

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP**

**MARCOS TOSHIO NAGAMACHI**

**EQUAÇÕES NO ENSINO MÉDIO: UMA METANÁLISE  
QUALITATIVA DAS DISSERTAÇÕES E TESES  
PRODUZIDAS NO BRASIL DE 1998 A 2006**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**São Paulo  
2009**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP

MARCOS TOSHIO NAGAMACHI

**EQUAÇÕES NO ENSINO MÉDIO: UMA METANÁLISE  
QUALITATIVA DAS DISSERTAÇÕES E TESES  
PRODUZIDAS NO BRASIL DE 1998 A 2006**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Professora Doutora Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão.*

**São Paulo  
2009**

*Banca Examinadora*

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

\_\_\_\_\_  
Assinatura:

\_\_\_\_\_  
Local e Data

*Dedico esse trabalho aos meus pais Luiz Juntaro Nagamachi e Satiko Kamada Nagamachi que sempre caminharam ao meu lado e me deram a oportunidade de ser o homem que sou.*

# *Agradecimentos*

---

---

*A Deus por tudo,*

*À minha orientadora Profa. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão por todo apoio e incentivo ao longo da elaboração desse trabalho.*

*Ao Prof. Dr Benedito Antonio da Silva e ao Prof. Dr. Geraldo Pompeu Júnior por aceitarem fazer parte da banca examinadora e por suas valiosas sugestões no exame de qualificação.*

*Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pela concessão da bolsa ao longo do curso.*

*Aos amigos de curso Gilson, Raimundo, Daniela, Luiz, Alexandra, Sandra, Cristiane, Rose, Gina, Marília, Vanderlei, Marcelo e aos de grupo Adriano, João, Adriana, Mercedes, Lucimar, Ariluci, Márcia e Thaís que estiveram sempre presentes, contribuindo para esse trabalho.*

O Autor

*"Ouça os conselhos daqueles em quem você confia, mas lembre-se que, em última análise, você deve confiar em seu próprio julgamento."*

*Jan-Ove Waldner*

## *Resumo*

---

---

O presente estudo faz uma síntese de pesquisas brasileiras voltadas ao Ensino Médio, que tratam das equações. O material de análise constitui-se de seis dissertações publicadas entre os anos de 1998 a 2006 na área de Educação Matemática. A seleção desses trabalhos se deu por meio da busca de dissertações e teses segundo alguns instrumentos de pesquisas e critérios pré-determinados. Metodologicamente esse estudo se caracteriza como um estudo documental denominado metanálise qualitativa na qual se procura fazer uma revisão sistemática de um conjunto de pesquisas, visando à realização de uma síntese dessas produções. Aqui é apresentado um confronto desses estudos, mais especificamente entre seus objetivos, referenciais teóricos, teórico-metodológicos e conclusões. Os resultados atestam uma preferência pelas equações algébricas, uma divergência de referenciais teóricos e a necessidade de conciliar álgebra e geometria. Com isso o presente estudo aponta resultados que possam oferecer subsídios a novas pesquisas, tais como a carência de alguns aspectos a serem pesquisados nesse tema.

**Palavras chave:** metanálise qualitativa, Ensino Médio, equações.

## *Abstract*

---

---

The present study is a synthesis of Brazilian researches which focus on equations in high school. The analysis material constituted of six dissertations published on the Mathematics Education from 1998 to 2006. The essays were selected according to some pre-defined research instruments and criteria. The methodology characterizes itself as a documental study denominated qualitative meta-analysis which makes a systematic revision of searches set, aiming a synthesis of these productions. It is presented a study confront, more specifically of their objectives, theoretical and theoretical-methodological framework, and conclusions. The results confirm a preference for algebraic equations, a divergence in the choice of the theoretical framework and a necessity to conciliate algebra and geometry. The study indicate results that can offer subsidies to new researches, such as the lack of researches in some aspects on this theme.

**Key words:** qualitative metanalysis, High School, equations.

# *Sumário*

---

---

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	13
<b>PROBLEMÁTICA</b> .....	13
1.1 Introdução .....	13
1.2 Fundamentação Teórico – Metodológica .....	17
1.3 Procedimentos de Pesquisa .....	20
1.3.1 1ª Etapa – Coleta e seleção de dissertações e teses .....	20
1.3.2 2ª Etapa – Análise das dissertações e teses .....	25
1.3.3 3ª Etapa – Metanálise qualitativa .....	25
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	27
<b>ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES E TESES</b> .....	27
2.1 Freitas (1999) .....	27
2.2 Lima (1999) .....	29
2.3 Perotti (1999) .....	32
2.4 Azevedo (2002) .....	35
2.5 Freitas (2002) .....	36
2.6 Oliveira (2006) .....	39
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	43
<b>METANÁLISE QUALITATIVA</b> .....	43
3.1 Comparação de objetivos .....	43
3.2 Comparação de referenciais teóricos .....	46
3.3 Comparação de referenciais teórico-metodológicos .....	47
3.4 Comparação de resultados .....	52

<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>57</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>59</b>
<b>ANEXO I .....</b>	<b>63</b>
Resultados do Banco de Teses do sítio da Capes .....	63

## *Lista de Quadros*

---

---

Quadro 1 – Resultados da busca de dissertações e teses no Banco de Teses do sítio da Capes .....	21
Quadro 2 – Resultados da busca nas relações de dissertações e teses da revista Zetetiké .....	22
Quadro 3 – Resultados da busca de dissertações e teses na PUC-SP .....	23
Quadro 4 – Dissertações e teses escolhidas para análise .....	24
Quadro 5 – Modelo de fichamento das dissertações e teses .....	25
Quadro 6 – Comparação de objetivos .....	44
Quadro 7 – Quadro síntese de objetivos .....	46
Quadro 8 – Comparação de referenciais teóricos .....	47
Quadro 9 – Comparação de referenciais teórico-metodológicos .....	48
Quadro 10 – Comparação de Metodologias e/ou Procedimentos de Pesquisa .....	48
Quadro 11 – Quadro síntese de metodologias e/ou Procedimentos de Pesquisa .....	51
Quadro 12 – Comparação de resultados .....	52

# *Capítulo 1*

---

---

## **PROBLEMÁTICA**

### **1.1 Introdução**

Durante o Ensino Fundamental e Médio sempre tivemos facilidade em Matemática e por conseqüência em disciplinas que envolvessem o uso da mesma, como Física e Química. Sempre fomos um bom aluno, passamos nos vestibulares das principais universidades públicas do estado de São Paulo sem fazer cursinho. Optamos então por estudar Licenciatura em Matemática na Universidade de São Paulo.

Durante o curso de licenciatura em Matemática percebemos que aquela Matemática aprendida até o Ensino Médio era muito diferente da ensinada na Universidade. Nos últimos anos de minha graduação, realizamos estágios obrigatórios em escolas públicas e particulares da cidade de São Paulo, onde pudemos perceber que os alunos têm uma grande dificuldade em relação ao aprendizado da Álgebra. Percebemos que a forma como ela é ensinada muitas vezes parece não fazer sentido algum. Dizemos isso porque, em geral são ensinadas muitas regras e algoritmos.

Após a graduação, ingressei no Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA), da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), um dos vários grupos de estudo do Programa de Mestrado Acadêmico em

Educação Matemática dessa universidade para realizar este trabalho, sob orientação da Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão.

Decidimos pesquisar o ensino de equações, que é um dos assuntos essenciais para o aprendizado não só de Matemática, mas também para outras áreas do conhecimento, como Física, Engenharia, entre outras. Consideramos relevante examinar: O que dizem as pesquisas, mais precisamente dissertações e teses, em Educação Matemática sobre equações?

Como a Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão coordena um projeto sobre o assunto, decidimos neste trabalho fazer uma síntese das dissertações e teses sobre ensino de equações no Ensino Médio produzidas no Brasil.

Esta pesquisa se insere em um projeto denominado **Projeto de Pesquisa: Expressões, Equações e Inequações** do GPEA do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, do qual pode-se destacar que:

Na última década, houve crescimento no debate acerca do tema, pela realização e divulgação dos trabalhos SFIDA<sup>1</sup> (2000) e do grupo do PME<sup>2</sup> (2004). Com base nas pesquisas divulgadas até então, o grupo do PME de 2004 considerou que, apesar dos diversos resultados importantes no tema, eles foram insuficientes. Essas investigações internacionais encontram ressonância em propostas curriculares brasileiras e a implementação de tais propostas requer balizamento por meio de investigações em âmbito nacional (MARANHÃO, 2007, p. 1).

Na Álgebra, o estudo das equações, juntamente com as inequações e expressões algébricas, é de grande relevância, tanto em Matemática e Educação Matemática, como em outros campos do conhecimento. Tal importância pode ser vista em Maranhão (2007 p. 1):

Em busca [...] [no Banco de Teses do sítio da CAPES] sobre títulos de dissertações e teses defendidas entre 1998 e 2004, foram encontrados 1005 títulos nesses tópicos, voltados principalmente para os domínios: Engenharia, Ciências da Computação, Física, Matemática, Economia, Educação e Sociologia, sendo, destes, apenas 39 do âmbito da Educação. Não foram encontradas sínteses de trabalhos educacionais no tema [equações, inequações e expressões algébricas].

Esse resultado atesta, de um lado, a importância dos tópicos propostos para estudo e, de outro, a necessidade tanto de pesquisas nacionais como de sínteses de trabalhos em Educação Matemática, no assunto.

---

<sup>1</sup> Séminaire Franco-Italien de Didactique de l'algèbre (1997 a 1999)

<sup>2</sup> International Group for the Psychology of Mathematics Education

Estão configurados, assim, os dois principais objetivos do projeto: elaborar sínteses de pesquisas e realizar investigações nacionais no tema.

Em primeiro lugar, reiteramos que estes resultados reforçam os argumentos mostrados no projeto em que esta pesquisa se insere, pois mostram a importância do ensino de equações para outros campos do conhecimento.

Em segundo lugar, existe uma carência de trabalhos sobre o ensino de equações em Educação Matemática, e em especial não existem sínteses nacionais sobre o tema. Isso pode ser percebido também em Coelho, Machado e Maranhão (2003, p. 7-8):

Uma leitura dos títulos das dissertações e teses em Educação Matemática produzidas no Brasil, de 1998 a 2001 (8), deixa transparecer que é incipiente ainda a produção científica que segue [...] [uma] orientação [didática de cunho construtivista], o que justifica um projeto como este, que contempla estudos relativos ao ensino e aprendizagem [...] das equações, inequações e sistemas de equações.

Por esta razão, serão analisadas dissertações e teses produzidas em Educação Matemática no Brasil, voltadas para o tema Equações, no Ensino Médio, nos últimos anos – de 1998 a 2006. A razão principal de focalizar o Ensino Médio é o interesse, pelas experiências em estágio anteriormente relatadas, mas isso foi possível, também, pelo número de pesquisas no tema – que excedia ao razoável para uma síntese em nível de mestrado, segundo a prática do GPEA – e porque havia outros pesquisadores do grupo GPEA que se dedicariam a sínteses relativas ao Ensino Fundamental.

Em cada uma destas sínteses parciais foi previsto descrição, análise e categorização, de dissertações e teses segundo: temas, objetivos, referenciais teóricos e teórico-metodológicos, além de resultados e indicações para futuras pesquisas e para o ensino. Essa descrição, análise e categorização, visam à produção de uma síntese parcial, para futuramente compor síntese mais ampla no projeto em que esta pesquisa se insere.

As questões iniciais que norteiam este trabalho são: Que questões vêm sendo postas em trabalhos de Educação Matemática, no tema? Está havendo alguma convergência no emprego de referenciais teóricos? E teórico-

metodológicos? O que vêm indicando os resultados desses trabalhos nos últimos anos?

Há diversos significados atribuídos à equação, conforme Ribeiro (2007), em sua tese de doutorado realizada no GPEA. No trabalho denominado **Equações e seus Multisignificados no Ensino de Matemática: Contribuições de um Estudo Epistemológico**, o pesquisador afirma que fez um estudo epistemológico-histórico sobre a noção de equação através de consulta de “livros de fundamentos da Matemática, dicionários matemáticos e de língua portuguesa, artigos científicos na área da Educação Matemática e livros didáticos nacionais e internacionais” (RIBEIRO, 2007, p. 33). O autor divide em seis os multisignificados:

1. Intuitivo-Pragmático: por esse significado a noção de equação é concebida como uma noção intuitiva, ligada à idéia de igualdade entre duas quantidades. Sua utilização está relacionada à resolução de problemas de ordem prática, os quais são originários de situações do dia-a-dia. (RIBEIRO, 2007, p. 123).
2. Dedutivo-Geométrico: por esse significado a noção de equação é concebida como uma noção ligada às figuras geométricas, aos segmentos. Sua utilização está relacionada à situações envolvendo cálculos e operações com segmentos, com medida de lados de figuras geométricas, com intersecções de curvas. (RIBEIRO, 2007, p. 123).
3. Estrutural-Generalista: por esse significado a noção de equação é concebida como uma noção estrutural definida e com propriedades e características próprias. A equação aqui é considerada por si própria, operando-se sobre ela mesma na busca de soluções gerais para uma classe de equações de mesma natureza. (RIBEIRO, 2007, p. 124).
4. Estrutural-Conjuntista: dentro dessa visão, a noção de equação é concebida dentro de uma perspectiva estrutural, que está diretamente ligada à noção de conjunto. É vista como uma ferramenta para resolver problemas que envolvam relações entre conjuntos. (RIBEIRO, 2007, p. 125).
5. Processual-Tecnicista: concebe equação como a sua própria resolução – como os métodos e técnicas que são utilizadas para resolvê-la. Diferentemente dos estruturalistas, não enxergam a equação como um ente matemático sobre o qual as operações e manipulações que são realizadas atendem à regras bem definidas. (RIBEIRO, 2007, p. 126).
6. Axiomático-Postulacional: concebe equação como uma noção da Matemática que não precisa ser definida, uma idéia a partir da qual outras idéias, matemáticas e não matemáticas, são construídas. Por essa concepção, a noção de equação é utilizada no mesmo sentido de Noção Primitiva, como ponto, reta e plano na Geometria Euclidiana. (RIBEIRO, 2007, p. 126-127)

Cabe afirmar que antes de nossa graduação, nos identificamos mais com o significado “Processual-Tecnicista”, e durante a nossa graduação até a entrada em nosso mestrado nos identificamos mais com o significado “Estrutural-Generalista”, que será o adotado neste trabalho. Entretanto durante mestrado, verificamos que não existe um único significado conforme mostrado por Ribeiro (2007).

## 1.2 Fundamentação Teórico - Metodológica

Por serem necessárias, as pesquisas do tipo “estado da arte” estão se tornando muito comuns em Educação Matemática. De acordo com Ferreira (2002, p. 257):

Nos últimos quinze anos tem se produzido um conjunto significativo de pesquisas conhecidas pela denominação “estado da arte” ou “estado do conhecimento”. Definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. Também são reconhecidas por realizarem uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado.

Em Educação Matemática foram produzidos alguns “estados da arte” recentes como: **As tendências da pesquisa em Educação Matemática nos periódicos Zetetiké e BOLEMA no período de 1999 a 2004** de Varizo et al (2006), **Relação entre a composição do corpo docente e a produção discente na primeira década do programa de Educação Matemática da PUC-SP** de Machado e Maranhão (2006), entre outros.

Machado e Maranhão (2006), ressaltam que com o crescimento da produção das pesquisas brasileiras em Educação Matemática, criou-se a necessidade de pesquisas que façam o seu “estado da arte”. Segundo as autoras, tais pesquisas têm o intuito de analisar o que foi feito até então e contribuir para o

aperfeiçoamento e encaminhamento de novas pesquisas no campo da Educação Matemática.

Da mesma forma Varizo et al (2006, p. 1), enfatiza que o objetivo de seu trabalho é:

Trata-se de um estudo bibliográfico denominado de Estado da Arte ou Estado do Conhecimento, e tem por objetivo contribuir para a compreensão do estado alcançado pelo conhecimento relativo à Educação Matemática e a cientificidade desta área. O estudo, também salienta as vertentes temáticas e os aspectos privilegiados ou negados dos artigos, fazendo o mapeamento de cada uma das revistas.

Em princípio, esta pesquisa trata de uma síntese de caráter bibliográfico, uma comparação entre dissertações e teses produzidas no Brasil em Educação Matemática sobre equações no Ensino Médio no período de 1998 a 2006, com o objetivo de buscar convergências ou divergências temáticas, de objetivos, teóricas, teórico-metodológicas, de resultados e de indicações para futuras pesquisas e para o ensino.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 103):

Dentre os vários tipos de estudos bibliográficos ou documentos, podemos destacar [...]: a metanálise [qualitativa], os estudos do estado-da-arte [...].

A metanálise [qualitativa] é uma revisão sistemática de outras pesquisas, visando realizar uma avaliação crítica das mesmas e/ou produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos transcendendo aqueles anteriormente obtidos. Os estudos de estado-da-arte, em contra partida, tendem a ser mais históricos e procuram "inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) do conhecimento", buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo.

Entretanto, nesta pesquisa não se pretende avaliar, mas sim sintetizar, desvelar convergências e divergências. Além disso, junto ao grupo de orientandos da Profa. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão, optamos pela definição de metanálise qualitativa de Fiorentini e Lorenzato (2006), para a realização dos trabalhos do grupo semelhantes a este. Tal fato se deu porque o Prof. Dr. Dario Fiorentini, que supervisiona o trabalho de Pós-Doutorado da orientadora, mostrou interesse em que desenvolvêssemos essa metodologia de pesquisa, em consonância com o seria feito nos grupos de pesquisa que ele coordena.

Como a metanálise qualitativa visa a uma síntese pessoal e como é prática usual do grupo empregar um modelo de fichamento para sínteses pessoais, este procedimento será utilizado neste trabalho.

Alguns trabalhos que se designam “panoramas” foram produzidos por alunos da PUC-SP, como as dissertações de Oliveira (2003), Junho (2003) e Pereira (2003), que tratavam de dissertações produzidas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP entre os anos de 1994 e 2000. Estas dissertações se diferenciam da presente pesquisa, pois refletem pesquisas da PUC-SP, enquanto esta pesquisa não se limita a uma Universidade da cidade de São Paulo.

Do mesmo modo, Machado e Maranhão (2006), também apresentam um panorama das dissertações e teses da primeira década do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, relacionando a produção discente com a do corpo docente do Programa, apoiadas no histórico do último, o que é diferente do pretendido neste trabalho.

Em 2008, ainda dentro do programa da PUC-SP, Ardenghi (2008), produziu uma dissertação do tipo “estado da arte” de dissertações e teses brasileiras entre 1970 e 2005 acerca do conceito de função, o qual se diferencia da presente pesquisa pelo período e por ter seu objetivo voltado ao tema função.

A pesquisa de Varizo et Al (2006), explicita fazer um “estado da arte” de pesquisas publicadas nas revistas *BOLEMA* e *Zetetiké* entre 1999 e 2004, enquanto a presente pesquisa faz uma metanálise qualitativa de dissertações e teses produzidas no Brasil entre 1998 e 2006.

Finalizando o exposto conforme explicitado nos objetivos da pesquisa, a concepção de equação assumida no trabalho e a metodologia adotada, resta mostrar os Procedimentos de Pesquisa. Tendo em mente a contribuição pretendida com o desenvolvimento desta metodologia, a metanálise qualitativa, me proponho a expor e a justificar cada um desses procedimentos.

### 1.3 Procedimentos de Pesquisa

Num primeiro momento foi realizada a coleta de dissertações e teses utilizando como mecanismo de busca o Banco de Teses do sítio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e relações de dissertações e teses da revista Zetetiké. Em seguida, para verificar a eficiência, foram feitas novas buscas nas Universidades da cidade de São Paulo para verificar a eficiência, conforme detalhadas na primeira Etapa.

A seguir, são detalhados os procedimentos de análise por meio de um modelo de fichamento

Por último, expomos os procedimentos da metanálise, isto é da comparação entre os resultados dos fichamentos, buscando respostas às questões desta pesquisa.

Concluimos o trabalho apontando caminhos para novos trabalhos sobre o assunto e pretendendo fazer indicações para o ensino de Equações no Ensino Médio.

#### 1.3.1 1ª Etapa – Coleta e seleção de dissertações e teses

Primeiramente foi feita uma busca através de no Banco de Teses do sítio da CAPES, onde é possível procurar dissertações e teses em que o título ou resumo contenham as palavras-chaves. Foram feitos dois tipos de busca utilizando as palavras **equação** e **equações**, sem utilizar as palavras algébrica ou algébricas. Além disso, utilizamos como palavra-chave também a palavra **ensino**, não somente por esta palavra ser freqüentemente utilizada em educação, mas também por esta palavra delimitar diferentes níveis de ensino do sistema educacional brasileiro.

O **Anexo** contém quadros que exibem os resultados obtidos relacionados à Educação Matemática entre 1998 e 2006, em que estão justificados os motivos da exclusão das dissertações não analisadas.

A partir desta busca, desconsiderando repetições e selecionando apenas as dissertações e teses que se focalizam no ensino de equações no Ensino Médio, encontramos 7 resultados que podem ser vistos no **Quadro 1** a seguir:

**Quadro 1** – Resultados da busca de dissertações e teses no Banco de Teses do sítio da Capes

Dissertações / teses	
1	PEROTTI, Alberto Ramos. <b>O estudo da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais: Uma proposta alternativa de ensino.</b> 1999. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.
2	AZEVEDO, Elizabeth Quirino de. <b>Ensino-Aprendizagem das Equações Algébricas Através da Resolução de Problemas.</b> 2002. 176f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2002.
3	FREITAS, Marcos Agostinho de. <b>Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio.</b> 2002. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.
4	SANTOS, Edivaldo Pinto dos. <b>Função afim <math>y = ax + b</math>: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.</b> 2002. 119f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.
5	SILVA, Carlos Roberto da. <b>Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático.</b> 2006. 254f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.
6	INAFUCO, Júlio Kiyokatsu. <b>As Equações Algébricas no Ensino Médio: Um Estudo de uma Seqüência Didática Utilizando Software Gráfico.</b> 2006. 200f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
7	OLIVEIRA, Sívio Barbosa de. <b>As Equações Diofantinas Lineares e o Livro Didático de Matemática para o Ensino Médio.</b> 2006. 102f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

A seguir, foi feita uma busca nas relações de dissertações e teses da revista Zetetiké, que foi feita apenas por títulos, já que a revista não disponibiliza os resumos. Os resultados encontrados nesta busca (menos os resultados já encontrados na busca pelo Banco de Teses do sítio da CAPES) estão no quadro 2 abaixo:

**Quadro 2** – Resultados da busca nas relações de dissertações e teses da revista Zetetiké

Dissertações / teses	
1	FREITAS, Ivete Mendes. <b>Resolução de sistemas lineares parametrizados e seu significado para o aluno</b> . São Paulo. 1999. 79f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.
2	LIMA, Rosana Nogueira de. <b>Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas</b> . 1999. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.

A partir destes resultados, algumas das dissertações mencionadas nos quadros puderam ser obtidas na biblioteca da PUC-SP ou estavam disponíveis online. As que não foram possíveis de serem encontradas assim foram obtidas pelo serviço COMUT<sup>3</sup>.

Entretanto, após reuniões do GPEA, foi sugerido refinar esta pesquisa. Uma das decisões foi fazer paralelamente uma segunda busca com as pesquisas dissertações e teses nas universidades da cidade de São Paulo que tem programa ou linha de pesquisa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Isto foi feito para verificar se as buscas, no Banco de Teses do sítio da Capes e nas listas da Revista Zetetiké, foram eficientes quando comparados com os resultados da busca nas universidades da cidade de São Paulo.

A primeira universidade em que foram procuradas as dissertações e teses foi a PUC-SP pelo fato de ser a Universidade de mais fácil acesso. O Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP é composto

<sup>3</sup> Programa de Comutação Bibliográfica, criado pelo Ministério da Educação em 1980, tem como objetivo facilitar o acesso a informação e permitir a obtenção de cópias de artigos de periódicos técnico científicos, teses, dissertações, anais de congressos e parte de documentos quando autorizadas pela Lei de Direitos Autorais. (BIBLIOTECA, p. 9).

por Mestrado Acadêmico, Mestrado Profissional e Doutorado. Dentre as dissertações e teses que estão listadas nas páginas do programa, a grande maioria delas está disponível pela rede. Os resultados obtidos (excluindo-se os já obtidos nos Quadros 1 e 2) foram os seguintes:

**Quadro 3** – Resultados da busca de dissertações e teses na PUC-SP

Dissertações / teses	
1	ARAÚJO, Elpidio de. <b>A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas.</b> 2005. 154f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
2	SANTOS, Antônio dos. <b>Revisando as funções do 1º e 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento.</b> 2005. 117f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

A segunda universidade em que foi feita a busca foi a Universidade Cruzeiro do SUL (UNICSUL). O Programa de Pós-Graduação da UNICSUL possui apenas Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática com linha de pesquisa em Educação Matemática. Pelo fato do Programa de Pós-Graduação da UNICSUL ser muito recente, foram obtidos poucos resultados. Todas as dissertações estão disponíveis online, exceto aquelas que são muito recentes e ainda não foram disponibilizadas (segundo informações da Secretaria da Pró-Reitoria de Pós Graduação e Pesquisa da UNICSUL). Entretanto, não foram encontradas dissertações que interessam ao tema de pesquisa.

A terceira universidade em que foi feita a busca foi a Universidade de São Paulo (USP). O Programa de Pós-Graduação da USP é composto por Mestrado Acadêmico e Doutorado em Educação, com linhas de pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática. Comparando os dados obtidos pelo Sistema Integrado de Bibliotecas da USP com sua Biblioteca Digital de Teses e Dissertações foi constatado que apenas algumas dissertações estão disponíveis na Biblioteca Digital e também não foram encontradas dissertações e teses que interessam ao tema de pesquisa.

No total, foram obtidos 11 resultados relacionados ao tema equações no Ensino Médio. Entretanto, devido ao número excessivo de resultados, selecionamos os pertinentes ao nosso projeto. No grupo pudemos perceber que entre os trabalhos escolhidos, há 5 resultados relacionados ao uso de tecnologias. Um outro colega de grupo se interessou em analisá-las. As 6 restantes serão analisadas por nós e estão no **quadro 4**.

**Quadro 4** – Dissertações e teses escolhidas para análise

	Dissertações / teses
1	PEROTTI, Alberto Ramos. <b>O estudo da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais: Uma proposta alternativa de ensino</b> . 1999. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.
2	FREITAS, Ivete Mendes e. <b>Resolução de sistemas lineares parametrizados e seu significado para o aluno</b> . 1999. 79f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.
3	LIMA, Rosana Nogueira de. <b>Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas</b> . 1999. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.
4	AZEVEDO, Elizabeth Quirino de. <b>Ensino-Aprendizagem das Equações Algébricas Através da Resolução de Problemas</b> . 2001. 176f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2001.
5	FREITAS, Marcos Agostinho de. <b>Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio</b> . 2002. 137p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.
6	OLIVEIRA, Sílvio Barbosa de. <b>As Equações Diofantinas Lineares e o Livro Didático de Matemática para o Ensino Médio</b> . 2006. 102p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

Percebemos aqui, que a busca somente no Banco de Teses do site da Capes juntamente com as relações de dissertações e teses da revista Zetetiké possui sua eficiência para a cidade de São Paulo. Mesmo assim, ficamos em

duvida em relação á eficiência fora do Estado de São Paulo, pois utilizamos as ferramentas que estavam à nossa disposição.

Definimos assim quais dissertações foram escolhidas conforme os critérios estabelecidos. Passaremos a seguir para os procedimentos de análise.

### 1.3.2 2ª Etapa – Análise das dissertações e teses

Nesta etapa foi realizada a análise das obras por meio do modelo de fichamento usual no GPEA a seguir:

**Quadro 5** – Modelo de fichamento das dissertações e teses

SOBRENOME DO AUTOR (ANO)	
1	Título:
2	Autoria:
3	Ano de defesa:
4	Número de páginas:
5	Orientador:
6	Instituição:
7	Resumo: (escrito pelo autor da dissertação)
8	Objetivo: (escrever e localizar de acordo com a dissertação).
9	Metodologia: (escrever e localizar de acordo com a dissertação)
10	Fundamentação Teórica: (escrever e localizar de acordo com a dissertação)
11	Palavras-chave: (aparecem na dissertação)
12	Conclusão: (transcrição das partes da conclusão que respondem o objetivo proposto)
13	Referências bibliográficas: (indicar aquelas que se referem a autores citados no fichamento)

### 1.3.3 3ª Etapa – Metanálise qualitativa

Nessa etapa, realizamos o processo de metanálise qualitativa. Nela foram feitas a comparações dos resultados dos fichamentos, buscando respostas às

questões de pesquisa. Criamos quadros em que fizemos comparações entre: objetivos, referenciais teóricos, teórico-metodológicos e resultados, com a intenção de verificar quais as convergências e divergências foram obtidas, apontado assim, caminhos para novos trabalhos sobre o assunto e indicações para o ensino de Equações no Ensino Médio.

## Capítulo 2

### ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES E TESES

Neste capítulo será feita a análise através do fichamento de cada uma das 6 dissertações e teses escolhidas utilizando-se do modelo de fichamento conforme mostrado no capítulo anterior. Esta etapa tem o intuito de organizar os dados coletados para as posteriores comparações que serão feitas no capítulo seguinte. Colocamos citações dos próprios autores de forma a obter elementos para a posterior comparação.

#### 2.1 Freitas (1999)

1	Título: Resolução de sistemas lineares parametrizados e seu significado para o aluno
2	Autoria: FREITAS, Ivete Mendes.
3	Ano de defesa: 1999
4	Número de páginas: 79
5	Orientador: Sílvia Dias Alcântara Machado
6	Instituição: PUC-SP
7	<p>Resumo:</p> <p>Os sistemas lineares parametrizados são amplamente utilizados na álgebra linear. Sua primeira aprendizagem se dá no 2º grau, no entanto, algumas pesquisas indicam a dificuldade apresentada por alunos do 3º grau quando da interpretação das soluções desse tipo de sistema. Esta pesquisa objetivou diagnosticar o sentido que alunos do final do 2º grau dão as soluções desse tipo de sistema, através de questões sobre a relação que estabelecem entre a solução de um dado sistema, de no máximo 3 incógnitas, e sua representação gráfica. As conclusões apontam a necessidade de se desenvolver o ensino desse tópico, dando ênfase as representações gráficas e as conversões entre o registro gráfico e algébrico, a fim de atribuir um significado as soluções dependentes de parâmetros. (FREITAS, 1999, p. 5)</p>

8	<p><b>Objetivo:</b></p> <p>“Defini como objetivo de minha pesquisa proceder a um diagnóstico sobre a interpretação que alunos do 2ª grau dão às soluções de um sistema de equações lineares parametrizados”. (FREITAS, 1999, p. 10).</p>
9	<p><b>Metodologia:</b></p> <p>“A metodologia se baseia em princípios da Engenharia Didática”. (FREITAS, 1999, p. 7)</p> <p>Inicialmente fiz um estudo da gênese do conceito de sistemas lineares parametrizados, a fim de estabelecer o processo de formação desse conceito no que diz respeito à sua elaboração histórica.</p> <p>Também examinei três livros didáticos de 2º grau, para verificar como o assunto é abordado.</p> <p>Durante todo o tempo da realização deste trabalho tenho feito uma pesquisa bibliográfica do assunto.</p> <p>Elaborei uma análise a priori, apoiada nos quadros teóricos da Didática da Matemática.</p> <p>Com base na análise a priori, preparei um questionário para os alunos, já aplicado e analisado.</p> <p>Na conclusão dessa pesquisa, após a análise a posteriori, aponto para algumas sugestões sobre os sistemas lineares. (FREITAS, 1999, p. 23)</p>
10	<p><b>Fundamentação Teórica:</b></p> <p>Esta pesquisa foi elaborada com base em elementos teóricos que fundamentam pesquisas em Didática Matemática e em alguns trabalhos de pesquisadores que abordam o tema. A noção de registros de representação de Raymond Duval, orientou-me com relação à elaboração do questionário a ser respondido pelos alunos e fundamentou as sugestões apontadas pela pesquisa para o ensino/aprendizagem de equações. (FREITAS, 1999, p. 11).</p>
11	<p><b>Palavras-chave:</b> Conversão entre registros de representação, sistemas lineares parametrizados, parâmetros, incógnitas</p>
12	<p><b>Conclusão:</b></p> <p>Foi possível concluir que o reconhecimento de uma reta associada a uma equação é feito basicamente por atribuição de valores às variáveis, conforme mostra a análise a posteriori. Esse procedimento se mostra falho, já que o índice de acerto nas questões que exigiam essa associação foi extremamente baixo. (FREITAS, 1999, p. 73).</p> <p>O que se observou na pesquisa é que o aluno não recorre aos conceitos de coeficiente angular e linear, isto é, não observa as características dos gráficos: crescente ou decrescente, passa ou não pela origem. O aluno não discrimina essas variáveis pertinentes e não percebe as variações correspondentes na escrita algébrica: coeficiente angular positivo (<math>a</math> da reta <math>y = ax + b</math>) implica em reta crescente e coeficiente angular negativo implica em reta decrescente, ou ainda <math>b = 0</math> passa pela origem e <math>b \neq 0</math> não passa. (FREITAS, 1999, p. 73).</p> <p>Os resultados da pesquisa mostram, também, que a maior parte dos alunos que responderam ao questionário não estabelece uma relação entre o número de soluções do sistema e os pontos de intersecções das retas que o representam. Isso pode estar acontecendo devido ao enfoque dado aos sistemas lineares, principalmente no 2º grau. A análise dos livros didáticos atualmente em uso nas escolas mostrou que, no 2º grau, a representação gráfica é praticamente inexistente. (FREITAS, 1999, p. 74).</p>

13	<p>Referências bibliográficas:</p> <p><b>ARTIGE</b>, M. Epistémologie e didactique. Cahier DIDIREM nº 3, IREM e Paris, França, Juin 1989</p> <p><b>DIAS</b>, M. A. Les problèmes d'articulation entre points de vue «cartésien» et «paramétrique» dans l'enseignement de l'algèbre linéaire, Université de Paris VII – Denis Diderot, 1998.</p> <p><b>DOUADY</b>, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques – Université Paris VII, 1984</p> <p><b>DUVAL</b>, R. As representações gráficas: Funcionamento e condições de sua aprendizagem. Tradução do pré-print fornecido pelo autor. Schwarz e Sílvia Machado, 1996.</p>
----	--

## 2.2 Lima (1999)

1	Título: Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas.
2	Autoria: LIMA, Rosana Nogueira de.
3	Ano de defesa: 1999
4	Número de páginas: 155
5	Orientador: Saddo Ag Almouloud
6	Instituição: PUC-SP
7	<p>Resumo:</p> <p>Este trabalho teve por objetivo estudar métodos geométricos e algébricos de resolução de equações de terceiro grau, observando as vantagens e desvantagens de cada um.</p> <p>Para isso, construímos uma seqüência didática, enfatizando o método geométrico de Omar Khayyam, matemático árabe do século XII. Foi feita uma pesquisa histórica, e este método foi escolhido por utilizar o quadro geométrico, quadro este pouco explorado em sala de aula. Utilizamos, também, na seqüência, a fórmula de Cardano e o dispositivo de Briot-Ruffini para resolver equações cúbicas.</p> <p>Aplicamos nossa seqüência a dois grupos. O primeiro, formado por quatro alunos do curso de Ciência da Computação da PUC-SP. O segundo, formado por alunos da terceira série do Ensino Médio, do Colégio Vera Cruz; no início, contávamos com 32 alunos, ao final, eles eram em número de 6. A abstenção, ao final da aplicação, se deve, principalmente, à época em que a seqüência foi aplicada.</p> <p>Com resultados obtidos, vemos que o quadro geométrico dificilmente é usado pelos alunos ao tentar resolver um problema. O método de Omar Khayyam foi considerado o mais prático deles, pois pode ser usado para qualquer equação cúbica. A fórmula de Cardano causa problemas aos alunos que não conhecem números complexos e o dispositivo de Briot-Ruffini só pode ser usado quando a equação que se quer resolver tem uma raiz inteira.</p> <p>Os alunos perceberam, também, que podem escolher que caminho seguir, para resolver uma equação de terceiro grau, dependendo de seus coeficientes. Além disso, o quadro geométrico, agora, é levado em consideração. (LIMA, 1999, p. resumo)</p>

8	<p><b>Objetivo:</b></p> <p>A meta de nosso trabalho é construir e aplicar uma seqüência didática visando o estudo de algumas formas de resolução de equações de terceiro grau, destacando a idéia do método geométrico sistematizado pelo matemático árabe Omar Khayyam. Este método consiste em transformar uma equação de terceiro grau em outra formada por duas cônicas. Ele foi escolhido porque possibilita jogo de quadros e mudança de registros, além de utilizar o quadro geométrico, a nosso ver pouco explorado atualmente em livros didáticos. (LIMA, 1999, p. 34)</p>
9	<p><b>Metodologia:</b></p> <p>Iniciamos com uma pesquisa histórica, procurando os diferentes métodos de resolução de cúbicas descobertos por matemáticos através dos tempos; quais as necessidades de cada época para que se procurasse um processo de resolução para este tipo de equação e se teríamos interesse em trazer para a sala de aula alguns desses métodos. (LIMA, 1999, p. 8)</p> <p>Um estudo de manuais didáticos é necessário para observarmos como neles se apresentam as equações de terceiro grau, se há algum estudo específico para tal, ou se elas estão associadas ao estudo de equações de grau qualquer. Analisamos também as propostas curriculares do Estado de São Paulo, procurando comparar a maneira de ensino aconselhada ali com a apresentação do tema em livros didáticos usados nas escolas. (LIMA, 1999, p. 8)</p> <p>[A]plicamos um questionário inicial, a partir do qual verificamos o saber dos alunos nestes dois ramos e procuramos entender seus conhecimentos espontâneos, caso eles não tenham tido uma aprendizagem de cônicas e equações cúbicas. Este questionário é aplicado a alunos de primeiro e segundo anos de terceiro grau, cursando Matemática, Ciência da Computação e Engenharia. (LIMA, 1999, p. 8 e 9).</p> <p><b>“Para analisar os dados colhidos, utilizamos os softwares estatísticos Chic e Chadoc, estudando análises multidimensionais”. (LIMA, 1999, p. 9)</b></p> <p>Para fazermos uso da idéia do método de Omar Khayyam, iniciamos com o desenvolvimento e a aplicação de uma seqüência didática, para introduzir o conceito de curvas cônicas antes de apresentarmos uma abordagem para cúbicas. Como meio de resolução geométrico, usaremos o software Cabri-géomètre. (LIMA, 1999, p. 10).</p> <p>Esta seqüência se inicia com a construção de cada uma das cônicas através de suas respectivas propriedades geométricas em Cabri-géomètre, para que o aluno veja a definição destas curvas em termos de distâncias, seguida por um exercício algébrico, fazendo uso das mesmas propriedades. (LIMA, 1999, p. 10)</p> <p>Como seqüência didática para cúbicas, usamos Cabri-géomètre para colocar em prática o método de Omar Khayyam e utilizamos alguns métodos algébricos da história para uma comparação de resultados, tentando compreender suas diferenças, semelhanças e facilidades. (LIMA, 1999, p. 10)</p> <p>Como complemento geométrico, é nosso interesse usar o “Construtor Universal de Equações” descrito por d’Alembert na Enciclopédia de Diderot, que resolve equações quaisquer de grau <math>n</math>, pois este recurso nos auxiliará a apresentar o registro gráfico de uma equação de terceiro grau. (LIMA, 1999, p. 10)</p>

10	<p><b>Fundamentação Teórica:</b></p> <p>Baseamos a construção de nossa seqüência didática, em aspectos teóricos como: dialética ferramenta-objeto e o jogo de quadros de Régine Douady, a transposição didática de Yves Chevallard, os registros de representação de Raymund Duval e o conceito de contrato didático de Guy Brousseau. (LIMA, 1999, p. 2).</p>
11	<p><b>Palavras-chave:</b> Equação de terceiro grau, Cônicas, Cabri-géomètre</p>
12	<p><b>Conclusão:</b></p> <p>Os exercícios de nossas atividades mostram que os métodos de resolução de equações, apresentados em livros didáticos, nem sempre trazem resultados satisfatórios, isto é, nem sempre levam os alunos a encontrar as raízes reais de uma equação dada. Porém, este fato não é suficiente para garantir que nossos resultados sejam alcançados, se a seqüência for aplicada a qualquer sala de aula. A postura do professor em sala de aula influi para que os alunos tenham condições de perceber as vantagens e desvantagens de cada método de resolução usado. (LIMA, 1999, p. [99/100]<sup>4</sup>).</p> <p>Notamos, também, a forte influência que o quadro algébrico tem sobre os alunos que estudaram nossa seqüência, isto é, eles parecem presos a este quadro e tendem a resolver qualquer problema apenas por meios algébricos. Além disso, o quadro geométrico é deixado de lado, raramente usado. (LIMA, 1999, p. 101).</p> <p>Quanto à seqüência, ela nos mostra alguns problemas relacionados a números complexos e mesmo à resolução de equações de terceiro grau pelos métodos aprendidos com as abordagens presentes em livros didáticos. Vemos a dificuldade que os alunos têm de construir o gráfico de uma função de terceiro grau, até mesmo de reconhecer sua forma. Podemos supor que o fato se deve ao estudo, provavelmente, insuficiente ou debilitado de equações específicas de terceiro grau. (LIMA, 1999, p. 101 e 102).</p>
13	<p><b>Referências bibliográficas:</b></p> <p>BROUSSEAU, Guy. <b>“Os diferentes papéis do professor”</b>, In: Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas. Organizadoras: Cecília Parra e Irma Saiz, Editora Artes Médicas – Porto Alegre - RS, 1996,páginas 48 a 73.</p> <p>DOUADY, Régine. <b>Un procesus d’apprentissage du concept d’aire de surface plane</b>. Educational Studies in Mathematics, vol 20, nº 4, 1989, páginas 387 a 424.</p> <p>DOUADY, Régine. <b>Des apports de la didatique des mathematiques a l’enseignement</b>. In: REPERES – IREM número 6, janeiro/1992, páginas 132 a 158.</p> <p>DUVAL, R. <b>Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée</b>. IREM de Strasbourg, nº 5, 1993, página 37 a 65.</p>

<sup>4</sup> Página sem numeração. Na dissertação a página está entre a 99 e a 100.

### 2.3 Perotti (1999)

1	Título: O estudo da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais: Uma proposta alternativa de ensino
2	Autoria: PEROTTI, Alberto Ramos.
3	Ano de defesa: 1999
4	Número de páginas: 134
5	Orientador: Tânia Maria Mendonça Campos
6	Instituição: PUC-SP
7	<p>Resumo:</p> <p>O objetivo desta pesquisa é apresentar uma seqüência didática que possibilite aos alunos a aprendizagem da equação da reta com ênfase no conceito de coeficiente angular, calculado pela taxa de variação.</p> <p>Para atingir o objetivo proposto consideramos três hipóteses. Em primeiro lugar, a seqüência deve ser iniciada por questões contextualizadas, isto é, a partir de situações-problema. Em segundo lugar, a seqüência deve partir do conceito de grandezas diretamente proporcionais, por ser esta uma idéia simples e provavelmente do domínio dos alunos. Em terceiro lugar, o coeficiente angular deve ser trabalhado por meio da taxa de variação <math>\frac{\Delta y}{\Delta x}</math>, o que facilita a sua determinação.</p> <p>O desenvolvimento do trabalho foi baseado na Teoria das Situações de Guy Brousseau. Sua aplicação se deu no Núcleo de Educação e Cultura de Mogi das Cruzes contando com a participação de 14 alunos, sendo 8 do 1º Colegial e 6 do 2º Colegial.</p> <p>Os alunos participaram com entusiasmo de todas as atividades e ao final responderam o questionário de avaliação com alto índice de acertos. Consideramos então que os resultados obtidos foram satisfatórios e nos levam a indicar o estudo da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais com ênfase na taxa de variação para determinar o coeficiente angular, como uma proposta alternativa de ensino para este conteúdo. (PEROTTI, 1999, resumo)</p>
8	<p>Objetivo:</p> <p>[...] o objetivo do nosso trabalho é a construção de uma seqüência didática que possibilite aos alunos a aprendizagem da equação da reta com ênfase no conceito de coeficiente angular, calculado pela taxa de variação. (PEROTTI, 1999, p. 1)</p>
9	<p>Metodologia:</p> <p>Depois do estudo da Teoria das Situações Didáticas, partimos para uma análise do problema. Buscando conhecer como a equação da reta é ensinada pelos professores, em sala de aula e qual a concepção dos alunos a respeito do assunto, fizemos um breve estudo da Transposição Didática que constou: primeiro, de uma análise de três livros didáticos de bastante penetração no ensino médio e segundo, da aplicação de um teste a alunos que já haviam aprendido a equação da reta para avaliar a concepção que tinham deste conteúdo. (PEROTTI, 1999, p. 1 e 2).</p> <p>A parte central do trabalho, a Seqüência Didática, é constituída de seis atividades. A primeira envolve grandezas proporcionais, a segunda, estuda a reta da forma <math>y = ax</math>, a terceira analisa a equação reduzida</p>

	<p><math>y = ax + b</math>, a quarta trabalha a equação geral <math>ax + by + c = 0</math>, a quinta apresenta a equação segmentária <math>\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1</math><sup>5</sup>. (PEROTTI, 1999, p. 2)</p> <p>A seqüência didática [...] foi elaborada com o propósito de estudar a equação da reta em suas diferentes formas, a partir da idéia de grandezas diretamente proporcionais, procurando mostrar que os aspectos numéricos e gráficos deste conteúdo convivem de modo natural, um dando suporte ao outro. (PEROTTI, 1999, p. 50)</p> <p>“O trabalho de aplicação foi feito no Núcleo de Educação e Cultura de Mogi das Cruzes e teve a participação de 14 alunos, sendo 8 do 1º Colegial e 6 do 2º Colegial.” (PEROTTI, 1999, p. 50)</p> <p>As cinco primeiras atividades foram desenvolvidas em sala de aula, com as duplas trabalhando isoladamente, sob a observação do pesquisador e de um dos professores da sala. Estes anotaram algumas estratégias, procedimentos e justificativas adotadas pelos estudantes no decorrer do trabalho. A 6ª atividade, composta somente de exercícios, foi resolvida pelas mesmas duplas, mas fora do ambiente de sala de aula. (PEROTTI, 1999, p. 50)</p> <p>Em todas as atividades procuramos obedecer as seguintes etapas: na primeira fase, ação, os alunos atuando em duplas discutiam suas escolhas e decisões sobre as ações; na segunda fase, formulação, os alunos trocavam as informações entre os pares. Aqui os alunos redigiam explicitando as ferramentas utilizadas; na terceira fase, validação, os alunos tratavam de dar seus resultados, mostrar porque a solução encontrada era verdadeira, um debate coletivo se estabelecia; na quarta fase, institucionalização, o professor fazia um fechamento do que havia sido estudado e apresentava conteúdo com estatuto de saber matemático. (PEROTTI, 1999, p. 50)</p> <p>É fundamental, em qualquer situação didática, uma análise a "priori", na qual o pesquisador faz uma previsão daquilo que, no seu modo de ver, pode ocorrer em função da situação que ele criou. Posteriormente esta previsão vai ser comparada com os resultados obtidos nas atividades, na análise a "posteriori". (PEROTTI, 1999, p. 51)</p>
10	<p>Fundamentação Teórica:</p> <p>“O quadro teórico escolhido é a teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau.” (PEROTTI, 1999, p. 1)</p> <p>“[...] estaremos considerando para a elaboração de nossa seqüência [didática], um dos modelos aproximativos de aprendizagem definido por CHARNAY (1996).” (PEROTTI, 1999, p. 49)</p>

<sup>5</sup> Na verdade a equação segmentária ao qual o autor se refere é  $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$  conforme verificado nas atividades.

11	Palavras-chave: equação da reta, coeficiente angular, taxa de variação
12	<p>Conclusão:</p> <p>O que podemos seguramente garantir é que houve uma preferência efetiva pelo método de ensino que foi utilizado, em detrimento do modelo tradicional de aulas expositivas. Os alunos participavam ativamente, das atividades. Percebemos que à medida que o trabalho caminhava, mais engajado se tornava o grupo. (PEROTTI, 1999, p. 120 e 121)</p> <p>Um comportamento adotado pelos alunos, que apóia nossa afirmativa aconteceu na fase das questões descontextualizadas, quando o desempenho foi bastante favorável e pudemos notar que alguns já não percebiam que as questões estavam integralmente no contexto da Matemática formal. (PEROTTI, 1999, p. 121)</p> <p>Na Atividade 1, que explorava as grandezas diretamente proporcionais, visando inicialmente os aspectos qualitativos deste conteúdo, houve uma relativa facilidade, por parte dos alunos, em identificar grandezas direta ou inversamente proporcionais, embora alguns erroneamente tenham considerado o lado e a área de um quadrado como sendo grandezas diretamente proporcionais, o mesmo acontecendo com a aresta e o volume do cubo. Nossa explicação para isso encontra-se no fato deles não perceberem a variação uniforme que as grandezas devem apresentar, uma em relação à outra, para serem diretamente proporcionais. (PEROTTI, 1999, p. 121 e 122)</p> <p>De fato ficou claro, nas fases de formulação e validação, que o trabalho explorando as mudanças do registro numérico, representado pelas tabelas, para o registro gráfico, norteou em muito nossos alunos no sentido de dar-lhes oportunidade de relacionar grandezas diretamente proporcionais, com a representação gráfica de uma reta que passa sempre pela origem o que já não acontece nos casos do quadrado e do cubo. Defendemos portanto, com base nesta experiência, que é preciso enfatizar desde o início a representação gráfica de grandezas proporcionais. No entanto isto em geral não acontece, uma vez que normalmente os professores costumam preparar suas aulas nos conteúdos propostos nos livros didáticos e estes, freqüentemente, não representam graficamente estas grandezas. Quando este conteúdo é ensinado o alunos ainda não conhecem o sistema cartesiano. (PEROTTI, 1999, p. 122)</p> <p>A atividade 5, que estudava a reta na forma segmentária, <math>\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1</math>, acarretou grande número de dificuldades quando envolvia interceptos com coordenadas negativas. Estas dificuldades foram maiores ainda quando consideramos coordenadas fracionárias, na atividade 6. Não podemos deixar de comentar este aspecto, toda vez que escolhemos números negativos ou fracionários, os erros aumentam consideravelmente. As dúvidas foram esclarecidas na fase do debate, mas sentimos que em novas oportunidades elas poderão ainda aparecer. (PEROTTI, 1999, p. 124)</p>
13	<p>Referências bibliográficas:</p> <p>BROUSSEAU, Guy. <i>Theory of Didactical Situations in Mathematics</i>, Londres: Kluwer. 1997, 297p.</p> <p>CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, Cecília, SAIZ, Irma, <i>Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas</i>. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996; Cap 3, p. 36-47.</p>

## 2.4 Azevedo (2002)

1	Título: Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas
2	Autoria: AZEVEDO, Elizabeth Quirino de.
3	Ano de defesa: 2002
4	Número de páginas: 176
5	Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic.
6	Instituição: UNESP - Rio Claro
7	<p>Resumo:</p> <p>Este trabalho tem como tema central de investigação o ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas. Nesta abordagem buscaram-se respostas para a questão de seu ensino no final do 3º ano do Ensino Médio. O estudo levou a um aprofundamento teórico de temas como: o ensino-aprendizagem da matemática, a matemática necessária para um trabalho com equações algébricas e uma metodologia de ensino-aprendizagem da matemática através de resolução de problemas. Na pesquisa de campo a coleta de dados utilizou-se de entrevistas, questionário, análise de documentos legais, análise de livros didáticos e não didáticos. (AZEVEDO, 2002, p. vii)</p>
8	<p>Objetivo:</p> <p>Minha intenção era a de chegar a uma proposta de trabalho, para a sala de aula, desde que fosse constatada a importância do ensino-aprendizagem de matemática das equações algébricas no fim do 3o ano do Ensino Médio. (AZEVEDO, 2002, p. 2)</p> <p>[...] para o caso específico das equações algébricas, tópico “ensinado” no final do 3o ano do Ensino Médio nas escolas públicas, chamou-nos a atenção o fato de o assunto não fazer parte do currículo de muitas escolas e, se trabalhado, o “ensino” fosse feito de forma muito superficial. Fica então a indagação: Para quê? Por que o assunto não é levado a sério no Ensino Médio? Por que em algumas escolas não consta do currículo? Por que continua a fazer parte dos conteúdos apresentados nos livros didáticos para o Ensino Médio? (AZEVEDO, 2002, p. 12)</p> <p>Pretendemos focar a sala de aula, verificando a importância do “ensino” das equações algébricas, no Ensino Médio. Se constatada a importância desse tópico, apresentaremos uma proposta de trabalho a partir do Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas. (AZEVEDO, 2002, p. 47)</p>
9	<p>Metodologia:</p> <p>“Este trabalho segue a metodologia de Thomas A. Romberg.” (AZEVEDO, 2002, p. 1)</p> <p>[...] selecionamos o presente procedimento:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 – buscar nas Secretarias de Estado de Mato Grosso do Sul e São Paulo, documentos legais em que constem as atuais reformas educacionais no Ensino de Matemática, visando ao trabalho com Equações algébricas</li> <li>2 – fazer análise de livros didáticos publicados a partir da década de 40 para verificar como o trabalho com as equações algébricas se apresenta nas diferentes edições</li> </ol>

	<p>3 – buscar na literatura antiga e recente, tanto nacional quanto estrangeira, assuntos ligados às equações algébricas e seu ensino</p> <p>4 – aplicar entrevistas e questionário:</p> <p>a) Entrevistar professores do Ensino Médio de escolas públicas de Várzea Grande e Cuiabá, M.T. e escolas particulares de Rio Claro, S.P;</p> <p>b) entrevistar professores universitários da UFMT, Cuiabá, M.T. e da UNESP de Rio Claro, S.P;</p> <p>c) entrevistar autores de livros didáticos a fim de conhecer seus trabalhos com equações algébricas</p> <p>d) entrevistar pesquisadores em Educação Matemática da UNESP;</p> <p>e) aplicar questionário a alunos do Ensino Médio, em final de curso, de escolas públicas e particulares de Mato Grosso, M.T. e rio Claro, S.P., visando ao reconhecimento de trabalho feito em álgebra e, em especial, equações algébricas;</p> <p>5 – apresentar a metodologia se ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, visando a sala de aula.</p> <p>6 – a criação de um projeto diferenciado de trabalho em ensino-aprendizagem de equações algébricas, no Ensino Médio. (AZEVEDO, 2002, p. 50 e 51)</p>
10	Fundamentação Teórica: não encontrada
11	Palavras-chave: ensino-aprendizagem de algébricas, ensino-aprendizagem de equações algébricas, resolução de problemas, metodologia de pesquisa de Romberg, título.
12	<p>Conclusão:</p> <p>Analisando os programas de escolas pesquisadas, professores universitários, educadores e autores de livros didáticos, pudemos perceber quão pouca importância tem sido dada ao ensino de equações algébricas no Ensino Médio.</p> <p>Observamos que, na maioria das escolas públicas não se dá atenção a esse tópico por motivos que vão desde o desconhecimento de sua importância até à desconsideração do tema. Esse fato se confirma na fala de professores que entrevistamos. (AZEVEDO, 2002 p. 114)</p>
13	<p>Referências bibliográficas:</p> <p>ROMBERG, T. A. Perspectives on Scholarship and Research Methods. In: <b>HANDBOOK of Research on Mathematics teacher and Learning</b>. New York, NCTM, 1992, p. 49-64.</p>

## 2.5 Freitas (2002)

1	Título: Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio
2	Autoria: Freitas, Marcos Agostinho de.
3	Ano de defesa: 2002
4	Número de páginas: 146
5	Orientador: Anna Franchi
6	Instituição: PUC-SP

7	<p><b>Resumo:</b></p> <p>Esta pesquisa estuda aspectos relativos aos procedimentos de resolução de equações do 1º grau utilizados por alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola particular de São Paulo. De modo mais específico, refere-se aos erros relacionados aos aspectos conceituais e aos métodos de resolução destas equações. A pesquisa consistiu da aplicação de um instrumento investigativo contendo 24 equações do primeiro grau, com coeficiente inteiros, e entrevistas com esses alunos. A análise dos procedimentos corretos e incorretos de resolução revelou uma forte influência da mecanização de técnicas associadas à utilização de frases como: “isolar o x”, “passar e mudar o sinal”. Ao analisar os erros dos alunos, este estudo procura apontar caminhos para novas abordagens sobre os métodos de resolução de equações no ensino fundamental e médio. (FREITAS, 2002, p. 1 [Resumo])</p>
8	<p><b>Objetivo:</b></p> <p>Como os alunos do ensino médio se comportam frente ao processo de resolução de uma equação? O método simplificado de transposição de termos, geralmente utilizado por esses alunos, como veremos no capítulo a seguir, tem sido utilizado eficientemente e com clareza quanto aos critérios válidos de transformações de uma equação em outras equações equivalentes?</p> <p>Como entender os erros dos alunos tanto os mais diretamente relacionados aos aspectos conceituais, como aqueles que podem ser vistos mais diretamente relacionados aos métodos de resolução? Como os alunos aplicam as técnicas e quais suas justificativas para estas aplicações?</p> <p>Ao responder a estas e a outras perguntas, pretendemos, com este estudo, indicar algumas direções para repensar o ensino da álgebra escolar, especificamente, as resoluções das equações do primeiro grau. (FREITAS, 2002, p. 3)</p>
9	<p><b>Metodologia:</b></p> <p>[...] optamos pela aplicação de um instrumento-diagnóstico seguido da realização de entrevistas.</p> <p>Para avaliar a pertinência do problema de pesquisa proposto, realizamos um “estudo piloto” que consistiu na aplicação de um instrumento provisório para o levantamento dos erros. Este estudo constatou dificuldades importante manifestadas pelos alunos e orientou a realização do instrumento definitivo.</p> <p>Como ponto de partida para a investigação dos erros, assumimos a posição descrita (retratada) na fundamentação teórica.</p> <p>Neste capítulo caracterizamos o locus de investigação e discutiremos as etapas acima mencionadas. (FREITAS, 2002, p. 34)</p>
10	<p><b>Fundamentação Teórica:</b></p> <p>Este item aborda várias concepções da álgebra que fundamentam o estudo, sem perder de vista o enfoque sobre as resoluções das equações. As concepções como: aritmética generalizada; o estudo das funções; estudo das estruturas abstratas e dos cálculos, e procedimentos para resolver equações, são abordadas por Kieran (1992, 1994), Usiskin (1994), James Kaput (1996) e John Mason (1996) entre outros autores. (FREITAS, 2002, p. 9)</p> <p>Utilizaremos, para organizar essa análise, os pressupostos descritos por Lemoyne, Conne e Brun (1993), conforme Matz (1980) e sua proposta para uma tipologia de erros em álgebra. (FREITAS, 2002, p. 60)</p>

11	Palavras-chave: equações; procedimentos de resolução; erros.
12	<p>Conclusão:</p> <p>Foram apontadas dificuldades relativas às resoluções das equações algébricas, relacionadas às técnicas de transposições dos termos em <math>x</math> e dos termos independentes. Em geral, os erros cometidos pelos alunos estão associados à transposição desses termos, sem a alteração do sinal, e o número de erros em transpor os termos em <math>x</math> foi praticamente igual aos cometidos na transposição dos termos independentes, o que evidencia que não há grandes diferenças entre essas transposições. Isto contradiz a hipótese inicial que atribui as dificuldades dos alunos na resolução de equações, à passagem da aritmética para a álgebra, ou seja, no período de transição das equações aritméticas para as algébricas. (FREITAS, 2002, p. 111)</p> <p>[Quase] todos os [...] alunos utilizaram o mesmo método de transposição de termos, sem aplicação explícita dos princípios aditivo e multiplicativo da igualdade. Os problemas levantados pela utilização desse método de resolução, [...] está na utilização e memorização de uma frase [...] que é “passa e muda o sinal”. (FREITAS, 2002, p. 112)</p> <p>Este terceiro ponto revela os problemas que as frases ou expressões – utilizadas pelos alunos, tais como: “isolar o <math>x</math>”; ou “se está multiplicando, passa dividindo”; e “passa e muda o sinal”; para justificarem os procedimentos de resoluções – provocam no domínio de entendimento dos alunos em relação aos métodos de resoluções. (FREITAS, 2002, p. 115)</p> <p>Em geral, quando o aluno utiliza a expressão “isolar o <math>x</math>” para justificar as transformações que faz sobre as equações, ele não tem clareza sobre os critérios que permitem distinguir os procedimentos corretos que podem ser usados para, de fato, isolar a incógnita <math>x</math>. O aluno simplesmente “isola” a incógnita realizando qualquer operação. (FREITAS, 2002, p. 115)</p> <p>O sinal de igual não é entendido como uma equivalência entre os membros de uma equação e isto pode indicar que os alunos não sentem necessidade de operar em ambos os termos da equação. Em virtude de não atribuir significado ao algoritmo que aplicam (transposição dos termos), os alunos, em geral, não conseguem interpretar se o valor obtido é solução da equação, e quando solicitados a comprovar este valor, ou eles tentam refazer os cálculos, ou justificam o resultado encontrado através da explicação das regras que utilizaram. (FREITAS, 2002, p. 117)</p> <p>O zero é um problema para os alunos, tanto nas equações onde ele é solução (<math>ax = 0</math>), como nas equações sem solução (<math>0x = b, b \neq 0</math>). Isto está relacionado ao problema da divisão do número zero por um outro número e da indeterminação da divisão por zero. (FREITAS, 2002, p. 117)</p> <p>Apesar desta constatação, relacionada ao número zero, neste trabalho não aprofundamos este aspecto pois isto fugiria, de alguma forma, à problemática desse estudo que é compreender a natureza dos erros relacionados às equações do 1º grau. (FREITAS, 2002, p. 117)</p>

13	<p>Referências bibliográficas:</p> <p>KIERAN, C. <i>The Learning and Teaching of School Algebra</i>. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (NCTM-cap. 17<sup>o</sup>). Université du Québec: Montreal, 1992.</p> <p>KIERAN, C. <i>Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra</i>. As idéias da álgebra. Org. Arthur F. Coxford e Alberto P. Shulte. N:C:T:M. (1988) Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.</p> <p>KAPUT, James. J. <i>Una línea de investigación que sustente la reforma del álgebra</i>. UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, N<sup>o</sup> 9 (p. 85-97). Barcelona, 1996.</p> <p>LEMOYNE, G., CONNE, F., BRUN, J. <i>Du traitement des formes a celui des contenus d'écritures letterales: Une perspective d'enseignement introductif de l'algebre</i>. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol.13, n<sup>o</sup> 3, p.333-384. Éditions La Pennsée Sauvage, 1993.</p> <p>MASON, J. <i>El futuro de la aritmética y del álgebra: utilizar el sentido de generalidad</i>. UNO – Revista de Didáctica de las Matemáticas, n<sup>o</sup> 9 (p.15-22). Barcelona, 1996.</p> <p>USISKIN, Z. <i>Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis</i>. As idéias da Álgebra. (org.) Arthur F. Coxford e Alberto P. Shulte. N:C:T:M. (1988) tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994</p>
----	--

## 2.6 Oliveira (2006)

1	Título: Equações Diofantinas Lineares e o Livro Didático para o Ensino Médio
2	Autoria: OLIVEIRA, Sílvio Barbosa de.
3	Ano de defesa: 2006
4	Número de páginas: 101
5	Orientador: Sílvia Dias Alcântara Machado
6	Instituição: PUC-SP
7	<p>Resumo:</p> <p>Neste trabalho apresento um estudo qualitativo sobre a abordagem dada pelo livro didático do Ensino Médio ao tema “equações diofantinas lineares”. Por meio de uma análise de conteúdo, segundo Bardin (1977), busquei o assunto em sua forma explícita e implícita em duas coleções de Matemática para o Ensino Médio, aprovadas no último PNLEM. Embora a Teoria Elementar dos Números venha sendo tratada por pesquisadores de Educação Matemática, como Campbell e Zazkis (2002), como assunto propício para a introdução e desenvolvimento de idéias matemáticas fundamentais, no Ensino Básico, os resultados desta investigação indicam a pouca exploração do assunto por parte das coleções analisadas. (OLIVEIRA, 2006, p. 7)</p>

8	<p>Objetivo:</p> <p>Isso posto, adequiei as questões anteriores a fim de torná-las específicas viabilizando, assim, minha pesquisa:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Os documentos oficiais sobre o Ensino Médio consideram aspectos da Teoria Elementar dos Números, mais especificamente das equações diofantinas lineares?</li> <li>▪ Os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio abordam as equações diofantinas lineares e/ou situações que sugiram, para sua solução, o uso de conhecimentos sobre resolução de equações diofantinas lineares?</li> </ul> <p>Estas questões determinaram meu objetivo de pesquisa que é o de investigar se e como é abordado o tema “equações diofantinas lineares” em livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio. (OLIVEIRA, 2006, p. 16 e 17)</p>
9	<p>Metodologia:</p> <p>“Para responder à questão desta pesquisa, analisei os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio segundo o método de Análise de Conteúdo descrito por Bardin (1977).” (OLIVEIRA, 2006, p. 39)</p> <p>Esta pesquisa tem como objetivo investigar se o objeto do saber, equações diofantinas lineares, é considerado um objeto de ensino nos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio. Essa investigação embasou-se na visão qualitativa de pesquisa e utilizou o método de Análise de Conteúdo descrita por Bardin (1977) para alcançar o seu objetivo. (OLIVEIRA, 2006, p. 40)</p>
10	<p>Fundamentação Teórica:</p> <p>“Contemplo os estudos a respeito da Teoria Elementar dos Números de Campbell e Zazkis (2002), Ferrari (2002), além de artigos de membros do grupo de pesquisa Educação Algébrica e de Guzmán (1992).” (OLIVEIRA, 2006, p. 18)</p> <p>Dessa forma, o livro didático é um forte indicador dos saberes que são considerados importantes para serem ensinados. O que me remete à questão da Transposição Didática, acima mencionada por Pires, e que é tratada de forma profunda por Chevallard (1991) em sua teoria da “Transposição Didática”.</p>
11	<p>Palavras-chave: Teoria Elementar dos Números, equações diofantinas lineares, livro didático, Ensino Médio, educação algébrica.</p>
12	<p>Conclusão:</p> <p>“Concluo, portanto, que não há qualquer referência ao objeto do saber "equações diofantinas lineares" feita tanto nos PCNEM como nos PCN+, ou seja, esse assunto não é considerado um objeto de ensino pelos autores desses documentos.” (OLIVEIRA, 2006, p. 91)</p> <p>“Dessa forma, concluo que o objeto do saber "equações diofantinas lineares" não é considerado objeto de ensino pelos autores das duas coleções analisadas.” (OLIVEIRA, 2006, p. 93)</p>

13	<p>Referências bibliográficas:</p> <p>BARDIN, L. <i>Análise de conteúdo</i>. Lisboa: Edições 70, 1977.</p> <p>CAMPBELL, S., ZAZKIS, R. <i>Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction</i>. Monograph Series of the Journal of Mathematical Behavior Monograph. Westport, CT: Ablex Publishing, 2002.</p> <p>CHEVALLARD, Y. <i>La transposition didactique: du savoir savant au savoir ausavoir enseigné</i>. Grénobre: La Pensée Sauvage, 1991.</p> <p>FERRARI, P. L. <i>Understanding Elementary Number Theory at the Undergraduate Level: A Semiotic Approach</i>. In Monograph Series of the Journal of Mathematical Behavior Monograph. Westport, CT: Ablex Publishing, 2002.</p>
----	--

## *Capítulo 3*

---

---

### **METANÁLISE QUALITATIVA**

Neste capítulo tentaremos responder às questões de pesquisa com base nos resultados obtidos por meio dos fichamentos. Para tal, efetuaremos, através da metanálise qualitativa, comparações em relação aos: objetivos, referenciais teóricos, metodologias, e conclusões. Para isto, copiamos integralmente cada resultado obtido nos fichamentos para em seguida proceder as metanálises, isto é, as comparações em busca de aproximações de respostas a cada uma de nossas questões de pesquisa..

#### **3.1 Comparação de objetivos**

Primeiramente tentaremos responder à questão “Que questões vêm sendo postas em trabalhos de Educação Matemática, no tema?” com a intenção de buscar convergências e divergências entre os objetivos de pesquisa. Conforme a necessidade, foram negritadas algumas expressões relevantes para efeito de comparação. Além disso, destacamos em itálico os tópicos matemáticos enfatizados.

**Quadro 6 – Comparação de objetivos**

<p>Freitas (1999)</p> <p>“Defini como objetivo de minha pesquisa <b>proceder a um diagnóstico sobre a interpretação que alunos do 2ª grau dão às soluções de um sistema de equações lineares parametrizados</b>”. (FREITAS, 1999, p. 10)</p>
<p>Lima (1999)</p> <p>A meta de nosso trabalho é <b>construir e aplicar uma seqüência didática</b> visando o estudo de algumas formas de <b>resolução de equações de terceiro grau</b>, destacando a idéia do <b>método geométrico sistematizado pelo matemático árabe Omar Khayyam</b>. Este método consiste em transformar uma equação de terceiro grau em outra formada por duas cônicas. Ele foi escolhido porque possibilita jogo de quadros e mudança de registros, além de utilizar o quadro geométrico, a nosso ver pouco explorado atualmente em livros didáticos. (LIMA, 1999, p. 34).</p>
<p>Perotti (1999)</p> <p>[...] o objetivo do nosso trabalho é a <b>construção de uma seqüência didática</b> que possibilite aos alunos a aprendizagem da <b>equação da reta com ênfase no conceito de coeficiente angular, calculado pela taxa de variação</b>. (PEROTTI, 1999, p. 1).</p>
<p>Azevedo (2002)</p> <p>Minha intenção era a de chegar a uma proposta de trabalho, para a sala de aula, desde que fosse <b>constatada a importância do ensino-aprendizagem</b> de matemática das <b>equações algébricas</b> no fim do 3º ano do Ensino Médio. (AZEVEDO, 2002, p. 2)</p> <p>[...] para o caso específico das <b>equações algébricas</b>, tópico “ensinado” no final do 3º ano do Ensino Médio nas escolas públicas, chamou-nos a atenção o fato de o assunto não fazer parte do currículo de muitas escolas e, se trabalhado, o “ensino” fosse feito de forma muito superficial. Fica então a indagação: Para quê? Por que o assunto não é levado a sério no Ensino Médio? Por que em algumas escolas não consta do currículo? Por que continua a fazer parte dos conteúdos apresentados nos livros didáticos para o Ensino Médio? (AZEVEDO, 2002, p. 12).</p> <p>Pretendemos focar a sala de aula, <b>verificando a importância do “ensino” das equações algébricas, no Ensino Médio</b>. Se constatada a importância desse tópico, apresentaremos uma <b>proposta de trabalho</b> a partir do Ensino de Matemática através da <b>Resolução de Problemas</b>”. (AZEVEDO, 2002, p. 47)</p>

### Freitas (2002)

Como os alunos do ensino médio se comportam frente ao processo de resolução de uma equação? O método simplificado de transposição de termos, geralmente utilizado por esses alunos, como veremos no capítulo a seguir, tem sido utilizado eficientemente e com clareza quanto aos critérios válidos de transformações de uma equação em outras equações equivalentes?

Como **entender os erros dos alunos** tanto os mais diretamente relacionados aos aspectos conceituais, como aqueles que podem ser vistos mais diretamente relacionados aos métodos de resolução? Como os alunos aplicam as técnicas e quais suas justificativas para estas aplicações?

Ao responder a estas e a outras perguntas, pretendemos, com este estudo, indicar algumas direções para repensar o ensino da álgebra escolar, especificamente, as **resoluções das equações do primeiro grau**. (FREITAS, 2002, p. 3).

### Oliveira (2006)

Isso posto, adequêi as questões anteriores a fim de torná-las específicas viabilizando, assim, minha pesquisa:

- Os documentos oficiais sobre o Ensino Médio consideram aspectos da Teoria Elementar dos Números, mais especificamente das **equações diofantinas lineares**?
- Os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio abordam as **equações diofantinas lineares** e/ou situações que sugiram, para sua solução, o uso de conhecimentos sobre resolução de equações diofantinas lineares?

Estas questões determinaram meu objetivo de pesquisa que é o de **investigar se e como é abordado o tema “equações diofantinas lineares”** em livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio. (Oliveira, 2006, p. 16 e 17)

Numa síntese parcial entre os objetivos de pesquisa, verificou-se que metade das dissertações selecionadas se volta para equações algébricas (equações do primeiro grau, equações de terceiro grau e equações algébricas). A outra metade se volta para equações com 2 (ou mais) variáveis: equação da reta, sistemas lineares parametrizados e equações diofantinas lineares. Entretanto, verificamos que, nas dissertações escolhidas, não existem as voltadas para equações exponenciais, logarítmicas. Também verificou-se que apenas em Lima (1999), o estudo de equações relacionadas às cônicas. Com relação aos objetivos de pesquisa, verificou-se que duas dissertações têm como objetivo propor alguma atividade (apresentar seqüência didática), duas dissertações se preocupam com análise/diagnóstico de erros, e 2 pretendem verificar se é dada importância ao tópico matemático.

**Quadro 7** – Quadro síntese de objetivos

	Freitas (1999)	Lima (1999)	Perotti (1999)	Azevedo (2002)	Freitas (2002)	Oliveira (2006)
Tópicos matemáticos	Sistemas lineares parametrizados	Equação do 3º grau	Equação da reta	Equações algébricas	Equações do 1º grau	Equações diofantinas lineares
Propor atividade		Seqüência didática	Seqüência didática			
Diagnóstico, análise de erro	diagnóstico				Análise de erros	
Verificar importância do tema				x		x

### 3.2 Comparação de referenciais teóricos

Para responder à questão “Está havendo alguma convergência no emprego de referenciais teóricos?”, verificamos teóricos explicitados pelos autores das dissertações. Para nos auxiliar, nos baseamos na pesquisa de Machado e Maranhão (2006).

**Quadro 8** – Comparação de referenciais teóricos

Autor	Freitas (1999)	Lima (1999)	Perotti (1999)	Azevedo (2002)	Freitas (2002)	Oliveira (2006)
Brousseau		x	x			
Campbell e Zazkis						x
Charnay			x			
Chevallard		x				x
Douady	x	x				
Duval	x	x				
Ferrari						x
Kieran					x	
Kaput					x	
Mason					x	
Lemoyne, Conne e Brun					x	

Em relação aos referenciais teóricos, pode-se observar que 5 das 6 dissertações foram produzidas na PUC-SP, o que já evidenciaria uma possível preferência pelos teóricos da didática francesa. De fato, 4 das 5 dissertações produzidas PUC-SP, utilizam-se de teóricos da didática francesa, sendo coerente com os resultados obtidos pela pesquisa de Machado e Maranhão (2006). Entretanto, apesar de tal convergência, não houve repetição de referenciais teóricos em mais de duas dissertações, o que evidencia, por outro lado, uma diversidade de referenciais teóricos.

### 3.3 Comparação de referenciais teórico-metodológicos

Passaremos a seguir para uma comparação entre referenciais teórico-metodológicos, em que verificamos que apenas três das seis pesquisas explicitam seus referenciais teórico-metodológicos.

**Quadro 9** – Comparação de referenciais teórico-metodológicos

	Freitas (1999)	Lima (1999)	Perotti (1999)	Azevedo (2002)	Freitas (2002)	Oliveira (2006)
Artigue (1989)	Engenharia Didática					
Bardin (1977)						Análise de Conteúdo
Romberg (1992)				Metodologia de Romberg		

Entretanto para melhor analisarmos, procedemos a uma comparação das metodologias utilizadas, conforme o quadro abaixo em que será exposto em negrito expressões que evidenciem os procedimentos de pesquisa.

**Quadro 10** – Comparação de Metodologias e/ou Procedimentos de Pesquisa

<p>Freitas (1999)</p> <p>“A metodologia se baseia em princípios da <b>Engenharia Didática</b>”. (FREITAS, 1999, p. 7)</p> <p>Inicialmente fiz um estudo da gênese do conceito de sistemas lineares parametrizados, a fim de estabelecer o processo de formação desse conceito no que diz respeito à sua elaboração histórica.</p> <p>Também <b>examinei três livros didáticos de 2º grau</b>, para verificar como o assunto é abordado.</p> <p>Durante todo o tempo da realização deste trabalho tenho feito uma pesquisa bibliográfica do assunto.</p> <p>Elaborei uma <b>análise a priori</b>, apoiada nos quadros teóricos da Didática da Matemática.</p> <p>Com base na análise a priori, preparei <b>um questionário</b> para os alunos, já aplicado e analisado.</p> <p>Na conclusão dessa pesquisa, após a <b>análise a posteriori</b>, aponto para algumas sugestões sobre os sistemas lineares. (FREITAS, 1999, p. 7)</p>
<p>Lima (1999)</p> <p>Iniciamos com uma <b>pesquisa histórica</b>, procurando os diferentes métodos de resolução de cúbicas descobertos por matemáticos através dos tempos; quais as necessidades de cada época para que se procurasse um processo de resolução para este tipo de equação e se teríamos interesse em trazer para a sala de aula alguns desses métodos. (LIMA, 1999, p. 8)</p> <p>Um <b>estudo de manuais didáticos</b> é necessário para observarmos como neles se apresentam as equações de terceiro grau, se há algum estudo específico para tal, ou se elas estão associadas ao estudo de equações de grau qualquer. <b>Analizamos também as propostas curriculares do Estado de São Paulo</b>, procurando comparar a maneira de ensino aconselhada ali com a apresentação do tema em livros didáticos usados nas escolas. (LIMA, 1999, p. 8)</p>

**[A]plicamos um questionário inicial**, a partir do qual verificamos o saber dos alunos [...] e procuramos entender seus conhecimentos espontâneos, caso eles não tenham tido uma aprendizagem de cônicas e equações cúbicas. Este questionário é aplicado a alunos de primeiro e segundo anos de terceiro grau, cursando Matemática, Ciência da Computação e Engenharia. (LIMA, 1999, p. 8 e 9)

**“Para analisar os dados colhidos, utilizamos os softwares estatísticos Chic e Chadoc, estudando análises multidimensionais”.**  
(LIMA, 1999, p. 9)

Para fazermos uso da idéia do método de Omar Khayyam, iniciamos com o **desenvolvimento e a aplicação de uma seqüência didática**, para introduzir o conceito de curvas cônicas antes de apresentarmos uma abordagem para cúbicas. Como meio de resolução geométrico, usaremos o software Cabri-géomètre. (LIMA, 1999, p. 10)

Esta seqüência se inicia com a construção de cada uma das cônicas através de suas respectivas propriedades geométricas em Cabri-géomètre, para que o aluno veja a definição destas curvas em termos de distâncias, seguida por um exercício algébrico, fazendo uso das mesmas propriedades. (LIMA, 1999, p. 10)

Como seqüência didática para cúbicas, usamos Cabri-géomètre para colocar em prática o método de Omar Khayyam e utilizamos alguns métodos algébricos da história para uma comparação de resultados, tentando compreender suas diferenças, semelhanças e facilidades. (LIMA, 1999, p. 10)

Como complemento geométrico, é nosso interesse usar o “Construtor Universal de Equações” descrito por d’Alembert na Enciclopédia de Diderot, que resolve equações quaisquer de grau n, pois este recurso nos auxiliará a apresentar o registro gráfico de uma equação de terceiro grau. (LIMA, 1999, p. 10)

Perotti (1999)

Depois do estudo da Teoria das Situações Didáticas, **partimos para uma análise do problema**. Buscando conhecer como a equação da reta é ensinada pelos professores, em sala de aula e qual a concepção dos alunos a respeito do assunto, fizemos **um breve estudo da Transposição Didática** que constou: primeiro, de uma **análise de três livros didáticos** de bastante penetração no ensino médio e segundo, da **aplicação de um teste a alunos que já haviam aprendido a equação da reta para avaliar a concepção que tinham deste conteúdo**. (PEROTTI, 1999, p.1-2)

A parte central do trabalho, a **Seqüência Didática**, é constituída de seis atividades. A primeira envolve grandezas proporcionais, a segunda, estuda a reta da forma  $y = ax$ , a terceira analisa a equação reduzida  $y = ax + b$ , a quarta trabalha a equação geral  $ax + by + c = 0$ , a quinta apresenta a equação segmentária  $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ . (PEROTTI, 1999, p. 2)

A seqüência didática [...] foi elaborada com o propósito de estudar a equação da reta em suas diferentes formas, a partir da idéia de grandezas diretamente proporcionais, procurando mostrar que os aspectos numéricos e gráficos deste conteúdo convivem de modo natural, um dando suporte ao outro. (PEROTTI, 1999, p. 50)

“O trabalho de aplicação foi feito no Núcleo de Educação e Cultura de Mogi das Cruzes e teve a participação de 14 alunos, sendo 8 do 1º Colegial e 6 do 2º Colegial”. (PEROTTI, 1999, p. 50)

As cinco primeiras atividades foram desenvolvidas em sala de aula, com as duplas trabalhando isoladamente, sob a observação do pesquisador e de um dos professores da sala. Estes anotaram algumas estratégias, procedimentos e justificativas adotadas pelos estudantes no decorrer do trabalho. A 6ª atividade, composta somente de exercícios, foi resolvida pelas mesmas duplas, mas fora do ambiente de sala de aula. (PEROTTI, 1999, p. 50)

Em todas as atividades procuramos obedecer as seguintes etapas: na primeira fase, ação, os alunos atuando em duplas discutiam suas escolhas e decisões sobre as ações; na segunda fase, formulação, os alunos trocavam as informações entre os pares. Aqui os alunos redigiam explicitando as ferramentas utilizadas; na terceira fase, validação, os alunos tratavam de dar seus resultados, mostrar porque a solução encontrada era verdadeira, um debate coletivo se estabelecia; na quarta fase, institucionalização, o professor fazia um fechamento do que havia sido estudado e apresentava conteúdo com estatuto de saber matemático. (PEROTTI, 1999, p. 50)

É fundamental, em qualquer situação didática, uma **análise a "priori"**, na qual o pesquisador faz uma previsão daquilo que, no seu modo de ver, pode ocorrer em função da situação que ele criou. Posteriormente esta previsão vai ser comparada com os resultados obtidos nas atividades, na **análise a "posteriori"**. (PEROTTI, 1999, p. 51)

Azevedo (2002)

Metodologia:

“Este trabalho segue a metodologia de Thomas A. Romberg.”  
(AZEVEDO, 20012, p. 1)

Para cada estratégia selecionada, selecionamos o presente procedimento:

- 1 – buscar nas Secretarias de Estado de Mato Grosso do Sul e São Paulo, **documentos** legais em que constem as atuais reformas educacionais no Ensino de Matemática, visando ao trabalho com Equações algébricas
- 2 – fazer **análise de livros didáticos** publicados a partir da década de 40 para verificar como o trabalho com as equações algébricas se apresenta nas diferentes edições
- 3 – buscar na literatura antiga e recente, tanto nacional quanto estrangeira, assuntos ligados às equações algébricas e seu ensino
- 4 – **aplicar entrevistas e questionário:**
  - a) **Entrevistar professores do Ensino Médio** de escolas públicas de Várzea Grande e Cuiabá, M.T. e escolas particulares de Rio Claro, S.P;
  - b) entrevistar professores universitários da UFMT , Cuiabá, M.T. e da UNESP de Rio Claro, S.P;
  - c) **entrevistar autores de livros didáticos** a fim de conhecer seus trabalhos com equações algébricas
  - d) **entrevistar pesquisadores em Educação Matemática** da UNESP;
  - e) **aplicar questionário a alunos do Ensino Médio**, em final de curso, de escolas públicas e particulares de Mato Grosso, M.T. e rio Claro, S.P., visando ao reconhecimento de trabalho feito em álgebra e, em especial, equações algébricas;

<p>5 – <b>apresentar a metodologia se ensino-aprendizagem</b> de matemática através da resolução de problemas, visando a sala de aula.</p> <p>6 – <b>a criação de um projeto diferenciado</b> de trabalho em ensino-aprendizagem de equações algébricas, no Ensino Médio. (AZEVEDO, 2002, p. 50-51)</p>
<p>Freitas (2002)</p> <p>[...] optamos pela <b>aplicação de um instrumento-diagnóstico</b> seguido da <b>realização de entrevistas</b>.</p> <p>Para avaliar a pertinência do problema de pesquisa proposto, realizamos um “<b>estudo piloto</b>” que consistiu na <b>aplicação de um instrumento provisório</b> para o <b>levantamento dos erros</b>. Este estudo constatou dificuldades importante manifestadas pelos alunos e orientou a realização do instrumento definitivo.</p> <p>Como ponto de partida para a investigação dos erros, assumimos a posição descrita (retratada) na fundamentação teórica.</p> <p>Neste capítulo caracterizamos o locus de investigação e discutiremos as etapas acima mencionadas. (FREITAS, 2002, p. 34)</p>
<p>Oliveira (2006)</p> <p>“Para responder à questão desta pesquisa, <b>analisei os livros didáticos</b> de Matemática para o Ensino Médio segundo o método de <b>Análise de Conteúdo descrito por Bardin (1977)</b>”. (Oliveira, 2006, p. 39)</p> <p>Esta pesquisa tem como objetivo investigar se o objeto do saber, equações diofantinas lineares, é considerado um objeto de ensino nos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio. Essa investigação embasou-se na visão qualitativa de pesquisa e utilizou o método de <b>Análise de Conteúdo descrita por Bardin (1977)</b> para alcançar o seu objetivo. (OLIVEIRA, 2006, p. 40)</p>

Com base no quadro acima, evidenciamos os seguintes procedimentos no quadro síntese a seguir:

**Quadro 11** – Quadro síntese de metodologias e/ou Procedimentos de Pesquisa

	Freitas (1999)	Lima (1999)	Perotti (1999)	Azevedo (2002)	Freitas (2002)	Oliveira (2006)
Exame/Análise de livro didático	x		x	x		x
Entrevistas com alunos				x	x	
Seqüências didáticas		x		x		
Análise a priori	x		x			
Análise a posteriori	x		x			
Aplicação de “piloto”		x	x		x	

Verificamos no quadro 10 que quatro das seis dissertações revelam em seus procedimentos análise ou exame de livros didáticos.

### 3.4 Comparação de resultados

A seguir tentaremos responder à questão “O que vêm indicando os resultados desses trabalhos nos últimos anos?”.

**Quadro 12 – Comparação de resultados**

<p>Freitas (1999)</p> <p>Foi possível concluir que o reconhecimento de uma reta associada a uma equação é feito basicamente por <b>atribuição de valores às variáveis</b>, conforme mostra a análise a posteriori. Esse procedimento se mostra falho, já que o índice de acerto nas questões que exigiam essa associação foi extremamente baixo. (FREITAS, 1999, p. 73)</p> <p>O que se observou na pesquisa é que o aluno não recorre aos conceitos de coeficiente angular e linear, isto é, não observa as características dos gráficos: crescente ou decrescente, passa ou não pela origem. <b>O aluno não discrimina essas variáveis pertinentes e não percebe as variações correspondentes na escrita algébrica: coeficiente angular positivo (<math>a</math> da reta <math>y = ax + b</math>) implica em reta crescente e coeficiente angular negativo implica em reta decrescente, ou ainda <math>b = 0</math> passa pela origem e <math>b \neq 0</math> não passa.</b> (FREITAS, 1999, p. 73)</p> <p>Os resultados da pesquisa mostram, também, que a maior parte dos alunos que responderam ao questionário não estabelece uma relação entre o número de soluções do sistema e os pontos de intersecções das retas que o representam. Isso pode estar acontecendo devido ao enfoque dado aos sistemas lineares, principalmente no 2º grau. A análise dos livros didáticos atualmente em uso nas escolas mostrou que, no 2º grau, a <b>representação gráfica é praticamente inexistente.</b> (FREITAS, 1999, p. 74)</p>
<p>Lima (1999)</p> <p>Os exercícios de nossas atividades mostram que <b>os métodos de resolução de equações, apresentados em livros didáticos, nem sempre trazem resultados satisfatórios</b>, isto é, nem sempre levam os alunos a encontrar as raízes reais de uma equação dada. Porém, este fato não é suficiente para garantir que nossos resultados sejam alcançados, se a seqüência for aplicada a qualquer sala de aula. A postura do professor em sala de aula influi para que os alunos tenham condições de perceber as vantagens e desvantagens de cada método de resolução usado. (LIMA, 1999, p. [99/100]<sup>6</sup>)</p>

<sup>6</sup> Página sem numeração. Na dissertação a página está entre a 99 e a 100.

Notamos, também, **a forte influência que o quadro algébrico** tem sobre os alunos que estudaram nossa seqüência, isto é, eles parecem presos a este quadro e tendem a resolver qualquer problema apenas por meios algébricos. Além disso, o **quadro geométrico é deixado de lado, raramente usado**. Os motivos pelos quais os alunos se comportam desta maneira poderiam ser estudo de pesquisas posteriores. É possível que este hábito venha de séries anteriores, de um não uso de geometria pelos próprios professores, mas seria necessária uma pesquisa para que se comprovassem nossas suspeitas. (LIMA, 1999, p. 101)

Quanto à seqüência, ela nos mostra alguns problemas relacionados a números complexos e mesmo à resolução de equações de terceiro grau pelos métodos aprendidos com as abordagens presentes em livros didáticos. Vemos **a dificuldade que os alunos têm de construir o gráfico de uma função de terceiro grau, até mesmo de reconhecer sua forma**. Podemos supor que o fato se deve ao estudo, provavelmente, insuficiente ou debilitado de equações específicas de terceiro grau. Um estudo deveria ser feito, preocupando-se em verificar se teoremas, relações e fórmulas, válidas todas para equações polinomiais de grau  $n$ , são melhor compreendidas se primeiro for estudado um caso particular, para depois serem generalizados os resultados obtidos. Isso acompanharia, então, o desenvolvimento histórico de equações polinomiais. (LIMA, 1999, p. 101 e 102)

#### Perotti (1999)

O que podemos seguramente garantir é que houve uma preferência efetiva pelo método de ensino que foi utilizado, em detrimento do modelo tradicional de aulas expositivas. Os alunos participavam ativamente, das atividades. Percebemos que à medida que o trabalho caminhava, mais engajado se tornava o grupo. (PEROTTI, 1999, p. 120 e 121)

Um comportamento adotado pelos alunos, que apóia nossa afirmativa aconteceu na fase das questões descontextualizadas, quando o desempenho foi bastante favorável e pudemos notar que alguns já não percebiam que as questões estavam integralmente no contexto da Matemática formal. (PEROTTI, 1999, p. 121)

Na Atividade 1, que explorava as grandezas diretamente proporcionais, visando inicialmente os aspectos qualitativos deste conteúdo, houve uma relativa facilidade, por parte dos alunos, em identificar grandezas direta ou inversamente proporcionais, embora alguns erroneamente tenham considerado o lado e a área de um quadrado como sendo grandezas diretamente proporcionais, o mesmo acontecendo com a aresta e o volume do cubo. Nossa explicação para isso encontra-se no fato deles não perceberem a variação uniforme que as grandezas devem apresentar, uma em relação à outra, para serem diretamente proporcionais. (PEROTTI, 1999, p. 121 e 122)

De fato ficou claro, nas fases de formulação e validação, que **o trabalho explorando as mudanças do registro numérico, representado pelas tabelas, para o registro gráfico, norteou em muito nossos alunos no sentido de dar-lhes oportunidade de relacionar grandezas diretamente proporcionais, com a representação gráfica de uma reta que passa sempre pela origem** o que já não acontece nos casos do quadrado e do cubo. Defendemos portanto, com base nesta experiência, que **é preciso enfatizar desde o início a representação gráfica de grandezas proporcionais**. No entanto isto em geral não acontece, uma vez que normalmente os professores costumam preparar suas aulas nos conteúdos propostos nos livros didáticos e estes, freqüentemente, não representam graficamente estas grandezas. Quando este conteúdo é ensinado o alunos ainda não conhecem o sistema cartesiano. (PEROTTI, 1999, p. 122)

A atividade 5, que estudava a reta na forma segmentária,  $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ , acarretou **grande número de dificuldades quando envolvia interceptos com coordenadas negativas. Estas dificuldades foram maiores ainda quando consideramos coordenadas fracionárias**, na atividade 6. Não podemos deixar de comentar este aspecto, toda vez que escolhemos números negativos ou fracionários, os erros aumentam consideravelmente. As dúvidas foram esclarecidas na fase do debate, mas sentimos que em novas oportunidades elas poderão ainda aparecer. (PEROTTI, 1999, p. 124)

#### Azevedo (2002)

Analisando os programas de escolas pesquisadas, professores universitários, educadores e autores de livros didáticos, pudemos perceber quão **pouca importância tem sido dada ao ensino de equações algébricas no Ensino Médio.**

Observamos que, **na maioria das escolas públicas não se dá atenção a esse tópico** por motivos que vão desde o desconhecimento de sua importância até a desconsideração do tema. Esse fato se confirma na fala de professores que entrevistamos. (AZEVEDO, 2002 p. 114)

#### Freitas (2002)

Foram apontadas dificuldades relativas às resoluções das equações algébricas, relacionadas às técnicas de transposições dos termos em x e dos termos independentes **Em geral, os erros cometidos pelos alunos estão associados à transposição desses termos, sem a alteração do sinal, e o número de erros em transpor os termos em x foi praticamente igual aos cometidos na transposição dos termos independentes, o que evidencia que não há grandes diferenças entre essas transposições.** Isto contradiz a hipótese inicial que atribui as dificuldades dos alunos na resolução de equações, à passagem da aritmética para a álgebra, ou seja, no período de transição das equações aritméticas para as algébricas. (FREITAS, 2002, p. 111)

[Quase] todos os [...] **alunos utilizaram o mesmo método de transposição de termos, sem aplicação explícita dos princípios aditivo e multiplicativo da igualdade.** Os problemas levantados pela utilização desse método de resolução, [...] está na utilização e memorização de uma frase [...] que é “passa e muda o sinal”. (FREITAS, 2002, p. 112)

Este terceiro ponto revela os problemas que as frases ou expressões – utilizadas pelos alunos, tais como: “isolar o x”; ou “se está multiplicando, passa dividindo”; e “passa e muda o sinal”; para justificarem os procedimentos de resoluções – provocam no domínio de entendimento dos alunos em relação aos métodos de resoluções. (FREITAS, 2002, p. 115)

**Em geral, quando o aluno utiliza a expressão “isolar o x” para justificar as transformações que faz sobre as equações, ele não tem clareza sobre os critérios que permitem distinguir os procedimentos corretos que podem ser usados para, de fato, isolar a incógnita x.** O aluno simplesmente “isola” a incógnita realizando qualquer operação. (FREITAS, 2002, p. 115)

**O sinal de igual não é entendido como uma equivalência entre os membros de uma equação e isto pode indicar que os alunos não sentem necessidade de operar em ambos os termos da equação.** Em virtude de não atribuir significado ao algoritmo que aplicam (transposição dos termos), os alunos, em geral, não conseguem interpretar se o valor obtido é solução da equação, e quando solicitados a comprovar este valor, ou eles tentam refazer os cálculos, ou justificam o resultado encontrado através da explicação das regras que utilizaram. (FREITAS, 2002, p. 117)

O zero é um problema para os alunos, tanto nas equações onde ele é solução ( $ax = 0$ ), como nas equações sem solução ( $0x = b, b \neq 0$ ). Isto está relacionado ao problema da divisão do número zero por um outro número e da indeterminação da divisão por zero. (FREITAS, 2002, p. 117)

Apesar desta constatação, relacionada ao número zero, neste trabalho não aprofundamos este aspecto pois isto fugiria, de alguma forma, à problemática desse estudo que é compreender a natureza dos erros relacionados às equações do 1º grau. (FREITAS, 2002, p. 117)

Oliveira (2006)

“Concluo, portanto, que não há qualquer referência ao objeto do saber "equações diofantinas lineares" feita tanto nos PCNEM como nos PCN+, ou seja, **esse assunto não é considerado um objeto de ensino pelos autores desses documentos.**” (OLIVEIRA, 2006, p. 91)

“**Dessa forma, concluo que o objeto do saber "equações diofantinas lineares" não é considerado objeto de ensino pelos autores das duas coleções analisadas.**” (OLIVEIRA, 2006, p. 93)

Quanto aos resultados, podemos dizer que duas das dissertações evidenciam necessidade de conciliar a Álgebra e Geometria. Freitas (1999), evidencia a dificuldade dos alunos para passar para o quadro algébrico e indica como uma das possíveis causas da dificuldade o fato de a representação gráfica não existir nos livros analisados. Lima (1999) mostra o mesmo quando afirma que o quadro algébrico tem grande influência entre os alunos e que o quadro geométrico é raramente usado. Por outro lado Perotti (1999), evidencia em seus resultados que o registro gráfico auxiliou a compreensão dos alunos na sequência didática.

Três dissertações evidenciam dificuldades dos alunos ao lidar com números negativos. Freitas (1999) afirma que os alunos não conseguem identificar características de  $y = ax + b$  no que se refere ao sinal do coeficiente angular. Perotti (1999) verifica em uma das atividades que os alunos dificuldades ao lidar com a reta na forma segmentária,  $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ , quando esta possui

interceptos negativos. Além disto, Freitas (2002) mostra que os alunos cometem erros de transposição de termos em equações do primeiro grau, tanto ao transpor termos em  $x$  quanto, ao transpor termos independentes.

As dissertações de Azevedo (2002) e Oliveira (2006), têm em comum o fato de verificarem a falta de importância dada ao ensino das equações (algébricas, ou diofantinas lineares). Entretanto, no caso de Azevedo (2002), as propostas curriculares fazem referência às equações algébricas, mas não à equações diofantinas lineares que é o foco de Oliveira (2006).

## *Considerações Finais*

---

---

Primeiramente retomamos a questão “Que questões vêm sendo postas em trabalhos de Educação Matemática, no tema?” Realizamos análises e uma metanálise com a intenção de buscar convergências e divergências entre os objetivos das pesquisas selecionadas.

Duas dissertações têm como objetivo propor alguma atividade (apresentar seqüência didática), duas dissertações se preocupam com análise/diagnóstico de erros, e duas pretendem verificar se é dada importância às equações.

Verificamos que metade das dissertações selecionadas se volta para equações algébricas (equações do primeiro grau, equações de terceiro grau e equações algébricas). A outra metade se volta para equações com duas (ou mais) variáveis: equação da reta, sistemas lineares parametrizados e equações diofantinas lineares. Verificamos, além desses apenas um estudo de equações relacionadas às cônicas.

Não foram encontradas dissertações ou teses voltadas para o ensino e a aprendizagem de equações exponenciais, logarítmicas, ou trigonométricas, no período coberto por este estudo.

Para responder à questão “Está havendo alguma convergência no emprego de referenciais teóricos?” verificamos teóricos explicitados pelos autores das dissertações e nos baseamos na pesquisa de Machado e Maranhão (2006), na metanálise.

Observamos que cinco das seis dissertações foram produzidas na PUC-SP, o que já evidenciaria uma possível preferência pelos teóricos da didática francesa. De fato, quatro das cinco dissertações produzidas PUC-SP, utilizam-se de teóricos da didática francesa, sendo coerente com os resultados obtidos pela pesquisa de Machado e Maranhão (2006). Entretanto apesar de tal convergência, não houve repetição de referenciais teóricos em mais de duas dissertações, o que evidencia, por outro lado, uma diversidade de referenciais teóricos. Esses referenciais são obras dos autores: Brousseau; Campbell e Zazkis; Charnay; Chevallard; Douady; Duval; Ferrari; Kieran; Kaput; Mason; Lemoyne, Conne e Brun.

A comparação entre referenciais teórico-metodológicos mostrou que três pesquisas não os explicitam e os referenciais são explicitados nas demais são: Artigue, Bardin e Romberg.

Quanto aos procedimentos de pesquisa, verificamos que quatro das seis obras estudadas incluem entre seus procedimentos a análise ou exame de livros didáticos.

Quanto aos resultados, observamos que duas das dissertações apontam necessidade de conciliar a Álgebra e Geometria e duas evidenciam a dificuldade dos alunos nesse tipo de trânsito enfatizando abandono do domínio geométrico em livros didáticos. Por outro lado, uma pesquisa evidencia em seus resultados que o registro gráfico auxiliou a compreensão dos alunos na sequência didática realizada. Um outro resultado importante foi a dificuldade de alunos do Ensino Médio ao lidar com números negativos, evidenciado por três dissertações.

Importa frisar que há a necessidade de futuras pesquisas sintetizando dissertações e teses que tenham a preocupação com o uso de tecnologias. Uma síntese nesse tema está em andamento no GPEA.

## *Referências Bibliográficas*

---

---

AZEVEDO, Elizabeth Quirino de. Ensino-Aprendizagem das Equações Algébricas Através da Resolução de Problemas. 2002. 176f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2002.

ARDENGHI, M. J. Ensino e aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil. 2008. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

BIBLIOTECA da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Regulamento. Disponível em: <http://biblio.pucsp.br/regulamento.pdf>. Acesso em: 10 de set 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Orientações curriculares para o ensino médio, volume 2. Brasília, DF: MEC, 2006. 140p.

COELHO, S. P; MACHADO, S. D. A; MARANHÃO, M. C. S. A. Qual a Álgebra a ser ensinada em cursos de Formação de Professores de Matemática? In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2º., 2003, Santos. Anais.... Santos: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2003. v. 1. p. 1-19.

FERREIRA N. S. A. As pesquisas denominadas “Estado da Arte”. Revista Educação & Sociedade, Campinas, n.79, p.257-272, ago. de 2002. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf>. Acesso: em 10 set 2007.

FIORENTINI, D. Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT-19 (Educação Matemática) de 1998 a 2001. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL De PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. 25ª., 2002, Caxambu. Anais... Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002. p. 186-193. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/25/te25.htm>. Acesso: em 10 set. 2007.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006. 226 p. (Coleção Formação de Professores).

FIORENTINI, D. Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, v.9, n.15/16, p.83-127, jan/dez 2001.

FREITAS, I. M. Resolução de sistemas lineares parametrizados e seu significado para o aluno. 1999. 79f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.

FREITAS, M. A. Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. 2002. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

JUNHO, B. A. P. Panorama das dissertações de Educação Matemática sobre o Ensino Superior da PUC/SP de 1994 a 2000. 2003. 156f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

LIMA, R. N. Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas. 1999. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.

MACHADO, S. D. A. e MARANHÃO, M. C. S. A. Relação entre a composição do corpo docente e a produção discente na primeira década do programa de educação matemática da PUC-SP. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, ano 13, n. 20-21, p. 3-9, 2006.

MARANHÃO, M. C. S. A. Projeto de Pesquisa: Expressões, Equações e Inequações. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 12º, 2007. Anais... Santiago de Querétaro, México: Comité Interamericano de Educación Matemática, 2007. CD-ROM.

MARTINS, A. M. Uma metanálise qualitativa das dissertações sobre equações algébricas no Ensino Fundamental. 2008. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

MELO M. V. Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, v.10, n.17/18, p.149-157, jan/dez 2002.

---

Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, v.11, n.19, p.117-132, jan/jun 2003.

\_\_\_\_\_ Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. Zetetiké, Campinas, v.11, n.20, p.139-150, jul/dez 2003.

\_\_\_\_\_ Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. Zetetiké, Campinas, v.12, n.21, p.83-127, jan/jun 2004.

\_\_\_\_\_ Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. Zetetiké, Campinas, v.13, n.23, p.161 -169, jan/jun 2005.

\_\_\_\_\_ Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. Zetetiké, Campinas, v.13, n.24, p.143 - 175, jul/dez 2005.

\_\_\_\_\_ Relação de teses e dissertações de mestrado e doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil. Zetetiké, Campinas, v.15, n.27, p.89 - 134, jan/jun 2007.

OLIVEIRA, E. A. A Educação Matemática & Ensino Médio: Um Panorama das pesquisas produzidas na PUC/SP. 2003. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

OLIVEIRA, Sílvio Barbosa de. As Equações Diofantinas Lineares e o Livro Didático de Matemática para o Ensino Médio. 2006. 102f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

PEREIRA, L. M. X. O. A Educação Matemática & Ensino Fundamental: um panorama das pesquisas produzidas na PUC/SP nos anos 1994 a 1997. 2003. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

PEROTTI, A. R. O estudo da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais: Uma proposta alternativa de ensino. 1999. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.

PROGRAMA de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP. Dissertações defendidas do Mestrado Acadêmico. Disponível em: [http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacoes\\_defendidas\\_acad.html](http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacoes_defendidas_acad.html). Acesso: em 18 de out de 2006.

PROGRAMA de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP. Dissertações defendidas do Mestrado Profissional. Disponível em:

[http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/trabalhos\\_defendidos\\_prof.html](http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/trabalhos_defendidos_prof.html). Acesso: em 18 de out de 2006.

PROGRAMA de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP. Teses defendidas do Doutorado. Disponível em:

[http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/teses\\_defendidas\\_dout.html](http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/teses_defendidas_dout.html). Acesso: em 18 de out de 2006.

PROGRAMA de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UNICSUL. Dissertações defendidas do Mestrado Profissionalizante. Disponível em: <http://200.136.79.4/mestrado/dissertacoes.php>. Acesso em: 6 de mai de 2007.

RIBEIRO, A. J., Equação e seus multesignificados no ensino de matemática: contribuições de um estudo epistemológico. São Paulo. 2007.141f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

UNIVERSIDADE de São Paulo. Sistema Integrado de Bibliotecas da USP (SibiNet). Disponível em: <http://www.usp.br/sibi>. Acesso em: 6 de mai de 2007.

UNIVERSIDADE de São Paulo. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações. Disponível em: <http://www.theses.usp.br>. Acesso em: 6 de mai de 2007.

VARIZO Z. C. M.; GUIMARÃES D.J.G.; MENDES A.O.; GOMES A.R.; PORFÍRIO A.G.; MAGALHÃES A.P.A.S.; ROCHA L.P.R.; MACHADO V.L. As tendências da pesquisa em Educação Matemática nos periódicos Zetetiké e BOLEMA no período de 1999 a 2004. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3º, 2006, Águas de Lindóia. Anais.... Águas de Lindóia: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo: Dantas Produções, 2006. 1 CD-Rom.

## Anexo

### Resultados do Banco de Teses do sítio da Capes

Nível: Mestrado

Palavras chaves: Equações ensino

Opção: todas as palavras

Total de resultados: 35

	Dissertação	Motivo da seleção/ exclusão
1	SANTANA, Alessandro Alves. <b>Programas em Matlab para implementação de exemplos em discretização de equações diferenciais parciais.</b> 1998. 181f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação e Matemática Computacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Superior.
2	COSTA, Eveline Vieira. <b>Ensino introdutório de Álgebra Elementar: comparação entre um fragmento de seqüência usual e uma seqüência didática com balança de dois pratos para atividade em sala-de-aula.</b> 1998. 209f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 1998.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Fundamental

3	SILVEIRA, Francisco Alberto Rheingantz da. <b>Utilização do 'Mathematica' como ferramenta de apoio ao ensino de matemática.</b> 1998. 129f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Faculdade de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1998.	Trata-se de uma dissertação voltada ao ensino de vários tópicos matemáticos por meio de um software matemático.
4	ARAÚJO, Luiz Carlos Picoreli de. <b>Metodologia de ensino de Cálculo Numérico Assistido por Computador.</b> 1998. 127f. Dissertação (Mestrado em Tecnologia) – Coordenação de Mestrado em Tecnologia, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1998.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Superior.
5	GASPARETTO, Maria Marchi. <b>Didática comunicativa em Educação Matemática: O ensino das Equações de primeiro grau numa perspectiva Habermasiana.</b> 1998. 92f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Departamento de Pedagogia. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 1998.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Fundamental
6	ROSA, Mário Servelli. <b>Números Complexos: uma abordagem histórica para aquisição do conceito.</b> 1998. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.	O ensino de Números complexos é o foco do trabalho.
7	ZANCHET, Beatriz Maria Boesio A. <b>Desenvolvimento de processos algébricos na perspectiva de Aprendizagem Significativa.</b> 2000. 140f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2000.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Fundamental.
8	ALBUQUERQUE, Marlos Gomes de. <b>Um ambiente computacional para aprendizagem matemática baseado no modelo Maria Montessori.</b> 2000. 66f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Departamento de Informática e Estatística, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.	O trabalho é centrado no ensino de Números complexos.

9	PACHECO, Auxiliadora Baraldi. <b>Uma investigação sobre erros apresentados por estudantes na resolução de problemas verbais e não-verbais no campo da análise combinatória.</b> 2001. 130f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2001.	O trabalho trata do ensino de análise combinatória.
10	AZEVEDO, Elizabeth Quirino de. <b>Ensino-Aprendizagem das Equações Algébricas Através da Resolução de Problemas.</b> 2002. 176f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2002.	<b>Selecionada.</b> Verifica se é dada importância ao Ensino-Aprendizagem das Equações Algébricas no Ensino Médio
11	AZEVEDO, Patrícia Maria Almeida Sader. <b>Um processo de ensino/aprendizagem de equações vivido por alunos jovens e adultos em sala de aula: transitando por registros de representação.</b> 2002. 90f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Fundamental do Ensino de Jovens e Adultos.
12	CABRAL, Solange Maria. <sup>7</sup> <b>Uma investigação sobre erros em tentativas de resolução de problemas matemáticos verbais.</b> 2002. 246f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Departamento de Educação Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2002.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Fundamental.
13	FREIAS <sup>8</sup> , Marcos Agostinho de. <b>Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio.</b> 2002. 158f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.	<b>Selecionada.</b> O foco é a análise de erros que os alunos ensino médio cometem em equações do 1º grau.

<sup>7</sup> Martins (2008, p. 25) verificou que o autor dessa obra na verdade é Mario José de Oliveira Thomas Neto, e não Solange Maria Cabral conforme é encontrado no Banco de Teses do sítio da Capes.

<sup>8</sup> Apesar de no Banco de Teses do sítio da Capes constar como Freias, o sobrenome do autor é Freitas.

14	TELES, Rosinalda Aurora De Melo. <b>A relação entre aritmética e álgebra na matemática escolar: um estudo sobre a influência da compreensão das propriedades da igualdade e do conceito de operações inversas com números racionais na resolução de equações polinomiais do 1º grau.</b> 2002. 202f . Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de equações no Ensino Fundamental.
15	CARLINI, José Maria. <b>Pedro Nunes e sua resolução de equações.</b> 2003. 124f. Dissertação (Mestrado em História da Ciência) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.	Trata-se de um trabalho de História da Matemática.
16	GUTIERRE, Liliane dos Santos. <b>Inter-relações entre História da Matemática, a Matemática e a sua aprendizagem.</b> 2003. 261f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2003.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental.
17	MACEDO, Marcos Antonio Rodrigues. <b>A utilização da história da física como estratégia educacional no estudo do movimento retilíneo uniformemente variado.</b> 2003. 122f. (Mestrado em Ensino das Ciências). - Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2003.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino de Física
18	BERNAL, Marcia Maria. <b>Estudo do objeto proporção: elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado.</b> 2004.169f. (Mestrado. em Educação Científica e Tecnológica), Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.	Trata-se de uma dissertação sobre o ensino de proporções no Ensino Fundamental.
19	BONAFINI, Fernanda Cesar. <b>Explorando conexões entre a matemática e a física com o uso de calculadora gráfica e do CBL.</b> 2004. 275f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2004.	O foco é o ensino de matemática e física com o uso da calculadora.

20	BORSSOI, Adriana Helena Borssoi. <b>A aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino.</b> 2004. 200f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Superior
21	CEDRO, Wellington Lima. <b>O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o Clube de Matemática.</b> 2004. 158f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental
22	CLEMENT, Luiz. <b>Resolução de problemas e o ensino de procedimentos e atitudes em aulas de Física.</b> 2004. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2004..	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino de Física;
23	LUCCAS, Simone. <b>Abordagem histórico-filosófica na educação matemática: apresentação de uma proposta pedagógica.</b> 2004. 222f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.	Trata do estudo de uma abordagem histórico-filosófica em Educação Matemática.
24	OLIVEIRA, Marília Barros de. <b>Construindo significados para a linguagem Algébrica com o auxílio do jogo Codificação-Decodificação.</b> 2004. 162f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental
25	ANNUNCIATO, Cristian. <b>Lei de Faraday: análise e proposta para o ensino médio.</b> 2005. 131f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.	Trata-se de uma dissertação voltada para o ensino de um tópico de Física.

26	COSTA, Gislaine Donizeti Fagnani da. <b>Relações entre as orientações motivacionais e o desempenho escolar de alunos da 7ª série do ensino fundamental em matemática, na resolução de equações do 1º grau.</b> 2005. 200f. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental.
27	HELMER, Hiury. <b>Equações do segundo grau: métodos de resolução e análise em livros didáticos antes e durante o movimento da matemática moderna.</b> 2005. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação), Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2005.	A dissertação trata-se de um estudo histórico sobre os livros didáticos do movimento da matemática moderna.
28	PEREIRA, Marcelo Dias. <b>Um estudo sobre equações: identificando conhecimentos de alunos de um curso de formação de professores de Matemática.</b> 2005. 186f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.	A dissertação volta-se para alunos de um curso de formação de professores.
29	SANTOS, Leila Muniz. <b>Concepções do professor de Matemática sobre o ensino de Álgebra.</b> 2005. 111f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.	Trata-se de uma dissertação sobre as Concepções do professor de Matemática sobre o ensino de Álgebra
30	SEGALIN, Terezinha. <b>Apropriação do conhecimento algébrico no Ensino Fundamental.</b> 2005. 100f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2005.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental.
31	BADIN, Marcelo Gonzalez. <b>Um olhar sobre as contribuições do professor Nelson Onuchic para o desenvolvimento da matemática no Brasil.</b> 2006. 154f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro,	Trata-se de uma dissertação sobre a História da Educação Matemática.

	2006.	
32	INAFUKO <sup>9</sup> , Júlio Kiyokatsu. <b>As equações algébricas no ensino médio: um estudo de uma seqüência didática utilizando software gráfico.</b> 2006. 200f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.	<b>Selecionada.</b> Trata do ensino e aprendizagem de algébricas utilizando software gráfico. Porém por focar no uso de software, foi excluída posteriormente
33	NUNES, Sérgio da Costa. <b>Sobre a interação de portal educacional e os conhecimentos prévios na aprendizagem de matemática.</b> 2006. 144f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2006.	Trata-se de uma dissertação sobre a História da Matemática.
34	OLIVEIRA, Sílvia Barbosa de. <b>As equações diofantinas lineares e o livro didático de Matemática para o ensino médio.</b> 2006. 102f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.	<b>Selecionada,</b> pois verifica se é dada importância ao tópico equações diofantinas no Ensino Médio.
35	SILVA, Carlos Roberto da. <b>Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático.</b> 2006. 254f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.	<b>Selecionada.</b> Voltada ao ensino e aprendizagem de equações. Porém focar no uso de software, foi excluída posteriormente.

<sup>9</sup> Apesar de no Banco de Teses constar como Inafuko, o sobrenome que consta na dissertação é Inafuco.

Nível: Mestrado

Palavras chaves: Equação ensino

Opção: todas as palavras

Total de resultados: 7

	Dissertação	Motivo da seleção/exclusão
1	PERROTI <sup>10</sup> , Alberto Ramos. <b>O estudo da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais: Uma proposta alternativa de ensino.</b> 1999. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.	<b>Selecionada.</b> Voltada para o ensino da equação da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais.
2	MEDEIROS, Gláucia Maria Leal. <b>Um caminho para a produção de significado para a equação de 1º grau.</b> 2000. 68f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Departamento de Pedagogia, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2000.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental
3	SANTOS, Edivaldo Pinto dos. <b>Função afim <math>y = ax + b</math>: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.</b> 2002. 119f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.	<b>Selecionada</b> por relacionar a função afim à equação. Porém, por focar no uso de software, foi excluída posteriormente
4	TELES, Rosinalda Aurora de Melo. <b>A relação entre Aritmética e álgebra na matemática escolar: um estudo sobre a influência da compreensão das propriedades da igualdade e do conceito de operações inversas com números racionais na resolução de equações polinomiais do 1º grau.</b> 2002. 202f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.	Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental

<sup>10</sup> Apesar de no Banco de Teses constar como Perrotti, o sobrenome que consta na dissertação é Perotti.

5	<p>NASCIMENTO Ilma Carvalho de Barros. <b>Origem, desenvolvimento e utilizações da curva catenária: implicações epistemológicas e utilizações no ensino da matemática.</b> 2004. 258f – Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2004.</p>	<p>Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Superior</p>
6	<p>OLIVEIRA, Eliene Freire de. <b>Analogias e metáforas como recursos didáticos para o ensino da matemática.</b> 2005. 126f. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica) – Coordenação de Mestrado em Tecnologia, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2005.</p>	<p>Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Superior</p>
7	<p>QUINTILIANO, Luciane de Castro. <b>Conhecimento declarativo e de procedimento na solução de problemas algébricos.</b> 2005. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.</p>	<p>Trata-se de uma dissertação voltada para o Ensino Fundamental</p>

Nível: Doutorado

Palavras chaves: Equações ensino

Opção: todas as palavras

Resultados: 3 registros

	Tese	Motivo da seleção/ exclusão
1	ROSSI, Luiz Natal. <b>Uma visão educacional do método dos elementos finitos aplicado ao eletromagnetismo.</b> 2000. 166f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.	Trata-se de uma tese voltada para o Ensino Superior
2	LESSA, Mônica Maria Lins. <b>Aprendendo Álgebra em sala de aula: contribuição de uma seqüência didática.</b> 2005, 188f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) – Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.	Trata-se de uma tese voltada para o Ensino Fundamental
3	MENEZES, Anna Paula de Avelar Brito. <b>Contrato Didático e Transposição Didática: inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à Álgebra na 6ª série do ensino fundamental.</b> 2006, 411f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.	Trata-se de uma tese voltada para o Ensino Fundamental

Nível: Doutorado

Palavras chaves: Equação ensino

Opção: todas as palavras

Resultados: 3

	Tese	Motivo da seleção/ exclusão
1	SANTOS, Sonia Muniz. <b>A dimensão figurativa como base do pensamento abstrato: conceito e linguagem geométricos como facilitadores da construção de conceito e linguagem algébricos.</b> 2001, 132f. Tese (Doutorado em Psicologia Social) – Instituto de Psicologia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.	Trata-se de uma tese voltada para o Ensino Fundamental
2	OLIVEIRA, Andrea Teixeira de Siqueira. <b>Fórmulas e Palavras: reflexões sobre o ensino da Lei de Coulomb.</b> 2003. 205f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2003.	Trata-se de uma tese voltada para o Ensino de Física
3	VIZOLLI, Idemar. <b>Registros de alunos e professores de educação de jovens e adultos na solução de problemas clássicos de proporção-porcentagem.</b> 2006, 229f. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.	Trata-se de uma tese voltada para o Ensino Fundamental

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)