



**COPPE/UFRJ**

CARACTERÍSTICAS DA ATENUAÇÃO DAS REFLEXÕES MÚLTIPLAS DA  
SUPERFÍCIE LIVRE UTILIZANDO A EXTRAPOLAÇÃO DO CAMPO DE ONDA

Patrícia Perez Ferreira

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-graduação em Engenharia  
Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio  
de Janeiro, como parte dos requisitos necessários  
à obtenção do título de Mestre em Engenharia  
Civil.

Orientadores: Luiz Landau

Marco Antonio Cetale Santos

Rio de Janeiro

Maio de 2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

CARACTERÍSTICAS DA ATENUAÇÃO DAS REFLEXÕES MÚLTIPLAS DA  
SUPERFÍCIE LIVRE UTILIZANDO A EXTRAPOLAÇÃO DO CAMPO DE ONDA

Patrícia Perez Ferreira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

---

Prof. Luiz Landau, D.Sc.

---

Prof. Marco Antonio Cetale Santos, D.Sc.

---

Dr. André Bulcão, D.Sc.

---

Prof. Webe João Mansur, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2009

Ferreira, Patrícia Perez

Características da Atenuação das Reflexões Múltiplas da Superfície Livre Utilizando a Extrapolação do Campo de Onda / Patrícia Perez Ferreira. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

X, 151 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Luiz Landau

Marco Antonio Cetale Santos

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2009.

Referências Bibliográficas: p. 114-119.

1. Reflexões Múltiplas. 2. Extrapolação do Campo de Onda. 3. Integral de Rayleigh Unidirecional II. I. Landau, Luiz *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*“Ao meu pai, Herbert, por ter me ensinado a amar os estudos e a valorizar a dedicação  
e o esforço do trabalho.”*

*“Life is what happens to you  
while you're busy making other plans”*

*John Lennon*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha família e a todos os meus amigos por todo o apoio e carinho ao longo do mestrado.

Agradeço ao coordenador Dr. Luiz Landau e todo corpo técnico-administrativo dos laboratórios LAMCE e LAB2M da COPPE/UFRJ pela oportunidade da realização deste trabalho.

Agradeço ao meu orientador prof. Marco Antonio Cetale Santos pela sugestão do tema apresentado e por toda sua contribuição para a elaboração deste trabalho.

Agradeço aos geofísicos Josias Silva e Márcio Martins e ao prof. Webe João Mansur pelas inúmeras discussões que foram de extrema importância para a conclusão desta dissertação.

Agradeço aos amigos Mônica Caruso Stoque, Verônica Vieira, Michel Bedregal, Jean Heckmann e Márcia Val Springer pelas palavras de apoio e incentivo na etapa final de conclusão desta dissertação.

Agradeço aos engenheiros Bruno Longuinho, Felipe Loureiro e Rodrigo Burgos pelas discussões e contribuições neste trabalho.

Agradeço em especial a geofísica Ana Paula pela amizade incondicional e pelas discussões durante a realização deste trabalho.

Aos examinadores da banca por suas importantes correções, revisões e contribuições para a elaboração do documento final.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CARACTERÍSTICAS DA ATENUAÇÃO DAS REFLEXÕES MÚLTIPLAS DA SUPERFÍCIE LIVRE UTILIZANDO A EXTRAPOLAÇÃO DO CAMPO DE ONDA

Patrícia Perez Ferreira

Maio/2009

Orientadores: Luiz Landau

Marco Antonio Cetale Santos

Programa: Engenharia Civil

Uma tarefa importante no processamento do dado sísmico é a identificação e subsequente supressão das reflexões múltiplas para evitar erros na interpretação das verdadeiras características da estrutura em subsuperfície. Neste trabalho é apresentada uma estratégia para a previsão e eliminação/atenuação de reflexões múltiplas do fundo-do-mar em dados sintéticos. A metodologia proposta para a atenuação das múltiplas é baseada nos princípios teóricos da extrapolação de campos de onda descendentes, onde a integral unidirecional de Rayleigh II utiliza o dado de entrada como um operador de previsão através da extrapolação direta de suas reflexões (primárias e múltiplas) no tempo. Ao invés de utilizar o somatório de Kirchhoff para a etapa de previsão, foram empregados tiros de ondas planas objetivando reduzir o custo computacional. As múltiplas previstas têm suas amplitudes comparadas com as do dado inicial para ser possível filtrá-las adaptativamente através da utilização de um programa do pacote do *Seismic Unix* chamado *Sushape*. Após o processo de filtragem as múltiplas estimadas são subtraídas do dado de entrada. A principal vantagem do processo de previsão e subtração do campo de onda sobre os outros métodos é a capacidade em suprimir as múltiplas que interferem no sinal das primárias sem coincidentemente atenuar as primárias. A aplicação deste método demonstra que o mesmo é eficiente em atenuar as múltiplas relacionadas à primeira camada mesmo quando o fundo-do-mar é irregular (inclinado). A eficiência e possíveis considerações da aplicação do método são descritas e discutidas para dois modelos de velocidade sintéticos.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

CHARACTERISTICS OF THE FREE SURFACE MULTIPLE ATTENUATION  
USING WAVE FIELD EXTRAPOLATION

Patrícia Perez Ferreira

May/2009

Advisors: Luiz Landau

Marco Antonio Cetale Santos

Program: Civil Engineering

An important task in seismic data processing is the identification and subsequent suppression of multiple reflections so as to avoid false interpretations about the true subsurface structure characteristics. In this work, a strategy for the prediction and elimination/attenuation of ocean-bottom multiple energy on synthetic marine seismic data is exploited. The methodology proposed for the multiple attenuation is based on forward wave field extrapolation theoretical principles, in which the one-way Rayleigh integral II uses the input data as a prediction operator by extrapolating its reflections (primaries and multiples) forward in time. Instead of using the Kirchhoff summation process, for the prediction step, it was employed wave plane shots in order to diminish computational costs. The predicted multiples have its amplitudes compared with the input data in order to be adaptively filtered by the application of a program from the *Seismic Unix* package called *Sushape*. After the filtering process the estimated multiples are then subtracted from the input data. The highlight of wavefield prediction and subtraction process over other methods is the ability in suppressing multiples that interfere with primaries signals without coincidentally attenuating the primaries. The application of the method demonstrates that it effectively attenuates water bottom multiples even when the water bottom is irregular (dip). This work also analyses the reliability of forward acoustic wave field extrapolation in the multiple reflection prediction. The effectiveness and possible issues of this scheme in suppressing multiples are described and discussed for two different synthetic velocity models.

# Índice

<b>Capítulo 1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Metodologias e Objetivos da Dissertação . . . . .	5
1.2	Estrutura da Dissertação . . . . .	6
<b>Capítulo 2</b>	<b>Reflexões Múltiplas</b>	<b>8</b>
2.1	Definição . . . . .	10
2.2	Classificação . . . . .	11
2.3	Características . . . . .	16
2.4	Múltiplas: Sinal ou Ruído . . . . .	17
<b>Capítulo 3</b>	<b>Métodos de Remoção de Reflexões Múltiplas</b>	<b>19</b>
3.1	Métodos Baseados na Diferença do Comportamento Espacial das Primárias e Múltiplas . . . . .	21
3.1.1	Método de Remoção de Múltiplas Baseado na Discriminação de Mergulhos e <i>Moveout</i> . . . . .	22
3.1.1.1	Remoção de Reflexões Múltiplas Utilizando um Filtro no Domínio F-K (Filtragem de Mergulhos) . . . . .	23
3.1.1.2	Transformadas Radon. . . . .	26
3.1.1.2.1	Transformada Radon Linear . . . . .	27
3.1.1.2.2	Transformada Radon Parabólica . . . . .	30
3.1.1.2.3	Transformada Radon Hiperbólica . . . . .	32
3.1.1.3	Remoção de Reflexões Múltiplas Utilizando as Transformadas Radon . . . . .	34
3.2	Métodos Baseados em Periodicidade e Previsibilidade. . . . .	35
3.2.1	Deconvolução Preditiva. . . . .	35
3.2.1.1	A Deconvolução na Remoção de Reflexões Múltiplas . . . . .	39

3.2.2	Método de Eliminação de Reflexões Múltiplas Relacionadas à Superfície ( <i>SRME</i> ) . . . . .	41
3.2.3	Atenuação de Reflexões Múltiplas Utilizando a Extrapolação do Campo de Onda . . . . .	44
<b>Capítulo 4</b>	<b>Fundamentos da Extrapolação do Campo de Onda Descendente</b>	<b>45</b>
4.1	Princípio de Huygens . . . . .	46
4.2	Teorema de Representação Acústico . . . . .	49
4.2.1	Teoremas de Reciprocidade Acústica. . . . .	50
4.2.1.1	Teorema da Reciprocidade Convolutacional. . . . .	51
4.2.1.2	Teorema da Reciprocidade Correlacional . . . . .	58
4.2.2	Função de Green Acústica . . . . .	59
4.2.3	Integral de Kirchhoff-Helmholtz Acústica . . . . .	62
4.3	Integrais de Rayleigh . . . . .	67
4.3.1	Condições de Contorno para a Função de Green. . . . .	68
4.3.2	Integrais de Rayleigh Bidirecionais. . . . .	69
4.3.3	Integrais de Rayleigh Unidirecionais . . . . .	72
<b>Capítulo 5</b>	<b>Método de Remoção de Reflexões Múltiplas Utilizando a Extrapolação de Campos de Onda – Conceito e Aplicações</b>	<b>76</b>
5.1	Previsibilidade: Extrapolação dos Campos de Onda Descendentes . . .	77
5.1.1	Extrapolação do Campo de Onda: Exemplo Prático. . . . .	78
5.2	Atenuação de Reflexões Múltiplas do Fundo-do-Mar . . . . .	85
5.2.1	O Método na Prática: Previsão das Múltiplas . . . . .	88
5.2.1.1	Modelo de Camadas Plano-Paralelas . . . . .	88
5.2.1.2	Modelo de Camadas Inclínadas . . . . .	99
<b>Capítulo 6</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>111</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>114</b>
<b>Apêndice A</b>	<b>Interações dos Campos de Onda Unidirecionais</b>	<b>120</b>

A.1	Análise para a Propagação Direta do Campo de Onda . . . . .	120
<b>Apêndice B Operadores para a Extrapolação do Campo de Onda Descendente – Formulação Integral</b>		<b>131</b>
<b>Apêndice C Modelagem Computacional</b>		<b>140</b>
C.1	Modelagem Acústica 2D . . . . .	140
C.2	Operador Espacial e Temporal . . . . .	142
C.3	Equação da Onda Acústica 2D Discretizada . . . . .	145
C.4	Condições para a Estabilidade e Redução de Dispersão Numérica . .	146
C.5	Fonte . . . . .	147
C.6	Condições de Contorno para Bordas Não-Reflexivas . . . . .	148

# Capítulo 1

---

## Introdução

As técnicas de imageamento buscam reposicionar as reflexões nos lugares onde elas realmente foram geradas e partem do pressuposto de que a energia da onda não foi totalmente espalhada, ou seja, que a onda refletiu apenas uma vez em cada camada. Na verdade, grande parte da energia continua refletindo entre certas camadas em subsuperfície, gerando as chamadas *reflexões múltiplas*.

As múltiplas estão presentes tanto nos levantamentos marinhos quanto terrestres. Entretanto, para o caso marinho esse problema mostra-se mais peculiar: caso a interface do fundo do mar possua uma velocidade muito maior do que a da lâmina d'água, parte da energia transmitida pode ficar aprisionada nesta camada. Este grande contraste de velocidade faz a superfície livre agir como um forte espelho refletor, isto é, grande parte da energia ficará reverberando entre a lâmina d'água e a interface do fundo do mar, como a ilustração da figura 1.1.

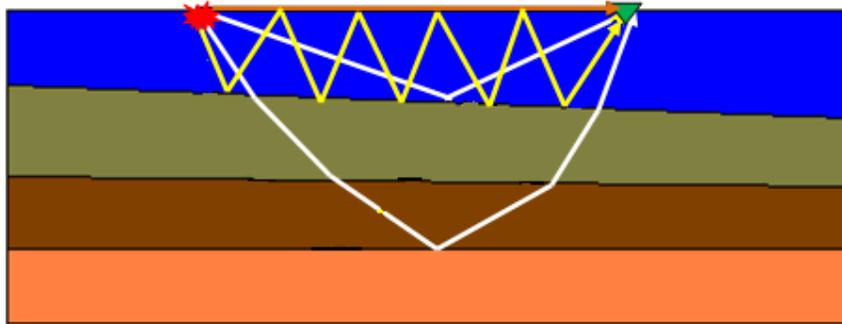


Figura 1.1: Representação da rota de propagação: onda direta (seta laranja), reflexão primária (seta branca) e reflexão múltipla (seta amarela).

A complexidade dos objetivos da exploração tem forte influência sobre o investimento em tecnologias que conciliem menos informações a respeito da estrutura geológica (conseqüentemente, poucas restrições) e bons resultados. Apesar do considerável progresso das técnicas de remoção das múltiplas, essas reflexões continuam constituindo um desafio na exploração geofísica. Na indústria, em muitos

casos, as múltiplas são consideradas como ruídos indesejáveis que dificultam o mapeamento geológico na busca por reservatórios de óleo e gás.

Durante os últimos anos, o interesse no desenvolvimento de técnicas para a supressão dessas reflexões tem sido estimulado pela tendência da indústria frente a objetivos exploratórios mais complexos. Estas técnicas são ainda mais exigidas no caso da exploração em águas profundas (devido a reflexões múltiplas de longo período, que podem acidentalmente coincidir com o topo de um reservatório), em geometrias de fundo do mar complexa (que podem gerar reflexões múltiplas bastante complexas) e com alvos de imageamento sendo regiões subsal (devido ao alto contraste de velocidade que pode gerar muitas reflexões múltiplas).

A associação do acúmulo de óleo e gás em regiões com presença de corpos salinos tem gerado grandes mudanças na exploração geofísica, que a cada momento busca pelo aperfeiçoamento das técnicas de imageamento. É importante ressaltar que o petróleo tem sido encontrado em estruturas geológicas cada vez mais complexas (com anticlinais, por exemplo) e com altos contrastes de velocidade, pois a geometria dessas estruturas favorece a acumulação de hidrocarbonetos. Apesar do avanço da migração em profundidade, por possuir altos coeficientes de reflexão e uma geometria complexa (como é possível observar na figura 1.2), o corpo de sal pode gerar grandes reflexões múltiplas dificultando a localização correta das possíveis zonas de óleo.

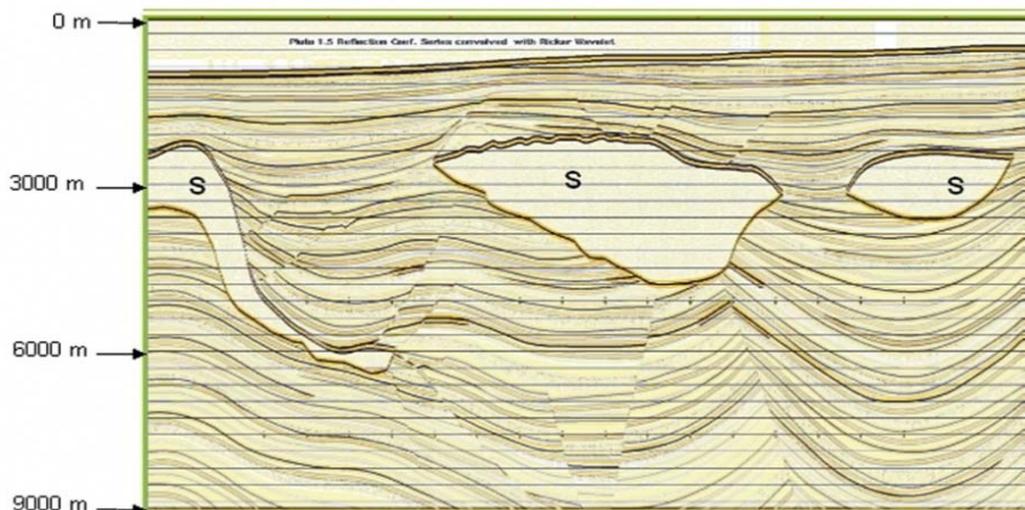


Figura 1.2: Modelo geológico de uma pequena região no Golfo do México (S=Sal): As propriedades físicas do sal estão em grande contraste com os densos sedimentos de baixa velocidade. [Fonte: [www.petroleumseismology.com](http://www.petroleumseismology.com)].

A não eliminação das reflexões múltiplas durante o processamento influencia na qualidade do resultado, tendo em vista que as mesmas “mascaram” importantes informações sobre os refletores em subsuperfície. Como possuem grande energia, interferem no registro dos eventos primários (caso possuam o mesmo tempo de trânsito, o traço pode ser degradado, defasado ou ter sua forma alterada [PONTES, 1985]), dificultam a análise do espectro de velocidades, multiplicam a representação dos verdadeiros refletores gerando falsas informações sobre a verdadeira geologia causando interpretações incoerentes.

Há alguns anos, a remoção das reflexões múltiplas durante o processamento sísmico não era, necessariamente, um pré-requisito para a interpretação das seções, caso as múltiplas fossem previamente identificadas de maneira que conhecendo sua existência (isto é, sabendo diferenciá-las das reflexões primárias), seria possível conhecer seus efeitos evitando enganos entre as reais reflexões na interpretação. Uma grande preocupação era que ao tentar removê-las/atenuá-las fosse causado algum dano no dado de forma geral, como alterações na amplitude, na frequência e na fase das reflexões primárias [PONTES, 1985]. Com o avanço nas pesquisas sobre este tema e a dificuldade na interpretação de complexas estruturas em subsuperfície, o conceito de apenas identificar as múltiplas foi substituído pelo desejo de desenvolver ferramentas capazes de atenuá-las eficientemente, sendo, simultaneamente, menos destrutivas para os eventos primários.

Com o objetivo de aperfeiçoar as principais etapas do processamento sísmico, tem-se desenvolvido novas metodologias que associem diferentes técnicas buscando um resultado comum. Para o caso das reflexões múltiplas, essa integração de métodos pode ser o diferencial para a atenuação destas reflexões. O avanço no desenvolvimento dessas técnicas pode ser caracterizado pela forma como estas manipulam o dado, de acordo com o tipo de múltipla que se deseja remover e com as características do modelo no qual estas reflexões se encontram. Levando em conta estes fatores é escolhido o método mais apropriado, ou como em muitos casos, é feita uma combinação de técnicas de remoção, o que geralmente gera bons resultados. Muitas vezes o dado sísmico possui mais de um tipo de múltipla.

O registro da figura 1.3 possui três corpos salinos complexos além de vários pontos difratores. É possível observar reflexões primárias e múltiplas. A lâmina d'água varia de 500m a 1000m [WANG, 2003].

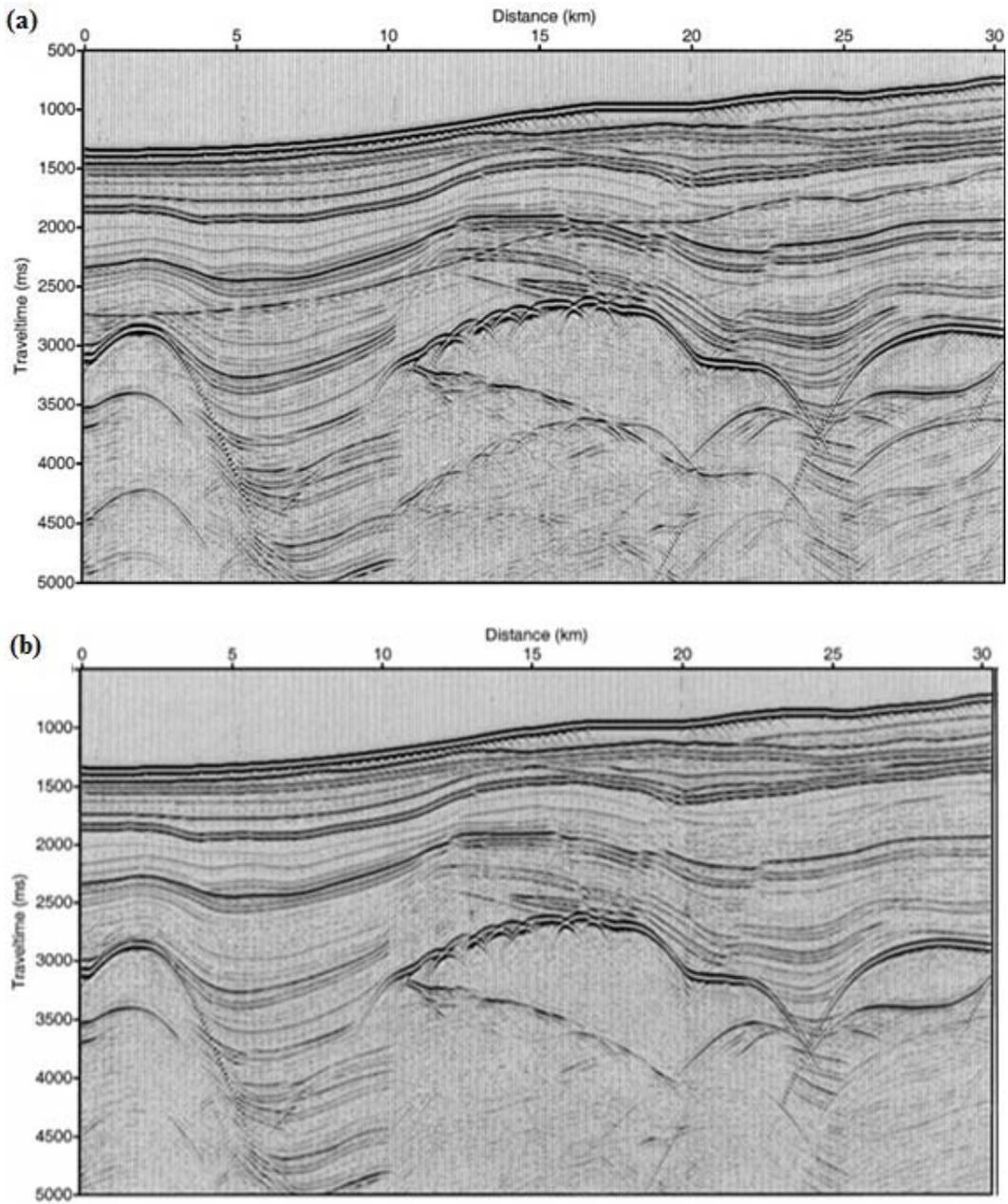


Figura 1.3: (a) Modelo sintético de uma seção empilhada com três corpos de sal. A atenuação das múltiplas é realizada através do método de filtragem multicanal (*MEMUL*) e (b) o mesmo dado após o processo de atenuação [Retirado de WANG (2003)].

As múltiplas têm sido vistas como um problema embora alguns pesquisadores tenham analisado sua influência de forma positiva no imageamento sísmico, como a transformação das reflexões múltiplas em primárias para utilização como sinal [BERKHOUT & VERSCHUUR, 2004]. Como parte da energia reverbera entre certas camadas em subsuperfície, as reflexões múltiplas podem possuir informações

adicionais sobre a estrutura geológica. Desta forma, as múltiplas podem ser utilizadas para detectar pequenas mudanças do meio, que não são contempladas através das informações contidas nas reflexões primárias.

Berkhout & Verschuur (1994) propuseram uma maneira para migrar as reflexões múltiplas tal que, neste processo, todas as múltiplas que possuem o último trajeto de reflexão em comum contribuem, simultaneamente, para o ponto de reflexão (indicado pela seta vermelha na figura 1.4), sendo estas imageadas. Isto significa que o campo de onda é utilizado como uma fonte “iluminadora” sendo utilizado para o imageamento da última reflexão múltipla. Desta forma, diferentes tipos de múltiplas (que possuem o último trajeto de reflexão em comum) iluminam o mesmo ponto em subsuperfície a partir de diferentes ângulos, permitindo assim, maiores informações sobre a geologia, evitando a identificação de falsos reservatórios, aumentando a confiabilidade dos dados da seção sísmica.

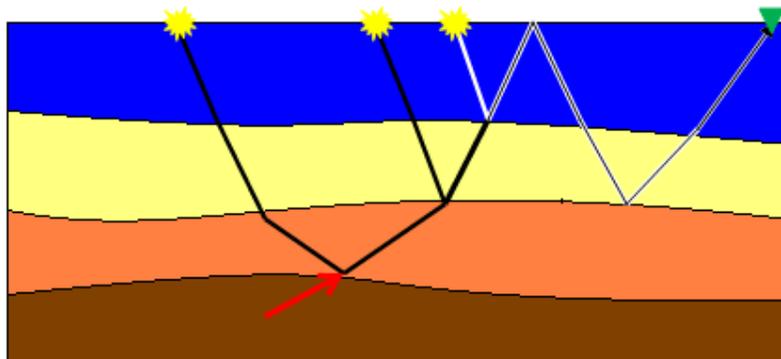


Figura 1.4: Ilustração do processo de migração de múltiplas proposto por Berkhout & Verschuur (1994). A seta vermelha indica o ponto de reflexão comum.

## 1.1. Metodologia e Objetivos da Dissertação

Este trabalho tem como objetivo principal analisar o processo de previsão e remoção de reflexões múltiplas relacionadas à superfície livre. A metodologia para a previsão dessas reflexões baseia-se na extrapolação do campo de onda. Os campos de onda registrados na superfície, isto é, os sismogramas com as reflexões primárias e múltiplas, têm as suas reflexões deslocadas em tempo objetivando simular um dado contendo apenas as reflexões múltiplas. As extrapolações são realizadas através de convoluções entre os sismogramas registrados na superfície e as funções de Green equivalentes [VERSCHUUR, 2006].

O conceito de extrapolação foi fundamentado através da Integral de Kirchhoff-Helmholtz, que, a partir de certas considerações, permite obter o comportamento de campos de onda em diferentes pontos de um modelo. A partir da aplicação desta integral, os processos de extrapolações de campos de onda possibilitam reconstruir as reflexões múltiplas relacionadas à primeira camada.

Conhecendo o campo de onda na superfície, é possível simular o comportamento deste campo em outras profundidades do modelo. Este é o princípio do método de previsão das múltiplas. As reflexões primárias e múltiplas do dado inicial são extrapoladas, isto é, são deslocadas em tempo as suas posições. Neste processo, as primárias transformam-se em múltiplas da superfície livre de primeira ordem, pois as extrapolações adicionam uma viagem a mais para estas ondas na primeira camada. Portanto, o método proposto nesta dissertação prevê apenas as reflexões múltiplas referentes à superfície livre.

As múltiplas previstas são adaptativamente filtradas para o ajuste das amplitudes. Em seguida é realizada a subtração pelo dado original, isto é, o sismograma que contém as reflexões primárias e múltiplas.

Todos os dados obtidos neste trabalho foram gerados através da modelagem sintética acústica 2-D baseada na discretização da equação da onda pelo Método das Diferenças Finitas (MDF), com aproximações de quarta ordem para as derivadas espaciais e segunda ordem para a derivada temporal.

## **1.2. Estrutura da Dissertação**

Neste Capítulo 1 é apresentada uma introdução sobre a influência das reflexões múltiplas no processamento do dado sísmico de uma maneira geral, juntamente com os objetivos, a metodologia do tema proposto e a estrutura do trabalho.

No Capítulo 2 é realizada uma apresentação sobre os tipos de reflexões múltiplas: definição, classificação e características. No fim do capítulo há uma pequena discussão a respeito da aplicabilidade dessas reflexões como sinal para o processamento sísmico.

No Capítulo 3 é apresentada uma revisão dos principais métodos de remoção/atenuação de reflexões múltiplas.

No Capítulo 4 é fundamentado o conceito de extrapolação de campos de onda descendentes. Este capítulo é a base para o entendimento da teoria de extrapolação do campo de onda embasada matematicamente por Kirchhoff. É também um pré-requisito para o capítulo 5.

No Capítulo 5 é apresentado o método proposto nesta dissertação, além da aplicação do mesmo em modelos sintéticos 2-D.

No Capítulo 6 é apresentada a conclusão, baseada nos resultados obtidos nas aplicações do capítulo 5, além das recomendações para trabalhos futuros.

No Apêndice A é realizada uma importante formulação sobre a interação de campos de ondas, bastante útil para a fundamentação do Capítulo 4.

No Apêndice B são apresentados os operadores para a extrapolação dos campos de onda em sua formulação integral. Estes operadores são componentes importantes para a teoria desenvolvida no Capítulo 4.

No Apêndice C é apresentado aspectos da modelagem que foi utilizada para gerar todos os dados deste trabalho.

## Capítulo 2

---

### Reflexões Múltiplas

Nos últimos 50 anos, a presença da energia multiplamente refletida no dado sísmico tem constituído um grande problema e desafio para os geofísicos. Especialmente na exploração marinha, onde a camada d'água se comporta como uma região de reverberação da energia, gerando múltiplas reflexões na superfície e no fundo-do-mar.

Parte da energia que consegue ser transmitida e atravessa o fundo do mar ainda está sujeita a reverberações entre outros refletores, como pode ser observado na figura 2.1. A presença destas possui um efeito obscurecedor na interpretação de refletores em uma seção sísmica. Pequenas mudanças estratigráficas ao longo do reservatório podem ser registradas como grandes distúrbios geológicos falsos.

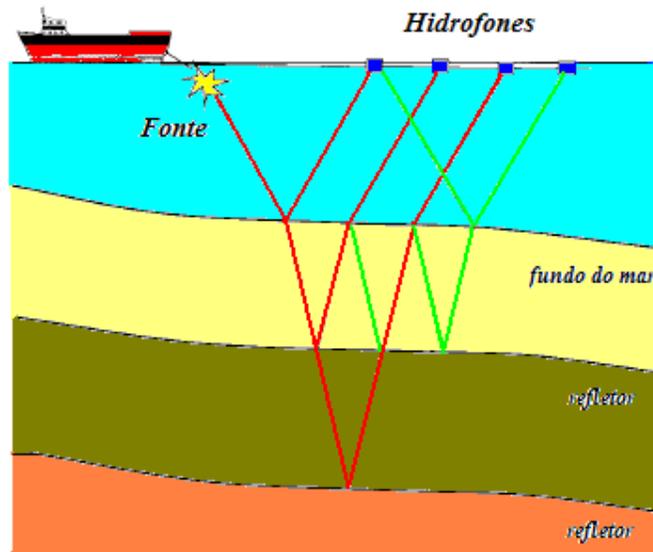


Figura 2.1: Aquisição marinha: reflexões primárias (linhas vermelhas) e reflexões múltiplas (linhas verdes).

As técnicas de imageamento sísmico são de extrema importância para a Geofísica. Entretanto, objetivando a migração, estas técnicas consideram que o registro

original não possui reflexões múltiplas. Esse tipo de consideração é feita para evitar artefatos tanto na imagem quanto na amplitude. Como um exemplo, pode-se citar o imageamento da região abaixo do sal. Devido ao contraste de velocidade (altos coeficientes de reflexão), o sal possui uma tendência para a formação de fortes<sup>1</sup> reflexões múltiplas. Caso as múltiplas não sejam facilmente reconhecidas, a presença de mergulhos pode mascará-las como primárias, alterando totalmente a interpretação de uma seção sísmica, como é possível observar na figura 2.2.

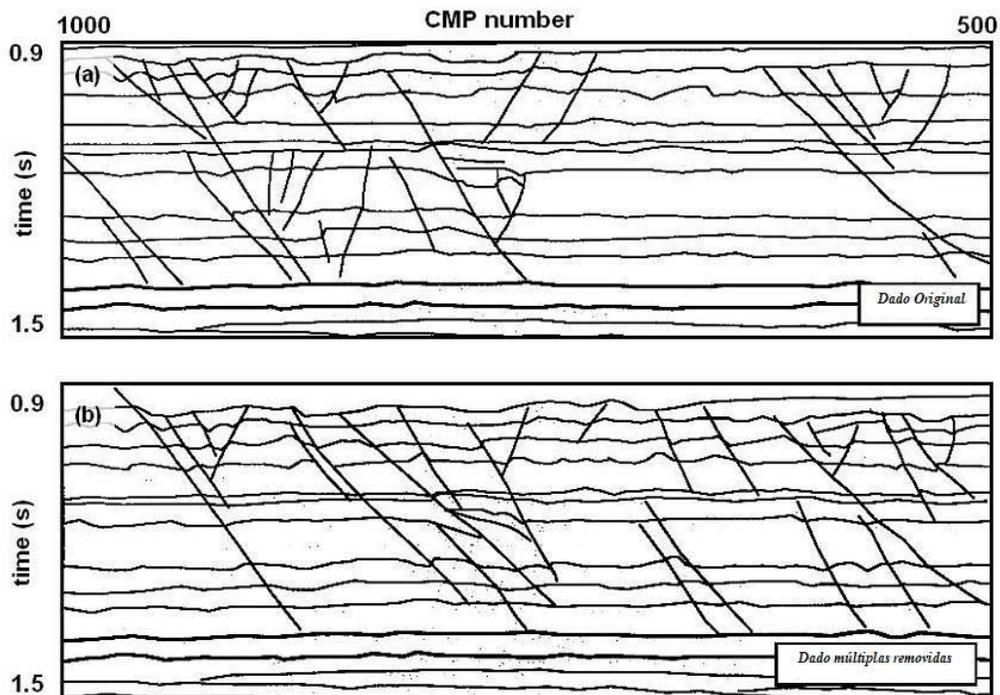


Figura 2.2: Interpretação preliminar das seções empilhadas de *Troll*. Um dado com múltiplas influencia a interpretação de falhas que não existem (a) , o que se comprova em (b), onde o dado mostra as falhas na suas posições verdadeiras [Fonte: [www.petroleumseismology.com](http://www.petroleumseismology.com)].

Além das dificuldades causadas pelas múltiplas no imageamento de regiões subsal, é possível citar outros problemas [XIAO *et al.*, 2003]:

- As múltiplas do fundo-do-mar podem coincidir com a imagem do reservatório;
- As múltiplas geradas por estruturas muito complexas podem compartilhar a mesma velocidade de reflexões primárias mais profundas;

<sup>1</sup> No sentido de sua complexidade.

- Algumas múltiplas podem contaminar o cálculo do AVO<sup>2</sup>;
- Podem gerar uma grande série de altos coeficientes de reflexão no registro sísmico.

Este capítulo tem por objetivo promover um conhecimento mais profundo das reflexões múltiplas (definição, classificação e características) e suas influências no registro sísmico. A implementação de um método de atenuação está totalmente vinculada a essas características.

## 2.1 Definição

A sísmica de reflexão é uma técnica que utiliza a propagação de ondas compressivas semelhantes às geradas por um abalo sísmico, para a obtenção, de maneira indireta, de um perfil das estruturas geológicas. A partir dos refletores presentes no perfil sísmico é possível inferir a natureza e a estrutura das diferentes camadas sedimentares. Este método de prospecção geofísica é utilizado para diferentes fins e com diferentes resoluções.

Durante o tempo que antecede o registro, a onda é distribuída pelas camadas em subsuperfície sofrendo uma série de fenômenos e interferências (figura 2.3) que alteram a sua amplitude e frequência. Entretanto, neste trânsito, parte da energia transmitida pode ficar reverberando, durante certo tempo, em algumas camadas onde o contraste de velocidade é muito grande. Conseqüentemente, no momento do registro pelo *geofone* (levantamento terrestre) ou *hidrofone* (levantamento marinho), podem ser encontrados, em tempos periódicos ou não, registros semelhantes de uma mesma camada repetidamente. Assim, na seção sísmica, essa reflexão representaria uma camada de rocha na qual a energia refletiu (esta representação seria idêntica apenas para camadas plano-paralelas). Essas reflexões são chamadas de *Reflexões Múltiplas* ou apenas *Múltiplas*.

As reflexões múltiplas possuem algumas características que as tornam parecidas com as reflexões primárias, de acordo com o modelo geológico e com a trajetória da

---

<sup>2</sup> Ângulo Versus Offset: procedimento de identificação direta de hidrocarbonetos. É baseado na variação dos coeficientes de reflexão com o ângulo incidente de reflexão. Essas variações são induzidas por mudanças na velocidade e densidade das ondas P e S.

energia sísmica: velocidade, amplitude, forma do pulso, conteúdo das frequências [PONTES, 1985].

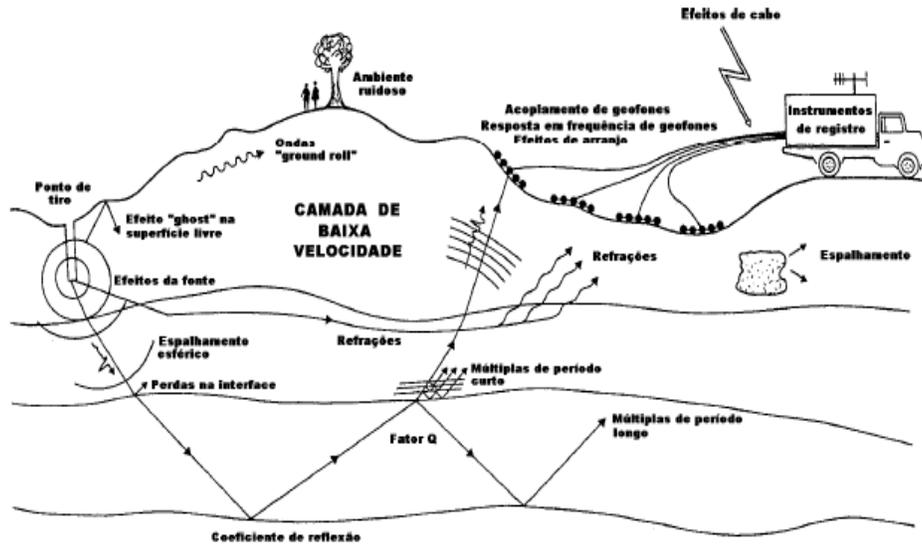


Figura 2.3: Levantamento sísmico terrestre visto pela propagação da energia.

## 2.2. Classificação

Apesar de existirem em ambos os levantamentos (terrestre e marinho), as reflexões múltiplas são mais intensas e problemáticas nas aquisições marinhas devido à lâmina de água (mais especificamente a interface ar-água) e ao fundo do mar devido aos grandes contrastes de velocidades.

As múltiplas possuem diversas formas de classificação. Entretanto, neste trabalho, será dado o enfoque apenas quanto:

- (1) ao tempo de trânsito;
- (2) à ordem;
- (3) as interfaces nas quais a energia é retida.

A seguir será dado um esclarecimento mais profundo a respeito de cada item acima.

### Tempo de Trânsito (“Traveltime”)

De acordo com esta classificação as múltiplas podem possuir períodos *Curto*, *Médio* ou *Longo*:

(1) **Curto Período**: são eventos nos quais o intervalo de repetição é apenas poucas vezes maior que o comprimento do pulso sísmico gerado pela fonte. As múltiplas de curto período possuem caráter periódico e não podem ser separadas das primárias que as geraram (estão relacionadas a camadas pouco espessas) [VERSCHUUR, 2006].

(2) **Longo Período**: são eventos onde há um grande intervalo de repetição. As múltiplas de longo período podem ser separadas das primárias que as geraram.

(3) **Médio Período**: são as reflexões múltiplas que possuem uma periodicidade intermediária às duas anteriores.

### **Ordem**

As múltiplas também podem ser classificadas de acordo com o número de reverberações em uma determinada camada. Na figura 2.4 (b) podem ser encontradas múltiplas de primeira e segunda ordem, por exemplo.

### **Interfaces de Reflexão**

A forma das reflexões múltiplas está relacionada à quantidade de energia que a mesma possui e entre quais camadas essa energia está agindo, ou seja, as múltiplas também podem ser classificadas de acordo com as interfaces onde as reflexões ocorreram. Esta classificação foi baseada em [VERSCHUUR, 2006].

(1) **Múltiplas relacionadas à superfície ou múltiplas relacionadas à superfície livre**: são aquelas que possuem pelo menos uma reflexão na lâmina d'água. Pode-se observar que se a superfície livre (interface ar-água) for considerada “transparente”, estas múltiplas desaparecem.

Essas múltiplas podem ser subclassificadas em:

(1.1) **Múltiplas da primeira camada**: parte da energia transmitida pela fonte fica aprisionada apenas na lâmina d'água. Alguns autores as consideram como **reverberações**, as quais podem ser classificadas como **reverberações da primeira camada**. Há também as múltiplas chamadas de **Peg-legs**, que são reflexões de curto

período, geradas por ondas que após terem sido refletidas em uma camada mais profunda, sofrem pelo menos uma reflexão na superfície.

**(1.2) Outras múltiplas relacionadas à superfície:** são aquelas que, apesar de estarem relacionadas à superfície, não possuem nenhuma das características anteriores (figura 2.6). Possuem grande importância no caso de fortes reflexões em estruturas abaixo do fundo do mar, como o topo de um domo de sal, por exemplo.

**(2) Múltiplas Internas:** são as múltiplas geradas quando a energia da onda é aprisionada em alguma camada intermediária durante a sua propagação. Caso as camadas em subsuperfície sejam bem finas as múltiplas internas geradas possuirão períodos bem curtos, caso contrário, as múltiplas possuirão períodos longos.

As figuras 2.4 e 2.5 a seguir ilustram alguns tipos de reflexões múltiplas citados anteriormente.

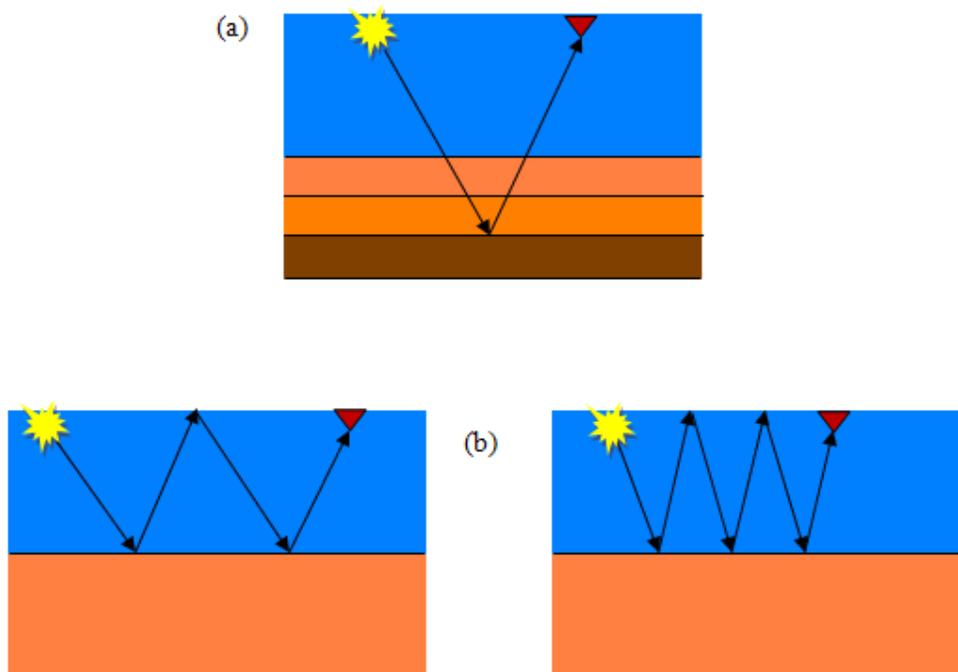


Figura 2.4: (a) reflexão primária e (b) reflexões múltiplas do fundo-do-mar (reverberações) de primeira e segunda ordem, respectivamente.

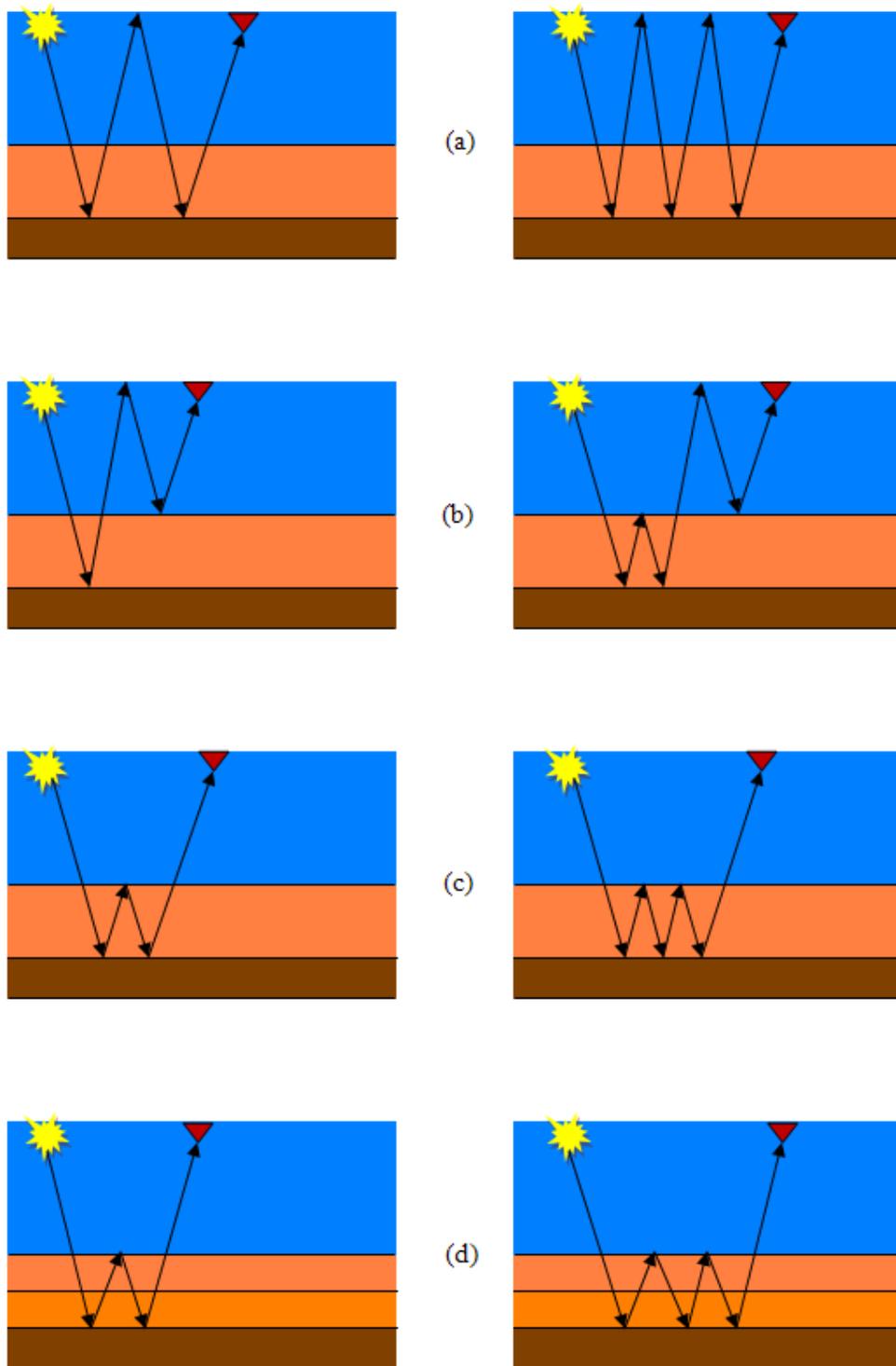


Figura 2.5: (a) múltipla de superfície livre de primeira e segunda ordem, (b) múltipla *peg-leg* de primeira e segunda ordem, (c) múltipla interna de primeira e segunda ordem, e (d) outro tipo de múltipla interna de primeira e segunda ordem [Adaptado de YILMAZ, 1987].

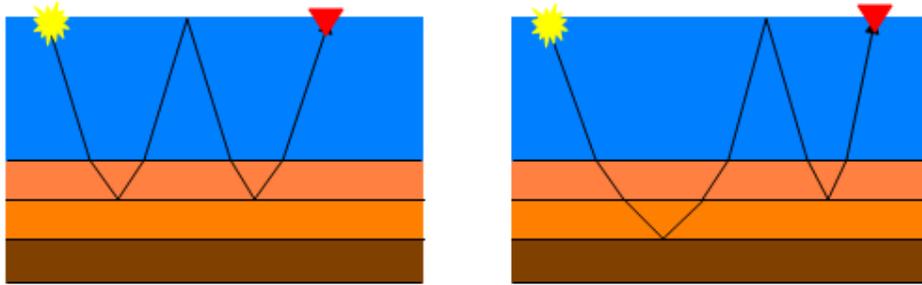


Figura 2.6: Ilustração para outras reflexões múltiplas relacionadas à superfície livre.

Um tipo especial de múltipla é a reflexão fantasma (ou *ghost*) também conhecida como efeito fantasma. Pode ser descrita como eventos que se propagam em um sentido ascendente a partir da fonte ou são registrados como ondas descendentes. É comum em registros onde fontes e receptores estão ambos em subsuperfície, causando um efeito destrutivo ao sinal em certas frequências. No caso da reflexão fantasma da fonte, a onda transmitida pela fonte se propaga para todas as direções, inclusive para a superfície (interface água-ar), gerando uma onda defasada, com polaridade invertida que acompanha a onda inicial (figura 2.7). Similarmente, o fantasma do receptor ocorre quando os receptores posicionados abaixo da superfície do mar registram, além das reflexões primárias, as reflexões geradas na interface água-ar [ANDRADE, 1993].

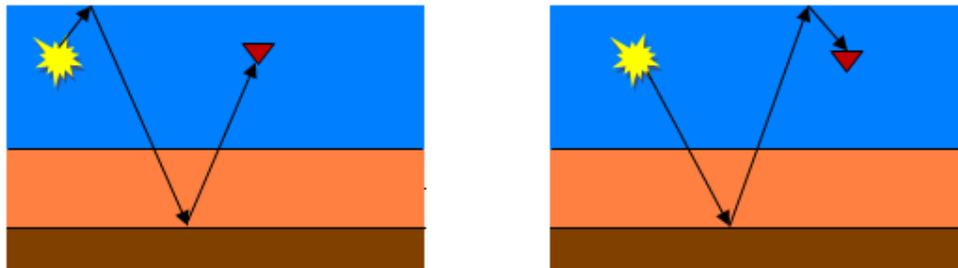


Figura 2.7: Múltipla Fantasma - Efeito fantasma da fonte e receptor, respectivamente.

A determinação da periodicidade das múltiplas que serão tratadas nesta dissertação está totalmente vinculada à profundidade da lâmina d'água, visto que se almeja atenuar as múltiplas relacionadas à superfície livre. Se a lâmina d'água não for muito espessa, pode-se obter um registro com reflexões múltiplas de curto ou médio período. Entretanto, se a camada de água for muito espessa, as múltiplas relacionadas a essa camada podem possuir um período tão longo que as mesmas podem não aparecer

no registro (o que seria benéfico, pois não haveriam múltiplas a serem removidas). Por outro lado, há a possibilidade de aparecer apenas uma múltipla de longo período na seção sísmica, o que acarretaria em uma possível falha de interpretação, visto que a falsa camada poderia ser confundida com o topo de um reservatório, por exemplo.

### 2.3. Características

Todos os trabalhos pioneiros focados neste assunto foram de extrema importância para o amadurecimento dos conceitos que englobam as reflexões múltiplas. É essencial saber reconhecer algumas características que possam identificar o efeito causado por essas reflexões no registro sísmico, características que tornem possível diferenciá-las das reflexões primárias. Segundo Verschuur (2006), algumas características devem ser analisadas:

- Quando certos eventos possuem repetições com intervalos regulares e possuem amplitudes que aumentem ou diminuam de maneira regular, há uma grande chance que estes eventos sejam reflexões múltiplas (sendo esta uma característica típica das múltiplas do fundo do mar).
- Aumento de mergulhos<sup>3</sup> no registro devido às múltiplas de alta ordem, resultando em conflitos destes mergulhos com as reflexões primárias: se o refletor contém certo mergulho, este será somado à reflexão primária quando a múltipla for gerada. Assim, em um registro no qual as reflexões primárias já possuem certos mergulhos, as múltiplas podem ser reconhecidas pelo aumento destes mergulhos. Outra característica importante: quanto maior a ordem da múltipla, maior o aumento no mergulho inicial. Além disso, pode haver grandes interferências entre múltiplas e primárias quando o dado possui interfaces muito profundas.
- Algum tipo de anomalia sísmica falsa, como a concentração de energia devido a pequenos efeitos estruturais na geração das reflexões múltiplas: estruturas *anticlinais* ou *sinclinais* causarão um efeito no evento da reflexão em termos do

---

<sup>3</sup> Ângulo de declividade máxima de uma superfície em relação ao plano horizontal [DUARTE, 2006].

tempo de trânsito e da amplitude. Esse efeito aumentará de acordo com a maior ordem da múltipla relacionada a este refletor.

- Aumento dos efeitos de amplitude para múltiplas de ordem elevada: as variações laterais de amplitude dos múltiplos refletores gerados são amplificadas com cada ordem da múltipla. Na prática, os efeitos estruturais e de amplitude, formados na geração múltipla das camadas, são combinados e geram bandas verticais de alta energia (devido às reflexões primárias) e baixa energia (devido às reflexões múltiplas) ao longo da seção sísmica (efeito típico da presença de múltiplas).
- Efeitos de interferência de múltiplas e primárias ou entre múltiplas diferentes: de alguma forma, todas as características anteriores podem ser combinadas se as múltiplas do registro sísmico estão interferindo umas às outras. Dessa maneira, não é possível identificar cada múltipla individualmente, pois elas formam modelos complexos de interferência.

## 2.4. Múltiplas: sinal ou ruído?

Dando um enfoque maior às reflexões, pode-se observar um dado sísmico de duas maneiras distintas:

1. Toda a reflexão do dado é sinal;
2. Apenas as reflexões primárias são consideradas como sinal; todo o resto é ruído indesejável, inclusive as reflexões múltiplas.

Dependendo do objetivo, as múltiplas podem representar um sinal bastante útil. Essas reflexões contêm importantes informações, e se utilizadas corretamente, podem trazer benefícios para a migração, principalmente em águas profundas. Nesse caso, as múltiplas geradas pela lâmina d'água podem ser separadas das reflexões primárias e com isso pode-se obter informações adicionais para o aperfeiçoamento da imagem em subsuperfície.

Reiter *et al.* (1991) utilizaram múltiplas de primeira ordem relacionadas à superfície para aumentar a qualidade da imagem da migração de reflexões primárias em dados registrados no fundo do mar. As primárias foram isoladas das múltiplas através da discriminação da *moveout*. Feita a separação, as reflexões múltiplas foram migradas

através da migração Kirchhoff. Com este método foi possível aumentar a razão *Sinal-Ruído*, além de ampliar a cobertura da imagem lateral em subsuperfície.

Berkhout & Verschuur (1994) e Sheng (2001) também propuseram métodos que manipulavam as informações contidas nas múltiplas. Em 2005, Berkhout & Verschuur apresentaram um método bastante interessante, baseado em um processo de correlação, que transformava as múltiplas em primárias.

No próximo capítulo será apresentada uma revisão dos principais métodos utilizados na atenuação das reflexões múltiplas.

## Capítulo 3

---

### Métodos de Remoção de Reflexões Múltiplas

No processamento sísmico, o modelo básico assume que o dado possui apenas reflexões primárias. Caso existam reflexões múltiplas, se as mesmas não forem atenuadas, podem ser erroneamente interpretadas como primárias (ou causar interferências no registro dos eventos primários).

Muitos métodos foram desenvolvidos para atenuar as múltiplas e sua eficiência está totalmente vinculada à satisfação de suas premissas. Todavia, quase sempre, muitas premissas são violadas impossibilitando a efetiva atuação do método de remoção. Este fato constitui uma das grandes motivações na otimização dos conceitos e algoritmos destes métodos, aumentando desta forma, as ferramentas para o tratamento destes ruídos indesejáveis no dado. Os métodos que porventura venham a alcançar um alto nível em eficiência na remoção, frequentemente demandam um grande custo em processamento e definições mais específicas dos parâmetros do meio.

Existem mais de cinquenta técnicas publicadas na literatura [WEGLEIN & DRAGOSSET, 2005]. Na década de 90, a rota de processamento adotada procedia testando o máximo possível de técnicas, escolhendo a que provesse melhores resultados. Isto era um desperdício de tempo e de pesquisa computacional, visto que muitas técnicas – mesmo inadequadas – eram testadas para o objetivo em questão.

Convencionalmente, as técnicas de atenuação são classificadas de acordo com o critério pelo qual as múltiplas são distinguidas das primárias. Estes critérios são baseados na natureza periódica das múltiplas e na diferença de “*moveout*” entre primárias e múltiplas. Entretanto, na literatura é possível encontrar diversas classificações. Em 1999, Weglein classificou as reflexões múltiplas em duas categorias:

- (i) Métodos que buscam explorar as características ou propriedades que diferenciam as múltiplas das primárias (Métodos de Filtragem);

- (ii) Métodos que prevêm e subtraem as múltiplas (Métodos de predição baseados na modelagem ou inversão do campo de onda sísmico).

Xiao *et al.* (2003) dividiu os métodos de supressão em três categorias:

- (i) *Deconvolução*
- Preditiva;
  - Adaptativa;
  - Multicanal.
- (ii) *Filtragem*
- Domínio *tau-p*;
  - Domínio *f-k*;
  - Domínio *Radon*.
- (iii) *Predição e Subtração do Campo de Onda*.

No artigo de Xiao *et al.* (2003), é afirmado que a terceira categoria classificada (Predição e Subtração do Campo de Onda) possui os métodos mais eficientes, contudo, os mais custosos e limitados pela grande dependência dos parâmetros de aquisição e processamento. A escolha do método mais adequado deve estar relacionada à eficiência, custo e objetivos de processamento, fato que está vinculado com a validação das premissas de cada método.

Devido à grande fusão na classificação e categorização dos métodos de atenuação por muitos autores, nesta dissertação, foi escolhida a classificação proposta por Verschuur (2006), sendo esta dividida em duas categorias:

- (1) Métodos baseados em uma diferença no comportamento espacial das primárias e das múltiplas (Métodos de Filtragem);
- (2) Métodos baseados em periodicidade e previsibilidade (Deconvolução Preditiva, Extrapolação do Campo de Ondas e SRME<sup>4</sup>).

De certa forma, a classificação das categorias descritas por muitos geofísicos segue um parâmetro muito particular. Por exemplo, em sua pesquisa, Verschuur (2006) fez uma classificação bastante semelhante à de Weglein (1999). Todavia, diferentemente deste, Verschuur considerou que o Método de Deconvolução Preditiva era parte integrante da categoria de métodos baseados em periodicidade e

---

<sup>4</sup> *Surface-Related Multiple Elimination Method*: Método de Eliminação de Reflexões Múltiplas Relacionadas à Superfície.

previsibilidade (enquanto Weglein considerava-o como método de filtragem (categoria 1)).

Nesta dissertação, para prever e remover as reflexões múltiplas será utilizado o método baseado na extrapolação do campo de ondas que faz parte da categoria de periodicidade e previsibilidade. Por esse motivo, este método será apresentado em um capítulo posterior. Nas seções a seguir, as categorias (1) e (2) serão apresentadas, detalhadamente, com seus respectivos métodos de supressão.

### **3.1. Métodos baseados na diferença do comportamento espacial das primárias e múltiplas**

Os métodos que compõem esta seção exploram o fato de que as múltiplas se propagam ao longo de diferentes trajetões em subsuperfície, e assim, possuem diferentes velocidades e/ou diferentes estruturas refletoras das primárias. Logo, as técnicas de filtragem (características desta categoria) são aplicadas com a finalidade de separar, em determinado domínio, as múltiplas das primárias.

Estas técnicas de filtragem podem ser aplicadas em um domínio pré-empilhamento (“*pre-stack*”) – através da diferença de *moveout* no domínio do ponto-médio do *offset* – ou em um domínio pós-empilhamento (“*post-stack*”) pela discriminação na diferença no mergulho local entre primárias e múltiplas [VERSCHUUR, 2006].

As diferenças entre múltiplas e primárias podem se tornar aparentes apenas em um domínio particular. Essa é a grande justificativa para esses métodos empregarem muitas transformadas. Os métodos de filtragem são, tipicamente, menos custosos do que métodos de predição e subtração, e são bastante aplicados quando têm resultados satisfatórios. Não são recomendados quando se possui *offsets* curtos pois a diferença de *moveout* é muito pequena, dificultando a separação entre primárias e múltiplas no domínio escolhido.

A seguir será dada uma descrição mais detalhada a respeito dos métodos desta seção.

### 3.1.1. Método de Remoção de Múltiplas Baseado na Discriminação de Mergulhos e *Moveout*

Em 1962, a técnica CMP<sup>5</sup> (“*Common Mid Point*”) foi difundida por Mayne, sendo utilizada no levantamento sísmico através da soma dos traços de várias amostragens de um mesmo ponto em diferentes *offsets* em subsuperfície. Com isso, se houvesse um aumento na velocidade média com a profundidade, então as múltiplas poderiam ser distinguidas baseando-se na diferença de tempo NMO<sup>6</sup> (“*Normal Moveout*”). O excesso de tempo NMO juntamente com a família CMP produz um cancelamento parcial na energia da múltipla, enquanto as primárias são somadas em fase. Contudo, o sucesso desse processo depende do modelo de velocidade, que neste caso deve ser considerado com camadas plano-paralelas, da amplitude das primárias em relação aos ruídos, do grau de cobertura CMP (número de canais), de uma boa análise de velocidade e do tempo de NMO [PONTES, 1985].

A utilização do empilhamento para a discriminação entre primárias e múltiplas foi uma das principais razões para o emprego de multi-*offsets*. Contudo, foi reconhecido que as múltiplas continuam constituindo um “*gap*” dentro do empilhamento devido à perda de informações importantes, como a variação dos coeficientes de reflexão com o afastamento, e que seria necessário aplicar um método de filtragem adicional antes de empilhar o dado.

O princípio da remoção de múltiplas baseada na discriminação de velocidade emprega um processo para transformar o dado em um novo domínio, no qual as múltiplas e as primárias podem ser separadas em diferentes regiões. Neste domínio, é feita uma anulação de energia na área que contém as reflexões múltiplas. O restante do dado – que contém apenas a energia das primárias – é então transformado novamente para o domínio original (geralmente, *offset*-tempo). Há dois pré-requisitos necessários para que o processo seja realizado com sucesso:

---

<sup>5</sup> O empilhamento CMP traz um aumento considerável na razão Sinal-Ruído. Um mesmo ponto é amostrado diversas vezes em *offsets* diferentes e depois é feita a correção do NMO.

<sup>6</sup> Correção necessária para compensar o comportamento hiperbólico do tempo de trânsito versus afastamento fonte-receptor [Pontes, 1985].

- i. O domínio de transformação deve ser escolhido de forma que as primárias e múltiplas sejam mapeadas em regiões diferentes com uma sobreposição mínima entre as regiões.
- ii. A transformada precisa ser reversível tal que, após a separação, as primárias possam ser transformadas novamente para o domínio original (*offset-tempo*) sem distorções.

Alguns métodos de filtragem (como F-K e Tau-P, por exemplo) utilizados para fins de atenuação de ruídos coerentes<sup>7</sup> podem gerar distorções, suavizações e artefatos<sup>8</sup> no dado [MARCH & BAILEY, 1983]. Vershuur (2006) sugeriu que, caso ao retornar para o domínio original (aplicando a transformada inversa) ocorresse a formação de alguns artefatos ou distorções no sinal, a melhor opção seria anular a energia das primárias (e não das múltiplas). Ao retornar para o domínio do *offset-tempo* (apenas com múltiplas) esses artefatos não iriam interferir na energia inicial das reflexões primárias quando fosse realizada a subtração deste dado com o original (primárias e múltiplas).

A seguir, será realizada uma revisão sobre os principais métodos de filtragem (F-K e Radon – *Parabólica e Hiperbólica*) na remoção/atenuação das múltiplas.

### **3.1.1.1. Remoção de Reflexões Múltiplas Utilizando um Filtro no Domínio F-K (Filtragem de Mergulhos)**

A filtragem F-K foi introduzida por Embree *et al.* em 1963 com o objetivo de reduzir ruídos indesejáveis dos dados. Esta técnica tornou possível processar um registro sísmico de forma que, todos os eventos com mergulhos em um dado intervalo são preservados sem alteração alguma na banda de frequência, enquanto que, todos os eventos fora deste intervalo específico serão atenuados uniformemente [EMBREE *et al.*, 1963].

---

<sup>7</sup> Ruído que segue uma lei de formação como os ruídos superficiais nos levantamentos de reflexão sísmica, por exemplo [DUARTE, 2006].

<sup>8</sup> Eventos ou feições falsas que podem aparecer em um levantamento geofísico, como resultado de erro ou condição peculiar durante o processamento ou aquisição dos dados [DUARTE, 2006].

A transformada bidimensional de Fourier que passa os dados do domínio tempo-distância  $(x,t)$  para o domínio frequência-número-de-onda  $(f,k)$  é chamada de *Transformada F-K*, na qual  $F$  refere-se à frequência e  $K$  ao número-de-onda. O processo para fazer a transformada F-K do dado  $p(x, t)$ , segue os passos:

1°. Aplica-se a transformada de Fourier no domínio do tempo, obtendo o campo espaço por frequência:

$$P(x, f) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t) e^{-j2\pi f t} dt. \quad (3.1)$$

2°. Aplica-se a Transformada de Fourier na coordenada espacial  $(x)$ , obtendo o campo número-de-onda por frequência:

$$P(k_x, f) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x, f) e^{j2\pi k_x x} dx, \quad (3.2)$$

onde  $f$  representa a frequência e  $k_x$  o número-de-onda.

A Transformada F-K (também conhecida como a Transformada Dupla de Fourier) separa as bandas de frequência, auxiliando na distinção entre primárias e múltiplas.

Com um par de transformações semelhantes, o dado no domínio da frequência-número-de-onda pode ser transformados novamente para o domínio da frequência (transformação inversa):

$$P(x, f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(k_x, f) e^{-j2\pi k_x x} dk_x. \quad (3.4)$$

E assim, pode ser transformado para o domínio do tempo:

$$p(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(x, f) e^{j2\pi f t} df. \quad (3.5)$$

A transformada de Fourier é uma das transformadas mais utilizadas no processamento de sinais sísmicos. A teoria de Fourier expressa que um sinal pode ser sintetizado como um somatório de ondas sinusoidais de diversas amplitudes, frequências e fases. O sinal é decomposto em funções exponenciais (senos e cossenos) com diferentes frequências.

A filtragem de mergulhos no domínio F-K pode auxiliar na discriminação das múltiplas baseando-se no “*moveout*”. A figura 3.1 a seguir exemplifica esse processo de filtragem. O dado no domínio *offset*-tempo é corrigido (correção NMO) para ser então transformado para o domínio F-K. Neste domínio, os eventos primários e múltiplos são bem separados baseando-se em seus mergulhos (ou, equivalentemente, em suas velocidades aparentes), para então a energia das múltiplas serem anuladas (ou pelo menos suavizadas). Os próximos passos consistem em transformar o dado para o domínio original (Transformada de Fourier Inversa) e remover a correção NMO.

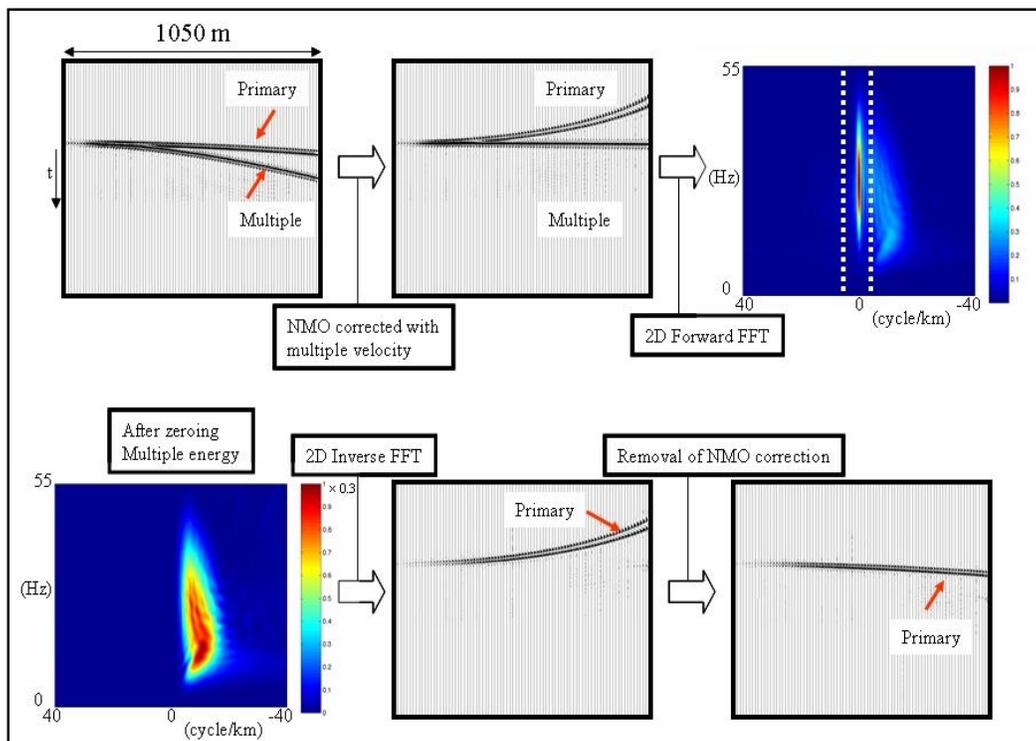


Figura 3.1: Ilustração do processo de filtragem no domínio F-K. [Fonte: [www.petroleumseismology.com](http://www.petroleumseismology.com)]

Na aplicação da correção NMO, os eventos múltiplos são subcorrigidos e os primários supercorrigidos. Quando o dado é transformado para o domínio f-k, os

mergulhos maiores que zero (relacionados às múltiplas) são eliminados [DUARTE, 2006]. Após esta etapa, aplica-se a Transformada de Fourier Inversa (para retornar para o domínio *offset*-tempo) e remove-se a correção NMO. O dado final possuirá apenas eventos primários.

A filtragem *F-K* pode ser bastante eficiente para a remoção de múltiplas, especialmente em *offsets* remotos. Entretanto, as múltiplas de *offsets* próximos podem não ser removidas (pois o *moveout* das mesmas é muito pequeno). Além disso, a aplicação desta técnica pode causar distorções no sinal. Esta distorção é causada, principalmente, porque a banda de frequência do filtro *f-k* rejeitada (com os ruídos indesejáveis – múltiplas, por exemplo) sobrepõe-se na região que possui o sinal de interesse (no domínio *f-k*). Uma possível solução para este problema seria a implementação de um filtro adaptativo *f-k* de vagarosidade, que reduz a distorção e aumenta as características de atenuação do filtro [DUNCAN & BERESFORD, 1994].

### 3.1.1.2. Transformadas Radon

A transformada Radon é uma técnica amplamente utilizada no processamento do dado sísmico e na análise de imagens. O nome desta transformada é uma homenagem ao matemático tcheco *Johann Radon* (1887-1956), o qual implementou, em 1917, fundamentos matemáticos para reconstruir imagens tomográficas de um objeto através das projeções do mesmo [DUARTE, 2006].

Três formas de transformadas Radon são aplicadas no processamento sísmico:

- *Transformada Radon Linear* (ou *Slant-Stack*<sup>9</sup> ou  $\tau-p$ <sup>10</sup> (*Tau-P*));
- *Transformada Radon Hiperbólica*;
- *Transformada Radon Parabólica*.

Essas variações da Transformada Radon mapeiam eventos com padrões característicos, concentrando-os no domínio Radon, para que seja possível eliminá-los.

---

<sup>9</sup> Empilhamento Oblíquo: um conjunto de limitado de traços de reflexão sísmica é sucessivamente empilhado, com diferentes gradientes (inclinações). Com a inversão do processo é possível manipular informações dentro de uma faixa de gradiente [DUARTE, 2006].

<sup>10</sup> Semelhante ao *Slant-stack*, é realizado uma série de empilhamentos, com gradientes que variam de zero até um valor máximo. Em cada empilhamento, os traços são deslocados para cima com um valor proporcional à distância fonte-receptor [DUARTE, 2006].

O procedimento é semelhante ao realizado no domínio  $F-K$  (o dado é transformado para um domínio no qual os eventos indesejáveis são removidos). Contudo, a organização das informações no domínio Radon é diferente e a transformação inversa (para o domínio original) não é uma tarefa simples. Teoricamente, dependendo do caso, a Transformada Radon pode não possuir inversa. O processo realizado para se obter uma “inversa aceitável” é através de técnicas que resolvam problemas lineares inversos como técnicas de Mínimos Quadrados<sup>11</sup>, fato que aumenta, consideravelmente, o custo computacional.

O sucesso da aplicação dessas técnicas está vinculado com o grau de separabilidade dos eventos no domínio Radon, além da transformação inversa desses eventos para o domínio original. Utilizando o enfoque com Mínimos Quadrados para a inversão, o dado é otimizado de tal forma que torna-se possível reconstruir do dado original. Para esta implementação ser eficiente, o processo de inversão é realizado para cada componente de frequência [VERSCHUUR, 2006]. No caso da supressão de reflexões múltiplas, sua aplicação é limitada pela habilidade de resolução das transformadas (linear, hiperbólica e parabólica) para eventos distintos baseando-se na diferença de *moveout* [FOSTER & MOSHER, 1992].

É possível encontrar na literatura muitos trabalhos voltados para o aperfeiçoamento das Transformadas Radon, a nível de custo computacional e resolução. As transformadas de alta resolução podem ser aproximadas no domínio da frequência, visando uma alternativa menos custosa em termos de transformação inversa [BANCROFT & CAO, 2004]. Será apresentado nas próximas subseções que a utilização do domínio da frequência para calcular as transformadas será útil apenas no caso linear e parabólico.

### 3.1.1.2.1. Transformada Radon Linear (*Slant-Stack* ou $\tau$ - $p$ )

A definição matemática da Transformada Radon Linear é dada por:

$$m(p_x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t = \tau + p_x x) dx \quad (3.6)$$

---

<sup>11</sup> Designação dos esquemas para solução de problemas numéricos que minimizam a soma dos erros quadráticos [DUARTE, 2006].

Esta equação descreve um procedimento de mapeamento no qual o dado no domínio do espaço-tempo é somado ao longo de linhas retas com tempo de interceptação  $\tau$  e tempo de mergulho  $p_x$  (uma função dependente da variável  $x$  (distância) também conhecido como parâmetro de raio horizontal, a qual define uma linha de integração). A escolha deste parâmetro ocasiona, freqüentemente, a denominação da transformada linear como  $\tau$ - $p$  ( $\tau$  = tempo de interceptação e  $p$  = vagarosidade) ou *slant-stack*.

Um aspecto bastante interessante a respeito da Transformada Radon Linear é a existência de uma relação geométrica entre o evento no domínio do *offset*-tempo e no domínio Linear. A partir da construção de linhas tangentes no domínio do *offset*-tempo (retas coloridas), as informações podem ser registradas por meio dessas retas (tangentes) que interceptam o eixo  $\tau$  no domínio  $\tau$ - $p$  (pontos coloridos).

Pela figura 3.2, pode-se observar que a transformada Radon Linear mapeia uma linha reta no domínio do *offset*-tempo em um ponto no domínio  $\tau$ - $p$ . Além disso, um evento hiperbólico no domínio do *offset*-tempo é mapeado como uma elipse no domínio Radon Linear [DIEBOLD & STOFFA, 1981].

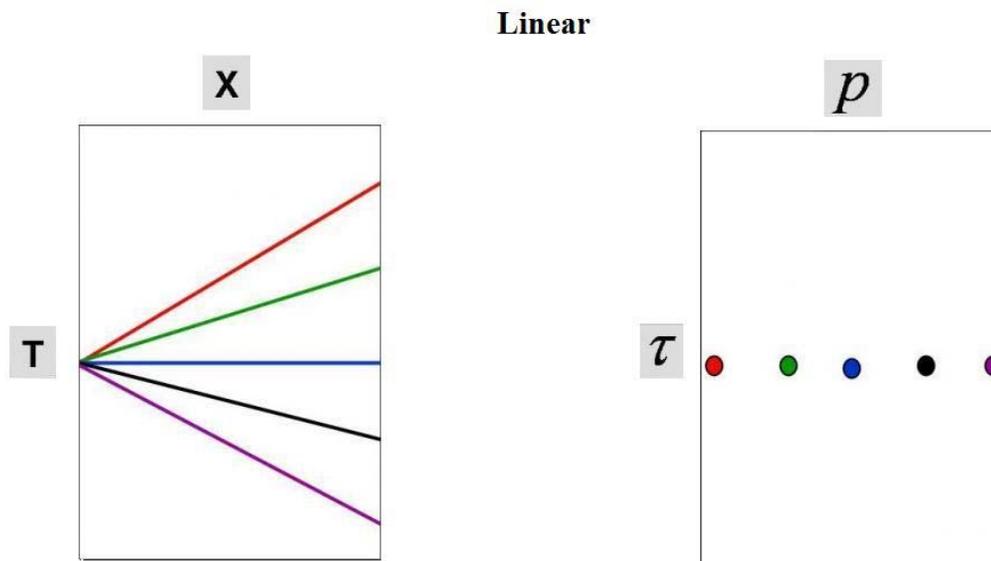


Figura 3.2: Eventos lineares em um empilhamento CMP e suas respectivas transformadas no domínio  $\tau$ - $p$ . Teoricamente, um evento com *moveout* linear no domínio do *offset*-tempo pode ser mapeado como um ponto no domínio  $\tau$ - $p$ . [Fonte: [www.petroleumseismology.com](http://www.petroleumseismology.com)]

O domínio tau- $p$  tem sido utilizado em muitos casos para filtrar o dado sísmico e para discriminar intervalos de velocidade. Dependendo da aplicação, em alguns casos

não há a necessidade de preservar a amplitude e a fase da onda, podendo ser utilizado o empilhamento oblíquo (*Slant-Stack*) [STOFFA, 1981].

O parâmetro de raio ( $p_x$ ) é definido como a inclinação da linha tangente ao longo de um evento no domínio do *offset*-tempo o qual segue uma função tempo de trânsito  $t(x)$  [VERSCHUUR, 2006]:

$$p_x = \frac{\partial t(x)}{\partial x} \quad (3.7)$$

O parâmetro de raio máximo no domínio Radon depende da máxima inclinação no domínio do espaço-tempo (figura 3.3). Esta, está inversamente vinculada com a velocidade de propagação: quanto menor for a velocidade, maior será a inclinação.

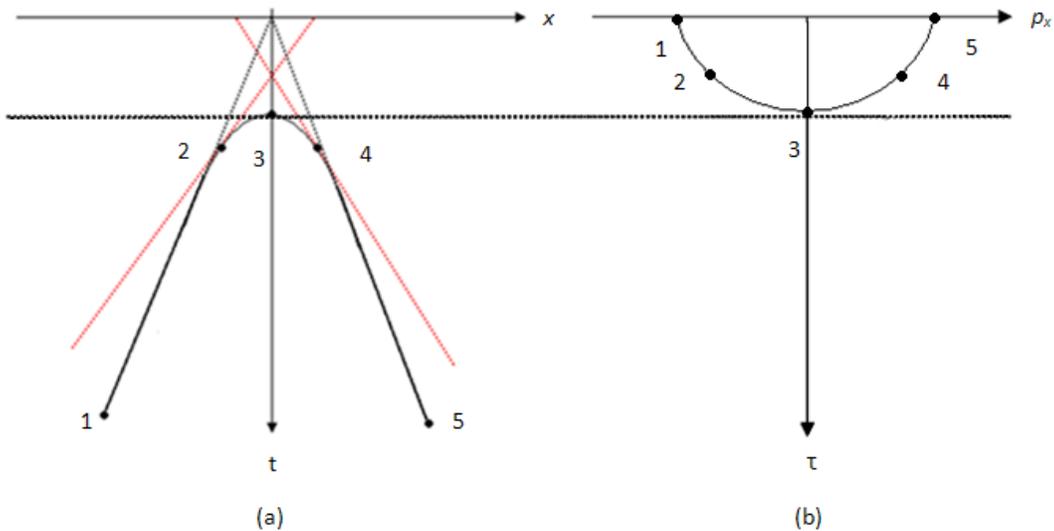


Figura 3.3: Relação entre um evento do domínio (a) espaço-tempo e (b) Radon linear: uma linha tangente é construída para cada um dos cinco pontos no domínio espaço tempo. As posições nas quais as retas tangentes interceptam o eixo  $x=0$  caracterizam os valores de  $\tau$  no domínio Radon linear. A inclinação dessas tangentes define o parâmetro de raio horizontal  $p_x$ , no qual a informação é mapeada.

Pode-se obter uma relação entre os domínios F-K e Radon Linear através da transformação do dado no domínio Radon Linear por meio da Transformada de Fourier, no domínio do tempo de intercepção para frequência [VERSCHUUR, 2006]:

$$M(p_x, f) = \int_{-\infty}^{\infty} m(p_x, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.8)$$

A relação é evidenciada considerando o fato que tanto o número-de-onda  $k_x$  quanto o parâmetro de raio  $p_x$  estão relacionados ao ângulo do evento plano:

$$k_x = \frac{f}{c} \text{sen}\beta = fp_x \quad (3.9)$$

Isto significa que o número-de-onda é uma versão escalar do parâmetro de raio (figura 3.4).

As informações no domínio do parâmetro de raio-freqüência podem ser obtidas a partir do domínio F-K por meio de um processo de interpolação, o qual mapeia o eixo do número-de-onda  $k_x$  transformando-o no eixo do parâmetro de raio  $p_x$ .

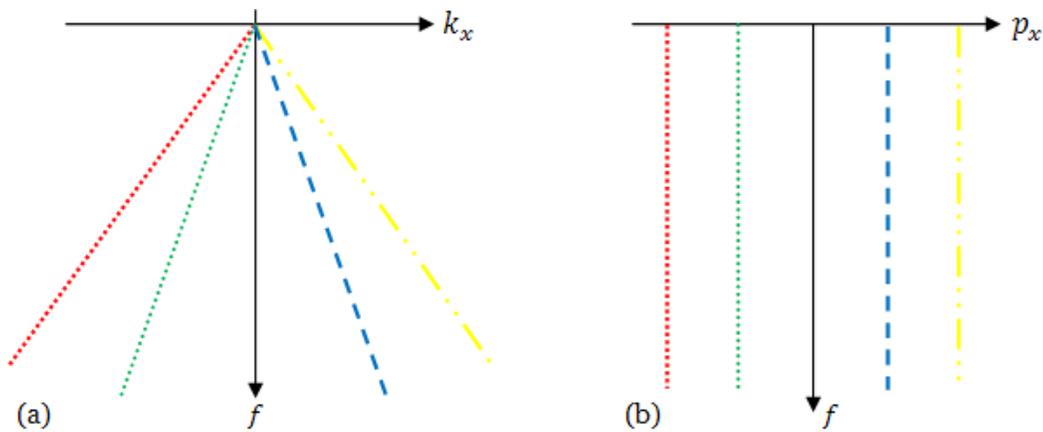


Figura 3.4: Relação entre as informações contidas em (a) domínio F-K e (b) domínio de Radon Linear modificado pela Transformada de Fourier. As informações no domínio F-K, que estão ao longo das retas que passam pela origem (0,0), podem ser localizadas no domínio Radon Linear (modificado pela Transformada de Fourier) nas retas paralelas ao eixo da freqüência ( $f$ ), as quais são construídas por meio de um processo de interpolação.

### 3.1.1.2.2. Transformada Radon Parabólica

Foi introduzida por Hampson em 1986 com o objetivo de melhorar a separação de eventos em dados CMP, sendo considerada muitas vezes como *Transformada Parabólica*  $\tau$ - $p$ . É bastante utilizada por separar eficientemente os eventos sísmicos hiperbólicos (figura 3.5). Caso a transformada do dado possa ser calculada eficientemente no domínio *Radon Parabólico*, os eventos são decompostos em parábolas e podem ser definidos como [VERSCHUUR, 2006]:

$$m(q, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t = \tau + qx^2) dx \quad (3.10)$$

No qual o parâmetro  $q$  é, freqüentemente, referido como o parâmetro de curvatura.

Todavia, os eventos que possuem características lineares no domínio *offset*-tempo não serão mapeados (concentradamente) em uma determinada área no domínio parabólico, resultando na dispersão da energia.

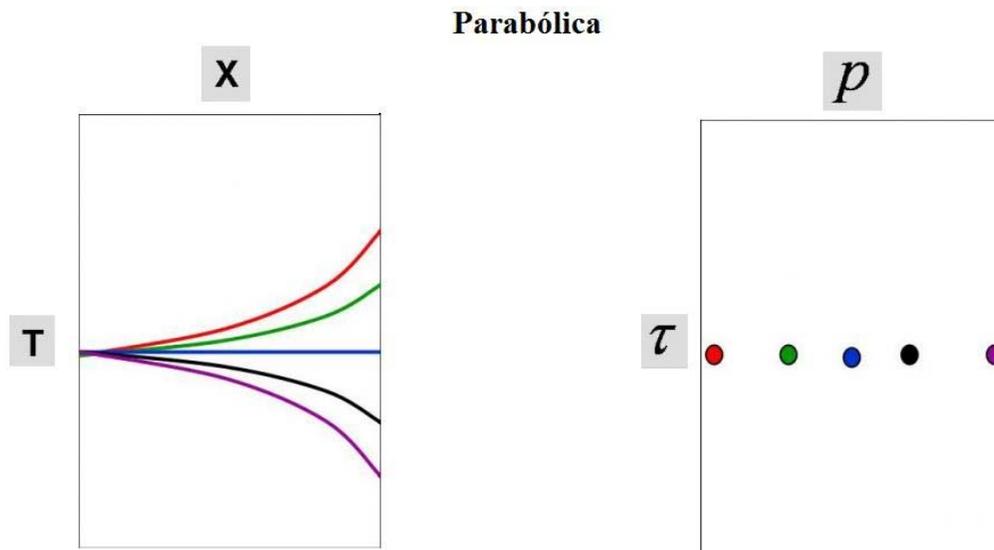


Figura 3.5: Eventos no domínio espaço-tempo e suas respectivas transformadas no domínio parabólico  $\tau$ - $p$ .

Quando o evento possui seu ponto de máximo valor em  $x = 0$ , o tempo de intercepção ( $\tau$ ) é definido como a posição (em tempo) do ápice da parábola no domínio do espaço-tempo (figura 3.6).

Contudo, quando um evento hiperbólico (múltiplas, difrações e alguns ruídos) tem seu ápice em outra posição (diferente de  $x = 0$ ) a transformada de Radon é ineficiente na separação dos eventos, e conseqüentemente, incapaz de concentrar a energia em uma determinada região [TRAD, 2003].

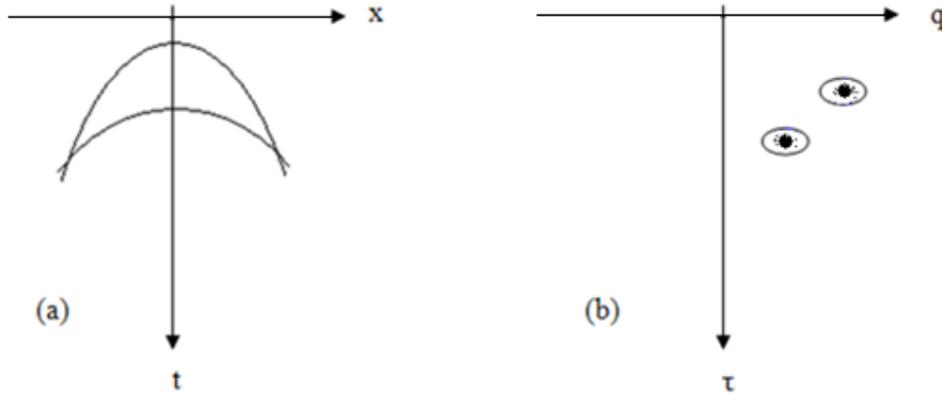


Figura 3.6: (a) Eventos no domínio do espaço-tempo e (b) mapeamento desses eventos no domínio Radon Parabólico.

A Transformada de Radon Parabólica também pode ser calculada no domínio da frequência. Manipular o dado neste domínio é uma opção favorável, principalmente quando se trata da aplicação da transformada inversa (para o domínio *espaço-tempo*), que pode ser inviável computacionalmente (em termos de tempo de processamento). Devido à relação linear entre o tempo  $t$  e o tempo de intercepção  $\tau$  (esta relação comprime a energia sísmica em pequenas áreas), a transformada de Radon no domínio da frequência pode ser matematicamente definida por [VERSCHUUR, 2006]:

$$M(q, f) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x, f) e^{-j2\pi f q x^2} dx. \quad (3.11)$$

### 3.1.1.2.3. Transformada Radon Hiperbólica

Considerada a transformada que melhor satisfaz os eventos sísmicos – antes ou depois da correção NMO – a Radon Hiperbólica é definida matematicamente como [VERSCHUUR, 2006]:

$$m(v, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d \left( x, t = \sqrt{t^2 + \frac{x^2}{v^2}} \right) dx, \quad (3.12)$$

no qual, agora, o tempo vertical  $\tau$  é relacionado de forma não-linear com o tempo de entrada  $t$ ;  $v$  representa a velocidade.

No caso hiperbólico, não é possível manipular os eventos no domínio da frequência, pois nem todas as trajetórias hiperbólicas seriam contempladas. Yilmaz (1988) sugeriu um estiramento do eixo relativo ao tempo (no domínio original isto é, espaço-tempo) de  $t$  para  $t^2$ . Esta mudança possibilitou transformar eventos estritamente hiperbólicos em parabólicos.

A inversão dos operadores no domínio Radon hiperbólico ocasiona a inversão de grandes operadores, que geralmente, são calculados através do método do *Gradiente Conjugado*. A aplicação deste método requer a especificação dos operadores hiperbólicos resultando em um grande custo computacional para o cálculo desta transformada [LIU & SACCHI, 2002].

A seguir estão listadas algumas vantagens em se trabalhar no domínio do espaço-tempo [BANCROFT & CAO, 2004]:

- Os eventos hiperbólicos são mapeados como pontos no domínio espaço-tempo;
- Funções racionais complexas e não-lineares, que incluem efeitos de anisotropia, podem ser utilizadas;
- O custo computacional do cálculo da Transformada Radon Hiperbólica no domínio do offset-tempo é menor do que no domínio da frequência.

A figura 3.7 a seguir ilustra o mapeamento dos eventos no domínio radon hiperbólico.

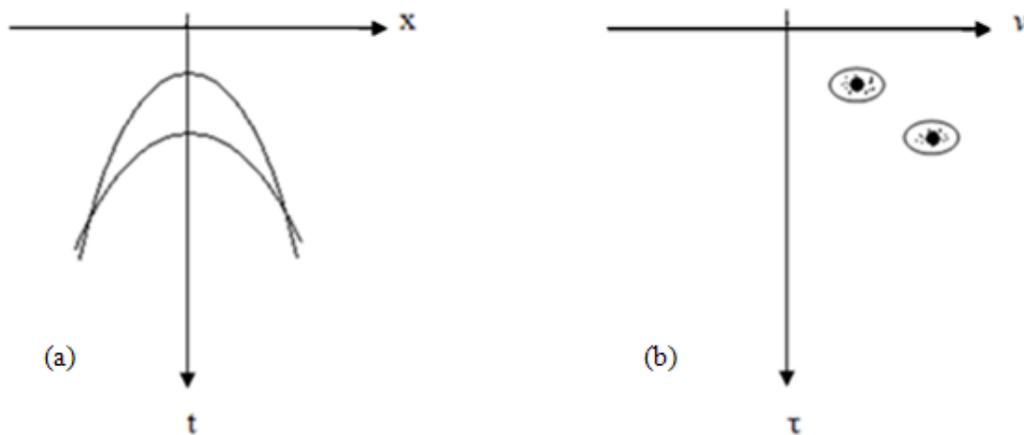


Figura 3.7: Configuração da Transformada Radon Hiperbólica mapeando eventos hiperbólicos no domínio do espaço-tempo (a) em pontos do domínio Radon (b).

### 3.1.1.3. Remoção de Reflexões Múltiplas Utilizando as Transformadas Radon

As transformadas parabólicas e hiperbólicas têm sido amplamente utilizadas no processamento sísmico como ferramenta na atenuação de reflexões múltiplas. Suas aplicações geram bons resultados na manipulação de eventos hiperbólicos.

Ao longo de duas décadas, a Transformada Radon tem sido bastante utilizada para atenuar as múltiplas no processamento do sinal sísmico. Há um grande interesse na qualidade da resolução, visto que a melhoria da mesma proporciona melhor identificação e discriminação entre reflexões múltiplas e primárias. Apesar da grande importância em eliminar a energia responsável pelas múltiplas contidas no dado, outro fator extremamente importante é a transformação inversa para o domínio original. Uma precisa inversão de domínio garantirá a eficiência do método. A técnica de inversão de domínio mais utilizada nas Transformadas Radon é a técnica dos *Mínimos Quadrados*.

Quando o *offset* uma família CMP no domínio do espaço-tempo apresenta-se muito pequeno, o agrupamento de energia no domínio  $\tau$ - $p$  torna-se mais indefinido (a imagem mostra-se manchada). Em 1985, foi proposto por Thorson *et al.* um método no domínio do tempo, utilizando a Transformada Radon Hiperbólica e o Método dos Mínimos Quadrados. Esta sugestão proporcionou alta resolução, entretanto, um grande custo computacional em troca. Em 1986, Hampson sugeriu um método mais eficiente no domínio da frequência utilizando a Transformada Radon Parabólica e o Método dos Mínimos Quadrados.

De fato, após a correção NMO o *moveout* residual das primárias e múltiplas possui uma curvatura que pode ser aproximada em uma parábola e, assim os eventos podem ser melhor separados no domínio da frequência. Ao aplicar a Transformada de Radon Parabólica foi possível estimar e remover a energia das reflexões múltiplas. Contudo, foi constatado que a inversão pelo método dos Mínimos Quadrados traz melhores resultados que outros métodos de inversão, entretanto, o dado pode continuar com artefatos visíveis. Isto ocorre devido à pequena diferença no *moveout* dos eventos sísmicos [VERSCHUUR, 2006].

Apesar do desenvolvimento das Transformadas de Radon de alta resolução, a eficiência deste método vincula-se à descrição parabólica ou hiperbólica dos eventos primários e múltiplos em um família CMP (com NMO corrigida), além da forma na

qual as energias das múltiplas e primárias são concentradas em determinadas áreas no domínio Radon.

### 3.2. Métodos Baseados em Periodicidade e Previsibilidade

As reflexões múltiplas possuem muitas propriedades que as distinguem das primárias. Nesta seção, serão analisados os métodos que utilizam a periodicidade como propriedade.

É conhecido que as múltiplas serão sempre periódicas em *zero-offsets* no domínio do espaço-tempo, para camadas horizontais e sem variações laterais de velocidade (isto é, um meio 1-D). Além disso, as múltiplas geradas em lâminas d'água pouco profundas (logo, de curtos períodos) são periódicas tornando viável a aplicação dos métodos desta seção (Deconvolução Preditiva, Extrapolação do Campo de Onda e SRME).

A aplicação dos métodos abordados nesta seção consiste em duas etapas:

- (i) previsão das reflexões múltiplas;
- (ii) subtração das múltiplas do dado original.

Realizando uma perfeita<sup>12</sup> previsão, a subtração torna-se uma tarefa simples. Contudo, na prática isto não ocorre e, conseqüentemente, para efetuar a segunda etapa (isto é, a subtração) é necessário filtrar o dado com as múltiplas para ajustar suas posições e amplitudes.

#### 3.2.1. Deconvolução Preditiva

A deconvolução é um dos processos de filtragem mais antigos – introduzida por Robinson em 1957 e posteriormente readaptada como *deconvolução preditiva*<sup>13</sup> por Peacock & Treitel (1969) – e, pode-se dizer, que ainda continua sendo um dos métodos mais aplicados no processamento do dado sísmico. Existem outras variações das técnicas de deconvolução (Adaptativa, Determinística e Tau-P, por exemplo), que dependem exclusivamente das características do dado, além do objetivo em questão.

---

<sup>12</sup> No sentido de obter as reflexões com as amplitudes e as posições corretas.

<sup>13</sup> Geralmente, a literatura refere o processo de Deconvolução Preditiva apenas como Deconvolução. A não ser que se especifique, será aplicada a mesma denominação.

Segundo Yilmaz (1987), o sismograma registrado pode ser modelado através da convolução entre a resposta impulsiva da terra e o pulso sísmico.

$$p(t) = w(t) * r(t) + n(t) \quad (3.13)$$

A equação (3.13) representa o modelo convolucional no domínio do tempo, onde:

- (\*) representa a operação de convolução<sup>14</sup>;
- $p(t)$  = Traço sísmico;
- $w(t)$  = Assinatura da fonte;
- $r(t)$  = Função refletividade;
- $n(t)$  = Ruídos aleatórios.

A deconvolução é vista como um processo de filtragem inversa, no qual se busca eliminar os efeitos indesejáveis do dado que possuem natureza convolutiva. Um dos fatores que contribui para a escolha desta técnica é a sua simples implementação: o único dado que precisa ser informado é o traço (assinatura da fonte) que se deseja deconvolver.

O Método de Deconvolução Preditiva tem como uma de suas metas a previsão e atenuação/remoção dos efeitos indesejáveis. Para eliminar esses efeitos é necessário designar um filtro inverso tal que, quando o mesmo for convolvido com a assinatura da fonte, o resultado final seja um impulso (*spike*), isto é, como se o mesmo retirasse os efeitos de propagação. Para designar este filtro, é necessário conhecer a resposta impulsiva do efeito indesejável e que o espectro de frequência dessa resposta não seja limitado até a frequência de Nyquist<sup>15</sup> [DUARTE, 2000].

O filtro conformador de Wiener-Hopf é um dos filtros mais utilizados para deconvolver o dado, estimando eventos periódicos, podendo ser encontrado facilmente na literatura através da *Recursão de Levinson*<sup>16</sup> [DUARTE, 2006]. Este filtro é derivado do sistema matricial de equações normais de Wiener-Hopf:

---

<sup>14</sup> Operação matemática: dadas duas funções  $a(t)$  e  $b(t)$ , a função resultante da convolução é definida como:  $c(t) = a(t) * b(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau)b(t - \tau)d\tau$  (cada amostra (das funções a e b) é multiplicada e somada). Esta operação combina dois sinais gerando um terceiro sinal modificado (figura 3.8).

<sup>15</sup> Frequência máxima, representada no domínio discreto por  $f_n = \frac{1}{2\Delta t}$ , onde  $\Delta t$  é o período de amostragem [DUARTE, 2006].

<sup>16</sup> Algoritmo desenvolvido por Norbert Levinson (1947) para resolver as equações normais do sistema de Wiener-Hopf [DUARTE, 2006].

$$\begin{pmatrix} a_o & \cdots & a_m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_m & \cdots & a_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_o \\ \dots \\ h_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_o \\ \dots \\ g_m \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

que é equivalente a expressão:

$$a(t) * h(t) = g(t), t \geq 0 \quad (3.15)$$

Nestas expressões,  $a(t)$  representa a autocorrelação<sup>17</sup> do efeito indesejável,  $g(t)$  representa a correlação-cruzada<sup>18</sup> entre a saída desejada (um impulso, como a função delta de Kronecker) e o efeito indesejável.  $h(t)$  é o filtro inverso, dado que se deseja obter.

Um pré-requisito para que o filtro conformador de Wiener-Hopf seja de qualidade é que o efeito indesejável deve ser de *fase mínima*<sup>19</sup>, pois geram filtros inversos com energia estável (finita) [PONTES, 1985].

Para testar a qualidade do filtro, suponha que existe um operador filtro  $f(t)$  tal que:

$$f(t) * p(t) = r(t), \quad (3.16)$$

com  $p(t)$  e  $r(t)$  representando o pulso sísmico e a função refletividade, respectivamente, e além disso, considerando o modelo convolucional livre de ruídos ( $n(t)$ ) dado por:

$$p(t) = w(t) * r(t) \quad (3.17)$$

Ao substituir a expressão (3.17) em (3.16), obtém:

$$f(t) * (w(t) * r(t)) = r(t) \quad (3.18)$$

A expressão (3.18) pode ser simplificada<sup>20</sup> para:

$$\delta(t) = w(t) * f(t), \quad (3.19)$$

onde  $\delta(t)$  representa a função Delta de Kronecker definida por:

---

<sup>17</sup> Caso particular da correlação-cruzada na qual a segunda função é igual à primeira [DUARTE,2006].

<sup>18</sup> Indica o grau de similaridade entre duas funções. Operação matemática entre duas funções, numericamente equivalente a convolução, onde se inverte a segunda função antes de aplicar a operação de convolução.

<sup>19</sup> A energia concentra-se no início do pulso.

<sup>20</sup> Considerando-se a propriedade associativa e o elemento neutro da convolução.

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t > 0 \text{ ou } t < 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

O filtro pode ser calculado como:

$$f(t) = \delta(t) * (w(t))^{-1} \quad (3.21)$$

Devido à identidade multiplicativa<sup>21</sup>, a expressão (3.21) pode ser reescrita como:

$$f(t) = (w(t))^{-1} \quad (3.22)$$

Isto pode ser interpretado como se o filtro inverso  $((f(t))^{-1})$  transformasse a assinatura da fonte em um impulso (*spike*) (em  $t = 0$ ) (YILMAZ, 1987). Esta é uma forma prática de se testar a qualidade do filtro: quanto mais a assinatura da fonte estiver parecida com um impulso, melhor será o filtro inverso.

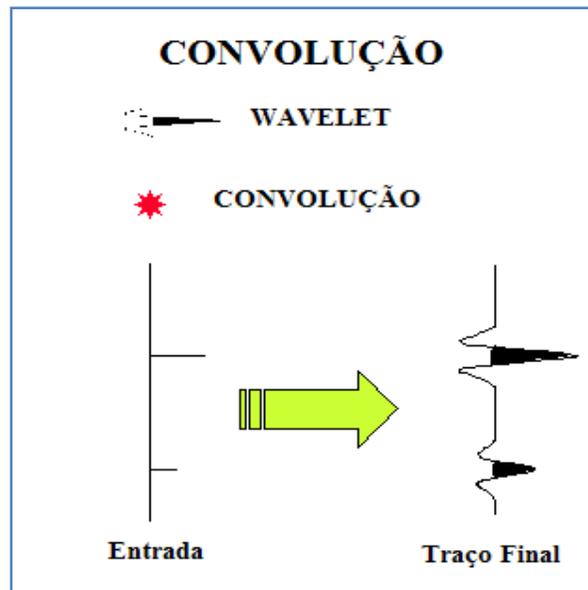


Figura 3.8: Representação ilustrativa do resultado da aplicação do processo de convolução.

Duarte (2000) definiu a deconvolução como um procedimento automático de branqueamento controlado do espectro de amplitude por meio de um operador de fase mínima. Deconvolvendo o dado, o sinal é comprimido, podendo-se obter a recuperação das altas frequências, a atenuação de reverberações e múltiplas de períodos curtos, além da equalização das amplitudes.

<sup>21</sup> Propriedade da convolução na qual  $f * \delta = f$ .

Ao se aplicar o processo de deconvolução preditiva os componentes do pulso (assinatura da fonte, reflexões da superfície e resposta do arranjo de receptores) deveriam ser comprimidos (figura 3.9). Teoricamente, após a compressão das reflexões primárias e a remoção das possíveis reflexões múltiplas, o sinal resultante deveria ser composto apenas pela refletividade da terra. Entretanto, muitas vezes isto não ocorre devido à violação das premissas descritas a seguir [DUARTE, 1992]:

- As séries de reflexões primárias devem ser aleatórias;
- A fonte deve ser de fase mínima e estacionária<sup>22</sup>;
- O ruído deve ser aleatório e de nível mínimo;
- O período da múltipla deve ser fixo (estacionário).



Figura 3.9: Ilustração do processo de Deconvolução Preditiva: é realizada a convolução entre o ruído indesejável e um filtro designado, resultando assim, em um sinal mais coerente.

### 3.2.1.1. A Deconvolução na Atenuação de Reflexões Múltiplas

O processo de deconvolução é considerado por muitos como uma técnica de filtragem inversa. Por esse motivo muitos autores preferem classificá-lo como um método de filtragem e não de periodicidade. O fluxograma da figura 3.10 ilustra as etapas deste método.

Em 1959, Backus publicou um artigo que se tornou um clássico sobre atenuação de reverberações. Em seu trabalho, os efeitos da lâmina d'água eram considerados, aproximadamente, como um filtro linear. Para remover esses efeitos, um filtro inverso foi designado e convolvido com os traços do registro sísmico. Entretanto, a falta de informações a respeito da espessura da lâmina d'água e do coeficiente de reflexão do fundo-do-mar eram empecilhos para a aplicabilidade desta técnica na época.

<sup>22</sup> Não varia através da terra.

Goupillaud (1961) apresentou uma generalização não-linear para o conceito de filtro inverso que remove os efeitos de reverberações de curto período para registros marinhos ou terrestres.

Peacock & Treitel (1969) publicaram um artigo bastante explicativo com a teoria básica da deconvolução preditiva e discussões sobre características da aplicação da técnica para remover múltiplas periódicas do registro sísmico.

O maior alvo da deconvolução preditiva são as reflexões múltiplas geradas dentro da lâmina d'água, conhecidas como reverberações, devido à periodicidade. Contudo, há casos em que a deconvolução pode ser aplicada em dados não-periódicos. Taner *et al.* (1995) apresentaram um esquema que utilizava a deconvolução preditiva multicanal no domínio do espaço-tempo para remover *peg-legs*. Este trabalho foi de grande importância para o conceito de deconvolução multicanal, pois foi o primeiro neste assunto. Lima & Porsani (2001) também utilizaram *filtros multicanais*<sup>23</sup> para remover reverberações da lâmina d'água e *peg-legs*.

---

<sup>23</sup> Filtros que atuam em mais de um canal.

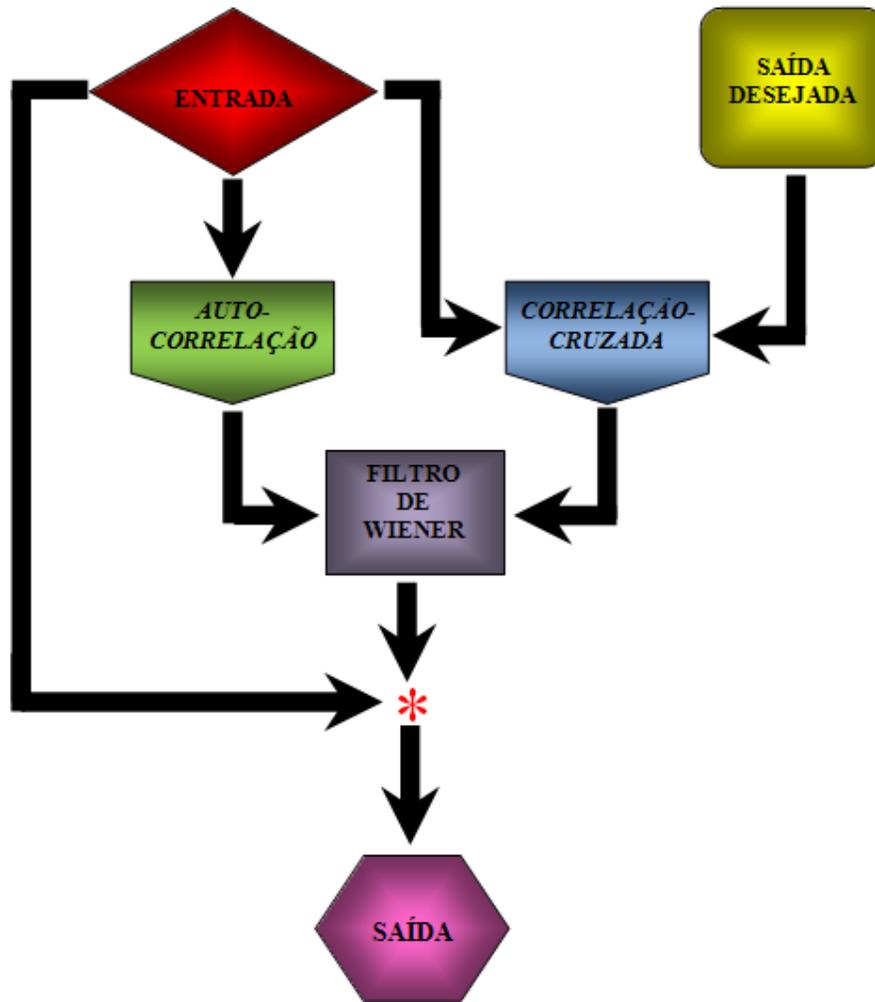


Figura 3.10: Esquema do processo de Deconvolução Preditiva.

### 3.2.2. Método de Eliminação de Reflexões Múltiplas Relacionadas à Superfície (SRME<sup>24</sup>)

O SRME foi introduzido por Anstey e Newman em 1967, os quais observaram que a autoconvolução dos traços de um dado com reflexões primárias gerava as reflexões múltiplas relacionadas à superfície, como reverberações por exemplo. De posse do dado que continha apenas as múltiplas era realizada uma subtração adaptativa, isto é, era aplicado um filtro para escalonar as amplitudes e a fase dos traços para que as múltiplas pudessem ser subtraídas do dado inicial. Existem muitas variações deste

<sup>24</sup> Do inglês *Surface-Related Multiple Elimination*.

método. Em 1979, Kennett apresentou um processo de inversão no domínio frequência-número-de-onda que removia as reflexões múltiplas de um modelo elástico de camadas horizontais, para todos os ângulos de incidência, não apenas para ondas planas.

Em 1989, Pann apresentou uma técnica na qual eram gerados traços a partir da combinação de pares de traços reais (convolução), onde estes possuíam um ponto final em comum no dado. Todos os possíveis pares de múltiplas que adicionassem informações ao traço de interesse eram analisados através do Princípio de Huygens, afirmando que a onda que possui o menor tempo de trânsito é equivalente ao caminho percorrido pela múltipla. Com os traços das múltiplas gerados em um dado separado foi realizada a subtração pelo dado real.

Verschuur *et al.* (1992) propuseram um método que pode ser considerado equivalente aos métodos baseados na equação da onda, onde a influência da superfície refletora é removida do dado, sendo necessário o conhecimento da assinatura da fonte e o coeficiente de reflexão da superfície.

A aplicação desse método e suas variações em geral, permitem que as múltiplas sejam previstas através de um procedimento de inversão do dado sísmico, sem a necessidade de informações sobre a estrutura em subsuperfície [VERSCHUUR & KABIR, 1992]. A medição da assinatura da fonte pode complementar e aumentar a eficiência do método visto que o mesmo pode ser bastante efetivo na remoção de múltiplas geradas a partir de complexas geologias.

Dragoset (1993) apresentou uma equação de inversão generalizada que poderia ser gerada a partir de duas hipóteses: (i) o campo de onda registrado é uma superposição de eventos primários (isto é, múltiplas de superfície de primeira ordem, segunda ordem, etc.) e (ii) uma relação recursiva pode ser encontrada de forma que as múltiplas de ordem  $N$  podem ser previstas a partir do campo de onda primário e das múltiplas de ordem  $N-1$ . A obtenção de uma equação de inversão específica é totalmente dependente da natureza do campo de onda e de qualquer relação que possa ser encontrada para satisfazer (ii): para o caso 1-D, a inversão é realizada por meio da deconvolução e, para o caso 2-D, utiliza-se a integral de Kirchhoff ou a equação da onda escalar 2-D.

Berkhout & Verschuur (1997) publicaram uma teoria para estimar e remover as múltiplas (relacionadas à superfície além de múltiplas internas) com um algoritmo de

solução iterativa, formulado em termos da série de Neumann. A teoria também foi formulada para registros *Areal Shot*. Os autores consideraram a estimativa da *wavelet* um acréscimo muito importante para o desenvolvimento do processo de remoção.

Weglein em 1999 apresentou uma técnica na qual sua principal característica era a habilidade de separar as múltiplas das primárias com *moveout* arbitrário (podendo este ser bem reduzido) através de uma condição de minimização de energia para a *wavelet*.

Em 2006, Verschuur seguindo o conceito de Anstey e Newman (1967) apresentou que a construção das reflexões múltiplas poderia ser obtida considerando estas como a união de reflexões primárias conectadas no ponto de reflexão da superfície através do somatório de Kirchhoff (figura 3.11). Desta forma, seria possível combinar as reflexões primárias existentes no dado para construir reflexões múltiplas como *peg-legs*, múltiplas da superfície livre e múltiplas internas, por exemplo.

No processo de construção de reflexões múltiplas a partir de eventos primários, todos os tipos de múltiplas relacionadas à superfície são gerados automaticamente. Contudo, para certas circunstâncias não-ideais (*offsets* perdidos, amostragem grosseira da fonte, reflexões primárias de refletores superficiais não registradas e ruídos no dado) as múltiplas podem não ser devidamente estimadas e, conseqüentemente, não removidas além de ser possível a geração de artefatos [VERSCHUUR, 2006].

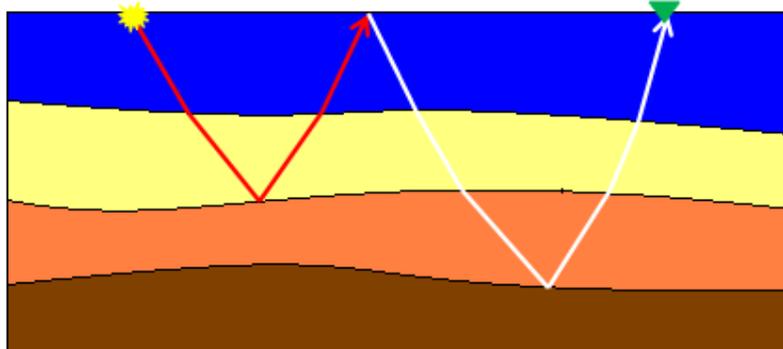


Figura 3.11: Construção da múltipla de primeira ordem relacionada à superfície através da junção de reflexões primárias segundo Verschuur (2006).

Todas as variações dos métodos *SRME* comentadas nesta seção possuem a capacidade de solucionar importantes problemas de reflexões múltiplas em dados sísmicos marinhos, além de estimar a assinatura da fonte (independente da natureza da *wavelet* ou da refletividade da terra).

### **3.2.3. Atenuação de Reflexões Múltiplas Utilizando a Extrapolação do Campo de Onda**

Esta metodologia será apresentada, detalhadamente, no capítulo 5 devido sua aplicação ser o foco principal deste trabalho.

# Capítulo 4

---

## Fundamentos da Extrapolação do Campo de Onda Descendente

Semanticamente, a palavra extrapolar significa ir além, ultrapassar, exceder. Para o caso sísmico, esta palavra possui um significado especial, pois ao se extrapolar o campo de ondas torna-se possível conhecer como o campo se comporta em outros pontos do modelo, a partir de registros em superfícies de observação conhecidas. Será apresentada neste capítulo a fundamentação física e matemática da extrapolação do campo de onda descendente. Este conceito é importante para o desenvolvimento teórico do método de atenuação de reflexões múltiplas da superfície livre que será introduzido no próximo capítulo.

O conceito de extrapolação do campo de onda desempenha um papel fundamental nas técnicas de imageamento e processamento sísmico. Como a essência do método sísmico está na propagação e reflexão de energia, grande parte do processamento é dedicada à eliminação dos efeitos de propagação das ondas. Segundo Wapenaar & Berkhout (1989), a propagação é determinada pela tendência da subsuperfície, enquanto a reflexão é determinada pelos detalhes da mesma. Portanto, o conhecimento de um macro modelo da subsuperfície deve ser pesquisado e avaliado cuidadosamente.

Neste capítulo será evidenciada grande parte da fundamentação teórica que envolve a extrapolação do campo de onda descendente. Inicialmente, através de relatos históricos, será dissertado como Huygens introduziu o conceito de frentes de onda. Posteriormente, haverá um desenvolvimento físico-matemático que comprova o método da extrapolação de campos de onda descendentes.

Assim como foi apresentado em Martins (2008), o método de extrapolação proposto utiliza soluções integrais<sup>25</sup> da equação da onda. As soluções integrais são apresentadas como as *Integrais de Rayleigh*, as quais são derivadas da *Integral de Kirchhoff-Helmholtz* – sendo a mesma um dos principais alicerces para o raciocínio matemático desenvolvido aqui.

#### 4.1. Princípio de Huygens

Segundo relatos históricos, o cientista holandês Christiaan Huygens (1629-1695) era apenas um garoto quando jogou uma pedra dentro de um canal próximo a sua propriedade e observou atentamente a onda circular que se movia pela superfície da água. Isto caracterizou o seu interesse pelo estudo da geometria circular na ciência de um modo geral [ROBINSON & CLARK, 2006].

Para conceituar o movimento das frentes de ondas Huygens desenvolveu algumas teorias geométricas, como a da figura 4.1. Na curva  $MPQ$  dessa figura,  $PT$  é a reta tangente (no ponto  $P$ ) e  $PN$  é a reta normal (perpendicular à reta tangente). Nesta figura podem ser observados quatro círculos ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ ), sendo cada um tangente à curva  $MPQ$  no ponto  $P$ . Cada um desses círculos é chamado de círculo tangente e cada um tem seu centro na reta normal  $PN$ . Huygens afirmou que dentre esses quatro círculos tangentes, existe apenas um que melhor se encaixa na curva  $MPQ$  em  $P$ . Este círculo de encaixe perfeito (neste caso o círculo  $D$ ) pode ser descrito como o círculo que “beija” a curva, e a ele dá-se o nome de *círculo osculador*. A curvatura de  $MPQ$  é definida como o inverso do raio do círculo osculador (o círculo  $D$ ). Afirma-se que, quanto mais fechada for a curva em  $P$ , maior será a curvatura, caso contrário, menor será a curvatura – com o limite sendo a linha reta que coincide com a reta tangente  $PT$ . Resumidamente, o círculo osculador é círculo que “toca” a curva (em seu lado côncavo) e cujo raio equivale a sua curvatura. Assim como a tangente é uma reta que melhor aproxima uma curva em um ponto, o círculo osculador é um círculo que melhor aproxima uma curva em um ponto.

---

<sup>25</sup> O método de extrapolação do campo de ondas pode ser baseado em soluções diferenciais (série de Taylor) ou integrais da equação da onda (função de Green) (MARTINS, 2008).

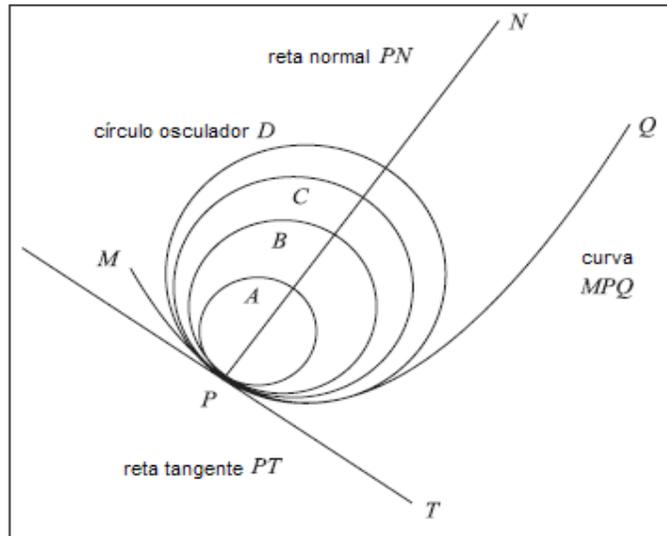


Figura 4.1: Configuração para a teoria da curvatura segundo Huygens [Adaptado de ROBINSON & CLARK (2006)].

A partir da teoria da curvatura, Huygens desenvolveu a *Teoria das Evolutas*. A *evoluta* de uma curva genérica pode ser definida como a curva formada pelos seus centros de curvatura. As tangentes a uma evoluta são normais à curva original e a evoluta de um círculo é o centro do círculo (figura 4.2). Esses conceitos foram de extrema importância para o desenvolvimento da *Teoria Ondulatória*.

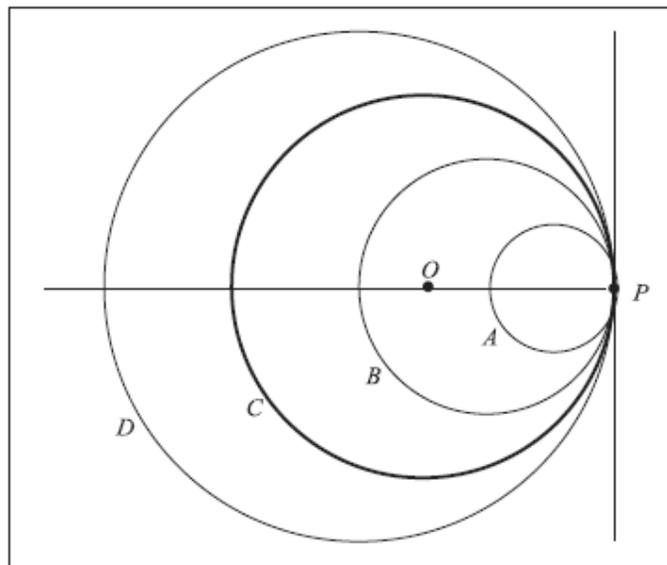


Figura 4.2: Caracterização da teoria das evolutas para um círculo C.

Huygens contribuiu significativamente à física teórica quando postulou que a luz poderia ser tratada como uma onda [ROBINSON & CLARK, 2006]. Observando a

ligação da teoria das evolutas e o círculo osculador, ele pôde concluir que o círculo osculador de um círculo é o próprio, e similarmente, a evoluta de uma linha reta é um ponto no infinito (visto que, para uma reta, a curvatura é nula e o raio de curvatura é infinito).

Huygens esquematizou os processos de frente de onda como na figura 4.3. Este diagrama mostra a formação da frente de onda esférica (lado esquerdo da figura) e da onda plana (lado direito da figura) durante a propagação.

Sempre que um geofísico faz uma migração pré-empilhamento em profundidade, ele está utilizando o conceito do Princípio de Huygens, que pode ser resumido como:

*“Dada uma frente de onda em um dado instante de tempo, cada ponto dessa frente de onda emite uma wavelet<sup>26</sup> esférica (figura 4.3). As wavelets estão em fase com a frente de onda original e se propagam para frente com a mesma velocidade. As wavelets interferem construtivamente gerando uma nova frente de onda. Da mesma forma, essa nova frente de onda irá gerar outra e assim por diante” (ROBINSON & CLARK, 2006).*

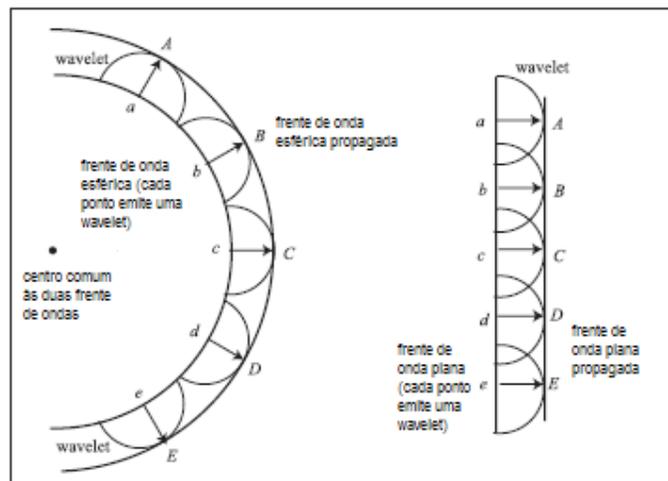


Figura 4.3: Configuração da propagação de uma frente de onda esférica e plana, respectivamente. [Adaptado de ROBINSON & CLARK (2006)].

A versão clássica encontrada na literatura é [VERSCHUUR, 2006]:

<sup>26</sup> Forma de onda caracterizada por um pulso de duração relativamente pequena [DUARTE, 2006].

*“Todos os pontos de uma frente de onda podem ser considerados como fontes puntiformes de ondas esféricas secundárias. Depois de certo tempo, a nova posição da frente de onda é a superfície que tangencia essas ondas secundárias”.*

Huygens imaginava que este processo era contínuo de acordo com a propagação da onda. A partir deste princípio, Huygens estabeleceu as leis de reflexão e refração da onda. Entretanto, a deficiência deste princípio está no aspecto da direção em tempo e da quantificação da amplitude das frentes de ondas.

Em 1818, Augustin Jean Fresnel (1788-1827) utilizando as idéias de Huygens afirmou que a amplitude da onda em qualquer ponto dado equivale à superposição de todas as *wavelets* secundárias no ponto (levando em consideração que as *wavelets* possuem a mesma frequência da onda original). Essas novas idéias formaram então, o Princípio de Huygens-Fresnel [ROBINSON & CLARK, 2006].

Entretanto, a questão pendente era justificar a posição da frente de onda. Este assunto foi explorado por Gustav Kirchhoff, assunto que será abordado na próxima seção deste trabalho.

## **4.2. Teorema de Representação Acústico**

Em 1882, baseando-se nas pesquisas de Hermann Helmholtz (1821-1894), Gustav Kirchhoff (1824-1887) desenvolveu sua teoria sobre difração escalar, que descreveu matematicamente o Princípio de Huygens-Fresnel ao resolver a equação diferencial da onda escalar.

As pesquisas de Kirchhoff foram erroneamente referenciadas como aproximações da Física Ótica. Na verdade, a teoria de Kirchhoff não tem nenhuma relação com a Física Ótica [BUCCI & PELOSI, 1994]:

(i) A teoria da difração descrita por Kirchhoff determina um campo de onda, associado a uma fonte que emite uma onda escalar monocromática, em uma região que possui como interface de separação uma pequena abertura com uma tela opaca.

(ii) A Física Ótica se refere ao campo de onda espalhado por uma superfície refletora. Esse campo é aproximadamente calculado através dos coeficientes de reflexão dessa superfície.

Portanto, percebe-se que em ambas as teorias o campo de onda final é calculado de maneira completamente distinta. É mais adequado dizer, que a Física Ótica é uma extensão da Teoria da Difração de Kirchhoff. Em 1883, Kirchhoff construiu um embasamento matemático o qual comprovava que o Princípio de Huygens resultava diretamente da equação da onda.

O *Teorema da Representação* – também conhecido como a *Fórmula Integral de Kirchhoff-Helmholtz* – que será desenvolvido nesta seção, pode ser descrito como uma forma especial do *Teorema de Reciprocidade Acústico*, com a caracterização da resposta impulsiva de um meio e a sua relação com um campo de onda físico. A partir da fórmula *integral de Kirchhoff-Helmholtz* pode-se calcular a pressão acústica de um campo de onda físico em qualquer ponto de um meio (um volume, por exemplo) em termos de uma integral de volume e uma integral de superfície fechada ao longo do mesmo campo de onda físico [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Para se chegar à expressão que quantifica o campo de pressão acústico dado por Kirchhoff, faz-se necessário o desenvolvimento de alguns conceitos prévios, os quais serão abordados nas subseções a seguir.

#### **4.2.1 Teoremas de Reciprocidade Acústica**

Na sua forma mais elementar, o princípio da reciprocidade acústica afirma que a resposta impulsiva do meio, ao trocar fonte e receptor de posição – colocando-se a fonte no lugar do receptor e vice-versa – será a mesma. Entretanto, essa reciprocidade fonte-receptor é apenas um caso especial da reciprocidade geral. Os teoremas da reciprocidade formulam relações entre dois estados independentes (isto é, dois campos de onda, fontes e parâmetros do meio) porém, não necessariamente dentro de um mesmo domínio. As fontes, parâmetros do meio e campos de onda podem ser diferentes em ambos os estados

Segundo BOJARSKI (1983, apud WAPENAAR, 1996) os Teoremas da Reciprocidade Acústica podem ser classificados nas categorias *convolucional* (aplicada em problemas diretos) e *correlacional* (aplicada em problemas inversos). Nesta dissertação será dada ênfase apenas para o tipo convolucional, visto que a principal aplicação deste teorema é a extrapolação direta do campo de onda.

### 4.2.1.1. Teorema da Reciprocidade Convolutional

Para representar a interação entre dois campos de onda em um dado domínio (neste caso, um volume  $D$  envolto por uma superfície  $S$ , com vetor normal  $\vec{n}$  apontando para fora – figura 4.2.1), são considerados dois “estados” independentes  $A$  e  $B$ . Para cada estado, são definidos dentro do volume  $D$  [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989]:

- ✓ o módulo de compressão adiabático ( $K_A$  e  $K_B$ );
- ✓ a densidade do volume de massa ( $\rho_A$  e  $\rho_B$ );
- ✓ a pressão acústica ( $p_A$  e  $p_B$ ), a densidade volumétrica da injeção de volume ( $i_{v_A}$  e  $i_{v_B}$ );
- ✓ a densidade do volume de forças externas ( $\vec{f}_A$  e  $\vec{f}_B$ ).

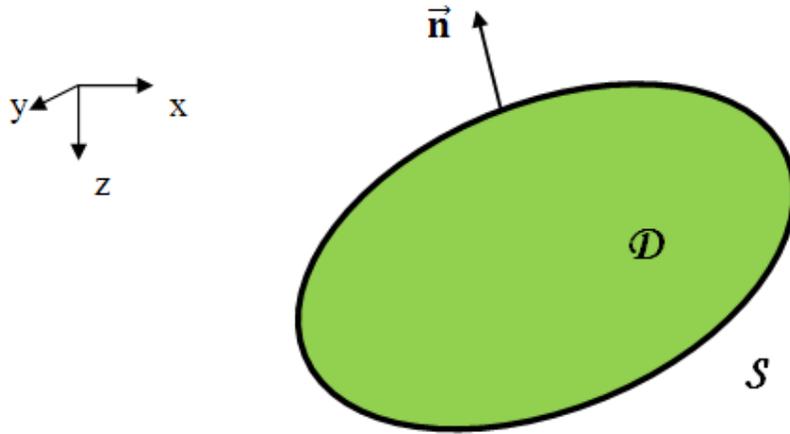


Figura 4.2.1: Configuração para os Teoremas de Reciprocidade.

De acordo com WAPENAAR & BERKHOUT (1989), ambos os estados  $A$  e  $B$  satisfazem a equação acústica da onda bidirecional dada por:

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla p \right) - \frac{1}{K} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = - \left( \frac{\partial^2 i_v}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \vec{f} \right) \right), \quad (4.1)$$

cujo lado esquerdo da igualdade representa a distribuição da fonte.

Aplicando a Transformada de Fourier Temporal<sup>27</sup>, obtém-se a equação acústica da onda bidirecional no domínio do espaço-freqüência para os estados  $A$  e  $B$ , respectivamente:

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \nabla P_A \right) - \frac{\omega^2}{K_A} P_A = - \left( -\omega^2 I_{v_A} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{F}_A \right) \right) \quad (4.2 - a)$$

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \nabla P_B \right) - \frac{\omega^2}{K_B} P_B = - \left( -\omega^2 I_{v_B} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{F}_B \right) \right) \quad (4.2 - b)$$

Considere uma função vetorial  $\vec{Q}$ , a qual representa uma relação de interação entre os dois campos de onda A e B:

$$\vec{Q} = P_A \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \quad (4.3)$$

Considerando a função  $\vec{Q}$  diferenciável, com derivadas parciais contínuas, a aplicabilidade do Teorema de Gauss<sup>28</sup> no volume  $D$  com fronteira  $S$  é garantida. Primeiramente calcula-se o divergente de  $\vec{Q}$ :

$$\nabla \cdot \vec{Q} = (\vec{\nabla} P_A) \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) + P_A \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - (\vec{\nabla} P_B) \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) - P_B \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \quad (4.4)$$

Substituindo os termos das equações (4.2-a) e (4.2-b) a equação acima (4.4) transforma-se em:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{Q} &= P_B \left( -\omega^2 I_{v_A} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{F}_A \right) \right) - P_A \left( -\omega^2 I_{v_B} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{F}_B \right) \right) + \\ &+ \omega^2 \left( \frac{1}{K_A} - \frac{1}{K_B} \right) P_A P_B + \left( \frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_B} \right) (\vec{\nabla} P_A) (\vec{\nabla} P_B) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Aplicando o Teorema de Gauss, obtém-se:

$$\int_V \left[ P_B \left( -\omega^2 I_{v_A} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{F}_A \right) \right) - P_A \left( -\omega^2 I_{v_B} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{F}_B \right) \right) \right] +$$

<sup>27</sup>  $U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [u(t)e^{-j\omega t}] dt$

<sup>28</sup>  $\int_V \nabla \cdot \vec{Q} dV = \oint_S \vec{Q} \cdot \vec{n} dS$

$$\begin{aligned}
& +\omega^2 \left( \frac{1}{K_A} - \frac{1}{K_B} \right) P_A P_B + \left( \frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_B} \right) (\vec{\nabla} P_A)(\vec{\nabla} P_B) \Big] dV = \\
& \oint_S \left[ P_A \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS
\end{aligned} \tag{4.6}$$

A equação (4.6) foi formulada por John William Strutt Rayleigh (1842-1919) em 1873 e ficou conhecida como o *Teorema da Reciprocidade de Rayleigh Convolutacional*, ou apenas, *Teorema da Reciprocidade de Rayleigh*. A utilização do termo “*Convolutacional*” está no fato de que os produtos desta equação no domínio da frequência correspondem a convoluções no domínio do tempo [WAPENAAR, 1996].

Se ambos os campos de onda  $A$  e  $B$  estiverem se propagando em meios que possuem as mesmas características físicas então,  $K_A(\vec{r}) = K_B(\vec{r}) = K(\vec{r})$  e  $\rho_A(\vec{r}) = \rho_B(\vec{r}) = \rho(\vec{r})$  onde  $\vec{r} = (x, y, z)$ . Além disso, se forem escolhidas fontes do tipo monopolo – a amplitude e a fase da pressão acústica são simétricas esfericamente – dentro de  $D$ , nas posições  $\vec{r}_A$  e  $\vec{r}_B$  os termos representativos das fontes podem ser reescritos como:

$$\left( -\omega^2 I_{v_A}(\vec{r}, \omega) - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A(\vec{r})} \vec{F}_A(\vec{r}, \omega) \right) \right) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_A) S_o(\omega) \tag{4.7 - a}$$

e

$$\left( -\omega^2 I_{v_B}(\vec{r}, \omega) - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B(\vec{r})} \vec{F}_B(\vec{r}, \omega) \right) \right) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_B) S_o(\omega), \tag{4.7 - b}$$

onde  $S_o(\omega)$  representa a assinatura da fonte.

A partir dessas considerações, o Teorema da Reciprocidade de Rayleigh Convolutacional (4.6) pode ser simplificado de:

$$\begin{aligned}
& \int_V \left[ P_B \left( -\omega^2 I_{v_A} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{F}_A \right) \right) - P_A \left( -\omega^2 I_{v_B} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{F}_B \right) \right) \right] + \\
& +\omega^2 \left( \frac{1}{K_A} - \frac{1}{K_B} \right) P_A P_B + \left( \frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_B} \right) (\vec{\nabla} P_A)(\vec{\nabla} P_B) \Big] dV = \\
& \oint_S \left[ P_A \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS
\end{aligned}$$

Para a seguinte expressão:

$$\int_V \left[ P_B \left( -\omega^2 I_{v_A} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{F}_A \right) \right) - P_A \left( -\omega^2 I_{v_B} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{F}_B \right) \right) \right] = \oint_S \left[ P_A \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS \quad (4.8)$$

Substituindo as distribuições das fontes pelas fontes do tipo monopolo (4.7-a) e (4.7-b) e aplicando a propriedade de *filtragem*<sup>29</sup> da função Delta de Dirac, a equação (4.8) torna-se:

$$\oint_S \left[ P_A \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS = [P_B(\vec{r}_A, \omega) - P_A(\vec{r}_B, \omega)] S_o(\omega) \quad (4.9)$$

Segundo MARTINS (2008, apud WAPENAAR & BERKHOUT, 1989), é possível simplificar ainda mais a equação (4.9) se forem consideradas as três situações abaixo:

**i)** Se  $S$  é uma *superfície rígida* para os estados  $A$  e  $B$ , então a velocidade normal das partículas – representada por  $v_n(\vec{r}, \omega)$  – é nula nesta superfície. Além disso, a partir da equação do movimento (no domínio da frequência) dada por:

$$\rho(r)v(\vec{r}, \omega) + \nabla P(\vec{r}, \omega) = 0. \quad (4.10)$$

Pode-se chegar à expressão  $\rho(r)v(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{n} + \nabla P(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{n} = 0$  apenas multiplicando escalarmente a equação (4.10) pelo vetor normal  $\vec{n}$ . Como por hipótese  $v_n(\vec{r}, \omega) = 0$ , pode-se concluir que  $\nabla P(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{n} = 0$ .

Portanto, se a superfície  $S$  possuir esta característica de rigidez,  $\nabla P_A(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{n} = 0$  e  $\nabla P_B(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{n} = 0$  – situação conhecida como Condição de Contorno de Neumann – e, conseqüentemente, a equação (4.9) reduz-se a:

$$P_B(\vec{r}_A, \omega) = P_A(\vec{r}_B, \omega) \quad (4.11)$$

**(ii)** Se  $S$  é uma *superfície livre* para os estados  $A$  e  $B$ , então a pressão acústica dos campos  $A$  e  $B$  se anulam em  $S$ , isto é,  $P_A(\vec{r}, \omega) = 0$  e  $P_B(\vec{r}, \omega) = 0$  (Condição de Contorno de Dirichlet).

---

<sup>29</sup>  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) f(x) \, dx = f(x_0)$

Logo, considerando a superfície  $S$  com esta característica, a equação (4.9) transforma-se novamente na igualdade (4.11):  $P_B(\vec{r}_A, \omega) = P_A(\vec{r}_B, \omega)$ .

(iii) Se  $D$  é um volume ilimitado para os estados  $A$  e  $B$  e além disso:

- $S$  é uma esfera de raio infinito (caracterizada como  $S_\infty$ );
- O meio é homogêneo fora da esfera;
- As ondas são localmente planas e propagam-se paralelamente ao vetor normal ( $\vec{n}$ ) à superfície que delimita o volume  $D$ ,

Então, a *Condição de Radiação de Sommerfeld*<sup>30</sup> – o qual afirma que a energia radiada por uma fonte se espalha para o infinito não retornando para o campo, ou seja, as ondas se propagam sem se refletir – é satisfeita nos dois campos  $A$  e  $B$ .

Inicialmente, tem-se (4.9):

$$\oint_S \left[ P_A \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS = [P_B(\vec{r}_A, \omega) - P_A(\vec{r}_B, \omega)] S_o(\omega).$$

Para uma esfera, a expressão acima pode ser modificada para:

$$P_B(\vec{r}_A, \omega) - P_A(\vec{r}_B, \omega) = \frac{1}{S_o(\omega)} \oint_S \left[ P_A \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_B}{\partial r} \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_A}{\partial r} \right) \right] dS \quad (4.12)$$

onde

$$P_\lambda(\vec{r}, \omega) = f_\lambda(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad \lambda = A, B \quad (4.13)$$

A partir de (4.13) a expressão (4.12) pode ser reescrita aproximadamente como:

$$P_B(\vec{r}_A, \omega) - P_A(\vec{r}_B, \omega) \approx \frac{1}{S_o(\omega)} \oint_S \frac{f_A(\theta, \varphi)}{\rho} \left[ \frac{e^{-ikr}}{r} \left( \frac{\partial P_B}{\partial r} \right) - P_B \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) \right] dS \quad (4.14)$$

Alterando as coordenadas da integral da expressão (4.14) para a forma polar, obtém-se:

---

<sup>30</sup>  $\lim_{r \rightarrow \infty} r \left( \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial r} + ikP(\vec{r}, \omega) \right) = 0$  e  $\lim_{r \rightarrow \infty} P(\vec{r}, \omega) = 0$ , onde  $k$  é a constante que representa o número-de-onda dado por:  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}$ , com  $c$ =velocidade de propagação,  $\omega$ =frequência angular,  $K$

e  $\rho$  parâmetros do meio já definidos anteriormente.

$$P_B(\vec{r}_A, \omega) - P_A(\vec{r}_B, \omega) \approx \frac{1}{S_o(\omega)} \iint_{00}^{2\pi\pi} \frac{f_A(\theta, \varphi)}{\rho} \left[ r \left( \frac{\partial P_B}{\partial r} + ikP_B \right) + P_B \right] e^{-ikr} \sin\theta d\theta d\varphi \quad (4.15)$$

Tendo em vista que o raio da esfera tende a infinito, é possível manipular matematicamente alguns termos:

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} r \left( \frac{\partial P_B}{\partial r} + ikP_B \right) &= \lim_{r \rightarrow \infty} f_B(\theta, \varphi) r \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) + ik \frac{e^{-ikr}}{r} \right) = \\ &= \lim_{r \rightarrow \infty} f_B(\theta, \varphi) e^{-ikr} \left( -ik - \frac{1}{r} + ik \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

e

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P_B = \lim_{r \rightarrow \infty} f_B(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{r} = 0, \quad (4.17)$$

Tem-se que a expressão (4.15) torna-se:

$$P_B(\vec{r}_A, \omega) - P_A(\vec{r}_B, \omega) = 0.$$

Portanto, se estas considerações forem feitas para o volume  $D$ , o resultado obtido será o mesmo que nos outros casos:  $P_B(\vec{r}_A, \omega) = P_A(\vec{r}_B, \omega)$ .

Como foi comentado no início desta seção, este resultado ( $P_B(\vec{r}_A, \omega) = P_A(\vec{r}_B, \omega)$ ) é um caso especial – e a representação mais conhecida – do Teorema da Reciprocidade de Rayleigh (Convolutacional). Pode-se interpretar esse resultado da seguinte forma:

*“A pressão acústica  $P_A$ , registrada na posição  $\vec{r}_B$ , para uma fonte (monopolo com assinatura  $S_o(\omega)$ ) emitida em  $\vec{r}_A$ , equivale à pressão acústica  $P_B$ , registrada na posição  $\vec{r}_A$ , para uma fonte (monopolo com assinatura  $S_o(\omega)$ ) emitida em  $\vec{r}_B$ ”* [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Logo, alterar fontes e receptores de posição – no sentido de colocar um no lugar do outro – não modifica o valor final do campo de pressão, sendo este princípio válido para quaisquer meios heterogêneos (figura 4.2.2).

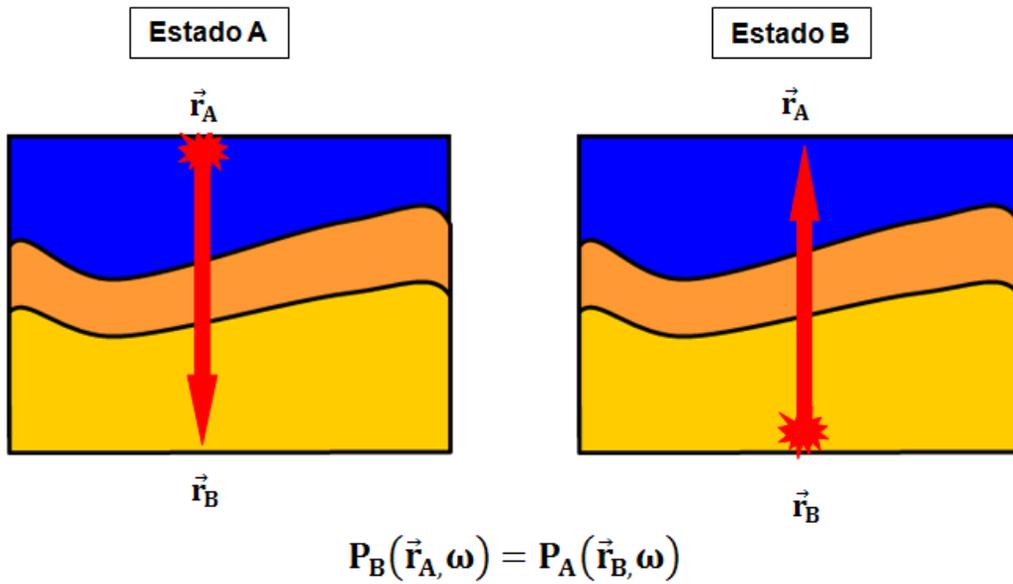


Figura 4.2.2: Ilustração para o princípio da Reciprocidade de Rayleigh.

Em 1993, Fokkema e Van Den Berg formularam uma variedade de esquemas de processamento sísmico, a partir do princípio da reciprocidade acústica, em sua obra denominada *Seismic Applications of Acoustic Reciprocity* (Elsevier). Alguns destes esquemas envolvem a remoção de múltiplas, nos quais um dos estados acústicos é o dado sísmico original (dado com múltiplas) e, o outro estado, é o dado que se deseja obter como resultado final (dado sem múltiplas). O Teorema da Reciprocidade Acústica relaciona esses estados construindo uma base para a formulação de um algoritmo que seja capaz de transformar um estado (dado com múltiplas) em outro (dado sem múltiplas).

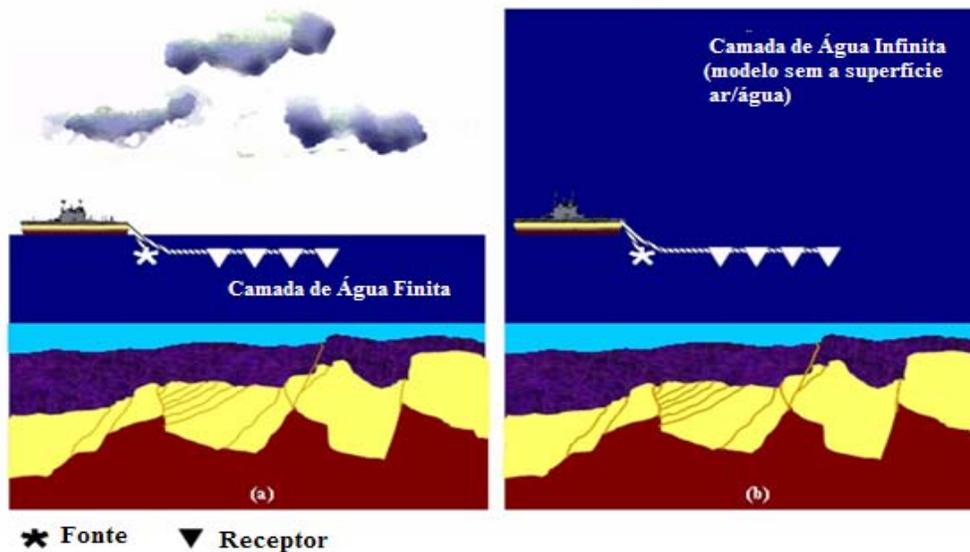


Figura 4.2.3: Configuração para o processo de remoção de reflexões múltiplas a partir do teorema de reciprocidade acústica segundo FOKKEMA & Van Den BERG (1993): (a) modelo real e (b) modelo desejado.

#### 4.2.1.2. Teorema da Reciprocidade Correlacional

Apenas a título de conhecimento – já que esse teorema não será utilizado no presente trabalho (por sua aplicação estar relacionada com problemas inversos como a *extrapolação inversa do campo de onda acústico, por exemplo*) – a formulação para a expressão que relaciona os dois estados acústicos citados na seção anterior (estados  $A$  e  $B$ ) para este teorema é bem similar ao tipo convolucional. Em sua dedução, basta apenas modificar a função vetorial  $\vec{Q}$ , que passa a possuir elementos que constituem o complexo conjugado do campo de onda. Diz-se *Teorema da Reciprocidade Correlacional* pois os produtos que compõem a expressão deste teorema, no domínio da frequência, representam correlações no domínio do tempo.

Entretanto, cabe deixar bem claro, que este teorema é de extrema importância para as representações do campo de onda nos problemas geofísicos inversos principalmente no âmbito da remoção de múltiplas relacionadas à superfície, modelagem, migração e inversão de dados sísmicos [WAPENAAR, 2007].

### 4.2.2. Função de Green Acústica

Matematicamente, a função de Green é utilizada para solucionar equações diferenciais parciais e ordinárias lineares sujeitas a condições de fronteira. Genericamente falando, uma função de Green de um operador linear  $L$  é qualquer uma das soluções abaixo:

$$(Lf)(x) = \delta(x - x_0), \quad (4.18)$$

onde  $\delta$  é a função Delta de Dirac.

De fato, considerando a equação diferencial linear dada por:

$$L(x)u(x) = f(x), \quad (4.19)$$

Que pode ser escrita em termos do operador inverso  $L^{-1}$ :

$$u(x) = L^{-1}(x)f(x), \quad (4.20)$$

Como  $L$  é um operador diferencial, é razoável esperar que o seu inverso ( $L^{-1}$ ) seja um operador integral, com  $LL^{-1}=L^{-1}L=I$  (onde  $I$  representa o operador identidade). Mais especificamente, o operador linear pode ser definido como:

$$L^{-1}f = \int G(x; x')f(x')dx' = u(x) \quad (4.21)$$

No qual  $G(x; x')$  é a função de Green associada ao operador linear  $L$ . Para completar a idéia de operador inverso, é introduzida a função Delta de Dirac como operador identidade, satisfazendo:

$$L(x)G(x; x') = \delta(x - x') \quad (4.22)$$

A solução da equação (4.19) pode ser diretamente escrita em termos da função de Green como:

$$u(x) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x; x') f(x') dx' \quad (4.23)$$

Pois, é possível observar que:

$$\begin{aligned} Lu(x) &= L(x) \int_{-\infty}^{\infty} G(x; x') f(x') dx' = \int_{-\infty}^{\infty} L(x) G(x; x') f(x') dx' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x') f(x') dx' \\ &= f(x) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Além dessas características matemáticas, esta função possui diversas interpretações físicas. Nesta dissertação, a função de Green – denotada por  $G$  – é um componente-chave para o desenvolvimento da *Integral de Kirchhoff-Helmholtz*, e será definida como a resposta impulsiva de um meio para uma fonte aplicada em certa posição. De forma mais específica, considerando um meio qualquer entre dois pontos  $X$  e  $Y$ , o registro que será obtido em  $X$  para uma fonte impulsiva aplicada em  $Y$  é a função de Green (figura 4.2.3).

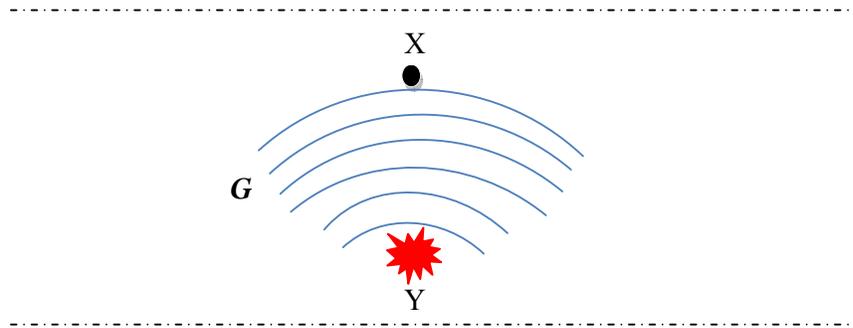


Figura 4.2.3: Ilustração para a interpretação da Função de Green.

Segundo MORSE & FESHBACH (1953), considerando um impulso em  $\vec{r}_A$ , devido as suas características, a função de Green satisfaz a equação acústica da onda bidirecional no domínio do espaço-tempo, descrita na subseção 4.2.1.1 – Teorema da Reciprocidade Convolucional – dentro do volume  $D$ , ou seja:

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho(\vec{r})} \vec{\nabla} g(\vec{r}, \vec{r}_A, t) \right) - \frac{1}{K(\vec{r})} \frac{\partial^2 g(\vec{r}, \vec{r}_A, t)}{\partial t^2} = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_A) \delta(t). \quad (4.25)$$

Na qual,  $g(\vec{r}, \vec{r}_A, t)$  representa a resposta impulsiva em um ponto de observação localizado em  $\vec{r}$  – como já foi definido anteriormente,  $\vec{r} = (x, y, z)$  – em função do tempo  $t$ , relacionado a uma fonte impulsiva em  $\vec{r}_A = (x_A, y_A, z_A)$  no instante  $t=0$ . Esta caracterização é semelhante ao princípio da reciprocidade (4.11), que pode ser reescrito como:

$$g(\vec{r}_A, \vec{r}_B, t) = g(\vec{r}_B, \vec{r}_A, t) \quad (4.26)$$

É importante ressaltar que para se obter uma solução para a equação (4.25) faz-se necessária a especificação das condições iniciais e de contorno. Contudo, no momento serão declaradas apenas as condições iniciais:

$$g(\vec{r}, \vec{r}_A, t) = 0, \quad \text{para } t < 0 \quad (4.27 - a)$$

e

$$\frac{\partial g(\vec{r}, \vec{r}_A, t)}{\partial t} = 0, \quad \text{para } t < 0. \quad (4.27 - b)$$

As condições iniciais que foram impostas (4.27 – a) e (4.27 – b) asseguram que a função de Green ( $g(\vec{r}, \vec{r}_A, t)$ ) representa um campo de onda *causal*<sup>31</sup> (*campo de onda de Green Causal*), isto é, um campo de onda que se propaga se distanciando da fonte em  $\vec{r}_A$ .

Como etapa final desta seção, será definido no domínio do espaço-frequência, através da Transformada de Fourier ( $U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [u(t)e^{-j\omega t}] dt$ ), o *campo de onda de Green Causal* – que será posteriormente utilizado para a formulação da *Integral de Kirchhoff-Helmholtz*:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\vec{r}, \vec{r}_A, t) e^{-j\omega t} dt \quad (4.28)$$

---

<sup>31</sup> Apesar de ter-se citado apenas o campo de onda causal, é possível definir um campo de onda *anti-causal*, utilizado na extrapolação inversa do campo de onda, o qual satisfaz a mesma equação acústica da onda bidirecional e possui condições finais dadas por:  $g(\vec{r}, \vec{r}_A, t) = 0$ , para  $t > 0$  e  $\frac{\partial g(\vec{r}, \vec{r}_A, t)}{\partial t} = 0$ , para  $t > 0$  [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Assim como em (4.26), pode-se estabelecer uma relação de reciprocidade, no domínio do espaço-freqüência, como:

$$G(\vec{r}_A, \vec{r}_B, \omega) = G(\vec{r}_B, \vec{r}_A, \omega) \quad (4.29)$$

Até o presente momento, toda a formulação realizada tem sido abrangida para meios heterogêneos quaisquer. Considere como um exemplo mais direcionado, um meio homogêneo ilimitado. Segundo WAPENAAR & BERKHOUT (1989), pode-se escrever o campo de onda de Green Causal, no domínio do espaço-tempo como:

$$g(\vec{r}, \vec{r}_A, t) = \frac{\rho}{4\pi} \frac{\delta\left(\frac{t - \Delta r}{c}\right)}{\Delta r}, \quad (4.30)$$

onde:

$\Delta r = |\vec{r} - \vec{r}_A|$  é a distância entre o local da fonte ( $\vec{r}_A$ ) e o ponto de observação ( $\vec{r}$ ) e  $c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$  é a velocidade de propagação.

Substituindo a expressão (4.30) em (4.28), obtém-se o campo de onda de Green Causal para um meio homogêneo ilimitado:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho}{4\pi} \frac{\delta\left(\frac{t - \Delta r}{c}\right)}{\Delta r} e^{-j\omega t} dt \quad (4.31)$$

Como o número-de-onda pode ser escrito na forma  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}$  e, além disso,

fazendo uso da propriedade de filtragem da função Delta de Dirac, a equação (4.31) pode ser simplificada para:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = \frac{\rho}{4\pi} \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} \quad (4.32)$$

### 4.2.3. Integral de Kirchhoff-Helmholtz Acústica

Após o desenvolvimento físico-matemático nas seções anteriores, torna-se possível obter uma formulação matemática para a quantificação do campo de pressão em uma configuração dada.

A representação integral de Kirchhoff para a extrapolação do campo de ondas é parte de um grupo de representações, utilizado para caracterizar a reflexão sísmica, conhecido como *Representações Integrais* [WAPENAAR & BERKHOUT, 1993]. Estas foram divididas em duas categorias:

- ✓ *Integrais de Contorno*
- ✓ *Integrais de Volume*

Grande parte das representações das integrais de contorno encontradas atualmente é baseada nos trabalhos de Huygens (1629-1695), Fresnel (1788-1827), Kirchhoff (1824-1887), Rayleigh (1842-1919) e Sommerfeld (1868-1951). As representações das integrais de volume foram iniciadas pela pesquisa de Born (1882-1970). Ambas as representações (contorno e volume) são baseadas na equação acústica da onda bidirecional [WAPENAAR & BERKHOUT, 1993]. Certamente surgiram muitas variações dessas representações integrais para meios específicos, como MORSE & FESHBACH (1953) que desenvolveram uma fórmula do tipo Helmholtz (no domínio da frequência) para meios elásticos homogêneos [GODOY, 1994].

Para construir a formulação da *Integral de Kirchhoff-Helmholtz*, como ponto inicial, será utilizada a equação representativa do Teorema de Reciprocidade de Rayleigh (4.6). Contudo, serão realizadas algumas modificações para ambos os estados A e B, que a partir de agora representarão o campo de onda de Green Causal (em um meio de referência) e o campo de onda físico (que se propaga no meio real), respectivamente.

$$1. P_A(\vec{r}, \omega) \rightarrow G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \quad (4.33 - a)$$

$$- K_A(\vec{r}) \rightarrow \bar{K}(\vec{r}),$$

$$- \rho_A(\vec{r}) \rightarrow \bar{\rho}(\vec{r})$$

$$- \text{fonte: } \left( -\omega^2 I_{v_A} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{F}_A \right) \right) \rightarrow \delta(\vec{r} - \vec{r}_A), \text{ com } \vec{r}_A \text{ dentro do volume } V.$$

$$2. P_B(\vec{r}, \omega) \rightarrow P(\vec{r}, \omega) \quad (4.33 - b)$$

$$- K_B(\vec{r}) \rightarrow K(\vec{r}) = \bar{K}(\vec{r}) + \Delta K(\vec{r}),$$

$$- \rho_B(\vec{r}) \rightarrow \rho(\vec{r}) = \bar{\rho}(\vec{r}) + \Delta\rho(\vec{r})$$

- fonte:  $\left(-\omega^2 I_{v_B} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_B} \vec{F}_B\right)\right) \rightarrow \left(-\omega^2 I_v - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \vec{F}\right)\right)$ , aplicada em qualquer ponto fora do volume  $D$ .

Os termos que possuem uma barra superior são componentes do meio de referência. Além disso, pode-se ler  $\Delta K(\vec{r})$  como a diferença entre o módulo de compressão adiabático do meio real pelo meio de referência – o mesmo pode ser aplicado para densidade em  $\Delta\rho(\vec{r})$ .

Substituindo as novas caracterizações, o Teorema de Reciprocidade de Rayleigh (4.6) abaixo:

$$\begin{aligned} & \int_V \left[ P_B \left( -\omega^2 I_{v_A} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{F}_A \right) \right) - P_A \left( -\omega^2 I_{v_B} - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{F}_B \right) \right) \right] + \\ & + \omega^2 \left( \frac{1}{K_A} - \frac{1}{K_B} \right) P_A P_B + \left( \frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_B} \right) (\vec{\nabla} P_A)(\vec{\nabla} P_B) \Big] dV = \\ & \oint_S \left[ P_A \left( \frac{1}{\rho_B} \vec{\nabla} P_B \right) - P_B \left( \frac{1}{\rho_A} \vec{\nabla} P_A \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS \end{aligned}$$

Transforma-se em:

$$\begin{aligned} & \oint_S \left[ G \left( \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \right) - P \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \vec{\nabla} G \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS = \\ & \int_V \left[ P \delta(\vec{r} - \vec{r}_A) - G \left( -\omega^2 I_v - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \vec{F} \right) \right) \right] + \\ & + \omega^2 \left( \frac{1}{\bar{K}} - \frac{1}{K} \right) GP + \left( \frac{1}{\bar{\rho}} - \frac{1}{\rho} \right) (\vec{\nabla} G)(\vec{\nabla} P) \Big] dV \end{aligned} \quad (4.34)$$

Aplicando a propriedade de filtragem da função Delta de Dirac e reorganizando os termos, a expressão acima pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
P(\vec{r}_A, \omega) = & \oint_S \left[ G \left( \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \right) - P \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \vec{\nabla} G \right) \right] \cdot \vec{n} \, dS \\
& + \int_V \left[ G \left( -\omega^2 I_v - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \vec{F} \right) \right) - \omega^2 \frac{\Delta K}{\bar{K}K} GP + \frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}\rho} (\vec{\nabla} P) \cdot (\vec{\nabla} G) \right] dV \quad (4.35)
\end{aligned}$$

Esta expressão é denominada *Fórmula Integral de Rayleigh Acústica* e constitui um dos *Teoremas de Representação*. Este teorema é de fundamental importância, pois é base para a conceituação da *extrapolação direta do campo de ondas*. O termo  $P(\vec{r}_A, \omega)$  pode ser traduzido como o campo de pressão, no domínio da frequência, para um ponto de observação em  $\vec{r}_A$ . Os termos  $P$  e  $G$  são explicitamente  $P(\vec{r}, \omega)$ , que representa o campo de onda físico para um ponto de observação em  $\vec{r}$ , e  $G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$ , que representa o campo de onda de Green Causal observado em  $\vec{r}$  para uma fonte localizada dentro de um volume  $D$  na posição  $\vec{r}_A$ .

Considerando uma situação na qual o meio de referência  $(\bar{K}, \bar{\rho})$  seja idêntico (ou pelo menos bem próximo) ao meio real  $(K, \rho)$  dentro do volume  $D$  e na superfície  $S$  (figura 4.2.3.1), então os termos  $\Delta K$  e  $\Delta \rho$  tornam-se aproximadamente nulos. E, se além disso, o volume  $D$  for assumido livre de fontes  $\left( \left( -\omega^2 I_v - \nabla \cdot \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \vec{F} \right) \right) = 0 \right)$ , então a *Integral de Kirchhoff-Helmholtz* (4.35) pode ser simplificada para:

$$P(\vec{r}_A, \omega) \approx \oint_S \frac{1}{\bar{\rho}} \left[ G(\vec{\nabla} P) - P(\vec{\nabla} G) \right] \cdot \vec{n} \, dS \quad (4.36)$$

É importante ressaltar que a expressão (3.35) provém um campo de onda extrapolado sem aproximações, ou seja, o campo extrapolado é exato. Todavia, no levantamento sísmico real não é possível obter dados tão exatos como desejado, além disso, nem a configuração do modelo em questão é parecida – no meio real não se tem um volume fechado, mas sim uma superfície extensamente aberta. Logo, para simular a propagação da onda em um modelo mais próximo do real, deverão ser feitas certas aproximações – até mesmo certas negligências – principalmente em se tratando nos parâmetros do meio. Certamente estas modificações influenciarão de modo

significativo nos efeitos de propagação. Segundo WAPENAAR & BERKHOUT (1989, apud MARTINS, 2008), a expressão (4.36) será exata – ou seja, resultará em um campo de onda extrapolado exatamente – somente se os meios onde o campo de onda físico e o campo de onda de Green se propagam são iguais.

Portanto, a expressão (4.36) permite que se obtenha o campo de onda extrapolado diretamente  $P(\vec{r}_A, \omega)$  em um ponto  $A$  no interior de um volume  $V$  envolto por uma superfície  $S$ , possuindo o campo de onda acústico e seu gradiente em  $S$ .

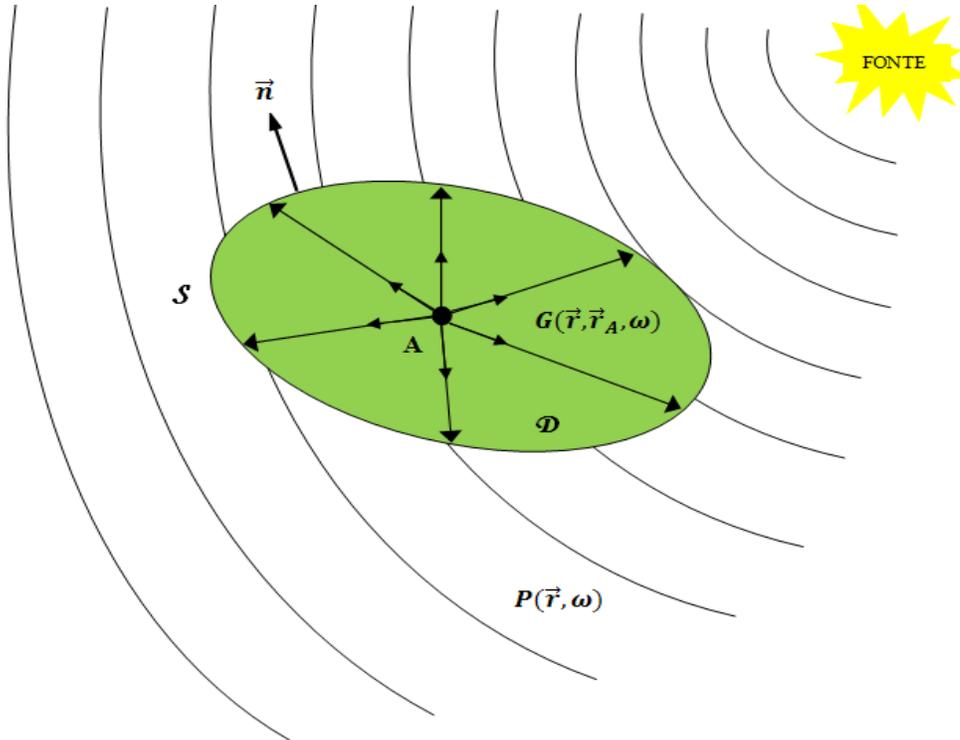


Figura 4.2.3.1: Configuração para o cálculo do campo de onda em qualquer ponto  $A$  dentro do volume  $D$ , assumindo que a fonte localiza-se fora do mesmo, conhecendo o campo de onda e sua derivada normal na superfície  $S$ , utilizando o campo de onda de Green Causal ( $G$ ).

Até o presente momento, todo o desenvolvimento teórico tem abrangido meios heterogêneos. Em uma situação homogênea, pode-se encontrar a equação que representa a extrapolação do campo de onda, fazendo-se uso da expressão que representa o campo de Green Causal para meios homogêneos (4.32) dada por:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = \frac{\rho}{4\pi} \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r}$$

Substituindo-a na expressão (4.36), tem-se:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left[ \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial n} - P(\vec{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} \right) \right] dS \quad (4.37)$$

Esta expressão representa a *Fórmula Integral de Kirchhoff-Helmholtz* para meios homogêneos.

Na próxima seção, será apresentado como, a partir da *Integral de Kirchhoff-Helmholtz* para meios heterogêneos quaisquer, pode-se chegar às Integrais de Rayleigh unidirecionais e bidirecionais que também representam a extrapolação direta do campo de onda, porém, aliadas a algumas condições que podem ser bem úteis quando se trata da configuração para uma aquisição sísmica real.

### 4.3. Integrais de Rayleigh

Nesta seção serão apresentadas as *Integrais Unidirecionais e Bidirecionais de Rayleigh*. Esta nova representação para extrapolação do campo de ondas é oriunda da *Fórmula Integral de Kirchhoff-Helmholtz*. Contudo, algumas alterações significativas serão realizadas: primeiramente, serão definidas condições de contorno específicas para a função de Green (*Neumann* ou *Dirichlet*); posteriormente, haverá uma alteração na configuração do modelo, que deixará de ser uma superfície fechada  $S$  se transformando em uma extensa superfície aberta.

Objetiva-se a partir destas equações encontrar representações integrais que sejam capazes de aproximar ao máximo o campo de pressão acústico em uma situação mais semelhante ao caso sísmico (isto é, uma superfície plana – figura 4.3.1), já que nessa situação a integral de *Kirchhoff-Helmholtz* não provém uma solução muito prática (visto que nunca são feitas as medidas necessárias). Na realidade, apenas um campo de onda é medido: o de pressão por *hidrofones* ou a velocidade das partículas por *geofones*.

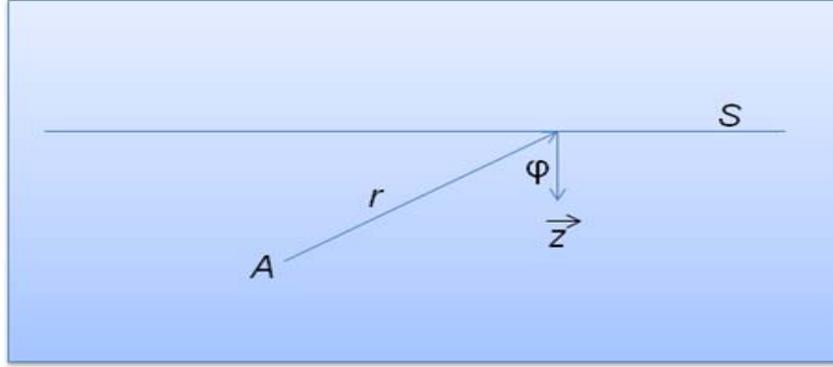


Figura 4.3.1: Ilustração da geometria para o caso sísmico.

### 4.3.1. Condições de Contorno para a Função de Green

Como foi mencionado na subseção 4.2.3, a equação (4.36) dada por:

$$P(\vec{r}_A, \omega) \approx \oint_S \frac{1}{\bar{\rho}(\vec{r})} \left[ P(\vec{r}, \omega) \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial n} - G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial n} \right] dS$$

é exata somente se os parâmetros do meio para o campo de onda de Green são idênticos aos parâmetros do meio real dentro de todo o volume  $D$ . Entretanto, fora do volume  $D$  pode-se escolher, convenientemente, um meio para a função de Green e, além disso, impor algumas condições de contorno na superfície  $S$  (ou pelo menos em parte dela) para que esta expressão possa se aproximar ao máximo do seu valor exato.

Há duas opções para condição de contorno: a Condição de Neumann e a Condição de Dirichlet.

- Se a condição de contorno for a de Neumann, então:

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial n} = 0 \text{ em } S. \quad (4.38)$$

E a *integral de Kirchhoff-Helmholtz* transforma-se em:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \oint_S \left[ \frac{1}{\bar{\rho}(\vec{r})} G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial n} \right] dS \quad (4.39)$$

Contudo, segundo WAPENAAR & BERKHOUT (1989) esta escolha torna a superfície  $S$  perfeitamente refletora, com coeficiente de reflexão  $R = +1$ , visto que a

condição de Neumann caracteriza a superfície  $S$  como *rígida*. Esta característica dificulta a solução da função de Green para extrapolar o campo de onda.

- Se a condição de contorno for a de Dirichlet:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = 0 \text{ em } S. \quad (4.40)$$

A *integral de Kirchhoff-Helmholtz* simplifica-se para:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = - \oint_S \left[ \frac{1}{\bar{\rho}(\vec{r})} G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial n} \right] dS \quad (4.41)$$

Novamente, esta escolha também torna a solução da função de Green bastante complicada, pois esta condição de contorno caracteriza  $S$  como uma superfície *livre*, perfeitamente refletora com coeficiente de reflexão  $R = -1$ .

Portanto, somente a aplicação das condições de contorno não são suficientes para se chegar em uma aproximação desejada da *integral de Kirchhoff-Helmholtz* para uma situação sísmica (configuração como na figura 4.3.1). Além da aplicação das condições de contorno, deverá ser realizada uma modificação na configuração inicial da formulação da integral de Kirchhoff-Helmholtz, de forma que esta nova geometria permita aproximar uma superfície fechada em uma superfície aberta.

### 4.3.2. Integrais de Rayleigh Bidirecionais

A partir de agora, a configuração anterior (volume  $D$  envolto por uma superfície  $S$  com o vetor normal  $\vec{n}$  apontando para fora de  $S$ ) será substituída pela geometria da figura 4.3.2.1. Nesta nova geometria, a superfície fechada  $S$  foi substituída por duas superfícies: uma plano-horizontal  $S_0$  (na profundidade  $z = z_0$ ) e uma semi-esfera  $S_1$  (na profundidade  $z \geq z_0$ ) com centro no ponto  $A$  e raio  $R$ .

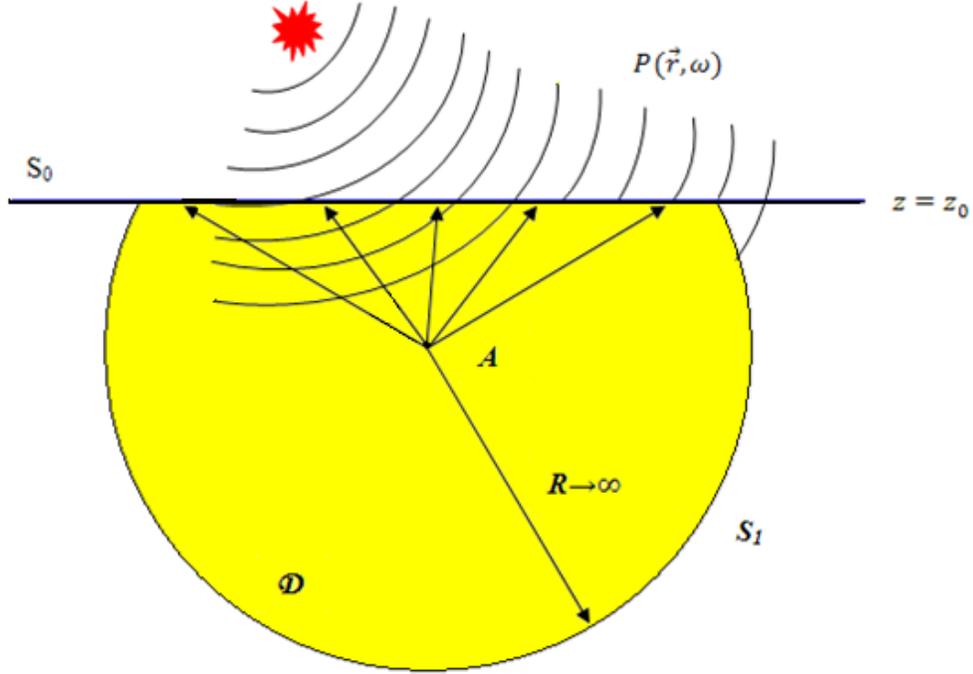


Figura 4.3.2.1: Configuração para o desenvolvimento das Integrais de Rayleigh.

Considerando que a fonte do campo de onda  $P$  está localizada no plano superior ( $z < z_0$ ) e, fazendo o raio  $R$  da semi-esfera tender a infinito ( $R \rightarrow \infty$ ) o campo de onda  $P$  não atingirá a superfície  $S_1$  – isto recai na *Condição de Radiação de Sommerfeld*, pois não haverá reflexão na superfície  $S_1$  – e assim, não haverá contribuição da integral de Kirchhoff-Helmholtz sobre esta superfície [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Portanto, pode-se substituir esta geometria fechada apenas pela superfície plano-horizonta  $S_0$ . Neste caso, a integral de Kirchhoff-Helmholtz (4.36) pode ser simplificada para:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(\vec{r})} \left[ \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P(\vec{r}, \omega) - G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy \quad (4.42)$$

Associando as condições de contorno da função de Green (*Neumann* e *Dirichlet*) apresentadas na seção anterior, com esta nova geometria, é possível reescrevê-las, respectivamente, como:

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} = 0 \text{ em } S_0 \quad (4.43 - a)$$

e

$$G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = 0 \text{ em } S_0 \quad (4.43 - b)$$

Segundo WAPENAAR & BERKHOUT (1989), as condições de contorno acima são satisfeitas se a superfície for tanto *rígida* quanto *livre* para a função de Green ( $G$ ) em  $z_0$ . Para cada uma dessas características (rígida ou livre), a superfície  $S_0$  se comporta como um perfeito refletor. Isto permite considerar que o campo de onda de Green é causado por duas fontes monopolo localizadas simetricamente em relação à superfície  $S_0$ . Este fato sugere duas simplificações para a *integral de Kirchhoff-Helmholtz*:

(1ª.) Caso as fontes monopolo possuam a mesma polaridade, a condição de contorno será *Neumann* e a integral (4.42) é simplificada para:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy \quad (4.44)$$

Esta expressão ficou conhecida como *Integral de Rayleigh I*.

(2ª.) Se as fontes monopolo possuírem polaridades opostas, então a condição de contorno será *Dirichlet* e a integral (4.42) é simplificada para:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(\vec{r})} \left[ \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy \quad (4.45)$$

Expressão que ficou conhecida como *Integral de Rayleigh II*.

As duas *integrais de Rayleigh (I e II)* bidirecionais representam o campo de onda extrapolado de uma superfície plano-horizantal  $S_0$  para um ponto A em subsuperfície em meios heterogêneos quaisquer. De acordo com WAPENAAR & BERKHOUT (1989), com as duas expressões anteriores (4.44) e (4.45) o cálculo do campo pode gerar reflexões múltiplas relacionadas a heterogeneidades dos meios ou a superfície  $S_0$ . Estas reflexões múltiplas podem tornar o cálculo do campo de onda de

Green (ou sua derivada) bastante complexo, causando instabilidade entre os meios de propagação dos campos.

As integrais de Rayleigh representam aproximações da *integral de Kirchhoff-Helmholtz*, isto é, a extrapolação do campo de onda é obtida por meio de aproximações. Todavia, estas integrais garantirão boas aproximações somente se suas respectivas funções de Green forem precisamente designadas (isto reafirma a grande importância dos meios possuírem suas características perfeitamente conhecidas).

Para contornar o problema das reflexões múltiplas no campo de Green, pode-se fazer uma análise individual da direção de propagação do mesmo. Com esta finalidade, será introduzida na subseção a seguir, as *Integrais de Rayleigh Unidirecionais*.

### 4.3.3. Integrais de Rayleigh Unidirecionais

As integrais de Rayleigh unidirecionais contemplam a direção de propagação do campo de ondas, permitindo assim sua análise, fato bem útil no caso do campo de onda de Green devido às fortes reflexões múltiplas associadas à superfície  $S_0$ .

Nas seções anteriores, a integral de Kirchhoff-Helmholtz (4.42), para a geometria da figura 4.3.2.1 é dada por:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(\vec{r})} \left[ \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P(\vec{r}, \omega) - G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy,$$

onde  $P$  e  $G$  satisfazem a equação da onda bidirecional. Será assumido que ambos os campos  $P$  e  $G$  (em  $z_0$ ) consistem de ondas descendentes e ascendentes independentes (figura 4.3.3.1), ou seja:

$$P(\vec{r}, \omega) = P^+(\vec{r}, \omega) + P^-(\vec{r}, \omega) \quad \text{em } S_0 \quad (4.46 - a)$$

e

$$G(\vec{r}, \omega) = G^+(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) + G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \quad \text{em } S_0. \quad (4.46 - b)$$

$P^+$  e  $G^+$  representam as ondas descendentes e,  $P^-$  e  $G^-$  representam as ondas ascendentes. Ambas as ondas satisfazem a equação acústica da onda unidirecional [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Substituindo as expressões (4.46 – a) e (4.46 – b) em (4.42) e aplicando a equação unidirecional em  $S_0$ , é possível analisar a interação das ondas descendentes e ascendentes.

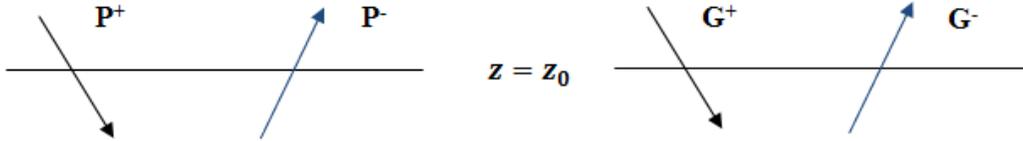


Figura 4.3.3.1: Em  $z = z_0$ , os campos de onda  $P$  e  $G$  consistem de ondas descendentes e ascendentes independentes.

Como foi mencionado na subseção anterior, escolhendo-se convenientemente um meio para a função de Green (fora do volume  $D$ ) é possível obter uma boa aproximação para a *integral de Kirchhoff-Helmholtz*. Para o caso unidirecional, considere um meio de referência (o semi-espaço  $z < z_0$ , na geometria da figura 4.3.2.1) completamente não-reflexivo, fora do volume  $D$ , para o campo de Green. Nesta situação, é possível evitar as reflexões múltiplas relacionadas à superfície escolhendo como parâmetros do meio  $K(x, y, z_0)$  e  $\rho(x, y, z_0)$ , pois o campo de onda de Green torna-se completamente ascendente ( $G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$ ) em  $S_0$ . Em outras palavras, a superfície  $S_0$  é não-reflexiva para  $G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$ .

O campo de onda  $P(\vec{r}, \omega)$  é originado no semi-espaço superior ( $z < z_0$ ). Em  $z = z_0$ , isto é, na superfície  $S_0$ , é possível registrar os dois campos de onda: descendente ( $P^+(\vec{r}, \omega)$ ) e ascendente ( $P^-(\vec{r}, \omega)$ ), logo, o campo de onda final em  $S_0$  é a soma dos campos descendente e ascendente:  $P(\vec{r}, \omega) = P^+(\vec{r}, \omega) + P^-(\vec{r}, \omega)$ .

Portanto, para a superfície  $S_0$  (não-reflexiva),  $G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$  e  $P(\vec{r}, \omega) = P^+(\vec{r}, \omega) + P^-(\vec{r}, \omega)$ . Assim substituindo estas duas expressões na integral de Kirchhoff-Helmholtz (4.42) obtém-se:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(\vec{r})} \left[ \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) - G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P^+(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(\vec{r})} \left[ \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^-(\vec{r}, \omega) - G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P^-(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy \quad (4.47)$$

No Apêndice A será apresentado que apenas a primeira integral da expressão (4.47) acima contribui realmente para a extrapolação do campo de onda, ou seja, apenas os campos de onda  $P$  e  $G$  com propagações opostas ( $P^+, G^-$ ) interagem construtivamente para o campo de onda  $P(\vec{r}_A, \omega)$ .

Considerando esses fatos, a expressão (4.47) pode ser simplificada para:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(\vec{r})} \left[ \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) - G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P^+(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy \quad (4.48)$$

Expressão que pode ser reescrita como:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ -\frac{1}{\rho(\vec{r})} G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P^+(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy \quad (4.49)$$

As duas integrais da expressão (4.49) são equivalentes (ver Apêndice A), logo, podem ser somadas. Conseqüentemente, de acordo com o tipo de termo escolhido na soma, pode-se ter:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = -2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P^+(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy \quad (4.50)$$

ou

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy \quad (4.51)$$

Estas duas expressões, em analogia as *Integrais de Rayleigh Bidirecionais*, são denominadas *Integrais de Rayleigh Unidirecionais I e II*, respectivamente. São válidas para meios acústicos heterogêneos arbitrários. Cabe ressaltar que para aplicar estas expressões uma hipótese extremamente necessária é que o campo de onda possa ser decomposto em ascendente e descendente na superfície  $S_0$ . De acordo com WAPENAAR & BERKHOUT (1989), esta hipótese é validada quando  $\frac{\partial K(x,y,z_0)}{\partial z} = 0$  e  $\frac{\partial \rho(x,y,z_0)}{\partial z} = 0$  em  $S_0$ , isto é, as derivadas dos parâmetros do meio em relação à  $z$  são nulas.

A utilização das integrais unidirecionais de Rayleigh possibilita maior estabilidade na solução do campo de onda – por ser mais insensível a pequenos erros na definição do modelo de referência – fato muito importante, considerando a falta de conhecimento da geologia, na maior parte dos casos.

A formulação integral dos operadores para a extrapolação direta do campo de onda acústico foi desenvolvida no Apêndice B.

## Capítulo 5

---

# Método de Remoção de Reflexões Múltiplas Utilizando a Extrapolação do Campo de Ondas – Conceito e Aplicações

Em levantamentos marinhos a interface equivalente ao fundo-do-mar pode algumas vezes gerar reflexões múltiplas que correspondem à grande parte do sinal registrado no dado. As técnicas de predição e subtração, baseadas na equação da onda, usam o dado registrado para prever tais múltiplas e removê-las.

Até o presente momento, há diferentes métodos de predição e subtração: os que são baseados na extrapolação do campo de ondas, *feedback* e séries de espalhamento inverso. Estes métodos podem remover ou atenuar reflexões múltiplas geradas a partir de refletores complexos desde que exista uma relação de consistência física entre as primárias e as múltiplas, isto é, que as múltiplas previstas possuam as mesmas características físicas das múltiplas do dado original [XIAO *et al.*, 2003].

A metodologia que será abordada neste capítulo explora a periodicidade e previsibilidade das múltiplas, classificada por Verschuur (2006) como um método de predição e subtração, baseando-se na *extrapolação do campo de ondas*. Esta técnica tem como proposta principal remover as múltiplas do fundo-do-mar através da previsibilidade das mesmas utilizando processos de extrapolações. Com as múltiplas previstas, aplica-se um filtro adaptativo que ajusta as amplitudes do sinal para posterior subtração.

No capítulo 4 foi fundamentado, no domínio da frequência, o conceito de extrapolação do campo de onda descendente em qualquer ponto de um volume fechado através da integral de Kirchhoff-Helmholtz. Para o caso especial (sísmico) em que se possui uma superfície plana e extensa (e não mais um volume fechado), a integral de

Kirchhoff-Helmholtz não traz uma solução prática, podendo ser simplificada, resultando na integral de Rayleigh unidirecional II. Neste capítulo será apresentado como esta integral é utilizada no processo de previsão de múltiplas em modelos com geometria plana e inclinada e, além disso, será discutida a eficiência da sua previsibilidade em termos da remoção das múltiplas. Contudo, cabe ressaltar que esta integral não será implementada neste trabalho, mas sim, representada por campos de onda (nesta dissertação trabalha-se no domínio do tempo). A fundamentação sobre extrapolação apresentada é importante para uma compreensão física e matemática do problema.

### 5.1. Previsibilidade: Extrapolação dos Campos de Onda Descendentes

Na teoria apresentada no capítulo 4, a integral de Kirchhoff-Helmholtz, que representa o campo de onda em qualquer ponto de um volume fechado, é dada pela expressão (4.42) no domínio da frequência:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(\vec{r})} \left[ \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P(\vec{r}, \omega) - G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy.$$

Analisou-se que, para o caso sísmico (superfície aberta, plana e extensa), a integral acima pode ser simplificada<sup>32</sup> pela expressão (4.51) – no domínio espaço-freqüência – conhecida como a integral de Rayleigh unidirecional II:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy.$$

Nesta expressão,

- ✓  $P(\vec{r}_A, \omega)$  representa o campo de onda extrapolado da superfície  $z_0$  para certa profundidade  $\vec{r}_A$ .

---

<sup>32</sup> Na verdade, a simplificação pode ser considerada também para as integrais de Rayleigh bidirecionais I e II. No entanto, devido às integrais unidirecionais possuírem maior estabilidade a pequenos erros no modelo de referência, estas foram escolhidas como simplificação.

- ✓  $\frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z}$  representa a derivada do campo de onda de Green ascendente para uma fonte impulsiva aplicada no ponto  $\vec{r}_A$  e registrada em  $\vec{r}$  (superfície de observação).
- ✓  $P^+(\vec{r}, \omega)$  representa o campo de pressão descendente registrado na superfície de observação  $\vec{r}$ .

Segundo Verschuur (2006) esta integral pode ser fisicamente interpretada como uma ferramenta matemática que permite reconstruir o campo de onda registrado na superfície em outra posição através de deslocamentos em tempo do campo de onda original e um fator de amplitude (ambos diferentes ao longo da superfície). Estas medições, deslocadas e escalonadas no tempo, são somadas gerando um único traço (campo de onda) por ponto extrapolado.

Observa-se em um levantamento marinho a integral de *Rayleigh unidirecional*  $I^{33}$  (expressão 4.50 no capítulo 4) não é adequada. Na prática é medido somente o campo de pressão por hidrofones e não a velocidade das partículas por geofones.

O cálculo do campo extrapolado dado pela expressão (4.51) é obtido através de registros dos campos de onda em uma superfície de observação. A interpretação desta expressão é a base para a aplicação do método de atenuação de múltiplas apresentado nesta dissertação. A seguir será exemplificado como este processo ocorre na prática.

### 5.1.1. Extrapolação do Campo de Onda: Exemplo Prático

Neste exemplo deseja-se extrapolar o campo de onda, em um modelo homogêneo com 1500m/s de velocidade, da superfície para o ponto **A = (1875m, 5250m)**.

O processo de extrapolação ocorre de acordo com as seguintes etapas:

---


$$^{33} P(\vec{r}_A, \omega) = -2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P^+(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy$$

1. Registra-se o campo de onda na linha de observação: a fonte é aplicada na posição  $\mathbf{F} = (3750\text{m}, 22.5\text{m})$  e registrada em  $z = 3750\text{m}$ .
2. Calcula-se a derivada do campo de onda de Green (em relação ao eixo  $z$ ) referente ao ponto no qual se deseja obter o campo extrapolado: aplica-se a fonte impulsiva em  $\mathbf{A} = (1875\text{m}, 5250\text{m})$  e, utilizando o método das diferenças centrais calcula-se a derivada em relação à direção  $z$  obtendo-se o campo em  $z = 3750\text{m}$ .
3. Convolve-se, traço a traço (no tempo), os dois sismogramas resultantes das etapas (1.) e (2.). Este sismograma representa o campo de onda extrapolado da superfície para o ponto  $\mathbf{A} = (1875\text{m}, 5250\text{m})$ .
4. Somando-se os traços do sismograma de convolução gerado em (3.), obtém-se o traço equivalente ao campo de onda extrapolado para o ponto  $\mathbf{A}$ .

Algumas observações:

- Os sismogramas obtidos em (1.) e (2.) representam, respectivamente, os termos  $P^+(\vec{r}, \omega)$  e  $\frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z}$  componentes da integral de Rayleigh unidirecional II dada por

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy .$$

- É importante ressaltar que os campos de onda que representam  $P^+(\vec{r}, \omega)$  e  $\frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z}$  são, na verdade *respostas impulsivas do meio convolvidas com a função fonte* [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989; VERSCHUUR, 2006]. No caso da função de Green, para obter a sua derivada, deve-se retirar o efeito da fonte sobre esta resposta. A fonte utilizada na modelagem desta dissertação é baseada na derivada segunda da função Gaussiana, de fase zero. Tentou-se deconvolver este dado, utilizando o Filtro Conformador de Wiener-Hopf (DUARTE, 2000), contudo o resultado não foi satisfatório devido a característica de fase zero da fonte. Foi decidido utilizar o dado original (resposta impulsiva

convolvida com a fonte) para observar como este dado poderia afetar o resultado final. Além disso, foi utilizado o mesmo nome, isto é, “derivada da função de Green” para este dado.

- Toda a fundamentação matemática da extrapolação foi desenvolvida no domínio espaço-freqüência. Contudo, este trabalho não objetiva implementar a integral de Rayleigh II (expressão 4.51). No domínio do espaço-tempo, os campos de onda que representam esta integral, isto é, os termos  $\left(\frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z}\right)$  e  $(P^+(\vec{r}, \omega))$ , são convolvidos traço a traço no tempo. Isto ocorre porque a operação de multiplicação no domínio da freqüência equivale a operação de convolução no domínio do tempo.
- Em termos de discretização, a integral se transforma em um somatório. Desta maneira, os traços dos sismogramas de convolução são somados, completando assim, a representação em termos de campos de onda da integral de Rayleigh unidirecional II (expressão 4.51).
- O campo que representa a derivada da função de Green é considerado como a resposta obtida de uma fonte impulsiva aplicada em dado ponto [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989; VERSCHUUR, 2006].
- Na modelagem foi utilizado um modelo homogêneo com 7500m na direção  $x$  e 6750m na direção  $z$ . A velocidade de propagação é igual a 1500m/s, a malha possui um espaçamento uniforme igual a 7,5m e o tempo total da modelagem de cada sismograma é 3s.

Nas figuras 5.1 e 5.2 a seguir, são exemplificadas todas as etapas do processo de extrapolação do campo de onda. Acima de cada sismograma foi ilustrado como procede o esquema de aquisição.

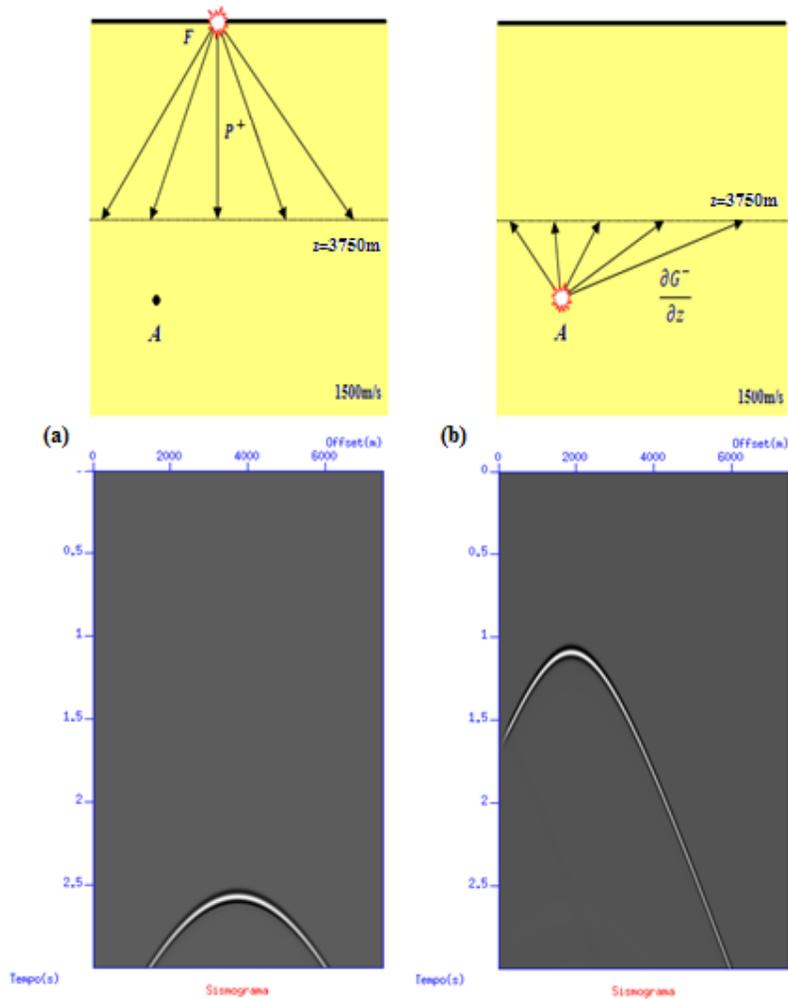


Figura 5.1: Exemplo da extrapolação do campo de onda para o ponto  $A = (1875\text{m}, 3750\text{m})$ : (a) campo de onda descendente registrado na profundidade  $z = 3750\text{m}$ , para um tiro aplicado em  $F = (5250\text{m}, 22.5\text{m})$ . (b) derivada do campo de onda de Green referente ao ponto  $A$  registrado na profundidade  $z = 3750\text{m}$ .

O processo de extrapolação se efetiva através da convolução<sup>34</sup>, traço a traço no tempo, dos dois sismogramas anteriores. O sismograma resultante possui um tempo total igual à 6s e o tempo da primeira amostra estará aproximadamente em 3.8s.

<sup>34</sup> O número de coeficientes do resultado da convolução de duas funções é igual à soma do número de coeficientes destas funções, subtraído de 1 (um). Além disso, o tempo inicial, isto é, o tempo da primeira amostra, da convolução é equivalente à soma dos tempos iniciais das funções convolidas [DUARTE, 2000].

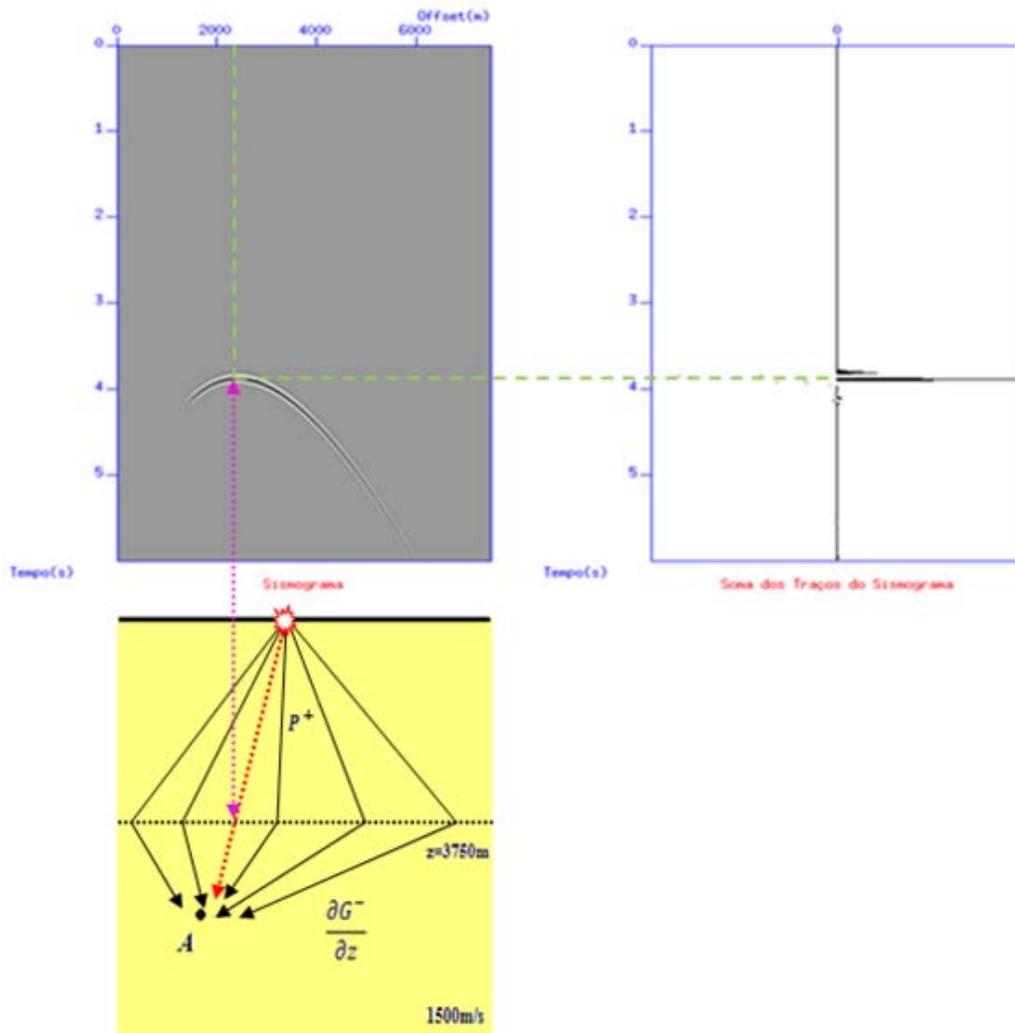


Figura 5.2: Ilustração do processo de convolução: os traços do campo descendente ( $P^+$ ) são convolidos no tempo com os traços da derivada do campo de Green ( $\frac{\partial G^-}{\partial z}$ ) (sismograma) e então somados, resultando em um único traço, que representa o somatório do campo de onda extrapolado para o ponto **A** (este traço é representado pela seta vermelha pontilhada).

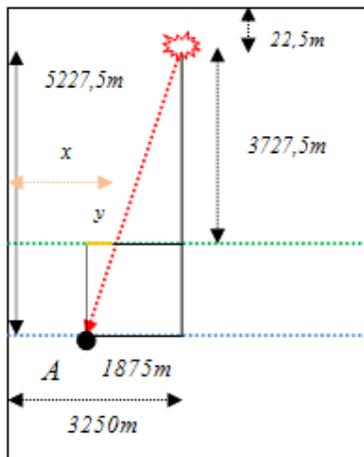
Na figura 5.2 foram representadas todas as possíveis trajetórias dos raios referentes à propagação do campo de onda para o ponto **A**. O somatório dos traços do sismograma de convolução equivale ao campo de onda registrado no ponto **A** = **(1875m, 5250m)** para uma fonte impulsiva aplicada na posição **x = 3250m** e **z = 22,5m**, sendo representado pela seta pontilhada vermelha.

Segundo Verschuur (2006), pode-se observar que a única contribuição para o somatório da convolução é o campo em volta do ponto estacionário (seta pontilhada

lilás). Uma possível explicação para tal fato se deve às *Zonas de Fresnel* que fornecem contribuições correspondentes a interferências construtivas e destrutivas para o campo de onda total.

A posição na qual a seta pontilhada vermelha atravessa a linha de observação em  $z = 3250\text{m}$  equivale ao ponto máximo da curvatura do sismograma.

Por uma semelhança de triângulos retângulos é possível perceber que:



$$\frac{y}{1875} = \frac{1500}{5227,5} \rightarrow y \approx 539\text{m}$$

Logo, o ponto no qual o trajeto do raio intercepta a profundidade  $z = 3250\text{m}$  é:

$$x \approx 1875 + 539 = 2414\text{m}.$$

Analisa-se a figura 5.2, e conclui-se que o ápice da curvatura do sismograma está próximo do valor de  $x$  encontrado.

Aplicando o Teorema de Pitágoras neste triângulo é possível analisar a precisão do processo de extrapolação, isto é, se o tempo de propagação do campo de onda registrado através do processo de convolução equivale com o campo registrado diretamente no ponto **A** (tempo teórico):

- i. A distância do ponto **A** até a fonte impulsiva é aproximadamente igual a 5554m.
- ii. O modelo é homogêneo com velocidade de propagação igual a 1500m/s.

De (i) e (ii) pode-se concluir que o campo de onda propagado para ponto **A**, é registrado em  $t = \frac{5554}{1500} = 3,8\text{s}$ . Para conferir este resultado, é feito um *zoom* no traço referente ao campo de onda extrapolado para o ponto **A**:

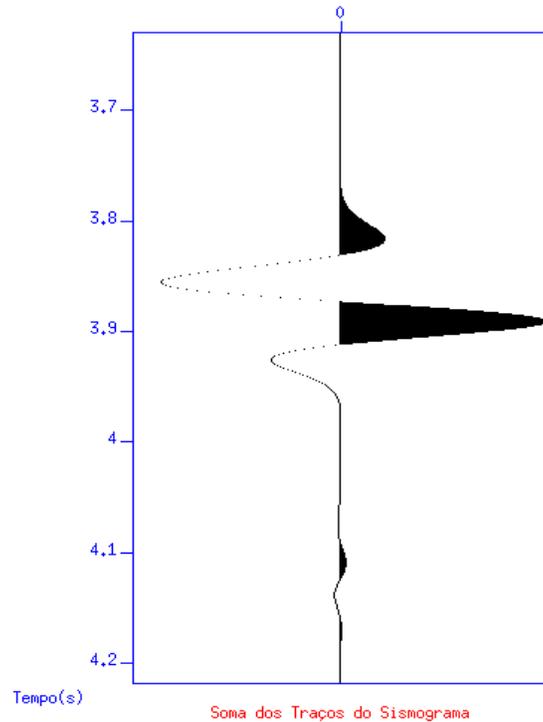


Figura 5.3: *Zoom* do traço, apresentado na figura 5.2, referente ao campo extrapolado para o ponto A.

Pela figura 5.3 pode-se concluir que o método de extrapolação pode ser aplicado para prever as reflexões múltiplas. Este exemplo apresentou a extrapolação do campo de onda descendente para um ponto em certa profundidade de um modelo homogêneo. O mesmo processo pode ser utilizado para extrapolar o campo de onda para uma camada: basta apenas considerar a camada como a concatenação de vários pontos.

Realizando o método apresentado nesta seção para todos os pontos de uma camada torna-se possível reconstruir o campo de onda em tal interface: cada ponto extrapolado gera um traço (como o da figura 5.2); estes são concatenados, resultando em um sismograma que representa o campo de onda extrapolado da superfície para a camada.

Na seção a seguir, será ilustrado como este processo é utilizado para deslocar em tempo as reflexões primárias e múltiplas, construindo desta forma, um dado apenas com as múltiplas da superfície livre que será utilizado para posterior subtração.

## 5.2. Atenuação de Reflexões Múltiplas da Superfície Livre

O enfoque do método de remoção apresentado neste trabalho é baseado no trabalho de Verschuur (2006). Esta técnica é parte integrante dos métodos que possuem como objetivo remover as múltiplas relacionadas à superfície (reverberações da lâmina d'água e *peg-legs*, por exemplo), há muito pesquisados por Berkhout (1982), Verschuur (1991), Verschuur *et al.* (1992), e Berkhout & Verschuur (1997).

Este método possui como principal vantagem a característica de não interferir na energia das reflexões primárias, além da possibilidade de ser aplicado em modelos com geometria do fundo-do-mar complexa.

Utilizando a integral de Rayleigh unidirecional II as reflexões primárias do dado original são deslocadas em tempo gerando um novo dado que só contém reflexões múltiplas. Cada repetição do padrão de reflexão será considerada como uma ocorrência de múltipla.

O processo de previsão e remoção das múltiplas relacionadas à superfície livre (reverberações) ocorre de acordo com as etapas a seguir:

1. Convolve-se, traço a traço, cada registro da superfície, isto é, os sismogramas que contêm primárias e múltiplas com as derivadas das funções de Green.
2. Convolve-se, traço a traço os sismogramas de convolução obtidos em (1.) com os sismogramas que representam as derivadas das Funções de Green.
3. Ao fim de (2.) os traços de cada sismograma são somados, gerando apenas um traço por processo de convolução.
4. Os traços obtidos em (3.) são ordenadamente concatenados dando origem ao dado que possui apenas as reflexões múltiplas do registro original.
5. É aplicado um filtro adaptativo para ajustar as amplitudes das reflexões múltiplas geradas em (4.).
6. Subtraem-se os sismogramas obtidos em (5) pelos registros em superfície, isto é, sismogramas que possuem primárias e múltiplas.
7. Somam-se os sismogramas obtidos em (6.) gerando a seção *zero-offset* livre de múltiplas.

Observações importantes:

- ⇒ A partir do sismograma que possui ambas as reflexões, isto é, primárias e múltiplas, adiciona-se uma trajetória de reflexão a mais na superfície livre para todas as reflexões do dado:
  - A etapa (1.) do processo de previsão descrito anteriormente desloca no tempo as reflexões do sismograma inicial para o fundo-do-mar.
  - A etapa (2.) desloca no tempo as reflexões já deslocadas em (1.) novamente para a superfície.
- ⇒ O método proposto só prevê as múltiplas relacionadas à primeira camada.
- ⇒ Com essa trajetória a mais, isto é, o dado extrapolado, as reflexões primárias se transformam em múltiplas de primeira ordem do fundo-do-mar. E, as reflexões múltiplas que já estavam no dado inicial se transformam em múltiplas de ordem superior a atual. O tempo de chegada dos eventos construídos coincide com o tempo das múltiplas do dado original, entretanto, há uma alteração na amplitude das múltiplas geradas [VERSCHUUR, 2006].
- ⇒ Os registros sísmicos na superfície são utilizados como operadores de predição.
- ⇒ Para reduzir o custo computacional na previsão das múltiplas da camada, foram aplicados tiros de onda plana para o sismograma original e para a função de Green.
- ⇒ Uma vez previstas, as múltiplas são subtraídas do dado original através da aplicação de um filtro que escalona as amplitudes das mesmas.

A figura 5.4 ilustra o processo de previsão das reflexões múltiplas da superfície livre descrito acima. As reflexões primárias (setas pretas) são primeiramente extrapoladas para o fundo-do-mar (primeira camada) e então extrapoladas para a superfície novamente, gerando desta forma, outra reflexão completa do fundo-do-mar (setas vermelhas).

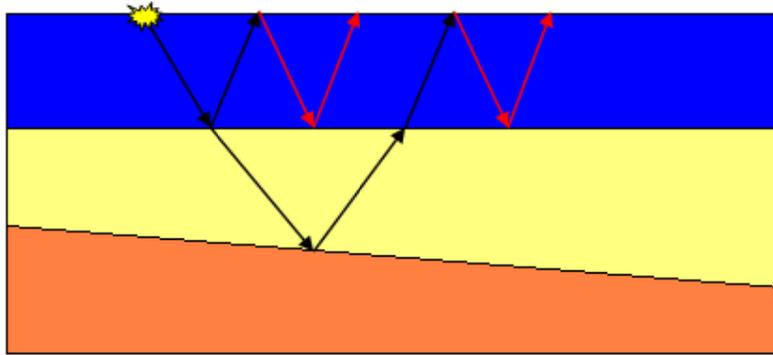


Figura 5.4: Ilustração do processo de previsão de reflexões múltiplas da superfície livre.

Nas subseções a seguir será apresentada, de maneira prática, como procede o método para predição e subsequente remoção das reflexões múltiplas utilizando a extrapolação de campos de onda descendentes.



Figura 5.5: Fluxograma do método de remoção de múltiplas utilizando extrapolação de campos de onda.

### 5.2.1. O Método na Prática: Previsão das Múltiplas

Nesta seção será apresentada a aplicação prática do processo de previsão e remoção das reflexões múltiplas da primeira camada (fundo-do-mar), descrito anteriormente, para dois modelos distintos: camadas plano-paralelas e camadas inclinadas.

O objetivo é extrapolar as reflexões do dado original, transformando as reflexões primárias em múltiplas de primeira ordem, múltiplas de primeira ordem em segunda ordem e assim sucessivamente. Esta extrapolação pode ser interpretada como a propagação do campo de onda ao longo da camada d'água tal que as primárias transformam-se em reverberações de primeira ordem.

#### 5.2.1.1. Modelo de Camadas Plano-Paralelas

Nesta modelagem utilizou-se um modelo de três camadas plano-paralelas com velocidades equivalentes a 1500m/s, 2000m/s e 2500m/s respectivamente, conforme a figura a seguir:

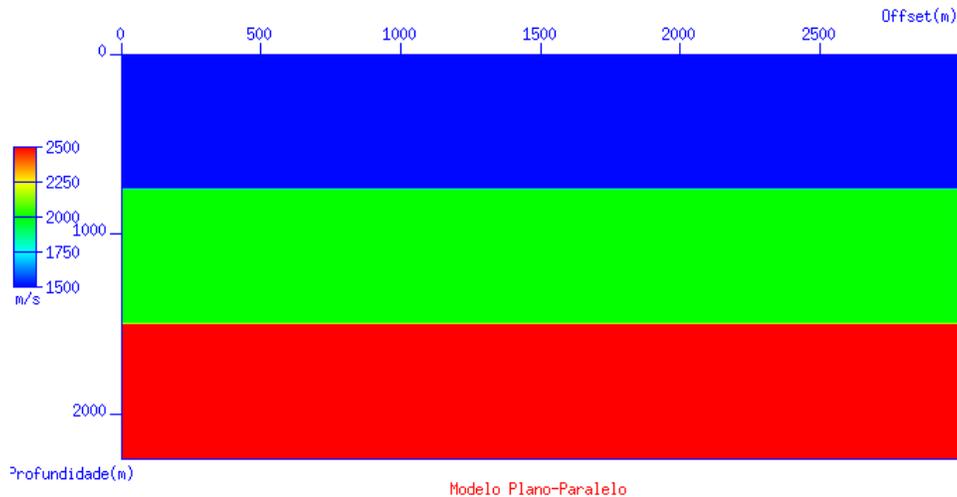


Figura 5.6: Modelo sintético com três camadas plano-paralelas.

O modelo possui 3000m de extensão horizontal e 2250m de profundidade. A malha utilizada nesta modelagem possui espaçamento uniforme igual a 7,5m. Com o objetivo de aumentar a estabilidade do algoritmo e reduzir a dispersão numérica, utilizou-se um intervalo de tempo igual a 0.0003s. Cada sismograma possui tempo total equivalente a 3,6s.

Com exceção do sismograma original (figura 5.7), isto é, o sismograma que contem as reflexões primárias e múltiplas, todos os outros sismogramas foram modelados considerando a borda superior com característica não-reflexiva para evitar reflexões fantasma.

O processo de previsão será realizado, inicialmente, para um sismograma original, isto é, que possui as primárias e múltiplas, registrado na profundidade  $z=37,5\text{m}$  para uma fonte aplicada nesta mesma profundidade e em  $x=1500\text{m}$ .

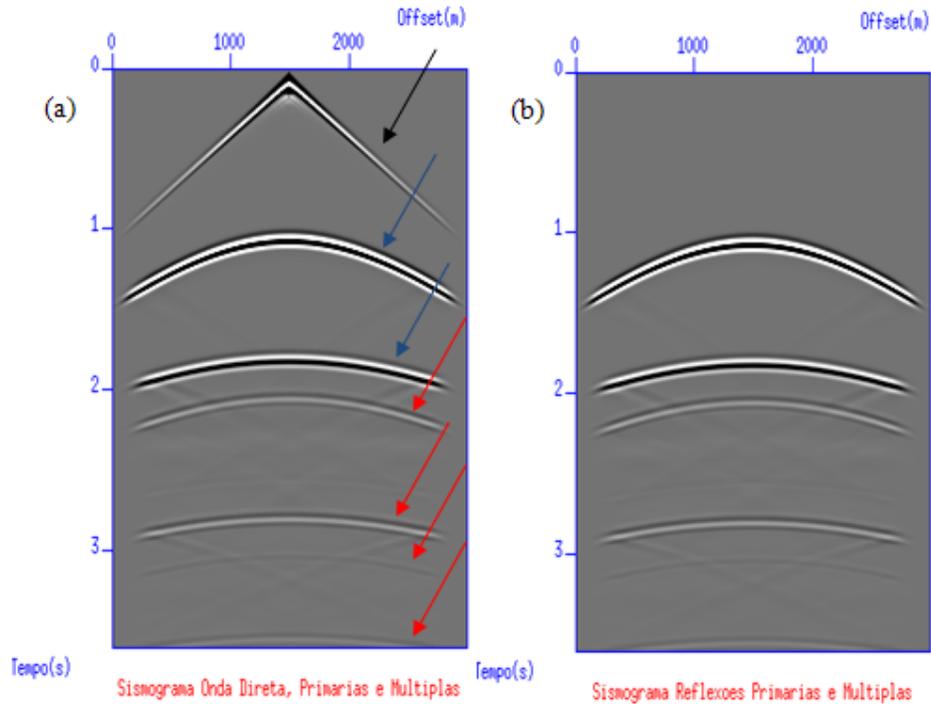


Figura 5.7: Sismograma registrado na superfície contendo (a) onda direta, reflexões primárias e múltiplas e (b) após o silenciamento da onda direta.

São calculadas as funções de Green para todos os pontos da camada na profundidade  $z=750\text{m}$ . Na figura 5.8 a seguir, é apresentado o sismograma da derivada da função de Green para um ponto na primeira camada, onde  $x = 1500\text{m}$ .

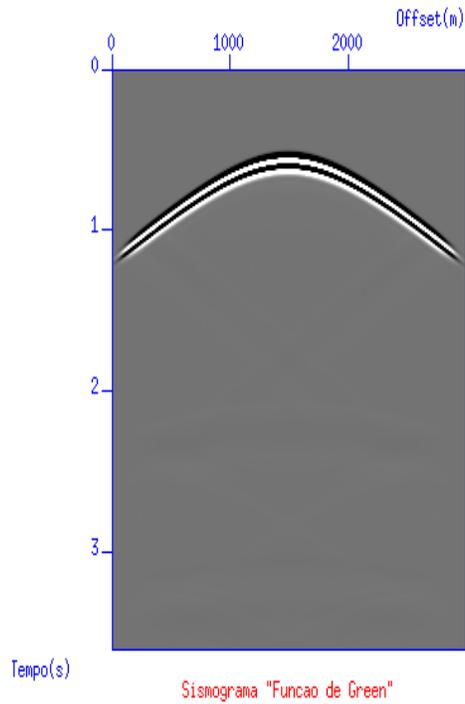


Figura 5.8: Sismograma da derivada da função de Green para  $x = 1500\text{m}$ .

Aplica-se a convolução no sismograma da figura 5.7 com os sismogramas das derivadas das funções de Green (figura 5.8). Em seguida, cada sismograma de convolução é somado, obtendo-se um traço do sismograma da figura 5.9. Este processo é repetido para todos os pontos da camada gerando como resultado um traço por ponto. Estes são concatenados, ordenadamente, resultando no sismograma de extrapolação da figura 5.9.

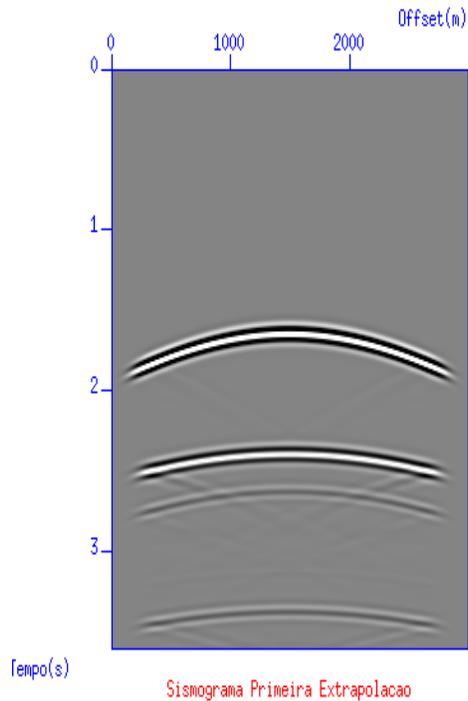


Figura 5.9: Sismograma equivalente ao primeiro processo de convolução.

Neste primeiro processo de convolução, as reflexões primárias e múltiplas são deslocadas no tempo. Isto é equivalente a extrapolar o campo de onda da superfície para a primeira camada. Esse deslocamento é proporcional ao tempo que a onda leva para se propagar da superfície para o fundo-do-mar.

O passo seguinte é convolver este sismograma (figura 5.9) com os sismogramas das derivadas das funções de Green calculadas em todos os pontos da superfície. Esta convolução extrapola para a superfície o campo de onda que foi extrapolado para o fundo-do-mar na etapa anterior. Contudo, é possível utilizar os mesmos sismogramas das funções de Green da etapa anterior, pois como não há variação de velocidade no meio em que estes são obtidos, pelo teorema de reciprocidade acústica apresentado no capítulo 4, estes sismogramas são equivalentes aos obtidos na primeira camada. Este processo de convolução completa a propagação do campo de onda refletindo-o na camada e registrando-o na superfície, gerando assim as reflexões múltiplas da primeira camada (figura 5.10). Este dado possuirá, teoricamente, apenas as reflexões múltiplas do dado inicial. Entretanto, altas amplitudes e fase invertida.

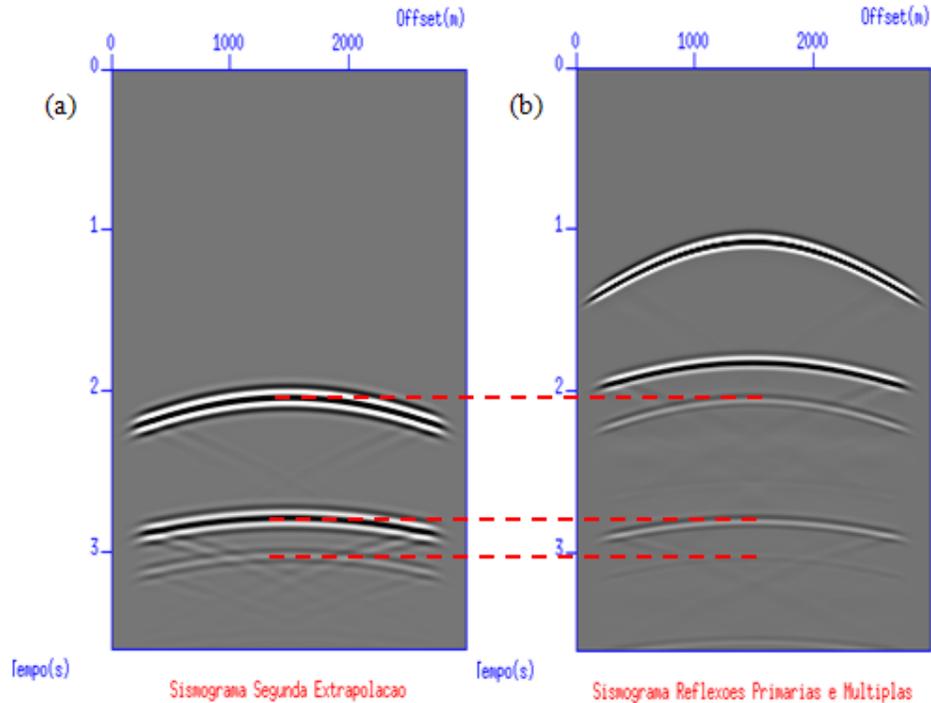


Figura 5.10: Análise da posição das reflexões múltiplas: (a) múltiplas previstas pelo processo de extrapolação e (b) sismograma original. É possível observar que as posições das reflexões coincidem, entretanto, há uma grande diferença de amplitude.

Nos resultados obtidos, as amplitudes do sismograma que possui apenas reflexões múltiplas estão bastante elevadas, impossibilitando a sua subtração. Segundo Verschuur (2006) isto é uma característica dos métodos de remoção baseados na extrapolação do campo de ondas. Uma possível explicação pode ser o fato de que certas propriedades da reflexão no fundo-do-mar não estão sendo consideradas. Outra hipótese sugerida por Verschuur (2006) é a possibilidade de haver erros na modelagem da lâmina d'água. Contudo, a modelagem realizada neste trabalho é sintética, logo as justificativas não atendem ao problema. Observando que ao realizar o processo de extrapolação completo, isto é, extrapolar o campo para a primeira camada e depois para a superfície, o resultado final (apenas reflexões múltiplas – figura 5.10 (a)) possui o efeito de duas fontes explosivas devido aos dois processos de convolução. Para escalonar as amplitudes deste dado, e permitir assim, a atenuação das reflexões, aplicou-se um filtro de Wiener adaptativo do pacote de programas do *Seismic Unix* (SU), chamado *Sushape*, o qual ajustou as amplitudes dos traços das múltiplas obtidas de acordo com os traços do dado original (reflexões primárias e múltiplas iniciais).

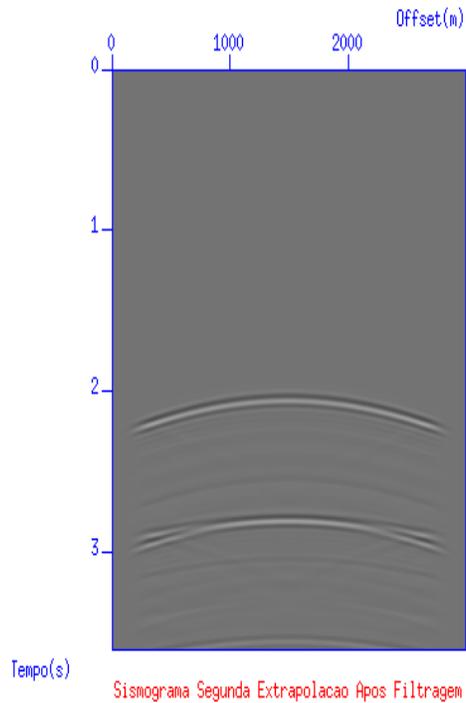


Figura 5.11: Sismograma somente com reflexões múltiplas após a aplicação do filtro adaptativo.

Com o dado filtrado, as amplitudes foram ajustadas, possibilitando a subtração pelo dado original:

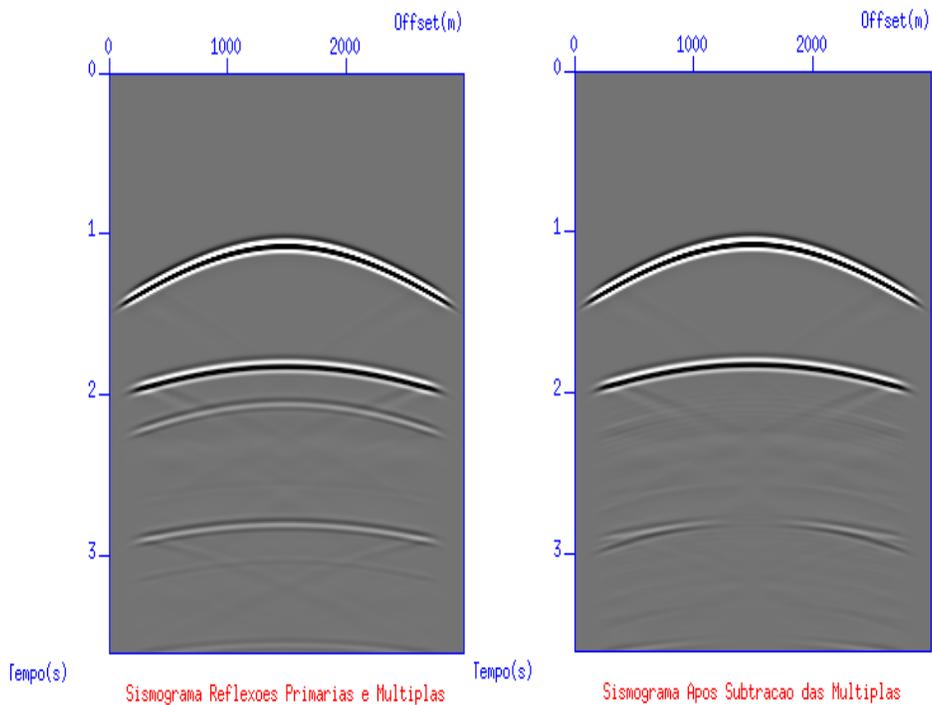


Figura 5.12: (a) Sismograma com primárias e múltiplas e (b) o mesmo após a subtração. As imagens estão na mesma escala de amplitude.

Após a subtração é possível observar que as múltiplas não foram totalmente removidas. Entretanto, o sinal restante não influencia mais o dado como antes, possibilitando a identificação de sinais que representem informações confiáveis.

O exemplo anterior apresentou o esquema de atenuação/remoção para apenas um ponto do modelo (referente à fonte aplicada em  $x=1500\text{m}$  e  $z=37.5\text{m}$  e registrada ao longo da profundidade  $z=37.5\text{m}$ ). Como o objetivo é remover as múltiplas da primeira camada, o procedimento anterior deveria ser aplicado para tiros em todos os pontos da superfície<sup>35</sup> do modelo. Contudo, o método pode se tornar muito caro computacionalmente, pois para cada tiro no modelo considerado seriam necessárias muitas operações de convolução, visto que, de acordo com as características deste modelo, para cada tiro, devem ser realizadas 800 convoluções para prever as múltiplas da camada. Para contornar este empecilho, foram dados dois tiros de ondas planas: um representando o campo de onda registrado ao longo da superfície para fontes aplicadas em todos os pontos da mesma, contendo todas as reflexões primárias e múltiplas, e o outro representando a função de Green. Isto reduziu o número de convoluções para apenas dois. A seguir serão apresentados o processo e os resultados desta aplicação.

---

<sup>35</sup> Diz-se superfície, entretanto, a fonte está sendo aplicada na posição (1500m, 37.5m).

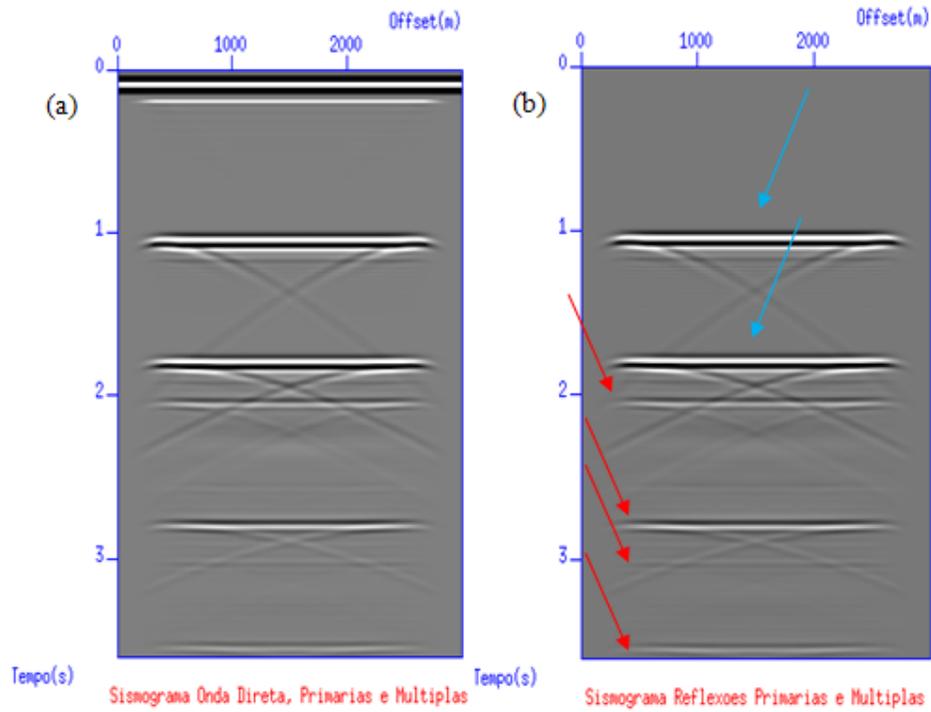


Figura 5.13 : (a) Sismograma referente ao tiro de onda plana registrado na profundidade  $z=37.5\text{m}$  e (b) o mesmo dado após o processo de silenciamento da onda direta: reflexões primárias (setas azuis) e reflexões múltiplas (setas vermelhas).

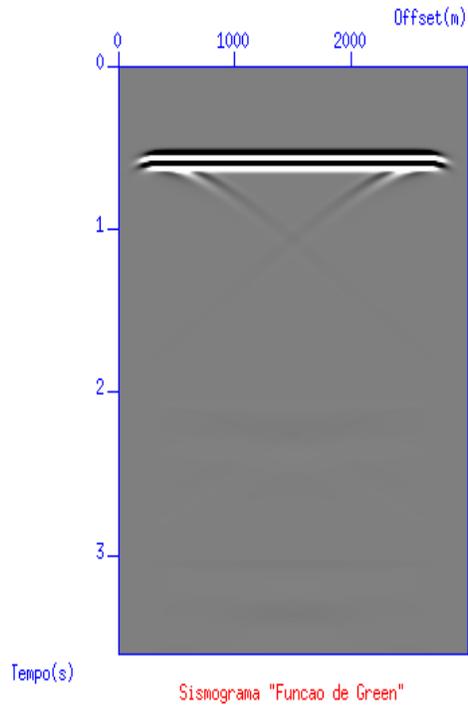


Figura 5.14 : Sismograma referente à "derivada da função de Green" da primeira camada.

O sismograma da função de Green figura 5.14 é convolvido traço a traço no tempo com o sismograma que contém as reflexões primárias e múltiplas da figura 5.13 (b), sem a onda direta, gerando um deslocamento nas reflexões primárias e múltiplas deste. Esta convolução pode ser interpretada como a extrapolação do campo de onda registrado na superfície do modelo (sismograma figura 5.13) para o fundo-do-mar.

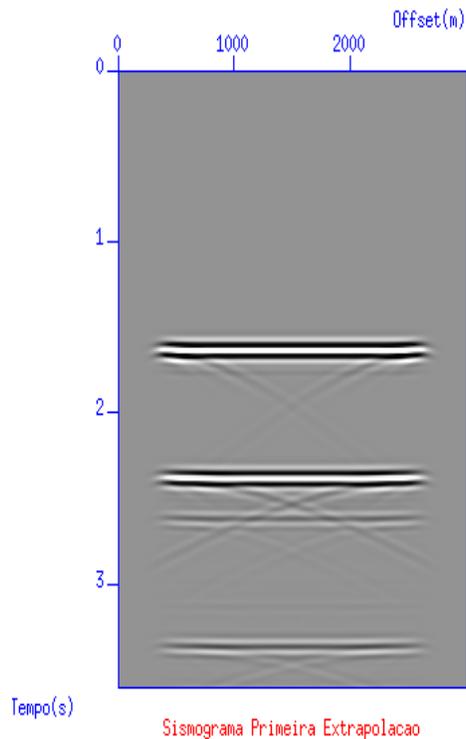


Figura 5.15: Sismograma resultante do primeiro processo de convolução.

Este sismograma é convolvido com o mesmo sismograma que representa a derivada da função de Green (figura 5.14) – teorema de reciprocidade acústica – resultando no dado que contém apenas as reflexões múltiplas que se deseja remover do dado original. Este segundo processo de convolução representa a extrapolação do campo de onda do fundo-do-mar para a superfície, finalizando o processo de reconstrução das múltiplas.

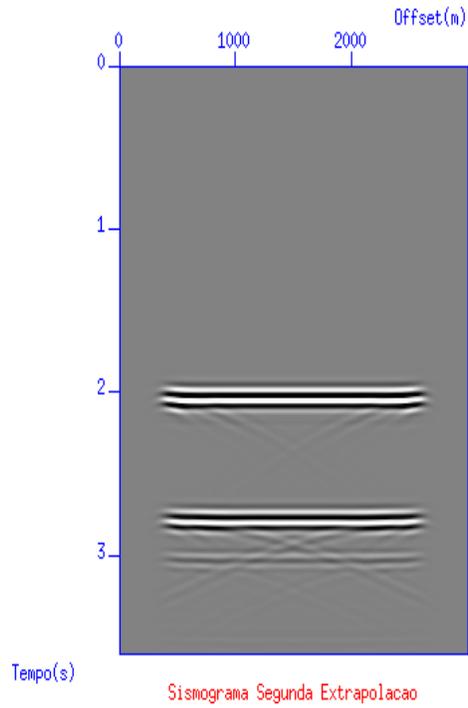


Figura 5.16: Sismograma resultante do segundo processo de convolução: apenas reflexões múltiplas.

Para o ajuste de amplitudes do sismograma com as múltiplas previstas (figura 5.16) aplica-se o filtro adaptativo do pacote do *Seismic Unix* (SU) resultando na figura 5.17. Entretanto, observa-se a geração de ruídos após a aplicação do filtro.

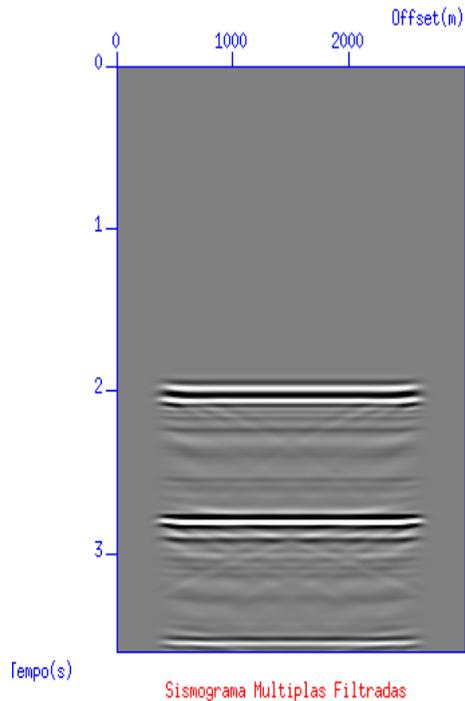


Figura 5.17: Sismograma após a aplicação do filtro adaptativo.

O próximo passo é subtrair este sismograma filtrado pelo sismograma original (figura 5.13). Na figura 5.18 abaixo, compara-se o sismograma original com o resultado obtido na subtração:

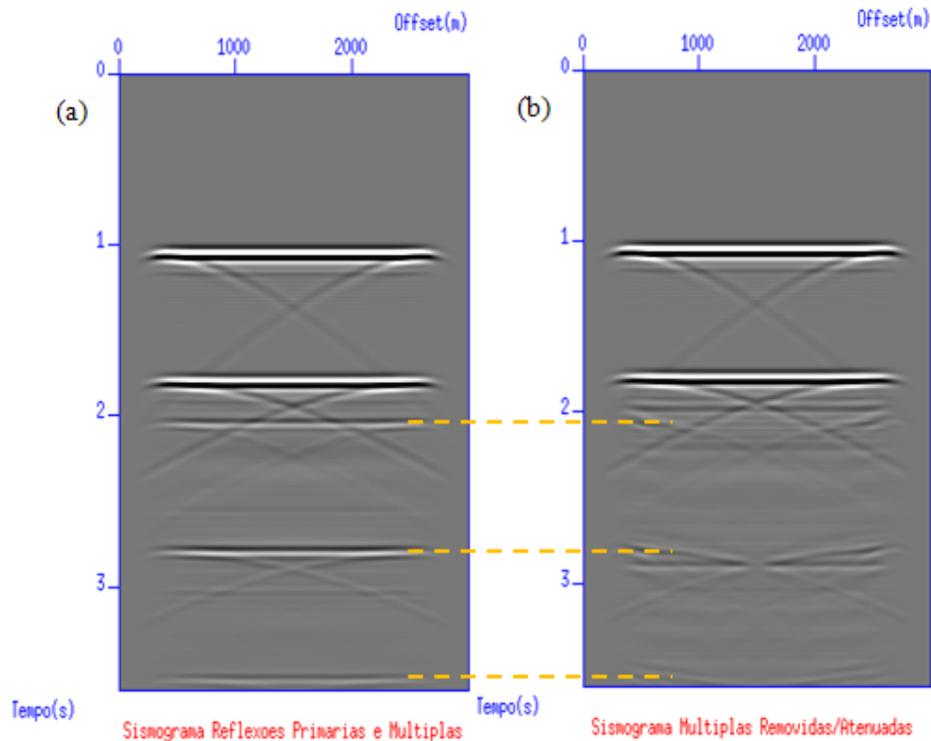


Figura 5.18: (a) Sismograma com primárias e múltiplas e (b) o sismograma com as múltiplas atenuadas. As imagens estão na mesma escala de amplitude.

Após a subtração do dado filtrado (múltiplas) pelo dado original (primárias e múltiplas) é possível observar certos ruídos nas proximidades onde as múltiplas estavam localizadas. Estes ruídos são originados durante a aplicação do filtro nas múltiplas previstas (figura 5.17) e afetam a eficiência do processo de atenuação.

Analisando um traço de cada sismograma da figura 5.18 conclui-se que a aplicação do método gerou bons resultados na atenuação apesar dos ruídos gerados pelo filtro (setas verdes na figura 5.19) ao longo do fim do traço após a subtração das múltiplas (setas vermelhas na figura 5.19). Entretanto, a energia das reflexões primárias permanece inalterada.

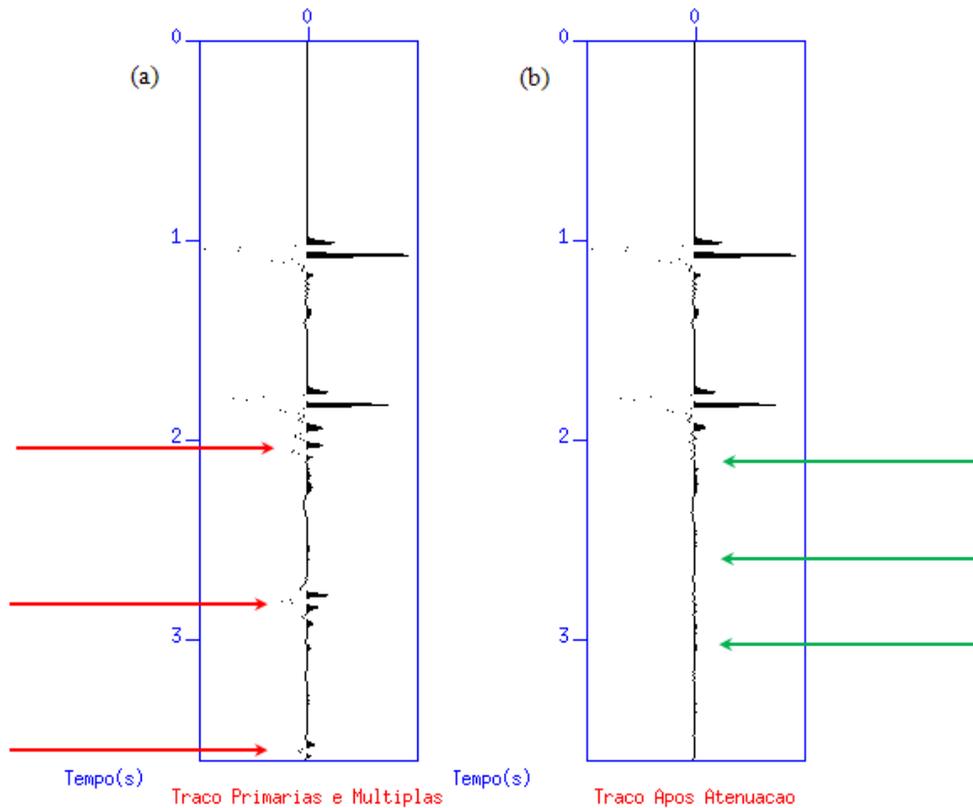


Figura 5.19: Comparação entre (a) os traços do sismograma original (múltiplas indicadas pelas setas vermelhas) e (b) o mesmo após a atenuação das múltiplas (ruídos indicados pelas setas verdes).

### 5.2.1.2. Modelo de Camadas Inclinadas

Nesta aplicação utilizou-se um modelo de camadas inclinadas com velocidades iguais a 1500m/s, 2000m/s e 2500m/s, respectivamente.

O modelo possui 3000m de extensão horizontal e 1500m de profundidade. A malha numérica utilizada na modelagem possui um espaçamento regular igual a 7,5m. Visando reduzir a dispersão numérica e aumentar a estabilidade do algoritmo, utilizou-se um intervalo de tempo igual a 0.0003s. Cada sismograma possui tempo total equivalente a 3,6s.

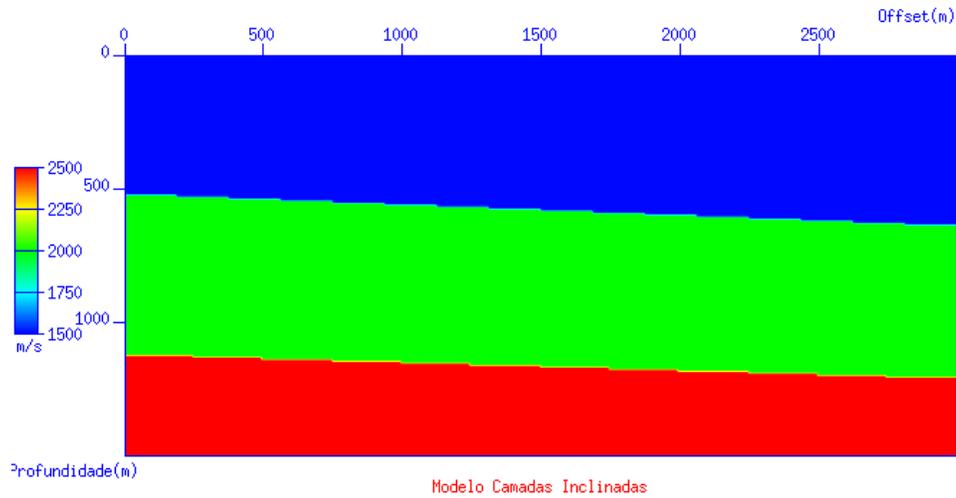


Figura 5.20: Modelo de camadas inclinadas: é possível observar pequenos “dentes” na geração das camadas.

Analogamente aos exemplos da seção 5.2.1.1, o objetivo é prever as reflexões múltiplas relacionadas à primeira camada. Inicialmente, serão apresentados os procedimentos do método para apenas um ponto. Posteriormente, para a camada inteira. As aquisições serão feitas nas mesmas posições da seção anterior.

O processo de previsão será realizado para o sismograma da figura 5.21, que possui as primárias e múltiplas após o silenciamento da onda direta, registrado na profundidade  $z = 37,5\text{m}$  para uma fonte aplicada nesta mesma profundidade em  $x=1500\text{m}$ . Os pontos difratores resultantes da modelagem são responsáveis pelas difrações facilmente observadas nos sismogramas (seta vermelha).

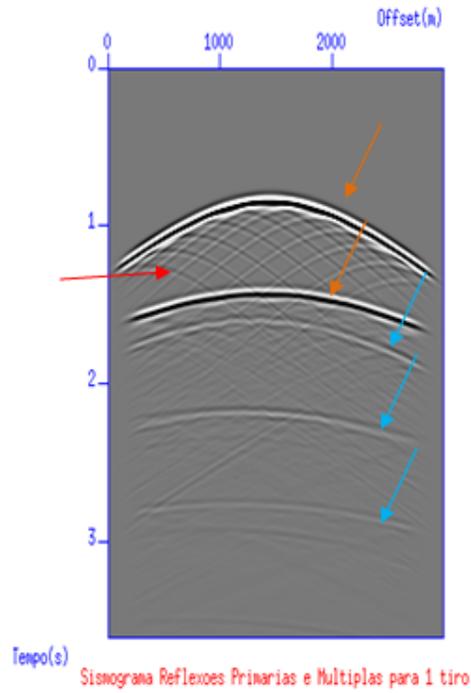


Figura 5.21: Sismograma após o silenciamento da onda direta. Reflexões primárias (setas laranja), múltiplas (setas azuis) e difrações (seta vermelha)

As derivadas das funções de Green para a primeira camada são calculadas. A figura 5.22 exibe a função de Green para um tiro na posição  $x=1500\text{m}$  em certo ponto da primeira camada.

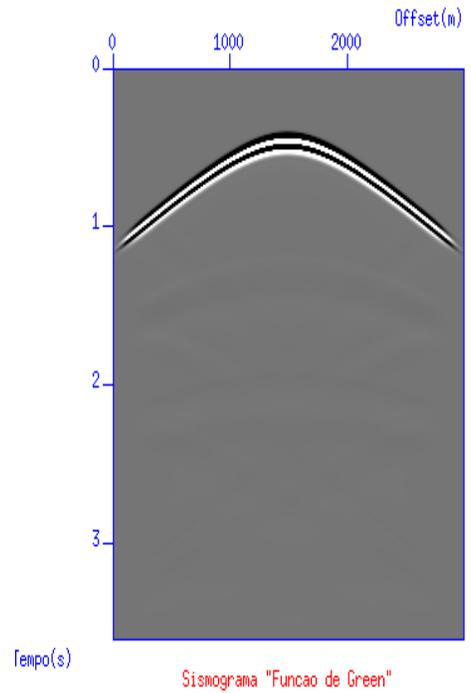


Figura 5.22: Sismograma referente à função de Green para um ponto.

Convolve-se traço a traço no tempo, o sismograma com as reflexões primárias e múltiplas (figura 5.20) com todos os sismogramas das funções de Green relacionadas a todos os pontos da camada.

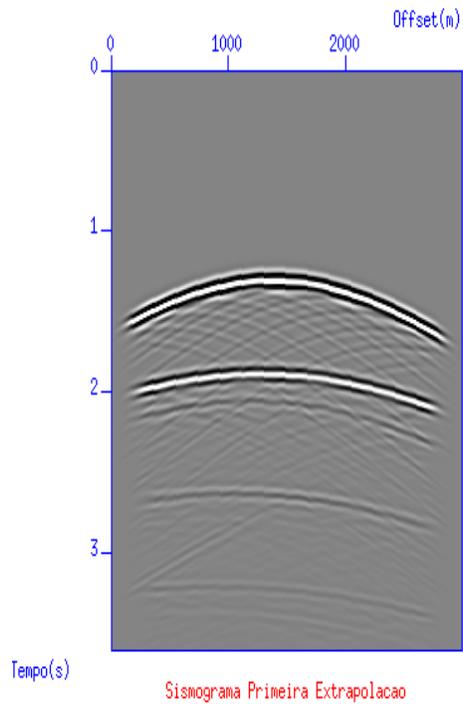


Figura 5.23: Sismograma referente ao primeiro processo de convolução.

Este sismograma (figura 5.23) é convolvido com as mesmas funções de Green obtidas para a realização do primeiro processo de convolução. Como resultado, obteve-se a figura 5.24.

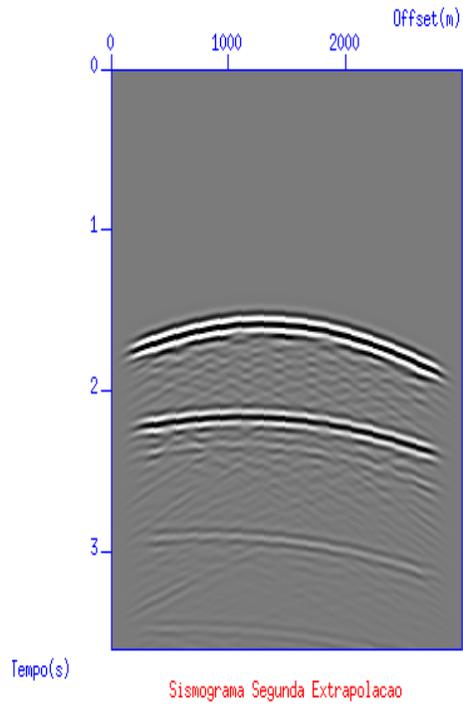


Figura 5.24: Sismograma referente ao segundo processo de convolução.

Aplica-se um filtro adaptativo do pacote do *Seismic Unix*, o *Sushape*, para ajustar as amplitudes do dado obtido (figura 5.24), resultando na figura 5.25.

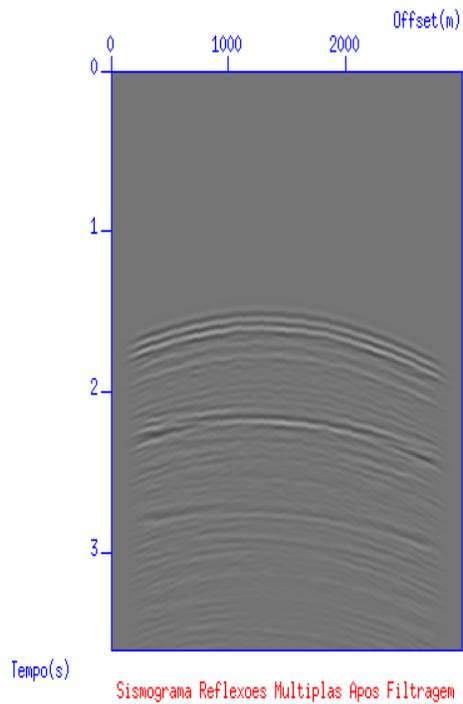


Figura 5.25: Sismograma da figura 5.24 após a aplicação do filtro adaptativo.

Com as amplitudes ajustadas, é realizada a subtração deste sismograma filtrado com o sismograma original.

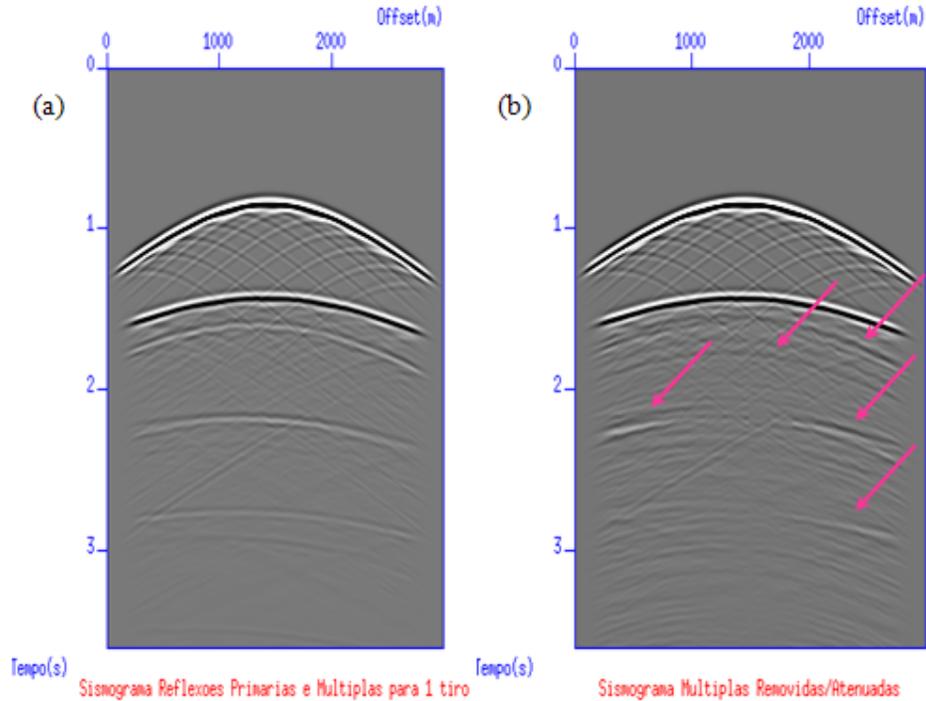


Figura 5.26: Comparação entre (a) o sismograma original (primárias e múltiplas) e (b) o sismograma obtido após a subtração das múltiplas. As setas indicam ruídos que não foram removidos, além da geração de outros.

Observa-se que após a subtração as múltiplas não foram totalmente removidas. Além disso, outros ruídos foram gerados no dado. Isto se deve a aplicação do filtro no sismograma que contém apenas as reflexões múltiplas, que além de ajustar as amplitudes gerou eventos que não estão presentes no dado original.

Até o presente momento foi apresentado o processo de remoção de reflexões múltiplas relacionadas à primeira camada para apenas um ponto deste modelo. Aplique-se o método para a primeira camada utilizando um tiro de onda plana.

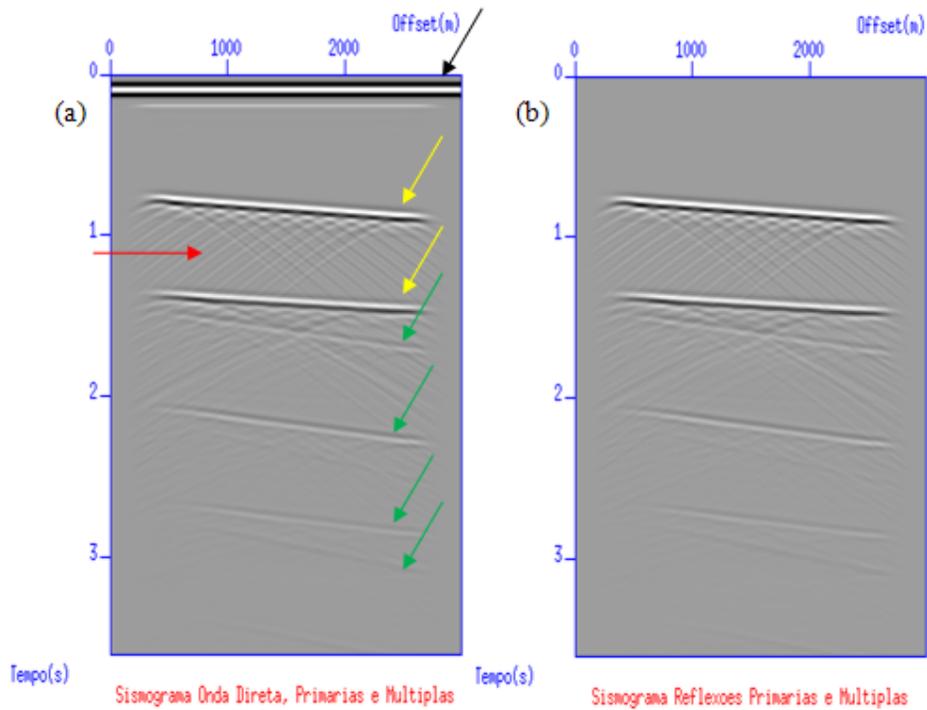


Figura 5.27: (a) Sismograma registrado em  $z=37.5\text{m}$  referente a um tiro de onda plana nesta mesma profundidade: onda direta (seta preta), reflexões primárias (setas amarelas) e múltiplas (setas verdes). (b) O mesmo sismograma após o silenciamento da onda direta. É possível observar difrações (seta vermelha) causadas pela modelagem.

A derivada da função de Green é obtida através de um tiro de onda plana na primeira camada (figura 5.28):

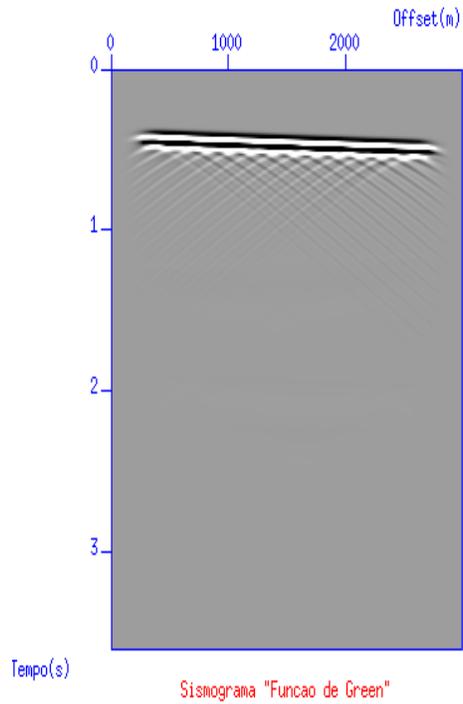


Figura 5.28: Sismograma referente à derivada da função de Green.

Este sismograma que representa a derivada da função de Green é convolvido traço a traço no tempo com o sismograma original sem a onda direta (figura 5.27 (b)).

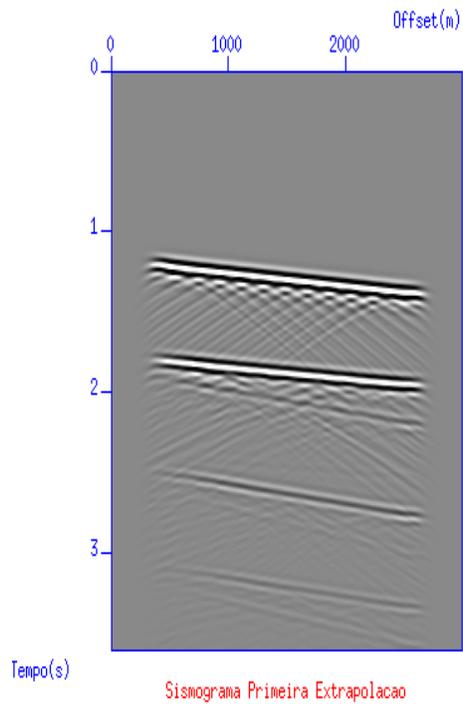


Figura 5.29: Sismograma referente ao primeiro processo de convolução.

Convolve-se o sismograma da primeira extrapolação (figura 5.29) traço a traço no tempo com o sismograma da derivada da função de Green da primeira camada (teorema de reciprocidade acústica). Obteve-se como resultado a figura 5.30.

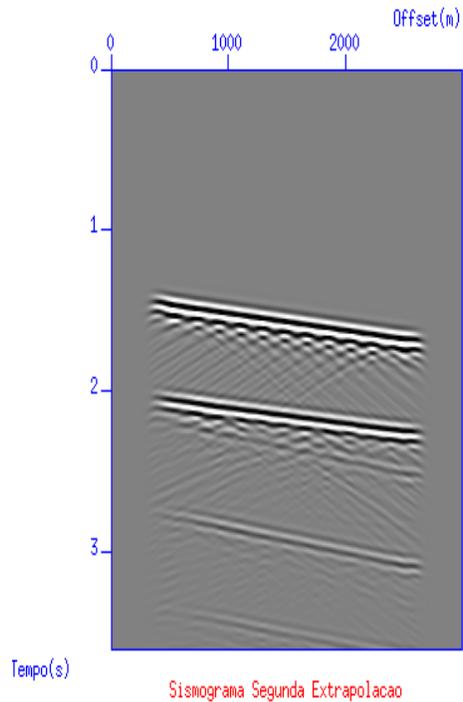


Figura 5.30: Sismograma referente ao segundo processo de convolução.

As amplitudes do sismograma das múltiplas previstas (figura 5.30) são ajustadas através de um filtro adaptativo do pacote do *Seismic Unix* chamado *Sushape*. Com a aplicação deste filtro, as amplitudes dos traços do sismograma com as múltiplas são ajustadas de acordo com as amplitudes dos traços do sismograma original (figura 5.27 (b)).

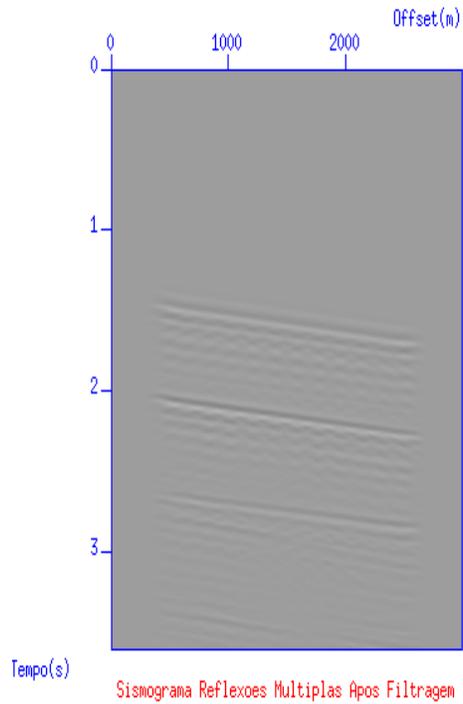


Figura 5.31: Sismograma da figura 5.30 após a aplicação do filtro adaptativo.

Subtraem-se as múltiplas previstas com as amplitudes ajustadas pelo dado original. Analisando o sismograma original e o obtido após o processo de remoção conclui-se que o método aplicado através da utilização da onda plana atenuou consideravelmente as reflexões múltiplas. Contudo, assim como em outros casos exemplificados anteriormente, podem ser observados certos ruídos causados pela aplicação do filtro no sismograma com as múltiplas previstas.

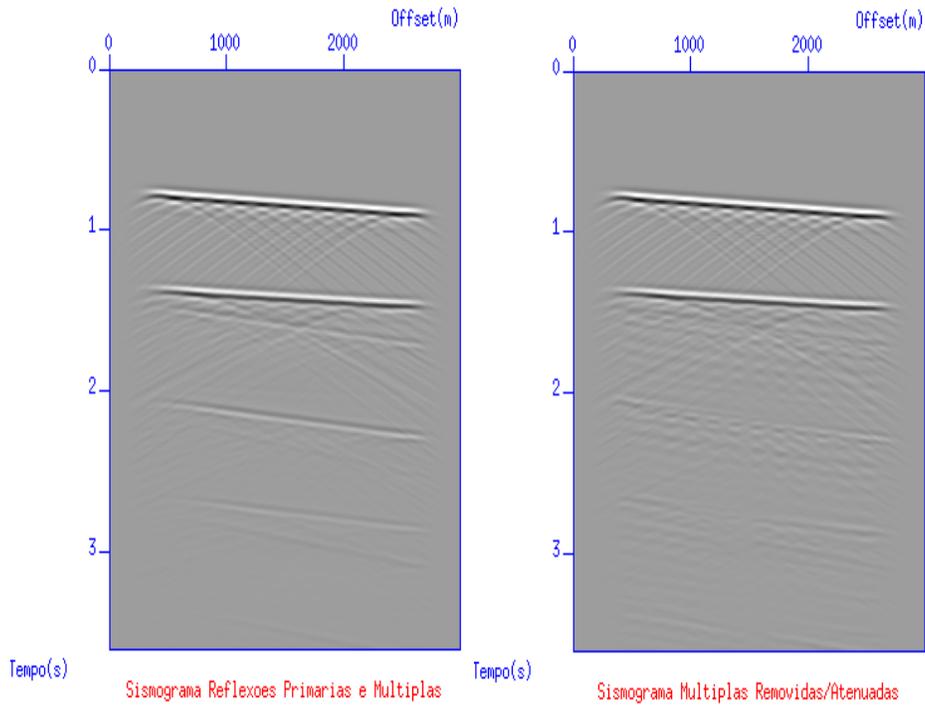


Figura 5.32: Comparação entre (a) o sismograma original (primárias e múltiplas) e (b) o sismograma obtido após a subtração das múltiplas previstas. As imagens estão na mesma escala de amplitude.

Com o objetivo de discutir o processo apresentado para o modelo inclinado, analisa-se um traço do sismograma original (primárias e múltiplas) e um traço deste mesmo sismograma após a subtração pelas múltiplas previstas. Analogamente ao modelo de camadas plano-paralelas, pode-se observar que o método atenuou de maneira significativa as reflexões múltiplas sem alterar a energia das reflexões primárias. Contudo, há ruídos ao longo do sinal, nas proximidades onde as reflexões múltiplas estavam posicionadas.

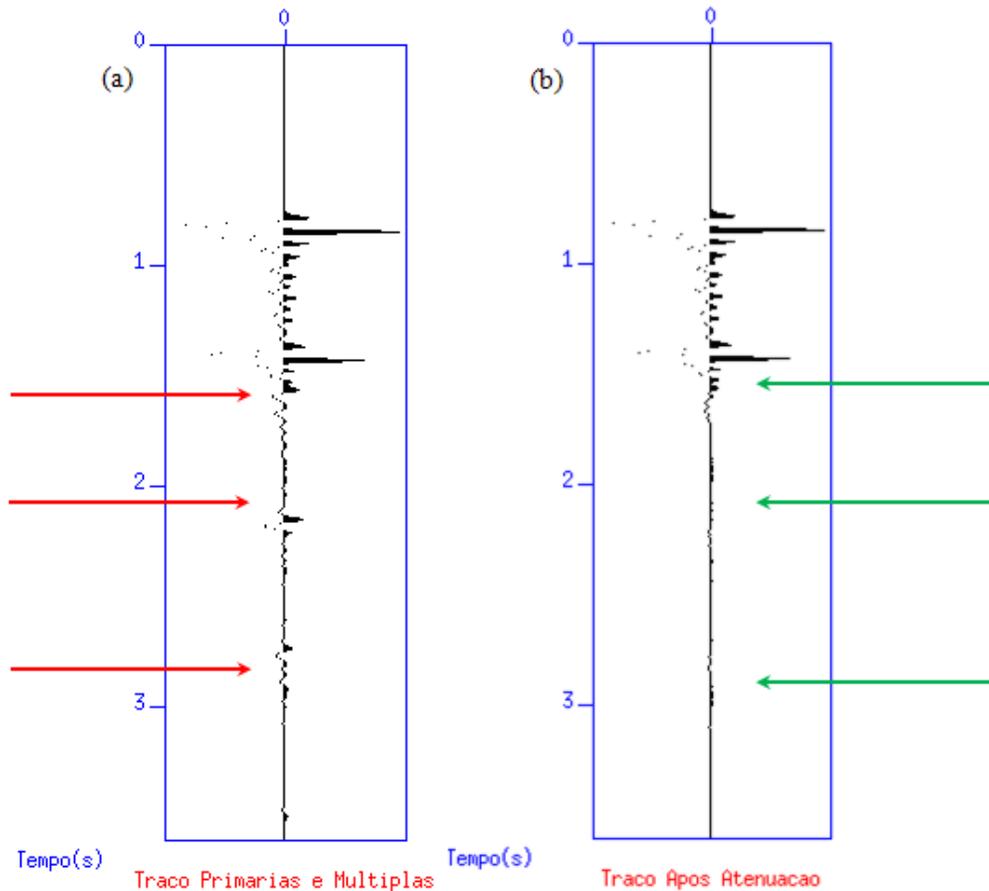


Figura 5.33: (a) Traço da posição  $x=1500$  do sismograma original e (b) traço na mesma posição de (a) após a subtração das múltiplas. As setas vermelhas indicam os sinais das múltiplas e as setas verdes indicam os ruídos após a atenuação.

Pode-se concluir que a aplicação do método de previsão e remoção das reflexões múltiplas relacionadas à primeira camada utilizando a extrapolação do campo de ondas atenuou consideravelmente as múltiplas, para um modelo com uma geometria simples e para outro com uma pequena inclinação. Pôde-se observar que a aplicação do filtro adaptativo possibilitou o escalonamento das amplitudes e a subsequente atenuação das múltiplas, contudo, gerou certos ruídos. Para o caso inclinado isto ficou mais evidente, devido às difrações existentes no dado, visto que o filtro adaptativo ajusta os traços do dado a partir dos traços do dado original. Estas considerações reforçam a necessidade da realização de um estudo sobre um filtro adaptativo capaz de escalar de forma mais precisa as amplitudes desses dados.

## Capítulo 6

---

### Conclusões e Trabalhos Futuros

O interesse na atenuação das reflexões múltiplas tem sido reforçado pela tendência da indústria na busca por alvos exploratórios cada vez mais complexos, como águas profundas e o pré-sal por exemplo. Desta forma, muitos métodos têm sido pesquisados e desenvolvidos para contornar o problema das múltiplas no registro sísmico.

Esta dissertação apresentou importantes características e influências da presença das reflexões múltiplas nos dados sísmicos. Foi ressaltada a importância da identificação destas, assim como sua atenuação ou remoção.

O método de previsão de múltiplas relacionadas à superfície livre, discutido neste trabalho, foi baseado no conceito de extrapolação de campos de onda, fundamentado matematicamente pela integral de Rayleigh II unidirecional, chave-mestra para o processo de extrapolação dos campos de onda.

Pode-se sumarizar o procedimento aplicado da seguinte forma: os registros sísmicos obtidos em todos os pontos da superfície foram sucessivamente extrapolados com o objetivo de simular uma nova reflexão na superfície livre, reconstruindo desta forma, um dado apenas com as reflexões múltiplas relacionadas à primeira camada. Este processo foi aplicado em dois modelos distintos um de camadas plano-paralelas e outro de camadas inclinadas, nos quais foi possível observar que a técnica de extrapolação é bastante eficiente, em termos da posição, em tempo, das reflexões múltiplas e primárias. Contudo, em ambos os modelos foi constatado que as amplitudes dos dados obtidos como resultado das extrapolações (isto é, os registros que continham apenas reflexões múltiplas) estão muito elevadas, impossibilitando a subtração destas reflexões pelo dado original. Para ajustar as amplitudes, aplicou-se um filtro adaptativo de Wiener do pacote que compõem a biblioteca do *Seismic Unix* (SU), chamado *Sushape*, o qual ajustou as amplitudes dos traços das múltiplas obtidas de acordo com o dado original (reflexões primárias e múltiplas iniciais). Após esse escalonamento de

amplitudes, a subtração foi realizada. Para o modelo de camadas paralelas, foi possível atenuar todas as reflexões múltiplas. Isto se deve à geometria do modelo (camadas plano-paralelas) e à regularidade na espessura das camadas (750m de profundidade entre cada refletor) que contribuíram significativamente para a periodicidade de todas as reflexões múltiplas contidas no dado e sua subsequente atenuação. Para o modelo de camadas inclinadas, as difrações<sup>36</sup> geradas pelas camadas inclinadas do modelo contribuíram para a formação de ruídos na aplicação do filtro adaptativo, o que contribuiu de forma negativa no processo de atenuação.

A principal vantagem da utilização deste método de previsão e subtração sobre outros métodos é a capacidade de atenuar reflexões múltiplas que interferem em eventos primários sem remover as reflexões primárias. Aliado a este fato, este método possui a característica de ser aplicado em modelos geológicos com alta complexidade na estrutura do fundo-do-mar. Todavia, apesar desta técnica ser parte integrante categoria dos métodos de remoção mais promissora na abordagem das reflexões múltiplas, o custo computacional pode aumentar consideravelmente de acordo com a complexidade do modelo. Segundo Xiao *et al.* (2003), a extrapolação do campo de onda para um refletor pouco profundo, como o fundo-do-mar por exemplo, utilizando este método, requer um tempo que é aproximadamente proporcional à raiz quadrada do número de traços em uma composição de tiros. Entretanto, a consideração de tiros de ondas planas (como foi utilizado neste trabalho) pode reduzir este custo, como proposto em Boechat (2007).

A remoção das múltiplas continua sendo um grande desafio para a geofísica. O desafio está em removê-las sem degradar as reflexões primárias. Diferentemente daqueles que ainda buscam o método mais aplicável para a eliminação desses eventos, existem alguns pesquisadores (como Berkhout & Verschuur (1994) e (2005) e Shen(2001), por exemplo) que estão à procura de idéias sustentáveis que tornem possível a criação de uma ferramenta capaz de utilizar as reflexões de forma construtiva no processamento sísmico. A utilização dessa energia para esses fins ainda permanece como uma área relativamente inexplorada.

---

<sup>36</sup> Os pontos difratores do modelo são característicos da modelagem do mesmo.

Algumas sugestões para trabalhos futuros foram listadas abaixo:

- ⇒ Aplicar a metodologia apresentada em modelos com uma geometria de fundo-do-mar mais complexa, avaliando custo e eficiência.
- ⇒ Utilizar dados reais para avaliar o método.
- ⇒ Realizar as extrapolações dos campos de onda para o processo de previsão das múltiplas através da utilização de soluções da equação diferencial da onda acústica, pelo Método de Diferenças Finitas, e comparar com o método de extrapolação utilizado neste trabalho.
- ⇒ Implementar a integral unidirecional de Rayleigh II no domínio da frequência e comparar com os resultados obtidos no domínio do tempo.
- ⇒ Utilizar a Zona de Fresnel para otimizar o cálculo do somatório da convolução.
- ⇒ Aplicar a sugestão anterior em modelos complexos e avaliar custo e eficiência.
- ⇒ Estudar a possibilidade de prever múltiplas de outras camadas com esta metodologia, analisando as diferentes combinações de reflexões nas camadas.
- ⇒ Aplicar outros filtros adaptativos e analisar a eficiência no ajuste das amplitudes.
- ⇒ Migrar o dado antes e depois da atenuação das reflexões múltiplas analisando se há perda de informação, caso a reflexão múltipla esteja sobreposta a uma reflexão primária por exemplo, e como a utilização do método influencia nas informações contidas na seção migrada.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, D. E., 1993, Remoção de Reflexões Múltiplas e Efeito Fantasma de Dados Sísmicos Marítimo, Dissertação de Mestrado, UFBA, Salvador, Brasil.
- ANSTEY, N. A., NEWMAN, P., 1967, Part I: The sectional auto-correlogram and Part II: The sectional retro-correlogram: *Geophysical Prospecting*, 14, 391-426.
- BACKUS, M. M., 1959, Water Reverberations – Their Nature and Elimination: *Geophysics*, 24, 233-261.
- BANCROFT, J. C., CAO, Z. N., 2004, Multiple attenuation using the space-time Radon transform and equivalent offset gathers: *SEG Expanded Abstracts*, 23, 1313-1316.
- BERKHOUT, A. J., 1982, *Seismic Migration: Imaging of Acoustic Energy by Wavefield Extrapolation*, 2<sup>nd</sup> Ed.: Elsevier Science Publ. Co., Inc.
- BERKHOUT A. J., VERSCHUUR, D. J., 1994, Multiple Technology: Part2, Migration of Multiple Reflections: *SEG Expanded Abstracts*, 13, 1497-1500.
- BERKHOUT, A. J., VERSCHUUR, D. J., 1997, Estimation of multiple scattering by iterative inversion, part I: Theoretical considerations: *Geophysics*, 62, 1586-1595.
- BERKHOUT, A. J., VERSCHUUR, D. J., 2004, Imaging Multiple Reflections, the concept: *SEG Expanded Abstracts*, 1273-1276.
- BERKHOUT, A. J., VERSCHUUR, D. J., 2005, Transforming Multiples into Primaries: experience of field data: *SEG Expanded Abstracts*, 24, 2103-2108.
- BOECHAT, J. T. B., 2007, Migração Reversa no Tempo 3-D Orientada ao Alvo por Síntese de Frentes de Onda – COPPE/UFRJ – Tese de Doutorado.
- BUCCI, O. M., PELOSI, G., 1994, From Wave Theory to Ray Optics: *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 36, 4, 35-42.
- BURG, K. E., EWING, M., PRESS, F., STULKEN, E. J., 1951, A Seismic Wave Guide Phenomenon: *Geophysics*, 16, 4, 594-612.

- CERJAN, C., KOSLOFF, D., KOSLOFF, R., and RESHEF, M., 1985, A Nonreflecting Boundary Condition for Discrete Acoustic and Elastic Wave Equation: *Geophysics*, 50, 705-708.
- COSTA, J. L., 2006, Migração Reversa no Tempo de Super-Sismogramas Visando Objetivos Localizados nos Flancos e Abaixo de Domos Salinos – Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ.
- CUNHA, P. E. M., 1997, Estratégias eficientes para migração reversa no tempo pré-empilhamento 3-D em profundidade pelo métodos das diferenças finitas, Dissertação de Mestrado, CPGG/UFBA, Salvador, Brasil.
- DIEBOLD, J. B., STOFFA, P. L., 1981, The travelttime equation, tau-p mapping, and inversion of common midpoint data: *Geophysics*, 46, 3, 238-254.
- DIX, C. H., 1948, The Existence of Multiple Reflections: *Geophysics*, 13, 1, 49-50.
- DRAGOSSET, W. H., 1993, Surface Multiple Attenuation – Theory, Practical Issues, Examples, *Geophysics* reprint series: Multiple Attenuation, Society of Exploration Geophysicists, no. 23, 620-621.
- DUARTE, O. O., 1992, Predictive Deconvolution with Additive Noise: *SEG Expanded Abstracts*, 11, 1149-1151.
- DUARTE, O. O., 2000, Básico de Processamento de Dados Sísmicos, Rio de Janeiro, Ed. Petrobras.
- DUARTE, O. O., 2006, Dicionário Enciclopédico Inglês-Português de Geofísica e Geologia, Ed. Petrobras, 3ª. Edição.
- ELLSWORTH, T. P., 1948, Multiple Reflections: *Geophysics*, 13, 1, 1-18.
- FICHMAN, S., 2005, Modelagem Sísmica em Meios Acústicos, Elásticos e Poroelásticos – Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ.
- FOKKEMA, J. T., VAN DEN BERG, P. M., 1993, Seismic application of acoustic reciprocity: Elsevier.
- FOSTER, D. J., MOSHER, C. C., 1992, Suppression of multiple reflections using the Radon transform: *Geophysics*, 57, 3, 386-395.

GODOY, R. C., 1994, Aspectos da Migração 3-D, com Amplitude Verdadeira, em Meios Lateralmente Heterogêneos e Anisotrópicos, Tese de Doutorado, UFBA, Salvador, Brasil.

GOUPILLAUD, P. L., 1961, An approach to inverse filtering of near-surface effects from seismic records: *Geophysics*, 26, 6, 754-760.

HAMPSON, D., 1986, Inverse velocity stacking for multiple elimination: *SEG Expanded Abstracts*, 5, 422-424.

HANSEN, R. F., 1948, Multiple Reflections of Seismic Energy: *Geophysics*, 13, 1, 58-59.

KENNETT, B. L. N., 1979, The suppression of surface multiples on seismic records: *Geophysical Prospecting*, 27, 584-600.

LEVIN, F. K., 1962, The Seismic Properties of Lake Maracaibo: *Geophysics*, 27, 1, 35-47.

LIMA, A. P., PORSANI, M. J., 2001, Deconvolução Preditiva de Reflexões Múltiplas e *Peg-Legs* Utilizando Filtragem Wiener-Levinson Multicanal, *Brazilian Journal of Geophysics*, 19, 3, 303-314.

LIU, Y., SACCHI, M. D., 2002, De-multiple via a Fast Least Squares Hyperbolic Radon Transform: *SEG Expanded Abstracts*, 21, 2182-2185.

MARCH, D. W., BAILEY, A. D., 1983, A review of the two-dimensional transform and its use in seismic processing: *First Break*, 01, 09-21.

MARTINS, M. A., 2008, Extrapolação do campo de onda acústico utilizando soluções integrais da equação da onda, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

MAYNE, W. H., 1962, Common reflection point horizontal data stacking techniques: *Geophysics*, 17, 927-938.

MORSE, P. M., FESHBACH, H., 1953, *Methods of Theoretical Physics*, MCGRAW-HILL BOOK Co. Inc. PART I.

MUFTI, I. R., 1990, "Large-Scale Three-Dimensional Seismic Models and Their Interpretive Significance", *Geophysics*, 55:1166-1182.

- PANN, K., 1989, Removal of Surface Multiples: United States Patent, patent number: 4,887,243.
- PEACOCK, K. L., TREITEL, S., 1969, Predictive deconvolution: Theory and practice: *Geophysics*, 34, 2, 155-169.
- PONTES, C. E. S., 1985, Algumas Técnicas de Supressão de Reflexões Múltiplas e Aplicação ao Alto do Macau, Bacia Potiguar, Dissertação de Mestrado, UFBA, Salvador, Brasil.
- REITER, E. C., TOKSOZ, M. N., KEHO, T. H., PURDY, G. M., 1991, Imaging with deep-water multiples: *Geophysics*, 56, 7, 1081-1086.
- REYNOLDS, A. C., 1978, Boundary Conditions for the Numerical Solution of Wave Propagation Problems, *Geophysics*, 43, 1099-1110.
- ROBINSON, E. A., 1957, Predictive decomposition of seismic traces: *Geophysics*, 22, 4, 767-778.
- ROBINSON, E. A., CLARK, D., 2006, Basic Seismology 13 – Huygens’ Principle: *The Leading Edge*, 25, 10, 1252-1255.
- SHENG, J., 2001, Migration Multiples and Primaries in CDP Data by Crosscorrelogram Migration: *SEG Expanded Abstracts*, 1650-1653.
- SILVA, J.J., 2002, Migração Reversa no Tempo: Resolução Sísmica Interpoços – Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ.
- SILVA, J.J., 2008, Migração Reversa no Tempo na Determinação da Amplitude de Reflexão em Função do Ângulo de Incidência – Tese de Doutorado – COPPE/UFRJ.
- STOFFA, P. L., 1989, Tau-p: An alternative domain for filtering, velocity analysis and imaging: *SEG Expanded Abstracts*, 8, 551-554.
- TANER, M. T., O’DOHERTY, R. F., KOEHLER, F., 1995, Long period multiple suppression by predictive deconvolution in the x-t domain: *Geophys. Prosp., Eur. Assn. Geosci. Eng.* 43, 433-468.
- TRAD, D., 2003, Interpolation and multiple attenuation with migration operators: *Geophysics*, 68, 6, 2043-2054.

- VERSCHUUR, D. J., 1991, Surface-related multiple elimination: An inversion approach: Ph.D. thesis, Delft University Technology.
- VERSCHUUR, D. J., BERKHOUT, A. J., WAPENAAR, C. P. A., 1992, Adaptive surface-related multiple attenuation: *Geophysics*, 57, 1166-1177.
- VERSCHUUR, D. J., KABIR, M. M. N., 1992, Comparison of surface-related multiple elimination with Radon multiple elimination: *Journal of Seismic Exploration*, 1, 363-377.
- VERCHUUR, D.J., 2006, Seismic multiple removal techniques – past, present and future, EAGE Publications.
- WANG, Y., 2003, Multiple Subtraction Using an Expanded Multichannel Matching Filter: *Geophysics*, 68, 346-354.
- WAPENAAR, C. P. A, BERKHOUT, A. J., 1989, Elastic Wave Field Extrapolation, Elsevier.
- WAPENAAR, C. P. A., BERKHOUT, A. J., 1993, Representation of seismic reflection data – Part I: State of affairs: *Journal of Seismic Exploration*, 2, 123-131.
- WAPENAAR, C. P. A, 1996, Reciprocity theorems for two-way and one-way wave vectors: a comparison: *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100, 6, 3508-3518.
- WAPENAAR, C. P. A., 2007, General representations for wavefield modeling and inversion in geophysics: *Geophysics*, 72, 5, SM5-SM17.
- WEGLEIN, A. B., 1999, Multiple Attenuation: an overview of recent advances and the road ahead: *The Leading Edge*, 18, 1, 40-44.
- WEGLEIN, A. B., DRAGOSET, W. H., 2005, Multiple Attenuation: SEG Reprint Series, 23.
- WERTH, G. C., LIU, D. T., TROREY, A. W., 1959, Offshore singing – Field experiments and theoretical interpretation: *Geophysics*, 24, 2, 220-232.
- XIAO, C., BANCROFT, J. C., JAMES BROWN, R., CAO, Z., 2003, Multiple suppression: A literature review: CREWES Research Report, 15.

YILMAZ, O., 1987, Seismic Data Processing: Society of Exploration Geophysicists: Series: Investigations in Geophysics, 2.

YILMAZ, O., 1988, Velocity-stack processing: SEG Expanded Abstracts, 7, 1013-1016.

# Apêndice A

---

## Interações dos Campos de Onda

### Unidirecionais

No capítulo 4 deste trabalho foi desenvolvida e analisada a *integral de Kirchhoff-Helmholtz* dada pela expressão (4.42), onde  $P$  e  $G$  representam a propagação direta ou causal de campos de onda acústicos.

Neste apêndice será apresentado que, para o desenvolvimento das *integrais de Rayleigh*, isto é, as integrais que representam a simplificação da teoria de extrapolação fundamentada matematicamente por Kirchhoff para o caso sísmico, apenas os campos de onda  $P$  e  $G$  com propagações opostas ( $P^+$ ,  $G^-$ ) interagem construtivamente para a extrapolação do campo de onda  $P(\vec{r}_A, \omega)$ . Este fato tem como consequência que apenas a primeira integral da expressão (4.47) tem efetiva contribuição no desenvolvimento destas integrais, ocasionando uma significativa simplificação dos cálculos.

#### A.1. Análise para a Propagação Direta do Campo de Onda

Com a substituição de (4.46-a) e (4.46-b) em (4.42) e, a aplicação da equação unidirecional em  $S_o$  obtém-se:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial G^+}{\partial z} + \frac{\partial G^-}{\partial z} \right) (P^+ + P^-) - (G^+ + G^-) \left( \frac{\partial P^+}{\partial z} + \frac{\partial P^-}{\partial z} \right) \right]_{z_0} dx dy \quad (A - 1)$$

Esta expressão representa a interação entre ondas descendentes e ascendentes. Estas ondas descendentes e ascendentes satisfazem as equações da onda unidirecionais em  $z = z_o$  quando as derivadas verticais dos parâmetros do meio desaparecem em  $z = z_o$ , que é expresso por:

$$\frac{\partial K(x, y, z)}{\partial z} = 0, \text{ em } z = z_o \quad (A - 2)$$

e

$$\frac{\partial \rho(x, y, z)}{\partial z} = 0, \text{ em } z = z_o \quad (A - 3)$$

onde  $K$  e  $\rho$  representam, respectivamente, o módulo de compressão adiabática e a densidade do volume de massa, do meio acústico.

Será apresentado neste apêndice que as duas integrais da expressão (4.49) são idênticas. Para tal, assumamos no momento que

$$\nabla K(x, y, z) = \vec{0}, \text{ em } z = z_o \quad (A - 4)$$

e

$$\nabla \rho(x, y, z) = \vec{0}, \text{ em } z = z_o \quad (A - 5)$$

significando que, além de (A - 3) e (A - 4), assumimos que o meio também seja invariante lateralmente em  $z_o$ .

Define-se a transformada espacial de Fourier  $\tilde{A}(k_x, k_y)$  de uma função  $A(x, y)$  espaço-dependente por:

$$\tilde{A}(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (A - 6)$$

Similarmente, define-se

$$\tilde{B}(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} B(x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (A - 7)$$

Utilizando as expressões (A - 6) e (A - 7) na generalização do teorema de Parseval<sup>37</sup>, obtém-se:

$$\iint_{-\infty}^{\infty} A(x, y) B(x, y) dx dy = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \tilde{A}(-k_x, -k_y) \tilde{B}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (A - 8)$$

Aplicando este teorema na equação (A - 1) tem-se que:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(z_o)} \left[ \left( \frac{\partial \tilde{G}'^+}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{G}'^-}{\partial z} \right) (\tilde{P}^+ + \tilde{P}^-) - (\tilde{G}'^+ + \tilde{G}'^-) \left( \frac{\partial \tilde{P}^+}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{P}^-}{\partial z} \right) \right]_{z_o} dk_x dk_y \quad (A - 9)$$

onde,

$$\tilde{P}^{\mp} = \tilde{P}^{\mp}(k_x, k_y, z; \omega) \quad (A - 10)$$

e

$$\tilde{G}'^{\mp} = \tilde{G}'^{\mp}(-k_x, -k_y, z; x_A, y_A, z_A; \omega). \quad (A - 11)$$

O sinal (') denota que  $k_x$  e  $k_y$  foram substituídos por  $-k_x$  e  $-k_y$ , respectivamente.

$\tilde{P}^{\pm}$  e  $\tilde{G}'^{\pm}$  satisfazem as seguintes equações unidirecionais da onda:

$$\frac{\partial \tilde{P}^{\pm}}{\partial z} = \mp j k_z \tilde{P}^{\pm}, \text{ em } z = z_o \quad (A - 12)$$

e

---

<sup>37</sup>  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |f(x, y)|^2 dx dy = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(w_x, w_y)|^2 dw_x dw_y$ . Neste teorema, a energia total do sinal contido na

forma de onda, somada ao longo do tempo total é igual ao total da energia da forma de onda da transformada de Fourier somada através de todas as suas componentes de frequência  $f$ , estabelecendo assim, o conceito de conservação de energia.

$$\frac{\partial \tilde{G}^{i\pm}}{\partial z} = \mp j k_z \tilde{G}^{i\pm}, \text{ em } z = z_o, \quad (A-13)$$

onde

$$k_z(z_o) = +\sqrt{k^2(z_o) - k_x^2 - k_y^2} \text{ para } k_x^2 + k_y^2 \leq k^2(z_o) \quad (A-14)$$

e

$$k_z(z_o) = -j\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2(z_o)}, \text{ para } k_x^2 + k_y^2 > k^2(z_o) \quad (A-15)$$

com

$$k^2(z_o) = \frac{\omega^2 \rho(z_o)}{K(z_o)}. \quad (A-16)$$

A substituição das equações unidirecionais (A-12) e (A-13) na expressão (A-9) resulta em:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{-jk_z(z_o)}{\rho(z_o)} [(\tilde{G}'^+ - \tilde{G}'^-)(\tilde{P}^+ + \tilde{P}^-) - (\tilde{G}'^+ + \tilde{G}'^-)(\tilde{P}^+ - \tilde{P}^-)]_{z_o} dk_x dk_y \quad (A-17)$$

que equivale a:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{-jk_z(z_o)}{\rho(z_o)} [2\tilde{G}'^+ \tilde{P}^{-+} - 2\tilde{G}'^- \tilde{P}^{+-}] dk_x dk_y. \quad (A-18)$$

É possível observar que a integral (A-18) não possui os termos  $\tilde{G}'^+ \tilde{P}^+$  e  $\tilde{G}'^- \tilde{P}^-$ .

Aplicando as equações unidirecionais da onda (A-12) ou (A-13), obtém-se:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = -2 \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(z_o)} \left[ \tilde{G}'^+ \frac{\partial \tilde{P}^-}{\partial z} + \tilde{G}'^- \frac{\partial \tilde{P}^+}{\partial z} \right]_{z_o} dk_x dk_y. \quad (A-19)$$

ou, equivalentemente,

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(z_o)} \left[ \frac{\partial \tilde{G}'^+}{\partial z} \tilde{P}^- + \frac{\partial \tilde{G}'^-}{\partial z} \tilde{P}^+ \right]_{z_o} dk_x dk_y. \quad (A - 20)$$

Utilizando, novamente, o Teorema de *Parseval*, tem-se que:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = -2 \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(z_o)} \left[ G^+ \frac{\partial P^-}{\partial z} + G^- \frac{\partial P^+}{\partial z} \right]_{z_o} dx dy. \quad (A - 21)$$

que equivale a:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho(z_o)} \left[ \frac{\partial G^+}{\partial z} P^- + \frac{\partial G^-}{\partial z} P^+ \right]_{z_o} dx dy. \quad (A - 22)$$

Em ambas as integrais (A - 21) e (A - 22), pode-se observar que os campos de onda que contribuem para o calculo do campo em  $\vec{r}_A$  são os que se propagam em direções opostas através de  $z_o$  (figura A.1 (a) e (b)).

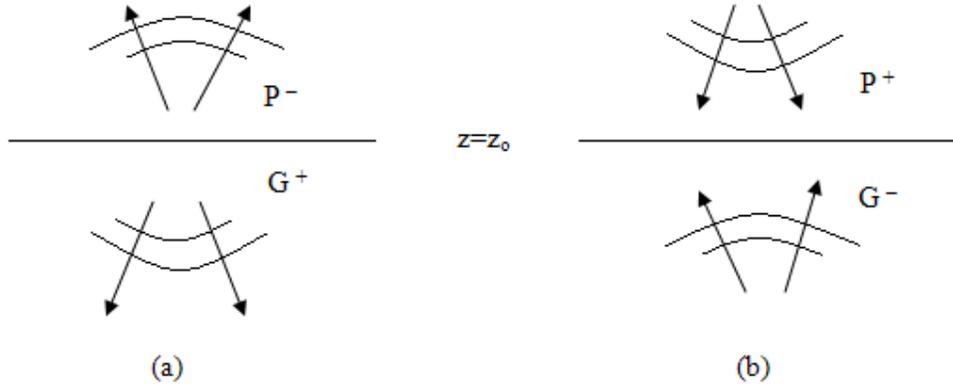


Figura A.1: Ilustração dos campos de onda ascendente ( $P^+, G^+$ ) e descendente ( $P^-, G^-$ ) sobre  $z = z_o$ . As equações (A - 21) e (A - 22) mostram que apenas as ondas que se propagam em direções opostas têm “interação” em  $z_o$ .

Pode-se generalizar este resultado para uma situação onde os parâmetros do meio são variantes lateralmente em  $z_o$ . Basta assumir que as derivadas verticais dos

parâmetros do meio desaparecem em  $z_o$ , que é expresso pelas equações (A – 2) e (A – 3).

Introduzindo as funções  $P_s$  e  $G_s$ , de acordo com:

$$P_s = \frac{P}{\sqrt{\rho}} \text{ em } z = z_o \quad (A - 23)$$

e

$$G_s = \frac{G}{\sqrt{\rho}} \text{ em } z = z_o. \quad (A - 24)$$

Substituindo na equação (A – 1) pode ser reescrita com:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial G_s^+}{\partial z} + \frac{\partial G_s^-}{\partial z} \right) (P_s^+ + P_s^-) - (G_s^+ + G_s^-) \left( \frac{\partial P_s^+}{\partial z} + \frac{\partial P_s^-}{\partial z} \right) \right]_{z_o} dx dy \quad (A - 25)$$

A substituição de  $P_s = \frac{P}{\sqrt{\rho}}$  e  $G_s = \frac{G}{\sqrt{\rho}}$  nas equações bidirecionais da onda

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla P \right) + \frac{\omega^2}{K} P = 0 \text{ em } z = z_o \quad (A - 26)$$

e

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla G \right) + \frac{\omega^2}{K} G = 0 \text{ em } z = z_o, \quad (A - 27)$$

resulta em:

$$\nabla^2 P_s + k_s^2 P_s = 0 \text{ em } z = z_o, \quad (A - 28)$$

e

$$\nabla^2 G_s + k_s^2 G_s = 0 \text{ em } z = z_o, \quad (A-29)$$

com

$$k_s^2 = \frac{\omega^2}{K} - \frac{3}{4} \left| \frac{\nabla \rho}{\rho} \right|^2 + \frac{\nabla^2 \rho}{2\rho} \text{ em } z = z_o. \quad (A-30)$$

Podemos reescrever (A-28) como:

$$\frac{\partial^2 P_s(\vec{r}, \omega)}{\partial z^2} = -H_2(\vec{r}, \omega) P_s(\vec{r}, \omega) \text{ em } z = z_o, \quad (A-31)$$

onde

$$H_2(\vec{r}, \omega) = k_s^2(\vec{r}, \omega) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \text{ em } z = z_o. \quad (A-32)$$

Assumindo que os campos de onda sejam limitados em certa região, as derivadas parciais  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  e  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$  podem ser reescritas como convoluções espaciais ao longo dos eixos x e y, respectivamente, segundo [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989]:

$$\frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} d_2(x-x') A(x', y) dx' \text{ em } z = z_o \quad (A-33)$$

e

$$\frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial y^2} = \int_{-\infty}^{\infty} d_2(y-y') A(x, y') dy' \text{ em } z = z_o, \quad (A-34)$$

com  $d_2(x)$  e  $d_2(y)$  definidos como:

$$d_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{d}_2(k_x) e^{-jk_x x} dk_x \quad (A - 35)$$

$$d_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{d}_2(k_y) e^{-jk_y y} dk_y \quad (A - 36)$$

onde

- $d_2(k_x)$  e  $d_2(k_y)$  são operadores diferenciais laterais limitados em uma determinada faixa.
- $\tilde{d}_2(k_x)$  e  $\tilde{d}_2(k_y)$  são operadores inversos da transformada de Fourier.

Com esta definição, a equação bidirecional (A - 31) pode ser escrita como uma integral de convolução espacial:

$$\left. \frac{\partial^2 P_S(\vec{r}, \omega)}{\partial z^2} \right|_{z_0} = - \iint_{-\infty}^{\infty} [H_2(\vec{r}, \vec{r}', \omega) P_S(\vec{r}', \omega)]_{z_0} dx' dy' \quad (A - 37)$$

onde

$$H_2(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = k_s^2(\vec{r}, \omega) \delta(x - x') \delta(y - y') + d_2(x - x') \delta(y - y') + \delta(x - x') d_2(y - y') \quad (A - 38)$$

com

$$\vec{r} = (x, y, z) \quad (A - 39)$$

e

$$\vec{r}' = (x', y', z' = z) \quad (A - 40)$$

O operador  $H_2$  é simétrico (pois a função Delta de Dirac é simétrica e a transformada de Fourier é simétrica) em  $\vec{r}$  e  $\vec{r}'$ , logo:

$$H_2(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = H_2(\vec{r}', \vec{r}, \omega) \quad (A-41)$$

Definindo, implicitamente, um operador  $H_1$  como:

$$H_2(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} H_1(\vec{r}, \vec{r}', \omega) H_1(\vec{r}', \vec{r}'', \omega) dx' dy' \quad (A-42)$$

com

$$\vec{r}'' = (x'', y'', z'' = z). \quad (A-43)$$

Como o operador  $H_2$  é simétrico, tem-se que o operador  $H_1$  também é simétrico em  $\vec{r}$  e  $\vec{r}'$ :

$$H_1(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = H_1(\vec{r}', \vec{r}, \omega) \quad (A-44)$$

De (A-37) e (A-42) obtêm-se as seguintes equações unidirecionais da onda para as funções pressão ( $P_s, G_s$ ):

$$\left. \frac{\partial^2 P_s^\pm(\vec{r}, \omega)}{\partial z^2} \right|_{z_0} = \mp j \iint_{-\infty}^{\infty} [H_1(\vec{r}, \vec{r}', \omega) P_s^\pm(\vec{r}', \omega)]_{z_0} dx' dy' \quad (A-45)$$

e

$$\left. \frac{\partial^2 G_s^\pm(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z^2} \right|_{z_0} = \mp j \iint_{-\infty}^{\infty} [H_1(\vec{r}, \vec{r}', \omega) G_s^\pm(\vec{r}', \vec{r}_A, \omega)]_{z_0} dx' dy' \quad (A-46)$$

A substituição de (A-45) e (A-46) em (A-25) resulta em:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} -j H_1(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \left( G_s^+(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) - G_s^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \right) dx dy \right\} \times$$

$$P_S^+(\vec{r}', \omega) + P_S^-(\vec{r}', \omega)\}_{z_0} dx' dy' - \iint_{-\infty}^{\infty} [G_S^+(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) + G_S^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \times \left. \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} -jH_1(\vec{r}, \vec{r}', \omega) (P_S^+(\vec{r}', \omega) - P_S^-(\vec{r}', \omega)) dx' dy' \right\} \right]_{z_0} dx dy. \quad (A - 47)$$

Reescrevendo (A - 47):

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} [-jH_1(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \{G_S^+(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) P_S^-(\vec{r}', \omega) - G_S^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) P_S^+(\vec{r}', \omega)\}]_{z_0} dx dy dx' dy' \quad (A - 48)$$

Aplicando as equações unidirecionais da onda (A - 45) ou (A - 46), obtém-se:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = -2 \iint_{-\infty}^{\infty} \left[ G_S^+(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P_S^-(\vec{r}', \omega)}{\partial z} + G_S^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P_S^+(\vec{r}', \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy \quad (A - 49)$$

ou, equivalentemente,

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \iint_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial G_S^+(\vec{r}', \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P_S^-(\vec{r}', \omega) + \frac{\partial G_S^-(\vec{r}', \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P_S^+(\vec{r}', \omega) \right]_{z_0} dx' dy' \quad (A - 50)$$

As duas expressões acima (A - 49) e (A - 50) são as versões generalizadas das expressões (A - 21) e (A - 22), respectivamente. É Possível observar novamente, que apenas as ondas propagadas em direções opostas têm interação em  $z_0$ .

Ao realizar a substituição de (A - 23) e (A - 24) em (A - 49) e fazendo  $G^+ = 0$ , obtém-se:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = -2 \iint_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} G_S^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) \frac{\partial P_S^+(\vec{r}, \omega)}{\partial z} \right]_{z_0} dx dy, \quad (A - 51)$$

versão *unidirecional* da *Integral de Rayleigh I* (4.50).

Substituindo (A - 23) e (A - 24) em (A - 50), fazendo  $G^+ = 0$  e omitindo (') tem-se que:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \iint_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G_S^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P_S^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy, \quad (A - 52)$$

versão *unidirecional* da *integral de Rayleigh II* (4.51).

Como as expressões (A - 49) e (A - 50) são equivalentes, isto implica que (A - 51) e (A - 52) também são equivalentes.

## Apêndice B

---

# Operadores para a Extrapolação dos Campos de Onda Descendentes – Formulação Integral

Neste apêndice, os operadores para a extrapolação dos campos de onda descendentes serão desenvolvidos. Estes operadores também podem ser representados em sua forma matricial, entretanto, visando uma interpretação física, será apresentada apenas a formulação integral.

A base para o desenvolvimento desses operadores é a integral de Rayleigh unidirecional II (equação 4.51), apresentada no capítulo 4, dada por:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy$$

Pode-se interpretar a expressão acima, em relação à superfície plano-horizontal  $S_0$  (figura), da seguinte maneira:

-  $P^+(\vec{r}, \omega)$  representa o campo de onda descendente (para uma fonte posicionada no plano superior à superfície  $S_0$ ).

-  $G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$  representa o campo de onda de Green ascendente (para uma fonte monopolo localizada em  $\vec{r}_A$  - plano inferior à superfície  $S_0$ ).

-  $P(\vec{r}_A, \omega)$  representa a pressão acústica total em  $\vec{r}_A$ .

Analisando cada um dos campos mencionados anteriormente (figura B.1), pode-se inferir que a equação (4.51), representa o campo de onda total (bidirecional  $P$ )

obtido a partir da extrapolação do campo de onda descendente (unidirecional  $P^+$ ) na posição  $\vec{r}_A$ .

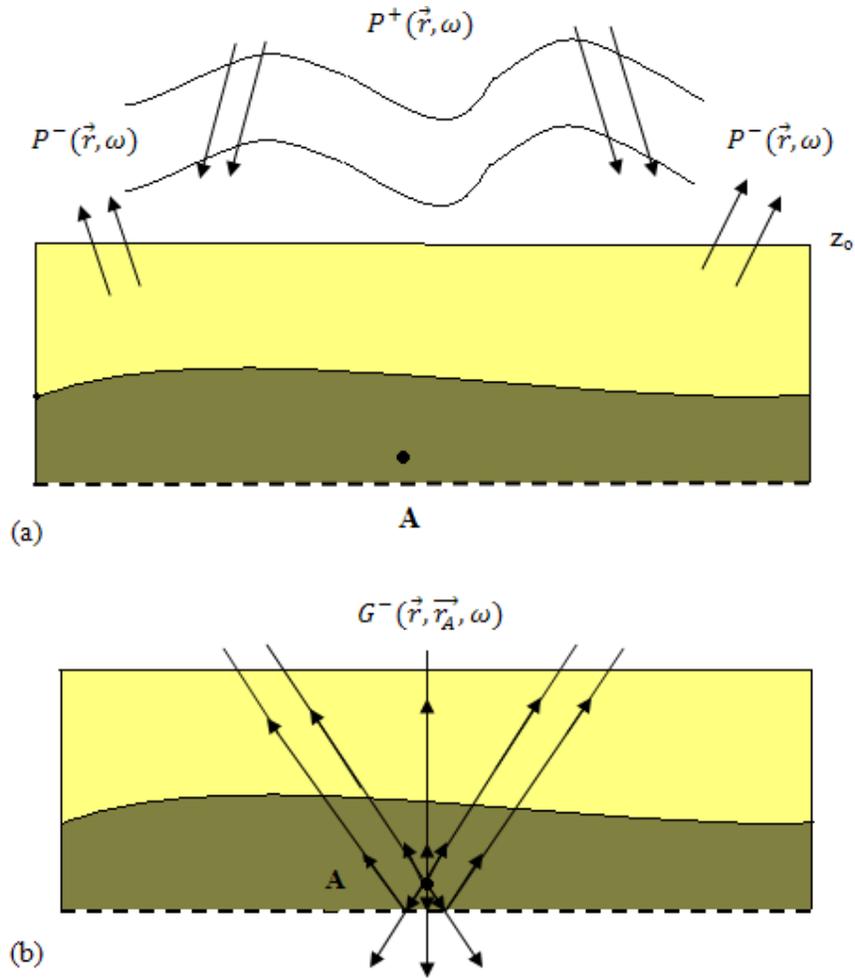


Figura B.1: Ilustração para a integral de Rayleigh unidirecional II que expressa o campo de onda total (bidirecional) em  $\vec{r}_A$  em termos (a) do campo de onda descendente (unidirecional)  $P^+(\vec{r}, \omega)$  em  $z_0$  e (b) o campo de onda de Green ascendente (unidirecional)  $G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega)$  em  $z_0$  [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Para a formulação anterior, o campo de onda de Green foi considerado livre de reflexão na superfície  $S_0$ . Pode-se escrevê-lo como:

$$G^-(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega), \quad em S_0. \quad (B - 1)$$

Baseando-se no Teorema de Reciprocidade de Rayleigh desenvolvido para os estados  $A$  e  $B$ , capítulo 4 (expressão 4.11), e na representação acima para a função de Green ( $B - 1$ ), é possível escrever:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_A, \omega) = G(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega) \quad (B - 2)$$

Com ( $B - 1$ ) e ( $B - 2$ ) pode-se reescrever a equação (4.51) da seguinte forma:

$$P(\vec{r}_A, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy \quad (B - 3)$$

É de extrema importância saber diferenciar características entre a função de Green e a sua derivada:

-  $G(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega)$  representa o campo de onda de Green registrado em  $\vec{r}_A$  para uma fonte *monopolo* em uma posição  $\vec{r}$  localizada na superfície  $S_0$ .

-  $\frac{\partial G(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega)}{\partial z}$  representa o campo de onda de Green registrado em  $\vec{r}_A$  para uma fonte *dipolo* em uma posição  $\vec{r}$  localizada na superfície  $S_0$ .

Segundo Wapenaar & Berkhout (1989), a expressão ( $B - 3$ ) garante que o campo de pressão total em  $\vec{r}_A$  é obtido como uma integral sobre a fonte dipolo, sendo que as fontes dipolo estão distribuídas sobre a superfície  $S_0$ , e, a intensidade desta distribuição é dada pelo campo de onda descendente ( $P^+(\vec{r}, \omega)$ ) em  $S_0$  (conceito do *Princípio de Huygens*).

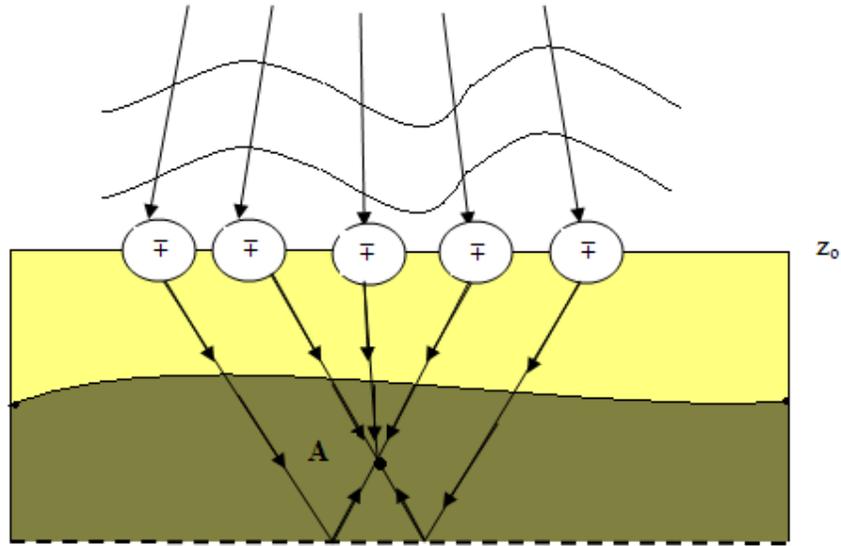


Figura B.2: Ilustração do Princípio de Huygens: o campo de onda descendente em  $z_0$  é representado por uma distribuição contínua de fontes dipolo. Além disso, o campo de onda no ponto A é, intuitivamente, obtido através da superposição das respostas impulsivas destas fontes. A quantificação deste campo é obtida através da integral de Rayleigh II (expressão B-3) [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Observando a figura B.2 o campo de onda total ( $P(\vec{r}_A, \omega)$ ) pode ser decomposto em dois campos: ascendente ( $P^-(\vec{r}_A, \omega)$ ) e descendente ( $P^+(\vec{r}_A, \omega)$ ). Analogamente, a função de Green pode ser dividida ascendente ( $G^-(\vec{r}_A, \omega)$ ) e descendente ( $G^+(\vec{r}_A, \omega)$ ).

Feitas essas observações, os campos de onda descendente e ascendente podem ser escritos, respectivamente, como:

$$P^+(\vec{r}_A, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G^+(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy, \quad (B - 4)$$

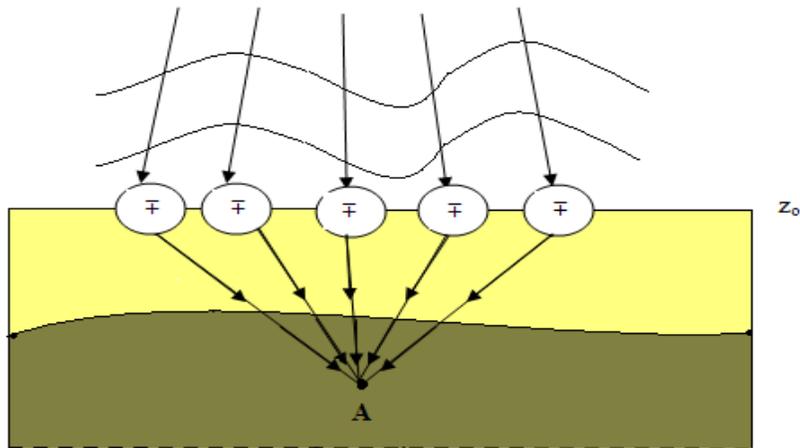


Figura B.3: Campo de onda descendente no ponto A:  $P^+(\vec{r}_A, \omega)$  é principalmente determinado pelas propriedades de propagação do meio entre a superfície  $z_0$  e a profundidade na qual o ponto A se encontra.

e

$$P^-(\vec{r}_A, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\rho(\vec{r})} \frac{\partial G^-(\vec{r}_A, \vec{r}, \omega)}{\partial z} P^+(\vec{r}, \omega) \right]_{z_0} dx dy \quad (B - 5)$$

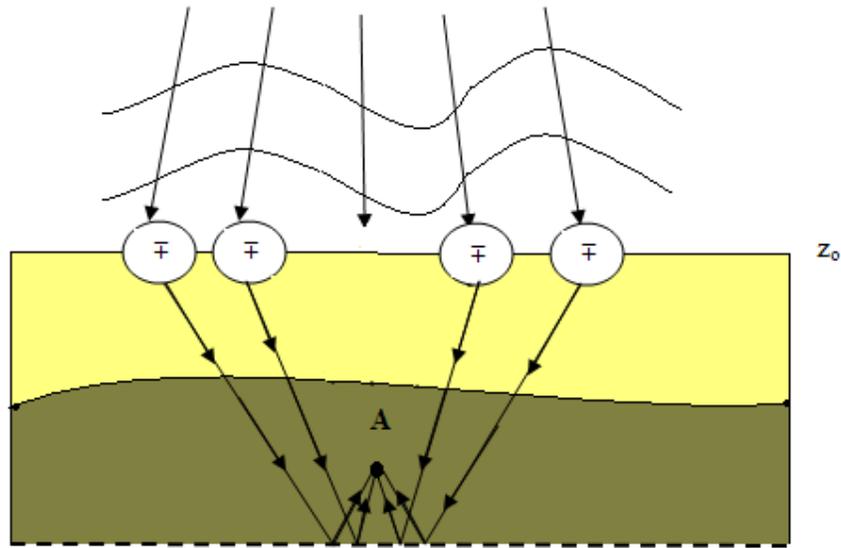


Figura B.4: Campo de onda ascendente no ponto A:  $P^-(\vec{r}_A, \omega)$  é principalmente determinado pelas propriedades de reflexão do meio abaixo da posição na qual o ponto A se encontra.

Ambas as equações anteriores podem ser reescritas com uma notação mais geral, considerando as coordenadas a seguir:

-  $\vec{r}_A = (x, y, z_1)$ , onde  $z_1$  representa certa profundidade abaixo da superfície ( $z_0$ ).

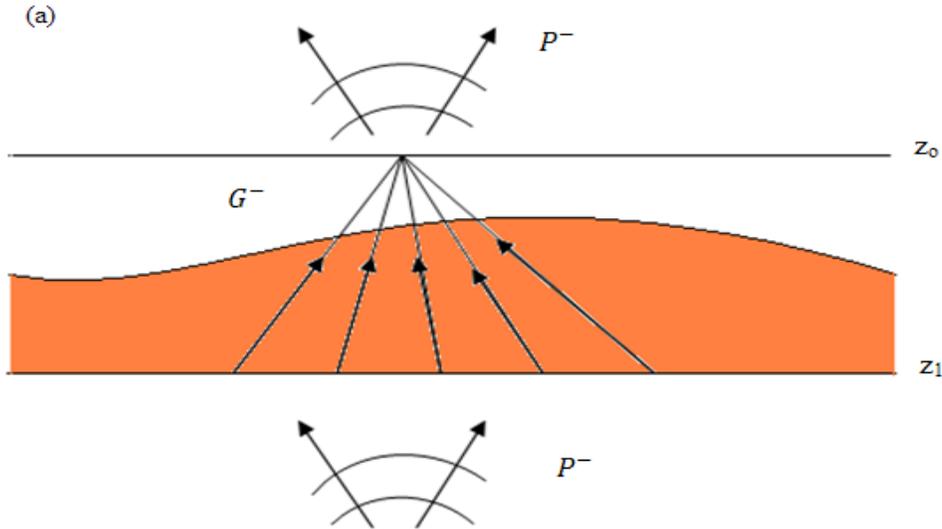
-  $\vec{r} = (x', y', z' = z_0)$ .

A equação (B - 4) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P^+(x, y, z_1, \omega) = \frac{2}{\rho(x', y', z_0)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial G^+(x, y, z_1, x', y', z_0, \omega)}{\partial z} P^+(x', y', z_0, \omega) \right]_{z_0} dx' dy' \quad (B - 6)$$

Esta equação representa a Integral de Rayleigh II unidirecional – base para a extrapolação direta de ondas descendentes de uma profundidade  $z_0$  para um nível mais profundo  $z_1$  (figura B.5 (b)). Para a extrapolação direta das ondas ascendentes pode-se utilizar a equação (B – 7) a seguir, que também representa a Integral de Rayleigh II unidirecional (figura B.5 (a)):

$$P^-(x, y, z_0, \omega) = \frac{-2}{\rho(x', y', z_1)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial G^-(x, y, z_0, x', y', z' = z_1, \omega)}{\partial z} P^-(x', y', z_1, \omega) \right]_{z_0} dx' dy' \quad (B - 7)$$



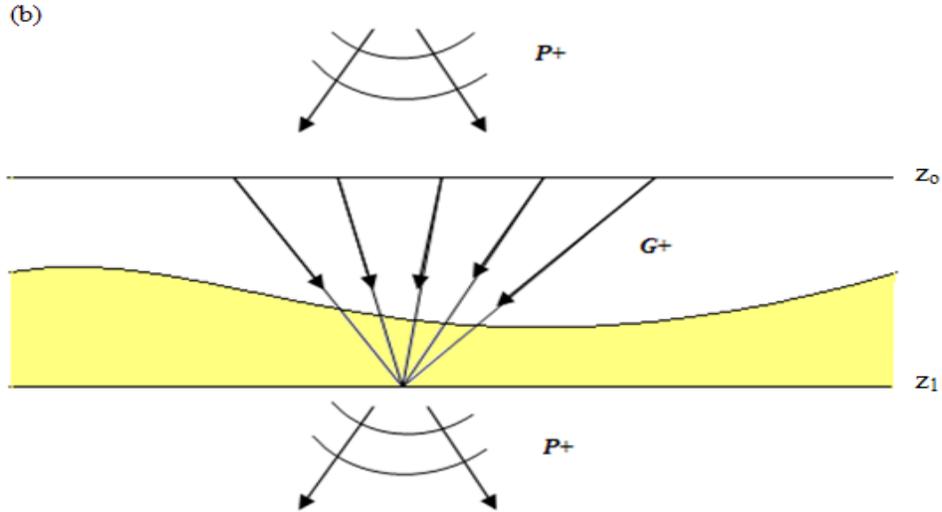


Figura B.4 : Ilustração da extrapolação do campo de ondas: (a) extrapolação das ondas ascendentes (integral de *Rayleigh II* unidirecional) e (b) extrapolação das ondas descendentes (integral de *Rayleigh II* unidirecional).

O fato de ser possível dividir os campos de onda em ascendente e descendente nas profundidades  $z_0$  e  $z_1$  permite que as integrais de *Rayleigh II* unidirecionais sejam aplicadas para quaisquer meios heterogêneos [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989].

Para o caso especial no qual o meio entre  $z_0$  e  $z_1$  seja lateralmente invariante, os campos de onda de Green estarão em função das distâncias  $x-x'$  e  $y-y'$ . Assim, as expressões (B - 6) e (B - 7) podem ser reescritas, respectivamente, como integrais espaciais de convolução:

$$P^+(x, y, z_1; \omega) = \frac{2}{\rho(z_0)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial G^+(x - x', y - y', z_1, 0, 0, z' = z_0; \omega)}{\partial z'} P^+(x', y', z_0; \omega) \right]_{z_0} dx' dy' \quad (B - 8)$$

e

$$P^-(x, y, z_1; \omega) = \frac{-2}{\rho(z_1)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial G^-(x - x', y - y', z_0, 0, 0, z' = z_1; \omega)}{\partial z'} P^-(x', y', z_0; \omega) \right]_{z_0} dx' dy'. \quad (B - 9)$$

Reescrevendo as derivadas da função de Green como a seguir,

$$\frac{2}{\rho(z_0)} \frac{\partial G^+(x - x', y - y', z_1, 0, 0, z' = z_0; \omega)}{\partial z'} = W^+(x, y; z_1, z_0; \omega) \quad (B - 10)$$

e

$$\frac{-2}{\rho(z_1)} \frac{\partial G^+(x - x', y - y', z_0, 0, 0, z' = z_1; \omega)}{\partial z'} = W^-(x, y; z_0, z_1; \omega) \quad (B - 11)$$

É possível representar  $P^+(x, y, z_1, \omega)$  e  $P^-(x, y, z_1, \omega)$ , respectivamente, como:

$$P^+(x, y, z_1; \omega) = W^+(x, y; z_1, z_0; \omega) * P^+(x, y, z_0; \omega) \quad (B - 12)$$

e

$$P^-(x, y, z_0; \omega) = W^-(x, y; z_0, z_1; \omega) * P^-(x, y, z_1; \omega), \quad (B - 13)$$

Onde  $W^+$  e  $W^-$  são os operadores unidirecionais de extrapolação do campo de onda e o sinal (\*) representa a operação de convolução [WAPENAAR & BERKHOUT, 1989]. No domínio da frequência-número-de-onda as integrais de convolução são multiplicações, logo, os operadores podem ser reescritos como:

$$\tilde{P}^+(k_x, k_y, z_1; \omega) = \tilde{W}^+(k_x, k_y; z_1, z_0; \omega) \cdot \tilde{P}^+(k_x, k_y, z_0; \omega) \quad (B - 14)$$

e

$$\tilde{P}^-(k_x, k_y, z_0; \omega) = \tilde{W}^-(k_x, k_y; z_0, z_1; \omega) \cdot \tilde{P}^-(k_x, k_y, z_1; \omega), \quad (B - 15)$$

onde,

$$\frac{2}{\rho(z_0)} \frac{\partial \tilde{G}^+(k_x, k_y, z_1, 0, 0, z' = z_0; \omega)}{\partial z'} = \tilde{W}^+(k_x, k_y; z_1, z_0; \omega) \quad (B - 16)$$

e

$$\frac{-2}{\rho(z_1)} \frac{\partial \tilde{G}^+(k_x, k_y, z_0, 0, 0, z' = z_1; \omega)}{\partial z'} = \tilde{W}^-(k_x, k_y; z_0, z_1; \omega). \quad (B - 17)$$

# Apêndice C

---

## Modelagem computacional

A modelagem sísmica é uma ferramenta bastante utilizada na exploração geofísica. Aliada ao dado de campo, a mesma é utilizada para a validação do modelo geológico e pode fornecer informações estratigráficas e estruturais bastante relevantes sobre a geologia em subsuperfície. Além disso, é possível analisar e avaliar as limitações do método sísmico [FICHMAN, 2005].

Nas seções a seguir, será apresentada a modelagem acústica utilizada para a geração dos dados deste trabalho. Foi utilizado o Método das Diferenças Finitas (MDF) para calcular a solução da equação escalar da onda. Também serão apresentados os critérios para minimizar a dispersão e a instabilidade numéricas, além das condições de contorno (bordas não-reflexivas) aplicadas.

### C1. Modelagem Acústica 2D

A equação diferencial parcial da onda é implementada para simular a propagação das ondas em subsuperfície. Considerando que o meio em consideração possui densidade constante, a equação que rege propagação da onda em meios bidimensionais é:

$$\nabla^2 UP - \frac{1}{V^2(x,z)} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = f(t)\delta(x - x_f)\delta(y - y_f) \quad (C.1)$$

onde,  $P$  é o campo de pressão (o qual varia em função das coordenadas espaciais  $x$  e  $z$  e, do tempo  $t$ ),  $V(x,z)$  é a velocidade do meio,  $f(t)$  representa uma fonte impulsiva aplicada em  $(x_f, y_f)$ , que depende do tempo  $t$ .

Para realizar a modelagem é utilizado o Método das Diferenças Finitas (MDF), no qual são calculadas sucessivas soluções para a equação onda (C.1) – em posições e tempos diferentes – simulando desta forma a propagação. O Método das Diferenças Finitas (MDF) é baseado na aproximação de derivadas por diferenças finitas, sendo um dos métodos mais utilizados para os fins da modelagem numérica.

Matematicamente, pode-se escrever a derivada parcial de uma função genérica como um limite:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta z}. \quad (C.2)$$

Entretanto, podem ser feitas certas considerações em um dado intervalo tal que, para um  $\Delta$  suficientemente pequeno (contudo não infinitesimal) é possível escrever:

$$\frac{\partial f}{\partial z} \cong \frac{\Delta f}{\Delta z}, \quad (C.3)$$

Isto é, a derivada de uma função em certo ponto pode ser escrita como

Para proceder com a modelagem foi utilizada uma malha numérica com espaçamentos regulares  $\Delta x$  (na direção  $x$ , com pontos  $i = 1, 2, 3, \dots, Nx$ ) e  $\Delta z$  (na direção  $z$ , com pontos  $k = 1, 2, 3, \dots, Nz$ ). A partir desta notação, o modelo é analisado como um meio discreto, possuindo  $Nx$  pontos da direção  $x$  e  $Nz$  na direção  $z$ :

$$\begin{cases} x = i\Delta x, i = 1, 2, 3, \dots, Nx \\ z = k\Delta z, k = 1, 2, 3, \dots, Nz \end{cases}$$

O *método das diferenças finitas centrais*<sup>38</sup> foi aplicado para realizar as operações na malha do modelo. Inicialmente, possui-se um valor de campo de onda nulo (já que não há propagação em  $t = 0s$  (campo de onda causal)). A fonte impulsiva é

---

<sup>38</sup>  $\left[ \frac{df}{dx} \right]_{x=i} = \frac{1}{2\Delta x} (f_{i+1} - f_{i-1})$

aplicada em dado ponto da malha, gerando valores de propagação do campo de ondas em intervalos de tempo regulares ( $n, n + 1, n + 2, \dots$ ).

A partir das considerações, quanto a notação de variáveis, descritas anteriormente, é possível reescrever o campo de onda e a fonte impulsiva em uma notação de termos discretos:

$$\left. \begin{array}{l} P(x, z, t) = P_{i,k}^n \\ f(t) = f_n \end{array} \right\} n = 0, 1, 2, 3, \dots; i = 1, \dots, Nx; z = 1, \dots, Nz.$$

Para resolver equações diferenciais parciais é necessário impor certas condições iniciais e de contorno do problema. No caso da equação da onda desta modelagem, assume-se que, como condição inicial em  $n = 0$ , o campo de ondas e a primeira derivada temporal (isto é, campo nulo para tempo nulo).

$$\left. \begin{array}{l} P_{i,k}^0 = 0 \\ \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_{i,k}^0 \end{array} \right\} 1 \leq i \leq Nx, 1 \leq k \leq Nz$$

As condições de contorno serão apresentadas posteriormente.

## C.2. Operador Espacial e Temporal

A partir do truncamento da série de Taylor é possível extrair os operadores de diferenças finitas espacial e temporal. Considerou-se uma aproximação de quarta ordem para a derivada espacial e segunda ordem para a derivada temporal. Nas etapas a seguir é desenvolvido o processo de expansões em série de Taylor para uma função  $F$  genérica:

$$\begin{aligned} F(x - 2\Delta x) = & F(x) - \frac{2\Delta x}{1!} \frac{dF(x)}{dx} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2 F(x)}{dx^2} - \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 F(x)}{dx^3} + \\ & + \frac{(2\Delta x)^4}{4!} \frac{d^4 F(x)}{dx^4} - \frac{(2\Delta x)^5}{5!} \frac{d^5 F(x)}{dx^5} + O[(\Delta x)^6] \end{aligned} \quad (C.4)$$

$$\begin{aligned}
F(x - \Delta x) = & F(x) - \frac{\Delta x}{1!} \frac{dF(x)}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2 F(x)}{dx^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 F(x)}{dx^3} + \\
& + \frac{(\Delta x)^4}{4!} \frac{d^4 F(x)}{dx^4} - \frac{(\Delta x)^5}{5!} \frac{d^5 F(x)}{dx^5} + O[(\Delta x)^6] \quad (C.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F(x + \Delta x) = & F(x) + \frac{\Delta x}{1!} \frac{dF(x)}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 F(x)}{dx^3} + \\
& + \frac{(\Delta x)^4}{4!} \frac{d^4 F(x)}{dx^4} + \frac{(\Delta x)^5}{5!} \frac{d^5 F(x)}{dx^5} + O[(\Delta x)^6] \quad (C.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F(x + 2\Delta x) = & F(x) + \frac{2\Delta x}{1!} \frac{dF(x)}{dx} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 F(x)}{dx^3} + \\
& + \frac{(2\Delta x)^4}{4!} \frac{d^4 F(x)}{dx^4} + \frac{(2\Delta x)^5}{5!} \frac{d^5 F(x)}{dx^5} + O[(\Delta x)^6] \quad (C.7)
\end{aligned}$$

O objetivo é obter uma representação da derivada segunda para os termos da equação da onda. Para isto, as quatro equações anteriores são manipuladas de acordo com as etapas a seguir:

(1) Soma-se a equação (C.4) com (C.7):

$$\begin{aligned}
F(x + 2\Delta x) + F(x - 2\Delta x) = & 2F(x) + 4(\Delta x)^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{16(\Delta x)^4}{12} \frac{d^4 F(x)}{dx^4} + \\
& + O[(\Delta x)^6] \quad (C.8)
\end{aligned}$$

(2) Soma-se a equação (C.5) com (C.6):

$$F(x + \Delta x) + F(x - \Delta x) = 2F(x) + (\Delta x)^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{(\Delta x)^4}{12} \frac{d^4 F(x)}{dx^4} + O[(\Delta x)^6] \quad (C.9)$$

(3) Multiplica-se a equação (C.9) por 16 e, em seguida, subtrai-se de (C.8):

$$16 [F(x + \Delta x) + F(x - \Delta x)] - F(x + 2\Delta x) - F(x - 2\Delta x) = 30 F(x) + 12 (\Delta x)^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + O[(\Delta x)^6] \quad (C.10)$$

(4) Ao se isolar a derivada segunda do resto da equação (C.10):

$$\frac{d^2 F(x)}{dx^2} = \left[ \frac{-F(x - 2\Delta x) + 16F(x - \Delta x) - 30F(x) + 16F(x + \Delta x) - F(x + 2\Delta x)}{12(\Delta x)^2} \right] + O[(\Delta x)^4] \quad (C.11)$$

A equação (C.11) representa a aproximação da derivada segunda, com quarta ordem, pelo Método das Diferenças Finitas. O termo  $O[(\Delta x)^4]$  é uma representação do erro cometido no cálculo da aproximação.

Para obter a aproximação da derivada de segunda ordem, basta apenas considerar a equação (C.9) e isolar a derivada segunda, truncando-a no termo  $O[(\Delta x)^2]$ :

$$\frac{d^2 F(x)}{dx^2} = \frac{[F(x + \Delta x) + F(x - \Delta x) - 2F(x)]}{(\Delta x)^2} + O[(\Delta x)^2] \quad (C.12)$$

Ao eliminar o termo  $O[(\Delta x)^2]$ , cada termo da equação da onda pode ser reescrita em função de termos discretos:

$$(P_{xx})_{i,j,k}^n = \frac{1}{12(\Delta x)^2} [-P_{i-2,j,k}^n + 16(P_{i-1,j,k}^n + P_{i+1,j,k}^n) - 30P_{i,j,k}^n - P_{i+2,j,k}^n]. \quad (C.13)$$

$$(P_{yy})_{i,j,k}^n = \frac{1}{12(\Delta y)^2} [-P_{i,j,k-2}^n + 16(P_{i,j,k-1}^n + P_{i,j,k+1}^n) - 30P_{i,j,k}^n - P_{i,j,k+2}^n]. \quad (C.14)$$

$$(P_{zz})_{i,j,k}^n = \frac{1}{12(\Delta z)^2} [-P_{i,j,k-2}^n + 16(P_{i,j,k-1}^n + P_{i,j,k+1}^n) - 30P_{i,j,k}^n - P_{i,j,k+2}^n]. \quad (C.15)$$

Eliminando o termo  $O[(\Delta t)^2]$  (erro da aproximação de segunda ordem), pode-se representar a derivada temporal em função de termos discretos como:

$$(P_{tt})_{i,j,k}^n = \frac{1}{(\Delta t)^2} [P_{i,j,k}^{n-1} - 2P_{i,j,k}^n + P_{i,j,k}^{n+1}]. \quad (C.16)$$

A partir desta nova notação (termos da equação da onda discretos) torna-se possível simular a propagação do campo de onda (em todos os tempos – passado: instante anterior ( $n - 1$ ), futuro: (instante  $n + 1$ ) e presente: (instante  $n$ ) – e em todos os pontos  $i=1, \dots, Nx$  e  $k=1, \dots, Nz$ ) na malha numérica.

### C.3. Equação da Onda Acústica 2D Discretizada

Substituindo o operador espacial e temporal (expressões (C.13), (C.14), (C.15) e (C.16)) e isolando o termo  $P_{i,k}^{n+1}$  na equação da onda (C.1), obtém-se o seguinte operador acústico:

$$\begin{aligned} P_{i,k}^{n+1} = & \frac{1}{12} \left[ \left( V_{i,k} \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 [P_{i-2,k}^n - 16(P_{i-1,k}^n + P_{i+1,k}^n) + 30P_{i,k}^n - P_{i+2,k}^n] \right. \\ & \left. + \left( V_{i,k} \frac{\Delta t}{\Delta z} \right)^2 [P_{i,k-2}^n - 16(P_{i,k-1}^n + P_{i,k+1}^n) + 30P_{i,k}^n + P_{i,k+2}^n] \right] \\ & + 2P_{i,k}^n - P_{i,k}^{n-1} + f^n \delta(i - i_f) \delta(k - k_f), \quad (C.17) \end{aligned}$$

onde,  $P_{i,k}^{n-1}$  representa o campo no instante anterior,  $P_{i,k}^n$  o instante presente e  $P_{i,k}^{n+1}$  o instante posterior.

Neste trabalho, a malha utilizada foi considerada regular ( $\Delta x = \Delta z = h$ ). Portanto, a equação (C.17) pode ser simplificada para:

$$\begin{aligned}
P_{i,k}^{n+1} = \frac{1}{12} C_{i,k} \left[ [P_{i-2,k}^n + P_{i+2,k}^n + P_{i,k-2}^n + P_{i,k+2}^n \right. \\
\left. - 16(P_{i-1,k}^n + P_{i+1,k}^n + P_{i,k-1}^n + P_{i,k+1}^n) + 60P_{i,k}^n] \right] + 2P_{i,k}^n - P_{i,k}^{n-1} \\
+ f^n \delta(i - i_f) \delta(k - k_f), \tag{C.18}
\end{aligned}$$

onde,

$$C_{i,k} = \left( \frac{V_{i,k} \Delta t}{h} \right)^2. \tag{C.19}$$

#### C.4. Condições para Estabilidade e Redução de Dispersão Numérica

Todo método que manipula aproximações possui um erro intrínseco aos seus cálculos. Portanto, isto também se aplica ao Método das Diferenças Finitas (MDF). Para analisar como esses erros nos cálculos podem influenciar no resultado final da modelagem, deve ser realizada uma avaliação da relação existente entre as velocidades do modelo, os intervalos espaciais ( $\Delta x, \Delta z$ ) e temporal ( $\Delta t$ ) e entre as frequências [SILVA, 2008]. Para analisar a estabilidade de um algoritmo, geralmente, comparam-se as soluções numéricas e teóricas ao longo do processamento. Caso a diferença entre ambas as soluções permaneça constante, pode-se concluir que o algoritmo é numericamente estável. A condição de estabilidade numérica foi definida por Mufti (1990) como:

$$\Delta t = \frac{\Delta d}{\beta \cdot V_{max}}, \tag{C.20}$$

onde,

- $\Delta d = \min \{ \Delta x, \Delta z \}$
- $V_{max}$  é a máxima velocidade registrada no modelo;
- $\beta$  é o número máximo de amostras por comprimento de onda (empiricamente, o valor ótimo encontrado foi  $\beta = 5$ , sendo este utilizado nesta modelagem).

Para a malha com espaçamento regular ( $\Delta x = \Delta z = h$ ), a expressão (C.20) pode ser reescrita como:

$$\Delta t = \frac{h}{\beta \cdot V_{max}}. \quad (C.21)$$

O processo de modelagem numérica pode ser controlado pela estabilidade do algoritmo [SILVA, 2008]. Caso o algoritmo se torne numericamente instável, o problema jamais convergirá para uma solução efetiva.

Outra questão importante é a análise da presença de dispersão numérica. Esta se manifesta como oscilações (em tempo) do sinal. Mufti (1990) relacionou o comprimento da malha, velocidade e frequência para estabelecer termo que fosse capaz de minimizar a dispersão numérica:

$$\Delta D \leq \frac{V_{min}}{\alpha \cdot f}, \quad (C.22)$$

onde,

- ⇒  $\Delta D = \max \{\Delta z, \Delta z\}$ ;
- ⇒  $V_{min}$  é a menor velocidade de propagação registrada no modelo;
- ⇒  $f$  é a frequência máxima;
- ⇒  $\alpha$  é o número máximo de amostras por comprimento de onda (empiricamente, o valor ótimo encontrado foi  $\alpha = 5$ , sendo este utilizado nesta modelagem).

Para a malha com espaçamento regular ( $\Delta x = \Delta z = h$ ), a expressão (C.22) pode ser simplificada para:

$$h \leq \frac{V_{min}}{\alpha \cdot f}. \quad (C.23)$$

## C.5. Fonte

Na simulação da propagação do campo de onda, é necessário fazer algumas considerações a respeito da fonte, pois em aquisições de dados reais utilizam-se fontes com frequências específicas: limitação no domínio da frequência (para controlar a

frequência de corte) e no domínio do tempo (para simular uma fonte explosiva) [COSTA, 2006].

A derivada segunda da Gaussiana, introduzida por Cunha (1997), é utilizada para simular a fonte utilizada neste trabalho.

$$f(t) = [1 - 2\pi(\pi \cdot f_c \cdot t)^2]e^{-\pi(\pi \cdot f_c \cdot t)^2}, \quad (C.24)$$

na qual,  $t$  representa o tempo e  $f_c$  é a frequência central, definida por  $f_c = \frac{f_{corte}}{3\sqrt{\pi}}$ .

Para que só existam valores positivos de  $t$ , a função fonte é discretizada considerando  $t = (n - 1)\Delta t - TF$ , onde  $n$  representa o passo de tempo do algoritmo,  $\Delta t$  o incremento temporal e  $TF$  é o período da função Gaussiana [SILVA, 2002].

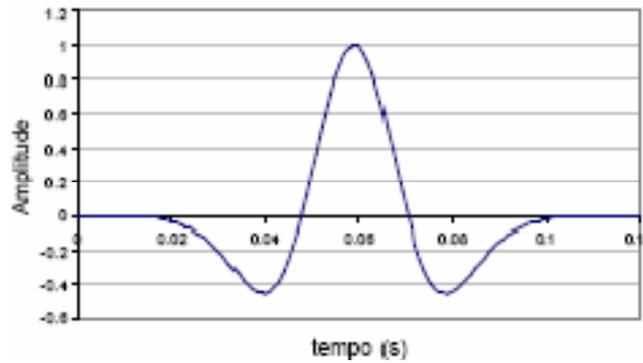


Figura C.1: Assinatura da derivada segunda da Gaussiana com frequência de 60Hz [Retirado de BOECHAT (2007)].

## C.6. Condições de Contorno para Bordas Não-Reflexivas

Em um levantamento sísmico real, o modelo geológico (subsuperfície terrestre) não possui barreiras limitantes (a energia se propaga ao longo da subsuperfície). Portanto, a simulação numérica deve levar este fato em consideração. Para tal, aplicam-se condições de contorno nas bordas do modelo sintético para que estas não interfiram no resultado final da modelagem.

Em 1978, Reynolds introduziu uma condição de não-reflexão nos limites do modelo que, quando aplicada, absorvia o campo de onda nas proximidades das bordas (os valores dos coeficientes de reflexão são anulados).

Para aplicar esta condição, os operadores diferenciais parciais (obtidos anteriormente) são fatorados:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) P(x, z, t) = 0 \quad (C.25)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) P(x, z, t) = 0. \quad (C.26)$$

Nas expressões (C.25) e (C.26) é possível considerar, respectivamente:

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) P(x, z, t) = 0 \quad (C.27)$$

ou

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) P(x, z, t) = 0, \quad (C.28)$$

e

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) P(x, z, t) = 0 \quad (C.29)$$

ou

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) P(x, z, t) = 0. \quad (C.30)$$

Estas expressões representam as condições de contorno não-reflexivas nas bordas do modelo. Reescrevendo-as em termos discretos através do operador espacial e temporal (com aproximações de quarta ordem para as derivas espaciais e segunda ordem para as temporais), obtém-se:

- Borda Superior

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \right) P_{i,k}^{n+1} = 0 \rightarrow P_{i,1}^{n+1} = P_{i,1}^n + \frac{V\Delta t}{\Delta z} (P_{i,2}^n - P_{i,1}^n). \quad (C.31)$$

- Borda Inferior

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,k}^{n+1} = 0 \rightarrow P_{i,Nz}^{n+1} = P_{i,Nz}^n + \frac{V\Delta t}{\Delta z} (P_{i,Nz}^n - P_{i,Nz-1}^n). \quad (C.32)$$

- Borda Esquerda:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,k}^{n+1} = 0 \rightarrow P_{1,k}^{n+1} = P_{1,k}^n + \frac{V\Delta t}{\Delta x} (P_{2,k}^n - P_{1,k}^n). \quad (C.33)$$

- Borda Direita:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,k}^{n+1} = 0 \rightarrow P_{Nx,k}^{n+1} = P_{Nx,k}^n - \frac{V\Delta t}{\Delta x} (P_{Nx,k}^n - P_{Nx-1,k}^n). \quad (C.34)$$

Para ampliar a atenuação das reflexões nas bordas do modelo, foi implementada uma camada de amortecimento introduzida por Cerjan *et al.* (1985), a qual aplica um fator nas bordas que reduz as amplitudes do campo de onda em uma região próxima dos limites do modelo.

A região de atenuação nas proximidades das bordas inferior e laterais, possui largura  $Na$  (figura C.2). Esta região atuará como uma “caixa de areia” absorvedora de energia, atenuando o campo de onda que atingir essa área.

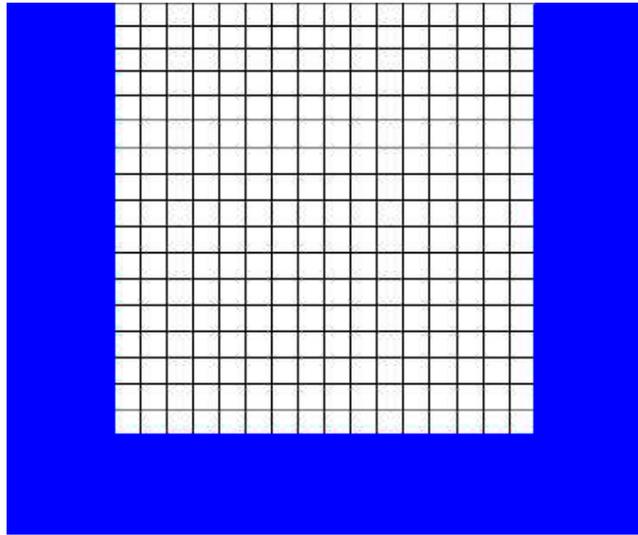


Figura C.2: Ilustração da camada de amortecimento introduzida por Cerjan *et al.* (1985).

O fator de amortecimento desenvolvido por Cerjan *et al.* (1985) é dado pela expressão a seguir:

$$f(k) = \exp \left[ -(\text{fat}(n_{\text{amort}} - k))^2 \right], \quad (\text{C.34})$$

onde,

- ✓  $f$  é o fator multiplicativo que atenua o campo de onda;
- ✓  $k$  é a distância de determinado ponto em relação à borda do modelo;
- ✓  $\text{fat}$  é o fator de amortecimento;
- ✓  $n_{\text{amort}}$  é o número de pontos da malha para a camada de amortecimento.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)