



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

CRIAÇÃO DE MATÉRIA EM
CÓSMOLOGIAS COM
VELOCIDADE DA LUZ VARIÁVEL
E ELETRODINÂMICA
NÃO-LINEAR

Orientador: Joel Câmara de Carvalho Filho

Calistrato Soares da Câmara Neto

Tese submetida como requisito parcial para obtenção do título de doutor

Natal-RN

Julho 2006

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Resumo

Neste trabalho, nós obtemos as soluções cosmológicas e investigamos a termodinâmica da criação de matéria em dois contextos diferentes. No primeiro, nós propomos um modelo cosmológico com a velocidade da luz c variando com o tempo. Nós consideramos duas dependências temporais diferentes para c em um universo plano de Friedmann-Robertson-Walker (FRW). Nós escrevemos a lei da conservação da energia que surge das equações de Einstein e estudamos como as partículas são criadas quando c decresce com o tempo cósmico. A variação de c é acoplada a um termo cosmológico Λ e soluções singulares e não-singulares são possíveis. Nós calculamos a taxa de criação adiabática de partículas e o número total de partículas como função do tempo e encontramos os vínculos impostos pela segunda lei da termodinâmica sobre esses modelos. No segundo cenário, nós estudamos a não-linearidade da eletrodinâmica como uma fonte de criação de matéria em modelos cosmológicos com geometria de FRW. Nós escrevemos a lei de conservação da energia obtida a partir das equações de Einstein com termo cosmológico Λ , resolvemos as equações de campo e estudamos como as partículas são criadas quando o campo magnético B muda com a época cósmica. Nós obtemos soluções para a taxa de criação adiabática de partículas, o número total de partículas e o fator de escala como uma função do tempo em três casos: $\Lambda = 0$, $\Lambda = \text{constante}$ e $\Lambda \propto H^2$ (termo cosmológico proporcional ao parâmetro de Hubble). Em todos os casos, a segunda lei da termodinâmica impõe que o universo não está em contração ($H \geq 0$). As primeiras duas soluções são não-singulares e

exibem períodos inflacionários. O terceiro caso permite universos sempre inflacionários para um termo cosmológico suficientemente grande.

Abstract

In this work we obtain the cosmological solutions and investigate the thermodynamics of matter creation in two different contexts. In the first we propose a cosmological model with a time varying speed of light c . We consider two different time dependence of c for a flat Friedmann-Robertson-Walker (FRW) universe. We write the energy conservation law arising from Einstein equations and study how particles are created as c decreases with cosmic epoch. The variation of c is coupled to a cosmological Λ -term and both singular and non-singular solutions are possible. We calculate the “adiabatic” particle creation rate and the total number of particles as a function of time and find the constraints imposed by the second law of thermodynamics upon the models. In the second scenario, we study the nonlinearity of the electrodynamics as a source of matter creation in the cosmological models with flat FRW geometry. We write the energy conservation law arising from Einstein field equations with cosmological term Λ , solve the field equations and study how particles are created as the magnetic field B changes with cosmic epoch. We obtain solutions for the adiabatic particle creation rate, the total number of particles and the scale factor as a function of time in three cases: $\Lambda = 0$, $\Lambda = \text{constant}$ and $\Lambda \propto H^2$ (cosmological term proportional to the Hubble parameter). In all cases, the second law of thermodynamics demands that the universe is not contracting ($H \geq 0$). The first two solutions are non-singular and exhibit inflationary periods. The third case studied allows an always inflationary universe for a sufficiently large cosmological term.

AGRADECIMENTOS

- A Deus, por ter me dado essa oportunidade e por estar sempre me guiando em todos os momentos.
- A minha Família, pela paciência e colaboração durante todos os anos da minha vida.
- Ao meu orientador, Prof. Dr. Joel Câmara de Carvalho Filho pela amizade e paciência durante todo o trabalho .
- Ao Professor Márcio Roberto de Garcia Maia pela importante contribuição nesse trabalho.
- Ao colega e “ mano ” Ricardo pela colaboração nesse trabalho, pelas discussões e pela palavra amiga nos momentos mais difíceis.
- Ao amigo e colega de trabalho André Stuwart pela amizade, pelo ótimo convívio na UFRN e no Cefet-RN e pelo apoio nos momentos difíceis.
- Aos demais colegas e professores da Pós-Graduação pela amizade e pela contribuição para a minha formação acadêmica.
- Ao DFTE e ao Programa de Pós-Graduação em Física da UFRN, pelo apoio importante para a realização desse trabalho.

- Aos amigos e colegas do Cefet-RN, em especial a Zanoni e Leonel, pelo estímulo, amizade e pela contribuição à minha experiência profissional.
- À Capes, pela bolsa concedida.

Sumário

| | |
|--|------------|
| RESUMO | i |
| ABSTRACT | iii |
| AGRADECIMENTOS | iv |
| SUMÁRIO | vi |
| LISTA DE FIGURAS | ix |
| NOTAÇÕES E CONVENÇÕES | xii |
| 1 Introdução | 1 |
| 2 Variação das constantes da natureza e eletrodinâmica não-linear | 5 |
| 2.1 Variação das Constantes da Natureza | 5 |
| 2.1.1 Evidências observacionais para a variação da constante de estrutura fina | 7 |
| 2.2 Eletrodinâmica não-linear | 12 |
| 2.2.1 Lagrangeanas de Primeira Classe | 16 |
| 2.2.2 Lagrangeanas de Segunda Classe | 18 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.2.3 | Lagrangeanas efetivas para uma teoria não-linear | 19 |
| 3 | Termodinâmica e criação de matéria | 22 |
| 3.1 | Introdução | 22 |
| 3.2 | Termodinâmica e criação de matéria | 22 |
| 3.3 | Lei de evolução da temperatura | 25 |
| 3.4 | O caso adiabático | 28 |
| 4 | Modelos com variação das constantes fundamentais | 29 |
| 4.1 | Introdução | 29 |
| 4.2 | Modelos com variação da velocidade da luz | 32 |
| 4.2.1 | Modelos VSL | 32 |
| 4.2.2 | Modelos Bimétricos | 36 |
| 4.2.3 | Teoria da Relatividade Projectiva | 38 |
| 4.2.4 | Modelos com Invariância de Lorentz e Covariância Geral | 41 |
| 4.3 | Modelos com carga elétrica variável | 44 |
| 4.3.1 | Modelos análogos aos modelos VSL | 44 |
| 4.3.2 | Modelos de Bekenstein e BSBM (Barrow-Sandvik- Bekenstein-Magueijo) | 47 |
| 4.4 | Vínculos Teóricos | 52 |
| 4.5 | Comentários Finais | 53 |
| 5 | Termodinâmica e criação de matéria em cosmologias com velocidade da luz variável | 55 |
| 5.1 | Introdução | 55 |
| 5.2 | Equações de campo e da conservação de energia nos modelos VSL | 56 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 5.3 | Soluções cosmológicas | 59 |
| 5.4 | Termodinâmica e criação de matéria | 60 |
| 5.4.1 | Termodinâmica sem criação de matéria ($\psi = 0$) | 64 |
| 5.4.2 | Criação de Matéria ($\psi \neq 0$) | 65 |
| 5.5 | Caso adiabático | 67 |
| 5.5.1 | Lei de evolução de temperatura | 67 |
| 5.5.2 | Número de partículas | 69 |
| 5.5.3 | Taxa de produção de partículas | 73 |
| 5.6 | Espectro adiabático de corpo negro | 74 |
| 5.7 | Termodinâmica e criação de matéria em um universo plano | 77 |
| 6 | Termodinâmica e criação de matéria em cosmologias com eletrodinâmica não-linear | 83 |
| 6.1 | Introdução | 83 |
| 6.2 | Equações básicas | 85 |
| 6.3 | Modelos com $\Lambda = 0$ | 90 |
| 6.4 | Modelos com $\Lambda \neq 0$ | 95 |
| 6.5 | Modelos para Λ dependente do tempo | 99 |
| 6.6 | Termodinâmica e criação de matéria | 104 |
| 6.6.1 | Modelos com $\dot{\Lambda} = 0$ | 106 |
| 6.6.2 | Modelos com $\Lambda = 3\beta c^{-2}H^2$ | 106 |
| 7 | Conclusões | 112 |
| | BIBLIOGRAFIA | 117 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Varição relativa da constante de estrutura fina $\Delta\alpha/\alpha$ em função do redshift z . Os dados observacionais foram obtidos por Webb et al. 2001. | 11 |
| 2.2 | Varição relativa da constante de estrutura fina $\Delta\alpha/\alpha$ em função do redshift z . Os dados observacionais foram obtidos por Srianand et al. 2004. | 13 |
| 5.1 | Soluções numéricas para o fator de escala no caso de $c \propto a^{-r}$. Dependendo dos valores dos parâmetros r , as soluções podem ser singulares (painéis superiores) e não-singulares (painéis inferiores). | 61 |
| 5.2 | Como na Figura 5.1 mas para o caso $c \propto H^u$ | 62 |
| 5.3 | A Figura mostra os parâmetros do modelo $c \propto a^{-r}$ para $r = 0.4$. O painel superior mostra a/a_o (linha sólida), Ω_Λ (linha tracejada) e Ω_m (linha pontilhada). O painel inferior mostra $\psi/n_o H_o$ (linha sólida) e N/N_o (linha tracejada). Nós consideramos $H_o = 65\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$, $\Omega_{mo} = 0.3$ e $\Omega_{\Lambda o} = 0.7$ | 79 |
| 5.4 | Como na Figura 5.3 mas para $r = 0.5$ | 80 |
| 5.5 | Como na Figura 5.3 mas para $c \propto H^u$ e $u = 0.85$ | 81 |
| 5.6 | Como na Figura 5.3 mas para $c \propto H^u$, $T_o = (2/3)H_o^{-1}$ e $u = 1.85$ | 82 |

- 6.1 O painel superior mostra o fator de escala (linha sólida), o campo magnético (linha tracejada) e a solução clássica (linha pontilhada) para ($\omega = 0$). O painel inferior mostra a densidade de energia (linha sólida) e a pressão total (linha tracejada) para o modelo com $\Lambda = 0$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$ 94
- 6.2 O painel superior mostra o fator de escala (linha sólida) e o campo magnético (linha tracejada). O painel inferior mostra a densidade de energia (linha sólida) e a pressão total (linha tracejada) para o modelo com $\Lambda = \text{constante} \neq 0$. Os valores para Λ and B_o são tais que $\sqrt{\lambda}/\alpha_o = 0.4$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$. 97
- 6.3 Como na figura 6.2 mas para $\sqrt{\lambda}/\alpha_o = 0.01$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.1$. 98
- 6.4 O painel superior mostra o fator de escala (linha sólida), o campo magnético (linha tracejada) e a solução clássica (linha pontilhada) para ($\omega = 0$). O painel inferior mostra a densidade de energia do campo magnético (linha sólida), a densidade de energia do termo cosmológico Λ (linha tracejada) e a pressão total (linha pontilhada) para o modelo com $\Lambda = \frac{3\beta}{c^2}H^2$, $\beta = 0.4$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$ 102
- 6.5 Como na figura 6.4 mas para $\Lambda = \frac{3\beta}{c^2}H^2$, $\beta = 0.6$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$ 103
- 6.6 A figura mostra os parâmetros do modelo com ($\Lambda = 0$). Os valores de B_o e ω são tais que $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$. O painel superior mostra a/a_o (linha sólida) e $B(t)/B_{max}$ (linha tracejada). O painel central mostra $p'\mu_o/B_o^2$ (linha sólida), $P\mu_o/B_o^2$ (linha tracejada) e $p\mu_o/B_o^2$ (linha pontilhada). O painel inferior mostra $\rho\mu_o/B_o^2$ (linha sólida), N/N_o (linha tracejada) e ψ/n_oH_o (linha pontilhada). 107

- 6.7 Como na figura 6.6 mas para o modelo com $\Lambda = \text{constante} \neq 0$. Os valores de B_o , ω e λ são tais que $\sqrt{\lambda}/\alpha_o = 0.4$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$ 108
- 6.8 Como na figura 6.6 mas para o modelo com $\Lambda = (3\beta/c^2)H^2$. Os valores de β , B_o e ω são tais que $\beta = 0.4$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$.110
- 6.9 Como na figura 6.6 mas para o modelo com $\Lambda = (3\beta/c^2)H^2$. Os valores de β , B_o e ω são tais que $\beta = 0.6$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$.111

NOTAÇÕES E CONVENÇÕES

- Assinatura da métrica -2 .
- Os índices repetidos obedecem a convenção de Einstein.
- Os índices gregos assumirão os valores 0, 1, 2 e 3.
- Os índices arábicos assumirão os valores 1, 2 e 3.
- O Sistema Internacional de Unidades (SI) é utilizado em toda esta tese, salvo menção explícita em contrário.

Capítulo 1

Introdução

A Relatividade Geral (RG) tem um papel fundamental na formulação de modelos para estudar o universo. A aplicação dessa teoria para uma geometria homogênea e isotrópica junto com a Física nuclear e a Física de partículas permite explicar resultados observacionais relevantes tais como a expansão do universo e a radiação cósmica de fundo. Por outro lado, quando é utilizada com outras teorias clássicas como o eletromagnetismo de Maxwell, a RG produz singularidades tanto de natureza cosmológica (Kolb e Turner 1990) como no problema da massa puntual carregada (D’Inverno 1992). Portanto, para uma descrição mais realística dos estágios primordiais do universo ou na análise de buracos negros, o acoplamento entre a gravitação e as outras interações deve se modificada em relação a estrutura de larga escala.

Uma das possibilidades para resolver os problemas de singularidade citados no parágrafo anterior é a utilização de eletrodinâmicas não-lineares no contexto da Relatividade Geral (De Lorenci et al. 2002; Ayón-Beato e Garcia 1998). A geração de campos eletromagnéticos de larga escala no universo em épocas primordiais da sua evolução também pode ser explicada a partir dessas teorias eletromagnéticas não-clássicas (Turner e Widrow

1988).

A existência de constantes universais para cada uma das teorias fundamentais da Física e as relações numéricas que podem ser obtidas a partir de seus valores é um dos aspectos que intrigam os físicos há várias décadas. Desde o trabalho pioneiro de Dirac (1937), os cientistas têm investigado a possibilidade de algumas dessas constantes estarem variando com o tempo e/ou espaço (Brans e Dicke 1961; Bekenstein 1982; Albrecht e Magueijo 1998; Webb et al. 1999).

Nos últimos anos, observações astronômicas em quasares (Webb et al. 1999, 2001 e 2003; Avelino et al. 2000; Murphy et al. 2001a, b, c) evidenciaram a possibilidade de que a constante de estrutura fina esteja variando com o redshift. Esses resultados observacionais reacenderam o debate sobre a variação da constantes da natureza e levaram a proposição de modelos cosmológicos com variação temporal da velocidade da luz (Albrecht e Magueijo 1999; Clayton e Moffat 1999, 2001, 2002; Barrow 1999; Nascimento 2003).

Por outro lado, muitos autores têm desenvolvido modelos cosmológicos com criação de matéria no contexto da Relatividade Geral. Nestes modelos, a produção de partículas se deve a mecanismos tais como fluidos imperfeitos com viscosidade ou decaimento do vácuo (Ozer e Taha 1987; Prigogine et al. 1989; Calvão et al. 1992; Carvalho et al. 1992; Zimdahl e Pavón 1993; Lima e Carvalho 1994; Lima et al. 1996; Lima e Trodden 1996; Lima 1996, 1997).

Neste trabalho, é feito um estudo da termodinâmica e da criação de matéria em dois contextos diferentes: velocidade da luz variável e eletrodinâmica não-linear. O procedimento utilizado para obter a termodinâmica é o mesmo utilizado em outros contextos de produção de partículas (Calvão

et al. 1992; Lima 1996). A tese está organizada em capítulos como segue.

Uma introdução à variação das constantes fundamentais da natureza e aos modelos com eletrodinâmica não-linear é realizada no Capítulo 2. Particularmente, são apresentadas as motivações observacionais para a variação da constante de estrutura fina. As formas de se introduzir a não-linearidade no eletromagnetismo dentro do contexto da Teoria da Relatividade Geral e as suas principais consequências são mostradas e brevemente discutidas.

No Capítulo 3, é apresentado o formalismo geral utilizado na literatura para se estudar a termodinâmica e criação de matéria nos modelos analisados neste trabalho. Também são citados alguns dos principais mecanismos responsáveis pela produção de partículas que são encontrados na literatura. Nesta parte do trabalho, são apresentadas as variáveis e equações básicas que serão utilizadas nos demais capítulos desta tese.

No Capítulo 4, é realizado um estudo introdutório aos modelos com variação das constantes fundamentais da Física. São mostrados, classificados e discutidos os principais modelos com variação da constante de estrutura fina e os seus resultados mais relevantes. As principais hipóteses que sustentam esses modelos assim como os princípios e leis físicas que são violados pelos mesmos também são apresentados e brevemente discutidos nesta parte do trabalho.

O Capítulo 5 estuda a termodinâmica e a criação de matéria em uma classe de modelos com velocidade da luz variável com o tempo cósmico $c(t)$. Nesse capítulo, nós utilizamos duas formas funcionais para $c(t)$ que são leis de potência no fator de escala e no parâmetro de Hubble $H(t)$, onde a segunda forma é proposta neste trabalho. Considerando essa duas possibilidades, nós obtemos novos resultados físicos : as soluções cosmológicas

para um universo plano de FRW (Camara et al. 2007), os parâmetros da criação de matéria, a lei de evolução da temperatura e os vínculos impostos pela segunda lei da termodinâmica sobre esses modelos (Nascimento, Camara e Carvalho 2004). Os últimos resultados generalizam os obtidos por Youm (2001c) em dois aspectos: o fato de levar em conta a criação de matéria e a utilização da dependência de $c(t)$ com $H(t)$.

O Capítulo 6 constitui uma aplicação às cosmologias com eletrodinâmica não-linear. É feita uma ligação entre a não linearidade desses modelos e a criação de matéria. São obtidas e analisadas as soluções cosmológicas desses modelos para um universo plano de FRW com termo cosmológico (que pode ser constante ou dependente do tempo) e os vínculos que a termodinâmica impõem sobre elas (Camara et al. 2007b). Essas novas soluções obtidas generalizam outras encontradas na literatura (Camara et al. 2004). É realizada uma comparação entre esses resultados e os do Capítulo anterior. Os intervalos de tempo nos quais a não-linearidade é importante e em que o universo expande aceleradamente são obtidos. Os limites em que as soluções clássicas são recuperadas também são determinados.

Os principais resultados e conclusões são apresentados no Capítulo 7. Além disso, são brevemente discutidas algumas propostas de extensão do trabalho desenvolvido nessa tese.

Capítulo 2

Variação das constantes da natureza e eletrodinâmica não-linear

2.1 Variação das Constantes da Natureza

O estudo do Universo teve um grande avanço com o desenvolvimento da Teoria da Relatividade Geral (RG) e várias das suas previsões têm sido confirmadas ao longo dos séculos XX e XXI. Por ser uma teoria de gravitação, a RG, assim como outras teorias fundamentais em Física, tem como um dos seus alicerces a existência de constantes universais. No caso da Relatividade Geral, temos a constante de gravitação universal G e a velocidade da luz no vácuo c . No que diz respeito às constantes da Física, podemos classificá-las em três classes:

- Classe A: caracterizam objetos particulares. Alguns exemplos são as massas do elétron m_e e do próton m_p .
- Classe B: caracterizam os fenômenos físicos. Como exemplos temos a permeabilidade magnética μ e a permissividade elétrica ϵ .
- Classe C: são as constantes universais. Na Física existem apenas qua-

tro constantes universais que são G , c , a constante de Boltzmann k e a constante de Planck h .

Também é importante ressaltar que o status de uma constante pode mudar com o tempo. Um exemplo importante é o da velocidade da luz no vácuo, que passou por todas as três classes, começando na A e sendo considerada atualmente como uma constante de classe C.

Durante várias décadas, foram propostos modelos que investigavam as possibilidades para a variação das constantes da Física e suas consequências. Uma das primeiras propostas para modelos com variação das constantes fundamentais foi desenvolvida por Dirac (1937), utilizando a hipótese dos grandes números (HGN). Esta hipótese tinha como objetivo explicar a coincidência entre grandes números adimensionais construídos a partir de constantes físicas tais como G , c , m_e , m_p , a constante de Hubble H_0 e a carga elétrica elementar e . Essa explicação era baseada em uma possível variação temporal da constante gravitacional G . Posteriormente, uma teoria lagrangeana com G variável foi desenvolvida por Brans e Dicke (1961), onde essa variação é obtida a partir da introdução de um campo escalar nas equações que governam a dinâmica do universo.

Nos últimos anos, muitos trabalhos têm discutido que as observações dos espectros de absorção de quasares (Webb et al. 1999, 2001 e 2003; Avelino et al. 2000; Murphy et al. 2001a, b, c) parecem dar evidências para uma variação temporal da constante de estrutura fina α . Uma vez que α depende das constantes e , c e h , vários modelos com variação temporal dessas constantes têm sido propostos. Para c dependente do tempo, existem muitas propostas na literatura, entre elas: os modelos bimétricos de Clayton e Moffat (1999, 2001, 2002) e Basset et al. (2000), os modelos com velocidade da luz variável (VSL) (Albrecht e Magueijo 1999; Barrow 1999;

Nascimento 2003; Nascimento, Camara e Carvalho 2004), os modelos VSL com branas (Youm 2001a, b), teorias com a Relatividade Especial modificada (REM) (Stepanov 2000; Magueijo e Smolin 2002, 2003; Magueijo 2003b), etc. No caso dos modelos VSL, a variação de G pode ser introduzida por completeza. Uma dos aspectos mais interessantes dos modelos VSL é que eles solucionam alguns dos problemas do modelo padrão da cosmologia – horizonte, planura e constante cosmológica – sem que seja necessária uma hipótese inflacionária para o universo. A solução desses problemas só é possível se c decresce suficientemente rápido com o tempo (Albrecht e Magueijo 1999; Barrow 1999; Nascimento 2003). Problemas como a quase-planura e quase-constante cosmológica também são resolvidos (Barrow e Magueijo 1999; Nascimento 2003). Esses dois últimos problemas serão apresentados no capítulo 4. No caso dos modelos REM, uma variação espacial de c também é admitida. Além disso, teorias com com a carga elétrica elementar variável também têm sido discutidas na literatura (Bekenstein 1982, 2002; Barrow e Magueijo 1998; Sandvik et al. 2002; Barrow et al. 2002a, b). No entanto, essas teorias parecem violar o princípio da equivalência (Magueijo et al. 2002; Uzan 2003).

2.1.1 Evidências observacionais para a variação da constante de estrutura fina

Uma das grandes motivações que levaram à formulação de modelos com variações de constantes fundamentais são algumas evidências observacionais. Nesta seção, vamos nos restringir aos testes para a detecção da variação da constante de estrutura fina α . De um modo geral, esses testes podem se classificados em dois tipos: os testes de laboratório (ou em ambientes não-cosmológicos) e os testes observacionais (cosmológicos ou

astrofísicos). Do ponto vista experimental, o melhor limite para a variação de α obtido em experimentos de laboratório (ver Martins 2000 e Murphy et al. 2001a) é (usando relógios atômicos)

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| < 3.7 \times 10^{-14} \text{ anos}^{-1}. \quad (2.1)$$

Outras medidas da variação de α foram realizadas no reator nuclear natural Oklo (Fuji et al. 2002), que é uma mina localizada no Gabão (África) onde foram encontradas evidências de ocorrência de fissão nuclear há alguns bilhões de anos atrás. Essas medidas impõem o limite geofísico

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| < 0.7 \times 10^{-16} \text{ anos}^{-1}. \quad (2.2)$$

Damour e Dison (Murphy et al. 2001a) realizaram medidas no mesmo local e obtiveram o seguinte intervalo de variação para a constante de estrutura fina

$$-0.9 \times 10^{-7} < \frac{\Delta\alpha}{\alpha} < 1.2 \times 10^{-7}. \quad (2.3)$$

Além disso, outros pesquisadores obtiveram novos resultados para a variação de α no reator nuclear Oklo (Fujii et al. 2002; Martins 2002; Chiba e Khori 2002)

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = (-0.04 \pm 0.15) \times 10^{-7} \quad (2.4)$$

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| = (0.4 \pm 0.5) \times 10^{-17} \text{ anos}^{-1} \equiv \left| \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \right| = (0.08 \pm 0.10) \times 10^{-7}, \quad (2.5)$$

e

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| = (4.4 \pm 0.4) \times 10^{-17} \text{ anos}^{-1} \equiv \left| \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \right| = (0.88 \pm 0.07) \times 10^{-7}, \quad (2.6)$$

onde

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha(z) - \alpha_o}{\alpha_o}. \quad (2.7)$$

A grandeza α_o se refere ao valor da constante de estrutura fina no tempo presente.

É importante ressaltar que as medidas apresentadas anteriormente se encontram em uma escala de tempo referente a baixos redshifts ($z \sim 0.1$) e foram realizadas em ambientes não-cosmológicos. Elas parecem indicar que a variação de α no universo atual é muito pequena e, portanto, as variações mais significantes devem ser obtidas em redshifts maiores.

Nas observações astronômicas, existem três testes principais para medir a variação na constante de estrutura fina α : nucleossíntese do Big Bang, observações da divisão das linhas do espectro de absorção de quasares e a radiação cósmica de fundo de microondas. No primeiro teste, o efeito da variação de α na abundância de ${}^4\text{He}$ fornece o seguinte limite (Martins 2000) :

$$\left| \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \right| < 2 \times 10^{-2}, \quad z \sim 10^9 - 10^{10}. \quad (2.8)$$

No segundo teste, Webb e colaboradores (Webb et al. 1999), usando dados do telescópio Keck I, obtiveram as seguintes variações para α :

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = (-1.48 \pm 0.26) \times 10^{-5}, \quad 0.6 < z < 1.6, \quad (2.9)$$

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = (+1.72 \pm 4.11) \times 10^{-6}, \quad 0.6 < z < 1.0, \quad (2.10)$$

e

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = (-2.64 \pm 0.35) \times 10^{-5}, \quad 1.0 < z < 1.6. \quad (2.11)$$

Posteriormente, Varshalovich e colaboradores (Murphy et al 2001a; Avelino et al. 2000) encontraram a seguinte variação para α :

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = (-4.6 \pm 4.3 \pm 1.4) \times 10^{-5}, \quad z \sim 2 - 4, \quad (2.12)$$

onde a primeira barra de erro corresponde a um erro estatístico enquanto a segunda corresponde ao erro sistemático. Esta medida corresponde ao limite

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| < 1.4 \times 10^{-14} \text{ anos}^{-1}, \quad (2.13)$$

em uma escala de tempo de 10^{10} anos.

Webb et al. (2001) obtiveram variações menores para α :

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = (-0.72 \pm 0.18) \times 10^{-5}, \quad 0.5 < z < 3.5. \quad (2.14)$$

No terceiro teste, é possível estimar variações de α para redshifts da ordem de $z \sim 1000$ (Martins 2000)

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| < 7 \times 10^{-13} \text{ anos}^{-1}. \quad (2.15)$$

Avelino et al. (2001) argumentam que não existem evidências observacionais que suportem variações significativas para a constante de estrutura fina no primeiro e no terceiro teste.

De um modo geral, existem boas medidas para a variação da constante de estrutura fina apenas no segundo teste. O dados do primeiro e terceiro testes ainda não são suficientemente precisos para indicar variações na nucleossíntese do Big Bang ou na radiação cósmica de fundo (Avelino et al. 2001). Na Figura 2.1, apresentamos os resultados de Webb et al. (2001) para a variação de α a partir das medidas de linhas de absorção

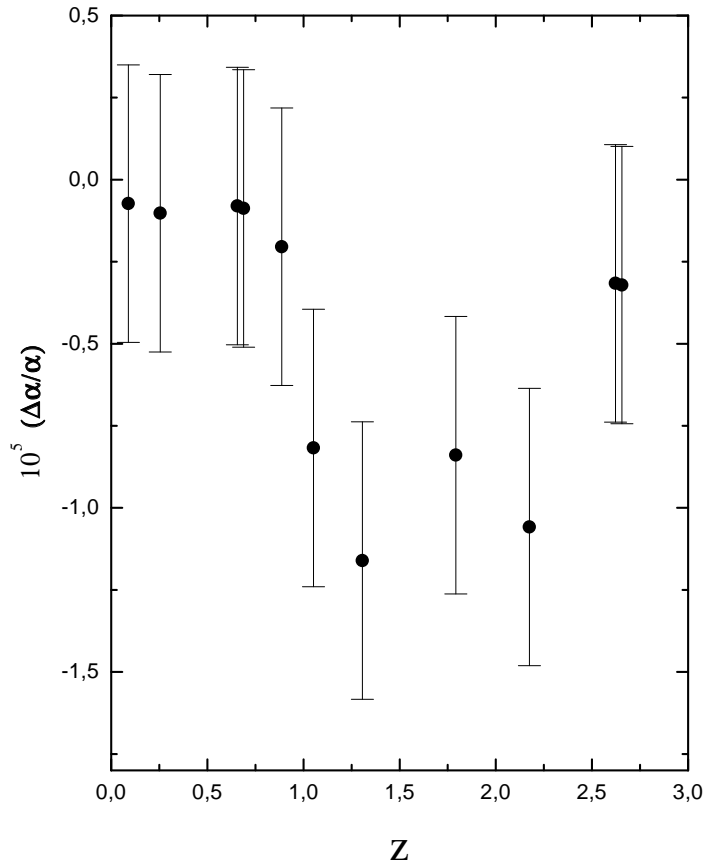


Figura 2.1: Variação relativa da constante de estrutura fina $\Delta\alpha/\alpha$ em função do redshift z . Os dados observacionais foram obtidos por Webb et al. 2001.

de quasares. Percebe-se claramente que α diminui com o redshift z . Esses dados mostram que a constante de estrutura fina foi menor no passado. Consequentemente a velocidade da luz no vácuo c teria sido maior no passado, enquanto que a carga elétrica e teria sido menor.

É importante destacar que existem outras medidas da variação da cons-

tante de estrutura fina, também obtidas a partir dos espectros de absorção de quasares, que divergem dos resultados encontrados por Webb et al. (2001). Na Figura 2.2, nós mostramos os dados de Srianand et al. (2004) que indicam que a variação média de α em uma faixa de redshift de $0.4 \leq z \leq 2.3$ é $\Delta\alpha/\alpha = (-0.06 \pm 0.06) \times 10^{-5}$. A principal conclusão de Srianand et al. (2004) é que os dados do segundo teste não permitem afirmar que existe uma variação significativa de α com o redshift.

2.2 Eletrodinâmica não-linear

O estudo da eletrodinâmica na Relatividade Geral está principalmente restrito à análise das soluções das equações de Einstein-Maxwell. A primeira solução obtida para essas equações era baseada no chamado princípio de acoplamento gravitacional mínimo. Este princípio afirma que, para generalizarmos as equações da Relatividade Especial para a Relatividade Geral, não é necessário adicionar termos a essas equações. Essa generalização é feita substituindo-se o tensor métrico de Minkowski $\eta_{\alpha\beta}$ pelo tensor métrico generalizado $g_{\alpha\beta}$ e as derivadas comuns pelas derivadas covariantes (D’Inverno 1992).

No domínio da Relatividade Geral, a energia eletromagnética é responsável pela curvatura do espaço-tempo. No contexto de campos gravitacionais fortes, ou pontos do espaço-tempo de grande curvatura, o acoplamento entre a eletrodinâmica e a gravitação não é bem conhecido. Nessas condições, algumas leis e princípios clássicos como o princípio da equivalência podem não ser totalmente válidos, permitindo surgir alguns desvios em regiões de grande curvatura. Portanto, é razoável propor uma interação entre a gravitação e o eletromagnetismo mais específica do que aquela proposta

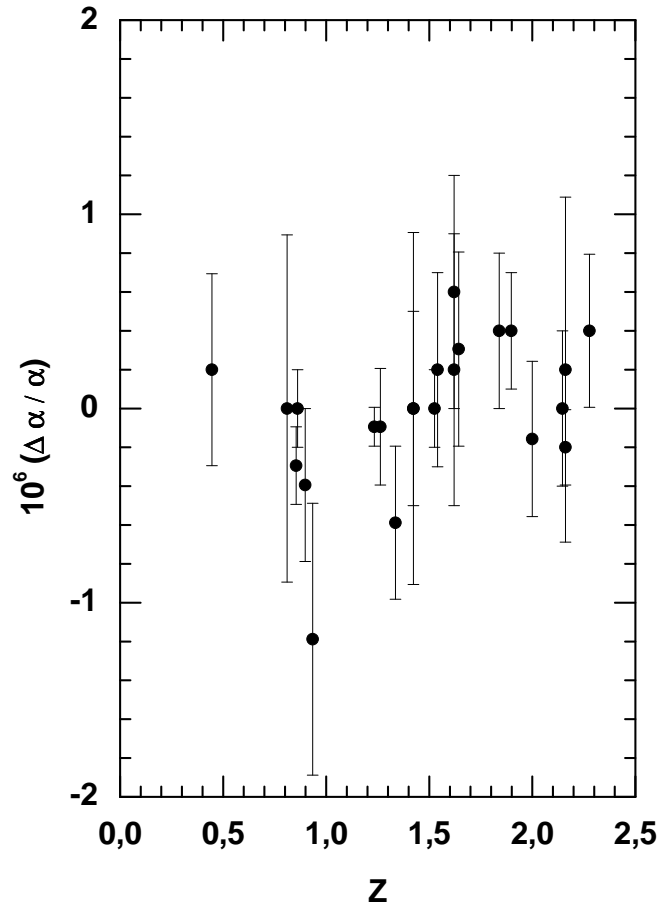


Figura 2.2: Variação relativa da constante de estrutura fina $\Delta\alpha/\alpha$ em função do redshift z . Os dados observacionais foram obtidos por Srianand et al. 2004.

pelo princípio do acoplamento gravitacional mínimo. Essas interações são denominadas acoplamentos não-mínimos.

A utilização de acoplamentos não-mínimos entre a gravitação e o eletromagnetismo tem como uma de suas conseqüências o surgimento de uma eletrodinâmica não-linear. Essa não linearidade no campo eletromagnético é observada apenas nas equações de Einstein-Maxwell, onde os campos eletromagnético e gravitacional se encontram acoplados. As equações da eletrodinâmica de Maxwell obtidas do cálculo variacional não evidenciam essa importante conseqüência, uma vez que as mesmas são lineares.

Outras formas de se obter uma eletrodinâmica não-linear é introduzindo, de forma *ad hoc*, termos aditivos na lagrangeana de Maxwell ou, ainda, através de correções quânticas.

Várias propostas para eletrodinâmicas não-maxwellianas têm sido apresentadas nas últimas décadas. Uma das motivações para essas propostas é a possibilidade de geração de campos eletromagnéticos de larga escala no universo em estágios primordiais da sua expansão.

De um modo geral, podemos classificar as eletrodinâmicas não-maxwellianas de acordo com os termos que são adicionados à lagrangeana de Maxwell. Com relação à invariância de Gauge (Jackson 1975), podemos distinguir duas classes.

Primeira classe:

$$\mathcal{L}_1 = \frac{RA_\mu A^\mu}{\mu_0}, \quad (2.16)$$

$$\mathcal{L}_2 = \frac{R_{\mu\nu}A^\mu A^\nu}{\mu_0}. \quad (2.17)$$

Segunda classe:

$$\mathcal{L}_3 = \frac{RF_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}{\mu_o}, \quad (2.18)$$

$$\mathcal{L}_4 = \frac{RF_{\mu\nu}F^{*\mu\nu}}{\mu_o}, \quad (2.19)$$

$$\mathcal{L}_5 = \frac{R_{\mu\alpha}F_{\lambda}^{\mu}F^{\lambda\alpha}}{\mu_o}, \quad (2.20)$$

$$\mathcal{L}_6 = \frac{R_{\alpha\beta\mu\nu}F^{\alpha\beta}F^{\mu\nu}}{\mu_o}, \quad (2.21)$$

$$\mathcal{L}_7 = \frac{R_{\alpha\beta\mu\nu}F^{\alpha\beta}F^{*\mu\nu}}{\mu_o}. \quad (2.22)$$

onde R , $F_{\mu\nu}$, $R_{\mu\alpha}$, $R_{\alpha\beta\mu\nu}$ e A^μ são, respectivamente, o escalar de Ricci, o tensor intensidade de campo eletromagnético, o tensor de Ricci, o tensor de Riemann e o quadripotencial. A permeabilidade magnética do vácuo μ_o aparece nas relações (2.16)-(2.22) devido a utilização do Sistema Internacional de Unidades (SI).

As lagrangeanas da primeira classe são obtidas de todas as combinações possíveis do tensor de Ricci e/ou escalar de curvatura com o quadripotencial, de onde resulta a não-invariância de gauge. De forma análoga, as lagrangeanas da segunda classe resultam de todas as combinações do tensor de Riemann e/ou suas contrações com o tensor intensidade de campo eletromagnético e/ou o seu tensor dual, resultando na invariância de gauge.

Existe ainda uma classe de lagrangeanas efetivas para uma teoria não-linear, também invariante de gauge, mas que não possui termos que envolvem o tensor de Riemann e/ou suas contrações. Portanto, essa classe não envolve acoplamento entre a eletrodinâmica e a gravitação como as duas classes mostradas anteriormente, mas é construída a partir dos invariantes de Lorentz e de gauge. Nessa classe, a não-linearidade do campo eletromagnético é observada nas equações da eletrodinâmica.

Lagrangeanas efetivas para uma teoria não-linear:

$$L = L(F, F^*). \quad (2.23)$$

Os escalares F e F^* são definidos, respectivamente, através das relações

$$F = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.24)$$

e

$$F^* \equiv F_{\mu\nu}^*F^{\mu\nu}, \quad (2.25)$$

onde $F_{\mu\nu}^*$ é o tensor dual de $F_{\mu\nu}$.

2.2.1 Lagrangeanas de Primeira Classe

As constantes de acoplamento para as lagrangeanas de primeira classe são adimensionais, uma vez que essas lagrangeanas já possuem a mesma dimensão que a lagrangeana de Maxwell.

As relações principais para esse tipo de acoplamento são

$$L = -\frac{1}{4\mu_0}\sqrt{-g}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{\mu_0}\sqrt{-g}(\lambda RA_\mu A^\mu + \delta R_{\mu\nu}A^\mu A^\nu), \quad (2.26)$$

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} - 2\lambda RA^\nu - 2\delta R^\mu{}_\nu A^\mu = 0, \quad (2.27)$$

$$\partial_a F_{bc} + \partial_b F_{ca} + \partial_c F_{ab} = 0. \quad (2.28)$$

Os símbolos ∂_a e ∇_μ denotam, respectivamente, a derivada parcial comum e a derivada covariante. A relação (2.26) é obtida através da combinação linear das lagrangeanas da primeira classe com a lagrangeana de Maxwell (Jackson 1975), onde λ e δ são constantes adimensionais. A relação (2.27) é obtida da relação (2.26) através das equações de Euler-Lagrange (D’Inverno 1992), enquanto que a relação (2.28) resulta da definição do tensor intensidade de campo eletromagnético (Jackson 1975).

Novello e Salim (1979) e Turner e Widrow (1988) analisaram as alterações que surgem quando são introduzidos os acoplamentos da primeira classe nas equações de Einstein-Maxwell.

Os principais resultados obtidos são os seguintes:

- A massa do fóton depende do escalar de curvatura $m_\gamma \sim R^{\frac{1}{2}}$.
- As soluções das equações de Einstein-Maxwell produzem mudanças efetivas na Eletrodinâmica apenas nas regiões de altos valores de curvatura.
- Apenas o acoplamento dado pela relação (2.16) admite uma solução de Friedmann-Robertson-Walker (FRW), na qual o fator de escala pode ser obtido explicitamente em termos do tempo cósmico (Novello e Salim 1979), enquanto a relação (2.17) produz uma solução anisotrópica.
- A lei da conservação da carga é modificada, permitindo duas possibilidades: a criação de carga pelo campo gravitacional ou a conservação da carga, desde que a derivada covariante de RA^μ seja nula.
- O escalar de curvatura não nulo pode induzir efeitos como, por exemplo, o decaimento de fótons em outras partículas (Novello e Salim 1979).

Utilizando o primeiro resultado, temos que a massa do fóton deveria ser da ordem da constante de Hubble, que dá m_γ da ordem de 10^{-69} kg. Este resultado está bem abaixo do limite inferior para a massa do fóton que é 5×10^{-63} kg (Turner e Widrow 1988). A não conservação da carga só aparece em escalas de horizonte maiores do que 10^{26} m, entretanto este

efeito não tem conseqüências observacionais conhecidas (Turner e Widrow 1988).

Outro aspecto observado é que, somente durante as fases de De Sitter e de reaquecimento em um universo inflacionário, para a equação de estado da poeira, os acoplamentos de primeira classe podem produzir campos magnéticos significantes (Turner e Widrow 1988).

2.2.2 Lagrangeanas de Segunda Classe

Como não possuem a mesma dimensão que a lagrangeana de Maxwell, as lagrangeanas de segunda classe necessitam de constantes de acoplamento com a dimensão de (comprimento)².

Não são todas as densidades lagrangeanas de \mathcal{L}_1 a \mathcal{L}_7 que satisfazem todas as conservações de simetria conhecidas (carga, paridade, etc). \mathcal{L}_4 e \mathcal{L}_7 não obedecem a conservação de paridade, pois dependem do tensor intensidade de campo dual.

As relações principais para esse tipo de acoplamento são

$$L = -\frac{1}{4\mu_0}\sqrt{-g}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{\mu_0}\sqrt{-g}(bRF_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + cR_{\mu\nu}F^{\mu\delta}F_{\delta}^{\nu} + dR_{\mu\nu\lambda\delta}F^{\mu\nu}F^{\lambda\delta}), \quad (2.29)$$

$$\nabla_{\mu}F^{\mu\nu} - \nabla_{\mu}[4bRF^{\mu\nu} + 2c(R_{\lambda}^{\mu}F^{\lambda\nu} - R_{\lambda}^{\nu}F^{\lambda\mu}) + 4dR^{\lambda\delta\mu\nu}F^{\lambda\delta}] = 0, \quad (2.30)$$

onde as relações (2.29) e (2.30) são obtidas de forma análoga as relações (2.26) e (2.27). As constantes b , c e d são constantes de acoplamento. Uma vez que o tensor de Weyl conforme se anula na geometria conforme de FRW, então o termo \mathcal{L}_3 , \mathcal{L}_5 e \mathcal{L}_6 é reduzido a um par.

Em uma análise de acoplamento não-mínimo restrita ao uso da densidade lagrangeana \mathcal{L}_3 , Novello et al. (1996) chegam a duas conclusões: tanto para o acoplamento mínimo como não-mínimo, os fótons seguem

uma geodésica tipo nula para a geometria de FRW; no acoplamento não-mínimo, o número de fótons no universo não será necessariamente conservado. A quebra da conservação de fótons é vinculada à quebra da invariância conforme do eletromagnetismo, a qual é analisada por Novello et al. (1996) e Turner e Widrow (1988) num contexto de FRW com fase inflacionária. Por outro lado, Turner e Widrow (1988) mostram que a quebra da invariância conforme não possibilita a geração de campos magnéticos de larga escala significantes e utiliza a combinação de \mathcal{L}_3 , \mathcal{L}_5 e \mathcal{L}_6 em sua análise. Nos primórdios do universo, em que a temperatura T é maior do que 10^{21} K (Turner e Widrow 1988), os termos de segunda classe dominam o termo referente a lagrangeana de Maxwell, enquanto que em tempos mais recentes, $T \ll 10^{21}$ K (Turner e Widrow 1988), esses termos são desprezíveis.

Em outro trabalho, Acioly (1986) analisou a densidade lagrangiana \mathcal{L}_3 no caso estático esfericamente simétrico. A solução obtida das equações de Einstein-Maxwell apresenta um parâmetro a com comportamento similar ao raio de Schwarzschild e se reduz a solução padrão de Reissner-Nordström (D’Inverno 1992).

2.2.3 Lagrangeanas efetivas para uma teoria não-linear

As lagrangeanas efetivas são construídas seguindo-se quatro critérios principais: invariância de gauge, invariância de Lorentz, conservação de paridade e não-linearidade. Essa construção fornece uma descrição de como os efeitos do vácuo alteram os fenômenos eletromagnéticos, além de introduzir modificações na descrição maxwelliana de toda a eletrodinâmica.

Além dos quatro critérios do parágrafo anterior, consideraremos que o campo eletromagnético varia lentamente de tal forma que qualquer con-

tribuição para a lagrangeana envolvendo termos da forma $\partial_c F_{ab}$ deve ser desprezada. Portanto, a expressão da densidade lagrangeana efetiva para a eletrodinâmica não-linear é

$$L = -\frac{1}{4\mu_0}F + aF^2 + bF^{*2}, \quad (2.31)$$

onde foram considerados apenas os primeiros termos não-lineares. As constantes a e b são determinadas pela teoria eletromagnética utilizada.

Heisenberg e Euler (1936) obtiveram correções quânticas de primeira ordem para a eletrodinâmica afim de permitir a criação de pares elétron-positron virtuais. A densidade lagrangeana obtida por eles tem a mesma forma da relação (2.31), onde as constantes a e b são dependentes das constantes fundamentais: \hbar , c e m_e (massa do elétron).

Novello et al. (1998) analisaram as conseqüências cosmológicas dessas correções quânticas até a primeira ordem, que surgem no regime semiclássico em um universo de FRW. O principal resultado obtido é a retirada da singularidade primordial do modelo padrão da cosmologia.

Dentro do contexto de uma teoria eletromagnética não-linear, Muñoz (1996) analisa as implicações da lagrangeana anterior em problemas simples de eletrodinâmica, como o capacitor de placas paralelas, o elemento infinito de corrente e a birrefringência eletromagnética. Os resultados obtidos para esses problemas mostraram que a adição de termos não-lineares de primeira ordem alteram o campo eletromagnético em relação aos resultados clássicos. No entanto, se as constantes a , b e c têm valores suficientemente pequenos, essas alterações só serão perceptíveis experimentalmente em situações físicas que não podem ser descritas pela eletrodinâmica de Maxwell.

Em outro artigo, Novello et al. (2000) analisaram a propagação da luz

em uma eletrodinâmica não-linear e mostram que, para regiões do vácuo em que o campo eletromagnético é descontínuo, os fótons se propagam ao longo de geodésicas que não são mais nulas no espaço-tempo de Minkowski, mas em outra geometria efetiva que depende da dinâmica dos campos eletromagnéticos. A origem da não-linearidade na eletrodinâmica pode ser atribuída ao vácuo da eletrodinâmica quântica ou a resposta não linear de um meio dielétrico. O resultado mais interessante obtido é a possibilidade de geração de domínios compactos onde os fótons são presos por um campo eletromagnético não linear. Isto sugere a possibilidade de fazer-se uma analogia com o buraco negro gravitacional, na qual esses domínios poderiam ser denominados de buracos negros eletromagnéticos.

Ayón-Beato e Garcia (1998) obtiveram soluções exatas para as equações de Einstein-Maxwell para a massa puntual carregada com a mesma estrutura da solução de Reissner-Nordström, exceto pela retirada da singularidade física. Nesta solução, o módulo da carga elétrica tem um valor máximo e o campo elétrico é sempre regular e se reduz ao campo clássico para valores assintóticos da coordenada radial (r). A lagrangeana para o campo eletromagnético utilizada por eles foi escolhida de forma a satisfazer duas condições: a correspondência com a teoria de Maxwell, ou seja, a lagrangeana se reduz à de Maxwell para campos eletromagnéticos fracos; e a condição de energia fraca, ou seja, a densidade de energia deve ser sempre positiva.

Capítulo 3

Termodinâmica e criação de matéria

3.1 Introdução

Nas últimas décadas, muitos autores têm estudado o problema da criação de matéria no universo. Algumas das propostas discutidas na literatura associam a produção de partículas a determinados mecanismos tais como fluidos imperfeitos ou o decaimento do vácuo (Ozer e Taha 1987; Prigogine et al. 1989; Calvão et al. 1992; Carvalho et al. 1992; Zimdahl e Pavón 1993; Lima e Carvalho 1994; Lima et al. 1996; Lima e Trodden 1996; Lima 1996, 1997). Outras duas possibilidades serão investigadas nessa tese: os modelos cosmológicos com velocidade da luz variável e eletrodinâmica não-linear. Neste capítulo, nós apresentaremos o procedimento geral utilizado para análise da termodinâmica e da criação de matéria em modelos cosmológicos.

3.2 Termodinâmica e criação de matéria

Para se analisar a termodinâmica e a criação de matéria em modelos cosmológicos, devemos considerar o universo como sendo um fluido

cujos estados termodinâmicos são descritos basicamente por três variáveis macroscópicas: o tensor momento-energia $T^{\alpha\beta}$, o fluxo de partículas N^α e o fluxo de entropia S^α . Nós também consideramos que esse fluido satisfaz as equações de campo de Einstein com termo cosmológico Λ

$$G^{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\alpha\beta} + \Lambda g^{\alpha\beta}, \quad (3.1)$$

onde $G^{\alpha\beta}$ e $g^{\alpha\beta}$ são denominados, respectivamente, de tensor de Einstein e tensor métrico.

Na análise utilizada nesse trabalho, nós adotamos uma forma mais geral para o tensor momento-energia que é dada pela relação

$$T^{\alpha\beta} = [\rho + P] \frac{u^\alpha u^\beta}{c^2} - P g^{\alpha\beta}, \quad (3.2)$$

onde ρ é a densidade de energia, P é a pressão dinâmica e u^α é a quadrivelocidade. A pressão dinâmica P deve ser decomposta conforme a relação

$$P = p + p', \quad (3.3)$$

onde p é a pressão de equilíbrio e p' é um termo de correção presente em situações dissipativas.

A quadrivelocidade é definida em termos do quadri vetor posição (em coordenadas cartesianas) $X^\alpha = (ct, x, y, z)$ através da equação

$$u^\alpha = \frac{dX^\alpha}{d\tau}, \quad (3.4)$$

onde τ é o tempo próprio. Nas coordenadas comóveis do fluido, a quadrivelocidade é $u^\alpha = (c, 0, 0, 0)$.

O fluxo de partículas e o fluxo de entropia são definidos pelas relações

$$N^\alpha = nu^\alpha, \quad (3.5)$$

$$S^\alpha = n\sigma u^\alpha, \quad (3.6)$$

onde n e σ são, respectivamente, a densidade de partículas e a entropia específica (por partícula).

A equação de conservação do número de partículas $N_{;\alpha}^\alpha = \psi$ e a segunda lei da termodinâmica são

$$\dot{n} + n\theta = \psi, \quad (3.7)$$

$$S_{;\alpha}^\alpha \geq 0, \quad (3.8)$$

onde ψ é a taxa de criação de partículas e $\theta = u_{;\alpha}^\alpha$. O ponto denota a diferenciação em relação ao tempo, enquanto que o ponto e vírgula se refere a derivada covariante.

A primeira lei da termodinâmica com criação de matéria e a relação de Euler são

$$TdS = d(\rho V) + pdV - \mu dN, \quad (3.9)$$

$$\mu = \frac{\rho + p}{n} - T\sigma \quad (3.10)$$

onde $S = \sigma N$ é a entropia, $N = nV$ é o número de partículas e μ é o potencial químico .

Para se eliminar o potencial químico e se obter uma relação entre $\dot{\sigma}$, $\dot{\rho}$ e \dot{n} , nós substituímos a relação de Euler na primeira lei da termodinâmica e a derivamos em relação ao tempo. Com um pouco de álgebra, é fácil mostrar que

$$n\dot{\sigma}T = \dot{\rho} - (\rho + p)\frac{\dot{n}}{n}. \quad (3.11)$$

A relação entre o fluxo de entropia e a taxa de criação de partículas é obtida a partir da combinação das relações (3.5), (3.6) e (3.7)

$$S_{;\alpha}^\alpha = \psi\sigma + n\dot{\sigma}. \quad (3.12)$$

Podemos observar na última equação que se $\dot{\sigma} = 0$, também chamada de condição “adiabática”, a segunda lei da termodinâmica não é satisfeita quando há destruição de partículas no universo ($\psi < 0$). É importante destacar que na análise da termodinâmica realizada neste trabalho, uma criação “adiabática” de matéria ($\dot{\sigma} = 0$) significa fisicamente que a entropia aumenta proporcionalmente ao número de partículas.

Um aplicação interessante da criação “adiabática” de matéria é no estudo da produção de grávitons em um universo de FRW. O mecanismo físico responsável por essa produção deve ser estudado a partir de uma análise quântica (Tavares e De Garcia Maia 1998). No modelo desenvolvido por Tavares e De Garcia Maia (1998), a amplificação das ondas gravitacionais ocorre na fase da radiação.

A dependência do fluxo de entropia com $\dot{\rho}$ e \dot{n} é automaticamente obtida se nós utilizarmos a equação (3.11) na equação anterior e a segunda lei da termodinâmica se reduz a

$$S_{;\alpha}^{\alpha} = \psi\sigma + \left[\dot{\rho} - (\rho + p)\frac{\dot{n}}{n} \right] \frac{1}{T} \geq 0. \quad (3.13)$$

Substituindo a equação (3.7) em (3.13), nós eliminamos a dependência em \dot{n} da equação anterior

$$\psi\sigma + \left[\dot{\rho} - (\rho + p) \left(\frac{\psi}{n} - \theta \right) \right] \frac{1}{T} \geq 0. \quad (3.14)$$

3.3 Lei de evolução da temperatura

Nesta seção, nós obteremos a lei geral de evolução da temperatura. Desde que a densidade de energia é uma função do número de partículas e da temperatura ($\rho = \rho(n, T)$), então

$$d\rho = \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_n dT + \left[\frac{\partial \rho}{\partial n} \right]_T dn. \quad (3.15)$$

Para se obter uma equação para a evolução temporal da temperatura, nós derivamos a relação anterior com relação ao tempo. É fácil mostrar que

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_n \dot{T} = \dot{\rho} - \left[\frac{\partial \rho}{\partial n} \right]_T \dot{n}. \quad (3.16)$$

A dependência em $\dot{\rho}$ e \dot{n} da lei de evolução de temperatura pode ser retirada se nós substituirmos as equações (3.7) e (3.11) na equação (3.16). Nós encontramos que

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n \dot{T} &= nT\dot{\sigma} + \left[n \left(\frac{\partial \rho}{\partial n} \right)_T - \rho - p \right] \theta \\ &\quad - \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial n} \right)_T - \left(\frac{\rho + p}{n} \right) \right] \psi. \end{aligned} \quad (3.17)$$

A fim de se simplificar a lei de evolução da temperatura obtida na relação anterior, nós encontraremos uma expressão para a diferencial exata $d\sigma$. Combinando-se as equações (3.11) e (3.15), obtém-se que

$$d\sigma = \frac{1}{nT} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n dT + \frac{1}{nT} \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial n} \right)_T - \left(\frac{\rho + p}{n} \right) \right] dn. \quad (3.18)$$

Como $d\sigma$ é uma diferencial exata, então

$$\frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{1}{nT} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n \right] = \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{1}{nT} \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial n} \right)_T - \left(\frac{\rho + p}{n} \right) \right] \right\}. \quad (3.19)$$

Calculando-se as derivadas parciais da equação anterior e utilizando-se um pouco de álgebra, nós obtemos a identidade termodinâmica

$$\rho + p - n \left[\frac{\partial(\rho)}{\partial n} \right]_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_n. \quad (3.20)$$

Substituindo (3.20) em (3.17), nós finalmente obtemos a lei de evolução da temperatura

$$\begin{aligned} \frac{\dot{T}}{T} = & - \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \theta - \left[T \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n \right]^{-1} \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial n} \right)_T \psi \right. \\ & \left. - \left(\frac{\rho + p}{n} \right) \psi - nT\dot{\sigma} \right]. \end{aligned} \quad (3.21)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (3.21) é a contribuição de equilíbrio. Neste caso, para um universo expandindo de forma homogênea e isotrópica ($\theta > 0$), a temperatura decresce com o tempo ($\dot{T} < 0$), como já era esperado. Os outros termos se referem a contribuição de não-equilíbrio e só existem nos contextos em que ocorre criação de partículas.

É importante destacar que existe uma expressão mais geral para a lei de evolução da temperatura de fluidos imperfeitos e que é diferente da expressão dada por (3.21). Em uma análise mais geral da hidrodinâmica relativística com processos dissipativos, existem duas possibilidades de definição para a quadrivelocidade u^α (Silva *et al.* 2002): As formulações de Eckart e de Landau-Lifschitz, nas quais a quadrivelocidade está relacionada ao fluxo de partículas N^α e ao fluxo de energia, respectivamente. Silva *et al.*(2002) obtiveram uma expressão geral para a lei de evolução de temperatura de fluidos imperfeitos na qual essas duas formulações aparecem como casos particulares. Neste trabalho, nós utilizamos a primeira formulação. A segunda possibilidade implica que a relação entre N^α e u^α não é mais dada pela equação (3.5).

3.4 O caso adiabático

Um interessante caso particular da lei de evolução da temperatura (3.21) é quando ($\dot{\sigma} = 0$). Para esta condição, a equação (3.11) implica que

$$\dot{\rho} = (\rho + p) \frac{\dot{n}}{n}. \quad (3.22)$$

Para se obter a lei de evolução da temperatura em função de \dot{n} , nós combinamos as equações (3.7) e (3.21) e obtemos que, no caso adiabático,

$$\frac{\dot{T}}{T} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_n \left(\frac{\dot{n}}{n} \right) - \left[nT \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n \right]^{-1} \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_n + n \left(\frac{\partial \rho}{\partial n} \right)_T - (\rho + p) \right] \psi. \quad (3.23)$$

Substituindo a identidade termodinâmica (3.20) na equação (3.23), o segundo termo do lado direito dessa equação desaparece e nós determinamos finalmente a lei de evolução de temperatura para o caso adiabático, que é dada pela relação

$$\frac{\dot{T}}{T} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \frac{\dot{n}}{n}. \quad (3.24)$$

Observe que a relação entre T e n depende apenas da equação de estado.

As relações e expressões obtidas neste capítulo serão utilizadas nos Capítulos 5 e 6 quando fizermos o estudo da termodinâmica e criação de matéria nos modelos cosmológicos. Serão analisadas as cosmologias com velocidade da luz variável (Capítulo 5) e eletrodinâmica não-linear (Capítulo 6).

Capítulo 4

Modelos com variação das constantes fundamentais

4.1 Introdução

Uma das primeiras teorias a examinar a variação de constantes fundamentais foi a teoria dos grandes números de Dirac (1937). Essa teoria considera uma variação temporal para a constante gravitacional G com objetivo de explicar as coincidências cosmológicas: o fato da razão entre o raio do universo e o raio clássico do elétron e a razão entre as forças elétrica e gravitacional serem aproximadamente iguais e terem um valor muito alto (aproximadamente 10^{40}).

Outra teoria clássica com G variável é a teoria de Brans e Dicke (1961) onde essa variação é obtida através da introdução de um campo escalar ϕ da ordem do recíproco de G e dependente do tempo nas equações de campo (ou de Einstein). Além disso, a equação de conservação da energia é a mesma da Relatividade Geral e o princípio da equivalência ainda é válido nessa teoria.

Nos últimos anos, observações em espectros de absorção de quasares

evindicaram a possibilidade de variação da constante de estrutura fina α com o redshift (Webb 1999, 2001a, 2001b). Nos Sistemas Internacional de Unidades (SI) e cgs, temos que a constante α é definida, respectivamente, pelas relações

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (4.1)$$

e

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}, \quad (4.2)$$

onde e , ϵ_0 , \hbar e c são, respectivamente, a carga elétrica elementar, a permissividade elétrica do vácuo, a constante de Planck dividida por 2π e a velocidade da luz no vácuo.

Uma vez que α depende de constantes fundamentais como a constante de Planck (h), a velocidade da luz no vácuo (c) e a carga elétrica elementar (e) no Sistema de Unidades cgs, vários modelos com variação dessas constantes foram propostos.

Os trabalhos desenvolvidos nessa área de pesquisa podem ser classificados em três grupos principais:

- Modelos com velocidade da luz variável
- Modelos com carga elétrica variável
- Motivação e vínculos observacionais e teóricos

O primeiro grupo pode ser dividido em quatro subgrupos: os modelos VSL (Varying Speed of Light) (Barrow 1999; Barrow e Magueijo 1999; Albrecht e Magueijo 1999; Nascimento 2003; Nascimento, Câmara e Carvalho 2004), onde a invariância de Lorentz e a covariância geral são fortemente violadas; os modelos com duas métricas (bimétricos) (Clayton e Moffat 1999, 2001, 2002; Basset et al. 2000), onde a variação de c surge devido

à utilização de métricas distintas para o campo gravitacional e os campos materiais; Teoria da Relatividade Projectiva (Manida 1999, Stepanov 1999, 2000, 2001), onde a Relatividade Especial é modificada com o universo sendo considerado estático; e os modelos com covariância geral e invariância de Lorentz (Avelino e Martins 1999; Magueijo 2000, 2001). Uma outra referência bastante interessante para os modelos com velocidade da luz variável é o livro de divulgação científica intitulado “Mais rápido que a velocidade da luz”, de autoria do Físico João Magueijo (2003b). Neste livro, Magueijo faz um relato vivo da elaboração e publicação dos seus modelos VSL, mostrando as dificuldades impostas pelos periódicos e fazendo críticas a comunidade científica.

O segundo grupo se divide em dois subgrupos: Os modelos com variação de carga elétrica análogos aos modelos VSL (Barrow e Magueijo 1998), que são obtidos desses através de transformações de coordenadas; e os modelos de Bekenstein (1982, 2002) e BSBM (Barrow-Sandvik-Bekenstein-Magueijo) (Sandvik et al. 2002; Barrow et al. 2002a, b), onde a variação da carga elétrica é descrita por uma função escalar obtida a partir de um princípio variacional.

O terceiro grupo de trabalhos procura obter vínculos e justificativas para os modelos citados no primeiro e segundo grupo (Martins 2000; Avelino et al. 2000a, b; Landau e Sisterna 2000, Magueijo 2002, Martins et al. 2002). A variação das constantes fundamentais é analisada em vários contextos da Cosmologia e da Física. A confrontação dessa variação com princípios e leis básicas da Física e as observações astronômicas impõe alguns limites a esses modelos alternativos para a Relatividade Geral.

4.2 Modelos com variação da velocidade da luz

4.2.1 Modelos VSL

A variação da velocidade da luz sugerida por esses modelos é apenas temporal. O período em que c apresenta uma variação relevante deve estar confinada ao universo primordial. Os experimentos físicos são sensíveis apenas a combinações adimensionais de constantes dimensionais, uma vez que as mesmas são independentes do sistema de unidades utilizado. Por completeza, a variação de G também é admitida para esses modelos.

Esses modelos são formulados a partir de quatro postulados (Albretch e Magueijo 1999).

- Postulado 1: Uma variação na constante de estrutura fina α é interpretada como uma variação em c e h com $c \propto h \propto \alpha^{-\frac{1}{2}}$, sendo a carga elétrica constante.
- Postulado 2: Existe um sistema preferencial para as leis da Física. Este sistema preferencial é sugerido pelas simetrias do problema ou por um critério como $c = c(t)$.
- Postulado 3: No sistema preferencial, as leis da Física são obtidas simplesmente pela troca de c na ação padrão (invariante de Lorentz) por um $c(x^m)$.
- Postulado 4: A dinâmica de c deve ser determinada por um princípio de ação derivado da adição de um termo extra à Lagrangeana que é uma função somente de c .

O primeiro postulado considera a constante de estrutura fina definida no Sistema cgs, que é obtida a partir da equação (4.2). Desse postulado, ob-

servamos que, no modelo VSL, tanto c como h variam com o tempo. O fato de termos $h/c = \text{constante}$ garante que os comprimentos de onda Compton das partículas ($\lambda_{Compton} = h/mc$) não mudam com c se as suas massas são invariantes. Entretanto, a variação da constante de Planck não é percebida, uma vez que análise utilizada é cosmológica. A variação temporal de h influencia significativamente no cálculo da distância luminosidade e poderia ser percebida a partir dos testes cinemáticos em supernovas.

Do segundo e terceiro postulados, temos que a cosmologia é obtida a partir da Equações de Einstein com c e G dependentes do tempo para a métrica de FRW. A equação de conservação de energia obtida na Relatividade Geral com c constante fica alterada. Obviamente essas equações não são covariantes e são válidas apenas para um referencial privilegiado.

É importante destacar as críticas de Ellis e Uzan (2003) aos modelos VSL. Um dos pontos interessantes que são discutidos por eles é que a constante c possui várias facetas na Física. Esse autores argumentam que os modelos VSL não explicitam qual dessas facetas de c está sendo considerada. Essa constante aparece em quatro contextos diferentes: na velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas, que depende da permissividade elétrica e da permeabilidade magnética do vácuo; como uma constante de estrutura que aparece na métrica de Minkowski da Relatividade Especial; na velocidade de propagação das ondas gravitacionais; e como uma constante universal que relaciona a geometria do espaço-tempo e o conteúdo material dentro da Teoria da Relatividade Geral. Vale salientar que essas quatro facetas só são equivalentes se nós considerarmos que massa do fóton é nula e que a gravitação é descrita pela Relatividade Geral.

Uma outra crítica importante de Ellis e Uzan (2003) é que, segundo eles, as equações de campo dos modelos VSL obtidas na forma descrita no

parágrafo anterior e a variação temporal de c não podem ser derivadas a partir de um princípio de ação. Em outras palavras, eles afirmam que esses resultados não podem ser determinados a partir dos postulados 3 e 4. Eles mostram como deve ser um princípio variacional para os modelos VSL e, a partir deste, derivam as equações de campo corretas e a equação que rege a dinâmica de c para esses modelos.

Constata-se desses modelos que se a velocidade da luz decrescer suficientemente, alguns dos problemas padrões da cosmologia como o problema da planura, do horizonte e o problema clássico da constante cosmológica (o fato do valor atual dessa constante ser tão pequeno) podem ser resolvidos (Barrow 1999; Albretch e Magueijo 1999).

A variação temporal da velocidade da luz para essa teoria pode ser contínua (Barrow e Magueijo 1999; Barrow 1999), onde a forma de c é imposta, ou pode ser de forma abrupta, semelhante a uma transição de fase (Albretch e Magueijo 1999).

A solução para os problemas da planura e da constante cosmológica é obtida exigindo-se que os termos que dependem da curvatura e da constante cosmológica nas equações de Einstein sejam dominados pelos demais termos dessas equações no limite em que o fator de escala (a) tende ao infinito. O problema do horizonte é resolvido exigindo-se que a distância de horizonte divirga para $a \rightarrow \infty$.

Além dos três problemas discutidos nos parágrafos anteriores são analisados, nessa teoria, mais dois (Barrow e Magueijo 1999): o problema da quase planura e o problema da quase constante cosmológica. O primeiro refere-se ao fato de que as observações indicam um valor entre 0 e 1 para o parâmetro de densidade da matéria. O segundo refere-se a indicações da existência de uma componente de vácuo não-nula no universo.

Um dos principais resultados obtidos para esses modelos é que todos os problemas discutidos anteriormente são resolvidos para qualquer tipo de conteúdo material. Portanto, não é necessária a violação da condição de energia forte ¹ como no caso dos modelos inflacionários.

Para a velocidade dependente de uma lei de potência no fator de escala, apresentamos abaixo as principais equações desses modelos e as condições para a resolução dos problemas cosmológicos (Barrow e Magueijo 1999; Barrow 1999).

Equações de Einstein:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda c^2(t)}{3} - \frac{4\pi G}{3} \left[\rho_m + \frac{3p}{c^2(t)} \right], \quad (4.3)$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho_m - \frac{Kc^2(t)}{a^2} + \frac{\Lambda c^2(t)}{3}, \quad (4.4)$$

Equação de estado:

$$p = (\gamma - 1)\rho_m c^2(t), \quad (4.5)$$

onde ρ_m é a densidade de matéria.

Velocidade da luz:

$$c = c_0 a^n, \quad (4.6)$$

Distância de horizonte:

$$d_h = \int_0^t \frac{c(t') dt'}{a(t')}, \quad (4.7)$$

Problema da planura:

$$n < \frac{1}{2}(2 - 3\gamma), \quad (4.8)$$

¹Nos modelos VSL, a condição de energia forte é definida pela relação $[\rho_m + 3p/c^2(t)] > 0$.

Problema da quase planura:

$$0 > n > \frac{1}{2}(2 - 3\gamma), \quad (4.9)$$

Problema da constante cosmológica

$$n < -\frac{3\gamma}{2} \quad (4.10)$$

Problema da quase constante cosmológica

$$0 > n > -\frac{3\gamma}{2}. \quad (4.11)$$

No Capítulo 5, mostraremos que existe a possibilidade de se analisar formas de variação alternativas para velocidade da luz nos modelos VSL. As soluções para as equações de Einstein serão obtidas e a questão da criação de matéria será também analisada.

4.2.2 Modelos Bimétricos

Este modelo propõe uma forma mais “natural” de surgimento da variação da velocidade da luz no vácuo. Ele se baseia na existência de duas métricas: uma para o campo gravitacional e outra para os campos materiais (campos associados a partículas como o fóton, por exemplo). Devido a essa bimetricidade, esses dois campos possuem velocidades de propagação que são distintas para fases primordiais do universo. Outra consequência é que os cones de luz para os duas métricas são distintos e, portanto, a relação causal entre eventos dependerá, a princípio, da métrica.

A gama de possibilidades de formulação desses tipos de modelo é extensa uma vez que são muitas as relações possíveis entre essas duas métricas. Definindo-se $\bar{g}_{\alpha\beta}$ e $g_{\alpha\beta}$ como as métricas para os campos materiais e para

o campo gravitacional, respectivamente, temos que as relações entre elas mais utilizadas na literatura são (Clayton e Moffat 1999, 2001, 2002; Basset et al. 2000).

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + b \psi_\alpha \psi_\beta, \quad (4.12)$$

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + c \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi, \quad (4.13)$$

onde ψ_α e ϕ são, respectivamente, um campo vetorial e um campo escalar que são, a princípio, arbitrários.

Existem também várias possibilidades de escolha para os campos escalares. Normalmente a escolha deve ser feita de tal forma que, para um certo tempo crítico t_c , ocorra uma “transição de fase”, onde as velocidades de propagação para os campos materiais e o campo gravitacional passam a ser iguais.

Um dos resultados obtidos por esses modelos é que, sob determinadas condições para a equação de estado, o universo com a geometria de FRW apresenta aproximadamente um comportamento inflacionário em uma fase primordial de sua evolução sem a necessidade de violação da condição de energia forte (CEF) (Clayton e Moffat 1999). Conseqüentemente, os problemas padrões da cosmologia poderiam ser resolvidos através dessa inflação. No entanto, outros trabalhos questionam a validade desse resultado, alegando ser necessária a violação da CEF (Basset et al. 2000).

Esses modelos apresentam algumas semelhanças e diferenças em relação aos modelos VSL. Nos dois casos, a invariância de lorentz é quebrada. No entanto, os problemas da planura e do horizonte só são resolvidos no modelo bimétrico se a condição de energia forte (CEF) for violada (Basset

et al. 2000). No modelo bimétrico, a conservação de energia e o princípio fraco da equivalência são válidos (Clayton e Moffat 1999).

Questões como o problema da quase-planura, da constante cosmológica e da quase-constante cosmológica não são analisadas por esses modelos. Além disso, não foram obtidas soluções exatas nem para o fator de escala nem para a forma de variação da velocidade da luz.

4.2.3 Teoria da Relatividade Projectiva

Nessa teoria, o conceito de constantes fundamentais é discutido de uma forma mais rigorosa. Constantes como a velocidade da luz e constante de Planck surgem de teorias fundamentais da Física e seus valores fixam limites nos quais as correções às teorias clássicas são importantes. Portanto, essas constantes podem ser consideradas como fundamentais.

Nessa análise, as constantes da Física podem ser divididas em três tipos (Stepanov 1999):

- Mecânicas (clássica, quântica, relativística,...) h, c
- Interações (eletrofraca, eletromagnética,...) e
- Estrutura (elétron, múon, átomo,...) m_e, m_p

A construção da Teoria da Relatividade Projectiva é realizada através do Princípio da Incompleteza Paramétrica (Stepanov 1999, 2000). Segundo esse princípio, um sistema axiomático de uma teoria deve possuir os seguintes aspectos: independência, não-contraditoriedade e completeza. Portanto, se uma teoria possui uma constante que não pode ser derivada de axiomas iniciais, então dizemos que a teoria possui uma incompleteza paramétrica.

A partir do Princípio da Incompleteza Paramétrica, é possível construir uma nova Teoria da Relatividade Restrita em que a velocidade da luz pode variar com o espaço e com o tempo, uma vez que a igualdade entre a velocidade de ondas eletromagnéticas no vácuo e a velocidade máxima de propagação de sinais que aparece no segundo postulado da Relatividade Especial (RE) é considerada como um axioma adicional da RE. Portanto, a obtenção dessa nova teoria se dá através da redução de axiomas da Relatividade Especial. A velocidade da luz para a Teoria da Relatividade Projetiva é obtida através dos seguintes postulados:

- Postulado 1: A velocidade da luz varia com o tempo e a distância.
- Postulado 2: A velocidade de um fóton particular é constante ao longo de sua trajetória.

O primeiro postulado afirma simplesmente que a velocidade da luz dependerá do espaço e do tempo $C \rightarrow C(t, \vec{r})$. O segundo postulado diz que para um fóton particular, a função da velocidade da luz deve satisfazer a seguinte equação funcional:

$$\vec{C}(t, \vec{r}_0 + \vec{C}(t_0, \vec{r}_0)(t - t_0)) = \vec{C}(t_0, \vec{r}_0), \quad (4.14)$$

para qualquer t , t_0 e \vec{r}_0 . Isso significa que a velocidade da luz medida ao longo da trajetória do fóton $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{C}(t_0, \vec{r}_0)(t - t_0)$ não muda.

Dos postulados 1 e 2, a forma mais simples para a velocidade da luz é

$$\vec{C}(t, \vec{r}) = c \frac{\vec{n} - k\vec{r}}{1 - kct}, \quad (4.15)$$

onde c , k são constantes fundamentais, \vec{n} é o vetor unitário ao longo do fluxo da onda eletromagnética e \vec{r} é o vetor posição.

A constante k é uma nova constante fundamental que determina a magnitude dos efeitos causados pela velocidade da luz no tempo e no espaço. Se o parâmetro k é pequeno, os efeitos da variação da velocidade da luz se manifestarão para grandes valores de r e de t .

Para se obter a generalização das transformações de Lorentz e as transformações translacionais, utiliza-se os seguintes axiomas:

- Axioma 1: As transformações de coordenadas espaciais e temporais são contínuas, diferenciáveis e funções de único valor.
- Axioma 2: Se do ponto de vista de um observador uma partícula livre se move uniformemente, então ela irá se mover uniformemente do ponto de vista de qualquer outro observador.
- Axioma 3: Os observadores concordam nas unidades de comprimento, desde que sua distância relativa seja R .
- Axioma 4: Todos os observadores são iguais e as transformações compõem um grupo.
- Axioma 5: O espaço é isotrópico.

Para dois observadores em repouso situados nos pontos $x = 0$ e $x = R$, com coordenadas (x, y, z, t) e (X, Y, Z, T) , temos que (Stepanov 2001):

$$X = \frac{x - R}{1 - k^2 R x}, Y = \frac{\sqrt{1 - (kR)^2}}{1 - k^2 R x} y, 1 - kcT = \frac{\sqrt{1 - (kR)^2}}{1 - k^2 R x} (1 - kct). \quad (4.16)$$

Para dois observadores inerciais com velocidade relativa v , as transformações de Lorentz generalizadas são (Stepanov 2001):

$$\frac{x'}{1 - kct'} = \frac{\gamma(x - vt)}{1 - kct}, \quad \frac{y'}{1 - kct'} = \frac{y}{1 - kct}, \quad \frac{t'}{1 - kct'} = \frac{\gamma(t - vx/c^2)}{1 - kct}, \quad (4.17)$$

Um dos resultados mais importantes da Teoria da Relatividade Projectiva é que a frequência da radiação muda e esse desvio de frequência aumenta com a distância da fonte, ou seja, quanto mais distante a radiação observada estiver de sua fonte, maior o desvio de frequência medido. Portanto, observa-se um desvio da frequência para o vermelho, independente da fonte estar em movimento ou não. Comparando-se o redshift obtido para essa teoria com o redshift cosmológico obtido a partir do modelo padrão da Cosmologia, encontramos uma relação entre a constante k da Teoria da Relatividade Projectiva e a constante de Hubble H (Manida 1999; Stepanov 2001):

$$kc = H. \quad (4.18)$$

Portanto, ainda que o universo seja considerado estático, a Teoria da Relatividade Projectiva prevê um desvio para o vermelho. Existe também uma possibilidade de se considerar modelos com universo em expansão para essa teoria. Nesse último caso, o desvio para o vermelho teria uma componente associada a expansão do universo e outra associada a variação de c (Stepanov 2000).

4.2.4 Modelos com Invariância de Lorentz e Covariância Geral

Para esses tipos de modelos, existem dois subcasos. O primeiro trata de modelos cosmológicos (Avelino e Martins 1999). Neste subcaso, não existe nenhuma restrição quanto à validade da invariância de Lorentz e da covariância geral. O segundo trata de modelos em que essas simetrias são

válidas apenas localmente (Magueijo 2000). Neste subcaso, são analisadas as implicações do modelo para os testes clássicos da Relatividade Geral (Magueijo 2001).

Para o modelo cosmológico, a constante de Planck h e a constante gravitacional G , junto com a velocidade da luz c variam apenas com o tempo t , para ordem zero. Ao contrário dos modelos VSL, variações na velocidade da luz podem introduzir termos adicionais nas equações de Einstein no referencial cosmológico. O elemento de linha e as equações de Einstein, nesse caso, são

$$ds^2 = a^2 \left[c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - Kr^2} - r^2 d\Omega^2 \right], \quad (4.19)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_m - \frac{Kc^2}{a^2}, \quad (4.20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho_m + 3\frac{p}{c^2} \right) + \frac{\dot{c}}{c} \frac{\dot{a}}{a}. \quad (4.21)$$

As equações de campo mostradas acima são obtidas a partir da relação (3.1) com $\Lambda = 0$, onde o cálculo do tensor $G^{\alpha\beta}$ é realizado da mesma forma que na Relatividade Geral.

Podemos observar da relação (4.21) que existe um agora o termo adicional $(\dot{c}/c)(\dot{a}/a)$ em relação às equações de Friedmann da Relatividade Geral. O surgimento desse termo se deve ao fato do elemento de linha possuir um fator a^2 multiplicando também a coordenada temporal, o que o torna diferente do elemento de linha da geometria de FRW.

As duas últimas equações levam à equação de conservação

$$\frac{d}{dt} (G\rho_m a^{3\gamma} c^{-2}) = 0, \quad (4.22)$$

onde γ é definido pela equação de estado $p = (\gamma - 1)\rho_m c^2$. Se G/c^2 é constante, então a densidade de massa ρ_m é conservada. Ao contrário dos modelos VSL, não aparece termos que dependem de K na equação anterior.

As condições para solução dos problemas da planura, do horizonte e da constante cosmológica são independentes da escolha de uma forma para a variação de c . O método para a obtenção dessas condições é análogo ao dos modelos VSL. A condição mais geral para solucionar esses problemas é

$$\gamma \leq 0. \quad (4.23)$$

Observa-se que a relação acima viola a condição de energia forte. Portanto, a principal conclusão que nós podemos obter a partir desses resultados é que os modelos com variação da velocidade da luz com geometria homogênea e isotrópica só resolvem os problemas do modelo padrão da Cosmologia se pelo menos uma das três condições físicas são violadas: a covariância geral, a invariância de Lorentz ou a condição de energia forte.

Para o modelo com invariância de Lorentz e covariância geral locais temos que a variação de c pode ser tanto espacial quanto temporal. Nesse caso, as unidades de tempo e espaço são redefinidas

$$d\bar{t} = dt \epsilon^\alpha, \quad (4.24)$$

$$d\bar{x}^i = dx^i \epsilon^\alpha, \quad (4.25)$$

onde ϵ pode ser qualquer função. Para estas novas cordenadas temporais e espaciais, obtemos transformações de Lorentz locais, o que garante a invariância de Lorentz local. Essas novas coordenadas não necessariamente são holonômicas, por exemplo: $d\bar{t}^2 \neq 0$. Portanto, a mudança nessa nova

coordenada temporal entre dois pontos irá depender do caminho que liga esses dois pontos. A covariância geral é obtida apenas considerando-se a coordenada x^0 como coordenada temporal.

A variação de c para esse modelo é atribuída à variação de um campo escalar ψ , onde $\psi = \log c/c_0$. A ação é definida como

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[e^{a\psi} (R + L_\psi) + \frac{16\pi G}{c_0^4} e^{b\psi} L_m \right] \quad (4.26)$$

onde a forma mais simples para L_ψ seria

$$L_\psi = -k(\psi) \nabla_\mu \psi \nabla^\mu \psi. \quad (4.27)$$

As equações de campo são obtidas variando-se essa ação com respeito a métrica e com respeito a ψ . Utilizando-se as equações para o caso de uma métrica esfericamente simétrica podemos verificar como esse modelo aplica-se aos testes da Relatividade Geral: precessão do periélio de Mercúrio, deflexão gravitacional da luz, etc. Um dos resultados interessantes desse modelo é que a velocidade da luz pode ir a zero ou infinito no horizonte, dependendo do sinal de determinados parâmetros desse modelo.

4.3 Modelos com carga elétrica variável

Outra possibilidade de modelos de variação de constantes fundamentais são os que variam a carga elétrica. Para esses modelos, a constante de Planck h e a velocidade da luz c não variam nem com o tempo nem com o espaço.

4.3.1 Modelos análogos aos modelos VSL

Analogamente aos modelos VSL, a variação da constante de estrutura fina pode ser atribuída à variação da carga elétrica (ou de forma equiva-

lente, à variação da constante dielétrica do vácuo).

A transformação de um modelo VSL para um modelo análogo em que a carga elétrica varie com o tempo (e não a velocidade da luz) é feita através de uma mudança nas coordenadas (Barrow e Magueijo 1998). Supondo que as medidas dos intervalos de comprimento, tempo e energia nos modelos VSL são dx , dt e dE , definimos essas medidas nos modelos com carga elétrica variável, $d\bar{x}$, $d\bar{t}$ e $d\bar{E}$, pelas seguintes relações

$$\begin{aligned} c_0 d\bar{x} &= cdx, \\ c_0^2 d\bar{t} &= c^2 dt, \\ \frac{d\bar{E}}{c_0^3} &= \frac{dE}{c^3}. \end{aligned} \tag{4.28}$$

São construídas razões adimensionais para a identificação das constantes nesse novo sistema de coordenadas:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{c}d\bar{t}}{d\bar{x}} &= \frac{cdt}{dx}, \\ \frac{\bar{h}}{h} &= \frac{h}{h}, \\ \frac{d\bar{E}d\bar{t}}{\bar{G}d\bar{E}} &= \frac{dEdt}{GdE}, \\ \frac{d\bar{x}\bar{c}^4}{\bar{e}^2} &= \frac{dxc^4}{e_0^2}, \\ \frac{d\bar{E}d\bar{x}}{dEdx} &= \frac{e_0^2}{e^2}. \end{aligned} \tag{4.29}$$

Portanto, no novo sistema de coordenadas, teremos:

$$\begin{aligned} \bar{c} &= c_0, \\ \bar{h} &= h \frac{c_0}{c} = h_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{G} &= G, \\ \bar{e} &= e_0 \frac{c_0}{c}\end{aligned}\tag{4.30}$$

e

$$\begin{aligned}d\bar{x} &= \frac{dx}{\epsilon}, \\ d\bar{t} &= \frac{dt}{\epsilon^2}, \\ d\bar{E} &= \frac{dE}{\epsilon^3}, \\ \epsilon &= \frac{\bar{e}}{e_0}.\end{aligned}\tag{4.31}$$

Quando aplicado à cosmologia, as transformações acima produzem o seguinte elemento de linha:

$$\begin{aligned}d\bar{s}^2 &= \frac{ds^2}{\epsilon^2} = -c_0^2 d\bar{t}^2 + \bar{a}^2 \left[\frac{d\bar{r}^2}{1 + \bar{K}\bar{r}^2} + \bar{r}^2 d\bar{\Omega}^2 \right], \\ \bar{a} &= \frac{a}{\epsilon}, \\ \bar{K} &= K.\end{aligned}\tag{4.32}$$

As equações de Friedmann e a equação de conservação de energia são:

$$\left(\frac{\bar{a}'}{\bar{a}} + \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \bar{\rho} - \frac{\bar{K}c_0^2}{\bar{a}^2},\tag{4.33}$$

$$\frac{\bar{a}''}{\bar{a}} + \frac{\epsilon''}{\epsilon} - 2 \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right)^2 = -\frac{4\pi G}{3} \left(\bar{\rho} + 3 \frac{\bar{p}}{c_0^2} \right), \prime = \frac{d}{d\bar{t}}\tag{4.34}$$

$$\bar{\rho}' + 3 \frac{\bar{a}'}{\bar{a}} \left(\bar{\rho} + \frac{\bar{p}}{c_0^2} \right) = \frac{\epsilon'}{\epsilon} \left(\bar{\rho} - 3 \frac{\bar{p}}{c_0^2} \right) - \frac{3Kc_0^2}{4\pi G \bar{a}^2} \frac{\epsilon'}{\epsilon}.\tag{4.35}$$

A equação de conservação da energia é muito parecida com a equação obtida no modelo VSL sem constante cosmológica. A grande diferença está no primeiro termo do segundo membro dessa equação. Esse termo é nulo

na era dominada por radiação. O problema da planura também é resolvido para esse modelo. Nesse caso, temos que para

$$\epsilon = \epsilon_0 a^n, \quad p = (\gamma - 1)\rho c^2, \quad (4.36)$$

as condições para resolver a planura são

$$4n + 2 - 3\gamma(n + 1) > 0, \quad \text{para } (n + 1) > 0, \quad (4.37)$$

$$4n + 2 - 3\gamma(n + 1) < 0, \quad \text{para } (n + 1) < 0, \quad (4.38)$$

4.3.2 Modelos de Bekenstein e BSBM (Barrow-Sandvik-Bekenstein-Magueijo)

Uma das primeiras possibilidades de modelos com variação da constante de estrutura fina foi o modelo com carga elétrica variável proposto por Bekenstein (1982). Tal modelo para carga elétrica variável procurava analisar a existência de vínculos observacionais que restringiam a variação da constante de estrutura fina α .

A teoria de Bekenstein foi construída de modo que experimentos eletromagnéticos não pudessem restringir a variação de α . Ela se fundamentava em oito postulados:

- Postulado 1: Para α constante, o eletromagnetismo é o de Maxwell e o acoplamento ao potencial vetor é mínimo.
- Postulado 2: Variações em α resultam da dinâmica.
- Postulado 3: A dinâmica do eletromagnetismo e de α são deriváveis de uma ação invariante.
- Postulado 4: A ação é localmente invariante de gauge.

- Postulado 5: O eletromagnetismo é causal.
- Postulado 6: A ação eletromagnética é invariante sobre reversão temporal.
- Postulado 7: A menor escala de comprimento da Física é o comprimento de Planck.
- Postulado 8: A Gravitação é descrita pela métrica do espaço-tempo que satisfaz as equações de Einstein.

No modelo de Bekenstein são escolhidas unidades de comprimento, tempo e massa de forma que h , c e G são constantes do espaço-tempo. A carga elétrica e pode variar, a princípio, com o tempo e o espaço, mas a forma como ela varia independe do tipo de partícula. Ela é expressa na forma $e = e_0 \epsilon(x^\mu)$, onde $\epsilon(x^\mu)$ é uma função escalar. A massa m é dependente de $\epsilon(x^\mu)$, uma vez que vez que Bekenstein considera que parte da massa tem uma natureza eletromagnética que depende da intensidade local das interações eletromagnéticas.

Os postulados 2 e 3 afirmam que tanto as equações do eletromagnetismo quanto a forma de variação da carga elétrica (de e ou de α) não podem ser impostos de forma *ad hoc*, mas devem ser obtidos a partir de um princípio variacional.

Os postulados 1, 4, 5 e 6 afirmam que a nova teoria com α variável deve ser obtida da teoria clássica com um número mínimo de modificações onde vários princípios e simetrias devem ser conservados: causalidade, invariância (local) de Gauge, acoplamento mínimo e invariância sob inversão temporal.

O postulado 7 limita a validade desse modelo para comprimentos maiores

que o de Planck, uma vez que esse comprimento é considerado como a menor escala de comprimento em que as leis da Física são válidas. O Postulado 8 afirma que as equações de Einstein ainda são válidas para descrever a gravitação, apesar do princípio da equivalência ser violado nesse modelo.

Existem ainda duas considerações adicionais: a teoria que governa $\epsilon(x^\mu)$ deve ser invariante de escala e a escala de comprimento ℓ deve ser menor do que o menor comprimento em que a teoria clássica é comprovada experimentalmente, além de obedecer o postulado 7.

O tensor intensidade de campo eletromagnético e a transformação de gauge são dados pelas relações

$$F_{\alpha\beta} = \epsilon^{-1} [(\epsilon A_\beta)_{,\alpha} - (\epsilon A_\alpha)_{,\beta}], \quad (4.39)$$

$$\epsilon A_\alpha \rightarrow \epsilon A_\alpha + \psi_{,\alpha}, \quad (4.40)$$

onde A_α é o quadripotencial e ψ é uma função escalar.

A ação para o Eletromagnetismo é

$$S_{EM} = -\frac{1}{16\pi} \int F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \sqrt{-g} d^4x. \quad (4.41)$$

A ação para a dinâmica de α (S_ϵ) e a ação para as partículas (S_m) são

$$S_\epsilon = -\frac{1}{2} \hbar c \ell^{-2} \int \epsilon^{-2} \epsilon_{,\mu} \epsilon^{,\mu} \sqrt{-g} d^4x, \quad (4.42)$$

$$S_m = \sum \int \left[-mc^2 + \frac{e_0 \epsilon}{c} u^\mu A_\mu \right] \times \gamma^{-1} \delta^3 [x^i - x^i(\tau)] d^4x, \quad (4.43)$$

onde u^μ , τ e γ são, respectivamente, a quadrivelocidade, o tempo próprio e o fator de Lorentz.

Variando-se $S_{EM} + S_\epsilon + S_m$ em relação a ϵA_μ , temos que as equações da eletrodinâmica são

$$(\epsilon^{-1} F^{\mu\nu})_{,\nu} = 4\pi J^\mu, \quad (4.44)$$

onde $J^\mu = \sum \frac{e_0}{c\gamma} u^\mu \delta^3 [x^i - x^i(\tau)]$.

A variação de α pode ser atribuída à variação da carga elétrica em um meio homogêneo ou a um meio com permissividade variando com o espaço com carga constante.

Variando $S_{EM} + S_\epsilon + S_m$ em relação a $\ln \epsilon$ e utilizando-se as equações da eletrodinâmica para J^μ , obtemos a seguinte equação para a dinâmica de ϵ

$$\square \ln \epsilon = \frac{\ell^2}{\hbar c} \left[\epsilon \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} - \frac{1}{8\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right], \quad (4.45)$$

onde $\sigma = \sum mc^2 \gamma^{-1} \sqrt{-g} \delta^3 [x^i - x^i(\tau)]$

A equação anterior é utilizada para se aplicar esse modelo ao cenário cosmológico, onde a variação de ϵ é apenas temporal. Neste cenário, o modelo considera que parte da massa do universo tem origem eletromagnética e que a razão entre a massa eletromagnética e a massa do universo (ζ) é constante. A variação cosmológica de ϵ depende de ζ . No caso de bárions, o modelo considera que a massa eletromagnética depende da energia coulombiana.

Os vínculos de testes astronômicos e geofísicos não descartam totalmente uma variação da constante de estrutura fina enquanto os vínculos de testes do princípio da equivalência descartam qualquer variação em α (Bekenstein 1982).

A teoria BSBM (Barrow-Sandvik-Barrow-Magueijo) é uma generalização da teoria de Bekenstein para carga variável. Ao contrário de Bekenstein, o

modelo BSBM inclui os efeitos da variação de ϵ na dinâmica gravitacional do universo em expansão.

As equações do modelo BSBM são obtidas do modelo de Bekenstein através da transformação $\epsilon \rightarrow \psi \equiv \ln \epsilon$ (Sandvik et al. 2002). As principais equações e relações para esse modelo são (Sandvik et al. 2002; Barrow et al. 2002):

Tensor intensidade de campo eletromagnético e escalares:

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{\epsilon} f_{\mu\nu}, \quad (4.46)$$

$$f_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu, \quad (4.47)$$

$$F^2 = \frac{f^2}{\epsilon^2} = e^{-2\psi} f^2, \quad (4.48)$$

onde $a_\mu = \epsilon A_\mu$.

Ação total do universo:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (\mathcal{L}_{grav} + \mathcal{L}_\psi + \mathcal{L}_{em} e^{-2\psi}), \quad (4.49)$$

onde $\mathcal{L}_\psi = -\frac{\omega}{2} \partial_\mu \psi \partial^\mu \psi$, $\mathcal{L}_{em} = \frac{1}{4} f_{\mu\nu} f^{\mu\nu}$, $\mathcal{L}_{grav} = \frac{1}{16\pi} R$ e $\omega = \hbar c / \ell$

Equações de Einstein e equações para a dinâmica de ψ :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G (T_{\mu\nu}^{matter} + T_{\mu\nu}^\psi + T_{\mu\nu}^{em} e^{-2\psi}) \quad (4.50)$$

$$\square \psi = -\frac{2}{\omega} e^{-2\psi} \mathcal{L}_{em}^{free}. \quad (4.51)$$

O modelo BSBM também possui um parâmetro ζ . No entanto, é considerado que a matéria não-bariônica também contribui significativamente para esse parâmetro. Uma das primeiras aplicações desse modelo é o universo homogêneo e isotrópico com constante cosmológica. Nesse caso, o conteúdo energético responsável pela dinâmica do universo é composto de

matéria, radiação, constante cosmológica e uma densidade de energia relativa a variação de ψ . O resultado numérico para as equações de Einstein e da dinâmica de ψ são bastante interessantes: o campo escalar ψ e a constante de estrutura fina α permanecem quase constantes durante a fase dominada pela radiação. Na fase da matéria, ψ e α aumentam levemente para baixos redshifts, mas tendem a ficar novamente constantes quando o universo começa a expandir aceleradamente e a constante cosmológica passa a dominar a dinâmica. O efeito da constante cosmológica é evitar grandes variações da constante de estrutura fina em uma fase mais atual do universo (onde vínculos geofísicos restringem bastante essas variações) e permiti-las apenas nos redshifts $z \approx 0.5 - 3.5$, onde as observações em quasares mostram uma variação significativa de α (Sandvik et al. 2001). Portanto, esse modelo parece se ajustar aos variados tipos de observação da constante de estrutura fina. Uma outra aplicação dessa teoria são os universos inomogêneos (Barrow et al. 2002b).

4.4 Vínculos Teóricos

Como foi visto em seções anteriores, os modelos com variação das constantes fundamentais violam vários princípios e/ou leis da Física. No caso dos modelos VSL, a invariância de Lorentz, a covariância geral, a conservação de energia e as identidades de Bianchi (Relatividade Geral) são violadas. Alguns trabalhos procuram mostrar que os modelos VSL assim como os modelos com invariância de Lorentz e covariância geral também violam a conservação de carga, uma vez que as novas equações da eletrodinâmica que surgem nesses modelos não resultam em uma equação de continuidade para a carga elétrica. Os modelos Bimétricos também que-

bram a invariância de Lorentz, apesar dos autores desses modelos considerarem essa quebra menos abrupta do que nos modelos VSL. As identidades de Bianchi são satisfeitas para esses modelos. Tanto no caso Bimétrico como nos modelos VSL com forte quebra da invariância de Lorentz, o princípio da equivalência fraco é satisfeito.

Outro problema dos modelos com variação da velocidade da luz é que eles alteram o valor do tempo de Planck, que passa a ser variável nesses modelos. Portanto, o universo poderia entrar num período de gravitação quântica mais cedo ou mais tarde que no cenário cosmológico padrão.

Os modelos com variação de carga elétrica violam a conservação de carga e o princípio da equivalência, apesar de o modelo BSBM se propor a violar o princípio de equivalência fraco no limite que não pode ser detectado pelo experimento. Esses modelos são invariantes de Lorentz.

Outro vínculo que aparece na literatura é o que diz respeito a segunda lei da termodinâmica. Os resultados dessa análise mostra que os modelos VSL são mais restringidos pela segunda lei da termodinâmica do que os modelos bimétricos.

4.5 Comentários Finais

O número de trabalhos relacionados a modelos com variação de constantes fundamentais nos últimos anos é bastante extenso. Aqui nós procuramos mostrar apenas uma parte desses trabalhos (modelos com variação da constante de estrutura fina).

É possível analisar modelos com variação de constantes fundamentais em outros contextos como supercordas, teoria gravitacional de Brans-Dicke ou na chamada cosmologia de branas. No segundo caso, os modelos bimétricos

e VSL com forte quebra da invariancia de Lorentz são aplicados na cosmologia de Randall-Sundrum e a solução dos problemas cosmológicos é investigada (Youm 2001a; Youm 2001b).

Outra possibilidade analisada na literatura é a variação de outras constantes associadas a outras interações da Física que não seja a interação eletromagnética: interação forte, fraca. Nesse caso, existem outras constantes diferentes da constante de estrutura fina. A variação dessas constantes também pode ser investigada observacionalmente.

Capítulo 5

Termodinâmica e criação de matéria em cosmologias com velocidade da luz variável

5.1 Introdução

Neste capítulo, nós investigamos os modelos VSL com forte quebra da invariância de Lorentz. Esses modelos são capazes de resolver alguns dos problemas do modelo cosmológico padrão, sem a necessidade da inflação, se a velocidade da luz decrescer suficientemente com o tempo.

A forma funcional de c é postulada e não obtida a partir de primeiros princípios. Nós consideramos dois tipos de forma funcional para c que decresce com o tempo. Também são obtidas soluções numéricas para o fator de escala em um universo plano de FRW com constante cosmológica para essas duas formas de variação para c .

Como é adotada uma dependência temporal para c , sua variação produz um termo de fonte na equação de conservação de energia que nós interpretamos como um termo de criação de partículas. Nós analisamos a termodinâmica da criação de matéria e determinamos os vínculos impos-

tos por ela aos modelos VSL. Nós determinamos a taxa de produção de partículas, o número total de partículas e os parâmetros de densidade para um processo adiabático.

5.2 Equações de campo e da conservação de energia nos modelos VSL

Para os modelos VSL, nós postulamos no Capítulo 4 que as equações de campo para os modelos VSL têm a mesma forma que as equações de Einstein com termo cosmológico, relação (3.1), onde a única diferença é que c é trocada por uma forma funcional $c(t)$. A validade dessas equações se restringe a um referencial preferencial. Neste capítulo, o tensor momento-energia utilizado obedece a seguinte relação

$$T^{\alpha\beta} = \left[\rho_m + \frac{p}{c^2(t)} \right] u^\alpha u^\beta - pg^{\alpha\beta}, \quad (5.1)$$

onde ρ_m e p são, respectivamente, a densidade de massa e a pressão de equilíbrio. Neste caso, nós estamos admitindo que não há situações dissipativas, ou seja, $p' = 0$ em (3.3).

O elemento de linha homogêneo e isotrópico para os modelos VSL é dado pela relação

$$ds^2 = c(t)^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) \right], \quad (5.2)$$

onde $k = -1, 0, 1$, respectivamente para os universos aberto, plano e fechado.

As equações de campo dos modelos VSL para um elemento de linha homogêneo e isotrópico são obtidas a partir das relações (3.1), (5.1) e (5.2).

Para o referencial preferencial, essas equações têm a mesma forma que as equações de FRW da Relatividade Geral, onde a única diferença é que as constantes c e G são substituídas por suas formas funcionais $c(t)$ e $G(t)$. Portanto, essas equações de campo são

$$3H^2 = 8\pi G\rho_m + \Lambda c^2 - 3\frac{kc^2}{a^2}, \quad (5.3)$$

$$2\frac{a\ddot{a}}{a^2} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} - \Lambda c^2 = -\frac{8\pi Gp}{c^2}, \quad (5.4)$$

onde $a(t)$ é o fator de escala, $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble, ρ_m é a densidade de massa, p é a pressão de equilíbrio. O ponto denota derivada com relação a t . Aqui nós estamos considerando que a equação de estado obedece uma lei gama

$$p = (\gamma - 1)\rho_m c^2. \quad (5.5)$$

Para se eliminar p e ρ_m das equações de campo e obter uma equação apenas para o fator de escala, nós combinamos as equações (5.3)-(5.5) para um universo plano ($k = 0$). Nós obtemos que

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{3\gamma - 2}{2}\right) \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \gamma\Lambda c^2 = 0. \quad (5.6)$$

Para ser consistente com a solução dos problemas do modelo padrão da Cosmologia e com a variação da constante de estrutura fina, nós devemos ter a velocidade da luz decrescendo com o tempo cósmico. Neste capítulo, nós utilizaremos duas formas funcionais para c que dependem, respectivamente, do fator de escala e do parâmetro de Hubble de tal forma que $\dot{c} < 0$. É possível ainda fazer-se uma analogia entre as expressões utilizadas para c nesse trabalho e “o problema da constante cosmológica”, a saber, o fato

do valor da densidade de energia do vácuo no presente ser mais de 100 ordens de grandeza menor que no tempo de Planck (Weinberg 1989). As leis de decaimento para c utilizadas nesta tese são semelhantes às expressões fenomenológicas para o termo cosmológico que são propostas na literatura (Carvalho et al. 1992).

As formas funcionais para c utilizadas nesse trabalho obedecem as relações

$$c(t) = c_o \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-r}, \quad (5.7)$$

$$c(t) = c_o \left(\frac{H}{H_o} \right)^u, \quad (5.8)$$

onde r e u são constantes e c_o , a_o e H_o são, respectivamente, os valores da velocidade da luz, do fator de escala e do parâmetro de Hubble para o tempo presente $t = t_o$. Na primeira forma funcional, a velocidade da luz varia com o fator de escala na forma de uma lei de potência, como já havia sido proposto por vários autores (Albrecht e Magueijo 1999; Barrow 1999). Na segunda forma, proposta por Nascimento, Camara e Carvalho (2004), c depende do parâmetro de Hubble. A equação de conservação de massa é obtida através da combinação das relações (5.3) e (5.4). É fácil mostrar que

$$\dot{\rho}_m + 3 \left(\rho_m + \frac{p}{c^2} \right) \frac{\dot{a}}{a} = -\rho_m \frac{\dot{G}}{G} + \frac{3kc\dot{c}}{4\pi G a^2} - \frac{\Lambda c\dot{c}}{4\pi G} - \frac{\dot{\Lambda} c^2}{8\pi G}. \quad (5.9)$$

Nós podemos observar da equação (5.9) que a massa não é conservada a menos que $\dot{G} = k = \Lambda = 0$ ou $\dot{G} = \dot{c} = \dot{\Lambda} = 0$.

Nos modelos VSL, nós consideramos que a densidade de energia ρ está relacionada à densidade de massa ρ_m através da relação $\rho = \rho_m c^2(t)$. Essa relação é obtida a partir da equação para a energia total $E = mc^2$ (onde m é massa relativística), que é admitida como ainda sendo válida para os

modelos estudados nesse capítulo. Para obter a equação de conservação de energia, nós multiplicamos a relação (5.9) por c^2 e reescrevemos o lado direito desta equação da seguinte forma

$$\frac{d}{dt}(\rho_m c^2) + 3(\rho_m c^2 + p) \frac{\dot{a}}{a} = -\rho_m c^2 \frac{\dot{G}}{G} - \frac{c\dot{c}}{4\pi G} \left(\Lambda c^2 - \frac{3kc^2}{a^2} \right) + 2\rho_m c\dot{c} - \frac{\dot{\Lambda}c^4}{8\pi G}. \quad (5.10)$$

A última equação pode ser escrita em uma forma mais elegante se nós definirmos a densidade crítica e o parâmetro de densidade:

$$\rho_{mc} = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (5.11)$$

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_{mc}} = \frac{8\pi G \rho_m}{3H^2}. \quad (5.12)$$

Inserindo a relação (5.3) em (5.10) e usando (5.11) e (5.12), nós obtemos finalmente a equação de conservação de energia

$$\frac{d}{dt}(\rho_m c^2) + 3(\rho_m c^2 + p) \frac{\dot{a}}{a} = -\rho_m c^2 \frac{\dot{G}}{G} - 2\rho_m c\dot{c} \left(\frac{1}{\Omega_m} - 2 \right) - \frac{\dot{\Lambda}c^4}{8\pi G}. \quad (5.13)$$

É interessante destacar que se Λ é constante, (5.13) é independente do valor dessa constante. Além disso, nós notamos que a energia é conservada para uma velocidade da luz dependente do tempo se $\dot{G} = \dot{\Lambda} = 0$ e $\Omega_m = 1/2$.

5.3 Soluções cosmológicas

Nós obtemos soluções numéricas para a equação (5.6) considerando as formas funcionais (5.7) e (5.8) para $\gamma = 1$ e Λ constante. Os resultados

são mostrados nas Figuras 5.1 e 5.2, onde o índice o refere-se ao tempo presente.

Um aspecto interessante da equação (5.6) é que há um acoplamento entre as variações de c e Λ . Utilizar $c \propto a^{-r}$ ou $c \propto H^u$ e $\Lambda = \text{constante}$ é equivalente a considerar $\Lambda \propto a^{-2r}$ ou $\Lambda \propto H^{2u}$ e $c = \text{constante}$, respectivamente. Estas formas de variação para o termo cosmológico já foram utilizadas anteriormente na literatura (Carvalho et al. 1992).

Nós observamos da Figura 5.1 que existem soluções singulares e não-singulares para o fator de escala. No caso de $c \propto a^{-r}$, as soluções são singulares para $r \leq 0.45$ e a idade do universo aumenta com r . Para $r > 0.45$, o modelo é não-singular e inflacionário ($\ddot{a} > 0$).

No outro caso (ver Figura 5.2), $c \propto H^u$, o universo é finito e sua idade aumenta com u para $u \leq 1$. No caso $u > 1$, a solução é não-singular e o fator de escala tende assintoticamente a zero para $t \rightarrow -\infty$.

5.4 Termodinâmica e criação de matéria

O mesmo raciocínio obtido para se obter as equações de campo para o universo homogêneo e isotrópico também é válido para se determinar as leis da termodinâmica e a equação de conservação do número de partículas no referencial preferencial. Toda a análise da termodinâmica e da criação de partículas realizada no Capítulo 3 ainda é válida nos modelos VSL. A única diferença é que para se utilizar aqui as equações desenvolvidas no capítulo 3, a densidade de energia ρ deve ser substituída por $\rho_m c^2$ em todas as equações onde ρ apareça explicitamente. Isso decorre do fato de que os tensores momento-energia dados pelas relações (3.2) e (5.1) têm formas diferentes.

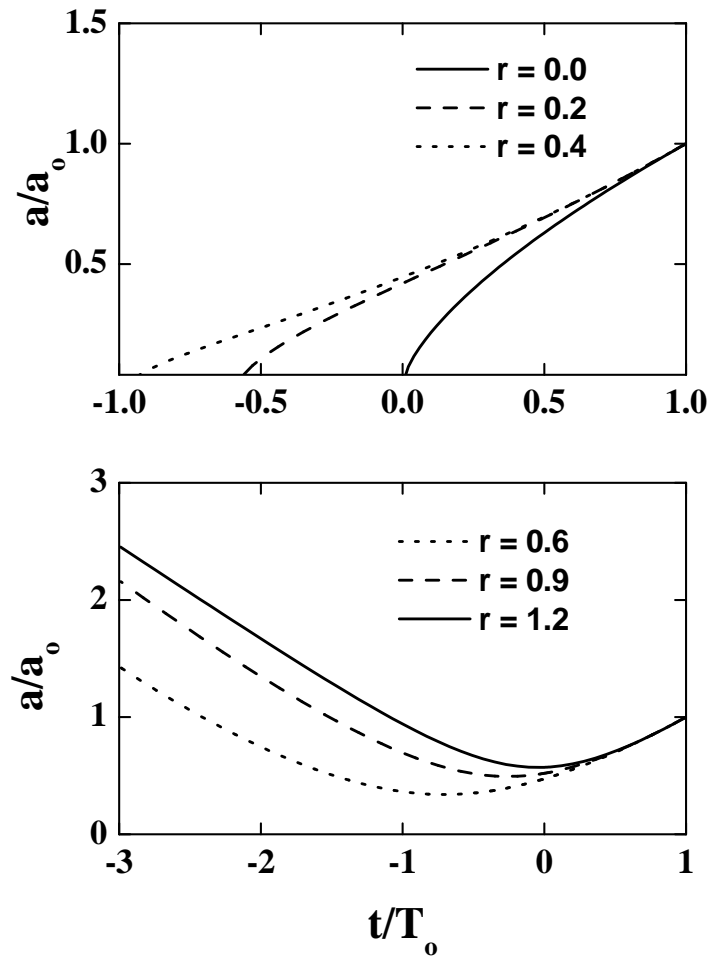


Figura 5.1: Soluções numéricas para o fator de escala no caso de $c \propto a^{-r}$. Dependendo dos valores dos parâmetros r , as soluções podem ser singulares (painéis superiores) e não-singulares (painéis inferiores).

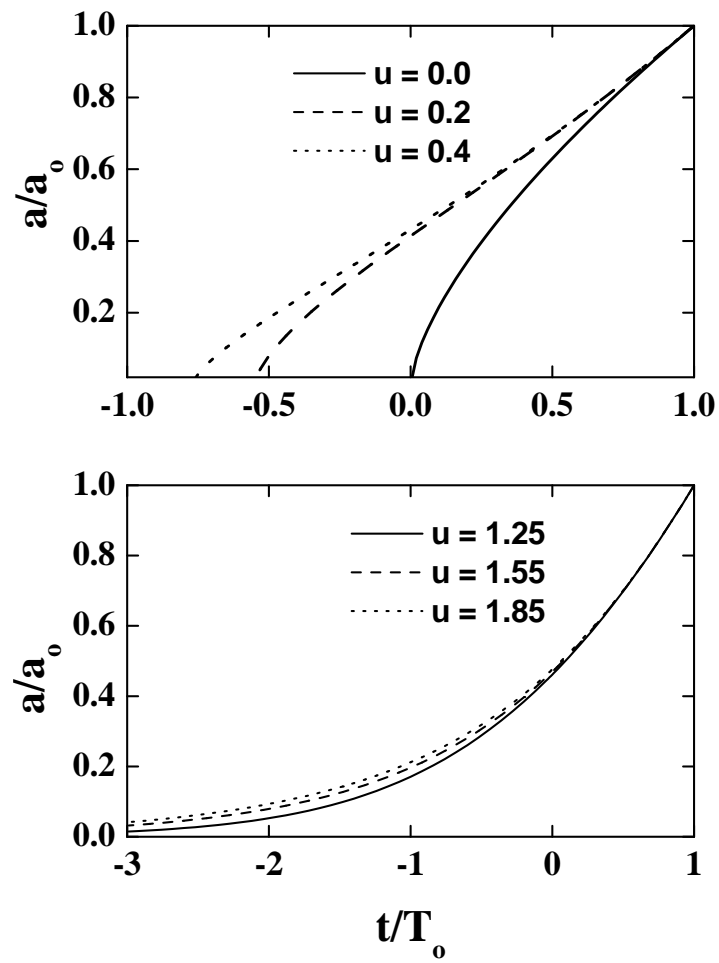


Figura 5.2: Como na Figura 5.1 mas para o caso $c \propto H^u$.

As definições de fluxo de partículas e de fluxo de entropia assim como a segunda lei da termodinâmica e a equação de conservação do número de partículas para os modelos VSL são as mesmas apresentadas no Capítulo 3 e são dadas pelas relações (3.5), (3.6), (3.7) e (3.8). O parâmetro θ que aparece na relação (3.7) pode ser calculado para o elemento de linha de FRW (5.2). Nesse caso, é possível mostrar que

$$\theta = 3H . \quad (5.14)$$

Para completar a análise da termodinâmica e da criação de matéria nos modelos VSL, devemos encontrar a relação entre ψ e \dot{c} , \dot{G} , c , G , Ω_m e ρ_m .

A primeira lei da termodinâmica com criação de matéria e a relação de Euler são

$$TdS = d(\rho_m c^2 V) + pdV - \mu dN, \quad (5.15)$$

$$\mu = \frac{\rho_m c^2 + p}{n} - T\sigma . \quad (5.16)$$

A equação análoga à relação (3.14) é

$$\psi\sigma + \left[\frac{d}{dt}(\rho_m c^2) - (\rho_m c^2 + p) \left(\frac{\psi}{n} - \theta \right) \right] \frac{1}{T} \geq 0. \quad (5.17)$$

Finalmente, usando as relações (5.13) e (5.14), a equação anterior pode ser escrita na forma

$$\psi\sigma + \left[-\rho_m c^2 \frac{\dot{G}}{G} - 2\rho_m c \dot{c} \left(\frac{1}{\Omega_m} - 2 \right) - \frac{\dot{\Lambda} c^4}{8\pi G} - (\rho_m c^2 + p) \left(\frac{\psi}{n} \right) \right] \frac{1}{T} \geq 0. \quad (5.18)$$

5.4.1 Termodinâmica sem criação de matéria ($\psi = 0$)

Para $\dot{G} = \dot{\Lambda} = 0$ e sem nenhuma criação de partículas ($\psi = 0$), a última relação se reduz a

$$\left[\left(2 - \frac{1}{\Omega_m} \right) \right] \frac{c\dot{c}\rho_m}{T} \geq 0. \quad (5.19)$$

Para $\dot{c} < 0$, a segunda lei da termodinâmica exige que

$$\Omega_m \leq \frac{1}{2}. \quad (5.20)$$

Este resultado é consistente com as recentes observações do parâmetro de densidade da matéria que favorecem valores na faixa de $\Omega_m \approx 0.3 - 0.4$.

É importante ressaltar que existe uma dependência implícita de Λ e k na relação (5.19). Para explicitar essa dependência, nós multiplicamos a relação (5.19) por $2a^3$ e utilizamos (5.3) e (5.12). Nós encontramos que

$$\left[2\rho_m - \frac{\Lambda c^2}{4\pi G} + \frac{3kc^2}{4\pi G a^2} \right] \frac{c\dot{c}a^3}{T} \geq 0. \quad (5.21)$$

Para $\dot{c} < 0$, a relação acima implica que

$$2\rho_m - \frac{\Lambda c^2}{4\pi G} + \frac{3kc^2}{4\pi G a^2} \leq 0. \quad (5.22)$$

Esta é a mesma relação estabelecida por Youm (2001c) baseado na segunda lei da termodinâmica. Para satisfazer a condição acima para quaisquer valores de k , é necessário uma constante cosmológica positiva ($\Lambda > 0$) e com valor suficientemente grande. No caso de $\Lambda \leq 0$, somente um universo aberto é compatível com (5.22).

É importante lembrar que a relação (5.20) só é válida para $\dot{G} = 0$. Para explicitar isso, vamos retornar à relação (5.18) e considerar a título de

ilustração dois casos particulares. Para $G \propto c^2$, a condição (5.18) implica que

$$\Omega_m \leq 1, \quad (5.23)$$

ou, de forma equivalente,

$$-\frac{\Lambda c^2}{8\pi G} + \frac{3kc^2}{8\pi G a^2} \leq 0;. \quad (5.24)$$

Se $G \propto c^4$, nós encontramos a partir (5.18) que

$$\Omega_m > 0, \quad (5.25)$$

ou

$$-\rho_m - \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} + \frac{3kc^2}{8\pi G a^2} \leq 0. \quad (5.26)$$

Vemos que para $k = 0$ e $\Lambda \geq 0$, a segunda lei é sempre satisfeita.

5.4.2 Criação de Matéria ($\psi \neq 0$)

Nós agora obteremos a segunda lei da termodinâmica e seus vínculos para o caso onde ocorre produção de partículas ($\psi \neq 0$). Tomando-se σ da relação (5.16) e substituindo-se em (5.18), nós chegamos a expressão

$$S_{;\alpha}^{\alpha} = \left[-\rho_m c^2 \frac{\dot{G}}{G} - 2\rho_m c \dot{c} \left(\frac{1}{\Omega_m} - 2 \right) - \frac{\dot{\Lambda} c^4}{8\pi G} \right] \frac{1}{T} - \frac{\mu \psi}{T} \geq 0. \quad (5.27)$$

Os termos entre colchetes correspondem ao segundo membro da equação de conservação da energia (5.13).

Para completar a descrição da termodinâmica, nós precisamos encontrar uma relação entre os termos de fonte da equação de conservação da energia (5.13) e a taxa de criação de partículas. Seguindo procedimento semelhante ao utilizado por Lima (1996) para estudar a termodinâmica de cosmologias

com decaimento do vácuo, nós podemos perceber que quando $\psi = 0$, o segundo membro da equação (5.13) deve ser igual a zero e não ocorrerá aumento de entropia. Por outro lado, se esses termos de fonte forem positivos, nós devemos ter $\psi > 0$. Levando-se em conta essas condições, nós propomos o seguinte ansatz para ψ

$$\beta\psi = -\rho_m c^2 \frac{\dot{G}}{G} - 2\rho_m c \dot{c} \left(\frac{1}{\Omega_m} - 2 \right) - \frac{\dot{\Lambda} c^4}{8\pi G}, \quad (5.28)$$

onde β é um parâmetro positivo definido. Portanto, a relação (5.27) torna-se

$$S_{;\alpha}^\alpha = \frac{\psi}{T} (\beta - \mu) \geq 0, \quad (5.29)$$

que é satisfeita para $\beta \geq \mu$ se $\psi > 0$ ou para $\beta \leq \mu$ se $\psi < 0$.

Introduzindo a relação de Euler (5.16) em (5.29), nós encontramos que

$$S_{;\alpha}^\alpha = \psi \sigma + \left(\beta - \frac{\rho_m c^2 + p}{n} \right) \frac{\psi}{T}. \quad (5.30)$$

Comparando-se com (3.12), nós temos que

$$\dot{\sigma} = \left(\beta - \frac{\rho_m c^2 + p}{n} \right) \frac{\psi}{nT}. \quad (5.31)$$

Se a criação é adiabática ($\dot{\sigma}=0$) e $\dot{G} = \dot{\Lambda} = 0$, nós observamos das relações (5.28), (5.30) e (5.31) que a segunda lei da termodinâmica exige que

$$\Omega_m \leq 1/2, \quad (5.32)$$

para uma velocidade da luz decrescendo com o tempo. A última condição é a mesma obtida no caso em que não há criação de matéria. Além disso, esta condição também é obtida das relações (5.28) e (5.29) no caso de fótons ($\mu = 0$).

5.5 Caso adiabático

5.5.1 Lei de evolução de temperatura

Para o caso adiabático ($\sigma = \text{constante}$), as relações (3.22) e (5.31) se tornam

$$\frac{d}{dt}(\rho_m c^2) = (\rho_m c^2 + p) \frac{\dot{n}}{n} \quad (5.33)$$

e

$$\beta = \frac{\rho_m c^2 + p}{n}. \quad (5.34)$$

A lei de evolução de temperatura pode ser obtida a partir das equações (3.23) e (5.34). É fácil mostrar que

$$\frac{\dot{T}}{T} = \left[\frac{\partial p}{\partial(\rho_m c^2)} \right] \frac{\dot{n}}{n} - \left\{ nT \left[\frac{\partial(\rho_m c^2)}{\partial T} \right]_n \right\}^{-1} \left\{ T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_n + n \left[\frac{\partial(\rho_m c^2)}{\partial n} \right]_T - n\beta \right\} \psi. \quad (5.35)$$

Utilizando-se o mesmo procedimento utilizado na seção 3.4, a lei de evolução de temperatura para a criação adiabática se reduz a

$$\frac{\dot{T}}{T} = \left[\frac{\partial p}{\partial(\rho_m c^2)} \right] \frac{\dot{n}}{n}. \quad (5.36)$$

Para a equação de estado dada pela relação (5.5), a relação entre n e T é

$$n = b_1 T^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad (5.37)$$

onde b_1 é uma constante. Este último resultado tem a mesma forma de $n(T)$ para o fluido perfeito no modelo cosmológico padrão e é válido apenas para $\gamma \neq 1$.

Agora nós obteremos a relação entre a densidade de energia $\rho_m c^2$ e a temperatura. Combinando-se as relações (5.5) (5.13), (5.28), e (5.34), nós

encontramos que

$$\frac{d}{dt}(\rho_m c^2) + \gamma \rho_m c^2 \theta = \gamma \rho_m c^2 \frac{\dot{\psi}}{n}. \quad (5.38)$$

Introduzindo-se (3.7) em (5.38), a última equação se reduz a

$$\left[\frac{d}{dt}(\rho_m c^2) \right] \left(\frac{1}{\rho_m c^2} \right) = \gamma \frac{\dot{n}}{n} \quad (5.39)$$

cuja solução é

$$\rho_m c^2 = b_2 n^\gamma, \quad (5.40)$$

onde b_2 é uma constante. Utilizando-se as equações (5.37) e (5.40), nós obtemos finalmente que

$$\rho_m c^2 = b_3 T^{\gamma/\gamma-1}, \quad (5.41)$$

onde b_3 é uma constante que depende de γ . A última relação é válida apenas para $\gamma \neq 1$.

Para um universo homogêneo e isotrópico, nós temos que $N \propto na^3$ e a partir da relação (5.37), é fácil mostrar que

$$N^{1-\gamma} T a^{3(\gamma-1)} = \text{constante}. \quad (5.42)$$

Para a radiação ($\gamma = 4/3$), a densidade de partículas, a densidade de energia e a equação (5.42) se reduzem a

$$n = b_1 T^3, \quad (5.43)$$

$$\rho_m c^2 = b_3 T^4, \quad (5.44)$$

$$N^{-1/3} T a = \text{constante}. \quad (5.45)$$

As relações (5.43) e (5.44) também são válidas para a radiação de corpo negro no modelo cosmológico padrão. A relação (5.45) substitui a relação $Ta = \text{constante}$, que é válida para modelos sem criação de matéria.

5.5.2 Número de partículas

Trabalhando-se ainda no caso adiabático, nós podemos estabelecer a expressão para o número de partículas N . Primeiro, nós escrevemos a solução da equação (5.39) da seguinte forma

$$n = n_o \left(\frac{\rho_m c^2}{\rho_{mo} c_o^2} \right)^{1/\gamma}. \quad (5.46)$$

Quando nós multiplicamos a equação anterior por $(a/a_o)^3$ e usamos o fato que $N/N_o = (n/n_o)(a/a_o)^3$, ela se reduz a

$$N = N_o \left(\frac{a}{a_o} \right)^3 \left(\frac{\rho_m c^2}{\rho_{mo} c_o^2} \right)^{1/\gamma}. \quad (5.47)$$

A partir de agora, é necessário obter a dependência entre $\rho_m c^2$ e a para se estabelecer a expressão final para N . Integrando-se a equação de conservação de massa (5.9) e utilizando-se as relações (5.5) e (5.7), nós encontramos que

$$\begin{aligned} \frac{\rho_m c^2}{\rho_{mo} c_o^2} = & \left(\frac{1}{\rho_{mo}} \right) \left[B a_o^{-3\gamma} \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-2r-3\gamma} - \frac{3k c_o^2 r}{4\pi G a_o^2 (3\gamma - 2r - 2)} \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-4r-2} \right. \\ & \left. + \frac{\Lambda r c_o^2}{4\pi G (3\gamma - 2r)} \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-4r} \right], \end{aligned} \quad (5.48)$$

onde B é uma constante de integração. Por outro lado, é mais conveniente expressar esta constante em termos dos parâmetros cosmológicos H_o , Ω_{mo} , Ω_{ko} e $\Omega_{\Lambda o}$. Estes parâmetros são definidos pelas relações

$$H_o = H(t_o), \quad (5.49)$$

$$\Omega_{mo} = \Omega_m(t_o), \quad (5.50)$$

$$\Omega_{ko} = -\frac{k c_o^2}{a_o^2 H_o^2}, \quad (5.51)$$

$$\Omega_{\Lambda o} = \frac{\Lambda c_o^2}{3H_o^2}. \quad (5.52)$$

Estes parâmetros não são todos independentes entre si e a expressão relacionando-os pode ser obtida da equação (5.3) e é dada por

$$\Omega_{\Lambda o} + \Omega_{k o} + \Omega_{m o} = 1. \quad (5.53)$$

O valor da constante B escrita em termos de H_o , $\Omega_{m o}$ e $\Omega_{\Lambda o}$ pode ser obtido se nós inserirmos (5.48) em (5.3) e calcularmos a equação resultante para $t = t_o$. Conseqüentemente, utilizando-se (5.49)-(5.53), encontramos que

$$B = \left(\frac{3}{8\pi}\right) a_o^{3\gamma} H_o^2 \left[1 + \left(\frac{2-3\gamma}{3\gamma-2r-2}\right) (1 - \Omega_{m o} - \Omega_{\Lambda o}) - \left(\frac{3\gamma}{3\gamma-2r}\right) \Omega_{\Lambda o} \right]. \quad (5.54)$$

A expressão final de $\rho_m c^2$ em função do fator de escala a é obtida se nós introduzirmos a última expressão para B na relação (5.48). É fácil mostrar que

$$\frac{\rho_m c^2}{\rho_{m o} c_o^2} = \left(\frac{1}{\Omega_{m o}}\right) \left\{ A_1 \Omega_{k o} \left(\frac{a}{a_o}\right)^{-4r-2} + A_2 \Omega_{\Lambda o} \left(\frac{a}{a_o}\right)^{-4r} + [1 - A_3 \Omega_{k o} - A_4 \Omega_{\Lambda o}] \left(\frac{a}{a_o}\right)^{-2r-3\gamma} \right\}, \quad (5.55)$$

onde

$$A_1 = \frac{2r}{3\gamma - 2r - 2}, \quad (5.56)$$

$$A_2 = \frac{2r}{3\gamma - 2r}, \quad (5.57)$$

$$A_3 = \frac{3\gamma - 2}{3\gamma - 2r - 2}, \quad (5.58)$$

$$A_4 = \frac{3\gamma}{3\gamma - 2r}. \quad (5.59)$$

Introduzindo-se a relação (5.55) em (5.47), nós obtemos finalmente a expressão geral para o número de partículas

$$N = N_o \left(\frac{a}{a_o}\right)^3 \left(\frac{1}{\Omega_{mo}}\right)^{1/\gamma} \left\{ A_1 \Omega_{ko} \left(\frac{a}{a_o}\right)^{-4r-2} + A_2 \Omega_{\Lambda o} \left(\frac{a}{a_o}\right)^{-4r} + [1 - A_3 \Omega_{ko} - A_4 \Omega_{\Lambda o}] \left(\frac{a}{a_o}\right)^{-2r-3\gamma} \right\}^{1/\gamma} \quad (5.60)$$

ou, alternativamente,

$$N = N_o \left(\frac{c}{c_o}\right)^{-3/r} \left(\frac{1}{\Omega_{mo}}\right)^{1/\gamma} \left\{ A_1 \Omega_{ko} \left(\frac{c}{c_o}\right)^{4+2/r} + A_2 \Omega_{\Lambda o} \left(\frac{c}{c_o}\right)^4 + [1 - A_3 \Omega_{ko} - A_4 \Omega_{\Lambda o}] \left(\frac{c}{c_o}\right)^{2+3\gamma/r} \right\}^{1/\gamma}, \quad (5.61)$$

para a forma funcional para c dada por (5.7). Esta expressão mostra explicitamente a dependência entre o número de partículas e a velocidade da luz. É interessante notar que a condição $N > 0$ exige que a expressão entre chaves seja maior que zero.

Para a outra forma funcional de c que depende do parâmetro de Hubble, relação (5.8), não é possível integrar a equação de conservação da massa (5.9) para se obter $\rho_m c^2$ em termos de a . No entanto, se nós combinarmos as equações de campo (5.3) e (5.4) e a equação de estado (5.5), a relação entre H e a torna-se

$$\frac{H^2}{H_o^2} = \left\{ B_1 \Omega_{ko} \left(\frac{a}{a_o}\right)^{-2} + \Omega_{\Lambda o} \right.$$

$$+ [1 - B_1\Omega_{ko} - \Omega_{\Lambda o}] \left(\frac{a}{a_o} \right)^{3\gamma(u-1)} \Bigg\}^{\frac{1}{1-u}}, \quad (5.62)$$

onde

$$B_1 = \frac{(3\gamma - 2)(1 - u)}{(3\gamma - 2)(1 - u) - 2u}, \quad (5.63)$$

Para se obter uma relação entre c e a , nós introduzimos a relação (5.62) em (5.7). É fácil mostrar que

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{c_o} \right)^2 &= \left\{ B_1\Omega_{ko} \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-2} + \Omega_{\Lambda o} \right. \\ &\quad \left. + [1 - B_1\Omega_{ko} - \Omega_{\Lambda o}] \left(\frac{a}{a_o} \right)^{3\gamma(u-1)} \right\}^{\frac{u}{1-u}}. \end{aligned} \quad (5.64)$$

A expressão geral para N com a forma funcional de c dada por (5.8) é determinada se nós combinarmos as relações (5.3), (5.47), (5.62) e (5.64). Com um pouco de álgebra, nós obtemos que

$$\begin{aligned} N &= N_o \left(\frac{a}{a_o} \right)^3 \left(\frac{1}{\Omega_{mo}} \right)^{1/\gamma} \left\{ \left\{ B_1\Omega_{ko} \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-2} + \Omega_{\Lambda o} + [1 - B_1\Omega_{ko} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \Omega_{\Lambda o}] \left(\frac{a}{a_o} \right)^{3\gamma(u-1)} \right\}^{\frac{u+1}{1-u}} - \left\{ B_1\Omega_{ko} \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-2} + \Omega_{\Lambda o} + [1 - B_1\Omega_{ko} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \Omega_{\Lambda o}] \left(\frac{a}{a_o} \right)^{3\gamma(u-1)} \right\}^{\frac{2u}{1-u}} \left\{ \Omega_{\Lambda o} + \Omega_{ko} \left(\frac{a}{a_o} \right)^{-2} \right\} \right\}^{1/\gamma}. \end{aligned} \quad (5.65)$$

Neste caso, não é possível obter explicitamente a relação entre N e c .

5.5.3 Taxa de produção de partículas

Para se obter a expressão de ψ no caso adiabático, nós combinamos (5.5), (5.28) and (5.34) com $\dot{G} = \dot{\Lambda} = 0$ e temos

$$\psi = -\frac{2n\dot{c}}{\gamma c} \left[\frac{1}{\Omega_m} - 2 \right]. \quad (5.66)$$

Podemos eliminar a dependência explícita em c da relação anterior se utilizarmos a forma funcional definida por (5.7). A partir dela, nós obtemos que

$$\frac{\dot{c}}{c} = -rH. \quad (5.67)$$

Introduzindo-se a relação (5.67) em (5.66), nós encontramos que

$$\psi = \frac{2nr}{\gamma} H \left[\frac{1}{\Omega_m} - 2 \right]. \quad (5.68)$$

Esta última expressão tem uma dependência implícita em k e Λ através da relação $\Omega_k + \Omega_\Lambda + \Omega_m = 1$, onde os dois primeiros termos são definidos por (5.51) e (5.52), respectivamente, mas sem o índice o . Nós percebemos da relação (5.68) que o caso onde $k = \Lambda = 0$ não é possível, uma vez que $\Omega_m = 1$ e viola a segunda lei da termodinâmica. Para $\dot{c} < 0$, o vínculo $\Omega_m \leq 1/2$ garante que ψ é sempre positiva. Para $k = 0$ e $\Lambda \neq 0$ e assumindo $\Omega_{mo} = 0.3$, a taxa de produção de partículas no tempo presente é, para $\gamma = 1$,

$$\psi_o = 2n_o r H_o \left[\frac{1}{\Omega_{mo}} - 2 \right] = 2.6 r n_o H_o, \quad (5.69)$$

onde nós admitimos que $\Omega_{mo} \sim 0.3$. Comparando-se (5.69) com a taxa de criação do modelo “steady state” $\psi_{oss} = n_o H_o$, nós temos que

$$\frac{\psi_o}{\psi_{oss}} = 2.6r. \quad (5.70)$$

Vamos agora considerar a outra forma funcional de c que é definida pela relação (5.8). Neste caso, nós encontramos que

$$\frac{\dot{c}}{c} = u \left(\frac{\dot{H}}{H} \right). \quad (5.71)$$

Para expressar a taxa de criação de partículas ψ em termos de H , Ω_m e Ω_Λ , nós combinamos as relações (5.3), (5.4) e (5.5) para dar

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2 = - \left(\frac{4\pi G}{3} \right) (3\gamma - 2)\rho_m + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (5.72)$$

$$\frac{\dot{H}}{H} = - \left[\left(\frac{3\gamma - 2}{2} \right) \Omega_m + 1 - \Omega_\Lambda \right] H. \quad (5.73)$$

Combinando-se as relações (5.71), (5.73) e (5.66), nós obtemos finalmente que

$$\psi = \frac{2nu}{\gamma} \left[\left(\frac{3\gamma - 2}{2} \right) \Omega_m + 1 - \Omega_\Lambda \right] \left[\frac{1}{\Omega_m} - 2 \right] H. \quad (5.74)$$

Para $k = 0$ e $\Lambda \neq 0$, a taxa de criação de partículas no tempo presente é

$$\psi_o = 2n_o u H_o \left[\left(\frac{1}{2} \right) \Omega_{mo} + 1 - \Omega_{\Lambda o} \right] \left[\frac{1}{\Omega_{mo}} - 2 \right] = 1.17 u n_o H_o, \quad (5.75)$$

onde nós admitimos $\Omega_{mo} \sim 0.3$ e $\Omega_{\Lambda o} \sim 0.7$. Comparando-se (5.75) com a taxa de criação do modelo “steady state”, nós encontramos que

$$\frac{\psi_o}{\psi_{oss}} = 1.17u. \quad (5.76)$$

5.6 Espectro adiabático de corpo negro

Nesta seção, nós obteremos a fórmula para o espectro da radiação de corpo negro quando ocorre criação adiabática de fótons. Para o modelo

cosmológico padrão, nós temos que h , c e N são constantes e a distribuição Planckiana é dada pela relação

$$\rho_T(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (5.77)$$

Nesta análise, nós consideramos k como sendo a constante universal de Boltzmann. Fazendo-se a substituição $x = h\nu/kT$ em (5.77), nós podemos integrar a distribuição (5.77) para achar a densidade de energia total

$$\rho(T) = \int_0^\infty \rho_T(\nu) d\nu = b_3 T^4, \quad (5.78)$$

onde

$$b_3 = \frac{8\pi k^4}{c^3 h^3} \left[\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \right]. \quad (5.79)$$

Para preservar a forma planckiana do espectro ao longo da expansão do universo, nós necessitamos de duas condições: o argumento da função exponencial (5.77) e b_3 devem ser independentes do tempo. No caso do modelo cosmológico padrão, $\nu \propto c/a$ e, como h e c são constantes, a relação ($aT = \text{constante}$) satisfaz essas duas condições e preserva a forma planckiana do espectro.

A generalização da distribuição planckiana para o caso de criação adiabática de fótons nos modelos VSL pode ser obtida se nós usarmos as mesmas condições descritas no parágrafo anterior. Utilizando-se este procedimento junto com as relações $N^{-1/3}Ta = \text{constante}$ e $\nu \propto c/a$, nós obtemos que

$$\rho_T(\nu) = \left(\frac{N}{N_o} \right)^{4/3} \left(\frac{c}{c_o} \right)^{-4} \frac{8\pi h_o}{c_o^3} \frac{\nu^3}{\exp \left[\left(\frac{N}{N_o} \right)^{1/3} \left(\frac{c}{c_o} \right)^{-1} \frac{h_o \nu}{kT} \right] - 1}, \quad (5.80)$$

onde c_o e h_o são os valores presentes da velocidade da luz e da constante de Planck .

A partir da relação (5.80), nós percebemos que para $\nu \propto c/a$, a condição (5.45) garante que o argumento da distribuição planckiana é independente do tempo. Além disso, se nós mudarmos da variável ν para x através da substituição $x = (N/N_o)^{1/3}(c/c_o)^{-1}h_o\nu/kT$, nós podemos derivar as relações (5.78) e (5.79), como já era esperado.

Para estabelecer a distribuição planckiana em termos do comprimento de onda λ , nós utilizamos a seguinte relação

$$\rho_T(\lambda) = -\rho_T(\nu)\frac{d\nu}{d\lambda}. \quad (5.81)$$

Desde que $\nu = c/\lambda$ e $d\nu/d\lambda = -c/\lambda^2$, a equação (5.81) se reduz a

$$\rho_T(\lambda) = \left(\frac{N}{N_o}\right)^{4/3} \frac{8\pi h_o c_o}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\left(\frac{N}{N_o}\right)^{1/3} \frac{h_o c_o}{\lambda k T}\right] - 1}. \quad (5.82)$$

O comprimento de onda no qual $\rho_T(\lambda)$ assume seu valor máximo é

$$\lambda_m T = 0.289 \left[\frac{N(t)}{N_o}\right]^{1/3}. \quad (5.83)$$

Portanto, sabendo-se que no passado $N(t) < N_o$, para um dado redshift z , a energia típica de um fóton cuja distribuição espectral é dada por (5.81) será menor do que a energia de um fóton que obedece o espectro de corpo negro clássico (para h , c e N constantes). Além disso, desde que a relação entre o fator de escala e o redshift é $a = a_o(1+z)^{-1}$, nós obtemos da relação (5.45) que

$$T = T_o(1+z) \left[\frac{N(t)}{N_o}\right]^{1/3}, \quad (5.84)$$

que é a mesma relação obtida no modelo cosmológico padrão com criação adiabática de matéria. Nós observamos da relação (5.84) que em modelos VSL com criação adiabática de matéria, o universo é mais frio que no modelo cosmológico padrão sem criação de matéria.

5.7 Termodinâmica e criação de matéria em um universo plano

Nesta seção, nós resolvemos numericamente as equações de campo e a equação de conservação do número de partículas. Nós consideramos um universo plano com $\gamma = 1$ para uma criação adiabática de partículas. Os resultados são mostrados nas Figuras 5.3-5.6. Nós obtemos a/a_o , Ω_Λ , Ω_m , $\psi/n_o H_o$ e N/N_o em função do tempo cosmológico para as duas formas possíveis de c variando com o tempo apresentadas neste capítulo. Em ambos os os modelos, o fator de escala é obtido através da equação (5.6).

A solução numérica para $a(t)$ será utilizada para calcular as outras grandezas físicas que são mostradas nas Figuras 5.3-5.6. A partir de (5.52), podemos obter a relação $\Omega_\Lambda = \Omega_{\Lambda o}(H/H_o)^2(c/c_o)^2$ para o parâmetro de densidade da constante cosmológica. Utilizando-se a relação $H = \dot{a}/a$ e as formas funcionais (5.7) e (5.8), podemos encontrar a dependência temporal de Ω_Λ para $c \propto a^{-r}$ (modelo 1) e $c \propto H^u$ (modelo 2), respectivamente. Como nós estamos considerando um universo plano, a equação $\Omega_m = 1 - \Omega_\Lambda$ permite calcular o parâmetro de densidade da matéria para ambos os modelos. Para $c \propto a^{-r}$, o número de partículas é obtido a partir da Equação (5.60). Para $c \propto H^u$, os valores de $N(t)/N_o$ são calculados através da Equação (5.65).

No caso da lei de decaimento $c \propto a^{-r}$, a taxa de criação é calculada a

partir da relação $H = \dot{a}/a$, de Ω_m e das Equações (5.46), (5.55) e (5.68). De forma análoga, para a obtenção da dependência temporal de ψ no modelo 2, devemos utilizar o parâmetro de Hubble, o parâmetro de densidade de matéria, a relação $n = Na^{-3}$ e as Equações (5.46), (5.65) e (5.74).

Os resultados obedecem o vínculo $\Omega_m \leq 1/2$ e têm o seguinte comportamento: No modelo 1, $c \propto a^{-r}$, o universo tem uma idade finita, é não-singular, a taxa de criação de partículas é sempre positiva e o número de partículas aumenta. Para $r < 0.45$ (Figura 5.3), o valor inicial dos parâmetros de densidade Ω_m e Ω_Λ é 0.5 e eles tendem para seus valores presentes 0.7 e 0.3, respectivamente. Para $r > 0.45$ (Figura 5.4), os parâmetros de densidade iniciam em $\Omega_\Lambda = 1$ e $\Omega_m = 0$ e tendem, respectivamente, para seus valores presentes 0.7 e 0.3.

No modelo 2, $c \propto H^u$, a taxa de criação de partículas é positiva e o número de partículas sempre aumenta. Para $u < 1$ (Figura 5.5), o universo tem uma idade finita, os parâmetros de densidade iniciam em $\Omega_m = \Omega_\Lambda = 0.5$ e comportam-se como no modelo 1. Para $u > 1$ (Figura 5.6), o universo é eterno e os parâmetros de densidade Ω_Λ e Ω_m tendem assintoticamente para 1 e 0, respectivamente, quando t tende para $-\infty$.

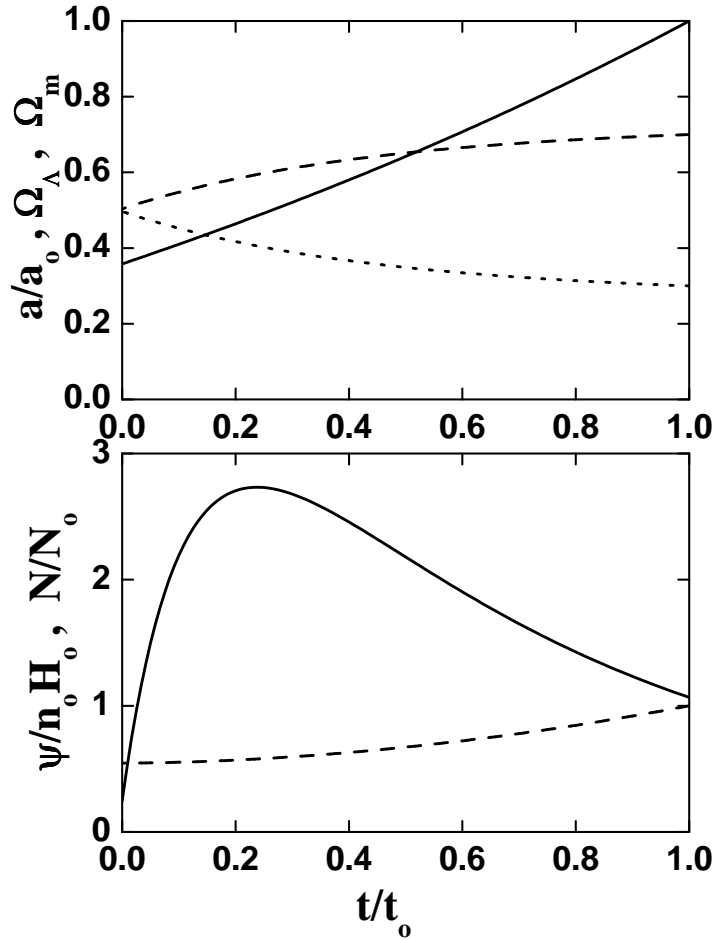


Figura 5.3: A Figura mostra os parâmetros do modelo $c \propto a^{-r}$ para $r = 0.4$. O painel superior mostra a/a_0 (linha sólida), Ω_Λ (linha tracejada) e Ω_m (linha pontilhada). O painel inferior mostra $\psi/n_0 H_0$ (linha sólida) e N/N_0 (linha tracejada). Nós consideramos $H_0 = 65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, $\Omega_{m0} = 0.3$ e $\Omega_{\Lambda 0} = 0.7$.

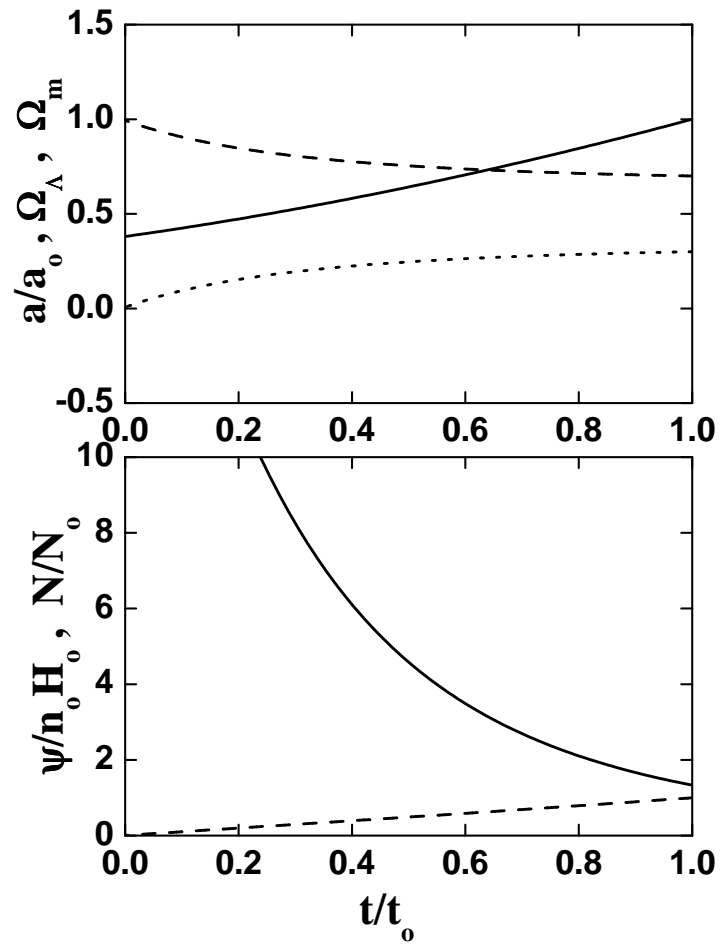


Figura 5.4: Como na Figura 5.3 mas para $r = 0.5$.

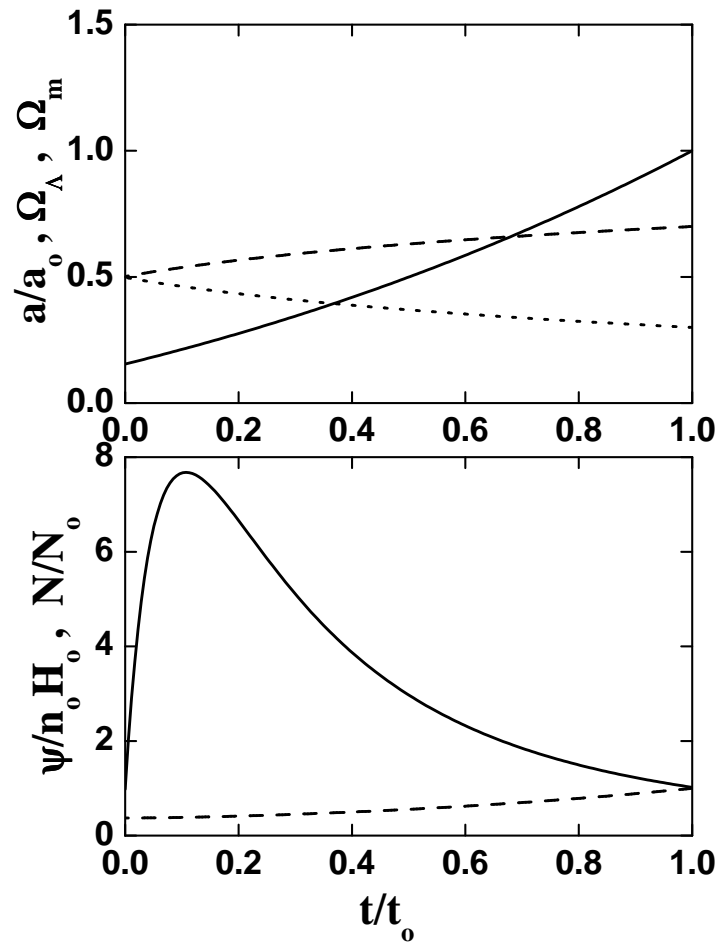


Figura 5.5: Como na Figura 5.3 mas para $c \propto H^u$ e $u = 0.85$.

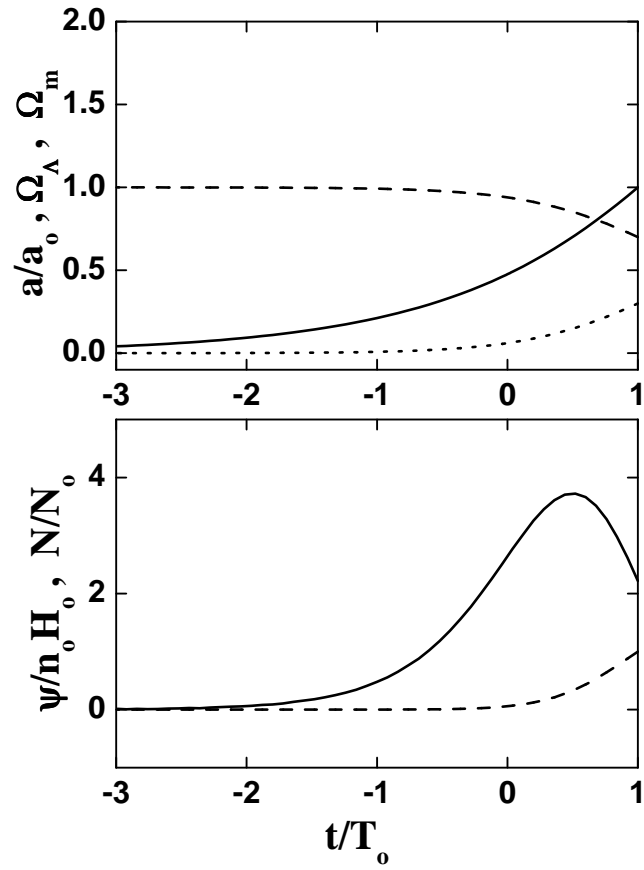


Figura 5.6: Como na Figura 5.3 mas para $c \propto H^u$, $T_o = (2/3)H_o^{-1}$ e $u = 1.85$.

Capítulo 6

Termodinâmica e criação de matéria em cosmologias com eletrodinâmica não-linear

6.1 Introdução

Uma dificuldade fundamental dos modelos cosmológicos com geometria de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) é a predição de um estado inicial singular para o universo onde todos os invariantes de curvatura e algumas grandezas materiais como pressão, densidade de energia e temperatura tornam-se infinitas (Misner et al. 1973). A rigor, “a quebra das leis da física na singularidade” é uma clara manifestação da inconsistência matemática e da incompletude física de qualquer modelo cosmológico.

Para resolver o problema citado no parágrafo anterior, várias tentativas baseadas nos mais diversos mecanismos têm sido propostas na literatura. Algumas propostas que tentam desenvolver uma bem comportada e mais completa descrição do universo incluem: lagrangianas quadráticas e outras teorias alternativas para o campo gravitacional (Mukhanov e Brandenberger 1992), as cosmologias com campo de criação (Narlikar e Padman-

abhan 1985), uma grande densidade de energia do vácuo em épocas muito remotas do universo (Kolb e Turner 1990) e acoplamentos não-mínimos (Novello e Salim 1979).

Nos últimos anos, um interessante mecanismo que evita a singularidade cósmica através de uma teoria eletromagnética não-linear tem sido discutido na literatura (De Lorenci et al. 2002; Camara et al. 2004). A lagrangeana associada a essa teoria e a eletrodinâmica resultante da mesma podem ser justificadas teoricamente baseando-se em diferentes argumentos. Uma das possibilidades é adicionar termos não-lineares à lagrangeana padrão de Maxwell através da imposição de simetrias tais como conservação de paridade, invariância de Gauge, invariância de Lorentz, etc (Novello e Salim 1979; Novello et al. 1996) ou pela introdução de correções quânticas de primeira ordem na eletrodinâmica de Maxwell (Heisenberg e Euler 1936). É importante notar que as correções não-lineares devem também ser importantes para evitar a singularidade do buraco negro. Realmente, uma solução exata e regular para o buraco negro foi obtida com base em uma eletrodinâmica não-linear e dual como proposta por Salazar et al. (1987) e Ayón-Beato e Garcia (1998).

Neste trabalho, nós extendemos a análise de De Lorenci et al. (2002) usando diferentes ingredientes e investigamos a criação de matéria no contexto da eletrodinâmica não-linear. As correções não-lineares na pressão são interpretadas como uma pressão adicional, responsável pela criação adiabática de matéria em um universo plano de FRW com termo cosmológico $\Lambda(t)$. Dentro deste capítulo, nós obtemos soluções analíticas para o fator de escala e o campo magnético para três situações: $\Lambda = 0$, $\Lambda = \text{constante}$ e $\Lambda \propto H^2$ (termo cosmológico proporcional ao parâmetro de Hubble). As principais restrições físicas, incluindo o intervalo de tempo

onde as correções não-lineares devem ser importantes também são discutidas. Além disso, também são calculados outros parâmetros tais como densidade de energia, as pressões, o número de partículas e a taxa de criação adiabática de partículas. Finalmente, serão obtidos os vínculos impostos pela segunda lei da termodinâmica sobre todos esses parâmetros.

6.2 Equações básicas

Como já é conhecido na literatura, a densidade lagrangeana para o campo eletromagnético na eletrodinâmica de Maxwell pode ser escrita conforme a relação

$$\mathcal{L}_{(MAXWELL)} = -\frac{1}{4\mu_o} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -\frac{1}{4\mu_o} F, \quad (6.1)$$

onde $F^{\mu\nu}$ é o tensor intensidade de campo eletromagnético e μ_o é a permeabilidade magnética. O tensor momento-energia é então dado por

$$T_{\mu\nu}^{(MAXWELL)} = \left(\frac{1}{\mu_o} \right) \left[F_{\mu\alpha} F^{\alpha}_{\nu} + \frac{1}{4} F g_{\mu\nu} \right]. \quad (6.2)$$

Neste capítulo, nós propomos a densidade lagrangeana estendida para o campo eletromagnético

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4\mu_o} F + \omega F^2 + \eta F^{*2}, \quad (6.3)$$

onde ω e η são constantes arbitrárias e os escalares F e F^* são definidos pelas relações (2.24) e (2.25). Para a densidade lagrangeana (6.3), o tensor momento-energia correspondente torna-se

$$T_{\mu\nu} = -4 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F} F_{\mu}^{\alpha} F_{\alpha\nu} + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F^*} F^* - \mathcal{L} \right) g_{\mu\nu}. \quad (6.4)$$

Vamos agora considerar as expressões anteriores no contexto de modelo cosmológico homogêneo e isotrópico com a geometria plana de FRW. Neste

caso, o elemento de linha é dado pela relação

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) [dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2] . \quad (6.5)$$

Naturalmente, o campo eletromagnético só pode ser compatível com um universo espacialmente homogêneo e isotrópico se esse campo for considerado em suas propriedades médias (Tolman e Ehrenfest 1930). Portanto, aplicando-se o procedimento padrão para a média espacial do campo eletromagnético, nós encontramos que

$$\langle E_i \rangle = 0 , \quad (6.6)$$

$$\langle B_i \rangle = 0 , \quad (6.7)$$

$$\langle E_i E_j \rangle = -\frac{1}{3} E^2 g_{ij} , \quad (6.8)$$

$$\langle B_i B_j \rangle = -\frac{1}{3} B^2 g_{ij} , \quad (6.9)$$

$$\langle E_i B_j \rangle = 0 . \quad (6.10)$$

As equações (6.6) - (6.10) implicam em

$$\langle F_{\mu\alpha} F^{\alpha}_{\mu} \rangle = \frac{2}{3} \left(\epsilon_o E^2 + \frac{B^2}{\mu_o} \right) \frac{U_\mu U_\nu}{c^2} + \frac{1}{3} \left(\epsilon_o E^2 - \frac{B^2}{\mu_o} \right) g_{\mu\nu} , \quad (6.11)$$

onde U_μ é a quadri-velocidade. Sob estas condições, o valor médio do tensor momento-energia toma a forma de um fluido perfeito:

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\rho + p) \frac{U_\mu U_\nu}{c^2} - p g_{\mu\nu} \quad (6.12)$$

onde a densidade de energia ρ e a pressão p têm a forma bem conhecida

$$\rho = \frac{1}{2} \left(\epsilon_o E^2 + \frac{B^2}{\mu_o} \right) , \quad (6.13)$$

$$p = \frac{1}{3} \rho . \quad (6.14)$$

Para analisar as consequências do uso da densidade lagrangeana modificada (6.3), nós consideramos que, para o campo eletromagnético definido estocasticamente, somente o valor médio do quadrado do campo magnético B^2 é relevante nos primórdios do Universo, ou seja, nós utilizamos as equações (6.6) - (6.10) com $\langle E^2 \rangle = 0$. Neste modelo, nós consideramos que um campo elétrico homogêneo em um plasma deve originar uma corrente elétrica de partículas carregadas e então decair rapidamente. Portanto, diferente do que acontece com o campo magnético, não há razão para presumir a existência de um campo elétrico cosmológico. Realmente, desde as últimas seis décadas, têm sido reconhecido que modelos cosmológicos com um campo elétrico em larga escala estão totalmente fora da realidade (ver por exemplo, Zeldovich e Novikov (1983)). Naturalmente, isso não significa que o termo $\langle E^2 \rangle$ que aparece em nosso procedimento estocástico possa ser desprezado em comparação com $\langle B^2 \rangle$, mas nós devemos esperar que sua influência seja pequena para regimes especiais, como por exemplo, quando o plasma é tratado com base na aproximação da magnetohidrodinâmica. Para um gás denso e ionizado, por exemplo, a frequência das colisões pode ser tão alta que o campo elétrico e seu momento devem surgir somente como uma consequência do movimento do fluido, ou como um resultado da distribuição de cargas externas ou de campos magnéticos variáveis com o tempo. Este comportamento deve acontecer em um plasma primordial (abaixo da temperatura de Planck) porque o raio de Debye $\sim (T/n)^{1/2}$ é muito pequeno em comparação com a escala macroscópica relevante para modelos cosmológicos não-singulares: o raio de Hubble $cH(t)^{-1}$. Levando-se em conta essas considerações, nós retornamos as equações básicas e supomos que $\langle E^2 \rangle$ pode ser desprezado e que a relação (6.12) ainda é válida, mas a densidade de energia e

pressão total P agora são

$$\rho = \frac{1}{2\mu_o} B^2 (1 - 8\mu_o\omega B^2), \quad (6.15)$$

$$P = \frac{1}{6\mu_o} B^2 (1 - 40\mu_o\omega B^2) = \frac{1}{3}\rho - \frac{16}{3}\omega B^4. \quad (6.16)$$

Nós podemos reescrever a última expressão como $P = p + p'$, onde p é dada pela equação (6.14) e será chamada a partir de agora de pressão de equilíbrio, enquanto que p' obedece a relação

$$p' = -\frac{16\omega B^4}{3}. \quad (6.17)$$

Neste capítulo, a pressão adicional p' é devido a não-linearidade da eletrodinâmica e é interpretada como uma fonte de criação de matéria. Nós a denominamos de pressão de não-equilíbrio.

Note que a condição de energia fraca ($\rho > 0$) é obedecida para

$$B < \frac{1}{2\sqrt{2\mu_o\omega}}, \quad (6.18)$$

enquanto que a pressão total alcançará valores negativos somente se

$$B > \frac{1}{2\sqrt{10\mu_o\omega}}. \quad (6.19)$$

Por outro lado, muitos autores acreditam que o universo evoluiu através de algumas transições de fase, produzindo uma densidade de energia do vácuo que no presente é no mínimo 118 ordens de grandeza de magnitude menor que no tempo de Planck (Weinberg 1989). Tal discrepância entre a previsão teórica (obtida a partir de uma moderna teoria microscópica de partículas e de gravitação) e as observações empíricas constituem um problema fundamental de interface unindo astrofísica, física de partículas e cosmologia. Ele é usualmente chamado de “o problema da constante

cosmológica” (Weinberg 1989, Dolgov 1997). Além disso, as observações das supernovas tipo Ia (Perlmutter et al. 1998) sugerem que o conteúdo energético atual do universo é gravitacionalmente repulsivo e se parece com algum tipo de energia escura (provavelmente de origem primordial). Isso tem estimulado o interesse recente em modelos contendo uma componente extra e que leva em conta a era presente de aceleração do universo (Peebles e Ratra 2003). Uma possível classe dessas cosmologias se baseiam em modelos fenomenológicos governados por um termo cosmológico $\Lambda(t)$ constante ou dependente do tempo. (ver, por exemplo, (Carvalho et al. 1992; Sahni e Starobinsky 2000)). O termo cosmológico deve ser considerado como a componente de um segundo fluido com densidade de energia, $\rho_\Lambda(t) = \Lambda(t)c^4/8\pi G$. As condições sobre as quais este tipo de cosmologia pode ser descrita através de um campo escalar acoplado a um fluido perfeito também tem sido discutido na literatura (Peebles e Ratra 2003; Sahni e Starobinsky 2000). Neste trabalho, nós consideramos um modelo com decaimento de Λ , mas na presença de um campo magnético primordial. Para o elemento de linha definido por (6.5), as equações de campo de Einstein (ECE) são

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} \rho + \frac{\Lambda(t)c^2}{3}, \quad (6.20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda(t)c^2}{3} - \frac{4\pi G}{3c^2} (\rho + 3P), \quad (6.21)$$

enquanto a lei de conservação da energia pode ser escrita como

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = -\frac{\dot{\Lambda}c^4}{8\pi G} + 16\omega B^4 H. \quad (6.22)$$

onde o ponto representa a derivada com respeito ao tempo cósmico t .

Na equação de conservação da energia (6.22), percebemos que a criação de energia depende da variação temporal de Λ , da correção não-linear

no campo magnético e da taxa de expansão do universo. Não há dependência das variações das constantes fundamentais c e G e nem do valor do parâmetro de densidade, como é observado na equação de conservação da energia (5.13).

Substituindo (6.15) e (6.16) nas equações de Einstein (6.20) - (6.22), nós obtemos que

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{4\pi G}{3c^2} \frac{B^2}{\mu_o} (1 - 8\mu_o\omega B^2) + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (6.23)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{4\pi G}{3c^2} \frac{B^2}{\mu_o} (1 - 24\mu_o\omega B^2), \quad (6.24)$$

$$\frac{B}{\mu_o} (1 - 16\mu_o\omega B^2) \left(\dot{B} + 2\frac{\dot{a}}{a} B \right) = -\frac{\dot{\Lambda} c^4}{8\pi G}. \quad (6.25)$$

Utilizando-se as equações (6.15) e (6.20) em (6.21), nós encontramos

$$a\ddot{a} + \dot{a}^2 - \frac{2}{3}\Lambda c^2 a^2 - \left(\frac{64\pi G w}{3c^2} \right) B^4 a^2 = 0. \quad (6.26)$$

O termo proporcional a B^4 é consequência das correções não-lineares na Lagrangeana. Percebe-se também que se a constante de acoplamento ω é zero, as equações de FRW para um universo preenchido por radiação mais um termo cosmológico Λ no contexto da eletrodinâmica de Maxwell são recuperadas. Resolvendo-se quaisquer duas das equações acima, nós podemos discutir se os termos não-lineares adicionados a lagrangeana de Maxwell conseguem evitar a singularidade primordial.

6.3 Modelos com $\Lambda = 0$

Este é o caso estudado por De Lorenci et al. (2002) onde uma solução não-singular e particular foi encontrada. A seguir, nós obteremos uma solução

geral e mostraremos como recuperar o resultado obtido por De Lorenci et al. (2002). Primeiramente, nós observamos que se B é uma função dependente do tempo e Λ permanece constante, a equação (6.25) pode ser facilmente integrada para dar

$$B(t) = B_o \left(\frac{a_o}{a} \right)^2, \quad (6.27)$$

onde B_o é uma constante de integração. O subscrito o não significa o valor atual de uma determinada quantidade. Ele somente indica seu valor em um tempo arbitrário t_o , que aparece na solução geral de $a(t)$ como uma segunda constante de integração. Esta constante t_o foi arbitrariamente escolhida em De Lorenci et al. (2002). Portanto, $B_o = B(t_o)$ se $a_o = a(t_o)$ (no referido artigo a_o foi considerado com tendo valor unitário). É importante ressaltar que a relação (6.27) ainda é válida para $\Lambda = \text{constante} \neq 0$. Substituindo $B(a)$ em (6.26), nós encontramos que

$$a\ddot{a} + \dot{a}^2 - \left(\frac{64\pi G w B_o^4 a_o^8}{3c^2} \right) a^{-6} = 0. \quad (6.28)$$

A solução geral da equação acima é

$$a(t) = a_o \left[4\alpha_o^2 (t - t_o)^2 + 4\alpha_o\beta_o (t - t_o) + 1 \right]^{1/4}, \quad (6.29)$$

onde nós definimos

$$\alpha_o \equiv \sqrt{\frac{4\pi G}{3\mu_o c^2}} B_o \quad (6.30)$$

e

$$\beta_o \equiv \pm \sqrt{1 - 8\mu_o \omega B_o^2}. \quad (6.31)$$

Para comparar com os resultados de De Lorenci et al. (2002), nós reescreveremos (6.29) na forma

$$a(t) = a_o (4\alpha_o^2 t^2 + 4\alpha_o\gamma_o t + \delta_o)^{1/4}, \quad (6.32)$$

com

$$\gamma_o \equiv \beta_o - 2\alpha_o t_o \quad (6.33)$$

e

$$\delta_o \equiv 4\alpha_o t_o (\alpha_o t_o - \beta_o) + 1 . \quad (6.34)$$

O termo linear em t no parêntesis da Eq. (6.32) não aparece na solução de De Lorenci et al. (2002). Isto acontece porque a constante de integração arbitrária t_o foi escolhida

$$t_o = \frac{\beta_o}{2\alpha_o} = \frac{1}{2B_o} \sqrt{\frac{3\mu_o c^2(1 - 8\mu_o \omega B_o^2)}{4\pi G}} . \quad (6.35)$$

O comportamento temporal do campo magnético é facilmente obtido de (6.27) e (6.32). Nós encontramos que

$$B(t) = \frac{B_o}{(4\alpha_o^2 t^2 + 4\alpha_o \gamma_o t + \delta_o)^{1/2}} , \quad (6.36)$$

com a densidade de energia e a pressão total definidos pelas Eqs. (6.15) e (6.16), respectivamente. Percebe-se também que o parâmetro de Hubble pode ser escrito como

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\alpha_o [2\alpha_o(t - t_o) + \beta_o]}{[4\alpha_o^2(t - t_o)^2 + 4\alpha_o\beta_o(t - t_o) + 1]} , \quad (6.37)$$

que torna-se, para $t = t_o$

$$H_o \equiv H(t_o) = \alpha_o \beta_o = B_o \sqrt{\frac{4\pi G(1 - 8\mu_o \omega B_o^2)}{3\mu_o c^2}} . \quad (6.38)$$

Em De Lorenci et al. (2002), a letra H é usada para representar o campo magnético. A partir de (6.32), nós vemos que, para grandes valores de t , nós recuperamos a solução clássica para os universos dominados por radiação, $a(t) \propto t^{1/2}$. Alternativamente, nós observamos a partir da relação (6.15)

que esta solução é recuperada para valores de t , quando o campo magnético obedece a condição

$$8\mu_o\omega B^2 \ll 1. \quad (6.39)$$

O aspecto mais interessante de (6.32) é que a função quadrática dentro do parêntesis não tem raízes reais para $\omega > 0$, sendo positiva para qualquer valor de t . Portanto, o modelo é não-singular com $a(t)$ alcançando o valor mínimo $a_{min} = a_o (8\mu_o\omega B_o^2)^{1/4}$ no tempo $t_{min} = -\frac{\gamma_o}{2\alpha_o} = t_o - \frac{\beta_o}{2\alpha_o}$. O universo começa arbitrariamente grande para $t \ll t_{min}$, decresce até atingir um valor mínimo em t_{min} e então começa a expandir. Os valores do campo magnético e da densidade de energia em t_{min} são

$$B(t_{min}) = \frac{1}{2\sqrt{2\mu_o\omega}}, \quad (6.40)$$

$$\rho(t_{min}) = 0. \quad (6.41)$$

Se a solução (6.32) puder descrever toda evolução do universo em suas épocas primordiais, isso implica na existência de uma era inflacionária ($\ddot{a} > 0$) no intervalo

$$t_{min} - t_I < t < t_{min} + t_I, \quad (6.42)$$

onde

$$t_I = \sqrt{\frac{3\mu_o^2\omega c^2}{\pi G}}. \quad (6.43)$$

A Figura 6.1 mostra o fator de escala, o campo magnético, a densidade de energia e a pressão total como função do tempo para um valor definido de B_o . É importante ressaltar que a solução clássica é resgatada para valores de t muito maiores que t_{min} com o universo entrando em um fase padrão de radiação. Como é mostrado na Figura 6.1, as correções não-

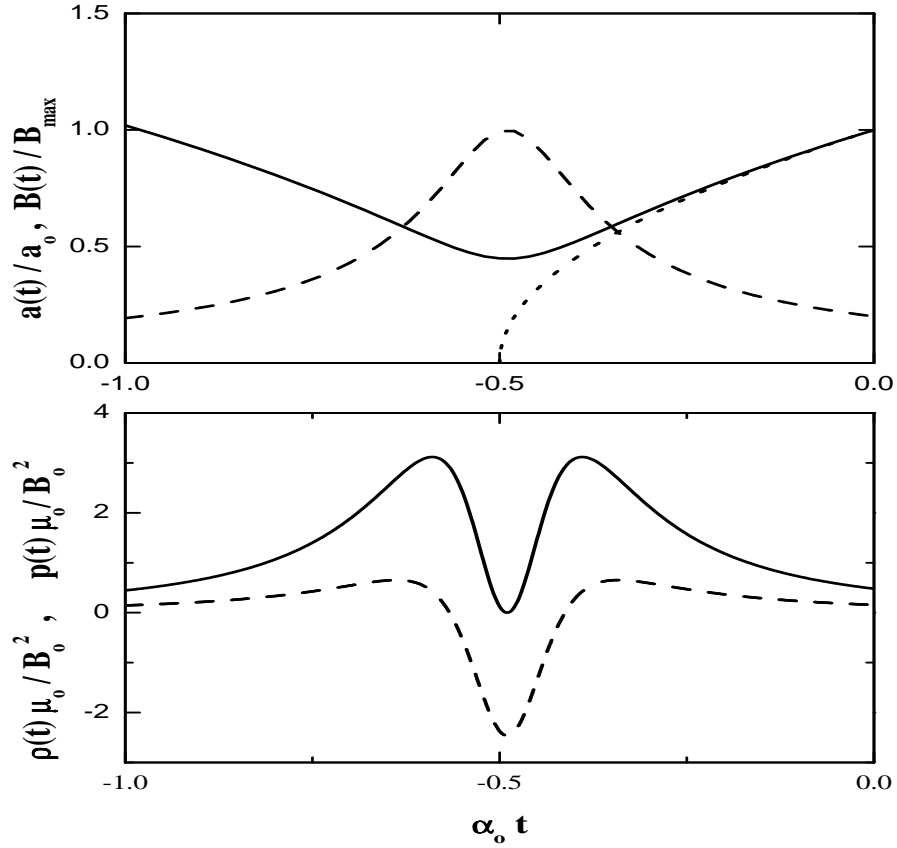


Figura 6.1: O painel superior mostra o fator de escala (linha s33lida), o campo magn33tico (linha tracejada) e a solu33o cl33ssica (linha pontilhada) para $(\omega = 0)$. O painel inferior mostra a densidade de energia (linha s33lida) e a press33o total (linha tracejada) para o modelo com $\Lambda = 0$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$.

lineares s33o relevantes apenas para o caso em que $8\mu_o\omega B^2 \gtrsim 1/10$ ou $t \lesssim t_{min} + 3\sqrt{8\mu_o\omega B_o^2}/2\alpha_o$.

6.4 Modelos com $\Lambda \neq 0$

Nesta seção, vamos obter uma solução cosmológica das equações de campo de Einstein na presença de uma constante cosmológica e as possíveis mudanças em relação a situação analisada na seção anterior. Para Λ constante, é fácil mostrar que a equação (6.26) torna-se

$$a\ddot{a} + \dot{a}^2 - \frac{2}{3}\Lambda c^2 a^2 - \left(\frac{64\pi G w B_o^4 a_o^8}{3c^2}\right) a^{-6} = 0. \quad (6.44)$$

Combinando-se as equações (6.23) e (6.27) para Λ constante, nós encontramos que

$$\dot{Z}^2 = 16 [\lambda Z^2 + \alpha_o^2 (Z - 8\mu_o \omega B_o^2)] , \quad (6.45)$$

onde a função Z e o termo λ são definidos pelas relações

$$Z \equiv \left(\frac{a}{a_o}\right)^4 \quad (6.46)$$

e

$$\lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{3} . \quad (6.47)$$

Se nós integrarmos a equação (6.45), nós obtemos que

$$a(t) = a_o \left(\frac{1}{4\lambda}\right)^{1/4} \left[C_o e^{4\sqrt{\lambda}(t-t_o)} + \frac{D_o}{C_o} e^{-4\sqrt{\lambda}(t-t_o)} - 2\alpha_o^2 \right]^{1/4} , \quad (6.48)$$

onde

$$C_o \equiv \alpha_o^2 + 2\lambda + 2\sqrt{\lambda(\lambda + \alpha_o^2 - 8\alpha_o^2 \mu_o \omega B_o^2)} , \quad (6.49)$$

$$D_o \equiv \alpha_o^2 (\alpha_o^2 + 32\lambda \mu_o \omega B_o^2) . \quad (6.50)$$

O campo magnético é dado pela expressão

$$B(t) = 2B_o \sqrt{\lambda} \left[C_o e^{4\sqrt{\lambda}(t-t_o)} + \frac{D_o}{C_o} e^{-4\sqrt{\lambda}(t-t_o)} - 2\alpha_o^2 \right]^{-1/2} . \quad (6.51)$$

Podemos observar que o termo dentro do colchetes da relação (6.48) é positivo para todos os valores de t . Portanto, a solução também é não-singular e o fator de escala atinge seu valor mínimo

$$a_{min} = a_o \left[\frac{\alpha_o}{2\lambda} \left(\sqrt{\alpha_o^2 + 32\lambda\mu_o\omega B_o^2} - \alpha_o \right) \right]^{1/4} \quad (6.52)$$

em

$$t_{min} = t_o + \frac{1}{8\sqrt{\lambda}} \ln \left(\frac{D_o}{C_o^2} \right). \quad (6.53)$$

Assim como a solução da seção anterior, o universo se contrai até atingir um raio mínimo no tempo t_{min} e passa a se expandir a partir desse ponto. Admitindo-se que essa solução é válida próximo a t_{min} , uma fase inflacionária ocorre para todos os valores de t tal que

$$C_o^2 x^4 - 8\alpha_o^2 C_o x^3 + 14D_o x^2 - 8\alpha_o^2 \frac{D_o}{C_o} x + \frac{D_o^2}{C_o^2} > 0, \quad (6.54)$$

onde

$$x \equiv e^{4\sqrt{\lambda}(t-t_o)}. \quad (6.55)$$

O campo magnético em t_{min} é

$$B(t_{min}) = \left[\frac{\Lambda\mu_o c^4}{2\pi G \left(\sqrt{1 + \frac{8\Lambda\mu_o^2\omega c^4}{\pi G}} - 1 \right)} \right]^{1/2}. \quad (6.56)$$

A partir das relações (6.39) e (6.51), é fácil observar que a solução clássica de De Sitter é recuperada para

$$t \ll t_o + \frac{1}{8\sqrt{\lambda}} \ln \left(\frac{\alpha_o^4}{C_o^2} \right) \quad (6.57)$$

e

$$t \gg t_o + \frac{1}{8\sqrt{\lambda}} \ln \left[\frac{(\alpha_o^2 + 32\mu_o\omega B_o^2\lambda)^2}{C_o^2} \right]. \quad (6.58)$$

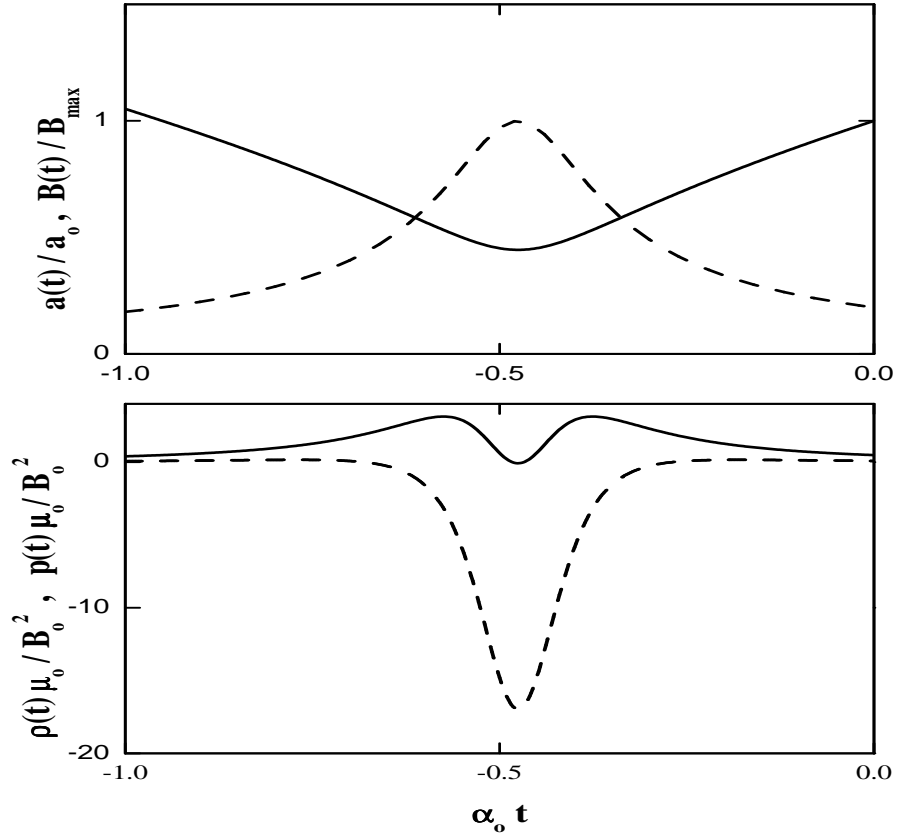


Figura 6.2: O painel superior mostra o fator de escala (linha s3lida) e o campo magn3tico (linha tracejada). O painel inferior mostra a densidade de energia (linha s3lida) e a press3o total (linha tracejada) para o modelo com $\Lambda = \text{constante} \neq 0$. Os valores para Λ and B_o s3o tais que $\sqrt{\lambda}/\alpha_o = 0.4$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$.

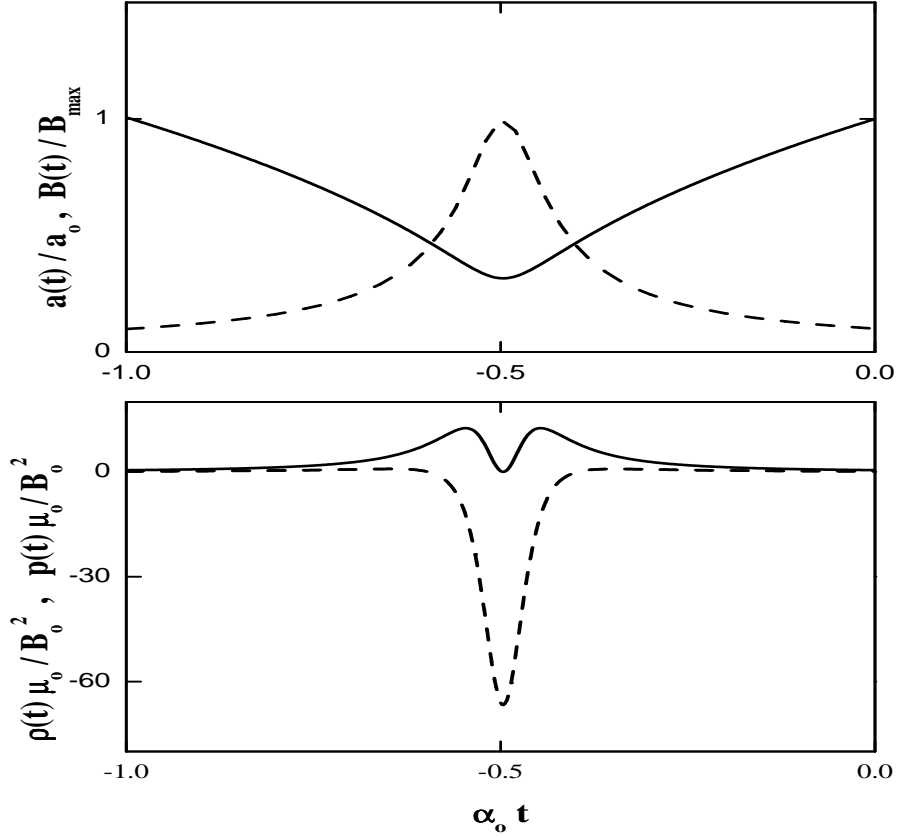


Figura 6.3: Como na figura 6.2 mas para $\sqrt{\lambda}/\alpha_o = 0.01$ e $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.1$.

Analogamente ao que acontece com a solução (6.29), a solução clássica é resgatada para valores de t muito maiores que t_{min} . Nas Figuras 6.2 e 6.3, nós mostramos o fator de escala, o campo magnético, a densidade de energia e a pressão total como função do tempo, para alguns valores de ω , Λ e B_o . Comparando-se com a solução (6.32), nós temos que as correções não-lineares são relevantes somente para $8\mu_o\omega B^2 \gtrsim 1/10$ ou $t \lesssim t_o + \frac{1}{8\sqrt{\lambda}} \ln \left[\frac{(\alpha_o^2 + 160\mu_o\omega B_o^2\lambda)^2}{C_o^2} \right] + \frac{1}{8\sqrt{\lambda}} \ln \left[\left(1 + \sqrt{1 - \frac{\alpha_o^2}{\alpha_o^2 + 160\mu_o\omega B_o^2\lambda}} \right)^2 \right]$.

6.5 Modelos para Λ dependente do tempo

As possíveis consequências cosmológicas de um decaimento da densidade de energia do vácuo, ou cosmologias com termo cosmológico $\Lambda(t)$ estão ainda em debate na literatura recente (Sahni e Starobinsky 2000; Peebles e Ratra 2003). Esses modelos também podem ser descritos através da utilização de campos escalares. Outra importante motivação é a sua conexão com o problema da constante cosmológica. Em termos gerais, nós devemos esperar que o decaimento da densidade de energia do vácuo tenha um papel importante na evolução do universo, principalmente no universo primordial. Além disso, esses modelos também podem indicar caminhos para resolver o problema da constante cosmológica. Na maioria dos trabalhos que tratam com um termo cosmológico dependente do tempo $\Lambda(t)$, a lei de decaimento é definida *a priori*, ou seja, de uma forma fenomenológica. As leis de decaimento postuladas que são mais encontradas na literatura são aquelas em que $\Lambda(t)$ decresce com alguma potência do fator de escala $a(t)$ ou do parâmetro de Hubble H (Overduin e Cooperstock 1998). Alguns autores têm considerado expressões construídas a partir da combinação de ambas as quantidades (Carvalho et al. 1992). É importante ressaltar aqui que essas propostas estão de acordo, mas não explicam a diferença de mais de 100 ordens de magnitude no valor da constante cosmológica previsto pela física de partículas e o seu valor atual estimado pela cosmologia. Em geral, as equações de campo de Einstein implicam que uma vez conhecido $\Lambda(t)$, nós devemos integrar essas equações para obter $B(t)$ e $a(t)$. Inversamente, para uma dependência de $B(t)$, a única dependência temporal para $\Lambda(t)$ é determinada pelas equações de campo.

A partir de agora, iremos analisar os modelos fenomenológicos com um

termo cosmológico definido por $\Lambda = 3\beta c^{-2}H^2$, onde β é um parâmetro positivo menor que 1 (Carvalho et al. 1992). A equação diferencial para o fator de escala é obtida pela combinação das relações (6.15), (6.16), (6.20) e (6.21). Nós encontramos que

$$\dot{H} + 4(1 - \beta)H^2 - (1 - \beta)\frac{\alpha_o^2}{1 - \beta_*^2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4(1 - \beta_*^2)}{\alpha_o^2}H^2} \right] = 0, \quad (6.59)$$

onde $H = \dot{a}/a$. A constante α_o é definida pela relação (6.30) enquanto que β_* é dado por

$$\beta_* \equiv \pm \sqrt{1 - 8\mu_o\omega(1 - \beta)B_o^2}. \quad (6.60)$$

Separando-se as variáveis em (6.59), nós obtemos que

$$\int_{H_0}^H \left\{ \frac{\alpha_o^2}{1 - \beta_*^2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4(1 - \beta_*^2)}{\alpha_o^2}H^2} \right] - 4H^2 \right\}^{-1} dH = (1 - \beta)(t - t_o). \quad (6.61)$$

Integrando-se a equação acima, encontramos a dependência temporal do parâmetro de Hubble

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\alpha_o [2\alpha_o(1 - \beta)(t - t_o) + \beta_*]}{[4\alpha_o^2(1 - \beta)^2(t - t_o)^2 + 4\alpha_o\beta_*(1 - \beta)(t - t_o) + 1]}, \quad (6.62)$$

e integrando-se novamente, nós obtemos a expressão para o fator de escala

$$a(t) = a_o \left[4\alpha_o^2(1 - \beta)^2(t - t_o)^2 + 4\alpha_o(1 - \beta)\beta_*(t - t_o) + 1 \right]^{1/4(1 - \beta)}. \quad (6.63)$$

Esta solução é não-singular para $\omega > 0$, com $a(t)$ alcançando seu valor mínimo $a_{min} = a_o (8\mu_o\omega(1 - \beta)B_o^2)^{1/4(1 - \beta)}$ em $t_{min} = t_o - \frac{\beta_*}{2\alpha_o(1 - \beta)}$. Para esse modelo, o universo começa arbitrariamente grande em $t \ll t_{min}$, decresce até atingir seu valor mínimo em t_{min} e inicia a fase de expansão. Por

completeza, a expressão para o campo magnético é

$$B(t) = \frac{B_o(1 - \beta)^{1/2}}{[4\alpha_o^2(1 - \beta)^2(t - t_o)^2 + 4\alpha_o(1 - \beta)\beta_*(t - t_o) + 1]^{1/2}}, \quad (6.64)$$

e em t_{min} , temos que $B(t_{min}) = \frac{1}{2\sqrt{2\mu_o\omega}}$ e $\rho(t_{min}) = 0$. Como era de se esperar, no limite $\beta = 0$, todos os resultados acima para um termo cosmológico Λ se reduzem aqueles encontrados para $\Lambda = 0$ (veja as equações (6.27)-(6.34)). Também podemos perceber a existência de uma era inflacionária ($\ddot{a} > 0$) que depende do valor do parâmetro β . Para $1/2 \leq \beta < 1$, o universo sempre expande aceleradamente. No entanto, se $0 < \beta < 1/2$, a expansão acelerada se dá no intervalo $t_{min} - t_I < t < t_{min} + t_I$, onde

$$t_I = \sqrt{\frac{3\mu_o^2\omega(1 - \beta)^2c^2}{\pi G(1 - 2\beta)}}. \quad (6.65)$$

Nas Figuras 6.4 e 6.5, nós mostramos a dependência temporal do fator de escala, do termo cosmológico Λ , o campo magnético, as densidades de energia e a pressão total para alguns valores selecionados de B_o e β . A principal conclusão é que a singularidade é evitada para o termo cosmológico Λ utilizado. Como é mostrado nas Figuras 6.4 e 6.5, as correções lineares são relevantes somente para o caso em que $8\mu_o\omega B^2 \gtrsim 1/10$ ou $t \lesssim t_{min} + 3\sqrt{8\mu_o\omega(1 - \beta)B_o^2}/2\alpha_o(1 - \beta)$.

Naturalmente, se nós esperamos que esse modelo seja apropriado para descrever a evolução de um universo real, deveríamos levar em conta outros tipos de campos materiais, tais como matéria ultrarelativística, campos escalares ou poeira. Em De Lorenci et al. (2002) foi demonstrado que para o caso de $\Lambda = 0$ e $B = B(t)$, a presença de matéria ultrarelativística com uma equação de estado $p_{(ur)} = \rho_{(ur)}/3$ exigiria apenas uma reparametrização das constantes B_o e ω .

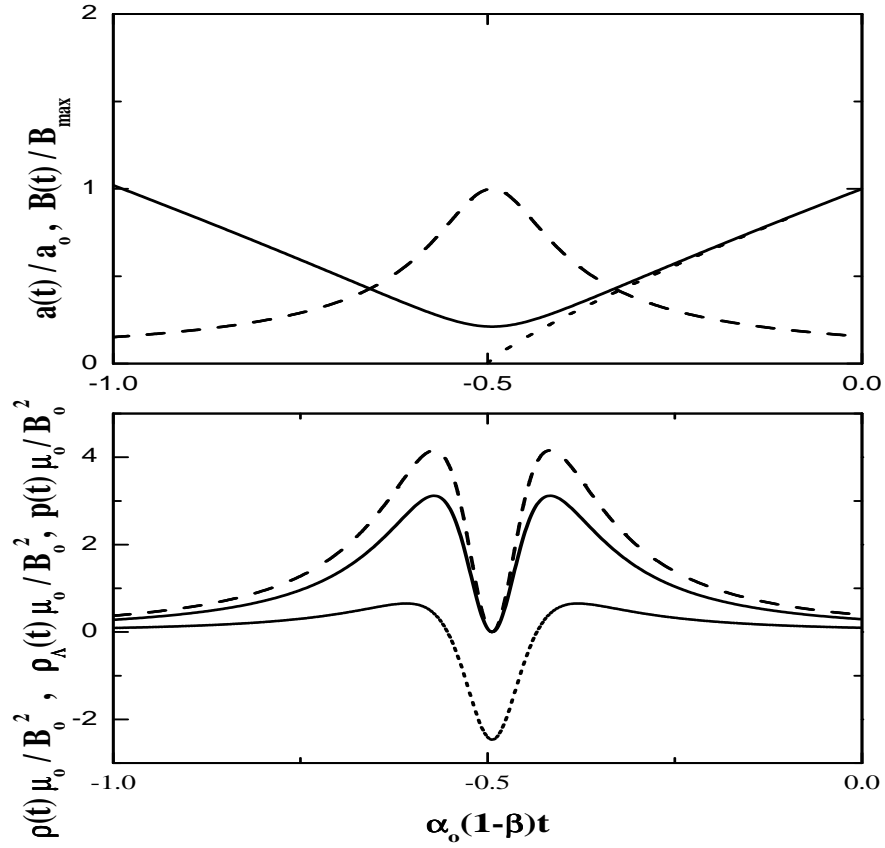


Figura 6.4: O painel superior mostra o fator de escala (linha s33lida), o campo magn33tico (linha tracejada) e a solu33o cl33ssica (linha pontilhada) para $(\omega = 0)$. O painel inferior mostra a densidade de energia do campo magn33tico (linha s33lida), a densidade de energia do termo cosmol33gico Λ (linha tracejada) e a press33o total (linha pontilhada) para o modelo com $\Lambda = \frac{3\beta}{c^2}H^2$, $\beta = 0.4$ e $2B_0\sqrt{2\omega\mu_0} = 0.2$.

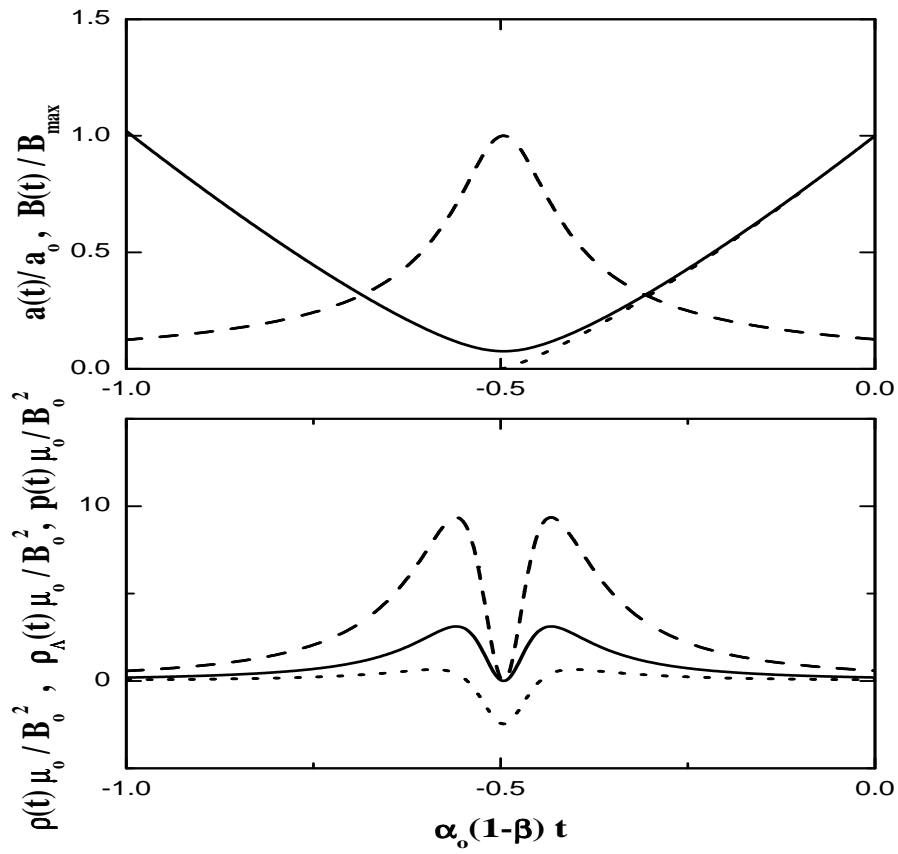


Figura 6.5: Como na figura 6.4 mas para $\Lambda = \frac{3\beta}{c^2}H^2$, $\beta = 0.6$ e $2B_0\sqrt{2\omega\mu_0} = 0.2$.

6.6 Termodinâmica e criação de matéria

Nesta seção, nós obteremos os parâmetros termodinâmicos para os modelos que se baseiam na eletrodinâmica não-linear tratada neste capítulo. Além disso, também são determinados os vínculos impostos pela termodinâmica sobre esses modelos.

As variáveis e as leis que governam a termodinâmica e a criação de matéria são determinadas a partir do procedimento descrito no Capítulo 3. As equações (3.5)-(3.14) são utilizadas junto com a relação $\theta = 3H$ (válida para a métrica de FRW). A descrição termodinâmica dos modelos aqui tratados é completada com a relação entre a taxa de criação ψ e os termos de fonte na equação de conservação de energia (6.22). Combinando-se as equações (3.14) e (6.22), encontramos que

$$\psi\sigma + \left[-\frac{\dot{\Lambda}c^4}{8\pi G} + 16\omega B^4 H - (\rho + p) \left(\frac{\psi}{n} \right) \right] \frac{1}{T} \geq 0. \quad (6.66)$$

Utilizando-se o mesmo argumento utilizado no capítulo anterior, nós propomos o seguinte ansatz para ψ

$$\delta\psi = -\frac{\dot{\Lambda}c^4}{8\pi G} + 16\omega B^4 H, \quad (6.67)$$

onde δ é um parâmetro positivo definido. Substituindo a equação (6.67) em (6.66), encontramos que

$$\psi\sigma + \left[\delta - \frac{\rho + p}{n} \right] \frac{\psi}{T} \geq 0. \quad (6.68)$$

Para $\dot{\Lambda} = 0$, o ansatz (6.67) implica que se a pressão de não-equilíbrio é negativa (ou se a pressão total é menor do que a pressão de equilíbrio), então a taxa de criação é positiva para um universo em expansão ($H > 0$).

Este resultado está fisicamente consistente com o argumento proposto por Calvão et al. (1992) para obtenção do ansatz para ψ em cosmologias com criação de matéria em que a produção de partículas se deve a uma pressão de criação (aqui chamada de pressão de não-equilíbrio).

Comparando-se a última relação com a equação (3.12), nós temos que

$$\dot{\sigma} = \left(\delta - \frac{\rho + p}{n} \right) \frac{\psi}{nT}. \quad (6.69)$$

Para uma criação adiabática de matéria ($\dot{\sigma} = 0$), podemos encontrar, a partir de (6.69), a relação entre δ e os parâmetros ρ , p e n , ou seja,

$$\delta = \frac{\rho + p}{n}. \quad (6.70)$$

A partir de agora, iremos determinar a relação entre o número de partículas e a densidade de energia. Combinando-se as equações (6.14), (6.22), (6.67) e (6.70), obtemos que

$$\dot{\rho} + \frac{4}{3}\rho\theta = \frac{4}{3}\rho\frac{\dot{\psi}}{n}. \quad (6.71)$$

Substituindo (3.7) na relação anterior, ela se reduz a

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = \frac{4}{3} \left(\frac{\dot{n}}{n} \right) \quad (6.72)$$

cuja solução é

$$n = n_o \left(\frac{\rho}{\rho_o} \right)^{3/4}. \quad (6.73)$$

Multiplicando-se a equação (6.73) por $(a/a_o)^3$ e usando a relação $N/N_o = (n/n_o)(a/a_o)^3$, encontramos finalmente a dependência entre o número de partículas e a densidade de energia

$$N = N_o \left(\frac{a}{a_o} \right)^3 \left(\frac{\rho}{\rho_o} \right)^{3/4}, \quad (6.74)$$

que é análoga á relação (5.47) com $\gamma = 4/3$.

6.6.1 Modelos com $\dot{\Lambda} = 0$

Se a criação de matéria é adiabática e o termo cosmológico é constante ($\dot{\Lambda} = 0$), temos que essa criação se deve apenas a pressão adicional p' . Nesse caso, nós observamos das equações (3.8), (3.12) e (6.67) que a segunda lei da termodinâmica exige que o universo não pode estar em contração ($H \geq 0$). Ao contrário da situação tratado no capítulo anterior, não há nenhuma restrição quanto ao valor do parâmetro de densidade da matéria.

Nas Figuras 6.6 e 6.7, nós mostramos o fator de escala, o campo magnético, as pressões (equilíbrio, não-equilíbrio e total), a densidade de energia, o número de partículas e a taxa de criação de matéria para os casos em que ($\Lambda = 0$) e $\Lambda = \text{constante} \neq 0$, respectivamente.

Os resultados para os modelos com $\dot{\Lambda} = 0$ exibem o seguinte comportamento: o universo tem uma idade finita, é não-singular e partículas estão sendo criadas, ou seja, $\dot{\psi} > 0$ e $\dot{N} > 0$. A pressão de não-equilíbrio é negativa e é responsável pela criação de matéria e pela fase inflacionária desses modelos. Ao contrário dos modelos VSL discutidos no Capítulo 5, não são obtidos modelos com universo eterno.

6.6.2 Modelos com $\Lambda = 3\beta c^{-2}H^2$

Nesta seção, iremos determinar o vínculos impostos pela segunda lei da termodinâmica para o modelo com $\Lambda = 3\beta c^{-2}H^2$. Primeiramente, derivamos

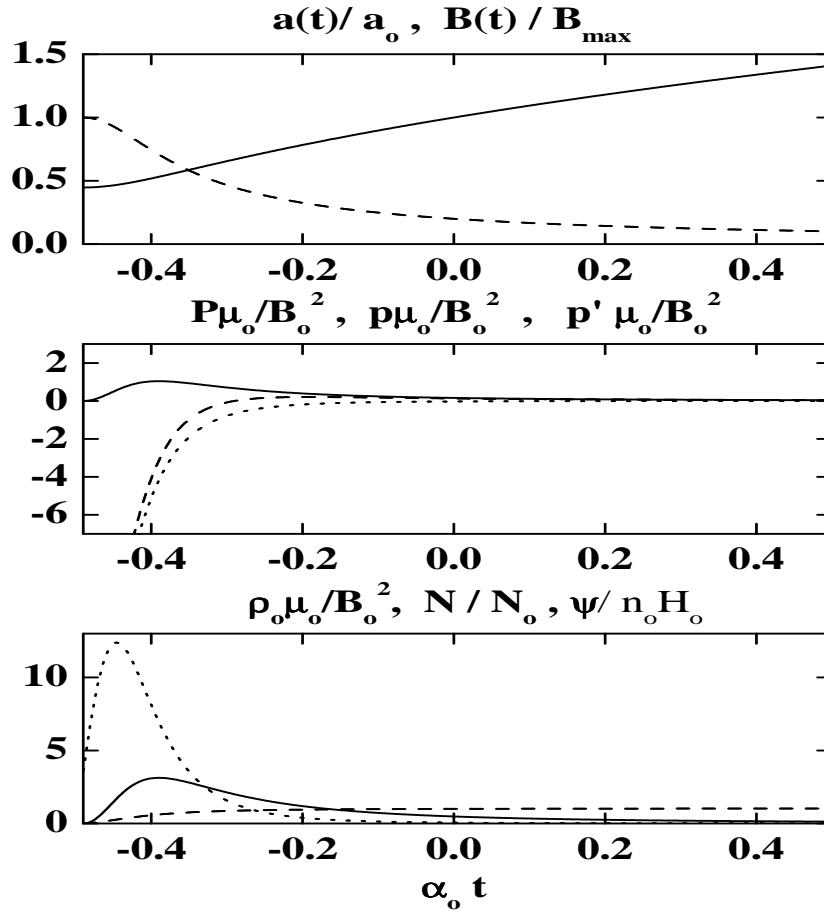


Figura 6.6: A figura mostra os parâmetros do modelo com $(\Lambda = 0)$. Os valores de B_o e ω são tais que $2B_o\sqrt{2\omega\mu_o} = 0.2$. O painel superior mostra a/a_o (linha sólida) e $B(t)/B_{\max}$ (linha tracejada). O painel central mostra $p' \mu_o / B_o^2$ (linha sólida), $P \mu_o / B_o^2$ (linha tracejada) e $p \mu_o / B_o^2$ (linha pontilhada). O painel inferior mostra $\rho \mu_o / B_o^2$ (linha sólida), N/N_o (linha tracejada) e $\psi/n_o H_o$ (linha pontilhada).

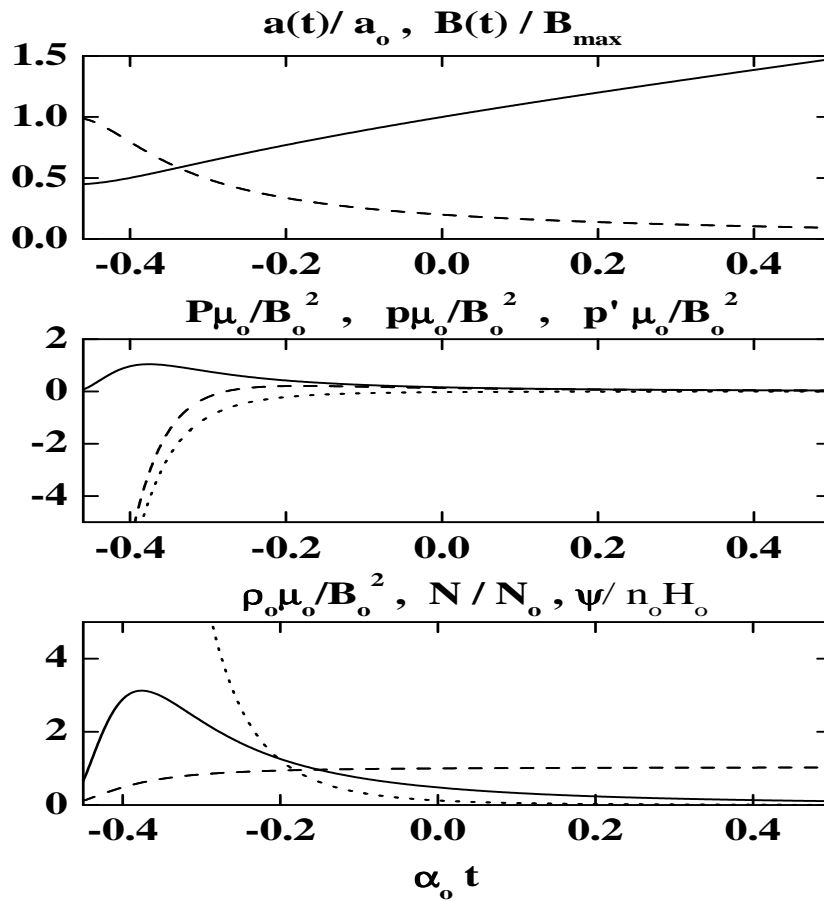


Figura 6.7: Como na figura 6.6 mas para o modelo com $\Lambda = \text{constante} \neq 0$. Os valores de B_0 , ω e λ são tais que $\sqrt{\lambda}/\alpha_0 = 0.4$ e $2B_0\sqrt{2\omega\mu_0} = 0.2$.

o termo cosmológico em relação tempo. O resultado encontrado é

$$\dot{\Lambda} = 6\beta c^{-2} H \dot{H} . \quad (6.75)$$

A dependência em \dot{H} da relação anterior pode ser retirada se nós derivarmos H a partir da relação (6.37). Portanto, obtemos que

$$\dot{H} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} . \quad (6.76)$$

Substituindo as equações de campo na relação (6.76) encontramos que

$$\dot{H} = -\frac{12\pi G}{3c^2}(\rho + P) . \quad (6.77)$$

Combinando-se as Equações (6.15), (6.16), (6.67), (6.75) e (6.77), determinamos a relação

$$\delta\psi = \left[\frac{2\beta B^2}{\mu_o} (1 - 8\mu_o\omega B^2) + 16\omega B^4 (1 - \beta) \right] H \quad (6.78)$$

Uma vez que $\omega > 0$, $0 < \beta < 1$ e $B \leq B_{max} = \frac{1}{2\sqrt{2\mu_o\omega}}$, percebemos que o termo dentro do colchetes da equação (6.78) é positivo. Portanto, concluímos das Equações (3.8), (3.12) e (6.78) que a segunda lei da termodinâmica exige a mesma condição dos modelos com termo cosmológico constante, ou seja, $H \geq 0$.

Nas Figuras 6.8 e 6.9, nós apresentamos os parâmetros cosmológicos e de criação de matéria para o modelo com $\Lambda = 3\beta c^{-2} H^2$: o fator de escala, o campo magnético, as pressões (equilíbrio, não-equilíbrio e total), a densidade de energia do campo magnético, o número de partículas e a taxa de criação de matéria. São mostrados os casos em que $0 < \beta < 0.5$ (Figura 6.8) e $0.5 \leq \beta < 1$ (Figura 6.9).

No modelo com $\Lambda = 3\beta c^{-2} H^2$, o universo tem uma idade finita, é não-singular e $\psi > 0$ e $\dot{N} > 0$. A variação do termo cosmológico Λ e a pressão

de não-equilíbrio negativa p' são as fontes de criação de matéria. Para $0 < \beta < 0.5$, o universo tem uma fase inflacionária finita. Para $0.5 \leq \beta < 1$, o universo é sempre inflacionário e tem a maior taxa de criação de partículas entre todos os modelos tratados neste capítulo.

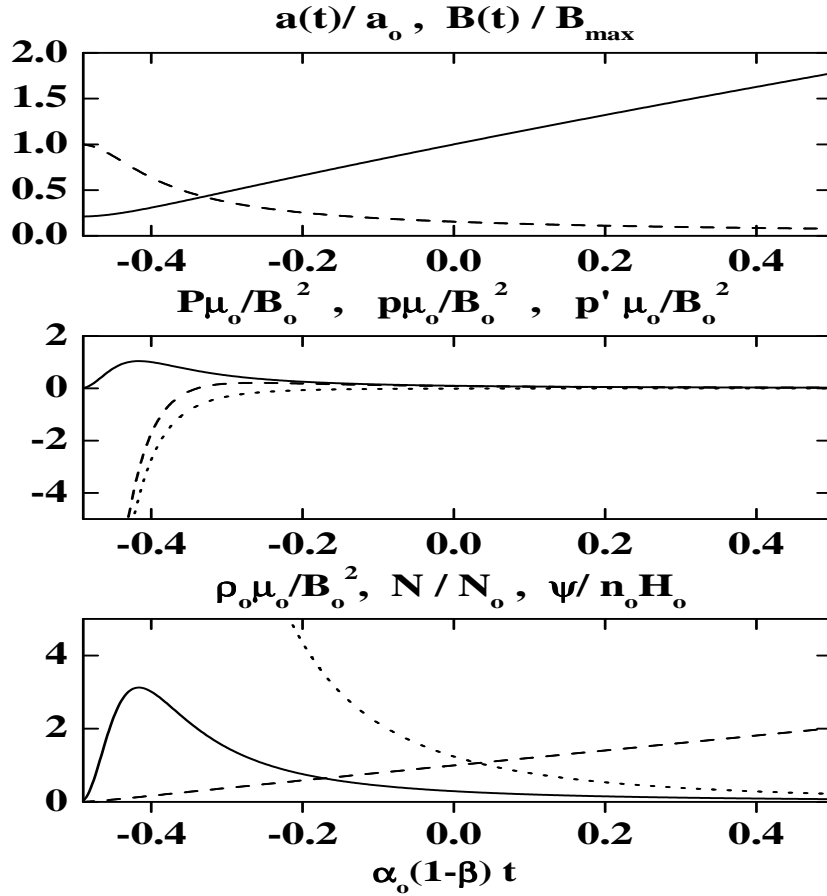


Figura 6.8: Como na figura 6.6 mas para o modelo com $\Lambda = (3\beta/c^2)H^2$. Os valores de β , B_0 e ω são tais que $\beta = 0.4$ e $2B_0\sqrt{2\omega\mu_0} = 0.2$.

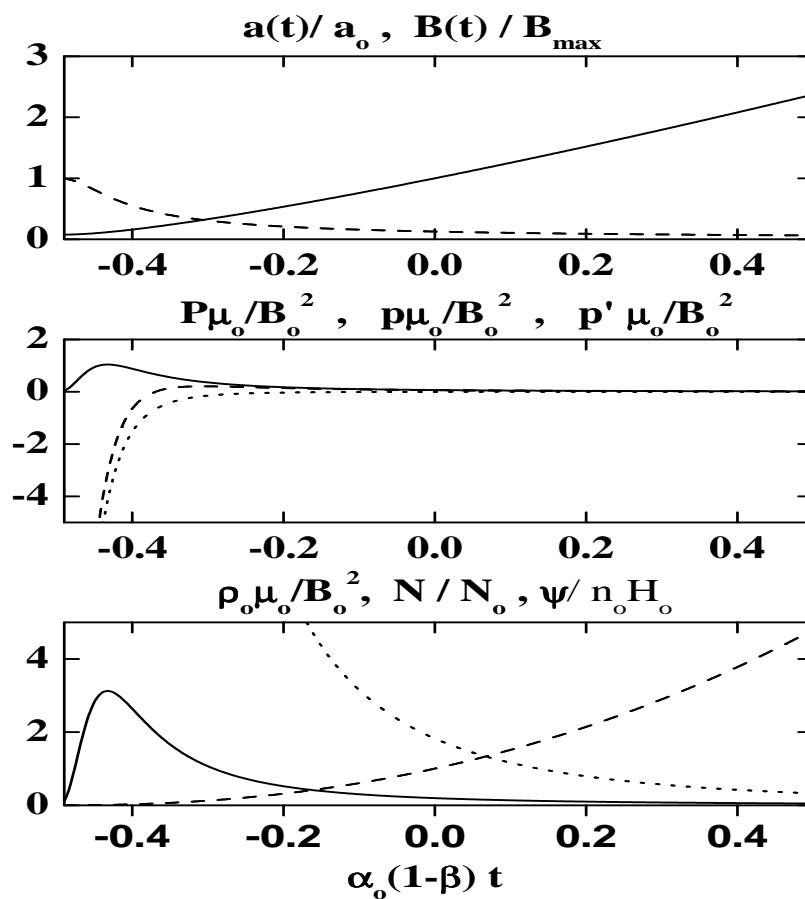


Figura 6.9: Como na figura 6.6 mas para o modelo com $\Lambda = (3\beta/c^2)H^2$. Os valores de β , B_0 e ω são tais que $\beta = 0.6$ e $2B_0\sqrt{2\omega\mu_0} = 0.2$.

Capítulo 7

Conclusões

Nós analisamos a termodinâmica e a criação de matéria para um universo plano com geometria de FRW em dois tipos de modelos cosmológicos que se baseiam em dois ingredientes diferentes: velocidade da luz variável (modelos VSL) e eletrodinâmica não-linear. Além disso, também foram obtidas soluções cosmológicas e os vínculos da segunda lei da termodinâmica sobre esses modelos.

Para os modelos VSL, nós obtivemos soluções numéricas para o fator de escala para duas possibilidades para a variação da velocidade da luz: $c \propto a^{-r}$ (modelo 1) e $c \propto H^u$ (modelo 2). Nessa análise, nós consideramos que universo é composto por poeira mais uma constante cosmológica. Essas soluções apresentam o seguinte comportamento: No primeiro caso, $c \propto a^{-r}$, o modelo é não-singular e sempre inflacionário para $r > 0.45$. Para $r \leq 0.45$, o universo é finito e sua idade aumenta com r . No segundo caso, $c \propto H^u$, a solução é não-singular e sempre inflacionária para $u > 1$, com o fator de escala $a \rightarrow 0$ para $t \rightarrow -\infty$. Para $u \leq 1$, o universo é finito e sua idade aumenta com u . Um aspecto interessante é que podemos perceber que existe um acoplamento entre c e Λ de tal forma que a equação de campo (5.6) também pode ser obtida se nós considerarmos c constante e

um termo cosmológico Λ dependente do tempo. É importante destacar que essa equivalência entre c e Λ é apenas dinâmica e não termodinâmica.

A criação de partículas nos modelos VSL se deve a variação das constantes fundamentais G e c e do termo cosmológico Λ e tal dependência é explicitada pela equação da conservação da energia que é obtida nesse contexto. No entanto, o mecanismo físico que é responsável por essa criação de partículas não foi estudado nessa tese. Para $\dot{G} = \dot{\Lambda} = 0$ e $\dot{c} < 0$, a segunda lei da termodinâmica impõe uma condição no parâmetro de densidade ($\Omega_m \leq 1/2$), que é válida para criação adiabática ou quando não há nenhuma criação. Tal condição está dentro das previsões para valor atual do parâmetro de densidade $\Omega_{mo} \approx 0.3 - 0.4$. Levando-se em conta esse vínculo, nós calculamos numericamente o fator de escala, os parâmetros de densidade, a taxa de criação e o número de partículas para as duas formas funcionais de c analisadas nesse trabalho. Além disso, também foi obtida a lei de evolução da temperatura para esses modelos.

Os vínculos termodinâmicos impõem que em ambos os modelos, a taxa de criação é positiva e o número de partículas aumenta com o tempo cosmológico. Os modelos com $r \leq 0.45$ e $u \leq 1$ exibem o mesmo comportamento: os parâmetros de densidade iniciam em $\Omega_\Lambda = \Omega_m = 0.5$ e tendem, respectivamente, para os valores presentes 0.7 e 0.3. Além disso, o universo é não-singular para esses casos. Para $r > 0.45$, os valores dos parâmetros de densidade começam em $\Omega_\Lambda = 1$ e $\Omega_m = 0$ e tendem, respectivamente, para os seus valores presentes 0.7 e 0.3. Para $u > 1$, o universo é eterno e a segunda lei da termodinâmica não impõe nenhuma restrição a esse modelo.

No contexto da eletrodinâmica não-linear, nós obtemos soluções cosmológicas e analíticas para três formas possíveis para o termo cosmológico: $\Lambda = 0$, $\Lambda = \text{constante} \neq 0$ e $\Lambda = 3\beta c^{-2} H^2$. Em todos os casos, o modelo

é não-singular para a constante de acoplamento positiva ($\omega > 0$) e possui um valor máximo de campo magnético no ponto em que o fator de escala é mínimo ($t = t_{min}$). O universo apresenta sempre o mesmo comportamento: começa arbitrariamente grande, decresce até atingir um ponto de mínimo e volta a expandir. As correções não-lineares na eletrodinâmica são relevantes apenas na região próxima ao ponto de mínimo. As soluções clássicas obtidas no contexto da eletrodinâmica de Maxwell são recuperadas para $t \gg t_{min}$.

No primeiro caso ($\Lambda = 0$), a dinâmica do universo se deve apenas a um campo magnético dependente do tempo. A solução obtida nesse caso generaliza o resultado particular encontrado por De Lorenci et al. (2002) e confirma que a pressão negativa devido a não-linearidade desse modelo é responsável pela retirada da singularidade primordial da cosmologia.

Para $\Lambda =$ constante, os resultados são semelhantes aos obtidos no primeiro caso, mas a dinâmica do modelo é governada por um campo magnético dependente do tempo mais uma densidade de energia do vácuo constante. O valor do campo magnético máximo é diferente daquele encontrado no caso em que $\Lambda = 0$. Um aspecto interessante é que ambas as soluções obtidas nos dois primeiros casos possuem uma era inflacionária.

Para o terceiro caso ($\Lambda = 3\beta c^{-2}H^2$), existem dois tipos de soluções que dependem do valor do parâmetro β . Para $0 < \beta < 1/2$, a solução obtida é semelhante a obtida nos dois primeiros casos e também possui uma era inflacionária finita. Para $0.5 \leq \beta < 1$, o universo é sempre inflacionário.

No que diz respeito a termodinâmica e a criação de matéria, os termos não-lineares da eletrodinâmica podem ser vistos como uma pressão adicional, que é interpretada, junto do decaimento do termo cosmológico, como uma das fontes de criação de partículas. A segunda lei da ter-

modinâmica exige que o universo não esteja se contraindo ($H \geq 0$) para $\dot{\Lambda} = 0$ ou $\Lambda = 3\beta c^{-2}H^2$. Obedecendo-se esse vínculo, nós obtemos a dependência temporal do fator de escala, o campo magnético, as pressões (total, equilíbrio e não-equilíbrio), a densidade de energia, a taxa de criação e o número de partículas.

O trabalho apresentado nessa tese pode ser estendido de várias formas. Uma das extensões mais imediatas seria examinar se os principais resultados obtidos são mantidos na presença de outros campos materiais ou ainda para universos fechados ou abertos. Na segunda situação, apesar da equação de conservação de energia não mudar para a eletrodinâmica não-linear utilizada nesse trabalho, é provável que as novas soluções cosmológicas não sejam mais analíticas. Pelo menos no caso ($\dot{\Lambda} = 0$), não há mudança no vínculo imposto pela termodinâmica. No contexto dos modelos VSL com $\dot{c} < 0$, os universos fechados ($k = 1$) só são permitidos pela segunda lei da termodinâmica se existir uma constante cosmológica suficientemente grande e positiva. Uma outra possibilidade seria considerar outras dependências funcionais para c e Λ , como por exemplo, utilizar uma combinação mais geral das formas fenomenológicas mais encontradas na literatura.

Existem ainda duas outras maneiras mais interessantes e menos triviais de se estender o trabalho dessa tese. A primeira delas seria utilizar uma outra lagrangeana para a teoria eletromagnética. Neste caso, poderia se investigar as consequências da aplicação dessa nova eletrodinâmica não-linear não só no contexto cosmológico mais em outros ramos da relatividade geral e da astrofísica. A segunda maneira seria analisar outros modelos com variação da velocidade da luz estudados na literatura ou ainda modelos com variação de outras constantes fundamentais da Física. Em ambos os casos,

a criação de matéria poderia ser estudada a partir da consideração que ela se deve ao aumento da massa das partículas e não ao número destas (Alcaniz e Lima 2005). Na primeira situação, o procedimento utilizado em nosso trabalho deve ser modificado para levar em conta essa nova interpretação quanto a criação de matéria e é possível calcular como a massa aumenta com o tempo cósmico, considerando-se as formas funcionais para c utilizadas nesse trabalho. Seguindo o trabalho desenvolvido por Wang e Meng (2005), Alcaniz e Lima (2005) consideraram que, em um universo composto por poeira mais um termo cosmológico dependente do tempo, a densidade de massa do universo decai com uma lei de potência no fator de escala modificado em relação ao modelo cosmológico padrão. Fazendo-se uso dessa hipótese, não é necessário postular uma lei de decaimento para c nos modelos VSL analisados nessa tese, uma vez que é possível encontrar a dependência entre c e a (para $k = 0$ e $\Lambda = \text{constante}$) a partir da equação de conservação da massa.

Bibliografia

- Accioly A. J. e Pereira da Silva N. L. P., 1986, *Physics Lett. A*, volume 118, número 6, 271.
- Ayón-Beato E. e Garcia A., 1998, *Phys. Rev. Letters* 80, 23, 5056.
- Albrecht A. e Magueijo J., 1999, *Phys. Rev. D* 59, 043516.
- Alcaniz J. S. e Lima J.A.S, 2005, *Phys. Rev. D* 72, 063516.
- Avelino P. P. e Martins C. J. A. P., 1999, *Phys. Lett B* 459, 468.
- Avelino P. P., Martins C. J. A. P., Rocha G. e Viana P., 2000, *Phys. Rev D* 62, 123508.
- Barrow J. D., 1999, *Phys. Rev. D* 59, 043515.
- Barrow J. D. e Magueijo J., 1998, *Phys. Lett. B* 443, 104.
- Barrow J. D. e Magueijo J., 1999, *Phys. Lett. B* 447, 246.
- Barrow J. D., Sandvik H. B. e Magueijo J., 2002, *Phys. Rev. D* 65, 063504.
- Barrow J. D., Magueijo J. e Sandvik H. B., 2002, *Phys.Rev. D* 66, 043515.
- Basset B. A., Liberati S., Paris C. M. e Visser M., 2000, *Phys. Rev. D* 62, 103518.
- Bekenstein J. D., 1982, *Phys. Rev. D* 25, 1527.
- Bekenstein J. D., 2002, *Phys. Rev. D* 66, 123514.
- Brans C. e Dicke R. H., 1961, *Phys. Rev.* 124, 925.
- Calvão M. O., Lima J. A. S. e Waga I., 1992, *Phys. Lett. A* 162, 223.
- Camara C. S., de Garcia Maia M.R., Carvalho J. C. e Lima J. A. S., 2004,

Phys. Rev. D 69, 123504.

Camara C. S., Nascimento R. B., Carvalho J. C. e De Garcia Maia M. R., Solutions of cosmological models with varying Speed of light, 2007, aceito para publicação no Int. Journ. of Mod. Phys. D.

Camara C. S., J. C. Carvalho e e Garcia Maia M. R., 2007b, Nonlinearity of electrodynamics as a source of matter creation in flat FRW cosmology, aceito para publicação no Int. Journ. of Mod. Phys. D.

Carvalho J. C., Lima J. A. S. e Waga I., 1992, Phys. Rev. D 46, 2404.

Chiba T. e Kohri K., 2002, Prog. Theor. Phys. 107, 631.

Clayton M. A. e Moffat J. W., 1999, Phys. Lett. B 460, 263.

Clayton M. A. e Moffat J. W., 2001, Phys. Lett. B 506, 177.

Clayton M. A. e Moffat J. W., 2002, Int. J. Mod. Phys. D11, 187.

De Lorenci V. A., Klippert R., Novello M. e Salim J. M., 2002, Phys. Rev. D 65, 063501.

D’Inverno R., 1992, Introducing Einstein’s Relativity, Clarendon Press.

Dirac P. A. M., 1937, Nature 139, 323.

Dolgov A. D., 1997, Lecture presented at the 4th colloque Cosmologie, Paris, (astro-ph/9708045).

Ellis G. F. R. e Uzan J. P., 2005, Am. J. Phys. 73, 240.

Fujii Y., Iwamoto A., Fukahori T., Ohnuki T., Nakagawa M., Hidaka H., Oura Y., Moller P., 2002, Hep-ph/0205206.

Heisenberg W. e Euler H., 1936, Z. Phys. 98, 714.

Jackson J. D., 1975, Classical Eletrodynamics, John Wiley, New York.

Kolb E. W. e Turner M. S., 1990, The Early Universe (Addison-Wesley), Redwood City, CA.

Landau S., Sisterna P. D. e Vucetich H., 2000, Phys. Rev. D 63, 081303.

Lima J. A. S. e Carvalho J. C., 1994, Gen. Rel. and Grav. 26, 909.

Lima J. A. S., Germano A. S. M. e Abramo L. R. W., 1996, Phys. Rev. D 53, 4287.

Lima J. A. S. e Trodden M., 1996, Phys. Rev. D 53, 4280.

Lima J. A. S., 1996, Phys. Rev. D 54, 2571.

Lima J. A. S., 1997, Gen. Rel. Grav. 29, 805.

Magueijo J., 2000, Phys. Rev. D 62, 103521.

Magueijo J., 2001, Phys. Rev D 63, 043502.

Magueijo J., Barrow J. D. e Sandvik H. B., 2002, Phys. Lett. B 549, 284.

Magueijo J. e Smolin L., 2002, Phys. Rev. Lett. 88, 190403.

Magueijo J. e Smolin L., 2003, Phys. Rev. D 67, 044017.

Magueijo J., 2003, Rept. Prog. Phys. 66, 2025.

Magueijo J., 2003, Mais rápido que a velocidade da luz, Record, Rio de Janeiro.

Manida S.N., 1999, gr-qc/9905406.

Martins C. J. A. P., 2000, astro-ph/0008287.

Martins C. J.A. P., 2002, Philos. T. Roy. Soc. A 360, 2681.

Martins C. J. A. P., Melchiorri A., Trotta R., Bean R., Rocha G., Avelino P. P e Viana P. T. P., 2002, Phys. Rev. D 66, 023505.

Misner C. W., Thorne K. S. e Wheeler J. A., 1973, Gravitation, Freeman, San Francisco.

Mukhanov V. e Brandenberger R., 1992, Phys. Rev. Lett. 68, 1969.

Muñoz G., 1996, Am. J. Phys. 64 (10), 1285.

Murphy M. T., Webb J. K., Flambaum V. V., Dzuba V. A., Churchill C. W., Prochaska J. X., Barrow J. D., Wolfe A. M., 2001, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 327, 1208.

Murphy M. T., Webb J. K., Flambaum V. V., Churchill C. W., Prochaska J. X., 2001, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 327, 1223.

Murphy M. T., Webb J. K., Flambaum V. V., Prochaska J. X., Wolfe A. M., 2001, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 327, 1237.

Narlikar J. V. e Padmanabhan T., 1985, *Phys. Rev. D* 32, 1928.

Nascimento, R. B., 2003, Modelos cosmológicos com velocidade da luz variável. Dissertação de Mestrado, UFRN.

Nascimento R. B., Camara C. S e Carvalho J. C., 2004, *Int. Journ. of Mod. Phys. D* 13, 1437.

Novello M. e Salim J.M., 1979, *Phys. Rev. D* 20, 377.

Novello M., Oliveira L. A. R e Salim J. M., 1996, *Class. Quantum Grav.* 13, 1089.

Novello M., Salim J. M., 1998, de Lorenci V. A. e Klippert R., gr-qc/9806076.

Novello M., Salim J. M., 2000, De Lorenci V. A e Klippert R., *Phys. Rev. D* 61, 045001.

Overduin J. M. e Cooperstock F. I., 1998, *Phys. Rev. D* 58, 043506.

Ozer M. e Taha O., 1987, *Nucl. Phys. B* 287, 776.

Perlmutter S. *et al.*, 1998, *Astrophys. J.* 517, 565.

Peebles P. J. E. e Ratra B., 2003, *Rev. Mod. Phys.* 75, 559.

Prigogine I., Geheñiau J., Gunzig E. e Nardone P., 1989, *Gen. Relativ. Gravitation* 21, 767.

R. Silva, J. A. S. Lima e M. O. Calvão, 2002, *Gen. Rel. and Grav.* 34, 865.

R. Srianand, H. Chand, P. Petitjean e B. Aracil, *Phys. Rev. Lett.* 92, 2004, 121302.

Salazar H., Garcia A. and Plebański J., 1987, *J. Math. Phys.* 28, 2171.

Sahni V. e Starobinsky A., 2000, *Int. J. Mod. Phys. D* 9, 373.

Sandvik H. B., Barrow J. D. e Magueijo J., 2001, *Phys. Rev. Lett.* 88, 031302.

Stepanov S. S., 1999, physics/9909009
Stepanov S. S., 2000, Phys. Rev. D 62, 023507.
Stepanov S. S., 2001, astro-ph/0111306.
Uzan J., 2003, Rev. Mod. Phys. 75, 403.
Tavares D. M. e De Garcia Maia M. R., 1998, Phys. Rev. D 57, 2305.
Tolman R. C. e Ehrenfest P., 1930, Phys. Rev. 36, 1791.
Turner M. S. e Widrow L. M., 1988, Phys. Rev. D 37, 2743.
Wang P. e Meng. X., 2005, Class. Quant. Grav. 22, 283.
Webb J. K., Flambaum V. V., Churchill C. W. C, Drinkwater M. J. e Barrow J. D., 1999, Phys. Rev. Lett. 82, 884.
Webb J. K., Murphy M. T., Flambaum V. V., et al., 2001, Phys. Rev. Lett. 87, 091301.
Webb J. K., Murphy M.T., Flambaum V. V, et al., 2003, Astrophysics and Space Science 283, 565.
Weinberg S., 1989, Rev. Mod. Phys. 61, 1.
Youm D., 2001, Phys. Rev. D 63, 125011.
Youm D., 2001, Phys. Rev. D 64, 085011.
Youm D., 2002, Phys. Rev. D 66, 043506.
Zeldovich Ya. B. e Novikov I. D., 1983, The Structure and Evolution of the Universe, The University of Chicago Press, Chicago.
Zimdahl W. e Pavón D., 1993, Phys. Lett. A 176, 57.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)