BERNARDO CARVALHO LUSTOSA

JOGOS DA MINORIA COM INFORMAÇÃO INCOMPLETA

VOCÊ SABE COMO FOI A NOITE NO *EL FAROL*?

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Economia de Empresas da Universidade Católica de Brasília, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia de Empresas.

Orientador: Dr. Daniel Oliveira Cajueiro

Brasília

2008

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Lela pelo apoio sempre.

Agradeço ao meu amigo Marçal por me colocar na estrada, apontar o caminho e ainda me dizer os atalhos.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Daniel, pela humildade e por me permitir toda a liberdade que eu necessito.

"(...) havia escapado do maior perigo de uma viagem, da forma mais terrível de naufrágio: não partir."

Amyr Klink

RESUMO

Lustosa, Bernardo Carvalho Jogos da Minoria com Informação Incompleta - Você sabe como foi a noite no *El Farol*? Orientador: Prof. Dr. Daniel Oliveira Cajueiro, Brasília, 2008.

Este trabalho inicia uma nova abordagem nos jogos da minoria, onde o acesso ao resultado do jogo passa a ser uma informação restrita aos agentes participantes da rodada e o acesso aos não participantes pode ocorrer com probabilidade menor, gerando históricos próprios para cada agente. Alguns dos resultados encontrados foram comportamento cíclico dos resultados dos jogos e oportunidade de arbitragem, visto que os resultados não tem soma-zero. Na segunda parte, com estratégias artificiais inseridas para os agentes, estes passam a arbitrar o jogo devolvendo equilíbrio ao mesmo.

Palavra-chave: Teoria dos Jogos. Jogos da Minoria. Racionalidade Limitada.

ABSTRACT

Lustosa, Bernardo Carvalho Jogos da Minoria com Informação Incompleta - Você sabe como foi a noite no *El Farol*? Supervisor: Prof. Dr. Daniel Oliveira Cajueiro, Brasília, 2008.

This work introduces a new concept on the so-called minority games, where the access to the game's outcomes is restricted to the agents that participated on the last round. Other participants may have access to the information with lower probability. This new concept generates the existence of distinct history to each agent and the main results were cyclic behavior of the outcome curve and arbitrage opportunity, as the game is a non sum-zero game. On the second part we introduce artificial strategies to the agents and they are able to arbitrate the game themselves, bringing back the game equilibrum.

Keyword: Game Theory. Minority Games. Bounded Rationality.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Introdução

Imagine três pessoas sentadas ao redor de uma mesa redonda com os braços estendidos até o centro participando de um jogo. Depois de contar até três, todos têm que agir simultaneamente. Cada participante deve escolher entre uma das duas ações: deixar o braço no local ou retirá-lo de imediato. Caso os três participantes deixem o braço no local, todos perdem, o mesmo ocorre caso todos os participantes retirem seus braços. Se dois participantes retiram o braço e um fica com o braço na mesa, este é o vencedor. Se dois participantes mantém o braço na mesa e o terceiro retira o braço, este é o vencedor. O vencedor sempre é o que fica entre a minoria dos participantes. Está definido um jogo da minoria[1] na sua forma mais simples. Qual seria a melhor estratégia para se jogar esse jogo? Será que deixar ou retirar o braço aleatoriamente produziria os mesmos resultados que adotando uma estratégia? Para se adotar uma estratégia, deveriam ser observados os últimos resultados dos jogos? Quantos? Todas estas perguntas vêm sendo estudadas e respondidas desde que o primeiro problema envolvendo um jogo da minoria foi proposto, pois o mesmo jogo infantil acima encontra analogias no mercado financeiro e em outras áreas da natureza, da mesma forma que o dilema dos prisioneiros encontrou aplicações práticas infindáveis no estudo do comportamento humano e empresarial real.

[1] Tradução do inglês Minority Games

1.1 Jogos da Minoria

Desde a proposição do clássico problema do bar El Farol (ARTHUR, 1994), os jogos da minoria têm sido amplamente utilizados nas ciências sociais aplicadas para estudar o resultado de indivíduos interagindo simultaneamente com o objetivo de prosperar estando do lado da minoria. No seu caso, Arthur (1994) propôs um problema que enfrentava nas quintas-feiras à noite, quando gostava de ouvir música irlandesa no bar *El Farol*. No problema de Arthur, 100 pessoas que gostavam de ir ao o bar, que tinha capacidade de receber bem apenas 60 pessoas, sendo que cada pessoa sairia "vitoriosa"se tivesse ido ao bar e o mesmo tivesse lotação menor ou igual a esse número. Caso a lotação ultrapassasse esta quantidade, os vencedores desse "jogo"seriam os que tivessem optado por ficar em casa. Arthur propôs como se deveria traçar uma estratégia para que um apreciador do bar decidisse se iria ou não se aventurar em cada quinta-feira.

Este problema coloca em questão dois grandes temas e por isso centenas de artigos já foram publicados nesta linha nas áreas de economia, física e estatística. O primeiro tema é o da racionalidade dos agentes. A racionalidade que estudamos em economia é perfeitamente aplicável em problemas simples, mas reconhecidamente torna-se não factível pensar que agentes humanos são perfeitamente racionais diante de problemas que envolvem complexidade, ainda que não elevada. O eterno "saber que ele sabe que eu sei"passa longe da realidade que vemos no dia-a-dia. Este ponto é aceitável, o problema é como lidar com ele. Se há uma só maneira de ser racional e existem infinitas maneiras de não ser. Isso nos remete às outras formas de raciocínio utilizadas. O segundo tema trata de agentes agindo por raciocínio indutivo buscando recursos limitados. O problema do bar veio a ser remodelado mais tarde, mantendo o conceito onde os agentes buscam sempre o lado da minoria, dando início ao estudo dos jogos da minoria (CHALLET, 1997).

Alteremos um pouco as quantidades do problema de Arthur para exemplificar o que viria a se tornar o problema clássico do jogo da minoria (CHALLET, 1997). 101 pessoas gostam de ir ao bar *El Farol* toda semana. Cada jogador ganha quando o número total de pessoas no bar não ultrapassa 50 pessoas e ele esteve presente. Caso o número de pessoas no bar tenha sido igual ou superior a 51 pessoas, os vencedores são os que ficaram em casa. Pela teoria dos jogos tradicional, teríamos um equilíbrio de Nash sempre que a lotação estivesse em 50 ou 51 pessoas, não importando quais os participantes que estivessem no bar ou em casa. Avançando, qual a estratégia mais apropriada que cada agente deve escolher para se maximizar sua performance?

Partindo para agentes com raciocínio indutivo, pode-se simular computacionalmente os 101 agentes[2] interagindo e tomando suas decisões com base nas próprias experiências. Cada agente teria uma quantidade de estratégias para cada histórico de resultados observados de quantidade de pessoas no bar. Os agentes agem de acordo com suas estratégias mais bem sucedidas, ou seja, que ao longo do tempo funcionaram melhor. A quantidade de resultados históricos analisados para se tomar a decisão é chamada de história[3].

Supondo agentes com história de 2 ($m = 2$), ou seja, agentes que se recordam dos dois últimos resultados do jogo. Chamando de C o resultado do bar quando o mesmo está cheio e V o resultado do bar quando o mesmo está vazio. Sendo dois os resultados possíveis, é fácil perceber que os dois últimos resultados podem ocorrer de 2^m maneiras. Chamando ainda de 1 a decisão do agente de ir ao bar na semana e de -1 a decisão do agente de ficar em casa. Na tabela 1 podemos ver um exemplo

[2] 101 é o número mais utilizado em simulações para N, a quantidade de jogadores

[3] esse termo já foi conhecido como memória

das duas estratégias do agente. Na primeira estratégia, s_1, o agente decide ir ao bar se não ocorreram dois resultados consecutivos e na segunda estratégia, s_2, o agente decide sempre por ir ao bar, não importando os resultados anteriores.

Tabela 1: Exemplo: Estratégias do Agente

Estratégia	***Penúltimo Resultado***	***Último Resultado***	***Decisão***
s_1	C	C	-1
	C	V	1
	V	C	1
	V	V	-1
s_2	C	C	1
	C	V	1
	V	C	1
	V	V	1

Fonte: O Autor.

O jogo procede da seguinte forma: diante de um dado histórico de resultados, o agente age de acordo com sua estratégia mais pontuada, ou seja, de acordo com a estratégia que teve mais sucesso no passado. Tomada sua decisão e o mesmo ocorrendo com todos os outros agentes, verifica-se o resultado da rodada. Caso a soma dos 101 participantes seja positiva, isto significa que o bar ficou cheio. Caso seja negativa, isto significa que o bar ficou vazio. Definem-se os vitoriosos e os perdedores e as estratégias são pontuadas de acordo com os acertos ou erros de duas indicações. O resultado da rodada é então carregado como último resultado e este passa para penúltimo resultado, desocupando este item do histórico. E assim segue o jogo.

1.2 A Noite da Semana Passada

A diferença básica proposta por este trabalho é um pequeno detalhe que se aplica perfeitamente ao problema do bar e tem outras aplicações úteis descritas nesta mesma seção. No jogo da minoria proposto aqui consideramos que somente teria pleno acesso à informação de que o bar estava cheio ou vazio na última noite quem efetivamente esteve no bar na oportunidade. Pensando bem, esta hipótese é bastante factível para o problema do bar. Ora, como alguém que não foi ao bar na última quinta feira poderia sempre saber do histórico de lotação do mesmo? Esta informação nem sempre está disponível e aberta ao público. Ou ainda, para toda informação existe um custo de acesso à informação. Neste caso, estamos propondo que o custo da informação é ter ido ao bar na última semana.

Quais seriam as conseqüências desta alteração proposta no jogo? A mais imediata é que, não sabendo o resultado da última noite, o boêmio não teria como atualizar sua matriz de recompensas positiva ou negativamente. Simplesmente consideramos que para ele tal noite não existiu. Este fato, por sua vez, tem como outra conseqüência direta a existência de histórias próprias de resultados para cada agente. Ao mesmo tempo que existiriam freqüentadores para os quais as últimas vezes foram ótimas, haveriam também fãs do bar para os quais as últimas vezes poderiam ter sido ruins, como vemos no dia-a-dia.

A motivação para esta variação inserida no jogo da minoria original surgiu observando freqüentadores de leilões de automóveis. Todos os carros apreendidos por bancos ou financeiras por não pagamento do financiamento vão a leilão e tornam-se boa oportunidade para comerciantes de veículos, ou mesmo usuários finais, os arrematarem a um preço mais baixo que o de mercado. Em cada leilão apregoa-se uma quantidade grande de automóveis, de diversos anos e modelos. Um leilão como o que foi descrito pode ser perfeitamente inserido no contexto de um jogo da minoria, sendo um problema muito similar ao do bar *El Farol*. Quanto mais cheio de potenciais compradores está um leilão, menores são as chances de se obter alguma vantagem nos preços dos ítens. Em leilões cheios, podem ser considerados vencedores os que não perderam seu tempo se desgastando por toda uma manhã de sábado em troca de pouco ou nenhum benefício. Para um freqüentador de leilão, uma vitória seria comparecer no local quando poucas pessoas comparecem, podendo comprar os ítens apregoados a baixo custo. Nestes dias, ficar em casa seria uma "derrota".

Observando freqüentadores dos leilões de automóveis, nota-se um comportamento bastante dirigido pela história de curto prazo ou pelo que se escuta dos demais freqüentadores. São ouvidas frases como: - "Este leilão está pior que agência- ou - "Nas últimas duas vezes que estive aqui os carros saíram por preços iguais aos de loja- ou - "Um colega esteve no leilão e comprou um automóvel pela metade do preço de mercado". - Nestas frases podemos encontrar argumentos para o modelo de jogo da minoria proposto, que tem as seguintes características: a primeira, como já mencionado, é que só saberiam com 100 por cento de chance o último resultado do jogo os agentes que participaram da última rodada. Em segundo lugar, os participantes que não estiveram na última rodada podem ficar sabendo do resultado do jogo, mas com chance menor. O terceiro item é que a chance de se ficar sabendo do resultado é proporcional ao módulo do resultado, o que no caso do leilão significaria que é mais provável que se divulgue um resultado quando temos leilões excelentes (os compradores contam seus feitos) ou muito ruins (os freqüentadores se queixam). Finalmente, só atualizam a matriz de recompensas e também o histórico os agentes que tiveram acesso ao resultado do mesmo. Esta última hipótese significa que, na visão dos agentes que não participaram da rodada e não ficaram sabendo do resultado, a mesma simplesmente não existiu, não fazendo parte da história deste agente, mas podendo fazer parte da história de outros.

Com as simulações destas hipóteses pretendemos responder a algumas perguntas e observações empíricas feitas na observação dos freqüentadores dos leilões de automóveis, do tipo: em função do comportamento dos agentes, existiria um padrão cíclico, onde teríamos ondas de leilões ruins e bons? Qual seria uma estratégia vencedora para se freqüentar os leilões? Este tipo de jogo da minoria ainda se organizaria em torno do socialmente ótimo?

No capítulo 3 deste trabalho apresentamos resultados dos jogos com as hipóteses descritas onde cada agente que não participou da rodada fica sabendo do resultado com probabilidade p, onde p é proporcional a $|D|$, sendo D o resultado da mesma. Os resultados são descritos variando-se parâmetros como tamanho da história e quantidade de estratégias. No capítulo seguinte, agentes que sempre participam da jogada são mesclados com os demais, reduzindo o desequilíbrio do jogo. Finalmente, atribuímos à todos os agentes uma estratégia adicional e fixa, de "ir ao bar", e vemos que o equilíbrio é devolvido ao jogo.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 *El Farol* e Raciocínio Indutivo

Como mencionado no capítulo 1, o clássico artigo Raciocínio Indutivo e Racionalidade Limitada[1] (ARTHUR, 1994), abriu a discussão do problema da racionalidade e mostrou através de simulações computacionais simples como agentes, usando raciocínio indutivo, podem interagir se organizando em torno do ótimo. Em seu artigo, Arthur usou como exemplo o problema do bar *El Farol*, descrito no capítulo 1, mas é fácil perceber que o problema se aplica a diversas áreas da natureza.

Em seu artigo, antes de descrever o problema do bar, Arthur descreve como a racionalidade pode ser utilizada para resolver um problema simples, como no jogo da velha, mas torna-se inviável para problemas mais complexos, como no jogo de xadrez, por exemplo. De acordo com a psicologia moderna, se os humanos são limitados em lógica dedutiva, são excelentes em reconhecimento de padrões. Isso faz com que os humanos, diante de problemas complicados, muitas vezes busquem padrões reconhecidos e ajam de acordo com suas crenças e hipóteses formuladas internamente. Na medida em que as decisões tomadas ao longo do tempo têm sucesso ou não, vamos descartando ou fortalecendo nossas hipóteses e as utilizando

[1] Traduzido do Inglês - Inductive Reasoning and Bounded Rationality

no futuro, o que seria descrito como pensar indutivamente. Arthur descreve diversas situações onde podemos observar o raciocínio indutivo nos humanos, como no próprio jogo de xadrez, onde muitas vezes se usa estratégias - muitas delas têm até nomes - criadas no passado diante de certas circunstâncias já conhecidas. Na seção 2.6 a discussão em torno da inteligência é apresentada.

Os resultado do problema do bar *El Farol* foi que os agentes, usando cada um suas próprias estratégias, foram capazes de gerar uma lotação no bar sempre em torno de 60, que seria a capacidade limite considerada agradável para o ambiente. No sistema qualificado como adaptativo complexo, verificou-se após a aprendizagem inicial uma co-adaptação entre as hipóteses mentais resultantes.

2.2 Formalização do Jogo e Alguns Resultados

Do problema inicial proposto por Arthur, passamos mais adiante ao jogo da minoria formalizado como um sistema binário (CHALLET, 1997), que descreveram o jogo com N agentes de história m, que utilizam s estratégias pontuadas a cada rodada, tendo sido utilizadas ou não. Nesse artigo foi estudado o comportamento do jogo para diferentes tamanhos de população (101, 1001) e principalmente de história e recompensa[2]. Uma redução na variabilidade em torno do resultado ótimo foi verificada ao aumentar o tamanho da história dos agentes. No mesmo artigo, um teste interessante foi realizado ao mesclar na população agentes de histórias diferentes (de 1 a 10) para uma população de 1001 agentes. Verificou-se uma taxa de sucesso maior entre os agentes de história maior, que foram classificados no artigo de "mais inteligentes". Apesar de alguns resultados incompletos que viriam a ser aprofundados em seguida, este estudo abriu caminho para o estudo mais detalhado dos jogos da minoria.

[2] tradução do inglês payoff

Em 1999, um dos resultados mais importantes dos jogos da minoria foi publicado (SAVIT, 1999), mostrando a conhecida mudança de fase. Já é sabido e esperado que os resultados se organizem em torno do ótimo. Uma importante medida para esta organização seria a variância, uma vez que quanto menor a variância, mais bem aproveitados estão sendo aproveitados os recursos, ou seja, para dois jogos com resultados oscilando em torno de zero, um resultado de baixa variância nos resultados dos jogos significa que menos vezes os recursos foram mal utilizados. Utilizando jogos da minoria com N agentes, sendo N de tamanhos variáveis, verificou-se nesse artigo que para cada tamanho de N, existe algum valor de história m_c, para o qual valores $m < m_c$ apresentam variância maior que a de m_c e decrescente em m. Para valores $m > m_c$ a variância também é maior que em m_c e crescente em m, convergindo para a variância dos agentes que jogam aleatoriamente para altos valores de m. Outra constatação foi que o valor crítico m_c varia para cada valor de N, sendo esse valor fixo em aproximadamente $z_c = 0,5$, onde $z = \frac{2^m}{N}$. De forma mais resumida e levando adiante a questão da história, estes resultados também podem ser observados em outro trabalho (CLALLET, 2004).

Seguindo com a análise da variância dos resultados para cada tamanho de história, observemos três tipos de comportamento: para história pequena, os agentes competem uns com os outros, fazendo com que a variância seja maior do que seria no caso onde os agentes decidissem aleatoriamente suas ações. Para tamanhos de história intermediários, na região de $z_c = 0,5$, onde $z = \frac{2^m}{N}$, temos a cooperação, onde os agentes organizam melhor os recursos do que fariam os agentes de decisão aleatória. Aumentando o tamanho da história a variância aumenta e assintoticamente converge para a 1, que seria a mesma variância do jogo dos agentes que jogam aleatoriamente. Esta seria a região da confusão com o excesso de informação analisado.

Ainda na questão da inteligência, tão importante quanto a mudança de fase em si é observar que nos jogos da minoria convencionais existe um tamanho de história para o qual a variância dos resultados é menor que a variância de um jogo envolvendo agentes de decisão aleatória, ou seja, agentes tomam suas decisões aleatoriamente com probabilidades iguais e independentes a cada rodada. Como a solução de agentes racionais para o jogo seria utilizar estratégias mistas, isto seria equivalente a concluir que agentes com raciocínio indutivo seriam capazes de um resultado socialmente mais otimizado que agentes racionais nestes casos.

2.3 A Importância da História

Outra discussão interessante surgiu quando foi levantada a hipótese de que a história pudesse ser irrelevante nos jogos da minoria (CAVAGNA, 1999), ou seja, foi sugerido que, se ao invés de cada agente considerar o histórico real de resultados passados do jogo durante o processo de escolha da estratégia, ele tivesse um histórico aleatório da realidade, ou seja um histórico gerado por uma distribuição aleatória uniforme, isso não teria impacto nos resultados já conhecidos do jogo. Segundo Cavagna, somente importaria para o jogo o tamanho da história (e a conseqüente geometria do jogo) e a correta informação do resultado do mesmo.

Esse resultado veio a ser contestado posteriormente, até que um artigo parece ter fechado a questão (CHALLET, 2000), mostrando que a substituição da história real por aleatória pode não ter muitos impactos na fase simétrica (onde $z < \frac{2^m}{N}$), mas possui diferenças na fase assimétrica (onde $z > \frac{2^m}{N}$) do jogo, mostradas numericamente no artigo. Um ponto interessante e pouco lembrado é que, ainda que os resultados do jogo utilizando histórias aleatórias, uniformes ou não, não sejam idênticos, Cavagna mostrou que no caso da história aleatória não deixa de existir cooperação, conseguindo-se os agentes se organizarem em torno do ótimo de maneira mais eficiente do que fariam se definissem suas ações jogando uma moeda.

A questão da história volta a ser estudada (CHALLET, 2004) utilizando-se o clássico problema do bar *El Farol*, comparando a história verdadeira com a história aleatória, para a qual a física estatística possui um arcabouço teórico completo de análise. Na fase simétrica, Challet concluiu que a cooperação entre os agentes de história aleatória em alguns casos é ainda pior que agentes que decidem aleatoriamente, o que não ocorre com os agentes de histórias reais.

2.4 Jogos da Minoria e Mercados Financeiros

Tão logo eram conhecidos os primeiros resultados principais dos jogos da minoria, já trataram de adaptar o contexto para os mercados financeiros (CHALLET, 2000).

Se interpretarmos os resultados dos jogos da minoria como variações de preços de ativos, conforme descreve boa parte do livro *Minority Games* (CHALLET, 2005), temos então um ótimo campo de estudos dos mercados financeiros, onde os agentes seriam os investidores, que observam o andamento do mercado (resultados dos jogos passados) e calibram suas estratégias para tentar, em cada rodada, ficar ao lado da minoria. Considerando independência, se em um determinado dia um investidor opta por vender enquanto a maioria do mercado está comprando, o excesso de demanda pelo ativo faz com que haja uma variação positiva do preço deste. Logo, o investidor que vendeu se beneficia pelo aumento do preço. O inverso também é verdadeiro, se um investidor compra quando a maioria do mercado está vendendo, o excesso de oferta do papel faz com que ele se beneficie da compra devido à baixa do preço. Assim temos formado um mercado financeiro através dos jogos da minoria.

Sendo p o preço de um ativo, t o tempo, r o retorno, A_t o resultado do jogo, que pode ser compreendido como o excesso de demanda, entendemos que o resultado do jogo é proporcional às variações do preço de acordo com a equação 2.1, onde λ é chamado de liquidez.

$$r(t) \equiv \log p(t) - \log p(t-1) = \frac{A(t)}{\lambda} \tag{2.1}$$

A literatura que trata os jogos da minoria como mercados financeiros é extensa e causa a impressão que os jogos da minoria foram inventados somente para o estudo do mercado. Como exemplo temos três artigos, escolhidos dentre uma grande diversidade (JOHNSON, 1999, 2000, 2003). Na verdade, tentar reproduzir em laboratório o admirável mundo financeiro sempre fez parte dos desejos humanos e acreditamos que qualquer técnica que o possibilite será sempre explorada ao máximo. Apesar de vermos aplicações interessantes da variante introduzida neste estudo aos mercados financeiros, estes mercados não são alvo desse estudo. Uma breve revisão dos jogos da minoria nos mercados foi realizada com o único objetivo de se estudar algumas variações do jogo propostas nesse cenário.

Em uma das variações propostas para o estudo do mercado financeiro os agentes, neste caso, investidores, não participariam do jogo em todas as rodadas, e sim, com uma freqüência própria (MARSILI, 2002). Apesar dos investidores saberem de todos os, cada investidor i participaria de uma fração f_i das rodadas do mercado. Isso faria com que cada agente, em uma fração correspondente a $1 - f_i$ das rodadas, jogassem[3] $a_i = 0$, reduzindo a amplitude máxima de A_i para cada rodada, dependendo da quantidade de agentes participantes. Marsili observou que a principal propriedade dos jogos da minoria se mantém, que é a mudança de fase. Outra conclusão desse artigo foi que investidores muito freqüentes são os responsáveis

[3] no jogo tradicional a_i pode valer 1 (compra) ou -1 (venda)

pela volatilidade do mercado.

2.5 Diferentes Tipos de Agentes

A interação entre agentes heterogêneos em um jogo da minoria tem sido tema de discussão na literatura. O primeiro artigo que introduziu essa discussão foi o de de Marsili e Piai (2002). Um artigo que também trabalhou com agentes que jogam com frequencias diferentes foi o de Martino (2003).

Outro tipo interessante de mescla de agentes heterogêneos é quando se trabalha com agentes de histórias de tamanhos distintos. Foi realizada uma simulação computacional (JOHNSON, 1999) com 101 jogadores e 7 estratégias, sendo uma fração dos jogadores com história de 3 e outra fração com história de 6. Os experimentos foram realizados tanto utilizando histórias reais quanto aleatórias. No caso de histórias reais, a fração de agentes "mais inteligentes", ou seja, com história 6, chegou a obter mais de 50% de performance. Além disso, a performance dos agentes inteligentes aumenta de forma inversamente proporcional à quantidade de agentes deste tipo inseridos no jogo. Para o caso de história aleatória, os agentes de história 6 também tiveram desempenho maior do que os de 3, mas não chegaram a ultrapassar 50%.

Liu e Liaw (2006), trabalharam agentes que, ao invés de trabalhar com uma quantidade limitada de estratégias, como no jogo da minoria original, pudesse escolher a melhor dentre todas as estratégias possíveis. Tais agentes, quando combinados com agentes tradicionais, conseguiram ter uma taxa de sucesso maior na maior parte dos casos, com a ressalva de que a população fosse grande o suficiente.

Mello e Cajueiro (2007), combinaram três tipos de agentes. Os primeiros seriam os agentes tradicionais dos jogos da minoria. Em seguida, os agentes de lote[4], que

[4]do inglês batch

seriam agentes como os tradicionais, porém que só pontuam suas estratégias em períodos de tempo fixos e seguem essa pontuação até a próxima recalibragem. Finalmente seriam os agentes que decidem aleatoriamente suas jogadas[5]. Ainda trabalharam com agentes de memória longa e curta e variaram a quantidade de estratégias, com inúmeras conclusões. Mais do que conclusões pontuais sobre os resultados diretos, os autores estabeleceram ligação entre a diversidade de agentes, eficiência e os conceitos de inteligência da literatura.

2.6 A Discussão da Inteligência

Na teoria econômica um agente é dito inteligente se é perfeitamente racional. É o mesmo que dizer que um agente tem pleno conhecimento do contexto do jogo no qual está inserido, sabendo tudo que os demais agentes sabem sobre o jogo e podendo fazer exatamente as mesmas inferências sobre o jogo, conforme o livro de Myerson (1991). Conforme mencionado na seção 2.1, esta hipótese é questionada diante de problemas complexos. O problema é que existem infinitas formas de não ser perfeitamente racional. Como medir ou atribuir inteligência para um agente, não sendo pela perfeita racionalidade?

Wakeling e Bak (2001), propuseram agentes competindo entre si que direcionavam suas decisões através de um modelo de redes neurais e concluíram que a probabilidade de sucesso dos agentes tinha relação com a quantidade de neurônios na camada escondida da rede, bem como o tamanho da história. Este resultado tornou-se uma evidência empírica da visão psicológica cognitiva da inteligência.

O problema do bar *El Farol* (ARTHUR, 1994) e suas conclusões seguiram demonstrando a capacidade de cooperação em agentes com racionalidade limitada, com raciocínio indutivo, através do reconhecimento de padrões e do uso de

[5]conhecidos como coin tossing agents

estratégias de acordo ao sucesso das mesmas. Mais, a simplificação do problema proposta por Challet e e Zhang (1997) construiu um cenário perfeito e amplamente utilizado para o estudo dos agentes interativos e conseqüentemente das novas abordagens para a inteligência que emergiram.

Capítulo 3

Jogos da Minoria com Informação Incompleta - Acesso Restrito aos Resultados

3.1 Introdução

Como mencionado na seção 1.2, este capítulo descreverá o jogo da minoria onde a informação do resultado da rodada é um benefício de quem participou da mesma. Outros agentes também podem ter acesso a esta informação, mas com probabilidade menor - definida como p. Veremos os resultados desta variante inserida no problema, principalmente estudando visualmente as seqüencias dos resultados ao longo do tempo, variando-se o valor de p. Verificaremos também efeitos da alteração do tamanho da história e da própria quantidade de agentes envolvidos, bem como o estudo dos resultados dos agentes de acordo com suas estratégias definidas. Os resultados também serão discutidos voltando às origens inspiradoras do problema e responderão às perguntas formuladas na seção 1.2.

3.2 Jogo da Minoria Padrão

Um jogo da minoria na forma simples pode ser descrito da seguinte forma: um número total de N agentes tem como história global o resultado das últimas m rodadas das quais se recorda, sendo o resultado a função indicadora $I_{\{A_t>0\}}$. Sendo m a história do jogo, é fácil perceber que a quantidade de estados possíveis é de $P = 2^m$. Os agentes competem a cada rodada para estar ao lado da minoria. Em cada rodada t, cada agente i opta entre suas S estratégias para definir uma ação. Cada estratégia s_i tem para cada estado μ uma ação definida $a^{\mu}_{s_i,i}$, que pode valer -1 ou $+1$. A variável a pode ser interpretado conforme o jogo proposto. No exemplo do bar El Farol, $a = 1$ poderia ser interpretado como a decisão de ir ao bar e $a = -1$ poderia ser interpretado como a decisão de não ir ao bar. Cada agente escolhe sua ação e para verificar o resultado da rodada t basta acessar $A(t) = \sum_i a^{\mu(t)}_{s_{i(t)},i}$.

Cada agente escolhe entre suas s estratégias de acordo com a estratégia mais bem sucedida para o estado μ. A pontuação de cada estratégia é inicializada com 0 e em caso de empate entre as estratégias possíveis, o agente escolhe aleatoriamente entre uma das duas com igual probabilidade. A pontuação da estratégia é cumulativa e depende da pontuação passada e do resultado da rodada atual, de acordo com a função

$$U_{s,t}(t+1) = U_{s,t}(t) - a^{\mu(t)}_{s,i} A(t) \tag{3.1}$$

A ação $a^{\mu}_{s_i,i}$ de cada jogador i atrelada a cada estratégia s_i para cada estado μ é inicialmente sorteada com igual probabilidade entre os possíveis valores -1 e $+1$. Pela equação 3.1 é fácil perceber que as estratégias pontuadas positivamente são as que indicam que o agente atue em sentido oposto ao da maioria, voltando às origens do nome do jogo.

Antes de estudar a variante inserida neste trabalho seria interessante recordar alguns resultados do jogo da minoria padrão gerados através de simulações computacionais com $N = 101$ agentes, bem como todas as simulações deste trabalho.

3.2.1 Resultados - Jogo da Minoria Padrão

Se observarmos uma seqüência de resultados de um jogo da minoria padrão, teremos sempre algo parecido com a figura 1. Vemos uma oscilação em torno do ótimo, estacionária e homocedástica, algo parecido com um passeio aleatório. Justamente por isso esta é a principal área de estudos de simulações das variações de preços do mercado financeiro. Se este gráfico fosse transformado para histórico de preços, muitos grafistas[1] poderiam se sentir tentados a analisá-lo. Na figura 1 vemos valores empíricos encontrados para $A(t) : 4900 < t <= 5000$ em 100 rodadas de um jogo da minoria padrão. Foi descartado o período inicial do jogo, para vermos o comportamento dos resultados quando os agentes já têm suas estratégias bastante pontuadas.

Outro resultado característico do jogo da minoria padrão que vale a pena revisitar é o da mudança de fase, que pode ser observado na figura 2 (SAVIT, 1999). Vemos claramente uma curva decrescente até o valor crítico $\frac{2^m}{N} = 0.5$. Após esse ponto vemos uma curva crescente e assintótica em zero, que seria o valor natural esperado dos agentes que decidissem a ação aleatoriamente. O fato dos agentes se organizarem melhor em torno do socialmente ótimo utilizando o raciocínio indutivo mostra um dos resultados mais fascinantes deste jogo, como mencionado em 2.2: a cooperação é maior do que seria caso os agentes decidissem suas ações atirando uma moeda para o alto.

[1] grafistas é o nome popular dado aos estudiosos da análise gráfica ou análise técnica

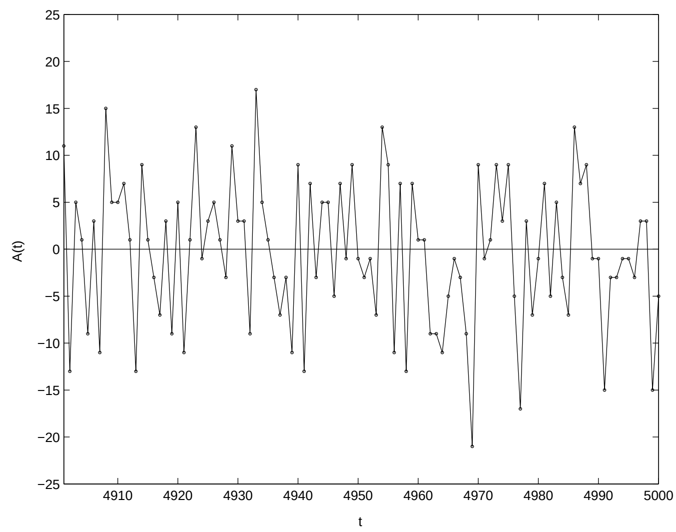

Figura 1: Oscilação da demanda para jogo da minoria (N=101, m=8, s=2)
Fonte: O Autor.

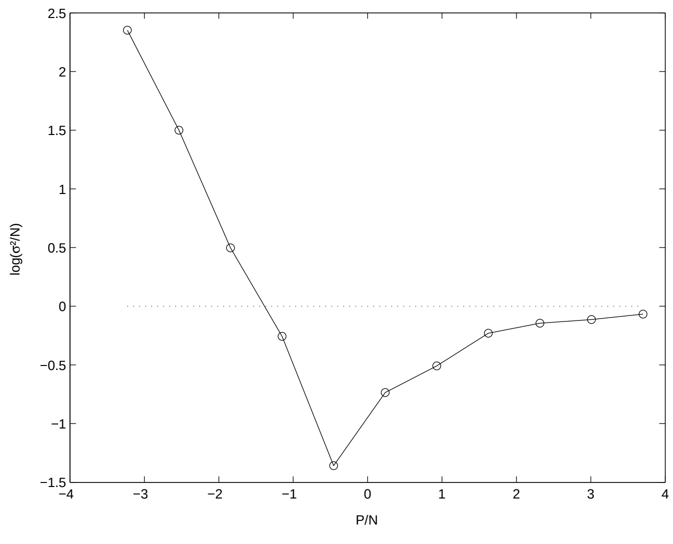

Figura 2: Mudança de Fase (N=101, m=8, s=2)
Fonte: O Autor.

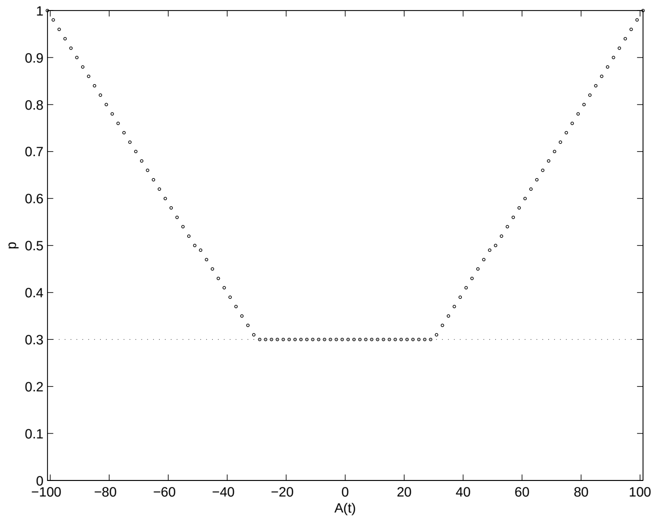

Figura 3: Probabilidade de conhecer o resultado para um agente que jogou $a = -1$ com $p_{min} = 0.3$

Fonte: O Autor.

3.3 O Jogo com Informação Restrita

Tomamos o jogo da minoria padrão descrito em 3.2. A variante inserida é a de que nem todos os N agentes ficam sabendo do último resultado $A(t)$ do jogo. Os agentes têm acesso a essa informação com probabilidade p, sendo que todos os agentes que tiveram ação $a(t) = 1$ conhecem o resultado com $p = 1$. Para os agentes com ação $a(t) = -1$, p será definido como $max\left\{\frac{|A(t)|}{N}, p_{min}\right\}$. A figura 3 descreve a p em função de $A(t)$ para os agentes que jogaram $a = -1$.

É fácil interpretar o conceito descrito utilizando o clássico problema do bar *El Farol*. Um agente com $a(t) = 1$ é um cliente que foi ao bar, logo, saberá com probabilidade 1 como esteve a noite no bar. Os clientes que não foram ($a(t) = -1$) podem ficar sabendo de como estava o bar por outras fontes: rádio, jornais, amigos, amigos dos amigos ou de outras formas, mas é razoável admitir que a probabilidade de que este último agente saiba o resultado é menor. Entendemos que quanto maior for o módulo do resultado - bar muito cheio ou bar muito vazio -, maior será a repercussão do fato e, conseqüentemente, maior será a probabilidade de pessoas que não estiveram presentes saberem o resultado. Foi estabelecida uma relação linear entre o módulo do resultado e a probabilidade do acesso à informação. Foi estabelecida também uma probabilidade mínima de acesso à informação, ou p_{min}. Faremos simulações futuras variando o valor desta probabilidade.

Duas conseqüências são efeitos diretos do novo conceito inserido. O primeiro é que os agentes que jogaram $a = -1$ e por azar não souberam do resultado do jogo não podem atualizar a pontuação de suas estratégias. Para estes agentes, $U_{s,t}(t+1) = U_{s,t}$, ou seja, não haverá, nesta rodada, atualização das pontuações das estratégias.

A segunda, e talvez a maior contribuição deste trabalho é que, além de não pontuar as estratégias, os agentes começam a ter, ao contrário de uma informação global, uma informação individual, onde passam a se basear para tomar suas decisões.

3.3.1 Históricos Próprios

No jogo proposto, todos os agentes são inicializados com uma história global aleatória: um dos possíveis estados μ, da mesma forma que o jogo da minoria padrão. Na medida em que as rodadas começam, os estados vão mudando somente na medida que os agentes vão tendo acesso às informações. Agora abrimos a possibilidade de, num mesmo instante t, os agentes terem a visão de estados distintos, μ_i, ou seja, uma visão própria da realidade.

Fica mais fácil compreender a informação individual observando-se a tabela 2, para a qual foram definidos três possíveis tipos de eventos:

- Agente jogou $a(t) = 1$ e, conseqüentemente, sabe $A(t)$: (S);

- Agente jogou $a(t) = -1$, mas ficou sabendo de $A(t)$: (I);
- Agente jogou $a(t) = -1$ e não ficou sabendo de $A(t)$: (N);

Tabela 2: Compreendendo a Informação Individual

Descrição	***t-8***	***t-7***	***t-6***	***t-5***	***t-4***	***t-3***	***t-2***	***t-1***	***t***
Informação Global	0	0	1	1	1	1	0	1	0
Agente 1	S	S	N	I	N	I	S	S	S
Agente 2	I	I	N	N	N	N	I	N	S
Agente 3	N	N	I	S	N	I	N	I	N

Fonte: O Autor.

A tabela 2 pode ser compreendida mais uma vez fazendo uma analogia ao bar, sendo 0 entendido como "Bar Vazio"e 1 entendido como "Bar Cheio". Em um jogo de história de tamanho três, o agente 1 foi ao bar nas três últimas semanas, sabendo os resultados das mesmas. Sua informação disponível, portanto, seria coincidentemente igual à informação global do jogo da minoria padrão. Para o agente 2, nas três últimas vezes em que teve notícia (indo ou não ao bar), o bar estava vazio (ver tabela 3). Ao contrário, para o agente 3, o bar esteve cheio nas três últimas vezes que tomou conhecimento. Ou seja, temos visões diferentes para uma mesma informação global. Vemos isto diariamente em eventos, em finanças, em política e diversas outras situações. Há pessoas que só tomam conhecimento de boas ações de políticos, tendo otimismo em relação a eles e decidindo seus votos com base em suas visões. Por outro lado, pessoas que só ficam sabendo das últimas más ações têm outra visão do mesmo político. Talvez este cenário seja ainda mais representativo da realidade do que o próprio cenário original do jogo da minoria.

Vale lembrar que o tempo não tem relevância no cenário proposto. Um agente que tenha tido acesso à informação pela última vez há 20 rodadas tem este resultado tão "fresco"na memória quanto um agente que teve acesso à última rodada.

Tabela 3: Estados Individuais

Agentes	***t-2***	***t-1***	***t***
Agente 1	0	1	0
Agente 2	0	0	0
Agente 3	1	1	1

Fonte: O Autor.

3.4 Resultados

Definido o campo de jogo, serão discutidos os resultados. Inicialmente poderão ser visualizadas as curvas de $A(t)$ em comparação com a curva do jogo padrão, na figura 1. Em seguida veremos resultados variando-se o tamanho das histórias e das estratégias.

3.4.1 Oscilação da Demanda

Na seqüencia de gráficos que segue, podemos acompanhar visualmente a evolução da variação de $A(t)$ quando variamos p_{min} nos valores de 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 e 1, sendo este último equivalente ao jogo da minoria padrão.

O gráfico da figuras 4 e 5 mostram claramente as conseqüências do novo tipo de jogo proposto. Como uma parte considerável dos agentes joga $a = -1$, muitos deles não ficam sabendo do resultado da rodada. Para estes não há recalibração das estratégias e nem atualização do histórico, o que faz com que ele permaneça jogando sempre $a = -1$. No exemplo do bar, é como se a pessoa parasse de ir e de saber o que está acontecendo lá. A chance de um agente ficar neste "estado vegetativo"é inversamente proporcional ao módulo de $A(t)$. Isto faz com que tenhamos picos de baixa rapidamente corrigidos, pois nos picos os agentes que jogaram $a = -1$ têm grandes chances de atualizar suas estratégias. Os picos negativos são corrigidos e seguidos de uma estagnação em torno de algum valor de $A(t)$ baixo e negativo. Nestes períodos de estagnação existem muitos agentes em "estado vegetativo", ou

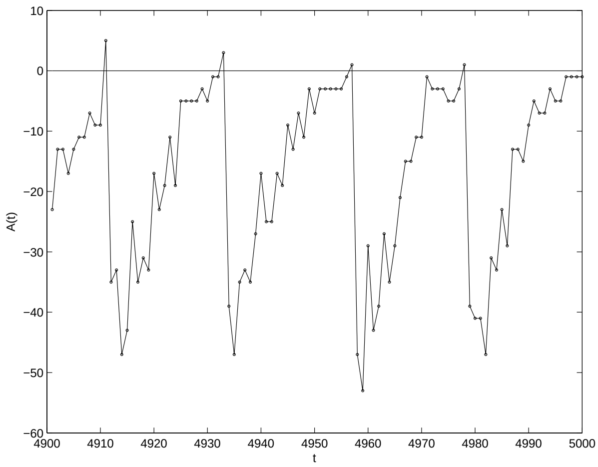

Figura 4: Oscilação da Demanda com $m = 8$ e $p_{min} = 0$
Fonte: O Autor.

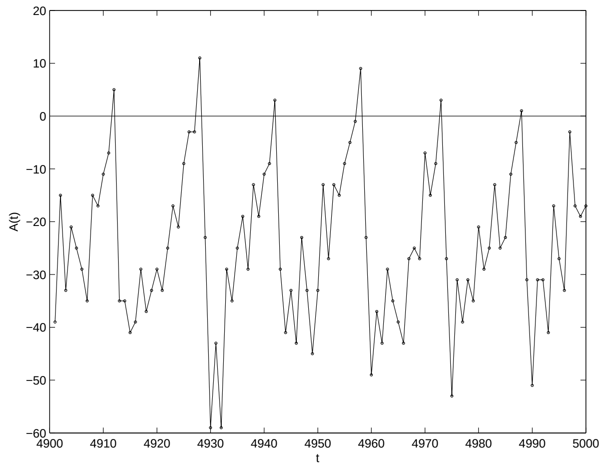

Figura 5: Oscilação da Demanda com $m = 8$ e $p_{min} = 0.2$
Fonte: O Autor.

seja, jogando sempre $a = -1$ e sem atualizar as estratégias e informações, pois a chance de a informação ser divulgada é baixa. Por outro lado, nestes períodos também existem muitos agentes jogando $a = 1$ e tendo sucesso, pois o estado μ que eles enxergam não se altera. A situação muda quando algum(ns) agente(s) são informados e suas estratégias indicam que joguem $a = 1$, fazendo $A(t)$ positivo novamente. Isto muda o estado dos agentes que estavam jogando $a = 1$, possibilitando mudança de estratégias e começando um novo ciclo.

A variação da demanda para os jogos com p_{min} baixo, figuras 4, 5 e 6 é bastante similar, havendo somente uma diminuição no tamanho dos ciclos. Isto ocorre porque, com o aumento do p_{min}, a chance de os agentes ficarem no "estado vegetativo"vai diminuindo, pois passam a ser informados dos resultados com probabilidade cada vez maior.

Com $p_{min} = 0.6$ ou $p_{min} = 0.8$, respectivamente nas figuras 7 e 8, ainda existem traços de comportamentos cíclicos. Entretanto, já não têm forma tão definida quanto tinham em 4 e 5, por exemplo. Como sempre há alguns agentes em "estado

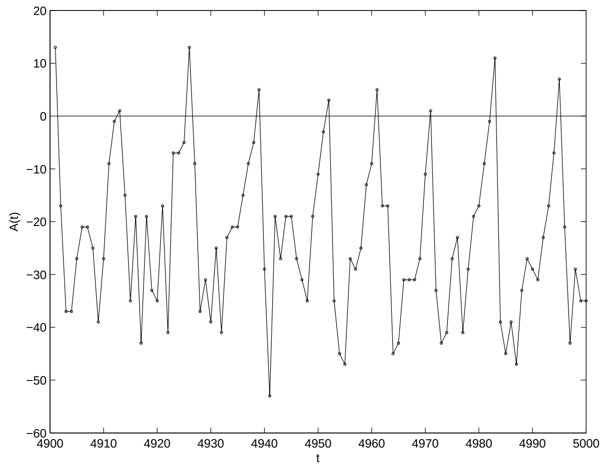

Figura 6: Oscilação da Demanda com $m = 8$ e $p_{min} = 0.4$
Fonte: O Autor.

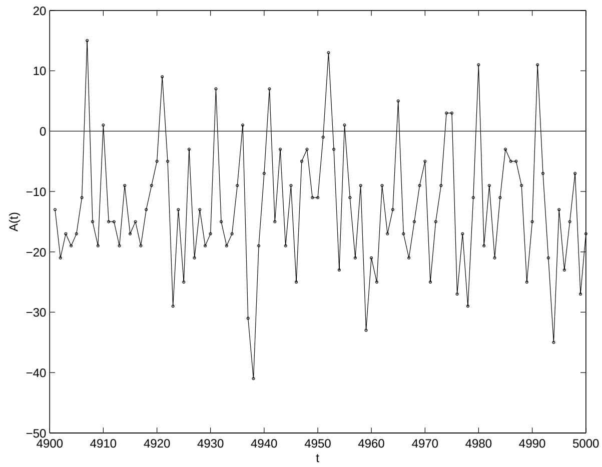

Figura 7: Oscilação da Demanda com $m = 8$ e $p_{min} = 0.6$
Fonte: O Autor.

vegetativo", vemos que a demanda tende a estar sempre abaixo da média. Naturalmente, como existem clientes que param de ir ao bar, o mesmo tende a ficar mais vazio.

Por fim, com $p_{min} = 1$, na figura 9, temos um gráfico de um jogo da minoria padrão.

Na figura 10 vemos que, para quaisquer valores de $p_{min} < 1$, temos média negativa de $A(t)$, ou seja, o jogo não se organiza em torno do socialmente ótimo. Para valores muito baixos de p_{min} temos a média de $A(t)$ um pouco menos negativa devido aos longos períodos de estagnação de cada ciclo. Na medida em que p_{min} cresce, entretanto, mais os agentes conseguem se organizar em torno do ótimo devido à divulgação da informação.

Surge daí a questão: se o jogo tem ganho médio não nulo, deveria poder ser arbitrado. Talvez se os jogadores pudessem escolher entre mais estratégias, conseguissem optar mais vezes por jogar $a = 1$, reduzindo a tendenciosidade do jogo.

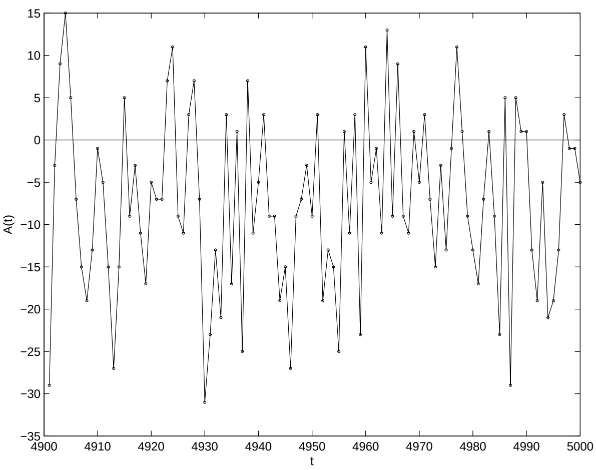

Figura 8: Oscilação da Demanda com $m = 8$ e $p_{min} = 0.8$
Fonte: O Autor.

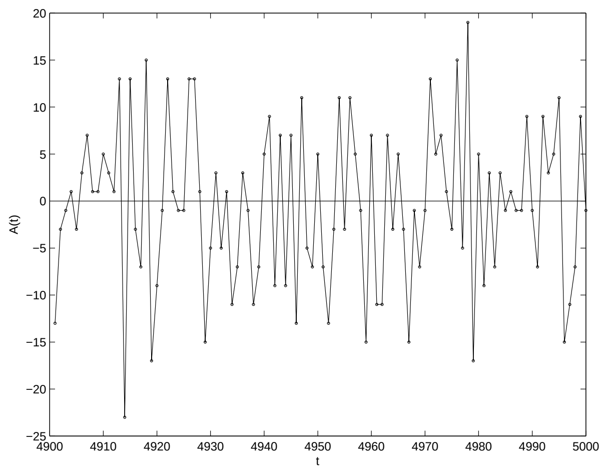

Figura 9: Oscilação da Demanda com $m = 8$ e $p_{min} = 1$
Fonte: O Autor.

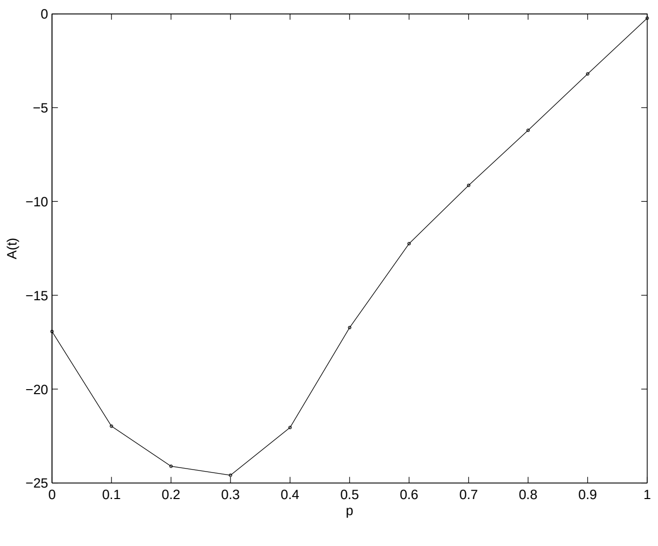

Figura 10: Média de $A(t)$ para valores de p_{min}, com $m = 8$
Fonte: O Autor.

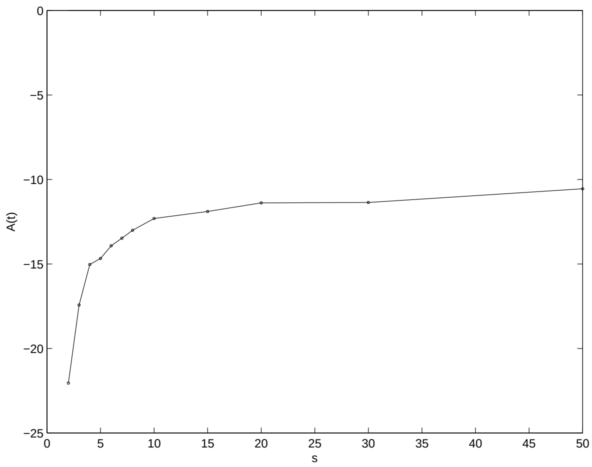

Figura 11: Média de $A(t)$ diferentes estratégias com $p_{min} = 0.4$, com $m = 8$

Fonte: O Autor.

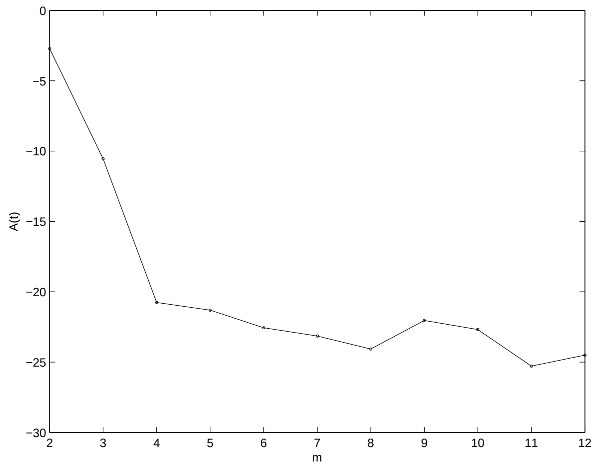

Figura 12: Média de $A(t)$ para tamanhos de história diferentes, com $p_{min} = 0.4$

Fonte: O Autor.

3.4.2 Variando a Quantidade de Estratégias e o Tamanho da História

As simulações descritas a partir daqui terão $p_{min} = 0.4$ e $m = 8$. Na figura 11 vemos como a média de $A(t)$ se comporta em 5000 rodadas do jogo. Na medida em que o número de estratégias disponíveis por agente aumenta, a média da sequência de $|A(t)|$ diminui, estabilizando-se ainda em um valor não nulo e bastante distante de zero.

O resultado mostra que adotar uma quantidade maior grande de estratégias aleatórias ameniza, mas não supre a falta de informação disponível. O jogo permanece não organizado socialmente.

Sobre a história, fixando $p_{min} = 0.4$ e $s = 2$ e fazendo simulações variando m entre 2 e 12, vemos curiosamente na figura 12 que em jogos com história curta a média de $A(t)$ tende a estar mais próxima de 0. No caso exemplificado, a história do jogo estando entre algum valor a partir de 8 parece não produzir muito efeito sobre os resultados.

3.4.3 Os Vencedores

Verificamos um jogo onde, sob qualquer variação imposta, apresenta média de resultados não nula. Foram testadas diversas variações: quantidade de estratégias, tamanho de história, probabilidade mínima de acesso à informação[2]. Como prosperar neste jogo?

Se pensarmos simplesmente que na maioria das vezes o bar fica vazio e que gostamos do bar vazio, qual a atitude a tomar? Simplesmente ir ao bar. Logo, a proporção de vitórias deveria estar condicionada à proporção de vezes que cada agente joga $a = 1$. Isto fica evidente no gráfico 13. No ambiente construído, a proporção de vezes que o agente vence tem relação quase linear com a proporção de vezes que o agente joga $a = 1$ nas jogadas observadas. A correlação calculada entre as proporções foi de 0.9903, numa simulação com $N = 101$, $p_{min} = 0.4$, $m = 8$ e $s = 2$.

É interessante assinalar o caso de um agente específico no exemplo acima. O agente, abençoado pela sorte na definição de suas estratégias, jogou $a = 1$ em 99.82% dos casos e obteve 91.56% de vitórias no jogo, nas 5.000 rodadas observadas.

3.4.4 Volta às Origens Inspiradoras

Foi mencionado em 1.2 que o ambiente criado visava produzir um campo de simulações de pelo menos dois problemas práticos da vida real. Primeiramente, o cenário proposto é totalmente aderente ao problema originário dos jogos da minoria: o problema do bar *El Farol*. Este mesmo problema foi utilizado diversas vezes na compreensão da montagem do cenário e na interpretação dos resultados

[2]exceto quando a probabilidade é 1, pois isso replicaria exatamente o jogo da minoria padrão

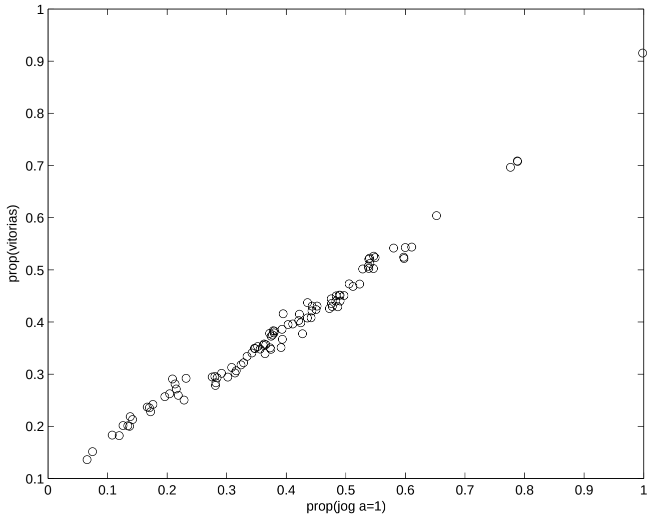

Figura 13: Proporção de jogadas $a = 1$ versus proporção de vitórias, com $p_{min} = 0.4$, $s = 2$, $m = 8$ e $N = 101$

Fonte: O Autor.

obtidos. O segundo problema para o qual o cenário tem forte aderência, o qual foi fonte inspiradora de tudo isso, foi o problema dos leilões de automóveis, ou dos leilões, em geral.

O cenário adapta-se bem à realidade. Os agentes seriam os interessados nos bens leiloados, os automóveis. Pode-se comprar automóveis em leilões como também de diversas outras formas, tornando-se o leilão uma das alternativas. Os leilões são realizados de forma freqüente - o que seriam as rodadas do jogo - e os resultados são divulgados de forma precária. A maioria da população interessada fica sabendo dos resultados anteriores através de relatos dos que participaram das mesmas. Ainda, estes relatos tendem a ser mais difundidos quando os resultados são muito bons tanto quando os resultados são muito ruins, exatamente da forma em que foi definida a probabilidade de acesso à informação. Depois de leilões ruins ouve-se relatos de que o leilão não serve mais, de que estaria sendo usado para lavagem de dinheiro e outros comentários do gênero. Algumas semanas depois, entretanto, ouve-se relatos de que fulano comprou uma automóvel pela metade do preço de mercado no mesmo leilão.

Uma pergunta a ser respondida era: em um jogo da minoria com estas características, existiria um padrão cíclico? Vimos nas figuras 4 até 7 que, quanto menos a informação é difundida, mais os leilões deveriam ter um comportamento cíclico visível. Resultados excelentes são divulgados, fazendo com que muitos que haviam parado de ir voltem a participar. Isto vai gradativamente diminuindo as recompensas, ou seja, os carros vão sendo arrematados a preços cada vez maiores até que chega um ponto em que os preços não compensam para ninguém. Muitos param novamente de ir iniciando um novo ciclo.

Outra questão já era intuitiva antes mesmo do início do trabalho. Para prosperar nos leilões o ideal seria simplesmente participar constantemente das apregoações? A resposta também é positiva. Mesmo variando a quantidade de estratégias, histórico e probabilidades de acesso à informação, a média do jogo nunca foi zero, ou seja, abrindo possibilidades para a arbitragem. Vimos em 3.4.3 que a "vitória"está totalmente condicionada à presença nos leilões. É dizer: se os participantes criam realmente suas estratégias como no jogo da minoria padrão, o segredo para prosperar nos leilões seria estar sempre presente nos mesmos.

No capítulo 4 a idéia de estar sempre presente será melhor trabalhada, bem como a inserção de uma estratégia artificial para todos os agentes, mostrando que é possível haver equilíbrio, mesmo no jogo com informação restrita.

Capítulo 4

Múltiplos Agentes e Estratétias de Ação Constante

4.1 Introdução

Finalizamos o capítulo 3 com a discussão sobre como prosperar no jogo da minoria com informação restrita definido no mesmo. Nesta fase avançaremos a discussão introduzindo artificialmente agentes que jogam sempre $a = 1$ e agentes que decidem alatoriamente a jogada entre os demais agentes numa tentativa de arbitrar a oportunidade detectada nos jogos anteriores. Alem do mais, atribuiremos a todos os agentes uma estratégia a mais onde, nesta estratégia, os agentes joguem $a = 1$ para qualquer estado μ em que se encontre e deixaremos que eles mesmos tomem suas decisões. Resultados e conclusões interessantes decorrem dos exercícios propostos.

4.2 Agentes Artificiais

Em 3.4.3 vimos que no ambiente proposto, a proporção de jogadas vitoriosas poderia ser explicada pela proporção de vezes em que o agente joga $a = 1$. No exercício que se segue, inserimos uma quantidade variável de agentes artificiais que, ao invés de avaliar suas estratégias definidas, simplesmente sempre jogam $a = 1$, ou seja, sempre comparecem ao bar *El Farol*.

Como mencionado no capítulo 2, o uso de agentes heterogêneos é bastante comum na literatura de jogos da minoria, tendo produzido resultados interessantes e diversos trabalhos publicados.

O exercício consiste em avaliar o jogo descrito em 3.3 com uma quantidade n_1 de agentes que sempre jogam $a = 1$ em todas as jogadas. As simulações foram feitas com $p_{min} = 0.4$ e com $n_1 = \{1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$. Das simulações foram extraídos:

- a proporção de vitórias dos agentes artificiais (P_{a_1});
- a proporção de vitórias dos agentes normais (P_a);
- a média de $A(t)$, chamada de M_A;
- o log da variânica de $A(t)$, chamada de SS_A;

Tabela 4: Resultados: Agentes Constantes

n_1	***1***	***5***	***10***	***15***	***20***	***25***	***30***	***35***
P_{a_1}	91.83%	91.19%	89.75%	86.82%	82.58%	73.81%	53.34%	30.71%
P_a	38.28%	38.11%	37.34%	36.52%	36.01%	37.24%	44.36%	55.45%
M_A	-21.63	-17.70	-13.99	-10.81	-7.73	-4.88	-0.51	3.69
SS_A	0.61	0.36	0.12	-0.09	-0.33	-0.50	-0.58	-0.71

Fonte: O Autor.

A primeira conclusão importante do exercício é a da arbitragem. Quando temos um só agente jogando sempre $a = 1$, o mesmo tem altíssima incidência de vitória. Entretanto, mas na medida em que mais agentes com a mesma atitude são inseridos, as oportunidades vão ficando mais escassas, ou seja, o bar vai enchendo. Naturalmente, se 51 agentes adotassem o mesmo padrão, todos perderiam sempre, por serem a maioria. Temos uma inversão em algum ponto entre 30 e 35 agentes de ação constante. É dizer, com 35 agentes jogando um já não foi mais possível ter ganho médio acima de 50. As oportunidades de arbitragem acabaram e os demais jogadores, adaptativos, prosperaram.

Outra observação interessante é que, na medida que a quantidade de jogadores constantes aumenta de 1 até 30, notamos claramente uma redução em suas performances, o que era esperado. Mas não há grande alteração na performance dos agentes adaptativos. Ao mesmo tempo, vemos a média de $A(t)$ aproximar-se cada vez mais de zero e com variância cada vez menor. Ou seja, os arbitradores não estariam roubando um espaço dos agentes adaptativos, e sim, preenchendo uma oportunidade que existia pela ineficiência do jogo. Os jogadores constantes possibilitaram inclusive uma organização socialmente melhor do que um jogo de agentes que decidem aleatoriamente.

4.3 Inserção de uma Estratégia Constante para Todos os Agentes

No na seção anterior (4.2) foi constatado que uma quantidade pequena de agentes jogando sempre $a = 1$ consegue prosperar no jogo proposto, mas que aumentando a quantidade deste tipo de agentes, em algum ponto isso deixaria de ser vantajoso.

Foi natural sugerir então uma outra abordagem para o jogo: prover todos os agentes de uma estratégia a mais, s_0, onde nesta estratégia os agentes jogariam $a = 1$ para qualquer μ. De posse da nova estratégia, os agentes poderiam escolher naturalmente entre esta ou as demais estrategias, criadas aleatoriamente, como no jogo clássico.

Esta abordagem seria mais realista pensando em termos de agentes inteligentes. Se uma pessoa sabe que o ambiente onde joga tem resultado médio não nulo e negativo, seria natural que uma de suas estratégias formuladas seria de sempre

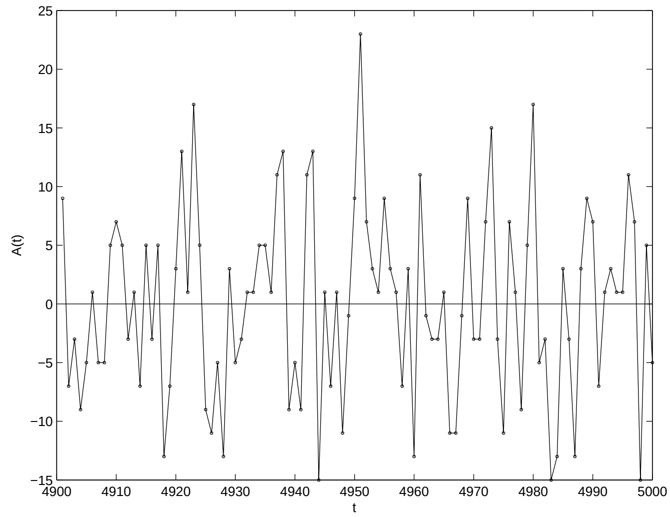

Figura 14: Oscilação da Demanda com Estratégia Adicional ($m = 8$ e $p_{min} = 0.8$)
Fonte: O Autor.

jogar $a = 1$. Voltando ao exemplo do bar, se vemos que o bar fica frequentemente vazio e somos pessoas inteligentes, seria natural que uma de nossas estratégias fosse estar sempre presente ao bar.

Incialmente podemos ver no gráfico 14 da oscilação da demanda em um jogo com $p_{min} = 0.4$, $s = 3$ (1 estratégia constante e 2 estratégias normais) em $m = 8$. Bem diferente do gráfico 6, não vemos mais o comportamento cíclico e os resultados $A(t)$ estão bem mais centrados em torno de 0. O comportamento da oscilação da demanda mais parece com o do jogo da minoria padrão do que com os resultados observados no capítulo 3.

Analisando mais profundamente, os resultados são ricos. Para cada m entre 2 e 15 e $p_{min} = \{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$, foram realizadas 5 simulações de 1000 rodadas e em nenhuma delas a média de $A(t)$ foi menor que -1 ou maior que 1. Ou seja, quando os agentes são dotados da capacidade de arbitrar o jogo, sendo a arbitragem uma de suas estratégias, o equilíbrio é devolvido ao jogo. O mesmo volta a ser não

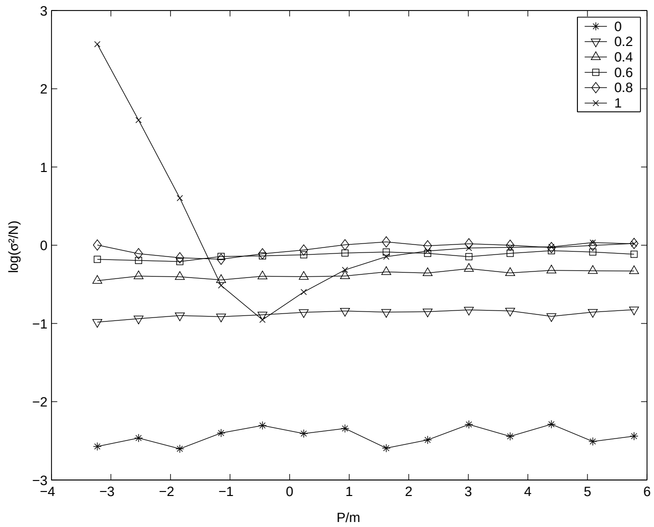

Figura 15: Volatilidade de $A(t)$ para cada valor de m. Diversas simulações de p_{min}
Fonte: O Autor.

tendencioso em torno de zero.

No gráfico 15 podemos analisar a eficiência do jogo nas simulações efetuadas. É interessante notar que para as curvas com valores de p_{min} baixos (0 e 0.2), onde o acesso à informação é mais difícil, os agentes são capazes de manter os resultados mais bem distribuídos em torno do socialmente ótimo do que no jogo da minoria padrão, independentemente do tamanho da história considerada. Uma vez que o acesso à informação facilita, ou seja, p_{min} aumenta, o jogo torna-se menos eficiente. A conhecida mudança de fase não é notada até que a probabilidade de acesso a informação seja de 1, o que seria o jogo da minoria padrão com os agentes dotados da nova estraégia s_0.

Conclui-se que a possibilidade dos agentes de se arbitrarem pode produzir jogos equilibrados e eficientes em ambientes de difícil acesso à informação.

Simulações foram realizadas aumentando-se a quantidade de estratégias para cada agente, mas nenhum resultado interessante foi percebido.

4.3.1 Conhecendo os Vencedores

Vale a pena visualizar estes resultados, exemplos de simulações para os conhecidos valores de $p_{min} = \{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ após 5000 rodadas do jogo em questão. A história observada pelos agentes é de 8. Para todos os agentes, observou-se qual de suas estratégias era a mais pontuada ao final da rodada 5000.

Tabela 5: Informação x Arbitragem

p_{min}	***Estratégia***	***Agentes***	***Prop. Jog.*** $a = 1$	***Prop. Vitórias***
0	s_0	49	98.6%	65.5%
	Outras	52	3.8%	33.7%
0.2	s_0	38	82.2%	50.0%
	Outras	63	30.5%	46.2%
0.4	s_0	28	74.2%	48.5%
	Outras	73	40.7%	46.2%
0.6	s_0	21	57.2%	46.6%
	Outras	80	48.2%	46.2%
0.8	s_0	6	56.1%	45.3%
	Outras	95	49.8%	46.2%
1	s_0	2	62.9%	42.9%
	Outras	99	50.2%	46.0%

Fonte: O Autor.

Diversas observações podem ser efetuadas sobre os exemplos da tabela 5. Inicialmente, vemos que para o cenário onde o acesso à informação é mais difícil ($p_{min} = 0$), quase metade dos agentes acabaram tendo a estratégia s_0 como a mais pontuada, e serão aqui chamdados de arbitradores. Já foi visto na seção 4.3 que com a presença de s_0 para todos os agentes os resultados das jogadas atingem equilíbrio em torno de zero. O interesante é notar como se dá este equilíbrio. Com a informação de diíficil acesso, os arbitradores, jogando $a = 1$ em 98% das jogadas, são os grandes vencedores, do jogo, prosperando ao lado da minoria em 65.5% das rodadas.

Na medida em que p_{min} aumenta, ou seja, o acesso à informação vai se tornando mais facilitado, três fenômenos se observam: A quantidade de arbitradores diminui, sendo que quase desaparecem quando o acesso à informação é pleno. A proporção de vezes em que os agentes que têm a estratégia s_0 mais pontuada também diminui, indicando que, apesar da estratégia s_0 estar mais pontuada ao fim da rodada 5000, isto nem sempre ocorreu, ou seja, estes agentes já tiveram outras estratégias preferidas ou ainda simplesmente estão temporariamente nesta circunstância.

A terceira conclusão é que com o aumento do acesso à informação, jogar sempre $a = 1$ deixa de ser um bom negócio. À partir de $p_{min} = 0.2$, os arbitradores não têm maior índice de vitórias do que os que tem as demais estratégias mais pontuadas. Conclusão: apesar de serem fundamentais para o equilíbrio do jogo, os mesmos passam a não levar vantagem quando o acesso à informação é fácil.

Capítulo 5

Conclusões

O trabalho introduziu uma nova abordagem nos jogos da minoria tradicionais envolvendo informação incompleta, onde somente parte dos agentes têm pleno acesso à informação. Dois exemplos práticos puderam ser estudados através das simulações deste trabalho: o próprio exemplo do bar *El Farol*, de Arthur (1994) e o exemplo dos leilões de carro. A variante seria que somente os participantes da última rodada saberiam com certeza do resultado da mesma. Os demais participantes teriam probabilidade de acesso à informação menor, como pudemos ver no capítulo 3.

5.1 Resultados

Uma conseqüência direta da nova abordagem foi o surgimento de histórias próprias, que podem ser compreendidas como diferentes visões da mesma realidade. Para alguns freqüentadores do leilão as lembranças podem ser de leilões ruins enquanto outros freqüentadores podem ter lembranças boas do mesmo, tal qual observamos na vida real. Outro efeito inédito do jogo proposto foi que os agentes que não participam da jogada não pontuam suas estratégias nem recalibram suas histórias, entrando num estado "vegetativo", até que venham a ser informados dos resultados, podendo assim tomar a decisão de participar.

Os resultados das simulações deste cenário foram interessantes. Quanto mais difícil o acesso à informação aos não participantes, mais observamos um comportamento cíclico da curva de resultados do jogo, com picos de baixa, seguidos de um período de inércia negativa e um pequeno pico acima de zero, reiniciando um novo cíclico. O padrão cíclico perde forma na medida em que aumenta a probabilidade de acesso à informação até que a curva de resultados se torna igual à do jogo da minoria padrão, quando a probabilidade de acesso à informação é de 1. A seqüencia de gráficos evidenciando estes resultados podem ser observada em 3.4.1.

Para qualquer variação do jogo com informação incompleta, o jogo não teve soma-zero. A média dos resultados foi sempre negativa. Variações no tamanho da história e na quantidade de estratégias geradas aleatoriamente não foram capazes de equilibrar o jogo. Em função do jogo não ser equilibrado, agentes que acabaram por participar de mais rodadas foram premiados com maior proporção de vitórias, ao lado da minoria dos participantes. Com este resultado fica fácil perceber que para se prosperar nos leilões no cenário construído, uma estratégia vencedora seria estar sempre presente.

Como o jogo não tem soma-zero, foi estudada a possibilidade de arbitragem, através da inserção de um número limitado de agentes que sempre participava da rodada. Para uma quantidade pequena de agentes de deste tipo, os mesmos foram os grandes vencedores do jogo, mas na medida em que estes participantes se tornavam mais numerosos, naturalmente a oportunidade de arbitragem diminuía até que em determinado ponto os arbitradores passaram a ter menor proporção de vitórias que os agentes tradicionais.

Finalmente, foi atribuída para todos os agentes uma estratégia extra, de ação constante. Esta estratégia consistiria em participar da rodada para qualquer estado em que se encontrasse o agente. Tal estratégia seria pontuada como as demais, geradas aleatoriamente. Em síntese, qualquer agente poderia arbitrar o jogo se assim lhe fosse conveniente. Os resultados das simulações com a estratégia adicional foram surpreendentes, com o equilíbrio devolvido ao jogo. O resultado de todas as simulações, com diferentes níveis de dificuldade de acesso à informação, oscilaram em torno de zero.

Com a possibilidade da arbitragem, também foi constatado que a distribuição dos recursos foi também eficiente, sendo a variância dos resultados mais baixa do que no jogo da minoria padrão, quando o acesso à informação era mais difícil. A tradicional mudança de fase não foi observada no ambiente de informação incompleta.

No final do capítulo 4 vimos que, quanto mais difícil o acesso à informação, mais agentes optaram pela arbitragem e mais estes agentes foram vitoriosos. Na medida que o acesso à informação se tornava mais fácil, os ganhos com a arbitragem diminuíram até que o uso da arbitragem é praticamente descartado com pleno acesso á informação. Este resultado tem total sincronia com a realidade e finaliza o trabalho.

Referências

ARTHUR, W. B. Inductive reasoning and bounded rationality. *American Economic Review,* n.84, 406, 1994.

CAVAGNA, A. Irrelevance of memory in the minority game. *Phys. Rev. E* v.59 n.4, r3783-r3786, 1999.

CHALLET, D.; ZHANG, Y. Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game. *Physica A* n.246, p.407-418, 1997.

CHALLET, D.; MARSILI, M.; ZHANG, Y. Relevance of memory in Minority Games. *Physica A* n.276, p.284-315, 2000.

CHALLET, D.; MARSILI, M.; OTTINO, G. Shedding light on El Farol. *Physica A* n.332, p.469-482, 2004.

CHALLET, D.; MARSILI, M.; ZHANG, Y. Minority games. *Oxford University Press* Oxford, 2005.

JOHNSON, N.; HUI, P.; ZHENG, D.; HART, M. Enhanced winnings in a mixed-ability population playing a minority game. *Journal of Physics A* n.32, p427-431, 1999.

JOHNSON, N.; JEFFERIES, P.; HUI, P.; HART, M. From market games to real-world markets. *J. Theo. Appl. Fin.* 2000

JOHNSON, N.; JEFFERIES, P.; HUI, P. Financial market complexity. *Oxford University Press*, Oxford, 2003.

LIU, C.; LIAW, S. Maximize personal gain in the minority game. *Physica A* n.360, p.516-524, 2006.

MARSILI, M.; PIAI, M. Collored minority games *Physica A* n. 310, p.234-244, 2002.

MARTINO, A. D. Dynamics of multi-frequency minority games *European Physical Journal B* n.35, p.143-152, 2003.

MELLO, B.; CAJUEIRO, D. Minority Games, diversity, cooperativity and the concept of intelligence *Physica A* n.387, p.557-566, 2008.

MYERSON, R. Game theory: analysis of conflict *Harvard University Press* Cambridge, 1991.

SAVIT, R.; MANUCA, R.; RIOLO, R. Adaptive competition, market efficiency and phase transitions *Physical Review Letters* n.82, p.2203-2206, 1999.

WAKELING, J.; BAK, P. Intelligent systems in the context of surrounding enviroment *Phys. Rev. E* n.64, 2001.