Centro Universitário Moura Lacerda
Mestrado em Educação

Estudo sobre noções de geometria e suas relações com atividades diversificadas na escola.

THELMA CARDINAL DUARTE CAMPAÑA

Ribeirão Preto – SP

Junho de 2009

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

Catalogação na fonte elaborada pela Biblioteca do
Centro Universitário Moura Lacerda
Bibliotecária Gina Botta Corrêa de Souza CRB 8/7006

Campaña, Thelma Cardinal Duarte
Estudo sobre noções de geometria e suas relações com atividades diversificadas na escola / Thelma Cardinal Duarte Campaña. -- Ribeirão Preto, 2009.
112p.

Orientadora: Profa. Dra. Carmen Campoy Scriptori
Dissertação (Mestrado) -- Centro Universitário Moura Lacerda, 2009.

1. Conhecimento lógico-matemático. 2. Ensino de matemática. 3. Piaget. 4. Atividades diversificadas. I. Scriptori, Carmen Campoy. II. Centro Universitário Moura Lacerda. III. Título.

THELMA CARDINAL DUARTE CAMPAÑA

Estudo sobre noções de geometria e suas relações com atividades diversificadas na escola.

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação do Centro Universitário Moura Lacerda de Ribeirão Preto, SP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Educação Escolar.

Orientador: Profa. Drª. Carmen Campoy Scriptori.

Ribeirão Preto

2009

THELMA CARDINAL DUARTE CAMPAÑA

Estudo sobre noções de geometria e suas relações com atividades diversificadas na escola.

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação do Centro Universitário Moura Lacerda, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Educação Escolar.
Linha de Pesquisa: Constituição do Sujeito no contexto escolar.

Comissão Julgadora

Orientadora: Profª. Drª. Carmen Campoy Scriptori (CUML)__________________________.

1º examinador: Profª. Drª. Jussara C. Barboza Tortella (USF de Bragança Paulista) e LPG FE/UNICAMP ____.

2º examinador: Profª. Drª. Célia Regina Vieira Souza Leite (CUML) ____________________

Ribeirão Preto/SP, 24 de junho de 2009.

Dedico este trabalho, aos meus pais, por tudo o que representam na minha vida: firmeza, força e determinação.

Ao meu marido, por partilhar desta trajetória.

Aos meus filhos pela compreensão de eventuais ausências durante esta pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos alunos, que participaram direta ou indiretamente na pesquisa, pela colaboração, envolvimento e dedicação para a realização deste trabalho.

À minha professora orientadora Carmen, por seu empenho e por não medir esforços para o meu desenvolvimento na busca e ampliação do conhecimento.

Ao meu grupo colaborativo, pelo envolvimento e angústias compartilhados, em especial à Cida, pelo incentivo para me tornar pesquisadora.

Às professoras Célia e Jussara, que participaram da banca de qualificação, pelas valiosas contribuições para o enriquecimento deste trabalho.

Aos professores do mestrado do Centro Universitário Moura Lacerda, que ajudaram a ampliar o meu olhar sobre a minha prática como professora.

A todos que de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Onde você vê...

Onde você vê um obstáculo,
alguém vê o término da viagem
e o outro vê uma chance de crescer.
Onde você vê um motivo pra se irritar,
Alguém vê a tragédia total
E o outro vê uma prova para sua paciência.
Onde você vê a morte,
Alguém vê o fim
E o outro vê o começo de uma nova etapa...
Onde você vê a fortuna,
Alguém vê a riqueza material
E o outro pode encontrar, por trás de tudo, a dor e a miséria total.
Onde você vê a teimosia,
Alguém vê a ignorância,
Um outro compreende as limitações do companheiro,
percebendo que cada qual caminha em seu próprio passo.
E que é inútil querer apressar o passo do outro,
a não ser que ele deseje isso.
Cada qual vê o que quer, pode ou consegue enxergar.
"Porque eu sou do tamanho do que vejo.
E não do tamanho da minha altura."

Fernando Pessoa

CAMPAÑA, Thelma Cardinal Duarte. **Estudo sobre as noções de geometria e suas relações com atividades diversificadas na escola.** Ribeirão Preto, SP: CUML, 2007. 112p. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro Universitário Moura Lacerda.

RESUMO

O presente estudo teve como objetivo investigar em que medida as atividades de sala de aula favorecem a compreensão de conceitos geométricos e analisar como esses conhecimentos são adquiridos em relação ao que se pretende ensinar. Esta pesquisa qualitativa, de natureza descritiva, de tipo *ex post facto*, estuda e compara as dificuldades e os avanços dos alunos na compreensão de conceitos matemáticos de natureza geométrica em ambiente escolar, utilizando uma intervenção pedagógica baseada nos princípios do método clínico-crítico piagetiano. A compreensão dos processos cognitivos que envolvem esses conhecimentos está fundamentada na teoria de Jean Piaget, acrescida dos estudos de Delval, Chiarottino, Raths, Jonas, Rothstein & Wassermann, Becker, Lorenzato, Fainguelernt e Scriptori. Com o objetivo de compreender a microgênese psicológica do conceito de medida, foi feito um estudo piloto com sujeitos de 6 a 15 anos de idade. O *locus* da pesquisa é uma escola pública municipal da região de Ribeirão Preto. O universo da pesquisa é composto de 20 alunos de 8ª série, selecionados por conveniência, aos quais foram aplicadas três provas piagetianas no pré-teste, uma intervenção pedagógica composta de cinco atividades diversificadas, e as mesmas três provas piagetianas como pós-teste. Comparando os dados obtidos da prova 1 nos pré e pós-testes, verificou-se, em 40% dos sujeitos, uma evolução de nível de acordo com a classificação proposta por Piaget. Na prova 2 constatou-se evolução de nível em 35% dos sujeitos e na prova 3 as alterações não foram significativas para a classificação utilizada. A despeito dos resultados da prova 3, os dados obtidos no geral demonstraram que as atividades diversificadas selecionadas para a intervenção contribuíram para a compreensão de conceitos geométricos selecionados.

Palavras-chaves: Conhecimento lógico-matemático. Ensino de Matemática. Piaget. Atividades diversificadas.

CAMPAÑA, Thelma Cardinal Duarte. **Study on the slight knowledge of geometry and its relations with activities diversified in the school.** Ribeirão Preto, SP: CUML, 2007. 112p. Dissertation (Masters in Education). Centro Universitário Moura Lacerda.

ABSTRACT

The main objective of the present study was to investigate just how important the classroom activities are in order to develop a better understanding of geometric concepts, analyzing the knowledge acquired by the students considering what is really intended to teach. This qualitative research, with descriptive nature in the same manner of *ex post facto,* studies and compares the students´ difficulties and progresses about mathematical concepts regarding geometric types in the school setting, using pedagogic intervention based on principles of the clinical-critical Piaget method. The comprehension of the cognitive processes that involved this knowledge consists in the theory of Jean Piaget, added to the studies of Delval, Chiarottino, Raths, Jonas, Rothstein & Wassermann, Becker, Lorenzato, Fainguelernt and Scriptori were. In order to understand the psychological micro genesis of the measure concept, a pilot study was developed with 6 to 15 years old subjects. The research took place in a municipal public school located in the area of Ribeirão Preto, State of São Paulo. It included twenty 8th graders conveniently selected to answer three Piaget tests (pre-testing), a pedagogic intervention that contained five diversified activities and finally to answer those same three Piaget tests, this time as post-testing. Comparing the results obtained from test 1 in pre and post testing, it was verified a level evolution in 40% of the subjects, according to the Piaget classification. Test 2 demonstrated a 35% level evolution and test 3 showed insignificant variance. In despite of the results obtained in test 3, the research showed that selected diversified activities are able to contribute to the understanding of selected geometric concepts.

Key-words: Mathematical logical knowledge. Mathematics teaching. Piaget. The diversified activities.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 12
CAPÍTULO I 15
ANTECEDENTES HISTÓRICOS 15
1.1. A geometria e as antigas civilizações 15
1.2. Revisão de literatura 18
CAPÍTULO II 22
FUNDAMENTOS TEÓRICOS 22
2.1. Construção do conhecimento 22
2.2. A questão das operações de pensamento 29
2.3. Trabalho de grupo 36
CAPÍTULO III 39
A PESQUISA 39
3.1. Problema da pesquisa 39
3.2. Objetivo geral da pesquisa 39
3.3. Objetivos específicos 40
3.4. Metodologia 40
3.5. Sujeitos da pesquisa: 41
3.6. Material e métodos 41
3.6.1. Estudo Piloto 41
3.6.2. Pré-Teste 42
3.6.3. Intervenção 42
3.6.4. Pós-teste 43
3.6.5. Método clínico-crítico de Piaget 43
3.7. O desenrolar da pesquisa 44

3.7.1. Resultados do estudo-piloto ... 45
3.7.2. As provas piagetianas ... 48
3.7.3. As intervenções ... 49
CAPÍTULO IV ... 50
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS ... 50
4.1. A intervenção ... 50
4.2. Análise e discussão da prova 1 ... 61
4.3. Análise e discussão da prova 2 ... 65
4.4. Análise e discussão da prova 3 ... 70
4.5. Análise dos avanços, estagnação e defasagens dos sujeitos ... 74
CAPÍTULO V ... 78
CONCLUSÕES ... 78
5.1 Respostas às questões da investigação ... 78
5.2. Implicações pedagógicas ... 80
5.3. Recomendações para o ensino decorrentes das conclusões ... 84
5.4. Sugestões para pesquisas futuras ... 85
REFERÊNCIAS ... 86
APÊNDICE ... 90
APÊNDICE A - Tabela 1 – Sujeitos da pesquisa ... 90
APÊNDICE B - Protocolos do estudo piloto e das provas ... 91
Protocolo do Estudo Piloto ... 91
Protocolo da Prova 1 ... 93
Protocolo da Prova 2 ... 95
Protocolo da Prova 3 ... 96
APÊNDICE C - Quadros resumo ... 98
Quadro Resumo 1A ... 98
Quadro Resumo 2A ... 100

Quadro Resumo 3A ... 101

Quadro Resumo 1B ... 103

Quadro Resumo 2B ... 105

Quadro Resumo 3B ... 106

ANEXOS ... 108

ANEXO A - Termo de consentimento livre e esclarecido ... 108

ANEXO B - Autorização da diretora ... 109

ANEXO C - Certificado de aprovação de protocolo ... 110

ANEXO D - Provas piagetianas aplicadas nos Pré-teste e Pós-teste ... 111

INTRODUÇÃO

> A cada hora do dia na escola não estamos vivendo apenas essa hora; estamos auxiliando na criação de um mundo. Será um mundo cheio de ideias? Um mundo livre? Um mundo compartilhado por todos? Um mundo que tenha respeito pela personalidade de cada indivíduo? (RATHS [et al], 1977, p. 14)

Minha trajetória de professora de Matemática teve início numa escola da rede pública do estado de São Paulo, na cidade de São Paulo. Por ocasião de uma oportunidade de trabalho para meu marido, nossa família teve que mudar para Ribeirão Preto onde moro até hoje. Aqui, comecei a trabalhar em escolas particulares até que, por concurso, ingressei na rede estadual e, logo depois, na rede municipal, onde leciono atualmente.

Com essa vivência de sala de aula, muitas situações me angustiavam e, então, comecei a buscar cursos que pudessem me mostrar alternativas para as questões como: por que os alunos não se interessam?; como desenvolver aulas mais dinâmicas?; como despertar o interesse do aluno?

Fiz dois cursos de especialização: um em Matemática Aplicada e outro em Metodologia do Ensino de Matemática. Participei das capacitações oferecidas pela secretaria estadual de educação (Oficina do Cabri-Géometrè,Teia do Saber, Ensino Médio em Rede).

Apesar de muitas estratégias que foram transmitidas nas capacitações e que certamente me ajudaram em várias atividades de sala de aula, eu ainda percebia que faltava algo. A vivência de muitos conteúdos durante a graduação restringiu-se à utilização de fórmulas e à realização de cálculos matemáticos. A Matemática era vista como ciência exata e não como ciência de possibilidades e, provavelmente, isso ainda esteja presente na minha prática.

Comecei a participar de um grupo de estudo na UFSCAR e aí percebi que a saída era pelo estudo e pesquisa.

No ano de 2007, ingressei no curso de mestrado em Educação e, à medida que fazia as leituras indicadas, sentia uma grande revolução interna. Em julho de 2007, fui convidada a compor um grupo colaborativo em Educação Matemática em Ribeirão Preto, com o objetivo de pesquisar e produzir conhecimento a partir da vivência da sala de aula. A oportunidade de participar do grupo seria mais um momento de estudo e discussão necessários para reorganização de minhas ideias, já que o mestrado estava provocando em mim uma desconstrução, e a reconstrução era necessária.

Tendo a teoria de Piaget como fundamento da pesquisa no mestrado, percebi que a prática estava voltada para o meu conhecimento, reproduzindo, em muitos momentos, o ensino ao qual fui submetida. Não compreendia o conhecimento como um processo de construção individual e considerava muito pouco o modo do aluno pensar. No decorrer do exercício de minha profissão de docente, essas observações sobre a aquisição de conhecimento me levaram a questionar, por exemplo: 1) como o aluno aprende aquilo que ensino?; 2) quão adequados são para o aluno a forma e o conteúdo que ensino?

A primeira ideia norteadora deste projeto foi a de investigar as potencialidades e as dificuldades dos alunos associadas à realização de diferentes tipos de atividades matemáticas. Com o estudo da teoria de Jean Piaget, minhas ideias foram sendo direcionadas para a importância da abstração reflexiva na construção de conceitos matemáticos.

A escolha pelas noções de geometria teve como causa a observação de que os alunos, apesar de se empenharem e gostarem das aulas de geometria, não refletem a assimilação desses conhecimentos nas avaliações.

Durante essa minha caminhada, a escola em que trabalho participou de um processo de avaliações externas, submetendo seus alunos a provas avaliativas do Sistema de Avaliação do Ensino Municipal. Os resultados quantitativos dessas provas, que me chegaram às mãos, ratificaram a intenção de investigar a construção de conceitos geométricos sob a perspectiva piagetiana do conhecimento, dado que o desempenho dos alunos que são acompanhados por mim desde a 5ª série não foi o esperado.

A importância deste estudo para a atividade docente justifica-se à medida que trata da questão da construção de conceitos enfatizando a mobilização do pensamento e a conduta dos sujeitos. Acredito que o enfoque dado às estruturas de pensamento pode levar o docente a uma tomada de consciência sobre a importância de se conhecer o desenvolvimento psicológico e suas relações no processo ensino-aprendizagem.

Iniciando o trabalho, apresentarei, no capítulo I, um breve resumo sobre o desenvolvimento da geometria primitiva, com o objetivo de observar como ela foi construída, e uma revisão de literatura.

No capítulo II tratarei dos fundamentos teóricos, abordando a construção do conhecimento e a questão das operações de pensamento.

No capítulo III, descreverei a pesquisa: os objetivos, os sujeitos, os métodos e os procedimentos.

No capítulo IV, tratarei da análise da intervenção, análise das provas, análise dos avanços, estagnação e/ou defasagens, bem como da discussão dos resultados das respectivas análises.

No capítulo V, apresentarei as conclusões advindas deste estudo.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES HISTÓRICOS

1.1. A geometria e as antigas civilizações

> Em Matemática dever-se-ia sempre perguntar:
> *como foi feito isso primitivamente?*
> Lauro de Oliveira Lima (BRASIL, 1977, p XI.)

De acordo com Eves (2004), no período de 3000 a.C. a 525 a.C., uma nova civilização humana gerada por uma revolução agrícola, emergiu da Idade da Pedra. Habitantes dos vales dos rios Tigre, Indo, Amarelo, Eufrates e Nilo criaram símbolos escritos, trabalharam metais, construíram cidades, desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio. Deram origem a uma sociedade cujos membros das classes superiores tinham tempo para desvendar os mistérios da natureza. Assim, a humanidade começou a se direcionar para as realizações científicas.

No Oriente Antigo, a matemática primitiva se origina devido às atividades ligadas à agricultura e à engenharia, pois, sendo a sociedade da época essencialmente agrícola, tinha-se necessidade de drenar pântanos, prever problemas de inundações, demarcar terras, planejar irrigações, ligar terras separadas. Consequentemente, foi-se desenvolvendo uma ciência prática com ênfase na aritmética e na mensuração. Da mensuração origina-se a geometria.

Pelos exemplos encontrados nas tábuas sobre geometria babilônica, deduz-se que no período de 2000 a. C. a 1600 a.C. os babilônios conheciam as regras da área de figuras planas como o retângulo, o triângulo retângulo, o triângulo isósceles, o trapézio retângulo e o círculo. Faziam cálculos do volume de certas figuras espaciais como prismas, cilindros, cones e pirâmides. Conheciam propriedades geométricas de figuras planas e o teorema de Pitágoras.

Segundo Eves (2004), a matemática babilônica avançou muito, devido ao grande desenvolvimento econômico da região, rota de grandes caravanas. Essa matemática tinha um caráter algébrico e não argumentativo (relatavam o como fazer: faz-se assim, assim...).

Ao mesmo tempo, no Egito, grandes templos e pirâmides eram erguidos. Tais construções contribuíram para o nosso conhecimento. O papiro de Moscou, de 1850 a.C. aproximadamente, foi adquirido no Egito em 1893 por um colecionador russo. Esse papiro contém 25 problemas matemáticos. Entretanto, a principal fonte da matemática egípcia antiga é o papiro Rhind, cuja data aproximada é 1650 a.C., que contém 85 problemas. Dos 110 problemas dos papiros de Moscou e Rhind, vinte e seis são de geometria. Muitos desses problemas envolvem o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos e o cálculo de volume de tronco de pirâmide, evidenciando, respectivamente as necessidades dos babilônios e as necessidades dos egípcios.

No final do segundo milênio a.C., o poder político e econômico dos egípcios e babilônios sofreu um declínio, e novas civilizações surgiram na parte continental da Grécia, na Sicília e no litoral da Itália. Numa tendência crescente do racionalismo, o homem não se contentava em saber sobre a forma de como fazer (método empírico) e começa a se questionar sobre por que fazer (método demonstrativo). Surge então a geometria demonstrativa com Tales de Mileto durante a primeira metade do século VI a.C. No período de 600 a.C. a 300 a.C., houve grandes realizações na matemática grega. (Eves, 2004)

O livro *Os Elementos,* de Euclides, escrito por volta de 300 a.C. é a mais importante obra da matemática ocidental. Trata de uma compilação e sistematização dos conhecimentos matemáticos da época.

Depois de Euclides, surgem Arquimedes (287 a.C.) que traz muitas contribuições para a geometria plana com suas explorações com figuras desenhadas em cinzas de lareira, e Apolônio (262 a.C.) com as secções cônicas. Depois, Eratóstenes (240 a.C.) calculou o diâmetro da circunferência da Terra. Hiparco, astrônomo da Antiguidade, que viveu por volta de 140 a. C., teve grande importância para o desenvolvimento da trigonometria. A ele se deve a divisão do círculo em 360° e muitas outras realizações científicas.

Euclides, Arquimedes e Apolônio são nomes de referência da geometria grega do século III a. C.. No período seguinte, a geometria dá lugar à astronomia, à trigonometria e à álgebra e somente cerca de 500 anos depois de Apolônio surge um grande geômetra, Papus, da Alexandria, que, dentre muitos trabalhos, empenha-se na discussão da isoperimetria, ou comparação de áreas de figuras que são limitadas por perímetros iguais. Dentre os matemáticos (no período de 150 a.C. a 250 d.C.), também se destaca Herão, que se supõe ser um egípcio de formação grega, com trabalhos de geometria, fornecendo fundamentação científica para a engenharia e a agrimensura.

A principal fonte de informações de como se desenvolveu a matemática grega primitiva é o *Sumário Eudemiano,* de Proclo, que viveu no século V d.C., data em que a matemática grega já tinha mais de um milênio de existência. Proclo resgata um trabalho de Eudemo, discípulo de Aristóteles, do período anterior a 335 a.C.. Esse trabalho é um resumo da geometria grega desenvolvida nessa época. Proclo apresenta comentários de Euclides, as realizações matemáticas de Tales e menciona os trabalhos de Pitágoras.

Da matemática chinesa na antiguidade se tem pouco material de fonte primária, uma vez que houve uma grande queima de livros em 213 a.C. por ordem do imperador *Schi-Loang-ti* da dinastia *Tsin*. Os textos mais importantes da matemática chinesa antiga (206 a.C. a 221 d.C.) é o K'ui-ch'ang Suan-shu ou Nove capítulos sobre a Arte da Matemática e o Chóu-peï. No texto Nove capítulos sobre a Arte da Matemática encontram-se problemas aplicados à agrimensura, agricultura, engenharia, negócios, resolução de equações e propriedades do triângulo retângulo, enquanto que o Chóu-peï, talvez o mais antigo, contém apenas parcialmente assuntos matemáticos.

Da matemática antiga hindu, tem-se pouco conhecimento devido à falta de registros históricos. Sabe-se que os hindus eram bons aritméticos, porém não eram proficientes geômetras. A geometria hindu era empírica e, em geral, ligava-se à mensuração, aplicada na construção de altares.

Essas noções de geometria primitiva no decorrer dos séculos foram consolidadas por leis e regras mais gerais, dando origem à Geometria Pura ou Geometria Dedutiva.

A Geometria Dedutiva permaneceu arraigada aos postulados de Euclides até o século XIX. A geometria euclidiana é axiomática e concebe o aspecto físico das formas, dimensões e relações com os objetos físicos.

Por volta de 1830, abre-se um novo caminho para outras geometrias não--euclidianas, geometrias que não consideram o axioma do paralelismo de Euclides.

Deste breve resumo observa-se que, para todos os povos, a geometria primitiva é decorrente da necessidade de mensuração. Pode-se dizer que o conceito de medida está ligado ao desenvolvimento de toda a geometria.

Essa necessidade de mensuração deveria ser proposta em atividades na escola para que a geometria fosse desenvolvida da mesma forma com que foi desenvolvida na antiguidade. No entanto, a geometria que se ensina na escola apresenta aos alunos um conteúdo e uma maneira de raciocinar que os povos atingiram com muito esforço, após séculos de geometria empírica. As tarefas escolares normalmente não exploram o trabalho espontâneo (sem intervenção do adulto). O trabalho espontâneo possibilitaria o surgimento da necessidade e, consequentemente, do interesse, revelados como fundamentais na construção da geometria primitiva. Esse conteúdo sistematizado precocemente, ou seja, anterior às ações espontâneas da criança, esconde as etapas de sua construção, acarretando a falta de interesse e, por conseqüência, a não compreensão.

A teoria piagetiana fundamentará este estudo uma vez que, para Piaget (1998a), o interesse é o aspecto dinâmico da assimilação e a assimilação contribui para a compreensão.

1.2. Revisão de literatura

As pesquisas e trabalhos na área de Educação Matemática, nas duas últimas décadas, vêm num movimento crescente pelo ensinar e aprender Matemática, porém na própria proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 21) encontra-se um dado que talvez traduza o retrato atual referente ao ensino da geometria: "O que se observa é que ideias ricas e inovadoras não chegam a eles, ou são incorporadas superficialmente ou recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis".

Em "Tendências do ensino da geometria: um olhar para os anais dos Encontros Paulista de Educação Matemática", Carneiro e Dechén (2007) relatam ter encontrado 117 trabalhos de geometria nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) de 1989 a 2006. O objetivo dos autores era investigar como o ensino de geometria está ocorrendo em escolas públicas e particulares. A pesquisa conclui que: 51,6% dos trabalhos apresentam uma perspectiva empírico-ativista o que mostra uma preocupação em tornar esse ensino mais interessante e motivador; 17,6% dos trabalhos utilizam algum ambiente computacional; 16,5% discutem aspectos teóricos e/ou epistemológicos da geometria.

Duarte e Silva (2006), no artigo “Abaixo Euclides e acima quem? Uma análise do ensino de Geometria em teses e dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil”, enfatizam a necessidade de estudos que se aproximem do ambiente escolar, pois embora tenham sido elaboradas propostas de mudanças, as inovações curriculares na geometria no Ensino Fundamental não ocorreram.

Vários trabalhos de Educação Matemática têm sido direcionados para as experiências com diferentes mídias aplicadas ao ensino da geometria.

Cezare e Lima (2008) em texto “Brincando com mídias...” relatam a experiência vivenciada num projeto de intervenção numa 7ª série com 27 alunos, cujo objetivo era construir o conceito de ceviana do triângulo. Foram utilizadas atividades pautadas no uso de diferentes mídias, ou seja, uso de materiais manipuláveis, régua e compasso e de tecnologia computacional. Diante dos relatórios dos alunos, puderam verificar que eles compreenderam a proposta de trabalho, e suas opiniões foram bem divididas em relação à mídia de que mais gostaram, concluindo, portanto que cada aluno aprende de uma forma diferente.

Em 2007, Martins e Souza, no III Seminário de Educação Matemática, apresentaram uma proposta de trabalho de geometria denominado “Cascão em... ora, bolinhas – uma conexão entre a geometria e a literatura infantil com histórias em quadrinhos”. Nessa proposta, estabelecem uma relação entre a linguagem falada e escrita e enfatizam que o inventar, o renovar e o discordar despertam o prazer e a compreensão.

Morelatti e Souza publicam o artigo “Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor do ensino fundamental e suas tecnologias” na Revista Educar (2006, n° 28). A pesquisa foi feita com 30 alunos do CEFAM, futuros professores de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental, com o objetivo de investigar o nível de conhecimento referente a conceitos geométricos e o impacto causado pelo uso das tecnologias como recurso para a aprendizagem. Utilizaram uma prova diagnóstica abordando conteúdos específicos de 1ª a 4ª séries. Após o diagnóstico das dificuldades, foram utilizados recursos computacionais para o desenvolvimento da aprendizagem, tais como: *SlogoW, Factory, Paint e Cabri-géomètre.* Em seguida, foi aplicada a prova diagnóstica e verificaram resultados bastante satisfatórios, o que indica que o trabalho desenvolvido em ambientes computacionais pode contribuir para a construção de conceitos geométricos.

Na pesquisa intitulada "Educação Matemática com cabri-géomètre", Jesus (2005) investiga as habilidades desenvolvidas no processo ensino-aprendizagem em matemática por meio de uma estimulação ativa do software educativo cabri-géomètre. Realiza uma pesquisa experimental com 26 alunos de 7ª série, comparando dois grupos de alunos: um grupo de alunos que participou das aulas interativas e outro que participou de aulas expositivas. Os resultados mostraram que os alunos que participaram da pesquisa utilizando o recurso didático "*cabri-géomètre*" aprenderam alguns conceitos básicos de geometria tanto quanto o grupo de alunos que participou das aulas expositivas.

Em 2001, na 31ª reunião anual da Sociedade Jean Piaget, Bladen apresenta um estudo intitulado "O desenvolvimento de medidas lineares em crianças do ensino fundamental: um estudo empírico". Com o objetivo de investigar as primeiras etapas na sequência do desenvolvimento das estruturas que contribuem para a compreensão da medida, trabalha com 99 crianças entre 9 e 11 anos de três escolas diferentes. Utiliza a sequência de desenvolvimento cognitivo predita por Piaget, em entrevistas individuais. Os resultados indicaram as sequências específicas em que a aprendizagem pode ocorrer. Foi constatado que apenas 53% dos sujeitos acima de 10 anos demonstraram compreensão da unidade iterada, revelando uma grande discrepância entre a expectativa educacional e o desenvolvimento do conceito de medida.

Em "Espaço representativo: um estudo das habilidades de alunos da 4ª série", Fábrega (2001) investiga o conhecimento sobre a representação do espaço tridimensional no plano bidimensional de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental. Utiliza atividades adaptadas das pesquisas de Piaget e Inhelder (1993), aplicando-as em entrevistas individuais a 36 sujeitos de 9 a 11 anos. Os resultados indicaram dificuldades na interpretação e representação de objetos tridimensionais no plano bidimensional. Foi constatado que as figuras de formas circulares e figuras com que as crianças têm maior familiaridade são reconhecidas e representadas mais facilmente por elas.

Na dissertação "Ensino/aprendizagem da rotação na 5ª série", Mega (2001) investiga em que medida o material disponibilizado nas atividades interfere no desempenho dos alunos. Aplica pré e pós-teste em 40 sujeitos de 10 e 11 anos. Utiliza materiais manipulativos na intervenção e compara os resultados obtidos por dois grupos, sendo que um deles utilizou o material usual para desenho geométrico e o outro utilizou outros materiais e ferramentas como palitos, papéis transparentes, botões e o transpel, um dispositivo projetado para este estudo. As atividades foram embasadas nos preceitos teóricos apresentados por Piaget e Garcia no que diz respeito à psicogênese do pensamento geométrico e as ideias de Meira deram o suporte teórico referente à transparência dos artefatos utilizados no ensino de Matemática. Os resultados obtidos nas atividades e no pós-teste demonstraram que o material utilizado exerce uma influência no desempenho dos alunos, variável de acordo com a natureza da atividade. Conclui-se, com esse estudo, que o material utilizado contribui para ampliar os conhecimentos no campo conceitual.

Lujan (1997), na pesquisa "A geometria da 1ª série do 1° grau: um trabalho na perspectiva de Van Hiele" tem como objetivo avaliar uma proposta baseada em jogos e material concreto para o ensino da Geometria. Fundamenta-se em Van Hiele e se apoia na psicologia genética de Jean Piaget. Trabalha com 44 sujeitos de 6 a 10 anos de idade separados em dois grupos: um experimental e um grupo controle. Utilizou pré e pós-teste. O grupo experimental é submetido a um trabalho de intervenção pedagógica adequado ao nível cognitivo após o pré-teste. Conclui que o grupo que participou da intervenção obteve desempenho significativamente melhor no pós-teste.

Em 1995, Moura, em sua tese de doutorado intitulada "A medida e a criança pré-escolar" investigou as ações das crianças pré-escolares no ato de medir em situações interativas. Observou uma sala com 19 sujeitos de 5 a 6 anos de idade e outra sala com 19 sujeitos em média de 6 e 7 anos de idade. Elaborou as atividades considerando a gênese da medida. Analisou as situações de acordo com três aspectos: a seleção da unidade de medida, a comparação da unidade de grandeza a ser medida e a expressão numérica da comparação. As análises das observações mostraram como as crianças elaboram as ações de medir, possibilitando ideias que contribuem para a elaboração de atividades que favoreçam o desenvolvimento dessas noções.

Os trabalhos elencados investigam o processo ensino-aprendizagem de conceitos geométricos e muito podem acrescentar ao presente estudo à medida que se preocupam com a compreensão de conceitos. Especificamente aqueles que focam os conceitos geométricos nas primeiras séries do ensino fundamental e na pré-escola também podem contribuir uma vez que se faz necessário conhecer os estágios precedentes do desenvolvimento cognitivo.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1. Construção do conhecimento

> [..]. as principais condições sociais do homem – os meios técnicos de produção, a linguagem com o conjunto de noções cuja construção ela possibilita, os costumes e as regras de todo tipo – não vêm determinadas, já, do interior por mecanismos hereditários completamente montados, prontos a serem ativados ao contato com as coisas e com aqueles que estão perto: essas formas de comportamento são adquiridas por transmissão exterior, de geração em geração, isto é, através da educação, e só se desenvolvem em função de interações sociais múltiplas e diferenciadas. (PIAGET, 1998a, p. 30)

A educação tradicional focou suas metas na transmissão de conhecimentos, pois considerava a criança capaz de raciocinar como o adulto. Assim, o educador não precisava se ocupar de formar o pensamento, mas apenas despejar os conteúdos das ciências. Muitas reflexões, estudos e pesquisas com propostas que divergem dessa concepção de educação têm sido desenvolvidas. Entretanto o que se constata é que essa concepção ainda está muito presente na escola. Ao analisar os métodos de ensino, Piaget (1998a) cita dois que se opõem: um caracterizado pelo condicionamento e outro caracterizado pelo apelo às atividades espontâneas da criança, isto é, sem a intervenção do adulto.

Para Piaget (1998a) a educação deve favorecer o desenvolvimento moral e intelectual da criança. Sendo assim, a escola deve contemplar métodos que objetivem a organização cognitiva, dando ênfase às atividades que favoreçam a espontaneidade da criança (métodos ativos). Em suas palavras,

> ...o princípio fundamental dos métodos ativos só se pode beneficiar com a História das Ciências e assim pode ser expresso: compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção, e será preciso curvar-se ante tais necessidades se o que se pretende, para o futuro, é moldar indivíduos capazes de produzir ou de criar, e não apenas de repetir. (PIAGET, 1998a, p. 17)

Pesquisas realizadas por Piaget evidenciaram que a compreensão da Matemática elementar decorre da construção de estruturas inicialmente qualitativas (inclusão de classes e seriação). Dessa forma, quanto mais a escola propiciar a construção prévia das operações lógicas antes de tratar de conteúdos formais, mais favorecido será o ensino da Matemática em todos os níveis.

Para Raths [et al] (1977), o pensamento é um objetivo importante da educação e as escolas devem dar oportunidades para os alunos pensarem. Assim, "a escola deve ser um local para pensamento e não apenas um local para descobrir o que os outros pensaram". (RATHS [et al], 1977, p. 303).

O educador, portanto, precisa estar atento em contribuir para o desenvolvimento do educando e não provocar danos à sua inteligência, pois, segundo Becker (2001, p.61), "o treinamento é a pior forma de entender, na prática e na teoria, a produção escolar do conhecimento, porque ela atua no sentido da destruição das condições prévias do desenvolvimento". No treinamento, o <u>fazer</u> independe do <u>compreender</u>, a prática não está necessariamente vinculada à teoria. Assim, a matéria-prima do reflexionamento é sonegada, anulando-se o processo de construção das condições prévias de todo o desenvolvimento cognitivo, ou seja, das estruturas mentais, e, portanto, de toda a aprendizagem; pois o reflexionamento do fazer ou da prática é a condição necessária do desenvolvimento do conhecimento.

Para o presente estudo faz-se necessário esclarecer como Piaget conceitua conhecimento, como pode ser classificado e como é construído. Segundo Chiarottino (1988), para Piaget o termo "conhecer" tem sentido claro: organizar, estruturar e explicar, porém a partir do vivido, do experienciado. E segundo Becker (2001), o conhecimento se dá por um processo de interação radical entre sujeito e objeto, entre indivíduo e sociedade, organismo e meio.

Dentre os conhecimentos que os indivíduos constroem existem os conhecimentos científicos, aqueles que são produzidos na escola e os conhecimentos espontâneos, aqueles que são produzidos fora da escola. Delval (2001) discursa longamente sobre esse assunto.

> O conhecimento científico, em contrapartida, é visto como totalmente distanciado da vida de cada dia e não consegue vincular-se aos problemas cotidianos. Busca generalidade e a validade universal, motivo pelo qual tenta ser o mais independente possível do contexto.

> No entanto, em suas vidas cotidianas, as pessoas atuam em contextos determinados e para resolver problemas determinados. (DELVAL, 2001, p.95)

Os estudos de Piaget nos mostram que o conhecimento tem diferentes aspectos: o <u>físico</u>, adquirido a partir da experiência direta com os objetos; o <u>lógico-matemático,</u> estruturado a partir da abstração reflexionante e o <u>social,</u> proveniente da interação com as pessoas. Por exemplo: uma criança reconhece uma bola por sua superfície arredondada e que pode fazê-la rolar. Esse conhecimento é físico. O fato desse objeto ser reconhecido pelo conjunto de letras B-O-L-A, grafados nessa sequência, e cujo significado está vinculado ao nome "bola" se refere ao conhecimento social, uma vez que é transmitido culturalmente. As relações que o sujeito faz quando inclui esse objeto na classe dos brinquedos, por exemplo, e não na classe de instrumentos musicais, é da ordem do aspecto lógico-matemático.

> Enquanto o conhecimento físico se estrutura por abstração empírica, o lógico-matemático se estrutura por abstração reflexiva. Mas da mesma maneira que o conhecimento físico e o social não ocorrem fora de um quadro lógico-matemático, o conhecimento lógico-matemático também não se estrutura fora de um contexto físico e social.(SCRIPTORI, 2005, p. 130)

De acordo com Piaget, todo conhecimento supõe a formação de conceitos, que implica nesses três aspectos. Como o conhecimento é construído pela ação da pessoa sobre o meio físico e social em que vive, este não ocorre sem uma estruturação mental do vivido. Coisas e fatos adquirem significação para o ser humano quando inseridos em uma estrutura. Segundo Chiarottino (1988), isto é o que Piaget denomina assimilação.

Os conhecimentos matemáticos produzidos na escola são muito valorizados, tanto pela sociedade como pelos estudantes, uma vez que servem para classificar populações de escolares (por exemplo: Prova Brasil). No entanto, percebe-se que para muitos ele é considerado inatingível, apesar de acessível. O que se observa é a falta de compreensão de conceitos dificultando essa aquisição. Assim, frequentemente, os alunos demonstram a apreensão de conteúdos de maneira memorística. Pode-se supor que os professores reproduzem o modelo de aprendizado ao qual foram submetidos e o que se costuma verificar é o aprendizado por repetição, treino, e não pela compreensão.

Piaget (1998a, p. 55) alerta:

> Ora, a Matemática nada mais é que uma lógica, que prolonga da forma mais natural a lógica habitual e constitui a lógica de todas as formas um pouco evoluídas do pensamento científico. Um revés na Matemática significaria assim uma deficiência nos próprios mecanismos do desenvolvimento do raciocínio. É, pois da maior necessidade que se procure verificar se a responsabilidade não recai, no caso, sobre os métodos.

De acordo com Chiarottino (1988), a experiência lógico-matemática está relacionada às ações que exercemos diretamente sobre objetos. No curso do desenvolvimento humano, se, inicialmente, o sujeito depende da ação direta sobre os objetos, em outro momento, o sujeito dispensa essa manipulação física quando os interioriza em operações simbolicamente manipuláveis, por meio de imagens mentais (representações), resultantes de abstração de dados proporcionada pela atividade do sujeito.

Ao tomarmos o ponto de vista de Becker (2001, p. 47), temos que: “O processo do conhecimento está restrito ao que o sujeito pode retirar, isto é, assimilar, dos observáveis ou dos não-observáveis, num determinado momento”. Piaget chama de “observáveis” tudo aquilo que o sujeito constata ou crê constatar nos objetos e nas ações. (SOUZA, 2004, p. 41).

A teoria psicogenética mostra que os esquemas, inicialmente motores e posteriormente mentais, não permanecem estáticos; modificam-se ao longo da vida. À medida que o sujeito se desenvolve, ele vai elaborando esquemas cada vez mais abstratos, ou seja, organizados e formalizados.

Durante o desenvolvimento humano, a teoria de Piaget identifica estádios evolutivos, descrevendo-o em três grandes períodos integrados: o período sensório--motor (0 até 18 meses); período do pensamento concreto (18 meses a 11 anos) e período do pensamento formal (11 a 15 anos). O período do pensamento concreto inclui dois subestádios: o estádio pré-operatório (18 meses a 7anos) e o estádio das operações concretas (7 a 11 anos). Cada estádio tem características próprias que são integradas ao estádio imediatamente posterior.

No período pré-operatório, as representações e as relações estabelecidas se apoiam diretamente sobre resultados empíricos observáveis, por meio da abstração empírica e pseudo-empírica. Na medida em que a atividade do sujeito sobre os objetos propicia a abstração reflexiva das noções matemáticas de natureza geométrica, permite que, pela experimentação, o sujeito possa chegar à generalização.

Assim, o estudo das medidas, na escola, deveria ser iniciado no período pré--operatório com propostas de ações do sujeito sobre objetos para que possa vir a ser refinado no período seguinte, passando do nível empírico ao reflexivo.

De acordo com os estudos piagetianos, inicialmente, na ação sobre o objeto a criança utiliza o que Piaget denominou de inteligência prática. Essa inteligência se refere à manipulação dos objetos organizados apenas pelos esquemas de ações motoras. Um bebê, por exemplo, que pretende alcançar um objeto distante que se encontra sobre uma almofada fará alguns movimentos para atingir diretamente o objeto. Não é capaz de pensar em puxar a almofada para aproximar o objeto e alcançá-lo mais facilmente.

Piaget (1973), na obra "A geometria espontânea das crianças", declara que, para iniciar o estudo das medidas, é preciso, primeiramente, examiná-las dentro de contextos das atividades mais espontâneas possíveis, tanto para assistir a formação global das medidas nas ações, quanto para discernir o papel natural das operações fundamentais que essa medida supõe. A análise feita por Piaget considerou os deslocamentos próprios das crianças em função do campo espacial mais ou menos coordenado, pois a maneira como eles medem (ou preparam as medidas) exige mais cedo ou mais tarde certa precisão métrica.

A tomada de consciência das propriedades geométricas é de natureza complexa. Num primeiro momento, apoia-se sobre as propriedades que o objeto possui, antes mesmo de o sujeito descobri-las, tais como: formas, dimensões, posições, deslocamentos etc, assim como massas, forças ou velocidades etc. O conhecimento físico difere do conhecimento geométrico, pois as características geométricas dos objetos são transparentes à razão, as quais podem ser reconstruídas dedutivamente, enquanto que os caracteres dinâmicos do conhecimento físico não podem ser dedutíveis diretamente do real; são reconhecidos apenas por suas aproximações com o real. É nesse ponto que a abstração espacial difere, ao mesmo tempo, das abstrações físicas e lógico-aritméticas. Daí se deduz a necessidade de uma didática operatória[1] que favoreça a construção do conhecimento e permita o reinventar por si mesmo.

> Uma coisa, porém, é inventar na ação e assim aplicar praticamente certas operações; outra é tomar consciência das mesmas para delas extrair um conhecimento reflexivo e, sobretudo teórico, de tal forma que nem os alunos nem os professores cheguem a suspeitar de que o

[1] Entende-se por didática operatória aquela que enfatiza as operações de pensamento. De acordo com Aebli (1958), a tarefa do professor consiste em criar situações psicológicas para que as crianças possam construir as operações que devem adquirir.

> conteúdo do ensino ministrado se pudesse apoiar em qualquer tipo de estruturas naturais. (PIAGET, 1998a, p. 16).

A invenção na ação pode acarretar a aplicação de certas operações sem abstração (inteligência prática ou intuitiva) e, consequentemente, gerar a suspeita sobre a aquisição de determinado conhecimento. Na tomada de consciência, porém, o sujeito extrai das operações realizadas um conhecimento reflexivo, de modo que o utiliza com compreensão.

No estádio das operações concretas, a estruturação cognitiva permite que a criança tenha o suporte necessário para conhecimentos mais abstratos. Piaget afirma que o empírico é necessário, mas não suficiente para desenvolver a inteligência cognoscitiva.

Piaget observou que as primeiras descobertas geométricas da criança são topológicas e que ocorrem espontaneamente nas relações espaciais. Somente após ter o domínio dessas relações topológicas é que a criança desenvolve as noções da geometria euclidiana e projetiva. A geometria topológica se vale das relações de deslocamento, vizinhança, direção, sem a interferência de medidas; a geometria projetiva é aquela que estuda as transformações das figuras através de suas várias projeções, ou seja, os objetos no espaço e, a geometria euclidiana estuda os objetos no plano, valendo-se das relações métricas.

De acordo com Fainguelernt (1999), a geometria, talvez seja a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade. No entanto, no ambiente escolar, a matemática que se pratica se apoia em um processo exaustivo de formalização precoce.

"Apropriar-se de um conceito é fazer a passagem de uma representação para outra, trabalhando com desenvoltura nas diferentes representações". (FAINGUELERNT, 1999, p.216). Pode-se observar o processo de apropriação do conceito de medida, por exemplo, com a prova da torre, idealizada por Piaget. Nela, a criança inicialmente compara o tamanho de duas torres visualmente, afastando-se ou aproximando-se da mesma. Num estágio posterior, ela trata de fazer a comparação aproximando as torres ou utilizando um instrumento de medida apenas para verificar se elas estão no mesmo nível. E, apenas quando utiliza o instrumento de medida corretamente, isto é, marcando o tamanho da torre nesse instrumento, transferindo essa medida para a outra torre e explicando o que realizou, é que podemos afirmar que se apropriou do conceito.

Sabemos que nenhum conceito se estrutura no vazio, mas se apoia em conhecimentos anteriores, promovidos pela ação do sujeito. Um conceito espontâneo pode ser modificado pela experimentação do sujeito, à medida que essa ação altera suas estruturas mentais, o que ocorre pelos processos de assimilação e de acomodação, inserindo esse conceito num sistema mais amplo de relações. Essas ações provocam uma perturbação no sujeito, causando um desequilíbrio cognitivo. Ao reagir ao desequilíbrio, diz-se que ele está regulando suas ações físicas ou mentais, que, por sua vez, tornam-se operações.

Ao processo que permite construir uma nova estrutura, em virtude da reorganização de estruturas anteriores, Piaget (1995, p.193) denomina abstração reflexionante, que pode funcionar de forma inconsciente ou sob intenções deliberadas. A tomada de consciência de resultados de uma abstração reflexionante é chamada de abstração refletida[2].

Segundo Scriptori (2005, p.163),

> A partir das contribuições da psicologia, tanto construtivista como socioconstrutivista, temos que os sujeitos aprendem e fazem avanços cognitivos ao se defrontarem com situações-problema, postas pelos objetos, pessoas e situações, geradoras de conflitos que, uma vez superados, produzem novos conhecimentos, e que por sua vez e a seu tempo gerarão novas situações-problema que também deverão ser superadas, e assim sucessivamente.

Piaget alerta para situações que dão a impressão de compreensão sem que se cumpra a reinvenção o que ocorre, por exemplo, quando o aluno se torna capaz de repetir e aplicar o que aprendeu em determinadas situações, mas não generaliza para outras situações.

O estudo psicológico do desenvolvimento da inteligência matemática espontânea da criança e do adolescente fornece dados de como as noções matemáticas se constroem no pensamento da criança.

> Na formação e construção de um conceito é fundamental que os aprendizes vivenciem uma variedade de experiências estimulantes que possibilitem progressivamente as abstrações e generalizações,

[2] O termo “abstração reflexiva”, utilizado por Piaget foi traduzido por Becker como abstração reflexionante e abstração refletida.

> desde que essas experiências estejam compatíveis com seu nível de desenvolvimento e desempenho. (FAINGUELERNT, 1999, p.215)

Como já dissemos anteriormente, a Geometria que hoje se ensina na escola é uma geometria científica que foi sistematizada ao longo da história, e a construção desses conceitos nas crianças não obedece à mesma ordem, segundo constatações da teoria piagetiana.

De acordo com Lorenzato (2006, p.20), “o concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática”.

Piaget não tinha dúvidas de que a orientação metodológica a ser utilizada pelos docentes depende tanto da compreensão de como o ser humano forma suas estruturas lógico-matemáticas, que levam à operatividade do pensamento, como da significação epistemológica que lhes seja atribuída. (SCRIPTORI, 2005)

É com base nos fundamentos teóricos descritos que foram desenvolvidas as atividades dessa pesquisa, pretendendo favorecer a operatividade do sujeito aprendiz, a respeito das noções geométricas envolvidas.

2.2. A questão das operações de pensamento

> *[...] el pensamiento no es un conjunto de términos estáticos, una colección de "contenidos de conciencia", de imágenes, etc., sino un juego de operaciones vivientes y actuantes.* (AEBLI, 1958, p.101)

De acordo com Aebli (1958), *pensar es actuar, trátese de asimilar los datos de la experiencia sometiéndolos a los esquemas de actividad intelectual o de construir nuevas operaciones mediante una reflexión en apariencia abstracta", es decir, operando interiormente sobre objetos imaginados.* (AEBLI, 1958, p.101)

Assim como Piaget, Aebli enfatiza que pensar é agir, e essa ação pode ser puro pensamento na medida em que retira da experiência dados, inserindo-os aos esquemas mentais que provocarão operações. A imagem mental serve de suporte, mas não é suficiente para construir novas operações.

Raths [et al] (1977), na obra “Ensinar a Pensar”, propõem que a escola acentue o pensamento, no sentido de incentivar o uso das operações do pensamento para a solução de muitos problemas da vida cotidiana. Tal proposta independe da mudança no currículo escolar e, segundo o autor, promove uma mudança de comportamento: estudantes que não têm sucesso em exercícios rotineiros começam a apresentar melhores resultados, e outros que se saem bem em tarefas de memorização necessitam de uma atenção maior nas tarefas que enfatizam o pensamento.

Os autores elencam as seguintes operações de pensamento: observação e descrição, comparação, resumo, classificação, interpretação, crítica, busca de suposições, imaginação, coleta e organização de dados, hipóteses, decisão, planejamento de projetos ou pesquisas, codificação. Essas operações deverão ser contempladas nas atividades escolares, nas tarefas, nas perguntas que os professores fazem aos alunos, desde as primeiras séries escolares, pois os processos mentais superiores acompanham o desenvolvimento humano. Processos mentais superiores são os processos que caracterizam o pensamento humano, diferenciando-o das outras espécies animais.

> *Antes de abordar el problema de la realización práctica de una unidad de enseñanza, el maestro debe buscar, pues, qué operaciones están en la base de las nociones que se propone hacer adquirir a sus alumnos.* (AEBLI, 1958, p. 102)

A **observação e descrição** são caracterizadas pela atenção disponibilizada para se notar algo cuidadosamente. Essa tarefa acentua a percepção. O autor questiona se a escola dá oportunidade para que as crianças utilizem todos os seus sentidos, pois, segundo ele, “Observar é uma forma de descobrir informação, uma parte do processo de reação significativa ao mundo” (RATHS [et al], 1977, p. 22).

A observação pode focalizar um experimento, um objeto, uma ação, uma obra de arte, demonstrações, técnicas de jogos. As observações devem apresentar objetivos claros para que os relatos sejam significativos.

Uma tarefa que permite exemplificar essa operação é a observação do movimento da sombra para introduzir as relações utilizadas no teorema de Tales. Pede-se aos alunos que observem o movimento e o tamanho da sombra, por exemplo, de uma haste durante o dia. Podem descrever o que observaram ou representar com um gráfico.

Para que fique claro o objetivo, o professor pode expor alguns questionamentos: a sombra muda de posição?, o tamanho da sombra varia?; que fatores influenciam no tamanho da sombra?

Em sala de aula, ao serem indagados a respeito da sombra, é comum os alunos responderem, por exemplo, que a sombra da escola está sempre do mesmo lado. Os professores costumam restringir as oportunidades de observações aos dados empíricos do horário em que frequentam a escola. Ao promover atividades desafiantes e reflexivas, o universo de observação do aluno amplia-se, à medida que se desenvolve a noção espaço-temporal.

A operação mental de **comparação** caracteriza-se pela ideia de buscar diretamente semelhanças ou diferenças por fatos ou pela imaginação. Qualquer que seja o objeto em estudo, este apresenta muitas possibilidades para comparação e a dificuldade pode variar muito. Na busca por relações mútuas entre objetos, ideias ou processos examinados, são observados pontos de concordância ou de discordância que variam de acordo com o objetivo da tarefa. Segundo Raths [et al] (1977), “Este processo de comparação inclui a abstração e a sua conservação, enquanto se dá atenção aos objetos que estão sendo comparados”.

Essa tarefa se torna mais interessante e estimulante para alunos e professores na medida em que tenha um objetivo real; caso contrário, torna-se monótona e superficial.

Utilizando o exemplo anterior, referente ao teorema de Tales, pede-se para que os alunos observem a sombra de uma pessoa durante o dia e comparem-na com a sombra da haste, listando as semelhanças e as diferenças. Instigando-os com perguntas como: que relação existe entre o comprimento da haste e sua respectiva sombra?; será que a sombra da haste aumenta da mesma forma que a sombra da pessoa? ; será que existe uma relação de proporcionalidade?; e com uma outra haste aconteceria a mesma coisa? é possível conduzir os alunos à descoberta de relações.

> *Escuchar una explicación es siempre menos interesante que descubrirla por sí mismo y es común que sean los alumnos bien dotados los que atienden mal las lecciones ex cátedra pues no les proporcionan bastantes oportunidades de actividad*.(AEBLI, 1958, p.104)

O **resumo** é caracterizado pela busca do que é essencial naquilo que foi exposto. É necessário um resgate da sequência das ações e dos aspectos principais com a preocupação de que seja conciso. Devido à dificuldade que algumas crianças encontram nessa tarefa, é conveniente mostrar-lhes como esquematizar aquilo que se deve falar ou escrever. O resumo e comparação podem ser combinados, como o resumo das diferenças e das semelhanças encontradas em determinado objeto ou fato em estudo.

Esse treinamento pode contribuir para o desenvolvimento da discriminação uma vez que enfatiza a importância das significações atribuídas.

As operações de observação, comparação e resumo podem estar reunidas numa mesma tarefa como no exemplo da operação anterior que poderia ser completado com a elaboração de um resumo. É importante esquematizar as principais ações que implicaram o estabelecimento das relações referentes aos comprimentos dos objetos e suas respectivas sombras. Essa tarefa pode servir para que o sujeito reorganize suas idéias para poder transferi-las e generalizá-las.

> *Siempre son las operaciones las que definen a las nociones y es su ejecución lo que debe provocar la enseñanza, efectivamente primero y bajo forma "interiorizada"o representativa después.*(AEBLI, 1958, p.101)

Classificar é formar agrupamentos examinando as características de determinados objetos. As crianças ficam expostas desde muito cedo a vários sistemas de classificação, por exemplo: objetos para brincar, utensílios de cozinha, peças do vestuário, cômodos de uma casa etc. Nas primeiras séries de ensino, as escolas proporcionam várias situações envolvendo classificação, ao trabalhar, por exemplo, com blocos de formas e cores diferentes. Assim, as crianças aprendem várias maneiras de agrupar, na medida em que compartilham suas experiências com seus pares. De acordo com Raths [et al], "classificar é dar ordem à existência; é contribuir para o sentido da experiência". (1977, p. 24).

De acordo com Piaget (1998a), uma coleção caracterizada por características comuns é uma classe.

Ao fazer a operação de classificação o sujeito já fez antecipadamente a observação e a comparação. É necessário, então, escolher uma característica atribuindo-lhe determinados atributos para fazer os agrupamentos. São inúmeras as classificações no ensino da geometria: classificação das figuras geométricas, classificação das figuras espaciais, classificação dos polígonos, classificação dos ângulos, classificação dos triângulos etc.

É importante salientar que, possivelmente, os alunos possam fazer outras classificações segundo atributos que eles reconheçam por uma categorização pessoal. Cabe ao professor conduzir os alunos a explorarem os atributos necessários para a classificação que deseja construir como: grupos baseados em função, tamanho, forma, posição ou outro critério.

Esse tipo de atividade, no ensino de segundo grau, pode ser aplicado com maior rigor na medida em que se criem exigências cada vez mais sofisticadas de um sistema de classificação.

A **busca de suposições** é o exame de possibilidades para determinada situação. Segundo Raths [et al], (1977), as crianças fazem várias suposições e, para que essa tarefa seja positiva no processo de desenvolvimento, devem ser ouvidas, observadas e avaliadas.

Em todo processo de tomada de decisão, ocorre uma ou várias suposições. Quando fazemos comparações, julgamentos, experimentos, avaliações, também são feitas suposições.

É importante salientar que as crianças compreendam que fazer suposições não é necessariamente errado. O objetivo dessa operação é desenvolver a capacidade para identificar certas afirmações como suposições. Por exemplo, numa situação em que ocorra a informação sobre a área de um retângulo igual a 8 cm^2, pode-se explorar quais as possíveis dimensões desse retângulo. No conjunto dos números naturais, as possibilidades seriam: 1cmx8cm; 2cmx 4cm e no conjunto dos números reais, as suposições seriam inúmeras.

A **hipótese** serve de guia para o indivíduo na resolução de um problema, pois é feita uma projeção imaginária de uma solução que pode servir ou não para determinada situação problemática. A busca por soluções possíveis, diante de um determinado problema, é um desafio para os alunos na medida em que eles têm que antecipar as consequências por meio de suas ideias.

Diante de qualquer situação-problema, o professor pode pedir para que os alunos pensem e, após alguns minutos, façam algumas sugestões para que sejam examinadas. Para que compreendam que as sugestões são apenas possibilidades, é importante estimulá-los a usar palavras de restrição tais como: às vezes, talvez, é possível.

Um exemplo de tarefa envolvendo hipótese seria apresentar o seguinte problema: pode-se construir um triângulo com dois lados de medidas iguais e o outro com uma outra medida qualquer? Os alunos farão sugestões de medidas que poderão ser examinadas com a construção dos triângulos. Verificarão que, em algumas situações, determinam a existência de um triângulo (por exemplo: 2cm, 2cm, 3 cm), em outras, não (por exemplo:2cm, 2cm, 5cm).

À medida que forem desenvolvendo a capacidade de sugerir hipóteses, estarão desenvolvendo a capacidade de sugerir soluções possíveis para os problemas.

A **interpretação** faz com que o indivíduo atribua um determinado significado a partir das próprias experiências. As operações de comparação, classificação, observação, descrição e resumo compõem um processo sintético anterior à interpretação.

Nas palavras de Raths [et al], "A acumulação de significados aumenta a riqueza da vida". (1977, p. 26).

Os significados são as inferências resultantes da experiência individual. Às inferências podem ser acrescentadas palavras ou expressões como: provavelmente, talvez, às vezes, é possível, aparentemente etc. A utilização dessa linguagem desperta a atribuição de causalidade, validade e representatividade dos dados.

Retomando a tarefa anterior, após examinarem as hipóteses referentes às medidas dos lados do triângulo, é possível buscar o seu significado. Com a construção de uma tabela com as medidas dos lados que formaram os triângulos e as medidas cujos lados não formaram triângulos, pode ser feita uma análise para que os alunos descubram a condição de existência do triângulo ($a< b+c$, $b< a+c$ e $c< a+b$, onde a, b e c são as medidas dos lados do triângulo).

A **crítica** indica os elementos de valor, os defeitos e as limitações. Pode levar a uma maior maturidade do sujeito à medida que contribui para o desenvolvimento de discriminação e julgamento correto. Sua essência consiste em criar um esquema racional para aquilo de que se gosta e para aquilo de que não se gosta.

Nessa tarefa, é importante solicitar provas que reafirmam os comentários feitos, analisar os padrões implícitos ou explícitos na crítica e comparar esses padrões com outros possíveis. O exercício de respeito às críticas leva à formulação de valores que regem a existência.

Imaginação é a percepção mental daquilo que não está presente.

> A imaginação exige que deixemos de lado o que é prosaico; exige invenção e originalidade, liberdade para pensar no que é novo e diferente. (RATHS [et al], 1977, p. 30).

É ela que permite a criação de novidades, uma vez que pode produzir a flexibilização nas formas de pensamento. Um novo método de resolver um problema exige imaginação e invenção. O uso de fórmulas rotineiras afasta os alunos da invenção não os estimulando para o uso da imaginação.

A aplicação de fatos e princípios a novas situações exige a transitividade do pensamento, ou seja, determinada lei ou princípio válido em determinado contexto pode ser aplicado em outro contexto. Esse processo exige a capacidade para estabelecer relações e transferir a novos problemas os princípios aprendidos anteriormente.

Uma tarefa que pode ser aplicada a essa operação pode ser o cálculo da soma dos ângulos internos de qualquer polígono a partir do princípio que determina que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

Decisão implica sempre em escolha e essa escolha pode se tornar mais fácil ao sujeito à medida que exista a possibilidade de realizar as operações de pensamento mencionadas anteriormente. Nessa operação, acentua-se o papel dos valores: O que realmente desejamos? Que valores preferimos? O que estimamos acima de tudo? Quando se decide por determinada solução de um problema, estão implícitas leis, princípios, generalizações ou regras valorizadas pelo indivíduo. Essa operação difere da aplicação de princípios na medida em que dá maior ênfase aos valores que o sujeito deseja conservar na solução.

Segundo Raths [et al] (1977), algumas técnicas de esclarecimento de valor podem ser utilizadas pelos professores: 1. repita o que a criança disse; 2. faça uma paráfrase da afirmação da criança; 3. deforme ou procure a afirmação da criança; 4. peça exemplos; 5. peça a definição de um termo; 6. peça a outra criança para explicar o que foi dito; 7. peça à criança para resumir o que disse; 8. pergunte se existe incoerência, entre outras.

O planejamento de projetos ou pesquisas são trabalhos complexos, pois exigem um plano de execução das tarefas e a integração de várias atividades envolvendo muitas operações de pensamento.

De acordo com Raths [et al],

> Um projeto significativo quase sempre exige todas as operações já discutidas - comparação, resumo, observação, interpretação, busca de suposições, aplicação de princípios, decisão, imaginação e crítica. (1977, p. 36).

Codificação são métodos reduzidos para indicar abreviações estilísticas. A codificação de trabalhos tem o objetivo de aumentar a responsabilidade dos alunos pelos próprios pensamentos quanto ao uso de determinadas palavras como: todos, sempre, nunca, ninguém; e expressões como: parece, provavelmente, talvez, é possível, em minha opinião etc. A codificação desenvolve hábitos de cuidados na comunicação.

Enfim, os autores de "Ensinar a Pensar" propõem atividades de pensamento para crianças do primeiro grau que têm pouca ou nenhuma capacidade de leitura, para crianças que começam a ter fluência na leitura, para crianças que têm fluência em leitura e escrita e para alunos do segundo grau. Segundo seus autores, o professor é o elemento fundamental para a acentuação do pensamento. Admitem também que a acentuação do pensamento exige muito trabalho e que, mesmo em condições ideais, requer esforços e empenho pessoais.

2.3. Trabalho de grupo

De acordo com Piaget (1998b), três observações importantes sobre as tarefas de ensino e a educação intelectual indicam a necessidade de cooperação dos alunos entre si.

A primeira delas refere-se à dificuldade do professor em se fazer compreender pelos alunos na pedagogia tradicional. Segundo ele, percebeu-se que a falta de compreensão dos alunos não se deve apenas às insuficiências do verbalismo, mas sim como o ensino é concebido, ou seja, o professor como detentor de todo conhecimento e a criança como ser de recepção passivo. Nesse tipo de concepção é comum a utilização de atividades coletivas, isto é, em que todos realizam a mesma atividade ao mesmo tempo sob a instrução do professor.

A pedagogia experimental concebe a criança como um ser ativo, cuja atividade espontânea deve ser alimentada. Para essa pedagogia, a aula expositiva não é suprimida, mas tem um papel mais modesto, valorizando o trabalho conjunto e a formação de grupos de modo que gere colaboração e troca, como no caso de atividades diversificadas. Entende-se por atividades diversificadas as atividades diferenciadas que cada indivíduo ou grupo realiza, ao mesmo tempo, no espaço escolar e que permitem a intervenção (ou mediação) do professor, por oposição à atividade coletiva já mencionada anteriormente.

A segunda observação trata da diferença entre a lógica da criança e a lógica do adulto, ou seja, a razão não é inata. Nesse caso, a principal tarefa da educação é formar o pensamento e não preencher a memória. Na perspectiva dos métodos ativos, o trabalho em grupos favorece as condições naturais de colaboração e ajuda recíproca para que, utilizando normas próprias, as crianças elaborem o pensamento racional.

A terceira observação é o fato de que sociólogos constataram, em sociedades adultas, diferenças nas formas de pensamento de acordo com o meio social. Conclui-se que o elemento social de cooperação está presente no desenvolvimento do pensamento.

Das observações acima, Piaget investiga se a cooperação é indispensável à elaboração da razão e esclarece que

> A cooperação, com efeito, é um método característico da sociedade que se constrói pela reciprocidade dos trabalhadores e a implica, ou seja, é precisamente uma norma racional e moral indispensável para a formação da personalidade... (PIAGET, 1998b, p.141)

A consciência da criança inicia-se com um egocentrismo inconsciente e integral. Pouco a pouco, os progressos da inteligência sensório-motora vão construindo um universo em que a criança é um elemento entre os demais. Da mesma forma, ela começa a tomar consciência não somente do corpo físico, mas também das opiniões e vontades do outro. A tomada de consciência do eu e o esforço para se adaptar a um conjunto de outras perspectivas é o primeiro indicador de cooperação.

Um aspecto importante para ser destacado é que a cooperação conduz o indivíduo à objetividade. Isso ocorre quando a criança renuncia aos próprios interesses em favor de uma realidade comum, ou quando ela se coloca do ponto de vista dos outros.

Para Piaget, a criança de sete anos começa a se libertar do seu egocentrismo social e intelectual tornando-se capaz de novas coordenações. Esse sistema de coordenações sociais e individuais produz uma moral de cooperação e autonomia pessoal, conduzindo-a a uma honestidade intelectual na conduta do pensamento.

Piaget relata que os dados das pesquisas de seus colaboradores convergem para a análise psicológica estabelecida da evolução de cooperação. Antes dos sete anos, as crianças gostam da convivência com outras crianças, mas não modificam as atitudes individuais, o egocentrismo infantil predomina. Dos oito aos dez anos, aumenta a necessidade de se agrupar, ocorrem discussões e trocas sistemáticas são rudimentares. Apenas por volta de 10-11 anos é que se observa a cooperação. É a partir dessa idade que a lógica da criança se liberta e seu pensamento se torna reversível. Contudo, se não tiverem tido a oportunidade de vivenciar atividades em que a cooperação se faça presente, a construção da reversibilidade se fará tardiamente ou nunca se fará..

Os aspectos mencionados mostram que a cooperação é condição essencial para a constituição da razão e o trabalho em grupo estimula a cooperação.

Piaget analisou crianças mal adaptadas ao trabalho escolar e concluiu que essa inadaptação decorre de sentimentos de falta de confiança em si mesmo ou deficiências devidas à constituição psicológica da criança e que uma compreensão melhor do meio seria suficiente para transformá-las. O aluno, nessas condições, pode se sentir inibido em relação ao professor enquanto que, num grupo de trabalho, se sente naturalmente solicitado. Com o exercício constante de participação que um grupo exige, e com a mediação adequada do adulto, pouco a pouco vai desaparecendo a inibição que dá lugar ao êxito. Uma sucessão de pequenos êxitos pode levar a atitudes e esforços salutares. Para crianças que não possuem problema de falta de adaptação, o trabalho de grupo também mostrou possibilidades de iniciativa e desenvolvimento.

As pesquisas de colaboradores de Piaget constataram que os conhecimentos previstos pelos programas podem ser adquiridos tanto em grupo como individualmente. Entretanto atribuem ao trabalho em grupo à solidez do saber, devido à atividade dispensada para sua assimilação.

Apoiando-se nos pressupostos teóricos apresentados, foi feito o delineamento da pesquisa, cuja metodologia está descrita no capítulo seguinte.

CAPÍTULO III

A PESQUISA

> É na pesquisa e através dela que a profissão de professor deixa de ser uma simples profissão e ultrapassa mesmo o nível de uma vocação efetiva para adquirir a dignidade de toda profissão ligada ao mesmo tempo à arte e à ciência, pois a ciência da criança e a da sua formação constituem mais do que nunca domínios inesgotáveis. (PIAGET, 1970, p. 130)

3.1. Problema da pesquisa

Como já foi dito, os conceitos matemáticos são considerados de grande importância pela escola e pela sociedade. No entanto, percebe-se que os alunos apresentam muita dificuldade na aquisição de determinados conceitos operatórios da matemática escolar, que geram a memorização, sem nenhuma compreensão. Na busca de entender esse fato, o presente trabalho investigará o seguinte problema: **É possível favorecer a compreensão de conceitos de natureza geométrica em ambiente escolar? Como?**

3.2. Objetivo geral da pesquisa

Esta pesquisa se propõe a estudar e identificar as dificuldades e os avanços dos alunos na compreensão de conceitos matemáticos de natureza geométrica no ambiente escolar, utilizando uma intervenção pedagógica, com atividades diversificadas, baseada nos princípios do método clínico-crítico piagetiano.

3.3. Objetivos específicos

- Analisar o pensamento dos sujeitos com base na compreensão de determinados conceitos matemáticos de natureza geométrica dos diferentes participantes da pesquisa.
- Propor atividades diversificadas e investigar em que medida essas atividades levam os escolares a construir, com compreensão, os conceitos matemáticos selecionados.
- Investigar se há diferença na compreensão de conceitos nos diferentes sujeitos do grupo, que participarão da intervenção pedagógica com base nos princípios do método clínico-crítico de Piaget.

3.4. Metodologia

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de natureza descritiva analítica, de tipo *ex post facto.*

> As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. (GIL, 2007, p 42)

De acordo com Kerlinger (1980, p.130) pesquisa *ex post facto* é qualquer pesquisa na qual não é possível manipular variáveis ou designar sujeitos ou condições aleatoriamente. A lógica básica da pesquisa *ex post facto* busca a validade do tipo "se *p*, então *q*". Como não é possível manipular as variáveis independentes, podem existir falhas nas conclusões. Kerlinger afirma que "a falha é compensada às vezes pelo maior realismo e efeitos mais fortes, entretanto" (1980, p.140).

Será realizada com uma amostra de conveniência de 20 alunos de 13 a 16 anos de idade, selecionados aleatoriamente entre os alunos da 8ª série de uma escola pública municipal do interior paulista.

3.5. Sujeitos da pesquisa:

3.5.1. A escolha dos sujeitos da pesquisa:

Foram colocados os nomes dos 75 alunos da 8ª série numa caixa para serem sorteados. Esses alunos participaram da avaliação institucional do ensino municipal (SAMERP) em 2007 nessa unidade escolar e são alunos desta professora-pesquisadora desde a 5ª série. O sorteio ocorreu na escola no segundo semestre de 2008 e foi feito pela professora de Língua Portuguesa na presença da pesquisadora e dos alunos da 7ª série.

Foram escolhidos aleatoriamente, 25 alunos, para o caso de ser necessário fazer substituições. Portanto, a amostra de conveniência foi composta de vinte alunos, com idade entre 13 e 16 anos, sendo 11 do sexo feminino e 8 do sexo masculino. O grupo selecionado participou tanto do pré-teste e pós-teste como de uma intervenção pedagógica baseada nos princípios do método clínico-crítico de Piaget.

3.5.2. Codificação da amostra

Para a garantia do anonimato, os sujeitos foram codificados segundo dois atributos: (1) ordenação por sexo; (2) idade. Para o atributo sexo, foram utilizados numerais de 1 a 11 para o sexo feminino e 12 a 20 para o sexo masculino. O segundo número indica a idade do sujeito na data da seleção. Por exemplo: S1.14 é a designação de uma menina que nasceu em abril de 1994, e S12.15 designa um menino nascido em junho de 1993.

3.6. Material e métodos

O material utilizado está descrito nos procedimentos de realização da pesquisa.

3.6.1. Estudo Piloto

Julgou-se conveniente, e mesmo necessário, proceder a um estudo piloto referente à noção de medida, a fim de compreender a microgênese psicológica desse conceito. Para tal estudo foi utilizada a prova da torre, adaptada das pesquisas piagetianas.

Trata-se de uma prova individual, gravada em áudio e vídeo e aplicada em 9 sujeitos de diferentes idades entre 6 e 15 anos.

A prova consta da construção de uma torre com cubos de madeira, mediante uma torre modelo, em 3 situações diferentes: primeiramente, em um mesmo plano, depois em plano diferente e, finalmente, com blocos menores que a torre modelo.

A partir da análise do vídeo do estudo piloto que mostra o desempenho dos sujeitos e os dados do pré-teste, foi planejada a intervenção.

3.6.2. Pré-Teste

O pré-teste constou de três provas baseadas em experimentos de Piaget, a saber, conservação e medidas de superfícies; medidas dos ângulos do triângulo; e soma dos ângulos internos do triângulo, descritas na obra Inventários, de Jean Piaget.

Os Inventários, de Jean Piaget, reúne um conjunto de fichas de experiências a serem realizadas tanto pelo sujeito como pelo experimentador, porém a participação de cada um é de natureza diferente. Em cada ficha, encontram-se, resumidamente, as relações da teoria com o experimento. Tais experimentos podem fornecer procedimentos para confrontar o desenvolvimento mental e, portanto, podem ser utilizados com várias finalidades, isto é, para fins psicológicos, epistemológicos ou pedagógicos. Os psicólogos podem usá-lo como investigação do desenvolvimento da inteligência, os epistemólogos, como pesquisa sobre a origem de noções e condutas dos sujeitos, e os pedagogos, como suporte na elaboração de um currículo escolar baseado no desenvolvimento cognitivo da criança.

3.6.3. Intervenção

Após a aplicação de todas as provas do pré-teste, os sujeitos, separados em pequenos grupos, participaram de 5 sessões de intervenção pedagógica, realizadas ao longo de dois meses, com a duração de uma hora aproximadamente para cada atividade. A intervenção teve como objetivo oportunizar a construção ou reconstrução dos conceitos de geometria propostos neste estudo.

3.6.4. Pós-teste

O pós-teste constitui-se das mesmas provas piagetianas utilizadas no pré-teste, aplicadas após as atividades de intervenção.

3.6.5. Método clínico-crítico de Piaget

O método clínico foi proposto por Piaget desde suas pesquisas iniciais, nos anos 1920.

Segundo Delval (2002), esse método consiste essencialmente na intervenção sistemática do pesquisador diante das ações do sujeito.

> Partimos do suposto de que método clínico é um procedimento para investigar como as crianças pensam, percebem, agem e sentem, que procura descobrir o que não é evidente no que os sujeitos fazem ou dizem, o que está por trás da aparência de sua conduta, seja em ações ou palavras.(DELVAL, 2002, p.67)

Durante a experimentação o pesquisador observa a conduta do sujeito, analisa o que acontece pelas suas ações e/ou palavras e conduz as interações, em cada momento, de acordo com a capacidade mental do indivíduo.

Diferenciam-se três situações no método clínico em relação ao material utilizado. A primeira situação baseia-se numa conversa com o sujeito na qual as intervenções do experimentador servem para esclarecer o que ele disse. Isso se aplica quando se investiga o que o sujeito pensa sobre fenômenos diretamente inacessíveis, em que a utilização do material é excluída ou muito limitada.

A segunda situação trata da conservação da quantidade de um conjunto e se baseia em questionamentos sobre as transformações que ocorrem juntando ou separando objetos, acrescentando ou retirando objetos. As respostas dos sujeitos informam como pensam, auxiliando o experimentador a interpretar o que fazem.

De acordo com Aebli (1958), pode-se dizer que cada pergunta é necessariamente função de uma operação mental e toda pergunta tem um esquema antecipatório.

A terceira situação se baseia na modificação de determinada situação de acordo com as suposições do experimentador a respeito do que está se passando na mente do sujeito. De acordo com suas ações, o experimentador tem a confirmação ou não de suas hipóteses. Esse caso Piaget utilizou no estádio sensório-motor, ou seja, sem a intervenção da linguagem oral.

Para utilizar adequadamente o método clínico, o pesquisador deve descentrar-se de sua forma de pensar, estar atento aos termos que utiliza, formular hipóteses a cada resposta ou ação do sujeito e provocar situações que esclareçam, completem ou contradigam as explicações ou as ações do sujeito.

De acordo com esse método, as respostas dos sujeitos podem ser classificadas como espontâneas, desencadeadas, sugeridas, fabuladas e não-importistas. (DELVAL, 2002).

Respostas espontâneas são respostas dadas pelos sujeitos sem a intervenção do pesquisador; elas revelam como o sujeito pensa.

Desencadeadas são respostas que o sujeito elabora durante a entrevista, relacionando a experiência com o conjunto de seu pensamento.

As sugeridas são as respostas influenciadas pela intervenção do experimentador. Segundo Delval (2002), Piaget descreve que essas respostas podem ser de dois tipos: sugestão pela palavra e a sugestão pela perseveração. Uma palavra empregada pelo entrevistador pode ter outro sentido para o sujeito. Ele utiliza-a sem corresponder ao que foi apresentado. A sugestão por perseveração é a resposta que o sujeito dá mediante uma explicação utilizada várias vezes. Por repetir seguidamente a mesma resposta, ele tende a continuar repetindo.

A fabulação é uma história que a criança inventa durante a entrevista. É própria de cada sujeito e expressa algo que agrada a ela mesma. Pode ocorrer outras vezes a mesma resposta porque o próprio sujeito acredita no que fala.

O não-importismo se revela pela conduta do sujeito que fica distraído, olha para outros lugares, leva muito tempo para responder, etc., dando qualquer resposta para fugir do aborrecimento da pergunta.

3.7. O desenrolar da pesquisa

> [...] o professor precisa aprender o "universo cognitivo" (forma ou estrutura) do aluno, seus conceitos espontâneos. (BECKER, 2001, p.85)

Essa investigação foi iniciada pelo estudo piloto, aplicando a prova da torre adaptada em sujeitos de 6 a 15 anos. Com esse estudo, foi possível observar e analisar a conduta dos sujeitos em diferentes estágios de desenvolvimento numa atividade referente à noção de medida, o que possibilitou fornecer subsídios para compreender o pensamento dos sujeitos e para planejar a intervenção posterior.

Em um estudo desse tipo, o que se observa é a atividade operacional efetiva do sujeito (operação externa e motora) e, à medida que se faz o questionamento, infere-se a mobilização do seu pensamento.

A prova da torre adaptada consiste em três etapas. Na primeira etapa, o sujeito deve construir uma torre do mesmo tamanho e no mesmo plano que a torre construída pela pesquisadora; para tanto deverá comparar o tamanho das torres e medi-las, utilizando as varetas de vários tamanhos que foram colocados à sua disposição. -. Na segunda etapa, a pesquisadora constrói a torre em um plano mais alto, em cima de uma caixa colocada sobre o plano inicial (a mesa), e pede ao sujeito que construa outra torre igual ao modelo, porém sem utilizar o suporte da caixa. Para certificar-se de que as torres sejam iguais o sujeito terá de comparar o tamanho de ambas, utilizando as varetas disponíveis. Na terceira etapa, o sujeito deverá fazer o mesmo procedimento da segunda etapa, utilizando, entretanto, blocos menores que os da torre modelo construída pela pesquisadora.

Os sujeitos desse estudo piloto estão identificados por três letras e as respectivas idades entre parênteses (anos; meses), como utilizado por Piaget em suas pesquisas. Esses sujeitos participaram exclusivamente do estudo piloto, não fizeram parte da amostra da pesquisa.

3.7.1. Resultados do estudo-piloto[3]

Para os sujeitos com 6 anos de idade, observou-se que, apesar de concordarem que os instrumentos de medida (varetas) ajudam a conferir o tamanho da torre, não os utilizaram, integrando esse dado às suas ações. É o caso de Éri (6;11), que coloca a vareta sobre as torres, paralelamente à mesa e diz que não está igual porque sobra um pedaço da vareta para além das torres. Na construção da torre sobre o suporte, percebe e identifica a presença do mesmo, mas o considera pertencente à torre.

Nat (6;11) coloca a vareta paralelamente à altura da torre, mas não marca, nem transfere essa medida para a outra torre que construiu, ou seja, não descentrou o

[3] Os sujeitos do estudo piloto estão designados por três letras de um nome fictício e por suas idades em anos e meses, tal como foi praxe nas pesquisas que Piaget realizou.

suficiente para formar uma sequência de comparações sistemáticas que possibilitam comprovar suas alturas da torre. Na segunda etapa da construção, Nat não faz comentários sobre o suporte colocado e utiliza o mesmo procedimento para construir a sua torre, ignorando esse dado. Na terceira etapa, diz que não dá pra fazer uma torre do mesmo tamanho porque utiliza o mesmo número de peças, mas como as peças são menores o tamanho não pode ser o mesmo e que a vareta não ajuda a conferir. conforme o diálogo:

> Pesq - Não dá para ficar do mesmo tamanho que a minha?
> Nat (6;11)- Não, porque essa aí é grande (mostra o bloco cúbico) e este aqui é pequeno (mostra a peça menor usada por ela).
> Pesq - E a vareta não ajuda a resolver?
> Nat (6;11)- Não.

Raf (8;3) ao comparar o tamanho das torres, apoia a vareta sobre elas paralelamente à mesa, porém não faz referência à medida da vareta, mas, sim, à quantidade de blocos utilizados. Na construção da torre sobre o suporte, percebe a presença do suporte, mas o considera como parte integrante da torre.

> Raf (8;3) - Só que aí eu vou precisar um pouco mais de peça por causa disso aqui. (Aponta para o suporte)

Na construção da torre com peças menores que as do modelo, Raf(8;3) constroi, compara com a vareta apoiada nas torres paralelamente à mesa, mas não encontra uma explicação plausível para dar:

> Pesq - Está do mesmo tamanho que a minha?
> Raf (8;3) olhando atentamente responde: - Não.
> Pesq - Não dá pra ficar do mesmo tamanho que a minha?
> Raf (8;3) – Não, porque essa aí é grande (mostra o bloco cúbico) e este aqui é pequeno (mostra a peça pequena usada por ela).
> Pesq - E a vareta não resolve?
> Raf (8;3) - Não.

Wil (8;4), em todas as construções, utiliza a vareta como medida colocando-a verticalmente ao lado da sua torre, transferindo essa medida para a torre modelo. Não faz nenhuma observação sobre o suporte.

Bea (9;8) faz as construções, manuseia várias varetas até achar uma adequada para a sua necessidade, marca com o dedo e transfere essa medida para a torre modelo, mas tem dificuldade em explicar.

> Bea (9;8) - Ah, eu medi com a varetinha aí só.
>
> Pesq - E depois você não fez mais nada? Você mediu a sua torre com a varetinha e depois o que você fez?
>
> Bea (9;8) - Eu coloquei na sua para ver se dava.
>
> Pesq - E deu?
>
> Bea (9;8) afirma balançando a cabeça.

Pat (13;5), na primeira construção, satisfaz-se comparando a quantidade de blocos das torres. Na construção da torre com peças menores, manipula várias varetas; no final, escolhe a maior e explica o que fez. Quanto ao suporte, considera-o parte da torre.

Mur (12;10) utiliza o instrumento de medida para comparar as torres construídas, percebe o suporte, porém não o distingue ao construir sua torre, conforme o diálogo a seguir:

> Pesq - Tem a mesma medida?
>
> Mur (12;10) - É para contar isso aqui? (batendo a varinha no suporte).
>
> Pesq - A torre tem tudo isso?
>
> Mur (12;10)- Tem.

Raf (14;3), na primeira construção, apenas contabiliza a quantidade de blocos da torre modelo. Na segunda construção, tenta relacionar a medida dos blocos menores com o suporte e utiliza o instrumento de medida para comparar as torres.

Rha (14;4), na primeira construção, faz uso do mesmo tipo de estratégia de sujeitos de 6 anos, ou seja , verifica o nível visual das torres. Na segunda construção, nega a possibilidade de medir a torre com as varetas.

> Pesq - Como você provaria que tem ou não o mesmo tamanho?
>
> Rha (14;4)- Porque os quadrados são diferentes.
>
> Pesq - É? Tem essas varetinhas que estão aí. Daria para você aproveitar para conferir?
>
> Rha (14;4)- (olha por cima das duas torres).- Não.
>
> Pesq - Nenhuma delas?
>
> Rha (14;4)- Não.

Pesq – (insistindo e mexendo nas varetas):Não dá para conferir?
Rha (14;4)- Não.

De acordo com Piaget (1973) o conceito de medida é construído à proporção que o sujeito se descentra do espaço egocêntrico e, gradualmente, agrupa deslocamentos realizados por ele, até organizar uma sequência de comparações sistemáticas que decorrem de suas operações lógicas.

O estudo piloto mostra que dentro de uma mesma faixa etária, é possível encontrar indivíduos em estágios diferentes de desenvolvimento. Dentre os sujeitos pesquisados, nenhum deles considerou a defasagem das bases entre o modelo e a cópia, assim como não fizeram a iteração de medidas. Essas constatações foram importantes para o planejamento da intervenção, porque indicaram a necessidade de se conhecer a conduta dos sujeitos no processo de construção de noções geométricas e as estruturas precedentes necessárias para essa aquisição.

3.7.2. As provas piagetianas

A partir do conhecimento adquirido com os dados obtidos no estudo piloto, foi dado início à aplicação das três provas piagetianas aos sujeitos da amostra de conveniência.

A primeira prova, intitulada “A conservação e a medida das superfícies”, utiliza duas superfícies retangulares em E.V.A.[4], de cor verde, de mesma medida, que representarão pastos, duas figuras de animais (vacas) e pequenas casas de madeira. Sobre essas superfícies (pastos) são colocadas casinhas, uma a uma, em posições diferentes, perguntando-se ao sujeito se ele pensa que nas duas superfícies haja a mesma quantidade de pasto para as vaquinhas, que estão ao lado, comerem.

A segunda prova, intitulada “A medida dos ângulos”, consta de um triângulo desenhado numa folha sulfite. Cada sujeito deve fazer uma cópia desse triângulo, medindo quantas vezes quiser, mas sem olhar o modelo no momento que desenha.

Na terceira prova, “A soma das medidas dos ângulos do triângulo” apresentam-se triângulos retângulos isósceles semelhantes, triângulos retângulos escalenos semelhantes e triângulos equiláteros semelhantes. Esses triângulos foram recortados em cartolina com os respectivos ângulos marcados com arcos de mesmo raio. Ao serem

[4] E.V. A. material emborrachado de etil vinil acetato.

destacados dois ângulos do triângulo e justapostos pergunta-se ao sujeito se ele é capaz de antecipar a forma que irá aparecer ao juntar o terceiro ângulo. Em seguida, apresentam-se os outros triângulos semelhantes ao primeiro e questionam-se os sujeitos sobre a soma das medidas dos ângulos internos. Utilizando o mesmo procedimento com os outros triângulos, busca-se descobrir, por meio da explicação que o sujeito expressa, se ele foi capaz de chegar à generalização.

3.7.3. As intervenções

Após o estudo piloto e a aplicação das três provas piagetianas foram planejadas as atividades de intervenção pedagógica.

A análise do estudo piloto e da aplicação das provas piagetianas desencadeou uma reflexão sobre quais noções geométricas ainda estavam confusas para os sujeitos e como poderiam ser as atividades para favorecer a mobilização do pensamento para a compreensão dessas noções.

> É que nada é mais difícil para o adulto do que saber apelar para a atividade real e espontânea da criança ou do adolescente; no entanto, somente essa atividade, orientada e incessantemente estimulada pelo professor, mas permanecendo livre nas experiências, tentativas e até erros, pode conduzir à autonomia intelectual... (PIAGET, 1998a, p.60).

Para não incorrer no erro de centrar a atividade no conhecimento da pesquisadora, tornando-a uma linguagem inacessível, e não favorecer autonomia dos sujeitos, optou-se por aplicar a atividade em grupos. Assim, eles poderiam ser conduzidos por pensamentos mais próximos de suas coordenações mentais.

Para a intervenção, foram desenvolvidas cinco atividades denominadas: 1ª) *pumpkin math,* 2ª) conservação da superfície, 3ª) inclinômetro, 4ª) composição de polígonos e 5ª) ângulo e giro, as quais serão relatadas no capítulo seguinte.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

> *El ritmo evolutivo parece depender del mecanismo cerebral del niño (inteligencia general), de su motivación y medio cultural (influyendo las condiciones dentro del aula) en se desenvuelve*. (LOVELL, 1977, p.169)

Este capítulo tratará dos resultados da análise dos dados colhidos sob a ótica piagetiana. Essa apresentação será organizada da seguinte forma: a intervenção, os resultados da prova 1 nos momentos do pré-teste e do pós-teste; os resultados da prova 2 nos dois momentos e os resultados da prova 3 da mesma forma. A análise dos dados será feita de acordo com a classificação dos níveis descritos por Piaget. Nesta classificação, Piaget refere-se aos seus sujeitos como sendo crianças. Entretanto ela será utilizada nesta pesquisa, porque se sabe que a faixa etária nem sempre corresponde ao nível de desenvolvimento intelectual.

No último item, serão feitas análises dos avanços e estagnação dos sujeitos.

4.1. A intervenção

> *Cuando se hace algo y se desea el éxito…hay que utilizar los ojos, el oído y el tacto como guías de la acción. Ni siquiera se puede jugar, sin emplear constante y vigilantemente los sentidos.* (AEBLI, 1958, p.35)

A proposta desta intervenção foi a de desenvolver as noções de medida de comprimento e medida de ângulo, uma vez que os resultados do pré-teste mostraram certas dificuldades que poderiam ser superadas mediante um trabalho pedagógico que possibilitasse a organização de algumas idéias ainda confusas. Por exemplo: alguns alunos, na prova da conservação da área, respondiam que as áreas continuavam com a mesma quantidade de pasto mesmo tendo subtraído uma parte dessa área. Outros, na prova da medida do ângulo do triângulo, não consideravam a inclinação dos lados do triângulo ao desenharem a cópia do triângulo-modelo e, na prova da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo, alguns sujeitos declaravam que a soma das medidas dos ângulos internos variava de acordo com a área do semicírculo determinado pelos seus ângulos.

Assim, foram feitas algumas propostas de atividades. Piaget (1998, p.166) comenta que para Claparède o termo atividade tem sentido funcional e efetivo: funcional quando se refere ao interesse (ativo em pensamento) e efetivo quando se refere à operação exterior ou motora.

A primeira proposta, a qual se denomina *pumpkin math*, é uma atividade que se pode fazer por ocasião das festas do *Halloween*. Coloca-se uma abóbora, uma régua e barbante suficiente para que as crianças possam medir o comprimento da circunferência dessa abóbora.

A escolha dessa atividade se deveu ao fato de terem sido observadas, numa das provas piagetianas, por ocasião do pré-teste, que alguns sujeitos não se preocupavam com as medidas quando da cópia de um triângulo-modelo. Com o objetivo de serem estimulados a fazer uma observação mais cuidadosa, foram questionados do seguinte modo:

> Pesq: É possível usar a régua para medir a circunferência dessa abóbora?
>
> Os alunos não respondiam.
>
> Pesq: Vocês sabem o que é circunferência? O que vocês estão pensando?
>
> S8.14: Eu lembrei do triângulo que tem 180° e aí eu lembrei que tem uma outra que tem 360°.
>
> Pesq: E você S20.14, o que está pensando?
>
> S20.14: Pra você medir você tem que ter 360° e, com a régua, não dá para medir porque um lado é maior, outro menor. Ela não é exatamente (aponta a irregularidade da abóbora).
>
> Pesq: É possível medir com a régua? Então vocês acham que não?
>
> S20.14: Diretamente nela, não.
>
> S6.14: Se cortar no centro ...(parece estar pensando no diâmetro)
>
> Pesq: O barbante ajuda a medir? O que vocês fariam?

Pegam o barbante e colocam em volta da abóbora.

Pesq: Antes de medir, vocês têm uma idéia de quanto mede?

Pesq: Vocês tinham falado 360°. Vocês continuam com essa idéia?

S8.14: Por favor, me ajuda. (olhando para o S20.14)

Chega o quarto elemento do grupo e a pesquisadora faz uma retomada do que tinha acontecido até o momento.

Pesq: Vem aqui, S 2.14. Vou repetir, porque S2.14 pode ajudar vocês a pensar. Eu perguntei a eles quanto eles achavam que media o comprimento da circunferência da abóbora. Quanto você acha que mede?

S2.14: 30 centímetros.

Pesq: Você está falando 30 cm e eles falaram 360°. O que vocês pensam sobre essas duas respostas?

S8.14: Eu estou confusa sobre o que seria circunferência, me deu branco.

O método clínico-crítico de Piaget utilizado na atividade possibilitou a mobilização do pensamento do indivíduo, bem como o desvendar de suas dúvidas e dificuldades. Nesse grupo, a idéia de medida de comprimento e de medida angular apresentaram-se de maneira sincrética.

> *El hombre es estimulado a reflexionar cuando, en el ejercicio de una actividad, halla dificultades, cuando se le presentan dudas o alternativas.* (AEBLI, 1958, p.36)

De acordo com Aebli (1958), a discussão em comum tende a agilizar e logicizar o pensamento, uma vez que o sujeito necessita se adaptar aos demais. Para Aebli, diz-se que há discussão em comum quando existe o intercâmbio das observações e reflexões de todos os participantes. Aproveitando os diferentes pontos de vista e concentrando o questionamento sobre o comprimento da circunferência, algumas conexões foram geradas, permitindo que os próprios sujeitos coordenassem, por si mesmos, suas divergências, como o descrito a seguir:

S6.14: Vocês estão perguntando da altura da abóbora ou...?

S2.14 (mostrando o centro da abóbora): Circunferência é formada com um ponto no meio e dando a volta.

Pesq: Como vocês poderiam diferenciar a resposta que vocês deram da resposta de S2.14?

Pesq: Existe alguma circunferência menor que 360°?

S6.14: Não, porque a volta inteira tem 360° e a metade é 180°.

Pesq: Então nenhuma circunferência tem ângulo menor que 360°. Uma circunferência pequena tem 360° e a do globo também tem 360°?

Afirmam com a cabeça.

Pesq: O que eu estou perguntando é o comprimento da circunferência. Comprimento é que medida?

S20.14: (aponta o diâmetro da circunferência): É em centímetro.

Pesq: Pode ser em metro, centímetro, quilometro?

Afirmam com a cabeça.

Pesq: Vocês entenderam que nenhuma circunferência pode ter ângulo menor que 360°? Se você girou 270°, a circunferência não fechou; se girou 350°, ainda faltou um pedacinho para fechar.

Pesq: Vocês conseguiram diferenciar o ângulo da circunferência do comprimento da circunferência?

Respondem afirmativamente.

Pesq: Então, eu tinha perguntado se é possível medir o comprimento da circunferência da abóbora com a régua? S20.14 tinha dito que não diretamente. Vocês concordam? É possível usar só a régua?

S8.14: Não.

Pesq: O barbante ajuda?

S20.14: Sim.

Pesq: Então, como vocês fariam? O barbante está aí, podem medir. S2.14 acha que tem 30 cm e vocês?

S8.14: 35cm.

S6.14: 60 cm.

S20.14: 50 cm.

Pesq: Então, vamos conferir?

Tentam o procedimento correto, mas surge um questionamento.

S20.14: Não dá para medir certinho, pois, se medir em cima, a circunferência é menor; no meio, é maior.

Pesq: Então, eu vou perguntar de outra forma: qual é a medida aproximada do comprimento da maior circunferência da abóbora?

A pesquisadora, indicando a parte superior da abóbora, ainda pergunta:

Pesq: Se você medir aqui, vai ser a maior?

S20.14: Não.

Pesq: Onde vai ser a maior?

S20.14: No meio.

Pesq: E vai ser aproximada pela imperfeição da abóbora. Então, como vocês podem medir?

S8.14 coloca a ponta do barbante no centro da abóbora.

S20.14 Assim, você constrói a circunferência .

Em seguida S20.14 pega o barbante e coloca em volta da abóbora. Estica o barbante sobre a mesa e o grupo mede o barbante com a régua.

A segunda atividade foi baseada na prova piagetiana que tratava da conservação da superfície. A escolha dessa atividade teve como objetivo favorecer a operatividade de pensamento, uma vez que, no pré-teste, alguns sujeitos apresentaram dúvidas sobre a conservação da superfície.

Cada elemento do grupo recebeu uma folha de papel sulfite e dividiu-a ao meio, com a condição de que cortassem de maneiras diferentes resultando formatos distintos. Em seguida, eles desenharam cinco circunferências em cada uma das metades, em posições diferentes em cada metade da folha e recortaram-nas. As superfícies foram expostas na mesa e perguntou-se aos sujeitos qual das superfícies era a maior. Observou-se que os indivíduos, inicialmente, fixaram-se no aspecto figurativo.

Pesq: Cada um de vocês recortou duas figuras com a mesma forma e o mesmo tamanho. Em qual das superfícies sobrou área maior?

Olhando para as 8 figuras, todos os elementos do grupo apontam para duas das figuras com maior área contínua concentrada.

A pesquisadora pede para que comparem um dos pares de figuras (dois retângulos congruentes).

Pesq: Em qual das superfícies sobrou área maior?

S12.13, S13.13 e S15.14 novamente apontam para a superfície de maior área contínua.

S19.14 não concorda.

Pesq: Por quê?

S19.14 explica que as superfícies são metades iguais da folha.

Percebeu-se a manutenção dos esquemas.

> O conceito infantil depende, pois, em seu ponto de partida, do esquema sensoriomotor, e permanece dominado durante anos pela assimilação sincrética do que por generalização lógica. (PIAGET, 1970, p.166)

Para provocar o pensamento, a pesquisadora pediu que recompusessem a figura com os círculos e, retirando um a um, foram questionados sobre a área de maior tamanho. Concluíram que eram iguais.

O mesmo procedimento é feito com os outros pares de figuras (outros dois retângulos congruentes, dois triângulos congruentes e dois trapézios congruentes). Ao compararem os dois triângulos congruentes, S15.14 apontou a área de maior concentração contínua.

Como um dos sujeitos, S15.14, ainda não havia percebido que eram iguais, a pesquisadora pede ao grupo que recomponha a folha na situação inicial e na medida em que vão tirando os círculos, um a um, são questionados sobre a maior área. Deste modo, realizando a atividade passo a passo, S15.14 toma consciência e concorda que são iguais.

Quando a pesquisadora falou para compararem os outros pares de figuras congruentes (triângulos e trapézios), eles imediatamente falaram que eram iguais. No entanto, essa afirmação pode ter sido induzida pelos outros resultados e não por um processo de assimilação cognitiva. Por outro lado, pode ter havido um processo de generalização.

> A atividade da inteligência requer não somente contínuos estímulos recíprocos, mas ainda e, sobretudo, o controle mútuo e o exercício do espírito crítico, os únicos que conduzem o indivíduo à objetividade e à necessidade de demonstração. (PIAGET, 1998a, p.62)

Em seguida, a pesquisadora pediu que comparassem um dos retângulos com um dos trapézios. Os indivíduos S13.13, S12.13 e S19.14 disseram que eram iguais, mas S15.14 discordou, apontando para o trapézio.

S13.13 falou que as duas áreas eram iguais. A pesquisadora pediu para que ele explicasse por que pensava assim, mas S13.13 apenas afirmou que eram áreas iguais.

A pesquisadora colocou um dos trapézios sobre uma folha e um dos retângulos sobre outra folha, mostrando que cada um correspondia à metade da folha.

Ao serem questionados sobre qual das superfícies tinha maior área, indicavam refletir sobre o assunto, mas não respondiam. Então, a pesquisadora pediu para que recompusessem a figura completando com os círculos e com a outra metade. Para tanto, introduziu a seguinte suposição, conforme diálogo a seguir:

> Pesq: Vamos supor que a folha inteira medisse 100 cm². Então, a metade mediria quanto?

S12.13: 50 cm².

Pesq: Então essas metades têm a mesma área?

Grupo: Sim, se é metade...

Tirando um a um os círculos perguntou-se:

Pesq: Em qual das superfícies sobrou área maior?

Grupo: São iguais.

Pesq: Por quê?

Grupo: Tiramos coisas iguais das duas áreas.

Só depois da recomposição da figura é que concluíram que superfícies diferentes poderiam ter a mesma área e, portanto, tirando quantidades de áreas iguais, restariam superfícies iguais. Com isso, pode-se inferir a importância da ação do sujeito.

É possível que na construção da noção de conservação da área tenha havido a superação da percepção em direção ao desenvolvimento da noção.

> [...] a percepção só fornece, com efeito, instantâneos correspondentes a este ou àquele ponto de vista, que é do sujeito no momento considerado, ao passo que a noção supõe a coordenação de todos os pontos de vista e a compreensão das transformações que conduzem de um ponto de vista a outro (PIAGET, 2007, p.47).

Para outro grupo, a pesquisadora invocou a porcentagem como forma de representação. A tentativa de fazer os sujeitos associarem a porcentagem para representar a área não favoreceu a compreensão do conceito, reafirmando o que já se sabe sobre o associacionismo na construção dos conceitos. A pesquisadora, nesse momento, percebeu que, dessa maneira, eles tiveram dificuldades para aplicar a porcentagem nesse contexto. A partir do ocorrido, pensou em introduzir a unidade de área em centímetros quadrados para que pudessem refletir, e utilizando esse recurso, houve uma maior compreensão.

Em todas as atividades, à medida que a pesquisadora percebia determinadas inadequações, a atividade sofria uma alteração.

A terceira intervenção buscou despertar a observação sobre a medida de inclinações, uma vez que essa medida foi uma das dificuldades apresentadas na prova da medida do ângulo do triângulo. Para tanto, foi apresentado um inclinômetro (BIGODE, 1994, p.114). Buscando estimular a observação, a descrição, a classificação e a suposição, foram feitos os seguintes questionamentos:

Pesq: O que vocês acham que é um inclinômetro?

S18.14: É alguma coisa que mede inclinação.

A pesquisadora apresentou o inclinômetro.

S10.15: Isto é um pedaço do transferidor.

Pesq: Aqui na escola onde nós encontramos uma inclinação?

S10.15: Entre a quadra e o pátio.

A pesquisadora ofereceu o inclinômetro e perguntou:

Pesq: Como vocês acham que se usa isso?

Eles apoiaram o inclinômetro paralelamente ao chão, tentando descobrir a maneira de usá-lo.

Pesq: Para que vocês acham que serve este pêndulo?

Eles apoiaram verticalmente o inclinômetro e perceberam que o pêndulo servia para marcar o transferidor.

Pesq: Vocês estão apoiando no plano. O plano tem inclinação?

Grupo: Não.

Pesq: Quanto deve marcar quando está apoiado no plano.

Grupo: Zero.

Pesq: Verifiquem como ele deve ser apoiado no plano para marcar no zero.

Eles alteraram a posição do inclinômetro e chegaram ao valor esperado.

Pesq: Utilizando esse procedimento, é possível vocês medirem a inclinação da rampa?

Colocaram o inclinômetro adequadamente, mediram o ângulo referente à inclinação da rampa e encontraram 5°.

Após conseguirem medir a rampa começaram a procurar inclinações para serem medidas: o pé da mesa do refeitório, uma viga do telhado.

Depois dessa experimentação, os alunos representaram essa inclinação com um desenho. O objetivo era estabelecer relações entre o real e a representação. Alguns indivíduos perceberam a necessidade da altura e a sua utilização para a inclinação.

S9.14: Mas eu faria como o Bháskara. (parece estar confundindo com Pitágoras)

Pesq: Como você faria?

S9.14: Ah, eu não sei explicar eu sei pra mim.

Pesq: Fale o que você faria.

S9.14: Ah, eu faria assim (desenhando um triângulo retângulo no ar).

Pesq: Mas o que você mediria?

S9.14: Ah, não sei. Acho que não está certo.

Pesq: Você desenhou um triângulo?

S9.14: Mas não está certo.

Pesq: O que você mediria para desenhar esse triângulo?

S9.14: Os lados.

Pesq: Que lados?

S9.14 mostra os três lados e S17.14 mostra apenas o comprimento e a altura.

Pesq: Para você desenhar a reta inclinada, você precisa de que medidas?

S9.14 mostra a base e a altura.

Pesq: Com essas medidas, é possível desenhar a reta com a inclinação desejada?

S9.14: Sim.

Foi observado que, para os sujeitos, as representações mentais apresentam um grau de dificuldade que, normalmente, os professores não supõem. É necessário que trabalhos semelhantes a esse ocorram para que os alunos, aos poucos, se familiarizem com as representações.

Finalizando essa sessão de intervenção, foi colocada uma figura de dois ângulos suplementares para que eles copiassem, como na prova, a medida do triângulo. Nessa cópia, buscava-se a aplicação das noções desenvolvidas na atividade.

A quarta e a quinta atividade envolveram medidas de ângulo. O objetivo dessas propostas era despertar observações que motivassem os indivíduos a fazer generalizações.

A quarta atividade tratava da composição de um mosaico utilizando polígonos regulares, recortados em cartolina, de forma que fossem justapostos para cobrir uma determinada superfície. Foram oferecidos triângulos equiláteros, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares. Cada elemento utilizou um dos tipos de polígonos e, assim que fizeram a composição foram questionados sobre o que observavam, enfatizando as diferenças e as semelhanças.

Pesq: A superfície forrada pelos quadrados está completamente coberta?

Grupo: Está.

Pesq: O que aconteceu com a superfície forrada pelos pentágonos?

Grupo: Tá faltando uns triângulos fininhos.

Pesq: E com a superfície forrada pelos hexágonos?

Grupo: Está coberta.

Pesq: Observem o que acontece quando os lados dos ângulos se juntam na superfície dos quadrados.

Grupo: É porque são iguais.

Pesq: E os pentágonos não são iguais?

S2.14: Mas eu juntava de um lado, faltava do outro.

Constatou-se que, nessa atividade, os sujeitos tiveram dificuldade em observar o ângulo. A observação que conseguiram fazer foi referente ao lado do polígono.

Pesq: Qual a condição para que eles se juntem e cubram a superfície?

Pesq: O que se forma quando quatro quadrados se juntam?

Pesq. (mostrando o vértice que une os ângulos): Quanto mede cada ângulo do quadrado?

Grupo: 90°.

Pesq: Quando eles se juntam fica quanto?

Grupo: 360°.

Pesq: E na superfície que tem os triângulos e hexágonos? O que acontece?

S8.14: Também dá uma circunferência.

Pesq: E na figura formada pelos pentágonos?

Grupo: Falta um pedaço.

Pesq: Dá 360°?

S2.14: Não, é menor.

Pesq: Vocês já observaram o chão da sala? Como são as lajotas?

S8.14: Quadradas.

Pesq: O que vocês concluem?

S2.14: Por isso que os pisos são quadrados e retângulos.

Pesq: E quanto dá a soma desses ângulos quando se juntam?

Grupo: 360°.

A quinta intervenção referiu-se à noção de ângulo associada ao giro. Foi disponibilizado um geoplano para que os sujeitos de cada grupo representassem um triângulo utilizando-se de um elástico. Em seguida, eles deveriam fixar um dos vértices e girar 90°, fazendo uma antecipação do que ocorreria mediante essa ação. Nessa atividade, os grupos apresentaram grande dificuldade de entendimento. Diante disso, a pesquisadora introduziu uma régua para mostrar o giro, mostrou o giro com seu próprio corpo, mas ainda assim esses recursos não facilitaram a representação mental dos estudantes. Essa experiência prova que as explicações ou demonstrações sobre conhecimentos científicos dadas pelos adultos aos sujeitos mais novos são percebidas e compreendidas por eles de acordo com as estruturas mentais e sistemas de significação que possuem.

Em função disso, em um segundo momento, a pesquisadora sugeriu que recortassem um triângulo semelhante ao que tinham construído no geoplano e fizessem o giro. Ainda assim as dificuldades perduraram. Então, à guisa de testar uma estratégia de ensino "passo a passo", foi solicitado para um outro grupo que inicialmente representasse uma reta. As retas representadas foram verticais ou horizontais. E, em seguida, foi pedido que as girassem 90° à direita. Dessa maneira eles obtiveram êxito, ou seja, conseguiram representar.

Como foi observado que o giro em retas verticais e horizontais foi compreendido, a pesquisadora pediu, em seguida, que construíssem um triângulo retângulo no geoplano, pois esse triângulo geralmente é representado com um dos lados (catetos) na horizontal e outro na vertical. Alguns indivíduos tiveram dificuldade em representá-lo, mas a partir dos questionamentos feitos, a atividade foi levada a efeito.

> Pesq: Utilizando um elástico faça uma reta no geoplano.

Cada aluno fez uma reta no geoplano.

> Pesq: Como essa reta ficaria se você fizesse um giro de 90° à direita?

S8.14 responde com movimento de suas mãos, apontando que a reta na vertical ficaria na horizontal.

> Pesq: E os outros concordam?

S20.14 responde que a dele ficaria na vertical, pois estava inicialmente na posição horizontal. Todos colocam a reta corretamente fazendo o giro indicado.

> Pesq: E se o giro fosse de 180°, o que aconteceria?

Antes de colocarem o elástico indicando a posição após o giro eles descrevem a posição anterior.

> Pesq: Agora represente com o elástico um triângulo retângulo.
>
> S8.14: Ih, qual é?
>
> S20.14: Lembra do teorema de Pitágoras.
>
> Pesq: Considere um de seus vértices fixo. Você consegue imaginar o triângulo fazendo um giro de 90° para a direita? Como ficaria? Represente-o com outro elástico.
>
> S20.14 faz o giro corretamente com o triângulo deslocado.
>
> S8.14 demonstra ter dificuldade.

> Pesq: O que você fez quando girou a reta 90° à direita? Faça o mesmo com cada um dos lados do triângulo.
>
> Pesq: Observem se cada lado do novo triângulo forma um ângulo de 90° com o lado correspondente do triângulo, antes do giro.

Eles vão tentando alterar a posição dos elásticos até que cada lado faça o giro indicado.

> Pesq: E se o giro fosse de 180° como ficaria?
>
> S8.14: Voltaria à posição inicial.
>
> Pesq: Façam o giro de 180° à direita.
>
> S20.14: Seria a posição que encaixa na figura.
>
> Pesq: E se o giro fosse de 360°?
>
> Grupo: Voltaria à posição inicial.

Mesmo com a estratégia “passo a passo”, esta última atividade representou muita dificuldade para os sujeitos. É possível que a mudança do sistema de referência, ao ser solicitado o giro, tenha sido um fator que provocou esse resultado. Contudo, a explicação piagetiana sugere que os sujeitos estavam presos a uma figuratividade, quer dizer, às imagens espaciais não dinâmicas.

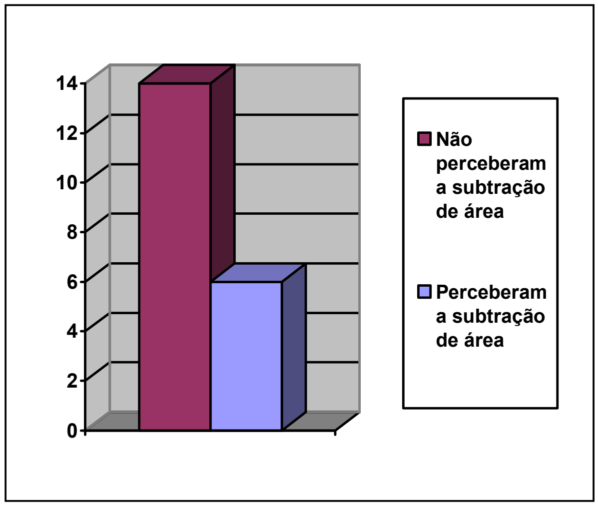
Embora sem obter o sucesso desejado, a atividade implicou uma mobilização do pensamento dos estudantes, de acordo com o que propõem Raths [et al] (1977).

4.2. Análise e discussão da prova 1

Esta prova tratou da conservação de superfície após a subtração de partes iguais em posições diferentes.

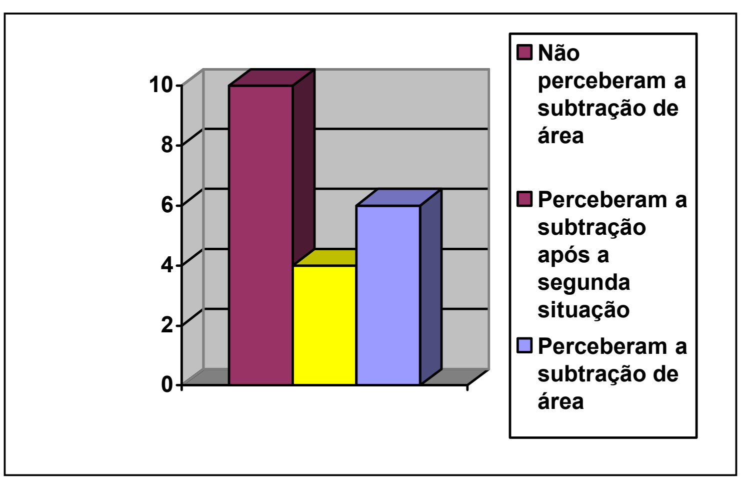
Logo no início do desenvolvimento da prova, ao se colocar uma casinha sobre um dos dois pastos, pergunta-se aos sujeitos se há a mesma quantidade de pasto nas duas superfícies apresentadas. Constatou-se que 70% dos sujeitos responderam que sim, porque não subtraíram da superfície a área ocupada pela casinha, como mostra o gráfico 1 seguinte.

Gráfico 1: Percepção da subtração da área inicial



Em seguida, com a colocação de uma casinha na outra superfície em posição equivalente à da primeira, fez-se a mesma pergunta. Nesta configuração, 100% dos indivíduos afirmaram a equivalência das áreas. Dentre os 70% que haviam respondido sim na primeira situação, 28,5% modificaram suas respostas diante da nova situação apresentada, passando a afirmar que não havia a mesma quantidade de área, como mostra o gráfico 2. Ao se igualarem as superfícies, observou-se que os sujeitos sofreram uma desequilibração remetendo-os à questão anterior e reformulando a resposta.

Gráfico 2: Percepção da subtração da área após a segunda situação



Dando prosseguimento à prova, a casinha de uma das superfícies foi deslocada e fez-se a mesma pergunta. Todos os sujeitos perceberam a equivalência das áreas. Colocou-se, em seguida, o mesmo número de casinhas nas duas superfícies, em posições diferentes, acrescentando-as uma a uma e fazendo sempre a mesma pergunta: há a mesma quantidade de pasto nas duas superfícies? Apenas quando foram colocadas sete casinhas nas superfícies de maneira que, numa delas, as casinhas se posicionavam no entorno e, na outra, estavam enfileiradas na posição central, alguns sujeitos não reconheceram a equivalência das áreas. Observou-se que em 15% dos sujeitos prevaleceu o aspecto figurativo, pois na área das casinhas no entorno havia uma maior concentração de área contínua. O aspecto figurativo consiste no fato de o sujeito raciocinar sobre os estados ou configurações estáticas, sem considerar as transformações ocorridas.

Piaget classifica o resultado dessa prova em quatro níveis caracterizando-os da seguinte forma:

- Nível 1 (4 anos). A criança não compreende o problema.
- Nível 2 (até 6 anos). Se há uma casa, a criança admite a igualdade das superfícies restantes. Para duas ou três casas, a criança admite a igualdade das superfícies restantes se a disposição é semelhante nos dois retângulos. Se a disposição muda ela nega a igualdade.
- Nível 3 (6-7 anos). A criança hesita entre a avaliação direta, negando a igualdade das superfícies restantes e a avaliação em função do número de casas com a equalização das superfícies restantes.
- Nível 4 (8 anos). A criança procede por reunião de todas as superfícies tiradas e a subtração dessa soma ao todo inicial e iguala as superfícies restantes.

De acordo com a classificação acima os sujeitos desta pesquisa apresentaram o resultado conforme a Tabela 1 abaixo:

Tabela 1: Classificação dos sujeitos no pré-teste da prova 1

Nível	Sujeitos Pré-teste
1	0
2	0
3	12
4	8

Dados retirados do Quadro 1A: Resultados Gerais da Prova 1 – Pré-teste

De acordo com essa tabela, 60% dos sujeitos encontram-se no nível 3.

A classificação desses sujeitos no nível 3 se deveu à análise dos dados no primeiro e no último questionamento. Alguns, inicialmente, não subtraíram a área ocupada pela casinha quando consideraram a equalização das áreas do pasto; outros, no último questionamento, como a área de uma das superfícies se apresentava mais concentrada que na outra superfície, fixaram-se no aspecto figurativo, como mostra o diálogo que segue:

> Pesq: Em P_1 e em P_2 tem a mesma quantidade de pasto ?
>
> S11.16: Não, porque em P_1 tem pouco espaço e em P_2 tem bastante espaço.

O resultado desta prova foi alterado no momento do pós-teste, após as sessões de intervenção. É necessário registrar a ausência de dois sujeitos nas sessões de intervenção. Os dados desses sujeitos não foram descartados, porque é possível que a participação nas provas possa modificar as idéias iniciais.

A Tabela 2 abaixo mostra os resultados após a intervenção.

Tabela 2: Classificação dos sujeitos no pós-teste da prova 1

Nível	Sujeitos Pós-teste
1	0
2	0
3	4
4	16

Dados retirados do Quadro 1B: Resultados Gerais da Prova 1 – Pós-teste

Constata-se que 20% dos indivíduos continuaram no nível 3. É importante ressaltar que, dos indivíduos que estão no nível 3, dois deles reconhecem a equalização das áreas independentemente da posição das peças, porém não consideram a situação em que se coloca a primeira casinha numa das áreas diferente da outra superfície em que não foi colocada a casinha.

Pode-se supor que a atividade 2 da intervenção tenha contribuído para a modificação de esquemas mentais que envolvem a conservação de superfície, uma vez que foi planejada com o objetivo de enfatizar as operações de pensamento descritas por Raths [et al] (1977).

Para Piaget não existe relação direta entre desenvolvimento perceptual e conceitual. Entretanto, o conceito se desenvolve de acordo com a evolução de esquemas motores dos quais fazem parte a percepção e, posteriormente, tornam-se esquemas mentais.

Segundo Raths [et al] (1977), existem processos mentais inferiores e superiores, os quais foram requisitados na atividade 2. Entende-se por processos mentais inferiores aqueles que incluem os órgãos dos sentidos. Na categoria de processos mentais inferiores, estão incluídas as experiências que exigem recordação, reconhecimento, associação e lembrança, enquanto que os processos mentais superiores são aqueles que incluem as operações de pensamento. Na medida em que a atividade promoveu a manipulação do material solicitando o recorte, desenho, deslocamento de círculos, a decomposição e a recomposição das áreas, os sujeitos utilizaram os processos mentais inferiores, dado que foram utilizados os órgãos dos sentidos. No momento em que fizeram a comparação, a observação e a análise de suposições utilizaram processos mentais superiores.

> Cabe a um processo mental superior estabelecer uma ligação entre um item solto e outro, integrá-los e ordená-los numa nova entidade subjetiva. (RATHS [et al] 1977, p.307).

4.3. Análise e discussão da prova 2

A prova 2 envolveu a medida de ângulo de um triângulo, conforme descrito no item 3.7.2 do Capítulo III. Aos sujeitos da pesquisa foi pedido que copiassem um triângulo desenhado numa folha sulfite. Essa folha estava colocada atrás do sujeito de maneira que, no momento em que desenhava o triângulo modelo não ficava visível. Cada um dos sujeitos podia ver e medir quantas vezes desejasse enquanto não estava desenhando. A figura 1 mostra o desenho do triângulo modelo.

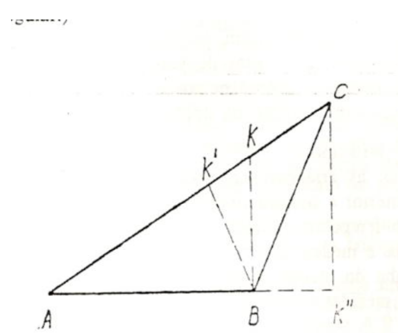


Figura 1: Triângulo-modelo, retirado O.C.D.E., 1982, p.353.

Para esta prova, Piaget classifica os resultados da seguinte forma:

- Nível 1 (6-7 anos). As crianças não sabem reproduzir a forma do triângulo-modelo.
- Nível 2 (7-8 anos). As crianças medem os três lados um a um, mas não chegam a construir o triângulo, porque se retêm somente nos comprimentos dos lados e não se ocupam das inclinações.
- Nível 3 (8-9 anos). As crianças conservam a inclinação primeiramente por transporte e, após falharem, medem os três lados ajustando progressivamente os pontos de junção.
- Nível 4 (9-10 anos). As crianças decompõem o triângulo – medem a altura interior e o comprimento de dois ou três lados.
- Nível 5 (11 anos). As crianças constroem o triângulo por meio da perpendicular CK "exterior" à figura. Enunciam o princípio da construção acrescentando algumas linhas necessárias para o desenho.

Aplicando essa classificação aos sujeitos desta pesquisa, foram encontrados os dados apontados na Tabela 3 que mostra os resultados da prova 2 no momento do pré--teste.

Tabela 3: Classificação dos sujeitos no pré-teste da prova 2

Nível	Sujeitos Pré-teste
1	7
2	5
3	3
4	5
5	0

Dados retirados do Quadro 2A: Resultados Gerais da Prova 2 – Pré-teste

Representando 35% da amostra, os 7 sujeitos que não fizeram nenhuma medição foram classificados no nível 1, pois desconsideraram as medidas para a cópia e utilizaram a régua como instrumento de desenho. Um desses sujeitos construiu o triângulo invertido.

Cinco dos sujeitos foram classificados no nível 2, pois utilizaram a régua como um instrumento para medir. Um deles fez o triângulo invertido. O sujeito S.15.14 fez um desenho como se fosse uma composição de triângulos. Os outros confundiram a linha contínua dos lados do triângulo com as linhas que indicavam as alturas e, portanto não representaram o triângulo-modelo. A utilização da régua como instrumento de medida supõe a construção da noção de iteração de medidas. Piaget, em seus estudos sobre geometria sustentou que uma compreensão de unidades de medida iteradas depende de duas estruturas: a conservação do comprimento e de um sistema espacial coordenado, o que nos leva a inferir que aqueles sujeitos podiam não estar de posse das mesmas.

Três dos participantes foram classificados no nível 3, correspondendo a 15% da amostra. Na construção do triângulo, eles transportaram a medida do lado inclinado e foram ajustando a inclinação por aproximações, utilizando a régua para desenhar e medir.

> *Se advierten los rasgos característicos de la simbolización gráfica de las operaciones: al no fijar los dibujos concluidos sino determinados aspectos elegidos de las operaciones, el alumno debe representarse parte de las transformaciones. Pero durante el trazado del dibujo, el progreso de su génesis revela el progreso de la operación*. (AEBLI, 1958, p. 141)

Foram classificados no nível 4 cinco sujeitos, sendo que um deles fez o triângulo refletido, ou seja, invertido. Todos construíram o triângulo com as mesmas medidas do triângulo-modelo, com suas respectivas alturas relativas aos lados, utilizando uma das alturas para a sua construção.

Conforme dito anteriormente, nos níveis 1, 2 e 4 encontraram-se três participantes que desenharam o triângulo refletido. É possível que esses sujeitos tivessem a coordenação parcial dos pontos de referência, pois para a cópia foi necessária a reversibilidade na rotação de 180º, uma vez que o triângulo-modelo se encontrava atrás do sujeito.

Apesar dos sujeitos do nível 4 terem utilizado a altura CK” para a construção do triângulo, não perceberam que CK” era uma condição suficiente para obter sucesso na construção da inclinação do lado AC. Assim, nenhum dos participantes foi classificado no nível 5. Pode-se atribuir as mudanças constatadas no pós-teste à assimilação provocada pelas atividades nas intervenções.

A intervenção teve como objetivo desenvolver atividades diversificadas acentuando as operações de pensamento advogadas por Raths [et al] (1977), baseadas nos princípios do método clínico-crítico piagetiano para que as ideias do sujeito pudessem ser modificadas. Seguem alguns exemplos dessas situações:

Pesq: Este procedimento dá pra medir outras circunferências?

S 3.14: Acho que sim.

S 5.14: Estou pensando.

Pesq: Dê exemplos.

S 3.14: Copo, prato, que nem você já pediu para medir.

S3.14 comparou a atividade com outra realizada anteriormente na 7ª série em que utilizou o mesmo procedimento. Isso vem corroborar a importância da ação do sujeito no processo de aquisição do conhecimento.

Na situação seguinte os sujeitos utilizaram a suposição e classificação.

Pesq: O que vocês acham que é um inclinômetro?

Grupo: É uma coisa inclinada, é para inclinação; é pra medir a inclinação.

Apelaram para um sistema de significação a partir da palavra inclinômetro (conhecimento social). De acordo com Piaget (1991, p. 51) "um conceito ou uma classe lógica (reunião de indivíduos) não se constrói isoladamente, mas necessariamente no interior de uma classificação de conjunto, do qual representa uma parte".

A tabela que segue apresenta esses resultados na aplicação dessa prova no pós--teste, ou seja, após a intervenção (dados conforme o quadro resumo 2B).

Tabela 4: Classificação dos sujeitos no pós-teste da prova 2

Nível	Sujeitos Pós-teste
1	2
2	5
3	1
4	12
5	0

Dados retirados do Quadro 2B: Resultados Gerais da Prova 2 – Pós-teste

Dos 7 sujeitos que foram inicialmente classificados no nível 1, apenas dois deles continuaram no mesmo nível. Os outros 5 indivíduos modificaram seus esquemas e, pela construção apresentada, 4 deles passaram para o nível 4. O sujeito S6.14 que apresentou o desenho refletido no nível 1 do pré-teste fez medições atingindo o nível 2, mas seu triângulo continuou refletido no pós-teste. Dois dos elementos que estavam no nível 2 no pré-teste tiveram uma evolução e, no pós-teste foram classificados no nível 4, mas os outros dois se mantiveram no nível 2.

Um desses sujeitos, S15.14, no pré-teste, fez a cópia do desenho como se fosse uma composição de triângulos. No momento do pós-teste, fez as medições tomando como ponto de partida a margem da folha.

A performance do S15.14 motivou a pesquisadora a fazer uma análise microgenética do seu desempenho. No pré-teste, os sujeitos utilizaram uma folha A-4 para a cópia do triângulo que correspondia ao mesmo tamanho da folha do triângulo modelo. No pós-teste, S 15.14 utilizou uma folha tamanho ofício. Como o tamanho da folha não era igual ao tamanho da folha do triângulo modelo, sua cópia ficou semelhante e não congruente. Esse fato é um indicador da importância da análise do processo porque, se S15.14 tivesse utilizado uma folha A-4, sua cópia teria ficado congruente. Entretanto a sua maneira de construir tomando como referência a margem sem conferir o tamanho da folha, sinaliza uma coordenação espacial ainda não fechada.

Dois dos sujeitos do nível 3 foram identificados no pós-teste como estando no nível 4. O sujeito S9.14 permaneceu no nível 3, porque não utilizou a altura do triângulo e esse é o critério utilizado nesta classificação. Contudo o procedimento para a construção do triangulo é adequado e seu triângulo ficou congruente ao do modelo.

Apesar de 9 sujeitos terem apresentado uma evolução nos níveis de classificação descritos por Piaget, nenhum deles chegou a enunciar o princípio de construção equivalente ao nível 5.

> *Probablemente, las diferencias individuales en la capacidad del organismo para "investigar"la realidad ambiental y reducirla a esquemas coordenados se deben al influjo de al herencia y también a la diversidad de experiencias vividas por cada individuo* (LOVELL, 1977, p.31).

Essa evolução na classificação pode ter sido decorrente das intervenções, pois a primeira atividade tratava de medida de comprimento da circunferência e, ao realizar essa atividade, é possível que os sujeitos tenham tomado consciência da importância das medidas. Na atividade 3, na apresentação do inclinômetro foram enfatizadas as noções de inclinação e suas relações com a medida angular. Na atividade 5, foram exploradas relações de ângulo e giro. Possivelmente, essas três atividades mencionadas favoreceram a modificação de esquemas refletindo no resultado apresentado.

O sujeito do nível 4 que desenhou o triângulo refletido no pré-teste fez a cópia no pós-teste sem inversão da imagem do triângulo, porém a altura relativa ao lado AC não estava perpendicular ao lado AC.

4.4. Análise e discussão da prova 3

A prova 3 desta pesquisa baseou-se na prova piagetiana que envolve a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Como já descrito, essa prova compreende a apresentação aos sujeitos de conjuntos de triângulos semelhantes cujos ângulos estão demarcados com arcos de circunferência de mesmo raio. Após constatarem que o resultado da soma das medidas dos ângulos internos é igual a 180º será possível a generalização.

De acordo com Piaget, na prova que trata da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo os sujeitos podem ser classificados em seis níveis conforme discriminado a seguir:

- Nível 1. A criança não prevê um semicírculo resultante da reunião dos três ângulos, nem generaliza a constatação feita durante o experimento.
- Nível 2 (6 anos). Previsão por transferência simples, a criança prevê por vezes a reprodução de um "semi-redondo" no momento da justaposição dos ângulos de um novo triangulo. Mas ela crê que a permutação dos ângulos de um triângulo provocaria o aumento ou a diminuição do "semicírculo".
- Nível 3 (6-7 anos) Ainda não há generalização: a criança não está segura de encontrar um semicírculo para cada novo triangulo, a permutação não desempenha qualquer papel e a criança não antecipa o produto da reunião dos seus ângulos seccionados.
- Nível 4 (7-9 anos) A criança raciocina sobre os ângulos, adiciona-os sem apreender a sua dependência mútua. Faz generalização indutiva após ter verificado que os três ângulos de um triângulo dão um semicírculo. Para os outros triângulos, a criança procede por comparação com os triângulos já analisados. Algumas crianças creem, contudo que a soma de ângulos de um triângulo de vértice muito agudo é inferior a 180°.
- Nível 5 (8-10 anos) Generalização da lei: a criança relaciona os três ângulos "concebidos como um sistema de partes complementares".

- Nível 6 (10-12 anos) A criança reconhece a necessidade formal da lei e a constância da soma dos ângulos, quaisquer que sejam as suas modificações.

A tabela que segue representa os resultados dessa prova obtidos no pré-teste.

Tabela 5: Classificação dos sujeitos no pré-teste da prova 3

Nível	Sujeitos Pré-teste
1	0
2	0
3	2
4	7
5	9
6	2

Dados retirados do Quadro 3A: Resultados Gerais da Prova 3 – Pré-teste

Para Piaget todo pensamento surge de ações e os conceitos matemáticos têm sua origem na interação do sujeito com os objetos.

Apesar dos sujeitos da pesquisa terem vivenciado a experiência da soma dos ângulos internos de um triângulo na 6ª e na 7ª séries fazendo o desenho, pintando os ângulos e recortando-os para formar um ângulo de 180º, foi constatado, inicialmente, que 45% deles estavam num nível anterior ao nível 5 e apenas 10% estavam posteriores a esse nível. Podemos exemplificar esse fato pelas respostas do sujeito S7.14 a seguir:

A pesquisadora apresenta um triângulo retângulo escaleno com os ângulos marcados com arcos de mesmo raio.

> Pesq: Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?
>
> S7.14: 180° (juntando as peças)

Em seguida apresenta-lhe dois triângulos retângulos escalenos semelhantes e menores que o primeiro.

> Pesq: Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?
>
> S7.14: 120° (juntando as peças)

Faz o mesmo com três triângulos equiláteros semelhantes.

> Pesq: Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?
>
> S7.14: É o maior de todos 90°. (Depois, juntando as peças responde 180°)

Faz o mesmo com três triângulos isósceles semelhantes.

> Pesq: Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?
>
> S7.14: 120° (juntando as peças confirmou 120°)

O mesmo procedimento é seguido com três triângulos escalenos semelhantes, preparados como o primeiro triângulo.

> Pesq: Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?
>
> S7.14: 180° (indicando o triângulo maior), 120°(indicando o triângulo médio) e 90°(indicando o triângulo menor)

A experimentadora desenha um triângulo escaleno e pede ao indivíduo antecipar a forma que aparecerá se proceder como anteriormente.

> S7.14: 180°

Mostra os triângulos cada vez mais alongados e repete a pergunta.

> S7.14: 120°(triângulo obtusângulo) , 90°(triângulo acutângulo)
>
> Pesq: Por quê?
>
> S7.14: Porque não sei, parece que tem o mesmo tamanho.

Observa-se em S7.14 uma relação perceptiva ou intuitiva e não uma operação lógica pelas suas respostas. Para que esse sistema se forme, é necessária uma conexão com a reversibilidade das operações.

A habilidade fundamental para que se desenvolva o conhecimento lógico matemático é a reversibilidade, ou seja, é a possibilidade de voltar a ação em pensamento ao ponto de partida. De acordo com Piaget, a reversibilidade mental é necessária para os deslocamentos angulares.

Os resultados sofreram algumas alterações após a intervenção como é verificado na tabela seguinte:

Tabela 6: Classificação dos sujeitos no pós-teste da prova 3

Nível	Sujeitos Pós-teste
1	0
2	0
3	4
4	5
5	8
6	3

Dados retirados do Quadro 3B: Resultados Gerais da Prova 3 – Pós-teste

Diante dos resultados da prova 3 no momento do pré-teste e no pós-teste, é possível que as atividades de intervenção, embora contribuíssem para mobilizar as ideias dos participantes, não tenham sido suficientes para levar à generalização da lei. Para exemplificar, podemos citar as respostas de alguns sujeitos ao serem questionados por que eles encontravam 180°.

> S 5.14: Porque têm a mesma forma.
> S 20.14: Porque juntando dá 180°.
> S 18.14: Porque se um triângulo dá 180° os outros também têm que dar.

> *Es lamentable que no se disponga de conocimientos suficientes sobre los procedimientos exactos para favorecer la formación de conceptos; no obstante, se sabe que las condiciones ambientales tienen gran importancia.* (LOVELL, 1977, p.30)

Segundo Lovell (1977), os conceitos matemáticos são generalizações sobre relações entre determinadas classes de dados. Para que os sujeitos façam a observação dos ângulos de um triângulo e cheguem à generalização o processo mental que utilizam é complexo, pois têm que interiorizar essas relações e coordená-las mentalmente. Pode-se constatar essa generalização pelas respostas dos sujeitos quando questionados sobre o porquê eles encontravam 180°.

> S1.14: A soma dos ângulos do triângulo é 180°. Se fosse quadrilátero daria 360°.
>
> S10.15: Independe do tamanho dos ângulos. A soma dos ângulos de qualquer triângulo dá 180°.
>
> S 14.14: A soma dos ângulos de qualquer triângulo dá sempre 180°.

Esse processo complexo, muitas vezes, é desconsiderado pelo professor que imagina que apenas com a atividade de desenhar o triângulo e recortar seus ângulos o sujeito remeta os seus pensamentos para uma abstração imediata.

Como foi dito anteriormente, Piaget atribui à abstração empírica as ações que se apoiam em objetos físicos ou aspectos materiais da própria ação, enquanto que a abstração reflexionante se apoia sobre as atividades cognitivas do sujeito. Define também a abstração pseudo-empírica como sendo a abstração que permite efetuar construções sobre constatações e que mais tarde se tornarão dedutivas. Assim, é possível afirmar que os sujeitos estejam nos patamares da abstração pseudo-empírica.

Pode-se supor que os procedimentos adotados nas intervenções tenham sido insuficientes para o fechamento do sistema das noções necessárias para a generalização das relações dos ângulos internos do triângulo e, da mesma forma, as atividades aplicadas por esta pesquisadora em séries anteriores enquanto professora da turma.

É possível que esses sujeitos não tenham chegado aos patamares das deduções necessárias pela falta de atividades que contemplassem as várias etapas de construções precedentes aos conceitos desenvolvidos. A pouca exposição das próprias ideias, a ausência de contestação de perguntas e supostamente a atitude do professor estar ainda muito focada no discurso verbal (linguagem) e no próprio conhecimento podem ter contribuído para esse resultado.

> A verdadeira causa dos fracassos da educação formal decorre, pois essencialmente do fato se principiar pela linguagem (acompanhada de desenhos, de ações fictícias ou narradas etc.) ao invés de fazer pela ação real e material. É a partir da escola maternal que deve ser preparado o ensino da Matemática por uma série de manipulações voltadas para os conjuntos lógicos e numéricos, os comprimentos e as superfícies etc., e esse gênero de atividades concretas deveriam ser desenvolvidos ininterruptamente, de forma muito sistemática, no decorrer de todo o ensino de primeiro grau, em experiências de Física e de Mecânica elementares. Nessa hipótese, o ensino propriamente da Matemática estaria situado em meio natural de adequação aos objetos e possibilitaria um desenvolvimento da inteligência superior àquele alcançado enquanto permanecer verbal ou gráfico. (PIAGET, 1998, p.59-60)

4.5. Análise dos avanços, estagnação e defasagens dos sujeitos

> [...] em nossa tarefa de análise de dados devemos procurar descobrir categorias que se baseiem em critérios teóricos e que se deve tentar mostrar os progressos na conceituação do problema. Em geral, os progressos na explicação de um fenômeno não se devem ao fato de encontrar novos fatores, mas sim, fundamentalmente, à forma de organizar, de relacionar e de estabelecer uma interação entre esses fatores, que são vistos como parte de um sistema organizado. (DELVAL, 2002, p. 181)

A análise dos avanços, da estagnação e das defasagens apresentadas pelos sujeitos será feita mediante os dados do quadro que segue. Nele estão indicados os níveis aos quais foram classificados os participantes desta pesquisa em cada prova, nos dois momentos: do pré-teste e do pós-teste.

Quadro evolutivo dos sujeitos nas provas do pré e pós-teste

SUJEITO	Prova 1 Pré-teste	Prova 1 Pós-teste	Prova 2 Pré-teste	Prova 2 Pós-teste	Prova 3 Pré-teste	Prova 3 Pós-teste
1.14	3	4	1	4	6	6
2.14	3	4	1	1	5	5
3.14	3	4	4	4	5	5
4.14	4	4	1	4	5	5
5.14	3	3	4	4	5	5
6.14	3	4	1	2	4	4
7.14	4	4	2	4	3	3
8.14	4	4	1	4	4	4
9.14	4	4	3	3	5	5
10.14	3	4	1	1	6	6
11.16	3	3	2	2	3	3
12.13	4	4	3	4	4	4
13.13	3	4	2	2	4	3
14.14	3	3	4	4	5	6
15.14	4	3	2	2	4	3
16.14	3	4	1	4	5	5
17.14	3	4	2	2	4	4
18.14	3	4	4	4	5	5
19.14	4	4	3	4	4	4
20.14	4	4	4	4	5	5

Figura 2: Retirado dos quadros resumos

Nos resultados da prova 1, observa-se que oito participantes apresentaram uma evolução, três sujeitos que estavam no nível 3 continuaram nesse nível e um sujeito apresentou uma defasagem que pode ser justificada por possíveis desequilíbrios provocados por ideias ainda não assimiladas. Dos sujeitos que permaneceram no mesmo nível é necessário salientar que S11.16 e S14.14 faltaram às sessões de intervenção. Contudo, o sujeito S5.14 participou com bastante interesse nas atividades e não obteve modificação nos resultados dessa prova. Como foi dito anteriormente, os resultados dos indivíduos que faltaram à intervenção foram considerados porque a participação dos sujeitos nas provas poderia contribuir para mobilizar o pensamento e indicar outros resultados no pós-teste, o que não ocorreu nessa prova.

Os dados da prova 2 mostraram uma estagnação nos resultados de onze sujeitos, lembrando que, dentre eles, constam dois sujeitos que não participaram das intervenções. Apesar dos resultados desses sujeitos indicarem o mesmo nível, é preciso considerar as evoluções ocorridas no procedimento. Pode-se exemplificar comparando a cópia do triângulo-modelo do sujeito S15.14 nos dois momentos: do pré-teste e do pós-teste, como já foi mencionado no item 5.2 deste capítulo.

Outro exemplo pode ser constatado comparando o procedimento do sujeito S9.14 nos dois momentos.

> **S 9.14** (21/10/08) levantou-se e foi até o desenho com uma régua de 15 cm. Começou a medir o lado AB e, quando está medindo AC, troca a régua por uma maior. Anotou as medidas dos lados AB, BC e AC na folha e, em seguida, desenhou, ajustando pouco a pouco as inclinações. Utilizou a régua e se satisfez com o resultado. Seu triângulo ficou bem próximo ao do modelo.
>
> **S 9.14** (04/12/08) começou a medir o lado AB e, com transferidor, mediu o ângulo BAC. Não utilizou a altura como estratégia de construção do triângulo. Seu triângulo ficou de acordo com o modelo.

No exemplo acima, de acordo com a classificação de Piaget, o sujeito não apresentou evolução. Entretanto não se pode desconsiderar a evolução no processo de construção.

Pode-se constatar uma evolução considerável nos níveis dos sujeitos S1.14, S4.14, S7.14 e S8.14. Estes inicialmente desconsideravam a importância da medida na cópia, desenharam sem fazer medições e, no pós-teste além de fazer medições, utilizaram a altura do triângulo na construção do lado AC como mostra a descrição a seguir:

> **S 8.14** (02/12/08) fez medições e começou construindo o triangulo AK"C. Mediu AB e marcou o ponto B. Traçou BC. Mediu AK'e marcou K'. Traçou BK'. Mediu CK e marcou o ponto K. Traçou BK. Pontilhou as alturas. O triângulo ficou de acordo com o modelo.

A prova 3 apresentou dados praticamente iguais nos resultados dos dois momentos.

Pode-se observar que os resultados dos sujeitos S5.14, S9.14, S11.16 e S20.14 não sofreram nenhuma alteração. Destes apenas o sujeito S11.16 não participou das intervenções.

O sujeito S14.14, apesar de não ter participado da intervenção, apresentou um avanço no resultado. Isso confirma a hipótese de que a participação nas provas pode contribuir para a modificação nos esquemas mentais do sujeito.

Apesar dos resultados desta pesquisa não serem possíveis de se generalizar para todos os sujeitos, de algum modo, as atividades mobilizaram o pensamento na medida em que provocaram uma desequilibração, na qual não se pôde verificar a assimilação/acomodação.

> De fato, não se vê de modo algum em que experiências particulares se apoiariam conceitos tão gerais como, por exemplo, os de assimilação e de acomodação. Mas, pelo contrário, é provável que outros conceitos saiam diretamente da experiência... (O.C.D.E. 1982, p.18)

Diante dos resultados obtidos pode-se concluir que a construção de noções geométricas é de grande complexidade. Situações aparentemente simples para os professores, para os alunos podem servir como uma fonte de novidades.

No capítulo seguinte, serão apresentadas as conclusões parciais decorrentes desta pesquisa.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

> ...o característico da situação de ensino e aprendizagem é que aquele que ensina deverá ser capaz de colocar-se na posição do que aprende e compreender seus estados mentais... (DELVAL, 2001, p.20).

5.1 Respostas às questões da investigação

Retomando a problemática desta pesquisa**: É possível favorecer a compreensão de conceitos de natureza geométrica em ambiente escolar? Como?,** podem-se fazer algumas considerações.

Inicialmente deve-se confirmar a possibilidade da compreensão de conceitos mediante a promoção de atividades em que o aluno seja sujeito da ação, quer sejam elas físicas (concretas) ou mentais (abstratas).

No decorrer da pesquisa foram detectadas várias dificuldades que os alunos podem apresentar: o reconhecimento de uma representação diferente da imagem mental, generalização e transferência da representação mental para representação gráfica, entre outras relatadas nas intervenções. Por outro lado, a pesquisa permitiu reconhecer muitos avanços nas construções propiciadas pelas interações cooperativas durante as intervenções, bem como na realização das provas piagetianas, uma vez que houve mudanças de níveis nos resultados das provas no momento do pós-teste.

De acordo com Delval (2001), isso pode ocorrer porque "em cada momento, a criança está construindo suas próprias explicações de acordo com os seus conhecimentos anteriores e com seu nível de desenvolvimento intelectual".

A importância da teoria piagetiana para o pesquisador, estudioso ou docente está principalmente em ajudá-lo a entender o que acontece no pensamento do sujeito que elabora novos conhecimentos. Para possibilitar a evolução do conhecimento dos estudantes, é necessário partir das representações prévias dos sujeitos, a fim de colocá-las à prova mediante outras concepções. Nesse sentido, o presente trabalho atingiu seu objetivo de analisar o pensamento dos sujeitos com base na compreensão de determinados conceitos matemáticos de natureza geométrica quando realizou o estudo piloto referente à medida. Tal estudo permitiu compreender como se forma o conceito de medida, como conhecimento prévio aos conceitos geométricos que se propôs aqui estudar.

Com o conflito estabelecido na mediação das atividades diversificadas, valendo-se das operações de pensamento, percebeu-se que os sujeitos buscavam uma reequilibração, permitindo a assimilação dos conceitos implicados. Em determinadas situações foi necessário repetir a sequência de operações para que os sujeitos superassem o aspecto figurativo, como no caso da intervenção 2 descrito anteriormente, que tratava da conservação de área. A assimilação dos conceitos construídos nessa intervenção pode ter gerado a modificação nos resultados da prova 1.

A pesquisa revelou que a compreensão dos conceitos nos diferentes sujeitos não pode ser generalizada universalmente, dado que se trata de casos particulares. Contudo, permite corroborar o pressuposto piagetiano de que, para a complexidade de certos conceitos, estruturas precedentes necessitam ser construídas. É possível que esse seja o caso desses sujeitos e, consequentemente, a acomodação dos mesmos ainda não foi verificada.

Na medida em que as atividades diversificadas enfatizaram as operações de pensamento, baseando-se nos princípios do método clínico-crítico piagetiano, buscou-se identificar as ideias prévias dos sujeitos. A partir destas, foram feitos questionamentos que provocaram ações mentais e/ou físicas, possibilitando um progresso no conhecimento. A utilização de uma intervenção baseada nesses princípios permitiu o reconhecimento de diferenças na compreensão dos conceitos envolvidos.

O trabalho em grupo, utilizado nas intervenções, promoveu o desenvolvimento intelectual, uma vez que provocou desequilíbrios e condições favoráveis para o surgimento de conflitos cognitivos, desequilibração e, finalmente, a reequilibração. A exposição das idéias dos sujeitos no grupo, a atividade dos mesmos, o confronto de expectativas e argumentos utilizados, enfim, a cooperação entre os membros dos grupos auxiliaram a construção e/ou desenvolvimento de seus sistemas de pensamento.

Na teoria de Piaget, relembra Scriptori (2008), a aquisição de conhecimento pode ser gerada por duas fontes distintas: pela aprendizagem e pelo desenvolvimento.

Enquanto o desenvolvimento é espontâneo, a aprendizagem, em sentido restrito, é provocada por situações externas e se refere à aquisição de habilidades, de dados específicos e à memorização de informações de uma dada cultura. O estágio de desenvolvimento em que o sujeito se encontra interfere em tais aquisições. Nesse sentido, é possível que os sujeitos que mantiveram o nível de classificação nos dois momentos, ou seja, no pré e no pós-teste, não tenham desenvolvido as estruturas necessárias para a aquisição dos conceitos pertinentes às atividades propostas.

Ainda sobre desenvolvimento e aprendizagem segundo Piaget, Becker (2008) afirma que cada elemento da aprendizagem ocorre com uma função do desenvolvimento total. Esse desenvolvimento é que abre possibilidades para o processo de aprendizagem efetivar-se.

Conforme as proposições feitas no início do trabalho, pode-se considerar que a intervenção permitiu a atividade de pensamento, possibilitando o desenvolvimento intelectual e, consequentemente, favorecendo o processo de aprendizagem.

5.2. Implicações pedagógicas

> Conhecer o mundo é agir sobre ele e transformá-lo, transformando-se a si mesmo.(BECKER, 2007, p.17)

É comum, enquanto professores, pensar sobre a frase acima relacionando-a aos alunos. Entretanto, neste capítulo, pretende-se revelar a pesquisa como ação transformadora do aluno e, desse modo do próprio professor.

Como foi dito anteriormente, a pesquisa surgiu de muitas inquietações provocadas pelo desinteresse dos alunos, falta de compreensão e, consequentemente, desempenho insatisfatório. Com o estudo, e, posteriormente, com a pesquisa efetiva, as situações de sala de aula começaram a ser tratadas sob outro ponto de vista.

Essa mudança foi desencadeada pelas noções básicas sobre a epistemologia genética piagetiana.

A citação a seguir situa o impacto ocorrido.

> A análise que fazemos da epistemologia “subjacente” ao trabalho do professor (Becker, 2000) mostrou uma epistemologia

> predominantemente empirista, misturada de apriorismos algumas vezes inatistas e, raras vezes, construtivista; mesmo nessa última hipótese o construtivismo vem misturado de versões empiristas ou inatistas. Essa compreensão epistemológica ideologizada faz do professor um treinador, um "domesticador" que não tem consciência de sua ação; e não um educador capaz de criar relações construtivas na interação com os alunos. (BECKER, 2001, p.61)

A tomada de consciência de alguns pontos foi fundamental para o início dessa transformação como: "o saber não vem da prática, mas da abstração reflexionante apoiada sobre a prática" (BECKER, 2001, p.60); é importante a ação na aquisição de conhecimentos (lembrando que essa ação pode ser interiorizada, isto é, executada em pensamento); o estímulo só afeta o sujeito se ele estiver com condições cognitivas para percebê-lo; a criança não é um adulto pequeno, seu pensamento possui as mesmas funções, porém suas estruturas são quantitativa e qualitativamente diferentes; e, a tomada de consciência é sempre posterior à ação praticada.

A participação desta professora-pesquisadora em grupos de estudo também teve uma importante contribuição nesse processo. Os estudos de temas especificamente planejados, bem como as trocas de experiências compartilhadas nos encontros do grupo provocaram mudanças na prática da sala de aula, possibilitando um trabalho pedagógico mais reflexivo.

Dessa forma, a evolução da subjetividade da professora-pesquisadora foi mostrando lacunas na própria prática, que implicaram novas ações como as situações descritas a seguir.

Por ocasião do início das aulas foi planejada uma atividade de revisão envolvendo formas espaciais no formato de cruzadinhas. Percebendo as dificuldades dos alunos, algumas figuras geométricas espaciais (esfera, cubo, tetraedro, icosaedro, cilindro, dodecaedro, octaedro) foram colocadas sobre a mesa para que eles pudessem tirar suas possíveis dúvidas. Alguns diziam não se lembrar de nada. Foi pedido então que um dos alunos viesse à mesa e formasse dois grupos com aquelas figuras. Foi surpreendente a formação dos dois conjuntos. Em todas as classes, os agrupamentos foram diferentes, dado que seguiam critérios próprios.

Alguns dos agrupamentos feitos por alunos:

Aluno A: 1) esfera, cilindro, icosaedro e dodecaedro e 2) cubo, octaedro e tetraedro.

Aluno B: 1) esfera, cilindro e 2) icosaedro, octaedro e tetraedro; não conseguiu encaixar o dodecaedro e o cubo em nenhum dos grupos.

Aluno C: 1) esfera, cilindro e 2) icosaedro, dodecaedro, octaedro, tetraedro e cubo.

Essa apresentação dos grupos fez a professora-pesquisadora compreender que os alunos não enxergam os atributos da figura do mesmo modo e, portanto, é necessário o professor ficar atento às suas classificações, fazendo intervenções. A utilização do método clínico nessas intervenções contribui para mobilizar o pensamento do aluno fazendo com que ele perceba sua trajetória mental e os critérios dos quais se vale para agrupar.

Essa observação, em outros tempos, não teria sido assim entendida pela professora e, possivelmente por isso, não teria explorado a formação desses agrupamentos, pois só a visão correspondente aos corpos redondos e poliedros de Platão seria abordada pela professora. Foram exploradas as composições dos agrupamentos, enfatizando as características das figuras, levando-os a observar e descobrir outras possibilidades de agrupamentos.

Por ocasião de um trabalho com projetos, a professora observou atitudes nos alunos que até aquele momento passavam despercebidas. Alguns alunos não sabiam medir comprimentos, possivelmente pela falta da ação própria do sujeito, uma vez que os métodos adotados solicitavam que os alunos apenas olhassem como medir e, portanto; não sabiam utilizar os instrumentos de medida como a trena, o metro, não estimavam as unidades de medida, bem como a régua era utilizada sem compreensão (3 cm eram equivalentes à distância entre o 1 e o 3). Essa constatação implicou uma tomada de consciência que acarretou um plano de ações para que os alunos interagissem e pudessem construir essas noções. Em grupos, eles mediram os espaços da escola, compararam os resultados, buscaram formas de representar esses espaços fazendo a representação gráfica em forma de planta na escala 1:100 e construíram uma maquete.

Outra situação ocorreu durante a intervenção ao ser utilizado o geoplano. Muitas vezes os professores têm a impressão de que o uso de um recurso atraente para o aluno é condição suficiente para que ele construa os conhecimentos planejados. Entretanto, a compreensão de determinados conteúdos nem sempre é favorecida apenas com o material. É necessário que se avalie se os conhecimentos precedentes foram construídos. A pesquisadora tomou consciência das dificuldades que os alunos têm nas várias formas de representação das figuras. Para rotacioná-las, transladá-las, é necessário o domínio da geometria topológica vivenciada pelo sujeito e a utilização do material não supre as necessidades anteriores.

Durante a pesquisa, a professora-pesquisadora, trabalhando em pequenos grupos, fez outra constatação quanto à eficiência dos métodos ativos. Numa determinada aula de geometria, os alunos normalmente passivos, que costumeiramente não demonstravam interesse, passaram a ficar envolvidos e mudaram de conduta durante a atividade. Após terem lido o texto do livro sobre o teorema de Tales foi proposto que fizessem a verificação de acordo com o que eles tinham lido. Construíram retas paralelas, cortadas por duas retas transversais, usando régua e esquadro. Verificaram que os ângulos formados eram congruentes, utilizando o transferidor. Em seguida, mediram cada um dos segmentos, formando a proporção de acordo com o que estava no livro e verificaram a proporcionalidade dos segmentos. O envolvimento dos alunos foi muito grande, como também a cooperação entre eles. Observou-se que mesmo aqueles alunos que não tiveram êxito quanto ao resultado da proporcionalidade insistiram em procurar as falhas que poderiam ter ocorrido para a não comprovação do teorema.

Portanto, foi necessário ter um conhecimento, além daqueles que certificam a função docente para uma disciplina específica, sobre os caminhos do desenvolvimento intelectual do aluno. Dito de outra maneira, para ensinar não basta saber o conteúdo da Matemática; é preciso conhecer como as noções matemáticas são mentalmente construídas pelo sujeito.

No presente trabalho, a professora-pesquisadora teve a oportunidade de reconstruir e ampliar seus conhecimentos, tendo como suporte a teoria de Jean Piaget. À medida que essa teoria era assimilada pela pesquisadora, a postura de repetir conhecimentos prontos na sala de aula começou a ser substituída por uma proposta de metodologia ativa. A percepção sobre os fenômenos cognitivos de seus alunos começou a ser observados por ela. O processo de aprendizagem passou a ser mais valorizado pela professora-pesquisadora, tornando-a mais sensível às individualidades, e mais atenta no sentido de garantir o real conhecimento do aluno.

Essas implicações colocam em evidência a importância de uma nova concepção de professor segundo Becker (2007), ou seja, aquele que investe na reconstrução de seus saberes, ampliando e reestruturando suas próprias capacidades cognitivas, na busca contínua de ser plenamente professor.

5.3. Recomendações para o ensino decorrentes das conclusões

Das conclusões desta pesquisa podem-se fazer algumas considerações para o ensino. Se a escola estiver preocupada em favorecer o desenvolvimento dos seus alunos para que eles aprendam deverá oferecer as matérias curriculares sob formas assimiláveis à sua estrutura e aos diferentes estágios de seu desenvolvimento, ou seja, adequados à maturidade intelectual do sujeito. Porém, não se trata aqui de maturidade biológica; é conveniente lembrar que, segundo Piaget, a maturação biológica, por si só, não é condição suficiente para o desenvolvimento intelectual. Outros fatores, além dela, estão implicados, a saber: a experiência do meio físico, a experiência do meio social e a equilibração. Sendo assim, o ensino deve estar centrado na ação do próprio sujeito e nas trocas sociais, as quais implicam o desenvolvimento do processo de equilibração. Nas interações entre sujeito e meio físico e social é que as estruturas da inteligência se constroem.

Especificamente quanto ao desenvolvimento do raciocínio, a experiência física, que propicia a experiência lógico-matemática, é indispensável. É necessário oportunizar ao sujeito a descoberta das propriedades dos objetos pela sua própria ação sobre eles, as quais, por sua vez, propiciarão a abstração empírica, pseudo-empírica e reflexiva. Isso não significa dizer que a escola deva contentar-se em favorecer apenas as operações concretas, mas considerar essas operações como um ponto de partida para a aquisição do conhecimento formal, abstrato.

Decorre desta pesquisa que, para promover condições para assimilação e aprendizagem com compreensão, deve-se partir do estabelecimento de um problema, um desafio, uma investigação ou uma atividade ou exercício que provoque um conflito cognitivo, que gerará uma necessidade que, por sua vez, desencadeará um interesse. Essa estimulação colocará os esquemas mentais dos alunos em ação, o que permitirá novas assimilações. É importante ressaltar também que a abordagem de certos assuntos complexos, para os alunos, deve ser retomada até que eles tenham condições de construir as estruturas necessárias para a aprendizagem efetiva.

Se os professores desejam que seus alunos pensem por si mesmos, não sejam imprudentes ou precipitados em seus julgamentos, podem propiciar esse desenvolvimento incorporando atividades de operações de pensamento às suas práticas de ensino. Para isso, ao elaborarem suas atividades, devem refletir sobre a sua prática, fazendo alguns questionamentos a si mesmos: será que meus alunos têm feito comparações significativas?; será que tenho solicitado para que façam resumos regularmente?; será que tenho dado oportunidades para a observação, a classificação, a interpretação de dados significativos? A reflexão sobre essas questões implicará a elaboração de estratégias de ensino que possibilitem oportunidades de experiência para o aluno, relacionando as operações de pensamento ao conteúdo a ser desenvolvido. Pode-se exemplificar com uma atividade, apresentando aos alunos figuras planas e não planas para que primeiro observem, descrevam as diferenças e semelhanças e façam agrupamentos. As perguntas, reflexões e considerações de alternativas não devem ser desprezadas, ao contrário devem ser valorizadas. Desse modo, gradualmente, os alunos, percebendo a valorização das suas próprias ideias se tornarão mais cautelosos e reflexivos.

5.4. Sugestões para pesquisas futuras

No decorrer da pesquisa, ocorreu a hipótese de que o emprego de determinados termos no enunciado das provas poderiam provocar um conflito, implicando diferentes resultados. Por exemplo, na prova 1, se a pergunta fosse “Sobrou a mesma quantidade de pasto nas duas superfícies?” ao invés de “Há a mesma quantidade de pasto nas duas superfícies?” poderia ensejar uma resposta diferente. Embora a teoria piagetiana afirme que isso não faça diferença, se o aluno já possui as estruturas da lógica operatória, esse dado possibilita outro tipo de investigação: a dos significados das palavras.

Foi constatado na prova 2 que 86% dos sujeitos classificados no nível 1 são do sexo feminino. É possível que esse dado seja instigante para um trabalho de investigação sobre questões culturais de gênero, uma vez que pode estar associado às vivências, pois normalmente os meninos, desde pequenos, exploram o espaço muito mais que as meninas.

Enfim, o estudo aqui apresentado pode ainda dar origem a investigações com professores, com o objetivo de analisar os procedimentos didáticos utilizados por eles, para propiciar a aprendizagem de outros conceitos matemáticos.

REFERÊNCIAS

AEBLI, Hans **Una didáctica fundada en la psicologia de Jean Piaget**. Buenos Aires: Editora Kapelusz, 1958.

ASSIS, O. Z. M., ASSIS, M. C**. Proepre:** prática pedagógica, Campinas, São Paulo: Gráfica FE; LPG, 2004.

BECKER, Fernando **Educação e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BECKER, Fernando & MARQUÊS, Tânia Beatriz Iwaszko **Ser professor é ser educador**. Porto Alegre: Mediação 2007.

BECKER, Fernando. Abstração reflexionante e aprendizagem In: ASSIS,O. Z. M., VINHA T. P. e BORGES R. R.(orgs) **O direito de aprender**. Campinas: FE/UNICAMP, 2008, p.53-65

BIGODE, Antônio José Lopes **Matemática Atual**. 6ª série. São Paulo: Atual 1994.

BLADEN, Emily O desenvolvimento de medidas lineares em crianças do ensino fundamental: um estudo empírico. In **The Genetic Epistemologist**, volume 28, number 3, 2001.

BORBA, Marcelo de Carvalho & ARAÚJO, Jussara de Loiola (orgs) **Pesquisa qualitativa em educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL, Luis Alberto S. **Aplicações da teoria de Jean Piaget ao ensino da matemática.** Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 1977.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1998. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf Acesso em 12 set 2008

BRITO, Márcia Regina F. **Psicologia da Educação Matemática. Teoria e Pesquisa.** Florianópolis: Insular, 2001.

CAMPBELL, Donald T; STANLEY, Julian C. **Delineamentos experimentais e quase experimentais de pesquisa** São Paulo EPU: Edusp 1979.

CARNEIRO, Reginaldo F. & DECHEN, Tatiane. Tendências no Ensino de Geometria: um olhar para os anais dos Encontros Paulista de Educação Matemática. In: **Anais do 16º Congresso de Leitura do Brasil** - No mundo há muitas armadilhas e é preciso quebrá-las, 2007, Campinas. 16º Congresso de Leitura do Brasil, 2007. p. 1-10.

CASTORINA, FERNANDEZ & LENZI. A psicologia genética e os processos de aprendizagem. In CASTORINA J.A. e cols. **Psicologia Genética, aspectos metodológicos.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1988, p.13-32.

CEZARE, Valéria G. de F. e LIMA Renata de Brincando com as mídias... In NACARATO, A. M., GOMES A.A.M. & GRANDO, R.C. **Experiências com geometria na escola básica.** São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

CHAKUR, C. R. DE S. L. Contribuições da Pesquisa Psicogenética para a Educação Escolar. In **Psicologia:** Teoria e Pesquisa. Set-Dez 2005, Vol 21 n.3, p.289-296.

CHIAROTTINO, Zélia Ramozzi. Psicologia e Epistemologia Genética de Jean Piaget. In RAPPAPORT, Clara Regina. **Temas básicos de psicologia**; São Paulo: EPU, 1988.

DELVAL, Juan. **Manifesto por uma escola cidadã**. Campinas: Papirus, 2006.

DELVAL, Juan **Aprender na vida e aprender na escola**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DELVAL, Juan. **Introdução à prática do método clínico**: descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002.

DINIZ, Maria Ignez. de S. V. et al **O conceito de ângulo e o ensino de geometria.** 3ª edição, São Paulo: IME-USP, 1998.

DUARTE, Aparecida Rodrigues Silva et SILVA, Maria Célia Leme da. **Abaixo Euclides e acima quem?** Uma análise de geometria de teses e dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Práxis Educativa. Ponta Grossa, PR, v. 1, n. 1, p. 87-93, jan.-jun 2006

ECO, Umberto, **Como se faz uma tese**. 20ª edição, São Paulo: Perspectiva, 2006.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Campinas/SP: Unicamp, 2004.

FÁBREGA, E. P. **Espaço Representativo: um estudo das habilidades de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado PUC-SP, 2001.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

GIL, Antônio Carlos **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4ª edição, São Paulo: Atlas, 2007.

JESUS, Érika Silva. **Educação Matemática com cabri-géomètre,** 2005. Disponível em: http://www.matematica.ucb.br/sites/000/68/00000029.pdf. Acesso em 13 abr 2009.

KERLINGER, F. N. **Metodologia da pesquisa em ciências sociais**: um tratamento conceitual. São Paulo: EPU Edusp, 1980.

LORENZATO, Sergio. **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas/SP: Autores Associados, 2008.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas/SP: Autores Associados, 2006.

LOVELL, K. **Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños.** Madrid: Ediciones Morata S.A., 1977.

LUJAN, Maria Lucia Sansigolo. **A geometria da 1ª serie do 1° grau: um trabalho na perspectiva de Van Hiele.** Dissertação de Mestrado. Campinas: Unicamp, 1997.

MEGA, Élio **Ensino/Aprendizagem da rotação na 5ª série.** Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2001.

MORELATTI, Maria R.M. & SOUZA, Luis H. G. de. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor do ensino fundamental e suas tecnologias. In **Revista Educar.** n° 28, Paraná: Universidade Federal do Paraná, 2006.

MOURA Anna Regina Lanner. **A medida e a criança pré-escolar**. Tese de Doutorado, Campinas: Unicamp. 1995

O.C.D.E. **Inventários de Jean Piaget.** Portugal: Editorial Estampa, 1982.

PIAGET, Jean [et al] **Abstração reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, Jean et INHELDER Barbel. **A psicologia da criança**. - 3ª edição - Rio de Janeiro: Difel, 2007.

PIAGET, Jean. **A representação do mundo na criança**. Rio de Janeiro: Editora Record. s/d (Título original la representation du monde chez lénfant – 1926) , p.5-52.

PIAGET, Jean, INHELDER B. et SZEMINSKA A. **La geométrie spontanée de l'enfant.** Paris: Presses Universitaires de France, 1973.

PIAGET, Jean, **Observações sobre a educação matemática.** Tradução Carmen Campoy Scriptori (Título original Remarques sur l' Éducation Mathèmatique). Comments on mathematical education. [transl.: Joan Bliss]. In: Developments in mathematical education: proceedings of the 2nd International congress on mathematical education, Exeter, August 29th September 2nd, 1972 / ed.: Albert Geoffrey Howson. London: Cambridge University Press, 1973. P. 79-87. Ce texte a été lu pour le compte de Jean Piaget au Congrès international pour l'enseignement des mathématiques à Exeter/Angleterre.

PIAGET, Jean. **Para onde vai a educação?** 14ª edição, Rio de Janeiro: José Olympio, 1998a.

PIAGET, Jean. **Psicologia e pedagogia.** Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1970.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia.** 18ª edição, Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1991.

PIAGET, Jean. **Sobre a pedagogia.** São Paulo: Casa do Psicólogo,1998b.

RATHS [et al], **Ensinar a pensar**: teoria e aplicação. 2ª edição, São Paulo: EPU, 1977.

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da Matemática**. 4ª edição, São Paulo: Ática, 1992.

SCRIPTORI, Carmen C. A Matemática na educação infantil: uma visão psicogenética In GIMARÃES, C. M. (org). **Perspectivas para Educação Infantil.** Araraquara, SP: Junqueira&Marin Editores. 2005, p. 105-124.

SCRIPTORI, Carmen C. O direito de aprender no devido tempo In ASSIS,O. Z. M., VINHA T. P. e BORGES R. R.(orgs). **O direito de aprender**. Anais do XXIV Encontro Nacional de Professores do Proepre. Campinas: FE/UNICAMP, 2008, p.31-35

SOUZA, Maria Thereza Costa Coelho. A concepção de construção na epistemologia genética de Piaget. In _________ (org). **Os sentidos de construção:** o si mesmo e o mundo. Casa do Psicólogo, 2004.

APÊNDICE

APÊNDICE A - Tabela 1 – Sujeitos da pesquisa

sujeito	sexo	data de nascimento	idade	código
Luc	Feminino	23/07/94	14a2m	S1.14
Loy	Feminino	01/07/94	14a3m	S2.14
Ste	Feminino	14/06/94	14a3m	S3.14
Pao	Feminino	10/05/94	14a4m	S4.14
Car	Feminino	05/04/94	14a6m	S5.14
Sil	Feminino	24/01/94	14a8m	S6.14
Dan	Feminino	05/01/94	14a8m	S7.14
Cri	Feminino	05/11/93	14a9m	S8.14
Mar	Feminino	24/10/93	14a11m	S9.14
Mic	Feminino	01/09/93	15a1m	S10.15
Fab	Feminino	23/09/92	16a	S11.16
Mai	Masculino	07/11/94	13a11m	S12.13
Ren	Masculino	11/10/94	13a11m	S13.13
Rel	Masculino	14/06/94	14a3m	S14.14
Raf	Masculino	10/03/94	14a6m	S15.14
Gab	Masculino	27/12/93	14a9m	S16.14
Wel	Masculino	04/12/93	14a10m	S17.14
Ped	Masculino	30/11/93	14a10m	S18.14
Nor	Masculino	29/10/93	14a11m	S19.14
Sio	Masculino	27/10/93	14a11m	20.14

Obs: A idade dos alunos considerada refere-se à data de seleção dos sujeitos (09/10/2008).

APÊNDICE B - Protocolos do estudo piloto e das provas

Protocolo do Estudo Piloto

PROVA DA TORRE

Sujeito	Idade	Data da realização

Diante de uma torre formada com blocos cúbicos de 5 cm de aresta o experimentador pergunta:

1. Você consegue montar uma torre do mesmo tamanho que a minha?

R:____

Após o sujeito ter construído a torre, o experimentador pergunta:

2. Você tem certeza que é do mesmo tamanho que a minha?

R:____

3. Dá para conferir? As varetas te ajudam a conferir o tamanho? Como?

R:____

O experimentador constrói a mesma torre sobre um suporte e pergunta:

4. E agora, você consegue construir uma torre do mesmo tamanho que a minha?

R:____

5. Você tem certeza que é do mesmo tamanho que a minha?

R:____

____

____

6. Dá para conferir? As varetas te ajudam a conferir o tamanho? Como?

R: ____

____

____

Diante da torre construída com os blocos cúbicos sobre o suporte, o experimentador pergunta se o sujeito é capaz de construir uma torre do mesmo tamanho com blocos menores.

7. Você consegue construir uma torre do mesmo tamanho que a minha com os blocos menores?

R:____

____

____

Após o sujeito ter construído a torre, o experimentador pergunta:

8. Você tem certeza que é do mesmo tamanho que a minha?

R:____

____

____

9. Dá para conferir? As varetas te ajudam a conferir o tamanho? Como?

R:____

____

____

Protocolo da Prova 1

PROVA DA CONSERVAÇÃO DA SUPERFÍCIE

Sujeito	Idade	Data da realização

Diante de dois cartões retangulares de 20cmx30cm representando pastos (P_1 e P_2), duas figuras de madeira representando vacas e 14 cubos de madeira de 2 cm² de base representando casas, o experimentador põe em P_1 uma casa e pergunta:

1. Você acha que há a mesma quantidade de pasto em P_1 e P_2 para as vacas comerem? Por quê?

R: ____

____

____

Põe em P_2) uma casa em posição idêntica à que está no pasto P_1 e repete a mesma pergunta.

2. Você acha que há a mesma quantidade de pasto em P_1 e P_2 para as vacas comerem? Por quê?

R: ____

____

____

Desloca a casa para um ângulo de P_1 e repete a pergunta.

3.Você acha que há a mesma quantidade de pasto em P_1 e P_2 para as vacas comerem? Por quê?

R:____

____

____

____

Coloca em P_1, no centro, duas casas encostadas uma a outra e em P_2 duas casas distante entre si fazendo a mesma pergunta.

4. Você acha que há a mesma quantidade de pasto em P_1 e P_2 para as vacas comerem? Por quê?

R:

____

____

____

____

Coloca em P_1, no centro, quatro casas encostadas uma a outra e em P_2 quatro casas distante entre si fazendo a mesma pergunta.

5. Você acha que há a mesma quantidade de pasto em P_1 e P_2 para as vacas comerem? Por quê?

R:

____

____

____

____

Coloca em P_1, no centro, sete casas encostadas uma a outra e em P_2 sete casas distante entre si fazendo a mesma pergunta.

6. Você acha que há a mesma quantidade de pasto em P_1 e P_2 para as vacas comerem? Por quê?

R:____

____

____

____

Protocolo da Prova 2

PROVA DA MEDIDA DOS ÂNGULOS DO TRIÂNGULO

Sujeito	Idade	Data da realização

O experimentador pede ao sujeito que faça uma cópia do triângulo desenhado numa folha sulfite A-4 que se encontra pendurada na parede, atrás do sujeito. Para a cópia, o sujeito dispõe de papel, régua, esquadros, compasso e transferidor. O triângulo desenhado é um triângulo obtusângulo isósceles.

Protocolo da Prova 3

PROVA DA SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

Sujeito	Idade	Data da realização

O experimentador apresenta ao sujeito um primeiro triângulo retângulo isósceles de cartão com os ângulos destacados.

1. Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?

Resp:____

____

____

Mostra dois triângulos retângulos semelhantes ao primeiro.

2. Você pode prever que forma irá aparecer quando juntarmos os três ângulos de cada um dos triângulos?

Resp:____

____

____

Mostra três triângulos eqüiláteros semelhantes.

3.Você pode prever que forma irá aparecer quando juntarmos os três ângulos de cada um dos triângulos?

Resp:____

____

____

Mostra com três triângulos isósceles semelhantes.

4. Você pode prever que forma irá aparecer quando juntarmos os três ângulos de cada um dos triângulos?

Resp:____

Mostra três triângulos escalenos semelhantes.

5. Você pode prever que forma irá aparecer quando juntarmos os três ângulos de cada um dos triângulos?

Resp:____

O experimentador desenha um triângulo escaleno.

6. Você pode prever que forma irá aparecer quando juntarmos os três ângulos desse triângulo?

Resp:____

Mostra dois triângulos mais alongados.

7. Você pode prever que forma irá aparecer quando juntarmos os três ângulos de cada um dos triângulos?

Resp:____

8. Por quê?

Resp:____

APÊNDICE C - Quadros resumo

Quadro Resumo 1A

Prova 1: Prova da conservação da superfície

Sujeitos / Etapa da prova	1.14	2.14	3.14	4.14	5.14	6.14	7.14	8.14	9.14	10.15
1. Uma casa em P_1 e nenhuma casa em P_2	Sim	Sim	Sim	Não	Sim	Sim	Sim/ Não	Não	Não	Sim
2.Posição idêntica em P_2 e P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
3. Deslocamento da casa para um ângulo de P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
4. P_1, no centro, com duas casas encostadas uma a outra e em P_2 com duas casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
5. P_1, no centro, com quatro casas encostadas uma a outra e P_2 com quatro casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não, depende da posição
6. P_1, no centro, com sete casas encostadas uma a outra e P_2 com sete casas eqüidistantes entre si.	Sim	sim	Sim	sim	Sim	sim	Sim	sim	Sim	sim
Nível	**3**	**3**	**3**	**4**	**3**	**3**	**4**	**4**	**4**	**3**

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 1A

Prova 1: Prova da conservação da superfície

Sujeitos Etapa da prova	11.16	12.13	13.13	14.14	15.14	16.14	17.14	18.14	19.14	20.14
1. Uma casa em P_1 e nenhuma casa em P_2	Não	Sim/ Não	Sim	Não	Sim/ Não	Sim	Sim	Sim	Não Depois de dizer sim	Não
2.Posição idêntica em P_2 e P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
3. Deslocamento da casa para um ângulo de P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
4. P_1, no centro, com duas casas encostadas uma a outra e em P_2 com duas casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
5 P_1, no centro, com quatro casas encostadas uma a outra e P_2 com quatro casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
6. P_1, no centro, com sete casas encostadas uma a outra e P_2 com sete casas eqüidistantes entre si.	Não, Porque em P1 tem pouco espaço e no outro tem bastante	Sim	Sim	Não	Sim	sim	Sim	Sim	sim	Sim
Nível	**3**	**4**	**3**	**4**	**4**	**3**	**3**	**3**	**4**	**3**

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 2A

Prova 2: A medida do ângulo

SUJEITOS	medições	Instrumentos que utiliza para medir	Instrumentos que utiliza para desenhar	Características do desenho	nível
1.14	Não fez medições	Nenhum	Régua	Fez um triângulo mais alongado que o do modelo	1
2.14	Não fez medições	Nenhum	Régua	Fez um triângulo parecido, mas bem menor que o do modelo	1
3.14	Mediu ângulos e comprimentos	Régua e transferidor	régua e transferidor	Fez um triângulo refletido congruente ao do modelo. Não considerou o pontilhado	4
4.14	Não fez medições	Nenhum	Régua	Fez um triângulo parecido com o do modelo.	1
5.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo refletido congruente ao do modelo	4
6.14	Não fez medições	Nenhum	Régua	Fez um triângulo refletido. Não está próximo ao do modelo	1
7.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo menor que o do modelo e confundiu o pontilhado Não usou a régua corretamente	2
8.14	Não fez medições	Nenhum	Régua	Fez um triângulo parecido, mas bem menor que o do modelo	1
9.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo bem próximo ao do modelo	3
10.15	Não fez	Nenhum	Régua	Faz um triangulo parecido com o do modelo.	1
11.16	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo próximo ao do modelo	2
12.13	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo congruente ao do modelo	3
13.13	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Não identificou o triângulo. Não localizou corretamente as perpendiculares BK e BK'. O triângulo ficou do mesmo tamanho.	2
14.14	Mediu ângulos e comprimentos	Régua e transferidor	Régua e transferidor	Fez um triângulo congruente ao do modelo	4
15.14	Mediu comprimentos	Régua e esquadro	Régua e esquadro	Justapôs os triângulos da figura; não identificou o triângulo. Houve uma pequena variação nas medidas. Lado AC não é reto.	2
16.14	Não fez medições	Nenhum	Régua	Faz um triangulo bem próximo ao do modelo	1
17.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo próximo ao do modelo e confundiu o pontilhado. BK' não ficou perpendicular ao lado AC	2
18.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo bem próximo ao do modelo	4
19.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo bem próximo ao do modelo	3
20.14	Mediu comprimentos e ângulos	Régua e transferidor	Régua e transferidor	Fez um triângulo congruente ao do modelo	4

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 3A

Prova 3: Soma dos ângulos internos do triângulo

Sujeitos / Etapa da prova	1.14	2.14	3.14	4.14	5.14	6.14	7.14	8.14	9.14	10.15
1 Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?	180°	180°	180°	Meia bola	180°	180°	180°	Metade do círculo	Meio círculo	180°
2.Mostra dois triângulos retângulos semelhantes ao primeiro	180°	180°	180°	Meia bola	180°	180°	120°	Metade do círculo	180°	180°
3. Faz o mesmo com três triângulos eqüiláteros semelhantes	180°	180°	180°	Meia bola	180°	180°	90°/ 180°	Metade do círculo	180°	180°
4. Faz o mesmo com três triângulos isósceles semelhantes	180°	180°	180°	Meia bola	180°	180°	180° /120 °	Metade do círculo	180°	180°
5. com três triângulos escalenos semelhantes	180°	180°	180°	Meia bola	180°	180°	120° /90°	Metade do círculo	180°	180°
6. O experimentador desenha um triângulo escaleno	180°	180°	180°	Meia bola	180°	180°	180°	acho que dá o mesmo	180°	180°
7. Mostra os triângulos cada vez mais alongados	180°	180°	180°	Meia bola	180°	60°	120°	Acho que não dá 180°	180°	180°
8. Por quê?	Genera -liza	Genera -liza	general iza	Genera -liza	general iza	Não general iza	Não general iza	Não general iza	Genera -liza	Genera -liza
nível	6	5	5	5	5	4	3	4	5	6

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro resumo 3A

Prova 3: Soma dos ângulos internos do triângulo

Sujeitos / Etapa da prova	11.16	12.13	13.13	14.14	15.14	16.14	17.14	18.14	19.14	20.14
1 Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?	Um transferidor	180°	Metade do círculo	180°	180°	Metade do círculo	Meia circunferência	180°	Metade do círculo	180°
2.Mostra dois triângulos retângulos semelhantes ao primeiro	metades	180°	Metade do círculo	180°	180°	180°	Meia circunferência	180°	Metade do círculo	180°
3. Faz o mesmo com três triângulos eqüiláteros semelhantes	Um transferidor	180°	Metade do círculo	180°	180°	180°	Meia circunferência	180°	Metade do círculo	180°
4. Faz o mesmo com três triângulos isósceles semelhantes	Um transferidor	180°	Metade do círculo	180°	180°	180°	Meia circunferência	180°	Metade do círculo	180°
5. com três triângulos escalenos semelhantes	Um transferidor	180°	Metade do círculo	180°	180°	180°	Meia circunferência	180°	Metade do círculo	180°
6. O experimentador desenha um triângulo escaleno	Um transferidor	Acho que é 180°	Metade do círculo	180°	180°	180°	Meia circunferência	180°	Metade do círculo	180°
7. Mostra os triângulos cada vez mais alongados	Não dá a mesma coisa	Tenho dúvida	Acho que não dá meio círculo	180°	Acho que não dá 180°	180°	Não dá meia circunferência	180°	Não sei.	180°
8. Por quê?	Não generaliza	Não generaliza	Não generaliza	generaliza	Não generaliza	Generaliza	Não generaliza	Generaliza	Não generaliza	generaliza
Nível	3	4	4	5	4	5	4	5	4	5

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 1B

Prova 1: Prova da conservação da superfície

Sujeitos / Etapa da prova	1.14	2.14	3.14	4.14	5.14	6.14	7.14	8.14	9.14	10.15
1. Uma casa em P_1 e nenhuma casa em P_2	Não	Não	Não	Não	Sim	Não	Não	Não	Não	Não
2.Posição idêntica em P_2 e P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
3. Deslocamento da casa para um ângulo de P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
4. P_1, no centro, com duas casas encostadas uma a outra e em P_2 com duas casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
5. P_1, no centro, com quatro casas encostadas uma a outra e P_2 com quatro casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
6. P_1, no centro, com sete casas encostadas uma a outra e P_2 com sete casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Nível	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 1B

Prova 1: Prova da conservação da superfície

Sujeitos Etapa da prova	11.16	12.13	13.13	14.14	15.14	16.14	17.14	18.14	19.14	20.14
1. Uma casa em P_1 e nenhuma casa em P_2	Sim	Não	Não	Não	Sim	Não	Não	Não	Não	Não
2.Posição idêntica em P_2 e P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
3. Deslocamento da casa para um ângulo de P_1.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
4. P_1, no centro, com duas casas encostadas uma a outra e em P_2 com duas casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
5 P_1, no centro, com quatro casas encostadas uma a outra e P_2 com quatro casas eqüidistantes entre si.	Sim	Sim	Sim	Sim, tô na dúvi-da.	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
6. P_1, no centro, com sete casas encostadas uma a outra e P_2 com sete casas eqüidistantes entre si.	Não, porque em P1 tem pouco espaço e no outro tem bastante	Sim	Sim	Acho que não	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Nível	**3**	**4**	**4**	**3**	**3**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 2B

Prova 2: A medida do ângulo

SUJEITOS	medições	Instrumentos que utiliza para medir	Instrumentos que utiliza para desenhar	Características do desenho	nível
1.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triangulo conforme o modelo utilizando a altura.	4
2.14	Não fez medições	Nenhum	Régua	Fez um triangulo mais alongado que o triângulo modelo	1
3.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triangulo conforme o modelo utilizando a altura	4
4.14	Mediu ângulos e comprimentos	Régua e transferidor	Régua e transferidor	Não utilizou a altura. Utilizou o transferidor para traçar o ângulo.	4
5.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura.	4
6.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura, mas o desenho fica invertido.	2
7.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura e fez um triangulo congruente ao do modelo	4
8.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura e fez um triangulo congruente ao do modelo	4
9.14	Mediu ângulos e comprimentos	Régua e transferidor	Régua e transferidor	Não utilizou a altura. Utilizou o transferidor para traçar o ângulo.	3
10.15	Não fez medições	Nenhum	Régua	Fez um triangulo maior que o modelo.	1
11.16	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Fez um triângulo próximo ao do modelo, ajustando as medidas por aproximações.	2
12.13	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura e fez um triangulo congruente ao do modelo	4
13.13	Mediu ângulos e comprimentos	Régua e transferidor	Régua	Utilizou a altura, mas o desenho fica invertido.	2
14.14	Mediu ângulos e comprimentos	Régua e transferidor	Régua e transferidor	Não utilizou a altura. Utilizou o transferidor para traçar o ângulo.	4
15.14	Mediu ângulos e comprimentos	Régua e transferidor	Régua e transferidor	Utilizou como referência a margem da folha, seu triângulo fica semelhante, mas maior que o modelo.	2
16.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura e fez um triangulo congruente ao do modelo	4
17.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Não se preocupa com a inclinação. O triângulo não é congruente nem semelhante ao modelo.	2
18.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura e fez um triangulo congruente ao do modelo	4
19.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura e fez um triangulo congruente ao do modelo	4
20.14	Mediu comprimentos	Régua	Régua	Utilizou a altura e fez um triangulo congruente ao do modelo	4

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 3B

Prova 3: Soma dos ângulos internos do triângulo

Sujeitos Etapa da prova	1.14	2.14	3.14	4.14	5.14	6.14	7.14	8.14	9.14	10.15
1 Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?	180°	180°	180°	180°	180°	Meia circun-ferênci a	180°	Meio círculo	Metade do círculo	180°
2.Mostra dois triângulos retângulos semelhantes ao primeiro	180°	180°	180°	180°	180°	Meia circun-ferênci a	180°	Meio círculo	Metade do círculo	180°
3. Faz o mesmo com três triângulos eqüiláteros semelhantes	180°	180°	180°	180°	180°	Meia circun-ferênci a	180°	Meio círculo	Metade do círculo	180°
4. Faz o mesmo com três triângulos isósceles semelhantes	180°	180°	180°	180°	180°	Meia circun-ferênci a	180°	Meio círculo ?!?	Metade do círculo	180°
5. com três triângulos escalenos semelhantes	180°	180°	180°	180°	180°	Meia circun-ferênci a	180°	Meio círculo	Metade do círculo	180°
6. O experimentador desenha um triângulo escaleno	180°	180°	180°	180°	180°	Meia circun-ferênci a	180°	Meio círculo	Metade do círculo	180°
7. Mostra os triângulos cada vez mais alongados	180°	180°	180°	190° / 50°	180°	Meia circun-ferênci a	180°	Meio círculo	Metade do círculo	180°
8. Por quê?	Triân-gulos dá 180°; quadri-láteros dá 360.°	A soma dos ângulos do triângu -lo é igual a 180°.	A soma dos ângulos de todo triângu -lo dá 180°.	A soma de dois dos ângulos já dá 90°.	Porque tem a mesma forma, ou seja, triângu -lo.	Todos são triângu -los.	A soma dos ângulos do triângu -lo dá 180°.	Só muda a forma.	São triângu -los.	Indepe nde do tama-nho. A soma dá 180°.
nível	6	5	5	5	5	4	3	4	5	6

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro Resumo 3B

Prova 3: Soma dos ângulos internos do triângulo

Sujeito	11.16	12.13	13.13	14.14	15.14	16.14	17.14	18.14	19.14	20.14
Etapa da prova										
1. Você pode prever que forma irá aparecer quando for acrescentado o terceiro ângulo?	Um transfe-ridor	180°	Meio círculo	180°	180°	180°	Um triângu-lo defor-mado/ meio círculo	180°	não	180°
2.Mostra dois triângulos retângulos semelhantes ao primeiro	metade	180°	Um pouco + que meio círculo	180°	180°	180°	meio círculo	180°	Meio circulo	180°
3. Faz o mesmo com três triângulos eqüiláteros semelhantes	Um transfe-ridor	180° demora para respon-der	Um pouco + que meio círculo	180°	180°	180°	meio círculo	180°	Meio Circulo	180°
4. Faz o mesmo com três triângulos isósceles semelhantes	Um transfe-ridor	180°	Um pouco + que meio círculo	180°	180°	180°	meio círculo	180°	Meio Circulo	180°
5. com três triângulos escalenos semelhantes	Um transfe-ridor	180°	Meio círculo	180°	180°	180°	meio círculo	180°	Meio Circulo	180°
6. O experimentador desenha um triângulo escaleno	Um transfe-ridor	180°	Meio círculo	180°	180°	180°	meio círculo	180°	Meio Circulo	180°
7. Mostra os triângulos cada vez mais alongados	Não dá a mesma coisa	180°	Meio círculo	180°	180°	180°	meio círculo	180°	Meio circulo	180°
8. Por quê?	Não generali za.	Vai dar diferen-te se o arco for maior.	Por causa do círculo desenha do.	A soma dos ângulos do triângu-lo é sempre 180°.	Não sei	A soma dos ângulos é 180°.	Juntan-do dá meio círculo uns maiores outros meno-res.	Se um triângu-lo dá 180°; os outors tb tem que dar.	Todos tem a mesma forma.	Juntan-do os ângulos de todo triângu-lo dá 180.
Nível	3*	4	3	*6	3	5	4	5	4	5

* faltou às sessões de intervenção

Fonte: Dados da pesquisa

ANEXOS

ANEXO A - Termo de consentimento livre e esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Nome da pesquisa: **ESTUDO SOBRE NOÇÕES DE GEOMETRIA E SUAS RELAÇÕES COM ATIVIDADES DIVERSIFICADAS NA ESCOLA**

Orientando(a): Thelma Cardinal Duarte Campaña
Orientadora: Profª Drª Carmen Campoy Scriptori
Instituição: Centro Universitário Moura Lacerda

Eu,____

RG n.________________, abaixo assinado, responsável pelo aluno ____, autorizo-o a participar deste estudo, tendo recebido informações sobre os objetivos, justificativas e procedimentos que serão adotados durante a sua realização, não havendo desconfortos e riscos previsíveis, assim como os benefícios que poderão ser obtidos para a Educação. Fica esclarecido que poderei recusar a participação de meu filho (a) no momento em que julgar necessário.

Autorizo a publicação das informações coletadas, as quais serão expressas por meio de respostas a entrevista gravada em fita cassete e vídeo, com a segurança de que não haverá identificação nominal e manter-se-á o caráter confidencial da informação relacionada à privacidade de meu filho (a).

Ciente do acima exposto, assino esse termo de consentimento.

Ribeirão Preto, ______ de ________________ de 2008

___________________________________ ___________________________________

Assinatura do Pesquisado ou Responsável Assinatura do Pesquisador Responsável

ANEXO B - Autorização da diretora

AUTORIZAÇÃO

Eu, _________________________, diretora da EMEF Prof Dr Paulo Monte Serrat Filho, autorizo que as atividades realizadas na escola com os alunos *de 2008*, devidamente autorizados por seus pais ou responsáveis, sejam gravadas e/ou filmadas, para que possam se constituir como dados da pesquisa de Thelma Cardinal Duarte Campaña, denominada **ESTUDO SOBRE AS NOÇÕES DE GEOMETRIA E SUAS RELAÇÕES COM ATIVIDADES DIVERSIFICADAS NA ESCOLA** desenvolvida como parte da dissertação, no Programa de Pós-Graduação em Educação - Mestrado, do Centro Universitário Moura Lacerda, cujo trabalho resguardará o devido sigilo quanto à identificação dos alunos envolvidos.

Ribeirão Preto, _________ de ________________________ de 2008.

____

Assinatura do responsável

ANEXO C - Certificado de aprovação de protocolo

CENTRO UNIVERSITÁRIO "BARÃO DE MAUÁ"

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
CEP-BM
Registrado na CONEP desde 16/05/2002

CEP-BM

CERTIFICADO
PROTOCOLO APROVADO

Ribeirão Preto, 30 de outubro de 2008.

Comunicamos que o projeto encaminhado por V.Sª foi analisado e considerado **APROVADO** pelo Comitê de Ética em Pesquisa do Centro Universitário "Barão de Mauá" em reunião realizada no dia 28/10/2008.

Protocolo: 291/2008
Projeto: "Estudo sobre as noções de geometria e suas relações com atividades diversificadas na escola".
Pesquisadores: Orientadora: Profª. Drª.Carmen Campoy Scriptori
Aluna: Thelma Cardinal Duarte Campaña

Conforme item VII. 13 da Resolução 196/96, o projeto deverá ser desenvolvido conforme delineado e o **Relatório Final** da pesquisa apresentado ao CEP-BM, bem como comunicar qualquer intercorrência no desenvolvimento ou interrupção do projeto.

Profª Drª Tokico Murakawa Moriya
Coordenadora do CEP-BM

Rua Ramos de Azevedo 423 Jrd Paulista – Ribeirão Preto – SP Cep 14090-180
e-mail: cepbm@baraodemaua.br **Fone 3603-6624 Fax 3632-1050**

ANEXO D - Provas piagetianas aplicadas nos Pré-teste e Pós-teste

PROVA 1: A CONSERVAÇÃO DA MEDIDA DAS SUPERFÍCIES

Objetivo: Analisar como o sujeito representa a igualdade daquilo que fica após a subtração de partes iguais de duas superfícies congruentes.

Material: dois cartões retangulares de 20cmx30cm, representando pastos (P_1 e P_2), duas figuras de madeira, representando vacas e 14 cubos de madeira de 2 cm² de base, representando casas .

Procedimento: O experimentador apresenta ao sujeito o material, propondo-lhe os problemas que se seguem. O experimentador põe uma casa em P_1 e pergunta ao sujeito se ele supõe que há a mesma quantidade de pasto para as vacas comerem em P_1 e P_2. Em seguida, põe em P_2 uma casa em posição idêntica à que está no pasto P_1 e repete a mesma pergunta. Depois desloca a casa para um ângulo de P_1 e repete a pergunta.

A seguir, coloca no centro de P_1 duas casas encostadas uma à outra e em P_2 duas casas eqüidistantes entre si fazendo a mesma pergunta. Continua com o interrogatório utilizando 3, 4 até 7 pares, se assim desejar. As respostas dos sujeitos são registradas em um protocolo individual.

PROVA 2: A MEDIDA DOS ÂNGULOS DO TRIÂNGULO

Objetivo: Analisar como o sujeito mede um triângulo para reproduzi-lo.

Material: Um triângulo-modelo escaleno obtusângulo com as respectivas alturas dos lados com os vértices ABC identificados, réguas graduadas, folhas de papel, esquadros, transferidor e compasso.

Procedimento: O experimentador coloca o triângulo-modelo para o sujeito olhar e medir tantas vezes quantas desejar. Em seguida, o experimentador pede-lhe para reproduzir, em uma folha de papel em branco, o modelo visto sem, contudo, olhá-lo no momento em que desenha.

PROVA 3: SOMA DE ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO

Objetivo: Analisar a construção de conjecturas relativas à soma de ângulos de um triângulo.

Material: 3 triângulos retângulos isósceles semelhantes, 3 triângulos eqüiláteros semelhantes, 3 triângulos retângulos escalenos semelhantes recortados em papel-cartão. Para preparar os triângulos foram traçados arcos de círculo com o mesmo raio, tendo como centro sucessivamente os três vértices; os triângulos foram recortados ao longo dos arcos, de modo que os ângulos pudessem ser destacados.

Procedimento: O experimentador apresenta ao sujeito um primeiro triângulo retângulo isósceles e convida o sujeito a prever que forma irá aparecer quando ele tiver acrescentado o terceiro ângulo aos outros dois ângulos do mesmo triângulo. Registra sua resposta. Em seguida, junta-o e o faz observar que se obtém um semicírculo. Em seguida apresenta-lhe dois triângulos retângulos semelhantes ao primeiro; três triângulos eqüiláteros semelhantes e três triângulos escalenos semelhantes, preparados como o primeiro triângulo e procede tal como descrito acima.

Para avaliar a capacidade de generalização do sujeito, o experimentador desenha um triângulo escaleno numa folha de papel sulfite e pede ao indivíduo antecipar a forma que irá aparecer caso se proceda como anteriormente. Em seguida, desenha os triângulos cada vez mais alongados, repetindo a pergunta e registrando todas as respostas do sujeito.

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo