



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

# **SOBRE A NATUREZA DOS PROCESSOS FÍSICOS DE AQUECIMENTO DA ATMOSFERA DE ESTRELAS DO TIPO SOLAR**

**Osman Rosso Nelson**

**Orientador: Prof. Dr. José Renan De Medeiros**

Tese apresentada ao Departamento de Física Teórica e Experimental da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial à obtenção do grau de **DOUTOR** em **FÍSICA**.

Natal, dezembro de 2008

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

*A Rocco Rosso e Rosa Maria Louise Rosso.*

O místico crê num Deus desconhecido.  
O pensador e o cientista crêem numa  
ordem desconhecida.  
É difícil dizer qual deles sobrepuja o  
outro em sua devoção não racional.

*L.L. Whyte.*

Quem olha para fora, sonha;  
quem olha para dentro, desperta!

*Carl Jung*

# Agradecimentos

No desenrolar deste trabalho, tentei ser fiel aos princípios e regras que dão à ciência confiabilidade, que é oriunda do pensamento objetivo, fruto de um racionalismo normalmente exacerbado no mundo acadêmico. Entretanto, por respeito à minha natureza e por coerência à minha visão de mundo, gostaria, nos poucos parágrafos dedicados aos agradecimentos, agregar a este humilde trabalho um pouco do ingrediente que nos torna individualizados, únicos: nossos sentimentos, nossas emoções e nossa forma de amar. Assim, ter um espaço reservado para manifestar minha gratidão dá colorido todo especial a essa "viagem" chamada de doutorado, que teve início graças aos estímulos de amigos como prof. *José Ademir Sales de Lima* e prof. *Ranilson Carneiro*. A etapa seguinte nasceu da generosidade do prof. *José Renan de Medeiros*, meu orientador, propondo um tema excitante e compatível com o exíguo tempo que me foi oferecido para a realização deste trabalho. O prof. Renan soube conduzir o processo com leveza, sabendo acolher meus erros, oferecendo novas perspectivas para a realização dos acertos.

Aprender novos conceitos foi desafiador, mas perceber a necessidade de ter "novos olhos" para as mesmas "paisagens" me enriqueceu. Nesse sentido, agradeço a todos os meus colegas professores do DFTE que contribuíram para essa etapa da minha formação e, em particular, àqueles que no passado foram meus alunos e, no atual processo, me deram a oportunidade de um rico exercício de reflexão com as "mudanças dos papéis". Foi gratificante perceber que o papel de aprendiz estava bem vivo

dentro de mim. Mesmo tendo começado com a postura de quem, "olhando para fora", desejava apenas vislumbrar um sonho, essa oportunidade tornou-se algo mais sólido como um "contemplar para dentro". Por isso, agradeço a todos por me ajudarem a me despojar do "velho eu", dando-me a chance de me tornar o que "eu posso ser".

Reconhecer, dar graças, retribuir são atitudes que devo ter para não cometer a falta do "esquecimento". Foram inúmeras as gentilezas que recebi dos meus colegas professores do DFTE. Posso começar lembrando a solidariedade dos que defenderam que eu realizasse meu doutorado afastado das atividades de docente, tendo assim, a mesma oportunidade que os outros colegas professores tiveram para realização dos seus cursos de pós-graduação.

Agradeço as inúmeras gentilezas dos professores *Janilo Santos, Nilza Pires, Joel Câmara de Carvalho Filho*; ao prof. José Dias do Nascimento Júnior pelas ricas discussões; ao prof. Luiz Carlos Jafelice, pelo excelente material sobre Magnetohidrodinâmica, curso por ele ministrado na PUC/SP.

Agradeço ainda a companhia agradável dos novos amigos, alunos da pós-graduação, que, com a determinação de jovens cheios de sonhos, me estimularam na conquista desse projeto.

Sou imensamente grato a *Stefano Covino, Gianpiero Tagliaferri*, colaboradores do prof. Renan, por terem gentilmente repassado a base de dados que utilizei nesta tese.

Um agradecimento especial a *Luis Pinheiro, Izan de Castro Leão, Sumaia Sales Vieira de Barros e ao prof. Dory Hélio Aires de Lima Anselmo* pela paciência e generosidade que tiveram comigo tentando ampliar minhas poucas habilidades em informática.

Aos amigos *Prof. Márcio Roberto de Garcia Maia e Prof. Ranilson Carneiro* sou grato pela amizade sincera, sempre dividindo momentos de alegrias e de dificuldades.

Aos meus tios Carlos Gomes e Therezinha, que sempre me acolheram como um

filho muito amado.

Minha enorme gratidão à minha filha, *Júlia de Proença Rosso Nelson*; à minha esposa, *Giana Gadelha Paiva Rosso Nelson*; à minha mãe, *Rachel Rosso Nelson*, e ao meu pai, *Arnaldo Jones Nelson*, que sempre estiveram dispostos a me oferecer o sustento de suas mãos carinhosas sem jamais terem aprisionado minha alma.

Aos meus irmãos Oscar, Hilma, Rocco, que nos momentos mais difíceis da minha vida estiveram tão presentes; e, muito especialmente, por nutrir um profundo sentimento de respeito e gratidão, quero agradecer com muito carinho ao meu irmão Paulo Eduardo Rosso Nelson pelo exemplo de alegria, companherismo, solidariedade e capacidade de superação, atributos que o tornam um ser único e especial.

Por fim, deixo minha grande gratidão à *vida* por mais essa oportunidade, por mais esse processo de construção, por mais essa tarefa de dar luz a mim mesmo e, por respeito às minhas convicções religiosas, feliz, desejo agradecer à causa primeira desse belo e misterioso universo, *Deus*.

Namastê!

# Resumo

No presente trabalho, estudamos a natureza dos processos físicos do aquecimento coronal, tomando como base amostras significativas de estrelas evoluídas simples e binárias, obtidas com o satélite ROSAT. No total, foram estudadas 191 estrelas simples, classificadas na literatura como gigantes com tipo espectral F, G e K. Os resultados foram comparados com os obtidos das 106 estrelas evoluídas de tipo espectral F, G e K pertencentes a sistemas binários espectroscópicos. Medidas precisas sobre rotação e informações sobre binaridade foram obtidas do catálogo de De Medeiros.

Analizamos o comportamento da atividade coronal em função de diversos parâmetros estelares. Para uma maior clareza do perfil de evolução das estrelas foi construído o diagrama HR para as duas amostras de estrelas, as simples e as binárias. Os traçados evolutivos adicionados nos diagramas foram obtidos a partir do código de Toulouse-Geneve, Nascimento et al. (2000). As estrelas foram segregadas nesse diagrama tanto por intervalo de velocidade rotacional como por intervalo de fluxo de raio-X. Nossa análise mostra claramente que as estrelas simples e as binárias possuem atividade coronal dominada por processo físico independente da rotação. Processos não magnéticos parecem estar influenciando fortemente o aquecimento coronal. Para as estrelas binárias, estudamos ainda o comportamento da emissão coronal em função de parâmetros orbitais, como período e excentricidade, tendo sido revelada a existência de uma descontinuidade na emissão de raio-X em torno de um período orbital de 100 dias. O estudo permitiu concluir que a circularização das órbitas das estrelas binárias



apresenta-se como uma propriedade necessária para a existência de um nível de emissão de raio-X mais elevado, sugerindo que efeito de maré gravitacional tem importante papel no nível de atividade coronal.

Ao aplicarmos o teste Kolmogorov-Smirnov (teste KS) para os parâmetros  $V_{\text{sini}}$  e FX às amostras de estrelas simples e binárias, evidenciamos aspectos bastante relevantes para a compreensão dos mecanismos inerentes à atividade coronal. Para a grandeza  $V_{\text{sini}}$ , ficaram marcantes as diferenças existentes entre as estrelas simples e as binárias para rotações acima de 6,3 km/s. Acreditamos, pois, ser a existência de maré gravitacional, pelo menos, um dos fatores que contribui para esse comportamento. Quanto ao fluxo de raio-X, o teste KS demonstrou que o comportamento das estrelas simples e binárias, no que diz respeito à atividade coronal, provém de uma mesma origem.

# Abstract

In the present work, we have studied the nature of the physical processes of the coronal heating, considering as basis significant samples of single and binary evolved stars, that have been achieved with the ROSAT satellite. In a total of 191 simple stars were studied, classified in the literature as giants with spectral type F, G and K. The results were compared with those obtained from 106 evolved stars of spectral type F, G and K, which belong to the spectroscopic binary systems. Accurate measurements on rotation and information about binarity were obtained from De Medeiros's catalog.

We have analysed the behavior of the coronal activity in function of diverse stellar parameters. With the purpose to better clarify the profile of the stars evolution, the HR diagram was built for the two samples of stars, the single and the binary ones. The evolved traces added in the diagram were obtained from the Toulouse-Geneve code, Nascimento et al. (2000). The stars were segregated in this diagram not only in range of rotational speed but also in range of X-ray flux. Our analysis shows clearly that the single stars and the binary ones have coronal activity controlled by physical process independent on the rotation. Non magnetic processes seem to be strongly influencing the coronal heating. For the binary stars, we have also studied the behavior of the coronal emission as a function of orbital parameters, such as period and eccentricity, in which it was revealed the existence of a discontinuity in the emission of X-rays around an orbital period of 100 days. The study helped to conclude that circular orbits of the binary stars are presented as a necessary property for the existence of a higher level of

X-rays emission, suggesting that the effect of the gravitational tide has an important role in the coronal activity level.

When applied the *Kolmogorov-Smirnov test (KS test)* for the  $V_{\text{sin}i}$  and FX parameters to the samples of single and binary stars, we could evidence very relevant aspects for the understanding of the mechanisms inherent to the coronal activity. For the  $V_{\text{sin}i}$  parameter, the differences between the single stars and the binary ones for rotation over 6.3 km/s were really remarkable. We believe, therefore, that the existence of gravitational tide is, at least, one of the factors that most contribute for this behavior. About the X-rays flux, the KS test showed that the behavior of the single and the binary stars, regarding the coronal activity, comes from the same origin.

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>II</b>
<b>Resumo</b>	<b>V</b>
<b>Abstract</b>	<b>VII</b>
<b>1 O Campo Magnético Estelar</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução . . . . .	1
1.2 Origem do campo magnético da Terra - nascimento da teoria de dínamo	2
1.3 Equações básicas da teoria MHD . . . . .	5
1.3.1 Introdução . . . . .	5
1.4 Equações da Magnetohidrodinâmica e suas limitações . . . . .	6
1.5 Teoria de dínamo . . . . .	14
1.5.1 Introdução . . . . .	14
1.5.2 Teoria de dínamo - equação de indução . . . . .	17
1.5.3 Os efeitos $\alpha$ e $\Omega$ na teoria de dínamo . . . . .	27
1.5.4 A eficiência do dínamo - número de Rossby e número de dínamo	32

<b>2</b>	<b>Ondas Acústicas, Ondas Alfvén e Magnetosônicas</b>	<b>37</b>
2.1	Introdução . . . . .	37
2.2	Ondas acústicas . . . . .	38
2.3	Ondas Alfvén . . . . .	42
2.4	Ondas magnetosônicas . . . . .	45
2.5	Ondas magnetohidrodinâmicas e amortecimentos . . . . .	48
2.5.1	Introdução . . . . .	48
2.5.2	Tratamento MHD . . . . .	48
2.5.3	Amortecimento das ondas MHD . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Atmosfera Estelar</b>	<b>65</b>
3.1	Introdução . . . . .	65
3.2	Atmosfera solar . . . . .	66
3.2.1	<i>Fotosfera solar</i> . . . . .	68
3.2.2	<i>Cromosfera solar</i> . . . . .	72
3.2.3	<i>Coroa solar</i> . . . . .	75
3.3	Mecanismos de aquecimento da atmosfera estelar . . . . .	78
3.3.1	A atividade coronal . . . . .	81
<b>4</b>	<b>Dados e Parâmetros Observacionais</b>	<b>86</b>
4.1	Introdução . . . . .	86
4.2	Binárias espectroscópicas . . . . .	87
4.3	A missão <i>ROSAT</i> de raio-X . . . . .	88
4.3.1	Telescópio de raio-X . . . . .	89

4.3.2	Detectores de raio-X . . . . .	91
4.4	Velocidade de rotação . . . . .	92
4.5	Medida da atividade coronal . . . . .	96
4.6	Distribuições estatísticas do fluxo e da luminosidade em raio-X . . . . .	97
4.7	Teste Kolmogorov-Smirnov . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>102</b>
5.1	Introdução . . . . .	102
5.2	Comportamento da rotação das estrelas da presente amostra no diagrama HR . . . . .	103
5.3	O comportamento do fluxo de emissão em raio-X para as estrelas simples da amostra . . . . .	107
5.4	O comportamento do fluxo de emissão em raio-X para as estrelas binárias da amostra . . . . .	110
5.5	Comportamento da atividade coronal das estrelas simples da amostra em função da rotação . . . . .	112
5.6	Comportamento da atividade coronal das estrelas binárias em função da rotação . . . . .	115
5.7	Comportamento da atividade coronal das estrelas binárias em função dos parâmetros orbitais . . . . .	116
5.8	Seriam a rotação e a atividade coronal em estrelas simples e binárias controladas por um mesmo processo físico? . . . . .	120
<b>6</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>124</b>
6.1	Conclusões . . . . .	124

6.2	Perspectivas . . . . .	128
<b>A</b>	<b>Parâmetros fundamentais para as estrelas da nossa amostra</b>	<b>140</b>

# Lista de Figuras

1.1	Diagrama esquemático de difusão do campo magnético em um plasma de condutividade finita. A redução da densidade de linhas ilustra a diminuição da intensidade do campo magnético. Nesse diagrama, $t$ é o tempo, nos diferentes instantes apresentados, $t=0$ e $t>0$ . . . . .	22
1.2	Produção de um campo toroidal a partir de um campo poloidal. O estiramento da linha de campo, congelada ao fluido condutor, é oriundo do movimento de rotação mais intenso na região equatorial. A linha de campo magnético é arrastada pelo fluido em movimento de rotação. . .	24
1.3	Sistema de coordenadas esféricas: componente poloidal, $B_p$ , e componente toroidal ou azimutal, $B_t = B_\phi$ . Visualização do campo poloidal. .	28
1.4	- Representação esquemática da torção das linhas de campo toroidal devido ao movimento turbulento helicoidal ascendente das bolhas de plasma. As linhas sólidas representam as linhas de campo magnético e as fitas orientadas representam os movimentos do fluido. Fonte: Parker (1970) . . . . .	30



1.5	Produção de um campo poloidal a partir de um campo toroidal. A figura ilustra as linhas de campo toroidal sendo torcidas pelo movimento turbulento helicoidal de tal modo que suas projeções no plano meridional são <i>loops</i> magnéticos, como mostrado no lado esquerdo da figura. Os vários <i>loops</i> magnéticos que são produzidos por esse movimento turbulento estão representados no lado direito da figura, projetados no plano meridional. . . . .	31
2.1	Ondas Alfvén se propagando ao longo do campo magnético. As linhas de campo magnético congeladas ao plasma acompanham o movimento oscilatório do mesmo. . . . .	44
2.2	Onda magnetosônica propagando-se paralelamente ao campo magnético, originando compressões e rarefações de linhas de força e do fluido condutor. Fluido e linhas de força movem-se juntos (situação de congelamento do plasma). . . . .	47
2.3	Onda Alfvén. Fonte: <a href="http://www.fis.Unb.br/plasma/fenomenos.htm">www.fis.Unb.br/plasma/fenomenos.htm</a> . . . . .	54
2.4	Velocidade de fase como função do ângulo entre o número de onda e o campo magnético. Situação em que a velocidade do som é menor que a velocidade Alfvén. . . . .	57
2.5	Velocidade de fase como função do ângulo entre o número de onda e o campo magnético. Situação em que a velocidade do som é maior que a velocidade Alfvén. . . . .	58
3.1	Regiões do Sol: representação do interior e da atmosfera solar marcada com a presença de estruturas como: manchas solares, proeminências, vento solar. . . . .	66
3.2	Camadas Atmosféricas do Sol. Fonte (adaptação): Filho e Saraiva (2004). . . . .	67
3.3	Fotosfera Solar: grânulos e manchas solares. Fonte (adaptação): NASA. . . . .	70

3.4	Diagrama da borboleta - distribuição das manchas solares em função da latitude. No início do ciclo solar, quando a atividade é mínima, as manchas solares encontram-se a altas latitudes. Com o passar do tempo, elas migram para o equador até que o ciclo se complete. Fonte: <a href="http://www.astro.iag.usp.br">http://www.astro.iag.usp.br</a> . . . . .	71
3.5	Modelo para formação de uma espícula como parte da estrutura de campo magnético da cromosfera. . . . .	74
4.1	Representação esquemática do processo de identificação de um sistema binário. Periodicidade no deslocamento Doppler nas binárias espectroscópicas. Detecção do espectro apenas da estrela mais brilhante. Fonte (adaptação): <a href="http://astroweb.iag.usp.br">astroweb.iag.usp.br</a> . . . . .	88
4.2	O telescópio de Wolter. As letras H e P designam, respectivamente, as superfícies de revolução hiperbolóides e parabolóides. As várias células concêntricas encontram-se representadas no lado direito da figura. Essa combinação é utilizada para aumentar a superfície coletora do telescópio. Fonte (adaptação): <a href="http://dme.uma.pt/edu/td/cap2ppt">http://dme.uma.pt/edu/td/cap2ppt</a> . . . . .	91
4.3	Distribuição estatística das velocidades projetadas $V_{\text{sini}}$ para estrelas simples e binárias. O passo ( <i>bin size</i> ) utilizado nesse histograma foi de 5km/s. . . . .	95
4.4	Histograma para o fluxo de raio-X observados nas estrelas simples e binárias da nossa amostra. Utilizamos na construção desse histograma passos ( <i>bin size</i> ) iguais a $500 \text{ erg.cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . . . . .	98
4.5	Histograma da luminosidade em raio-X observada nas estrelas simples e binárias da nossa amostra. Utilizamos na construção desse histograma passos ( <i>bin size</i> ) iguais a $10 \text{ erg.s}^{-1}$ . . . . .	99

- 5.1 Distribuição das estrelas simples da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva  $T_{ef}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de velocidades de rotação representados por *vermelho* ( $V_{sini} < 3\text{km/s}$ ), *azul* ( $3\text{km/s} < V_{sini} < 7\text{km/s}$ ), *verde* ( $7\text{km/s} < V_{sini} < 10\text{km/s}$ ) e *roxo* ( $V_{sini} > 10\text{km/s}$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do *código de Toulouse-Geneve* (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares  $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas. . . . . 104
- 5.2 Distribuição das estrelas binárias da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva  $T_{ef}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de velocidades de rotação representados por: *vermelho* ( $V_{sini} < 3\text{km/s}$ ), *azul* ( $3\text{km/s} < V_{sini} < 7\text{km/s}$ ), *verde* ( $7\text{km/s} < V_{sini} < 10\text{km/s}$ ) e *roxo* ( $V_{sini} > 10\text{km/s}$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do *código de Toulouse-Geneve* (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares  $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas. . . . . 105

5.3	Distribuição das estrelas simples da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva $T_{ef}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de atividade coronal diagnosticada pelo fluxo de raio-X. Os círculos com diferentes cores sinalizam os diferentes intervalos de emissão em raio-X, sendo, <i>vermelho</i> ( $Log(FX) < 1.25$ ), <i>azul</i> ( $1.25 < Log(FX) < 1.75$ ), <i>verde</i> ( $1.75 < Log(FX) < 2.25$ ) e <i>roxo</i> ( $Log(FX) > 2.25$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do <i>código de Toulouse-Geneve</i> (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas. As estrelas com $FX = 0.00$ não estão presentes neste gráfico. . . . .	108
5.4	Distribuição das estrelas binárias da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva $T_{ef}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de atividade coronal diagnosticada pelo fluxo de raio-X. Os círculos com diferentes cores indicam os diferentes intervalos de emissão em raio-X, tais como: <i>vermelho</i> ( $Log(FX) < 1.25$ ), <i>azul</i> ( $1.25 < Log(FX) < 1.75$ ), <i>verde</i> ( $1.75 < Log(FX) < 2.25$ ) e <i>roxo</i> ( $Log(FX) > 2.25$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do <i>código de Toulouse-Geneve</i> (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas. Estrelas com $FX = 0.00$ não estão presentes neste gráfico. . . . .	111
5.5	Comportamento do $Log(FX)$ em função do $Log(Vsini)$ para as estrelas simples. . . . .	112
5.6	Comportamento do $Log(FX)$ em função $Log(Vsini)$ para as estrelas binárias.	115

5.7	Comportamento do fluxo de raio-X em função do período orbital da estrela. Estrelas com período orbital acima de 1000 dias não estão aqui representadas. . . . .	117
5.8	Comportamento do fluxo de raio-X em função da excentricidade orbital.	118
5.9	Comportamento da luminosidade em raio-X em função do período orbital. Estrelas com período orbital acima de 1000 dias não estão aqui representadas. . . . .	119
5.10	Comportamento da luminosidade em raio-X em função da excentricidade orbital. . . . .	120
5.11	Teste KS para o parâmetro $V_{\text{sini}}$ . Linhas sólidas representam as estrelas simples e as linhas pontilhadas representam as estrelas binárias. Maior divergência entre as distribuições ( $D=0,125983$ ), significância desse desvio ( $P=0,223088$ ). . . . .	122
5.12	Teste KS para o parâmetro $FX$ . Linhas sólidas representam as estrelas simples e as linhas pontilhadas representam as estrelas binárias. Maior divergência entre as distribuições ( $D=0,0639752$ ), significância desse desvio ( $P= 0,940067$ ). . . . .	123

# Lista de Tabelas

1.1	Equações da MHD . . . . .	7
A.1	Estrelas Simples . . . . .	141
A.2	Binárias espectroscópicas . . . . .	149
A.3	Parâmetros orbitais das estrelas binárias . . . . .	154

# Capítulo 1

## O Campo Magnético Estelar

### 1.1 Introdução

Reunir aspectos históricos relevantes à compreensão do magnetismo estelar conduz inevitavelmente ao longo caminho trilhado para o entendimento do geomagnetismo. Uma visão concisa desse resgate histórico tem como ponto de partida o magnífico trabalho de William Gilbert (1544-1603), publicado em 1600, intitulado: *De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure (Sobre os Ímas, os Corpos Magnéticos e o Grande Ímã Terrestre)*. Gilbert, médico da Rainha Elizabeth I, abandonou o realismo ingênuo das idéias até então apresentadas no estudo do magnetismo, em favor de um empirismo claro e racional. No seu trabalho, *De Magnete*, descreveu diversas de suas experiências com seu modelo de Terra chamado *terrella*. Ele concluiu que o nosso planeta era uma espécie de grande ímã, explicando, assim, o comportamento da agulha das bússolas sempre apontando na direção norte-sul, servindo, portanto, como um instrumento de orientação. A partir da concepção de Terra como um grande ímã, inicia-se uma longa caminhada em busca do entendimento dos processos de geração e manutenção desse magnetismo terrestre. Por três séculos a Terra foi o único objeto astronômico reconhecido como magnetizado. Posteriormente demonstrou-se que o

Sol, numerosas estrelas, as galáxias e o cosmo como um todo possuíam magnetismo. Grandes manchas solares, por exemplo, podem ter campos magnéticos da ordem de 3000G, os quais são muito maiores do que o campo da Terra (o valor máximo do campo da Terra é 0,6G). Muitas estrelas são muito mais fortemente magnéticas do que o Sol. Acredita-se que alguns pulsares têm campo magnético da ordem de  $10^{12}G$ . As galáxias têm um imenso campo magnético com linhas de campo mantidas aproximadamente ao longo dos braços espirais, com intensidade típica de  $10^{-6}G$ . O magnetismo está então emergindo como um fenômeno comum no universo, uma espécie de ingrediente participativo em vários processos relevantes do cosmo.

## 1.2 Origem do campo magnético da Terra - nascimento da teoria de dínamo

A representação em miniatura do nosso planeta, *terrella* (mini-Terra), feito com material magnetizado, permitiu a Gilbert uma visão da Terra que o destacou como o primeiro estudioso a identificar que a origem do campo magnético do nosso planeta era interna e que esse magnetismo terrestre era oriundo de uma magnetização permanente no centro da Terra. Apesar do lento progresso do estudo das causas do magnetismo terrestre, a idéia difundida que o interior da Terra era composto de rochas capazes de reter magnetismo logo sofreu oposição. Em 1635, Gellibrand demonstrou que o magnetismo terrestre não poderia ser explicado satisfatoriamente com um modelo de magnetismo permanente numa Terra sólida. Seus estudos estavam pautados no fato de que a direção do campo magnético, na qual a agulha da bússola se alinha, sofre mudança gradual ao longo de anos e essa mudança é hoje conhecida como variação secular. Gilbert mostrou-se descrente desse resultado apresentado por Gellibrand, entretanto, três séculos depois, a análise da propagação das ondas sísmicas veio revelar que o nosso planeta tem uma estrutura interna diferente da pensada por Gilbert. As extensas gravações dos impactos dos terremotos sinalizaram a existência de um núcleo terrestre



dividido em duas partes: o núcleo sólido, interno, e um núcleo líquido denso, que envolve o primeiro. Tornou-se, então, possível imaginar movimentos os quais podiam alterar o campo magnético, favorecendo, assim, o nascimento de uma explicação satisfatória para a variação secular. Essa descoberta de um núcleo externo líquido foi bem vinda face às dificuldades encontradas na explicação do magnetismo terrestre originado na parte sólida da Terra. A versão inicial do magnetismo da Terra era de origem ferromagnética; entretanto, no final do século XIX, tornou-se claro que substâncias ferromagnéticas não retêm o magnetismo quando aquecidas além de certa temperatura (*ponto de Curie*).

Com o desenvolvimento da mineração, surgiram relevantes informações de como a temperatura do nosso planeta muda com a profundidade. O interior da Terra, nas camadas mais profundas, consegue ser mais quente do que a temperatura de Curie das substâncias ferromagnéticas. O crescimento da temperatura com a profundidade inviabilizava a existência de material magnético, restando, apenas, para a contribuição do magnetismo terrestre, a parte mais afastada do centro da Terra. Essa contribuição mais superficial não consegue justificar um magnetismo tão forte quanto o encontrado aqui na Terra.

Finalmente o magnetismo do Sol foi descoberto. Estava aqui um objeto gasoso no qual o magnetismo permanente era totalmente inaplicável. A semelhança existente dos arranjos das plumas coronais vistas nas fotografias do Sol, tomadas durante um eclipse com uma distribuição de limalhas de ferro na vizinhança de um ímã, fez com que Bigelow sugerisse que o Sol podia ser magnetizado. Uma descoberta muito importante realizada por Hale (1908) veio estabelecer conclusivamente a existência de campo magnético fora do ambiente da Terra, no caso campos magnéticos nas manchas solares. Hale tirou suas conclusões baseado no desdobramento Zeeman do espectro das manchas solares. Sabe-se, hoje, que grandes manchas solares podem ter campo magnético da ordem de 3000G.

Em 1919, um primeiro esforço para entender a origem do campo magnético da Terra e do Sol foi realizado pelo matemático Joseph Larmor. Ele propôs que corpos

numa escala astronômica, como o Sol, podem ter campos magnéticos causados por um *processo de dínamo auto-excitado*. Estamos agora diante de uma explicação aceitável do *magnetismo de todos os corpos astronômicos*. Entretanto, o entusiasmo dessa sugestão de Larmor foi amortecido em virtude do trabalho teórico de Cowling (1934), um *teorema anti-dínamo*. Cowling enuncia a seguinte conclusão:

*A teoria proposta pelo Senhor Joseph Larmor, que o campo magnético das manchas solares é sustentado por correntes induzidas pelo movimento da matéria, foi examinada e mostrou ser defeituosa; o resultado também se aplica para teorias semelhantes de manutenção do campo geral da Terra e do Sol.*

Na verdade, o que Cowling realmente analisou e mostrou foi a impossibilidade de manutenção de um campo magnético com simetria axial através do fluxo do fluido, por isso é menos geral do que sugere em sua conclusão. O impacto desse trabalho levou os teóricos ao esquecimento da "razão de ser" da teoria de dínamo, desencadeou uma verdadeira corrida para os labirintos matemáticos e, portanto, foi o prelúdio de uma maratona no vasto campo teórico para produzir um *teorema anti-dínamo* mais geral. Esse trabalho de Cowling foi uma espécie de primeiro "ponto crítico" da teoria de dínamo. Essa fase se estendeu até os trabalhos relevantes de Childress (1970) e Roberts (1970), quando foi demonstrado que tal teorema geral anti-dínamo não existia.

As primeiras contribuições matemáticas importantes para a teoria de dínamo foram feitas por Elsasser (1946a, b) e Bullard (1949a, b). Seus trabalhos já discutem o dínamo numa perspectiva mais moderna. O segundo "ponto crítico", o qual demonstrou a toda a importância da aplicação da teoria de dínamo hidromagnético, foi uma série de artigos de Steenbeck (1966, 1969), Krause (1967, 1980) e Radler (1968). Por um lado eles criaram uma descrição matemática conveniente e prática - a eletrodinâmica de campos médios - que simplificou consideravelmente o estudo de campos magnéticos em larga escala. Por outro, eles mostraram como o mecanismo de geração do campo

de larga escala num fluido turbulento poderia ser entendido. Isso mostrou estar associado com a *helicidade do fluxo*, uma noção importante no modelo de Parker (1955) e Braginsky (1964). Apenas após o trabalho de Steenbeck e colaboradores é que foi claramente entendido e amplamente aceito.

O nascimento de uma abordagem topológica para o problema do dínamo (Moffatt, 1969) testemunhou o grande progresso da teoria. Tendo atingido seus objetivos, hoje estes trabalhos tornaram-se clássicos.

Muitas das questões do magnetismo astrofísico podem ser analisadas à luz da teoria de dínamo, mas não tudo. A realidade observacional é mais diversificada do que a teoria. O maior desafio é entender os campos fortes cujas energias excedem em muito aquelas de movimentos hidrodinâmicos.

## 1.3 Equações básicas da teoria MHD

### 1.3.1 Introdução

A união das equações da mecânica dos fluidos com as equações de Maxwell do Eletromagnetismo fornece uma abordagem teórica para os fenômenos de plasma conhecida como teoria *Magnetohidrodinâmica (MHD)*. Tal abordagem, que se constitui essencialmente numa teoria da mecânica do contínuo, teve início com Hannes Olof Gösta Alfvén, que utilizou o termo pela primeira vez em 1942. Alfvén foi agraciado com o prêmio Nobel de Física, em 1970, pelo trabalho fundamental e descobertas em Magnetohidrodinâmica, com profícuas aplicações em diferentes partes da Física de Plasma.

Na abordagem da MHD, o fato do plasma ser tratado como um fluido condutor simples, tendo valores locais de densidade, velocidade macroscópica e temperatura, faz com que o comportamento das várias espécies individuais que o constituem, tais como

elétrons, os diferentes íons e partículas neutras, não seja especificado como ocorre em outras abordagens. Sendo apenas um dos tratamentos teóricos da Física de Plasma, a MHD é aplicada para estudar fenômenos de baixas frequências em fluidos condutores usualmente imersos em campos magnéticos. Assim, quando consideramos movimento de plasma não relativístico e variando lentamente (isto é, escala de tempo  $\gg$  inverso da frequência de plasma), sob a ação de forças mecânica e magnética, o modelo MHD é apropriado. Deve-se, pois, ter em mente que a principal limitação da MHD é não podermos aplicá-la a fenômenos de alta frequência, os quais podem gerar separações de cargas (oscilações em plasma ou ondas eletromagnéticas em plasma). Na próxima seção, teceremos comentários sobre as equações básicas da MHD, enfatizando suas restrições.

## 1.4 Equações da Magnetohidrodinâmica e suas limitações

O foco desta seção é apresentar as equações da teoria da MHD, discutindo limitações oriundas das simplificações impostas na descrição dos processos dinâmicos de um plasma. Tal seção se justifica pois, ao discutirmos a teoria de dínamo estelar, estaremos lançando mão de equações da MHD.

Sendo o objeto de estudo da MHD o movimento de um fluido condutor, imerso num campo magnético, naturalmente suas equações devem incluir:

- (i) Equações de movimento do fluido (Hidrodinâmica);
- (ii) Equações dos campos eletromagnéticos (Eletrodinâmica);
- (iii) Equações de estado e, dependendo da abordagem do problema, também a equação de energia (Termodinâmica).

A tabela(1.1) reúne as equações da MHD.

**Tabela 1.1:** Equações da MHD

Equações	Comentários
$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ Eq.(1.1)	Equação da continuidade da massa
$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c}$ Eq.(1.2)	Equação de movimento (Equação de Euler)
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ Eq.(1.3)	Lei de Faraday
$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}$ Eq.(1.4)	Lei de Ampère
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ Eq.(1.5)	Lei de Gauss do magnetismo
$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ Eq.(1.6)	Fluido incompressível
$\frac{d}{dt} \left( \frac{p}{\rho} \right) = 0$ Eq.(1.7)	Fluido isotérmico
$\frac{d}{dt} (p\rho^{-\gamma}) = 0$ Eq.(1.8)	Fluido adiabático
$p = nk_B T$ Eq.(1.9)	Equação de estado do gás ideal

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c} \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{p}{\rho} \right) = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{d}{dt} (p\rho^{-\gamma}) = 0 \quad (1.8)$$

$$p = nk_B T \quad (1.9)$$

As equações contidas na tabela (1.1) revelam o tratamento de plasma como um único fluido condutor de densidade  $\rho$ , velocidade  $\mathbf{v}$ , pressão  $p$ . As grandezas  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $T$ ,  $c$ ,  $K_B$ ,  $n$  que aparecem nas equações são, respectivamente: campo magnético, campo elétrico, aceleração da gravidade, densidade de corrente elétrica, temperatura absoluta, velocidade da luz no vácuo, constante de Boltzmann, densidade numérica de partículas.

Uma análise dessas equações revela a existência de certo nível de aproximação nesse tratamento de plasma. Contudo, pode-se dizer que, em linhas gerais, a base fundamental desta formulação está vinculada às suposições abaixo descritas:

(1) *hipótese do contínuo (aproximação de fluido e sistema isotrópico);*

(2) *hipótese da quase neutralidade;*

(3) *hipótese de variações eletromagnéticas no meio, sendo quase-estacionárias ou não-relativísticas.*

Perceber o nível de simplificação dessa abordagem fortalecerá nossa segurança para tratar dos fenômenos envolvendo o plasma astrofísico em geral.

(1) *Hipótese do contínuo (aproximação de fluido e sistema isotrópico)*

Sendo a matéria, em última análise, discreta, o tratamento baseado em física do contínuo se justifica dentro de certos limites. De um modo geral, uma determinada

substância pode ser tratada como fluido se o menor elemento de volume for suficientemente grande para conter elevado número de partículas, para que as propriedades médias possam ser definidas e variar de maneira contínua. Portanto, para a expressão "*elemento de volume*", utilizada em dinâmica de fluidos, devemos entendê-la do ponto de vista "*físico*", isto é, muito pequeno em comparação com o volume do sistema, mas grande comparado com as distâncias das partículas. Uma vez que o livre caminho médio,  $\lambda$ , das partículas que constituem o fluido em questão é inversamente proporcional à raiz cúbica da densidade numérica dessas partículas, *o livre caminho médio precisa ser muito pequeno para que uma substância seja tratada como fluido*. Pequeno em relação a quê? Em relação às dimensões características do sistema, ou seja, se  $L$  é uma dimensão característica do sistema, a hipótese do contínuo, numa linguagem matemática, significa  $\lambda \ll L$ . Do significado do conceito de livre caminho médio, percebe-se naturalmente a importância que as colisões desempenham no processo de construção da hipótese do contínuo (processos colisionais eficientes favorecem a hipótese do contínuo). A associação dessa hipótese com colisão leva à suspeita de que a teoria MHD não se aplicaria a plasmas onde processos colisionais não são eficientes (plasmas aproximadamente acolisionais). Entretanto, essa não é a realidade revelada pela experiência. Como bem conhecido, o campo magnético impõe certas restrições aos movimentos das partículas carregadas, como, por exemplo, na direção ortogonal às linhas de campo. Uma compreensão deste fato permite perceber que as partículas carregadas ficam, de certa forma, localmente confinadas num tempo suficientemente longo para que o sistema se comporte como fluido. Assim, pode-se justificar a aplicabilidade da teoria MHD num contexto que envolve plasmas aproximadamente acolisionais.

Outro aspecto relevante é que, numa abordagem mais geral, a pressão é tida como uma grandeza tensorial, porém o que se vê na formulação MHD, equação (1.2), é que a pressão é tratada como escalar. Tal fato sinaliza que a isotropia está implicitamente admitida nessa teoria, conduzindo a uma equação do movimento que não leva em conta efeitos da viscosidade e a pressão aparece como a pressão isotrópica ou escalar.

As equações da eletrodinâmica apresentadas na tabela (1.1) merecem um comentário que ressalta a questão da hipótese de isotropia do sistema. Fato notável é que as equações (1.3), (1.4), (1.5) da tabela estão escritas em termos dos vetores  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{E}$ . Não aparecem nesse conjunto de equações os vetores  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{D}$ . Essa omissão está vinculada, implicitamente, ao fato de haver suposições de isotropia nas propriedades constitutivas elétrica e magnética. Sendo assim, relações lineares  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  e  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$  são admitidas e, em adição, os valores de  $\epsilon$  (permeabilidade elétrica) e de  $\mu$  (permeabilidade magnética) são supostos como os do vácuo ( $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ ). Tal opção não faz perder a essência básica dos fenômenos, ganhando-se em simplicidade.

(2) *Hipótese da quase neutralidade*

A suposição de quase neutralidade tem várias implicações. Essa hipótese de trabalho conduz, por exemplo, um fluido constituído de íons e elétrons a ter densidade de cargas  $\rho_c = e(n_i - n_e)$ . Nessa equação,  $e$  é a carga elementar;  $n_i$  e  $n_e$  são respectivamente as densidades numéricas dos íons e elétrons ( $n_i \approx n_e$ ). Tal suposição tem amplo desdobramento como os que serão descritos abaixo.

Nesse ponto da discussão, necessário se faz lembrar o relevante conceito de *comprimento de Debye*,  $\lambda_D$ , usado freqüentemente em Física de Plasma. A hipótese da neutralidade macroscópica utilizada em plasma pode ser entendida da seguinte maneira: se temos uma única carga, evidentemente, no seu entorno, qualquer outra carga sentirá a sua presença pela ação do campo elétrico por ela produzido. Mas, se começarmos a adicionar cargas em volta desta, como o que ocorre nos plasmas, existirá certa distância típica desse meio a partir da qual o campo da partícula deixará de ser percebido, pois as cargas que foram adicionadas na sua vizinhança produzem a chamada *blindagem elétrica*. Essa distância é conhecida pelo nome de comprimento de Debye. *O raio de Debye é a escala típica onde a quase neutralidade pode ser violada, ou seja, para distâncias menores que o raio de Debye, esse equilíbrio das cargas gerando uma neutralidade não é respeitado.* Assim, a hipótese da quase neutralidade limita os sistemas que podemos estudar. Portanto, para sistemas cuja dimensão típica,  $L$ ,



é muito maior do que o comprimento de Debye, a quase neutralidade é satisfeita. Resumidamente, tem-se:  $L \gg \lambda_D$ . No sistema CGS, esse comprimento é dado por

$$\lambda_D = \left( \frac{k_B T_e}{4\pi e^2 n_e} \right)^{1/2}, \quad (1.10)$$

onde o índice  $e$  refere-se a grandezas eletrônicas.

Outro aspecto das equações da MHD, oriundo da hipótese da quase neutralidade, pode ser verificado com a lei de conservação de carga descrita pela equação da continuidade para a densidade de carga elétrica:

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{J}) = 0. \quad (1.11)$$

Essa equação fica restrita a  $\nabla \cdot (\mathbf{J}) = 0$ , significando que as correntes fluem em circuitos fechados uma vez que não se tem acumulação de cargas com o tempo  $\partial \rho_c / \partial t = 0$ . Esse resultado está em concordância com a equação (1.4), pois, tomando o divergente dessa equação, tem-se  $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \frac{4\pi}{c} \nabla \cdot \mathbf{J}$ , ou seja,  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ . Evidentemente isto era de se esperar. A corrente de deslocamento, como se sabe, foi introduzida na lei de Ampère para reparar a dificuldade desta lei com relação à lei de conservação da carga expressa através da equação da continuidade, equação (1.11). Esse resultado, como será visto, é também consequência da aproximação não relativística ou quase estacionária, cujo pressuposto está contido na equação (1.4).

Fato digno de menção é a ausência da equação de Maxwell para a divergência do campo elétrico, ou seja, a lei de Gauss da eletricidade,  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \rho_c$ . A quase neutralidade aplicada a esta equação dá  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ . Isso acarretaria dificuldades para a teoria MHD derivar ondas compressionais. Assim, o campo elétrico é obtido com auxílio das outras equações.

*(4) Hipótese de variações eletromagnéticas no meio sendo quase-estacionárias ou não-relativísticas*

Na teoria MHD, podemos observar a ausência do termo de corrente de deslocamento,  $\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ , na lei de Ampère. A justificativa de tal simplificação pode ser entendida

avaliando o quanto a corrente de deslocamento contribui para  $\nabla \times \mathbf{B}$ . Se considerarmos  $L$ , um comprimento típico, e  $T$ , a escala de tempo, e, ainda,  $|\mathbf{E}| = E$ ,  $|\mathbf{B}| = B$ ,  $v = L/T$ , então

$$\frac{1/c |\partial \mathbf{E} / \partial t|}{|\nabla \times \mathbf{B}|} \approx \frac{\frac{E}{cT}}{\frac{B}{L}} \approx \frac{v E}{c B}. \quad (1.12)$$

Por outro lado, da lei de Faraday, equação (1.3), tem-se

$$\frac{|\mathbf{E}|}{L} \approx \frac{|\mathbf{B}|}{cT}. \quad (1.13)$$

$$E \approx \frac{L B}{T c} \quad (1.14)$$

ou ainda,

$$E \approx v \frac{B}{c} \quad (1.15)$$

$$\frac{E}{B} \approx \frac{v}{c}. \quad (1.16)$$

Usando a equação (1.16) na equação (1.12), obtém-se

$$\frac{1/c |\partial \mathbf{E} / \partial t|}{|\nabla \times \mathbf{B}|} \approx \frac{v E}{c B} \approx \frac{v^2}{c^2}. \quad (1.17)$$

Portanto, fica claro que, *numa aproximação não relativística, a corrente de deslocamento pode ser desprezada*. Nesse ponto é bom ressaltar que, em problemas mecânicos, é usual que se despreze, no limite não relativístico, termos da ordem de  $v/c$ . Entretanto, aqui é necessário um pouco mais de cautela. As equações de transformações dos campos no eletromagnetismo apresentadas a seguir, equação(1.18), equação(1.19), equação(1.20), equação(1.21), mostram que os campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  não têm existência independente. Um campo elétrico ou um campo magnético puro, num dado referencial  $S$ , aparecerá com uma mistura de campos elétrico e magnético em outro referencial inercial  $S'$ , ou seja, os campos são completamente interligados. Se a teoria MHD deseja reter esse efeito, necessário se faz manter os termos da ordem de  $v/c$  e desprezarem-se apenas os termos de ordem superior, ou seja,  $v^2/c^2$ .

$$\acute{E}_{\parallel} = E_{\parallel}; \quad (1.18)$$

$$\acute{B}_{\parallel} = B_{\parallel}; \quad (1.19)$$

$$\acute{\mathbf{E}}_{\perp} = \gamma \left( \mathbf{E}_{\perp} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}_{\perp}}{c} \right); \quad (1.20)$$

$$\acute{\mathbf{B}}_{\perp} = \gamma \left( \mathbf{B}_{\perp} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}_{\perp}}{c} \right). \quad (1.21)$$

Aqui,  $\gamma = 1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$  é o *fator de Lorentz* e os símbolos  $\parallel$  e  $\perp$  referem-se às componentes dos campos nas direções paralelas e perpendiculares, respectivamente. Das equações (1.18) e (1.20), levando-se em conta o limite não relativístico,  $\gamma \approx 1$ , podemos escrever

$$\acute{\mathbf{E}} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c}. \quad (1.22)$$

Com auxílio da equação (1.22), pode-se apresentar a lei de Ohm,  $\acute{\mathbf{J}} = \sigma \acute{\mathbf{E}}$ , onde  $\sigma$  é a condutividade elétrica do meio. Dentro das aproximações acima estabelecidas, a densidade de corrente  $\acute{\mathbf{J}} = \mathbf{J}$ , portanto

$$\mathbf{J} = \sigma \acute{\mathbf{E}}. \quad (1.23)$$

Essa lei descreve que a densidade de corrente dentro de um pequeno volume de plasma é proporcional ao campo elétrico, quando visto de referencial co-móvel com o elemento de fluido. Assim, a lei de Ohm dentro deste contexto é escrita como

$$\mathbf{J} = \sigma \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right). \quad (1.24)$$

Num tratamento mais geral, a lei de Ohm apresenta maior nível de complexidade. Termos envolvendo  $\partial \mathbf{J} / \partial t$ ,  $\nabla p$ ,  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  etc. podem aparecer. Uma análise das restrições da MHD permite verificar, também, que esta teoria é apropriada apenas para tratar fenômenos de baixa frequência. Se  $\Omega$ , por exemplo, é a frequência típica dos fenômenos estudados e  $T$ , uma escala temporal típica desses fenômenos para condições não relativísticas,  $v \ll c$ , é necessário que  $T$  seja muito grande comparado com o tempo que a luz leva para atravessar o sistema considerado,  $L/c$ . De  $v \ll c$  tem-se:  $L/T \ll c$ . Portanto, de  $1/T$  conclui-se:  $\Omega \ll c/L$ .

## 1.5 Teoria de dínamo

### 1.5.1 Introdução

Os diversos métodos de observação têm revelado a presença de campos magnéticos nos mais distintos ambientes do universo. Medidas indiretas, como as obtidas por técnicas de desdobramento Zeemann, rotação Faraday, dentre outras, têm dado suporte para uma das principais realizações da astronomia do século XX: *o estabelecimento de que campos magnéticos são onipresentes no cosmo*. Diante dessa constatação, é natural questionar a origem desses campos e qual o papel que eles desempenham na evolução estelar e na evolução cósmica. Se a origem desses campos, nos diferentes corpos celestes, estiver associada ao próprio processo de criação do Universo, não teria havido tempo suficiente para que fenômenos de atenuação os extinguissem? Se o tempo de decaimento desses campos, que pode ser estimado a partir da *equação de indução magnética*, equação (1.38) que será obtida na seção (1.5.2), for maior que a idade do universo, significa dizer que eles são suficientemente robustos para ainda hoje exibirem seus efeitos. Se eles não forem tão robustos, existem mecanismos regenerativos? A estimativa abaixo, baseada na equação da indução magnética, serve de subsídio para entendermos como objetos astronômicos, tais como a Terra, necessitam da presença de mecanismos capazes de sustentar e desenvolver seu campo magnético original, *campo semente*. Da equação de indução da MHD, equação (1.38), obtém-se, como oportunamente será visto, a equação (1.43) ou equação (1.25), a qual descreve a difusão de um campo magnético num fluido em repouso.

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (1.25)$$

Nessa equação, o coeficiente  $\eta$ , *coeficiente de difusão resistiva*, é dado pela equação

$$\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}. \quad (1.26)$$

Portanto, designando por  $L$  e  $\tau$ , respectivamente, as escalas típicas de comprimento e de tempo de decaimento (*tempo de decaimento ôhmico ou tempo de difusão resistiva*),

a equação de difusão para o campo magnético fornece um tempo típico de difusão dado por

$$\tau \approx \frac{L^2}{\eta}. \quad (1.27)$$

Estimando-se esse tempo de decaimento para a Terra, por exemplo, verifica-se que o campo geomagnético não pode ser de origem primordial. As estimativas revelam que  $\tau_{Terra} \ll$  idade do universo. Portanto, sem processos de regeneração e manutenção, o campo geomagnético seria atualmente nulo, fato que não é observado. Aplicando-se a equação (1.27) a outros objetos astronômicos, pode-se constatar que, para alguns corpos celestes, é possível que o campo tenha uma origem primordial e, para outros, não. Sendo assim, dedicar um tempo para análise de processos capazes de regenerar campos magnéticos será de grande valia para a compreensão dos processos envolvendo campos magnéticos no universo. A teoria de dínamo surge como uma "ferramenta teórica" capaz de elucidar parte desse grande desafio, fornecendo elementos para compreensão dos processos de regeneração e manutenção de tais campos. Dentro do contexto de teoria de dínamo, diversos tratamentos permeiam a literatura especializada em magnetismo cósmico, magnetismo estelar etc. Assim, desses diferentes tratamentos, surgem expressões referentes às variações de modelos de dínamo, tais como: *modelo de dínamo cinemático*, *modelo de dínamo dinâmico*, *modelo de dínamo turbulento ou dínamo eletromagnético de campo-médio* etc. Dentro dessa visão, consideremos a seguinte situação: seja  $\mathbf{B}_0$  um campo magnético inicial dado. Admita agora que o campo de velocidade  $\mathbf{v}$  é bem conhecido. Deseja-se, então, saber qual será a evolução temporal do campo magnético, visto que este se encontra sob a ação do campo de velocidade  $\mathbf{v}$ . Em outras palavras, o problema consiste em verificar se o campo magnético inicial não decai a zero à medida que o tempo vai para o infinito. Nessa abordagem, vê-se claramente que, sendo o campo de velocidade previamente dado, não há necessidade de se utilizar a equação da dinâmica do fluido, a *equação de Navier Stokes*. Portanto, a evolução temporal do campo será discutida à luz da equação de indução, não tendo, portanto, uma realimentação do campo magnético para o campo de velocidade. Esta

maneira de tratar o problema é conhecida como *modelo de dínamo cinemático*. Os subconjuntos do dínamo cinemático, designados como dínamo de estado estacionário e dínamo rápido, são tais que, no primeiro, procuram-se soluções de estado estacionário, ou seja, soluções para  $\partial\mathbf{B}/\partial t = \mathbf{0}$  ; no segundo, procuram-se soluções admitindo-se que a difusão do campo magnético é desprezível. Esse fato permite que se investigue a taxa máxima de crescimento do campo magnético através do processo de dínamo.

Diferentemente da abordagem do modelo de dínamo cinemático, no chamado *modelo de dínamo dinâmico*, resolve-se simultaneamente as equações de Navier-Stokes e a equação de indução. Esse processo de solução simultânea pode ser melhor apreciado como segue: usualmente se admite que o termo  $(\mathbf{J}\times\mathbf{B})$ , na equação de Navier-Stokes, é uma perturbação. Com essa consideração, despreza-se o termo  $(\mathbf{J}\times\mathbf{B})$  e, para uma dada geometria, resolvem-se a equação de Navier-Stokes utilizando as condições de contorno e condição inicial. A solução obtida para o campo de velocidade,  $\mathbf{v}$ , a partir dessa simplificação inicial, é então substituída na equação de indução magnética, a qual, por sua vez, é resolvida assumindo condições de contorno e condições iniciais pertencente ao campo magnético. A última solução fornece uma estimativa para  $\mathbf{B}$ . É possível retornar a equação de Navier-Stokes e usar esse  $\mathbf{B}$  para incluir o termo desprezado e resolver a equação para um novo  $\mathbf{v}$ . Esse processo pode ser realizado *ad infinitum*. Entretanto, por questões de praticidade e economia computacional, necessário se faz, em algum nível do processo, interromper essa realimentação. Evidentemente, a validade desse processo interativo deve repousar no fato de haver alguma convergência de  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{B}$ . A abordagem acima, admitindo uma pequena "força de Lorentz"  $(\mathbf{J}\times\mathbf{B})$  em comparação à força de Coriolis, reproduz um modelo de dínamo conhecido como *modelo de campo-fraco* (*weak-field model*). No entanto, quando a magnitude da força de Lorentz é igual ou maior do que a força de Coriolis, adota-se a designação *modelo de campo-forte* (*strong-field model*). *Modelo de dínamo turbulento* ou *dínamo eletromagnético de campo médio* foram independentemente desenvolvidos por Steenbeck (1966, 1969), Krause (1967) e por Moffatt (1961, 1970). O termo *dínamo turbulento*, como o nome

sugere, requer que o núcleo do campo de velocidade seja turbulento. Tal termo será usado para significar que a eletrodinâmica de campo-médio pode ser aplicada.

*O que se pretende dizer por campo-médio?* Se  $\mathbf{F}$  denota os campos de interesses, magnético ou de velocidade, nessa abordagem, lança-se mão dos campos médios  $\langle \mathbf{F} \rangle$  e suas flutuações  $\mathbf{F}' = \mathbf{F} - \langle \mathbf{F} \rangle$ . Assim sendo, admite-se que ambos os campos de velocidade e magnético podem ser separados em um campo médio mais uma parte flutuante. Uma vez expressos dessa forma, os campos são substituídos na equação de indução para se extraírem as médias de interesse. Campos magnéticos nos diferentes ambientes cósmicos, como regra, evoluem em meios turbulentos. Um dínamo turbulento é, portanto, de maior interesse em aplicações astrofísicas.

### 1.5.2 Teoria de dínamo - equação de indução

O dínamo elétrico, tão presente no nosso cotidiano, transforma energia oriunda do movimento em energia elétrica. Por analogia a este dínamo elétrico, o processo que designaremos de dínamo também relaciona movimento do plasma astrofísico, através dos campos de velocidades  $\mathbf{v}$ , com as variações temporais dos campos magnéticos,  $\partial \mathbf{B} / \partial t$ , presentes nesse meio. Portanto, dentro da abordagem da MHD, seleciona-se a equação da eletrodinâmica que envolve a velocidade  $\mathbf{v}$  (*lei de Ohm*) e a equação da eletrodinâmica que envolve a variação temporal do campo magnético (*lei de Faraday*), a saber:

$$\mathbf{J} = \sigma \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right), \quad (1.28)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (1.29)$$

A lei de Ohm, na forma acima expressa, é uma relação constitutiva para meio isotrópico, sendo a condutividade elétrica  $\sigma$ , que em geral é uma grandeza tensorial, tratada aqui como uma constante escalar (independente da posição). Portanto,

explicitando-se o campo elétrico da equação (1.28), tem-se

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c}. \quad (1.30)$$

Substituindo-se a equação (1.30) na equação (1.29), obtém-se

$$\nabla_{\mathbf{x}} \left( \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \right) - \nabla_{\mathbf{x}} \left( \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (1.31)$$

Relembrando o propósito de escrever uma relação entre os aspectos cinemáticos, o campo de velocidade e as variações temporais do campo magnético, escrever-se-á a densidade de corrente  $\mathbf{J}$  em termos do campo magnético. Isso pode ser feito com a ajuda da *lei de Ampère*:

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla_{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}. \quad (1.32)$$

Substituindo-se  $\mathbf{J}$ , dado acima, na equação (1.31), obtém-se

$$\frac{c}{4\pi\sigma} \nabla_{\mathbf{x}} (\nabla_{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{c} \nabla_{\mathbf{x}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.33)$$

ou, mais convenientemente,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla_{\mathbf{x}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla_{\mathbf{x}} (\nabla_{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}). \quad (1.34)$$

Com auxílio da identidade vetorial abaixo, equação (1.35),

$$\nabla_{\mathbf{x}} (\nabla_{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (1.35)$$

e, usando a equação (1.5),  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ , podemos expressar a equação (1.34) de forma mais adequada. Logo, a equação (1.35) fica

$$\nabla_{\mathbf{x}} (\nabla_{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}) = -\nabla^2 \mathbf{B}. \quad (1.36)$$

Portanto, substituindo-se a equação (1.36) na equação (1.34), tem-se

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla_{\mathbf{x}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} (\nabla^2 \mathbf{B}). \quad (1.37)$$

Usando-se a expressão para o coeficiente de difusão  $\eta = c^2/4\pi\sigma$ , dado na equação (1.26), a equação (1.37) assumirá a forma

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla_{\mathbf{x}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta (\nabla^2 \mathbf{B}). \quad (1.38)$$



A equação (1.38) é de importância central em MHD, sendo conhecida como *equação de indução*. Observe que essa equação linear é simétrica com relação à troca de  $\mathbf{B}$  por  $(-\mathbf{B})$ . É notável que apenas um parâmetro hidrodinâmico, a velocidade do fluido, entre nessa equação. Isto permite a formulação do modelo de dínamo designado por *dínamo cinemático*. Uma simples inspeção revela que dois processos estão contribuindo para a variação temporal do vetor  $\mathbf{B}$ . O primeiro,  $\nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{v}\mathbf{x}\mathbf{B})$ , associado ao movimento do fluido, a partir de agora designado *termo convectivo* e, o segundo,  $\eta(\nabla^2\mathbf{B})$ , associado ao processo resistivo ôhmico, será designado como *termo difusivo*. O termo difusivo, por estar intimamente ligado à resistividade elétrica (elemento para atenuação das correntes elétricas), contribui para o decaimento dos campos magnéticos. Em outras palavras, no processo de difusão do campo magnético, uma consequência do plasma possuir condutividade finita são as perdas ôhmicas e, portanto, as correntes que são responsáveis pelos campos magnéticos irão decair. Com o decaimento das correntes, tem-se o decaimento do campo magnético e, como a energia total (partículas do plasma mais campo) é conservada, o decréscimo de energia que o campo sofre é compensado com o acréscimo de energia que o plasma recebe. Sendo assim, só resta o termo convectivo para desempenhar o papel de regenerador do campo, termo responsável para o aumento do  $|\mathbf{B}|$ .

Uma vez que existe uma energia associada ao campo magnético e, se a intensidade desse campo pode ser aumentada através da ação de processos ligados ao termo convectivo, é natural questionar sobre a origem da fonte de suprimento dessa energia. Tendo visto que a velocidade do fluido aparece explicitamente no termo convectivo, a resposta a essa indagação está contida na própria expressão desse termo, ou seja, o suprimento de energia para amplificar a intensidade do campo vem do movimento do fluido. Essa constatação torna natural e confortável o emprego da palavra dínamo para esse processo. Resumidamente pode-se dizer que:

se  $|\nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{v}\mathbf{x}\mathbf{B})| > |\eta(\nabla^2\mathbf{B})|$ , haverá aumento ou regeneração de  $\mathbf{B}$  ;

se  $|\nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{v}\mathbf{x}\mathbf{B})| \approx |\eta(\nabla^2\mathbf{B})|$ , haverá apenas manutenção de  $\mathbf{B}$  ;

se  $|\nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{v}\mathbf{x}\mathbf{B})| < |\eta(\nabla^2\mathbf{B})|$ , prevalecerá a dissipação e  $|\mathbf{B}|$  decairá com o tempo.

Formalmente, o campo magnético é análogo ao *vórtex*. Tal semelhança é bem retratada através da comparação entre a equação de indução, acima obtida para o campo magnético, com aquela que se obtém em dinâmica dos fluidos, para a *vorticidade* de um fluido incompressível, a saber:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{v}\mathbf{x}\mathbf{w}) + \nu(\nabla^2\mathbf{w}), \quad (1.39)$$

onde  $\mathbf{w} = \nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{v}$  é chamado de *vorticidade* e  $\nu$  é o coeficiente de viscosidade cinemática.

Como bem conhecido na hidrodinâmica, um número adimensional de grande importância é o *número de Reynolds*. Esse número, que representa essencialmente a razão entre forças inerciais e viscosas que atuam no fluido, permite avaliar o tipo de escoamento do fluido, estabelecendo critérios para distinguir entre escoamento *laminar* e *turbulento* (valores baixos estão associados a escoamento laminar, enquanto valores altos aplicam-se a fluxos turbulentos).

Analogamente, pode-se definir um número adimensional chamado de número de *Reynolds magnético*,  $R_m$ , como sendo a razão entre os termos convectivo e difusivo. Assim, seja  $V$ , a velocidade típica, e  $L$ , a escala de comprimento típico, então o termo convectivo é da ordem de  $LV/B$  e o termo difusivo, da ordem de  $\eta B/L^2$ . Portanto,

$$R_m = \frac{|\nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{v}\mathbf{x}\mathbf{B})|}{|\eta(\nabla^2\mathbf{B})|} \approx \frac{LV}{\eta}. \quad (1.40)$$

Pode-se ver que  $R_m > 1$  é condição necessária, mas não suficiente, para o dínamo ser auto-sustentável. Devido à proporcionalidade de  $R_m$  com o tamanho  $L$  do sistema, vê-se que o valor de  $R_m$ , para plasmas astrofísicos, é mais elevado do que aquele para plasmas de laboratório. Em resumo, geralmente para plasmas de laboratórios verifica-se que  $R_m \ll 1$  e, para os plasmas astrofísicos, tem-se  $R_m \gg 1$ . Em outras palavras, para plasmas de laboratório, o termo difusivo é quem domina, enquanto nos plasmas astrofísicos, é o termo convectivo.

Essa afirmação pode ser condensada nas equações abaixo:

$$\text{Laboratório} \rightarrow \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \approx \eta (\nabla^2 \mathbf{B}), \quad (1.41)$$

$$\text{Astrofísico} \rightarrow \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \approx \nabla_{\mathbf{x}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.42)$$

Para ganhar uma melhor compreensão de cada um destes termos, convectivo e difusivo, melhor retratá-los separadamente como nas equações (1.41) e (1.42).

(i) *Fluido em repouso* ( $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ )

Para o fluido em repouso a equação (1.38) fica reduzida a uma equação de difusão, a saber:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta (\nabla^2 \mathbf{B}). \quad (1.43)$$

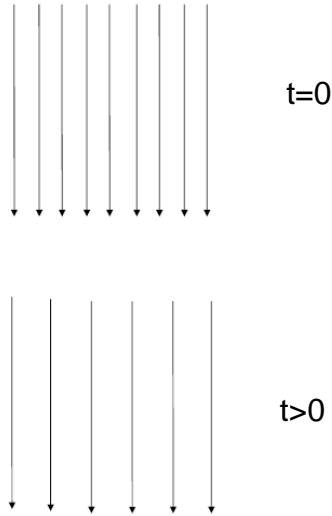
É instrutivo comparar essa equação com outras semelhantes bem conhecidas na Física, como as *equações de condução de calor e da viscosidade*:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa (\nabla^2 T) \quad (1.44)$$

e

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \nu (\nabla^2 \mathbf{w}), \quad (1.45)$$

onde  $T$ ,  $\kappa$  e  $\nu$  são, respectivamente, a temperatura, o coeficiente de condução de calor e a viscosidade cinemática. Esses coeficientes têm todas as mesmas dimensões. Observe que as equações acima para a difusão de  $\mathbf{B}$ ,  $T$  e  $\mathbf{w}$  têm a mesma forma, diferindo na natureza dessas grandezas ( $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{w}$  são vetores e  $T$  é um escalar). Voltando à equação (1.43), o único processo que ocorre nesse limite é a difusão ou decaimento do campo magnético com o tempo, como já discutido na seção (1.5.1), durante a introdução. O tempo de decaimento resistivo foi representado naquela oportunidade através da equação (1.27).



**Figura 1.1:** Diagrama esquemático de difusão do campo magnético em um plasma de condutividade finita. A redução da densidade de linhas ilustra a diminuição da intensidade do campo magnético. Nesse diagrama,  $t$  é o tempo, nos diferentes instantes apresentados,  $t=0$  e  $t>0$ .

Entretanto, é conveniente lembrar que, em caso de meios turbulentos, efeitos de resistividade anômala podem diminuir o tempo de difusão magnética uma vez que a turbulência pode aumentar o coeficiente de difusão resistivo para um outro valor,  $\eta_{efetivo}$ . A figura (1.1) ilustra de forma esquemática o conceito de difusão do campo magnético.

(ii) *Condutividade infinita* ( $\sigma = \infty$ )

Na equação de indução, equação (1.38), quando hipoteticamente a *condutividade é infinita* (ou equivalentemente a *resistividade é zero*), o coeficiente de difusão, obtido na equação (1.26), se anula e, portanto, o termo difusivo não aparece na equação. Essa situação freqüentemente conhecida como *limite MHD ideal* pode ser descrita pela equação

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla_{\mathbf{x}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.46)$$

Essa equação tem uma estrutura matemática fácil de ser analisada à luz do seguinte teorema encontrado na hidrodinâmica:

*Qualquer campo vetorial  $\mathbf{Q}$  num fluido, obedecendo à equação*

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{v} \times \mathbf{Q}), \quad (1.47)$$

*satisfaz*

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{Q} \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (1.48)$$

A analogia entre as equações (1.46) e (1.47) é perfeita. Podemos então obter o resultado conhecido como *teorema de Alfvén do congelamento de fluxo*, que estabelece

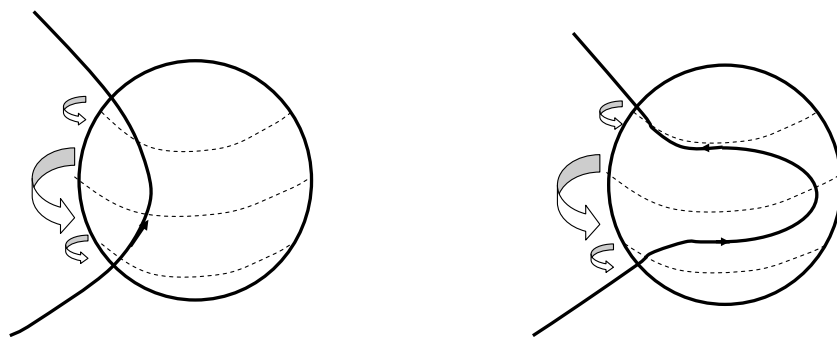
$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (1.49)$$

*Em outras palavras, o teorema Alfvén declara que o fluxo magnético, através de qualquer espira que se mova solidária ao fluido, é constante no tempo; portanto, à medida que o fluido se move, ele arrasta as linhas de campo magnético com ele. Nessa situação, o fluido pode fluir livremente na direção paralela ao campo magnético, mas se o vetor velocidade do fluido tiver uma componente perpendicular a  $\mathbf{B}$ , as linhas serão arrastadas com o fluido.*

Como anteriormente afirmado, em geral, os meios astrofísicos assumem valores muito altos de  $R_m$ ; assim, considerar a condição de congelamento do plasma astrofísico é algo realista. A figura (1.2), por exemplo, ilustra este mecanismo do congelamento do plasma numa estrela.

A título de completude, lembramos que o teorema que apresentamos para o campo vetorial  $\mathbf{Q}$  fornece, como caso particular, um interessante resultado conhecido na hidrodinâmica como *teorema de Kelvin*. Neste teorema fica estabelecido para a vorticidade que:

*o fluxo da vorticidade  $\mathbf{w} = \nabla \times \mathbf{v}$  é conservado e as linhas de vórtex movem-se com o fluido.*



**Figura 1.2:** Produção de um campo toroidal a partir de um campo poloidal. O estiramento da linha de campo, congelada ao fluido condutor, é oriundo do movimento de rotação mais intenso na região equatorial. A linha de campo magnético é arrastada pelo fluido em movimento de rotação.

Assim, após análise dos significados físicos dos termos convectivo e difusivo convém lembrar que em nenhum momento foi mencionado que a teoria de dínamo daria origem ao campo  $\mathbf{B}$ . Nossa discussão partiu sempre do pressuposto de que um determinado *campo semente* existia inicialmente e que poderia estar sujeito a processo como dissipação (através do termo difusivo) e/ou processo de regeneração (através do termo convectivo). *Qual a razão dessa cautela?* Se o campo magnético inicial fosse nulo,  $\mathbf{B}(0)=\mathbf{0}$ , seria possível, via equação de indução, dar origem a um campo magnético? A resposta a essa pergunta passa pela análise da equação (1.38), equação de indução, que é uma equação diferencial parcial de primeira ordem em  $t$ , necessitando, para obtenção de sua solução, de uma condição de contorno (condição inicial) em  $t=0$ . Com a condição inicial,  $\mathbf{B}(0)=\mathbf{0}$ , e, levando-se em conta que todos os termos na equação (1.38) são proporcionais a  $\mathbf{B}$ , decorre da equação (1.38) que  $|\partial\mathbf{B}/\partial t|_0 = 0$ . Sendo assim, a única solução satisfazendo tal condição inicial é a *solução trivial*.

*Portanto, se o campo magnético inicial é nulo, não há como criar, via equação de indução, um campo magnético, pois para o termo convectivo atuar no processo de dínamo, é necessário um campo semente não nulo.*

Precisa-se de outro processo inicial para gerar esse campo semente. Mas, qual processo? A literatura especializada refere-se a esses processos dando origem aos campos sementes como *processos de bateria*. Os processos de bateria podem explicar a origem de um campo magnético semente a partir de um plasma que esteja inicialmente desmagnetizado. Esta denominação, processo de bateria, é uma alusão aos dispositivos utilizados em eletricidade, que convertem energia não-mecânica (química, por exemplo) em energia elétrica, num circuito, e, em última instância, em energia magnética através das correntes elétricas geradas pelas baterias. A linha de raciocínio associada a esses mecanismos (ou processos) de baterias segue a seguinte base de pensamento *que processo permite estabelecer um campo magnético em um meio? Aquele que permitir a produção de correntes. Como as correntes surgem do estabelecimento de movimento relativo entre as partículas positivas e negativas, mecanismos que atuem diferentemente*

sobre cada tipo de partícula (positivas, negativas) são fortes candidatos a conseguir estabelecer esse movimento relativo acima citado e, portanto, estabelecer uma corrente no meio que será o agente da criação do campo magnético.

Assim, um meio originalmente desmagnetizado devido ao aparecimento de correntes elétricas, fica permeado por um campo magnético. Biermann (1950) mostrou pela primeira vez ser possível gerar campos magnéticos em meios originalmente desmagnetizados. Sua abordagem foi estabelecida para um plasma com rotação diferencial  $\Omega$ . Rotação diferencial é um tipo de rotação que depende da distância ao eixo de giro, ou seja,  $\Omega \equiv \Omega(r, z)$ . Aqui,  $r$  e  $z$  são, respectivamente, distância radial e a coordenada axial. Nesse caso, é possível criar um campo elétrico efetivo,  $\mathbf{E}_{ef}$ , tal que  $\nabla \times \mathbf{E}_{ef} \neq \mathbf{0}$  e, conseqüentemente,  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \neq \mathbf{0}$ . Portanto, um campo magnético é criado nesse processo. Para ampliar um pouco o entendimento desse tratamento, vale salientar que, na obtenção da equação de indução, equação (1.38), foi utilizada a lei de Ohm com certo nível de simplificação, equação (1.28). Em tratamento mais complexo, a lei de Ohm é apresentada com um número maior de termos (*lei de Ohm generalizada*), como apresentada abaixo:

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} + \frac{\mathbf{J}}{\sigma} - \frac{\Gamma \mathbf{B}}{c} + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{cn_e} - K_{col.n}(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \frac{\nabla p_e}{en_e}. \quad (1.50)$$

Observe que a eliminação dos quatros últimos termos na equação acima, equação (1.50), faz com que a equação (1.30) seja recobrada. Se o mesmo procedimento utilizado para obtenção da equação de indução for novamente realizado utilizando o valor de  $\mathbf{E}$  dado na lei de Ohm generalizada, obteremos uma forma geral da equação de indução:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta (\nabla^2 \mathbf{B}) + \nabla \times (\Gamma \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi} K_{col.n} \nabla \times \{[(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] \times \mathbf{B}\} + \frac{c^2}{en_e} \nabla \times (\nabla p_e) \quad (1.51)$$

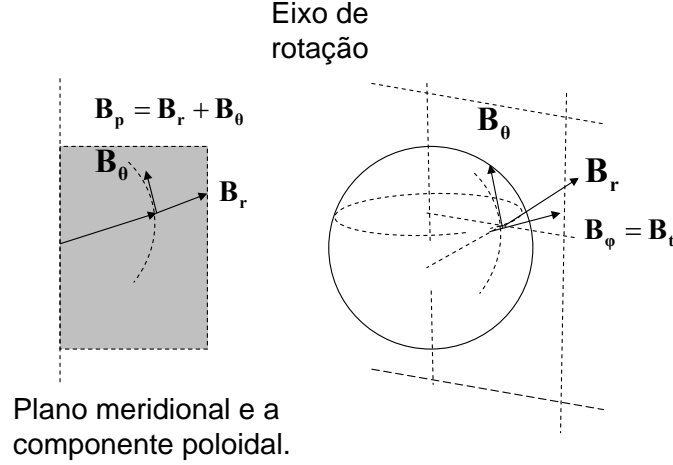
Nas duas últimas equações, (1.50) e (1.51), tem-se que  $K_{col.n}$  é um coeficiente que depende do grau de ionização fracionária do plasma (ou seja, da razão entre as densidades numéricas dos elétrons e partículas neutras,  $\chi_e = \frac{n_e}{n_n}$ ) e das frequências de colisão entre partículas neutras e carregadas;  $\Gamma$  é um coeficiente associado a turbulência



(uma medida da velocidade de rotação média de rodamosinhos); e  $\nabla p_e$ , gradiente da pressão eletrônica. Nesse ponto, é bom ressaltar que, na equação de indução (forma geral), equação (1.51), o último termo é o único independente de  $\mathbf{B}$ . Esse termo terá o relevante papel de gerar campos sementes. Observe que para  $t=0$ , usando-se a condição inicial  $\mathbf{B}(0) = \mathbf{0}$ , ele é o único que sobreviverá na expressão, sendo, portanto, o elemento responsável pela criação de campo magnético num meio que inicialmente estava desmagnetizado. Apesar das dificuldades que esse processo de *bateria de Biermann* encontra para explicar campos sementes em meio estelar, devido à necessidade de um longo tempo para o processo de geração do campo semente, a proposta original de Biermann foi de grande importância, um marco histórico dentro do contexto dos mecanismos de bateria. O processo de bateria de Biermann, ou variações dele, é que dão elementos para explicação da origem dos campos sementes.

### 1.5.3 Os efeitos $\alpha$ e $\Omega$ na teoria de dínamo

Antes de dar início ao tratamento matemático que desenvolveremos nesta seção, será de grande auxílio absorver os aspectos qualitativos das idéias que permeiam a teoria do dínamo turbulento de Parker. Objetivando a essa compreensão, facilitará muito a utilização de um sistema de coordenadas esféricas. A figura (1.3) ilustra o sistema adotado com referência ao eixo de rotação do objeto astrofísico a ser tratado. No contexto da astrofísica estelar, a componente azimutal do campo magnético  $\mathbf{B}_\phi$  é usualmente referida como *campo magnético toroidal*, enquanto a combinação das outras duas componentes  $\mathbf{B}_p = \mathbf{B}_r + \mathbf{B}_\theta$  é chamada de *campo magnético poloidal*. As linhas de campo poloidal podem ser representadas por curvas no plano meridional, isto é, plano passando pelo eixo do sistema de coordenadas. Nessa perspectiva vamos escrever os vetores campo magnético e velocidade presentes na equação fundamental do dínamo, equação de indução, em termos de suas componentes poloidal e toroidal que satisfazem relações de ortogonalidades ( $\mathbf{B}_p \cdot \mathbf{B}_t = 0$ ;  $\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_t = 0$ ).



**Figura 1.3:** Sistema de coordenadas esféricas: componente poloidal,  $B_p$ , e componente toroidal ou azimutal,  $B_t = B_\phi$ . Visualização do campo poloidal.

Para melhor satisfazer os nossos propósitos, vamos escrever a componente poloidal do campo magnético lançando mão da função  $\psi$ , uma função campo qualquer, tal que  $\mathbf{B}_p = \nabla \times (\psi \hat{\phi})$ . Aqui  $\hat{\phi}$  é o vetor unitário na direção azimutal.

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_t + \underbrace{\mathbf{B}_p}_{\nabla \times (\psi \hat{\phi})} \quad (1.52)$$

$$\mathbf{v} = \underbrace{\mathbf{v}_t}_{v_t \hat{\phi}} + \mathbf{v}_p \quad (1.53)$$

Substituindo essas equações (1.52) e (1.53) na equação de indução, equação (1.38), podemos separar as componentes poloidal e toroidal como segue:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \cdot \nabla (\tilde{\omega} \psi) = \eta D^2 \psi \Rightarrow (\text{poloidal}), \quad (1.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B_t}{\tilde{\omega}} \right) + \nabla \cdot \left( \frac{B_t}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \right) = \underbrace{\mathbf{B}_p \cdot \nabla \left( \frac{v_t}{\tilde{\omega}} \right)}_{efeito(\Omega)} + \frac{\eta}{\tilde{\omega}} D^2 B_t \Rightarrow (toroidal), \quad (1.55)$$

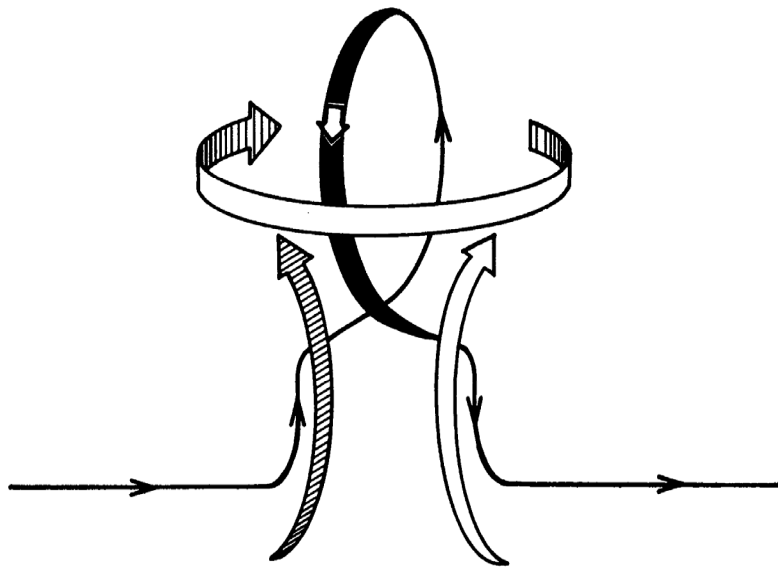
onde  $D^2 = \nabla^2 - 1/r^2 \sin^2 \theta$  e  $\tilde{\omega} = r \sin \theta$ . Portanto, escrevendo a velocidade angular como sendo  $\Omega$ , podemos re-escrever a equação associada a componente toroidal como

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B_t}{\tilde{\omega}} \right) + \nabla \cdot \left( \frac{B_t}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \right) = \underbrace{\mathbf{B}_p \cdot \nabla (\Omega)}_{efeito(\Omega)} + \frac{\eta}{\tilde{\omega}} D^2 B_t \Rightarrow (toroidal). \quad (1.56)$$

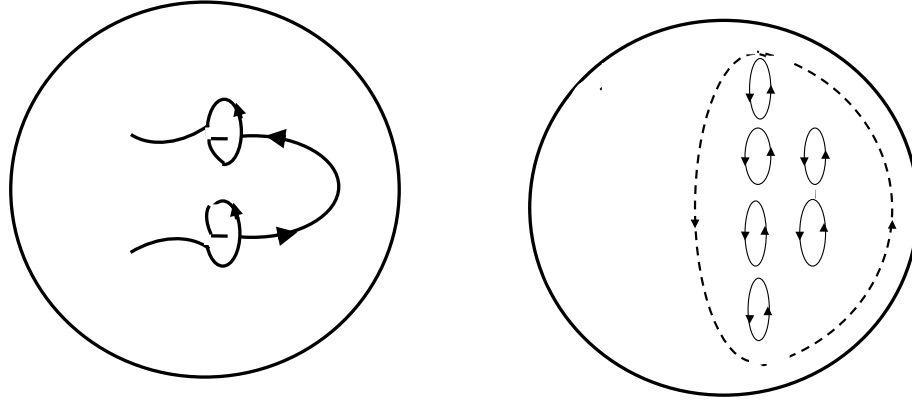
Observe que o termo designado por *efeito*  $\Omega$  corresponde a uma contribuição dada pela componente poloidal para geração da componente toroidal. Em outras palavras, trata-se de um efeito da rotação diferencial alongando a componente poloidal para criar componente toroidal. Na figura (1.2) tivemos uma ilustração desse efeito. Observando agora a equação (1.54), notamos que não existe um termo equivalente onde possamos construir, a partir de uma componente toroidal, uma componente poloidal. Essa *assimetria* foi resolvida com as idéias introduzidas por Parker (1955). Parker elaborou uma idéia crucial para geração de campo poloidal concentrando-se especificamente em objetos convectivos, como o interior da Terra, do Sol e estrelas em geral. Esses movimentos convectivos são guiados pelo gradientes de temperatura radial.

Sua contribuição pode ser resumida da seguinte maneira: *a existência de um movimento convectivo turbulento dentro de um objeto astronômico gera, por exemplo, um movimento ascendente de bolhas. Devido ao congelamento do campo no plasma, ocorre um alongamento das linhas de campo (componente toroidal) no processo de ascensão das bolhas. Em adição, face à rotação estelar, as bolhas estão sujeitas a forças de Coriolis. A ação conjunta dos movimentos convectivos e dessas forças faz com que as bolhas de plasma adquiram um movimento helicoidal (ciclônico). Como as linhas de campo toroidal encontram-se presas (congeladas) ao fluido, elas são arrastadas por esse movimento das bolhas e, assim, contribuem para a geração do campo poloidal.* A figura (1.4) e a figura (1.5) ilustram esse processo de torção das linhas de campo toroidal para gerar campo poloidal.

Em outras palavras, os efeitos  $\Omega$  e  $\alpha$  são tais que *os campos poloidal e toroidal*



**Figura 1.4:** - Representação esquemática da torção das linhas de campo toroidal devido ao movimento turbulento helicoidal ascendente das bolhas de plasma. As linhas sólidas representam as linhas de campo magnético e as fitas orientadas representam os movimentos do fluido. Fonte: Parker (1970)



**Figura 1.5:** Produção de um campo poloidal a partir de um campo toroidal. A figura ilustra as linhas de campo toroidal sendo torcidas pelo movimento turbulento helicoidal de tal modo que suas projeções no plano meridional são *loops* magnéticos, como mostrado no lado esquerdo da figura. Os vários *loops* magnéticos que são produzidos por esse movimento turbulento estão representados no lado direito da figura, projetados no plano meridional.

*se auto-sustentam através de um processo cíclico de realimentação. O campo poloidal pode ser alongado pela rotação diferencial e gerar um campo toroidal (efeito  $\Omega$ ) e, por sua vez, o campo toroidal pode ser torcido pela turbulência helicoidal (associada com a convecção em sistemas com rotação) para dar de novo um campo no plano poloidal (efeito  $\alpha$ ). Com base nesse raciocínio, Parker pôde eliminar a assimetria apresentada entre as equações (1.54) e (1.56), propondo que a taxa de criação de campo poloidal descrito anteriormente seja proporcional a  $B_t$ . Dessa contribuição, a equação (1.54)*

passa a ser escrita como

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \cdot \nabla (\tilde{\omega} \psi) = \underbrace{\alpha B_t}_{\text{efeito}(\alpha)} + \eta D^2 \psi \Rightarrow (\text{poloidal}). \quad (1.57)$$

As equações (1.56) e (1.57) são conhecidas como *equações do dínamo*.

### 1.5.4 A eficiência do dínamo - número de Rossby e número de dínamo

Estrelas são objetos celestes que exibem movimento de rotação. Em tais sistemas acelerados, referenciais não inerciais, faz-se necessário adaptarmos a equação do movimento para incluir forças não inerciais. Sendo assim, admitindo-se que esses sistemas hidrodinâmicos girem com velocidade angular  $\Omega$ , a aceleração usual tem que ser trocada nesse sistema acelerado por

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} \rightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} + 2\Omega \times \mathbf{v} + \Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}), \quad (1.58)$$

onde  $\mathbf{r}$  é o vetor posição com relação a alguma origem no eixo de rotação. Fazendo essa troca na equação do movimento, equação de Navier - Stokes,

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \Rightarrow (\text{Navier} - \text{Stokes}), \quad (1.59)$$

obteremos para a equação de movimento, num sistema em rotação, a equação:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} - 2\Omega \times \mathbf{v} - \Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}), \quad (1.60)$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $-2\Omega \times \mathbf{v}$  é a aceleração de Coriolis e  $-\Omega \times (\Omega \times \mathbf{r})$  é a aceleração centrífuga, podendo ser escrita como  $\frac{1}{2} \nabla (|\Omega \times \mathbf{r}|^2)$ . Sendo  $\mathbf{F}$  uma "força" (aceleração) de origem gravitacional, vamos escrevê-la como  $(-\nabla \phi)$ , onde  $\phi$  é o potencial gravitacional. Assim, a equação do movimento para sistemas em rotação fica

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \left( \phi - \frac{1}{2} |\Omega \times \mathbf{r}|^2 \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{v} - 2\Omega \times \mathbf{v}. \quad (1.61)$$

Para compreendermos quão importante é a aceleração de Coriolis nesse processo, deveríamos compará-la com o outro termo  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$  que, como a aceleração de Coriolis, é não nulo apenas quando existe movimento com relação ao sistema girante. Devido à força de Coriolis, movimentos de circulação ciclônica são gerados. O termo de Coriolis domina quando é superior aos efeitos da aceleração convectiva  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ .

Para uma melhor apreciação desse parâmetro, seja  $V$ , a velocidade típica, e  $L$ , a escala de comprimentos, então  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$  é da ordem de  $V^2/L$  e a aceleração de Coriolis,  $-2\Omega \times \mathbf{v}$ , da ordem de  $\Omega V$ . A razão entre esses termos, um número puro, será designada por *número de Rossby*,  $R_0$ . Tal designação é uma homenagem a *C. G. Rossby*, um pioneiro em dinâmica de fluidos geofísicos. Portanto, esse parâmetro adimensional será dado por

$$R_0 = \frac{V^2/L}{\Omega V} = \frac{V}{\Omega L}. \quad (1.62)$$

O número de Rossby é, assim, um parâmetro de fundamental importância na análise da eficiência do dínamo estelar determinando o quanto a rotação pode induzir tanto à helicidade quanto à rotação diferencial requerida para a atividade do dínamo na envoltória convectiva. Na verdade, a eficiência do efeito de dínamo pode ser medida utilizando-se outros parâmetros. Essas grandezas adimensionais permitem estabelecer comparações entre tempos característicos dos vários processos em jogo (por exemplo: convecção, difusão, rotação e amplificação). Para corroborar essa afirmação, podemos verificar que o número de Rossby, equação (1.62), é a razão entre dois tempos característicos, período de rotação e tempo de convecção. A confirmação disso é imediata; para tanto, é suficiente lembrar que a velocidade de rotação é inversamente proporcional ao período de rotação,  $\tau_r$ , e  $V = L\tau_c^{-1}$ , onde  $\tau_c$  é o tempo característico de convecção. Logo,

$$R_0 = \frac{\tau_r}{\tau_c}. \quad (1.63)$$

Conforme Durney e Latour (1978), a eficiência de um dínamo aumenta se a razão entre o tempo característico da rotação estelar,  $\tau_r = 2\pi R/v_r$ , e o tempo característico

da convecção,  $\tau_c = l/v_c$ , for menor que um, ou seja, o tempo característico da rotação estelar menor que o tempo característico da convecção. Assim,

$$\frac{l/R}{v_c} > \frac{1}{v_r}, \quad (1.64)$$

onde  $l/R$  é a profundidade da zona convectiva, expressa como uma fração do raio estelar,  $R$ ,  $v_c$  e  $v_r$  são, respectivamente, as velocidades dos elementos convectivos e a velocidade de rotação. Portanto, uma maior eficiência do dínamo significa

$$v_r > \frac{v_c}{l/R}. \quad (1.65)$$

Da equação (1.62) ou equação (1.63), podemos melhor expressar a hipótese de Durney e Latour, ou seja, do número de Rossby escrito como

$$R_0 = \frac{v_c}{(l/R)v_r}, \quad (1.66)$$

podemos ver que, quanto menor ele for, mais eficiente será o dínamo. A equação (1.66) mede, na verdade, o quando a rotação se acopla com a convecção para produzir as circunstâncias necessárias à produção do efeito- $\alpha$ . Lembrando-se que a velocidade projetada,  $\langle V \sin i \rangle$ , é um parâmetro freqüentemente mensurável, do ponto de vista de um observacional, é conveniente, portanto, expressar o número de Rossby em relação a esse parâmetro. Assim, com o auxílio das equações abaixo:

$$R_0 = \frac{1}{\tau_c \langle V \rangle} \quad (1.67)$$

e

$$\langle V \rangle = \frac{4 \langle V \sin i \rangle}{\pi R}, \quad (1.68)$$

podemos calcular o número de Rossby.

Nesse ponto, vale salientar que a amostra de estrelas que estudaremos no presente trabalho é constituída de estrelas classificadas como evoluídas, logo, exibem raios estelares muito grande. Assim, para que o número de Rossby seja pequeno, dínamo



eficiente, necessitamos de elevados (ou pelo menos moderados) valores de velocidade de rotação, bem como a existência de uma envoltória convectiva desenvolvida. Vemos das equações (1.67) e (1.68) que, para estimar o número de Rossby, precisamos de três parâmetros: velocidade de rotação  $\langle V \sin i \rangle$ , o tempo de convecção  $\tau_c$  e o raio estelar  $R$ . Esses parâmetros podem ser obtidos diretamente de medidas, como no caso da velocidade de rotação, ou de forma indireta, como a estimativa para o raio estelar através da relação *luminosidade-raio-temperatura efetiva*, que leva em consideração a estrela como um corpo negro, relacionando luminosidade,  $L$ , temperatura efetiva,  $T_{ef}$ , e o raio estelar.

$$L = 4\pi\sigma R^2 T_{ef}^4 \Rightarrow (\textit{luminosidade-raio-temperatura efetiva}), \quad (1.69)$$

sendo  $\sigma$  a *constante de Stefan-Boltzmann*.

Com relação ao tempo de convecção, a *Teoria de Comprimento de Mistura* (*Mixing Length Theory*) fornece os elementos para seu cálculo. Esse cálculo apresenta várias dificuldades face às incertezas presentes nessa teoria. Trata-se de um modelo de transporte de energia por convecção, aplicado inicialmente por Biermann (1932) e Cowling (1935). Basicamente temos que um elemento de massa, no processo de convecção, percorre uma distância característica, *comprimento de mistura*,  $l$ , antes de se misturar com o material de sua vizinhança. Essa distância, comprimento de mistura (*mixing length*), define a espessura da camada convectiva e geralmente é expressa como uma função da altura de pressão  $H_p$  (distância onde a pressão do gás estelar muda de um fator  $e \approx 2,7$ ). Portanto, é usual expressar  $l$  como

$$l = \alpha H_p. \quad (1.70)$$

Nessa última equação,  $\alpha$  é um parâmetro livre fundamental da teoria e é desconhecido *a priori*. Estudos comparativos entre essa teoria e simulações numéricas sinalizam para a dependência de  $\alpha$  com o tipo estelar.

Retomando nossa discussão sobre parâmetros relevantes para medir a eficiência do dínamo estelar, completaremos nossa abordagem destacando mais uma grandeza

relevante, conhecida como *número de dínamo*, e designa-lá-emos por  $D$ . Trata-se de um parâmetro que estabelece comparações entre os tempos característicos da convecção, da amplificação do campo magnético e da difusão. Assim, comparando-se os tempos característicos da convecção e/ou difusão com o tempo necessário para amplificar o campo magnético através do efeito dínamo, se esses tempos forem menores, o dínamo será pouco eficiente. Essa condição tem sido expressa na literatura como

$$D \equiv \frac{\alpha \Omega L^3}{\eta^2} > 1, \quad (1.71)$$

onde  $\alpha$  é a intensidade do efeito- $\alpha$ ;  $\Omega$ , a intensidade da rotação diferencial; e  $\eta$ , a difusividade magnética, todas estimadas por Steenbeck e Krause (1969); e  $L$  é a escala de altura. As estimativas obtidas por Steenbeck e Krause foram

$$\alpha \cong \frac{v_r l^2}{R} / L, \quad (1.72)$$

$$\eta \cong v_c l, \quad (1.73)$$

$$\Omega \cong l^2 \frac{v_r}{R} / L^2. \quad (1.74)$$

Substituindo essas estimativas na equação (1.67), teremos uma relação direta entre o número de dínamo e o número de Rossby, a saber:

$$D \cong \left[ \frac{\left(\frac{l}{R}\right) v_r}{v_c} \right]^2 = R_0^{-2}. \quad (1.75)$$

# Capítulo 2

## Ondas Acústicas, Ondas Alfvén e Magnetosônicas

### 2.1 Introdução

O plasma estelar enriquecido com o campo magnético é palco de diversos tipos de processos ondulatórios, dentre os quais ressaltam-se: as ondas acústicas, as magnetosônicas e as ondas Alfvén. As ondas acústicas constituem uma forma bem familiar de propagação de energia, que normalmente é analisada no contexto em que o meio é um fluido não-condutor, compressível e livre de campos magnéticos. No início desse capítulo será feita, na perspectiva da hidrodinâmica usual, uma breve discussão sobre as ondas acústicas. Posteriormente serão apresentados outros tipos de ondas que podem surgir num plasma magnetizado dentro de uma abordagem que garanta a *força da analogia* como instrumento didático. Passo adicional de natureza mais matemática, incluindo todos os tipos de ondas no plasma, poderá ser apreciado na seção (2.5.2). Nessa seção, a equação (2.59), derivada da estrutura das equações da MHD, conduzirá de forma natural e conveniente aos diversos tipos de ondas que um plasma magnetizado pode suportar.

Tendo em vista que o depósito de energia na atmosfera estelar, via absorção de ondas, constitui um mecanismo bastante citado na literatura especializada, é natural o interesse em descrever esses processos oscilatórios para, assim, poder explicitar os parâmetros que interferem na absorção dessas ondas.

## 2.2 Ondas acústicas

O movimento oscilatório de pequena amplitude num fluido compressível é bem conhecido como *ondas sonoras*. Em tal processo, o fluido está sujeito a compressões e rarefações, que serão descritas através de perturbações nos valores de equilíbrio das grandezas que descrevem o fluido. Para distinguir os valores das perturbações dos valores de equilíbrio, utilizaremos, para estes, índice zero, e, para aqueles, uma *linha* na parte superior da letra. Uma exceção será feita para a perturbação na velocidade, que será designada apenas por  $\mathbf{v}$ . Portanto,  $p_0$  e  $\rho_0$  representam as grandezas pressão e densidade no equilíbrio, enquanto  $\mathbf{v}$ ,  $p'$  e  $\rho'$  representam as perturbações na velocidade, pressão e densidade, respectivamente. Assim, escreveremos

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p' \\ \rho &= \rho_0 + \rho'. \end{aligned} \tag{2.1}$$

As variações de pressão e densidade comparadas aos valores de equilíbrio são extremamente pequenas, ou seja,

$$p' \ll p_0, \tag{2.2}$$

e

$$\rho' \ll \rho_0. \tag{2.3}$$

Uma vez que o processo descrito acima é para pequenas oscilações (pequenas velocidades), essa abordagem permite desprezar termo como  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ , que aparece na equação de Euler, bem como os termos de segunda ordem, na equação da continuidade.

Sendo assim, as equações da continuidade e de Euler, a saber:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (2.5)$$

ficarão reduzidas, após desprezar termos de ordem elevadas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla p = \mathbf{0}. \quad (2.7)$$

Para uma porção do fluido de massa  $M$  ocupando um volume  $V$ , um acréscimo de pressão ( $\Delta p > 0$ ) provoca, em geral, uma diminuição de volume ( $\Delta V < 0$ ). Defina-se, portanto, o *módulo de compressibilidade*  $\kappa$  como sendo

$$\kappa = -\frac{\frac{\Delta V}{V}}{\Delta p}. \quad (2.8)$$

Percebe-se então que, quanto mais compressível for um fluido, maior será a variação percentual do volume provocada por uma dada variação de pressão. Conseqüentemente, o módulo de compressibilidade  $\kappa$  será maior. Outra grandeza relevante para esse estudo é o *módulo de elasticidade*,  $B$ . O módulo de elasticidade é o inverso da compressibilidade, logo

$$B = \frac{1}{\kappa}. \quad (2.9)$$

Como a densidade volumétrica ( $\rho$ ) é dada por

$$\rho = M/V, \quad (2.10)$$

e

$$\Delta \rho = -\rho \frac{\Delta V}{V}, \quad (2.11)$$

logo

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta p}. \quad (2.12)$$

Portanto, o módulo de elasticidade será dado por

$$B = \rho_0 \frac{\Delta p}{\Delta \rho}, \quad (2.13)$$

ou ainda,

$$B = \rho_0 \frac{\acute{p}}{\acute{\rho}}. \quad (2.14)$$

Assim, da equação acima (2.14), temos

$$\acute{\rho} = \frac{\rho_0}{B} \acute{p}. \quad (2.15)$$

As equações (2.6) e (2.7) relacionam as grandezas perturbadas  $\acute{p}$ ,  $\acute{\rho}$  e  $\mathbf{v}$ . Para a obtenção de equações que expressem a evolução temporal de cada grandeza perturbada, pode-se, inicialmente, eliminar as grandezas  $\acute{\rho}$  e  $\mathbf{v}$  e ficar apenas com uma equação para a perturbação na pressão  $\acute{p}$ . Usando a equação (2.14) em (2.6), eliminamos  $\acute{\rho}$  e obtemos

$$\frac{\partial \acute{p}}{\partial t} = -B \nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (2.16)$$

Tomando-se a divergência da equação (2.7), eliminamos  $\mathbf{v}$ , ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{v}) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 \acute{p}. \quad (2.17)$$

Derivando-se a equação (2.16) em relação ao tempo, obtém-se

$$\frac{\partial^2 \acute{p}}{\partial t^2} = -B \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{v}). \quad (2.18)$$

Substituindo-se a equação (2.17) na equação (2.18), encontramos

$$\nabla^2 \acute{p} - \frac{\rho_0}{B} \frac{\partial^2 \acute{p}}{\partial t^2} = 0, \quad (2.19)$$

ou, ainda,

$$\nabla^2 \acute{p} - \frac{1}{V_S^2} \frac{\partial^2 \acute{p}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.20)$$

A equação (2.20) é uma *equação de onda para a perturbação da pressão* propagando-se com velocidade

$$V_S = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}, \quad (2.21)$$

onde  $V_S$  é a velocidade das ondas sonoras.

Seguindo um processo análogo, eliminando-se  $\rho$ , encontramos a *equação de onda* para  $\mathbf{v}$ , ou seja,

$$\nabla^2 \mathbf{v} - \frac{1}{V_S^2} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} = \mathbf{0}. \quad (2.22)$$

Seguindo agora esses procedimentos aplicados para  $\rho$ , é fácil mostrar que

$$\nabla^2 \rho - \frac{1}{V_S^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = 0. \quad (2.23)$$

Para obtermos o comportamento da velocidade do som em função de grandezas como temperatura,  $T$ , pressão,  $p$ , densidade do meio etc., façamos uma análise no contexto de um gás ideal. Sabe-se que a equação de estado do gás ideal é dada por

$$p = \frac{KT}{m} \rho, \quad (2.24)$$

onde  $K$  é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura absoluta,  $m$  a massa de uma partícula e que, em adição, as vibrações sonoras são rápidas o suficiente para serem consideradas um processo adiabático. Processos adiabáticos num gás ideal satisfazem a equação

$$pV^\gamma = cte, \quad (2.25)$$

sendo  $V$ , o volume do gás;  $\gamma$ , a razão entre o calor específico à pressão constante,  $C_p$ ; e calor específico a volume constante,  $C_v$ .

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (2.26)$$

Desta forma, temos

$$p = b\rho^\gamma, \quad (2.27)$$

onde  $b$  é uma constante.

Na condição de processo adiabático, a equação (2.14) pode ser escrita como

$$B = \rho \left( \frac{dp}{d\rho} \right)_s. \quad (2.28)$$

Nessa equação, o índice  $s$  denota que o processo é reversível e adiabático. Logo, da equação (2.27) e da equação (2.28), obtemos

$$B = \gamma p. \quad (2.29)$$

Portanto, fazendo uso das equações (2.21) e (2.29), conseguiremos expressar a velocidade da onda sonora em função das grandezas pressão e densidade, a saber:

$$V_S = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}. \quad (2.30)$$

Por outro lado, usando a equação (2.24) na equação (2.30), obtemos a velocidade da onda sonora em função da temperatura, a saber:

$$V_S = \sqrt{\gamma \frac{KT}{m}}. \quad (2.31)$$

Com boa aproximação, podemos afirmar que

$$V_S \propto \sqrt{T}. \quad (2.32)$$

## 2.3 Ondas Alfvén

Dentro da perspectiva da hidrodinâmica usual, excluindo as ondas de superfície, as únicas possíveis com pequeno comprimento de onda são as acústicas (ondas compressíveis longitudinais, analisadas na seção anterior).

Como já explicitado no âmbito da magnetohidrodinâmica, um fluido compressível imerso num campo magnético possibilita a existência de outros tipos de movimento ondulatório, tais como as *ondas Alfvén* e as *ondas magnetosônicas*.

Uma das propriedades notáveis do campo magnético em MHD é a propagação de ondas transversais ao longo das linhas de indução que representam esse campo. Tal processo muito se assemelha ao obtido quando cordas elásticas são postas para vibrar.



Como bem se conhece, as vibrações transversais numa corda elástica se propagam com uma velocidade dada por

$$V_{corda} = \sqrt{\frac{tensão}{densidade}}. \quad (2.33)$$

Quando um fluido condutor imerso num campo magnético é posto para oscilar, o efeito do congelamento das linhas de campo no fluido faz com que essas linhas também oscilem. Assim, trocando-se as cordas elásticas por linhas de indução magnética, a analogia fica perfeita. Nessa situação, a velocidade da onda gerada será dada de forma totalmente análoga, bastando substituir a tensão da corda pela tensão magnética. Portanto, estão presentes os elementos fundamentais para que um modo oscilatório se propague através do meio: a *força restauradora* (produzida pelo campo magnético) e a *inércia* (inerente à densidade do fluido).

Desta forma, levando-se em conta que a tensão magnética  $T_M$  é dada por

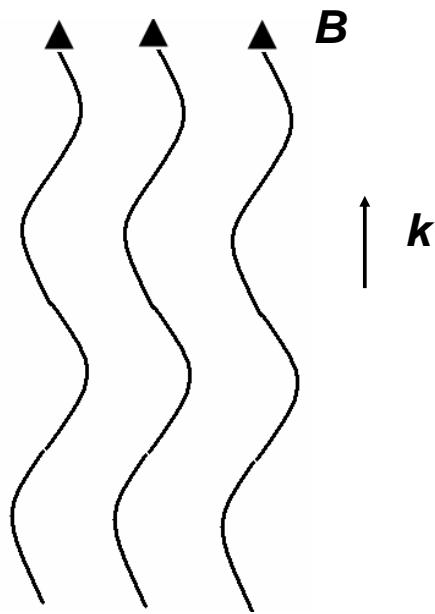
$$T_M = \frac{B_0^2}{4\pi}, \quad (2.34)$$

a velocidade  $V_A$  desse novo tipo de ondas será, após substituir o valor da tensão magnética na equação,

$$V_A = \sqrt{\frac{tensão\ magnética}{densidade}}, \quad (2.35)$$

$$V_A = \sqrt{\frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}}. \quad (2.36)$$

Alfvén (1942) foi o primeiro a assinalar existência dessas ondas, daí serem conhecidas como *ondas Alfvén*. Face ao seu papel no processo de transporte de energia e momento, elas são de grande importância na Astrofísica, como será visto adiante. A figura (2.1) ilustra a propagação de uma onda Alfvén.



**Figura 2.1:** Ondas Alfvén se propagando ao longo do campo magnético. As linhas de campo magnético congeladas ao plasma acompanham o movimento oscilatório do mesmo.

## 2.4 Ondas magnetosônicas

*Onda magnetosônica* ou *onda magnetoacústica* é outro tipo de onda, uma oscilação longitudinal que se observa em plasmas magnetizados. Essas ondas, como o próprio nome deixa transparecer, estão intimamente relacionadas a uma estrutura que se assemelha a uma onda sonora, mas a presença do campo magnético lhe confere algo de especial. De fato, conforme elas se propagam, vão criando regiões de compressão e rarefações não só de densidade do fluido, mas também de intensidade do campo magnético.

Uma maneira sucinta de compreender esse tipo de oscilação pode ser feita retomando a expressão da velocidade de uma onda sonora, equação (2.30) e, nessa equação, corrigir o valor da pressão, adicionando o termo referente à pressão magnética,  $P_M = \frac{B_0^2}{8\pi}$ . Portanto, a pressão, agora corrigida, será uma pressão total,  $p_T = p + P_M$ . Designaremos a nova velocidade, *velocidade da onda magnetosônica*, por  $V_M$ . Então, podemos escrever

$$V_M^2 = \frac{d}{d\rho} \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right)_{\rho=\rho_0} \quad (2.37)$$

ou, ainda,

$$V_M^2 = V_S^2 + \frac{d}{d\rho} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right)_{\rho=\rho_0}, \quad (2.38)$$

onde o índice zero refere-se ao estado não perturbado e  $V_S$  é a velocidade adiabática do som, discutida anteriormente.

Nesse ponto, vale salientar qual deve ser a relação entre os valores perturbados e não perturbados das grandezas densidade do fluido e intensidade do campo magnético. Essa relação pode ser facilmente obtida considerando que, para uma coluna do fluido (com a área da base perpendicular às linhas de campo), durante as oscilações provocadas pela onda, as linhas de campo magnético estejam congeladas ao fluido condutor; e que o fluxo de campo magnético (através da base da referida coluna) e o fluxo de massa por unidade de comprimento da coluna sejam conservados. Assim, podemos

escrever

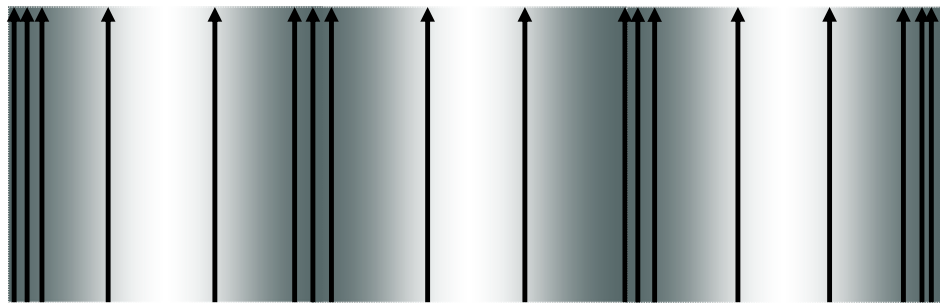
$$\frac{B}{\rho} = \frac{B_0}{\rho_0}. \quad (2.39)$$

Usando a equação (2.39) na equação (2.38) e o valor da velocidade Alfvén, dado pela equação (2.36), tem-se

$$V_M^2 = V_S^2 + V_A^2. \quad (2.40)$$

Da equação (2.40), pode-se verificar que, dependendo da relação entre a pressão magnética e a pressão do fluido, a velocidade  $V_M$  pode ser aproximadamente a velocidade da onda acústica ou a velocidade de uma onda Alfvén. Em outras palavras, o jogo entre pressão magnética e pressão do fluido determina se a velocidade da onda magnetosônica se aproximará da velocidade da onda acústica (no caso do efeito magnético ser desprezível, portanto, pequena pressão magnética) ou se, essencialmente, a velocidade será igual a de uma onda Alfvén (quando o termo de pressão magnética domina o termo de pressão do fluido).

A figura (2.2) a seguir ilustra uma onda magnetosônica.



**Figura 2.2:** Onda magnetosônica propagando-se paralelamente ao campo magnético, originando compressões e rarefações de linhas de força e do fluido condutor. Fluido e linhas de força movem-se juntos (situação de congelamento do plasma).

## 2.5 Ondas magnetohidrodinâmicas e amortecimentos

### 2.5.1 Introdução

A abordagem matemática oriunda da teoria MHD permitirá o reconhecimento dos diversos tipos de processos oscilatórios anteriormente tratados numa linguagem menos formal. Na perspectiva de oferecer uma apresentação mais didática, primeiramente as equações apresentadas serão aquelas compatíveis com um fluido condutor perfeito, compressível, não viscoso, que se encontre imerso num campo magnético. Esse nível de simplificação facilitará o reconhecimento das características das ondas geradas no plasma magnetizado, já descritas. A equação (2.59) centralizará toda a discussão, permitindo ainda, com algumas modificações, ampliar o tratamento para um fluido condutor mais realista, onde processos envolvendo viscosidades encontram-se presentes e, portanto, atenuações das ondas poderão ser apreciadas. À medida que parâmetros decisivos para o processo de amortecimento das ondas sejam explicitados, um ganho adicional na compreensão desses processos oscilatórios advirá.

### 2.5.2 Tratamento MHD

As equações abaixo são pertinentes para a descrição de um fluido condutor perfeito, compressível, não viscoso, imerso num campo magnético. A primeira, a *equação da continuidade*, é uma expressão da lei da conservação da massa; a segunda, *equação de Euler*, é a expressão da lei do movimento; e a terceira, de importância central na MHD, é a *equação de indução* sem o termo difusivo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.41)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p - \frac{1}{4\pi} \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}), \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.43)$$

Nas condições de equilíbrio, o fluido será tratado como um meio uniforme, em repouso, com densidade uniforme,  $\rho_0$ , imerso num campo magnético uniforme e constante,  $B_0$ . Uma pequena perturbação nesse meio pode ser imaginada com afastamentos de pequena amplitude dos valores de equilíbrio, a saber:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1(\mathbf{x}, t), \quad (2.44)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1(\mathbf{x}, t), \quad (2.45)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t). \quad (2.46)$$

Substituindo-se as equações (2.44), (2.45), (2.46) nas equações básicas (2.41), (2.42) e (2.43), que descrevem o fluido, obtém-se, após linearização nos pequenos desvios do equilíbrio, as seguintes equações:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{v}_1) = 0, \quad (2.47)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + V_S^2 \nabla \rho_1 + \frac{\mathbf{B}_0}{4\pi} \times (\nabla \times \mathbf{B}_1) = \mathbf{0}, \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) = \mathbf{0}, \quad (2.49)$$

onde foi utilizado que

$$\nabla p = V_S^2 \nabla \rho_1. \quad (2.50)$$

Combinando-se as equações (2.47), (2.48) e (2.49) podemos obter uma equação para  $\mathbf{v}_1$  derivando-se em relação ao tempo a equação (2.48), cujo resultado contém derivadas temporais das grandezas  $\rho_1$  e  $B_1$ . Uma simplificação pode ser feita com o auxílio das equações (2.47) e (2.49). Desse procedimento, obtém-se

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}_1}{\partial t^2} - V_S^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_1) + \left( \frac{\mathbf{B}_0}{4\pi \rho_0} \right) \times \nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0)] = \mathbf{0}. \quad (2.51)$$

Com o auxílio da equação (2.36), o vetor velocidade Alfvén pode ser definido como sendo

$$\mathbf{V}_A = \frac{\mathbf{B}_0}{\sqrt{4\pi \rho_0}}. \quad (2.52)$$

Usando a equação (2.52) na equação (2.51), teremos

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}_1}{\partial t^2} - V_S^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_1) + \mathbf{V}_A \times \nabla \times [\nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{V}_A)] = \mathbf{0}. \quad (2.53)$$

A análise das perturbações aqui retratadas é linear. Face à validade do princípio da superposição, neste contexto, qualquer perturbação arbitrária pode ser decomposta em componentes de Fourier. Para uma componente de Fourier típica,

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}_1 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t}, \quad (2.54)$$

soluções em que todas as quantidades perturbadas variam com  $e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t}$ , solução tipo onda plana permite trocar o operador derivada parcial temporal e o operador nabla com o procedimento

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow (-i\omega), \quad (2.55)$$

$$\nabla \rightarrow (i\mathbf{k}). \quad (2.56)$$

Assim, a equação (2.53), em que foi efetuada a troca dos operadores derivada temporal e nabla, como estabelecido nas equações (2.55) e (2.56), fica

$$-\omega^2 \mathbf{v}_1 + V_S^2 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{k} - \mathbf{V}_A \times \{\mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{V}_A)]\} = \mathbf{0}. \quad (2.57)$$

Usando a identidade vetorial abaixo,

$$[\mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{V}_A)] = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A) \mathbf{v}_1 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{V}_A, \quad (2.58)$$

na equação (2.57), obtém-se

$$-\omega^2 \mathbf{v}_1 + (V_S^2 + V_A^2) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{k} + \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k} [(\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}) \mathbf{v}_1 - (\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{k} - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{V}_A] = \mathbf{0}. \quad (2.59)$$

*Essa última equação, equação de dispersão para ondas hidromagnéticas, norteará toda a discussão subsequente.*

Particularmente, a análise das situações que seguem enriquecerá nossa compreensão dos processos oscilatórios capazes de serem mantidos por um fluido condutor magnetizado. Assim, convém analisar as situações:



1. Para  $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_0$  ( $\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A = 0$ ), obtêm-se ondas magnetosônicas.
2. Para  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$  ( $\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A = kV_A$ ), obtêm-se:
  - ondas sonoras se  $\mathbf{v}_1$  for paralelo a  $B_0$  e a  $\mathbf{k}$ .
  - ondas Alfvén se  $\mathbf{v}_1$  for perpendicular a  $B_0$  e a  $\mathbf{k}$ .
3. Para  $\mathbf{k}$  formando um ângulo arbitrário com  $\mathbf{B}_0$ , obtêm-se:
  - ondas Alfvén puras.
  - ondas MHD: rápidas e lentas.

*Análise das situações anteriormente enumeradas :*

1.  $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_0$  ( $\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A = 0$ )

A equação (2.59) fica reduzida

$$-\omega^2 \mathbf{v}_1 + (V_S^2 + V_A^2) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{k} = \mathbf{0}. \quad (2.60)$$

Portanto, teremos

$$\mathbf{v}_1 = \left[ \frac{(V_S^2 + V_A^2) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1)}{\omega^2} \right] \mathbf{k}. \quad (2.61)$$

Assim,  $\mathbf{v}_1 \parallel \mathbf{k}$ , ou seja,

$$\frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = \frac{\mathbf{k}}{k}. \quad (2.62)$$

Substituindo a equação (2.62) na equação (2.61), decorre

$$\frac{v_1}{k} \mathbf{k} = \left[ \frac{(V_S^2 + V_A^2) kv_1}{\omega^2} \right] \mathbf{k}, \quad (2.63)$$

$$\frac{v_1}{k} = \left[ \frac{(V_S^2 + V_A^2) kv_1}{\omega^2} \right], \quad (2.64)$$

$$\frac{\omega}{k} = (V_S^2 + V_A^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.65)$$

Como visto, temos uma onda com velocidade de fase independente da frequência, *onda não dispersiva*, e reconhecemos tratar-se de uma onda magnetosônica.

2.  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0 \Rightarrow \mathbf{k} \parallel \mathbf{V}_A$

Dessa condição, decorre que

$$\frac{\mathbf{V}_A}{V_A} = \frac{\mathbf{k}}{k}. \quad (2.66)$$

Usando a equação (2.66) na equação (2.59), obtém-se

$$(k^2 V_A^2 - \omega^2) \mathbf{v}_1 + [(V_S^2 + V_A^2) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) - k V_A (\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{v}_1)] \frac{k}{V_A} \mathbf{V}_A - k V_A (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{V}_A = \mathbf{0}. \quad (2.67)$$

A manipulação dessa equação conduz a

$$(k^2 V_A^2 - \omega^2) \mathbf{v}_1 + k^2 \left[ \left( \frac{V_S^2}{V_A^2} - 1 \right) (\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{v}_1) \right] \mathbf{V}_A = \mathbf{0}. \quad (2.68)$$

Nesse contexto,  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$ , verificam-se na equação (2.68) duas situações de particular interesse, a saber:

- $\mathbf{v}_1 \parallel \mathbf{V}_A$ , ou seja,  $\mathbf{v}_1 \parallel \mathbf{B}_0$ .

e

- $\mathbf{v}_1 \perp \mathbf{V}_A$  ou seja,  $\mathbf{v}_1 \perp \mathbf{B}_0$ .

Na *primeira situação*, devido aos vetores  $\mathbf{v}_1$  e  $V_A$  serem paralelos, vale a relação

$$\frac{\mathbf{V}_A}{V_A} = \frac{\mathbf{v}_1}{v_1}. \quad (2.69)$$

Usando a equação (2.69) na equação (2.68), obtém-se

$$(k^2 V_A^2 - \omega^2) \mathbf{v}_1 + k^2 \left[ \left( \frac{V_S^2}{V_A^2} - 1 \right) V_A^2 \right] \mathbf{v}_1 = \mathbf{0}, \quad (2.70)$$

$$k^2 V_A^2 - \omega^2 = -k^2 \left( \frac{V_S^2}{V_A^2} - 1 \right) V_A^2, \quad (2.71)$$

$$\omega^2 = k^2 V_S^2. \quad (2.72)$$

Portanto, resultou em uma onda sonora:

$$\frac{\omega}{k} = V_S. \quad (2.73)$$

A *segunda situação*, devido aos vetores  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{V}_A$  serem perpendiculares, é correta a afirmação  $\mathbf{v}_1$  perpendicular a  $\mathbf{B}_0$ . Logo,

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{V}_A = 0. \quad (2.74)$$

Assim, a equação (2.68) fica reduzida a

$$(k^2 V_A^2 - \omega^2) \mathbf{v}_1 = \mathbf{0}. \quad (2.75)$$

Obtém-se, portanto, uma onda Alfvén:

$$\frac{\omega}{k} = V_A. \quad (2.76)$$

Uma vez que a velocidade independe da frequência, não há dispersão. Um passo adicional a ser dado é verificar que o campo magnético, associado com a onda Alfvén, está na mesma direção, mas com sentido contrário ao da velocidade  $\mathbf{v}_1$ . Com auxílio da equação (2.49) e, considerando que

$$\mathbf{B}_1(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}_1 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t), \quad (2.77)$$

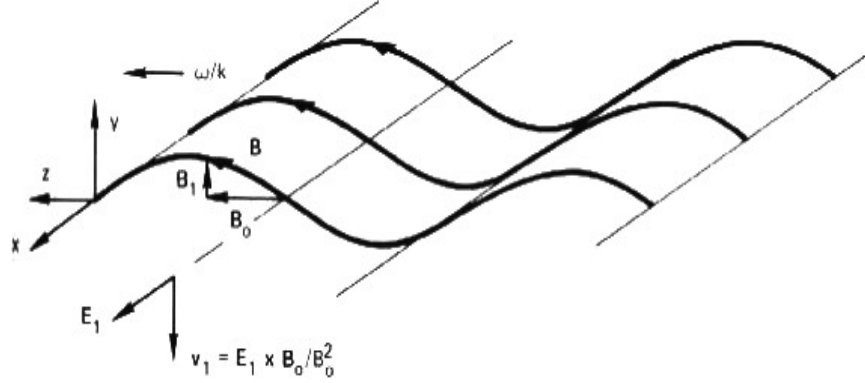
obtemos, após a utilização das equações (2.55) e (2.56) na (2.49), a seguinte relação:

$$\omega \mathbf{B}_1 + \mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) = \mathbf{0}. \quad (2.78)$$

Usando a identidade vetorial abaixo na equação (2.78) e, considerando-se  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$  e  $\mathbf{k} \perp \mathbf{v}_1$ , encontramos a equação (2.80):

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0) \mathbf{v}_1 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{B}_0, \quad (2.79)$$

$$\mathbf{B}_1 = -\frac{B_0}{\omega/k} \mathbf{v}_1. \quad (2.80)$$



**Figura 2.3:** Onda Alfvén. Fonte: [www.fis.Unb.br/plasma/fenomenos.htm](http://www.fis.Unb.br/plasma/fenomenos.htm).

Portanto,  $\mathbf{B}_1$  é perpendicular ao campo original  $\mathbf{B}_0$ . Essa pequena componente  $\mathbf{B}_1$ , ilustrada na figura (2.3), quando adicionada ao campo original  $\mathbf{B}_0$ , dá origem às ondulações senoidais nas linhas de campo magnético.

Nesse ponto, podemos calcular densidade de energia magnética  $u_{mag}$  da onda com auxílio da equação (2.80):

$$u_{mag.} = \frac{\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_1}{8\pi} = \frac{B_0^2 v_1^2}{8\pi V_A^2}. \quad (2.81)$$

Usando a equação (2.36) na equação (2.81), tem-se

$$u_{mag.} = \frac{1}{2} \rho_0 v_1^2, \quad (2.82)$$

ou seja, as densidades de energias magnética e cinética são iguais.

### 3. $\mathbf{k}$ formando um ângulo arbitrário com $\mathbf{B}_0$

A análise dessa situação torna-se matematicamente mais fácil, considerando-se a direção do campo magnético  $\mathbf{B}_0$  como sendo a direção do eixo cartesiano  $z$  e escolhendo

o plano xz como sendo aquele que contém o vetor  $\mathbf{k}$ . Seja  $\theta$  o ângulo arbitrário entre o vetor  $\mathbf{k}$  e o vetor campo magnético  $\mathbf{B}_0$ .

Embora essas considerações facilitem o tratamento matemático, elas não restringem a generalidade dos resultados; sendo assim, decorre que

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}, \quad (2.83)$$

$$\mathbf{V}_A = V_A \mathbf{z}, \quad (2.84)$$

$$\mathbf{k} = k (\mathbf{x} \sin \theta + \mathbf{z} \cos \theta), \quad (2.85)$$

$$\mathbf{v}_1 = v_{1x} \mathbf{x} + v_{1y} \mathbf{y} + v_{1z} \mathbf{z}, \quad (2.86)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A = k V_A \cos \theta, \quad (2.87)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1 = k (v_{1x} \sin \theta + v_{1z} \cos \theta), \quad (2.88)$$

$$\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{v}_1 = V_A v_{1z}, \quad (2.89)$$

onde  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$  são os vetores unitários nas direções x, y, z respectivamente. Substituindo-se as equações (2.84), (2.85), (2.86), (2.87), (2.88) e (2.89) na equação (2.59), obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{0} = & -\omega^2 (v_{1x} \mathbf{x} + v_{1y} \mathbf{y} + v_{1z} \mathbf{z}) + (V_S^2 + V_A^2) k^2 (v_{1x} \sin \theta + v_{1z} \cos \theta) (\mathbf{x} \sin \theta + \mathbf{z} \cos \theta) + \\ & k V_A \cos \theta [k V_A \cos \theta (v_{1x} \mathbf{x} + v_{1y} \mathbf{y} + v_{1z} \mathbf{z}) - V_A v_{1z} k (\mathbf{x} \sin \theta + \mathbf{z} \cos \theta) - k (v_{1x} \sin \theta + v_{1z} \cos \theta) V_A \mathbf{z}] \end{aligned} \quad (2.90)$$

- Para a componente x da equação (2.90), obtém-se

$$v_{1x} (-\omega^2 + k^2 V_A^2 + k^2 V_S^2 \sin^2 \theta) + v_{1z} (k^2 V_S^2 \sin \theta \cos \theta) = 0. \quad (2.91)$$

- Para a componente y da equação (2.90), obtém-se

$$v_{1y} (-\omega^2 + k^2 V_A^2 \cos^2 \theta) = 0. \quad (2.92)$$

- Para a componente z da equação (2.90), obtém-se

$$v_{1x} (V_S^2 k^2 \sin \theta \cos \theta) + v_{1z} (-\omega^2 + V_S^2 k^2 \cos^2 \theta) = 0. \quad (2.93)$$

A análise da componente y, equação (2.92), revela a existência de uma onda linearmente polarizada, envolvendo oscilações perpendiculares a  $\mathbf{k}$  e a  $\mathbf{B}_0$ , ou seja, ( $v_{1y} \neq 0$ ). Conclui-se ainda que

$$-\omega^2 + k^2 V_A^2 \cos^2 \theta = 0. \quad (2.94)$$

Portanto, a velocidade de fase será dada por

$$\frac{\omega}{k} = V_A \cos \theta; \quad (2.95)$$

logo, trata-se de uma *onda Alfvén pura*. Observe que a *propagação ao longo do campo magnético* ( $\theta = 0$ ), dá  $\omega/k = V_A$ , enquanto na *propagação perpendicular ao campo magnetostático* ( $\theta = 90^\circ$ ), a onda desaparece.

As componentes x e z dão origem a um sistema de duas equações para as amplitudes  $v_{1x}$  e  $v_{1z}$ . Para ter solução diferente da trivial ( $v_{1x} \neq 0$  e  $v_{1z} \neq 0$ ), o determinante dos coeficientes desse sistema deve ser nulo.

$$0 = \begin{vmatrix} (-\omega^2 + k^2 V_A^2 + k^2 V_S^2 \sin^2 \theta) & (k^2 V_S^2 \sin \theta \cos \theta) \\ (k^2 V_S^2 \sin \theta \cos \theta) & (-\omega^2 + V_S^2 k^2 \cos^2 \theta) \end{vmatrix}$$

O cálculo desse determinante fornece

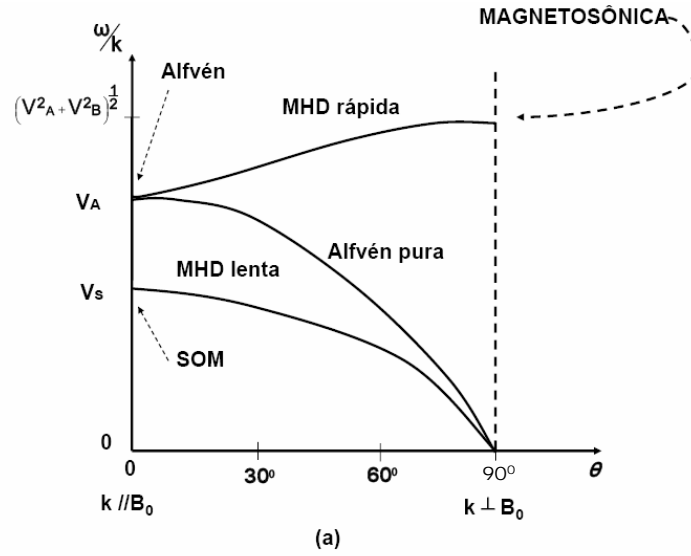
$$(-\omega^2 + k^2 V_A^2 + k^2 V_S^2 \sin^2 \theta) (-\omega^2 + V_S^2 k^2 \cos^2 \theta) = (k^2 V_S^2 \sin \theta \cos \theta) (k^2 V_S^2 \sin \theta \cos \theta). \quad (2.96)$$

Portanto,

$$\frac{\omega^4}{k^4} - \frac{\omega^2}{k^2} (V_S^2 + V_A^2) + V_A^2 V_S^2 \cos^2 \theta = 0. \quad (2.97)$$

Resolvendo essa equação para  $\omega^2/k^2$ , surgem duas soluções reais, a saber:

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{2} (V_S^2 + V_A^2) \pm \frac{1}{2} \left[ (V_S^2 + V_A^2)^2 - 4V_S^2 V_A^2 \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.98)$$

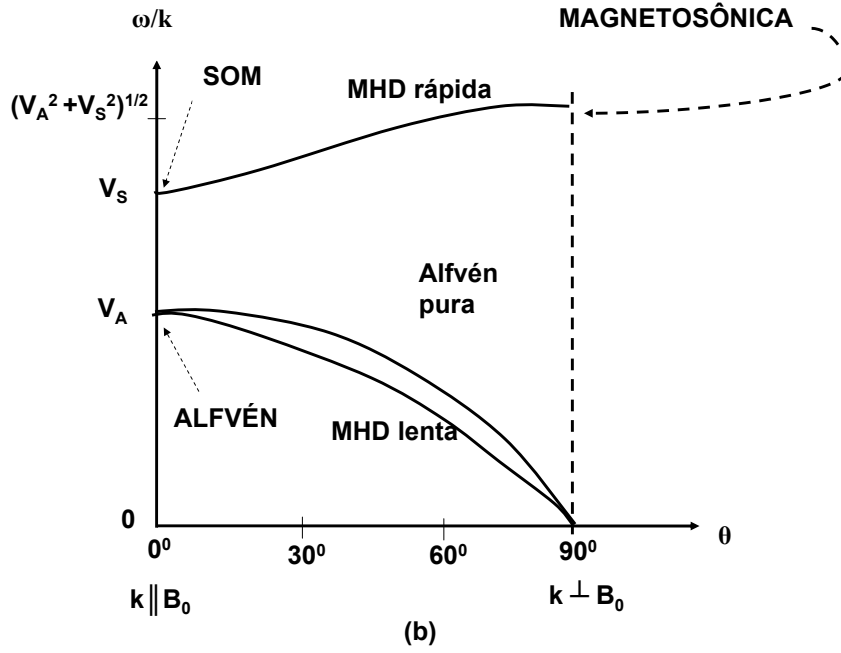


**Figura 2.4:** Velocidade de fase como função do ângulo entre o número de onda e o campo magnético. Situação em que a velocidade do som é menor que a velocidade Alfvén.

As figuras (2.4) e (2.5) ilustram o comportamento dessas ondas em função do ângulo  $\theta$ .

Nessa equação pode-se verificar que uma das soluções, a com sinal (+), dá um valor para a velocidade de fase maior do que a outra, aquela com o sinal (-). A solução para a equação com o sinal positivo é conhecida como *onda MHD rápida*. A outra solução com o sinal (-) é chamada de *onda MHD lenta*. Observe nas equações (2.95) e (2.98), referentes às ondas Alfvén puras, MHD rápida e MHD lenta, que estas ondas não possuem dependência com a frequência, portanto, não apresentam *dispersão*. Pode-se evidenciar, a partir da análise da equação (2.98), as seguintes características:

- para  $\theta = 90^\circ$ , as ondas Alfvén puras e as ondas MHD lentas sempre desaparecem. As ondas MHD rápidas se transformam em magnetosônicas.
- para  $\theta = 0^\circ$ , as ondas MHD rápidas se transformam em sonoras (se  $V_S > V_A$ ) e em ondas Alfvén (se  $V_A > V_S$ ).



**Figura 2.5:** Velocidade de fase como função do ângulo entre o número de onda e o campo magnético. Situação em que a velocidade do som é maior que a velocidade Alfvén.

### 2.5.3 Amortecimento das ondas MHD

Quando o fluido magnetizado não é perfeitamente condutor ou se efeitos viscosos estão presentes, as ondas que nele se propagam serão amortecidas e suas energias transmitidas para o meio em que estão se propagando. As equações (2.47), (2.48) e (2.49), anteriormente analisadas, precisam ser modificadas para incluir termos que contemplem a natureza viscosa do meio, ou seja,

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{v}_1) = 0, \quad (2.99)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + V_S^2 \nabla \rho_1 + \frac{\mathbf{B}_0}{4\pi} \times (\nabla \times \mathbf{B}_1) - \eta_k \nabla^2 \mathbf{v}_1 = \mathbf{0}, \quad (2.100)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) - \eta_m \nabla^2 \mathbf{B}_1 = \mathbf{0}, \quad (2.101)$$

onde  $\eta_k$  e  $\eta_m$  são, respectivamente, a viscosidade ( $\nu \rho_0$ ) e a viscosidade magnética (ou, como anteriormente designado, coeficiente de difusão resistiva,  $\eta$ ). Para solução tipo



ondas planas, pode-se usar as equivalências dos operadores derivada temporal e nabla, dadas pelas equações (2.55) e (2.56). Logo, as equações linearizadas assumirão as formas:

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{\omega} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1, \quad (2.102)$$

$$\omega \mathbf{v}_1 = V_S^2 \frac{\rho_1}{\rho_0} \mathbf{k} + \frac{\mathbf{B}_0 \times (\mathbf{k} \times \mathbf{B}_1)}{4\pi\rho_0} - \frac{ik^2\eta_k}{\rho_0} \mathbf{v}_1, \quad (2.103)$$

$$\mathbf{B}_1 = -\frac{\mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0)}{\omega + ik^2\eta_m}. \quad (2.104)$$

Substituindo-se a equação (2.102) na equação (2.103), encontra-se

$$\omega \mathbf{v}_1 = V_S^2 \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1}{\omega} \mathbf{k} + \frac{\mathbf{B}_0 \times (\mathbf{k} \times \mathbf{B}_1)}{4\pi\rho_0} - \frac{ik^2\eta_k}{\rho_0} \mathbf{v}_1. \quad (2.105)$$

Usando a equação (2.104) na equação (2.105), tem-se

$$\omega \mathbf{v}_1 = \frac{V_S^2}{\omega} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{k} - \frac{\mathbf{B}_0 \times \{\mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0)]\}}{4\pi\rho_0 (\omega + ik^2\eta_m)} - \frac{ik^2\eta_m}{\rho_0} \mathbf{v}_1. \quad (2.106)$$

Da equação (2.52), pode-se expressar o vetor campo magnético em função do velocidade Alfvén, ou seja,

$$\mathbf{B}_0 = \sqrt{4\pi\rho_0} \mathbf{V}_A. \quad (2.107)$$

Usando-se a equação (2.107) na equação (2.106), obtém-se

$$-\omega^2 \left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right) \left(1 + \frac{ik^2\eta_k}{\omega\rho_0}\right) \mathbf{v}_1 + V_S^2 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right) \mathbf{k} - \mathbf{V}_A \times \{\mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{V}_A)]\} = \mathbf{0}. \quad (2.108)$$

A comparação entre as equações (2.108) e (2.57) é inevitável. Observe que a equação (2.57) fica idêntica à equação (2.108) se:

- $\omega^2$  for multiplicado pelo fator  $\left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right) \left(1 + \frac{ik^2\eta_k}{\omega\rho_0}\right)$ ,
- $V_S^2$  for multiplicado por  $\left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right)$ .

Para facilitar a conferência dessas equações, reproduziremos, abaixo, a equação (2.57):

$$-\omega^2 \mathbf{v}_1 + V_S^2 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{k} - \mathbf{V}_A \times \{ \mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{V}_A)] \} = \mathbf{0} \quad (2.57)$$

A partir dessas considerações, podemos inferir as mudanças que estarão sujeitas às velocidades das ondas Alfvén, magnetosônica e sonora. Basta, portanto, quando se fizer necessário, fazer as correções sugeridas acima para o  $\omega^2$  e para  $V_S^2$ . Assim sendo, temos:

- *no caso das ondas Alfvén*: para ondas Alfvén transversas (propagando ao longo de  $\mathbf{B}_0$ ), a velocidade de fase dada pela equação (2.76) sofre correção inerente ao termo  $\omega^2$ , mencionada acima.

Assim,

$$\frac{\omega^2}{k^2} = V_A^2 \Rightarrow \frac{\omega^2}{k^2} \left( 1 + \frac{ik^2 \eta_m}{\omega} \right) \left( 1 + \frac{ik^2 \eta_k}{\omega \rho_0} \right) = V_A^2. \quad (2.109)$$

Decorre, portanto, que

$$k^2 V_A^2 = \omega^2 \left[ 1 + i \frac{k^2}{\omega} \left( \eta_m + \frac{\eta_k}{\rho_0} \right) - \frac{\eta_m \eta_k k^4}{\omega^2 \rho_0} \right]. \quad (2.110)$$

Considerando pequenos os termos de correção correspondentes à viscosidade magnética e à viscosidade, pode-se desprezar o último termo da equação (2.110), a saber:

$$\frac{\eta_m \eta_k k^4}{\omega^2 \rho_0} \approx 0.$$

A equação (2.110) fica

$$k^2 V_A^2 \approx \omega^2 \left[ 1 + i \frac{k^2}{\omega} \left( \eta_m + \frac{\eta_k}{\rho_0} \right) \right]. \quad (2.111)$$

Em primeira ordem,  $\omega/k = V_A$ ; portanto, substituindo o valor de  $k^2$  no lado direito da equação (2.111), resulta

$$k^2 V_A^2 \approx \omega^2 \left[ 1 + i \frac{\omega}{V_A^2} \left( \eta_m + \frac{\eta_k}{\rho_0} \right) \right]. \quad (2.112)$$

Esta equação (2.112) pode ser melhor apresentada usando uma expansão binomial para  $x \ll 1$ , a saber:

$$(1 + x)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{x}{2}.$$

Nesta aproximação, a equação (2.112) ficará

$$kV_A \approx \omega \left[ 1 + i \frac{\omega}{V_A^2} \left( \eta_m + \frac{\eta_k}{\rho_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \approx \omega \left[ 1 + i \frac{\omega}{2V_A^2} \left( \eta_m + \frac{\eta_k}{\rho_0} \right) \right], \quad (2.113)$$

originando para  $k$  a expressão complexa

$$k = \frac{\omega}{V_A} + i \frac{\omega^2}{2V_A^3} \left( \eta_m + \frac{\eta_k}{\rho_0} \right) \equiv (k_r + ik_i), \quad (2.114)$$

onde

$$k_r \equiv \frac{\omega}{v_A},$$

$$k_i \equiv \frac{\omega^2}{2V_A^3} \left( \eta_m + \frac{\eta_k}{\rho_0} \right).$$

Qual o significado da parte imaginária do número de onda  $k$ ? A parte imaginária de  $k$  é responsável pelo *amortecimento da onda*. A verificação dessa resposta é simples. Vejamos, por questão didática, como isto ocorre no caso simples de uma onda propagando-se na direção  $z$ :

$$\exp(ikz) = \exp(-k_i z) \exp(ik_r z).$$

Essa última expressão mostra uma onda de número de onda  $k_r$  propagando-se na direção  $z$  e, uma vez que  $k_i > 0$ , a amplitude decresce exponencialmente. Portanto, aceita a afirmação de que a parte imaginária de  $k$  é responsável pelo amortecimento da onda, podemos concluir da equação (2.114) para uma *onda Alfvén*, que a *atenuação tem o comportamento descrito abaixo*.

- *Atenuação das ondas Alfvén:*

1. *cresce rapidamente com a frequência;*

2. *decrece rapidamente com a intensidade do campo magnético;*
3. *crece com a viscosidade do fluido e a viscosidade magnética (lembrando que a viscosidade magnética aumenta com a diminuição da condutividade  $\sigma$  do fluido, a saber:  $\eta_m = c^2/4\pi\sigma$ ).*

- *no caso das ondas sonoras: para as ondas sonoras propagando-se ao longo de  $\mathbf{B}_0$ , a expressão  $\omega^2/k^2 = V_S^2$  deve ser adaptada levando-se também em conta que:*

- $\omega^2$  deve ser multiplicado pelo fator  $\left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right) \left(1 + \frac{ik^2\eta_k}{\omega\rho_0}\right)$ ,
- $V_S^2$  deve ser multiplicado por  $\left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right)$ .

Portanto,

$$k = \frac{\omega}{V_S} \left(1 + i \frac{k^2\eta_k}{\omega\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.115)$$

Analogamente, termos de correção viscosa e resistividade serão considerados pequenos. Assim,

$$\left(1 + i \frac{k^2\eta_k}{\omega\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + i \frac{k^2\eta_k}{2\omega\rho_0}.$$

Logo,

$$k \approx \frac{\omega}{V_S} \left(1 + i \frac{k^2\eta_k}{2\omega\rho_0}\right) = \left(\frac{\omega}{V_S}\right) + i \left(\frac{k^2\eta_k}{2V_S\rho_0}\right). \quad (2.116)$$

Em primeira ordem,  $k^2 = \omega^2/V_S^2$ ; então, a equação (2.116) fica

$$k = \left(\frac{\omega}{V_S}\right) + i \left(\frac{\omega^2\eta_k}{2V_S^3\rho_0}\right) \equiv k_r + ik_i. \quad (2.117)$$

A análise da equação (2.117) revela, através da parte complexa de  $k$ , que a atenuação das ondas sonoras:

1. *crece rapidamente com a frequência;*
2. *crece com o aumento da viscosidade do fluido;*

3. *decrece com o aumento da velocidade do som.*

Finalizando a análise dos processos de amortecimentos dos diferentes tipos de ondas que se propagam num fluido condutor magnetizado, vejamos as ondas magnetosônicas.

- *Caso das ondas magnetosônicas:* seguindo o processo usual, para as ondas magnetosônicas longitudinais, propagando-se transversalmente ao campo magnetostático  $\mathbf{B}_0$ , a expressão anteriormente obtida,

$\omega^2/k^2 = (V_S^2 + V_A^2)$ , também precisa ser adaptada. Assim,

- $\omega^2$  deve ser multiplicado pelo fator  $\left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right) \left(1 + \frac{ik^2\eta_k}{\omega\rho_0}\right)$ ,
- $V_S^2$  deve ser multiplicado por  $\left(1 + \frac{ik^2\eta_m}{\omega}\right)$ .

A equação (2.65) irá se transformar na equação

$$k^2 V_S^2 \left(1 + i \frac{k^2 \eta_m}{\omega}\right) + k^2 V_A^2 = \omega^2 \left(1 + i \frac{k^2 \eta_m}{\omega}\right) \left(1 + i \frac{k^2 \eta_k}{\omega \rho_0}\right). \quad (2.118)$$

Para simplificar, a viscosidade e a viscosidades magnética serão consideradas pequenas.

Disso decorre que podemos desprezar termos envolvendo  $\eta_m \eta_k \frac{k^4}{\omega^2}$ , ou seja,

$$k^2 (V_S^2 + V_A^2) = \omega^2 \left[1 + i \frac{k^2}{\omega} \left(\frac{\eta_k}{\rho_0} + \eta_m\right) - i \frac{k^4 \eta_m V_S^2}{\omega^3}\right], \quad (2.119)$$

ou ainda,

$$k = \frac{\omega}{(V_S^2 + V_A^2)^{\frac{1}{2}}} \left\{1 + i \frac{k^2}{\omega} \left[\frac{\eta_k}{\rho_0} + \eta_m \left(1 - \frac{k^2 V_S^2}{\omega^2}\right)\right]\right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.120)$$

Na equação (2.118), podemos trocar  $\omega^2/k^2$  pela aproximação  $(V_S^2 + V_A^2)$ . Assim,

$$k = \frac{\omega}{(V_S^2 + V_A^2)^{\frac{1}{2}}} \left\{1 + i \frac{k^2}{\omega} \left\{\frac{\eta_k}{\rho_0} + \eta_m \left[1 - V_S^2 (V_S^2 + V_A^2)^{-1}\right]\right\}\right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.121)$$

Expandindo o termo entre chaves que se encontra elevado ao fator 1/2, tem-se

$$\left\{ 1 + i \frac{k^2}{\omega} \left\{ \frac{\eta_k}{\rho_0} + \eta_m \left[ 1 - V_S^2 (V_S^2 + V_A^2)^{-1} \right] \right\} \right\}^{\frac{1}{2}} \approx 1 + i \frac{k^2}{2\omega} \left\{ \frac{\eta_k}{\rho_0} + \eta_m \left[ 1 - V_S^2 (V_S^2 + V_A^2)^{-1} \right] \right\}. \quad (2.122)$$

Substituindo-se a equação (2.122) na equação (2.121), decorre

$$k = \frac{\omega}{(V_S^2 + V_A^2)^{\frac{1}{2}}} + i \frac{k^2}{2(V_S^2 + V_A^2)^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\eta_k}{\rho_0} + \eta_m \left( 1 - \frac{V_S^2}{V_S^2 + V_A^2} \right) \right]; \quad (2.123)$$

ou ainda, usando a aproximação em primeira ordem,  $\omega^2/k^2 \approx (V_A^2 + V_S^2)$ , obtém-se

$$k = \frac{\omega}{(V_S^2 + V_A^2)^{\frac{1}{2}}} + i \frac{\omega^2}{2(V_S^2 + V_A^2)^{\frac{3}{2}}} \left[ \frac{\eta_k}{\rho_0} + \frac{\eta_m}{\left( 1 + \frac{V_S^2}{V_A^2} \right)} \right]. \quad (2.124)$$

*Concluimos, portanto, que a atenuação de uma onda magnetosônica tem o seguinte comportamento:*

- *cresce com a frequência;*
- *cresce com a viscosidade magnética e cinemática ( $\eta_k/\rho_0$ );*
- *decrece com o aumento da intensidade do campo magnético.*

# Capítulo 3

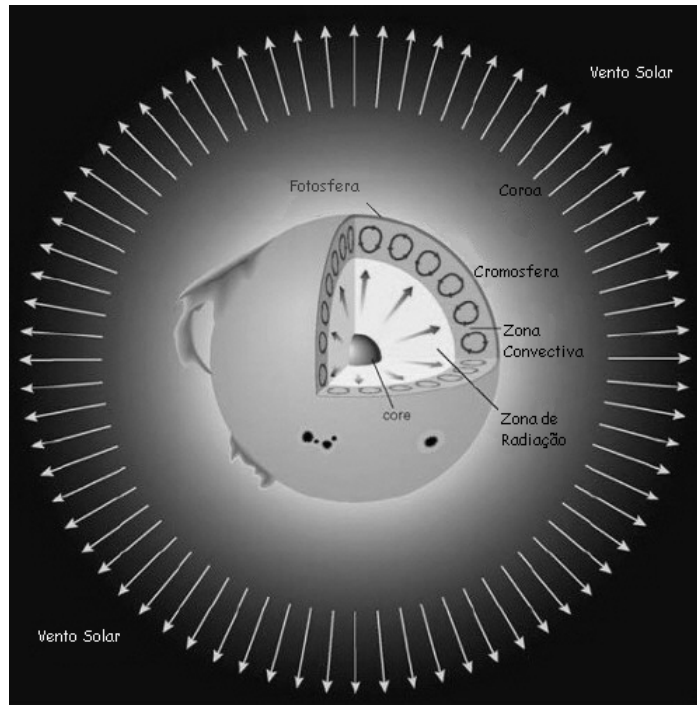
## Atmosfera Estelar

### 3.1 Introdução

A análise estrutural de uma estrela permite distinguir duas grandes regiões: a *atmosfera* e o *interior estelar*. O interior estelar é composto por uma região central, *núcleo*, um *envoltório radiativo* e um *envoltório convectivo*, enquanto a atmosfera estelar encontra-se subdividida nas regiões designadas por: *fotosfera* (esfera de luz), *cromosfera* (esfera colorida) e *coroa* (a raiz latina da palavra coroa), constituindo um refinado laboratório de física de plasma, onde estruturas complexas e variáveis estão presentes.

Nosso objeto de estudo, a atmosfera, começa por uma camada mais interna, a fotosfera, cuja base define o que usualmente se chama de *superfície da estrela*, que serve de referência para as medidas de alturas na atmosfera.

Muito embora as estrelas, em diferentes estágios evolutivos, exibam características peculiares, as observações detalhadas do Sol, facilitadas pela sua proximidade com nosso planeta, têm fornecido subsídio para ampliar de forma significativa nossa compreensão das estrelas em geral. Antes de generalizar a discussão sobre a atmosfera estelar, breves considerações sobre as complexas estruturas observadas nas diferentes



**Figura 3.1:** Regiões do Sol: representação do interior e da atmosfera solar marcada com a presença de estruturas como: manchas solares, proeminências, vento solar.

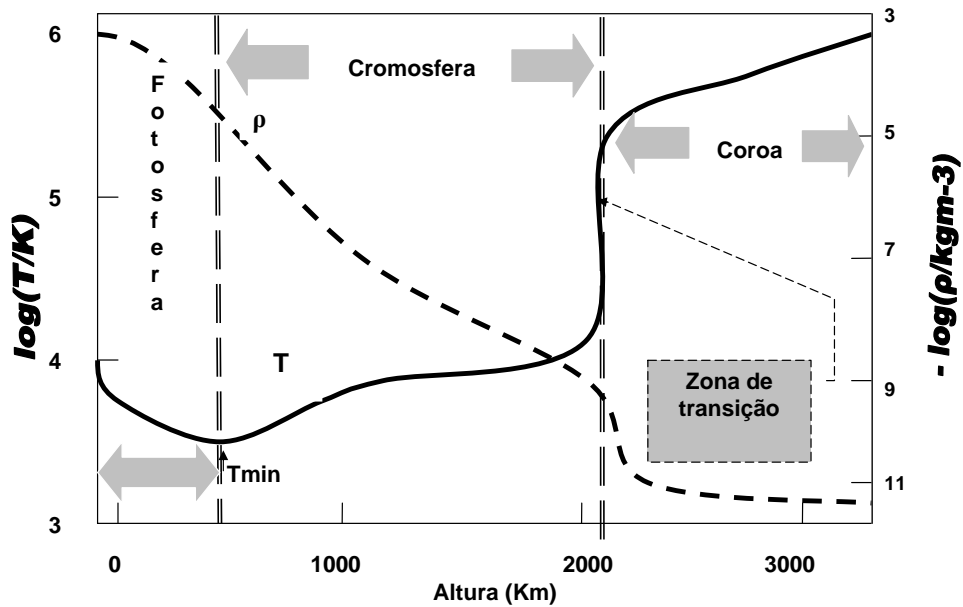
camadas da atmosfera solar serão feitas. A figura (3.1) ilustra a estrutura do Sol.

## 3.2 Atmosfera solar

A primeira camada da atmosfera solar, fotosfera, exibe uma profundidade em torno de 400 km, seguida da cromosfera com aproximadamente 2000 km, de uma *região de transição* estreita e, finalmente, de uma extensa coroa, cuja espessura não é bem definida, mas chega a vários raios solares.

Na figura (3.2) vê-se uma ilustração simplificada do comportamento térmico dessas camadas do Sol. Apesar de não abranger toda extensão da coroa, pode-se ter uma idéia relativamente ampla do comportamento da densidade e da temperatura solar. Essas informações vêm auxiliar a compreensão das características básicas das diferentes camadas, bem como do intrigante comportamento térmico das camadas mais externas





**Figura 3.2:** Camadas Atmosféricas do Sol. *Fonte (adaptação): Filho e Saraiva (2004).*

e revelar o *problema central do aquecimento atmosférico estelar*. Ainda nessa figura notamos, à medida que nos distanciamos do interior do Sol, uma diminuição contínua da densidade da atmosfera. Ressalta-se também que, na fotosfera, a temperatura diminui até atingir um valor mínimo e, a partir desse ponto, inicia-se a nova camada, a cromosfera.

Como bem estabelecido, uma elevada quantidade de energia é liberada no interior estelar, devido às reações de fusão. Dessas reações nucleares decorre a transmutação de elementos leves em elementos mais pesados e, conseqüentemente, uma produção enorme de energia. Essa região mais interna da estrela funciona como uma espécie de *fornalha*, sendo natural que se espere um decréscimo de temperatura à

medida que nos distanciamos do foco de aquecimento. Entretanto, em geral, tal comportamento térmico não ocorre na atmosfera das estrelas. A figura (3.2) mostra que essa expectativa de decréscimo da temperatura é satisfeita apenas na fotosfera. Uma simples análise dessa figura (3.2) revela, a partir do ponto chamado de  $T_{mín}$ , que a temperatura cresce de forma contínua e relativamente suave até um ponto onde ocorre um crescimento abrupto, demarcando a chamada *zona de transição*. Da zona de transição em diante começa a camada mais externa da atmosfera, com temperaturas ainda mais elevadas. Estamos falando da *coroa solar*.

Nesse ponto da nossa abordagem, surge a inquietante questão: *como justificar essas altas temperaturas?* Elucidar as causas da existência de altas temperaturas nas camadas mais externas da atmosfera do Sol ou de uma estrela em geral tem sido uma tarefa desafiadora. Até o presente momento, apesar de várias propostas de mecanismos de aquecimentos terem sido feitas, o problema do aquecimento das camadas mais externas continua em aberto.

Sabemos que praticamente todas as estrelas estão envolvidas por uma camada quente, onde a temperatura alcança valores quase tão altos quanto os valores presentes nos núcleos estelares. Essas camadas aquecidas são responsáveis pela emissão de raio-X, UV e emissões de rádio.

### **3.2.1 *Fotosfera solar***

Para nós, a fotosfera é a manifestação mais imediata do Sol. Sendo a parte visível da nossa estrela, dessa camada, com espessura de  $0,0006R_{\odot}$ , ou seja, uma pequena fração do raio solar,  $R_{\odot}$ , emana a maior parte da luz que recebemos aqui na Terra, sendo este o brilho que ilumina nossos dias.

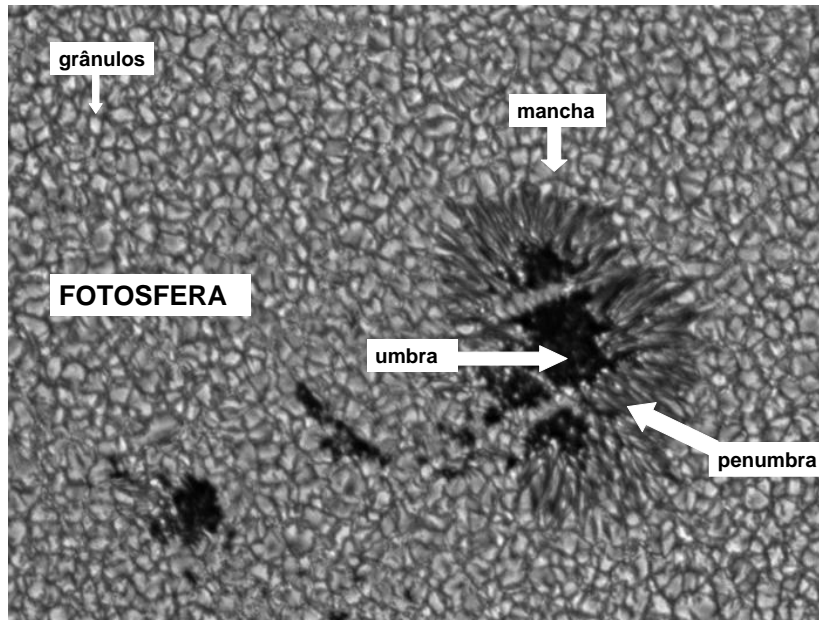
Por ser uma camada muito fina, o disco solar apresenta bordos nitidamente delineados e revela também um Sol com uma aparência mais brilhosa no centro do disco, caindo cerca de 20% nos bordos. Essa variação do brilho, na luz branca, é

conhecida como *obscurcimento do limbo*. Esse escurecimento periférico observado é devido aos diferentes percursos seguidos pelos raios que saem do centro do disco solar e os daqueles que saem da periferia. Em outras palavras, quando olhamos para o centro do disco solar, vemos regiões mais quentes e brilhantes. Quando olhamos para a periferia (bordos), vemos luz que seguiu um percurso mais oblíquo, através da fotosfera, e só vemos as regiões superiores, menos quentes e menos brilhantes.

A análise espectroscópica revela que o espectro solar é recortado por dezenas de milhares de linhas escuras conhecidas como *linhas de Fraunhofer*. Atentas observações mostram que a fotosfera não é homogênea. O aspecto geral da região fotosférica lembra uma superfície de um amontoado de grãos. Esse aspecto não liso, granular, parecendo grãos (ou bolhas num líquido em ebulição) encontra-se retratado na figura (3.3).

Pode-se observar que as granulações são brilhantes no centro e escuras nos bordos. A *zona convectiva* está localizada abaixo da fotosfera solar; portanto, as regiões brilhosas dos *grânulos* são partes superiores de colunas de gás, que ascendem na convecção, e as regiões mais escuras são originadas do gás mais frio e denso, que retorna para as regiões mais profundas, fechando assim as correntes convectivas.

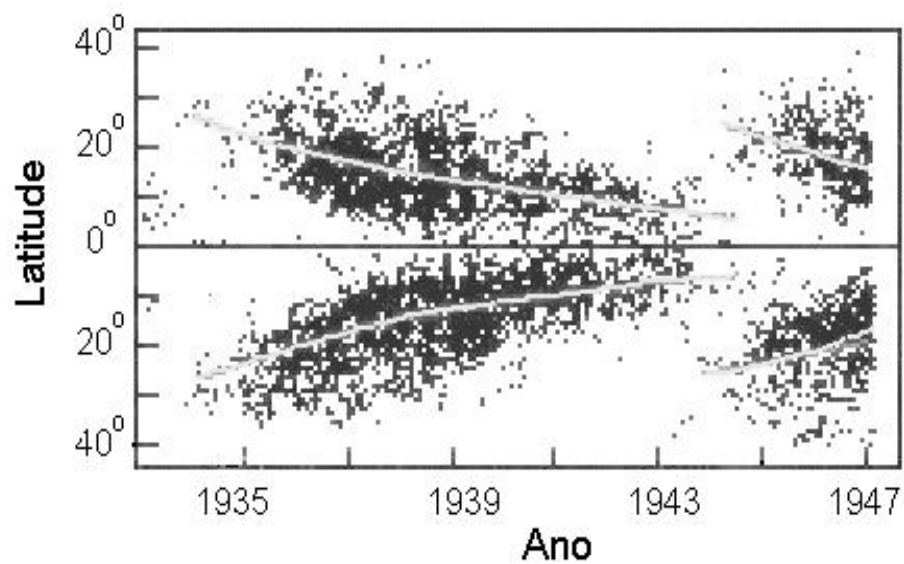
Outro aspecto a ser ressaltado e que está intimamente relacionado com o campo magnético são as *manchas solares*.



**Figura 3.3:** Fotosfera Solar: grânulos e manchas solares. Fonte (*adaptação*): NASA.

Estas são regiões onde ocorrem uma redução da temperatura e pressão do plasma solar e, diferentemente do valor médio de 1 Gauss ( $10^{-4}$  Tesla) próximo das manchas, o campo atinge milhares de Gauss. Possivelmente esses fortes campos magnéticos inibem o transporte convectivo, originando essas regiões mais frias. Devido ao contraste com as regiões mais aquecidas do disco solar, as manchas solares, cuja coloração é avermelhada, apresentam-se como negras. Elas emitem menos energia do que a fotosfera circunvizinha em virtude desses intensos campos magnéticos, que parcialmente bloqueiam a energia transmitida para cima pelas células de convecção na região subfotossférica (Eddy, 1976; Schöve, 1983; Kivelson e Russell, 1995).

As manchas solares podem surgir de forma isolada ou em grupos, estando sua geração associada a campos magnéticos toroidais trazidos à superfície solar por efeito do empuxo. Elas possuem tamanhos bem diversificados (geralmente maiores que o nosso planeta), sendo consideradas grandes quando possuem 300 a 500 milionésimos da área visível do Sol (disco solar). Normalmente duram alguns dias, embora haja casos em que manchas grandes perdurem por semanas. Numa mancha solar típica,



**Figura 3.4:** Diagrama da borboleta - distribuição das manchas solares em função da latitude. No início do ciclo solar, quando a atividade é mínima, as manchas solares encontram-se a altas latitudes. Com o passar do tempo, elas migram para o equador até que o ciclo se complete. Fonte: <http://www.astro.iag.usp.br>.

conforme ilustrado na figura(3.3), podemos verificar partes mais escuras (*umbra*), onde o campo magnético é mais forte, e parte mais clara (*penumbra*), toda fibrosa, com uma coloração cinza intermediário, onde o campo magnético é mais fraco.

Schwabe (1844) descobriu que o número de manchas solares variava ciclicamente exibindo um período de 11,2 anos. Tal ciclo, por convenção, inicia quando o número de manchas é mínimo. No começo, as poucas manchas que surgem localizam-se longe do equador solar, em ambos os hemisférios, em latitudes heliográficas entre  $30^0$  e  $35^0$ . Com a evolução do ciclo, novas manchas passam a surgir cada vez mais perto do equador solar. Devido à aparência do diagrama representativo das manchas, em função da latitude, esse diagrama passou a ser conhecido como *diagrama da borboleta*. A figura (3.4) ilustra esse diagrama.

Outro aspecto que se destaca na fotosfera são as conhecidas *fáculas*. Tratam-se de zonas brilhantes, áreas de gás quente, observadas na fotosfera em luz branca. Esse nome de origem latina significando *pequena tocha*, foi usado pela primeira vez por Scheiner (1575-1650) para designar as regiões brilhantes ao redor das manchas solares. São também áreas magnéticas, concentradas em regiões bem menores que aquelas relativas às manchas solares. Enquanto as manchas tendem a fazer o Sol parecer mais escuro, as fáculas fazem-no parecer mais brilhante. O surgimento de uma fácula precede, em geral, o aparecimento de uma mancha.

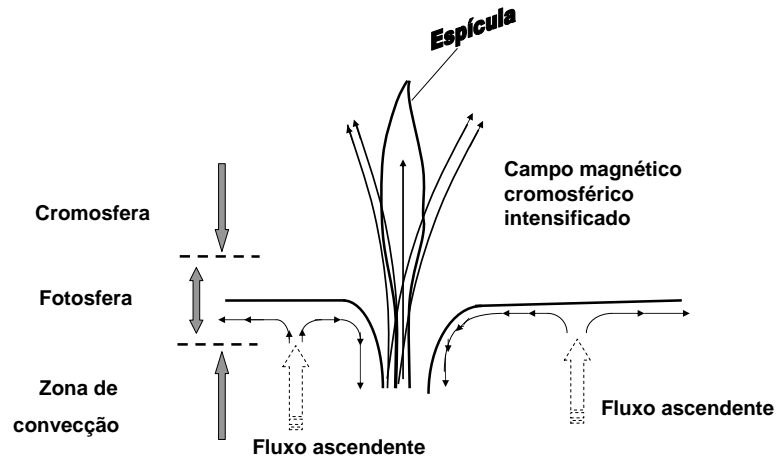
### **3.2.2 Cromosfera solar**

Após a fotosfera vem a camada solar designada por cromosfera, com temperatura crescendo com a altura, chegando a cerca de 25000 K no seu topo. A cromosfera normalmente não é visível, uma vez que sua radiação é muito mais fraca do que a da fotosfera; entretando, podemos observá-la a olho nu em eclipses totais do Sol, bem no início ou bem no fim da totalidade. Nos instantes da totalidade, o brilho fotosférico fica obstruído pelo disco lunar. Com essa obstrução, pode-se perceber contra o fundo escuro

do céu, externamente à fotosfera, que há uma tênue atmosfera ao invés de um vácuo perfeito. Por muitos anos só foi possível observar a cromosfera durante eclipses totais do Sol. A relativa raridade desses eclipses, o custo e dificuldades logísticas de viajar para regiões remotas para realizar as observações, a curta duração da totalidade além das inúmeras frustrações relacionadas com tempo desfavorável para observações, motivou a pesquisa para observação da atmosfera solar, da qual resultou o desenvolvimento do *coronógrafo*. Com esse equipamento foi possível superar as limitações relatadas acima.

Inventado em 1930 por Bernard Lyot, o coronógrafo é um instrumento capaz de simular um eclipse total. Na verdade, esse equipamento nada mais é do que um telescópio preparado com filtros e obstáculos especiais, que permitem somente a passagem da radiação da cromosfera e da coroa. Com a utilização do coronógrafo, grandes avanços nas observações da atmosfera estelar foram conseguidos. Como a densidade tanto na base como no topo da cromosfera é muito menor do que a densidade na base da fotosfera, na luz branca a cromosfera é transparente e invisível, entretanto, pode ser observada através de algumas linhas espectrais, como  $H_\alpha$  e linhas H e K do CaII. Observações nessas linhas revelam que as estruturas cromosféricas são altamente complexas e magnetizadas, distribuindo-se de maneira a formar uma espécie de mosaico de células, denominadas de *supergranulações*, com tempo de vida de meio dia.

Nos bordos das supergranulações encontram-se estruturas escuras quase verticais chamadas de *espículas*. Sendo melhor observadas em  $H_\alpha$ , as espículas são vistas como jatos estreitos de gás ou protuberâncias extremamente pequenas e salientes com fluxo de massa ascendente. Apesar de estarem distribuídas por toda a superfície solar, essas estruturas com formas cilíndricas finas só podem ser estudadas quando projetadas no limbo do Sol. Elas aparecem com traços escuros alongados em relação ao disco. As pontas mais altas dessas estruturas filamentosas atingem o ambiente de altas temperaturas (milhões de Kelvin) existentes na coroa solar. É impressionante observar a matéria fria dessa região coexistindo lado a lado com a matéria quente da coroa. As espículas encontram-se intimamente relacionadas à rede magnética da cromosfera,



**Figura 3.5:** Modelo para formação de uma espícula como parte da estrutura de campo magnético da cromosfera.

emergindo nas margens dos supergrânulos onde o campo magnético é mais intenso. O campo magnético também controla sua inclinação em relação à normal da superfície. Na figura (3.5) temos a ilustração do modelo para formação de uma espícula como parte da estrutura de campo magnético da cromosfera.

Outra estrutura presente na cromosfera é designada por *plage* (praia, na língua francesa). Esse fenômeno cromosférico é similar às fáculas fotosféricas, sendo sua contra-partida na luz branca. As *plages* são regiões mais brilhantes comparadas à região onde elas se encontram. Possuem a mesma forma que as fáculas e ocorrem ao redor das manchas solares. As observações revelam sua existência em alturas cromosféricas, acima das fáculas, na luz de linhas como H e K do CaII. Elas também podem ser observadas em linhas do espectro ultravioleta ou em microondas. Nas proximidades das *plages* surgem freqüentemente estruturas escuras e alongadas, muito apropriadamente denominada de *filamentos*. Na linha  $H_{\alpha}$ , o contraste das emissões do filamento com o forte brilho fotosférico de fundo faz com que o filamento (por ter emissão mais fraca) pareça escuro. As *proeminências* vistas no bordo do disco não são outra coisa senão os



mesmos filamentos; as proeminências solares são jatos de gás luminoso que se elevam acima da cromosfera. Temos as chamadas *proeminências quiescentes*, de longa vida, e *proeminências eruptivas*, com duração efêmera, e que estão associadas a explosões solares. *Portanto, a cromosfera solar não é uma concha homogênea, mas possui uma estrutura complexa.*

### 3.2.3 *Coroa solar*

É a região mais externa e extensa da atmosfera do Sol, abrangendo praticamente todo o sistema solar. Seu aspecto mais notável é a sua alta temperatura, obtida pelo astrônomo sueco Bengt Edlen (1941, 1942). As altas temperaturas da coroa e a baixa densidade favorecem a emissão de certas linhas espectrais que nunca haviam sido observadas na Terra. No passado, chegou-se até a cogitar a existência de novo elemento químico conhecido como *Corônio*. Graças ao trabalho de Edlen, ficou demonstrado que essas linhas eram simplesmente oriundas da emissão de elementos bem conhecidos, altamente ionizados, como ferro (9 e 13 vezes ionizado) e cálcio (14 vezes ionizado).

Em condições normais, a coroa solar, extremamente rarefeita, não é visível. Sua emissão é ofuscada pelo elevado brilho fotosférico, com uma emissão de luz um milhão de vezes maior. Apesar disso, nos eclipses totais (bem no início da totalidade ou bem no fim), com a obstrução da luz da fotosfera, é possível observarmos essa tênue região. As observações adicionais, fora da ocorrência de eclipse total, também podem ser feitas. Tais observações são possíveis com a utilização de um coronógrafo. É relevante observar que a coroa solar emite radiação em diferentes frequências, como no visível, no extremo ultravioleta e em raio-X. Devido à proteção natural oferecida pela camada de ozônio filtrando comprimentos de ondas nocivos aos seres vivos, por um lado ficamos naturalmente protegidos, por exemplo, do ultravioleta; por outro lado, essa proteção impede de observar a coroa solar nessas faixas do espectro. Felizmente, com o desenvolvimento das investigações espaciais e com o advento da era dos satélites

abriram-se novas fronteiras para estudos da coroa solar.

A análise da luz coronal permite distinguir três componentes ou *três coroas*: *K*, *E*, *F*. A coroa que vemos a olho nu durante um eclipse solar total é a *coroa K*. A luz da coroa *K* é a própria luz da fotosfera solar refletida pelos elétrons livres da coroa; portanto, o brilho da coroa *K* está diretamente relacionado com a quantidade de elétrons ali presentes e, por sua vez, a distribuição espacial dos elétrons é regida pela distribuição espacial do campo magnético. Assim, a distribuição do brilho da coroa *K* revela ao mesmo tempo a distribuição dos elétrons e a estrutura do campo magnético na coroa. A coroa *K* representa a região mais interna da coroa branca do Sol.

A luz da *coroa E* consiste na luz emitida por átomos altamente ionizados, como  $F_eX$ ,  $C_aXV$  e  $F_eXIV$ . Essa coroa também pode ser observada em ondas de rádio (com comprimentos maiores do que 1m) e em raio-X (entre 3 e 60Å).

Nas regiões mais brilhantes, de maiores densidades de íons e temperaturas mais elevadas, o plasma aquecido fica confinado em estruturas magnéticas tridimensionais fechadas, enquanto nas regiões mais escuras, denominadas de *buracos coronais*, mais frias e com menor densidade, são exibidas estruturas magnéticas abertas. Essas estruturas abertas permitem que o plasma coronal escoe para o espaço interplanetário na forma de *vento solar*. Através do vento solar, ocorre uma perda contínua de massa - cerca de um milhão de toneladas de matéria solar é perdida a cada segundo. Apesar dessa enorme quantidade de matéria perdida para o espaço interestelar a cada segundo, o Sol, em toda a sua existência, 4,6 bilhões de anos, perdeu apenas 0,1% da sua massa.

O vento solar é constituído de radiação eletromagnética e partículas com altas velocidades, devendo ser encarado como uma extensão dinâmica da coroa. Essencialmente, o vento solar é constituído de prótons e elétrons (em quantidades iguais), além de pequena quantidade de partículas alfa, núcleos de hélio (cerca de 3% a 4% dos elétrons). Da alta condutividade desse vento, permitindo o congelamento do campo magnético solar, e do movimento de rotação do Sol, ao invés de presenciarmos um movimento radial desse plasma congelado, observamos linhas de campo magnético que

se enrolam, revelando uma configuração espacial de uma espiral de Arquimedes.

Por fim, a região mais externa da coroa branca do Sol é designada por *coroa F*. As observações do plano da eclíptica (plano da órbita terrestre) revelam a existência de partículas de poeira que refletem a luz fotosférica. Tais partículas são provenientes da fragmentação de asteróides ou da atividade dos cometas e a luz que elas refletem da fotosfera formam a *coroa F*. O brilho da coroa F é proporcional à quantidade de grãos e, devido ao aquecimento que estes se expõem nas regiões próximas do Sol (distâncias menores do que 4 raios solares), eles evaporam. A redução do número de grãos nessas distâncias ocasiona uma diminuição no brilho da coroa F. A presença de linhas de Fraunhofer no espectro da coroa F revela que se trata de luz fotosférica refletida. Para finalizarmos essa visão panorâmica da complexidade existente na atmosfera solar, não poderíamos deixar de falar de um dos mais espetaculares fenômenos que ocorrem na atmosfera do Sol, as *erupções solares (flares)*. As erupções solares ocorrem na coroa solar, na zona de transição e na cromosfera. Trata-se de explosões violentas em regiões ativas com manchas solares e, quanto maior a complexidade do ponto de vista magnético, maior a probabilidade de elas ocorrerem. Originadas da liberação brusca de enormes quantidades de energia armazenadas nos campos magnéticos, as erupções mantêm, portanto, uma íntima relação com a atividade magnética, revelando a grande importância do papel do campo magnético. Essas erupções são acompanhadas por liberação de gás, elétrons, luz visível, raios ultravioleta, raios-X e raios gama. Temos, portanto, como consequência dos *flares*, ejeções de massa coronal - bilhões de toneladas são lançadas no espaço interplanetário. As partículas e radiações que são liberadas podem atingir o campo magnético terrestre. Dessa interação com o campo magnético, surgem, nas regiões dos pólos, as *auroras (boreais, austrais)*.

### 3.3 Mecanismos de aquecimento da atmosfera estelar

Tanto as observações realizadas em terra como as obtidas por satélite têm mostrado que, provavelmente, todas as estrelas, com possível exceção das estrelas A, têm regiões de suas atmosferas com temperatura muito maior que o valor fotosférico. O Sol, por exemplo, por ser nossa estrela mais próxima, oferece um nível de informação mais amplo das estruturas que são exibidas por suas diferentes camadas. Edlen (1941) descobriu que a corona solar é uma camada gasosa com temperatura de milhões de graus. Desde muitos anos temos evidências de que, próximo da superfície visível do Sol, o gradiente de temperatura torna-se zero e que a temperatura da cromosfera e da corona cresce radialmente para fora da região central da estrela. Historicamente, a explicação desse fenômeno nasceu das iniciativas independentes de Biermann (1946, 1948) e Schwarzschild (1948). Eles sedimentaram suas explicações nos processos de aquecimentos originados por dissipação de ondas de choques. Tais distúrbios seriam gerados por *ondas sonoras* de pequenas amplitudes na zona convectiva de hidrogênio e se propagariam em direção às camadas mais externas. Resumidamente, tem-se o crescimento em amplitude, como conseqüência do decréscimo de densidade das camadas exteriores, a acumulação para o choque e a rápida dissipação da energia. A parcela de energia solar carregada pelas ondas (transportada pela fotosfera e zona de transição) é liberada na cromosfera e coroa solar. O balanço de energia, nessas camadas exteriores, entre a energia fornecida pelas ondas e a energia emitida em forma de radiação dá o perfil de temperatura peculiar dessas camadas.

Essas idéias foram elaboradas de forma detalhada por Schatzman (1949) e por Schirmer (1950), mostrando que muitas das características observadas da cromosfera e da corona solar podiam ser entendidas através de suas concepções. Diversos autores, posteriormente, desenvolveram essa idéia inicial [De Jager (1959), De Jager e Kuperus (1961), Osterbrock (1961), Bird (1964a, b, 1965), Kuperus (1965, 1969, 1972), Kopp (1968), Stefanik (1969), Stein (1969), Stein e Schwartz (1972), Gonczi et al. (1977),

Ulmschneider ( 1967, 1970, 1971a, 1974, 1976, 1989)].

Em adição a essa atraente proposta de aquecimento, Alfvén (1947) apresentou um mecanismo semelhante de aquecimento para alta atmosfera estelar, diferenciando-o do mecanismo anterior pelo tipo de onda envolvido no processo. Ao invés de ondas mecânicas, ondas sonoras, ele propôs ondas que surgem de perturbações no campo magnético conhecidas como *ondas Alfvén*. Essas ondas passaram a ser consideradas como agentes capazes de aquecer a alta atmosfera estelar. A idéia de Alfvén, posteriormente respaldada por diversos autores - van de Hulst (1953), Piddington (1956), De Jager (1959a)- dá ênfase ao fato da atmosfera solar ser um gás parcialmente ionizado e que se encontra imerso num campo magnético. Do movimento desse plasma congelado ao campo magnético, nascem as ondas Alfvén, que se propagam e são dissipadas na atmosfera estelar mais externa. Evidências mais diretas da veracidade dessa concepção são fornecidas pelos resultados observacionais [Babcock e Babcock (1958), Howard (1959), Leighton (1959)], em que praias (*plages*) de cálcio, regiões onde a linha K de emissão cromosférica de Ca II é excepcionalmente brilhante, coincide com regiões de fortes campos magnéticos. O maior aquecimento nessas regiões (*plages*), está aparentemente relacionado à presença desses fortes campos magnéticos.

Outra indicação da importância do campo magnético no aquecimento das camadas exteriores do Sol é fornecida pelas espículas Roberts (1945) ou jatos Mohler (1951), observados no limbo cromosférico superior. Essas características foram consideradas por muitos autores [Thomas (1948), van de Hulst (1953)] como exemplos visíveis das ondas de choques que se propagam para fora da cromosfera e vão se dissipar na corona. Assim, parece existir uma conexão entre campo magnético solar e os distúrbios propagando-se para fora na cromosfera superior. Outra observação mais indireta ressaltando a importância do campo magnético é fornecida pelas observações das linhas de emissão K do espectro de estrelas tipo tardio. Para essas estrelas, a estrutura de suas superfícies não pode ser resolvida. Apesar disso, parece claro que as linhas de emissão devem surgir na cromosfera exterior, como no Sol.

É claro que, do ponto de vista teórico, os efeitos magnetohidrodinâmicos devem ampliar sua importância em alguma altura da cromosfera, porque, enquanto em primeira aproximação, a velocidade do som é constante, a velocidade das ondas Alfvén cresce rapidamente para o exterior devido ao decréscimo da densidade da atmosfera, eq(2.36). Dessa forma, o campo magnético interfere pouco, quando  $V_A < V_S$ , mas não pode ser negligenciado, quando  $V_A > V_S$ .

De maneira geral, sabemos que as camadas exteriores da atmosfera numa estrela são caracterizadas por grandes perdas de energia, como as observadas na cromosfera (predominantemente perdas por radiação) e as diversas perdas observadas na corona estelar (tanto por condução, radiação, como por fluxo de vento estelar). Portanto, se não existissem mecanismos capazes de fornecer constantemente energia a essas camadas, elas rapidamente esfriariam. Desse entendimento, surge uma série de propostas de mecanismos de aquecimentos para as camadas exteriores da atmosfera estelar. Uma ampla visão dessas propostas de aquecimentos da cromosfera e corona estelar pode ser encontrada nos seguintes artigos de revisão: Van de Hulst (1953), Billings (1966), Osterbrock (1961), Schatzman e Souffrin (1967), Kuperus (1969), Piddington (1973), Bray e Loughhead (1974), Stein e Leibacher (1974, 1980), Athay (1976), Withbroe e Noyes (1977), Wentzel (1978, 1981), Mewe (1979), Ulmschneider (1979,1981), Leibacher e Stein (1980, 1982), Chiuderi (1981, 1983), Hollweg (1981a, 1983, 1985b), Kuperus et al. (1981), Priest (1982, 1983), Golub (1983), Kuperus (1983), Heyvaerts (1984, 1985), Cassinelli e MacGregor (1986), Parker (1983c, 1986), Rosner et al. (1986), Ulmschneider (1986), Kumar (1987), Narain e Ulmschneider (1990).

Uma ampla reflexão nos permite concluir que, provavelmente, o aquecimento da cromosfera e corona estelar não pode estar reduzido a um único processo, contemplando, assim, inúmeros mecanismos ao mesmo tempo. Alguns desses mecanismos podem operar globalmente, enquanto outros apenas em situações físicas particulares.

### 3.3.1 A atividade coronal

Com o desenvolvimento de satélites cada vez mais especializados em medidas de raio-X, ampliou-se significativamente a compreensão dos processos de aquecimentos da coroa estelar. Um marco de grande relevância foi o lançamento, em 1978, do satélite *HEAO-2 (High Energy Astrophysics Observatory 2)*, posteriormente rebatizado de *Einstein*. O satélite Einstein, o primeiro telescópio em raio-X de imageamento completo colocado no espaço, esteve em funcionamento até abril de 1981. Durante seu tempo de vida útil, detectou fluxo de raio-X *soft* em estrelas de tipos espectrais diversos, fornecendo evidências para o reconhecimento de temperaturas coronais em torno de  $10^6 K - 10^8 K$ .

Sucedendo ao satélite Einstein e ao EXOSAT na observação em raio-X, foi lançado em 1990 o satélite *ROSAT (ROentgen SATellite)*. O satélite ROSAT, fruto de um programa de cooperação entre Alemanha, Estados Unidos e Reino Unido, desempenhou sua missão durante cerca de nove anos. Seus seis primeiros meses de missão foram dedicados a um levantamento completo do céu em raio-X. Com um telescópio maior do que o utilizado pelo satélite Einstein, o ROSAT possuía capacidade de detectar fontes de raio-X três vezes mais fracas do que as detectadas pelo satélite Einstein, aumentando, assim, consideravelmente, o número de fontes de raio-X conhecidas e com precisão posicional nunca antes alcançada. Com o advento do ROSAT, a astronomia de raio-X atingiu a maturidade. Os astrônomos passaram a ter um número suficiente de fontes para investigar rigorosamente os fenômenos responsáveis pela emissão de raio-X no Universo. Esses dois satélites, Einstein e ROSAT, detectaram raios-X provenientes das coroas estelares. Desse amplo levantamento formando uma amostra de mais de 20000 estrelas, foi possível verificar que a idade das estrelas desempenhava um papel relevante na emissão de raio-X, revelando que estrelas jovens e com rotação mais rápida apresentavam-se mais profusas na emissão dessa radiação. Diante disso, uma hipótese a ser considerada é que a rotação rápida intensifica o campo magnético estelar, via efeito dínamo, o que por sua vez aquece a respectiva coroa e cria as condições (uma tem-

peratura elevada aliada a uma baixa densidade) para uma maior emissão de radiações nessas comprimentos de onda.

Utilizando-se do satélite Einstein, Maggio et al. (1990) realizaram um amplo programa observacional medindo fluxos de emissão de raio-X para uma amostra de 380 estrelas. Eles concluíram que gigantes ou supergigantes de tipo espectral F são emissoras de raio-X no mesmo nível das estrelas da seqüência principal de mesmo tipo espectral. Em adição, puderam verificar que as estrelas de tipo espectral G apresentam uma larga faixa de valores de emissão de raio-X, algumas estrelas chegando a emissões comparáveis aos sistemas RS CVn e outras, com valores abaixo do nível solar (*sistemas RS CVn são variáveis eruptivas de tipo RS Canum Venaticorum - trata-se de binárias separadas (detached), compostas de uma estrela evoluída e de uma estrela da seqüência principal*). Quando compararam as gigantes K com as F e G, eles mostraram que estas apresentam um nível de emissão mais forte do que aquela e que a maior parte dos emissores pertencem a sistemas binários.

Esse trabalho de Maggio e colaboradores sinalizou, portanto, a necessidade de se procurar entendimento das relações de fluxo de raio-X com parâmetros estelares fundamentais, como rotação, temperatura, período orbital e idade.

Em linhas gerais, os satélites IUE (*International Ultraviolet Explorer*), HEAO1 (*High Energy Astrophysics Observatory 1*), Einstein, EXOSAT (*European Space Agency's X-ray Observatory*) e mais recentemente os satélites ROSAT e ASCA (*Advanced Satellite for Cosmology and Astrophysics*) exploraram intensamente em UV e raio-X a região do diagrama HR contendo supergigantes e gigantes do tipo tardio. No conjunto, os dados de UV e raio-X indicaram com clareza a existência de diversas *linhas demarcatórias*, estabelecendo certos limites aproximadamente coincidentes no diagrama HR. Assim, constata-se a presença de uma *linha divisória em termos de emissão de raio-X*, separando gigantes amarelas e supergigantes, com proeminente emissão de raio-X (lado azul ou lado mais quente da linha divisória), daquelas com baixa emissão (lado vermelho ou lado mais frio da linha divisória) [Ayres et al. (1981); Haisch e Simon (1982);



Maggio et al. (1990); Haisch et al. (1990); Haisch, Schmitt e Rosso (1991); Reimers e Schmitt (1992); Haisch, Schmitt e Fabian (1992)]; uma região de transição com *linha divisória* separando estrelas que evidenciam *emissão de plasma* (lado azul ou lado mais quente da linha divisória) daquelas sem evidências (lado vermelho ou mais frio da linha divisória) [Linsky e Haisch (1979)]; e uma *linha divisória* separando estrelas com forte *emissão de ventos frios massivos* (lado vermelho ou mais frio da linha divisória) daquelas onde estes não estão presentes (lado azul ou lado mais quente da linha divisória) [Dupree (1986)]. Em outras palavras, embora as coroas estelares sejam comuns nos diferentes tipos de estrelas, sendo até, em muitos casos, mais energéticas do que a coroa solar, tais coroas parecem desaparecer abruptamente ao cruzarem uma *linha divisória* no *diagrama Hertzsprung-Russell*. Haisch et al., por exemplo, em 1992, deu uma relevante contribuição ao investigar estrelas gigantes e supergigantes simples com base numa amostra robusta obtida pelo satélite ROSAT. O fluxo de raio-X serviu de diagnóstico da atividade coronal para a análise de 65 estrelas simples. Haisch e colaboradores mostraram a existência da *linha divisória* em torno do tipo espectral,  $K3$ , evidenciando que estrelas mais tardias do que  $K3$  cessam a intensa atividade coronal, dando lugar ao aparecimento de ventos estelares massivos. A confiabilidade de seus resultados baseou-se no fato de que a amostra por ele utilizada era robusta, eliminando, assim, a possibilidade de que essa linha divisória fosse um artefato de uma amostragem pobre. Nesse trabalho, eles concluíram que os ventos massivos que surgem não seriam densos o suficiente para obstruírem a passagem dos raios-X e, portanto, eles não são responsáveis pela ausência de detecção das coroas das referidas estrelas. Sendo assim, essa linha divisória sinaliza fortemente para a ocorrência, nessa fase, de uma verdadeira transição evolutiva das estrelas.

Uma ampla discussão sobre as possíveis origens das linhas divisórias pode ser vista nos artigos de Linsky e Haisch (1979); Simon, Linsky e Stencel (1982); Dupree (1986); Mullan e Steinolfson (1983); Böhm-Vitense (1986); Antiochos, Haisch e Stern (1986); Antiochos (1987); An et al. (1990a). Entretanto, é digna de menção a in-

interessante abordagem feita por Rosner et al.(1991). Eles sugerem uma solução para inquietantes questões como: *qual a causa da existência das linhas divisórias e por que elas são coincidentes?*

Como elementos para responder a essas questões, eles afirmaram que, *na superfície de estrelas evoluídas, a topologia do campo magnético determina a natureza de sua atividade; sendo assim, uma topologia "fechada" conduz ao confinamento do plasma e uma topologia "aberta" permite, mas não exige, a liberação de ventos estelares.*

Rutten (1987a), realizando estudos sobre atividade cromosférica (fluxo de CaII) em função da rotação, verificou que, no gráfico  $\log F(\text{CaII})$  versus  $(B - V)$  existia um *fluxo mínimo* de CaII para um dado  $(B - V)$ . Assim, uma estrela com um dado  $(B - V)$  não podia apresentar um valor menor para o fluxo de cálcio do que o valor mínimo. Rutten obteve uma função empírica,  $F_{\min}(\text{CaII})$ , dependente do índice de cor  $(B - V)$ , e a batizou de *componente basal*.

Schrijver (1987a,b) concluiu que a componente basal não dependia da ação do campo magnético, sendo, portanto, independente da ação do dínamo. Nesse contexto, ficou natural definir a parte do fluxo de origem não térmica como sendo o *excesso de fluxo de cálcio*  $\Delta F(\text{CaII}) = F(\text{CaII}) - F_{\min}(\text{CaII})$ . Essa seria a parte da atividade cromosférica dependente da rotação estelar. Em outras palavras, nasce a idéia de separar os processos de aquecimento em duas componentes, a saber:

*componente térmica* - representada pela *componente basal*, possuindo origem relacionada aos processos de ondas acústicas e constituindo a parte da atividade independente da ação do campo magnético, por conseqüência, independente da rotação;

*componente não térmica* - intimamente relacionada à rotação, sujeita, portanto, à ação do dínamo magnetohidrodinâmico. Para o estudo da atividade cromosférica, essa idéia de componente basal foi frutífera e estimulou que procedimento análogo fosse feito para a atividade coronal. Assim, por analogia, Rutten et al. (1991) definiram uma componente basal e um excesso de fluxo ligado à emissão em raio-X na coroa; entre-

tanto, não encontraram resultados observacionais que justificassem o estabelecimento dessa componente basal associada à atividade coronal e concluíram que a emissão coronal depende essencialmente do campo magnético.

De Medeiros e Mayor (1995) estudaram o comportamento da atividade coronal em função da rotação para uma amostra robusta de 144 estrelas evoluídas, simples e binárias. Dados precisos de velocidade rotacional obtidos com o CORAVEL foram utilizados nesse estudo. Como resultado, ficou evidenciado que efeitos de marés têm um papel importante no nível de atividade de raio-X em estrelas binárias evoluídas. A circulação das órbitas desses sistemas binários mostrou-se propriedade necessária para o crescimento da atividade coronal.

# Capítulo 4

## Dados e Parâmetros Observacionais

### 4.1 Introdução

O presente estudo baseia-se em uma amostra significativa de estrelas evoluídas obtida com o satélite *ROSAT*. No total, foram estudadas 191 estrelas simples, classificadas na literatura como gigantes com tipo espectral F, G e K. Os resultados foram comparados com os obtidos das 106 estrelas evoluídas de tipo espectral F, G e K pertencentes a sistemas binários espectroscópicos. Medidas precisas sobre rotação e informações sobre binaridade foram obtidas do catálogo de De Medeiros, fato que demonstra o pioneirismo deste trabalho, permitindo que afirmemos tratar-se do mais amplo estudo até então realizado.

Antes da apresentação dos dados e dos resultados obtidos, descreveremos de forma sucinta nossos objetos de estudo, as principais características do satélite *ROSAT*, bem como faremos comentários sobre os métodos de determinação dos parâmetros físicos mais relevantes para este trabalho, quais sejam, velocidade de rotação e fluxo de raio-X.

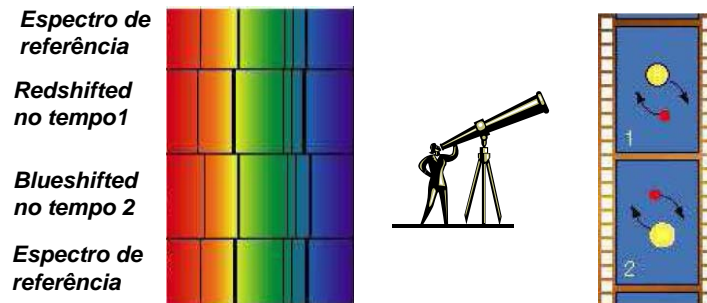
## 4.2 Binárias espectroscópicas

Na Astrofísica Estelar, definem-se como *sistemas binários* sistemas de duas componentes gravitacionalmente ligadas, descrevendo órbita fechada. Essas componentes podem ser subsistemas, criando com isso um maior nível de complexidade para esses objetos. O estudo dos sistemas binários permite deduzir importantes parâmetros estelares, como massa, raio, temperatura superficial, período de rotação etc. Essencialmente, dois critérios conduzem o processo de classificação destes sistemas: *a separação física entre suas componentes e a aparência do sistema perante os instrumentos de observação*. Quanto à separação física, eles se classificam como *binários afastados (open binaries)* e *binários próximos (close binaries)*, podendo estes serem subdivididos em *separados (detached)*, *semi-separados (semi-detached)*, *de contato (contact)* e de *extra-contato (overcontact)*. Quanto à aparência perante os instrumentos de observação, os sistemas se classificam como *binários visuais*, *binários astrométricos*, *binários de espectro*, *binários espectroscópicos*, *binários eclipsantes* e *binários variáveis*.

Neste trabalho, nosso interesse repousará sobre as estrelas *binárias espectroscópicas*; portanto, voltaremos nossa atenção exclusivamente para elas.

Em linhas gerais, devido à pequena separação entre as componentes constituintes de *sistemas binários espectroscópicos*, separação entre 1-50 UA, as estrelas não podem ser resolvidas. Apesar disso, reconhecemos tratar-se de um sistema binário através de espectroscopia, uma vez que o movimento orbital das componentes produz deslocamento nas frequências recebidas devido ao *efeito Doppler*. A periodicidade bem determinada presente nesses casos denuncia a existência de binaridade no sistema.

Os sistemas binários espectroscópicos admitem subclassificações. Encontram-se na literatura referências a sistemas binários de *linha única*, designados por *SB1*, nos quais apenas as linhas espectrais de uma componente são observadas; sistema binários de *linha dupla*, *SB2*, nos quais ambas componentes são observadas; e também são descritos sistemas designados por *SB3* e *SB4*.



**Figura 4.1:** Representação esquemática do processo de identificação de um sistema binário. Periodicidade no deslocamento Doppler nas binárias espectroscópicas. Detecção do espectro apenas da estrela mais brilhante. Fonte (adaptação): [astroweb.iag.usp.br](http://astroweb.iag.usp.br).

Na figura (4.1) temos uma representação esquemática do processo de identificação de um sistema binário espectroscópico.

### 4.3 A missão *ROSAT* de raio-X

Fruto do consórcio entre os Estados Unidos, a Alemanha e o Reino Unido, o satélite *ROSAT* teve como principal objetivo o levantamento em raio-X de todo o céu, *ROSAT All-Sky Survey (RASS)*. Posteriormente voltou-se para a observação de objetos individuais, tendo sido uma das mais longas e mais bem sucedidas missões de raio-X, atingindo todos os seus objetivos. Apesar de originalmente concebido para ser colocado em órbita a bordo do *Space Shuttle* e projetado para ser lançado em 1987, devido à tragédia do *Challenger*, em 1986, o *ROSAT* foi re-configurado para voar num foguete *Delta II* modificado. O satélite foi lançado em Junho de 1990 e colocado em

uma órbita baixa da Terra (580 km de altitude). Sua missão finalmente terminou em fevereiro de 1999.

Membro desse consórcio, a Alemanha tomou a liderança do projeto, contribuindo com a nave espacial, o telescópio de raio-X e dois *PSPC* (*Position Sensitive Proportional Counters*); o Reino Unido forneceu a *WFC* (*Wide-Field Camera*), um telescópio independente voltado para medidas no extremo ultravioleta operando na faixa de comprimento de onda de 500 a 60 Å (0,025 a 0,3 keV); e os Estados Unidos forneceram o *HRI* (*High-Resolution Imager*) e o *launch vehicle*. Para um maior detalhamento das informações aqui contidas sobre a missão ROSAT de raio-X, sugerimos a leitura dos artigos: Trümper (1983), Trümper et al. (1991), Pfeffermann et al. (1986)

### 4.3.1 Telescópio de raio-X

A emissão de raio-X no ambiente estelar está associada às regiões com temperaturas superiores a  $10^6 K$  como as que se encontram nas coroas estelares. A emissão de raio-X deve-se ao processo de rápida aceleração ou desaceleração da matéria conhecido como *Bremsstrahlung*. Tal radiação cobre uma faixa espectral que vai de 70 a 0,1Å, correspondendo a fótons energéticos no intervalo de 0,18 e 100 keV. As radiações com maiores comprimentos de onda, menos energéticas, são chamadas de *raios-X moles* (*soft X-rays*) e as mais energéticas, logo mais penetrantes, são conhecidas como *raios-X duros* (*hard X-rays*). Com tais características, para ser observada, essa faixa do espectro eletromagnético demanda um cuidado especial.

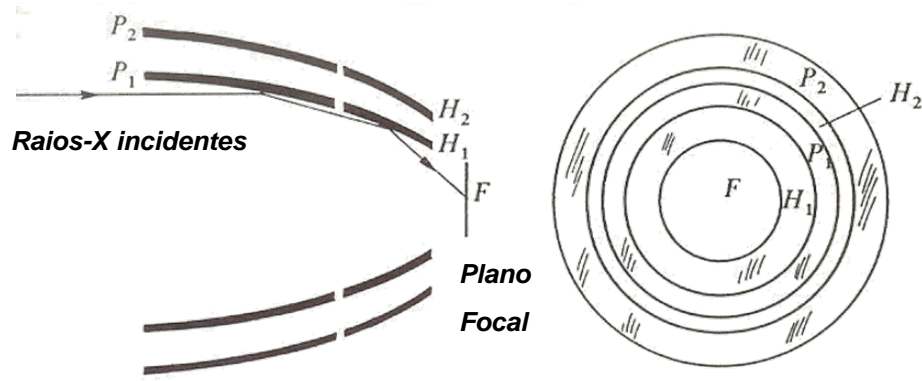
A ótica de telescópios de raio-X difere substancialmente daquela dos telescópios ópticos de espelhos de incidência normal. Uma radiação muito energética, como os raios-X, se incidir sobre um espelho num ângulo que não seja rasante, ao invés de ser refletida, ela passa direto pelas camadas superficiais do espelho e são absorvidas no material subjacente. Assim, algumas mudanças precisam ser feitas. A relação rugosidade comprimento de onda a ser refletida impõe aos espelhos dos telescópios em

raio-X a necessidade de um maior grau de polimento e limpeza que aquela solicitada para um telescópio ótico. Esses espelhos dos telescópios de raio-X ficam dispostos de forma completamente diferente para garantir incidência rasante. Por força da analogia, podemos comparar essa situação de incidência de fótons tão energéticos com a incidência de uma pedra quando atirada verticalmente na água. Nessa situação, a pedra simplesmente afunda, mas, se jogada com uma incidência rasante ela tem condição de resvalar (refletir) na superfície da água.

Em face dessas dificuldades apresentadas por fótons energéticos, os astrônomos projetaram telescópios para raios-X com espelhos que garantam essa incidência rasante e, para aumentar a área de coleta do telescópio, vários espelhos foram colocados, um acomodado dentro do outro. Portanto, é possível focalizar raio-x usando espelhos de incidências rasantes na faixa de  $1^{\circ}$  a  $2^{\circ}$ . Quatro Espelhos *Wolter tipo I* formam a estrutura ótica do telescópio *ROSAT*. Trata-se de espelhos com forma parabolóide, acoplados a um hiperbolóide tal que os raios-x sofrem dupla reflexão para serem recolhidos. A figura (4.2) ilustra esse processo de incidência rasante para telescópio de raio-X.

Os espelhos do *ROSAT* foram montados satisfazendo características, como: abertura máxima de 83 cm, distância focal de 240 cm e área de coleta geométrica de  $1141\text{cm}^2$ . O sistema foi projetado para trabalhar com raios-X moles na faixa de energia de 0,1 a 2,4 keV.





**Figura 4.2:** O telescópio de Wolter. As letras H e P designam, respectivamente, as superfícies de revolução hiperbolóides e parabolóides. As várias células concêntricas encontram-se representadas no lado direito da figura. Essa combinação é utilizada para aumentar a superfície coletora do telescópio. Fonte (adaptação): <http://dme.uma.pt/edu/td/cap2ppt>.

### 4.3.2 Detectores de raio-X

Três detectores de imagem de raio-X encontram-se no plano focal do telescópio *ROSAT*. Dois *PSPC* e um *HRI* foram montados num carrossel de forma que, um por vez, seja posicionado no foco do telescópio. O detector *PSPC* foi o responsável pelo levantamento de todo o céu e uma grande parte das observações direcionadas. A base de seu funcionamento é semelhante ao de um contador Geiger, onde fótons, ao entrarem em células de detecção, ionizam o gás que lá se encontra. Forte campo elétrico acelera os fóton-elétrons para o contador no anodo. Os íons gerados podem atingir velocidades

suficientes para, por colisão, ionizar ainda mais átomos do gás e, dessa forma amplificar fortemente o efeito. A presença desses elétrons fica registrada no anodo, como um pulso elétrico que é proporcional à energia do fóton que chega. Enquanto no *contador Geiger* temos apenas um fio simples para detecção de pulsos, o *PSPC* tem toda uma rede de fios (grade) no anodo, que permite determinar a posição de um fóton incidente; dessa forma, além da detecção dos raios-X incidentes, o *PSPC* mede a distribuição espectral da energia e distribuição espacial dos fótons. Como o *PSPC* é também sensível aos raios cósmicos, ou seja, prótons de altas energias e partículas alfa, abundantes na altitude orbital do *ROSAT*, existe um sistema para eliminar, em grande parte, os efeitos desse *background* de partícula.

Com um amplo campo de visão, o *PSPC* tem uma área efetiva de  $240 \text{ cm}^2$  em 1 keV com resolução moderada de energia, isto é, apenas uma fraca função da energia dos fótons ( $\Delta E/E = 0,43 (E/0,93 \text{ keV})^{-0,5}$ ). Quanto ao detector *HRI* do *ROSAT*, como o próprio nome indica, possui características que melhoram a definição espacial. Esse foi utilizado para observações direcionadas durante a segunda fase do programa *ROSAT* e muito se assemelha ao do satélite *Einstein*, mas com uma melhor eficiência quântica (30% em 1 keV).

## 4.4 Velocidade de rotação

A rotação é um parâmetro que influencia fortemente a evolução estelar, encontrando-se como ingrediente indispensável nas explicações de grande variedade de problemas de astrofísica. Com o auxílio desse parâmetro, informações valiosas podem ser obtidas sobre magnetismo das estrelas, processos de misturas no interior estelar, interações de marés em sistemas binários etc. Observações detalhadas revelam que a rotação varia com o tipo espectral, exibindo, em geral, valores mais elevados nas estrelas mais quentes. Juntamente com a profundidade da camada convectiva, a rotação constitui um parâmetro essencial para a existência de um dínamo eficiente. Como já assinalado,

essa eficiência pode ser medida através do *número de Rossby*, cuja definição acopla esses dois parâmetros. Mas, como medir essa rotação?

Na literatura especializada, mostram-se diferentes técnicas para a determinação da velocidade de rotação de uma estrela. Detalhes dos métodos de obtenção das velocidades de rotação podem ser encontrados em De Medeiros (1990).

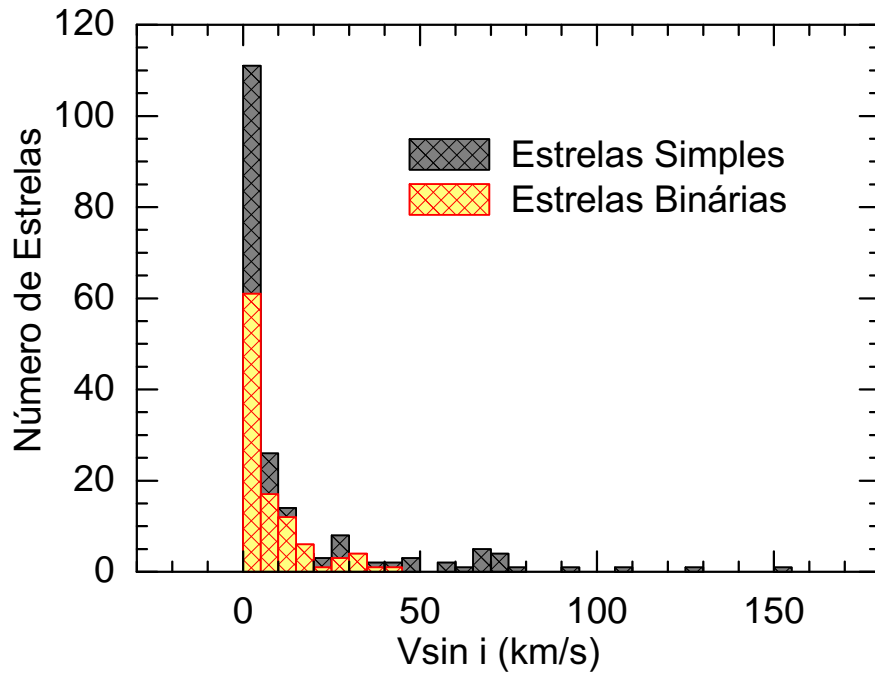
Um resgate histórico das técnicas de medição desse parâmetro pode ser feito partindo do trabalho pioneiro de Smith e Gray, 1976, que se apresenta como a primeira técnica de alta-resolução para medir velocidade rotacional, tendo como base a análise do perfil das raias fotosféricas observadas. As velocidades de rotação e de turbulência são determinadas partindo da análise de Fourier do perfil dessas raias. Tal tratamento é particularmente possível no caso de estrelas brilhantes, onde a relação sinal-ruído é alta, ficando, portanto, uma limitação para as situações onde a relação sinal-ruído é baixa. Essa dificuldade foi sanada com o desenvolvimento do espectrômetro *CORAVEL* (*CO*rrelation *RA*dial *VE*LOCITY) (Baranne et al., 1979), fruto do esforço do grupo franco-suíço, é baseado em correlação cruzada de dois espectros - o espectro da estrela que está sendo observada e um espectro de referência. Um espectro de referência usual, de *Arcturus*, com 1500 linhas - Griffin, 1968, se encontra gravado numa máscara, lâmina de vidro coberta por uma fina camada de cromo, localizada no plano focal do espectrômetro. Da maneira como essa máscara foi concebida, somente luz no centro das linhas de absorção é transmitida. A determinação da função de correlação cruzada é obtida movendo o espectro da estrela de nosso interesse com relação à máscara. Toda informação sobre a rotação que está contida no espectro é reduzida a um só perfil de correlação, o qual se aproxima de uma curva gaussiana, no caso de estrelas com rotações baixas ou moderadas. O ajuste de uma função gaussiana aos pontos que definem o perfil de correlação permite extrair três parâmetros: *a velocidade radial*, *a metalicidade* e *a velocidade de rotação  $V \sin i$* . A velocidade  $V \sin i$  é a velocidade de rotação equatorial projetada na direção da linha de visada. Nessa expressão, o ângulo  $i$  é o ângulo entre a direção da linha de visada com o eixo de rotação da estrela. Para o nosso trabalho

$V_{\text{sini}}$  é de grande interesse, sendo sua medida oriunda do valor da largura a meia altura da gaussiana que melhor se ajusta ao perfil de correlação.

Em 1981, Benz e Mayor fizeram calibração do CORAVEL para medir velocidades de rotação em estrelas da seqüência principal. Posteriormente, 1990, De Medeiros fez a calibração para medir as velocidades de rotação de estrelas evoluídas estando as incertezas nas medidas de velocidade de rotação para estrelas conhecidas como gigantes e subgigantes da ordem de  $1.0 \text{ km/s}^{-1}$ .

Para finalizarmos, ressaltamos ainda que existe método de medidas de velocidades de rotação que utiliza diretamente os valores observados dos períodos rotacionais para obtenção das velocidades.

Dados os esclarecimentos sobre medidas desse importante parâmetro, apresentaremos agora os valores das velocidades,  $V_{\text{sini}}$ , da nossa amostra. Parte significativa dos parâmetros que utilizaremos, incluindo a velocidade rotacional, podem ser vistos nas *tabelas (A.1) e (A.2)* encontradas no apêndice A deste trabalho. Na tabela (A.1), estão presentes diversas informações das estrelas simples e na tabela (A.2), encontram-se as informações das estrelas binárias. Uma apresentação sintética do quadro das velocidades rotacionais medidas pode ser vista nos histogramas da figura (4.3). Os histogramas de  $V_{\text{sini}}$  são apresentados tanto para a amostra das estrelas simples como para a amostra das binárias. Uma análise desses histogramas revela a forte presença de estrelas com baixas velocidades rotacionais, com nítidas concentrações de valores menores ou iguais a  $5 \text{ km/s}$ , tanto para as estrelas simples como para as estrelas binárias.



**Figura 4.3:** Distribuição estatística das velocidades projetadas  $V_{\sin i}$  para estrelas simples e binárias. O passo (*bin size*) utilizado nesse histograma foi de 5km/s.

Uma maior clareza do perfil de evolução da rotação das estrelas da nossa amostra é adquirida com o auxílio das figuras (5.1) e (5.2) apresentadas no próximo capítulo. As estrelas simples e binárias serão apresentadas no diagrama HR. Os traçados evolutivos adicionados nesses diagramas, obtidos a partir do código de Toulouse-Geneve, auxiliam de modo significativo a identificação da posição evolutiva de cada estrela das amostras. A representação das estrelas com símbolos diferentes, segregando-as por intervalos de velocidades, além de dar uma visão de conjunto da distribuição das velocidades nos diferentes estágios evolutivos, agrega elementos relevantes para a discussão posterior no capítulo 5.

Para construir os diagramas HR, necessitamos das temperaturas efetivas  $T_{ef}$  e da luminosidade das estrelas. Esses parâmetros foram calculados a partir dos seguintes

procedimentos:

- no que diz respeito aos cálculos das temperaturas efetivas  $T_{ef}$  das estrelas da nossa amostra utilizamos a proposta feita por Flower (1996), lançando mão da calibração (B-V) *versus*  $\text{Log}(T_{ef})$ .
- no que diz respeito às luminosidades das estrelas, a base de cálculo foi a equação dada por

$$\text{Log}(L/L_{\odot}) = \frac{4.72 - M_{bol}}{2.5}, \quad (4.1)$$

onde, para obtenção da magnitude bolométrica absoluta,  $M_{bol}$ , seguimos os seguintes passos:

$$M_{bol} = M_v + BC, \quad (4.2)$$

sendo  $BC$  a correção bolométrica obtida a partir da calibração  $\text{Log}(T_{ef})$  *versus*  $BC$ , proposta por Flower (1996), e  $M_v$ , a magnitude visual absoluta. Por sua vez,  $M_v$  pode ser obtido combinando as magnitudes visuais aparentes  $V$  e as paralaxes  $\pi$  como apresentado na equação (4.3), a seguir:

$$M_v = V + 5 - 5\text{Log}(d_{pc}) + A_{ext}. \quad (4.3)$$

Como a maioria das estrelas que compõem nossa amostra estão a distância pequenas ( $<300$  pc), admitiremos a extinção  $A_{ext} = 0$ . Nessa equação,  $V$  é a magnitude visual aparente (no sistema fotométrico de Johnson) e  $d_{pc}$  é a distância em parsecs, dada pela equação  $d_{pc} = 1000/\pi$ .

## 4.5 Medida da atividade coronal

Analogamente à abordagem que fizemos na seção anterior para o parâmetro  $V_{sini}$ , nesta seção faremos comentários introdutórios sobre o processo de obtenção do

fluxo de raio-X, que constitui o principal parâmetro de diagnóstico da atividade coronal das nossas estrelas. Sendo assim, surge a necessidade de calcular o fluxo de raio-X, para o qual foi utilizado o procedimento estabelecido por Fleming et al. (1995). Esses autores usam o seguinte fator de conversão para os fluxos na banda completa ROSAT (0,1 - 2,4keV):

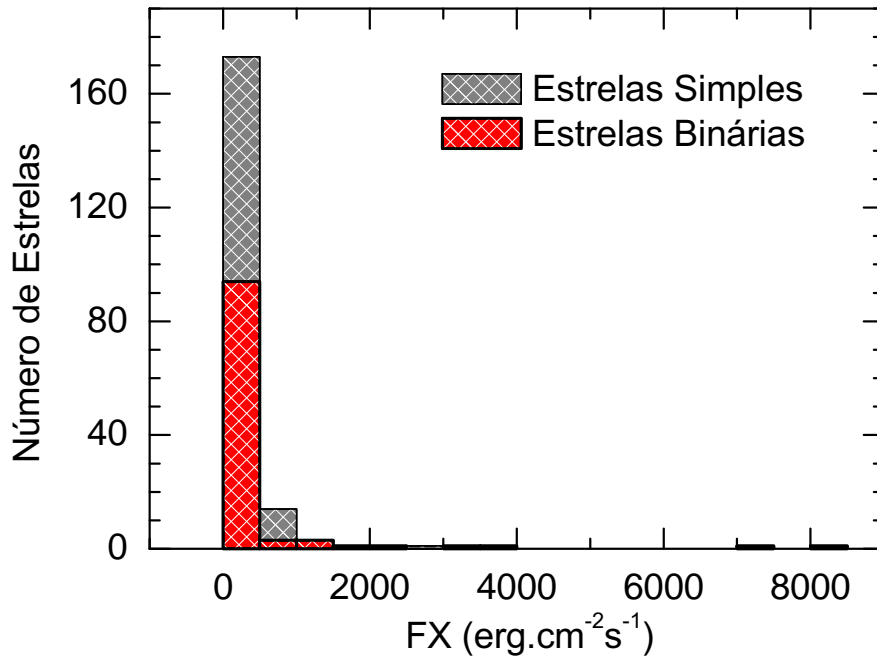
$$FX = Counts. (8,31 + 5,30HR) \times 10^{-12} (erg/cm^2 s), \quad (4.4)$$

onde HR (*hardness ration*) é obtido da contagem na banda *hard* ( $\approx 0,5 - 2,0keV$ ), que designaremos por  $H$ , e da contagem na banda *soft* ( $\approx 0,1 - 0,28keV$ ), designada por  $S$ . Assim,

$$HR = \frac{(H - S)}{(H + R)}. \quad (4.5)$$

## 4.6 Distribuições estatísticas do fluxo e da luminosidade em raio-X

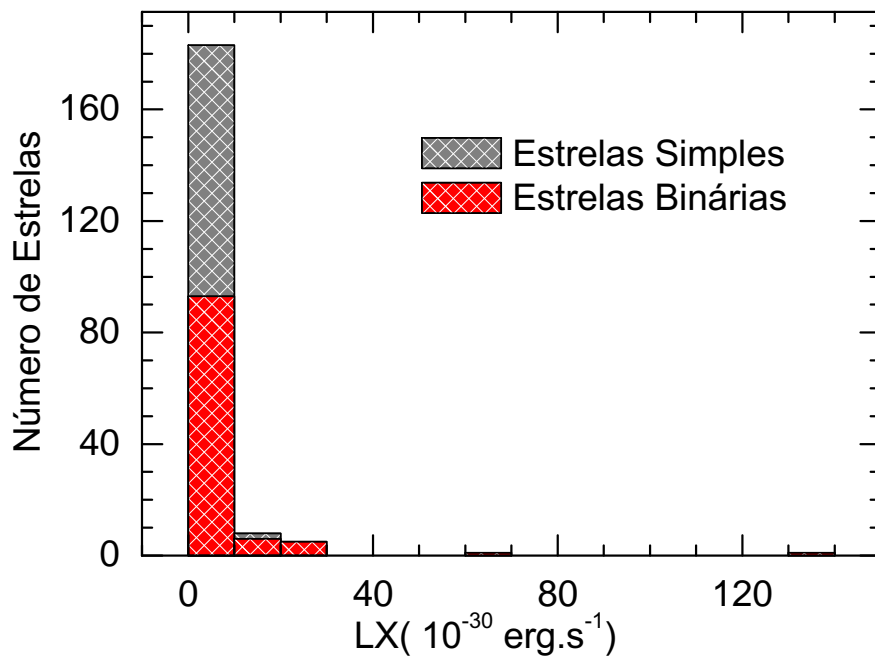
Como diagnóstico da atividade coronal utilizamos fluxo e luminosidade em raio-X. Distribuições estatísticas desses parâmetros encontram-se descritas nas figuras (4.4) e (4.5), respectivamente. Os histogramas nelas apresentados descrevem ocorrências tanto para as estrelas simples como para as binárias. Os histogramas da figura (4.4) revelam que a maioria das estrelas presentes na nossa amostra tem uma emissão, em raio-X, menor ou igual a  $500 \text{ erg.cm}^{-2}.s^{-1}$ .



**Figura 4.4:** Histograma para o fluxo de raio-X observados nas estrelas simples e binárias da nossa amostra. Utilizamos na construção desse histograma passos (*bin size*) iguais a  $500 \text{ erg.cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

A figura (4.5) ilustra a distribuição de luminosidade em raio-X das estrelas da nossa amostra. Os histogramas revelam, tanto para as estrelas simples como para as binárias, que a maioria das estrelas possuem uma luminosidade em raio-X menor ou igual a  $10^{29} \text{ erg.s}^{-1}$ . Uma vez apresentadas as distribuições das principais grandezas de interesse do nosso estudo  $V_{\text{sini}}$ , FX, LX, um passo adicional é procurar correlações dessa atividade com parâmetros característicos do processo evolutivo das estrelas.





**Figura 4.5:** Histograma da luminosidade em raio-X observada nas estrelas simples e binárias da nossa amostra. Utilizamos na construção desse histograma passos (*bin size*) iguais a  $10 \text{ erg.s}^{-1}$ .

## 4.7 Teste Kolmogorov-Smirnov

O teste de Kolmogorov-Smirnov, ou simplesmente *teste KS*, é uma poderosa prova de aderência que sinaliza o grau de concordância entre a distribuição de um conjunto de valores amostrais e determinada distribuição teórica específica. Nesse caso, o teste procura especificar a distribuição de frequência acumulada que ocorreria sob a distribuição teórica e compará-la com a distribuição de frequência acumulada observada. Essencialmente, determina-se o ponto em que as distribuições teórica e observacional acusam a maior divergência e analisa-se a possibilidade desta diferença máxima ser fruto do acaso. Um *segundo caso*, bastante usual, é utilizar o teste KS para se comparar não

mais uma amostra observada com uma distribuição teórica específica, mas comparar duas amostras observadas. Essa é a situação de nosso interesse para este trabalho; logo, nesta situação, iremos verificar a probabilidade das amostras provirem de uma mesma população ou populações com a mesma distribuição. Enquanto no primeiro caso, a comparação é entre a distribuição de frequência acumulada, teoricamente esperada com a frequência acumulada de uma amostra observacional, no segundo caso, a comparação é dos valores das duas distribuições observacionais.

No teste KS, dois parâmetros são de grande relevância: o parâmetro  $D$ , que acusa a maior divergência entre as distribuições; e, a partir desse parâmetro determina-se a *significância*  $P$  desse desvio. As equações a seguir fornecem, para o primeiro caso, os valores dos parâmetros  $D$  e  $P$ .

$$D = \text{máx} |F_0(x) - S_n(x)|, \quad (4.6)$$

$$Q_{KS}(\lambda) = 2 \sum_{\infty}^{j=1} (-1)^{j-1} e^{-2j^2\lambda^2}, \quad (4.7)$$

$$P(D > \text{observado}) = Q_{KS} \left[ \left( \sqrt{N} + 0, 12 + 0, 11/\sqrt{N} \right) D \right], \quad (4.8)$$

onde

- $F_0(x)$  é distribuição de frequência acumulada teórica;
- $S_n(x)$  é distribuição de frequência acumulada observada;
- $Q_{KS}$  é uma função monotônica com os limites  $Q_{KS}(0) = 1$  e  $Q_{KS}(\infty) = 0$ ;
- $N$  é o número de intervalos ou pontos da amostra.

De forma análoga, no *segundo caso*, em que são duas amostras observadas, temos:

$$D = \text{máx} |S_{n1}(x) - S_{n2}(x)|, \quad (4.9)$$

sendo

- $S_{n_1}(x)$  e  $S_{n_2}(x)$  as respectivas distribuições acumuladas de cada amostra.

Uma vez obtido o parâmetro  $D$ , determina-se a *significância* usando a equação (4.8). Nessa situação, vale a ressalva em que, para  $N$  até o valor 40, as amostras devem ter o mesmo número de pontos ou intervalos; e, para valores de  $N$  superiores a 40, usa-se no cálculo o *valor efetivo* dado por

$$N_{ef} = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}. \quad (4.10)$$

# Capítulo 5

## Resultados e Discussão

### 5.1 Introdução

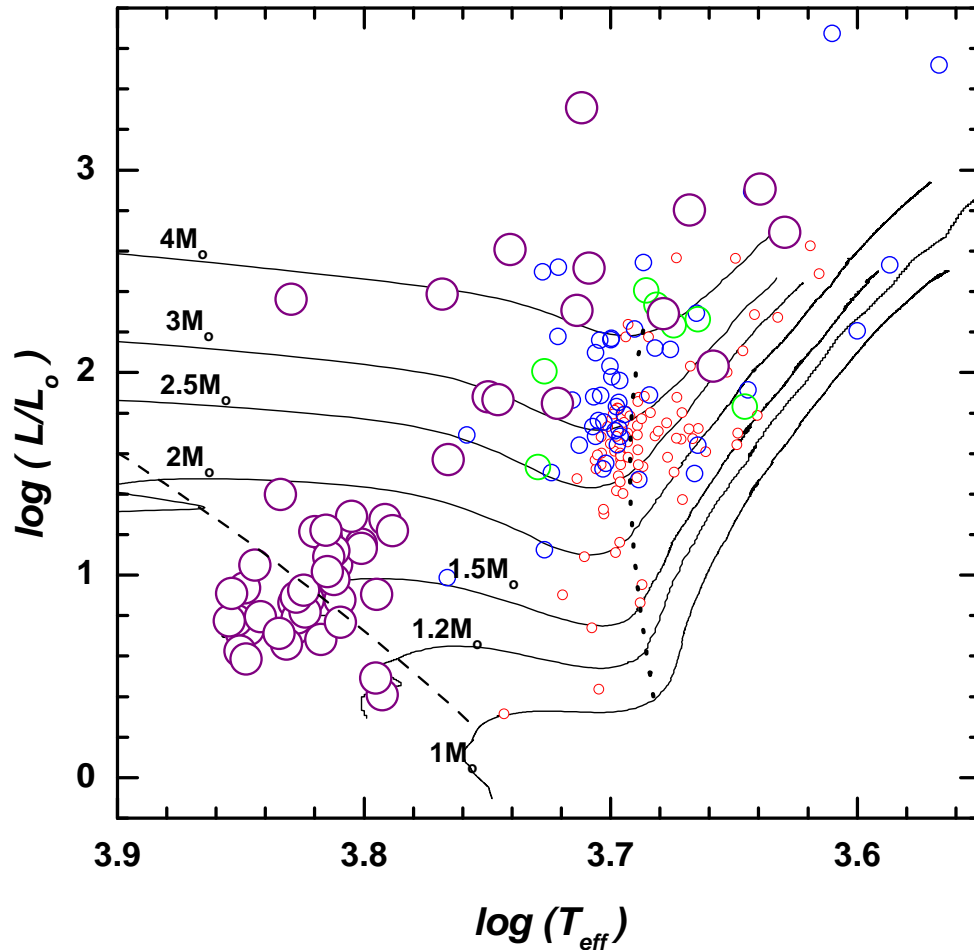
Neste capítulo, apresentamos os principais resultados deste trabalho de Tese, construídos a partir dos dados e parâmetros estelares descritos no capítulo anterior. Tais resultados traduzem essencialmente o comportamento da atividade coronal de estrelas evoluídas do tipo solar, diagnosticada pelo fluxo de emissão em raio-X, medido pelo satélite ROSAT. Além de investigarmos esse comportamento numa perspectiva evolutiva, bem como em função da massa estelar, analisamos também, numa abordagem comparativa, as relações de dependência entre a rotação e atividade entre estrelas simples e estrelas binárias, procurando por reflexos das marés gravitacionais nos processos de aquecimento coronal. Um aspecto importante deste estudo comparativo diz respeito à análise estatística efetuada com o auxílio do *teste Kolmogorov-Smirnov*, aplicado tanto à rotação quanto ao fluxo de emissão em raio-X. Tal procedimento pode nos mostrar o quanto cada um desses parâmetros, em cada tipo de estrela, podem estar ligados entre si. Especial atenção no tratamento dos nossos dados sobre rotação e fluxo de raio-X foi dada à distribuição destes através do diagrama HR. Nesse sentido, é importante sublinhar que, até o presente estudo sobre o comportamento da atividade

coronal em estrelas evoluídas levou-se em conta somente o comportamento destas em função do tipo espectral, o que pode esconder efeitos de dependência da atividade sobre a massa estelar. Como exemplo dessa situação, podemos destacar o trabalho de Haisch et al. (1992), onde a definição de uma linha divisória no diagrama HR para a atividade coronal esconde os efeitos da massa sobre tal linha, exatamente por apresentar a distribuição de fluxo de raio-X em função do tipo espectral.

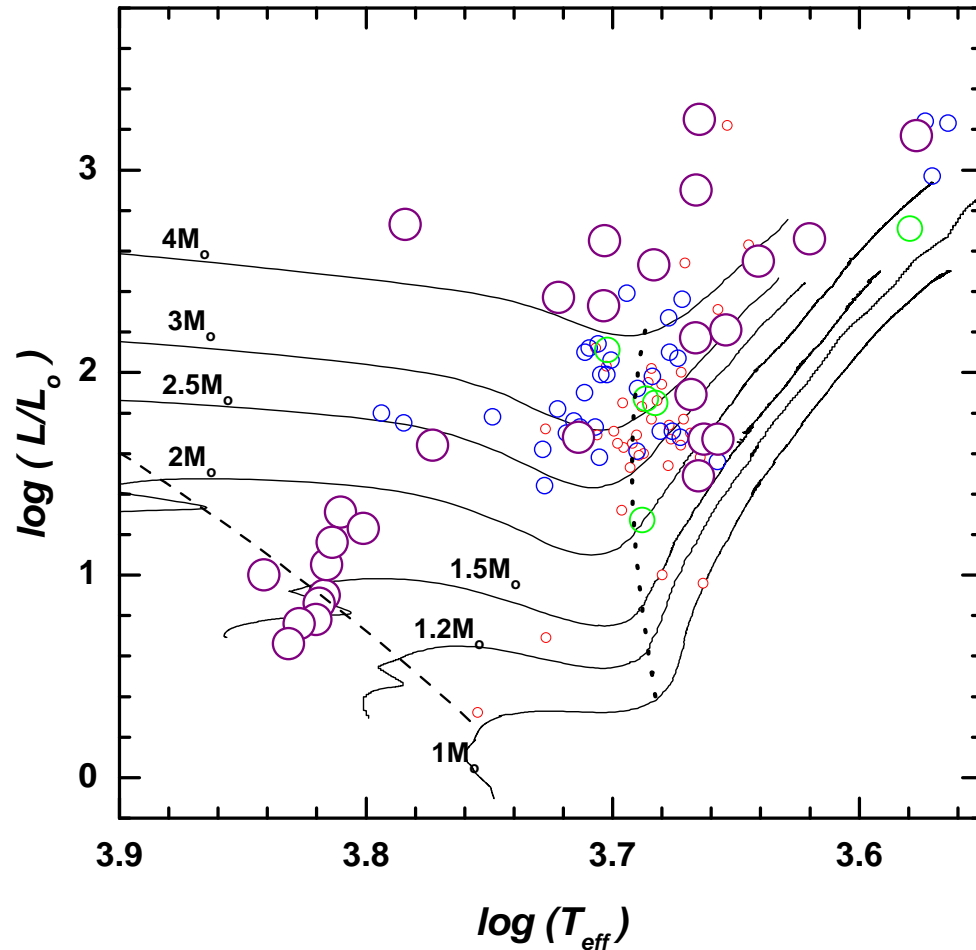
## 5.2 Comportamento da rotação das estrelas da presente amostra no diagrama HR

O primeiro aspecto importante na análise do papel da rotação sobre a emissão coronal é conhecer o comportamento da velocidade rotacional  $V_{\text{ini}}$  e do diagnóstico da atividade, fluxo de emissão em raio-X, ao longo do diagrama HR. Tal comportamento pode oferecer uma primeira visão sobre como estes dois parâmetros se relacionam ou não. Nesse contexto, as figuras (5.1) e (5.2) mostram o comportamento da rotação, respectivamente, para estrelas simples e binárias no *diagrama luminosidade versus temperatura efetiva*. Buscando melhor identificar o estágio evolutivo e a massa de cada estrela, essas figuras apresentam, também, traçados evolutivos para metalicidades tipicamente solares, num intervalo de massas entre 1.0 e 4.0 massas solares, construídos a partir do código *Toulouse-Geneve* (do Nascimento et al., 2000). Os detalhes computacionais e os ingredientes físicos para a computação desses traçados são dados pelos referidos autores.

Apesar desse gênero de análise já ter sido efetuado em vários trabalhos do grupo de Astrofísica Estelar da UFRN, em De Medeiros (2004), por exemplo, aqui revisitamos tal análise para melhor entendermos como o comportamento da atividade coronal através do diagrama HR segue ou não aquele da rotação.



**Figura 5.1:** Distribuição das estrelas simples da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva  $T_{eff}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de velocidades de rotação representados por *vermelho* ( $V_{sini} < 3\text{km/s}$ ), *azul* ( $3\text{km/s} < V_{sini} < 7\text{km/s}$ ), *verde* ( $7\text{km/s} < V_{sini} < 10\text{km/s}$ ) e *roxo* ( $V_{sini} > 10\text{km/s}$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do *código de Toulouse-Geneve* (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares  $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas.



**Figura 5.2:** Distribuição das estrelas binárias da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva  $T_{eff}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de velocidades de rotação representados por: *vermelho* ( $V_{sini} < 3\text{km/s}$ ), *azul* ( $3\text{km/s} < V_{sini} < 7\text{km/s}$ ), *verde* ( $7\text{km/s} < V_{sini} < 10\text{km/s}$ ) e *roxo* ( $V_{sini} > 10\text{km/s}$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do *código de Toulouse-Geneve* (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares  $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas.

As figuras (5.1) e (5.2), respectivamente, mostram a distribuição da rotação de estrelas simples e binárias, com a rotação segregada por intervalos distintos de valores. Seja para as estrelas simples, seja para as binárias, a distribuição da rotação mostra os comportamentos já identificados por De Medeiros (2004) e De Medeiros et al. (2002).

Para as estrelas simples (Fig.5.1), observa-se a bem estabelecida descontinuidade na distribuição de  $V_{\text{sin}i}$ , cuja localização depende fortemente da massa estelar. Para as estrelas simples, existem dois aspectos a serem destacados: uma vez evoluindo no início do ramo das gigantes, as estrelas com massas menores que cerca de 2,5 massas solares apresentam essencialmente rotações lentas; para estrelas com massas acima desse valor, observa-se uma crescente tendência para a presença de estrelas com rotações de moderadas a altas. Na realidade, esses dois aspectos observacionais parecem definir claramente a localização da descontinuidade rotacional, a qual segue uma aparente diagonal unindo o *turnoff* à região do ramo das gigantes, onde se encontram as estrelas de massas superiores a 2,5 massas solares. Na figura (5.1), tal fato pode ser traduzido como uma diagonal imaginária unindo o canto inferior esquerdo ao canto superior direito do diagrama HR.

A figura (5.2) apresenta a distribuição da rotação no diagrama HR para as estrelas binárias da presente amostra. Aqui, os efeitos de sincronização entre os movimentos de rotação e orbital são claramente perceptíveis, com a presença de um número significativo de estrelas na região das gigantes, apresentando rotações de moderadas a altas. Tal comportamento rotacional está em perfeito acordo com os resultados obtidos por De Medeiros et al. (2002). É importante sublinhar que a interpretação da figura (5.2), no que diz respeito à localização precisa das estrelas, deve ser feita com bastante cuidados, visto que a posição de uma estrela binária no diagrama HR apresenta importantes incertezas face à impossibilidade de separação das componentes. Apesar disso, a presença da descontinuidade observada para as estrelas simples também se manifesta de forma clara para as estrelas binárias. É evidente na figura (5.2) a presença de um número elevado de estrelas binárias com rotações baixas, localizadas ao longo do ramo

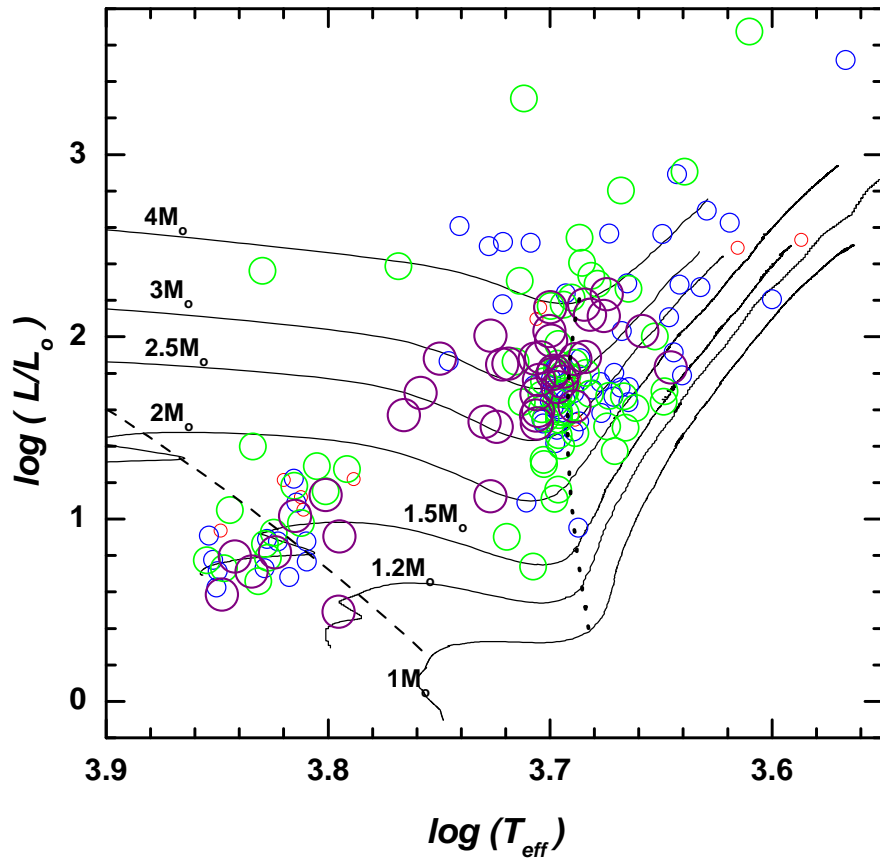


das gigantes, independente do valor da massa. Tais estrelas, certamente, pertencem a sistemas binários com períodos orbitais maiores do que 250 dias, com a rotação baixa refletindo principalmente a ausência de sincronização. Do ponto de vista rotacional, o comportamento dessas estrelas coincide com aquele observado para as estrelas simples, ou seja, rotações essencialmente baixas.

### 5.3 O comportamento do fluxo de emissão em raio-X para as estrelas simples da amostra

Nesta seção, apresentaremos o comportamento da atividade coronal diagnosticada pelo fluxo de emissão em raio-X, FX, dentro da abordagem evolutiva oferecida pelo diagrama HR. Tal procedimento nos oferece condições para uma análise da distribuição do fluxo de emissão FX não somente em função da temperatura efetiva e da luminosidade, mas também em função da própria massa estelar.

A figura (5.3) ilustra, mais uma vez, a localização das estrelas simples da nossa amostra no diagrama HR agora com as estrelas segregadas por intervalos de fluxo de FX. As estrelas estão representadas por círculos de diferentes cores e tamanhos, que sinalizam diferentes intervalos de fluxos. Convencionamos as seguintes definições para os intervalos de FX, portanto, da atividade coronal: *vermelho* ( $\text{Log}(FX) < 1.25$ ), *azul* ( $1.25 < \text{Log}(FX) < 1.75$ ), *verde* ( $1.75 < \text{Log}(FX) < 2.25$ ) e *roxo* ( $\text{Log}(FX) > 2.25$ ).



**Figura 5.3:** Distribuição das estrelas simples da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva  $T_{ef}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de atividade coronal diagnosticada pelo fluxo de raio-X. Os círculos com diferentes cores sinalizam os diferentes intervalos de emissão em raio-X, sendo, *vermelho* ( $\text{Log}(FX) < 1.25$ ), *azul* ( $1.25 < \text{Log}(FX) < 1.75$ ), *verde* ( $1.75 < \text{Log}(FX) < 2.25$ ) e *roxo* ( $\text{Log}(FX) > 2.25$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do código de *Toulouse-Geneve* (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares  $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas. As estrelas com  $FX = 0.00$  não estão presentes neste gráfico.

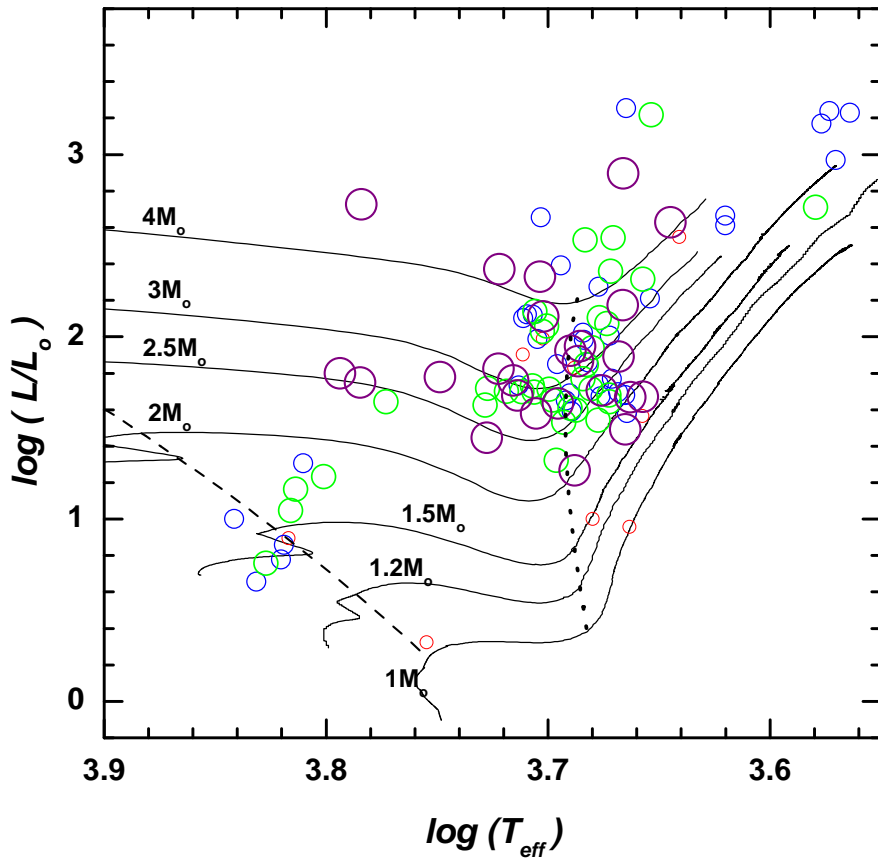
Alguns aspectos importantes sobressaem nessa figura:

- Estrelas localizadas na região do *turnoff*, majoritariamente estrelas do tipo espectral F com massas menores do que 2 massas solares, apresentam uma grande dispersão nos valores de FX, exibindo desde valores baixos, indicando uma baixa atividade coronal, até valores elevados, indicando uma atividade coronal elevada;
- Estrelas localizadas na região das gigantes vermelhas, basicamente estrelas com tipos espectrais G e K e massas maiores que  $1.5M_0$ , apresentam um comportamento na distribuição dos valores de FX análogo àquele anteriormente descrito para a região do turnoff, caracterizando-se, portanto, por uma importante dispersão na atividade coronal. É importante sublinhar que, mesmo após o início do ramo das gigantes, algumas estrelas ainda apresentam uma atividade coronal elevada;
- Curiosamente, não existe uma descontinuidade na distribuição dos valores do parâmetro FX de natureza análoga àquela observada para a rotação. Além disso, parece existir uma dependência de FX com a massa estelar, embora não tão marcante como aquela observada no caso da distribuição da rotação. O aspecto mais importante que emerge da figura (5.3) diz respeito ao fato da localização da região espectral onde se observa a diminuição da atividade coronal nas estrelas gigantes, depender da massa. Em outros termos, não há uma diminuição abrupta em FX num mesmo tipo espectral ou temperatura efetiva, como proposto por Haisch et al. (1992). Sublinhando mais uma vez, esses autores sugeriram a existência de uma diminuição abrupta na atividade coronal de estrelas gigantes, em torno do tipo espectral K2III-K3III, que corresponde a uma temperatura efetiva  $\log T_{ef} \approx 3.64$ . Segundo tal cenário, estrelas mais tardias que K2III-K3III não exibiriam mais emissão em raio-X, o que coincidiria com o aparecimento de ventos densos a partir de tais regiões.

## 5.4 O comportamento do fluxo de emissão em raio-X para as estrelas binárias da amostra

A análise do comportamento da atividade coronal de estrelas binárias agrega elementos a mais para compreendermos a relação existente entre a atividade coronal e a evolução estelar, uma vez que, em sistemas binários com períodos convenientemente curtos, os efeitos de marés gravitacionais podem, direta ou indiretamente, afetar os processos de aquecimento da atmosfera estelar.

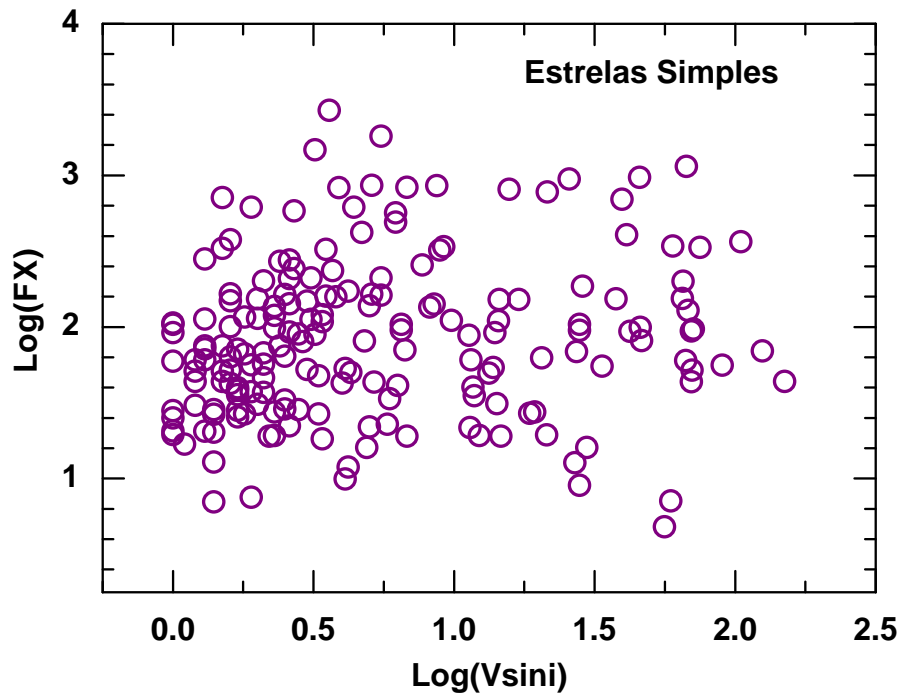
A figura (5.4) exhibe o comportamento do fluxo de emissão em raio-X,  $FX$ , em função da luminosidade e da temperatura efetiva, seguindo o mesmo procedimento apresentado para as estrelas simples. Embora a limitação da amostra em relação às estrelas simples seja perceptível, a atividade coronal das estrelas binárias apresenta uma tendência para seguir, pelo menos qualitativamente, o mesmo comportamento observado para as estrelas simples. Na região das gigantes, em particular, observa-se uma grande dispersão nos valores de  $FX$ . Uma inspeção cuidadosa mostra também a presença de estrelas binárias com atividade coronal elevada na região de massas maiores que 4.0 massas solares. Além disso, fica difícil estabelecer uma queda abrupta na distribuição de  $FX$ , como aquela sugerida por Haisch et al. (1992), pelo simples fato de que a presença da linha divisória entre estrelas com e sem atividade coronal parece depender da massa estelar. Outra vez, é preciso atentar para as incertezas que podem estar associadas ao cálculo da luminosidade e temperatura efetiva das estrelas binárias, as quais podem influenciar bastante a localização das mesmas no diagrama HR.



**Figura 5.4:** Distribuição das estrelas binárias da nossa amostra no diagrama HR, em função da luminosidade e temperatura efetiva  $T_{eff}$ . As estrelas encontram-se segregadas por intervalos de atividade coronal diagnosticada pelo fluxo de raio-X. Os círculos com diferentes cores indicam os diferentes intervalos de emissão em raio-X, tais como: *vermelho* ( $\text{Log}(FX) < 1.25$ ), *azul* ( $1.25 < \text{Log}(FX) < 1.75$ ), *verde* ( $1.75 < \text{Log}(FX) < 2.25$ ) e *roxo* ( $\text{Log}(FX) > 2.25$ ). Os traçados evolutivos obtidos a partir do código de *Toulouse-Geneve* (do Nascimento et al., 2000) são mostrados para massas estelares entre 1 e 4 massas solares  $M_0$ . A linha tracejada indica o início do ramo das subgigantes e a pontilhada, o início do ramo das gigantes vermelhas. Estrelas com  $FX = 0.00$  não estão presentes neste gráfico.

## 5.5 Comportamento da atividade coronal das estrelas simples da amostra em função da rotação

Nesta seção, analisaremos as relações entre rotação,  $V_{\text{sini}}$ , e fluxo de emissão em raio-X,  $FX$ , na tentativa de encontrar o papel efetivo da rotação sobre o aquecimento coronal. A figura (5.5) apresenta a distribuição de  $FX$  em função de  $V_{\text{sini}}$ , numa escala logarítmica, onde uma rápida inspeção aponta para uma completa ausência de correlação entre o fluxo de raio-X e a velocidade  $V_{\text{sini}}$ .



**Figura 5.5:** Comportamento do  $\text{Log}(FX)$  em função do  $\text{Log}(V_{\text{sini}})$  para as estrelas simples.

Na realidade, tal fato pode ser ratificado com a comparação das figuras (5.1) e (5.3). A análise dos diagramas HR apresentados nessas figuras mostra essa falta de correlação entre atividade coronal e velocidade rotacional  $V_{\text{sini}}$ , em particular quanto à localização da descontinuidade observada num e noutro parâmetro. Para uma maior solidez quanto a esta falta de correlação, analisemos, por exemplo, as seguintes regiões do diagrama HR, a saber:

- Grupo de estrelas evoluindo no *turnoff* ou um pouco mais evoluídas.

Essas estrelas apresentam uma dispersão nos valores da atividade coronal, exibindo desde valores baixos de fluxo de raio-X até valores elevados para um mesmo estágio evolutivo, como mostra a figura (5.3); no entanto, esse mesmo grupo de estrelas apresenta valores elevados de velocidades, como indica a figura (5.1);

- Estrelas da região próxima à base das gigantes vermelhas.

Essas apresentam forte contraste entre presença de baixas velocidades, figura (5.1), e alta atividade coronal, como indicado na figura (5.3).

Como se pode perceber, não existe, para as estrelas simples da nossa amostra, uma correlação entre os parâmetros  $FX$  e  $V_{\text{sini}}$ . Esse fato sinaliza para a existência de um mecanismo de origem não magnética controlando a produção de raio-X na coroa estelar. Assim, somos levados a acreditar que, dentre os tipos de ondas que descrevemos no capítulo 2, as ondas mecânicas podem ser as responsáveis por esse processo de aquecimento coronal e, conseqüentemente, pela produção da atividade em raio-X.

Vimos na seção (2.5.3) sobre amortecimento das ondas que a presença de campos magnéticos fortes reduz a atenuação das ondas Alfvén e magnetosônicas. Na perspectiva de que o controle da produção de raio-X coronal de estrelas evoluídas seja de origem não magnética, podemos inferir que o dínamo presente nessas estrelas é suficientemente forte, intensificando o campo magnético e reduzindo a atenuação das ondas Alfvén e

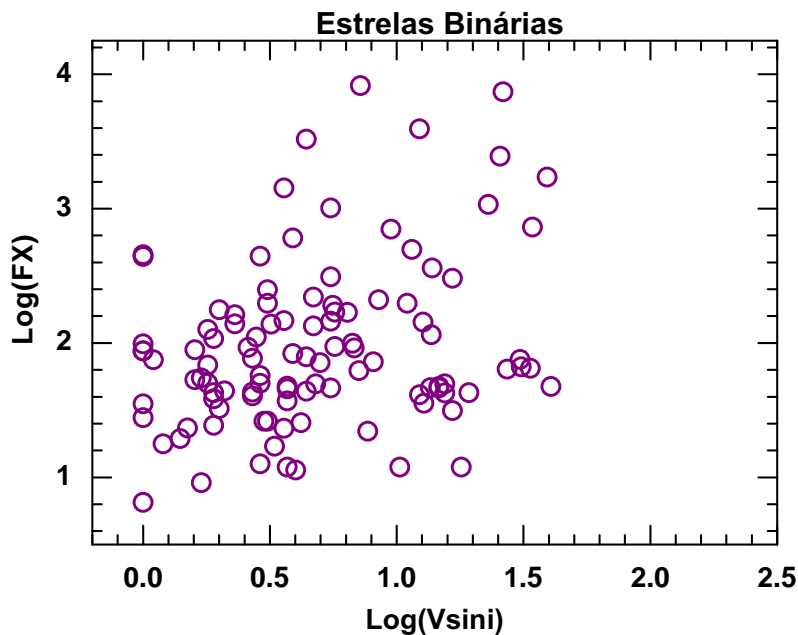
magnetosônicas. Menor atenuação dessas ondas implica menor depósito de energia na atmosfera estelar, conseqüentemente influência reduzida no processo de aquecimento e produção da atividade coronal.

Diferentemente das nossas conclusões, Gondoin (2005) sugeriu uma correlação entre atividade coronal e rotação, evidenciando um possível crescimento linear do fluxo de raio-X com a velocidade rotacional. Entretanto, numa base comparativa com os resultados aqui obtidos, o resultado de Gondoin (2005) reflete claramente um simples efeito de seleção, oriundo de uma amostra bastante reduzida. Em seu trabalho, este autor utilizou apenas 12 estrelas, em contraste com nossa amostra de 191 estrelas.



## 5.6 Comportamento da atividade coronal das estrelas binárias em função da rotação

Seguindo um procedimento análogo ao da seção anterior, investigamos aqui o papel da rotação sobre a atividade coronal das estrelas binárias. A figura (5.6), onde representamos  $\text{Log}(\text{FX})$  em função do  $\text{Log}(\text{Vsini})$ , permite-nos concluir que, da mesma forma que para as estrelas simples, não existe uma correlação clara entre o fluxo de Raio-X e a velocidade rotacional  $\text{Vsini}$  para o conjunto das estrelas binárias analisadas. Apesar desse fato, estrelas com valores de  $\text{Log}(\text{FX})$  mais elevados, ou seja aquelas mais ativas, parecem tender a exibir rotações mais elevadas que 5 km/s. Evidentemente, tal resultado deve ser analisado com cautela, dadas as limitações da presente amostra de estrelas binárias.



**Figura 5.6:** Comportamento do  $\text{Log}(\text{FX})$  em função  $\text{Log}(\text{Vsini})$  para as estrelas binárias.

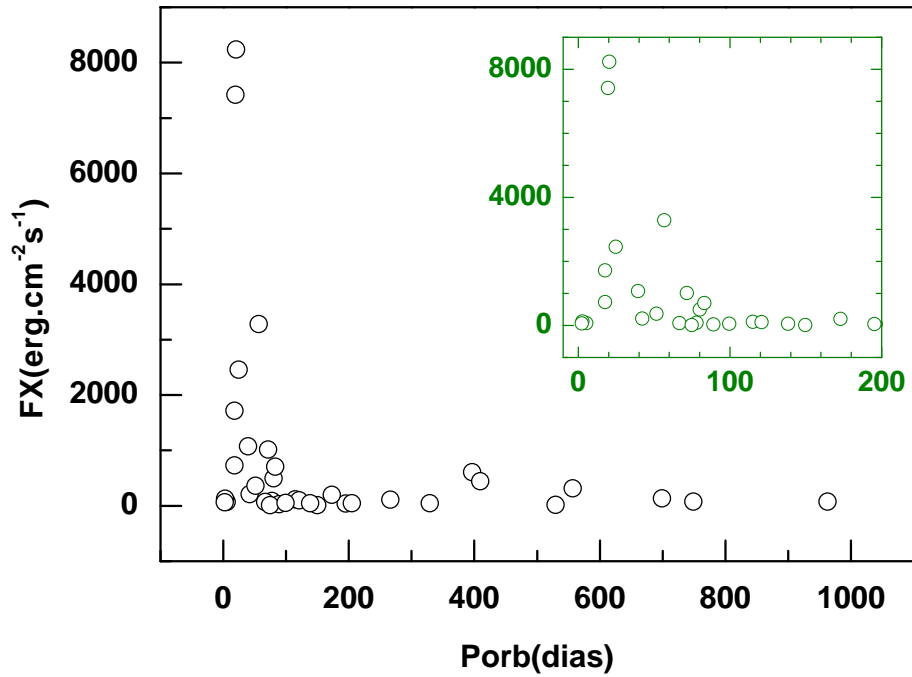
A análise dos diagramas HR que foram apresentados nas figuras (5.2) e (5.4) reforça essa afirmação para as estrelas binárias. Nesses diagramas pode-se ver que, em diferentes estágios evolutivos, temos estrelas com  $V_{\text{sini}}$  elevado e baixo valor de FX,  $V_{\text{sini}}$  pequeno com alto valor de Fx,  $V_{\text{sini}}$  elevado e FX elevado,  $V_{\text{sini}}$  baixo e Fx baixo, denunciando a falta de correlação já mencionada.

## 5.7 Comportamento da atividade coronal das estrelas binárias em função dos parâmetros orbitais

Para investigarmos os possíveis efeitos da binaridade estelar sobre a atividade coronal, buscamos na literatura os parâmetros orbitais - excentricidade ( $e$ ) e período orbital ( $P_{\text{orb}}$ ) - disponíveis para as estrelas binárias da nossa amostra. Essencialmente, tais dados foram obtidos do *catálogo de Batten*. Desse esforço foi possível construir a tabela (A.3), contida no apêndice deste trabalho, na qual são listados os parâmetros orbitais para uma amostra de quarenta e seis estrelas binárias.

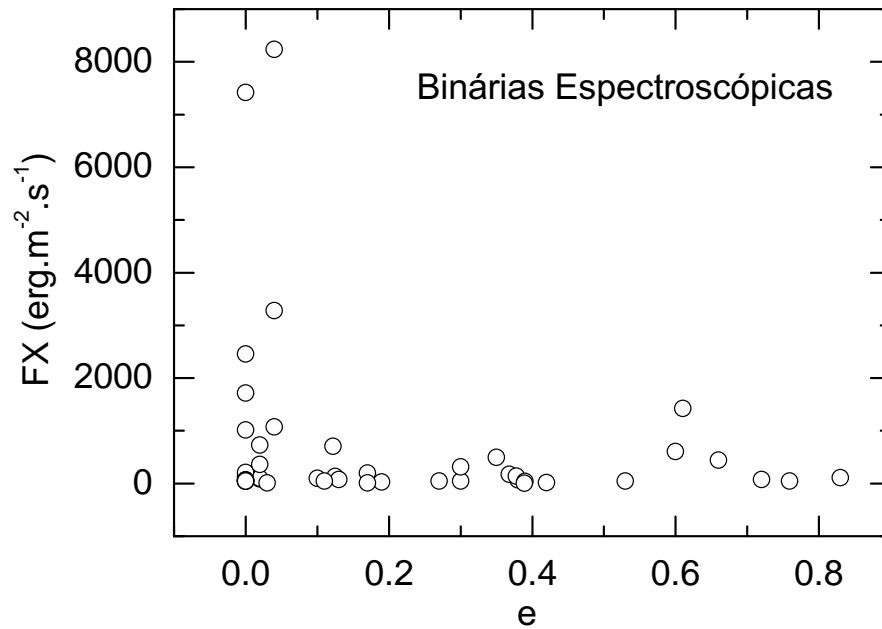
Com base nessa tabela (A.3), contruímos as figuras (5.7) e (5.8), que ilustram o comportamento do fluxo FX em função do período orbital e da excentricidade, respectivamente, e as figuras (5.9) e (5.10), que mostram o comportamento da luminosidade em raio-X em função desses mesmos parâmetros.

Na figura (5.7), destaca-se no lado direito superior uma ampliação referente à região de períodos orbitais  $P_{\text{orb}} \leq 200 \text{ dias}$ . Nesse *zoom*, vemos uma nítida separação entre duas regiões - a de baixo período orbital, com emissão significativa em raio-X, e a de períodos orbitais mais elevados, com um decréscimo de emissão de raio-X. Essa descontinuidade de emissão é sinalizada em torno do período crítico de 100 dias, em concordância com Melo (1996).



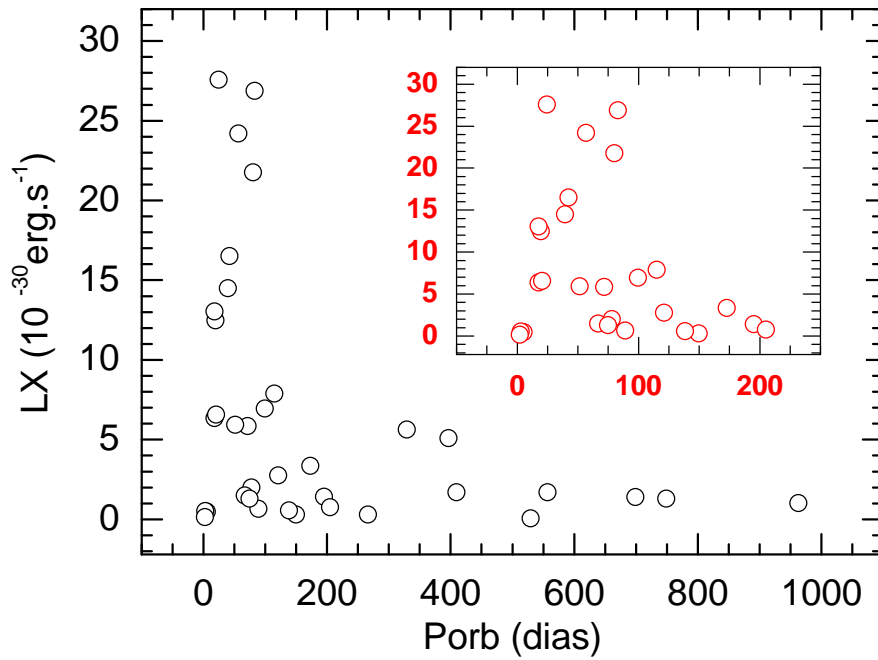
**Figura 5.7:** Comportamento do fluxo de raio-X em função do período orbital da estrela. Estrelas com período orbital acima de 1000 dias não estão aqui representadas.

Na figura (5.8), observamos a existência de uma descontinuidade de emissão de raio-X, ficando claro que a circularização das órbitas das estrelas binárias apresenta-se como uma propriedade necessária para a existência de um nível de emissão em raio-X mais elevado.



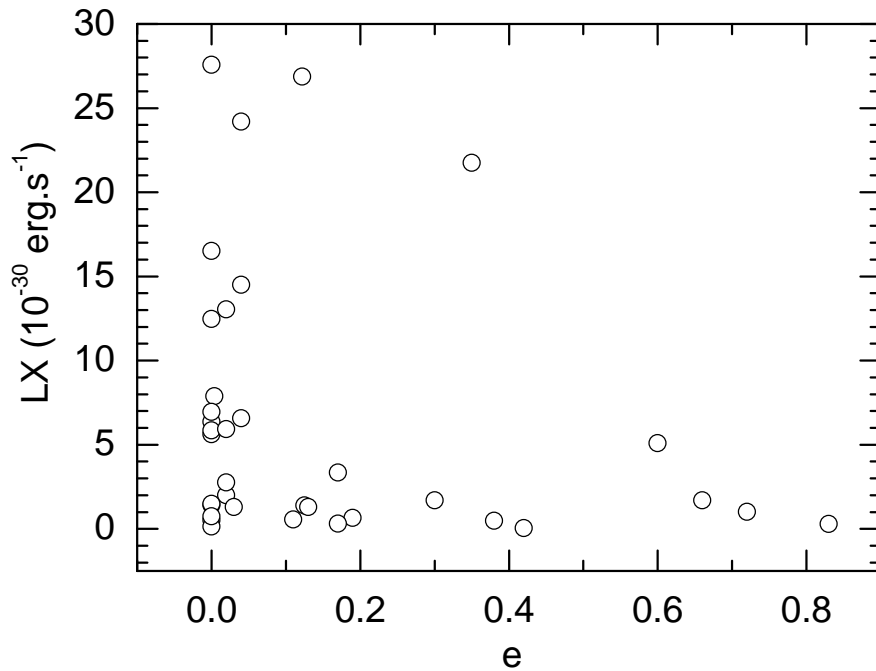
**Figura 5.8:** Comportamento do fluxo de raio-X em função da excentricidade orbital.

Na figura (5.9), verificamos a existência de um decréscimo pronunciado na luminosidade em raio-X à medida que o período orbital cresce. O *zoom* apresentado na parte superior direita da figura detalha melhor a região de baixos períodos orbitais. Parece, portanto, que os valores de luminosidade tornam-se mais elevados para períodos menores do que 100 dias.



**Figura 5.9:** Comportamento da luminosidade em raio-X em função do período orbital. Estrelas com período orbital acima de 1000 dias não estão aqui representadas.

Na figura (5.10), vemos altos valores para luminosidade em raio-X, permitidos para excentricidades muito baixas, ou seja, a circularização das órbitas está associada à existência desses valores elevados para luminosidade em raio-X; entretanto, existem sistemas binários na figura que, mesmo estando circularizados, exibem baixa luminosidade LX, indicando que a circularização não é condição suficiente para uma atividade coronal elevada.



**Figura 5.10:** Comportamento da luminosidade em raio-X em função da excentricidade orbital.

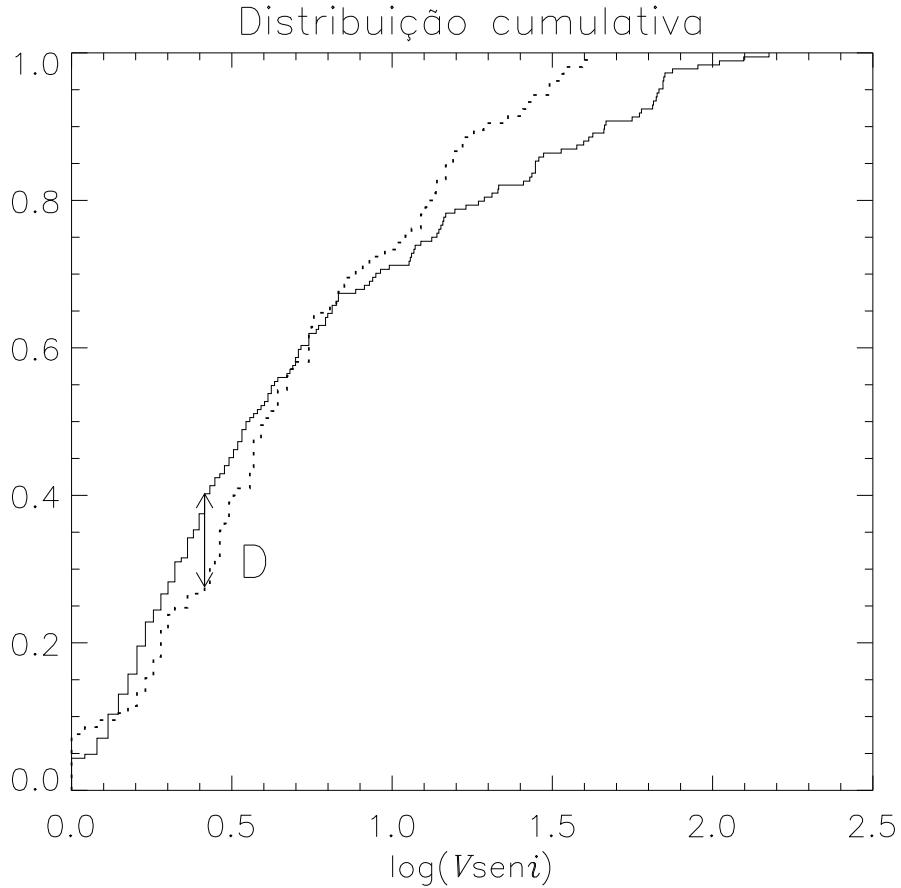
## 5.8 Seriam a rotação e a atividade coronal em estrelas simples e binárias controladas por um mesmo processo físico?

A falta de correlação entre rotação e fluxo de emissão em raio-X, claramente demonstrada nas seções anteriores, aponta para um aspecto fundamental: ou a rotação não influencia a atividade coronal ou, se o fizer, não é o único parâmetro controlador do processo de aquecimento coronal.

Como destacado, é muito provável que tal processo possa ser amplamente controlado por ondas mecânicas ou magneto-mecânicas. Outro aspecto relevante neste gênero de estudo consiste na análise comparativa entre a distribuição da rotação e do fluxo de emissão FX para as estrelas simples e binárias. Tal procedimento poderíamos mostrar se (i) rotação em estrelas simples e binárias é controlada por um mesmo processo; e (ii) atividade coronal em estrelas simples e binárias também é controlada por um mesmo mecanismo de aquecimento. O teste estatístico Kolmogorov-Smirnov, ou *teste KS*, é um dos métodos não-paramétricos mais usuais e sólidos para a comparação de duas amostras de dados, mostrando o quanto as distribuições que regem tais dados podem ter uma mesma origem.

Nesta seção, realizamos pois uma análise comparativa dos parâmetros  $V_{\text{sini}}$  e FX em estrelas simples e binárias, tentando responder à questão acima colocada. Os resultados do teste KS com esses parâmetros são apresentados nas figuras (5.11) e (5.12).

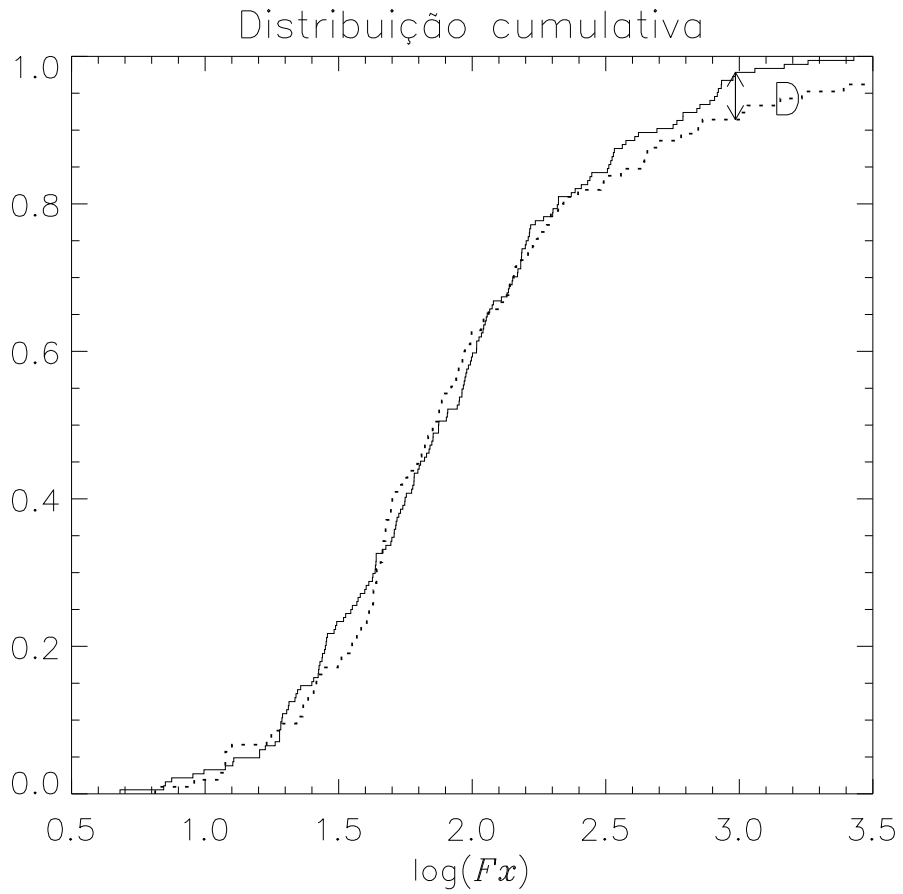
Na figura (5.11), verificamos se o comportamento das velocidades rotacionais das estrelas simples e das estrelas binárias não provém de uma mesma origem. Nossa análise revela diferenças comportamentais para rotação acima de 6,3km/s, tornando-se ampliadas para os valores mais elevados de  $V_{\text{sini}}$ . Acreditamos ser a existência de marés gravitacionais, pelo menos, um dos fatores que está contribuindo para esse comportamento diferenciado entre as duas amostras. Tal comportamento rotacional está em perfeito acordo com os resultados obtidos por De Medeiros et al. (2002), refletindo os efeitos de sincronização entre os movimentos rotacional e orbital, como previsto por Zahn (1977).



**Figura 5.11:** Teste KS para o parâmetro  $V_{sini}$ . Linhas sólidas representam as estrelas simples e as linhas pontilhadas representam as estrelas binárias. Maior divergência entre as distribuições ( $D=0,125983$ ), significância desse desvio ( $P=0,223088$ ).

Na figura (5.12), verificamos se o comportamento das estrelas simples e binárias, no que diz respeito à atividade coronal, provém de uma mesma origem. Uma análise da figura (5.12), associada ao valor da probabilidade de divergência entre as duas distribuições cumulativas, revela que distribuições de  $FX$  para estrelas simples e binárias podem estar associadas a uma mesma população ou populações com a mesma distribuição de origem. Entretanto, observa-se uma aparente divergência para estrelas com altos valores de  $FX$ .





**Figura 5.12:** Teste KS para o parâmetro FX. Linhas sólidas representam as estrelas simples e as linhas pontilhadas representam as estrelas binárias. Maior divergência entre as distribuições ( $D=0,0639752$ ), significância desse desvio ( $P= 0,940067$ ).

# Capítulo 6

## Conclusões e Perspectivas

### 6.1 Conclusões

Este trabalho de Tese de Doutorado traz uma abordagem pioneira no estudo do comportamento e da natureza dos processos de aquecimento coronal em estrelas do tipo solar, com ênfase em estrelas gigantes. Inicialmente apresentamos uma discussão teórica sobre os processos eletrodinâmicos e mecânicos que podem ter um papel importante na produção de energia na coroa estelar. Na realidade, desta análise teórica concluímos que a presença de campos magnéticos fortes na atmosfera estelar reduz a atenuação das ondas Alfvén e magnetosônicas. Na perspectiva de que o controle na produção de raio-X coronal de estrelas evoluídas seja de origem não magnética, pode-se inferir que o dínamo presente nessas estrelas é suficientemente forte de forma a intensificar o campo magnético e reduzir a atenuação das ondas Alfvén e magnetosônicas. Menor atenuação dessas ondas implica então menor depósito de energia na atmosfera estelar, com conseqüente enfraquecimento em sua contribuição no processo de aquecimento e produção da atividade coronal.

O aspecto pioneiro do presente trabalho, acima sublinhado, repousa também no procedimento aplicado ao tratamento dos dados observacionais, utilizados como di-

agnóstico da atividade coronal, no caso o fluxo de emissão em raio-X. Diferentemente de estudos anteriores, aqui os dados são tratados no contexto do diagrama HR, oferecendo então a possibilidade de um estudo mais criterioso sobre a função da própria estrela na atividade coronal estelar. Assim, construímos uma amostra significativa de 191 estrelas simples e 106 binárias espectroscópicas, classificadas na literatura como gigantes com tipo espectral F, G e K. Estas estrelas, além do fluxo de emissão em raio-X, possuem também medidas da velocidade de rotação obtidas com técnicas de alta precisão, o que possibilitou também um estudo mais sólido sobre as relações entre atividade coronal e rotação estelar.

Os traçados evolutivos usados na construção dos diagramas HR foram obtidos a partir do código de *Toulouse-Geneve* para estrelas entre 1 e 4 massas solares. A posição de cada estrela nos diagramas, o que corresponde também a uma indicação de seu estágio evolutivo, está associada à velocidade rotacional  $V_{\text{ini}}$  e ao fluxo de emissão em raio-X coronal. Um estudo complementar da relação entre a atividade coronal e a rotação foi feito a partir da confrontação entre o fluxo de raio-X e luminosidade em raio-X *versus*  $V_{\text{ini}}$ . Os resultados encontrados para as estrelas simples foram comparados com aqueles obtidos para as 106 estrelas evoluídas pertencentes aos sistemas binários. Para as estrelas binárias, investigamos também possíveis relações entre atividade coronal e seus parâmetros orbitais, período e excentricidade.

Finalizamos nosso estudo efetuando uma análise estatística comparativa das distribuições dos parâmetros  $V_{\text{ini}}$  e FX através do *teste Kolmogorov-Smirnov* de estrelas simples e binárias. O *teste KS* contribuiu para a nossa compreensão das possíveis semelhanças e/ou diferenças existentes no comportamento da rotação e da atividade coronal nesses diferentes grupos de estrelas.

Nesse contexto, apresentaremos nossos principais resultados desta Tese, resumido-os como segue:

- Comportamento rotacional das estrelas simples e binárias.

Para essas estrelas, a distribuição da rotação ao longo do diagrama HR mostra a descontinuidade rotacional já bem estabelecida na literatura, cuja posição depende fundamentalmente da massa. No caso das estrelas binárias, os efeitos da binaridade sobre a rotação, traduzidos por uma aumento nos valores desse parâmetro, devido à sincronização entre os movimentos orbital e rotacional, são bastante perceptíveis.

- Atividade coronal das estrelas simples.

Para as estrelas simples, não observamos nenhuma correlação clara entre a atividade coronal, representada pelo fluxo de emissão em raio-X, e a velocidade rotação, tanto ao analisarmos a emissão de fluxo de raio-X coronal com  $V_{\text{sini}}$  quanto ao analisarmos a luminosidade em raio-X com  $V_{\text{sini}}$ . Como  $V_{\text{sini}}$  é um parâmetro medido na fotosfera e a produção de raio-X é resultado de processos que ocorrem na coroa estelar, por si só isso poderia conduzir a uma forte suspeita de que esses parâmetros não estivessem correlacionados. Em certo sentido, tal resultado estaria de acordo com a forte correlação existente entre rotação e fluxos de emissão cromosféricos, aspecto já bem aceito na literatura, simplesmente pelo fato de que a base da cromosfera praticamente coincide com a fotosfera estelar. Esse resultado difere fortemente das conclusões de Gondoin (2005), que sugere uma correlação entre o fluxo superficial de raio-X e a velocidade de rotação, evidenciando um crescimento linear do fluxo de raio-X com a velocidade rotacional. Tal divergência parece claramente ser fruto de um efeito de seleção de amostra, uma vez que Godoin utilizou para seu estudo uma amostra muito reduzida de doze estrelas, transformando a correlação encontrada num simples artefato estatístico.

A partir da análise do diagrama HR, observamos também que a produção de raio-X parece alheia à evolução da estrela entre o *turnoff* e a base da região das gigantes, com valores altos e baixos da atividade coronal em qualquer estágio. Apesar disso, observa-se uma tendência para que o desaparecimento da atividade coronal, ao longo

da evolução estelar, tenha uma leve dependência sobre a massa.

Em síntese, apesar de teoricamente o aquecimento coronal poder ser realizado tanto por processos de origem magnética, ondas Alfvén, por exemplo, como por aqueles de origem não-magnética, ondas mecânicas (ondas sonoras), a independência que encontramos entre emissão de raio-X e rotação aponta para a predominância de um mecanismo de origem não-magnética controlando a produção de raio-X coronal. Assim, parece que o depósito de energia na coroa estelar deve ser realizado, mais fortemente, via atenuação de ondas mecânicas.

- Atividade coronal das estrelas binárias.

Analogamente ao observado para as estrelas simples, não observamos correlação entre a atividade em raio-X com a velocidade rotacional, tanto ao analisarmos a emissão de fluxo de raio-X coronal com  $V_{\text{ini}}$  quanto para a luminosidade em raio-X. Processos não magnéticos parecem estar influenciando fortemente o aquecimento coronal das estrelas binárias. Para essas estrelas, a atividade coronal revelou dependência com os parâmetros orbitais, como período e excentricidade. Ficou evidenciada a existência de uma descontinuidade na emissão de raios-X em torno de um período orbital de 100 dias. Nosso estudo permitiu concluir que a circularização das órbitas das estrelas binárias apresenta-se como uma propriedade necessária para a existência de um nível de emissão de raio-X mais elevado, sugerindo que efeito de maré gravitacional tem importante papel no nível de atividade coronal.

- Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov para os parâmetros  $V_{\text{ini}}$  e  $F_X$ . Estudo comparativo entre estrelas simples e binárias.

A partir desse teste de aderência, foi possível verificar que a distribuição da velocidade de rotação das estrelas simples e das estrelas binárias não provém de uma mesma origem. Nossa análise revela diferenças comportamentais para rotações acima

de 6,3 km/s, tornando-se ampliadas para os valores mais elevados de  $V_{\text{ini}}$ . Acreditamos ser a existência de marés gravitacionais, pelo menos, um dos fatores contribui para esse comportamento diferenciado entre as duas amostras, posto que, como se sabe, as marés gravitacionais influenciam de forma significativa a rotação das estrelas binárias.

No que diz respeito atividade coronal, diagnosticada pelo fluxo de raio-X, ficou evidenciado que as duas distribuições associadas às estrelas simples e às binárias provém de uma mesma origem. Portanto, esperamos que mecanismos análogos, ou seja, de mesma origem, estejam atuando tanto na produção do fluxo de raio-X das estrelas simples como das binárias. Apesar desse fato, observa-se que entre as estrelas com atividade coronal extrema, ou seja aquelas mais ativas, há uma leve tendência para uma diferença nas distribuições de estrelas simples e binárias, o que poderia indicar alguma contribuição dos efeitos de maré gravitacional sobre o aquecimento coronal.

## 6.2 Perspectivas

Esta Tese de Doutorado, apesar do seu aspecto pioneiro no tratamento dos dados observacionais, com resultados bastante claros e potencialmente impactantes, deve ser vista como um passo inicial para estudos mais amplos. De uma lado, é necessária a retomada de estudos teóricos sobre a natureza da atividade coronal, linha de pesquisa um tanto esquecida na literatura. Essa linha de pesquisa reveste-se de importância fundamental para o momento, em particular devido à grande estatística de planetas extra-solares já descobertos, alguns deles parecendo influenciar a atividade da estrela-mãe. Entretanto, o mais urgente para a atualidade é a realização de um amplo estudo teórico em que se possa confrontar, quantitativa e qualitativamente, o nível de contribuição de processos magnéticos e mecânicos no aquecimento e na produção de energia da atmosfera estelar. Este aspecto é válido para a coroa e para a cromosfera.

No campo observacional, faz-se necessária uma revisita ao tema em questão, ou

seja, sobre o comportamento da atividade estelar e suas relações com parâmetros físicos diversos, com base em amostras mais amplas. Certamente que este fato é limitado pela própria dimensão das amostras de estrelas presentemente disponíveis na literatura, mas é possível avançar na qualidade dessas amostras, em particular com a utilização de períodos de rotação em vez da velocidade rotacional projetada. É preciso ainda, no contexto observacional, analisar o comportamento da atividade coronal em função da metalicidade estelar, o que pode-nos trazer informações preciosas sobre a natureza do dínamo estelar. Também se faz necessário um estudo observacional que envolva a determinação de densidades e velocidades de vento estelar para um número estatisticamente significativo de estrelas, de forma a entendermos o quanto este fenômeno está associado com o desaparecimento da atividade coronal, uma vez que as estrelas evoluam no ramo das gigantes. Ainda nesse contexto, é necessário revisitar o estudo realizado por diferentes autores, mostrando um desaparecimento abrupto na atividade coronal, o que aconteceria num brevíssimo intervalo de tempo, não mais longo do que aquele da evolução entre duas sub-classes espectrais. Talvez aqui deva ser explorado o tempo necessário para tal fenômeno, que pode encontrar contradições relativamente ao tempo de evolução. É importante também avançar mais nessa linha de estudo para uma melhor definição da localização deste possível desaparecimento abrupto.

Seria ele efetivamente abrupto, independentemente da massa, ou seguiria um comportamento gradual, que dependeria diretamente da massa? Não menos importante é um estudo fenomenológico envolvendo rotação, atividade cromosférica e atividade coronal conjuntamente. Isto pode-nos mostrar o quanto os processos físicos de produção de energia nas diferentes camadas da atmosfera estelar tem uma mesma natureza física.

# Referências Bibliográficas

- [1] Afvén, H., 1942, *Natur.* 150, 405A
- [2] Afvén, H., 1947, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 107, 211
- [3] Antiochos, S. K., Haisch, B. M., Stern, R. A., 1986, *Apj*, 307, L55
- [4] Antiochos, S. K., 1987, *Lectures Notes in Physics*, 291, *Cool Stars, Stellar Systems and the Sun*, ed. J. L. Linsky e R. E. Stencel (New York: Springer), 283
- [5] An, C. H., Musielak, Z. E., Rosner, R., Moore, R. L., Suess, S. T., 1990a, *Cool Stars, Stellar Systems and the Sun, Sixth Cambridge Workshop*, ed. G. Wallerstein ( ASP Conf. Ser. 9), 70
- [6] Ayres, T. R., Linsky, J. L., Vaiana, G. S., Golub, L., Rosner, R., 1981, *Apj*, 250, 293
- [7] Athay, R. G., 1976, *The Solar Chromosphere and Corona: Quiet Sun*, Reidel, Dordrecht, Holland
- [8] Babcock, H. W., and Babcock, H. D., 1958, *International Astronomical Union Symposium N<sub>0</sub> 6: Eletromagnetic Phenomena in Cosmical Physics*, ed. B. Lehnert (Cambridge: Cambridge University Press), p. 239
- [9] Baranne, A., Mayor, M., Poncet, J. L., 1979, *Vistas Astron.*, 23, 279
- [10] Benz, W., Mayor, M., 1981, *A & A*, 93, 235



- [11] Biermann, L., 1932, Zeitschrift für Astrophysik, 5, 117
- [12] Biermann, L., 1946, Naturwiss, 33, 118
- [13] Biermann, L., 1948, Zeitschrift für Astrophysik, 25, 161
- [14] Biermann, L., 1950, Z. Naturf., A, 5, 65
- [15] Billings, D. E., 1966, A Guide to the Solar Corona, Academic Press, New York, USA
- [16] Bird, G. A., 1964a, Astrophys. J., 139, 675
- [17] Bird, G. A., 1964b, Astrophys. J., 139, 684
- [18] Bird, G. A., 1965, Astrophys. J., 141, 1455
- [19] Böhm-Vitense, E., 1986, The Astrophysical Journal, 301, 297
- [20] Braginsky S. I., 1964, JETP 47, 2178-2193
- [21] Bray, R. J., Loughhead, R. E., 1974, The Solar Chromosphere, Chapman and Hall, London, England
- [22] Bullard, E. C., 1949a, Proc. Roy. Soc. London, A197, 433-453
- [23] Bullard, E. C., 1949b, Proc. Roy. Soc. London, A199, 413-443
- [24] Cassinelli, J. P. MacGregor, K. B., 1986, Physics of the Sun, Vol. III, P.A. Sturrock, T. E. Holzer, D. Mihalas, R. Ulich Eds., Reidel, Dordrecht, Holland, p. 70
- [25] Childress, S., 1970, J. Math. Phys., 11, 3063
- [26] Chiuderi, C., 1981, in The Solar Phenomena in Stars and Stellar Systems, R. M. Bonnet, A. K. Dupree Eds., Reidel, Dordrecht, Holland, p. 267
- [27] Chiuderi, C., 1983, in Solar and Magnetic Fields: Origins and Coronal Effects, IAU Symp. 102, J. O. Stenflo Ed., p. 375

- [28] Cowling, T. G., 1934, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 94, 39
- [29] Cowling, T. G., 1935, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 96, 42
- [30] De Jager, C. 1959a, *Nuovo Cimento Suppl.*, Ser. 10, 13, 291
- [31] De Jager, C. 1959, in *Handbuck der Physik* 52, S. F. Flügge Ed., p. 80
- [32] De Jager, C., Kuperus, M. 1961, *Bull. Astron. Inst. Neth.* 16, 71
- [33] De Medeiros, J. R., 1990, Ph.D. Thesis, Geneva Observatory
- [34] De Medeiros, J. R., Mayor, M., 1995, *A&A*, 302, 745
- [35] De Medeiros, J. R., Da Silva, J. R. P., Maia, M. R. G., 2002, *The Astrophysical Journal*, 578: 943-950
- [36] De Medeiros, J. R., In *Stellar Rotation*, Proceedings of IAU Symposium No 215. Edited by Andre Maeder and Philippe Eenens, São Francisco, Astronomical Society of the pacific, 2004, p.144
- [37] do Nascimento Jr., J. D., Charbonnel, C., Lèbre, A., de Laverny, P., De Medeiros, J. R., 2000, *A&A*, 357, 931
- [38] Dupree, A. K., 1986, *ARA&A*, 24, 377
- [39] Durney, B. R., Latour, J. L, 1978, *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*, 9, 241
- [40] Eddy, J. A., 1976., *Science*, 192, 1189.
- [41] Edlén, B., 1941, *Ark. Mat. Astr. Och. Fys.* 28, B, No.1
- [42] Edlén, B., 1942, *Zeitschrift für Astrophysik*, 27, 214
- [43] Elsasser, W. M., 1946a, *Theory. Phys. Rev.*, 69, 106-116
- [44] Elsasser, W. M., 1946b, *Elsasser, Phys. Rev.*, 70, 202-212

- [45] Filho, K. S. O., Saraiva, M. F. O., 2004, *Astronomia & Astrofísica*, 2a edição, Editora Livraria da Física, São Paulo, SP,
- [46] Fleming, T. A., Molendi, S., Maccacaro, T., Wolter, A. 1995, *ApJS* 99, 701
- [47] Flower, P. J. ,1996, *ApJ*. 469, 355
- [48] Gellibrand, H., 1635, *A Discourse Mathematical on the Variation of the Magneticall Needle*
- [49] Golub, L., 1983, in *Solar and Magnetic Field: Origins and Coronal Effects*, IAU Symp. 102, J. O. Stenflo Ed. p. 345
- [50] Gonczi, G., Mangeney, A., Souffrin, P., 1977, *Astron. Astrophys.*, 54, 689
- [51] Gondoin, P., 2005, *A&A* 444, 531
- [52] Griffin, R. F., 1968: *A Photometric Atlas of the Spectrum of Arcturus*, Cambridge Phil. Soc., Cambridge, Reino Unido
- [53] Haisch B. M., Bookbinger, J. A., Maggio, A., Vaiana, G. S., & Bennett, J. O., 1990, *Apj*, 361, 570
- [54] Haisch, B. M., Schmitt, J. H. M. M., Fabian, A. C., 1992, *Nature*, 360, 239
- [55] Haisch, B. M., Schmitt, J. H. M., Rosso, C., 1991, *Apj*, 383, L15
- [56] Haisch, B. M., Simon, T., 1982, *The Astrophysical Journal*, 263, 252
- [57] Hale, G. E., 1908, *Astrophys. J.*, 28, 315
- [58] Heyvaerts, J., 1984, in *The Hydromagnetics of the Sun*, Proceedings of the Fourth European Meeting
- [59] Heyvaerts, J., 1985, in *Unstable Current Systems and Plasma Instabilities in Astrophysics*, IAU Symp. 107, M. R. Kundu, G. D. Holman Eds., p. 95

- [60] Hollweg, J. V., 1981a, in the Solar Active Regions, F. Q. Orrall Ed., Colorado Ass. Univ. Press, Boulder CO, USA, p.277
- [61] Hollweg, J. V., 1983, in Solar Wind V, M. Neugebauer Ed., NASA CP-2280, p.5
- [62] Hollweg, J. V., 1985b, in Advances in Space Plasma Physics, I. C. T. P., Trieste (Italy), B. Buti Ed., World Scientific Publ. Co. Singapore, p. 77
- [63] Howard, R., 1959, ApJ., 130, 193
- [64] Jager, C. De., 1959a, Nuovo Cimento Suppl., Ser. 10, 13, 291
- [65] Kivelson, M. G. e Russell, C. T., 1995, Introduction To Space Physics, Cambridge University Press.
- [66] Kopp, R. A., 1968, Ph. D. Thesis, Air Force Cambridge Res. Lab. Sci. Rept. 4, Bedford MA, USA
- [67] Krause, F., Steenbeck, M., 1967, Z. Naturforsch., 22a, 671-675
- [68] Krause, F., Radler, K. H., 1980, Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory, Pergamon Press
- [69] Kumar, 1987, Ph.D. Thesis, Univ. Meerut, India
- [70] Kuperus, M., 1965, Ph. D. Thesis Univ. Utrecht, Netherlands
- [71] Kuperus, M., 1969 Space Sci. Rev. 9, 713
- [72] Kuperus, M. 1972, Solar Phys. 22, 257
- [73] Kuperus, M., 1983, Space Sci. Rev. 34, 47
- [74] Kuperus, M., Ionson, J. A., Spicer, D. S., 1981, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 19, 7
- [75] Larmor, J., 1919, Rep. Brit. Assoc. Adv. Sci. 159-160

- [76] Leibacher, J. W., Stein, R. F., 1980, in *Highlights of Astronomy* 5, P. A. Wayman Ed., Reidel, Dordrecht, Holland, p. 581
- [77] Leibacher, J. W., Stein, R. F., 1982, in *Second Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems and Sun*, M. S. Giampapa, L. Golub Eds., Smithsonian Astrophys. Obs. Special Report N<sub>0</sub> 392, p. 23
- [78] Leighton, R. B., 1959, *Astrophysical Journal*, 130, 366
- [79] Linsky, J. L., Haisch, B. M., 1979, *The Astrophysical Journal*, 229, L27 Linsky e Haisch, 1979
- [80] Lyot, Bernard, 1930: Ronaldo Rogério de Freitas Mourão, *Dicionário Enciclopédico de Astronomia e Astronautica*, 1987, Editora Nova Fronteira S.A.
- [81] Maggio, A., Vaiana, G. S., Haisch, B. M., Stern, R. A., Bookbinder, J., Harnden Jr., F. R., Rosner, R., 1990, *ApJ.*, 348, 253
- [82] Melo, C. H. F., 1996, *Tese de Mestrado*, Natal, Brasil
- [83] Mermilliod, J. C., Mayor, M., 1992, in *Binaries as Tracers of Stellar Formation*, eds. A. Duquennoy and M. Mayor, Cambridge University Press., p. 183
- [84] Mewe, R., 1979, *Space Sci. Rev.* 24, 101
- [85] Moffatt, K. H., 1961, *J. Fluid Mech.*, 11, 625-635
- [86] Moffatt, K. H., 1969, *J. Fluid Mech.* 35, 117-129
- [87] Moffatt, K. H., 1970, *J. Fluid Mech.*, 41, 435-452
- [88] Mohler, O., 1951, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 111, 630
- [89] Mullan, D. J., Steinolfson, R., 1983, *Apj*, 266, 823
- [90] Narain, U., Ulmschneider, P., 1990, *Space Science Reviews* 54: 377 - 445

- [91] Osterbrock, D. E., 1961, *Astrophys. J.*, 134, 347
- [92] Parker, E. N., 1955, *Astrophys. J.* 122, 293-314
- [93] Parker, E. N., 1970, *The Astrophysical Journal*, 162: 665-673
- [94] Parker, E. N., 1983c, in *Solar Wind V.*, M. Neugebauer Ed., NASA CP - 2280, P. 23
- [95] Parker, E. N., 1986, in *Coronal and Prominence Plasmas*, A. I. Poland Ed., NASA CP - 2442, P. 9
- [96] Pfeffermann, E., Briel U. G., Hippmann, H., Kettenring, G., Metzner, G., Predehl, P., Reger, G., Stephan, K. H., Zombeck, M., Chappell, J., and Murray, 1986, *Proc. SPIE* 733, 519
- [97] Piddington, J. H., 1956, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 116, 314
- [98] Piddington, J. H., 1973, *Solar Phys.* 33, 363
- [99] Priest, E. R., 1982, *Solar Magnetohydrodynamics*, Reidel, Dordrecht, Holland
- [100] Priest, E. R., 1983, *Solar Phys.* 86, 33
- [101] Radler, K. H. 1968, *Z. Naturforsch.* 23, 1851-1860
- [102] Reimers, D., Schmitt, J. H. M. M., 1992, *The Astrophysical Journal*, 392, L55
- [103] Roberts, G. O., 1970, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A266, 535-558
- [104] Roberts, W. O. 1945, *Ap. J.*, 101, 136
- [105] Rosner, R., An, C. H., Musielak, Z. E., Moore, R. L., Suess, S. T., 1991, *Apj*, 372, L91
- [106] Rosner, R., Low, B. C., Holzer, T. E., 1986, in *Physics of The Sun*, Vol II, P. A. Sturrock Ed., Reidel, Dordrecht, Holland, p. 135

- [107] Rutten, R. G M., 1987a, A&A, 177, 131
- [108] Rutten, R. G. M., Schrijver, C. J., Lemmens, A. F. P., Zwaan, C., 1991, A & A, 252, 203
- [109] Schatzman, E., 1949, Ann. Astrophys., 12, 203
- [110] Schatzman, E., Souffrin, P., 1967, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 5, 67
- [111] Schirmer, H., 1950, Zeitschrift für Astrophysik, 27, 132
- [112] Schove, D. J., 1983, Sunspot Cycles, Hutchinson Ross Publishing Company, Stroudsburg, Pennsylvania.
- [113] Schrijver, C. J., 1987b, A&A, 172, 111
- [114] Schrijver, C. J., 1987a, em: Linsk J. L., Stencel, R. E. (EDS.) Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, Springer-Verlag, Berlin, p.135
- [115] Schwabe, H., 1844, Astron. Nachr. 21, (495), 233
- [116] Schwarzschild, M., 1948, ApJ., 107, 1
- [117] Simon, T., Linsky, J. L., Stencel, R., 1982, ApJ, 257, 225
- [118] Smith, M. A., Gray, D. F., 1976, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 88, 809
- [119] Steenbeck, M., Krause, F., 1969, Astr. Nachr., 291, 49
- [120] Steenbeck, M., Krause, F., Radler, K. H., 1966, Z. Naturforsch. 21, 369-376
- [121] Stefanik, R., 1969, Ph. D. Thesis, Air Force Cambridge Res. Lab. , Sci. Rept. 5, Bedford MA, USA
- [122] Stein, R. F., 1969, in Chromosphere-Corona Transition Region, R. G. Athay, G. Newkirk Eds., High Altitude Observatory, Boulder CO, USA, p. 171

- [123] Stein, R. F., Leibacher, J., 1974, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 12, 407
- [124] Stein, R. F., Leibacher, J., 1980, in *Stellar Turbulence*, D. F. Gray, J. L. Linsky Eds., IAU Colloq. No.51, *Lecture Notes in Physics* 114, Springer, Berlin, Germany, p. 225
- [125] Stein R. F., Schwartz, R. A., 1972, *The Astrophysical Journal*, 177, 807
- [126] Thomas, R. N., 1948, *ApJ.*, 108, 130
- [127] Trümper, J., 1983, *Adv. Space Res.* 2, 241
- [128] Trümper J., Hasinger G., Aschenbach B., Braeuninger H., Briel U. G., 1991, *Nature* 349, 576
- [129] Ulmschneider, P. 1967, *Z. Astrophys.*, 67, 193
- [130] Ulmschneider, P. 1970, *Solar Phys.*, 12, 403
- [131] Ulmschneider, P. 1971a, *Astron. Astrophys.*, 12, 297
- [132] Ulmschneider, P. 1974, *Solar Phys.*, 39, 327
- [133] Ulmschneider, P. 1976, *Solar Phys.*, 49, 249
- [134] Ulmschneider, P. 1979, *Space Sci. Rev.* 24, 71
- [135] Ulmschneider, P. 1981, in *The solar Phenomena in Stars and Stellar Systems*, R. M. Bonnet, A. K. Dupree Eds., Reidel, Dordrecht, Holland, p. 239
- [136] Ulmschneider, P., 1986, *Adv. Space Res.* 6, No. 8, 39
- [137] Ulmschneider, P. 1989, *Astron. Astrophys.*, in press
- [138] Van de Hulst, H. C., 1953, *In the sun*, G. P. Kuiper Ed., Chicago Univ. Press, Chicago, USA, p.207
- [139] Wentzel, D. G., 1978, *Rev. Geophys. Space Phys.* 16, 757



- [140] Wentzel, D. G., 1981, in *The Sun as a Star*, Monograph Series on Nonthermal Phenomena in Stellar Atmospheres, S. Jordan Ed., NASA SP - 450, p. 331
- [141] Withbroe, G. L., Noyes, R. W., 1977, *Ann. Rev. Astron. Astrphys.* 15, 363
- [142] Zahn, J. P., 1977. *A&A*, 57, 383

# Apêndice A

## Parâmetros fundamentais para as estrelas da nossa amostra

- HD: número de identificação no catálogo de Henry-Draper;
- $V_{\text{sini}}$ : velocidade de rotação projetada;
- $(B - V)$ : índice de cor;
- FX: fluxo de raios-X;
- $M_v$ : magnitude absoluta visual;
- $\log L_X$ : logaritmo da luminosidade em raios-X;
- $T_{\text{ef}}$ : temperatura efetiva da superfície estelar;
- $P_{\text{orb}}$ : período orbital de uma estrela binária;
- $e$ : excentricidade orbital;
- $\log(L/L_0)$ : logaritmo da luminosidade.

**Tabela A.1:** Estrelas Simples

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
142	G1IV	11.3	0.52	0.00	3.66	0.00	0.41	6203
432	F2III-IV	70.0	0.38	94.00	1.17	28.50	1.40	6820
1522	K1.5III	2.6	1.21	22.20	-1.18	29.32	2.56	4460
1671	F5III	46.5	0.44	81.00	1.71	29.37	1.18	6533
1737	G5III	3.1	1.01	210.30	0.29	30.36	1.89	4832
3627	K3III	1.7	1.27	25.50	0.81	28.47	1.79	4369
4128	G9.5IIICh-1	3.6	1.02	2683.70	-0.30	30.44	2.12	4808
4737	G8III	2.1	0.90	56.70	0.90	29.98	1.60	5054
6245	G8III	4.0	0.90	42.50	1.10	29.42	1.52	5048
6793	G5III	6.8	0.88	834.80	0.70	30.86	1.68	5083
6903	G0III	70.4	0.70	51.70	0.11	29.98	1.87	5568
8829	F0IIIDel Del	19.4	0.32	27.40	2.71	28.64	0.78	7109
9712	K1III	6.8	1.12	19.00	1.01	29.51	1.64	4619
9746	gK1	8.7	1.24	856.30	0.65	31.23	1.83	4421
13994	G7III	11.5	1.04	60.50	-0.70	30.54	2.29	4770
15920	G8III	2.5	0.90	64.10	0.69	29.68	1.68	5056
16246	F6III	41.1	0.51	406.00	3.46	29.89	0.49	6240
17006	K1III	2.6	0.88	141.80	3.03	29.45	0.74	5100
17824	K0III	3.5	0.91	159.30	1.02	29.78	1.55	5035
19476	K0III	1.1	0.98	16.80	1.11	28.38	1.54	4883
21770	F4III	28.0	0.40	103.90	2.49	29.22	0.86	6735
22231	K2III	2.5	1.10	33.00	0.80	29.54	1.72	4657
22676	G8III	3.4	0.93	120.00	0.81	30.10	1.64	4980
23754	F3III	14.2	0.43	31.10	2.95	28.08	0.68	6569
26076	K1III	1.6	1.02	148.30	0.80	30.35	1.69	4808

**Tabela A.1** - (Continuação)

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
26575	K1+IIIaCH-1.5	2.1	1.07	37.00	-1.37	30.77	2.57	4713
27022	G5IIb	1.3	0.82	280.40	0.22	30.54	1.85	5232
27256	G8II-III	4.7	0.92	419.10	-0.17	30.10	2.03	5015
27290	F4III	65.0	0.31	153.60	2.72	28.88	0.77	7155
27348	G8III	1.8	0.95	116.30	0.72	29.83	1.69	4943
27371	K0-IIIabCN1	1.6	0.98	376.20	0.28	30.00	1.88	4881
28143	F2III	70.0	0.45	43.40	1.94	29.56	1.09	6519
28307	K0IIIbFe-0.5	1.5	0.95	711.80	0.42	30.30	1.81	4939
28525	K2-3III+A	3.8	0.84	158.00	0.19	30.47	1.86	5193
30608	K1IV	1.0	1.07	0.00	0.36	0.00	1.88	4711
31910	G1Ib-IIa	14.0	0.92	91.50	-3.40	31.01	3.31	5148
33555	K1-IVa	1.3	0.98	0.00	2.82	0.00	0.86	4875
35984	F6III	46.0	0.48	99.30	1.45	29.97	1.29	6383
36079	G5II	5.2	0.81	43.30	-0.63	29.09	2.18	5264
36553	G3IV	6.6	0.62	0.00	2.26	0.00	0.99	5838
36994	F5III	56.1	0.45	4.80	1.88	28.62	1.12	6488
37434	K2III+F	65.4	1.16	200.00	0.08	30.79	2.03	4554
37501	G5IV	2.3	0.85	0.00	1.18	0.00	1.47	5172
38645	G9III	1.3	0.96	74.80	0.70	30.16	1.70	4933
40105	G8IV	1.6	0.89	0.00	3.82	0.00	0.44	5067
40136	F1III	17.0	0.34	151.90	2.82	28.61	0.73	7029
43785	K0.5IIIa	1.4	0.98	7.00	0.63	28.42	1.74	4887
45145	G6III	1.7	1.03	28.20	0.74	29.48	1.71	4792
48737	F5III	75.0	0.44	333.90	2.13	29.09	1.02	6528
49161	K4III	2.5	1.40	28.70	-1.09	29.88	2.62	4160

**Tabela A.1** - (Continuação)

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
50384	K0III-IV	1.5	0.95	43.70	0.96	29.86	1.58	4953
50522	G5III-IV	3.2	0.85	89.30	0.76	29.46	1.64	5160
50806	G5IV	2.2	0.71	0.00	3.99	0.00	0.32	5535
50890	gG6	11.3	1.10	87.90	-1.90	31.20	2.80	4655
51000	G5III	4.1	0.88	53.10	0.55	29.95	1.73	5096
51266	K0-1III	1.7	0.99	38.10	2.59	29.12	0.95	4867
54719	K2-III	1.0	1.26	19.50	-0.42	29.30	2.28	4381
55070	G8III	9.8	1.00	110.40	-1.01	30.71	2.40	4848
56160	K4III	2.5	1.22	163.70	0.97	30.14	1.70	4450
57478	gG5	5.5	0.97	162.10	-0.57	30.75	2.21	4901
57727	G8III	1.0	0.90	91.60	1.67	29.39	1.30	5043
62141	K0III	1.8	0.93	26.70	1.38	29.45	1.42	4984
62345	G8IIIa	1.6	0.93	42.30	0.35	28.99	1.82	4980
62509	K0IIIb	1.0	0.99	28.00	1.09	27.55	1.53	4861
64152	G8III	2.6	0.96	92.60	1.00	29.89	1.58	4931
65228	F7II	13.8	0.72	53.90	-1.74	30.19	2.61	5505
68290	G9III-IIIb	2.0	0.94	153.10	0.95	29.77	1.59	4965
70982	G6-8III	3.3	0.93	47.50	0.34	30.06	1.83	4984
71243	F5III	28.7	0.41	185.10	2.60	28.92	0.82	6665
71433	F4III	27.3	0.52	68.90	1.51	29.96	1.27	6187
74006	G7Ib-II	11.8	0.94	35.10	-1.41	29.77	2.52	5114
74485	G5III	6.7	0.94	70.60	0.30	30.26	1.85	4973
77258	G8-K1III+A	3.5	0.65	324.80	0.50	30.17	1.69	5731
78235	G8III	2.7	0.89	242.90	0.91	30.27	1.59	5074
78668	G6III	4.2	0.94	172.30	0.01	30.61	1.96	4969
78791	F9II	66.7	0.61	59.90	-1.25	30.14	2.39	5866

**Tabela A.1** - (Continuação)

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
80710	K2III	5.0	1.25	21.90	-1.96	30.66	2.89	4393
82210	G4III-IV	5.5	0.78	1808.20	1.99	30.36	1.12	5330
83108	F7III-IV	11.7	0.42	40.10	2.47	29.28	0.88	6646
84152	K0-1III	2.0	1.08	30.80	0.57	29.66	1.80	4689
84441	G1III	5.8	0.81	22.80	-1.46	29.21	2.52	5261
85206	K1III	6.3	1.25	41.00	0.47	29.88	1.91	4408
85396	G8III	1.2	0.90	60.60	1.59	29.40	1.32	5045
85444	G7-III	3.9	0.92	827.20	-0.51	30.84	2.16	5009
85945	G5III	6.2	0.90	565.30	0.19	31.14	1.89	5058
87682	K1III	1.7	0.94	71.30	1.07	29.98	1.54	4965
89747	F3III-IV	28.0	0.40	94.70	2.68	29.58	0.79	6716
91135	F7III	28.0	0.53	9.00	1.65	28.98	1.22	6142
91437	G6-8III	1.6	0.92	51.90	0.48	29.96	1.77	5005
93813	K2III	1.2	1.23	30.40	-0.03	28.82	2.11	4430
94510	K1III	2.0	0.95	113.80	1.42	29.08	1.40	4953
95314	K5III	4.3	1.50	50.00	0.20	30.04	2.20	3981
96097	F2III-IV	29.7	0.33	16.00	2.31	28.21	0.94	7054
98233	G8-K0III	2.1	0.98	46.10	1.27	29.90	1.48	4891
99564	F4III-IV	42.3	0.49	93.30	1.80	29.70	1.15	6324
100407	G7III	2.4	0.95	270.50	0.55	29.71	1.75	4949
101112	K1III	2.2	1.08	19.00	0.89	29.47	1.67	4693
103484	gK0	2.3	0.94	136.60	2.02	29.64	1.16	4969
105211	F2III	60.0	0.35	340.70	2.67	29.20	0.79	6950
105452	F2III-IV	25.7	0.33	946.70	3.17	29.39	0.59	7044
105920	G6III+G:	1.3	0.82	112.90	2.59	29.59	0.90	5241

**Tabela A.1** - (Continuação)

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
108225	G9III	1.4	0.96	28.40	0.79	29.22	1.66	4933
109085	F2III-IV	68.0	0.39	128.60	3.00	28.71	0.66	6782
109272	G8III	1.0	0.86	25.10	2.15	28.85	1.09	5134
109379	G5II	4.2	0.89	11.90	-0.51	28.42	2.16	5063
111812	G0III	67.1	0.68	1143.80	0.06	31.08	1.88	5618
113226	G8IIIab	2.3	0.93	98.50	0.37	29.06	1.82	4976
114474	K1-2III	1.9	1.05	37.40	1.09	29.31	1.58	4751
114642	F5III-IV	13.3	0.46	49.60	2.48	28.80	0.88	6453
115659	G8-IIIa	3.7	0.92	235.00	-0.05	29.66	1.98	5005
116457	F2III	37.7	0.41	152.90	2.35	29.45	0.93	6674
117566	G2.5IIIbCH1	8.9	0.77	320.90	0.98	30.49	1.53	5362
120048	G9III	3.0	0.95	147.70	0.46	30.43	1.79	4947
121107	G5III	14.5	0.85	152.00	-0.90	30.90	2.31	5172
122744	G9III	3.3	0.93	26.60	0.64	29.75	1.71	4990
124850	F6III	15.7	0.51	808.10	2.42	29.65	0.90	6236
129312	G7+IIHdel -0.5	6.5	0.99	95.40	-1.38	30.55	2.54	4859
130144	M5IIIab	11.4	1.34	21.70	-1.44	30.30	2.69	4259
130529	gK1	14.4	1.28	109.80	-1.99	31.18	2.90	4358
133208	G8IIIaBa0.3Fe-0.5	2.8	0.96	28.50	-0.64	29.19	2.24	4931
141714	G3.5III-IVFe-1	4.4	0.79	615.20	1.06	30.28	1.50	5297
141891	F2III	90.0	0.32	55.90	2.38	28.01	0.91	7139
143546	G8III	5.1	0.90	164.10	0.53	29.94	1.75	5043
145997	K2III	1.3	1.09	60.70	1.63	29.74	1.37	4686
147266	G8IIIb	1.7	0.94	35.60	0.92	29.68	1.60	4967
147675	G8-K0III	2.7	0.92	583.90	0.41	30.22	1.79	4998

**Tabela A.1** - (Continuação)

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
148387	G8-IIIab	1.9	0.91	7.50	0.58	27.81	1.73	5026
150450	M2.5IIIab	4.9	1.56	16.00	-0.45	29.41	2.53	3861
150798	K2IIb-IIIa	5.0	1.45	137.60	-3.62	30.43	3.67	4075
150997	G7.5IIIbFe-1	1.7	0.92	39.60	0.80	28.75	1.65	5013
151900	F1III-IV	33.7	0.40	55.00	2.43	29.37	0.89	6721
154619	G8III-IV	1.3	0.90	20.50	1.04	29.52	1.54	5056
154903	K0-1III	2.8	1.07	89.60	0.87	30.03	1.68	4713
155203	F3III-IVp	150.0	0.44	43.60	1.61	28.40	1.22	6537
156854	G8-K0III	1.9	0.99	56.10	0.27	30.02	1.88	4855
156897	F1III-IV	20.5	0.39	62.60	3.19	28.36	2.36	6753
156971	F1III	21.4	0.33	19.40	3.09	28.71	0.62	7084
157457	G8III	5.5	1.06	210.30	-0.24	30.57	2.11	4740
157527	G8III	1.6	0.94	100.20	0.99	30.01	1.57	4965
157910	G5III+F0V	4.1	0.88	9.90	-0.36	29.72	2.10	5083
161814	K0III	1.3	1.01	71.40	0.50	30.04	1.80	4829
162076	G5IV	2.9	0.94	80.00	1.27	29.75	1.46	4967
162211	K2III	1.5	1.14	74.80	1.10	29.55	1.61	4586
163993	G8+III	3.2	0.94	1472.70	0.61	30.48	1.72	4973
166006	K1IIICNII	1.0	1.19	103.90	0.18	30.45	2.00	4496
169836	K0III	1.6	0.99	165.50	0.54	30.38	1.77	4869
171391	G8III	2.6	0.93	208.20	0.38	30.29	1.81	4992
173398	K0III	1.5	0.98	51.00	0.75	29.93	1.69	4887
173540	G5-6III	7.7	0.78	256.20	-0.20	30.65	2.01	5330
175824	F3III	71.0	0.45	96.80	2.22	29.51	0.98	6488
176598	G8III	3.1	0.94	111.90	0.70	30.09	1.68	4967



**Tabela A.1** - (Continuação)

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
178254	K0III	2.3	1.06	118.80	1.29	30.21	1.51	4724
178596	F0III-IV	125.0	0.35	69.50	2.03	29.20	1.05	6985
181597	K1III	1.0	1.12	20.60	0.79	29.60	1.72	4618
182900	F6III	26.9	0.46	12.70	2.03	28.67	1.05	6471
184492	G9IIIa	8.5	1.12	141.10	-0.55	30.50	2.26	4619
185351	G9IIIbFe-0.5	1.8	0.93	66.30	2.13	29.12	1.11	4988
185644	K2III+F8V	1.0	1.11	59.30	0.92	29.60	1.67	4642
185758	G1II	5.9	0.78	33.60	-1.42	29.93	2.50	5341
186155	F5II-III	59.1	0.43	7.10	1.62	28.31	1.21	6605
189831	K5III	1.4	1.42	12.80	-0.70	29.37	2.49	4125
190327	gK0	9.2	1.06	337.70	-0.53	31.02	2.23	4726
192787	K0III	1.4	0.93	26.50	0.88	29.43	1.61	4992
192944	G8III	2.4	0.95	75.00	-0.50	30.27	2.18	4941
192947	G8IIIb	2.1	0.88	200.60	0.97	29.43	1.57	5085
193217	K4II:	3.4	1.63	18.30	-2.49	30.86	3.52	3688
196385	F0III	14.7	0.33	19.00	2.87	28.76	0.71	7074
198232	G7III	2.6	1.00	275.90	-0.45	30.65	2.17	4836
199253	K0III	3.0	1.12	52.30	-0.62	30.12	2.29	4625
199442	K2III	1.0	1.22	106.00	1.11	30.08	1.64	4455
199532	A7III+G2III	45.8	0.49	966.90	1.85	30.38	1.13	6324
199665	gG6	1.2	0.93	51.10	1.19	29.51	1.49	4976
199951	G6III	6.2	0.89	491.40	0.49	30.44	1.76	5069
200718	K0/1III	2.3	1.05	27.50	0.65	29.53	1.75	4755
200763	K2III	1.2	1.10	43.70	0.02	29.79	2.03	4651
203387	G7IIIFe-1.5	5.1	0.88	858.00	0.18	30.65	1.88	5091

**Tabela A.1** - (Continuação)

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef
205435	G8IIIFe-0.5	1.9	0.89	615.40	1.07	30.03	1.52	5080
207958	F1III	105.0	0.38	364.70	2.87	29.52	0.71	6829
210434	K0III-IV	3.4	0.98	108.30	1.30	29.99	1.47	4881
210807	G7II-III	6.5	0.92	103.80	-0.53	30.22	2.17	5007
211391	G8III-IV	1.6	0.98	63.30	0.33	29.42	1.86	4885
212271	gG9	1.5	0.98	330.10	0.93	30.44	1.62	4885
213009	G6-8III	8.2	1.02	135.00	-0.82	30.12	2.33	4802
214868	K2+III-IIIb	1.4	1.32	20.20	-0.33	29.32	2.27	4287
214995	gK0	4.8	1.11	80.70	1.36	29.81	1.50	4634
215373	K0III	2.1	0.96	67.50	0.49	29.76	1.78	4923
216756	F5II	12.3	0.40	19.20	2.83	28.59	0.73	6739
220657	F8III	39.6	0.62	693.30	0.79	30.37	1.57	5831
223346	F5III-IV	18.6	0.46	26.90	2.76	28.99	0.77	6449
223460	G1III	21.5	0.81	776.10	0.21	31.23	1.85	5266
224533	G9III	2.3	0.93	19.20	0.70	29.03	1.68	4984

**Tabela A.2:** Binárias espectroscópicas

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef	Porb	e
2630	F2III	40.6	0.39	47.40	3.02	29.01	0.66	6782		
4482	G8II	1.0	0.99	87.10	0.99	29.83	1.60	4869		
4502	K1IIe	39.2	1.10	1715.80	0.35	30.80	1.89	4659	17.77	0.00
6559	G8-K0III	2.7	1.08	76.90	0.96	30.03	1.64	4702		
6595	G8III	5.5	0.89	144.90	-0.45	29.75	2.14	5080		
7318	K0III	3.7	1.05	47.70	-0.65	29.88	2.27	4755		
7672	G5IIIe+dA	4.4	0.89	3280.80	0.95	31.38	1.58	5074	56.81	0.04
8634	F5III	31.0	0.45	66.50	1.75	29.67	1.16	6511	5.43	0.38
10072	G8III	2.0	0.88	176.20	0.66	30.07	1.69	5085	7581.00	0.37
10588	G8III-IV	3.9	0.88	83.40	0.57	30.30	1.73	5094	78.01	0.02
11559	K0III	1.8	0.93	125.90	0.78	29.71	1.65	4988	2.89	0.00
15889	G8III	6.8	1.03	91.90	0.73	30.26	1.71	4792		
16161	G8III	2.7	0.88	43.00	-0.42	29.83	2.12	5091		
16327	F6III	30.7	0.49	75.20	1.60	29.79	1.23	6324		
16825	F5III:	12.8	0.43	35.50	2.52	29.01	0.86	6592		
18953	K0II-III	1.0	0.94	452.70	0.83	30.53	1.63	4961		
19926	K1IIIep+A6V	13.7	1.01	115.10	-1.34	30.90	2.53	4823	115.05	0.00
23838	G2III+F2:V	1.1	0.78	74.80	0.52	30.00	1.72	5336	962.80	0.72
24497	gK+F	3.7	0.87	37.00	-0.44	30.31	2.12	5123		
26659	G8III	4.7	0.86	133.50	0.63	30.14	1.70	5148	699.30	0.13
27278	K0III	2.0	0.96	32.40	0.82	29.64	1.65	4919		
27697	K0-IIICN0.5	1.2	0.98	17.70	0.41	28.67	1.83	4877	529.80	0.42
29317	K0III	6.7	1.08	99.50	-0.84	30.44	2.36	4696	121.00	0.02
30021	G8III	8.5	0.91	209.80	-0.36	31.22	2.11	5037	42.33	0.00
32357	K0III	11.5	1.11	495.20	-0.33	31.34	2.17	4637	80.17	0.35

**Tabela A.2 - (Continuação)**

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef	Porb	e
33856	K0.5III	1.0	1.17	98.50	-0.65	30.12	2.31	4542	1031.40	0.10
37763	K2III	1.7	1.13	9.10	2.73	28.02	0.96	4605		
39286	G2IIIe+B8III	16.6	0.55	303.30	-2.16	31.81	2.73	6083		
39523	K1III	6.4	1.08	168.40	0.87	29.76	1.68	4704		
39743	G8III	9.5	0.99	701.80	0.29	31.43	1.87	4857	83.13	0.12
42995	M3III	13.6	1.60	46.50	-1.84	29.80	3.17	3773	2983.00	0.53
45701	G3III-IV	2.9	0.66	12.60	3.94	28.18	0.32	5685		
50337	G6II	12.3	0.90	41.10	-1.74	30.15	2.65	5050	195.26	0.00
52703	G8II-III	1.8	1.05	50.20	0.85	29.99	1.67	4746		
55865	K0III	2.9	1.01	57.20	0.59	29.11	1.77	4832		
56989	G9III	5.7	1.07	94.00	-0.11	30.46	2.07	4715		
62044	K1III	26.3	1.12	7415.90	1.36	31.10	1.49	4626	19.61	0.00
62897	K0III	4.4	1.05	79.00	-0.23	30.55	2.10	4751		
67523	F6IIpDel Del	14.7	0.46	46.10	1.41	28.31	1.31	6462		
69148	G8III	3.0	0.89	26.10	-0.07	29.81	1.99	5067	89.07	0.19
69445	G5-8III+G:	3.1	0.78	197.10	1.07	30.43	1.44	5341		
71863	G8-K0III	2.7	0.97	40.30	0.75	29.76	1.69	4901		
74874	G5III	3.6	0.69	1424.90	0.29	30.47	1.78	5605	5492.00	0.61
77996	K2II-III	2.3	1.19	138.50	-2.86	31.36	3.22	4503		
81025	G2III	5.0	0.77	71.10	0.69	30.17	1.62	5349	66.72	0.00
85622	G5Ib	19.3	1.17	42.60	-3.03	30.75	3.25	4621	329.30	0.00
88323	K0III	3.1	0.97	249.10	0.16	30.51	1.92	4897		
88639	G3IIIFe-1	11.0	0.84	197.00	0.67	30.52	1.68	5174	172.92	0.17
88786	G8III	4.8	0.86	49.60	-0.38	30.51	2.10	5141		

**Tabela A.2 - (Continuação)**

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef	Porb	e
94672	F2/3III/V	15.5	0.43	42.50	2.70	28.99	0.78	6610		
99967	K2IIICN-1	18.0	1.27	11.90	-1.10	30.11	2.55	4374	74.86	0.03
100418	F9III	33.7	0.59	64.60	0.60	30.07	1.64	5928		
100953	F6III-IV	12.7	0.44	143.10	2.04	29.95	1.05	6546		
101154	G9III	1.6	1.12	53.10	0.93	29.92	1.68	4625		
101379	G2III+A0V	12.3	0.80	3923.00	-1.17	32.14	2.37	5271		
102509	G5III-IVe+A7V	5.5	0.55	1011.80	0.29	30.77	1.75	6091	71.69	0.00
104438	K0III	1.4	1.02	19.40	0.36	29.46	1.86	4808		
105852	K0III	2.6	1.09	92.80	-1.30	31.21	2.54	4684		
107700	G0III-IV+A3V	3.9	0.52	605.40	0.16	30.71	1.80	6219	396.49	0.60
108907	M3IIIa	5.5	1.62	46.20	-1.25	30.24	2.97	3718	1703.00	0.30
112033	G8III+F6V	3.7	0.90	11.90	-0.10	29.15	1.99	5039		
113049	K0III	1.6	1.03	89.00	0.17	30.36	1.94	4787		
119458	G5III	4.0	0.86	11.30	0.11	29.48	1.90	5144	149.72	0.17
121384	G6IV-V	1.4	0.78	0.00	3.09	0.00	0.69	5333		
125869	K1III	1.0	1.10	27.70	0.85	29.58	1.70	4660		
128152	K1III	1.0	1.05	35.20	0.69	29.80	1.74	4753		
130458	G7IIIa+F9IV	3.6	0.82	146.20	0.63	30.23	1.70	5232		
132813	M4.5III	8.1	1.59	72.30	-0.80	30.11	2.71	3797	748.90	0.13
133631	G8III	1.9	0.92	107.90	0.62	30.17	1.71	5005		
136138	G8IIIaBa0.3	5.7	0.97	169.40	0.93	30.21	1.61	4899		
139906	G8III	3.1	0.85	26.10	0.54	29.61	1.73	5167		
142049	G5II-III+A3	16.6	0.36	31.40	2.18	29.01	1.00	6940		
142889	K0III	1.7	1.01	54.70	-0.06	30.36	2.02	4832		
150449	K1III	5.6	1.06	190.10	0.78	30.16	1.71	4740		

**Tabela A.2 - (Continuação)**

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef	Porb	e
150453	F4IV-III	10.3	0.44	11.90	2.41	28.41	0.90	6560		
150682	F2III	27.3	0.40	63.80	2.76	29.15	0.76	6716	2.31	0.00
153751	G5III	23.0	0.90	1072.80	-0.92	31.16	2.33	5054	39.48	0.04
153956	gK1	3.3	1.17	17.00	1.24	29.23	1.56	4544		
155035	M1-2III	7.7	1.79	22.00	-1.09	30.23	4.16	3025		
156014	M5Ib-II	13.8	1.16	360.60	-2.57	30.77	2.90	4636	51.58	0.02
161832	K3III+F7V	15.5	1.39	49.50	-1.16	30.84	2.66	4169	99.56	0.00
165462	G8IIp	7.1	1.01	62.20	0.36	30.26	1.85	4817		
166208	G8IIICN-1CH-3	3.2	0.91	137.80	-0.23	30.31	2.06	5020	2017.00	0.38
168322	G8.5IIIbFe-1CH0.5	1.9	0.98	24.30	0.98	29.52	1.59	4889		
175306	G9IIIFe-0.5	14.7	1.19	47.40	-0.34	29.74	2.21	4510	138.42	0.11
175535	G7IIIaFe-1	2.3	0.90	161.80	-0.15	30.32	2.03	5041		
176411	K1-IIICN0.5Ba0.2	1.9	1.08	42.70	0.65	29.05	1.77	4691	1270.60	0.27
180006	G8III	3.6	1.01	23.20	0.03	29.48	1.98	4829		
181391	G8III-IV	2.8	0.94	110.30	1.61	29.47	1.32	4969	266.54	0.83
184944	K0II-III	1.0	1.05	87.20	1.19	30.09	1.54	4759		
186486	G8III	2.9	0.94	50.20	0.31	29.86	1.85	4965		
187372	M2III	4.2	1.64	25.50	-1.74	30.64	3.23	3664		
194152	K0III	2.1	1.08	43.90	0.06	29.93	2.00	4700	1124.06	0.76
196574	G7.5IIIa	3.7	0.95	45.40	-1.04	29.88	2.39	4945	205.20	0
198809	G7IIIFe-1	4.7	0.84	219.70	0.45	30.06	1.76	5195		
202951	K5III	4.4	1.61	43.80	-1.96	30.89	3.24	3742		
210905	K0III	1.5	1.12	23.30	1.16	29.50	1.58	4618		

**Tabela A.2 - (Continuação)**

HD	Tipo espectral	Vsini	B - V	FX	Mv	logLx	log(L/Lo)	Tef	Porb	e
211416	K3III	1.9	1.39	38.40	-1.05	29.23	2.61	4169	4197.70	0.39
213389	K2IIIe	34.3	1.17	728.50	0.97	31.11	1.67	4542	17.76	0.02
214987	K0III	1.8	0.96	68.40	1.10	29.90	1.53	4931		
216489	K1-2II-III	25.6	1.13	2458.20	0.93	31.44	1.67	4602	24.65	0.00
218356	G8Ib	1.0	1.29	439.40	-1.32	31.15	2.63	4414		
218658	G2III	5.5	0.80	310.80	0.27	30.23	1.82	5276	556.72	0.30
218670	K1III	2.9	1.00	441.30	0.11	30.23	1.95	4848	409.61	0.66
222107	G8III-IV	7.2	0.98	8232.70	1.75	30.82	1.27	4875	20.52	0.04
222404	K1III-IV	1.0	1.03	6.50	2.51	27.17	1.00	4785	24135.00	0.39

**Tabela A.3:** Parâmetros orbitais das estrelas binárias

HD	Tipo espectral	Catálogo Batten	Porb	e
4502	K1IIe	45	17.77	0.00
7672	G5IIIe+dA	68	56.81	0.04
8634	F5III	75	5.43	0.38
10072	G8III	1733	7581.00	0.37
10588	G8III-IV	89	78.01	0.02
11559	K0III	sem	2.89	0.00
19926	K1IIIep+A6V	sem	115.05	0.00
23838	G2III+F2:V	sem	962.80	0.72
26659	G8III	2698	699.30	0.13
27697	K0-IIICN0.5	239	529.80	0.42
29317	K0III	260	121.00	0.02
30021	G8III	269	42.33	0.00
32357	K0III	293	80.17	0.35
33856	K0.5III	304	1031.40	0.10
39743	G8III	1739	83.13	0.12
42995	M3III	387	2983.00	0.53
50337	G6II	424	195.26	0.00
62044	K1III	470	19.61	0.00
69148	G8III	507	89.07	0.19
74874	G5III	532	5492.00	0.61
81025	G2III	566	66.72	0.00
85622	G5Ib	587	329.30	0.00
88639	G3IIIFe-1	604	172.92	0.17



**Tabela A.3 - Continuação**

HD	Tipo espectral	Catálogo Batten	Porb	e
99967	K2IIICN-1	674	74.86	0.03
102509	G5III-IVe+A7V	690	71.69	0.00
107700	G0III-IV+A3V	719	396.49	0.60
108907	M3IIIa	1744	1703.00	0.30
119458	G5III	775	149.72	0.17
132813	M4.5III	824	748.90	0.13
150682	F2III	916	2.31	0.00
153751	G5III	940	39.48	0.04
156014	M5Ib-II	sem	51.58	0.02
161832	K3III+F7V	992	99.56	0.00
166208	G8IIICN-1CH-3	1843	2017.00	0.38
175306	G9IIIFe-0.5	1098	138.42	0.11
176411	K1-IIICN0.5Ba0.2	1109	1270.60	0.27
181391	G8III-IV	1144	266.54	0.83
194152	K0III	1665	1124.06	0.76
196574	G7.5IIIa	sem	205.20	0.00
211416	K3III	1363	4197.70	0.39
213389	K2IIIe	1377	17.76	0.02
216489	K1-2II-III	1402	24.65	0.00
218658	G2III	1425	556.72	0.30
218670	K1III	1426	409.61	0.66
222107	G8III-IV	1450	20.52	0.04
222404	K1III-IV	1648	24135.00	0.39

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)