos resultados das acelerações foram pequenas para cada tipo de carregamento. A maior variação ocorreu para o carregamento 2, no qual a aceleração máxima para o ponto no meio do piso abaixou de 0,07655 para 0,065 m/s² (15 %) com o aumento inicial da coluna. Após essa variação inicial, o tamanho da coluna não mais alterou o resultado da aceleração. Portanto, o aumento da coluna não alterou significativamente a aceleração do ponto central.

Os resultados obtidos para o carregamento 3 e 4 foram muito próximos, apresentando uma diferença máxima de 5,6 %. Entretanto esses dois carregamentos apresentaram acelerações maiores que nos carregamentos 1 e 2. A diferença dos resultados apresentados pelo carregamento 1 e 4 foi da ordem de 52 %.

As acelerações resultantes passaram do limite aceitável de um piso de escritório e residência quanto ao critério de conforto humano.

5.3.3.3. Alteração da ligação viga-coluna

Para o mesmo piso citado anteriormente com colunas de 5 m, variou-se a ligação viga-coluna. Ao invés de considerar a ligação toda rotulada, ela foi modelada toda engastada, ou seja, todos os graus de liberdade que ligam o nó da viga com o nó da coluna estão ligados rigidamente. Os resultados em termos de frequências e acelerações podem ser vistos nas tabelas seguintes.

Tabela 5.12 - Frequências naturais segundo variação da ligação

Frequências naturais	Ligação rotulada	Ligação engastada
Modo 1 (Hz)	7,21	8,49
Modo 3 (Hz)	14,0	12,93

Esses modos 1 e 3 tem a mesma forma modal dos modos 1 e 3 da Tabela 5.4. Somente foram mostrados esses dois modos pois no piso com ligação engastada aparecem vários modos relativos à flexão das colunas. Esses modos apresentam frequências de 1,34 Hz, 4,93 Hz, 5,31 Hz, 6,46 Hz e 6,46 Hz.

Conclui-se que a presença da ligação engastada torna a estrutura mais rígida, apresentando uma frequência fundamental maior que no caso da rotulada, diferença essa de quase 15 %.

Tabela 5.13 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo tipo de ligação

Parâmetros	Ligação rotulada	Ligação engastada
f_{step} (Hz)	2,40	2,122
Harmônico ressonante	3°	4°
Período _{step} (s)	0,416	0,471
Distância _{step} (m)	1,0	0,85
Tempo contato (s)	0,0832	0,1109
Tempo final (s)	2,994	3,992
α	1,795205	1,931522
β	0,00044996	0,0004459

Tabela 5.14 - Acelerações máximas (ANSYS)

Estrutura	Carreg. 1* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 2* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 3 (m/s ²)	Carreg. 4 (m/s ²)
Ligação rotulada	0,05725	0,0635	0,11394	0,1194
Ligação engastada	0,0317	0,0382	0,09089	0,09923

* Os Carregamentos 1 e 2 foram multiplicados por 0,5, segundo o AISC

Através da Tabela 5.14 é possível concluir que o aumento da rigidez do piso, provocado pelo engastamento da ligação, fez com que as acelerações diminuíssem, independentemente do carregamento aplicado. Portanto, o tipo de ligação exerce grande influencia na resposta dinâmica estrutural.

5.3.4. Variação do vão das vigas de piso

O piso, neste item, apresentará outro tipo de alteração estrutural. Ele continuará tendo um vão de 9 m para as vigas principais (VS550 x 64), entretanto terá os vãos das vigas de piso alterados. As vigas de piso continuam sendo formadas pelo perfil VS450 x 51, a laje mantém sua espessura de 0,15 m e as propriedades dos materiais (aço e concreto) permanecem inalteradas. O amortecimento para todos os casos será de 3 %. As colunas continuaram sendo modeladas como apoios restringindo somente a direção vertical. Porém, os vãos das vigas de piso irão variar de 5 a 10 m (de 0,5 em 0,5 m).

5.3.4.1. Análise de vibração livre

Alterando os vãos das vigas de piso, novos valores das frequências naturais apareceram. Os valores das frequências naturais em função da ordem dos modos de vibração serão apresentados na Figura 5.26. Essas frequências foram apresentadas em função das formas modais, pois essas são semelhantes àquelas mostradas na Tabela 5.4. O que muda é o valor da frequência e, em alguns casos, a ordem de aparecimento de um dado modo, isto é, o segundo modo de um piso pode ter a mesma forma do terceiro modo de outro piso.

Nota-se na Figura 5.26 que as formas modais 2 e 3 nos pisos com vãos de 7,5 m, a 10 m estão trocadas em relação àquelas formas da Tabela 5.4, ou seja, a segunda frequência natural é maior que a terceira. Na verdade elas foram colocadas nessa ordem para que as formas fossem as mesmas apresentadas na Tabela 5.4. Outro fato importante acontecendo com o aumento do vão das vigas de piso é a diminuição das frequências naturais. Conclui-se que o aumento do vão das vigas de piso faz com que a rigidez diminua, diminuindo assim as frequências naturais para todos os modos de vibração.

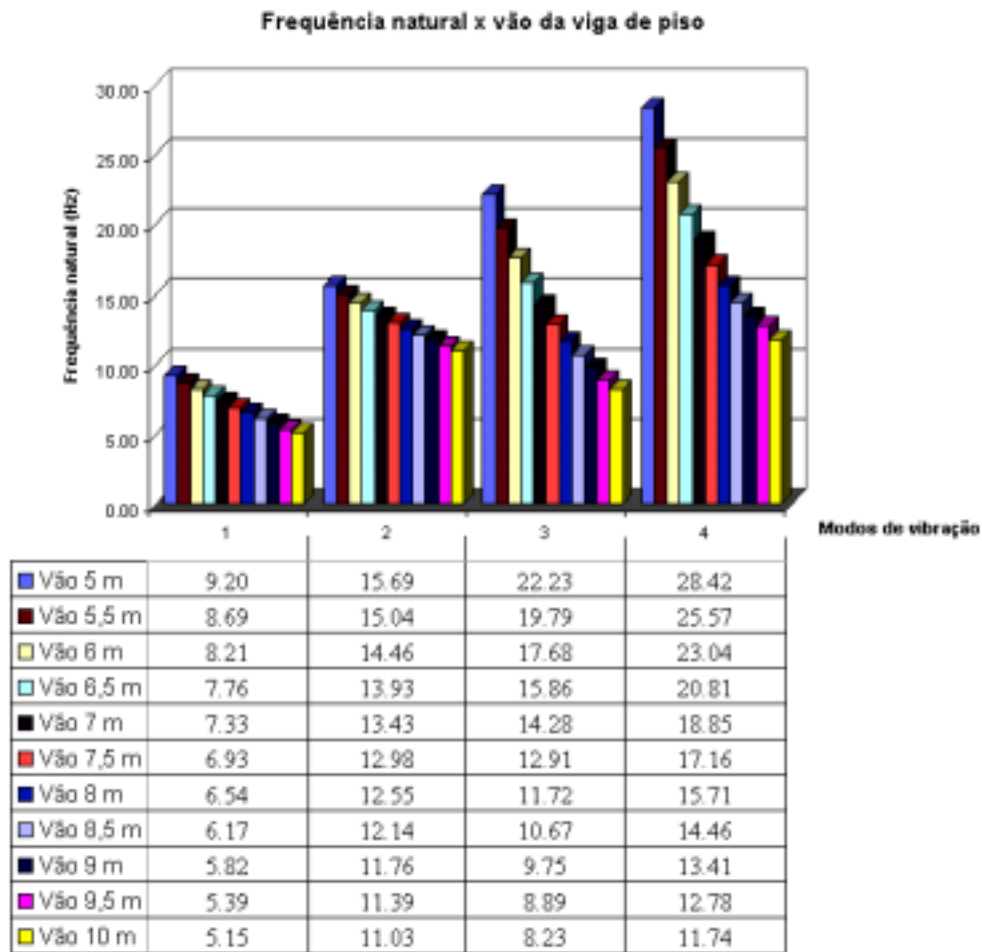


Figura 5.26 - Variação das frequências naturais em função dos vãos das vigas de piso

5.3.4.2. Análise transiente

A frequência, período e distância dos passos utilizados tiveram seus valores variados, já que a frequência fundamental da estrutura varia conforme alteração dos vãos. Os valores podem ser vistos na Tabela 5.15. O peso da pessoa foi 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,001 s. A taxa de amortecimento se manteve constante, porém os parâmetros α e β variaram conforme Tabela 5.15. Os resultados das acelerações foram expostos nas tabelas e figuras

seguintes. É válido lembrar que as cargas utilizadas seguiram a forma expressa pela Equação 2.18.

Tabela 5.15 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo variação do vão

Piso	f_{step} (Hz) Harm.	Período passo(s)	Dist. passo (m)	Tempo contato (s)	Tempo final (s)	α	β
5 m	2,3 (4 ^o)	0,435	1,0	0,0869	2,261	2,453	0,0003038
5,5 m	2,17 (4 ^o)	0,460	0,9	0,1023	2,865	2,2762	0,0003353
6 m	2,05 (4 ^o)	0,487	0,8	0,1218	3,776	2,1139	0,0003687
6,5 m	2,59 (3 ^o)	0,387	1,0	0,0773	2,551	1,9647	0,000404
7 m	2,445 (3 ^o)	0,409	1,0	0,0818	2,944	1,8272	0,0004416
7,5 m	2,31 (3 ^o)	0,4329	1,0	0,0866	3,289	1,7	0,0004812
8 m	2,181 (3 ^o)	0,4585	0,9	0,1019	4,178	1,5827	0,000523
8,5 m	2,058 (3 ^o)	0,486	0,8	0,1215	5,225	1,474	0,000567
9 m	1,939 (3 ^o)	0,516	0,7	0,1473	6,777	1,3735	0,000613
9,5 m	2,699 (2 ^o)	0,370	1,0	0,0741	3,556	1,2661	0,0006685
10 m	2,577 (2 ^o)	0,388	1,0	0,0776	3,958	1,1946	0,000714

Tabela 5.16 - Acelerações máximas (ANSYS)

Piso	Carreg. 1* (m/s²) x 0,5	Carreg. 2* (m/s²) x 0,5	Carreg. 3 (m/s²)	Carreg. 4 (m/s²)	AISC (m/s²)
5 m	0,03687	0,04298	0,1229	0,122016	0,03215
5,5 m	0,03489	0,04136	0,0874192	0,105304	0,03672
6 m	0,0331	0,03948	0,095437	0,09404	0,04144
6,5 m	0,0614	0,06687	0,131219	0,13	0,0462
7 m	0,0588	0,07655	0,1161	0,122949	0,05089
7,5 m	0,056	0,06186	0,1125	0,1159	0,05538
8 m	0,0537	0,0596	0,11756	0,115876	0,05987
8,5 m	0,0512	0,05729	0,124755	0,1205	0,06394
9 m	0,04864	0,05454	0,103294	0,1186	0,0675
9,5 m	0,08645	0,0911	0,141323	0,1548	0,07049
10 m	0,08525	0,0906	0,1575	0,1452	0,07459

* Os Carregamentos 1 e 2 foram multiplicados por 0,5, segundo o AISC

Nota-se na Tabela 5.16 que o valor da aceleração nodal gerada pelo carregamento 1 foi sempre menor que a aceleração gerada pelo carregamento 2. Portanto, os outros harmônicos influenciam a resposta dinâmica em todos os casos.

As acelerações nodais no ponto central do piso geradas pelos carregamentos 1 e 2 são próximas, atingindo uma diferença máxima de 23 % para o vão de 7 m.

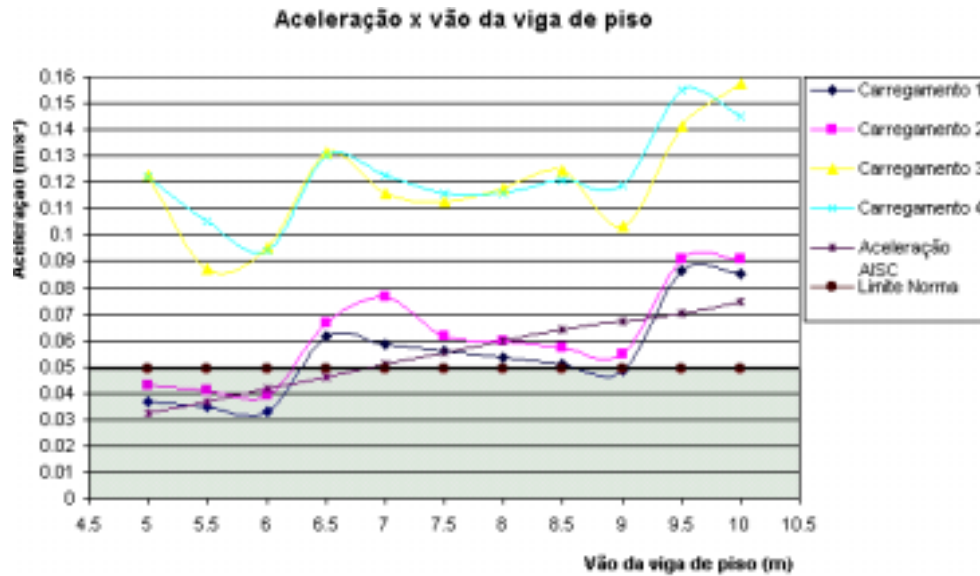


Figura 5.27 - Variação da aceleração máxima em função dos vãos das vigas de piso, segundo diversos tipos de carregamentos

Através do gráfico da Figura 5.27 é possível dizer que os valores das acelerações calculados pelo procedimento simplificado são menores que os meios de aplicação do carregamento 3 e 4. O procedimento, portanto, não é conservador. Para valores de vãos menores que 7 m, o piso atende ao critério de conforto para valores de aceleração calculados segundo a AISC. Por outro lado, as acelerações calculadas com o procedimento estabelecido neste trabalho, tornam o piso inadequado quanto ao atendimento desse critério (com exceção do carregamento 1 e 2 para pisos menores de 6,25 m).

Os resultados gerados pelos carregamentos 3 e 4 mostram-se bem próximos. Para essa análise paramétrica, os valores do carregamento 3 e 4 são sempre maiores que os valores calculados pelo carregamento 1 e 2 (considerando o fator de multiplicação 0,5).

A curva gerada pela AISC é praticamente linear, aumentando os valores das acelerações à medida que se aumenta o vão das vigas de piso. O mesmo comportamento não pode ser visto para os outros métodos. Os resultados podem aumentar ou diminuir com o aumento do vão. Entretanto, adicionando uma linha de tendência linear para os

diversos tipos de carregamento, percebe-se que o comportamento dos resultados se aproxima do comportamento da AISC. Abaixo será mostrada a linha de tendência adotada para o carregamento 1.

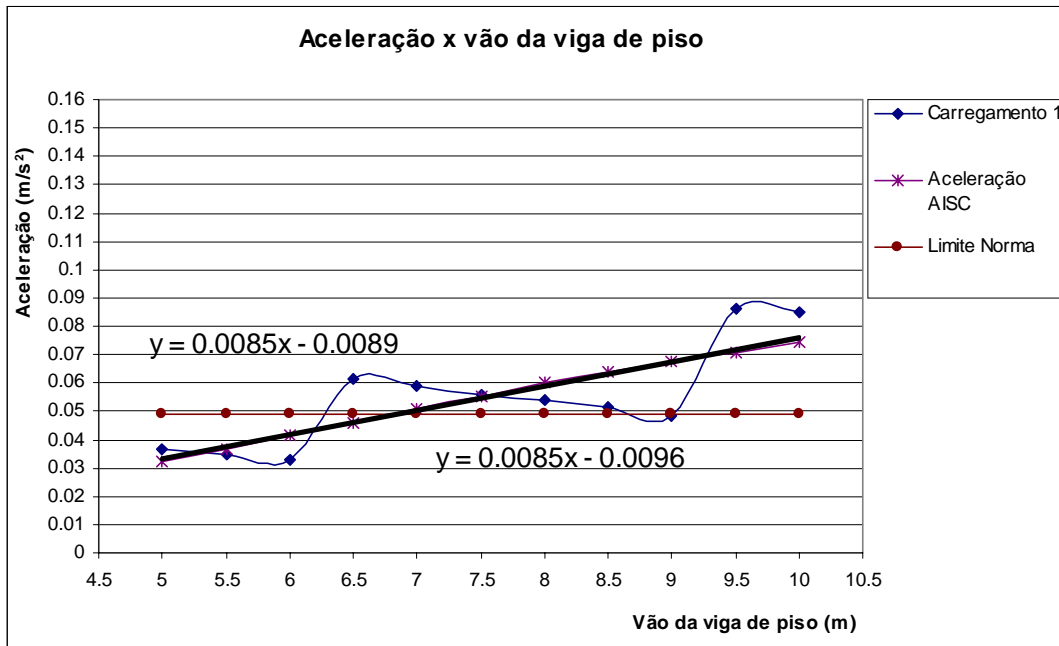


Figura 5.28 - Adicionamento de uma linha de tendência linear para o carregamento 1

Portanto, pode-se concluir que o comportamento global das acelerações também é linear, assim como a AISC, e segue a função aceleração = $0,0085 \cdot \text{vão} - 0,0089$, enquanto a AISC segue a função aceleração = $0,0085 \cdot \text{vão} - 0,0096$.

5.3.5. Variação da inércia das vigas de piso

O piso, neste item, apresentará outro tipo de alteração estrutural. Ele continuará tendo um vão de 9 m para as vigas principais (VS550 x 64), laje com espessura de 0,15 m e propriedades dos materiais (aço e concreto) inalteradas. Os vãos das vigas de piso continuarão com 7 m, entretanto a inércias das vigas de piso serão alteradas através da troca dos tipos de perfis. O amortecimento para todos os casos será de 3 %. As

colunas continuaram sendo modeladas como apoios restringindo somente a direção vertical. Para a alteração das inércias das vigas de piso serão colocados perfis diferentes. Eles seguirão a seguinte ordem crescente de valor de inércia, como mostrado na Tabela 5.17.

Tabela 5.17 - Perfis de aço soldados

Perfil	d_p (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	I ($\times 10^{-5} m^4$)
VS200x28	200	140	9,5	4,75	2,65
VS250x33	250	160	9,5	4,75	4,886
VS300x38	300	180	9,5	4,75	8,096
VS350x46	350	200	9,5	6,3	12,921
VS400x49	400	200	9,5	6,3	17,393
VS450x51	450	200	9,5	6,3	22,64
VS500x61	500	250	9,5	6,3	34,416
VS550x64	550	250	9,5	6,3	42,556

5.3.5.1. Análise de vibração livre

Alterando as inércias das vigas de piso, novos valores das frequências naturais apareceram. Os valores das frequências em função da ordem dos modos de vibração serão apresentados na Figura 5.29. Essas frequências foram apresentadas em função das formas modais, pois essas são semelhantes àquelas na Tabela 5.4. O que muda é o valor da frequência e, em alguns casos, a ordem de aparecimento de um dado modo, isto é, o segundo modo de um piso pode ter a mesma forma do terceiro modo de outro piso.

Nota-se na Figura 5.29 que as formas modais 2 e 3 nos pisos com os perfis de VS200 até o VS400 estão trocadas em relação às formas da Tabela 5.4, ou seja, a segunda frequência natural é maior que a terceira. Na verdade elas foram colocadas

nessa ordem para que as formas fossem as mesmas das apresentadas na Tabela 5.4. Outro fato importante acontecendo com o aumento da inércia das vigas é o aumento das frequências naturais. Conclui-se que o aumento da inércia das vigas faz com que a rigidez aumente, aumentando assim as frequências naturais para todos os modos de vibração.

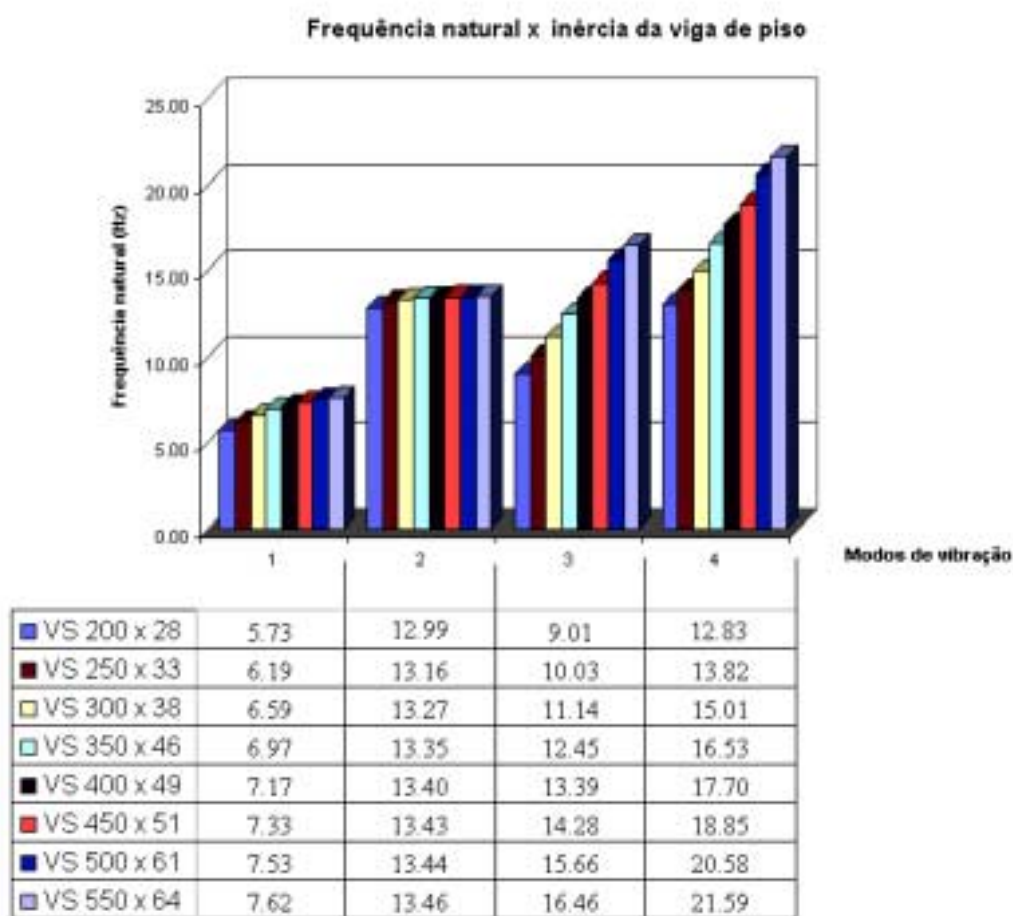


Figura 5.29 - Variação das frequências naturais em função das inércias das vigas de piso

5.3.5.2. Análise transiente

A frequência, período e distância dos passos utilizados tiveram seus valores variados, já que a frequência fundamental da estrutura varia conforme alteração das

inércias. Os valores podem ser vistos na Tabela 5.18. O peso da pessoa foi 700 N, coeficientes dinâmicos de 0,5, 0,2, 0,1 e 0,05, respectivamente e ângulos de fase iguais a $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \pi/2$. O intervalo de tempo usado para a integração das equações de movimento, utilizando o algoritmo de Newmark, foi de 0,0005 s. Na verdade esse intervalo é menor que o necessário. As respostas seriam bem representadas se o intervalo fosse de 0,001 s. A taxa de amortecimento se manteve constante (3 %), porém os parâmetros α e β variaram conforme Tabela 5.18. Os resultados das acelerações foram expostos nas tabelas e figuras seguintes. É válido lembrar que as cargas utilizadas seguiram a forma expressa pela Equação 2.18.

Tabela 5.18 - Parâmetros utilizados na análise transiente segundo variação das inércias

Piso	f_{step} (Hz) Harm.	Período passo(s)	Dist. passo (m)	Tempo contato (s)	Tempo final (s)	α	β
VS200	1,911 (3°)	0,523	0,7	0,149	5,383	1,3209	0,000648
VS250	2,066 (3°)	0,484	0,8	0,121	4,355	1,4444	0,0005883
VS300	2,199 (3°)	0,455	0,9	0,101	3,638	1,5618	0,0005385
VS350	2,323 (3°)	0,431	1,0	0,086	3,1	1,6844	0,0004916
VS400	2,391 (3°)	0,418	1,0	0,084	3,012	1,7608	0,000464
VS450	2,445 (3°)	0,409	1,0	0,0818	2,944	1,8272	0,0004416
VS500	2,509 (3°)	0,399	1,0	0,0797	2,869	1,9164	0,000412
VS550	2,541 (3°)	0,394	1,0	0,0787	2,834	1,9639	0,0003965

Tabela 5.19 - Acelerações máximas (ANSYS)

Piso	Carreg. 1* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 2* (m/s ²) x 0,5	Carreg. 3 (m/s ²)	Carreg. 4 (m/s ²)	AISC (m/s ²)
VS200	0,0602	0,06739	0,135886	0,1361	0,1549
VS250	0,06165	0,06915	0,1375	0,1416	0,12789
VS300	0,06185	0,068125	0,131687	0,14997	0,10517
VS350	0,06065	0,06726	0,118416	0,13114	0,08463
VS400	0,05985	0,06634	0,1427	0,131885	0,07402
VS450	0,0588	0,07655	0,1161	0,122949	0,05089
VS500	0,05675	0,06293	0,1211	0,115495	0,05637
VS550	0,05575	0,06179	0,1238	0,126	0,05213

* Os Carregamentos 1 e 2 foram multiplicados por 0,5, segundo o AISC

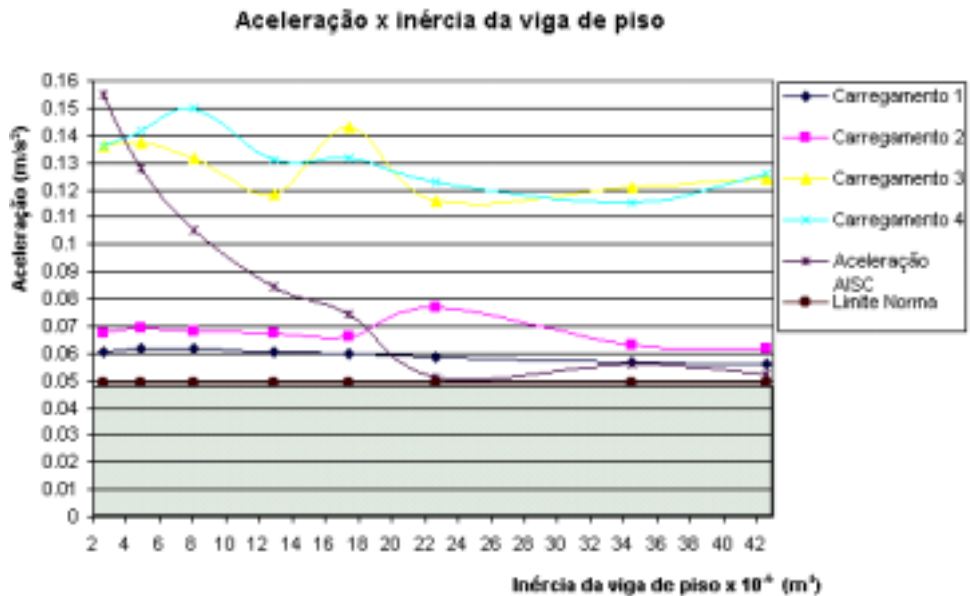


Figura 5.30 - Variação da aceleração máxima em função das inércias das vigas de piso, segundo diversos tipos de carregamentos

Nota-se na Tabela 5.19 que o valor da aceleração nodal gerada pelo carregamento 1 foi sempre menor que a aceleração gerada pelo carregamento 2. Portanto, os outros harmônicos influenciam a resposta dinâmica em todos os casos.

As acelerações nodais no ponto central do piso geradas pelos carregamentos 1 e 2 são próximas, atingindo uma diferença máxima de 23 % para o perfil VS450 x 51.

Através do gráfico da Figura 5.30 é possível dizer que, para perfis maiores que o VS450 x 51, correspondendo à uma inércia de $22,64 \times 10^{-5} \text{ m}^4$, os valores das acelerações calculados pelo procedimento simplificado são menores que todos os outros meios de aplicação do carregamento. Com isso pode-se concluir que para estruturas mais flexíveis o procedimento simplificado é conservador. Para todos os valores das inércias das vigas de piso, essa configuração do piso não é aceita quanto ao critério de conforto humano.

Para essa análise paramétrica, os valores do carregamento 3 e 4 são sempre maiores que os valores calculados pelo carregamento 1 e 2 (considerando o fator de multiplicação 0,5).

A curva gerada pela AISC não varia mais linearmente como no caso da variação do vão. Nessa análise, à medida que se aumenta a inércia das vigas de piso, os valores das acelerações resultantes calculadas pela AISC diminuem. Porém, esse comportamento é alterado quando as vigas de piso passam do perfil VS450 x 51 (inércia $22,64 \times 10^{-5} \text{ m}^4$) para VS500 x 61 (inércia $34,416 \times 10^{-5} \text{ m}^4$). É possível notar um pequeno aumento da aceleração para esse caso.

Considerando agora os outros procedimentos de cálculo das acelerações, os resultados podem aumentar ou diminuir com o aumento da inércia da viga. Esse comportamento é bem mais aleatório que no caso do AISC. A única exceção é para o carregamento 1, no qual é possível notar uma certa tendência da curva em variar linearmente. Já a curva da AISC se aproxima mais de uma equação potencial, como mostrado na figura abaixo.

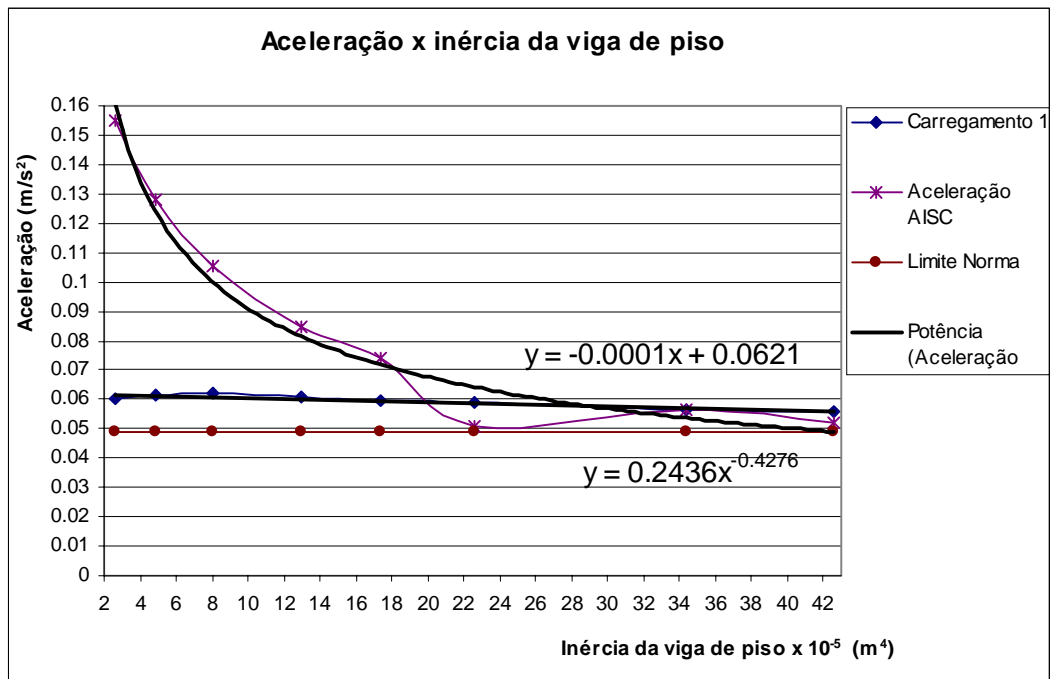


Figura 5.31 - Adicionamento de uma linha de tendência linear para o carregamento 1

Portanto, conclui-se que o comportamento global das acelerações geradas pelo carregamento 1 é diferente do comportamento da curva da AISC. O carregamento 1 segue a função aceleração = $-0,0001 \cdot \text{inércia} + 0,0621$, enquanto a AISC segue a função aceleração = $0,2436 \cdot \text{inércia}^{-0,427}$.

CAPÍTULO 6

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1. CONCLUSÕES

Este trabalho teve com objetivo analisar as vibrações dos pisos através de simulações numéricas via ANSYS e através de procedimentos simplificados como o fornecido pela *American Institute of Steel Construction* (2001). Essas vibrações foram geradas por uma pessoa caminhando no piso, portanto, as simulações numéricas visaram modelar esse tipo de carregamento. Resultados, em termos de acelerações de pico nodais, foram obtidos para carregamentos não móveis (como os utilizados por procedimentos simplificados) e carregamentos móveis, na tentativa de melhor representar a variação da força durante uma caminhada.

Entretanto, antes de encontrar as acelerações nodais propriamente ditas, vários aspectos dinâmicos tiveram de ser investigados para correta interpretação dos dados. Estão incluídos nesses aspectos, os critérios de conforto aceitos pelas pessoas, comparações desses critérios feitos por normas de vários países, um estudo mais crítico do carregamento dinâmico e das equações de movimento e métodos de resolução destas. Foram realizadas diversas análises estáticas, modais, harmônicas e transientes para que as características dos pisos fossem devidamente conhecidas, assim como as possíveis influências das características físicas no comportamento dinâmico. Os espectros de frequências obtidos foram úteis na descoberta das frequências dominantes das estruturas. Eles foram encontrados através da utilização de transformadas de Fourier.

Além das comparações feitas entre as simulações numéricas no ANSYS e do procedimento simplificado segundo a AISC, foram comparados também resultados obtidos através do programa computacional SAP2000, com o intuito de validar as respostas geradas pelo ANSYS.

Fazendo uma análise dos resultados obtidos pelo Capítulo 5, é possível concluir que a variação da taxa de amortecimento de um certo piso influencia da seguinte forma:

- Os resultados das análises de vibração livre não são influenciados pela variação da taxa de amortecimento.
- Para o mesmo piso, as acelerações geradas pelo carregamento composto de somente um harmônico (ressonante) só é maior que as acelerações geradas pela atuação de vários harmônicos em conjunto, para pisos com baixas taxas de amortecimento (1 %).
- As acelerações geradas pelas cargas móveis em uma certa configuração de piso, durante a variação da taxa de amortecimento, foram próximas comparando as direções da caminhada. Essas direções são paralelas e perpendiculares às vigas de piso. Porém, para baixos valores de amortecimento (3 %), as acelerações perpendiculares às vigas de piso foram um pouco maiores.
- As acelerações calculadas pelo procedimento simplificado são menores que todos os outros meios de aplicação do carregamento, com exceção do carregamento 1 e 2 para o caso de pisos com amortecimento menor que 2 %, portanto não é conservador.
- Para valores de amortecimento maiores que 0,03 (3%), as acelerações calculadas pelo procedimento simplificado se mostram inferiores ao valor limite, enquanto as acelerações calculadas pelo ANSYS são inferiores que o valor limite somente no caso de amortecimentos maiores.

Através do estudo da variação da espessura da laje é possível dizer que:

- O aumento da espessura da laje diminui a frequência natural fundamental, ou seja, o aumento da massa do piso diminuiu a frequência fundamental. Entretanto, esse comportamento não se repetiu para o terceiro e quarto modo de vibração.

- Para os diversos pisos (devido à variação da espessura), as acelerações geradas pelo carregamento composto de somente um harmônico (ressonante) são sempre menores que as acelerações geradas pela atuação de vários harmônicos em conjunto.
- As acelerações calculadas pelo carregamento móvel perpendicular às vigas de piso são próximas das calculadas pelo deslocamento da carga paralela às vigas de piso, com exceção do piso com laje 0,05 m.
- Novamente as acelerações calculadas através do procedimento da AISC são menores que aquelas obtidas para todos os carregamentos aplicados.
- Para valores de espessura de laje entre 0,15 e 0,2 m, o piso atende ao critério de conforto para valores de aceleração calculados segundo a AISC. Por outro lado, as acelerações calculadas com o procedimento estabelecido neste trabalho, tornam o piso inadequado quanto ao atendimento desse critério, com exceção dos carregamentos 1 e 2 quando aplicados no piso com espessura de laje 0,2 m.
- A diferença entre todos os métodos aumenta à medida que a espessura de laje diminui. O que pode ter acontecido é que a estrutura com laje de menor altura, portanto, com menos massa, tenha apresentado forças inerciais maiores.

A presença de colunas, ao invés de apoios rígidos, influencia da seguinte forma:

- As frequências naturais e formas modais variam muito pouco com a presença de colunas ligadas às vigas e mantendo o mesmo tipo de ligação.
- As acelerações produzidas por todos os carregamentos variam muito pouco em função da presença das colunas.
- Entretanto, o tipo de ligação exerceu grande influência nos resultados das análises modais e transientes. Nas duas análises, a ligação engastada enrijeceu a estrutura fazendo com que as frequências naturais fossem maiores que no caso da utilização de ligações rotuladas. Além disso, as acelerações diminuíram com o engastamento.

Já as variações dos vãos das vigas de piso interferem nos seguintes parâmetros:

- Os aumentos dos vãos das vigas de piso diminuem as frequências naturais. Conclui-se que o aumento do vão das vigas faz com que a rigidez diminua, diminuindo assim as frequências naturais.
- Para os diversos pisos (devido à variação do vão), as acelerações geradas pelo carregamento composto de somente um harmônico (ressonante) são sempre menores que as acelerações geradas pela atuação de vários harmônicos em conjunto. As acelerações móveis são maiores que as outras e que as calculadas pela AISC.
- Para valores de vãos menores que 7 m, o piso atende ao critério de conforto para valores de aceleração calculados segundo a AISC. Por outro lado, as acelerações calculadas com o procedimento estabelecido neste trabalho, tornam o piso inadequado quanto ao atendimento desse critério (com exceção do carregamento 1 e 2 para pisos menores de 6,25 m).
- A curva gerada pela AISC é praticamente linear, aumentando os valores das acelerações à medida que se aumenta o vão das vigas de piso. O mesmo comportamento não pode ser visto para os outros métodos. Os resultados podem aumentar ou diminuir com o aumento do vão. Entretanto, adicionando uma linha de tendência linear para os diversos tipos de carregamento, percebe-se que o comportamento dos resultados se aproxima do comportamento da AISC.

A variação da inércia das vigas de piso, mantendo a mesma configuração estrutural, exerce as seguintes influências:

- O aumento da inércia das vigas aumenta as frequências naturais. Conclui-se que o aumento da inércia das vigas faz com que a rigidez aumente, aumentando assim as frequências naturais para todos os modos de vibração.

- Para os diversos pisos (devido à variação do vão), as acelerações geradas pelo carregamento composto de somente um harmônico (ressonante) são sempre menores que as acelerações geradas pela atuação de vários harmônicos em conjunto. As acelerações móveis são maiores que as outras e as calculadas pela AISC são maiores que algumas, somente quando os perfis possuem pequenos valores de inércia (abaixo da do perfil VS450 x 51).
- Para todos os valores das inércias das vigas de piso, essa configuração do piso não é aceita quanto ao critério de conforto humano.
- A curva gerada pela AISC não varia mais linearmente como no caso da variação do vão. Nessa análise, à medida que se aumenta a inércia das vigas de piso, os valores das acelerações resultantes calculadas pela AISC diminuem. Porém, esse comportamento é alterado quando as vigas de piso passam do perfil VS450 x 51 para VS500 x 61. É possível notar um pequeno aumento da aceleração para esse caso. A curva que se aproxima do comportamento da AISC é $\text{aceleração} = 0,2436 \cdot \text{inércia}^{-0,427}$, enquanto que para o carregamento com um harmônico a curva que se aproxima é $\text{aceleração} = -0,0001 \cdot \text{inércia} + 0,0621$.

Portanto, um comportamento dinâmico geral observado foi que com o aumento da massa estrutural, as frequências naturais diminuem; enquanto com o aumento da rigidez, as frequências naturais aumentam.

No geral, as acelerações produzidas somente pelo harmônico ressonante são maiores que as acelerações produzidas pela presença de quatro harmônicos mais a parcela estática somente nos casos de baixos amortecimentos (1 %).

Os carregamentos móveis perpendiculares e paralelos produzem acelerações mais próximas no caso de estruturas mais rígidas, seja através do aumento do amortecimento, aumento da espessura da laje ou rigidez das vigas de piso.

As acelerações calculadas pela AISC são menores que as calculadas por todos os carregamentos, exceto para o caso da utilização de vigas de piso menos rígidas, caso para o qual o guia é conservador. Portanto, é possível concluir que mesmo para

estruturas fortemente dominadas pela primeira frequência natural (como é o caso dessa passarela), o procedimento simplificado apresenta acelerações menores que as calculadas utilizando programas computacionais. Essa diferença é bastante considerável.

O carregamento móvel, por sua característica impulsiva, gerou picos de acelerações nas respostas dinâmicas toda vez que era aplicado. Fazendo uma mudança na função do carregamento, partindo de um valor zero até atingir seu valor máximo, por exemplo, poderia ser possível suavizar os picos de respostas.

6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma das sugestões mais importantes, e necessária, para trabalhos futuros, seria a realização de análises experimentais com o intuito de comparar a modelagem da carga e obtenção de respostas estruturais, seja em termos de deslocamentos, velocidades ou acelerações. É de extrema importância esse estudo, pois através dele os resultados obtidos neste trabalho poderão ser validados. Ou seja, calibração dos resultados numéricos com aqueles obtidos via análise experimental dinâmica.

Outra sugestão seria na consideração da modelagem da carga gerada durante uma caminhada. É possível utilizar massas concentradas, elementos de molas e de contato para a representação da carga humana e verificar a influência da interação pessoa/estrutura na resposta estrutural. Outro item a ser representado é a descontinuidade do carregamento. Seria importante também a consideração de uma função de transferência para suavizar os picos provocados pela aplicação das cargas.

Análises visando a verificação da influência de outros parâmetros como continuidade da laje de piso, utilização de outros tipos de laje como *steel deck* e pré moldados podem ser realizadas em trabalhos futuros. A influência da carga de multidão na resposta dinâmica e o efeito do sincronismo das pessoas também podem ser verificados.

Podem ser realizados outros estudos levando em conta os diferentes tipos de carregamento como aqueles gerados em uma corrida, pulos ou exercícios aeróbicos.

Interessante também verificar a utilização de amortecedores como os TMD, ou a introdução de novos materiais capazes de aumentar o amortecimento estrutural e diminuir as respostas dinâmicas.

Com as várias análises paramétricas é possível gerar várias curvas de resposta em termos do valor quadrático médio da aceleração (r.m.s.) e tentar propor uma lei, em forma de curva de critério, para adequação de cada tipo de painel industrializado. Essas curvas devem ser geradas plotando-se as amplitudes de aceleração de resposta do piso em função da frequência natural, da massa específica do piso e da sua taxa de amortecimento. Este último item seria ideal visto que as respostas encontradas através dos procedimentos simplificados não foram a favor da segurança.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Al-Foqaha`a, A. A., Cofer, W. F. e Fridley, K. J. (1999). *Vibration Design Criterion for Wood Floors Exposed to Normal Human Activities*. Journal of Structural Engineering, Vol. 125, No. 12, ASCE, December, pp. 1401-1406.

Allen, D. E. e Rainer, J. H. (1976). *Vibration Criteria for Long Span Floor*. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 3, No 2, The National Research Council of Canada, June.

Allen, D. E. (1990). *Building Vibration from Human Activities*. Concrete International: Design and Construction, 12(6), pp.66-73.

Allen, D. E. e Murray, T. M. (1993). *Design Criterion for Vibrations Due to Walking*. Engineering Journal, AISC, Fourth Quarter.

Allen, D. E. e Pernica, G. (1998). *Control of Floor Vibration*. Construction Technology Update, No. 22, Institute for Research in Construction, Ottawa.

ANSYS 6.0 (2001). *User's Manual, version 6.0*. SAP IP Inc., Canonburg, PA.

Associação Brasileira de Normas Técnicas - NBR 8800 (1986). *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios (método dos estados limites)*, pp. 110-113 (Anexo N – Vibrações em pisos) e pp. 33-41 (Condições específicas para dimensionamento de vigas mistas), Rio de Janeiro.

Bachmann, H. e Ammann, W. (1987). *Vibrations in Structures Induced by Man and Machines*. Structural Engineering Document 3e, International Association for Bridges and Structural Engineering.

- Bachmann, H. (1992). *Case Studies of Structures with Man-Induced Vibrations*. Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 3, March, pp. 631-647.
- Bathe, K. J. (1982). *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Department of Mechanical engineering – MIT. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- British Standards Institute - BS 6472 (1984). *Evaluation of Human Exposure to Vibration in Buildings (1 to 80 Hz)*.
- Canadian Standards Association - CAN3-S16.1-M84 (1984). *Steel Structures for Buildings-Limit States Design*, December.
- Clough, R. W. e Penzien, J. (1975). *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill Inc, 738p, Auckland.
- Comité Euro-International du Béton (1991). *Vibration problems in Structures – Practical Guidelines*.
- Ebrahimpour, A. e Sack, R. L. (1989). *Modeling Dynamic Occupant Loads*. Journal of Structural Engineering, Vol. 115, No. 6, June, pp. 1476-1495.
- Ellingwood, B. e Tallin, A. (1984). *Structural Serviceability: Floor Vibrations*. Journal of Structural Engineering, Vol. 110, No. 2, ASCE, pp. 401-419.
- Ellingwood, B. *et al* (1986). *Structural Serviceability: A Critical Appraisal and Research Needs*. Journal of Structural Engineering, Vol. 112, No. 12, ASCE, pp. 2646-2664.
- Ellis, B. R. e Ji, T. (1994). *Floor Vibration Induced by Dance-type Loads: Theory and Verification*. The Structural Engineer, Vol. 72, No.3.
- Ellis, B. R. e Ji, T. (1995). *Human Actions on Structures*. The SECED Newsletter, Autumn, 4-5.

International Organization for Standardization ISO 2631/1 (1985). *Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements*. Switzerland.

International Organization for Standardization ISO 2631/2 (1989). *Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 2: Continuous and shock-induced vibration in buildings (1 to 80 Hz)*. Switzerland.

Irwin, A. W. (1978). *Human Response to Dynamic Motion of Structures*. The Structural Engineer, Vol. 56A, September, pp. 237-244.

Laman, J. A. (1999). *Design Aids for Walking Vibrations in Steel Framed Floors*. Engineering Journal, AISC, Second Quarter.

Lenzen, K. H. (1966). *Vibration of Steel Joist-Concrete Slab Floors*. Engineering Journal, 3rd Qtr., AISC, pp. 133-136.

Mathcad (2001). *Mathcad User's Guide with reference Manual 2001*. Editora MathSoft Engineering & Education, Inc., Cambridge, USA.

McCormick, M. M. (1974). *Office Floor Vibration: Design Criteria and Tests*. Melbourne Research Laboratories, The Broken Hill Proprietary Company Lmt., Melbourne, Australia.

METFORM (1999). Catálogo de Produtos, [S.1.:s.n.].

Murray, T. M. (1975). *Design to Prevent Floor Vibrations*. Engineering Journal, 3rd Qtr., AISC, pp. 82-87.

Murray, T. M. (1981). *Acceptability Criterion for Occupant-Induced Floor Vibrations*. Engineering Journal, AISC, Vol. 18, No. 2.

Murray, T. M., (1998). *Floor Vibration and the Electronic Office*. Modern Steel Construction, August.

Naeim, F. (1991). *Design Practice to Prevent Floor Vibrations*. Technical Information & Product Service, Structural Steel Educational Council, September.

Ohlsson, S. V. (1982). *Floor Vibrations and Human Discomfort*. Department of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden.

Pavic, A. e Reynolds, P. (1999). *Experimental Assessment of Vibration Serviceability of Existing Office Floors Under Human-Induced Excitation*. *Experimental Techniques*, September / October, pp. 41-45.

Pavic, A., Reynolds, P., Waldron, P. e Bennett, K. J. (2001). *Critical Review of Guidelines for Checking Vibration Serviceability of Post-Tensioned Concrete Floors*. *Cement & Concrete Composites*, Vol.23, pp. 21-31.

Pavic, A. e Reynolds, P. (2002). *Vibration serviceability of Long-Span Concrete Buildings Floors. Part 1: Review of Background Information*. *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 34, No. 3, May, pp. 191-211.

Pavic, A. e Reynolds, P. (2003). *Modal Testing and Dynamic FE Model Correlation and Updating of a Prototype High-Strength Concrete Floor*. *Cement & Concrete Composites*, Vol. 25.

Pernica, G. (1983). *Dynamic Live Loads at a Rock Concert*. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 10, No. 2, pp. 185-191.

Rainer, J. H., Pernica, G. e Allen, D. E. (1988). *Dynamic Loading and Response of Footbridges*. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 15, No. 1, Feb, pp. 66-71.

Reither, H. e Meister, F. J. (1931). *The Effect of Vibration on People*. Traduzido da *Forsch. Geb. Ing. Wes: 2 (11) 381-6* pela U. S. Air Material Command. Tradução F-TS-616-RE. Wright Field, Ohio, AMC.

Sales, U. C. (2001). *Mapeamento dos Problemas Gerados na Associação entre sistemas de Vedação e Estrutura Metálica e Caracterização Acústica e Vibratória de Painéis de Vedação*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

SAP2000 Nonlinear Version 8.1.2 (1995). *User's Manual, version 8.1.2*. Computers and Structures, Inc., Berkeley, CA.

Silva, J. G. S., Vellasco, P. C. G., Andrade, S. A. L., Soeiro, F. J. da C. P. e Werneck, R. N. (2003). *An Evaluation of the Dynamical Performance of Composite Slabs*. Computers & Structures, Vol. 81, pp. 1905-1913.

Steel Design Guide Series (2001). *Floor Vibrations due to Human Activity*. American Institute of Steel Construction e Canadian Institute of Steel Construction.

Supplement to the National Building Code of Canada (1995). *Commentary on Serviceability Criteria for Deflections and Vibrations*. National Research Council of Canada, Ottawa.

Tredgold, T. (1828). *Elementary Principles of Carpentry*. Second Ed., Publisher unknown.

Wyatt, T. A. (1989). *Design Guide on the Vibration of Floors*. ISBN: 1 870004 34 5, The Steel Construction Institute, Berkshire, England.